

Prismenastrolabium bei Neigung senkrecht zur Einfallsebene

Berechnungen zum Einfluss der Neigung auf den wirksamen Prismenwinkel

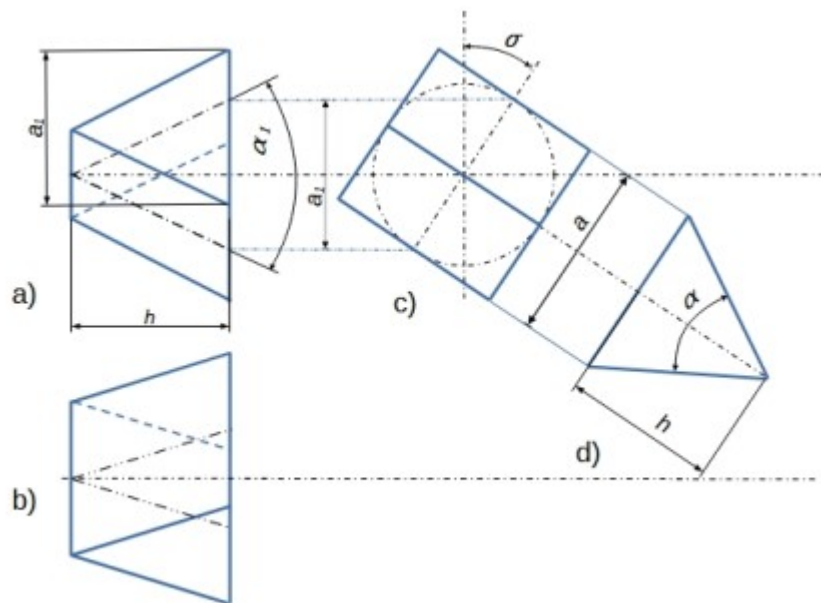


Bild 1: Prisma, senkrecht zur Einfallsebene geneigt um den Winkel σ
 a): Vorderansicht, b): Draufsicht, c): Seitenansicht, d): Hilfsansicht
 a : Basislänge des Prismas; a_1 : in die Einfallsebene projizierte Basislänge;
 α : Prismenwinkel; α_1 : Projizierter Prismenwinkel; h : Prismenhöhe
 Die Einfallsebene ist in der Vorderansicht a) die "Papierebene"

Aus der Geometrie

$$h = a \cdot \cot\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad \text{aus der Hilfsansicht} \quad (1)$$

$$a_1 = a \cdot \cos(\sigma) \quad \text{aus der Vorderansicht mit Seitenansicht} \quad (2)$$

$$\tan\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) = \frac{a_1}{2 \cdot h} \quad \text{aus der Vorderansicht} \quad (3)$$

$$\tan\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) = \frac{\cos(\sigma)}{\cot\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (1) \text{ und } (2) \text{ in } (3) \quad (4)$$

$$\tan\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) = \cos(\sigma) \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (4) \text{ mit Definition von Winkelfunktionen} \quad (5)$$

$$\alpha_1 = 2 \cdot \operatorname{atan}\left(\cos(\sigma) \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) \quad \text{folgt aus } (5) \quad (6)$$

Beispielsberechnung

$$\sigma := 5^\circ \quad \alpha := 60^\circ$$

$$\alpha_1 := 2 \cdot \operatorname{atan}\left(\cos(\sigma) \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) \quad \alpha_1 = 59.811^\circ$$

$$\frac{\alpha_1}{\alpha} = 0.997$$

Die relative Winkeländerung durch die unter 5° geneigte Aufstellung im gewählten Prismenwinkel von 60° ist 0,3 %. Bei der geringeren Neigung von 1° ist sie in der Größenordnung 10^{-4} und damit in der Größenordnung der Fertigungsgenauigkeit des Prismenwinkels.

$$\sigma := 0^\circ, 0.1^\circ \dots 10^\circ$$

$$\alpha_1(\sigma) := 2 \cdot \operatorname{atan}\left(\cos(\sigma) \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)$$

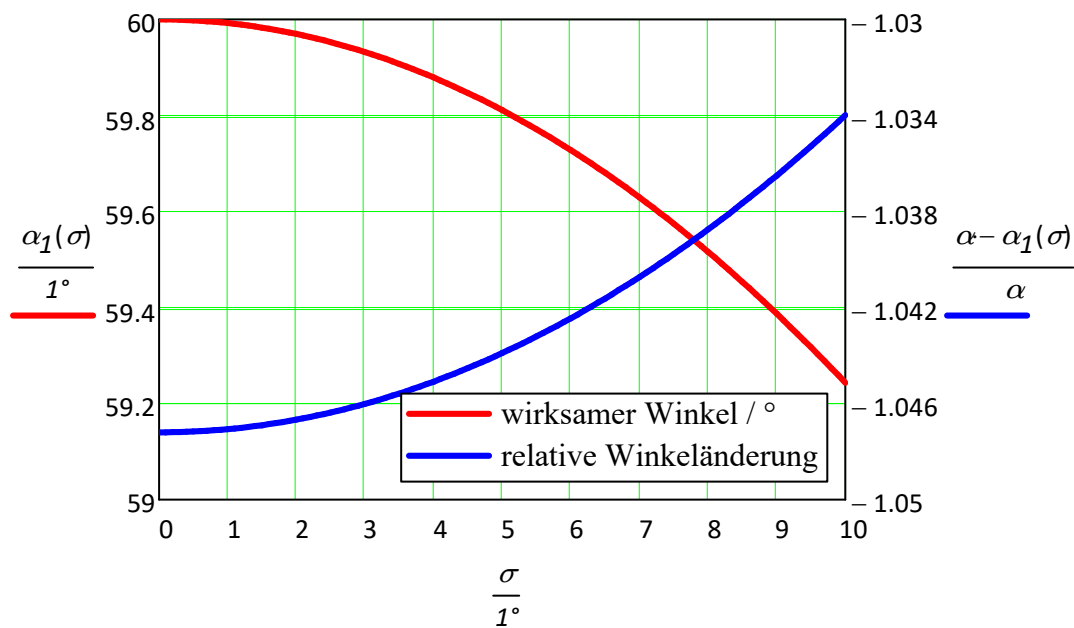


Bild 2: Einfluss der Neigung des Prismas um den Winkel σ senkrecht zur Einfallebene; Prismenwinkel $\alpha = 60^\circ$; in der Einfallsebene wirksamer Prismenwinkel α_1