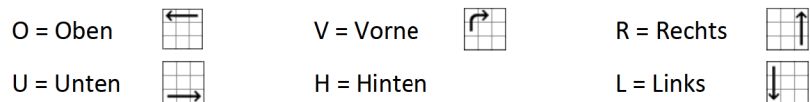


Lösung von Rubik's Zauberwürfel nach John Horton Conway^[1] 1980

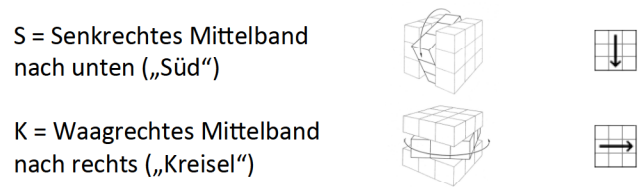
und aufgeschrieben von Volker Schubert 2021-12-18.

Das Verfahren löst den Würfel strategisch. Es benutzt Drehfolgen von Scheiben um bestimmte Veränderungen zu erreichen. Die richtige Kombination der strategischen Drehfolgen führt zur vollständigen Sortierung des Würfels. Es handelt sich um das erste in Deutschland veröffentlichte Verfahren^[1] und wurde erstmals beschrieben in Artikeln von BILD DER WISSENSCHAFT (Dez. 1980)^[1] und DER SPIEGEL (Jan. 1981)^[2].

Die Drehung einer Seitenscheibe um 90 Grad im Uhrzeigersinn (wenn man auf die Seite draufschaut) wird mit dem Anfangsbuchstaben der Seite bezeichnet; zum leichteren Verständnis kann die Drehung auch durch eine Vorderseitenansicht mit Pfeil beschrieben werden:



Die umgekehrte Richtung wird mit einer hochgestellten -1 bezeichnet. Also bedeutet O^{-1} die Drehung der Oberseite um 90 Grad im Gegenuhrzeigersinn („Oben zurück“). Die Drehungen der mittleren Bänder haben besondere Bezeichnungen:



Die Hintereinanderausführung von zwei Drehungen X und Y wird einfach als XY geschrieben. Die zweifache Ausführung einer Drehung wird mit einer hochgestellten 2 bezeichnet, etwa O^2 . Klammern um Drehfolgen sind erlaubt. Geklammerte Drehfolgen können ebenfalls mit einer Hochzahl versehen werden; so ist $(VO)^2$ eine Abkürzung für VOVO.

Zur Kontrolle: $(RV^{-1}R^{-1}V)^2$ bezeichnet die Drehfolge, die von vorne so aussieht:

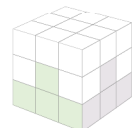


Man löst den Würfel nun Ebene für Ebene.

Durch Drehungen der Scheiben verändern die kleinen Würfel ihre Position und Ausrichtung (Orientierung). Ein in der Mitte einer Kante sitzender kleiner Würfel heißt selbst „Kante“; ein außen sitzender kleiner Würfel heißt „Ecke“.

Die Lösung der ersten Ebene bzw. Scheibe ist die einfachste. Letztendlich ist egal, ob man mit der unteren oder oberen Scheibe beginnt. Um die aktuelle Situation erkennen und die nächste Drehfolge bestimmen zu können, muss man den Würfel sowieso ständig als Ganzes drehen. In dieser Anleitung beginnen wir mit der unteren Scheibe.

Dabei bedeutet „Lösung der unteren Scheibe“ nicht, dass nur die Farbe der unteren Seite gelöst ist, sondern auch die seitlichen Farben der unteren Scheibe. Mit anderen Worten, die seitlichen Farben der unteren Kanten und Ecken müssen auf jeder Seite mit der Farbe des Mittelsteins übereinstimmen.



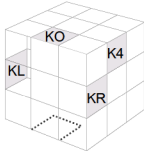
Die erste Ebene lässt sich durch genaues Hinschauen und Herumspielen lösen. Man bringt dabei Kanten und Ecken durch Drehfolgen nach unten, darf dabei aber die vorher gelösten Stellen nicht wieder zerstören. Man muss dazu manchmal Steine „in Sicherheit bringen“. Der Vollständigkeit wegen folgt trotzdem eine mögliche Lösung der ersten Ebene.

Erste Scheibe, bei uns unten: Zuerst bilden wir ein Kreuz mit vier Kanten, dann kommen die Ecken dazu. Angenommen, die Unterseite soll weiß werden und die Vorderseite rot, dann suchen wir die Kante weiß-rot und bringen sie auf eine der Positionen KL, LR, KO oder K4. Durch den passenden Zug bringen wir sie auf die Unterseite. Da rot vorne ist, muss die Seite rechts davon grün werden. Wir drehen den ganzen Würfel nach links, so dass Grün vorne ist und suchen die Kante weiß-grün. Wir bringen sie wieder in eine der Startpositionen und dann nach unten. Und so weiter (falls eine Kante der unteren Scheibe falsch in der unteren Scheibe sitzt, müssen wir sie zuerst hochholen). Anschließend machen wir dasselbe für die Ecken. Dies löst die untere Scheibe.

Erste Scheibe (unten)

Schritt 1: Kanten nach unten

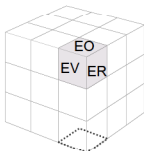
Kante nach unten vorn mit passender Fläche



Fläche, die nach unten geht	Drehfolge
KL	V^{-1}
KO	V^2
KR	V
K4	$R^{-1}VR$

Schritt 2: Ecken nach unten (und dabei unten die Kanten erhalten)

Ecke nach unten rechts mit passender Fläche



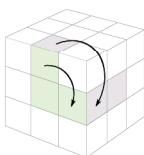
Fläche, die nach unten geht	Drehfolge
EV	$V^{-1}O^{-1}V$
ER	ROR^{-1}
EO	$V^{-1}OVRO^2R^{-1}$

Als nächstes folgt das Lösen der mittleren Scheibe. Hier kippen wir Würfel von der Oberseite nach links oder rechts. Die zu bewegende Kante muss nun vorne oben sein. Beim Kippen des kleinen Würfels nach links oder rechts geht seine Oberseite nach außen, seine vordere Seite bleibt vorn. Um durch diese Drehfolgen eine korrekte Einsortierung der Kante zu erreichen, müssen also die Farben von Kantenvorderseite und Mittelteil sowie die Farben von Kantenoberseite und Zielseite übereinstimmen.

Mittlere Scheibe (untere schon fertig)

Vordere Kante von der Oberseite zur mittleren Scheibe kippen (vordere Fläche bleibt vorne)

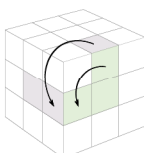
Kante nach rechts kippen



(1) $ORO^{-1}R^{-1}O^{-1}V^{-1}OV$



Kante nach links kippen



(2) $O^{-1}L^{-1}OLOVO^{-1}V^{-1}$



Falls eine Kante der Mittelscheibe falsch in der mittleren Scheibe sitzt, müssen wir sie zuerst mit denselben Zügen nach oben holen und danach wieder richtig zur Seite kippen.

Durch wiederholte Anwendung der Drehfolge bei verschiedener Ausrichtung des Gesamtwürfels wird die mittlere Scheibe gelöst.

Die schwierigste Ebene ist die dritte, also bei uns die obere. Die unteren beiden Scheiben sind schon gelöst und sollen nicht zerstört werden.

Verfahren 1 (Beschrieben in BILD DER WISSENSCHAFT): Zuerst werden Kanten und Ecken an die richtige Stelle gebracht. Danach werden sie rotiert.

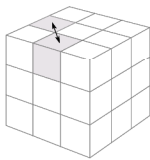
Die strategischen Drehfolgen und deren beabsichtigte Veränderungen sind in folgender Liste zu sehen. Die Reihenfolge der Schritte ist unbedingt einzuhalten. Die Drehfolgen führen nämlich nicht nur die gezeigten Veränderungen herbei, sie erhalten auch die bisher schon erreichte Sortierung.

Es gibt aber Drehfolgen, die die bisher erreichte Sortierung nur dann erhalten, wenn sie mehrfach angewendet werden; dies ist bei der jeweiligen Drehfolge vermerkt. Wenn zum Beispiel eine Drehfolge 2-mal angewendet werden muss, führt man die Drehfolge zunächst einmal aus, dreht dann die Oberseite zu einer passenden Stellung, und führt dann die Drehfolge nochmal aus. Muss eine Drehfolge 3-mal angewendet werden, kann man das genauso machen, oder man führt statt zwei Anwendungen einmal die Umkehrung durch.

Dritte Scheibe (oben) - Verfahren 1

Schritt 1: Kanten positionieren

Zwei Kanten vertauschen



(1) $O SOS^{-1} O^2 SOS^{-1} O^2$

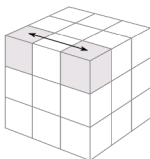
Kürzere Alternativen mit 3 Scheiben:

(2) $OV ROR^{-1} O^{-1}V^{-1}$

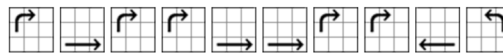
(2g) $VO RO^{-1}R^{-1} V^{-1}O^{-1}$

Schritt 2: Ecken positionieren

Zwei Ecken vertauschen

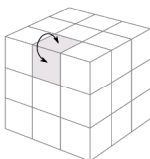


(1) $VU V^2U^2V^2 U^{-1}V^{-1}$ (Muss 2-mal angewendet werden)

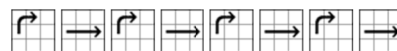


Schritt 3: Kanten drehen

Kante drehen (kippen)

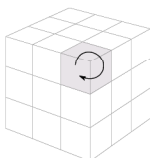


(1) $(VK)^4$ (Muss 2-mal angewendet werden)



Schritt 4: Ecken drehen

Ecke im Uhrzeigersinn drehen



(1) $(RV^{-1}R^{-1}V)^2$ (Muss 3-mal angewendet werden)

Umkehrung (ersetzt 2 Anwendungen):

(1g) $(V^{-1}RVR^{-1})^2$

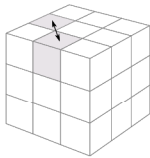
Die angegebenen Drehfolgen sind ausreichend, um den Würfel zu lösen. Für spezielle Situationen gibt es aber auch effizientere Drehfolgen. Eine Sammlung davon findet sich in der letzten Tabelle.

Verfahren 2 (Beschrieben in DER SPIEGEL): Zuerst werden die Kanten gelöst, d.h. man erzeugt ein Kreuz. Danach werden die Ecken gelöst. Interessanterweise kann man genau die gleichen Drehfolgen benutzen wie bei Verfahren 1, nur in einer anderen Reihenfolge. Davon abgesehen ist auch hier die Reihenfolge der Schritte unbedingt einzuhalten.

Dritte Scheibe (oben) - Verfahren 2

Schritt 1: Kanten positionieren

Zwei Kanten vertauschen



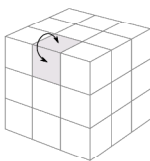
(1) $O SOS^{-1} O^2 SOS^{-1} O^2$

Kürzere Alternativen mit 3 Scheiben:

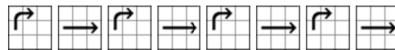
(2) $OV ROR^{-1} O^{-1}V^{-1}$
 (2g) $VO RO^{-1}R^{-1} V^{-1}O^{-1}$

Schritt 2: Kanten drehen

Kante drehen (kippen)

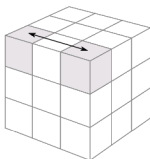


(1) $(VK)^4$ (Muss 2-mal angewendet werden)



Schritt 3: Ecken positionieren

Zwei Ecken vertauschen

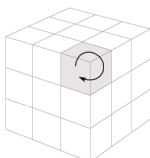


(1) $VU V^2U^2V^2 U^{-1}V^{-1}$ (Muss 2-mal angewendet werden)



Schritt 4: Ecken drehen

Ecke im Uhrzeigersinn drehen



(1) $(RV^{-1}R^{-1}V)^2$ (Muss 3-mal angewendet werden)

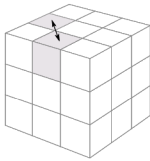
Umkehrung (ersetzt 2 Anwendungen):

(1g) $(V^{-1}RVR^{-1})^2$

Dritte Scheibe (oben) – Mit zusätzlichen Drehfolgen

Schritt 1: Kanten positionieren

Zwei Kanten (L und V) vertauschen (andere fest)



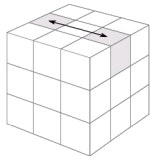
(1) $O SOS^{-1} O^2 SOS^{-1} O^2$

Kürzere Alternativen mit 3 Scheiben:

(2) $OV ROR^{-1} O^{-1}V^{-1}$

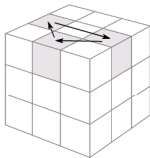
(2g) $VO RO^{-1}R^{-1} V^{-1}O^{-1}$

Zwei Kanten (L und R) vertauschen (andere fest)



(1) $(ROR^{-1}) V^{-1}O^2V (RO^{-1}R^{-1}) O$

Drei Kanten im Uhrzeigersinn vertauschen



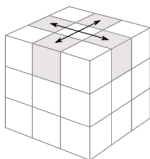
(1) $(SOS^{-1}) O^2 (SOS^{-1})$

(2) $V^2 OS^{-1} O^2 SO V^2$ (Alternative)

Im Gegenuhrzeigersinn:

(1g) $(SO^{-1}S^{-1}) O^2 (SO^{-1}S^{-1})$

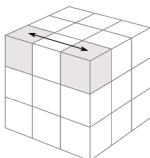
Vier Kanten über Kreuz vertauschen



(1) O^2

Schritt 2 oder 3: Ecken positionieren

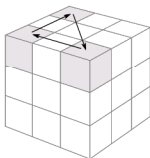
Zwei Ecken vertauschen (andere fest)



(1) $VU V^2U^2V^2 U^{-1}V^{-1}$ (Muss 2-mal angewendet werden)



Drei Ecken im Uhrzeigersinn vertauschen

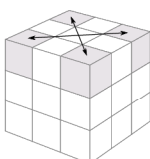


(1) $(O^{-1}R^{-1}O) L (O^{-1}R O) L^{-1}$

Im Gegenuhrzeigersinn:

(1g) $L (O^{-1}R^{-1}O) L^{-1} (O^{-1}R O)$

Vier Ecken über Kreuz vertauschen

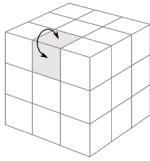


(1) $(S^2O^2S^2) O (S^2O^2S^2) O$

(2) $(S^2O)^6$ (Alternative)

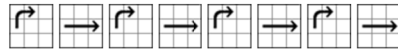
Schritt 3 oder 2: Kanten drehen

Kante drehen (kippen)

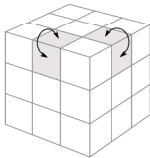


(1)

$(VK)^4$ (Muss 2-mal angewendet werden)



Zwei Kanten drehen (kippen)

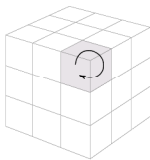


(1)

$(SO)^4$ (Muss 2-mal angewendet werden)

Schritt 4: Ecken drehen

Ecke im Uhrzeigersinn drehen



(1)

$(RV^{-1}R^{-1}V)^2$ (Muss 3-mal angewendet werden)

Umkehrung (ersetzt 2 Anwendungen):

$(1g) \quad (V^{-1}RVR^{-1})^2$

Verweise

1. Mathematisches Kabinett: Verflixt - Nochmal. *Bild der Wissenschaft*. Dez. 1980, S. 180ff.
2. "Schrei Hurra! Schmeiß 'ne Runde!" - Lösungsverfahren für den "Zauberwürfel". *Der Spiegel*. Jan. 1981, S. 174–177.

Danke an Simon!