O ATMOSFERZE ZIEMI I PLANET

PODAŁ

MARYAN SMOLUCHOWSKI.

Mało zagadnień fizycznych dało powód do powstania tak wielu i tak ze sobą sprzecznych teoryj jak pytanie, do jakiej wysokości sięga nasza atmosfera i jakie zjawiska zachodzą w jej górnych warstwach. Odnosi się to nietylko do spostrzeżeń i obrachunków opartych na różnych niezależnych metodach, jak n. p. na pomiarze wysokości, w której meteory zaczynają się rozżarzać, lub w której pokazuje się jeszcze zorza północna, albo wysokości, które jeszcze wywierają wpływ na zjawisko zmierzchu etc., ale mianowicie do rozważań ściśle teoretycznych, opartych na zasadach hydromechaniki i termodynamiki.

Sądząc, że pochodzi to z niesłusznej jednostronności dawniejszych teoryj tego rodzaju, zamierzam w niniejszej pracy zwrócić uwagę na niektóre okoliczności zwykle nie dosyć uwzględniane, nie ograniczając się jednak na podaniu zarysu dotyczącej teoryi, lecz roztrząsając równocześnie dawniejsze badania na tem polu.

I.

Równowaga gazu o stałej temperaturze wymagałaby, żeby rozciągał się aż do nieskończoności, ponieważ nie podlega siłom włoskowatości.

Wstawiając w równanie hydrostatyki $\int \frac{dp}{\rho} = U$ potencyał grawitacyi

$U = \frac{ga^2}{r}$ i uwzględniając równanie

$$p = R\Theta\rho \qquad (1)$$

otrzymałoby się rozwiązanie $p = p_0 \, e^{-\frac{ga}{R\Theta_0}\left(1-\frac{a}{r}\right)}$ (2) które w zastosowaniu do gęstości powietrza na ziemi dałoby jako gęstość atmosfery w nieskończoności $\rho_\infty = \rho_0 \, 10^{-356}$. Naturalnie że i masa całkowita atmosfery byłaby skończona (Mascart C. R. 114).

Przy tem nie uwzględniliśmy jednak sił powstających wskutek rotacyi ziemi i zmniejszenia temperatury przy wzniesieniu się o odległość $(r-a)$ nad powierzchnią ziemi, a właśnie wskutek tych dwu wpływów według zdania wielu fizyków miałoby nastąpić ograniczenie naszej atmosfery w skończonej wysokości.

Według Melanderhjelma i Laplace'a odległość, w której siła odśrodkowa równa się ciężkości, stanowiłaby granicę atmosfery. Otrzymałoby się według tego jako kształt atmosfery kulę $r = \sqrt[3]{\frac{ga^2}{\omega^2}} = 42.000$ km., żądając aby składowe siły w kierunku siły odśrodkowej się znosiły, zaś powierzchnię $r^3 = \frac{ga^2}{\omega^2 \cos^2 \vartheta}$ jeżeli się żąda równowagi sił działających w kierunku promienia ziemi.

W obu wypadkach pozostaje jednak naturalnie składowa powodująca ruch prostopadły do tych kierunków, więc w rzeczywistości nie będzie mogła istnieć równowaga. Przeoczenie tych sił z jednej strony, a nieuwzględnienie ciśnień, powstających w atmosferze (jako ciele gazowem) z drugiej strony stanowi zasadniczy błąd tych obrachowań.

Przyjmując założenie Laplacea, trzebaby wyrazić je w równaniach hydrostatycznych, jak to uczynił F. Neumann (Einleitung i. d. theor. Ph. p. 170). Ponieważ siłę odśrodkową można zastąpić potencyałem $\frac{\omega^2 r^2 \cos^2 \varphi}{2}$ będziemy mieli: $\int \frac{dp}{\rho} = \frac{ga^2}{r} + \frac{\omega^2 r^2 \cos^2 \varphi}{2}$ a wstawiając stałe:

$$p = p_0 \, e^{-\frac{1}{R\Theta}\left[ga\left(1-\frac{a}{r}\right) - \frac{\omega^2 r^2 \cos^2 \varphi}{2}\right]} \qquad (3)$$

Powierzchnie równego ciśnienia, określone przez równanie: $\frac{ga^2}{r} + \frac{\omega^2 r^2 \cos^2 \varphi}{2} = \text{const.}$ mają kształt podobny do elipsoid dla małych r, aż do powierzchni, której promień równikowy ma wartość przedtem znalezioną

$$r_a = \sqrt[3]{\frac{a^2 g}{\omega^2}} = 42.000 \text{ km., a promień biegunowy } r_p = \frac{2}{3}\, r_a = 28.000 \text{ km.}$$

Dla większych r zaś powstają dwa systemy powierzchni sięgających w nieskończoność, z których jeden system (leżący w kierunku równika) odpowiadałby znów ciśnieniom zwiększającym się; więc trzeba przyjąć ową powierzchnię, jako granicę atmosfery.

Auerbach we Winkelmanna Handbuch d. Physik niesłuszny czyni zarzut tej metodzie; pokazuje że z owego wzoru dla $r = a$ wynika ciśnienie 4 razy większe dla $\varphi = \frac{\pi}{2}$ t. j. na równiku niż dla $\varphi = 0$ t. j. na biegunie, podczas gdy w rzeczywistości różnice są tylko małe i z tego wnioskuje, że założenie, iż cała masa atmosfery uczestniczy w obrocie ziemi, nie jest uzasadnionem.

Tymczasem trzeba uwzględnić, że w rzeczywistości nie mierzymy ciśnienia na równiku w odległości a od środka ziemi, lecz w odległości o 21 km. większej (wskutek spłaszczenia ziemi). W ogóle nie może zachodzić taka sprzeczność w rachunkach, opartych na równaniach hydrostatycznych, ponieważ z tychże wypływa, iż powierzchnia oddzielająca dwie ciecze (tutaj wodę od powietrza) jest powierzchnią stałego ciśnienia.

Trzeba jednak uczynić tej teoryi zarzuty innego rodzaju:

1) W owej powierzchni granicznej ($r_a = 42.000$ km.) nie będzie jeszcze panowało ciśnienie $p = 0$. Wprawdzie będzie ono tylko 10^{-175} częścią ciśnienia p_0, ale i to musiałoby być równoważone przez ciśnienie jakiejś zewnętrznej atmosfery, która byłaby nieruchomą; wtedy jednak wskutek tarcia o nią musiałby nastąpić całkiem inny rozkład chyżości, mianowicie zmniejszenie chyżości obrotowej w miarę oddalenia od ziemi, jak się to później opisze.

2) Temperatura została przyjęta jako wszędzie ta sama; tymczasem zmienność jej wiele ważniejszą rolę odgrywa, niż owa siła odśrodkowa i wskutek niej, według teoryi, które teraz poznamy, musiałoby nastąpić ograniczenie atmosfery już we wysokościach, gdzie jeszcze wpływ owej siły zupełnie jest nieznaczny.

II.

W r. 1819 G. Schmidt w rozprawie ogłoszonej w Gilberta Annalen pierwszy zwrócił uwagę na to, że temperatura stanowi najważniejszy czynnik w grę tutaj wchodzący; i to jest uwaga słuszna, chociaż sposób w jaki na tej podstawie oblicza »granicę atmosfery« nie wytrzymuje krytyki dzisiejszej.

Przedewszystkiem już dwa hipotetyczne założenia co do zmienności temperatury, których on używa t. j. $\Theta = \Theta_0 - \alpha x$ lub $x = a \log. \left(\frac{C}{c + \Theta}\right)$ gdzie x oznacza wysokość nad powierzchnią ziemi, są ekstrapolacyami bez żadnego praktycznego lub teoretycznego uzasadnienia, więc i rezultaty $h = 6{\cdot}6$ mil. geogr., wynikające z pierwszego założenia, lub $h = 27{\cdot}5$ mil geogr. z drugiego, są bez wartości.

Pierwszą racyonalną metodę obliczeń tego rodzaju tworzy znana teorya adiabatycznej równowagi Lorda Kelvina (S. W. Thomsona), według której oziębianie powietrza wznoszącego się do góry jest spowodowane jedynie przez pracę, którę ono musi wykonać rozprężając się pod mniejszem ciśnieniem.

Dogodność tej teoryi polega szczególnie na tem, że rozmieszczenie temperatury czyni ona niezależnem od kierunku i od chyżości ruchów zachodzących w powietrzu, ponieważ zawsze pozostawia ważność równaniu adiabatycznemu:

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^k \tag{4}$$

Zastosujmy n. p. te założenia do układu dwu ciał n. p. ziemi (m, a) i księżyca (m^1, a^1). Potencyał ich $= \left(\frac{ga^2}{r} + \frac{g^1a^{12}}{r^1}\right) + ga^2\left(\frac{1}{r} + \frac{m^1}{mr^1}\right)$ będzie równy $\int \frac{dp}{\rho}$ z czego wynika:

$$\frac{\Theta}{\Theta_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 1 - \frac{k-1}{k}\frac{ga}{R\Theta}\left[1 - \frac{a}{r} + \frac{m^1a}{m}\left(\frac{1}{r^1_0} - \frac{1}{r^1}\right)\right] \tag{5}$$

Ograniczając się zaś do małych odległości $x = r - a$ od powierzchni ziemi będzie to:

$$\frac{\Theta}{\Theta_0} = 1 - \frac{k-1}{k}\frac{gx}{R\Theta_0} \tag{6}$$

Niestety jednak ten prosty sposób obrachowania rozmieszczenia ciśnień i temperatury na różnych planetach nie da się utrzymać, ponieważ przychodzi jeszcze dodatkowy warunek, że temperatura Θ nie może być niższa od zera; a żeby to zero bezwzględne temperatury dopiero w nieskończonej odległości zostało osiągnięte, musiałaby panować na ziemi temperatura 64.000°; w rzeczywistości jednak, przyjmując $\Theta_0 = 273$, widzimy, że gaz będzie miał tę temperaturę 0° już w wysokości 27·1 km. nad powierzchnią ziemi.

W tej wysokości zatem, według teoryi Kelvina musiałaby się kończyć nasza atmosfera, bo we większej wysokości temperatura musiałaby chyba spaść poniżej — 273° C. On sam jednak mówi: »zawsze zdawało mi się rzeczą nadzwyczaj nieprawdopodobną, aby wogóle istniała granica naszej atmosfery, a z pewnością nie może ona leżeć w tak małej wysokości«.

Nadto nowsze spostrzeżenia wykazały, że jeszcze w wysokościach powyżej 200 km. atmosfera jest w stanie rozżarzać meteoryty, rozpraszać światło etc.

Przyczyny tej sprzeczności szukać należy według Kelvina w zboczeniu gazów od praw gazów idealnych i w wpływie promieniowania, o czem dalej się powie.

A pod innym względem rachunek stanowczo nie zgadza się z doświadczeniem t. j. co do wartości spadu temperatury $\frac{d\Theta}{dx} = -\frac{k-1}{k}\frac{g}{R}$, co dla poziomu ziemi daje zmianę temperatury 1·0° na 100 m. wysokości, podczas gdy z ogromnej ilości spostrzeżeń czynionych na górach i w balonach jako przeciętne zmniejszenie temperatury wypada 0·58° na 100 m. wysokości.

To tłómaczy Kelvin według myśli podanej przez Joule'a tem, że powietrze zawierające parę wodną przy rozprężaniu w mniejszem stopniu się oziębia, ponieważ wskutek kondensacyi wody powstaje ciepło; rachunek odpowiednio zmieniony daje w istocie o 0·66° na 100 m. przy temperaturze $\Theta_0 = 0$, a 0·54° przy temperaturze $\Theta_0 = 10°$.

Mimo to nie zdaje mi się to tłómaczenie przekonywującem, bo wymagałoby ono żeby się ciągle w całej masie powietrza odbywało skroplenie pary wodnej, (bo wpływ jej okazuje się dopiero przy skropleniu), więc żeby panowała mgła od powierzchni ziemi aż do wielkich wysokości atmosfery; inaczej t. j. jeżeli niebo jest czyste, lub nawet gdy są pojedyncze warstwy chmur, nie można stosować tego tłómaczenia, a przecież i wtedy zmienność pozostaje taka sama.

Jako przykład przytaczam n. p.:

		pro 100 m.
Spostrzeżenia w Alpach, Ameryce, Indyi		
balon sonde francuski (Assmann Fortschr. d. Ph.) wysłany aż do wysokości 14000 m.	20/10 1895	0·52 «
	22/3 1896	0·54 «
balon Andrée'go w minimum barom.	26/2 1894	0·76 «
» » w maximum »	9/8 1893	0·63 «

Gdyby się nawet oprócz pomiarów balonowych nie uwzględniało innych i gdyby się wykluczyło dawniejsze spostrzeżenia Glaishera jako niedokładne z powodu ówczesnego, jeszcze bardzo prymitywnego sposobu mierzenia temperatury, to przecież powyższym nowszym pomiarom, do których możnaby dodać jeszcze wiele innych, nic zarzucić nie można.

Okazały one także, nawiasem mówiąc, błędność zupełną wzoru $\Theta = m + \frac{\Theta_0 - np}{p_0}$, który Mendelejew wywiódł jako empiryczny rezultat ze spostrzeżeń Glaishera. Spad temperatury nie zmniejsza się, jak wynikałoby z tego wzoru, tylko przeciwnie zdaje się nawet być trochę większym w wysokościach powyżej 7000 m. Naturalnie także rezultatowi Angota (C. R. 118 p. 218, 282), który na podstawie tego wzoru wyrachował temperaturę —42° C. jako temperaturę granicy atmosfery (t. j. dla $p = 0$) nie można przypisać innego znaczenia, jak tylko to, że ten wzór jest fałszywy i że w ogóle trzeba unikać takich ekstrapolacyi empirycznych formułek.

Te fakta więc nie zdają się przemawiać na korzyść teoryi kondensacyjnej Joule-Kelvina i myślę, że niezgodność ich z teoryą czysto adiabatyczną należy przypisać we większej części wpływowi promieniowania i to nie tylko promieniowania słońca ale mianowicie także promieniowania wzajemnego ziemi i części gazu między sobą.

Teoretycznie jednak tego udowodnić nie możemy, ponieważ o najważniejszej w grę wchodzącej wielkości t. j. o spółczynniku absorbcyi powietrza dla promieni cieplnych wysyłanych przez ciała przy zwykłej temperaturze i poniżej zera nie mamy nawet przybliżonego wyobrażenia.

Przyjmując z E. Frostem (Wied. Beibl. 19 p. 92), że atmosfera nasza pochłania 28% promieni słońca pionowych (25% według Pouilleta), można obrachować spółczynnik absorbcyi α dla nich jako $\alpha = 0{\cdot}00033$ (C. G. S.), z czego dalej wypływa, że prąd powietrza wznoszący się z szybkością 0·5 cm. na sekundę właśnie tyle ogrzewałby się w skutek promieniowania słonecznego ile traci ciepła w skutek rozszerzania się; ale dla promieni o długości fal większych niż $\lambda = 5\mu$, które tutaj w grę wchodzą, absorbcya będzie całkiem inna, zapewne wiele większa.

Jeżeli jednak usprawiedliwimy różnicę między teoryą, a doświadczeniem co do wielkości spadu temperatury wspólnem wpływem skroplenia wody i promieniowania ciepła, to nie zmieni się przecież ten wynik, że atmosfera musiałaby być ograniczoną w niewielkiej wysokości, bo skroplenie wody tylko w najniższych warstwach, gdzie ciśnienie pary wodnej jest znaczniejsze, w rachubę wchodzi, a ogrzaniu w skutek promieniowania przez ziemię i słońce musi odpowiadać równe oziębianie wskutek wysyłania promieni w przestrzenie niebieskie, więc ono samo przez się nie wiele zmieni temperaturę w wyższych warstwach.

Aby się o tem przekonać, wystarczy wziąć pod uwagę następujący przykład, w którym uwzględniamy ogrzewający, a całkiem zaniedbujemy chłodzący wpływ promieniowania. Niech się wznosi stały prąd powietrza o chyżości u_0 w poziomie zero, które zostaje ogrzanem wskutek absorbcyi jakichś promieni, proporcyonalnej do gęstości powietrza, tak że AS oznacza ilość ciepła (w miarze mechanicznej) wytworzonego podczas jednej sekundy w jednostce masy.

Oznaczając chyżość przez u otrzymujemy równanie ciągłości:

$$\rho u = \rho_0 u_0 = b \tag{7}$$

i równanie sił: $$\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx} = -g \tag{8}$$

i równanie określające wymianę ciepła, utworzone w podobny sposób jak późniejsze równania (18): $$\frac{c}{A}\rho u\frac{d\Theta}{dx} + p\frac{du}{dx} = S\rho \tag{9}$$

Uwzględniając (7), (8) i (1) otrzymuje się z tego:

$$\left(\frac{c}{A}+R\right)\frac{d\Theta}{dx}=\frac{S\rho}{b}-g \tag{10}$$

a rugując wielkości ρ zapomocą równania (1) dochodzi się do równania dla Θ:

$$R\left(R+\frac{c}{A}\right)\left[\Theta\frac{d^2\Theta}{dx^2}+\left(\frac{d\Theta}{dx}\right)^2\right]+g\left(2R+\frac{c}{A}\right)\frac{d\Theta}{dx}+g^2=o$$

które można całkować; wprowadzając stosunek ciepła właściwego zapomocą równania $R+\frac{c}{A}=\frac{Rk}{k-1}$, gdzie $k=1{\cdot}4$, będziemy mieli:

$$\Theta\frac{d\Theta}{dx}+\Theta g\frac{2k-1}{Rk}+x g^2\frac{k-1}{R^2k}=n \tag{11}$$

Aby usunąć stałą n wprowadzimy nową spółrzędną $y=x-\frac{R^2 kn}{g^2(k-1)}$ lub w skróceniu: $y=x+\beta$, przez co to równanie staje się jednorodnem, tak że można je całkować.

Rezultat jest:

$$\left[\Theta+\frac{gy}{R}\right]\left[\Theta+\frac{k-1}{k}\frac{gy}{R}\right]^{-\frac{k-1}{k}}=\text{const.}$$

Wskazuje to, tak samo jak już równanie (11), że Θ będzie równe zeru w odległości $x=\frac{R^2 k n}{g^2(k-1)}$, to jest wskutek równań (10) i (11):

$$x=\frac{k}{k-1}\frac{\Theta_0 R}{g}+\frac{S p_0}{b g^2}$$

Więc także w tym wypadku, gdzie ogrzewający wpływ promieniowania tak dalece został przesadzonym, poziom krytyczny, gdzie temperatura jest zero, musiałby wprawdzie leżeć wyżej, ale zawsze w skończonej, a nawet stosunkowo niewielkiej odległości od ziemi.

Pozostaje nam jeszcze do rozważenia, czy zboczenia od prawa idealnych gazów (1) nie spowodują zasadniczej zmiany co do granicy atmosfery. Pod tym względem zasługuje na uwagę teorya Rittera (Wiedem. Ann. 5 p. 405), która się odnosi do pary nasyconej skraplającej się n. p. do atmosfery składającej się wyłącznie z pary wodnej. Że tu spad temperatury będzie znacznie mniejszym, niż w tamtym wypadku, wynika już z tego co przedtem o wpływie kondensacyi wody się powiedziało.

Używając równania określającego przemianę adiabatyczną systemu składającego się z cieczy i z pary w stosunku u do (1 — u):

$$\frac{u r}{\Theta}-\frac{u_0 r_0}{\Theta_0}=c\log\frac{\Theta_0}{\Theta}$$ i równania Clapeyrona:

$$\frac{r}{\Theta} = A\,w\,\frac{dp}{d\Theta}$$

otrzymuje się: $A\,v\,\frac{dp}{d\Theta} = \frac{u_0\,r_0}{\Theta_0} + c\log\frac{\Theta_0}{\Theta}$, a wstawiając $vdp = \frac{dp}{\rho} = -gdx$:

$$A\,g\,dx = -\left[\frac{u_0\,r_0}{\Theta_0} + c\log\Theta_0\right]d\Theta + c\log\Theta\,d\Theta$$

wreszcie całkując według Θ od Θ_0 do 0: $AgH = c\Theta_0 + r_0$.

Wstawiając w ten rezultat wartości c i r odnoszące się do pary wodnej, Ritter otrzymuje jako wysokość naszej atmosfery, gdyby ona się składała wyłącznie z pary wodnej: H = 349 km., więc cyfrę znacznie wyższą, niż ta która wypływa z teoryi Kelvina. On sądzi, że także tlen i azot naszej atmosfery w wyższych warstwach w stanie częściowego skroplenia znajdować się muszą i że jej wysokość z tego powodu nie wiele od tamtej cyfry różnić się może. Teorya Rittera jest konsekwentnem wykończeniem teoryi adiabatycznej Kelvina, ponieważ według tejże także punkt skroplenia powietrza gdzieś musiałby być osiągnięty i wtedy istotnie musiałyby zachodzić podobne zjawiska.

Trochę problematycznem jednak wydaje się zastósowanie jej do atmosfery ziemi; przedewszystkiem punkt skroplenia powietrza leży przy znacznie niższej temperaturze, aniżeli Ritter zapewne przypuszczał; przy ciśnieniu 760 mm. odpowiada on temperaturze —181° C., a przy ciśnieniu 4 mm., temperaturze —211° C. według Olszewskiego.

Jeżeli teraz przyjmujemy jako empirycznie daną temperaturę —65° C., znalezioną przez liczne »balony-sondy«, jako panującą we wysokości 14.000 m., jeżeli we większych wysokościach suponujemy już tylko prawo adiabatyczne (6), to widzimy, że przy ciśnieniu 4 mm. temperatura będzie jeszcze wynosiła —191° C, więc punkt skroplenia musi leżeć w jeszcze większej wysokości. Dopiero z tamtąd mógłby się rozpocząć ów spad zwolniony temperatury według Rittera.

Dat odpowiednich dla tlenu i azotu nie znamy, więc nie można ocenić o ile porównanie z parą wodną jest uzasadnione; ale całemu obrachowaniu można uczynić ten zarzut, że opiera się ono na założeniu, iż gaz owe części skroplone całkiem ze sobą unosi.

Nie można tego porównać z unoszeniem kropelek wody w mgle, bo to odbywa się przy gęstości powietrza odpowiadającej 760 mm., a tam mamy gęstości odpowiadające ciśnieniom niżej 4 mm. aż do zera, w mgle procentowa zawartość części ciekłych jest bardzo mała, tam musiałaby ona przechodzić wszystkie wartości od 0 aż do 100%.

Przedewszystkiem jednak atmosfera skraplająca się tak jak Ritter utrzymuje, musiałaby tworzyć ciągłe obłoki na całem niebie, co się oczywiście nie sprawdza. Wrócimy jeszcze później do tego punktu, tymczasem wystarczy zaznaczyć, że i według tej teoryi atmosfera miałaby skończoną wysokość, bardzo małą nawet w porównaniu z promieniem ziemi.

Możnaby jednak jeszcze mieć pewne wątpliwości co do równania (8), które w tej teoryi Kelvina się podstawia. Ponieważ mamy tu do czynienia nie z równowagą lecz z ruchem, to trzebaby jeszcze uwzględnić energię kinetyczną, używając oprócz równania adiabatycznego (4) nie równania hydrostatycznego lecz równania zupełnego:

$$u \frac{du}{dx} = -\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx} - g = -\frac{k}{k-1} R \frac{d\Theta}{dx} - g \qquad (12)$$

Całkując to i uwzględniając znów owe równanie (4) otrzymujemy:

$$\frac{u_0^2}{2}\left[1 + \left(\frac{\Theta_0}{\Theta}\right)^{\frac{2}{k-1}}\right] = \frac{k}{k-1} R (\Theta_0 - \Theta) - gx$$

Teraz więc temperatura jeszcze szybciej spada przy wznoszeniu się (ponieważ $\frac{du}{dx}$ dodatnie) aniżeli w (6), ale x nie może przekroczyć pewnej granicy, gdzie Θ osięga najmniejszą, ale zawsze dodatnią temperaturę $\Theta = \Theta_0 \left[\frac{u_0^2}{k R \Theta_0^2}\right]^{\frac{k-1}{k+1}}$ (blizką bezwzględnego zera) [1].

Jest to ciekawy przykład ruchu, który ponad pewną granicę nie może pozostać stałym lecz musi się stać niestałym, zapewne peryodycznym i uwydatnia to jeszcze jaskrawiej ograniczenie atmosfery na skończoną wysokość, wymagane przez założenie stanu adiabatycznego według równania (4).

III.

Do zupełnie przeciwnych rezultatów dochodzi się zapomocą prostych mechanicznych rozważań, na podstawie teoryi kinetycznej gazów. Jeżeli jakaś cząsteczka gazu obdarzona jest chyżością większą od pewnej chyżości krytycznej $V = \sqrt{2\,ga}$ t. j. koło 11 km. na sekundę, to ona oddali się po krzywej hiperbolicznej od ziemi (naturalnie jeżeli nie nastąpi spotkanie z innemi cząsteczkami) w nieskończoną przestrzeń. Ponieważ jednak w gazie znajdują

[1]) Naturalnie w rzeczywistości ruch nie potrzebuje zostać jednowymiarowym w kierunku x, więc u mogłoby się dowolnie zmniejszać, tak że Θ może się dowolnie zbliżyć do zera.

się ciągle cząsteczki obdarzone wszystkiemi chyżościami od 0 do ∞, a równie droga ich swobodna ma wszystkie wartości między 0 i ∞, to zawsze ziemia będzie w ten sposób traciła pewien procent, chociaż bardzo mały; zatem w przestrzeni niebieskiej będzie się musiała również znajdować pewna ilość, chociaż bardzo mała gazu, t. j. przynajmniej owe »stracone cząsteczki«, tem więcej, że trzeba przypuścić istnienie pewnego rodzaju równowagi między ilością cząsteczek, które atmosfera traci i tych, które ze zewnątrz wlatują w jej zakres przyciągania, więc które ona zyskuje; inaczej straciłaby ziemia w krótkim czasie całą swą atmosferę. A to stosuje się nietylko do atmosfery nieruchomej, lecz także do atmosfery, w której jakiekolwiek ruchy się odbywają, szczegół, który później okaże się ważnym.

Zgadza się to zupełnie ze zdaniem Rudzkiego, wypowiedzianem w rozprawie »O predielach atmosfery« *(Zapiski mat. nowoross. obszcz.*, Odessa 15. (1893) p. 71). Także J. Stoney w rozprawie »Of Atmospheres on Planets and Satellites« (Sc. Transact. Roy. Dublin Soc. VI. (1897) p. 305) dochodzi do wniosku, że części atmosfery ziemskiej wciąż się ulatniają w przestrzeń nieskończoną, nie wyciąga jednak tej logicznej konsekwencyi, że zatem równie tam, poza ziemią, atmosfera pewnej gęstości istnieć musi. Roztrząśnienie jego teoryi, mojem zdaniem zawierającej kilka zasadniczych błędów, pozostawiam na rozdział VI. o dyfuzyi.

Nasuwa się więc pytanie, czy teorya kinetyczna gazów może dać w tym wypadku wyniki sprzeczne z obrachowaniami opartemi na równaniach hydro- i termodynamiki.

Z góry można oświadczyć, że jest to rzeczą niemożliwą, ponieważ Maxwell i Boltzmann właśnie te równania wyprowadzili z teoryi gazów, a dowód równania zasadniczego Boltzmana, służącego jako punkt wyjścia tych rozważań:

$$\frac{df}{dt} + \zeta \frac{df}{dx} + \eta \frac{df}{dy} + \zeta \frac{df}{dz} + X \frac{df}{d\zeta} + Y \frac{df}{d\eta} + Z \frac{df}{d\zeta} =$$

$\iiint (f' f'_1 - f f_1)\, g\, b\, d\omega_1\, db\, d\varepsilon$ (Boltzmann Gastheorie I. p. 114) wymaga tylko żeby siły XYZ nie zmieniały się znacznie w obrębie wielkości cząsteczek gazu, warunek który tu naturalnie jest spełniony.

Musiał więc jakiś czynnik być pominięty w rozważaniach dawniejszych (oddziału I. i II.), który implicite zawarty jest w teoryi kinetycznej, i ten musimy się starać odnaleść.

Obraz mechaniczny gazu, jako systemu kinetycznego pod tym jednak względem jest doskonalszy od równań adiabatycznych, które tam podkładaliśmy, że zawiera już równocześnie mechanizm przewodzenia ciepła i tarcia wewnętrznego, więc będzie trzeba jeszcze rozważyć jakie zmiany zachodzą wskutek wpływu tych czynników.

Przedewszystkiem ów rozkład wcale nie jest stanem równowagi według teoryi kinetycznej, bo w atmosferze odbywa się ciągłe przewodzenie ciepła, dążące do przywrócenia rozkładu izotermicznego.

Na tę okoliczność kładę szczególny nacisk, bo bardzo rozpowszechnione jest mniemanie, jakoby z teoryi kinetycznej wynikał rozkład temperatury identyczny z owym rozkładem adiabatycznym, podczas gdy ona tak samo jak teorya zwykła, uwzględniająca przewodzenie ciepła, wskazuje na rozkład izotermiczny jako na jedyny rozkład stały gazu nieruchomego. Wynika to z owego równania Boltzmanna (porówn. Boltzmann Gastheorie I. p. 134).

Może jednak nie będzie rzeczą zbyteczną zwrócić uwagę na błąd, jaki popełniają ci, którzy z teoryi gazów wnioskują, że temperatura musi się zmniejszać z wysokością, jak n. p. Möller (Met. Zs. 10 (1893).

Wywody ich brzmią w ten sposób: Niech będzie dany układ izotermiczny; w stanie równowagi musi przechodzić przez pewną płaszczyznę poziomą równa ilość cząsteczek z góry na dół jak z dołu do góry. U cząsteczek z góry na dół się poruszających powiększy się jednak chyżość w skutek działania ciężkości; a u tych, które lecą do góry zmniejszy się. Zatem energia kinetyczna t. j. temperatura na dole powiększy się, a w górze zmniejszy.

Błąd polega w tem, że nieuwzględniono kształtu drogi i nierównomierności gęstości i chyżości. Prawda, że cząsteczki wychodzące z dwu względem pewnej płaszczyzny symetrycznie położonych elementów dv_1 i dv_2 z równemi chyżościami i pod symetrycznemi kierunkami niejednakowo się zachowują, mianowicie cząsteczki wychodzące z górnego elementu dv_1 przekraczając ową płaszczyznę większą będą miały energię, aniżeli cząsteczki pochodzące z dv_2.

Ale z powodu skrzywienia drogi także w ogóle liczba cząsteczek z góry przybywających powiększyłaby się, gdyby gęstość w górze nie była w odpowiedni sposób zmniejszona To o co chodzi jest jednak średnia wartość energii, która nie potrzebuje być większa u cząsteczek pierwszego rodzaju, bo między niemi są zawarte wszystkie chyżości są od 0 do ∞, a właśnie liczba owych powolniejszych cząsteczek, któreby bez działania ciężkości owej płaszczyzny wcale nie dosięgły szczególnie się powiększy, ponieważ u nich krzywizna drogi będzie większą, tak, że przeciętna wartość energii większą być nie potrzebuje.

Więc owe prymitywne rozważanie nie jest wystarczające, a chcąc wykonać ściśle obliczenie, uwzględniając czynniki dopiero co wymienione oraz różne wartości drogi swobodnej etc. dochodzi się właśnie do owych równań Boltzmanna, według których zwykły izotermiczny rozkład jest stanem stałym, więc pod tym względem nie istnieje żadna sprzeczność między teoryą kinetyczną, a zwykłemi równaniami hydrostatyki przy uwzględnieniu przewodzenia ciepła.

Taki rozkład izotermiczny jest jednak tylko wtedy możliwy, jeżeli gaz jest nieruchomy, więc w atmosferze o jego istnieniu mowy być nie może. Aby przecież przewodzenie ciepła wziąć w rachubę także w teoryi Kelvina, trzebaby zastąpić wielkość $AS\rho$ w równaniu (9) i (10) przez wyrażenie $\frac{d}{dx}\left(\varkappa \frac{d\Theta}{dx}\right)$ gdzie spółczynnik przewodnictwa $\varkappa$ można uważać jako przybliżenie proporcyonalny do temperatury $\varkappa = \varepsilon\Theta$, więc równania będą:

$$\frac{bc}{A}\frac{d\Theta}{dx} + p\frac{du}{dx} = \varepsilon \frac{d}{dx}\left(\Theta \frac{d\Theta}{dx}\right) \tag{13}$$

i z tego tak samo jak tam: $\left(\frac{c}{A} + R\right)\frac{d\Theta}{dx} = -g + \frac{\varepsilon}{b}\frac{d}{dx}\left(\Theta\frac{d\Theta}{dx}\right)$

a całkując i wstawiając wartość dla $\left(\frac{c}{A} + R\right)$: $\varepsilon\Theta \frac{d\Theta}{dx} - \frac{Rk}{k-1}\Theta - gx = \text{const.}$

To jest równanie tej samej formy jak (11) i w podobny sposób także można okazać, co już samo przez się jest zrozumiałe, że zboczenia od rozkładu adiabatycznego pozostaną zupełnie nieznaczne, jak długo chyżość u prądu nie jest wiele mniejsza od 10^{-12}, i że nie zmienią się zasadnicze rezultaty co do wysokości atmosfery dawniej osiągnięte.

IV.

Pozostaje jeszcze tarcie wewnętrzne gazu. Pod tym względem zdaje się panować mniemanie, że ono nie wywiera wpływu dostrzegalnego na zjawiska atmosferyczne, od czasu gdy Helmholtz wykazał jak nadzwyczajnie małym jest opór ruchu poziomego górnych warstw atmosfery, powstający wskutek tarcia wewnętrznego.

Tutaj jednak, jak się pokaże, rzecz się ma zupełnie inaczej, bo tu wchodzi w rachubę inny rodzaj tarcia: tarcie warstw równoległych poruszających się nie w kierunku stycznem warstw lecz w kierunku normalnym, mianowicie także tarcie występujące przy rozprężaniu się gazów, które zwykle nie bywa uwzględniane.

Pewna komplikacya powstaje wskutek tego, że nie możemy przyjąć spółczynnika tarcia μ jako wielkość stałą, jak się to czyni w hydrodynamice, tylko jako funkcyę miejsca, ponieważ wielkość jego zależy od temperatury.

Z równań: $$\rho\frac{Du}{Dt} = \rho X + \frac{dp_{xx}}{dx} + \frac{dp_{xy}}{dy} + \frac{dp_{xz}}{dz} \tag{14}$$

$$\text{gdzie } \frac{D}{Dt} = \frac{d}{dt} + u\frac{d}{dx} + v\frac{d}{dy} + w\frac{d}{dz}$$

$$p_{xx} = -p - \frac{2}{3}\mu\left(\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz}\right) + 2\mu\frac{du}{dx} \tag{15}$$

$p_{xy} = \mu \left(\frac{dv}{dx} + \frac{du}{dy}\right)$ etc (zobacz n. p. Lamb Hydrodynamics p. 512) wynikają wtedy równania

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho X + \mu \left[\frac{4}{3} \frac{d^2u}{dx^2} + \frac{d^2u}{dy^2} + \frac{d^2u}{dz^2} + \frac{1}{3} \frac{d^2v}{dxdy} + \frac{1}{3} \frac{d^2w}{dxdz} \right] +$$
$$+ \frac{d\mu}{dx} \left[\frac{4}{3} \frac{du}{dx} - \frac{2}{3} \frac{dv}{dy} - \frac{2}{3} \frac{dw}{dz} \right] + \frac{d\mu}{dy} \left[\frac{dv}{dx} + \frac{du}{dy} \right] + \frac{d\mu}{dz} \left[\frac{dw}{dx} + \frac{du}{dz} \right] \quad (16)$$

i podobne dla osi Y i Z.

Zwykłe równania Stokesa otrzymuje się kładąc pochodne $\frac{d\mu}{dx}$ etc. równe zeru. Najważniejsze jednak jest teraz równanie określające zjawiska termiczne powstające wskutek ruchu, którego wywód tu w krótkości naszkicuję, chociaż podobne rachunki się już u Stokesa i Natansona znajdują.

Zmiana energii całkowitej t. j. energii cieplnej, kinetycznej i potencyalnej każdej części cieczy (lub gazu) musi się równać pracy wykonanej przez ciśnienia działające na powierzchnię tej części cieczy.

Więc oznaczając element masy $= \rho dv$ przez dm:

$$\frac{D}{Dt} \iiint \left[\frac{c}{A} \Theta + \frac{1}{2} \left(u^2 + v^2 + w^2 \right) + U \right] dm =$$
$$\left[(p_{xx} \cos nx + p_{xy} \cos ny + p_{xz} \cos nz) u + \left[\ldots\ldots \right] v + \right.$$
$$\left. + \left[\ldots\ldots\ldots \right] w \right] dS \quad (17)$$

przyczem całki odnoszą się do powierzchni poruszającej się razem z cieczą.

Przemieniając całkę powierzchniową w całkę objętościową otrzymujemy:

$$= \iiint \left[\frac{d}{dx} (p_{xx} u + p_{xy} v + p_{xz} w) + \frac{d}{dy} (p_{xy} u + p_{yy} v + \right.$$
$$\left. + p_{yz} w) + \frac{d}{dz} (\ldots\ldots) \right] dx\, dy\, dz$$

a wykonując różniczkowanie i uwzględniając równania (14):

$$= \iiint \left[u \frac{Du}{Dt} + v \frac{Dv}{Dt} + w \frac{Dw}{Dt} - (uX + vY + wZ) \right] dm +$$
$$+ \iiint \left[p_{xx} \frac{du}{dx} + p_{yy} \frac{dv}{dy} + p_{zz} \frac{dw}{dz} + p_{xy} \left(\frac{dv}{dx} + \frac{du}{dy} \right) + \ldots\ldots \right]$$
$$dx\, dy\, dz.$$

Po wykonaniu operacyi $\frac{D}{Dt}$ w równaniu (17) zniosą się wyrażenia odnośne do sił i jeżeli zastosujemy całki do dowolnie małych elementów cieczy, pozostanie wreszcie równanie: $\frac{c}{A} \rho \frac{D\Theta}{Dt} + W = 0$ gdzie W oznacza wyrażenie między nawiasami w ostatniej całce.

Wstawiając wartości p_{xx} etc. z równań (15) otrzymujemy wreszcie równanie:

$$\frac{c}{A}\rho\frac{D\Theta}{Dt}+p\left(\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dy}+\frac{dw}{dz}\right)=2\mu\left[-\frac{1}{3}\left(\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dy}+\frac{dw}{dz}\right)^2+\right.$$
$$+\left(\frac{du}{dx}\right)^2+\left(\frac{dv}{dy}\right)^2+\left(\frac{dw}{dz}\right)^2+\left(\frac{dw}{dy}+\frac{dv}{dz}\right)^2+\left(\frac{du}{dz}+\frac{dw}{dx}\right)^2+$$
$$\left.+\left(\frac{dv}{dx}+\frac{du}{dy}\right)^2\right] \tag{18}$$

Lewa strona równania odnosi się do energii odwracalnej, prawa strona jest funkcyą »disypacyjną«, która u Stokesa i Natansona służy do określenia energii rozpraszanej przy ruchu cieczy.

Zdaje się jednak, że nie została dotąd użyta w zadaniach hydromechanicznych, i że to stanowi pierwszy przykład, w którym uwzględnienie jej okazuje się stanowczo potrzebne dla mechaniki ruchu.

Zastosujemy teraz te równania do przypadku idealnego t. j. do ruchu stałego prądu gazu w kierunku promienia ziemi przy uwzględnieniu grawitacyi.

Chyżość oznaczamy przez σ, a spółczynnik tarcia przyjmiemy jako proporcyonalny do temperatury: $\mu=\gamma\Theta$. Wtedy zapomocą równania ciągłości otrzymujemy całkę:

$$\rho\sigma r^2=\text{const}=b. \tag{19}$$

A równania ruchu uproszczają się znacznie wskutek symetryi kulistej:

$$\sigma\frac{d\sigma}{dr}=-\frac{ga^2}{r^2}-R\frac{d\Theta}{dr}+\frac{4\gamma}{3b}\frac{d}{dr}\left[\Theta\sigma r^2\left(\frac{d\sigma}{dr}-\frac{\sigma}{r}\right)\right] \tag{20}$$

a równanie termiczne:

$$\frac{c}{A}\frac{d\Theta}{dr}+\frac{R\Theta}{\sigma}\left[\frac{d\sigma}{dr}+\frac{2\sigma}{r}\right]=\frac{4}{3}\frac{\gamma}{b}\Theta r^2\left[\frac{d\sigma}{dr}-\frac{\sigma}{r}\right]^2 \tag{21}$$

W przybliżeniu do którego tutaj się ograniczymy, możemy 1) uważać ciężkość jako stałą, 2) pominąć wpływ energii kinetycznej $\sigma\frac{d\sigma}{dr}$ i tak samo także 3) krzywiznę ziemi, wstawiając $r=a+z$, $\lim\frac{z}{a}=0$; jeszcze wygodniej jest zastósować wprost równania (16) i (18) do ruchu jednowymiarowego w kierunku x:

$$\rho u=b$$
$$0=-g-R\frac{d\Theta}{dx}+\frac{R\Theta}{u}\frac{du}{dx}+\frac{4}{3}\frac{\gamma}{b}u\frac{d}{dx}\left[\Theta\frac{du}{dx}\right] \tag{22}$$
$$\frac{c}{A}\frac{d\Theta}{dx}+\frac{R\Theta}{u}\frac{du}{dx}=\frac{4}{3}\frac{\gamma}{b}\Theta\left(\frac{du}{dx}\right)^2 \tag{23}$$

Dodając dolne równanie do górnego otrzymamy na miejsce tegoż:

$$0=-g-\left(R+\frac{c}{A}\right)\frac{d\Theta}{dx}+\frac{4}{3}\frac{\gamma}{b}\frac{d}{dx}\left[\Theta u\frac{du}{dx}\right] \tag{24}$$

A to równanie można całkować; oznaczając stałą przez m otrzymujemy:

$$0 = m - g\,x - \left(R + \frac{c}{A}\right)\Theta + \frac{4}{3}\,\frac{\gamma}{b}\,\Theta\,u\,\frac{du}{dx} \qquad (25)$$

które wraz z równaniem (23) jest podstawą dalszych rozważań.

Także równanie (20) można w ten sam sposób całkować, ale dalsze wywody w tamtej formie byłyby już znacznie utrudnione.

Chcąc całkować ten system równań (24), (25) trzebaby wprzód wyrugować jednę ze zmiennych n. p. u, co można wykonać w następujący sposób:

Z równania (25) otrzymuje się $\frac{d(u^2)}{dx}$ a z równania (23) można wyrazić u^2 jako funkcyę z $\frac{d(u^2)}{dx}$; różniczkując raz i wstawiając tamtą wartość otrzyma się wreszcie równanie:

$$\frac{2c}{A}\left[R + \frac{c}{A} + \frac{m - gx}{\Theta}\right] = \frac{d}{dx}\left[\frac{\left[R + \frac{c}{A} + \frac{m-gx}{\Theta}\right]\left[\frac{c}{A} + \frac{m-gx}{\Theta}\right]}{\frac{1}{\Theta}\,\frac{d\Theta}{dx}}\right]$$

które już tylko zawiera zmienne Θ, x i które zapomocą substytucyi: $m - gx = e^u = \Theta v$ przemienić można w równanie formy:

$$\frac{dz}{du} = \frac{2a}{a+v}(1 - z)^2 - 1 + z - \frac{(a+b+2\,v)\,v}{(a+v)\,(b+v)}\,z\,(1-z) \quad \text{gdzie } z = \frac{1}{v}\,\frac{dv}{du},$$

ale to równanie, choć tylko pierwszego rzędu, trudno dalej uprościć, więc trzebaby w końcu uciec się do rozwinięcia w szeregi. Zdaje mi się jednak, że nie warto przytaczać tutaj tych skomplikowanych rachunków, a to z tej przyczyny, że i tak nie będziemy mogli użyć ich do rozwiązania ilościowo dokładnego naszego zadania geofizycznego z powodu nieoznaczoności stałych, które w nie trzebaby wstawić.

Nie wystarczy bowiem podanie temperatury na powierzchni ziemi i chyżości prądu powietrza wznoszącego się, wielkość o której zresztą tylko bardzo niedokładne mamy wiadomości, ale będzie trzeba oznaczyć jeszcze trzecią stałą n. p. wielkość $\frac{du}{dx}$ w poziomie zero. Z tem jednak zanadto wiele hipotetycznych warunków weszłoby w nasze rezultaty, aby im można przypisać ilościową dokładność.

To, że tu potrzebujemy trzech stałych przy całkowaniu nie jest właściwością tego przykładu lecz odnosi się wogóle do ruchu jednowymiarowego gazu z tarciem, a że n. p. prawo Poiseuilla określające przepływ gazów przez rurki cienkie zawiera tylko dwa warunki końcowe, polega tylko na przeoczeniu pewnych czynników, o czem przy innej sposobności obszerniej zamierzam pomówić.

Do wyników kwalitatywnych, które dla naszych celów wystarczają, dojdziemy jednak o wiele łatwiej przez roztrząśnienie samych równań różniczkowych.

Przedewszystkiem interesuje nas przy tem stan rzeczy w obrębie poziomu zero i poziomu $x = \frac{k}{k-1} \frac{R\Theta_0}{g}$, gdzie według teoryi adiabatycznej, temperatura spadająca proporcyonalnie do x, dosiągnęłaby punktu zero.

Wpływ tarcia naturalnie dopiero w bliskości tego poziomu krytycznego będzie znaczniejszy z powodu znacznego powiększenia chyżości u, podczas gdy w dolnych warstwach pozostanie bardzo mały.

Na dole $\frac{d\Theta}{dx}$ jest ujemne, zatem według (23): $\frac{du}{dx} > 0$. Dalej $\frac{du}{dx}$ nie może się stać ujemnem, bo wymagałoby to według (23) żeby istniał punkt, gdzie $\frac{du}{dx} = \frac{d\Theta}{dx} = 0$, a tymczasem w takim punkcie według równania (24) musiałby zajść stosunek: $\frac{4}{3}\frac{\gamma}{b}\Theta\frac{d^2u}{dx^2} = g$, co właśnie znaczy, że tam $\frac{du}{dx}$ wzrasta, więc nie może się stać ujemnem.

Zatem chyżość u będzie się powiększała w miarę wzniesienia, a temperatura według równania (25) wciąż będzie wyższa, aniżeli w odpowiednim przypadku gdzie nie ma tarcia; różnica ta wrasta z wysokością.

Jeżeli wreszcie u będzie tak wielkie, że $\frac{4}{3}\frac{\gamma}{b}\frac{du}{dx} = \frac{R}{u}$ to z równania (23) wypływa, że tam $\frac{d\Theta}{dx}$ będzie równe zeru, a poza tym punktem temperatura będzie znów wrastała, tak że w poziomie krytycznym tj. w $x = \frac{k}{k-1}\frac{R\Theta_0}{g}$ (zaniedbując bardzo małą dodatkową stałą) będziemy mieli według (25):

$$\left(R + \frac{c}{A}\right) = \frac{4}{3}\frac{\gamma}{b} u \frac{du}{dx}$$

a więc $$\left(R + \frac{c}{A}\right)\frac{1}{u}\frac{du}{dx} = \frac{4}{3}\frac{\gamma}{b}\left(\frac{du}{dx}\right)^2 = \frac{c}{A}\frac{1}{\Theta}\frac{d\Theta}{dx} + \frac{R}{u}\frac{du}{dx}$$

zatem $\frac{1}{\Theta}\frac{d\Theta}{dx} = \frac{1}{u}\frac{du}{dx}$ więc temperatura wrastająca, ponieważ to jest wielkością dodatnią.

Jeszcze lepiej ten wpływ tarcia uwidoczni się na przykładzie następującym.

Wystawmy sobie ruch gazu idealnego według prawa adiabatycznego (6), niech jednak w pewnym momencie nagle powstanie tarcie jak w zwykłem powietrzu. Wpływ tegoż będzie się okazywał w ilości energii straconej, t. j. w ilości ciepła przez nie wytworzonego (podczas drogi 1 cm., w jednym gramie powietrza): $C = \frac{4}{3}\frac{\gamma}{b}\Theta'\left(\frac{du'}{dx}\right)^2$, która równa się wielkości:

$$= -\frac{du}{dt} = -\frac{4}{3}\cdot\frac{\gamma}{b} u' \frac{d}{dx}\left(\Theta' \frac{du'}{dx}\right) = \frac{4}{3} \mu_0 k^2 g^2 \frac{u_0 \rho_0}{p_0^2} \left(\frac{\Theta_0}{\Theta'}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}$$

W następującej tabliczce zestawiłem dla kilku chyżości początkowych u_0 (w poziomie ziemi) te ilości a także zmienność temperatury $\frac{D\Theta}{Dx}$ (w stopniach na 100 m.), która nastąpi według równania

$$\frac{D\Theta}{Dx} = \frac{A}{c}\left[C - \frac{p}{u\rho}\frac{du}{dx}\right]$$

I. $-\frac{du}{dt} =$

$\Theta_0 =$	23°	3°	2°	1° (abs.)
$u_0=1$	$1{\cdot}7\ 10^{-6}$	0·35	5·0	253
$u_0=10$	$1{\cdot}7\ 10^{-5}$	3·5	50	2530
$u_0=100$	$1{\cdot}7\ 10^{-4}$	35	500	25300
$u_0=500$	$8{\cdot}5\ 10^{-4}$	175	2500	126500

II. $\frac{D\Theta}{Dx} =$

$\Theta_0 =$	23°	3°	2°	1°
$u_0=1$	−1·01	−1·01	−1·00	−0·65
$u_0=10$	−1·01	−1·00	−0·94	+2·65
$u_0=100$	−1·01	−0·96	−0·29	+35·6
$u_0=500$	−1·01	−0·76	+2·61	+182·2

Dla zwykłej temperatury (0° C. = 273 abs.) tj. w poziomie ziemi, wpływ tarcia hamujący ruchy pionowe $\frac{du}{dt}$ byłby $= -0{\cdot}61\ 10^{-13}$ u, podczas gdy pod tamtemi warunkami osięgałby tak ogromne wartości jak pokazuje tabliczka I. [1])

Porównać to należy z rezultatem Helmholtza (l. cit.), według którego chyżość ruchu poziomego atmosfery dopiero w przeciągu 42.747 lat zmniejszyłaby się do połowy wskutek tarcia, z czego wypływa $\frac{du}{dt} = -0{\cdot}75\ 10^{-13}$ u.

Różnica zaś zasadnicza między wpływami ogrzewającemi, o których wyżej się mówiło, (kondensacyą, promieniowaniem, przewodzeniem ciepła), a tarciem polega w tem, że ogrzanie tam tylko zmniejszało spad temperatury podczas gdy tutaj musiałoby zmienić znak wielkości $\frac{d\Theta}{dx}$ (tabl. II.) począwszy od pewnego punktu i wzmagałoby się w nieskończoność przy zbliżeniu do poziomu krytycznego t. j. dla $\Theta = 0^0$ abs.

[1]) Te cyfry powinny być jeszcze znacznie powiększone ze względu na to, że spółczynnik tarcia w rzeczywistości nie jest proporcyonalny do temperatury, jak tu przyjmowaliśmy, tylko do potęgi 0·7 (w przybliżeniu).

Rozumie się, że to obliczenie dotyczy tylko pierwszego momentu, t. j. posiada wartość, jak długo zboczenie od stanu adiabatycznego i równania (6) jest małe, ale daje przecież dobre wyobrażenie o wzmagającym się nadzwyczajnie wpływie tarcia w większej wysokości.

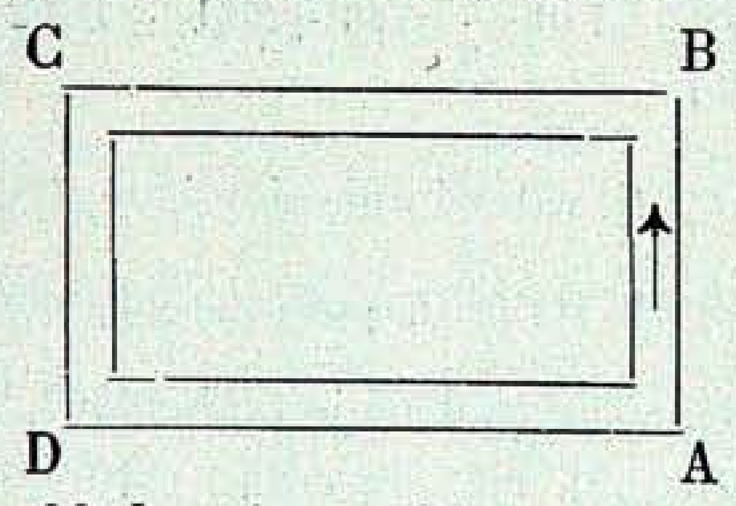
Dla prądu powietrza spływającego na dół trzebaby zastąpić równania (25) i (24) przez:

$$0 = m - gx - \left(R + \frac{c}{A}\right)\Theta - \frac{4}{3}\frac{\gamma}{b}\Theta u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{c}{A}\frac{d\Theta}{dx} + \frac{R\Theta}{u}\frac{du}{dx} = -\frac{4}{3}\frac{\gamma}{b}\Theta\left(\frac{du}{dx}\right)^2$$

z czego możnaby podobne wnioski wyciągnąć jak przedtem, ale tutaj temperatura będzie szybciej spadała niż w przypadku idealnie adiabatycznym. To jest całkiem naturalne, ponieważ przez tarcie wytwarza się ciepło, a więc w wysokości powietrze musiałoby mieć niższą temperaturę, ażeby doszedłszy do ziemi, nie było cieplejszem (niż w idealnym wypadku).

Rozważając teraz jakie są źródła energii ruchu atmosferycznego i dokąd ciepło wytworzone uchodzi, możemy sobie przedstawić mechanizm ruchu atmosferycznego zapomocą następującego szematycznego obrazu (zawierającego tylko jedną zmienną niezależną x):



Powietrze ogrzane przez zewnętrzne źródła ciepła (promienie słońca, ciepło ziemi) podczas swego biegu od D do A, wznosi się na drodze z A do B, rozprężając się równocześnie, przy czem wskutek tarcia wytwarza się ciepło zmniejszające ochłodzenie, które następuje wskutek rozprężenia adiabatycznego; na drodze B do C ochładza się powietrze przez promieniowanie na zewnątrz, tak że w punkcie C osięga najniższą temperaturę; ta jednak wskutek tarcia i adiabatycznego ciśnienia podnosi się znów na drodze z C do D, tak że powietrze tam przybywa w tym samym stanie jak wyszło.

Ilość ciepła stracona podczas drogi z B do C musi się równać pracy tarcia we wszystkich gałęziach mianowicie AB i CD i ilości ciepła przyjętego na drodze z D do A.

Pokazałoby się, rozwiązując to zadanie, że chyżość prądu powietrza, która będzie oznaczona przez podanie tej wielkości ciepła, zależałaby (według owych tabliczek) w nadzwyczajnej mierze od wysokości AB i CD, tak że byłaby ona już bardzo mała w pobliżu »poziomu krytycznego«.

W rzeczywistości także ruchy (i także wspomniana wymiana ciepła) następują równocześnie w różnych poziomach, więc zadanie jest przynajmniej dwuwymiarowe; do tego jeszcze przystępują komplikacye wskutek obrotu ziemi, wilgoci etc.

Aby można otrzymać przynajmniej przybliżone rezultaty ilościowe, trzebaby mieć jakie takie wyobrażenie o spółczynnikach absorbcyi, o czem przedtem wspominałem.

Tyle możemy jednak powiedzieć, że ruchy po największej części ograniczać się będą do dolnych warstw atmosfery t. j. poniżej 20 — 30 km.; tam tarcie będzie wywierało tylko bardzo mały wpływ, zatem będzie uzasadnione postępowanie dotychczasowej meteorologii dynamicznej, która go nie uwzględnia. W górnych warstwach jednak będzie ono odgrywało pierwszorzędny wpływ na ruchy pionowe, a zatem także na ruchy poziome, powstające wskutek tamtych, hamując ich chyżość (tak że może także przewodzenie ciepła jeszcze w wielkich wysokościach wejdzie w rachubę) i ogrzewając powietrze. Oczywiście upada więc argument tych, którzy chcą dowodzić ograniczenia atmosfery według teoryi adiabatycznej Kelvina.

Przeciwnie, dochodzimy tym sposobem do tego samego wniosku, który wypływa z kinetycznej teoryi gazów t. j., że cała przestrzeń międzyplanetarna napełniona jest gazem nadzwyczajnie rozrzedzonym [1]) i o temperaturze bliskiej — 273°, który się zgęszcza w blizkości planet; a wysokość obliczona według teoryi adiabatycznej jest tylko miarą grubości warstwy wśród której zachodzą silne prądy konwekcyjne, niehamowane tarciem wewnętrznem.

Rozmieszczenie ciśnień i gęstości atmosfery zależy nietylko od siły ciężkości i od zewnętrznych źródeł ciepła lecz także (jak wskazuje zależność cyfr w tabliczkach I. i II. od u_0) od gwałtowności prądów konwekcyjnych, wiatrów, zatem od nierównomierności temperatury powodujących takie prądy.

V.

Także wywody innych fizyków roztrząsane w pierwszej części nie tworzą argumentów przeciwko tej teoryi.

Przedewszystkiem upadają teorye opierające się na sile odśrodkowej spowodowanej obrotem ziemi, bo wskutek tarcia rozkład chyżości w taki sposób się zmieni, że chyżość obrotowa będzie się zmniejszać w miarę oddalenia od ziemi.

Rudzki (loc. cit.) wyrachował rozmieszczenie chyżości w tym wypadku pod warunkiem, że spółczynnik tarcia pozostaje stały (i że można pominąć wielkości niższego rzędu). Jako rezultat obliczenia otrzymuje się, że chyżość obrotowa w odległości z od środka ziemi równa jest: $\omega = \frac{a^3}{r^3}\,\omega_0$ (porówn.

[1]) Porówn. to co powiedziane względem ρ (2).

n. p. Lamb Hydrodynamics p. 524), zatem także siła odśrodkowa zmniejsza się z rosnącem r.

Wstawiając wartości dla chyżości obrotowej ziemi ω_0 i promienia a, pokazuje się, że dopiero w odległości $6^1/_2$ km. chyżość prądu powietrza względem powierzchni ziemi wynosiłaby $1\frac{\text{m}}{\text{sek.}}$

Możemy jeszcze wyrazić moment tarcia hamujący obrót ziemi według wzoru $M = 8\,\pi\,\mu\,a^3\,\omega_0$ (Lamb); pokazuje się, że w przeciągu jednego roku zmieni on długość dnia tylko o 10^{-17} część sekundy, więc ten wpływ pozostanie całkiem niedostrzegalny. Jeszcze znaczniej zmniejszą się te cyfry, jeżeli się uwzględni zależność współczynnika tarcia od temperatury, tak że w każdym razie dolne warstwy atmosfery t. j. aż do wysokości kilkunastu kilometrów prawie całkowicie w rotacyi ziemi uczestniczą i dopiero we większych wysokościach może się uwydatnić prąd skierowany ze wschodu na zachód.

Obrót ziemi wywoła wskutek tarcia także prąd powietrza wznoszący się od równika, a spływający znów ku biegunom ziemi, ale oczywiście z przyczyn właśnie wyłuszczonych wpływ ten musi być nadzwyczajnie mały.

Z drugiej strony ruch postępowy ziemi w ośrodku opornym musi wywołać zwiększenie ciśnienia na przedniej stronie t. j. gdzie słońce wschodzi, a zmniejszenie na odwrotnej stronie, ale i co do tego można wyrachować, posługując się z Rudzkim wzorem Oberbecka (Crelle LXXXI. p. 62, 1876) $p = p_0 + \frac{3}{2}\frac{\mu u}{a}\cos\varphi$, że ono dla naszych instrumentów pozostanie całkiem niedostrzegalne i że także jego wpływ hamujący ruch ziemi w spostrzeżeniach astronomicznych poznać się nie da, zwłaszcza jeżeli się jeszcze uwzględni ściśliwość gazu i zależność spółczynnika tarcia od temperatury.

Nasza teorya tłómaczy też czemu atmosfera nie kończy się w obłokach skroplonego powietrza co byłoby nieuniknioną konsekwencyą teoryi adiabatycznych. W tych wielkich wysokościach, gdzie skroplenie mogłoby nastąpić, (pag. 10), wpływ tarcia będzie już bardzo znaczny, więc temperatura stosunkowo wyższa, a ruch zwolniony.

Zanadto wiele nieznanych warunków wchodzi tutaj w grę, aby módz stanowczo rozstrzygnąć, czy wogóle punkt skroplenia będzie osiągnięty lub nie, ale jeżeli będzie, to w każdym razie dopiero w znacznie większej wysokości, niż według tamtej teoryi, a wskutek silnych ruchów przy tem powstających i wywierających ogrzanie, skroplenie musiałoby być bardzo małe.

Nasuwa się jednak myśl, czy nie możnaby powstaniem takich obłoków skroplonego powietrza (albo »Schneewolken Aggregatzustand« Rittera) wytłómaczyć niektórych zjawisk zagadkowych jakiemi są n. p. owe obłoczki świecące (leuchtende Nachtwolken), których wysokość obliczono na jakie 100 km.

Obrachowałem z dat Regnaulta formułkę dla ciśnienia pary nasyconej wodnej przy nizkiej temperaturze w ten sam sposób jak to Hertz uczynił względem pary rtęci: $p = k_1\, \Theta^{1-\frac{s-c}{JR}}\, e^{\frac{-k_2}{\Theta}}$, gdzie $\log k_1 = 6{\cdot}1935$, $\log k_2 = 3{\cdot}72947$, s = ciepło właściwe lodu $= 0{\cdot}502$, c = ciepło właściwe pary $= 0{\cdot}3637$, z której otrzymujemy następujące ciśnienie:

$$\begin{array}{llllll} \Theta = & 0^\circ & -20^\circ & -60^\circ & -80^\circ & -100^\circ \text{ C} \\ p = & 4{\cdot}6 & 0{\cdot}91 & 0{\cdot}015 & 0{\cdot}000{\cdot}78 & 0{\cdot}000036 \text{ mm. etc.} \end{array}$$

W owych wysokościach musi panować temperatura jeszcze bezporównania niższa, więc trudno przypuścić, żeby tak małe ilości wody mogły jeszcze tworzyć obłoki, wobec czego powyższa hipoteza może nie będzie się wydawać tak dalece nieprawdopodobną (naturalnie jeżeli dajemy wiarę obliczeniom wysokości tych chmur).

Jeszcze to przypuszczenie możnaby wziąć pod uwagę, że ciało wpadające pod wpływem atrakcyi słońca w nasz system słoneczny, na przedniej stronie będzie otoczone gazem zgęszczonym, a w tyle gazem rozrzedzonym i przez to ochłodzonym; jeżeli teraz gaz już blizki jest punktu skroplenia, to może w tyle powstać obłoczek gazu skroplonego na kształt ogonu komety.

Nie podaję tego jako nowej hipotezy co do natury komet, bo za mało jeszcze da się powiedzieć o jej możliwości albo prawdopodobieństwie, chciałbym jedynie zaznaczyć, że te kwestye przypuszczalnie z różnemi zjawiskami astronomicznemi, kometami, mgławicami etc. mogą być w związku [1]).

Jako argument przeciwko istnieniu atmosfery niebieskiej przytaczają niektórzy brak, albo raczej ogromną rzadkość, atmosfery na księżycu. Tymczasem zastosowując równania izotermiczne (2) na układ dwóch kul o masach m i μ, a promieniach a i α otrzymałoby się jako gęstość atmosfery na księżycu:

$$\rho = \rho_0\, e^{-\frac{ga}{R\Theta}\left[1-\frac{\mu a}{m\alpha}\right]} = \rho_0 \,.\, 10^{-340}$$

a stosując równanie adiabatyczne (5): $\rho = \rho_0 \left(\frac{\mu a}{m\alpha}\right)^{\frac{1}{k-1}} = 0{\cdot}00045\, \rho_0$ i zarazem jako temperaturę: $\Theta = \Theta_0 \left(\frac{\mu a}{m\alpha}\right) = 12{\cdot}5^\circ$ abs. $= -260{\cdot}5^\circ$ C.

Nie potrzeba chyba wykazywać, czemu rezultatom tym nie można przypisywać wartości pod względem ilościowym, ale przecież pokazują one, że raczej trzebaby się dziwić gdyby istniała na księżycu atmosfera o gęstości przewyższającej $0{\cdot}001 - 0{\cdot}003\, \rho_0$, a to są wartości, które astronomowie jako możliwe dopuszczają.

Co do argumentów na korzyść istnienia ośrodka międzyplanetarnego powołuję się zresztą na interesujący artykuł Berbericha w *Naturwiss. Rundschau* (XIV. (1899) p. 365, 377).

---

[1]) Sądzę, że dalszem wypracowaniem teoryi w IV. i VI. oddziale zaznaczonych, dojść można także do ciekawych wniosków względem atmosfer na innych planetach.

VI.

Pozostaje jeszcze rozpatrzenie zmian, które w powyższych rezultatach zajść muszą z powodu, że powietrze nie jest gazem jednolitym.

Gdyby nie istniały prądy wciąż je mieszające, musiałoby się ono według prawa Daltona ułożyć tak, że z osobna

$$\frac{1}{\rho_1}\frac{dp_1}{dr} = -g \qquad \frac{1}{\rho_2}\frac{dp_2}{dr} = -g$$

więc:

$$p_1 = p_{10}\, e^{-\frac{ga}{R_1\theta}\left(1-\frac{a}{r}\right)} \qquad p_2 = p_{20}\, e^{-\frac{ga}{R_2\theta}\left(1-\frac{a}{r}\right)} \tag{28}$$

a więc skład powietrza: $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\rho_{10}}{\rho_{20}}\, e^{\frac{ga}{\theta}\left(1-\frac{a}{r}\right)\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right)}$

Podaję kilka wartości tego stosunku obliczonych przez Hanna:

$x =$	0	10000	20000	40000 m.
$\frac{\rho_1}{\rho_2} =$	$\frac{21{\cdot}00}{78{\cdot}96}$	$\frac{18{\cdot}35}{81{\cdot}63}$	$\frac{15{\cdot}92}{84{\cdot}07}$	$\frac{11{\cdot}54}{88{\cdot}46}$

Naturalnie prądy konwekcyjne rzecz całkiem zmienią; jeżeli się chce uwzględnić ich wpływ, trzebaby, postępując racyonalnie zastósować równania dyfuzyi[1]) Maxwell-Boltzmanna (n. p. Gasth. I. p. 197), których specyalnym przypadkiem jest równanie używane przez Stefana:

$$\left.\begin{aligned} \rho_1 \frac{du_1}{dt} &= -\frac{dp_1}{dx} + \rho_1 X - a\,\rho_1 \rho_2 (u_1 - u_2) \\ \rho_2 \frac{du_2}{dt} &= -\frac{dp_2}{dx} + \rho_2 X - a\,\rho_1 \rho_2 (u_2 - u_1) \end{aligned}\right\} \tag{29}$$

$$\frac{d}{dx}(\rho_1 u_1) + \frac{d\rho_1}{dt} = 0 \qquad \frac{d}{dx}(\rho_2 u_2) + \frac{d\rho_2}{dt} = 0$$

gdzie stała dyfuzyi D ze spółczynnikiem a w następującym związku jest:

$$a = \frac{R_1 R_2 \Theta^2}{(p_1 + p_2) D}$$

Tu jednak przy ruchu stałym jednowymiarowym wchodzą znów dwie stałe, z których tylko jedną n. p. chyżość prądu $\frac{\rho_{10} u_{10} + \rho_{20} u_{20}}{\rho_{10} + \rho_{20}}$ możnaby podać, podczas gdy o drugiej n. p. różnicy chyżości $u_{10} - u_{20}$ wyobrażenia nie mamy.

A zadanie dwuwymiarowe, które właściwie należałoby rozwiązać, przedstawia tymczasem za wielkie trudności.

[1]) Nie uwzględniając tutaj tymczasowo tarcia i t. d. Także dyfuzya będzie wywierała, choć nieznacznie wpływ ogrzewający.

Aby jednak otrzymać wyobrażenie o rzędzie wielkości tu w grę wchodzących wystawmy sobie powietrze tak rozmięszane, że tlen i azot wszędzie w tym samym stosunku są zawarte. Chyżość $(u_1 - u_2)$, która teraz powstanie a która dąży do przywrócenia stanu stałego (28) można wyrachować z tych równań (29), pomijając oczywiście $\rho \frac{du}{dt}$ (o czem Boltzm. loc. cit.) i zakładając równania (2), ponieważ zmiany temperatury nie uwzględniamy.

Otrzymuje się:

$$u_1 - u_2 = \frac{(R_2 - R_1)\, \rho_{10}\, \rho_{20}\, g\, e^{-\frac{gx}{R\theta}}}{(R_1 \rho_{10} + R_2 \rho_{20})\, a\, \rho_1 \rho_2}$$

więc dla naszego powietrza w poziomie $x = o$: $u_1 - u_2 = 3.10^{-8} \frac{cm.}{séc.}$; zatem chyżość względna azotu i tlenu byłaby nadzwyczajnie mała w porównaniu z chyżościami wiatru.

W dolnych warstwach atmosfery zatem, gdzie ruchy odbywają się z wielką gwałtownością, różnice w składzie atmosfery zachodzące wskutek działania dyfuzyi będą całkiem nieznaczne. Dopiero w wielkich wysokościach, gdzie powietrze z powodu tarcia prawie nieruchome pozostaje, taki wpływ sortujący okaże się, nagromadzając gazy cięższe (A, O_2) w dolnych warstwach tak, że składniki lżejsze (N_2, He, H_2) przeważać będą w miarę oddalenia od ziemi. Spółczynnik dyfuzyi jest proporcyonalny do kwadratu temperatury, a odwrotnie do ciśnienia; więc zapewne w wielkich wysokościach wskutek tego drugiego czynnika będzie wzrastać.

Ta nadzwyczajna powolność zjawisk dyfuzyi tłómaczy dostatecznie, dlaczego nie zdołano jeszcze doświadczalnie oznaczyć zmian w składzie powietrza w warstwach atmosfery aż dotąd nam dostępnych, czego możnaby się może spodziewać według cyfr podanych przy (28).

Nawet powietrze zaczerpnięte przez »ballon sonde« w wysokości 15000 m. miało skład prawie zupełnie mormalny. Zawierało według Hergesella (*Fortschr. d. Ph.* 53 (1897) p. 192, II.): 78·27 N_2, 20·79 O_2, 0·94 A, podczas gdy jego skład normalny jest: 78·06 N_2, 21·00 O_2, 0·94 A.

Należałoby się spodziewać, że wpływy te prędzej się odbiją w zawartości gazów ciężkich: A = 40, Ne = 80, Xe = 128 i bardzo lekkich He = 2, aniżeli w stosunku tlenu do azotu, mało się różniących co do ciężaru atomowego, więc i wielkości R, i podlegających zmianom nieregularnym wskutek życia organicznego.

Zapewne zresztą także opady wskutek różnej zdolności absorbcyjnej wody wywierają pewien wpływ mącący regularność, który, co prawda, we wielkich wysokościach będzie nieznaczny.

Możeby różnice w składzie powietrza prędzej dały się wykryć w prądach cyklonowych i anticyklonowych (na równiku a biegunie?); w pierwszych miałyby przeważać cięższe pierwiastki, w drugich lżejsze, a różnica składu byłaby miarą wysokości, z której powietrze pochodzi i miarą chyżości prądów.

Z wszystkiego tego wynika, że teoretyczne obrachowania składu atmosfery w różnych wysokościach jest zagadnieniem właściwie dynamicznem, które w pierwszym rzędzie zależy od cyrkulacyi atmosfery, więc od kwestyi rozbieranej o oddziałach IV. i V.; że więc nie można myśleć o dojściu do wyników ilościowych drogą teoretyczną, jak długo nie znamy dokładnie całego mechanizmu ruchów atmosferycznych i to nie tylko w dolnych warstwach atmosfery, któremi się aż dotąd zawsze zajmowano, ale i w górnych, tych, które tworzą ośrodek międzyplanetarny (»Himmelsluft« Förstera).

Wobec tego dziwnemby się wydało, aby G. J. Stoney w rozprawie już wspomnianej, która jako rzekomy wynik teoryi kinetycznej gazów nabrała wielkiego rozgłosu, miał dojść do rezultatów wielkiej doniosłości i z tego powodu musimy się jeszcze nad jego teoryą zastanowić.

Stoney opiera się na tem, że ciało obdarzone chyżością większą niż 11 km. od ziemi oddali się w nieskończoność, że więc cząsteczki gazów poruszające się z tą chyżością będą dla naszej atmosfery stracone.

Przyjmując jako granicę atmosfery wysokość 200 km. a jako temperaturę tam panującą — 66° C., oblicza stosunki średnich chyżości cząsteczek różnych gazów przy tej temperaturze, w stosunku do owej chyżości krytycznej. Dalej wnioskuje tak: doświadczenie uczy, że ziemia traci helium i wodór, bo nie znajdujemy ich w atmosferze, mimo że są wydzielone przez źródła i przez wulkany podmorskie, a nie traci azotu i tlenu, więc oczywiście w helu dostateczna ilość cząsteczek osiąga ową chyżość krytyczną, w azocie zaś nie.

Jeżeli więc średnia chyżość cząsteczek w jakimś gazie jest 9-tą częścią chyżości krytycznej (jak pod owemi założeniami w helu), to gaz zostanie stracony, jeżeli 20-tą częścią, jak przy azocie, to ubytek spostrzedz się nie da.

Potem oblicza odpowiednie chyżości krytyczne dla różnych planet i na tej podstawie wnioskuje, jakie gazy ich atmosfera może zawierać, a jakich nie.

Przedewszystkiem trzeba oprzeć się założeniom co do granicy atmosfery. Przyjęcie tak wysokiej temperatury jak —66° C. jest wprost niedorzeczne; już w przeciągu jednej sekundy połowa cząsteczek leżących w tej warstwie, i tak samo naturalnie »granica« sama musiałaby się oddalić o dalsze kilkaset metrów. Wogóle nie tylko te cząsteczki trzebaby uwzględnić, które mają chyżość większą niż 11 km. (hiperboliczne), lecz także owe z mniejszemi chyżościami, które będą opisywały elipsy — jak długo nie nastąpi spotkanie z innemi cząsteczkami. A tu spostrzegamy znów zasadniczy błąd tamtych obliczeń: wszak i przestrzeń po za obrębem naszej ziemi będzie napełniona gazem, choć o nadzwyczajnie małej gęstości, ponieważ cząsteczki tamże uciekają.

Więc i spotkania będą następować i będzie istniała jakaś średnia długość drogi swobodnej, więc wogóle nie będzie żadnej zasadniczej różnicy między tem co nazywa Stoney atmosferą ziemi i przestrzenią zewnętrzną; owa chyżość krytyczna nie będzie grała żadnej wybitniejszej roli, bo będzie się odbywała ciągła wymiana cząsteczek gazowych, tak szybszych jak i powolniejszych między różnemi częściami atmosfery niebieskiej, której małą, zgęszczoną część nazywamy »atmosferą ziemi«.

Że ona może także powiększać się, przyciągając »obce« cząsteczki wskutek atrakcyi ziemi, tego Stoney wcale nie uwzględnia, obliczając tylko ilość tych, które ona może stracić.

A co do helu i wodoru, czy mamy choćby przybliżone wyobrażenie, jaka jest ilość tych gazów wydzielana przez owe źródła i wulkany podmorskie (?), a ile wskutek absórbcyi może wsiąkać w wodę morską, jaka wreszcie jest faktyczna zawartość ich w atmosferze, ażeby można osądzić, czy i w jakiej ilości te gazy naszą atmosferę opuszczają? Co nas uprawnia do twierdzenia, że azot i tlen nie zostają stracone w znacznych ilościach? Czemu wtedy tak mała jest zawartość gazów Neon i Xenon?

Jeszcze jeden ważny szczegół: Obliczania Stoney'a odnoszą się do atmosfery nieruchomej; rezultat jego, że ciała o małej masie, n. p. księżyc, nie będą mogły zatrzymywać pierwiastków lżejszych, podczas gdy te na ciałach o wielkiej masie się nagromadzać będą, będzie wtedy wprost fałszywy.

Do gazów w stanie równowagi odnoszą się prawa (28), które w zastosowaniu do systemu ciał wskazują, że właśnie przeciwnie: gdzie jest mniejsze ciśnienie, t. j. na powierzchni planet mniejszych, księżyca etc. i szczególnie w przestrzeni międzyplanetarnej, tam większa będzie zawartość pierwiastków lżejszych, wodoru i helu etc.

Oczywiście jednak według tego, co wyżej widzieliśmy, ilościowych rezultatów z tamtych równań otrzymać nie możemy, ponieważ te stosunki zanadto się zmienią wskutek cyrkulacyi atmosfery, a już całkiem nie można takich rozumowań zastosować do słońca, gdzie pierwszą rolę odgrywa ogromne promieniowanie.

Chcąc zastąpić nieuzasadnione założenia doświadczalne Stoney'a teoretycznem obrachowaniem ilości cząsteczek »straconych«, trzebaby uwzględnić nie tylko rozkład ich chyżości, ale także i częstość spotkań, rozkład temperatury i prądy konwekcyjne, a czyniąc to doszłoby się właśnie do zastósowania ogólnych równań hydromechaniki i dyfuzyi wywiedzionych przez Maxwella z kinetycznej teoryi gazów do układu, w którym działa grawitacya, t. j. do takich rozważań, jakiemi zajmowaliśmy się w oddziale IV. i (29), i które, jak sądzę, tworzą jedyny racyonalny sposób osiągnięcia dokładniejszych rezultatów drogą teoretyczną.

Prawda, że zwykłe równania hydromechaniki nie są zupełnie ścisłem wyrażeniem teoryi kinetycznej, że n. p. pewne odmiany nastąpić muszą jeżeli się nie ogranicza do przyjęcia zmian w stanie gazu proporcyonalnych w obrębie λ, lecz jeżeli się uwzględnia także wyższe potęgi wielkości λ etc., ale nie sprostowałoby się błędu zapomocą rachunków tego rodzaju jak owe Stoney'a, tylko trzebaby zbadać, jakie poprawki należy poczynić w samych równaniach hydromechanicznych.