# ستةُ مقالات

# من كتاب تحرير الاوقليدس

# الذى

# الفه نصير الدين الطوسى طُبِعَت

باستعانة المجمع المعين لانتشار كتب الصبيان

ببلدة كلكتة

سنة ١٨٢٤

الف وثمانماية واربع وعشرين من السنين المسيحيه

بالمطبعة الهندية

# حدود

النقطة ما لا جزء له يعني من ذوات الاوضاع

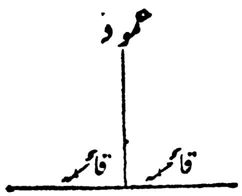
الخط طول بلا عرض وينتهي بالنقطة

الخط المستقيم هو اقصر الخطوط الواصلة بين النقطتين

السطح او البسيط ما له طول وعرض فقط وينتهي بالخط

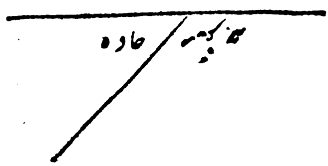
والمستوى منه هو الذي يماسه جميع الخطوط المستقيمة المخرجة عليه في اي جهة كانت

الزاوية المسطّحة هي المحدب من السطح الواقع بين خطين يتصلان على نقطة من غير ان يتحدا ضمنها مستقيمة الخطين وغيرها




القائمة من الزوايا هي احدى
المتساويتين الحادثتين من جنبي خط
مستقيم قام على مثله ويسمى القائم عمودا

الحادة هي التي تكون
اصغر من قائمة

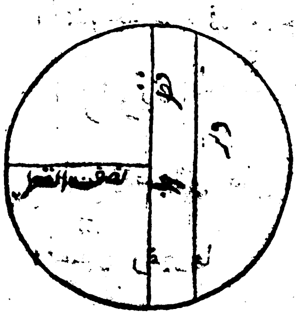



المنفرجة هي التي تكون
اكبر من قائمة

الحد النهاية

الشكل ما احاطه حد او حدود

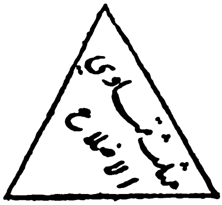
الدائرة شكل مسطح يحيط به خط واحد في داخله نقطة
يتساوي جميع الخطوط المستقيمة الخارجة منها اليه وذلك
الخط محيطها وتلك النقطة مركزها و الخط المستقيم المار بالمركز



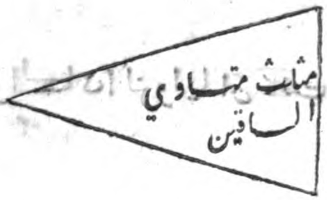

المنتهي في جهتيه الى المحيط قطرها وهو
ينصف الدائرة ويحيط مع نصفي المحيط
بكل واحد من النصفين و الذي لا يمر
به ويحيط مع قسمي المحيط بقطعتين
اصغر و اكبر من النصف وترها

الاشكال المستقيمة الاضلاع هي التي يحيط بها خطوط مستقيمة

اوّلها المثلث ومنه المتساوي الاضلاع

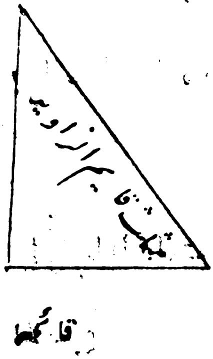



والمتساوي الساقين




والمختلف الاضلاع

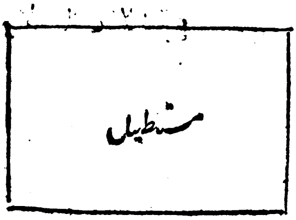
وايضا القائم الزاوية ان وقعت
فيه قائمة



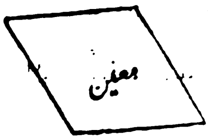

والمنفرج الزاوية ان وقعت
فيه منفرجة


والحاد الزوايا ان كانت جميع زواياه حواد

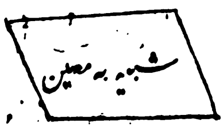
وذو اربعة الاضلاع ومنه المربع
وهو المتساوي الاضلاع القائم الزوايا



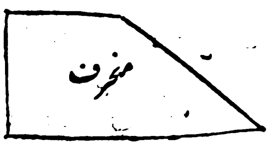

والمستطيل وهو القائم الزوايا
الذي يتساوي المتقابلان من اضلاعه



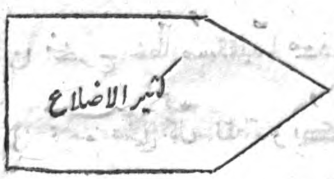

والمعين وهو المتساوي الاضلاع غير قائم الزوايا




والشبيه بالمعين وهو الذي لا يكون اضلاعه متساوية ولا زواياه قائمة ولكن يتساوي كل متقابلين من اضلاعه وزواياه




والمنحرف وهو ما عداها




وكثير الاضلاع وهو ما جاوز الاربعة

المتوازية من الخطوط هي المستقيمة الكائنة في سطح مستوي التي لا تتلاقي وان اخرجت في جهاتها الي غير النهاية

متوازيان

## اصول موضوعة

اقول من الواجب اولاً ان يوضع ان النقطة والخط والسطح والمستقيم والمستوي منهما والدائرة موجودة

وان لنا ان نعين نقطة علي اي خط كان او سطح

وان نفرض خطاً علي اي سطح كان اومارا بنقطة كيف اتفق

وان كل واحد من النقطة والخط المستقيم والسطح المستوي ينطبق علي مثله

وان الفصل المشترك بين كل خطين نقطة وبين كل سطحين خط

ولنا ان نصل خطاً مستقيماً بين كل نقطتين

وان نخرج خطاً مستقيماً محدوداً علي الاستقامة

وان نرسم علي كل نقطة وبكل بعد دائرة

الزوايا القائمة متساوية جميعاً

لا يحيط خطان مستقيمان بسطح

كل خطين مستقيمين وقع عليهما خط مستقيم وكانت الزاويتان الداخلتان في احدى الجهتين اصغر من قائمتين فانهما يلتقيان في تلك الجهة ان اخرجا

ان الخط المستقيم الواحد لا يتصل على الاستقامة باكثر من خط واحد مستقيم غير مسامت بعضها لبعض ان الزاوية المساوية المقائمة قائمة

علوم متعارفة

الاشياء المساوية لشي واحد بعينه متساوية

وان ازيد على المتساوية اونقص منها متساوية حصلت متساوية

واذا زيد على غير المتساوية او نقص منها متساوية حصلت غير متساوية

والتي اذا زيد عليها اونقص منها متساوية حصلت متساوية فهي متساوية

والتي كل واحد منها اضعاف بعدة واحدة او اجزاء بعينها لشي واحد فهي متساوية

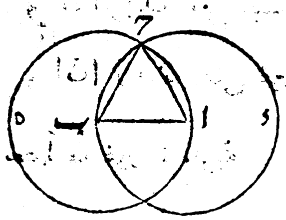
والاشياء المتطابقة من غير تفاضل متساوية ٠

والكل اعظم من جزءه

## الاشكال

١ نريد ان نرسم مثلثا متساوي الاضلاع على خط محدود

كا ب نرسم على نقطتي ا ب ببعد الخط دائرتي ب ح ى ا ح ه و نصل اح ب ح فمثلث ا ح ب المرسوم على ا ب متساوي الاضلاع وذلك لان



ا ب ا ح الخارجين من مركز دائرة ب ح ى الى محيطها متساويان

وكذلك ب ا ب ح الخارجان من مركز دائرة ا ح ه الى محيطها فا ح ب ح المساويان لا ب متساويان فاذن اضلاع مثلث ا ح ب متساوية وهو المراد

## ب

## نريد ان نخرج من نقطة مفروضة خطا مساويا لخط محدود

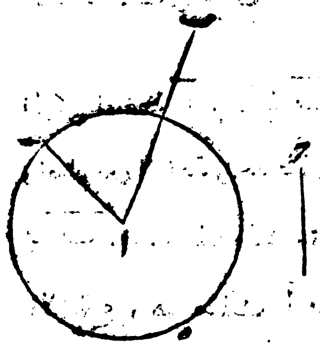
فليكن النقطة ا والخط ب ج ونصل بين النقطة واحد طرفي الخط با ب ونرسم عليه مثلثا متساوي الاضلاع وهو مثلث ا ب د ونخرج د ا د ب في جهتي ا ب الى ه ز ونرسم


على طرف الخط وهو ب ببعد الخط وهو ب ج دائرة ج ح ز فتمر بنقطة ز وعلى د المباينة للخط ببعد د ز دائرة ز ط ه فخط ا ه هو المراد وذلك لان ب ج ب ز الخارجين من مركز دائرة ج ح ز الى محيطها متساويان وكذلك د ز د ه الخارجان من مركز دائرة ز ط ه الى محيطها وكان د ب د ا متساويين فبعد حذفهما من د ز د ه بقي ب ز ا ه متساويين فاه ب ج المساويان لب ز متساويان وذلك ما اردناه

B

ج

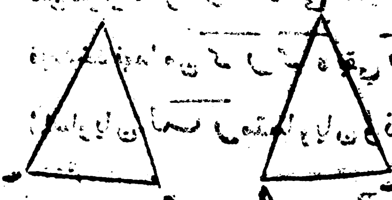
نريد ان نفصل من اطول الخطين مثل اقصرهما فليكن الاطول



اب والاقصر ج ونخرج من ا
اد مساويا لج ونرسم على
ا ببعد اد دائرة د ه ز فينفصل
بها از من اب مساويا لاد
اعني ج وهو المراد

د

اذا ساوى ضلعان وزاوية بينهما من مثلث ضلعين وزاوية بينهما من مثلث اخر كل لنظيره يتساوى الضلعان والزوايا الباقية والمثلثان كل لنظيره فليكن مثلثي

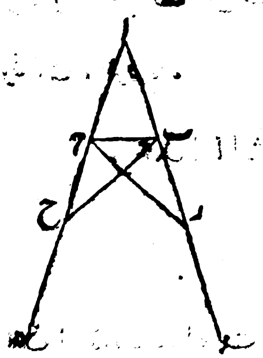


ابج د ه ز اب اج
مساويا لده دز
زاوية ا لزاوية د اولا فلنا
مساو له ز وزاوية ب

لزاوية د و زاوية هـ لزاوية جـ والمثلث للمثلث وذلك لانا اذا توهمنا تطبيق ب ا على د ز انطبق نقطة ب على نقطة د و ب ا على د ز لاستوائهما و ا على ز لتساوي الخطين وزاوية ا على زاوية ز لتساويهما و ا جـ على ز ر لاستوائهما و جـ على ر لتساوي ا جـ ز ر فانطبق ضرورة ب جـ على هـ ر لاستوائهما والا احاطا بسطح وتساوت سائر الزوايا والمثلثان لانطباقها على نظائرها وذلك ما اردناه

---

الزاويتان اللتان على قاعدة المثلث المتساوي الساقين متساويتان وكذلك اللتان تحدثان تحتهما ان اخرج الساقان



فليكن مثلث ا ب جـ متساوي ساقي ا ب ا جـ فزاويتا ا ب جـ ا جـ ب متساويتان ونخرج ا ب ا جـ في جهتي ب جـ الى ز ه فزاويتا ب جـ [illegible] الحادثتان

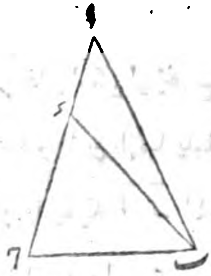
من تحتهما ايضا متساويتان ولنعين للبيانة على
ب ك نقطة ز كيف اتفق ونفصل من ح د ح ح مساويا
لـ ب ز ونصل ب ح ح ز ففي مثلثي ا ح ز ا ب ح
ضلعا ح ا ا ز وزاوية ا مساوية لضلعي ب ا ا ح
وزاوية ا كل لنظيره فيكون ضلعا ح ز ب ح متساويين
وكذلك زاويتا ا ح ز ا ب ح وزاويتا ز ح وايضا
في مثلثي ح ب ز ب ح ح ضلعا ب ز ز ح وزاوية
ز مساوية لضلعي ح ح ب وزاوية ح كل لنظيره فيكون
زاويتا ز ح ب ح ب ح متساويتين ونلقيهما من زاويتي
ا ح ز ا ب ح المتساويتين يبقي زاويتا ا ح د
ا ب ح اللتان على القاعدة متساويتين ولذلك بعينه يكون
زاويتا ح ب ز ب ح ح اللتان تحتهما متساويتين
وذلك ما اردناه

وهذا الشكل يلقب بالماموني

و

اذا تساوت زاويتا مثلث تساوي

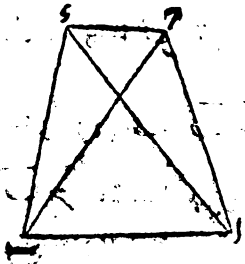
فضلعاه المؤتران لهما




فليكن زاويتا ب ح من مثلث
ا ب ح متساويتين نقول فا ح
ا ب متساويان و الا فليختلفا
وليكن ا ح اطول و نفصل منه
ح د مثل ب ا ونصل ب د فيكون في مثلثي ا ح ب
د ب ح ضلعا ا ب ب ح وزاوية ا ب ح مساوية
لضلعي د ح ح ب وزاوية د ح ب كل لنظيره فالمثلث
يساوي المثلث اعني الكل لجزئه انهما متساويان وذلك
ما اردناه

ر

ان اخرج من طرفي خط خطان يلتقيان
على نقطــــة فلا يمكن ان يخرج من طرفيه
في تلك الجهــــة اخران مساويان لهما
خارجان من مخرجي نظيريهما يلتقيان
على غير تلك النقطة




مثلا اخرج من طرفي

اب خطا اح ب ح فالتقيا على

ح فان امكن ان يخرج في جهة ح اخران

مساويان لهما يلتقيان على غير

ح فليكونا اد المساوي لاح و ب د المساوي لب ح

وليلتقيا على د ونصل ح د فيكون زاويتا اح د

اد ح متساويتين لتساوي ساقي اح اد وزاوية ب ح د

اصغر من زاوية اح د فهي اصغر من زاوية اد ح ايضا

التي هي اصغر من زاوية ب د ح فزاوية ب ح د

اصغر كثيرا من زاوية ب د ح لكنهما متساويتان لتساوي

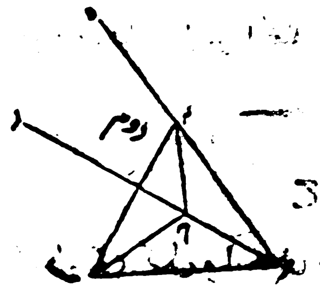
ساقي ب ح ب د فيثبت الحكم وذلك ما اردناه

## ولهذا الشكل اختلاف وتنوع

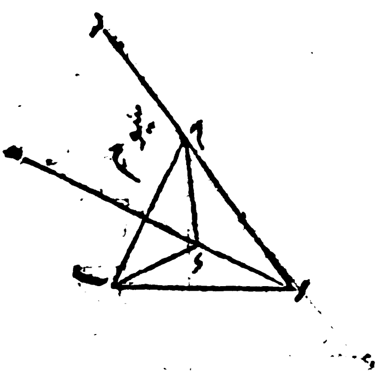
فان د يقع اما خارج مثلث

اب ح بحيث يتقاطع خطان من الاربعة الخارجة من الطرفين

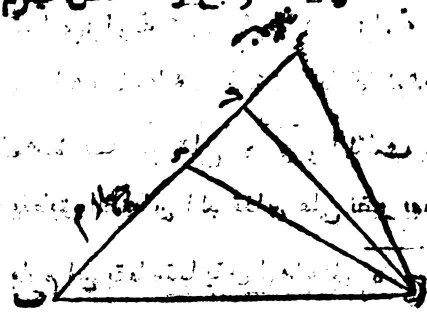
قبل الالتقاء او بحيث لا يتقاطعان واما داخله واما على احد



ما في ا ح ح ب من
غير اخراجه او بعد ذلك
وهذه خمسة اما الاول
فقد مر بيانه و اما الثاني
والثالث فيكونان هكذا
ونصل فيهما ا ك ح ونخرج
ضلعي ا ب ا ح الى



ه ز فيكون زاويتا
ه ب ح ز ح ب
متساويتين لتساوي
ما في ا ب ا ح
ويلزم منه بمثل
البيان المذكور تساوي
الكل وجزئه فيظهر الخلف و اما الرابع والخامس فيلزم



فيهما تطابق الخطين
الخارجين من احد الطرفين
او [illegible]
لخطي ب ح ب ح
مثلا وكون احدهما اكبر
من الآخر مع فرض

تساويهما فيظهر الخلف اسرع وهذه صورتهما

ح

ان اساوي كل واحد من اضلاع مثلث كل واحد من اضلاع مثلث اخر تساوت زوايا هما كل لنظيرتها وتساوى المثلثان

فليكن المثلثان

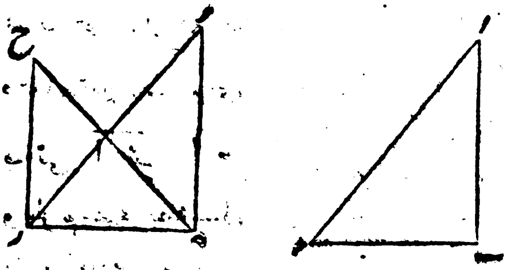
ا ب ح د ه ز

وقد ساوي

ا ب د ه

و ا ح د ز

و ب ح ه ز



لقول فزاوية ا

تساوي زاوية د و زاوية ب زاوية ه وزاوية ح زاوية ز والمثلث المثلث وذلك لانا اذا توهمنا تطبيق ضلع على نظيره مثلا ب ح على ه ز والمثلث على المثلث وجب ان ينطبق الضلعان الباقيان على نظيريهما ويحصل المطلوب والا يلزم ان يقعا منحرفا بينهما مثل ه ح ز ح ويلزم منه خروج

خطي ه ك ر ك وخطي ه ح ز ح المساويين لهما جميعا من

طرفي ه ر في جهة بعينها مع اختلاف الملتقي هذا خلف

فاذن المطلوب ثابت وذلك ما اردناه

---

ط

نريد ان ننصف زاوية

كزاوية ب ا ح فلنعين على

ا ب نقطة ك كيف وقعت

ونفصل من ا ح ا ه مثل ا ك

ونصل ك ه ولنرسم عليه مثلث

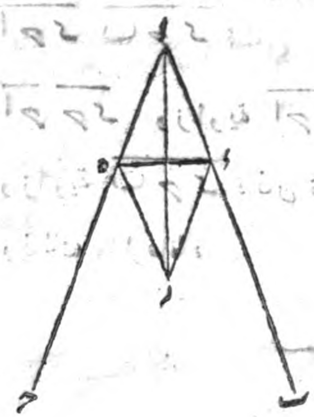
ك ه ر المتساوي الاضلاع

ونصل ا ر فهو ينصف الزاوية

وذلك لان اضلاع مثلثي

ك ا ر ه ا ر متساوية بالتناظر

فزوايا هما متساوية بالتناظر فزاويتا

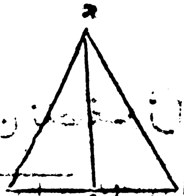


را ك را ه متساويتان وذلك ما اردناه

## ي

نريد ان ننصف خطا محدودا

كخط اب فلنعمل عليه
مثلث ابج المتساوي
الاضلاع وننصف زاوية
ج بخط جد فينتصف
الخط به وذلك لان في مثلثي
اجد بجد ضلعي

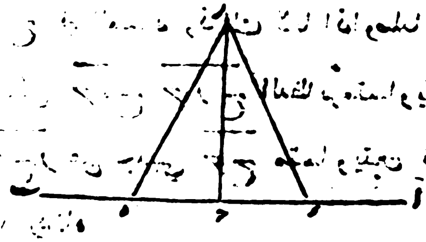



اج جد وزاوية اجد متساوية لضلعي بج جد
وزاوية بجد فاذن قاعدتا اد دب متساويتان
وذلك ما اردناه

## يا

نريد ان نخرج من نقطة على خط غير محدود
عمودا عليه

مثلا من نقطة ح
علي خط ا ب
فلنعين عليه نقطة
ى كيف وقعت
ونجعل ح ه مثل
ح ى ونرسم علي
ى ه مثلث

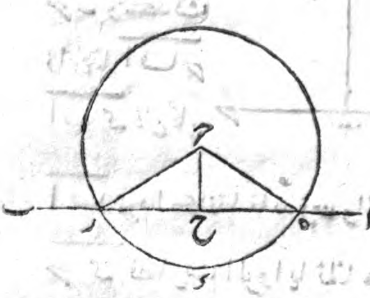


ى ه ز المتساوي الاضلاع ونصل ز ح فهو العمود وذلك
لان اضلاع مثلثي ى ز ح ه ز ح متساوية كل لنظيره فزاويتا
ز ح ى ز ح ه الحادثتان عن جنبي ز ح متساويتان
فهما قائمتان وذلك ما اردناه

يب

نريد ان نخرج من نقطة الى خط غير محدود
ليست هي عليه عمودا

مثلا من نقطة ح الى خط
ا ب فلنعين في الجهة
الاخري من الخط نقطة ى
كيف وقعت ونرسم على ح ببعد
ح ى دائرة ه ى ز فهي تقطع



الخط لا محالة على نقطتين كه ز ونصف ه ز على ح ونصل

ح ح فهو العمود وذلك لانا اذا وصلنا ح ه ح ز كانت اضلاع

مثلثي ح ه ح ح ز ح النظائر متساوية فكانت زاويتا ح ح ه

ح ز من جنبي ح ح متساويتين فهما قائمتان وذلك

ما اردناه

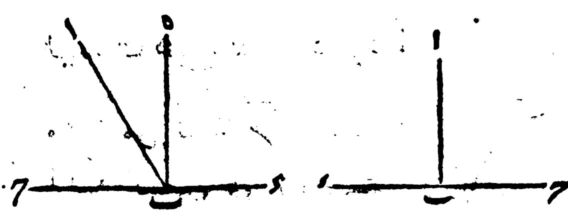
---

ح

ان اقام خط على خط كيف كان حدث من

جنبتيه زاويتان اما قائمتان او مساويتان معا

لقائمتين



فليقم على ا ب

ح د وليحدث

زاويتا ا ب ح

ا ب د فان كان

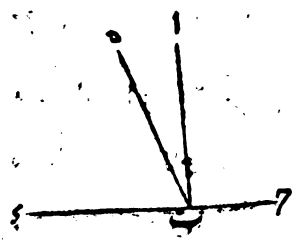
ا ب عمودا كانتا قائمتين والا اخرجنا من ب عمود ب ه على

ح د فصارت الزوايا ثلثا هي ا ب ح ا ب ه ه ب د

ذ الثانية اذا اضيفت الى الاولى صارتا قائمتين و انما اضيفت الى الثالثة كانتا كما حدثنا فاذن الحادثتان معا معا و يتان لقائمتين وذلك ما اردناه

## يد

اذا اتصل خطان على نقطة بخط عن جنبتيه واحد ثامنه قائمتين او مساويتين لهما كان الخطان معا على الاستقامة خطا واحدا

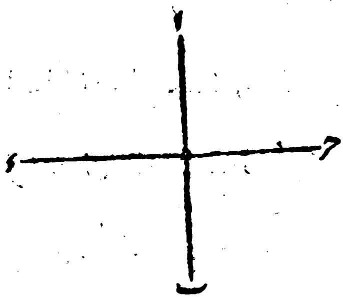



فليتصل با ب على نقطة ب بخطا ج ب د ب وليكن زاويتا ج ب ا د ب ا معادلتين لقائمتين نقول فخط ج ب د ب متصل على الاستقامة خطا واحدا والا فليخرج ج ب ه على الاستقامة و يكون جميع زاويتي ج ب ا ه ب ا المعادلتين لقائمتين مساويا لجميع زاويتي ج ب ا د ب ا المعادلتين ايضا لهما فيبقى بعد اسقاط زاوية ج ب ا المشتركة زاوية ه ب ا د ب ا الصغرى والعظمى

متساويتين. هذا خلف فاذن الحكم المذكور ثابت وذلك ما اردناه

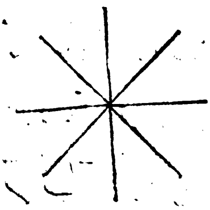
يه

## الزاويتان المتقابلتان الحادثتان عن تقاطع كل خطين متساويتان




مثلا كزاويتي ج ه ب ا ه د الحادثتين عن تقاطع خطي ا ب ج د وذلك لان مجموع زاويتي ب ه ج ج ه ا يساوي مجموع زاويتي ا ه د ج ه ا لكون كل واحد من المجموعين معادلا لقائمتين فيبقي بعد اسقاط زاوية ج ه ا المشتركة زاويتا ج ه ب ا ه د متساويتين وذلك ما اردناه

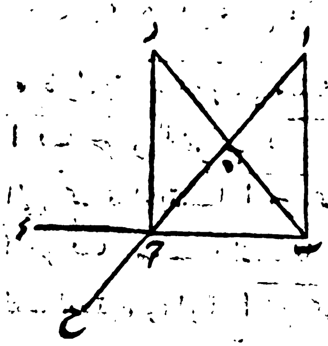
وتبين مع ذلك ان الزوايا الاربع الحادثة من تقاطعهما معادلة لاربع قوائم



اقول وهذا الحكم ثابت لجميع زوايا تحيط بنقطة اين كانت النقطة وكم كانت الزوايا

## يو

**كل مثلث اخرج احد اضلاعه فالزاوية الخارجة الحادثة اعظم من كل واحدة من مقابلتيها الداخلتين**

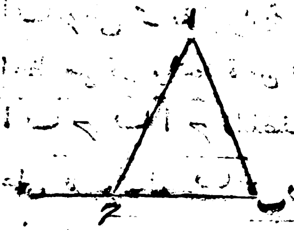


مثلا اخرج ضلع ب ج من مثلث ا ب ج الى د نقول فزاوية ا ج د اعظم من كل واحدة من زاويتي ا ب ج ب ا ج فلننصف ا ج على ه ونصل ب ه ونخرجه ونجعل ه ز مثل ب ه ونصل ز ج ففي مثلثي ا ب ه ج ز ه ضلعا ب ه ه ا مساويان لضلعي ز ه ه ج ومتقابلتا ه متساويتان فزاوية ب ا ه مساوية لزاوية ه ج ز وزاوية ا ج د اعظم من زاوية ا ج ز فهي اعظم ايضا من زاوية ا ولنخرج ا ج الى ح وبمثله يبين ان زاوية ب ج ح اعني زاوية ا ج د اعظم ايضا من زاوية ا ب ج فيتم البيان وذلك ما اردناه

اقول وقد تبين من ذلك انه ليس يمكن ان يخرج من نقطة الى خط خطان يحيطان معه بزاويتين متساويتين في جهة واحدة

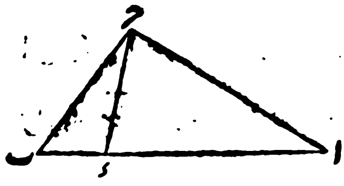
يز

كل زاويتين من مثلث فهما اصغر من قائمتين




مثلا زاويتا ب ح من مثلث ا ب ح ولنخرج ب ح الى د فزاويتا ا ح د ا ح ب معادلتان لقائمتين وزاوية ا ح د اعظم من زاوية ب فاذن زاوية ب مع زاوية ا ح ب يكون أصغر من قائمتين وهكذا في البواقي وذلك ما اردناه

الضلع الاطول من المثلث يوتر الزاوية العظمى



فليكن ضلع آب من مثلث آب ح اطول من ضلع آح نقول فزاوية ب ح ا اعظم من زاوية اب ح وذلك لانا اذا فصلنا من آب اد مثل اح ووصلنا حد كانت زاوية اد ح التي هي اعظم من زاوية ب مساوية لزاوية اح د وزاوية اح ب اعظم من زاوية اح د اعني من زاوية اد ح فزاوية اح ب اعظم كثيرا من زاوية ب وذلك ما اردناه

---

يط

الزاوية العظمى من المثلث يوترها الضلع الاطول

فليكن زاوية ح من مثلث اب ح اعظم من زاوية ب نقول فضلع آب اطول من ضلع آح وذلك لانه ان لم يكن اطول

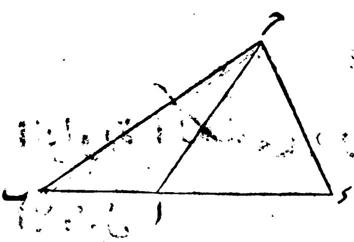
منه فاما ان يساويه ويلزم منه تساوي زاويتي ب ح واما ان يكون انقص منه ويلزم ان يكون زاوية ب اعظم من زاوية ح وليس كذلك فاذن ا ب اطول من ا ح وذلك ما اردناه

[illegible]

ك

[illegible]

كل ضلعي مثلث فهما معا اطول من الثالث

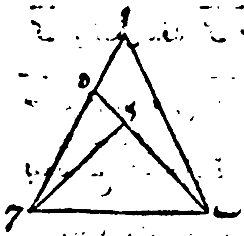



مثلا ضلعا ا ب ا ح من مثلث ا ب ح اطول من ضلع ب ح فلنخرج ب ا ونجعل ا ك مثل ا ح ونصل ح ك فزاوية ب ح ك التي هي اعظم من زاوية ا ح ك المساوية لزاوية ا ك ح اعظم من زاوية ا ك ح فاذن وتر ب ك اعني مجموع ب ا ا ح اطول من وتر ب ح وذلك ما اردناه

اقول وهذا الشكل ملقب بالحماري

## كا

**كل خطين خرجا من طرفي ضلع مثلث وتلاقيا داخله فهما معا اقصر من ضلعيه الباقيين وزاوية بينهما اعظم من زاوية الضلعين.**

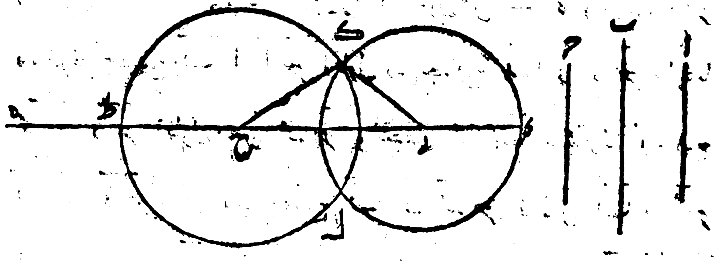



فليكن المثلث ا ب ج وقد خرج من طرفي ب ج خطا ب د ج د وتلاقيا على د نقول انهما معا اقصر من ب ا ا ج وزاوية ب د ج اعظم من زاوية ب ا ج ولنخرج ب د الى ه فب ا ا ه اطول من ب ه ونجعل ه ج مشتركا لجميع ب ا ا ج اطول من جميع ب ه ه ج وايضا د ه ه ج اطول من د ج ونجعل د ب مشتركا لجميع ب ه ه ج اطول من جميع ب د د ج فاذن ب ا ا ج اطول كثيرا من ب د د ج ولما كانت زاوية ب د ج الخارجة من مثلث ج د ه اعظم من زاوية ج ه د الخارجة من مثلث ا ب ه التي هي اعظم من زاوية ا كانت زاوية ب د ج اعظم كثيرا من زاوية ا وذلك ما اردناه

## كب

**نريد ان نعمل مثلثا يساوي كل ضلع منه احد ثلثة خطوط مفروضة كل اثنين منها معا اطول من الباقي**

فليكن الخطوط آ ب ج وليكن د ه خطا محدودا من جهة د ونفصل منه د ز مثل آ و ز ح مثل ب و ح ط مثل ج ونرسم على ز ببعد ز د دايرة د ك ل وعلى ح ببعد ح ط دايرة ط ك ل تتقاطعان على ك ل ونصل ح ك ز ك فيكون مثلث ك ح ز المطلوب



لان ضلع ك ز منه المساوي لـ ز د يساوي آ وضلع ز ح يساوي ب وضلع ك ح المساوي لـ ح ط يساوي ج وذلك ما اردناه

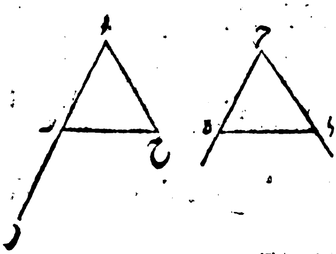
الاول والنما اشترط كون كل خطين اطول من الثالث لوجوب كون اضلاع المثلث هكذا و ذلك بعينه هو الموجب لتقاطع الدايرتين

فان جميع آب لو لم يكن اطول من جح لكان طح مساويا لجميع كح او اطول منه وحينئذ يقع دايرة كطل محيطة بدايرة ككل مماسة اياها من داخل او غير مماسة ولو لم يكن جميع بح اطول من آ لكانت دايرة ككل بمثل ذلك محيطة بدايرة كطل ولو لم يكن جميع آح اطول من ب لكان زح مساويا لجميع زك حط او اطول منها وحينئذ لم يكن بين الدايرتين احاطة ولا تقاطع بل كانتا متماستين من خارج او غير متماستين

---

كح

نريد ان نعمل على نقطة مفروضة من خط مفروض زاوية مثل زاوية مفروضة

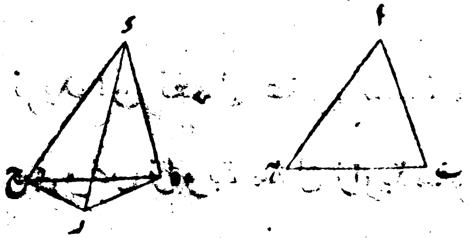


مثلا على نقطة ا من خط ا ب
مثل زاوية ح نفعين على
خطي الزاوية نقطتي د ه و
نصل د ه ونعمل على ا ب
مثلثا يساوي اضلاعه اضلاع مثلث ح د ه وهو مثلث ا ز ح على ان ا ح مساو لـ ح د و ا ز مساو لـ ح ه و ح ز لـ د ه فزاوية ا المعمولة مساوية لـ ح وهي التي اردناها

---

كد

اذا ساوي ساقا مثلث ساقي مثلث اخر كل لنظيره وكانت الزاوية التي بين الاولين اعظم من التي بين الاخريين كانت قاعدة الاولين اعظم من قاعدة الاخريين

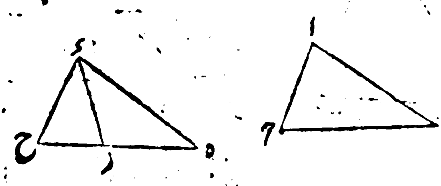


فليكن في مثلثي
ا ب ح د ه ز
ا ب مساويا لـ د ه

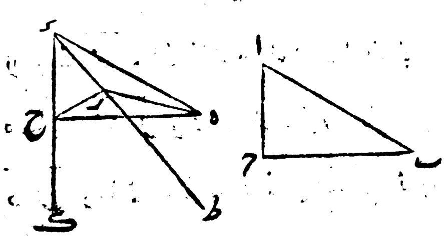
و اح لدر وزاوية ا اعظم من زاوية هدر نقول
فبح اطول من هر ولنعمل على د من ده زاوية
هدح مثل زاوية با ح وننفصل دح مثل اح ونصل
هح فيكون مساويا لبح ونصل حر فلتساوي در
دح المساويين لاح تتساوي زاويتا درح دحر
ويكون زاوية هرح التي هي اعظم من احديهما اعظم من
زاوية هحر التي هي اصغر من الاخرى فيكون هح اعني
بح اطول من هر وذلك ما اردناه

اقول وههنا اختلاف وقوع

لان هح اما ان



يقطع در او ينطبق
على هر او يقع
تحته وقد مر الاول



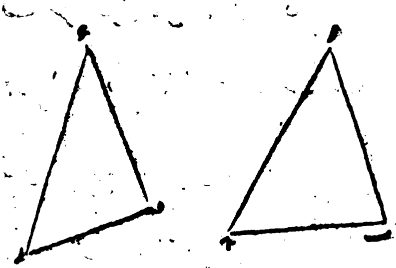
وظاهر في الثاني ان
هح اطول من هر

واما في الثالث فنخرج ساقي در دح الى ط ك
ويتساوي زاويتا طرح كحر فيبين كما مر ان زاوية

ه ز ح اعظم من زاوية ه ح ز و يكون ه ح اطول من ه ز

## كه

**اذا ساوي ساقا مثلث ساقي مثلث اخر كل لنظيره وكانت قاعدة الاوليين اطول كانت زاويتهما اعظم**

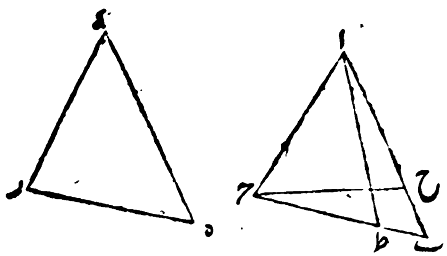


مثلا في مثلثي ا ب ح د ه ز ا ب مساو لد ه و ا ح لد ز و ب ح اطول من ه ز نقول فزاوية ا اعظم من زاوية د والا لكانت اما مساوية لها و يلزم ان يكون ب ح مساويا له ز واما اصغر منها و يلزم ان يكون ب ح اقصر من ه ز وكلاها خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

## كو

**اذا ساوي زاويتان وضلع من مثلث**

لزاويتين وضلعا من مثلث اخر النظير للنظير تساوت الزاويتان والاضلاع الباقية منهما كل لنظيره والمثلث للمثلث

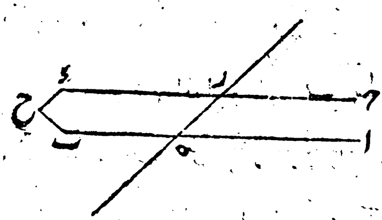



فليكن التساوي في مثلثي ا ب ج د ه ز لزاويتي ا د وزاويتي ب ه ولضلعي ا ب د ه الذين بين الزاويتين او لضلعي ب ج ه ز او لضلعي ا ج د ز الموترين لزاويتين متساويتين فانكان لضلعي ا ب د ه فب ج ه ز اما ان يتساويا او يتفاوتا فان تساويا ثبت الحكم لكون ضلعين وزاوية بينهما متساوية لضلعين وزاوية بينهما في المثلثين وان تفاوتا لزم الخلف لانا اذا جعلنا ب ط مثل ه ز ووصلنا ط ا صار مثلثا ا ط ب د ز ه متساويين لذلك بعينه ويكون زاوية ط ا ب مساوية لزاوية ز د ه وكانت زاوية ج ا ب مساوية لزاوية ز د ه فزاويتا ج ا ب ط ا ب الكل والجزء متساويتان وان كان التساوي لضلعي ب ج ه ز فب ا ه د اما ان يتساويا او يتفاوتا فان تساويا ثبت الحكم

والا لزم الخلف الا انا اذا جعلنا ب ح مثل ه ك ووصلنا ح
ج صار مثلثا ج ح ب ز ك ه متساويين ويكون زاوية
ج ح ب مساوية لزاوية ز ك ه وكانت زاوية ج ا ب
مساوية بالفرض لزاوية ز ك ه فزاويتا ج ح ب ج ا ب
الخارجة والداخلة متساويتان وكذلك ان كان التساوي
للضلعين الباقيين فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

## كز

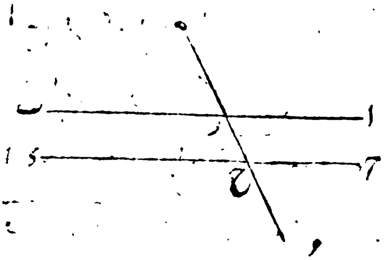
**كل خطين وقع عليهما خط وكانت المتبادلتان من الزوايا الحادثة متساويتين فهما متوازيان .**




فليكن الخطان اب جد والواقع عليهما ه ز والمتبادلتان المتساويتان زاويتا ا ه ز ه ز د وذلك لانهما لو لم يكونا متوازيين لتلاقيا في احدى الجهتين مثلا على ح وكانت زاوية ا ه ز الخارجة من مثلث ه ح ز مساوية لداخلة ه ز د هذا خلف فاذن هما متوازيان وذلك ما اردناه

كح

كل خطين وقع عليهما خط وكانت الخارجة
من الزوايا الحادثة مساوية لمقابلتها
الداخلة اوكانت الداخلتان في جهة
معادلتين لقائمتين فهما متوازيان



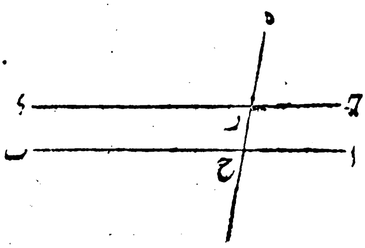
فليكن الخطان اب جد
والواقع ﻫ زح والخارجة و
الداخلة المتساويتان ﻫ زب
زح د والداخلتان في جهة

زاويتا ب زح زح د وذلك لان كون زاوية ﻫ زب
مساوية لكل واحدة من زاويتي ا زح زح د المتبادلتين
يقتضي تساويهما وايضا كون زاوية ب زح مع كل واحدة
منهما معادلة لقائمتين يقتضي ايضا تساويهما فثبت توازي
الخطين وذلك ما اردناه

كط

اذا وقع خط على خطين متوازيين

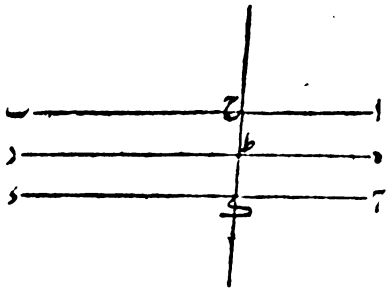
فالمتبادلتان من الزوايا الحادثة متساويتان
وكذلك الخارجة ومقابلتها الداخلة
والداخلتان من جهة معادلتان لقائمتين




فليقع على خطي اب جد خط هزح نقول فزاويتا احز دزح المتبادلتان متساويتان والا فليكن احز اعظم ونجعل زاوية بحز مشتركة فجميع زاويتي احز بحز لمعادلتين لقائمتين اعظم من جميع زاويتي دزح بحز فاب جد لوقوع هزح عليهما وكون داخلتي بحز دزح اصغر من قائمتين يلتقيان في جهة بد هذا خلف وايضا فزاوية هزد الخارجة تساوي زاوية هحب الداخلة لان الخارجة تساوي زاوية جزح المقابلة لها وايضا فزاويتا بحز دزح الداخلتان معادلتان لقائمتين لان زاويتي دزح جزح كذلك وزاويتا بحز جزح متساويتان وذلك ما اردناه

ل

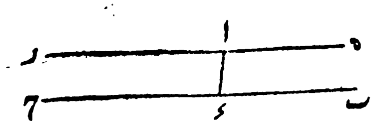
الخطوط الموازية لخط متوازية مثلا



مثلا كان اب جد المتوازيين لـه ز ليقع عليها خط ح ط ك فلتوازي اب ه ز يكون متبادلتا اح ط ز ط ح متساويتين ولتوازي جد ه ز يكون داخلة د ك ح وخارجة ز ط ح متساويتين فاذن متبادلتا اح ك د ك ح متساويتان ولتساويهما خطا اب جد متوازيان وذلك ما اردناه

## لا

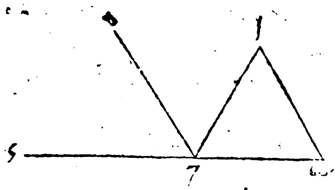
نريد ان نخرج من نقطة مفروضة خطا موازيا لخط مفروض



مثلا من نقطة ا لخط ب ج فلنعين عليه د ونصل اد ونعمل على ا من اد زاوية د ا ه مثل زاوية ا د ج ونخرج ا ه الى ز فه ز مواز لب ج لتساوي المتبادلتين وذلك ما اردناه

لب

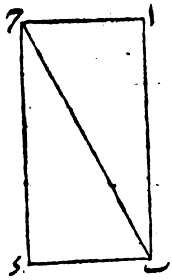
كل مثلث اخرج احد اضلاعه فزاويته الخارجة مساوية لمقابليتها الداخلتين وزواياه الثلث مساوية لقائمتين




فليكن المثلث ا ب ج والضلع المخرج ب ج الى د وليخرج من ج ج ه موازيا لـ ب ا فزاوية ا ج ه مساوية لزاوية ا لكونهما متبادلتين وزاوية ه ج د مساوية لزاوية ب لكونهما خارجة وداخلة فاذن جميع زاوية ا ج د الخارجة من المثلث مساوية لزاويتي ا ب الداخلتين وزاوية ا ج د مع زاوية ا ج ب معادلة لقائمتين فاذن الثلث الداخلة كذلك وذلك ما اردناه

لج

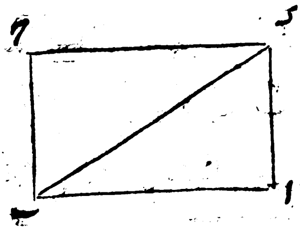
الخطوط الواصلة بين اطراف الخطوط المتساوية المتوازية التى فى جهة بعينها متساوية ومتوازية




فليكن ا ب ح د متساويين متوازيين ووصل بين اطرافهما ا ح ب د فهما متساويان متوازيان ولنصل ب ح ففي مثلثي ا ب ح ب ح د ضلعا ا ب ب ح مساويان لضلعي د ح ح ب ومتبادلتا ا ب ح د ح ب متساويتان فا ح مساو لب د وايضا متبادلتا ا ح ب د ب ح متساويتان فا ح مواز لب د وذلك ما اردناه

## ل

الاضلاع المتقابلة من السطوح المتوازية الاضلاع متساوية وكذلك الزوايا المتقابلة واقطار تلك السطوح ينصفها



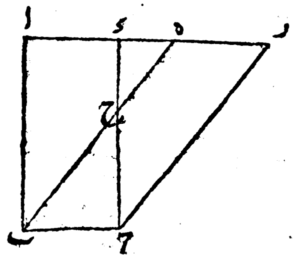

فليكن السطح ا ب ح د والقطر ب د ففي مثلثي د ا ب ب ح د لتساوي متبادلتي ا د ب ح ب د ومتبادلتي ا ب د ح د ب واشتراك ب د يكون ضلعا ا د ح ب

متساويين وكذلك ضلعا اب حد وزاويتا اح وجميع زاويتي اد جب ا والمثلثان باسرهما فالسطح ينصف بب د وذلك ما اردناه

---

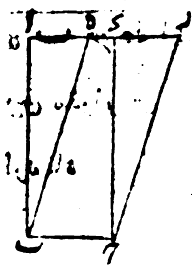
له

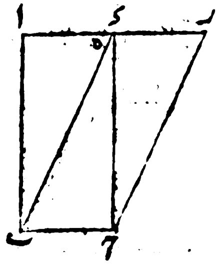
كل سطحين متوازيي الاضلاع يكونان على قاعدة واحدة في جهة واحدة بين خطين متوازيين بعينهما فهما متساويان




مثلا كسطحي ا ب ج د ه ب ج ر الكائنين على قاعدة ب ج بين متوازيي ب ج ا ر وذلك لان اد ه ر المساويين لب ج متساويان ونجعل ه د مشتركا فيصير في مثلثي ه ا ب ر د ج ضلعا ا ه ر د متساويين وكذلك ضلعا اب د ج وزاويتا ب ا ه ج د ر الداخلة والخارجة فيكون المثلثان متساويين ويصيران بعد اسقاط سطح د ح ه وزيادة سطح ح ب ج المشتركين ايضا متساويين وهما السطحان وذلك ما اردناه

اقول ولهذا الشكل اختلاف وقوع

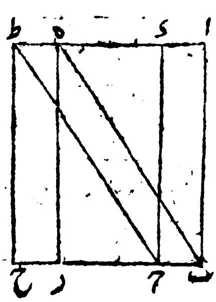




لان نقطة ه تقع اما خارجاعن اک ويتقاطع ب ه و حک على ح كما مروامامنطبقة على ک او فيمابين اک ولايقع في الاخيرين الامشترك وحد زائد هو مثلث او منحرف والبيان واضح

لو

كل سطحين متوازيي الاضلاع يكونان في جهة على قاعدتين متساويتين بين خطين متوازيين بعينهما فهما متساويان



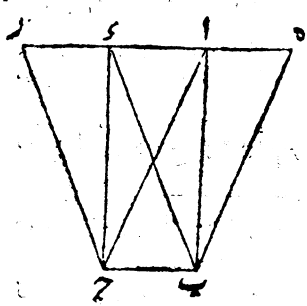
مثلا كسطحي ا ب حک ه رح ط على قاعدتي ب ح رح المتساويتين وفيما بين متوازيي ب ح ا ط وذلك لانا نصل ب ه ح ط فيكونان متساويين متوازيين لكون خطي ب ح ه ط كذلك

ويكون كل واحد من السطحين مسـاويا لسطح $\overline{\text{ه ب ح ط}}$ المتوازي الاضلاع الكائن معه على قاعدة واحدة بين متوازيين بعينهما فاذن السطحان متساويان وذلك ما اردناه

---

# لر

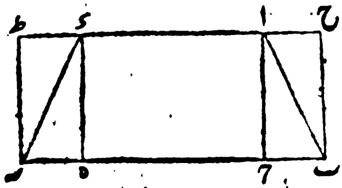
## كل مثلثين يكونان في جهة واحدة على قاعدة واحدة بين متوازيين بعينهما فهما متساويان




مثلا كمثلثي $\overline{\text{ا ب ح}}$ $\overline{\text{ء ب ح}}$ على قاعدة $\overline{\text{ب ح}}$ بين متوازيي $\overline{\text{ب ح}}$ $\overline{\text{ا ء}}$ ولنخرج $\overline{\text{ب ه}}$ موازيا لحـا و $\overline{\text{ح ر}}$ موازيا لب ء الى ان يلقيا $\overline{\text{ا ء}}$ المخرج في جهتيه على $\overline{\text{ه ر}}$ فيصير $\overline{\text{ه ب ح ا}}$ $\overline{\text{ء ب ح ر}}$ سطحين متوازيي الأضلاع على قاعدة $\overline{\text{ب ح}}$ فيما بين متوازيي $\overline{\text{ب ح}}$ $\overline{\text{ه ر}}$ فهمـا متساويان وكذلك نصفاهما اعني المثلثين وذلك ما اردناه

لح

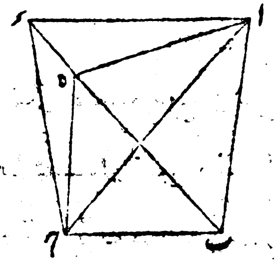
كل مثلثين يكونان في جهة واحدة على قاعدتين متساويتين فيهما بين خطين متوازيين بعينهما فهما متساويان



مثلا كمثلثي ا ب ح ک ه ر على قاعدتي ب ح ه ر المتساويتين بين متوازيي ب ر ا ک ولنخرج ب ح موازيا لحا و ر ط موازيا له ک الى ان يلقيا ا ک المخرج من جهتيه على ح ط فيصير ح ب ح ا ک ه ر ط سطحين متوازيي الاضلاع على قاعدتين متساويتين فيما بين متوازيي ب ر ح ط فهما متساويان وكذلك نصفاهما اعني المثلثين وذلك ما اردناه

لط

كل مثلثين متساويين في جهة واحدة على قاعدة واحدة فهما بين خطين متوازيين



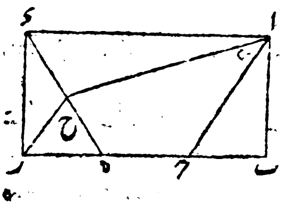

مثلا كمثلثي ا ب ج د ب ج على قاعدة ب ج ونصل ا د فهو مواز لب ج والا فليكن ا ه موازيا له وليلاق ب د الخارج معه عن ا ب على اقل من قائمتين عند ه ونصل ه ج فمثلث ه ب ج مساو لمثلث ا ب ج المساوي لمثلث د ب ج ويلزم تساوي الجزء والكل هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه .

## اقول

وان وقع ه خارجا عن ب د كان البيان كما مر

## م

كل مثلثين متساويين على قاعدتين متساويتين من خط بعينه في جهة واحدة فهما بين خطين متوازيين

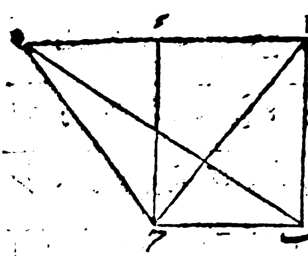



مثلا كمثلثي ا ب ج د ه ر الكائنين على قاعدتي ب ج ه ر المتساويتين من خط ب ر ونصل ا د فهو مواز لب ر والا فليكن ا ح موازيا له وليلق

ه ك على ح ونصل ج ل فيكون مثلثا ح ه ل ك ه ل الجزء والكل متساويين لكون كل واحد منهما مساويا لمثلث ا ب ح هذا خلف فذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

## ما

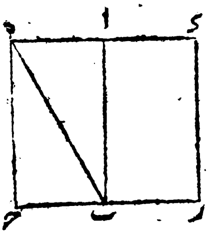
كل سطح متوازى الاضلاع ومثلث يكونان في جهة واحدة على قاعدة واحدة بين خطين متوازيين بعينهما فالسطح ضعف المثلث




مثلا كسطح ا ب ح ك ومثلث ه ب ح الكائنين على قاعدة ب ح وبين متوازيي ب ح ا ه ولنصل ا ح فسطح ا ب ح ك هو ضعف مثلث ا ب ح المساوي لمثلث ه ب ح وذلك ما اردناه

## اقول

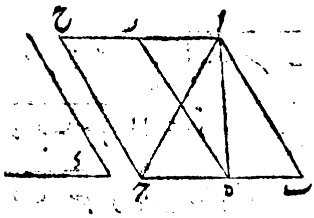
وكذلك ان كانا على قاعدتين متساويتين



وسيستعمله صاحب الكتاب
في الشكل الثالث من المقالة
الثانية عشر

## مب

نريد ان نعمل سطحا متوازي الاضلاع يساوي مثلثا مفروضا ويساوي احدى زواياه زاوية مفروضة



وليكن المثلث ا ب ج والزاوية د فلننصف ب ج على ه ونصل ا ه ونعمل على ه من ه ج زاوية ج ه ز كزاوية د ونخرج من ا ا ح موازيا له ج فيلقى ه ز لخروجهما عن ا ه على اقل من قائمتين ونخرج من ج ج ح موازيا له ز الى ان يلقى ا ح على ح فيحدث سطح ز ه ج ح المتوازي الاضلاع والمساوي لضعف ا ه ج اعني لمثلث ا ب ج المفروض وزاويته اعني زاوية ز ه ج مساوية لزاوية د وذلك ما اردناه

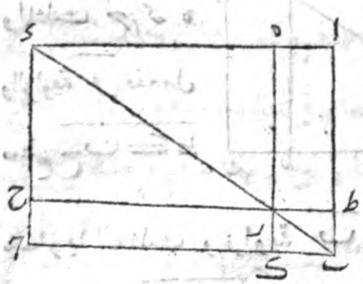
اقول

وههنا اختلاف وقوع لان ه ر اما ان ينطبق
على اه او يقع في احدي جهتيه

---

مح

المتممان وهما كل سطحين متوازيي الاضلاع
يقعان في سطح مثلهما عن جنبتي قطره
متلاقيين على نقطة من القطر ومشاركين
لذلك السطح بزاويتين فهما متساويان



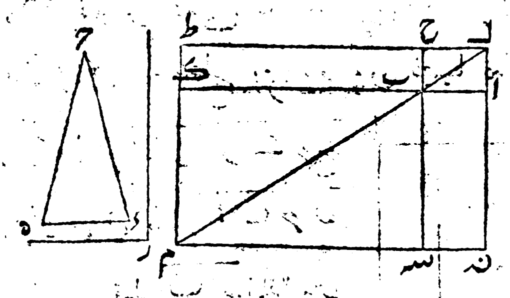
مثلا كسطحي اطره ركجح
الواقعين في سطح اب ج د
عن جنبتي قطر ب د المتلاقيين
على ر من القطر المشاركين لسطح
اب ج د بزاويتي ا ج وذلك لان سطح اب ج د
متوازي الاضلاع وسطحي ط ب ك ر ه ر ح د ايضا متوازيا
الاضلاع فانصاف السطوح الثلثة اعني مثلثي ا ب د ب ج د
ومثلثي ط ب ر ب ك ر ومثلثي ه ر د ر ح د
متساوية واذا القينا مثلثي ط ب ر ه ر د من مثلث

ا ب د ومثلثي ب ر ك ر ح د من مثلث ب ح د

بقي المتممان متساويين وذلك ما اردناه

## مثل

نريد ان نعمل على خط مفروض سطحا متوازي الاضلاع يساوي مثلثا مفروضا وتساوي احدى زواياه زاوية مفروضة



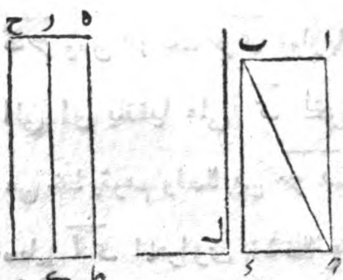
وليكن الخط ا ب والمثلث ح د ه والزاوية ر فنعمل سطح ح ب ك ط

مساويا للمثلث وزاوية ب منه مساوية لزاوية ر على ان يكون ا ب ك خطا واحدا ونتمم سطح ل ا ب ح المتوازي الاضلاع ونصل قطر ل ب ونخرجه ونخرج ط ك الى ان يلتقيا على م لخروجهما عن ل ط على اقل من قايمتين ونخرج م ن موازيا لك ا ونخرج ل ا ح ب الى ان يلقياه على ن س وذلك لخروج كل واحد

منهما مع م ن من ل م على اقل من قايمتين اعني زاويتين متساويتين لزاويتي ب ل ا ل ب ا من مثلث ا ل ب فيكون سطح د ط ن متوازي الاضلاع وسطحا ط ب ب ن فيه المتممين فاذن سطح ب ن المعمول على ا ب مساو لسطح ب ط اعني لمثلث ح ر ه وزاوية ا ب س منه اعني زاوية ح ب ك مساوية لزاوية ر وذلك ما اردناه

مه

تريد ان نعمل على خط مغروض سطحا متوازي الاضلاع يساوي سطحا مفروضا مستقيم الاضلاع وتساوي احدى زواياه زاوية مفروضة



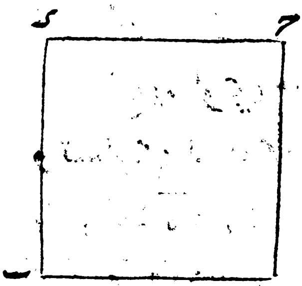
وليكن الخط ه ط والسطح المفروض ا ب ح د والزاوية المفروضة ل فيقسم السطح بمثلثي ا ب ح ب ح د ونعمل على ه ط سطح ر ه ط ك مساويا لمثلث ا ب ح وزاوية ه منه مساوية لزاوية ل وعلى ر ك المساوي له ط سطح

ح ز ك م مساويا لمثلث ب ح ك وزاوية ح ز ك
منه مساوية لزاوية ل اعني لزاوية ه فتكون هي مع زاوية
ه ز ك مساوية لقايمتين ويتصل ح ه خطا مستقيما
وكذلك ط ا م فيكون ح ه م ا المتوازي الاضلاع معمولا على
ه ط ومساويا لسطح ا ب ح ك وزاويته ه منه مساوية
لزاوية ل وذلك ما اردناه

---

مو

## نريد ان نعمل على خط مربعا




مثلا على خط ا ب فنخرج
من نقطة ا عمود ا ح ونجعله مساويا
لا ب ومن ب خط ب ك موازيا
لا ح ومن ح خط ح ك موازيا لا ب
الى ان يلتقيا على ك لخروجهما
من خط يتوهم واصلا بين ح ب على اقل من قايمتين فيكون
سطح ا ك المتوازي الاضلاع متساويها لتساوي ضلعي ا ب
ا ح المساويين لمقابليهما قائم الزوايا لكون زاوية ا قائمة
وزاوية ب اعني تمامها من قائمتين ايضا قائمة والباقيتين

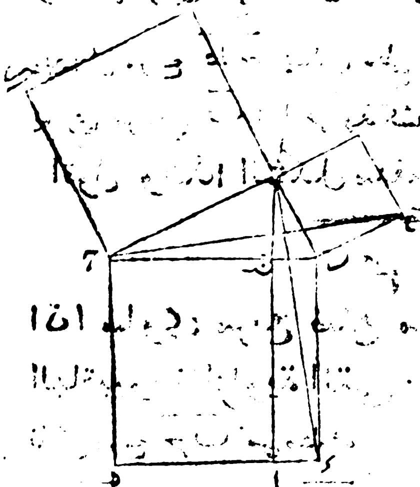
متساويتين لهما ، فاذن سطح ا ك مربع معمول على ا ك

وتلك ما اردناه

---

مز

كل مثلث قائم الزاوية فان مربع وتر الزاوية القائمة مساو لمربعي ضلعيها



مثلا في مثلث ا ب ج مربع ب ج وتر الزاوية ا القائمة مساو لمربعي ب ا ا ج ولنعمل المربعات وهي ب د ه ج ب ح ز ا ا ط ك ج فيتصل ز ا ج خطا واحدا لكون زاويتي ب ا ز ب ا ج قائمتين وكذلك ب ا ط ونخرج من ا ا ل موازيا لب د فيقع داخل المثلث لان زاوية د ب ا اكبر من قائمة فيكون زاوية ب ا ل اقل من زاوية ب ا ج القائمة ويقطع لامحالة ب ج على ن مثلا وينقسم به مربع ب ه الى سطحي ب ل ل ج ونصل ح ج

اكـ فلان في مثلثي ح ح ب ب ا كـ ضلعي ح ب ب ح

وزاويه ح ب ح مساوية لضلعي ا ب ب كـ وزاويه ا ب ى

يكون المثلثان متساويين ومثلث ح ح ب يساوي نصف مربع

ر ب لكونهما على قاعدة ح ب بين متوازيي ح ب ر ح

وكذلك مثلث ب ا كـ يساوي نصف سطح ب لـ لكونهما

على قاعدة ب كـ بين متوازيي ب ا كـ ا لـ فمربع

ر ب يساوي سطح ب لـ لتساوي نصفيهما وبمثل ذلك

يبين ان مربع ط ح يساوي سطح ح لـ فاذن مربع ب ح

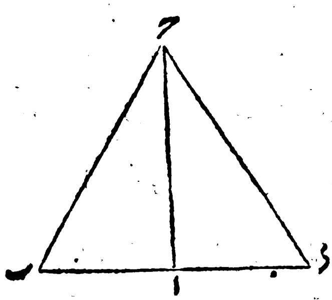
يساوي مربعي ب ا ا ح وذلك ما اردناه

اقول وهذا الشكل ملقب بالعروس

---

## مح

## اذا ساوى مربع ضلع مثلث مربعي ضلعيه الباقيين فالزاوية التى بين الباقيين قائمة




فليكن مربع ح ب من مثلث ا ب ح مساويا لمربعي ا ب ا ح فزاوية ا قائمة ولنخرج من ا عمود ا كـ على ح ا مساويا لا ب ونصل ح كـ فمربعا كـ ح ح ب متساويان

لكون كلو احد منهما مساويا لمربعي اح اب اعني اى فدح حب متساويان فاضلاع مثلثي احب احى النظائر متساوية فزاوية حاب مساوية لزاوية حاى القائمة فهي ايضا قائمة وذلك ما اردناه

## المقالة الثانية اربعة عشر شكلا

### حد

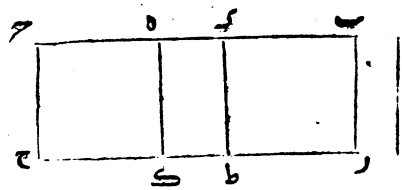
يقال لكل خطين يحيطان باحدي زوايا سطح متوازي الاضلاع قائم الزوايا المحيطان به اقول وانا اعبر عن ذلك السطح بسطح احدهما في الاخر ويقال لمجموع المتممين واحد امتوازيي الاضلاع اللذين بينهما العلم

## الاشكال

### ١

سطح الخط في خط اخر يساوي مجموع سطوحه في اقسام ذلك الخط ·

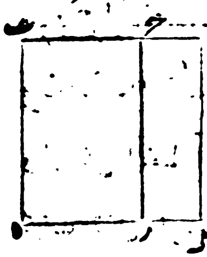
مثلا سطح ا في ب ح يساوي مجموع سطوح ا في خطوط ب ك ك ه ه ح التي هي اقسام ب ح ولنخرج عمود ب ر على ب ح مثل ا ونتمم سطح ب ح القائم الزوايا فهو سطح ا في ب ح ونخرج ك ط ه ك موازيين لب ر



فيكونان متساويين له اعني لا و يكون سطوح ب ط ك ك ه ح سطوح ا ي ب ك ك ه ه ح وجميعها مساويا لسطح ب ح وذلك ما اردناه

ب

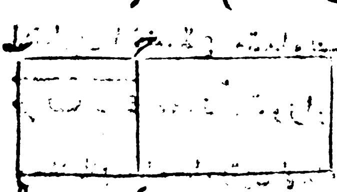
مجموع سطوح الخط في اقسامه يساوي مربعه



مثلا مجموع سطحي خط ا ب في خطي ا ح ح ب يساوي مربع خط ا ب ولنرسم على ا ب مربع ا ه ولنخرج ح ز موازيا لا ك فسطحا ا ز ح ه هما سطحا ا ك اعني ا ب في قسميه وهما ا ح ح ب ومجموعهما هو مربع ا ه وذلك ما اردناه

ح

سطح الخط في احد قسميه يساوي مجموع مربع ذلك القسم وسطحه في القسم الاخر

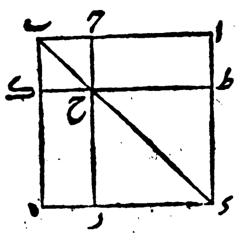


مثلا سطح ا ب في ب ح يساوي مجموع مربع ب ح وسطح ا ح في ح ب ولنرسم على ب ح مربع ح ه ونتمم سطح ا ك فان اعني ح ك

مساو لحد ب فسطح ا ه الذي هو سطح اب في ب ج مساو لمربع ج ه ولسطح ا د الذي هو سطح اج في ج ب وذلك ما اردناه

د

## مربع الخط يساوي مجموع مربعي قسميه وضعف سطح احدهما في الاخر




وليكن الخط ا ب وقد قسم على ج كيف يتفق ونرسم عليه مربع ا ه ونخرج ج ز موازيا لا د ونصل خط ب د قاطعا اياه على ح ومن ح ح ط ك موازيا لا ب فزاوية ج ح ب الخارجة تساوي ا د ب الداخلة وهي مساوية لزاوية ا ب د لتساوي ا د ا ب في مثلث ا د ب فج ح ج ب في مثلث ج ح ب متساويان فسطح ج ك المتوازي الاضلاع متساويها وهو قائم الزوايا لكون زاوية ج ب ك منه قائمة وزاوية ب ج ح تمامها من قائمتين ومقابلتيهما مساويتين لهما فهو مربع لخط ج ب وبمثل ذلك تبين ان سطح ط ز مربع لط ح اعني لا ج وسطح ا ح

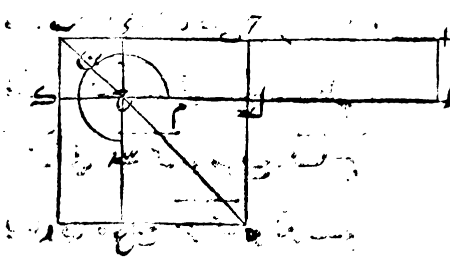
هو سطح اح في حح المساوي لحب وسطح ح ه مساو
لاح فاذن مربع اه يساوي مربعي طز حك الذين
هما مربعا قسمي اح حب وسطحي اح حه الذين هما
ضعف سطح اح في حب وذلك ما اردناه

وقد بان منه

ان السطوح المتوازية الاضلاع الواقعة على اقطار
المربعات مربعات ومتمّي الوقوع ان يكون اقطار
تلك المتوازية الاضلاع بعض اقطار المربعات
وان المربعات الواقعة في المربعات بانطباق
ضلعين على ضلعين انها تقع على اقطارها

---

كل خط نصف وقسم بمختلفين فمجموع سطح
احد القسمين في الآخر ومربع الفضل بين
النصف والقسم يساوي مربع النصف



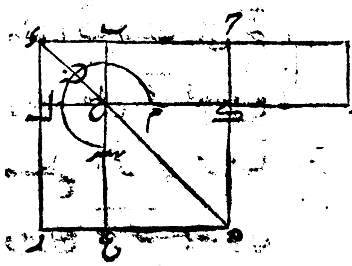
مثلا اب نصف على ح
وقسم على ى فجميع
سطح اى في ى ب
ومربع ح ى يساوي

مربع ح ب فلنرسم على ح ب ك ب مربعي ح ز ك ك ونصل القطر ونخرج ك ح ك ح الى ع ل بل الى ط ونتمم سطح ح ط فلان ح ح يساوي ح ز ونجعل ك ك مشتركا يكون ح ك اعني ح ط مساويا لك ز ونجعل ح ح مشتركا يكون ا ح مساويا لعلم م ن س ونجعل ل ع مشتركا يكون جميع ا ح الذي هو سطح ا ك في ك ب و ل ع الذي هو مربع ح ك مساويا لكـ ز الذي هو مربع ح ب وذلك ما اردناه

---

و

كل خط نصف وزيد فيه خط اخر على استقامته فمجموع سطح الخط مع الزيادة في الزيادة ومربع النصف يساوي مربع النصف مع الزيادة



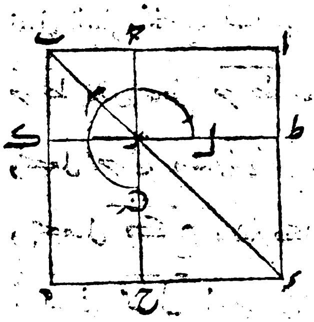
مثلا ا ب نصف على ح وزيد فيه ب ك فجميع سطح ا ك في ب ك ومربع ب ح يساوي مربع ح ك ولنرسم على ح ك ب ك مربعي ح ز ب ل ونتمم الشكل بان

نصل القطر ونخرج ب ح الى ع و ل ح الى ك وسطح ح ط فلان سطح ح ط يساوي سطح ح ح اعني سطح ح و ونجعل ح ل مشتركا يكون سطح ا ل مساويا للعلم م ن س ونجعل ك ع مشتركا يكون مجموع ا ل الذي هو سطح ا ك في ك ل اعني في ك ب ومربع ك ع الذي هو مربع ح ب مساويا لـ ح ر الذي هو مربع ح ك وذلك ما اردناه

ويمكن ان يعبر عن هذا الشكل والذي قبله بقول واحد

وهو ان يقال خط ا ب نصف على ح واخذ منه ب ك مما يلي ب في احدى جهتيها كيف اتفق فسطح ا ك في ك ب اذا نقص من مربع ح ب او زيد عليه حصل مربع ح ك وقس الباقي عليه

مربع الخط مع مربع احد قسميه يساوي مجموع ضعف سطح الخط في ذلك القسم ومربع القسم الآخر



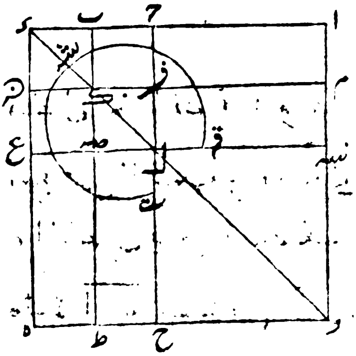

مثلاً مربع اب مع مربع ب ح
يساوي مجموع ضعف سطح اب
في ب ح ومربع ا ح ولنرسم
على اب مربع اه ونفصل ب ك
مثل ب ح ونتمم الشكل فسطحا ا ر
ره متساويان ونجعل ح ك مشتركا فيصير ا ك ح ه
متساويين وهما ضعف ا ك بل علم ل م ن مع مربع
ح ك فعلم ل م ن مع مربع ح ك يساوي ضعف ا ك
ونجعل ط ح مشتركا فمجموع علم ل م ن ومربعي ح ك
ط ح اعني مربعي اه ح ك الذين هما مربعا خطي اب
ح ب يساوي مجموع ضعف ا ك الذي هو سطح اب في
ب ح مع ط ح الذي هو مربع ا ح وذلك ما اردناه

ويمكن ان يعبر عن الشكل الرابع وعن هذا
الشكل بقول واحد

وهو ان يقال خط اب اخذ منه ب ح مما يلي ب في
احدى جهتيها فاذا نقص ضعف سطح ا ح في ح ب من
مربع اب اوزيد عليه حصل مجموع مربعي ا ح ح ب
وقس البيان عليه

ح

## اربعة امثال سطح الخط في احد قسميه مع مربع القسم الاخر يساوي مربع خط يزيد على ذلك الخط بقدر القسم الاول

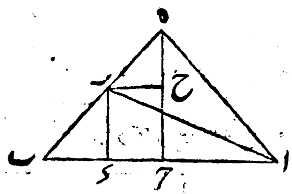


لكن الخط اب واحد قسمه
حب وزيد في اب بد
بقدر حب فاربعة امثال سطح
اب في حب مع مربع
اح يساوي مربع اد ولنرسم
على اد مربع اه ونصل
قطر دو ونخرج خطي حح بط موازيين لاو فيقطعان
دو على كل ومنهما كم ن ل س ع موازيين
لاد فسطوح حك بن فص كع الاربعة
مربعات لتساوي ب د حب وكون بن فص
مربعيهما لوقوعهما على القطر والجميع اربعة امثال حك
وسطوح انفتمام ل ن ص ن ل ط متساويات لتساوي
ابن كم سمه ولكون ال ل ه متممين وكذلك م ل ل ط
والجميع اربعة امثال اخ فعلم ق ش ت اربعة امثال

اك الذي هو سطح اب في بك اعني في جب وهو
مع سح الذي هو مربع اج يساوي اه الذي هو مربع
اد وذلك ما اردناه

ط

كل خط نصف و قسم بمختلفين فمجموع
مربعي القسمين يساوي ضعف مربعي النصف
والفضل بين النصف والقسم



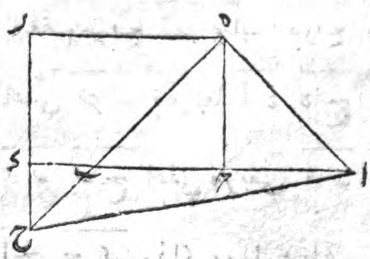

مثلا اب نصف على ج وقسم
بمختلفين على د فمجموع مربعي
اد دب يساوي ضعف مربعي اج
جد فلنخرج من ج عمود
جه مساويا لاج ونصل اه به ومن د
دز موازيا لجه ومن ز زح موازيا لاج ونصل
از فلان في مثلثي اجه بجه ضلعي اج بج مساويان
لضلع جه وزاويتا ج قائمتان يكون كل واحدة من زاويتي
اهج بهج نصف قائمة وزاوية اهز قائمة ولان في
مثلث بدز زاوية ب نصف قائمة وزاوية بدز قائمة

يبقي زاوية ب ز ك ايضا نصف قائمة ويكون ب ك ك ز متساويين وبمثل ذلك يكون في مثلث ه ح ز ضلعا ه ح ز ح متساويين ولتساوي ا ح ه ح يكون مربع ا ه مساويا لضعف مربع ا ح وايضا مربع ه ز مساو لضعف مربع ز ح اعني ح ك فمربعا ا ه ه ز اعني مربع ا ز بل مربعي ا ك ك ز اعني مربعي ا ك ك ب معا مساويان لضعف مربعي ا ح ح ك وذلك ما اردناه

---

## ي

كل خط نصف وزيد فيه خط اخر على استقامته فمربعا الخط مع الزيادة و الزيادة وحدها يساويان ضعف مربعي نصف الخط وحده ونصفه مع الزيادة



مثلا ا ب نصف على ح وزيد فيه ب ك فمربعا ا ك ب ك يساويان ضعف مربعي ا ح ح ك ونخرج عمود

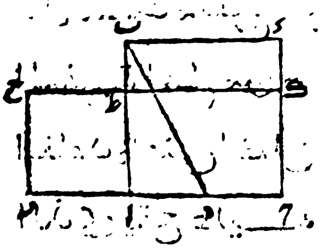
ج ه مثل اج ونصل اه ه ب ونخرج من د د ر
موازيا لخط ه ومن ه ه ر موازيا لخط د وملاقيا لد ر
ولما كانت زاويتا د ر ه ج ه ر كقائمتين يكون زاويتا
د ر ه ب ه ر اقل من قائمتين فنخرج ه ب ر د الى
ان يتلاقيا على ح ونصل اح فلان في مثلثي اج ه ب ج ه
ضلعي اج ب ج متساويان لخط ج ه وزاويتي ج قائمتان
يكون كل واحدة من زاويتي ا ه ج ب ه ج نصف قائمة
وزاوية ا ه ب قائمة ولما كانت زاوية د ج ه قائمة
وزاوية ر ه ج تمامها من قائمتين فهي ايضا قائمة ويبقى زاوية
ج ه ر نصف قائمة وزاوية ه ر ح قائمة فزاوية ر ح ه من مثلث
ه ر ح ايضا نصف قائمة ويكون ضلعا ه ر ر ح متساويين وبمثل
ذلك يبين ان ضلعي ب د ح د من مثلث ب ح د
متساويان ولتساوي اج ه ج يكون مربع اه مساويا
لضعف مربع اج وايضا مربع ه ح مساو لضعف مربع ه ر
اعني ج د فمربعا اه ه ح اعني مربع اح بل مربعي
اد د ح اعني مربعي اد د ب يساويان ضعف مربعي
اج ج د وذلك ما اردناه

ويمكن ان يعبر عن هذا الشكل والذي قبله بعبارة واحدة

وهي ان يقال خط اب نصف على ج واخذ منه ب د مما يلي ب في احدى الجهتين فمربعا اد د ب يساويان ضعف مربعي اج ج د وقس البرهان عليه

يا

نريد ان نقسم خطا بقسمين يكون سطحه في احدهما مساويا لمربع الاخر

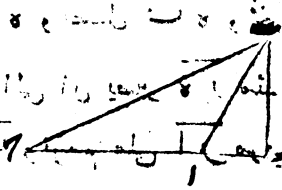


وليكن الخط اب فلنرسم عليه مربع اد ونصف اج على ه ونصل ب ه ونخرج ه ا الى ان يصير ه ز مثل ه ب ونرسم على از مربع اح فينقسم الخط به على ط القسمة المذكورة وانما ينقسم به لان جميع ه ا اب اطول من ه ب اعني ه ز ويلقي ه ا المشترك فيبقى از اعني اط اقصر من اب فينقسم الخط على ط وانما يكون القسمة هي المذكورة لان خط ج ا نصف على ه وزيد فيه از فسطح

حز في زا مع مربع اه يساوي مربع هز اعني
هب اعني مربعي ها اب و يلقي مربع اه المشترك
يبقى سطح حز في زا اعني في زح وهو سطح زك
مساويا لمربع اب وهو اك ويلقي اك المشترك يبقى
مربع اح مساويا لسطح طك الذي هو سطح طك اعني
اح بل اب في طب فسطح اب في طب يساوي
مربع اط وذلك ما اردناه ؛

يب

كل مثلث منفرج الزاوية فان مربع وتر زاويته
المنفرجة اعظم من مربعي ضلعيها بضعف سطح
القاعدة اعني الضلع
الذي يقع عليه
العمود الخارج من

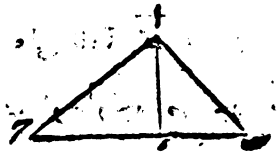


احدى الباقيتين
في القدر الذي يقع منه بعد اخراجه بين
الزاوية وموقع العمود
وليكن المثلث ابح والزاوية المنفرجة منه ا ونخرج

من ب عمود ب د على ضلع ج ا المسمى بالقاعدة
فيقع على نقطة د منه بعد اخراجه في جهة ا اذ لو وقع داخل
المثلث او خارجه من جهة ج لاجتمع في المثلث الحادث
من العمود والقاعدة وضلع ب ا قائمة ومنفرجة فنقول
فمربع ب ج اعظم من مربعي ب ا ا ج بضعف سطح
ا ج القاعدة في ا د المنحصر بين الزاوية وموقع العمود وذلك
لان ج د منقسم على ا فمربعه يساوي مربعي د ا ا ج
وضعف سطح د ا في ا ج ونجعل مربع ب د مشتركا
فيصير مربعا ب د د ج اعني مربع ب ج مساويا لمربعي
ب د د ا اعني مربع ب ا مع مربع ا ج وضعف سطح
د ا في ا ج ويظهر ان مربع ب ج اعظم من مربعي ب ا
ا ج بضعف السطح المذكور وذلك ما اردناه

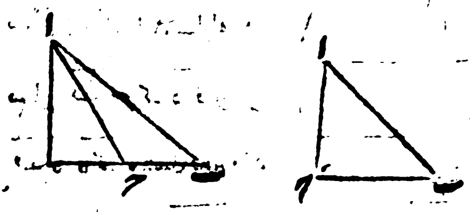
## ي

كل مثلث فمربع وتر زاويته الحادة اصغر من
مربعي ضلعيها بضعف سطح القاعدة في القدر
الذي يقع منه بين الزاوية وموقع العمود الخارج
من احدى الباقيتين




وليكن المثلث ا ب ح
والزاوية الحادة منه
ب والعمود الخارج من
ا على القاعدة وهي قاعدة
ب ح هو ا د الواقع من
الزاوية في باطن المثلث اذ لو وقع خارجا وقعت في الجهة الاخرى
لاجتمع في المثلث الجانب منه ومن القاعدة [illegible]
ا د [illegible] ومطلوبنا ان نقول فمربع ا ح الاصغر من مربعي
ا ب ب ح بضعف سطح ح ب في ب د وذلك لان
ح ب مقسوم على د فمربعا ح ب ب د يساويان ضعف
سطح ح ب في ب د مع مربع ح د ونجعل مربع ا د
مشتركا فيصير جميع مربعات ح ب ب د ا د اعني
مربعي ح ب ب ا مساوية لضعف سطح ح ب في ب د
مع مربعي ح د د ا اعني مربع ح ا ويظهر ان مربع
ح ا اصغر من مربعي ح ب ب ا بضعف سطح ح ب في
ب د وذلك ما اردناه

اقول ولهذا الشكل اختلاف وقوع



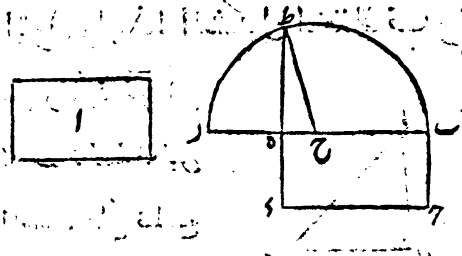
لان زاوية ح ان كانت قائمة انطبق العمود على ضلع اح وكان الواقع بين الزاوية وموقع العمود هو القاعدة نفسها وان كانت منفرجة وقع العمود خارجا من جهة ح وكان الواقع اعظم من القاعدة وان كانت حادة وقع العمود في المثلث والواقع بعض القاعدة كما رسم في الكتاب

ويمكن ان يعبر عن هذا الشكل والذى قبله بعبارة واحدة

وهي ان يقال كل مثلث فان الفضل بين مربع وتر زاويته التي لا تكون قائمة وبين مربعي ضلعيها يكون ضعف سطح القاعدة فيما يقع بين الزاوية وموقع العمود من خط القاعدة ثم يذكر البرهان المشترك على قياسه

يد

نريد ان نعمل مربعا يساوى شكلا مفروضا مستقيم الاضلاع




وليكن الشكل آ فلنرسم سطحا قائم الزوايا مساوله وهو سطح ب ج د ه فان كان ب ه ه د متساويين فقد عملنا والا فلنخرج ب ه ر الى ان يصير ه ر مثل ه د ونرسم على ب ر نصف دائرة ب ط ر ونخرج د ه الى ط من المحيط ونصل بين ح المركز وبين ط فه ط ضلع المربع المطلوب وذلك لان ب ر منصف على ح ومقسوم على ه بمختلفين فسطح ب ه في ه ر مع مربع ح ه يساوي مربع ح ر اعني مربع ح ط بل مربعي ح ه ه ط ويلقي مربع ح ه المشترك يبقى سطح ب ه في ه ر الذي هو سطح ب د اعني سطح آ مساويا لمربع ه ط وذلك ما اردناه

## المقالة الثالثة ستة وثلثون شكلا

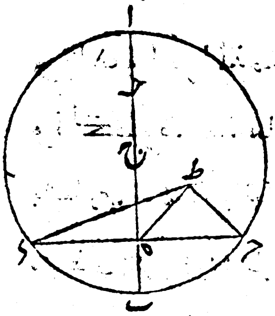
### الحدود

الدوائر المتساوية هى المتساوية الاقطار او المتساوية الخطوط الخارجة من المراكز الى المحيطات والخط المماس للدائرة هو الذي يلقاها ولا يقطعها وان اخرج في جهتيه والدوائر المتماسة هى التي تتلاقي ولا تتقاطع والخطوط المتساوية الابعاد من المركز هى التي يتساوي الاعمدة الواقعة عليها من المركز والذي بعده اعظم هو الذي يكون عموده اطول وقطعة الدائرة شكل يحيط به خط هو قاعدتها وقوس ما هي بعض المحيط وزاوية القطعة هي التي يحيط بها ذلك الخط والقوس والزاوية التى فى القطعة هى التي يحيط بها خطان يخرجان من طرفي قاعدة القطعة ويتلاقيان على اى نقطة تفرض من قوسها والزاوية التي يحيط بها خطان يخرجان من نقطة ما على المحيط او المركز يحوزان قوسا منه يقال لها التي على تلك القوس وقطاع الدائرة شكل يحيط به خطان يخرجان من المركز وقوس ما يحوزانها من المحيط والقطع المتشابهة من الدوائر هى التي تقبل الزوايا المتساوية وفى بعض النسخ

## والقطع المتساوية هى التي زواياها متساوية

## الاشكال

نريد ان نجد مركز دائرة



كدائرة ا ب فنعلم على محيطها
نقطتي ح ى كيف اتفق ونصل ح ى
وننصفه على ه ونخرج من ه عليه
عمود ه ا قاطعا للمحيط في الجهتين
على ا ب وننصف ا ب على ح
فهو المركز والا فليكن المركز ط ونصل ط ح ط ى ط ه فمثلثا
ط ح ه ط ى ه متساويا الاضلاع النظائر فزاويتا ط ه ح
ط ه ى منهما متساويتان بل قائمتان وكانت زاويتا ا ه ح
ا ه ى قائمتين هذا خلف فاذن لا مركز غير نقطة ح وذلك
ما اردناه

وقد تبين منه انه لا يتقاطع وتران على قوائم
وينصف احدهما الاخر الا ويجوز احدهما بالمركز
وبعبارة اخرى لا يخرج عمود من منتصف وتر
الا ويمر بالمركز اقول

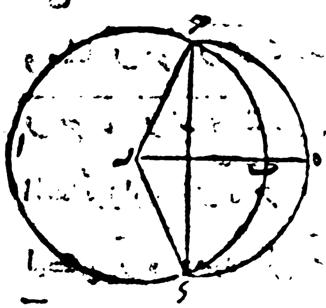
وان فرض المركز على آب غير نقطة ح كنقطة ز كان الخلف
من جهة اخرى وهي انتصاف الخط في موضعين هما ح ز

---

ب

## كل خط وصل بين نقطتين على المحيط اي كل وتر فهو يقع داخل الدائرة

مثلا في دائرة آب وصل بين

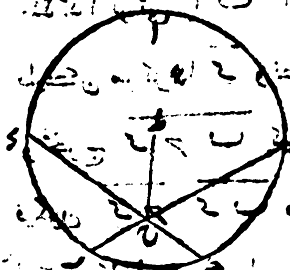


نقطتي ح ى بخط ح ى فح ى
يقع داخلا والا فليقع خارجا او
منطبقا على المحيط وليكن اولا خارجا
كخط ح ه ى وليكن المركز ز
ونصل ز ح ز ى ونعلم على
ح ه ى نقطة ه كيف وقعت ونصل ز ه فلتساوي
زاويتي ز ى ه ز ح ه من مثلث ز ى ه ح المتساوي
الساقين وكون خارجة ز ه ى اعظم من داخلة ز ح ه يكون
زاوية ز ه ى اعظم من زاوية ز ى ه ويلزم ان يكون وتر
ز ى اعني ز ب اطول من وتر ز ب ه هذا خلف وبمثله
يبين ان ح ى لا ينطبق على المحيط فهو اذن يقع داخله
وذلك ما اردناه

كل وتر لم يخرج اليه من المركز خط فان نصفه فهو عمود عليه وان كان عمودا عليه فهو قد نصفه

مثاله في دائرة ا ب ج خرج الى وتر ج د من مركز ز خط ز ه وقد نصف ج د على ه فهو عمود عليه وذلك لانا اذا وصلنا ز ج ز د كان نصفا في مثلثي ز ج ه ز د ه لتساوي اضلاعهما النظائر زاويتا ز ه ج ز ه د متساويتين بل قائمتين وايضا ليكن ز ه عمودا على ج د فنقول فهو قد نصف ج د على ه وذلك لتساوي زاويتي ز ج ه ز د ه وكون زاويتي ه قائمتين وضلع ز ه مشتركا وذلك ما اردنا

كل وترين يتقاطعان في دائرة على غير مركزها فليس يمكن ان يتناصفا



مثلا كون ح ك ه ر المتقاطعين ا ب

على ح في الدائرة ا ب والمركز

ط وذلك لانا ان وصلنا ط ح كان

عمودا عليهما فهما نقا

ط ح ه ط ح ر الخطان متساويين

هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردنا

ه

لا يمكن ان يكون للدائرتين المتقاطعتين مركز واحد

مثلا كالدائرتين ا ب ا ج المتقاطعتين

فليكن ه مركزيهما ونصل ه ا

ونخرج ه ب كيف ما اتفق

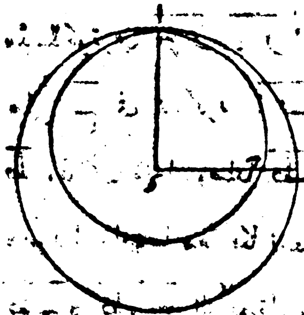
فيكون ه ز ه ح متساويين

لكون كل واحد منهما مثل

له ا هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

و

لا يمكن ان يكون للدائرتين المتماستين مركز واحد



مثلا كدائرتي ا ب ا ح والا

فليكن مركزها ك ونصل ك ا

ونخرج ك ح ب كيف اتفق

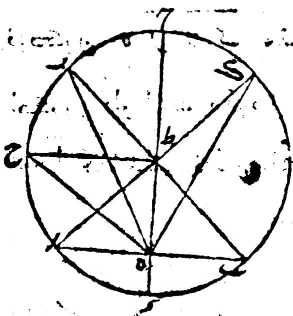
فيكون ك ح ك ب متساويين

لكون كل واحد منهما مساويا لـ ك ا

هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

ز

كل نقطة في دائرة غير مركزها تخرج منها خطوط الى المحيط فاطول الخطوط المار بالمركز واقصرها تمام القطر منه والاقرب الى الاطول اطول من الابعد وخطان عن جنبتيه فقط متساويان



وليكن الدائرة ا ب والمركز ط

والنقطة المذكورة ه ونصل ه ط

ونخرجه الى ح والى ك ومن ه

ه ز ه ح ه ا فه ح اطول من ه ز

لانا اذا وصلنا ط ز كان جميع

ه ط ط ز المساوي له ح اطول من ه ز وكذلك من كل

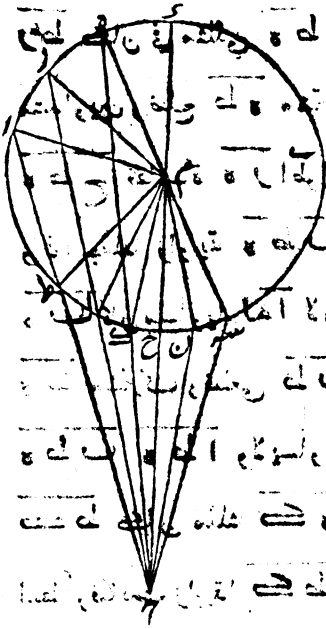
خط غيره ز ه ك اقصر من ه ا لانا اذا وصلنا ط ا كان هو اعني ط ك اقصر من جميع ط ه ه ا فانها اليهما ط ه المشترك بقي ه ك اقصر من ه ا وكذلك من كل خط غيره و ه ز الاقرب من ه ح اطول من ه ح لانا اذا وصلنا ح ط ز ط كان في مثلثي ه ط ز ه ط ح ضلعنا ط ز ط ح متساويين وضلع ط ه مشترك وزاوية ه ط ز اعظم من زاوية ه ط ح فقاعدة ه ز اطول من قاعدة ه ح وكذلك في غيرها واذا جعلنا زاوية ه ط ب مساوية لزاوية ه ط ا ووصلنا ه ب كان مساويا له ا لان في مثلثي ه ط ب ه ط ا ضلع ه ط مشترك وضلعي ط ب ط ا متساويان وكذلك زاويتا ه ط ب ه ط ا ولا يساويهما غيرهما كه ك لانا اذا وصلنا ك ط كان مثلثا ك ه ط ب ط ه متساويي الاضلاع النظائر فكانت زاويتا ك ط ه ب ط ه متساويتين هذا خلف فاذن الاحكام المذكورة ثابتة وذلك ما اردناه

---

ح

كل نقطة خارجة من دائرة يخرج منها الخطوط الى محيطها قاطعة ايا ه وغير قاطعة فاطول

القاطعة هو المار بالمركز والاقرب اليه اطول من
الابعد واقصر المنتهية اليه غير القاطعة هو الذي
على امتداد القطر والاقرب اليه اقصر من
الابعد ويخط اليه عن جنبتيه نقطة متساويان
وليكن الدائرة ا ب ج د والنقطة ه
والمركز م ويصل ه ح م ملاقيا
المحيط على ح ونخرج ه ح
[illegible] اطول من
[illegible]



بجميع [illegible] اعني ح م
اطول من ح [illegible] وكذلك
[illegible] وايضا [illegible] اطول من ح ر
[illegible] ح م [illegible]
ح م ر ضلع ح م مشترك وضلعا م ه م ر متساويين وزاوية ح م ه اعظم
من زاوية ح م ر فقاعدة ح ه اطول من قاعدة ح ر وكذلك في ح ر
ح ا وايضا ح ح اقصر من ح ك لانا اذا وصلنا ك م كان
ح م اقصر من جميع ح ك ك م فاذا القينا م ح
م ك المتساويين بقي ح ح اقصر من ح ك وكذلك من

كل خط غير ذا بعينها ج ك انصر من ج ل لانا اذا وصلنا
م ل كان جميع م ك كج انصر من جميع م ل ل ج
ويبقي بعد اسقاط م ك م ل ج ك انصر من ج ل
وكذلك في ج ل ج ط واذا جعلنا زاوية ج م ن مثل زاوية
ج م ك ووصلنا ج ن كان مساويا لـ ج ك لكون ج م
في مثلثي ج م ن ج م ك مشتركا و م ن م ك متساويين
وكذلك الزاويتان بينهما ولا يليهما ويهما غيرهما كـ س لانا اذا
وصلنا م س كان في مثلثي ج م ك ج م س زاويتا
ك م ج س م ج متساويتين لتساوي الاضلاع النظائر وكانت
زاوية ك م ج مساوية لزاوية ن م ج فيكون زاويتا
س م ج ن م ج متساويتين هذا خلف فاذن الاحكام ثابتة
وذلك ما اردناه

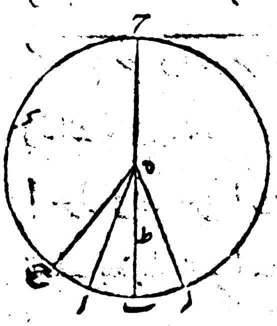
اقول ويمكن ان يعبر عن هذا الشكل والذي
قبله بعبارة واحدة وهي ان يقال كل نقطة
ليست بمركز دائرة تخرج منها خطوط الى
محيطها فاطول الخطوط هو الذي يمر بالمركز بعد
خروجه من النقطة وقبل انتهائه الى المحيط
واقصرها هو الذي لا يمر به ويكون علي

استقامته والاقرب من الاطول اطول ومن الاقصر اقصر ولا يتساوى منها الا الاثنان عن جنبتيها وقس عليه البرهان

---

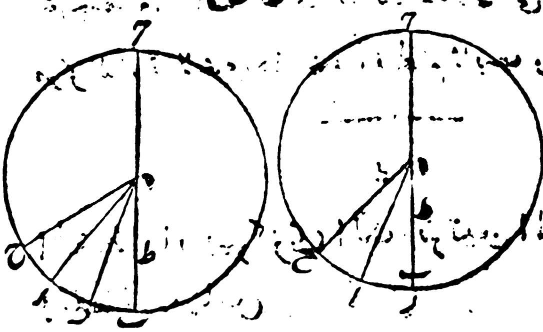
ط

كل نقطة في دائرة خرج منها الى المحيط خطوط متساوية فوق الاثنين فهو مركزها




وليكن الدائرة ا ب ح ك والنقطة ه والخطوط ه ا ه ز ه ح فلو لم يكن المركز ه لكان مثلا ط ونصل ه ط ونخرجه الى ب ح من المحيط فيكون ه ب اطول الخطوط الخارجة من ه وقد تساوي عن جنبتيه خطوط خارجة عنها اكثر من اثنين هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

اقول لهذا الشكل اختلاف وقوع



فان ه ط ب اما

ان يقع بين ه ز

ه ح او على احدهما

او خارجا عنهما

فهذه ثلاثة اوجه

اما الاول فقد مر في الكتاب واما الثاني والثالث فيلزم فيهما تساوي الخطوط الخارجة من احدى جنبتي الطويل وهو محال ايضا اذ لا يتساوى الا اثنان من جنبتيه وان انطبق ه ط ب على ه ا في الوجه الاول لزم كونه اطول من الباقيين مع كونه مساويا لهما ومثله يلزم في الوجه الثاني ايضا

---

ي

لا تتقاطع دائرتان على اكثر من نقطتين

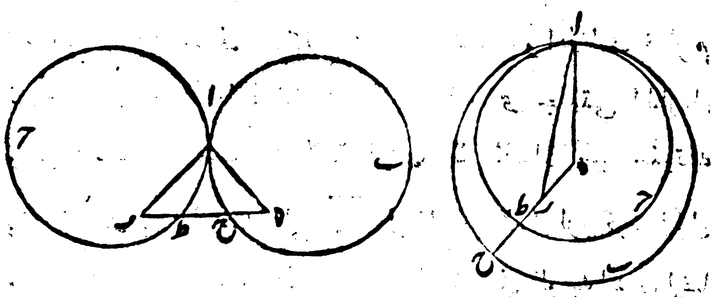
والا فليكن التقاطع على نقاط ا ب ج ومركز احدى الدائرتين ك ونصل ك ا ك ب ك ج فهي متساوية لكونها خارجة من مركز ك الى محيط دائرته لكنها خطوط متساوية فوق اثنين

فخرجه من نقطة ک في الدائرة الاخرى الى محيطها فکه ایضا مرکز الدائرة الاخرى هذا خلف فالحکم ثابت وذلك ما اردنا ه

---

يا

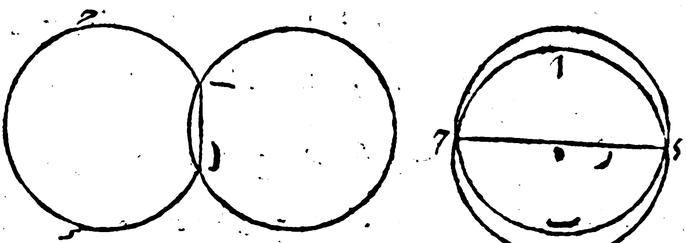
## الخط المار بمركزي الدائرتين المتماستين يمر بنقطة التماس




وليكن دائرتا اب اح متماستين على ا ومركزاهما ه ر ونصل ه ر ونخرجه فان امكن ان لا يمر با فليقطع الدائرتين على ح ط ونصل اه ا ر فان كان التماس من داخل كان ه ر ر ا معا اطول من ا ه لكن ه ر ر ا معا يساويان ه ط و ه ا يساوي ه ح فه ط الجزء اعظم من ه ح الكل هذا خلف وان كان من خارج كان ا ر ا ه معا اطول من ه ر لكنهما يساويان ه ح ر ط الجزء فهو اعظم من ه ر الكل هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

يب

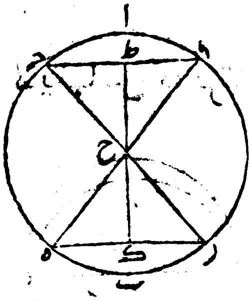
لا يتماس دائرتان الا على نقطة واحدة



والا فليتماس دائرتا اب جد اما على نقطتي جد من
داخل ونصل بين مركزيهما وهما ه ز ونخرجه فيمر بنقطتي
جد لما مر ويكون ه ج اعني ه د اقصر من زج اعني
زد هذا خلف واما على نقطتي ا ب من خارج ونصل وتر
اب فوقع داخل احدى الدائرتين وخارج الاخرى
هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

يج

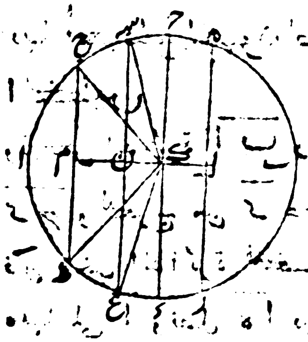
ابعاد الاوتار المتساوية في الدائرة الواحدة
من مركزها متساوية والاوتار التي ابعادها
منه متساوية فهي متساوية




وليكن الدائرة آ ب والوتران المتساويان حز ه ر والمركز ح ونخرج من ح عليهما عمودي ح ك ح ط فهما متساويان لانا اذا وصلنا ح ح ح ء ح ه ح ر كانت الزوايا النظائر من مثلثي ح حز ح ه ر متساوية لتساوي الاضلاع النظائر وكان في مثلثي ح ط ح ح ك ه لتساوي زاويتي ح ه وكون زاويتي ط ك قائمتين وتساوي ضلعي ح ح ح ه ضلعا ح ط ح ك متساويين وايضا ليكونا متساويين نقول فوترا حز ه ر متساويان وذلك لانا اذا القينا مربعي ح ط ح ك المتساويين من مربعي ح ح ح ه المتساويين بقي مربعا ح ط ه ك متساويين فهما متساويان وضعفاها اعني حز ه ر متساويان وذلك ما اردناه

يد

اطول الاوتار في الدائرة قطرها والاقرب الى المركز اطول من الابعد



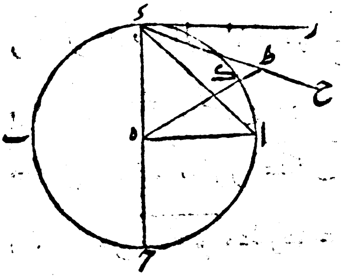
فليكن الدائرة ا ب والقطر ح ك
و ه ر اقرب الى المركز من ح ط
والمركز ك ونخرج منه عمودي
ك ل ك م فيكون ك ل اقصر
ونفصل من ك م مثله وهو ك ن
ونخرج من ن وتر س ع موازيا لح ك فس ع
يساوي ه ر ونصل ك س ك ع ك ح ك ط لجميع
ك س ك ع اعني ح ك اطول من س ع اعني ه ر
وايضا في مثلثي س ك ع ح ط ك اضلاع ك ح
ك س ك ع ك ط متساوية وزاوية ع ك س اعظم
من زاوية ط ك ح فس ع اعني ه ر اطول من ح ط
وذلك ما اردناه

---

يه

العمود الخارج من طرف القطر يقع خارج
الدائرة ولا يقع بينه وبين المحيط خط آخر
مستقيم ويكون زاوية نصف الدائرة اعظم
من كل حادة مستقيمة الخطين والتي يحيط

بها المحيط والعمود اصغر من كل حادة مستقيمة الخطين

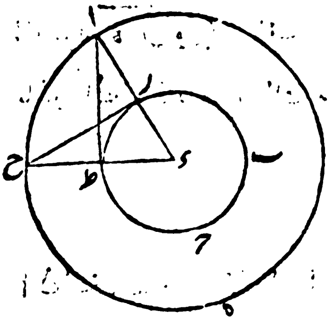


وليكن الدائرة اب والقطر كح ولنخرج من ك عمودا فان دخل الدائرة فليخرج منها على آ ونصل ه ا فيكون

زاويتا ه ك ا ه ا ك المتساويتان قائمتين هذا خلف فهو يقع لامحالة خارجا وهو عمود ك ر ولا يقع بينه وبين المحيط خط والا فليقع ك ح ونخرج من ه عليه عمود ه ط فلا ينطبق على ه ك لانه ليس بعمود على ك ح ولا يقع في جهة ب والا لاجتمع في المثلث الحادث منه ومن ك ح ومن القطر قائمة ومنفرجة فيقع لامحالة في جانب آ ويكون في مثلث ه ط ك زاوية ط اعظم من زاوية ك فوتر ه ك اعني ه ك اطول من ه ط هذا خلف فاذن لا زاوية حادة مستقيمة الخطين اعظم من زاوية ا ك ه ولا اصغر من زاوية ر ك والا لامكن وقوع خط بين العمود والمحيط وقد تبين من ذلك ان العمود الخارج من طرف القطر مماس للدائرة وذلك ما اردناه

يو

نريد ان نخرج من نقطة الى دائرة خطا يماسها

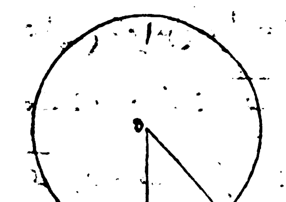


مثلاً من نقطة آ الي دائرة ب ح وليكن مركزها د ونرسم على د ببعد د آ دائرة آ ح ونصل آ د قاطعا المحيط ب ح على ز ومن ز عمود ز ح على آ د ونصل ح د قاطعا المحيط ب ح على ط ونصل آ ط فهو مماس لدائرة ب ح وذلك لان في مثلثي آ ط د ح ز د ضلعي آ د د ط مساويان لضلعي ح د د ز وزاوية د مشتركة فزاوية آ ط د مساوية لزاوية ح ز د القائمة فهي قائمة مثلها فآ ط العمود على قطر ط د مماس وذلك ما اردناه

---

بند

## اذا وصل بين المركز ونقطة التماس بخط كان عمودا على الخط المماس

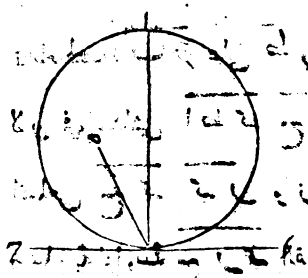


وليكن الدائرة آ ب والخط المماس ح د والمركز ه ونقطة التماس ب ونصل ب ه فهو عمود على ح د والا فليكن

العمود ه ز ويكون انصر من ب ه اعني ح ه هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

## يح

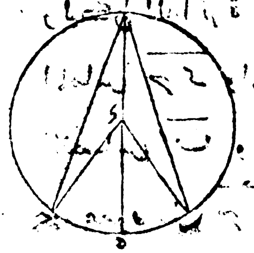
اذا اخرج من نقطة التماس عمود على الخط المماس فهو يمر بالمركز



وليكن الدائرة ا ب والخط ح ب ونقطة التماس ب والعمود ب ا وذلك لانه لو لم يمر بالمركز لكان المركز مثلا نقطة ه ونصل ب ه فكان عمودا و ا ب عمود هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

## يط

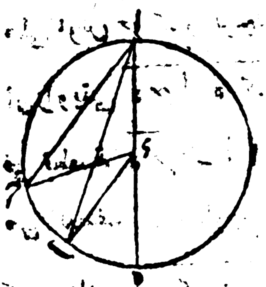
زاوية المركز ضعف زاوية المحيط اذا كانتا على قوس واحد

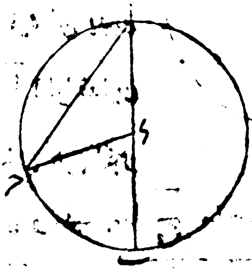


مثلا في دائرة ا ب ح التي مركزها د زاوية ب د ح ضعف زاوية ب ا ح وذلك لانا اذا وصلنا ا د واخرجناه

الى ه كانت زاوية ب ك ه المساوية لزاويتي ك ب ا
ك ا ب المتساويتين ضعف زاوية ب ا ه وكذلك زاوية
ه ك ح ضعف زاوية ح ا ه فيحصل زاوية ب ك ح
ضعف زاوية ب ا ح وذلك ما اردناه

اقول ولهذا الشكل اختلاف وقوع



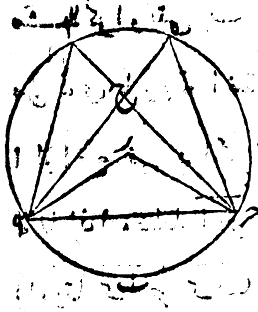


لان ا ك يقع
اما بين ضلعي
ا ب ا ح كما
في الاصل
او منطبقا على
احدهما اوخارجا عنهما هكذا والكل ظاهر مما مر

---

ك

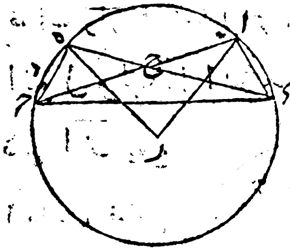
الزوايا الواقعة في قطعة واحدة متساوية



مثلا كزاويتي ح ا ك ح ه ك
الواقعتين في قطعة ح ه ا ك من دائرة
ا ب وليكن المركز ر ونصل ر ح
ر ك فلان زاوية ح ر ك ضعف
كل واحدة من الزاويتين تكونان

متساويين وذلك ما اردناه

اقول هذا اذا كانت القطعة اكبر من نصف الدائرة

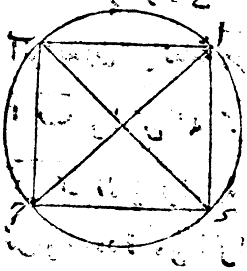


اما ان لم يكن كذلك فلم يتبين الحكم بهذا الوجه اذ لا يكون هناك زاوية مركزية على قوس ح ک والوجه فيه ان يتبين ان زاويتي ه ح ا ه ک ا الواقعتين في قطعة ه ح ک ا التي هي اكبر من النصف متساويتان ومتقابلتا ح متساويتان فيبقى في مثلثي ا ح ک ه ح ح زاويتا ک ا ح ح ه ح متساويتين

---

## كا

كل متقابلتين من زوايا ذي اربعة اضلاع يقع في دائرة فهما معادلتان لقائمتين

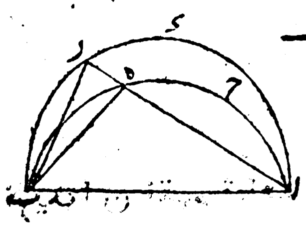


مثلا كزاويتي ب ا ک ب ح ک من ذي اربعة اضلاع ا ب ح ک الواقع في دائرة ا ح وذلك لانا اذا وصلنا ا ح ب ک كانت زاويتا ک ا ح ک ب ح الواقعتان في

قطعة د ا ب ح متساويتين وكذلك زاويتا ب ا ح
ب د ح الواقعتان في قطعة ب ا د ح فجميع زاويتا
د ا ب يساوي مجموع زاويتي د ب ح ب د ح
ويجعل زاوية ب ح د مشتركة فيصير مجموع زاويتي
د ا ب ب ح د المتقابلتين مساويا لمجموع زوايا مثلث
ب د ح المعادلة لقائمتين وذلك ما اردناه

كب

لا يمكن ان يقوم على خط واحد في جهة واحدة قطعتان متشابهتان احديهما اعظم من الاخرى

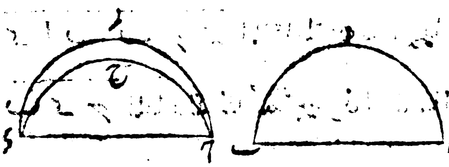


والا فليقم على ا ب قطعتا
ا ح ب ا د ب و ا د ب
اعظم ونعلم على ا ح ب نقطة ه كيف اتفق ونصل ا ه ونخرجه إلى
ر ونصل ب ه ب ر فزاويتا ا ه ب ا ر ب الخارجة والداخلة
متساويتان لتشابه القطعتين هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

كج

القطع المتشابهة الكائنة على خطوط متساوية متساوية

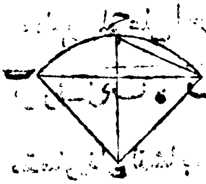
مثلا كقطعتي ا ه ب
ح ز ك المتشابهتين
الكائنتين على ا ب



ح ك المساويين وذلك لانا اذا توهمنا تطبيق ا ب على ح ك والقطعة على القطعة وجب ان ينطبق عليه فيساويه والا لوقع مثل قطعة ح ح ك واذن لقام قطعتا ح ز ك ح ح ك المتشابهتين على ح ك واحديهما اعظم هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

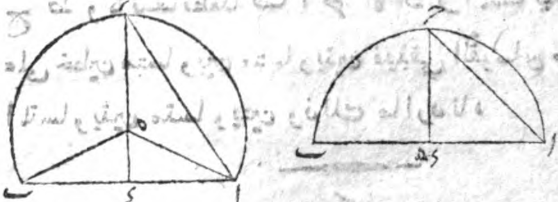
كد

نريد ان نتمم قطعة دائرة
كقطعة ا ح ب فلننصف خط ا ب على
د ونخرج من د على ا ب عمود
د ح ونصل ا ح ونرسم على ا من ح ا



زاوية ح ا ه مثل زاوية ا ح ه ونخرج ا ه بخط الى ان يلتقيا على ه فه مركز الدائرة المطلوبة لانا اذا وصلنا ب ه كان مساويا لا ه لتساوي ضلعي ا ك ب ك وكون ك ه مشتركا وزاويتي ك قائمتين و ا ه مساو لـ ح ه لتساوي زاويتي ا ح ه ح ا ه فه التي خرج منها الى محيط ا ح ب خطوط ه ا ه ح ه ب المتساوية مركزها وذلك ما اردناه

اقول ولهذا الشكل اختلاف وقوع لان ا ه اما ان يقع خارجا من القطعة

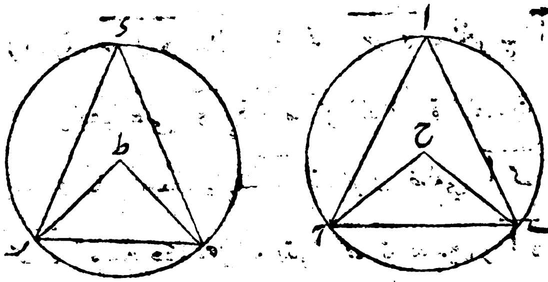


او منطبقا على ا ك ويتحد ه ك او داخلا في القطعة والاول مورد في الكتاب والباقيان هكذا وهما ظاهران

كه

الزوايا المتساوية في الدوائر المتساوية تقع على قسي متساوية مركزية كانت او محيطية

فليكن في دائرتي ا ب ح د ه ر المتساويتين

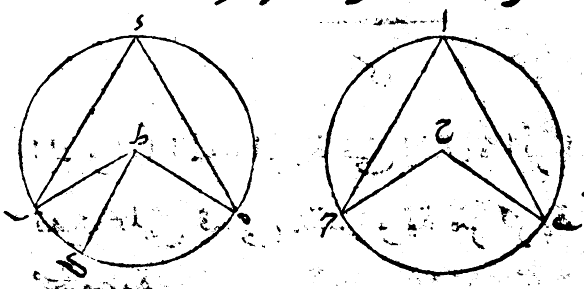


زاويتا ا د وزاويتا ح ط متساويتين نقول فقوسا ب ح ه ر متساويتان وذلك لانا اذا وصلنا وتري ب ح ه ر كانا متساويين لتساوي اضلاع ح ب ح ح ط ه ط ر وزاويتي ح ط وكانت قطعتا ب ا ح ه د ر المتشابهتين القائمتين على خطين متساويين متساويتين فيبقى القوسان من الدائرتين المتساويتين متساويتين وذلك ما اردناه

## كو

الزوايا التي تقع على قسي متساوية من دوائر متساوية متساوية مركزية كانت او محيطية

فليكن قوسا ب ح ه ر من دائرتي ا ب ح

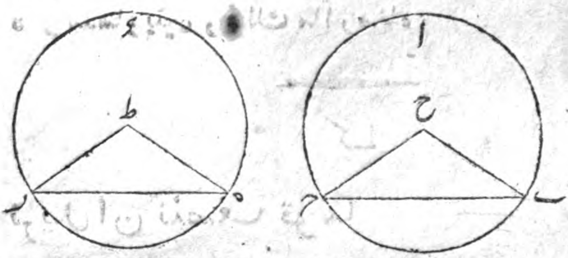


ك ه ر المتساويتين متساويتين وقد وقعت عليهما زاويتا ح ط
المركزيتان نقول فهما متساويتان والا لاختلفتا ونعمل زاوية
ه ط ك مساوية لزاوية ح فيكون قوس ه ك مساوية
لقوس ب ح اعني لقوس ه ر هذا خلف فالحكم ثابت
ويتبين من ذلك حال المحيطية وذلك ما اردناه

## كز

## قسي الاوتار المتساوية في الدوائر المتساوية متساوية عظميات كانت او صغريات

فليكن وترا
ب ح ه ر
في دائرتي
ا ب ح
ك ه ر




المتساويتين متساويتين نقول فقوسا ب ا ح ه ك ر او قوسا
ب ح ه ر متساويتان فليكن المركزان ح ط ونصل ح ب
ح ح ط ه ط ر فزاويتا ح ط من مثلثي ح ب ح
ط ه ر متساويتان لتساوي اضلاعهما النظائر فالقوسان

المذكورتان متساويتان وذلك ما اردناه .

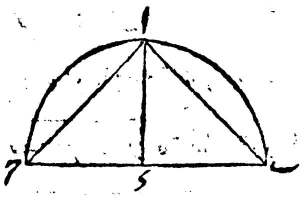
## كح

اوتار القسي المتساوية من الدوائر المتساوية متساوية والشكل كما تقدم

فليكن قوسا ب ح ه ر من دائرتي ا ب ح ك ه ر المتساويين متساويتين نقول فوترا ب ح ه ر متساويان وليكن المركزان ح ط ونصل باقية اضلاع مثلثي ح ب ح ط ه ر المتساوية لتساوي الدائرتين ويكون زاويتا ح ط متساويتين لتساوي القوسين فيكون القاعدتان اعني ب ح ه ر متساويتين وذلك ما اردناه

## كط

نريد ان ننصف قوسا كقوس ب ا ح فنصل ب ح وننصفه على ك ونخرج منه عمود ك ا فهو ينصفها على ا وذلك لانا اذا



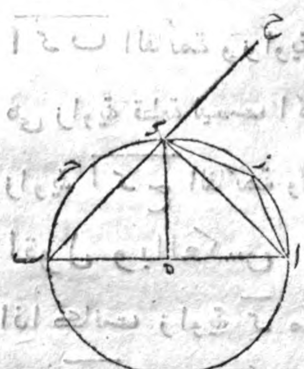

وصلنا وتري ب ا ا ح كانا متساويين لتساوي ب ك ك ح وكون

ج ا مشتركا وزاويتي جه القائمتين معا وبذين فكانت قوساها اعني ب د ا ج ا متساويتين وذلك ما اردناه

ل

## كل زاوية في قطعة فهي قائمة ان كانت

القطعة نصف دائرة وحادة ان كانت اعظم من النصف ومنفرجة ان كانت اصغر وكل زاوية قطعة فهي منفرجة ان كانت القطعة اعظم من النصف وحادة ان لم يكن اعظم



فليكن قطعة ا د ب نصف دائرة ا ب ج د والمركز ه ولنعلم عليها د كيف اتفق ونصل د ا د ب فنقول فزاوية ا د ب الواقعة فيها قائمة وذلك لانا اذا وصلنا د ه كانت زاوية ا ه د الخارجة من مثلث ه د ب مثلي زاوية ه د ب لتساوي ضلعي ه د ب ه وزاوية ب ه د مثلي زاوية ه د ا كذلك ايضا فجميع زاويتي ا ه د

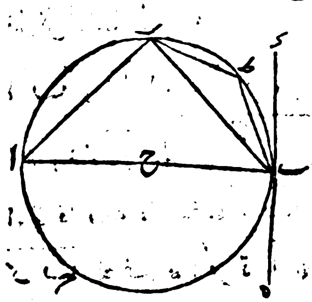
ب ه كـ المعادلتين لقائمتين مثلي جميع زاوية ا كـ ب فهي قائمة وايضا قطعة ا ب ح كـ اعظــــــم من النصف والواقعة فيها زاوية ا ب كـ اوما يساويها وهي حادة وايضا نعلم على قوس ا كـ نقطة ز كيف اتفق ونصل ا ز كـ ز فزاوية ا ز كـ من ذي اربعة اضلاع ا ز كـ ب الواقع في الدائرة هي تمام مقابلتها التي هي زاوية ب الحادة من قائمتين فهي منفرجة وهي الواقعة في قطعة ا ز كـ التي هي اصغر من النصف وايضا زاوية ا كـ الخط و كـ ح القوس التي هي زاوية قطعة اكبر من النصف منفرجة لكونها اكبر من زاوية ا كـ ب القائمة وزاوية ا كـ الخط و كـ ز القوس التي هي زاوية قطعة ليست اكبر من النصف حادة لكونها اصغر من زاوية ا كـ ح القائمة وذلك ما اردناه

لاقول وبالعكس

اذا كانت زاوية كـ من مثلث ا ت كـ قائمة ورسمنا على ا ب نصف دائرة مر بنقطة كـ والا اخرجنا ا كـ الى المحيط ووصلنا بينه وبين ت فكانت الخارجة والداخلة من المثلث الحادث قائمتين هذا خلف وهذا العكس مما يستعمل كثيرا

لا

اذا اخرج من نقطة تماس الخط المماس للدائرة خط يفصل الدائرة الي قطعتين فالزاويتان الحادثتان عن جنبتيه تساويان اللتين تقعان في القطعتين على التبادل

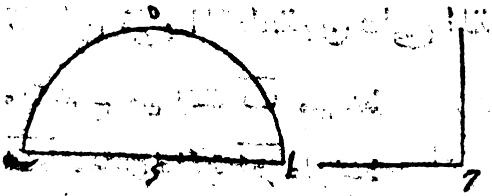


مثلا خرج من نقطة ب من خط ده المماس للدائرة اجز عليها خط ب ز وفصل الدائرة الي قطعتي ز اح ب ز ط ب فزاوية ز ب د مساوية للتي تقع في قطعة ز اح ب وزاوية ز ب ه للتي تقع في قطعة ز ط ب وذلك لانا اذا وصلنا بين ب و ح المركز واخرجناه الي ا ووصلنا ا ز كانت كل واحدة من زاويتي ا ز ب ا ب د قائمة وكل واحدة من زاويتي ز ا ب الواقعة في القطعة و ز ب د تمام زاوية ز ب ا من القائمة فهما متساويتان ولنعلم ط في قطعة ز ط ب كيف اتفق ونصل ط ز ط ب فزاوية ز ط ب الواقعة فيها تمام زاوية ز ا ب اعني زاوية ز ب د لقائمتين فهي مساوية لزاوية ز ب ه لانها ايضا

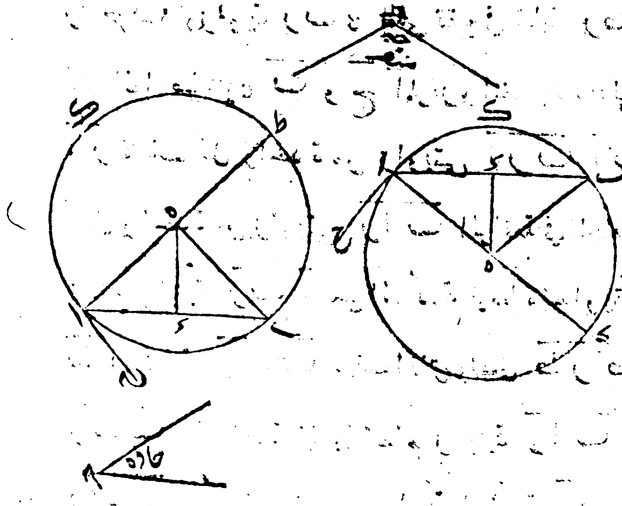
تمام زاوية ر ب ك لقائمتين وذلك ما اردناه

لب

نريد ان نعمل على خط محدود قطعة دائرة تساوي الزاوية التي فيها زاوية مفروضة مستقيمة الخطين



فليكن الخط المحدود ا ب والزاوية المفروضة ح ولتكن اولا قائمة فننصف ا ب على ك ثم نرسم على مركز ك ببعد ك ب نصف دائرة ا ه ب فالزاوية التي فيها لكونها في قطعة نصف الدائرة تساوي زاوية ح القائمة

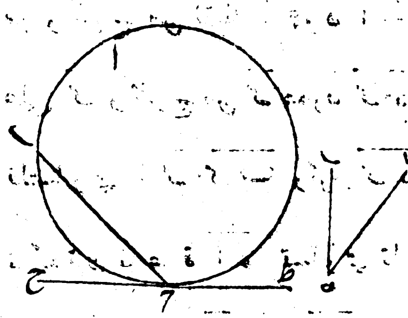


ولتكن ثانيا غير القائمة ونعمل على نقطة ا من خط ا ب زاوية ب ا ح مثل زاوية

ح ونخرج من نقطة آ عمود اط على اح وننصف اب على ك ونخرج من ك عمود كه على اب ونصل ه ب فلتساوي اك كب وكون كه مشتركا وزاويتي ك قائمتين قاعدة اه تساوي قاعدة به فالدائرة التي نرسم على مركز ه ببعد اه تمر بنقطة ب ولتكن الدائرة ا ك ط ب وقد خرج من نقطة آ التي هي طرف قطر اط عمود اح عليه فيكون العمود مماسا للدائرة فاب المخرج من نقطة تماس اح يفصل الدائرة الى قطعة اكب فزاوية ب اح تساوي زاوية في القطعة على التبادل فالزاوية التي في القطعة لكونها مساوية لزاوية ب اح التي هي مساوية لزاوية ح بالعمل تساوي زاوية ح وذلك ما اردناه

لج

نريد ان نفصل من دائرة قطعة تقبل زاوية مفروضة

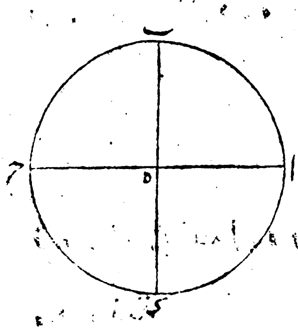


ولتكن الدائرة ا ب ح
والزاوية ك ه ر فنعلم
على الدائرة ح ونخرج
ط ح ح المماس ونرسم
على ح من ح ح زاوية
ح ب مثل زاوية ك ه ر فخط ح ب فصل من الدائرة
قطعة ب ا ح القابلة لزاوية ب ح ح اعني زاوية ك ه ل
وذلك ما اردناه

---

لد

كل وترين يتقاطعان في دائرة فالسطح الذي يحيط به قسما احدهما يساوي السطح الذي يحيط به قسما الآخر

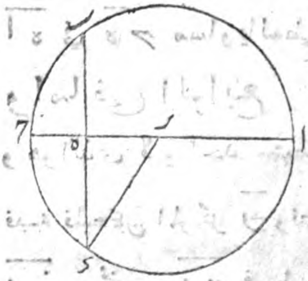


ولتكن الدائرة ا ب والوتران
ا ح ب ك وقد تقاطعا على
ه فسطح ا ه في ه ح يساوي
سطح ب ه في ه ك

## ويختلف وقوع هذا الشكل

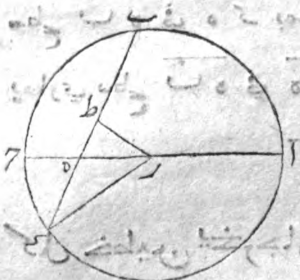
لان الوترين يكونان اما قطرين او احدهما فقط قطرا او لا واحد منهما بقطر والثاني لا يخلو اما ان يتقاطعا على قوائم او على غيرها وهذه اربعة انواع

## والحكم في الاول ظاهر واما في الثاني




وهو الذي يكون احدهما قطرا والتقاطع على قوائم فليكن المركز ز والقطر منهما اح ونصل زك فلان سطح اه في هح مع مربع زه يساوي مربع زح اعني زك اعني مربعي زه هك ونسقط مربع زه المشترك يبقى سطح اه في هح مساويا لمربع هك اعني ضرب به في هك

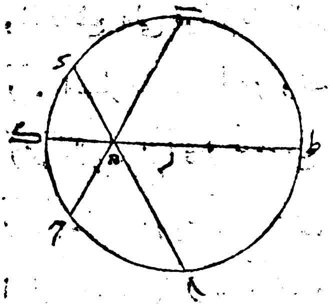
## واما في الثالث




وهو الذي اح فيه ايضا قطر والتقاطع على غير قوائم فنخرج من ز عمود زط على بك فلان سطح اه في هح

مع مربع ز ه اعني مربع ز ط ط ه يساوي مربع ز ح
اعني ز د اعني مربع ز ط ط د فاذا اسقطنا ز ط
المشترك يبقى سطح ا ه في ه ح مع مربع ه ط يساوي
مربع ط د وايضا سطح ب ه في ه د مع مربع ط ه
يساوي مربع ط د فاذا اسقط مربع ط ه المشترك يبقى سطح
ا ه في ه ح مساوياً لسطح ب ه في ه د

## واما في الرابع

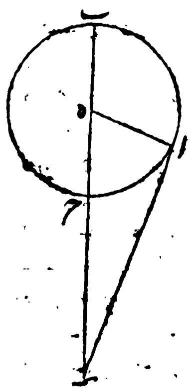



وهو الذي لا واحد منهما يقطر فيه فليكن المركز ز ونصل ز ه ونخرج ز ه في طرفيه الى المحيط فيصار ط ك قطرا
فاقول ان سطح ط ه في ه ك يساوي سطح ا ه في ه ح بما تقدم وكذلك سطح ط ه في ه ك يساوي سطح ب ه في ه د بما تقدم ايضا فسطح ا ه في ه ح يساوي سطح ب ه في ه د وهو المراد

له

كل خطين يخرجان من نقطة خارجة من دائرة اليها يقطعها احدهما ويماسها الآخر فان

سطح جميع القاطع فيما وقع منه خارجا
يساوي مربع المماس

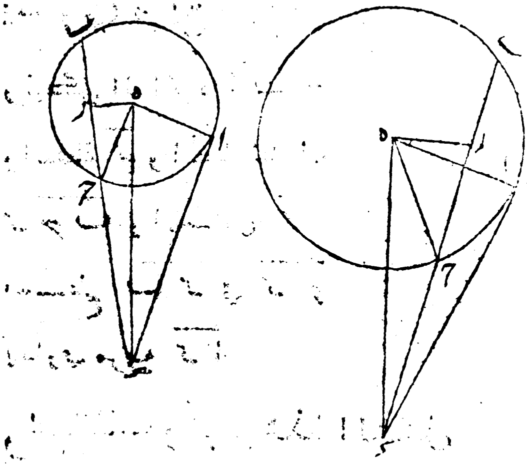



وليكن الدائرة ا ب ح
والنقطة د والخط القاطع
د ح ب والمماس د ا
فسطح ب د في د ح
يساوي مربع د ا

ويختلف وقوع هذا الشكل

لان القاطع اما ان يسامت المركز او لا يسامته ولا يخلو اما ان لا يقع بينه و بين المماس او يقع فان سامت المركز وليكن المركز ه ونصل ا ه فلان سطح ب د في د ح مع مربع ه ح يساوي مربع ه د اعني مربعي د ا ا ه بل مربعي د ا ه ح واذا اسقطنا مربع ه ح المشترك بقي سطح ب د في د ح مساويا لمربع د ا

واما ان لم يسامت



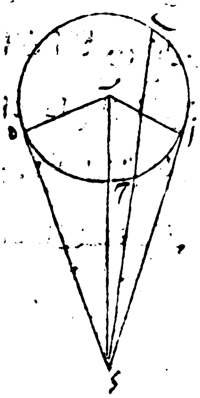
فنصل ه ك ه ح ونخرج من ه على ب ك عمود ه ر فلان سطح ب ك في ك ح مع مربع ر ح يساوي مربع ر ك واذا جعلنا مربع ر ه مشتركا صار سطح ب ك في ك ح مع مربعي ر ح ر ه اعني مربع ه ح مساويا لمربعي ر ك ر ه اعني مربع ه ك بل مربعي ه ا ك ا اعني مربعي ه ح ك ا واذا اسقطنا مربع ه ح المشترك بقي سطح ب ك في ك ح مساويا لمربع ك ا وذلك ما اردناه

و تبين من هذا

ان كل خطين يخرجان من نقطة ويماسان دائرة بعينها عن جنبتيها فهما متساويان

## لو

اذا خرج خطان من نقطة خارجة من دائرة اليها قاطعا احدهما اياها ومنتهيا الاخر اليها غير قاطع وكان سطح جميع القاطع فيما وقع منه خارجا مساويا لمربع المنتهى كان المنتهى مماسا للدائرة



وليكن الدائرة ا ب ج والنقطة د والقاطع د ج ب والمنتهى د ا ونخرج من د د ه مماسا لها ونصل بين ز المركز وبين د و ه فلان سطح ب د في د ج مساو لمربع د ا بالفرض ولمربع د ه لما مر يكون د ا د ه متساويين وكان ز ا ز ه متساويين و ز د مشتركا فزاوية د ا ز تساوي زاوية د ه ز القائمة فهي قائمة و د ا العمود على ز ا مماس وذلك ما اردناه

# المقالة الرابعة ستة عشر شكلا

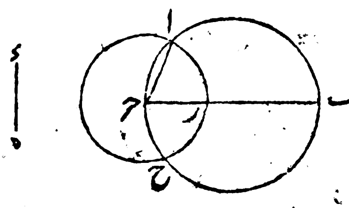
## صدر

ان احاط شكل بشكل بحيث يماس زوايا المحاط اضلاع المحيط يسند المحاط الى المحيط بانه فيه والمحيط الى المحاط بانه عليه انه اكان كل واحد من اضلاع المحيط مماسا لمحيط الدائرة يقال انه على الدائرة وانها فيه ان امر محيط الدائرة بجميع زوايا الشكل المحاط يقال انها على ذلك الشكل ان اكان الخط المستقيم في الدائرة مماسا بطرفيه لمحيطها يقال انه فيها

## الاشكال

### ١

نريد ان نرسم في دائرة وترا مثل خط مفروض ليس اطول من قطرها

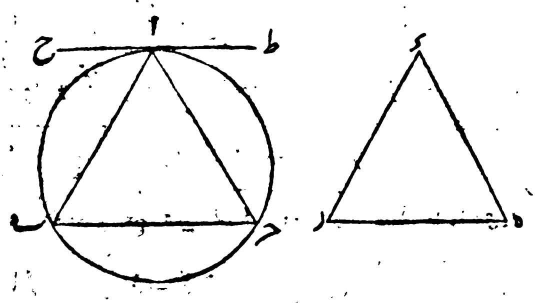


مثلا في دائرة ا ب ح مثل خط د ه فنخرج لها قطرا وهو ب ح ونفصل منه ح ر مثل

كـ ه ونرسم على ح ببعد ح ز دائرة ا ز ح ونصل ح ا فهوا لوتر وهو مثل كـ ه وذلك ما اردناه

ب

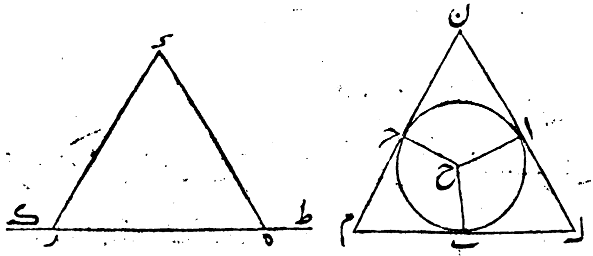
## نريد ان نعمل فى دائرة مثلثا يساوى زواياه زوايا مثلث مفروض




وليكن الدائرة ا ب ح والمثلث المفروض كـ ه ز فنرسم ح ط مماسا للدائرة على ا وعلى ا منه زاوية ح ا ب مثل زاوية ه وزاوية ط ا ح مثل زاوية ز ونصل ب ح فمثلث ا ب ح هو المطلوب لان زاوية ا ح ب منه تساوي زاوية ب ا ح اعني زاوية ه وزاوية ا ب ح تساوي زاوية ح ا ط اعني زاوية ز ويبقي زاوية ب ا ح مساوية لزاوية كـ وذلك ما اردناه

ح

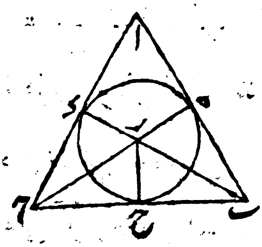
## نريد ان نعمل على دائرة مثلثا يساوي زواياه زوايا مثلث مفروض




و ليكن الدائرة اب د والمثلث ه ك ر ونخرج ه ر الى ط و ك وليكن المركز ح ونخرج ح ب كيف اتفق وعلى ح منه زاوية ب ح ا مثل ك ه ط وزاوية ب ح د مثل ك ر ك ونخرج من ب ا د خطوطا مماسة للدائرة الى ان تتلاقي على ل م ن فمثلث ل م ن هو المطلوب وذلك لان زوايا كل ذي اربعة اضلاع تعادل اربع قوائم فاذا القينا من زوايا ذي اربعة اضلاع ا ل ب ح زاويتي ا ب القائمتين يبقى زاويتا ل ح معادلتين لقائمتين كزاويتي ك ه ط ك ه ر وكانت زاوية ح مثل زاوية ك ه ط فيبقى زاوية ك ه ر مثل زاوية ل وبمثله يبين ان زاوية ك ر ه مثل زاوية م و يبقى زاويتا ك ن متساويتين وذلك ما اردناه

د

## نريد ان نعمل في مثلث دائرة

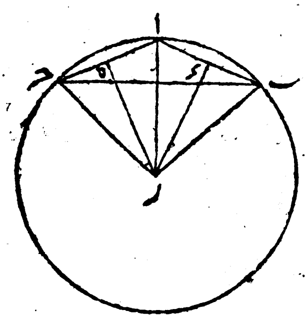



مثلا في مثلث ا ب ح فننصف زاويتي ب ح بخطين يلتقيان على ز ونخرج من ز اعمدة ز ك ز ه ز ح على الاضلاع فهي متساوية لتساوي زاويتي ز ب ه ز ب ح في مثلثي ز ب ه ز ب ح وكون زاويتي ه ح قائمتين وضلع ز ب مشتركا فضلعا ز ه ز ح متساويان وكذلك في مثلثي ز ح ح ز ك ح فاذن اذا جعلنا ز مركزا ورسمنا ببعد احد الاعمدة دائرة ك ح ه عملنا ما اردناه

---

ه

## نريد ان نعمل على مثلث دائرة

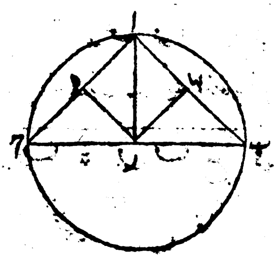


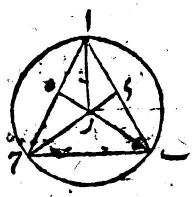

مثلا على مثلث ا ب ح فننصف ضلعي ا ب ا ح على ه ك ونخرج منهما عمودي ك ز ه ز متلاقيين على ز ونصل ز ا ز ب ز ح فهي متساوية لتساوي ك ب ك ا

واشتراك ك ز وكون زاويتي كه قائمتين وكذلك في مثلثي
ا ز ه ح ز ه واذا جعلنا ز مركزا ورسمنا ببعد احد
الخطوط الثلثة دائرة ا ب ح عملنا ما اردناه

## اقول ولهذا الشكل اختلاف وقوع

فان تلاقي العمودين على ز يكون اما خارج المثلث كما رسم في الاصل وذلك



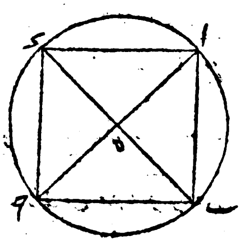


يكون عند كون زاوية ب ا ح منفرجة واما داخله وذلك
عند كونها حادة واما على ضلع ب ح عند كونها قائمة هكذا

---

و

## نريد ان نعمل في دائرة مربعا



مثلا في دائرة ا ب ح ك وليكن المركز ه فنرسم فيها قطري ا ح ب ك متقاطعين على قوائم ونصل ا ب ب ح ح ك ك ا فيتم المربع وذلك لانها متساوية

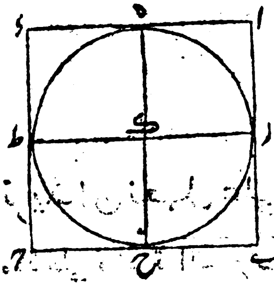
لتساوي الاضلاع والزوايا المحيطة به والزوايا قوائم لكون
كل واحدة مساوية لنصفي قائمة وذلك ما اردناه

## نريد ان نعمل على دائرة مربعا


مثلا على دائرة ا ب ج د فنرسم فيها قطري اج ب د متقاطعين على قوائم عند ه المركز ونخرج من اطرافهما خطوطا مماسة للدائرة متلاقية على ز ح ط ك فيتم المربع وذلك لان سطح ز ه متوازي الاضلاع لكون زوايا ا ه ب فيه قوائم وقائم الزوايا لان زاوية ز ايضا قائمة وهو مربع لتساوي ه ا ه ب وكذلك السطوح الثلثة الباقية فجميع سطح ز ك ايضا مربع وذلك ما اردناه

## ح

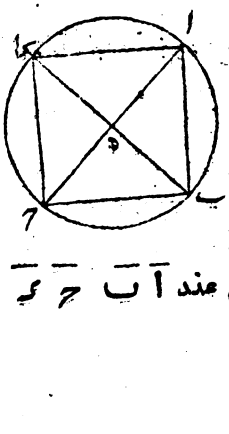
## نريد ان نعمل في مربع دائرة



مثلا في مربع ا ب ج د فننصف ا ب ا د على ه ز ونخرج منهما عمودي ه ح ز ط متقاطعين على ك فينقسم المربع باربعة سطوح متوازية الاضلاع متساوية لتساوي الانصاف والاضلاع المتقابلة فيكون خطوط ك ه ك ز ك ح ك ط الاربعة متساوية وان رسمنا على ك ببعد احدها دائرة ه ز ح ط فقد عملنا ما اردناه

## ط

## نريد ان نعمل على مربع دائرة

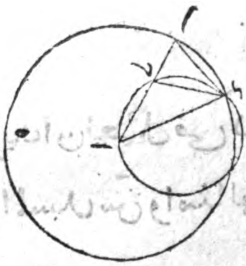


مثلا على مربع ا ب ج د فنخرج قطري ا ج ب د متقاطعين على ه ونبين تساوي ه ا ه ب ه ج ه د الاربعة بتساوي اضلاع المربع والزوايا الثمانية التي عند ا ب ج د

فان كل واحدة منها نصف قائمة ونرسم على ه ببعد احد الخطوط الاربعة دائرة ا ب ح د وذلك ما اردناه

## ي

نريد ان نعمل مثلثا متساوي الساقين يكون كل واحدة من زاويتي قاعدته مثلي زاوية راسه

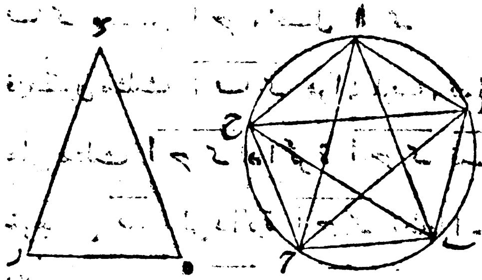


فليكن ا ب خطا محدودا ولنقسمه على ح بحيث يكون سطح ا ب في ب ح مثل مربع ا ح ونرسم على ا ببعد ا ب دائرة ب ه د ونرسم وتر ب د مثل ا ح ونصل ا د فيكون مثلث ا ب د هو المطلوب ونصل ح د ونعمل على مثلث ا ح د دائرة ا ح د فب ا ب د خطان خرجا من ب الى دائرة ا ح د قطعها احدهما وانتهى اليها الاخر وكان سطح ا ب في ب ح مثل مربع ب د فب د مماس لدائرة ا ح د وقد خرج من نقطة التماس د ح قاطعا للدائرة فزاوية ح ا د مثل زاوية ب د ح ونجعل

زاوية ح ك ا مشتركا فزاوية ب ك ا اعني زاوية ب
مثل زاويتي ح ك ا ح ا ك اعني زاوية ب ح ك الخارجة
فب ك اعني ا ح مساو لحك وبالجملة فزاوية آ مساوية
لزاوية ح ك ا وكانت مساوية لزاوية ح ك ب فكل واحدة
من زاويتي ا ب ك ا ك ب مثلا زاوية آ وذلك ما اردناه
وهذا المثلث يعرف بمثلث المخمس

يا

نريد ان نعمل في دائرة مخمسا ونعني بالمخمس
والمسدس وامثالهما متساوي الاضلاع والزوايا
مثلا في دائرة ا ب ح فنعمل مثلث مخمس وهو ك ه ر

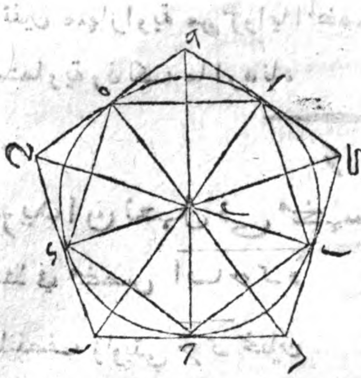


وفي دائرة ا ب ح مثلثا يساوي زواياه زوايا مثلث ك ه ر
وهو مثلث ا ب ح وننصف زاويتي ا ب ح ا ح ب بخطي
ب ح ح ط ونصل ا ح ح ح ا ط ط ب فسطح

ا ط ب خ ح مخمس وذلك لان زوايا ب ا خ ا ك ح
ح ب خ ا خ ط ط خ ب المخمس متساوية وقسيها متساوية
واوتارها متساوية فاضلاع المخمس متساوية وكل زاوية من زواياه
وقعت على ثلث من القسي الخمس المتساوية فالزوايا ايضا
متساوية وذلك ما اردناه

يب

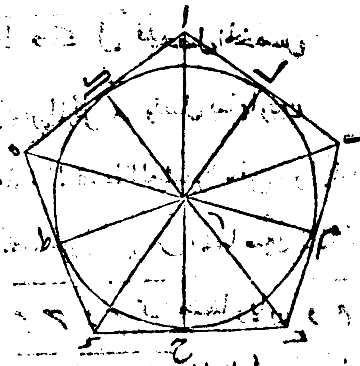
## نريد ان نعمل على دائرة مخمسا



فنرسم فيها مخمس ا ب ح د ه
ثم نخرج من نقط الزوايا
الخمس خطوطا خمسة مماسة
للدائرة متلاقية على نقط ز ح
ط ك ل فيحصل المخمس
وليكن المركز م ونصل بينها وبين
هذه النقط العشر اعني زوايا المخمسين فلان ز ح ز ك
الخارجين من ز المماسين للدائرة عن جنبتيها متساويان لما مر
و م ح و م ك متساويان و م ز مشترك يكون زوايا مثلثي
م ز ح م ز ك النظائر متساوية وكل واحدة من زاويتي

ح ح ر م ك نصف زاوية ح م ك وهي مساوية لزاوية
ك م ه لتساوي قوسي ح ك ك ه وكذلك يبين ان مثلثي
ك م ح ه م ح متساويا الزوايا النظائر وان زاوية ك م ح
نصف زاوية ك م ه فهي مساوية لزاوية ك م ر وزاويتا ك
قائمتان وضلع م ك مشترك فمثلثا م ك ر م ك ح
متساويا الاضلاع والزوايا النظائر وهكذا الى ان يبين ان
المثلثات العشرة متساوية الاضلاع والزوايا النظائر فالقواعد
العشر متساوية وكل اثنين منها ضلع من اضلاع المخمس فاضلاع
المخمس متساوية وايضا الزوايا العشر التي تتألف من كل
اثنين منها زاوية من زوايا المخمس متساوية فزوايا المخمس
متساوية وذلك ما اردناه

## نريد ان نعمل في مخمس دائرة

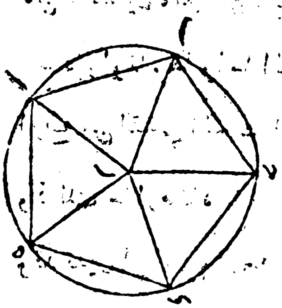


مثلا في مخمس ا ب ح ك ه
فلنصف زاويتي ح ك بخطين
يلتقيان على ر ونخرج من ر
اعمدة ر ح ر ط ر ك
ر ل ر م على الاضلاع وهي
متساوية لانا اذا وصلنا ر ب

زا زه كان في مثلثي زحد زحب ضلعا حد حز
مساويين لضلعي بح حز وكذلك زاوية ح منهما فيكون
زاويتا حد زحب ز متساويتين كل واحدة نصف زاوية
المخمس ويبقي زاوية زب ا نصف آخر ويكون ضلعا كد د
ب ز متساويين وبمثله تبين ان سائر الزوايا انصاف زوايا
المخمس والخطوط المنصفة متساوية فتبين ان المثلثات الخمسة
التي قواعدها اضلاع المخمس متساوية الاضلاع والزوايا
المتناظرة ثم من تساوي زاويتي ح وكون زاويتي ح م قائمتين
واشتراك زح بين تساوي عمودي زح زم الي سائر
الاعمدة فان ارسمنا علي ز ببعد احد الاعمدة دائرة
ح ط ك ل م عملنا ما اردناه

## يد

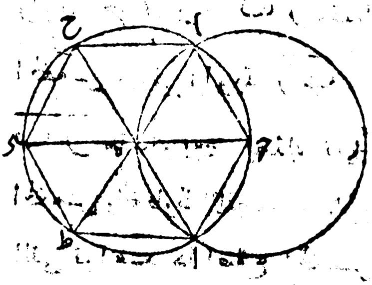
نريد ان نعمل علي مخمس دائرة



مثلا علي مخمس ا ب ح د ه فننصف
زاويتي ح د بخطين يلتقيان علي
ز ونخرج منها زب زا زه ونبين
من تساوي المثلثات تساوي الاضلاع
المحيطة بز و نرسم عليها ببعد احد
الاضلاع الدائرة وذلك ما اردناه

## يه

نريد ان نعمل في دائرة مسدسا



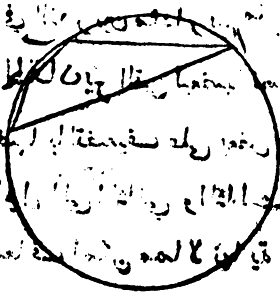

ولتكن الدائرة ا ب د وقطرها ج د ومركزها ه ونرسم على ج ببعد ج ه دائرة ا ب ز ونصل ا ه ب ه ونخرجهما الى ح ط ونصل اوتار اح حب بج جد دط طا فيتم المسدس وذلك لان مثلثي ا ه ج ب ه ج متساويا الاضلاع وكل واحدة من زاياهما ثلثا قائمة فزاوية د ه ط المقابلة لزاوية ب ه ج ثلثا قائمة ويبقي زاوية ا ه ط لكونها تمام مجموع زاويتي ا ه ج ط ه د اوتمام جميع ا ه ب من قائمتين مثلها فجميع الزوايا المحيطة به متساوية وكذلك قسيها واوتارها واما الزوايا فلان كل واحد قسمتها تقع على اربع من القسي الست المتساوية فاذن الاضلاع والزوايا متساوية وذلك ما اردناه

وقد تبين ان ضلع المسدس يساوي نصف قطر دائرته ويمكن

اي نعمل على دائرة مفروضة مسدساً وعليها كما مرّ في المخمس

## يو

نريد ان نعمل في دائرة ذا خمسة عشر ضلعاً متساوية الاضلاع متساوية الزوايا



مثلا في دائرة ا ب ج فنرسم فيها وتري ا ب ا ج ضلعي مثلث و مخمس متساويي الاضلاع فاذا فرضنا قسمة المحيط بخمسة عشر قسماً متساوية وقع منها في قوس ا ب ثلثة وفي قوس ا ج خمسة فيكون الواقع في قوس ب ج اثنين وننصفها على د فكل واحدة من قوسي ب د د ج احد الاقسام الخمسة عشر ونصل وتريهما واذا رسمنا امثالهما في الدائرة على التتالي الى ان يعودا الى المبدأ تم الشكل وبمثل ما مر يمكن ان نعمل مثل هذا الشكل على دائرة او في هذا الشكل دائرة او عليه دائرة

# المقالة الخامسة خمسة وعشرون شكلا

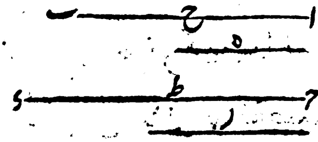
## صدر

متى قدر اصغر المقدارين اعظمهما فهو جزوه والاعظم ذو اضعافه والنسبة اية احد مقدارين متجانسين عند الاخر او اضافة ما في القدر بين مقدارين متجانسين * التناسب تشابه النسب * المقادير التي لبعضها نسبة الى بعض هي التي يمكن ان يفضل بعضها بالتضعيف على بعض * المقادير التي على نسبة واحدة الاول الى الثاني والثالث الى الرابع هي التي اذا اخذ اي اضعاف امكن مما لا نهاية لها للاول والثالث متساوية المراتب والثاني والرابع متساوية المراتب كانت الاوليان معا ابدا اما زايدتين على الاخرين واما ناقصتين منهما واما مساويتين لهما بشرط ان يوخذ على الولاء ولنسم امثال هذه المقادير بالمتناسبة فان كانت مثلا اضعاف الاول زايدة على اضعاف الثاني واضعاف الثالث غير زايدة على اضعاف الرابع ولو مرة واحدة بشرط تساوي المراتب في الاول والثالث وفي الثاني والرابع كانت نسبة الاول الى الثاني اعظم من نسبة الثالث الى الرابع * اقل ما يقع فيه التناسب ثلثة حدود وذلك انما يكون بتكرير حد * وان التناسب ثلثة مقادير

على الولاء كانت نسبة الاول الى الآخر كنسبة الي الثاني مثناة بالتكرير وكذلك في الاربعة مثلثة وعلى قياسه ✱ المقادير المتسقة في النسبة والنظيرة هي التي تنسب المقدمات مع المقدمات والتوالي مع التوالي ✱ عكس النسبة وخلافها هو جعل التالي مقدما والمقدم تاليا في النسبة ✱ ابدال النسبة هو اخذ النسبة للمقدم الى المقدم والتالي الى التالي ✱ تركيب النسبة هو اخذ نسبة مجموع المقدم والتالي الى التالي ✱ تفصيل النسبة هو اخذ نسبة فضل المقدم على التالي الى التالي ✱ قلب النسبة هو اخذ نسبة المقدم الى فضله على التالي ✱ نسبة المساوات هي ان يقع في النسبة صنفان من المقادير متساوي العدة كل اثنين من صنف على نسبة نظيريهما من الصنف الآخر فيوخذ نسبة الاطراف دون الاوساط ✱ والمنتظمة منها هي التي تكون على الترتيب مثلا مقدم الي تالي كمقدم الي تالي والتالي الاول الي الآخر كالتالي الاخير الى نظيره ذلك الآخر ✱ والمضطربة هي التي لا تكون على الترتيب مثلا مقدم الى تالي كمقدم الي تالي والتالي الاول الى الآخر كآخر الى المقدم الاخير اذا ان ا

كانت مقادير في الاول منهما من اضعاف
الثاني كما في الثالث من اضعاف الرابع
ففي جميع الاول والثالث من اضعاف جميع
الثاني والرابع كما في احدهما من اضعاف
قرينه

مثلا في ا ب من اضعاف ه كما
في ح ك من اضعافه ز فنقول
ففي جميع ا ب ح ك من
اضعاف جميع ه ز كما في



ا ب من اضعاف ه ولنقسم ا ب على ح ي ه و ح ك
على ط بر فجميع ا ح ح ط مثل جميع ه ز و جميع
ح ب ط ك مثل جميع ه ز مرة اخرى فعدد ما في ا ب
ح ك مقترنين من اضعاف ه ز معا كعددهما في احدهما منفردا
من اضعاف قرينه وحده وذلك ما اردناه

ب

اذا كان في الاول من اضعاف الثاني كما
في الثالث من اضعاف الرابع وفي الخامس

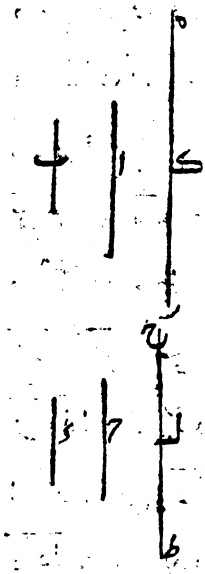
من اضعاف الثانى ايضا كما فى السادس من اضعاف الرابع فعلى جميع الاول والخامس من اضعاف الثانى كما فى جميع الثالث والسادس من اضعاف الرابع

مثلا في اب من ح كما في ا ... ح ك ه من ز ل في ب ح من ح كما في ه ط من ز ف في اح من ح كما في ك ط من ز وذلك لان عدد ما في ا ب من الاضعاف مساو لعدد ما في ك ه ل ر وعدد ما في ب ح مساو لعدد ما في ه ط واذا اند يدعلى المتساوية متساوية حصلت متساوية فعدد ما في ا ح مساو لعدد ما في ك ط وذلك ما اردناه

د

اذا كان فى الاول من اضعاف الثانى كما فى الثالث من اضعاف الرابع واخذ للاول والثالث اضعاف متساوية العدد كان فى

اضعاف الاول من اضعاف الثاني كما في
اضعاف الثالث من اضعاف الرابع

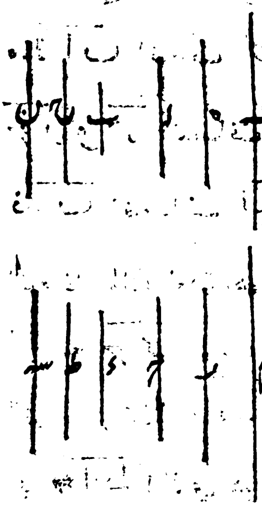


مثلا في آ من اضعاف ب كما في ج
من اضعاف د وفي ه ز من اضعاف آ
كما في ح ط من اضعاف ج نقول ففي
ه ز من اضعاف ب كما في ح ط من
اضعاف د وذلك لانا ان قسمنا ه ز على
ك با و ح ط على ل جد كما ان في
ه ك اعني آ من اضعاف ب كما في
ح ل اعني ج من اضعاف د وفي
ك ز اعني آ من اضعاف ب كما
في ل ط اعني ج من اضعاف د ففي جميع ه ز من
اضعاف ب كما في جميع ح ط من اضعاف د لما مر و
ذلك ما اردناه

---

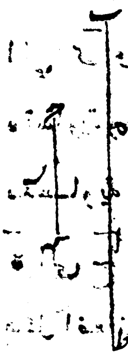
اذا كانت نسبة الاول الى الثاني كنسبة
الثالث الى الرابع واخذ للاول والثالث

اضعاف متساوية وللثاني والرابع اضعاف
اخر متساوية فلنسبة اضعاف الاول الي
اضعاف الثاني كنسبة اضعاف الثالث
الي اضعاف الرابع



مثلا نسبة ا الي ب كنسبة ج
الي د واخذ لا ج اضعاف
متساوية وهي ه ز ولب د اضعاف
متساوية وهي ح ط نقول فنسبة
ه الي ح كنسبة ز الي ط وذلك لان
لكل اضعاف متساوية يوخذ له ز
كل م ولح ط كن سه كاع
ل م ايضا اضعافا لا ح و ح سه لب
كـ وكانت ل م بحكم المصادرة زايدة او ناقصة او مساوية
لن سه معا فان اي اضعاف اخذت له ز ولح ط
كان الاولان معا زايدين علي الاخرين او ناقصين او مساويين
فبحكم عكس المصادرة نسبة ه الي ح كنسبة ز الي ط
وذلك ما اردناه

إن اكان مقدار ان احدهما اضعاف للآخر ونقص منهما مقدار ان احدهما اضعاف للآخر ايضا بتلك العدة النظير من النظير كان في الباقي اضعاف للباقي بتلك العدة

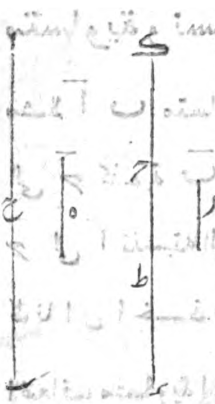


مثلا آ ب اضعاف لـ حـ ى وقد نقص منهما آ ه حـ ز و آ ه اضعاف لـ حـ ز بتلك العدة نقول فه ب اضعاف لـ ز ى مثلهما ولنأخذ لـ ز ى ... اضعافا بتلك العدة وهي آ ط فجميع ط ه اضعاف لجميع حـ ى بتلك العدة وكان جميع آ ب اضعافا له كذلك فط ه آ ب متساويان و آ ه مشترك يبقى آ ط الذي هو اضعاف لـ ز ى بتلك العدة مساويا لـ ه ب فه ب اضعاف لـ ز ى كذلك وذلك ما اردناه

و

الى اكان مقدار ان اضعافا متساوية لآخرين ونقص منهما اضعاف متساوية لآخرين بقى

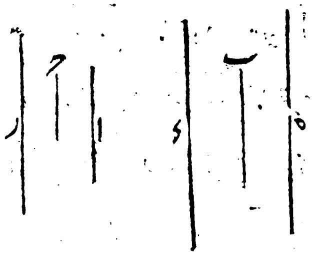
منهما اما مثل الآخرين و اما اضعاف لهما متساوية



مثلا اب حد اضعاف متساوية لهـ ز و اح المنقوص من اب اضعاف له مثل حط المنقوص من حد لز نقول فح ب الباقي ان كان مثل ه كان طد الباقي مثل ز وان كان حب اضعافا له كان طد اضعافا بتلك العدة لز ولنأخذ حك لز مثلا او اضعافا كما كان حب له يصير في اح الاول من ه الثاني ما في حط الثالث من ز الرابع وفي حب الخامس من ه الثاني ما في حك السادس من ز الرابع فيكون في جميع اب من ه ما في جميع كط من ز وكان في حد منه مثل ذلك فلك طح د متساويان و حط مشترك يبقى حك مساويا لطد فان كان مثل ز فهذا ايضا مثله وان كان اضعافا فهذا ايضا اضعاف بعدته وذلك ما اردناه

ز

نسب المقادير المتساوية الى مقدار واحد متساوية ونسبة اليها ايضا متساوية

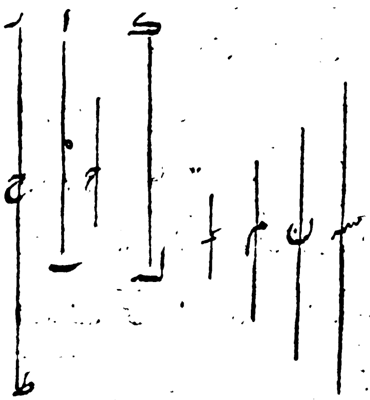


مثلا آ ب متساويان فنسبة آ الى ج كنسبة ب اليه ونسبة ج الى آ كنسبته الى ب وذلك لانا ان اخذنا لآ ب اي اضعاف متساوية امكنت كد ه ولج اي اضعاف امكنت كز كانت زيادة د ه على ز ونقصانهما منه ومساواتهما له معا لتساويهما وكذلك من الجانب الآخر فالنسبة المذكورة بينهما واحدة بعكس المصادرة وذلك ما اردناه

---

ح

نسبة اعظم المقدارين الى ثالث اعظم من نسبة اصغرهما اليه ونسبة الثالث الى اصغرهما اعظم من نسبته الى اعظمهما



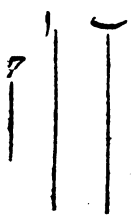
مثلا آب اعظم من ح فنسبة
آب الى ك اعظم من نسبة
ح اليه ونسبة ك الى ح
اعظم من نسبته الى آب ولنفصل
مثل ح من آن وهو به
واحد قدري آه هب

الذي ليس باعظم من صاحبه يمكن ان يضعف حتى يزيد على
ك لوقوع النسبة بينهما كما ذكر في الصدر اذ هما متجانسان.
فليكن هو آه ونضعفه حتى يصير زح وهو اعظم من ك
وان كان آه اعظم من ك من غير تضعيف فلناخذه اي
اضعف اتفقت وهو زح وله ب اضعافا بعددها وهو حط
ولح كذلك وهو كل فح ط كل متساويان وكل
واحد منهما اعظم من ك ولناخذ لل ضعفه وهو م وثلثة
اضعافه وهو ن وهكذا على التوالي الى ان ينتهي الى اول
اضعاف له يزيد على كل وهو س و ن الذي قبله
ليس باعظم من كل اعني حط واذا زيد ك على ن

صار ه و رح على ح ط صار رط و رح اعظم
من د فجميع رط اعظم من ه وجميع رط اضعاف
لجميع اب بكل لح فاذن وجد لاب ح اضعاف
متساوية ولك اضعاف ما وقد زاد اضعاف اب على
اضعاف د ولم يزد اضعاف ح عليه فبحكم المصادرة نسبة
اب الى د اعظم من نسبة ح اليه وايضا وجدت لك
اضعاف زادت على اضعاف ح ولم يزد على اضعاف اب فنسبته
الى ح اعظم من نسبته الى اب وذلك ما اردناه

ط

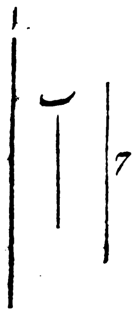
الاقدار المتساوية النسب الى مقدار واحد
متساوية وكذلك التي يتساوي نسب
مقدار واحد اليها




مثلا نسبة ا الى ح كنسبة ب اليه فا ب
متساويان وايضا نسبة ح الى ا كنسبته الي
ب فا ب متساويان وذلك لانهما
لو اختلفا لاختلف النسبتان لكنهما متساويتان
هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

## ي

اعظم المقادير اعظمهما نسبة الى ثالث
والذي نسبة الثالث اليه اعظم فهو اصغرهما




مثلا نسبة ا الى ح اعظم من نسبة ب اليه
فا اعظم من ب لانه لوكان مساويا لب
لكانت نسبتهما الى ح واحدة ولو كان اصغر من
ب لكانت نسبته الى ح اصغر من نسبة ب الى
ح وليس كذلك فاذن هو اعظم وايضا نسبة ح
الى ب اعظم من نسبته الى ا فا اعظم من ب لانه لوكان مساويا
لب لكانت نسبة ح اليهما واحدة وان كان اصغر من ب
كانت نسبة ح اليه اعظم من نسبته الى ب وليس كذلك
فاذن هو اعظم وذلك ما اردناه

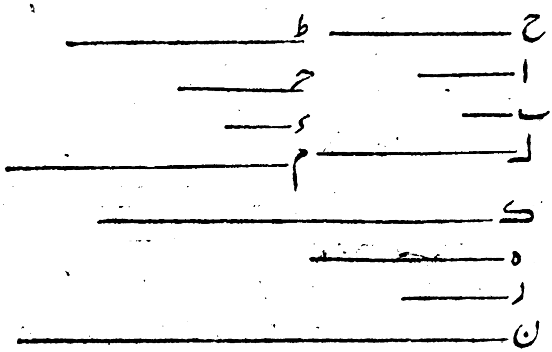
## اقول

وهذه انما تقع في المقادير المتجانسة

## يا

النسب المساوية لنسبة واحدة متساوية

مثلا نسبة آ الى ب كنسبة ج الى د ونسبة ه الى ز

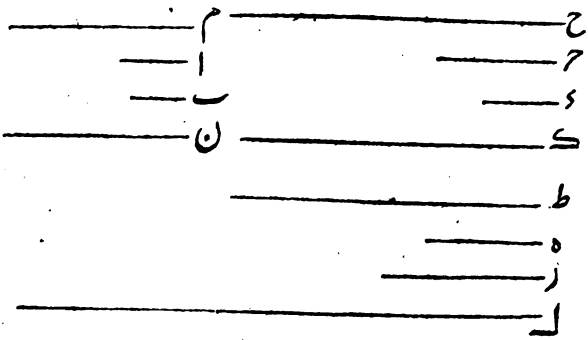



كنسبة ج الى د فنسبة آ الى ب كنسبة ه الى ز
ولناخذ لاقدار آ ج ه اى اضعاف متساوية امكنت وهى ح ط ك ولاقدار ب د ز اى اضعاف متساوية امكنت وهى ل م ن فلان نسبة آ ب كنسبة ج د يكون زيادة ونقصان ومساواة ح ط لل م معا ولان نسبة ج د كنسبة ه ز يكون زيادة ونقصان ومساواة ط ك لم ن معا فاذن زيادة ونقصان ومساواة ح ك لل ن معا فنسبة آ ب كنسبة ه ز وذلك ما اردناه

يب

النسبة المساوية لنسبة اعظم من ثالثة هى اعظم من الثالثة

مثلا نسبة
آ الى ب
كنسبة ج
الى د
ونسبة ج
الى د

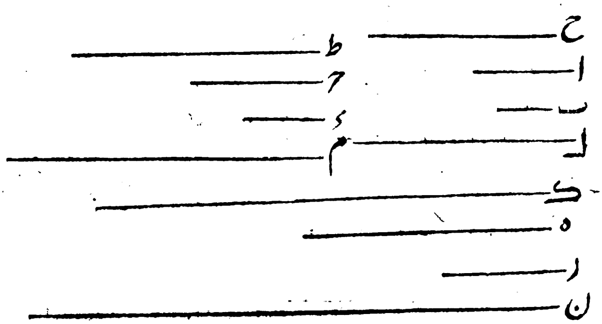


اعظم من نسبة ه الى ز فنسبة آ الى ب ايضا اعظم من نسبة ه الى ز فلناخذ لج ه ولد ز اضعافهما المتساوية التي يزيد التي لج على التي لد ولا يزيد التي له على التي لز وليكن ح ط لج ه و ك ل لد ز ولناخذ لآ اضعاف م بعدة ماكانت ح ط لج ه ولب اضعاف ن بعدة ماكانت ك ل لد ز فلان نسبة آ ب كنسبة ج د يكون زيادة ونقصان ومساواة م ح لن ك معا ولكن ح يزيد على ك و ط ليس يزيد على ل فـ م يزيد على ن و ط ليس يزيد على ل فاذن نسبة آ الى ب اعظم من نسبة ه الى ز وذلك ما اردناه

يج

اذا كانت مقادير متناسبة فنسبة مقدم واحد

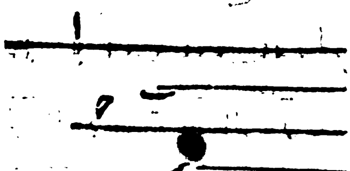
الى تاليه كنسبة جميع المقدمات الى جميع التوالى .




مثلا نسبة ا الي ب كنسبة ح الى ك وكنسبة ه الي ر فنسبة ا الى ب كنسبة جميع ا ح ه الي جميع ب ك ر ولناخذ لا ح ه اي اضعاف متساوية امكنت وهي ح ط ك ولب ك ر ايضا وهي ل م م ولان النسبة في الجميع واحدة يكون الزيادة والنقصان والمساوات للاضعاف مع الاضعاف معا فاذا كان ح زايدا علي ل كان جميع ح ط ك زايدا على جميع ل م م واذا كان ناقصا كان ناقصا واذا كان مساويا كان مساويا فنسبة ا الي ب كنسبة الجميع الى الجميع وذلك ما اردناه

يد

اذا كانت اربعة مقادير متناسبة فالاول ان كان اعظم من الثالث كان الثاني اعظم من الرابع وان كان اصغر كان اصغر وان كان متساويا كان مساويا



مثلا نسبة آ الي ب كنسبة ج الي د وليكن آ اعظم من ج نقول فب اعظم من د وذلك لان نسبة آ الاعظم الي ب اعظم من نسبة ج اليه ونسبة ج الي د كنسبة آ الي ب فنسبة ج الي د اعظم من نسبته الي ب فب اعظم من د وبمثل ذلك تبين المساواة والصغر وذلك ما اردناه

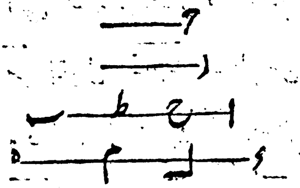
واعلم

ان هذا الحكم انما يختص بالمقادير المتجانسة فان الاولين ان كانا

من غير جنس الآخرين لم يكن المقايسة بينهما بالعظم والصغر والتساوي مع وجود التناسب فيها

يه

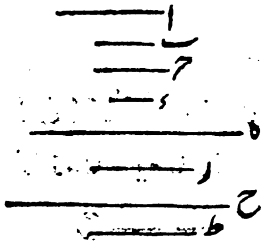
الاجزاء التي اضعافها متساوية فنسبة بعضها الى بعض كنسبة الاضعاف الى الاضعاف على الولاء



مثلا اب اضعاف ح كده لز فنسبة ح الى ز كنسبة اب الى ده وليقسم اب على اح حط طب و ده على دل لم مه فنسبة ح الى ز كنسبة اح الى دل لانهما مثلاهما وكنسبة حط الى لم وكنسبة طب الى مه ونسبة الواحد الى الواحد كنسبة الجميع الى الجميع فنسبة ح الى ز كنسبة اب الى ده وذلك ما اردناه

يو

اذا كانت اربعة مقادير متناسبة وابدلت كانت ايضا متناسبة



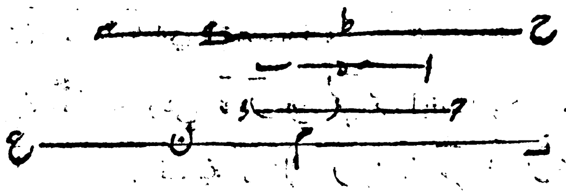
مثلا نسبة آ الي ب كنسبة ح
الي د نقول فنسبة آ الي
ح كنسبة ب الي د
ولنأخذ لآ ب اي اضعاف
متساوية امكنت وهي ه ر و ح د ايضا وهي ح ط
فنسبة آ الي ب كنسبة ه الي ر ونسبة ح الي د كنسبة
ح الي ط فنسبة ه الي ر كنسبة ح الي ط فان كان ه
اعظم من ح فر اعظم من ط وكذلك ان كان اصغر او مساويا
فه ر اللذان هما اضعاف آ ب يكونان معا علي ح ط
اللذين هما اضعاف ح د اما زايدين او ناقصين او مساويين
فنسبة آ الي ح كنسبة ب الي د وذلك ما اردناه

## اقول

ويشترط فيه ان يكون الاربعة من جنس واحد فان التناسب
قد يقع في جنسين مثلا يكون نسبة الخط الي الخط كنسبة السطح
الي السطح ولا يقع الابدال هناك

يز

## اذا كانت مقادير مركبة متناسبة وفصلت كانت ايضا متناسبة



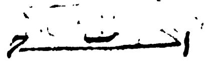
مثلا نسبة اب الي ب ه كنسبة حر الي د ر علي
التركيب نقول نسبة ا ه الي ه ب كنسبة حر الي
رد علي التفصيل ولناخذ لاه ه ب حر رد اي
اضعاف متساوية امكنت وهي ح ط ط ك ل م م ن
وح ط لا ه كط ك له ب فجميع ح ك لاب
ايضا كذلك وايضا جميع ل ن لحر كذلك فح ك ل ن
اضعاف لاب حر متساوية وناخذ له ب رد اي
اضعاف متساوية أمكنت وهي ك س ن ع فاضعاف
ط ك الاول له ب الثاني كاضعاف م ن الثالث لرد
الرابع واضعاف ك س الخامس له ب الثاني كاضعاف
ن ع السادس لرد الرابع فجميع ط س له ب

فجميع م ع لم ك فيه ك ل ن اضعاف لا ب ح ك
متساوية و ط س م ع اضعاف له ب ر ك متساوية
ونسبة ا ب الي ب ه كنسبة ح ك الي ك ر فيه ك
ل ن معا اما زايدان علي ط س م ع او ناقصان او متساويان
ونسقط ط ك م ن المشتركين فيه ط ل م معا
اما زايدان علي ك س ن ع او ناقصان او متساويان و
ح ط ل م اضعاف متساوية لا ه ح ر و ك س
ن ع اضعاف له ب ر ك فبحكم عكس المصادرة نسبة
ا ه الي ه ب كنسبة ح ر الي ر ك وذلك ما اردناه

---

## يح

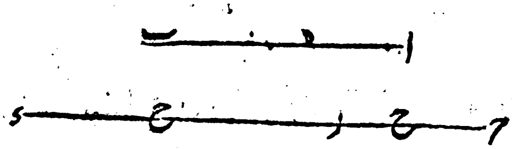
اذا كانت مقادير مفصلة متناسبة وركبت
كانت ايضا متناسبة

مثلا نسبة ا ب الي ب ح 
كنسبة ك ه الي ه ر علي 
التفصيل نقول فنسبة ا ح الي ح ب كنسبة ك ر الي ر ه
علي التركيب و الا فليكن كنسبة ك ر الي ر ح وليكن

زح اولا اصغر من زه فاذ انصلنا كانت نسبة اب الي
بح اعني نسبة ده الي هز كنسبة دح الي حز
و ده اصغر من دح فهز اصغر من حز هف وكذلك
نبين ان كان زح اعظم من زه فاذن الحكم ثابت وذلك
ما اردناه

## يط

اذا كانت اربعة مقادير متناسبة ونقص اثنان
من نظيريهما كان الباقيان ايضا علي تلك
النسبة



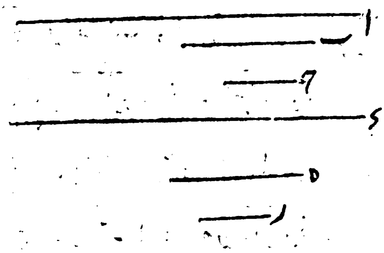
مثلا نسبة اب الي حد كنسبة اه الي حز فاذا
نقص اه من اب و حز من حد كانت نسبة هب
الي زد الباقيين كنسبة اب الي حد وذلك لانا اذا
ابدلنا كانت نسبة اب الي اه كنسبة حد الي حز واذا
فصلنا كانت نسبة به الي ها كنسبة دز الي زح

واذا ابدلنا كانت نسبة ب ه الي ك ر كنسبة ه ا الي ر ح اعني ا ب الي ح ك وذلك ما اردناه

---

## ك

اذا كان صنفان من المقادير متساوية العدة كل اثنين من صنف على نسبة اثنين من الصنف الآخر وانتظمت النسب ففي المساواة ان كان الاول من صنف اعظم من الاخير كان الاول من الصنف الآخر اعظم من الاخير وان كان مساويا او اصغر كان كذلك

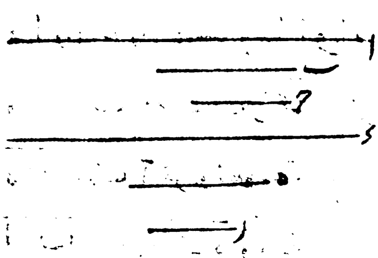



مثلا ا ب ح صنف و ك ه ر صنف آخر ونسبة ا ب كنسبة ك ه ونسبة ب ح كنسبة ه ر نقول فان كان ا اعظم من ح كان ك اعظم من ر وذلك لان نسبة ا الاعظم الي ب اعني نسبة ك الي ه تكون اعظم من نسبة ح الاصغر الي ب اعني نسبة ر الي ه فك اعظم من ر وتس

عليه ان كان آ مساويا لح او اصغر منه وذلك ما اردناه

كا

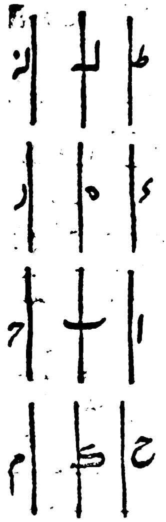
ان كان صنفان من المقادير متساويا العدة
كل اثنين من صنف على نسبة اثنين من
الصنف الآخر واضطربت النسبة ففي المساواة
ان كان الاول من صنف اعظم من الآخر
كان الاول من الصنف الآخر اعظم من الآخر
وان كان مساويا او اصغر كان كذلك



مثلا آ ب ح صنف و د
ه ر صنف ونسبة آ ب
كنسبة ه ر ونسبة ب ح كنسبة
د ه نقول فان كان آ اعظم من
ح كان د اعظم من ر وذلك لان نسبة آ الى ب اعني
نسبة ه الى ر اعظم من نسبة ح الى ب اعني نسبة ه
الى د فلد اعظم من ر وقس عليه ان كان آ مساويا لح
او اصغر منه وذلك ما اردناه

## كب

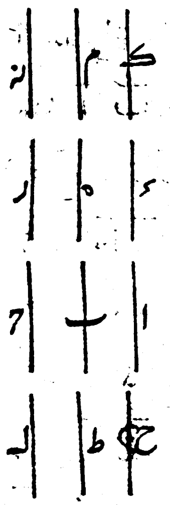
ان كان صنفان من المقادير متساويا العدة كل اثنين من صنف على نسبة اثنين من الصنف الآخر وانتظمت النسب فانها في المساواة متناسبة



مثلا ا ب ح صنف و د ه ز صنف ونسبة ا ب كنسبة د ه ونسبة ب ح كنسبة ه ز نقول نسبة ا ح كنسبة د ز فلنأخذ لا د اي اضعاف متساوية كيف كانت وهي ح ط و لب ه كذلك وهي ك ل ولح ز كذلك وهي م ن فلان نسبة ا ب كد ه يكون نسبة ح ك كنسبة ط ل ولان نسبة ب ح كنسبة ه ز يكون نسبة ك م كنسبة ل ن فمقادير ح ك م مع مقادير ط ل ن على الانتظام في زيادة ونقصان ومساواة ح ط لم ن معا فاذن نسبة ا ح كنسبة د ز وذلك ما اردناه

كح

ان اكان صنفان من المقادير متساويا العدة كل اثنين من صنف على نسبة اثنين من الصنف الآخر واضطربت النسب فانها في المساواة متناسبة



مثلا آ ب ج صنف و د ه ز صنف ونسبة آ ب كنسبة ه ز ونسبة ب ج كنسبة د ه نقول فنسبة آ ج كنسبة د ز فلناخذ لآ ب د اي اضعاف متساوية اما كنت وهي ح ط ك ول ه ز كذلك وهي ل م ن فح ط على نسبة آ ب وم ن على نسبة ه ز فنسبة ح ط كنسبة م ن وايضا نسبة ب ج كنسبة د ه فنسبة ط ل كنسبة ك م فمقادير ح ط ل مع مقادير ك م ن على الاضطراب فزيادة و نقصان و مساواة ح ك لكل ن معا فاذن نسبة آ ج كنسبة د ز وذلك ما اردناه

كط

ان اكانت مقادير نسبة الاول الى الثاني

كنسبة الثالث الى الرابع ونسبة الخامس
الى الثاني كنسبة السادس الى الرابع
كانت نسبة مجموع الاول والخامس الى الثاني
كنسبة مجموع الثالث والسادس الي الرابع

مثلا نسبة اب الي ج ز
ج كنسبة ك ه الي ز ا ب ج د ه ط

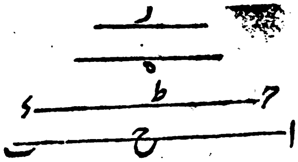
ونسبة ب ج الي ج كنسبة ه ط الي ز فنسبة جميع
ا ج الي ج كنسبة جميع ك ط الي ز وذلك لان نسبة
ا ب الي ج كنسبة ك ه الي ز وبالخلاف نسبة ج
الي ب ج كنسبة ز الي ه ط فبالمساواة المنتظمة نسبة ا ب الي
ب ج كنسبة ك ه الي ه ط وبالتركيب نسبة ا ج الي
ب ج كنسبة ك ط الي ه ط وكانت نسبة ب ج الي
ج كنسبة ه ط الي ز فبالمساواة المنتظمة نسبة ا ج الي
ج كنسبة ك ط الي ز وذلك ما اردناه

---

## كه

اذا كانت اربعة مقادير متناسبة اعظمها

الاول و اصغرها الاخير فمجموعهما اعظم من
مجموع الباقيين

مثلا نسبة اب الي جد كنسبة

ه الي ز و اب اعظم
الاربعة و ز اصغرها نقول فجميع اب ز اعظم من مجموع
جد ه ولنفصل من اب اح مثل ه ومن جد جط مثل
ز فنسبة اب الي جد كنسبة حب الي طد
الباقيين و اب اعظم من جد فحب اعظم من طد
ونجعل اح جط مشتركا فيصير جميع اب جط اعني
الاول والاخير اعظم من جميع جد اح اعني الباقيين
وذلك ما اردناه

## المقالة السادسة ثلثون شكلا

### صدر

### السطوح المتشابهة

هي التي زواياها متساوية واضلاعها المحيطة بالزوايا المتساوية متناسبة * والمتكافية الاضلاع هي التي اضلاعها متناسبة على التقديم والتاخير اي يقع في كل منهما مقدم وتالي *

ارتفاع الشكل هو العمود المخرج من راسه على قاعدته *

الخط المقسوم على نسبة ذات وسط وطرفين هو الذي يكون نسبته الى اعظم قسميه كنسبة اعظم قسميه الى اصغرهما

* النسبة المولفة من نسب هي الحاصلة من تضعيف بعض اقدار تلك النسب ببعض اعني من ضرب بعضها في بعض *

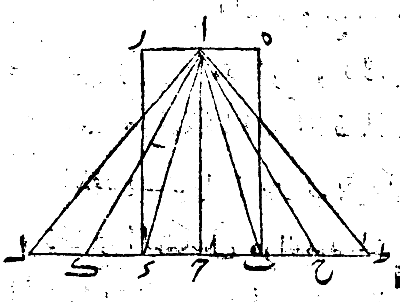
## الاشكال

١

السطوح المتوازية الاضلاع والمثلثات اذا كانت متساوية الارتفاعات فنسبة البعض الى البعض نسبة القواعد

مثلا سطحا هح حز ومثلثا ا ب ح ا ح ك متساويا الارتفاع

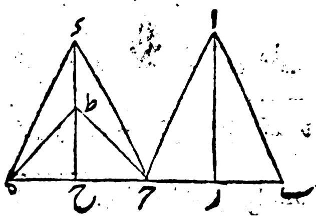
فنسبة احد السطحين او المثلثين الى الاخر كنسبة ب ح الى
ح د ولنخرج ب د في الجهتين ونفصل مثل ب ح ما
امكن وهو ب ح خ ط




ومثل ح د ما امكن
وهو د ك ل
ونصل اح اط اك
ال فمثلثات اب ح
اب خ اط ح متساوية وجميعها اضعاف مثلث اب ح
وقواعد ح ب ب خ خ ط متساوية وجميعها اضعاف
قاعدة ب ح وكذلك مثلثات اح د اد ك اك ل
متساوية وجميعها اضعاف مثلث اح د وقواعد ح د
د ك ك ل متساوية وجميعها اضعاف قاعدة ح د
وجميع اط ح ان كان زائدا على جميع ال ح كان
ط ح زائدا على ل ح وان كان ناقصا او مساويا كان ناقصا
او مساويا فنسبة مثلث اب ح الى مثلث اح د كنسبة
ب ح الى ح د وكذلك في السطوح ايضا وذلك
ما اردناه

اقول

وان كانت السطوح والمثلثات على نسبة القواعد فهي المتساوية الارتفاعات وليكن مثلثا

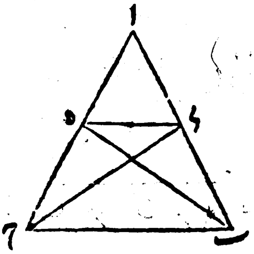



ا ب ج د ج ه على خط ب ه ونسبتهما كنسبة ب ج الي ج ه اقول فارتفاعهما اعني ا ز د ح العمودين متساويان والافليكن ط ح مساويا لا ز ونصل ط ج ط ه فنسبة مثلث ا ب ج الى مثلث ط ج ه كنسبة ب ج الي ج ه فنسبة مثلث ا ب ج الى مثلثي د ج ه ط ج ه واحدة فهما متساويان هذا خلف فالحكم ثابت وقس السطوح عليه

ب

ان اخرج خط من ضلع مثلث الى ضلع آخر فان كان موازيا للضلع الباقي فهو قد قطع

الضلعين على نسبة واحدة وان قطعهما
على نسبة واحدة فهو مواز للضلع الباقي



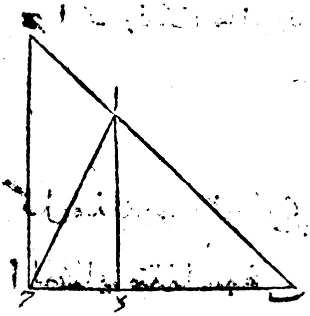

وليكن المثلث ا ب ج والخط
د ه وليكن موازيا لب ج
ونصل ب ه ج د فمثلث د ب ه
د ج ه اللذان على قاعدة
د ه وبين متوازيي د ه ب ج متساويان ونسبة مثلث
ا د ه اليهما نسبة واحدة لكن نسبته الى مثلث د ب ه
كنسبة ا د الى د ب والى مثلث د ج ه كنسبة ا ه
الى ه ج فنسبة ا د الى د ب كنسبة ا ه الى ه ج
وايضا ليكن نسبة ا د الى د ب كنسبة ا ه الى
ه ج ونسبة ا د الى د ب كنسبة مثلث ا د ه
الى مثلث ه ب د ونسبة ا ه الى ه ج كنسبة مثلث
ا د ه الى مثلث د ج ه فنسبة مثلث ا د ه الى
المثلثين نسبة واحدة فهما متساويان فد ه ب ج متوازيان
وذلك ما اردناه

---

ج

كل مثلث خرج من احدى زواياه خط

الى وترها فان كان الخط منصفا لتلك الزاوية
كانت نسبة احد قسمي الوتر الى الآخر
كنسبة احد ضلعي الزاوية الى الآخر على
الولاء وان كانت النسبة هكذا كان الخط
منصفا للزاوية

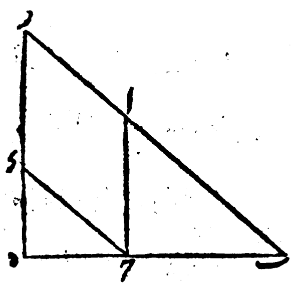



وليكن المثلث ا ب ج والخط الخارج من زاوية ا هو ا د ولنخرج من ج ه موازيا لـ د ا ونخرج ب ا الى ان يتلاقيا على ه فزاويتا ه ا د ج ه ا الخارجة والداخلة متساويتان وزاويتا ج ا د ا ج ه المتبادلتان متساويتان ولنفرض اولا زاوية ب ا ج منصفة بخط ا د فنقول فنسبة ب د الى د ج كنسبة ب ا الى ا ج وذلك لان زاويتي ا ه ج ا ج ه لكونهما متساويتين وكذلك ا ه ا ج فنسبة ب د الى د ج كنسبة ب ا الى ا ه اعني الى ا ج وايضا لنفرض نسبة

ب د الى د ج كنسبة ب ا الى ا ج نقول فالزاوية منصفة لان نسبة ب د الى د ج كنسبة ب ا الى ا ه كنسبة ب ا الى ا ه و ا ج واحدة فهما متساويان فزاوية ب ه ج اعني زاوية ب ا د مساوية لزاوية ا ج ه اعني ج ا د وذلك ما اردناه

د

كل مثلثين يتساوي زواياهما النظاير فاضلاعهما النظاير متناسبة

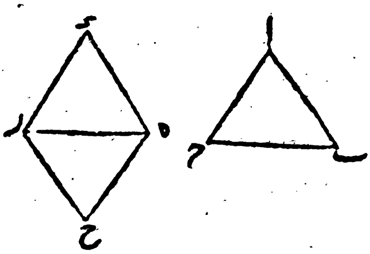



مثلاً مثلثي ا ب ج د ج ه زاويتا ب ا ج ج د ه متساويتان وكذلك زاويتا ب ج ا ج ه د وكذلك زاويتا ج ب ا ه ج د نقول فنسبة ب ج الى ج ه كنسبة ب ا الى ج د وكنسبة ا ج الى د ه وليكونا على خط ب ج ه ونخرج ب ا ه د الى ان يتلاقيا على ز ويكون ا ج موازيا لـ ز ه و د ج موازيا لـ ز ب

وسطحي ر خ متوازي الاضلاع وذلك التساوي الخارجة والداخلة فنسبة ب خ الى خ ه كنسبة ب ا الى ا ر اعني الى خ ك ونسبة ب خ الى خ ه كنسبة ر ك اعني ا خ الى ك ه فنسبة ب ا الى ا ر اعني خ ك ايضا كنسبة ا خ الى ك ه وذلك ما اردناه

ه

كل مثلثين يتناسب اضلاعهما النظاير فزواياهما النظاير متساوية

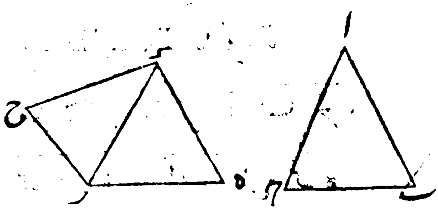



مثلا في مثلثي ا ب ج د ه ز نسبة ا ب الى د ه كنسبة ا ج الى د ز ونسبة ب ج الى ه ز ولنعمل على ه من ه ز زاوية ز ه ح مثل زاوية ب وعلى ز منه زاوية ه ز ح مثل زاوية ج ونخرج الضلعين الى ان يتلاقيا على ح فيكون زوايا مثلثي ا ب ج ح ه ز النظاير متساوية ونسبة ب ج الى ه ز كنسبة ب ا الى ه ح

وكانت كنسبة ب ا الى ه ك فه ح ه ك متساويان وكذلك نبين ان ر ح و ر ك متساويان فزوايا مثلث ه ر ك مساوية لزوايا مثلث ح ه ر اعني زوايا مثلث ا ب ح على التناظر وذلك ما اردناه .

## و

## اذا تساوت زاويتا مثلثين وتناسبت الاضلاع المحيطة بهما تساوت باقي زواياهما .



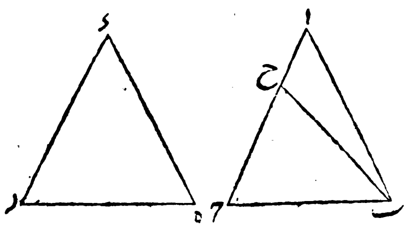
فليكن زاويتا ا ك من مثلثي ا ب ح ك ه ر متساويتان ونسبة ا ب الى ك ه كنسبة ا ح الى ك ر ولنعمل على ك من خط ك ر زاوية ر ك ح مثل زاوية ا وعلى ر منه زاوية ك ر ح مثل زاوية ح ونخرج الضلعين الى ح فزوايا مثلثي ا ب ح ك ح ر متساوية فنسبة ا ح الى ك ر كنسبة ا ب الى ك ح وكانت كنسبته الى ك ه فك ح ك ه متساويان وكذلك

زاويتا د ا المساويتان لزاوية آ فزوايا مثلثي ه د ر ح د ر
اعني ب آ ح النظاير متساوية وذلك ما اردناه

ز

ان اتساوت زاويتا مثلثين وتناسبت اضلاع زاويتين اخريين وكانت كل من الزاويتين الباقيتين منهما اما اصغر او ليستا باصغر من قايمة تساوت الزوايا الباقية النظاير

مثلا تساوت زاويتا آ د من مثلثي ا ب ح د ه ر وكانت نسبة



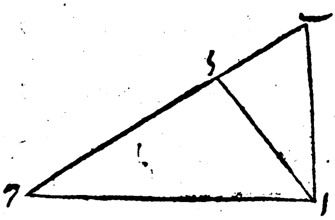

ا ب الى د ه كنسبة ب ح الى ه ر وكانت كل واحدة من زاويتي ح ر اما اصغر اوليست باصغر من قايمة فنقول زاويتا ب ه متساويتان وكذلك زاويتا ح ر فان لم يكن زاويتا ب ه متساويتين فليكن ب اعظم ونعمل زاوية ا ب ح مثل ه فيبقي زاوية ب ح ا مثل زاوية ر فنسبة ا ب الى د ه كنسبة ب ح الي ه ر

وكانت كنسبة ب ج الى ه ز فنسبة ج ب ج متساويان وزاويتا ب ج ج ب ج ج متساويتان فان لم يكن كل واحدة من زاويتي ج ز اصغر من قائمة وقع في مثلث زاويتان ليستا باصغر من قائمتين هف وان كانت اصغر من قائمة كانت زاوية ا ج ب اعني زاوية ز اكبر من قائمة وفرضت اصغر هف فاذن زاويتا ب ه متساويتان وبقي زاويتا ج ز متساويتين وذلك ما اردناه

---

## ح

اذا اخرج عمود من زاوية قائمة في مثلث على وترها قسم المثلث بمثلثين متشابهين ومشابهين للمثلث الاعظم

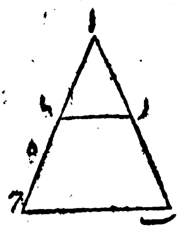



مثلا خرج من زاوية ا القائمة في ا ب ج عمود ا د على ب ج نقول فمثلثا ا ب د ج ا د متشابهان ومشابهان لمثلث ج ب ا وذلك لان في مثلثي ا ب د ج ب ا زاوية ب مشتركة وزاويتي ا د ب ج ا ب

قائمتان فيبقي زاويتا ب ا د ب ج ا متساويتين ويكونان متشابهين نسبة د ب الي ب ا كنسبة ا ب الي ب ج وكنسبة ا د الي ا ج وكذلك الحكم في مثلثي ج ا د ج ب ا واما مثلثا ج ا د ا ب د فلان زاويتي د منهما قائمتان وزاوية ج مثل زاوية د ا ب وزاوية ج ا د مثل زاوية ب فيكونان متشابهين نسبة ج د الي ا د كنسبة د ا الي د ب وكنسبة ج ا الى ا ب وقد تبين من ذلك ان العمود في النسبة وسط بين قسمي الوتر وان كل واحد من ضلعي المثلث وسط بين القاعدة وقسمها الذي يليه وذلك ما اردناه

## ط

## نريد ان نفصل من خط مفروض جزءا ما



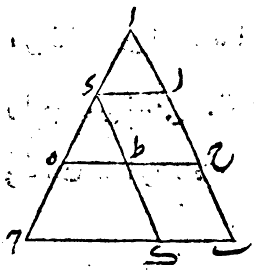
وليكن الخط ا ب والجزء الثلث فنخرج ا ج محيطا معه بزاوية ا ونفصل منه ا د د ه ه ج متساوية كيف اتفق ونصل ب ج ونخرج من د د ز موازيا لج ب فهو

يفصل من اب ثلثه وذلك لان نسبة از الى اب كنسبة اد الى اج و اد ثلث اج فاز ثلث اب وذلك ما اردناه

---

## ي

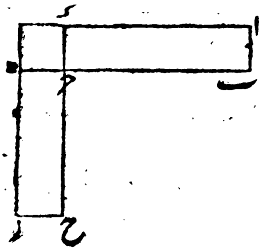
نريد ان نقسم خطا مفروضا على نسبة اقسام خط آخر




فليكن المفروض اب والمقسوم اج على د ه ونجعلهما محيطين بزاوية ا ونصل ب ج ونخرج من د ه د ز ه ح موازيين لج ب و د ط ك موازيا لا ب نقول فاب انقسم بز ح على نسبة اقسام اج وذلك لان نسبة از الى زح كنسبة اد الى ده ونسبة زح الى ح ب اعني نسبة د ط الى ط ك لكون كل واحد من سطحي زط ح ك متوازي الاضلاع كنسبة ده الى ه ج وذلك ما اردناه

يا

ان تساوت زاويتان من سطحين متوازيي الاضلاع فان كان السطحان متساويين كانت الاضلاع المحيطة بالزاويتين متكافية وان كانت الاضلاع المحيطة بهما متكافية كان السطحان متساويين

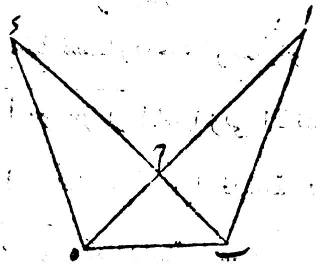


مثلا تساوت زاويتا ح من سطحي ا ح ح ر المتوازيي الاضلاع وليتساو السطحان اولا نقول فنسبة ب ح الى ح ه كنسبة ح ح الى ح ك وانفرض السطحين على ان ب ح ح ه متصلان على الاستقامة وكذلك ح ح ح ك ونتمم سطح ك ه فلان نسبة سطحي ا ح ح ر المتساويين الى سطح ك ه واحدة وكانت نسبة احدهما اليه نسبة ب ح الى ح ه ونسبة الآخر اليه نسبة ح ح الى ح ك فهي متناسبة وايضا ليتساو النسبتان نقول فالسطحان متساويان لان نسبتيهما الى سطح ك ه هما نسبتا الاضلاع وتساوي نسبتيهما الى شيء واحد يقتضي تساويهما وذلك ما اردناه

X

يب

اذا تساوت زاويتان من مثلثين فان كانتا متساويتين كانت الاضلاع المحيطة بالزاويتين متكافية وان كانت الاضلاع المحيطة بهما متكافية تساوي المثلثان

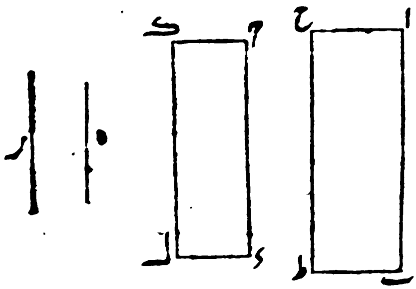


مثلا تساوت زاويتا ح من مثلثي ا ب ح ح د ه وليكونا اولا متساويين نقول فنسبة اح الى ح ه كنسبة د ح الى ح ب ولنجعل اح متصلا بح ه على الاستقامة وب ح بح د واصل ب ه فلان نسبة المثلثين الى مثلث ب ح ه واحدة لتساويهما كانت نسبة احدهما اليه نسبة اح الى ح ه ونسبة الاخر اليه نسبة د ح الى ح ب تساوت النسبتان وايضا ليتساو النسبتان نقول فالمثلثان متساويان لكونهما مع مثلث ب ح ه على النسبتين وذلك ما اردناه

بح

كل اربعة خطوط فان كانت متناسبة كان

سطح الاول في الاخير كسطح احد الباقيين في الآخر وان كان سطح الاول في الاخير كسطح احد الباقيين في الآخر كانت الخطوط متناسبة



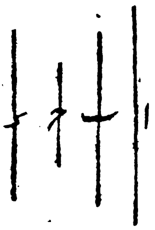
وليكن الخطوط ا ب ج ك ه ز ونخرج من ا ج عمودي ا ح ج ك مثل خطي ه ز ونتمم سطحي ا ط ج ل

فان كانت الخطوط متناسبة كانت اضلاع السطحين مع تساوي الزوايا متكافية نسبة ا ب الى ج ك كنسبة ج ك اعني ه الى ا ح اعني ز فكان السطحان متساويين وان كان السطحان متساويين كانت الاضلاع متكافية فالخطوط متناسبة وذلك ما اردناه

يز

كل ثلثة خطوط فان كانت متناسبة كان سطح الاول في الاخير كمربع الاوسط وان كان

سطح الاول في الاخير كمربع الاوسط فهي متناسبة



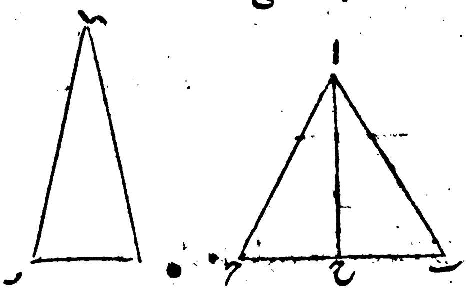
وليكن الخطوط ا ب ج ونرسم كـ مثل ب فيصير الخطوط اربعة فان كانت متناسبة يكون سطح ا في ج مثل سطح ب في كـ اعني ب في نفسه وان كان سطح ا في ج مثل مربع ب اعني سطح ب في كـ كانت نسبة ا الى ب كنسبة كـ اعني ب الى ج وذلك ما اردناه

---

يه

كل مثلثين متشابهين فنسبة احدهما الى الآخر كنسبة ضلعه الى نظيره من الآخر مثناة

مثلا نسبة مثلثي ا ب ح د ه ر المتشابهين كنسبة ب ح الى ر ه مثناة وليكن ب ح ثالث ضلعي ب ح

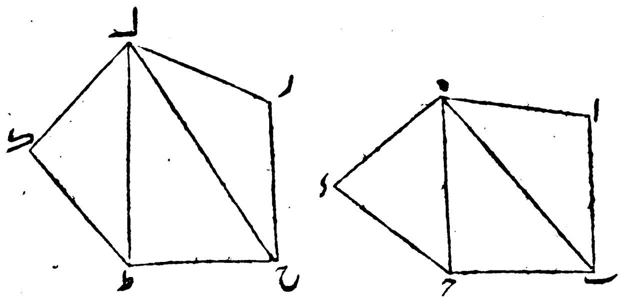


ه ر في النسبة ونصل ا ح فمثلثا ا ب ح د ه ر متساويا

زاويتي ب ه ومتكافيا الاضلاع نسبة ا ب الى ك ه اعني ب ح الى ه ز كنسبة ه ز الى ب ح فهما متساويان ونسبة مثلث ا ب ح الى مثلث ا ب ح اعني مثلث ك ه ز كنسبة ب ح الى ب ح التي هي نسبة ب ح الى ه ز مثناة وذلك ما اردناه

يو

السطوح الكثيرة الاضلاع المتشابهة ينقسم بمثلثات متشابهة متساوية العدة ويكون نسبة سطح الى سطح كنسبة ضلعيهما النظيرين مثناة مثلا سطحا

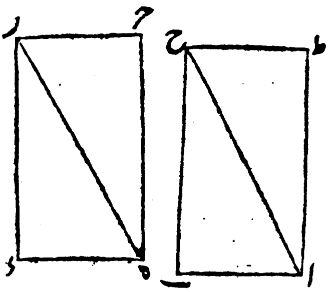



ا ب ح ك ه ز ح ط ك ل متشابهان ونصل ب ه ه ح ز ل ل ط فينقسمان بها بمثلثات متساوية العدة متشابهة لان زاوية ا كزاوية ز ونسبة ا ب الى ز ح كنسبة ا ه الى ز ل

فمثلثا ا ب ه ز ح ل متشابهان ويبقي زاوية ه ب ح كزاوية ل ح ط ونسبة ب ه الي ح ل اعني ب ا الى ح ز كنسبة ب ح الي ح ط فمثلثا ب ه ح ل ح ط ايضا متشابهان وكذلك في مثلثي ه ح د ل ط ك ولما كانت نسبة جميع الاضلاع النظائر واحدة ونسبة مثلثات سطح الى نظائرها كنسبة واحد الى واحد بل كنسبة ضلع الى ضلع مثناة فنسبة السطح الى السطح كنسبة الضلع الى الضلع مثناة وذلك ما اردناه

يز

## نريد ان نعمل على خط مفروض شكلا مستقيم الاضلاع يشبه شكلا مفروضا



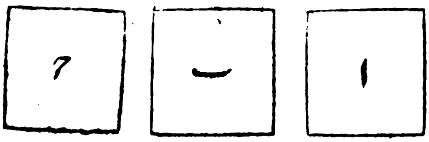
مثلا علي خط ا ب شكلا يشبه شكل ح د فنقسمه ب ه ز بمثلثين ونرسم علي ا من ا ب زاوية ب ا ح كزاوية د ه ز وعلى ب منه زاوية ب كزاوية د ونخرج ضلعيهما الى ح فيكون مثلث ا ب ح شبيها بمثلث ه د ز

ثم اعمل على اج زاويتين كزاويتي ج ه ز ج ز ه ونخرج خطيهما الى ط وهكذا الى ان يتمم الشكل فيكون شبيها لجر كما تقرر وذلك ما اردناه

---

## يح

السطوح المشابهة لسطح واحد متشابهة



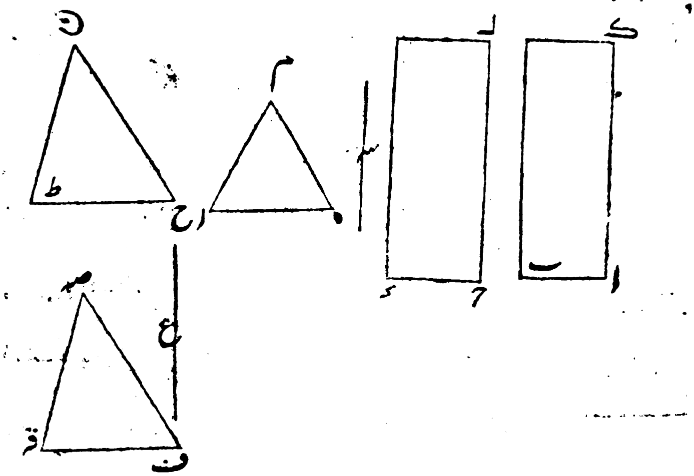

مثل كسطحي ا ج الشبيهين لسطح ب وذلك لتساوي الزوايا النظائر وتناسب الاضلاع النظائر فيهما لكونهما في شكلي ا ب وفي شكلي ج ب كذلك وذلك ما اردناه

---

## يط

اذا عملت سطوح متشابهة على خطوط كل اثنين منها على واحد فان كانت الخطوط متناسبة كانت السطوح كذلك وان كانت السطوح متناسبة كانت الخطوط كذلك

فليكن الخطوط اب جد ه ز ح ط والسطوح كب
ل د وهما بعمل واحد و م ه ز ن ح ط وهما بعمل واحد

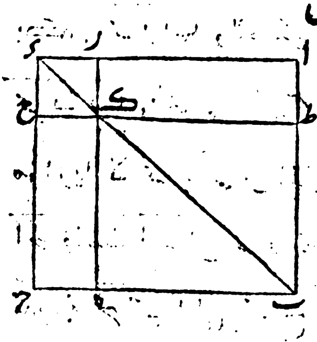


وليكن س ثالث خطي اب جد في النسبة و ع
ثالث خطي ه ز ح ط فان كانت نسبة اب الى جد
كنسبة ه ز الى ح ط كانت نسبة كب الى ل د
المتشابهين كنسبة اب الى س اعني اب الى جد
مثناة ونسبة م ه ز الى ن ح ط كنسبة ه ز الى ع
وبالمساواة نسبة اب الى س كنسبة ه ز الى ع
فنسبة كب الى ل د كنسبة م ه ز الي ن ح ط
وايضا ان كانت السطوح متناسبة كانت نسبة اب الى

ح ک کنسبة ه ر الى ح ط فلذلك نسبة ا ب الى
ح ک کنسبة ه ر الى ف ق ونعمل عليه ص ف ق
شبيها بـ م ه ر فنسبة ک ب الى ل ک کنسبة م ه ر
الى ص ف ق وكانت كنسبة م ه ر الى ح ط
و ص ف ق ح ط متساويان لتساوي نسبة م ه ر
اليهما ومتشابهان لكونه شبيههما فهما متساويا الاضلاع النظائر
فف ق ک ح ط فنسبة ا ب الى ح ک کنسبة ه ر الى
ح ط وذلك ما اردناه

ک

السطوح المتوازية الاضلاع الكائنة على قطر سطح متوازي الاضلاع مشابهة له ومتشابهة والكل على وضع واحد

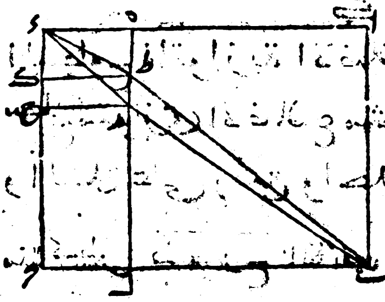


مثلا كسطحي ط ه رح الكائنين على قطر ب ح وذلك لان في مثلث ب ح ک يكون لتوازي ه ک ح ک نسبة ب ح الى ه ح بالتركيب اعني الى ح ک كنسبة ب ک الى ي ک

وفي مثلث ب ا كـ نسبة ب كـ الى كـ كـ كنسبة ب ا الى
ط ا المعنى الى كـ ل للاضلاع سطحي ا ح ز ح النظائر متناسبة
وزوايا هما متساوية فهما متشابهان وكذلك نبين ان سطحي
ا ح ط ق متشابهان فسطحا ز ح ه ط الشبيهان با ح
متشابهان وذلك ما اردنا

كل

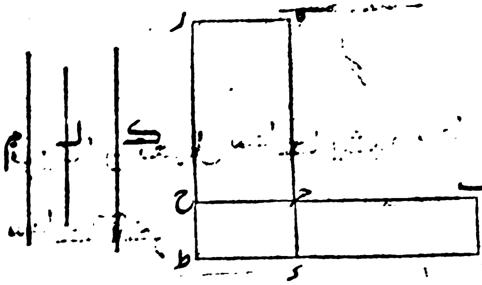
ان لا نفصل سطح متوازي الاضلاع من سطح
يشبهه على زاوية مشتركة ووضع واحد فهو
على قطره



مثلا نفصل سطح كـ ح من سطح
ا ح على زاويتي المشتركة فالقطر
يكون كـ ز ب والا فليكن
كـ ط ب ونخرج ط كـ
موازيا لا كـ و ه ز الى ل فسطح ه كـ على قطر سطح
ا ح فنسبة ا كـ الى كـ ه كنسبة ح كـ الى كـ كـ وكان
كنسبة ح كـ الى كـ ح فلـكـ كـ ح متساويان هف
فالقطر كـ ز ب وذلك ما اردناه

## كب

كل سطحين متوازيي الاضلاع اذا تساوت زاويتان منهما فنسبة احدهما الى الآخر مولفة من نسبتي اضلاعهما

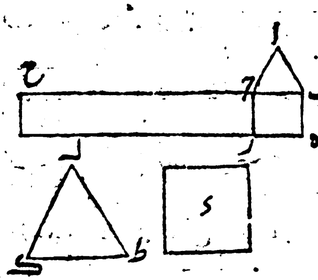



مثلا كسطحي اح حز المتساويي زاويتي ح وليكن ب ح متصلا بحح على الاستقامة و ه ح بحد و نتمم سطح د ح وليكن نسبة ب ح الى ح ح كنسبة ك الى ل ونسبة د ح الى ح ه كنسبة ل الى م فنسبة ك الى م كنسبة ك الى ل مولفة بنسبة ل الى م ولان نسبة سطح اح الى سطح ح ط كنسبة ب ح الى ح ح اعني ك الى ل ونسبة سطح ح ط الى سطح ح ز كنسبة د ح الى ح ه اعني ل الى م يكون نسبة سطح اح الى سطح ح ز بالمساوات المنتظمة كنسبة ك الى

م ونسبة ك الى م مولفة من نسبة ك الى ل اعني نسبة ب ج الى ح ج ومن نسبة ل الى م اعني نسبة د ج الى ج ه فنسبة السطحين مولفة من نسبتي اضلاعهما وذلك ما اردناه

## كج

## نريد ان نعمل سطحا يشبه سطحا ما ويساوي سطحا آخر

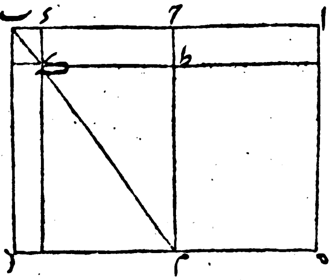



مثلا يشبه سطح ا ب ج ويساوي سطح د فنضيف الى ب ج سطحا يساوي ا ب ج وهو ب ز ونخرج ب ج ونعمل على ج ز سطح ز ح مساويا للسطح د على ان يكون مع ب ز بين متوازيي ب ج ه ز ولنستخرج بين ب ج ج ح وسطا في النسبة وهو ط ك ونعمل عليه سطح ط ل ك شبيها لسطح ا ب ج فهو ما اردناه وذلك لان نسبة ب ج الى ج ح اعني نسبة سطح ب ز الى سطح ز ح هو نسبة

ب ج الى ط ك مثناة اعني نسبة سطح ا ب ج الى سطح ل ط ك وسطح ا ب ج مساو لسطح ب ز فسطح ل ط ك الشبيه بسطح ا ب ج مما و لسطح ز ح اعني سطح ك وذلك ما اردناه

## كز

اذا عمل على نصف الخط سطح متوازي الاضلاع فهو اعظم من كل سطح متوازي الاضلاع مضاف الى ذلك الخط منقوص عن تمامه سطحا شبيها بسطح معمول على نصف ذلك الخط موضوعا كوضعه



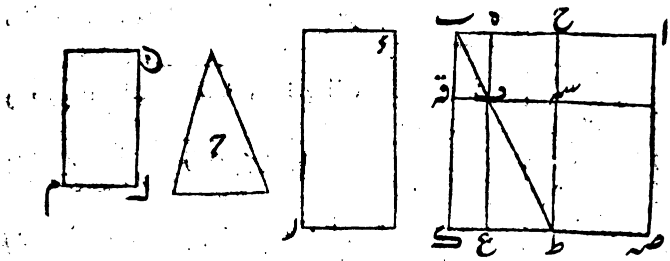
مثلا سطح ا م المعمول على ا ج وهو نصف ا ب واضيف اليه سطح ا ك كيف اتفق بشرط ان ينقص عن تمامه سطح ب ك الشبيه بح ز المعمول على نصف الخط الموضوعين بوضع واحد نقول فسطح ا م اعظم من سطح ا ك ونصل قطر ب م ونتمم خط ك ه فلان ه ط اعني ط ز اعظم من

زك اعني حك يكون جميع حه اعظم من جميع اك وذلك ما اردناه

---

## كه

نريد ان نضيف الى خط مفروض سطحا متوازي الاضلاع مساويا لسطح مستقيم الخطوط على ان ينقص المضاف عن تمام الخط سطحا شبيها بشكل مفروض متوازي الاضلاع ويجب ان لا يكون السطح المستقيم الخطوط اعظم من الذى يضاف الى نصف الخط شبيها بالشكل المفروض لما مر فى الشكل المتقدم




فليكن الخط اب والسطح المستقيم الخطوط ج والمتوازي الاضلاع المفروض د ر والمطلوب ان نضيف الى اب سطحا متوازي الاضلاع مساويا للسطح ج على ان ينقص عن اب سطحا

يشبه سطح كـ ر فتنصف ا ب علي ح ونعمل علي ب ح

ح ك شبيها بك ر ونتمم سطح ا ط فان كان ا ط مثل

ح فقد عملنا وان كان ا ط اعظم من ح جعلنا ح م مساويا

لفضل ا ط علي ح وشبيهـا بك ر فيكون سطحا ح ك

ح م الشبيهان بك ر متشابهين وليكن زاوية ل مساوية

لط و ح ل نظير لح ط ونفصل ط س مثل ح ل

وط ع مثل ل م ونخرج ع ه موازيا لط ح و س ف ق

موازيا لا ب ونصل ب ط القطر فسطح ا ف هو المطلوب

وذلك لان س ع اعني ح م هو فضل ا ط اعني ح ك

علي ح فيكون علم س ف ع اعني سطح ا ف مساويا

لح فاذن قد اضفنا ا ف الي خط ا ب مساويا لح

وقد نقص عن تمام ا ب سطح ه ق الشبيه بك ر وذلك

ما اردناه

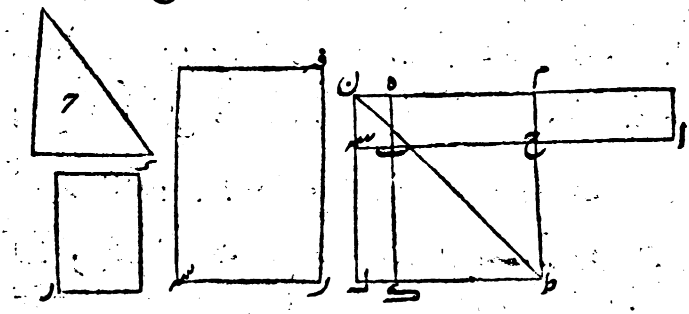
---

كو

نريد ان نضيف الي خط مفروض سطحا

متوازي الاضلاع مساويا لسطح مفروض مستقيم

الخطوط على ان يزيد المضاف على تمام الخط سطحا شبيها بشكل متوازي الاضلاع مفروض

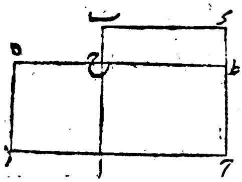


فليكن الخط ا ب والسطح المستقيم الخطوط ح والمتوازي الاضلاع المفروض د ر والمطلوب ان نضيف الى ا ب متوازي الاضلاع يساوي سطح ح على ان يزيد على تمام ا ب سطحا يشبه د ر فننصف ا ب على ح ونعمل على ب ح ح ك شبيها بد ر ونجعل سطح قه شه مساويا لسطحي ح ك ح معا وشبيها بد ر فيكون سطحا قه شه ح ك متشابهين وليكن زاويتا ط ر متساويتين وضلعا ط ح رقه نظيرين ونخرج ط ح الى ان يصير ط م مثل رقه و ط ك الى ان يصير ط ل مثل رشه ومن م ل م ذه ل ذه موازيين لا ب ك ب ونتمم الشكل فسطح ا ذه هو المطلوب وذلك لان سطح م ل اعني قه شه يساوي جميع ح ك

ح فعلم ح د ك اعني سطح ا د يساوي ح وهو المضاف الى ا ب وقد زاد على تمامه ه ب الشبيه بـ ل ر وذلك ما اردناه

## كز

## نريد ان نقسم خطا على نسبة ذات وسط وطرفين

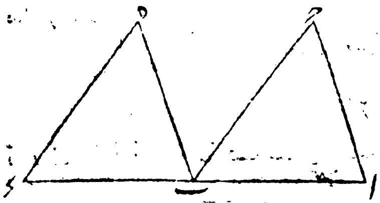


مثلا خط ا ب فنعمل عليه مربع ا ك ونضيف الى ا ح سطحا متوازي الاضلاع مثل ا ك وهو ر ط يزيد على تمام الخط مربع ر ح فالخط قد انقسم على القسمة المذكورة وذلك لان ر ط مثل ا ك ويبقي ر ح مثل ك ح وزاويتا ح منهما متساويتان فبالتكافي نسبة ط ح الى ه ح اعني ا ب الي ا ح كنسبة ا ح الى ح ب وذلك ما اردناه

## كح

اذا ركب مثلثان على زاوية يحيط بها ضلعان منهما متوازيان لآخرين ونسبة المتوازية كل الي نظيره واحدة فان الضلعين الباقيين يتصلان على الاستقامة

وليكن المثلثان ا ب ح ب د ه وقد ركبا على زاوية ح ب ه ونسبة ا ح الى ب ه المتوازيين كنسبة ب ح الى د ه المتوازيين نقول فا ب د خط واحد وذلك لان زاويتي ح ه متساويتان لكون كل واحدة مساوية لزاوية ح ب ه



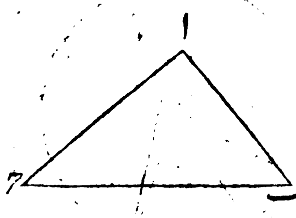

المبادلة لهما والاضلاع المحيطة بهما متناسبة فالمثلثان متشابهان وجميع زاويتي ا ح المساوي لزاوية ح ب د مع زاوية ح ب ا معادل لقائمتين فزاويتا ح ب ا ح ب د معادلتان لقائمتين فا ب د خط واحد وذلك ما اردناه

## شكل لط

كل مثلث قائم الزاوية فان الشكل المستقيم الاضلاع المضاف الى وتر زاويته القائمة يساوي الشكلين المضافين الى ضلعيها اذا كانا شبيهين به وعلى وضعه

وليكن المثلث ا ب ح والقائمة زاوية ا وذلك لان نسبة مربع ب ح الى مربع ب ا كنسبة ب ح الى ب ا

فرضناه وكذلك نسبة الشكل المضافة الى ب ج الى شبيهه المضاف الى ب ا فنسبة مربع ب ج الى مربع ب ا كنسبة الشكل المضاف الى ب ج الى الشكل المضاف الى ب ا وكذلك نسبة مربع ب ج الى مربع ج ا



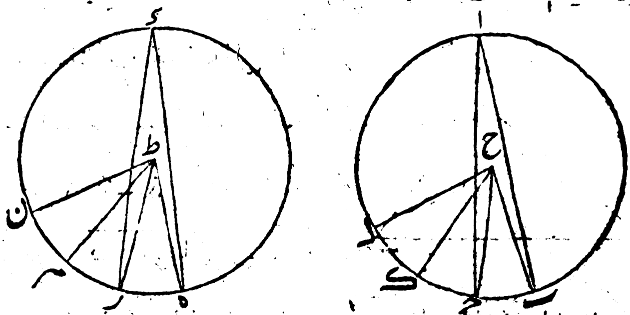

كنسبة الشكل المضاف الى ب ج الى الشكل المضاف الى ج ا فنسبة مربع ب ج الى مربعي ب ا ج ا كنسبة الشكل المضاف الى ب ج الى الشكلين المضافين اليهما ومربع ب ج يساوي المربعين فالشكل المضاف الى ب ج يساوي الشكلين وذلك ما اردناه

ل

ان كانت في دائرتين متساويتين زاويتان على المركز وعلى المحيط فان نسبة احديهما الى الاخري كنسبة القوسين اللتين عليهما

وليكن الدائرتان ا ب ج د ه ز والزاويتان اما على

المحيط فزاويتا ا ك واما على المركز فزاوية ح ط نقول فنسبة
قوس ب ح الى قوس ه ر كنسبة زاوية ا الى زاوية ك



او زاوية ح الى زاوية ط ولنفصل في دائرة ا ب ح قسي
ح ك ك ل مساوية لقوس ب ح ما امكن وفي دائرة
ك ه ر قسي رم م ف مساوية لقوس ه ر ما امكن ونصل
ح ك ح ل ط م ط ف فقسي ب ح ح ك ك ل
اضعاف لقوس ب ح وجميع زاوية ب ح ل اضعاف
لزاوية ب ح بتلك العدة وكذلك قسي ه ر رم م ف
لقوس ه ر وزاوية ه ط ف لزاوية ه ط ر فان كانت قوس
ب ل زائدة على قوس ه ف كانت زاوية ب ح ل زائدة
على زاوية ه ط ف وان كانت قوس ب ل مساوية او
ناقصة كانت زاوية ب ح ل كذلك فاذن نسبة ب ح الى
ه ر كنسبة زاويتي ح ط بل كنسبة نصفيهما اعني زاويتي
ا ك وذلك ما اردناه