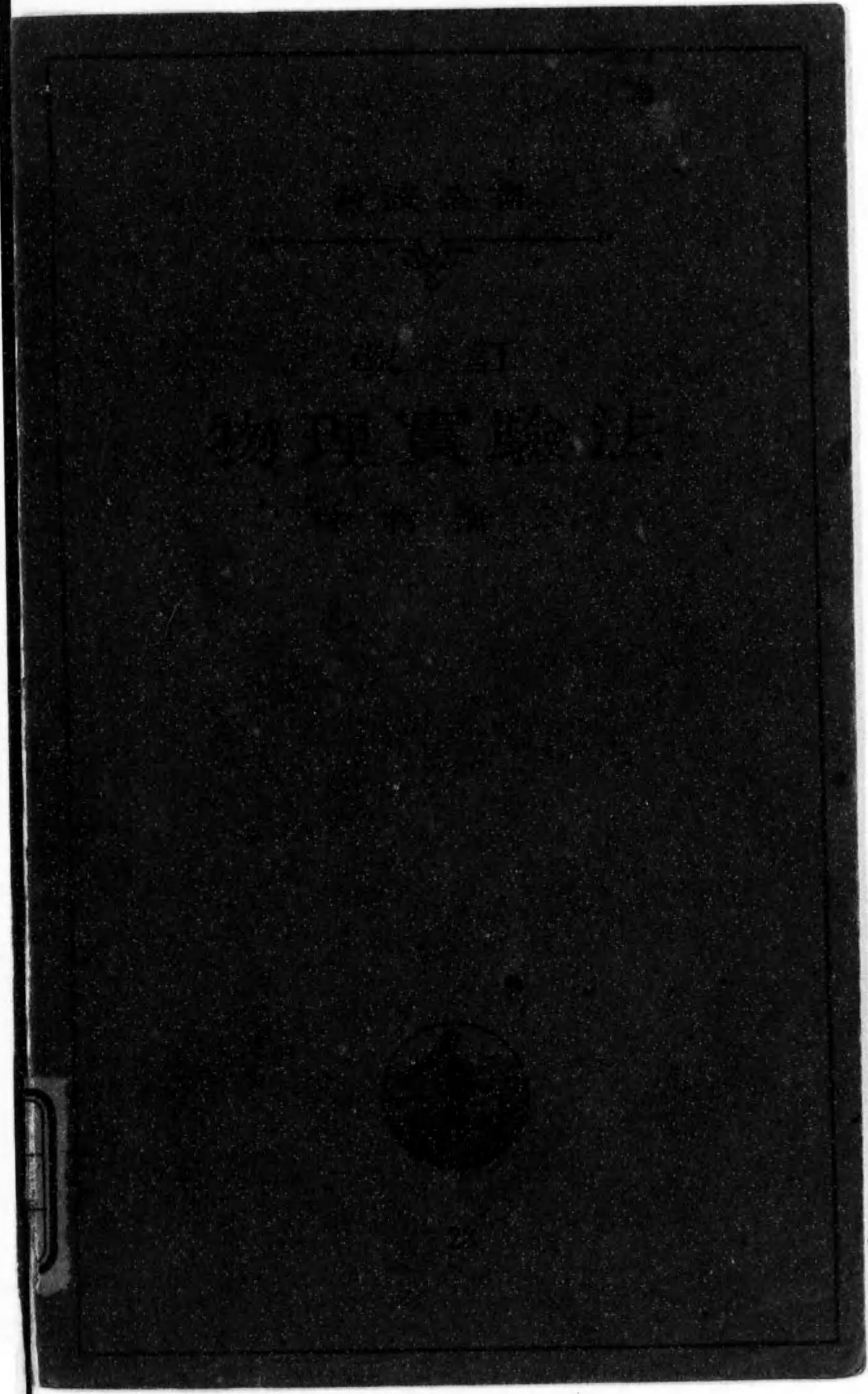


始



岩波全書

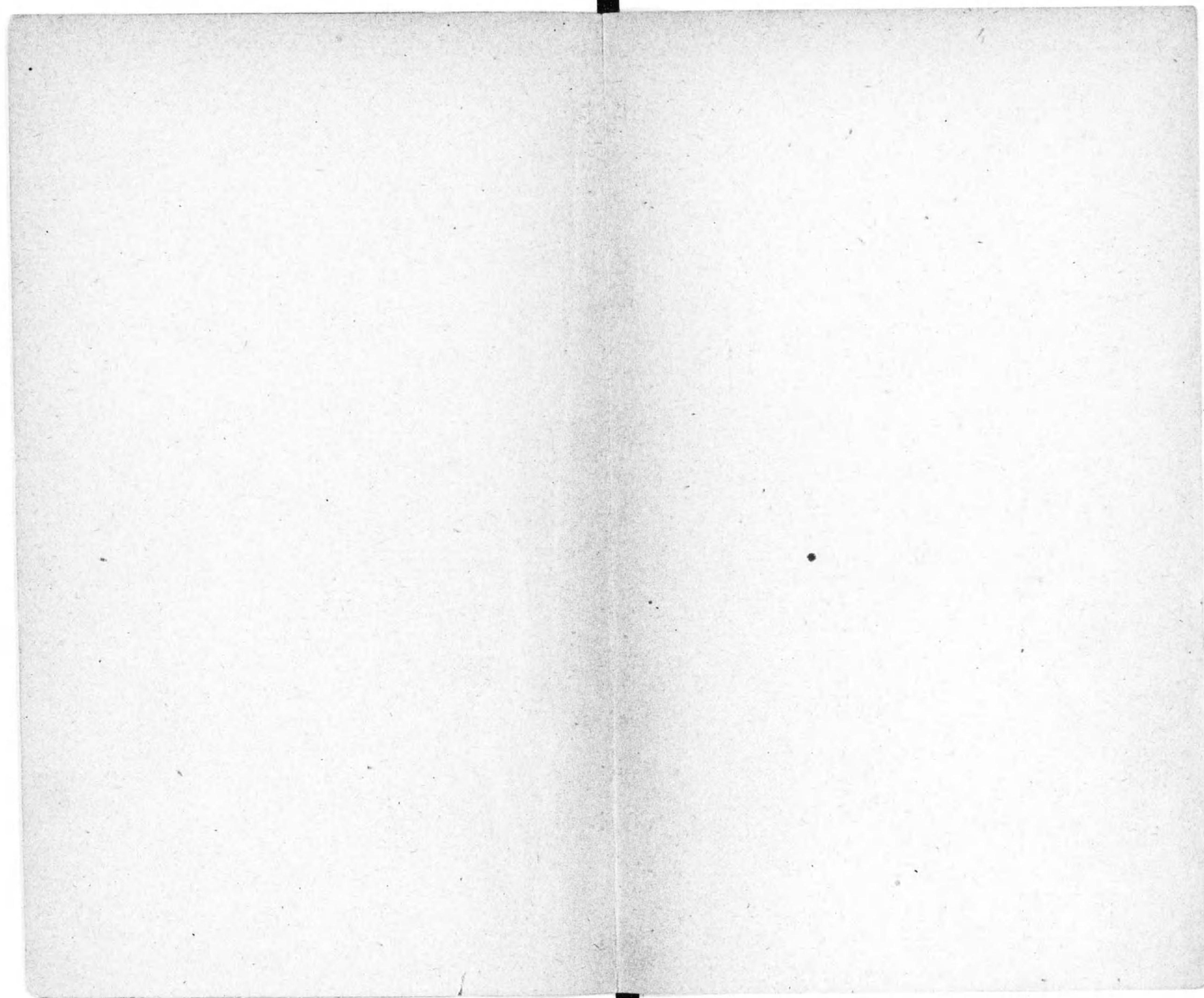


改訂

物理實驗法

中村清二





岩波全書

改訂

物理實驗法

中村清二



岩波書店

420
43a



145945

序

此書を私が書いたときの心持は、これを書齋の中で淨い机の上で読んで貰ふので無くして實驗室で汚ない手で持ちながら使つて戴きたいと念じたのである。測定實驗に初めて取懸られる方々の枝折になれば幸と思ふのである。題目の選擇、説明の程度に蓋し不満の點も多いであらうが餘り高價な器械や高尙な問題を避けて普通の事柄を了解して貰ひたいことを第一としたのである。知るは愛するなりと云ふが若し本書によつて器械を知つて之を愛し、方法を知つて之を楽しんで戴ければ私の本望である。

昭和九年一月

中村清二

再刷に際して

本書を公にしてより知友諸君より訂正すべき點を教示せられたる所多く、特に清水清藏君は全篇に涉りて極めて懇篤なる助言を賜はる、著者の感謝措く能はざる所なり。茲に謹で感謝の意を表す。

昭和十二年二月

第四刷に際して

第四刷の發行に先だち著者は知友諸君に訂正を要すべき諸點の教示を御願した處が多數の方々から非常に有益なる御助言を賜はり且つ懇篤に魯魚の誤をも正して戴いた。本書の面目は之によつて全く新たにせられた感がある。唯一つ禮を缺いたと思ふことは著者は最初からの希望として成るべく本書を小ならしめんと努力したのであるから遺憾ながら示教中の或者を収め入れることをしなかつたことである。

此訂正に當つて著者のしみじみと感じたことは友人の情のありがたさである。感謝の意を表明する適當な言葉を今見出すことが出来ない。

昭和十四年四月

第十二刷に際して

昭和九年に本書を出版してから幸に版を重ねること十回以上になつた。これは主として讀者諸君と知友諸兄からの御支持と御助言とによるものである。特に第二版に於ける故清水清藏君、その後に於ける栗原嘉名芽君、特に最近本版直前に福田爲造君から賜はつた御助言は實に懇篤詳細を極めたものであつた。第四刷に際して著者は「著者のしみじみと感じたことは友人の情のありがたさである。感謝の意を表明する適當な言葉を今見出すことが出来ない」と記したが今も同じ氣持である。

昭和二十三年六月

改版(第十三刷)に際して

今度の改版にあつては學術用語が諸學科で協議したものに成るべく一致するやうにした外には著しい訂正を行ふ要を見なかつた。

昭和二十四年十月

中村清二

目 次

第 一 篇

| | |
|-------------------------|----|
| 第一章 總 序 | 1 |
| §1. 實驗物理學と理論物理學 | 1 |
| §2. 直接測定と間接測定 | 3 |
| §3. 観測誤差 | 3 |
| §4. 器械の検査と調整 | 4 |
| §5. 補正 | 5 |
| §6. 實驗の結果の表現法 | 5 |
| §7. 實驗成績の批判 | 7 |
| 第二章 最小二乗法と誤差 | 9 |
| §8. 算術平均 | 9 |
| §9. 最小二乗法 (其一) | 10 |
| §10. 最小二乗法 (其二) | 11 |
| §11. 最小二乗法 (其三) | 13 |
| §12. 荷重平均 | 14 |
| §13. 平均誤差 | 15 |
| §14. 間接測定に於ける平均誤差 | 16 |
| §15. 平均誤差と荷重 | 18 |
| 第三章 器 械 | 20 |
| §16. 器械の取扱ひ | 20 |

| | | |
|------|-----------|----|
| §17. | 器械の手入れ | 21 |
| §18. | 器械の取外しと組立 | 23 |
| §19. | 器械の配置 | 25 |
| §20. | 補助作業 | 27 |
| 第四章 | 計 算 | 31 |
| §21. | 物理學的計算 | 31 |
| §22. | 有効數字 | 32 |
| §23. | 對數計算 | 33 |
| §24. | 計算式の微分 | 35 |
| §25. | 挿入法 | 36 |
| §26. | 測定の表現 | 38 |
| §27. | 實驗結果の論議 | 41 |
| 第五章 | 基礎的實驗 | 43 |
| §28. | 氣泡水準器 | 43 |
| §29. | パーニヤ | 45 |
| §30. | 測微螺子 | 46 |
| §31. | 小なる角度の測定 | 48 |
| §32. | 周期の測定 | 52 |
| §33. | 一致法 | 54 |
| §34. | 間歇的觀察法 | 56 |
| §35. | 短かい時間の測定 | 58 |

第 二 篇

| | | |
|------|----------|----|
| 第六章 | 長さの測定 | 60 |
| §36. | 尺度 | 60 |
| §37. | 尺度の検査 | 61 |
| 第七章 | 質量と密度 | 63 |
| §38. | 質量の測定 | 63 |
| §39. | 二重秤量法 | 64 |
| §40. | 交換法 | 64 |
| §41. | 天秤の感度 | 65 |
| §42. | 比例法 | 66 |
| §43. | 空氣の浮力の補正 | 68 |
| §44. | 分銅の検査 | 68 |
| §45. | 液體の密度 | 70 |
| §46. | 固體の密度 | 72 |
| 第八章 | 壓力と表面張力 | 73 |
| §47. | 壓力の單位 | 73 |
| §48. | 液柱壓力計 | 73 |
| §49. | 氣體壓力計 | 73 |
| §50. | 金屬壓力計 | 74 |
| §51. | 眞空計 | 74 |
| §52. | 水銀氣壓計 | 75 |
| §53. | 表面張力の定數 | 77 |

| | |
|-------------------|----|
| §54. 表面張力の測定法 | 78 |
| 第九章 振動 | 80 |
| §55. 通論 | 80 |
| §56. 単振子 | 81 |
| §57. 複振子 | 82 |
| §58. g の測定 | 83 |
| §59. 廻轉振子 | 84 |
| §60. 減衰振動 | 85 |
| 第十章 音響 | 87 |
| §61. 振動数の測定 | 87 |
| §62. クントの實驗 | 88 |
| §63. 空氣中に於ける音波の速度 | 90 |
| §64. 音の強さの測定 | 92 |

第三篇

| | |
|-------------------|----|
| 第十一章 溫度と濕度 | 94 |
| §65. 溫度 | 94 |
| §66. 液體寒暖計 | 95 |
| §67. 水銀寒暖計の檢査 | 95 |
| §68. 水銀寒暖計の使用上の注意 | 96 |
| §69. 氣體寒暖計 | 97 |
| §70. 電氣的溫度測定法 | 97 |
| §71. 光學的溫度測定法 | 99 |

| | |
|---------------------|-----|
| §72. 大氣の濕度 | 101 |
| §73. 濕度計 | 102 |
| 第十二章 熱膨脹と彈性 | 103 |
| §74. 膨脹率 | 103 |
| §75. 長さの彈性率 | 104 |
| §76. 捩りの彈性率又は剛性率 | 106 |
| 第十三章 熱量 | 107 |
| §77. カロリー | 107 |
| §78. 固體の比熱 | 107 |
| §79. 液體の比熱 | 109 |
| §80. 氷熱量計 | 111 |
| §81. 氣體の比熱 | 113 |
| 第十四章 熱の傳導 | 113 |
| §82. 熱傳導度 | 113 |
| §83. 傳導度の測定 | 114 |
| §84. コールラウシュの傳導度測定法 | 115 |

第四篇

| | |
|----------------|-----|
| 第十五章 光度 | 117 |
| §85. 光の強さ | 117 |
| §86. 光度計 | 118 |
| §87. マーテンスの光度計 | 119 |
| §88. 光の吸收 | 120 |

| | | |
|-------|------------------|-----|
| §89. | 寫眞陰畫板の暗黒度 | 121 |
| 第十六章 | 光の屈折と分散 | 123 |
| §90. | 屈折率 | 123 |
| §91. | 分散 | 124 |
| §92. | 屈折率の測定 | 125 |
| §93. | 分光器 | 126 |
| §94. | 分光器によるプリズムの頂角の測定 | 129 |
| §95. | 最小偏角の方法 | 130 |
| §96. | 単色光に近い濾光板 | 130 |
| §97. | スペクトル | 131 |
| §98. | 全反射の臨界角の測定 | 133 |
| §99. | 全反射屈折計 | 136 |
| §100. | 透明體の光學的不均等の検査 | 138 |
| 第十七章 | 光の干渉と廻折 | 140 |
| §101. | 干渉の二つの場合 | 140 |
| §102. | ニュートン環 | 140 |
| §103. | ジャマンの干渉計 | 142 |
| §104. | ファブリー、ペローの干渉計 | 143 |
| §105. | 廻折格子 | 146 |
| §106. | スペクトルの實驗 | 149 |
| 第十八章 | 球面の曲率半徑とレンズ | 151 |
| §107. | スフェロメーター | 151 |
| §108. | 反射像の大きさによる測定 | 153 |

| | | |
|-------|---------------|-----|
| §109. | レンズに関する公式 | 154 |
| §110. | 焦點距離の測定(其一) | 156 |
| §111. | 焦點距離の測定(其二) | 158 |
| §112. | 焦點距離の測定(其三) | 159 |
| §113. | 發散レンズの焦點距離の測定 | 160 |
| §114. | 主點の位置の決定 | 160 |
| 第十九章 | 光學器械の倍率 | 161 |
| §115. | 蟲眼鏡 | 161 |
| §116. | 顯微鏡の倍率 | 162 |
| §117. | 望遠鏡の倍率 | 164 |
| 第二十章 | 複屈折と旋光性 | 166 |
| §118. | 通論 | 166 |
| §119. | 屈折率面 | 168 |
| §120. | 偏光面の方向 | 169 |
| §121. | 偏光装置 | 169 |
| §122. | 偏光の實驗 | 170 |
| §123. | 複屈折板に於ける干渉 | 170 |
| §124. | 臨時複屈折 | 173 |
| §125. | 水晶の旋光性 | 175 |
| §126. | 砂糖計 | 176 |

第五篇

| | | |
|-------|-----|-----|
| 第二十一章 | 地磁氣 | 179 |
|-------|-----|-----|

| | |
|------------------|-----|
| §127. 磁氣に関する量 | 179 |
| §128. 地球の磁界 | 180 |
| §129. 水平分力の測定 | 181 |
| §130. 伏角と方位角 | 186 |
| 第二十二章 電氣一般 | 188 |
| §131. 電氣に関する單位 | 188 |
| §132. オームの法則 | 192 |
| §133. キルヒホッフの規則 | 194 |
| 第二十三章 電流 | 196 |
| §134. 檢流計 | 196 |
| §135. 磁針檢流計 | 197 |
| §136. 動コイル檢流計 | 198 |
| §137. ポテンシオメータ | 200 |
| §138. ボルタメータ法 | 201 |
| 第二十四章 電氣抵抗 | 203 |
| §139. 抵抗箱 | 203 |
| §140. 抵抗の測定 (其一) | 204 |
| §141. 抵抗の測定 (其二) | 205 |
| §142. 抵抗の測定 (其三) | 207 |
| §143. 抵抗溫度計 | 208 |
| §144. セレニウム・セル | 209 |
| §145. 電解質の抵抗 | 210 |
| 第二十五章 電位差 | 211 |

| | |
|---------------------|-----|
| §146. 電池の起電力 (其一) | 211 |
| §147. 電池の起電力 (其二) | 212 |
| §148. 毛管電位計 | 213 |
| §149. 象限電位計 | 214 |
| §150. 電池の起電力 (其三) | 216 |
| §151. 電氣容量 (其一) | 217 |
| §152. 高い電壓の測定 | 218 |
| 第二十六章 衝動檢流計 | 220 |
| §153. 衝動檢流計 | 220 |
| §154. 電氣容量 (其二) | 221 |
| §155. 絶縁體の透電率 | 222 |
| 第二十七章 磁氣の誘導 | 223 |
| §156. 磁氣の誘導 | 223 |
| §157. 磁力計 | 224 |
| §158. J 對 H の關係 | 226 |
| §159. 衝動檢流計の方法 | 227 |
| 第二十八章 電磁誘導 | 229 |
| §160. 電磁誘導 | 229 |
| §161. 誘導電流による磁界の測定 | 230 |
| §162. 地磁氣の伏角の測定 | 231 |
| §163. 自己誘導 | 231 |
| §164. 自己誘導の測定 (其一) | 232 |
| §165. 自己誘導の測定 (其二) | 233 |

| | |
|------------------|-----|
| §166. 相互誘導 | 234 |
| §167. 電磁振動 | 235 |
| 第二十九章 イオンと電子 | 236 |
| §168. 電離 | 236 |
| §169. イオンの比速度 | 237 |
| §170. イオンの再結合 | 237 |
| §171. 飽和電流 | 239 |
| §172. 放射能の標準 | 242 |
| §173. 温泉の放射能 | 243 |
| §174. イオンの比速度の測定 | 243 |
| §175. イオンの再結合の定数 | 246 |
| §176. 光電効果 | 246 |

索引



第 一 篇

第一章 總 序

§1. 實驗物理學と理論物理學 物理學は實驗物理學と理論物理學との二つに分けるのが普通である。これは斯學の歴史を辿つて見ると斯くすることが穩當であると思へる。近世急速に發展した自然科学は一般に皆さうであるが特に物理學に於ては自然界の研究に實驗を行ふ。この方法の元祖は有名なるガリレオであつて、その以前の學者が實物、實地に就て調査を行はずに唯論議にのみ耽つて居たのに反して彼は實驗を行ふことを創始した。今日から見れば彼の行つた實驗は幼稚なもので、ピサ市の斜塔から物體を落下させたりミラノ市の寺院内の吊ランプの振動の周期を測つたりする程度のもので何等特別の裝置をするのではなかつたが、それでもこれがニュートンの力學の基礎の少くとも一部分をなした。その功績の最も顯著なることは一つの新しい實驗物理學と稱する學風を開いたことである。

實驗が自然界の研究に如何に大切であるとは云へ、然しそればかりでは研究は完成しない。實驗的方法によつて蓄積した個々の知識を統一して理論的にこれを系統づけることが必要である。この任務を果すものが理論物理學である。

理論物理学は又**数理物理学**と稱する。これは主として数学を研究用の武器として使用するからである。此際既に純正数学者の手によつて發展せられた数学の或る部門を使用することもあるが、時としては又新たに数学の新局面を開拓して目的に適した新武器とすることも其例が尠くない。

ニュートンが物理学者として卓越したといふのは、彼が實驗物理学と理論物理学の二方面に涉つた研究者であるからである。前者としてはスペクトルの發見の一例を挙げても之を知らるべく、後者としては微積分學の發明によつて力学を大成したことを顧みれば明かである。

物理学の研究には實驗と理論との二方面は併行すべきもので其一を缺いてはならぬ。實驗を基礎として理論を立て更に其結果を演繹して之を實驗に訴へて其推理の正否を檢査することによつて知識が確實になり又同時に先人未知の新世界を發見するのである。電氣及び磁氣に關する實驗的知識を統一してファラデーの考に基づきマックスウェルは電磁氣學の理論を大成して電磁波の存在を説き、ヘルツが實驗的に電磁波の實在を證明したので、今日我等の住む世界にはラヂオや無線電信等があつて此世が其儘新らしい姿を現はした。

要するに物理学を二つに分けることは便宜上のことであつて、二者その一を缺いてはならぬ。

物理實驗には上記の如き研究を目的としたものの外に尙別の方面がある。それは教育用のものである。これにも教室に於て物理現象を學生に示すを目的とした**講義用實驗**と學生が自ら行つて知識を的確に把握することを目的とした**學習用實驗**との二つがある。本書では此教育的方面は取扱はないことにする。然し研究者は學習者の一種で兩者は唯その程度を異にするのみであるとも考へられ得るから本書は講義用實驗のみを除外したというてよい。

§2. **直接測定と間接測定** 實驗によつて研究を行ふときに或る装置を使用して現象の推移を定性的に觀察する場合もあるが、實驗的研究法の特色とする處は問題の現象に關與する諸量の大きさを適當な器械を使用して定量的に測定することに在る。而して測定には直接と間接との二つの場合がある。例へば物の長さを知らんがために尺度を使用する場合は直接測定である。此際測らるべき物體の長さが非常に小で顯微鏡下に於て物體と尺度とを比較する必要があつても矢張り直接測定である。

間接測定とは物質の熱に對する膨脹率を測定せんとするに當つて長さと溫度とを測る二種類の器械を使用して二種類の直接に測定し得る量を測りそれから膨脹率を計算するが如き場合を云ふ。

§3. **觀測誤差** 直接でも間接でも測定に當つて器械で讀

取つた數値は觀測者が判斷によつて定めた數であつて常に多少の誤差を伴つて居る。例へば物の長さを 23.5 耗と讀取つたとしても、これは使用した尺度が耗まで目盛してあつて耗未滿の長さは目分量で判斷したので、眞の長さは 23.4826……耗であるのを 23.5 耗と判定したのである。此同じ長さを尺度の異なつた部分を使用したり或は光のあて方を變ずると、事によると 23.4 耗と讀取ることもある。尺度の目盛が不揃ひで部分によつて目が荒かつたり細かかつたりして居る場合は勿論讀取が變化するが、左様なことはないとし又光のあて方に就ても十分の注意をしても尙且つ讀取は常に正しい値に比較して誤差を伴ふことを忘れてはならぬ。尙此外に全くの不注意で讀誤まつて過を犯すこともあるから測定に當つては必ず數回讀取を繰返す必要がある。

§4. 器械の検査と調整 測定に先だつて研究者は器械が正しいか否かを検査する必要がある。例へば前記の如き尺度が場所によつて目盛の荒い所と細かい所とがあつては、之は尺度が不良なのであるから之を検査する。又測定に當つては器械を正當に使用することを必要とするのでこのために器械の調整と云ふ作業を行ふ。例へば大氣の壓力をトリチェリーの實驗法によつて測定するとき水銀の入つた管は傾斜してゐても一向差支へはないが、管の内外の水銀表

面の高さの差を測るに使用する尺度は鉛直であることが必要條件で此條件に適ふ様に尺度を鉛直にする調整が必要である。普通の水銀氣壓計ではそれが鈎から吊されてあつて構造上尺度が鉛直になる如く出來て居る。又尺度の零點に下の水銀表面を持ち來り得るやうになつて居るから此調節を行つてから上の水銀表面の高さを讀取ればそれで氣壓がわかることになつて居る。

§5. 補正 器械は其正當なる使用條件を満足せしむべしと述べたが時として之を爲し難い場合がある。例へば水銀氣壓計で氣壓が水銀柱の幾耗であるといふのは水銀が 0°C にあるとしての話で、溫度が異なれば密度が違ふから水銀の溫度を 0°C にすべきだが實際の器械では之が出來ない。此場合には水銀の溫度を測り之によつて溫度の差異に對する補正を讀取量に施す。又水銀柱の高さを測る尺度の目盛は或る特定溫度に於て正しい長さを示すものであるから尺度の溫度を測つて特定溫度との差異に對する補正を施す。

要するに補正は器械が正當なる使用條件を充たし得ぬときに讀取に之を施して以て理想的の器械を使用せし如くするのである。故に補正を施すに當つては細心の注意をもつて行つて、過まれる補正を施して却つて結果を改惡せしむることのなき様にせねばならぬ。

§6. 實驗の結果の表現法 膨脹率を測定するためには種

種の温度に於ける物体の長さを測定し間接に之を計算することを述べたが、此場合には温度の差と長さの變化との間に正比例の関係が成立するとしたのである。即ち温度を θ 、長さを l とすれば長さの變化 Δl が温度の差 $\Delta\theta$ に正比例して

$$\frac{\Delta l}{\Delta\theta} = k \dots\dots\dots (6.1)$$

k を一定数とするのである。此式は長さ l が温度 θ の函数であるとしての一つの微分方程式で之を積分すれば

$$l = l_0 + k\theta = l_0 \left(1 + \frac{k}{l_0} \theta\right) = l_0(1 + \alpha\theta), \dots\dots (6.2)$$

$$\alpha = \frac{k}{l_0} = \frac{1}{l_0} \frac{\Delta l}{\Delta\theta} \dots\dots\dots (6.3)$$

となり、 l_0 は $\theta=0$ に於ける長さで、 α が膨脹率である。斯く l が θ の一次方程式で表はされるといふことは膨脹率 α が一定であるといふ觀念と同意義のものである。

温度 θ の範圍が狭ければ一定膨脹率の考の正しいことは疑ひは無いが、 θ の廣い範圍に涉つても此考が正しいか、一般には l が θ の如何なる函数であるかを吟味する目的で温度 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ に於ける長さ l_1, l_2, \dots, l_n 等 n 組の實驗を行つたとすれば、この n 組の直接實驗の結果を如何に表現して之から何等かの結論を誘導するに資するかといふと次の三つの表現型式がある。

即ち表式表現、圖式表現及び函数式表現である。第一の表式表現は單に l と θ との相當する數値を二欄に記入した表を作製するのみであり、第二のグラフ式即ち圖式表現は例へば方眼紙を使用して直角座標法によつて θ を横座標に、 l を縦座標とした n 個の點を定め、此等の諸點を基として最も正しいと考へられる曲線を想定して以て函数關係を表現せしめるものである。第三のは此函数關係を代表する方程式を求めて之によつて表現するものである。

§7. 實驗成績の批判 實驗を行つた後其成績を批判するに當つて實驗者の取るべき態度に就て一の重要な注意を擧げて置きたい。それは實驗の結果が豫想せられたものと一致せぬ場合に就てである。此場合に實驗者によつては其原因を深く探求せず輕卒に之を自己の實驗の不備とか材料の不純とかに歸してしまふ人がある。若し實驗者が最初から眞面目で之に従事したので無いならば上記の如き辯解が或は當然かも知れぬが、出來得る限りの周到の注意をして實驗したと信ずるのに尙且つ豫想した通りの結果を得ぬ時には更によく其原因を窮めるべきである。往々にして豫想の方が悪く實驗の方が正しい場合がある。最も卑近な一例をとれば前節の熱の膨脹率を測定しようとして種々の温度で物体の長さを實測したときに温度の差 $\Delta\theta$ と長さの差 Δl とが正比例せず膨脹率として豫想の如く一定値を求め

兼ねることがある。之は事實は實驗者の採用した温度の變化した範圍が餘りに大であつたに基因するので一定膨脹率と云ふ觀念が成立して $Δl$ が $Δθ$ に正比例し l 對 $θ$ の關係がグラフ式表現で一直線になるのには温度の範圍の狭いことが假定せられてある。故に實驗者が温度の範圍を大にし過ぎて此假定に背いたのが悪いと云へば悪いかも知れぬが、熱膨脹の現象を如實に研究するために此拘束を脱して温度の廣い範圍で長さの變化を精測した方が知識としては有益なものである。若し l 對 $θ$ のグラフが二次方程式

$$l=l_0+kθ+hθ^2 \dots\dots\dots(7.1)$$

で表現せられることを實驗によつて知つたとすれば膨脹率 $α$ は温度の函數で

$$α=\frac{1}{l_0} \frac{Δl}{Δθ}=\frac{1}{l_0}(k+2hθ) \dots\dots\dots(7.2)$$

であることになつて此方が知識としては貴重なものである。

以上は誠に簡単な場合に就て説明したのであるが多くの物理現象に於てその法則として述べてある事柄には上例の如く或る狭い範圍に於てのみ成立する場合が多い。ボイルの法則の如きもその一例で此等は所謂第一次的の知識である。第二次的、第三次的に知識を擴張し得る實驗成績の資料を獲得しながら第一次的知識に禍せられて之を放棄する

のは遺憾千萬なことではないか。實驗者は深く之に思を致すべきである。

以上の如き意見を述べながら同時に又一見反對と見ゆる様な注意をする。それは或る實驗に従事するとき、其實験の精度から考へても亦温度の範圍から見ても膨脹率が一定の値を有するとして差支へない場合であるに拘らず實驗者が、どこまでも膨脹率は一定ならざるものなりと云ふ態度を取ることの愚なることを云ひ置きたいのである。

第二章 最小二乗法と誤差

§8. 算術平均 抑も量の眞正の數値は到底知ることの出来ないもので、吾々は誤差の成るべく小なる様にと注意深く多數の測定を繰返して眞正值に最も近い近似値を得んと努力するに過ぎない。

先づ直接測定の場合を考へる。讀取を n 回繰返して得た材料を如何に處理して最も確からしい近似値を得るか。測定値を x 、眞正值を X とすれば x の誤差 $ε$ は

$$ε=x-X \dots\dots\dots(8.1)$$

で x が眞正值より大に過ぎるか小に失するかに従つて $ε$ に正負の別をつける。若し各測定が同等の注意を以て行はれたとして測定値が x_1, x_2, \dots, x_n の時には其各 x の誤差 $ε_1, ε_2, \dots, ε_n$ の中或るものは正、或るものは負で其絶對値にも

大小色々あらう。然るときは確率論的に考へて n が非常に大なるときには ϵ の正なるものと負なるものとが同數でその大きさに於ても正負が對稱的であると見て x_1, x_2, \dots, x_n の算術平均を x_m とすれば

$$x_m = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) \dots \dots \dots (8.2)$$

この x_m では過不足相消却して最も X に近い値を得ると考へて之を最も確からしい數値として採用する。算術平均値 x_m を單に平均値と呼ぶ。

§9. 最小二乘法(其一) 扱て或る數値 x と測定値 x_1, x_2, \dots, x_n との差を $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$ と命ずると

$$S = \Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \dots + \Delta_n^2 = \sum \Delta^2$$

$$= (x_1 - x)^2 + (x_2 - x)^2 + \dots + (x_n - x)^2 \dots \dots \dots (9.1)$$

は勿論 x の函数である。ガウスは x として前記平均値 x_m を取ると此時 S が最小になることに注目した。即ち x に就て S を微分して之を零に等しと置くと

$$\frac{dS}{dx} = 0 = -2(x_1 - x) - 2(x_2 - x) - \dots - 2(x_n - x).$$

斯くの如き x は明かに

$$x = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) \dots \dots \dots (9.2)$$

で x_m に外ならぬ。故に平均値 x_m を採用することは換言すれば S を最小ならしむる數値を採用したことに外なら

ぬ。之によつて上の方法を語を節約して「最小二乗法によつて最も確からしい値を計算する」と稱する。

§10. 最小二乘法(其二) 以上は直接測定の場合であるがガウスは間接測定の場合にも亦最小二乗法の考へ方を採用してよいと説く。今其方法の説明の一例として溫度 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ に於ける長さ l_1, l_2, \dots, l_n を測定して、それから膨脹率の最も確からしい値を求めんとする場合を論じて見る。前述の如く此場合には

$$l = l_0 + k\theta \dots \dots \dots (10.1)$$

の關係が成立し、 l_0 が $\theta=0$ のときの長さ $\frac{k}{l_0} = \alpha$ が膨脹率であつて $l_1, \theta_1, l_2, \theta_2, \dots$ 等の總ての組合せに於て $l - l_0 - k\theta = 0$ であるべきのに、測定値に誤差があるので零にならずに

$$\left. \begin{aligned} l_1 - l_0 - k\theta_1 &= \Delta_1, \\ l_2 - l_0 - k\theta_2 &= \Delta_2, \\ \dots \dots \dots, \\ \dots \dots \dots, \\ l_n - l_0 - k\theta_n &= \Delta_n \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10.2)$$

となる。そこで l_0 及び k の最も確からしい値は

$$S = \Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \dots + \Delta_n^2$$

$$= (l_1 - l_0 - k\theta_1)^2 + (l_2 - l_0 - k\theta_2)^2 + \dots + (l_n - l_0 - k\theta_n)^2$$

$$\dots \dots \dots (10.3)$$

を最小ならしむべきものであるとするのである。此際は S

が二變數 l_0 及び k の函數であるから之を求めるには常に行ふ如く

$$\frac{\partial S}{\partial l_0} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial k} = 0$$

を聯立方程式として解けばよい。即ち

$$\frac{\partial S}{\partial l_0} = -2(l_1 - l_0 - k\theta_1) - 2(l_2 - l_0 - k\theta_2) - \dots$$

$$-2(l_n - l_0 - k\theta_n) = 0,$$

$$\frac{\partial S}{\partial k} = -2\theta_1(l_1 - l_0 - k\theta_1) - 2\theta_2(l_2 - l_0 - k\theta_2) - \dots$$

$$-2\theta_n(l_n - l_0 - k\theta_n) = 0,$$

或は $nl_0 + k(\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_n) = (l_1 + l_2 + \dots + l_n),$

$$l_0(\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_n) + k(\theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_n^2)$$

$$= (l_1\theta_1 + l_2\theta_2 + \dots + l_n\theta_n).$$

即ち

$$nl_0 + k\sum(\theta) = \sum(l),$$

$$l_0\sum(\theta) + k\sum(\theta^2) = \sum(\theta l) \quad \dots\dots\dots(10.4)$$

を解けばよいのである。

次に一特例を擧げて計算を實行する型式を示さう。

| 測定値 | | n=4 | |
|------------------------|---------|------------|------------|
| $\theta^\circ\text{C}$ | l 耗 | θ^2 | θl |
| 20 | 1000.22 | 400 | 20004.4 |
| 40 | 1000.65 | 1600 | 40026.0 |
| 50 | 1000.90 | 2500 | 50045.0 |
| 60 | 1001.08 | 3600 | 60064.8 |
| Σ 170 | 4002.85 | 8100 | 170140.2 |

$$\left. \begin{aligned} 4l_0 + 170k &= 4002.85, \\ 170l_0 + 8100k &= 170140.2 \end{aligned} \right\}$$

$$l_0 = 999.79 \text{ 耗},$$

$$k = 0.0218,$$

$$\alpha = \frac{k}{l_0} = 0.0000218.$$

§11. 最小二乗法(其三) 更に同様の第二例を考へる。今新らしい合金を作つたとき其密度の測定を行はんとするが合金片は大小數個あつて其質量は m_1, m_2, \dots, m_n で體積は v_1, v_2, \dots, v_n であることを測定した。但 m と v とは皆それぞれ同一の器械を使用したものとする。然るときは初學者は此等の數値を取扱つて密度の最も確からしい値として各片の密度を

$$\rho_1 = \frac{m_1}{v_1}, \rho_2 = \frac{m_2}{v_2}, \dots, \rho_n = \frac{m_n}{v_n} \dots\dots (11.1)$$

とし、この $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ の平均値

$$\rho_m = \frac{1}{n}(\rho_1 + \rho_2 + \dots + \rho_n) \dots\dots\dots (11.2)$$

を採用するが普通である。然しこれは正當なる數値の取扱ひ方ではない。何となれば m を測定するに使用した天秤が砵の桁まで秤量し得るものであり、 m_1 は數十瓦程度の大塊であり、 m_2 が數粒程度の小粒であつたとすると m の測定精度に於て著しい相異があり、 v に就ても同様であるから計算値 ρ_1, ρ_2, \dots 等の信用價值には莫大の懸隔がある。それを同列に取扱つて平均を取ることは公平なる處理方法ではない。宜しく信用の高い數値にはこれに相當した重用價值即ち荷重を附して取扱ふべきである。

これを考慮したものが最小二乗法によつて與へられる。

先づ $\rho = \frac{m}{v}$, 即ち $m - \rho v = 0 \dots\dots\dots(11.3)$

であるべきのに m, v の相当測定値に誤差があるので

$$\left. \begin{aligned} m_1 - \rho v_1 &= \Delta_1, \\ m_2 - \rho v_2 &= \Delta_2, \\ &\dots\dots\dots, \\ m_n - \rho v_n &= \Delta_n \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11.4)$$

とし $S = \sum \Delta^2 \dots\dots\dots (11.5)$

を最小ならしむる ρ を求めよといふのが最小二乗法であるから計算は次の如く進行する.

$$\frac{1}{2} \frac{dS}{d\rho} = -v_1(m_1 - \rho v_1) - v_2(m_2 - \rho v_2) - \dots - v_n(m_n - \rho v_n) = 0,$$

$$\rho(v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2) = m_1 v_1 + m_2 v_2 + \dots + m_n v_n,$$

$$\rho = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 + \dots + m_n v_n}{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2}.$$

これを變形すると

$$\rho = \frac{\rho_1 v_1^2 + \rho_2 v_2^2 + \dots + \rho_n v_n^2}{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2} \dots\dots\dots (11.6)$$

となる. 之を前記算術平均による (11.2) と比較すると全く異なつて居る.

§12. 荷重平均 (11.6) 式に従つて $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ から ρ を計算するのは試験片の大小によつて價値に輕重を附して v の二乗に比例した荷重をつけたのである.

一般に測定値 x_1, x_2, \dots, x_n , 其荷重が w_1, w_2, \dots, w_n ならば次式によつて得た x を荷重平均といふ.

$$x = \frac{x_1 w_1 + x_2 w_2 + \dots + x_n w_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n} \dots\dots\dots (12.1)$$

荷重が皆相等しければ總ての測定値が同等に信頼できるので其時には勿論算術平均になる.

§13. 平均誤差 前章に於て最も確からしい近似値を求める方法を説いたが, 此値の精度即ち信用程度を判斷する目安となるものが欲しい. 之を爲すにはガウスの誤差論によるのであるが此所論の詳細は他の成書に譲つて今差當り入用な事項を説いて置く.

直接測定の場合で n 個の測定値 x_1, x_2, \dots, x_n を得たとき其誤差を $\epsilon_1 = x_1 - X, \epsilon_2 = x_2 - X$, 等とする, 但し X は眞正值である. 然るときは此誤差の二乗の平均値

$$\mu^2 = \frac{1}{n} (\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + \dots + \epsilon_n^2) \dots\dots\dots (13.1)$$

を求めたとすれば μ の大小を以て信用程度を測る目安にするのである. これは良好な測定では ϵ が皆小さいから μ も亦小さく精度が高いと云ひ得るからである. 此際 ϵ の平均値を採用しないで ϵ の二乗の平均を採用する一つの理由は n が大なるときには ϵ は正負相消却して平均値が零になるからである. μ^2 は誤差の二乗の平均であるから μ は「誤差の二乗の平均の平方根」であるが, これでは餘りに言明に煩はしいから語を節約して單に平均誤差と呼ぶ. 故に此名を文字通りに解釋してはならぬ.

量の真正値 X は到底知り得ないものであるから実際には上式によつて μ を求めることは出来ない。測定値 x_1, x_2, \dots, x_n の平均値を x_m とし

$$x_1 - x_m = \Delta_1, x_2 - x_m = \Delta_2, \dots, x_n - x_m = \Delta_n. \dots\dots(13.2)$$

此等の Δ を測定値と平均値との較差又は残差と呼ぶ。ガウスの理論に従へば所要の μ^2 は

$$\mu^2 = \frac{1}{n-1}(\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \dots + \Delta_n^2) = \frac{1}{n-1} \sum (\Delta^2) \dots\dots(13.3)$$

である。この μ は x の測定を一回行つたときの精度を決定するものである。 x_1, x_2, \dots, x_n は讀取つた數は互に異なるけれど讀取る時の實驗者の心持は皆同一で同一の精度を有して居ると考ふべきである。その精度を μ で定めるのである。

n 回の測定を繰返して得た平均値 x_m の精度は n 回の知識を集めた結果だから x の一回の測定値の精度よりは高いことは當然である。平均値 x_m の精度は

$$\mu_m^2 = \frac{\mu^2}{n} = \frac{1}{n(n-1)} \sum (\Delta^2) \dots\dots(13.4)$$

なる μ_m で決定せられる。 μ_m を平均値の平均誤差と云ふ。これも亦不用意に讀むと錯誤に陥り易い名である。

§ 14. 間接測定に於ける平均誤差 x, y, z, \dots の諸量を測定してそれから

$$u = f(x, y, z, \dots) \dots\dots\dots 14.1)$$

なる式によつて定められる量 u の精度を定めるには、これ等諸量の平均誤差を $\mu_u, \mu_x, \mu_y, \mu_z, \dots$ とすると

$$\mu_u^2 = \mu_x^2 \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \mu_y^2 \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \mu_z^2 \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 + \dots\dots\dots (14.2)$$

で μ_u を定めればよい。

次に二、三の例を擧げる。第一例として落體の鉛直落下の時間 t を測定して高さ s を $s = \frac{1}{2}gt^2$ 式によつて測量せんとする。此時には變數は t 唯一つであつて

$$f = \frac{1}{2}gt^2 \dots\dots\dots(14.3)$$

$$\frac{df}{dt} = gt$$

で

$$\mu_s^2 = \mu_t^2 g^2 t^2.$$

これを變形すると $\frac{\mu_s}{s} = 2\frac{\mu_t}{t} \dots\dots\dots(14.4)$ を得る。

第二例として單振子の振動によつて重力の測定を行ふときは

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2} \dots\dots\dots(14.5)$$

で

$$\frac{\partial f}{\partial l} = 4\frac{\pi^2}{T^2} = \frac{g}{l},$$

$$\frac{\partial f}{\partial T} = -8\pi^2 \frac{l}{T^3} = -2\frac{g}{T}$$

であるから

$$\mu_g^2 = \mu_l^2 \frac{g^2}{l^2} + \mu_T^2 \frac{4g^2}{T^2}$$

これを變形すると

$$\left(\frac{\mu_g}{g}\right)^2 = \left(\frac{\mu_l}{l}\right)^2 + 4\left(\frac{\mu_T}{T}\right)^2 \dots\dots\dots(14.6)$$

となる。この式によれば最後の項に係數4があるから周期 T の測定には l の測定よりは多くの注意を要することがわかる。

第三例として測定値 x_1, x_2, \dots, x_n から算術平均で x_m を計算する場合を稍、奇抜の様に見えるが此所の一例と考へて見る。此時の式は

$$x_m = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) \dots\dots\dots(14.7)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = \frac{\partial f}{\partial x_2} = \dots = \frac{\partial f}{\partial x_n} = \frac{1}{n}$$

● 各 x の μ は同一であるから

$$\mu_m^2 = \frac{1}{n^2}\mu_1^2 + \frac{1}{n^2}\mu_2^2 + \dots + \frac{1}{n^2}\mu_n^2 = \frac{1}{n}\mu^2 \dots\dots(14.8)$$

で前掲 (13.4) 式の結果と一致する。

§ 15. 平均誤差と荷重 或る量を互に獨立に異なつた觀測者が測定したり或は同じ觀測者が異なつた器械又は装置によつて測定したものがあつた時、之を結合して一つの最も確

からしい値を求めたいことがある。此時には各測定値は其精度を異にするものだから測定値 x_1, x_2, \dots が異なつた平均誤差 μ_1, μ_2, \dots を有するとき如何に之を處理すべきかと云ふのである。之は要するに x_1, x_2, \dots に適當なる荷重 w_1, w_2, \dots を附して荷重平均を行ふべきだから結局の問題は平均誤差 μ と荷重 w との關係如何と云ふことになる。

此問題の答は次の通りである。即ち荷重 w は μ^2 に反比例する。

此事柄を證明することは本書の目的外であるから此所には其然ることを一特例に就て説明しよう。今一つの量の直接測定を十回行つて x_1, x_2, \dots, x_{10} を得、その平均値 x_m を以て最も確からしい値とした。此時 x_1, x_2, \dots, x_{10} の平均誤差は同一で之を μ とすれば x_m の平均誤差 μ_m は

$$\mu_m^2 = \frac{1}{10}\mu^2$$

であることは前既に之を説いた。扱て此十回の測定が假に昨日は x_1 から x_6 まで六回行はれ、今日は x_7 から x_{10} まで四回行はれたとし、昨日の結果は $x' = \frac{1}{6}(x_1 + x_2 + \dots + x_6)$ 、その平均誤差 μ' は $\mu'^2 = \frac{1}{6}\mu^2$ で、今日の結果は $x'' = \frac{1}{4}(x_7 + \dots + x_{10})$ 、其平均誤差 μ'' は $\mu''^2 = \frac{1}{4}\mu^2$ であると考へて、この x', x'' を精度を異にする二測定値と見做して如何に之を處理すれば x_m を得るか云ふ問題だとする。

$$x_m = \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_6) + (x_7 + \dots + x_{10})}{10}$$

$$= \frac{6x' + 4x''}{6 + 4}$$

だから x' , x'' に 6 及び 4 の荷重を附與して荷重平均をすればよい。然るに

$$\frac{1}{\mu_m^2} : \frac{1}{\mu'^2} : \frac{1}{\mu''^2} = 10 : 6 : 4$$

だから上式は

$$\frac{x_m}{\mu_m^2} = \frac{x'}{\mu'^2} + \frac{x''}{\mu''^2}$$

と書き得ることが明白で、 x_m , x' , x'' の荷重はそれぞれ $\frac{1}{\mu_m^2}$, $\frac{1}{\mu'^2}$, $\frac{1}{\mu''^2}$ である。

x' , x'' 等が多数にあつても全く同様で最も一般の場合として平均誤差 μ_1, μ_2, \dots なる測定値 x_1, x_2, \dots がある時は

$$\left. \begin{aligned} \frac{x}{\mu^2} &= \frac{x_1}{\mu_1^2} + \frac{x_2}{\mu_2^2} + \dots, \\ \frac{1}{\mu^2} &= \frac{1}{\mu_1^2} + \frac{1}{\mu_2^2} + \dots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(15)$$

なる x が最も確からしい値で其平均誤差は μ である。

第三章 器 械

§16. 器械の取扱ひ 測定は器械がしてくれるのではない、

如何に精巧な器械でもそれが正當に働き得るやうに準備し置き之を正當に使用して初めて信頼すべき効果を與へる。故に平常その保存、手入れ等に注意して、使用に際してこれを検査し器械が要求する使用條件に適ふやうに調整せらるべきである。

器械の取扱ひは丁寧なることを要する。之を運び、之を動かすには常に両手を使用するのを原則とする。顯微鏡を片手で猫の兒の如く掲げる初學の學生を見ることがあるが以ての外のことで、茶人が名器を取扱ふ如くすべきである。軽いものならば左手で下から重量を支へ右手を横から軽く當てて不時の事故に対する警戒を爲し、重い物ならば両手で下から之を支へる。又角度を測る目的でトランシットを使用して望遠鏡を種々の方位に向けるときにも、望遠鏡の廻轉軸の兩側に左右の手をあてて一は手前に引き一は向ふに押して偶力のみを働かせると、廻轉軸の位置を移動させる様な何等の力も作用しないから器械は極めて圓滑に廻轉し調整を狂はしめることがない。

要するに器械は彈性體で製作してあるので剛體で出來て居るのであると思つてはならぬ。

§17. 器械の手入れ 器械は常時使用に堪へる状態に保存することを要するから使用後に必ず手入れを行ひて之を器械戸棚、其他適當な場所に保護格納し、使用前にも亦一應の

手入れを必要とする。使用後その儘棚の上に載せて置き使用の時に取出して見ると、(i) 調整用のネジは錆付いて進退せず、(ii) 目盛した盤面は曇つて文字が読み悪く、(iii) 望遠鏡の十字線が切れた儘であつたりする。甚だしいのになると一旦器械を取外し掃除をして更に之を組立てなければならぬこともある。

普通の手入れを挙げれば

a. 木部 箱の如き木部の表面は油布巾にて拭ふ。此油は亞麻仁油(此油を煮沸したものがボイル油)か或は亞麻仁油とテレピン油との混煮がよい。ボイル油は決して使用してはならぬ、成績が甚だ悪い。油は少量を使用すべきで油布巾にて拭うた後に更に尙柔かい布巾で拭ふ。

b. 金物 器械の臺等をなす鐵又は眞鍮の鑄物で其上に塗料をかけた部分も上の通りでよい。或はワセリン²、パラフィン蠟¹を加熱融合したものを布巾につけて拭ふ。鐵の研磨した表面が出て居る所はワセリンを塗り置き使用に際して揮發油にて拭ひ時計油を極めて薄く敷く。

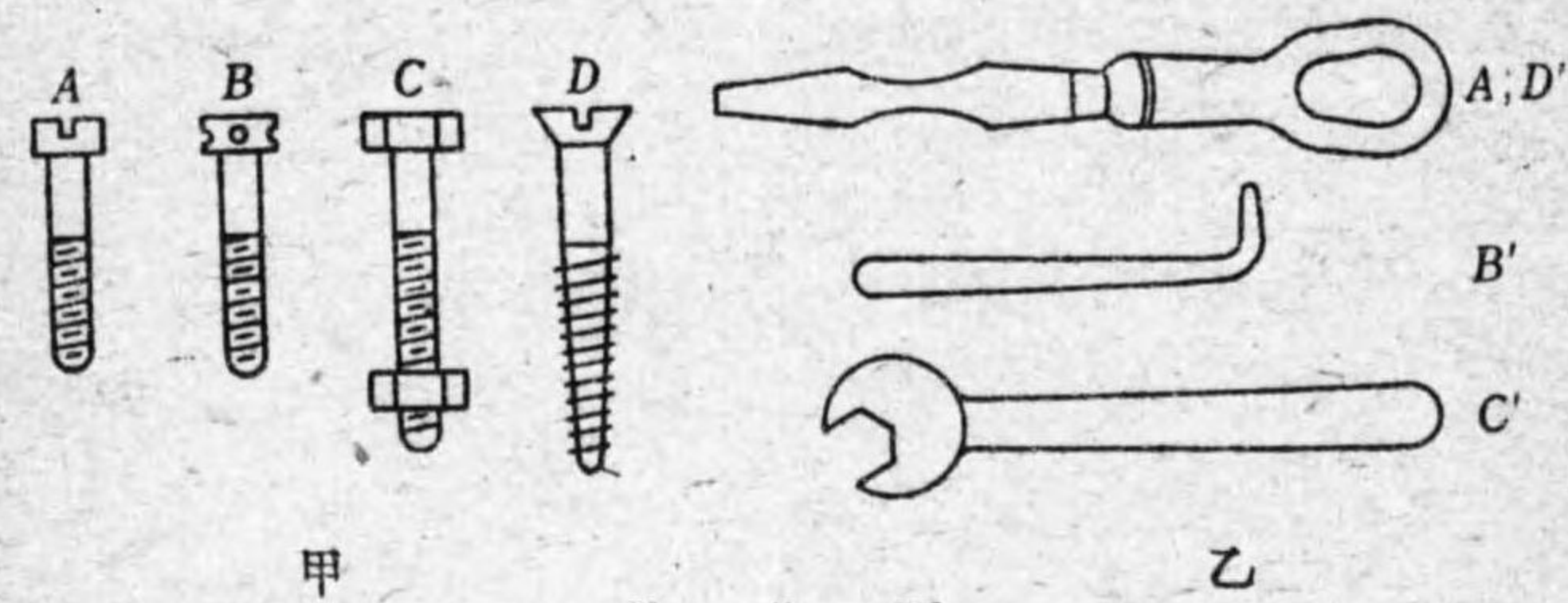
c. 調整用のネジ これには時計油を塗り置く。使用のときこのネジを兩極端まで進退させて見て故障があれば刷毛に揮發油をつけて洗ひ後に時計油を與へる。すべて油は成るべく少量を與へるべきもので金屬表面に油の薄膜があればよいのである。初心の人は油を多くつけ過ぎる通弊がある。これがために油が固まつてネジが動かなくなる。眼鏡類の進退する筒も同様である。

調整用のネジが錆びて居ても時計油を少し多く與へて數回進退させると大體は錆が取れる。甚だしく錆びて居ても研磨劑をつけたりしてはならぬ。

d. 目盛した面 角度や尺度を目盛した部分は目盛を見易くするためその表面が極上の仕上げに研磨してある。時にはその部分に銀を象眼して之に目盛が刻んである。此部分は決して指先を觸れたりしてはならぬ、觸れると後に指紋が現はれて取去れなくなる。此部分は汚れたとて鹿皮のナメシたので摩つたりすると其上に細かい線が滿面に出來て、蟲眼鏡で目盛を読むとき非常に邪魔をする。精々極上の時計油を吉野紙につけて軽く拭ふ程度でおきたい。

e. レンズ レンズ類は長く使用せずに置くと大氣中の水分や炭酸に作用せられて曇る。又其表面にアスペルヂラス屬の毛黴が生えてその菌絲や胞子が全面を蔽ふことがある。かくの如くならぬ様にするにはレンズの格納方法に注意してデシケートル中に藏するがよいが、時々其表面を損ぜぬ様に拭ふことが大切である。拭ひ方は吉野紙(又はよく洗つたガーゼ)を極く少量の純酒精で濕ほして軽く拭ふのである。寫眞の玉や望遠鏡の對物レンズの如き二枚又は三枚のレンズをカナダ・バルサムで貼附けたものでは特に酒精を多く使用してはならぬ。液の分量が多いとレンズ間の隙間に毛管現象で恐ろしく早く液が浸入してバルサムを害し全く取返しがつかぬことになる。

§ 18. 器械の取外しと組立 器械には取外してよい部分と取外してならぬ部分とある。取外してもよいと確認した部分はこれを固定してあるネジを抜かねばならぬ。ネジには色々の種類があつてネジの形によつて使用器具が違ふ。最も普通のネジ A はその頭に一本の溝があるものでこの溝に丁度はまるネジ廻し A' の尖頭を眞直にはめて廻す。抜くときに廻す方ばかりに氣を取られるとネジ廻しが溝から



第 1 圖

外れて溝の縁を損じたりネジ廻しの頭を缺いたりする。ネジ廻しの正しい使用法は押し且つ廻すのである。ネジ廻しの頭の幅と厚さとはネジの溝に一致するものを使用すべきだからネジ廻しは大小種々のものを備へ置く。木と木とを接合するに使用する木ネジ^モDも同様である。

第二のネジ B は頭に横穴が貫通してあるもので此横穴に適合するピン B' を挿入して廻す。このピンは鋼鐵製だと丈夫すぎて無理に廻すと器械を損ずることがあるから寧ろ眞鍮製で力を多く要するとピンが負けて曲る方がよい。又それ程ネジが固いときには油を與へて氣永く試みるがよい。

第三のネジ C はボルトの頭の様に六角又は四角の頭をしたもので之に適合するネジ廻し C' を使用する。この特別のネジ廻しがなければ手萬力で挟んで廻す。

ネジを抜き終り互に固定された部分を外したならば直に抜き取つた雄ネジを元のネジ穴にはめて置く。これはネジ

の紛失を防ぐよりも後の組立てがうまく行くからである。どのネジをはめても同じ太さのものなればよい理屈であるが実際にはネジ勝手がある。極く優等の器械では雄ネジの頭とネジ穴の傍とにポンチで一つ二つの點を打込んで合印としてある程である。

取りはづした各部分は揮發油を多く入れた容器の中に入れるか揮發油を含ませた柔かいブラシで掃除する。

組立に於て最も重要なことは固定用のネジの締め加減である。初心の人は締め過ぎるものである。固く締めさへずればよいかと思つて極端にやるのでネジが引きちぎれることさへある。ネジは幾何學的に云うてはまるべき所迄に達したならば、そこで一寸力を加へて締めつける程度がよい。

尙一つ序に記して置くことは調節用のネジ、例へば三脚臺を水平にするためのネジの如きは上記三種のものとは用途を異にして居るもので、これは必要に應じて之をねぢるべきものだから其頭に指をかけても迂らぬ様に龍頭^{リュウツツ}と云うてギザギザがつけてある。懐中時計の頭にあるゼンマイを巻くためのネジにも龍頭がつけてある。第10圖の測微螺子にもこれがつけてある。斯く手を觸れるべき所には、その様に製作してあるのに、初心の人は此龍頭を用ひずに目盛した圓柱部を擱んで測微螺子を廻さんとする。これは心なき所作である。

§ 19. 器械の配置 實驗を行ふに當つては多數の器械を使用して適當に之を室内に配置しなければならぬが、最初に此配置や又一つ一つの器械の向け方等に注意して總ての器

械が正當に使用せられ尙且つ實驗者が不便を感じざる様に考慮しなければならぬ。安樂に實驗の出来ることも測定値の精度を増す所以で身體に無理をしながら直に疲勞する様な事情の下に觀測するのではよい効果は望めない。測定は器械がするのではない、觀測者がやるのであるから觀測者が精神を集中し得る様にすることが大切である。甲乙二つの器械を左右交換しただけで大層便利になることがある。實驗が本筋に入つてからは模様替へはしたくない、最初に計畫を爲すがよい。

實驗室の用水、排水、電源、瓦斯、照明等の永久設備に就ては記述を省略して既成室内に於ける注意事項を述べると

a. 照明 目盛を讀取るときに側方から光が來ては正しく讀み得ない。刻線の内側の一方が暗く一方が明るいので讀取が一方に偏り誤差が常に正又は負になり勝ちである。散光が前上方から來るのが望ましい。

b. 通風 實驗中は餘り強い通風は好ましくない、寧ろ皆無がよい。

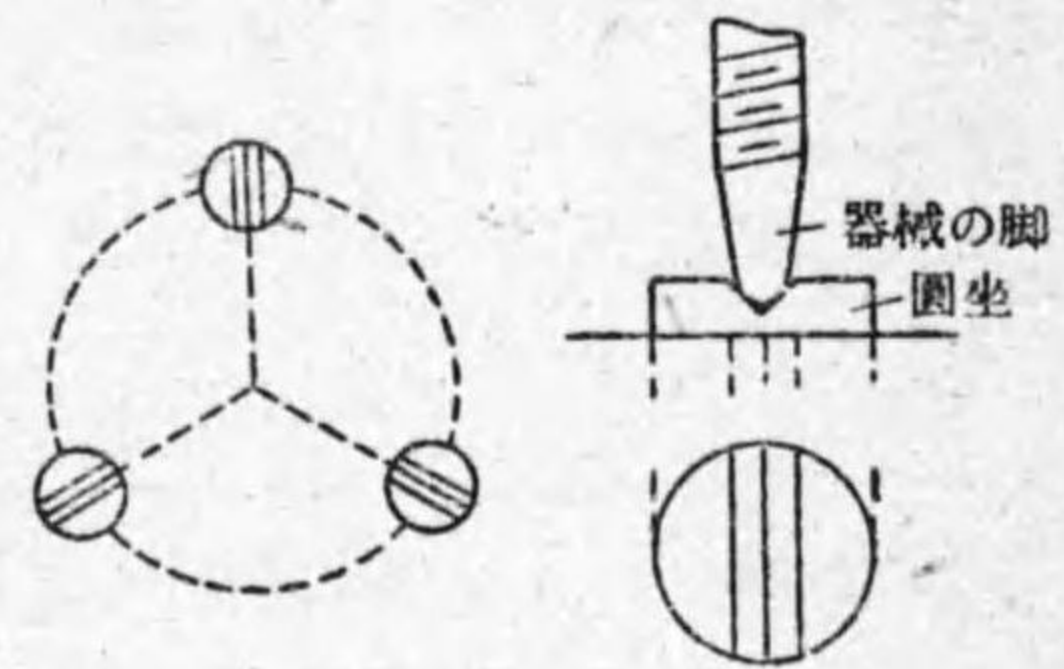
c. 温度の配布 器械の兩側の温度が違はない様にせよ。化學天秤を南窓に近く置いたために直接日光が室内に差込んで天秤の兩側の温度がちがひ秤量に誤りを來たす(臂の長さの相違、空氣の密度の相違等のために)ことがある。暖房装置の位置にも慮する必要がある。永平に据ゑた積りの器械が暖房装置を働かせたらば水準器の氣泡が一方に偏して居たので驚かされる。

d. 安定度 器械によつては安定が大切である。床張りが悪いために近傍を歩行すると器械が揺れたりして實驗不可能になるや

うでは困る。化學天秤、鏡檢流計、顯微鏡寫眞、X線寫眞等實驗中微動もしてならぬものは地表を傳はつて來る振動と絶縁するために特に地中から築き上げた石の臺の上に安置する必要がある。

机又は石臺の上で器械が横に移動することを防ぐには器械に三本脚があるならば圖の様な三角溝のある稍々厚い金屬圓坐

(直徑 4-5 寸) 三個を置いてその溝に三脚を載せて、各々の脚は溝の兩斜面に接觸させる。溝の方向は器械の三脚の中心に向つて互に 120° の角をなす様にし燒石膏を水に和



第 2 圖

したものを圓坐の周圍に流して之を固定させる。斯くすれば結局器械は臺と六個の接觸點を有するので力學で説く所の剛體(器械)の有する六つの自由度を失はしめたので器械は全く不動となる。

§ 20. 補助作業 實驗の準備中又はその進行中に種々の手工の様な補助的の作業が入用である。次に参考のために之に就て記す。

a. 接合 二つの物を接合する機会が多い。木に細い竹の棒を貼付け或は小さい鏡やプリズムを一時的に固定したい時には豫てより松脂と蜜蠟とを陶器中で加熱融合し之を棒状にしたものを蓄へ置いて貼付劑にする。夏冬によつて調合の割合を適當に加減する。テレピン油を加へてもよい。

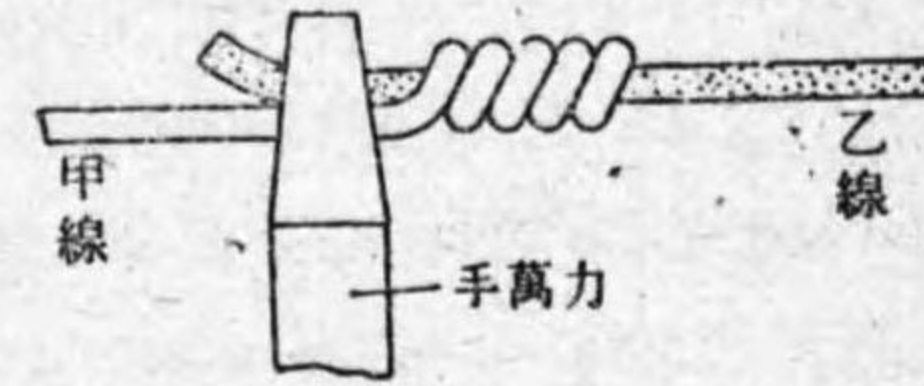
以上では固過ぎて不便な場合で、多少移動の出来る張りつけ方を望むときはグセリンとパラフィン蠟とパラフィン油とを調合する。在來の鬚附でもよいが金屬が錆びるから面白くない。彫刻家の塑像用の油土も悪くはないが、それは眞鍮の表面を黒くする。

膠又は膠に他物を調合した貼附劑が多い。(i)木材と木材とを永久的に貼附するには膠がよい。膠を一夜水に浸して膨ませ水を切つてから新たに水を入れて湯煎して使用する。木材の接合にはカゼイン糊が最良である。ベニヤ板を作るに之を使用して居る。(ii)硝子、陶器等をつぐには膠に半量の氷醋酸を加へる。市賣のセメンダインは此種のものである。(iii)光學用の透明硝子板を組立てた小容器で繼目の硝子が砂目であるものには膠に $\frac{1}{5}$ 量の飴を入れたものを使用する。飯粒のよく練つたものはアルコール等を入れる容器のセメントとして誠によい。膠に $\frac{1}{5}$ 量の重クローム酸加里を加へたもの、特に接合してから日光に曝露したものは熱湯に堪へる。(iv)硝子をつぐにアルコールやエーテルの觸れない所ならばカナダ・バルサムがよい。

望遠鏡の十字線を托環に貼つたり鏡檢流針の指針を吊したりするには蜘蛛絲や熔融石英の絲を使用するが、これにはシェラックのアルコール溶液を妻楊枝の先でつける。溶液が餘り濃いとアルコール分が蒸發し終るのに長時間を要するから寧ろ薄い方がよい。シェラックのアセトン溶液は乾きが早い。蜘蛛絲や石英絲或は眞綿から抜取つた絹の纖維等を取扱ふにはシェラックの薄片をピンセットで挟んでアルコール・ランプ又はブンゼン燈でその一端をとかして手早く絲の端に觸れて引くとシェラックの弾力ある細い棒がつく。絲の兩端をかくすると操縦が自由である。

b. ハンダ付け ハンダ(鉛2, 錫1, 融點 240°C) 付けの成功, 不成功は一に接合部の温度が十分に高いか否かによる。故にハンダ鍍は大なるもので作業中冷却しないものを使用する。金屬面の酸化物を除くために鹽化亜鉛, 松脂, チノール等を使用するが電氣實驗には鹽化亜鉛を避けよ。電氣實驗に銅線を繼合はせるには甲乙二本の線を平行にし手萬力で咬へ甲を乙の上へ巻きつけ(第3圖), 次に乙を甲の上へ巻きつけて後にハンダ付けをする。

非常に細い針金を繼合はせるにはハンダでは温度が高過ぎて不可である。此時にはウッドの合金(錫1, カドミウム1, 鉛2, 蒼鉛4, 融點 73°C)を使用する。安全な方法は砂皿の上に硝子板を置き其上に接合部を押へつけて之にチノールと合金の削つた小片とを與へて加熱して合金が融ければ火を引く。



第 3 圖

c. 硝子切り 硝子板をダイヤモンドで切るとき同じ所を二度硝子切りでなぞつては不可である。硝子切りを損ずる。線は一度でよくつく様に練習せよ。よい線がついたら線の兩側を両手で摘み板を曲げて折る様でなく左右に引離す様に力を與へる。

硝子管を折る時にも硝子切りか鑪で疵をつけてから折らうとせず両方を急速に引離す様に氣合をかけて引けば見事に離れる。折るのではない離すのである。折らんとすると怪我をする。

d. 硝子厚板の細工 硝子の厚板に鑪をかけたたり錐で穴を穿ちたいときには工具の先に10%の樟腦を入れたテレピン油をつけると思議に刃物が硝子にかゝる。テレピン油は新しいのが良い。硝子板の艶消しには金剛砂又はカーボランダムに水をつけて研磨する。粒の大きさで砂目が荒くも細かくもなる。

e. 硝子面の腐蝕 弗化水素で硝子を腐蝕させるには硝子面を蠟(パラフィン蠟或は松脂, 蜂蠟の調合したもの)で被覆して之を彫刻して腐蝕させる。弗化水素の液を働かせると文字や線が透明に現はれるが弗化水素の蒸氣(螢石の粉末と硫酸とを加熱發生せしめる)を働かせると艶消しになる。

f. 硝子面の銀つけ 硝子面に銀をつける藥品の處方は色々あるが何れにしても硝子面を非常に清淨にして普通は硝子の浅い皿の中にて銀つけする。然し所望の面に一向銀がよく附かずして容

器の内壁に見事につくことが往々ある。次の如くすれば間違ひなく成功する。

銀つけすべき表面を先づ強苛性加里液で清め、次に稀硝酸、次に蒸溜水にて洗ふ。此時一液から他液に移る毎に、硝子棒の先に脱脂綿を縛りつけたもので蒸溜水中で硝子面を摩擦する。次に少量の鹽化第二錫の水溶液に鹽酸の一滴を加へたものを静かに硝子面に作用させ暫時の後流水で洗ふ。鹽化錫をつけてから後は一切硝子面に觸れてはならず又之を乾かしてはならぬ。銀液を入れる器は硝子皿よりは蠟紙(蜂蠟を融かし其中にケント紙を浸して氣泡の發生の止んだ後に之を引き上げ過剰の蠟を垂らし固めたもの)を折つて淺い四角な皿をつくる。紙の重ね目は加熱して蠟で繼合させる。この皿の中に濡れた硝子板を入れ極めて静かに藥品を直接に硝子面上に注ぎかけの様に周圍から入れると約一時間で銀が附き終る。そこで液を捨て、硝子を流水で洗ひ、其儘乾かせば作業が終る。薬液は次のA, B二液を作り置き使用に際して等量を混合する。

A液 蒸溜水 100cc に 2.5 瓦の硝酸銀をとかし静かにアンモニア水を滴下して最初に出來た沈澱が殆ど消失せんとするに至つて止める。全く消失しては不可なのだが、此消失が誠に不意に生ずるから液の 25cc を別に取分けて置き兩方を上記の如く處理して之を混合して沈澱が全く消失しない機會を捉へるのがよい。全體に蒸溜水を加へて 250cc にする。

B液 少量の蒸溜水に 0.5 瓦の硝酸銀をとかし之を 250cc の沸騰してゐる蒸溜水中に注入する。これに 0.4 瓦のロシエル鹽(酒石酸カリウム・ナトリウム)を加へて沈澱が灰色になるまで煮沸し、熱い間に濾過し、硝子鏡中に蓄へる。

兩液とも暗所に置けば一ヶ月は有效である。

g. 光學用實驗に種々の色の濾光板が入用である。これには寫眞乾板をハイボで乳劑を除き去つて透明にしてからクローム明礬

2%の水溶液に浸してゼラチン膜を固め、よく水洗して、別に用意した任意の着色液を入れたバットの中に浸して色づけする。十分染色してから取出し乾燥すればよい (§96)。

h. 水銀の清淨法 水銀中の塵を除くには普通の液の濾過装置を爲し、濾紙の代りに普通の紙を使用し、その圓錐の下の尖端に針で小孔をあけてやれば塵は圓錐の中に殘留する。

脂肪は加里液、ベンゾール又はアルコールと共に硝子鏡に入れて振盪し、普通の輕金屬や酸化物は稀硝酸、鹽化鐵の水溶液又は重クローム酸加里の水溶液と共に振盪して最後に蒸溜水と共に數回振盪する。エーテルを水銀に觸れることは禁物である。

水分を去るには陶器に入れて 150°C 以下で加熱すればよい。少少の水氣は吸取紙で拭ふ。

水銀中に重金屬が混じて居るときには水銀を蒸溜してこれを分離する必要がある。これには特別の蒸溜器が發賣せられてある。

i. 光學實驗に於て水を見易からしめるために着色するにはフルオレシンの 1% アルコール溶液を滴下すればよい。

第四章 計 算

§ 21. 物理學的計算 數の計算術の要諦は勞力小にして誤算なきを貴ぶ。本章に於て此見地より物理計算に特有なる方法を記さう。簡單なる一例として或る量の直接測定値が十二個ある時の算術平均値を求めるに普通の方法では(甲)の如くにやる。然るに平均値が 23.6 に略し近いことが一見明瞭であるから、之を略近値として、(乙)の如く此略近値と測定値との差だけを考へて正負の符號をつけて加へると

労力は極めて少ない。
 又乗除算に於て位取りに誤りなからしむるには最初の数字を一位の桁にして之に 10^n を乗じた形に書替へて運算するがよい。
 例へば 563.6×0.0023 を求むるに

| | |
|------------|-----------|
| (甲) | (乙) |
| 23.64 | +0.04 |
| 23.59 | - 1 |
| 23.60 | 0 |
| 23.58 | - 2 |
| 23.61 | + 1 |
| 23.57 | - 3 |
| 23.63 | + 3 |
| 23.62 | + 2 |
| 23.60 | 0 |
| 23.59 | - 1 |
| 23.62 | + 2 |
| + 23.60 | 0 |
| 12) 283.25 | 12) +0.05 |
| 23.604 | +0.004 |

$$(5.636 \times 10^2) \times (2.3 \times 10^{-3}) = 5.636 \times 2.3 \times 10^{-1}$$

$$= 12.9628 \times 10^{-1}$$

$$= 12.9628$$

とする如くで、割算でも同様に行ふ。

§22. 有効数字 物理計算に現はれる数の多くは絶対値でなくて実験誤差の伴つた測定値である。故に例へば割算をして澤山の数字を並べても終りの数桁は無意味なものである。有効数字 (Significant figure) が幾桁あるかを念頭に置いて計算すべきである。

例へば質量 491.1 瓦, 體積 55.1 立方糎と測定して其密度を求めるとして考へて見ると, 使用した天秤では $\frac{1}{10}$ 瓦迄は確實に秤れたのであらうが體積の方は $\frac{1}{10}$ 立方糎は中々困難であらう。そこで普通に割算をして答が 8.9128……と出たとして何桁まで意味があるか。若し體積が 55.0 として

割算をやると答は 8.929 となる。即ち精々小數點第二位までしか意味がなく密度は有効數字三つしか出て來ない。

故に物理計算には省略算に熟達して居るのがよいことになる。

この意味で次の様な場合に δ, ϵ 等が小なれば

$$(1+\delta)^m = 1+m\delta, \dots\dots\dots(22.1)$$

$$(1+\delta)(1-\epsilon)^{-2} = (1+\delta)(1+2\epsilon) = 1+\delta+2\epsilon \dots\dots(22.2)$$

で十分であり, 又 p_1, p_2 が殆ど等しい時には

$$\sqrt{p_1 p_2} = \frac{1}{2}(p_1 + p_2) \dots\dots\dots(22.3)$$

で, 殆ど相等しき二數なれば幾何平均の代りに算術平均で充分である。

§23. 對數計算 位取りや有効數字のことを考慮した計算法は對數計算である。一般に有効數字が n 桁なれば n 桁の對數表を使用すればよい。物理計算には多くの場合四桁の表で充分である。

實際の計算の仕方の一例を示すために, 質量 m が 491.1 瓦で球の半径 r が 2.36 糎であつたときの密度 ρ の計算は次の如く運ばばよい。これで運算が一目瞭然で檢算も容易である。

對數計算が良いことになると計算尺を使用するのが有利なことは明白である。

$$\rho = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{3m}{4\pi r^3}$$

| | | | |
|---|-------------|----------------|-------------|
| 3 |0.4771 | r |0.3729 |
| m |2.6912 | r ³ |1.1187 |
| | 3.1683 | 4 |0.6021 |
| | | π |0.4971 |

2.2179 ← 2.2179

$$\rho \dots\dots 0.9504$$

ρ = 8.920

時として或る與へられた函数式に就て自變數の種々の値に對する變數を計算したいことがある。例へば屈折率 $n = 1.5103$ なる硝子と空氣との境界に於て空氣中からの投射角

| | | | |
|----------------------------------|---------------|------------------------------|---------|
| $\log n = \log 1.5103 = 0.17906$ | | | |
| (1) | (2) | (3) | (4) |
| i | $\log \sin i$ | $(2) - \log n = \log \sin r$ | r |
| 10° | 1.23967 | 1.06061 | 6° 36'1 |
| 20 | 1.53405 | 1.35499 | 13 5.3 |
| 30 | 1.69897 | 1.51991 | 19 20.0 |
| 40 | 1.80807 | 1.62901 | 25 11.3 |
| 50 | 1.88425 | 1.70519 | 30 28.7 |
| 60 | 1.93753 | 1.75847 | 34 59.3 |
| 70 | 1.97299 | 1.79393 | 38 28.6 |
| 80 | 1.99335 | 1.81429 | 40 41.9 |
| 90 | 0.00000 | 1.82094 | 41 27.7 |

i を自變數としその値を $10^\circ, 20^\circ, \dots, 90^\circ$ と 10° の等間隔で變化したとき此硝子中の屈折角 r が如何に變化するかを

$$n = \frac{\sin i}{\sin r}$$

で計算したい。此様な場合に此所に記した様な型式によるが計算にも亦檢算にも便利である。此種の計算に習熟することを奨める。

(2) 欄から (3) 欄を作るときには小さな紙片に 0.17906 と書いたものを (2) の數字の下にあてがつて減算をして (3) を作り、出來上つてから同じ紙を (3) にあてて加法をして (2) に戻して見るがよい。

§24. 計算式の微分 上例の m, r から ρ を計算する式は ρ が m, r 二變數の函数式であるが、實驗に着手する前に此様な計算式を微分して見るのが常に有利である。此例では先づ對數を取つて微分するがよい。

$$\log \rho = \log \left(\frac{3}{4\pi} \right) + \log m - 3 \log r,$$

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\Delta m}{m} - 3 \frac{\Delta r}{r}.$$

今この $\Delta m, \Delta r$ をその m 及び r の測定誤差と考へると此式は此等の誤差が密度の測定に何程の誤差を與へるかを示すものである。項の符號が $\Delta m > 0$ で m を眞の値より大きく誤れば ρ が大きく出過ぎるし、 $\Delta r > 0$ で半徑を大き過ぎ

る様に誤れば ρ が小さく出ることを語るのである。而して $\frac{\Delta m}{m}, \frac{\Delta r}{r}, \frac{\Delta \rho}{\rho}$ 等は誤差が測定値の何分の一になるかを示すものであるから、 $\frac{\rho \Delta}{\rho}$ を百分の一まで正しからしむる註文ならば $\frac{\Delta m}{m}$ を百分の一まで、 $\frac{\Delta r}{r}$ を三百分の一まで測定すべきことを教へる。之によると前記對數計算の例に取つた實驗で球の半径の測定が $\Delta r = \frac{1}{10}$ 耗までとすれば $\frac{\Delta r}{r}$ が約二百四十分の一だから $3 \frac{\Delta r}{r}$ は $\frac{1}{80}$ 程度になる。さすれば $\frac{\Delta m}{m}$ もその程度でよいので瓦の小數以下などを測ることは無意味であることが明かである。

§25. 挿入法 物理計算を行ふに當つて屢々數の平方根とか逆數の表の如きを利用すると便利であり、又測定値に補正を施すために種々の表(例へば溫度、壓力對大氣の密度の表)を使用することがある。然るに此等の表は多くは自變數 x の等間隔の値に對する從屬變數 y の値を表記してあるのだから、表に擧げてある相隣れる二自變數の間に挟まれたる y の値を求めることが多い。挿入法は此時使用すべき計算法である。

自變數 x_n に對する從屬變數 y_n を知らんと欲するとき x_n に近い x を x_0 とし、これに隣接する x の一列を $\dots, x_{-2}, x_{-1}, x_0, x_1, x_2, \dots$ とし、相當する y を $\dots, y_{-2}, y_{-1}, y_0, y_1, y_2, \dots$ とする。即ち x_n は x_0 と x_1 の間に位するので $n < 1$ である。先づ表記してある如く第一差 Δ' 及び第二差

Δ'' を適當な符號をつけて計算する。

$$\frac{x_n - x_0}{x_1 - x_0} = n, \quad n < 1.$$

| 自變數 | 函 數 | 第 一 差 | 第 二 差 |
|----------|----------|--|---|
| | | | |
| x_{-2} | y_{-2} | $y_{-1} - y_{-2} = \Delta'_{-\frac{3}{2}}$ | $-\Delta'_{\frac{1}{2}} - \Delta'_{-\frac{1}{2}} = \Delta''_{-1}$ |
| x_{-1} | y_{-1} | $y_0 - y_{-1} = \Delta'_{-\frac{1}{2}}$ | $\Delta'_{+\frac{1}{2}} - \Delta'_{-\frac{1}{2}} = \Delta''_0$ |
| x_0 | y_0 | $y_{+1} - y_0 = \Delta'_{+\frac{1}{2}}$ | $\Delta'_{+\frac{3}{2}} - \Delta'_{+\frac{1}{2}} = \Delta''_{+1}$ |
| x_{+1} | y_{+1} | $y_{+2} - y_{+1} = \Delta'_{+\frac{3}{2}}$ | |
| x_{+2} | y_{+2} | | |
| | | | |

普通の對數表では x の間隔を狭くしてあるので Δ' が一定、従つて Δ'' が零になる様にしてある。此時 x 對 y のグラフは一直線で

$$y_n = y_0 + n\Delta' \dots \dots \dots (25.1)$$

である。對數計算では $n\Delta'$ を比例部分と呼んでゐる。

y 對 x のグラフが曲線るときには Δ' は一定でなく、 Δ'' が或る價を持つ。 Δ'' が小で曲線が甚だしく彎曲して居らぬときは

$$\left. \begin{aligned} y_n &= y_0 + n\Delta'_0 + \frac{n^2}{2}\Delta''_0, \\ \Delta'_0 &= \frac{1}{2}(\Delta'_{+\frac{1}{2}} + \Delta'_{-\frac{1}{2}}). \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (25.2)$$

但し

Δ'' の變化が盛なれば第三差 Δ''' を要するが今はその場合を省略する。

| 溫度 | 密度 |
|-----|--------|
| 0° | 13.596 |
| 10° | 571 |
| 20° | 546 |
| 30° | 522 |

例1. 水銀の溫度對密度表より 12.6°C の密度を求む。

表によれば 10°C に於ける $\Delta_0' = -0.025$, $\Delta_0'' = 0$ ならば求むる所の密度は $13.571 - 0.26 \times 0.025 = 13.565$.

例2. $x=32.4$, $\frac{1}{x}$ を逆數の表によりて計算せよ。
表により $\Delta_0' = -0.000977$, $\Delta_0'' = +0.000061$.

| x | $\frac{1}{x}=y$ | Δ' | Δ'' |
|-----|-----------------|-----------|------------|
| 31 | 0.032258 | -0.001008 | +0.000061 |
| 32 | 31250 | - 947 | |
| 33 | 30303 | | |

$$\begin{aligned}
 n &= 0.4 \\
 y_0 &= 0.031250 \\
 - 391 &= n\Delta' \\
 + 5 &= \frac{n^2}{2}\Delta'' \\
 \hline
 &= 0.030864
 \end{aligned}$$

此所に序であるから記して置くが物理實驗に入用な上記水銀の密度對溫度の表の如きものは東京天文臺で年々新しく發行する理科年表と云ふ本に載録してある。此書には天文、氣象、物理、化學、地質、地學に關する最新の知識が表にしてあるのだから實驗者必携の書物である。

その意味で上記の如き種類の表は總てこれを同書に譲つた。

§ 26. 測定の表現 測定結果の表現の三つの型式の中で

表式表現は量の間關係が明瞭に表はれない憾があるが、測定結果の忠實なる記録としては之に勝るものは無い。

圖式表現は關係が一目瞭然であるのが優れた點である。然しこの能力を發揮せしめるにはグラフを作る前に直角座標式がよいか或は極座標式がよいかとか、直角座標式でも何を變數として採用すべきか等に就て考慮を廻らすべきである。落體の實驗で距離 s と時間 t とを實測したとき (s, t) を變數とすれば拋物線になるが、それよりは (s, t^2) を採用してグラフを一直線にした方がよい。

全く關係が如何にあるか知れて居ないときには種々の試みをすべきだが、結局この問題は結果を函數式で表はすのと同じことである。 $y=f(x)$ の普通の場合を下に列記するが、此等を参考し實驗の意味を考察して適當のものを選ばねばならぬ。

(i) $y=a+bx$ (26.1)

グラフは一直線になる。 $y-a$ が x に正比例し Δy が Δx に正比例する。溫度による熱膨脹がこの好適例である。

(ii) $y=a+bx+cx^2$ (26.2)

グラフは拋物線になる。熱膨脹のとき溫度の變化する範圍が廣いと一次式では表はせなく本式の如く二次式を採用して

$$l=l_0+k\theta+h\theta^2$$

の如くする必要がある。 $\frac{\Delta l}{\Delta \theta} = k + 2h\theta$ で、膨脹率の $\alpha = \frac{1}{l_0} \frac{\Delta l}{\Delta \theta}$ は一定でなく

$$\alpha = \frac{k}{l_0} + \frac{2h}{l_0} \cdot \theta.$$

θ と共に變化し膨脹率の溫度係數 β といふ考を入れる必要がある。 β とは

$$\alpha = \frac{k}{l_0} \left(1 + \frac{2h}{k} \cdot \theta \right) = \frac{k}{l_0} (1 + \beta \theta)$$

とした $\beta = \frac{2h}{k}$ である。

(iii) $y = a + cx^2$ (26.3)

(ii) の $b=0$ の場合だが此時には $x^2 = x'$ として $y = a + cx'$ の一直線のグラフにするがよい。

(iv) $y = \frac{a+bx}{x}$ (26.4)

此時はグラフは雙曲線である。一直線に改めるには x の逆數を x' として $y = b + ax'$ にしたがよい。

(v) $y = \frac{ax}{b+cx}$ (26.5)

同じく雙曲線だが (iv) よりは複雑である。 $\frac{y}{x} = x'$ とすれば $cy + bx' = a$ なる一直線になる。

(vi) $y = kx^n$ (26.6)

n 次の拋物線。これは $\log y = y'$, $\log x = x'$ として變數の變換を行へば $y' = a + nx'$ なる一直線となる利益がある。

(vii) $y = ae^{\mu x}$ (26.7)

これは μ が正負二つの場合があるが物理現象に屢々現はれる。これは $\log_e y = y'$ として $y' = c + \mu x$ の形にしたがよい。この際 $\log_{10} N = 0.4343 \log_e N$ だから $\log_{10} y = y''$ として $y'' = \log_{10} a + 0.4343 \times \mu x$ としてもよい。

(viii) y が t の周期函數で周期が T ならばフーリエの定理によつて

$$\left. \begin{aligned} y = & A_0 + A_1 \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right) + A_2 \sin\left(2 \frac{2\pi}{T} \cdot t\right) + \dots \\ & + B_1 \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right) + B_2 \cos\left(2 \frac{2\pi}{T} \cdot t\right) + \dots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(26.8)$$

と記し得る。 y 對 t の曲線から $A_0, A_1, \dots, B_1, \dots$ を計算することを調和分析 (Harmonic analysis) といふ。

§27. 實驗結果の論議 或る變數を選んでグラフを畫いたとき滑かな曲線又は直線を得れば其實験は兎に角著しき誤差が伴はなかつたことを知る。又實驗結果を理論的に考へて之を表はすに適當な式を案出して式中にある定數を最小二乘法其他によつて計算し、此定數を使用して變數の幾組かに相對する値を算出してこの計算値 (Calculated value) と觀測値 (Observed value) とを比較し、又此等に相當する點をグラフの曲線上に載せて見て著しい差がなく、或るものは曲線の一側に、他のものは他側に萬遍なく位置すれば此

式は事實に近いものを代表して居ると見てよい。

斯くして現象を代表する函數式が決定すれば現象そのものの物理的意義を推察し得るのである。

前記 (i) 式の如く $y=a+bx$ ならば $\Delta y=b \cdot \Delta x$ で Δy と Δx とが正比例し x が一定量 p だけ増す毎に y も亦一定量 bp だけ増す。即ち両者が共に等差級數的に變化する。これ膨脹率とか彈性率とか帶磁率とかの如き多くの現象に於て正比例關係の行はるゝ場合である。

(vi) の如く $\log y=y'$ と $\log x=x'$ との間に正比例關係の成立する時は $y'=a+nx'$, $\Delta y'=n \cdot \Delta x'$ から n を計算すれば元の y が元の x の何乗數であるかが知れるし, $a=\log k$ から $y=kx^n$ の k が知れる。

(vii) の $y=ae^{\mu x}$ ならば $\log y=\log a+\mu x$ 即ち $y'=logy=c+\mu x$ で μ と c とが知れ, $c=\log a$ で a が知れる。此場合は天然現象に甚だ屢々現はれるもので、特に μ が負數の場合なる $y=ae^{-\lambda x}$ の形のものが多い。此時には

$$\frac{\Delta y}{y} = -\lambda \cdot \Delta x$$

であり、又 x が $0, l, 2l, 3l, \dots$ と等差級數的に變化すると y は $1:e^{-\lambda l}$ 或は $e^{\lambda l}:1$ の割合或は $(e^{\lambda l})^l:1$

| x | y |
|-------|--|
| 0 | $y_0=a$ |
| l | $y_1=ae^{-\lambda l}=y_0e^{-\lambda l}$ |
| $2l$ | $y_2=ae^{-2\lambda l}=y_1e^{-\lambda l}$ |
| $3l$ | $y_3=ae^{-3\lambda l}=y_2e^{-\lambda l}$ |
| | |

の割合で等比級數的に變化するのである。 x の變化 1 に對して y の變化は $e^{\lambda}:1$ である。 $e=2.718\dots$ であるから $e^{\lambda}=k$ と書けば $k>1$ である。又 $\frac{1}{k}=d$ と書けば同じ現象を x が 1 だけ變化する毎に y は $1:d$ ($d<1$) の割合で減少して行くと云うてもよい。

振動體の減衰振動 (§ 60) では一周毎に振幅は $k:1$ の割合に減衰すると云ふが k は減衰因數である。光が物質中を通過するとき 1 糎毎に $1:T$ の割合で暗くなると云へば (§ 88) T は透明度 (Transparency) であり、 1 糎毎に $1:e^{\lambda}$ の割合で弱くなると云へば λ は其物質の光の吸收係數である。

要するに現象を正しく代表する方程式を求め得れば實驗に結末がついたのである。

第五章 基礎的實驗

§ 28. 氣泡水準器 多數の物理器械には氣泡水準器がつけてあつて或る平面を水平にしたり或る直線を鉛直に調整したりするのに使用する。氣泡の位置は氣泡管の目盛で讀むのであるが、目盛を讀むに中央を 10 とし之に面して左から右に數が増す様に定めて置くが便利である。

今水準器で或る平面の水平を檢査する場合を考へる。氣泡管を支へる兩脚が同じ長さで水平面上に置いた時氣泡が 10 に止まる如く正しく調整してあれば、之を或る傾斜面上

に載せたとき目盛が右方に偏して $10+\alpha$ であると(第4圖

(1) 水準器を左右交換

しても(第4圖(2)) 氣泡

は同じく右方に偏し

て讀取は以前の通り

$10+\alpha$ である。此時に

は水準器は正しいのだ

から泡を 10 に持ち行

く如く平面の右側を下

げればよい。若し又氣

泡管の A 端の方が B

端より β 目盛だけ脚の

長さが長いのを A を左

にして水平面上に置け

ば(第4圖(3)) 氣泡の

位置は $10-\beta$ であり、

B を左にすれば氣泡は(第4圖(4)) $10+\beta$ に移る。最も一

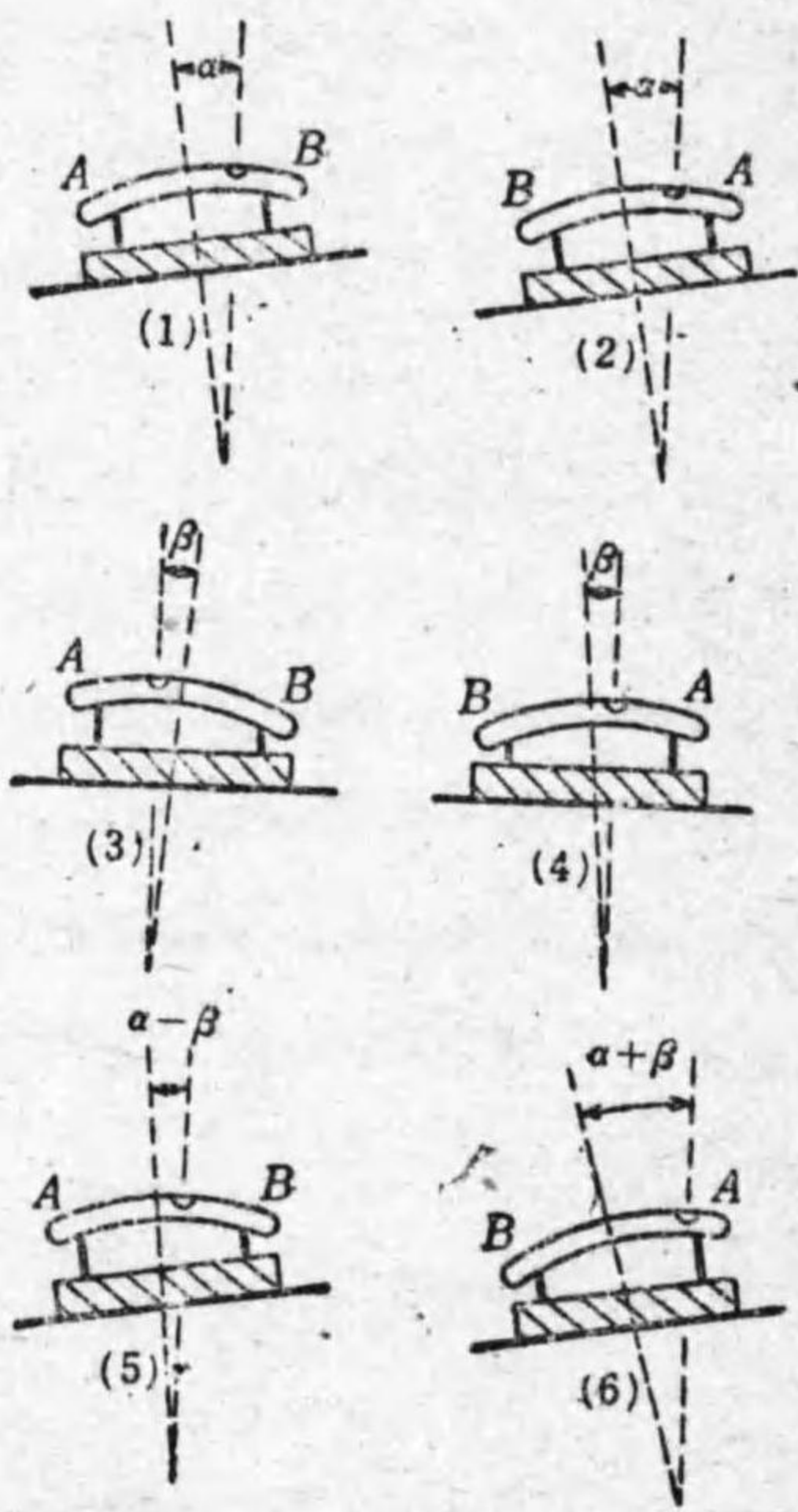
般の場合で平面は α だけ右が高く、水準器の A 端が β だけ

高ければ A を左のときは(第4圖(5)) 氣泡は $10+\alpha-\beta$ に

あり、B を左にすれば(第4圖(6)) $10+\alpha+\beta$ に移る。故に

水準器の兩脚の長さを調整して氣泡を二回の讀取の平均値

$10+\alpha$ にやれば水準器は調整せられた。そこで次に平面



第 4 圖

の傾斜を正して氣泡を 10 にやればよい。

水平面内にある角度を測るために目盛した圓盤があり、此圓盤面に垂直な廻轉軸を鉛直にするために三脚を有する器械がある。三脚の長さを調整するために圓盤面に水準器

がついてある。三脚の先は第5圖の LMN の如く等邊三角形を爲し廻轉軸 O は其中心を通過する。作業の順序は先づ

水準器の方向を LM に平行に据ゑて氣

泡の位置を讀み、 180° 廻轉して再び氣

泡の位置を讀んで LM の脚を調整し

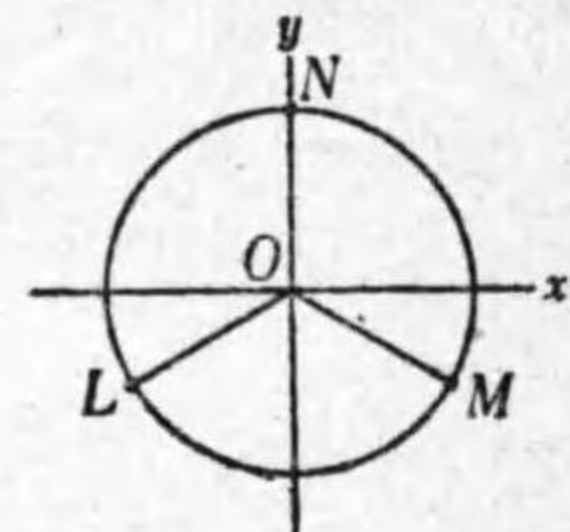
て Ox 方向に圓盤を水平にし、次には

水準器を Oy 方向に向けて N 脚のみを

單獨に調整して此方向に圓盤を水平な

らしめる。Oy 方向の調整が終つてから尙念のために Ox

方向を檢査するがよい。



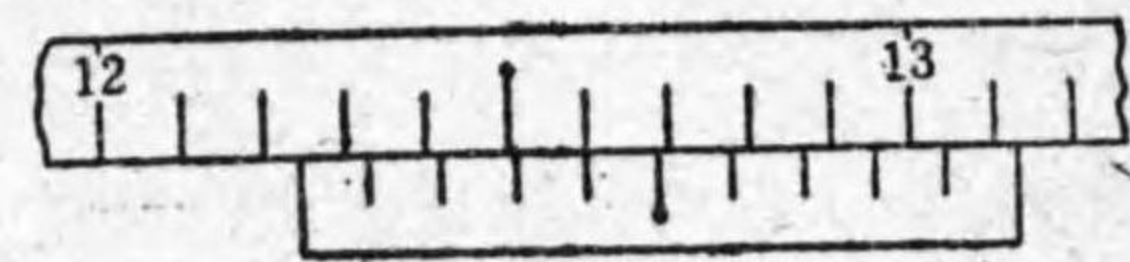
第 5 圖

§29. バーニヤ 一直線上に刻んである尺度の目盛にせよ

又圓弧上につけた角度の目盛にせよ、實測に當つて此目盛

を讀むための指標が二刻線の間を指すのが普通である。

此場合には目盛の $\frac{1}{10}$



を眼分量で判斷して讀

取る。

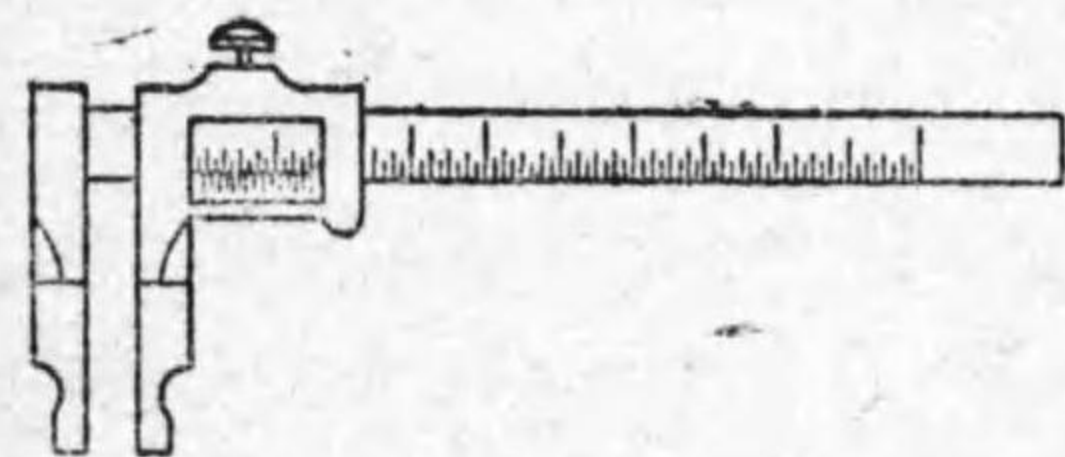
第 6 圖

眼分量よりは精度を高める手段としてはバーニヤ(遊尺)

(Vernier) 及び測微螺子 (Screw micrometer) を賞用する。

バーニヤ(遊尺)は目盛の $\frac{1}{10}$ 程度まで確實に定めるに便利である。これは指標となる部分が短かい尺で其零點が指標そのものである。第6圖に於ては遊尺の零點が本尺の122と123の間にあるとしてある。遊尺の目盛は本尺の目盛9個の長さを十等分したものでその1目盛は本尺の $\frac{1}{10}$ だけづつ短かい $(1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10})$ 。故に圖の如く遊尺の4が本尺の線と一致して居ればその左の四本目の零點の所では $4 \times \frac{1}{10}$ だけ上下の刻線の喰違ひがあるので122.4と讀取ればよいのである(第7圖は遊尺を有するカリパー)。

圓盤が 1° まで角度を目盛つてあるとき $5'$ 即ち 1° の十二分の一まで讀むためには遊尺は角度 11° を十二等分したものでよい。



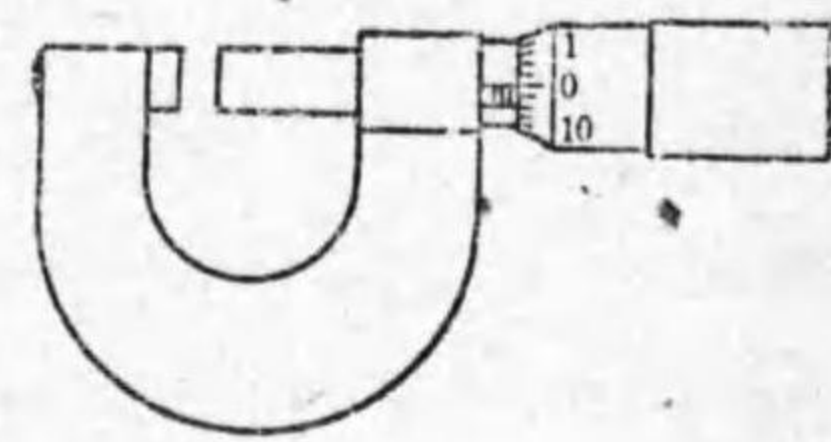
第7圖

經緯儀で遠方の二物體間の角度を測るときには望遠鏡と共に動く遊尺が目盛した圓盤に沿うて動く。望遠鏡の視野中に見

えたる十字線をして正しく目的物に一致させるためには目盛圓盤の切線の方に軸を有するネヂを廻して靜かに望遠鏡を動かす。このネヂを接線螺子(Tangent screw)といふ。

§30. 測微螺子 螺子は之を一廻轉するとその歩みの一つだけ進退し、 $\frac{1}{n}$ 廻轉すれば歩みの $\frac{1}{n}$ だけ進退する。此理

によつて微小なる移動を測る仕掛けを測微螺子(Micrometer screw)といふ。廻轉の分數を知る爲にはネヂの頭に圓盤又は圓柱をつけて此圓周を例へば百等



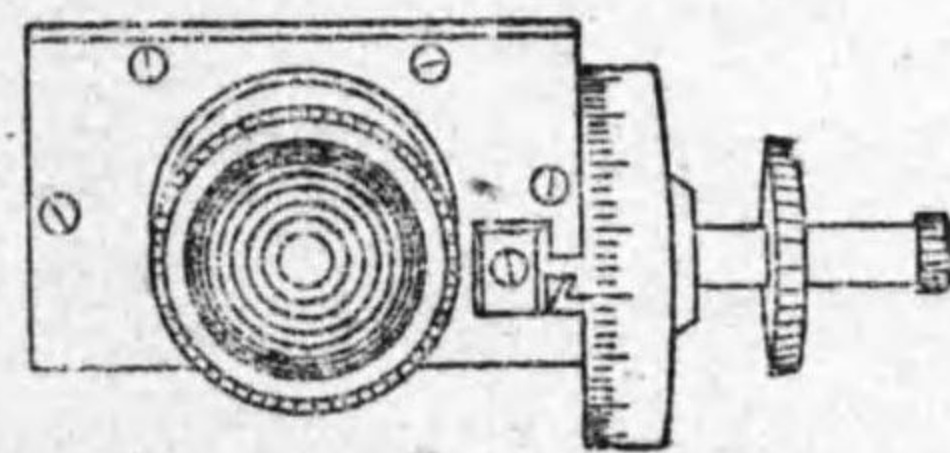
第8圖

分して之に對する指標によつて廻轉の $\frac{1}{100}$ までの分數を知る。此應用は中々多い(第8圖は針金の太さを測るもの)。

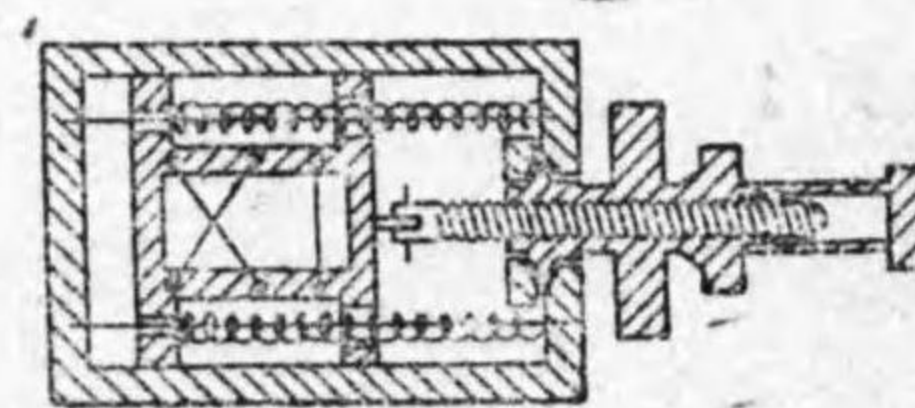
今此方法によつてバーニヤよりは一段精確に例へば本尺度が耗まで刻んであるとき(第9圖),指標 I の二線 A, B 間の位置を $\frac{1}{100}$ 耗まで知らんとするには測微螺子を接眼鏡中に仕掛けた顯微鏡を使用する。即ち接眼鏡中に(第10圖 A, B) 可動枠に張つ



第9圖



第10圖 A



第10圖 B

た十字線があつて此枠を測微螺子で動かす。先づ十字線を A に合はせてから測微螺子を幾廻轉して I に合はせ更に幾廻轉してから B に合はせ得るかを測る。全廻轉を幾回したかは之を數へ、一廻轉に満たざる分數は圓盤上の目盛で讀

む。之によつて $AB:AI$ の比を知つて I の位置が明かになる。

例 本尺度の讀取 $A=52$ 耗, $B=53$ 耗。

測微螺子は圓周を百等分してある。

| 十字線 | 廻轉 | 圓盤 | |
|-----|----|----|---------|
| A | 0 | 38 | $a=038$ |
| I | 2 | 54 | $i=254$ |
| B | 6 | 29 | $b=629$ |

$$AB:AI = b-a:i-a = 591:216; \quad AI = \frac{216}{591} = 0.365$$

故に I の位置は 52.365 耗。

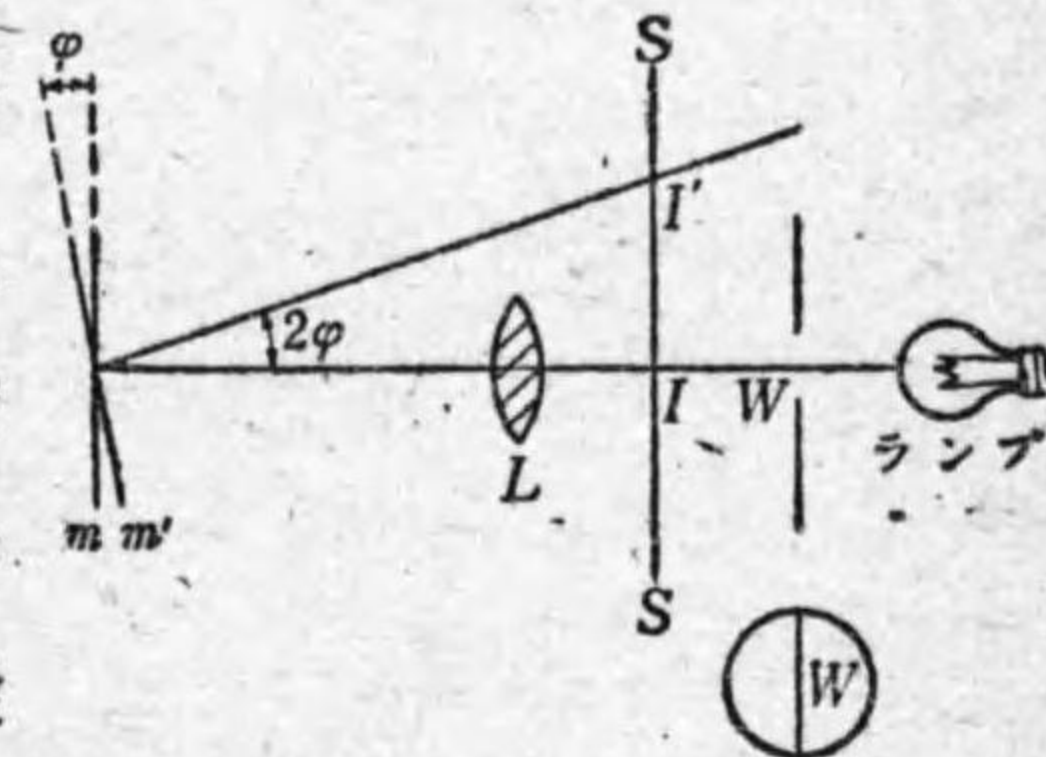
十字線を逐次 A, I, B に一致させるとき測微螺子は必ず右廻しとか左廻しとか一定の方向から目標に近づけて行くことが大切である。これはネヂにはガタつき (Back lash) があるからである。接線螺子にはこの注意は要らぬ (然し常に一定方向と定めて置くのは良習慣である)。

§31. 小なる角度の測定 檢流計 (§ 134), 電位計 (§ 149) 其他の器械で 10° を超えざる程度の廻轉角を測定したいことが屢々ある。常用の方法は反射鏡を物體に張りつけ之に投射した光線が鏡の方向變化の前後に於ける反射光線の方向の差によつて測定するのである。鏡の廻轉した角を φ とすれば反射光線は 2φ だけ方向が變る。

此方法を實施するに二つの型式がある。尺度とランプ式と尺度と望遠鏡式とである。

(a) 尺度とランプ式 此方法では一つのランプの前に

丸窓 W の上に針金 W を縦に張つたものを置きレンズ L 及び反射鏡 m が W の像を水平の尺度 S の上に結ぶ如く装置する (針金 W の代りに普通の白熱電燈の發光してゐる線條を其儘使用する方が便利である)。



第 11 圖

に投射する前の光の通路は

S より少し下方から斜め上に向はしめると光はレンズを一回通過するのみで何等の妨げなく W の像が S 上に生ずる。 m は檢流計や電位計では細い纖維で吊した指針に附けた直徑 1 厘位の平面鏡で其面は鉛直である。鏡が m から m' へ角 φ だけ廻轉すると反射光線は 2φ だけ廻轉し W の像たる指標は S の上で I から I' へ移る。説明の簡單なるために $WILm$ が SS に直角だとし, $mI=D$, $I'I=l$ とすれば

$$\tan 2\varphi = \frac{l}{D} \dots \dots \dots (31.1)$$

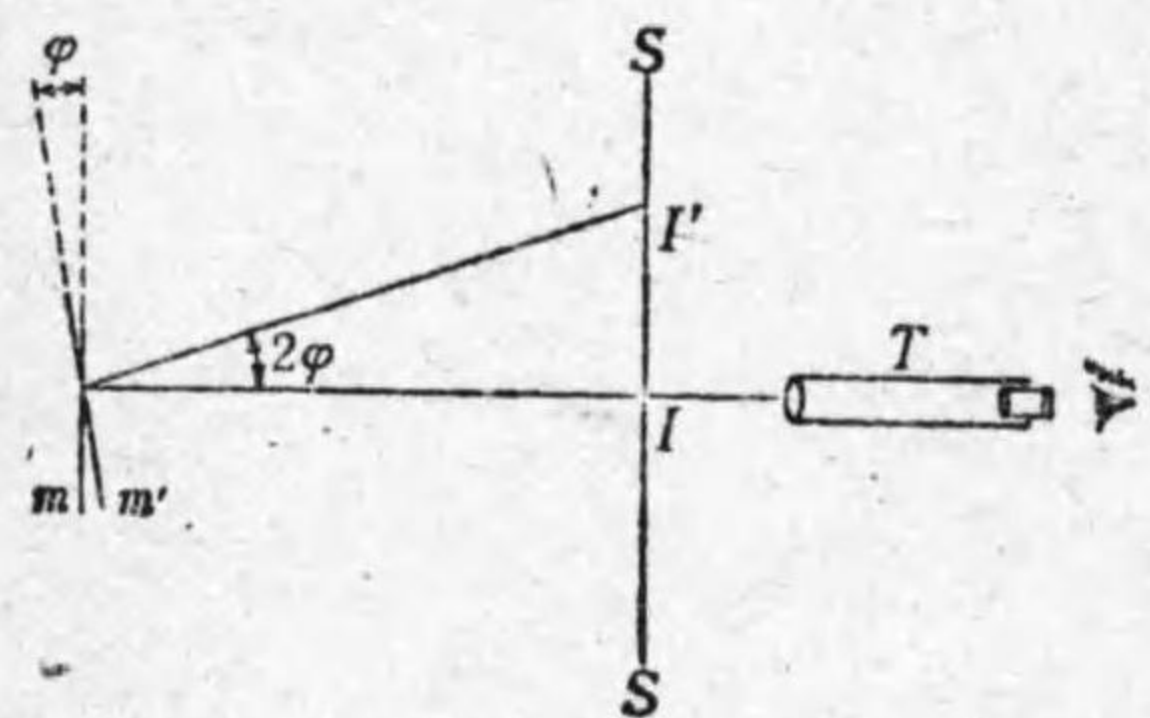
で、像の移動量 l を S 上で讀めば此式から φ を算出し得る。 φ が小なれば $\varphi = \frac{l}{2D}$ となし得るが、此場合には φ が弧度法で表はしてあるから普通の度分秒にした角を A° とすれば

$$2\pi:360^\circ = \varphi:A, A = 360 \times \frac{l}{4\pi D} \dots\dots(31.2)$$

である。尺度 S は半透明なものを使用して背後から透視したがよい。

(b) 尺度と望遠鏡式、これは其理に於ては少しも上法と異なる所はない。鏡 m 及び尺度 S は上の通りで、 T は視野に十字線を備へた望遠鏡である。鏡が m の位置にあれば望遠鏡中に尺度の I が見え、鏡が角 φ だけ廻轉して m' となれば I' が見える。

此方法の實施に當り、望遠鏡の調整が一寸注意を要する。



第 12 圖

(1) 接眼鏡を調節して十字線を明瞭に見得る様にする事。

(2) 望遠鏡の方向が上下にも左右にも正しくあること。

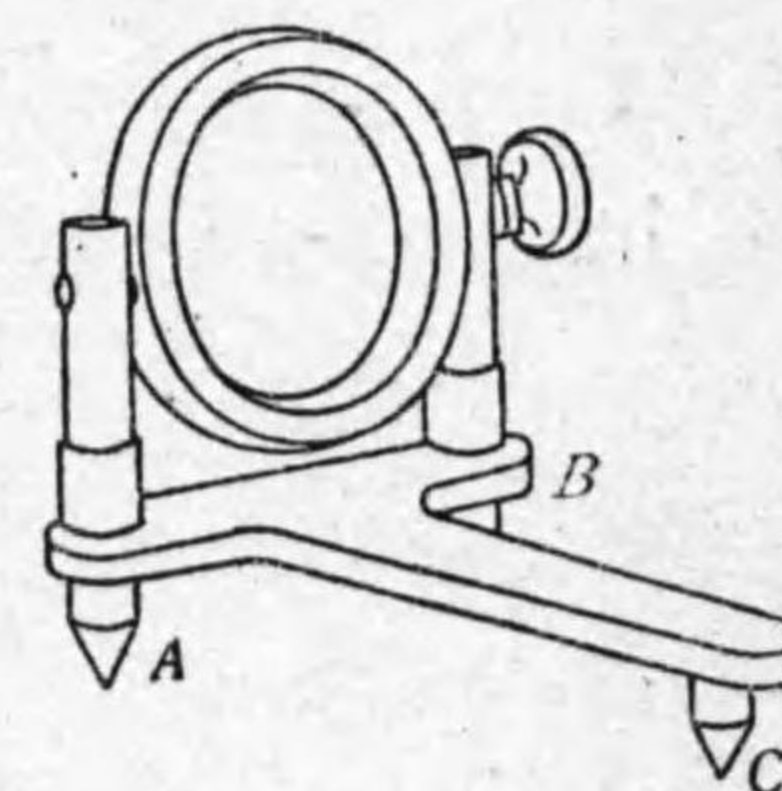
(3) 望遠鏡の筒の長さを變へて尺度の目盛の像が十字線の位置に生ずること。此時には尺度と十字線とが相重なつて同時に明瞭に見得られ望遠鏡に視差がないと言ふ。視差があれば十字線と尺度とが見掛け上眼からの距離に遠近があるのだから觀測者が眼を僅か左右に動かして横から見ると互に離れるから直に判斷がつく。

以上の中(2); (3)を合理的に行ふには尺度 S の目盛は直

接に見るのでなくして、鏡 m の背後約二倍の距離にある S の虚像 S' を見るもので且つ m の中にのみ見ゆるものなることを願みる必要がある。故に先づ望遠鏡を m に向け、それを明瞭に見て後靜かに筒を短かくし S' を見んとすべきである。尺度 S が高過ぎ或は低ければ尺度は見えないから之を上下して丁度十字線が目盛の上に現はるゝ如くしなければならぬ。 S の方向は望遠鏡の軸に直角にせよ。

例 1. 水準器の目盛の値、即ち氣泡が一目盛動けば傾斜する角度何程かを決定するには水準器の一端に鏡を貼りつけ傾斜を變じ得る平面上に載せて“尺度と望遠鏡式”の方法によつて平面の傾斜を變ずると共に氣泡が幾目盛動き望遠鏡中に見ゆる尺度の目盛の變化を讀んで計算すればよい。

例 2. 光學テコ、これは甚だ薄い板の厚さを測るときに用ひられる。 A, B, C の三脚を有する小なる臺に其上面に垂直に一つの鏡を立てたもので、鏡の面は AB 線に平行である。之を平面(厚い硝子板)の上に載せ尺度と望遠鏡式の仕掛けで望遠鏡中に尺度を見得る様にし、次に厚さ d を測らんと欲する薄い板を脚 C の下に挿入すると臺は AB を軸として傾斜する。三角形 ABC に於て C より AB 邊に下した垂線の長さを ρ とすれば鏡の傾斜角 φ は



第 13 圖

$$\varphi = \frac{d}{\rho} = \frac{l}{2D} \dots\dots(31.3)$$

だから d を求め得る。要するに此方法はテコを使つて擴大する原

則によるものだが、其テコとして光線を使用してあるから之を光學テコ (Optical lever) と云ふ。

例 3. 振り秤 振り秤 (Torsion balance) とは物體の振りに對する彈性即ち剛性率 (Rigidity) n を利用して偶力を測る装置である。金屬線又は熔融石英線で物體を吊し此線を軸として物體に偶力 C を加へると線が振れて此偶力に反對し角 φ だけ振れて釣合ふ。線の長さを l , 半径を r , 剛性率を n とすれば線を元に戻さんとする彈性的偶力の能率は φ に正比例して

$$C = \frac{\pi r^4}{2l} n \varphi = D \varphi \dots\dots\dots (31.4)$$

である。振り秤ではこの φ によつて C を測定するので、 C は角 φ に正比例する (D の測定には §59, §76 を見よ)。例へば吊された物體が磁石だとこれに磁界を働かしたときの偶力が測られる。

§32. 周期の測定 振子其他の實驗に於て數秒程度の周期を測定したいことがある。其時の實驗法を單振子を例として説明する。振子の後に目盛した尺度を置いて振子の靜止の位置を尺度の中心たらしめ、振子をして其前を振動せしめ、必要あらば此尺度によつて振幅を読む。周期の測定には振子が中點を一定方向 (例へば左から右へ) に通過する瞬間の時刻を定める。これは此瞬間の速度が最大であるから通過時刻を定めるに誤りが少ない。多くの場合に實測者が二名之に従事し、甲は通過時刻に鋭い音を發する信號をなし乙は時計の盤面を見ながらこの信號を聞き時刻を記帳する。甲は望遠鏡を使用して振子の運動を注視するがよい。

精度に缺くる所あるも測定の簡單を望むときは周期の數

倍の時間の最初と最後とに甲が信號をなせばよい。此際第何回目の通過であるかを口中に念じながら數へるのであるが往々にして錯誤をなすことがある。それは周期の十倍の時間を測らんとするとき第一通過を 1 と數へ、第二、第三を 2, 3 として 10 に至つて止めると通過は第十であるが周期の九倍の時間である。故に第一通過を 0 とし、1, 2, 3 と數へるがよい。斯くして 0 より 10 に至れば周期の十倍を得る。

精度を増さんと欲するならば每通過時刻 t_0, t_1, \dots, t_n を信號し記録する。此相隣れる時刻の差は周期 T になる筈だとして $(t_1 - t_0), (t_2 - t_1), \dots, (t_n - t_{n-1})$ の n 個の T の値の平均値を求めることは極めて不都合な計算法で決して之を爲してはならぬ。何となれば $\frac{1}{n} \{(t_1 - t_0) + (t_2 - t_1) + \dots + (t_n - t_{n-1})\} = \frac{1}{n} (t_n - t_0)$ で上記の簡單法と全く同一で最初と最後の通過時刻 t_0, t_n しか使用して居らず、 t_1, t_2, \dots, t_{n-1} は全く棄てられたのである。合理的方法は最小二乗法によつて周期 T と最初の通過時刻 τ とを二つの未知數とし、 $t_0 = \tau, t_1 = \tau + T, t_2 = \tau + 2T, \dots$ であるべきに實驗の誤差のために殘差 $t_0 - \tau = \Delta_0, t_1 - (\tau + T) = \Delta_1, t_2 - (\tau + 2T) = \Delta_2, \dots, t_n - (\tau + nT) = \Delta_n$ があるとして、 $\Delta_0^2 + \Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \dots + \Delta_n^2$ を最小ならしめる τ, T を求めればよい。計算の結果は n を奇數として

$$T = \frac{6\{n(t_n - t_0) + (n-2)(t_{n-1} - t_1) + \dots\}}{n(n+1)(n+2)} \dots (32)$$

となる。今は τ は入用がないのだから結果を載せない。

例 通過時刻12個を次の如く記録したとする。

| | | | |
|-------------------------|----------------------------|-------------------------|---------------------|
| $t_{11} = 4^m \ 26.6^s$ | $t_0 = 2^h \ 3^m \ 15.3^s$ | $t_{11} - t_0 = 71.3^s$ | $\times 11 = 784.3$ |
| $t_{10} = 20.2$ | $t_1 = 21.8$ | $t_{10} - t_1 = 58.4$ | $\times 9 = 525.6$ |
| $t_9 = 13.7$ | $t_2 = 28.4$ | $t_9 - t_2 = 45.3$ | $\times 7 = 317.1$ |
| $t_8 = 7.3$ | $t_3 = 34.8$ | $t_8 - t_3 = 32.5$ | $\times 5 = 162.5$ |
| $t_7 = 4 \ 0.8$ | $t_4 = 41.4$ | $t_7 - t_4 = 19.4$ | $\times 3 = 58.2$ |
| $t_6 = 3 \ 54.3$ | $t_5 = 47.9$ | $t_6 - t_5 = 6.4$ | $\times 1 = 6.4$ |

$n=11$ 1854.1

$n(n+1)(n+2)=1716.$ $1854.1 \times 6 \div 1716 = T = 6.483$

以上は最小二乗法によるものだが計算が煩はしいから次に表示する如き便宜法を用ひてもよからう。

| | | |
|----------------------|----------------------------|-----------------------|
| $t_6 = 3^m \ 54.3^s$ | $t_0 = 2^h \ 3^m \ 15.3^s$ | $t_6 - t_0 = 39.0$ |
| $t_7 = 4 \ 0.8$ | $t_1 = 21.8$ | $t_7 - t_1 = 39.0$ |
| $t_8 = 7.3$ | $t_2 = 28.4$ | $t_8 - t_2 = 38.9$ |
| $t_9 = 13.7$ | $t_3 = 34.8$ | $t_9 - t_3 = 38.9$ |
| $t_{10} = 20.2$ | $t_4 = 41.4$ | $t_{10} - t_4 = 38.8$ |
| $t_{11} = 26.6$ | $t_5 = 47.9$ | $t_{11} - t_5 = 38.7$ |

平均 $38.88 \div 6 = 6.48.$

周期の測定は一定間隔の時間の測定であるが一定間隔の長さの測定(例へば波長)も上記の方法によればよい。

§ 33. 一致法 周期の測定に尙一つ面白い方法がある。

それは測らるべき周期 T_1 と略々等しい既知の周期 T_2 が利

用せられ得る場合に行ふもので之を一致法 (Method of coincidence) と云ふ。

今 T_1 及び T_2 毎に信號を發するとし先づ最初に兩者の信號が一致してゐたが漸々信號が喰違つて何番目かの後には全く反對になり、更に何番目かの後には振動數の差が一つ喰違つて信號が再び一致した。斯く喰違ひと一致とを繰返して行くが、其一致が非常に良好で兩信號が幾回も連続して一致することと一致が不良で一致したかと思ふと直に喰違ふこともある。最初の一致から其次の良好なる一致までの時間を T_0 とすれば ($T_1 > T_2$), T_1 はこの間に m 回振動し T_2 は $m+n$ 回振動した。但し m, n は共に整数である。

$$T_0 = mT_1 = (m+n)T_2 \dots (33)$$

斯くの如き m, n を求めて既知の T_2 から T_1 の値を知るのである。

例 正確なる一秒振りの時計がある、即ち $T_2 = 1.0000$ 秒で、測らんと欲する T_1 は 1.03 に近いことは知れてあるが T_1 の精確な値を要求する。

一致法によつて實驗したら最初から 29 秒に信號の一致があつたがこれは餘り良好でなく、最初より 299 秒の頃に甚だ良い一致があり、298 秒でも 300 秒でも兩信號がよく一致した。

T_2 が 29 回振動した間に T_1 が何回したかと云ふと T_1 を 1.03 としても、1.04 としても 28 回になるから、この場合 $m=28$, $m+n=29$ で秒時計が一振動多くしたのである。

$$T_1 \times 28 = T_2 \times 29 = 29.000, T_1 = 1.036$$

然るに T_2 の第 299 回の信号は T_1 の何回かと云へば上と同様にして $m=289, m+n=299, n=10$. 秒時計の方が 10 回多く振動したことが知れる. 然し 299 回目前後に於ても一致が可なり良好であるから $m=288, m+n=298$ か, $m=289, m+n=299$ か, 或は $m=290, m+n=300$ かも知れぬ. この三つの場合の T_1 を計算すると

| | |
|--------------|----------------|
| $m=288$ とすれば | $T_1=1.0347$; |
| 289 | 1.0346; |
| 290 | 2.0345 |

で兎に角秒の一萬分の一まで周期が決定せられた.

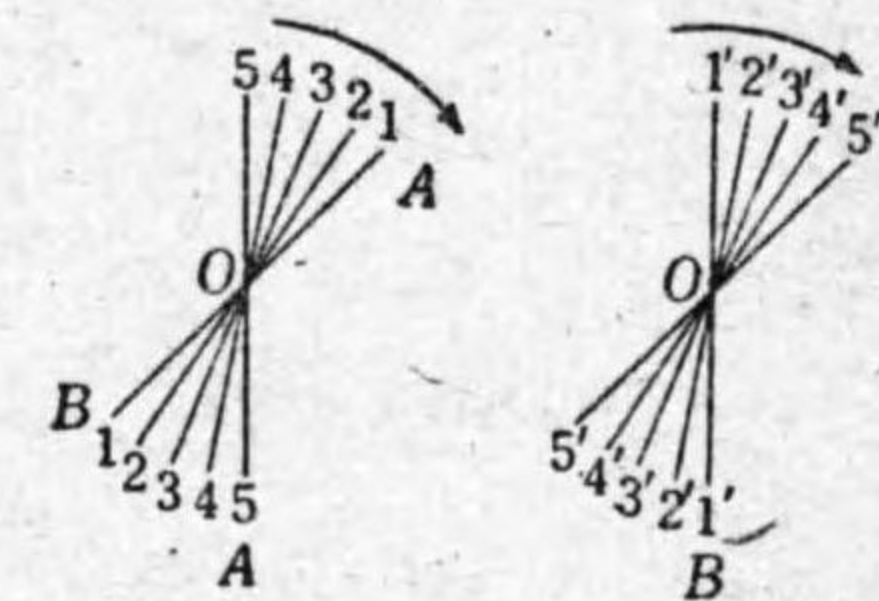
§34. 間歇的觀察法 周期的現象を調査するに間歇的觀察法があり、之によつて周期の測定も出来る. その施行方法に種々あるが今その二つを擧げて見る. (1) 一定速度で廻轉し得る一の圓盤の周圍に近く一列の孔があつて、レンズを以て光源の像をこの孔の所に結ばしめ置き、この圓盤を廻轉すると間歇的瞬時照明が出来る. これによつて周期的現象を視る. (2) この圓盤に小孔でなく、一の半径の方向にあけた細隙のあるものを望遠鏡の前で廻轉してもよい. 圓盤の周圍に等距離に m 個の孔又は細隙があつて廻轉數が毎秒 n 回なれば間歇數は毎秒 $N=m \times n$ である. 圓盤の廻轉は連続的に緩急を調節し得る様な適當な装置を備ふる必要がある.

今周期的現象の第一例として、一本の棒 AB が O を中心

として時針的に廻轉してゐるが其廻轉が早いために棒を認識し得ざる場合を考へる. 今此棒を其廻轉數 N_0 と等しい

間歇數で瞬時視察を行つた

とすれば、棒の一定姿勢にある時のみを視るのであるから棒は全く靜止して見える. 今間歇數 N が廻轉數 N_0

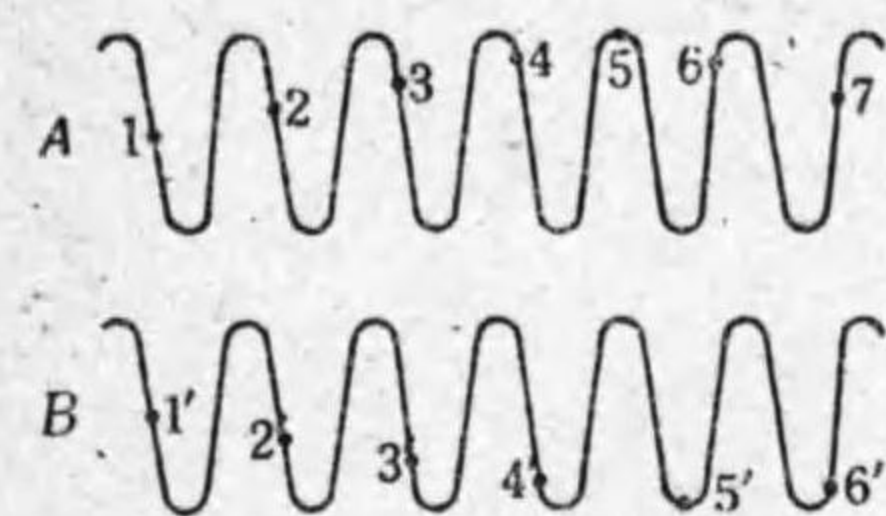


第 14 圖

より少しく大で常に棒が同

一姿勢を取る前に視るなれば A 圖にある如く第一回, 第二回, ……に見る棒の位置は 1, 2, 3, ……等で、棒は反時針的に緩かに廻轉する様に見える、而も N が N_0 に近い程此見掛けの廻轉は遅くなる. 又 N が N_0 より小で棒が同一姿勢を取つて後の瞬間に逐次見ることになると B 圖に示す如く第一回, 第二回, ……に見る位置は $1', 2', 3', ……$ となり、棒は時針的に緩かに廻轉する. 故に圓盤の廻轉を漸々速くして見ると最初は棒を認め得ないが N が N_0 に近く ($N < N_0$) になると棒は時針的に廻轉して見え出し、漸々 N を増すと見掛けの廻轉は次第に遅くなつて $N = N_0$ に於て廻轉が止まり、更に廻轉を速くすると今度は靜かに反時針的に廻轉し始めそれが尙漸々速くなつて終には棒が見えなくなる.

更に第二例として球が上下に振動するのを間歇的に觀察して見よう. 第 15 圖の \cdot は視得た瞬間に於ける球の位置



第 15 圖

とする。間歇數 N が振動數 N_0 より少しく大であると逐次の位置が A 圖の 1, 2, 3, ... となり, N_0 より小であると B 圖の 1', 2', 3', ... となる。

る。故に N を漸々調節して行くと最初は實際の振動を認め得ないのにそれが振動し始め, 其見掛けの周期は漸々長くなつて後には静止の觀を呈し, 之を過ぐれば又見掛けの周期が漸々短くなつて行く。但し此見掛けの振動の振幅には變化がない。

斯く實際は周期的運動をしてゐるものが間歇的觀察法によつて静止して見える瞬間に於ける間歇數 N によつて周期 $T = \frac{1}{N}$ を測定することが出来る。以前に兒童の玩具に斯くの如き装置があつて其名を Stroboscope と稱したのでこの方法をストロボスコフ法といふ。

此所に注意を要することは間歇數 N が N_0 の 2 倍, 3 倍でも上文記載の如くなるから錯誤に陥らざる様にしたい。

§35. 短い時間の測定 短い時間を測るにはクロノグラフ(Chronograph)を使用する。これは精巧なる時計によつて一定速度で稍速く廻轉する圓柱で, 其上に記録用の紙を巻きつける。此紙に軽く觸れるペンは圓柱の軸に平行な長い螺子によつて靜かに横に動かされ且つ一定時毎に電流を

斷續する装置を備へた時計と電磁石とによつて規則正しく間歇的に衝動を受けるので, 圓柱の上に一定間隔に小突起を有する線(圓柱に巻いた螺旋, 紙を圓柱から離して擴げれば直線)を書く。又時計と並列に入れた電鍵でペンを任意の二つの時刻 P_1, P_2 に動かして之による突起を書かせれば之によつて P_1, P_2 間の時間が測られる。

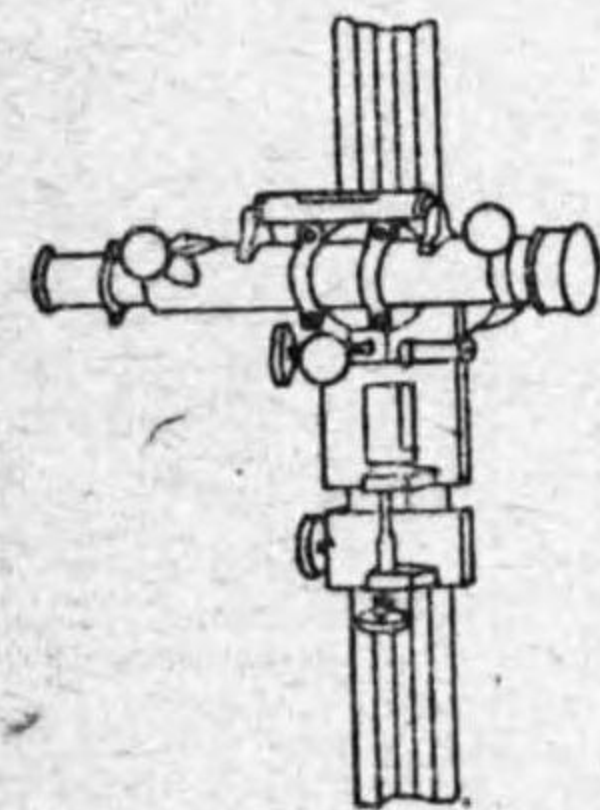
振動數の知れた音叉の先にペンをつけて圓柱上に波線を書かせ之と並行して上記の如く P_1, P_2 の突起をかゝせれば一層小なる時間が測られる。音叉の振動を持続するには電磁的方法による。

第二篇

第六章 長さの測定

§36. 尺度 尺度の材料には竹、木、金属等種々あるが精確を要するときは熱に対する膨脹率の知れた材料でなければならぬ。尺度は或る特定の温度に於て正しい長さを示すものが良い。使用時の温度が違へばこれに対する補正を施す。鐵64，ニッケル36の合金インヴァールは膨脹率が 0.9×10^{-6} で非常に小さいのでこれで作つた尺度は普通の場合には殆ど補正を要しない。

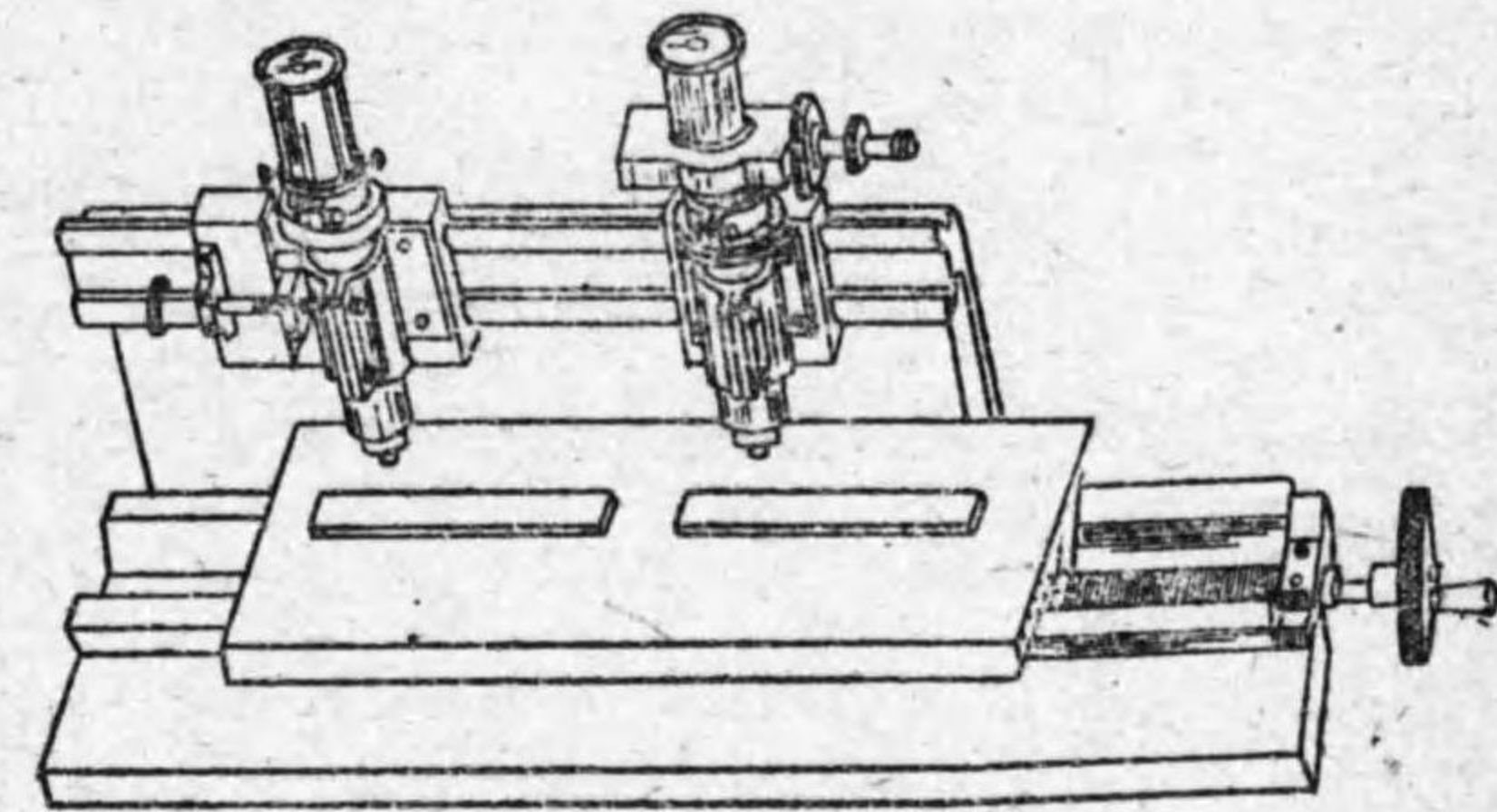
尺度を使用するときは尺度と測らるべき物體とが直接に接觸してゐるのが理想的だが、然らざるときは斜視による誤差の入らざる様に常に尺度に垂直に視線を向けるべきである。



第16圖 線を水平に保ちながら上下に移動する望遠鏡が備へてある(第16圖)。これはU字形曲管の水銀壓力計の兩脚の水銀面の高さの差を測る等に便利である。

尺度比較器 (Comparator) は二つの尺度を比較する器械

であるが、二個の水平に移動し得べき顕微鏡があつて長さ



第17圖

を測らんとする物體の兩端に各接眼鏡中の固定線を當て、次に物體と尺度とを交換して固定線が指す尺度の目盛によつて物體の長さを知るのである。此際接眼鏡には測微螺子の備へてあるのが便利である。

§37. 尺度の検査 尺度が其特定の温度に保たれたとしても、第一に其全長が正しい長さを有して居るか、第二に其目盛が各所均整であるかの検査を要する。第一のは正しい尺度と問題の尺度とを尺度比較器で比較してこれを知るのであるが、次に第二の問題の検査に就て記す。

今假りに長さ1米の尺度の10 厘毎の線が正しく刻まれてあるかを調べるとする。今10, 20等の線が正しい所になくしてその讀取に ϵ を加へて正しき長さを言ひ表はすとし、0, 10, 20等に於けるものを $\epsilon_0, \epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_{10}$ と記すことに

する。勿論今は ϵ_0 及び ϵ_{10} は共に零であると假定した。

検査法は 10 纏に略、近い長さ a の物體を取り之を尺度の所々で測つて其兩端の讀取を調べる。第一回は左端を 0 纏に近く右端を 10 纏に近く置いて讀取が p_0 及び p_1 であつたので、見掛け上の長さは $p_1 - p_0 = a_1$ であるとすれば眞の長さ a は

$$a = (p_1 + \epsilon_1) - (p_0 + \epsilon_0) = p_1 - p_0 + \epsilon_1 - \epsilon_0 = a_1 + \epsilon_1, \quad (\epsilon_0 = 0).$$

同様にして第二回の見掛けの長さを a_2 とし

$$a = a_2 + \epsilon_2 - \epsilon_1.$$

第三回以下第十回の測定では

$$a = a_3 + \epsilon_3 - \epsilon_2,$$

.....,

$$a = a_{10} + \epsilon_{10} - \epsilon_9 = a_{10} - \epsilon_9, \quad (\epsilon_{10} = 0).$$

この十式を加へると

$$10 \cdot a = (a_1 + a_2 + \dots + a_{10}) = \sum_i a_i,$$

$$\therefore a = \frac{1}{10} \sum a_i \dots \dots \dots (37.1)$$

で、物體を正しい尺度で測つたときの長さが出た。これを逐次上式に代入して

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1 &= a - a_1, \\ \epsilon_2 &= a - a_2 + \epsilon_1 = 2a - (a_1 + a_2), \\ \epsilon_3 &= a - a_3 + \epsilon_2 = 3a - (a_1 + a_2 + a_3), \\ &\dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \dots \dots (37.2)$$

である。

備考 此方法は寒暖計の目盛、或は圓盤の角度の目盛が均整であるか否かの検査に使用せられる。寒暖計の場合 (§67) には長さ 10° に近い水銀を離して管中所々で其長さを測る。但し其氷點の誤差 ϵ_0 及び沸騰點の誤差 ϵ_{10} が共に零でないのが少しこの場合と違ふ。

$$\text{即ち} \quad a = \frac{1}{10} \sum a + \frac{1}{10} (\epsilon_{10} - \epsilon_0) \dots \dots \dots (37.1')$$

これより

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1 &= a - a_1 + \epsilon_0, \\ \epsilon_2 &= 2a - (a_1 + a_2) + \epsilon_0, \\ \epsilon_3 &= 3a - (a_1 + a_2 + a_3) + \epsilon_0, \\ &\dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (37.2')$$

を得る。

第七章 質量と密度

§38. 質量の測定 天秤によつて質量を測る原理は一方の秤皿に物體を載せ他方の皿に分銅を載せれば重力の作用で桿が傾かんとするとき分銅を加減して分銅と物體との効果が相殺して桿をして秤皿が空のときの状態即ち零位 (Zero position) にあらしめる。斯くの如き量の測定法を 歸零法 (Zero method 又は Null method) といふ。此法の特色は零位になつたか否かを鋭敏に判断し得る装置が設けてあれば良いので、別に何ものをも測ることを要しないのが此方法の優れた點である。中央の稜刃即ち圭子 (Knife edge) が

ら左右の圭子迄の距離即ち桿の兩臂の長さを右を R , 左を L とし, 物體 B を左皿に, 分銅 W を右皿に載せたとすれば

$$BL = WR \dots\dots\dots(38)$$

で, 理想的の天秤では $L=R$ であるから $B=W$ となる. 若し $L \neq R$ ならざるときには次の二つの處分法がある.

§39. 二重秤量法 第一の方法は物體 B を左皿に, 分銅 W_1 を右皿に載せて歸零法を行ふ. $BL = W_1R$. 次に物體を右皿に, 分銅 W_2 を左皿に載せて再び歸零法を行ふ. $BR = W_2L$.

この二式より次のことを知る.

$$B^2 = W_1W_2, \dots\dots\dots(39.1)$$

$$L^2:R^2 = W_1:W_2. \dots\dots\dots(39.2)$$

(39.1) 式によつて B を知るのが二重秤量法と名づけられる所以である. W_1, W_2 は通常, 差が小さいから

$$B = \frac{1}{2}(W_1 + W_2) \dots\dots\dots(22.3 \text{ 参照})$$

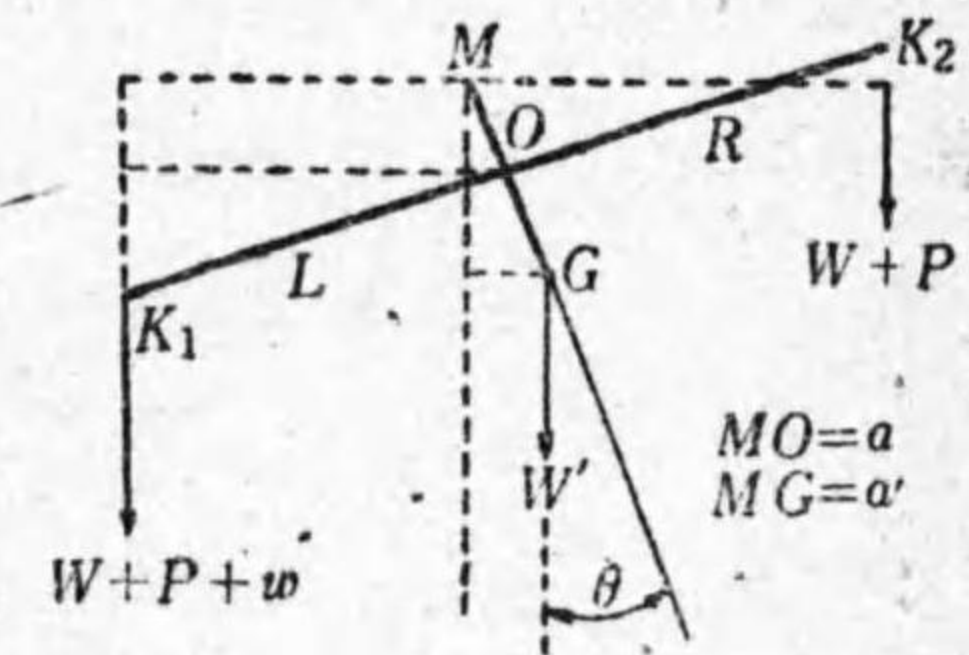
又 (39.2) 式から $L:R$ を知るから之を此天秤特有の癖として測り置き, 唯一回秤量したときには $B = W \frac{R}{L}$ にこの比を代入して W に補正を施せばよい.

§40. 交換法 第二の方法は次の如く施行する. 物體 B を左皿に載せ, 右皿に分銅を載せて之を加減して桿を零位に來らしめ, 次に右皿に分銅を其儘に保つて左皿から B を取去りその代りに分銅 W を載せ之を加減して右皿に分銅

と釣合はせる. 然るときは明かに $B=W$ である. 之は B と W とを交換して同一の作用を生ぜしめたからである. 右皿に分銅の重さは之を知る必要はないのだから分銅でなしに或る容器と之に液を入れたものを使用し液量を加減してやつてもよい. この交換法は量の測定に於て屢用ひられる一原則である.

§41. 天秤の感度 次に $L=R$ のとき物體 B と分銅 W とが全く等しくない場合には桿は或る傾斜した位置で靜止する. 此位置を定めるためには桿に附した長い指針が示す目盛で知る. 今 $B=W+w$ で指針が零點より右方に目盛 n だけ偏したとする.

圖に於て M が中央の圭子, O が兩端の圭子 K_1, K_2 の中點, G が桿の重心で MOG は一直線にあるとする. 目盛の傾斜は角度で θ であるとし,



第 18 圖

指針の長さが z であり, 目盛一つの弧の長さが s だとすれば $\theta = ns \div z$ である. 又 $MO=a, MG=a'$, 桿の片臂の長さ L , 桿の質量 W' , 秤皿の質量を P とすれば

$$(W+P+w)(L \cos \theta - a \sin \theta) = (W+P)(L \cos \theta + a \sin \theta) + W' a' \sin \theta. \dots\dots\dots(41.1)$$

これを變形すれば

$$\tan\theta = \frac{wL}{a(2W+2P+w)+a'W'} \dots\dots\dots(41.2)$$

となる。分母の中の $(2W+2P+w)$ は兩端の刃にかゝる全重量である。桿の傾斜は小さいから $\tan\theta = \theta$ と見てよい。

(41.2) 式によつて、第一に或る荷重に於いて兩端にかゝる質量の差 w と、このために生じた變位 n とが正比例することを知る。 $\frac{w}{n}$ は目盛 1 個が幾何の偏重を示すかを定める數であるから此逆數 $\frac{n}{w}$ をこの天秤の感度 (Sensitivity) と云ふ。(41.2) の分母に W があるから感度は一般に荷重によつて變化する。而して O が M の下にあつて $a > 0$ ならば感度は荷重が増せば減少するが、 O が M の上にあると反對になる。最も理想的なのは $a=0$ で三つの圭子が一直線上にあれば感度は一定である。種々の W に對する感度表を作製して置くと便利である。歸零法によらずとも桿の傾斜を n で讀めば感度表でただちに正しき質量を得られる。

§42. 比例法 歸零法で分銅を加減して指針が零點を指す迄にするのは煩はしいから上の n が w に正比例することに基いて比例法によるのが實際上利益である。先づ第一に秤皿を空にして指針の零點 z_0 を定め、次に物體 B を左皿に、分銅 W_1 を右皿に載せ W_1 を B より稍、小ならしめて指

針が右方に傾いて z_1 點に靜止するを讀み、最後に分銅 W_2 を物體より稍、重からしめて指針が左に偏して z_2 點に於て靜止するを讀む。然れば

$$z_2 - z_1 : z_0 - z_1 = W_2 - W_1 : B - W_1 \dots\dots\dots(42)$$

であるから之によつて B が計算せられる。

この z_0, z_1, z_2 等を讀むには指針が眞に靜止するまで待つては時間を要するから振動法によるがよい。この方法は指針が左右に目盛の上を動いて居る時にその左右の回歸點 (Turning point) を逐次 3 回又は 5 回讀む。桿の振動は減衰振動だから回歸點から靜止點を求めるのに § 60 の方法によるべきだが、現在の場合には減衰因數 k が 1 に近いから次の便法で充分である。即ち五つの回歸點の讀みが a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 ならば左の回歸點 a_1, a_3, a_5 の平均 $l = \frac{1}{3}(a_1 + a_3 + a_5)$ と右の回歸點 a_2, a_4 の平均 $r = \frac{1}{2}(a_2 + a_4)$ との l, r 二つの平均を以て靜止點とする。 z_0, z_1, z_2 皆斯くの如くする。

例

| 零 點 | $W_1=18.535$ 瓦 | $W_2=18.540$ 瓦 |
|------------|----------------|----------------|
| 回 歸 點 | 回 歸 點 | 回 歸 點 |
| 7.9 | 4.3 | 9.0 |
| 12.5 | 9.2 | 15.7 |
| 8.1 | 4.5 | 9.3 |
| 12.3 | 9.0 | 15.3 |
| 8.3 | 4.7 | 9.6 |
| 8.1 12.4 | 4.5 9.1 | 9.3 15.5 |
| $z_0=10.3$ | $z_1=6.8$ | $z_2=12.4$ |

$$12.4-6.8:10.3-6.8=0.005:B-18.535.$$

$$B=18.5381 \text{ 瓦}$$

§43. 空気の浮力の補正 天秤に於ける質量測定は空気の浮力の影響を受けてゐる。故に上記の如くして得た分銅の與ふる W は實驗を真空中で施行したときに得らるべき眞の質量 W_0 ではない。物體、分銅及び空気の密度をそれぞれ D, δ, λ とすれば空気中の實驗では

$$W_0 - \frac{W_0}{D} \cdot \lambda = W - \frac{W}{\delta} \cdot \lambda.$$

故に
$$W_0 = W \frac{1 - \frac{\lambda}{\delta}}{1 - \frac{\lambda}{D}} = W \left(1 - \frac{\lambda}{\delta} + \frac{\lambda}{D} \right) \dots \dots (43)$$

である。

§44. 分銅の検査 分銅は少數の質量の異なるものの一組から成つてゐて、普通は瓦の所は 100, 50, 20, 10, 10, 5, 2, 1, 1, 1 の 10 個、砵は 0.5, 0.2, 0.1, 0.1 瓦の 4 個で、砵等も同様である。これ等の分銅が果して其質量に於て其名の示す相互的關係を正しく有してゐるか。例へば 50 は 100 の $\frac{1}{2}$ であるかは検査を要する。

今瓦級のものだけの検査を行ふこととして、各分銅を (100'), (50'), (20'), (10'), (10'') 及び (5'), (2'), (1'''), (1''') と表はし、其全體の質量の和を S とすれば、(100') は S の $\frac{1}{2}$ 、(50') は S の $\frac{1}{4}$ であるかを調査する。検査法の要點を簡單

に示すために (5')+(2')+(1')+(1'')+(1''') の總和を (10''') として之を 1 個の分銅と見做さう。

検査法は (100') と (50')+(20')+(10')+(10'')+(10''') が先づ幾何の差があるかを精確に實驗して其差が A であるとする。 A は通常砵又はそれ以下の小さいものである。即ち

$$(100') = (50') + (20') + (10') + (10'') + (10''') + A.$$

A は正のことも負のこともある。同様に次の實驗を行ふ。

$$(50') = (20') + (10') + (10'') + (10''') + B,$$

$$(20') = (10') + (10'') + C,$$

$$(10'') = (10') + D,$$

$$(10''') = (10') + E.$$

この諸式を總て (10') で書き表はし總和すると

$$\left. \begin{aligned} S &= 20(10') + A + 2B + 4C + 8D + 4E \\ &= 20(10') + 20M, \\ A + 2B + 4C + 8D + 4E &= 20M. \end{aligned} \right\} \dots (44.1)$$

故に
$$(10') = \frac{1}{20} S - M$$

を得る。之を (10'''), (10'') 等に代入すれば次の結果を得る。

$$(10''') = \frac{1}{20} S + E - M,$$

$$(10'') = \frac{1}{20} S + D - M,$$

$$(20') = \frac{1}{10}S + C + D - 2M,$$

$$(50') = \frac{1}{4}S + B + C + 2D + E - 5M,$$

$$(100') = \frac{1}{2}S + A + B + 2C + 4D + 2E - 10M.$$

.....(44.2)

この分銅の検査表を分銅の箱に貼付けて置くがよい。

若し S を標準分銅と比較して幾何の補正を要するかを知らればそれで検査は絶対的のものとなる。

§45. 液體の密度 密度又は比重の測定には數多の方法が知られてあるが特別に測定上に困難がある譯ではないから此所には詳説を略し、唯二、三の注意事項を記す。又氣體の場合には温度、壓力の影響が大きいから氣體のことは別とする。

液體の密度の測定には次の諸法がある。

(1) 質量 m 瓦の液の體積が v 立方糎なる事を目盛したピュレット又はシリンダーで測つて密度を計算する。或は球形又は立方體形で體積の知れた固體を液を充たした器の中に静かに入れ之がために溢れ出した體積 v の液の質量 m を測る。

此方法では温度を喧ましく云ふほどではない。又此方法を逆用して比重の知れた液を使用してピュレット又はシリ

ンダーの體積目盛を検査したり或は又硝子管の内徑を測る等に利用する。

(2) 比重瓶によるもの、特に寒暖計を備へたもの。瓶のみの質量 m_0 、温度 $t_1^\circ\text{C}$ に於て蒸溜水を入れたときの質量 m_1 及び温度 $t_2^\circ\text{C}$ に於て液を入れたときの質量 m_2 を秤る。

比重瓶の(頸にある指示線以下の)體積を 0°C に於て v 立方糎とし、硝子の體膨脹率を $3g$ とすれば

$$m_1 - m_0 = v(1 + 3gt_1)w_{t_1},$$

$$m_2 - m_0 = v(1 + 3gt_2)\rho_{t_2}.$$

w_{t_1} は $t_1^\circ\text{C}$ に於ける水の密度、 ρ_{t_2} は $t_2^\circ\text{C}$ に於ける液の密度で、 w_{t_1} には特に表が出来てあるから之を使用する。

$$\frac{m_2 - m_0}{m_1 - m_0} = \{1 + 3g(t_2 - t_1)\} \frac{\rho_{t_2}}{w_{t_1}} \dots\dots\dots(45)$$

ρ_{t_2} を種々の温度で測ればこの液の膨脹率が求められる。

g は普通は省略して可ならん。

(3) アルキメデスの原理によるもの。その液及び水に侵されない固體(硝子製で鈎のある空球で中に彈丸を入れて重くしたもの)を空氣中、蒸溜水中及び液中で秤量する。温度に對する補正は上記の通り。

固體を吊す絲の重量(一部分は水又は液の中に入つてゐる)と液が絲に及ぼす表面張力の影響とに注意を要す。絲の周圍の液面が隆起して居れば重量は重く現はれ陥没して居れ

ば軽く現はれる。液面水平なれば補正は要らない。

尙種々の浮秤や或はヘアーの装置等があるが今は省略する。

§46. 固体の密度 これにも種々の方法がある。

(1) 固体の幾何學的の形からその體積 v を知り又質量 m を秤量する。此場合につき §11(11.6) を参照せよ。

(2) 比重瓶。粒狀の固体に使用す。氣泡の入らぬ様に粒を水と共によく煮沸してそれを瓶の中に入れる。

(3) アルキメデスの原理によるもの。

(4) 礦物等には天秤の代りにゼンマイ秤が輕便だとて賞用せられる。ゼンマイの延長を測る尺度はゼンマイと離れてゐるから斜視による誤差なきやうに注意を要す。これがためには尺度を平面鏡の表面に刻みたるものよし。ゼンマイにつけた目標とその映像と眼とを一直線上に置いて見る。

(5) 粒狀の固体なれば比重を任意に變じ得べき液の中に入れて粒が浮沈することなく液中隨所に靜止する様に液の比重を加減し、其時の液の比重を以て粒の比重とする。斯くの如き液はクロロフォルム (1.49), プロモフォルム (2.9), 沃化メチレン (3.3) をベンゾール (0.88), トリュオール (0.89), キシロール (0.87) 等と適宜混合して作る。沃化カリウム水銀の水溶液も水の分量によつて比重 3.20 までになる。

(6) ニコルソンの浮秤。特別に注意すべきこともない。

第八章 壓力と表面張力

§47. 壓力の單位 壓力の C. G. S. 絶對單位 1 バール (Bar) は日本及英國では 1 平方糎に 10^6 ダイン (他國では 1 ダイン) の力が作用するものである。又 0°C の水銀柱の高さ 76 糎が重力 g の標準値の下に生ずる壓力を 1 氣壓といふ。以前は g の標準値は緯度 45° の海面上に於けるものとしたが、國際會議の協定によつて 980.665 秒秒糎を採用する。

§48. 液柱壓力計 密度 ρ の液柱、高さ h 糎のものは ρhg (C. G. S.) の壓力を生ずる。液柱壓力計は通常硝子製の U 字曲管でその中に液を入れ兩脚の液面の高さの差によつて液面に作用する壓力の差を知る。液としては石油、キシロール又はアルコール、水銀等を使用するが、水は硝子管の内壁の潤ほし方が不規則だから使用せぬがよい。

§49. 氣體壓力計 密閉した堅固な器中に氣體を入れ之に壓力を働かせて、その體積を見てボイルの法則によつて壓力を計算する。壓力の働かせ方は器につけた一本の硝子管中に閉塞用の水銀を入れて水銀を隔てて氣體を壓するのである。此管には目盛が施してあり、目盛の零點以内の容器の體積が v 、目盛一つの體積が v' ならば目盛が n のときの氣體の體積は $V=v+nv'$ である。 v 及び v' は密度の知れた

液を使用して §45 の方法で豫め之を測定してある。

實際の氣體は嚴密にはボイルの法則に従はぬ。測らるべき壓力が大なるときは實測した體積が V ならば

$V = V_0(1 + 0.01k)$ によつて V_0 を計算し、然る後に V_0 に就てボイルの法則を當てはめよ。 k の値は次に掲げてある。

| k の 表 | | | |
|---------|------|----------------|----------------|
| 壓力 (氣壓) | 空 氣 | H ₂ | N ₂ |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 20 | -0.6 | +1.2 | -0.4 |
| 40 | -1.0 | +2.4 | -0.6 |
| 60 | -1.3 | +3.6 | -0.6 |
| 80 | -1.4 | +4.8 | -0.4 |
| 100 | -1.3 | +6.1 | 0 |

測らるべき壓力が小なるときは管中の水銀面の内外兩面の高さの差を考慮する必要がある。

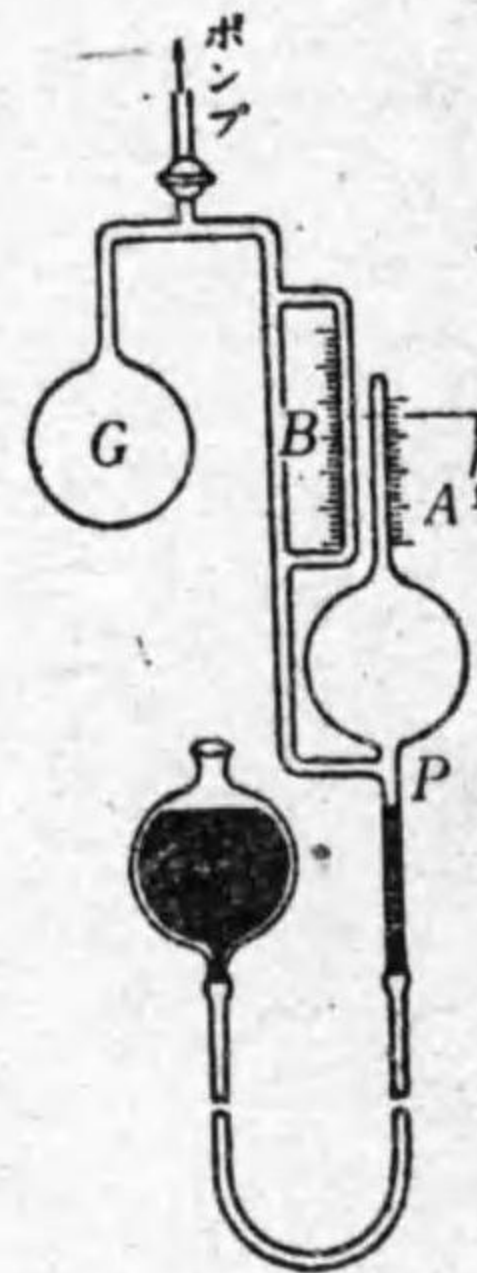
§50. 金屬壓力計 この壓力計は金屬の彈性によつて壓力を測る装置で種々の形があるが、孰れも時々氣體壓力計等と比較檢定する必要がある。

§51. 眞空計 空氣ポンプを使用して稀薄なる氣體を作つたときの所謂眞空中の壓力を測る器械が眞空計である。此最も便利なものはマクレオード眞空計 (MacLeod gauge) である。此器械の原理は多量の稀薄なる氣體の體積 v_1 を

取り之を壓縮して體積を v_2 にしたときの壓力 p_2 を測定し、

ボイルの法則によつて元の壓力 p_1 を計算するのである。此器械では壓力 p_1 が水銀柱の 5×10^{-6} 耗までは測り得られる。

この器械は主として硝子製の第 19 圖に示す如き形のもので管によつて壓力を測らんと欲する眞空 G に連絡せられる。壓力を測らんとするとき下の水銀溜を上げると P の所で水銀は體積 v_1 の氣體を右方の球部に閉塞する。更に水銀溜を上げて氣體を球の上部にある管中に壓迫して水銀の表面を A 及び B に在らしめる。 A



第 19 圖

の上の管内にある氣體の體積 v_2 を管の目盛で讀み、又その壓力 p_2 を AB 兩面の高さの差 h によつて知る。

§52. 水銀氣壓計 水銀氣壓計で大氣の壓力を測つたときは其結果を 0°C の水銀を使用して標準重力 980.665 秒秒糧のときの水銀柱の高さ h_0 で言ひ表はす。

實測のときの溫度が $t^\circ\text{C}$ 、水銀の密度が ρ_t で、水銀柱の高さが h であれば壓力は $g\rho_t h$ であるから次式によつて h_0 を計算する。

$$g\rho_t h = 980.665 \times \rho_0 h_0 \quad (\text{C. G. S.}) \dots \dots \dots (52.1)$$

但し ρ_0 は 0°C の水銀の密度である。上式中で g は實驗

地に於て重力の測定を行つたものを使用するがよいが、これが無いときは(58.4)式を使用する外はない。 ρ_t は水銀の體膨脹率を β とすれば

$$\rho_t = \rho_0(1 - \beta t), \quad \beta = 0.000182 \dots \dots \dots (52.2)$$

である。又 h は氣壓計の尺度の讀取量その儘ではなくその尺度が特定溫度にあるときのものに換算補正したものでなければならぬ。若し尺度が 0°C に於て正しきもので尺度の線膨脹率が α なれば、讀取量に $(1 + \alpha t)$ を乗じたものが h である。

この器械を使用するに當つて注意すべき諸件を記す。

(1) 尺度の零點が下方の大氣に觸れてゐる水銀面と正確に一致すること。このために下の水銀溜の底が革袋になつてゐて、之を上下して尺度の零點を示す象牙製の突起の尖端に水銀面を觸れさせる。

(2) 尺度が鉛直なること。このためには器械全體が一つの鈎から吊してある。使用せぬときの安全裝置として器械の下端に近く三方からネヂで抑へてあるからネヂを戻して器械を自由に懸垂せしめる。

(3) 尺度を讀むに斜視せざること。水銀面と尺度とは相離れてあるから斜視の恐れがある。故に遊尺をつけた指標の零點が管の兩側から之を挟む様にしてある。此兩側の指標の零點と水銀の表面と眼とが同一水平面にあるときに讀

取をなす。

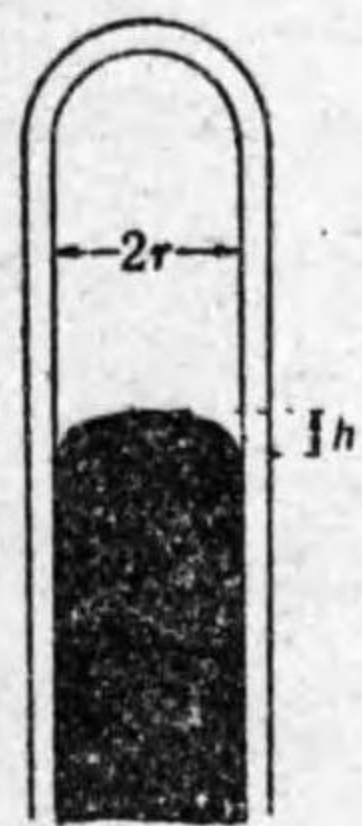
(4) 管が細いと表面張力の作用で水銀が十分に昇らずにゐるから特別の表に記してある補正を加へる。§53を見よ。

(5) トリチェリー空間にある水銀蒸氣はその蒸氣壓だけ水銀を押下げてゐる。然しこの影響は溫度が 40°C 以上だと0.01耗になるが普通は之を顧みる必要はない。

(6) 此器械を運搬するには革底を十分に押上げてトリチェリー空間のなくなる迄水銀を管中に押し込み、器械全體を上下顛倒して運搬する。斯くすれば管中に空氣が入り込む心配がない。

§53. 表面張力の定數 これは種々の形にて定義せられる。

(1) 表面張力の定數 α は液の表面に長さ1糎の線分を想像すると此線を隔てて左右にある液面が相引く力である。此力の爲に液は最小面積を有する形を取らんとする。(2) α は液の表面積1平方糎を作るに要するエネルギーで、之は液體の内部にあつた液分子を分子力に反對して表面に出さんとするに仕事を要するからである。(3) 液の表面上の一點に於て主曲率半徑が ρ_1, ρ_2 なるとき表面張力によつて法線の方に凹なる側に向つて $p = \alpha \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right)$ の壓力が作用する。半徑 r の球面では $\rho_1 = \rho_2 = r$ であるから $p = \frac{2\alpha}{r}$ である。



第 20 圖

第 20 圖は前節の水銀氣壓計の管の上部を示すもので水銀の表面が管壁に觸れてゐる所よりは h だけ隆起してゐる。此隆起のために水銀面の表面張力で下方に向ふ壓力が出来てゐるからそれだけ氣壓計の高さが低く讀まれてゐる。管の直徑を $2r$ とすれば此補正は次表の通りである（數字は總て耗を單位として示してある）。

| h $2r$ | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1.0 | 1.2 | 1.4 | 1.6 | 1.8 |
|-------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 8 | 0.12 | 0.24 | 0.35 | 0.46 | 0.56 | 0.64 | 0.71 | 0.77 | 0.82 |
| 10 | 7 | 13 | 19 | 25 | 30 | 35 | 40 | 44 | 47 |
| 12 | 4 | 7 | 11 | 14 | 18 | 20 | 23 | 25 | 27 |
| 14 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 15 | 16 |

§54. 表面張力の測定 (1) 管中に上昇する液の高さによるもの。液を入れた容器中に半徑 r の管を立てて液が高さ H だけ管中に上昇したとする。液が管の内壁を完全に潤ほすときには、液の密度 ρ ならば管中に上昇した質量 $\pi r^2 H \rho$ の液を上方よりつるして居るのは $2\pi r \alpha$ の表面張力である。故に

$$2\pi r \alpha = \pi r^2 H \rho g, \quad \alpha = \frac{1}{2} r H \rho g \dots \dots \dots (54.1)$$

此結果は表面張力による壓力の關係よりも導き得られる。

即ち管内の液面には下に向ふ大氣の壓力 b 、上方に向ふ表面張力による壓力 $\frac{2\alpha}{r}$ がある。之に高さ H の液柱による壓力を加へて容器の液面に於ける大氣の壓力 b との釣合より

$$b - \frac{2\alpha}{r} + H\rho g = b \dots \dots \dots (54.2)$$

を得て前式と一致する。

水銀の場合には液と管の内壁とは物理的には接觸して居らず、管は唯水銀をして圓柱の頭に或る球面を冠せしめた形(第 20 圖)を取らしめる役目をしてゐるに過ぎない。然し最後の計算式は前同様で、唯 h が容器の液面より下方にあるだけの差があるのみだ。

液が管壁を不完全に潤ほす場合には事情は複雑となる。 h をして顯著ならしめるには r を小にせねばならぬから r の測定が實驗の主要部となる。

(2) 氣泡によるもの。枝管に液體壓力計を備へた半徑 r なる管の先を液中深さ D の所に入れて、半球形の氣泡を吹き、其時の氣泡内の壓力 p を壓力計にて讀めば

$$p = \rho D g + \frac{2\alpha}{r} \dots \dots \dots (54.3)$$

なることは明かである。

此實驗を次の如く變形して壓力を讀まずに α を測定するのもよい。即ち尙一つの半徑 r' の管を深さ D' の所まで入れて、同一の壓力の下に同時に兩管の先の氣泡が管端から

離れる様に D' を調節するのである。されば

$$p = \rho Dg + \frac{2\alpha}{r} = \rho D'g + \frac{2\alpha}{r'},$$

$$\alpha = \frac{\rho(D-D')g}{2\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r}\right)} \dots\dots\dots (54.4)$$

第九章 振 動

§55. 通論 振動に関する一般の事柄を述べる。一直線上を往復振動する物體系には、(i) 必ず一つの平衡状態があり、(ii) 何等かの方法で此平衡状態から變位すると此變位量に正比例した力が現はれて平衡状態に戻らんとする。例へばゼンマイかゴム絲の下端に物點 m を吊すとゼンマイが或る長さに於て平衡状態となり m を x だけ上下に變位すると $f = -ax$ の力が現はれる。 a は比例定數で a が大なればゼンマイは延長し悪いものである。 x が正なるときは f は負の方に向ふから上式に負號がつけてある。故に運動を定める方程式は

$$f = m \frac{d^2x}{dt^2} = -ax \dots\dots\dots (55.1)$$

で、これを積分すると

$$x = A \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \eta\right), \dots\dots\dots (55.2)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{a}} \dots\dots\dots (55.3)$$

即ち x は周期 T を以て振動するのである。 A, η は積分定數で A は振幅である。 T は A に關係せぬから此振動には等時性がある。

同様に廻轉する振動系では x の代りに角變位 φ , 力の代りに偶力の廻轉能率 $C = D\varphi$, m の代りに慣性能率 I を使用すべきで

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -D\varphi, \dots\dots\dots (55.1')$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}} \dots\dots\dots (55.3')$$

である。

§56. 單振子 長さ l の質量なき絲の端に質量 m の質點を吊した單振子が平衡状態なる鉛直位置から角 φ だけ傾いてると、懸垂點に関する重力 mg の廻轉能率は $mgl \sin\varphi$, 慣性能率は $I = ml^2$ であるから角 φ が小なれば $mgl \sin\varphi$ を $mgl\varphi$ として (55.3') によつて

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{ml^2}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \dots\dots\dots (56.1)$$

實際の振子ではボルダ (Borda) の振子の如く質量 μ の絲の先に質量 m , 半径 r の球を附してあるので、懸垂點から球の中心までの距離を l とすれば

廻轉能率は

$$mgl \sin \varphi + \mu g \frac{l}{2} \sin \varphi = gl \left(m + \frac{1}{2} \mu \right) \varphi,$$

$$D = gl \left(m + \frac{1}{2} \mu \right).$$

慣性能率は

$$I = m \left(l^2 + \frac{2}{5} r^2 \right) + \frac{1}{3} \mu l^2.$$

故に (55.3') により

$$\begin{aligned} T &= 2\pi \sqrt{\frac{m \left(l^2 + \frac{2}{5} r^2 \right) + \frac{1}{3} \mu l^2}{gl \left(m + \frac{1}{2} \mu \right)}} \\ &= 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \sqrt{\frac{1 + \frac{2}{5} \frac{r^2}{l^2} + \frac{1}{3} \frac{\mu}{m}}{1 + \frac{1}{2} \frac{\mu}{m}}} \\ &= 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left(1 + \frac{1}{5} \frac{r^2}{l^2} - \frac{1}{12} \frac{\mu}{m} \right). \dots\dots\dots(56.2) \end{aligned}$$

之によつて r, l, μ, m 及び T を測定して g を測り得られる。長さ l の単振り子 ($r=0, \mu=0$) とは括弧内の因子だけ違ふ。

§57. 複振り子 複振り子の重心 G に対する慣性能率を mk^2 とすれば、 G から h の距離にある懸垂点 O に対する慣性

能率は

$$I = m(k^2 + h^2) \dots\dots\dots(57.1)$$

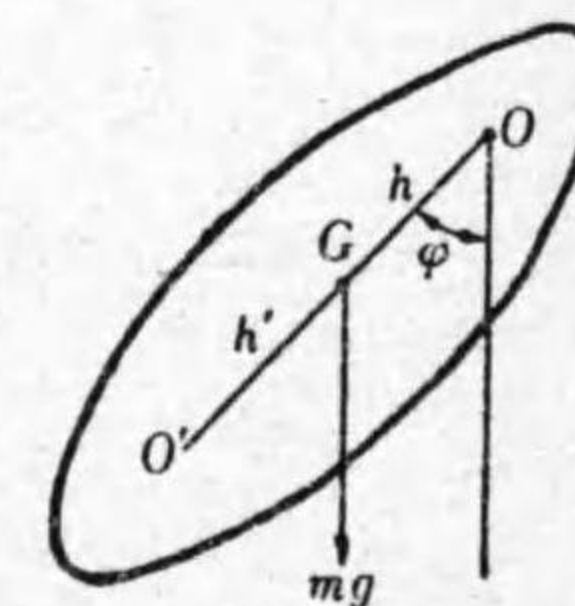
で、重力の廻轉能率は $mgh \sin \varphi$ である。故に φ を小なるとすれば $D = mgh$ で (55.3') から

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}} = 2\pi \sqrt{\frac{k^2 + h^2}{gh}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \dots\dots\dots(57.2)$$

とすれば相当単振り子の長さ L は

$$L = \frac{k^2 + h^2}{h}. \dots\dots(57.3)$$

$L = h + h'$ とし、 OG 直線上にあつて O とは G の他側にある O' 点が $GO' = h'$ にありとすれば



第 21 圖

$$h \cdot h' = k^2 \dots\dots\dots(57.4)$$

で、 O から懸垂しても O' から懸垂しても同一の周期で振動する。

即ち O, O' は可逆振り子 (Reversible pendulum) の懸垂点である。

実際には可逆振り子となるべき O, O' 点の一組を求めることは実験上困難である。故に次節に記す如く眞に可逆ならざる複振り子によつて g の測定を行ふがよい。

§58. g の測定 G の両側に一直線上にある O_1, G, O_2 点を求め O_1 及び O_2 を懸垂点とした複振り子の周期 T_1, T_2 が

廻轉能率は

$$mgl \sin \varphi + \mu g \frac{l}{2} \sin \varphi = gl \left(m + \frac{1}{2} \mu \right) \varphi,$$

$$D = gl \left(m + \frac{1}{2} \mu \right).$$

慣性能率は

$$I = m \left(l^2 + \frac{2}{5} r^2 \right) + \frac{1}{3} \mu l^2.$$

故に (55.3') により

$$\begin{aligned} T &= 2\pi \sqrt{\frac{m \left(l^2 + \frac{2}{5} r^2 \right) + \frac{1}{3} \mu l^2}{gl \left(m + \frac{1}{2} \mu \right)}} \\ &= 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \sqrt{\frac{1 + \frac{2}{5} \frac{r^2}{l^2} + \frac{1}{3} \frac{\mu}{m}}{1 + \frac{1}{2} \frac{\mu}{m}}} \\ &= 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left(1 + \frac{1}{5} \frac{r^2}{l^2} - \frac{1}{12} \frac{\mu}{m} \right). \dots\dots\dots(56.2) \end{aligned}$$

之によつて r, l, μ, m 及び T を測定して g を測り得られる。長さ l の単振子 ($r=0, \mu=0$) とは括弧内の因子だけ違ふ。

§57. 複振子 複振子の重心 G に対する慣性能率を mk^2 とすれば, G から h の距離にある懸垂点 O に対する慣性

能率は

$$I = m(k^2 + h^2) \dots\dots\dots(57.1)$$

で, 重力の廻轉能率は $mgh \sin \varphi$ である。故に φ を小なとすれば $D = mgh$ で (55.3') から

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}} = 2\pi \sqrt{\frac{k^2 + h^2}{gh}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \dots\dots\dots(57.2)$$

とすれば相当単振子の長さ L は

$$L = \frac{k^2 + h^2}{h}. \dots\dots(57.3)$$

$L = h + h'$ とし, OG 直線上にあつて O とは G の他側にある O' 点が $GO' = h'$ にありとすれば

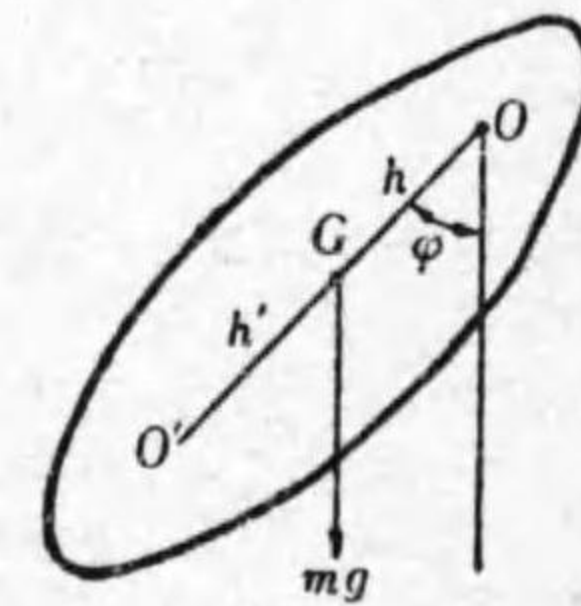
$$h \cdot h' = k^2 \dots\dots\dots(57.4)$$

で, O から懸垂しても O' から懸垂しても同一の周期で振動する。

即ち O, O' は可逆振子 (Reversible pendulum) の懸垂点である。

実際には可逆振子となるべき O, O' 点の一組を求めることは実験上困難である。故に次節に記す如く真に可逆ならざる複振子によつて g の測定を行ふがよい。

§58. g の測定 G の両側に一直線上にある O_1, G, O_2 点を求め O_1 及び O_2 を懸垂点とした複振子の周期 T_1, T_2 が



第 21 圖

殆ど等しきものを求める。\$GO_1=h_1, GO_2=h_2\$ とすれば(57.2) から

$$gT_1^2h_1=4\pi^2(k^2+h_1^2),$$

$$gT_2^2h_2=4\pi^2(k+h_2^2),$$

$$g(T_1^2h_1-T_2^2h_2)=4\pi^2(h_1^2-h_2^2). \dots\dots(58.1)$$

\$O_1O_2=h_1+h_2=l\$ とし、又

$$T_1+T_2=2T, \quad T_1-T_2=2\delta T \dots\dots(58.2)$$

とすれば、(58.1) 式を變形して

$$g=\frac{4\pi^2l}{T^2} \frac{1}{1+2\delta \frac{l}{h_1-h_2}+\delta^2} \dots\dots(58.3)$$

となし、\$h_1, h_2, T_1, T_2\$ を實測して此式によつて \$g\$ を求めるのが最もよい。實際には \$O_1, O_2\$ の刃が固定してあつて重心の位置を移動して \$T_1, T_2\$ を殆ど等しからしめる。

緯度 \$\varphi\$, 海面上 \$H\$ 米の地點に於ける \$g\$ の値は

$$g=978.030(1+0.005302\sin^2\varphi-0.000007\sin^22\varphi-0.0000003H) \text{秒秒糎} \dots\dots(58.4)$$

である。

§59. 廻轉振子 半径 \$r\$, 長さ \$l\$ の針金の下端に慣性能率 \$I\$ なる中心對稱を有する物體をつけ、物體を少し廻して針金を振つて放すと針金の彈性によつて廻轉的振動をする廻轉振子を得る。針金の振りの彈性率即ち 剛性率 (Rigidity)

を \$n\$ とすれば針金が角 \$\varphi\$ だけ振れてあるときの偶力の能率は (31.4) に記した如く \$C=\frac{\pi r^4}{2l} n\varphi=D\cdot\varphi\$ であるから (55.3') により周期 \$T\$ は

$$T=2\pi\sqrt{\frac{2lI}{\pi r^4 n}} \dots\dots(59.1)$$

$$n=\frac{8\pi lI}{r^4 T^2} \dots\dots(59.2)$$

で、\$T, I, r\$ を實測して剛性率を得られる。或はこれによつて振り秤 (§31) の定數 \$D\$ が測定せられる。

又同一の針金に \$I\$ の異なつたものをつけて振動させると \$I\$ は \$T\$ の二乗に正比例するから、之によつて \$I\$ の測定を爲すことが出来る。

\$T\$ の測定には物體に軽い鏡をつけて尺度と望遠鏡式の方法 (§31) によつて實驗すればよい。一致法もよい。

§60. 減衰振動 以上論じた振動では振幅が一定であるが多くの場合には空氣の抵抗等のために振幅が漸々小さくなり終に靜止するに至る。これを減衰振動と云ふ。斯くの如き場合の運動に抗する力は速度に正比例するから (55.1) 式に一項を追加する。

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -ax - b \frac{dx}{dt} \dots\dots(60.1)$$

\$b\$ は速度 1 のときの抵抗である。この微分方程式を解けば

$$x=Ae^{-\frac{b}{m}t} \cos\left(\frac{2\pi}{T}t+\eta\right), \dots\dots(60.2)$$

$$T=2\pi\sqrt{\frac{4m^2}{4m\omega^2-b^2}} \dots\dots\dots(60.3)$$

である。即ち第一に振幅は $Ae^{-\frac{b}{2m}t}$ で時間が経過するに従つて漸々小さくなり、半周期 $\frac{T}{2}$ 毎に

$$1:e^{-\frac{bT}{4m}} = e^{\frac{bT}{4m}}:1 = k:1 \dots\dots\dots(60.4)$$

の割合に減衰する。k を減衰因数 (Damping factor) といふ。又

$$k = e^{\frac{bT}{4m}} \dots\dots\dots(60.5)$$

$$\log_e k = \frac{bT}{4m} = A \dots\dots\dots(60.6)$$

として A を対数減衰率 (Logarithmic decrement) といふ。

第二に周期 T は b=0 なる不減衰振動のときの周期

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{a}} \dots\dots\dots(60.7)$$

よりは長い。(6), (7) 兩式より a, b を出して之を (3) 式に代入すれば

$$\frac{T^2}{\pi^2 + A^2} = \frac{T_0^2}{\pi^2} \dots\dots\dots(60.8)$$

である。

例 尺度と望遠鏡によつて振動體を觀測したるに尺度の上に於ける回歸點 (1), (2), ……が次の如くなりしと云ふ。減衰因数 k 及び靜止點を求めよ。

靜止點を p とすれば p-(1), (2)-p が k:1 の比をして居り、(2)-p と p-(3) が又 k:1 の比をして居る。逐次の回歸點間の距

| 回歸點 | D | $\frac{D}{k+1}$ | 靜止點 p |
|-----------|-------|-----------------|-------------------|
| (1) 285.0 | 425.0 | 197.7 | 710.0-197.7=512.3 |
| (2) 710.0 | 368.8 | 172.6 | 341.2+172.6=513.8 |
| (3) 341.2 | 321.3 | 149.4 | 662.5-149.4=513.1 |
| (4) 662.5 | 278.6 | 129.6 | 383.9+129.6=513.5 |
| (5) 383.9 | | | |

離を D とすれば D が又逐次 k:1 の比をして居る。之によつて k=1.15 を得る。而して上表に示した如く計算して p を得、平均値として p=513.2 とする。

第十章 音 響

§61. 振動數の測定 發音體の振動數 n の測定法には種々あるが大體次の方法のいづれかでよい。

(1) クロノグラフ記録法 電磁氣的裝置で持續的に發音する音又の如きもので且つ之に記録用の針をつけてよいものならばクロノグラフ (§35) の圓柱上に記録させる。膜の振動ならば針として猪の怒り毛を使用するとよい。

(2) ストロボスコープ法 間歇的觀察法 (§34) もよい。例へば音又又は絃を幻燈的に幕の上に投影し光源の光を間歇的に遮斷する。

(3) 空氣柱と同調せしむる法 筒の長さを自由に調節し得る閉管を使用し其開口端に發音體を近づけながら筒の長さを變じて見る。發音體の振動と空氣柱のところが同調すると

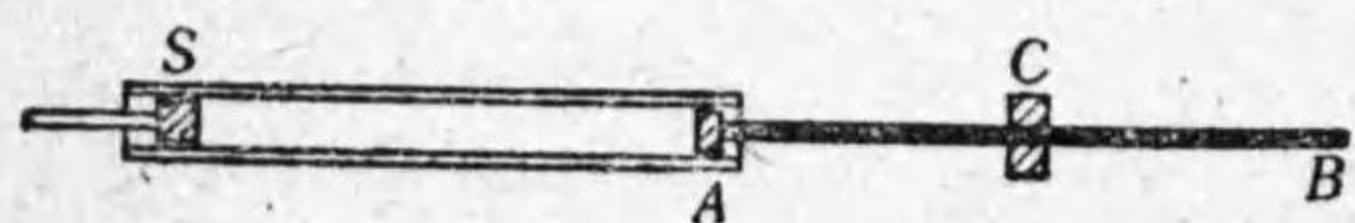
音が強く聞える。閉管に於ける空気柱の振動は原音の外に同時にその3倍, 5倍等の振動数の倍音を出しつゝあるが, 原音の波長 $\lambda = \frac{V_0}{n}$ は筒の長さ l の4倍である。但し V_0 は空気中に於ける音響の速度で実験の時の温度が $t^\circ\text{C}$ ならば $V_0 = 33100\sqrt{1+0.00367t}$ 秒糧である。尙筒の開端に於ては筒の内部とは異なつて空気の振動が筒軸に平行でないので補正として筒の長さ l に半径 r の0.6倍を加へたものを $\frac{\lambda}{4}$ とする。

$$n = \frac{V_0}{4(l+0.6r)} \dots\dots\dots(61.1)$$

(4) 一絃琴と同調せしむる方法 ^{こまぢ} 琴柱を動かして絃の長さを適當に調節してその發する音と問題の音とを同調させる。長さ1メートルの質量 p 瓦を有する絃の長さ l 米を M 瓦の分銅で引張れば, その發する音の振動数 n は

$$n = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{9.80M}{p}} \dots\dots\dots(61.2)$$

§62. クントの實驗 クントの實驗は種々の意味に於て興味あるものである。第22圖に於て AB は硝子又は金屬の



第 22 圖

棒で, 直徑1厘位がよい。一端 A にコルク圓板を貼附し, 又棒の中點 C を取付け萬力で堅固に机に固定す

る。此棒を縦に(硝子棒ならばアルコールをつけた木綿巾にて, 金屬棒ならば松脂をつけた革にて) 摩ると棒に縦振動が起る。棒の長さ l , そのヤングの彈性率が E , 密度が ρ , その發する音の振動数が n ならば

$$2l = \lambda = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \dots\dots\dots(62)$$

で, λ は棒の中に於ける音波の波長, $\sqrt{\frac{E}{\rho}} = V$ は音の傳播速度である。

扱てこの A 端を直徑約3厘, 長さ1米程の太い硝子管の中に少しく挿入し, 又此管の他端から移動し得るコルク栓に把手を附したものを S を入れる。棒 AB が縦振動をして A 端につけたコルク圓板が之と共に左右に振動して硝子管中に音波を送り込み, それを S で反射せしめ S の位置を進退調節すれば, 管中に空気の定常波 (Stationary wave) を生ずる。此定常波の發生の有無を驗知するためには豫め管中に良く乾燥せるコルクの細粉を散布し置けば, 定常波の生じた時にはコルク粉は等距離間隔を以て密集排列する。此時相隣れる密集部の距離は定常波の波長 λ_0 の $\frac{1}{2}$ である。空気中の音波の速度を V_0 とすれば此波は棒 AB の振動に起因するので (62) から

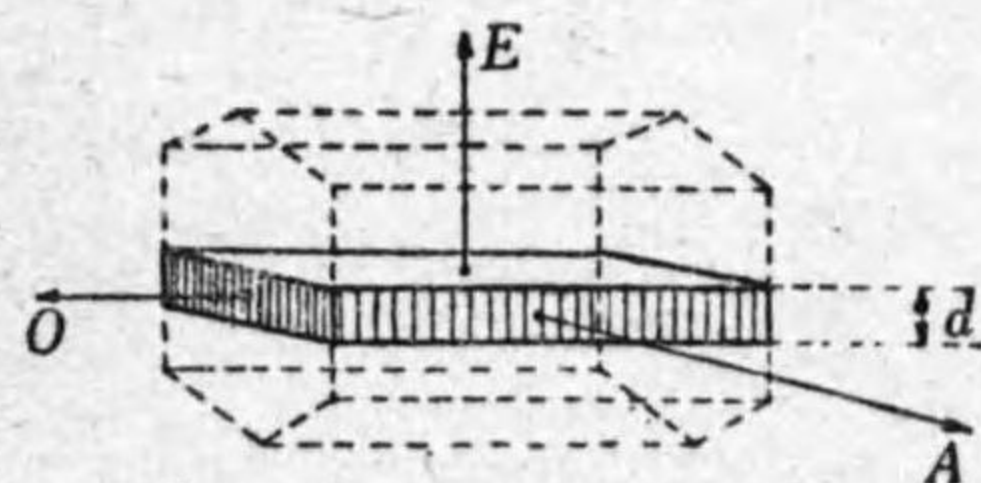
$$\lambda = \frac{V_0}{\lambda_0} = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad V_0 = 33100\sqrt{1+0.00367t}$$

である。之により此實驗によつて

- (a) AB 棒のヤングの弾性率 E を測定し得る。
- (b) AB 棒中の音波の速度 V を知る。
- (c) 適當なる装置をして左方の硝子管中に或る氣體を入れ置けば、之によつて其氣體中に於ける振動數 n なる音波の λ_0 を知り、従つて此氣體中の音波の速度 $V' = n\lambda_0'$ を測定し得る。

備考 硝子管中のコルク粉の密集部の間隔の測定には §32 を参照せよ。

§63. 空氣中に於ける音波の速度 空氣中に於ける音波の速度を出すには、音源と音を受ける地點との距離を實測し、之を音の経過するに要した時間で除して出すのである。然し風の影響とか氣温の不均齊等から一致した結果を望めない。寧ろ空氣中に定常波を起して其波長 λ_0 と振動數 n から $V_0 = n\lambda_0$ によつて求めたがよい(クントの實驗は棒の E , ρ , l を既知とすれば、この一例になる)。近世電氣振動の發達によつて n の大なる振動を發生せしめ得るので λ_0 の小

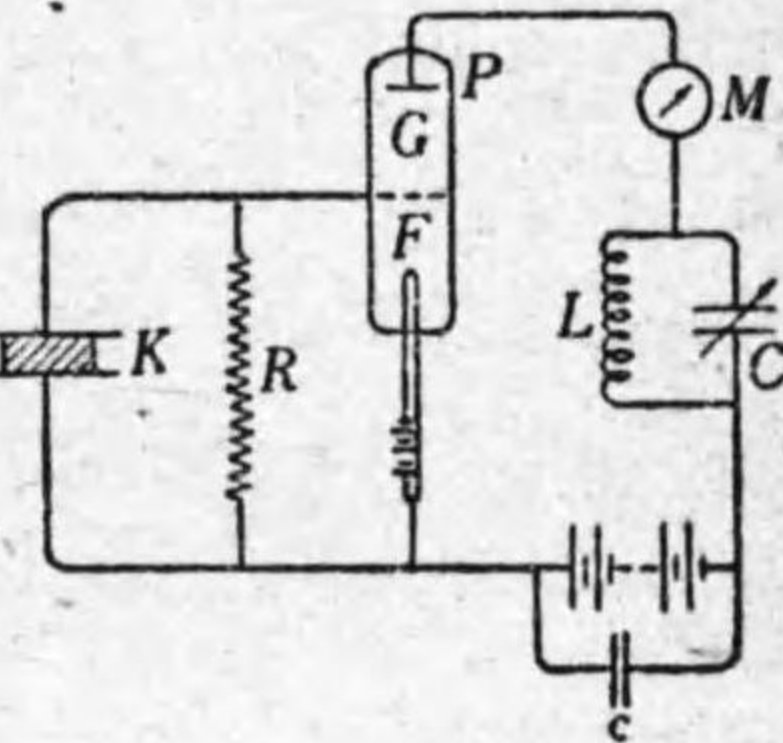


第 23 圖

なる音波を得、 V の測定が容易になつた。水晶のピエゾ電氣發振法はその一つである。

第 23 圖に於て O は水

晶の結晶軸或は光學軸、 E は電氣軸の方向であるが、 E 軸に厚さ d の板を切取りこの板の上下面に金屬板を置いてこれを平行平面蓄電器とし、之に電氣を與へて E に平行なる電界を水晶板に働かせると、水晶板は電界の方向によつて E の方向に膨脹し A の方向に收縮し、或はその逆となる (O の方向には膨脹收縮なし)。故に高周波交流によつて振動電界を水晶板に與へると器械的振動を誘起せられ、若しそれが水晶板の自己振動と一致すれば同調して甚だ強い振動となる。振動電界を水晶板 Q に與へる回路は三極真空管を使用するもので第 24 圖に示してある。水晶板 Q は蓄電器 K の間に入れてある。電氣振動の周期 T は (§167) に記す如く



第 24 圖

$$T = \frac{1}{n} = 2\pi\sqrt{LC}$$

だから C を加減することによつて自由に之を變化せられる。又水晶板の固有振動數 n' は

$$n' = \frac{2.9 \times 10^5}{d}$$

である。若し $d = 2.9$ 糎ならば $n' = 10^5$ で、電磁波の波長は約 3.3 糎になる。

蓄電器 K の外方の板には多くの孔があつて之から音波

が空中に送り出される。定常波を起すには Q に對して測微螺子によつて位置を決定し得る反射平面を立てこれを徐々に動かして Q からの距離を變ずると、定常波の出來た瞬間に檢流計 M が著しく動く。但し M はマイクロアンペアを測り得るものを要する。この最大電流の位置は好條件の場合には 300 回も觀測し得られる。

§64. 音の強さの測定 空氣中の一點に於ける音の強さを測定することは可なり困難な事業であるが、レーレー盤の方法は屢々此目的に使用せられる。

空氣中を波長 λ の音波が $V=n\lambda$ の速度で進行して居るとき、空氣の一點の振幅が a 、其振動の最大速度(振動の中央に於ける速度)を $v_0=2\pi an$ とすれば、1立方糎の空氣中にある音のエネルギー即ち所謂エネルギー密度 J は空氣の靜止して居る時の密度を ρ とすれば、

$$J = \frac{1}{2} \rho v_0^2$$

$$= \frac{1}{2} \rho (2\pi an)^2 = 2\pi^2 \rho a^2 n^2 \dots \dots \dots (64.1)$$

で之を求めんとするのである。

レーレー盤は半径 $r=2$ 糎程の小さな軽い圓盤(雲母板又は甚だ薄い硝子板)を熔融水晶其他の細長い纖維で其面を鉛直に吊したもので、盤面の垂線が音波の進行方向と傾角

θ を爲すときこの圓盤は進行方向に直角にならんとする如き偶力に作用せられる。この偶力の廻轉能率 C は

$$C = \frac{8}{3} \pi^2 \rho a^2 n^2 r^3 \sin 2\theta \dots \dots \dots (64.2)$$

である。之を前式 J と結合して

$$J = \frac{3C}{4r^3 \sin 2\theta} \dots \dots \dots (64.3)$$

によつて J を計算し得ることを知る。勿論空氣の動搖のために妨害せらるゝことを避けたいので圓盤は金網の籠の中に入れて置く。

C を測るには懸垂用の纖維を振り秤 (§31) として使用すればよい。

第三篇

第十一章 温度と湿度

§ 65. 温度 温度の測定には種々の原理に基づくものがあるが、此等の中で基準方法として国際會議で採用したのはボイル、シャルルの法則に従ふ完全氣體の性質を利用したものである。

完全氣體では絶対温度の $T_1^{\circ}\text{K}$ 及び $T_2^{\circ}\text{K}$ に於て壓力相等しきときの體積が v_1 及び v_2 であり、又體積相等しきときの壓力が p_1 及び p_2 ならば

$$T_1 : T_2 = v_1 : v_2 = p_1 : p_2 \dots \dots \dots (65.1)$$

である。而してこれは熱力學の第二則による温度と一致する。

高低種々の温度の標準點として次の六つが採用せられた。

- (1) 酸素點 -182.97°C . 1 氣壓の下に於ける酸素の沸騰點.
- (2) 氷點 0.00°C .
- (3) 沸點 $+100.00^{\circ}\text{C}$. 1 氣壓の下に於ける水の沸騰點.
- (4) 硫黃點 $+444.60^{\circ}\text{C}$. 1 氣壓の下に於ける硫黃の

沸騰點.

- (5) 銀點 $+960.5^{\circ}\text{C}$. 1 氣壓の下に於ける銀の融解點.

- (6) 金點 $+1063^{\circ}\text{C}$. 1 氣壓の下に於ける金の融解點.

§ 66. 液體寒暖計 水銀寒暖計は温度測定器の代表者である。此器械を使用し得る範圍は容器と液の種類とに關係する。普通の硝子水銀寒暖計では -90°C から $+300^{\circ}\text{C}$ までである。管の上部の空所は水銀の蒸氣で充たされてあるが此所に窒素を入れて水銀の沸騰を抑制すれば $+520^{\circ}\text{C}$ まで使用し得る。管が硬質硝子ならば $+570^{\circ}\text{C}$ 、熔融石英ならば $+750^{\circ}\text{C}$ まで測り得る。

低温度用には液としてアルコール又はトリュオールを使へば -100°C まで、ペンテーンを使へば液態空氣の温度まで役に立つが、低温度では何れの液も粘性が非常に大で敏感でない。

§ 67. 水銀寒暖計の検査 氷點の検査を行ふときには(1) 氷が純粹なることと、(2) 氷が融けかゝりであつて、それが水の中に浸つて居てはならぬことに注意をせよ。融けかゝりの乾いた氷を使へといふのである。此検査を行つた時に若し水銀が 0° より高い示度を指せば § 37 の e_0 が負である。沸點の検査には寒暖計が全部水蒸氣の中にあることを必要

とする。又水蒸氣の壓力 p を壓力計で測つてそれが 760 耗でないときには水の沸騰點は

$$t=100^{\circ}+0.0367(p-760)-0.000023(p-760)^2 \dots(67)$$

であるから、寒暖計が此溫度を指して居れば正しい。若しそれより高い讀取を示せば ϵ_{10} が負である。

0°C と 100°C との間の體積の目盛が等間隔であるかを検査するには既に § 37 に述べた如く行へばよい。此際水銀の或る適當な長さ(例へば 10° に對する分)を切り離すには、必要な長さの所を極く小さな瓦斯の焰で管をあたゝめて手早く球を上にし管を縦にして右手で寒暖計を保ちその手で一寸左手を叩けば水銀線が切り離される。

§ 68. 水銀寒暖計の使用上の注意 寒暖計はその全部を測らるべき溫度にするのが理想であるが小さな容器中の液の溫度を測るとき等は之は行はれ得ない。水銀の示度は 60° でも液面の位置は 10° で約 50° ばかりの長さが空氣中に出てゐて膨脹せずと云ふ工合である。讀取溫度が t 、空氣の溫度が t_0 、空氣中に曝露して居る部分の長さが a であれば $\alpha a(t-t_0)$ の補正を t に加へればよい。 α は寒暖計の硝子に對する水銀の見掛けの膨脹率で普通約 0.00016 である。上例で空氣の溫度が 20°C になれば補正は 0.3 に達する。此補正は忘れてはならぬものである。

寒暖計の管の硝子は一體油斷のならぬ材料である。これ

は過冷却をした不確實な状態にあるものであつて長年月に涉つて漸々收縮し氷點の位置は漸々上昇する。之を經年變化 (Secular change) といふ。故に良好の寒暖計では特別な熱處理を行ひ尙長く貯藏して後に標準點を定め目盛を施す。又一旦高溫度に熱すると膨脹した儘で居り、溫度を下げてても兩三日は元の狀態に恢復せずして氷點は大に下降して居る。故に正確を要するときには氷點は定點であるとせず使用の度毎に氷點の決定を行ひ、此氷點から測つた溫度を使用するのが良いとしてある。

§ 69. 氣體寒暖計 氣體を入れる容器は硝子ならば 500°C まで、磁器ならば 1100°C 、白金イリヂウムの合金ならば 1600°C 、純イリヂウムならば 2000°C まで測り得られる。實際の氣體は完全氣體でないから定壓力にしたときと定體積にしたときと結果は一致しない。完全氣體に最も近いのがヘリウムで水素之に次ぐ。此等の氣體を使用したときに其結果に補正を加へて完全氣體の示すべき溫度にする補正が測定せられてある。

この寒暖計は装置が複雑で常用のものではなく主として他種の寒暖計の檢定に使用せられる。

§ 70. 電氣的溫度測定法 電氣的に溫度を定める方法が二種ある。第一は金屬線の電氣抵抗が溫度によつて變化するから、これを測定して溫度を推知するのである (§ 143)。金屬

線として多く白金線を使用するが、測り得る温度の範囲は -190°C から 660°C までである。温度 t と抵抗 R との関係は

$$R=R_0(1+At+Bt^2)\dots\dots\dots(70.1)$$

を採用する。低温度用には白金線は實は面白くない。コンスタンタン線 (Ni 40, Cu 60) 及びマンガン線 (Cu 84, Mn 12, Ni 4)の方が良い。各装置毎に R_0, A, B を測定して置く。

第二は二つの異金属の導線を環状に接合して作った回路で二つの接合点の温度に差があると所謂熱電流が起ることを利用したものである。此際電流の強さは回路の抵抗によつて色々になるが、電圧は兩接合点の温度差だけで一義的に決定せられ、温度の範囲が狭ければ電圧は温度差に正比例し電圧の測定を行へば (§ 147) 直ちに温度が知れる。温度の範囲が 0°C と 100°C の間ならば、次の表に記してある金属中の二つを接合して回路を作れば兩接合点の温度の差 1° につき各金属に附記してある数の差だけの電圧が 10^{-6} ボルト (マイクロボルト) で現はれる。而して高温度の接合点で電流の方向は Bi から Sb に向ふ。

| |
|---|
| Bi 0, コンスタンタン 30, Ni 51, 白金 65, Al 69, Sn 70, 眞鍮 70, マンガン 71, 10%ロヂウム白金 71, Ag 72, Cu 72, Au 72, Fe 83, Sb 100. |
|---|

即ち Ni と Fe とを組合せると兩接合点の温度の差 30°C あれば $30 \times (83-51)=960$ ミクロボルトの電圧が起る。

接合点のハンダ付けを行ふとき鹽酸を使用してはならぬ。酸を使用すると二つの金属と酸とで恰も一つの電圧が出来た様になるからその電圧が妨害をする。松脂やチノールならば差支へがない。

接合点の温度が高いときには電圧 e と温度差 t との関係として

$$e=bt+ct^2\dots\dots\dots(70.2)$$

を採用する。10%白金ロヂウムの合金と純白金との組合せでは接合点の一方が 0°C で他方が t °C ならば e を 10^{-3} ボルト (ミリボルト) で表はすと

| | | | | | | | | | |
|----------------|--------------|--------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------|
| $t=100^\circ$ | 200° | 300° | 400° | 500° | 600° | 700° | 800° | 900° | 1000° |
| $e=0.64$ | 1.42 | 2.29 | 3.21 | 4.17 | 5.18 | 6.23 | 7.31 | 8.43 | 9.56 |
| <hr/> | | | | | | | | | |
| $t=1200^\circ$ | 1400° | 1600° | | | | | | | |
| $e=11.89$ | 14.26 | 16.63 | | | | | | | |

である。但し此組合せは低温度には用を爲さぬ。

低温度用にはコンスタンタンと銅、或はマンガンと鐵との組合せを推挙する。

總ての場合に片方の接合点は融けかゝりの氷の中に入れて 0°C に保つことに約束してある。

§ 71. 光學的溫度測定法 完全なる暗黒體が絶對溫度 T に於て輻射する波長 λ の光のエネルギー E はウキーン (Wien) の法則によると C. G. S. 單位で

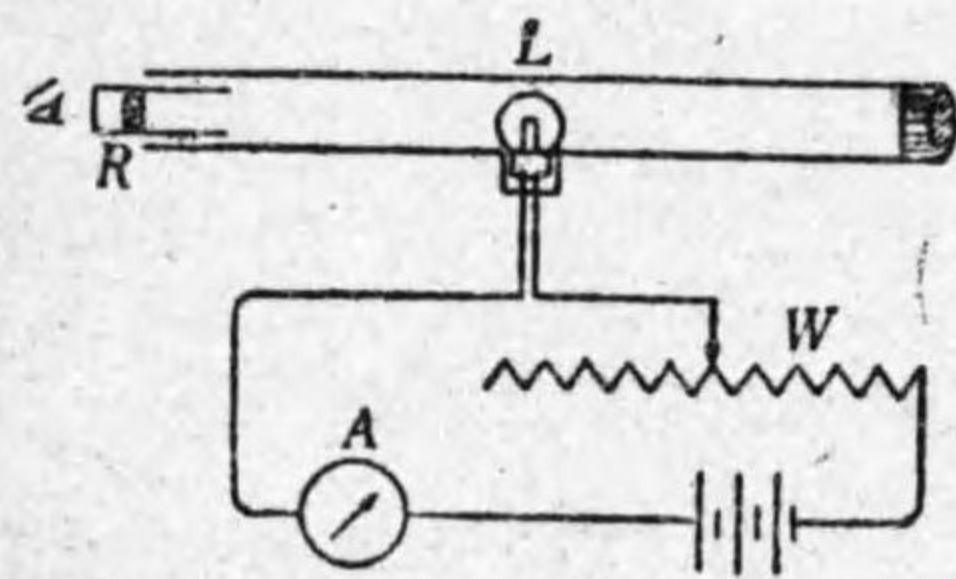
$$E = \frac{3.70 \times 10^{-5}}{\lambda^5} e^{-\frac{1.4330}{\lambda T}} \dots\dots\dots(71.1)$$

故に絶対温度 T, T_0 に於ける一定波長の光のエネルギーの比 $\frac{E}{E_0}$ は次式の如くなる。

$$\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} = \frac{\lambda}{1.4330} \log_e \left(\frac{E}{E_0} \right) \dots\dots\dots(71.2)$$

而してこの $\frac{E}{E_0}$ は兩温度に於ける波長 λ の光の光度の比であるから光度の比較によつて温度を推知し得る點が光學的溫度測定法の原理である。

ホルボーン及びカールバウムの光學高溫計 (Holborn & Kurlbaum's optical pyrometer) は外觀は一つの望遠鏡で



第 25 圖

之を溫度を測らんと欲する爐の中に向ける。其接眼鏡の前に赤色の濾光板 R があつて之で一定波長 (實は少しの幅をもつたスペクトルの一部分) を選出する。その十字線の代りに其所に小なる電燈 L があつて電池と加減抵抗器 W と電流計 A とで一の回路を成して居る。電流の強さを加減して電燈の纖維と爐とが同じ光度を有するに至らしめると纖維は認識し得ざる様になる。此時の電流の強さを讀取つて器械に添附した表によつて電流

之を溫度を測らんと欲する爐の中に向ける。其接眼鏡の前に赤色の濾光板 R があつて之で一定波長 (實は少しの幅をもつたスペクトルの一部分) を選出する。その十字線の代りに其所に小なる電燈 L があつて電池と加減抵抗器 W と電流計 A とで一の回路を成して居る。電流の強さを加減して電燈の纖維と爐とが同じ光度を有するに至らしめると纖維は認識し得ざる様になる。此時の電流の強さを讀取つて器械に添附した表によつて電流

45945

對溫度が知れる。

§72. 大氣の濕度 大氣 1 立方米即ち 10^6 立方呎中に含まるゝ水の量が f 瓦あれば此大氣の絶対濕度 (Absolute humidity) は f なりといふ。斯くの如き大氣は乾燥空氣と水蒸氣との混合物なれば、氣壓計に感ずる大氣の壓力なるものはダルトンの部分壓の法則によつて空氣の壓力と水蒸氣の壓力との和である。後者を水銀柱 e 耗とすれば

$$f = \frac{1.058}{1 + \alpha t} \times e \dots\dots\dots(72.1)$$

t は大氣の溫度、 α はその膨脹率である。

これは、水蒸氣の空氣に對する比重は 0.622 なることと空氣の密度は標準狀態に於て C. G. S. 單位にて 0.001293 なることによつて次の如く計算して出せる

$$f = \frac{0.001293}{1 + \alpha t} \times 0.622 \times \frac{e}{760} \times 10^6 \dots\dots\dots(72.2)$$

故に一定溫度 t に於ては f と e とは正比例する。

$t^\circ\text{C}$ に於て水蒸氣にて飽和したるとき values f_0 及び e_0 とする。それが表に掲げてある。相對濕度 (Relative humidity)

| 飽 和 水 蒸 氣 | | |
|-------------------|-------------|----------------|
| $t^\circ\text{C}$ | e_0 (耗水銀) | f_0 (瓦/1立方米) |
| -20° | 0.77 | 0.88 |
| -10 | 1.95 | 2.14 |
| 0 | 4.58 | 4.84 |
| 5 | 6.5 | 6.8 |
| 10 | 9.2 | 9.4 |
| 15 | 12.8 | 12.8 |
| 20 | 17.5 | 17.3 |
| 25 | 23.8 | 23.0 |
| 30 | 31.8 | 30.3 |
| 35 | 42.2 | — |
| 40 | 55.3 | — |

とは $\frac{f}{f_0}$, 即ち $\frac{e}{e_0}$ を百分率にて表はしたものである。

§73. 湿度計 湿度計には種々あるが次にこれに就て概説する。

(1) 乾濕球湿度計 乾濕球寒暖計(Dry and wet bulb thermometers)とも云ふ。二本の全く同じ寒暖計を並置し一方の球はその儘で他の方の球は水で濕ほした布片で包んである。大氣の乾濕によつてこの布片から水の蒸發する工合が違ふので、その冷え方がちがふ。

t を乾球の示度, t' を濕球の示度とし, e_0, e_0' を此等の溫度に相當する飽和蒸氣壓とする(上記の表による)。 t' が

$$\left. \begin{aligned} 0^\circ\text{C} \text{ 以上ならば } e &= e_0' - 0.00080(t - t') \times b, \\ \text{" 以下ならば } e &= e_0' - 0.00069(t - t') \times b \end{aligned} \right\} \dots(73.1)$$

によつて e を知る。但し b は氣壓計の高さである。然るときは相對濕度は $100 \times \frac{e}{e_0}$ である。

(2) アスマン湿度計 乾濕球湿度計では濕球の周圍の空氣が動くとき蒸發が盛んで示度が低くなる。この空氣の動搖状態を指定したのがアスマン湿度計(Assmann psychrometer)である。

此器械ではゼンマイを動力として毎秒2米の氣流を作り其中に乾濕球を入れて置くので事柄が正確になり

$$e = e_0' - 0.00066(t - t') \times b \dots\dots\dots(73.2)$$

式によつて計算する。此器械を使用するときには濕球を包む布片として成るべく薄いもの一重を用ひ、それが何所にも金屬部に觸れない様に注意すべきである。

(3) 露點湿度計 (Dew-point hygrometer).

(4) 毛髮湿度計 (Hair hygrometer).

ともに器械の使用書にある通りで特別に注意すべきこともない。

湿度計の検査其他の實驗に往々任意の相對濕度の場所が入用なことがある。これにはその場所を外界と遮斷し其中に硫酸の水溶液の廣い面積を作り空氣をよく攪拌する。硫酸の含量で相對濕度が次の如くなる。

| | | | | | | | | | |
|---------|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 硫酸の量(%) | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 |
| 相對濕度(%) | 100 | 95 | 87 | 76 | 57 | 35 | 18 | 7 | 2 |

第十二章 熱膨脹と彈性

§74. 膨脹率 長さの膨脹率は、溫度 Δt の上昇のために長さ l のものが $l + \Delta l$ となつたとして

$$\alpha = \frac{1}{l} \cdot \frac{\Delta l}{\Delta t} \dots\dots\dots(74.1)$$

により線膨脹率 α を計算するのであるから、 α の測定實驗の中心は Δl の測定にある。これにはその大きさによつて或は遊尺、或は測微螺子、或は又光學テコ等 (§31) によればよ

いが今一々これを詳説することを略する。Δl が非常に小さくて光の波長を尺度として測ることがあるが、それは光の干渉の條下 (§ 104) に記してある。

體膨脹率 β は體積 v の變化を Δv とし

$$\beta = \frac{1}{v} \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} \dots\dots\dots(74.2)$$

から計算するのであるが、質量 m の物體の體積 v, 密度 ρ ならば

$$m = \rho v, \quad \rho \Delta v + v \Delta \rho = 0.$$

故に

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\Delta \rho}{\Delta t} \dots\dots\dots(74.3)$$

となるので、密度及びその變化の測定に歸着する。液體の場合には特に左様である。

溫度の變化する範圍が廣いと既に §6, §7 に説いた如く膨脹率は一定でない。

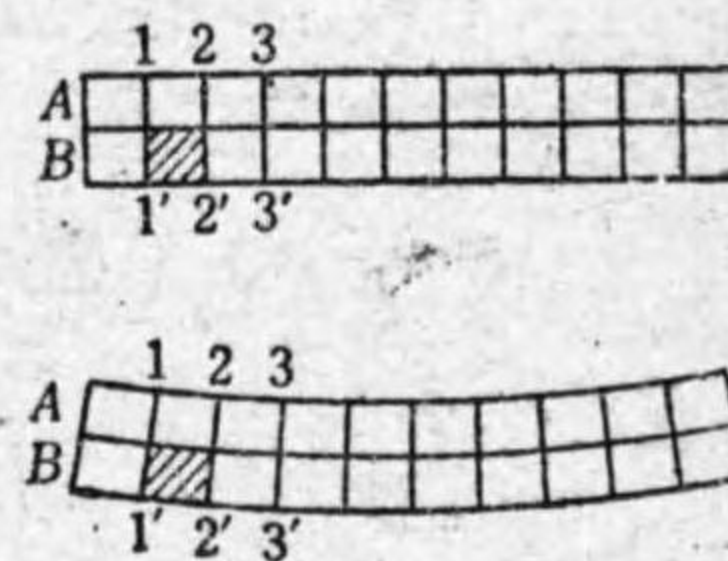
§ 75. 長さの彈性率 延長收縮に對する彈性率も大體線膨脹と觀念上は大差ない。横斷面積 S の棒狀の物體に力 F を作用させてこれを引延さんとしたとき、長さ l のものが l + Δl となつたならば、長さの彈性率 即ち ヤングの彈性率 (Young's modulus of elasticity) E は

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta l}{l} \dots\dots\dots(75.1)$$

であるから、E の測定を中心は Δl の測定にある。

屈撓による彈性率の測定 然し E の測定法に少しく趣を異にした方法がある。今 A, B 二つの異金屬を並べて接合したものがあつたとし之を熱する

と A の膨脹率が B のより小なりとすれば A の (1,2), (2,3) 等の各小部分が延長するよりは B の (1',2'), (3',4') の延長の方が大きい。而して兩金屬は離るゝこ

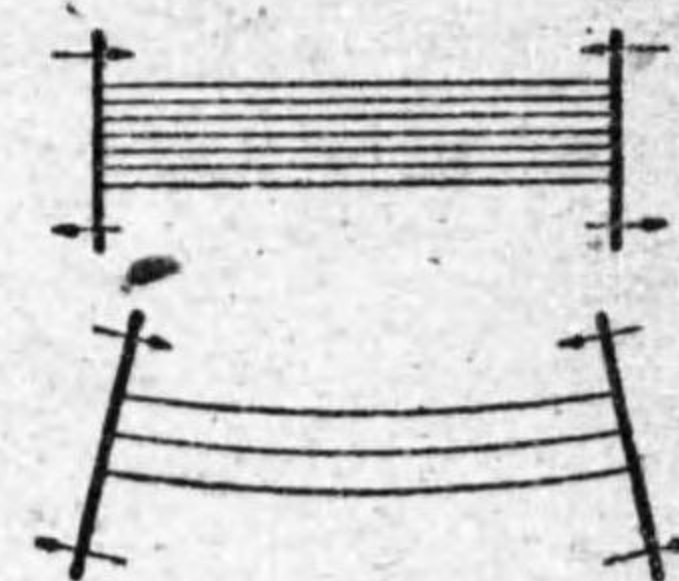


第 26 圖

と不可能なりとすれば下圖の如く彎曲する外はない。これは金屬寒暖計に利用せられてあるが、同様のことを彈性で行つたとする。即ち A, B は同一材料だが A を小なる力で引き B を大なる力で引けば同様に彎曲するであらう。特に A を壓縮し B を延長すれば彎曲は一層著しい。

斯くの如きことを實施するには一の棒狀物體の兩端に腕木をつけ矢の如く力を作用させて、右端を反時計的に、左端を時計的に偶力を作用させて棒を曲

げんとするのである。然るときは棒の上半は兩端から押され且つ中央よりは上面の方ほど押され方が強く、棒の下半は兩端の方へ引延されて中央よりは下面の方が多く延されて棒は屈撓彎曲する。之と同様なことを實驗に都合よく行ふに



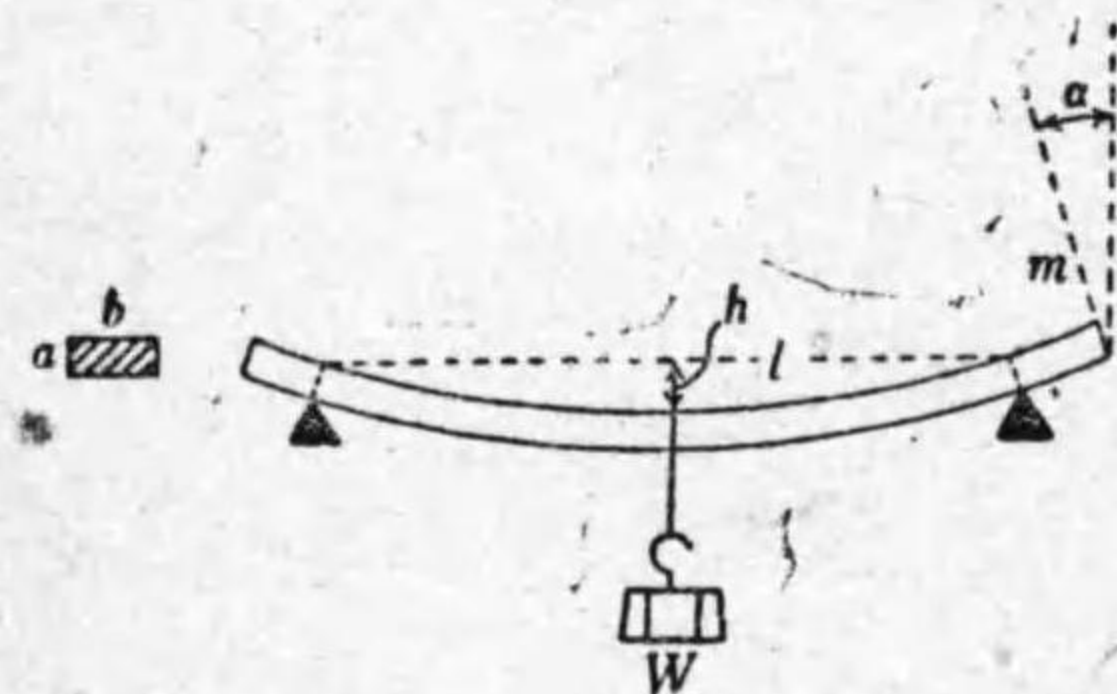
第 27 圖

は二つの圭子を l の間隔に据ゑその上に厚さ a , 幅 b の角棒を横たへ中央に W の力を作用させる (第28圖).

斯くすると棒の中央は h だけ下に降り, 兩端は角 α だけ傾斜し, 弾性率 E は次の如くに表はされる.

$$E = \frac{1}{4} \frac{l^3}{a^3 b} \frac{W}{h}, \dots\dots\dots (75.2)$$

$$E = \frac{3}{4} \frac{l^2}{a^3 b} \frac{W}{\tan \alpha} \dots\dots\dots (75.3)$$



第 28 圖

上式によつて E を測定するには h を顕微鏡又は測微螺子で測り, 下式によるには棒端に鏡 m を貼附し尺度と望遠鏡式の方法によつ

て α を測ればよい.

§76. 振りの弾性率又は剛性率 剛性率の測定には既に§59に説いた針金の振りの弾性による廻轉振動の周期を測定すればよい. 針金の長さが l , 半径が r , 剛性率が n ならば

$$\frac{\pi r^4}{2l} \cdot n = D \dots\dots\dots (76.1)$$

であるから, 吊された物體の慣性能率が I , 周期が T ならば

$$D = \frac{4\pi^2}{T^2} I = \frac{\pi r^4}{2l} \cdot n \dots\dots\dots (76.2)$$

から n が計算せられる.

§31に記した振り秤と§59に記した廻轉振子とは同一の装置を靜的に使用するか動的にしたかと云ふ差があるのみである.

§77. カロリー 熱量の單位カロリーは水 1 瓦を 14.5°C から 15.5°C まで熱するに要する熱量である. 他に種々のカロリーがあるから區別のために特にこれを 15° カロリーと呼ぶ. この熱エネルギーの量と他のエネルギー量との關係は次の通り.

1 ダイン 1 糎の仕事 = 1 エルグ, 10⁷ エルグ = 1 ジュール.
1 カロリー = 4.1842 ジュール, 1 ジュール = 0.239 カロリー.
水の比熱は溫度によつて變化するから精確を要する場合には之を顧慮しなければならぬ.

§78. 固體の比熱 混合法が普通に採用せられる. 即ち熱量計の中に比熱 c' の知れた液 (水 1.00, アニリン 0.50, トリュオール 0.414) の溫度 ρ のもの m' 瓦を入れ置き, 之に θ ° に熱した固體 m 瓦を入れ, よく攪拌して最後の溫度 τ を測る. 熱量計, 攪拌装置, 寒暖計も此際 ρ から τ ° に暖められるか

ら此等の熱容量の總和を w とすれば, 求める所の固體の比熱 c は

$$cm(\Theta - \tau) = (c'm' + w)(\tau - t) \dots \dots \dots (78)$$

から算出すればよい.

この實驗に使用する熱量計はその熱容量の小なることを貴ぶから, 又外界との熱の交換の少なきを望むから, 成るべく薄い比熱の小なる銅の板で作り且つ外面は鍍銀して鏡の如くよく研磨して熱の放散を小さくする. 魔法罎は熱量計として適當のものである. w は比熱の知れた固體を利用して實驗的に上式から求めるがよい.

この實驗に於て最も不安に感ぜられるのは輻射, 傳導, 對流等によつて起る熱量計と外界との熱の交換である. これを考慮する實驗法は先づ二重壁の器の兩壁間に一定温度の水を入れたものをジャケットとしてその中央に熱量計を安置する. 而して熱量計の最初の温度 t 及び最後の温度 τ を共にこのジャケットの温度より低からしめる様に豫備實驗を行つて研究して置く. 即ち熱量計は常に外圍より熱の供給を得て温度が昇る様にするのである. 實施方法は固體を入れる前を第一期としてこの時1分毎に熱量計の温度を讀むこと 5 乃至 10 分時間にしてこの第一期中に熱量計と外圍との温度の差 1° につき1分間に幾何の熱が入り込むかを計算し, 次に固體を熱量計中に投入してからを第二期とし 20 秒毎に温度を讀取つて最終温度 τ に達せしめる. 然るときはこの第二期の間に外界 (ジャケット) から得た熱のために最終温度 τ が何程高過ぎて居るかを知り補正を施すことが出来るのである.

例 熱量計中に入れた液 水 74.0 瓦, $c'=1$, $m'=74.0$

特別實驗により $w=2.4$.

固體の質量 $m=48.3$, その温度 $\Theta=99.70$.

ジャケットの温度 18.0° .

熱量計の最初の温度 $t=12.05^\circ$.

〃 最後 〃 $\tau=17.46^\circ$.

而して熱量計の温度の變化は

第一期には

| | | | | | | |
|-------|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 時計の讀み | 25 ^m | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 温度 | 11.54° | 11.65 | 11.75 | 11.83 | 11.96 | 12.05 |

30^m に固體を入れる.

第二期には

時計の讀み

| | | | | | | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|-----------------|---------------------------------|---------------------------------|-----------------|
| 30 ^m 20 ^s | 30 ^m 40 ^s | 31 ^m 0 ^s | 31 ^m 20 ^s | 31 ^m 40 ^s | 32 ^m | 32 ^m 20 ^s | 32 ^m 40 ^s | 33 ^m |
|---------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|-----------------|---------------------------------|---------------------------------|-----------------|

に對して温度の讀取り

| | | | | | | | | |
|--------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|
| 12.05° | 15.9 | 16.8 | 17.2 | 17.3 | 17.4 | 17.44 | 17.45 | 17.46 |
|--------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|

故に第一期の5分間には温度の上昇 $12.05^\circ - 11.54^\circ = 0.51^\circ$.

熱量計の平均温度 11.80° , ジャケットとの差 $18.0^\circ - 11.8^\circ = 6.2^\circ$.

温度の差 1° につき毎分の温度上昇率は $\frac{0.51}{6.2 \times 5.0} = 0.0165$.

第二期の3分間には熱量計の平均温度 16.6° , ジャケットとの差 $18.0^\circ - 16.6^\circ = 1.4^\circ$ ならば此間に上昇した温度は $3.0 \times 1.4 \times 0.0165 = 0.07$,

故に最後の温度に此補正を減じて $\tau = 17.46^\circ - 0.07^\circ = 17.39^\circ$ とする.

求むる比熱 c は

$$c \times 48.3(99.70 - 17.39) = (74.0 + 24)(17.39 - 12.05),$$
$$c = 0.1026$$

§ 79. 液體の比熱 (1) 混合法 熱量計中に比熱 c' を測らんと欲する液を入れ置き, 既知比熱 c の固體を入れて實驗する.

(2) 電気熱量計 液に熱の既知量を供給するに電氣的に行ふ。即ち熱量計中に抵抗 R オームの金屬線を入れ之に I アンペアの電流を通ずること z 秒ならば、この間に電氣的に與へた熱は、 J を熱の仕事當量とすれば

$$\frac{1}{J} I^2 R z = 0.239 I^2 R z \text{ カロリー} \dots\dots(79.1)$$

なるにより

$$0.239 I^2 R z = (c' m' + w) (\tau - t) \dots\dots(79.2)$$

によつて c' を得る。

此實驗を逆用して仕事當量 J の測定を行ふことがある。

(3) 冷却法 銅又は銀で作つた容積 15cc 程の瓶狀の器を熱量計とし、これに比熱 c の液を一杯に満たし、コルク栓に寒暖計を買いたものを之にはめて寒暖計の球を熱量計の中央に位置せしめる。又器の外壁は煙煤を以て燻し、よく熱を輻射し易からしむ。全體を熱し置いて之を大なる一定温度のジャケットの中央に置き冷却によつてその温度の降下對時間を觀測する。扱てニュートンの冷却の法則によると外壁から毎秒放出せらるゝ熱量は物體と外界との温度の差と物體の表面積 S との相乗積に比例するので、熱量計の温度を t 、外界の温度を τ とすれば、時間 dz の間に放出する熱量は $hS(t-\tau)dz$ で、 h は比例定數である。このために温度が dt 降下するから

$$-hS(t-\tau) dz = (cm+w) dt. \dots\dots(79.3)$$

m は熱量計中の液の質量。これを積分すると

$$t-\tau = (t_0-\tau) e^{-\frac{hS}{cm+w}z} \dots\dots(79.4)$$

となる。 t_0 は時刻 $z=0$ に於ける温度。

故に熱量計中に入れた液が c_1, m_1 のときと c_2, m_2 のときとで t_0 から t まで冷却する時間がそれぞれ z_1, z_2 ならば h, S, τ は一定だから

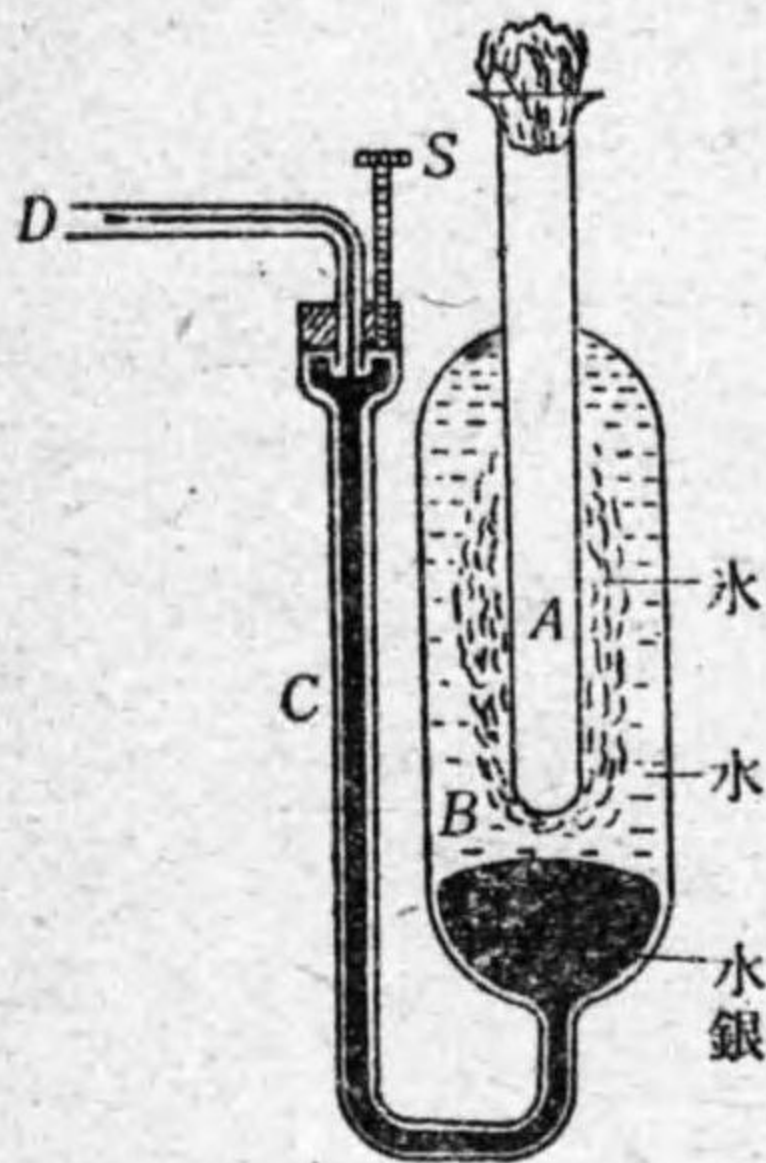
$$\frac{z_1}{c_1 m_1 + w} = \frac{z_2}{c_2 m_2 + w} \dots\dots(79.5)$$

となる。 c_1, m_1 を既知液とすれば之によつて未知液の c_2 を得る。

§8). 氷熱量計 これは固體用でも、液體用でも比熱を測るに使用できるが、その原理に特色がある。1瓦の 0°C の氷が 0°C の水になるには 79.67 カロリーを要し、此際體積が 0.0906 立方糎だけ縮小する事實を利用したものである。

熱量計は第-29 圖の如き硝子製のもので、 A は試験管の形をして之を B なるジャケットで包む。 B は C なる管で目盛した毛管 D に連絡してある。

B の中には、よく煮沸して空気を驅逐した蒸溜水を適當に入れ、且つその下部及び管 C, D には水銀を入れて、其端が毛管 D の目盛で讀み得る如くしてある。 S は小さなネヂで、之を進退して D 管中に於ける水銀線の上端を調節する。



第 29 圖

實驗に先だち、A 中にエーテルを入れその中に盛に空気を吹込んで急速に蒸發せしめて低溫度を起し、之によつて B 中の水を凍らせて A を氷で包む。この準備が成つてから A 中を清潔にし之に比熱 c 、質量 m 、溫度 t の物體 (液ならばその儘、固體ならば A 中に或る液を入れ置き) を入れると、それが 0°C に冷却し氷はとけて

v だけの體積の變化が起る。 v は D 管中の水銀の移動で知る。然るときは cmt カロリーの熱が $v \div 0.0906$ 瓦の水を融かしたので

$$cmt = \frac{v}{0.0906} \times 79.67, \dots\dots\dots(80.1)$$

$$c = \frac{879.67v}{mt} \dots\dots\dots(80.2)$$

によつて c を得る。

v は D 管の 1 目盛の體積と水銀の動いた目盛數 n とで出るのであるが、最も便利なのは前節の電氣熱量計の方法を應用するがよい。即ち A 中に液を入れ其中に R オームの抵抗線を裝置し、之に I アンペアの電流を通ずること z 秒でこの $0.239I^2Rz$ カロリーの熱を與へたとき目盛 n' 個動い

たとし、本實驗で n 目盛動いたとすれば

$$cmt : 0.239 I^2 R z = n : n' \dots\dots\dots(80.3)$$

で c を得る。

§81. 氣體の比熱 氣體の比熱には定壓の比熱 c_p と定積の比熱 c_v とを區別するが、固體、液體の比熱と云ひ來つたのは c_p である。これは膨脹を禁止して加熱することは困難だからである。氣體の方では定積に保つことは出来るが稀薄なために質量 m が小さくて實驗は困難である。故に氣體の比熱は主として c_p を測り之に兩比熱の比 $r = \frac{c_p}{c_v}$ を測定して c_v を出す。

r はそれ自身重要な量であるから此測定法を記せば、これには斷熱變化の現象を利用する。氣體の一定質量の斷熱變化の前後の體積、壓力、絕對溫度を $v_0, p_0, T_0, v_1, p_1, T_1$ とすれば

$$\frac{p_1}{p_0} = \left(\frac{v_0}{v_1}\right)^r = \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{r}{r-1}} \dots\dots\dots(81)$$

であるから、この關係によつて r を測定するのである。

§82. 熱傳導度 熱の流れ行く方向を示す線を熱流線といふ。此流線の方角を x とすれば溫度 θ は x の函數で、流線に垂直に置いた面積 q の平面を通して時間 z の間に流るゝ

熱量 H は

$$H = -\lambda q z \frac{d\theta}{dx} \dots\dots\dots(82.1)$$

である。この λ を熱傳導度 (Thermal conductivity) と云ふ。負號を附したるは $\frac{d\theta}{dx} > 0$ ならば θ は x の大なる方に高くなり、熱流は x の小なる方に向ふからである。 $x=0, x=l$ に於ける溫度がそれぞれ θ_1 及び θ_2 で、溫度の變化が一樣ならば

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{l}, \quad \frac{H}{z} = -\frac{\lambda q(\theta_2 - \theta_1)}{l} \dots\dots\dots(82.2)$$

となる。 $\frac{H}{z}$ は單位時間に流れる熱流の強さである。

§83. 傳導度の測定 管狀の熱の導體があつて其内半徑 r_i , 外半徑 r_e , 長さ l とし、管の内部は一定溫度 θ_i , 外面は θ_e に保たれたとすれば管の實質中に於ての等溫度面は管軸を軸とする圓柱面である。即ち溫度 θ は圓柱の半徑 r のみの函數であり、時間 z 中にこの圓柱面を通過する熱量 H は r に關せず一定で

$$H = -2\pi r l \lambda \frac{d\theta}{dr} \cdot z \dots\dots\dots(83.1)$$

である。之を變形すれば

$$\frac{dr}{r} = -\frac{2\pi \lambda l z}{H} d\theta \dots\dots\dots(83.2)$$

之を積分して溫度 θ と半徑 r との關係を得る、即ち

$$\log r = C - \frac{2\pi \lambda l z}{H} \cdot \theta \dots\dots\dots(83.3)$$

C は積分定數。

又 $r=r_i$ のとき $\theta=\theta_i, r=r_e$ のとき $\theta=\theta_e$ なることを上式中に入れて

$$\log\left(\frac{r_e}{r_i}\right) = \frac{2\pi \lambda l z}{H} (\theta_i - \theta_e) \dots\dots\dots(83.4)$$

で、之によつて時間 z 中に流るゝ熱量 H が計算せられる。

此式を利用して傳導度 λ を測定するには上記の如き管の外部を 100°C の水蒸氣にて熱し置く。 $\theta_e=100^\circ$ 。又管の兩端にゴム管をつけ一端より溫度 θ_1 の水を流し込むと他端より熱せられた水が溫度 θ_2 となつて流出し、時間 z の間に流出せし水量は m 瓦とすれば $H=m(\theta_2 - \theta_1)$ が外より内に管壁を通して流れたので、(83.4) 中に $H=-m(\theta_2 - \theta_1)$ とし又 $\theta_i = \frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2)$ と見て計算すれば λ を得る。尙此實驗に於て管の内外とも金屬の表面が不潔であり或は酸化して居ては傳導が妨げられるから表面を極めて清淨にし、出來得べくんばよく研磨してあることを要する。

§84. コールラウシュの傳導度測定法 熱の良導體は又電氣の良導體であるが此意味に於て本實驗法は興味がある。

實驗に供する資料は斷面積 Q なる棒で、其全側面を熱及び電氣の絶緣體にて完全に被覆し、其兩端に之を一定溫度に保つ装置があり且つ又この兩端から電流 I を棒の中に流

す。即ち棒を電氣的に加熱し兩端に於て冷やすのである。定常状態に於ては棒内の温度の分布は棒の中央に於て最も高く兩端に最も低くなる。熱の傳導度を λ 、電氣の傳導度を κ とし棒の中央の温度を θ 、中央より左右 l の距離にある二點 A, B の温度を θ とすると

$$\theta - \theta = \frac{I^2 l^2}{\lambda \kappa 2Q^2} \dots\dots\dots (84.1)$$

であり、 A, B 二點間の電位差 V は

$$V = \frac{2Il}{\kappa Q} \dots\dots\dots (84.2)$$

である。これより

$$\frac{\lambda}{\kappa} = \frac{1}{8} \frac{V^2}{\theta - \theta} \dots\dots\dots (84.3)$$

を得る。實驗によつて $V, \theta, \theta, \kappa$ を測定すれば λ を算出することを得る。

第 四 篇

第十五章 光 度

§85. 光の強さ 光源の光の強さを表はす單位として1燭光 (Candle power) を用ひる。これには各國區々の標準光源があるが、我邦では國際燭光即ちペンテーンを燃料とする標準燈の水平の方向に送り出す光度の $\frac{1}{10}$ を使用する。

1 燭光の光を出す光點で總ての方向に一様に輻射するものが單位立體角の中に送り出す光流を1ルーメン (Lumen) といふ。故に此光源の出す光流の總量は $4\pi J$ ルーメンである。光源は光のエネルギーを製造し之を送り出す一つの機關と考ふべきもので、その工率即ち毎秒送り出すエネルギーの量は C. G. S. 單位で幾ワットと言ひ表はさるべきものである。1ルーメンの光流が幾ワットに相當するかといふ光の仕事當量は1ルーメンが0.0015ワットである。

受光面の照度 (Illumination) E とはその單位面積上に投射する光の量で(受光面の性質は論じない)、其單位なる1ルクス (Lux) は1平方米の面積の上に1ルーメンの光流が一様に分布されたものをいふ。之を1メートル燭光ともいふ。故に J 燭の光源から r 米の距離にあつて光線に垂直に置いた面の照度は $4\pi J \div 4\pi r^2 = \frac{J}{r^2}$ ルクスであり、面の法

線 (Normal) が光線と角 i を爲せば照度は $\frac{J}{r^2} \cdot \cos i$ である.

或る面積を有する表面が一様な明るさで光を出す (自ら発光し或は他の光源から照されて) とき, その面に垂直な方向から見て面積 F 平方糎が J 燭光であるならば面の法線と角 ϵ を爲す方向から見たる面の輝度 (Brightness) e は

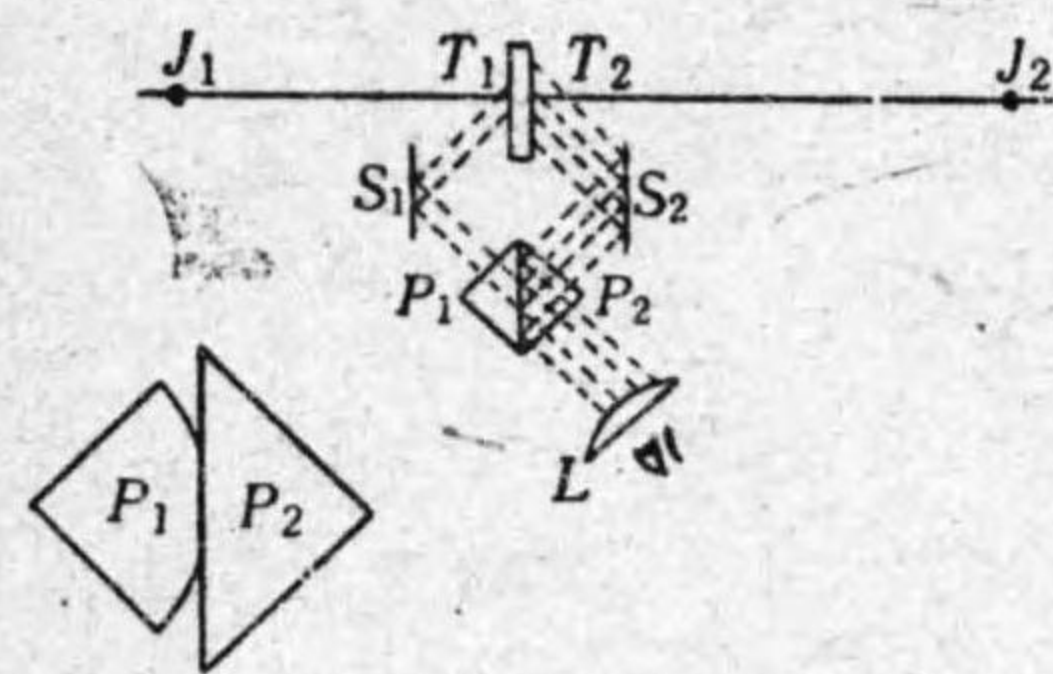
$$e = \frac{J}{F \cos \epsilon} \dots\dots\dots(85)$$

である.

§86. 光度計 二つの光源 J_1, J_2 が距離 r_1, r_2 に於て照度が相等しいときには

$$\frac{J_1}{r_1^2} = \frac{J_2}{r_2^2} \dots\dots\dots(86)$$

だから一方を既知とすれば任意光源の光度を測定することが出来る. 此理に基づく光度計 (Photometer) は種々あつてブンゼンの油點光度計は舊式の代表者である. これを改良したと見てよいのはルンマー, プロデューン光度計である.

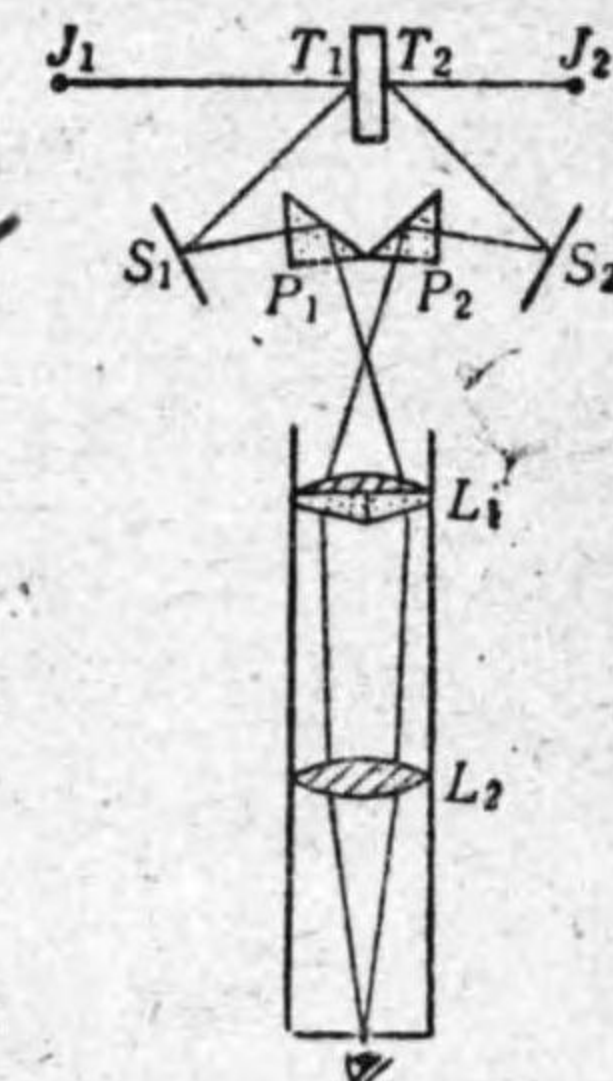


第 30 圖

此光度計の最も重要な部分は二つの直角プリズム P_1, P_2 を合せて作った硝子立方體で P_1 の方は其周圍を削り取つて中央の圓形の面積で P_2 に密着してゐる. この密着部は何等の貼付劑を使用することな

く表面の研磨を極度に良好ならしめて少許の壓力のみで P_1, P_2 が密着して居る. T_1, T_2 は二つの白色の艶消受光面で互に背を合はせて居る. これを比較すべき兩光源 J_1, J_2 で互に獨立に照射せしめ, その輝度を反射鏡 S_1, S_2 と硝子立方體及びレンズ L で同一傾角 45° の方向から同時に比較して見るのである. 即ち S_1 から來る光線は立方體の中央の圓形部を通じ, S_2 から來るものは圓形部の外圍で全反射して L に向ふ. この圓形部の輪廓は 45° の方向から見るので楕圓形を爲すが, これを鮮明に見る様に L を調節するのである. 楕圓の中が周圍より暗いときは T_1 の輝度が小であるから, r_1, r_2 の距離を變化して楕圓が見得ざるに至れば T_1, T_2 の輝度相等しく, 従つて T_1, T_2 に於ける照度が相等しいので上式によつて二つの光源の光度の比較を爲し得るのである.

§87. マーテンスの光度計 此器械の要部はレンズ L_1 に貼附してある屈折角の小なる二重プリズムである. レンズ L_2 はこの二重プリズムの鈍角稜を見得る様に調節し, レンズ L_1, L_2 の組合せは反射鏡 S_1, S_2 , 直角プリズム P_1, P_2 を媒として T_1, T_2 の面を眼の位置たるべき小孔の所に作像する. 故に觀測

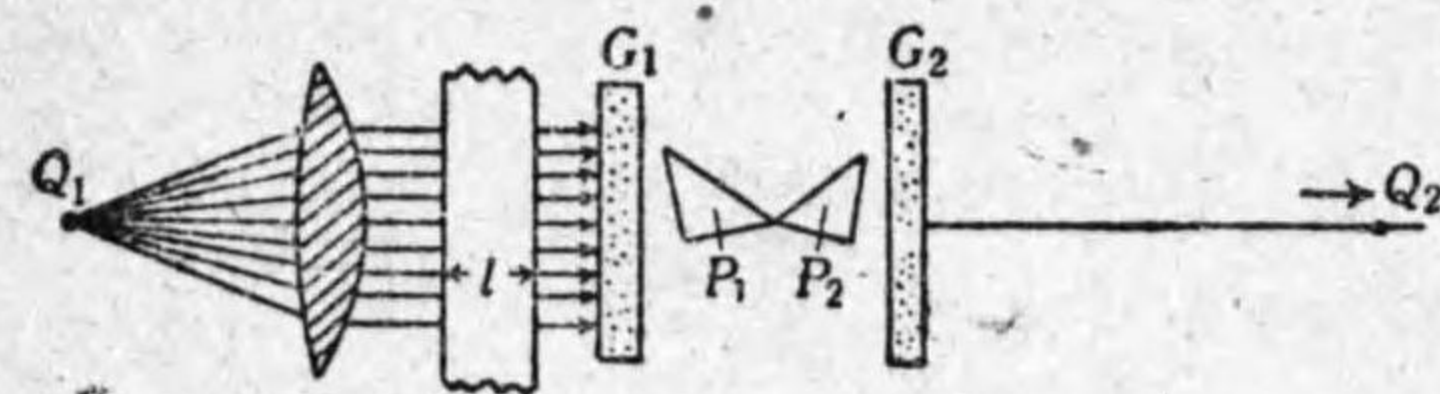


第 31 圖

者は二重プリズムの鈍角稜を視野中の境界線としてその左右に T_1, T_2 両面の輝度を対照し得るので r_1, r_2 の変化によつて両面の輝度、従つて照度を等しからしめ得る。

§88. 光の吸収 光が媒質中を通過するとき起る吸収は光の色によつて異なり、或る色の光は著しく吸収せられ、他の色の光は殆ど吸収せられない場合もある。之を**選擇吸収**と云ひ、この時には白光を通して出射光は着色して居る。今或る特定の色の光の吸収を検査せんと欲して其媒質に投射する光の強さ I_0 と之から出射する光の強さ I とを光度計で比較する。

此目的でマーテンス光度計の筒先の直角プリズム P_1, P_2 の左右に二つの光源 Q_1, Q_2 を置き、之によつて P_1, P_2 の前に置いた艶消硝子板 G_1, G_2 を照射せしめる。但し左方には一つのレンズを入れて Q_1 をして其焦點にあらしめて G_1 を照らす。光は平行光線で恰も Q_1 が無限遠にあるが如くし、右方の G_2 に於けるものは Q_2 よりの發散光線で距離の二乗に反比例する照度を與ふるものとする。先づ Q_2 を進退して



第 32 圖

光度計中の視野の明るさを對當ならしむる G_2Q_2 の距離 r_0 を求め、次に厚さ l なる吸収層を G_1 の前に置き吸収に

よつて弱められた光 I に對する G_2, Q_2 間の距離 r を求める。然るときは明かに

$$I_0 : I = \frac{1}{r_0^2} : \frac{1}{r^2} \dots\dots\dots(88.1)$$

であるから之によつて $I_0 : I$ の比を實測し得る。

扱て §27 に述べた通り、光の強さと吸収層の厚さとの關係は厚さが等差級數的に増せば光の強さは等比級數的に減じ、厚さの單位毎に $1:T$ の割合で ($T < 1$) 弱くなるので吸収層の厚さ l なるものに於ては

$$I = I_0 e^{-\lambda l} = I_0 \left(\frac{1}{e^{\lambda}}\right)^l = I_0 T^l \dots\dots\dots(88.2)$$

となり、 λ は**吸収定數**(Absorption constant) で、 $\frac{1}{e^{\lambda}} = T$ は**透明度**(Transparency) である。

この實驗には一定色光を使用する必要があるから光度計の眼孔の前に濾光板を置くべきである。

§89. **寫真陰畫板の暗黒度** 寫真乾板上に光を投射し、後これを現像定着して得た陰畫の上に於ける暗黒度を測定したいことがある。例へば之によつて投射した光の強さを測つたり或は一定の光を種々の乾板に作用させて乾板の感光度を測つたりするのである。

これには黒變しない部分と黒變した部分とを透過した光を前節の I_0 及び I として實驗すればよい。この場合には

吸収が無選擇だから白光を使用してもよい。

$\frac{I}{I_0}$ を暗黒部の透過度と云ひ、その逆數 $\frac{I_0}{I}=O$ を不透明度と云ふ。即ち I が I_0 の $\frac{1}{3}$ とすれば透過度は $\frac{1}{3}$ で、不透明度は 3 である。又 $\log_{10} O=S$ を暗黒度と云ふ。上記のものでは暗黒度は 0.48 ($\log 3=0.477$) である。

暗黒度が S_1, S_2 の二枚の板を重ねるとその暗黒度は $S=S_1+S_2$ となる。何となれば I_0 の光が第一の板に投射して出射光が I_1 となり、これが第二の板を透過して I_2 となつたとすれば

$$O_1 = \frac{I_0}{I_1}, \quad O_2 = \frac{I_1}{I_2}.$$

二枚を重ねたものは

$$O = \frac{I_0}{I_2}$$

であるが、 $O=O_1 \times O_2$ で $\log O = \log O_1 + \log O_2$ 、即ち $S=S_1+S_2$ なることは明白である。

種々の S を有する一組の板は所望の割合に光を弱くする無着色の濾光板として便利である。

理論上の目的には S の代りに $\log_e O=D$ を濃度と命じて屢々之を使用する。

本文によれば

$$I = I_0 \times 10^{-S} = I_0 e^{-D}$$

であるが、寫眞乾板の感光度は一定の光に曝露した時の S 又は D の大きさに測られる。實驗によれば 1ルクスの照度を 1秒間或る乾

板に與へたとき $E=It$ を露出 (Exposure) と名づけると、この露出を受けた乾板を現像定着して得た陰畫の暗黒度を S とし、 S 對 E の關係を求めするために、 $\log_{10} E$ を x 軸に、 S を y 軸にとつてグラフを作ると、 E の餘り小なるときと餘り大なるときとの兩端を除けば殆ど一直線になる。故に

$$S = r \log_{10} \left(\frac{E}{i} \right) \dots \dots \dots (89)$$

と記す。 r は此直線の傾斜を示すもので、これは現像の方法 (如何なる藥品を使用したかの如き) のみに關する定數であり、 i は此直線が x 軸を切る所の E の値で、これは乾板の性質に關する定數である。 E が i 以上でないと感じないといふ意味になるから i の逆數を以て感光度を表はすものとして H. D. 式 (Hurter Driffeld) では乾板の速さを $\frac{34}{i}$ として居る。

上記の光度計の外に光電管 (§ 176) を使用するもの、セレンウム・セル (§ 144) を使用するものがある。又問題の光を寫眞乾板に感光させ其暗黒度から測定する方法等がある。

第十六章 光の屈折と分散

§90. 屈折率 媒質の屈折率 n には次の關係がある。真空中に於ける光の速度を v_0 、或る特定の色の波長を λ_0 とすれば、この光波が屈折率 n なる媒質中に入れば速度は v 、波長は λ となつて

$$n = \frac{v_0}{v} = \frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \dots \dots \dots (90.1)$$

である。光波の色を一義的に決定するのは、其振動數であ

つて、真空から媒質に入つても之は變化しないから $\frac{v_0}{\lambda_0} = \frac{v}{\lambda}$ で上式の前半を得るのである。普通に光の色は波長で定まるといふのは實驗では第一に波長が測定せられるからである。然し嚴密には如何なる媒質(例へば真空)中の波長といふべきである。 v_0 は總ての色光に就て一定で $v_0 = 2.99796 \times 10^{10}$ 秒⁻¹ であるが、 v は色により又媒質によつて變化する。 α, β は投射角, 屈折角である。

n は媒質の溫度, 壓力等によつて變化するが, 或る状態に於ける媒質の密度を ρ とすれば

$$r = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \frac{1}{\rho} \dots \dots \dots (90.2)$$

はその媒質特有の定數である。故に媒質の r を測定して置くと任意の状態に於ける n を知るのに密度 ρ さへ測れば光學的實驗を行はずともよい。

§91. 分散 n は λ の函數であるので一定の投射角 α に對して屈折角 β は色によつて異なり、之がために種々の波長の色の混合して成れる複光が分散して多くの單光になる。 n 對 λ の關係即ち分散式は理論的には

$$n^2 = A_0 + \sum_m \frac{A_m}{\lambda^2 - \lambda_m^2} \dots \dots \dots (91.1)$$

なるケットラー・ヘルムホルツの式が成立する。 A_0, A_m, λ_m は定數である。然し次のハルトマンの實驗式は簡単な形で尙諸種の光學硝子等に就ては可なりよく事實と一致して居

る。

$$n = n_0 + \frac{c}{(\lambda - \lambda_0)^\alpha} \dots \dots \dots (91.2)$$

α は多くの場合 0.5 と 2 の間にあるが $\alpha = 1$ としても不都合のないことが多い。 n_0, c, λ_0 は定數である。

太陽スペクトル中のフラウンホーフェル黒線 C, D, F の光に對する光學硝子の屈折率を n_C, n_D, n_F とすると光學工業では

$$\nu = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C} \dots \dots \dots (91.3)$$

をその硝子の分散率と呼んで居る。 ν の大なるものは分散が少ない。

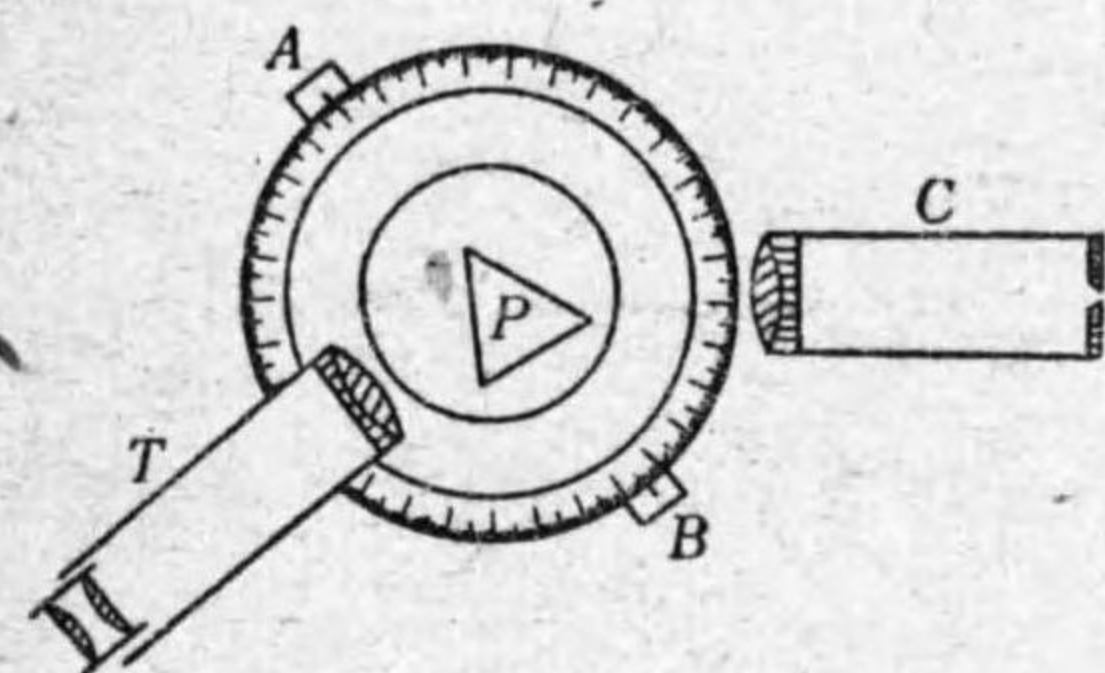
§92. 屈折率の測定 或る與へられた色光に對する屈折率はその要求せられる精度によつて、又實驗資料の分量や其他の事情によつて種々の方法が考案せられてある。それを大體に分類すれば

- (1) 分光器によつて媒質を以て作れるプリズムに於ける光の通路を辿るもの (§93),
 - (2) 全反射を利用して全反射屈折計を使用するもの (§99),
 - (3) 光の干涉によるもの (§103, §104)
- 等である。

尙之に關聯して媒質の物理的状況によつて起る屈折率の

變化を利用した研究題目がある。

§ 93. 分光器 分光器は主として種々の波長の光の混合よりなる複光のスペクトルを作つてこれを組成する単光に分散して研究する器械であるが、今暫くこれを屈折率の測定器として取扱ふ。

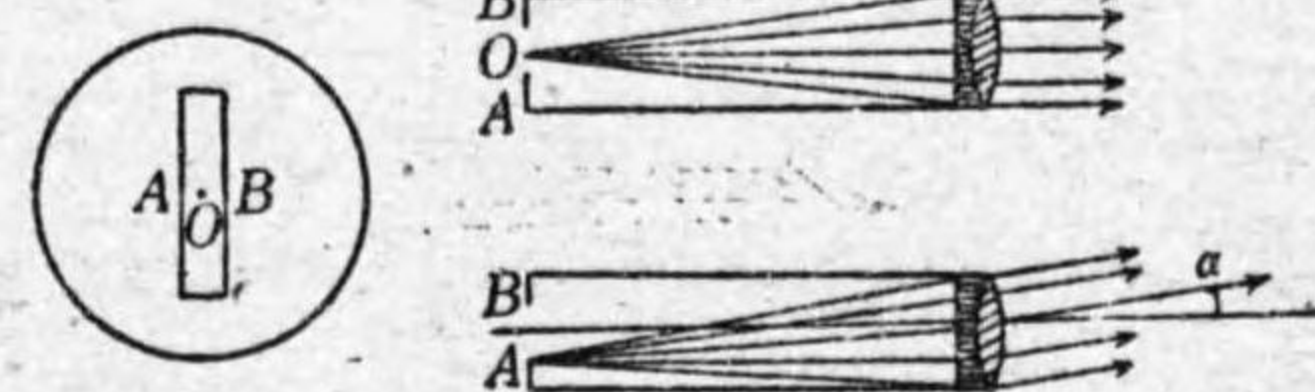


第 33 圖

この器械の要部は角度を目盛せる圓盤、コリメートルC、望遠鏡T及びプリズムPを載せる臺である。後の三者の相互の関係位置は各微動螺子によつて調節し圓盤上の目盛によつて讀むのであるが、此目盛を讀む指標は何れも一つの直徑の兩端にある遊尺A、Bによるのである。これは圓盤の目盛の中心と望遠鏡等の廻轉軸とが一致せぬ場合に起る誤差を消却するためにA、B二つの讀取を平均すれば良いからである。A、Bの讀は角度に於ては180°違ひ、分秒に於て大體相等しいのであるが、記帳するとき角度はAによるものだけを取れ。又總じて角度を測るとき圓盤の目盛が各所均齊でないかも知れぬ(検査法は§37に略説してある)から成るべく圓盤の諸所で數回測つて平均したがい。

コリメートルは平行光束を作る任務を有して居る。管の

一端に良好なる色消しレンズをはめ他端に縦に長い細隙



第 34 圖

が設けてある。この細隙がレンズの焦平面に位置する様にコリメートルの管長を伸縮する。細隙の横幅が $AB=2h$ で、レンズの焦點距離が f だとすれば、細隙の中央Oから出る光はコリメートルを出ると其軸の方向に進む平行光束となり、細隙の縁のA点から發する光はコリメートルの軸と角 $\alpha = \frac{h}{f}$ を爲す平行光束となる。即ちコリメートルのレンズから出る光は水平には 2α の範圍内に種々の傾斜を有する平行光束の一群を爲す。故に細隙の横幅を狭くして光が餘り暗くならざる限り h を小にするがよく、又實驗の最後の判断を行ふには望遠鏡中に見ゆるコリメートルの中點Oを望遠鏡の十字線と重ならしむるのである。

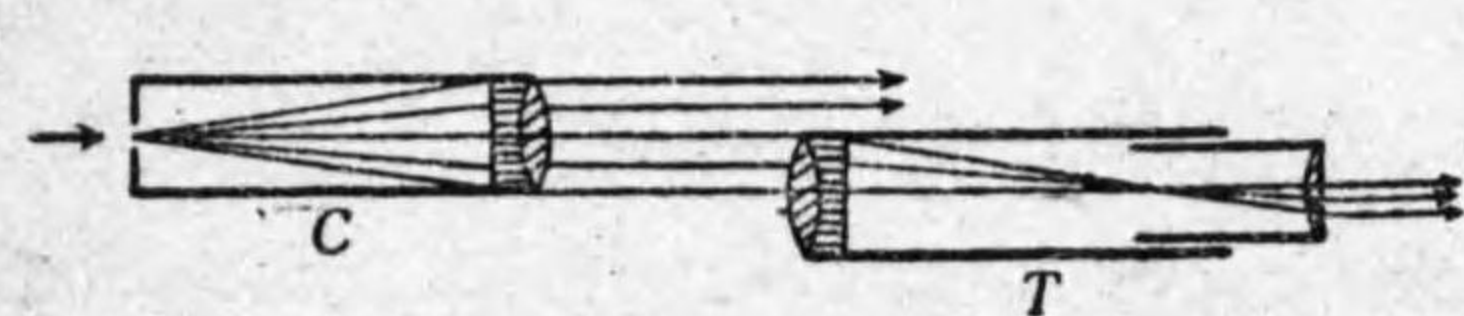
望遠鏡は普通の場合には其名の示す如く遠距離にある物體を視察するに用ひられるが、分光器其他精密測定器械の一部分としての望遠鏡の任務は一層重大なるものであることを十分に了解すべきである。この特別の場合には、所謂無限遠に調整せらるべく、その筒の長さは對物、接眼兩レンズの焦點距離の和に等しく兩者の焦點が正確に一致し、その點に十字線の交叉點が位置すべきこと

を必要條件とする。此の如き望遠鏡を T_{∞} の文字で表す事にする。
 コリメートル及び望遠鏡の光學軸は共に目盛圓盤の平面と平行にしてある。

今上記の條件を満足する望遠鏡 T_{∞} とコリメートル C とを正確に對置したと考へる。 C の細隙の中點 O に發源する平行光束が T の對物レンズに投射すると、このレンズは光束を收束して十字線の交叉點上に集合せしめ此所に O の像を形成する。これは接眼レンズによつてその然ることを確かめ得る。而して此際細隙の縁の A 點に發源した平行光束は上記のものとは角 α だけ傾いて對物レンズに投射するから、對物レンズの焦平面(即ち十字線の平面)に於て焦點の一方に偏在する一點 A' に集合して其所に A の像を生ずる。斯くして吾々は接眼レンズによつて望遠鏡中に C の細隙の像を認める。對物レンズの焦點距離が F で、 A' が十字線より M だけ偏在して居れば

$$\alpha = \frac{h}{f} = \frac{M}{F} \dots\dots\dots(93)$$

である。若し望遠鏡を全體として此角だけ微動せしめると A が十字線上に現はれる。之を要するに望遠鏡はその十字線上に集まる平行光線の進行し來る方向を圓盤上の目盛によつて決定する一方向判定用の装置である。

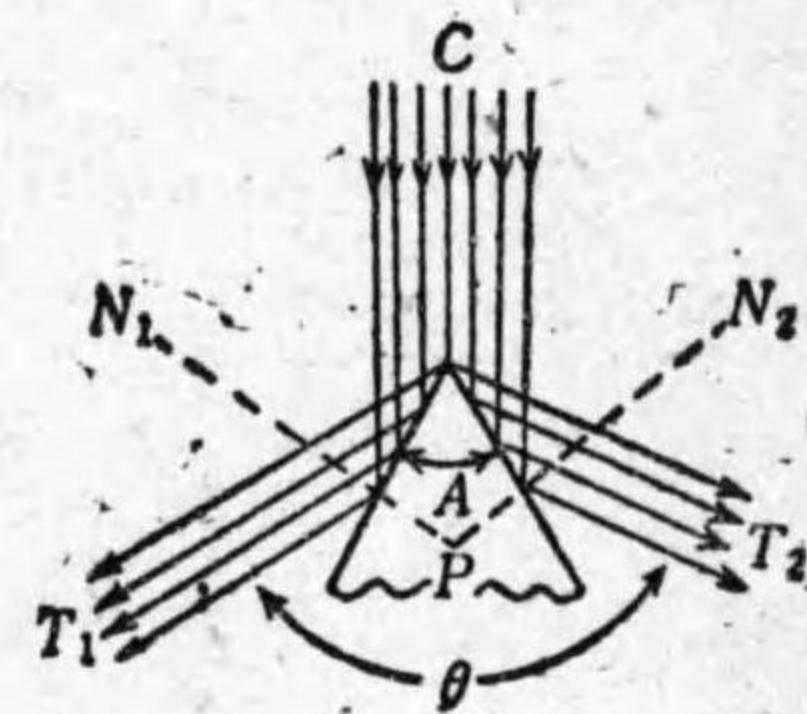


第 35 圖

望遠鏡は之に
 投射する平行光
 線の方向を定め
 るものであるが、

第 35 圖の如く C と T_{∞} とが其軸を平行にして居りさへすれば軸そのものが同一直線上になくして横に偏してゐても C の中點 O は T_{∞} の十字線上に現はれる。但し T_{∞} の對物レンズの全面積が利用せられて居らぬから像の明るさが弱いと云ふ事實はある。

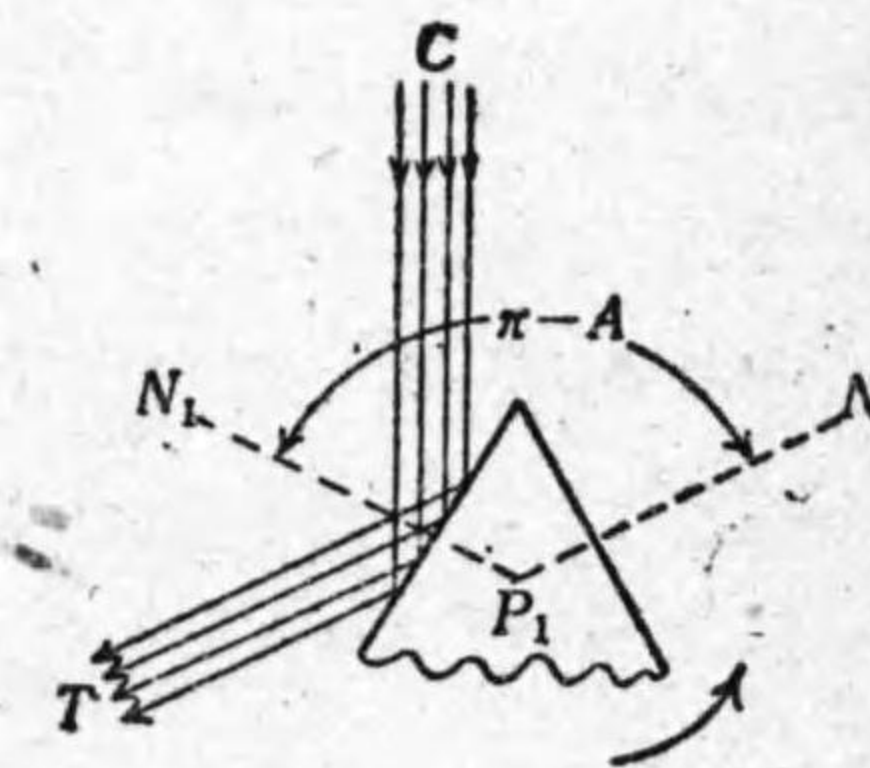
§94. 分光器によるプリズムの頂角の測定 分光器を用ひてプリズム P の頂角 A を測るに二つの方法がある。先づ P をその臺上に載せて二面の法線 N_1, N_2 を水平ならしめる。コリメートル C より來る光束を P の兩面に分け左右に反射する平行光束の方向を望遠鏡で定めるために逐次 C の細隙の中點 O を T_{∞} の十字線上にあらしめる。望遠鏡の二つの位置 T_1, T_2 を圓盤の目盛で讀んでその間の角 θ を定める (第 36 圖甲)。



第 36 圖 甲

此際、若し P の据ゑ方が悪く N_1, N_2 が水平でないならば O 點が十字線の交點よりは或は高く或は低く見えるから、それを矯正する様にプリズム臺の三脚の高さを調整するのである。

第一面に於ける投射角 $\angle CN_1 = i_1$ とし第二面に於けるもの $\angle CN_2 = i_2$ とすれば、 $\angle N_1 N_2 = i_1 + i_2 = \pi - A$ であり、 $\theta = 2\pi - 2i_1 - 2i_2$ であるから、結局 $\theta = 2A$ となる。

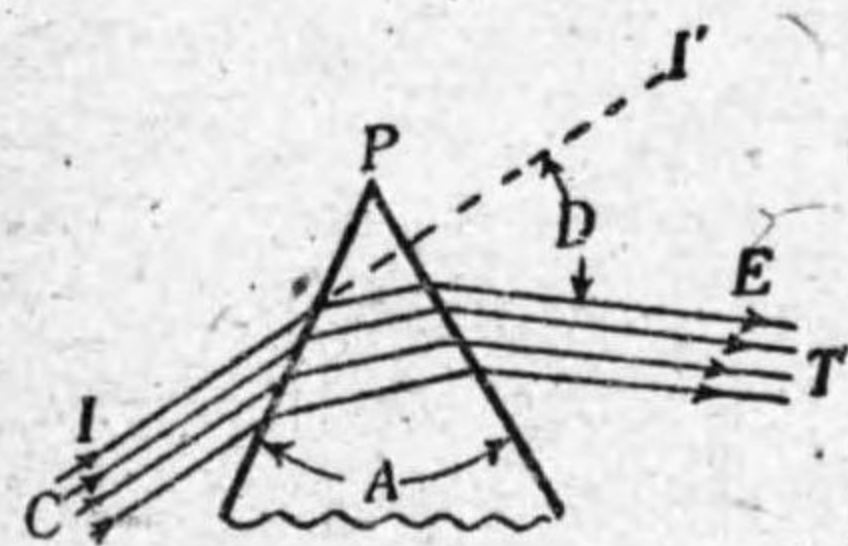


第 36 圖 乙

第二法は C と T_{∞} とを任意の角度に固定し置き、細隙を十字線上に合はせ得るプリズムの二

つの位置 P_1, P_2 を求める. この P_1 (第 36 圖乙) より P_2 までのプリズムの廻轉角は法線 N_1 と N_2 とを交換するための廻轉であるから $\pi - A$ に等しい.

§ 95. 最小偏角の方法 プリズムを使用して分光器による



第 37 圖

屈折率測定法中, 最も普通なのは最小偏角の方法である. プリズムに投射する光線 I の方向 II' とプリズムから出射する光線 E との方向間のプリズム

によつて生じた偏角 D が最小なるときにはプリズムの屈折率は

$$n = \frac{\sin \left[\frac{1}{2}(D+A) \right]}{\sin \left[\frac{1}{2}A \right]} \dots\dots\dots (95)$$

である. D の最小値を求めるにはコリメートル C から来る平行光束 I がプリズムによつて平行光束 E となつて出たのを望遠鏡 T で受けて, プリズム P を廻轉しながら T の十字線上にコリメートルの細隙の中心 O を保つ如く T で追ひ行き, T が C の真正面に最も近い位置を求めればよい. 偏角零の方向は P を取去り T を C に對置すればよい.

§ 96. 単色光に近い濾光板 眞の単色光を得るには輝線スペクトルの輝線一本のみの光を使用するより外に方法がな

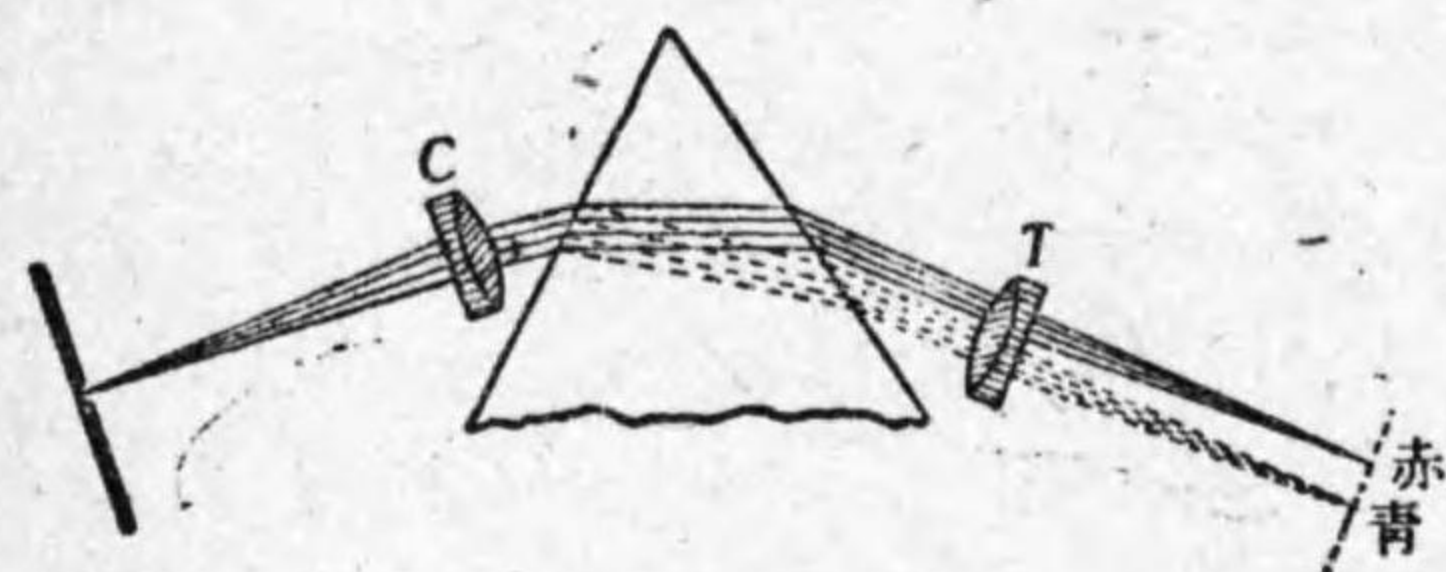
いが略, 単色光と見做し得べき波長の或る狭い區域の光は濾光板の組合せによつて得られる. 次に示すものは二枚の濾光板を別々に染めるべき色素の名稱と此組合せによつて得らるゝ波長區域の中心とである. 波長は $m\mu$ 単位で示してある. 濾光板の作り方は § 20, g. に記してある.

| 波 長 | 色 素 | |
|------------|---------------|-------------------------|
| 365 $m\mu$ | Methyl-violet | Nitroso-dimethyl-anilin |
| 405 | Methyl-violet | Chinin-sulphate |
| 436 | Cobalt glass | Aeskuline solution |
| 492 | Guinea green | Chinin-sulphate |
| 546 | Fastgreen | Chrysoidin |
| 579 | Eosin | Chrysoidin |

註 $mm = 10^{-3}m$, $\mu(\text{micron}) = 10^{-6}m = 10^{-3}mm$,
 $m\mu(\text{millimicron}) = 10^{-9}m = 10^{-6}mm$,
 A. U. (Ångstrom unit) = $10^{-7}mm = 10^{-8}cm$

§ 97. スペクトル 前節の實驗に於て細隙の前に複光を發する光源を置くときは, C と P との或る任意の位置(最小 D に非ざる)に於て P の第一面に於ける投射角が一定でも P の内部及び P から出射する光線は分散して, 異なつた色の光は其屈折率の大きさの順序に D 角を大にする. 然し細隙の一定點から發する一定屈折率の光は, それ自身は平行光束となつて P から出射するから之を T で受けると T の焦平面上に於て或る一點に集まるので, 細隙の一定點の像

は其屈折率の順序に種々の色點となつて横に並び、赤色點は D が最も小さく堇色點は D が最も大きい。而して此等の點の集合と考ふべき細隙全體の像は異なつた色のものが偏角を異にして左右に並ぶ。細隙に幅があると異色の像が多少重なりながらずれるので不純な色彩を出すけれど、若し



第 38 圖

細隙の幅を無限小にすれば重なり合ひが無くなつて色のついた線状

の像が横に並んで純粹な帶狀のスペクトルを現出する。これを接眼鏡で見ればその詳細を學ぶことが出来る。

太陽の光の中には或る色の光を缺くのでそのスペクトル上に於て此色に相當する所が缺けて所謂フラウンホーフェル黒線を生ずる。又金屬元素の火花放電や水銀燈及び氣體の眞空放電に伴ふ光に於ては若干個の色光の集合だからそのスペクトル是一群の輝線になる。此等の黒線又は輝線を T の十字線上に保留しつゝ P を廻轉して最小偏角の實驗を行へば之によつて分散の研究が行はれる。

此等の黒線又は輝線の波長の測定は別の研究問題である。次に普通種々の實驗に使用せられる元素と其輝線の波

長とを表記する。波長は A. U. 單位で與へてあるが、波長の次にある括弧内の文字は太陽スペクトルのフラウンホーフェル線の名である。

| | | | | | | | |
|----|---------------|---------------|--------------------|-------------|------|------|------|
| Ag | 5209 | 5465 | | | | | |
| Ga | 4412 | 4678 | 4800 | 5086 | 5338 | 5378 | 6438 |
| H | 4102(H) | 4340(G') | 4861(F) | 6563(C) | | | |
| He | 4471 | 5876(D_3) | 6678 | 7065 | | | |
| Hg | 3650 | 3984 | 4047 | 4078 | 4108 | 4339 | 4348 |
| | 4916 | 5461 | 5676 | 5770 | 5791 | 5859 | 6073 |
| | 6907 | | | | | | |
| K | 7664 | 7699 | | | | | |
| Li | 4602 | 4603 | 6104 | 6708 | | | |
| Mg | 5167(b) | 5173(b_2) | 5184(γ_1) | 5528 | | | |
| Na | 5890(D_2) | 5896(D_1) | | | | | |
| Tl | 5350 | | | | | | |

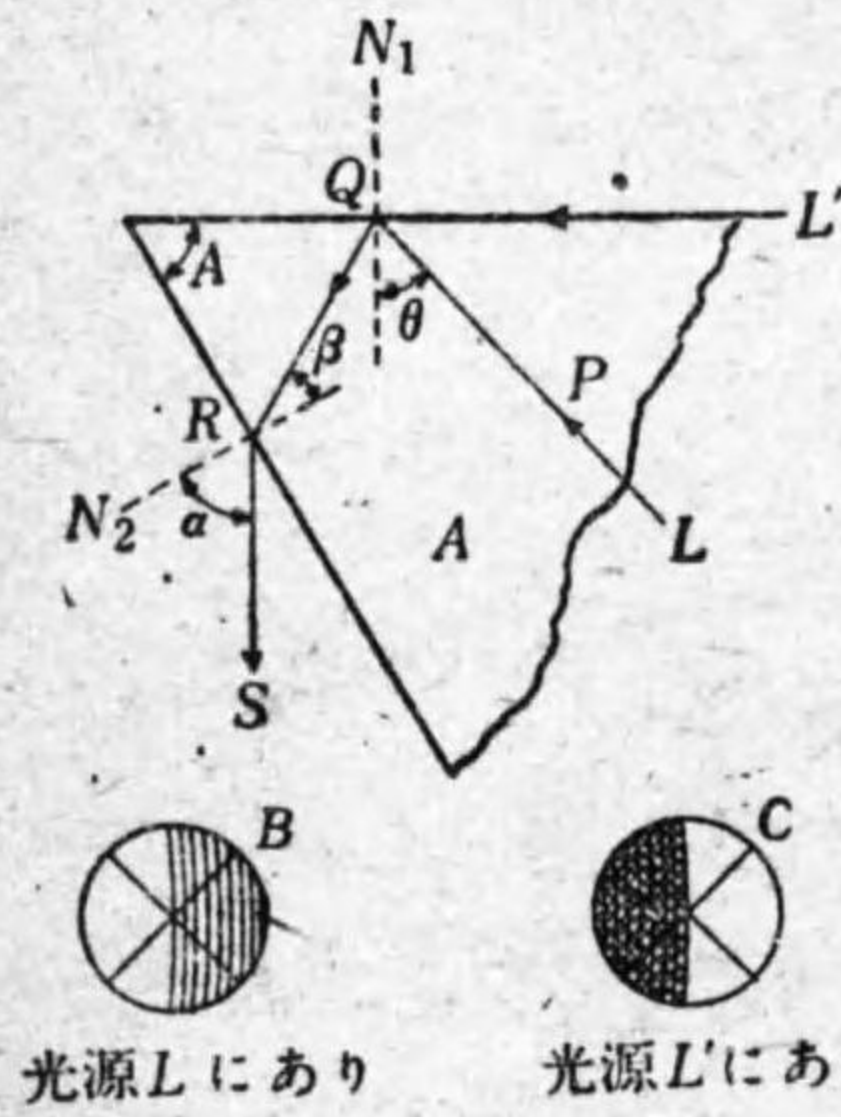
上表中の Cd の最後に示した赤線の波長は國際會議で標準波長として採用せられたもので精細には $\lambda=6438.4696$ A. U. である。斯く定めた 1 A. U. は國際メートルの 10^{-10} に一致する。又 Fe の輝線スペクトルは線の數が多くそれが可視スペクトルの全部に行涉つて居るので、此等の線の波長を第二次標準波長として採用する。

§98. 全反射の臨界角の測定 屈折率 n_I, n_{II} ($n_I > n_{II}$) なる二つの媒質 I, II の境界面に屈折率の大なる媒質 I の中から種々の投射角で光が投射するとき、その反射光線は投

射角が全反射の臨界角 θ より大なるときは全反射して反射光が著しく強い。但し

$$\sin \theta = \frac{n_2}{n_1} \dots \dots \dots (98.1)$$

又屈折率の小なる媒質 II から光を境界面に送ると、媒質 I 中に於ける屈折光線は投射角が 0° より 90° に増大すると



光源Lにあり 光源L'にあり

第 39 圖

き屈折角は 0° より θ まで増大して、これより大なる屈折角を有する光線は存在しない。

今単色光源を L に置いて (第 39 圖) プリズムの第一面に向つて硝子の内面から種々の投射角の光を投射すると、プリズム内に於て法線 N_1 と臨界角 θ をなす QR を界と

して、之より大なる反射角のものは全反射して光が強く、之より小なるものは一部分反射して光が弱い。而してこの臨界光線がプリズムの第二面で外に出ると法線 N_2 と角 α をなす RS となるとすれば、空気中に於ては α より小なる傾角を有するものは全反射したもので明るく、 α より大なる傾角のものは光が弱い。故に RS の方向に鏡軸を向けた望遠鏡 T_∞ で R の近傍から射出し来る光束を受けると其十

字線は恰も光の強弱のある視野中の境界線上にある (B 圖)。 n をプリズムの屈折率とすれば

$$\left. \begin{aligned} \sin \theta &= \frac{1}{n}, \\ \beta + \theta &= A, \\ \sin \alpha &= n \sin \beta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (98.2)$$

であるから

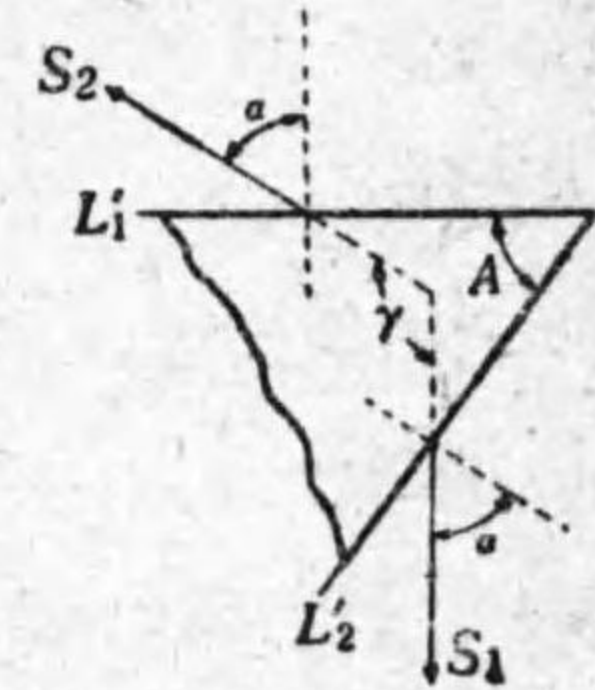
$$n^2 = 1 + \left(\frac{\cos A + \sin \alpha}{\sin A} \right)^2 \dots \dots \dots (98.3)$$

となり、 A, α を實測すれば n が得られる。但し A 角が小なるときは S が N_2 の他側にあることがあるから、その時には α を負と取らねばならぬ。

光の送り方を替へて単色光源を L' に置いて空気中からプリズムの第一面に光を投射させれば臨界光線 QR より大なる屈折角の光線は存在せず、従つて空気中に於てより小なる傾角を有する光線は存在しない。故に此際には前記望遠鏡の十字線は視野中の光明部と暗黒部との境界線上にある (C 圖)。この實驗にはコリメートル

は全く不用である。

α を知るには第 40 圖に示す如く光を第一面から送つた場合の L_1' に對する臨界光線 S_1 と、第二面から送つた場合の L_2' に對する臨界光線 S_2 との間



第 40 圖

の角 r を測定すれば

$$r = A + 2(90^\circ - \alpha) \dots\dots\dots(98.4)$$

だから之によつて α を計算すればよい。

上の実験ではプリズムの屈折率 n を求めたのであるが今 n を既知のものとしてプリズムの第一面の所へ n より小なる屈折率 n' の媒質を密着せしめて上記の如く実験したとすれば

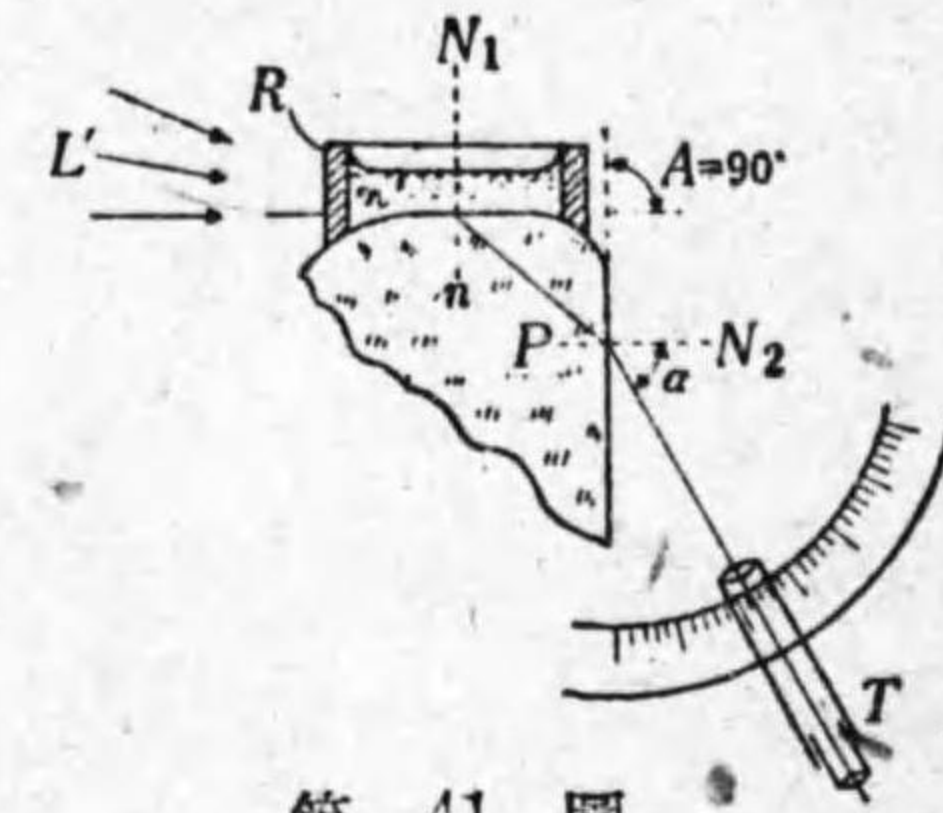
$$\left. \begin{aligned} \sin \theta &= \frac{n'}{n}, \\ \beta + \theta &= A, \\ \sin \alpha &= n \sin \beta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(98.5)$$

であるから α を実測すれば順次 β, θ, n' を計算することが出来る。

§99. 全反射屈折計 全反射屈折計 (Total refractometer) は前節の終りに記したことを便利に実行し得る様に考案した器械である。これには種類が多いが今其一つを記さう。

プルフリッヒの屈折計は前節のプリズムとして $A=90^\circ$ の直角プリズムを使用し、液體の屈折率を測るに便利である。第41圖に示す如く直角プリズム P の一面を水平にし他が鉛直にしてある。水平の面の周圍は球形に削取つてあつて其所に硝子管 R を載せ、其中に試験液を入れる。 R の下端は P の球面と密着する様に球形の凹面に磨り合はせて

あつて液は漏出することがない。水平な廻轉軸を有する望遠鏡 T が鉛直な目盛した圓盤に沿うて動かされる。 L' に単色光源を置いて投射角 90° に近い光を n' の液中に送つて臨界光線を T で受ける。目盛圓盤の零點



第 41 圖

はプリズムの法線 N_2 の方向なる水平の點であるから望遠鏡は直ちに角 α を與へる。前節の式の中に $A=90^\circ$ と置けば

$$n'^2 = n^2 - \sin^2 \alpha$$

で容易に n' を得る。

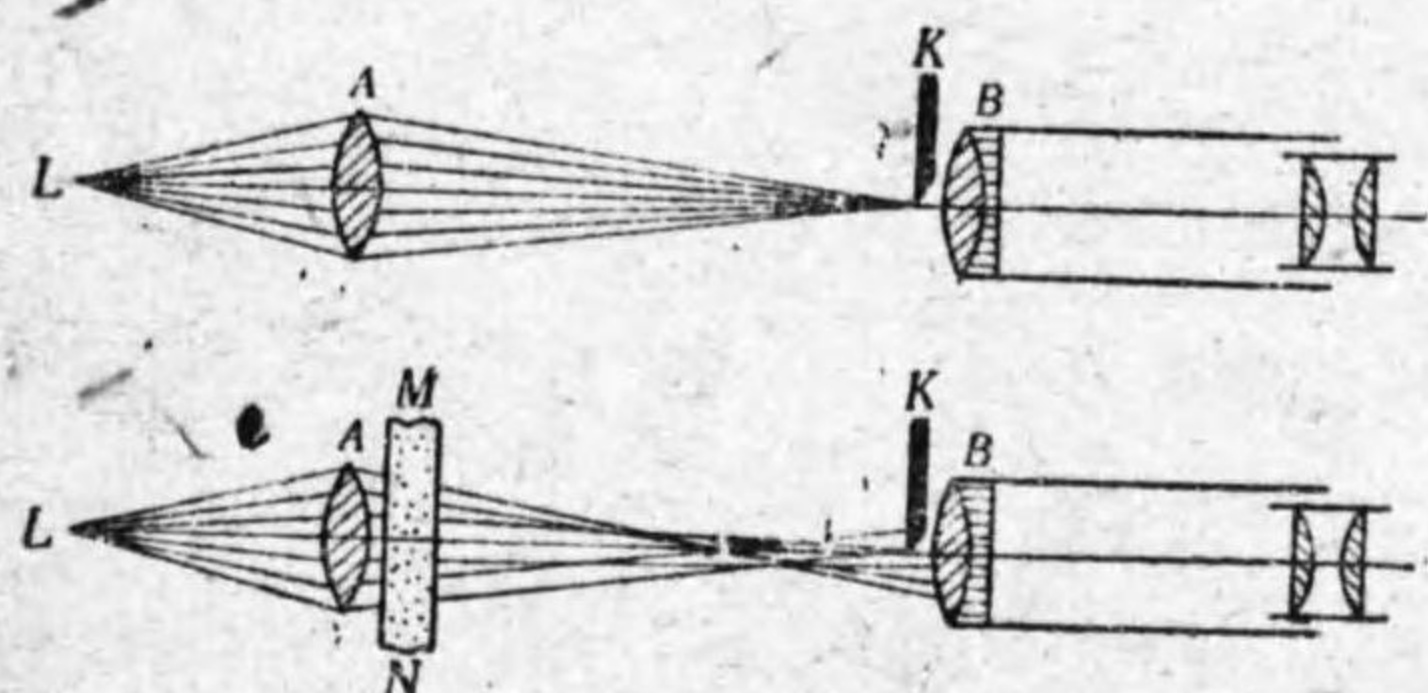
分散を測らうと思つて光源の波長を變ずるとプリズムの n も變化するから一々正しい n を使用することを忘れてはならぬ。

固體の屈折率 n' を測るには試験材料で一つの平面を作り此平面をプリズムの上面に密着させて実験すればよい。此平面とプリズムの上面との間に空氣が介在しては不可であるが、之を避けるには n' よりも屈折率の大なる液の一滴を兩者の間に入れよばよい。

この屈折計の利益とする所は固體の場合にプリズムの如き二平面を研磨するを要せず、唯一平面で事足ると云ふこ

とである。

§100 透明體の光學的不均等の検査 強く熱せられた炭火から立騰る熱氣が周囲の冷たい空氣よりは屈折率が小



第 42 圖

さいために
此熱氣を透
して向側を
見ると熱氣
の動搖につ
れてチラチ
ラして見え

る。これと全く同理に基づいて透明體の質が不均等であるか否かを見究める方法がある。

L を一つの強い點狀光源とし、焦點距離 1 米以上の色消レンズ A によつてその實像を L' に作る。 K は一つのナイフ・エッジで測微螺子的に之を横から動かして其刃先で恰も L' を遮蔽して右方に光を送らざらしめる。 B は K に密接して置かれた望遠鏡の對物レンズで鏡筒の長さは丁度觀察者がレンズ A 附近を見得る様になす。 MN は光學的に不均等な物體、例へば (1) 點火した蠟燭より立騰る熱氣、(2) 屈折率の異常ある脈理を藏する硝子板、(3) 水を容れた兩面硝子の容器の中へ濃厚食鹽水を滴下せしめて水中に食鹽溶液の脈理を生ぜしめたもの等を置くと、光は之を通過

するとき不規則に屈折して一點 L' に集中することなく L' の周圍を繞る光があるので、それが K の刃先で遮蔽せられずに望遠鏡 B に投射し、 B は MN 中に於ける屈折率の異常配布を有する脈理の形を望遠鏡の暗黒なる視野中に輝ける紋様として現はすのである。白色光を使用すると分散のために紋様の周邊は色彩が伴ふ。

B が寫眞器械のレンズであれば脈理の寫眞(必要あらば早取寫眞)を撮ることが出来る。例へば飛行する彈丸の尖頭及び後尾にある空氣の波等は電氣火花の瞬間照明を利用して撮影するのである。

硝子の破片の屈折率或はレンズを疵つけることなしに其屈折率を測定するにも上法を應用してよい。二つの液體を混合して種々の屈折率を得るものを選び、混合液の屈折率を測らんと欲するレンズの屈折率と略等しからしめたものを兩面透明の容器中に入れて其中にレンズを浸す。今假りにレンズが凸レンズであつたとして液の屈折率が低ければこのレンズは收斂レンズとして作用し、反對に液の屈折率が高ければ發散レンズとして作用する。故に液の調合を變じてレンズとして作用せず、其存在を認め得ざるに至らしめる(光源が單色光でなければ不可能だが)と、此時には液とレンズが屈折率を等しうする。故に液の屈折率を例へば全反射屈折率で測つて之を答とする。

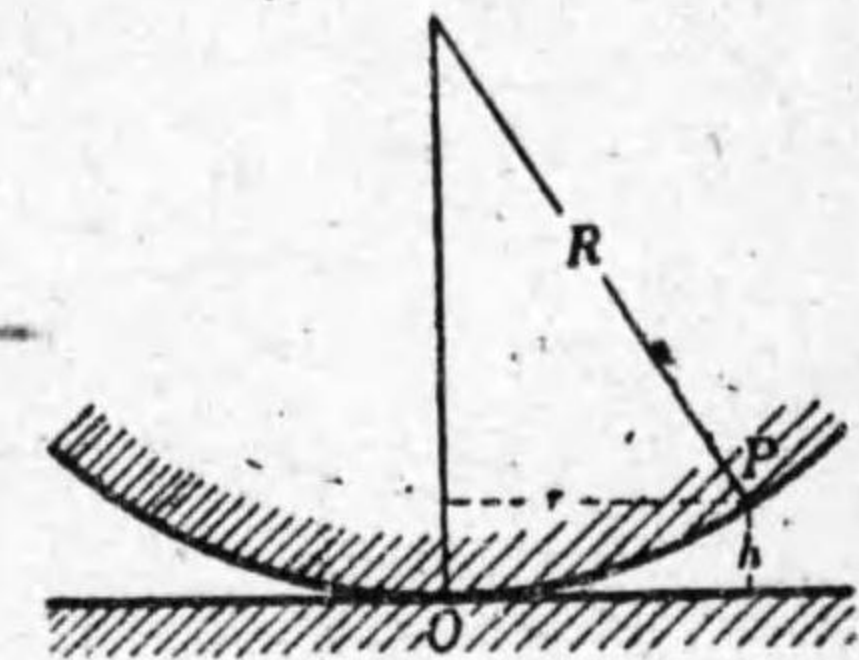
此實驗に使用する液はアルコール、エーテル、アセトン、ベンゾール、トリュオール、ブロムナフタリン等がよい。

第十七章 光の干渉と廻折

§101. 干渉の二つの場合 光の干渉は大別して二つの場合に分けるのが便利である。第一はニュートン環の場合の如きで之を定所干渉 (Localized interference) と云ひ、第二はマイケルソンやファブリー、ペローの干渉計に於けるが如きもので之を無定所干渉 (Unlocalized interference) といふ。無定所といふ所以は、干渉すべき状態にある光線が互に平行に進みつゝあるのを無限遠に調整した望遠鏡で受けると十字線のある焦平面上に於て初めて干渉圏を現はすのである。ニュートン環を望遠鏡で見るとすれば、望遠鏡を硝子板上に焦点を合はせると板面にある疵と同時に干渉圏が見えて干渉は板面に於ける空気層に於て起つて居ることが明かである。

§102. ニュートン環 一の平面硝子板の上に曲率半径の大なる凸球面を載せると、其間に出来た空氣の薄層に於て相等しき厚さを有する所の軌跡は兩硝子面の接觸點を中心とした同心圓をなして居る。今この空氣層を上方から波長 λ の單色光で照射するとき層の厚さが h なる P 點に於て空氣層の上下の面で反射した二つの光線を考へると、上面

では硝子の内面反射であり下面では平面硝子に於ける外面反射であるから、此相違のために兩者の位相が反對になる。又一方は徑路 h を往復するから $2h$ だけの光行路の差がある。故に結局 $2h$ が波長の整数倍で $2h = m\lambda$ であると P 點に干渉が起り、厚さ h の軌跡の圓周上に於て同様なことが起つて暗黒なる干渉圓を現出する。 O に於て接觸が完全で $h=0$ であると此所が暗黒となり、 $m=1, 2, 3, \dots$ 等の干渉次數 m に相當する同心干渉圓の一系を生ずる。標高線で示した地形圖に於て標高線が海面上から同じ高さの地點の軌跡であるが如く、この干渉圏は空氣層の $2h = m\lambda$ なる等厚軌跡を表はす圖である。



第 43 圖

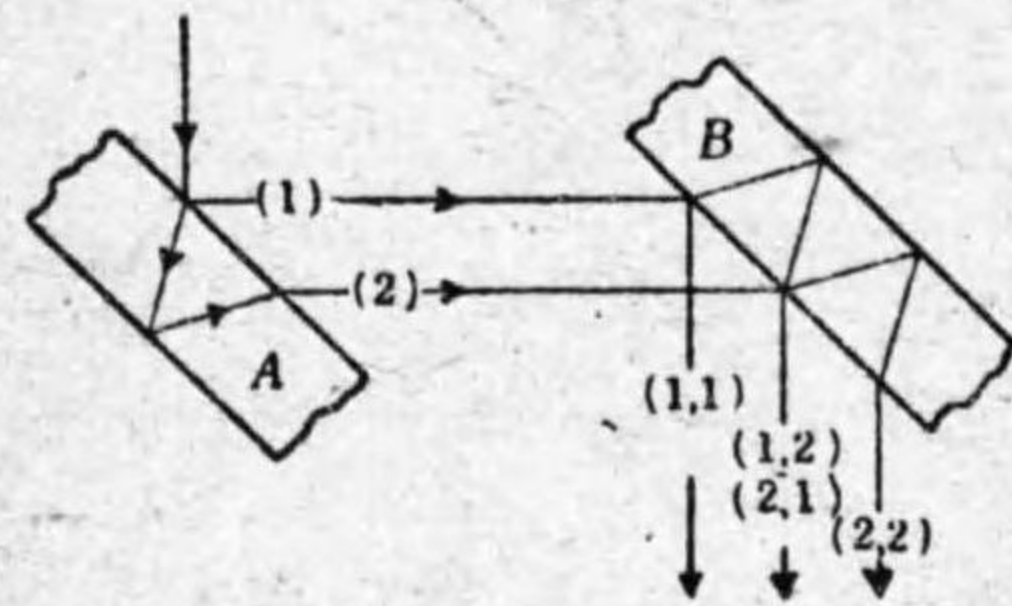
凸面の曲率半径を R とし、干渉圓の半径を r とすれば

$$r^2 = 2hR = m\lambda R, \quad \lambda = \frac{r^2}{mR} \dots\dots\dots(102)$$

である。これによつて r, R, m から波長 λ を求め得られる。

二つの平面硝子板を極く僅か傾けて接近させると空氣層は楔形になり空氣層の等厚軌跡は平行線の一系をなし干渉圖形は平行線になる。之は一つの平面が光學的に波長の大さの程度まで正しい平面であるかを検査する良法である。

§103. ジャマンの干渉計 AB は同じ厚さの二枚の硝子板



第 44 圖

で裏面は共に鍍銀してある。之を正確に平行に据ゑ 45° の傾角で一の光線を送つたとし板の前面で反射した光線を (1) とし、一旦板の中に進入して裏

面で反射して出て来る光線を (2) とする (勿論この外にも尙數回反射するものがあるが現象に重要でないから略する)。

1) と 2) との平行光線に間隔を與へるために硝子板の厚さは數厘のものを使用する。此等が板 B に投射すると又多くの光線になるが、その中 (1) が (1, 1), (1, 2) となり, (2) が (2, 1), (2, 2) となつたとすればこの (1, 2), (2, 1) の二つは全く同一の位相を有するものである。此時極めて僅に板 B を廻轉して此兩者に位相の差を與へると干渉が起つて吾人は干渉縞を認める。干渉縞を見るには小望遠鏡を使用するが良い。

今 (1), (2) の通路に厚さ L , 屈折率 n, n' なる二つの媒質を置くと、此介在のために干渉縞が動いてその S 個が視野の一定點を通過したとすれば、使用した光波が波長 (真空中にて) λ_0 だと媒質 n, n' では $\frac{\lambda_0}{n}, \frac{\lambda_0}{n'}$ であるから

$$S = \frac{L}{\frac{\lambda_0}{n'}} - \frac{L}{\frac{\lambda_0}{n}} = \frac{L}{\lambda_0} (n' - n) \dots\dots\dots (103)$$

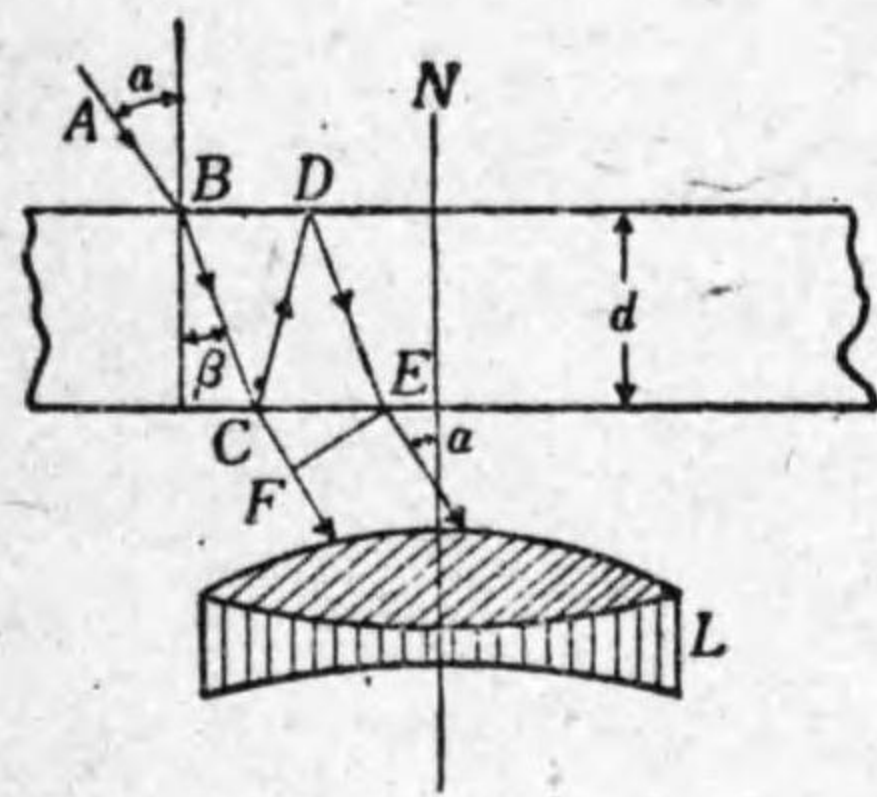
となる。

此實驗に白光を使用すると干渉縞には色がつくが其中に色の無いものが一つある。それは干渉次數 m が零のものである。此特別の縞の位置を、 L を入れない前と後とで大體認めて置いて單色光で數へると S が判然する。

(1) を $n=1$ なる空氣とし, (2) は密閉した器の中を通過させ、此器中の空氣 (又は他の氣體) の壓力を之と連絡したポンプで變化させると屈折率 n' が壓力の函數として變化するので干渉縞が動く。最初 $n'=1$ から始めて徐々に壓力を變化させると干渉縞が靜に視野の中を動いて容易に S を數へることが出来る。壓力の變化は水銀柱數厘でも現象は明白に探求できる。

上の裝置がジャマンの干渉計である。

§104. ファブリー、ペローの干渉計 第45圖の P は兩面平行な厚さ d , 屈折率 n の透明板である。 L は板の法線 N の方向に鏡軸を有する無限遠に調節した望遠鏡の對物レンズである。波長 λ の單色光源を P, L の組合せを透して觀察すると (§93参照), 鏡軸と傾角 α をなす平行光線が望遠鏡の焦平面に於て十字線の交叉點より $h=f\alpha$ なる距離にある一點に如何なる效果を生ずるかを考へる。板の法線と傾角 α をなす一の光線 AB を取り、これが板の前後の面で反射したり屈折したりして多くの光線となるが其中で特に重



第 45 圖

要な二本を選出する. 其一は \$ABCF\$ で, 其二は \$ABCDE\$ で共に此等は傾角 \$\alpha\$ で \$L\$ に送られる. \$E\$ から第一光線に垂線 \$EF\$ を下すと兩光線間の光行路の差は空気中の \$\overline{CF}\$ と板中の \$\overline{CD+DE}\$ との差であるから, 之を空気中の波長 \$\lambda\$ を単位として光行路の差が \$m\$ になるとすれば

$$m = \frac{\overline{CD+DE}}{\frac{\lambda}{n}} - \frac{\overline{CF}}{\lambda} \dots\dots\dots(104.1)$$

である. \$\sin \alpha = n \sin \beta\$ なることに注意して計算すると容易に

$$m = \frac{2dn}{\lambda} \cos \beta \dots\dots\dots(104.2)$$

を得る.

\$AB\$ に平行な傾角 \$\alpha\$ な平行光束をとつても總ての光線に就て同じことが繰返されるから此等が集合する望遠鏡の焦平面上の點では \$m\$ が整数ならば光線が相助けて明るくなり, \$m\$ が \$\frac{1}{2}\$ の奇數倍ならば相殺干渉して暗くなる. 結局吾々は望遠鏡中に \$\alpha=0\$ なる十字線の交叉點を中心として多數の輝圓と暗圓とから成る干渉圓形を見るのである. 現象の起るのは望遠鏡の焦平面上にあるのだから望遠鏡の

位置を變ずると, これと共に動くから §101 に説く如くこれは無定所干渉である.

ファブリー, ペロー (Fabry, Perot) の干渉計では上記の板 \$P\$ を \$n=1\$ なる空氣の平行平板にして

$$m\lambda = 2d \cos \beta \dots\dots\dots(104.3)$$

ならしめた. この爲に兩面が全く平行でなくして \$20'\$ 以下の小傾角を有する楔形の硝子板二枚を使用し且つ兩者とも其一面を半透明に鍍銀して鍍銀面を相對向して正しく平行ならしめる. 斯くして此鍍銀面のみを考慮すればよい平行平面の空氣板を得る. 鍍銀の程度は此空氣板を透して光點を斜視すると十數個の反射像が認知し得られる位がよい.

此二枚の板の一方は固定せられ, 他は測微螺子によつて兩對向面の平行性を失はずして \$d\$ を徐々に計測しながら變化し得る如く装置してある. \$d\$ の或る一定値に於ては半徑 \$h\$ の大なる圓は干渉次數 \$m\$ が小であり, 又 \$d\$ を増大して中心 \$\alpha=0\$ の干渉次數を大にすると全體の圓の半徑が大きくなつて中心から新しい圓が湧き出る. 圓が一個湧き出れば \$d\$ が \$\frac{\lambda}{2}\$ だけ増したのである. 故に湧出する圓の數を數へながら \$d\$ の變化を測ればこれによつて最も直接的に波長 \$\lambda\$ を測定し得る. 蓋し波長の測定法としてはこれが最良のものである.

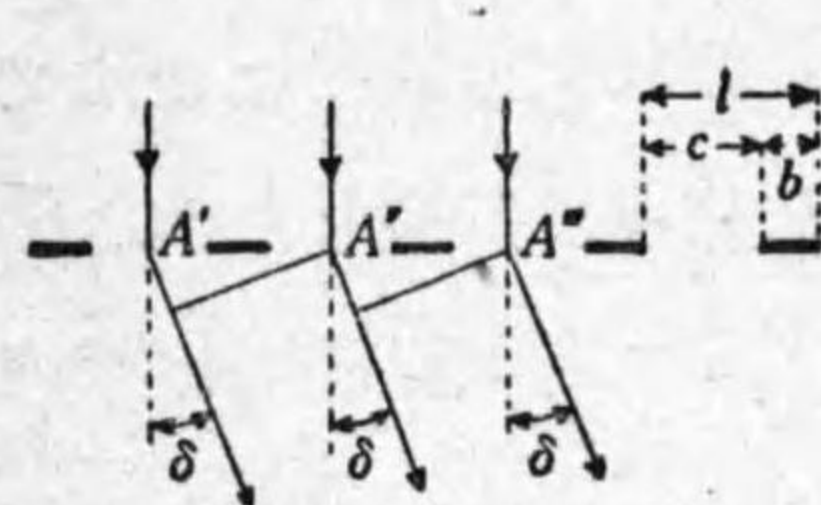
或る光源の波長は極めて精確に知れてあるから之を利用

して逆に d を測定することが出来る。これが実際に採用せられる長さの測定法の一である。

マイケルソンの干渉計も理論に於て類似のもので無定所干渉を利用する。

§105. 廻折格子 廻折格子には反射格子と透視格子との二種ある。前者は金属反射面上に多数の平行線を刻したもので、後者は硝子板の如き透明体の面上に平行線を刻したもので、或は硝子板の上に寫眞法によつて格子を作つた薄膜を張りつけたものである。相隣れる二線間の距離 l を格子の定数といふ。

平行線というても實は若干の幅がある。今透視格子だと



第 46 圖

して光を通過せしめる部分の幅を b とし、光を遮断する部分の幅を c とすれば前記の l は b と c との和である。

今分光器のコリメートルと望遠鏡とを正向せしめて望遠鏡の十字線上に細隙の像を作らしめ置き、プリズム臺の上に透視廻折格子を直立せしめ、其格子の線は細隙に平行で格子の面はコリメートルの軸に直角ならしめる。次に細隙の前に一定波長 λ の単色光源を置いて見ると、格子を通過した光は第一に十字線上に依然として細隙の像を作るとは勿論だが、尙其外に望遠鏡を左

右兩側に動かして見ると傾角 $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots$ 等の方向にも亦細隙の像が出来て居る。而して像の明るさは δ の大なるもの程弱い。此角 δ を廻折角 (Angle of diffraction) といふ。

格子の透明部に於て幾何學的に相當位置にある諸點 A', A'', A''', \dots を考へる。此等の點へは細隙から出發した光の振動が同時に到着するのであるが、ホイヘンスの原理によると此等の點は各自波動の中心となつて諸方向に振動を送り出す。故にこの A', A'', \dots から傾角 δ の平行線を描き之を光線としてそれが望遠鏡の焦平面上の一點に於て集合したときの効果を考へる。 A'' から A' の光線に垂線を下して相隣れる二光線間の光行路の差を調べると、それは明かに $l \sin \delta$ であるから之を λ を單位として測つて m ありとすれば

$$m\lambda = l \sin \delta \dots\dots\dots(105.1)$$

この m が整数であると此傾角 δ を有する二光線 A', A'' が同位相を有して相助けるのみならず、 A', A'', A''', \dots の總ての點からの平行光線が皆助け、更に又 $B', B'', B''', \dots, C', C'', C''', \dots$ 等の相當位置からの同方向の平行光線が各組相助けて、結局格子の透明部全體の作用が相助けてそれが望遠鏡の焦平面上に m 次の廻折像を生ずるのである。此現象も §101 の意味で云へば無定所現象である。

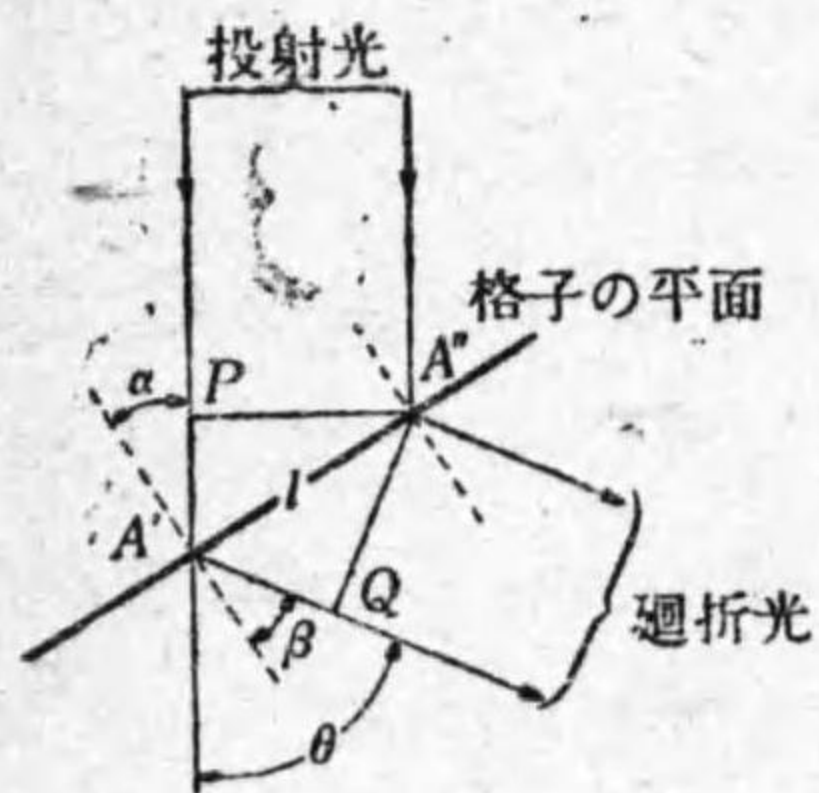
之によつて $m=1, 2, 3, \dots$ に相當する廻折角 $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots$

を分光器上で測ればこれによつて波長 λ を測定し得る。

光源として複色光を使用すれば波長の異なる光は廻折角を異にするので第一次、第二次、第三次等の廻折スペクトルを現出する。同次のスペクトル中では波長の短い光が δ が小さくて中心像(スペクトルを爲さず)に近い。

この実験を行ふとき細隙の中心像が正しい高さであるのに若し望遠鏡を右に廻すと第一次、第二次の廻折像が段々低くなり、左に廻すと段々高くなつたりすれば、それは格子の線が細隙と平行でないのであるから斯かることの無き迄に格子をその自己平面上で廻轉せよ。又右側の δ と左側の δ が値を異にすれば、それは格子の平面がコリメートルの軸に直角でないから起るのである。故に左右對稱的に廻折線が現はれる様に格子の平面の向きを正せ。

以上は格子に投射する平行光線が格子の平面に直角でしたが、若しコリメートルから來た光が α の投射角で格子



第 47 圖

の面に當りそれを廻折角 β の方向から見たとする。然る時は廻折像はコリメートルからは偏角 $\theta = \alpha + \beta$ の方向に現はれたのである。A'' から垂線 A''P, A''Q を投射光線及び廻折光線に下すと光行路の差は $\overline{PA'} + \overline{A'Q}$ で

$$m\lambda = l(\sin\alpha + \sin\beta) \dots\dots\dots(105.2)$$

であるから

$$m\lambda = l\{\sin\alpha + \sin(\theta - \alpha)\} \dots\dots\dots(105.3)$$

となる。 α を一定にして m 次のスペクトルを見たとして λ 對 θ の關係を求めれば、これ廻折格子による分散である。

上式を微分して

$$m\Delta\lambda = l\cos(\theta - \alpha) \cdot \Delta\theta, \quad \theta - \alpha = \beta. \dots\dots(105.4)$$

故に β が甚だ小なるとき或は $\theta = \alpha$ で大體廻折格子の平面に直角の方向に m 次のスペクトルを現はす様にすれば

$$m\Delta\lambda = l\Delta\theta \dots\dots\dots(105.5)$$

となり、 θ の等間隔に λ の等間隔が相當する。斯くの如きスペクトルを Normal spectrum といふ。之はプリズムの作るスペクトルには起り得ない事柄である。一定の $\Delta\lambda$ に對して $\Delta\theta$ の大なるのが分散が大でスペクトルが幅廣く出来るのであるが、それは (1) l が小なるとき、(2) m が大なるときである。即ち線を細かく引いた格子を使用して高次のスペクトルに於て大なる分散が見られるのである。

§106. スペクトルの實驗 種々のスペクトルの實驗に關する事項を記す。

(1) コリメートルの細隙は其兩側の相對する刃形の部分に疵があつたり又は塵が附いて居ない様に細心の注意を要する。これを怠ると細隙を非常に細くして觀測するときにスペクトル全體に互つて赤端から董端までを貫いて水平に明るい線や黒い線が出で非

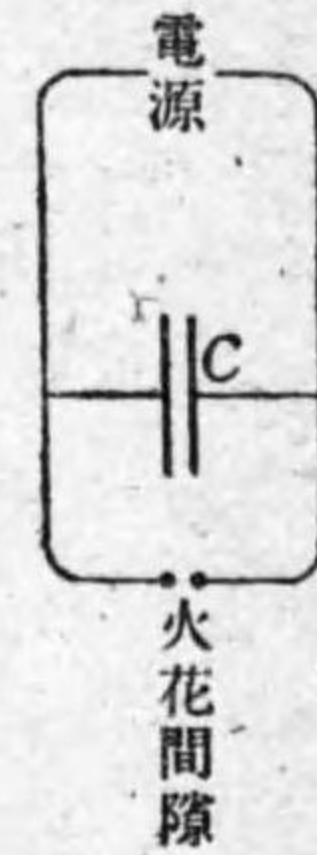
常な邪魔をする。細隙には保存のために時計油を少しつけて錆びない様にし、又使用に際して汚れて居たならば妻楊枝の様なものを柔かい柳の材で作つて油をつけて軽く磨くがよい。

(2) 太陽のスペクトルを見て Fraunhofer 線の識別に迷ふことがある。第一に先づ黄色部の澄に近い所にある Na による D 線を見覚えよ。細隙を狭くすれば D_1, D_2 の二本になり廣くすれば太い一本の黒線になる。第二には青色部の緑に最も近い所にある F 線を認めよ。此線は水素に屬する $H_\alpha, H_\beta, H_\gamma, H_\delta, \dots$ 線の中の H_β である。そこで第三に水素の H_α なる Fraunhofer 線としての C を赤色部に求めよ。これより一層赤色端に入つて A, B の二つの黒線があるが A 線は可視スペクトルの赤色最端にある。之を見るには細隙を廣くし尙赤硝子板か赤色濾光板を入れるがよい。第四に重要な線ではないが極めて細く鮮かな線として直ちに認識せられる b_1, b_2, b_3, b_4 の一群が緑色部にある。 b_1, b_2, b_4 の三線は Mg に屬し。 b_3 は Fe に屬する。第五に此線群より赤の方に Fe に屬する太い黒線 E が見える。第六に堇色端に細隙を廣くして見ると C_α に屬する二本の太い黒線 H, H' も見得る。同じく C_α に屬する太い黒線 G と H_δ の細い黒線 λ とは一寸判然し難いからスペクトルの色圖とでも比較して覺えるがよい。プリズム分光器では A, D, F, G, H の太い五本の黒線が大體殆ど等距離に配列してあるといふ事實を記憶して置くと便利である。

(3) スペクトル學の發達の歴史から云へば Ba, Ca, K, Li, Na, Sr, Tl 等の金屬鹽を焰の中に入れて蒸氣にしたときの光によるものが最初である。臭化物が光輝最も強く鹽化物之に次ぎ碳酸鹽が最も暗いが、前二者の蒸氣は器械の金屬を犯し又光が長續きしないから普通には碳酸鹽を使用するがよい。鹽類の結晶を其儘火焰中に入れてはパチパチとはじけるから一旦加熱熔融したものを蓄へて置いて隨時使用するがよい。或は水溶液を噴霧器で火焰中に吹込

むのも一つの方法である。Na 線は硝子の細いものを焰の中に入れてもよい。

(4) 弧燈によるものはレンズを使用して弧光を細隙の上に投像するがよい。金屬の棒と炭素の棒とを兩極とするか或は二つの炭素棒を極とし其間に金屬鹽を入れる。後の場合には弧光が生じてから兩極を成るべく離して光源を長くして炭素極からの光がコリメートル中に入らざる様にすることがよい。



(5) 火花放電によるものはスペクトルを得んと欲する金屬片の間に火花を飛ばせればよい。電源は誘導コイルか又は變壓器で電路は圖の如く電氣容量 C を火花間隙と並列につないで置くがよい。C の大きさは加減して見て適當なのを求めよ。

(6) ガイスレル管(Geissler tube)はその毛管部から甚だ鮮明な輝線を出す光源として有利なものである。毛管を横から見る形の真空管よりは管部の軸が細隙に向ふ様にしたものが光が強くよい。電源は變壓器か誘導コイル。

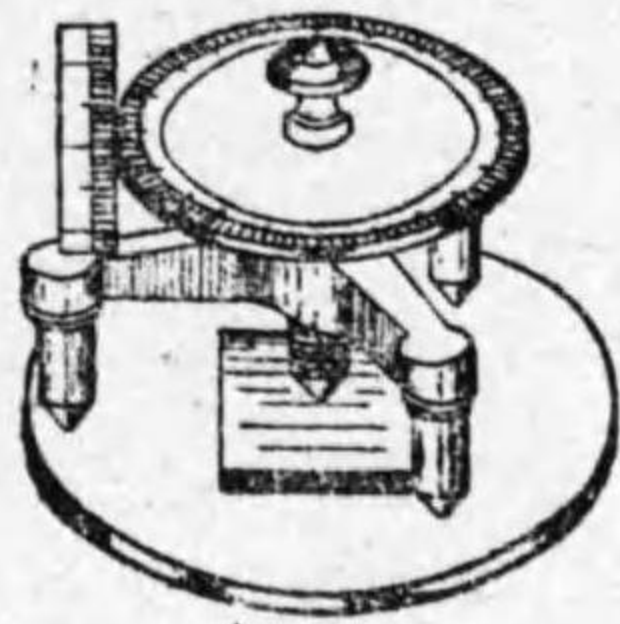
(7) 水銀燈は水銀蒸氣中に於ける弧光である。此光源は赤色部から堇色部に涉つて多くの線が丁度都合よく並んで居るから、他の輝線スペクトルか或は吸収スペクトルとかをこのスペクトルと比較する標準として便利である。

スペクトル用としてでなく適當な濾光板を使用して例へば $546.1 \text{ m}\mu$ のみの光を送り出させる單色光源として或は又堇外線の光源として水銀燈は物理實驗室には缺くべからざるものである。

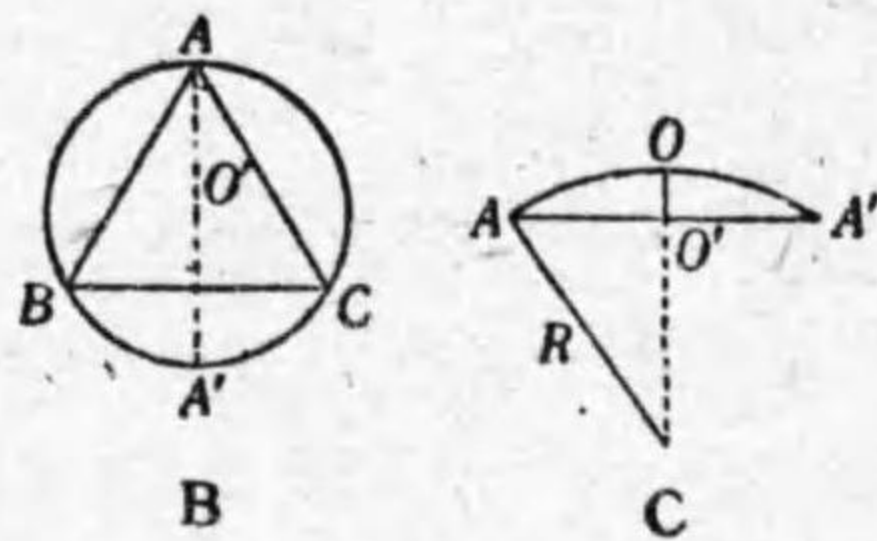
第十八章 球面の曲率半徑とレンズ

§107. スフェロメーター 球面の曲率半徑を測るには普

一通はスフェロメーター (Spherometer) (第 49 圖甲) によるのが良い。これは測微螺子の一應用で等邊三角形を形成する三個の尖端 A, B, C の中心に於て三角形の平面に直角に進退する測微螺子がある。



第 49 圖 甲



第 49 圖 乙

先づ平面硝子板の上にこれを載せて、測微螺子の尖端 O が丁度硝子面に觸れる位置を求めてこれを螺子の零點とする。次にこれを曲率を測らんと欲する球面上に載せて、同様の作業を繰返して測微螺子の位置を読めば之によつて乙圖の $\overline{OO'}=h$ が測定せられた。三角形の一邊を l とすれば $\overline{OA}=\frac{l}{\sqrt{3}}$ であるから求むる曲率半径 R は

$$R = \frac{l^2}{6h} + \frac{h}{2} \dots\dots\dots(107)$$

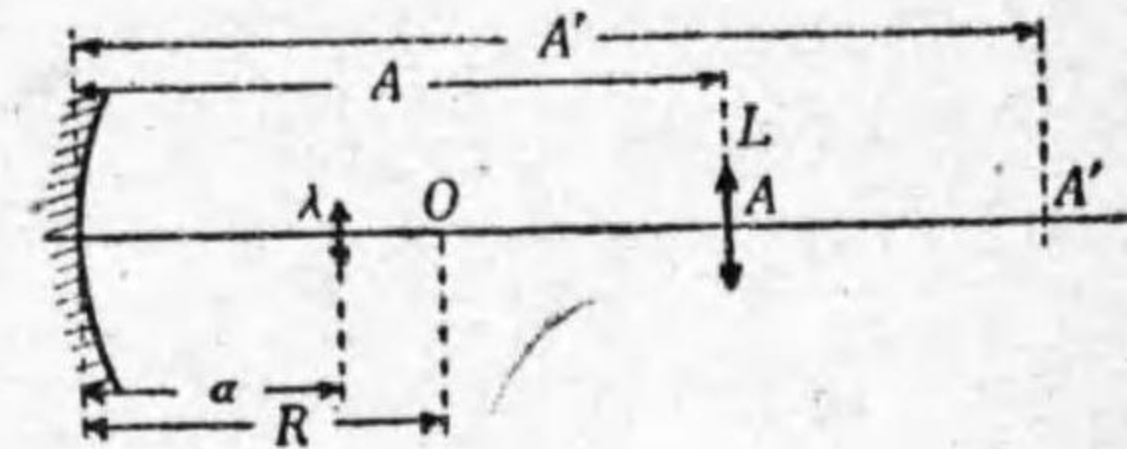
である。

三角形の邊の長さ l が三邊全く等しからぬときは平均値を用ひる外はない。之を測るには三尖端を紙の上に押しつけて押型をとつて測ればよい。

上記の方法は球面が凸でも凹でも區別は無い。

§ 108. 反射像の大きさによる測定 中心が O にある球面より

前方 A の位置に OA に直角に長さ L の線を置いたら球面が長さ λ の反射像を生じた。



第 50 圖

此像は實のことも虚の

こともあるが、實なるのは球面が凹で A が $\frac{R}{2}$ より大なるときである(第 50 圖はこの場合を示す)。此像が球面より a の距離にありとすれば

$$L : \lambda = A : a, \dots\dots\dots(108.1)$$

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{a} = \frac{2}{R} \dots\dots\dots(108.2)$$

である。

OA 直線上に球面から A' の距離の所にセオドライトを据ゑて像 λ の挟む視角 φ を測定した。即ち

$$\tan\left(\frac{\varphi}{2}\right) = \frac{\lambda}{2(A'-a)} \dots\dots\dots(108.3)$$

である。上の三式から計算すれば容易に

$$R = \frac{4AA'}{L \cot\left(\frac{\varphi}{2}\right) + 2(A+A')} \dots\dots\dots(108.4)$$

を得る。球面が凸ならば式中の $+2$ の代りに -2 と書けば

よい。この実験は A, A' の距離の測定が正確に行かないが
其他は簡単である。

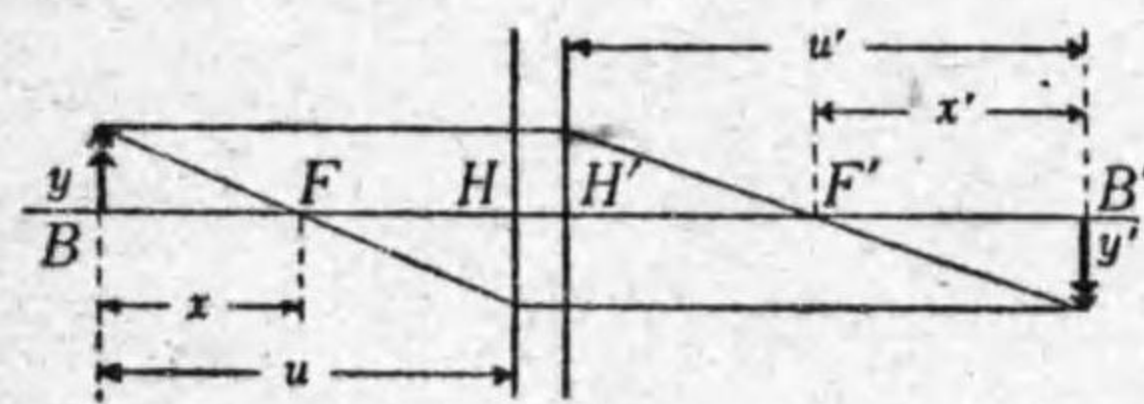
尙 R の特に大なるものはニュートン環の実験 (§ 102) によつてこれを求めることが出来る。

§ 109. **レンズに関する公式** レンズ又は多くの共同軸を有するレンズの組合せを空気中に置いたとする。物体をレンズ系の左方無限遠に置きその実像が F' に生じたとき、 F' を後側焦点と云ふ。又物体を右方無限遠に置きその実像が F に生じたとき、 F を前側焦点と云ふ。

物体を F の右方に位する一点 H に置いたとき其虚像が H' に生じ、両者が同大である如き特別の点 H, H' をそれぞれ前側及び後側の主点と云ふ (§ 114)。而して此際

$$FH = H'F' = f \dots\dots\dots(109.1)$$

で、この距離を焦点距離と云ふ。



第 51 圖

以上は凸レンズの如き**収斂系**に就て云うたので之を正式とする。**發散系**では光を前の如く左方から

来るものとして四點の配列は左から F', H, H', F の順序に並ぶ。この時には焦点距離 f は負なりとする。

大きさ y の小なる線状物体を軸に直角に F より左方 x の

距離にある B 點に置けば、その実像高さ y' なるものが F' の右方 x' の距離の B' 點に生ずる。然るときは光線が軸と大傾斜を爲さずとすれば

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{f}{x} = \frac{x'}{f}, \quad xx' = f^2 \dots\dots(109.2)$$

である。又 $BH = u, B'H' = u'$ として H, H' から距離を測り始めると

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{u'}{u}, \quad \frac{1}{u} + \frac{1}{u'} = \frac{1}{f} \dots\dots(109.3)$$

である。 β を横の倍率といふ。

x, x', u, u' は上記の如くしたのを正とする。 y' も実像のとき正でそのとき β も正である。若し B が F の右方であれば x を負とし、像が虚なるときは y' も β も負とする如く、此等の量に適當な符號を附すれば上式は一般に通用するが今一々これを掲げない。

(a) 一枚の厚肉レンズ レンズの軸上に於ける厚さが d 、兩球面が空氣の方に凸で曲率半径が r, s 、材料の屈折率が n ならば焦点距離 f は

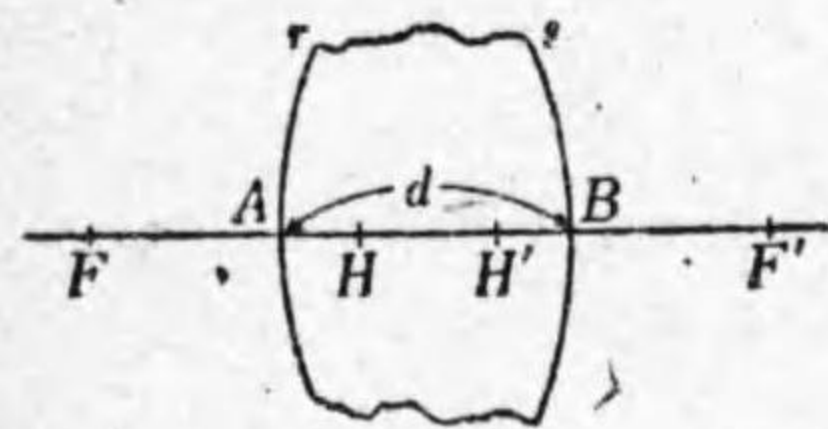
$$f = \frac{nrs}{(n-1) \cdot N}, \text{ 但し } N = n(r+s) - (n-1)d, \dots\dots(109.4)$$

$$\text{或は } \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{s} \right) - \frac{(n-1)^2 d}{nrs} \dots\dots(109.5)$$

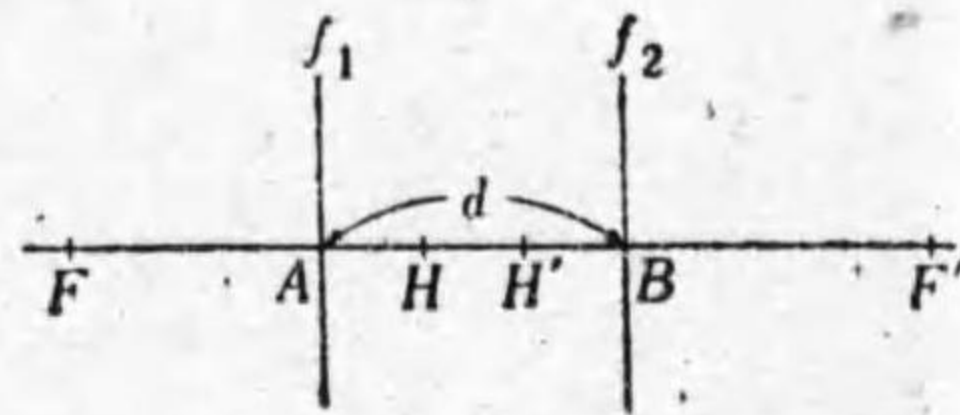
である。主点 H, H' の位置はレンズの實質中であつて

$$\overline{AH} = \frac{rd}{N}, \quad BH' = \frac{sd}{H} \dots\dots\dots(109.6)$$

である。球面が凹ならば曲率半径を負とする。



第 52 圖



第 53 圖

(b) 二枚の薄肉レンズの組合せ 薄肉レンズ二枚で焦点距離 f_1, f_2 のものを間隔 d に置いたレンズ系 (第53圖) の E, F', H, H' の位置は次の通りである。

$$\left. \begin{aligned} AH &= \frac{f_1 d}{f_1 + f_2 - d} \\ BH' &= \frac{f_2 d}{f_1 + f_2 - d} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(109.7)$$

$$f = FH = F'H' = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} \dots\dots\dots(109.8)$$

§ 110. 焦点距離の測定法(其一) 薄肉レンズでは厚さが無視されるのだから主点 H, H' とレンズは一致して居て、焦点距離はレンズから焦点迄の距離であるから焦点の位置さへ定めれば f が定まる。厚さを無視し得ない厚肉レンズやレンズの組合せでは焦点と主点との位置を定めなければ f

が測れないが主点の位置を正確に定めることは容易でない。

次に記す f の測定法は厚肉レンズに於て実際に施行し得る方法である。

大きさ y の物体を非常に遠距離に置いて、それが視角 ω を挟むものとすれば

$$\tan \omega = \frac{y}{x} \dots\dots\dots(110.1)$$

である。然るに前掲(109.2)の

$$\frac{y'}{y} = -\frac{f}{x}$$

を變形すれば

$$\frac{y}{x} = \tan \omega = \frac{y'}{f} \dots\dots\dots(110.2)$$

で、結局

$$f = \frac{y'}{\tan \omega} \dots\dots\dots(110.3)$$

となるから、像の大きさ y' と角度 ω とを実測して f を決定することが出来る。

寫真レンズの f を此法に従つて定めるには、先づ遠距離にある物体 y の挟む視角 ω をセオドライトで測り、次に此物体が寫真器械のピント硝子の上に作る像 y' の大きさを出来るだけ正確に測定してこの二つを結合すればよい。

上法を全く逆にしたと見てよい方法は分光器のプリズム

臺の上に寫眞レンズを置き、無限遠に調整した望遠鏡を之に向はしめ、望遠鏡を透してレンズの向側に置いた既知の大きさ y' の物體(目盛した尺度が適當である)を鮮明に見得る位置(即ちレンズの焦點)を之に與へる。そこで望遠鏡を動かして、その十字線を物體 y' の兩端に順次合はせて望遠鏡の廻轉角を ω とすればよい。

§111. 焦點距離の測定(其二) 次の方法は物體の大きさと像の大きとの比 β の測定によつて f を定めるもので、焦點距離が短かいレンズにも適用し得る。

物體として適當なのは透明な硝子板に刻した尺度である。その像の大きさを測るには、問題のレンズが作るこの尺度の像を第二の同様の尺度の上に作らしめ、之を蟲眼鏡か又は倍率の低い顯微鏡で見るのである。

光學臺 (Optical bench) は長い溝に沿うて尺度の目盛があるものに移動臺が數個備へてあるもので、移動臺甲に物體となるべき尺度を溝に直角に据ゑ、臺乙に問題のレンズを載せ、臺丙に像の大きさを測るべき尺度(同じく溝に直角に)を据ゑ、臺丁に觀測用蟲眼鏡を固定する。高さ其他必要の調整は入念に豫行する。

物體とレンズの或る位置で像の倍率 β_1 を測定し、次にレンズを或る距離 d だけ動かして(溝に沿ふ尺度で之を測る)、鮮明像を得るに必要な所まで丙丁を動かす(この移動

量は測定する必要なし)。この第二の配置に於ける像の倍率 β_2 を測る。然るときは求める焦點距離は

$$f = \frac{d}{\frac{1}{\beta_2} - \frac{1}{\beta_1}} \dots\dots\dots(111)$$

である。

證明 レンズの前面主點から物體までの距離を第一回、第二回にそれぞれ u_1, u_2 とし、後面主點から像までの距離を u_1', u_2' とすれば實測したものは(109.3)によると

$$\beta_1 = \frac{u_1'}{u_1}, \quad \beta_2 = \frac{u_2'}{u_2}, \quad d = u_2 - u_1$$

の三量である。而して

$$\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_1'} = \frac{1}{f}, \quad 1 + \frac{u_1}{u_1'} = \frac{u_1}{f}, \quad 1 + \frac{1}{\beta_1} = \frac{u_1}{f}$$

同様に $1 + \frac{1}{\beta_2} = \frac{u_2}{f}$ 。

この二式の差をとれば

$$\frac{1}{\beta_2} - \frac{1}{\beta_1} = \frac{u_2 - u_1}{f} = \frac{d}{f}$$

で、上式(111)を得る。

§112. 焦點距離の測定(其三) これは倍率 β が1になり物體と像とが全く同じ大きさになる時を利用する。此時には(109.2)の

$$\beta = \frac{f}{x} = \frac{x'}{f} = 1$$

であるから、 x なり x' なりを測ればそれが f である。

之を實行するには前實驗の光學臺を使用して $\beta=1$ になる配置を求め、此所の移動臺丁の蟲眼鏡の位置を読む。次に甲及び丙を去り無限遠の物體の像の位置即ち F' を見得るまで丁を移動させて、この新位置を読む。この移動量が即ち d' で、それが f である。

§ 113. 發散レンズの焦點距離の測定 發散レンズの焦點距離の測定は概して精確を期し難い。厚肉レンズは多く實用せられてゐないから薄肉レンズの場合に限定すると、前記二枚の薄肉レンズ f_1, f_2 の組合せの f の公式を利用して、 f_1 を既知收斂レンズ、 f_2 を問題の發散レンズとして f と f_1 の實測値から f_2 を計算するのである。最も簡単なのは $d=0$ として f_1 と f_2 とを密着させて實驗するがよい。

この他に尙焦點距離の測定法は種々あるが實用的なものは上述ので十分であらう。

§ 114. 主點の位置の決定 前記光學臺の移動臺の一つを分光器のプリズム臺の如き垂直の廻轉軸を有するものとして其上にレンズを載せる。尙此レンズを臺上で水平に移動し得る装置を必要とする。第二の移動臺の上に蟲眼鏡を取りつけてレンズの作る無限遠の物體の像を覗き見る。そこでレンズを少しく廻轉して見ると一般には像が横に動く。レンズを其光學軸に沿うて水平に少しづつ移動させ蟲眼鏡も一々之に應じて進退させながら廻轉を繰返し像の移動を調

べて見ると、レンズと廻轉軸との關係位置によつて廻轉方向は一定なのに像の動きは左になつたり右になつたりして或る特別な一位置に於て像は動かない。此時には廻轉軸は正に後側主點 H' を貫き蟲眼鏡は後側焦點 F' を注視して居るのである。故に蟲眼鏡のこの位置と蟲眼鏡で廻轉軸を注視する第二の位置との間隔が焦點距離である。

蟲眼鏡で廻轉軸を見るにはレンズを取去つて廻轉軸の所に一本の針を立て、蟲眼鏡で之を見ながら廻轉して見て、針の尖端が不動になるまで針の立て方を調整すればよい。これを達したときの蟲眼鏡の位置が上記第二の位置である。

第十九章 光學器械の倍率

§ 115 蟲眼鏡 蟲眼鏡の倍率に二つの定義が行はれて居る。第一は大きさ l の物體を蟲眼鏡を通して見たとき、その虚像の大きさ L のものが蟲眼鏡から明視の距離 $D=25$ 釐に生ずる如くしたときの $\frac{L}{l}$ の比である。蟲眼鏡なしで物體 l を距離 D に置いたときの視角は $\omega = \frac{l}{D}$ で、上の如くしてすれば視角が $\Omega = \frac{L}{D}$ だから倍率 m は

$$m = \frac{L}{l} = \frac{\Omega}{\omega} \dots\dots\dots(115.1)$$

なりと云うてよい。蟲眼鏡の焦點距離を f とすれば此定義によると物體 l を置くべき位置は蟲眼鏡の下 u にあつて

$$\frac{1}{u} - \frac{1}{D} = \frac{1}{f}, \quad \frac{l}{L} = \frac{u}{D}$$

だから

$$\therefore m = \frac{D}{f} + 1 \dots\dots\dots(115.2)$$

となる。但し眼と蟲眼鏡との間の距離は省略してある。

第二の倍率の定義は上記の ω は前の如く物體 l を明視の距離に置いたときの視角だが、 Ω の方は前と異なつて眼の筋肉を緩めて無限遠を見る積りで蟲眼鏡を通して l を見たときの角度とするのである。此時には $u=f$ で像は無限遠にあるから

$$\Omega = \frac{l}{f} \dots\dots\dots(115.3)$$

である。而して倍率 m をこのときの $\frac{\Omega}{\omega}$ と定義する。これによると

$$m = \frac{\Omega}{\omega} = \frac{D}{f} \dots\dots\dots(115.4)$$

である。

第一の定義の方が自然の様だが第二の如く約束しても理屈上不当とも云へぬ。

§ 116. 顯微鏡の倍率 此場合にも前の如く二通りの定義が行はれて居る。第一のに従つて直接にでも顯微鏡を透してでも眼から明視の距離にある物體と像とを比較すると

すば次の如き實驗法で倍率を定めてよい。

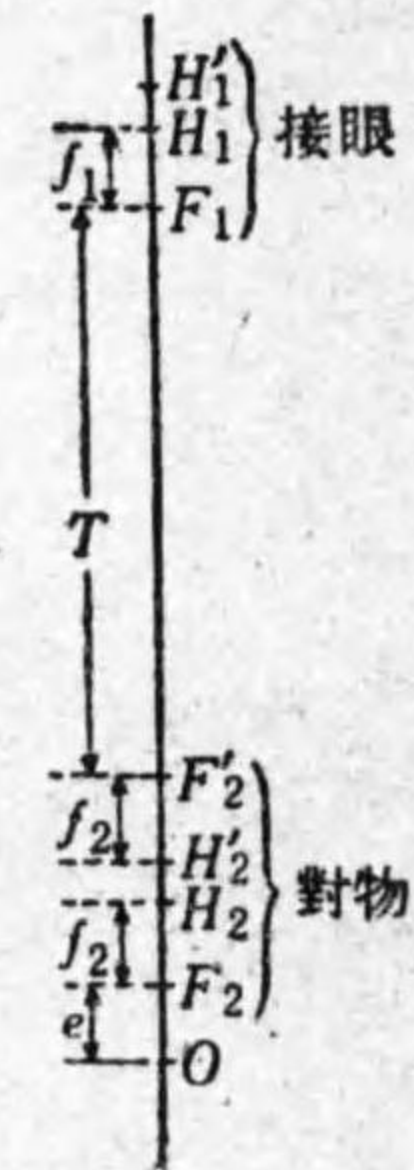
顯微鏡の對眼レンズの上端から D だけ下に水平に一つの尺度を置き、對物レンズの下に置いた實物の像が此所に生ずる様に顯微鏡を調整する。之を見定むるには兩眼(共に健全として)を使用し一眼は直接に尺度を、他眼は顯微鏡を透して物體を見る。

物體の虚像が丁度尺度の上に重なつて出来ることを要するのだから二つとも鮮明に見えればよい。そこで物體の大きさ l と像の大きさ L との比が定まりそれが倍率 m である。

兩眼を使用し得ぬ人は對眼レンズの上に小さな平面硝子板を 45° に置き、それより水平に D だけ距つた所に尺度を置いて、この硝子板でその反射像を見、又硝子板を透して顯微鏡中の物體を見ればよい。

第二の定義に従つて顯微鏡を透して見るときは眼は無限遠に適する状態だとすれば次の如き理論になる。

圖の如く接眼レンズの焦點距離が f_1 、對物レンズのが f_2 だとする。接眼レンズの前側焦點 F_1 と對物レンズの後側焦點 F_2' とが T だけ距つてある。この T を顯微鏡の光學的筒長と云ふ。物體は前側焦點 F_2 から e だけ下に置かれた。對物レンズは其像を F_1 に作ら



第 54 圖

なければ無限遠の眼で此像を見ることが出来ないから、 e は(109.3)を應用して次式から計算すればよい。

$$\frac{1}{f_2+e} + \frac{1}{f_2+T} = \frac{1}{f_2}, \therefore e = \frac{f_2^2}{T}.$$

物體の大きさを l とすれば F_1 に於ける像の大きさ L は同じく(109.3)により

$$l:L = f_2+e : f_2+T,$$

e を代入して $= f_2 : T.$

$$\text{又} \quad \omega = \frac{l}{D}, \quad \Omega = \frac{L}{f_1}.$$

$$\text{故に} \quad m = \frac{\Omega}{\omega} = \frac{TD}{f_1 f_2}.$$

故に倍率を出すには f_1, f_2 及び T を實測して上式から計算すればよい。

§117. 望遠鏡の倍率 望遠鏡では物體が遠距離にあるのだから直接に物體を視るときも望遠鏡を通して視るときも眼は筋肉を緩めた状態にある。而して倍率はこの二つの場合の視角 Ω, ω の比であると定義する。

此定義通りに直接に倍率を測定するには分光器を使用して實驗するのがよい。先づコリメートル C の細隙の代りに透明な尺度を水平に取りつける。又問題の望遠鏡 T をプリズム臺の上に水平に載せ其光學軸とコリメートルの光學軸とを一致させる。分光器所屬の望遠鏡 T_0 を T の對眼レ

ンズに向けると T 及び C を透して彼の水平な透明尺度を鮮明に見得る筈である(上の如く調節する實際の順序は上記とは逆で、先づ T_0 をコリメートルに向けて C の光學軸上にある尺度の一點 O を十字線の交叉點上にある如く T_0 を据ゑる。次に望遠鏡 T を無限遠に合はせたものをプリズム臺に載せ、これを動かして O 點が元の如く十字線上に在るまで T を調整するのである)。そこで O とその横にある尺度上の一點 A とが挟む視角を T_0 によつて分光器の圓盤上の目盛で讀むと、それが Ω である。次に T を取去つて再び T_0 で直接に C の中を覗いて OA 二點間の視角を讀めば、それが ω である。

コリメートルの焦點距離 f_c が知れてあれば $\omega = \frac{OA}{f_c}$ であるから、それを使用してもよい。

倍率を測る第二の方法は問題の望遠鏡の對物レンズの焦點距離を F 、對眼レンズのを f とすれば

$$m = \frac{F}{f} \dots \dots \dots (117.1)$$

となるから F, f を實測してやるのである。

此式の證明は極めて簡單である。望遠鏡の十字線のある所は對物、接眼兩レンズの共同の焦點であるから、其所に長さ l の物があるとすれば

$$\omega = \frac{l}{F}, \quad \Omega = \frac{l}{f}$$

だから

$$m = \frac{\Omega}{\omega} = \frac{F}{f}$$

となる。

第三の方法で實際家が常に使用する方法は、接眼レンズが作る對物レンズの實像が鏡筒外にあつて之をラムスデン圓 (Ramsden circle) といふものを利用するのである。此圓の半徑を r 、對物鏡の半徑を R とすれば

$$m = \frac{R}{r} \dots \dots \dots (117.2)$$

であることを使用するので、 r の大きさを測るのに透明尺を此圓の所在點に置き蟲眼鏡でその大きさを測るのである。

上式の證明は接眼レンズ f が $F+f$ にある物體 R の實像 r を作つたのであるから (109.3) によつて

$$\frac{1}{F+f} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f},$$

$$R:r = F+f:x$$

であるが、これから容易に

$$\frac{R}{r} = \frac{F}{f}$$

を得る。

第二十章 複屈折と旋光性

§118. 通論 非結晶體及び等軸晶系に屬する結晶體は天然の状態に於ては光の進行速度がすべての方向に一定であ

る。これを**光學的等方體** (Optically isotropic body) と云ふ。等軸晶系に非ざる他の結晶體は天然の状態に於て、又光學的等方體が或る事情の下にある時光の速度が方向によつて違ひ又一般に一つの方向に二つの速度がある。之を**光學的異方體** (Optically anisotropic body) と云ふ。或る事情と云ふのは弾性的歪を受けたり、溫度の不均等の配布のために熱的に歪んだり、又は電界、磁界の作用を蒙つた時である。

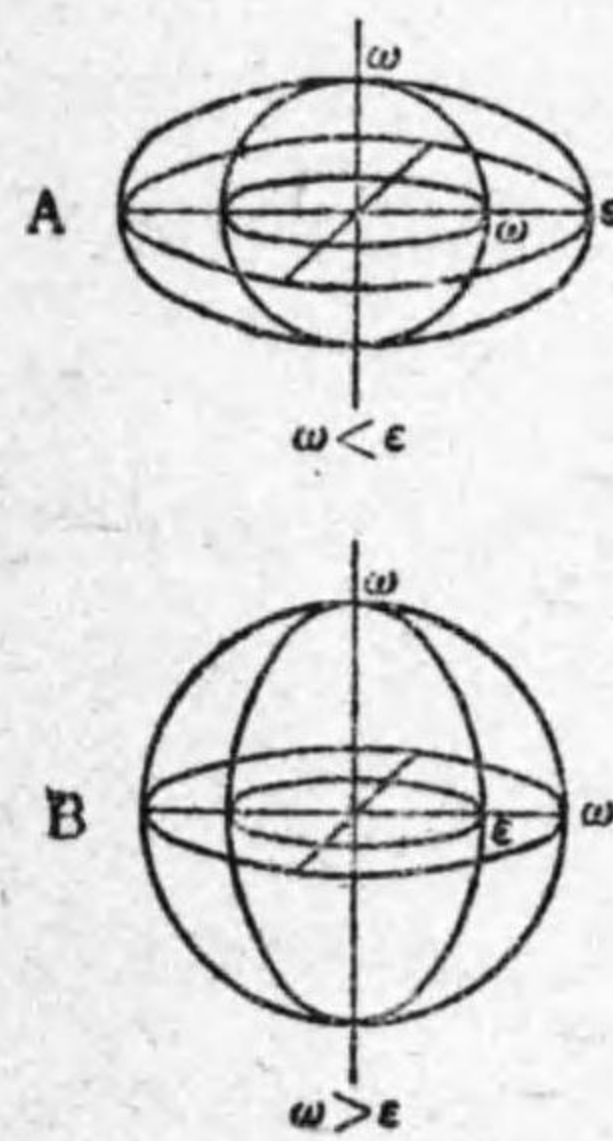
異方體では一つの方向に二つの速度があるから屈折率が二つある。故に空氣其他の等方體から光が異方體中に進入すると一つの投射光に對して二つの屈折光がある。此現象を**複屈折** 又は **二重屈折** (Double refraction) といふ。二つの屈折光は常に互に直角なる特別の方向に於て振動して居る。或る一定の方向に振動する光を**偏光** (Polarized light) といひ、振動方向に直角な平面を**偏光面** (Plane of polarization) といふ。

複屈折體が色を帯びて居るときは一般に光の吸収率が二つの屈折光に就てその値を異にする。

複屈折體には複屈折をなさざる特別の方向がある。之を**光軸** (Optical axis) と云ふ。光軸が一つある結晶體を**單軸結晶體** (Uniaxial crystal) と云ひ、二つある結晶體を**複軸結晶體** (Biaxial crystal) と云ふ。水晶、方解石は前者に屬し、霰石、硝石は後者に屬する。

§119. 屈折率面 複屈折體には光の或る進行方向に就て二の屈折率があることを述べたが、之を n_1, n_2 とする。今後總て或る量の右下に1と附記したのは速度の大なるものに、2と附記したのは速度の小なるものに屬することを示すものとする。屈折率は速度に反比例するから $n_1 < n_2$ である。

單軸結晶體には ϵ 及び ω で表はした二つの主屈折率 (Principal indices of refraction) と云ふものがある。光學軸の方向の屈折率は ϵ 唯一つであるが、其他の方向に於ける二つの n_1, n_2 が如何なる値をとるか立體圖式に表現するために原點から方向を示す直線を引き之に沿うて n_1, n_2 の長さを切り取り、其二終點の軌跡たる立體表面を作つて之を屈折率面 (Index surface) と命ずると、此表面は勿論内外二枚の表面から成るが、一つは半径 ω の球であり、他は ω 及び ϵ を長短半径とし ω の方向を廻轉軸とした廻轉橢圓



A 正號結晶體
B 負號結晶體
第 55 圖

體である。之に $\omega < \epsilon$ と $\omega > \epsilon$ の二つの場合があつて前者では球が扁平橢圓體に包まれ後者では逆に球が延長橢圓體を包む。水晶は前者に屬し ($\omega = 1.5442, \epsilon = 1.5533$)、斯くの如き結晶體を正號單軸結晶體 (Positive uniaxial crystal) と稱し、方解石は後者に屬し ($\omega = 1.6584, \epsilon = 1.4864$)、之を負號單軸結晶體 (Negative uniaxial crystal) と云ふ。共に光學軸は結晶主軸と一致して居る。

屈折率面が球のものでは水や硝子と同じく總ての方向に屈折率が ω で變化しないから屈折に何等異状がないので此方の光線を通常光線 (Ordinary ray) と云ふ。

橢圓體の方のはこれと對照して異常光線 (Extraordinary ray) と云ふ。複軸結晶體では二つとも異状で屈折率が一定で無い。

§120. 偏光面の方向 單軸結晶體に於て或る方向に進む n_1, n_2 の二つの光偏光面 H_1, H_2 の方向を記す。

O を中心とする一つの球を取り、球面上の一點 N を通ずる半径 ON を光の進行方向とする。 N と結晶主軸とを通過する子午大圈は通常光の偏光面で、異常光のは N を通じてこの子午圈に直角な大圈で表はされる。

結晶體で作つた板の法線が上記 ON だとすれば板面に於ける上記二大圈の方向が二つの偏光面の方向を示すことになる。

§121. 偏光装置 偏光を作る装置即ち起偏子 (polarizer) には最も普通のものとして次の數種がある。

(1) 結晶體の光の吸収率が n_1, n_2 の二つに差があるから一方が殆ど不透明なのを利用する。電氣石でその結晶主軸に並行な薄板を作ると、通常光が全く吸収せられて異常光のみが一の偏光を作る。異常光の偏光面は子午面に直角だからこの偏光の振動は主軸に平行である。

(2) 透明結晶體の n_1, n_2 の値の中間に位する屈折率を有する適當な媒質を選んで、此媒質と結晶體との境界面に於て二つの光の中一方を全反射させて側方に逐ひやる。ニコルのプリズムは方解石の結晶を斜めに二つに鋸切し、其間



にカナダ・バルサムの薄層を挟んで異常光を側方に逐ふ。ニコルを小口から見た菱形の長い対角線が偏光面の方向である。

第 56 圖 (3) 黒い硝子板の表面から持別の投射角

で光を反射させると、反射光は投射平面(板の法線と光線とを含む平面)を偏光面とした偏光である。

(4) 複屈折結晶體の細粉をセルロイドの如き透明膜中にその結晶軸を平行に整列させたものが最近市場に現はれた。

§122. 偏光の實驗 一つのニコルを其視軸の周りに廻轉し得る様に装置し置き之を透して上記三種の偏光器の何れか一つから来る光を検査すると、手元のニコルを 90° 廻す毎に交互に視野が最も明るく又最も暗くなる。これは兩偏光器の偏光面が一致した時と直角になつた時とである。斯く手元のニコルによつて之に入り来る光が偏光であるかないか、又偏光ならば其偏光面の方向は何の方向であるかを決定し得るから之を檢倫子 (Analyser) と云ふ。同一のものが用途により起偏子ともなり又檢偏子ともなるのである。

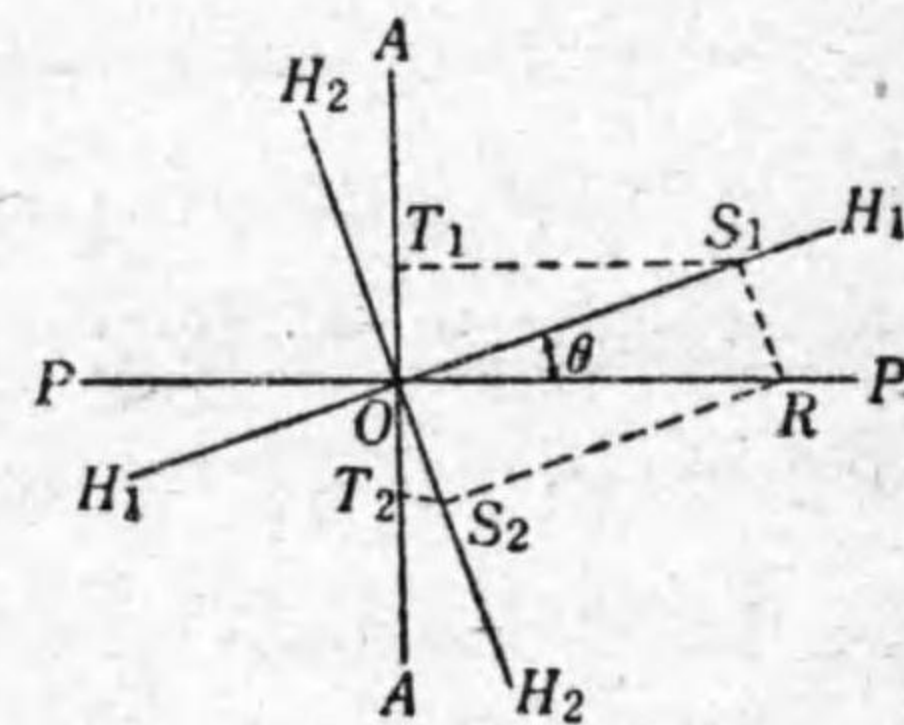
非金屬の表面から反射する光を檢偏子で検査すると多少その中に偏光を含んで居ることを發見する。

§123. 複屈折板に於ける干涉 二つのニコルを互に直角にして視野を暗黒ならしめた時を直交ニコル (Crossed nicols) の位置といふ。此時兩ニコルの間に無色透明の複屈折體の

薄板を視線に直角に挿入して見ると、此板が其厚さや材料等で相違はあるが或は明るく見えたり又は美しい色彩を表はす。雲母の薄片は最も適當な試験片で、厚さの違ふ所は違つた色を呈する。又兩ニコルを其儘にして板を其平面内で廻して見ると、視野が暗くなつて板が見えなくなる位置が 90° 毎にあり、其中間の $45^\circ, 135^\circ$ の時に色彩が最も濃厚に現はれる。

これは光が板の中を通過するとき上述の如く二つの偏光となりその干涉によつて起つた現象である。其説明は次の通りである。

先づ光源は波長 λ の單色光のものとする。第 57 圖に於て PP は起偏子、 AA は檢偏子の偏光面とし、 H_1H_1, H_2H_2 を板の中に於ける互に直角な二つの偏光面とする。板を廻



第 57 圖

して角 θ を變化して見ると、 $\theta=0^\circ$ 及び 180° のときは起偏子から來た光は板の中で速い方の一つの光になつて、そのまま板を通り抜けて檢偏子によつて完全に遮斷せられる。 $\theta=90^\circ$ 及び 270° のときは H_2 が P と一致するので、今度は板の中を遅い方の一つの光として通過し同じく檢偏子で遮られる。斯くして 90° 毎に視野が暗黒になる。

その中間の θ の位置では P から来た光が板の中で H_1 , H_2 の二つの偏光となり進行速度を異にするので、板を出る瞬間には入った時とは相互の関係が變つて居てその二つが檢偏子 A によつて處理せられて干涉色を現はす。

振動は偏光面に直角なことから上の圖を 90° 全體に廻したものを畫いたとして(之を略して上圖をその儘使用して置く), 起偏子を出た光が $OR=a$ の振幅を有して居たとする。これが板に出會つて一つは $OS_1=a \cos \theta$ の振幅で、他は $OS_2=a \sin \theta$ の振幅で互に直角に違つた速度で板の中を通過し、檢偏子に出會つて一は $OT_1=OS_1 \sin \theta = a \sin \theta \cos \theta$, 他は $OT_2=OS_2 \cos \theta = a \sin \theta \cos \theta$ の相等しき振幅のものとなつて A に入る。振幅とは別に此所に大切なことは二つの振動の位相の相互関係である。

二つの光 OS_1, OS_2 は速度を異にし屈折率を異にするから板中に於ける波長(光源たる單色光の)は異なつて居る。之を λ_1, λ_2 とすれば

$$\lambda_1 = \frac{\lambda}{n_1}, \quad \lambda_2 = \frac{\lambda}{n_2}, \quad n_1 < n_2, \quad \lambda_1 > \lambda_2 \dots (123.1)$$

である。板の厚さを d とすれば此板の中にある波の数は $\frac{d}{\lambda_1}$ 及び $\frac{d}{\lambda_2}$ であつて、波の数の差 m は

$$m = \frac{d}{\lambda_2} - \frac{d}{\lambda_1} = \frac{d}{\lambda} (n_2 - n_1) \dots (123.2)$$

で與へられる。

m が整数であると遅い光が板を通り抜ける間に速いものより m 回多く振動したと云ふ差はあるが、位相の關係に於ては板に入らんとするときと板から出るときと差異が無い故に板を出るときに H_1 の方が O から T_1 に向ひ、 H_2 は O から正反對の T_2 に向ふ。而して振幅は兩者相等しいからこの二つは完全に干涉して、結果は A によつて波長 λ の光が遮断せられたと同じ事になる。

光源が白光であると檢偏子を出る光は此波長の光を缺くから色彩を表はす。板の厚さによつては λ_1 が m_1 , λ_2 が m_2 と云ふ工合に多くの整数の値が許容せられて多くの色光が缺けて居ることがある。この事は檢偏子から來る光を分光器で検査して見ればよい。これは面白い實驗である。

此色彩は板の厚さ d によるので一定の結晶體で同じ厚さの所は同じ色を出す。故に此干涉色はニュートン環のと同じく定所干涉に屬する。又通過した光の強さは $\sin \theta \cdot \cos \theta = \frac{1}{2} \sin 2\theta$ に比例するから $\theta = 45^\circ$ のときが最も明るい。

起偏子と檢偏子とがその偏光面を平行にして居るときも同様に干涉が起るが、この時に現はれる色は前の場合の餘色である。

§ 124. 臨時複屈折 天然の状態では複屈折をなさざるものが前記特別の事情の下に複屈折を示すのを臨時複屈折と

云ふ。

今透明體の角棒の兩端を第 28 圖の如くナイフ・エッジの上に載せ中央を上から押して彎曲させ得るものを直交ニコルの間に入れて見る。但しこの際ニコルの偏光面は水平と 45° の角を爲さしめる。壓を加へると棒の中央に水平に稍太い黒い線が現はれ、其上下は明るくなる。壓を去れば視野は勿論全體に暗い。

棒は曲げられると前に説明した通り (§ 75) 棒の上半は水平には壓縮せられ、上下には延長して居るし、下半は之と反對である。棒の中央は歪がない所謂中立層であるが、其上下では歪の程度は中立層を離れる程強い。彈性的歪のために棒の上下は臨時彈性的複屈折體となつて、下半では H_1 が水平であり、上半では H_2 が水平である。而して複屈折の程度 $n_2 - n_1$ は中立層を距る程強い。故に準備した如く實驗すれば此複屈折のために干涉を示すのである。尤も歪が小なれば $n_2 - n_1$ が小だから干涉色を現はすに至らないが、烈しく曲げれば色が現はれる。

これが構造物の弾性を光學的に研究する方法として大に歡迎せられ、此研究法に特に光弾性學(Photoelasticity)と云ふ名稱さへ出來た程である。

電界による臨時複屈折を實驗するには、前記の如く水平と 45° の傾をなす直交ニコルの間に兩面硝子の容器を置き

其中に二硫化炭素(この液が最も著しい)を入れ平板蓄電器を其中に浸して左右から水平電界を作用させると、電界のある間視野が明るくなつて臨時複屈折を示す。液によつて電氣指力線の方向が H_1 になるのと H_2 になるのがある(カー効果 Kerr effect)。

磁界によるものも大體同様に實驗すればよい。液としてはニトロベンゾールが著しい効果を示す。

§ 125. 水晶の旋光性 單色光源の前に起偏子を固定し、檢偏子は其視軸の周りに自由に廻轉し且つ廻轉角を測り得る如く装置し、先づ直交ニコルの位置を取らしめ置く。この兩ニコルの間に結晶主軸に直角に切つた水晶板(厚さ數枚)を入れて見ると視野が明るくなる。そこで檢偏子を右か左かに廻して見ると視野を再び暗黒ならしめ得る。これは水晶板が之に投射した偏光の偏光面を或る角度だけ廻轉したのである。これを水晶の旋光性(Optical activity)といふ。旋光性を有する物質は固體、液體共に其數が多い。

唯一枚の水晶板では檢偏子の廻轉が例へば右へ 20° であるからとて水晶板は偏光面を 20° 右へ廻轉したとは斷定し得ない。右へ 20° だか、 $20^\circ + 180^\circ = 200^\circ$ だか、或は又左へ $180^\circ - 20^\circ = 160^\circ$ だか、 340° だか、事によると 360° 以上のものだかは不明である。厚さの違ふ數枚の板に就て調査して初めて正しい廻轉角が知れる。調査の結果によれば