

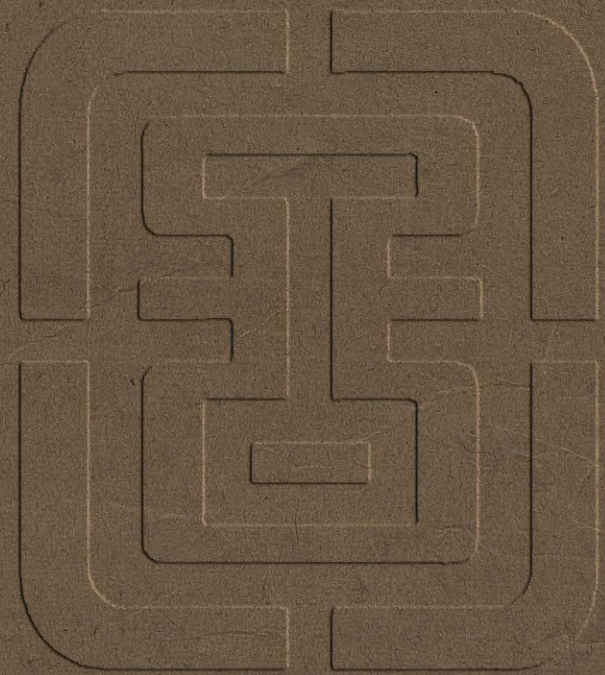
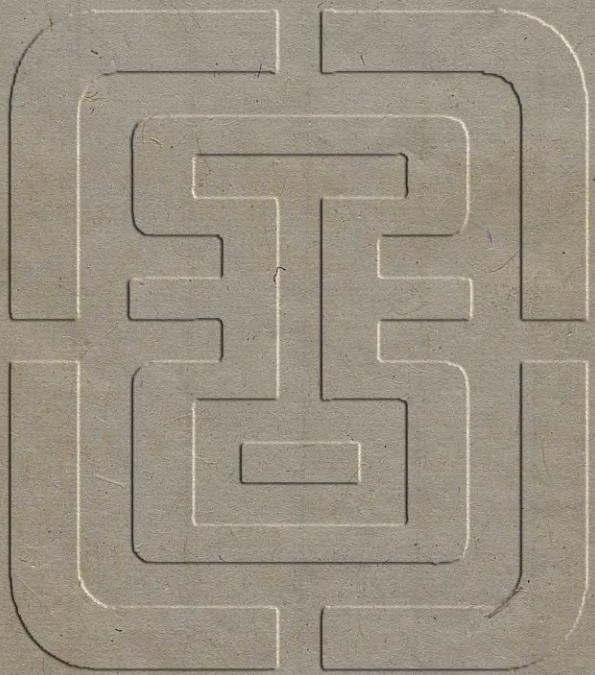
5
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45

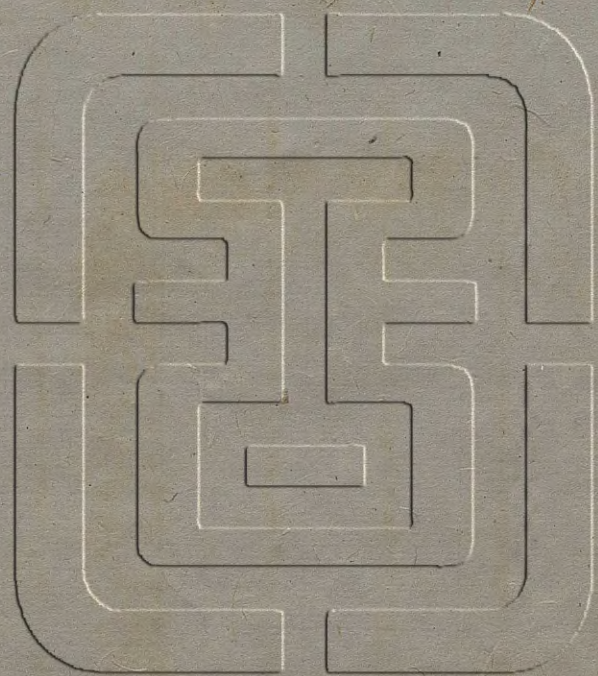
斜100
82

93100
847.4
6



甲戌





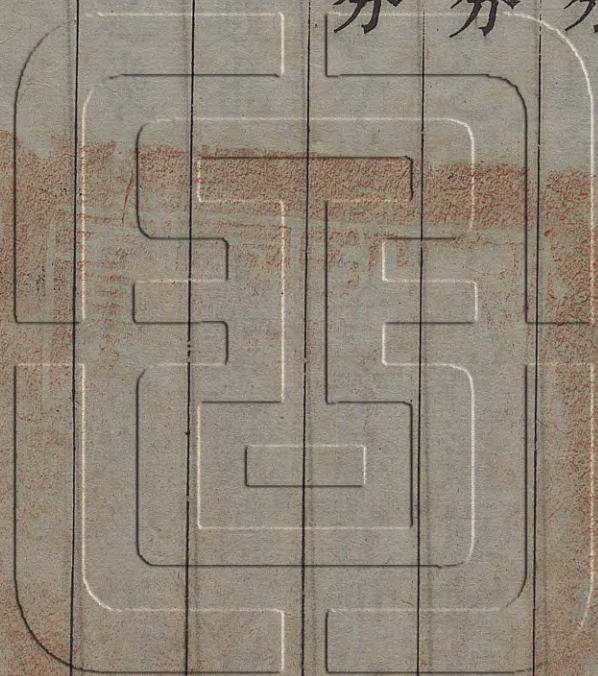
御製數理精蘊下編卷二

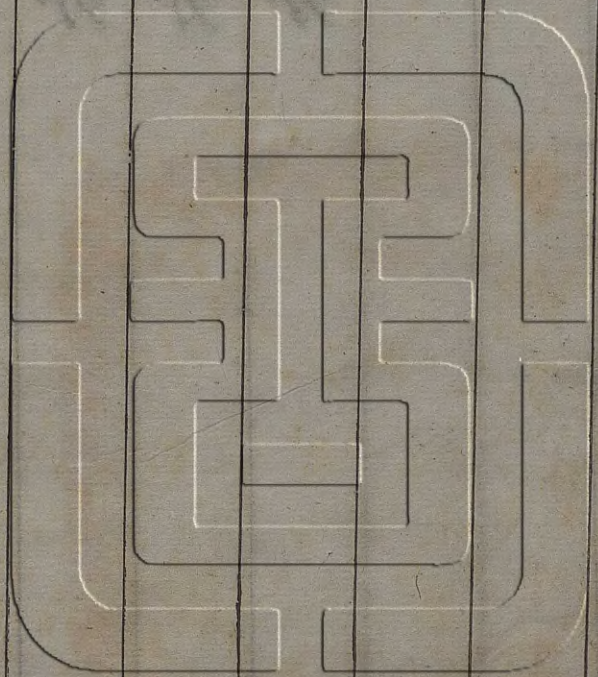
首部二

命分

約分

通分





命分共計六次也

首指二

命分

凡歸除分至最細而可以恰盡無餘者。謂之無奇零數。若分至最細而屢除不盡者。謂之有奇零數。其奇零若略去之。則不能復還原數。此命分之所以立也。其法命為分母分子。分母者即除數也。分子者即除不盡之數也。凡不盡之數。得分母中之幾分者。即命為幾分之幾。是以命分之一法。正所以濟歸除之所不逮也。

設如有銀十一兩。命三人分之。問每人得若干。

法以三人分銀十一兩。每人得銀三兩。仍餘二兩。所餘二兩。再以三人分之。每人得六錢六分六釐六豪。如是每得六而仍餘二數不盡。故立命分法。以三人為分母。所餘二兩為分子。命為每人得三兩又三分兩之二。蓋將每兩剖作三分。其所餘二兩則共剖作六分。三人分之。每人得二分。故命為三分兩之二也。如因三分兩之二。求知原銀數。則以三人與分子二分相乘得六分。蓋每人得二分。則三人共得六分也。以六分用分母三分歸之得

二兩。蓋初分一兩為三分。故終收三分為一兩也。再加入三人所得整數共九兩。一人三兩。三人共得九兩。則得十一兩以合原數也。

設如有銀一百八十七兩。命十八人分之。問每人得若干。

法以十八人分銀一百八十七兩。每人得銀十兩。仍餘七兩。分之不盡。則以十八人為分母。所餘七兩為分子。命為每人得一十兩又十八分兩之七。蓋將每兩剖作十八分。其所餘七兩。則共剖作一

百二十六分。十八人分之。每人得七分。故命爲十
八分兩之七也。如因十八分兩之七。求知原銀數。
則以十八人與分子七分相乘。得一百二十六分。
蓋每人得七分。則十八人共得一百二十六分也。
以一百二十六分。用分母十八分歸之。得七兩。蓋
初分一兩爲十八分。故終收十八分爲一兩也。再
加入十八人所得整數。其一百八十兩。一人十兩。
八十兩。則得一百八十七兩。以合原數也。
十八人共

約分

約分者。以所命之分。約之以就整分也。蓋命分是隨
其數之多寡。全而紀之。而約分則卽其多寡之數。從
而約之。以求簡易焉。其法以分子分母兩數。輾轉相
減。務期減餘兩數相同。是爲度盡兩數之一數。乃以
此數爲一分。以除分母得幾分者。卽約分母爲幾分。
又除分子得幾分者。卽約爲分母幾分中之幾。凡諸
法中有帶分者。皆由約法而得。故設例於此。所以明
帶分之根也。

設如古曆歲實命爲三百六十五日又一百分日之
二十五。今以法約之。求相當最小數。

法置日分一百。以餘分二十五減之。餘七十五分。
再以二十五減之。餘五十分。再以二十五減之。亦
餘二十五分。兩數齊等。卽以相等之數二十五。轉
除日分一百得四。卽爲四分。又以二十五除餘分
二十五得一。卽爲一分。乃百分日之二十五約爲
四分之一。是歲實共得三百六十五日又四分日
之一也。蓋將一日剖作四分。而得其四分之凡約分法。以分母分

子相減。必得相等之數。然後用之。蓋因此數可以
度盡分母。又可以度盡分子。故也。今以相等之數
二十五爲一分。則日分一百有四倍二十五。故爲
四分。而餘分二十五。又恰足一分之數。故爲一分。
一百與二十五之比。卽同於四與一之比。是四與
一卽一百與二十五之相當最小數也。凡分母分
子輾轉相減。不得相等之數。終減至於一。是分母
分子俱無一數。可以度盡之數。卽不用約分。用命
分誌之可也。

設如有銀二百一十兩。命一百四十七人分之。每人得銀一兩仍餘六十三兩不盡。以法約之。求相當最小數。

法置一百四十七人。以餘銀六十三減之。餘八十四。再以六十三減之。餘二十一。又置六十三。轉以二十一減之。因減數大於原數。又不得兩餘四十二。再以二十一減之。亦餘二十一。則兩數齊等。即以相等之數二十一。轉除一百四十七人得七。即為七分。又以二十一除銀六十三兩得三。即為三

分。乃一百四十七人分餘銀六十三兩。約為七分

之三。是每人得銀一兩又七分兩之三也。蓋將每兩剖作

七分。而得其七分之二也。此法以一百四十七人與六十三兩

輾轉相減。得相等之數二十一。是二十一可以度

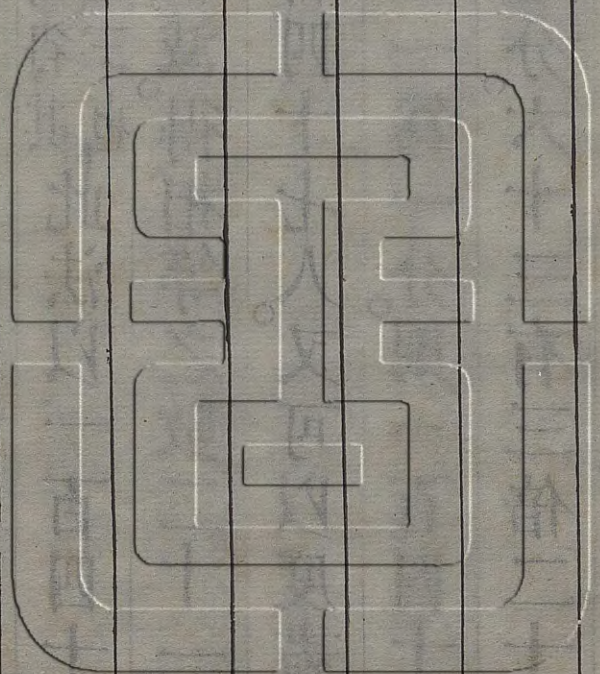
盡一百四十七人。又可以度盡六十三兩故也。既

以二十一為一分。則一百四十七有七倍二十一。

故為七分。六十三有三倍二十一。故為三分。一百

四十七與六十三之比。即同於七與三之比。是七

與三即一百四十七與六十三之相當最小數也。



四十五與六十三之數。同以六十三為其數。其數亦
四十五與六十三之數。同以六十三為其數。其數亦
四十五與六十三之數。同以六十三為其數。其數亦
四十五與六十三之數。同以六十三為其數。其數亦
四十五與六十三之數。同以六十三為其數。其數亦
四十五與六十三之數。同以六十三為其數。其數亦
四十五與六十三之數。同以六十三為其數。其數亦
四十五與六十三之數。同以六十三為其數。其數亦
四十五與六十三之數。同以六十三為其數。其數亦
四十五與六十三之數。同以六十三為其數。其數亦

通分

凡奇零數目。不以十遞析者。難以立算。則用通分。如
斤通為兩。宮通為度。度通為分之類是也。又有整數
而帶零分者。則必通之以從其類。如化整為零。收零
作整之類是也。或有零分而分母不同者。則必通之
以同其母。如互乘之類是也。通分之法立。然後奇零
數目。得以歸有餘。齊不足。而帶分之法。皆根於此。故
為另設加減乘除之法。以明其義焉。

加法

凡奇零數相加兩分母同者。即併兩分子為得數。若相加之數大於母數。則於所得數內減去母數為一整數。紀其餘為零數。

設如有九分丈之七。一丈分為九分。而得其七分也。與九分丈之五。一丈分為九分。而得其五分也。相加求總數。

法以九分之七。與九分之五。左右列之。

將兩分子七與五相加得一十二。因子

數大於母數。乃於一十二內減去母數

九為一整數。餘三為零數。即得整數一

九五

七五二九三
一一〇

九七

丈零九分丈之三。為相加之數也。此法因兩分母同為九分。而兩分子亦同為九分中之零分。故徑併兩零分之七與五得一十二。又以母數九分收為一丈。

蓋初以一丈分為九分。今滿九分即收為一丈也。其所餘三亦仍為九分中之三分。故得一丈零九分

丈之三。為兩零分之共數。此分母相同

之加法也。如以真數明之。九分丈之七。是將一丈分為九分。得其九

分中七。一分一釐有餘。九分中得

一尺一寸一分一釐有餘。九分中得

九五

九七

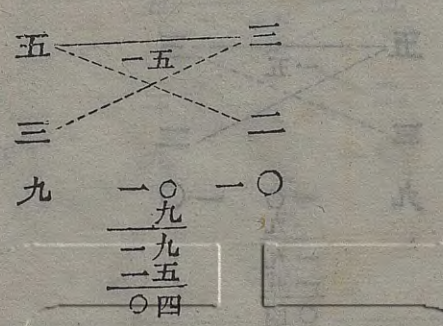
七五二九三
一一〇

七分。則為七尺七寸七分七釐有餘也。九分中之五分。則為五尺五寸五分五釐有餘也。兩數相加。共得一丈三尺三寸三分三釐有餘。即一丈零九分丈之三也。蓋一尺一寸一分一釐有餘。既為九分中之一分。則三尺二寸三分三釐有餘。即九分中之三分也。如以九分除三分。即得三尺三寸三分三釐不盡之數。是九分與一丈之比。即同於三分與三尺三寸三分有餘之比也。

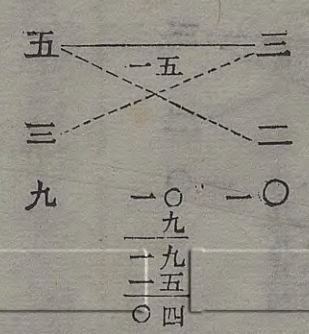
凡奇零數相加。兩分母不同者。則用互乘法。以兩分母相乘為共母數。再以前分母乘後分子。又以後分母乘前分子。以所得兩子數相加為共子數。紀於共母數之下。為共零數。

設如有三分丈之二。而得其二分也。與五分丈之三。而得其三

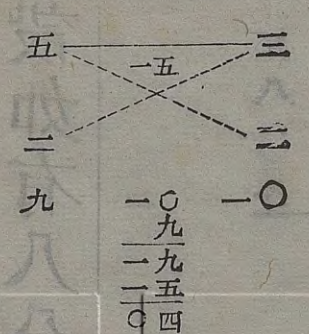
一丈分為五分。相加求總數。而得其三



法以兩分母三五相乘得一十五。為共母數。再以前分母三。乘後分子三。得九。又以後分母五。乘前分子二。得十。將兩得數相加得十九。為共子數。因子數大於母數。乃於十九內減去共母數十五。為一整數。餘四為零數。即得整數一丈零十五分丈之四。為相加之數也。此法



用互乘者。本為齊其分母也。夫以兩分母相乘得十五者。乃以兩分母俱變為十五分也。因分母不同。難以相加。故變為同等。以前分母三乘後分子三得九者。乃以後分子變為十五分中之九也。又以後分母五乘前分子二得十者。是又以前分子亦變為十五分中之十也。蓋十五分之十與三分之二。其比例等。俱為五倍比例。而十五分之九與五分之三。其比例亦等。俱為三倍比例。



兩分母既變為同等。則兩分子亦俱為同分母之子矣。故相加如第一法。此分母不同之加法也。如以真數明之。三分丈之十。則每一分為六寸六分六釐有餘。今得十分。即六尺六寸六分六釐有餘也。又五分丈之三。既變為十五分丈之九。則每一分亦為六寸六分六釐有餘。今得九分。即六尺也。兩數相加。共得一丈二尺六寸六分六釐有餘。即一丈零十五分丈之四也。蓋六寸六分六釐有餘。即為十五分中之一分。今二尺六寸六分六釐有餘。為四倍六寸六分六釐有餘。即十五分中之四分也。如以十五分除四分。即得二尺六寸六分不盡之數。是十五分與一丈之比。即同於

四分與二尺六寸
六分有餘之比也。

又或分母不同。而可以加減之使同者。則變而同之。
可省互乘。

設如有八分兩之一。與十二分兩之三。相加求總數。

八

法以十二分之三。變為八分之二。則與
八分之一兩分母相同。故徑併兩分子

八

二與一得三。即八分兩之三。為相加之

八

數也。此法將十二分之三。變為八分之

二者。乃分母分子各減三分之一也。母

數十二。減三分之一餘八。子數三。減三
分之一餘二。蓋十二分之三與八分之

二。其比例相等。故變從簡易。如數有參

差者。則當用下節之法。如以真數明之。

將一兩分為八分。其一分即一錢二分

五釐也。又十二分兩之三。是將一兩分

為十二分。其三分為二錢五分。今變為

八分兩之二。是將一兩分為八分。其二

分亦為二錢五分也。兩數相加。共得三

六
八
六
八
六
八

通分

釐之
比也。

設如有六分石之五與三分石之二相加求總數。

如依前法將六分之五折半為三分之

二分半則兩分母雖同而分子却有奇

零若將三分之二加一倍作六分之四

變少從多則與六分之五兩分母相同

乃徑併兩分子五與四得九因子數大

於母數乃於九內減去母數六為一整

數餘三為零數即得整數一石零六分

六四

四五九六

六五

石之三為相加之數也此法三分之二

變為六分之四者乃分母分子各加一

倍之比例也凡變分母分子或加或減

務期所變之分數與原分數比例相同

使其兩分母同而兩分子可併也此條

與上條用加減雖各異而齊其分母以

加之則同也如以真數明之六分石之

每一分得一斗六升六合六勺六抄六

撮有餘今得五分即入斗三升三合三

勺三抄三撮有餘也又三分石之二是

六四

四五九六

六五

六合六勺六抄六撮有餘。今變為六分石之四。是將一石分為六分。其四分亦為六斗六升六合六勺六抄六撮有餘也。兩數相加其得一石四斗九升九合九勺九抄九撮有餘。收為五斗即一石零六分石之三也。蓋六分為一石。則三分即五斗也。

凡子母數有三四種相加者。其分母分子俱不同。則用互乘以齊其分母。按前法加之。三種者。以第一數乘法相加得數。又與第三數依前互乘法相加。四種者。以第一數第二數互乘相加得數。與第三數互乘相加得數。復與第四數互乘相加。如兩分母相同者。即併其兩分子。而與所餘之分母不同者。用互乘以加之。又或有兩

分母相乘後所得之數。與所餘之分母相同者。則直以所得之分子。與所餘之分子相加為得數。即不用互乘矣。

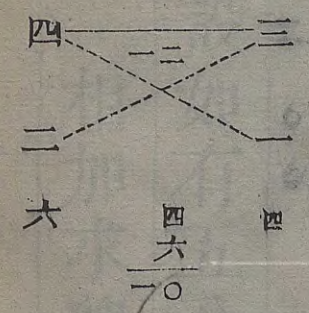
設如有三分斤之一。又四斤之二。又五斤之三。相加求總數。

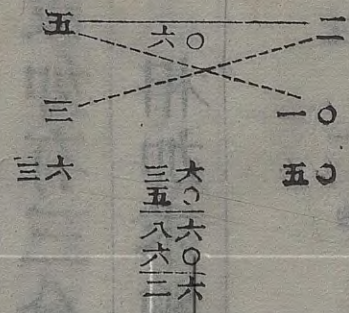
法以前兩分子分母。按互乘法相加。得

十二分斤之十。以兩分母三與四相乘得十二為其母數。以前

分母三乘後分子二得六。又以後分母四乘前分子一得四。相加得一十為其

子數。是為十。乃以十二分斤之十。與第





三子母分用互乘法相加。得六十分斤之八十六。以第三分母五與前兩分母互乘所得之十二相乘得六十為共母數。以前兩分母所得十二乘第三分子三得三十六。又以第三分母五乘前兩分子所得十得五十。相加得八十六為共子數。是為六十分斤之八十六。因子數大於母數。乃於共子數八十六內減去共母數六十為一整數。餘二十六為零數。即得一斤零六十分斤之二十六為總數也。凡子母分有四種五種相加者俱倣此。如以真數明之。三分斤之一。是將一斤分

為三分。其一分即五兩三錢三分三釐有餘也。四分斤之二。是將一斤分為四分。則每一分為四兩。今得二分。即八兩也。五分斤之三分。是將一斤分為五分。則每一分為三兩二錢。今得三分。即九兩六錢也。三數相加。共得二十二兩九錢三分三釐有餘。內收十六兩為一斤。餘六兩九錢三分三釐有餘。即六十分斤之二十六也。蓋以十六兩分為六十分。每分得二錢六分六釐有餘。今六兩九錢三分三釐有餘。有二十六倍二錢六分六釐有餘。即為二十六分也。

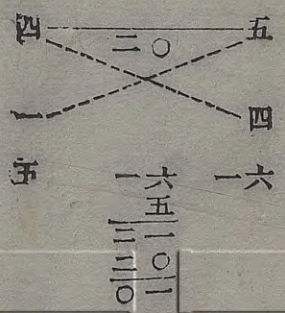
設如有五分丈之三。又四分丈之一。又五分丈之一。

相加求總數。

法因五分丈之三與五分丈之一。兩分

母相同故直併其兩分子三與一為五分丈之四再以五分丈之四與四分丈

之二依互乘法相加得二十分丈之二



母相同故直併其兩分子三與一為五分丈之四再以五分丈之四與四分丈之二依互乘法相加得二十分丈之二

十一。以前分母五與後分母四相乘得二十為共母數以前分母五乘後

分子一得五又以後分母四乘前分子四得十六相加得二十一。是為二十分

丈之二。因子數大於母數乃於共子數

二十一內減去共母數二十為一整數。

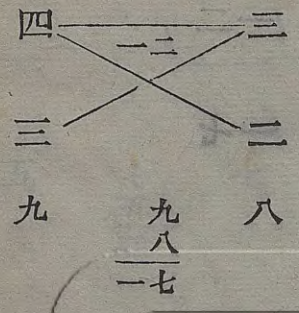
餘一為零數即得一丈零二十分丈之

一為總數也。如以真數明之其五分丈之三即六尺也其四分丈

之一即二尺五寸也其五分丈之一即二尺也三數相加得一丈零五寸即一丈零二十分丈之一蓋一丈分為二十分每分得五寸也

設如有三分兩之二又四分兩之三又十二分兩之

四。相加求總數。



法以三分之二與四分之三用互乘法

相加得十二分兩之十七。以前分母三

相乘得十二為共母數以前分母三乘後分子三得九又以後分母四乘前分

子二得八相加得十七。此所得之十二

分兩之十七與第三分母相同即以前

兩分所得共子十七。與後一分子四相加得二十一。是為十二分兩之二十一。因子數大於母數。乃於共子數二十一內減去其母數十二為一整數。餘九為零數。即得一兩零十二分兩之九為總數也。如以真數明之。其三分兩之二。即六錢六分六釐有餘也。其四分兩之三。即七錢五分也。其十二分兩之四。即三錢三分三釐有餘也。三數相加得一兩七錢四分九釐有餘。收作七錢五分。即一兩零十二分兩之九。蓋十二分兩之九。即七錢五分也。

減法

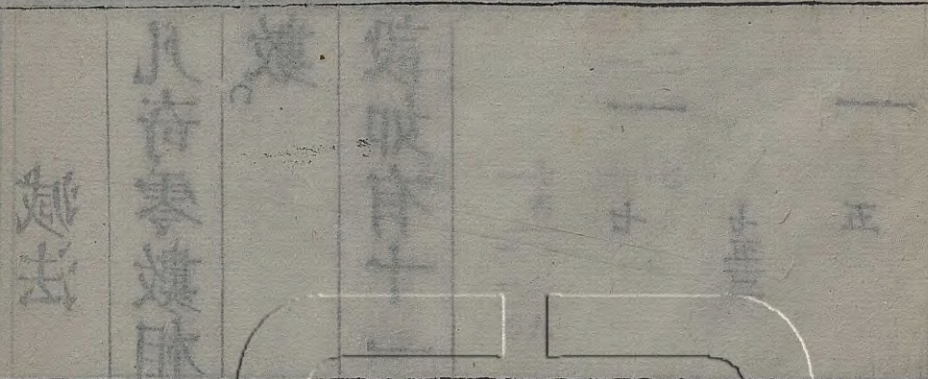
凡奇零數相減兩分母同者。即將兩分子相減為餘數。

設如有十一分丈之七。減十一分丈之五。求餘數。

一一	一一	一一	一一
五	七	七五三	七
一分中之零分。故徑將兩分子相減餘	分母同為十一分。則兩分子亦同為十	即得十一分丈之二為餘數也。蓋因兩	左右列之。將兩分子五與七相減餘二。
法以十一分丈之七。與十一分丈之五。			

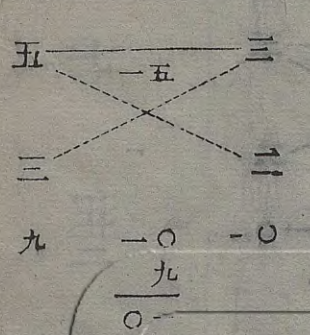
二亦仍為十一分中之二分。是以定為十一分丈之二。此分母相同之減法也。

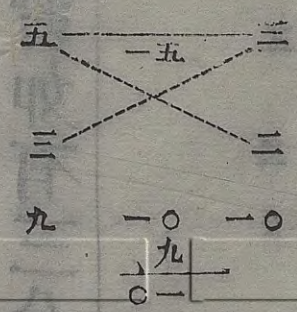
如以真數明之。十一分丈之七。是將一丈分為十一分。則每一分得九寸零九釐零九絲有餘。其中之七分。即六尺三寸六分三釐六豪三絲有餘也。其中之五分。即四尺五分五釐四豪五絲有餘也。相減餘一尺八寸一分八釐一豪八絲有餘。即十一分中之二分也。蓋九寸零九釐零九絲有餘為一分。則一尺八寸一分八釐一豪八絲有餘。即為二分也。如以十一分除二分。亦得一尺八寸一分八釐一豪八絲。不盡之數。是十一分與一丈之比。即同於二分與一尺八寸一分八釐一豪八絲有餘之比也。



凡奇零數相減兩分母不同者。則用互乘法。以兩分母相乘為共母數。再以前分母乘後分子。又以後分母乘前分子。以所得兩子數相減為餘數。設如有三分丈之二。減五分丈之三。求餘數。

法以兩分母三五相乘得一十五為共母數。再以前分母三乘後分子三得九。又以後分母五乘前分子二得十。將所得兩分子相減餘一。即得十五分丈之一為餘數也。此法用互乘齊其分母。





將三分丈之二變為十五分丈之十。將五分丈之三變為十五分丈之九。兩分母既同為十五分。故兩分子十與九相減餘一。為十五分丈之一也。此分母不同之減法也。如兩分母不同。可以加減之使其相同者。減之亦如加法中例。故不重設。如以真數明之。其三分丈之二。即六尺六寸六分六釐有餘也。其五分丈之三。即六尺也。相減餘六寸六分六釐有餘。即十五分丈之一也。蓋一丈分為十五分。每一分得六寸六分六釐不盡也。

凡零數與整數相減者。即以分子與分母相減為餘數。

設如有米一石。內減七分石之五。求餘數。

法以整數一石變為七分為分母。與分子五相減餘二。即得七分石之二為餘數也。蓋將一石分為七分。而於此七分內減去五分。則所餘即七分石之二。此整數中減零數法也。如以真數明之。將一石分為七分。則

七 五二

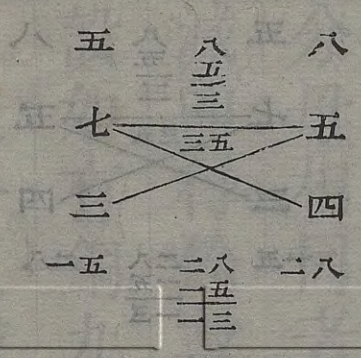
每一分得一斗四升二合八勺五抄七撮有餘。其五分即七斗一升四合二勺

八抄五撮有餘也。與一石相減。餘二斗八升五合七勺一抄四撮有餘。即七分石之二也。蓋一斗四升一合八勺五抄七撮有餘為一分。則二斗八升五合七勺一抄四撮有餘。餘自為二分也。

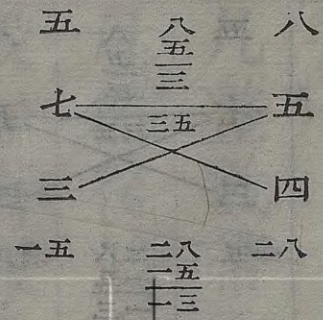
凡整數帶零分相減者。將兩零分用互乘法變為同母。然後減之。

設如有銀八兩零五分兩之四。內減五兩零七分兩之三。求餘數。

法以八兩之零數五分之四。與五兩之零數七分之三。用互乘法。兩分母七五



相乘得三十五為其母數。再以五兩之分母七。乘八兩之分子四。得二十八。為八兩所變之子數。又以八兩之分母五。乘五兩之分子三。得十五。為五兩所變之子數。乃以八兩五兩二整數相減。餘三兩。以兩子數二十八與十五相減。餘十三。即得三兩又三十五分兩之十三。為餘數也。蓋既將兩子數變為同母。則八兩者為八兩零三十五分兩之二十

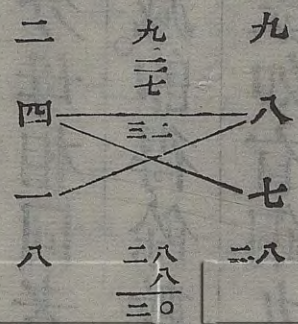


八五兩者為五兩零三十五分兩之十
 五。分母既同。故以子數相減而得餘數。
 此整數帶零分相減之法也。如以真數明之。其八兩零五分兩之四。即八兩八錢也。其五兩零七分兩之三。即五兩四錢二分八釐五豪七絲有餘也。相減餘三兩三錢七分一釐四豪二絲有餘。其三兩為整數。其三錢七分一釐四豪二絲有餘。即三十五分中之六三分也。蓋將一兩分為三十五分。則每一分得二分八釐五豪七絲有餘。其十三分即三錢七分一釐四豪二絲有餘也。

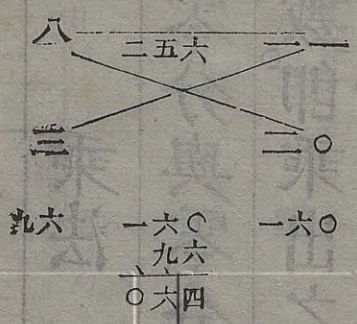
凡子母數三四種相減者。其分母分子俱不同。則用

互乘以齊其分母。按前法減之。如兩分母相同者。即將其兩分子相減。而與所餘之分母不同者。用互乘以減之。又或有兩分母相乘後所得之數與所餘之分母相同者。則直以所得之分子與所餘之分子相減。即得餘數。其理與加法同。
 設如有銅九斤零八分斤之七。內減二斤零四分斤之一。又減八分斤之三。求餘數。

法以九斤內減去二斤餘七斤為整數。乃以八分斤之七與四分斤之一。用互



乘法將八分斤之七變為三十二分斤之二十八將四分斤之一變為三十二分斤之八兩數相減餘三十二分斤之二十又以三十二分斤之二十與第三零數八分斤之三用互乘法將三十二分斤之二十變為二百五十六分斤之一百六十將八分斤之三變為二百五十六分斤之九十六兩數相減餘二百五十六分斤之六十四合前整數共得



七斤又二百五十六分斤之六十四為餘數也。如用約法則為七斤零四分斤之一。蓋二百五十六為四倍六十四。今以六十四為一分則二百五十六自得四分也。其餘幾種零分內有兩分母相同。或兩分母乘出之數與餘一分母相同。俱照同分母之例減之。故不再設。或零分有四種五種者亦俱倣此。此幾種零分相減之法也。如以真數明之。其九斤零八分斤之七。即

九斤十四兩也。內減二斤零四分斤之一。是減去二斤四兩。又減去八分斤之三。是又減去六兩也。餘七斤零四兩。即七斤零四分斤之一也。蓋一斤分爲四分。則每一分得四兩。今七斤零四兩。故謂七斤零四分斤之一也。

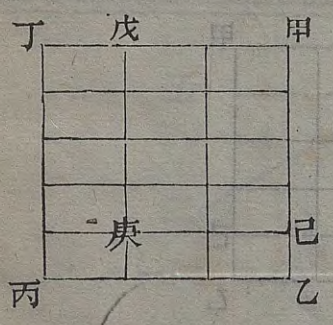
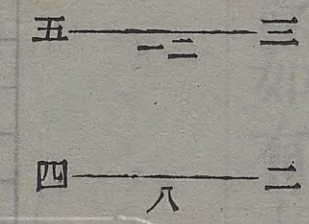
乘法

零分與零分相乘者。兩分母兩分子各相乘。所得之數。即乘出之分也。

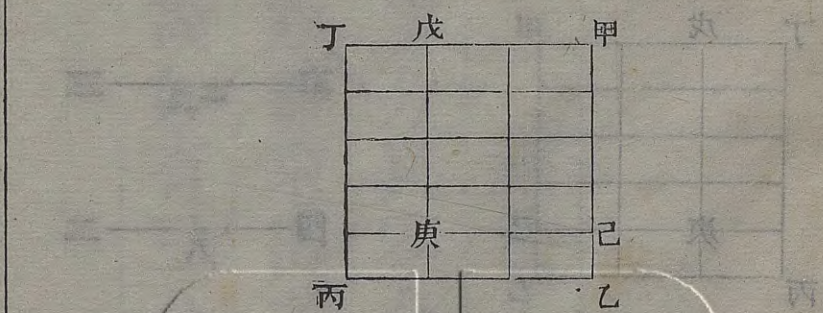
設如有三分丈之二與五分丈之四相乘。問得幾何。
 法以兩分母三五相乘得十五分。爲乘出之分母。又以兩分子二四相乘得八

分。爲乘出之分子。即定爲十五分丈之八爲所得之數也。今以圖明之。如甲乙

爲一丈。而甲丁亦爲一丈。作一甲乙丙



丁正方形。將甲丁分爲三分。甲乙分爲五分。內共容十五分。即共母數。乃兩分母三與五乘出之數也。其甲丁之三分之二爲甲戊。甲乙之五分之四爲甲己。二數相乘。得甲己庚戊長方形。內容八分。即共子數。乃兩分子二與四乘出之



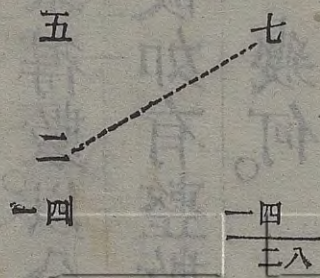
數也。甲乙丙丁正方形與甲己庚戌長方
 相較。即知甲己庚戌長方為甲乙丙丁
 正方形中之十五分之八矣。此零分乘零
 分之法也。如以真數明之。其三分丈之
 二。即六尺六寸六分六釐有
 餘也。其五分丈之四。即八尺也。相乘得
 五十三尺三寸三十三分三十三
 釐有餘。即十五分丈之八也。蓋一丈正
 方。內容百尺。分為十五分。則每一分得
 六尺六寸六分六釐有
 餘。今得其八分。即五十三尺三十三寸
 三十三分三十三
 釐有餘也。

零分與整數相乘者。分子乘整數而以分母歸之。即

所得之數也

設如有七人。每人賞銀五分兩之二。問共得若干。

法以分子二與七人相乘得十四。以分
 母五歸之。得二兩八錢。即七人共得之
 數也。蓋五分兩之二。是一兩分為五分
 而得其二分也。一人得二分。則七人必
 共得十四分。既以一兩分為五分。今滿
 五分收為一兩。故以五歸十四得二兩
 八錢為共數。此零分與整數相乘之法



也。

整數帶零分與整數乘者。先將整數俱通為零分。相乘得數。以分母自乘之數除之。即得。

設如有整數二丈又四分丈之一。與八丈相乘。問得幾何。

$$\frac{二丈四}{一丈九}$$

$$\frac{八丈〇}{三二}$$

法以整數二丈。用分母四通為八分。加入分子一。共得九分。又以整數八丈。用分母四通為三十二分。乃與九分相乘得二百八十八分。以分母四自乘之一

$$\frac{二九八}{三八}$$

$$\frac{八八八〇}{一六八六三〇}$$

十六除之。得一十八。即定為一丈正。方一十八。為所得之數也。此法蓋以一丈通為四分。是四四自乘之數。始合一丈自乘之數。故一十六者。即分母四自乘之數。未乘之先。既以四通之。故相乘之後。必以四四自乘之數收之。乃得真數。此整數帶零分與整數相乘之法也。如真數明之。其二丈又四分丈之一。即二丈二尺五寸。與八丈相乘。即得一十八丈也。

整數帶零分與零分乘者。先將整數通為零分。相乘得數。以分母自乘之數除之。即得。

設如有整數二丈。又五分丈之四。與零分五分丈之三相乘。問得幾何。

二丈五 四
-四

〇 五 三

法以整數二丈。用分母五通為十分。加八分子四。得十四分。乃與零分分子三相乘得四十二。以分母五自乘之二十五除之。得一六八。即定為一丈正方一。又一尺正方六十八。為所得之數也。此

四三二
一四

八
〇〇〇
六
〇〇〇
一五二五七五三
二四二二一〇

法蓋以一丈通為五分。是五五自乘之數。始合一丈自乘之數。故以二十五除之。又二丈之零分五分之二。與所乘之零分五分之二為同母。故用此法。如兩零分分母不同。則先將兩零分用互乘法變為同母。然後用所變之分母化整為零。再與彼一零分相乘得數。以所變之分母自乘之數除之。即得乘出之數。

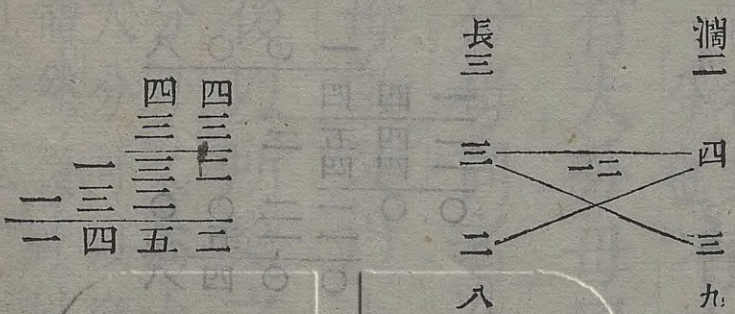
法見下節。此整數帶零分與零分相乘之法

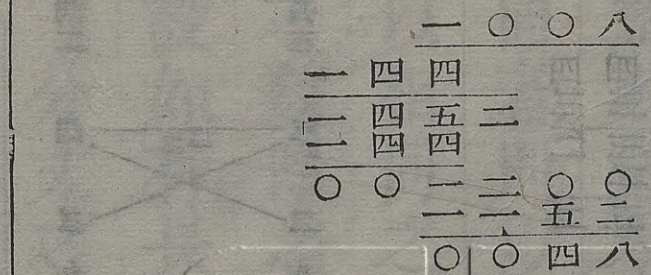
也。如以真數明之。其二丈又五分丈之四。即二丈八尺也。其五分丈之三。即六尺也。以六尺與二丈八尺相乘。即得一丈六十八尺也。

整數帶零分與整數帶零分相乘而零分之分母不同者。則以兩零分之分母。用互乘法齊其數。然後各以相同之分母。化整為零。兩數相乘。再以同母自乘之數除之。即得。如所帶零分本為同母者。可省互乘。
設如有長方田闊二丈又四分丈之三。長三丈又三分丈之二。求積。

法以兩分母四三。相乘得一十二。為共

母數。以前分母四。乘後分子二。得八。以後分母三。乘前分子三。得九。為兩分子數。乃以共母數十二。化闊二丈為二十四分。加入分子九。得三十三分。為闊邊所變之分數。又以共母數十二。化長三丈為三十六分。加入分子八。得四十四分。為長邊所變之分數。爰以闊三十三分。與長四十四分相乘。得一千四百五十二。乃以共母數十二。自乘之一百四





十四除之得一。〇。〇。八。餘四八不盡。卽定爲一丈正方十。一尺正方八。零一百四十四分尺之四十八。約爲三分尺之一。爲所得之數也。此整數帶零分與整數帶零分相乘之法也。如以真數明之。其闊二丈又四分丈之三。卽二丈七尺五寸也。其長三丈又五分丈之二。卽三丈六尺六寸六分六釐有餘也。以二丈七尺五寸與三丈六尺六寸六分六釐有餘相乘。卽得一十丈零八尺有餘也。

大分下又帶小分相乘者其例有四。所謂大分下帶小分者。是將大

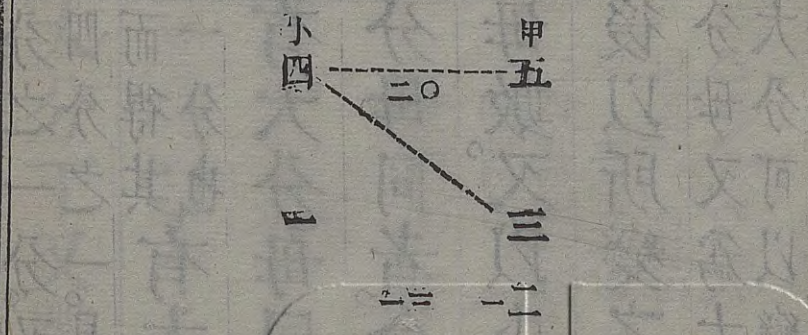
分之一分。又分爲幾分。如大分五分之三。又帶小分四分之二。是將大分五分之三之一分。又分爲四分而得其一分也。有大小分母俱同者。有大小分母俱不同者。

有大分母同而小分母不同者。有大分母不同而小分母同者。今以一法馭之。總以小分母通大分母爲母數。又以小分母通大分子。加入小分子爲子數。然後以所變之兩母數兩子數對乘卽得。總以小分母通之者。蓋小

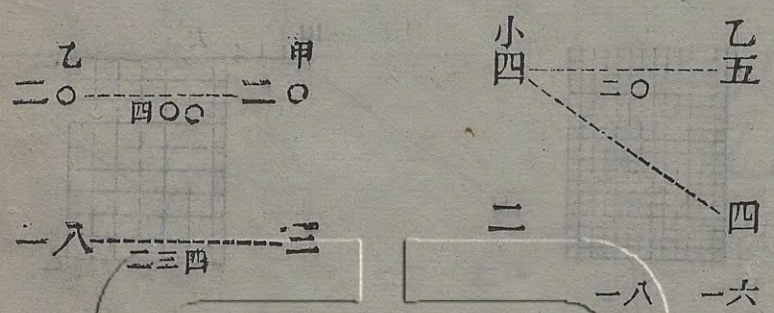
分母又爲大分母之每一分之幾分。小分不能使大分母可以變小。使大分母大分子俱變爲小分母一體。然後可以相乘。乘之卽所以通之也。設法中以度數明之。其理自顯。

設如有甲數五分女之三。又帶此一分之四分之一。

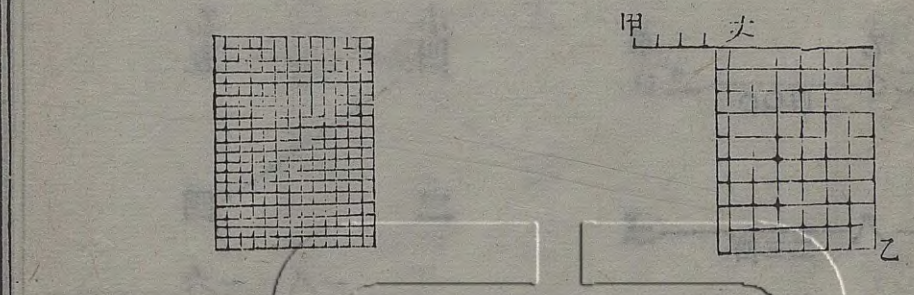
與乙數五分丈之四。又帶此一分之四分之二相乘。問得幾何。此大小分母俱同者也。



法以甲數小分母四。通大分母五。得二十。仍以小分母四。通大分子三。得一十二。再加入小分子一。得一十三。共得二十分之十三。為甲大小分所變之數。又以乙數小分母四。通大分母五。得二十。仍以小分母四。通大分子四。得一十六。再加入小分子二。得一十八。共得二十



分之十八。為乙大小分所變之數。然後以甲所變之分母二十。與乙所變之分母二十相乘。得四百。為乘出之分母。又以甲所變之分子十三。與乙所變之分子十八相乘。得二百三十四。為乘出之分子。即定為四百分之二百三十四。為所得之數也。此法甲乙之小分母俱為四。故將其大分母之每分。亦俱化為四分。又將大分子之每分。亦俱化為四分。使大分與小分之子母一體。然後乘之。今以度數明之。甲之五分丈之三。乃一丈內之六



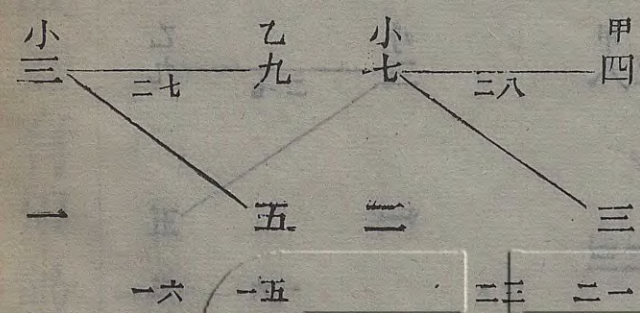
尺其所帶小分之四分之一。乃二尺內之五寸。是甲數共為六尺五寸。乙之五分丈之四。乃一丈內之八尺。其所帶小分之四分之二。乃二尺內之一尺。是乙數共為九尺六尺五寸。與九尺相乘。得五十八尺五寸。是一丈正。方為一百尺。而得其五十八尺。又小餘五寸也。若以分母四乘一百尺。得四百分。又乘得數五十八尺五寸。得二百三十四分。故為四百分之二百三十四也。若以尺隨寸命之。則五十八尺五寸。又為五千八百五十七寸。以大分每一分通為小分四分。則每一千寸分為四分。每分得二百五十五寸。以二百五十五寸歸五千八百五十五寸。得二十三寸四分。乃四十分中之二十三。又小零分之四分。進而命為丈。則為四百分丈之二百三十四也。

設如有甲數四分丈之三。又帶此一分之七分之二。

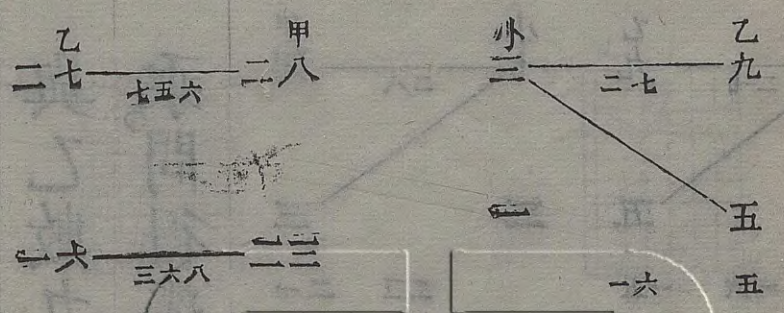
與乙數九分丈之五。又帶此一分之三分之一相

乘。問得幾何。

此大小分母俱不同者也。



法以甲數小分母七。通大分母四。得二十八。仍以小分母七。通大分子三。得二十一。再加八小分子二。得二十三。共得二十八分之二十三。為甲大小分所變之數。又以乙數小分母三。通大分母九。得二十七。仍以小分母三。通大分子五。

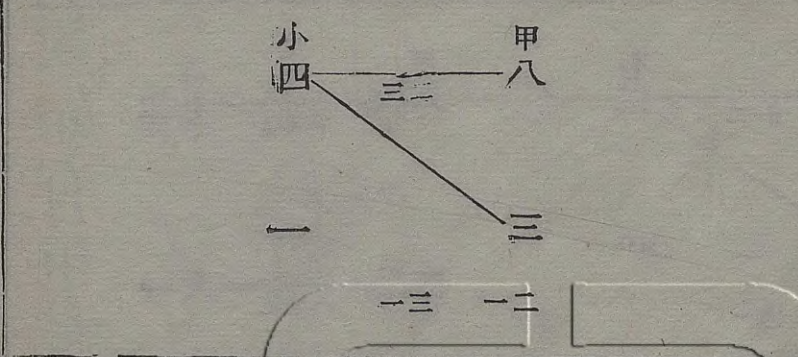


得一十五。再加入小分子一。得一十六。共得二十七分之一十六。為乙大小分所變之數。然後以甲所變之分母二十八。與乙所變之分母二十七相乘。得七百五十六分。為乘出之分母。又以甲所變之分子二十三。與乙所變之分子一十六相乘。得三百六十八分。為乘出之分子。即定為七百五十六分丈之三。三百六十八。為所得之數也。如以真數明之。甲四分丈之三。

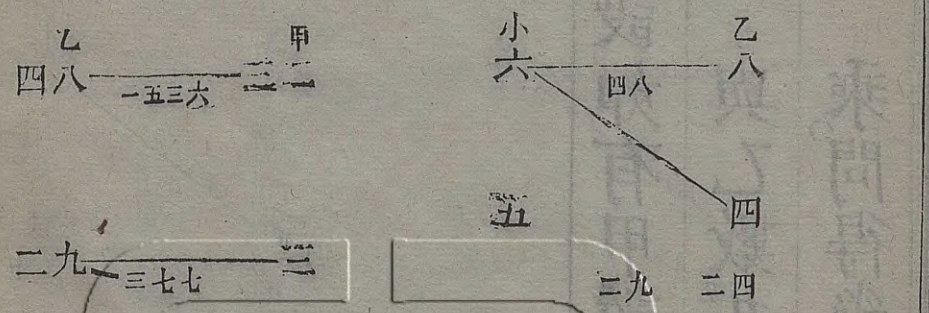
即一丈內之七尺五寸。又帶小分七分之二。即二尺五寸內之七寸一分四釐。二豪有餘。是甲數共為八尺二寸一分四釐。二豪有餘也。乙九分丈之五。即一丈內之五尺五寸五分五釐五豪有餘。又帶小分三分之一。即一尺一寸一分一釐一豪有餘。內之三寸七分零三豪有餘。是乙共為五尺九寸二分五釐九豪有餘也。兩數相乘。得四百八十八尺六十七寸六十五分有餘。即七百五十六分丈之三。三百六十八分也。如以七百五十六分除三百六十八分。亦得四十八尺六十七寸六分。為一百尺。則三百六十八分。自得四十八尺六十七寸六十五分有餘也。

設如有甲數八分丈之三。又帶此一分之四分之

與乙數八分丈之四。又帶此一分之六分之五相乘。問得幾何。此大分母同。而小分母不同者也。



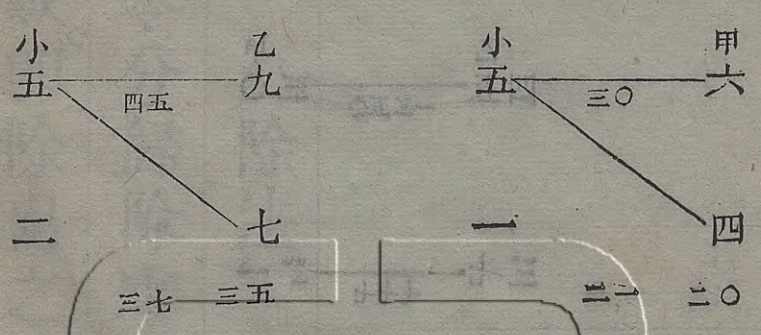
法以甲數小分母四。通大分母八。得三十二。仍以小分母四。通大分子三。得一十二。再加入小分子一。得一十三。共得三十二分之一十三。為甲大小分所變之數。又以乙數小分母六。通大分母八。得四十八。仍以小分母六。通大分子四。得二十四。再加入小分子五。得二十九。



共得四十八分之二十九。為乙大小分所變之數。然後以甲所變之分母三十二。與乙所變之分母四十八相乘。得一千五百三十六分。為乘出之分母。又以甲所變之分子十三。與乙所變之分子二十九相乘。得三百七十七分。為乘出之分子。即定為一千五百三十六分之三百七十七。為所得之數也。如以真數明之。甲八分丈之三。即三尺七寸五分。又帶此一分之四分之三。即三寸一分二釐。

五豪。是甲數共為四尺零六分二釐五豪也。乙八分丈之四。即五尺。又帶此一分之六分之五。即一尺零四分一釐六豪有餘。是乙數共為六尺零四分一釐六豪有餘也。兩數相乘。得二十四尺五十四寸四十二分有餘。即一千五百三十六分丈之三。百七十七也。如以一千五百三十六分。除三百七十七分。亦得二十四尺五十四寸四十二分。不盡之數。蓋一千五百三十六分。為一百尺。則三百七十七分。自得二十四尺五十四寸四十二分。二分有餘也。

設如有甲數六分丈之四。又帶此一分之五分之一。與乙數九分丈之七。又帶此一分之五分之二相乘。問得幾何。此大分母不同。而小分母同者也。



法以甲數小分母五。通大分母六。得三十。仍以小分母五。通大分子四。得二十。再加入小分子一。得二十一。共得三十分丈之二十一。為甲大小分所變之數。又以乙數小分母五。通大分母九。得四十五。仍以小分母五。通大分子七。得三十五。再加入小分子二。得三十七。共得四十五分之三十七。為乙大小分所變之數。然後以甲所變之分母三十。與乙

所變之分母四十五相乘得一千三百五十分。為乘出之分母。又以甲所變之分子二十一與乙所變之分子三十七相乘得七百七十七分。為乘出之分子。即定為一千三百五十分之七百七十七。為所得之數也。如以真數明之。甲六寸六分六釐六豪有餘。又帶此一分之五分之一。即三寸三分三釐三豪有餘。是甲數共為六尺九寸九分九釐九豪有餘也。乙九分丈之七。即七尺七寸七分七釐七豪有餘。又帶此一分之五分之二。即四寸四分四釐四豪有餘。是乙

甲 三〇
乙 四五

一 一
二 一
三 七
七 七

除法

數共為八尺二寸二分二釐二豪有餘也。兩數相乘得五十七尺五寸五分。十五分有餘。即一千三百五十分丈之七百七十七也。如以一千三百五十分除七百七十七分。亦得五十七尺五寸五分。五十分不盡之數。蓋一千三百五十分。為一百尺。則七百七十七分。自得五十七尺五寸五分。有餘也。

零分歸除零分者。兩分母兩分子各自除之。所得之

數。即除出之分也。如有奇零不盡者。用互乘法齊之。

即得分數。其比例與除出之法同。

設如有九分丈之二以三分丈之一除之求得幾何。

法以九分丈之二為實三分丈之一為除

法以法分母三除實分母九得三為除

出之分母又以法分子一除實分子二

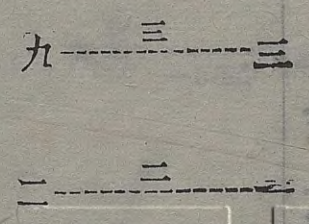
仍得二為除出之分子即定為三分丈

之二為所得之數也此法即乘法內兩

分母兩分子各相乘為所得之數者轉

用之耳此零分除零分之法也

又法以互乘代除以實分母九乘法分



子三得九為除出之分母又以法分母

三乘實分子二得六為除出之分子共

得九分丈之六即所求之數也此法與

前法所得之分母分子之數雖不同而

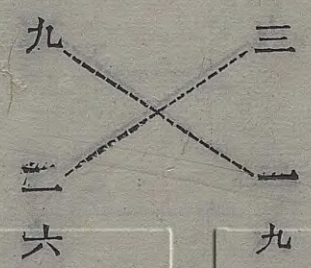
理則一前法之三分之二與此法之九

分之六其比例實同蓋前法以法除實

其得數為減分之比例此法以兩數互

乘其得數為加分之比例故九分之六

即三分之二也但法中不用兩分母相



乘之數省去一層耳。如欲明晰其故。則以兩分母九與三相乘。得二十七。法分母二與實分子二相乘。得六。實分母九與法分子一相乘。得九。是將三分之一變為二十七分之九。將九分之二變為二十七分之六。其兩分母既等。則其兩分子自成比例。故九與六之比。即同於三與二之比。九分之六。以三約之。非三分之二耶。如以真數明之。實九分丈之二為而積。即二十二尺二十

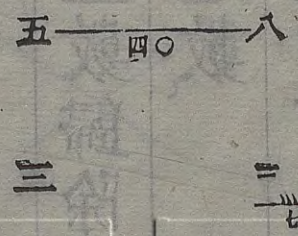
二寸二十二分。二十二釐有餘也。法三分丈之一為邊線。即三尺三寸三分三釐有餘也。除之得六尺六寸六分六釐有餘。即三分丈之二也。如以三分除二分。亦得六尺六寸六分六釐不盡之數。蓋三分為一丈。其二分自得六尺六寸六分六釐有餘也。

整數歸除零分者。分母通整數以除分子。即得所求之數。

設如有五分丈之三。以八丈除之。求得幾何。

法以分子三為實。以分母五通整數八丈。得四十為法除之。得七寸五分。即所

求之數也。此法以五分乘八丈者。是分母通整數。將每丈俱通為五分也。八丈既通為四十分。則五分之三之每一分。即與四十分中之每一分同等。然而零數三分。以四十分除之。而得七寸五分者。則又為變分為尺寸之比例矣。四十分與一丈之比。即同於三分與七寸五分之比。此整數除零分之法也。



零分歸除整數者。分母通整數。而以分子除之。即得

所求之數

設如有六丈。以三分丈之二除之。求得幾何。

法以分母三。通整數六丈。得一十八為實。以分子二為法除之。得九丈。即所求之數也。此法以三分乘六丈者。是將每丈俱通為三分也。六丈既通為十八分。則十八分中之每一分。與三分之二之每一分同等。故以分子二除十八。得九丈。此零分除整數之法也。

整數帶零分歸除整數者。先將法實之兩整數。俱通為零分。而於法中加入分子除之。即得。
 設如有二十四丈。以二丈零三分丈之二除之。求得幾何。

法以分母三。通二十四丈。得七十二為實。又以分母三。通二丈。得六。加入分子二。得八為法。除之。得九丈。即所求之數也。此法以分母三。通實二十四丈。是將實之每丈。俱化為三分也。又以分母三。

通法二丈。是將法之每丈。亦俱化為三分也。兩整數俱化為同等。則法實一體。故法除實。而得所求之數也。此整數帶零分除整數之法也。

整數歸除整數帶零分者。先將法實之兩整數。俱通為零分。而於實中加入分子。以法除之。即得。

設如有二丈零三分丈之二。以二十四丈除之。求得

幾何。即以前法數目作題者。取其易明也。

法以分母三。通二丈。得六。加入分子二。

四丈〇〇七二

二丈三二八

一〇三八
〇三八七〇
二〇二八七〇
七七八〇

得八為實。又以分母三。通二十四丈得七十二為法除之。得一尺一寸一分不盡。約為九分丈之一。即所求之數也。此法以分母三通法實之兩整數者。是將兩整數之每丈。俱通為三分也。一得七十二分。一得八分。以七十二與八之比。即同於九與一之比。故約為九分之一。且以七十二除八。得一。一不盡之數。定為一尺一寸一分有餘者。蓋七十二

分與一丈之比。即同於八分與一尺一寸一分有餘之比也。此整數除整數帶零分之法也。

整數帶零分歸除零分者。先將整數通為零分。加入分子除之即得。

設如有五分丈之四。以三丈零八分丈之一除之。求得幾何。

法以五分丈之四為實。以法之分母八通三丈。得二十四。加入分子一。得二十

三八 一
二五

○ 五
四

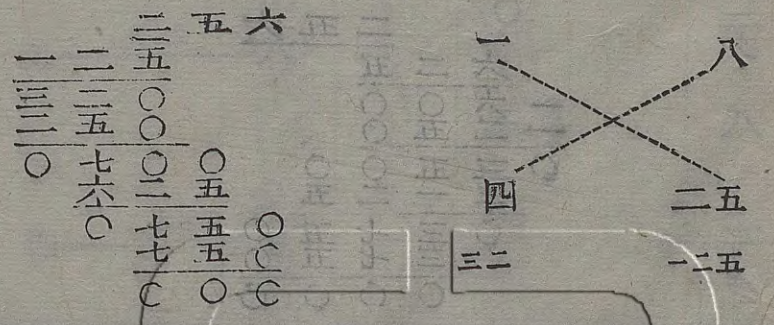
八
六二五
五
四 一六〇 二五

五。共得八分丈之二十五為法。用兩分母兩分子各自歸除之法。以法分母八除實分母五得六二五為除出之分母。以法分子二五除實分子四得一六〇。為除出之分子。乃以所得之分母除所得之分子。得二尺五寸六分。即所求之數也。蓋法之三丈又八分丈之一。乃三丈一尺二寸五分也。實之五分丈之四。乃八尺也。以三丈一尺二寸五分歸除

六
五
二五〇〇二七
二〇五五二
六六二二三
一〇

八尺。每丈得二尺五寸六分。是三丈一尺二寸五分與一丈之比。即同於八尺與二尺五寸六分之比也。今以分母六二五除分子一六〇。亦得二尺五寸六分。是六二五與一丈之比。即同於一六〇與二尺五寸六分之比也。然六二五與三丈一尺二寸五分之比。又即同於一六〇與八尺之比。而皆為加倍之比也。此整數帶零分除零分之法也。又

或整數通為零分加入分子之後。以法除實而數有奇零不盡者。則用互乘代除之法。如前數已將整數通為八分丈之二十五為法。乃以實分母五。乘法分子二十五。得一百二十五。為除出之分子。又以法分母八。乘實分子四。得三十二。為除出之分子。乃以所得之分母。除所得之分子。亦得二尺五寸六分。蓋一百二十五分與一丈之比。即同於三十二分與二尺五寸六分之比也。後法之有奇零數而用互乘代除者。皆同此例。

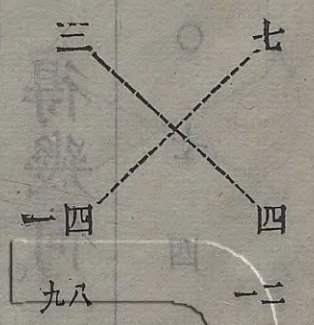


零分歸除整數帶零分者。先將整數通為零分。加入分子。以法除之。即得。
 設如有四丈又三分丈之二。以七分丈之四除之。求得幾何。

〇七四

法以實之分母三。通四丈。得十二。加入分子二。得十四。共得三分丈之十四。為實。以七分丈之四為法。用互乘代除之。

四丈三 二四



法以實分母三乘法分子四得十二為
 除出之分母以法分母七乘實分子一
 十四得九十八為除出之分子乃以所
 得之分母除所得之分子得八尺仍餘
 二不盡命為十二分尺之二以法約之
 為六分尺之一共得八尺零六分尺之
 一即所求之數也蓋十二與一尺之比
 即同於九十八與八尺有餘之比也此
 零分除整數帶零分之法也

八三八六二
 二九九〇

整數帶零分歸除整數帶零分者先各以整數通為
 零分加入分子而以法除實即得

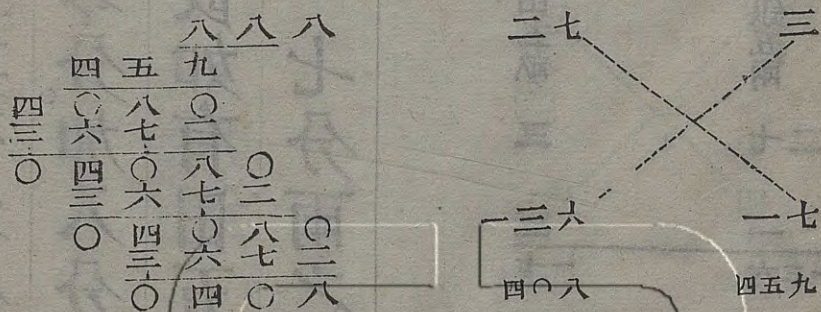
設如有田五畝又三分畝之二共租銀五兩又二十
 七分兩之一求每畝得租銀幾何

田五畝 三 二七
 一三七

銀五兩 七 一六
 二 一三六

法以銀分母二十七通五兩得一百三
 十五加入分子一得一百三十六共得
 二十七分兩之一百三十六為實又以
 田分母三通五畝得十五加入分子二
 得十七共得三分畝之十七為法用互

乘代除之法。以銀分母二十七。乘田分子一十七。得四百五十九。為除出之分子。以田分母三。乘銀分子一百三十六。得四百零八。為除出之分子。乃以所得之分母。除所得之分子。得八錢八分八釐零四百五十九分釐之四百零八。即每畝所租之銀數也。蓋四五九與一兩之比。即同於四〇八與八錢八分八釐有餘之比也。此整數帶零分除整數帶有餘之比也。



零分之法也。

大零分下又帶小零分相除者。其例有四。

有大小分母俱同者。

有大小分母俱不同者。有大分母同而小分母不同者。有大分母不同而小分母同者。

今以一

法馭之。總以小分母通大分母為母數。又以小分母

通大分子。加入小分子為子數。然後以所變之子母

數。用互乘代除之法歸之。即得。

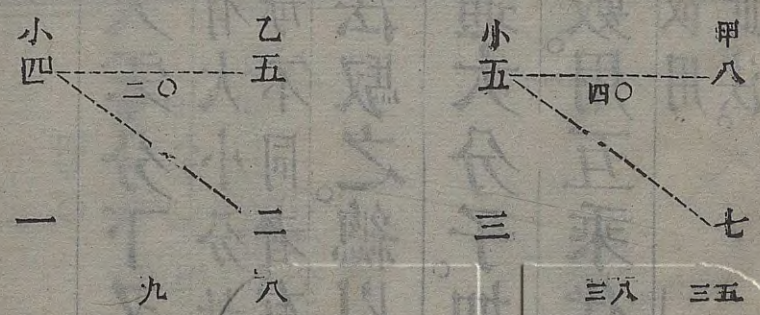
如用子母各自對除亦得。但恐數有奇零。

故用此法。

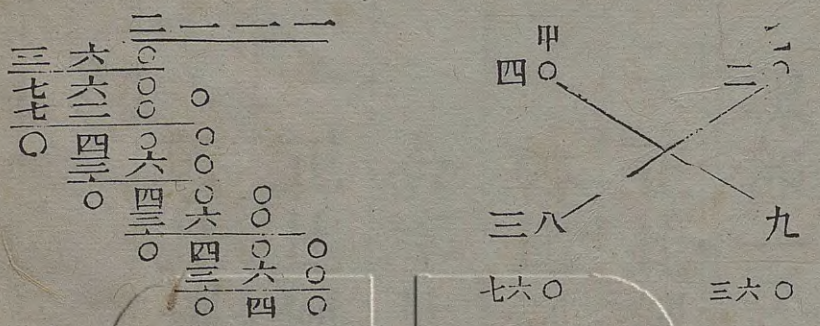
設如有甲八分丈之七。又帶此一分之五分之三。以

乙五分丈之二。又帶此一分之四分之三。求

得幾何。



法以甲小分母五。通大分母八。得四十。仍以小分母五。通大分子七。得三十五。再加入小分子三。得三十八。共得四十分丈之三十八。為甲大小分所變之數。以之為實。又以乙小分母四。通大分母五。得二十。仍以小分母四。通大分子二。得八。再加入小分子一。得九。共得二十分丈之九。為乙大小分所變之數。以之



為法。然後用互乘代除之法。以甲所變之分母四十。乘乙所變之分子九。得三百六十。為除出之分母。又以乙所變之分母二十。乘甲所變之分子三十八。得七百六十。為除出之分子。乃以所得之分母三百六十。除所得之分子七百六十。得二尺一寸一分一釐零三百六十。分釐之四十。約為九分釐之一。即所求之數也。蓋三六〇與一尺之比。即同於

七六〇與二尺一寸一分一釐有餘之
 比也。此大零分下帶小零分相除之法
 也。其分母分子俱同。及分母同而分子
 不同。分母不同而分子同者。皆用此
 例。故不
 重設。

御製數理精蘊下編卷三

線部一

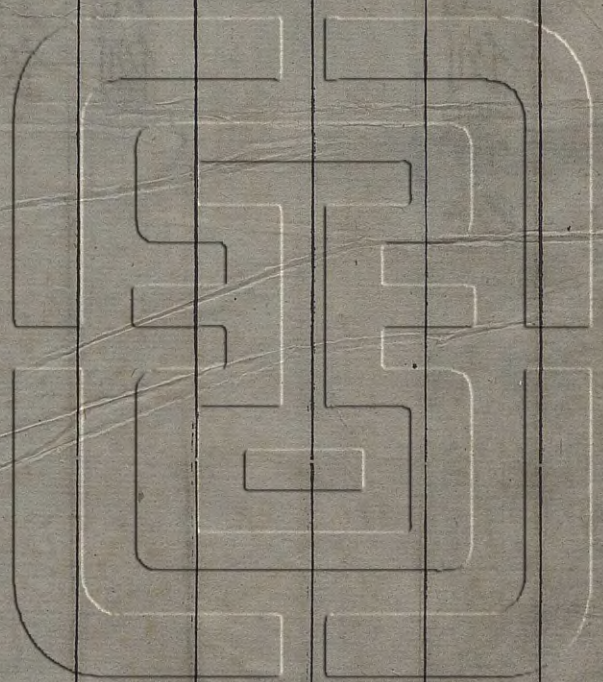
正比例

轉比例

合率比例

正比例帶分

轉比例帶分



比例

凡物彼此相形。並之而用加。較之而用減。聚之而用乘。散之而用除。觀之不過兩率。然乘除之間四率之理。已默寓其中。如因乘法曰人幾何。每人得物幾何。求總物幾何。則是每一人得物幾何。與幾何人共得物幾何。相比而成四率。乃自小而得大者也。如歸除命法曰有物幾何。命幾何人分之。每人得物幾何。則是共人幾何。共物幾何。與每一人得物幾何。相比而成四率。乃自大而得小者也。蓋因命數以一人為

法。故乘與除各省其率耳。是雖名為乘除。而實為相
此之四率也。至於比例正法。則所該甚廣。大而推步
七政天行。測量高深廣遠。小而量功命事。度大移小。
無一非由比例而得。蓋以兩數為比例。用今有之數。
卽可以得未有之數也。比例之理。雖分相連相當二
種。而相當比例之中。實又兼相連比例相當比例一
率比二率。如三率比四率。而相連比例首率比中率。
若中率比末率者。卽是中率為二率。而又為三率也。
盡人皆知線有線之比例。面有面之比例。體有體之

比例。殊不知差分盈朒方程借衰疊借之類。正皆比

例之屬也。然此類中有合數之比例。分數之比例。均

數之比例。借數之比例。非條分縷析。各項專論。則不

備。故仍舊各自為類。而獨於比例中最切者。詳明其

理。以列法焉。其法一名異乘同除。或名為準測。以原

有之兩件相除。故為同除。以今有之一件乘之。故為

異乘。如先乘而後除亦同。而今則質言之曰正比例。蓋以原有

之兩件為一率二率。以今有之一件為三率。而所求

之一件則為四率也。一名為同乘異除。或名為變測。或名為互視。

或名爲
逆單。

以原有之兩件相乘。故爲同乘。以今有之一
件除之。故爲異除。而今則質言之曰轉比例。蓋以原
有之兩件爲二率三率。以今有之一件爲一率。而所
求之一件則爲四率也。然論其乘除之名雖異。究其
比例之理則一而已。今以數明之。如原有之兩數爲
二與四。今有之一數爲八。以原有之二作一率。原有
之四作二率。今有之八作三率。卽得今所求之四率
爲十六。而一率二與二率四之比。卽三率八與四率
十六之比。爲相當之比例也。如原有之兩數爲八與

四。今有之一數爲十六。以原有之八作一率。原有之
四作三率。今有之十六作二率。卽得今所求之四率
爲二。而一率十六與二率八之比。卽三率四與四率
二之比。或以一率十六與三率四之比。卽同於二率
八與四率二之比。皆爲相當之比例也。總之乘除之
名有異同。四率之列有更換。而旣成比例之後。其理
無不歸於大同。由此引伸觸類。推而廣之。有合幾四
率而爲一四率者。則名爲同乘同除。或名爲重測。或
名爲順較逆較
而今則質言之曰合率比例。蓋其理亦不過合幾乘

而為一乘。合幾除而為一除。各按四率。參互錯綜。豈能出於比例之外哉。凡此各種比例。俱設數例於後。以明立法之根。加之解說。以廣用法之意。

正比例

設如有銀買米。每米一石。銀八錢。今買米二百四十石。問共該銀若干。

- 一率 一石
- 二率 八錢
- 三率 二百四十石
- 四率 一百九十二兩

法以米一石為一率。銀八錢為二率。今買米二百四十石為三率。二三率相乘。一率除之。得四率一百九十二兩。即共銀數也。蓋一石與二百四十石。為加二百四十倍。而八錢與一百九十二兩。亦為加二百四十倍。

見幾何原本六卷第十五節。

故一

- 一率 一石
- 二率 八錢
- 三率 二百四十石
- 四率 一百九十二兩

石與八錢之比。即同於二百四十石與一百九十二兩之比也。此法一率是一。止用八錢乘二百四十石亦得。但為明正比例之理。故首設一二易法。使人好推尋也。

設如有銀買米。每銀一兩買米一石三斗。今有銀三百二十兩。問共買米若干。

- 一率 一兩
- 二率 一石三斗
- 三率 三百二十兩
- 四率 四百一十六石

法以銀一兩為一率。米一石三斗為二率。今銀三百二十兩為三率。二三率相乘。一率除之。得四率四百一十六石。即共米數也。蓋一兩與一石三斗之比。即同於三百二十兩與四百一十六石之比也。

設如有銀賞人。每三人賞銀一兩八錢。今有二百四十人。問共該銀若干。

- 一率 三人
- 二率 一兩八錢
- 三率 二百四十人
- 四率 一百四十四兩

法以三人為一率。一兩八錢為二率。今有二百四十人為三率。二三率相乘。一率除之。得四率一百四十四兩。即共銀數也。蓋三人與一兩八錢之比。即同於二百四十人與一百四十四兩之比也。

設如有穀換米。每穀一石四斗。換米八斗四升。今有穀三十二石六斗八升。問換米若干。

法以穀一石四斗為一率。米八斗四升為二率。今有穀三十二石六斗八升為三率。二三率相乘。一率除之。得四率一十九石六斗零八合。即所換共米數也。蓋穀一石四斗與米八斗四升之比。即同於穀三十二石六斗八升與米一十九石六斗零八合之比也。

一率 穀石四

二率 米八斗四升

三率 穀三十二石六斗八升

四率 米一十九石六斗零八合

設如天上二度。當地面四百里。今七度。該里數若干。

法以原有之二度為一率。四百里為二率。今有之七度為三率。二三率相乘。一率除之。得四率一千四百里。即七度之里數也。蓋一率二與二率四之比。為加一倍。而三率七與四率十四之比。亦為加一倍。故二率得一率中之幾分之幾。則四率亦得三率中之幾分之幾。而為相當比例四率也。

一率 二度

二率 四百里

三率 七度

四率 一千四百里

設如一星一日內行一度三十分。今問八刻內應行若干。

- 一率 九十六刻
- 二率 九十分
- 三率 八刻
- 四率 七分半

法以原數一日變作九十六刻爲一率。一度三十分變作九十分。一度作六十分。加入三十分。共九十分。爲二率。今星行八刻爲三率。二三率相乘。一率除之。得四率七分半。卽八刻內所行之數。蓋九十六刻與九十分之比。卽同於八刻與七分半之比也。然將日變爲刻者。因每日九十六刻。不

以十進位。又今所有者爲八刻。故以刻數與刻數相比也。度變爲分者。因每度六十分。亦不以十進位。而今八刻內所行者必爲分。故以分數與分數相比也。設如驗時儀算砲聲。自烟起至聞聲。計七秒。得五里。今得十四秒。問里數若干。

- 一率 七秒
- 二率 五里
- 三率 十四秒
- 四率 十里

法以七秒爲一率。五里爲二率。今得十四秒爲三率。二三率相乘。一率除之。得四率十里。卽十四秒之里數也。蓋七秒

與五里之比。即同於十四秒與十里之比也。

設如有羊四百六十隻。共賣銀八十二兩八錢。問每羊一隻。價銀幾何。

一率 四百六十隻

二率 八十二兩八錢

三率 一隻

四率 一錢八分

法以羊四百六十隻為一率。銀八十二兩八錢為二率。羊一隻為三率。推得四率一錢八分。即每羊一隻之價也。此法是一。止用羊四百六十隻歸除八十二兩八錢亦得。但列四率法中。不得不備其一體也。

設如有羊一羣。共二百四十隻。又生羔七十二隻。問加羊羣內十分之幾。

一率 二百四十隻

二率 十分

三率 七十二隻

四率 三分

法以羊二百四十隻為一率。十分為二率。今生羔七十二隻為三率。推得四率三分。即為加羊羣內十分之三也。蓋二百四十與十分之比。即同於七十二與三分之比。若將二百四十作十分。每分得二十四。將羊羔七十二作三分。每分亦得二十四。總而約之。故為十分之三。

也。

設如有田科糧。每三畝科糧八斗四升。今有四千六百三十五畝。問得糧若干。

法以三畝為一率。八斗四升為二率。今

有四千六百三十五畝為三率。推得四

率一千二百九十七石八斗。即所得共

糧數也。蓋三畝與八斗四升之比。即同

於四千六百三十五畝與一千二百九

十七石八斗之比也。

一率 三畝

二率 八斗四升

三率 四千六百三十五畝

四率 一千二百九十七石八斗

設如用古量法。豆區釜皆以四進。有八十豆。當二十區。有二十區。當釜若干。

法以八十豆為一率。二十區為二率。又

為三率。推得四率五釜。即二十區所當

釜數也。此正比例中相連比例法也。蓋

因二十區與二十區相乘。得四百區。而

八十豆與五釜相乘。亦得四百區。二十

區既為二率。又為三率。故謂相連比例。

是以八十豆與二十區之比。即同於二

一率 八十豆
二率 二十區
三率 二十區
四率 五釜

十區與五釜之比也。

設如一商原有本銀三千兩。一年得利銀九百兩。今復將九百兩為本。問一年得利若干。

法以三千兩為一率。九百兩為二率。又為三率。推得四率二百七十兩。即九百兩所得之利也。此法以九百兩為二率。又為三率。蓋三千兩與九百兩之比。為三與九之比例。而九百兩與二百七十兩之比。亦為三與九之比例也。

一率 三千兩

二率 九百兩

三率 九百兩

四率 二百七十兩

轉比例

設如有田一畝。原闊八步。長三十步。今闊要十二步。問長得幾何。

一率 今闊十二步
 二率 原長三十步
 三率 原闊八步
 四率 今長二十步

法以今闊十二步為一率。原長三十步為二率。原闊八步為三率。二三率相乘。一率除之。得四率二十步。即今闊十二步之長也。此法以原有之兩數相乘。以今有之一數除之。而得今所求之數者。因乘出兩數相同故也。在正比例。原有

一率 今闊十二步
 二率 原長三十步
 三率 原闊八步
 四率 今長二十步

之兩件為一率二率。今有之一件為三率。而今所求之一件為四率。俱以原有之一件與今有之一件相乘。其積相同。在轉比例。則原有之兩件為二率三率。今有之一件為一率。而今所求之一件為四率。是原有之兩件相乘。今有之兩件相乘。其積相同。此兩法異同之故也。雖今闊比原闊多。而今長却比原長少。故原有之闊八步與長三十步相乘得二百

文開是

一率 今闊十二步
 二率 原長三十步
 三率 原闊八步
 四率 今長二十步

四十步。而今有之闊十二步與長二十步相乘。亦得二百四十步。其積既同。是以轉而比之。自成比例。蓋今闊比原闊多三分之一。今長比原長少三分之一。其比例相同。見幾何原本七卷第三節故今闊十二步與原闊八步之比。即同於原長三十步與今長二十步之比也。若借正比例論之。以原闊八步為一率。原長三十步為二率。今闊十二步為三率。一三率相乘。一

一率 今闊十二步
 二率 原長三十步
 三率 原闊八步
 四率 今長二十步

率除之得四率四十五步。則是今闊比原闊多。今長亦比原長多。所容積數亦多。而與一畝之數不合矣。故轉以今闊十二步為一率。原長三十步為二率。原闊八步為三率。而得四率二十步。是為一率與三率之比。同於二率與四率之比也。

設如有地寬二十丈。長一百二十丈。今換地寬三十丈。問長得幾何。

一率 今寬三十丈
 二率 原長一百二十丈
 三率 原寬二十丈
 四率 今長八十丈

法以今寬三十丈為一率。原長一百二十丈為二率。原寬二十丈為三率。二三率相乘。一率除之。得八十丈。即今寬三十丈之長也。此法原有之寬與長相乘。得二千四百丈。今有之寬與長相乘。亦得二千四百丈。其積既同。故轉而比之。自成比例。以今寬比原寬。以原長比今長。俱三與二之比例。是以今寬三十丈與原寬二十丈之比。即同於原長一百

二十丈與今長八十丈之比也。

設如傭工開渠。八人開之。二十日完。今加倍用十六人開之。問得幾日完。

- 一率 今十六人
- 二率 原二十日
- 三率 原八人
- 四率 今十日

法以今十六人爲一率。原二十日爲二率。原八人爲三率。二三率相乘。一率除之。得四率十日。卽十六人完工之日也。此法因工少而用日多。故加人使工多而用日少。蓋今十六人與原八人之比。卽今之工加一倍。而原二十日與今十

日之比。則今所得之日。亦必減一倍。故一率十六人與三率八人之比。卽同於二率二十日與四率十日之比也。

設如有地四百八十畝。八人耕之。十二日完。今用六人耕之。問得幾日完。

- 一率 今六人
- 二率 原十二日
- 三率 原八人
- 四率 今十六日

法以今六人爲一率。原十二日爲二率。原八人爲三率。二三率相乘。一率除之。得四率十六日。卽六人耕完之日也。此法人數日數不同。而所耕之田。則同爲

四百八十畝。而所用之工。又同為九十

六。故以八人論。一日八工。十二日則用

九十六工。以六人論。一日六工。十六日

亦用九十六工也。故轉用四率自成比

例。以一率六人與三率八人之比。即同

於二率十二日與四率十六日之比也。

設如眾軍支米。足用四年。則每人每月支米三斗。今

欲將四年之米。足用十二年。問每人每月應支幾

何。

一率 今六人

二率 原十二日

三率 原八人

四率 今十六日

法以今欲用十二年為一率。原支米三

斗為二率。足用四年為三率。二三率相

乘。一率四之。得四率一斗。即足用十二

年。每人每月應支之數也。此法支米多

則足用年數少。今支米少則足用年數

多。蓋四年與十二年之比。在年為加三

分之二。而三斗與一斗之比。在米又為

減三分之一。其比例固同也。

一率 今十二年

二率 原三斗

三率 原四年

四率 今一斗

設如木星十二年一周天。每年行三十度。土星則二

十八年一周天問每年行幾度。

法以土星所行一周二十八度為一率。

木星每年所行三十度為二率。木星所

行一周十二年為三率。二三率相乘。一

率除之。得四率十二度五十一分二十

五秒有餘。即土星每年所行之度數也。

蓋木星周天比土星年數少。而行度却

多。土星周天比木星年數多。而行度却

少。多得少而少反得多。故轉而比之。以

一率 土一周二十八度
二率 木每年行三十度
三率 木一周十二年
四率 土每年行十二度餘

二十八度與十二年之比。即同於三十度與十二度有餘之比也。

設如一人借人之絹。寬三尺。長二十四丈。今還絹寬四尺。問長該若干。

法以今絹寬四尺為一率。原絹長二十

四丈為二率。原絹寬三尺為三率。二三

率相乘。一率除之。得四率十八丈。即為

今所還寬四尺絹之長也。蓋原絹寬三

尺長二十四丈相乘。得七百二十尺。今

一率 今寬四尺
二率 原長二十四丈
三率 原寬三尺
四率 今長二十八丈

一率 今寬四尺

二率 原長二十四丈

三率 原寬三尺

四率 今長二十八丈

絹寬四尺長十八丈相乘亦得七百二十尺因其積數相同故今絹寬四尺與原絹寬三尺之比即同於原絹長二十四丈與今絹長十八丈之比也。

設如驗時儀墜子其繩長四尺四寸八分一釐二豪八絲四刻內來往共三千次今造一墜欲使來一秒往一秒問繩長若干。

法以四刻化三千六百秒為今墜子往來次數自乘得一千二百九十六萬次

為一率原墜繩長四尺四寸八分一釐

二豪八絲為二率以原墜往來三千次

自乘得九百萬次為三率二三率相乘

一率除之得四率三尺一寸一分二釐

即今所求墜繩之長也夫以四刻化秒

者蓋以所求之墜子欲其來一秒往一

秒也故秒數即次數四刻所化之秒即

今墜子在四刻內往來之次數也其比

例以次數自乘者因墜子往來之際已

一率 今長二千九百七十六

二率 原四尺四寸八分釐毫絲

三率 原寬三尺

四率 今長二十八丈

一率今五百九十二
 二率原長四十分釐毫絲
 三率原寬
 四率今長寸分釐

成平面形。故以往來之方數相比為面
 比面而原墜與今墜之長數相比為線
 比線。務使其類相當。而後可以相比也。
 是以今墜往來次數自乘與原墜往來
 次數自乘之比。即同於原墜長數與今
 墜長數之比也。然原墜於四刻內往來
 之次數少而墜却長。今墜於四刻內往
 來之次數多而墜却短。故以今墜之往
 來次數與原墜之往來次數為比。即同

於原墜之長與今墜之長為比。所以為
 轉比例也。

設如有正方池一面。每邊十二丈。今欲作寬八丈之
 池。使其池面積數與方池等。問長得幾何。

一率 今寬八丈
 二率 原長十二丈
 三率 原寬十二丈
 四率 今長十八丈

法以今池寬八丈為一率。原池長十二
 丈為二率。原池寬十二丈為三率。推得
 四率十八丈。即今欲作池之長也。此轉
 比例中相連比例法也。蓋原池方面每
 邊十二丈。其積一百四十四丈。即二率

一率 今寬八丈

二率 原長十二丈

三率 原寬十二丈

四率 今長十八丈

三率相乘之數今所得四率長十八丈與一率寬八丈相乘亦得一百四十四丈兩數相等故以一率今池寬八丈與三率原池寬十二丈之比即同於二率原池長十二丈與四率今池長十八丈之比也

設如原用金九兩係九成今用八成金折還當加幾兩。

法以今金八成為一率原金九兩為二

率原金九成為三率推得四率十兩零

一錢二分五釐內減九兩餘一兩一錢

二分五釐即八成金當加之數也此法

一率三率為體雖不同而數則一故亦

為相連此例蓋以原金九兩又係九成

相乘得十成金八兩一錢以今之八成

與所得十兩零一錢二分五釐相乘亦

得十成金八兩一錢是八成與九成之

比即同於九兩與十兩零一錢二分五

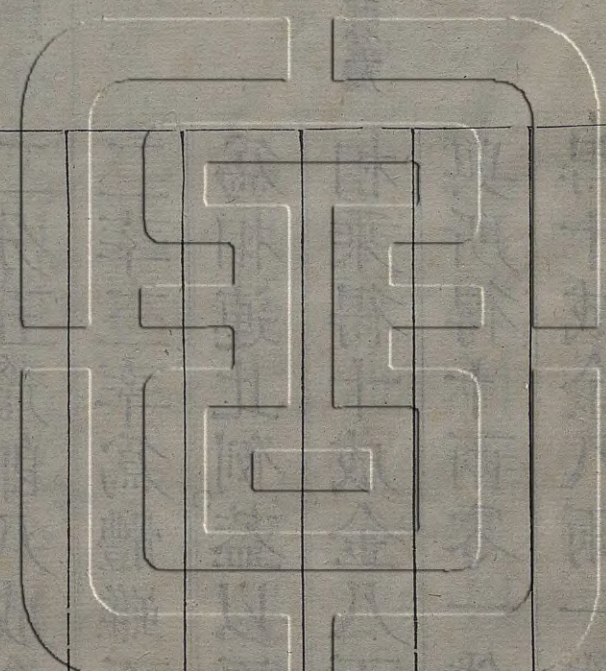
一率 今成

二率 原九兩

三率 原九成

四率 今零錢二分五釐

釐之比也。



合率比例

設如以夏布換棉布。但知每夏布三丈。價銀二錢。每棉布七丈。價銀七錢五分。今有夏布四十五丈。問換棉布若干。

一率 二兩二錢五分
二率 一兩四錢
總
三率 夏布四十五丈
四率 棉布二十八丈

法以夏布三丈。與棉布價銀七錢五分相乘。得二兩二錢五分。為一率。夏布價銀二錢。與棉布七丈相乘。得一兩四錢。為二率。夏布四十五丈。為三率。推得四率二十八丈。即夏布四十五丈所換之

一率 夏布三丈

二率 銀二錢

三率 夏布四十五丈

四率 銀三兩

一率 銀七錢五分

二率 棉布七丈

三率 銀三兩

四率 棉布二十八丈

棉布數也。此法乃兩比例合為一比例也。如分作兩比例明之。每夏布三丈價銀二錢。今夏布四十五丈。則價銀應得三兩。此一比例也。棉布價銀七錢五分。得棉布七丈。今夏布四十五丈之價三兩。則應得棉布二十八丈。此又一比例也。夫銀三兩原為夏布四十五丈之價。則夏布四十五丈所換之棉布二十八丈。價銀亦應三兩可知矣。蓋兩比例中。

一率 二兩二錢五分
二率 一兩四錢
總

三率 夏布四十五丈

四率 棉布二十八丈

一以三丈作一率。一以七錢五分作一率。故三丈與七錢五分相乘。得二兩二錢五分而為一率。是合兩一率而為一率也。一以二錢作二率。一以七丈作二率。故二錢與七丈相乘。得一兩四錢而為二率。是合兩二率而為一二率也。而後比例之三率。即前比例之四率。如以兩三率相乘為三率。則所得四率。亦為兩四率相乘之數。必須以前比例之

四率除之。方得後比例之四率。故即以夏布之四十五丈為三率。而得棉布之二十八丈為四率也。

設如以芝麻換黃米。但知每芝麻三石。換菜豆五石。每菜豆四石。換黃米三石。今有芝麻五十四石。問換黃米若干。

一率 十二石

二率 十五石

總 三率 芝麻五十四石

四率 黃米六十七石五斗

法以芝麻三石。與菜豆四石相乘。得十二石為一率。又以菜豆五石。與黃米三石相乘。得十五石為二率。芝麻五十四石為三率。推得四率六十七石五斗。即

一率 芝麻三石

二率 菜豆五石

三率 芝麻五十四石

四率 菜豆九十石

石為三率。推得四率六十七石五斗。即芝麻五十四石所換之黃米數也。此法亦兩比例合為一比例也。如分作兩比

例明之。每芝麻三石。換菜豆五石。則芝麻五十四石。必換菜豆九十石。此一比

例也。菜豆四石。換黃米三石。則菜豆九十石。必換黃米六十七石五斗。此又一

比例也。夫菜豆九十石。原為芝麻五十

四石所換。則菜豆九十石所換之黃米。

一率 菜豆四石

二率 黃米三石

三率 菜豆九十石

四率 黃米六十七石五斗

四石所換。則菜豆九十石所換之黃米。

即芝麻五十四石所換之黃米可知矣。蓋以兩比例之各一率相乘為一率兩比例之各二率相乘為二率者。即合兩次乘除為一次乘除也。

設如養兵七百名。每年額餉一萬二千六百兩。內有新著伍兵三百名。已應役七個月。問該餉銀若干。

一率 八千四百

二率 一萬二千六百兩

總

三率 二千二百

四率 三千一百五十兩

法以原養兵七百名。與十二個月相乘。得八千四百為一率。額餉一萬二千六百兩為二率。新兵三百名。與七個月相乘。得二千一百為三率。推得四率三千

一率 七百名

二率 一萬二千六百兩

三率 三百名

四率 五千四百兩

乘。得二千一百為三率。推得四率三千一百五十兩。即兵三百名七個月應得之餉銀數也。此法亦兩比例合為一比例也。如分作兩比例明之。兵七百名。得一萬二千六百兩。則兵三百名。應得五

一率 十二個月

二率 五千四百兩

三率 七個月

四率 三千一百五十兩

千四百兩。乃兵三百名十二個月應得之數。此一比例也。兵三百名十二個月應得五千四百兩。則七個月應得三千一百五十兩。此又一比例也。今以兩比例之各一率相

乘為一率。兩比例之各三率相乘為三率者。亦如兩比例之各一率二率相乘合為一一率二率也。

設如原有鵝八隻。換雞二十隻。又雞三十隻。換鴨九十隻。又鴨六十隻。換羊二隻。今有羊五隻。問換鵝幾何。

- 一率 三千六百隻
- 二率 萬四千四百隻
- 三率 羊五隻
- 四率 鵝十隻

法以所換羊二隻。與所換鴨九十隻相乘。得一百八十隻。再以所換雞二十隻乘之。得三千六百隻為一率。又以原鴨

- 一率 羊二隻
- 二率 鴨六十隻
- 三率 羊五隻
- 四率 鴨一百五十隻

六十隻。與原雞三十隻相乘。得一千八百隻。又以原鵝八隻乘之。得一萬四千四百隻為二率。今羊五隻為三率。推得四百隻為二率。今羊五隻為三率。推得四率二十隻。即羊五隻所換之鵝數也。此法乃三比例合為一比例也。如分作三比例明之。羊二隻換鴨六十隻。則羊五隻必換鴨一百五十隻。此一比例也。鴨九十隻換雞三十隻。則鴨一百五十隻必換雞五十隻。此二比例也。雞二十

隻換鵝八隻。則雞五十隻必換鵝二十

隻。此三比例也。夫雞五十隻原為鴨一

百五十隻之所換。而鴨一百五十隻。又

原為羊五隻之所換。則雞五十隻所換

之鵝二十隻。即為羊五隻之所換。可知

矣。今以三比例之各一率連乘之為一

率。又以三比例之各二率連乘之為二

率者。正合三比例為一比例也。

設如原有菽三斗。換黍二斗。又黍四斗。換稷三斗。又

稷五斗。換稻四斗。又稻六斗。換麥五斗。今有麥七

斗。問換菽幾何。

法以所換麥五斗。與所換稻四斗相乘

得二石。復以所換稷三斗乘之得六石。

再以所換黍二斗乘之。得一十二石為

一率。又以原有稻六斗。與原有稷五斗

相乘得三石。復以原有黍四斗乘之得

一十二石。再以原有菽三斗乘之。得三

十六石為二率。今有麥七斗為三率。推

一率	一十二石
二率	三十六石
三率	麥七斗
四率	菽三石二斗

總

得四率二石一斗。即麥七斗所換之菽數也。此合四比例為一比例也。如分作

一率 麥五斗
二率 稻六斗

四比例明之。麥五斗換稻六斗。則麥七

三率 麥七斗

斗必換稻八斗四升。此一比例也。稻四

四率 稻八斗四升

斗換稷五斗。則稻八斗四升必換稷一

一率 稻四斗

石零五升。此二比例也。稷三斗換黍四

二率 稷五斗

斗。則稷一石零五升必換黍一石四斗。

三率 稻八斗四升

此三比例也。黍二斗換菽三斗。則黍一

四率 稷一石零五升

石四斗必換菽二石一斗。此四比例也。

一率 稷三斗

夫黍一石四斗原為稷一石零五升之

二率 黍四斗

所換。而稷一石零五升。又為稻八斗四

三率 稷一石零五升

升之所換。而稻八斗四升。又為麥七斗

四率 黍一石四斗

之所換。則黍一石四斗所換之菽二石

一率 黍二斗

一斗。即為麥七斗之所換可知矣。今以

二率 菽三斗

四比例之各一率連乘之為一率。又以

三率 黍一石四斗

四比例之各二率連乘之為二率者。正

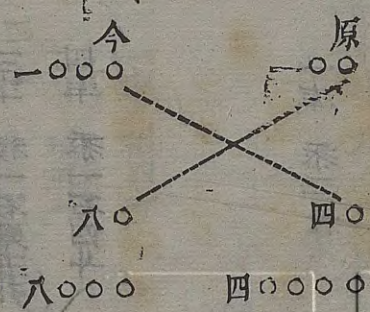
四率 菽二石一斗

合四比例為一比例也。

設如原有工人一百。開河四十丈。二十日工完。今有

工人一千。開河八十丈。問得日數幾何。

法以今有工人一千與原開河四十丈相乘。得四萬丈為一率。二十日為二率。以原有工人一百與今開河八十丈相乘。得八千丈為三率。推得四率四日。即一千人開河八十丈之日數也。此法以原有今有兩數互乘。以比例者。所以齊其分也。試將兩首位一千工與一百工互乘得十萬工。然後互乘丈數。原有一



邊得四萬丈。今有一邊得八千丈。是原

一百工開四十丈。則十萬工開四萬丈。

其比例相同。今一千工開八十丈。則十

萬工開八千丈。其比例亦同也。因兩工

數相同。故以四萬丈與二十日之比。即

同於八千丈與四日之比。蓋原有十萬

工開河四萬丈。二十日可完。今亦有十

萬工開河八千丈。則四日可完。為比例

四率也。然此法實係兩比例合為一比

一率 四萬丈
 二率 二十日
 三率 八千丈
 四率 四日
 總

一率 今一千工

二率 原二十日

三率 原一百工

四率 今二日

例也。如分作兩比例明之。則先以人工為比例。原一百工開二十日。今一千工

即應開二日。為今一千工開河四十丈

之日數。此一轉比例也。次用丈數為比

例。原四十丈應開二日。今八十丈則應

開四日。為今一千工開河八十丈之日

數。此一正比例也。法以兩比例之一率

相乘為一率。兩比例之三率相乘為三

率者。正合兩比例為一比例也。

一率 原四十丈

二率 原二日

三率 今八十丈

四率 今四日

設如原有書一百篇。六人寫之。十日完。每篇三百字。

今有書二百篇。八人寫之。十二日完。問每篇得字

若干。

法以今有二百篇。與原有六人相乘。得

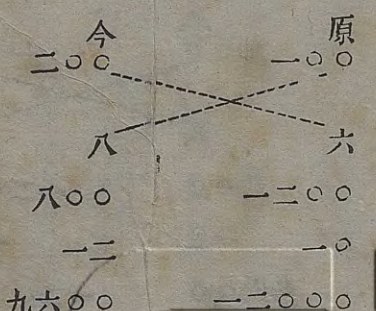
一千二百。又以原有十日乘之。得一萬

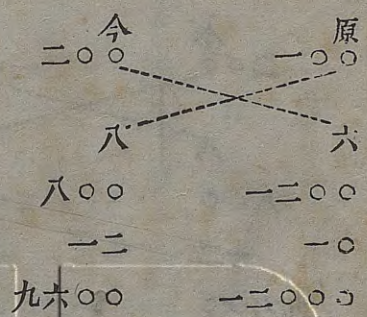
二千為一率。每篇三百字為二率。以原

有一百篇。與今有八人相乘得八百。又

以今有十二日乘之。得九千六百為三

率。推得四率二百四十字。即今八人寫





一率 一萬二千工
 二率 三百字
 三率 九千六百工
 四率 二百四十字

十二日每篇之字數也。試將兩首位一百篇與二百篇互乘得二萬篇。然後互乘人工與日。原有一邊得一萬二千工。今有一邊得九千六百工。蓋原有二萬篇。用一萬二千工。每篇三百字。今亦有二萬篇。用九千六百工。其每篇必二百四十字。為比例四率也。然此法實係三比例合為一比例也。如分作三比例明之。則先以篇數為比例。原一百篇每篇

一率 今二百篇
 二率 原三百字
 三率 原一百篇
 四率 今一百五十字

一率 原六人
 二率 原一百五十字
 三率 今八人

一率 原十日

二率 原二百字

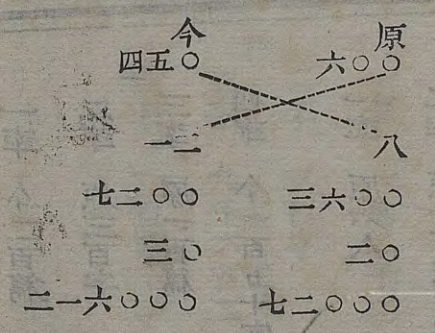
三率 今十二日

四率 今二百四十字

三百字。今勻為一百篇。則每篇只應一百五十字。此一轉比例也。然人數不同。故次以人數為比例。原六人寫之。每篇應一百五十字。今八人寫之。則每篇應二百字。此一正比例也。然日數又不同。故次以日數為比例。原寫十日。每篇應二百字。今寫十二日。則每篇應二百四十字。此又一正比例也。法以三比例之各一率連乘之為一率。三比例之各三

率連乘之為三率者。正合三比例為一比例也。

設如原雇人寫書。每篇六百字。八人寫二十日。得一百二十篇。今寫書每篇四百五十字。却用十二人寫三十日。問得篇數幾何。



法以今有四百五十字。與原有八人相乘。得三千六百。又以原有二十日乘之。得七萬二千為一率。一百二十篇為二率。以原有六百字。與今有十二人相乘。

得七千二百。又以今有三十日乘之。得二十一萬六千為三率。推得四率三百六十篇。即今十二人寫三十日之篇數也。試將兩首位六百字與四百五十字互乘。得二十七萬字。然後互乘人工與日。原有一邊得七萬二千工。今有一邊得二十一萬六千工。蓋原有一邊二十七萬。用七萬二千工。得一百二十篇。今一邊亦二十七萬字。用二十一萬六千

一率 七萬二千工
 二率 一百二十篇
 總 三率 二十一萬六千工
 四率 三百六十篇

千工。則得三百六十篇。為比例四率也。然此法亦係三比例合為一比例也。如

分作三比例明之。則先以字數為比例。

原每篇六百字。為一百二十篇。今每篇

四百五十字。則必勻為一百六十篇。此

一轉比例也。然人數不同。故次以人數

為比例。原八人寫之。應得一百六十篇。

今十二人寫之。則應得二百四十篇。此

一正比例也。然日數又不同。故次以日

一率 今四百五十字

二率 原一百二十篇

三率 原六百字

四率 今一百六十篇

一率 原八人

二率 原一百六十篇

三率 今十二人

四率 今二百四十篇

一率 原二十日

二率 原二百四十篇

三率 今三十日

四率 今三百六十篇

數為比例。原寫二十日。應得二百四十

篇。今寫三十日。則應得三百六十篇。此

又一正比例也。法以三比例之各一率

連乘之為一率。三比例之各三率連乘

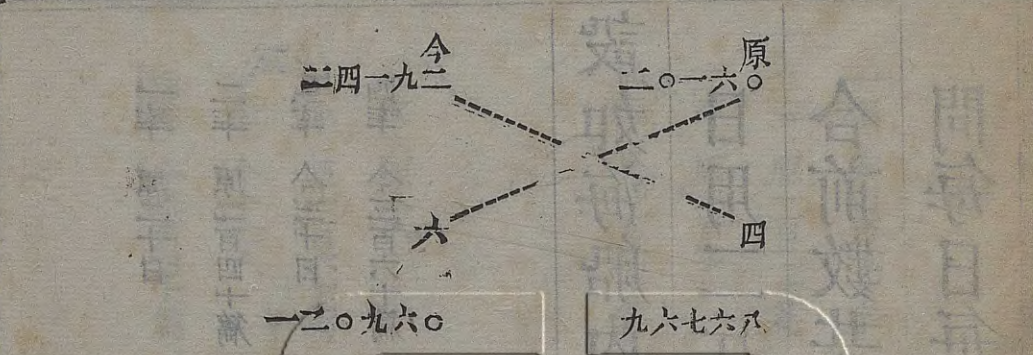
之為三率者。正合三比例為一比例也。

設如海船內原有甜水二萬零一百六十斤。每人每

日用二斤。足用四個月。今又添四千零三十二斤。

合前數共二萬四千一百九十二斤。欲用六個月。

問每日每人應用幾何。



法以原有二萬零一百六十斤。與今六個月相乘。得一十二萬零九百六十個月。為一率。每人每日用水二斤。通為三十二兩。為二率。以今有二萬四千一百九十二斤。與原四個月相乘。得九萬六千七百六十八個月。為三率。推得四率。二十五兩六錢。即今每人每日應用之數也。試將兩首位數互乘。得四億八千七百七十一萬零七百斤。然後互乘月

一率 今十二萬九百六十斤
二率 原三十二兩
三率 原九萬六千七百六十八斤
四率 今二十五兩六錢

數。原有一邊得九萬六千七百六十八個月。今有一邊得一十二萬零九百六十個月。蓋原有水四億八千七百七十一萬零七百斤。足用九萬六千七百六十八個月。每人得三十二兩。今有水亦四億八千七百七十一萬零七百斤。欲用十二萬零九百六十個月。則每人得二十五兩六錢。為轉比例四率也。然此法亦係兩比例合為一比例也。如分作

一率原薑一百十斤

二率原十二兩

三率今萬四千一百九十二斤

四率今千八百錢

兩比例明之。則先以水數為比例。原有

水二萬零一百六十斤。每人每日用三

十二兩。今水二萬四千一百九十二斤。

則每人每日應用三十八兩四錢。此一

正比例也。然月數不同。故次以月數為

比例。原用四個月。每日應用三十八兩

四錢。今欲用六個月。則每日應用二十

五兩六錢。此一轉比例也。法以兩一率

相乘為一率。兩二率相乘為三率者。正

一率今價

二率原千八百錢

三率原價

四率今千五百錢

合兩比例為一比例也。

設如原有米八萬石。用車二十四輛。日行四十里。二

十日運完。今有米十萬石。用車三十輛。日行六十

里。問運完日數幾何。

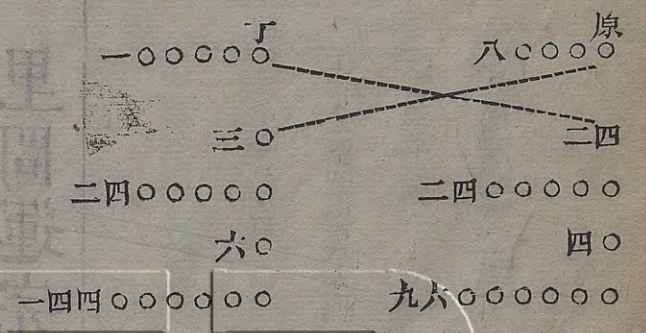
法以原有八萬石。與今用車三十輛相

乘。得二百四十萬輛。又以今行六十里

乘之。得一億四千四百萬里為一率。二

十日為二率。以今有十萬石。與原用車

二十四輛相乘。亦得二百四十萬輛。又



一率 今二億四千萬
 二率 原二十日
 三率 原九千六百萬
 四率 今三百又三分之二

以原行四十里乘之。得九千六百萬里。為三率。推得四率。十三日又三分日之一。即今米十萬石運完之日數也。試將兩首位數互乘。得八十億石。然後互乘車數里數。原有一邊得九千六百萬里。今有一邊得一億四千四百萬里。蓋原有米八十億石。用車二百四十萬輛。行九千六百萬里。得二十日運完。今有米亦八十億石。亦用車二百四十萬輛。行

一率 原八萬石
 二率 原二十日
 三率 今十萬石
 四率 今二十五日

一率 今三十車
 二率 原二十五日
 三率 原二十四車
 四率 今二十日

一億四千四百萬里。故十三日又三分日之一運完。為轉比例四率也。然此法亦係三比例合為一比例也。如分作三比例明之。則先以米數為比例。原米八萬石運二十日。今米十萬石則應運二十五日。此一正比例也。然車數不同。故次以車數為比例。原車二十四輛應運二十五日。今車三十輛則應運二十日。此一轉比例也。然日行里數又不同。故

一率今六十里

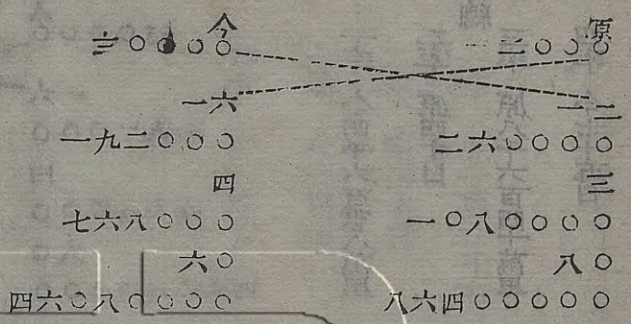
二率原十日

三率原四千里

四率今十三日又三日

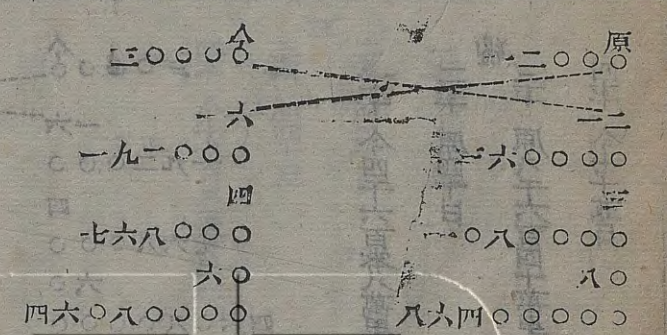
次以里數為比例。原行四十里應運二十日。今行六十里則應運十三日又三分日之一。此又一轉比例也。法以三比例之各一率連乘之為一率。三比例之各二率連乘之為二率者。正合三比例為一比例也。

設如原有麥子一萬二千石。車十二輛每車載三石。日行八十里。四十日運完。今有麥三萬石。車十六輛。每車載四石。日行六十里。問運完日數幾何。



一率今四十六百零八萬
 二率原四十日
 三率原八千六百四十萬
 四率今七十五

法以原有麥子一萬二千石。與今車十六輛相乘。得一十九萬二千輛。又以今每車載麥四石乘之。得七十六萬八千石。又以今行六十里乘之。得四千六百零八萬里為一率。四十日為二率。以今有麥子三萬石。與原有車十二輛相乘。得三十六萬輛。又以原每車載麥三石乘之。得一百零八萬石。又以原行八十里乘之。得八千六百四十萬里為三率。



一率 原四十日
 二率 原八千六百四十萬
 三率 原八千六百四十萬
 四率 今七十五日

推得四率七十五日。即今麥三萬石運完之日數也。試將兩首位數互乘。得三億六千萬石。然後互乘車數石數里數。原有一邊得八千六百四十萬里。今有一邊得四千六百零八萬里。蓋原有麥三億六千萬石。用車三十六萬輛。載一百零八萬石。行八千六百四十萬里。得四十日運完。今有麥亦三億六千萬石。用車一十九萬二千輛。載七十六萬八千石。行四千六百零八萬里。得七十五日運完。為轉比例四率也。然此法係四比例合為一比例也。如分作四比例明之。則先以麥數為比例。原麥一萬二千石運四十日。今麥三萬石則應運一百日。此一正比例也。然車數不同。故次以車數為比例。原車十二輛應運一百日。今車十六輛則應運七十五日。此一轉比例也。然每車所載石數不同。故次以

一率 原一萬二千石
 二率 原四十日
 三率 今三萬石
 四率 今一百日

一率 今十六車
 二率 原一百日
 三率 原十二車
 四率 今七十五日

一率 原一萬二千石
 二率 原四十日
 三率 今三萬石
 四率 今一百日

一率 今十六車
 二率 原一百日
 三率 原十二車
 四率 今七十五日

一率 今四石

二率 原七十五日

三率 原三石

四率 今五十六日五

石數為比例。原每車載三石應運七十

五日。今每車載四石則應運五十六日

二五。即四分日之。此又一轉比例也。然日行

里數又不同。故次以里數為比例。原日

行八十里應運五十六日二五。今日行

六十里。則應運七十五日。此又一轉比

例也。法以四比例之各一率連乘之為

一率。四比例之各三率連乘之為三率

者。正合四比例為一比例也。

一率 今六十里

二率 原五十六日二五

三率 原八十里

四率 今七十五日

正比例帶分

設如有銀買米。每米一石。價銀八錢四分。今買米三分石之二。問該銀若干。

法以米一石。用分母三通為三分為一

率。銀八錢四分為二率。分子二分為三

率。二三率相乘。一率除之。得四率五錢

六分。即銀數也。蓋米一石通為三分。以

三分與八錢四分之比。即同於二分與

五錢六分之比。皆為三分之二之比例

一率 三分

二率 八錢四分

三率 二分

四率 五錢六分

也。

設如有人行路。行過五分之二。係八十里。問總里數何。

一率 二分

二率 五分

三率 八十里

四率 二百里

法以分子二分爲一率。分母五分爲二率。行過八十里爲三率。二三率相乘。一率除之。得四率二百里。卽總里數也。蓋總里數之五分之二爲八十里。以二分與五分之比。卽同於八十里與二百里之比。皆爲五分之二之比例也。

設如有銀買米。每米三分石之二。價銀七分兩之五。今買米四分石之三。問該銀若干。

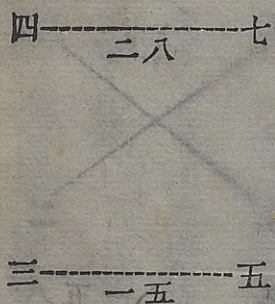
一率 三分石之二

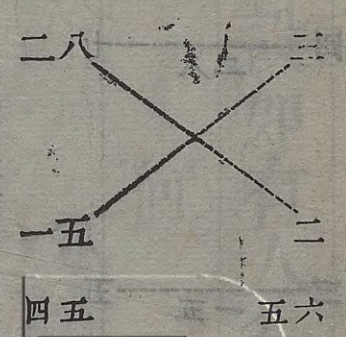
二率 七分兩之五

三率 四分石之三

四率 五十六分兩之四十五

法以三分石之二爲一率。七分兩之五爲二率。四分石之三爲三率。用通分乘法以二率分母七。與三率分母四相乘。得二十八。爲乘出之分母。又以二率分子五。與三率分子三相乘。得一十五。爲乘出之分子。是爲二十八分之十五。爲二率三率相乘之數。以一率三分石之





- 一率 五十六
- 二率 一兩
- 三率 四十五
- 四率 八錢二分

二除之。因分母除不盡。乃用通分互乘代除之法除之。以乘出之分母二十八。與一率之分子二相乘。得五十六。為除出之分母。又以一率之分母三。與乘出之分子十五相乘。得四十五。為除出之分子。即得四率五十六分兩之四十五。為所求之數也。如求真數則變零分為兩。以分母五十六為一率。一兩為二率。分子四十五為三率。推得四率八錢餘

二不盡。命為五十六分錢之二。約為二十八分錢之一。即所求之真數也。

設如有銀買蠟。每銀二兩六錢。買蠟十斤零五分斤之二。又七兩零二分兩之一。今有銀九錢。問買蠟幾何

- 一率 二兩六錢
- 二率 一百七十三兩九錢
- 三率 九錢
- 四率 六十兩零一錢九分

法以銀二兩六錢為一率。以蠟十斤通為一百六十兩。又五分斤之二通為六兩四錢。又七兩零二分兩之一通為七兩五錢。共得一百七十三兩九錢為二

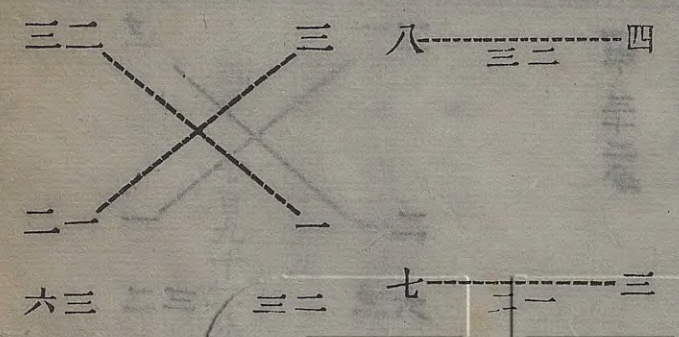
一率 二兩六錢
 二率 一百七十三兩九錢
 三率 九錢
 四率 六十兩零一錢九分

率。今有銀九錢為三率。推得四率六十兩零一錢九分。收為三斤零十三兩一錢九分。即所求之蠟數也。此法雖有零分。而分兩實可相通。故各相通以為此例四率也。

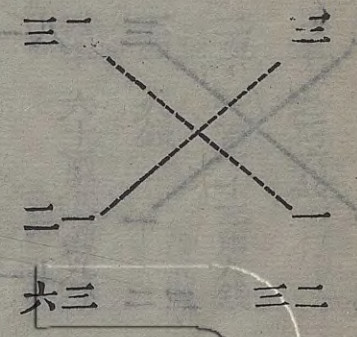
設如有銀買羽絨。每三分丈之一。價銀四分兩之三。今欲買八分丈之七。問該銀若干。

法以原羽絨三分丈之一為一率。原銀四分兩之三為二率。今羽絨八分丈之

一率 三分丈之一
 二率 四分兩之三
 三率 八分丈之七
 四率 一兩三錢二分



七為三率。用通分乘法。以二率分母四與三率分母八相乘。得三十二為乘出之分母。又以二率分子三與三率分子七相乘。得二十一為乘出之分子。是為三十二分之二十一為二率三率相乘之數。乃以一率三分丈之一除之。因分母除不盡。乃用通分互乘代除之法。除之以乘出之分母三十二與一率之分母一相乘。仍得三十二為除出之分母。



一率 三十二分
 二率 一兩
 三率 三十二分
 四率 九錢六分八釐七豪五絲

又以一率之分母三與乘出之分子二
 十一相乘得六十三為除出之分子。即
 得四率三十二分兩之六十三。為所求
 之數也。滿分母三十二分收為一兩。餘
 三十一。六十三分內減去三十二分。仍餘三十一。為一兩又
 三十二分兩之三十一。如求真數。則以
 分母三十二為一率。一兩為三率。分子
 三十一為三率。推得四率九錢六分八
 釐七豪五絲。與整數一兩相加。得一兩

九錢六分八釐七豪五絲。即真數也。

設如有銀買緞。每緞二疋。共價八兩又五分兩之四。
 今欲買三十六疋。問共價若干。

一率 二疋
 二率 四十四分
 三率 三十六疋
 四率 七百九十二分

法以二疋為一率。共價八兩用分母五
 通為四十分。加分子四得四十四分為
 二率。今買三十六疋為三率。推得四率
 七百九十二分。以每分母五分收為一
 兩。得一百五十八兩又五分兩之二。以
分為一率。一兩為二率。七百九十二分
為三率。推得四率一百五十八兩。餘二

一率券

二率二兩

三率七十九分

畢一百五十八兩四錢

分。即命為五分。即所求之數也。如以五分

分兩之二。兩之二收為四錢。五分為一兩。則二分為四錢。則得

一百五十八兩四錢。即緞三十六疋之

共價也。如以子母分變為真數求之。二

疋共價八兩又五分兩之四。則五分為

一兩。四分為八錢。是二疋共價為八兩

八錢。即以二疋為一率。八兩八錢為二

率。三十六疋為三率。亦得四率一百五

十八兩四錢。為緞三十六疋之共價也。

四率一百五十八兩四錢

三率三十六疋

二率八兩八錢

一率二疋

轉比例帶分

設如一案。長九尺。寬一尺六寸。今欲將原長減三分之一。其面積仍與原案等。問寬幾何。

法以原長九尺。用分母三歸之。得每分

三尺。於原長九尺內減去三分之一之三尺。

餘六尺為今長。為一率。原寬一尺六寸

為二率。原長九尺為三率。二三率相乘。

一率除之。得四率二尺四寸。即今所求

之寬也。此法因分母三。可以度盡原長

一率 今長六尺

二率 原寬一尺六寸

三率 原長九尺

四率 今寬二尺四寸

故變今長為真數。與他率為比例也。

設如營造原每日用五十六人。歷一月又九分月之
三。可以完工。今每日用六十四人。問完工之日得
幾何。

一率 今六十四人

二率 原九分月之十二

三率 原五十六人

四率 今九分月之十五

法以今用六十四人為一率。以分母九
通一月為九分。加入分子三。共為九分
月之十二。為二率。原用五十六人為三
率。推得四率九分月之十分半。滿分母
九分收為一月餘一分半。十分半內減
去九分。餘一

又收... 守具

分半約為六分月之一。即得一月又六分

月之一。為今用六十四人完工之日也。
蓋六十四人與一月又九分月之三之
比。即同於五十六人與一月又六分月
之一之比也。

設如原有一門簾。用綾一丈二尺。其綾寬一尺五寸。
今欲作一新簾。其綾比原綾寬七分尺之三。問應
用長數幾何。

法以原寬一尺五寸。用分母七。通為十

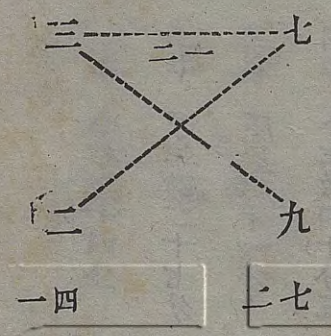
一率 今寬三分
 二率 原長一丈二尺
 三率 原寬十分
 四率 今長九尺又三分之二

分半。加入分子三。得今寬一十三分半。為一率。原長一丈二尺為二率。原寬十分半為三率。推得四率九尺又一十三分。約為三分尺之一。即得九尺又三分尺之一。為今應用之長數也。蓋今寬十三分半與原寬十分半之比。即同於原長一丈二尺與今長九尺又三分尺之一之比也。

設如城守兵一營。其糧可支一年又七分之二。今

汰去三分之一。問應支年數幾何。

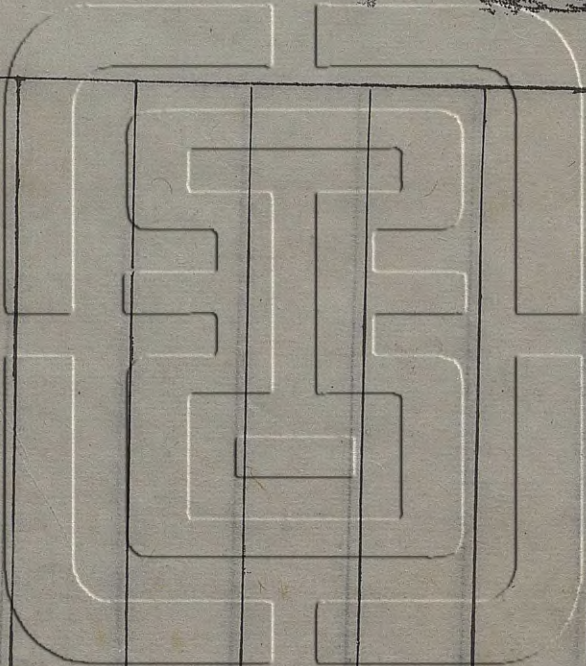
法先以年分母七。通一年為七分。加入分子二。得七分年之九。又以兵分子一減分母三。得二。為三分之二。為現存兵數。汰去三分之一。則存者為三分之二。因兩分母不同。故用互乘以齊之。以兩分母三七相乘得二十一為共母分。即原兵分。以年分母七互乘兵分子二。得十四為今存兵分。以兵分母三互乘年分子九。得二十七。

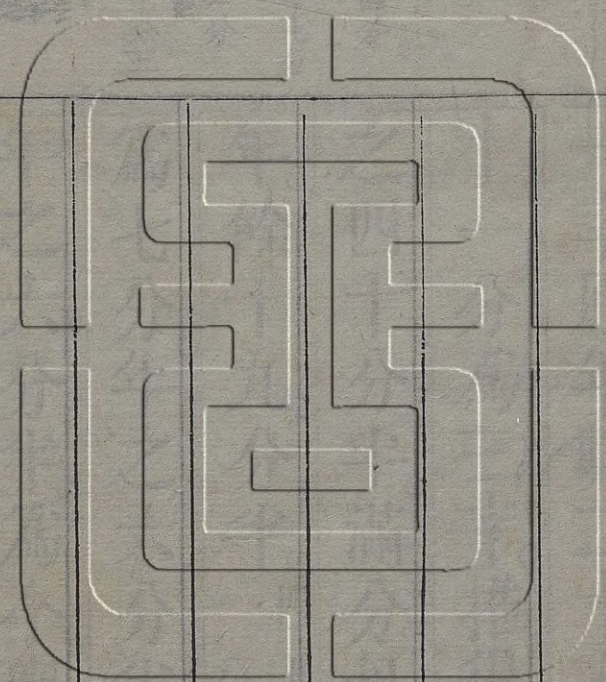


一率 今存兵十四分
 二率 原年數二十七分
 三率 原兵二十一分
 四率 今年數四十分五

為原年分。即以此所通。今存兵十四分為一率。原年數二十七分為二率。原兵二十一分為三率。推得四率二十一分。年之四十分半。滿分母二十一分。收為一年。餘十九分半。四十分半內減二十一分。餘十九分半。約為七分年之六分半。即得一年又七分年之六分半。為今應支之年數也。蓋今存兵比原兵少三分之一。則支糧年數必多三分之一。故今存兵十四分與原

兵二十一分之比。即同於原年數二十七分與今年數四十分半之比也。





此分與今幸獲四十分半之此也
共二十一分之二也

