$42\times60=2520$ 間　$1\times60=60$ 分

$2520\times6=15120$ 尺　$66\times60=3600$ 秒

之ニ因テ左ノ比例式ヲ得解テ答數ヲ求ムルコ次ノ如シ

$4\frac{2}{5}=\frac{22}{5},\quad 4\frac{1}{6}=\frac{25}{6},\quad \therefore$

$\frac{22}{5}\times36\times60\times6=57024,\quad \frac{25}{6}\times36\times60\times6=54000$

$3600:57024=\frac{15120}{1134}:x,\quad x=21.12$

$3600:54000=\frac{15120}{1134}:x',\quad x'=200.$

$211.2-200=11.2$ 是則チ所要ノ答數ナリ因テ次ノ如シ

答拾壹尺奇零二

(十八) 甲乙丙ノ三工共ニ某事ヲ營ム然ルニ甲ハ全業ノ七分ノ三乙ハ五分ノ二ヲ成シ丙ハ其餘ヲ營ミテ工料三百八十四圓ヲ得ルト云全工價如何

全工價ヲ一ト假定シ其內甲ノ七分ノ三及ヒ乙ノ五分ノ二ヲ減シテ丙ノ工價ヲ得ルト次ノ如シ

$384\div\left(1-\frac{3}{7}-\frac{2}{5}\right)=2240$

答二千二百四十圓

(十九) 水夫ナリ淨水ヲ漕クコ三時間ニ七里ナリ今三名合力シテ流水ヲ漕キ上ルコ四時間ニ三十三里ナリト云フ流水ノ速力每時幾何ナルヤ

題辭ニ因テ考フレハ $\frac{7}{3}$ ハ水夫一人ニテ一時間ニ淨水ヲ漕キ能フ里數ナリ然レハ $\frac{7}{3}\times3$ ハ水夫三名 $\frac{7}{3}\times3\times4=28$ ハ水夫三人ニテ淨水四時間ヲ漕得ル里數 $28-23=5$ ハ流水四時間ノ速力ナリ故ニ左ノ式ヲ得ルナリ

$\frac{5}{4}=1\frac{1}{4}$ ……………(答)

答一里ト九町

(二十) 長方形ノ地面アリ其長サハ幅ノ二倍ナリ而シテ斯ノ面積 499,80,0002 平方キロメートルナリト云長幅各幾メートルナルヤ

題意ニ因テ左ノ式ヲ得ルベシ但シキロメートルハ一千メートルナルコヲ知ルヘシ

$\sqrt{\frac{499980,0002}{2}}\times1000=15811,06\ldots\ldots$
$31622,12\ldots\ldots$

答 巾一万五千八百十一奇零〇六餘
長三万一千六百二十二奇零一二餘

(廿一) 定時間ニ暖爐ニ燃ヤス石炭ノ量ハ爐ノ直徑ノ平方ト正比例ヲナスト云然ルニ

直徑一「フート」二「インチ」ノ爐ヲ用レハ毎日十時間宛焚キ一ヶ月ノ入費金七圓ナリ若シ右ノ費用ヲ一ヶ月金三圓六十錢ニ減シ毎日七時間宛焚ントス然ラハ直徑幾何「インチ」ノ者ヲ用ユ可キヤ

$$\left.\begin{array}{l}(1\times12+2)^2 : x^2\\ 10:7\\ 1:1\end{array}\right\}=700:360$$ 之ヲ實算シ次式ヲ得ルナリ

$\sqrt{x^2}=x$　∴　$x^2=144$　$x=12$

答十二「インチ」

(廿二) 間口四十三間奥行十二間ノ工場アリ今之ト同積ニシテ正方形ノ工場ヲ作ントス間口幾間ニシテ可ナルヤ

題辭ニ因テ之ヲ考フレハ左ノ式ヲ得テ答ヲ求メラルヽナリ即チ四十三間ヲ十二倍シテ所要ノ坪數ヲ得ルニアリ

$43\times12=516$　$\sqrt{5.16}=24$

答間口二十四間

(廿三) 一ヶ年一割八分ノ利法アリ元金九百四十五圓五十錢ノ五ヶ年半ノ利金ハ如何」

一割八分トハ元金百圓ニ付十八圓ノ利子ト云フ義ナリ故ニ左ノ比例式ヲ布クベシ

$100:945.50=18\times55:x$　∴　$(945.50\times18\times55)\div100=936.045$

答九百三十六圓四錢五厘

(廿四) 一割三分ノ年利金アリ元金百五十圓ヲ三月二十五日ニ借リ十月一日ニ返還セハ其利金ハ幾何ナルヤ

日數ヲ總計シテ左ノ比例式ヲ立ツ但シ日數ハ一百九十日ト計算ス之ニ因テ

$100:150=\frac{13}{365}\times190:x$　$x=10.15\frac{5}{73}$

答十圓十五錢ト七十三分ノ五

(廿五) 金四百四十七圓二十錢アリ甲乙丙丁ノ四名ニ三ト五ト七ト十一ノ比ニ分配セントス各人ノ取分ハ幾何ナルヤ

題意ニ因レハ $3+5+7+11=26$ 是レ則全金額ニ當ル者ナリ故ニ左ノ式アリ

$26:3=44720:x$
〃 $:5=$ 〃 $:x$
〃 $:7=$ 〃 $:x$
〃 $:11=$ 〃 $:x$

答甲五十一圓六十錢　乙八十六圓　丙百二十圓四十錢　丁百八十九圓二十錢

(廿六) 英ノ二百七十二尺ハ大約本邦ノ二百七十三尺ニ當リ本邦ノ百六十九尺ハ支那ノ百三十六尺ニ當ルト云フ然ラハ英ノ百八十二尺ハ支那ノ幾何尺ニ當ルヤ

題意ヲ推シテ同性質ノ物ヲ左右ニ配列シ片有數ヲ以テ全有數ヲ除スルヿ次ノ如シ

英	272	273	本
本	169	136	支
支	x	182	英

$$\therefore\quad x=\frac{273\times136\times182}{272\times169}=147$$

答百四十七尺

(廿七) 直方体ノ長五尺六寸平三尺四寸ノモノアリ其體積ハ如何

直ノ積ヲ求ムルニハ自然一定ノ方法アリ即チ左ノ如シ

長×平=體積 ∴ $56\times34=1904.$

答十九尺四寸立方積

(廿八) 正三角形及ヒ斜三角形ノ一般ナル解方ノ公式ヲ示セ

斜三角形ノ公式ニ因テ其積ヲ求ムルノ方法ハ次ノ如シ

下斜×中勾÷2=積

正三角形ノ解方公式ハ左ノ如シ

$(\sqrt{3}\times$邊$^2)\div4=$積

(廿九) 梯形及ヒ半梯ノ積ヲ求ムル公式ハ如何

半梯ノ公式ハ次ノ如シ　{(大頭+小頭)×濶}÷2=積

全梯形ノ積ヲ求ムルノ方ハ　{(上頭+下頭)×高}÷2=積

(三十) 圓及ヒ圓輪ノ積ヲ求ムル公式ヲ示セ

通常圓積ヲ求ムルノ法種々アレドモ何レモ豫メ左ノ數則ヲ諳記スルヲ要ス

第一、圓徑トハ圓周内ノ最長線ニシテ即チ圓ノ中心ヲ過クル者ナリ

第二、圓ノ半徑トハ圓徑ノ半長ニシテ即チ圓心ヨリ圓周ニ至ル線ナリ

第三、周圍ヲ限ル曲線ヲ圓周ト云フ其内ニ含マルヽ者ヲ圓積ト云フ

圓周率ハ　3.1416
圓積率ハ　.7854
玉率ハ　.5236
トス而シテ圓積ヲ發見スルノ方ハ通常左ノ三種ニ依ル

徑×圓周率=圓積（周）、　徑^2×圓積率=圓積

圓周^2÷(圓周率×4)=圓積、　$\sqrt{(\text{積}\div\text{圓積率})}$=圓積

圓輪(外徑^2−圓徑^2)×圓積率=積、　$\sqrt{(\text{外徑}^2-\text{積}\div\text{圓積率})}$=內徑

(卅一) 球体ノ積ヲ求ムル方法ハ如何

徑^2×圓周率=凭積、　徑^3×球積率=球積

(卅二) 或人歲尾毎ニ二百圓ヲ得ルト云フ然ルニ年利一割ニテ歲尾毎ニ利ヲ累ヌヘキ重利法ヲ以テ年々ノ得金ニ利ヲ累子第四年ノ終リニ及ヒテ總計ス其金高ハ如何

$1.1+1=$ 第二年ノ終リニ及テ一圓ノ元利總計故ニ

$1.1\times(1.1+1)+1=$ 第三年ノ仝亦 $1.1\times\{1.1\times(1.1+1)+1\}+1$ 第四年ノ仝

$x=\{1.1\times[1.1\times(1.1+1)+1]+1\}\times200=(1.1\times3.31+1)\times200=4.641\times200$ ヲ得テ以テ答トス

答九百二十八圓二十錢

第二編　算術補遺

(1) 一貫目ハ一「キログラム」ノ $\frac{15}{4}$ ニシテ一「キログラム」ハ三寸三分立方ノ水ノ目方ナリ一立方尺ノ水ハ目方幾何

題意ニヨリテ熟考シテ一貫目ノ水ノ積ハ $.33^3\times\frac{15}{4}$ ナルヲ知リ一立方尺ノ水量ハ $1\div\left(.33^3\times\frac{15}{4}\right)=7.420+$ 即七貫四百二十目餘ナルヲ知リ得ベシ

(2) 20748ヲ最簡ナ因數ニ分割セヨ

$20748\div3\div2\div2\div13\div7=19$　∴ 答 2. 3. 2. 13. 19. 7.

(3) $\dfrac{10\frac{2}{3}-1\frac{5}{6}}{\dfrac{\frac{3}{5}+1\frac{1}{2}}{2\frac{1}{7}}}\div1\frac{3}{7}$ ヲ最簡ナル分數ニ約セヨ

原分數式 $=\dfrac{10\frac{2}{3}-1\frac{5}{6}}{\frac{3}{5}+1\frac{1}{2}}\times\dfrac{2\frac{1}{7}}{1\frac{3}{7}}=\dfrac{8\frac{5}{6}}{1\frac{11}{10}}\times\dfrac{15}{10}=\dfrac{53\times10}{21\times6}\times\dfrac{15}{10}=6\dfrac{13}{43}$

14女
25男

(4) 我國學齡兒童ノ內就學者ノ數ハ其百分ノ四十八ニシテ就學者中ノ男女ノ比ハ $25/14$ 又不就學者中ノ男女ノ比ハ $4/9$ ナリト云フ我國學齡兒童ノ男女ノ比如何

今 $25/14$ ヨリ考フレバ $\frac{25}{14+25}=\frac{25}{39}$ ハ就學男生ノ就學總人數ニ對スル割合ナルヲ知ルベシ又 $\frac{4}{4+9}=\frac{4}{13}$ ハ不就學男生ノ其總數ニ對スル割合ナルヲ知ルベク不就學者ハ學齡兒童ノ $\frac{100-48}{100}=\frac{52}{100}$ ナルガ故ニ就學男生ハ學齡兒童ノ $\frac{48}{100}\times\frac{25}{39}=\frac{4}{13}$ ニシテ不就學男生ハ學齡兒童ノ $\frac{4}{13}\times\frac{52}{100}=\frac{52}{325}$ ナルヲ得コレヨリ學童中男生ハ學童總數ノ $\frac{4}{13}+\frac{53}{325}=\frac{152}{325}$ ニシテ學齡兒童男女ノ割合ハ $\frac{152}{325-152}=\frac{152}{173}$ ナルヲ知リ得ベキナリ

(5) $\frac{1200}{.0013}+\frac{285}{7}-\frac{.08}{3}$ ノ値ヲ小數點以下三位マテ正シク計算セヨ

$$\frac{1200}{,0013}+\frac{285}{7}-\frac{8}{300}=923076\frac{12}{13}+40\frac{5}{7}-\frac{8}{300}=923116\frac{43972}{27300}=923117,6106\cdots\cdots$$

(6) 巾三間ニテ延長五里八丁二十三間ノ道路アリ此敷地ハ何町何反何畝何歩ナリヤ

$5,8,23,\times3=11303\times3=11,3,0,9$ 答十一町三反九歩

(7) 男二人女三人小兒五人トニテ毎日八時間宛三日間働キ厚サ三尺高サ八尺長サ二百六十間ノ塀ヲ築クコトヲ得タリ今男三人女三人小兒二人トニテ厚サ五尺高サ九尺ノ塀ヲ築クニ毎日十時間宛四日働クトキハ長サ幾何ヲ作リ得ベキヤ

但男三人女五人兒童七人ハ其力互ニ相等シ女一人ノ力ハ男ノ $\frac{3}{5}$ ニシテ兒童一人ハ男ノ $\frac{3}{7}$ ナルヲ以テ男二人女三人小兒五人ノ合力ヲ男ニ直サバ $2+2\times\frac{3}{5}+\frac{3}{7}\times5$ トナリ男三人女三人小兒二人ノ力ハ同法ニヨリ $3+\frac{3}{5}\times3+\frac{3}{7}\times2$ トナルベシ之レニヨリ合率比例ヲ組立ツルコト左ノ如シ

$$260\times\frac{3+\frac{3}{5}\times3+\frac{3}{7}\times2}{2+\frac{3}{5}\times2+\frac{3}{7}\times5}\times\frac{10}{8}\times\frac{4}{3}\times\frac{3}{5}\times\frac{8}{9}=220$$

答二百二十間

(8) 四、五、六、七、八秒毎ニ鳴ル五個ノ鈴ト毎時時ヲ報スル時計トアリ或時其時計ノ時ヲ報スルト仝時ニ五個ノ鈴モ一齊ニ鳴リタリト云フ此後幾時ヲ過ギナバ時計ノ報時ト共ニ各鈴一齊ニ鳴ルベキカ

四秒五秒六秒七秒八秒及一時間即三百六十秒ノ最小公倍數ハ所要ノ答ナリ

(9) $\frac{2\frac{4}{5}-2\frac{5}{6}+\frac{7}{3}}{\frac{1}{2}+1\frac{4}{5}+1\frac{1}{8}}\times\frac{4}{11}$ ヲ最簡ノ分數ニ直セ

原式 $=\frac{\frac{3}{10}}{\frac{137}{40}}\times\frac{4}{11}=\frac{12}{137}\times\frac{4}{11}=\frac{48}{1407}$

(10) 或人月初ノ所持金ノ三分ノ一ヲ費シタル後ニ五十圓ノ收入アリ其後現在金ノ四分ノ一ヲ費シ月末ニ臨ミテ又タ七十圓ノ收入アリテ其現在金ハ百二十圓ナリト云フ月初ノ所持金ハ何程ナリシヤ

$120-70$ ハ七十圓收入前ノ金高ニシテ $(120-70)\div\left(1-\frac{1}{4}\right)$ ハ四分ノ一ヲ費サヾルトキノ現金ナリ故ニ仝理ヲ以テ $\left\{(120-70)\div\left(1-\frac{1}{4}\right)-50\right\}\div\left\{1-\frac{1}{3}\right\}=225$ ニテ答二百廿五圓ヲ得ベシ

(11) 地球ハ二十四時間ニ一回廻轉ス今地球ノ赤道ニ於ケル直徑ヲ三千二百四十七里トスレバ赤道ノ各點ハ此廻轉ノ爲ニ一秒毎ニ幾町幾間ヲ走ルカ但シ圓周率ハ七分ノ二十二ヲ用フベシ

三千二百四十七里ヲ町數トナシ 116892 ヲ得之ニ $22/7$ ヲ乘ジテ赤道周回ノ長サヲ求メ之ヲ二十四時間即八千六百四十秒ヲ以テ除シ四十二町八百四十分ノ四百三十七即チ一里六丁三十一町一尺七分ノ二ヲ得ベシ

(12) 銅ヲ混ズル銀塊アリ九割六分ノ銀ヲ含ム其割合ヲ九割三分ニセンニハ幾何ノ銅ヲ增スベキヤ

九割六分ノ銀ヲ含ムヲ以テ銅分ハ正ニ四分ナリ故ニ今銀九割三分ナレバ銅ハ七分ナルベシ即チ銅ノ增量ハ舊量ノ四分ノ三ナリトス

(13) 或人生命保險會社ニ每年ノ初ニ七圓五十錢宛ヲ拂込ミ死後三百圓ヲ受取ルベキ契約ヲ結ビ十個年ノ終リニ死去セリ若シ此人生前年々ノ拂込金ヲ五分ノ單利法ヲ以テ他ニ預ケタリトスレバ此人死去ノ時ノ損益金幾何ナルヤ

每年七圓五十錢ヲ五分ノ單利ニテ預ケ壹ケ年ヲ經バ其利息ハ $750\times\left(\frac{5}{100}\right)$ ニテ二年目ハ之ニ倍シ三年目ハ三倍スルヲ以テ十年ノ終末ニ至レバ利金合計 $750\times\left(\frac{5}{100}\right)\times(1+2+3+4+5+6+7+8+9+10)=750\times\frac{5}{100}\times55=2062{,}5$ 即チ二十圓六十二錢五厘トナル之ニ十年間ノ元金即七十五圓ヲ加フレバ九十五圓六十二錢五厘トナルニ至ル故ニ保險會社ニ掛金セル方 $300.-95.625$ 即二百四圓三十七錢五厘ノ利益ナリ

(14) $\sqrt{.05}\div\sqrt{.15}$ ヲ小數點以下三位マデ正ク計算スベシ

實際ニ之ヲ計算シ $\sqrt{.05}\div\sqrt{.15}=.223610\div.387298={,}577$ ヲ得ヘキモ稍簡法トシテ行フ處ノ運算下ノ如シ

$$\sqrt{.05}\div\sqrt{.15}=\sqrt{\frac{5}{100}}\div\sqrt{\frac{15}{100}}=\sqrt{\frac{1}{20}}\div\sqrt{\frac{3}{20}}=$$

$$\frac{1}{10}\sqrt{5}\div\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{5}}=\frac{\sqrt{5}}{10}\div\frac{1}{2}\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{10}\times\frac{2}{1}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{1}{1{,}73205}={,}577\ldots\ldots$$

(15) 下式ヲ最簡式ニ化スベシ $5+\cfrac{1}{2-\cfrac{3}{4-\cfrac{5}{6}}}-\cfrac{10+\frac{5}{9}-2\frac{1}{9}}{2+\cfrac{3}{4+\cfrac{5}{6}}}-\frac{25}{36}$

原式$=\frac{119}{20}-\frac{29}{9}-\frac{25}{36}=\frac{61}{30}$

(16) 一ヶ月一分二厘ノ單利息ニテ二年三ヶ月間貸シ元利合計三百三十一圓トナルトセバ今其元利總計ヲシテ三百四十六圓トナラシメンニハ幾月ヲ増スベキヤ

$15\div\left\{\frac{331}{1+\frac{12}{1000}\times 2\times 12+3}\times\frac{12}{1000}\right\}=5$　答　五ヶ月

(17) 酒水ヲ混合セシ兩樽アリ酒ト水トノ比ハ甲樽ニ在テハ4:3乙樽ニ在テハ2:3ナリ今甲樽ヨリ八斗四升ヲ出シ乙樽ヨリ若干升ヲ出シ酒ト水ト等分ノモノヲ得ンニハ乙樽ヨリ出スベキ桝數幾何

甲樽ノ酒ハ其全量ニ對シテノ比ハ$\frac{4}{4+3}=\frac{4}{7}$ニシテ乙樽ノ酒ハ其全量ニ對シテ$\frac{2}{2+3}=\frac{2}{5}$ナリ水ト酒ト等分ナル𪜈ハ酒ノ全量ニ對スルノ割合ハ$\frac{1}{2}$ナリ故ニ今和較比例ノ法ニヨリ$\frac{1}{2}\left\{\begin{matrix}\frac{4}{7}\\ \frac{2}{5}\end{matrix}\right.$トナシ之ヲ整數ニ化シテ$35\left\{\begin{matrix}40 & 7\ 甲\\ 28 & 5\ 乙\end{matrix}\right.$ヲ得又別ニ$7:84=5:x$ノ比例式ニヨリ答ハ即六斗ナルヲ知ル

(18) 水夫三時間ニ靜水ヲ漕グ〻七里ナリ今三人ニテ流水ヲ漕上ル〻四時間ニ二十三里ナリ流水ノ速毎一時間幾何里ナルヤ

水夫一人靜水ヲ漕グ一時間ノ里數ハ$\frac{7}{3}$ニシテ之ニ三ト四ヲ乘ジタル二十八里ハ水夫三人四時間靜水上ノ速ナリ故ニ二十八里ト廿三里トノ差ハ即水流四時間ノ速ニシテ之ヲ四除シタル一里四分ノ一ハ所要ノ答ナリ

(19) 長方形ノ地面アリ其長ハ巾ノ二倍ニシテ面積499980,0002平方キロメートルアリト云フ長幅各何メートルナルヤ

キロメートルハ千メートルナルヲ以テ$\sqrt{\frac{499980,0002}{2}}\times 1000=15811.06\ldots$巾　巾$\times 2=$長

(20) 車アリ坂路ヲ往復スルニ其速力上行ハ下行ノ八分ノ五ナリ然ルニ其三分ノ二ヲ上ルニ三時間ヲ費セリ其後二時走リテ頂上ニ達シ又下ル〻一里五分ノ三ナリト云フ道程幾何

今全里數ヲ一ト假定シ$\frac{2}{3}:1-\frac{2}{3}=3:x$;　$x=\frac{2}{3}$;　$\therefore 2-\frac{3}{2}=\frac{1}{2}=$頂上ヨリ降リシ時間;

又$\frac{1}{2}:1\frac{3}{5}=1:x$;　$x=\frac{16}{5}=$下行一時間ノ速力$\therefore\frac{16}{5}\times\frac{5}{8}=2=$上行一時間ノ速力

故ニ$\left(2+3-\frac{1}{2}\right)\times 2=9$ナルヲ以テ全程ハ卽チ九里ナリ

(21) 凡ソ二因數ノ積ヲ除スベクシテ其一因數ト互ニ不可約數ナル數ハ必ス他ノ一因數ヲ除シ得ベシ此證如何

除數ヲaトシ二因數ヲm nトシmハaヲ以テ約スベカラザルノ數トナセバnハ必スaニテ整除シ得ベキヲ論ゼントス今aハm nノ積ヲ除シ得ベキモmヲ除スル能ハザルヲ以テm nノ積ニ含ム處ノaナル因數ハ必スnノ內ニ

含有セザルヲ得ズ又若シm n積中ニaナル因數ナシトセンカ是レaハmnノ積ヲ除シ得ベシトノ假定ニ背クナリ故ニaナル因數ハ必スmn積中ニ含ミ從テn中ニモ含マザルヲ得ズ∴aハnヲ除シ得ルコ亦明白ナリトス

(22)
甲乙丙三工夫アリ一ノ溝渠ヲ掘ルニ甲乙二人ニテ四日ニ其長サノ八分ノ三掘リ其殘リヲ乙丙二人ニテ三日ニ其殘ノ五分ノ二ヲ掘リ其殘リヲ甲丙二人ニテ五日ニ掘リ終レリ而シテ丙ハ二百四十八尺ヲ掘レリト云フ然ラバ甲乙ハ各幾尺ヲ掘レリヤ

題意ニヨリテ考フルニ甲ト乙トノ四日分ノ成功高ハ全溝ノ八分ノ三ナリ故ニ一日ニハ $\frac{3}{8}\div4=\frac{3}{32}$……(I) 又仝理ニヨリテ乙丙二人一日ノ成功高及甲丙一日ノ成功割合ハ順次下ノ如シ

$$\left(1-\frac{3}{8}\right)\times\frac{2}{5}\div3=\frac{1}{12}\text{……(II)}$$

$$\left\{1-\frac{3}{8}-\left(1-\frac{3}{8}\right)\times\frac{2}{5}\right\}\div5=\frac{3}{40}\text{……(III)}$$

今(I)ヨリ(II)ヲ減ズレバ甲丙一日成功高ノ差ヲ知ルベク此差卽$\frac{1}{96}$ヲ(III)ヨリ減スレバ丙一日ノ成功高二倍$\frac{31}{480}$ヲ得若シ(III)ニ加フレバ甲一日ノ成功高二倍$\frac{41}{480}$ヲ得ベク即チ丙一日ハ$\frac{31}{960}$甲一日ハ$\frac{41}{960}$ヲ成スノ割合ナルヲ認メ得ベシ

即之レニヨリテ甲丙對照ノ比例式$\frac{31}{960}\times(3+5)$日$:248=\frac{41}{960}\times(4+5)$日$:x$ヲ作リ以テ甲ハ三百六十九尺ヲ穿テルヲ知ルナリ(乙モ仝理ニテ得ベキヲ以テ茲ニ畧ス)

(23)
銃手二名アリ其業ノ捷サヲ比スルニ甲四發スル間ニ乙ハ三發ヲナシ又其用フル火藥ノ量ヲ比スレバ甲八發ハ乙ノ七發ニ當ルト云フ然ルトキハ今甲手一時二十四分間ニ火藥二斤ヲ費セバ乙手ガ一斤半ヲ費スハ幾何時分秒ナルヤ

今複比例(合率比例)ヲ組立ツレハ發砲度數ハ轉比例ノ性質ヲ有シ他ハ皆正比例質ナルヲ以テ $1\frac{24}{60}\times\frac{1.5}{2}\times\frac{4}{3}\times\frac{7}{8}=x$, $x=1\frac{9}{40}=1,13,30$, ナルヲ知ルベシ

(24)
正方形ノ一園アリ其内ニ圓形ノ池アリ而テ陸地ト池トノ面積ハ十五ト二ノ比ナリ又陸地ノ面積ハ一万二千四百九十五坪ナリト云フ園ノ一邊ハ幾何ナルヤ

園中ノ總面積ハ $12495\times\left(\frac{2}{15}+1\right)=14161$ ナルヲ以テ其一邊ハ $\sqrt{14161}=119.$ ナリ

答百十九間即一町ト五十九間

(25)
凡ソ奇數ハ偶數ヲ以テ除スル能ハザルナリ之レヲ証明スベシ

奇數ハ皆二ノ倍數ニ一ヲ加ヘタルモノニシテ偶數ハ常ニ二ノ倍數ナリ故ニ今偶數ヲ以テ奇數ヲ除スルトキハ一又ハ一ニ偶數ヲ加ヘタルノ殘餘ヲ生ズベシ故ニ整除スルヲ得ズ

(26)
甲乙丙丁ノ四地アリ其距離合シテ三十八里$\frac{1}{4}$ナリ但シ甲乙ノ距離ト丙丁ノ

距離ト2ト3ノ如ク又甲乙ノ距離ノ$\frac{1}{4}$ニ丙丁ノ距離ノ$\frac{1}{2}$ヲ加フレバ乙丙ノ距離ノ三倍ヲ得ベシ三距離各幾何里ナルヤ

甲乙間ノ$\frac{1}{4}$ト丙丁間ノ$\frac{1}{2}$トノ和ハ乙丙間ノ三倍ナルヨリ推考シ今假リニ甲乙間ヲ二里トシ丙丁間ヲ三里トセバ乙丙間ハ$(2\times\frac{1}{4}+3\times\frac{1}{2})\div3=\frac{2}{3}$ナルヲ知ルベシヨリテ按分比例ニヨリテ

$2+3+\frac{2}{3}:38\frac{1}{4}=2:x,\quad x=13\frac{1}{2}$

……″……:……″……$=3:y,\quad y=20\frac{1}{4}$

……″……:……″……$=\frac{2}{3}:z,\quad z=4\frac{1}{2}$

答 甲乙間十三里二分ノ一
丙丁間二十里四分ノ一
乙丙間四里二分ノ一

(27) 某數ニ$1\frac{3}{4}$ヲ加ヘ$\frac{3}{8}$ヲ減ジ$5\frac{2}{5}$ヲ乘ジ$1\frac{2}{7}$ニテ除シタル積ハ$7\frac{1}{2}$トナル其數幾何

問題ノ逆ニ運算スベシ

$7\frac{1}{2}\times1\frac{2}{7}\div5\frac{2}{5}+\frac{3}{8}-1\frac{3}{4}=\frac{23}{56}$

(28) 甲乙二人ノ商アリ甲始メ資本金トシテ四千二百圓ヲ出シ九ケ月ノ後二百圓ヲ増加セリ乙ハ始メ一千五百圓ヲ出シ六ケ月ノ後五百圓ヲ減ス而シテ十六ケ月ノ後其利七百七十圓六十錢ヲ得各利金幾何

甲ノ割 $4200\times9+(4200+200)\times(16-9)$, 乙ノ割 $1500\times6+(1500-500)\times(16-6)$,

故ニ按分比例ニヨリ (甲ノ割)+(乙ノ割):77060=(甲ノ割):x

……″……:……″……=(乙ノ割):y

答 甲ノ利六十圓三十四錢六厘　乙ノ利十六圓七十一錢四厘

(29) 二數アリ其各ヲ第三數ニテ除シ盡シ得ベキトキハ此二數ノ和及ヒ差モ亦第三數ニテ除シ得ベシ其理如何 (以下 題明治廿五年海軍兵學校、四時間(全体廿五點))

二數ヲA Bトシ第三數ヲmトスレバmハA及Bヲ整除スルヲ以テA及Bハmナル因數ヲ含有シ夫々ma又ハmbノ形ナリ而シテA Bノ和ハ $ma+mb=m(a+b)$ ニシテ其差ハ $ma-mb=m(a-b)$ ニシテ孰レモmヲ因數トスルヲ見ル故ニmヲ以テ整除シ得ベシ (一)

(30) 二數ノ公約數、最大公約數、公倍數、最小公倍數トハ其意義各如何 (二)

一數アリテ二數ヲ整除スルトキハ之ヲ二數ノ公約數ト云ヒ數多ノ公約數中其最大ナルモノヲ最大公約數ト云フ、一數アリ或ル他ノ二數ヲ以テ整除シ得ルトキハ之ヲ二數ノ公倍數ト云ヒ數多ノ公倍數中其最小ナルモノヲ最小公倍數ト云フ

(31) 甲地ヨリ乙地ニ向ヒ旅行スル者アリ第一日ニハ全距離ノ$\dfrac{3\frac{1}{5}-2\frac{3}{4}-\frac{1}{8}}{5\frac{1}{8}-2\frac{3}{5}-\frac{1}{4}}$ヲ行キ

第二日ニハ其殘程ノ十三分ノ二ヲ行キ第三日ニハ又其殘程ノ十一分ノ三ヲ行ク而シテ餘ス處ノ道程ハ四十八里アリ然ラハ甲乙兩地間ノ全距離幾何ナルカ (三)

初日ノ行程ハ全距離ノ七分ノ一(複合分數ヲ最簡形トセルモノ)ニシテ二日目ノ行程ハ全距離ノ $\left(1-\frac{1}{7}\right)\times\frac{2}{13}=\frac{12}{91}$ ナリ又三日目ハ $\left(1-\frac{1}{7}-\frac{12}{91}\right)\times\frac{3}{11}=\frac{18}{91}$ ニシテ今以上三日ノ行程ヲ合シ之ヲ全距離ト仮定セル1ヨリ減ゼバ $\frac{48}{91}$ ヲ得即チ之ヲ以テ之レニ對スル眞ノ里程四十八里ヲ除セバ即全距離ノ九十一里ナルヲ知ル

(32) 五日三時十三分三秒ヲ一週日ノ小數ニ化セヨ但シ七位迄ヲ要ス (三)

先ツ之ヲ一週日ノ分數ニ化シ $\frac{443583}{604800}$ トナル之ヲ小數トナシ .7334375— ヲ得

(33) 水槽アリ甲乙丙ノ三管ヲ具フ其各一管ツヽヲ用キテ水ヲ入ルヽトキハ甲管ハ三時四十五分間乙管ハ四時二十分間丙管ハ五時五十五分間ニシテ滿ツベシ同時三管ヲ開キテ午前十一時三十分ヨリ水ヲ入ルヽトキハ何時ニ至リテ滿水スベキヤ (三)

滿槽ノ水ヲ一トスレバ甲一時間ノ注量ハ $1\div3\frac{45}{60}$ 即 $\frac{4}{15}$ 乙一時間ノ注量ハ $1\div4\frac{20}{60}$ 即 $\frac{3}{13}$ 丙一時間ノ注量ハ $1\div5\frac{55}{60}$ 即チ $\frac{12}{71}$ ナリ今問題ニヨリ考ヘ甲乙丙三管一時間ノ注入量ヲ合計シタルモノヲ以テ滿槽ノ水即一ヲ除セバ滿水迄ノ時間ヲ得ベシ

$$1\div\left(\frac{4}{15}+\frac{3}{13}+\frac{12}{71}\right)=1\div\frac{9227}{13845}=\frac{13845}{9227}=1^{\text{時}}30^{\text{分}}1^{\text{秒}}\frac{6973}{9227}$$

答午後〇時一秒 $\frac{6973}{9227}$

(34) 三百六十人ノ工兵アリ毎日十二時ツヽ働キテ一週間ニハ半日ノ休業ヲナシ長サ七百二十丈幅二丈八尺深サ一丈ノ渠ヲ穿チ十二週ニシテ其業ヲ終フ今五百六十人ノ工兵アリ毎日十四時半ツヽ一週間ニハ五日半働キテ幅三丈深サ一丈二尺四分ノ一ノ渠ヲ作ルニ二十四週間就業スルトキハ幾何ノ長サヲ穿チ得ベキカ但シ尺未滿ハ分數ニテ答ヘヨ (三)

複(合率)比例ニテ幅深ヲ轉比例ノ質トナシ

$$720\times\frac{560}{360}\times\frac{14.5}{12}\times\frac{5.5}{6{,}5}\times\frac{28}{30}\times\frac{10}{12\frac{1}{4}}\times\frac{24}{12}=x$$

$$x=\frac{720\times560\times145\times55\times28\times1000\times24}{360\times120\times65\times30\times1225\times12}=1744{,}9\frac{67}{117}$$

(35) 火藥ノ製造ハ本邦古法ノ一ニヨレバ硝石九、硫黃一、木炭二ノ比ヨリ成ル又現今用キル新法ハ硝石四分ノ三、硫黃十分ノ一、木炭二十分ノ三ヨリ成ルヲ常トス今爰ニ古法ノ火藥十五貫目ヨリ新法ノ配合ニ改テ之ヲ用キントス然ラバ此三品

中何々ヲ幾何宛増スベキヤ　(三)

古法十五貫目ノ火薬中ニハ　$9+1+2:15=9:x$, $x=11\frac{1}{4}$　十一貫目$\frac{1}{4}$ノ硝石ト $9+1+2:15=1:x$, $x=1\frac{2}{3}$.　一貫目三分ノ二ノ硫黄ト $9+1+2:15=2:y$, $y=3\frac{1}{3}$.　三貫三分ノ一ノ木炭ヲ含ムナリ、又新古兩法ヲ比スルニ三品ノ量順次ニ古法ハ $\frac{9}{12}$ 即 $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{12}$ 即 $\frac{5}{60}$, $\frac{2}{12}$ 即 $\frac{10}{60}$ ニシテ新法ハ $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{10}$ 即 $\frac{6}{60}$, $\frac{3}{20}$ 即 $\frac{9}{60}$ ナリ故ニ今新法ノ木炭ノ標準トシテ額ヲ定ムベシ

$\frac{3}{20}:3\frac{1}{3}=\frac{1}{10}:x$, $x=1\frac{2}{3}=$ 硫黄ノ増量

$\frac{3}{20}:3\frac{1}{3}=\frac{3}{4}:y$, $x=11\frac{1}{4}=$ 硝石ノ増量

答 木炭　増加セス
硫黄　七百七十七匁七分ノ六
硝石　五貫四百十六匁三分ノ二

(36) $\frac{35}{36}-\frac{3}{6}-\frac{7}{10}+\frac{17}{23}+\frac{1}{4}$ ノ結果ヲ求ム

原式 $=\frac{4025-3450-2898+3060+1030}{4140}=\frac{1717}{4140}$

(37) $\frac{25^3\times43^3}{42^3\times5967}$ ヲ小數ニナスベシ

原式 $=\frac{1167625}{15750407978472544}=0,0000000007+$

(38) $\sqrt[3]{115145914625}$ ヲ求ム　開立法ニ従テ開ケバ可ナリ

(39) 一ヨリ一百マテノ完全數ノ内有ユル7ノ倍數ノ和ヲ求メヨ

下五題)

一ヨリ百マテノ七ノ倍數ハ七ヨリ九十八迄ニシテ之ヲ級數公式ニ適用スレバ $x=\frac{1}{2}\times(7+98)\times(98\div7)=1360$　答千三百六十

(40) 或商人若干圓ヲ出シテ米四十俵ト麥六十俵トヲ買ヒシニ米一俵ノ價ハ總價ノ百二十分ノ一ヨリ二十五錢高ク麥一俵ノ價ハ總價ノ百分ノ一ヨリ五十二錢安シト云フ問フ各一俵ノ價幾何

初メ總價ヲ得ンカ為メ下式ニヨリテ $(52\times60-25\times40)\div\left\{1-\left(\frac{40}{120}+\frac{60}{100}\right)\right\}=31800$

∴米一俵ノ代 $31800\times\frac{1}{120}+25=290$

麥一俵ノ代 $31800\times\frac{1}{100}-52=266$

答 米　二圓九十錢
麥　二圓六十六錢

(41) 佛國ノ一「リットル」ハ一「デシメートル」立方ニシテ我國ノ一升桝ハ四寸九分平方深サ二寸七分ナリ而シテ一「デシメートル」ハ三寸三分ニ等シ然ラバ「リットル」ハ幾升ニ當ルカ但シ小數第四位マテ計算セヨ

題意ヲ推シテ次ノ演算アリ

解 $\frac{(49)^2\times27}{(33)^3}=\frac{(49)^2}{(11)^3}=\frac{2401}{1331}=1,8039$ ヲ以テ答トス

(42) 五銖利整理公債ト六銖利金祿公債トヲ合セテ若干株ヲ有スル人アリ整理公債ノ株數ハ金祿公債ノ株數ノ七分ノ六ニシテ毎年得ル所ノ利金合セテ六百八十四

圓ナリト云フ問フ各種公債ノ株數幾何但シ整理公債ハ一株五十圓金祿公債ハ一株百圓トス

今整理公債ヲ金祿公債ト全額ト見做セバ其株數ハ實際株數ノ半數ナリト假定セラルベシ故ニ1ヲ以テ金祿公債ノ株數トセバ $684\div\left(1\times\frac{6}{100}\times100+\frac{6}{7}\times50\times\frac{5}{100}\right)=x$ ニテ其株數ハ八十四ナルヲ知リ從テ整理公債ノ株數ヲモ知ルヲ得ベシ

(43) 甲乙丙ノ三商人共同シテ一ノ商業ヲ營ミシニ各元金ノ比ハ5ト7ト8ノ如ク其出金月數ノ比ハ2ト5ト3ノ如シ今若干ノ利ヲ得テ之ヲ分配スルニ其利金ノ五分ノ三ハ各ノ元金ニ應シテ分配シ其餘ハ月數ニ應シテ分配セリ由テ丙ハ甲ヨリ三十九圓多クノ利金ヲ得タリト云フ各利金幾何ヲ得シカ

甲ノ元金ノ取分, $5+7+8:\frac{3}{5}=5:x$, $x=\frac{3}{20}$, 甲ノ月割ノ取分, $2+5+3:1-\frac{3}{5}=2:x'$, $x'=\frac{2}{25}$

丙ノ……,……, ……,……$=8:y$, $y=\frac{5}{26}$, 丙ノ……,……, ……,……$=3:y'$, $y'=\frac{3}{25}$

∴ X四 總利金高ヲ求ルヿ下ノ如シ

$$39\div\left\{\left(\frac{6}{25}+\frac{3}{25}\right)-\left(\frac{3}{20}-\frac{2}{25}\right)\right\}=X$$

總利ヲ得レバ其 $\frac{3}{20}$ ト $\frac{2}{25}$ トノ和ハ甲ノ所得ニシテ其 $\frac{6}{25}$ ト $\frac{3}{25}$ トノ和ハ丙ノ所得ナリ從テ乙ヲ發見シ得ベシ

(44) 三ノ平方根ハ 1.7320508 ト 1.7320509 トノ間ノ數ナルヿヲ證セヨ　(三)

三ヲ實算上開平ニ開クモ其根ノ與ヘラレタル二數間ニアルヲ證シ得ベク又與ヘタル二數ヲ別々ニ自乘セバ前者ハ三ニ實タズ後者ハ三ヲ超ユルヿ少許ナルガ故ニ根ノ實根ハ其中間ニアリト論定シ得ベシ

(45) 紙數百枚ヲ以テ製シタル一個ノ袋ニハ價二十圓ノ茶ヲ滿タスベシ今同價ノ茶金三百九十三圓六十六錢丈ケヲ購求シ前ト同種ノ紙ヲ以テ一個ノ袋ヲ製シ之ヲ入レントス然ラバ紙數幾枚ヲ要スベキカ　但袋ノ形ハ前ト同ジ　(四)

$20^2:100^3=393.66^2:x^3$　$x=\sqrt[3]{\frac{100\times100\times100\times39366\times393.66}{2000\times2000\times}}=729$

答七百二十九枚

(46) 圓ノ周圍ハ圓ノ直徑ニ 3.141592653589 ヲ乘セシモノナリ然ラハ直徑二寸八分三厘五毛アル圓ノ周圍ノ長サ如何但シ毛位マデ算セヨ

答八寸九分〇六四一五一七二九二四八一五

(47) 二數ノ最低公倍數ハ 7857 ニテ其最大公約數ハ 97 ナルトキハ原二數ノ相乘積如何

答　$7857\times97=7857\times(100-3)=785700-23571=762129$

(48) 一「メートル」ノ百分ノ一ヲ一「センチメートル」トシ一立方「センチメートル」ノ水ノ

重サヲ一「グラム」トス今一「メートル」ハ吾カ三尺三寸ニ等シク十五「グラム」ハ四匁ニ等シ而ノ吾一升ハ其容積 64.827 立方寸ナリ然ルキハ一升ノ水ノ重サ幾貫匁ナルヤ

題意ニ依リ考フルニ連鎖比例ノ性質ヲ有シ

$$\left.\begin{array}{l} x : 1(升) \\ \frac{1(升)^3}{330} : 64327 \\ \left(\frac{1}{100}\right)^3 : 1(グラム) \\ 15 : 4(匁) \end{array}\right\}$$

ノ式ヲ得

$$x=\frac{1\times64827\times1\times4\times100\times100\times100}{1\times330\times330\times330\times15}$$

答四千八百十「グラム」三千九百九十三分ノ千六百七十

(49) 或ル人或ル物品ヲ賣リテ二割ノ利ヲ得ントセシニ其意ヲ果サス却テ賣ラントト欲セシ價ノ二割ヲ損シテ賣レリト云フ然ラバ此人ハ之ガ爲メ損益ナカリシヤ又ハ幾分ノ利益カ若クハ損失アリシカ

元價ヲ1ト假定セバ賣却セントセシ價金ハ $1+.2$ ナリ因テ眞實ノ賣リ直ハ $1.2\left(1-\frac{2}{10}\right)=.96\ \therefore\ 1-.96=.04$ ノ損耗ナリ

(50) 甲乙二人同額ノ資金ヲ以テ商業ヲ創メシニ甲ハ自己ノ資金ノ五分ノ一ニ等シキ利金ヲ得タルニ乙ハ金二百圓ヲ損失セリ依テ甲ノ所有ハ乙ノ二倍トナルト云フ各最初ノ資金如何

現在甲ノ所有金ハ元資金ノ $\frac{6}{5}$ ニシテ乙ハ其半額即チ $\frac{3}{5}$ ナルコ明了ナリ

故ニ乙ノ現金ハ $200\div\left(1-\frac{2}{5}\right)=500$

演算法既ニ右ノ如クナルヲ以テ答數モ亦左ノ如クナルコ明了ナリ

答五百圓

(51) 純金一匁ノ價金三圓三拾五錢七厘五毛ナルトキハ金一圓ニテ買ヒ得ヘキ純金ノ目方如何但シ絲位マテ算セヨ

$33575 : 1 = 10000 : x \quad x = ,2978+$

答二分九厘七毛八絲强

(52) 金若干圓アリ今其二分ノ一ト三分ノ一トヲ費ヤセシニ尙ホ金五十圓ヲ餘セリト云フ元金如何 (二十五年電信學校乙科以下四題)

元金ヲ1ト假定セハ殘金ハ $1-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{6}$ 之レ則チ五百圓ニ相當スル割合

故ニ元金ハ $50\div\frac{1}{6}=300$

答三百圓

(53) 元金三百十一圓五十錢ノ一年四ヶ月ノ元利合計金三百三十六圓四十二錢ナリ其年利率如何但シ單利

題意ヲ推シテ次ノ式ヲ得ル $(33642-31150)\div\{31150\times(12\times1+4)\}=0,05$

答月利五分

(54) 金若干圓ヲ甲乙丙丁四名ニ分ツニ甲ト乙トハ其割合九ト八トノ如ク乙ト丙トハ十四ト十五トノ如ク丙ト丁トハ八ト九トノ如シ而シテ丁ハ丙ヨリ多キコト

金百三十五圓ナリト云フ總金額如何

所題ノ式ハ次ノ如シ $9-8:9=135:x$

之ニ因テ丁ノ得金千二百十五圓内ノ得金千八十圓ナルコヲ知ル故ニ此理ヲ推シテ乙ハ千八圓甲ハ千百三十四圓ナルコヲ知ル故ニ次ノ答ヲ得ルナリ

答四千四百三十七圓

(55) 624ノ平方根ヲ小數六位マデ算セヨ

演算ノ結果ハ次ノ如シ　24.979991+　ヲ以テ答トス

(56) $\dfrac{\frac{17}{18}-\frac{4}{5}}{\frac{4}{15}\times\frac{13}{24}}-\dfrac{\frac{8}{35}+\frac{4}{21}}{\frac{11}{15}\times\frac{4}{7}}$ 之ヲ最簡ニスベシ

原式 $=\dfrac{\frac{13}{90}}{\frac{13}{90}}-\dfrac{\frac{44}{105}}{\frac{44}{105}}=1-1=0$

(75) 甲乙二人アリ甲ハ毎時一里二分ノ一歩シ乙ハ毎時二里四分ノ一歩ス今甲ハ乙ヨリ四時間早ク發足セリ然ルトキハ乙幾里歩シ甲ニ追付クヤ

$2\frac{1}{4}-1\frac{1}{2}$ ハ乙ノ甲ヨリ早キ一時間ノ速ナリ故ニ答式ヲ得ルコ左ノ如シ

$1\frac{1}{2}\times4\div\left(2\frac{1}{4}-1\frac{1}{2}\right)=x$　答八時間

(58) 一樽ニ甲乙二管アリ甲管ヲ開キテ二分時ト五分ノ一ノ間注入ルヽ時ハ水樽中ニ滿ツ又乙管ヲ開キテ三分時ト十分ノ三ノ間洩シ出ス時ハ樽中ノ水悉ク盡ク今此樽ヲ空トナシ兩管ヲ以テ水ヲ出入セシムル時ハ幾時間ニシテ樽中ノ水滿ツベキヤ

甲管一分時ノ入量ハ全量ノ $\frac{1}{2\frac{1}{5}}$ 即 $\frac{5}{11}$ ニシテ乙管一分時ノ出量ハ $\frac{1}{3\frac{3}{10}}$ 即 $\frac{10}{33}$ ナリ故ニ $\frac{5}{11}-\frac{10}{33}$ ハ一分時ニ水ノ樽中ニ存留スルモノヽ全量ニ對シテ割合ナルベシ之ヲ以テ全量ヲ除スルコ $1\div\left(\frac{5}{11}-\frac{10}{33}\right)$ ノ如クスレバ答六分三十六秒ヲ得ベシ

(59) 甲乙ノ時辰儀ヲ正午ニ改正シ其翌日正午ニ當テコレヲ檢スルニ甲ハ零時七分十二秒ヲ指シ乙ハ十一時五十一分ヲ指ス今コレヲ改正シテ後チ甲ノ時辰儀ヲ見ルニ四時二十八分ヲ指ス然ルトキハ乙ノ時辰儀ハ何時ヲ指スヤ

$24^{時}7^{分}12^{秒}:12^{時}-11^{時}51^{分}+7^{分}12^{秒}=4^{時}28^{分}:x$

即 $24\frac{3}{25}^{時}:16\frac{1}{5}^{分}=4\frac{7}{15}^{時}:x$，$x=\dfrac{25\times81\times67}{603\times5\times15}=3$

故ニ乙ノ時計ハ今四時二十五分ナリ

(60) 或人十二里二十七町ノ道程ヲ七時三十分間ニ達セント約シ朝九時十分ニ發足

シ七里三町歩行シ某地迄來リ休息セシ時巳ニ午後一時ニ五分前ナリト云フ然ルトキハ何時迄休息スルヲ得ベキヤ

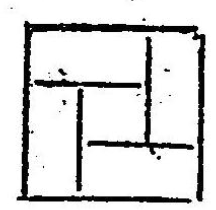
朝九時十分ヨリ午後一時五分前迄ノ時間ハ三時四十五分ナリ又此人實際歩行一時間ノ速ハ$7{,}3$ヲ$7\frac{1}{12}$ヲ三時四十五分ニテ除シタル者ニシテ一里九分ノ八ナリ又殘リノ里數ハ$12{,}27-7{,}3=5{,}24$ナリ故ニ$5{,}24\div1\frac{8}{9}$即チ三時間ハ今後目的ノ處ニ至ルニ要スル時間ナリ今之ヲ殘リノ時間即$7{,}30-3{,}45$ヨリ減スレバ又四十五分ヲ得是レ此人ノ休息時間ニシテ即一時四十分マデ休ミ得ルコナリ

(61) 一萬四千九百九十四俵ノ米ヲ七晝夜ニシテ城中ニ運ヒ入ンコヲ約シ十七輛ノ馬車ヲ用ヒ二晝夜一時ニシテ纔ニ二千四百九十九俵ヲ運輸セリ尙殘米ヲ約束ノ通リ運ヒ入ンニハ馬車幾輛ヲ增スベキヤ

複比例ニテ先ツ $17\times\frac{14994-2499}{2499}\times\frac{2\frac{1}{24}}{7-2\frac{1}{24}}=x$ ニテ全体ニ要スベキ馬車數五百九十五ヲ得之レヨリ在來ノ十七輛ヲ減スレバ即所要增加ノ輛數五百七十八ヲ得ルナリ

(62) 碁石百⊙五個ヲ長方形ニ並ヘ其周圍ノ石數ヲ算ヘシニ四十個アリト云フ縱横各幾何

碁石ノ長方形ヲ左ノ如ク四個集メタリトセバ其總石數ハ105×4ナリ又假設シタル正方形內ニ碁石ヲ滿テバ$\{40\div2+2\,(\text{隅ニアル二個})\}^2=484$ナリ



$\therefore\sqrt{484-105\times4}=8$ハ縱横ノ差ナリ$\therefore(22+8)\div2=15$(縱).$(22-8)\div2=7$(横).

(63) 分數アリ八十分ノ七ヲ加フレバ其價三分ノ二トナル然ラバ原分數ハ既約分數ナリヤ

$\frac{2}{3}-\frac{7}{80}=\frac{160-21}{240}=\frac{139}{240}$

右ノ結果ヲ見ルニ二百四十ト百卅九トハ互ニ素數ナリ故ニ此分數既約分數ナリ

(64) 連續セル五ツノ完全數ノ相乘積ハ百二十ノ倍數ナリ之ヲ證明セヨ

連續セル五ツノ完全數ノトキハ少ナリト雖必ス二個ノ偶數ヲ有ツ者ナリ今其一個ヲ四ニテ割ルニ若シ剩餘アラハ必ス二ナリ如何トナレハ四ハ偶數ナルニ依リ之ニ奇數アラハ被除數ハ偶數ナラサルコ明ナリ此理ヲ推シテ一百二十ニテ割ルコヲ得ヘキナリ

(65) 百分中四分ノ鹽ヲ含ム海水七百五十「ポンド」アリ之ヲ百分中二十七分ノ鹽ヲ含ムヘキ飽和液ニナスニハ幾何ノ水ヲ蒸發セシムヘキカ

七百五十ポンドノ中ニハ$750\times\frac{4}{100}=30$ポンドノ鹽分ヲ含有ス故ニ此鹽分カ

其飽和液ノ百分中二十七分ニ當ランカ爲ニハ飽和液ノ要量ハ左ノ如シ

$30 \div \frac{27}{100} = 111\frac{1}{9}$ ∴ $750 - 111\frac{1}{9} = 638\frac{8}{9}$ ポンドノ水ヲ去レハ可ナリ

荅六百三十八ポンド九分ノ八

(66) 本邦一尺ハ一「メートル」ノ三十三分ノ十ニ等シク一「メートル」ハ英國ノ三、二八〇八六九「フート」ニ等シ由テ問フ一「フート」ハ本邦ノ幾尺ニ等シキヤ荅數ヲ小數四位マテ正シク算出スヘシ

題意ニ依リ三尺三寸ハ

一メートルニ等シ故ニ亦一メートルニ等シキ三、二八〇八六九フートニ等シ

依テ 我3尺3寸 $\div 3.280869 = 1$尺$.0058$　荅一尺ト〇〇〇五八

(67) 甲乙丙ノ三名共ニ事業ヲ爲シ利益金八千五百圓ヲ得タリ然ルニ丙ハ專ラ事業ヲ擔當シタルヲ以テ報勞金トシテ之ニ一千圓ヲ與ヘ殘リノ利益金ヲ七、五、三ノ比ヲ以テ甲乙丙三人ニ分配セリ今若シ報勞金ヲ丙ニ與ヘサルモ倘各々前ト同金額ヲ得ンニハ如何ナル比ヲ以テ利益金ヲ分配スヘキヤ

按分遞接比例ニヨリテ三人ノ所得ヲ見ルニ　$7+5+3 : 8500-1000 = \begin{cases} 7 : x \\ 5 : y \\ 3 : z \end{cases}$

$x=3500$ 甲　$y=2500$ 乙　$z+1000=2500$ 丙

今左ノ所得ヲ見テ之ヲ五百ニテ約セバ甲七、乙丙共ニ五ナルヲ知ル

(68) 東京ニ於ケル銅ノ代價ハ一貫目ニ付金壹圓二十五錢ニシテ大坂ハ金壹圓十錢ナリ今東海道筋ノ或地ニ於テ滊車便ニヨリ銅ヲ取寄スレハ東京大坂何レヨリ購買スルモ其價額ハ同一ニナルト云フ此地東京ヲ距ル幾「マイル」ナルヤ但滊車運賃ハ銅一貫目ニ付一「マイル」金三厘東京大坂間ノ鐵道里程ハ三百六十「マイル」トス

東京ナレハ大坂ヨリ拾五錢ダケ原價ノ高キ銅東海道筋或地ニ於テ同價ナリト云ハヽ運賃ニ差違アルヿ明ナリ故ニ此地ハ東京ノ近キヿ　$150 \div 3 = 50$「マイル」ナリ依テ東京ノ距離ハ左ノ如シ

$(360-50) \div 2 = 155$

答百五十五「マイル」

(69) 二個ノ尺度アリ一個ハ正ニシテ他ハ不正ナリ正ナルモノヲ用ヒテ或立體ヲ測レハ積五千立方寸ニシテ不正ナルモノヲ用フレハ積五千百五十一、五〇五立方寸ナリト云フ不正ナル尺度ノ誤差如何

題意ニ依レハ正尺一寸立方ハ不正尺ノ何立方寸ナルカヲ檢スルニ左ノ如シ

$\frac{5151.505}{5000} = 1.030301$ ナルヿヲ示スカ故ニ正尺ノ一寸ハ不正尺ニテ次ノ如シ

$\sqrt[3]{1.030301} = 1.01$ 寸ヲ示スカ故ニ百分ノ一ノ誤差アルヿヲ證ス

代數幾何問答

第一編　代數學總記

(1) 下ノ二式ヨリxヲ消除セヨ　$c+bx+ax^2=0$,　$x^3=1$.

$x^3=1$ナルヲ以テ　$x^3-1=0$ナリ ∴ $x=1$, $x=w_1$ 又ハ $x=w_2$ナリ

故ニ $c+bx+ax^2=0$ ニヨリ $c+b+a=0$, $c+bw_2+aw_2^2=0$, $c+bw_1+aw_1^2=0$ ナルヲ知ル今

此三式ヲ含ム處ノ方程式ヲ作レバ

$(c+b+a)(c+bw_2+aw_2^2)(c+bw_1+aw_1^2)=0$　ヲ得之レヨリ答ノ

$a^3+b^3+c^3-3abc=0$　ヲ得

(2) 二式アリテ其最高通因式ヲ知リ其最低公倍式ヲ求ムル法及最高通因式ト最低公倍式トヲ知リテ二式ノ積ヲ求ムルノ法ヲ問フ

二式ヲABトシ最高通因式ヲHトシ最低公倍式ヲLトセバ

前問ハ　$A\times B\div H$ヲ其答トシ後問ハ　$H\times L$ヲ以テ答フベキナリ

(3) 下式ヲ整式ニ化セヨ　$(ab)^{\frac{1}{3}}+(bc)^{\frac{1}{3}}+(ca)^{\frac{1}{3}}=0$

大式ノ項ヲ轉シテ　$(ab)^{\frac{1}{3}}+(bc)^{\frac{1}{3}}=-(ca)^{\frac{1}{3}}$　トナシ之ヲ三乘シテ

[illegible]ヲ得

轉換法ヲ施シテ　$ab+bc+ca+3(ab)^{\frac{1}{3}}(bc)^{\frac{1}{3}}\times-(ca)^{\frac{1}{3}}=0$

$ab+bc+ca-3(a^2b^2c^2)^{\frac{1}{3}}=0,\quad ab+bc+ca=3(abc)^{\frac{2}{3}}$

末式ヲ三乘シテ　$(ab+ca+bc)^3=27a^2b^2c^2$　ヲ得

故ニ答ハ即チ下ノ如シ　$(ab+bc+ca)^3=27a^2b^2c^2$　ナリ

(4) 方程式 $ax^2+2bx+c=0$ ノ根ヲ α 及 β トセバ $\alpha^3+\beta^3$ ヲ a b c ノ項ヲ以テ示セバ如何

$ax^2+2bx+c=0$, $\therefore\ x^2+\dfrac{2b}{a}x+\dfrac{c}{a}=0$ ナリ題意ニヨリ α 及 β ヲ兩根トセバ $(x-\alpha)(x-\beta)=x^2-(\alpha+\beta)+\alpha\beta$ ナルヲ以テ之レヲ本式ニ配用シテ左ノ如クナルヲ知ルナリ　$\alpha+\beta=-\dfrac{2b}{a}$，$\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$．

$$\therefore(\alpha+\beta)^3=\alpha^3+\beta^3+3\alpha\beta(\alpha+\beta)=-\frac{8b^3}{a^3}$$

$$〃\qquad=\alpha^3+\beta^3+3\times\frac{c}{a}\times\left(-\frac{2b}{a}\right)=-\frac{8b^3}{a^3}$$

$$\therefore\alpha^3+\beta^3=\frac{6bc}{a^2}-\frac{8b^3}{a^3}=\frac{6abc-8b^3}{a^3}$$

(5) 今 $\dfrac{1}{a^2}-\dfrac{1}{b^2}$, c, $\dfrac{1}{b^2}-\dfrac{1}{c^2}$, a ノ四數比例ヲナストキハ a b c ノ三數ハ連續比例ヲナスト云フヿヲ證セヨ

$$\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}\right):c=\left(\frac{1}{b^2}-\frac{1}{c^2}\right):a,\quad\therefore\ a\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}\right)=c\left(\frac{1}{b^2}-\frac{1}{c^2}\right)$$

$$a\times\frac{b^2-a^2}{a^2b^2}=c\times\frac{c^2-b^2}{b^2c^2},\quad c(b^2-a^2)=a(c^2-b^2)$$

$$\therefore\ cb^2-ca^2=ac^2-ab^2,\quad\therefore\ (a+c)b^2=(a+c)ac$$

$$\therefore\ b^2=ac\qquad\therefore\ a:b=b:c$$

(6) 下式ノ値ヲ求ム　$\dfrac{(7-\sqrt{21})(2+\sqrt{5})(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{7}+\sqrt{3})(3+\sqrt{5})(\sqrt{175}-\sqrt{147})}$

原式ヲ變化シテ　$\dfrac{\sqrt{7}(\sqrt{7}-\sqrt{3})(2+\sqrt{5})(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{7}+\sqrt{3})(3+\sqrt{5})\sqrt{7}(5-\sqrt{21})}$　トナシ分子ノ末ノ二數ヲ相乘シ $\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$ ヲ補乘子トシテ變化スレバ　$\dfrac{2\sqrt{7}(5-\sqrt{21})(3+\sqrt{5})}{4(3+\sqrt{5})\sqrt{7}(5-\sqrt{21})}$　即 $\dfrac{1}{2}$ トナルヘシ

(7) 八月一日甲乙丙ノ三艦東港ヲ發シ海上二百八十八里ナル西港ニ向フ甲艦ハ午前六時ニ拔錨セリ乙艦ハ仝九時ニ拔錨シテ其日ノ午後六時ニ甲艦ヲ乘リ越シタリ又丙艦ハ同日午後三時ニ出帆シ二日ノ午前三時ニ乙艦ヲ乘リ越セリ而シテ乙艦ハ丙艦ニ後ルヽヿ六時間ニシテ西港ニ投錨セリト云フ甲乙丙各艦ノ速サ毎時幾里ナリシヤ又問フ各艦ノ西港ニ投錨セシハ各々幾日ノ何時ナリシヤ

今 x ヲ甲艦 y ヲ乙艦 z ヲ丙艦ノ速力トスレバ題意ヲ考ヘテ左ノ三分程式ヲ得ヘシ

$$9y=12x\cdots\cdots\cdots(1).\qquad 18y=12z=24\cdots\cdots\cdots(2)$$

$$\frac{288}{y}-\frac{288}{z}=6\cdots\cdots\cdots(3)$$

(1) ヨリ $y=\dfrac{4x}{3}$，(2) ヨリ $z=2x$ ヲ得テ之ヲ (3) ニ配用シ遂ニ x ヲ得ルヿ左ノ如シ

$\frac{3}{4x}-\frac{2}{4x}=\frac{6}{288}$, ∴ $\frac{1}{4x}=\frac{1}{48}$ ∴ $4x=48$ ∴ $x=12$

∴ $y=\frac{4x}{3}=\frac{4}{3}\times12=16.$　$z=2x=2\times12=24$

答　甲艦ノ時間の速十二里　八月二日午前六時西港着

　乙………………十八里………………三時………

　丙………………廿四里………………三時………

(8) $\frac{a(b+c)}{b+c-a}+\frac{b(c+a)}{c+a-b}+\frac{c(a+b)}{a+b-c}$ ヲ簡式ニ化セ

$$\frac{a(b+c)}{b+c-a}+\frac{b(c+a)}{c+a-b}+\frac{c(a+b)}{a+b-c}$$

$$=\frac{a(b+c)(a-b+c)(a+b-c)+b(c+a)(-a+b+c)(a+b-c)+c(a+b)(a-b+c)(-a+b+c)}{(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)}$$

$$=\frac{2abc(a+b+c)}{(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)}$$

(9) $\left\{1-\frac{3x-20}{x^2-6x}\right\}\left\{1-\frac{8x-42}{x^2-5x}\right\}$ ヲ簡式ニ化セ

原式 $=\frac{(x^2-6x)-(3x-20)}{x^2-6x}\times\frac{(x^2-5x)-(8x-42)}{x^2-5x}$

$=\frac{x^2-9x+20}{x^2-6x}\times\frac{x^2-13x+42}{x^2-5x}=\frac{(x-4)(x-5)}{x(x-6)}\times\frac{(x-6)(x-7)}{x(x-5)}$

$=\frac{(x-4)(x-7)}{x^2}$

(10) $ma+nc : mb+nd$ ハ $a:b$ ト $c:d$ トノ間ニアルコトヲ證セ

$\frac{a}{b}>\frac{c}{d}$ トセバ $ad>bc$, 而シテ $\frac{a}{b}-\frac{ma+nc}{mb+nd}=\frac{n(ad-bc)}{b(mb+nd)}$,

然ルニ $ad>bc$ ナルヲ以テ $\frac{n(ad-bc)}{b(mb+nd)}$ ハ正ナリ故ニ $\frac{a}{b}>\frac{ma+nc}{mb+nd}$.

又 $\frac{ma+nc}{mb+nd}-\frac{c}{d}=\frac{m(ad-bc)}{d(mb+nd)}$, 而シテ $\frac{m(ad-bc)}{d(mb+nd)}$ ハ前ト同理ニヨリ正ナルヲ知ル故ニ $\frac{ma+nc}{mb+nd}>\frac{c}{d}$, 由テ題意ノ如シ

(11) 二列車アリ其一ハ長サ七拾貳間他ハ長サ六拾間ナリ此二列車ガ平行セル鐵道ヲ相向テ進行スレバ相會シテ全ク通過スル迄四秒ヲ費スト云フ又第一ノ列車ノ速度ガ原ノ二倍ナルトキハ三秒ニテ經過ス可シ問フ各列車ノ毎時ノ速度幾何

x y ヲ兩列車一時間ノ速度トセバ

$\frac{72+60}{x+y}=\frac{4}{3600}$, $\frac{72+60}{2x+y}=\frac{3}{3600}$

(12) $\dfrac{1}{\sqrt{(12-\sqrt{140})}}$ ヲ數ノ計算ニ最モ便ナル形ニ化シ而シテ其値ヲ小數四位迄求メヨ

分母$=\sqrt{(7-2\sqrt{7}\sqrt{5}+5)}=\sqrt{(7-5)}=\sqrt{7}-\sqrt{5}$ 故ニ分母子ニ $\sqrt{7}+\sqrt{5}$ ヲ乘ズレバ

原式$=\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{7-5}=\dfrac{1}{2}(\sqrt{7}+\sqrt{5})$. 而シテ $\sqrt{7}=2.6458$, $\sqrt{5}=2,2361$.

$\therefore \dfrac{1}{2}(\sqrt{7}+\sqrt{5})=\dfrac{1}{2}(2,6458+2,2361)=2,4409$

(13) a, b, c, d ガ連比例ヲナストキハ次式ヲ證セヨ

$$\left(\frac{a-b}{b-c}\right)^2=\frac{a}{d}.$$

題意ニヨリ $\dfrac{a}{b}=\dfrac{b}{c}=\dfrac{c}{d}$; 而シテ $\dfrac{b}{c}=\dfrac{-b}{-c}$; $\therefore \dfrac{a}{b}=\dfrac{-b}{-c}=\dfrac{a+(-b)}{b+(-c)}=\dfrac{a-b}{b-c}$;

$\dfrac{a-b}{b-c}=\dfrac{a}{b}$, $\dfrac{a-b}{b-c}=\dfrac{b}{c}$, $\dfrac{a-b}{b-c}=\dfrac{c}{d}$; 故ニ此三式ヲ連乘セバ $\left(\dfrac{a-b}{b-c}\right)^3=\dfrac{a}{d}$.

(14) $x^2+6x+12$ ノ最小値及ビ $(x-x^2-4)$ ノ最大値ヲ求メヨ

原式$=x^2+6x+9+3=(x+3)^2+3$, x ヲ如何ナル數ニナスモ $(x+3)^2$ ハ正ナリ $x+3$ ヲ0トセバ即チ $x=-3$ ハ最小ナリ依テ原式ノ最小値ハ$+3$ナリ

原式$=5-(9-6x+x^2)=5-(3-x)^2$ 故ニ $3-x$ ヲ0トナスキ $x=3$ ハ最大ナリ

即チ原式ノ最大値ハ5ナル事明ナリ

(5) $a^3(b-c)(c-d)(d-b)-b^3(c-d)(d-a)(a-c)+c^3(d-a)(a-b)(b-d)-d^3(a-b)\times(b-c)(c-a)$ ノ因數ヲ求ム

此式ハ輪換式(サイクリカル)ナルヲ以テ先ヅ $b=c$ トシ b ノ代リニ c ヲ本式ニ代用セバ全式消去ス故ニ $(b-c)$ ハ本式ノ一因數ナルヲ知リ全理ヲ以テ $(c-a)$ $(a-b)(a-d)(b-d)(c-d)$ 何レモ各一因數タルヲ知ル而シテ更ニ得タルモノヲ一纏トナシ之ニ與フベキ數系數ト符號トヲ調査セン爲ニ a^3b^2c ノ數字系數ヲ比スルニ$+1$ヲ得依テ答ハ下ノ如キヲ知ル $(b-c)(c-a)(a-b)(a-d)(b-d)(c-d)$

(10) $\dfrac{bz-cy}{b-c}=\dfrac{cx-az}{c-a}$ ナレバ此兩式ハ各 $\dfrac{ay-bx}{a-b}$ ニシテ $a(y-z)+b(z-x)+c(x-y)=0$ ナリ此證ヲ問フ

$\dfrac{bz-cy}{b-c}=\dfrac{cx-az}{c-a}=\lambda$ トスレバ(甲)$bz-cy=\lambda(b-c)$, (乙)$cx-az=\lambda(c-a)$ ナリ今甲ニ a ヲ乘シ乙ニ乘スレバ $a(bz-cy)=a\lambda(b-c)$, $b(cx-az)=b\lambda(c-a)$ トナリ兩式ヲ相加フレバ $-acy+bcx=-\lambda(ac-bc)$ $\therefore \lambda=\dfrac{-c(ay-bx)}{-c(a-b)}=\dfrac{ay-bx}{a-b}$ ニシテ $\dfrac{bz-cy}{b-c}=\dfrac{cx-az}{c-a}$ $=\dfrac{ay-bx}{a-b}$ ナルヲ知ル

次ニ又 $\dfrac{bz-cy}{b-c}=\dfrac{cx-az}{c-a}=\dfrac{ay-bx}{a-b}=\mathrm{K}$ トセバ

$bz-cy=\mathrm{K}(b-c)\cdots\cdots(1)$, $cx-az=\mathrm{K}(c-a)\cdots\cdots(2)$, $ay-bx=\mathrm{K}(a-b)\cdots\cdots(3)$ ヲ得此(1)(2)(3)ヲ合算スレバ $bz-cy+cx-az+ay-bx=\mathrm{K}(b-c+c-a+a-b)=\mathrm{K}\times 0=0$ ヲ得前項ヲ括リテ

$$a(y-z)+b(z-x)+c(x-y)=0$$ ナルヲ知ルナリ

(17) 若シ $2(a^2+b^2)=(a+b)^2$ ナレバ $a=b$ ナリ此證ヲ問フ

$2(a^2+b^2)=(a+b)^2$ ナルヲ以テ $2a^2+2b^2=a^2+2ab+b^2$ $\therefore a^2-2ab+b^2=0$ ナリ $\therefore (a-b)^2=0$ $\therefore (a-b)=0$ $\therefore a=b$ ナリトス

(18) $\sqrt{(x+1)}+\sqrt{2x}=7$ ヲ說ケ

原式ノ兩節ヲ二乘シテ $x+1+2\sqrt{(x+1)2x}+2x=49$ ヲ得之ヲ轉換シテ二乘シ後チ之ヲ括リテ x ノ値ヲ出ス了左ノ如シ

$3x-48=-2\sqrt{(x+1)2x}$, $9x^2-328x+2304=8x^2+8x$

$\therefore x^2-336x+2304=0$, $\therefore (x-162)(x-134)=0$

$\therefore x-162=0$ 又ハ $x-134=0$ $\therefore x=162$ 又ハ $x=134$

(19) $ax^2+bx+c-a'x^2+b'x+c'$ ト間ニ $x+f$ ノ通因數アリトセバ之レガ爲メニ必要ナル要件如何

先ヅ兩式ノ通因數ヲ求ムル了左ノ如シ

$$a' \times \left| aa^3+bx+c \right.$$
$$aa'x^3+a'bx+a'c$$
$$x(a'b-ab')+a'c-ac' \quad a'b-ab' \text{ ニテ除ス}$$
$$x+\frac{a'c-ac'}{a'b-ab'}\cdots\cdots 甲$$

$$a \qquad a'ax^2$$

$$\left| a'x^2+b'x+c' \right| \times a$$
$$aa'x^3+ab'x+ac' \quad | \; a'b-ab'$$
$$a'ax^3(a'b-ab')+ab'x(a'b-ab')+ac'(a'b-ab')$$
$$-a'bx^2(a'c-ac')+ab'x(a'b-ab')+ac'(a'b-ab')$$

此式ニ $(a'b-ab')$ ヲ乘ジ左式ニ $x(a'c-ac')$ ヲ乘ジテ引ケバ

$$abx(a'b-ab')-x(a'c-ac')^2+ac'(a'b-ab')$$
$$=x\left\{ab'(a'b-ab')-(a'c-ac')^2\right\}+ac'(a'b-ab')$$
$$x+\frac{ac'(a'b-ab')}{ab'(a'b-ab')-(a'c-ac')^2}\cdots\cdots 乙$$

今茲ニ甲ト乙トノ結果ニ達シタリ然ルニ原式間ニハ $x+f$ ナル通因數アリト確定シ居ルガ故ニ甲ト乙トノ x ヲ合マザル項ハ何レモ f ニ等シカラザルヘカラス即チ左ノ如シ

$$\frac{a'c-ac'}{a'b-ab'}=\frac{ac'(a'b-ab')}{ab'(a'b-ab')-(a'c-ac')2}.$$

(20) 其和六分ノ五ニシテ其差ハ互ノ乘積ニ等シキ二分數ヲ求ム

兩分數ヲ各々 x, y ヲ以テ示セバ題意ニヨリテ左ノ二方程式ヲ得

$$x+y=\frac{5}{6}, \quad x-y=xy$$

右二式ヲ解クガ爲メニ先ツ各式ヲ二乘シ其前式ヨリ後式ヲ減シ其結果ニヨリテ xy ノ値ヲ求メバ $\frac{31}{6}$ 又ハ $-\frac{7}{6}$ ヲ得

故ニ $x+y=\frac{5}{6}$, $x-y=\frac{31}{6}$ 又ハ $x+y=\frac{5}{6}$, $x-y=-\frac{7}{6}$ トナリ

此四式ヲ二對トシテ取扱ヘバ $\left\{\begin{array}{l} x=3 \\ y=\dfrac{-13}{6} \end{array}\right.$ $\left.\begin{array}{l} -\dfrac{1}{6} \\ 1 \end{array}\right\}$ ノ二重ナル答ヲ得然ルニ問題ハ分數ヲ求ムルニアルヲ以テ所要ノ答ハ一分ノ一トマイナス六分ノ十三カ又ハマイナス六分ノ一ト一分ノ一ナリトス

第二編　代數學補遺

(1) 次ノ連乘積中x^5並ニx^3ノ係數ヲ求ム

$7x^3+12x^2-5x-9\ ;\ x^6-4x^4+18x^2-6\ ;\ 9x^2-5x+1.$

此答ハ實際ノ乘法ヲ施シテ得ヘシト雖𪜈視察ニヨルヲ良法トス即x^5ノ係數ハ $(7\times18\times1)-(7\times6\times9)-(12\times18\times5)+(5\times4\times1)-(5\times18\times9)-(5\times9\times4)=-2302$ ニシテx^3ノ係數ハ $-(7\times6\times1)+(12\times6\times5)-(5\times18\times1)+(9\times18\times5)=1038$ ナルヲ知ルナリ

(2) 次ノ等式ヲ証明セヨ $(a^2+b^2)(x^2+y^2)-(ax+by)^2=(ay-bx)^2$

$(a^2x^2+b^2x^2+a^2y^2+b^2y^2)-(a^2x^2+2abxy+b^2y^2)=a^2y^2-2abxy+b^2x^2=(ay-bx)^2$

(3) 次ノ式ヲ最簡ナル形ニ化セヨ

$$\left\{\frac{\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}}{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}}-\frac{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}}{\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}}\right\}\div\left\{\frac{8}{\left(\frac{x+y}{x-y}+\frac{x-y}{x+y}\right)\left(\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}-2\right)}\right\}$$

$$\text{原式}=\left\{\frac{\frac{y^2+x^2}{x^2y^2}}{\frac{y^2-x^2}{x^2y^2}}-\frac{\frac{y^2-x^2}{y^2x^2}}{\frac{y^2+x^2}{x^2y^2}}\right\}\div\left\{\frac{8}{\frac{(x+y)^2+(x-y)^2}{(x+y)(x-y)}\times\frac{x^4+y^4-2x^2y^2}{x^2y^2}}\right\}=$$

$$\frac{(y^2+x^2)^2-(y^2-x^2)^2}{(y^2-x^2)(y^2+x^2)} \div \frac{4(x^2-y^2)}{8xy} = \frac{4x^2y^2}{(y^2-x^2)(y^2+x^2)} \times \frac{4(x^2-y^2)}{8xy} = \frac{-2xy}{(x^2+y^2)}$$

(4) x^3+px^2+qx+1；x^3+qx^2+px+1 若シ公約數ヲ有セバ $p+q+2=0$ ナルヲ証セヨ實際ノ演算上此結果ニ達スルコト左ノ如シ

$$\begin{array}{l|l|l}
x^3+px^2+qx+1 & 1 & x^3+qx^2+px+1 \\
x^3-x^2 & x^2 & x^3+px^2+qx+1 \\
\hline
(p+1)x^2+(qx+1) & (p+1) & \boxed{(q-p)x^2-(q-p)x} \quad (q-p)x \text{ ヲ除去ス} \\
(p+1)x^2-(p-1)x & & \\
\hline
(p+q+1)x-1 & p+q+1 & x-1 \\
(p+q+1)x-(p+q+1) & & \\
\hline
\end{array}$$

以上ノ運算ヲ經

最終ニ至リテ $1=-(p+q+1)$ ナラザルヲ得ザルヲ知ル是レ與ヘラレタル兩式ニ公約數アルヲ以テナリ故ニ $p+q+2=0$ ナル結果ヲ得ベシ

(5) 次ノ方程式ヲ解ケ $(x+3)(y+5)=(x+1)(y-2)$；$8x+5=9y+2$

$(x+3)(y+5)=(x+1)(y-2)$；$xy+3y+5x+15=xy-y-2x+2$；$\therefore 7x+4y+13=0$……(i)

$8x+5=9y+2$ $\therefore$ $8x-9y+3=0$……(ii)　(i)$\times 9-$(ii)$\times 4$ ニヨリ

$95x=-129$ $\therefore$ $x=-129/95$；$y=-83/95$.

(6) 金子百拾壹圓ヲ甲乙丙三人ニ分配スルニ甲ノ所得ノ三分ノ一ハ乙ノ所得ノ四分ノ一ヨリハ四圓多ク丙ノ五分ノ一ヨリハ五圓少シト云フ甲乙丙ノ所得各如何

x=甲ノ所得，y=乙ノ所得，z=丙ノ所得．トセバ左ノ三式ヲ得

$\frac{x}{3}-\frac{y}{4}\times\frac{1}{4}=4$；$\frac{z}{5}-\frac{x}{3}=5$；$x+y+z=111$．之ヲ運算シテ答ヲ得ルコト左ノ如シ

$16x-3y=192$……(I)．$3z-5x=75$，……(II)．(I)$-$(II)ニヨリ $21x-3y-3z=117$ ヲ得之ヨリ $x+y+z=111$ ノ三倍ヲ減セバ $24x=450$，$x=18.75$ ヲ得

$\therefore z=(18.75\times 5+75)\div 3=56{,}25$；$y=111-56{,}25-18.75=36$.

(7) $(a-b)(b-c)(c-a)$ ハ $a^mb^n+b^mc^n+c^ma^n-a^nb^m-b^nc^m-c^na^m$ ヲ整除スルヲ證明セヨ

右ノ解答ハ分括法ヲ以テモ得ラルベシト雖モ左ノ方法ニヨルヲ簡ナリトス今 $a=b$ トセバ a^mb^n+……ナル式ハ消去スベシ故ニ $a-b$ ハ其一乘子ナリ叉仝法ヲ以テ $(b-c)$ 及 $(c-a)$ モ亦因數ナルヲ知ルヲ得故ニ $(a-b)(b-c)(c-a)$ ハ本式ヲ整除シ得ベシ

(8) 二次方程式 $x^2+px+1=0$ ノ一根ト他ノ根ノ平方トヲ相等シカラシムベキ p ノアラユル値ヲ看出セ

今 $ax^2+bx+c=0$ ノ二根ハ $x=\frac{-b\pm\sqrt{(b^2-4ac)}}{2a}$ ナリトノ公式ニ $x^2+px+1=0$ ノ二根

ヲ求ムルニ即チ $x=[-p\pm\sqrt{(p^2-4)}]\div2$ ナルヲ知ル故ニ題意ニヨリテ一根ハ他根ノ平方ニ等シカラシムル為ニハ是非共 $[-p+\sqrt{p^2-4}]\div2=\{[-p-\sqrt{p^2-4}]\div2\}^2$ ナラザルベカラズ漸次下ニ之ヲ變体シテ遂ニ p ノ價値ヲ發見スルコト左ノ如シ

$$\frac{-p+\sqrt{p^2-4}}{2}=\left\{\frac{-p-\sqrt{p^2-4}}{2}\right\}^2,\quad \frac{-p+\sqrt{p^2-4}}{2}=\frac{p^2+2p\sqrt{p^2-4}+p^2-4}{4},\quad \frac{-p+\sqrt{p^2-4}}{2}$$

$$=\frac{p^2+p\sqrt{p^2-4}-4-2}{2},\quad -p+\sqrt{p^2-4}=p^2+p\sqrt{p^2-4}-4-2,\quad \sqrt{p^2-4}-p\sqrt{p^2-4}=p^2+p-2,$$

$(1-p)\sqrt{p^2-4}=(p+2)(p-1)$, $\therefore (p-1)=0$, $\therefore p=1$. 又ハ $-\sqrt{p^2-4}=p+2$, $p^2-4=p^2+4p+4$

$\therefore 4p=-8$, $\therefore p=-2$ 故ニ所要ノ p ノ値ハ 1. 又ハ -2 ナリ

(9) x^3+ax^2+bx+c ガ x ニツキテ有理ノ(Rational)式ノ立方ナランガ為ニハ係數ノ間ニ如何ナル關係アルベキヤ

今仮リニ $x+\alpha$ ヲ三乗センニ $x^3+3\alpha x^2+3\alpha^2x+\alpha^3$ ヲ得ベシ而シテ x^3+ax^2+bx+c ヲ $x+\alpha$ ノ立方ト見做セバ $3\alpha=a$, $3\alpha^2=b$, $\alpha^3=c$ ナルヲ以テ $ab\div9=c$ ノ關係アルヲ知ルナリ又之ヨリ導出シテ $\frac{9c}{a}=b$, $\frac{9c}{b}=a$ ナルヿヲ明ニス

ルヲ得

(10) 代數式ヲ分類セヨ

代數式ハ其根號ヲ有スルト否トニヨリテ有理式又ハ無理式ト云ヒ又分母ノ有無ニヨリテ整式又ハ分數式ト稱ス而シテ是等全体ヲ大別スルヿ左ノ如シ

- 代數式
  - 單式(又ハ一項式)
  - 複式
    - 二項式
    - 三項式
    - 多項式

複式ニテ又方程式ノ形ヲ有スルモノアリ而シテ其二種ヲ恒同方程式及定値方程式ト云フ

(11) $(4a+b)x^2-2(2a-b)ax+ab=0$ ノ兩根ハ b 正量ニシテ $a>2b$ ナル片 $\frac{a}{3}$ ヨリ一大一小也ノ證

題意ヲ推シテ下ノ演算アリ $\frac{a^2-ab}{4a+b}\pm\frac{2a\sqrt{a(a-2b)}}{4a+b}=\frac{a}{3}-\frac{4ab-2a^2}{12a+3b}\pm\frac{2a}{4a+b}\sqrt{a(a-2b)}$ 然ルニ $\frac{4ab-2a^2}{12a+3b}<\frac{2a}{4a+b}<\frac{2a}{4a+b}\sqrt{a(a-2b)}$ ナリ故ニ $\sqrt{a(a-2b)}$ ノ正量ナルヿモ亦明了ナリ

(12) 一ヨリ九迄ノ數ニテ四位ヲ領スル數幾個ヲ造リ得ベキヤ(一數中ニ同字ヲ列セズ)又一及ビ二ノ既ニ附カザル數幾個アリヤ

$9P4-8P3\times2=9\cdot8\cdot7\cdot6-(8\cdot7\cdot6)\times2=2352$ ヲ以テ個數トス

(13) $\left.\begin{array}{l}x^p+x^{p-1}y+x^{p-2}y^2-x^{p-3}y^3\\ x^p-x^{p-1}y-x^{p-2}y^2-x^{p-3}y^3\end{array}\right\}$ ノ積ヲ求ム

右乘積ハ次ノ如シ $x^{2p}+x^{2p-1}y+x^{2p-2}y^2-x^{2p-3}y^3-2x^{2p-4}y^4+x^{2p-5}y^5$

(14) $x-a$ ヲ $x-a$ ニテ除盡スル事ヲ得此ノ證如何

先ツ x^m-a^m ヲ $x-a$ ニテ除シタルトキ其殘餘ハ本式ノ x ニ a ヲ代用シタル者ニシテ $a^m-a^m=0$ ナル式ヲ得ルカ故ニ題意ノ如クナルヿヲ證明セリ

(15) 三百石ヲ容ル丶一桶アリ甲乙二管ヲ備フ今之ヲ漏出セシムルニ甲管ヲ a 時間開キ乙管ヲ b 時間開ケバ水全ク盡ク今又甲管ヲ m 時間開キ乙管ヲ n 時間開クトキハ水ノ盡クルヿ其半ニ及ブ依テ一時間ニ漏出スル處ノ量各幾何

今 x y ヲ各甲乙一時間ノ漏出量トスレバ題意ニヨリ(1ヲ水ノ全量トス) $ax+by=1,\ mx+ny=\frac{1}{2}$ ナル二方程式ヲ得前式ニ m ヲ乘ジ後式ニ a ヲ乘ジテ減スレバ $(bm-an)y=m-\frac{a}{2}$, $\therefore y=\frac{2m-a}{2(bm-an)}$ ナリ又前式ニ n ヲ乘ジ後式ニ b ヲ乘ジテ減スレバ $x(an-bm)=n-\frac{b}{2}$ ヲ得 $\therefore x=\frac{2n-b}{2(an-bm)}$ ナリ

(16) 次ノ方程式ニ適合スヘキノ値ヲ求メヨ $\frac{2x+3}{x+1}=\frac{4x+5}{4(x+1)}+\frac{3(x+1)}{3x-1}$ (以下三題商業學校入學試驗)

本式ノ分母ヲ去レハ $4(2x+3)(x+1)(3x-1)=(x+1)(4x+5)(3x-1)+12(x+1)^3$

今兩式ノ通乘子 $(x+1)$ ヲ去リテ類項ヲ合スレハ $x=\frac{19}{-55}$

(17) 次ノ式ヲ最簡ニセヨ $\frac{a-\frac{2a}{a-1}}{a-\frac{2a}{a+1}}\div\left(\frac{a^2-5a-6}{a^2-6a+5}\times\frac{a-2}{a+2}\right)$

原式 $=\left(a-\frac{2a}{a-1}\right)\div\left(a-\frac{2a}{a+1}\right)\div\frac{a^2-5a-6}{a^2-6a+5}\div\frac{a-2}{a+2}$.

$=\frac{a(a-1)-2a}{a-1}\div\frac{a(a+1)-2a}{a+1}\div\frac{(a-6)(a+1)}{(a-1)(a-5)}\div\frac{a-2}{a+2}$

$=\frac{a(a-3)}{a-1}\times\frac{a+1}{a(a-1)}\times\frac{(a-1)(a-5)}{(a-6)(a+1)}\times\frac{a-2}{a+2}=\frac{(a-2)(a-3)(a-5)}{(a-1)(a-6)(a+2)}$

(18) 穀物商人アリ金百五十六圓十五錢ニテ米若干俵ヲ買入レ其内二俵ハ自家自用トナシ其餘ヲ一俵ニ付原價ヨリ三十九錢ツ丶高ク賣リシニ總賣リ上ケ金ハ總原價ヨリ九圓八十三錢多カリシト云フ由テ問フ最初幾俵ノ米ヲ買ヒシカ

題意ニ依テ左ノ方程式ヲ得ル即チ最初買入レシ俵ヲ x トスレハ

$39(x-2)=9.83$ ヲ解テ類項ヲ合スレハ $39x=10.61$ $\therefore x=27\frac{8}{39}$.

(19) 括弧(*Brackets*)ノ用ヲ記セヨ $a+(b-c)=a+b-c,\ a-(b-c)=a-b+c$ ヲ證セヨ

括弧用法定義及ヒ分解法等ハ普通ナル敎科書ノ最初ニ於テ懇篤ナル說明アルカ故ニ斯ニ揭ケズ

(20) $Ax^{n}+Bx^{n-1}+Cx^{n-2}+\cdots$ ナル式ニ於テ x ノ代リニ a ヲ置キ此式消ルトキニハ $x-a$ ハ此

式ノ一因子(*Factor*)ナルヲ證セヨ

$(b-c)(b+c)^3+(c-a)(c+a)^3+(a-b)(a+b)^3$ ヲ因子ニ分解セヨ

最初ナル代用法ハ普通代數書ノ初篇ニ詳説アリ因子ハ演算ノ結果左ノ如シ $-3(a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)$ 而シテ所要ノ式ハ $a\ b\ c$ ノ輪換順序ノ對稱式ナルヲ以テ其因子ハ容易ニ發見シ得ヘキナリ此等ノ應用力ヲ養成セント欲セハ宜敷(スミス)氏ノ大代數學教科用書ヲ參考スヘシ

(21) 最高公因子(H.C.F.)ヲ求ムル演算中ニ於テ因子ヲ乘シ或ハ因子ニテ除スルヲ得其理如何

$x^4-8x^3+21x^2-20x+4$ 及 $2x^3-12x^2+21x-10$ ノ最高公因子ヲ求ム

最高公因子ハ多項式ノ最高公因子ニシテ因子トハ一項式因子ノ丁ナルヘシ而シテ此問ハ普通ノ丁ナレハ別ニ解説セス　答 $x-2$ ナリ

(22) 整式(*Rational expression*)ノ二乘根(*Square root*)ハ一部ガ整式トナリ一部ガ不整式(*Irrationale expression*)トナル丁無シ其理如何 $43-24\sqrt{3}$ ノ二乘根ヲ見出セ(六)

整式ノ二乘根ニ在テハ常ニ其數值ハ相等シクシテ符號ハ相反スル者ナルカ故ニ本問ノ如キ理アル丁了然タリ

本式 $16-24\sqrt{3}+27=4^2-2.4.3\sqrt{3}+(3\sqrt{3})^2=(4-3\sqrt{3})^2$　答式 $4-3\sqrt{3}$

(23) (1) a, b, c, d ガ連續比例(*Continued fraction*)ヲナストキ $a:c=a^2:b^2,\ a:d=a^3:b^3$ トナルヲ證セヨ (2) $a:b=c:d$ ナルトキ $pa^2+qab+rb^2 : pc^2+qcd+rd^2=b^2 : d^2$ トナルヲ證セヨ

假定ニ因レハ $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d}$ ナルヲ以テ其二乘巾ト三乘巾トハ各相等シク亦 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ ナル中項ヲ交換セシ者ヲKトスレハ $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}=\mathrm{K}$ ナリ此理ヲ推シテ $\frac{a^2}{c^2}=\frac{b^2}{d^2}=\mathrm{K}^2$ $\therefore \frac{pa^2+qab+pb^2}{pc^2+qcd+pd^2}=\frac{b^2}{d^2}$ ナル丁ヲ證シ得ヘキナリ

(24) $x+x-x-x$ ヲ $x-x$ ニテ除セヨ

當題ノ演算ヲ遂クルニハ先實ヲ x ノ昇降内ノ順ニ排列シ即チ $x^4-x^2-x^{-2}+x^{-4}$ トナスヘシ答數ハ $x3-x^{-3}$ トナルヘシ

(25) (2) $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}$ ヲ最簡單ニセヨ

分數化法ニ因テ先分母ヲ簡單ニセハ

$$\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\frac{1}{2}\sqrt{6}+\frac{1}{2}\sqrt{2}}+\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\frac{1}{2}\sqrt{6}+\frac{1}{2}\sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{2}-3\sqrt{2}}{\frac{9}{2}-\frac{3}{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{3}=\sqrt{2}$$

(26) 下ノ式ヲ簡單ナル形ニセヨ (1) $\frac{3x-1}{4x^2-2x+1}-\frac{1}{2x+1}+\frac{(x-1)}{8x+1}$ (2) $\dfrac{\frac{1}{1-2a}+\frac{1-a}{(1+a)(1+2a)}}{\frac{3}{1-2a}+\frac{1+5a}{(1+2a)(1-3a)}}$ (六)

(1) 問式 $=\frac{(3x-1)(2x+1)}{8x^3+1}-\frac{4x^2-2x+1}{8x^3+1}+\frac{(x-1)^2}{8x^3+1}\ \therefore \frac{3x^2+x-1}{8x^3+1}$

(2) 本式ヲ化シテ $\frac{2(1+2a^2)}{(1+a)(1+2a)(1-2a)}\times\frac{(1-2a)(1+2a)(1-3a)}{4(1-7a^2)}=\frac{(1+2a^2)(1-3a)}{2(1+a)(1-7a^2)}$

(27) 下ノ方程式ヲ解ケ (1) $\frac{x-b}{x-a}-\frac{x-a}{x-b}=\frac{2(a-b)}{x-a-b}$ (2) $x\sqrt{x+12}+x\sqrt{x+6}=3$

(28) (3) $x+y=72$, $\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}=6$ (八)

(1) 各項ノ分母ヲ去リ同項ヲ同加異減セハ $2x^2-3(a+b)x+(a+b)^2=2x^2-2(a+b)x+2a^2$ 即チ $(a+b)x=a^2+b^2$ ∴ $x=(a^2+b^2)\div(a+b)$ ナルヿヲ知ル

(2) 本式ヲ再度自乗シテ $4x^4-12x^2+9=4x^2(x^2+6)$ ∴ $x=\pm\frac{1}{2}$

(3) 第二式ヲ以テ第一式ヲ除シ亦二式ノ自乗積ヨリ三式ヲ引ケハ $\sqrt[3]{xy}=8$ ヲ得ル之ヲ三式ヨリ引テ平方ニ開ケハ $\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}=\pm2$ ヲ得テ容易ニ $x=64, y=8$, $x=8, y=64$.

(29) 甲乙二人アリ甲ガ九歩走レハ乙ハ八歩ヲ走リ甲ノ九十歩ハ乙ノ七十九歩カ其距離相等シ甲乙競走セバ優劣如何又優者ガ其四歩ヲ劣者ニ譲リ二人同時ニ走リ始ムルトキハ幾歩ニテ追著クカ(六)

題意ニ依テ下ノ式ヲ得ル $\frac{1}{10}x+\frac{4}{79}=\frac{8}{79}x$ 則チ $x=40$ 故ニ乙ノ追着ク迄ノ歩數ハ 320・答三百二十歩

(30) 一事業ヲ成スニ甲ハ乙ヨリ九日速ク成功ス兩人共力スレバ二十日ニテ成功スト云フ各一人ニテ從事セバ幾日ヲ要スルカ

甲ノ事業ニ要スル日數ヲ x トセハ乙ハ x ト九日間ニ成就スベシ故ニ左ノ方程式ヲ得ル

$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+9}=\frac{1}{20}$ ∴ $x=36$, -5 ヲ得ル然レ𪜈 -5 ハ不合ナルヲ以テ 36 ヲ採ルナリ

答三十六日

(31) a,b,c ガ共ニ實量(*Real quantities*)ナルトキハ $a-b, b-c$ 及ビ $c-a$ ハ悉ク正量ナルヿヲ得ス又悉ク負量ナルコトヲ得ズ其理如何 度

先ツ最初ニ於テ右兩式ヲ正量ト假定セバ $a>b, b>c$ ナルベシ故ニ $a>c$ ニシテ次ノ如クナラサルヲ得ス $c-a$ ハ即チ負量ニシテ $b<a, c<a$ ∴ $b<a$ ナルカ故ニ第一式 $a-b$ ハ正量ナリ此理由ハ本題ノ證明ナリ

(32) $x^3-6x^2+11x-6$ ヲ因子ニ分テ 本式 $=x^3-x^2-(4x^2-11x+6)=x^2(x-2)-\{(4x-3)(x-2)\}=(x-2)\{x^2-4x+3\}=(x-2)(x-1)(x-3)$.

(33) $\left.\begin{array}{l}\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=\frac{3}{z},\\ \frac{3}{z}-\frac{2}{y}=2,\\ \frac{1}{x}+\frac{1}{z}=\frac{4}{3},\end{array}\right\}$ ヨリ x,y,z ノ價ヲ求ム

方程式ノ第一式ト第二式ヲ加フレハ $\frac{2}{x}-\frac{1}{y}=2$ ヲ得第三式ノ三倍ヲ第一式

ニ加フレハ左ノ如シ $\frac{5}{x}+\frac{1}{y}=4$ 此兩式ヲ加ヘテ $x=1\frac{1}{6}$ 故ニ之ヲ各式ニ用シテ左ノ如シ

$y=1\frac{2}{5}$, $z=2\frac{1}{10}$

(34) 甲乙二人アリ共ニ一事ヲ爲スニ m 日ニシテ落成スベシト云フ然ルニ甲乙共ニ爲スコト n 日ニシテ甲ハ病ニ罹リ乙一人ニテ殘業ヲ p 日ニ爲シ終リタリト云フ依テ問フ各一人ニテ爲ス片ハ幾日ヲ要スルヤ

甲乙各一人成業ノ日數ヲ x y 亦一事業ヲ一ト仮定スレハ次ノ式ヲ得ル

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{m}$, $\frac{n}{x}+\frac{n+p}{y}=1$ $\therefore$ $x=\frac{mp}{m-n}$, $y=\frac{ap}{-m+n+p}$.

右式ハ即チ本題ヲ解スル者ナリ

(35) $\frac{15}{x-1}-\frac{3}{x-2}=\frac{3}{x-3}$ ヨリ x ノ價ヲ求ム

先ッ分母ヲ拂ヘハ次ノ式ヲ得ル $9x^2-54x+75=0$.

右式ヲ開キテ x ノ値ヲ知ル $x=6, 2\frac{1}{2}$.

(36) $a=1, b=-\frac{1}{2}, c=\frac{3}{2}$ ナルトキ $(b-c)^3+2(c-a)^3+(a-b)^3-3(b-c)(c-a)(a-b)$ ノ數價ヲ求ム

答 $\frac{1}{8}$

(37) x^3+y^3 ヲ $x+y$ ニテ除シ其商ヲ算出シ其結果ヲ應用シテ $(a+b)^3+$ ヲ $a+b+c$ ニテ除シタル商ヲ算出セヨ

但シ演算ハ普通容易ナレハ擧ケヌ

運算ノ結果ハ左ノ如シ

答 $\frac{x^3+y^3}{x+y}=x^2-xy+y^2$ $\therefore$ $4a^2b^2-(a^2+b^2c^2)=\{2ab+(a^2+b^2)-c^2\}\{2ab-(a^2+b^2-c^2)\}$.

(38) $4a^2b^2-(a^2+b^2-c^2)$ ヲ因子ニ分テ

演算ノ結果ハ左ノ如シ

$\{(a+b)^2-c^2\}\{c^2-(a-b)^2\}=(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)$.

(39) $\frac{4x-3}{6x-5}=\frac{3\frac{1}{7}}{6-3\frac{1}{8}}$ ヨリ x ノ價ヲ求ム

本式ノ形狀ヲ變化セハ次ノ如シ $\frac{4x-3}{6x-5}=\frac{176}{161}$ トナルカ故ニ x ノ値ハ次ノ如シ $x=\frac{334}{412}$.

(40) 金嚢アリ内ニ 36 個ノ貨幣ヲ入ル其金高拾壹圓ナリ而シテ其ノ内若干個ハ壹圓金貨ニシテ五拾錢銀貨ノ數ハ之レニ三倍シ餘ハ五錢白銅貨ナリト云フ然ル片ハ各貨幣ノ數如何

一圓金貨ノ數ヲ x ト假定セハ五十錢銀貨ハ $3x$ ニシテ白銅貨ハ $36-4x$ ナルヿヲ知ル故ニ次ノ式アリ $100x+50\times3x+5(36-4x)=1100$, 故ニ答一圓金貨四個ヨ+

銭銀貨十二個白銅貨二十個

(41) $1+21a^2-56x^3-6x-174x^5+111x^4+219x^6-204x^7+144x^8-64x^9$ 此立方商如何

此問題沈深ノ運算ヲ施セハ得ヘシ

(42) $\dfrac{x-8}{x+5}+\dfrac{2(x+8)}{x+4}=\dfrac{3x+10}{x+1}$ x ノ價如何

原式ハ $\dfrac{(x-8)(x+4)(x+1)+2(x+8)(x+5)(x+1)-(3x+10)(x+5)(x+4)}{(x+5)(x+4)(x+1)}=0$ トナル今分母ヲ捨テ x ノ値ヲ知ルヿ左ノ如シ

$x^3-3x^2-36x-32+2x^3+28x^2+106x+80-3x^3-37x^2-150x-200=0,\ -12x^2-80x-152=0$

$3\times^2+20x+38=0\quad\therefore\ x=\dfrac{-20\pm\sqrt{(400-456)}}{6}=\dfrac{-20\pm\sqrt{-56}}{6}=\dfrac{-10\pm\sqrt{-14}}{3}.$

(43) 或人距離百五里ノ所ヲ往返スルニ往旅ヨリ歸旅ニハ毎時ニ二里少ク歩シ而シテ六時間多ク費スト云フ然ルキハ往旅毎時ノ里數幾何

今往旅一時間ノ速ヲ x トセハ左ノ答式ヲ得

$\dfrac{105}{x}=\dfrac{105}{x-2}-6,\quad\therefore\ 105(x-2)-105x+6x(x-2)=0$

$105x-210-105x+6x^2-12x=0,\quad +6x^2-12x-210=0,$

$x^2-2x-35=0,\quad (x-7)(x+5)=0\quad\therefore\ x=7,\ x=5$ 答七里（マイナスノ者ハ之ヲ捨ツ）

(44) $\dfrac{6x-1}{3\frac{1}{2}x+1}+1\dfrac{6}{7}+\dfrac{48}{7}\ \dfrac{1-x}{7+12x}=3$ ニ於テ x ノ價如何

$\dfrac{12x-2}{7x+2}+\dfrac{13}{7}+\dfrac{48(1-x)}{7(7+12x)}-3=0,\quad 7(12x-2)(7+12x)+13(7x+2)(7+12x)$

$+48(1-x)(7x+2)-3\times7(7x+2)(7+12x)=0$

$1008x^2+504x-98+1092x^2+949x+182+240x-336x^2+96-1764x^2-1533x-294=0$

$160x-14=0\quad\therefore\ x=\dfrac{14}{160}=\dfrac{7}{80}.$

(45) $\left.\begin{array}{r}2(x-y)=3z-2\\ x+1=3(y+z)\\ 2x+3z=4(1-y)\end{array}\right\}$ $x.y.z$ ノ各價如何

右三式ヲ解テ $2x-2y=3z-2,\ x+1=3y+3z$

$2x+3z=4-4y.$ トシ類項ヲ合シテ而ル後第一式ヨリ第二式ヲ減シテ $+xy=-2$ ヲ得第一式ヨリ第三式ヲ減シ $4x+2y=2$ ヲ得因テ $x=1,\ y=-3,\ z=\dfrac{10}{3}$ ヲ以テ本問ニ答フ

(46) $x+y+a$ ハ $x^3+y^3-3axy-a^2(x+y)$ ノ因子ナルコトヲ證シ又他ノ總テノ因子ヲ見出セ

所題ノ式ハ $x^3+y^3+(x^2-xy+y^2)a-(x^2+2ax+y^2)a-a^2(x+y)=(x^2-xy+y^2)$,

$\{(x+y)+a\}-a(x+y)\{(x+y)+a\}=(x+y+a)\{x^2-xy+y^2-a(x+y)\}$

(47) $2x^2-5x+2,\ x^3+4x^2-4x-16$ ノ兩式ヲ共ニ零トナスヘキ x ノ値ヲ見出セ

與ヘラレタル両式 $2x^2-5x+2$ 及ヒ $x^3+4x^2-4x-16$ ノ最高公因數ヲ求ムレハ $x-2$ ナルヲ以テ今若シ此最高公因數カ○ナルトキハ此両式ハ俱ニ○ナルコト明白ナリ故ニ所要ノ値ハ $x-2=0$ ニシテ

$x=2$ ナリ因テ本題ニ答フルモノトス

(48) 次ノ二ノ式ヲ簡約スヘシ (a) $\frac{bc(x-a)^2}{(a-b)(a-c)}+\frac{ca(x-b)^2}{(b-a)(b-c)}+\frac{ab(x-c)^2}{(c-a)(c-b)}$ (b) $\frac{a-\frac{ac(1-b)}{c+a^2b}}{1+\frac{a^2(1-b)}{c+a^2b}}$

(a) $$\frac{bc(x-a)^2}{(a-b)(a-c)}+\frac{ca(x-b)^2}{(b-a)(b-c)}+\frac{ab(x-c)^2}{(c-a)(c-b)}=\frac{(a^2b-ab^2+b^2c-a^2c+ac^2-bc^2)x^2}{a^2b-ab^2+b^2c-a^2c+ac^2-bc^2}=x^2$$

トナリテ(a)問ニ答フ

(b) $$\left(a-\frac{ac(1-b)}{c+a^2b}\right)\div\left(1+\frac{a^2(1-b)}{c+a^2b}\right)=\frac{a(c+a^2b)-ac(1-b)}{c+a^2b+a^2(1-b)}=\frac{ab(a^2+c)}{a^2+c}=ab$$

(49) 銅ト亞鉛ヨリ成ル合金甲乙二種アリ甲ニ於ケル銅ト亞鉛ノ割合ハ二ト三トノ如ク乙ニ於ケル其割合ハ一ト三トノ如シ今両種ヲ混シテ銅一亞鉛ノ二割合ヲ有スル合金一貫八百目ヲ造ラントス各幾何ヲ取ルヘキヤ

總量一貫八百目ノ内甲及ヒ乙ヨリ取ルヘキ量ヲ x 及ヒ y トスレハ直ニ次ノ方程式ヲ作リ得ヘシ

而シテ $\left.\begin{array}{l}x=1000\\y=800\end{array}\right\}$

$$\frac{2}{2+3}x+\frac{1}{1+3}y=\frac{1}{1+2}\times1800 \quad\cdots\cdots(1)$$

$$\frac{3}{2+3}x+\frac{3}{1+3}y=\frac{2}{1+2}\times1800 \quad\cdots\cdots(2)$$

答 甲一貫目 乙八百目

(50) 三項式 Ax^2+Bx+C ノ ABC ニ如何ナル値ヲ付スレハ此三項式ハ $x=1$ $x=\frac{1}{2}$ ノ時零ニシテ $x=-1$ ノ時六ニ等シカルヘキカ

所題ノ意ニ因テ左ノ三式ヲ得ル以テ A B C ノ値ヲ知ルナリ

$A\times1^2+B\times1+c=0$ $\qquad$ $A=2,$

$A\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+B\times\frac{1}{2}\times c=0$ $\qquad$ $B=-3,$

$A\times(-1)^2+B\times(-1)+c=0$ $\qquad$ $C=1.$

(51) x ガ實量(*Real quantity*)ナルトキノ $\frac{x^2+1}{2x}$ ノ値ノ制限ヲ確定セヨ

題意ニ依テ x ノ實量ナルトキ

$\frac{x^2+1}{2x}=y$ ト仮定セハ $x=\frac{2y\pm\sqrt{(2y)^2-4}}{2}=y\pm\sqrt{y^2-1}$ トナルヘシ故ニ y^2-1 大○ 即 $(y+1)(y-1)$ 大○ナルカ故ニ此仮定セル y ハ 1 及 -1 ノ間ニハアルヲ得サルコトヲ証明ス

(52) 直角平行面體アリ其ノ長サ、幅、厚サノ和ハ12寸、總面積ハ82平方寸、容積ハ42立方寸ナリト云フ長サ、幅、厚サ各々幾何

[illegible] $x+y+z=12$

$2yz+2zx+2xy=82$

$xyz=42$

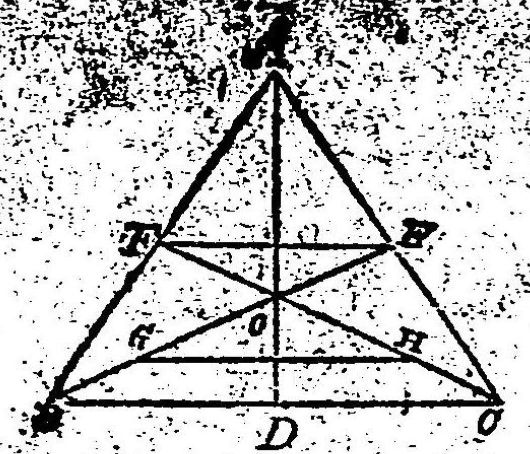
第二式ヲ2ニテ約スレハxヨリzノ値ハ$a^3-12a^2+41a-42=0$ナル式ノ根ニシテ$a=2$ナルコハ一目瞭然タリ故ニ$(a-2)\{a^2-10a+21\}=(a-2)(a-3)(a-7)=0$之ニ依テ所要ノ答數トス即チ左ノ如シ

答長七寸、幅三寸、厚二寸

幾何學 附三角術及圖學

第一編　幾何學總記

(一)三角形ノ各角頂ト對邊ノ中點トヲ連子タル三直線ハ一點ニ會シ其交點ニ於テ各線夫々一ト二トノ比ニ分タルベシ其證明法如何

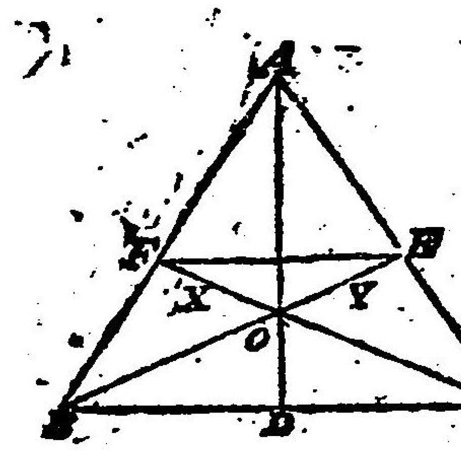


ABCヲ三角形トシD、E、Fヲ各邊ノ中點トシBE CFヲOニ於テ相會セシム今BOヲGニCOヲHニ於テ二等分シFE GH.ヲ連ヌベシ然ルトキハFEハ△ABCノ二邊ノ中點ヲ連ヌルヲ以テBCノ半ニ等シク且ツ平行ナリ而シテGHモ亦△BOCノ二邊ノ中點ヲ連子タルヲ以テBCノ半ニシテ且ツ平行ナリ故ニEF GHハ平行ニシテ相等シ又平行線ニ一線ノ會シテ作ル錯角ハ相等シキヲ以テ∠FEO=∠OGH, ∠EFO=∠OHG 故ニ△GOH=△FOE ∴GO=OE, HO=OF, 而シテ作圖ニヨリテBG GO相等シキヲ以テOEハBOノ二分ノ一ナリ同理ニヨリテFOモ亦COノ二分ノ一ナリ

仝法ニヨリテADノBEニ會スル處ハBEヲ三分セル點即Oナルヲ證スルヿヲ得ベシ故ニ三線ハ一點ニ會シテ各々自他ヲ一ト二トニ別ツナリ

[illegible]直線ヲ出セバ三線共ニ一點ニ會シ而シテ此

點ハ該三角形ヲ包容スル圓ノ中心ナリ

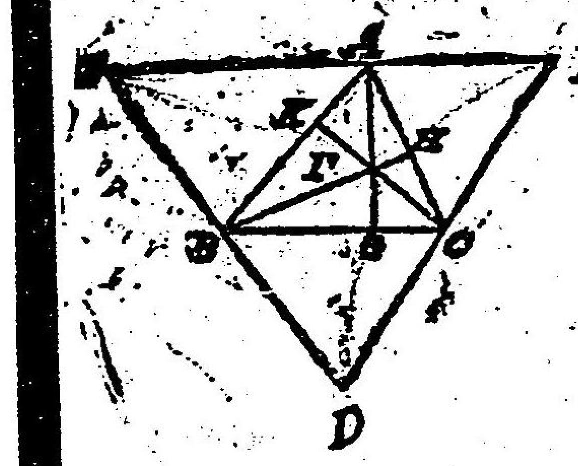


三角形ヲABCトシD、E、Fヲ其各邊ニ於ケル中點トス今FX EYヲ夫々AB ACニ直立ニ出セバ必スOニ會セサルヲ得ズ(AB AC平行ナラザルガ爲ナリ)(又FEヲ連ヌレバ∠AFX=∠AEY=R∠ニシテ∠EFX ∠FEYハ共ニ直角ヨリ小ナルガ爲ナリ)

OD OAヲ連ネBO COヲ結ベハ△ACF及△BOFニ於テAF=BF(假設)FOハ共通ニシテ∠AFO=∠BFO=R∠ ∴ △AOF=△BOF ∴ AO=BO 仝理ニヨリテ△AOE=△GOE ニ於テ AO=OC, ∴ BO=OC, 又BD=DC(假設) ∴ ∠BDO=∠CDO ∴ ∠BDO=∠CDO=R∠ (∠BDO+∠CDO=2R∠ ナルヲ以テ)

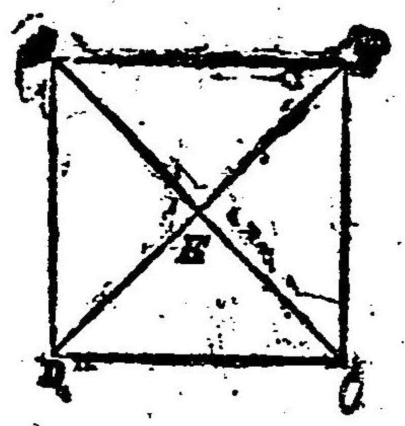
故ニ各邊中點ヨリ直立線ハ各角頭ヨリ等距離ノ一點ニ會ス故ニ此點ハ包容圓ノ圓心ナリ

(三) 三角形ノ各角頭ヨリ對邊ヘ下セル垂線ハ一點ニ會ス



ABCヲ三角形トシ各角頂ヲ通シテ其對邊ニ並行ナル三線ヲ引キ△DEFヲ作ラシム然ルトキハAFBC, ABCEハ作圖ニヨリ平行四邊形ナルヲ以テFA=AE=BCナリ故ニFEハAニ於テ平分セラレ仝理ニヨリテEDハCニ於テDFハBニ於テ平分セラル今更ニAGヲFEニ垂線ニ引キBCトGニ會セシムAGハ平行線FE BCニ會シ∠EAG+∠AGC=2R∠ナリ又EAGハ直角ナルヲ以テ∠AGC=R∠ナリ故ニ三直立線ノDEFノ各邊ニ直立ナルモノハ亦ABC三角形ノ各角頂ヨリ對邊ヘノ垂線ニシテ皆仝一點ニ相會スルナリ

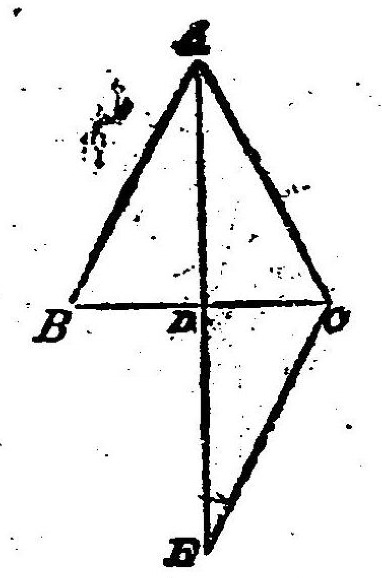
(四) 平方形ノ對角線ハ直角ニ交リ互ニ自他ヲ等分ス



今平方形ヲABCDトシ對角線AC BDヲシテEニ會セシムレバ∠AEB=∠BEC=∠CED=∠ADE=R∠ BE=DE=AE=CEナルベシ

△ABDニ於テAB=AD, ∠BAD=R∠ ∴ ∠ABD=∠ADB=$\frac{1}{2}$R∠ナリ仝理ニヨリ∠BAC=$\frac{1}{2}$R∠ ∴ ∠BEC=R∠故ニ其隣角及對頂角モ直角ニシテ對角線ノ二等分セラルヽヿモ明ナルベシ

(五) 三角形内ニ頂角ト其對邊トヲ平分スル一直線ヲ引クヿヲ得レバ此三角形ハ二等邊ナリ



ABC三角形ニ於テADヲ以テA角及BC邊ヲ二等分スルトセバ此三角形ハ二等邊ナルベシ

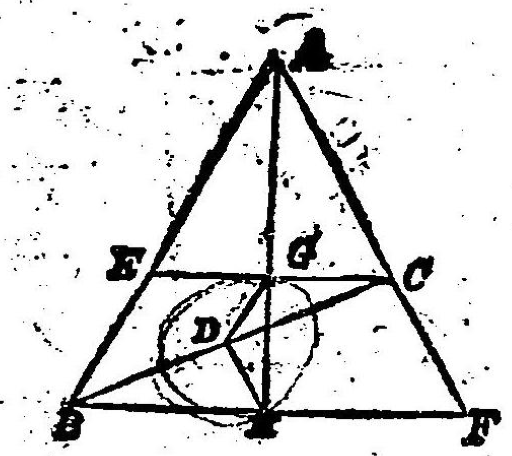
ADヲ延長シDE=ADトシCEヲ連ヌベシ今△ADB, △CDEニ於テAD BDハ夫々ED DCニ等シクDニ於テノ對頂角相等シ∴此三角形相等クAB=CE ∠BAD=∠CED 然ルニ ∠BAD=∠CAD (假設) ∴ ∠CAD=∠CED ∴ AC=CE ∴ AC=AB

故ニ此三角形ハ二等邊ナリ

（六）三角形ノ底邊ト面積ヲ與ヘテ其頂點ノ軌跡ヲ求ム（挿圖ヲ略ス）

底邊ヲ AB トシ其上ニ與ヘタル面積ヨリ二倍ノ平行四邊形 ABCD ヲ書キ DC ヲ無窮ニ延長スレバコレ求ムル處ノ軌跡ナリ之ヲ證セン爲メ DC 上ニ一點 E ヲ取リ AE BE ヲ連ヌレバ △AEB ハ ADCB ノ半ナリ故ニ與ヘタル面積ヲ有ス又 DC 及其延長線長外ニ一點 E′ ヲ取リ之ヲ撿スルニ △E′AB ハ ABCD ノ半卽チ與ヘラレタル面積ニ等シカラザルヲ見ルナリ

（七）底邊ト二邊ノ差ヲ與ヘテ底邊ノ一端ヨリ頂角ノ平分線ヘ下ス垂線ノ足ノ軌跡ヲ求ム

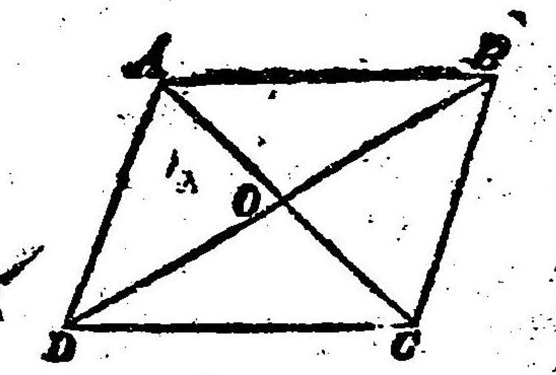


△ABC ヲ此問題ニ適スル三角形トナス卽チ與ヘタル定邊 BC ヲ底トシ AB AC ノ差ハ與ヘラレタル差ニ等トス

BC ヲ D ニ於テ平分シ BAC 角ヲ平分シテ AH ヲ引キ CG BH ヲ AH ニ垂線ニ下シ CG ヲ延長シテ AB ニ E ニ會セシメ BH ヲ AC ノ延長線ト下ニ於テ會セシメ DG DH ヲ連ヌレバ AG ハ △AGE △AGC ニ通シ AG ニ隣接スル角相等シキガ故ニ EG=GC, AE=AC ∴ BE ハ與ヘラレタル二邊ノ差ニ等シ仝理ニヨリ BH=HF ニシテ CF ハ亦定差ニ等シ

又 DG ハ △BCE ノ二邊ノ中點ヲ結合セルモノナルヲ以テ BE ニ平行ニシテ其半ニ等シ故ニ DG ハ定差ノ半ニ等シ仝理ニヨリ DH モ定差ノ半ニ等シ1ナルヲ以テ所要ノ軌跡ハ與ヘラレタル底邊ノ中點ヲ圓心トシ定差ノ半ニ等シキ半徑ヲ以テ書ケル圓ナリ

（八）並行四邊形ノ對角線上ノ正方形ノ和ハ其四邊上ノ正方形ノ和ニ等シ



並行四邊形 ABCD ノ二對角線 AC BD 上ノ正方形ハ四邊上ノ正方形ノ和ニ等シカルヘシ

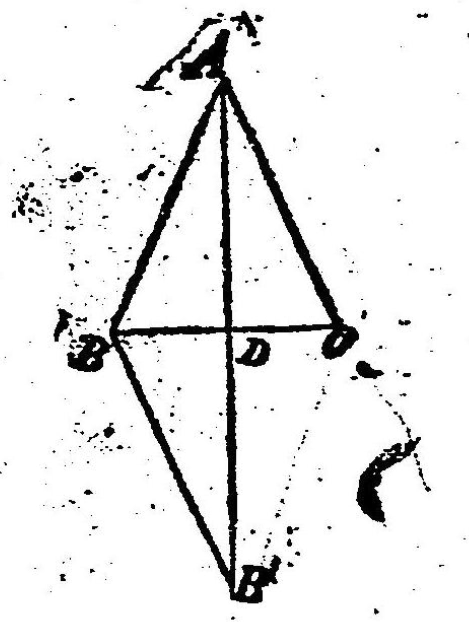
$\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=2\overline{BO}^2+2\overline{AO}^2,\qquad \overline{AD}^2+\overline{DC}^2=2\overline{DO}^2+2\overline{AO}^2$

$\therefore\ \overline{AB}^2+\overline{BC}^2+\overline{AD}^2+\overline{DC}^2=2\overline{BO}^2+2\overline{DO}^2+2\overline{AO}^2+2\overline{CO}^2$ 又 $BO=DO,\ AO=OC$ ナルヲ以テ

$=4\overline{BO}^2+4\overline{AO}^2$

$=\overline{AC}^2+\overline{BD}^2.$

（九）三角形ノ頂點ト底邊ノ中央點トヲ連結セル線ハ他ノ兩邊ノ和ヲ二分シタルモノヨリ小ナリ



今三角形ヲ ABC トシ A ヨリノ中線ヲ AD トセバ AD ハ AB AC ノ和ヨリ小ナルヘシ

AD ヲ延長シテ B′ ニ至ラシメ AD ヲ DB′ ニ等クシ BB′ ヲ連ヌレ

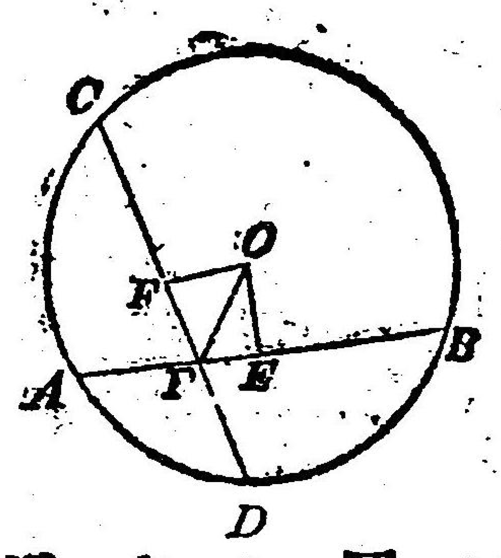
BD=DC（假設）; AD=DB′（作圖）, ∠ADC=∠BDB′ ∴ △ADC=

△BDB′ ∴ AC=BB′、又三角形ノ二邊ノ和ハ其一邊ヨリ小ナルヲ以テAB ト BB′ トノ和ハAB′ヨリモ大ナリ今BB′ハACニ等シクAB′ハADノ二倍ナルヲ以テAB ACノ和ハADノ二倍ヨリ大ニシテ即ADハAB ACノ和ノ半ヨリ小ナリ

(十) N邊ノ正多角形ノ一内角ヲ問フ

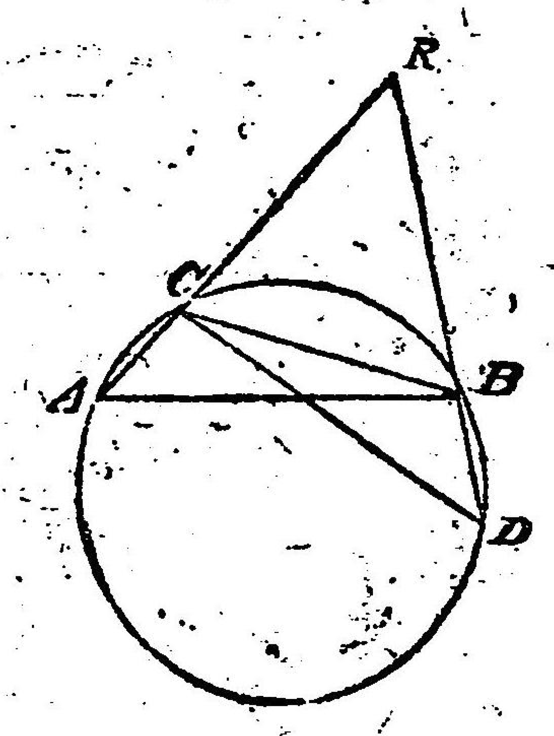
正多角形ノ内角ハ互ニ相等シク其和ハ邊數即N丈ケノ二直角ヨリ四直角少キヲ以テ所要ノ一内角ノ大サハ$(2NR\angle-4R\angle)\div N$ヲ以テ知リ得ベシ但シR∠ハ直角ヲ示スナリ

(十一) 圓内ノ一定點Pヲ過クル弦ノ中心ノ軌跡ハ如何且ツ其特別ナル塲合ヲ擧ゲヨ



今Pヲ通スル弦ヲAB CD.等ト命シ其中點ヲ夫々E、F、ト名ケ此圓ノ中心ヲOトシOE OFヲ連子OPヲ結ブトキハ∠OFP、∠OEPハ各直角ナリ(弦ノ中央ト圓心ト結ベル線ハ弦ニ垂線ナリ)玆ニ數多無數ノ弦アリテ其中點トOトヲ連子タリトスルモ其線ハ常ニ弦ニ垂線ナリ故ニ今OPヲ直徑トシOPノ中央ヲ圓心トシテ書ケル圓ハ凡テノ弦ノ中心點ヲ通スベシ故ニOPヲ直徑トシテ今畫ケル處ノ圓ハ弦ノ中點ノ軌跡ナリ(PトOト仝點ナレバ軌跡ナシ)

(十二) 圓内ニABノ弦アリ叉此ノ外ニ一定ノ長サヲ變セズシテ常ニ位置ヲ轉スル處ノ弦CDアリ今AC BDヲ延長シテRニ會セシムルトセバRハ常ニ或ル他ノ圓周上ニアリト云フ此證如何



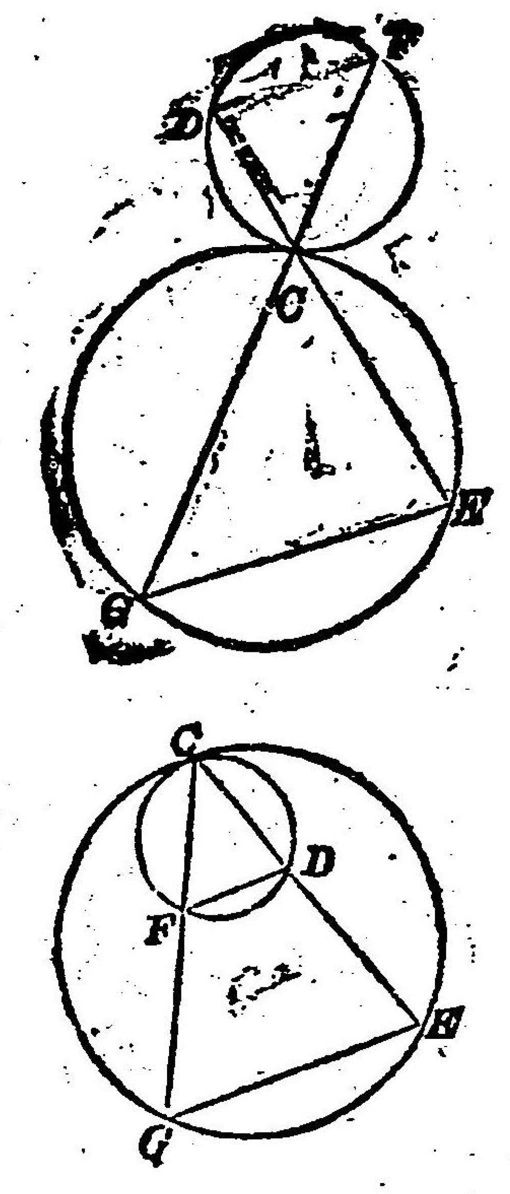
今CBヲ連ヌルトキハ∠ACBハ弦AB上ニ立チ弓形ACBノ角ナルヲ以テC點ノ何レニアルモ常ニ不變ナリ故ニ其補角RCBモ亦不變ナリCDノ弦ハ種々變位スト雖ドモ其長サ常ニ等シキヲ以テ仝理論ニヨリテ∠CBD、∠CBR亦常ニ不變ナリ

今△CRBニ於テ其二角∠RCB、∠RBC共ニ不變ナルガ故ニ他ノ殘角ノ一角∠BRC又不變ナリ故ニRハ或ル圓内ノ弓形上ノ一點ナリ

(十三) 直線ト圓ト交ハル必ス二點以上ニ於テセス此證ヲ問フ (挿圖ヲ畧ス)

今圓心ヲOトシABナル直線A.B.二點ニ於テ圓ニ交ハリタリトシ又假リニ他點C等ニ於テモ交ハリトセンニOA OB OC等ヲ連ヌレバ此三線ハ皆仝シ圓ノ半徑ナルヲ以テ相等シ然ルトキ一點Oヨリ一直線上ニ三個又ハ三個以上ノ相等シキ直線ヲ引キ得ルヿニテ不合理ナリ(一點ヨリ一直線ヘハ二本ノ等シキ直線ヲ引キ得ルノミ)故ニAトBニ交ハルハ理ニ合スレドモ其他ノ點ニ合フハ不合理ナリ故ニ圓ト直線トハ一點又ハ二點ニ於テ相合シ二點以上ニ於テ合スルヿナシ

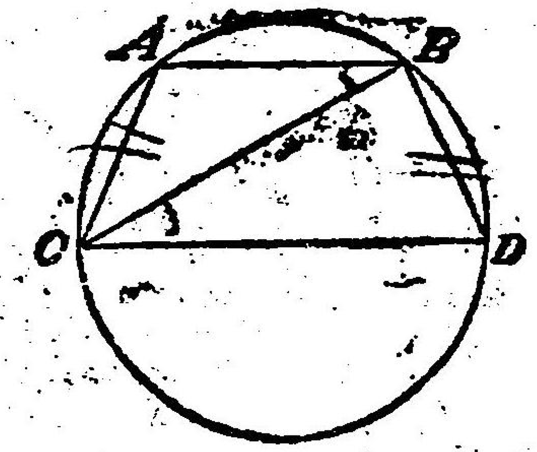
(十四) 二個ノ觸接スル圓形ノ觸點ヲ通過シ二個ノ直線ヲ引クトキハ直線ハ圓周ニヨリテ比例ニ分割セラル



今觸點ヲCトシ二線ヲCE CG(下圖)FG DE(上圖)トスレバ

FD EGヲ連ヌ此二線互ニ平行ナルヲ知リ仝時ニ比例ノ元則ニ應用シテ $CG:CF=GE:CD$ ナルヲ知ル(∵ △FDC∽△CGE)

(十五) 圓ノ內接四邊形ノ兩對邊相等シケレバ他ノ二邊ハ平行ナリ

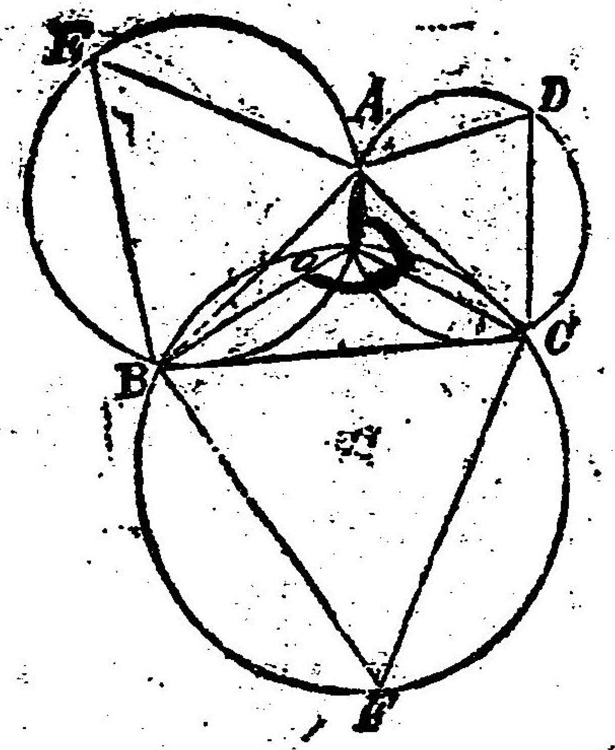


圓ABCDニ內接スル四邊形ヲABCDトシ其兩對邊AC BD相等シケレバAB CDハ互ニ平行ナルヘシ

今BCヲ引ケハ $AC=BD$(假設)ナルヲ以テ∠ABCハ∠BCDニ等シ(仝ジ圓等キ圓ニ於テ同ジ又ハ等シキ弦ノ有スル圓周角ハ相等シ)故ニAB CDハ平行ナリ(二線一線ニ會シ等シキ錯角ヲ作ルトキハ此二線ノ互ニ平行ナリト云フ定義ニヨル)

(十六) 三角形ノ各邊上ニ作レル正三角ヲ包容シ之ニ外接スル圓周ハ共ニ一點ニ會ス

三角形ヲABCトシ各邊ヲ一邊トセル正三角形ヲ夫々AEBACD, BCDトシ此正三角形ヲ包容スル三圓ハ一點Oニ會スヘキナリ

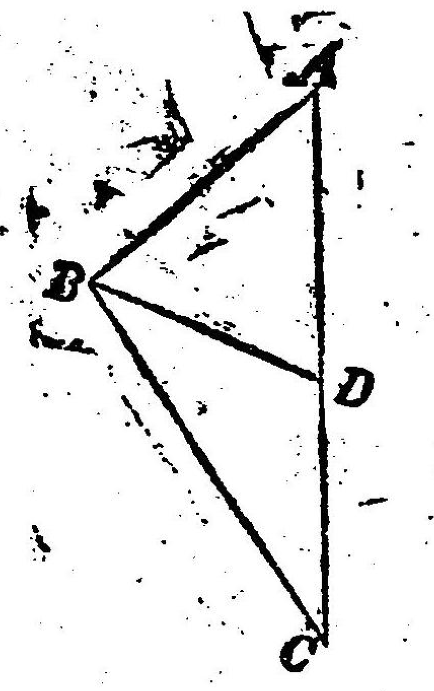


△ADC ト △BCF ヲ包容外接スル二圓ハ一點Cニ於テ會シ此C點ハ兩圓心ノ結合線上ニアラザルヲ以テ此二圓ハ必ス他ノ一點Oニ於テ相會セザルヲ得ズ今OB OC OAヲ連ヌルトキハ∠BOCト∠AOCハ夫々圓ノ三分ノ二ナル弧BFC及ADCノ半ヲ以テ測ル故ニ互ニ相等シク共ニ四直角ノ三分ノ一ナリ故ニ∠AOBヲ考フルニ是非共四直角ノ三分ノ一ナラザルヘカラス故ニABEノ正三角ニ外接スル圓周ノ一點ハ必スOヲ經由セザルヘカラズ故ニ三外接圓ハ共ニ一點ニ會ス

(十七) 三角形ノ二邊ノ差ハ他ノ一邊ヨリ小ナリ

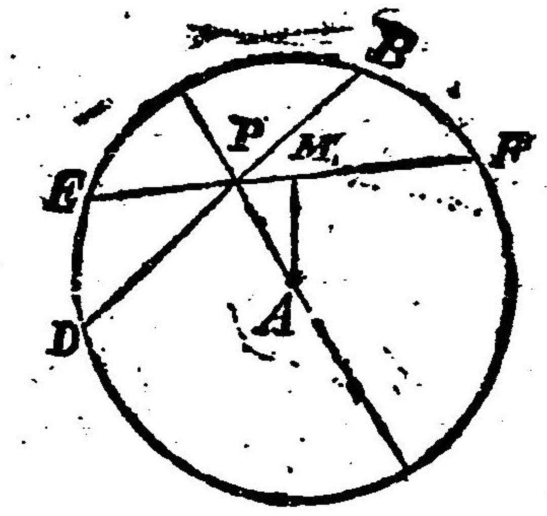
△ABCニ於テAB ACノ差ハBCヨリ小ナルヲ證セン

今ABヲACヨリ小ナリトシ(若シ等シケレバ其差Oナルヲ以テ無論BCヨリ小ナリ)ADヲABニ等ク切レバ三角形BDCニ於テ二邊ノ和ハ他一邊ヨリ大ナルヲ以テ $AB+BC>AD+DC$ ナリ然ルニAB ADハ作圖上相等シキヲ以テ不等ノ兩項ヨリ削去セバ $BC>DC$ ヲ得ヘシ而シテDCハAB AC二邊ノ差ニシテ第三邊BCハ之ヨリ大ナリ故ニ本題ノ如シ



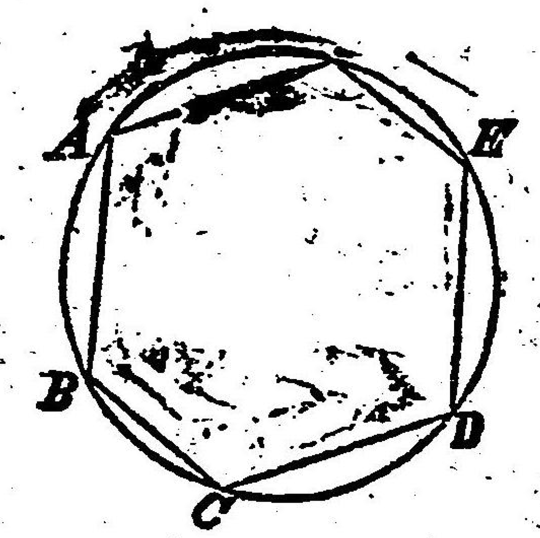
(十八) 圓內ノ一定點ヲ過グル最長及最短ノ弦ヲ求ム

圓心ヲＡトシ定點ノ圓内ニアルモノヲＰトス而シテ求ムル處ノ最長弦ハ卽PAヲ延長シテ成ル處ノ直徑ナリ蓋シ直徑ハ弦ノ最長ナルモノナレバナリ



又最短ノ短ハＰ點ニ於テPAニ垂線ナル弦BDナリ今他ニＰヲ通スル任意ノ弦EFヲ引キＡヨリ垂線AMヲ下スキハAMハEFニ垂線ナレ𪜈APハ垂線ナラズ故ニ$AM < AP$ナリ而シテ遠ク圓心ヲ去ルノ弦ハ圓心ニ近キ弦ヨリ小ナリトノ定義ニヨリ$BD < EF$ナリ又他ニＰヲ通スル弦ヲ引クモ皆仝結果ナルヲ以テDBハ最短ノ弦ナリ

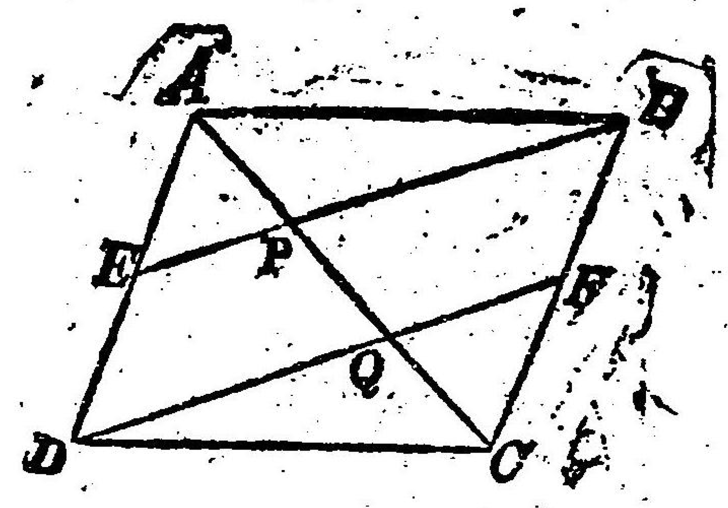
(十九) 圓内切六角形ノ互隔ニ取レル三内角ノ和ハ四直角ナリ



内切六角形ヲABCDEFトセハ其互隔三角ノ和 $\angle AFE + \angle EDC + \angle CBA$ 又ハ $\angle BAF + \angle FED + \angle DCB$ ハ何レ𪜈四直角ナリ

$\angle AFE$ハ弧ABCDEノ半ヲ以テ測リ$\angle EDC$ハ弧EFABCノ半ヲ測リ$\angle CBA$ハ弧CDEFAニテ測ルヲ以テ以上三角ノ和ハ三弧ノ和卽圓周二倍ノ弧ノ半(圓周全体)ヲ以テ測ルモノニシテ卽チ四直角ナリ又$\angle BAF + \angle FED + DCB = 4R\angle$モ仝理ヲ以テ證明シ得ラルベシ

(二十) 平行四邊形ABCDノ二邊AD BCニ於テE及Fヲ其中點トスルキハBE DFハ對角線ACヲ三等分スルヿヲ證セヨ



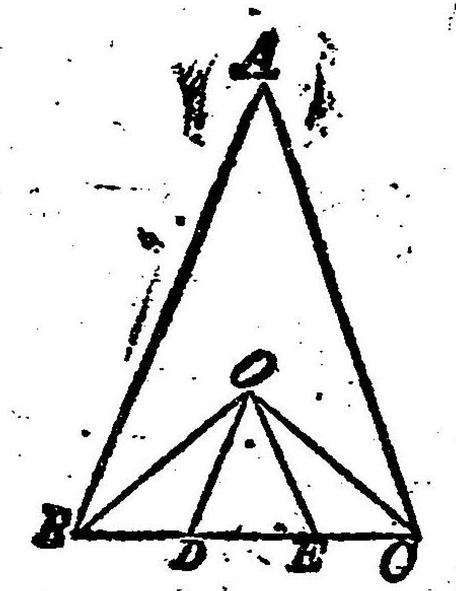
BE DF各ACニPQニ會シタリトセヨ今ED BFハ各四行四邊形ノ半ナルヲ以テ相等シク且ツ平行ナリ故EFハ平行四邊形ナリ而シテBE DF亦互ニ平行ナリ

今△PBCヲ考フルニFハBCノ中點ニシテFQハBPニ平行ナルヲ以テPCハQニ於テ二等分セラレ卽PQ CQ相等シ

又仝理ニヨリテAP PQハ△AQDニ於テ相等シ故AP PQ QCハ三者各相等シキヲ知レリ

故ニBE DF二線ハACナル對角線ヲ三等分ス

(廿一) 一直線ヲ三等分スルヿヲ求ム



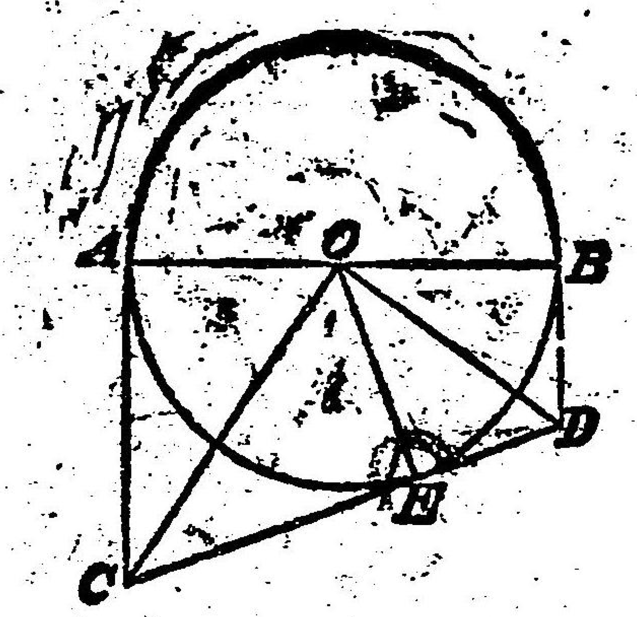
一直線ヲBCトシ之ヲ三等分センガ爲ニ先ツBC上ニ之ヲ一邊トセル正三角形ABCヲ畫キ∠ABCト∠ACBトノ平分線ヲOニ會セシメODヲABニ平行ニOEヲACニ平行ニ引キ夫々D Eニ於テBCニ會セシムレバBCハD、E、二點ニ於テ三等分セラレタリ今$\angle ABO = \angle OBD$(作圖)、$\angle ABO = \angle BOD$(錯角) $\therefore \angle OBD = \angle BOD$ $\therefore DO = BO$ 又仝理ニヨリテ$OF = EC$ナリ而シテ△ODEト△ABCニ於テ$\angle ODE = \angle ABC$, $\angle OED = \angle ACE$ナリ故ニ殘角モ亦$\angle DOE = \angle BAC$ナラザルベカラズ ∴△ODEハ正三角形ナリ $\therefore OD = OE = DE$ $\therefore BD = DE = EC$ナリ

第二編　幾何學補遺　附三角術及圖學

(1) 圓周圓ノ中心圓ノ半徑幷ニ圓ノ弧ノ定義ヲ記セ

圓周トハ一個ノ曲線ノ兩端相会シテ且ツ此内ニアル一定點ヨリ此線ノ各所ヘ同距ナルキ此線ニ下ス名稱ナリ圓ノ中心トハ圓周内ノ一點ニシテ圓周ノ各所ヘ同距ナル者ノ名ナ半徑トハ圓周ト圓心ノ距離ヲ云フ弧トハ圓周ノ部分ニ下ス名稱ナリ

(2) 圓ノ中徑ノA.B兩端ニ切線ヲ作リ第三ノ切線CDヲ作リテ先キノ二切線トC、Dニ於テ交ハラシムルキハAC.BDノ相乘積ハ半徑ノ自乘ニ等シキヲ證セヨ



此問題ヲ証明スルニハ先ツ題意ノ圖ヲ書キOC OD ノ二線ヲ作リCD線ト圓周トノ接線Eヲ發見シOE半徑ヲ作リ△OCDニ就テ考フルキハOE CDノ二線ハ直交スルカ故ニ次ノ比例式ヲ得ル CE:OE::OE:DE, CE.DE=$\overline{OE}^2$ 然ルニ題意ニ因テ CE=AC, DE=BDナルカ故ニ AC.BD=$\overline{OE}^2$ナラサルヲ得ス而シテOE線ハ此圓周ノ半徑ナリ

(3) 直圓錐體ノ傍面積底ノ面積ノ二倍ナレバ斜高ハ中徑ニ均シ

直圓錐體ノ斜高ヲHトスレハ底面積ハπR²ニシテ亦傍面積ハ$\frac{2\pi R\times H}{2}=\pi R\times H$ナリ是ニ因テ之ヲ考フレハ2πR²=πR×Hナルカ故ニ之ヲπRニテ除セハ次ノ如シ、2R=H、トナル故ニ直圓錐體ノ傍面積カ底面積ノ二倍ナルキハ其斜高ハ中徑ニ均シク則チ半徑ノ二倍ナルヿ明了ナリ故ニ圖畵ヲ畧シテ次式ニ移ラン

(4) ABC三角形ノ積ヲSトスレハ$\frac{a^2+b^2-c^2}{4\cot A}$ナリト云フ此ノ證如何　(三角術)

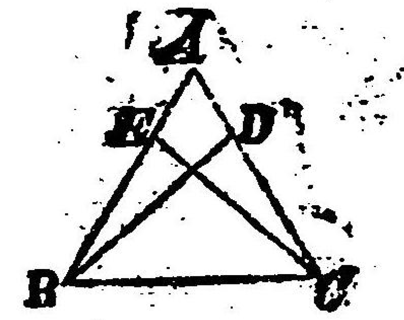
$$S=\frac{1}{2}ab\sin A=\frac{1}{2}ab\cos A\tan A=\frac{ab}{2}\cdot\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}\tan A=\frac{a^2+b^2-c^2}{4\cot A}$$

(5) 山ノ頂上Pヨリ麓ナルA.Bノ二點ヲ窺ヒ俯角$54^\circ-a$ $54^\circ+a$ヲ得タリ然ルキハABノ距離ハ$2h\tan 2a$ナリト云フ此證　(三角術)

A Bハ山麓ノ二點ナルガ故ニ　$AB=h\tan(45^\circ+a)-h\tan(45^\circ-a)$ヲ得亦

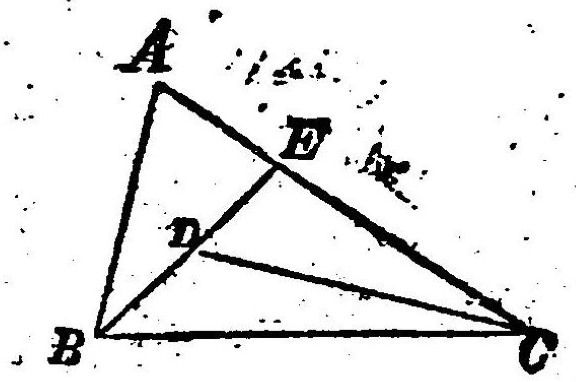
$$h\left\{\frac{\sin(45^\circ+a)}{\cos(45^\circ+a)}-\frac{\sin(45^\circ-a)}{\cos(45^\circ-a)}\right\}=2h\frac{\sin 2a}{\cos 2a}=2h\tan 2a$$

(6) 平面二等邊三角形ノ底ノ兩端ヨリ各對邊上ニ作レル垂線ハ相等シ此ノ[illegible]



此題ノ證明方ハA角ノ鋭直鈍ナルニ依テ三樣ニ分ルヽト雖𪜈其理キヲ以テ茲ニA角ノ鋭角ナル塲合ヲ說カン、今△ABD及△ACEニ於テA角ハ共有ニシテABハAC題意ニ因テ相等シク∠AEC=∠ADBナリ故ニBD=CEナルヿヲ證セリ

(7) ABCノ三角形アリBC二角ノ平分線ヲ出シ其交點ヲDトスルトキハD角ハ直角ヨリ大ナルヿA角ノ半ニ等シ此證如何



先ツ題意ニ因テ上圖ヲ得タルモノトス、但シDEハBDノ延長線ナリ

證、凡テ三角形ノ三角ノ和ハ二直角ナルガ故ニ三角ノ各半和ハ一直角ナルヿ明了ナリ而シテ∠CEDハ△ABEノ外角ナリ故ニ∠CED=∠EAB+∠EBA 又∠CDB=∠CED+∠ECDナリ故ニ∠CDB=∠ECD+∠EBA+∠EAB 故ニ∠CDBハ題意ニ依テ△ABC各角ノ和ノ半ヨリ過クルヿA角ノ半ニ等シ

(8) 七十度ノ弧ノ正弦ト九十度ノ弧ノ正切トヲ求ム

七十度ノ正弦即チsinハ$\frac{7}{9}$亦九十度ノ正切即チtanハ$\frac{1}{1}$ナリ故ニ初歩ノ恒式解法ニ因テ直ニ解クヲ得ヘシ

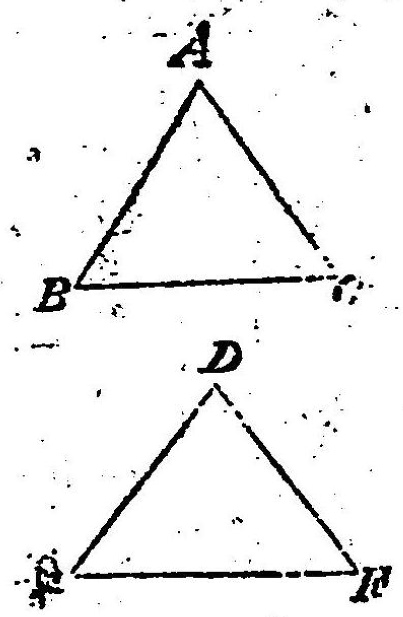
(9) 甲角ノ正弦ト乙角ノ餘弦トヲ與ヘテ甲乙兩角ノ和ノ餘弦ヲ求ム

兩角ノsin及ヒcosヲ知テ和角ノcosヲ求ムル方法ハ甚タ容易ニシテ且ツ普通教科ノ初歩ニアリ故ニ此處ニ解セス

(10) 平面幾何ト立體幾何トノ區別如何

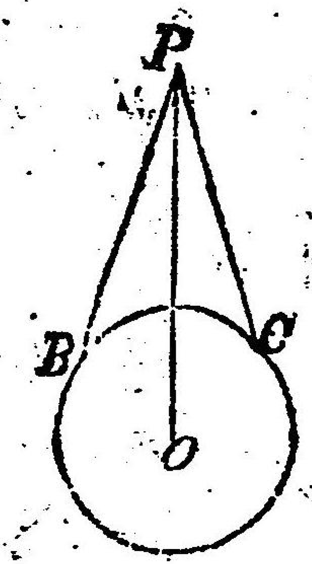
平面幾何ハ點線面ノ長短廣狹及ヒ面積等相互ノ關係ヲ論究スル學ノ名稱ニシテ立體幾何ハ右平面幾何所論ノ外ニ物體ノ體積ヲ講究スル者トス

(11) 兩三角形ニ於テ一邊ト之ニ隣接スル兩角トガ夫レゝゝ相等キトキハ兩形相等キコトヲ證明スヘシ



題意ニ依レハBC=EF.∠B=∠E.∠C=∠Fナリ今上ノ三角形ヲ下ノ者ニ重子ンニBCハEFト合シ且ツ之ニ隣接スル相當角互ニ等シキ故ニ△ABCノA角ハ△DEFノD角ト合セサルヲ得ス即チ此兩三角形ハ相等シキ者ナリ

(12) 與ヘラレタル一點Pヨリ與ヘラレタル圓周Oノ各點ニ引ケル直線ノ中央點ノ軌跡

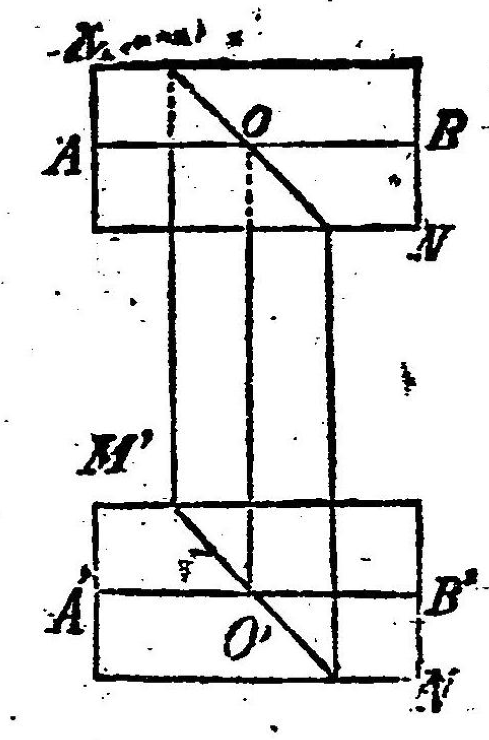


與ヘラレタルP點ヨリOヲ圓心トセハBC圓周上ヘ引附ケタル諸直線ノ中央點ノ軌跡ハO圓周ノ半徑ト此半徑ヲ延長シテ圓周外ナルP點ニ至ル迄ノ直線ノ半トヲ合シタル者ヲ半徑トシテ得ル處ノ新圓周ナリ

(13) 同一平面上ニ在ラサル四個ノ點ヲ通過スル球面ヲ畫ク法ヲ問フ

平面上ニ非サル三點ハ常ニ之ヲ連接シテ三角形ヲ作リ此各角ヲ過クル外接圓周ヲ作ルヿ容易ナリ次ニ此ノ三角形ノ各角頂ヨリ他ノ一點ニ三條ノ直線ヲ作リ更ニ各邊ノ正中ヨリ直立線ヲ出シテ其會點ヲ心トシテ圓周ヲ作ルベシ

(14) 並行スル兩平面ノ一ニ垂直ナル線ハ他ノ平面ニモ垂直ナルヿヲ證明スヘシ



題意ニ依テ先ツMN及ヒM'N'ノ平行二平面ヲ作リOO'ノ直線ガO點ニ於テMNノ平面ニ直立スル者トス今兩平面ト會スルOO'ナル直線ノ兩底點ヲ過キテAB及ヒA'B'ノ二線ヲ同方向ニ作ルトハ此二線モ亦平行ナラサルヲ得ス然ルニOO'ノ直線ハ平行二線ノ間ニ在テ且ツ其一AB線ニ直立スルカ故ニA'B'ニモ直立シMN面ノ直立線ハM'N'面ニモ直立ナリ

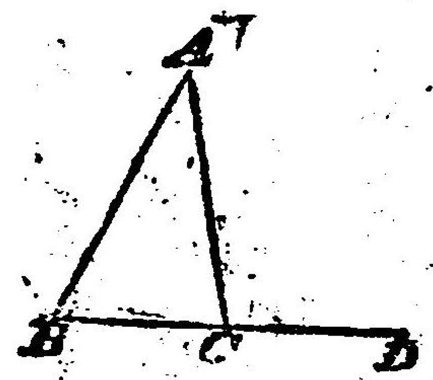
(15) 直角平面形及平行四邊形ノ界説ヲ記セヨ

二個ノ直線ガ正交シテ一線ノ兩方ニ作ル處ノ等角ヲ各直角ト云フ

面上ニ於テ任意ノ二點ヲ設ケ直線ヲ以テ連接スルトキ兩者密合スル者ヲ平面ト云フ

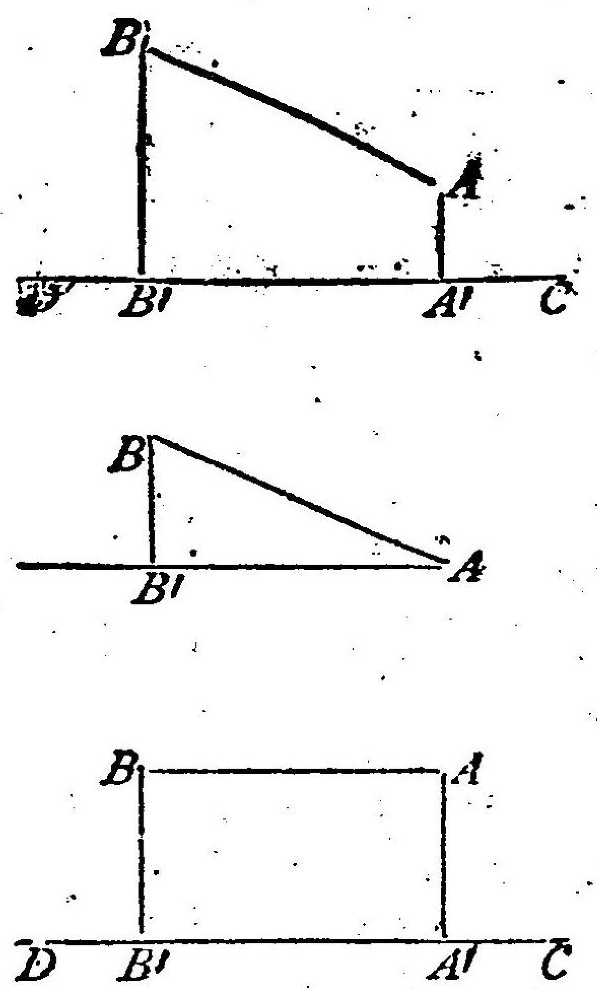
四邊形ノ對邊互ニ平行スル者ヲ平行四邊形ト云フナリ

(16) 三角形ノ一邊ヲ延ハストキハ其外角ハ內對角ノ各ヨリ大ナリ之ヲ證セヨ



之ヲ證スルニハ先ツ三角形ABCノ一邊BCヲ延長シACDノ外角ニ就テ說カンニ作法ニ依リCDハBCノ延長線ナルヲ以テACB及ACD二角ノ和ハ必ス兩直角ナラサルヲ得ス亦三角形ノ定義ニ依レハ三角形ノ內角ノ和ハ常ニ兩直角ニ等シ然ラハ外角ハ內對角兩個ノ和ニ等シキ理ナルカ故ニ何レノ邊ヲ延長シテ得ル所ノ外角ニテモ皆內對角ノ一個ヨリハ大ナリ

(17) 一直線ノ他ノ一直線上ヘノ正射影トハ如何ナル意義ナルカ等長ニシテ相平行スル直線ハ他ノ任直線上ヘ等長ノ正射影ヲ為スト云フ之ヲ證セヨ

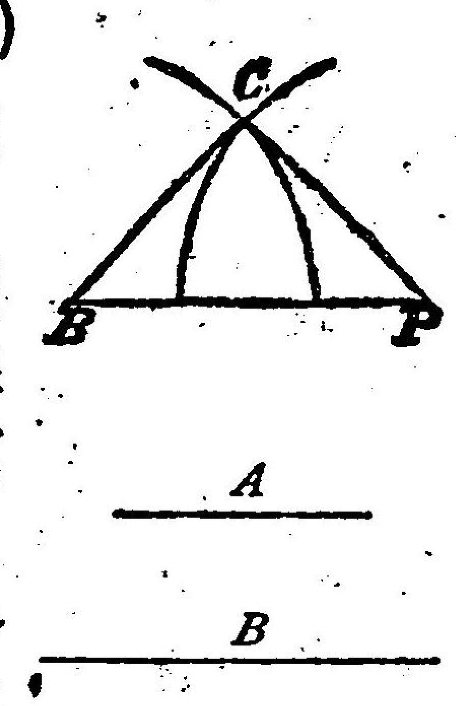


元來單ニ射影ナル者ハ此線ノ兩端ヨリ彼線上ニ下セル兩垂線ノ間ニ含有セル部分ノ名稱ナリ故ニ(1)(2)圖ニ於テABノ射影ハA'B'及AB'ナリ然ルニ是等ノ射影ハ此線ノ長短ニ關セス二線ノ角度ノ大小ニ依テ伸縮不足ナリ(3)圖正射影ニ在テハ二線平行ノ塲合ナレハ此線ノ兩端ヨリ下セル垂線ニ因テ得ル影ハ等長ナリ

(18) 已知ノ一點ヨリ一直線ヲ引キ他ノ已知二直線ニ交ラシメ以テ一個ノ二等邊三角形ヲ作ルヿヲ求ム

解、P點及ヒABノ二線ヲ知テ二等邊三角形ヲ作ル法

作法、先ツP點ヨリB線ニ等シクPBヲ截リ次ニP點ヨリA線ニ等シキ半徑ヲ以テ圓弧ヲ書キ亦B點ヨリ同半徑ヲ以テ圓弧ヲ書キ二弧交會ノ點ヲCトスルトキハ△CBPハ求ムル處ノ三角形ナリ故ニ已知二線ノ長短若シ三角形各邊ノ定義ニ合セサルトキハ此問ニ應スルヿ能ハサルナリ

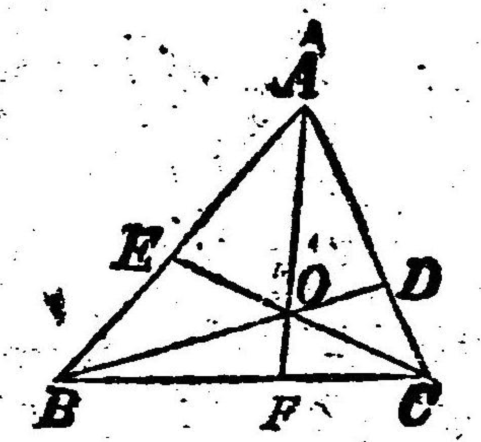


(19) 圓ノ割線(*Secant*)及扇形(*Secater*)ノ定義ヲ問フ

圓ノ割線トハ一個ノ直線ニシテ二點ニ於テ圓周ト交ハル者ノ名稱ナリ

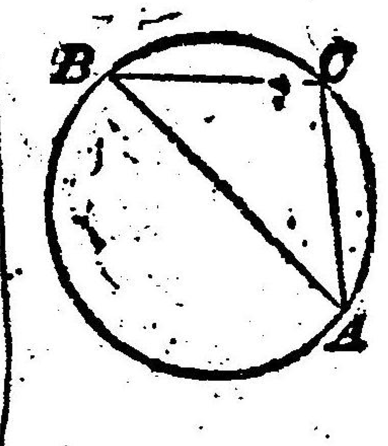
扇形トハ同圓周ノ二半徑間ニ含有セラルヽ處ノ圓周ノ部分ニ附スル名稱ナリ

(20) 三角形ノ各角頂ヨリ對邊ニ下セル垂線ハ同壹點ニ於テ相會スルヿヲ證セヨ



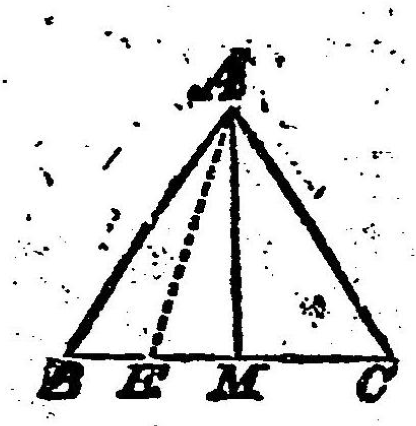
先ツ三角形ABCノB及Cノ二角ヨリ各對ヘ直立線BD CEヲ作レハ此二線ハ必スOニ會ス次ニAO線ヲ作リ之ヲ延長シテBCトFニ會セシムレハ此二線ノ交處ハ必ス直角ナラサルヲ得ス詳解ハ總記ノ部ニ出セリ篤ト參照スベシ

(21) 一直線ハ二個ヨリ多クノ點ニ於テ圓周ニ交ルヿナシ其證如何



證、今假リニABナル直線カABCノ周圓トA、C、Bノ三點ニ交リタル者トシ更ニAB直線ヲ作ルトキハ三個ノ直線ニテ有界形ヲ作ルベク又三角形ノ二邊ノ和ガ他ノ一邊ト同長ナルコトヲ示ス者ニシテ不合理ナリ故ニ二點ヨリ多ク交ラス

(22) 三角形ノ二邊上ノ正方形ノ和ハ半底上ノ頂正方形ト頂角點ヨリ底ノ正中點ニ引ケル直線上ノ正方形トノ和ノ二倍ナルコトヲ證セヨ

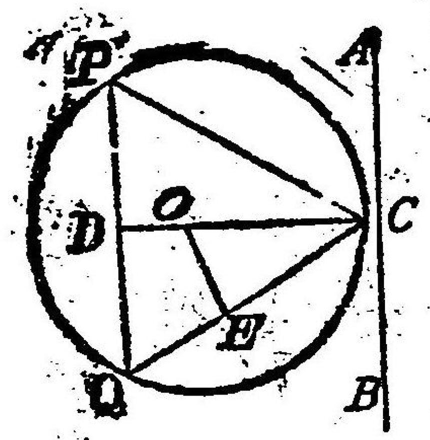


題意ニ依テ上圖ヲ書クトキハ次ノ理アリ

$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=2\overline{AM}^2$ 然ルニ亦題意ニ依レハ次ノ如シ

$AB.AC=\overline{AM}^2$ 又 $\overline{AB}^2-2AB.AC=2\overline{BM}^2$ ∴ $(AB-AC)^2=2\overline{BM}^2$

(23) 與ヘラレタル二點ヲ通過シ與ヘラレタル一直線ニ觸ル所ノ圓ヲ畫クヿ如何



畫法、與ヘラレタル二點ヲP、Qトシ直線ヲABトスレハP、Q二點ヲ聯接シテPQ線ヲ作リ此線ノ中央D點ヲ發見シDヨリ垂線DCヲ出シAB線トC點ニ會セシメ更ニPC QCノ二線ヲ作ルトキハDC線ハ△PQCノ一邊PQノ中央ニ直立スルヲ以テ更ニQCノ中央E點ヨリ直立線ヲ出シ

ヲO點ニ會スOハ即圓心ナリ

(24) 佛度 $53^{\circ}4{\cdot}21^{\cdot\cdot}$ ヲ英度ニ比スレハ如何

$53.421\times\frac{9}{10}=53.421\times\left(1-\frac{1}{10}\right)=53.421-53.421=48^{\circ}0789.$

(25) $\frac{\cos A+\sin A}{\cos A-\sin A}-\frac{\cos A-\sin A}{\cos A+\sin A}=2\tan 2A$ ナルヿヲ證セヨ

前式 $=\frac{4\sin A\cos A}{\cos^2 A-\sin^2 A}=\frac{2\sin 2A}{\cos 2A}=2\tan 2A$ 即チ本題ヲ證スル者ナリ

(26) $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$ ナル式ヲ證セヨ

本式 $=(\overline{AB})^2=\overline{BC}^2+\overline{AB}^2-2CB.CA.C.\therefore C^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

若之詳解ハ普通三角書ノ初歩ニアリ故ニ圖解ヲ附セス

(27) $8\sin^2\theta-2\cos\theta=5$ ナル片 θ ノ角度ヲ求ム

$8\sin^2\theta-2\cos\theta=8-8\cos^2\theta-2\cos\theta=5\therefore 8\cos^2\theta+2\cos\theta-3=0\therefore(4\cos\theta+3)(2\cos\theta-1)=0\therefore\cos\theta=\frac{1}{2}$ 或ハ $-\frac{3}{4}$ 故ニ θ ハ $2n\pi\pm\frac{\pi}{3}$ 或ハ $2n\pi\pm\cos^{-1}-\frac{3}{4}$ ヲ以テ答トス

(28) 三角形ノ各邊10尺.17尺及ビ21尺ナル片ハ其最小角ハ30°ヨリ小ナルト云フ其理如何

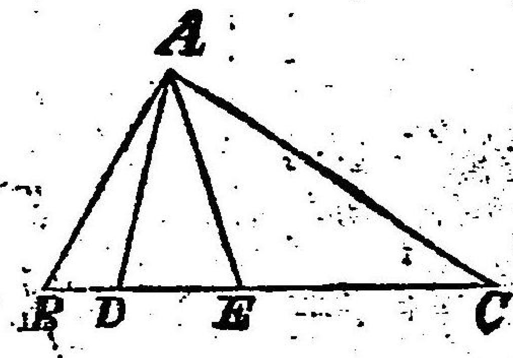
最小角ヲ a トセハ此 a ハ十尺ナル邊ニ對スヘシ故ニ左ノ式アリ

$10^2=21^2+17^2-2.21.17\cos a\therefore\cos a=\frac{15}{17}$ 然ルニ $\cos 30^{\circ}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ニシテ $\frac{15}{17}>\frac{\sqrt{3}}{2}$ ナル故ニ a ハ三十度ヨリ小ナラサルヲ得ス

(29) 平行四邊形ノ定義ヲ問フ

平行四邊形トハ四邊形ノ對邊互ニ並行シテ成レル者ニ下ス處ノ名稱ナリ

(30) 三角形ノ大邊ニ對スル角ハ小邊ニ對スル角ヨリ大ナルヿヲ證セヨ



證、△ABCニ於テ各邊ノ長短ヲ AB＜AC＜CB ト仮定シタル場合ノヿヲ證スヘシ先ツABニ等シクBEヲトリAE線ヲ作ル片ハ△ABEニ於テ∠AEB＝∠EABニシテ亦ACニ等シクCDヲトリ△ACDヲ作ル片ハ三角形ノ外角ノ和ハ内對角ノ和ニ等シキカ故ニ∠ACD＜∠ABC＜∠BEC ナリ

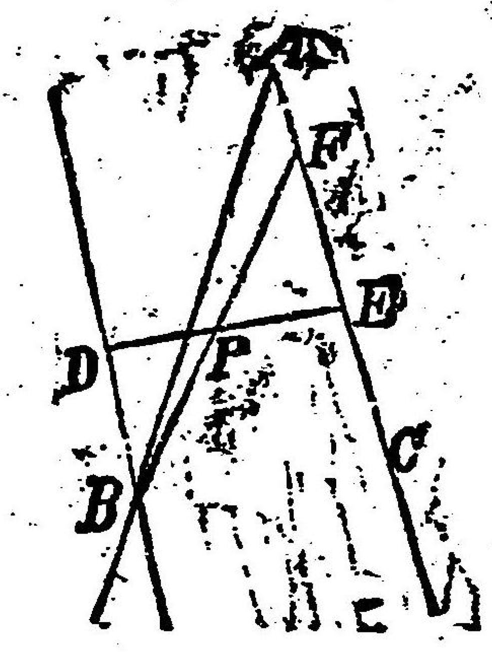
(31) 正多角形ニシテ其一外角ハ直角ノ三分ノ二ナルトキハ本形ノ邊數如何

凡テ二直線相會シテ一線ノ同傍ニ作ル所ノ二角ノ和ハ二直角ニ等シク亦三角ノ内角ノ和ハ常ニ二直角ニ等シキカ故ニ正多角形ノ一外角直角ノ三分ノ二ナル片ハ本形ハ正三角形ナリ

(32) 今相交ル二直線ヨリ等距離ニアル點ノ軌跡ハ何ゾヤ

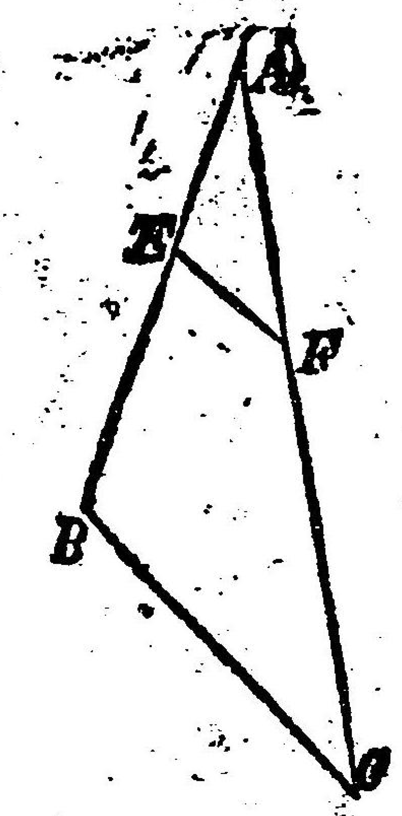
相交ハル二直線ヨリ等距離ナル點ノ軌跡ハ其交角ノ平分線(平面)又ハ此平面線ヲ過キ交ハル二直線ノ定ムル平面ニ鉛直ナル平面(立體)ナリ

(33) 此ノ點ヲ通過シ一直線ヲ引キ其角内ニアル部分ヲシテ此ノ與ヘラレタル點ノ爲メニ平分セラレンヿヲ求ム



先ツ與ヘラレタルABCノ角內ニ與ヘラレタルP點アリトシ此點ヲ過キテ此點ノ為ニ二等分セラルヘキBFノ直線ヲ作ラントス即チP點ヨリ定角邊上ニ垂線ヲ作リ之ヲ延長シテ角ノ內外ノ部分ヲ等シカラシメD點ヲ過テACト平行ニDBヲ作レハBヨリPヲ過テ作レルBFハ所要ノ線ナリ

(34) 一直線アリ二ト三トノ割合ニ分ツヿ如何

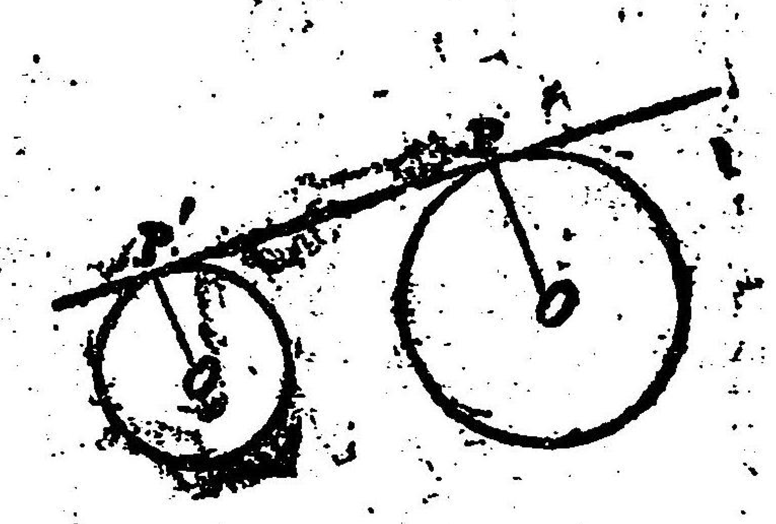


解、一直線ABヲ知テ之ヲ二ト三トノ割合ニ分ツ法ヲ求ム法AB線ノ一端ヨリ任長ノAB線ヲ作リAFノFCニ於ケル比ヲ二ト三トノ比ニ分チ先ツCB線ヲ作リ之ト並行ニFE線ヲ作ルナリ然ルトキハ $\frac{AF}{FC}=\frac{AE}{EB}$ ヲ得ル故ニ $\frac{AE}{EB}=\frac{2}{3}$ ナリ

(35) 不等邊三角形內ニ圓形ヲ書クヿ如何

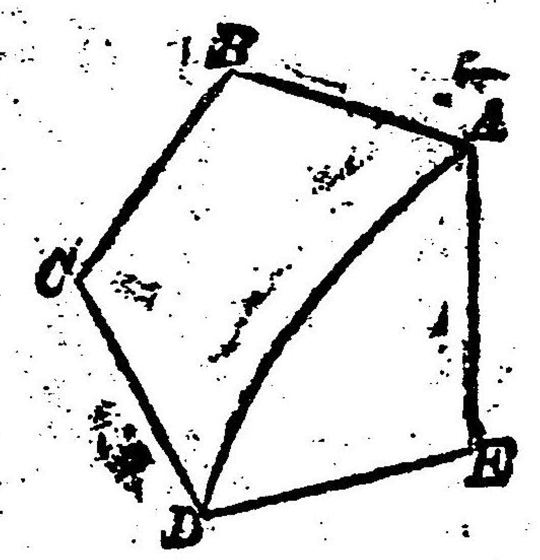
各角頭ヨリ平分線ヲ出シテ一點ニ會セシメ此點ト一邊トノ距離ヲ半徑トシ此點ヲ圓心トシテ書クヘシ(證明法ハ三角形上普通ナルモノナレバ之レヲ畧ス)

(36) 大小ノ二圓アリ其兩圈ニ觸ルヽ所ノ一線ヲ引クヿ如何



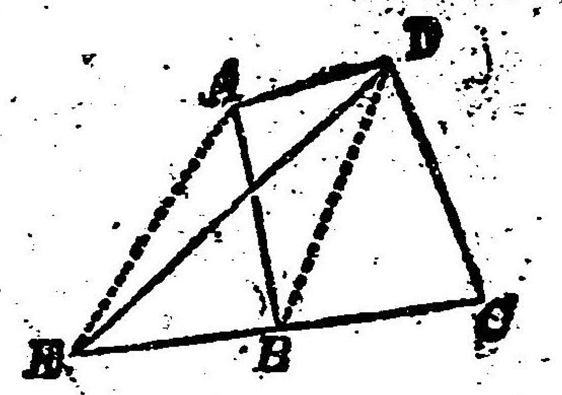
先ツ大小二圓ノ內何レノ其中心ヨリ任何ノ半徑ヲ作リテ圓周トP及ヒP'ニ於テ會セシメ之ニ直立スルPP'ノ直線ハ則チ所要ノ線ナリ

(37) 一線アリ之レヲ一邊トシテ正五角形ヲ作ルヿ如何



多角形ノ內角ノ和ハ常ニ其邊數ニ二直角ヲ乘シテ得タル者ヨリ四直角ヲ減シタル者ニ等シキカ故ニ正五角形ノ內角ノ和ハ六直角ニシテ五百四十度ナリ而シテ各角相等シキカ故ニ五百四十度ノ五分ノ一即チ百〇八度ヲ以テ所要角ノ度トス此理ヲ推シテ與ヘラレタル線ト等長ノ者ニテ百〇八度ノ角ヲ有ツ多角形ヲ作ルエアリ

(38) 不等邊四角形アリ之レト同積ナル不等邊三角形ヲ作ルヿ如何



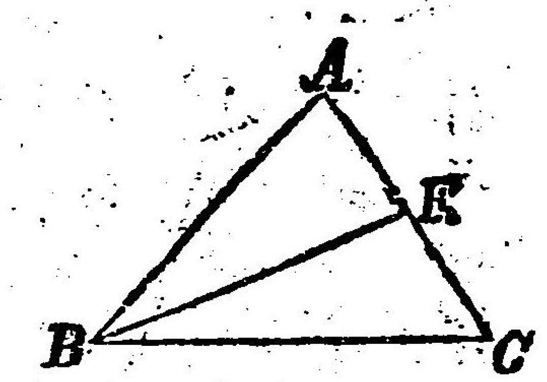
ABCDヲ四邊形トシBDヲ作リAヨリ之レニ平行ニAEヲ出シテBCノ延長トEニ會セシムレバ△ECDハ所要ノ三角形ナリ

AE BD 互ニ並行ナルカ故ニ面積上 $\triangle EDB = \triangle ADB \quad \therefore \triangle BCD = \triangle DEC$ ナリ

(39) 二線アリ各線ヲ一邊トナシ正方形ヲ作リ其兩積ノ差ニ等シキ積ノ正方形ヲ書クヿ如何

直角三角形ノ弦ノ平方ハ他二邊ノ平方ノ和ニ等シキカ故ニ弦ト他ノ一邊トノ平方ノ差ハ其他ノ一邊ノ平方ニ等シカラサルヲ得ス故ニ與ヘラレタル二邊ヲ弦及他ノ一邊トシテ直角三角形ヲ作リ得ヘキ其他ノ一邊ノ平方ヲ作レハ可ナリ

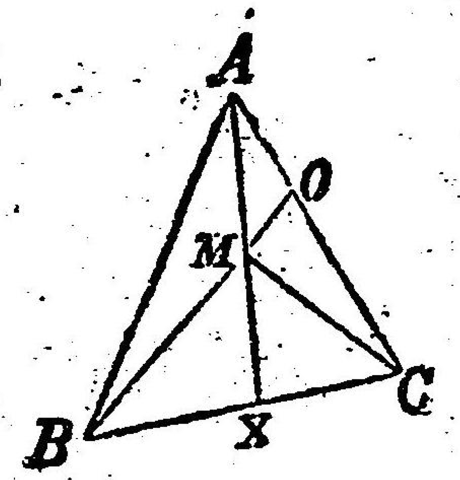
(40) 二等邊三角形ノ頂角カ底角ノ半ヨリ小ナルトキハ底角ヲ二等分シテ對邊ニ至ル線ハ底邊ヨリ大ナリ、此證如何



三角形ヲABCトシA角若シB又ハC角ノ半ヨリ小ナレバ其二等分線BEハBCヨリ大ナルベシ

若シBE BC相等シトセバ $\angle BEC=\angle BEC$ ナリ然ルニ $\angle BEC=\angle ABE+\angle BAE$ ニシテ仮設ニヨリテ $\angle BAE<\angle ABE$ ナルカ故 $\angle ABE+\angle BAE=\angle ECB=\angle ABC$ ナルハ不合理ナリ BE BC 相等シカラズ又BEヲBCヨリ小ナリトスレバ $\angle BEC$ 即 $\angle ABE+\angle EAB>\angle ECB$ トナリテ尚不合理ヲ來ス故ニBEハ必BCヨリ大ナラザルヲ得ス

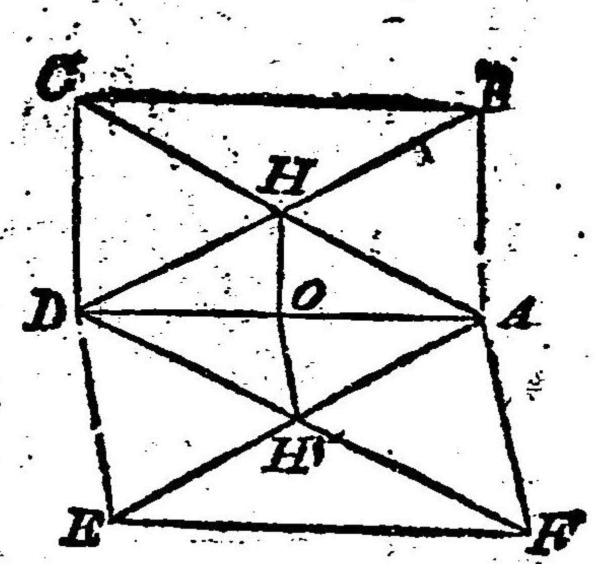
(41) ABC三角形ノA角ヨリ下何ニ直線AXヲ作リAX上ノ一點MヲBCニ結フトキハMBC三角形ノ周ハABCノ周ヨリ大ナリ、之ヲ證明セヨ



三角形ヲ見ルニ内外二重ナルモノナリ今BMヲ延長シテOニ於テACニ會セシム然ルトキハ $BA+AO>BO.\ OM+CO>CM$

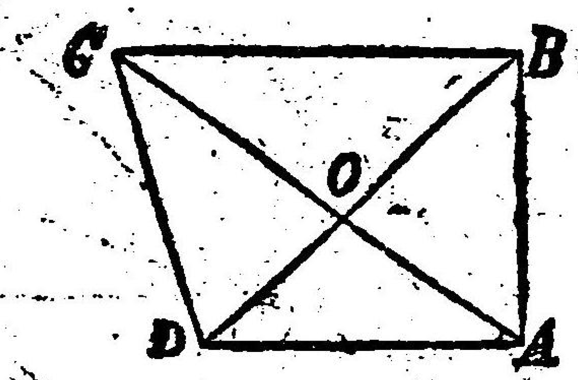
$\therefore$ 並加フレハ $BA+AO+OM+CO>(BM+MO+CM)$ ナリ又兩節ヨリMOヲ減ズレバ $BA+(AO+CO)>BM+MC \quad \therefore AB+AC>BM+CM$

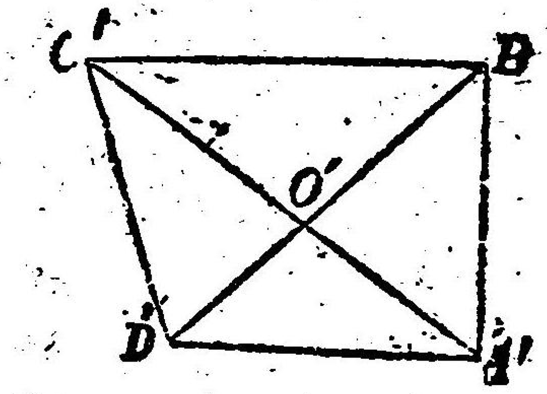
(42) 同シ底ノ上ニアル等積ナル平行四邊形ノ對角線ノ交點ノ軌跡ヲ求ム



上圖ノ如クナルヲ以テ平行ノ形狀ハ如何ニ變化スルモ底BAノ中央ナルO點ヨリ對角線ノ交處H及ビH'ニ至ル線ノ長サハ不變ナルコヲ知ル故ニOH或ハOH'ヲ半徑トシOヲ中心トシテ書キタル圓周ハ則チ求ムル處ノ軌跡ナリ

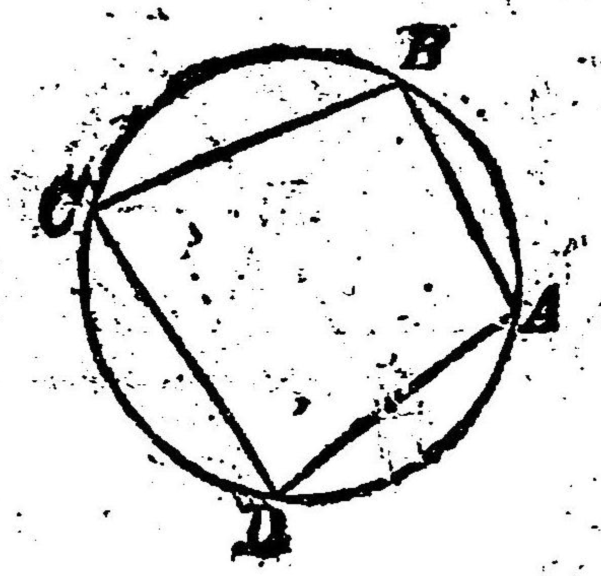
43) 二ノ四邊形アリ甲ノ對角線ハ夫々乙ノ對角線ト相等シク對角線ノ夾角モ相等シキトキハ二ノ四邊形ノ面積ハ相等シキコトヲ證明セヨ





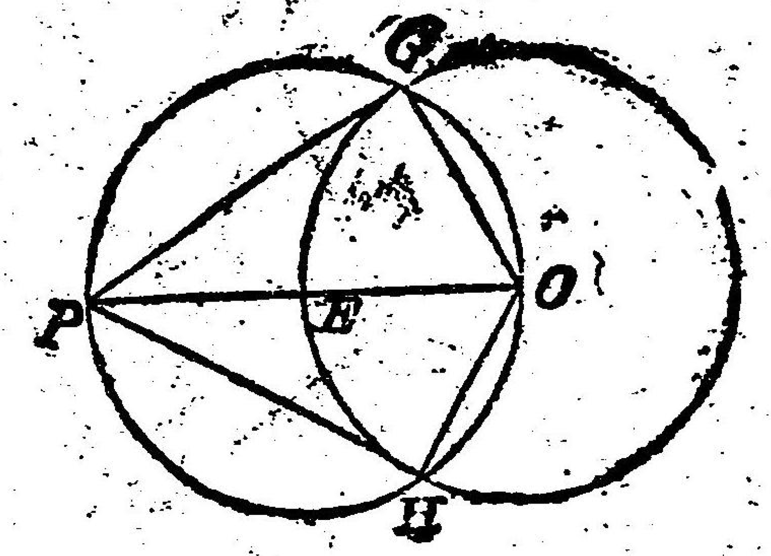
題意ニ依レハ上二圖ニ於テ $AC=A'C'$, $BO=B'D'$ ニシテ亦AOB角ハA'O'B'ニ等シク$\angle BOC=\angle B'O'C'$ニシテ$\angle COD=\angle C'O'D'$, $\angle DOA=\angle D'O'A'$ナリ然ルトキハ上記ノ相當ナル三角形ハ各互ニ相當ノ二邊ト及ヒ其夾角ヲ等ウスルガ故ニ同形同積ノ三角形ナリ故ニ其總和ナル四邊形ハ亦互ニ等シカラザルヲ得ズ

(44) 圓ニ內接セル四邊形ノ對角ハ互ニ補角ナリ此定理幷ニ其逆ヲ證明セヨ



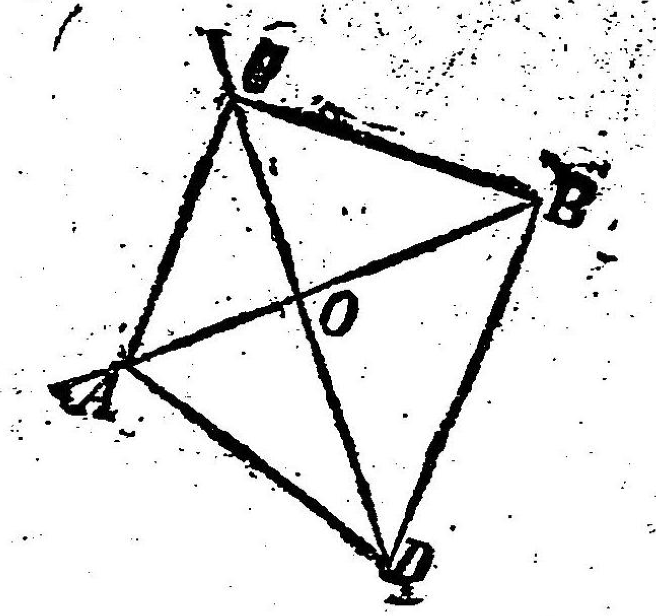
圓周ハ常ニ四直角ニシテ四邊形ノ內角ノ和モ亦四直角ナリ以上不變ノ兩定理ニ依テABC角ヲ測ルニハ常ニADCノ圓周ヲ以テ測リ得ヘク亦ADC角ヲ測ルニハABCノ圓周ヲ以テ測ル度ヤスルガ如クA及ヒC角ニ於テモ同シク此理アルヲ以テ對角ノ互ニ補角ナルコ明了ナリ次ニ反說ハ此理ノ反對ナルヲ以テ別ニ掲ケス

(45) 圓外ノ一定點ヨリ切線ヲ引ク法如何



定點ヲPトシ圓心Oト連子テPOヲ作リ其中點Eヲ圓心トシPEヲ半徑トシテ圓ヲ畫キGトHニ交ラシム今PG PHヲ作レハ是レ所要ノ二切線ナリ今GO HOヲ作レバGPHナル圓ノ直徑ハPOナルヲ以テ$\angle PGO=\angle PHO=R\angle$ナリ故ニPG PHハ共ニ圓心Oヲ有スル圓ノ半徑ニ垂線ナルヲ以テ切線ナリトス

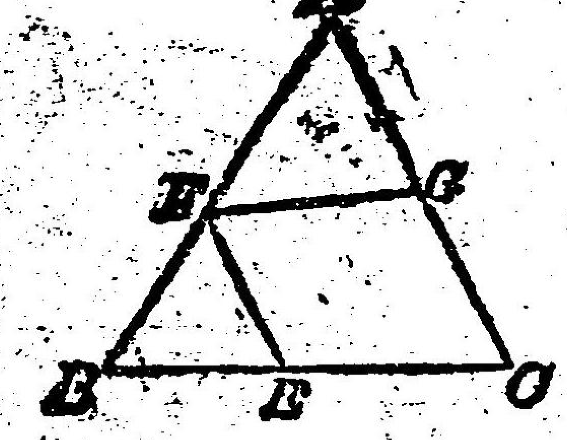
(46) 二ツノ與ヘタル點ヨリノ距離ガ與ヘタル比ヲ有スル點ノ軌跡ヲ求ム



解、與ヘラレタル二點ヲＡＢトシ AO : BC = 1 : 2 ト假定セバ AC : BC = AO : BO = AD : BD = 1 : 2 ノ如キ比ヲ有スル點ノ軌跡即チCD線ヲ求ム

法、AB線中ノO點ヲ過テ此線ニ直交スル所ノCD線ヲ作ルベシ此線中ノ各點ハ常ニＡＢノ二點ヨリ$\frac{1}{2}$ノ比ヲ有ツ諸點ノ軌跡ナリ如何トナレバ △AOC : △BOC = AC : BC ナレバナリ

(47) 一ツノ直線ガ三角形ABCノ邊BC,ノ中點ヲ貫キテACニ並行ニ引ケル線ハ又ABヲ二個ニ等分スコレヲ證明セヨ

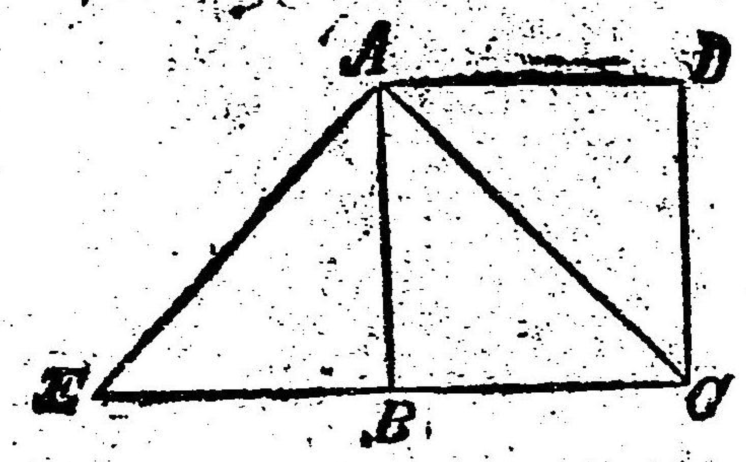


BCノ中點ヲ各E,ト命ジEFヲ出シテFニ於テABニ會セシメFGヲECニ平行ニ引ケバ△AFG, △FBEニ於テ ∠AFG=∠ABE, ∠GAF=∠EFB（共ニ同意角）又 BE=EC（作圖）EC=FG（平行四邊ノ對邊）

∴ BE=FG 又 ∠AGF=∠FEB（二角相等シ故ニ此第三角モ亦等シカラザルベカラズ ∴ △BEF=△AFG ∴ AF=BF

故ニEFハ又ABヲ平分ス

(48) 正方形ト等積ニ等邊三角形ヲ作ル法如何



正方形ヲABCDトシ今所要ノ二等三角形ヲ作ルニ先ヅBCヲ延長シテEニ至ラシメBE BC相等クシAEヲ連ヌレバ△AECハ所要ノ三角形ナリ ∴ △ABC=△ADC, △ABC=△ABE ∴ ABCD=△AEC

又 AE=AC 故ニ二等三角形ナリ

明治三十四年十月[illegible]日印刷
明治三十四年十月十六日發行

不許複製

東京市日本橋區大傳馬町二丁目廿一番地
發行者　伊藤時

東京市麴町區飯田町四丁目三十一番地
印刷者　大野喜六

東京市麴町區飯田町四丁目三十一番地
印刷所　成功堂

東京市日本橋區大傳馬町二丁目廿一番地
發行元　文友館

試驗問題解答

[illegible]文 地理 理化 算術 幾何

英文 歷史 博物 代數