大學叢書

高等測量學

陳本端著

商務印書館發行

大學叢書

高等測量學

陳本端著

商務印書館發行

中華民國二十六年三月初版

(5080精)

大學叢書(教本)高等測量學一冊

每冊實價國幣肆元伍角
外埠酌加運費匯費

版權所有
翻印必究

著作者　陳本端

發行人　王雲五
上海河南路

印刷所　商務印書館
上海河南路

發行所　商務印書館
上海及各埠

(本書校對者徐昌樾)

四一八上

序　一

我國工程教育，自剏始迄今，已四十餘年。學校教材及教授方法，大抵尚不能盡脫他人窠臼，教與學者多耗費其大部份之時間與精神於外國文字之中，輓近漸有以國文著作專門書藉刊行於世，始稍饜學者之望。今年夏，陳君本端以其所著高等測量學講義見贈，讀其內容，可別爲大地測量與水文測量二部，皆能發前人未盡之言，足爲測量學者研究之助。

大地測量，在我國今日之需要，不僅定疆界息邊爭而已，其對於民生關係，直若肌膚之切。蓋解決土地問題，必從平均地權入手，而平均地權，非先有全國土地精確之測量，將無以定其實施之標準，故　總理建國大綱中，所以規定丈量土地，爲訓政時期要政之首也。

歷年以來，國內農村所受天災之損失，卽就二十年水災而言，全國被水區域凡七萬平方英里，災民達二千五百萬人，禾稻損失約值九萬萬元，農村損失不下二十萬萬元，其數字之鉅，實可驚人。欲謀救濟農村之策，非從事於復興水利力除其害不爲功。而水文測量實爲此項計畫之重要工作，其關係目前嚴重問題，誠不容稍緩者矣。

復次測量工作，爲各項工程事業之基礎，凡建設工程必合乎實用經濟美觀三種條件，始足稱爲優良之設計，如無根本精密之測量，則設計必難正確。所謂三條件者，亦難期其完善，此工程人員所共知者，但因其基本學識，每反易於忽視，故初步測量工作，所最宜注意者也。

陳君此書，條理旣清晰，持論復精審，對於測量應用之實際，分編解析，克無幾微，允爲國文專著中不可多得之作，書成囑序於余，爰綴舉數言，以爲喤引，其譾陋無當則知所不免矣。

民國二十五年九月趙祖康序

序　二

我國學校所用之科學課本大約可分爲三個時期：清末廢科舉興學堂爲第一時期，民國元年至滬戰一二八之年爲第二時期，而現在則爲第三時期。

於第一時期中，政府於京師設立編釋館，編著各種教科書，書之內容雖乏深奧之善本，然以制度初易，科學文明未有基礎，故此種教科書之供給，厥功亦偉。

至第二時期間，世界潮流日新，外人在中國所辦之學校日益發達，而公費生與自費生之往歐美留學者亦日衆，於是外國文字，在中國之學術界上，遂佔着重要之地位；尤其是自歐戰以還，各國之政制變遷極大，物質文明之發達亦速，故外國文字遂成爲研究學術者所不可缺之工具，而學校中英文課本之採用亦爲時勢之所趨。

自一二八滬戰至今，政府感於外敵之日亟，非注重工業教育不能充實國力，於是各種學術團體日漸發達，中央編繹館之設立，科學名詞之審定，皆爲利便國人編繹書籍之良法；而商務印書館被燬於滬戰之後，亦以編著大學叢書爲號召；於是社會科學，自然科學與應用科學等中文課本或參考書遂逐漸出現，故外國課本爲各學校所採用者遂亦日漸而減少。

從民族與國家之立場着想，則學校之採用外國課本最爲失當，亦即

外國殖民地教育之現象。以我地大人衆之中國,乃不能自供給教科書,而必須採自外國,非特削足適履,然亦金錢外溢,故其遷就於外國教育制度支配之下,而不能爲本國新文化之創造,其患更深。

陳本端先生,對於測量學非僅研究有素,而且屢由全國經濟委員會派往西北各省担任實地之工作;近數年來與余同事,嘗以編輯叢書,互相勉勵,現將其所編之講義删增彙刊,出而問世。該書由其數年教授之經驗,擇要去冗,避繁就簡,使理論與實用輕重咸宜;既可採用爲學校教科書,亦可爲工程界參考所必攜,其於學術界之貢獻,定未可限量。余希望我國之教育界,皆能本陳先生之奮鬥精神,各就所長,不避勞苦,放棄其依賴外國課本之習慣,而爲中文書籍之刊行,則我國之科學文明得以發達,而民族之復興亦利賴之。

方棣棠書於國立中山大學土木工程學系

二十五年八月二十三日

自　序

本書係著者在國立中山大學士木工程系任教時所編之講義，經過兩年時間之修改，方得此篇。其中材料之選擇，均以下列三端爲宗旨：

(1) 適合工科學生之教材；

(2) 適合兩學期課程之需要；

(3) 理論與實際并重，俾收研究之功効。

全書共分兩部，一爲正篇，一爲附篇。未習球面三角及最小自乘方者，須先習附篇，再習正篇；已學者可只習正篇。書末附有實習指導十八則，專爲實地練習之用。

全書所述，均爲高級測量之學術，故讀者須先習初等測量學後，方能研究。

地形細部測量一篇，本屬初等測量範圍之內，學者可於初等測量學中研究之，本書故付闕如。

本書材料之搜集，均以下列各書作爲參考：——

(1) Breed and Hosmer: Higher Surveying;

(2) Ingram: Geodetic Surveying;

(3) Hosmer: Practical Astronomy;

(4) Hosmer: Geodesy;

(5) Cary: Geodetic Surveying;

(6) Wentworth: Spherical Trigonometry;

(7) U. S. Coast and Geodetic Surveying Series;

(8) 我國參謀部測量局繪圖規例。

本書蒙全國經濟委員會公路處處長趙先生祖康及國立中山大學校土木工程系主任教授方先生棣棠賜以序文，榮幸無似，附以誌謝。

本書付印倉促，其中難免不無錯誤之處，海內明達，尚希教之。

民國二十五年夏黎川陳本端謹識

目　　錄

附表 ………… 425

高等測量學

第一編　引言

(1) 緒論　測量工作應有之程序，第一爲測量之控制，第二爲施測之工作，第三爲各種之計算，最後爲繪畫成圖。關於第一項之控制工作，在平面測量中，不外用導綫網來定其大體；關於第二項，不外用經緯儀之視距法或平板儀來測其細部(地形之謂)，及用水平儀來定其高度；關於第三項，不外用方形座標來定控制測點之位置；關於最末項，不外將控制的工作及施測的工作來會集起來，換句話講，就是將全部工作，來用圖畫把他表現出來而已。然而這張測得的地圖，是不是與地上的位置形狀，完全符合？這是不敢以一兩句話來決定的，同時也決不敢說他是完全符合的。譬如我來問，地球大家均知道是個球形，那地面是不是也應當呈露曲綫形狀嗎？我們在平面測量學中，研究各種工作，有沒有把這個問題放在心中？我們測量一條測線的方位角，知道這綫的前方位角與他的後方位角相差是一百八十度，這就是說，南北綫(或子午綫)經過這綫的前端的，與經過另一端的，是平行的綫。然而南北線，大家知道是要經過我們的南北極，如此，則無論什麼地方的子午綫，是全要經過南北極。換句話講，就是所有的子午綫全應當在南北極相交的。所有的綫既然彼此相交，我們說他是平行，在幾何原理上，對不對呢？是不對的。所

以從此看來，我們在平面測量學中，有許多地方，若放大我們的目標來講，是不對的。不過大家須知，這些地方，是因爲我們測量的面積與地球上的面積相比，是相差極大的。我們在很小的一塊地方上，來測量他的形狀，假設這塊地是一個平面，是沒有多大的影響；子午綫假設是平行的，也沒有多大的分別。由此看來，這就是平面測量學的立場，也就是他在測量工作上得到他的地位的一個原因。然而反過來講，譬如我們測量的範圍加大的時候，比如我們要測量一省或全國的地形及面積，如果用平面測量的方法去作，不僅不能作，即或作出來，恐怕與原來的地形，要差之萬里了。所以我們在平面測量之外，還要學大地測量學 (geodetic surveying)。大地測量學是高等測量學的一部，也是他的主要的一部，簡單講之，就是他們遇見很大的面積時的一種測量學術而已。

(2) 大地測量學　大地測量學，是因爲地球表面不是一個平面，是有曲度的，所以我們測量時，應當計及這種問題。不過測量的範圍，是要很大的，如果很小的時候，是不需要的。普通大地測量，可以分作兩大類，一爲三角測量，這三角測量，是大地測量的控制工作，來代替平面測量中的導線測量；二爲水平測量，這種水平測量，與平面測量是大同小異，然而其精確詳密，是超過很多。因爲這兩大類工作，附帶又生出許多的其他測量的法術，如經度與緯度的測法，子午線的測法，時間的測法，這是歸集到天文測量的範圍內；地球的形狀，及各地地面曲度的形狀等，是歸入地球形狀的範圍內；河海的深度，水流的流量等，則歸入水道測量的範圍內；其他如地球表面的形狀，如何能把他畫在一張紙上來表現他，這又要歸集到地圖投影畫法的範圍內了。總之，這高等測量學是

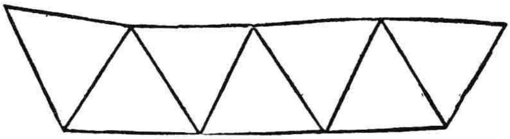
分編分章來講，然而實際上是一個整個的工作，學者研究之時，應當隨時要想到這整個的問題，才能得到這學科的用處。

(3) 學者須知　大地測量工作的範圍既這樣的大，所以有時一條視線有長至二百英里者，視線如此的長，我們的測量儀器，能不能給我們一個準確的結果？這是一個很重要的問題。平常的儀器（平面測量常用者），是不夠標準的，所以在大地測量工作中，有特製的儀器，這種特製的儀器，是非常準確的，鏡頭的放大力亦特別強大。雖然如此，以之作大地測量，我們仍然免不了錯誤的發生，譬如三角網測完之後，我們仍不能滿足幾何原理中的條件。不過這些錯誤，是說人力所不能糾正的，不是說我們不謹慎隨意叫他生出來的。倘若發生了這些錯誤，又將如何呢？我們於是要用最小自乘方的理論來調整之(adjustment by method of least squares)，所以大地測量學，亦要包括這門課程，就是最小自乘方法 (method of least square)，在這門功課之外，我們還應當知道球面三角形的學科，因為在天文測量內是常引用其中的原理。就是在研究地球的形狀時，亦是需用的。其他如微積分，及一切普通的學科，全是不可少的。

第二編 三角測量

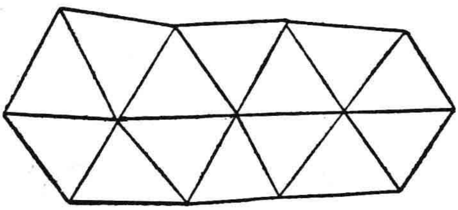
(1) 控制 (Control) 無論在何種測量之中,平面或大地測量,第一步而且最重要的工作,就是規定控制。譬如在平面測量中,導線網是他的控制:在鐵路或公路測量中,中心線是他的控制。總而言之,控制工作,是全部測量的骨幹,有骨幹之後,我們就能依照此骨幹去作詳細的事情,骨幹有錯誤,則全盤通誤,其重要可知,在大地測量控制工作中,普通是採用三角網(triangulation system),有時以導線網補助之。在導線測量中,每一測線的距離,全要用尺直接去量,才能給我們準確的結果,然而在三角網的工作中,他所佔的,面積極大,每一條視線的距離,是很長的,有時自數哩至數百哩,是不定的。如果亦去量,是不是耗精費神的事,所以我們要想出方法來代替他,其法乃在這三角網內,選一條較短的線直接去量,然後從三角學的理論及三角網內的角度,可以將所有的線的長度全都計算出來,這條直接量得的線,叫作基線 (base line)。

(2) 三角網(System of Triangulation) 三角網者,乃將欲測之地面分佈多數之三角形,每三角形均互相聯絡者也。然此三角網及每個三角形之形狀,並非隨意而定,應視地形之許可及測量之需要而定之。譬如我等擬測一河流,則可沿河之本身遍佈一三角網,此三角網必隨河身而前進,成一長條練形之三角網如第一圖,此長條練形之三角網乃其



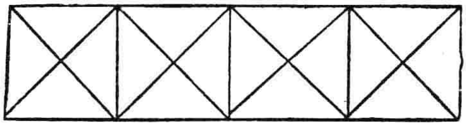
第　一　圖

中最簡單者也。選用此種三角網,其每個三角形,倘地勢許可時,以等角三角形爲最宜,此種三角形之幾何定約條件,僅爲其三角之和數應爲一百八十度,故較其他形狀者其準確度稍差也。倘吾人所測之面積,非一長條形,則不能用上述之三角網,應用一多邊形之三角網以包括之,如第二圖所示,此種三角網,在測量一城市或一省份之面積時,常用之。三



第　二　圖

角網之準確度,應視其幾何定約條件多少而定,因每多一定約條件,則多一校正之方法。在第一圖之三角形內,僅有一定約:在第二圖之三角網內,則除此定約外,尙多一中心各角之和應等於三百六十度,故校正之時,多一方法也。最準確之三角網(即謂定約極多之三角網)爲一四邊形,如第三圖,此三角網與第一圖不同之處,僅在每三角形內多一對角線而已。此對角線可生出很多之幾何定約條件,此條件在測量之時,皆須與實地情形符合。總觀上述三種三角網,以第三種爲最佳,第二種次之,第一種最差,故第一種三角網除在不求甚準之測量工作時採用外,多不選用。



第 三 圖

(3) 三角網之分類(Classification of Triangulation)

在一九二一年以前,美國大地測量,將三角網分成三等,第一等最準確,卽測量時最精密,第二等稍差;第三等又差。在該時之後,為一律起見,將之分成四級,曰第一級三角網,(first order);第二級三角網(second order);第三級三角網(third order);第四級三角網(fourth order)。在我國之大地測量,亦採取此種制度,以事劃一。此四種三角網之不同,完全以其準確度及測時之精密爲標準,但三角網之準確度,可於兩方面講之,一爲三角形之閉塞差(error of closure of a triangle);一爲測線長度之差誤(error in the length of line)。故第一級三角網之閉塞差及其測線長度之差誤,應爲最小,其餘者則依等級而異。設如欲測一極大之面積,其第一步工作,爲設立及測量第一級三角網,第一級三角網者,乃遍佈整個測量地面之三角網系統而爲其總控制也。第一級三角形,佔地極廣,故須再設立第二級三角網於其內,是爲第二級三角網之測量。如第二級三角形,面積仍大,則設置第三級三角網及第四級三角網。然後再設導線網於其內,以補助測繪之不及,故遇測繪廣大之面積時,三角網測量,實佔重要之地位,而第一級較第二級爲重要,第二級較第三級爲重要:第三級較第四級爲重要,而第四級又較導線網爲重要者,由此可見其原因矣。茲將各級三角網之應具性質,述之如下:—

(a) 第一級三角網(First order Triangulation)

在第一級三角網中，測線長度之差誤不能超過二萬五千分之一，其閉塞差最多者不得超過三秒(3 seconds)，平均來講，不可超過一秒。換言之，即計算之邊長差誤每二萬五千尺中不能錯一尺，每個三角形內角之閉塞差最多者不得多於三秒，平均數應在一秒以下也。

(b)第二級三角網(Second order Triangulation)

在第二級三角網內，測線長度之差誤不能超過一萬分之一，其閉塞差多者不得超過六秒，平均不得超過三秒，換言之，即計算之邊長差誤每一萬尺中不能錯一尺，每個三角形內，其內角之閉塞差最多者不得多於六秒，平均數應在三秒以下也。

(c)第三級三角網(Third order Triangulation)

在第三級三角網內，測線長度之差誤，不得超過五千分之一，其閉塞差最多者不得超過十秒，平均不可超過五秒，換言之，即計算之邊長差誤，每五千尺中不得錯一尺，每個三角形內，其內角之閉塞差最多者不得過十秒，平均數則應在五秒以下也。

(d)第四級三角網(Fourth order Triangulation)

在第四級三角網內，測線長度之差誤，及閉塞差，均較前述三種爲多，惟只求在畫圖時，不甚顯明足矣。此種三角網之施測方法，普通均以平常之經緯儀等爲之，故其差誤僅限於圖上不覺爲止。

關於此四級三角網之限制，規定旣如上述，倘每級三角網需要導線網以補助之時，譬如在平坦有森林之地方，其需要更甚，此種導線網之準確限制，亦視補助何級三角網而定，倘爲補助第一級者，其限制亦如第一級三角網，故曰第一級導線網，餘則類推，故亦有四級不同之導線

網焉。

(a)第一級導線網(First order Traverse)

在第一級導線網內,測綫長度差誤,不得過二萬五千分之一,測線之方向,雖以方位角定之,然於每十個或十五個測站中,必須校對一次,平均大約之錯誤每角不得超過半秒。

(b)第二級導線網(Second order Traverse)

在第二級導線網中,測線長度差誤,不得超過一萬分之一,測線之方向雖以方位角定之,然於每十五個或二十個測站中,必須校對一次,其平均大約之錯誤每角不得超過一秒半。

(c)第三級導線網(Third order Traverse)

在第三級導線網內,測線長度差誤,不得超過五千分之一。

(d)第四級導線網(Fourth order Traverse)

在第四級導線網內,其各種差誤,於圖上不覺足矣。

下表乃將上述各節總括平面及立面控制錯誤限制之規定而論,以便一視卽能明瞭。

	第一級	第二級	第三級	第四級
三角網	平均三角閉塞差爲1秒; 基線校正爲二萬五千分之一	平均三角閉塞差爲3秒; 基線校正爲一萬分之一	平均三角閉塞差爲5秒; 基線校正爲五千分之一	圖上或轉鏡儀測得之角
導線網	位置校正二萬五千分之一	位置校正一萬分之一	位置校正五千分之一	視距法或帶尺所量之距離
水平	閉塞差誤限制爲 0.017呎$\sqrt{哩}$ 或 4mm$\sqrt{公里}$	閉塞差誤限制爲 0.05呎$\sqrt{哩}$ 或12mm$\sqrt{公里}$	閉塞差誤限制爲 0.1 呎$\sqrt{哩}$ 或24mm$\sqrt{公里}$	…………………

(4) 基線(Base line)

無論在何級三角網中，至少必有一基線，其長度以捲尺精密量得之。在第一及第二級三角網中，其基線之度量，須以引弗捲尺 (invar tape 於下數頁講之，玆明其爲一種極準確之鋼尺足矣）量之。其準確度，須爲五十萬分之一，即每五十萬尺之長度，不可錯一尺也。第三及第四級三角網之基線可略涎。有時三角網系統延長極遠，用一基線計算各邊之長度，因恐所生錯差，漸次累積，則可另選一處爲基線，量之而以爲根據，再以之計算附近之邊長，如此，不僅可以減少錯誤累增之可能，同時足可校對由第一基線所計算得來之邊長也。如三角網不甚延長時，則須於最後一邊再由捲尺實際量之，以校正計算得來之邊長，是爲校對基線(check Base)。

(5) 三角網強度之計算(Strength of the figure of the triangulation)

三角網強度之謂者，即言何種三角網 (或何種形狀之三角網) 能使我人計算各邊長時 (自基線之長度及三角形之內角而計算)，可以準確而減少錯誤也。

三角形之形狀，對於計算邊長之影響，可以最小自乘方理論中之大約錯誤(probable errors)以推究之，譬如由多數之三角形，計算其最後一線，其大約錯誤，按最小自乘方之公式爲：——

$$P^2=\frac{4}{3}d^2\frac{N_d-N_c}{N_d}\Sigma(\delta_A{}^2+\delta_A\delta_B+\delta_B{}^2)$$

在上述公式中，d 爲觀測方向(或角度)之大約錯誤，惟 d 僅能示

出觀測時之準確與否而已，三角形之形狀對之不生影響，故我人推論三角形之形狀，可以不論 d 值之多少，所最要者，乃公式中最後兩項，即 $\frac{N_d-N_c}{N_d}\Sigma(\delta_A{}^2+\delta_B\delta_A+\delta_B{}^2)$ 也，蓋後兩項與三角形狀有直接之關係，故討論三角形強度時，即用下列之公列：——

$$R=\frac{N_d-N_c}{N_d}\Sigma(\delta_A{}^2+\delta_A\delta_B+\delta_B{}^2)$$

R ＝表示三角形強度之數值（R 愈小則強度愈大）

N_d ＝觀測方向之次數 (number of directions observed in the figure)

N_c ＝幾何定約條件之數目(number of geometric conditions to be satisfied)

δ_A ＝已知邊線對角正弦對數每秒之相差值（A 指已知邊之對角）

δ_B ＝未知邊線對角正弦對數每秒之相差值（B 指未知邊之對角）

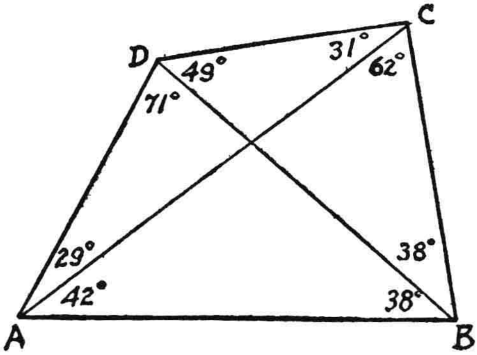
自上式觀之，$\frac{N_d-N_c}{N_d}$ 值愈小，則所得結果愈準確。換言之，即已知之情形 N_c 愈多，則校正之機會愈多而準確度亦愈大。故三角形之強度，可由 R 值以定之，即 R 值愈小，其強度愈大也。

幾何定約條件，指在幾何原理中，該三角形可以符合其條件之謂，如三角形之三內角之和應等於一百八十度，乃其一例也。

附表乃爲查 $\delta_A{}^2+\delta_A\delta_B+\delta_B{}^2$ 之數值者，第一直行及第一橫行爲 A 及 B 之角度，其查法自易明瞭。表內數目之單位爲自對數第六位小數算起。

在一個三角網中，計算某一邊線（自然要根據基線之長度），可自數個不同之三角形以求之。然而自那一個三角形，算得之結果最爲準確，

則須視每個三角形之強度如何而定。比較之時，每一三角形，有各自不同之 R 值，然後取其 R 值最小之三角形，以計算之可也。假如在第四圖之三角網中，AB 是基線，其長度及方向已經測知，倘吾人欲由 AB 基線以求 CD 之長度，可從好多三角形以得之。茲使每個三角形之強度，以 R_1, R_2, R_3 等表示之。現在如計算 CD，須先觀測 AC 及 BC 之



第　四　圖

方向，始能知 C 點之所在；觀測 AD 及 BD 之方向，始能知 D 點之所在，若除去 AB 之往返方向（即 AB 及 BA），在 $ABCD$ 四邊形內，觀測方向之數爲 10，即 $N_d=10$，因觀測之方向有 AD, AC, BD, BC, CB, CA, CD, DC, DB 及 DA 拾條也。再觀此四邊形，共分爲四個三角形，每個三角形之內角和數，應爲 180 度，故其幾何定約條件共有三個。不過求 CD 之長度，雖可由不同之三角形求得，然在原理中，其得數均應相同，故因此又多一定約條件，於是共有四個幾何定約條件矣。換言之即 $N_c=4$

$$\frac{N_d-N_c}{N_d}=\frac{10-4}{10}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}=0.6$$

三角網強度計算表($\delta_A{}^2+\delta_A\delta_B+\delta_B{}^2$)

	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
0																							
10	428	359																					
12	359	295	253																				
14	315	253	214	187																			
16	284	225	187	162	143																		
18	262	204	168	143	126	113																	
20	245	189	153	130	113	100	91																
22	232	177	142	119	103	91	81	74															
24	221	167	134	111	95	83	74	67	61														
26	213	160	126	104	89	77	68	61	56	51													
28	206	153	120	99	83	72	63	57	51	47	43												
30	199	148	115	94	79	68	59	53	48	43	40	33											
35	188	137	106	85	71	60	52	46	41	37	33	27	23										
40	179	129	99	79	65	54	47	41	36	32	29	23	19	16									
45	17[illegible]	124	93	74	60	50	43	37	32	28	25	20	16	13	11								
50	167	119	89	70	57	47	39	34	29	26	23	18	14	11	9	8							
55	162	115	86	67	54	44	37	32	27	24	21	16	12	10	8	7	5						
60	159	112	83	64	51	42	35	30	25	22	19	14	11	9	7	5	4	4					
65	155	109	80	62	49	40	33	28	24	21	18	13	10	7	6	5	4	3	2				
70	152	106	78	60	48	38	32	27	23	19	17	12	9	7	5	4	3	2	2	1			
75	150	104	76	58	46	37	30	25	21	18	16	11	8	6	4	3	2	2	1	1	1		
80	147	102	74	57	45	36	29	24	20	17	15	10	7	5	4	3	2	1	1	1	0	0	
85	145	100	73	55	43	34	28	23	19	16	14	10	7	5	3	2	2	1	1	0	0	0	0
90	143	98	71	54	42	33	27	22	19	16	13	9	6	4	3	2	1	1	1	0	0	0	0
95	140	96	70	53	41	32	26	22	18	15	13	9	6	4	3	2	1	1	0	0	0	0	
100	138	95	68	51	40	31	25	21	17	14	12	8	6	4	3	2	1	1	0	0	0		
105	136	93	67	50	39	30	25	20	17	14	12	8	5	4	2	2	1	1	0	0			
110	134	91	65	49	38	30	24	19	16	13	11	7	5	3	2	2	1	1	1				
115	132	89	64	48	37	29	23	19	15	13	11	7	5	3	2	2	1	1					
120	129	88	62	46	36	28	22	18	15	12	10	7	5	3	2	2	1						
125	127	86	61	45	35	27	22	18	14	12	10	7	5	4	3	2							
130	125	84	59	44	34	26	21	17	14	12	10	7	5	4	3								
135	122	82	58	43	33	26	21	17	14	12	10	7	5	4									
140	119	80	56	42	32	25	20	17	14	12	10	8	6										
145	116	77	55	41	32	25	21	17	15	13	11	9											
150	112	75	54	40	32	26	21	18	16	15	13												
152	111	75	53	40	32	26	22	19	17	16													
154	110	74	53	41	33	27	23	21	19														
156	108	74	54	42	34	28	25	22															
158	107	74	54	43	35	30	27																
160	107	74	56	45	38	33																	
162	107	76	59	48	42																		
164	109	79	63	54																			
166	113	86	71																				
168	122	98																					
170	143																						

如求 CD, 須先求 BD,在 ADB 三角形中,自 AB 可求得 BD。已知長之 AB 線之對角爲 71 度,未知長 BD 線之對角亦爲 71 度,自上表內查得 $\delta_A{}^2+\delta_A\delta_B+\delta_B{}^2=2$, 於是再由 BDC 三角形內,自 BD 之已知長,求 CD 之長。BD 之對角爲 93 度,CD 之對角爲 38 度,自上表內檢得 $\delta_A{}^2+\delta_A\delta_B+\delta_B{}^2=7$,故由 ADB 及 BDC 兩三角形以求 CD 之長度,則其強度爲 R_1,R_1 之值如下:——

$$R_1=0.6\times(2+7)=5.4$$

茲再由 BAC 三角形內先求 AC,再由 ACD 三角形以求 CD,視與上法孰爲準確。在 BAC 三角形中,AB 之對角爲 62 度,AC 之對角爲 76 度,由上表查得 $\delta_A{}^2+\delta_A\delta_B+\delta_B{}^2=2$;再在 ACD 三角形內, AC 之對角爲 120 度,CD 之對角爲 29 度,由上表查得 $\delta_A{}^2+\delta_A\delta_B+\delta_B{}^2=11$ 故由 BAC 及 ACD 兩三角形,以求 CD 之長度,其強度爲 R_2,R_2 之值如下:

$$R_2=0.6\times(2+11)=7.8$$

除上述兩法,更可自 ACB 及 DCB 兩三角形,以求 CD 之長度,如此則 R_3 之值,算得爲 15.6,即:——

$$R_3=15.6$$

如另由 DAB 及 DCA 兩三角形以求 CD 之長度,則 R_4 之值,算得爲 30.6,即:——

$$R_4=30.6$$

總觀以上四法求出之 CD 長度,所求各個 R 值均不同,故以三角形強度而論,最宜採用 R_1 其次以 R_2 補助之,其 R_3 及 R_4 均不足準

確者也。

由上述而觀，三角之強度，須視乎已知及未知邊線對角正弦每秒之相差值與夫$\frac{N_d-N_c}{N_d}$諸值而定。前者可由附表查得，後者須自行計算。惟計算之時，每多誤會，茲擇數例，俾明其理。例如普通之三角形，其$N_d=4$，$N_c=1$，故$\frac{N_d-N_c}{N_d}=\frac{3}{4}$。普通之四邊形，其$N_d=10$，$N_c=4$，故$\frac{N_d-N_c}{N_d}=\frac{6}{10}$。三角形中多設一站而測者，其$N_d=10$，$N_c=4$，故$\frac{N_d-N_c}{N_d}=\frac{6}{10}$。四邊形中多設一站而測者，其$N_d=14$，$N_c=5$，故$\frac{N_d-N_c}{N_d}=\frac{9}{14}$。求算$N_d$之值，卽計其觀測方向之數目（惟基線兩端除外，因其地位爲已知也），不覺煩複，但計算N_c之時，每多使人誤解之處，極易疏漏，茲爲學者免除易致錯誤起見，謹選定一種數學方法，以爲計算之用，茲述之於下：——

譬如在一三角網測量之中，使n爲應測角度之數目，S爲所觀測之測站數目。倘欲由一基線以定其他測點之位置時，由幾何原理，知必須由基綫兩端，各測一角，共測兩角以定之。倘再定另一點，須另用兩角度，餘類推。故由此可知定測點之角度之數目應等於$2(S-2)$，多增加一角度，則多增一幾何條件，故幾何定約之數目，可以下列公式推算之：——

$$N_c=n-2(S-2)=n-2S+4$$

假設有一四邊形，僅測得六個角度（共應測八個角度，然測得六個角者，卽有一測點上未施測之謂也），如求現在之幾何定約條件，可用上

列之公式，於是 $n=6$，$S=4$

$$\therefore \quad N_c=6-8+4=2$$

倘四點均測得時，則 $n=8$，$S=4$

$$\therefore \quad N_c=8-8+4=4$$

三角網測量，乃全部測量工作之控制，其重要可知，故規定三角站時，吾人須特別注意其形狀之強度如何，倘隨意定之，則所得結果，必出乎吾人規定準確程度界限之外也。在第一級三角網系統中，每個三角形之強度，最佳者不可多過 25（卽 R_1）；次者不可多過 80（卽 R_2），但無論如何，不可超出此 R_1 及 R_2 所定限制之外。

普通情形，如 R_1 值幾等於 80 之時，則基線之位置，必有不宜，須更改之。倘實不得已時（卽言 $\Sigma R_1=80$），則 ΣR_1 值至多不可過 110，但仍欲得相當之準確時，第一須基線之校對，不可超過兩萬五千分之一；第二須在三角網系統之中部，再設一校對之基線網，以免錯誤之擴大。總而言之，R 值愈小，其準確愈甚，其準確度愈甚，則測量時所需之功夫愈多，工夫愈多，則經費愈大，故我等需要 R 值爲多少，應視需要及經費如何，始能下斷語也。

(6) 三角網測站之踏勘（Reconnaissance of Triangulation Survey）

三角網踏勘者，卽定立各三角站也。踏勘工作非隨意訂立之意，應先知三角網測量之用處及其重要，故工作之時，須注意三種條件：一爲所定三角網之強度如何；二爲所定之三角網俟測量細部之時（卽測地形之時）是否足用，是否便利；三爲測量之時是否可以省工，換言之卽對於

測量經費是否有虛糜之處否。凡此三項，均爲極重要之事件，不可輕視任一項而不顧及其他。總之，吾人應求得一種計劃有最經濟之用費，同時可以得到最精密最準確之結果，方爲最善之工作也。踏勘工作所用之儀器，以輕便者爲宜，普通應用者爲望遠鏡，手持羅盤儀，氣壓表，爬樹器，斧，及鋸等，有時攜一六分儀，亦覺方便。倘測一荒野之區，則騾馬車輛帳蓬行軍牀以及日用之品飯食器具均須齊備，其他如計步儀及輪轉儀皆爲需要之物。畫圖器具及紙張筆墨，更應携帶，有時帶一舊測地圖以爲參考，尤有大用。大蓋三角點，均以在最高處爲宜(如山頂上)，倘面積太大，不够測用之時，平地之上，亦應設立。踏勘之時，應測得各站之高度方向及彼此之距離，同時并須注意三角形之強度，視線有無阻碍，最要者，視綫不可經過城市或工廠之上，因此種地方，其上之空氣最不清爽，極易發生拆光之現像，對於測量，易生錯誤也。各三角站選定之後，須在附近測立引照點以標誌之，然後將所測結果，繪成草圖，每站與每站皆應互相可以得見，倘視線過長，其間爲吾人眼力所不及者，不在此例。

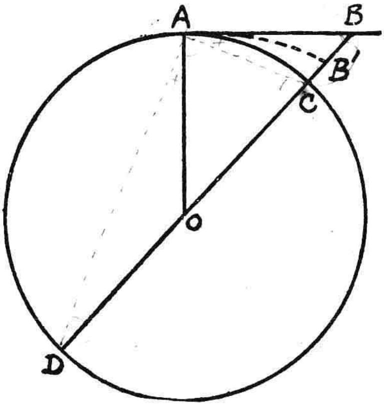
(7) 測線之長度

在三角網測量之時，其視線（卽兩三角站之距離），有時甚長，在第一級三角網中，其長可自五英里至一百九十英里，在第二及第三級中，普通約自一英里至二十英里不等，在美國大地測量，最長之綫爲一百九十英里左右。

設有人問及，長線與短線孰佳？須知測量之時，在理論來講，其最低之限制，應考慮兩事；第一項，短線較長線難得準確之閉塞差（在規定

限制之內)；第二項，短線所成之三角形，其 R 值較大，故其強度較遜。但在實際來講，太長之線所得之準確度，出乎需要之外，亦無大用，且易生其他之錯誤。故關於此節，吾人可結論：在測量之時，用費經濟同時可得到吾人所需要之準確度足矣。

(8) 測站之高度　吾人在平面測量，每點之高度，均以平均海平面爲基面，即無論何點，凡在此平面上者，其高度均爲零，亦均爲同高也。然吾人所居之地，乃爲球形，海平面亦隨地球而成一曲線，故同在海平面上之兩點，雖爲同高，實在此點在彼點之下如第五圖，在第五圖內，ACD 代表海平面，A 點與 C 點均在海平面上，其高度本應相同，但實



第　五　圖

際上，因曲度之關係，C 點較 A 點爲低，故於 A 點用水平儀，望不見 C 點，而可望見 B 點也。由第五圖可以計算 BC 之數值如下。

依幾何原理：——

$$BC:AB=AB:BD$$

$$\therefore\quad BC=\frac{\overline{AB}^2}{BD}$$

倘吾人使 $BD=$ 地球之直徑,并使 $AB=AC$,則 BC 與 BD 相較,其值極微,而實地情形,亦相差無幾,

故 $$BC=\frac{(\text{兩站距離})^2}{\text{地球之直徑}}$$

吾人視線穿過極遠且高之空氣層中,極易發生折光之影響 (refraction),此折光之關係可使視線 AB 由直線變成曲線如第五圖之 AB'。茲使 m 代表折光差係數(Coefficient of Refraction) 計算折光影響如下:——

在光學內,折光差角$=m\cdot AOB$,

$$\therefore\quad BAB'=m(2B\dot{A}C)$$

但此角極小,故 BB' 及 BC 與其角度幾成正比例如下:——

$$\therefore\quad BB':BC=BAB':BAC$$

$$\therefore\quad BB'=2mBC$$

惟 AB 線成爲曲線 AB' 之原因,不僅折光之關係,同時地球地面之曲形亦生影響亦大,故實際上 BB' 之長度,實爲此兩種之關係共同所發生。故 $B'C$ 之由來爲曲度及折光差之合計所致者也。茲使 $B'C=h=$ 視線在 B 點距離地面之高度,

$$\therefore\quad h=BC-BB'$$

$$=\frac{(\text{兩站距離})^2}{\text{地球直徑}}-2m\frac{(\text{兩站距離})^2}{\text{地球直徑}}$$

$$=\frac{(\text{兩站距離})^2}{\text{地球直徑}}(1-2m)$$

但折光差係數(m)之值平均約為 0.070, 地球直徑平均約為 7913 哩,再使 K 為兩站之距離,則上式可化作下式;

$$h(\text{呎})=K^2(\text{哩})\times 0.574\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

惟吾人須加注意者,測站之高度(elevation of station),係指由平均海平面起算至儀器上之高度,不可與儀器高 (hight of instrument) 相混合, 蓋後者乃指儀器距離地面之高度也。欲使兩站互相得見之時,務須視線不為地形所阻, 故視線如何抬高以避免阻碍, 應以下列諸端,為其根據:——

(a)他站之高度　視線抬高,應同時注意兩站互相之關係,例如此站放低之時,他站必須抬高;或他站放低之時,此站必須抬高也。

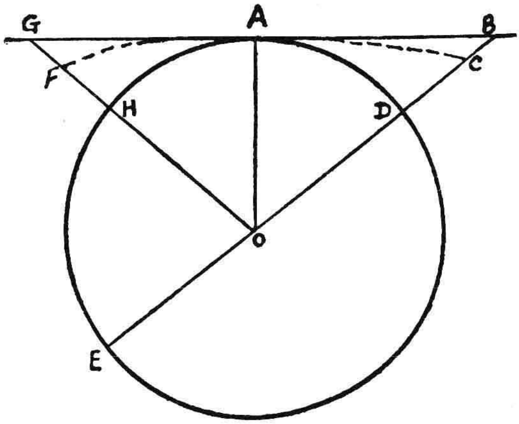
(b)視線經過之地形　視線避免阻礙, 其阻礙物之高度與夫其在兩站間之地位,均有直接之關係。例如有相當高度之阻碍物近於較低之測站時,視線必為所阻;但同一阻碍物,如近於其較高之測站,或可無阻於視線也。

(c)兩測距離之關係　因地球曲形之關係, 自此站視測其他測站之時,視線必須越過凸出之地面, 此地面之凸出若干, 須以兩站之距離為定。視線之射出,幾為直線,故欲不為地弧所阻, 則兩站之一, 其高度必須較視線所經各地之高度為高,始能無阻, 然大氣折光, 視線受其影響而略呈曲折之象,其曲折之形約為一圓弧,而此圓弧之半徑約為地球半徑之七倍也。視線雖曲,測站高度,似可略低,卽能互相視見矣, 惟其

曲折影響，仍未全然避免地弧之阻碍，例如在第六圖中，F 及 C 兩站之高度，雖較兩站間任何各地爲高，然其視線亦僅在 A 點切過而適能互相望見而已。

由上述三點觀之，欲使視線無阻，非將測站高度提高不可，故測站之設立，每在距地面甚高之處，如山頂，山巔之上，恆見不鮮，而平地之架高塔，亦此故也。

第六圖之情形，足以顯示兩站互相得見之要素，F 及 C 兩站之間，無高山之阻，各地高度均在海平面上。倘 F 之高度已定，然後再由 HA 之距離，以求 A 點之所在，則由 HD 總距離減去 HA 而得 AD，AD 旣知，則 CD 必可求出，於是 CD，卽 D 站若欲視及 H 站 F 處最小



第 六 圖

之高度也。例如 $HD=30$ 英里，F 處高度爲 97.0 英尺，於是求出 $HA=13.0$ 英里及 $AD=17.0$ 英里，故 CD 應爲 165.8 英尺，亦 D 站應具之高度卽 C 處也。其計算之法，列下以爲參考：——

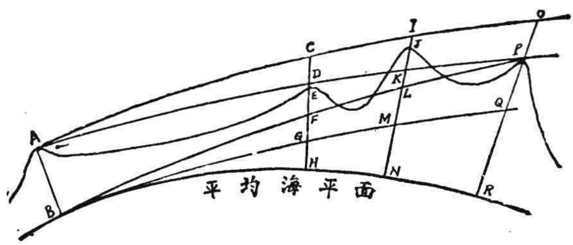
由上式計算

$$HF=13^2\times 0.574=97\text{ 呎}$$

$$DC=17^2\times 0.574=165\text{ 呎}$$

故在 H 點設立一測站其高爲 97 呎,D 站 165 呎，則彼此可以互相得見矣。然兩站之間如有阻碍之物如山嶺等，則須另設法算之，不似如此之簡單也。

第七圖 $AEJP$ 乃代表地面之線，今擬求 A 站及 P 站應具之高度。在此問題中，吾人可知，阻碍 AP 視線者，乃 E 及 J 兩處之山頭，故對於此二處應設法避之，現在假設已知：——



第　七　圖

地平距離(在平均海平面上計算)。

$BH=30.0$ 英里

$HN=10.1$ 英里

$NR=10.7$ 英里

高度(平均海平面起算)。

$A=1140.6$ 呎 $=AB$

$E=1322.7$ 呎 $=EH$

$J=1689.0$ 呎 $=JN$

$P=2098.3$ 呎 $=PR$

設有一視線自 B 點發出並與 B 點成正切，則可視至 Q 點，成 BQ 線，用公式(1)可算出 G, M, 及 Q 點之高度如下：——

G 點高度＝ 516.4 呎＝GH

M 點高度＝ 922.8 呎＝MN

Q 點高度＝1480.9 呎＝QR

$\therefore$ PQ＝ 617.4呎

假設視線 BQ,BP,AP 及 AO 均具相同之半徑惟在不同之圓心所畫出，則吾人大約可作下列之比例，以計算之：——

$$\frac{FG}{PQ}=\frac{BG}{BQ}=\frac{BH}{BR} \text{及} \frac{LM}{PQ}=\frac{BM}{BQ}=\frac{BN}{BR}$$

$\therefore$ FG＝364.6 呎；LM＝498.3 呎

$\therefore$ F 點高度＝ 881.0 呎

L 點高度＝1421.1 呎

用相同之比例，可得下列之計算：——

$$\frac{DF}{AB}=\frac{FP}{BP}=\frac{HR}{BR} \text{及} \frac{KL}{AB}=\frac{LP}{BP}=\frac{NR}{BR}$$

$\therefore$ DF＝467.0 呎及 KL＝240.2 呎

$\therefore$ D 點高度＝1348.0 呎

K 點高度＝1661.3 呎

故知 AP 視線可以避 E 處山頭並高出 E 點 25.3 呎，但不能避 J 處之山頭，因 AP 視線在 J 點山頂下 27.7 呎也。倘欲避 J 處山頭，則必提高 AP 視線不可，提高視線，則必須在 P 點建築一高架置儀器於其上。現在知 AP 視線在 J 點下 27.7 呎，同時在經驗上所知，視線最宜離地面六呎左右爲佳，故 IK 應大約爲 34 呎。再用上法之比例，則：——

$$\frac{OP}{IK}=\frac{AP}{AK}=\frac{BR}{BN}\text{或}\frac{OP}{34.0}=\frac{50.8}{40.1}$$

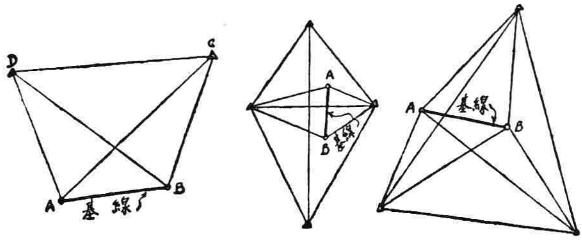
$\therefore \quad OP=43.1$ 呎

故在 P 點建立高架,其高不能少於 43 呎。倘不能建築 43 呎高之架於 P 點時,則必須在 A 點亦築一高架。兩點之高架,各高若干,可再用上法之比例以計算之。

(9) 基線地位之踏勘

基線之爲用已於第(4)節述之,三角網各線之長度完全以之爲根據而計算。故基線之長度,應以引弗鋼尺,實地量度之。惟量度之時,其所在地點,遂有多少之檢討。譬如在山谷之中,地形凸凹不平之處,量度之時,頗生困難。故基綫之地位亦應加以選擇,俾可易於實量,且適於與三角網相接銜也。在三角網各站設立之後,吾人卽須踏勘基線之地位,普通之時,如有三角線之地位,可以施行量其長度時,卽以該三角線,爲基線之用,如此辦法。可省時省事者甚多。倘三角網中,無一邊可以利用之時,則須另覓一基線之地位,在此地方,先定基線之兩端,然後以尺詳密量度之,再設法用三角形與三角站相連接。基綫地位之選擇應以稍平之地爲宜,在斜坡之上,亦不發生困難,有時遇見較小之溝谷凹處,可以尺跨過而量之,惟跨度之距離,不能長過尺之全長也。普通基綫之長度,平均爲三角綫長之四分之一至六分之一不等。基綫兩端之地位,最爲重要,須在每端之上,得見兩個三角站,因與三角綫連接之時,應將基綫與任一三角綫連成一四邊形,由此四邊形(此四邊形之四頂點,二爲三角站二爲基綫之兩站),測得八個地平角度,再由正弦定律 (law of sine)

以計算該三角綫之邊長如第(5)節之例題所講者然,此四邊形名曰基線網(base net)或(base expansion)。基綫網因基線之地位關係,四邊形之形狀,須視其地形而決定之,普通之形狀,第八圖可以表示之,最理想之基線網,須使三角網系統中一邊之計算,能得最大之精確也。



第八圖

(10)三角站之標識(Marking the stations)

在平面測量中,所有導線站,須設立木樁以標識之。在大地測量中,三角站亦應有以標識。惟大地測量工作,非短時間可以告竣,須視所測面積而定;往往有十年以至二十年者,故三角站之爲用,時間甚久,須堅固而穩定,否則極易迷失,工作不能進行矣。設立此種三角站時,其地址貴乎易於尋見而不致易於被人損壞爲宜,所用材料,並非木樁,須用石樁或水泥所製之樁,埋入地中,中鑿一孔,插入銅質之釘,上刻以三角形以誌其點,並記入三角站號數,及其他應有之記載,參閱第九圖;若土質鬆軟,其下面之土中,可更埋一副碑 (dise of earthen ware),設石樁遺失之時,則可根據此副碑,再行補立。重要之三角站,除所述之方法外,更須以附近之固定物,作爲引照點(witness marks),其法乃由此固定物,量至三角站之距離及其方向,以爲標識,普通每三角站必須有三

個引照點,此三引照點最好成一等角三角形爲宜，然以地形關係，不能如此,亦無礙也。此種引照點，應記載於野簿幷畫入三角網踏勘時之草圖中,三角站石樁上不須載出耳。

第　九　圖

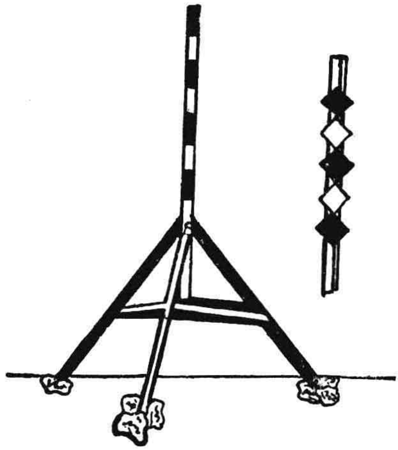
(11)三角站之號誌(Signals)

在測量三角網時，在第一站而望第二站，往往因地形及距離關係，不能望見其石樁,故在第二站不能不設立號誌,俾使第一站之測量人可得望見。此種號誌,種類不一，應視情形而定，譬如該處測站是否常用，視線長否,地形如何,建築號誌之材料及其運輸,均有關係者也。現在大略來講,可分述如下：

(a)三足架號誌(Tripot signal for Triangulation)

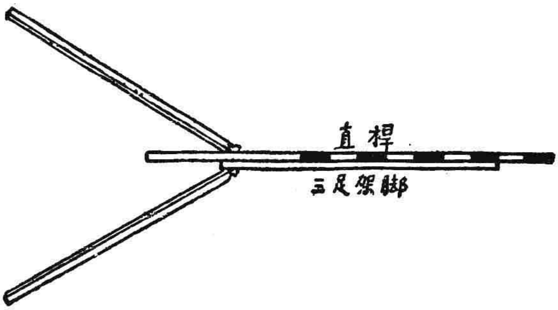
在山頂之上,樹木不多，且須時常在此處，設置儀器而觀測之第一級或第二級之三角站,可採用三足架號誌,極爲相宜,如第十圖。此架之最上部立一直桿,此直桿長度，由十六呎至二十四呎不等，橫斷面爲四吋見方,三足之均勢,以三足支持之,其三足之尺寸，約與相同，並用六

根支柱 (braces) 以支持其開張之勢。其中三根，用以繫緊直桿之末端於三足架上，其餘三根則用以支持三足架之均勢，直桿與三足架連接處用繫釘 (bolt) 繫緊，直桿之脚，應高於地面七八呎，蓋可置儀器於其下而觀測也。在地上設有石樁，石樁之地位，須直向桿脚，換言之，卽直桿可以代表石樁之地位。直桿本身，應用油漆染成顏色，普通用黑白兩色，每兩呎用一顏色，如吾人所用之標桿然，此種標識，能得較遠之視綫，在十哩至十五哩之他一站，能望見之，如天氣清楚，再遠亦能視得瞭然也。



第 十 圖

三足號誌之足架，應分作三處，每處與中心所成之角度爲一百二十度，故在設立之前，先定每足之地點於地上，然後計算各部之長度，將各部用繫釘繫緊，放平於地上，如第十一圖然。其中兩足在放於平地面上時，可卽置於應在之處，然後將三足架拉起，而立於地上，在未拉起之時，應先量直桿之長度而記載之，以備後用。三足架立起後，再將直桿拉起，直桿與三足架接連處，有軸可以轉動。故用繩繫於直桿之脚，用力拉之，卽可將其拉直，拉直之時，須與地上之站標 (station mark) 垂直，然後用支柱一根，繫緊於三足架上。此時再看，直桿是否與站標垂直，不然仍須整理之，整理既畢，則其餘五根支柱，卽可安置矣。



第十一圖

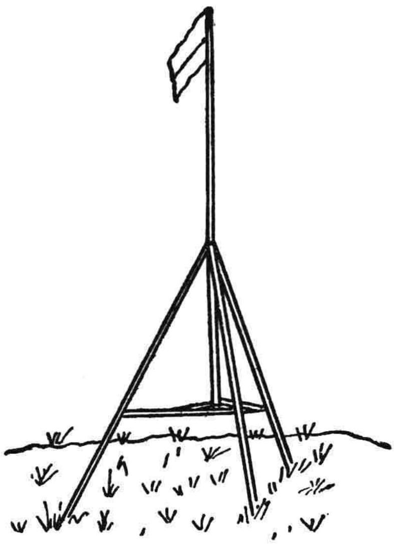
三足架之脚，須設法與地面接緊，以免爲大風吹倒，如在岩石之上，則可在石上打孔，而用錨釘將足繫入孔內。如在土質地上，則三足架之脚，加繫一十字木架，將此木架埋入地中，並用重石壓於其上，則能避免此種意外之事也。

倘視線較遠，直桿之寬度 (4″×4″)，不足應用之時，則用方形之木片，染以黑白之色，或附黑白之布，加釘於直桿之上，則在遠處望之，較爲清楚，惟此種設備（可參閱第十圖）只能利用在一個方向。是以普通工作，常不將之釘固，須設法可以使之旋轉，則於觀測之時，一人在三角架旁，可以使之向任何方向，俾便於他站測者之觀測也。

(b) 地形測量用之三角架號誌 (Tripot Signal for Topographic Surveying)

上節所述之號誌，乃爲工作時期較久所用者。若爲測一地之地形，測量期間僅數月者，則用上述之三足架號誌，殊不經濟，應採取一種臨時性質者爲宜。其法乃用普通木桿（不須疱治甚好之木桿），照上節三足架樣式築成之，卽能爲用，不過各部接銜處，不需繫釘，僅普通鐵釘卽

可。直桿之脚，須離地六七呎，以便設置儀器也。參閱第十二圖。



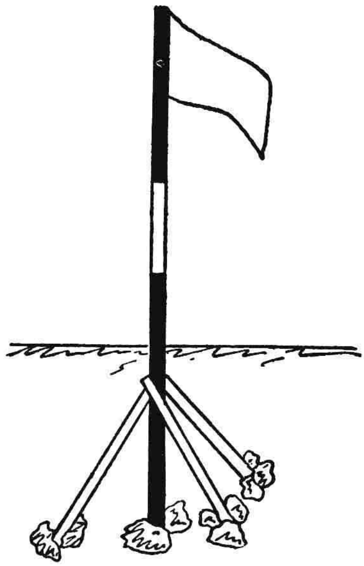
第 十 二 圖

在建築此種三足架之時，先將直桿放於地上，將足架之一，與之接連，接連之時，乃將足架之頂端，置於直桿距脚五六呎處，并與之成三十度角，然後用鐵釘繫固之，再用一較短之支柱，將直桿脚與三足架繫緊，如此，三者成一直角三角形，照上法再繫第二根三足架，惟所用之支柱應與第一根相等，然後用一較長之支柱，繫緊於該兩三足架，接連之處應與較短之支柱，同在一處，此支柱之長，應適使該兩較短之支柱所成之角爲一百二十度，此時應量直桿之長，而記載之，然後將之拉起，使三足架之兩脚，立於應立之處，此時再用兩人釘繫第三根足架，即可完成矣，然後再校對，直桿之脚是否正對站標，試驗之時，可用

垂球等以驗之。

(c)撐柱號誌(Braced Mast Signal)

在視線較短之三角網中,可用撐柱號誌,如第十三圖,此種號誌僅用直桿一根,直立地上,而以三根撐柱以撐穩之。直桿之頂,繫旗一面,撐柱須固立地上,不可使風吹倒,普通先用木樁打入地下,再將撐柱釘於木樁之上,或用橫木一條,釘在柱脚,而以重石壓於其上。總而言之,務使其穩定而已。此種號誌有一弊病,卽設置儀器時,須將其移動,否則須設儀器於其旁,再以偏心法 (reduction to center) 以改正之,此法俟於後節述之。倘不用撐柱,可以三條鐵線代替之,此三條鐵線一端繫於桿頂,一端繫於地上木樁上,亦能穩固。惟撐柱稍差耳。然其方便之處,在移動直桿而放儀器之時,鐵線可以不動,故返桿於原處時,不生困難也。直桿之斷面,普通爲三吋見方足矣。

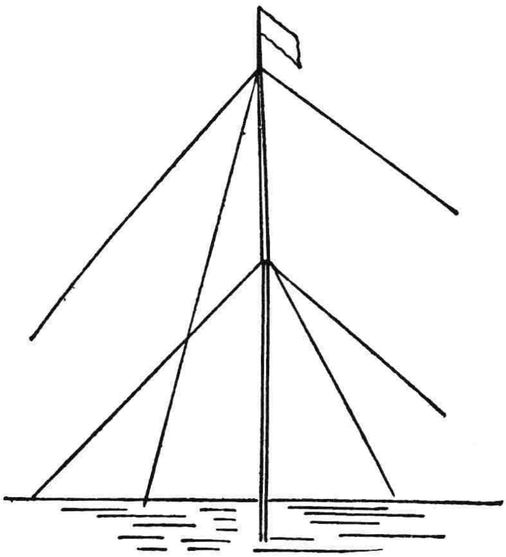


第十三圖

(d)繩拉高桅號誌(Guyed Mast Signal)

倘設立號誌之處,森林甚多,或在平地之上,樹木環繞,則必須將號誌高出樹頂,他站始能得見。在此種情形之下,可用繩拉高桅號誌,較爲

方便而經濟。此種號誌乃接連兩支或三支長桿，於每段接連處用鐵絲三條繫於地上三木樁上，最高一節之脚，須垂直於地上站標之上，故最下一節可立於站標之旁，如此，則設置儀器之時，亦無妨碍也。桿之長度，須預先量得而記載於野簿，以備後用，桿頂須繫旗一面，俾他站之人易於望見耳。參閱第十四圖。



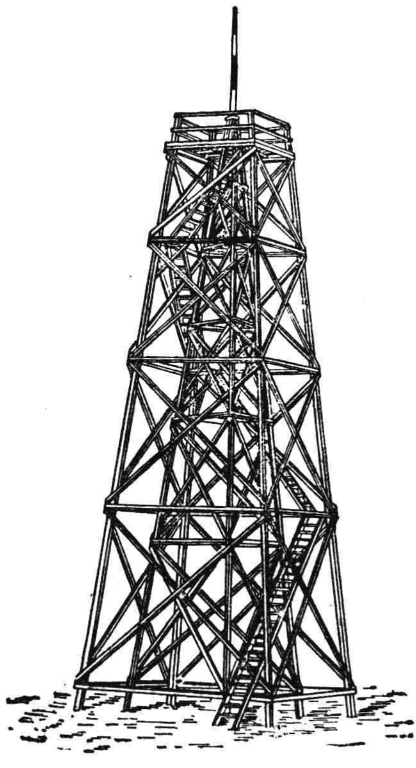
第　十　四　圖

(e)測站塔(Observing Tower)

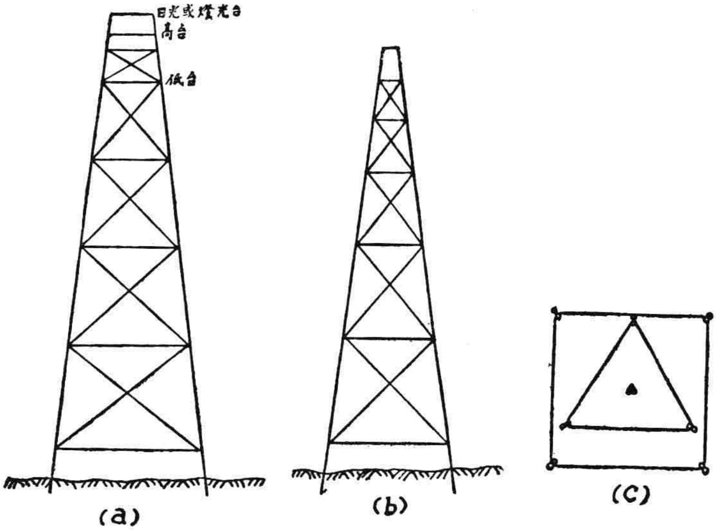
在平坦區域，視線甚長之三角網中，應設置高塔，以便觀測，因地球曲度之關係，非高置號誌，他站不能望見也。普通地球曲度及折光之影響，使視線之垂距(offset)，大約每英里爲 0.56 呎，若以第八節第(1)公式論之，則與視線長度之平方爲正比例。譬如甚平之地上，設立兩站，相

距爲二十哩,站高各爲五十七呎,則自甲站以視乙站,其視線中部,正與地面相接觸,在普通測量之時,因大氣之折光影響,須使視線高出地面數呎(普通爲六呎),始能得較準之結果,塔之高度算法已於第八節述之,茲不復贅。

至於塔之建築,分內外兩層,內部係設置儀器之用,外層乃置號誌之用,各不相連,以免工作之時,互相震動而生錯誤也。塔之形狀可參閱第十五圖,構造可參閱第十六圖。



第　十　五　圖

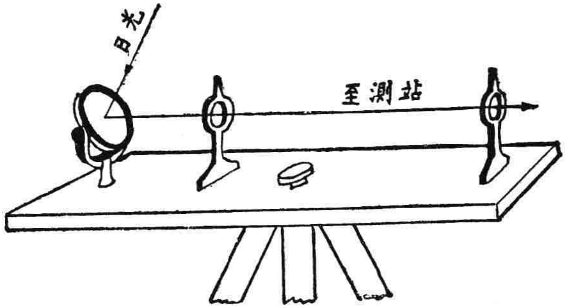


第 十 六 圖

(12) 日光測器(Heliotropes)

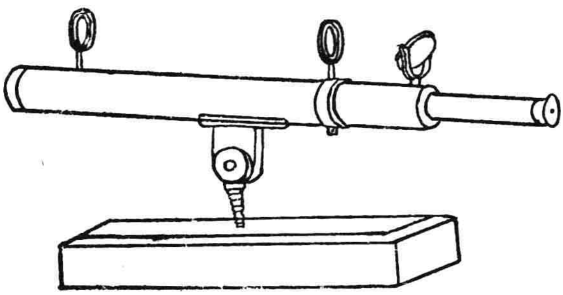
三角測量工作,因兩站距離之過長,視線所及,不易尋覓他站之地位。且此種現象,在兩站距離超過十五或二十英里之時,即易發生。故在此種情形之下,必須助以器械,在日間可用日光器 (heliotrope); 在夜間可用電光 (electric light)。日光器原理,至爲簡單,其主要部份,不過一平面鏡而已。使用之時,設法安置於架上,能吸收日光而反射對向他站,於是他站可望見日光而知此站之方向也。普通所用之日光器,約有兩種,一曰環形日光器 (ring heliotrope),此種日光器乃使日光反射之時,穿過兩不同直徑之圓環之中心,以定光線之方向如第十七圖;二曰司坦海爾式日光器 (steinheil heliotrope) 如第十九圖。

(a) 圓環日光器



第　十　七　圖

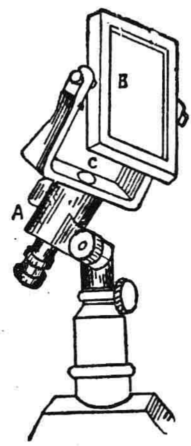
環形日光器之構造，除平面鏡外，尙有金屬圓環兩隻，架於其前。圓環之直徑，微各不同。鏡及兩環，立於同一直線之上，而鏡須能上下左右旋轉爲宜，在施用之時，常將此整個器具連接於一望遠鏡筒之上，如第十八圖，但日光所射之綫，經過兩環之中心時，須與望遠鏡內之視線平行。環之中心，可以細絲交叉而得，或於整理確定之後，卽由望遠鏡之視線定之亦可。太陽之視直徑(apparent diameter)約爲 $0°\,32'$，而由平面鏡射出光線所成之錐角，亦約爲此數，故射光之時，不必太準，蓋中心之光線，倘偏於站旁約爲 $\frac{1°}{4}$ 左右時，則遠站之人仍可視及，但日光行動甚快，每分鐘後，須重行校對日光器之方向一次，以利工作之進行也。



第　十　八　圖

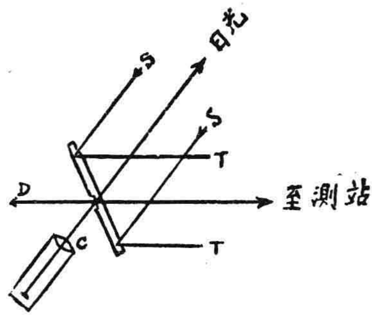
(b) 司坦海爾氏日光器 (Steinheil Heliotrope)

司坦海爾式日光器之構造，主要部份為一兩面之平鏡，鏡之兩面，須平而且互相平行，如第十九圖之 B。鏡置於架上，應能上下左右旋轉於彼此垂直之兩軸上，俾可任意適合日光之方向。一軸之心，直對圓筒 A，其中有兩面凸出之稜鏡一隻，筒之後面則漆以白色，以便日光由鏡中透至圓筒口 C 處，再經過稜鏡而在筒後白色處反射以出也。圓筒亦可在另兩彼此垂直之軸上旋轉，以適合鏡之任何位置。鏡面之中心點不塗水銀，俾日光可直穿鏡面，而達於圓筒之內。



第十九圖

在施用此種日光器時，先將圓筒方向指於日光，故日光可穿透鏡面之中心而入於圓筒之內，再由圓筒內之稜鏡而達於筒之白色背面，然後由白色之面反射而出，再經筒口，復達於鏡之背面中心上，在此中心上，一部日光穿鏡而過之，一部由鏡反射於他處，於是不動圓筒之位置，而移動鏡面之方向，使日影之光點，對向欲測之站上，則他站之人，得見此站之光線矣。第二十圖所示，乃此種日光器構造之圖解，日光一部穿鏡而入圓筒 C 處，再由 C 處反射而出，復達於鏡之中心，人眼在 D 處，必可見日影於鏡之中



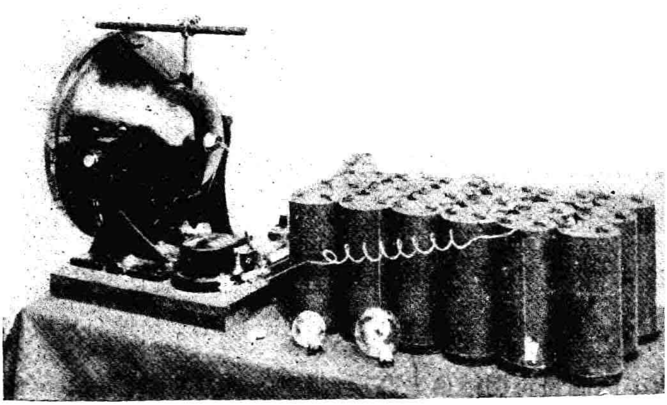
第二十圖

心處無疑，倘此時圓筒位置不動，（卽筒口永對日光），然後旋轉鏡面，由 D 處用眼使日光之影，正對他站（注意此時鏡面方向雖移而其中心位置未動），則鏡之前面所反射之光線如圖中之 T，其方向必對他一測站也。

(13)號誌燈

自一九〇二年以後，三角測量，除在日間舉行之外，尙在晚間工作，而夜間工作實較日間爲經濟，蓋日間必有密雲來往，遮住日光，而日光器無法利用，於是時間上定多虛費，且夜間觀測，亦易致準確也，

昔時夜間觀測，常用汽燈 (acetylene lamp)，以爲信號，今則以電光代之，此種電光設備，反光力強，純用乾電池以發光，携帶甚便。其所用燈泡，以特製者爲佳，蓋光絲較細，發出之光，能集中於一點而外射也。第二十一圖所示卽三角測量夜間所用信號之設備讀者可參閱之。



第二十一圖

(14)基線之實量法

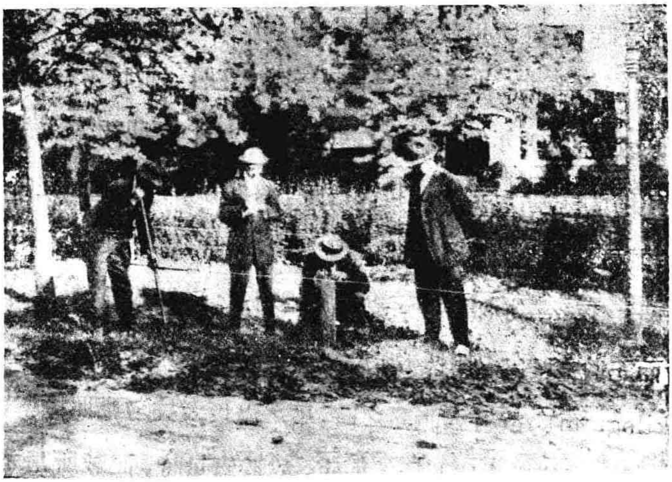
在一八八五年以前，基線測量皆用基線桿 (bar apparatus)，取其精確。殆至該年以後，漸以鋼尺 (steel tape) 代之。惟施測之時，須特別愼密。自一八九〇至一九〇七年之間，遂完全以之測量基線焉，但尺之溫度，影響尺長甚大，在日間施測，其溫度恆難決定，故多在夜間量之。至一九〇六年，遂以引佛尺 (invar tape) 爲試驗，引佛尺者乃金屬所製成，其質爲鎳及鋼之混合物，其伸縮系數極小，故試驗結果，以之爲測基線之用具，頗爲適宜，卽在日間，陽光之溫度，亦不致使之發生巨大之影響也。

基線爲三角網之根據，任人皆知，換而言之，亦卽三角網各邊之長度，均應根據基線之長度，以計算之。故基線者，亦卽三角網系統中之一部也。惟其地位應與三角網有所聯絡。如地勢相宜，可卽以三角網之一邊作爲基線，倘基線地位不能用三角網之一邊時，則須另擇一相宜地方(普通均以地面稍平之地爲宜，如遇有馬路可卽在馬路上設立基線)，設立基線。如此，則基線與三角網，勢必分立，不能聯絡，計算之時，遂生困難，故須以此基線之兩端，再與三角站加以聯絡，成一基線網(前節已述茲不贅)有此基線網，則可與全三角系統聯絡矣。

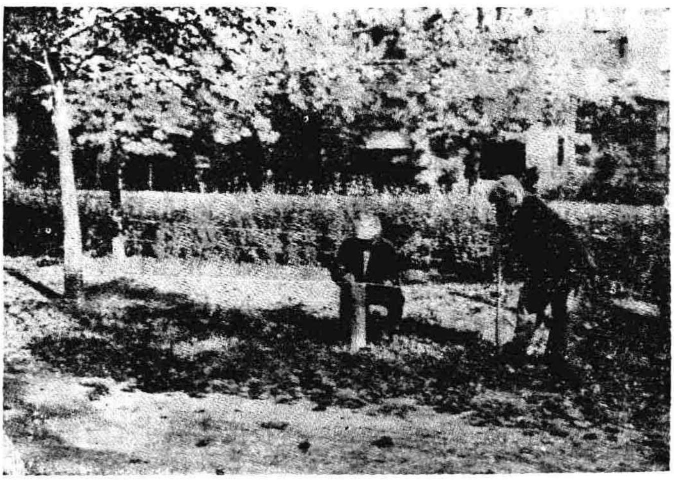
基線之位置旣定，則須預備以尺實量之，惟測量之先，應在基線之上，設立木樁，每隔五十呎或一百呎設立一個，所有木樁均須在一直線之上。設立之時，須以經緯儀助之(卽 line in)。如地面爲坡度之時，須另以水平儀測量每個樁頂之高度，諸事旣畢，始用尺實量。故簡而言之，基線之實量可分三步：一曰清除基線上之一切障碍物，再在其上設立木

樁，每樁之距離，應視所用之尺長為定，例如所用之尺，其全長為一百呎時，其距離應為一百呎，如為五十呎，則為五十呎也；二曰用水平儀測量

(一)



(二)



第　二　十　二　圖

每個樁頂之高度;三曰用尺實量其長度。所用木樁，普通均爲四英寸見方，打入地中，須堅牢不致移動，倘遇有風天氣，則須在每兩木樁之間再加一樁爲宜。

實測之時，應將所用之尺先與標準尺作一比較，視其有無錯誤，倘有錯誤，須加以更正。基線實量，關於三角網極巨，量時手續，較平面測量爲繁，尺之拉力大小，溫度高低，均與尺之本身，有所影響，故量時須用彈簧秤以度拉力，溫度表以度其溫度。參閱第二十二圖。在特製之引佛尺上，其兩端均附有極小極敏之溫度表，測時，隨時可以定其溫度。至於拉力則用鐵桿一支彈簧秤一支與尺端聯起，以量基線，量時可隨意定其拉力而記載之。在標準情形，尺之溫度應爲華氏六十八度，拉力爲十五瓩 (kilogram)。故吾人測量之時，尺之溫度及拉力應照標準，不過各地情形不同，不能完全依照標準而定，故於實量時，記載所用之拉力及溫度爲若干，然後再加以改正可也。

度量基線，(參閱第二十二圖)，非若平面測量之簡易，在木樁設立之後，將尺打開，彈簧秤連於尺端，用鐵桿穿過秤環，桿之下端，叉於地上，桿之上端，用手持之，前後扭動，可以使尺之零點，正對第一木樁之中心，同時並視彈簧秤所記之拉力，每個木樁頂面，須畫以極細之紋，以爲度量時之標記，否則錯誤極多，影響全部工作至巨也。自第一木樁順其方向，逐一量之，直至最後一樁爲止，每次量後，須記其長度，拉力及溫度。量後再返去量之，然後再加以種種之更正，俟於下節述之。

普通基線之長度，約爲三角網一邊長度之四分之一至五分之一，倘基線甚長之時，須分段往返量之。分段之時，可以一公里爲一段，往返所

量之結果，如其差錯在 $20^{m.m.}\sqrt{K}$ (K 為基線之全長公里數)之內時，則可取其兩次所量之平均值，否則須重量之，務達到此界限為止也。至量時之準確度，應為五十萬分之一，在實際工作之時，其準確度，有時可以至二百萬分之一，工作速度，每小時可測得兩公里也。

(15) 基線測量之器械　測量基線之器械，已於上節簡單述之，在昔日之時，曾以基線桿為量度基線惟一之器械，殆至後來，則以鋼尺代之。又因鋼尺受溫度影響，易生伸縮，遂發明引佛尺，故現在大地測量工作，多以引佛尺為量基線之用，但在第四級不甚重要之三角網工作時，亦可以鋼尺量之，但其拉力溫度均須記出也。引佛尺為用甚廣，美國大地測量多用之，其長為五十公尺，橫斷面為 $\frac{1}{4}$ 吋及 $\frac{1}{50}$ 吋，其伸縮系數(coefficient of expansion)僅為鋼尺之 $\frac{1}{25}$ 至 $\frac{1}{30}$ 倍，其形狀與鋼尺無異。但其質極軟，頗易彎曲，故恆以大圓盤繞存之，此圓盤之直徑，最小不過十六英寸也。尺之全長均分成細數，用銀質物(silver sleeves)或直接刻於尺上，以作標記。實量之時，所用拉力，應為十五瓩，溫度則於尺之兩端所附之溫度表讀出之。昔日用鋼尺之時，量度之前後，須與一標準鋼桿，比較其長度，如有差錯，則所量之結果須加以更正。此標準鋼桿長為五公尺，浸在溶化之冰水中，但現在利用引佛尺，此種較煩之手續，可以免去，僅在測量工作起始及完畢之後，持往一標準鑑定所作一比較可也。

(16) 基線實量之各種更正　基線測量之後，不僅拉力及溫度，應加以更正，其他尚有多種，茲總而述之如下：——

(a)溫度之更正(temperature correction)

(b)中陷之更正(correction for sag)

(c)拉力之更正(tension correction)

(d)坡度之更正(correction for slope)

(e)平拉力之計算(normal tension)

(f)化爲海面高(reduction to sea level)

(g)基線中斷之更正(correction for broken base)

(a)溫度之更正　溫度之更正,簡而言之,卽加一更正數於所量得長度中也,此更正數可由公式 $L\times\underline{k}\times(t^0{}_1-t^0{}_0)$ 計算之。其中之 L 爲量得之長度,k 爲每度溫度起落之伸縮系數,$t^0{}_0$ 爲尺之標準溫度,$t^0{}_1$ 爲測量時尺之溫度。

倘有一尺之長度,根本卽與標準尺長有差誤時,則該尺須先歸定一更正數,以校對之。此種更正數,原因甚多(普通均爲尺長與溫度),故可以一公式總計之,是曰尺之公式(tape equation)例如——

$$T_{516}=50^{m}+(12.382^{mm}\pm0.016^{mm})$$
$$+(0.0178^{mm}\pm.0007^{mm})(t-25^{0}.8\,C)$$

上述之公式,乃一尺之公式,此公式只限用於第五百一十六號鋼尺,其長爲五十公尺。彼在攝氏溫度 $25^0.8$ 時,較標準尺多 $12.382^{mm.}$;第三項中之 $0.0178^{mm.}$ 乃全尺每度溫度之伸縮值;在±號後之兩數,乃上述兩數(卽 12.382 及 0.0178)之大概差誤(probable error)也。

(b)中陷之更正　量度基線之時,尺之兩端,恆各在一木樁之上,故尺之中部懸空,因尺本身之重量,常使尺之中部下垂而成一曲線,是

曰垂曲線(catenary)。故實際之長度,較量得者爲短,而量得者較實際爲長,其相差之數,卽中陷更正數也(correction for sag)。因垂曲關係,量得之距離恆長於實際之長度,至所長若干,可以下式計算之:——

$$\frac{1}{24}\times n\times\frac{w^2}{t^2}\times l^3$$

上式中之 l 爲每兩木樁間之跨度(length of span between supports),

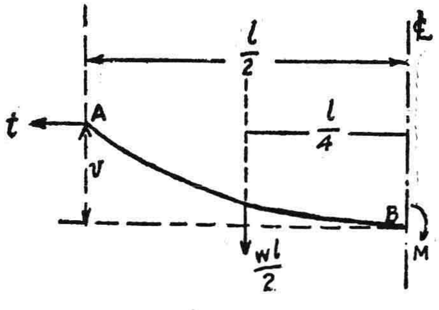
n 爲跨度之數目(number of spans),

w 爲鋼尺每尺之重量(weight of a unit length of tape),

t 爲所用之拉力(tension given to the tape)。

w 及 t 之單位應相同,如用磅皆爲磅,如用瓩皆應用瓩也。上式更可化爲 $\frac{L}{24}\left(\frac{wl}{t}\right)^2$,其 L 等於 nl,此式演證如下:——

垂曲線之形狀,因兩樁之間距離不大,可假設其爲一拋物形(parabola),如在其中部切斷鋼尺則成下形:——



第 二 十 三 圖

上圖 A 點爲尺端,連以彈簧秤而知所施之拉力 t, B 點爲鋼尺中部切斷處,此半段鋼尺之重量共爲 $\frac{wl}{2}$,其力之施行處爲此半段鋼尺之

中心(center of gravity),即距 A 點或 B 點$\frac{l}{4}$也。倘吾人以 A 點爲中心而施以力距(moment)之計算,則得下式:——

$$\frac{wl}{2}\times\frac{l}{4}=M$$

$$\because\quad M=tV$$

$$\therefore\quad \frac{wl}{2}\times\frac{l}{4}=tV$$

$$\therefore\quad V=\frac{wl^2}{8t}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(a)}$$

上式之 V 爲鋼尺下陷之數值。

如在解析幾何以級數解拋物線之長度,則得

$$P=l\left(1+\frac{8}{3}\cdot\frac{V^2}{l^2}+\cdots\cdots\cdots\cdots\right)\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(b)}$$

將(a)式 V 之值代入(b)式之中,再計算 $P-l$ 之值,則得:——

$$P-l=\frac{1}{24}\left(\frac{wl}{t}\right)^2$$

但吾人所求非僅一段乃 nl 也,故使 $nl=L$

$$\therefore\quad C_s=\frac{L}{24}\left(\frac{wl}{t}\right)^2$$

上式 C_s 乃所求之中陷更正數也。

(c)拉力之更正 拉力更正之數值,可由材料強弱學(strength of materials)以求算之,在材料強弱學中吾人知:——

$$E=\frac{p}{s}$$

在上式中 $E=$ 彈性系數(modulus of elasticity),

p ＝每單位面積所受之拉力(unit stress),

s ＝每單位長度之伸縮數値(unit strain),

茲使 S ＝尺之橫斷面積

L ＝尺之長度

t ＝所施之拉力

e ＝全尺長之伸縮數値

C_p＝拉力更正數

則
$$E=\frac{p}{s}=\frac{\frac{t}{S}}{\frac{e}{L}}=\frac{tL}{Se}$$

$$\therefore \quad e=\frac{Lt}{SE}$$

由上式可以算出尺因拉力 t 之關係，其伸長數値為 e，然基線拉力更正，亦卽欲求 e 之値，故 $e=C_p$

$$\therefore \quad C_p=\frac{Lt}{SE}$$

(d)坡度之更正　吾人量度基線，乃求其平衡距離也。若在坡度之上施量之，則所量結果，較欲求者為長，故須加以更正。此種更正，乃由施量結果減去因坡度關係所增長之數値可矣。如在稍平之坡度上，則其更正數，可由下式以求之:——

$$-\frac{h^2}{2L}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(a)}$$

上式 h 為坡度兩端之高度差，L 為其長度。

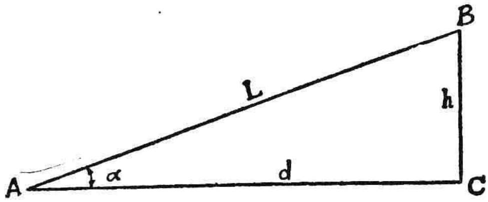
若坡度在百分之三以上時,則用下式以計算之:——

$$-\left(\frac{h^2}{2L}+\frac{h^4}{8L^3}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(b)}$$

若坡度甚陡,則用經緯儀求其直立角而用下式以計算之:——

$$-2L\sin^2\frac{1}{2}\alpha\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(c)}$$

上述三公式(a),(b),(c),之演證如下:——



第 二 十 四 圖

由上圖吾人可知坡度更正數等於 L 減 d,但:——

$$L-d=L-\sqrt{L^2-h^2}$$

$$=L-L\sqrt{1-\frac{h^2}{L^2}}$$

$$\left(1-\frac{h^2}{L^2}\right)^{\frac{1}{2}}=1-\frac{h^2}{2L^2}-\frac{h^4}{8L^4}\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\therefore\quad L-d=L-L\left(1-\frac{h^2}{2L^2}-\frac{h^4}{8L^4}\cdots\cdots\cdots\right)$$

$$=\frac{h^2}{2L}+\frac{h^4}{8L^3}+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

由上式而觀，如坡度太小之時，第二項可棄而不計，故得公式 (a) $\frac{h^2}{2L}$；倘坡度稍大，則第三項以後，可棄而不計，則得公式 (b) $\frac{h^2}{2L}+\frac{h^4}{8L^3}$ 也。

如坡度甚陡，則測其直立角 a，由上圖知：——

$$d=L\,\mathrm{Cos}\,a$$

但

$$\begin{aligned} L-d &= L-L\,\mathrm{Cos}\,a \\ &= L(1-\mathrm{Cos}\,a) \\ &= 2L\sin^2\frac{1}{2}a \end{aligned}$$

上式亦卽(c)式也。所有坡度更正，均係減數，故(a) (b) (c)三公式前，均加一減號，以示更正數值，應由實量結果中減去之也。

(e)平拉力之計算(Normal Tension)

倘吾人使中陷更正及拉力更正相等，則得一公式如下：——

$$\frac{L}{24}\left(\frac{wl}{t}\right)^2=\frac{Lt}{SE}$$

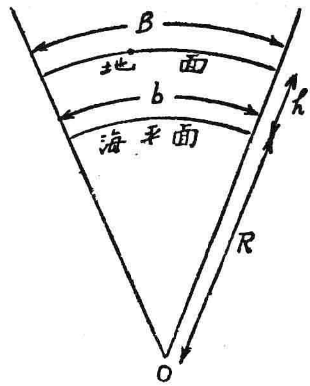
$$\therefore \qquad t=\sqrt[3]{\frac{SE}{24}(wl)^2}$$

上式之 t 乃曰平拉力 (normal tension)，用平拉力時，則尺之中陷可免去也。

(f)化爲海面高(Reduction to sea level)

吾人測量地球上之地形，乃將其繪成地圖，此地圖乃平面也，故曰平面圖。然在地球之上，所謂平面者，以何處爲根據。地面之上，有高山，有低原，凸凹不均，故以一地之高度，爲吾人繪圖根據之平面，勢所不

能。例如下圖爲地球之一部，O 爲地球之中心，B 爲地面之長度，b 爲該段在海平面上相當之長度，由此而觀，同爲兩地間之距離，而在不同高度之平面上，其長度遂各不同矣。在大地測量工作，所繪之圖均以海平面爲平面之根據，無論何處之距離，均須化在海平面上，以資劃一，故吾人實測之基線之長度，亦應化於該平面上，換言之，卽將地面上之地形，投影於海平面上也。化算之法可參閱上圖以演證之如下：——



第二十五圖

在上圖中，吾人得兩相似之三角形，由已知之 B 求 b 值，

$$\therefore \quad R:b=(R+h):B$$

$$\therefore \quad b=\frac{BR}{R+h}$$

$$\therefore \quad B-b=B-\frac{BR}{R+h}=\frac{Bh}{R+h}$$

但 h 如與 R 相比，則 h 值極小，故可在分母中棄 h 不計。

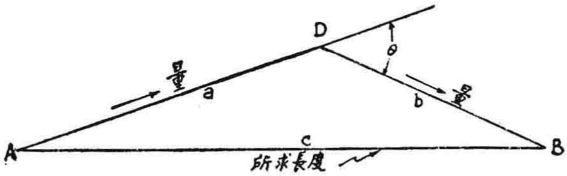
$$\therefore \quad B-b=\frac{Bh}{R}$$

上式 $\frac{Bh}{R}$ 卽爲更正數，h 爲兩地之高度差，R 爲地球之半徑也。

(g) 基線中斷之更正 (Correction for Broken Base)

量度基線，須擇地方平坦無礙之地，倘遇基線過長，而地方不足之

時,則須將基線稍行改變方向,變成斷線,繼續量之,然後再加以更正,是曰中斷之更正,例如第二十六圖 A 及 B 點爲基線之兩端,D 爲改變方向之處,AB 距離爲 c 乃吾人欲求之長度,然因地形關係,不能由



第　二　十　六　圖

A 直向 B 點去量,故由 A 點向 D 點,再由 D 點向 B 點量去,所得結果非基線 AB 之長度,乃$(AD+DB)$ 或 $(a+b)$斷線之長度也,故須由 $(a+b)$ 更正之,而得 c 值。在實際工作之時,務須慎密度量,同時 θ 角不可過大,因此種更正,乃由大概之公式(approximate formula) 以求出之也。自三角學中,知:——

$$c^2=a^2+b^2+2ab\operatorname{Cos}\theta$$

以級數(series)解 Cos θ,並替入上式,則

$$\operatorname{Cos}\theta=1-\frac{\theta^2}{2}+\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\therefore\quad c^2=a^2+b^2+2ab\left(1-\frac{\theta^2}{2}\right)$$

$$=(a+b)^2-ab\,\theta^2$$

$$=(a+b)^2\left[1-\frac{ab\,\theta^2}{(a+b)^2}\right]$$

$$\therefore\quad c=(a+b)\left[1-\frac{ab\,\theta^2}{(a+b)^2}\right]^{\frac{1}{2}}$$

用大代數學 binomial theorem 以解之,則:——

$$c=a+b-\frac{ab\,\theta^2}{2(a+b)}+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

在上式中,θ 之單位爲弧單位(in circular measure),而 θ 之值在三度以下,方能準確也,如將 θ 單位化成分(minute),則:——

$$c=a+b-\frac{ab\,\theta^2}{2(a+b)}(\sin\ 1')^2$$

$$=a+b-0.000000042308\frac{ab\,\theta^2}{a+b}$$

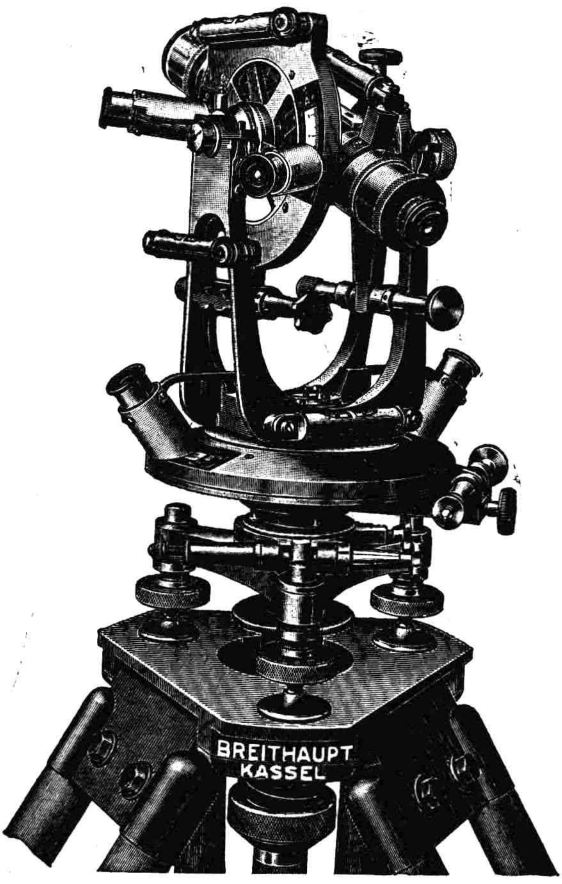
$$(\log\ 0.000000042308=2.62642-10)$$

(17)測量地平角度之器械

三角網測量,在測量中最屬重要,其工作乃量度每三角形中之角度,以爲將來計算之用,故所用之器械爲經緯儀,然此種工作,本爲測量之大綱,其精密謹愼,應較任何工作爲甚,是以普通測量導線及地形之工程司經緯儀,不足爲用,須以特製爲宜。此種特製之經緯儀,專爲三角網測量之用,現在各國普通所用者,計有兩種,一曰複量儀(repeating theodolite),一曰方向儀(direction instrument)。此兩種儀器,自字面上,卽可明瞭其大意。複量儀之構造與普通經緯無甚大異,不過各部均較精細,測時用複量法以量角度。方向儀之構造,則有不同,測量角度之時,不能用複量法,須順一定之方向,並順續而量所有之角度,其角度乃用測微放大鏡以讀出之(micrometer microscope)。此兩種儀器之圓盤直徑,均較普通儀器爲大,大約自六吋至三十吋不等,完全以需要之準確度爲定,直徑愈大,則愈準確,但仍以精小者爲便,普

通所用者常為十或十二吋，其水平螺絲僅三隻，（普通者恆為四隻），因三隻者實較四隻者易於穩固，且溫度之影響，亦可使之少受損傷也。

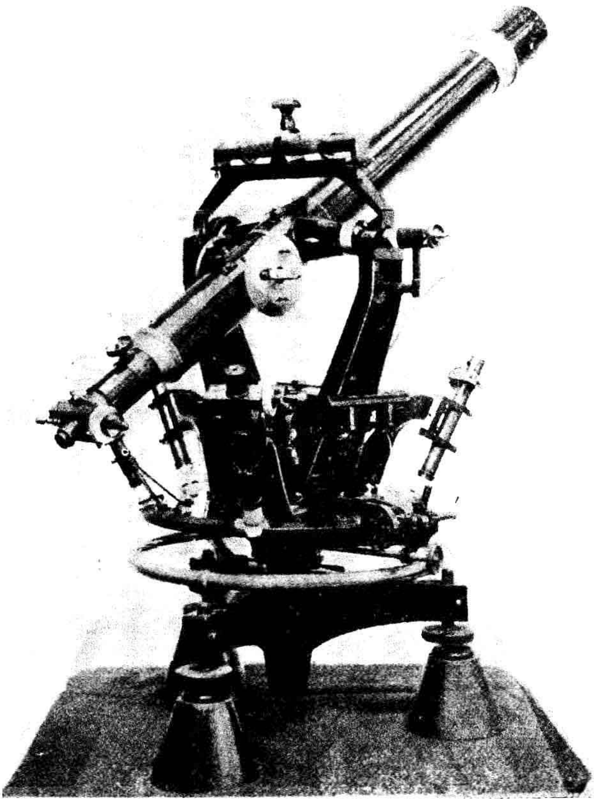
（a）複量儀　複量儀之構造，與普通之經緯儀無甚大之區別，每測一角度，須自兩邊之化微（vernier）同時讀出之，最少之讀數為五秒至十秒，若再以複量法測之，則可得更微之秒數。第二十七圖乃為德國八



第二十七圖

吋圓盤之複量儀，有兩隻化微，可讀至十秒，其望遠鏡放大力爲三十二倍。尚有他種圓盤較大，足架較巨，水平螺絲均爲三隻，上部儀器，與三足架接連處，用彈簧及螺絲繫緊之，望遠鏡附有水準汽泡（striding level），以便使鏡成水平，而測直立角或作天文測量之用也。

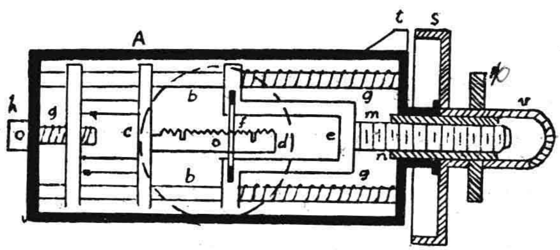
（b）方向儀　方向儀之外觀，可於第二十八圖參閱之，其圓盤分



第二十八圖

度，每格爲五分（5 minutes），圓盤本身，可自由旋轉或固定而與上部無關，盤上望遠鏡架旁，附有一對或三隻測微放大鏡，彼此距離相等，用此測微放大鏡，以測每格之細數（即小於 5 分者）。在較大之方向儀，尙有指標放大鏡 (index microscope) 以讀出度數及五分數，其小於五分者，則用測微放大鏡讀出之。方向儀恆用於最要之三角網，稍差之三角網，則用複量儀以測之。普通之測量師，習於複量儀之用法，故吾人常見其使用。複量儀之稍遜於方向儀，因複量法，常旋緊上箝移動切線螺絲，此種動作，恆使儀器有微小之震動而生錯誤，然在普通三角網工作中，此種微小之差誤，不足影響吾人所需之準確度也。(此種差誤情形，現在尙未能詳細解釋及防止之)。

(18) 測微放大鏡 (micrometer microscope) 用方向儀測量三角網，先將儀器安平於測站之上，定準圓盤之方向，其測微放大鏡兩隻或三隻，平均位置於圓盤之四週，每鏡焦點對準圓盤分度圈，當測量時望遠鏡自第一測點轉至第二測點之時，各放大鏡內之零點，亦各旋轉相同之弧距 (angular amount)，倘在第一及第二測站各測微放大鏡之零



第 二 十 九 圖

點,於分度圈上之位置看定後,則其相差數,卽為自第一站轉至第二站之角度也。第二十九圖乃此測微放大鏡之剖面圖,其各部構造分述如下:——

a．放大鏡之箱筒(micrometer box)

b．固定之桿(fixed guide rods)

c．連繫齒尺之活架(movable frame carrying comb scale d)

d．齒尺(comb scale)

e．連繫十字線 f 之活架(movable frame carrying cross hair f)

f．十字線(cross hairs)

g．連繫活架之彈簧(spiral spring)

h．螺絲以調整活架 c (fixed screw whose revolution adjusts movable frame c)

m．測微器螺絲繫連於活架 e

n．以調整十字線 f 之螺絲套

p．以旋轉螺絲套 n 之輪頭

s．記載螺絲套 n 旋轉之分數之圓輪

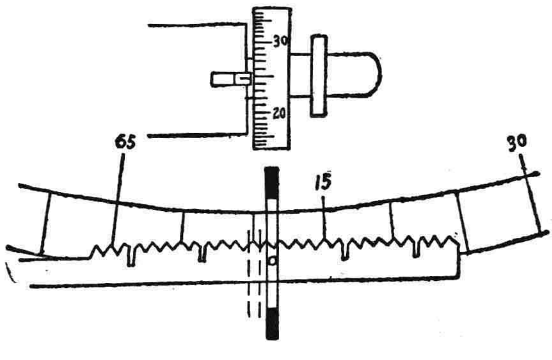
t．指標

v．螺絲 m 之護管,以防灰土之侵入

齒尺上有齒孔 (notch),尺之中點,在齒孔後穿一小圓孔,以標識之(此時指標 t 正指圓輪零點),(參閱第二十九圖),此孔既在尺之中點,同時亦在放大鏡視域之中心,每第五齒孔處加深孔長,測視之時,均以齒孔計之而勿計齒尖。測微器螺絲 m 旋轉一週,則十字線 f 前進兩

相鄰齒孔之距離，倘放大鏡校正合宜，則圖盤上分度圈，亦影露於放大鏡視域之平面上，故自放大鏡目鏡向內窺視，則十字線及分度圈同可清楚而現於吾人眼簾之中，齒尺貼近十字線，故亦能同時得見之。在普通情形之下，圓輪 s 緣上，刻畫相等之格，共六十格，而圓盤之上每格為五分，故螺絲 m 旋轉五週，可使十字線在分度圈上進行一格之距離(卽 5 分)，是以每齒孔之距離(卽螺絲旋轉一週)，等於角度一分，而圓輪邊緣上每格爲一秒也。

在第二十九圖中，十字線 f 爲兩平行蛛絲所構成。兩絲之距離，適較分度圈上之畫線爲寬，故畫線移至十字線中間時，兩蛛絲適在畫線之兩旁。由實際之經驗，覺兩平行線之蛛絲，較交叉者爲佳。各部調整準確後，則測微放大鏡正對齒尺中空及圓輪指標正對零點之時，卽測微器零點正在兩蛛絲中間之際也。齒尺之爲用，并非主要之部份，僅爲計算測微器圓輪旋轉整數之用而已。其少於一週之數，則於輪頭讀之。第三十圖乃測微放大鏡內部視域之放大情形，齒尺之計算，乃自左至右。茲假



第　三　十　圖

使十字線正對齒尺中空之時，其讀數爲 65° 10′ 另加由十字線中心至十分之畫線處之距離。讀畢此整數 (卽 65° 10′) 之後，可旋轉輪頭，俟十分之畫線移至十字線上爲止，計共移動一齒餘之距離，亦卽輪轉一週有餘而兩週不及也。輪轉一週爲一分，其不及一分之數，在輪頭上讀得爲 25 秒，故此時望遠鏡觀測之方向應爲 65° 11′ 25″ 也。(參閱第三十圖)。

測微器螺絲 m 旋轉一週，應使其十字線在分度圈上行走一分之距離。無論何時何處，均應如此。但測微器發生不準確情形時，則每一分之距離，不能使螺絲 m 旋轉一週或五週時不走三百秒，其相差之數，是曰測微器之差誤(run of the micrometer)。此種原因，不外定影不準，畫分不確，以及溫度之升降所致。調整之法。因其原因之不同而各異，玆簡述之於下。

第一種調整法，乃假設其致錯之原因，由測視時移動十字線偶然所生之錯誤及讀視齒尺之疏忽所致，其讀數可由最近兩格之前後讀數而平均之。

第二種調整法，乃插算前後之讀數。此法乃假設測微器螺絲旋轉一週之錯誤，平均分佈於齒尺上，因十字線移動分度圈上一格之距離，測微器讀得之數，不爲三百秒，故得假設下列之比例以計算之：——

$$\frac{\text{測微器差誤更正值}}{\text{三百秒距離測微器差誤數值}}=\frac{\text{測微器在中點測得數}}{\text{測微器在三百秒中測得數}}$$

其計算之法如下：——

玆使：

n =圓輪後轉之週數 (number of full turns to back division)

o =後轉讀數(back head reading)

p =前轉讀數(forward head reading)

b =後轉讀數總秒數(backward reading in seconds) $=60\ n+o$

f =前轉讀數總秒數 (forward reading in seconds) $=60\ n+p$

$m=\dfrac{b+f}{2}$

d =測微器每 300 秒之差誤(run of micrometer for 300″ space)

$=o-p=b-f$

c =至 b 數爲止之改正值(correction for run to value b)

$D=300$ 秒

Δ =每 300 秒之距離由測微器量出之數值(micrometer measurement of 300″ space) $=300''+d=D+d$

M =改正後測微器應讀載之數值 (adjusted micrometer reading to add to scale reading) $=b-c$

故依上列之公式,可書之於下

$$\frac{c}{d}=\frac{b}{\Delta}=\frac{b}{D+d}$$

$$\therefore\quad c=\frac{db}{D+d}$$

但 $$M=b-c=b-\frac{db}{D+d}\cdots\cdots\cdots(1)$$

然 $$b=\frac{b}{2}+\frac{b}{2}+\frac{f}{2}-\frac{f}{2}=\frac{b+f}{2}+\frac{b-f}{2}=m+\frac{d}{2}\cdots(2)$$

以(2)式代入(1)式則得:——

$$M=m+\frac{d}{2}-\left(\frac{md}{D+d}+\frac{\frac{1}{2}d^2}{D+d}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

在普通情形之下,d 之值常小於 2 秒,故(3)式之第四項可棄而不計,故

$$M=m+\frac{d}{2}-\frac{md}{D}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

在上式中,應注意 d 之代數號。須知更正數值之計算,全賴 b 及 f 之值而定,故由 b 及 f 之值,可以定 d 值之正或爲負也。但在實際工作之時,測微放大鏡,往往有兩三隻之多,故 b 及 f 之數値,均先由數個不同之讀數,平均而得之,然後用此平均數值,以計算觀測之方向。讀者可參閱本篇第(22)節之記錄式,即能明瞭一切也。

(19)十字線(Cross-hairs) 三角網測量所用之儀器,其望遠鏡中之十字線,因工作需要準確度之不同,其形狀往往各異,亦有因所測視之目標不同而異者。複量儀用在較小之三角網時,其十字線常爲×形,測視之時,將目標平分×之中心,即能準確,其×所成角度,往往自 45 度至 90 度不等。此種十字線測視標桿,最爲相宜,如測視日光器或燈光所發之光誌,則十字線之中線,應爲兩相近之平行線。測時,將日光或燈光放在此雙線之內,即可讀其角度矣。此兩線之闊度,應以日光或燈光之粗細而定,然亦不能過大,以適能將其夾在中心爲宜,普通之時,其距離之大小,應使其焦點中心角以 25 至 35 秒爲限也。

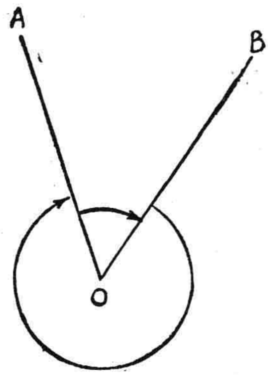
(20)放置器械於測站之準備

在第一級之最要三角網測量時，儀器不放在三足架上。往往在三角站上，建築固定之架台或其他之固定物，以安置之。同時并在其上，建築臨時之建築物，俾防日光及大風之影響。如在較小及次要之三角網測量時，則可搭一涼蓬或支傘以保護儀器（儀器則架在三足架上）。

在測量之時，三角站林立於吾人之遠方，往往認識不清，極易致錯。故在工作之前，應自備一表，列明各站之方向地位及其附近之形狀。而所在之站為何站，地位如何，亦應寫明。如携有地圖日光器或電燈號誌，尤為便利，地圖可以幫助認淸欲測之站，日光器等可以幫助測量之人，與其他各站之人，互相通信，以便聯絡。同時對方之人，得汝之號誌後，可卽刻預備開始工作，並可將彼處之日光器之光線，射向汝處，俾汝能依其光線測量角度，卽使不用日光器測角度時，有光線發自遠方，則用望遠鏡尋視彼站之標誌，亦較為容易。倘測視之站甚多，各站發射日光，應依一定之秩序，否則亦易致亂，而不能認淸也。

(21) 用複量儀實測法　複量儀測法，乃根據複量法之原理。因同一角度，複量之可得極精密之結果，譬如量一次，所得之結果為 46°10′30″，如量六次則可約得 46°10′31″ 也。在三角測量工作，複量法有數種，玆分述於後：——

（第一法）：第一法乃複量任何次數，惟自左站向右站測視，且正置望遠鏡，然後以複量次數除所讀角度，卽得該角之平均值。於是倒置望遠鏡，自右向左站測視，複量次數相同，然後亦以複量次數除所讀角度，又得該角之平均值。兩次平均值再平均之，得該角之值矣。此謂之一組 (one set)，普通工作，每組複量次數共約十二次。



第三十一圖

(第二法):此法乃先量內角,再量外角,內外角和數應等於 360°,量時並須同一方向,且量內角時,正置望遠鏡,量外角時,倒置望遠鏡。內外角複量次數且須相同也。例如第三十一圖,先自 A 點,順鐘向測視 B 點,正置望遠鏡,複測若干次,平均之得 AOB 內角之值。然後倒置望遠鏡,自 B 點順鐘向測視 A 點,複量次數相同,平均之得 AOB 外角之值,此謂之一組。倘內外角和數,不爲 360°,可將差錯平均分配之。

(第三法):此法乃第一二法變化所得,在前半組中,先正置望遠鏡,複量半數;再倒置望遠鏡,複量半數。在後半組中,繼續倒置望遠鏡,複量半數;再正置望遠鏡,複量半數,此謂之一組。測時旋轉望遠鏡之方向,與第一二法同。

上述三法,均甚適用,惟以第三法,較爲準確,茲再將其實測步驟,述之於下:——

第一組:—

(1)安平經緯儀,置化徵 A 於零度,讀化徵 B。

將望遠鏡正置,然後:—

(2)放鬆下箝,順鐘向旋轉,測視左站。

(3)放鬆上箝,順鐘向旋轉,測視右站。

(4)放鬆下箝,讀化徵 A。

不動化微：—

(5)放鬆下箝，順鐘向旋轉，測視左站。

(6)放鬆上箝，順鐘向旋轉，測視右站。

(7)放鬆下箝，順鐘向旋轉，測視左站。

(8)放鬆上箝，順鐘向旋轉，測視右站。

將望遠鏡倒置，然後：—

(9)放鬆下箝，順鐘向旋轉，測視左站。

(10)放鬆上箝，順鐘向旋轉，測視右站。

(11)放鬆下箝，順鐘向旋轉，測視左站。

(12)放鬆上箝，順鐘向旋轉，測視右站。

(13)放鬆下箝，順鐘向旋轉，測視左站。

(14)放鬆上箝，順鐘向旋轉，測視右站。

(15)放鬆下箝，讀記兩化微。

使望遠鏡仍倒置，不動化微：—

(16)放鬆下箝，順鐘向旋轉，測視右站。

(17)放鬆上箝，順鐘向旋轉，測視左站。

(18)放鬆下箝，順鐘向旋轉，測視右站。

(19)放鬆上箝，順鐘向旋轉，測視左站。

(20)放鬆下箝，順鐘向旋轉，測視右站。

(21)放鬆上箝，順鐘向旋轉，測視左站。

將望遠鏡正置，然後：—

(22)放鬆下箝，順鐘向旋轉，測視右站。

(23)放鬆上箝,順鐘向旋轉,測視左站。

(24)放鬆下箝,順鐘向旋轉,測視右站。

(25)放鬆上箝,順鐘向旋轉,測視左站。

(26)放鬆下箝,順鐘向旋轉,測視右站。

(27)放鬆上箝,順鐘向旋轉,測視左站。

(28)放鬆下箝,讀記兩化微。

第二組:—

(1)不動第一組化微之位置,放鬆下箝,再行安平。

將望遠仍爲正置,然後:—

(2)放鬆下箝,順鐘向旋轉,測視左站。

(3)放鬆上箝,順鐘向旋轉,測視右站。

(4)照第一組辦理。

(5)照第一組辦理。

上述各法之步驟,在三角網測量之時,應視三角網之等級及所需之準確度而定,可測至數組不等。例如第一級三角網,每角應測五組(即複測六十次),第二級測二組至四組,第三級測一組(如用八吋盤儀器)。倘用七吋盤儀器,則須測二組或四組,以求準確,四級者一組足矣。如所測角度,轉成一週時,則各角之和,應爲 360 度而成一閉塞圓週(complete circle)。

圓盤分度圈之畫分度數,有時不能均勻,則其所測之結果,亦微有差錯,欲免此種差錯,可於測量各組之時,將化微分行放在圓盤各部不同之處,以爲測角之起始點。譬如第一組角,將化微置於 0°00′00″,再

起始測其角度。第二組時，則將化微置於分度圈之另一地方，此另一地方之地位，則由一實驗所得之公式，以計算之。此公式爲 $(360° \div m\,n)$，m 爲測量之組數 (number of sets)，n 爲化微個數 (number of verniers)，故第二組測量，化微應在 45° 之處爲起始點(倘測四組而有化微二個者)。如再欲避免化微本身之差錯，則由上式所得之結果，再向前移動其地位少許，移動若干，則以$\left(\frac{1}{m}\text{乘分度圈每格之度數}\right)$公式計算之，例如測量某一角度，需測六組，所用儀器，有兩化微，分度圈最小之格，每格爲 10 分，測第一組時，將化微置於 0°00′00″ 處，第二組時化微應在$\frac{360°}{6\times 2}+\frac{1}{6}\times 10'=30°+1'40''=30°01'40''$處，第三組時，化微應在 $30°01'40''+\frac{360°}{6\times 2}+\frac{1}{6}\times 10'=60°03'20''$ 處，餘則類推也。至於測量之時倒置望遠鏡者，藉以免視線不與橫軸垂直之差誤，方向自左至右或自右至左者，乃免除縱軸扭撓旋轉不正之差誤；讀出兩化微者，乃免轉軸離心之差誤也。以此數種避免差錯之方法，將上述測法，逐一比較，則何者爲佳，顯然明矣。其記錄式如下:——

儀器在某站			日期…………		測者…………	儀器號數及式樣	
測視點	望遠鏡	次數	化微 A	化微B	平均化微	角　度	平均角度
			第一組				
B	正	0	0°00′00″	10″	05″		
C	正	1	75°12′30″				
C	正及倒	6	91°14′50″	50″	50″	75°12′27.5″	
C	倒	0	91°14′50″	50″	50″		
B	倒及正	6	359°58′50″	60″	55″	75°12′39.2″	75°12′33.4″
			第二組				
B	正	0	30°01′40″	40″	40″		
…	………	…	…………	……	…………	…………	
…	………	…	…………	……	…………	…………	
…	………	…	…………	……	…………	…………	…………

在記錄式中,第一直行爲所測望之站,第二直行爲說明望遠鏡之位置爲正或爲倒,第三行爲複測之次數,第四直行爲化微 A 之讀數,第五直行爲化微 B 之讀數,第六直行爲兩化微之平均數,第七直行爲半組(half set) 之平均角度,第八直行爲上下兩半組亦卽一組之平均角度也。茲將其平均數算法列下,俾易明瞭:——

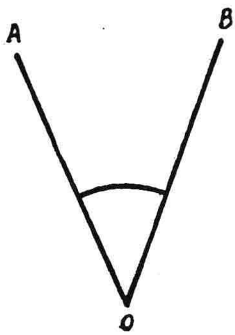
上半組平均角度:	下半組平均角度:	上下半組亦卽全組平均角度:
91° 14′ 50″	91° 14′ 50″	75° 12′ 27.5″
0 00 05	360	+ 75° 12′ 39.2″
6)91 14 45	451 14 50	2)150 24 66.7
15 12 27.5	359 58 55	75 12 33.4
60	6)91 15 55	
75 12 27.5	15 12 39.2	
	60	
	75 12 39.2	

(22) 用方向儀實測法

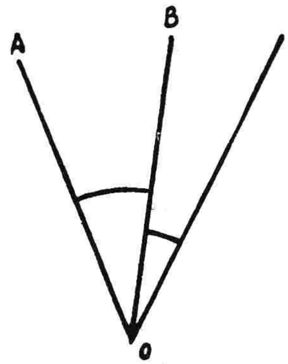
方向儀與複量儀不同之點,約有數端:一則方向儀只有一縱軸,故複測法不能施用;二則方向儀有測微放大鏡兩隻或三隻;三則分度圈最小每格爲五分,由測微器可讀至爲一秒。至於其構造,亦較精密,測量成績,乃能詳確,此乃第一級最要之三角測量,不用複量儀而用方向儀之原因也。其實測方法,可分爲二,茲述之於下:——

(第一法):先將儀器安設平穩,正置望遠鏡,測望第一三角站,並將所有測微器讀出而記載之。於是順鐘向,按照次序測視其他各站並記其

方向值，各站之方向值相減，即得某站至某站之角度矣。俟向右測至最後一站時，然後再返回測視各站，以至第一站爲止，於是倒置望遠鏡，再照法測量一次，故總共測得四回，正置向右一次；正置向左一次；倒置向右一次；倒置向左一次。此謂之一組。茲將其實施步驟列下，俾資明瞭，並請參閱第三十一及三十三圖：——



第三十二圖



第三十三圖

（I）按照第三十圖僅測一角者如下：—

第一組：——

（1）安平儀器。

正置望遠鏡：—

（2）測視 A 點並讀測微器。

（3）測視 B 點並讀測微器。

（4）測視 A 點並讀測微器。

倒置望遠鏡：—

(5)測視 A 點並讀測微器。

(6)測視 B 點並讀測微器。

(7)測視 A 點並讀測微器。

第二組:——

(1)移動圓盤,再行安平儀器。

仍倒置望遠鏡:—

(2)測視 A 點並讀測微器。

(3)測視 B 點並讀測微器。

(4)測視 A 點並讀測微器。

正置望遠鏡:—

(5)測視 A 點並讀測微器。

(6)測視 B 點並讀測微器。

(7)測視 A 點並讀測微器。

(II)按照第三十一圖測兩角或多角者如下:——

第一組:——

(1)安平儀器。

正置望遠鏡:—

(2)測視 A 點並讀測微器。

(3)測視 B 點並讀測微器。

(4)測視 C 點並讀測微器。

(5)測視 B 點並讀測微器。

(6)測視 A 點並讀測微器。

倒置望遠鏡：—

(7)測視 A 點並讀測微器。

(8)測視 B 點並讀測微器。

(9)測視 C 點並讀測微器。

(10)測視 B 點並讀測微器。

(11)測視 A 點並讀測微器。

第二組：——

(1)移動圓盤，再行安平儀器。

仍倒置望遠鏡：—

(2)測視 A 點並讀測微器。

(3)測視 B 點並讀測微器。

(4)測視 C 點並讀測微器。

(5)測視 B 點並讀測微器。

(6)測視 A 點並讀測微器。

正置望遠鏡：—

(7)測視 A 點並讀測微器。

(8)測視 B 點並讀測微器。

(9)測視 C 點並讀測微器。

(10)測視 B 點並讀測微器。

(11)測視 A 點並讀測微器。

(第二法) 倘不欲指測甚多之方向時，可在第一站及最末站均倒轉望遠鏡，如此指測方向，自然減少。但此法略覺不甚詳密，故用此法之

時，應多測幾組，俾補益之也。茲將實測步驟列之於下：——

(I)按照第三十圖僅測一角者如下：——

第一組：—

(1)安平儀器。

正置望遠鏡：—

(2)測視 A 點並讀測微器。

(3)測視 B 點並讀測微器。

倒置望遠鏡：—

(4)測視 B 點並讀測微器。

(5)測視 A 點並讀測微器。

第二組：—

(1)移動圓盤，再安平儀器。

仍倒置望遠鏡：—

(2)測視 A 點並讀測微器。

(3)測視 B 點並讀測微器。

正置望遠鏡：—

(4)測視 B 點並讀測微器。

(5)測視 A 點並讀測微器。

(II)按照第三十一圖測兩角或多角者如下：——

第一組：—

(1)安平儀器。

正置望遠鏡：—

(2)測視 A 點並讀測微器。

(3)測視 B 點並讀測微器。

(4)測視 C 點並讀測微器。

倒置望遠鏡:—

(5)測視 C 點並讀測微器。

(6)測視 B 點並讀測微器。

(7)測視 A 點並讀測微器。

第二組:—

(1)移動圓盤,再安平儀器。

倒置望遠鏡:—

(2)測視 A 點並讀測微器。

(3)測視 B 點並讀測微器。

(4)測視 C 點並讀測微器。

正置望遠鏡:—

(5)測視 C 點並讀測微器。

(6)測視 B 點並讀測微器。

(7)測視 A 點並讀測微器。

上述兩法,以前者爲佳。至於每次應測若干組,須以三角網等級而定。玆將其記錄式列下,以爲參考:——

日期……………儀器在 A 站，　　測者……………儀器式樣及其號數

測視點	望遠鏡	測微器	分度圈讀數	b	f	m	$\frac{d}{2}-\frac{mb}{D}$	M	測點方向	角度	平均角度
B	正	A	65°10′	85″.0	82″.7						
		B		83″.4	87″.6						
			平均	84.2	85.2	84″.70	−0″.22	84″.48	65°11′24″.48		
C	正	A	75°15′	126.4	124.0						
		B		124.2	125.2						
			平均	125.3	124.6	124.95	+0.06	125.01	75°17′05″.01	10°05′40″.53	
C	倒	A		125.2	123.1						
		B		123.0	126.3						
			平均	124.1	124.7	124.40	−0.05	124.35	76°17′04″.35		10°05′41″.45
B	倒	A		82.5	80.3						
		B		81.0	84.6						
			平均	81.8	82.5	82.15	−0.16	81.99	65°11′21″.99	10°05′42″.36	
	(移動分度圈約九十度)										
B	倒	A		72.6	69 4						
		B		69.8	71.8						
			平均	71.4	70.6	17.00	+0.21	71.21	65°11′11″.21		
C	倒	A		112.8	110.0						
		B		109.8	111.6						
			平均	111.3	110.8	111.10	+0.06	111.16	75°16′51″.16	10°05′39″.95	
C	正	A		111.5	110.1						
		B		109.1	111.2						
			平均	110.3	110.7	110.50	−0.05	110.45	75°16′50″.45		10°05′40″.54
B	正	A		70.1	69.0						
		B		68.0	71.2						
			平均	69.1	70.1	69.60	−0.27	69.33	65°11′09″.33	10°05′41″.12	

總平均＝10°05′41″.00

在上列記錄式中，其測微器須向前及向後視讀，卽讀出 b 及 f 兩數值也，然後再依(18)節，計算 m，$\left(\frac{d}{2}-\frac{md}{D}\right)$及 M 三個數值，填入其中。分度圈讀數及改正數(卽 M)之和，卽爲該測視點之方向。其角度則爲前後兩測視點方向之差數；正置及倒置望遠鏡所得角度之平均數，卽最後行中之平均角度；此平均角度乃一組中之平均數，再平均各組之角度，卽得總平均角度，亦卽最後所欲求該角之角度也。

(23)測時須知　測量三角網時，儀器務必異常穩定，欲其穩定，則支持儀器之平臺或三足架，須注意其位置。倘用三足架時，而其地極爲鬆軟，則須於足脚之處，釘立木樁於地中，木樁頂上，挖以小孔，俾將三足架脚，置於其中，以求穩定也。水平螺絲於安平儀器之後，不可鬆活而不緊，否則儀器，極易搖動。測量之時，須有帳或傘以遮太陽及防禦風力之影響。工作之人，尤不可將身貼近儀器，以防傳熱或觸動之；倘不留意，則所得結果，定有差誤矣。在測視他站之時，萬不可認錯測站，故須有筆記，載淸各站之位置，如有地圖爲助更佳。測望標桿，在普通工作之時間，以有雲或晴天之下午爲宜。如測望日光器，則以天氣晴朗之時爲佳，早晨天光之時，濕氣上升，最爲不宜，美國測量三角網時，常在夜間而以電光器爲助，成績甚佳，因夜間之地平折光影響，恆較日間爲少也。

(24)弧超(Spherical Excess)　在球面三角學中，吾人已得弧超之定義及其原理，玆不復贅。三角網測量後，卽須利用之而求計算，三角網系統中，每個三角形，其內角之和，應等於 180 度，此平面幾何之原理也。吾人所測之三角網如面積頗廣，則所得之結果，往往不盡然如此者，乃其中有弧超之關係，其內角之和，乃等於 180 度外加弧超。至弧超究

爲若干？則每個三角形，均各有不同之弧超，應視其所佔面積而定，但大約計之，則每個 $75\frac{1}{2}$ 方英里面積之三角形，其弧超僅爲一秒，然此不過大約數也，如詳計之，可用下列之公式：——

$$e''=\frac{\text{三角形之面積}}{R^2\sin l''}$$

$$=\frac{b\,c\sin A}{2\,R^2\sin l''}$$

上式中，b 及 c 爲三角形之兩邊長，R 爲地球之平均半徑，[log R (以呎爲單位) =7.32068; log R (以公尺爲單位) =6.80470]，但地球非一圓球體，乃略具橢圓形，故應用下式以求弧超（各部均以公尺爲單位）：——

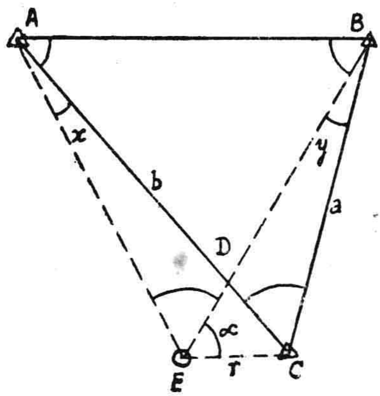
$$e''=\frac{1}{2\,R\,N\sin l''}\times b\,c\sin A$$

上式中 N 乃測站垂直線上爲地球半徑相截之長度也(在解析幾何中曰 normal)，爲計算便利起見，使 $\frac{1}{2\,R\,N\sin l''}=m$ 而 $\log m$ 之値，則用表查出之(附表二)，例如 $b=c=20$ 英里，$A=60°$，觀測地方之緯度 (latitude) $=40°$，則由上式計算之結果，應等於 2.277 秒，在計算之時 A 及緯度可用其大約數，不致有甚大之差錯，故所測三角形，其內角之和，應爲 $180°+2''.277$ 也。面積甚小之三角形，可以不計弧超，因其極少耳。

在用最小自乘方法調整所測之三角形時，應預先將弧超減去，然後再調整之。倘三角形面積甚小，可以不需，只將閉塞差數，平均分配於三

內角可也。在較大之三角形中，弧超算出後，以三除之，所得之商數，爲各內角之改正數，由各內角減去三分之一弧超，則所得之內角爲該三角形之平面角度(plane angles)，未減者爲球面角度(spherical angles)，球面角度，在大地測量中，則用以計算每個三角站之位置，亦曰大地之位置，平面角度，則用以計算三角網各邊之長度也。

(25)偏心站更正 (Reduction to center)　在選擇三角網各站地位之時，吾人知以高處爲佳，故多在山頂等處，設立測站。然遇原有高立之建築物如塔尖，自來水塔，旗桿等，則亦可利用各該物，以爲我人之三角站，測量之時，卽望其頂。惟將儀器，移至各該站時，則不能將儀器置於該站之上，故須將其置於該站之旁，以測其他各站之角度，然後再行計算，以改正之。是曰偏心更正，不能安置儀器之站，爲吾人所定之三角站，而在其旁置儀器之處曰偏心站 (eccentric station)。在偏心站所測之角度曰偏心角(eccentric angle)。偏心角非吾人所欲求之角，須加以改正始可也。雖然偏心角非吾人所欲求之角，不過亦須依據之以計算欲求之角度，故測量之時應用同等之精密程度，以測量之，始能得同等精密之改正角度，否則雖得欲求之角度，然其結果不精，不能用耳。如第三十四圖中，A,B,C 各爲三角站，在 A 及 B 站測畢後，須將儀器移至 C 站以測 ACB 角，但 C 站倘爲塔尖，不能置儀器時，



第三十四圖

則在其旁 E 點安放儀器，先測 AEB 角，然後再加以改正，卽能得 ACB 角矣。故 E 站爲偏心站，而 AEB 角爲偏心角也。其他如 a 乃 BEC 角，γ 爲偏心站與三角站 C 之距離也。在 ABC 三角形中，CAB 及 CBA 兩角已於各該站測得，故其角度爲已知，AB 之距離由其他三角網可以算出，故亦爲已知數，是 ABC 三角形亦爲已知，因其中兩角一邊爲已知也。在 D 點之各相對角相等，故吾人有下列之比例：——

$$C+y=E+x,$$

或 $$C=E+(x-y)$$

但 $$\frac{\sin x}{\sin(E+a)}=\frac{\gamma}{b} \text{ 及 } \frac{\sin y}{\sin a}=\frac{\gamma}{a},$$

$$\therefore \quad \sin x=\frac{\gamma\sin(E+a)}{b} \text{ 及 } \sin y=\frac{\gamma\sin a}{a},$$

在實際情形之下，x 及 y 兩角，其值甚小，故：——

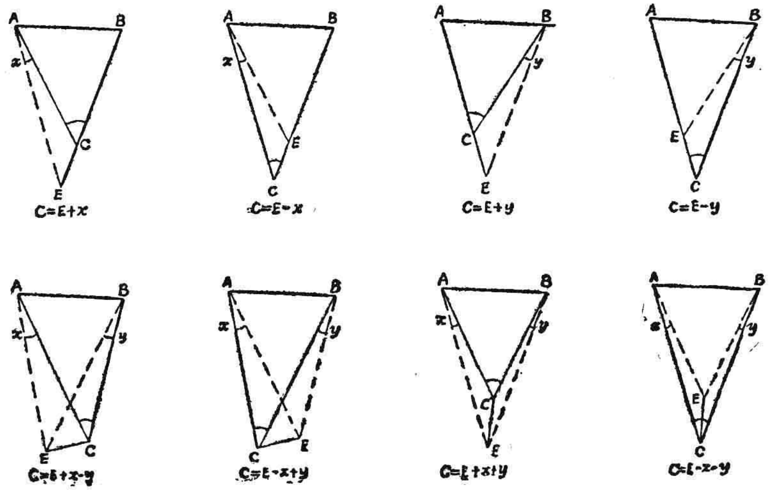
$$\sin x = x\sin l'' \text{ 及 } \sin y=y\sin l''$$

或 $$x=\left(\frac{\gamma}{\sin l''}\right)\frac{\sin(E+a)}{b} \text{ 及 } y=\left(\frac{\gamma}{\sin l''}\right)\frac{\sin a}{a},$$

$$\therefore \quad C=E+\frac{\gamma}{\sin l''}\left[\frac{\sin(E+a)}{b}-\frac{\sin a}{a}\right]$$

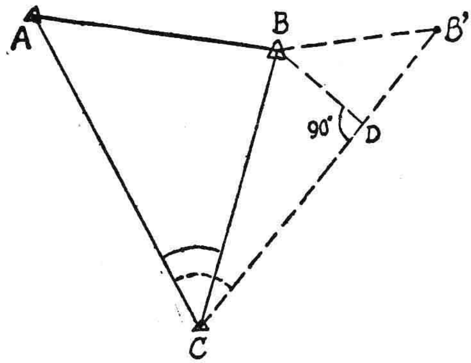
觀乎上式，知偏心角 E 之更正數爲 $\frac{\gamma}{\sin l''}\left[\frac{\sin(E+a)}{b}-\frac{\sin a}{a}\right]$；而其單位應爲秒也。至其前之正號或爲負號，應視偏心角 E 抑小於或大於其 C 角而定。總之，偏心角 E 之更正，最要者乃 x 及 y 兩角，其

値可以算出，然後再照實地情形，畫一草圖，即知更正之數，應如何計算，此種方法簡單而明瞭，各種不同情形，可於第三十五圖見之。



第　三　十　五　圖

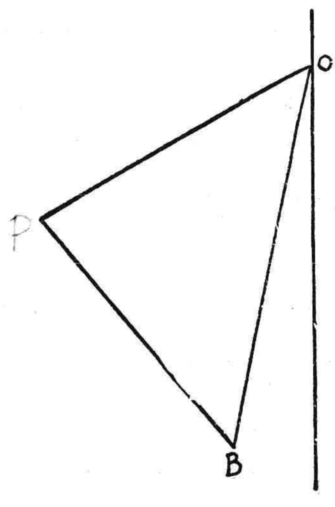
(26) 偏心標誌之更正 (Eccentricity of signal)　在上節所述，乃測站偏心，若測望之站標，不能望見時，可將標誌，置於該站之旁而能望見處，則所得之角度，亦非欲求之角，仍應加以更正。更正之法，參閱第三十六圖，即易明瞭，在該圖中，AB 及 C 爲三角測站，儀器設於 C 站，B 站標誌因阻礙而移置於 B'，BD 爲 BC 線之垂距也。吾人所欲求之角乃 ACB，但實測之角爲 ACB'，故其改正角應爲 BCB'，在 ABC 三角形中，A 及 B 站之角度爲已知，AB 距離已算得，故 BC 線之長度亦可大約算出，垂距 BD 名曰偏差 (eccentricity)，可以實地量之，或由 BB' 之距離及 B' 處之角度以計算之，然後此偏心標誌之更正値，可由下列公式以計算之也。



第三十六圖

$$BCB''\ (\text{單位以秒計}) = \frac{BD}{BC \sin 1''}$$

(27)三角網調整之檢討　在面積甚廣而甚重要之三角網中，於測量完竣後，如欲得精確之結果，則所有之三角形或四邊形，均應以最小自乘方法調整之。因吾人測量，無論如何謹慎從事，總不免有些許之差錯，蓋天時人事均有以致之也。而最小自乘方法者，亦不過根據數學原理，將所生差錯分配於各角之中，以得該角最近乎眞值之數值耳。但採用此法，手續殊繁，故較小及不甚重要之三角網，不需此法。例如調整次要之四邊形，亦有較簡較易之法，至低級之三角形，則逕將差錯平均分配於各角可也。



第三十七圖

(28)三角網邊之計算　三角網邊長

之計算,可以一例而說明之,如第三十七圖,BP 爲已知值之邊,玆計算 OP 及 OB 之長度。

觀測之角度如下:——

$$
\begin{array}{rrrr}
P = & 82^\circ & 27' & 27''.9 \\
B = & 35 & 45 & 15.4 \\
+O = & 61 & 47 & 18.8 \\
\hline
 & 180^\circ & 00' & 02''.1
\end{array}
$$

由 (24) 節之公式,算出其弧超爲 $0''.861$, 故所測之三角形,其差錯爲 $1''.2$, 是以自每角中減去 $0''.4$, 則得該三角形之每個弧面角度 (spherical angles) 如下:——

$$
\begin{array}{rrrr}
P = & 82^\circ & 27' & 27''.5 \\
B = & 35^\circ & 45' & 15''.0 \\
+O = & 61^\circ & 47' & 18.4 \\
\hline
 & 180^\circ & 00' & 00''.9
\end{array}
$$

於是由每角中減去 $0''.3$, 則得該三角形之每個平面角度 (plane angle) 如下:——

$$
\begin{array}{rrrr}
P = & 82^\circ & 27' & 27''.5 \\
B = & 35^\circ & 45' & 14''.7 \\
+O = & 61^\circ & 47' & 18''.1 \\
\hline
 & 180^\circ & 00' & 00''.0
\end{array}
$$

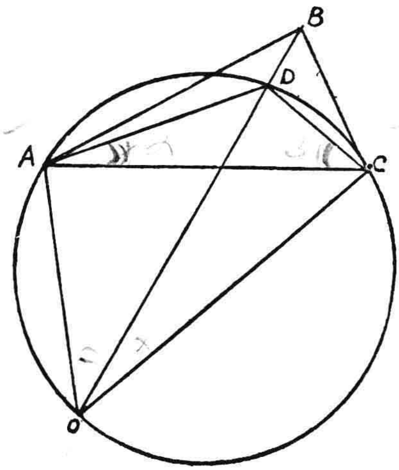
各角度旣經調整如上,則 OP 及 OB 之長度, 卽以平面角度而計算之,譬如 BP 之長度爲已知, 其對數 $\log BP = 4.3564673$, 則計算

OP 及 OB，可用三角學之公式 $\dfrac{a}{b}=\dfrac{\sin A}{\sin B}$，其計算之各部，可參閱下表:——

1	2	3	4	5	6	7
測站	測得角度	改正數	弧面角度	弧超	平面角度及邊長	對數
B至P					22723.08m.	4.3564673
O	61° 47′ 18″.8	−0.4	18″.4	−0″.3	61° 47′ 18″.1	0.0549218
B	35° 45′ 15″.4	−0.4	15″.0	−0″.3	35° 45′ 14″.7	9.7666415
P	82° 27′ 27″.9	−0.4	27″.5	−0″.3	82° 27′ 27″.2	9.9962261
	180° 00′ 02″.1	−1.2	00.9	−0.9	00.0	
O至P					15067.13m.	4.1780306
O至B					25563.20m.	4.4076152

(29) 三點問題 (Three-point Problem) 在測量實地工作之時，常因需要關係，臨時增加一二測站，或選擇任何地位，以爲測量地形之用，則此增加之站，如何使與原訂之大綱，有所聯絡？在實際上雖能設法與三角網或導線網相連，然於實地工作方面，手續覺太煩，且於時間方面，尤不經濟，故利用三點問題原理，可於該站測地形時，隨即將該站之地位測出。如何測出？即選定三個已有之測站而量其與儀器所在站所成之兩個地平角而已。有三個固定點及兩個角度，則以幾何原理，必可定出一點之位置，故此法曰三點問題，其便利處，實足驚人也。例如在第三十八圖中之 A, B 及 C 三點爲已固定之測站，O 點譬如爲臨時增加之測站，吾人目的乃欲求出 O 點之位置，其法在 O 點量出 AOB 及 BOC

兩角度卽能定出 O 點之位置矣，其證明如下：——



第三十八圖

畫一圓經過 A,O,C 三點，然後連 $OB,AD,$ 及 AC 三線，ABC 三角形之每角或每邊，均可於三角測量之結果以算出之。

玆使：　$\angle DAC=\alpha$,　$\angle DCA=\beta$

在 ADC 三角形中，一邊 AC 及兩角爲已知，則 AD 長度可以計算。

在 ADB 三角形中，兩邊 AD 及 AB 爲已知，$\angle BAD=\angle BAC-\angle DAC$，故 ABD 角度，可以計算。

後最在 AOB 三角形中，一邊 AB 及二鄰角爲已知，則 AO 及 BO 可以求出，再在 BOC 三角形中，則 CO 邊亦可求出矣。

(30) 用天文測量以定三角網測站在地球上之位置　在平面測量學

中，導線網各站之位置，皆用經距及緯距 (latitude and departure) 以定之，亦卽所謂方形座標是也。惟在大地測量之時，因所佔面積頗廣，於地面弧形影響，已經感覺，若仍以方形座標以定三角網各站之位置，則圖上之地位與各站實際在地球面上之位置，不能符合，而所成地圖，又有何價值可言哉。此卽平面測量，（或謂小面積測量）可用方形座標而大地測量（或謂大面積測量）不能採用方形座標之原因也。然則大地測量控制點之位置，用何法以定之歟？曰用經度 (longitude) 及緯度 (latitude) 耳。學者在地圖上，得見經緯度，而地圖上，又因何用經緯度歟？曰用經緯度以定各地之位置也。亦卽大地測量表示地位之辦法也。經度以英國之格林維治 (Greenwitch) 天文臺爲零度，向東進 180 度，及向西亦進 180 度；緯度以赤道爲零度，向北進 90 度，及向南進 90 度，故經度有東西之分，而緯度有南北之分也。例如廣州在地球面上之位置爲東經 113°30′ 及北緯 23°07′ 也。吾人於測量之後，各三角站之位置，(換言之，卽三角站之經緯度)，已經知悉，然後將地球面上之經緯綫完全畫出，(只將所測面積應在部份用規定縮尺畫出)於紙上，再就各站之經緯度，定各站之位置於其上，於是各控制點之位置與實地情形相符合，而地圖之大體備矣。然則各三角站 (卽控制點) 之經緯度，何由而知之歟？曰用天文測量以定之也。故在測量範圍之內，天文測量僅爲測定經緯度及眞子午線方位角之用，至其宇宙間星座之情形及現像，勿庸顧及，此所謂應用天文學 (practical astronomy)，非專門天文學者所研究者耳。至於經緯線之畫於紙上，亦非如所言之簡單，其畫法原則，乃將地球面上，先分成經緯線，然後再將地球面，投影於一平面上，於是該

平面上亦有經緯線,吾人卽利用此平面以作吾人之地圖可也。關於天文測量及地球投影諸法,俟於下章繼續詳述之,此時不過知其大概情形而已。

三角站之位置,旣知用經緯度以定之。然測量天文,手續較繁。吾人之大地測量,面積甚廣,而三角站數目衆多,若一一測之,殊覺煩擾。故普通均擇其中重要數個測站,而以天文測其經緯度,其餘各站,則根據地球之形狀及已測出經緯度之鄰站,以數學方法計算之,如再懷疑計算所得者之不精確,可再用天文測量之結果以校對之。至其計算之法,乃自一已知經緯度及眞方位角 (latitude, merridian 及 azimuth) 之測站,以求第二測站之經緯度及其眞方位角,故其法曰 L—M—Z Problem, L 指緯度, M 指經度, Z 指眞方位角也。再廣而言之,亦曰大地位置之計算法(computation of geodetic positions)。

但用天文測量所得之經緯度與用 L—M—Z 法計算所得者,因地球形狀爲一不規則圓體之關係而不相同,兩者之差,曰站差 (station error),其數值常爲八秒至十秒之弧長,平均約爲二至三秒之弧長(在地球面上等於二百至三百英尺之長度),因此關係,於測量之時,僅直接測一站之位置,其餘完全用 L—M—Z 法計算之,不足精確,故須於全三角網之各部,選擇相當之測點而以天文測之,俾可將其站差,多爲分配,則其平均數値,亦與地面位置相差無幾矣。

大地測量工作,面積旣廣,需時甚久,在美國舉行此種工作時,曾選擇一地,俾以後再行測量之時,均利用之,以省手續,是曰大地基點 (geodetic datum),在北美洲者爲 Meadés Ranch (在 Kausas 省),

曰北美洲大地基點，北美測量工作皆根據之，其地之經緯度如下：——

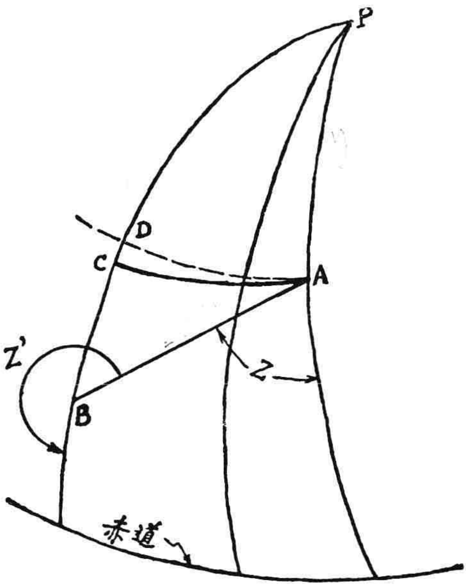
緯度 39° 13′ 26″.686

經度 98° 32′ 30″.506

眞方位角（至 Waldo）75° 28′ 14″.52

上列數值，雖於我國無甚用處，然錄述以爲學者之參考，俾知其爲用也。

(31) 大地位置之計算 (Computation of Geodetic Positions) 吾人於測竣三角網之後，已知各邊之長度及數站之經緯度與夫數邊之眞方位角。於是即須用 L—M—Z 法，以計算所有三角站之位置，其算法



第三十九圖

乃根據一站已知之數，以求第二站之未知數，非直接算出者也。第一站，第二站及北極（或南極）所聯成之三角形，其面積頗大，故於計算之時，需用十位對數表，始足精確也。在第三十九圖中，A 爲一已知經緯度之三角站；B 爲一不知經緯度之三角站，但其經緯度須算出之；Z 爲 AB 之方位角；X 爲 AB 之長度。在 PAB 三角形中，AB 之長短與 PB 之距離有關，B 點距離 P 點愈遠，則 AB 愈長，故 PB 乃爲 X 之涵數，換言之，若使 PB 爲 y'，則 $y'=f\ (x)$ 也。在微分學中，可以 Maclaurius Theorem（或 Taylors Formula），解出之，茲再使 PA 爲 y，則：——

$$y'=f(x)=y+\frac{dy}{dx}x+\frac{d^2y}{dx^2}\frac{x^2}{2}+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(1)$$

在弧三角形 PAB 中，$PB=y'$ 及 $AB=x$，故由球面三角學中，又可得一公式如下：——

$$\cos y' = \cos y\cos x + \sin y\sin x\cos A\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(2)$$

再由公式（2）以求 $\frac{dy}{dx}$ 及 $\frac{d^2y}{dx^2}$ 之值，俾可代入公式（1）中，於是微分公式(2)，則得 $\frac{dy}{dx}$ 之值，再微分之則得 $\frac{d^2y}{dx}$ 之值矣。然吾人所欲求者乃 A 及 B 點緯度相差之數值，亦即 y' 減 y 之值，故俟 $\frac{dy}{dx}$ 及 $\frac{d^2y}{dx^2}$ 之值代入公式（1）後，$(y'-y)$ 之值亦可求出，然 x 之單位乃爲弧度，再將之改爲公尺之單位，則最後演證所得之公式如下：——

$$dL=K\cos Z\cdot B+K^2\sin^2 Z\cdot C+(\delta L)^2\cdot D-h\cdot K^2\sin^2 Z\cdot E\cdots\cdots\quad(3)$$

在上式中，$K=AB$ 之距離，單位以公尺計

$Z = AB$ 線之方位角

$L = A$ 站之緯度

$dL = A$ 及 B 站緯度相差數

$\delta L =$ 上式前兩項之和數

$h = K \cos Z \cdot B$

其餘如 B, C, D 及 E 等均爲常數，每個緯度之對數值，有表(III)以檢查之，如此，則計算之時，甚爲方便。但須注意者，每項單位爲秒數。在公式(3)中，第一項之數值，乃自 B 點至垂距 AC 脚下之距離；第二項數值，約等於 CD 之距離，故多一項，則算出之值，愈近乎 B 點至 A 點平行弧脚下之距離也，故能以 Maclaurin's Theorem 以解算之耳。

A 站與 B 站之經度相差數，可直接於弧三角形 PAB 中求得之，故：——

$$\sin P = \frac{\sin x}{\cos L'} \sin Z$$

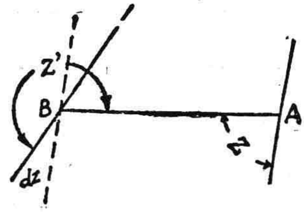
上式再演算之，則得：——

$$dM = K \cdot \sin Z \sec L' \cdot A \cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

dM 爲 A 及 B 經度相差數，(單位以弧長秒數計)；A 另爲一常數，其對數亦於表(III)檢查之；L' 爲 B 站之緯度，乃用公式(3)求出者也。

在平面測量中，子午線乃假設爲平行，但在大地測量，則此假設，完全不對，因各地子午線，均相會於南北極，在幾何原理中，兩線相交，何

能謂其平行?以此之故,平面測量學所講一線之前方位角與其後方位角相差 180 度之說,亦不對矣。故已知 A 點至 B 點之方位角爲 Z,則 B 點至 A 點之方位角不等 180 度加 Z,可以第四十圖證明之,知 B 點至 A 點之方位角爲 $Z+dZ+180°$ 也。



第四十圖

玆求 dZ 之值,在 PAB 三角形中,

$$\tan\frac{1}{2}(A+B)=\cot\frac{1}{2}dM\frac{\cos\frac{1}{2}(y'-y)}{\cos\frac{1}{2}(y'+y)}$$

上式再經演算,則得:——

$$-dZ=dM\sin\frac{1}{2}(L+L')\sec\frac{1}{2}(dL)\cdots\cdots(5)$$

故演證至此,已得數個公式,玆將其總括而列於下:——

$$-dL=K\cdot\cos Z\cdot B+K^2\sin^2 Z\cdot C+(\delta L)^2 D-h\cdot K^2\sin^2 Z\cdot E$$

$$dM=K\sin Z\sec L'\cdot A$$

$$-dZ=dM\sin\frac{1}{2}(L+L')\sec\frac{1}{2}(dL)$$

$$L'=L+dL$$

$$M'=M+dM$$

$$Z'=Z+dZ+180°$$

上數式中,有′者,皆 B 站之所求數也。但 AB 之方位角如在 90 及 270 度之間,則 dL 須加入 A 點之緯度 L 內,然因此 $\cos Z$ 應

爲負號，故 dL 亦應爲負號，學者須加注意。

三角邊線長度不超過十哩，則 E 項在公式(3)中，可以免而不計，在公式(5) $\sec\frac{1}{2}dL$ 亦可免去；如 $\log K$ 較 4.93 爲小，則 h^2 值，可代 $(\delta L)^2$ 之值，如此，則計算之時，方便不少也。若兩站經度相差過大之時，則須注意 $\sin x$ 及 $x\sin l''$ 相差之值，因推算公式(4)時，有此假設也。此兩數相差值，可於表(IV)檢查之，計算之時，先查出 $\log K$ 之差數，再查出 $\log dM$ 之差數，兩者之代數符號，皆於表上說明，然後再將查出兩差數，以代數法加之，然後將其代數和加於 $\log dM$ 內可也。

(32) 面積較小之三角網測量　以上所有各節之所講，均應用於面積甚廣之大地測量工作，如爲較小之面積，則其測法與計劃，皆應照本編所述者進行之，不過不必如此之精確，故較精確及較精密之部份，可以免去不作也。在此種測量之中，三角網之工作，完全以複量儀測之，而平常之經緯儀之有六吋或七吋圓盤，化微可讀至 30 秒，20 秒及 10 秒者，均能適用，測量角度一組或兩組卽足爲用，每組正鏡量六次倒鏡量六次可矣。

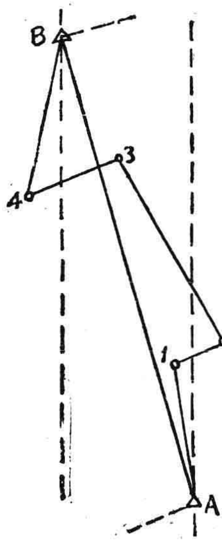
在測量較小之面積，雖然不必過於精密，不過不可因此而忽略工作之準備，使用儀器，仍應謹愼從事，測量結果，仍應隨時校對，俾免錯誤。且面積旣小，縮尺必大，微小差錯，亦易感覺，而儀器之垂球與夫測桿之位置，均須與站上木樁適相符合，此尤應注意者也。

基線須用引佛尺或鋼尺以度量之，量時仍須用彈簧秤，以校對其拉力，溫度更正，如準確度能及者，亦必需要。量時至少須量往返兩次，而取其平均之值，不可疏忽，因基線之爲用，可影響於全部工作也。

在測量城市或一較小之面積，佈繪三角站之位置，可由方形座標，天文測量之經緯度，非需要也。弧超因面積極小，可免而不計，調整三角網，自以最小自乘方法爲佳，然爲時間經濟，亦可不需，照簡單之方法以調整之，已足爲用。總而言之，務使三角網有理由的而閉塞爲宜。

(33) 導線網補助三角網之爲用

三角網者，吾人知其爲一骨幹，爲一全部測量之控制。且所有地形，均根據之。然三角網所佔面積甚大，測繪地形時，儀器所能視及之區域，不足以包括全部之面積。故在大地測量，第一級三角網內，須分佈第二級；第二級三角網內；須分佈第三級；第三級內，分佈第四級；最後第四級內，則分佈導線網，以補助之，所謂補助也者，不過使每個儀器所在地能測視足用之區域，全數儀器所在地之測視區域，能包括全部面積而已。如在第四十一圖中，A 及 B 點爲三角站，該三角形中，須以 $A-1-2-3-4-B$ 導線網以補助之，此導線網，乃用 A,B 兩站爲聯絡該三角網之用，而用導線站以測地形。惟須注意者，乃在該導線網調整之方法。在此導線網中，AB 線乃三角網之邊線而同時又爲導線網之一線，故以此而觀之，此導線網卽以三角網一邊爲其閉塞線。導線網旣爲閉塞形，於測量後，須將其閉塞差錯（error of closure），加以調整，調整之法，可照平面測量學中之方法；調整之時，



第四十一圖

須將每線之經緯距求出，然後再如法以整理之。惟 AB 線雖爲導線之一邊，然因其亦爲三角網之一邊，而三角網測量後，已經加以調整矣，若再調整而改變之，是無異改變三角網之位置，改變三角網，則影響全部之控制，故 AB 線雖爲導線網之一邊，而於調整導線網時，不能再改其數值，只可改正 $A-1, 1-2, 2-3, 3-4, 4-B$ 諸線，學者對於此點，應加注意。至於此導線之測量，仍與平面測量學中所講相同，茲不復贅。第四十一圖之補助導線網，乃爲一例，其調整數值及其計算列於下表中，學者可一研究之。

測 量 記 錄

測站	方位角	距離（呎）
▲A	171° 26′ 20″	1321.20
1	243 25 50	524.84
2	152 06 10	1974.50
3	66 15 30	901.71
4	190 44 00	1570.80
▲B	165 09 43	4621.30

經 緯 距 之 計 算

	緯距（北）	緯距（南）	經距（東）	經距（西）
▲A	1306.48			196.68
1	234.75		469.41	
2	1745.04			923.84
3		362.79		824.82
4	1543.23		292.53	
▲B		4467.20	1183.46	
	4829.50	4829.99	1945.40	1945.34

差錯=0.49　　差錯=0.06

調 整 後 之 經 緯 距

	緯　距	經　距
△A	+1306.60	−196.68
1	+ 234.77	+469.40
2	+1745.21	−923.86
3	− 362.76	−824.84
4	+1543.38	+292.52

第三編 天文測量

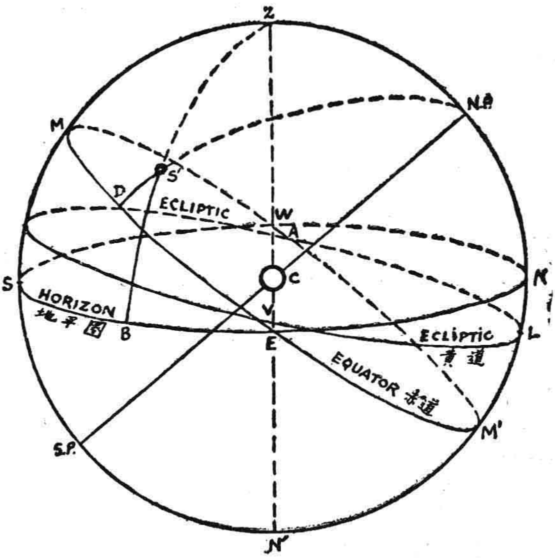
(1)天文測量之定義 天文學之意義，吾人皆習知之，本編所論者,乃應用天文學 (practical astronomy)，完全根據天文學而使其致用於測量之研究也。現在吾人研究大地測量，而須知天文者,乃應用天文學之範圍;利用天文之觀測,以定地球上某點之位置;某點之經緯度;及某線之眞方位角也。吾人所測三角網各站之位置,必須用經緯度以定之,而經緯度又必須用天文觀測而求得，其他如眞子午線及時間，亦均須由天文觀測以求之。其所用之儀器，普通經緯儀，已能爲用。以是之故,學者應知在測量學一科中，何以必須習天文測量，而天文測量所應知者,其範圍又爲如何。然後一方研究其理論,一方熟習其工作,始能得悟其學說而有以致用耳。

(2)天文測量學上應知之名辭及其界說

天文測量,乃根據天上之日月及各星座之位置,以經緯儀測視而求得地面上各點之位置也。旣須利用日月星座之位置,則不能不先明瞭所有天文學上應用之名辭及其界說。玆分述之於下。

(a)天球 (Celestial Sphere) 天球者乃一空幻之球形,吾人夜間,仰視天空,萬千星座,皆在吾人頭上，若注目視之，似在同一圓面之上,然考之實際,各星距我地球,有遠有近，幷不在同一之圓面上，而吾人視其所以然者,乃因距離過遠耳。故遠者小而近者大，似在同一圓面之上矣。此圓面旣在吾人之頭上,復向下而又包括吾人之脚下,換言之,

卽以吾人所在地爲中心，以吾人至視及星座之距離爲半徑，畫一大圓，此大圓球，名之爲天球。例如第四十二圖之圓形卽爲天球也。



第　四　十　二　圖

（b）垂直線(Vertical)　垂直線者，應以地位而論，故須謂某地之垂直線，而某地之垂直線者，乃該地地心力之方向線也。如經緯儀之垂球線亦卽該處之垂直線。例如第四十二圖中之 ZC 線。

（c）天頂(Zenith)及天底(Nadir)　地球面某點上之垂直線，如向上延長，直穿入天球面上，則天球面上之穿過點，謂之天頂，如向下延長，則下面穿過天球之點，謂之天底。天頂與天底，人各其一，在吾頭上，卽爲吾之天頂，在汝頭上，卽爲汝之天頂。天底亦然。此并非因人之關係，實因各人所在之地位不同也。如第四十二圖中，Z 爲天

頂，N' 爲天底。

(d)地平圈(Horizon) 地平圈者，乃天球上一大圓形，此圓形係用一與垂直線成直角之平面，經過地球中心而切過天球所得之橫切面也。如第四十二圖中之 $NESW$。

(e)天軸(Axis) 天球之軸，乃地球軸延至天球面之延長線也，如第四十二圖中之 $N.P.-S.P.$

(f)天極 (Poles) 天球亦分兩極，一爲北極 ($N.P.$)，一爲南極 ($S.P.$)，如第四十二圖中之 $N.P.$ 及 $S.P.$ 是也。

(g)天球赤道 (Equator) 用一與天軸垂直之平面，經地球中心而切過天球，則所切之大圓謂天球赤道，如第四十二圖中之 EDW

(h)子午圈(Meridian) 所謂某地或某觀測者之子午圈，乃經過其天頂天底及兩極而在天球面上之一大圓圈也。子午圈因地位不同而各異，譬如吾在汝之左，則汝之子午圈與吾之子午圈，不能相合。換言之，吾有吾之子午圈，而汝有汝之子午圈也。平面測量之子午線者，卽經過觀測所在地子午圈平面與地平面相交之直線也。在第四十二圖中，$SZNS$ 爲子午圈，$N-S$ 線卽平面測量所謂之子午線也。

(i)黃道(Ecliptic) 黃道者乃天球面上之一大圓也，此大圓爲太陽每年所行走之軌跡而投影於天球面上者也。黃道與赤道相交成一角度，此角度約爲一常數，現在爲 23 度 27 分。在第四十二圖中，黃道爲 VLA

(j)分點(Equinox) 黃道與赤道相交之兩點曰分點(equinoxes)。太陽在黃道上自南面向北面而行之時，相交赤道之點曰春分點(vernal equinox)，太陽走至此地位時，在每年之三月二十一日；其他一點曰秋分點 (autumnal equinox)，太陽走至此地位時，在每年之九月二十二日。在第四十二圖中，V 爲春分點；A 爲秋分點。

(k) 時圈 (Hour Circle)　經過兩極之大圜謂之時圈，如第四十二圖之 $NP-S'-D$ 卽爲一時圈也。

(l) 卯酉圈 (Prime Circle)　與子午圈平面成直角且經過天頂及天底之垂直圈曰卯酉圈，如第四十二圖中之 $ZWN'E$。此圈與地平圈相交之兩點，卽爲吾人東西兩方向，如第四十二圖中之 W 及 E 兩點。

(m) 垂直圈 (Vertical Circle)　經過天頂及天底，而與地平圈相交成直角之大圈，曰垂直圈。如第四十二圖之 $BS'Z$

(n) 地平小圈 (Almucantars)　與地平圈平行之小圈曰地平小圈。

(o) 至點 (Solstices)　黃道上二分點中間之中點，一爲夏至點 (summer solstice)，一爲冬至點 (winter solstice)。

(3) 球面座標 (Spherical Coördinates)　天上星體之位置，均以球面座標定出之。球面座標亦有數種，然不外利用天球上兩大互相垂直之圜圈，以爲根據。此兩大圈，一爲主，是曰主圈 (primary)，一爲助，是曰助圈 (secondaries)。茲述之於下。

(4) 地平座標制 (Horizon System)　在地平座標制度中，主圈爲地平圈 (horizon)，助圈爲垂直圈 (vertical)。在地平圈上之座標，爲地平高度 (altitude)，地平高度，乃沿垂直圈自地平面而量得，在第四十二圖中 S' 爲一星體，其位置如用地平座標，則其地平高度爲 BS' 弧度或其所對之角度。在垂直圈上之座標爲方位角 (azimuth)，

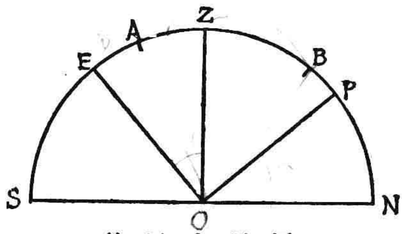
方位角之計算，乃爲自子午圈至經過該星之垂直圈之角度，在第四十二圖中，星體 S' 之方位角爲 $SWNB$。在天文測量中，方位角乃自子午線南端算起，但亦有自北端計起者，不過計算之時，必須順鐘向(clockwise)而已。地平圈上，地平高度之補角(即自星 S' 至天頂 Z 之距離) 曰天頂距離 (zenith distance)。故地平高度及天頂距離之和數爲九十度。

（5）赤道座標制(Equatorial System) 在赤道座標制度中，主圈爲赤道，助圈爲時圈。在赤道上所用之座標爲赤緯 (declination)，赤緯者，乃沿時圈自赤道而量得之角度，在第四十二圖中，星體 S' 之赤緯爲 DS'。在時圈上之座標爲時角 (hour Angle) 或爲赤經 (right ascension)，某一星體之時角者，乃沿赤道自其子午線向西量至經過該星之時圈處之角度也。在第四十二圖中，星體 S' 之時角爲 $MWED$。某星之赤經者，乃沿赤道自春分點向東量至經過該星之時圈處之角度也，在第四十二圖中，星體 S' 之赤經爲 $VM'MD$。赤緯之計算，如星體在赤道之北，則須自赤道向北計算，故其值爲正，倘在赤道之南，則其赤緯之值爲負。赤緯之補角曰天極距離 (polar distance) 時角及赤經之單位，可用角度之度分秒以計算之，亦可用時間之時分秒計算之，普通均以後者爲便。總觀本節所講，赤道座標系統，有兩種座標，一爲赤緯與時角，一爲赤緯與赤經，學者須明瞭之也。

（6）觀測者之座標(Coördinates of the Observer) 吾人觀測星體，其座標可用上兩節所述之任何一種，以定其位置，然則觀測者在地球面上之位置，何以定之乎？曰用經度與緯度而已。觀測者之緯度，亦即

為其天頂之赤緯，在第四十二圖中，觀測者之緯度為 MZ。至於觀者之經度，乃沿赤道自格林維治起量至該觀測者之子午圈處之角度也。

(7) 天極地平高度與觀測者緯度之關係 (Relation Between Altitude of Pole and Latitude of Place)　在第四十三圖中，弧 $PN=$ 弧 EZ，因 PO 垂直 EO，及 NO 垂直 ZO 也。但 PN 乃天極 P 之地平高度，EZ 乃觀測者之緯度，故天極之地平高度等於觀測者之緯度也。



第四十三圖

在第四十三圖中，又可求出子午圈上一點之高度與觀測者之緯度及該點赤緯之關係，其求法如下：——

茲使 A 為子午圈上之一點，故：——

$EZ=$ 觀測者之緯度 $=L$

$EA=$ 該點 A 之赤緯 $=D$

$SA=$ 該點 A 之地平高度 $=h$

$ZA=$ 該點 A 之天頂距離 $=z$

自第四十一圖中，可以看出下列之關係：——

$$ZA=EZ-EA$$

或　$Z=L-D$

$\therefore$　$h=90^\circ-(L-D)$

倘 A 點移 B 處，則：——

$$PN=BN-BP$$

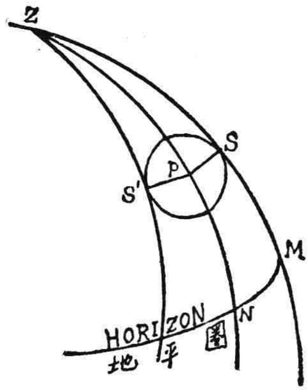
或 $L=h-p$ (P 為 B 點之天極距離)

倘 B 點在天極 P 之下,則:——

$$L=h+p$$

(8)天文三角形 (Astronomical Triangle) 在許多天文測量工作中,須利用天文三角形(卽弧三角形也)之推解。此三角形,乃用天球上之三個大圓,而經過天極,天頂及某一星體(卽所測視者)所連成者也。用此種三角形,且可將地平座標之數值,變成赤道座標,或將赤道座標變作地平座標也。

利用此三角形之推解而最顯著者,莫若測量環繞北極諸星之工作(以北極星 polaris 爲著),附近北極諸星,完全環繞北極轉動,每日一週,故曰繞極星 (circumpolar stars),其轉動之軌跡爲一圓形,此圓形之中心,卽爲北極,故其每日在軌道上有四個顯著之位置,一爲極北,一爲極南,一爲極東,一爲極西是也。其於極北及極南位置時,卽爲該星經過觀測者子午圈上之際;其於極東及極西時,卽該星經過子午圈之正東及正西之際也。該星經過子午線時,其地位曰經中 (transit 或 culmination),經過最東或極西時,曰最大離角 (greatest elongation),在東時曰極東離角 (eastern elongation),在西時曰極西離角 (western elongation) 也。在第四十四圖中,S 點乃一星體,此星體乃環繞天極 P 而轉動,其所行之軌跡,爲一圓形,每日一週故曰日週圓 (diurnal circle),此星在 S 位置時乃爲正西之處,故曰在極西離角,俟該星走至 S' 地位時,則在極東離角。當星在 S 時,則 PSZ 角爲 90 度,因垂直圈 ZS 正切於日週圓之東邊也,故星在最大離角時之方位角,可以求



第四十四圖

出。茲先按星在極西離角 S 時，以推算之。在第四十四圖中，S 爲該星在極西離角時之位置，P 爲天極，Z 爲觀測者之天頂，於是以三垂直圈經過該三點，則作成一弧角形 ZPS，吾人既得一弧三角形，則可依據球面三角學中之公式，以演算之矣。在第四十四圖中，ZP 爲子午圈，PN 爲天極高度，亦卽觀測者之緯度名之曰 L；SM 爲星之高度名之曰 h；MN 爲星之方位角名之曰 Z；ZPS 角爲星之時角名之曰 t。ZS 爲星之天頂距離而等於 $(90°-h)$；ZP 爲天極之天頂距離而等於 $(90°-L)$；PS 爲星之天極距離，星之赤緯名之曰 D，故 PS 等於 $(90°-D)$ 也。茲用球面三角學解算弧三角形 ZPS，此弧三角形之三邊如下：——

$$ZS=90°-h$$

$$ZP=90°-L$$

$$PS=90°-D$$

弧三角 ZPS 之已知兩角如下：——

$$ZPS=t$$

$PZS=Z$（因該角相對之弧段 NM 爲 Z 也）

於是自球面三角學，吾人得下列之公式：——

$$\sin(90-D)=\sin(90-L)\sin Z$$

$$\therefore \quad \cos D=\cos L\sin Z$$

$$\therefore \quad \sin Z = \frac{\cos D}{\cos L} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

星在此時(卽極西離角時)之時角爲 t,故:——

$$\cos t = \tan (90-D) \cot (90-L)$$

$$\therefore \quad \cos t = \frac{\tan L}{\tan D} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

以上兩公式乃爲星在最大離角時之用，如星不在最大離角而在任何位置,但其時角爲已知時,則該星之方位角,亦可求出。自球面三角學中之公式,吾人知:——

$$\cos h \sin Z = \cos D \sin t \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (a)$$

及

$$\cos h \cos Z = \sin D \cos L - \cos D \sin L \cos t \cdots\cdots (b)$$

如以(b)除(a)而解算之,則得:——

$$\tan Z = \frac{\cos D \sin t}{\sin D \cos L - \cos D \sin L \cos t}$$

再以 $\cos D$ 除分子及分母,則得最後一公式如下:——

$$\tan Z = \frac{\sin t}{\cos L \tan D - \sin L \cos t} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

由以上之三公式 (1) (2) (3)，可以知所觀測之星的方位角。但星之位置,吾人在地球上,可以得見,故用經緯儀先測定星之位置,再計算其方位角，然後按照其值由星向左或向右 (須視星在天極右或其左爲定) 旋轉經緯儀之望遠鏡，卽得天極之位置，而此時望遠鏡之視線，卽在吾人之子午圈平面中，如將此線訂於地球面上，卽爲吾人之眞子午線 (true meridian) 也。

(9)天球之視動(Apparent Motion of the Celestial Sphere)　倘吾人於夜間面向南立,而仰視天空,則所有在天球面上之星體,均環繞地球按鐘向而走動,然其實並非星體轉動也,實爲吾人之地球依據地軸而自轉,故吾人不覺地之動而覺星動也。地球自轉,每日一週,故今晚於此地位所見之星,明晚此時可復見之,以此之故,所有各星,每日必經過吾人之子午圈兩次,在上部一次在下部亦一次也。

(10)經中(Transit)　凡天上星體經過觀測者之子午圈時,該時即名爲經中,如該星經中時與天頂同在子午圈一面時,則爲上經中(upper transit),如與天底同在一面時,則爲下經中(lower transit)。環繞北極諸星因其行動皆在北極附近,吾人終日均可見之,故其上下經中,觀測者皆能望見,如其餘天上之星,則其在下經中時,乃在吾人地球之下,觀測者則不能望見,故每日僅見其一經中也。普通在天文測量時,除繞極星外,如曰某星經中,必係其上經中之意,倘爲下經中,則必書一下字,以表明之也。

(11)恆星日(Sidereal Day)　一個恆星日乃春分點經過吾人子午圈上部兩次之時間,換言之,亦即該點之兩個上經中所經過之時間也。簡單言之,乃春分點環繞地球一週所用之時間耳。

(12)恆星時(Sidereal Time)　在某子午圈上之恆星時,乃當時之春分點之時角也(hour angle of the vernal equinox)。如觀測恆星以求恆星時刻,須用下列公式以求之:——

$$S=R+t$$

上式 S 爲恆星時;R 爲觀測星之赤經;t 爲該星之時角也。此公

式之由來,可參閱第四十二圖,卽易明瞭,學者如清楚 S,R 及 t 之界說,請觀第四十二圖中之 W 點,卽有下列之關係:——

$$MWV=VEM'W+MW$$

上式之 MWV 乃子午圈上 M 點之恆星時,$VEM'W$ 乃 W 點之赤經;MW 乃 W 點之時角。故由此可立卽將上式化成 $S=R+t$ 也。

但觀測之星如正在經中之時,則:——

$$t=O$$

$$\therefore \quad S=R$$

故星在經中之時,則當時之恆星時卽等於該星之赤經也。

(13) 太陽日 (Solar Day) 一個太陽日,乃太陽經過同一子午圈之兩次經中之時間也。

(14) 太陽時 (solar time) 太陽時者,乃當時太陽中心之時角也。太陽之角距視動係循黃道而行,並不平均,故吾人以之作時間之標準,不能準確,由是四季之晝夜遂有長短之別。昔時用日晷測時,其準確度,倘能適用,今用鐘表,記時平均而且精密,故時間之單位,亦須均勻無差,若依據太陽之行動以定時刻,不敷吾人之用矣。

以眞太陽而定之時間曰視太陽時 (apparent solar time),惟其長短不勻,乃感不便,故普通使用之時間,乃用一虛構之太陽曰平均太陽 (mean sun 或 fictitioussun),此虛構之太陽,乃一空想之太陽,吾人假設彼與眞太陽在春分點同時出發,且假設在赤道上,用均一速度行走,而不循黃道轉動,在一年之後,復與眞太陽會合於春分點,故其旋轉一週天之時間與眞太陽同,實卽一年也。眞太陽與虛構太陽雖在起始及終

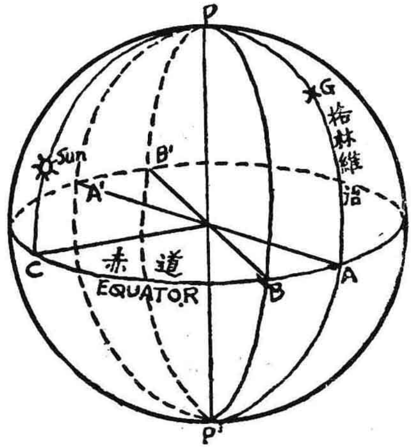
止之春分點而符合,然在其餘時間,兩者並不符合,有時虛構太陽在眞太陽之前,有時則其後,兩者相差之時,名曰時差(equation of time)。但每年之內,虛構太陽在眞太陽前之時間必等於在其後之時間,故其值有正負之分。根據虛構太陽而定之時曰平均太陽時 (mean solar time),吾人用日晷所測之時,乃根據眞太陽之視太陽時非平均太陽時也。時差逐日不同,有正有負,天文曆書,均備載之,尤以美國海軍觀測台所出之航海曆書 (The American Nautical Almanac) 爲最詳。故無論何日何地,均能將平均太陽時化爲視太陽時,或將視太陽時化爲平均太陽時也。

(15) 天文時及俗用時 (Astronomical and Civil Time)　天文時爲依據平均太陽而測定之時刻,每日之起始在正午,或正午之時爲零時,全日分爲二十四小時,至第二日之正午爲該日之終而又爲第二日之始,故每日之變更在於正午。吾人日常生活咸感不便,遂另訂辦法,乃將每日起始之零時,放在半夜十二時,正午之時爲十二時,每日日曆之變遷,乃在半夜吾人睡眠之時,次日起身,日曆已變,故甚便利,此種時刻,名曰俗用時 (civil time),俗用時自半夜起始至第二日半夜爲終,全日分爲二十四小時,(自 0 時起至 24 時止),故在正午以後之時刻均多過十二時,以是之故,普通日用之時刻,又將之分爲上午(A. M.)及下午(P. M.),上午共十二小時,下午亦十二小時,然均爲俗用時也。

(16) 地方時 (Local Time)　地方時者,乃某一地方根據其太陽而測得之時間。此種時刻,或爲視太陽時,或爲平均太陽時。地方時完全以其地之經度爲準,每日地球自轉一次,乃自西向東,故太陽似自東而西

行，於是在東方之人，每日先見之，西方之人，後見之。故東者之時間較早，而西者之時間較遲。昔時交通不便，兩地互通信息，需時頗多，故能各用其地方時，而無不便之處，今者電報電話，瞬息卽至，兩地東西距離甚遠之處，其地方時亦相差頗大，故不便之事，隨時發生，於是有標準時間(standard time)之規定。

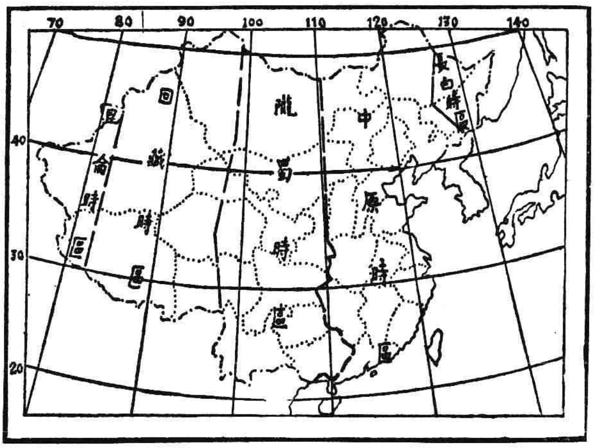
(17) 經度與時間之關係(Longitude and Time) 太陽之時角，自某地之子午線下半圓算起，卽爲某地之地方俗用時(local civil time)。例如英國格林維治之地方俗用時，卽太陽之時角而自格林維治之子午線下半圓算起者也。此兩地方俗用時相差之數，亦爲該兩地經度之相差數，不過均應將單位變成時間單位，始能符合。在第四十五圖中，$A'AC$ 爲格林維治之俗用時，$B'BC$ 爲經過 B 點子午圈處之地方俗用時。故兩者之差爲 $A'B'$ 或爲 AB，亦 B 點西於格林維治之經度差也。



第 四 十 五 圖

吾人知太陽環繞地球行走一週，需時一日或二十四小時，一週爲三百六十度，故 $24^h=360^\circ$。以此推算 $15^\circ=1^h$, $15'=1^m$, $15''=1^s$ 也。任何角度，均可自度數變成時數，反之則時數亦可變成度數。故 $1^\circ=4^m$, $1'=4^s$。

(18) 標準時 (Standard Time) 自平均太陽時之定義而論，兩地之地方時，因其經度不同，其時刻亦隨之而異，彼此相差之值，卽其經度相差之數也。在 1883 年以前，美國各大城市之時刻，均以該地之地方時爲標準，附近較小城鎮，爲便利起見，亦採用大城之時刻，以爲各該城鎮之時刻。是後交通發達，鐵路遍佈，此種辦法，遂大感不便，於是於 1883 年，乃採取一公認制度，其法乃將美國全境分成若干區，每區寬十五度，共得東區，中心區，山嶺區及太平洋區四標準區域。在每區域內，其時刻卽各自根據 75°, 90°, 105° 及 120° 經線之地方平均太陽時，爲其標準時，故每區時刻各差一小時，此美國採用者也。

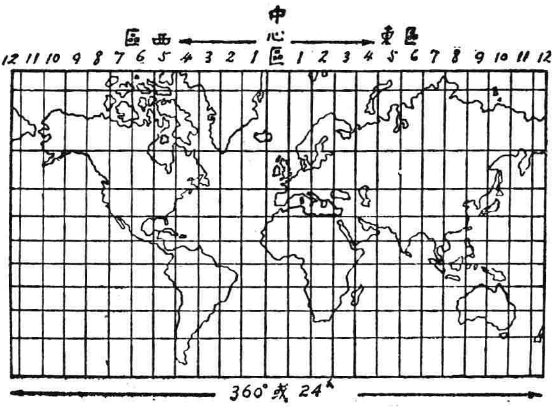


第 四 十 六 圖

我國昔時，亦無所謂標準時。所採用者，皆爲地方時。吾人以日晷所定之時，乃又地方視太陽時。是以交通發達至相當時期，遂大感不便。最初採用而爲吾國標準時制度之發軔者，乃海關採用之海岸時刻 (china coast time)。海岸時刻，係根據東經 120° 經線之地方平均太陽時刻

爲標準，而東經 120°經線所經，大致爲我國之海岸線，故名之曰海岸時也。嗣後於民國八年，中央觀象台，爲全國劃一便利起見，乃畫分全國爲五標準時刻區，每區寬度，以 15 度爲原則，各以東經 120°;105°;90°;$82°\frac{1}{2}$及 $127°\frac{1}{2}$ 各經線之地方平均太陽時爲各區公共採用之時刻。以東經 120°爲標準者曰中原區；以東經 105°爲標準者曰隴蜀區；以東經 90°爲標準者曰回藏區。上述三區，均寬十五度。以東經 $82°\frac{1}{2}$爲標準者曰崑崙區；以東經 $127°\frac{1}{2}$爲標準者曰長白區；上述二區，各寬約 $7°\frac{1}{2}$，蓋全國面積不能按照十五度平均分配也。各區之時刻前三區相差一小時；後二區與他區則相差半小時。各區包括之地方，請閱第四十六圖，卽能明瞭，此我國採用者也。

各國標準時區之分劃，旣感便利。但現在之交通乃自一國之境內，而發展及於世界，是以國於國間之交通，乃不可避免，於是兩國間之時刻，又生不便之處。例如我國與美國，其經度相差約達 180°，時刻乃有半日之別，而吾人愈向西行，則所攜之時錶，卽須改遲少許，以符當地之時刻；反之愈向東行者，則須改早少許。故由我國赴美洲者在太平洋中，須多過一日，若由歐赴美者則少過一日，蓋此理也。是以全世界亦應共同定一標準，方能稱便。全世界標準時區，乃以格林維治爲中點，向東西展開，每十五度寬之地帶爲一區域，共分二十四區。以格林維治爲中心者曰中心區，向東者曰東區，東區共十二區；向西者曰西區，西區亦共有十二區。每區時刻各差一小時，各區所根據之經線爲東西 0°，15°，30°，45°，60°，75°……等，然東第十二區及西第十二區合成一區，兩區交合

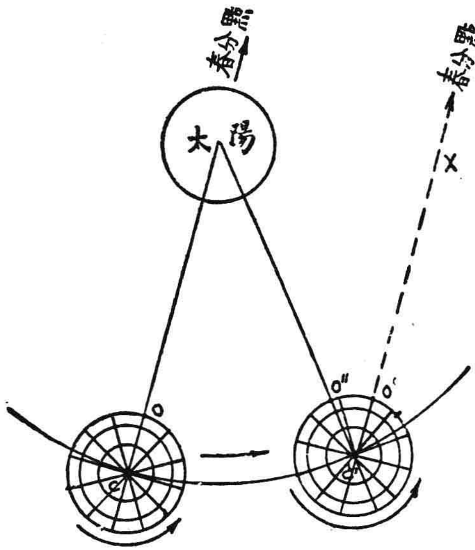


第　四　十　七　圖

線曰變日線 (date line)。例如在中心區正午十二時，卽爲東第一區之下午一時而爲西第一區之上午十一時；亦爲東第十二區夜間之十二時，同時又爲西第十二區之零時也。在同一區域，同一時間，乃有一日之別，是誠不便，故將變日線之經過陸地部份，改劃於洋海之中，以免矛盾。此世界標準時 (international standard time) 之制度也。(參閱第四十七圖)

美國之標準時刻制度，與夫我國所採之制度，雖爲各國本身之便利辦法，但學者須注意者，乃均與世界標準時相符合也。

(19) 太陽時段與恆星時段 (Solar and Sidereal Intervals)　因地球之軌道運動 (orbital motion)，太陽每日在衆星羣內，似有向東之行動，此種行動，並非太陽之行動，故曰視行動 (apparent motion)，其行動之距離，每日約爲一度，因此，太陽經中兩次之時間，遂長過於春分點兩次經中之時間，故一太陽日較一恆星日長約四分鐘。在第四十八圖



第 四 十 八 圖

中,使 C 及 C' 兩點代表地球在相連兩日之地位,當觀測者在 O 點時,該時該地卽爲正午之際,俟至一日後,觀測者至 O' 點,此時之恆星時,適與昨日在 O 點時之恆星時相同,但太陽之方向爲 $C'O''$,故地球須再轉約一度之距離,始能使太陽再至觀測者之子午線上。地球運轉一度,需時四分鐘,故一太陽日較一恆星日長約四分鐘也。無論太陽日或爲恆星日,吾人均分之爲時分秒,太陽日旣較恆星日爲長,則其所分之時分秒,亦各不相同,故太陽時之時分秒遂較恆星時之時分秒爲長矣。譬如吾人用兩鐘表,一則記載平均太陽時,一則記載恆星時,使其在同時由零時起始行走,則恆星時鐘上所記之時刻,將多於其他一鐘,其數目之增加正比於經過之時日,約而計之,一小時爲 10 秒,或一日爲 3 分 56 秒也。

C 及 C' 點可代表地球在春分點及其次日之位置，CSC' 角可以代表三月二十二日以後地球所轉之角度，$SC'x$ 角(永遠等於 CSC' 角)則代表三月二十二日以後恆星時及太陽時間之累積差，而此角亦卽太陽之赤經。在 CSC' 角至 360 度時，$SC''x$ 角則爲 360 度或爲 24 小時，換言之，在一年之後，記載恆星時之鐘，適較其他之鐘多出一日也。

總觀所講，足使吾人，知太陽時與恆星時之互相關係，在天文學中一回歸年(a tropical year)，卽春分點至春分點之時間而等於365.2422平均太陽日，但在此時間中，恆星日數則多出一日，故：——

$$366.2422 \text{ 恆星日} = 365.2422 \text{ 平均太陽日}$$

$$\therefore \quad 1 \text{ 恆星日} = 0.99726957 \text{ 平均太陽日}$$

$$1 \text{ 平均太陽日} = 1.00273791 \text{ 恆星日}$$

倘使 Im 代表平均太陽時段 (solar interval)，Is 代表相當之恆星時段(sidereal interval)，則：——

$$Is = Im + 0.00273791 \times Im$$

$$Im = Is - 0.00273043 \times Is$$

每小時內恆星時或太陽時之互相校正數各爲 $-9.^s8296$ 及 $+9.^s8565$，上式之計算，可以表幫助之，附表 IV 及 V 卽爲其用，求算之時，分開小時，分，秒，各求其更正數而加之。

〔舉例〕　茲有恆星時段等於 $9^h23^m51^s$，試化之爲太陽時段。

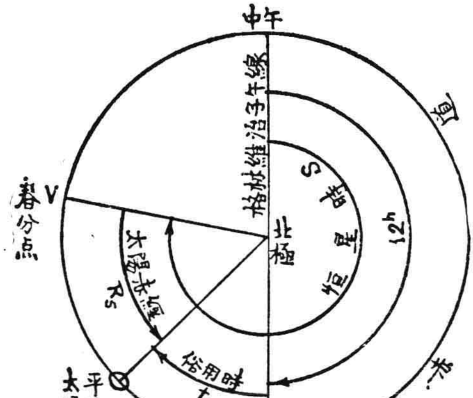
在附表 II，9^h 行內查得更正數爲 $1^m28.^s466$，在 23^m 行內查得 $3.^s768$，再在 51^s 行內查得 $0.^s139$，將此三數相加得 $1^m32.^s373$。於是自恆星時段減去此數，得 $9^h22^m18.^s6$ 太陽時段矣。用附表 VI，可以將

平均太陽時段，算返恆星時段，學者可一習之。

(20) 平均太陽時與恆星時之關係 (Relation between Sidereal and Mean Solar Time)　某地恆星時 (sidereal time) 者，乃當時春分點之時角也。學者須知，俗用時之計算，乃自中夜算起（或謂自子午線下端算起），故俗用時與恆星時之關係如下：——

$$S=R_s+12^h+t_s$$

上式中之 R_s 爲平均太陽於當時之赤經，t_s 乃其時角也。（可參閱第四十九圖）。平均太陽之赤經，於三月二十二日爲 O^h，以後每日按平均



第　四　十　九　圖

速率，增加約四分鐘（或等於1度）。其 (R_s+12^h) 一項，在航海曆書中，均有記載，無論何年何月何日，皆能查出其數值，惟於該書中所查得者，非任何地方之數值，乃某年某月某日 O^h 時格林維治地方之數值也。但吾人所需要者，非一定是格林維治，亦決非一定是 O^h 時，乃某地某年

某月某日 t_s 時耳。故爲計算及查表方便計，可卽以 (R_s+12^h) 一項代表格林維治零時之數值，而將上式予以更正如下：——

$$S=R_s+12^h+t_s+C$$

在上式中，C 乃 R_s 自零時至 t_s 時一段時間中，所增加之數值，其值可自附表 VI 查得之，所得之值卽爲格林維治任何俗用時間 t_s 之恆星時也。如求其他地方之恆星時。可以經度差計算之。

〔舉例〕 求一九二五年一月七日格林維治俗用時 $9^h22^m18.^s60$ 之恆星時。

自天文曆書查得 (R_s+12) 爲 $7^h04^m09.^s74$，自附表 VI 查得 C 爲 $+1^m32.^s37$。

$$\begin{array}{lrr}
 & R_s+12^h= & 7^h04^m09.^s74 \\
 & t_s= & 9^h22^m18.^s60 \\
+ & C= & 1^m32.^s37 \\
\hline
\text{格林維治恆星時} & S= & \underline{\underline{16^h28^m00.^s71}}
\end{array}$$

倘欲自恆星時求俗用時，則可照下列之公式以計算之：——

自中夜算起之恆星時段 $=S-(R_s+12h)$

$$\therefore \quad \text{俗用時 } t_s=S-(R_s+12^h)-C'$$

在上式中，C' 乃將 $S-(R_s+12^h)$ 變成一太陽時段 (solar interval) 之更正數，換言之，亦卽代表在 $S-(R_s+12^h)$ 恆星時，R_s 應增加之數值耳。

〔舉例〕 一九二五年一月七日格林維治恆星時爲 $16^h28^m00.^s71$，試求其相當之俗用時。

$$S=16^h28^m00.^s71$$

$$R_s+12^h=\ 7\ 40\ 09.74$$

自中夜算起之恆星時段$=\ 9\ 23\ 50.97$

自附表 (V) $C'\ =\ \ 1\ 32.37$

格林維治俗用時$=\ 9^h22^m18.^s60$

(注意:——倘遇(R_s+12^h)大於 S 時,則先加 24^h 於 S 中,再減之),

上述所講,均在格林維治地方求改時間之算法,若在其他地方亦能變算,惟算時有兩法,可任選其一。第一法乃將 (R_s+12^h) 變成當地之值,改正時可將該地距離格林維治經度差(單位用時間)乘 $9.^s8565$ 卽得,在格林維治之西者相加,東者相減,然後再按照公式計算之,第二法乃先照公式算出格林維治之時間,然後再按經度差改爲某地之時間,茲舉例如下:

〔舉例〕 一九二五年一月七日波士頓恆星時爲 $16^h28^m00.^s71$,試求其相當之俗用時。用第一法計算如下:——

$R_s+12^h=\ 7^h04^m09.^s74$ (相當於格林維治零時)

經度差更正$=\ \ +46.65$ $(9.8565\times4.^h67)$

更正後之 $R_s+12^h=\ 7^h04^m56.^s39$

波士頓恆星時$=16^h28^m00.^s71$

波士頓之恆星時段(自中夜起)$=\ 9^h23^m04.^s32$

$C'=\ \ 1^m32.^s25$

波士頓地方俗用時＝ $9^h21^m32.^s07$

標準時區經度差＝ $16^m00.00$

波士頓採用之標準時刻＝ $9^h05^m32.^s07$

〔舉例〕 同題用第二法計算如下:——

波士頓恆星時＝$16^h28^m00.^s71$

與格林維治經度差(單位爲時)＝ 4 44 00.00

格林維治恆星時＝$21^h12^m00.^s71$

格林維治 O^h 之 R_s+12^h ＝ 7 04 09.74

自格林維治中夜起之恆星時段＝$14^h07^m50.^s97$

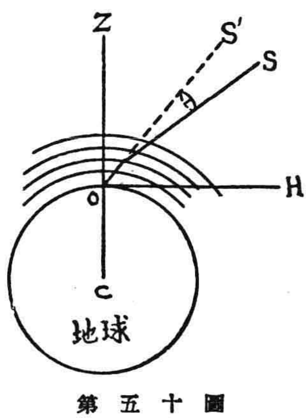
C' ＝ 2 18.90

格林維治之俗用時＝$14^h05^m32.^s07$

格林維治與標準區經度差＝ 5^h00 00.00(標準區經線爲75°)

波士頓採用之標準時刻＝ $9^h05^m32.07$

(21) 折光 (Refraction) 光線自天球上各星射入我人眼簾,經過地球上之大氣層,大氣層之密度以距地面遠近而各異,愈高愈稀,或由天上所來之光線均受折光之影響,故星座之高度,吾人視得者,恆較其實在之高度爲高,如在第五十圖中,觀測者在 O 點,所測之星爲 S,因折光關係,吾人見得者在 S',所測得之高度爲 HOS' 角,然星之實在高度,應爲 HOS,故測得者大於其眞值,



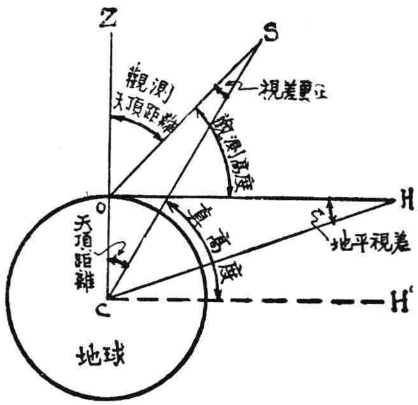
第五十圖

其相差之數爲 SOS' 角等於 γ，名之曰折光角 (angle of refraction)。由實測經驗所知，γ 值約與其天頂距離 ZOS' 之正切數成正比例，但距地平線太近時，則相差稍巨(普通在十五度以下)，故折光更正數(單位用分)，約等於其天頂距離之正切值，或等於其高度 h 之餘切值。因此之故，吾人無處查得折光更正值時，如星之高度在十五度以上，即可用三角學正切或餘切表以查得之，則所差之值極小，不足以生影響也。倘欲得精密之結果，非查折光表不可，如附表(VII)。

〔舉例〕　玆測得一星，其所測之高度爲 30 度，試求其眞高度。30 度之餘切(cot. 30°)或 60 度之正切(tan. 60°)爲 1.′73 或 1′44″，故其折光更正值約爲 1′44″。但自折光表查得者爲 1′41″，後者較爲精確，故該星之眞高度爲 $30°-1'41''=29°58'19''$。但倘該星之高度爲 15 度時，則由三角表查得者，較折光表所列者，相差較巨，其差值爲 10″；如高度爲 10 度，則其差數爲 21″，故凡在十五度以下高度之星座，觀測時不可以三角表代替折光表，求其折光更正數也。

(22) 視差 (Parallax)　航海或天文曆書所載之天球星體視差，乃在地心所見與在地面所見星體高度之差也。蓋吾人研究天體，均以其地心爲根據，然吾人測量之時，實立於地面之上而不在地心之中，故理論與實測不符，是以有視差之更正。但此種更正值，在太陽系中，並不甚大，太陽之視差，僅爲 9 秒，若月之視差，約爲一度矣。在第五十一圖中，吾人立於 O 點，觀測星體 S，其觀測所得之天頂距離爲 ZOS。倘吾人在地心 C 處以觀測之，其天頂距離應爲 ZCS，兩者相差，等於 OSC 角，名曰視差更正值 (parallax correction)。在第五十一圖

中，又可求出下列之關係：——



第五十一圖

$$\sin S : \sin SOC = OC : CS$$

$$\therefore \quad \sin S = \frac{OC}{CS} \sin SOC$$

但視差更正數之正弦與天項距離之正弦或其高度之餘弦成正比例。而 OC 比 CS 或 OC 比 CH，爲星體在地平線 H 上時視差更正之正弦值，卽爲 $\sin H$，普通 S 及 H 角度甚小，故其正弦號可以免去而得下列之關係：——

$$S = H \cos h$$

上式 H 爲地平視差更正數，天文曆書中，均有記載。故更正視差之時，只在天文曆書中，查得其地平視差更正值 H，再以高度之餘弦乘之，其積卽所求之視差更正數，此更正數應加入於觀測之高度中。

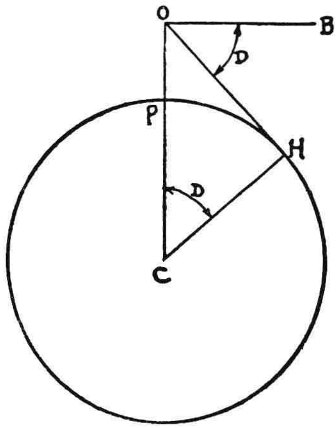
〔舉例〕　觀測太陽，得其高度 60 度，試求其更正視差後之高度爲若干？

由天文曆書查得地平視差更正 H 爲 $8''.8$,故:——

視差更正值$=8''.8\times\cos 60°=4''.4$

$\therefore$ 太陽更正後之高度$=60°+4''.4=60°00^m04''.4$

(23) 俯角之更正 (Dip) 若在海面之上,用六分儀觀測星體之高度,則所測得之高度中,尙應減去海平面俯角之更正值,蓋地平面在地上,非加更正,不能得星體之眞高度也。在第五十二圖中,倘使觀測者位於 O 處,則地平面爲 OB,海平面爲 OH。玆使 $OP=h=$ 觀測者之目距離水面之高度 (以呎爲單位);再使 $PC=R=$ 地球之半徑,而 D 爲其俯角,於是自 OCH 三角形中,知下列之公式:——



第五十二圖

$$\cos D=\frac{R}{R+h}$$

$\cos D$ 之級數爲 $1-\dfrac{D^2}{2}+\cdots\cdots$,若以此級數代替 cso D,且將級數中,二次方以上之數值,棄而不計,代入上式之中,則得下列之公式:——

$$\frac{D^2}{2}=\frac{h}{R+h}$$

但 h 值如與 R 值相比,則 h 值極小,是以 $(R+h)$ 值幾等於 R 值,故上式可以化作下式:——

$$\frac{D^2}{2}=\frac{h}{R}$$

$$\therefore\quad D=\sqrt{\frac{2h}{R}}$$

上式中 R 值若以地球半徑長度(20884000 呎)代之;再以 arc $1''$ (=0.0002909)除之,則得以分爲單位之 D 值如下式:——

$$D'=\frac{1}{\sqrt{\frac{R}{2}}\times\text{弧}\,1'}\times\sqrt{h}=1.064\sqrt{h}$$

由上式求得之俯角更正值,幷無折光之更正。但折光影響,可使地平面似乎提高少許,故上式所得之值,較實際爲大。如將上式之係數 1.064 改爲 1.000 時,雖可略近於實際,但仍嫌稍大,惟爲便利計算起見,使之爲一,而得下式:——

$$D'=\sqrt{h}\text{呎}$$

例如觀測者高出海面 64 呎,則所視之海平面,實較地平面低 8 分之角度,故所測之高度應減去 8 分,始能得其眞高度也。

(24) 半徑更正(semi-diameter)　觀測太陽或月亮之時,欲使十字線,平分其中心,實爲一不易之事,故在此種測量工作之時,只能將十字線切於其邊,然後再求出太陽或月之半徑爲若干,而加以校正,一如將十字線切於其中心者然。校正之值,爲加爲減,須視十字線所切之邊,爲左爲右或爲上爲下而定,普通之天文曆書或航海曆書中,半徑之值,逐日均有編載,太陽之半徑差,約爲 16 分,出入亦不過在 15 秒左右之間,觀測之時,仍以根據天文曆書較爲精確。

(25)觀測須知　觀測天體，最重要者，儀器須穩定不可移動，架之三足，務應固定，若不覺而觸之，則所得結果，相差甚遠。倘地質鬆軟，可先設立木樁三個，樁頂製成凹形，以適架足。如有懷疑之地，可使儀器安立半小時後，再行觀測，俾其有暇下沉也。在未測之先，應檢驗儀器，如有不準情形，須調整之。在觀測星體之高度時，指標差(index error)務須加以更正，每旋轉望遠鏡一次，必須視其指標差爲若干，因恐其各有不同也。測量星體高度，過於六七十度時，則須附以反光棱鏡(prismatic eyepiece)於目鏡之上，但須知此棱鏡係反光，能將物體倒影於目前，倘望遠鏡原爲倒影者，則棱鏡可使其爲正影而左右則互換焉。在夜間觀測，須使望遠鏡之視域光明，十字線清楚不暗，在較精之經緯儀，均有電燈附於鏡旁，光線直接射入鏡筒之中，最精確者，可以使燈光有不同之亮度，每種亮度，適合於觀測某種星體之用，尤爲方便。若無此種設備，普通經緯儀，可以手持電燈斜照於物鏡之前，亦能使鏡內光明也。

星體散佈天空之中，爲數極衆。夜間仰視之時，幾無以辨認。故在測量之際，更無從着手。於是乃有星座之規定，所謂星座者，乃將天上諸星之相近而聚爲一體者，擇名以名之也。研究測量者，雖不必專究星座名稱之由來，但其地位及其形狀，則須明悉，始能助以觀測。每年之星圖，實爲吾人練習必需之物；夜間氣爽之時；持之而參閱，久則必能熟識，如感辨認仍有困難，亦可以其他方法助之，茲述之於下：——

恆星時與觀測者緯度之關係，常給我人一最大指示，無論天上何星如經過吾人之子午線，該時之恆星時，卽等於該星之赤經，換言之，如某星之赤經與某地之恆星時相同時，則該星卽於該時在該處之子午線上。

倘其他星體，其赤經大於該處之恆星時，則該星尙在該處子午線之東方，小者則在其西方而無疑也。星體之赤緯等於觀測者之緯度時，則該星於經過該處子午線之際，必經過觀測者之天頂；倘小於其緯度時，則經過子午線之際，該星在觀測者天頂之南方（在北半球而言），倘大於其緯度，則經過子午線際，該星在觀測者天頂之北方。倘星之赤緯爲 90 度，則該星決不行動而穩立於子午線上，其高度必等於觀測者之緯度也。但在天空之中，吾人並無此種星體，與之相似者，亦不過繞極星而已。其中最光亮者爲北極星 (Polaris)，其赤緯近乎 90 度，故其行動，總不出乎北極之附近。北極星能用目力視及之，故易尋得，若其他各處之星，則可用經緯儀按下法，以求得之也。

在天文測量工作之中，吾人常測各星於子午線上，故第一步，爲將儀器放在子午線上，換言之，即俟儀器安平後，將望遠鏡指於北方，其橫軸則東西也（應先知子午線之方向）。然後將望遠鏡仰起而置於算出某星之高度上（該星在子午線上之高度）而等候該星之來臨，俟觀測處恆星時等於該星之赤經時，則吾人望遠鏡中，必有該星之影矣。該星之高度及其經中之時刻，可以下列任何一公式，以計算之：——

(a) 星之赤緯小於觀測者之緯度時…$h=90°-\phi+\delta$……$S=R$

(b) 星之赤緯在測者緯度及90度間…$h=90°+\phi-\delta$……$S=R$

(c) 星在北極之下……………………$h=-90°+\phi+\delta$…$S=R+12^h$

上列之 (c) 式，乃下經中之謂，故其恆星時 S 應有十二小時之不同，其中之 h 爲高度；ϕ 爲測者緯度；δ 爲星之赤緯；R 爲星之赤經也。此法之原理無他，乃赤道座標制耳。

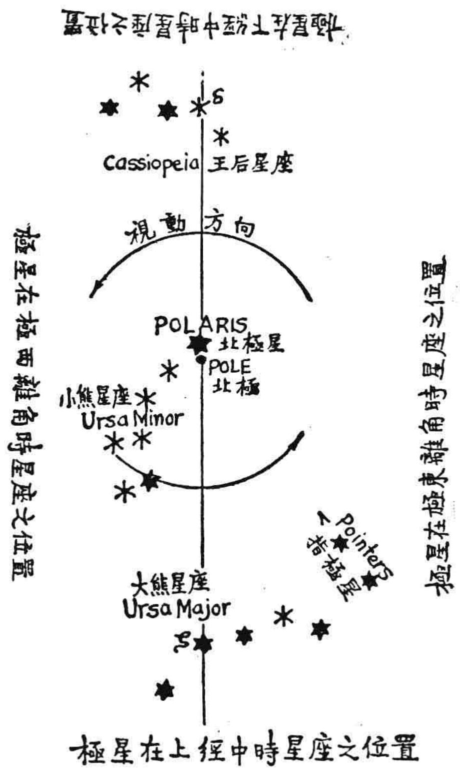
較亮之星，自較稍暗之星，易於觀測，故天文學家，按星之光度，編以號數，號數愈小，光度愈大，普通經緯儀，遇大過 4 號之星體，則難於尋視矣。

(26)子午線之觀測法　子午線之觀測，亦卽求眞南北線也。此種工作，極爲重要。不僅大地測量，卽各種工程測量，亦需之甚殷，故學者對於此種觀測方法，應特別注意。

觀測子午線法，普通講來，共有兩種。一爲觀測北極星以定之；一爲觀測太陽以定之。前者較爲準確，但有時間之限制；後者雖可於任何時間爲之，然其準確度則稍遜。不過兩種測法，均有其立場之價值。觀測者倘克盡其能事，任一種觀測，均可給吾人以滿意也。

(27)觀測極星以定子午線法　在研究此種測法之前，吾人應有北極星之認識。北極星者，在北極附近星座中之一星也。此星爲一繞極星，環繞北極而運轉，其軌跡之半徑，均爲一度有餘，故恆在吾人頭上，按照此小圓形而轉動，終日終年均可得見也。欲指認此星，亦非難事，於夜間清廓無雲之時，北望諸星，則見有相連之數處顯明之星座，如王后星座(Cassiopia)；小熊星座(Ursa Minor)；及大熊星座(Ursa Major)。此數處之星座，均爲繞極之星，距北極皆不甚遠，且易分辨，例如王后星座共有五星，相連成一 W 字形；小熊星座共有七星，相連成一勺匙之形勺柄最前一星，卽爲北極星；大熊星座，亦共有七星，亦相連成一勺匙之形，參閱第五十三圖，卽能明瞭，在該圖中，有★者較⋇者爲光亮。

吾人於夜間，尋視北極星時，須先尋覓此三星座。此三星尋着後，則由王后星座右邊第二星(名曰 δ Cassiopia)，引一直線至大熊星座勺柄



第五十三圖

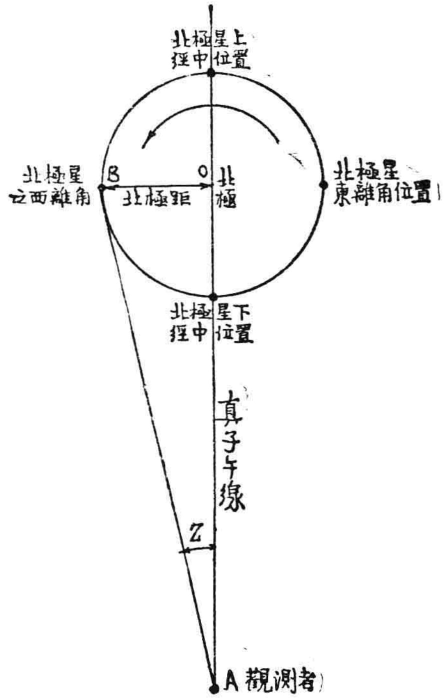
之第二星(名曰 ζ Ursae Majoris)，此直線必經過北極星上。再用大熊星座勺底兩星，引成一直線，則此直線，亦直指向北極星上〔此兩星曰指極星 (pointers)〕。有此兩種指示，則尋覓北極星，不生困難矣。(參閱第五十三圖)

當北極星正在北極之上時，則該星卽在子午線上，是曰上經中；約過十二小時後，該星轉至正在北極之下時，是曰下經中；如星在上下經中之間亦卽在正東及正西之時，則曰極東及極西離角。凡此種種，均在

前數節中,講解淸楚。星在上經中或下經中時,其轉動乃由東向西而行,速率甚快,轉瞬之間,經中位置之方向卽有變易;若在離角之時,則星由上向下或由下向上直行,換言之,亦卽作切線之動作,故在此時,離角位置之方向,不致卽刻而有變動,是以利用離角位置而觀測子午線,較利用其經中位置爲準確也。但總而言之,北極星之轉動,在天空之中,較任何星爲遲緩,故卽觀測其經中位置,如能得法,亦足爲吾人觀測子午線之用耳。第五十三圖兼示北極星在上下經中及東西離角時之四個位置,譬如在極西離角之時,大熊星座在其右而王后星座在其左;極東離角之時,大熊星座在其左而王后星座在其右;在上經中時,王后星座在其上而大熊星座在其下;下經中時,王后星座在其下而大熊星座在其上也。

(28)北極星在最大離角時子午線之觀測法 利用北極星離角之位置,以測子午線,其原理甚爲簡單。北極之處,無標誌可使吾人以觀測之,(倘有標誌之時,則可用經緯儀隨處隨時而測定之,無庸觀測星體矣),故利用其附近一星,以爲吾人觀測之標誌,最宜者爲北極星,因此星在北極附近諸星中,最爲明亮且距北極最近者也。此星環繞北極轉動,其方向地位隨時變動,而以離角之時,稍爲穩定,故利用此位置,以爲觀測之標準,較爲可靠。北極星走至離角之時,吾人在地上用經緯儀測視之,再將望遠鏡放底在該視線上,釘立一樁於地上,此樁與放置儀器處相連之直線,乃觀測者與北極星於離角時之方向也。北極星於離角時,距離北極爲若干,(卽星之北極距離),可以算出。於是由北極星之北極距離及觀測者之緯度,用第八節之公式卽可算出此線之眞方位角,由此線之方位角卽可定出子午線矣。譬如在第五十四圖中,

吾人利用北極星極西離角之位置，以爲觀測之根據而定子午線。O 點爲北極，A 點爲觀測者置儀器處，Z 爲 AB 線之方位角。在未起始測望之前，應將北極星於該日在極西離角之時間算出。計算之法，容詳述之。北極星離角時間算出後，於該時之前一刻鐘或半小時，安平經緯儀於一測站之上（如第五十四圖中之 A 點）。然後將化微置於圓盤零度上，再將



第五十四圖

望遠鏡仰視天空，測望月亮，以校對其點焦（測望之時上鞴須旋緊而鬆下鞴）。焦點對準後，即可計算北極星之高度約爲若干，計算之時，可用第 25 節之公式 $h=90+\phi-\delta$，ϕ 爲觀測者之緯度（例如廣州爲北緯 $23°07'$），δ 爲北極星之赤緯，北極星之赤緯，於天文曆書中可以查得，如知其大約之值亦可。譬如在 1935 年，其平均之赤緯約爲 $88°57'14''$ 也。在廣州觀測，其高度約爲 $24°09'46''$，故將儀器安平及望遠鏡焦點校妥後，再將望遠鏡高仰而使其直立角等於 $24°09'46''$（此指在廣州而言），於是乃照此位置，向北測望，即可尋見該星於視域之中，尋見後再將焦

點對準。此時如在該星離角時前四五分鐘，即當起始觀測矣。觀測之時，先將該星置於十字線之直線上，數秒鐘後，該星卽離直線而他適，此時卽表示該星尚未到離角之地位也。於是用下盤之切線螺絲，再將該星置於十字直線之上，俟其他適再隨之而行，直至該星已不他適而在十字直線中，作上下之行動時，卽為已到離角地位之際，乃卽將望遠鏡放低，在地上另立一木椿。於是速行倒置望遠鏡，再望北極星，望準後，又放低望遠鏡而在地上再立一椿（學者須知如儀器準確，則先後所定之二椿，應在一處）。此時觀測工作，已告完畢，所測立之二木椿，如不在一處可取其平均之地位（此二椿距儀器應相等），由置儀器處至所定之木椿處之直線卽第五十四圖中之 AB 線也。AB 線方向已定，應求其眞方位角 Z，Z 之求法，可用下列之公式：——

$$\sin Z = \frac{\sin p}{\cos \phi}$$

上式 p 爲北極星之北極距離，ϕ 爲觀測者之緯度也，北極星之北極距離，在每年年初之平均數，列於下表，倘欲知較確之每年每日之數值，可於天文曆書中查得之。

北極星之平均北極距離

年　　度	平均北極距離	年　　度	平均北極距離
1930	1°04′.3	1936	1°02′.5
1931	1°04′.0	1937	1°02′.2
1932	1°03′.7	1938	1°01′.9
1933	1°03′.4	1939	1°01′.6
1934	1°03′.1	1940	1°01′.2
1935	1°02′.8	1941	1°00′.9

方位角 Z 之數值算得後，於是由 AB 線向右（如用東離角，卽須向左）旋轉一角度等於 Z 之值，再將望遠鏡放低，在地上定立一木樁，此木樁與置儀器處之木樁相連之線，卽吾人所求之眞子午線，亦卽第五十四圖中之 AO 線也。

計算北極星離角之時間，無須太行準確，僅求其大約時刻，卽足爲用。下表爲 1926 年在西經 90 度地方計算所得之北極星經中之該地俗用時刻，可詳閱之。

（一）1926 年西經九十度地方北極星經中之地方俗用時刻表

日期(1926)	上經中俗用時			每日相差數		日期(1926)	上經中俗用時			每日相差數	
	h.	m.	s.	m.	s.		h.	m.	s.	m.	s.
一月一日	18	51	29	−3	57	七月十日	6	24	11	−3	55
一月十一日	18	11	59	3	57	七月二十日	5	45	03	3	55
一月二十一日	17	32	28	3	57	七月三十日	5	05	55	3	55
一月三十一日	16	52	58	3	57	八月九日	4	26	46	3	55
二月十日	16	13	28	3	57	八月十九日	3	47	37	3	55
二月二十日	15	33	58	3	57	八月二十九日	3	08	27	3	55
三月二日	14	54	30	3	57	九月八日	2	29	16	3	55
三月十二日	14	15	04	3	57	九月十八日	1	50	04	3	55
三月二十二日	13	35	40	3	56	九月二十八日	1	10	50	3	55
四月一日	12	56	17	3	56	十月八日	0	31	35	3	56
四月十一日	12	16	57	3	56	十月十七日	23	52	18	3	56
四月二十一日	11	37	39	3	56	十月二十七日	23	12	59	3	56
五月一日	10	58	23	3	55	十一月六日	22	33	39	3	56
五月十一日	10	19	09	3	55	十一月十六日	21	54	17	3	56
五月二十一日	9	36	56	3	55	十一月廿六日	21	14	52	3	57
五月三十一日	9	00	45	3	55	十二月六日	20	35	26	3	57
六月十日	8	21	35	3	55	十二月十六日	19	55	58	3	57
六月二十日	7	42	26	3	55	十二月廿六日	19	16	30	3	57
六月三十日	7	03	19	3	55	1927年一月五日	18	37	00	3	57

(二)北極星上經中與離角相距之時間表

緯 度	時間段	緯 度	時間段	緯 度	時間段	緯 度	時間段
0	*h. m.*	0	*h. m.*	0	*h. m.*	0	*h. m.*
10······	5 58.2	35······	5 56.0	48······	5 54.2	58······	5 52.1
15······	5 57.8	40······	5 55.4	50······	5 53.8	60······	5 51.5
20······	5 57.4	42······	5 55.1	52······	5 53.4	62······	5 50.8
25······	5 57.0	44······	5 54.8	54······	5 53.0	64······	5 50.1
30······	5 56.5	46······	5 54.5	56······	5 52.6		

上二表一爲經中之時刻，一爲經中與離角相距之時間，故可求出北極星之離角時刻，但在一九二六年如此，其他年度，則可以下表更正之。

(三)

其 他 年 度	更 正 數 值	其 他 年 度	更 正 數 值
1927	加 1.3 *m.*	1932(至三月一日止)	加 3.0 *m.*
1928(至三月一日止)	加 2.6 *m.*	1932(三月一日以後)	加 0.5 *m.*
1928(三月一日以後)	減 1.3 *m.*	1933	加 2.1 *m.*
1929	加 0.1 *m.*	1934	加 3.7
1930	加 1.6 *m.*	1935	加 5.3
1931	加 3.0 *m.*		

如觀測日期，不爲第一表所列有者，則可以照下表以插算之：——

（四）

相差日數	每日相差數						相差日數	每日相差數					
	$3^m\ 57^s$		$3^m\ 56^s$		$3^m\ 55^m$			$3^m\ 57^s$		$3^m\ 56^s$		$3^m\ 55^s$	
	m.	*s.*	*m.*	*s.*	*m.*	*s.*		*m.*	*s.*	*m.*	*s.*	*m.*	*s.*
1	3	57	3	56	3	55	6	23	42	23	36	23	30
2	7	54	7	52	7	50	7	27	39	27	32	27	25
3	11	51	11	48	11	45	8	31	36	31	28	31	20
4	15	48	15	44	15	40	9	35	33	35	24	35	15
5	19	45	19	40	19	35							

如觀測者不在西經九十度地方，則每東距該處十度則加上 0.1 分，西距十度，則減去 0.1 分。

如欲得觀測地方之標準時刻，則在標準經度(如60°,75°,90°,120°)之西者，每差一度則加上四分鐘；如在其東者，則每差一度減去四分鐘。

〔舉例〕　試於廣州求一九三五年九月二十七日北極星之極西離角時刻爲若干？

自第一表查出一九二六年九月二十八日，北極星上經中之時刻，爲 $1^h\ 10^m\ 50^s$，每日相差數爲 $3^m\ 55^s$，故一九二六年九月二十七日，其上經中時刻，爲 $1^h\ 14^m\ 45^s$。自第三表查出 1935 年應加 5.3^m，故 1935 年九月二十七日在西經九十度地方北極星上經中之時刻爲 $1^h\ 20^m\ 03^s$；若求該日在廣州上經中之時刻，則應加上 $\dfrac{90°+113°.5}{10}\times 0.1^m = 2^m\ 02^s$，

故為 $1^h\ 22^m\ 05^s$；若求廣州之標準時刻，則應加上 $4^m\times(120°-113°.5)=26^m$，而為 $1^h\ 48^m\ 05^s$，此卽北極星在廣州上經中時之標準時刻也。若求其極西離角之時刻，應加上第二表內所列之數值，廣州之緯度為北 $23°07'$，故由第二表中查得 20 度為 $5^h\ 56^m.4$，25 度為 $5^h\ 57^m.0$，插算後得 23 度為 $5^h\ 56^m.16$ 等於 $5^h\ 56^m\ 10^s$，故北極星在廣州極西離角之時刻應為 $(1^h\ 48^m\ 05^s+5^h\ 56^m\ 10^s)=7^h\ 44^m\ 15^s$。

以上所述之方法，雖未盡準確之能事，然為觀測之用，已無不便之地。若由每年之天文曆書查得之，則更為準確矣。玆將一九三五及一九三六年天文曆書內所列之表，轉錄於此，以為學者之參考。

此二表均以格林維治經度及其俗用時為根據，表內第一行為日期，第二行為北極星之赤經，第三行為其赤緯，第四行為其上經中之俗用時間，第五行為每日相差數，第六行為每小時相差數，第七行為觀測者所在不同之緯度，最後行為上經中與最大離角（東或西）相差之時間。倘觀測者不在格林維治而在他處者，則以每小時差數乘該地與格林維治之經度差（單位為小時）其積數則視該地在東或在西而加或減之於表內所查得之經中時刻。若日期不符，則以每日之差數乘相差之日數，其積數加減於其中。經此二種之更正，於是卽得任何地方，於一九三五年任何日期，北極星上經中之地方俗用時。上經中時刻求出後，如加上最末行之數值卽得其極西離角之時刻，如減則得其極東離角之時刻。然此時刻乃地方俗用時，仍應求出其地之標準時刻也。玆將該二表列下：——

高等測量表（1）

1935 年

俗用時日		上經中（格林維治經線）赤經	赤緯	俗用時	每日相差數	每小時相差數	緯度	上經中距離角之時間
						W.　E.		W.　E.
一月	0.8	$1^h38^m117^s$	$+88°75'40''.5$	$19^h1^m53^s$	$-3^m57^s.0$	$-9^s.87+$	0	h. m.
	10.8	106^s	41.7	18 22 23	3 57.0	9.88	10	+5 58.3−
	20.7	94	42.2	17 42 53	3 57.0	9.88	12	5 58.1
	30.7	83	42.1	17 3 22	3 57.0	9.88	14	5 58.0
二月	9.7	71	41.4	16 23 52	3 57.0	9.87	16	5 57.8
	19.7	61	40.0	15 44 22	−3 56.9	−9.87+	18	5 57.7
三月	1.6	52	38.0	15 4 54	3 56.7	9.86	20	5 57.5
	11.6	45	35.6	14 25 28	3 56.6	9.86	22	5 57.3
	21.6	39	32.9	13 46 3	3 56.3	9.85	24	5 57.2
	31.5	36	30.0	13 6 41	3 56.1	9.84	26	5 57.0
四月	10.5	35	26.9	12 27 21	−3 55.9	−9.83+	28	5 56.8
	20.5	35	23.8	11 48 3	3 55.7	9.82	30	5 56.6
	30.5	39	20.8	11 8 47	3 55.5	9.81	32	5 56.4
五月	10.4	44	18.0	10 29 33	3 55.3	9.80	34	5 56.2
	20.4	51	15.6	9 50 21	3 55.1	9.80	36	5 56.0
	30.4	60	13.6	9 11 11	−3 55.0	−9.79+	38	5 55.8
六月	9.4	70	12.0	8 32 2	3 54.9	9.79	40	5 55.5
	19.3	82	10.9	7 52 54	3 54.8	9.78	42	5 55.3
	29.3	94	10.3	7 13 46	3 54.7	9.78	44	5 55.0
七月	9.3	106	10.4	6 34 40	3 54.7	9.78	46	5 54.7
	19.2	118	10.9	5 55 33	−3 54.7	−9.78+	48	5 54.4
	29.2	131	11.9	5 16 26	3 54.7	9.78	50	5 54.1
八月	8.2	143	13.6	4 37 19	3 54.8	9.78	52	5 53.7
	18.2	154	15.6	3 58 11	3 54.8	9.79	54	5 53.3
	28.1	165	18.0	3 19 3	3 54.9	9.79	56	5 52.9
九月	7.1	174	20.9	2 39 53	−3 55.0	−9.79+	58	5 52.4
	17.1	182	24.1	2 0 42	3 55.2	9.80	60	5 51.8
	27.1	189	27.5	1 21 30	3 55.3	9.80	62	5 51.2
十月	7.0	194	31.1	0 42 16	3 55.5	9.81	64	5 50.5
	17.0	197	34.8	0 3 0	3 55.7	9.82	66	5 49.7
	26.9	199	38.6	23 23 42	−3 55.9	−9.83+	78	5 48.7
十一月	5.9	198	42.4	22 44 23	3 56.1	9.84	70	+5 47.6−
	15.9	196	46.0	22 5 1	3 56.2	9.84		
	25.9	192	49.4	21 25 38	3 56.4	9.85		
十二月	5.9	186	52.5	20 46 13	3 56.6	9.86		
	15.8	178	55.1	20 6 46	−3 56.8	−9.87+		
	25.8	169	57.2	19 27 18	3 56.9	9.87		
	35.8	158	58.8	18 47 48	−3 57.0	−9.88+		

高等測量表（2）

1936 年

俗用時日	上經中（格林維治經線）					緯度	上經中距離角之時間
	赤經	赤緯	俗用時	每日相差數	每小時相差數		
					W. E		W. E.
一月 0.8	$1^h39^m102^s$	$+88°57'58''.3$	$19^h3^m\ 36^s$	$-3^m\ 57^s.0$	$-9^s.87+$	0	h. m.
10.8	92	59.5	18 24 6	3 57.0	9.88	10	+5 58.3−
20.7	80	59.9	17 44 36	3 57.0	9.88	12	5 58.1
30.7	68	59.8	17 5 4	3 57.0	9.88	14	5 58.0
二月 9.7	57	59.2	16 25 34	3 57.0	9.87	16	5 57.8
19.7	47	57.8	15 46 5	−3 56.8	−9.87+	18	5 57.7
29.6	38	55.8	15 6 37	3 56.7	9.86	20	+5 57.5−
三月 10.6	30	53.4	14 27 10	3 56.6	9.86	22	5 57.3
20.6	24	50.8	13 47 45	3 56.3	9.85	24	5 57.2
30.5	21	47.8	13 8 23	3 56.1	9.84	26	5 57.0
四月 9.5	19	44.5	12 29 2	−3 55.9	−9.83+	28	5 56.8
19.5	20	41.5	11 49 44	3 55.7	9.82	30	+5 56.6−
29.5	24	38.6	11 10 29	3 55.4	9.81	32	5 56.4
五月 9.4	30	35.6	10 31 16	3 55.3	9.80	34	5 56.2
19.4	36	33.2	9 52 3	3 55.2	9.80	36	5 56.0
29.4	45	31.2	9 12 52	−3 55.0	−9.79+	38	5 55.8
六月 8.4	55	29.6	8 33 44	3 54.8	9.78	40	+5 55.6−
18.3	66	28.4	7 54 36	3 54.8	9.78	42	5 55.3
28.3	78	27.8	7 15 28	3 54.7	9.78	44	5 55.0
七月 8.3	90	27.8	6 36 21	3 54.7	9.78	46	5 54.7
18.2	104	28.3	5 57 15	−3 54.7	−9.78+	48	5 54.4
28.2	116	29.2	5 18 8	3 54.7	9.78	50	+5 54.1−
八月 7.2	127	30.8	4 39 1	3 54.7	9.78	52	5 53.7
17.2	139	32.9	3 59 54	3 54 8	9.79	54	5 53.3
27.1	150	35.2	3 20 45	3 54.9	9.79	56	5 52.9
九月 6.1	159	37.9	2 41 35	−3 55.0	−9.79+	58	5 52.4
16.1	167	41.2	2 2 24	3 55.2	9.80	60	+5 51.9−
26.1	174	44.6	1 23 12	3 55.3	9.80	62	5 51.2
十月 6.0	180	48.1	0 43 58	3 55.5	9.81	64	5 50.5
16.0	183	51.8	0 4 42	3 55.7	9.82	66	5 49.7
25.9	184	55.7	23 25 25	−3 55.8	−9.82+	68	5 48.8
十一月 4.9	184	59.4	22 46 6	3 56.0	9.83	70	+5 47.7−
14.9	182	62.9	22 6 44	3 56.2	9.84		
24.9	177	66.3	21 17 21	3 56.4	9.85		
十二月 4.9	171	69.5	20 47 56	3 56.6	9.86		
14.8	164	72.0	20 8 29	−3 56.8	−9.87+		
24.8	154	74.1	19 29 0	3 56.9	9.87		
34.8	144	75.8	18 49 31	−3 57.0	−9.88+		

〔舉例〕　同前，試於廣州求一九三五年九月二十七日北極星之極西離角時刻爲若干？

由一九三五年表內，查得九月二十七日北極星上經中之格林維治俗用時爲 $1^h\,21^m\,30^s$，如變作廣州經中時，則以每時之差 9.80 秒乘 $\frac{113°.5}{15}=7^s.57$，得 $1^m\,14^s$。故在廣州時，應爲 $1^h\,21^m\,30^s+1^m\,14^s=1^h\,22^m\,44^s$，若再變之爲標準時，則由其中加上 26^m，得 $1^h\,48^m\,44^s$。廣州緯度爲 23°07′，故在表中最末二行查出緯度 22 度之經中離角相距時間爲 $5^h\,57.3^m$；24 度爲 $5^h\,37.2^m$，故 23 度應爲 $5^h\,57.25^m$ 或爲 $7^h\,45^m\,59^s$，較前次算得者，較爲準確也。

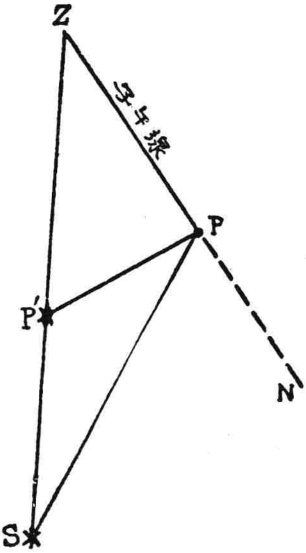
(29)北極星在經中時子午線之觀測法　當北極星在北極之上時，則大熊星座之 ζ 星（ζ Ursae Majoris），幾適在北極星之下。當北極星在北極之下時，則王后星座之 δ 星（δ Cassiopeiae），幾適在北極星之下。(可參閱第五十三圖)。如欲知北極星適在觀測者之子午線上之時刻，必先知上述任何一星適在北極星下之時刻。由此已知之時刻，再加上一時間，卽得北極星經中之時刻，此時若將望遠鏡對準北極星，再將望遠鏡放低，而在地上設立一木樁，則由儀器處至此木樁之直線，卽爲觀測者之子午線矣。所加之時間，該兩星雖各有不同，而隨地亦異，如觀測 ζ Ursae Majoris，在美國 1920 年時平均約爲 $11^m\,14^s$；以後每年增加 30^s，凡此數值均爲大約之值，然無傷於觀測時之利用。在高緯度地方於春季之時，此星恆感不便，故可觀測王后星座之 δ 星，觀測此星時，應加之時間在美國 1920 年平均爲 $12^m\,18^s$，以後每年增加 25^s。如欲知應加較確之時間，可查天文曆書，再用各地之緯度以計算之，計算之法

詳後。

此種觀測，同時須測望兩星，稍行遲慢，卽生差錯，故所得結果，較第 28 節所講，略遜一籌，但工作之時，倘能謹愼而且靈敏，則亦能給吾人以滿意。在觀測之前，宜將該地北極星經中時刻大約算出，在此時刻前若干分鐘，安平儀器於測站之上，焦點較準。並須事先將北極星及王后星座 δ 星（或大熊星座之 ζ）之高度求出，計算之法，可照第 25 節所講，各星之赤緯則在天文曆書內查出，當無困難。諸事已備，乃將望遠鏡仰視天空，以尋北極星，尋著後，將十字直線平分於北極星上，然後速將望遠鏡放低，使其直立角等於算出該星（δ 或 ζ）之高度値，此時如不見星體，可略候勿急，俟見有星體來臨而出現於視域中時，立卽將望遠鏡仰起，再視北極星，而將十字直線平分其圓體，隨卽再行放低望遠鏡至以前之高度，俟 δ 或 ζ 星經過十字直線時，速記懷錶之時刻（觀測自然要預備一個鐘錶）。此 δ 或 ζ 星自望遠鏡視域中之邊處行至其中心，須時約兩分鐘，故此種觀測，須手法靈敏，仰起及放低望遠鏡之時間，全部不能逾二分鐘，否則卽失去其時機矣。讀錶之時，數十秒之差誤，不難發現，故以第二人讀視鐘錶爲宜。讀載時刻後，再加上應加之時間，（如上述者），卽爲北極星經中之準確時間，在此時間之前，再將望遠鏡，望視北極星，用切線螺絲隨之而行，俟至該時刻時，持錶者大聲呼曰「時間」，司儀器者，卽將望遠鏡十字直線平分北極星中，並卽刻停止切線螺絲之動作。（望視北極星用切線螺絲之時，上下箝自然皆要旋緊）。然後將望遠鏡放低，在地上設立一木樁，則由此木樁至置儀器之測站之直線，卽吾人所欲求之眞子午線也。用此種方法所定之子午線，如工作準確，則

其差誤恆在一分以下；否則不可採用矣。

上述應加之時間，每日均各不同，但相差甚微。茲將其算法述之於下：——第五十五圖中，P 爲北極，P' 爲北極星，S 爲其他一星如王后星座 δ 星，Z 爲觀測者之天頂。觀測之際，北極星與 δ 同在望遠鏡視線之上時，卽 Z, P' 及 S 同在一條直線之上，如第五十五圖之 $Z-P'-S$ 線。當此之時，北極星尙未走至子午線 ZP 之上，由 P' 之地位，依反鐘向而行至子午線，尙需走 $P'PN$ 之角度，但 ZPP' 角爲北極星於該位置時之時角，亦卽 $P'PN$ 等於 $180°$ 或 12^h 減去 ZPP' 角之值也。PP' 及 PS 爲北極星及 δ 星之北極距離，可於天文曆書中查得之，$P'PS$ 角爲該兩星赤經之差數，亦可於天文曆書查得。在三角形 $P'PS$ 中，已知 PP', SP 及 $P'PS$ 角，則該三角形可以解算，而得 P' 角之值。自 180 度減去 P' 角，則得 $ZP'P$ 角；PP' 爲已知，PZ 爲觀測者之餘緯(卽 $90°-\phi$)，亦爲已知之數，於是 $ZP'P$ 三角形亦能解算而得 ZPP' 之值。自 180 度或自 12^h 中減去 ZPP' 角，卽得北極星自觀測時之位置行至子午線上時所需之恆星時間段也。由恆星時間段，可以化作平均太陽時間段，其結果卽吾人所需要者也。計算之時，PP' 及 SPP' 角之值極小，其正弦值，可改



第五十五圖

爲弧值，俾省無益之煩，於算得之結果，亦無大錯。

〔舉例〕 一九三五年十月七日在廣州求北極星自 δ 星至經中時之時間段。在五十五圖內，P' 爲北極星，P 爲北極，S 爲 δ 星，Z 爲天頂。查天文曆書得：——

北極星		王后星座 δ 星	
赤經	赤緯	赤經	赤緯
$1^h\,41^m\,14^s$	$88°57'31''$	$1^h\,21^m\,39^s$	$59°54'19''$

$\therefore\quad PP'=1°02'29'';\qquad PS=30°05'41''$

$\angle P'PS=4°52'48'';\qquad ZP=66°53'00''$

在 $P'SP$ 三角形中，已知兩邊及其夾角，故：——

$$\therefore\ \tan\frac{1}{2}(P'+S)=\frac{\cos\frac{1}{2}(30°05'41''-1°02'29'')}{\cos\frac{1}{2}(30°05'41''+1°02'29'')}\cot\frac{1}{2}(4°52'48'')$$

$$\tan\frac{1}{2}(P'-S)=\frac{\sin\frac{1}{2}(30°05'41''-1°02'29'')}{\sin\frac{1}{2}(30°05'41''+1°02'29'')}\cot\frac{1}{2}(4°52'48'')$$

上二式之解算如下：——

$\log\cos 14°31'36''=9.985890$	$\log\sin 14°31'36''=9.399380$
$\operatorname{colog}\cos 15°34'05''=0.016198$	$\operatorname{colog}\sin 15°34'05''=0.571246$
$\log\cot\ 2°26'24''=\underline{1.370844}$	$\log\cot 20°26'24''=\underline{1.370844}$
$\log\tan\frac{1}{2}(P+S)=11.372932$	$\log\tan\frac{1}{2}(P'-S)=11.341470$

$\therefore\ \frac{1}{2}(P'+S)=87°34'25''$　　$\therefore\ \frac{1}{2}(P'-S)=87°23'30''$

$\therefore\ P'+S=175°08'50''$　　$\therefore\ P'-S=174°47'00''$

$\therefore\ 2P'=349°55'50''$

$\therefore\ P'=\underline{\underline{174°57'55''}}$

然後在 $ZP'P$ 三角形中;——

$$\angle ZP'P=180°-174°57'55''=5°02'05''$$

$$ZP=66°53'00''$$

$$PP'=1°02'29''$$

$$\therefore\ \sin Z=\frac{\sin 1°02'29''\ \sin 5°02'05''}{\sin 66°53'}$$

$$\begin{aligned}
\therefore\ \log\sin\ 1°02'29'' &= 8.256516\\
\log\sin\ 5°02'05'' &= 8.943293\\
\text{colog}\sin 66°53'00'' &= \underline{0.036350}\\
\log\ \sin\ Z\ \ &= 7.236159
\end{aligned}$$

$$\therefore\ Z=\underline{\underline{0°05'56''}}$$

$$\therefore\ \cot\frac{1}{2}P=\frac{\sin\frac{1}{2}(66°53'+1°02''29'')}{\sin\frac{1}{2}(66°53'-1°02''29'')}\tan\frac{1}{2}(5°02'05''-0°05'56'')$$

$$\begin{aligned}
\therefore\ \log\sin 33°57'45'' &= 9.747139\\
\text{colog}\ \sin 32°55'15'' &= 0.264817\\
\log\tan\ 2°28'04'' &= \underline{8.634451}
\end{aligned}$$

$$\log\cot\frac{1}{2}P=8.646407$$

$$\therefore\ \frac{1}{2}P=87°27'11''.7$$

$$\therefore\ P=174°54'23''=11^h\,39^m\,38^s$$

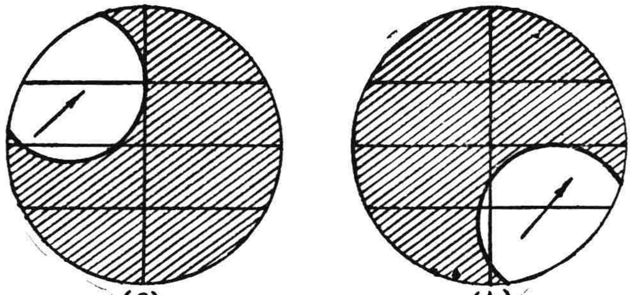
$\therefore\quad 12^h-11^h\,39^m\,38^s=0^h\,20^m\,22^s$……恆星時間段(卽 I_s)

但 $I_m=I_s-.00273043\times I_s$

$\therefore\quad I_m=1222^s-.00273043\times1222^s=1222^s-3^s=1219^s=\underline{\underline{20^m19^s}}$

(30)用太陽高度設立子午線之觀測法 前兩節所講之子午線觀測法,須在夜間舉行,且須在一定之時間內觀測之。若欲在每日任何時間爲之,則可觀測太陽之高度,亦能得一準確之結果也。此種觀測,在早晨或下午任何時間內均能舉行,惟在正午之時則否。觀測之前,在地上設立兩木樁,一置經緯儀,一爲標識。起始工作之時,先行安平儀器(需要十分平衡),再將化徵安置於零度之上,於是放鬆下箝,旋緊上箝,測視標識,(卽另一木樁,樁上可預先插一測桿誌)。測準該點後,將下箝旋緊,上箝放鬆。此時卽擬預備測望太陽,故須將顏色玻璃鏡,安置於目鏡之上,倘無此設備者,則觀測者,可載一極深之墨鏡,亦足爲用。直立圈有無指標差,須同時一併記下,以求準確。於是將望遠鏡,指向太陽而尋視之,尋得後,見一搖搖不定之白光球於視域之內,吾人眼稍動,彼亦隨之而動,此種現象,乃焦點尚未對準之故也。故此時應將焦點對準,俟得一穩定不動之白光球,且邊緣淸楚而後巳。同時鏡內之十字線,亦須看記淸楚,孰爲十字線,孰爲視距線,不可混亂之也。如在上午觀測,則先將十字直線上部切於太陽之右邊緣,而同時將十時橫

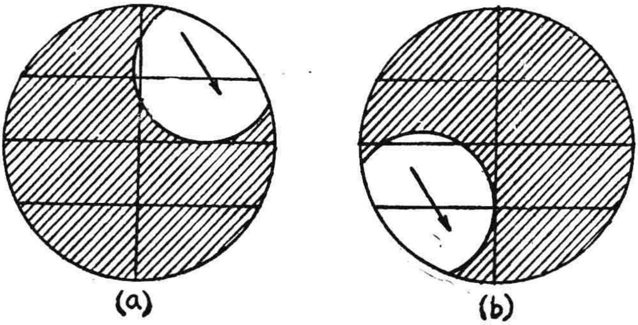
線，切過太陽之下部，如第五十六圖 (a)，其箭頭所示，乃太陽視動之方向，故太陽仍在上升。於數秒鐘後，十字橫線即能橫切於太陽之下邊線



(a)　(b)

第五十六圖

矣。此時十字直線已不切其右邊線，故得到第五十六圖(a)地位後，則旋緊上箝，用切線螺絲，使十字直線隨太陽而行，俟十字橫直線均切於太陽之邊線時，立即停止，記下該刻之時間（最好用二人看時刻），讀載直立角及圓盤上之地平角度。然後作同樣之觀測兩次或三次，以求準確（所謂複量法也）。於是倒置望遠鏡，再照上法觀測之，惟須將十字橫直線，切於太陽之上左邊線。如第五十六圖之(b)。但正倒兩種位置〔即(a)及(b)〕複測之次數須相等，自起始至測竣所需之時間，不可過十五分鐘，在十分鐘左右者最爲相宜也。諸事既畢，將望遠鏡，返回原位（即正置），重視標誌（即插測桿之木樁處），看化徵是否仍在零度之上。如有直立圈指標差，此時須將野簿記載，加以更正。但直立圈係全圓者，則不必更正，因倒正望遠鏡觀測時，已於自然中將其消去也。如在下午觀測，則太陽影之切法，須照第五十七圖(a)(b)所示。



第　五　十　七　圖

觀測完畢，野簿所記載者凡三，一爲地平角；二爲直立角；三爲時刻也。有此三者，吾人卽能算出眞子午線之所在也。玆舉例以參考之：——

〔舉例〕 在西經 71°07′.5 及北緯 42°29′.5 地方，於 1925 年 5 月 25 日觀測太陽，以定子午線。其記載及計算如下。

	地平角度：—	直立角度：—	時刻(東區標準時)：—
標誌…………	0°00′		
左及下緣……	67°54′	43°35′	$2^h\ 58^m\ 00^s$ (下午)
	68°11′	43°20′	$2^h\ 59^m\ 21^s$
	68°26′	43°08′	$3^h\ 00^m\ 33^s$
倒置望遠鏡後：—			
右及上緣……	69°25′	43°25′	$3^h\ 01^m\ 53^s$
	69°39′	43°12′	$3^h\ 03^m\ 05^s$
	69°52′	43°00′	$3^h\ 04^m\ 10^s$
平均…………	68°54′.5	43°16′.5	$3^h\ 01^m\ 10^s.3$

標誌…………　$\underline{0°00'}$　視差及折光差…$-0'.9$　　$\underline{12^h}$

自太陽至標誌之角度…$\underline{\underline{68°54'.5}}$　指標差…$\underline{+1'.0}$　俗用時…15^h $5^h\ 01^m\ 10^s.3$ 格林維治俗用時

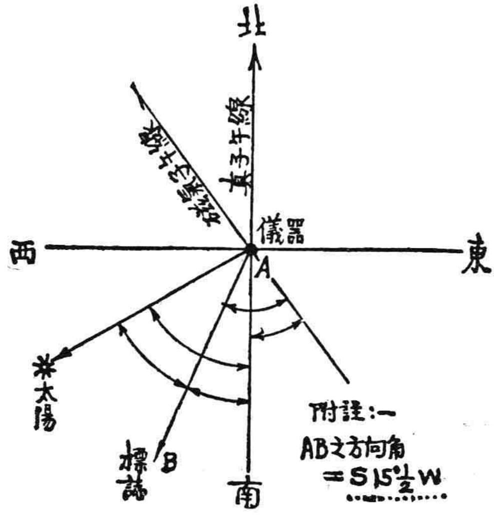
眞高度$h=\underline{\underline{43°16'.8}}$　　$\underline{\underline{20^h\ 01^m\ 10^s.3}}$

地平角度；直立角度；及時刻之平均數值，既已算出如上，則用下列之公式求出太陽之眞方位角，玆使之爲 Z：——

$$\cos Z = \frac{\sin\delta - \sin\phi\sin h}{\cos\phi\cos h}$$

上式中之 ϕ 爲觀測者之緯度，h 爲太陽之高度，δ 爲太陽之赤緯。其計算如下：——

	nat.：—	log.	在天文曆書內查得：—
nat $\sin\delta$ =	0.35786		太陽赤緯(在 0^h) $=+20°48'55''.8$
log $\sin\phi$ =		9.82962	$+27''.60\times20^h.02=$ $\underline{+9'12''.6}$
log $\sin h$ =		$\underline{9.83605}$	∴ $\delta=+20°58'08''.4$
$\sin\phi\sin h$ =	$\underline{0.46310}$	9.66567	
分子值 =	0.10524		
log 分子值 =		9.02218	
log $\sec\phi$ =		0.13231	
log $\sec h$ =		$\underline{0.13787}$	
log $\cos Z$ =		9.29236	
∴ Z =		78°41'.7	
地平角度 =		$\underline{68°54'.5}$	
標誌線方位角 =		$\underline{\underline{9°47'.2}}$	(參閱第五十八圖)



第五十八圖

(31)時間之觀測　吾人日常所用之時刻，乃以平均太陽爲根據之俗用時，此俗用時，復因各地之不同〔各地有各地之地方俗用時 (local civil time) 簡寫之爲 L. C. T.〕，遂採用標準時，故此標準時，亦卽在標準經度上之地方俗用時，譬如廣州採用之標準時刻爲東經 120 度之地方俗用時也。標準時刻或地方俗用時，可以觀測星體以定之，故吾人所用之鐘表，如有快慢而無處校對時，於夜間測量星體，卽能知其差錯爲若干矣。

測量星體以求時間，其原理甚簡，在前數節內，吾人知下列之公式:——

$$S=R+t$$

S 爲恆星時；R 爲赤經；t 爲時角也。倘觀測之星經過吾人之子午線時(或曰其經中時)，則該星之時角 t 等於 0^h，故上式變作：——

$$\because\ t=0$$

$$\therefore\ S=R$$

卽該星於該時其赤經等於該時之恆星時也，該星之赤經可於天文曆書內查得之，查得後，用下式將之化爲地方俗用時，然後再化爲標準時，卽爲吾人鐘表所應記之時刻也。

$$T=S-(R_s+12)-C$$

上式 T 爲地方俗用時，(R_s+12) 爲太陽在格林維治 0 時之赤經加十二小時；C 爲自 0 時至 S 時之更正數也。

觀測恆星，以定時間，普通常採用者，共有數法，茲陸續於下數節講述之。

(32)利用恆星經中時以定時間之觀測法　吾人欲知鐘表是否準確，並欲知其錯誤爲若干時，可置經緯儀於子午線平面上而觀測列於南方之諸恆星，〔此南方諸星又名時星(time star)〕，而俟其經過吾人之子午線時，卽將錶上時刻記下，並在天文曆書中，查得該星該日赤經爲若干，乃由上節諸公式以計算時間，算得結果，與鐘錶所記得者，作一比較，卽知吾人鐘錶是快抑是慢也。觀測之星以近於赤道者爲宜，因其視動較快，不致使吾人作無謂之等候，北極附近諸星，視動頗慢，非所宜也。

〔舉例〕 1925 年一月一日在西經 $71°06'$ 地方觀測 θ Ceti 星，其經中時，錶上時刻爲下午 $6^h\ 20^m\ 10^s$，試求該錶快慢若干？

自天文曆書中查得該日該星之赤經爲 $1^h\,20^m\,15^s.91$，此亦卽該星經中時該地之恆星時也。欲知其俗用時，則用公式 $T=S-(R_s+12)-C$，以求之如下：——

θ Ceti 之赤經＝	1^h	20^m	$15^s.91$	
	24	00	00.00	
	25^h	20^m	$15^s.91$	
更正後之(R_s+12)＝	6	41	17.12	
	18	38	58.79	
C ＝	00	3	03.32	
	18	35	55.47	
與標準區之經度差＝	00	15	36.00	
東區標準時＝	18	20	19.47	
＝	6^h	20^m	$19^s.47$	下午
錶上時刻＝	6	20	10	
錶慢＝			$09^s.47$	

用此種方法，測定時間，亦有不便之處，第一須預知子午線之地位，第二恆星經中時，轉瞬卽逝，第三觀測之緯度，須知之甚確，方能得最準之結果。凡此種種，雖於普通用途，無甚大礙，然欲知極準確之時間者，究覺不利。關於第一項，吾人有第二種測法，以便利之。第二項之困難，吾人可連續多測數星，其中之一，若不急待，尙有第二星，第二星不及待，則尙有第三星也。第三項之困難，可先測定緯度，再測時間。不過無需太準確者，則由地圖上量出之結果，亦足爲吾人普通之用，惟須知固

不甚準者也。第一及第三項容於下數節述之，玆將第二項困難之觀測法，詳論於下。

本節所論，乃利用恆星經中，以定時間，理論至佳，惟觀測之時，則因時間關係，往往使吾人預備觀測而星已走過，故頗覺困難。欲免除此種不便之處，可多選數星，以爲觀測之用，凡此諸星，均以近於赤道者爲宜(卽其赤緯較小諸星)，且兩星之赤經之相差時間，不可過近，俾使吾人有富裕之時間，以作預備。星之亮度以 4 號以上者爲佳，因大過 4 號之星體，普通經緯儀，不能望見，故擇其 2,3 號者爲較便。故在觀測之前，須先擇觀測之南方星數個，並將其名稱；亮度；赤經；赤緯查出；並將其高度及其經中之時刻算好列成表式。錶記之經中時刻及錶之錯誤等項，在觀測之時，則記錄於野簿之內。各事預備旣竣，則在觀測時間，將經緯儀安平於子午線平面之上，將望遠鏡焦點校準，按照第一星之高度，仰起望遠鏡，以待該星之來臨，觀測之時，須一人司儀器，一人司鐘錶。司儀器者，若見有星體來臨於視域中時，卽大聲告司鐘錶者曰「預備」，於是司鐘錶者此時卽加注意，俟星走至十字直線而且橫行時，司儀器者大聲告司鐘者曰「時間」，司鐘者聞聲，卽將鐘上時刻記下，記時須至秒數。鐘上有秒針者，則記時之際，先看秒數，再看分數，後看時數，否則不及也。倘時間已過，尙無星體來臨，則待之第二星，然第二星固有第二星之高度，測者不可忘記之也。

下列之表，乃在北緯 $42°22'$，西經 $71°06'$ 地方，於一九二五年五月五日，觀測恆星以定時間所選擇者。觀測時間規定在下午八時至九時之間；星體高度以在 $10°$ 與 $65°$ 之間爲宜。當時平均太陽赤經加 12^h

(卽 $R+12^h$)，爲 $14^h\,49^m\,23^s.08$；地方俗用時相當東標準時 20^h 時爲 $20^h\,15^m\,36^s$，故其地方恆星時約爲 $11^h\,05^m$，亦卽爲某星在下午八時經中時之赤經也。

其餘緯爲 $47°\,38'$，故高度在 $10°$ 及 $65°$ 之間時，則選擇星體，其赤緯應在 $+17°22'$ 及 $-37°38'$ 之間。

由上述種種，吾人選擇星體，有兩界限，可爲參考，一則其赤經以在 $11^h\,05^m$ 及 $12^h\,05^m$ 之間者爲宜；二則其赤緯以在 $+17°22'$ 及 $-37°38'$ 之間者爲善焉。於是翻閱天文曆書，先擇星體符合此兩種界限任何之一者，列成一表如下：——

星名	亮度	赤經	赤緯
α Crateris	4.2	$10^h\ 56^m\ 07^s.105$	$-17°\ 53'\ 57''.53$
d Leonis	5.0	10 56 41.272	+4 01 13.67
β Crateris	4.5	11 07 58.012	−22 24 58.47
δ Leonis	2.6	11 10 07.379	+20 56 05.33
π Centauri	4.3	11 17 34.823	−54 04 47.36
λ Draconis	4.1	11 26 58.349	+69 44 42.71
ξ Hydrae	3.7	11 29 18.582	−31 26 33.36
π Chameleontis	5.7	11 34 09.389	−75 28 52.97
3 Draconis	5.5	11 38 18.337	+67 09 36.24
ζ Crateris	4.9	11 40 57.535	−17 56 01.41
γ Corvi	2.8	12 11 56.763	−17 07 31.85

在上表中，僅 β Crateris，ξ Hydrae 及 ζ Crateris 三星體，其赤經及赤緯均能合乎吾人規定之界限，故可專心注意觀測此三星，以爲吾

人測時之用。決定此三星後，於是將第一星大約經中之時間算出，以爲預備；其餘各星之經中時，可由其赤經相差數推算。經中時刻，既約而知之，然後再將星體經中時大約之高度算出，列表如下：——

星名	亮度	大約經中時刻	大約高度
β Crateris	4.5	19^h 58^m 49^s	25° 13′
ξ Hydrae	3.7	20 20 09	16 11
ζ Crateris	4.9	20 31 48	29 42

選星之時，可在星表之中，先注意其赤經，因表中各星之赤經，皆依次序而增大，故在起始選擇之時，只將赤經符合觀測起始時間之星體尋出 卽可順次向下查之，得各星體而列之成表。然後再將表內星體之赤緯，加以檢查，視其是否符合規定之界限。最後再檢查各星之亮度如何，否則觀測之時不易望見也。

星體既已選定，於是卽可於規定之時間，前往觀測，由每星之經中時間與其赤經(化爲俗用標準時)相差值，得一時錶之更正數，以各星所得之更正值而平均之，卽得吾人時錶應有之差錯矣。

(33)恆星經中垂直圈（穿過北極星者）以定時間之觀測法 (Time by Transit of a Star across the Vertical Circle through Polaris) 利用恆星經中子午圈以定時間，須預知子午圈之地位，倘不知子午圈之地位時，可利用穿過北極星之垂直圈而使恆星在此圈上經中，記下其時刻而計算當時之恆星時，再化爲標準時，亦能校對吾人之鐘錶也。此種測法，手續不多而計算稍繁。茲先述其觀測之法；安平經緯儀於測站之

上，仰起望遠鏡，尋視北極星（尋視法前已講過，茲不復贅），尋著後，將十字直線平分星體，立即將錶上時刻記下，（以一人司儀器一人讀錶爲宜），然後不動圓盤（即上下箝均旋緊），倒轉望遠鏡，而將其仰至欲測之恆星高度上，（預先根據觀測之時間，選擇一恆星，並將其高度算出），而等該星之來臨，俟該星行至十字直線時，立即將錶上時刻計下，於是觀測工作即已完竣。倘對於儀器，覺其不甚準確，則可倒置望遠鏡，照上法重作一次，惟須利用另一星體也。觀測之後，得兩記錄，一爲北極星，一爲時間星，經中垂直圈之俗用時刻。有此兩時刻，即須計算相當之恆星時，其算法述之於下：

使 $R=$ 時間星之赤經

$R_0=$ 北極星之赤經

$S=$ 時間星經過垂直圈之恆星時刻

$S_0=$ 北極星經過垂直圈之恆星時刻

$t=$ 時間星之時角

$t_0=$ 北極星之時角

$$\therefore\ t=S-R$$

$$t_0=S_0-R_0$$

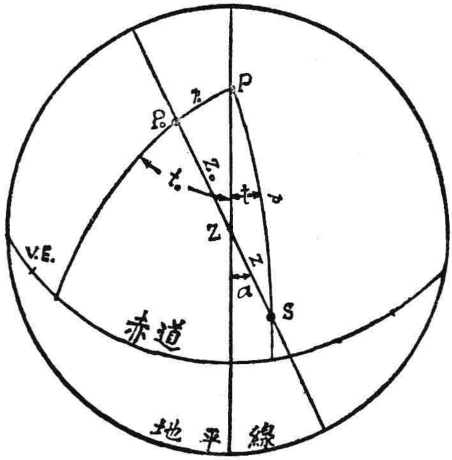
$$\therefore\ t_0-t=(R-R_0)-(S-S_0)$$

上式 $(S-S_0)$ 乃兩星經過垂直圈相距之恆星時間段，但吾人用錶所記者乃俗用時，故須將之化爲俗用時間段（平均太陽時間段），於是上式變爲下列之公式：——

$$t_0-t=(R-R_0)-(T-T_0)-C \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad (1)$$

上式中 T 爲時間星經過垂直圈之錶上時刻；T_0 爲北極星經過垂直圈之錶上時刻；C 爲 $(T-T_0)$ 時間中之更正數也。

在第五十九圖中，P_0 爲北極星，S 爲時間星，兩者同在一垂直圈上，P 爲北極，Z 爲觀測者之天頂。茲使北極星之北極距離爲 p_0，時間星之北極距離爲 p；北極星之天頂距離爲 Z_0；時間星之天頂距離爲 Z；



第五十九圖

北極星之高度爲 h_0；時間星之高度爲 h；於是在 P_0PS 三角形中，用正弦定律，得下列之關係：——

$$\frac{\sin S}{\sin P_0PS}=\frac{\sin p_0}{\sin P_0S}$$

$$\therefore \sin S=\sin P_0PS \sin p_0 \operatorname{cosec}(Z+Z_0)$$

$$=\sin(t_0-t)\sin p_0 \operatorname{cosec}(h+h_0) \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

再在 PZS 三角形中，

$$\frac{\sin P}{\sin S}=\frac{\sin Z}{\cos L}$$

$$\therefore\ \sin P=\sin S\cos h\sec L\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

將(2)式代入(3)式,則得:——

$$\sin(-t)=\sin p_0\sin(t_0-t)\operatorname{cosec}(h+h_0)\cos h\sec L\cdots(4)$$

因上式中之 t 及 p_0 之值甚小,故得:——

$$-t=p_0\sin(t_0-t)\operatorname{cosec}(h+h_0)\cos h\sec L\cdots\cdots\cdots(5)$$

倘 h 及 h_0 未能準確算出,可以他項代替之,如 $\cos h$ 可以 $\sin(L-D)$ 代之,$\operatorname{cosec}(h+h_0)$ 可以 $\sec(D-c)$ 代之。D 爲時間星之赤緯,c 爲一更正數,美國航海曆書最後第一表中,可查得之。吾人知 $h=90-(L-D)$,故 $\cos h=\cos[90(L-D)]=\sin(L-D)$ 也。c 乃自北極星高度求觀測者之緯度之更正數,亦即 $L=h_0+c$ 之謂,故 $h+h_0=90-(L-D)+(L-c)=90+(D-c)$,是以 $\operatorname{cosec}(h+h_0)=\sec(D-c)$ 也。由此種代替,公式(5)可化作下式:——

$$-t=p_0\sin(t_0-t)\sec(D-c)\sin(L-D)\sec L\cdots\cdots\cdots(6)$$

上式中之 (t_0-t) 由公式(1)求得之。倘 t 之單位爲時間之秒,而 p_0 之單位爲弧度之分,則上式右項尙須以 4 乘之。如 L 爲不知數,則可由時間星或北極星之高度而計算之。在普通工作之時,假設時間星在垂直圈上之高度卽等於其在子午圈上之高度,不生甚大之影響,然後用公式 $h=90-(L-D)$ 以計算之。

由公式(6)算得 t 值後,將之加在時間星之赤經中,卽得該星經過垂直圈時之恆星時,再將恆星時化爲標準俗用時而與錶上所記之時刻

作一比較，卽知錶之爲快抑爲慢矣。

倘欲知垂直圈之方位角，則可由下式以計算之：——

在 PZS 三角形中，

$$\frac{\sin(180-a)}{\sin t}=\frac{\sin p}{\sin Z}=\frac{\cos D}{\cos h}$$

$$\therefore\ \sin a=\sin t\cos D\sec h$$

因 a 及 t 均爲甚小之值，故使 $\sin a=a;\ \sin t=t$，

$$\therefore\ a=t\cos D\sec h\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

〔舉例〕 1906 年五月八日在西經 $4^h\,44^m\,18^s.3$ 及北緯 $42°21'$ 地方觀測北極星及 θ Virginis 以定時間。其記錄如下：——

$$\begin{aligned}\text{北極星經過垂直圈之時間}&=8^h\ 35^m\ 58^s\\ \theta\ \text{Viginis 經過垂直圈之時間}&=\underline{8^h\ 39^m\ 43^s}\\ \therefore\ T-T_0\quad&=\underline{\quad 03^m\ 45^s}\end{aligned}$$

$R\ =12^h\,00^m\,26^s.3$	$L=\ 42°\ 21'$	$D=+9°\ 15'$
$R_0=\underline{\ 1\ \ 24\ \ 35.4}$	$D=\underline{+9°\ 15'}$	$c=\underline{+1°\ 06'.5}$
$R-R_0=10^h\,35^m\,50^s.9$	$L-D=\underline{33°\ 06'}$	$D-c=\underline{8°\ 08'.5}$
$T-T_0=\ \ 3\ \ 45.0$		
$C\ =\underline{\qquad 0.6}$	$p_0\quad 71'.85$	
$t_0-t\ =10^h\,32^m\,05^s.3$	$\log p_0=1.8564$	
$=\underline{158°01'.3}$	$\log\sin(t_0-t)=9.5732$	
	$\log\sec(D-c)\ =0.0044$	
	$\log\sin(L-D)=9.7373$	

$$\log \sec L = 0.1313$$
$$\log 4 = 0.6021$$
$$\log t = 1.9047$$
$$\therefore t = -80^s.30$$
$$= -1^m\ 20.^s3$$

由航海曆書或天文曆書查得 θ Virginis 星之赤經爲 $12^h\ 00^m\ 26^s.3$,

$$\therefore R = 12^h\ 00^m\ 26^s.3$$
$$t = -\quad 1\quad 20.3$$
$$S = 11^h\ 59^m\ 06^s.0$$

故知當 θ Virginis 星經過垂直圈際,當時之恆星時爲 $11^h 59^m 06.^s0$, 若將之化爲標準俗用時,則得 $8^h\ 39^m\ 32^s.8$,故錶快 10.2 秒也。

垂直圈平面之眞方向,算之如下:——

$$t = \frac{1}{4}\times(-80^s.3) = -20'.07$$
$$\log t = 1.3026 \text{ (負數)}$$
$$\log \sec h = 0.2627$$
$$\log \cos D = 9.9943$$
$$\log a = 1.5596$$
$$\therefore a = 36'.27$$

$\therefore$ 垂直圈平面之眞方向爲 $S.\ 0°\ 36'\ 16''\ E.$

(34) 觀測太陽高度以定時間法 觀測太陽,以定時間,其測法與第(30)節同,所異者乃計算當時之時刻以作比較耳。茲將第(30)節之舉例中之原有記錄,算出其時間如下:——

$h=43°16'.8$; 俗用時$=15^h\,01^m\,10^s.3$; 格林維治俗用時$=20^h\,01^m\,10^s.3$; $\delta=+20°08''.4$; $\phi=42°29'.5$; $p=90°-\delta=69°01^m\,51''.6$

$$\therefore\ S=\frac{1}{2}(\phi+h+p)=\frac{1}{2}(42°29'.5+43°16'.8+69°01'.86)$$

$$=77°24'.8$$

$$\therefore\ S-h=34°8';S-p=8°22'56''.4;S-\phi=34°55'.3$$

於是用 $\tan\frac{1}{2}t=\sqrt{\frac{\cos S\ \sin\ (S-h)}{\cos(S-p)\sin(S-\phi)}}$ 以計算之如下:——

$$\log\cos S=9.338695$$

$$\log\sin\ (S-h)=9.748922$$

$$\log\sec\ (S-p)=0.004651$$

$$\log\operatorname{cosec}(S-\phi)=0.242388$$

$$2\ \underline{\big|\ 9.334656}$$

$$\log\tan\frac{1}{2}t=9.667328$$

$$\therefore\ \frac{1}{2}t=24°\ 55'\ 55''.6$$

$$\therefore\ t=49°\ 51'\ 51''$$

$$=3^h\ 19^m\ 27^s.4$$

$\therefore$ 地方視太陽時$=3^h\ 19\ 27^s.4$ (下午)

$=15^h\ 19^m\ 27^s.4$

時差$=\underline{\quad 3\ \ 14.7}$

地方俗用時$=15^h\ 16^m\ 12^s.7$

與標準區經度差＝　15　22.0

標準時＝15^h 00^m $50^s.7$

故知鐘快 19.6 秒

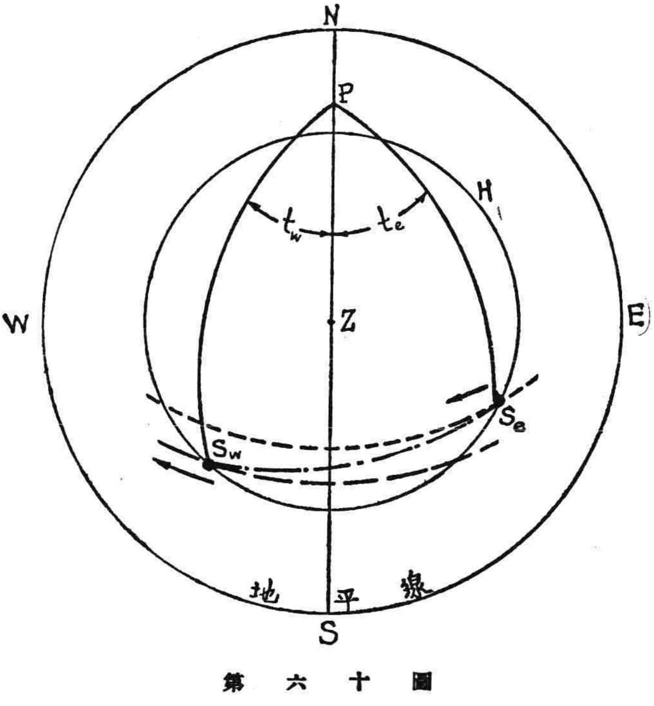
(35)觀測兩星在同高度以定時間法　在此種觀測方法中，乃測出兩星在同高度時之兩時刻以計算之。此兩星者，一應在子午圈之東，一應在子午圈之西。其原理亦不甚煩，譬如吾人觀測東方一星，觀測時其高度假設爲 50°，其時間假設爲夜間八點三十分。數小時後，則此星行至吾人之西方，俟其高度復爲 50°時，記錄其時間，假設其時間爲夜間 1^h 50^m。但該星之視動速度，爲均速的，故在 8^h 30^m 及 1^h 50^m 之間，卽在十一時十分時，該星必在吾人之子午線上。故將該星之赤經查出，卽爲當時之恆星時，再將恆星時化作標準時與十一時十分相比較，卽知吾人之錶爲快抑爲慢也。

上述方法，雖甚準確而適當，但觀測之時，自始至終，需時數小時，且時時須以望遠鏡注視該星，其不便也孰甚？以是之故，吾人有其測一星在東西兩同高之地位，何若測兩不同之星，亦分在東西而具同高度之爲佳，且需時甚少，尤覺便捷。不過兩星雖可行至相同之高度，但其赤緯不可相差太甚，而赤經相差則須數小時之多，且一須在東一須在西也。在此種情形之下，俟兩星在同一高度之時，將其時間記下。但此時兩星赤經之平均數並非該星經中時之恆星時，蓋兩星赤緯不同，所行之路程不等，故須加以更正數也。

觀測之時，先將望遠鏡仰望東方一星（此星之在同高度時間，預先須計算妥適），並將十字橫線置於該星之上少許，以爲預備，俟該星行至

該橫線時（直立角度數預先規定），卽記下錶上之時間，於是再旋轉鏡頭，不動望遠鏡之仰角，而測望西方一星，俟此星亦至十字橫線時，再將其時間記下。仰角多小，不必記載，因無用於計算也。

第在六十圖中，$NESW$ 爲地平圈，Z 爲觀測者之天頂，P 爲北極；S_e 爲東方一星；S_w 爲西方一星。玆使 t_e 爲東方一星之時角；t_w 爲西方一星之時角；HS_eS_w 爲同高圓平面與 $NESW$ 地平圈平行，在此圓平面上，無論何處，均距地平圈等，亦卽無論何處其高度相等也 (circle of equal altitude)。在第六十圖中，因兩星之赤緯不等，故 S_w 較 S_e 距離北極 P 爲遠，換言之，卽 S_w 之赤緯較小而其時角亦隨之而小也。



第六十圖

利用球面三角學中之公式，吾人可以得到緯度高度赤緯及時角之互相關係如下列之公式:——

$$\sin h=\sin D\sin L+\cos D\cos L\cos t\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

由第六十圖中,可見西方之星赤緯旣小，其時角亦隨之而小，故欲知赤緯與時角互相變化之關係(即如赤緯小一度，時角應少若干，或赤緯小一秒，時角小多少也)，可微分上式而以 t 及 D 爲變數，則得下式:——

$$0=\sin L\cos D\,dD-\cos D\cos L\sin t\,dt-\cos L\cos t\sin D\,dD$$

解算上式後得:——

$$dt=dD\left(\frac{\tan L}{\sin t}-\frac{\tan D}{\tan t}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

由以前所講，吾人知下列各式:——

$$S=R_w+t_w$$

$$\underline{S=R_e-t_e}$$

$$S=\frac{R_w+R_e}{2}+\frac{t_w-t_e}{2}$$

故由上式可知兩星赤經平均數之更正值爲$\frac{t_w-t_e}{2}$，亦即兩星時角相差之半數，此時角相差之半數，蓋因乎兩星赤緯相差之半數而來也。無論時角相差之半數或爲赤緯相差之半數，其值必小，故可以 dt 代替 e，而以 dD 代替$\frac{1}{2}(D_e-D_w)$，又使 t 爲 t_e 及 t_w 之平均數；D 爲 D_e 及 D_w 之平均值。t 之值不獨因兩星赤經不同而生影響，且因觀測

兩星時間之各異，亦有出入，總而論之，t 之值如先測東方一星則等於下列公式之數值：——

$$\frac{1}{2}(R_e-R_w)+\frac{1}{2}(T_w-T_e);$$

如先測西方一星則等於下列公式之數值：——

$$\frac{1}{2}(R_e-R_w)-\frac{1}{2}(T_e-T_w)$$

玆使　e ＝兩星赤經平均半數之更正值

$$dt=-15\,e$$

$$d=\frac{D_e-D_w}{2\,t}$$

$$A=-\frac{t}{15\sin t}$$

$$B=\frac{t}{15\tan t}$$

於是替入公式(2)中則得：——

$$e=A\,d\tan L+B\,d\tan D\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

上列公式名曰同高度方程式 (equation of equal altitude)。其中之 15 之用意，乃將 e 之角度秒數單位化作時間秒數之單位；D_e-D_w 之單位爲弧度秒數(seconds of arc)；$\log A$ 及 $\log B$ 可於附表八中查得之。

〔舉例〕 1904 年十二月十八日在西經 71°03′45″ 及北緯 42°28′ 地方測 α Orionis (在子午線東)及 α Aquilae (在西方)兩星，以定時間。

星名:—	赤經:—	赤緯:—	錶上時刻:—
a Orionis(E)	$5^h\,50^m\,02^s.6$	$+7°23'\,13''.8$	$6^h\,50^m\,40^s$
a Aquilae(W)	$19^h\,46^m\,07^s.4$	$+8°37'\,10''.5$	$6^h\,41^m\,18^s.5$
平均	0 48 05.0	+8 00 12.2	6 45 59.2
相差	10 03 55.3	−1 13 56.7	9 21.5
	9 21.5		
$2t$ =	$9^h\,54^m\,33^s.8$		

$$\log(D_e-D_w)=3.6471(\text{負數})$$

$$\log 2t=0.9961$$

$$\log d=2.6510(\text{負數})$$

$$\log d=2.6510(\text{負數}) \qquad \log d=2.6510(\text{負數})$$

$$\log A=9.5354(\text{負數}) \qquad \log B=8.9672$$

$$\log\tan L=9.9615 \qquad \log\tan D=9.1480$$

$$\log \text{第一項}=2.1415 \qquad \log \text{第二項}=0.7662(\text{負數})$$

$$=+140^s.6 \qquad =-5^s.8$$

$$-\ 5.8$$

$$e=+\ 134^s.8$$

$$=+2^m\,14^s.8$$

$$\text{赤經平均}=0^h\,48^m\,05^s.0$$

$$e\ =+\ 2\ \ 14.8$$

$$\text{恆星時}=\ 0\ 50\ 19.8$$

上列之恆星時，如化爲標準時則等於 $6^h\,45^m\,58^s.4$，但觀測兩星時

間之平均數爲 $6^h\,45^m\,59^s.2$,故錶快 $0^s.8$ 也。

上述觀測之法,其便利之處,在不用高度以計算時間,故指標差及折光影響,均可不必顧及。在觀測之先,最宜預將兩星行至同高度之時間算出,在該時間前數分鐘,起始測望星體,免生慌忙,不知所措之慮。觀測之時,先測東方之星,抑先測西方之星?本無規定,可隨意爲之,倘遇一明一暗兩星,則先觀測明者,再估計其他一星經過十字橫線之時間,俾易尋覓其地位也。

兩星之赤緯,不可相差過多,總在 3 度及 5 度之間爲宜。此法近於赤道地方,行之較易,在緯度過高之地,幾無法以觀測之。公式 (2) 可以再化作下式:——

$$e=\frac{-1}{2}\,(D_e-D_w)\left[\frac{\tan L}{\sin t}-\frac{\tan D}{\tan t}\right]\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

上式 e 及 (D_e-D_w) 均以時間秒數爲單位,故用(3)式以算 e 值,無須在表上查尋 $\log A$ 及 $\log B$ 之煩也。此種觀測之法,其困難處,乃在選擇成對星體之不易耳。

〔舉例〕 同前例,惟用公式(3)以計算 e 值如下:——

$$\begin{array}{rlrl}
\log\tan L = & 9.9615 & \log\tan D = & 9.1480 \\
\operatorname{colog}\sin t = & 0.0165 & \operatorname{colog}\tan t = & 9.4483 \\
\log\dfrac{D_e-D_w}{2} = & \underline{2.1700}(\text{負數}) & \log\dfrac{D_e-D_w}{2} = & \underline{2.1700} \\
 & 2.1480 & & 0.7663 \\
 & +140^s.6 & & \\
 & \underline{-5.8} & & -5^s.8
\end{array}$$

$$e=+134^s.8=\underline{+2^m\,14^s.8}$$

(36)觀測一星體之高度以定時間法　觀測一恆星或一行星之高度，可以計算當時之恆星時。觀測之際，星體在正東或正西時爲宜，測時記載其高度及其時間，乃用下列之公式以計算其時角：——

$$\tan\frac{1}{2}t=\sqrt{\frac{\cos S\sin(S-h)}{\sin(S-L)\cos(S-p)}}$$

上式中 t 爲該星之時角；h 爲該星之高度；p 爲該星之北極距離；L 爲觀測者之緯度；S 則等於$\frac{1}{2}(L+h+p)$ 也。時角算出後，則由航海曆書查出該星之赤經 R，於是：——

$$S=R+t$$

恆星時 S 算出後再化作標準時，而與鐘錶所記時刻作一比較，則知吾人鐘錶之爲快抑爲慢也。

〔舉例〕 1907 年一月九日在西經 71°17′.5 及北緯 42°18′ 地方觀測在東方之 Jupiter 之高度。

觀測所得之高度＝	44° 55′	時間＝$7^h\ 32^m\ 02^s$
指標差＝	−1′	
折光差＝	−1′	
眞高度＝	44° 53′	$D=+23°18'09''.5$
		$p=\ 66°41'50''.5$

$L=$	42° 18′.0	
$h=$	44° 53′.0	$S-L=34°38'.4$
$p=$	66° 41′.8	$S-h=32°03'.4$
	152° 112′.8	$S-p=10°14'.6$

$\therefore \quad S = 76° \ 56'.4$

$\log \cos S = 9.35405 \qquad \log \cos (S-L) = 9.75467$

$\log \sin (S-h) = \underline{9.72490} \qquad \log \cos (S-p) = \underline{9.99302}$

$9.07895 \qquad 9.74769$

9.07895

9.74769

$2 \,|\, 9.33126$

$\log \tan \frac{1}{2}t = 9.66563$

$\therefore \quad \frac{1}{2}t = 24° \ 50' \ 48''$

$t = 49° \ 41' \ 36''$

$= 3^h \ 18^m \ 46^s.4$(東)

赤經$= \underline{6 \quad 18 \quad 59.8}$

恆星時$= 3^h \ 00^m \ 13^s.4$ 相當錶上時刻 $7^h \ 32^m \ 02^s$

附註: (觀測木星,視差可以忽略不計,若測水星及金星則應有視差之更正)

(37)經度之觀測法 經度 (longitude) 之規定,以格林維治天文台爲 0 度起算,向其東 180 度,向其西 180 度,故有東經及西經之別,例如廣州經度爲東經 113°30′ 者,即自格林維治起向東 113°30′ 也。吾人知平均太陽在赤道上每日視動一週,爲 24 小時。故經度之計算,亦可以時間爲單位,例如廣州爲東經 $7^h \ 30^m$ 也。由此而知,兩地經度之差,亦卽兩處地方時之差,如知甲地之經度,同時並知甲乙兩地同時之地方時相差若干,如加減於甲地之經度中,卽知乙地之經度矣。普通測定經

度之方法有四，曰計時法；曰電報法；曰時刻報告法；曰月過子午圈法。茲分述之於下：——

(38) 用計時法以定經度之觀測法　在此方法中，先在已知經度之地方(或曰在第一子午線上)，用前述方法，測定時表之差錯，同時並將其速率定準，(定準方法，乃在同地於次日該時再觀測之，以視時表是否恰爲二十四小時)。時表速率定準後，乃攜之至欲求經度之地方，再在此地觀測時間之差錯。倘時表速度準確，則兩地之經度差即等於兩地時間差錯之差值也。茲假設先在甲站測時，再至乙站觀測，甲站在東，乙站在西。爲校對時針速率，使 r 爲時針日準率(daily rate in seconds)；失時爲正數(＋)；得時爲負數(－)；在甲站時間之差錯爲 c；在乙站爲 c'；d 爲兩地觀測相差之日數；T 爲在乙站時錶之讀出數。於是兩地經度差數之求法如下：——

$$乙站之地方時=T+c'$$

$$甲站之地方時=T+c+dr$$

$$兩地時間差=經度差=c+dr-c'$$

〔舉例〕 觀測甲地之地方俗用時，時錶慢 $15^m\ 40^s$；在乙地觀測(乙地在甲地之西)，則時錶慢 $14^m\ 10^s$，所用之時錶，經校對後，每日快 8 秒。在乙地觀測時乃在甲地後兩日，試求兩地經度差。

$$+15^m\ 40^s-2\times 8^s-14^m\ 10^s=1^m\ 14^s$$

故知乙地在甲地之西 $1^m\ 14^s$ 或 $18'\ 30''$ 也。

(39) 用電報法以定經度法　用電報通信，以定經度法，結果準確，故採用者極多。惟在通信之前，須先按測時各法，求時間星經中之時刻，

以各定兩地之地方恆星時 (local sidereal time)。然後將測得之地方恆星時記錄於鐘錶之內。但鐘錶之行率,是否與恆星時相符合,應再測時以校對之。兩錶差錯旣知,始可互相報告各地之恆星時刻,通報之時,可用電報機,連斷電流,以爲信號,但爲準確起見,應互通信號數次或十數次,而取其平均之值。惟電流行動,多少亦需些微之時間,故爲避免此種差錯計,通信之時,先由東者報告西者,再由西者報告東者,如此交替而行,則此種差錯,自能免除。人事疏忽之錯誤,往往甚大,今則以機械助之,亦不致易於發生。在各種差錯,皆行免除之後,則每一信號之發出,卽得東地之時刻,同時又得西地當時不同之時刻,兩種時刻之比較,卽爲兩地經度相差數。但學者須加注意者,兩地所報之時刻,均爲地方恆星時,而恆星時得來,則由專記恆星時之鐘錶 (sidereal chronometer) 讀得也。在一九二二年以後,美國各地之經度,多以華盛頓之經度爲根據,而由該處無線電報告之標準時刻,以定各地與華埠經度差,爲法亦極便利。但用有線電通報法,往往求得之經度差中,不免差錯,惟其值極微,不過 0.01 秒,等於地球面上十呎之距離耳。

(40) 由時刻之報告以求經度法 (Longitude by Time Signals) 若欲用簡便之方法,而得某地大約之經度,可用公共機關報告之標準時刻以定之。此種時刻,可由電報局,火車站或由無線電播音而得之,如有午炮或正午響號,尤爲便利。但測者仍須用測時各法,以求其地方時,然後將測得之地方時與所得之標準時相比較,則得該地與標準時刻所根據之經度之經度差,若知標準時刻所根據之經度,則不難求出該地之經度也。

〔舉例〕 測得太陽之高度爲 $27°\ 44'\ 35''$；觀測地之緯度爲北 $42°\ 22'$；太陽赤緯查得爲 $19°\ 00'\ 09''$ 北；時差爲 $+3^m\ 48^s.8$；錶記時間爲 $4^h\ 18^m\ 13^s.8$。由此記錄之各值，求出地方平均太陽時爲 $4^h\ 33^m\ 43^s.9$，故錶慢 $15^m\ 30^s.1$。若以校對後鐘錶所記之正午時刻，與當地正午響號相比較，則鐘錶快 6 秒，即當地之地方時較標準時快六秒也。茲計算該地之經度如下：——

$$\begin{aligned}
\text{地方平均太陽時之更正} &= +15^m\ 30^s.1 \\
75°\ \text{東標準時之更正} &= \underline{-00\ \ 06.0} \\
\text{兩地之經度差} &= \ \ 15^m\ 36^s.1 \\
&= 3°\ 54'\ 01''.5
\end{aligned}$$

$$\text{故該地之經度} = 75° - 3°54'.0 = 71°06'.0\ \text{西}$$

(41) 月過子午圈之定經度法 月過子午圈法，不甚準確，然不須知其他各處之時間，且到處可以應用而不生限制，此其較前述各法之便利處也。其觀測大意，乃求月在子午圈上之赤經，航海歷書或天文歷書上，條列格林維治俗用時每時月亮之赤經，可資吾人之查閱，故既知月過子午圈之時間，并查得該時月之赤經，則格林維治相當之俗用時，亦可知悉，於是兩地時間之比較，即得該地與格林維治之經度差，亦即該地之經度也。

在觀測之時，先安平經緯儀於子午圈上，注意月之亮邊緣經中之時刻及其他恆星（與月之赤緯數值相差不多者）經中之時刻。觀測時月及星之經中時刻相差數值(必要時須化作恆星時)加入或減自星之赤經值中，則其差數，則爲月邊緣之赤經值，倘觀測不止一星之時，則平均諸星

之赤經而用其平均值。但吾人所欲求者，乃月經中時其中心之赤經，非其邊緣之赤經也，故由已求得之月邊赤經，加以當時半徑更正，則得月心之赤經，在計算此種更正之時，須注意觀測時間內，月之赤經，有增加數值之可能，故其結果，非月邊經中時，月心之赤經；乃月心經中時，月心之赤經。如觀測月之西邊緣時，則半徑更正須加入，如東邊緣時，則須減去，所得者爲月心經中時之赤經，亦卽當時地方恆星時也。當時地方恆星時旣已求得，於是翻閱曆書，按照其中所列月之赤經每時之數值，用插算法，以求當時格林維治之俗用時可也。

比較觀測地及格林維治之時刻，須將查算所得之格林維治當時俗用時，化作恆星時，然後兩者相差之值，卽該觀測地之經度也。

在預備觀測之先，須參閱天文曆書，視其是否當日可以工作，如能工作，則須預知經中之時間，俾便預備也。月之視高度 (apparent altitude)須加以計算并更正其視差，因月之視差甚大，倘不注意，則仰起鏡頭，視域之中，不得見月影矣。計算此種更正，先查出月之地平視差更正數(horizontal parallax)，然後再以月之高度餘弦值乘之，卽得其視差更正值，因月影如在地球中心觀測之，則其地位較實際所視者爲低，故更正值應自視高度中減去之也。

月之赤經變動甚快，每一分鐘之時間，可以增加兩秒之多，故在求算月之赤經時，倘有錯誤，則求得之經度，亦必發生錯誤，且其錯值，將有三十倍大也。由此可觀，在求極度準確之經度時，此法不足爲用，但有一極大之便利，如記載格林維治時刻之時鐘停止，且無能知悉之時，可用此法以恢復之也。

〔舉例〕 1925 年七月三十日觀測月亮以求經度。月亮西緣經中時刻爲 $7^h\ 27^m\ 14^s$; σ Scorhii 經中時刻爲 $7^h\ 29^m\ 20^s$

σ Scorhii	7^h	29^m	20^s
月緣(西)	7	27	14
兩星體經中時距＝		2^m	06^s
化恆星時段更正數＝			0.3
恆星時段＝		2^m	$06^s.3$
σ Scorhii 之赤經＝	16	16	39.5
月西緣之赤經＝	16^h	14^m	$33^s.2$
月心經中時間更正＝		1	10.36
月心之赤經＝	16^h	15^m	$43^s.56$＝地方恆星時

自曆書查出：——

七月三十一日 G. C. T.:—	月之赤經:—			每分鐘相差值:—
0^h	16^h	14^m	$37^s.54$	$2^s.3986$
1^h	16	17	01.64	$2^s.4049$
		2^m	$24^s.10$	63

$16^h\ \ 15^m\ \ 43^s.56$

$16\ \ \ 14\ \ \ 37.54$

$1^m\ \ 06^s.02$ ＝$66^s.20$…log 1.81968 每分鐘相差值之插算:—

每分鐘相差值之插算 ＝2.4000…… $\dfrac{\log 0.38021}{1.43947}$ $\dfrac{33.0}{144.1}\times 63=14$

$27^m.509$ $\quad 2.3986+0.0014=2^s.4000$

$$= 27^m.\ 30^s.5$$

G. C. T. =	0^h	27^m	$30^s.50$	
(赤經+12) =	20	32	23.49	
更正數 C =			04.52	
格林維治恆星時 =	20^h	59^m	$58^s.51$	
地方恆星時 =	16	15	43.56	
該地經度 =	4^h	44^m	$14^s.95$	$W = 71°\ 03'\ 45''\ W.$

(42)緯度之觀測法　緯度之觀測，亦爲大地測量工作之一，如三角站之位置，須以其經緯度以定之，而觀測時間及觀測地平經度諸法中，均應預知觀測者所在地之緯度，故緯度之觀測，實具有重要性者也。茲將緯度之觀測法陸續述之於下。

(43)北極星經過子午圈法　此法之觀測，甚爲簡單，卽求得北極星經中時之高度後，用公式 $\phi = h \mp (90° - \delta)$，以計算緯度 ϕ 也。觀測之時，須預先算出北極星經過吾人子午圈（自然應預知子午圈方向）之時間，其算法已於第(27)節，詳細講過，無庸再贅。時間旣知，則於半小時前，安平經緯儀於子午圈平面之中，仰起望遠鏡於一定之高度（高度之求法亦於(27)節講過），以尋覓極星，惟觀測之前，直立圈化徼有無指標差，務應檢查，俾加以更正。如爲一整圈者，可正置及倒置望遠鏡各測一次，而取平均之值，惟此兩種之測法，時間不可過二三分鐘，否則經中位置已行變動，所得結果不能準確矣。如極星經中時刻在薄暮之時，目力雖不能見，如以球面座標位置用經緯儀觀測亦可得見，再早日光略強之時，則不可能矣。

〔舉例〕 觀測北極星上經中時之高度爲 43° 37′,示標差爲 +30″,試求其地之緯度。

由曆書查得該星赤緯爲 88° 44′ 35″,故其極距爲 1° 15′ 25″。

∴	觀測高度 =	43°	37′	00″
	示標差 =			+30
	折光更正 =		1	00
	眞高度 =	43	36	30
	極距 =	1	15	25
	緯度 =	42°	21′	05″

(44) 正午太陽高度法 在正午觀測太陽高度，亦卽上節所講之方法，不過不望極星而望太陽耳。觀測之時，如知子午圈方向，可安平經緯儀於其平面中，預先計算地方時之正午爲標準時之正午，屆時測定其高度。如不知子午圈之方向時，亦可觀測，蓋太陽在經過子午圈時之高度，其值較其他任何位置爲大也。觀測之時，(在計算時間前二三分鐘)，焦點務須校準，若以十字橫線平分太陽而求其中心，實爲不可能之事，故只可將十字橫線切於太陽之上或下邊緣，再用圓盤及直立圈之切線螺絲，隨太陽上升而移動十字橫線（卽隨時將橫線切於太陽之上或下邊緣上)，俟太陽不再上升而略作橫行之時（此時亦卽起始下降)，卽停止切線螺絲之動作，而記載直立圈之角度，再檢查其指標差值，併記於野簿之中，以備計算可也。不過此時所記載之太陽高度，乃其下邊緣之高度，若求其中心之高度，尙須加其半徑更正值；求其中心之眞高度再須加上指標差；視差及折光之更正也。眞高度旣知，可以公式

$\phi=90°-(h-\delta)$以求緯度。

〔舉例〕 一九二五年一月二十五日觀測太陽下緣之最高高度爲 $26°\,15'$；示標差爲 $+1'$；經度爲西 $71°\,06'$；在該日格林維治俗用時零時太陽之赤緯爲 $-21°\,15'\,19''.4$；太陽赤緯每時變率爲 $+26''.89$；在次日該時太陽之赤緯爲 $-21°\,04'\,21''.9$；每時變率爲 $+27''.90$；時差爲 $-9^m\,17^s$；半徑更正爲 $16'\,17''.53$；試求該地之緯度？

地方視太陽時＝	12^h	00^m	00^s
經度　＝	4	44	24
格林維治視太陽時＝	16^h	44^m	24^s
時差　＝		-9	17
格林維治俗用時＝	16^h	53^m	41^s
在零時赤緯＝	$-21°$	04	21'''9
$+27''.9\times7^h.1=$		$03'$	$18''.1$
更正後之赤緯＝	$-21°$	$07'$	$40''.0$
觀測太陽下邊緣高度＝	$26°$		$15'.0$
示標差　＝			$+01'.0$
折光更正　＝			$-\ 1'.9$
半徑更正　＝			$+16'.3$
視差　＝			$+\ 0'.1$
赤緯　＝	$-21°$		$07'.7$
餘緯　＝	$47°$		$38'.2$
	$90°$		$00'.0$
緯度　＝	$42°$		$21'.8$

(45) 時間已知之北極星高度法　上述諸法之觀測，均有時間之限制，往往有不便之處，用此法觀測，可免此弊，換言之，卽任何時間均可觀測，但時錶之大約差誤，須預先知悉。吾人知北極星距北極頗近，不過一度有餘而已，故時之誤差小有出入，不致影響觀測之結果也。觀測之時，最好在十分鐘（最多）內，連續觀測數次，此數次中，又宜以半數正置望遠鏡而觀測，而以另一半，倒置而觀測，將所有之高度之平均，爲該星測得之高度；同時將所有之時間平均之而爲觀測時之時間，以爲計算緯度之用。

觀測時北極星之時角 t，須預先算出；所記時間如爲標準時間，則須先化作地方俗用時，然後再化爲地方恆星時。時角 t 者，亦卽該星赤經及此地方恆星時之相差值耳。既知北極星之時角，高度及其極距，可以下列公式，算計緯度：——

$$\phi=h-p\cos t+\frac{1}{2}p^2\sin^2 t\tan h\sin 1''$$

上式 ϕ 爲緯度；h 爲北極星之高度；p 爲其極距（p 之單位應用秒數）。

〔舉例〕 1907 年一月九日觀測北極星之高度以定緯度。

	時錶記錄:—			觀測之高度:—		
	6^h	49^m	26^s	$43°$	$28'$	$30''$
		51	45		$28'$	$30''$
		54	14		28	00
		56	45		28	00
平均	6^h	53^m	$02^s.5$	$43°$	$28'$	$15''$

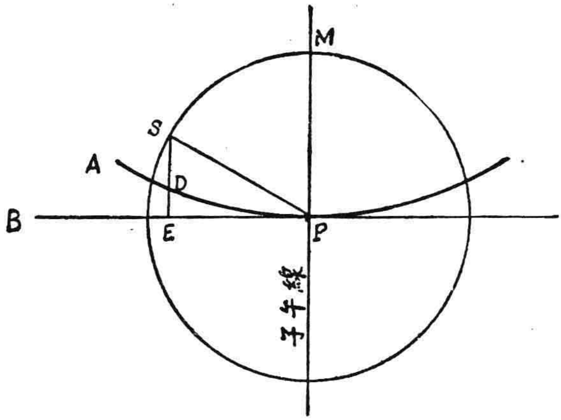
指標差$=-1'0''0$; $p=1°11'09''=4269''$; $t=13°50'.7$（自觀測時刻算出）於是緯度計算如下：——

$$\begin{array}{rl}
\log p = 3.63033 & \log\left(\frac{1}{2}\sin 1''\right) = 4.3845 \\
\log\cos t = \underline{9.98719} & \log p^2 \quad = 7.2607 \\
\log(p\cos t) = 3.61752 & \log\sin^2 t \quad = 8.7578 \\
\therefore\ p\cos t = -4145.''0 & \log\tan t \quad = \underline{9.9763} \\
 & 0.3793
\end{array}$$

公式最末項$=+2''.4$

$$\begin{array}{rrrr}
\text{觀測之高度}= & 43° & 28' & 15'' \\
\text{指標差}= & & -1 & 00 \\
\text{折光}= & & -1 & 00 \\
\hline
\text{眞高度}= & 43° & 26' & 15'' \\
p\cos t+\frac{1}{2}p^2\sin^2 t\tan h\sin 1''= & 1 & 09 & 03 \\
\hline
\text{緯度}= & 42° & 17' & 12''\ \text{北}
\end{array}$$

關於本節之公式，如以第六十一圖解釋之，亦可明瞭其意義。在第六十一圖中，P 爲北極；S 爲北極星；MS 爲其時角；PDA 圓弧爲與地平圈平行而經過極頂之大圓。在此圖內，可與上述公式，作一解釋。D 點在 PDA 大圓上，故與北極同高度，公式中第二項 $p\cos t$ 乃大約等於自 S 至 E 之距離，E 點乃在 PB 時圈上之一點也。所欲求之距離爲 SD，亦卽北極及北極星高度相差數。公式末項大約等於 DE 之距離。S 若在 P 之上，DE 自 SE 內減去；如在其下，則加至 SE 內也。



第六十一圖

(46) 用時間星之高度法　此種方法，亦極爲簡單，所謂時間星，卽附近赤道上下之恆星也。觀測之時，亦卽在子午圈平面中，測其高度，再用公式 $L=90°-(h-D)$ 以計算緯度 L 也。觀測之時，必須預知子午線之方向，倘不知時，可俟星之高度走至最高之時，卽記載其高度，亦能爲計算之用，蓋星體經過子午圈時，其高度乃其最高者也。然在任何時間觀測之時，最宜在星體經中時前數分鐘爲之，同時並將觀測時之時刻校準，並化作地方恆星時，卽能將其高度算出。吾人須知恆星之行動軌跡，乃一弧線，在經中時，則變爲橫行。星體在經中時之高度與其未至經中前於任何時間之高度相差值，可以下列公式算出之：——

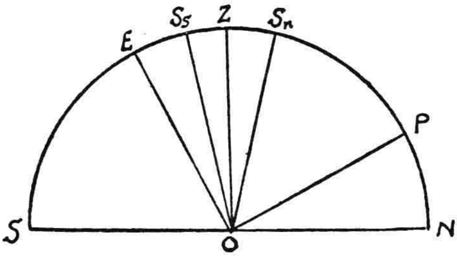
$$c=112.5\times t^2\times\frac{\cos L\cos D}{\cos h}\sin 1''$$

$$(\log 112.5\times\sin 1''=6.7367)$$

上式 c 卽爲高度之更正，t 爲星體在經中前或後之時間，換言之，

即爲觀測時星體之時角；h 爲觀測時星體之高度，D 爲其赤緯也。其 L 之値，僅知大約數，即能爲用，不須甚準，因 L 有少許之錯誤，所影響於 c 者甚少耳。用此法以測緯度之時，星體距經中時不可多於 30^m。

(47) 泰爾科特法 (Harrebow-Talcott Method)　用此法以測緯度，較爲精確，惟須用天頂望遠鏡 (zenith telescope)，俾能得見天頂附近諸星體。此法之原則，乃測天頂南北兩側二星之天頂距離之差值，然後再計算緯度。觀測之時，選擇適當二星體，使其天頂距離之差，不可過



第六十二圖

大，且使觀測之全角距均在視域之中。茲將其原述之於下。參閱第六十二圖。NS 爲子午線；EO 爲赤道；Z 爲天頂；P 爲北極；S_s 及 S_n 爲天頂南北星體也。EZ 爲觀測者之緯度。茲使 D 爲赤緯；Z 爲天頂距離。

由南面一星計算：——

$$\therefore \quad EZ = ES_s + S_s Z$$

或 $$L = D_s + Z_s$$

由北面一星計算：——

$$EZ = ES_n - S_n Z$$

或 $$L = D_n - Z_n$$

故二者取其平均，則得：——

$$L=\frac{D_s+D_n}{2}+\frac{-Z_n+Z_s}{2}$$

上式應加折光更正其計算如下：——

$$C_f=\frac{1}{2}(\gamma-\gamma')$$

式中 γ 及 γ' 爲南北兩星之折光更正也。故所採用之公式如下：——

$$\therefore\ L=\frac{1}{2}[(D_s+D_n)+(Z_s-Z_n)+(\gamma-\gamma')]$$

第四編 大地水平測量

(1) 大地水平測量之分類 大地水平測量，共分三類，一曰精密水平測量 (precise leveling)；一曰三角水平測量 (trigonometric leveling)；一曰氣壓水平測量 (barometric leveling)。吾人測量之時，應遍於所測面積之內，設立水準點 (bench marks)，以爲立面控制 (vertical control) 之用，而設立此種水準點時，必需用精密水平測量之法也。三角水平測量之爲用，乃於甚短之時間，測出各三角測站之高度，以爲測繪該處地形高度之根據。至於氣壓水平測量，乃完全用在踏勘測量工作之中者也。茲分述之於下。

(2) 精密水平測量 精密水平測量之與普通水平測量並無其他不同之處，不過其施測之方法及所用儀器之構造，較爲精密詳細而已。吾人測量之前，必先定控制之計劃。控制計劃，一爲平面控制，在大地測量中，以三角網爲之；一曰立面控制，則以精密水平法爲之，關於此點，則如普通水平法爲導線網之立面控制然也。美國大地測量，用此法設立之水準點，遍於其地，無論何處，均可尋出其水準點以爲測量立面控制之用，極爲便利。

(3) 水平測量差錯之由來 水準點既須用精密水平測法以設立之，則於施測時所生差錯之由來，不可不一探詢之，以爲預防之標準。吾人測量水平工作之時，最易發生之差錯，大蓋如下：——

(1) 因土質鬆軟，水平儀安平後，三足架脚，逐漸下沈。

(2) 儀器各部，構造不同，遇有溫度之升降，必生不等之伸縮。

(3) 近地面甚近之空氣，恆生不均等之折光影響。

(4) 前後視，距離儀器不等，以致儀器未調整所生之差錯，不能盡銷。

(5) 轉點地位之不適當。

(6) 水平尺不垂直地面。

(7) 水平尺之長度有差錯(溫度及濕氣關係)。

(8) 測視之時，儀器上之水準氣泡不在中心。

上述八種差錯之由來，均為習見而不注意之事，故於精密水平測量工作之時，務宜盡行設法銷除之，始能得到相當之準確，三足脚下沈之時，倘觀測而抬高此線，則於他線之時又降低之，彼此相抵，差錯即除。例如 A 及 A' 為兩後視點，B 及 B' 為兩前視點(自一處儀器所視得者)，倘先測視 A 點，再視 B 點，則足架下沈之後，使 B 之讀數，較實際為小，故由之所計算之轉點高度，將較實際為高。倘於視竣 B 後，繼測 B' 點，最後測視 A' 點，則 A' 點讀數亦較實際為小，而由之計算所得之轉點高度，遂較實際為低。如三足架下沈深度兩次相同，則兩次算得之轉點高度平均數，自可無足架下沈之差錯矣。吾人測量水平之時，當採用雙轉點法 (double-rodded line)，在此法之中，測視前後點，須按照上述之秩序為佳也。

儀器站立於一處之時間愈短，則因三足架下沈及溫度升降所發生之差錯愈少。但無論何時何地，在測量水平之際，常應以傘遮著儀器，以免為太陽照射或為風所搖擺。即測者自身，亦不可靠近儀器，免身上熱

度，傳入儀器也。因此之故，儀器各部之常爲人接觸者，如水平螺絲，及焦點螺絲等物，均以象牙或其他不傳熱之材料製造之，其防範之週，無微不至也。

距地面甚近之空氣，恆生不均之折光。但將三足架收緊而使望遠鏡抬高，則視線亦隨之而高，故此種差錯，亦可避免，不過如此辦法，恆使儀器站立不穩，亦非所宜。故精密水平所用儀器之三足架，特別高大，蓋此因耳。地面空氣折光，以清晨及後午爲甚，是以在中午之時，影響最少。

前後視距離儀器不等所生之差錯，可在望遠鏡中之十字線上，加增視距線兩條，則於安置儀器之時，知前後視之距離爲若干，而此弊亦可銷除矣。故精密水平測量野簿之記錄上，常載前後視之距離，以資考核，因地形關係，常常不能使前後視相等，但在可能之下，必使其相差之數愈小則愈佳也。故選擇轉點之時，如無適當地方，有時可用磚塊或其他之物替代之，可以減少差錯甚多。

水平尺不垂直所生之差錯，校正方法，極爲簡單，其法乃在尺上加設一水準氣泡而已。有此水準，則持尺之人，隨時可以之作爲標準，決無錯誤之可能。尺之長度，每隔若干時，必一檢查其長度，如有不準之時，則加以調整。同時水準氣泡，亦應加以檢查。如此，則水平尺所生之差錯，可完全消除矣。

觀測之時，如氣泡不在中心，足使所測結果，發生甚大之影響，此種差錯，亦有法可以避免，其法乃使吾人觀測之時，亦能見水準氣泡，是否在其中心。故略精之水平儀，在水準之旁或其上，必有玻璃鏡面一片，卽

爲測者所用者也。測量之人，一眼視望遠鏡，另一眼同時視此鏡片中氣泡之影，則此種差錯，隨時均可避免也。〔望遠鏡之下，往往有一測微螺絲 (micrometer screw。) 如測望之時，氣泡不在中心，則用之使視線上下移動，俾氣泡歸中〕。

(4) 精密水平測量所用之儀器 精密水平測量所用之儀器，名曰精密水平儀 (precise level)。其望遠鏡之放大力極高，且爲倒影，除十字線外，並有視距線兩條，此外並有最敏之水準氣泡兩個，附有玻璃鏡片各一，俾一眼測視，另一眼得見氣泡也。此種水平有水平螺絲三支，除互相垂直之兩水準外，另有中心水準一只 (circular level)，以爲安平儀器之時，作粗略水平之標準也。精密水平儀亦有活鏡及固鏡之分 (wye-level and dumpy level)，其意義與普通所用之水平相同。

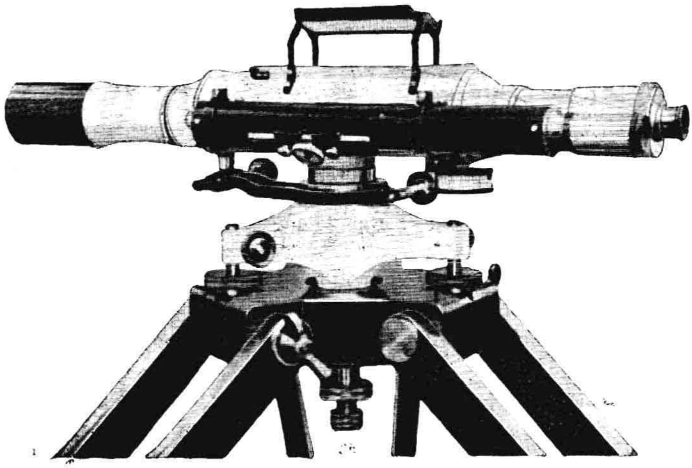
(5) 克恩式水平儀(Kern Level) 此種精密水平儀，爲瑞士克恩公司所製造，因以得名。其樣爲活鏡式，活圈之下，有跨水準一(striding level) 水準之上，附有鏡片，可以上下啓閉，其所照氣泡之影，吾人測視時，可以直接望見。在粗略安平儀器時，可用其中心水準。其望遠鏡目鏡之下，有測微螺絲一支，倘發現水準氣泡不在中心之時，可旋轉之，使視線在一垂直平面中，上下移動。其望遠鏡放大力爲五十倍其直徑。美國工程司在大湖測量時，嘗購用之。

(6) 斯坦夫式水平儀(Stampfer Level) 在 1877 至 1899 年，美國海岸測量隊，即用此種水平儀，以測量立面之控制。此種水平亦爲活鏡式，亦有跨水準及測微螺絲，如克恩水平然。惟美國海岸測量隊測量時，此種儀器之跨水準上，無玻璃鏡片，蓋彼等所測之方法不需要此種

之設備也。其望遠鏡放大力爲三十七倍其直徑。

(7) 門頓夫式水平儀(Mendenhall Level)　門頓夫水平儀，大致與上述兩種相同，其不同之處，乃在其中心，另設一樞軸，俾於測視之際，如再安平儀器時，儀器之高度，不致變動。所有螺絲之柄，均爲不傳熱材料所製成，其望遠鏡放大力爲五十倍其直徑。

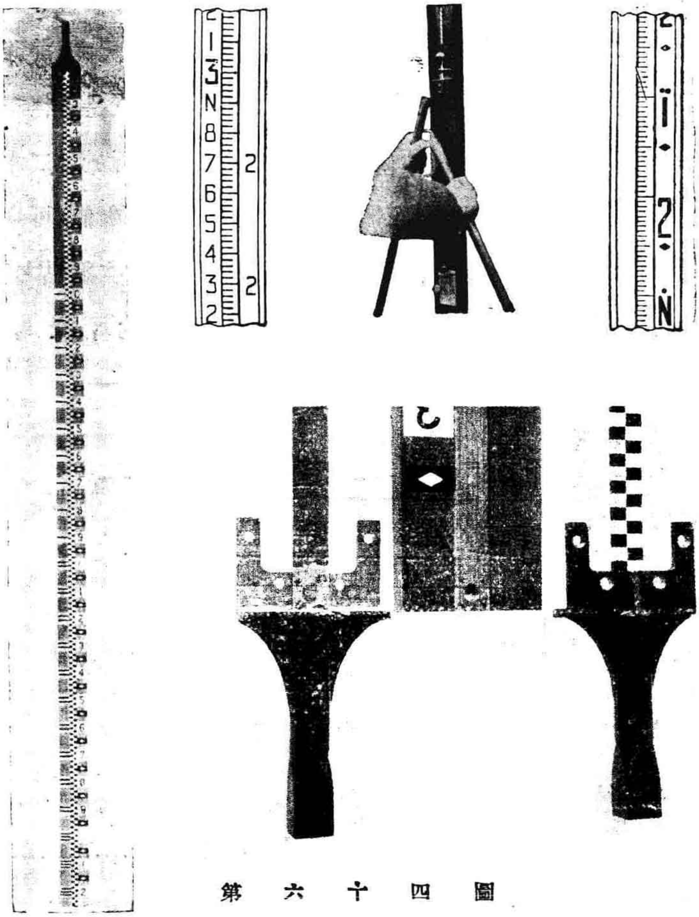
(8) 美國大地測量所用之水平儀(U. S. Coast survey Level)此種精密水平儀，爲定鏡式，其望遠鏡爲鐵及鎳之混合物所製成，其因溫度升降而生伸縮之係數極小。跨水準乃在望遠鏡之上，與視線相離甚近，俾水平線與視線之平行，不致因局部構造之伸縮而擾亂之也。水準之上，並無玻璃鏡，不過在望遠鏡之旁，又設一望鏡，此望鏡之中，利用三棱鏡之辦法。使水準氣泡之影，反射於其中，故測量之時，用右眼測望水平尺，左眼可看其中之水準氣泡也。望遠鏡之下，亦有測微螺絲，以校



第　六　十　三　圖

對水準。此種水平儀,構造詳密,使用便利,故工作速度,可以增加。望遠鏡放大力,爲 43 倍其直徑,其中除十字線外,並有視距線兩條。參閱第六十三圖。

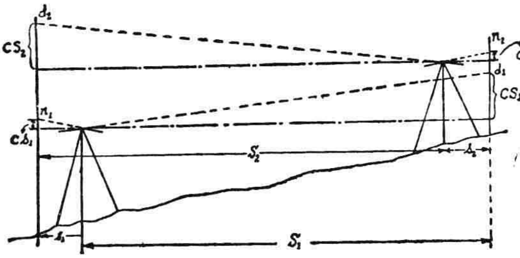
(9) 精密水平尺 (Precise Leveling Rods) 在過去之二十五年中,大地水平測量之水平尺,大部均爲自讀式 (self-reading)。此種所用者,完全不能升長 (non-extensible),尺之橫斷面分爲兩種,一爲一字形,一爲丁字形,尺之表面浸以石蠟,俾防濕氣之損害。因精密水平望遠鏡恆爲倒影,故尺之字數常倒寫,以便測視之時,仍爲正影。在美國大地測量時所用之尺乃以公尺爲標準,尺上最小一格爲一公分。現在常用者,其橫斷面恆爲一字形,其數目字,乃在一引佛鋼片上刻成,然後附於尺上,以圖準確。尺之後面,有溫度表及水準各一,以測其溫度,及校對垂直之用。尺脚扁平,易於著地,而在鐵路軌釘上,或其他鐵釘而釘於鐵路枕木之上者,以作轉點時,尤爲方便。莫力特尺 (Molitor) 用公尺制,其最小之一格爲兩公厘,此尺之橫斷面爲丁字形,其上附有溫度表及圓水準各一,且另有垂球一支,以校對垂直之用。美國地質測量水平尺 (U. S. Geological survey rod) 與美國海岸測量 (U. S. Coast survey rod) 所用者相差無幾,其不同處,乃採用碼爲單位,其最小一格,爲百分之一碼,用此尺測量,同時須讀三數,一爲十字橫線所截之數,其二則爲上下兩視距線所截出者。此三數之平均,卽爲應測之數值,倘將此三數相加,其和卽爲呎數,此其方便之處也。



第　六　十　四　圖

(10)精密水平之整理　精密水平儀器，構造精密，不需十分之整理，但每日在工作之前，為慎重起見，仍須加以檢查而整理者，不外使水準汽泡軸與視線平行而已。使水準氣泡軸與視線平行之整理方法，乃普通之打樁法(peg method)，不過整理之時，不可移動十字線，僅可移動水準筒，蓋十字線已過製造之公司詳密定準矣。整理之時，先在地上定立

兩木樁，每樁之上各立一水平尺，兩樁距離約一百公尺，然後安平儀器於兩樁相連之直線上，惟先安平近於第一木樁前約十公尺處，前視第一樁上水平尺，旋轉鏡頭，再後視第二木樁上之水平尺，於是各得讀數三個，蓋上下視距線及十字橫線所截得者也。然後移儀器近於第二木樁前約十公尺處，再依上法，又各得三個讀數，於是有此六個數值，可以檢查及整理儀器矣。茲使 C 爲水準軸之差錯；n_1 及 n_2 爲兩次近點之尺數；d_1 及 d_2 爲兩遠點之尺數；S_1 及 S_2 爲遠點視距數值；s_1 及 s_2 爲近點視距數值，故由兩次之觀測；得兩木樁高度差如下：——



第 六 十 五 圖

第一次所得：——(參閱第六十五圖)

$$(n_1+Cs_1)-(d_1+CS_1) \cdots\cdots (1)$$

第二次所得：——

$$(d_2+CS_2)-(n_2+Cs_2) \cdots\cdots (2)$$

兩次所得，同爲兩樁之高度差，故應相等。

∴ 由(1)及(2)得：——

$$C=\frac{(n_1+n_2)-(d_1+d_2)}{(S_1+S_2)-(s_1+s_2)} \cdots\cdots (3)$$

上式中 C 值如爲正數，則視線偏下；如爲負數則偏上。規定 C 值在 0.01 之下者，儀器無須整理；如大過此值時，則必須整理也。整理之時，先以求得之 C 值乘以儀器所在處與水平尺之視距數，然後按照此相乘之值，放低或提高望遠鏡，再用整理針，整理水準軸，惟整理一次不足，須數次始能使 C 值低於 0.01 也。公式(3)若以字面解之如下：

$$水準差錯值\ C=\frac{(近點尺數之和)-(遠點尺數之和)}{(遠點視距數之和)-(近點視距數之和)}$$

下列一表乃整理時之記錄式，學者可一研究之，惟須知遠點距離較遠，應加以曲度及折光改正，其改正值可於本書附表(I)查得之。

測點	三線讀數（後視）	平均數	視距數	水平尺	三線讀數（前視）	平均數	視距數
	1515		13		0357		105
A	1528	1528.3	14	*W*	0462	0461.7	104
	1542		27		0566		209
	2252		105		1276		12
B	2357	2357.0	105	*W*	1288	1288.3	13
	2462		210		1301		25
		0461.7	419			1528 3	
		2818.7	52			2816.6	
	曲度及蒙差氣	−0.8	367			2817.9	
		2817.9				367 −1.3	
						−0.004	$=C$

(11) 精密水平之測法 (Precise Leveling Method)　精密水平之測法，須視所用儀器，與夫水平尺及環境而定之，不過普通須注意者，約

爲下列諸端。(一)遷移儀器之時,須有物以遮蓋之,以免受陽光之侵害;(二)遷移時,測微器螺絲須放鬆,以免望遠鏡與其尖端直接磨擦;(三)遷移時,三足架之螺絲亦應放鬆;(四)倘遷動時連同三足架,則縱軸螺絲須旋緊;(五)移動後重行安置儀器之時,須將三足架螺絲旋緊,縱軸螺絲略鬆,並以傘遮著儀器,以防日光及風之侵害。

在使用儀器之時,先用水平螺絲及小水準泡安平儀器,然後卽可旋轉望遠鏡測視水平尺。如大水準泡不在中心,則以測微器以定平之,於是可以讀載尺數。至應如何讀載,須視所用之儀器及方法而定。前後視距離儀器之遠近,則用望遠鏡中之視距線定之。每種讀數,均須校對,如有差錯,必以一種限制規定之。在所測之結果,不足規定之限制時,須重行觀測,至滿意時,始可移動儀器至第二站,繼續測量。

司尺之人,亦居重要之地位,持尺之時,務須垂直地面。在有風之日,可另用兩木架以支持之。尺上水準氣泡及温度表,須時時加以校對,而測量之時,温度亦須記出也。

精密水平測量之方法,因所用儀器構造之不同,遂亦各異。但普通情形,均用兩隻水平尺。且在每一轉點上,同一水平尺須供一前視及一後視之用。如此可以使前後視交替而行。換言之,卽安平儀器於一處後,先後視,俟移動儀器安平於第二處時,則須先前視,然後再後視。如此交換而進,俾免儀器下沈之弊也。例如儀器在前後視之時間中,儀器微有下沈,是以在讀前視時,後視業已變動,將使已記錄之後視爲小,故所求出之第一轉點高度,較實際情形爲高。在移動儀器於第二站時,如先前視,則俟儀器下沈後,已得之前視,又將較實際爲大,故求出第二轉

點之高度，當較實際爲低。若儀器在相同之地質上，經過相同之時間，其下沈數量，亦大約相等，故第一轉點增高若干，第二轉點高度，亦必降低若干，在一水平測量行程中，一高一低，所有下沈之差錯，可以互相抵消也。

安平儀器，須絕對平衡，不僅需用水平螺絲而已，在讀尺之時，仍應檢查水準泡，是否居於中點，否則再用測微器安平望遠鏡，始可觀測。觀測之時，無論前視抑爲後視，均應出三線所截之數值（即兩視距線及一十字橫線），讀完後視（或前視）立刻卽須觀讀前視（或後視），不可延緩。尺數應讀至公厘，以圖詳確。工作之時，儀器須以傘遮住陽光，俾免發熱而生影響也。選擇轉點及安設儀器之地位，務須使前後視與儀器之距離相等，如地形不許，則每次相差不得過十公尺，每段不得過二十公尺。兩視距線所截尺上數值相減之差數，卽爲前視或後視距離儀器之視距數，以之審查，百無一錯。若在鐵路線上，進行水平工作，則查數鐵軌之數目，亦能得其距離也。普通其距離，最多不得過一百五十公尺，因過此數之時，望遠鏡不易觀測淸楚，但越河測量，視線往往在兩三千呎者，須用交換測法爲之，同時水平尺上須添設特製之覘牌，方能從事也。前後視交換測法，最宜在單數轉點上先後視；在雙數轉點上先前視，每次並須讀記尺之溫度，以便審查。在空氣情形不佳，折光甚大之時，儀器須特別架高，而轉點之地位，亦不可使視線過近地面（五六呎左右）也。

兩水準點間之測線甚長之時，須分段測量，每段約長一公里，並須單獨測平，且須一往一返測兩次，方足可靠。兩次所得之高度差，如不符合而相差在 $A^{mm}\sqrt{K}$ 公里以上之時，則工作不良，須再重測也。永久水

準標點站間之距離，最長不得過十五公里，在每百公里中，須有二十個，平均距離約爲 $2\frac{1}{2}$ 公里（此數乃由紐約省測平成績而得）也。

(12) 精密水平測量之記錄式　精密水平測量之方法，既如上述其記錄之式樣，可參閱下表卽可明瞭：——

日期 1900 年8月29日 天氣 晴微風					自水準標點68 至水準標點 G 時間：下午二時二十五分				
測點	三線讀數（後視）	平均數	視距數	視距數之和	水平尺	三線讀數（前視）	平均數	視距數	距視數之和
	0674		99		V	2683		99	
43	0773	0773.0	99		38	2782	2782.3	100	
	0872		198	198		2882		199	199
	0925		106		W	2415		103	
44	1031	1030.3	104		35	2518	2518.0	103	
	1135		210	408		2621		206	405
	0484		98		V	2510		96	
45	0582	0582.3	99		35	2606	2606.0	96	
	6081		197	605		2702		192	597
	0398		97		W	2859		96	
46	0495	0495.0	97		34	2955	2954.7	95	
	0592		194	799		3050		191	788
	1027		27		V	1006		29	
47	1053	1053.3	27		34	1035	1034.7	28	
	1080		53	852		1063		57	845
		3933.9					11895.7		
							−7961.8		

上式乃自六十八號水準點至 G 號水準點之單程記錄。安平儀器一次，測一前視及一後視，此種測平，其目的在得兩水準點之高度差，故將後視和數減去前視和數，卽得結果。上式中後視之和爲 3993.9；前視之和爲 11895.7。兩者之差爲 -7961.8，亦卽謂 G 號水準點低於六十八號水準點 7.9618 公尺也。前視視距數之和爲 845，後視視距之和爲 852，兩者之差爲 7^{mm}，亦卽謂水平尺視距數之差，而前後視距離之差，則爲 2.4 公尺也。儀器更正數，乃以 c 値乘此 7^{mm}，其積甚少，可不計耳。關於地面曲度及折光之更正數値，可以下表計算之，凡此兩種之更正，皆爲更正 G 號水準點高度者也。

距		離	水平尺之更正値	距		離	水平尺之更正値
m.		m.	mm.	m.		m.	mm.
0	至	27	0.0	106	至	112	−0.8
28	至	47	−0.1	113	至	118	−0.9
48	至	60	−0.2	119	至	124	−1.0
61	至	72	−0.3	125	至	130	−1.1
73	至	81	−0.4	131	至	136	−1.2
82	至	90	−0.5	137	至	141	−1.3
91	至	98	−0.6	142	至	146	−1.4
99	至	105	−0.7	147	至	150	−1.5

(13)需要精密之程度(Accuracy Required)　精密水平準確度之需要，可以一試驗公式，以計算之。玆使 K 爲測量路線之長度，單位爲公里，D 亦爲路線之長度，但其單位爲英里。根據過去測量之工作，在美國舊時大地測量，往返水平相差之値，不得過 $5^{mm}\sqrt{2K}$；在美國大湖

測量則不得過 $10^{mm}\sqrt{K}$；在米希希比河測量則不得過 $5^{mm}\sqrt{K}$；在現時之美國大地測量，則不得過 $4^{mm}\sqrt{K}$；在地質測量之時，則不得過 $0.017\ ft\sqrt{D}$ 也。凡此諸種之規定，足見各自需要之不同，然就實地來講，最精密之限制，則爲 $4^{mm}\sqrt{K}$，至最低限度，則不得過 $24^{mm}\sqrt{K}$，倘超過規定之限制，並無補救之法，只有自首重測而已。

(14) 用普通水平儀作精密水平法　普通定鏡水平儀，其望遠鏡放大力稍強，水準靈敏者，以之爲精密水平法，亦能得良好之成績，水準處如無鏡面，則觀測之時，可以第二人幫助，卽一人司望遠鏡，一人司水準也。此種測量以自讀尺爲便，倘望遠鏡內有視距線時，則須讀載三數，此不僅增高準確之程度，且可隨時校對讀數之錯誤，同時並能知前後視之距離是否相等也。視線不長之時，普通之費城水平尺(可以讀至百分之一呎)卽足爲用。遇較長之線，則水平尺之有公分或每碼分成百分之一格者，較爲妥善。

在美國巴爾運河測量之時，曾以普通之活鏡水平儀，及兩隻覘牌水平尺(上附水準)，測水平之工作，測時以往返線爲較對之法。測量之時，以傘遮護儀器，視線最長，不得過三百呎，前後視距離，使之相等。爲避免儀器之錯誤，每日工作之前，皆調整之。轉點之處，以鋼樁代之，俾免移動。其差錯限制，規定爲 $0.02\,ft.\sqrt{\text{英里}}$，此種規定與大地精密水平測量所規定者，相差無幾也。

在美國卡斯基水管路線水平測量，亦爲一最佳之實例。其所用之儀器，爲一定鏡水平儀，望遠鏡爲倒影。水平尺爲自讀式，尺之分畫，最小一格爲 0.02 呎。望遠鏡內除十字線外，另有視距線兩條，其規定差錯

之限制，爲 $0.02 ft.\sqrt{\text{英里}}$，但所得結果，並未超出此限制。

總觀以上兩例，普通定鏡或活鏡水平儀，構造雖遜，然工作謹慎，亦可達到精密水平儀之準確程度。不過吾人須知，以普通水平儀，作精密水平法，工作時所費之工夫，實較用精密水平儀爲多，實不經濟，此其不同之點也。

(15) 大地水平測量之基面 (Datum)　大地水平測量，亦用平均海平面爲其基面，故所有立面控制測量，均根據之，蓋取其普遍而便利也。

(16) 三角水平測量 (Trigonometric Leveling)　三角站之高度，普通均自一已知高度之三角站，測其直立角，然後再以三角學，計算其高度。故測量三角網地平角度之時，隨卽將各站之直立角，亦行測出，取其便也。然此三角站之高度其最先者，乃自基線兩站之高度所測出，基線兩站之高度則自平均海平面，用精密水平法測得之也。

測量三角站直立角時，儀器須適在測站之上，不可稍有差錯，同時儀器之高（自地面算起），亦應量度而記載之。他站標誌（如三角架或測塔）被測視之處，須記出或先行規定（如測視他站桿頂等），以爲事後計算之用。

直立角之讀載，乃用直立圈，無論複量儀或方向儀，均有此種之設備，讀時有放大鏡，以助目力之不及。在次要之三角網中，直立圈化微，可以讀至 20 至 10 秒者，亦足爲用。惟測視之時，最好複測數次，且半數正置望遠鏡半數倒置望遠鏡，而取其平均值，而示標差錯 (index correction)，務要檢驗，以爲更正之用也。

在三角水平測量工作，最難得到極度準確之關係，爲折光所生之影

響，視線經過氣層之曲折，欲得其詳確數值，不甚容易，視線曲折所成之角度曰折光角 (angle of refraction)，此折光角遇不同之温度，及氣壓不同之地方，均有變易，故求得其值，每有不準之虞，是以在三角水平法中，往往於計算高度之時，設法避免，其法詳後。折光影響，以每日日中(下午三時左右)爲少，故測量之時，亦以該時爲宜也。

(17) 折光係數(Refraction Coefficient) 地球之面，爲一圓形，在地面之上射出之視線或光線，亦呈一圓弧形，但後者之半徑，較前者大六倍，換言之，卽後者之半徑，約爲前者七倍也。以是之故，折光角與地球中心角之比例，恆爲一常數，此常數名曰折光係數，普通均以 m 表示之。玆使 r 爲折光角；C 爲地球之中心角，故：——

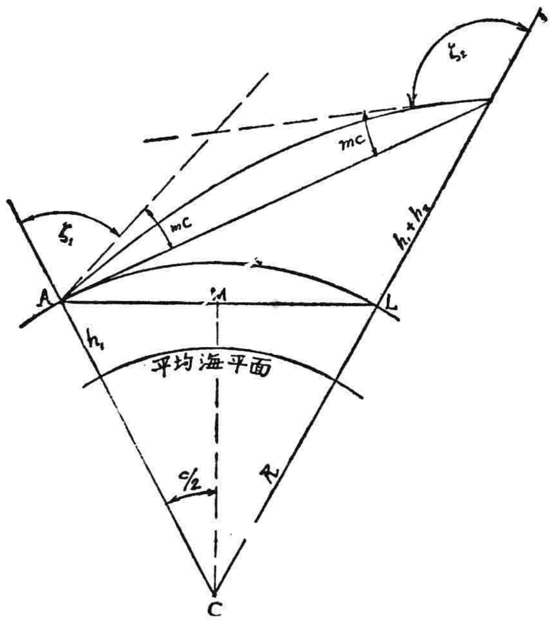
$$m=\frac{r}{C}$$

$$\therefore \qquad r=m\,C$$

上式換言之，卽折光角等於折光係數乘地球中心角之積數也。

(18) 交互觀測法(Simultaneous Observations) 此法大意，乃在兩三角站上，互相測視其直立角，自一站之高度，以計算他站之高度，計算之時，可以消滅 m 而不計，此其方便之處也。在第六十六圖中，A 及 B 爲兩三角站，在此兩站之上，用儀器互相測視其標誌，而得兩個天頂距離(卽 90 度減去直立角之值) ζ_1 及 ζ_2，A 站高度已知爲 h_1，B 站高度不知，玆使其爲 h_2 而計算之。測得之天頂距離，非地面上測站之天頂距離，乃站上標誌某處之天頂距離也。是以計算之時，須將其更正。在 AB 兩站間之視線，經過氣層，變成曲線，其曲度在 A 站與 B 站者，假

設相同，故兩站所測之天頂距離，均較理想者小 mC 之多，（參閱第六十六圖），然此兩個天頂距離相差之值，則未有影響也。



第六十六圖

A 站與 B 站之高度差爲 h_2-h_1，其值可自 ALB 三角形中，計算之如下，用正弦定律則：——

$$h_2-h_1=AL\frac{\sin BAL}{\sin ABL} \cdots\cdots\cdots\cdots (a)$$

在等邊三角形 ALC 內，

$$AL=2(R+h_1)\sin\frac{C}{2} \cdots\cdots\cdots\cdots (b)$$

在三角形 ALB 內，

$$BAL = ALC - ABL$$

$$= \left(90^\circ - \frac{C}{2}\right) - (180^\circ - \zeta_2 - mC)$$

$$= -90^\circ - \frac{C}{2} + \zeta_2 + mC \cdots\cdots\cdots\cdots (c)$$

再者 $$BAL = 180^\circ - \left[\zeta_1 + mC + 90^\circ - \frac{C}{2}\right]$$

$$= 90^\circ - \zeta_1 - mC + \frac{C}{2} \cdots\cdots\cdots\cdots (d)$$

(c)及(d)式之平均爲：——

$$BAL = \frac{\zeta_2 - \zeta_1}{2} \cdots\cdots\cdots\cdots (e)$$

在三角形 ABC 中，

$$ABC = 180^\circ - [C + (180^\circ - \zeta_1 - mC)]$$

$$= -C + \zeta_1 + mC \cdots\cdots\cdots\cdots (f)$$

又 $$ABC = 180^\circ - \zeta_2 - mC \cdots\cdots\cdots\cdots (g)$$

(f)及(g)式之平均值爲：——

$$ABC = 90^\circ - \left(\frac{C}{2} + \frac{\zeta_2 - \zeta_1}{2}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots (h)$$

將(b)，(e)及(h)式代入(a)式，則得：——

$$h_2 - h_1 = 2(R + h_1)\sin\frac{C}{2}\,\frac{\sin\left(\frac{\zeta_2 - \zeta_1}{2}\right)}{\cos\left(\frac{C}{2} + \frac{\zeta_2 - \zeta_1}{2}\right)} \cdots\cdots\cdots (i)$$

展開分母並以 $\cos\left(\frac{\zeta_2-\zeta_1}{2}\cos\frac{C}{2}\right)$除分母及分子，則得

$$h_2-h_1=\frac{2(R+h_1)\tan\frac{C}{2}\tan\left(\frac{\zeta_2-\zeta_1}{2}\right)}{1-\tan\frac{C}{2}\tan\left(\frac{\zeta_2-\zeta_1}{2}\right)}$$

以級數解開 $\tan\frac{C}{2}\left(\tan x=x+\frac{x^3}{3}+\cdots\right)$，只留級數中前兩項，

並使 $C=\frac{s}{R}$（s 爲平均海平面上相當之距離）。

$$\therefore\quad h_2-h_1=\left(1+\frac{h_1}{R}\right)s\ \tan\left(\frac{\zeta_2-\zeta_1}{2}\right)\left(1+\frac{s^2}{12R^2}\right)$$

$$\times\left(1+\frac{s\tan\frac{\zeta_2-\zeta_1}{2}}{2R}\right)$$

$$=s\tan\left(\frac{\zeta_2-\zeta_1}{2}\right)A\cdot B\cdot C\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(j)$$

在上式中：——

$$A=1+\frac{h_1}{R}$$

$$B=1+\frac{s}{2R}\tan\left(\frac{\zeta_2-\zeta_1}{2}\right)$$

$$C=1+\frac{s^2}{12R^2}$$

A，B 及 C 之值，無須自行計算，附表(a)(b)及(c)內，詳列 $\log A$，$\log B$ 及 $\log C$ 之值，需要之時，一查便得其值也。R 之數值，因緯度

不同，各地略異，但測線不長之時，用其平均值，亦足爲吾人之用，茲列之於下，以爲參考：——

$$\log R\ (\text{單位爲英尺})=7.32068$$

$$\log R\ (\text{單位爲公尺})=6.80470$$

〔舉例〕 茲有兩三角站，一在巴芝山頂，一在克魯頂。自克魯站觀測巴芝站之天頂距離得 $87°\ 35'\ 01''.1$；自巴芝站觀測克魯站之天頂距離得 $92°\ 35'\ 34''.2$。兩站相距海平面距離爲 23931.6 公尺，克魯站高度爲 108.87 公尺，試計算巴芝站之高度。

$$\log S=4.37897$$

$$\log \tan\left(\frac{\zeta_2-\zeta_1}{2}\right)=\frac{8.64089}{3.01986}$$

$$\begin{array}{lr} \log A & +1 \\ \log B & +4 \\ \log C & 0 \\ \hline & 3.01991 \end{array}$$

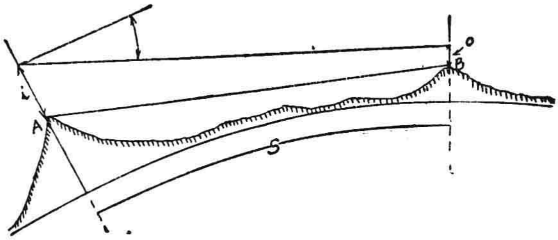
$$\therefore\quad h_2-h_1=1046.9\ \text{公尺}$$

$$h_1=\underline{\ 108.9\ \text{公尺}}$$

$$h_2=\underline{\underline{\ 1155.8\ \text{公尺}}}\ (\text{即巴芝站之高度也})$$

(19) 直立角之更正 用交互觀測所得之天頂距離，並非測視三角站椿頂中心所得者，乃測視其標誌頂端或其他處而得者，故在計算之時，應將測得之天頂距離，換言之，亦即直立角，更正至站椿中心之高度，始能得其準確之結果也。如第六十七圖中，A 及 B 爲兩三角站，儀

器在 A 站，其高爲 i，道 A 站測視 B 站之天頂距離，其視點高於 B 站者等於 O，其兩站之距離爲 S，其値乃由三角網計算得來者。在 A 點直立角之改正，遂爲：——



第　六　十　七　圖

$$C''=-\frac{i-O}{S\,\mathrm{arc}\,1''}$$

上式乃用在交互測法計算，若用單測法（下節所講）則其更正值爲 $(i-O)$，關於此節所述，學者想能明瞭，何以在講三角站號誌之時，務須將號誌高度量出，然後再行架立之用意也。

(20) 在一站觀測法或單測法 (Observation at one station only) 倘在一測站之上，觀測另一測站之天頂距離（不另在彼站再測此站之天頂距離），若知 m 之值，亦可將兩站之高度差算出也。自第 18 節中公式 (d) 及 (e)，

$$BAL=\frac{\zeta_2-\zeta_1}{2}=90^\circ-\zeta_1-mC+\frac{C}{2}$$

或者 $\dfrac{\zeta_2-\zeta_1}{2}=90^\circ-\zeta_1+(0.5-m)C$

$$及\ \tan\left(\frac{\zeta_2-\zeta_1}{2}\right)=\tan\left(90^\circ+(0.5-m)\frac{S}{R\,\mathrm{arc}\,1''}-\zeta_1\right)$$

$$=\tan\,(90^\circ+k-\zeta_1)$$

將上式替入第(18)節(j)式中，則

$$h_2-h_1=S\tan\,(90^\circ+k-\zeta_1)\,A\cdot B\cdot C$$

上式中 $k=(0.5-m)\dfrac{S}{R\,\mathrm{arc}\,1''}$，$A,B,C$，同(18)節。

〔舉例〕 自甲站觀測乙站之天頂距離為 87° 07′ 18″.8，兩站距離為 15519 公尺，儀器高為 2.2 公尺，視點高於站樁為 4.4 公尺，甲站高度為 181.20 公尺，假定 $m=0.071$，試求乙站高度。

$$\begin{array}{rl}
 & 0.500\\
m= & \underline{0.071}\\
(0.5-m)= & 0.429\\
\log S= & 4.1909\\
\operatorname{colog} R= & 3.1953\\
\operatorname{colog}\sin 1''= & 5.3144\\
\log 0.429= & \underline{9.6325}\\
\log k= & 2.3331\\
\therefore\quad k= & 215''.3=\underline{3'35''.3}\\
90^\circ+k= & 90^\circ03'35''.3\\
\zeta_1= & \underline{87^\circ07'18''.8}\\
(90^\circ+k-\zeta_1)= & \underline{2^\circ56'16''.5}
\end{array}$$

$$\begin{array}{rr}
\log S= & 4.19086\\
\log\tan(90^\circ+k-\zeta_1)= & \underline{8.71030}\\
 & 2.90116\\
\log A= & +1\\
\log B= & +3\\
\log C= & \underline{0}\\
 & 2.90120\\
\therefore\quad h_2-h_1= & 796.53\\
h_1= & \underline{181.20}\\
 & 977.73\\
\text{站高更正值}= & \underline{2.20}\\
Z\ \text{站之高度}= & \underline{\underline{975.53}}\ \text{公尺}
\end{array}$$

附　表　(a)

h_1	log A (以小數後第五位爲單位)	h_1	log A (以小數後第五位爲單位)	h_1	log A (以小數後第五位爲單位)	h_1	log A (以小數後第五位爲單位)
公尺		公尺		公尺		公尺	
0		1541		3156		4770	
	0		11		22		33
37		1688		3303		4917	
	1		12		23		34
220		1835		3449		5064	
	2		13		24		35
367		1982		3596		5211	
	3		14		25		36
514		2128		3743		5357	
	4		15		26		37
661		2275		3890		5504	
	5		16		27		38
807		2422		4036		5651	
	6		17		28		39
954		2569		4183		5798	
	7		18		29		40
1101		2715		4330		5945	
	8		19		30		41
1248		2862		4477		6091	
	9		20		31		
1394		3009		4624			
	10		21		32		
1541		3150		4770			

(上表 log A 爲正數,倘 h_1 在海平面下時,則 log A 爲負數矣)

附 表 (b)

log [S tan$\frac{1}{2}$ ($\zeta_2-\zeta_1$)] 或 log S[90°+k $-\zeta_1$], S 爲公尺單位	log B (以小數後第五位爲單位)	log [S tan$\frac{1}{2}$ ($\zeta_2-\zeta_1$)] 或 log S [90+k $-\zeta_1$], S 爲公尺單位	log B (以小數後第五位爲單位)	log [S tan$\frac{1}{2}$ ($\zeta_2-\zeta_1$)] 或 log S [90+k $-\zeta_1$], S 爲公尺單位	log B (以小數後第五位爲單位)
$-\infty$					
	0				
2.167		3.397		3.685	
	1		9		17
2.644		3.445		3.711	
	2		10		18
2.866		3.489		3.735	
	3		11		19
3.011		3.528		3 758	
	4		12		20
3.121		3.565		3.779	
	5		13		21
3.208		3.598		3.800	
	6		14		22
3.281		3.629		3.820	
	7		15		23
3.343		3.658		3.839	
	8		16		24
3.397		3.685		3.857	

〔log B 之爲正抑爲負，與 $\frac{1}{2}(\zeta_2-\zeta_1)$ 或 $(90°+k-\zeta_1)$ 角同〕

附　表　(c)

$\log S$（S 爲公尺制）	$\log C$（以小數後第五位爲單位）	$\log S$（S 爲公尺制）	$\log C$（以小數後第五位爲單位）
0.000		5.297	
	0		4
4.875		5.352	
	1		5
5.113		5.395	
	2		6
5.224		5.432	
	3		7
5.297		5.463	

($\log C$ 永爲正數)

(21)求 m 值法　無論何時，如用交互觀測法後，即可將 m 之值求出。

在第(18)節內之公式爲：——

$$h_2-h_1=S\tan\left(\frac{\zeta_2-\zeta_1}{2}\right)A\cdot B\cdot C$$

用此式計算其高度差(h_2-h_1)，並未有 m 之參加也。故在 h_2-h_1 求出後，可將此(h_2-h_1)之值，代入第(20)節公式內

$$h_2-h_1=S\tan(90+k-\zeta_1)\,A\cdot B\cdot C$$

則可求出 k 值，再自 $k=(0.5-m)\dfrac{S}{R\,\text{arc}\,1''}$式，以求 m 值可矣。

〔舉例〕 例如在第(20)節內之舉例，其 h_2-h_1 爲 1046.9，假如此值爲自交互法算出者，然後再入第(20)節公式內，以求m值。於是：——

$$1046.9=S\tan(90^\circ+k-\zeta_1)A\cdot B\cdot C$$

$$=S\tan(90^\circ+k-87^\circ35'01''.1)A\cdot B\cdot C$$

$$\log\ 1046.9=3.01991$$

$$\log\ A\ =\ 1$$

$$\log\ B\ =\ 4$$

$$\log\ C\ =\ \underline{\quad 0}$$

$$3.01986$$

$$\log\ S=\underline{4.37897}$$

$$\log\ \tan(90+k-\zeta_1)=8.64089$$

$$\therefore\quad 90^\circ+k-\zeta_1=2^\circ\ 30'\ 16''.5$$

$$90^\circ-\zeta_1=\underline{2^\circ\ 24'\ 58''.9}$$

$$\therefore\quad k=0^\circ\ 05'\ 17''.6=317''.6$$

$$\log\ k=2.50188$$

$$\log\frac{S}{R\sin 1''}=\underline{2.88870}$$

$$\log\ (0.5-m)=9.61318$$

$$\therefore\quad 0.5-m=0.4104$$

$$\therefore\quad m=\underline{\underline{0.0896}}$$

m 之值往往因時因地，各有不同，在美國大地測量之時，經過極多之計算，將其多數之 m 值，統而計之，可分爲數種如下：——

視線經過海洋者………………0.078

視線長而地位高者……………0.071

在內地之普通視線……………0.065

但克拉氏在彼個人經驗所得如下:——

視線經過海洋者………………0.0809

視線不經過海洋者……………0.0750

上述諸端,不過取其大約平均數而已,其眞確之值,仍以氣壓不同而異,欲知準確之數值,總以臨時計算爲宜也。至於每日之中,氣壓不同,所生之差異,大約言之,可以美國大地測量在加省所經驗所知者,作爲吾人之參考。

上午三時…………………………0.0893

上午九時…………………………0.0812

下午二時…………………………0.0640

下午九時…………………………0.0827

(22) 粗略之計算法　兩站之高度差,如在不重要之測站,亦可以粗略之方法以計算之。其算法乃以直立角之正切 (tangent of vertical angle) 乘兩站間之地平距離,所得之積數,再加以地球曲度及折光之更正,此種更正值,可於本書附表(I)查得之,或以下列公式計算之:

$$C\,(ft)=\frac{K^2}{1.7426}$$

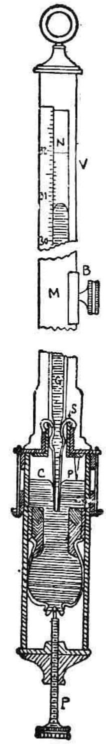
上式中 K 爲地平距離,其單位爲英里,C 爲更正值也。此種粗略之方法,僅可用於不甚重要之測量,如在視距法或平板儀法,均可用之,

重要三角站不宜採用耳。

(23)氣壓水平測量　氣壓水平測量，乃利用空氣層中不同之壓力，以計算不同之高度，吾人知大氣層中，愈高則其密度愈稀，於是其氣壓亦愈小，故氣壓水平測量，即此理也。其所用之儀器曰氣壓表 (barometer)，在物理學中，水銀柱每高一英吋，則高度相差約九百英尺。但氣層壓力，雖以高度而異，然其中之溫度與夫濕度，均足發生影響，是以用氣壓表以測高度，同時尚須顧及此兩種之情形也。

在氣壓水平測量工作之中，所用儀器，共有兩種，一曰水銀氣壓表 (mercurial barometer)；一曰空盒氣壓表 (aneroid barometer)。水銀氣壓表，體積較大，攜帶不便，空盒氣壓表，則體小而靈敏，攜帶較便，然兩種儀器之構造，雖各不同，但所用原理則一也。此種水平測法，所得結果，不甚精確，不過在踏勘測量之時，以之為用，頗能為吾人之助，蓋其測法簡便，需時甚少，雖不能盡精確之能事，然踏勘工作，並不需要甚精確也。此種儀器，所測者為兩站之高度差，不能直接將某地之高度測出。倘置之於某地而不移動，則因氣層中溫度及濕度之變遷，其記錄亦生變化，故此種儀器，亦能示知空氣之變化情形也。

(24)水銀氣壓表 (Mercurial Barometer)　第六十八圖為一水銀氣壓表，G 為水銀柱，長約三十英寸，內貯水銀，柱之下端，接連於水銀槽 C，槽內蓄以水銀，水銀柱外包鐵盒 M，僅於盒頂 N 處露出柱面，以為讀視之用。

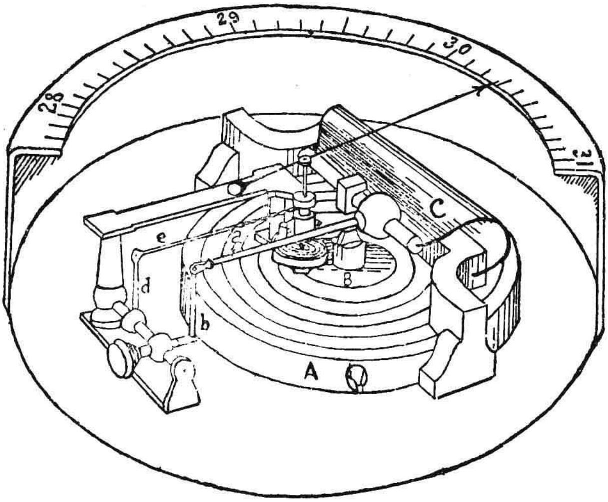


第六十八圖

鐵盒 N 處,刻以度數,以英寸爲單位,旁附化微 V,以讀微小之數。水銀柱內頂端,爲眞空,水銀在水銀柱中,完全以外面空氣之壓力,施於槽內水銀,再由槽內水銀傳之於水銀柱中以支持之。水銀槽底,以薄皮製成,其下並有螺絲一支,以托水銀槽底,故旋轉螺絲,可以任意將水銀柱中之水銀高度減小或增大之。水銀柱與水銀槽接觸處,以羚羊皮護之,如圖中之 S。此皮之作用,乃使槽內水銀,不得流出,但空氣可自皮隙之中,透入槽內,以壓水銀。槽內上端右邊,附以象牙製成之示標 P, 在測量之時,先行旋轉槽底螺絲,使槽內水銀面適與示標 P 尖相接觸,此時卽爲水銀柱上之零點也。如測量之時,可利用化微 V,以讀微數,化微 V 可以移動,移動之時,旋轉螺絲 B 可也。用此種儀器測量水平之時,應將其懸起,普通之時,均用一三足架,以支持之。

(25)水銀氣壓表之用法　用水銀氣壓表測竣之後,攜之至第二測站之時,須先旋緊槽底螺絲,使水銀中之水銀升至端頂,但槽底螺絲,不可太緊,適足爲宜,然後將之放入貯存盒中,以便攜帶,攜帶之時,倒提爲宜,並應小心,不可誤觸他物。俟至第二站時,謹愼將其取出,懸之於三足架上(或他物亦可),放鬆槽底螺絲,至槽內象牙示標尖 P 以與水銀面接觸爲止。於是卽可讀視,讀視之時,用化微讀之,同時並將空氣及水銀之溫度記下,以便記算。

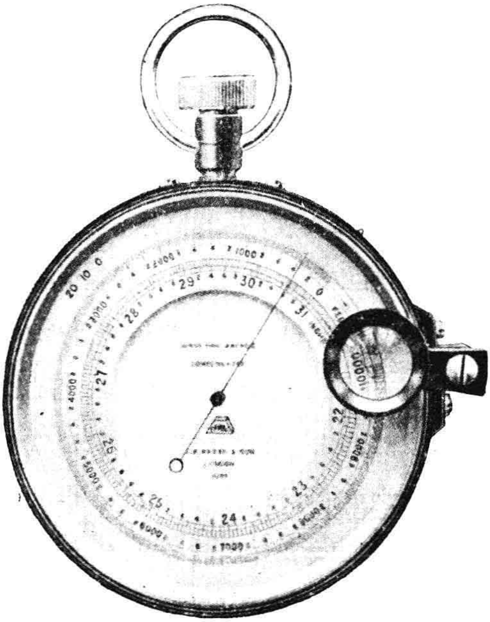
(26)空盒氣壓表(Aneroid Barometer)　第六十九圖,爲一空盒氣壓表內部構造之情形。A 爲一金屬盒,其中之空氣抽出大部,故盒內空氣極爲稀少,而盒面且頗細薄,是以外面空氣之氣壓,稍有變動,則盒頂 B 處亦生搖動。盒頂旣生搖動,另以彈簧 C 及槓桿 a,b,及 d 而傳於



第六十九圖

桿 e,在 e 之末端,接以細練,細練繞在一縱軸之上,而縱軸復接連於指針。故空盒頂 B 受氣壓而搖動,此搖動由 a,b,d,e,細練及縱軸之傳力,可以使指針旋動也。

第七十圖乃示空盒氣壓表之表面形狀。其上有兩種分度圈,一在內圈,一在外圈。內圈數目乃示水銀柱高度者,其單位爲英寸,外圈數目,則爲高度,其單位爲英尺。此種分畫之方法,乃根據水銀氣壓表而製成。普通之時,恆將內圈 31 吋處相當於外圈之零點。外圈不可輕易移動,(與內圈之關係定準後);因每吋水銀相當若干呎之高度,隨外圈不同之數目,各自不同也。在盒之背面,有校對螺絲一個,可以校正指針之方向,但校對之時,須與水銀氣壓表比較後而定之。盒面有 compensated 一字,即謂此盒之構造,不因溫度升降而伸縮,以致影響指針也。盒內並



第　七　十　圖

附有溫度表，以測溫度。但金屬物遇有溫度之升降，多少必有伸縮，此種儀器雖標記 compensated 字樣，然實際上仍有些微影響耳。

(27) 空盒氣壓表之用法　用空盒氣壓表測量水平之時，須謹愼小心，如誤觸他物，必因震動而傷其內部。工作之時，不可使日光晒之或將人身熱度，傳及其上。讀視之時，須使靜立數分鐘後，再行讀載其數目。平放或直放於地上，均無問題，但如平放，則在任何站測量皆平放之，如直放則皆直放之，因此種位置，所讀之數目微有不同也。

(28) 計算高度法(Calculating The Height)　用水銀氣壓表，測量水平，須用公式或製成之表以計算之；如用空盒氣壓表，可以自其外

圈直接讀得之。所用之公式，種類甚多，總不外由氣壓讀數化爲高度差而已。其中最通用者，爲拉普拉斯公式(Laplace's formula)，此式完全以實際測驗而演成。茲列之於下：

$$D=60158.6\times(\log h-\log H)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

上式中 h 爲低站水銀高度；H 爲高站水銀高度。此式所得之高度差 D，其單位爲英尺，惟空氣溫度及地心力等並未顧及，故由上式計得之 D 值，尚不能代表眞確數目，仍應加以溫度及地心力之更正也。

(29)高度差之更正　上節求得之 D，尚非眞確之數值，若欲得眞確之數值，須加以種種之更正，茲述之於下列各節。

(30)由空氣溫度之更正(The Correction of The Air Temperature)吾人知空氣之氣壓，隨溫度之不同而各異，故求得之 D 值，首宜加以此種之更正。設吾人測量甲乙兩站之高度差，兩站各有不同之溫度，於是假定兩站溫度之平均數，卽爲沿線空氣之溫度，於是得下列更正數，此更正數乘以 D 值，卽得近一步之高度差也。

$$1+\frac{t'_a+t_a-64^\circ}{900}$$

上式 t'_a 及 t_a 爲兩站之溫度，其單位爲華氏。t'_a 及 t_a 乃另用一溫度表所測得者，非由氣壓表附帶之溫度表測出者也。

(31)由水銀溫度之更正　水銀本身溫度之不同，亦使 D 值變化，故關於水銀溫度所生之影響亦應加以更正。茲使 h' 爲低站水銀高度；H 爲高站水銀高而相當於低站之溫度者，於是此種更正可以下列公式計算之：

$$H=h'[1+0.00008967(t_m-t'_m)]$$

上式 t_m= 低站水銀之溫度；t'_m= 高站水銀之溫度，均爲華氏。

(32) 由地心力之更正　吾心所在之地方不同，其緯度及高度，當然各異，地球重力，遂因而不同，因此所有空氣之氣壓，亦生變化，就理論來講，求得之 D 值，應加以更正。因緯度不同所生之更正數以下式算之：——

$$+D\times 0.026\cos 2L$$

上式 L 爲測量者所在地之緯度。

地位愈高則重力愈小，故由此所生之更正，以下式算出之：——

$$+D\left(\frac{D+52252}{20886860}+\frac{E}{10443430}\right)$$

上式 E 爲測站之高度，單位爲英尺。

上述兩種之更正計算法，皆由實驗而得，故公式之得來，均爲試驗之結果。但此種更正數值極小，除在距離標準處緯度 40°甚遠且地面甚高之時，多不計之。普通吾人工作之際，僅顧及溫度之更正，即足爲用，茲將普通工作常用之公式列下，以爲吾人之參考：——

$$D=60158.6(\log h-\log H)\left(1+\frac{t'_a+t_a-64°}{900}\right)$$

上式 H 爲高站已施水銀溫度更正後之水銀柱高度，學者須注意及之也。

(33) 氣壓水平之測法　氣壓水平之測法有二，一曰雙氣壓表法，一曰單氣壓表法。茲分述之於下：

(34)雙氣壓表法 (By two Barometers) 在此法中,已知一站之高度,以求他站之高度。在已知高之站上,放置一氣壓表,以記其不同時間之氣壓,並假設其他站上之氣壓,在同時間之變化與第一站相同。此種假設,如兩站距離不遠,則與實際無甚差異。在第一站上之氣壓表,須有一人司讀記之責,讀記之時,應按照一定之時間,例如每隔半小時讀記一次。如此,第一站氣壓之變化,每一日內,或在測量之期間,必得一準確連續之記錄,以此記錄可繪一圖表以示之。此固定之儀器,以水銀氣壓表爲佳(空盒氣壓表亦無不可,不過稍遜耳)。記錄之時,除氣壓外,時間,空氣,及水銀之溫度,均應記出,此在第一站測視之方法也。第二站上之氣壓,須另用一氣壓表以測之,此氣壓表,因攜帶方便,以空盒式爲佳。在未離開第一測站之前,此氣壓表在第一站上之氣壓爲若干,時間爲何時,空氣及水銀溫度爲若干,均應先行記載,然後再攜之至第二測站之上。兩表雖在同一地方同一時間觀測,其讀數未必相同,其相差之數曰示標差 (index correction)。至第二測站之後,亦照第一測站觀測氣壓,時間,及空氣與水銀之溫度。如在第二測站時間稍久,達到時及離開時,均應各測一次,最好所在時間,不要太久。測竣之後,俟返至第一測站之時,又以此攜帶之儀器觀測一次。有此兩表之記錄,因天氣不同所生氣壓之變化,自易調整而加以更正。最須注意者,吾人計算兩站高度差時,務宜使天氣變化而影響氣壓之原動力,避免淨盡,僅留因高度關係所生氣壓之變化,爲吾人計算之用,始能準確也。下列兩表爲此法之記錄式,其計算方法,亦分列於下,學者宜謹愼注意一研究之。

固定測站氣壓表之記錄　　日期…………

測站	時間	水銀氣壓	水銀溫度	空氣溫度	備考
A	10:58 上午	30.720吋	44°*F*	40°*F*	30.720 30.695 0.025自上午10:58至正午氣壓降落之値
	11:30 上午	30.705吋	44°*F*	41°*F*	
	12:00 正午	30.695吋	44°*F*	43°*F*	
	12:30 下午	30.085吋	46°*F*	45°*F*	30.695
	12:45 下午	30.680吋	47°*F*	48°*F*	30.680 0.015自正午至下午12:45氣壓降落之値

移動氣壓表之記載　　日期…………

測站	時間	空盒氣壓	空氣溫度
		吋	
A	10:58 上午	30.57 30.58	40°*F*
B	12:00 正午	30.05	36°*F*
A	12:43 下午	30.54	48°*F*

高度差之計算:——

	30.57		
	30.58		
平均	30.575	30.540	
	.025	.015	氣壓變更之更正數
	30.550	30.555	空盒氣壓在低站化爲正午之讀數

自附表 IX 查得:——

	吋		吋		
	30.550	29178	30.555	29182	$t=43°$
	30.050	28746	30.050	28746	$t'=36°$
相差		432		436	79°
溫度更正		7		7	64°
高度差		439		443	15°

$$\therefore\ \frac{15}{900}\times 432=7.2\ \text{呎}$$

$$\therefore\ \text{高度差平均值}=441\ \text{呎}$$

以上計算,兩者相差為四呎,在空盒氣壓表,其精確程度,祇能至於此矣。

(35)單氣壓表法 倘用一氣壓表以測高度差,亦能得到相當需要之大概結果。惟在每站之上,須使氣壓表穩定後,再行讀載,在此等候之時間內,應注意氣壓之變遷及其變遷之時間,以為更正之用。到達及離開每站之前,均當記其各種之讀數。至返回第一測站之時,勿忘將其氣壓,溫度及時間記載於野簿之上。於第一次及最後一次之記載,足可示吾人以該站氣壓之變遷情形,惟此種變遷情形是否平均,可自他站所測之結果,作為參考,雖不能精確決定,然大致情形,相差無幾。倘採用此種參考,則自測量起始以至終止時間內之氣壓變遷情形,可畫一圖解曲線以表示之,此圖解雖非該站上於該測量時間內氣壓變遷之真正情形,然以之作為參考,亦無不可,蓋首尾兩數,均係準確數值,中間數乃係其他各站之氣壓情形,然所需要者為其變遷情形,以定曲線圖解之坡度,

亦卽不同時間氣壓變遷之情形耳。由此圖解曲線，吾人可用作求出他站測量時第一測站氣壓之情形，以爲計算之用，玆舉一例，以示其計算之法如下。

〔舉例〕 仍用上節之舉例，惟用移動之空盒氣壓表之記錄，以爲計算。

30.575……………A 站第一次讀數之平均値
30.540……………A 站末一次之讀數
10.035

$$\begin{array}{r} 12.00 \\ 10:58 \\ \hline 62分 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 12:43 \\ 10:58 \\ \hline 105分 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 44^\circ \\ +36^\circ \\ \hline 80^\circ \\ -64^\circ \\ \hline 16^\circ \end{array} \quad \therefore \frac{16}{900} \times 435 = 8$$

$$\frac{62}{105} \times .035 = \begin{array}{r} 30.575 \\ .021 \\ \hline 30.554 \end{array}$$ 上午十二時 A 站應有之讀數

自附表 IX 查得：——

30.554	29181
30.050	28746
	435
温度更正	8
高度差	443呎

(36)氣壓水平測量須知　在到達每站之時，氣壓表因受氣壓之變遷，指針不能穩定，故須靜候些時以待之，直至安定後，再行讀載。倘欲得較準之結果，則以天氣晴爽之日爲佳，蓋天氣晴爽，氣壓之變遷，恆均勻也。空盒氣壓表面上之高度圈 (altitude scale)，乃根據水銀高度圈

(mercury inch scale) 由公式計算而來,故用此圖以求高度差,結果稍遜。是以測量人員,恆願用水銀記錄,雖稍費時間,以事計算,然結果較爲可靠。

本篇所述之氣壓表,均爲英尺制,但遇有公尺制之氣壓表時,如欲由氣壓水銀高度,以求兩地之高度差,可用下列之公式:——

$$h_2-h_1 = 18400\,\frac{T}{T_0}\log\frac{P_1}{P_2}\ (\text{以公尺計})$$

上式中 (h_2-h_1) 爲兩地之高度差,以公尺計算; T_0 爲絕對溫度表冰點數; T 爲高處與低處間空氣之平均溫度; P_1 爲低處之氣壓; P_2 爲高處之氣壓也。

第五編　水道及流量測量

(1) 水道測量 (Hydrographic Surveying)　水道測量者，乃指任何有儲水之地方，其測量之方法也。如為海洋或為湖泊，其測量之範圍，包括岸線之決定 (determination of shore lines)；深度之測探 (soundings)；水底地形及地質之觀測 (characteristics of the bottom)；及浮標 (buoys) 位置之測定。如為河道，則除此外，尚須測其水流之速度及其流量等等；再廣而言之，如遇儲水工程，且須測其排水區域之面積 (drainage areas) 及儲水地方 (reservoirs) 之位置。凡此種種，皆在水道測量及流量測量範圍之中，而其應用，亦均接近工程之需要，學土木工程者，尤不可不熟習者也。

(2) 岸線之測量 (Shore Line Surveys)　測量岸線之時，必當先定其控制方法，控制方法不外兩種，一為導線網；一為三角網。例如在一灣曲不定之河道，其岸線測量之控制，可以一導線沿河岸稍遠處訂定之，導線之測量，則以經緯儀及鋼尺為之，導線定後，則以之為根據，用垂距 (off-set) 以測岸線，測時可擇曲形變態處定之，則結果必準而需時亦經濟也。

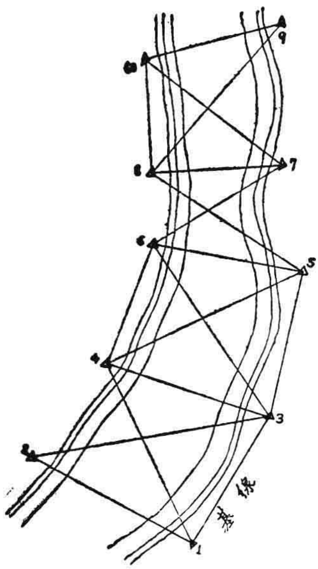
但河道稍闊，曲形過甚之處，用垂距法亦非所宜，普通工作，則以視距法或平板儀代之為佳。如覺此種方法，需時稍多，手續較煩，亦可於測導線時，同時並測岸線，換言之，導線測量，亦可用視距法或平板法也。

倘河道過寬，視距法不足以應準確之時，則須在河道兩岸，各定一導線，再在各導線上，以定各面之岸線。兩邊導線，同時亦應加以聯絡，聯絡之法，乃選擇對岸導線上數點，測以角度，如三角網然。河道闊度，在半英里以內，在一邊用視距測對岸之岸線，其差誤最多不過五呎至十呎而已。

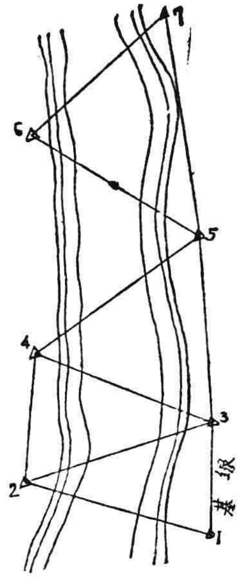
河道灣曲過甚之時，其中必有支流之地方，此種支流，不必以導線網隨之而行，僅另訂一略短導線助測足矣。普通之時，用視距法時爲多，因遇不能達到之地方，此法無大阻礙於工作也。惟遇河道較長，準確程度較大之時，則非用三角網以爲控制不可，故吾人常見河道測量，恆有三角站之設立焉。

(3) 海港湖泊及河道之岸線(Shore Lines of Harbors, Lakes and Rivers) 水道較長較狹者，其岸線之測量，恆用導線，以爲控制之工作。除此之外，則多用三角網代之，而以視距法或平板法以測岸線。故測量水道之時，常先用經緯儀以訂三角網，然後將三角網，按照縮尺畫於圖紙之上，再用此圖紙，以測岸線，其結果頗爲準確也。

在河道兩岸，設立三角站時，最重要者，乃在此岸一站上，應能見到對岸兩站爲宜。例如在第七十一圖中，三角網不能溝通，因在 ▲5 上，不能測見 ▲7，或在 ▲6 上，不能測見 ▲8，故三角網之計算及佈繪，僅可止於 ▲5－▲6 線。在第七十二圖中，亦僅可止於 ▲4－▲5 線，是以兩岸測站，須互相得見，且能測足其角度，始能爲用耳。遇有支流之處，可另立一導線以補助之，不必使三角網遷就之，而加多工作也。

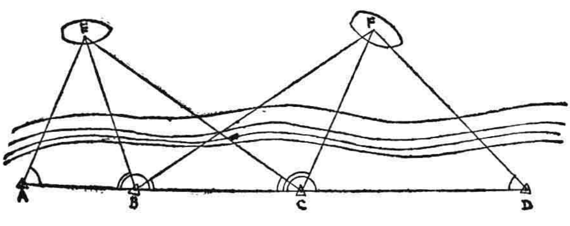


第七十一圖



第七十二圖

第七十三圖乃美國湖泊測量隊所用之控制方法。其法亦爲三角網。三角網之設立，乃沿水道而行，惟各三角形之底線，設於岸上，其頂端則在水中之船上。例如 A,B,C,D 乃岸上置儀器之測站，AB 之長度爲已知，E 及 F 之點，可以用三點題以定之。E 及 F 均爲船上之測視點。在岸上 $A,B,$ 及 C 點上，均可測視 E 點，而得各角度，由此各角度之



第七十三圖

位置，必可算出。惟測視之時，船上及岸上之人，須有一定之工作秩序，譬如測 E 點時，船上之人，以笛爲號，於是岸上在 A,B,C 同時觀測之，而得三個角度，此謂之一組，如此繼續再測數組，以求準確。由三個角度及 AB 之長度，BE 之距離可以算出。然後再由 BE 以算 BC 之長度。於是 CD 由測視 F 處所測之角度可以算出矣。倘冬日結冰之時，則可不用船艇，卽在冰上插旗測之可也。

(4) 冬日湖河之測量(River and Lake Surveys in Winter) 許多測量人員，對於湖河測量，恆喜冬日爲之，因在冰上，可任意測定導線網或三角網也。但以岸上多雪，站位不穩等故，是否較之夏日爲佳，極難比較，惟在測探湖河深度之測量工作，則實較夏日爲經濟也。

(5) 海洋之岸線(Ocean Shore Lines) 海洋之中，受潮之升落，其岸線亦高低不定。卽入海之江河亦然，是以其岸線究以何處爲標準，遂生問題。在普通情形，均以平均高潮之水線爲其岸線 (line of average high water)。但此平均高潮之水位，鑒定之時，亦非簡單，若以水痕舊跡，作爲根據，實不足以言準確，欲得眞確結果，舍觀測海潮之法 (tidal observations) 不爲功，觀測海潮之升降，則其平均高潮之水位，自能測定，連接各處所測定之地位，卽爲海岸線。

測繪海岸線之工作，亦應分爲數部，如測繪一等高線之工作然。所分之工作，一爲水平隊(leveling party)；一爲緯儀隊(transit party)。水平隊在前，以定測點之高度，經緯儀隊在後，以定測點之位置。有時以視距法測之，其準確度雖較遜，然時間之經濟，亦頗値考慮也。在此法之工作中，司儀器者，先將經緯儀之望遠鏡放平，司水平尺者，在海岸坡

上，移動尺之地位，以至規定之高度爲止。此時水平尺之地位，即用方位角及視距離以定之。如此繼續測量，則海岸線即能測出矣。惟爲節省時間起見，海岸線之爲直線者，只測二三點，即可足用。倘有灣線，則應在曲線起始，終止及頂點諸處測定之。無用之測點，徒費時間而已。在比例尺爲$\frac{1}{1000}$或小過於此者，視距法足敷需要之準確度，即平均高潮之水位，亦可以目力根據海岸潮水積留之物以定之。但在甚平之海岸上，此種情形，尙難據以爲定，然以水平測之，當無問題也。總而言之，吾人測量之時，心中須勿忘圖之縮尺應爲若干，亦即勿忘吾人所需之準確度爲如何，倘能時記心中，則無用無益之精密工作，可減少之，且能省却許多時間與經費也。

(6) 河岸等高線之測法 (Contour Surveys of River Banks)　因考察水源而作河道之測量，其工作不外爲河岸之地形測繪；河道起始及終止兩點間水面坡度之鑒定；及岸線之測繪是也。所有工作，與第(3)節所講者同，惟須加多一水平隊，以測兩岸之等高線而已。河道起始及終止兩點水面之高度，應以水平儀測視之，始能測定急流水面之坡度，其地位則須以經緯儀以定之也。兩岸上之等高線，可用經緯儀及水平儀測繪，若用視距法或平板儀法，亦無不可之處。普通測量河道，其岸上等高線差 (contour interval) 約自五呎至十呎；水面等高線差 (difference of water surface contours) 則約爲一呎也。

(7) 湖泊岸上等高線之測繪法 (Contour Surveys of the Shores of Lakes and Ponds)　湖泊岸上等高線測量之爲用，乃求湖泊水位升降之位置，以爲儲水計劃之預定。此種測繪，不外爲一岸線之測量，同時用

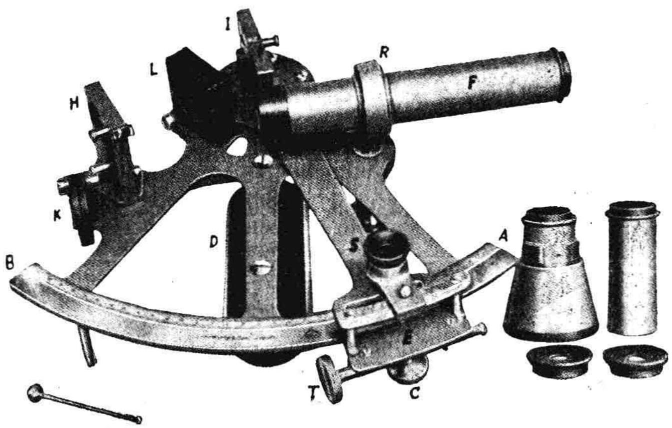
視距法或平板儀法，測出岸邊以上之等高線而已。普通計劃湖泊增加儲水量，以為食用或灌溉之需時，則先定水面應增高若干。然後根據此擬定之增高數目，測繪一等高線，此等高線者，即水位增高至預定之高度時之湖岸線也。此種測繪工作，一平板儀即足敷用，若有支流之處，則另加一支出之導線而以經緯儀測之，然後將所測結果，填繪於平板之上，惟測繪之時，可以粗略，其等高線，可以湖中水面為基面，而另設一水標尺(gauge)於湖中，以為水面升降之更正可也。

(8) 排水面積蓄水池(Drainage area and Storage Basin)　在水利工程中，吾人常利用天然地形而計劃一大蓄水池，此種計劃，應先知其排水區域之面積與夫雨量如何而定。欲知此排水區域，則必先事測繪不可，故為計劃此蓄水池之測量工作，實即一地形測量而已。地形測繪既畢，等高線必能繪出，有等高線，則排水區域可以決定，而其面積亦能算出。於是經計劃之水壩溢口高度決定後，則蓄水池之岸線在地形圖上，可以繪出矣。倘欲起始建造此巨大之水壩，則仍應照圖上所繪之岸線，再作精確之測量，不僅用以實施建築，而於計算蓄水池之容量，亦可得較準之結果，此種測量，於決定水壩溢口高度後，則池中水面高度已知，而其工作不過為一單獨之等高線測量而已。

計算池水容量之時，可以池底之深度等高線及平均兩端面積法(end area method)以計算之，與平面測量學中之自等高線計算土工法相同，茲不復贅。

(9) 六分儀(Sextant)　在陸上測量，所用之儀器外，尚有一種儀器曰六分儀，此種六分儀，常於水道測量用之。其為用也，亦為測量角

度。經緯儀可測直立角及地平角，此六分儀則能在任何平面上測量角度。其構造可參閱第七十四圖。此種儀器之外形，爲一整圓之六分之一，故名之曰六分儀，但其構造之結果，可以測角至一百二十度之大。用此種儀器，甚爲輕便，尤以在河道測量時，吾人立於艇上而測角度，更覺輕巧。在海洋輪船之上，以測天文而定經緯度及時間亦常用之。

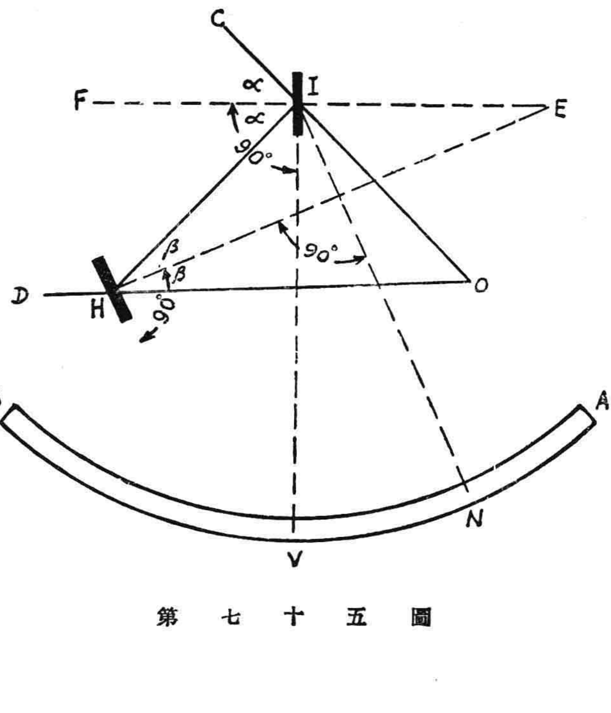


第　七　十　四　圖

在第七十四圖中，ABI 乃其架形，均以銅質築成，架之下有木柄曰 D。IE 爲指臂 (index arm)，軸於 I 處，I 處乃 AB 圓弧之中心點也。指臂可以 I 點爲中心而旋轉。臂之 E 處，附有化微。C 爲指臂之箝 (或曰臂箝)，T 爲其切線螺絲。在 I 處有一指鏡 (index glass)，此鏡固定於指臂之上而與六分儀之平面垂直，其反光之鏡面，洽在指臂旋轉之軸心上。平面鏡 H(horizon glass) 固定而垂直於六分儀之架上，此鏡面上，分爲兩部，上部爲透明之玻璃，下部爲一反光之鏡，此

鏡之位置與指鏡平行時,則指臂適在 AB 弧上之零度處。F 爲一望遠鏡,用 R 圈繫固於六分儀之他架桿上。S 爲指臂上之放大鏡,爲讀化微之用。K 及 L 乃有色鏡片,可以旋轉,而置於平面鏡之前後,以保護目力者也。圓弧 AB 上刻度數,自零度起始而至一百二十度爲止,但晝分之每格,雖註爲一度,而實際僅爲半度之地位。每度之中,又分成細小之數,用化微讀之,在普通儀器可讀至三十秒,在較精之儀器,可讀至十秒。普通之六分儀,指臂 IE 長約五至八吋;若懷中六分儀 (pocket sextant) 則僅爲二吋而已。

(10)六分儀之原理　在第七十五圖中,指鏡乃在 I 處,平面鏡在 H 處,測視者之眼乃在 O 處也。AB 爲分度之圓弧。茲設在 C 及 D



第 七 十 五 圖

處設置兩標桿(range pole)，而測 COD 角。自 D 處所來之光線射入平面鏡之上部（透明部）而穿過之，直至眼處 O；自 C 處所來之光線，射至指鏡 I，但自 I 反射而至 H 鏡之下部，然後再由 H 鏡之水銀面反射而至眼處 O，故 C 及 D 兩點，同時可現於吾人眼廉之下也。倘 VI 秒動，則 IH 亦必移動而離開 H 鏡，故 IH 線相交 OD 線於 H 鏡上時，指臂 VI 僅有一位置而不能另有一位置，此可斷言。是以六分儀之使用法，不過移動 VI 指臂而使 C 處之影射至 H 鏡上與 D 處之影相合在一處而已。在兩處物影相合於 H 鏡上時，則讀 COD 角，此角之度數如圖中之 VN。

六分儀之原理，乃根據物理光學中之原理，即投射角等於反射角。在第七十五圖中，兩 α 角相等，兩 β 亦相等也。

在 $\triangle OIH$ 中，

$$\angle O=\angle CIH-\angle IHO=2\alpha-2\beta=2(\alpha-\beta)$$

在 $\triangle EIH$ 中

$$\angle E=\angle FIH-\angle IHE=\alpha-\beta$$

$$\therefore \quad \angle O=2\angle E$$

倘 IE 爲 N 在零度時指臂之位置。因 IN 與平面鏡 H 平行，故 E 角等於 VIN 角。但 VIN 乃指臂 IN 自零度所轉之角度，且 AB 弧上之分度，以半度之距離，作爲一度之計算，是以 O 角，可以直接由 AB 弧上讀出也。

(11) 六分儀之整理法(Adjustments of the Sextant)　六分儀之整理，可分爲五部如下：——

（a）使指鏡與六分儀之平面垂直

（b）使平面鏡與六分儀之平面垂直

（c）使指鏡在指臂於零度時，與平面鏡平行

（d）示標差之更正

（e）使視線與 AB 弧之平面平行

(12) 使指鏡與六分儀平面垂直之整理法　將指臂置於 AB 弧之中心處，於是用目視指鏡中該 AB 弧半段之影是否與其本身另半段相銜接而成一整圓弧，倘指鏡與六分儀之平面垂直，則鏡中 AB 半段之影必與其本身另半段銜接成一圓弧。倘其影與其本身不能銜接而呈一折斷之像，則指鏡須加以整理；如影在眞弧上，則知指鏡向前傾斜；如在下則知向後傾斜也。整理之時，放鬆後螺絲，用紙片塞進指臂與鏡架之間，再行檢視，倘仍有不合，再整理之，以至適合爲止。

(13) 使平面鏡與六分儀平面垂直之整理法　將六分儀持平，由望遠鏡內視遠處一地平線（在陸地上可視遠處屋頂；在海面上則視海平面，卽海與天相接之界線也），倘在平面鏡中，於上部（透明部）所見之地平線與其下部（水銀面）中地平線之影，不相符合之時，則平面鏡與六分儀平面不垂直而須加以整理，整理之時，旋轉鏡後之螺絲，將鏡移向前傾或向後傾，至其中之地平線相合時爲止。倘無此螺絲之時，則將平面鏡下之螺絲放鬆，塞進紙片，以調整之，如整理指鏡者然。

(14) 使指鏡在指臂指於零度時與平面鏡平行之整理法　上兩節整理既畢，於是將指臂化微指於 AB 弧上之零度處，由望遠鏡經過平面鏡上部（透明部）視遠處一點（如塔尖或避雷針等，如在海面則可視一星

體），然後視平面鏡上該物之影，是否與之相合，如不相合，須加以整理。整理之時，校對其整理螺絲卽可。

(15) 示標差之更正法　在許多種六分儀中，其構造並無上節所述整理之設備，以是之故，遂整理示標之差，以替代上節之法。整理之時，先由望遠鏡視遠處一點（如上節），然後移動指臂，將此物在平面鏡水銀面上之影，與在透明部所視得者相合，於是旋緊指臂之箝，視指標化微，是否在 AB 弧上之零度處，如不在其處，則其相差之數曰示標差 (index correction)，知示標差之值爲若干，則以後所測之角度，均照之加以更正可矣。

欲求此示標差之準確數值，可觀測太陽以定之。觀測之時，先將太陽本身與其影之邊緣相切，此時讀指臂化微所指之度數，然後移動指臂，使太陽及其影移至他邊之緣相切時，再讀指臂化微所指之數。但此兩讀數，一則在圓弧零度之此端，一則在其彼端（卽在 O 度之外矣），然兩讀數相差之半數，卽爲示標差也。惟須注意者，乃示標差應爲正數抑爲負數，倘上二讀數中在零度外者之數較大，則爲正數，反之則爲負數。

(16) 使視線與 AB 弧之平面平行之整理法　六分儀之望遠鏡中，有橫直線各二，成一正方形於其中間，測望之時，應將所視之兩物，均影現於此方形之內。整理視線使與 AB 弧平面平行之時，先將六分儀放平於桌上，由望遠鏡內視遠處（二三十呎）一點，而標記之。望視之際，須將此點置於視域之四方形內。然後製木塊兩個，其高度應等於望遠鏡中心距離六分儀平面之高度。於是以一木塊置在 AB 弧之零點上，另一塊則置於 AB 弧之他端上。然後再由望遠鏡分別測視此兩木塊之頂端，

倘儀器正確，則視線必經過木塊之頂，同時並與前測之點符合。如不符合，則須整理，但遠在二十呎外之點與木塊頂端相差半吋之時，則所測角度，差誤僅爲一秒，故整理之時，無須太行認眞，合乎準確程度足矣。不用木塊之時，用鉛筆代之亦可，其法與木塊相同，玆不復贅。倘差誤在半吋以上而須整理之時，可旋動望遠鏡鏡圈上之螺絲。此種整理工作，不影響其他各部之準確，但 AB 弧中心點離心 (eccentricity) 之差誤或 AB 弧分度不勻所生之差誤，均無相當方法以調整之，僅能以之測已知之角度，而視其有無是種錯誤而已。

(17)六分儀之用法　用六分儀，可以在任何平面之上，以測角度，此與經緯儀不同之點也。測量之時，以右手持柄，而將儀器之平面與欲測角度之平面符合，如欲測地平角度，則將之放平，望遠鏡在其上；如測直立角，則將之放直，望遠鏡居其左。於是轉動儀器全部，(平面位置不可移動)，由望遠鏡中，測視左方之目標。而使視線同時經過平面鏡上部透明部份，亦卽由望遠鏡經過平面鏡上部而觀測左方之目標。然後握緊儀器，不使移動，以左手移動指臂。而使右方另一目標之影，現於平面鏡下部之上。此時旋緊指臂之箝，再用其切線螺絲，使兩目標之影相符合，惟兩影是否符合，須徐徐旋動切線螺絲，以試視之，試準之後，讀出 AB 弧上之角度，再加以指標之更正，卽所欲測之角度也。

在普通情形之下，上述方法，最爲便利。但先視左方目標，並無深意，僅爲方便而已。如右邊目標，觀視不易清楚，則影於平面鏡下部水銀面上之時，更難清析，故當此情形，可先視右邊目標而使左方目標影於水銀面上，蓋先視之目標，乃直接由望遠鏡經過平面鏡上部所視得者，

而後視之目標，乃先將其反影於平面鏡之水銀面上，然後再由望遠鏡測視其影，而非直接測視其本身也。故測量之時，左右二目標，孰較清析，則後視之，無非求一清楚之影而易於測望而已。但先測右方目標之時，須將望遠鏡，放在下方，而以左手持柄，右手移動指臂也。

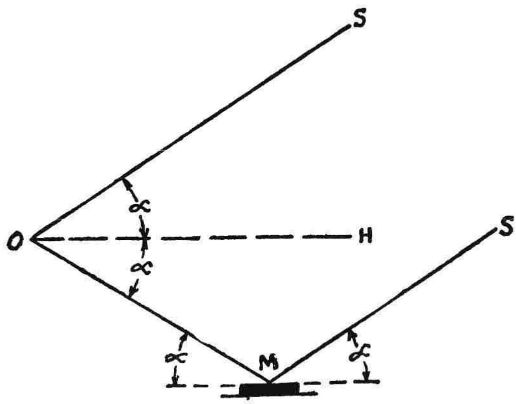
如欲測之角，超過一百二十度之時，可在同一平面上，於兩目標之間，再選定一目標，而分兩次測量之，兩角之和，亦卽欲測之角也。

用六分儀，作天文觀測，大部為測量星體之高度，而其運用之機會，尤以在海上之時為多，所測星體之高度，完全以海水面為地平面，如測太陽或月亮以及行星之類，僅以星體之邊緣為目標，換而言之，亦卽用六分儀在直立平面上，測量直立角，所測望之兩目標，一為星體之邊緣；一為海水面之邊際。故測得結果，須加以示標差；折光；俯角及半徑差(semidiameter)之更正也。

(18)使用六分儀應注意之點　學者對於六分儀及經緯儀之區別，應認識清楚，例如測量一地平角度，用經緯儀所量者，乃正確一地平角；而用六分儀所測得者，因手力之關係，其角度乃在經過兩目標及觀測眼處之平面上。再有言者，角之頂點 (vertex of the angle) 並非一固定之點如第七十五圖中之 O 點然，自第七十五圖中，吾人知 H 及 I 兩點，決不移動，故所測角度愈小，則 O 點須退愈遠之處，(亦卽距離儀器愈遠)，是以角度之值，至最小之時，O 點亦將至距離儀器極遠之處也。以六分儀作天文觀測，因星體距離吾人甚遠，假設 O 點卽在觀測之處，不致發生甚大之差錯，但用六分儀測量地面上物體之位置，測量之角度愈小，則所生之差錯愈大。是以用六分儀測量此種工作，其準確程度，實

較經緯儀相差甚多,一則角度愈小,O 點與測者位置相差愈大;二則角度愈小,兩線在角頂上相交之點,愈難確定。故在精確之測量工作,不欲用之也。普通之六分儀,在測量一 20 度之角時,則 O 點距離指鏡處約爲 5 吋;若爲 5 度,則其距離爲 2 呎;若爲一度之角,則其距離約爲十呎。由此觀之,則六分儀之爲用,可以知矣。

(19)人造地平(Artificial Horizon)之用法 在航海中,吾人常用六分儀,以測星體之高度,然在海上測量高度,須以海平面爲根據,而加以俯角之更正。倘在陸地之上,無海平面,以爲根據,則須製一人造地平,以事觀測。此人造地平者,不過以一盂滿盛水銀,置於地上而已。測量之角,亦卽星體與其本身與在水銀面上之影所成角度之半數,而此全個角度,則用六分儀以測量之也。測視之時,先由望遠鏡中,自平面鏡上部透明部份,測視盂內水銀中星體之影,然後再移動



第 七 十 六 圖

指臂，將星體之影，現於平面鏡下部之水銀面上，俟兩影符合之時，讀出 AB 弧上之角度，再以二除此測得之角度，即欲測星體之高度也。在第七十六圖中，測者之目在 O 點，人造地平爲 M，遠處目標爲 S，例如爲一星體；OH 爲一地平線。SO 與 $S'M$，假設其爲平行(在測量星體，SO 距離甚遠，此假設與實際情形，相差無幾)，故所有 a 角，均爲相等之角，而所欲測之角爲 SOH，且等於 a 角，故 SOH 角爲 SOM 角之半數也。

觀測星體，因距離甚遠，故 SO 及 $S'M$ 兩線極近似平行，測得角度，無大差誤，若測較近物體，則六分儀愈靠近盂內水銀，則差誤愈小，亦即使 SO 與 $S'M$ 兩線愈似平行也。SOH 角測得之後，不可再加以俯角(Dip)之更正，因人造地平，非海平面，實爲一地平也。

(20)水下測量(Subaqueous Surveys)　水道測量最要之工作，乃爲測繪水道底面之地形，故無論河流，湖泊以及海港等等，如須測量之時，必須先測繪其底面之地形也。附屬於此種測量之工作，尙有其他，例如水底地質之調查，尤稱重要。其目的甚多，如航海路線圖(navigation charts)；河道淤塞之治理；河道淤塞之情形；以及海港工程之各種計劃，均依賴之。是以學習土木工程者，對於此種測量，實不可漠然視之也。

水道底面地形及地質之測量，總其名曰水下測量。此種工作，簡而言之，可分數步，第一步爲控制工作，控制工作，普通均以三角網爲之，三角網之控制工作，包括平面與立面兩種。第二步爲測深工作，測深工作，即爲底面地形之測量，工作之時，遊艇於水上，分在水面各

處，探測該處水面之深度，而水面上測深各處之位置，則依據各控制點，以決定之。不過水底地形，人目無從窺見，故測深之時，測點愈多，愈可準確，但所費時間與費用亦必增多，是在測量人員酌量情形而定者也。

控制工作爲三角網，已如上述。三角網各站，須設立於水道兩岸之上，且須在該站上，能以週視水面爲宜。近岸處如有教堂屋尖燈塔以及高立旗杆等物，均可採用，以爲控制之點。水下測量，除水底地形及地質外，其岸線及岸上附近地形，往往亦在應須測繪範圍之內，其工作方法，不外用視距法或平板法而已。

(21) 水下測量應用之儀器　水下測量大概情形，已如上述。其所用之儀器，除經緯儀，水平儀，平板儀，鋼捲尺，標杆水平尺及視距尺外，尙須船艇及測深之器具。測深之器具，普通分爲兩種，一爲測深杆(sounding pole)；一爲測深繩(lead line)及測深球(sounding bob)。除此之外，如六分儀，標誌，浮標，及水標尺等，亦爲常用之具，其詳細用法，俟於下節，陸續述之。

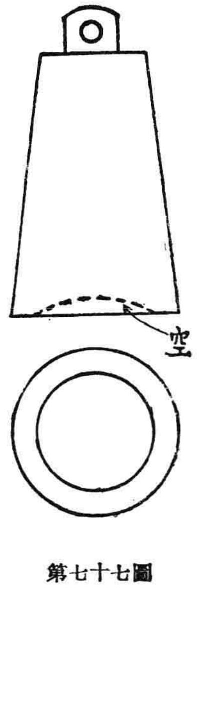
(22) 船艇　船艇在測量之時，關係並非簡單，其最要條件，在便利施測。故選擇之時，應加考慮，不過普通情形之下，測量者僅可在水道附近，僱用船艇，如僱用船艇，則吾人選擇條件，自不易滿足需要，此乃顯然之事。但無論如何，總應在可能範圍之中，加以選擇而已。在多種船艇之中，以圓底者爲宜，因其對於水浪及風力之推動，不致有巨大之移動而能使之在規定航線上，停或行也。平底船艇，在淺水無浪之處，較爲適宜，他處則稍差。有發動機之船艇，自較手搖者爲佳，但重要條件，須其

能用最慢之速度行駛，而其速度且須平均，如此則一方可以在規定航線上行駛，一方易於控制之以抵抗風浪之推動。汽油船亦爲上選，但以在航線稍長及水中無亂草等物之處爲宜。倘其速度過快，可用一拖木(drag) 以節制之。此拖木普通爲4吋 ×8吋方，8至10呎長之木一條(尺寸之大小須視汽油船之動力大小而定)，用繩連其兩端，木在水中，其一端之繩，繫於船栓之上。船之速度，不加節制之時，則放鬆木另端之繩，而使之順流而行（卽木之方向與水流相同)；如須節制之時，則拉緊之而使拖木橫置水中，於是水流方向與拖木相交，船之速度，可以遲緩，至欲使其遲緩至何程度，可以拖木與水流方向相交所成之角度而定，角度愈大，拖力愈大，而船行亦愈緩，工作之時，可以試驗爲之，以至適宜之速度爲止。用有發動機之船，並須附有小艇以備登岸之用，倘有碼頭之處，自可不需要也。

(23) 測深杆及測深繩(Sounding-Pole and Lead-Line)　測深杆之構造，與自讀水平尺，相差無幾。約長十二至二十呎左右，而一至二吋見方。杆脚有鐵鞋 (iron shoe)，鐵鞋之爲用有二，一則因其鞋底甚寬，置於水底泥質之上，不致使全杆下沈泥中；二則鞋底成一凹形如杯，可以將水底泥質附黏其中，提出水面，而視察其性質也。但鐵面如塗以油脂或肥皂之類，則泥質易於附黏於其上。全杆之上，分成尺數，每尺之中，又分爲小數。此種分法，均刻印於杆之兩面，俾便於視讀也。

測深繩之構造，可以練爲之，或以繩爲之，在普通工作之時，以繩之時爲多。繩下且有一附屬物曰錘。繩之構造，普通均以蔴爲之，但

蔴繩浸水又復晒乾，不免有伸縮之弊，故深水測深工作，恆不願用之。是以輕質鋼線或鋼練，上附銅誌 (brazed link) 者，爲用亦大。用測深繩之別於杆者，蓋淺水用杆，深水用繩也。用繩之時，在工作之先，應設法使之伸緊，俾免收縮之弊。伸緊之法，乃將繩環繞一圓柱之上(譬如大樹等物)，用力將其收緊，繩端繫固於一處，然後用水澆濕，俟其縮短而緊繞於柱上，但晒乾之後，復又稍鬆，此時放開全繩，用力再將之緊繞於柱上，再以水澆之，俟其乾後，照法泡製數次，則繩經水後，不致再有伸縮之時爲止。最後將繩澆濕，分爲尺數，起點應以錘底爲始，每尺之處，繫以皮帶或以紅布爲記，每五尺及十尺之處，應另記號，以爲區別，區別之法，可以各種不同顏色之材料爲之。如用皮帶(leather tag)，則於各十尺處，以其尖端之數目爲記，如測練之銅牌(brass tag of a chain)然。但此種繩質，經泡製及鑑定後，久則必有差誤，故工作之際，隨時仍應根據鋼尺，以校對之。倘有較大之差，必須更正繩誌；如差錯不巨，爲節省手續，可不整理繩誌，僅於測得之結果上，加以更正足矣。在深水測量工作，測量者恆喜用銅練爲之，此種銅練質堅而細，且不易自行撓繞，尺之分劃，亦無改變之弊，故雖久用，無須更正其差誤也。測繩如用皮質或布質材料，以爲記號，不可用鉛絲或鐵絲繫之於繩上，因測深之時易刺測者之手，且更換記號之時亦較煩耳。測繩所附之錘，其重量因環境不同各異，普



第七十七圖

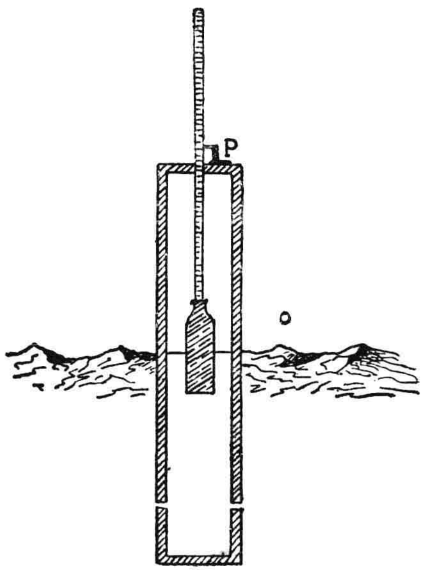
通情形，均以水之深度及水流速度作爲根據而定錘之重量，但最輕者不過三磅，最重者亦不過二十磅而已。在水流速度不急，水深在四十呎左右者，恆用六至十磅之錘。錘之形狀，其普通之橫斷面，以圓形或長方形爲宜，其長度應三倍於其橫斷面之直徑，錘之上部略小而下部略大，而成一截圓錐形。上部頂端附有圓孔，爲繫繩之處；下部底面，向上凹出，成一杯形，爲採取泥質之用。如第七十七圖。但錘形並非僅此一種，他種形狀，亦未爲不可，總之，便於應用足矣。

(24) 岸上標誌及水中浮標(Signals and Buoys)　岸上標誌，爲測深時，測定水面位置之用，用普通之標杆 (range pole) 或小木棍(普通其橫斷面爲$\frac{7}{8}$吋乘 2 吋)附以鐵脚亦可。用標杆之時，上繫旗誌，則雖在遠處，亦能望及，但旗之顏色，須以背景爲根據，背景較暗之地，白旗爲宜，紅旗則除黑暗之處，均所適宜，若背景光亮，則黑旗爲宜也。在測量時間略久之情形下，亦可用支架標誌，固立於控制點上，桿上繫以旗誌，以爲測望之用。岸上標誌衆多之時，易於混亂，須在桿上標明數字，以識分別，若用木條兩根，交叉於桿上，而註以數字，爲用亦便。

在特種情形之下，標誌應設置於水面上者，則須於水中設置標誌，以爲測視之用。但過深之處，則浮標較便，此種浮標上附標桿，以繫旗誌，下部錨於水底，俾資穩固其位置，但巨風大浪以及潮水之影響，亦足以改變其位置，事先當預防之。如無此種影響之處，可以三線拉之而錨於水底，則其位置可不受移動。如所有標誌，盡須設置水中之時，水又不甚過深之處，可用長木棍下附鐵錘，置於水底，露出水面約三四呎，其橫斷面爲$\frac{7}{8}$ 吋乘 2 吋。倘水流稍緊，則可另加三木撐以支持之。

(25) 潮標 (Tide Gauge)　潮標者，測量潮水升降之尺也。普通潮標，爲一長木板，油以白漆，上分尺數及其小數，用黑字塗寫於其上。全尺垂直於水中，但尺之零點之位置，不能隨意而安定，應與規定之基面符合(平均海平面或其他)，岸上附近如有水準點，如根據一基面而測來者，則可以之爲根據，再用水平儀測至設標尺處，以定該尺零點之位置。設立之時，須注意水之升降大概情形，俾潮標設立之後，最低及最高水面之高度，均可由潮標讀出。觀測潮標，須經長時間之考察，每日應按時讀載潮之起降，積年之後，始能得其平均之值，吾人測深工作，受潮水升降之關係，應以平均水面(或其他)高度，爲水底深度之標準，故一方測深，一方尚須觀測該時潮水升降之數值也。

在海岸之處，海浪喧騰，水面不穩，觀測之時，至難鑑定其高度，須設法避之而使水面穩定，俾易觀測。最簡之法，如第七十八圖，其法乃用一長木箱，中置空瓶一只，瓶口安一標尺，上刻尺數，木箱下部有孔，可使水入其中，全箱放入水中，可以固定於水面之中，瓶受箱中水之浮力，可以升降，而標亦隨之而起落，然後由指針 P 處，可以讀出標尺之數目。但須注意者，

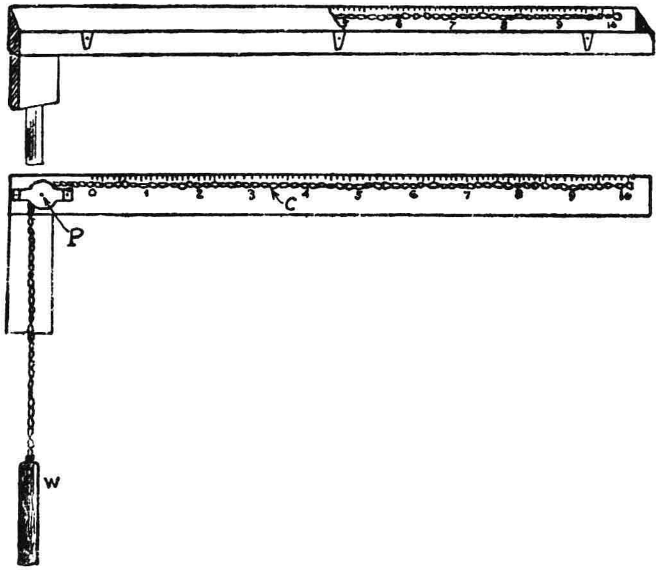


第七十八圖

標尺之數，須自上向下讀，而 P 之位置，亦須與規定之基面高度符合，故普通均將此木箱繫固於一固定物件上，如碼頭旁或水中一木樁之上。

(26) 河道或湖泊水標(River and Lake Gauges)　吾人測深之時。須同時觀測水面之起落，已如上述，故於河道或湖泊測量時，亦須如此。此種水標 (gauge)。常附設在橋台或橋墩旁之水面中，按時觀測，以為根據。但附設在橋墩之旁，水受阻礙，水面激動不定，甚難觀視，故用兩長木板沿水標之旁釘立之，此兩板應與水標本身，各成一三十度角，如此則可阻止水浪侵至水標之前，而易於認定也。但往往有不能釘置此種木條之時，可在岸坡之上，使水標臥置於該坡之上，此臥置之水標上，亦分成尺寸，以定水位之升降，但其分畫之距離，應較直立者為大(應等於其 csc 之數)，至應大若干，則視岸坡之坡度而定也。

倘在氣候較寒之地，河水之中，恆多冰雪隨流之時，則直立於水中之水標，不免有被衝擊之虞。故在此種地方，常用一種水標名曰鏈標 (chain gauge) 如第七十九圖。此種鏈標，在此種情形之下，極為合宜。其構造亦甚簡單，用一長自十呎至十四呎之板一塊，一端繫於岸上，一端懸於水上。懸於水上之一端，幷繫一滑車，如第七十九圖中之 P 處，滑車之上，繞以鐵鏈，鏈端則繫一重十二磅之鐵錘一隻如圖中之 W。鏈之另端最末一環，掛在板上之一鈎上，測用之時，可由鈎上，取鏈下環，則 W 錘可任意下降或上升，以至錘底正觸水面為止，錘觸水面之時，鏈之另端之地位，卽為應讀載之數目，故板面之上，刻有尺寸，卽為讀載時所用者也。但經用日久，鏈長改變，故須時時以鋼尺校對之，校對之時，錘上有螺絲一支，可以整理微小之距離。水面高度，既可以如此以資



第 七 十 九 圖

觀測，但其高度，亦須與岸上水準點之高度，有所聯絡，故鏈端讀作零數之時，錘底高度，應爲若干，須由岸上附近水準點，以校正之。

沿河岸上，設立水標，不僅一處，每處零點錘底之高度，遂亦不同，然爲求劃一起見，須用水平測法，將每處零點錘底高度測出，以聯貫之，俾整個測量有同一之立面控制也。河道有上下游之分，水由上游而下灌，故知河底及水面，亦必有坡度之象，以是之故，由各處水標零點之高度，即能測定此坡度之爲若干矣。因河道有坡之故，或以地形之關係，吾人不能將零點錘底之高度，使與吾人水準基面之高度符合，此乃明顯之事實，故在普通工作之時，常以水面某種水位爲依據，而測量水深之時，即以此種高度之水面爲起點，以量水深。此種水位之水面，通常採用者

有三種,一曰最高之水位(high water);一曰平均水位(mean water);一曰低水位 (low water) 是也。倘測量水深之時,水面之高度,並非規定之水位時,則須在測深之時,隨將水位測出,每日並須觀測數次以為根據,然後再將所測水深,加以更正。例如在河道上游,平均水位時,水標讀數為 2.3;在稍下地方則為 1.7;再下地方則為 2.1,故水深之更正,應卽用此數,以計算也。

在湖泊測深工作中,常用最低水位為根據,而在測量之時,亦應隨時讀載水位之高度,水位之高度,卽由水標讀出者也。

(27)自動潮標及自動之河道水標 (Automatic Tide and River Gauges)　在各種工程建設中,常時需要極準確之水位高度及其升降之情形。此種需要,非用自動之觀測水標不可,測定海潮者曰自動海潮標 (automatic tide gauge);測定河道水位者曰自動河道水標 (automatic river gauge)。茲分述於下。

自動潮標,因目的不同,可分為兩類,第一類乃在方格紙上,由機械之動作,可以自動畫出水位升降之情形而成一曲線以表示之。此曲線畫法之根據,亦可分為兩種,一種用方形座標 (rectangular coordinates);一種則為同極座標 (polar coordinates)。在前者之中,橫線代表時刻,而縱線則代表水位之高度;在後者之中,則極線 (radius vector) 角度代表時刻,而其長度代表高度也。第二類者,乃於相等間隔之時間內(例如每十五分鐘),用亞拉伯數字印出潮水面之高度,照上法而使之自動記錄,但其時間之間隔,可以隨意照需要而調正之,由此可知此兩種器械,構造實大同而小異,惟其需要之目的,微

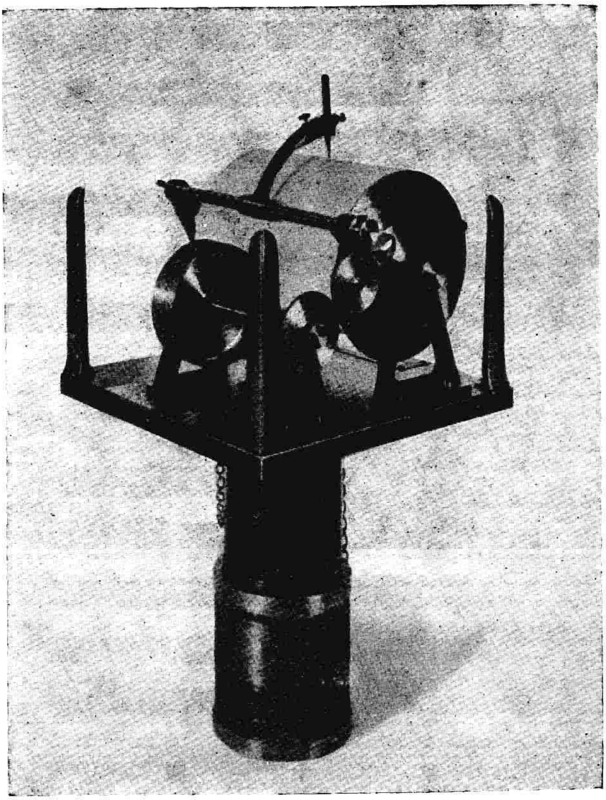
有不同耳。

自動水標之內部機械，完全相似一鐘錶之構造。水位升降之時，由一浮球之動作而及於該機械上之鐵線或繩，再由此線而及於記錄之針，遂能由浮球之升降而使其自動記錄其地位，惟浮球應護以直立之於長箱或一管中，箱管之牆板，挖以小孔，使其進水，如此庶能不受風浪之激動而可使水面平靜也。

在上述之自動水標，其鐘表之構造，乃使方格紙轉動；而浮球之構造，乃使記錄之筆行動。但有時亦有由浮球使紙動，而鐘表構造使筆行動者，但以前者爲多耳。

美國大地測量所用者，有兩種，一爲可以搬移者 (portable)，一爲不能搬移者 (nonportable)。前者較輕，而後者較重。所有重要水標站 (tide station) 皆用重者，其所用之紙，以卷爲單位，每卷長六十六呎寬十三吋，每小時用一吋，足敷一月之需。其上並未繪以方格，惟一筆記錄水位之升降，一筆可以畫出基線 (datum line)，由基線量至水位曲線，即能知潮水之高度。每小時之起始處，亦隨時記載於紙上。

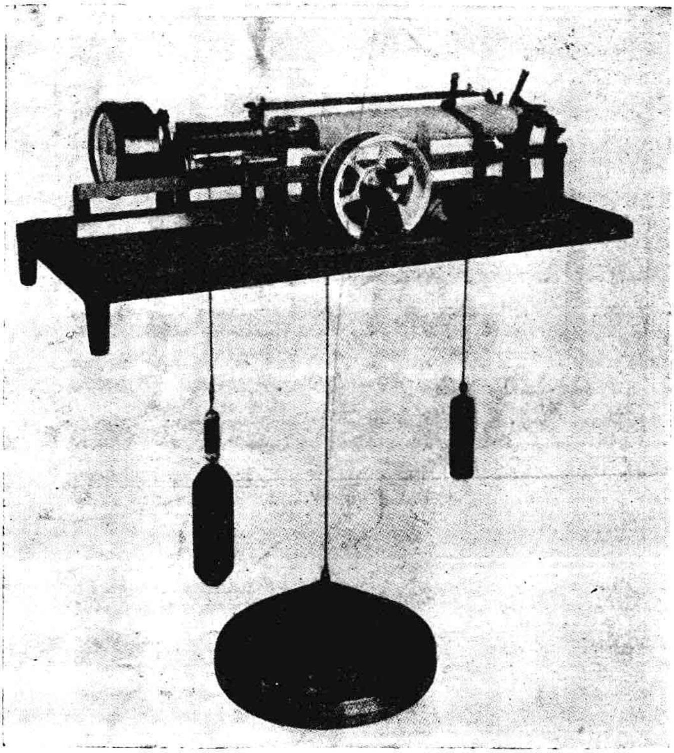
第八十圖乃一搬動式自動水標器 (portable type automatic tide gauge)，此器所用之紙，寬七吋，長二十吋，畫成方格而採方形座標制，即橫線爲時間，縱線爲潮高也。全副紙張，繞貼於轉軸之上，此軸每四十八小時旋轉一週，其動作與上述一種相同。



第八十圖

河道自動水標之構造，與潮標相同，但其水面高度變動之差數，較潮標爲大，第八十一圖，卽其一種，此種器械，亦有記錄筆兩支，一畫水位，一畫基線，所用之紙，其寬度倍於潮標所用者，因河道潮水起落甚大也。

自動水標之便利，乃在不需時時守而記載，每隔三兩月前往一察，繞緊鐘簧，撤換紙張，工作卽畢，而所得記錄，極爲詳盡，但視察之時；應

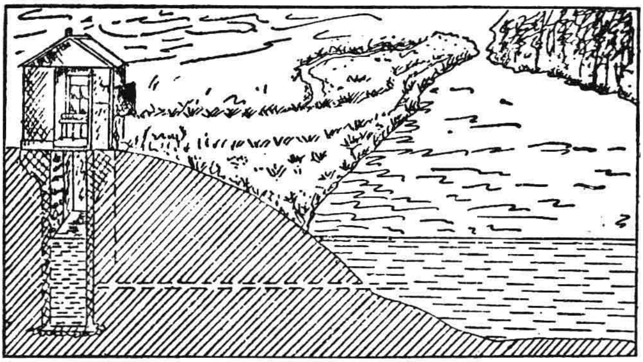


第八十一圖

檢查器械是否行動；當時所載之時刻；與檢查者之時錶是否符合；所載之水位高度；與水中所立之水標；是否相同；倘無差錯；再行緊鐘換紙；所以示愼重而避錯誤也。

第八十二圖乃示河道自動水標站設立之方法，地下水管通於河中，其地位應低於冰層之下而在最低水位之上。地上房屋，須不受天氣及塵土之侵略，大小須能容一人在內工作。地穴之上須有活蓋，其內亦應能容一人落下，以便檢查，普通以四呎見方爲宜。結冰最易之地，管中可注

以火油之類，但因此水中浮力勢將增加，故水位須加以校正，同時河道之旁，附設水標，以資檢查而施校對。水準標點，亦應設立，俾可聯貫於一定之控制工作之中也。



第八十二圖

(28)河道測深工作之組織(Organization of Sounding Party)

河道測深工作之組織，須視採取何種測量方法而決定。但總而言之，在艇上者不外一隊長 (chief of party)；一記錄員，(recorder)，一擲錘人 (leadman)，一搖艇人 (oarsman)，及一號誌人 (signal man)而已。如在艇上同時測量角度，則尚需司六分儀者二人；如在岸上測量角度，則尚需司經緯者一二人；此外另需司水平儀者一人及司水標者 (gauge reader) 一人也。

艇上人員中，記錄者乃記錄各處水深之數值及測時之時刻及號誌人所使旗號之顏色。並在記錄之後，呼告擲錘人預備測深，擲錘人至相當之時刻及相當之地位時，卽行擲錘落於水中，以測水之深度，測深之

時，應快捷而準確，每次工作，以數秒鐘竣事爲宜。惟不可延遲至半分鐘以上，測深之際，同時尚須測出測深之地位(location of Sounding)，在艇中用六分儀或在岸上用經緯儀均可定之。每次測深之時，號誌人舉有色之旗，每手一支，以示司經緯儀者，且每次輪流用不同之顏色，以免混亂。普通之時，均以隊長兼任，在預備測深之時，雙手舉起旗誌，俟將測錘擲入水中之時，卽放落旗誌，此際遠處之人，卽知該處爲測深之處也。如在岸上用經緯儀以定測深處之位置，則司經緯儀者見號誌人放落旗誌，卽測出該處之角度，同時幷記載旗誌之顏色及該刻之時間。記錄顏色之用意，乃加重認定該次測深時之次數而不致錯亂。故旗誌之顏色，每次均各不同也。在測量有潮河道之工作，記錄之時間，同時幷爲校對潮高之用，容再述之。

兩岸司經緯儀者，在未測之先，應與艇中記錄員對準鐘錶，使相符合，於工作完畢之後，再相核對一次，以視有無錯誤發生。讀測角度之時，乃用方位角，方位角可以磁氣子午線爲根據，然以一固定之建築物爲根據亦可。測視之時，應將十字線視及測繩爲宜，但較遠之處不能視及，則以擲錘人之手爲目標，亦無不可，測視完畢，卽將角度，時間，及旗誌顏色記下，以預備第二次之工作。每日收工之後，艇上之記錄簿須與岸上之記錄簿，互相比較，視其有無錯誤之發生，如在艇上用六分儀，以定位置，則隨時測畢，卽呼告記錄之人，以記載之，如此只有一種野簿矣。

擲錘者應站立於艇之前部，擲錘之前，須決定應行測深之地位及艇之速度如何，至相當時間，令艇稍停（此時實際上仍在緩行）將錘向前

拋擲水中，將繩拉緊，俟艇行近錘落地方，則繩必垂直，此時以手抓著繩近水處而視其爲若干，告於記錄者而記錄之，然後提出測錘。倘須要時，再察視錘底泥質而另註明於野簿之內。在淺水之中，不用測繩而用測竿，其測法略同，玆不復贅。但用繩之時，最要者，須將測繩繞在手中，擲時順序而出，收時順序而入，庶可不致零亂成結也。

司號誌者，須以司記錄者之指示爲依從，在測深之先數秒鐘，司記錄者呼告預備，於是司號誌者舉旗過頭，以示岸上之人，當錘入水之際，則急將旗誌放落，此時岸上之人，卽行測量角度矣。

艇上除司測量工作之外，尙須有司槳者二人，此二人須熟習搖艇，並須有相當之經驗，俾可使艇行至擬定之地點也。

艇在河中徐徐緩行，須有一定之線路，有時岸上插以旗誌，以爲標準，有時岸上不設標誌，而由艇上之人酌定，故隊長一人，須同時顧及艇之進行，是否按照規定之航線，每次航線，是否平行，是否航線與航線間所距之距離相等，統須隨時顧到，此種工作，有數次之經驗，卽可滿意矣。

在測量有潮之河道（入海之河道潮水之關係甚大），尙須一人以司觀測水標之職，其所司之事，乃於每日之中，相距若干時，讀載一次，記錄時刻及其尺數，俾可與測深者之時間相對，而將水深根據一定之水位而加以更正也。在普通情形之下，每十五分鐘測視一次，倘潮水升降每小時有一呎之巨時，則須加增觀測之次數而縮短時間，未觀測時之潮高，可以插算之法照比例以計算之，如須要時，可使專人以司此職，於每五分鐘讀測一次，可得準確之結果也。其記錄式如下：——

水標記錄式 (日期: 年 月 日)

時 間	水標尺數	更正後之潮高	備 註
8 : 00	2.8	2.2	風西北向
: 15	2.7	2.1	
: 30	2.6	2.0	
: 45	2.4	1.8	
9 : 00	2.1	1.5	水標在湯姆碼頭東北樁上
: 15	1.8	1.2	以 B. M. I. 爲根據,水標更正數爲 −0.6
: 30	1.5	0.9	蓋樁下緣在水標 12.85 處
: 45	1.2	0.6	
10 : 00	1.1	0.5	
: 15	0.9	0.3	
: 30	0.7	0.1	
: 45	0.6	0.0	
11 : 00	0.4	−0.2	

在上式中,風之方向,應行記錄,蓋水標距測深之地,距離甚遠也。然水標愈近,則愈適宜,而最要者,乃設水標之處,須與測深處,水路相聯,此不可稍忽者也。碼頭下蓋樁之地位,亦於記錄簿中註明,蓋可以堅定水標之位置,不致以後有所移動,而致誤認也。

倘水標距離測深之處不遠,則不必專使一人,司讀水標,艇上之水,可用望遠鏡,隨時測視之可也。

(29) 定測深位置法(Methods of Locating Soundings) 定測深位置法有六,茲列之於下:

（1）艇在規定之航線上，用平均等速之速度行走，而以時間段(time interval)定測深之位置。

（2）艇在規定之航線上行走，而以經緯儀在岸上用一角度以切定之，或在艇上用六分儀，測一角度以定之。

（3）艇在河道上，按預定之航線行走，在岸上設立兩經緯儀，用兩角度以定測深處之位置，或在艇上，用六分儀，亦以兩角度以定之。

（4）艇在河道中，按預定之航線行走，而在岸上，用視距法，以定測深處之位置。

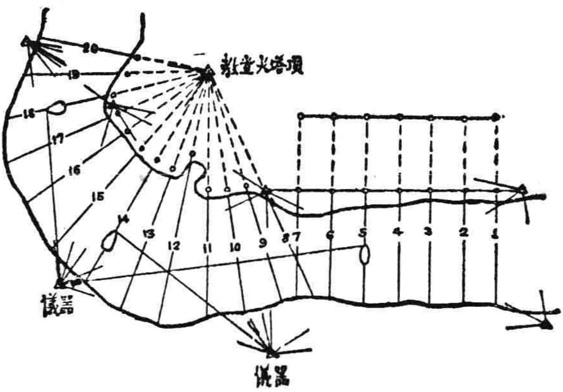
（5）艇在河道中行走，而用兩固定之方向線(fixed ranges)，以其交點而定其位置。

（6）用鐵線橫過河面，沿鐵線以距岸之遠近距離，定測深處之位置。

(30) 用時間段以定測深位置法 (Locating Sounding by Time Interval)　在此法之中，最要者爲航線，及方向線。此種方向線之設立，乃在岸上釘立兩標誌（普通用標桿卽可）；或在岸上立一標誌，同時在岸邊設一浮標。此兩標誌，或一標誌與一浮標之地位，均可決定一直線之方向。此擬定方向之直線，卽曰方向線。工作之時，先在岸上，訂立標誌，以定方向線之位置。假如用一標誌及一浮標之時，則將艇駛至浮標之處，俟艇及於浮標之後，卽須設法，使艇順規定之方向線，及均等之速度前進。艇過浮標時之時刻，須加記錄。然後用相等之時間段，在同一方向線上，測水之深度。測後將時刻及深度記於野簿之中。一方向線測竣，再測其他方向線。在繪圖之時，艇之均等速度爲已知，方向線之長度

爲已知，故每測深處之地位，可以算出也。是以利用此種方法，第一須艇之速度要均等；第二兩點間或方向線之長度，必須預知。故在測量河道橫斷面時，用之最宜。若以之用於普通測深工作，甚難得到精確之結果，但遇不需精密準確度之時，爲用當亦甚便也。

(31)用一方向線及岸上一角度以定測深位置法 (Locating a Sounding by a Range and an Angle from Shore) 在靜水或無急流之水道中，作測深之工作時，可用此法，較爲便利。此法之原理，乃使艇在一定之方向線上行走，同時在岸上用經緯儀測其角度，以定艇之位置，簡而言之，卽用兩直線相交之點，以定位置也。其方向線之設立，與前節相同，普通均用兩標桿或一標桿及一固定建築物，以定立之。方向線既定，然後在岸上已知位置之地方，安平經緯儀，用一角度，將視線切於該方向線上，則其交點，卽爲所求之位置。在第八十三圖中，用數字註明之直線均爲方向線，在圖之左部中，各方向線，乃以一教堂屋尖及多



第八十三圖

數之標桿以定得者；在圖之右部中，所有方向線，乃各以兩標桿以定得者。岸之兩旁均有三角站，其上可安置經緯儀，以測角度。但學者須知，所有已定之方向線，在未測深之前，均應將其位置測出，而預繪於圖紙之上，然後再行測深，則事半而功倍。換而言之，卽測深之時，僅在岸上用經緯儀之一角度，卽能定測深處之位置也。方向線之測定，其法不一，須視環境及所需之準確度與夫時間經濟爲原則，在普通情形之下，不外用三角網測法；用尺直接量度；及視距諸法而已。

(32)上法之野外工作及其記錄　在上述之方法中，卽用一方向線及岸上一角度，以定測深位置法，其岸上置經緯儀處地位之選擇，亦應加以考慮，最重要者，乃於交切方向線時，均可得九十度上下之角度爲宜，因太小或幾近於一百八十度之時，則繪圖之際，其交點甚難確定也。工作之時，以磁氣子午線爲前視或以一固定建築物爲前視，均無妨害，故無論以何者爲前視，首先應將經緯儀化徼零點置於分度圈零點之上，再旋緊上箝，放鬆下箝，而前視之，然後旋緊下箝，放鬆上箝，以預備測視測深之處，換而言之，卽後視之時，須將望遠鏡中十字直線，對準於測深繩上，隨之而行（此時艇尙在行動，測深工作正在預備中也），俟艇上司旗之人，放落旗誌之時，速卽旋緊上箝，於是讀載角度，時刻及艇上旗誌之顏色。每日工作休息之時，岸上與艇上兩司記錄者，須互相較對各人所記之記錄，以免錯誤也。玆將岸上記錄式列下，以供參考：——

岸上經緯儀記錄式

儀器在▲A站，　測者姓名………日期：　年　月　日

時間	旗誌	角度	方向線次序	備註
0° 在▲ B				
時 分 秒 8-15-20 起始	黑	32° 15′	1	
……………	白	34° 00′	2	
……………	白	35° 45′	3	
……………	黑	37° 05′	4	
……………	白	38° 45′	5	
……………	白	40° 20′	6	
……………	白	?	7	快艇經過視線被阻
……………	紅	43° 30′	8	
……………	白	44° 40′	9	
……………	白	46° 05′	10	
……………	白	47° 25′	11	
……………	白	48° 35′	12	
8-27-10 止	紅白	49° 40′	13	
8-35-00 起始	白	50° 50′	14	
……………	白	53° 00′	15	
……………	黑	54° 05′	16	

在岸上測角度之方法，已如上述，但工作之人，須手法純熟，否則不能同時追隨艇上之工作，必有遺落不及測視之苦。普通於測定角度之際，可以不必旋緊上箝，即讀出角度數值，以省手續而節時間。有經驗之測者，每分鐘可測兩角並同時記錄之。倘一人司測，一人司錄，則每分鐘可讀載五至六個角度。通常爲快捷起見，讀至分卽可，蓋此種定測深位置，其準確度，根本卽不能及於秒數也。時刻之記錄，有時因次數太密，無法記錄，故僅於起始及終止之時記載之，但必須於此種情形中爲之。如可

以每次記載，亦以記載爲宜，倘時間較長，則可於起始，終止及其中間每五分鐘左右而記載之。其艇上之記錄式如下：——

艇上記錄式

測者姓名…………日期：　年　月　日

時　間	旗誌	水深	潮高	更正水深	方向線次序	備　註
第一線　向南						東北風，稍強
時　分　秒						
8-15-29 起始	黑	3.0	2.1	0.9	1	
……………	…	3.5	……	1.4	……	離岸約 125 呎左右
……………	…	3.7	……	1.6	……	
……………	…	3.7	……	1.6	……	
……………	白	4.3	……	2.2	2	
……………	…	5.7	……	3.6	……	
……………	…	5.7	……	3.6	……	
……………	…	7.9	……	5.8	……	
8-17-10	白	7.5	……	5.4	3	
……………	…	8.6	2.1	6.5	……	
（中略）						
8-26-00	白	34.3	2.0	32.3	12	
……………	…	34.5	……	32.5	……	
……………	…	34.5	……	32.5	……	
8-27-00 止	紅白	33.5	……	31.5	13	近防浪堤西頭
第二線　向北						
8-35-00 起始	白	34.7	2.0	32.7	14	近防堤浪西頭

在上式中，時間之記載，其用有二，一則以校對同一測深處之岸上及艇上之記錄，是否相符；二則用以根據相當之時間，以求當時之潮高，以爲基面之更正 (reduce to datum)。旗誌顏色之記載，亦爲校對岸上及艇上記錄之用，以免混亂而生錯誤。潮高所記之數值，並非在艇上所測得者，乃由水標記錄(第 28 節)轉載而來。故記錄式中前三行之時間，旗誌，及水深，乃完全在測深之時所記載者，後三行，乃返至室內所填寫者，第六行之方向線次序，乃於校對岸上記錄後所填寫者也。

(33) 用一方向線及艇上一角度以定測深之位置法 (Locating a Sounding by a Range and an Angle From the Boat) 用一方向線及艇上一角度，以定測深之位置，其法與上節所述者相同，其所異者，乃一在岸上測角度，一在艇上測角度也。在艇上測角，須用六分儀，用六分儀測角度，於繪圖之時，工作稍多，故較上法爲煩，其惟一之利便，乃測角者亦在艇上，而與艇上之工作，能有聯絡耳。但在此種方法中，所有方向線，亦須預先用經緯儀在岸上測定，然後再行測深。由此觀之，經緯儀之使用，旣不能免，何若就近仍以經緯儀測其角度之爲宜。且以經緯儀測角度，於繪圖之時，更能節省室內工夫不少也。

(34) 用兩經緯儀同時各測一角度以定測深之位置 (Locating a Sounding by Two Angles From Shore) 在上述諸法之中，先決之條件，一爲水靜而流不急，則艇可任意之所至而達於目的之地。二爲岸邊無叢樹密屋之阻，則視線無礙，可以設置標誌以立方向線。凡此二者，均爲上述方法之需要，但測量之際，又何能時時遇到水靜岸淨之地而從事工作，是乃事實之所不許可者也。故遇此種情形，乃以兩經緯儀於岸

上同時各測一角度，以定測深之位置，極爲便利。但用此法之時，經緯儀須分置於已定之三角站上，且視線所及，應能包括該處河道水面全部之上，此乃就一經緯儀而言，但兩經緯儀之視線以隨時隨地可以相交成九十度左右之角爲宜，此就兩經緯儀同時而言也。故安置儀器之地位，亦決非偶然之事，亦須事前加以慮考者也。至於測角之時，其方法及記錄與上節所講者同，惟每經緯儀處各有野簿一本以事記錄耳。經緯儀後視之目標應以測深之繩爲標準，倘距離過遠，望視不淸之時，則以擲錘者爲視線之目標，則相差之數，亦不致影響甚大也。工作之時，不需標誌以立方向線，換言之，亦卽不需要甚準確之方向線也。但艇在河道之中，亦不能隨意亂行，須預先將河面規定爲若干航線，航線之規定，須以需要之準確度及河面之寬度爲準，亦卽與之成正比例，準確度愈大或河愈寬，則航線亦愈多；否則反之。航線旣已規定(規定航線僅爲預定之計劃而已，並無標誌等物之設立也)，於是艇中之人，卽照計劃而行，起始測深。艇之行動，可以目力而決定之，並非斷然與航線符合，取其大概不差卽可。測深之時，須按照航線行走，每隔相等之時間段(大約)，測深一次，測法與上節相同，玆不復贅，記錄式亦相差無幾，但時間之記載，最好每次均能記出，倘工作太快，可每五分鐘左右記錄一次。第一道之航線旣已測竣，再測第二道航線以至完盡。岸上之兩經緯儀，亦須同時觀測，各有記錄一本，故在本法之中，共有記錄四本，一爲艇上測深之記錄，如第 32 節中之艇上記錄式然；二爲水標記錄(記潮高者)如第 28 節中之水標記錄式然；第三及第四則爲岸上兩司經緯儀者所用之記錄，其式與第 32 節微有不同，玆列之於下以供參考：——

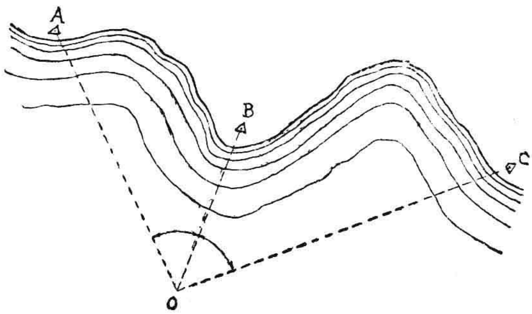
經緯儀之記錄式

儀器在▲A 測者姓名………日期: 年 月 日

時 間	旗誌	角 度	次 序	備 註
0° 在防浪堤上之燈杆上,				他一經緯儀在▲B
		1.34° 17′		後視▲B
8 : 58 起始	白	7° 56′	1	第七航線向南
54	紅	10° 14′	2	
55	白	12° 47′	3	
56	白	15° 15′	4	
57	白	17° 46′	5	
58	紅	19° 48′	6	
59	白	21° 41′	7	
9 : 00	紅白	23° 28′	8	紅白對標,上午九時
01	白	21° 55′	9	
02	紅	26° 19′	10	
03	白	27° 33′	11	
(中略)				
01 止	白	34° 35′	18	第八航線,向北
9 : 20 起始	白	36° 13′	19	
21	白	35° 01′	20	
22	紅	34° 03′	21	
23	白	33° 51′	22	
24	白	33° 00′	28	
25	?	?	24	大船行過,視線被阻
26	紅	31° 30′	25	

(35)用兩六分儀在艇上同時各測一角度以定測深位置法(Locating a Sounding by Two Angles from a Boat) 用兩六分儀在艇上同時各測一角度,以定測深之位置,亦爲水道測量中最普通方法之一,其利便處,乃在不須預定方向線。用兩角以定一點之位置,須其三邊同時

經過已知位置之三點。如第八十四圖中之 AOB 及 BOC 兩角之三邊 OA,OB 及 OC 經過岸上 A,B,C 三點也。O 點爲測深之處，A,B 及 C 乃預先設立且經測定位置之三角站，AOB 及 BOC 兩角乃以兩六分儀同時所測得者也。此種方法，乃利用三點題 (three point problem) 之原理，利用三點題原理之測量工作，除平板儀外，此其第二實例也。



第八十四圖

在艇上測量角度，因艇之搖動，若用經緯儀，乃勢所不能，故六分儀，遂爲便利之器械。其測深處之位置，完全用兩角之交點爲定，故其相交之情形如何，影響於位置之確定極巨，普通此兩角，不可過小，在三十度以下，即不可用矣。使用六分儀，手法須特別熟習，因測量之際，時間匆促，不容延遲。倘測深次數較多，時間簡短，可取下望遠鏡，即由望遠鏡外環之中，用目直接觀測。讀角之時，亦不必利用化微，直接讀至分數可也。在此種測法之中，全隊人員，均在一艇之上，易於指揮，且人數較少，經濟負擔，自然減輕，而工作速度亦甚快捷。其組織之方法，計有數人，一爲隊長，擔任指揮工作之責，兼司測量右角之職；二爲測左角者；三爲司記錄者；四爲擲錘人；五爲司艇者，司艇之人數，須視河道而

定，但至少亦需兩人。有時工作不煩，司測左角者，可兼司記錄。由此可觀，此種組織，當較上述各法中，略爲簡單也。工作之時，艇照規定航線行走，如上節所述方法，不需方向線之設立。每於相等之時間段，測深一次，隨卽測出左右兩角，但測深次數頻多，時間段過小之時，亦可不必次次測其角度，可每隔數次，測角一次，其中未測角度之測深處，可以航線之地位與均等之時間段，以算定之，其結果亦可避免較大錯誤，不致影響於工作也。有時繪圖工作，卽在艇上，同時爲之，由隊長擔任，蓋臨時如有錯誤，隨地卽可發覺；而測深次數，是否足敷繪圖之用，當時亦能鑑定，較之返至室中再行繪圖，似較便利也。茲將其記錄方式列下，以供參考：——

六分儀測深法記錄式

左角▲5－▲3；右角▲3－▲1　測者姓名……日期：　年　月　日

時　　間	水深	潮高	更正水深	左　角	右　角	備　　註
時　分 下午 1　30	3.0	0.6	2.4	40° 07′	35° 20′	第一航線，向西
31	3.5	……	2.9	39° 23′	35° 00′	
32	3.7	……	3.1	38° 54′	34° 30′	
33	3.8	……	3.2	38° 00′	34° 05′	
35	4.0	……	3.4	37° 00′	33° 40′	
36	4.3	……	3.7	?	33° 10′	大船經過
37	4.5	……	3.9	35° 54′	32° 50′	
38	5.1	……	4.5	35° 20′	31° 20′	
下午 1－40 止	5.2	……	4.7	33° 30′	31° 40′	
下午 1－58	5.4	0.5	4.9	30° 10′	33° 40′	第二航線，向東
2－00	5.3	……	4.8	32° 30′	34° 10′	
01	5.3	……	4.8	33° 00′	34° 40′	

(36)用視距法以定測深位置法(Locating Sounding by Stadia)　熟習測量工作者,均知視距法之便利。用之於測深之時,以定其位置,表面觀之,似能簡便而準確,但測量之時,視距尺置艇上,搖動不穩,甚難觀測,於是所讀各值,必難準確,故以此爲論,其爲用於測深工作,亦難得極準確之結果。但如工作不需頗準之結果,則利用此法,亦有其便利之處,是在測者之能否運用矣。

用視距法,以定測深位置時,經緯儀須安置於岸上,視距尺則在艇上,倘水淺不深之時,此尺並可作測深之用。在測深之際,經緯儀卽觀測此尺,讀出方位角及視距線所截尺上之數值,并記之於野簿之中。倘環境許可,可擇一處,使其高與岸邊之高,相差無多者,而置經緯儀於其上。如此,則觀測之時,可不讀其直立角,俾省手續之煩。水深之時,則另需測深儀器,而置視距尺直立於艇上,以觀測之。總而論之,此法之爲用,在淺水爲宜;而其普通之採用,常作補充其他方法之遺漏或不及。例如在上述各節之方法中,有時某段河道遺漏未測或某段未及觀測,則嗣後用此法補充,法簡不煩,其便利有獨到之處。

(37)用兩方向線以定測深位置法(Locating Soundings by the Intersection of Fixed Ranges)　此種方法,與上述諸法,其目的不同。在治河或海港工程之內,往往欲知河底或海港某處之淤塞或冲刷情形,以爲施工治理之根據。故此種工作,須先定測深之地位,然後以之爲兩線之交點,而在岸上設立此兩方向線之標誌。地位旣定,於是卽用測深繩測其深度而記載之,過相當之時間(數月或數年),再來測之,複測之時,則須依照岸上原設標誌,以求方向線,再由兩方向線之交點而尋

求原測之位置，位置旣得，於是卽在該處測深，視其深度如何，卽知該處是淤塞抑爲冲刷，且能知其數量也。但所測之處，並非一點，可以達到目的，故工作之時，須照計劃，設立多點，以察視之，水底之情形（淤塞或冲刷）旣知，則工程之設施，亦卽有所根據矣。

(38) 用鐵線橫貫河面以定測深位置法 (Locating Soundings by Distances along a Wire Stretched across a Stream) 測量河道橫斷面時，可用鐵線或長繩，拉直而橫越於河面之上，線或繩上按一定之距離，繫以布條爲誌，艇卽沿線而行，測者於每至布條處測深一次而記載之，是爲用線以定測深位置之方法。此種方法於治河工程，常採用之，其準確度恆超過上述任何一法，惟費用及工作略煩耳。

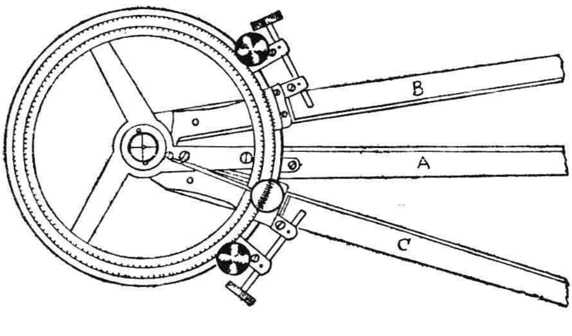
(39) 在冰上測深法 (Soundings through Ice) 在嚴冬河水結冰之時，測深工作，簡而易行。其法乃用尖斧在測深處鑿冰成洞，垂下測繩及錘，以測深度。其測深之位置，可用方向線法或視距法爲之，其結果甚爲準確，而費用亦輕。

(40) 基面根據之更正 (Reducing The Soundings To Datum) 在有潮之水道中，測深之時，須觀測潮水之升落，故吾人有水標之記錄。測深工作，普通均採平均低水位 (mean low water) 爲基面，而將所有測得之深度，根據此基面以更正之，是曰基面根據之更正。其他如風力急流及繩之伸縮等等，倘有影響於規定之準確度時，亦須約略加以更正，俾能近乎其眞值也。

(41) 測深位置之繪定法 (Plotting The Soundings) 如用方向線或用經緯儀以定測深位置，則其繪定 (plotting) 之方法，甚爲簡易，亦

卽用分度規在圖上繪定之耳。

(42)三點題(The Three-point Problem)　如用兩六分儀在艇上測左右兩角，以定測深之位置，則其繪定之法如下：用透明紙一張，在其上繪所測之左右兩角如八十四圖中之 AOB 及 BOC 兩角，然後將透明紙置於圖上(圖上已繪有三角網及岸邊線等)，而使透明紙上之 AO, BO, 及 CO 三線同時經過圖紙上之 A,B,C 三個三角站，此時 O 點之地位卽所欲求之測深位置。於是用針在 O 點由透明紙上鑿一孔而達於圖紙之上，圖紙上之針孔，卽所求者也。除此之外，可以利用三脚分度規 (three-arm protractor) 如第八十五圖，尤能省力而簡便。此種分度規有兩脚 B 及 C 可以移動，中間一脚位置固定，但其邊線則適經分度規上之零度。分度規共分三百六十度，雙行相對各自 0 度以至 360 度爲止。使用之時，將左右兩脚分置於所測之左右兩角度上，於是置之於圖，使三脚之邊，各經過 A,B, 及 C 三點，則分度規之中心，卽所欲求之處也。

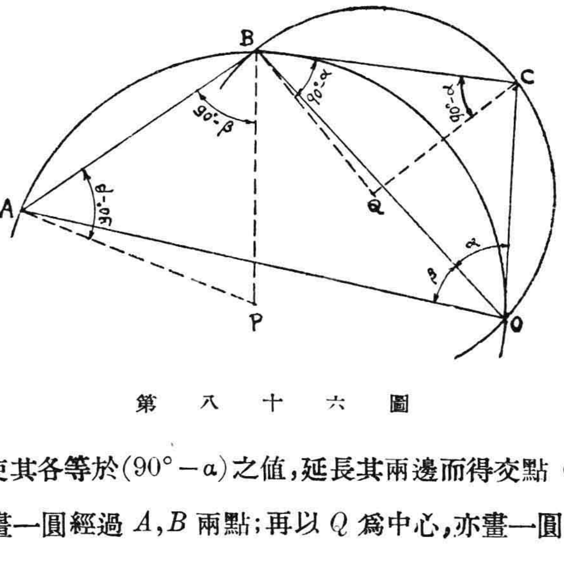


第　八　十　五　圖

(43) 三點題之幾何解法(Geometric Solution of 3-point Problem)

三點題之幾何解法,雖於測繪之時,不常採用,但其解法,可以予學者一極明瞭之認識,茲述之於下:——

在第八十六圖中,A,B 及 C 代表岸上三個三角站,β 及 a 兩角乃用六分儀所測之左右兩角度。於是在 AB 線之兩端,各設一角,使其各等於$(90°-\beta)$之值,延長其兩邊而得交點 P,再在 BC 線之兩端,亦



第 八 十 六 圖

各設一角,使其各等於$(90°-a)$之值,延長其兩邊而得交點 Q。然後以 P 爲中心,畫一圓經過 A,B 兩點;再以 Q 爲中心,亦畫一圓經過 B 及 C 點。此兩點相交之 O 點,即爲測深處之地位也。茲證明之於下:——

$$P角=180°-2(90°-\beta)=2\beta$$

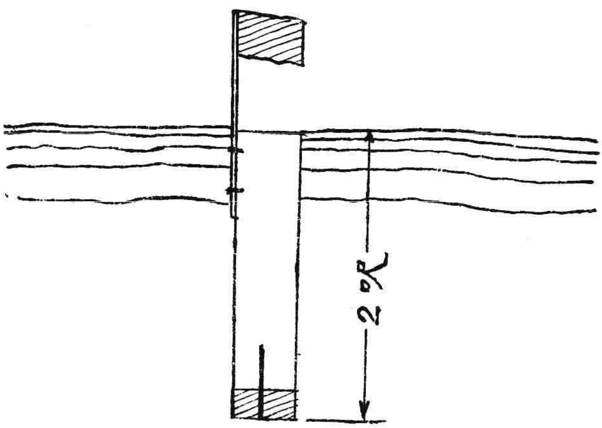
$$Q角=180°-2(90°-a)=2a$$

但
$$AOB=\frac{APB}{2}=\beta$$

$$BOC=\frac{BQC}{2}=a$$

故 β 角可以決定 ABO 圓,而 AOB 圓乃 O 點之軌跡 (locus) 也;同一理由,α 角可決定 BCO 圓而 BCO 亦爲 O 點之軌跡,以是觀之,僅有 O 點(B 點除外),可以同爲兩圓上之一點,故知 O 點亦卽爲該兩圓之交點無疑也。

(44) 水面流速之觀測法(Measurement of Surface Current) 在治河或海港工程問題中,常須求出潮流自某處至某處之方向及其流速若何,以爲計劃設施之根據。求測水面流速及其方向之方法,乃用浮誌(floats),將此浮誌置於起始之點任其順流而行,然後在其行程之中,用六分儀測其所在之角度,測角之時,岸上須有預設之標誌,而浮誌起始及終止處之位置,亦須求出,時刻更須記載,其流動之方向及其速度自易求出也。此種浮誌,可用木條一隻,長約二英尺,上端附以旗誌,下端繫以鉛塊,置於水中之時,木條沈至水下,而旗誌適露於水面之上,如第八十七圖。旗誌不可太大,太大之時,風力可吹之行動,水流速度,卽



第　八　十　七　圖

不能準確矣。浮誌之上,應註以數字,以資分別,於其起始隨流行動後,卽隨時測其位置而記載所測之角度,時刻,及浮誌之數字。測角之時,可以艇隨之而行,每次測角,卽在浮誌之旁,用六分儀測左右兩角,如測深之工作然。同時潮高風力,均應記載,以爲更正之用。測竣之後,應卽繪定於地圖之上,由其位置可定水流之方向;由時刻及其流動之距離,可以定水流之速度矣。

(45)鋼線拉拖(The Wire Drag) 測量海口,海港或海洋之深度,如僅用測深方法,則暗焦及暗石穩立於水面之下,無法發覺,對於航船,極爲危險。欲避免此種意外,在測深之後,可再用鋼線拉拖以爲試探之用。此種拉拖,乃以鋼線爲之,長可至四五千呎,須視情形而定。整個鐵線,須設法使其沈至規定之深度,其法乃先在鋼線之上,按均等之距離,約每隔三百英尺處,連繫浮器(buoy)一個,繫連之法,乃用垂直鋼線一條,一端繫於拉拖線上,另端繫於浮器之下,此直線之長度,可以隨意調整,俾合規定,其下端幷墜以小鐵錘,以使下沈,拉拖線兩端所附者,須較其中間各段爲重。在拉拖線上兩浮器之間。每隔一百呎處加附浮誌一個。

工作之時,先照規定深度,沈下拉拖,兩端各用小火船一隻,順規定航線,拖之而行,水中如無阻礙之物,則拉拖成一曲線之形(近似一拋物線形);倘遇一阻礙物,則在該阻礙物處,分向拉拖兩端各成一直線之形狀,此種現像,由各浮誌以顯示之。故在進行工作之時,倘發現浮誌成二直線之時,可決定拉拖必遇有阻礙之物。在此時刻,須在船上立用六分儀,將拉拖兩端之位置測出,並約記兩直線長度約爲若干,故阻礙物之

位置，亦能定出，定出之後，再用測深方法以測深之。然後再將拉拖提高少許，依法爲之，俾可決定阻礙物高度究竟如何也。

在探測深海大洋之時，拉拖長度可至一萬五千呎，每隔二千五百呎繫附浮器一個，此種拉拖，平均每日可測深海面六十二方英里之面積，詳細情形，於研究海港或航海工程時，必有講述也。

(46)深海大洋測深法 (Deep Sea Soundings)　深海大洋之測深法，其原理與本編所述者，大致相同。測繩全以鋼線爲之而繞於測深機(sounding machine)上，測深機常以電力發動，可以放落或繞起鋼線，以代人力之不足。全部測深機，裝置於火船尾部甲板上。工作之時，火船按規定航線行走，按時測深，其深度常用噚(fathom)而不用呎；測深之位置，則以六分儀及無線電報以測經緯度而定之。其詳細情形，關乎航海工程，茲不詳述也。

第六編 流速及流量測量

(1) 引言 本編所講,爲流速與流量之測量法。所謂流速者,乃水流之速度 (valocity of current) 也;所謂流量者,乃水流在一定時間內,流出之水量 (discharge) 也。流速與流量,因地勢以及水道之不同,其値亦隨之而各異。例如水管內之水,與露天水槽內之水,或與天然河道內之水,其情形迥乎不同,學者在研究水力學 (hydraulics) 之時,當能詳細檢討,本篇範圍,僅以河道水流爲限制,其他種種,非所論也。然則河道內之水流,究由何而來乎?曰溪水入河,河入江湖,江湖而入大海,凡此種種,其水之源,均由雨雪所降,是謂雨量(precipitation)。雨雪降至地上,一部爲日光蒸曬,化爲汽而上升,是謂蒸汽 (evaporation);一部滲入地層而爲泉,是謂地泉(ground water 或 penetation);其餘一部則留在地面之上向低處而流,是曰地面水流 (run-off), 溪河江湖,均斯類也。由此可知,雨雪降後,其出路有三,曰地泉,曰蒸汽,曰地面水流。斯三者最後復又入海,由海又成蒸汽,復降於地,如此循環,終而復始。但以天氣地勢之關係,雨量因時因地,每有不同;度雨量者,常以雨量器 (rain gauge) 爲觀測之利器,而其結果,則以雨水之深度而表示之,例如某地某時間內每月每季或每年雨量平均爲若干吋,或爲若干公厘,前者爲英尺制,而後者爲公尺制,但其利用一也。所謂某地某時間內之雨量爲若干者,完全以該處之排水區域 (drainage area) 爲根據,換而言之,如將該時間內所有雨水存儲而平均分佈於該處之排水

區域之內，則其水之深度，卽爲若干。地面水流之觀測，亦以此法而度量之，譬如某處某時間內地面水流爲若干吋或爲若干公厘，凡在給水工程(water supply)中(以地面上之水爲給水之來源而言)，其初步工作，卽須測量此種水量之多寡，而以水之深度表示其水量也。倘在灌溉工程 (irrigation engineering) 之中，則量度水量之法，恆採每畝水深若干爲標準，所謂畝者，亦指排水區域上之面積而言，此種方法，英文謂之 acre-foot system，卽每畝有若干呎深之水量也。但以流量而論，則爲每時間內有水量若干，其量度之法，爲秒呎制，卽每秒鐘之時間內，有水量若干立方呎也。流量與流速有密切之關係，蓋流量之解釋，可爲如此：譬如流量爲每秒鐘一立方呎者，卽在一呎寬一呎深之水道中，每秒鐘流速爲一呎也。

(2) 測量流量及流速之方法　測量流速及流量之方法甚多。流量之觀測，須先測水道之橫斷面然後再測水流之流速，以流速乘橫斷面，其積卽流量也。水道橫斷面之測量，以測深 (sounding) 爲之；流速之測量可分爲三，一曰用浮誌 (float) 測之；二曰用水口 (weir 或 orifice) 爲之；三曰用流速儀(current meter)爲之。第二項在水力學範圍之內，本篇不論及也。

(3) 用浮誌以測流速法　水流之速度，可直接由一漂浮物之行動，以觀測之。浮誌之爲用，前編業已述及。普通所用者曰水面浮誌(surface float)，其法除如前編所述者外，尙可用空瓶一隻，底上置以鐵塊，而口插旗誌，置之水中，小半露出水面，任其隨流而行，以定流速。其次曰管式浮誌 (tube floats)，此種浮誌，乃以銅或錫製成空管，管底置以

稍重之物，置於水中，可直立漂浮，其長度應使管脚距河底不遠，上端則出水數吋，如此任其漂流，隨水而行，則其速度，亦爲水面及水底水流之平均流速値也。（須知河道之中，水面與水底之水流速度固不同也）。第三種曰棍式浮誌 (rod float)，爲木料所製，與管式形勢相同，玆不復贅。

用水面浮誌，測得之流速，不甚準確，每於踏勘測量時用之。管式及棍式浮誌，較爲準確，但限於水流不深之處及水底平齊之地，如運河及平齊底面之河道爲宜。過深河道，幾無法使用之，而河底凸凹特殊之處亦非所便。倘遇此種情形，欲測流速，則舍流速儀則莫屬矣。

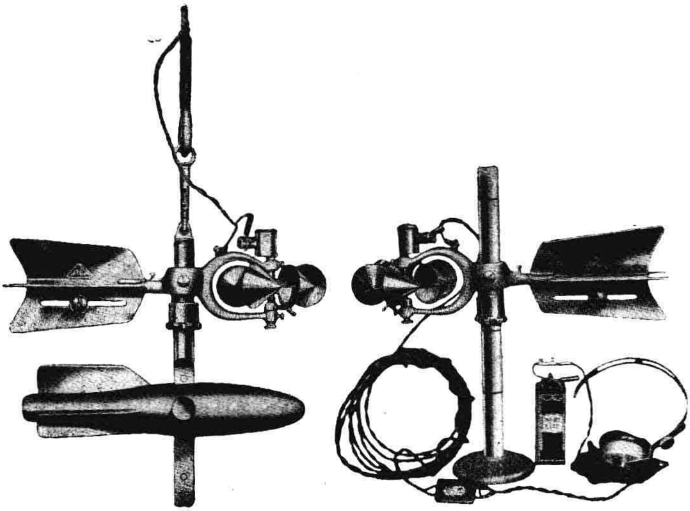
(4) 流速儀 用流速儀測量流速，乃間接而來，但其結果，甚爲準確。所謂間接也者，乃由儀器構造之關係，間接求得之謂。流速儀之構造，簡單來講，其重要部份，乃爲一輪，輪之四週；附有翼葉，葉之形狀，有如杯 (cups) 者；有如板 (vane) 者。水流衝擊翼葉，輪遂轉動，以轉動之次數，可以計算水流之速度也。速流儀之種類有二，玆述之於下：——

(a) 輪依縱軸而旋轉者

(b) 輪依橫軸而旋轉者

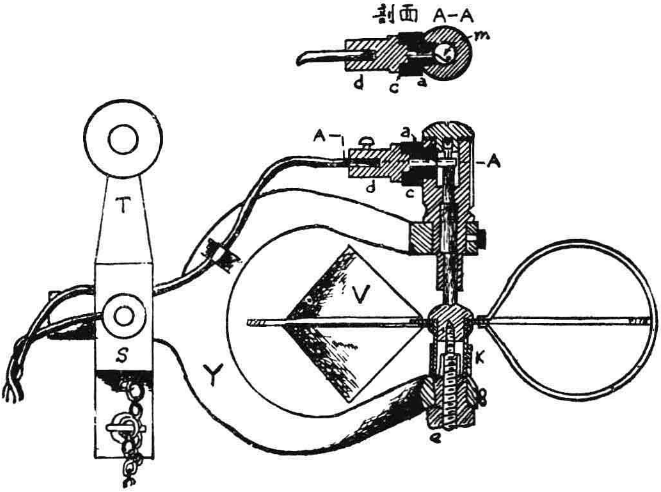
屬於第一種者，有波賴氏流速儀 (Price Current Meter) 分大小兩種；屬於第二種者，有郝氏及費利氏流速儀 (Haskell and Fteley Current Meters)。

波賴氏流速儀，乃最普通而常用者，如第八十八圖。其輪葉如杯形，依一縱軸而旋轉，（參閱第八十九圖），縱軸尖則在一圓錐形槽內而磨



第　八　十　八　圖

擦,槽底有螺絲一隻如 a, 可資調整之用。軸輪及葉,完全設置於一 Y 形鐵上。如 Y 處,此 Y 形鐵上之另邊,附一柄如 S, 在柄之下則有重錘一隻;其上則爲柄耳如 T 處,耳內繫以測繩,測繩往往以陰陽兩電線相組而成。此陰陽兩線者,乃通以電流,測記輪轉次數者也。有時只用一線,而以地面及水,以完成電流之系統 (electric circuit)。以電流測記輪轉之次數,乃利用電流系統切斷時,發聲一響,此響聲由電流通至耳機,每聲一響,代表輪轉一次 (有時或代表五次)。測繩之一線,既須通以電流,故其內部金質物,不可與儀器接觸,但其末端,則接在儀器頭部內之彈簧上,此種彈簧,可以完成,亦可切斷電流之系統 (make and break the circuit),而使發聲。線之另端,接過蓄電池一及耳機一,再接至地線,以完成電流之系統。



第八十九圖

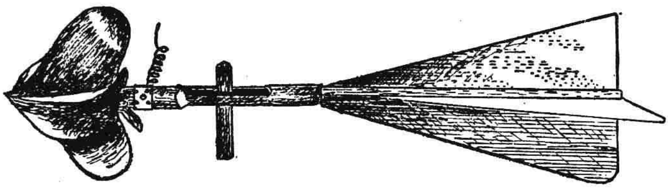
輪軸上部，乃由一磨擦面 (bearing surface)，緊附於其上，輪之本身，則下墜於其下部之尖端上，故上下均爲尖端而在磨擦面上，故能旋轉而無礙也。其旁有螺絲套一枚如 k 處，旋緊之可使軸尖提高，俾免磨擦，以備不用之時，減少磨擦之損傷。

記載輪轉之機構，可以參閱第八十九圖內 $A-A$ 橫斷面，測繩之一線，連於其 d 處，並穿過橡皮頭如 c 而至於一細微之白金質彈簧如 a 處。輪軸上端爲 m，其上部微折，旋轉時成一離心之行動 (eccentric motion)，故能接連或切斷電流而使發聲也。

波賴氏流速儀取名爲盆塔儀 (pentameter) 時，則在其縱軸上部加附齒輪，俾可使輪轉五次後，切斷電流而發聲一次。最便利之儀器，須有兩種機構，俾流急之處，用五轉一聲，而在流緩之處，則可用一轉一

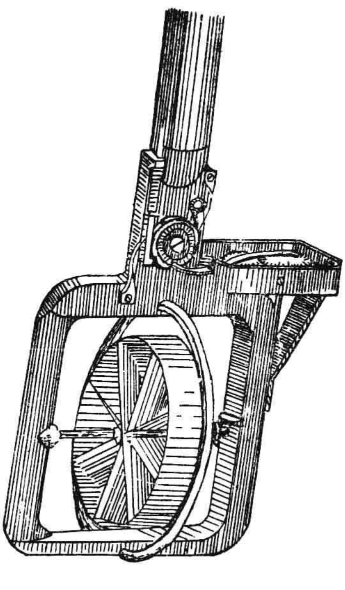
聲也。

郝氏流速儀(Haskell Current Meter)如第九十圖，其輪葉爲錐形推進式(screw propeller)，旋轉時依據一橫軸，輪轉次數，亦如波賴氏流速儀而用電流以事記載也。



第九十圖

費利氏流速儀(Fteley Current Meter)，如第九十一圖，其輪葉爲轉進式(helicoidal blades)，旋轉時依據一橫軸，輪轉次數，完全以齒輪之作用而不用電流，齒輪之動作，有彈簧可以使之在水流內停止，俾可提出而記載之。但此種儀器，有時亦加用電流法而從事其記錄，惟齒輪互相磨擦，易生阻力，結果微感不確也。



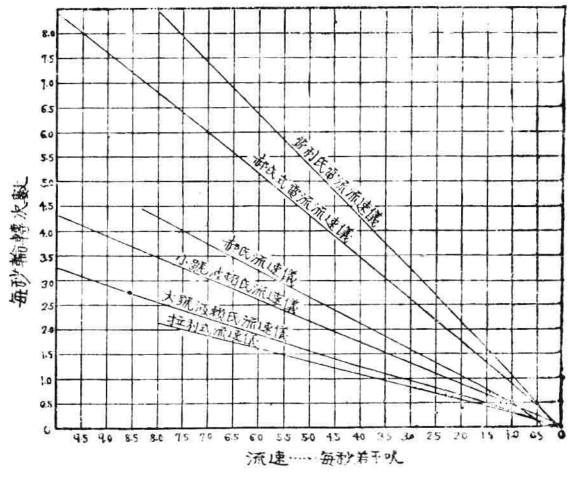
第九十一圖

上述三種儀器，以波賴氏者爲適用。郝氏者僅能用杆將其沈入水中，故在淺水之處用之爲宜，深水之河道，則不能用。波賴氏及費利氏兩

種，則深淺水內，均可使用，因其能用杆或繩，將其沈下水中至任何深度也。

(5) 流速儀之調整 (Rating Current Meters) 上節所述之各種流速儀，其所得之結果，乃水流衝擊輪葉，而記其某時間內輪轉之次數，輪轉次數旣知，則流速尙不能定，故預先應求出輪轉之次數與流速之關係，以便計算，此之謂流速儀之調整。調整之法，甚爲簡單，乃在一靜水無流之水道中，將流速儀置於其中，按一定之速度，使之在水中行動，如此，水爲輪葉所衝擊，以反應力之關係，輪亦旋轉，而記錄其每分鐘（或其他一段之時間）內共轉若干次，同時並記儀器共行若干之距離，由此卽可定出流速與輪轉之關係矣。普通工作之時，均在岸邊設立車軌，車上懸以儀器，而沈入水中，於是推車行走於軌上，而事調整之工作，法便而準，採用之人極多也。

測出之結果，繪成圖形，以便參考，第九十二圖乃爲流速儀調整曲線圖，解示各種儀器調整之情形。圖中 X 座標爲每秒鐘之速度，Y 座標爲每秒鐘輪轉之次數，



第九十二圖

按照此座標，將試驗結果繪成圖形，往往均爲直線，但在起始之處，略曲而下，以郝氏儀器所試驗者爲最。波賴氏儀乃完全爲一直線，無灣曲之處也。此種圖形，測量時爲用甚便，得輪轉次數，由圖形內，即可求出流速爲若干，有時不作圖形，而列之爲表，其用亦便。

用艇安置儀器而行於靜水無流之水道中，亦可爲調整之工作。碼頭水邊，置儀於水而行亦可，但究不如上述方法之準確也。

(6) 流速儀之用處　測量流速之工作，以流速儀爲最佳。但河道之中遇有植物或漂浮冰雪之類，則不可用；如在結冰之期，測量流速，其他方法皆無從着手，只有用流速儀一法而已。

(7) 流量測量法(Methods of Measuring Stream Flow)　測量流量方法，總而言之有三，玆列之於下：——

(a) 先測量水道之坡度及其橫斷面，然後用謝氏公式（chezy formula）以計算流量。

(b) 用一水口，使水流出，再觀測水口處之水頭 (water head) 爲若干；然後再計算流量。

(c) 測量水之流速及水道之橫斷面積，彼此相乘，其積卽爲流量之數值。

上述三法，(a)及(b)屬於水力學範圍之內，在水力學門講之，本節所述者，乃爲(c)種。

(8) 用流速以測流量法之須知　在某水道中之流量，其值等於該處流速及其橫斷面積相乘之積，故流量之值，可分爲二，一爲水道之橫斷面，一爲其平均流速也。在此法之中，橫斷面積以測深方法測之；流速

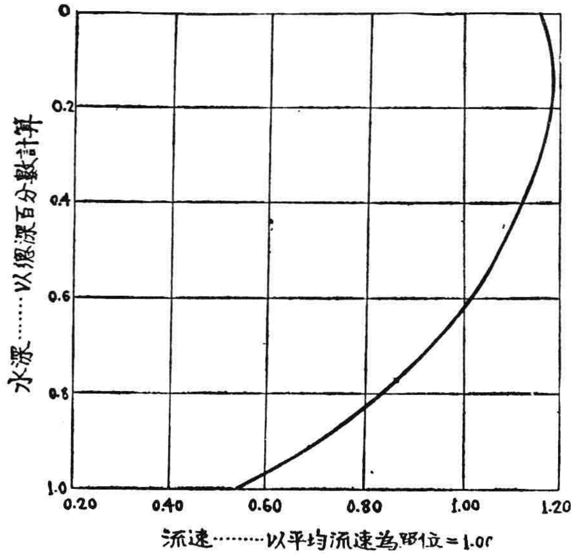
則以浮誌或流速儀測之,但以後者爲佳。

無論用浮誌或用流速儀,以測流速,水道中之適宜情形,均無大異,總而言之,水道宜順直,水底應平齊,而無大石深坑等物,否則水流速度恆受影響,而發生漩流等事,於測量流速,恆不能得準確之結果。

(9) 水道中一橫斷面上流速變遷之情形 (Variation of Velocity in a Given Cross-section) 在一水道之橫斷面上,水之流速,互有不同,換而言之,無論水面之水,水底之水,與夫中間或兩旁之水,其流速完全各異。其變遷之情形,無論在水道何部或何橫斷面中,恆有一定之規矩,決不變易。以是之故,其流速之平均數值,自易計算,並非雜亂無章也。在無論何一橫斷面之中,自水面以至水底,各處流速,亦各不同;自岸至岸,水流速度,亦復各異,玆述之於下。

(a) 在垂直線上水流之速度(Velocity in The Vertical)

倘在一水道中而距岸稍近之處,用流速儀自水面而至水底,以測其各自之流速,然後用流速爲 X 座標,水之深度爲 Y 座標,繪成曲線圖,則如第九十三圖中之所示。此曲線謂之垂直線上流速曲線 (vertical velocity curve),其形略似一拋物線,但距岸略遠,河水略深,水底略異,以及風力略強之處,則所繪之線,亦自有變遷。不過無論何處,流速最大之地,乃在水面下十分之一至十分之三處(此乃謂總深度十分之一及十分之三也),水面流速,則小於此最高之流速,而其平均流速(mean velocity),則在水面下十分之六處;其最小之流速,則在水底也。由實際試驗之結果,推論決定,水道中之平均流速,乃水面下十分之二及十分之八兩處流速之平均數,質之實際,極相近也。



第　九　十　三　圖

(b) 岸至岸邊間水流之速度(Velocity from Bank to Bank)

倘以岸至岸邊各處不同之平均流速為 Y 座標，以離岸之距離為 X 座標，繪一曲線圖，則此曲線謂之橫線上流速之曲線(horizontal mean velocity curve)，此線之形狀，因橫斷面積之不同，變化亦巨。其最高之流速，約在水之中部，而最小之流速，則在兩岸邊處也。

(10) 用浮誌以定流速流量法 (Use of Floats in Determining Velocity and Discharge)　浮誌之為用，已在前節述及。求流量之時，應預定其流速，若用水面浮誌求之，須先在河道之中，選定一適合之距離，如五十至二百呎一段，使其浮流而記其時間。測時可在河面不同之處，多測數線，而求其平均之數。其求法乃先以浮誌距岸之距離為 X 座標，而以其不同之流速為 Y 座標，繪一曲線圖，再自圖中之曲

線而定其平均流速值也。以此求出之平均流速乘其橫斷面積，則得流量之值，但水面之流速，常較其直線上之平均流速（vertical mean velocity）爲大，故得流量後，應再乘以係數，俾更正之，此係數之值，自試驗決定，約爲百分之八十五（卽 0.85），此用水面浮誌定流量之方法也。

管式或棍式浮誌之爲用，其意乃爲直接求測水中之平均流速，但其結果，因管或棍底尙未及於水之底面，故與水之平均流速，未能相符，是以測竣之後，仍應設法以更正之，更正之法，乃用試驗所得之公式，兹列之如下：——

$$V_m = V_r\left(1.012 - 0.116\sqrt{\frac{d'}{d}}\right)$$

在上式中，V_m 爲欲求之平均流速，V_r 爲測出之平均流速；d 爲水道之總深度；d' 爲浮誌下端距水底之高度。但利用此公式時，d' 值與 d 值相差不可過小也。

(11)用流速儀以定流速流量法（Current Meter Determinations of Velocity and Discharge） 自上數節所述而觀，水道之中，流速之值各自不同，若欲求其平均之數，須分別在水面水下各處，施以測量，非在一處而可完成者也。用流速儀測量流速，先決問題，乃在其施測地位之選擇，普通最適宜處，爲利用橫越水面之橋樑，在橋樑之上，懸下儀器，須用繩而不能杆，然後沿橋而測，自此岸，陸續測至彼岸也。如無橋樑，可資利用，則須先用粗繩兩條，繫於兩岸而橫越河面之上，再用艇一隻，沿繩而行，陸續而測，亦可利便。測時船首須向上流，流速儀則繫於

測繩之上，測繩則用一突出之架及滑車垂入水中。若不用艇，可在橫越之粗繩上，繫以車箱，測者坐於其上測量之。如水不深，則測者可涉水以測，無需粗繩橫越河面也。但無論何法，測者均須橫過河道，並定出距離相等之測點，其距離須視河寬而定。除此之外，另在岸邊選適當處爲起始之點。在橋上時，可用粉筆或磁油畫於橋旁，以爲記號。如用繩索之時，則在繩定出記號(如用標牌 tag 或紅布條等)。在測量之前後，須觀測附近之水標，以得測量時水之態度。水之深度，預先亦應度出。測杆或測繩，均須畫出尺寸，分成呎及其十分之一數。河面各測點之距離，須視河寬而定，小河二呎以下，大河可至二十五呎以上，是在測者之酌定矣。

(12)在橫斷面之垂直線上測量流速之方法(Methods for Velocity Observations in The Vertical)　在橫斷面之垂直線上，求測流速之平均值，其法有三：——

(a) 多點法(Multiple Point)

(b) 單點法(Single Point)

(c) 積分法(Integration)

所謂多點法者，乃將流速儀置入水中不同深度之兩點或多點上，以測其各自之流速，測時用一制動錶 (stop watch) 記錄時間，於每五十或二十五秒鐘之時間內，數記輪轉之次數，若能再在一分或以上之時間內測之，則可有較多之校對而免遇有浪衝之誤。多點法中，又有數法，最準確者，曰直線流速曲線法 (vertical velocity curve method)，其法乃自水面而至水底多測數點，然後繪成曲線圖，再由曲線圖以求平均之

流速。第二法為 0.2 及 0.8 法 (0.2 and 0.8 method)，此法最為便捷，並有相當之準確，其法乃分在水面下 0.2 及 0.8 兩處，測其流速，兩處流速之平均值卽為所求之平均流速，此法採用者極多，取其工省而準確也。

所謂單點法者，乃將流速儀置於水內平均流速處，以測其流速。或置於水中某處，再以一係數乘其測得之流速而更正之。但以前者為便，其法曰 0.6 法(0.6 depth method)，測時置儀器於水中 0.6 深度處，以測其流速，蓋由試驗結果推定，0.6 處約為水流平均速度之所在也。第二種單點法曰水面下法(sub-surface method)，測時置儀器，適在水面之下(常約一呎)，而求該處之流速，此流速再乘一係數(約為 0.90)，卽所欲求之平均流速也。在流急之水道中，此法最便。

所謂積分法者，乃將儀器徐徐自水面向下及於水底，再繼續自水底徐徐提上之，以達於水面為止。同時記其輪轉之次數及其所需之時間，以時間除輪轉數，卽為平均之流速也。此法如工作徐緩，則結果亦為準確。但用波賴氏流速儀而為此法，不甚相宜，因提高或下沈儀器時，其力亦足以使輪旋轉也。

(13)流量之計算法(Computation of Discharge) 自平均流速及河道之橫斷面積，以求流量之時，應將橫斷面分成若干垂直之長條形，每份長條形之中線上，卽為測深及測流速時，儀器所在之地點。此長條之面積，其形狀，極似一梯形，故以其中線之深度，乘其寬度卽可。以各長條之面積，乘求得該處之平均流速，卽得每部之流量，各部流量相加之和，卽為整個河道之流量也。下表乃為測量流量時之記錄及其計算，

可資參考：——

日期…年‥月…日　　測量者………　　地點…………

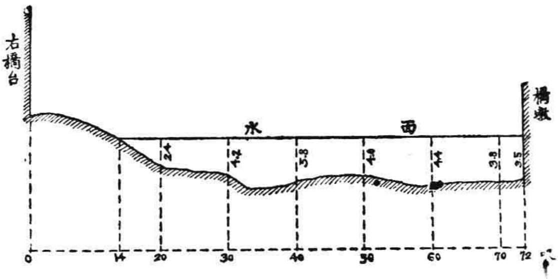
水標：一起 3.58 呎；止 3.62 呎；平均 3.60 呎　　流速儀：No. 100.

總面積 230 平方呎；　　平均速度 1.27　　流量 292

起點距離	水深	觀		測		流速計算			面積計算		斷面流量	備註
		觀測深度	時間（秒）	旋轉數		每旋轉秒鐘數	流速（每秒）	平均流速（每秒）	寬	面積		
14	0.0	–	–	–	–	–	無	–	3	0.0	–	2.15—3.30
20	2.4	0.5	50	18	17	0.35	0.84	0.75	8	19.2	14.4	水標鍊長試過爲
–	–	1.9	,,	13	14	0.27	0.66	–	–	–	–	21.78 呎，更正
30	4.2	0.8	,,	27	27	0.54	1.28	1.17	10	42.0	49.1	爲 21.75 呎
–	–	3.4	,,	21	23	0.44	1.06	–	–	–	–	
40	5.8	1.2	,,	32	33	0.65	1.53	1.49	10	58.0	86.4	
–	–	4.6	,,	31	30	0.61	1.45	–	–	–	–	
50	4.0	0.8	,,	32	33	0.65	1.53	1.40	10	40.0	56.0	
–	–	3.2	,,	26	27	0.53	1.27	–	–	–	–	
60	4.4	0.9	,,	28	29	0.57	1.35	1.28	10	44.0	56.3	
–	–	3.5	,,	26	25	0.51	1.21	–	–	–	–	
70	3.8	0.8	,,	25	25	0.50	1.19	1.17	6	22.8	26.7	
–	–	3.0	,,	24	24	0.48	1.15	–	–	–	–	
72	3.5	–	,,	–	–	約同上	約同上	1.00	1	3.5	3.5	
									58	229.5	292.4	計算者姓名簽字
												校對者姓名簽字

上列記錄式，其測法乃採 0.2 及 0.8 法，但距岸較近者處，則用單點法。第九十四圖乃該測量河道之斷面，其尺寸即如上表所列者也，

可互相參閱，自易明瞭。



第 九 十 四 圖

(14)在冰下測流量法(Measurements of Flow of Ice-covered Streams) 在冬季時期，河水成冰，測量流量，只以流速儀爲之，較爲便利，鑿冰成孔，放入儀器於冰下之水中，即可工作。觀測平均流速之方法，以下列三種爲適當:——

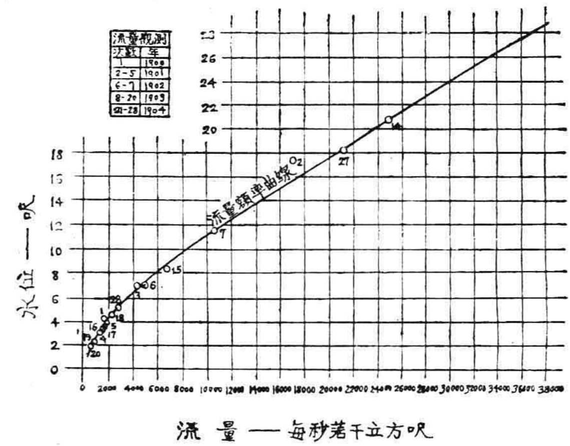
(a)用垂直線上流速曲線圖以求平均流速。

(b)用 0.2 及 0.8 方法。

(c)在冰下 0.5 深度處，觀測流速，再以係數 0.88 乘其結果，即爲所求之平均速度，與實際相差無幾。

(15)一時期內之流量測定法 (Methods of Estimating Flow During a Period of Time) 在一時期內河道之流量，因潮的關係，各自稍異，故在測量之際，同時須觀察水標，以爲計算之用。若用流速儀，或浮誌以定流速，則每日早晚，應將水位記錄一次。然後將全時期內每日每次所測之流量結果，作爲 X 座標而以水標記錄作爲 Y 座標，疊成曲線圖，是曰流量站額率曲線 (station rating curve)，如第九十五圖。由此曲線，可求出在任何水位時之流量，或其平均之數值。除此之

外，亦有列而成表，是謂流量額率表(station rating table)。



第　九　十　五　圖

吾人欲在某時期內，某處河道之流量爲若干，則可按照該時水位之高低，在流量站，用其流量額率曲線圖，或其流量調整表，自易求出也。

(16) 流量測量之用處 (Use of Measurements and Estimate of Flow)　測量流量之時，若僅測一次(在任何時間)並無大用，至少須分別在最高水位及最低水位之時，各測一次，對於水利工程之建設，方有用處。在計劃此種工程之前，如欲知某處水源之流量，且欲得極精確之結果，須於數年之時期內，在各種水位之情形下，觀測其流量，時間愈長，在排水區域內所測之地位愈多，結果亦愈爲詳密。普通之時，至少需數月之時間，方可盡觀測之能事也。

第七編 地圖投影法 (Map Projections)

(1) 地圖投影之意義 地圖也者，乃在一平面之上；用適合之比例尺，表示地球面中某部之地形及其各處互相之位置也。故由此觀之，地圖亦卽一圖畫，不過其中各部之位置，須準確規定而已。準確規定各部之位置，應以控制點 (control point) 爲根據，控制點愈多，則圖愈準確。在測量廣闊地面之時，吾人須顧及地面弧形之影響，故此種控制點須用弧形座標 (spherical coordinates)，以定其位置。弧形座標者，亦卽經度與緯度也。旣需經緯度以定控制之點，故地圖之上，宜先繪者爲經緯線，然後按照經緯線，再繪定控制點之位置。控制點旣已繪出，則各種地形，卽根據此控制諸點，塡繪可也。

由上述而觀，地圖之原意，乃用一平面，表示一弧面之形狀而已。但一平面究與弧面不同，故用平面表示弧面之時，決不能符合，而必有差錯，面積愈大，則此差錯亦愈甚。是以繪地圖，應設法將弧面投影於平面之上，同時並須選擇一適合之投影法，以便盡力減少此種差錯，庶乎地圖所示者，能與實際情形，相差不多也。

投影方法，其類頗多，每種各有其立場，亦各有其用處，與夫適合之目的。是以製地圖者，於製圖之時，按照其地面之所在，圖之爲用如何，及圖之目的何若，選擇一適合投影之方法，製成地圖。故一種地圖未必能適合各種之利用也。投影方法，總而言之，可分作兩種，一種爲由幾何原理所構成；一種爲直接投影所成。在小面積製圖時，各種投影，均能適

用,因小面積,弧形不巨,差錯甚少;在較大面積之時,如一國一洲,甚至一半球之面積,若分用各種不同之投影法,遂成地圖,則雖爲一處,而各地圖形,均各不同矣。

投影畫法,可分爲兩大類,一類爲直接之投影(或爲透視);另一類爲利用錐形體(cone)或長圓體(cylinder),而展開之於一平面上。由此兩大類之推演,現在普通採用者,計有十種如下:——

(1)正射投影(Orthographic)

(2)球極輻射投影(Stereographic)

(3)球心輻射投影(Gnomonic)

(4)矩形投影(Rectangular)

(5)穆克脫氏投影(Mercator's)

(6)單圓錐投影(Simple Conic)

(7)波納氏投影(Bonne's)

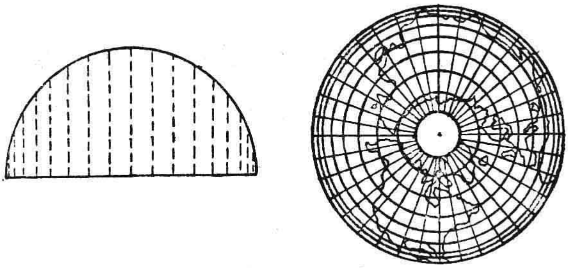
(8)多圓錐投影(Polyconic)

(9)藍波氏投影(Lambert's)

(10)亞爾波等面積投影(Albers Equal Area)

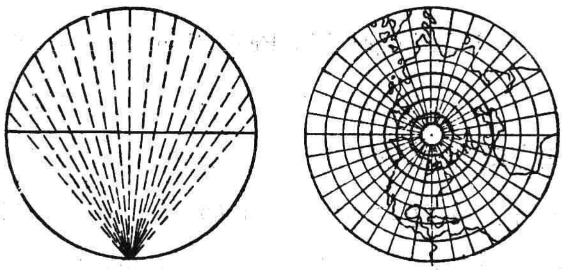
(2) 正射投影(Orthographic Projection)　正射投影者,乃觀測者之目,置於與垂直圖紙平面之每條直線上而投射地球面上各點於紙上之謂也。普通工程上之各種圖樣,均係採用此種投影之方法,但各種工程圖樣,有平面圖(plan),正面圖(elevation),及測面圖(side view)之分,要均爲正射投影所製成者也。繪製地圖之時,採用此種方法,多用以表示半個地球面之形勢與地位,惟其近邊處之投影,較近於

中心各處，略爲縮小，如第九十六圖所示者然，故注重半球面中心各部位置者，用之爲宜。



第 九 十 六 圖

(3) 球極輻射投影法(Stereographic Projection) 球極輻射投影者，乃觀測者之目，置於一大圓之極上，此大圓者，亦卽爲投影平面(plane of projection)，然後由測者之目，輻射於地球面上之各點而投影於一平面也。但置目之處與所繪之處，不在同一半圓之上，而處於相對之地位，故欲繪之各點，在投影之時，與置目之處，聯成直線而成輻射之形狀，圖紙平面則在其間也。此種方法，亦用以表示半個地球面者，但



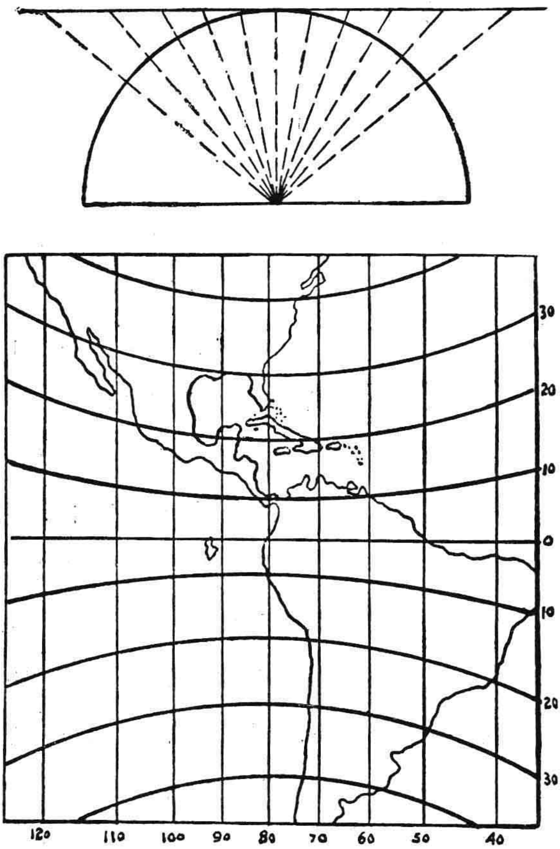
第 九 十 七 圖

其近邊處之投影，較近於其中心各處，略爲放大，如九十七圖所示者然，故注重半球面外邊各部位置者，用之爲宜。

(4) 球心輻射投影法(Gnomonic Projection)　球心輻射投影者，乃置觀測者之目於球心，視線由此中心，輻射於球面上各點而投影於切於球面一點之平面上也。此種投影後，平面上所影之經線皆爲直線，而緯線均爲曲線（圓形或非圓形之曲線）。在『大圓航行』(great circle sailing)，恆採用之，以爲航圖之用，因地球上各點間之距離，均由圖上直線以表示之，而直線者乃兩點間最短之距離也。

此種投影法，所製之地圖，各有不同，均以地圖平面，與地球弧面相切之點，位於何處而定，譬如切點在兩極處而製之圖曰輻極地圖 (polar chart)，在此種圖上，所有緯線均曲線而經線則爲直線，此圓弧之半徑等於 $R \cot L$，其中 R 爲地球之半徑，L 爲緯度也。如是，則緯度愈高之地，其緯線之半徑爲愈小，故在低緯度地方，每度之距離，恆較高緯度地方，每度之距離爲長。近於赤道處，其緯線之半徑，幾等於無窮大，因在 $(R \cot L)$ 公式中，L 值幾等於零度。故此種製圖法，不能繪至熱帶也。切點如在其他地方之時，則經線與緯線爲反向之雙曲線（並非圓弧），第九十八圖，乃地圖平面，與球面在赤道一點上，相切而得之投影也。

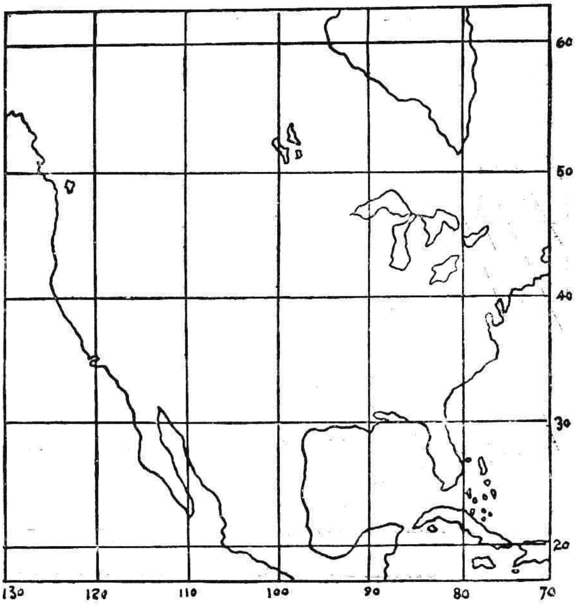
(5) 矩形投影法(Rectangular Projection)　矩形投影者，乃將地球面上經緯線，在製圖時，於地圖平面上，皆畫成均等距離之直線也。此種投影，非直接投影而得來，其畫法乃先在地球面上應繪部份之中部，選一經線爲圖之中心經線 (central meridian of map)，然後將此經



第九十八圖

線用規定比例尺，按照此經線在地球面上之眞正長度，分成每度之距離。於是在所分之點上，畫垂直此經線之橫直線，再在所畫之橫直線上，按經度而劃分之，劃分之法，依中心經線之緯度而定，換而言之，即無論在圖中之何部，其經度一度之距離，等於該處緯度每度之距離乘地圖中心緯線 (central latitude of map) 緯度餘弦之積，此種投影法，在北

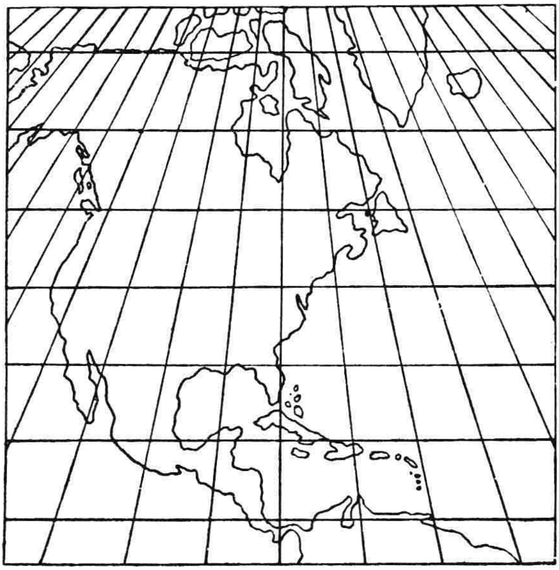
半球時，中緯度以北，皆覺過寬，以南則覺縮小，然在小幅地圖，爲用甚便，是以平板儀測量地形之時，恆採用之。第九十九圖即爲此種投影所繪之地圖。



第　九　十　九　圖

(6) 經線輳合投影法(Projection with Converging Meridians)經線輳合投影者，亦爲矩形投影之一種。畫製之時，選地球面上繪圖部份之最高及最低兩條緯線爲標準，在此兩條緯線之上，按照該處緯線實際長度，分成經度之度數。在每條標準緯線上，每度經度之長度，等於每度緯度長度乘其緯度餘弦之積。然後將每條緯線上所劃分之點，連成直線，即爲地圖上之經線也。此種投影法，其經線輳合之斜度，與地球面上

實際情形，相差不多，蓋繪製之時，只兩條標準緯線，其劃分與實際相同，其餘者均非符合。測繪地面不甚大時，此種方法，甚為適宜。第一百圖，即為此種投影法，繪製所成之地圖也。

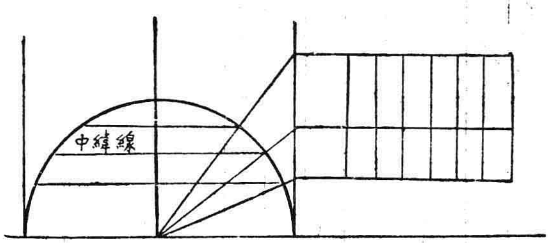


第一百圖

(7) 佛藍氏投影法 (Flamstes Projection) 假設在矩形投影中之各緯線上，皆按照其各自之緯度計算其經度每度之距離，分別而劃分之，則所有緯線仍為平行之直線，但經線皆變作曲線矣，此種方法，謂之佛藍氏投影法。

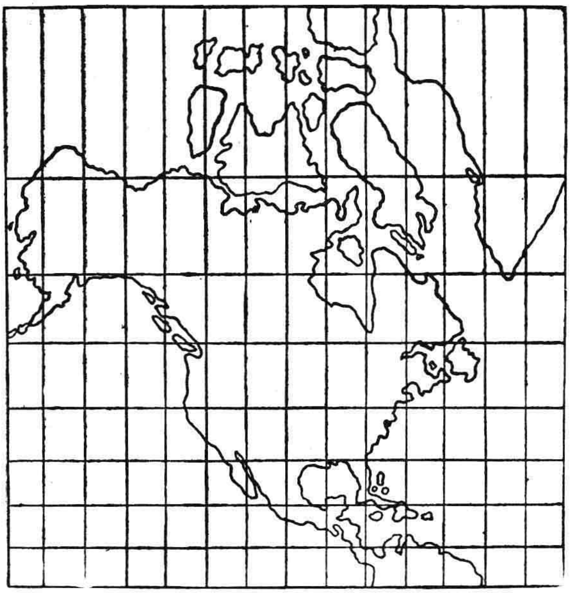
(8) 單圓柱投影法(Simple Cylindrical Projection) 圓柱投影者，乃自球心投射地面之各點於切在赤道上圓柱之面上而展開之。在

赤道上，爲正射投影，故其長與實際赤道之長相等。此種方法，繪製後，所有經緯線，均爲直線，經線皆按均等距離而排列，緯線與緯線間之每度距離，愈近兩極，則愈大也。其投影方法詳第一百零一圖，學者可參閱之。



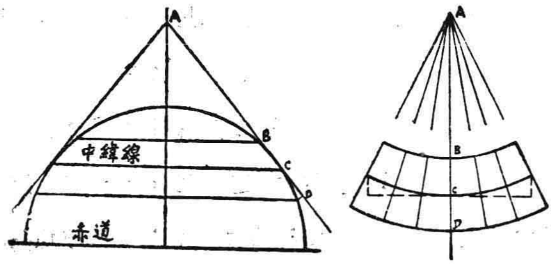
第一百零一圖

(9) 穆克脫氏投影法(Mercator Projection)　穆克脫氏投影，爲圓柱投影法變幻而來，此種投影之方法，其緯線排列，係按照一定之計算方法，其計算之根據，乃利用經度與緯度之關係，卽無論在圖中何部，使其每分緯度之長度，與每分經度之比，等於地球面上之情形，故在圖上自某點至某點之方向角，與實際無異，是以航海之時，利用此種地圖，則航行方向，不致錯誤。且此兩點相連，地圖上成一直線，此直線與各經線相交之角，均各相等，但此線在地球面上，則爲一曲線也。若欲求兩點間之距離，可以兩點間之緯度上之每分緯線長度爲單位而量之，卽能知其大概之距離矣。此種投影，在兩極之處，略爲放大；在赤道上則無差錯也。第一百零二圖卽爲此種方法所繪製之地圖，此種地圖在航海學上，講述最詳。



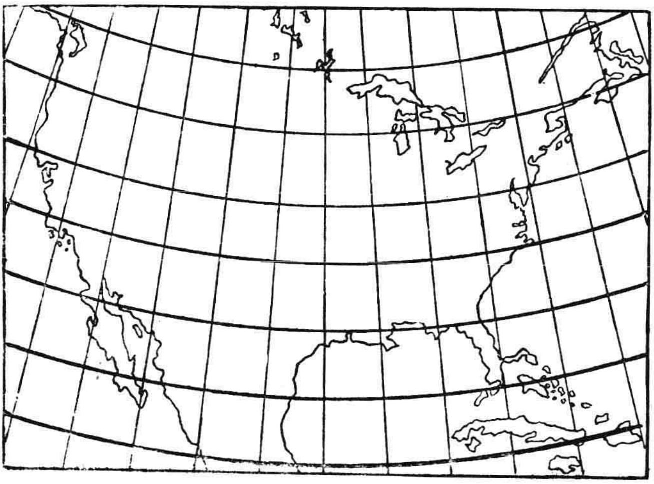
第一百零二圖

(10)圓錐投影(Conic Projection) 單圓錐投影者，乃假設在圖之中間緯線上，用一圓錐形切於其上，圓錐頂點，則在地軸之延長線上，然後自球心投射各線於其面上而展開之，如第一百零三圖。其展開之法如下，自圖上中部，作一直線代表地球面上應繪部份之中經線，在此線上，



第一百零三圖

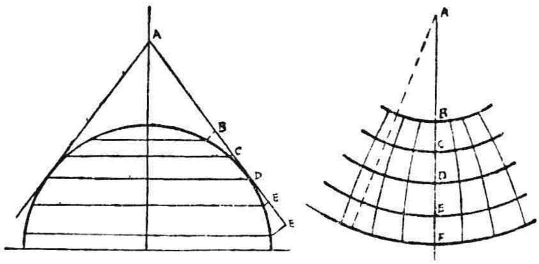
以其中點代表同一部份之中緯線。須知投影之後，經線乃由極端輻射之直線而緯線乃以錐頂爲中心所繪之圓曲線也。此時中緯線之地位已知，故須定其圓弧之中心，定其中心時，卽以其半徑之長度，沿中經線上，而自中緯線處向上量得之。半徑之計算，則以公式 $N \cot L$ 爲之，其中之 N 爲其地之垂直線長度，L 爲其地之緯度也。此時圓弧中心（卽錐頂處）爲已知，中緯線之半徑，亦可計算而得來，則在錐頂處，畫一圓曲線，此圓曲線卽代表中緯線，然後在中經線上，自中緯線處起始，按照地球面上實際情形，劃分其他緯線之地位，再用原有中心，畫各曲線，卽代表各緯線也。再在中緯線上，按照地球面上實際情形，劃分其他經線之位置，而自錐頂處連成直線，卽代表各經線也。此種投影，經緯線相交之角，均爲直角。各緯線則爲同心圓弧 (concentric circles)。各緯線上，除中緯線外，每度之距離，與實際情形，均略差少許（卽有差錯之

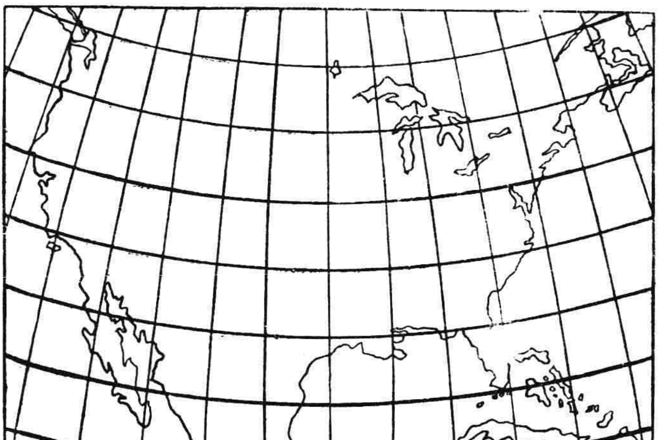


第一百零四圖

意)，然除在頗大之面積外，影響於地圖之應用，顧無幾也。第一百零四圖卽爲此種投影圖。

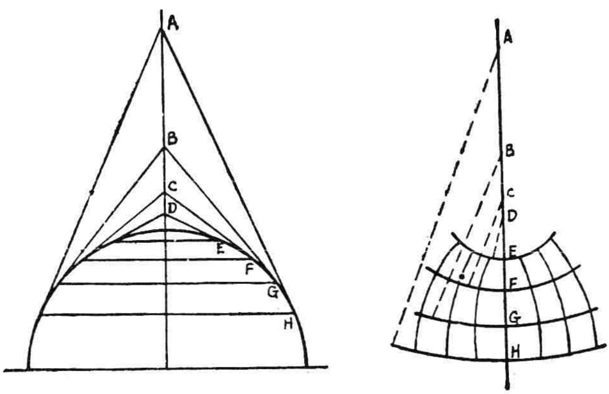
(11)波納氏投影法(Bonne's Projection) 波納氏投影，爲由單圓錐投脫而來。換言之，亦爲一單圓錐之投影也。但在展開之時，其經線之分劃，不僅在其中緯線上劃分之，而在每條緯線上，各自按照實地情形劃分之，故所得結果，其緯線仍爲同心圓弧，而其經線則變爲曲線矣。此種投影，差錯極小，由圖上量得之距離，恆與實際無異。第一百零五圖爲解示投影時之情形，第一百零六圖則用此種投影所製之地圖也。





第一百零六圖

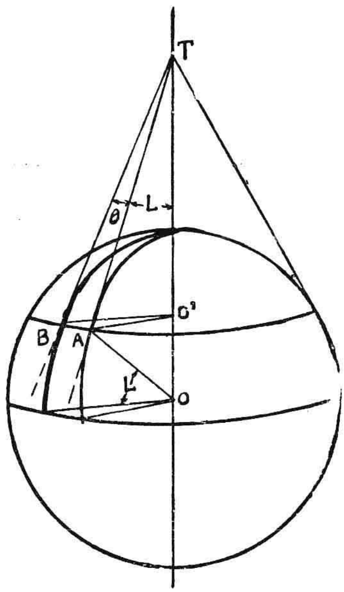
(12) 多圓錐投影法(Polyconic Projection)　多圓錐投影法，乃在每一緯線上，各自切一圓錐形，各圓錐之頂點，同在地軸之延長線上，然後展而開之也。以是觀之，每條緯線，均由各自之圓錐投射而出，其上經度之劃分，乃按實際情形所規定；每條緯線之地位，則在中經線上，亦照實際情形劃分之。故投影之後，經緯線均爲曲線也。不過所有之緯線，並非同心之圓弧，因其圓錐頂端，非在一處，故其圓弧爲不同心之圓弧，但在其東西兩端，則較實際情形略大，此與單圓錐及波納氏投影不同之處也。此種投影所繪之經緯線相交而成直角，且用此法以繪極大之面積，如美利堅一國時，則圖上經緯相交之角度是否直角，用目力窺之，亦難看出，以是之故，此種投影，差錯亦微，在圖上所量之距離，與實際相差不多，故在地圖之應用上，亦有其相當之價值也。第一百零七圖，乃此種之投影法。



第一百零七圖

在第一百零八圖中，每個圓錐之軸線，與其切線邊線所成之角，等

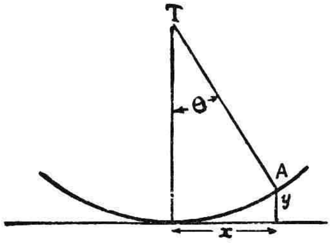
於該切點處之緯度 L，其邊線 TA 可以公式 $TA=N\cot L$ 以求得之，其中之 N 爲該點之垂直線(normal)，而 L 爲該處之緯度也。如在一圓球情形之下，則 N 變爲球之半徑 R(即 AO)。TA 既爲弧形緯線之半徑，倘 θ 代表 T 處之角度，而此角度，爲同一緯線上 A 及 B 兩點所截出者（參閱第一百零八圖）；AB 兩點經差度，使之爲 dM，則：——



第 一 百 零 八 圖

$$\theta=dM\sin L$$

但緯線之半徑，往往過長，於製圖之時，不能用圓規直接而劃出之，故須用方形座標法，以定各經緯線之交點也。在第一百零九圖中，使 A 代表某經緯線之交點，此點之座標求法如下：



第一百零九圖

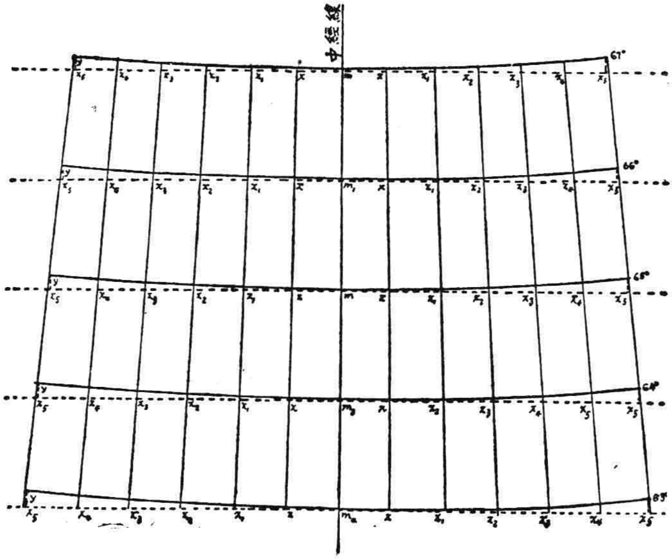
$$
\begin{aligned}
x &= TA \sin\theta \\
&= N \cot L \sin\theta \\
&= \underline{N \cot L \sin (dM \sin L)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
y &= TA \operatorname{vers}\theta \\
&= \frac{x \operatorname{vers}\theta}{\sin\theta} x = \tan\frac{1}{2}\theta \\
&= \underline{x \tan\frac{1}{2}(dM \sin L)}
\end{aligned}
$$

用上兩式,以求 x 及 y 之值，則可定出各經緯線交點之位置,但爲便利起見,恆用此兩式，列算成表，說明中經線東西兩面之經線及各緯線交點之座標值（卽 x 及 y 值均爲公尺制）,如附表 XIV 及 XV 卽爲此種表之一部也。玆將繪製此種投影步驟述之於下:

用多圓錐投影法以製地圖,先在圖紙之中,畫一垂直線以代表擬繪地圖之地面中之中經線，然後按照此中經線實在長度（可查表 XI 及 XII)，在此垂直線上，分成緯度之度數。於是照分成緯度每度處,畫與中經線垂直之橫直線，遂得一中經線（卽所繪之垂直線）及多數與直線成直角之橫線，如第一百十圖中，95° 處之經線，卽所謂已繪之中經線，而所有之橫點線，卽所謂與中經線成直角之橫線也。有縱橫線後，於是有座標之縱橫軸，故可依據之，按各經緯線交點之座標值，以定出各經緯線交點之位置。各交點之位置定出，於是用曲線板連成縱橫曲線，卽爲投影後之經緯線也。第一百十圖所繪者，乃美國全境地圖之投影經緯線，經線間距爲五度而緯線間距亦爲五度，若爲一度，則

應均為一度也。



第一百十圖

如小面積測量,亦用此種投影之時,則經緯線畫出後,幾均為直線,如是遂與矩形投影相符合矣。

(13)藍波氏投影法(Lambert Conformal Projection) 藍波氏之投影法,亦由單圓錐投影法變化而來。其不同之處,乃選擇兩標準緯線,以為劃分經度之用。此種投影法,能使圖中一部份面積之形狀,與地球面上實際情形相符合也。

(14)亞爾波等面積投影法(Albers Equal Area Projecction) 亞爾波等面積投影法,亦為準確之一種,其畫法與單圓錐投影相同,但用兩標準緯線 (standard parallels) 而已。投影之結果,經線為直線而緯

線爲圓弧，南北方向之差錯較大，東西較小，故美國及我國面積繪法，用此種最宜。其圖上面積，與地球面上實際情形相同，故由圖上量算面積，甚爲準確。

第八編 地形攝影測量法

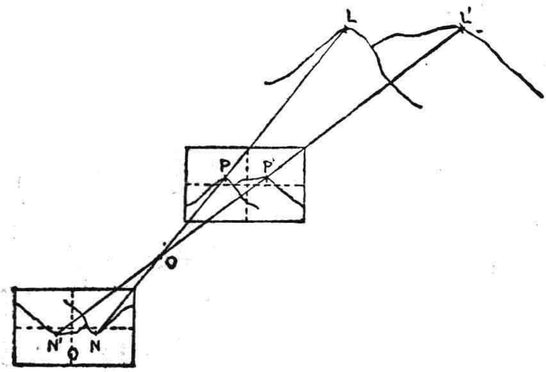
(1) 地形攝影測量法(Photographic Surveying) 本編所述,爲地形攝影測量法之原理及其大意,使學者能得到相當之明瞭,及相當之興趣,然後對於此種學術,可再深進而研究之,精確而檢討之,庶乎將來我國大地測量之工作,能有相當之人才與相當之進行也。

吾人知測量地形之方法,不外用經線儀之視距法或用平板儀法。但在野外之工作,需時久而事煩,雖其繪製精確,然在小比例尺,不需過份之準確。如此,則視距或平板法之精細,超過需要之限制,亦屬無益。因此之故,繪製小比例尺地圖,用攝影法以代視距及平板,爲用極便。測量之時,卽置攝影機於測站之上,刹那之間,各種地形,盡收無遺,野外工作之省時省力,無出其右也。但所攝之影爲透視,而吾人地圖,則爲正視,是以攝成之影,尙不能卽刻爲用,須將透視改爲正視,如此,則室內工作倍增矣。乃尤有言者,用攝影法,以測地形,其準確度,恆較視距及平板兩法爲遜,不過在無需極度準確之時,或遇野外工作時間倉促之際,則用攝影,以測地形,其利便處,多在其他方法之上也。美國測量隊,在亞拉斯加(Alaska)測量時,多採此法,因在該處山頂各處,終日密雲環繞,無法以施視距或平板之測量,卽三角測量,亦被阻礙。如用攝影之法,俟其天氣稍好,於二三分鐘,卽可將一處之地形測出,其便如此。在加拿大地方,美國測量隊,亦多採此法,其繪製地圖,比例尺用四萬分之一,其等高線差,則爲一百英尺,學者觀及此層,當能明瞭,攝影地形測

量法之立場及其應用矣。

(2) 地形攝影測量之原理　影像者，透視畫也。故攝得地形之影片，亦即該處地形之透視圖，但地形上兩點與攝影處所成之角度，可以由影片上求出。僅此一事，即爲地形攝影測量之基本原理也。但地圖者，爲一平面圖也，故須由透視化成正視。倘攝影之處有二，於是同一地形，遂得兩片透視之圖矣。攝影站之地位，旣已測定，自已知地位之兩站，同時可知，地形上兩點與兩站之角度，由此即能設法在一平面之上，定出各點之位置。但詳細之方法，並非如此之簡單，玆陸續述之於後。

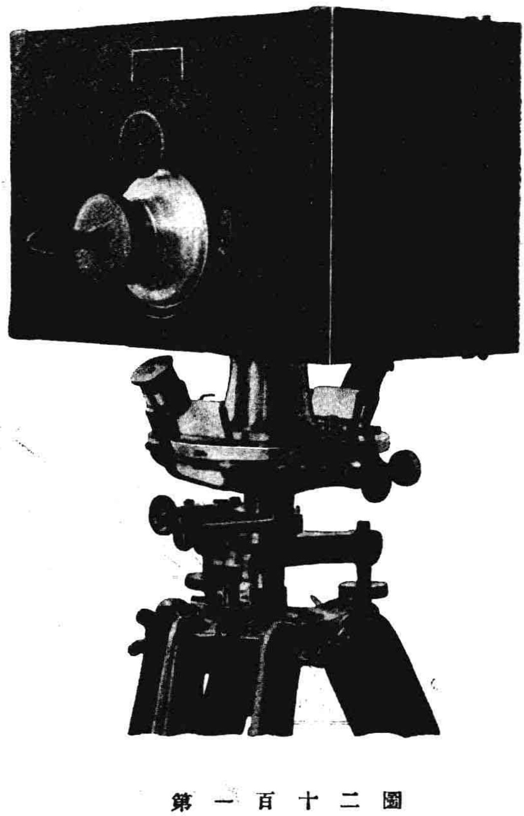
在第一百十一圖中，O 點爲攝影機鏡頭之焦點 (optical center)，光線由地形上之 LL'，過經焦點 O 而達於底片 (negative) 上之 NN' 處。PP' 平面爲印成之影片（由底片印成者），故 NN' 平面爲底片，底片距焦點處爲焦點距離 f (focal length)。玆置影片 PP' 平面於焦點之前，其距離亦使爲 f，是以影片與底片之距離爲 $2f$ 也。影片及底片



第一百十一圖

之中心點聯成直線，必過經焦點 O，影片及底片之位置，均垂直於地面。影片上之地形，因底片為倒影，且影印時底片係接觸影片所印成，故與底片上之地形，尺寸大小均為相同。倘置吾人之眼於 O 點而視影片，同時並穿過影片而視地形，則地形上各點均與影片上各點相符合，故地形上兩點與 O 點所成之角，即等於影片上相同兩點與 O 點所成之角度。以是之故，吾人置影片於焦點前 f 距離處，即能定出實地地形上各點與焦點處所成之各角也。

(3) 地形攝影測量之儀器　攝影地形測量之儀器，乃一攝影機置於三脚架上，其種類甚多，大概情形，約有兩種，一種為平板儀組合而成，一種為經緯儀組合而成。第一百十二圖為上述之第二種，此種儀器，在不攝影時，可將攝影機拆下，而安設經緯儀也。攝影機之構造，與同無關，但鏡箱後面須有校對焦點之



第一百十二圖

設備，普通均爲磨沙玻璃一片，俾於攝影之前，能先將焦點對準，然後再行拍影也。鏡架之上，須有水準 (spirit level)，拍影之際，攝影機須在平衡地位。但亦有專爲測量應用之攝影機，其焦點爲固定者。如焦點不固定之攝影機，在測時，同時須將該時焦點距離測出。以此觀之，固定焦點之攝影機，較爲便利也。攝影機背後須成一長方形，故所攝之影，亦爲一長方形。底片架背面四邊緣上，有凹槽數處。兩豎邊緣之中點上，各有凹槽一處，其相連之直線曰主衡線 (horizontal line)；兩橫邊緣之中點上，亦各有凹槽一處，其相連之線曰主線 (principle line)。此兩線一直一橫，互成直角而於底片中心相交，其相交處曰主點 (principle point)。再進而言之，主衡線者，乃影片平面 (picture plane) 與一經過主點之地平面 (horizontal plane) 之相交線 (line of intersection)；而主線者，乃影片平面與一經過主點之垂直平面之相交線也。此垂直面曰主要平面(principle plane)。

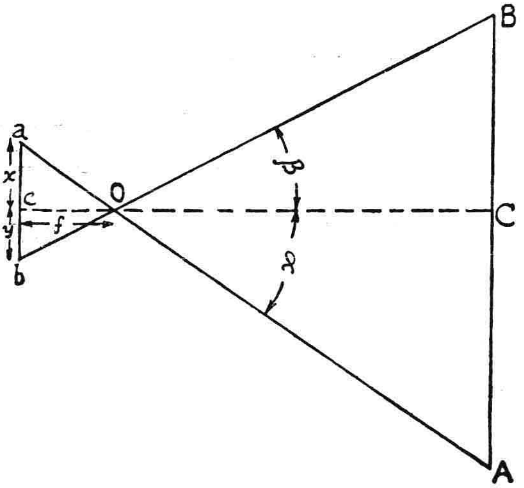
(4) 儀器整理之概要　儀器之整理，與拍影結果，有甚大之關係，但整理之方法，須視儀器之構造而各有不同。普通爲測量地形之攝影機，多爲長方形，焦點則有固定，亦有不固定者。機之位置，安在三足架後，可豎立亦可橫立，故有水準四個，分置於兩不同之機面上，是以每面之上，各有水準兩隻，所以定平衡之位置也。

儀器之整理大概分爲五步，第一步整理水準汽泡，俾與磨沙玻璃平面垂直。蓋攝影之際，攝影箱須平衡，而底片平面，須成垂直之位置。但影箱是否平衡，與夫底片是否垂直，在工作之時，須以水準汽泡居於中心爲根據，但水準汽泡居於中心之際，影箱是否平衡，底片是否垂直，不

得而知，是以應檢查之而施以整理也。第二步須測定主點之位置，蓋攝影箱位置成水平，底片平面成垂直時，底片中心之主點，應在何處，應行定出也。第三步爲主衡線及主線之定出，在主點定出後，其主衡線及主線在此點相交時，是否平衡及垂直，亦須測定，否則必須整理。主衡線及主線，雖可自底片架邊緣上各凹槽定出之，然定出之後，是否準確，不得而知，故須整理之也。第四步爲與磨沙玻璃片平行之水準之整理，在攝影機平衡之時，此水準汽泡亦應在中心也。第五步爲焦點距離之測定。測定之法有二，茲分述之於下：——

(1) 第一法：

先安平攝影器於測站之上，測出 AOB 角(參閱第一百十三圖)，茲使 $AOB=\alpha+\beta=w$，在此站上，攝一影片，而在底片上量出距離 x，及距離 y，量時自 a 及 b 點量至 c 處主線上，使 $f=Oc$



第一百十三圖

$$\therefore \quad \tan \alpha = \frac{x}{f},$$

$$\tan \beta = \frac{y}{f}$$

$$\therefore \quad \tan \alpha \tan \beta = \frac{xy}{f^2}$$

$$\tan(\alpha+\beta) = \tan w = \frac{\frac{x}{f}+\frac{y}{f}}{1-\frac{xy}{f^2}}$$

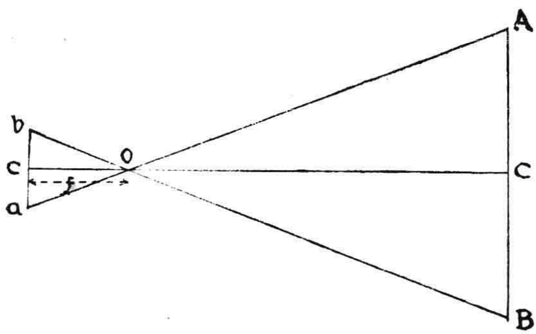
$$\therefore \quad f^2 - \frac{x+y}{\tan w}\cdot f - xy = 0$$

解算後則得:——

$$f = \frac{x+y}{2\tan w} + \sqrt{\frac{(x+y)^2}{4\tan^2 w} + xy}$$

(2)第二法:

安平攝影器於測站之上,在遠處豎立兩標桿,或選擇與攝影器同高之兩點 AB 亦可,但 AB 兩點距離測站,須有相同之距離,同時 AOB



第一百十四圖

角(參閱第一百十四圖)不可過小,否則不能準確,於是量出 AC, cC, 及 ab 之距離,AB 及 Cc 乃用尺實地所量得者,ab 乃在底片上所量得者,故 $CO+cO=cC$ 及 $CO:AB=cO:ab$, 再自此兩公式,可以算出 cO 之數值,亦即焦點距離 f 之數值也。

為預防影片伸縮後所生之差錯,往往在攝影器鏡箱後面空口邊上畫出 $\frac{1}{2}f$ 及 $\frac{1}{4}f$ 之長度而用凹槽以刻記之,如此則 $\frac{1}{2}f$ 及 $\frac{1}{4}f$ 之長度,均可影印於影片之上,即或影片伸縮,亦能量出其眞實長度也。

(5) 地形攝影測量進行之方法 (Conducting A Photographic Survey) 地形測量用攝影法,其野外工作之進行,亦分為控制(control)及細部 (details) 兩大步驟。控制工作所採之方法,為三角網,其一切情形,與第二編所講者,無甚差異。細部工作,則採攝影法,以代經緯儀或平板儀也。三角站既已測畢,於是安平攝影器於每處三角站上,攝取各方之地形,以為歸後製圖之用。惟三角測量之工作,只用普通之經緯儀,即足為用,因繪製小比例尺地圖,無須十分準確也。在三角站之外,偶遇適宜攝影之處,亦可加設攝影補助站 (camera station), 以補充之。此種臨時補充之攝影站,其地位可用三點題方法,以定出之,但同時須有三個適宜之三角站,為其根據也。

利用此種方法,為地形測量之用,其製成之圖,是否有相當之準確,全視選擇三角站及其攝影站,能否給吾人以極佳之交點與否而定。故由此觀之,為攝影測量所用之三角站,其數目應較其他各種為多,蓋測站愈多,則交點愈多,而圖愈準確也。為攝影控制所用之三角網,選擇地位之時,與第二編所講者,略有不同。例如山峯頂端,在普通三角網中,必

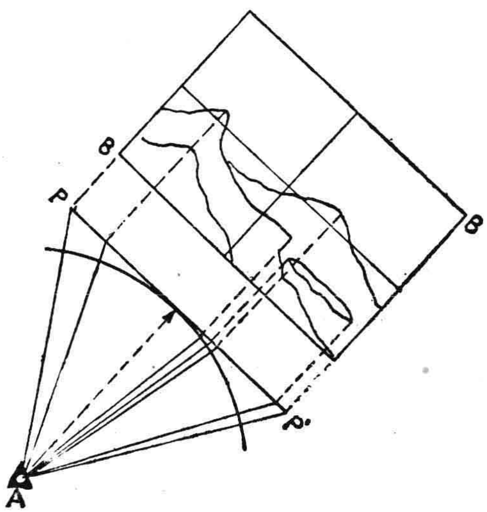
設三角之站，但在攝影量測工作之內，多不設立。蓋在山頂最高之處，安平攝影器，所拍照者，無所得也。其選擇三角站，以及攝影補助站之惟一標準，為地形中之各部，須能於兩個不同之站上所攝之影片中，同時發現。換言之，即在兩不同之站上攝影，攝得之影片，均有同一地形內之各部地形上重要之點，且須能在三個以上之測站，均能攝出為宜，蓋如此，其地位用交點法定出後，同時尚能加以校對也。

在攝取地形之後，最宜再畫一草圖，繪明所攝部份，註明重要地點，約在何處。如同時並用經緯儀，測出各重要點之角度方向及其直立角時，亦須註明清楚。用經緯儀測出角度者，乃用以定攝影之方向，測其直立角，乃為高度之根據也。為測量用之攝影器，往往均有量度地平角，或方位角之設備如經緯儀然（第一百十二圖），如此，則於每次攝影後，同時並將其方位角讀出，俾繪圖時，能有各影片之方向也。

倘攝影之時，無法讀出方位角，則所攝每張影片中。最少應包括一三角站，但能包括多數時，更能得到準確之結果。所攝之影片，按照地位安接後，須能互相重疊(overlap)為宜；如此，則同一地點而在兩張影片之上者，可以互相符合而接銜。每張影片上之三角站，則用以定出安置該影片之地位者也。如某張影片內，無三角站，但與他張影片（此影片內有三角站）有共同之點，且此共同之點，位於片邊之時，則此張影片，於繪圖之際，亦可定置其地位。故在野外攝影之時，均應設想及於繪圖之方便，所謂攝影時，勿忘繪圖，而繪圖之際，勿忘攝影之時也。

(6) 繪製圖形(Plotting)　繪製圖形之第一步，為控制點之繪定，換而言之，即先將各三角站之位置畫出。其畫法須視所測面積大小而

定，面積小者可用方形座標；面積大者，則用弧形座標也。控制各點，旣已繪出，可根據諸點，塡繪地形之細部。但所攝之影，均爲透視，不能直接繪入圖中，應先在圖中，繪出每張影片之地線 (picture trace 或 ground line)，地線者，乃影片平面與圖紙平面之相交線，但影片之平面須垂直圖紙之平面，且距離攝影站等於焦點之距離，同時影片上各點與攝影站之方向，須與實際地形相同也。故影片安立於此種位置時，則主要平面與影片平面互相垂直；若以攝影站爲中心，以焦點距離 f 爲半徑，繪一圓線，則地線必切於此圓線上。在第一百十五圖中。A 爲已經繪定之攝影站，BB' 乃一影片，(自 A 處所攝者)，PP' 乃地線也。倘影片垂直於地線之上，則自攝影站 A 點，望視影片上各處，與實地在 A 處望視實際地形各處相同。繪定地線位置之工作，名曰影片定位法(orien-

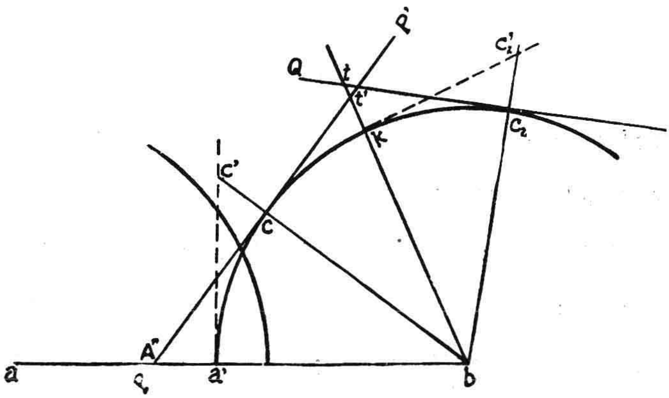


第一百十五圖

ting the picture)，定影片位置之時，須絕對準確，否則差之毫厘，勢必遠之於千里也。

(7) 地線繪定法 (Orienting The Picture Trace)　地線位置之繪定，須先知主線與主衡線之位置，及其焦點之距離。除此以外，攝影站之位置，須預先繪定；而所攝影片之中，至少須有一點，且此點與攝影站之方向，亦須預先知悉也。

在第一百十六圖中，假設有一基線 AB，業已繪出，如圖上之 ab 線。使 bc 等於焦點距離 f，bc 之距離普通亦名之曰距離線 (distance line)，bc 既等於焦點距離，但須特注意者，乃無論所繪之圖用何種比

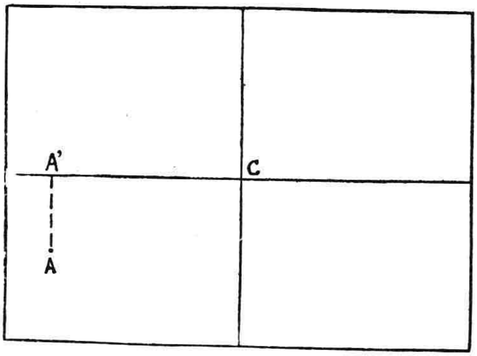


第一百十六圖

例尺，此 bc 之距離，應按實際長度，以繪出之。不可亦按比例尺以縮繪也。

茲假設在 B 站所攝之第一張影片中，有 A 站之位置，如第一百

十七圖。在此圖之中，無論其上之何點，均可用一垂直線，將其位置投影於地線之上，但其在主衡線上之位置，毫未變易，此顯然之事也。倘將此影片，置於相當之地位後，其主點 c 之脚跡(trace)，應在自 b 處所繪之圓線上；而影片之位置，亦必交於 bc 線上之某處(閱第一百十六圖)。



第 一 百 十 七 圖

玆欲繪定其地線之位置，先繪 $a'c'$ 線垂直於 ba' 線，然後自影片上用比例尺量出 cA' 之距離(第一百十七圖)，將此距離在所繪之垂直線上定出之，於是得 c' 點；接連 c' 及 b 得 $c'b$ 線，於是 c 點(第一百十六圖)卽爲地線之中心點也。經過 c 點，垂直 bc 線，繪一直線，則此直線，卽爲此影片之地線矣。在第一百十六圖中，A'' 點卽影片中(第一百十七圖)之 A 點，而在地線 PcP' 上之地位，亦卽實際 A 點在地線上之位置故 PcP' 卽爲所求之地線，因其垂直於主要平面 bc 於 c 點也；c 卽爲主點，因 $cA'=c'a'=cA'$ (第一百十六圖)，而此距離，均在影片中(第一百十七圖)直接所量出者也。

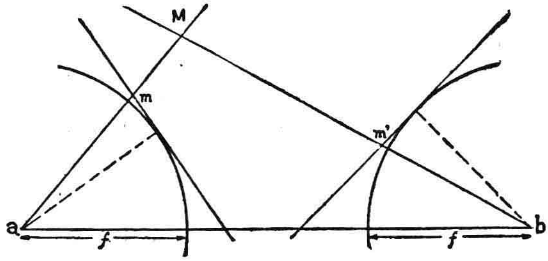
倘在 B 站所攝之第二張影片中，其左邊部份與第一張影片之右邊

一部相重複，換言之，卽第二張影片左邊某處，亦在第一張影片右邊攝出之時，則第二張影片之地線可由第一張影片之地線繪出之，其繪定之法，亦與第一張影片之地線相似，在第一百十六圖中，假設 T 點爲兩張影片共有之一點，亦卽兩地線 PP' 及 QQ' 之交點也。地線 QQ'（卽第二張影片之地線）之求法，乃由 t' 之位置，而 t' 之位置，亦卽 T 點在第一張影片之地線 PP' 上之位置也。t' 之位置，由第一張影片定出後，於是連接 $t'b$ 兩點，而得 $t'b$ 線。在 $t'b$ 線與圓弧相交之 K 點上，畫一垂直線 Kc'_2，Kc'_2 之長度，乃自第二張影片上所量出，如 $a'c'$ 之長度，自第一張之影片所量出者然，c'_2b 線與圓弧相切於 c_2，於是 c_2 點卽爲第二張影片地線之中點，bt 線與 QQ' 線相交於 t 點，t 點卽 T 點在第二張影片地線上之位置也。

(8) 地形之塡繪(Locating Points on the Plane)　地形上各點之塡繪，須由兩影片以定出之，例如第一張影片中某點，可由該影片上自主點起始量出其橫距 (horizontal distance)，然後在圖內其地線上，定出該點在該地線上之位置，然後照此法，將影片中之各點，均在地線上，定出其位置，再由該影片之攝影站，(如第一百十六圖中之 b 點)繪射線及於各點，則所有自攝影站（如 b 點）射出之直線，卽爲地形實際上各點與該攝影站之方向也。但所有各點之眞正位置，並非地線上所繪之各點，然各點之眞正之位置，必在各點之射線上，固無疑也。

在 B 站上所攝之影，根據圖上 b 點之位置，將其地形上之各點繪出於其地線之上後，再對在 A 站所攝之該處各點，用同一方法繪於 A 站所攝影片之地線上(參閱第一百十八圖)，於是又在圖上 a 點處，繪射

線接連各點而得各點與 A 站之方向，於是 b 點上各點之射線，與 a 點上各點之射線，各自相交，則所有之交點，卽爲各點眞正之位置，如第一百十八圖中，m 爲 M 點在 A 站所攝影片之地線上之位置，而 m' 則爲 M 點在 B 站所攝影片之地線上該點之位置，連 am 及 bm' 而得 am 及 bm' 兩線，延長兩線，則其相交之點卽爲 M 眞正之位置也。

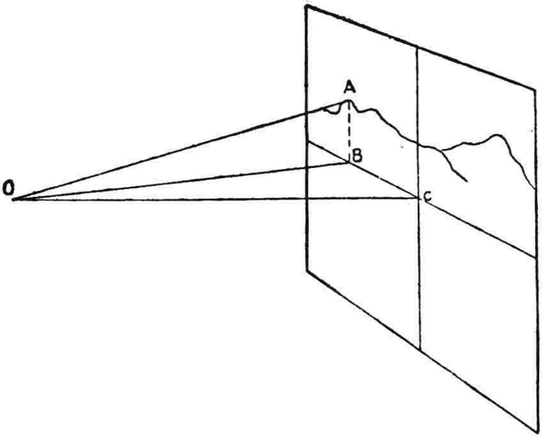


第一百十八圖

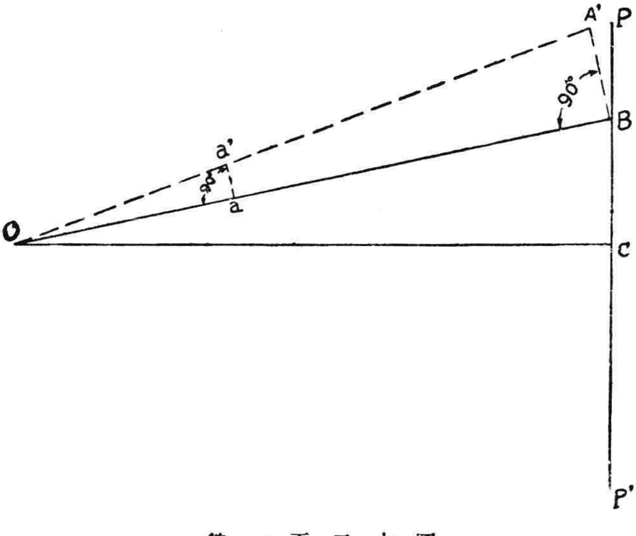
(9) 自影片中定高度法 (Determining Elevations from the Photographs) 地形上各點之高度差，可由計算亦可由繪圖法以定出之，但以後者爲便。影片上各點，在主衡線之上或其下爲若干，可用尺直接量出之，然所量得之數值，用各點與攝影站之距離除之，卽得各點在實際上直立角之正切值 (natural tangent)。故欲求各點與攝影站之高度差，須先求出該點與攝影站之平面距離，而此平面距離，可於各點眞正位置求出後，由圖上量得之，如上節所講者然。如不用計算求其高度差，亦可由圖形求之，其法如下。

第一百十九圖，乃影片直立之情形，其上並繪有主線及主衡線及其主點。O 爲攝影站。玆假設欲求 A 點與 O 點之高差。第一百二十圖，乃第一百十九圖之一部，O 爲攝影站鏡頭之處，PP' 爲影片在地上之

地線。在第一百十九及第一百二十圖之中，c 爲影片之主點；B 爲 A 點垂直投影於主衡線上之一點；OB 線乃 A 點與 O 點之平面距離。倘



第一百十九圖



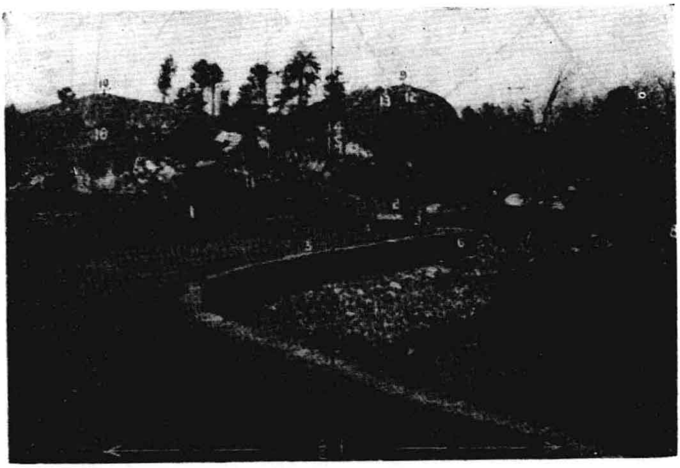
第一百二十圖

在第一百二十圖中,由 B 處垂直 OB 線繪一直線 BA',其長度等於第一百十九圖中之 AB 距離,於是 $A'OB$ 角,卽等於在 O 處所測得 A 點之直立角也。但 A 點在平面圖上之位置,乃在 OB 線上,茲使 A 點在平面圖上之眞正位置爲 a,於是繪 aa' 線垂直於 OB 線。如用同一比例尺(卽繪基線 AB 時所用之比例尺),量 aa' 長度,則所量之數值,卽爲 O 點與 A 點之高度差也。但 aa' 之距離,亦可用計算而求得之,計算之法,可由 OBA' 及 Oaa' 兩三角形比例之,蓋 OB 及 BA 及 Oa 均可求出者也。

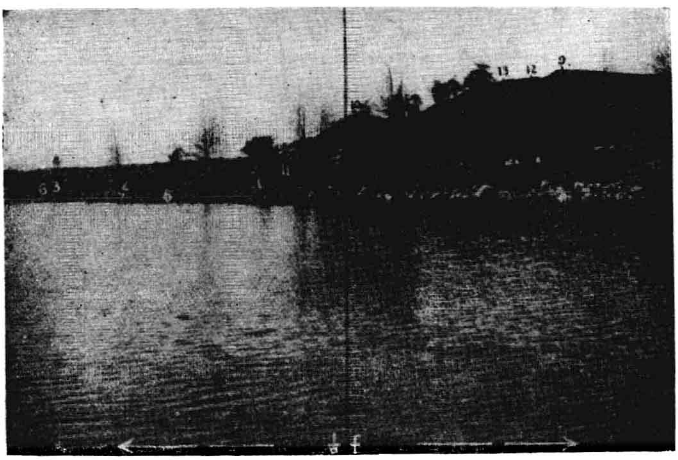
(10) 等高線之繪法 等高線之繪定,須由各控制點之高度及地形上各重要點之高度,同時參考影片上地形之形狀,用插算法 (interpolation) 以繪出之。有時先在影片之上,繪出等高線,然後再轉繪於平面地圖之上,亦爲便利,但所測面積往往甚大,繪圖之時,點線爲數遂多,欲求其貫通接連,且與實際情形相符合,非有測繪之經驗,不能得滿意之成績,欲得此種之經驗,除測繪工作之練習外,對於山川地質之成果,以及地形變遷之知識,尤應切實研究,庶乎於繪製地形之時,等高線之如何延綿,能有準確之決定也。

茲爲學者進一步明瞭此種地形攝影測繪法起見,附印第一百二十一圖,第一百二十二圖及第一百二十三圖,以爲參考。第一百二十三圖爲根據第一百二十一及第一百二十二圖兩影片,(此兩影片分在 AB 兩站所攝得者)所繪成者。惟兩影片之地線位置,係根據三角站 T 所定出,而 T 之位置,則由基線上兩點之角度(一爲 61° 18′,一爲 39° 30′)所定出。其餘各點之位置,均由各點綫之交點所定出,第 9 點與 B 點

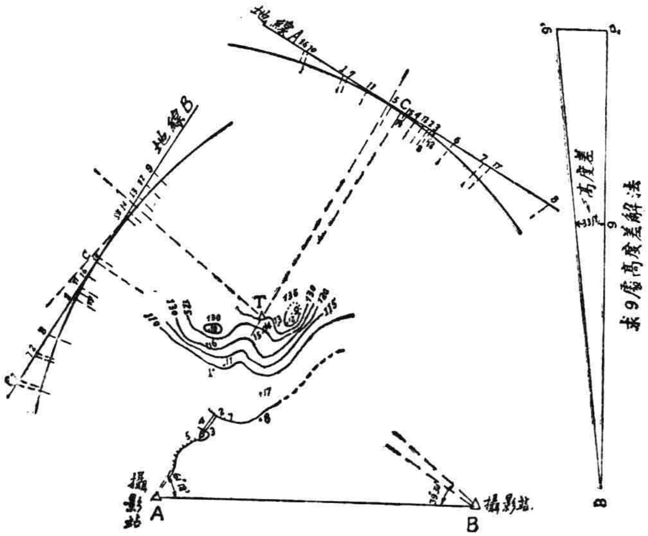
之高度差求法，用第一百二十三圖右方之三角形求得之，攝影器之焦點距離，則用第 4 節所述之方法所求得者。各點之位置及其高度差求得後，於是繪成五呎差等高線，等高線繪製時，一方面用插算法，一方面仍須參閱各影片上之情形也。



第一百二十一圖



第一百二十二圖



第一百二十三圖

第九編　地圖繪製法

(1) 引言　本編所述,乃普通繪製地圖之方法;關於地形及水文圖(topographic and hydrographic maps),略行申論,俾學者知測量之最後一步工作,應如何也。繪製地圖之步驟,簡單講之,約分三部:——

(a) 投影之繪製(Laying out of projection)

繪製投影,其目的乃將所測地面在地球面上之位置,表示出來,同時並可用爲三角站各控制點地位繪定之根據。

(b) 控制點之繪定及地形或水文之繪製(Plotting and Sketching)

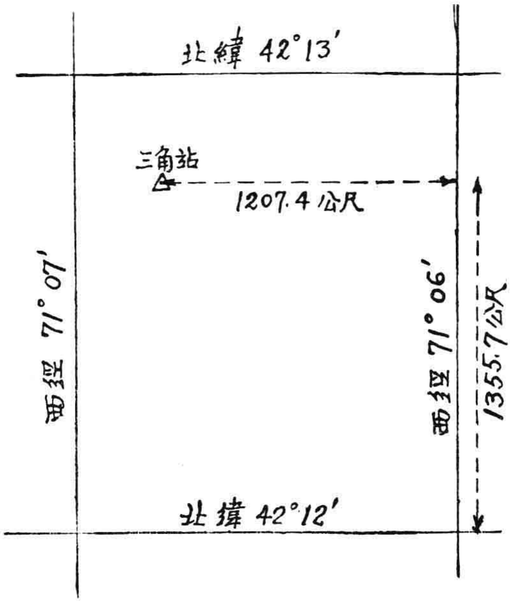
繪定控制點,乃根據投影之位置;地形或水文之繪定,乃根據各控制點之位置。工作完畢,以鉛筆繪成圖稿。

(c) 上墨,著色及製字(Inking, Tinting and Lettering)

(2) 三角網之繪定法(Plotting The Triangulation)　三角站之位置,以經緯度定之,已於前節論述。繪定之時,以投影爲根據,而自其最相近之經緯線,量出其縱橫直線之距離。惟各點距離經緯線之直線距離,須預先算出,然後再繪定之,如繪方形座標者然。例如某三角站之經度爲西 $71°\ 06'\ 52''.64$;緯度爲北 $42°\ 12'\ 43''.94$,投影以分爲單位,即圖上之經緯線相差一分。在圖上該站之最近經線爲 $71°\ 06'$;其最近之緯線爲 $42°\ 12'$。而該點距離此兩線之直線距離 (linear distance),即可由該點經緯度之秒數計算之。(自本書附表 XI 及 XII 可以算出)。算出之結果如下:——

緯度 43″.94=1355.7 公尺

經度 52″.64=1207.4 公尺



第一百二十四圖

第一百二十四圖乃示繪定三角站之方法，所有三角站之位置，用此法繪定之後，可以用規定之比例尺，量其互相之距離，然後視算出之各三角網邊線長度，是否與之符合，以資校對可也。

(3) 方形座標繪法之採用(Rectangular Coordinates) 大地測量或曰闊大面積之測量，其控制點之繪定，已如上節所述，但遇較小面積之測量，如一城一市，或爲一鄉之時，則其控制點之繪法，以方形座標爲宜。不過其繪製之時，較平面測量法中所講者，須略行補充。所謂補充者，乃其縱橫軸線 (X and Y axis) 之選定問題而已。選定縱橫軸線之

法，乃在所測之面積中部，選一經線爲 Y 軸，故 Y 軸線，亦卽爲圖之眞南北線也。然後自三角網中之起始點，繪一橫線與 Y 軸線垂直，而爲 X 軸，縱橫軸既已繪出，然後用各控制點之方形座標值，以繪定其位置可也。

(4) 細部之塡繪(Plotting Detaits on The Map)　塡繪細部，卽爲塡繪地形，吾人知細部測量之時，完全以三角網及導線網爲其控制，故於繪圖之時，地形之位置與其高度，亦必以三角點或導線站爲其根據。以此觀之，塡繪細部，必須先將三角網及導線站甚至補助站(卽臨時增加之測站，此站係在三角網或導線網系統之外，臨時設立，其地位乃以三點題以定者)之位置，按照比例尺繪定於圖紙之上，然後再根據之以塡繪地形也。三角網在佈繪之前，自須用最小自乘方法，以調整之，而導線網之自一三角點起始，不能在另一三角點閉塞時，亦應預先加以調整，其調整之法，在第一編中，業經講述，玆不復贅。控制諸點，既已佈繪完竣，則用分度規及比例尺塡繪地形可也。在用平板儀以測地形之時，須先將控制諸點，佈繪於圖紙之上，然後攜之至野外測量，換而言之，亦卽根據之以塡繪地形耳。

(5) 平板儀圖底移集繪圖法(Transferring Plane-table Sheets to The Large Map)　在繪製地圖之時，往往須將分圖集合而成一大幅之地圖，担任此種工作，須先將控制諸點按照比例尺，佈繪於大幅圖紙之上，然後再根據諸點，用放縮器 (pantograph) 或用方格法，將各分圖之地形，轉繪於其上。在面積較大之圖幅，以前者爲便，其面積小者，則以後者爲宜也。

(6) 平板儀圖底之繪成(Finishing Plane-table Sheets) 平板儀圖底，爲用甚多，例如用以繪製地圖；用以描繪地圖；或用之轉繪大幅地圖等等。如用以直接繪製地圖之時，則須用黑及其他各種著色，以便影印；倘卽用之爲繪成之地圖，則須按照地形著色法，將各種顏色，染於其上，卽成輿圖矣。

平板儀圖底之上，除控制點外，所有經緯線亦須繪入並須註明度數。三角站須用一三角形中繪一點，如▲，以表示之。地形各處，則用點標記之。畫線須細而清楚，上墨之時，墨線須與鉛筆線，完全符合，不可有絲毫之差誤也。

(7) 地形圖之繪成(Finishing Topographic Maps) 地形圖之如何繪畫，須視圖底爲用若何，有用以影印(photographic reproduction)；有用以直接繪製成圖者，故繪製地形圖時，其法因亦略焉。

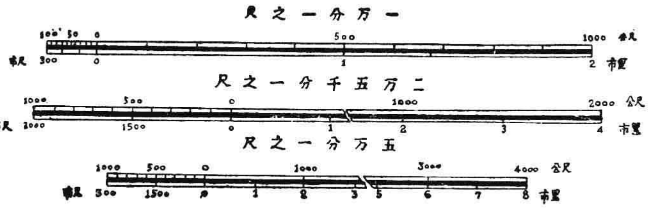
地形圖之爲工程上所需用者，務須求其準確，不可於表面上，過求美觀。經緯線或方形座標線，須保留於圖上，蓋圖紙經久，必有伸縮之虞，如有經緯線或座標線，可有校正之根據也。如爲普通之地圖，則表面美觀與其準確程度，須有同等之重要，繪製之時，所有特殊之名辭及符號，須在可能範圍之內避免之，俾普通之人，參考地圖之時，無相當之困難也。

關於比例尺之規定，則野外平板圖底應較大，製成之圖則較小，普通習慣前後兩種之比例尺，爲二與一之比。圖底上線路 (weight of line) 之粗細及字體之大小，於圖之表面美觀，均有關係，如在放大或縮小圖底而繪製全幅地圖之時，尤有影響，是以繪圖之技能，亦須有相當

之練習及經驗也。

地形圖之繪製，爲求清楚明瞭起見，常著以色，色之種類，普通均以淡者爲宜，須知過量採用顏色，反足以傷圖之美觀，不可爲也。譬如邊線，道路，字體均用墨色；等高線用淡赭色；建築物用紅色；水流湖泊則用藍色；樹木草竹均用淡綠色也。

(8) 比例尺(Scales)　無論何種地圖，均須附繪比例尺於其上，以便讀圖之需，而於圖紙伸縮之後，且可用以校對，此其重要原因之所在也。圖紙之伸縮，倘各部均等，則圖上之比例尺亦隨而伸縮，如是，則讀圖之時，仍可準確。但圖幅較大之時，各部伸縮，不能均等，如是，則用比例尺直接讀圖之時必有錯誤，而此種錯誤，只可注意圖上兩經緯線間之距離伸縮若干，然後以之算出該部圖紙伸縮如何，於是以之作爲校正可也。

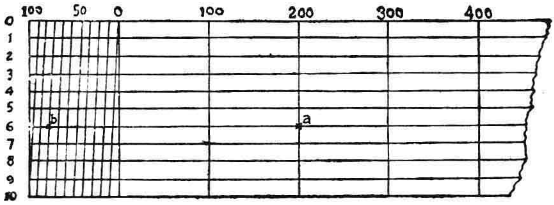


第一百二十五圖

地圖上比例尺之繪製，往往單位不同，有用英里，海里或公里者，但最普通者則用兩比例尺併而列之，一示英里數，半英里數，$\frac{1}{4}$英里數等等；一示英尺數目，取其利也。

比例尺之比例，須以整齊數目爲宜，如$\frac{1}{1000}$；$\frac{1}{10000}$；$\frac{1}{20000}$；$\frac{1}{50000}$等，不可作$\frac{1}{960}$，$\frac{1}{1800}$，$\frac{1}{4800}$等等也。(參閱第一百二十五圖)

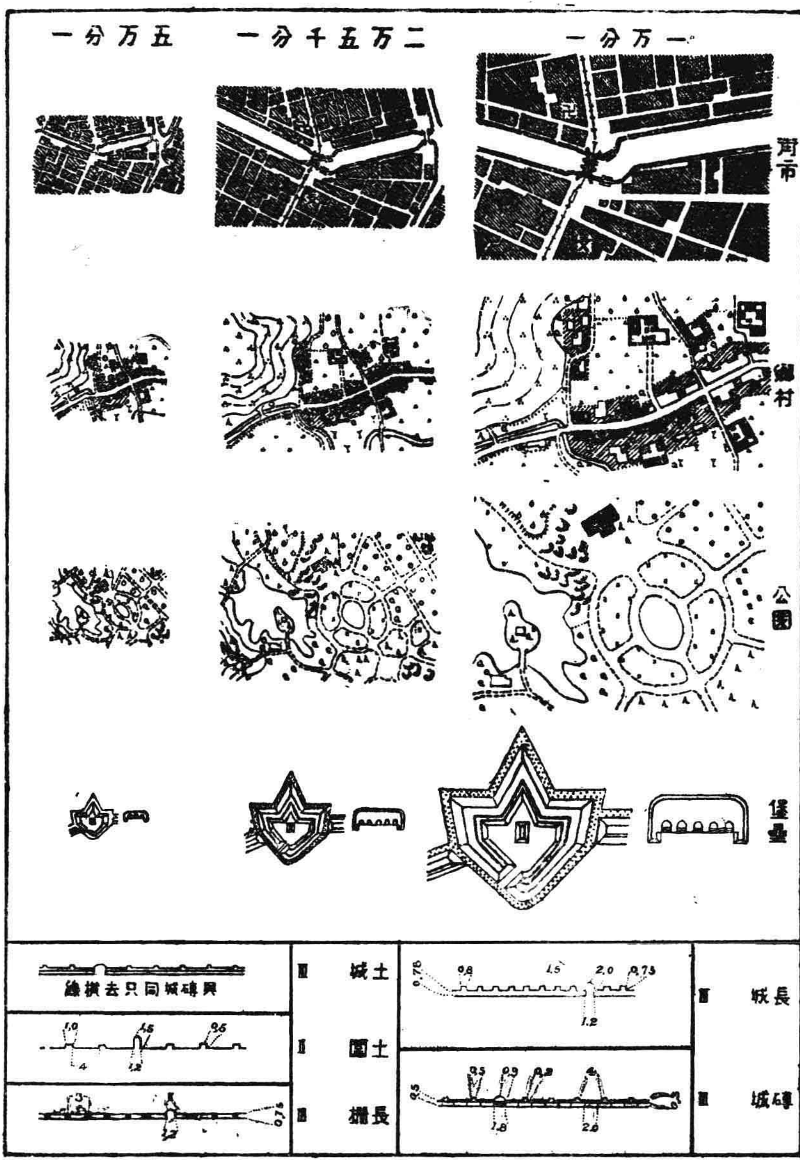
除上述之比例尺外，尚有一種名曰對角線比例尺(diagonal scale)，此種比例尺，乃以便利讀認小數者，勿須令人加以估定，蓋估數之時往往不準確也。其製法乃先畫多數之橫線，然後再將橫線用直線分成數段，如普通之比例尺然，參閱第一百二十六圖。橫線之數目，須較小格數目多一，例如吾人欲得一$\frac{1}{10}$之值時，(即比例尺每小格之十分之一值)



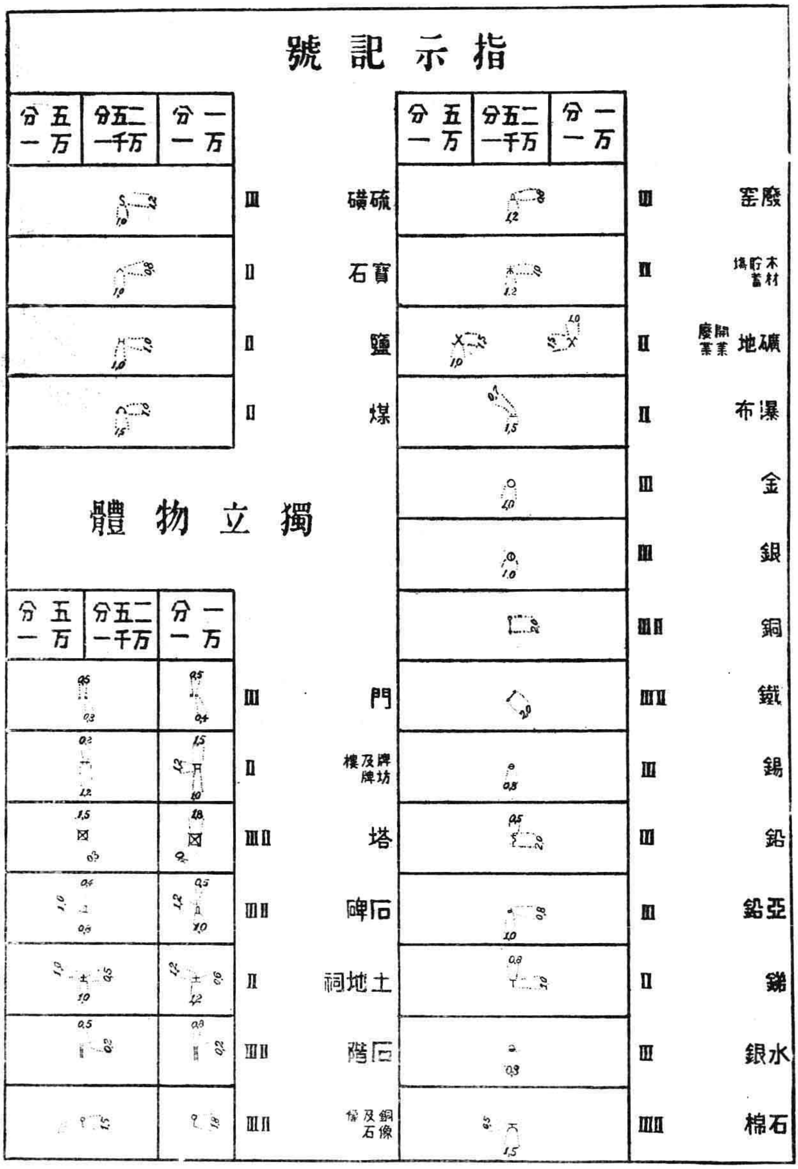
第一百二十六圖

則橫線數目，應爲十一，在第一百二十六圖中，乃欲知$\frac{1}{10}$值者，故其橫線爲十一。零左一段(即自 0—100)，更分之爲十份(如欲知$\frac{1}{100}$值，則須分成 100 份)，然後再畫以斜線，斜線之繪法，乃將上部某點連於其下部左鄰一點，如第一百二十六圖。圖既製成，讀用之時，知比例尺上每大格爲百數，每小格爲十數，然後對角比例尺所示者即爲單位數也。譬如現在欲量 ab 距離，其值爲 276，則比例尺圖上大格爲 200；小格爲 70；對角線比例尺則爲 6 也。

(9) 地形符號(Conventional Signs for Topographic Maps) 地形符號不外表示地上之天然形勢，與其道路，建築，及田園樹木而已。吾國地圖所採用者，均以參謀總部陸軍測量總局所規定者爲根據，茲擇其要者，錄於此以爲學者之參考。(自第一百二十七圖至第一百四十四圖)。



第一百二十七圖

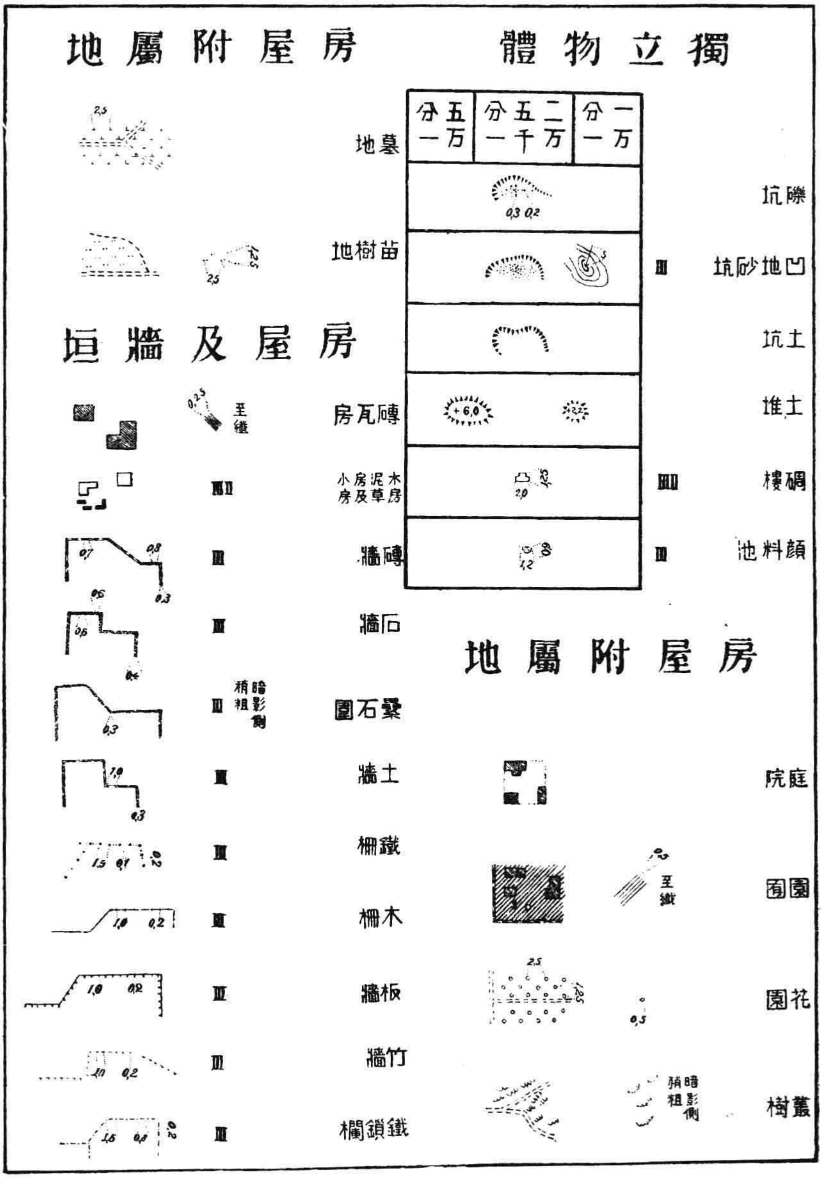

指示記號
五万分一
二万五千分一
一万分一
硫礦 III
寶石 II
鹽 II
煤 II
廢窑 III
木材貯蓄場 III
礦地 開業 廢業 II
瀑布 II
金 III
銀 III
銅 IIII
鐵 IIII
錫 III
鉛 III
亞鉛 III
銻 II
水銀 III
石棉 IIII
獨立物體
門 III
牌坊及牌樓 II
塔 IIII
石碑 IIII
土地祠 II
石階 IIII
銅像及石像 IIII

第一百二十八圖

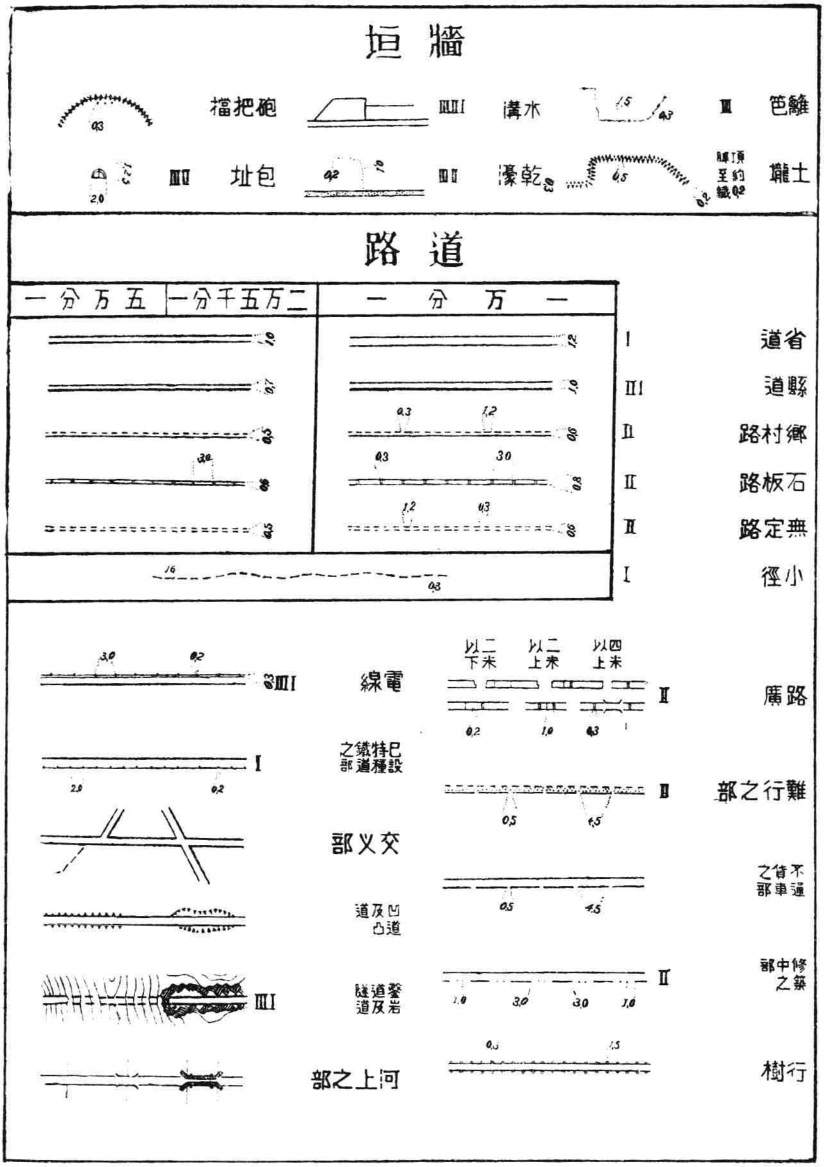
獨立物體

五万分一	二万五千分一	一万分一			五万分一	二万五千分一	一万分一		
35,1			III II	水準點				II	墳墓
·793,4				獨立標高點				III II	僧墓
			II	驗潮所				II	旗桿
			II	窑屋				II	鐘鼓樓
			II	井				III II	界標
			II	煤油井				II	立標及燈竿
			III II	鹽井				III	風車
				石堆				III II	烟筒
				煤炭堆				III II	無線電柱
			II	洞				III	烽火台
			III II	亭閣及茶亭				III II	獨立樹及孤竹
			III II	焚紙爐	葉闊	葉鍼		III II	特出樹
			III II	冰窖	△165,3			II	三角點
			III	石坑	⊙87,2			II	四等以下埋設之標石三角點

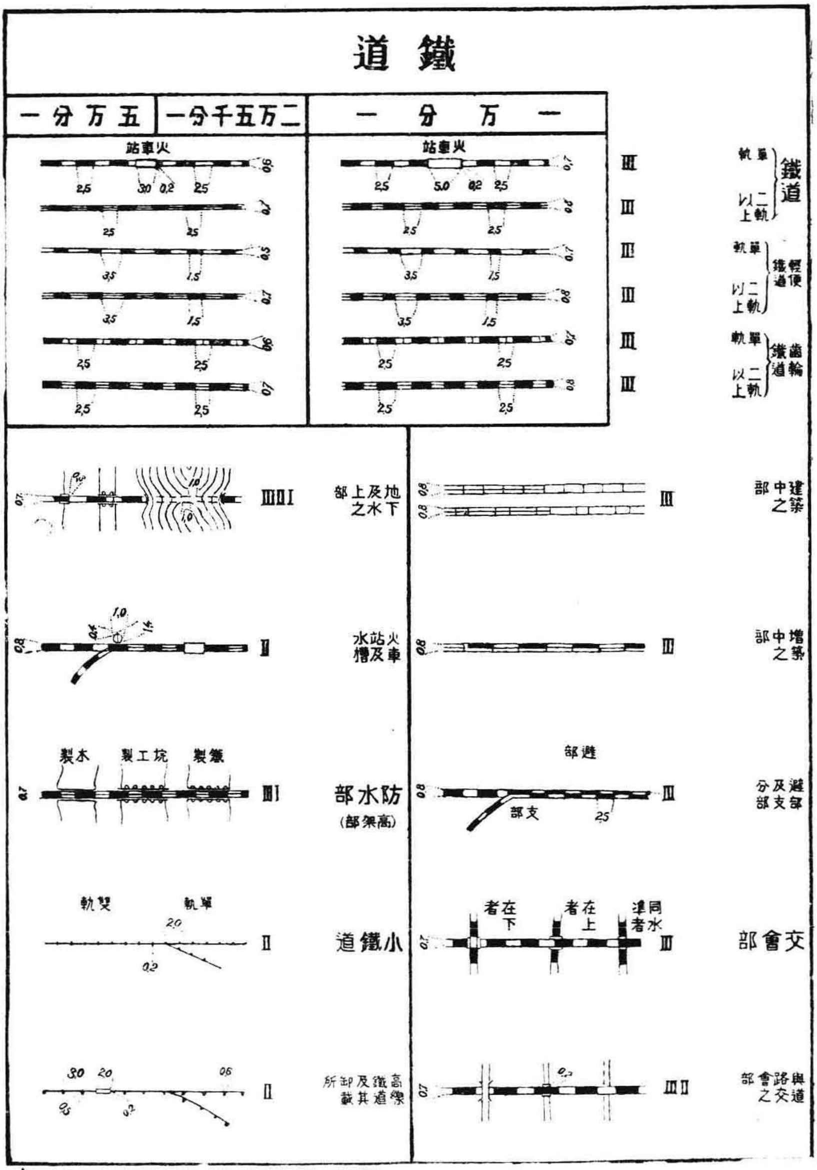
第一百二十九圖


房屋附屬地
墓地
苗樹地
房屋及牆垣
磚瓦房
至纖
木房泥草房及小房
磚牆
石牆
疊石圍
暗影側稍粗
土牆
鐵柵
木柵
板牆
竹牆
鐵鎖欄
獨立物體
五万分一
二万五千分一
一万分一
礫坑
凹地砂坑
土坑
土堆
碉樓
顏料池
房屋附屬地
庭院
園囿
至纖
花園
叢樹
暗影側稍粗

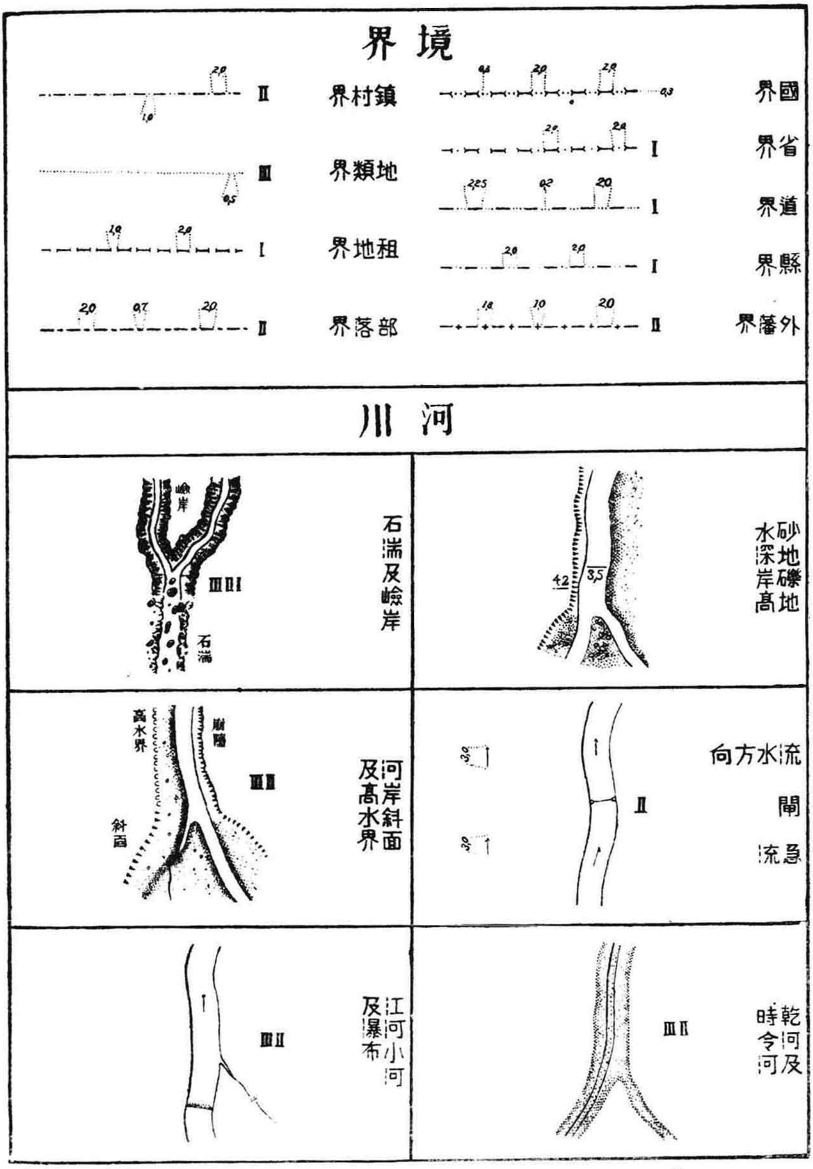
第一百三十圖


垣 牆
擋把砲
溝水
笆籬
址包
濠乾
壠土
路 道
一分万五
一分千五万二
一 分 万 一
道省
道縣
路村鄉
路板石
路定無
徑小
線電
之鐵特已
部道種設
部乂交
道及凹
凸道
隧道鑿
道及岩
部之上河
以二 下米
以二 上米
以四 上米
廣路
部之行難
之貨不
部車通
部中修
之築
樹行

第一百三十一圖

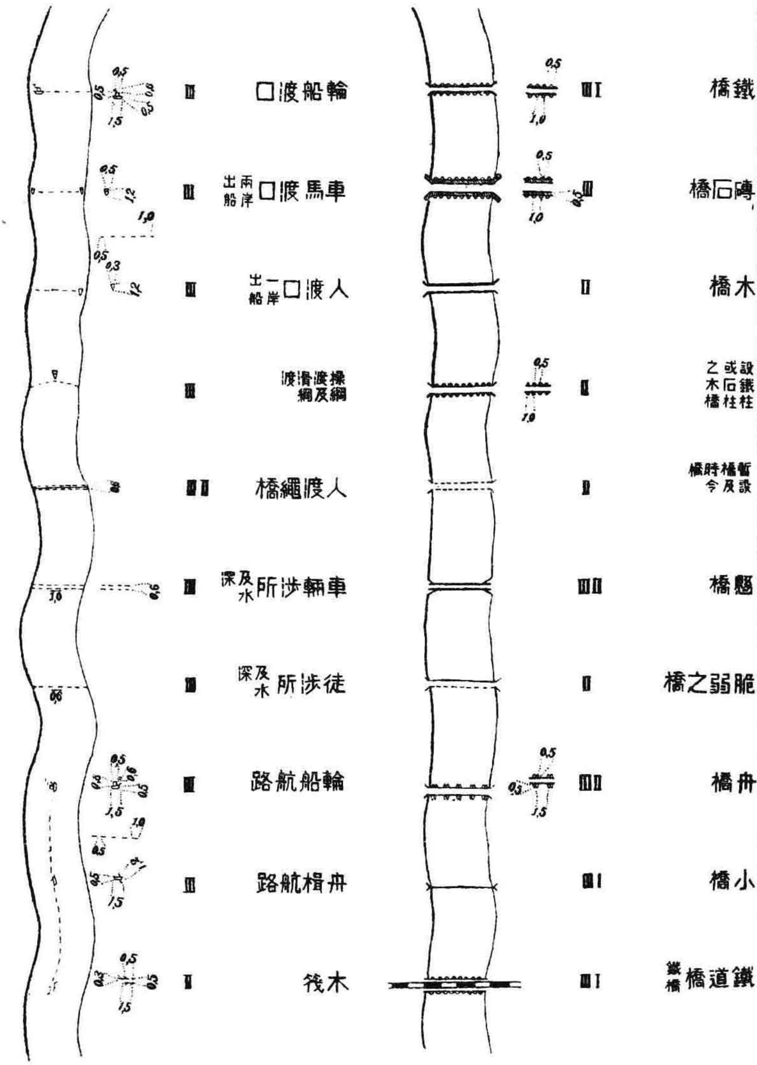

鐵道
五万分一
二万五千分一
一万分一
火車站
單軌
二軌以上
鐵道
輕便鐵道
齒輪鐵道
建築中之部
增築中之部
火車站及水槽
防水部
(高架部)
木製
坑工製
鐵製
避部
支部
小鐵道
雙軌
單軌
交會部
在下者
在上者
同水準者

第一百三十二圖

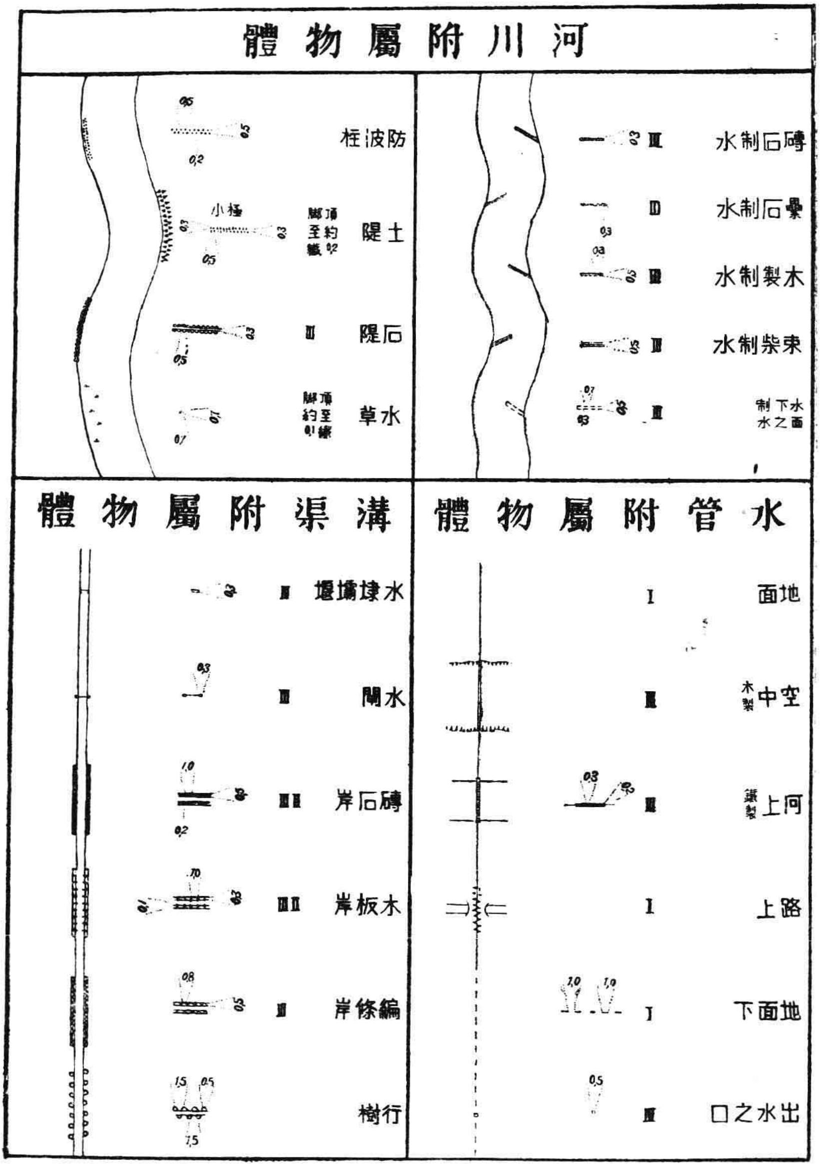

境界
國界
省界
道界
縣界
外藩界
鎮村界
地類界
租地界
部落界
河川
石湍及嶮岸
嶮岸
石湍
砂地礫地
水深岸高
4.2
3.5
河岸斜面
及高水界
高水界
斜面
流水方向
閘
急流
江河小河
及瀑布
乾河及
時令河

第 一 百 三 十 三 圖

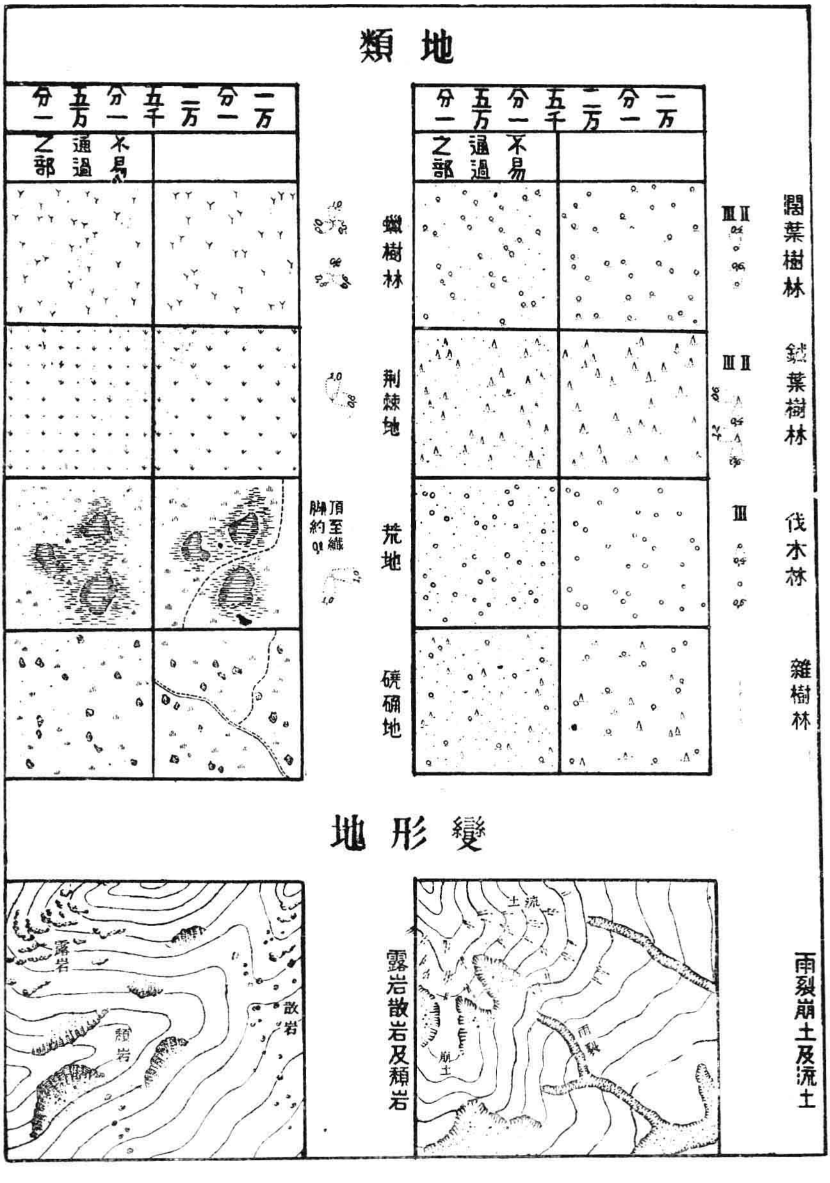
河川附屬物體



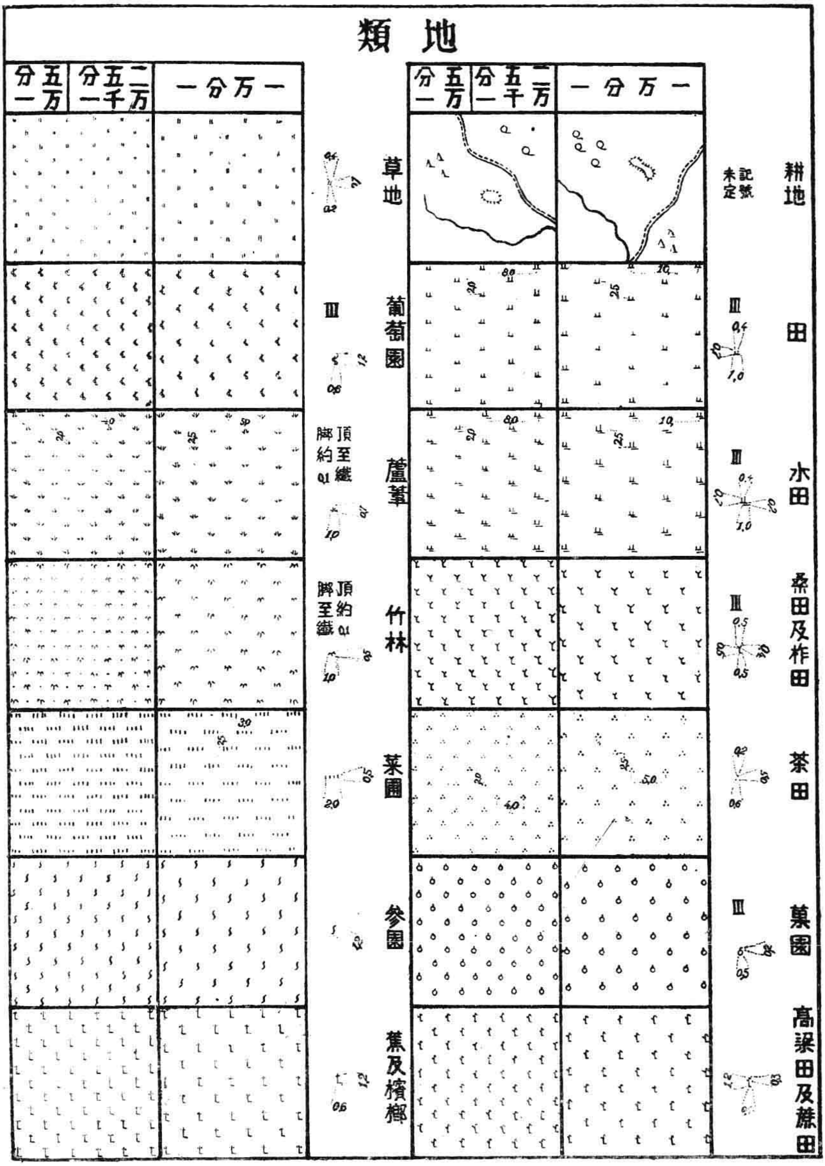
第一百三十四圖


河川附屬物體
防波柱
土堤
石堤
水草
磚石制水
疊石制水
木製制水
束柴制水
水面下之制水
溝渠附屬物體
水埭墻壩
水閘
磚石岸
木板岸
編條岸
行樹
水管附屬物體
地面
空中
木製
河上
鐵製
路上
地面下
出水之口

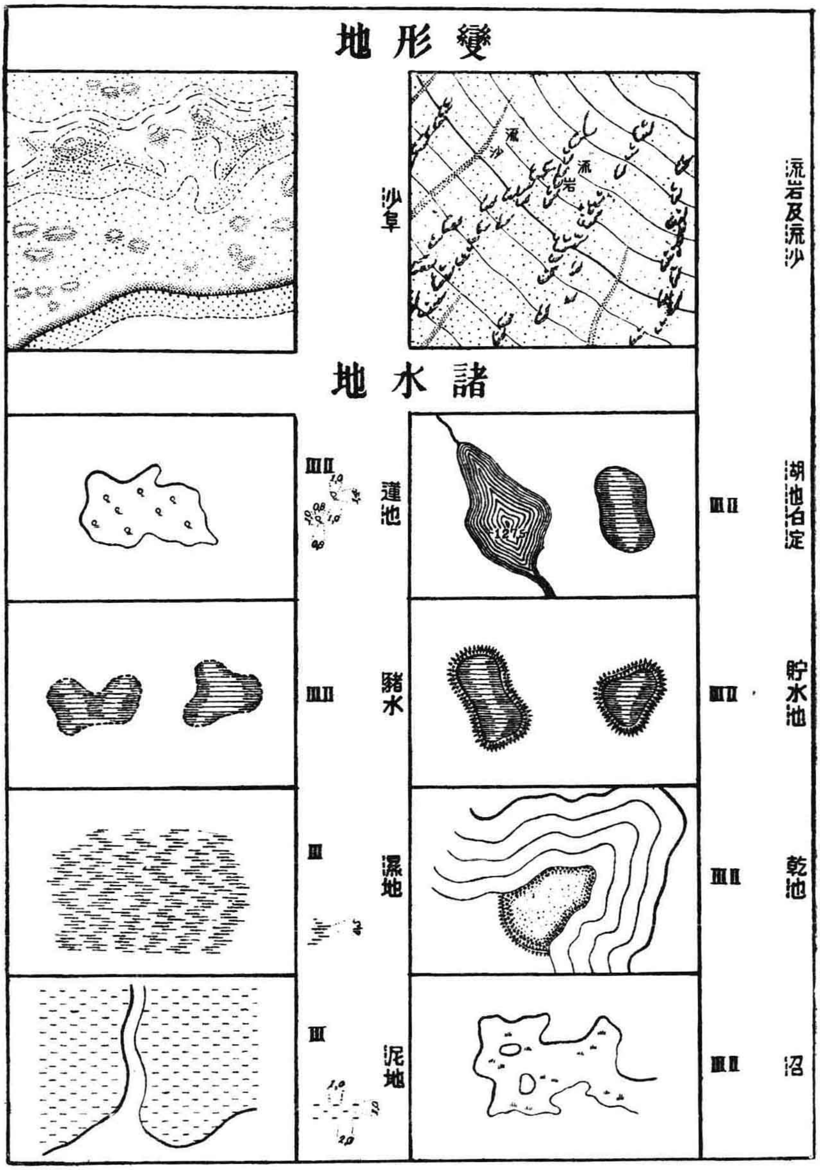
第一百三十五圖


地類
二万一分
二万五千一分
五万一分
不易通過之部
樹林
濶葉樹林
鍼葉樹林
荊棘地
荒地
伐木林
磽确地
雜樹林
地形變
露岩
散岩
頽岩
露岩散岩及頽岩
土流
雨裂
崩土
雨裂崩土及流土

第一百三十六圖

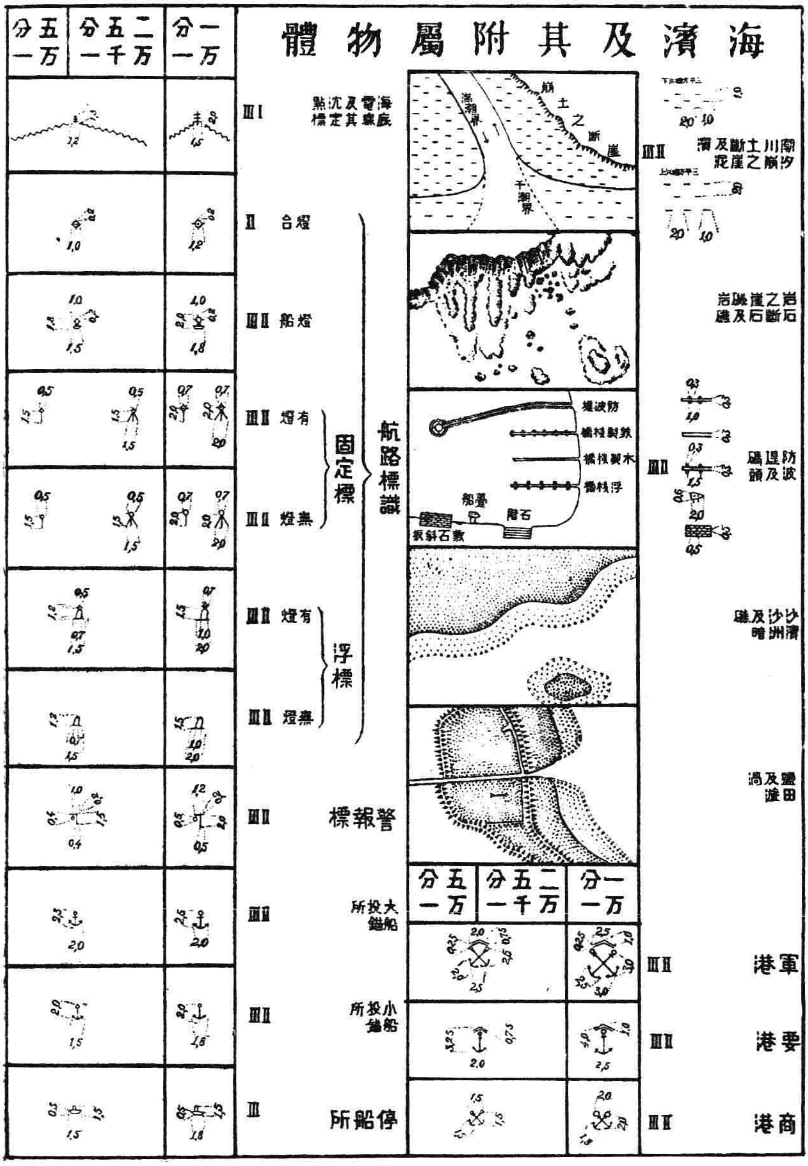

地類
五万分一
二万五千分一
一万分一
耕地
記號未定
田
水田
桑田及作田
茶田
菓園
高梁田及蔴田
草地
葡萄園
蘆葦
頂至脚約0.1
竹林
頂至脚約0.1
菜圃
参園
蕉及檳榔

第一百三十七圖

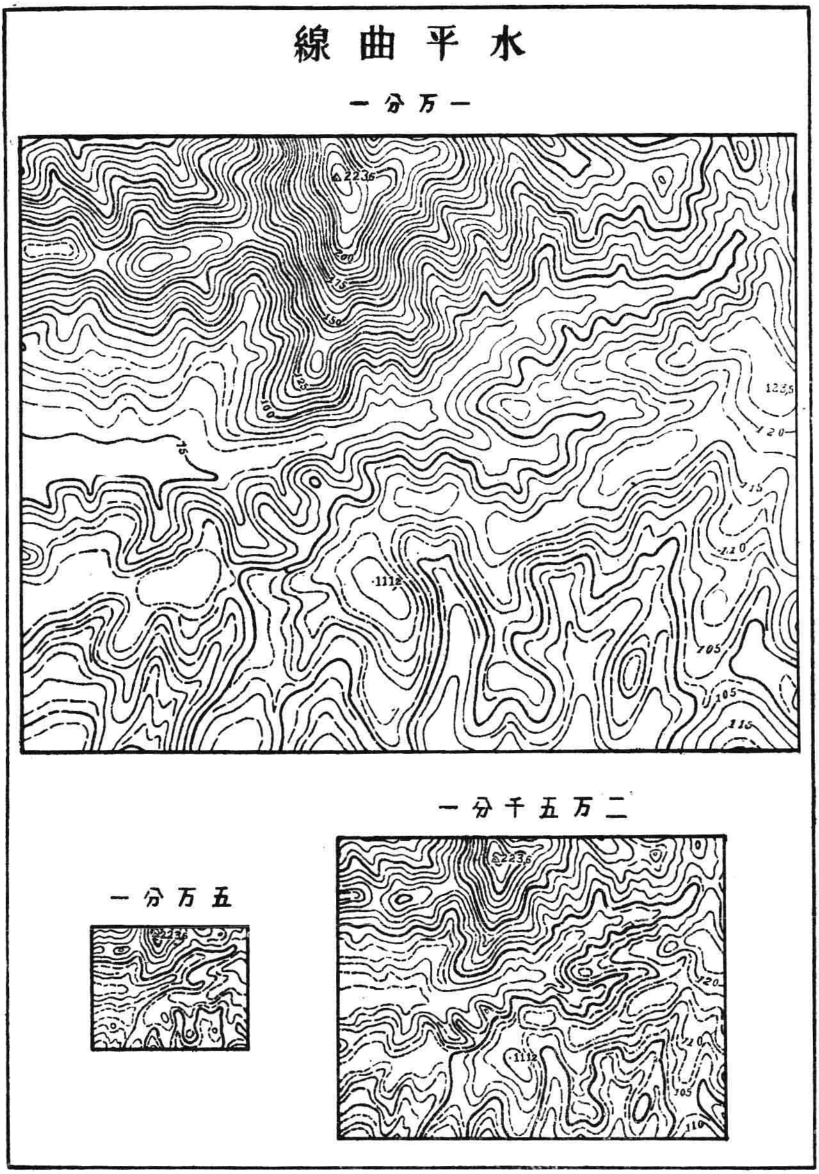


第一百三十八圖

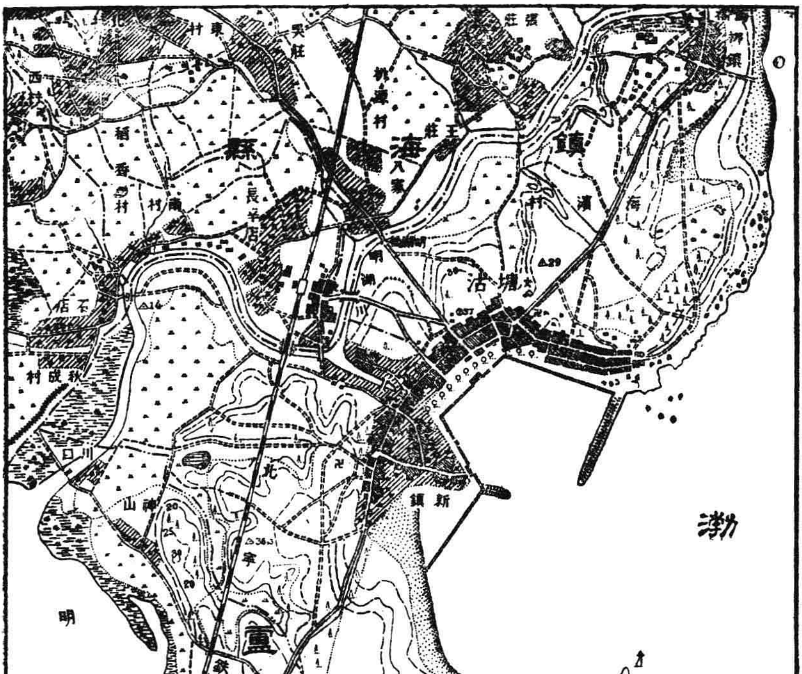
海濱及其附屬物體



第一百三十九圖

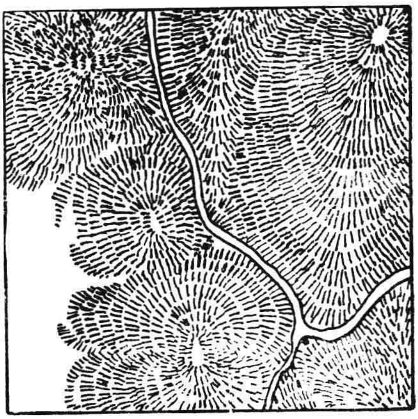

水平曲線
一万分一
△223.6
200
175
150
125
100
75
123.5
120
115
110
111.2
105
二万五千分一
五万分一

第一百四十圖



第一百四十一圖

(10)立體顯示法(Representation of Relief) 地面上凸凹部份之地貌(如山嶺),在地圖上表示之方法,名曰立體顯示法。其法有二,一爲等高線法(contour system);一曰陰影法(shading system)。等高線法,在平面測量學,業已詳述,茲不復贅;陰影法者,乃用曲線及暈滃線(hachure lines)所繪成,以表示陡坡之方向也。(如第一百四十二圖)。用陰影法以示地貌,其目的,一爲表出坡度之情形(steepness of slope);一爲表出山頂或凹底之地位(location of summits and valleys)而使讀圖者,易於明瞭而已。在等高線法中,地貌乃以同高之曲線以表示之。同時並可顯示地貌之形狀。倘等高線差(contour interval),減至極少之時,則實際上,等高線所表示者,即將變爲陰影法,此時等高線所示者,可由線之深密,而示出山坡之緩陡,同時並知各處之高度。但普通之陰影法所示者,對於讀圖者,易於辨認,惟實際高度,無從知也。以此之故,等高線法,實較陰影法爲佳,普通地圖,均採等高線法;至比例尺極小及特別用途之圖,則以暈滃線爲宜也。



第一百四十二圖

第一百四十二圖,乃一暈滃線所表示之地貌,其每層與每層之距離,即爲兩等高線間之坡度,故繪製精確暈滃線時,其法應先將等高線用鉛筆輕輕繪出,然後在

兩等高線間繪以暈滃線，所有暈滃線皆須與等高線垂直，而互相距離，須均等也。坡陡之處，線略粗；坡緩則略細耳。

(11)水文圖繪法 (Hydrographic Maps)　水文圖之繪法與地形圖大約相同。普通水文圖除水中情形外，尙包括兩岸之地形，兩岸地形包括若干，須視圖之用途而定。例如計劃碼頭之建築，則兩岸之道路，房屋等均須繪入，如爲航政之用，則只兩岸有航行標誌 (land marks) 之處，繪入圖內，如教堂屋尖，燈塔之類；總而言之，測繪目的及其用途旣定，則所應包括於圖內者，自能決定之也。

如圖內須註明測深處時，則用黑色數字，以書於該點地位上。數字者乃表明該處水深自基面下之呎數及其$\frac{1}{10}$呎數也。倘水底深度，在平均最低海平基面 (datum of mean low water) 之下時，則用墨色；在其上者用另種顏色書之。書字之法，如 19_3 卽爲十九呎又十分之三呎，其 3 字之地位，卽爲測深處之地位，惟圖成之後，不必將所有測深之處，均留於圖上，只選相當數目，用墨寫明，留於圖上，以爲讀圖者之參考可也。

圖上各測深處，旣已註明(地位及其深度)，則水文等高線可用插算法，根據各處水深，以繪成之，如繪地形等高線然。水文等高線差，以所須要之準確度而定，在美國海岸線測量所繪之圖，水深若干，淺處可看出至四分之一呎之微，深處能讀至二十四呎(卽六噚，6 Fathoms)，深過六噚之處，則完全以噚表示之，其水文等高線差普通均爲六呎。在小河流之航政水文圖，深度以呎及其十分之一數表示之，水文等高線差爲三呎至六呎爲宜。在海港工程之用，深度亦以呎及其十分之一數示之，其水文等高線差，可爲一呎；三呎；或六呎也。第一百四十三圖，乃一海

第一百四十三圖

港水文圖也。

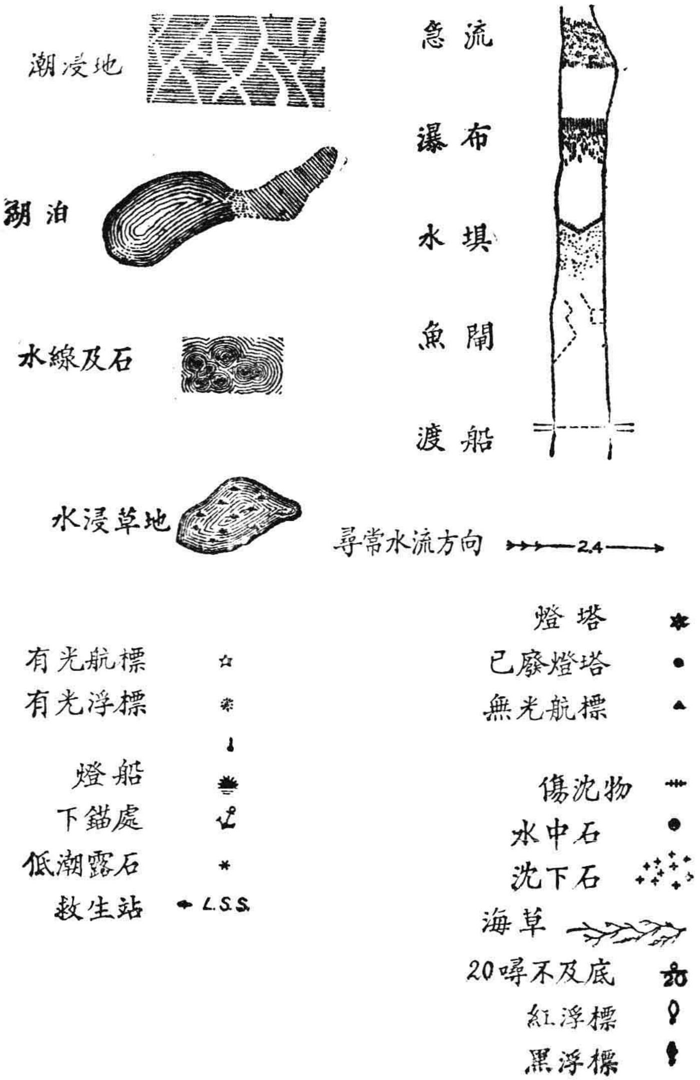
水文等高線普通均用各種點線繪之，最淺之線，用一點一短線，較深者用兩點一短線，再深者三點一短線，以此類推。故等高線差爲一呎或爲一𢴍，則其點數，卽能表示該處水深爲若干呎或若干𢴍，其間若加一線則完全以點繪之，（如零呎處）。若再加一線，則以全線繪之，但此種情形，多在岸邊處，至距岸較遠水深之處，不需要也。

河流水文圖，與所述者相同，但另須將水流之方向，用一箭頭繪於河流中心；有時河底土質如何，亦註明於圖內適宜之處。

(12)水文符號(Conventional Signs for Hydrographic Maps) 水文符號，學者可參閱第一百四十四圖，自能明瞭無須說明之也。

(13)字體 (Lettering)　在地形或水文圖上之字體，以簡單，明瞭及美觀爲主要。其樣式以仿宋體或鉛字體(卽隸體)爲宜。字之大小，須視

比例尺爲定，學者可參閱第一百四十七圖中之說明。第一百四十五圖及第一百四十六圖爲我國規定各種不同之比例尺圖上各種字體之尺寸也。



第一百四十四圖

註記字大表

居住地
- 十万口以上　四、0
- 三万口以上　三、五
- 五千口以上　三、0
- 一千口以上　二、五
- 一千口以下　二、0

城堡關塞
- 城、砲台　二、五
- 要塞、關卡　二、0

建築物
- 公署、倉庫、學校、佛宇、病院、兵工廠、古宮殿　二、0
- 陸海軍兵營、工廠、祠堂、房屋、造船場　一、五

獨立物體
- 牌坊、塔、墳墓、石碑、立標、洞、坑、岩石　一、五

道路及鐵道
- 國道、尋常鐵道　二、五
- 縣道、輕便鐵道　二、0
- 火車站　一、五
- 鄉村路、特種鐵道、街道、坂、隧道　一、五

溝渠及水管
- 溝渠、閘　二、0
- 出水之口　二、五

公地
- 打靶場、公園　二、0
- 練兵場　一、五
- 古陵、古跡、古戰場、湧泉、温泉、採礦地　一、五

高地
- 山脈
  - 長五十里以上　三、五
  - 長五十里以下　三、0
- 山 眞高
  - 二千米以上　三、五
  - 一千米以上　三、0
  - 一千米以下　二、五
- 山側、山麓 圖上面積十六平方糎
  - 以上　二、五
  - 以下　二、0

第一百四十五圖

註記字大表

羣山
- 三〇
- 二五

峯嶺　岡阜　丘陵
- 比高一百米以上　二五
- 比高一百米以下　二〇

谷
- 長五里以上　三〇
- 長一里以上　二五
- 長一里以下　二〇

〔海部〕

海外　海内
- 五〇
- 四〇
- 三〇

港
- 二五
- 二〇

島嶼
- 十六平方粁以上　三五
- 四平方粁以上　三〇
- 一平方粁以上　二五
- 一平方粁以下　二〇

海峽
- 二五
- 二〇

洲角　渚濱　浦磯
- 二〇
- 一五

岩礁　口岸
- 一五
- 二〇

群島
- 三〇
- 二五

〔土地之區劃〕

省　道　縣
- 四五

部落　土司
- 四〇

省縣之錯雜地　飛地　官有地
- 十六平方粁以上　二五
- 十六平方粁以下　二〇

村莊　地區
- 三五
- 三〇
- 二五

〔地類〕

沙漠　森林　牧場　原野
- 十六平方粁以上　三〇
- 四平方粁以上　二五
- 四平方粁以下　二〇

〔江河〕

江　河　長
- 一百五十里以上　三〇
- 五十里以上　二五
- 五里以上　二〇
- 五里以下　一五

河口　與其河川之字大同

〔諸水〕

湖池　沼澤
- 十六平方粁以上　二〇
- 四平方粁以上　二五
- 四平方粁以下　二〇

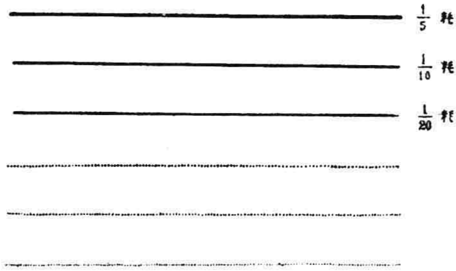
〔標高及比高〕

獨立標高　比高

水平曲線之標高
- 〇八

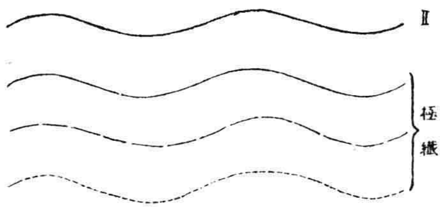
第一百四十六圖

線號



一號線
二號線
三號線
一號點
二號點
三號點

曲線之區別



計曲線
首曲線
間曲線
助曲線

備考

字大表中所列之尺度爲二万五千分一所用之字大若在一万分一則由其尺度加0五在五万分一則由其尺度減0五但在一五以下之字大不減在各標高及比高所用之亞剌伯數字其字大各尺度皆相同圖式中所用之亞剌伯數字係以粍爲單位其羅馬數字ⅠⅡⅢ係表示線號

第一百四十七圖

(14) 邊線之畫法(Border Line)　無論何種地形圖或水文圖，均須有一邊線，一標題 (title)；方向線 (meridian)；比例尺；及說明(如水平基面，等高線差，測深之單位等)。各種之地位，以整個圖幅觀之，須上下左右，互相對稱，方能美觀。繪圖之時，酌量情形，以規定之，不能以一語斷定其以何處爲佳也。

附 編 一

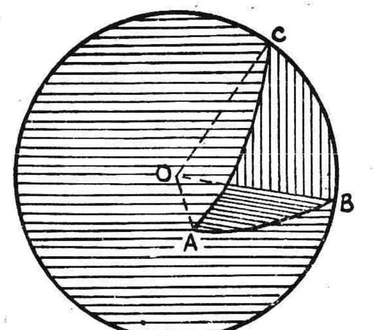
球面三角學(Spherical Trigonometry)

第 一 章

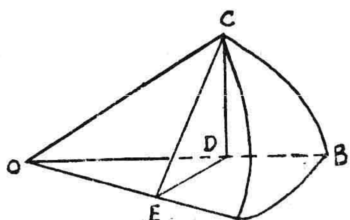
直角球面三角形(The Right Spherical Triangle)

(1) 球面三角形 設在一球體面上,挖去一部份如第一圖,其球面上所成之三角形曰球面三角形 $A-B-C$。弧線 AB, BC 及 AC 曰三角邊 (sides of the triangle)。兩邊所成之角度曰弧角 (angles of the triangle)。A 點,B 點及 C 點曰角點 (vertices of the triangle)。

(2) 三邊角及兩邊角(Trihedral angles and Dihedral angles)



第 一 圖



第 二 圖

在第一圖中，平面 AOC，BOA 及 $\underset{c}{\cancel{A}}OB$，相交於 O 點，此三平面在 O 點所成之角度曰三邊角，如 $O-ABC$。在第二圖中，CED 角曰兩邊角。兩邊角之值與同方向幷列之弧角值相等。

(3) 球面三角學　球面三角學者卽研究此球面三角形之學術也。

(4) 球面三角形之分類　球面三角形可分爲 (1) 直角三角形 (right spherical triangle), (2) 鈍角三角形 (obtuse spherical triangle), (3) 銳角三角形 (acute spherical triangle), (4) 等邊三角形 (equalateral spherical triangle), (5) 等角三角形 (equiangular spherical triangle), (6) 二等邊三角形 (isosceles spherical triangle)。倘球面三角形之一邊或多邊等於四分之一全弧圜，則名之爲四等分球面三角形 (quadrantal triangle)。

(5) 球面三角形之幾何原理 (Geometric properties of spherical triangle)　下列諸端係由幾何原理證明之結果：

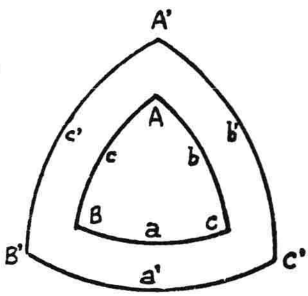
1. 任何一邊之值較之其他兩邊相加之值爲小。

2. 如兩角邊之值不等，則其各對之弧角亦不等，大邊對大角，小邊對小角。

3. 三角邊之合數最多不能超過360°。

4. 弧角之合數在 180° 及 540° 之間。

5. 如用各角點爲中心，再各畫三大弧線則又成一球面三角形，此兩三角形有下列之關係。(第三圖)



第　三　圖

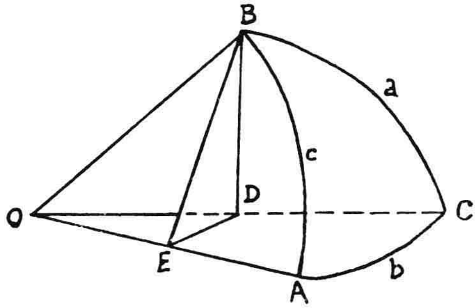
$A+a'=180°$ $A'+a=180°$

$B+b'=180°$ $B'+b=180°$

$C+c'=180°$ $C'+c=180°$

(6) 直角三角形公式之推演(Formulas of the right triangle)

設使 ACB 爲一直角三角形，$\angle C=$ 直角(第四圖)，則 $O-ACB$ 爲三邊角及 BED 爲兩邊角。在第四圖中，BE 與 OA 垂直；DE 亦與 OA 垂直。



第 四 圖

$$\therefore \quad \angle DEB=\angle A$$

又 EDB 面與 AOC 面垂直及 COB 面亦與 AOC 面垂直，

$\therefore$ BD 與 OC 及 ED 垂直。

因 $\cos c=OE=OD\cos b$；及 $OD=\cos a$ (OB 假設爲 1)

$$\therefore \quad \cos c=\cos a\cos b \cdots\cdots\cdots\cdots (公式一)$$

因 $\sin a=BD=BE\sin A$；及 $BE=\sin c$

$$\therefore \quad \sin a=\sin c\sin A \cdots\cdots\cdots\cdots (公式二)$$

同樣推演，則得

$$\therefore \quad \sin b = \sin c \sin B \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (公式三)$$

因 $\cos A = \dfrac{DE}{BE} = \dfrac{OE \tan b}{OE \tan c}$

$$\therefore \quad \cos A = \tan b \cot c \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (公式四)$$

同樣推演,則得

$$\cos B = \tan a \cot c \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (公式五)$$

因 $\cos A = \dfrac{DE}{BE} = \dfrac{OD \sin b}{\sin c} = \cos a \dfrac{\sin b}{\sin c} = \cos a \dfrac{\sin c \sin B}{\sin c}$

$$\therefore \quad \cos A = \cos a \sin B \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (公式六)$$

同樣推演,則得

$$\cos B = \cos b \sin A \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (公式七)$$

因 $\sin b = \dfrac{DE}{OD} = \dfrac{BD \cot A}{OD} = \tan a \cot A$

$$\therefore \quad \sin b = \tan a \cot A \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (公式八)$$

同樣推演,則得

$$\sin a = \tan b \cot B \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (公式九)$$

自公式一,六及七互相推算,可得

$$\cos c = \cot A \cot B \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (公式十)$$

(7) 公式之展增(Formulas extended) 由上節所得之十種公式更可推演而得其他之公式,茲將稍行重要者列下:

1. $\cos b = \cos c \sec a$

2. $\cos a = \cos c \sec b$

3. $\sin A = \sin a \csc c$

4. $\sin c = \sin a \csc A$

5. $\tan b = \tan c \cos A$

6. $\cot c = \cot b \cos A$

7. $\tan c = \tan a \sec B$

8. $\sin B = \sec a \cos A$

9. $\cos a = \cos A \csc B$

10. $\cos b = \cos B \csc A$

11. $\tan A = \tan a \csc b$

12. $\tan B = \tan b \csc a$

13. $\tan b = \sin a \tan B$

14. $\cot B = \cos c \tan A$

(8) 公式之變化(Auxiliary formulas) 下列諸公式在遇有較小角度時頗為適用:——

(a) $\tan^2 \frac{1}{2} b = \tan \frac{1}{2}(c+a) \tan \frac{1}{2}(c-a)$

(b) $\tan^2 (45° - \frac{1}{2}A) = \tan \frac{1}{2}(c-a) \cot \frac{1}{2}(c+a)$

(c) $\tan^2 \frac{1}{2} B = \frac{\sin (c-a)}{\sin (c+a)}$

(d) $\tan^2 \frac{1}{2} c = \frac{-\cos (A+B)}{\cos (A-B)}$

(e) $\tan^2 \frac{1}{2} a = \tan \left[\frac{1}{2}(A+B) - 45°\right] \tan \left[\frac{1}{2}(A-B) + 45°\right]$

(f) $\tan^2(45° - \frac{1}{2}c) = \tan\frac{1}{2}(A-a)\cot\frac{1}{2}(A+a)$

(g) $\tan^2(45° - \frac{1}{2}b) = \frac{\sin(A-a)}{\sin(A+a)}$

(h) $\tan^2(45° - \frac{1}{2}B) = \tan\frac{1}{2}(A-a)\tan\frac{1}{2}(A+a)$

(9) 直角球面三角形之解法(Solution of right spherical triangle) 由第(6)(7)(8)各節中，已推出許多之公式。故在一直角三角形內，倘已知任何兩部之值(此外之一邊角爲 90)，則可利用此種公式以推求其他各部之值，試觀下列各節，即可明瞭其用法矣。

(10)假設已知兩弧邊之值 (Given two sides) 假設已知之弧邊爲 a 及 b; $\angle ACB$ 爲直角。

故求 c 之值可用右列公式: $\cos c = \cos a \cos b$

求 A 之值可用右列公式: $\tan A = \tan a \csc b$

求 B 之值可用右列公式: $\tan B = \tan b \csc a$

爲校對之用可採下列公式:——

$$\cos c = \cot A \cot B$$

舉例:—— 已知之兩弧邊爲 $a = 27° 28' 36''$, $b = 51° 12' 8''$

試求其他各部之值。

$\log\cos a = 9.94802$	$\log\tan a = 9.71605$
$\log\cos b = \underline{9.79697}$	$\log\csc b = \underline{0.10826}$
$\log\cos c = 9.74499$	$\log\tan A = 9.82431$
$\therefore\ c = \underline{\underline{56°13'41''}}$	$\therefore\ A = \underline{\underline{33°42'51''}}$

校對：——

$\log\tan b = 10.09476$　　　$\log\cot A = 10.17569$

$\log\csc a = \underline{\ 0.33594}$　　　$\log\cot B = \underline{\ 9.56930}$

$\log\tan B = 10.43070$　　　$\log\cos c = \ 9.74499$ 校對無誤

$\therefore\quad B = \underline{\underline{69°38'54''}}$

(11)假設已知弦及另一邊(Given the hypotenuse and a side)

求 b 之值可用右列公式：　$\cos b = \cos c \sec a$

求 A 之值可用右列公式：　$\sin A = \sin a \csc c$

求 B 之值可用右列公式：　$\cos B = \tan a \cot c$

爲校對之用可採下列公式：——

$$\cos B = \cos b \sin A$$

(12)假設已知一角邊及其相對之弧角 (Given a side and the opposite angle)

求 c 之值可用右列公式：　$\sin c = \sin a \csc A$

求 b 之值可用右列公式：　$\sin b = \tan a \cot A$

求 B 之值可用右列公式：　$\sin B = \sec a \cos A$

爲校對之用可採下列公式：——

$$\sin b = \sin c \sin B$$

(13)假設已知一角邊及一鄰弧角(Given a side and an adjacent angle)

求 c 之值可用右列公式：　$\tan c = \tan a \sec B$

求 b 之值可用右列公式：　$\tan b = \sin a \tan B$

求 A 之值可用右列公式： $\cos A = \cos a \sin B$

爲校對之用可採下列之公式:——

$$\cos A = \tan b \cot c$$

(14) 假設已知弦及一弧角(Given the hypotenuse and an angle)

求 a 之值可用右列公式： $\sin a = \sin c \sin A$

求 b 之值可用右列公式： $\tan b = \tan c \cos A$

求 B 之值可用右列公式： $\cot B = \cos c \tan A$

爲校對之用可採下列之公式:——

$$\sin a = \tan b \cot B$$

(15) 假設已知兩弧角(Given the two angles)

求 c 之值可用右列公式： $\cos c = \cot A \cot B$

求 a 之值可用右列公式： $\cos a = \cos A \csc B$

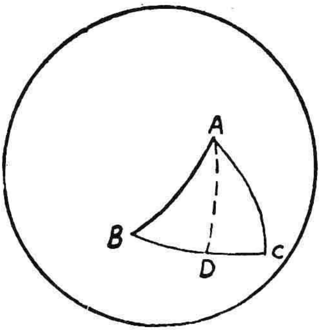
求 b 之值可用右列公式： $\cos b = \cos B \csc A$

爲校對之用可採下列公式:——

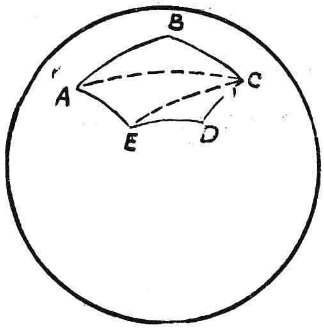
$$\cos c = \cos a \cos b$$

(16) 等邊三角形之算法(The isosceles spherical triangle) 一等邊三角形可平分爲兩直角三角形。解算時卽可按兩直角三角形推演之。(第五圖)

(17) 均正球面多邊形(Regular spherical polygon) 在均正球面多邊形內，可分爲多數之直角三角形。解算此種多邊形時，可卽按直角三角形法推演之。(如第六圖)



第五圖



第六圖

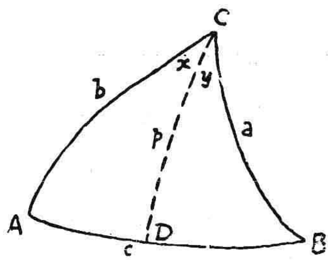
第二章

斜角球面三角形

(18)正弦定律 (Law of sines)　在第七圖之球面三角形中,使 p 垂直於 AB。引用前章直角三角形之公式,則得:

$$\sin p=\sin a \sin B \cdots\cdots\cdots (1)$$

$$\sin p=\sin b \sin A \cdots\cdots\cdots (2)$$



第七圖

若以公式(2)除公式(1),則得:——

$$1=\frac{\sin a}{\sin A}\cdot\frac{\sin B}{\sin b}$$

$$\therefore\quad \frac{\sin a}{\sin A}=\frac{\sin b}{\sin B}$$

同樣推演,則得:——

$$\frac{\sin b}{\sin B}=\frac{\sin c}{\sin C}$$

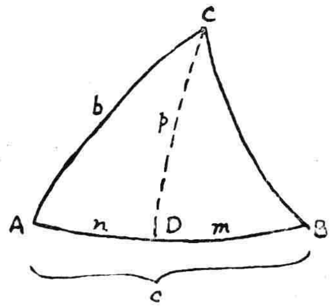
$$\therefore\quad \frac{\sin a}{\sin A}=\frac{\sin b}{\sin B}=\frac{\sin c}{\sin C}$$

上列公式之互相關係，即曰正弦定律。可施用於任何形狀之球面三角形。

(19)餘弦邊律 (Law of cosine of sides)　試觀第八圖中之三角形，可引用直角三角形之公式，並推算之如下：——

$$\cos a=\cos p\cos m=\cos p\cos(c-n)$$

$$=\cos p\cos c\cos n+\cos p\sin c\sin n\cdots\cdots\cdots(1)$$



第八圖

在 ADC 直角三角形中

$$\cos p\cos n=\cos b\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

$$\therefore\quad \cos p=\cos b\sec n;\quad \cos p\sin n=\cos b\tan n$$

因　$\tan n=\tan b\cos A$

$$\therefore\quad \cos p\sin n=\cos b\tan b\cos A$$

$$=\sin b\cos A\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

將(2)及(3)代入(1)，則得

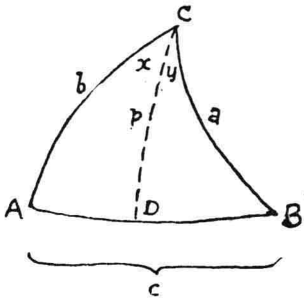
$$\cos a=\cos b\cos c+\sin b\sin c\cos A$$

同樣推演，則得：——

$$\cos b=\cos c\cos a+\sin c\sin a\cos B$$

$$\cos c=\cos b\cos a+\sin b\sin a\cos C$$

(20)餘弦角律(Law of cosine of angles)　**試觀第九圖,可引用前章之公式如下:——**



第　九　圖

$\cos A=\cos p\sin x$〔見第(6)節公式六〕

$$=\cos p\sin(C-y)$$

$$=\cos p\sin C\cos y-\cos p\cos c\sin y \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

惟　$\cos p\sin y=\cos B \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$

$\therefore\quad \cos p=\cos B\csc y;$

$\cos p\cos y=\cos B\cot y,$

$=\cos B\tan B\cos a$〔見前章第(7)節最後公式〕

$$=\sin B\cos a \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

將(2)(3)代入(1),則得

$$\cos A=-\cos B\cos C+\sin B\sin C\cos a$$

$$\cos B=-\cos A\cos C+\sin A\sin C\cos b$$

$$\cos C=-\cos A\cos B+\sin A\sin B\cos c$$

(21)半數角度公式之推演 (Formulas for half angles) 由餘弦邊律,知下列之公式:——

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

$$\therefore \cos A = \frac{\cos a - \cos b \cos c}{\sin b \sin c}$$

$$\therefore 1 - \cos A = \frac{\sin b \sin c + \cos b \cos c - \cos a}{\sin b \sin c}$$

$$= \frac{\cos (b-c) - \cos a}{\sin b \sin c}$$

$$= \frac{-2 \sin \frac{1}{2}(a+b-c) \sin \frac{1}{2}(b-c-a)}{\sin b \sin c}$$

同樣推演,

$$1 + \cos A = \frac{\sin b \sin c - \cos b \cos c + \cos a}{\sin b \sin c}$$

$$= \frac{\cos a - \cos (b+c)}{\sin b \sin c}$$

$$= \frac{-2 \sin \frac{1}{2}(a+b+c) \sin \frac{1}{2}(a-b-c)}{\sin b \sin c}$$

但 $1 - \cos A = 2 \sin^2 \frac{1}{2} A$ 〔參閱平面三角法〕

$$\therefore \sin^2 \frac{1}{2} A = \frac{\sin \frac{1}{2}(a+b-c) \sin \frac{1}{2}(a-b+c)}{\sin b \sin c} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

又　　$1+\cos A=2\cos^2\frac{1}{2}A$

$$\therefore \cos^2\frac{1}{2}A=\frac{\sin\frac{1}{2}(a+b+c)\sin\frac{1}{2}(b+c-a)}{\sin b\sin c}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

使　　$s=\frac{1}{2}(a+b+c)$，則

$$\frac{1}{2}(b+c-a)=s-a$$

$$\frac{1}{2}(a-b+c)=s-b$$

$$\frac{1}{2}(a+b-c)=s-c$$

將上式代入公式(1)及(2)，則得下列公式

$$\left.\begin{aligned}\sin\frac{1}{2}A&=\sqrt{\frac{\sin(s-b)\sin(s-c)}{\sin b\sin c}}\\ \cos\frac{1}{2}A&=\sqrt{\frac{\sin s\sin(s-a)}{\sin b\sin c}}\\ \tan\frac{1}{2}A&=\sqrt{\frac{\sin(s-b)\sin(s-c)}{\sin s\sin(s-a)}}\end{aligned}\right\}\text{求弧角 }A$$

以上法同樣推算，可得：

$$\left.\begin{aligned}\sin\frac{1}{2}B&=\sqrt{\frac{\sin(s-a)\sin(s-c)}{\sin a\sin c}}\\ \cos\frac{1}{2}B&=\sqrt{\frac{\sin s\sin(s-b)}{\sin a\sin c}}\\ \tan\frac{1}{2}B&=\sqrt{\frac{\sin(s-a)\sin(s-c)}{\sin a\sin c}}\end{aligned}\right\}\text{求弧角 }B$$

及
$$\left.\begin{aligned}\sin\frac{1}{2}C &= \sqrt{\frac{\sin(s-a)\sin(s-b)}{\sin a\sin b}}\\ \cos\frac{1}{2}C &= \sqrt{\frac{\sin s\sin(s-c)}{\sin a\sin b}}\\ \tan\frac{1}{2}C &= \sqrt{\frac{\sin(s-a)\sin(s-b)}{\sin s\sin(s-c)}}\end{aligned}\right\}\text{求弧角 } C$$

(22) 半數弧邊公式之推演 (Formulas for half sides) 由餘弧角律知下列之公式:——

$$\cos A = -\cos B\cos C + \sin B\sin C\cos a$$

$$\therefore\ \cos a = \frac{\cos B\cos C + \cos A}{\sin B\sin C}$$

$$\therefore\ 1-\cos a = \frac{\sin B\sin C - \cos B\cos C - \cos A}{\sin B\sin C}$$

$$= \frac{-\cos(B+C) - \cos A}{\sin B\sin C}$$

$$= \frac{-2\cos\frac{1}{2}(B+C+A)\cos\frac{1}{2}(B+C-A)}{\sin B\sin C}$$

同樣推算

$$1+\cos a = \frac{2\cos\frac{1}{2}(B-C+A)\cos\frac{1}{2}(B-C-A)}{\sin B\sin C}$$

但 $1-\cos a = 2\sin^2\frac{1}{2}a$; 及

$$1+\cos a = 2\cos^2\frac{1}{2}a.$$

$$\therefore \ \sin^2\frac{1}{2}a=\frac{-\cos\frac{1}{2}(B+C+A)\cos\frac{1}{2}(B+C-A)}{\sin B\sin C}\cdots\cdots(1)$$

$$\cos^2\frac{1}{2}a=\frac{\cos\frac{1}{2}(B-C+A)\cos\frac{1}{2}(B-C-A)}{\sin B\sin C}\cdots\cdots\cdots(2)$$

假使 $$S=\frac{1}{2}(A+B+C),$$

$$\therefore \ \frac{1}{2}(B+C-A)=S-A$$

$$\frac{1}{2}(A-B+C)=S-B$$

$$\frac{1}{2}(A+B-C)=S-C$$

將上式列入公式(1)及(2),則得下列之公式:——

$$\left.\begin{aligned}\sin\frac{1}{2}a&=\sqrt{\frac{-\cos S\cos(S-A)}{\sin B\sin C}}\\ \cos\frac{1}{2}a&=\sqrt{\frac{\cos(S-B)\cos(S-C)}{\sin B\sin C}}\\ \tan\frac{1}{2}a&=\sqrt{\frac{-\cos S\cos(S-A)}{\cos(S-B)\sin C}}\end{aligned}\right\}\text{求三角邊 }a$$

照上法同樣推演,則得

$$\left.\begin{aligned}
\sin\frac{1}{2}b &= \sqrt{\frac{-\cos S\cos(S-B)}{\sin A\sin C}}\\
\cos\frac{1}{2}b &= \sqrt{\frac{\cos(S-A)\cos(S-C)}{\sin A\sin C}}\\
\tan\frac{1}{2}b &= \sqrt{\frac{-\cos S\cos(S-B)}{\cos(S-A)\cos(S-C)}}
\end{aligned}\right\}\text{求三角邊 } b$$

及

$$\left.\begin{aligned}
\sin\frac{1}{2}c &= \sqrt{\frac{-\cos S\cos(S-C)}{\sin A\sin B}}\\
\cos\frac{1}{2}c &= \sqrt{\frac{\cos(S-A)\cos(S-B)}{\sin A\sin B}}\\
\tan\frac{1}{2}c &= \sqrt{\frac{-\cos S\cos(S-C)}{\cos(S-A)\cos(S-B)}}
\end{aligned}\right\}\text{求三角邊 } c$$

(23) 高氏公式 (Gauss's equations) 在平面三角法中,吾人知:

$$\cos\frac{1}{2}(A+B)=\cos\frac{1}{2}A\cos\frac{1}{2}B-\sin\frac{1}{2}A\sin\frac{1}{2}B$$

若將(21)節之各公式替入此公式中,則得:

$$\begin{aligned}
\cos\frac{1}{2}(A+B) &= \sqrt{\frac{\sin S(S-a)}{\sin b\sin c}}\times\sqrt{\frac{\sin S\sin(S-b)}{\sin a\sin c}}\\
&\quad-\sqrt{\frac{\sin(S-b)\sin(S-c)}{\sin b\sin c}}\times\sqrt{\frac{\sin(S-a)\sin(S-c)}{\sin b\sin c}}\\
&=\frac{\sin S}{\sin c}\sqrt{\frac{\sin(S-a)\sin(S-b)}{\sin a\sin b}}\\
&\quad-\frac{\sin(S-c)}{\sin c}\sqrt{\frac{\sin(S-a)\sin(S-b)}{\sin a\sin b}}
\end{aligned}$$

$$=\frac{\sin S-\sin(S-c)}{\sin c}\times\sqrt{\frac{\sin(S-a)\sin(S-b)}{\sin a\sin b}}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

但在平面三角公式中,吾人知

$$\sin S-\sin(S-c)=2\cos\frac{1}{2}(S+S-c)\sin\frac{1}{2}(S-S+c)$$

$$=2\cos(S-\frac{1}{2}c)\sin\frac{1}{2}c;\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

又知:　$\sin c=2\sin\frac{1}{2}c\cos\frac{1}{2}c$

在(21)節公式內吾人知:——

$$\sin\frac{1}{2}C=\sqrt{\frac{\sin(S-a)\sin(S-b)}{\sin a\sin b}}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

若將公式(2)及(3)代入公式(1)內,則得:——

$$\cos\frac{1}{2}(A+B)=\frac{2\cos(S-\frac{1}{2}c)\sin\frac{1}{2}c}{2\sin\frac{1}{2}c\cos\frac{1}{2}c}\sin\frac{1}{2}C$$

$$=\frac{\cos(S-\frac{1}{2}c)}{\cos\frac{1}{2}c}\sin\frac{1}{2}C$$

$$\therefore\cos\frac{1}{2}(A+B)\cos\frac{1}{2}c=\cos(S-\frac{1}{2}c)\sin\frac{1}{2}C$$

但　$S-\frac{1}{2}c=\frac{1}{2}(a+b)$

$$\therefore \cos\frac{1}{2}(A+B)\cos\frac{1}{2}c=\cos\frac{1}{2}(a+b)\sin\frac{1}{2}C$$

照上法同樣推演，則得其餘公式之值如 $\sin\frac{1}{2}(A+B)$, $\cos\frac{1}{2}(A-B)$ 及 $\sin\frac{1}{2}(A-B)$，故本節推演後共有四大公式如下：——

$$\cos\frac{1}{2}(A+B)\cos\frac{1}{2}C=\cos\frac{1}{2}(a+b)\sin\frac{1}{2}C,$$

$$\cos\frac{1}{2}(A-B)\sin\frac{1}{2}C=\sin\frac{1}{2}(a+b)\sin\frac{1}{2}C,$$

$$\sin\frac{1}{2}(A+B)\cos\frac{1}{2}C=\cos\frac{1}{2}(a-b)\cos\frac{1}{2}C,$$

$$\sin\frac{1}{2}(A-B)\sin\frac{1}{2}c=\sin\frac{1}{2}(a-b)\cos\frac{1}{2}C.$$

(24)那氏公式(Napier's analogies)　若在上節四大公式中，以第一公式除第二公式，第三公式除第四公式，第一公式除第三公式及第二公式除第四公式，則得下列四公式：

$$\tan\frac{1}{2}(A+B)=\frac{\cos\frac{1}{2}(a-b)}{\cos\frac{1}{2}(a+b)}\cot\frac{1}{2}C,$$

$$\tan\frac{1}{2}(A-B)=\frac{\sin\frac{1}{2}(a-b)}{\sin\frac{1}{2}(a+b)}\cot\frac{1}{2}C,$$

$$\tan\frac{1}{2}(a+b)=\frac{\cos\frac{1}{2}(A-B)}{\cos\frac{1}{2}(A+B)}\tan\frac{1}{2}c,$$

$$\tan\frac{1}{2}(a-b)=\frac{\sin\frac{1}{2}(A-B)}{\cos\frac{1}{2}(A+B)}\tan\frac{1}{2}c.$$

(25) 斜角三角形之解法 (Solution of the oblique spherical triangle) 在一斜角三角形中,倘吾人知其三部之值,則可用第(23)及(24)節中之公式,以求其他各部之值。

(26) 假設已知兩角邊及其間之弧角 (Given two sides and the included angle) 例如已知 a, b, 及 C 之值,則用下列兩公式以求弧角 A 及 B 之值:——

$$\tan\frac{1}{2}(A+B)=\frac{\cos\frac{1}{2}(a-b)}{\cos\frac{1}{2}(a+b)}\cot\frac{1}{2}C$$

$$\tan\frac{1}{2}(A-B)=\frac{\sin\frac{1}{2}(a-b)}{\sin\frac{1}{2}(a+b)}\cot\frac{1}{2}C$$

求角邊 c 之值,則用下列之公式:——

$$\cos\frac{1}{2}c=\frac{\cos\frac{1}{2}(a+b)}{\cos\frac{1}{2}(A+B)}\sin\frac{1}{2}C$$

舉例：　倘 $a=73°58'54''$, $b=38°45'$, $C=46°33'41''$

則解法如下：——

$a=73°58'54''$　　　$\therefore\ \frac{1}{2}(a-b)=17°36'57''$

$b=38°45'0''$　　　$\frac{1}{2}(a+b)=56°21'57''$

$C=46°33'41''$　　　$\frac{1}{2}C\quad=23°16'50.5''$

$\therefore\ \log\cos\frac{1}{2}(a-b)=9.97914$　　　$\log\sin\frac{1}{2}(a-b)=9.48092$

$\text{colog}\cos\frac{1}{2}(a+b)=0.25658$　　　$\text{colog}\sin\frac{1}{2}(a+b)=0.07956$

$\log\cot\frac{1}{2}C=\underline{0.36626}$　　　$\log\cot\frac{1}{2}C=\underline{0.36626}$

$\log\tan\frac{1}{2}(A+B)=0.60198$　　　$\log\tan\frac{1}{2}(A-B)=9.92674$

$\therefore\ \frac{1}{2}(A+B)=75°57'40.8''$　　　$\therefore\ \frac{1}{2}(A-B)=40°11'25.4''$

$\therefore\ A=116°9'6''$

$B=35°46'15''$

$\log\cos\frac{1}{2}(a+b)=9.74342$

$\text{colog}\cos\frac{1}{2}(A+B)=0.61515$

$$\log \sin \frac{1}{2} C = \underline{9.59685}$$

$$\log \cos \frac{1}{2} c = 9.95542$$

$$\therefore \quad \frac{1}{2} c = 25°31'10''$$

$$c = 51°2'10''$$

(27)假設已知兩弧角及其間之一角邊(Given two angles and the included side) 例如已知 A, B 及 c 之值,倘欲求其他各部之值可用下列公式:——

$$\tan \frac{1}{2}(a+b) = \frac{\cos \frac{1}{2}(A-B)}{\cos \frac{1}{2}(A+B)} \tan \frac{1}{2} c,$$

$$\tan \frac{1}{2}(a-b) = \frac{\sin \frac{1}{2}(A-B)}{\sin \frac{1}{2}(A+B)} \tan \frac{1}{2} c,$$

$$\cos \frac{1}{2} C = \frac{\sin \frac{1}{2}(A+B)}{\cos \frac{1}{2}(a-b)} \cos \frac{1}{2} c.$$

(28)假設已知兩角邊及其對角 (Given two sides and an angle opposite one of them) 例如已知 a, b 及 A 之值,倘欲求其他各部之值,可用下列之公式:

$$\sin B = \frac{\sin A \sin b}{\sin a}\text{〔正弦定律〕}$$

$$\tan\frac{1}{2}c = \frac{\sin\frac{1}{2}(A+B)}{\sin\frac{1}{2}(A-B)}\tan\frac{1}{2}(a-b)$$

$$\cot\frac{1}{2}C = \frac{\sin\frac{1}{2}(a+b)}{\sin\frac{1}{2}(a-b)}\tan\frac{1}{2}(A-B)$$

(29)假設已知兩弧角及其對邊(Given two angles and a side opposite one of them) 例如已知 a,B,及 A 之值.倘欲求其他各部之值,可用下列之公式:

$$\sin b = \frac{\sin a \sin B}{\sin A}\text{〔正弦定律〕}$$

$$\tan\frac{1}{2}c = \frac{\sin\frac{1}{2}(A+B)}{\sin\frac{1}{2}(A-B)}\tan\frac{1}{2}(a-b)$$

$$\cot\frac{1}{2}C = \frac{\sin\frac{1}{2}(a+b)}{\sin\frac{1}{2}(a-b)}\tan\frac{1}{2}(A-B)$$

(30)假設已知三角邊(Given three sides) 例如已知 a,b 及 c 之值,倘欲求其他各部之值,可用下列之公式:——

$$\tan\frac{1}{2}A = \sqrt{\frac{\sin(S-b)\sin(S-c)}{\sin S\sin(S-a)}}$$

$$\tan\frac{1}{2}B=\sqrt{\frac{\sin(s-a)\sin(s-c)}{\sin S\sin(s-b)}}$$

$$\tan\frac{1}{2}C=\sqrt{\frac{\sin(S-a)\sin(S-b)}{\sin S\sin(S-c)}}$$

(31)假設已知三弧角(Given three angles)　例如已知 A,B 及 C 之值,倘欲求其他各部之值,可用下列之公式:——

$$\tan\frac{1}{2}a=\sqrt{\frac{-\cos S\cos(S-A)}{\cos(S-B)\cos(S-C)}}$$

$$\tan\frac{1}{2}b=\sqrt{\frac{-\cos S\cos(S-B)}{\cos(S-A)\cos(S-C)}}$$

$$\tan\frac{1}{2}c=\sqrt{\frac{-\cos S\cos(S-C)}{\cos(S-A)\cos(S-B)}}$$

(32)球面三角形面積之求法(Area of spherical triangle)　球面三角形之面積是一弓形,與平面不同。此弓形之角度等於該球面三角形弧超值之半數。例如一球面三角形各弧角爲 110°,100° 及 95°,球面半徑爲 6 英寸,則:——

弧超 $=110°+100°+95°-180°=125°$

〔定律:如弧角爲 $A,B,$及 C,則弧超 $=A+B+C-180°$〕

$$\therefore\quad \text{弓形角度}=\frac{1}{2}\times125°=62\frac{1°}{2}$$

$$\text{故此弓形之面積}=\frac{62\frac{1}{2}}{360}\times\text{球面之面積}$$

$$=\frac{62\frac{1}{2}}{360}\times4\times3.1416\times36\text{ 方寸}$$

$$=78.54\text{ 方寸}$$

由上例之推演，吾人可定其公式如下：——

$$\text{球面三角形之面積}=\frac{\frac{1}{2}\text{弧超}}{360^\circ}\times4\pi\times\text{半徑}^2$$

$$=\frac{\text{弧超}\times\pi\times\text{半徑}^2}{180^\circ}$$

倘使　弧超 $=E$

半徑 $=r$

球面三角形面積 $=T$

產得下列之公式：——

$$T=\frac{E\pi r^2}{180^\circ}$$

(33)計算弧超(E)之劉氏公式(Lhuilier's formula)　計算弧超時，倘已知其三弧角，則用($A+B+C-180$)計算之。如吾人僅知其三角邊時，則可用劉氏公式以求之。劉氏公式如下：——

$$\tan^2\frac{1}{4}E=\tan\frac{1}{2}S\tan\frac{1}{2}(S-a)\tan\frac{1}{2}(S-b)\tan\frac{1}{2}(S-c)$$

推求劉氏公式法試述如下：——

第(23)節高氏第一公式為：——

$$\frac{\cos\frac{1}{2}(A+B)}{\sin\frac{1}{2}C}=\frac{\cos\frac{1}{2}(a+b)}{\cos\frac{1}{2}c}$$

但在平面三角法中，吾人知 $\sin\frac{1}{2}C=\cos(90^\circ-\frac{1}{2}c)$

$$\therefore\quad \frac{\cos\frac{1}{2}(A+B)}{\cos(90^\circ-\frac{1}{2}C)}=\frac{\cos\frac{1}{2}(a+b)}{\cos\frac{1}{2}c}$$

$$\therefore\quad \frac{\cos\frac{1}{2}(A+B)-\cos(90^\circ-\frac{1}{2}C)}{\cos\frac{1}{2}(A+B)+\cos(90^\circ-\frac{1}{2}c)}$$

$$=\frac{\cos\frac{1}{2}(a+b)-\cos\frac{1}{2}c}{\cos\frac{1}{2}(a+b)+\cos\frac{1}{2}c}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

且又在平面三角法中，吾人知：——

$$\frac{\cos A-\cos B}{\cos A+\cos B}=-\tan\frac{1}{2}(A+B)\tan\frac{1}{2}(A-B)\cdots\cdots\cdots(2)$$

按公式(2)，求解公式(1)之左部如下：——

$$\frac{\cos\frac{1}{2}(A+B)-\cos(90^\circ-\frac{1}{2}C)}{\cos\frac{1}{2}(A+B)+\cos(90^\circ-\frac{1}{2}C)}$$

$$=-\tan\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}A+\frac{1}{2}B+90^\circ-\frac{1}{2}C\right]$$

$$\times \tan\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}A+\frac{1}{2}B-90^\circ+\frac{1}{2}C\right]$$

$$=-\tan\frac{1}{4}(A+B-C+180^\circ)\tan\frac{1}{4}(A+B+C-180^\circ)$$

但弧超 $E=A+B+C-180^\circ$

$$\therefore\ \tan\frac{1}{4}(A+B-C+180^\circ)=\tan\frac{1}{4}(360^\circ-2C+A+B+C-180^\circ)$$

$$=\tan\frac{1}{4}(360^\circ-2C+E)$$

$$=\tan\left[90^\circ-\frac{1}{4}(2C-E)\right]=\cot\frac{1}{4}(2C-E)$$

$$\therefore\ \frac{\cos\frac{1}{2}(A+B)-\cos(90^\circ-\frac{1}{2}C)}{\cos\frac{1}{2}(A+B)+\cos(90^\circ-\frac{1}{2}C)}$$

$$=-\cot\frac{1}{4}(2C-E)\tan\frac{1}{4}E \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

按公式(2),求解公式(1)之右部如下:——

$$\frac{\cos\frac{1}{2}(a+b)-\cos\frac{1}{2}c}{\cos\frac{1}{2}(a+b)+\cos\frac{1}{2}c}=-\tan\frac{1}{2}S\tan\frac{1}{2}(S-c)\cdots\cdots\cdots(4)$$

會合公式(1),(3)及(4),則得:——

$$\cot\frac{1}{4}(2c-E)\tan\frac{1}{4}E=\tan\frac{1}{2}S\tan\frac{1}{2}(S-c)\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

如用第(23)節高氏第二公式,照上法同樣推演則得:——

$$\tan\frac{1}{4}(2c-E)\tan\frac{1}{4}E=\tan\frac{1}{2}(S-a)\tan\frac{1}{2}(S-b)\cdots\cdots(6)$$

若(5)及(6)相乘,則得

$$\tan^2\frac{1}{4}E=\tan\frac{1}{2}S\tan\frac{1}{2}(S-a)\tan\frac{1}{2}(S-b)\tan\frac{1}{2}(S-c)\cdots$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\text{劉氏公式})$$

自上列公式求出 E 後,可用 $T=\frac{E\pi r^2}{180^\circ}$ 公式求其球面三角形之面積。

較之先求邊角 A,B,C 再求 E 而得其面積簡便多矣。

附 編 二

最小自乘方法

(Method of Least Squares)

(1) 定義 最小自乘方法,乃爲調整及比較觀測所得之數值者也。吾人須知,在觀測時,如量一距離或量一角度,無論如何精密以行之,終不能免去最小之錯誤,故在同一數値上,觀測數次以致數十次,其每次所得之結果,不能相同,是以一數之眞正值量,普通無法以求得之,是不得不盡吾人之能力,於觀測之時,精密而重複量得各種之結果,再將各種不同之結果,設法調整,以求一最近乎其眞值之數量也。而在觀測之時,若因環境不同,精確程度不一,以致所得各值,其質逐異。如擬調整而得一最近眞值之數,則必先比較之而後始可爲。最小自乘方之法,卽係依據此意而得,本編所講均爲測量學內所應知而擇其要者,俾求學者之實用也。

(2) 差錯之類別 無論測量何物,終不能免除差錯,此種差錯,審其由來,可分爲三種:(I) 儀器不準確所生之差錯;(II) 觀測時所生之差錯;及 (III) 外界各種影響所生之差錯。前二者,以字面解之,讀者均能憶會,惟第三種乃係指天氣,温度,氣壓,蒙氣及地心引力種種影響而生之差錯也。

差錯若以性質而論,可分爲三大類,一曰常差(constant errors),二

曰錯誤(mistakes)；三曰偶差(accidental errors)。

(I) 常差(Constant errors)　常差之由來，係儀器之不準確，但於觀測之時，可設法減除之。此種差錯，其性質爲積增的 (cumulative)，其爲正也，則恆爲正(+)；若爲負也，則恆爲負(−)。故亦名曰有系統的錯差(systematic errors)。

(II) 錯誤 (Mistakes)　此種錯誤，乃由觀測無意而得者，其值較大，故易發現而免除之也。

(III) 偶差 (Accidental errors)　此種差錯，大概均爲測量不精密；儀器不準；及不能設法避免後，所餘之差誤也。其性質有正有負，故有時可以相消。

吾人測量，普通所生之錯差，大多屬之於常差。偶差有相測之可能。故此種機會，在所測次數愈多之時，則愈多也。然亦未盡然可以完全消除，故所得之值，仍不免有微小之差錯。例如在水平測法之中，有時地勢，不能使前視之距離與後視距之距離相等，則其常差於求得兩地高度差時，仍不能避免也。在此種種情形之下，吾人若欲得最精確之結果，惟有盡力所能，精密測之，然後以最小自乘方法，求其最近乎眞值之數值。在觀測之時，務將可以避免之錯差避除之，則所餘者乃不能免之偶差而已。

(3) 重複多次量得之數值　如其精確程度每次相同時，則其平均值，爲最近乎眞值之數值。倘吾人求得一最近乎眞值之數值爲 x，其量得最精確之數值爲 M_0 之時，則

$$x-M_0=0$$

但測量之時，極難準確，無論如何，必有少許之錯差，如重複量得之數值爲 $V_1, V_2, V_3, \cdots\cdots V_n$；其每次之錯差爲 $e_1, e_2, e_3 \cdots\cdots e_n$ 之時，則

$$\left.\begin{array}{l} x - V_1 = e_1 \\ x - V_2 = e_2 \\ x - V_3 = e_3 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ x - V_n = e_n \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

其平均值則爲：

$$M = \frac{V_1 + V_2 + V_3 + \cdots\cdots\cdots + V_n}{n}$$

$$= \frac{[V]}{n}$$

在上列公式中，n 爲重複測量之次數(number of observations)，$[V]$爲所測得各值之和數。

在第(1)公式中，如計各式之平均數，則

$$x = \frac{[V]}{n} + \frac{[e]}{n} = +M + \frac{[e]}{n}。$$

在上式中，可見 n 值愈大，同時 e 值愈小之時，則 $\frac{[e]}{n}$ 之值，可至極微，甚至於 0，故 $x = M$。換言之，在觀測次數甚多之時，其最近乎眞值之數值，乃爲其平均之數值也。

(4) 餘差(Residuals) 在盡力詳密觀測之後，實際上仍不能完全免除錯差，故所得之數值，可以下列公式，表明之：——

$$\left.\begin{array}{l} M-V_1=v_1 \\ M-V_2=v_2 \\ M-V_3=v_3 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ M-V_n=v_n \end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

在上列公式中，M 爲多次量得數之平均值，亦即最近乎眞值之數值，$V_1, V_2, V_3 \cdots\cdots V_n$ 爲每次精密量得之數值。$v_1, v_2, v_3, \cdots\cdots v_n$ 乃人力不能避免之錯差，亦即盡力避免後之所不能免除之差錯，換言之，即盡力避免後所餘之錯差也。此種錯差名曰餘差(residual)。

如將上式相加，則爲：

$$nM-[V]=[v];$$

但　$M=\dfrac{[V]}{n}$　$\therefore [v]=0\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$

故餘差之和應等於零；正餘差(positive residuals)之和，應等於負餘差(negative residuals)之和也。

(5) 假設除去平均值之外，另有一數 x 爲最近乎眞值之數，可作下列之公式：

$$\left.\begin{array}{l} X-V_1=v_1' \\ X-V_2=v_2' \\ X-V_3=v_3' \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ X-V_n=v_n' \end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

自(2)及(4)，則

$$[v^2]=n\,M^2-2\,M[V]+[V^2];\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

$$[(v')^2]=n\,X^2-2\,X[V]+[V]^2 \cdots\cdots (6)$$

但 $nM=[V]$,故自公式(5)可得:

$$\begin{aligned}[v^2]&=M[V]-2M[V]+[V^2]\\&=[V^2]-M[V]\\&=[V^2]-\frac{[V]^2}{n}\cdots\cdots(7)\end{aligned}$$

$$\therefore\quad [V^2]=[v^2]+\frac{[V]^2}{n}\cdots\cdots(8)$$

若將公式(8)中之$[V^2]$值,替入公式(6)之中,則得

$$\begin{aligned}[(v')^2]&=n\,X^2-2\,X[V]+[v^2]+\frac{[V]^2}{n}\\&=[v^2]+n\left(X^2-2\,X\frac{[V]}{n}+\frac{[V]^2}{n^2}\right)\\&=[v^2]+n\left(X-\frac{[V]}{n}\right)^2\cdots\cdots(9)\end{aligned}$$

但 $\left(X-\frac{[V]}{n}\right)^2$乃一自乘方,故其值無論如何,必爲正數,

$$\therefore\quad [(v')^2]>[v^2],\cdots\cdots(10)$$

依上式而觀,則可斷言自平均值所求得之餘差自乘方,其值較任何他數求得者爲小。(此即最小自乘方法之意義者)。

(6) 觀測差錯之定律(Law of errors of observations) 在前數節所論,既知平均數值爲最近乎眞值之數,則吾人可斷言其所生之差錯,正者之和必等負者之和也。由經驗所得,極小之差錯恆較略大之差錯,發生較易。換言之,即差錯之遇率 (probability of an error) 爲錯

差大小之反比例，如差錯愈小則愈易發生，故差錯遇率錯差之函數也。此即謂觀測差錯之定律。

如其一差錯之值在 0 及 e 之間，其遇率爲 $f(e)$ 之時則另一差錯之值在 e 及 $e+de$ 之間，其遇率 q 之值必爲：——

$$q=f(e+de)-f(e)=\phi(e)de \cdots\cdots\cdots\cdots \tag{11}$$

如此種差錯之值在 a 及 b 之間，則其遇率爲無數 $\phi(e)\,de$ 之和數，其函數乃自 a 而至 b 之間也。以公式表之如下：

$$\int_{-a}^{+b}\phi(e)de \cdots\cdots\cdots\cdots \tag{12}$$

如遇率不出 a 值以外，則

$$\int_{-a}^{+a}\phi(e)\,de \cdots\cdots\cdots\cdots \tag{13}$$

總觀以上之各公式，吾人知差錯與其遇率必有一定之關係。如所知之差錯爲 e_1，則其遇率爲 $\phi(e_1)de$；如爲 e_2，則爲 $\phi(e_2)de$；e_3，則 $\phi(e_3)de$；e_n，則爲 $\phi(e_n)de$ 也。若將所有差錯總而計之(指同一觀測，所生不同之差錯而言)，則其遇率可以下列公式表明之：——

$$Q=\phi(e_1)\phi(e_2)\phi(e_3)\cdots\cdots\phi(en)de_1de_2de_3\cdots\cdots de_n \cdots\cdots \tag{14}$$

按數學理論可知如 Q 之值最大時，則 $\log Q$ 之值亦必最大。茲欲求 Q 之最大值，則須用微分法，以求之，先將公式(14)變成對數方程式，然後微分之，再以 dx 除之，則得：

$$0=\frac{d\log Q}{dx}=\frac{\phi'(e_1)}{\phi(e_1)}\frac{de_1}{dx}+\frac{\phi'(e_2)}{\phi(e_2)}\frac{de_2}{dx}+\cdots+\frac{\phi'(e_n)}{\phi(e_n)}\frac{de_n}{dx}$$

自公式(1)吾人知

$$\frac{de_1}{dx}=\frac{de_2}{dx}=\frac{de_n}{dx}=1 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (15)$$

$$\therefore\ 0=\frac{d\log Q}{dx}=\frac{\phi'(e_1)}{e_1\phi(e_1)}e_1+\frac{\phi'(e_2)}{e_2\phi(e_2)}e_2+\cdots+\frac{\phi'(e_n)}{e_n\phi(e_n)}e_n \cdots\cdots (16)$$

倘觀測次數極多之時，則

$$e_1+e_2+e_3+\cdots+e_n=0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (17)$$

以公式(16)及(17)兩種情形觀之，則:——

$$\frac{\phi'(e_1)}{e_1\phi(e_1)}=\frac{\phi'(e_2)}{e_2\phi(e_2)}=\frac{\phi'(e_n)}{e_n\phi(e_n)}=K\ (\text{常數})$$

故無論 e 之值爲若干，

$$\frac{\phi'(e)}{e\phi(e)}=K \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (18)$$

$$\therefore\ \frac{\phi'(e)\,de}{\phi(e)}=e\,Kde \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (19)$$

以積分法算之，則得

$$\log\phi(e)=\frac{1}{2}Ke^2$$

$$\therefore\ \phi(e)=C\epsilon^{\frac{1}{2}Ke^2} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (20)$$

在上式中，C 爲一常數，ϵ 爲對數基數。

如將公式(20)替入公式(14)之中，則:

$$Q=C^m\epsilon^{\frac{K}{2}(e_1^2+e_2^2+e_3^2+\cdots\cdots+e_n^2)}de_1de_2de_3\cdots\cdots de_n \cdots\cdots (21)$$

若用公式(16)，則變成:——

$$\frac{d\log Q}{dx}=K\,(e_1+e_2+e_3+\cdots\cdots+e_n)$$

$$\frac{d^2\log Q}{dx^2}=K\left(\frac{de_1}{dx}+\frac{de_2}{dx}+\frac{de_3}{dx}+\cdots\cdots+\frac{de_n}{dx}\right)\cdots\cdots(22)$$

若用公式(15)，則得:——

$$\frac{de_1}{dx}+\frac{de_2}{dx}+\cdots\cdots+\frac{de_n}{dx}=n$$

$$\therefore\quad \frac{d^2\log Q}{dx^2}=Kn\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(23)$$

觀第(23)公式，可知如 Q 之值最大時，$\frac{d^2\log Q}{dx^2}$ 之值應爲負數；如 n 值爲正，則 K 值爲負。

茲使 $\frac{1}{2}K=-h^2$，並替入公式(20)之中，則得

$$\phi\,(e)=C\,\epsilon^{-h^2e^2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(24)$$

公式(24)乃爲差錯 e 之遇率公式，亦卽差錯遇率定律之代數式也。

(7) 求 c 值之法　無論差錯如何，其值定在 $+\infty$ 及 $-\infty$ 之間，可無疑意。如在公式(24)內，兩項均以 de 乘之，再積分之，則得:——

$$1=c\int_{-\infty}^{+\infty}\epsilon^{-h^2e^2}de\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(25)$$

吾人知遇率如在確實之情形時，則可以 1 表示之。故 (25) 公式之意義可知矣。

若使 $he=t$，$\therefore\ de=\frac{dt}{h}$，則(25)公式變爲:——

$$1 = \frac{c}{h}\int_{-\infty}^{+\infty} \epsilon^{-t^2} dt \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (26)$$

茲使

$$Q = \int_0^{\infty} \epsilon^{-t^2} dt$$

$$Q = \int_0^{\infty} \epsilon^{-v^2} dv$$

$$\therefore \quad Q^2 = \int_0^{\infty}\int_0^{\infty} \epsilon^{-(t^2+v^2)} dt\, dv$$

再使 $v = tu$, $\therefore$ $dv = t\, du$,則:

$$Q^2 = \int_0^{\infty}\int_0^{\infty} \epsilon^{-t^2(1+u^2)} t\, du\, dt$$

$$= \int_0^{\infty} du \int_0^{\infty} \epsilon^{-t^2(1+u^2)} t\, dt$$

$$\int_0^{\infty} \epsilon^{-t^2(1+u^2)} t\, dt = -\left[\frac{\epsilon^{-t^2(1+u^2)}}{2(1+u^2)}\right]_0^{\infty} = \frac{1}{2(1+u^2)}$$

$$\therefore \quad Q^2 = \frac{1}{2}\int_0^{\infty} \frac{du}{1+u^2} = \frac{1}{2}\left[\tan^{-1} u\right]_0^{\infty}$$

$\tan 90° = \infty$; $\tan 0° = 0$, $\therefore$ $Q^2 = \frac{\pi}{4}$ 及 $Q = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$

同樣計算(26)公式,則得:

$$\int_{-\infty}^{0} \epsilon^{-t^2} dt = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \epsilon^{-t^2} dt = \sqrt{\pi}$$

將上式替入第(26)公式中,則得

$$1 = \frac{c}{h}\sqrt{\pi}$$

$$\therefore \quad C = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (27)$$

若將上式 C 之值替入(24)公式中,則得

$$\phi(e) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \epsilon^{-h^2e^2} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (28)$$

(8) 精確之計算 (Measure of precision)　若將第(28)公式左右兩項,均以 de 乘之則得

$$\phi(e)\,de = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \epsilon^{-h^2e^2} de$$

茲使　$t=he$,　則 $dt=hde$　或 $de=\dfrac{dt}{h}$

$$\therefore \quad \phi(e)\,de = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \epsilon^{-t^2} dt$$

如在同一觀測時,其所得之差錯在 $+a$ 及 $-a$ 之間,則

$$\phi(e) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-h_1a_1}^{+h_1a_1} \epsilon^{-t^2} dt \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (29)$$

在另一次觀測多數之值時,其所得之差錯在 $+a_2$ 及 $-a_2$ 之間,則

$$\phi(e)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-h_2a_2}^{+h_2a_2}\epsilon^{-t^2}dt \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(30)}$$

倘使該兩次觀測之差錯遇率相等,則(29)及(30)公式中之第二項應相等,由此更知 $h_1a_1=h_2a_2$ 也。

若 $h_1=2h_2$, 則 $a_1=\frac{1}{2}a_2$。換言之,即 a_1 與 a_2 之遇率相同,惟其精確程度爲1:2之時,則 a_1 爲 a_2 之半倍,如 a_1 爲 $1''$,則 a_2 必爲 $2''$ 也。故第二次觀測之精確程度爲第一次之兩倍,此 h 之值,即表示觀測精確程度者也。

在公式(21)內,倘以 $-h^2$ 代替 $\frac{K}{2}$ 之值,則

$$Q = c^n\,\epsilon^{-h^2[e^2]}\,de_1\,de_2\,de_3\cdots\cdots de_n$$

觀上列公式,如 Q 爲最大,則$[e^2]$之值應爲最小。故可知在一次觀測多數之值時,其每次所生之差錯自乘方之和數如爲極小,則其所得觀測之值,爲最近乎眞值之數也(但每次觀測均須有相同之準確)。

如在同一觀測之時,其每次觀測之精確程度不同(即 h 之值每次不同),則其最近乎眞值之數,須在 $\epsilon^{-[h^2e^2]}$ 最大之時。而 $\epsilon^{-[h^2e^2]}$ 之值在最大時,則 $-[h^2e^2]$ 之值應爲最小。故在此種情形之下,欲求最近乎眞值之數,須使 $-[h^2e^2]$ 之值爲最小也。

(9) 求 h 值之法 用公式(28)及上節所論,如 P 爲所有差錯之遇率,則

$$P=\frac{h^n}{\sqrt{\pi^n}}\epsilon^{-h^2[e^2]}$$

吾人須知，觀測之值愈近乎其眞值之時，則其觀測時差錯之遇率爲愈大。故求得最近眞值之值時，必爲觀測差錯之遇率最大之際也。

茲使 $t^2=h^2[e^2]$

$$\therefore\quad h^n=\frac{t^n}{[e^2]^{\frac{n}{2}}}$$

$$\therefore\quad P=\frac{t^n}{[e^2]^{\frac{n}{2}}\sqrt{\pi^n}}\epsilon^{-t^2}$$

倘使 P 爲最大，則 P 之一次微分須等於零，故

$$\frac{dP}{dt}=0=\epsilon^{-t^2}\left(\frac{t^{x-1}}{[\epsilon^2]^{\frac{n}{2}}\sqrt{\pi^n}}n-\frac{t^n}{[e^2]^{\frac{n}{2}}\sqrt{\pi^n}}2t\right)$$

$$=\epsilon^{-t^2}\frac{t^{n-1}}{[\epsilon^2]^{\frac{n}{2}}\sqrt{\pi^n}}(n-2t^2)$$

$$\therefore\quad n-2t^2=0;\ 及\ t^2=\frac{n}{2}$$

$$\therefore\quad h^2[e^2]=\frac{n}{2}\ 及\ h=\sqrt{\frac{n}{2[e^2]}}\cdots\cdots\cdots\cdots(31)$$

(10) 平均差錯自乘方值 (The mean square error) 平均差錯自乘方值，乃所有差錯自乘方平均值之平方根也。此種計算，係爲比較兩種或多種不同之觀測之精確程度而用。普通均以 m. s. e. 三字母以代表之，或用 m 亦可（亦有用 ϵ 者）。

$$m^2=\frac{e_1{}^2+e_2{}^2+\cdots\cdots+e_n{}^2}{n}=\frac{[e^2]}{n}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(32)$$

但 $h=\sqrt{\dfrac{n}{2[e^2]}}$,

$$\therefore\ h=\sqrt{\frac{1}{2m^2}}=\frac{1}{m}\sqrt{\frac{1}{2}}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(33)$$

$$\therefore\ m=\frac{1}{h}\sqrt{\frac{1}{2}}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(34)$$

(11)大概差錯(The probable error) 設如有人量一距離,同量十次。共得甚多之差錯,若依其大小而排列之,則其中間之差誤(在此差誤之上如有四個差誤,則在其下亦必有四個差錯)謂之大概差錯(probable error)。換言之,卽較此差錯略大差錯之遇率與略小差錯之遇率相同之謂也。再深而論之,則較大差錯之遇率應爲$\frac{1}{2}$,較小差錯之遇率亦爲$\frac{1}{2}$也。

吾人知公式(28), $\phi(e)=\dfrac{h}{\sqrt{\pi}}\epsilon^{-h^2e^2}$,若依上述所論,則可演算如下:——

$$\int\phi(e)=\frac{h}{\sqrt{\pi}}\int\epsilon^{-h^2e^2}de=\frac{1}{2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(35)$$

茲使 $t=he$; 及使 $t=b$ 時,$e=r$ ($r=$ 大概差錯)。則:——

$$de=\frac{dt}{h};\quad \frac{h}{\sqrt{\pi}}\frac{1}{h}\int_{-b}^{+b}\epsilon^{-t^2}dt=\frac{1}{2}.$$

或爲 $$\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_0^b\epsilon^{-t^2}dt=\frac{1}{4},$$

或爲 $$\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^d \epsilon^{-t^2} dt=\frac{1}{2} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (36)$$

用馬克勞定律(Maclaurin's theorem)以解公式(36)中之 $\epsilon^{-t^2}dt$,則得:

$$\frac{1}{2}=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^d\left(1-t^2+\frac{t^4}{1\times 2}\cdots\cdots\cdots\right)dt \cdots\cdots\cdots \quad (37)$$

積分公式(37),則得——

$$\frac{1}{2}=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\left(b-\frac{b^3}{3}+\frac{b^5}{10}\cdots\cdots\cdots\cdots\right),$$

以上式求 b 之值,則得:——

$$b=0.47694=hr.$$

$$\therefore \quad r=\frac{0.47694}{h} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (38)$$

但 $$h=\sqrt{\frac{1}{2\,m^2}}=\frac{1}{m}\sqrt{\frac{1}{2}},$$

$$\therefore \quad r=\frac{0.47694}{\frac{1}{m}\sqrt{\frac{1}{2}}}=0.6745\,m \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (39)$$

故由上式可知,若求大概差錯可以 0.6745 乘平均差錯自乘方值卽得矣。

(12)平均差錯(The average error)　平均差錯者,乃不顧其正負號(+或-)而取其平均值之謂也。平均差錯普通以 a 字代之,故:——

$$a=\frac{[e}{n}$$

$[e$ 爲所有差錯之和數(numerical sum)。

吾人知 $\phi(e_1)$ 爲差錯 e_1 之遇率。$n\phi(e_1)$ 則爲在 n 次觀測中 e_1 發現之次數。$ne_1\phi(e_1)$ 則爲 e_1 發現之總值也。故:——

$$\therefore \qquad n\int_0^{\infty} e\phi(e)\,de$$

乃爲所有正號差錯之和數 (sum of positive errors)。惟在觀測次數極多之時,則正號差錯之和必等於負號差錯之和。如不顧其正負號而僅計其值,則爲

$$2n\int_0^{\infty} e\phi(e)\,de = [e$$

$$\therefore \quad a = \frac{[e}{n} = 2n\int_0^{\infty} e\phi(e)\,de \cdots\cdots\cdots\cdots(40)$$

但
$$\phi(e) = \frac{h}{\sqrt{\pi}}\epsilon^{-h^2e^2}$$

$$\therefore \quad a = \frac{2h}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\infty} e\,\epsilon^{-h^2e^2}\,de \cdots\cdots\cdots\cdots(41)$$

用微積分法積分之如下:

$$y = \int_0^{\infty} \epsilon^{-h^2e^2}\,e\,de$$

$$u = -\frac{1}{2h^2} \qquad\qquad dv = \epsilon^{-h^2e^2}(-2h^2e)\,de$$

$$\therefore \quad du = 0 \qquad\qquad v = \epsilon^{-h^2e^2}$$

但　　$y = uv - v\int du$

$\therefore\quad y = -\frac{1}{2h^2}\left[\epsilon^{-h^2e^2}\right]_0^\infty$

$$a = \frac{2h}{\sqrt{\pi}} \times \frac{1}{2h^2}\left[\epsilon^{-h^2e^2}\right]_0^\infty = \frac{1}{h\sqrt{\pi}} \cdots\cdots\cdots\cdots (42)$$

但　　$h = \frac{1}{m\sqrt{2}}$,

$\therefore\quad a = m\sqrt{\frac{2}{\pi}}$

(13)m, r 及 a 之關係(The relations between the mean square, probable, and average errors)。

$$r = 0.6745\,m = 0.8453\,a \cdots\cdots\cdots\cdots (43)$$

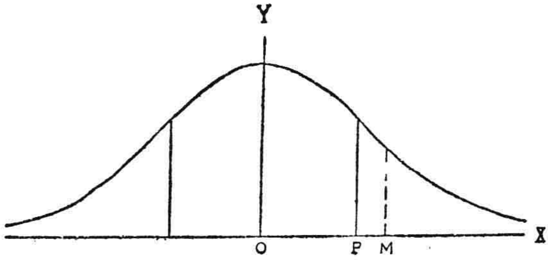
$$m = 1.2533\;a \cdots\cdots\cdots\cdots (44)$$

	m	r	a
m	1.0000	1.4826	1.2533
r	0.6745	1.0000	0.8453
a	0.7979	1.1829	1.0000

(14)遇率圖解法(The probability curve)。

茲使　　$y = \phi(e) = \frac{h}{\sqrt{\pi}}\,\epsilon^{-h^2e^2}$(遇率公式)

用上列公式畫成圖解，以 e 值畫於 X 座標上，以 y 值畫於 Y 座標上。然後連其各點，畫成一曲線如第一圖。



第 一 圖

試觀第一圖,吾人可知,如 $e=0$, 則 $y=\frac{h}{\sqrt{\pi}}=AO$, 如 e 之值不爲0而爲一數或正或負(+ or −),則 y 值必小於$\frac{h}{\sqrt{\pi}}$。故 AO 乃爲 y 之最大值也。再 y 之值爲一次方, X 之值爲二次方;且 x 值無論爲正或爲負,以之所求得 y 之兩值,其數相同。故知第一圖之曲線在 AO 兩邊者,其形必相似也。y 之值,因 e 爲二次方,故恆爲正數,由此更知第一圖之曲線必在 X 座標之上。

吾人如以微分法,微分遇率公式,則得:——

$$\frac{dy}{de}=-\frac{2h^3e}{\sqrt{\pi}}\epsilon^{-h^2e^2},$$

在上式中, 如 $e=0, \frac{dy}{de}=0$, 故知第一圖曲線頂上切線必與 X 座標平行也。倘 $e=\pm\infty$, 則 $y=0; \frac{dy}{de}=0$。故知 X 座標爲該曲線之漸近線(symptote)也。

如再微分 $\frac{dy}{de}$, 則得 $\frac{d^2y}{de^2}$ 之值如下:——

$$\frac{d^2y}{de^2}=\frac{2h^3}{\sqrt{\pi}}\epsilon^{-h^2e^2}(2h^2e^2-1)$$

試觀上式，如 $(2h^2e^2-1)=0$，則$\frac{d^2y}{de^2}=0$。故 $e=\pm\frac{1}{h\sqrt{2}}$處乃為曲線變曲處(point of inflection)之座標值也。而又為平均差錯自乘方值之值(mean square error)也。

由上述之討論，可知第一圖之曲線之性質，完全與差錯定律相同。由該曲線觀之，則差錯愈小，其遇率愈大；差錯愈大，則其遇率愈少。無論差錯為正或為負(+ or −)，倘差錯數值相同，則其遇率必相等也。

(15)遇率曲線面積之意義 (The area of the probability curve)

吾人知，如差錯之值在 e 及 de 之間，則其遇率公式為 $\phi(e)de$。但

$$\phi(e)=\frac{h}{\sqrt{\pi}}\epsilon^{-h^2e^2}$$

$$\therefore\quad \phi(e)de=\frac{h}{\sqrt{\pi}}\epsilon^{-h^2e^2}de$$

但自公式(25)及(27)，則

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\phi(e)de=1=\frac{h}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}\epsilon^{-h^2e^2}de\cdots\cdots\cdots(45)$$

上式所得之值，除可求遇率外，又可得發生差錯次數與觀測次數之比例也。如觀測次數為十次，則按上式，知差錯必發生 $1\times10=10$ 次也。

如差錯值在 a 及 b 之間時，則

$$\int_a^b\phi(e)de=\frac{h}{\sqrt{\pi}}\int_a^b\epsilon^{-h^2e^2}de$$

上式所得之值，除可得遇率外，又可得在 a,b 間之差錯表次數與觀測次數之比例也。

但在微積分學，吾人知 $\int_a^b y\,dy=$ 面積（此面積之四邊爲 X-axis, $y=a$, $y=b$ 及公式所成之曲線）。

故遇率公式曲線 (probability curve)，X 座標及差錯之界限 (a 及 b) 所包括之面積，卽爲差錯發生之次數也。

倘差錯界限，一爲正數，一爲負數，而其值相同之時，則其面積爲遇率公式曲線所包括面積之半。且其 Y 座標之兩值卽爲其大概差錯之值也。

其經過該遇率曲線面積重心之 Y 座標值(卽 e 之值)爲其平均差錯之值也。

由上述諸段，吾人可以明瞭遇率公式圖解法之用處矣。

(16) 差錯值在兩界限間，求其發現次數之法 (The number of errors between given limits)。

茲使 $t=he$，故 $de=\dfrac{dt}{h}$，

$$\therefore\quad \frac{h}{\sqrt{\pi}}\int \epsilon^{-h^2e^2}de=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int \epsilon^{-t^2}dt$$

上列積分公式，其界限如在 0 及 t 之間，則其所求得之值，爲正差錯發生次數之百分率。但吾人須知，正差錯發生之次數，與負差錯之次數，在數值相同界限時應相同，故上列公式所得之值，僅爲半數，其差錯發生之總數百分率應兩倍之。故得下列公式：——

$$N=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^t \epsilon^{-t^2}dt \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (46)$$

以微積分法，積分上列公式，則得

$$N=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\left(t-\frac{t^3}{3}+\frac{1}{1\times 2}\frac{t^5}{5}-\frac{1}{1\times 2\times 3}\frac{t^7}{7}+\cdots\right)\cdots\cdots(47)$$

如 t 之值愈小之時，則 t^7，t^5 之值更小，可以棄而不計之。

知 $t=he$，則可以公式(47)求得差錯發生之次數矣。

下列之表，知 t 之值後，可得 N 之值：——

t	N	t	N	t	N
0.0	0.00000	1.0	0.84270	2.0	0.99532
0.1	0.11246	1.1	0.88021	2.1	0.99702
0.2	0.22270	1.2	0.91031	2.2	0.99814
0.3	0.32863	1.3	0.93401	2.3	0.99886
0.4	0.42839	1.4	0.95229	2.4	0.99931
0.5	0.52050	1.5	0.99611	2.5	0.99959
0.6	0.60386	1.6	0.97635	2.6	0.99976
0.7	0.67780	1.7	0.98379	2.7	0.99987
0.8	0.74210	1.8	0.98909	3.0	0.99998
0.9	0.79691	1.9	0.99279	∞	1.00000

如求差錯發生之次數，先定差錯值之界限，然後得 t 之兩值，由 t 之兩值，自上表得 N 之兩值。將 N 之兩值差數，乘觀測之次數，卽得該差錯發生之次數矣。

例如，觀測次數爲一百次，則其差錯發生次數爲：——

52 次 (差錯界限在 0 及 0.5 之間)

32 次 (差錯界限在 0.5 及 1.0 之間)

12 次 (差錯界限在 1.0 及 1.5 之間)

3 次 (差錯界限在 1.5 及 1.9 之間)

1 次 (差錯界限在 1.9 及 ∞ 之間)

在(11)節所講之大概差錯中,吾人知 $t=he$; 及 $t=b$ 則 $e=r$, 故 $b=hr=t$。由上表中亦可求得 hr 之值, 因大概差錯之遇率為 $\frac{1}{2}$,故 $N=0.5$。上表中 $N=0.5$, 則 $t=0.47694$, 故 $hr=0.47694$, 或 $r=\frac{0.47694}{h}$。

如求較大概差錯略大差錯之發生次數。例如求較 $2r$ 略大差錯之發生次數,則由上述之數,知 $2r=0.95388$,故 $N=0.823$ (由表中檢得)。

$1-0.823=0.177$. 以 0.177 乘觀測次數,則得較 $2r$ 略大差錯之發生次數。若以 0.823 乘觀測次數,則得較 $2r$ 略小差錯之發生次數。如求 $3r$,$4r$, 均可以上法求之。

(17)平均數值之大概差錯(The probable error of the arithmetic mean) 平均數值 (arithmetic mean) 精確程度, 可以 h_0 表之, $h_0=\sqrt{n}\,h$ 卽平均值之精確程度也。在該公式中 n 為觀測次數; h 為每一次觀測之精確程度也。(學者須知,每次觀測之精確度,應相同)。

但公式(38)為:

$$r=\frac{0.47694}{h}$$

$$\therefore \qquad r_0=\frac{0.47694}{h_0}\text{(r_0為平均數值之大概差錯)}$$

$$\therefore \quad \frac{r_0}{r}=\frac{h}{h_0}=\frac{h}{\sqrt{n}\times h}=\frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$\therefore \quad r_0=\frac{r}{\sqrt{n}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (48)$$

由公式(48)可求得平均數值之大概差錯之值矣。

〔舉例〕 下列有十二個數目,乃測量一直線之距離所得者。試自其平均數值求其大概差錯,及該線距離之長度。

公尺	公厘	V
100	+26.3	+0.15
100	+26.2	+0.05
100	+26.2	+0.05
100	+26.1	−0.05
100	+26.2	+0.05
100	+26.2	+0.05
100	+26.3	+0.15
100	+26.0	−0.15
100	+26.2	+0.05
100	+26.1	−0.05
100	+26.0	−0.15
100	+26.0	−0.15
100	+26.15	1.10=[v]

平均數值

$$a=\frac{1.10}{12}=0.09$$

$$r=0.8453\times 0.09$$

$$=0.08$$

$$r_0=\frac{0.08}{\sqrt{12}}=0.02(\text{大概差錯})$$

故該直線距離應爲:——

100.02615(公尺)±.02(公厘)

(18) 直接觀測及間接觀測 (Direct and indirect observations) 直接觀測乃觀測後直接得到觀測之數值，如吾人測量一地平距離，用尺量畢即得其尺寸也。間接觀測者，乃於觀測後不能直接得其數值，須另計算始能得其結果也。如沿斜坡上，量一距離，及該距離兩端之高度差，然後以高度差及其斜坡距離再計算其地平距離。

(19) 獨立及定約數值 (Independent and conditioned quantities) 獨立數值乃一數之值，如有變遷，不影響他數之值也，定約數值乃一數之值，如有變遷，其他數值亦必有變動也。

由獨立數值所組成之方程式曰獨立方程式 (independent equation)。由定約數值所組成之方程式曰定約方程式 (conditioned equation)。

(20) 最近乎眞值之數值 (The most probable values) 如有一數值，能敷合所有之獨立方程式及定約方程式，其數之值，必爲最近乎眞值之數值。假設 $O_1O_2\cdots\cdots O_n$ 爲觀測所得之數值，每次觀測，其精密程度相同。再使 $x_1,x_2,x_3\cdots\cdots x_n$ 爲不知之數值，其與 $O_1,O_2\cdots\cdots O_n$ 之關係，以下列公式表示之：

$$a_1x_1+b_1x_2+c_1x_3+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots=O_1$$

$$a_2x_1+b_2x_2+c_2x_3+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots=O_2$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$a_nx_1+b_nx_2+c_nx_3+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots=O_n$$

在上列公式中，a_1,a_2,b_1,b_2 等，爲 x_1,x_2 等之已知係數，現在吾人求 x_1,x_2 等之最近眞值之值時，則上列公式不能敷合實際情形，因觀測之值如

O_1, O_2 等，與求得之最近眞值之數值，必有差錯。換言之，卽上列公式之左端之值減去 O_1, O_1 或 O_n 之值，必不等於零。其中定有餘差也。故上列公式，按照實際情形，應改變如下：

$$\left.\begin{array}{l} a_1x_1+b_1x_2+c_1x_3+\cdots\cdots-O_1=v_1 \\ a_2x_1+b_2x_2+c_2x_3+\cdots\cdots-O_2=v_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_nx_1+b_nx_2+c_nx_3+\cdots\cdots-O_n=v_n \end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(49)$$

現在如欲求 $x_1, x_2, x_3, \cdots x_n$ 等之最近眞值之數值(the most probable value)，可用公式(49)，幷須求得$[v^2]$之值最小時，始可能得之也。

(21)定值方程式(Normal equation)　現在吾人欲求公式(49)中 x_1, x_2 等之最近眞值之數值，先使 $L_1, L_2, L_3 \cdots\cdots L_n$ 等於各公式中之左端(除去第一項)之和數。故公式(49)可改變如下：

$$\left.\begin{array}{l} a_1x_1+L_1=v_1 \\ a_2x_1+L_2=v_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_nx_1+L_n=v_n \end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(50)$$

自乘方之，則得：——

$$\left.\begin{array}{l} (a_1x_1+L_1)^2=v_1^2 \\ (a_2x_1+L_2)^2=v_2^2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ (a_nx_1+L_n)^2=v_n^2 \end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(51)$$

將(51)式，相加之則得：

$$(a_1x_1+L_1)^2+(a_2x_1+L_2)^2+\cdots\cdots+(a_nx_1+L_n)^2=[v^2]\cdots\cdots(52)$$

在(52)公式中，如欲求 x_1, x_2 等之最近眞值之數值，必先使$[v^2]$之值爲最小，若使 $[v^2]$ 之值爲最小，則必使公式(52)之第一次微分等於

零,故:

$$a_1(a_1x_1+L_1)+a_2(a_2x_1+L_2)+\cdots\cdots+a_n(a_nx_1+L_n)=0\cdots\cdots(53)$$

推解公式(53),卽可求得 x_1,x_2 等之値,取所得之値卽爲 x_1,x_2 等之最近眞値之數値也。故(53)公式謂之求値方程式。

但學者須知,吾有若干欲求之値,必有若干求値方程式。例如上述情形,吾人有 n 不知數,則必有 n 求値方程式。公式(53)乃其一也。

〔舉例〕 設吾人測一三角形,其內角測得之値爲 $44°\,49'\,02.5''$; $49°42'33.5''$;及 $85°28'23.5''$,試求各內角最近眞値之數値。

本題之定約方程式爲:——

$$\left.\begin{aligned}x&=44°49'02.5''\\y&=49°42'33.5''\\x+y&=180°-z=94°31'36.5''\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(54)$$

惟吾人須知,上列公式, x,y 及 z 之最近眞値之數値必不能如上列各式之關係,必爲下列各式之情形:

$$\left.\begin{aligned}x-44°49'02.5''&=v_1\\y-49°42'33.5''&=v_2\\x+y-94°31'36.5''&=85°28'23.5''-z=v_3\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(55)$$

故用求値方程式(卽公式 53)之求法,可得:

$$\begin{array}{l}x-44°49'02.5''\\ \underline{x+y-94°31'36.5''}\\ 2x+y-139°20'39''=0\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(56)\end{array}$$

$$\begin{array}{l} y-49°42'33.5'' \\ x+y-94°31'36.5'' \\ \hline x+2y-144°14'10''=0 \end{array} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (57)$$

自(56)，　$4x+2y=278°41'18''$

自(57)，　$x+2y=144°14'10''$

$$\therefore \quad 3x \quad =134°27'08''$$

$$x \quad =44°49'02\frac{2''}{3}$$

自(57)　$2x+4y=288°28'20''$

自(56)　$2x+\ y=139°20'39''$

$$\therefore \quad 3y=149°07'41''$$

$$y=\ 49°42'33\frac{2''}{3}$$

$$x+y=\ 94°31'36\frac{1''}{3}$$

$$z=\ 85°28'23\frac{2''}{3}$$

〔舉例二〕　下列各公式爲定約方程式(conditioned equation)

$$\left.\begin{array}{r} x+3y=\ 3 \\ 2x+\ y=-2 \\ y+2z=\ 4 \\ 3x-\ z=-7 \end{array}\right\}$$

試求 x,y,及 z 之最近眞值之數值(most probable value)。其法爲先求各式之求值方程式(normal equation)如下:

$$
\begin{array}{r}
x+3y-3=0\\
4x+2y+4=0\\
9x-3z+21=0\\
\hline
14x+5y-3z+22=0
\end{array}
\qquad\cdots\cdots(58)
$$

$$
\begin{array}{r}
3x+9y-9=0\\
2x+y+2=0\\
y+2z-4=0\\
\hline
5x+11y+2z-11=0
\end{array}
\qquad\cdots\cdots(59)
$$

$$
\begin{array}{r}
2y+4z-8=0\\
-3x+z-7=0\\
\hline
-3x+2y+5z-15=0
\end{array}
\qquad\cdots\cdots(60)
$$

公式(58),(59)及(60)乃求值方程式也。同時推解之,則得:

$$x=-1.9$$

$$y=1.65$$

$$z=1.2$$

〔舉例三〕 四邊形整理法。第二圖乃所測之四邊形,所測之角以數字表明之。四邊形之各角則以 $ABCD$ 表示之。精密觀測後(每一角度測量若干次)將一角所測數值平均之而得各角平均値如下:——

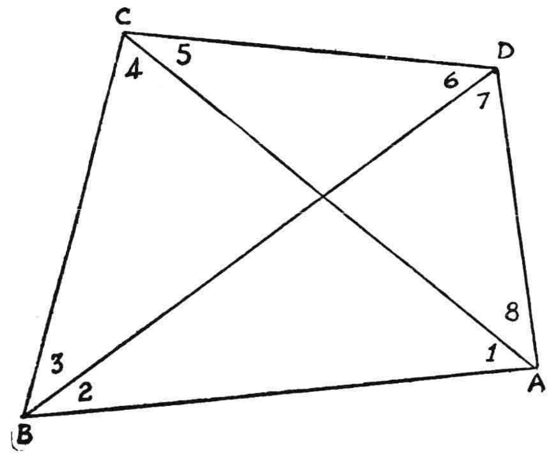
° ′ ″	log sines	° ′ ″	log sines
A_1···44···49···16······	9.8481248	B_2···62···46···15······	9.9489914
B_3···22···42···02······	9.5864917	C_4···49···42···27······	9.8823839
C_5···97···06···41······	9.9966462	D_6···10···28···48······	9.2598143
D_7···20···56···43······	9.5532471	A_8···51···27···47······	9.8933215
185 34 42	38.9845098	174 25 17	38.9845111

$-\ 44°49'16''$	$97°06'41''$	$-22°42'02''$	$20°56'43''$
$-\ 62°46'15''$	$10°28'48''$	$-49°42'27''$	$51°27'47''$
$-107°35'31''$	$107°35'29''$	$-72°24'29''$	$72°24'30''$
$107°35'29''$			$72°24'29''$

$\therefore\ e_1 = \quad -2''$ $\qquad\qquad \therefore\ e_2 = \quad +1''$

$$\begin{array}{r} 185°34'42'' \\ 174°25'17'' \\ \hline 359°59'59'' \\ 360\ 00\ 00 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} -38.9845111 \\ 38.8945098 \\ \hline \end{array}$$

$\therefore\ e_8 = \quad -01''$ $\qquad \therefore\ e_4 = \quad 13$



第 二 圖

現在使 $x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6,x_7$ 及 x_8 爲各角度之改正數與測得之差數。若求得 $x_1,x_2\cdots$ 等之值後而改正 $A_1,B_2\cdots$ 等之測得之值，則可得其最近眞值之數值矣。

下列各式，爲其定約方程式：——

$$-x_1-x_2+x_5+x_6=2.00 \cdots\cdots (61)$$

$$-x_3-x_4+x_7+x_8=-1.00 \cdots\cdots (62)$$

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8=1.00 \cdots\cdots (63)$$

$$21.2x_1-10.8x_2+50.6x_3-17.8x_4-2.7x_5-113.9x_6+55x_7-16.8x_8$$
$$=13.00 \cdots\cdots (64)$$

由上列各公式求 $x_1,x_2,\cdots x_8$ 之值，以 x_1,x_2,x_3 及 x_6 爲獨立數值，則得下列八公式：——

$$\begin{aligned}
x_1&=+x_1\\
x_2&=\quad +x_2\\
x_3&=\quad\quad +x_3\\
x_4&=-x_1-x_2-x_3\\
x_5&=\ x_1+x_2\quad -x_6+2\\
x_6&=\quad\quad\quad +x_6\\
x_7&=-0.740\,x_1-.294\,x_2-.952\,x_3+1.55\,x_6+1.02\\
x_8&=-0.260\,x_1-.706\,x_2+.952\,x_3-1.55\,x_6-1.02
\end{aligned}$$

由上式求得求值方程式如下：——

在 x_1，

$$
\begin{array}{l}
+x_1 \\
+x_1+x_2+x_3 \\
+x_1+x_2-x_6+2.000 \\
.548x_1+.218x_2+.704x_3-1.147x_6-0.015 \\
.068x_1+.184x_2-.248x_3+.403x_6+0.265 \\
\hline
0=3.616x_1+2.402x_2+1.456x_3-1.744x_6+2.250\cdots\cdots\cdots\cdots(65)
\end{array}
$$

在 x_2，

$$
\begin{array}{l}
+x_2 \\
+x_1+x_2+x_3 \\
+x_1+x_2-x_6+2.000 \\
+.218x_1+.086x_2+.280x_3-.456x_6-.006 \\
+.184x_1+.498x_2-.672x_3+1.094x_6+.720 \\
\hline
0=2.402x_1+3.584x_2+.608x_3-.362x_6+2.714\cdots\cdots(66)
\end{array}
$$

在 x_3，

$$
\begin{array}{l}
+x_3 \\
+x_1+x_2+x_3 \\
+.704x_1+.280x_2+.906x_3-1.476x_6-.019 \\
-.248x_1-.672x_2+.906x_3-1.476x_6-.971 \\
\hline
0=1.456x_1+0.608x_2+3.812x_3-2.952x_6-.990\cdots\cdots(67)
\end{array}
$$

在 x_6，

$$
\begin{array}{l}
-x_1-x_2+x_6-2.000 \\
+x_6 \\
-1.147x_1-.456x_2-1.476x_3+2.402x_6-.031 \\
+.403x_1+1.094x_2-1.476x_3+2.402x_6+1.581 \\
\hline
0=-1.744x_1-0.362x_2-2.952x_3+6.804x_6-0.450\cdots\cdots(68)
\end{array}
$$

求解公式(65)，(66)，(67)及(68)，可用杜氏法 (Doolittle's method) 較爲便利。其法係用表式以求 x_1, x_2……等之值。

杜　　氏　　法

A

1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	………	x_1 3.616	x_2 2.402	x_3 1.456	x_6 −1.744	2.250
2	2	−.227	$x_1=$	−0.665	− .403	.483	− .623
3	5	………	……	1.987	− .360	.798	1.218
4	6	−.503	……	$x_2=$	.181	− .401	− .613
5	10	………	…… ……	………	3.160	−2.105	−1.676
6	11	−.316	………	………	$x_3=$	.665	.530
7	16	………	………	………	………	4.242	− .968
8	17	−.236	………	………	………	$x_6=$	.208

B

1	2	3	4	5	6
1	3	x_2 3.584	x_3 .608	x_6 − .362	2.714
2	4	−1.597	− .968	1.160	−1.496
3	7	………	3.812	−2.952	− .990
4	8	………	− .587	.703	− .907
5	9	………	− .065	.144	.221
6	12	………	………	6.804	− .450
7	13	………	………	− .842	1.087
8	14	………	………	− .320	− .489
9	15	………	………	−1.400	−1.116

C

	Recip's	x_2	x_3	x_6
1	−.277	−.665	−.403	.483
2	−.503	………	.181	−.401
3	−.316	………	………	.665
4	−.236	………	………	………

D

	x_1	x_2	x_3	x_6
1	−.623	−.613	.530	.208
2	.100	−.083	.138	
3	−.269	.122	$\overline{.668}$	
4	.382	$\overline{-.574}$		
	$\overline{-.410}$			

杜氏法所用之表，係將各公式中之係數，依法排列，則即可將 x_1，x_2，x_3 等值求出。玆解釋該表如下：

杜氏所用之表共有四種:曰 A,B,C,D。在 A 表及 B 表中,第一直行爲表內橫行之次序。第二直行爲塡寫數值之次數。A 表第一橫行之中,乃 x_1 之求值方程式各未知數之係數及其另數〔卽公式 (65) 中 $x_1x_2\cdots$ 等之係數及最後另數 2.250〕。在此求值方程式中,x_1 之係數反値 (reciprocal),則塡入 A 表第三直行之第二橫行內,并使之成負數。然後以此反値乘第一橫行內 x_2,x_3 等之係數,而將其積塡入 A 表第二橫行內。如此卽求出用 x_2,x_3 及 x_6 所表明之 x_1 値矣。

將 x_2 之求值方程式 (卽公式 66) 內各未知數(如 x_2,x_3 等)之係數(然將 x_1 之係數除外)塡入 B 表第一橫行內。然後以 A 表第五直行之第一橫行內之 x_1 係數,乘 A 表第二橫行內各値,并將所得之積,塡入 B 表第二橫行內。再將 B 表第一及第二橫行內之各直行中數目相加,并將各和數塡入 A 表第三橫行內。A 表第四橫行內各値之求法與第二橫行內各値求法相同。A 表第四橫行遂求出用 x_3 及 x_6 所表明之 x_2 値矣。

將 x_3 之求值方程式,卽公式(67)內各未知數(如 x_3,x_6 等)之係數(x_1 及 x_2 之係數除外)塡入 B 表第三橫行內。B 表第四橫行內之値係以 A 表第六直行之第一橫行內之數乘 A 表第二橫行內各値所得。B 表第五橫行內之値係以 A 表第六直行之第三橫行內之數乘 A 表第四橫行內各値所得。A 表第五橫行內各値,乃係 B 表第三,第四及第五橫行內各直行中之値之和數。

A 表第六橫行之各値之求法與第二橫行各値之求法相同。如此遂求出 x_3 與 x_6 之關係。

B 表第六橫行各值，乃 x_6 之求值方程式卽公式(68)內，各未知數之係數(x_1,x_2 及 x_3 之系除外)及其另數(如 0.450)。以 A 表第七直行之第一橫行內之數乘 A 表第二橫行內之第七及第八直行內之數，則得 B 表第七橫行內各值。以 A 表第七直行之第三橫行內之值乘 A 表第四橫行內之第七第八直行內之數，則得 B 表第八橫行內之各值。以 A 表第七直行內之第五橫行中之值乘 A 表第六橫行內之第七第八直行內之數，則得 B 表第九橫行內之各值。

A 表第七橫行內之值，係 B 表內第六七八九橫行內各直行中數相加之和。A 表第八橫行內各值之求法與第二橫行各值之求法相同。如此遂得 x_6 之數值矣。

現在用 A 及 B 表之排列法，已求出 x_6 之值，若求 x_1,x_2,x_3 之值，則用 C 及 D 表。將 A 表第八直行內之第二四六各橫行內之填入 D 表第一橫行中。將 A 表第二橫行內之第五六七各直行內各值填入 C 表第一橫行內，并將 A 表第四橫行內之第六及第七直行內各值填入 C 表第二橫行內。并將 A 表第六橫行內之第七直行內之值填入 C 表第三橫行內。D 表第二橫行內各值係以求得之 x_6 值乘 C 表內各 x_6 之係數所得。然後將 D 表第四直行內之值相加，其和卽爲 x_3 之值。D 表第三橫行之值乃以 x_3 之值乘 C 表內各 x_3 之係數所得。然後將 D 表第三直行內之值相加，卽得 x_2 之值。D 表第四橫行之數，乃以 x_2 之值乘 C 表內各 x_2 係數之值所得。然後將 D 表第二直行內各值相加，卽得 x_1 之值矣。

現在用表之排列法，已求得 x_1,x_2,x_3 及 x_6 之值。其餘 x_4,x_5,x_7 及 x_8

之值可用前述之八個公式以求之如下:——

$$x_4=-x_1-x_2-x_3=.410+.574-.668=.316$$

$$x_5=x_1+x_2-x_6+2=-.410-.574-.208+2=.808$$

$$x_7=.303+.169-.636+.322+.02=.178$$

$$x_8=.107+.405+.636-.322-1.02=-.194$$

故吾人之四邊形應照下表整理之:——

觀 測 值:—	更正數:—	調 整 值:—	正弦對數:—
° ′ ″		° ′ ″	
A_1···44···49···16	−.410	44···49···15.590	9.8481240
B_3···22···42···02	.668	22···42···02.668	9.5864050
C_5···97···06···41	.808	97···06···41.808	9.9966460
D_7···20···56···43	.178	20···56···43.178	9.5532481
			38.9845131
B_2···62···46···15	−.574	62···46···14.426	9.9489908
C_4···49···42···27	.316	49···42···27.316	9.8823845
D_6···10···28···48	.208	10···28···48.208	9.2598167
A_8···51···27···47	−.194	51···27···46.806	9.8933211
		360 00 00.000	39.9845131

附　編　三

水平網整理法(Adjustment of Level Circuits)

(1) 水平測量結果調整法　在精密水平測量工作中，吾人須設立水準標點 (B. M.) 而分佈於所測之面積中。每個水準標點之高度，能否互相符合，乃一大問題。往往各點高度，均有些許之錯誤，是以不能不施以調整之一法也。例如 B. M. 2 之高度，乃由 B. M. 1 所測來，吾測之時，所走之路程兩哩；汝測之時，所走之路程三哩；彼測之時，所走之路程四哩，假使三人之工作之謹愼相同，方法相同，儀器相同。然所得 B. M. 2 之高度，三人各異。如三人所走之路程相同，則三人所得之結果平均之，則爲 B. M. 2 較確之高度。但各人所走路程各異，於是路程愈遠者，則錯誤機會愈多，而準確度愈遜。三人所測結果準確之比較，可爲$\frac{1}{2}$比$\frac{1}{3}$比$\frac{1}{4}$。此$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4}$之數值謂之曰權 (weight)，權者乃用同一方法，同一謹愼，同一儀器，而在不同環境中，以測同一事物，所得各種結果準確度之比較值也。例如測一距離，用同一方法，同一謹愼，同一測尺，若測十次而平均之，得 853.2 呎；若測八次，則結果爲 853.0 呎；若測兩次之結果爲 853.6 呎。三種結果孰較準確，當以第一次爲最，蓋複測次數較多，三種結果準確度之比較，爲 10 比 8 比 2 或 5 比 4 比 1，即第一次測量其權爲 5；第二次爲 4；第三次爲 1 也。

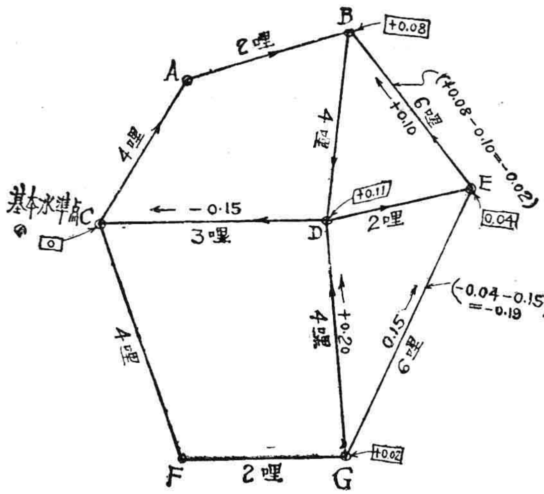
在附編二所講者,乃假設各種測量,其權相同,而實際上吾人測量三角網每個角度,其情形均同,故其權亦等,是以在該篇中未申論也。茲再舉一例,以資參考,譬如自 B.M.1 測 B.M.2 之高度,吾行二哩測得之結果爲 41.16 呎;汝行三哩而得 41.20;彼行四哩而得 41.12 呎,故 B.M.2 之高度應依各自權之數值而平均之如下:——

$$\frac{\frac{1}{2}\times 41.16+\frac{1}{3}\times 41.20+\frac{1}{4}\times 41.12}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}}=41.163 \text{ 呎}$$

上節所述,乃自第一水準點至第二水準點之調整法。若爲一閉塞網形之路線,其上各站之高度(如閉塞導線網或三角網),在立面控制中,遂成一水平網(level circuit or level net),故在一閉塞測量行程之中,從平面控制來講,則爲一導線網(或三角網),而在立面控制來講,則爲一水平網也。各站之高度,旣成一互相聯絡之關係,是以在調整之時,較爲煩重,普通最要之測量,如第一二級三角網,則須利用最小自乘方法而以求值公式(normal equation),以調整之。若在第三四級三角網,則無需如此之準確,可另用簡單方法以求之。本編所講者,卽此簡單之方法也。此法乃用權之原理,施於測量路線之遠近,而加以調整,括而言之,卽在水平網中,先擇其閉塞路線中錯誤最大及交線最多之交點,預爲調整;然後再擇其錯誤次大者,再行調整;再擇其錯誤又小者,以整理之,直至整個水平網皆經調整爲止。茲舉一例,以爲參考如下:——

第一圖所繪者,乃一水平網,C 站爲一基本水準點,所有其他各站之高度,均依據該點高度所測出,故 C 站之高度爲水平網之基礎,不須

改正也。



第 一 圖

在此水平網中，其測量路線有四，一爲 $CABDC$; 一爲 $CFGD$; 一爲 DEB;一爲 GE 也。由各路線所測得之結果如下：——

第一路線……$C=200.55$, $A=216.26$, $B=195.21$, $D=185.17$, $C=200.40$

第二路線……$C=200.55$, $F=169.81$, $G=162.90$, $D=185.37$,

第三路線……$D=185.17$, $E=201.07$, $B=195.31$,

第四路線……$G=162.90$, $E=200.92$。

各路線測量所生之錯誤，均附註於第一圖中，例如第一路線爲 -0.15, 第二路線爲 $+0.20$，第三路線爲 $+0.10$，第四路線爲 -0.15 也。

D 站之高度，分由三個路線以測得，故先整理之。整理之時，求其根據各路線『權』之平均數(weighted mean)而得 D 站之高度。在下

表之中，第一行爲測時所走之路線；第二行爲各線之長度，第三行爲權值，第四行爲所生之錯誤值，第五行爲權均值也。自第一路線所測得 D 站高度，假設並無錯誤，故第三行內，其值爲零，然自第二路線（自 C 測至 D）之錯誤爲 $+0.15$；第三路線爲 $+0.20$，整理後 D 站之高度應爲 $185.17+0.13=185.30$ 也。第二路線亦卽爲第一路線之反方向路程，正方向路程之差錯爲 -0.15，故反方向路程所生之差錯爲 $+0.15$，此乃自 C 以求 D，他若自 D 求 G；及自 B 求 E，均用此法也。

D 站第一次調整				
路　　線	距　　離	權	差　　錯	權×差錯
$CABD$	10	1	0.00	0.00
CD	3	$3\frac{1}{3}$	+0.15	+0.50
$CFGD$	10	1	+0.20	+0.20
		$5\frac{1}{3}$		$5\frac{1}{3}$)+0.70 +0.13

各路線相交點(junction points)之更正數，均於圖上註明，但須知所註者，乃最後調整之更正數也。

交點 G 及 B 亦用同法，作第一次之調整，然後以之求 E 點之更正數。B 點第一次更正值(自 C 及 D 求之)，爲 $\frac{6}{10}\times 0.13=+0.08$，更正後之高度爲 195.29。$G$ 點第一次更正值（自 C 及 D 求之），爲 $\frac{6}{10}\times(-0.07)=-0.04$，更正後之高度爲 162.86〔$-0.07$ 乃自第一次更

正後 D 點高度 185.30 減去 D 點自第二路線所測得之高度 185.37 所得者，或由$(-0.20+0.13)$所求得〕。

下表乃調整 E 站高度所列者：——

路線	距離	權	差錯	權×差錯值
BE	6	1	$(+0.08-0.10)=-0.02$	-0.02
DE	2	3	$+0.13$	$+0.39$
GE	6	1	$(-0.04-0.15)=-0.19$	-0.19
		5		5)$+0.18$ $+0.04$

由上表更正數更正 E 站之高度為 $201.07+0.04=201.11$，表中 BE 路線之差錯乃由 B 站第一次更正值與自 B 至 E 路線差錯之和數$(+0.08-0.10=0.02)$；DE 路線之差錯乃 D 站第一次調整後之更正值；GE 路線之差錯乃 G 站第一次更正值與自 G 至 E 路線差錯之和數$(-0.04-0.15=-0.19)$，各求得之值，均列於上表之中。

在未作 D 站第二次整理之前，應先作 B 及 G 站之第二次之調整。B 及 G 之第二次調整，應利用自 E,C 及 D 至 B 及 G 各路線之差錯影響。茲將其調整法，詳之於下列兩表：——

路線	距離	權	差錯	權×差錯
CB	4	4	0.00	0.00
DB	6	6	$+0.13$	$+0.78$
EB	6	4	$(+0.10+0.04)=+0.14$	$+0.56$
		14		14)$+1.34$ $+0.09$

故 B 站經第二次調整後之更正值爲 $+0.09$

路線	距離	權	差錯	權×差錯
CG	6	4	0.00	0.00
DG	4	6	$(+0.13-0.20)=-0.07$	-0.42
EG	6	4	$(+0.04+0.15)=+0.19$	$+0.76$
		14		14) $+0.34$
				$+0.03$

故 G 站經第二次調整後之更正值爲 $+0.03$

於是 D 站最後調整之更正值，可自 C,B,G,及 E 求之如下表:—

路線	距離	權	差錯	權×差錯
CD	3	4	$+0.15$	$+0.60$
BD	4	3	$+0.09$	$+0.27$
GD	4	3	$(+0.03+0.20)=+0.23$	$+0.69$
EG	2	6	$+0.04$	$+0.24$
		16		16) $+1.80$
			D 站最後之更正值…………	$+0.11$

現在 D 站高度最後之更正值，既已決定，於是 B 及 G 站最後決定之更正值，亦由之而計算，玆列表如下:——

路線	距離	權	差錯	權×差錯
CB	6	4	0.00	0.00
DB	4	6	$+0.11$	$+0.66$
EB	6	4	$+0.14$	$+0.56$
		14		14) $+1.22$
			B 站最後之更正值…………	$+0.08$

路線	距離	權	差錯	權×差錯
CG	6	4	0.00	0.00
DG	4	6	−0.09	−0.54
EG	6	4	+0.19	+0.76
		14		14)+0.22
			G 站最後之更正值…………	+0.02

現在所有測量路線相交各站之高度，均已得到最後決定之數值，故其餘之站如 A 及 F 站之高度，即可由已經更正後各站之高度，以更正之，於是 A 站更正後之高度爲 216.31；F 站爲 169.82。

(附註)本編所講之方法，完全依據『權』之定理，以計算之。其法雖未能如最小自乘方法之精密，然在較遜之測量工作中，如第三四級之三角網及導線網等，確有相當之準確而足可滿足吾人之需要，至用最小自乘方，調整水平網之方法，容另行編述，以供學者之參考可耳。

實 習 指 導

（1）

三角網及基線之勘踏

用具： 鋼尺一把，4″×4″大木樁五個，代旗測竿三支，小木樁二十個，木斧一柄，望遠鏡一個，懷中羅盤一個，計步儀一個，氣壓表一只。

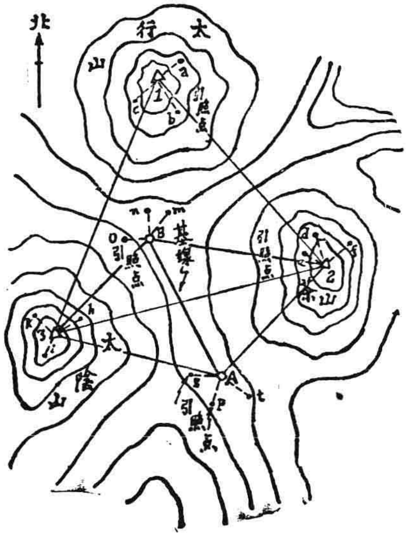
目的： 練習三角網之踏勘測量及基線位置之測量。

說明： 在測量工作中，踏勘最爲重要。然學生每誤其爲極易之事，實屬大謬，蓋踏勘後，一切工作，均須以之爲標準，即控制(control)工作，亦必以之爲根據。本實習爲學生練習起見，每組分在各地，任選地方一處，設立三角網一個，其形暫爲一三角形，選擇之時，務須參照本書所述，逐一考察之，以視是否符合規定之標準，同時並將每站之地形約略畫成草圖於野簿中，每一三角測站，須有引照點三個，引照點自以已有之建築物或固定物爲宜，否則另於不致遭受侵害處，設立三小木樁，再各量至三角站，記載其距離，以防大樁之遺失，大樁者，即釘立三角站上者是也。大木樁釘立後，將附有紅白旗之測竿插立於其旁，並用鐵線緊繫於地上。然後再察視何地宜於基線之測量，基線位置，以平地或平勻之坡上爲宜，其長度不可小於一千呎，選定後，即於兩端釘以大木樁，深入地中，露出者以三吋爲度。基線兩端，亦須用引照點二三個，以防遺失，同時亦應將其附近地形畫出而記於野簿之中。全部工作完竣後，須將測線之方向角，距離，及大約高度記入野簿，並於其右頁繪具草圖，俾資明

瞭。所有木樁旗竿，均暫放於各該處，不須攜回，以待以後實習之用。

記錄式：

實 習 (1)					日期………天氣………地點………
測點	方向角	距 離	高 度	備考	用具名稱：——
△1	——	——	1610′	三角站	…………………
a	N.E.	20.50	——	引照點在何地	…………………
b	S.E.	15.15′	——	,,	…………………
c	S.W.	30.25′	——	,,	…………………
△2	S40°E	2150′.0	2100′	三角站	
g	N.W.	18.50′	——	引照點在何地	
h	N.W.	31.40′	——	,,	
k	N.E.	20.53′	——	,,	
△3	S85°W	2518′.0	1840′		
d	N.W.	10.50′	——		
e	N.E.	8.50′	——		
f	S.W.	20.41′	——		
△1	N28°E	1856′.0	——		
A	——	——	1050′	基線端	
p	S.E.	5.51′	——	引照點在何地	
r	S.W.	6.42′	——	,,	
s	N.W.	10.50′	——	,,	
B	N30°E	1254.5′	895′	基線端	
m	N.E.	10.50′	——	引照點在何地	
n	正N.	15.54′	——	,,	
o	正W.	25.64′	——	,,	



（2）

基線測量

用具： 鋼尺一盤，彈簧秤一支，鐵棍兩支，鋼尺鈎兩個，小木樁十五個，經緯儀一架，水平儀一架，水平尺一支，木斧一柄。

目的： 練習測量基線。

說明： (1) 每兩組合併爲一組，單數與單數合併，雙數與雙數合併，如第一與第三，第二與第四合併。

(2) 利用上次實習所定之基線，以便測量。

(3) 沿該基線上，釘立小木樁，每隔一百呎釘立一個，所有木樁，須同在一條直線之上，釘樁時須以經緯儀引直線，每樁露出地外部份，約須相同，約二三吋左右。

(4) 木樁釘立後，即用水平儀，測每樁頂之高度而記於野簿之內。

(5) 水平測量後，即用鋼尺，彈簧秤，鐵棍，尺鈎及溫度表等，照講義中所講而按樁量之，全部基線須往返量兩次，每次所量之結果，須加以校正，如坡度，拉力，溫度，中陷，及海平面之改正等，兩次所量之結果，不能相差太大，其限制爲 $20^{mm}\sqrt{K}$，上式 mm 爲公厘，K 爲公里數，所量之長度爲英制，可以換算之。

記錄式:

實　　習　　(2)					日期……天氣……地點……
樁　號	距　離	拉　力	溫　度	高　度	用具名稱:——………………
A					各種基線改正計算:——
1					…………………………………
2					…………………………………
3					…………………………………
4					…………………………………
5					…………………………………

(3)

三角網角度之測量

用具:　經緯儀一架。

目的:　用複測法練習測量三角網角度。

說明:　上次實習爲三角網之勘測，三角站並經設立妥當，此次練習，乃分在各站之上，測其角度，測時用複測法。先將測桿拔起，置經緯儀於其上，垂球正對測站中心。每角度測四組，每組十二次（正置望遠鏡六次倒置望遠鏡六次）其測法按照講義第一法，即先正置望遠鏡自左至右複測六次，次倒置望遠鏡自右至左複測六次是爲一組。第一組測時先將化微零點置於分度圈零點上，第二組測時將化微零點置於$\frac{360}{mn}$(m=組數，n= 化

微數目）加$\dfrac{\text{分度圈每格數值}}{m}$，例如經緯儀有二化微，共測四組，分度圈每格等於 10 分，則$\dfrac{360}{4\times 2}=45°$，$\dfrac{10}{4}=2$ 分 30 秒，故測第二組時，將化微零點置於分度圈之 45°2′30″ 處，第三組置 90°5′ 處，第四組置於 135°7′30″ 處。

記錄式：

實　習　(3)							日期某年某月某日	器械及號數	
儀器在△5大白山							天氣…………	數…………	
測　點	時間	望遠鏡	次數	化微 A	化微 B	化微平均	角　度	平均角度	備考
	點分		(第一組)						
△3 太行山	3 20	正	0	0°00′00″	00	00			
至									
△4 華嶺	下午		1	123°28′10″	20″	15″			
			6	20°49′40″	40″	40″	123°28′16″.7		
		倒	0	20°49′40″	40″	40″			
			6	0°00′10″	10″	10″	123°28′15.0″	123°28′15.8″	
			(第二組)						
		倒	0	45°2′30″	30″	30″			
			1	168°30′40″	30″	35″			
			6	65°52′10″	10″	10″	123°28′16″		
		正	0	65°52′10″	10″	10″			

(4)

偏心站及偏心標誌之測量

用具： 經緯儀一架，木樁三個，有旗測竿二支。

目的： 練習偏心站及偏心標誌之角度測量。

說明： 三角站之設立，最宜以高處而能望見之地爲善，故工作之時，如有已成之建築物，如自來水塔，高旗竿，禮拜堂頂等，均可利用爲三角站之地位。但用此種建築物，於他處測望時，雖覺方便。但將儀器移至該地時，則不能安平於其上，故須在其旁另設一偏心站，以量其角再行更正。學者可在第一次實習之三角站旁，另設一偏心站，將儀器安平於其上，仍照第三次實習方法以量其角度，是爲偏心站之練習。量得一角後，將儀器移至第二三角站上(不另設偏心站)，惟測時，不望視其他三角站上之標旗，另用測竿插立於該三角站之旁，而由設儀器之站照實習 (1) 方法測望此標旗，然後再更正之，是爲偏心標誌測量之練習。此兩種工作完竣後，計算其更正，而與第三次實習之結果，加以比較。惟測量時不僅測量角度，仍須實量各種距離，學者可先看清本書所述，再往工作爲要。

記錄式： 本實習之記錄與第三次實習相同，惟須注明偏心站或偏心標誌之字樣。其需要之距離，亦須記入野簿之內 (記在該站之上)，更正之計算，在野簿第二頁內算出之。

實　習　(4) 儀器在▲5旁偏心站⊙1,▲5－⊙1＝12 $^1/_2$呎 ………… ……				日期………… 器械及號數:—— 天氣………… …………………					
測　點	時　間	望遠鏡	次　數	化微*A*	化微*B*	化微平均	角　度	平均角度	備　考
偏心標誌 ▲3旁⊙2 至 ▲4				第一組					▲3－⊙2＝18.4呎

(5)

觀測北極星於離角時以定子午線

器具:　經緯儀一架,馬燈一隻,手電燈一支,木樁四支,木斧一柄。

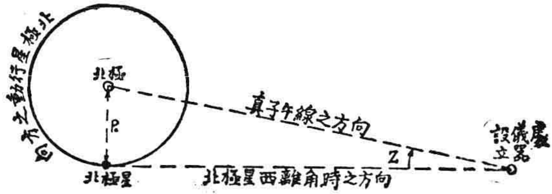
目的:　練習於夜間觀測北極星於最大離角時,以定眞子午線。

說明:　北極星在最東或最西離角之時間,因地因時而各異,故在觀測之前,須將北極星在該地該日之離角時間算出,例如在一九三五年三月十四日於廣州觀測北極星時,其最西離角之時間爲該日下午八時三十六分四十秒(算時須知廣州之經緯度爲23°7'N; 113° $^1/_2$ E)然後於半小時前,在空曠之地釘立一樁,安平儀器於其上,幷將望遠鏡十字線焦點校對準確,校對時最好測視月球以爲標準,於是在北極星離角時前十分鐘,將望遠鏡仰視天空,其直立角約爲二十四度左右(因廣州緯度爲二十

三度餘），以尋覓極星，極星得見後，將該星置於十字直線上半段上，然後旋緊上下箝，俟該星走出十字直線之外時，用切線螺絲，隨之而行，並時時將直線平分該星之中心，至該星之行動起始順直線向下移動時（東離角時向上直行），立即將望遠鏡放下，在地上設立一樁，（用馬燈及木樁爲之），然後立即倒置望遠鏡，放鬆上下箝，對準此極星，旋緊上下箝，復放下望遠鏡，在地上再立一樁，如二樁不相合，取其平均之中點，中點及安儀器之點相聯之直線與眞子午線之夾角，由下式計算之。

$$\sin Z = \frac{\sin P_0}{\cos L}$$

上式之 P_0 爲北極星之北極距離，L 爲廣州之緯度也。P_0 可在天文曆書中求得之，已知北極星在最西離角時之方位角（即 Z），用經緯儀安設另一直線等於該方位角 Z 之數，其線即爲所求之眞子午線也。



記錄式：本實習無需記錄，惟須將方位角 Z 之計算，載入於野簿之內。

（6）

觀測北極星於經中時以定子午線

器具： 經緯儀一架，馬燈一隻，手電燈一支，木樁二三支，木斧一柄，懷錶一隻。

目的： 練習於夜間觀測北極星於經中時以定眞子午線。

說明： 北極星在經中時，無論上經中或下經中，必與王后星座 δ 及大熊星座 ζ 兩星幾同在一直線上，倘望遠鏡之十字直線，皆能切置於該三星之上（望遠鏡之方位角不移動，僅動其直立角），則此時之視線，與所求之子午線相差無幾，但實際上，北極星仍未經中，尙相差少許也。觀測時，預先將北極星經中之時間，大約算出，於該時間前半小時，安平儀器於一木樁上，用望遠鏡仰視北極星，用十字直線正切該星上，不動方位角（卽上下箝旋緊），放低望遠鏡至其他一星（δ 或 ζ）所在之直立角〔卽δ 或 ζ 之高度（altitude），可於航海通曆上查得計算之〕，俟此星行至視域中時，立卽回轉遠望鏡向上，十字直線仍對準北極星，對準後再將望遠鏡放低至原地位，俟 δ 或 ζ 星行至十字直線時，立刻以懷錶記其時刻，於此時刻中，再加一定之時刻卽爲北極星適在經中之時刻，但此時三星已不在一直線之上矣。例如如懷錶所記之時刻爲下午十時五十分三十秒，在廣州一九三五年十月七日觀測，王后星座 δ 其應加之時刻經計算後爲 20 分 19 秒，故至十一時十分四十九秒時，將十字直線對準北極星，旋緊上下箝，放低望遠鏡，設立一點於地上；則此點與設置儀器點相聯之線卽所求之眞子午線也。

記錄式： 本實習無需記錄。

(7)

測太陽高度以定子午線法

用具： 經緯儀一架，木樁兩支，測桿一支，木斧一柄，鐘錶一隻。

目的： 練習測太陽高度以定子午線。

說明： 選空曠之地一處，將二木樁分釘於地上，其距離約爲三百呎，一處安平儀器，一處插立測桿。於是照第三編第 30 節所講方法，謹愼觀測。

記錄式： 野簿之上，除於觀測時記錄之外，仍須將計算部份完全載入。

實 習 (6)

日期……………天氣……………地點……………

日影	望遠鏡	地平角度	直立角度	時刻
☉	正	………	………	………
	正	………	………	………
	正	………	………	………
☉	倒	………	………	………
	倒	………	………	………
	倒	………	………	………
平	均	………	………	………
計	算：——			
		………	………	………
		………	………	………
		………	………	………
		………	………	………

用具及其號數：——

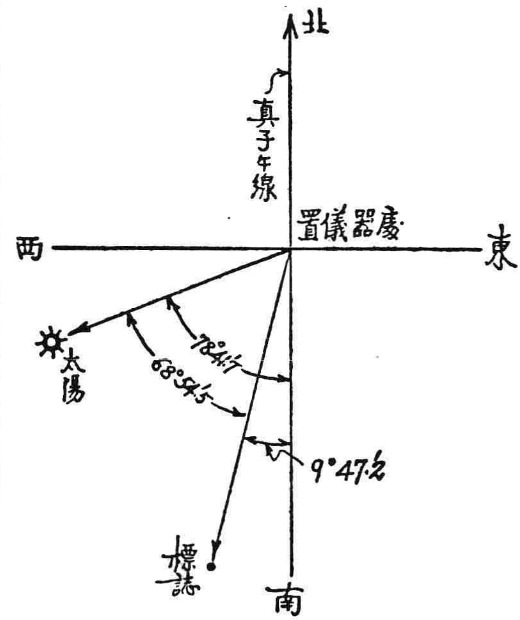
………………………

………………………

記事：——

儀器在何處

標誌在何處



(8)

用恆星經中以測時間

用具： 經緯儀一架，馬燈一隻，測桿一支，懷錶一隻(學生自備)，電筒燈一支(學生自備)，地文曆書一本(公用)。

目的： 練習用恆星經中以測時間法。

說明： 實習此法之前，應預知眞子午線之方向，始能着手。但子午線之觀測，已於前數次實習測定之矣。其次須決定者，爲擬測恆星之選擇，此選擇恆星之工作，須用天文歷書爲之。觀測之星，以近於赤道者爲宜，亮度不可大於四等。各星之高度須在 10° 及 60° 間，俾便觀測。觀測時間定爲晚間八時至九時左右。廣州經度爲東 113°30′；其緯度爲北 23°07′；廣州所用之時間爲東經 120 度之標準時。玆將觀測工作步驟列之於下：

(1) 計算觀測日下午八時及九時等於若干恆星時。

(2) 計算星之高度 10°至 60°，相當赤緯各爲若干。

(3) 根據算出之恆星時 (即星之赤經)；赤緯；及規定星之亮度，在天文曆書中，選擇五六恆星以爲觀測之用。

(4) 將選定之星列成一表，算出各星經中之時刻，如第三編第 32 節之表然。

(5) 在夜八時以前，將經緯儀安平，並將望遠鏡視線置於眞子午線之平面內，而旋緊上下箝。

(6) 一人司觀星之職，一人司懷錶之職，一人司直立角(即高

度)之職,一人司記錄之職。

(7) 將表內第一星之高度安設於直立圈上,而待該星之來臨,如過表內所列該星之經中時刻,倘未見有星體時,則卽移動直立圈於第二星之高度上,以待第二星之來臨,如於第二星經中時刻左右見有星體時,卽須呼告各人以爲預備,俟該星經過十字直線時,卽大聲呼曰『時間』,於是司錶者報告時間,記錄者記於野簿上表內,同時告司直立圈者第三星之高度,以便繼續觀測。若欲避免儀器視線之錯誤,則正置望遠鏡觀測數星,倒置望遠鏡測其餘各星可也。

(8) 計算各次觀測,鐘錶之差誤,然後平均之,卽知錶快或慢矣。

記錄式: 照第三編第 32 節之表,並將各種計算繕於其上,以資考核。

(9)

恆星經中穿過北極星之垂直圈以定時間

用具: 經緯儀一架,馬燈一隻,手電燈一支(學生自備),測桿二支,錶一隻(學生自備),天文曆書一本(共用)。

目的: 用恆星經中穿過北極星之垂直圈以定時間。

說明: 工作步驟如下:——

(1) 預定觀測之時間,例如規定於晚間九時左右觀測。

(2) 根據規定之觀測時間,在天文曆書上選擇一恆星,(或多擇一二個亦可) 此恆星經中之時刻,須先自其赤經算出,

而與觀測之時間相差不過四五分鐘。然後再由其赤緯算出該星之高度。

(3) 在規定觀測時間之前，安平經緯儀，於是測望北極星，俟北極星經過十字直線時，司儀器者呼告司錶者讀載其時間。

(4) 倒轉望遠鏡向南，置直立圈於算出之高度上，以待恆星之來臨。

(5) 如是有恆星來至視域時，司儀者呼告司錶者預備，俟星至十字直線時，讀載其時刻。

(6) 於是觀測結果得兩時刻，再照第三編第 33 節之舉例，計算錶快或慢若干。

記錄式： 可照上次實習列一恆星表並記其經過十字直線之時刻。再將各種計算繕於野簿之內，以備查核。

(10)

觀測太陽高度以測時間

用具： 與第(6)實習同。

目的： 練習觀測太陽以測時間。

說明： 測法與實習 (6) 同，所異者乃計算略有不同耳，其計算方法可參閱第三編第(34)節。

記錄式： 與實習(6)同，並須將計算繕於野簿內，以資查核。

(11)

觀測一星體以定時間法

用具: 經緯儀一架,馬燈一隻,手電燈一支(學生自備),錶一只(學生自備)。

目的: 練習觀測一星體,以定時間法。

說明: 觀測之星體,無論恆星抑爲行星均可,惟星如在子午線之西,計算之時角卽星之眞時角;如在其東,則計算之時角須於 24^h 內減去之。觀測及計算之方法,可詳閱第三編第(36)節。

記錄式: 僅須將觀測星之地平高度及當時之時刻記載於野簿之內。計算方法,亦應繕錄於野簿之內,以資查核。

(12)

月過子午圈以定經度

用具: 經緯儀一架,馬燈一隻,電筒一支,木椿一支。

目的: 練習用月過子午圈以定經度法。

說明: 自天文曆書上選擇恆星數個,其赤緯須與月之赤緯相近;而其赤經須與月之大概赤經相差不可超過十五度(卽一小時之謂),否則觀測之時,須久候也。各恆星以及月之經中時刻,預先算出,在經中之前,安平經緯儀於子午線上,望遠鏡仰至所觀測星體之高度上,此種高度可自緯度及赤緯以計算之,但計算月之高度時,須加以視差之更正,因月之視差頗大也。望遠鏡安

置妥當，即注意各星體經中之時刻而記載之，觀測月亮之時，先以其邊緣爲準，至視其何邊之邊緣，須認定清楚，蓋月有望朔及上下弦之分也。各恆星經中時刻之平均數値，加上或減去月與恆星之經中時間段，即爲月邊之經中時刻，再加以半徑更正，即爲月心之經中時刻，此時刻須變至地方俗用時而與當時格林維治之俗用時相比其差之値，即爲所求之經度。但此種觀測，所用之錶，須甚準確，同時並須有天文曆書，俾可知當時格林維治之恆星時而再化爲俗用時也。

記錄式：本實習無記錄，只將各種計算抄錄於野簿之上可矣。

(13)

正午太陽高度求緯度法

用具： 經緯儀一架，木樁一支。

目的： 觀測太陽高度以定緯度。

說明： 詳第三編第(44)節。

記錄式：將各種計算詳列野簿之中。

(14)

時角已知之北極星高度以定緯度法

用具： 經緯儀一架，木樁一支。

目的： 練習觀測北極星於任何時間，以定緯度法。

說明： 詳第三編第(45)節

記錄式：將各種計算詳列野簿中。

（15）

精密水平測法

用具：　精密水平儀一架，自讀式水平尺兩支。

目的：　練習精密水平測法。

說明：　用精密水平法，選 A,B 兩地，距離約一二哩，求其高度差爲若干。第一次自 A 點向 B 點施測，到達後，再自 B 點向 A 點測返，視往返所測之值相差若干。施測方法，照第四編第(11)節所講辦理之。

記錄式：

日期……………天氣……………					自何處測至何處：　時間：				
測點	三線讀數（後視）	平均數	視距數	視距之和	水平尺	三線讀數（前視）	平均數	視距數	視距之和
	0674		99			2683		99	
標點 A	0773	0773.0	99		$No.1$	2782	2782.3	100	
	0872		198	198		2882		198	198
	0925		106			2415		103	
轉點 1	1031	1030.3	104		$No.2$	2518	2518.0	103	
	1135		210	408		2621		206	405
	0484		98			2510		96	
轉點 2	0582	0582.3	99		$No.2$	2606	2606.0	96	
	6081		197	605		2702		192	597

由上式結果算出兩站之高度差，并將往返所測得之結果，作一比較，以視相差爲若干。

（16）

三角水平測法（交互法）

用具： 經緯儀一架，標桿兩隻，布捲尺一盤，視距尺一支。

目的： 練習三角水平測法中之交互測法並計算 m 之數值。

說明： 各組均擇山頂一處，上插立一桿曰 A 站，其餘一桿立於他處山頂適宜處曰 B 站。兩站距離最少不得過三千呎，標桿露於地上高度若干，須先量出而記於野簿之上，於是安平經緯儀於標桿之位置上（即將標桿拔起而將儀器放於其上），檢查示標差爲若干，然後觀測 B 站山上標桿之頂端，而讀其天頂距離（即 $90°$ 減直立角），正置望遠鏡測四次，然後倒置望遠鏡測四次，將八次之結果平均之而得該標桿處（例如名之爲▲2）之天頂距離。工作完畢移經緯儀於 B 站之站上，仍將標桿插立於原置儀器處，桿高若干，再量度之。經緯儀安平於 B 站山頂上（此時自然須將該處標桿拔去），再依法觀測 A 站所立標桿之頂端而得其天頂距離。於是按照第四編第(18)及(19)節所述，計算 B 站桿處之高度爲若干，假設 A 站插桿處之高度爲零呎。而兩地之地平距離，可用視距法，暫爲測算之。兩地高度差求得後，再照同編(20)及(21)節單測法之公式以求 m 之值。惟須注意者，工作務須格外謹慎，不可發生疏忽不愼之差誤。

($\zeta_2+\zeta_1-180°$) 之值不能大過地球中心所包括之角，卽不可大過 $S/R\sin 1''$ 之值，否則 m 值無從求出也。

記錄式：

儀器在甲站， 測者某某人， 儀器號數，

日 期	時 間	測視站	視高點 (o)	儀器高 (i)	($i-o$)	更正值	觀測天頂距	更正後天頂距
民國25年			公尺	公尺	公尺	$''$	° ′ ″	° ′ ″
3/27	4:49下午	乙站桿頂	6.12	9.435	+3.315	−53.8	90 07 26	
	4:56	,,					90 07 28	
	4:58	,,					90 07 30	
	5:15	,,					90 07 30	
						平均	90°07′28″.5	90°06′34″.7
		儀器在乙站						
3/30	4:30下午	甲站桿頂	5.84	8.50	+2.66			

求 m 之計算須同時抄錄於野簿之內以資查核。

(17)

氣壓水平測量

用具： 空盒氣壓表一隻，時錶一隻(學生自備)。

目的： 練習用氣壓表作水平測量法。

說明： 試用氣壓表測出一平地與一山頂之高度差爲若干，測時用單氣壓表法。

記錄式： 除下式記錄外，并將高度差之計算，抄錄於野簿之內。

測　站	時　間	空盒氣壓	空氣溫度
土木系前	2:45下午	30.57	40°*F*
茶園山頂	3:00下午	30.15	36°*F*
土木系前	3:15下午	30.54	48°*F*

(18)

河道測量法

用具： 經緯儀、水平儀、平板儀、六分儀、鋼尺、標桿、測深繩錘及各種旗誌，水標尺等。

目的： 練習水道測量之方法。

說明： 擇大江一段，長約兩三公里，以爲練習之處。測量目的，乃測其水深，兩岸地形，同時並測其流量。故工作之時，全班同學應分工合作，方能得其實益也。工作種類，可分爲數項：第一項爲控制工作，控制以三角網爲之；第二項爲測深，測深以平均低水位爲基面，所有水深，均以此基面爲根據；測深處之位置，根據三角站之位置，在岸上用兩經緯儀，測兩角度，或在艇上用兩六分儀，測兩角度以定之；第三項爲地形測量，地形測量包括岸線，兩岸附近之地形，以及水面上之浮標等物。測時用平板儀法；第四項爲水位觀測，水位觀測，需時甚久，但爲實習起見，仍於短少時間，按正當方法，以測定之。雖難準確，然能詳

其方法,終利於練習也。茲將詳細工作步驟分述於下:——

(1) 踏勘並設立三角站　三角站之設立,應予考慮者甚多,第一應居高臨下;第二應互相得見;第三應能遍視河面;第四應注意三角網之強度;第五應注意基線位置之選擇。三角站上之標誌,有用三足架,亦有旗桿者,時間較短,如本實習者,以後者爲宜。

(2) 三角網及基線之測量　三角測量用複測法,每角共量兩組而取其平均値。基線長度,不可小於最長之三角網邊長四分之一,量度之時,須測往返兩次,而取其平均,各種更正,皆應施行。如用基線網時,則基線網之形狀及其強度,亦應加以考慮。

(3) 水平測量　各三角站及基線站之高度,應以水平測之,測量之時,應根據附近一水準點,如無水準點可資根據之時,可於河岸附近,設立一水準點,假設其高度爲若干(50 呎或 100 呎或 0 呎均可),然後根據之,用精密水平法,測出各站之高度,三角站之在山頂者,可以三角水平交互法測之。所測高度,皆由假設高度之水準點,以求得者,將來平均水位求得後,即能陸續加以更正,易而行也。

(4) 三角網之調整　三角網測畢,即應施以調整,調整之時,以最小自乘方法爲之。惟調整工作,不僅爲平面角度之調整,各站之高度,亦應加以調整,所謂水平網之調整也。三角網調整後,即應按照縮尺,用方形座標,將三角網繪於圖紙之上,

以爲平板測量地形之用。

(5) 地形測量　地形測量，用平板法，測量之時，完全以已繪就之三角網，作爲根據，除在各三角站上測繪外，如仍覺測站不敷應用之時，可將平板儀任意置於適宜之地方，惟須用三點題法，將平板方向定準後，方可繼續測量地形。地形測量包括等高線(等高線差爲五呎)，田畝、房屋、街道、支流及岸線。如水面有浮標之時，亦應繪入無遺。

(6) 測深　測深工作，用繩錘測水之深度，同時在岸上兩三角站上，以經緯儀各測一角，以定其位置，故此種工作，應分爲兩組，一組在岸上，一組在艇上，分工合作。在岸上者兩人，每人各司經緯儀一架而各有記錄一本，其記錄式詳第五編第 34 節，所應記者爲時間、旗誌、角度及次序等等。在艇上者數人，一司記錄，一司測深，一司旗誌，尙須兩人司艇之進退。司旗之人應爲隊長，艇上工作，受其指揮，例如測深工作起始之時，彼卽應呼曰預備，而高舉旗誌，俟艇行至相當地位之時，彼卽曰測深，則放低旗誌；司錘者擲錘於水中，擲時應向前拋去，俟艇行近測繩之時，繩必成垂直之狀，然後再看深度而報告於司記錄者；司記錄者，除記水深之外，尙須將測深時之時間，旗誌及次序等一併記入，如第五編第 32 節然。如用兩六分儀同時在艇上測其位置，則岸上兩司經緯儀者，須同在一艇之上而擔任六分儀之工作，其記錄式如第五編第 35 節所列者然。

(7) 水標尺之觀測　在河水之岸邊，設立一水標尺，使與

假設之水準點相距不遠，水標尺之地位，應使其在高水位時，不致高過尺頂；而在低水位時，亦不致低過其脚，故水標尺之零點，以在最低水位之下爲宜。設立之時，最好繫之於一橋柱或碼頭木樁之上，方能穩固。設立之後，用水平儀根據原設之水準點，測出水標零點之高度爲若干，以便有所聯絡，兼可校對水標地位，是否遷動，而知有所更正也。水標旣已設立，於是每日必須有一人在其旁（或按時而往），按時記錄水位之高度，每隔相當時間，讀記一次，（潮水起落甚大之時，每十五分鐘須讀記一次）每日須有記錄一紙，不可間斷，如此，則於一月之間，水之平均高水位，平均水位，以及平均低水位，均可測定。在測深工作，旣定以平均低水位爲其基面，則鑒定之平均低水位之高度（水標尺上讀出者）即爲水標更正數（見第五編第 28 節記錄式）。而潮之高度，亦可由水標尺數，加減更正數而求得也。其次卽爲岸上水準點之更正，岸上原設水準點之高度，原係假設者。現在平均水位，旣已鑒定，如以之爲水平基面（此基面與測深基面意義不同），則再用水平測出該平均水位之高度爲若干（仍以原假設之高度爲根據）？而算回水準點之高度，應爲幾何？譬如平均水位，在水標尺上 12 呎處，原水準點假設高度爲 50 呎，用水平測出水標尺上 12 呎處之高度爲 40 呎。如此，則水準點與其基面之高度差爲 10 呎，換言之，倘平均水位爲零呎，該水準點高度卽應爲 10 呎，但假設者，爲 50 呎，故所有前測之高度，均應減去 40 呎，以事劃一也。

(8) 流量測量　參閱第六編第(12)節及(13)節之記錄式,及第(15)節所述。

(9) 繪圖　按照規定之比例尺,將草圖繪於圖紙之上,然後再用透明紙,描繪清楚,並用各種顏色,以求美觀。圖之畫法可參考第九編第(11)節。水文等高線差可用三呎或一噚,全圖比例尺酌量決定可也。

記錄式: 本實習分八星期完成之,所有記錄可分數種:——

(1) 三角測量記錄(附踏勘記錄)

(2) 基線測量記錄

(3) 水平測量記錄

(4) 地形測量記錄(如用平板則無)

(5) 艇上測深記錄

(6) 岸上測深經緯儀記錄

(7) 水標尺水位記錄

(8) 流量測量記錄

(9) 繪成水文圖一張

附　　表

表 I. 地球曲度及折光更正表

dist.	corr.	dist.	corr.	dist.	corr.	dist.	corr.
feet	feet	miles	feet	miles	feet	miles	feet
100	.000	1	0.6	21	253.1	41	964.7
200	.001	2	2.3	22	277.7	42	1012.2
300	.002	3	5.2	23	303.6	43	1061.0
400	.003	4	9.2	24	330.5	44	1111.0
500	.005	5	14.4	25	358.6	45	1162.0
600	.007	6	20.6	26	388.0	46	1214.2
700	.010	7	28.1	27	418.3	47	1267.7
800	.013	8	36.7	28	449.9	48	1322.1
900	.017	9	46.4	29	482.6	49	1377.7
1000	.020	10	57.4	30	516.4	50	1434.6
2000	.08	11	69.4	31	551.4	51	1492.5
3000	.18	12	82.7	32	587.6	52	1551.6
4000	.33	13	97.0	33	624.9	53	1611.9
5000	.51	14	112.5	34	663.3	54	1673.3
6000	.74	15	129.1	35	703.0	55	1735.8
7000	1.01	16	146.9	36	743.7	56	1799.4
8000	1.32	17	165.8	37	785.6	57	1864.4
9000	1.67	18	185.9	38	828.6	58	1930.4
10000	2.06	19	207.2	39	872.8	59	1997.5
		20	229.5	40	918.1	60	2065.8

表 II. 計算弧超之 log m 數值表

緯度	log m	緯度	log m	緯度	log m
° ′		° ′		° ′	
18 00	1.40639−10	33 00	1.40520−10	48 00	1.40369−10
18 30	636	33 30	516	48 30	364
19 00	632	34 00	511	49 00	359
19 30	629	34 30	506	49 30	354
20 00	626	35 00	501	50 00	349
20 30	623	35 30	496	50 30	344
21 00	619	36 00	491	51 00	339
21 30	616	36 30	486	51 30	334
22 00	612	37 00	482	52 00	329
22 30	608	37 30	477	52 30	324
23 00	605	38 00	472	53 00	319
23 30	601	38 30	467	53 30	314
24 00	597	39 00	462	54 00	309
24 30	594	39 30	457	54 30	304
25 00	590	40 00	452	55 00	299
25 30	586	40 30	446	55 30	295
26 00	582	41 00	441	56 00	290
26 30	578	41 30	436	56 30	285
27 00	573	42 00	431	57 00	280
27 30	569	42 30	426	57 30	276
28 00	565	43 00	421	58 00	271
28 30	560	43 30	416	58 30	266
29 00	556	44 00	411	59 00	262
29 30	552	44 30	406	59 30	257
30 00	548	45 00	400	60 00	253
30 30	544	45 30	395	60 30	249
31 00	539	46 00	390	61 00	244
31 30	534	46 30	385	61 30	240
32 00	530	47 00	380	62 00	235
32 30	1.40525	47 30	1.40375	62 30	1.40231

表 III. 大地位置計算表

緯　度	log A	log B	log C	log D	log E
° ′	−10	−10	−10	−10	−20
18 00	8.509 5862	8.512 2550	0.91816	2.1606	5.7317
10	5836	2474	0.92243	2.1641	5.7337
20	5811	2397	0.92667	2.1675	5.7358
30	5785	2320	0.93088	2.1709	5.7379
40	5759	2243	0.93505	2.1742	5.7400
50	5733	2165	0.93919	2.1775	5.7422
19 00	5707	2086	0.94330	2.1808	5.7443
10	5681	2006	0.94737	2.1840	5.7464
20	5654	1927	0.95142	2.1872	5.7486
30	5627	1847	0.95544	2.1903	5.7508
40	5600	1766	0.95943	2.1934	5.7530
50	5573	1684	0.96339	2.1965	5.7552
20 00	5546	1602	0.96733	2.1996	5.7574
10	5518	1519	0.97123	2.2026	5.7597
20	5490	1435	0.97511	2.2055	5.7619
30	5462	1351	0.97896	2.2084	5.7642
40	5434	1267	0.98279	2.2113	5.7664
50	5406	1182	0.98659	2.2142	5.7688
21 00	5377	1096	0.99037	2.2170	5.7711
10	5348	1010	0.99412	2.2198	5.7734
20	5320	0924	0.99785	2.2226	5.7757
30	5290	0836	1.00156	2.2253	5.7780
40	5261	0748	1.00524	2.2280	5.7804
50	5232	0660	1.00890	2.2307	5.7828
22 00	5202	0571	1.01253	2.2333	5.7851
10	5172	0481	1.01615	2.2359	5.7875
20	5142	0391	1.01974	2.2385	5.7899
30	5112	0301	1.02331	2.2411	5.7924
40	5082	0210	1.02686	2.2436	5.7948
50	5051	0118	1.03039	2.2461	5.7972
23 00	5020	8.512 0026	1.03390	2.2485	5.7997
10	4990	8.511 9934	1.03739	2.2510	5.8021
20	4959	9840	1.04086	2.2534	5.8046
30	4927	9747	1.04431	2.2557	5.8071
40	4896	9653	1.04775	2.2581	5.8096
50	4865	9558	1.05116	2.2604	5.8121
24 00	4833	9463	1.05456	2.2627	5.8146
10	4801	9367	1.05794	2.2650	5.8172
20	4769	9271	1.06130	2.2672	5.8197
30	4737	9174	1.06464	2.2694	5.8223
40	4704	9077	1.06797	2.2716	5.8249
50	4672	8979	1.07128	2.2738	5.8274
60	8.509 4639	8.511 8881	1.07457	2.2759	5.8300

表 III. 大地位置計算表(續)

緯 度	log A	log B	log C	log D	log D E
° ′					
25 00	8.509 4639	8.511 8881	1.07457	2.2759	5.8300
10	4606	8783	1.07785	2.2780	5.8326
20	4573	8684	1.08111	2.2801	5.8352
30	4540	8584	1.08435	2.2822	5.8379
40	4507	8484	1.08758	2.2842	5.8405
50	4473	8383	1.09080	2.2862	5.8431
26 00	4439	8283	1.09400	2.2882	5.8458
10	4406	8181	1.09718	2.2902	5.8485
20	4372	8079	1.10036	2.2922	5.8512
30	4337	7977	1.10351	2.2941	5.8539
40	4303	7874	1.10666	2.2960	5.8566
50	4269	7771	1.10979	2.2978	5.8593
27 00	4234	7667	1.11290	2.2997	5.8620
10	4200	7563	1.11600	2.3015	5.8647
20	4165	7458	1.11909	2.3033	5.8675
30	4130	7353	1.12217	2.3051	5.8702
40	4094	7248	1.12523	2.3069	5.8730
50	4059	7142	1.12829	2.3086	5.8757
28 00	4024	7036	1.13132	2.3104	5.8785
10	3988	6929	1.13435	2.3121	5.8813
20	3952	6822	1.13737	2.3137	5.8841
30	3917	6714	1.14037	2.3154	5.8870
40	3881	6607	1.14337	2.3170	5.8898
50	3845	6498	1.14635	2.3187	5.8926
29 00	3808	6389	1.14932	2.3203	5.8955
10	3772	6280	1.15228	2.3218	5.8983
20	3735	6171	1.15522	2.3234	5.9012
30	3699	6061	1.15816	2.3249	5.9041
40	3662	5950	1.16109	2.3264	5.9069
50	3625	5840	1.16401	2.3279	5.9098
30 00	3588	5729	1.16692	2.3294	5.9127
10	3551	5617	1.16981	2.3309	5.9157
20	3514	5505	1.17270	2.3323	5.9186
30	3476	5393	1.17558	2.3337	5.9215
40	3439	5281	1.17845	2.3351	5.9245
50	3401	5168	1.18131	2.3365	5.9274
31 00	3363	5054	1.18416	2.3379	5.9304
10	3325	4941	1.18700	2.3392	5.9334
20	3287	4827	1.18983	2.3405	5.9363
30	3249	4713	1.19266	2.3418	5.9393
40	3211	4598	1.19548	2.3431	5.9423
50	3173	4483	1.19828	2.3444	5.9453
60	8.509 3134	8.511 4368	1.20108	2.3456	5.9484

表 III. 大地位置計算表(續)

緯　度	log A	log B	log C	log D	log E
° ′					
32 00	8.509 3134	8.511 4368	1.20108	2.3456	5.9484
10	3096	4252	1.20387	2.3469	5.9514
20	3057	4136	1.20666	2.3481	5.9544
30	3018	4020	1.20944	2.3493	5.9575
40	2980	3903	1.21220	2.3504	5.9605
50	2940	3786	1.21496	2.3516	5.9636
33 00	2901	3669	1.21772	2.3527	5.9667
10	2862	3551	1.22047	2.3539	5.9698
20	2823	3433	1.22321	2.3550	5.9729
30	2784	3315	1.22594	2.3561	5.9760
40	2744	3197	1.22866	2.3571	5.9791
50	2704	3078	1.23138	2.3582	5.9822
34 00	2665	2959	1.23409	2.3592	5.9853
10	2625	2840	1.23680	2.3602	5.9885
20	2585	2720	1.23950	2.3612	5.9916
30	2545	2600	1.24219	2.3622	5.9948
40	2505	2480	1.24488	2.3332	5.9980
50	2465	2360	1.24756	2.3642	6.0011
35 00	2425	2239	1.25024	2.3651	6.0043
10	2384	2118	1.25291	2.3660	6.0075
20	2344	1997	1.25557	2.3669	6.0107
30	2304	1875	1.25823	2.3678	6.0140
40	2263	1754	1.26088	2.3687	6.0172
50	2222	1632	1.26353	2.3695	6.0204
36 00	2182	1510	1.26617	2.3704	6.0237
10	2141	1387	1.26881	2.3712	6.0269
20	2100	1265	1.27145	2.3720	6.0302
30	2059	1142	1.27407	2.3728	6.0334
40	2018	1019	1.27670	2.3735	6.0367
50	1977	0895	1.27932	2.3743	6.0400
37 00	1936	0772	1.28193	2.3750	6.0433
10	1895	0648	1.28454	2.3758	6.0466
20	1853	0524	1.28715	2.3765	6.0499
30	1812	0400	1.28975	2,3772	6.0533
40	1771	0276	1.29234	2.3779	6.0566
50	1729	0151	1.29494	2.3785	6.0600
38 00	1687	8.511 0027	1.29753	2.3792	6.0633
10	1646	8.510 9902	1.30011	2.3798	6.0667
20	1604	9777	1.30269	2.3804	6.0701
30	1562	9652	1.30527	2.3810	6.0734
40	1521	9526	1.30785	2.3816	6.0768
50	1479	9401	1.31042	2.3822	6.0802
60	8.509 1437	8.510 9275	1.31299	2.3827	6.0836

表 III. 大地位置計算表(續)

緯　度	log A	log B	log C	log D	log E
° ′					
39 00	8.509 1437	8.510 9275	1.31299	2.3827	6.0836
10	1395	9149	1.31555	2.3832	6.0871
20	1353	9023	1.31811	2.3838	6.0905
30	1311	8897	1.32067	2.3843	6.0939
40	1269	8771	1.32323	2.3848	6.0974
50	1227	8644	1.32578	2.3852	6.1008
40 00	1184	8517	1.32833	2.3857	6.1043
10	1142	8391	1.33088	2.3861	6.1078
20	1100	8264	1.33342	2.3866	6.1113
30	1057	8137	1.33596	2.3870	6.1148
40	1015	8010	1.33850	2.3874	6.1183
50	0973	7883	1.34104	2.3878	6.1218
41 00	0930	7755	1.34358	2.3882	6.1253
10	0888	7628	1.34611	2.3885	6.1289
20	0845	7500	1.34864	2.3889	6.1324
30	0803	7373	1.35117	2.3892	6.1360
40	0760	7245	1.35370	2.3895	6.1395
50	0718	7117	1.35623	2.3898	6.1431
42 00	0675	6989	1.35875	2.3901	6.1467
10	0632	6861	1.36127	2.3903	6.1503
20	0590	6733	1.36379	2.3906	6.1539
30	0547	6605	1.36631	2.3908	6.1575
40	0504	6477	1.36883	2.3910	6.1612
50	0461	6348	1.37135	2.3913	6.1648
43 00	0419	6220	1.37386	2.3914	6.1684
10	0376	6092	1.37638	2.3916	6.1721
20	0333	5963	1.37889	2.3918	6.1758
30	0290	5835	1.38141	2.3919	6.1795
40	0247	5706	1.38392	2.3921	6.1831
50	0204	5578	1.38643	2.3922	6.1868
44 00	0162	5449	1.38894	2.3923	6.1905
10	0119	5320	1.39145	2.3924	6.1943
20	0076	5192	1.39396	2.3925	6.1980
30	8.509 0083	5063	1.39648	2.3925	6.2017
40	8.508 9990	4935	1.39898	2.3926	6.2055
50	9947	4806	1.40149	2.3926	6.2092
45 00	9904	4677	1.40400	2.3926	6.2130
10	9861	4548	1.40651	2.3926	6.2168
20	9818	4420	1.40902	2.3926	6.2206
30	9776	4291	1.41153	2.3926	6.2244
40	9733	4162	1.41404	2.3925	6.2283
50	9689	4034	1.41655	2.3925	6.2321
60	8.508 9647	8.510 3905	1.41906	2.3924	6.2359

原书缺页

原书缺页

原书缺页

原书缺页

表 VII. 平均折光更正表

氣壓 30 吋　　　　温度 50°F.

視高度	平均折光	視高度	平均折光
0°	36′ 29″	17°	3′ 08″
1	24 54	18	2 58
2	18 26	19	2 48
3	14 25	20	2 39
4	11 44	25	2 04
5	9 52	30	1 41
6	8 28	35	1 23
7	7 24	40	1 09
8	6 33	45	0 58
9	5 53	50	0 49
10	5 19	55	0 41
11	4 51	60	0 34
12	4 28	65	0 27
13	4 07	70	0 21
14	3 50	75	0 16
15	3 34	80	0 10
16	3 20	85	0 05
		90	0 00

表 VIII. log A 及 log B 表(等高度公式所用)

(log A 爲－及 log B 爲＋)

2t	3 h		4 h		5 h		6 h		7 h	
	log A	log B	log A	log B	log A	log B	log A	log B	log A	log B
m. 0	9.4172	9.3828	9.4260	9.3635	9.4374	9.3369	9.4515	9.3010	9.4685	9.2530
1	.4173	.3825	.4261	.3631	.4376	.3364	.4518	.3003	.4688	.2520
2	.4174	.3822	.4263	.3627	.4378	.3358	.4521	.2996	.4691	.2511
3	.4175	.3820	.4265	.3624	.4380	.3353	.4523	.2989	.4694	.2502
4	.4177	.3817	.4266	.3620	.4383	.3348	.4526	.2982	.4697	.2492
5	9.4178	9.3814	9.4268	9.3616	9.4385	9.3343	9.4528	9.2975	9.4701	9.2483
6	.4179	.3811	.4270	.3612	.4387	.3337	.4531	.2968	.4704	.2473
7	.4181	.3809	.4272	.3608	.4389	.3332	.4534	.2961	.4707	.2463
8	.4182	.3806	.4273	.3604	.4391	.3327	.4536	.2954	.4710	.2454
9	.4183	.3803	.4275	.3600	.4393	.3321	.4539	.2947	.4713	.2444
10	9.4184	9.3800	9.4277	9.3596	9.4396	9.3316	9.4542	9.2940	9.4716	9.2434
11	.4186	.3797	.4279	.3592	.4398	.3311	.4544	.2932	.4719	.2425
12	.4187	.3794	.4280	.3588	.4400	.3305	.4547	.2925	.4723	.2415
13	.4188	.3792	.4282	.3584	.4402	.3300	.4550	.2918	.4726	.2405
14	.4190	.3789	.4284	.3580	.4405	.3294	.4552	.2911	.4729	.2395
15	9.4191	9.3786	9.4286	9.3576	9.4407	9.3289	9.4555	9.2903	9.4730	9.2385
16	.4193	.3783	.4288	.3572	.4409	.3283	.4558	.2896	.4735	.2375
17	.4194	.3780	.4289	.3568	.4411	.3278	.4561	.2888	.4738	.2365
18	.4195	.3777	.4291	.3564	.4414	.3272	.4563	.2881	.4742	.2355
19	.4197	.3774	.4293	.3559	.4416	.3266	.4566	.2873	.4745	.2344
20	9.4198	9.3771	9.4295	9.3555	9.4418	9.3261	9.4569	9.2866	9.4748	9.2334
21	.4199	.3768	.4297	.3551	.4420	.3255	.4572	.2858	.4751	.2324
22	.4201	.3765	.4299	.3547	.4423	.3249	.4574	.2850	.4755	.2313
23	.4202	.3762	.4300	.3542	.4425	.3244	.4577	.2843	.4758	.2303
24	.4204	.3759	.4302	.3538	.4427	.3238	.4580	.2835	.4761	.2292
25	9.4205	9.3756	9.4304	9.3534	9.4430	9.3232	9.4583	9.2827	9.4764	9.2282
26	.4207	.3752	.4306	.3530	.4432	.3226	.4585	.2819	.4768	.2271
27	.4208	.3749	.4308	.3525	.4434	.3220	.4588	.2812	.4771	.2261
28	.4209	.3746	.4310	.3521	.4437	.3214	.4591	.2804	.4774	.2250
29	.4211	.3743	.4312	.3516	.4439	.3208	.4594	2796	.4778	.2239
30	9.4212	9.3740	9.4314	9.3512	9.4441	9.3203	9.4597	9.2788	9.4781	9.2228
31	.4214	.3737	.4315	.3508	.4444	.3197	.4600	.2780	.4784	.2217
32	.4215	.3733	.4317	.3503	.4446	.3191	.4602	.2772	.4788	.2206
33	.4217	.3730	.4319	.3499	.4448	.3185	.4605	.2764	.4791	.2195
34	.4218	.3727	.4321	.3494	.4451	.3178	.4608	.2756	.4794	.2184
35	9.4220	9.3723	9.4323	9.3490	9.4453	9.3172	9.4711	9.2747	9.4798	9.2173
36	.4221	.3720	.4325	.3485	.4456	.3166	.4614	.2739	.4801	.2162
37	.4223	.3717	.4327	.3480	.4458	.3160	.4617	.2731	.4804	.2151
38	.4224	.3713	.4329	.3476	.4460	.3154	.4620	.2723	.4808	.2140
39	.4226	.3710	.4331	.3471	.4463	.8148	.4622	.2714	.4811	.2128
40	9.4227	9.3707	9.4333	9.3467	9.4465	9.3142	9.4625	9.2706	9.4815	9.2117
41	.4229	.3703	.4335	.3460	.4468	.3135	.4628	.2698	.4818	.2105
42	.4231	.3700	.4337	.3457	.4470	.3129	.4631	.2689	.4821	.2094
43	.4232	.3696	.4339	.3453	.4473	.3123	.4634	.2681	.4825	.2082
44	.4234	.3693	.4341	.3448	.4475	.3116	.4637	.2672	.4828	.2070
45	9.4235	9.3690	9.4343	9.3443	9.4477	9.3110	9.4640	9.2664	9.4832	9.2059
46	.4237	.3686	.4345	.3438	.4480	.3103	.4643	.2655	.4835	.2047
47	.4238	.3683	.4347	.3433	.4482	.3097	.4646	.2646	.4839	.2035
48	.4240	.3679	.4349	.3429	.4485	.3091	.4649	.2638	.4842	.2023
49	.4242	.3675	.4351	.3424	.4487	.3084	.4652	.2629	.4846	.2011
50	9.4243	9.3672	9.4353	9.3419	9.4490	9.3078	9.4655	9.2620	9.4849	9.1999
51	.4245	.3668	.4355	.3414	.4492	.3071	.4658	.2611	.4853	.1987
52	.4246	.3665	.4357	.3409	.4494	.3064	.4661	.2602	.4856	.1974
53	.4248	.3661	.4359	.3404	.4497	.3058	.4664	.2593	.4860	.1962
54	.4250	.3657	.4361	.3399	.4500	.3051	.4667	.2584	.4863	.1950
55	9.4251	9.3654	9.4363	9.3394	9.4503	9.3044	9.4670	9.2575	9.4867	9.1937
56	.4253	.3650	.4366	.3389	.4505	.3038	.4673	.2566	.4870	.1925
57	.4255	.3646	.4368	.3384	.4508	.3031	.4676	.2557	.4874	.1915
58	.4256	.3643	.4370	.3379	.4510	.3024	.4679	.2548	.4877	.1900
59	.4258	.3639	.4372	.3374	.4513	.3017	.4682	.2539	.4881	.1887
60	9.4260	9.3635	9.4374	9.3369	9.4515	9.3010	9.4685	9.2530	9.4884	9.1876

表 VIII. log *A* 及 log *B* 表(等高度公式所用)(續)

(log *A* 爲－及 log *B* 爲＋)

2t	8 h		9 h		10 h		11 h		12 h	
	log *A*	log *B*	log *A*	log *B*	log *A*	log *B*	log *A*	log *B*	log *A*	log *B*
m.										
0	9.4884	9.1874	9.5115	9.0943	9.5379	8.9509	9.5680	8.6837	9.6021	Inf.
1	.4888	.1861	.5119	.0925	.5384	.9478	.5685	.6770	.6027	6.9603
2	.4892	.1848	.5123	.0900	.5389	.9447	.5691	.6701	.6033	7.2431
3	.4895	.1835	.5127	.0887	.5393	.9416	.5696	.6632	.6039	.4198
4	.4899	.1822	.5132	.0867	.5398	.9384	.5701	.6560	.6045	.5453
5	9.4902	9.1809	9.5136	9.0848	9.5403	8.9352	9.5707	8.6488	9.6051	7.6428
6	.4906	.1796	.5140	.0828	.5408	.9320	.5712	.6414	.6057	.7226
7	.4910	.1782	.5144	.0809	.5412	.9287	.5718	.6339	.6063	.7902
8	.4913	.1769	.5148	.0789	.5417	.9254	.5723	.6262	.6069	.8488
9	.4917	.1756	.5153	.0769	.5422	.9221	.5728	.6183	.6075	.9005
10	9.4921	9.1742	9.5157	9.0749	9.5427	8.9187	9.5734	8.6103	9.6082	7.9469
11	.4924	.1728	.5161	.0729	.5432	.9153	.5739	.6021	.6088	.9889
12	.4928	.1715	.5165	.0708	.5436	.9118	.5745	.5937	.6094	8.0273
13	.4932	.1701	.5169	.0688	.5441	.9083	.5750	.5852	.6100	.0627
14	.4935	.1687	.5174	.0667	.5446	.9048	.5756	.5764	.6106	.0955
15	9.4939	9.1673	9.5178	9.0646	9.5451	8.9013	9.5761	8.5674	9.6112	8.1260
16	.4943	.1659	.5182	.0625	.5456	.8877	.5767	.5583	.6119	.1547
17	.4946	.1645	.5186	.0604	.5461	.8940	.5772	.5488	.6125	.1816
18	.4950	.1630	.5191	.0583	.5466	.8903	.5778	.5392	.6131	.2071
19	.4954	.1616	.5195	.0561	.5470	.8866	.5783	.5293	.6137	.2312
20	9.4958	9.1602	9.5199	9.0540	9.5475	8.8829	9.5789	8.5192	9.6144	8.2541
21	.4961	.1587	.5204	.0518	.5480	.8791	.5794	.5088	.6150	.2759
22	.4965	.1573	.5208	.0496	.5485	.8752	.5800	.4981	.6156	.2967
23	.4969	.1558	.5212	.0474	.5490	.8713	.5806	.4871	.6163	.3166
24	.4973	.1543	.5217	.0452	.5495	.8674	.5811	.4758	.6169	.3357
25	9.4977	9.1528	9.5221	9.0429	9.5500	8.8634	9.5817	8.4641	9.6175	8.3540
26	.4980	.1513	.5225	.0406	.5505	.8594	.5822	.4521	.6182	.3717
27	.4984	.1498	.5230	.0383	.5510	.8533	.5828	.4397	.6188	.3887
28	.4988	.1483	.5234	.0360	.5515	.8512	.5834	.4270	.6194	.4051
29	.4992	.1468	.5238	.0337	.5520	.8470	.5839	.4138	.6201	.4210
30	9.4096	9.1453	9.5243	9.0314	9.5525	8.8427	9.5845	8.4001	9.6207	8.4363
31	.5000	.1437	.5247	.0290	.5530	.8384	.5851	.3860	.6214	.4512
32	.5003	.1422	.5252	.0266	.5535	.8341	.5856	.3713	.6220	.4657
33	.5007	.1406	.5256	.0242	.5540	.8297	.5862	.3561	.6226	.4796
34	.5011	.1390	.5261	.0218	.5545	.8253	.5868	.3403	.6233	.4932
35	9.5015	9.1375	9.5265	9.0194	9.5550	8.8208	9.5874	8.3239	9.6239	8.5064
36	.5019	.1359	.5269	.0169	.5555	.8162	.5879	.3067	.6246	.5192
37	.5023	.1343	.5274	.0144	.5560	.8115	.5885	.2888	.6252	.5318
38	.5027	.1327	.5278	.0119	.5565	.8068	.5891	.2701	.6259	.5440
39	.5031	.1310	.5283	.0094	.5570	.8020	.5897	.2505	.6265	.5559
40	9.5035	9.1294	9.5287	9.0069	9.5576	8.7972	9.5902	8.2299	9.6272	8.5075
41	.5038	.1278	.5292	.0043	.5581	.7923	.5908	.2082	.6279	.5788
42	.5042	.1261	.5296	.0017	.5586	.7873	.5914	.1853	.6285	.5899
43	.5046	.1244	.5301	8.9991	.5591	.7823	.5920	.1611	.6292	.6008
44	.5050	.1228	.5305	.9965	.5596	.7772	.5926	.1354	.6298	.6114
45	9.5054	9.1211	9.5310	8.9938	9.5601	8.7720	9.5931	8.1080	9.6305	8.6218
46	.5058	.1194	.5315	.9911	.5606	.7668	.5937	.0786	.6311	.6320
47	.5062	.1177	.5319	.9884	.5612	.7614	.5943	.0470	.6318	.6419
48	.5066	.1159	.5324	.9857	.5617	.7560	.5949	.0128	.6325	.6517
49	.5070	.1142	.5328	.9830	.5622	.7505	.5955	7.9756	.6331	.6613
50	9.5074	9.1125	9.5333	8.9802	9.5627	8.7449	9.5961	7.9348	9.6338	8.6707
51	.5078	.1107	.5337	.9774	.5632	.7392	.5967	.8897	.6345	.6799
52	.5082	.1089	.5342	.9745	.5638	.7335	.5973	.8391	.6351	.6890
53	.5086	.1072	.5347	.9717	.5643	.7276	.5979	.7817	.6358	.6979
54	.5091	.1054	.5351	.9688	.5648	.7217	.5985	.7154	.6365	.7067
55	9.5095	9.1036	9.5356	8.9659	9.5654	8.7156	9.5991	7.6368	9.6372	8.7153
56	.5099	.1017	.5361	.9630	.5659	.7094	.5997	.5405	.6378	.7237
57	.5103	.0999	.5365	.9600	.5664	.7032	.6003	.4162	.6385	.7321
58	.5107	.0981	.5370	.9570	.5669	.6968	.6009	.2407	.6392	.7402
59	.5111	.0962	.5375	.9540	.5675	.6903	.6015	6.9591	.6399	.7483
60	9.5115	9.0943	9.5379	8.9509	9.5680	8.6837	9.6021	Inf.	9.6406	8.7563

表 IX. 由氣壓計算高度表

氣壓吋	每吋之百分數 .00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	相差
	feet	feet	feet	feet	feet	feet	feet	feet	feet	feet	feet
14.5	9,708	9,726	9,744	9,762	9,780	9,798	9,816	9,834	9,851	9,869	18
14.6	9,887	9,905	9,923	9,941	9,959	9,977	9,994	10,012	10,030	10,048	18
14.7	10,066	10,083	10,101	10,119	10,137	10,154	10,172	10,190	10,207	10,225	17
14.8	10,243	10,260	10,278	10,296	10,3 3	10,331	10,349	10,366	10,834	10,401	18
14.9	10,419	10,436	10,454	10,471	10,489	10,506	10,524	10,541	10,559	10,576	17
15.0	10,593	10,611	10,628	10,646	10,663	10,680	10,698	10,715	10,732	10,750	17
15.1	10,767	10,784	10,802	10,819	10,836	10,853	10,871	10,888	10,905	10,922	17
15.2	10,939	10,957	10,974	10,991	11,008	11,025	11,042	11,059	11,076	11,094	17
15.3	11,111	11,128	11,145	11,162	11,179	11,196	11,213	11,230	11,247	11,264	18
15.4	11,281	11,298	11,315	11,332	11,349	11,366	11,382	11,399	11,416	11,433	17
15.5	11,450	11,467	11,484	11,500	11,517	11,534	11,551	11,568	11,584	11,601	17
15.6	11,618	11,635	11,651	11,668	11,685	11,702	11,718	11,735	11,752	11,768	17
15.7	11,785	11,802	11,818	11,835	11,851	11,868	11,885	11,901	11,918	11,934	17
15.8	11,951	11,967	11,983	12,000	12,017	12,033	12,050	12,066	12,083	12,099	16
15.9	12,116	12,132	12,148	12,165	12,181	12,198	12,214	12,230	12,247	12,263	17
16.0	12,280	12,296	12,312	12,329	12,345	12,361	12,377	12,394	12,410	12,426	16
16.1	12,442	12,459	12,475	12,491	12,507	12,523	12,540	12,556	12,572	12,588	16
16.2	12,604	12,620	12,636	12,653	12,669	12,685	12,701	12,717	12,733	12,749	16
16.3	12,765	12,781	12,797	12,813	12,829	12,845	12,861	12,877	12,893	12,909	16
16.4	12,925	12,941	12,957	12,973	12,988	13,004	13,020	13,036	13,052	13,068	16
16.5	13,084	13,099	13,115	13,181	18,147	13,163	13,178	13,194	13,210	13,226	16
16.6	13,242	13,257	13,273	13,289	13,304	13,320	13,336	13,352	13,367	13,383	16
16.7	13,398	13,414	13,430	13,445	13,461	13,476	13,492	13,508	13,523	13,539	15
16.8	13,554	13,570	13,585	13,601	13,616	13,632	13,647	13,663	13,678	13,694	16
16.9	13,709	13,725	13,740	13,756	13,771	13,787	13,802	13,817	13,833	13,848	16
17.0	13,864	13,879	13,894	13,910	13,925	13,940	13,956	13,971	13,986	14,002	15
17.1	14,017	14,032	14,047	14,063	14,078	14,093	14,108	14,124	14,139	14,154	15
17.2	14,169	14,184	14,199	14,215	14,230	14,245	14,260	14,275	14,290	14,306	15
17.3	14,321	14,336	14,351	14,366	14,381	14,396	14,411	14,426	14,441	14,456	15
17.4	14,471	14,486	14,501	14,516	14,531	14,546	14,561	14,576	14,591	14,606	15
17.5	14,621	14,636	14,651	14,665	14,681	14,695	14,710	14,725	14,740	14,755	14
17.6	14,770	14,785	14,799	14,814	14,809	14,844	14,859	14,874	14,888	14,903	15
17.7	14,918	14,933	14,947	14,962	14,977	14,992	15,006	15,021	15,036	15,050	15
17.8	15,065	15,080	15,094	15,109	15,124	15,138	15,153	15,168	15,122	15,197	14
17.9	15,211	15,226	15,241	16,255	15,270	15,284	15,299	15,313	15,328	15,342	15
18.0	15,357	15,371	15,386	15,400	15,415	15,429	15,444	15,458	15,473	15,487	14
18.1	15,502	15,516	15,530	15,545	15,559	15,574	15,588	15,602	15,617	15,631	15
18.2	15,646	15,660	15,674	15,689	15,703	15,717	15,732	15,746	15,760	15,774	14
18.3	15,780	15,803	15,817	15,831	15,846	15,860	15,874	15,588	15,903	15,917	14
18.4	15,930	15,945	15,959	15,974	15,988	16,002	16,010	16,030	16,044	16,050	14

表 IX. 由氣壓計算高度表(續)

氣壓吋	每吋之百分數 .00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	相差
	feet	feet	feet	feet	feet	feet	feet	feet	feet	feet	feet
18.5	16,073	16,087	16,101	16,115	16,129	16,143	16,157	16,171	16,185	16,200	14
18.6	16,214	16,228	16,242	16,256	16,270	16,284	16,298	16,312	16,326	16,340	14
18.7	16,354	16,368	16,382	16,395	16,409	16,423	16,437	16,451	16,465	16,479	14
18.8	16,493	16,507	16,521	16,535	16,549	16,562	16,576	16,590	16,604	16,618	13
18.9	16,632	16,645	16,659	16,673	16,687	16,701	16,714	16,728	16,742	16,756	14
19.0	16,769	16,783	16,797	16,811	16,824	16,838	16,852	16,866	16,879	16,893	14
19.1	16,907	16,920	16,934	16,948	16,961	16,975	16,989	17,002	17,016	17,029	14
19.2	17,043	17,057	17,070	19,084	17,097	17,111	17,125	17,138	17,152	17,165	14
19.3	17,179	17,192	17,206	17,219	17,233	17,246	17,260	17,273	17,287	17,300	13
19.4	17,314	17,327	17,341	17,354	17,368	17,381	17,394	17,408	17,421	17,435	13
19.5	17,448	17,461	17,475	17,488	17,502	17,516	17,528	17,542	17,555	17,568	14
19.6	17,582	17,595	17,608	17,622	17,635	17,648	17,662	17,675	17,688	17,701	13
19.7	17,715	17,728	17,741	17,754	17,768	17,781	17,794	17,807	17,821	17,834	13
19.8	17,847	17,860	17,873	17,887	17,900	17,913	17,926	17,939	17,952	17,965	13
19.9	17,979	17,992	18,005	18,018	18,031	18,044	18,057	18,070	18,083	18,096	13
20.0	18,110	18,123	18,136	18,149	18,162	18,175	18,188	18,201	18,214	18,227	13
20.1	18,240	18,253	18,266	18,279	18,292	18,305	18,318	18,331	18,344	18,357	13
20.2	18,370	18,383	18,395	18,408	18,421	18,434	18,447	18,460	18,472	18,486	13
20.3	18,499	18,511	18,524	18,537	18,550	18,563	18,576	18,589	18,601	18,614	13
20.4	18,627	18,640	18,653	18,665	18,678	18,691	18,704	18,716	18,729	18,742	13
20.5	18,755	18,767	18,780	18,792	18,806	18,818	18,831	18,844	18,856	18,869	12
20.6	18,882	18,895	18,907	18,920	18,933	18,945	18,958	18,971	18,983	18,996	12
20.7	19,008	19,021	19,034	19,046	19,059	19,071	19,084	19,097	19,109	19,122	12
20.8	19,134	19,147	19,159	19,172	19,184	19,197	19,210	19,222	19,235	19,247	13
20.9	19,260	19,272	19,285	19,297	19,310	19,322	19,334	19,347	19,359	19,372	12
21.0	19,384	19,397	19,409	19,422	19,434	19,446	19,459	19,471	19,484	19,496	12
21.1	19,508	19,521	19,533	19,546	19,558	19,570	19,590	19,595	19,607	19,620	12
21.2	19,632	19,644	19,657	19,669	19,681	19,694	19,706	19,718	19,730	19,743	13
21.3	19,755	19,767	19,779	19,792	19,804	19,816	19,828	19,841	19,853	19,865	12
21.4	19,877	19,890	19,902	19,914	19,926	19,938	19,950	19,963	19,975	19,987	12
21.5	19,999	20,011	20,023	20,036	20,048	20,060	20,072	20,084	20,096	20,108	12
21.6	20,120	20,132	20,144	20,157	20,169	20,181	20,193	20,205	20,217	20,229	12
21.7	20,241	20,253	20,265	20,277	20,289	20,301	20,313	20,325	20,337	20,349	12
21.8	20,361	20,373	20,385	20,397	20,409	20,421	20,433	20,445	20,457	20,469	12
21.9	20,481	20,493	20,505	20,516	20,528	20,540	20,552	20,564	20,576	20,588	12
22.0	20,600	20,612	20,623	20,636	20,647	20,659	20,671	20,683	20,693	20,706	12
22.1	20,718	20,732	20,742	20,754	20,765	20,777	20,789	20,802	20,813	20,824	12
22.2	20,836	20,848	20,860	20,871	20,883	20,894	20,907	20,918	20,930	20,942	11
22.3	20,954	20,965	20,977	20,989	21,000	21,012	21,024	21,035	21,047	21,059	12
22.4	21,071	21,082	21,094	21,105	21,117	21,129	21,140	21,152	21,164	21,175	12

表 IX. 由氣壓計算高度表(續)

氣壓吋	每吋之百分數 .00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	相差
	feet	feet	feet	feet	feet	feet	feet	feet	feet	feet	feet
22.5	21,187	21,199	21,210	21,222	21,233	21,245	21,256	21,268	21,280	21,291	12
22.6	21,303	21,314	21,326	21,337	21,349	21,360	21,372	21,384	21,395	21,407	11
22.7	21,418	21,430	21,441	21 453	21,464	21,466	21,487	21,499	21,510	21,521	12
22.8	21,533	21,545	21,556	21,577	21,579	21,590	21,602	21,613	21,624	21,636	11
22.9	21,647	21,659	21,670	21,681	21,693	21,704	21,716	21,727	21,738	21,750	11
23.0	21,761	21,772	21,784	21,795	21,806	21,818	21,829	21,840	21,852	21,863	12
23.1	21,874	21,886	21,897	21,908	21,920	21,931	21,942	21,953	21,965	21,977	11
23.2	21,987	21,999	22,010	22,021	22,032	22,044	22,055	22,066	22,077	22,088	12
23.3	22 100	22,111	22,122	22,133	22,145	22,156	22,167	22,178	22,189	22,200	11
23.4	22,212	22,223	22,234	22,245	22,256	22,267	22,278	22,290	22,301	22,312	11
23.5	22,323	22,334	22,345	22,356	22,367	22,378	22,390	22,401	22,412	22,423	11
23.6	22,434	22,445	22,456	22,467	22,478	22,489	22,500	22,511	22,522	22,533	11
23.7	22,544	22,555	22,566	22,577	22,588	22,599	22,610	22,621	22,632	22,643	11
23.8	22,654	22,665	22,676	22,687	22,698	22,709	22,720	22,731	22,742	22,753	11
23.9	22,764	22,775	22,786	22,797	22,808	22,818	22,829	22,840	22,851	22,862	10
24.0	22,873	22,884	22,895	22,906	22,917	22,927	22,938	22,949	22,960	22,971	10
24.1	22,982	22,993	23,003	23,014	23,025	23,036	23,047	23,058	23,068	23,079	11
24.2	23,090	23,101	23,111	23,122	23,133	23,144	23,155	23,165	23,176	23,187	11
24.3	23,198	23,208	23,219	23,230	23,241	23,251	23,262	23,273	23,283	23,294	10
24.4	23,305	23,316	23,326	23,337	23,348	23,358	23,369	23,380	23,390	23,401	10
24.5	23,412	23,422	23,433	23,444	23,454	23,465	23,476	23,486	23,497	23,507	11
24.6	23,518	23,529	23,539	23,550	23,561	23,571	23,582	23,592	23,603	23,614	10
24.7	23,624	23,635	23,645	23,656	33,666	23,677	23,688	23,698	23,709	23,719	11
24.8	23,730	23,740	23,751	23,761	23,772	23,782	23,793	23,803	23,814	23,824	10
24.9	23,835	23,845	23,856	23,866	23,877	23,887	23,898	24,908	23,919	23,929	10
25.0	23,940	23,950	23,960	23,971	23,981	23,992	24,002	24,013	24,023	24,033	11
25.1	24,044	24,054	24,065	24,075	24,085	24,096	24,106	24,117	24,127	24,137	11
25.2	24,148	24,158	24,168	24,179	24,189	24,199	24,210	24,220	24,230	24,241	10
25.3	24,251	24,261	24,272	24,282	24,292	24,303	24,313	24,323	24,333	24,344	11
25.4	24,354	24,365	24,375	24,385	24,395	24,406	24,416	24,426	24,436	24,447	11
25.5	24,457	24,467	24,477	24,488	24,498	24,508	24,518	24,528	24,539	24,549	10
25.6	24,559	24,569	24,580	24,590	24,600	24,610	24,620	24,630	24,641	24,651	10
25.7	24,661	24,671	24,681	24,691	24,702	24,712	24,722	24,732	24,742	24,752	10
25.8	24,762	24,773	24,783	24,793	24,803	24,813	24,823	24,833	24,843	24,853	10
25.9	24,864	24,874	24,884	24,894	24,904	24,914	24,921	24,934	24,944	24,944	10
26.0	24,964	24,974	24,984	24,994	25,004	25,014	25,024	25,034	25,045	25,055	11
26.1	25,065	25,075	25,085	25,095	25,105	25,115	25,125	25,135	25,144	25,154	10
26.2	25,164	25,174	25,184	25,194	25,204	25,214	25,224	25,234	25,244	25,254	10
26.3	25,264	25,274	25,284	25,294	25,304	25,314	25,323	25,333	25,343	25,353	10
26.4	25,363	25,373	25,383	25,393	25,403	25,412	25,422	25,432	25,442	25,452	19

表 IX. 由氣壓計算高度表(續)

氣壓吋	每吋之百分數 .00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	相差
	feet	feet	feet	feet	feet	feet	feet	feet	feet	feet	feet
26.5	25,462	25,472	25,482	25,491	25,501	25,511	25,521	25,531	25,541	25,550	10
26.6	25,560	25,570	25,580	25,590	25,600	25,609	25,619	25,629	25,639	25,649	9
26.7	25,658	25,668	25,678	25,688	25,697	25,707	25,717	25,727	25,736	25,746	10
26.8	25,755	25,766	25,775	25,785	25,795	25,805	25,814	25,824	25,834	25,844	10
26.9	25,853	25,863	25,873	25,882	25,892	25,902	25,911	25,921	25,931	25,941	10
27.0	25,950	25,960	25,970	25,979	25,989	25,999	26,008	26,018	26,028	26,037	10
27.1	26,047	26,057	26,066	26,076	26,085	26,095	26,105	26,114	26,124	26,133	10
27.2	26,143	26,153	26,162	26,172	26,181	26,191	26,201	26,210	26,220	26,229	10
27.3	26,239	26,248	26,258	26,268	26,277	26,287	26,296	26,306	26,315	25,325	10
27.4	26,334	26,344	26,354	26,363	26,372	26,382	26,392	26,401	26,411	26,420	10
27.5	26,430	26,439	26,449	26,458	26,468	26,477	26,487	26,496	26,506	26,515	9
27.6	26,524	26,534	26,543	26,553	26,562	26,572	26,581	26,591	26,600	26,610	10
27.7	26,619	26,628	26,638	26,647	26,657	26,666	26,676	26,685	26,694	26,704	9
27.8	26,713	26,723	26,732	26,741	26,751	26,760	26,770	26,779	26,788	26,798	9
27.9	26,807	26,816	26,826	26,835	26,844	26,854	26,863	26,872	27,882	26,891	10
28.0	26,900	26,910	26,919	26,928	26,938	26,947	26,956	26,966	26,975	26,984	9
28.1	26,994	27,003	27,012	27,022	27,031	27,040	27,049	27,060	27,068	27,077	9
28.2	27,086	27,096	27,105	27,114	27,123	27,133	27,142	27,151	27,160	27,170	10
28.3	27,179	27,188	27,197	27,207	27,216	27,225	27,234	27,243	27,253	27,262	9
28.4	27,271	27,280	27,289	27,299	27,308	27,317	27,326	27,335	27,345	27,354	9
28.5	27,362	27,372	27,381	27,390	27,400	27,409	27,418	27,427	27,436	27,445	9
28.6	27,454	27,464	27,473	27,482	27,491	27,500	27,509	27,518	27,527	27,537	9
28.7	27,545	27,555	27,564	27,573	27,582	27,591	27,600	27,609	27,618	27,627	9
28.8	27,637	27,646	27,655	27,664	27,673	27,682	27,691	27,700	27,709	27,718	9
28.9	27,727	27,736	27,745	27,754	27,763	27,772	27,781	27,790	27,799	27,808	9
29.0	27,817	27,826	27,835	27,844	27,853	27,862	27,871	27,880	27,889	27,898	9
29.1	27,907	27,916	27,925	27,934	27,943	27,952	27,961	27,970	27,979	27,988	9
29.2	27,997	28,006	28,015	28,024	28,032	28,041	28,050	28,059	28,068	28,077	9
29.3	28,086	28,095	28,104	28,113	28,122	28,131	28,140	28,148	28,157	28,166	9
29.4	28,175	28,184	28,193	28,202	28,211	28,220	28,228	28,237	28,246	28,255	9
29.5	28,264	28,273	28,282	28,290	28,299	27,308	28,317	28,326	28,335	28,343	9
29.6	28,352	28,361	28,370	28,379	28,388	28,396	28,405	28,414	28,423	28,432	8
29.7	28,440	28,449	28,458	28,467	28,475	28,484	28,493	28,502	28,511	28,519	9
29.8	28,528	28,537	28,546	28,554	28,563	28,572	28,581	28,589	28,598	28,607	9
29.9	28,616	28,624	28,633	28,642	28,651	28,659	28,665	28,677	28,685	28,694	8
30.0	28,703	28,712	28,720	28,729	28,738	28,746	28,755	28,764	28,773	28,781	8
30.1	28,790	28,799	28,807	28,816	28,825	28,833	28,842	28,851	28,859	28,868	8
30.2	28,877	28,885	28,894	28,903	28,911	28,920	28,928	28,937	28,946	28,954	9
30.3	28,963	28,972	28,980	28,989	28,997	29,006	29,015	29,023	29,032	29,040	9
30.4	29,049	29,058	29,066	29,075	29,083	29,092	29,100	29,109	29,118	29,126	9
30.5	29,135	29,143	29,152	29,160	29,169	29,178	29,186	29,195	29,203	29,212	9
30.6	29,220	29,229	29,235	29,246	29,254	29,263	29,272	29,280	29,289	29,287	9
30.7	29,306	29,314	29,323	29,331	29,340	29,348	29,357	29,365	29,374	29,382	8
30.8	29,391	29,399	29,408	29,416	29,424	29,433	29,441	29,450	29,458	29,467	8
30.9	29,475	29,484	29,492	29,501	29,509	29,518	29,526	29,534	29,543	29,551	8

表 X. 視距更正表

高 度

分	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°
0···	0.00	1.74	3.49	5.23	6.96	8.68	10.40	12.10	13.78	15.45
2···	0.06	1.80	3.55	5.28	7.02	8.74	10.45	12.15	13.84	15.51
4···	0.12	1.86	3.60	5.34	7.07	8.80	10.51	12.21	13.89	15.56
6···	0.17	1.92	3.66	5.40	7.13	8.85	10.57	12.26	13.95	15.62
8···	0.28	1.98	3.72	5.46	7.19	8.91	10.62	12.32	14.01	15.67
10···	0.29	2.04	3.78	5.52	7.25	8.97	10.68	12.38	14.06	15.73
12···	0.85	2.09	3.84	5.57	7.30	9.03	10.74	12.43	14.12	15.78
14···	0.41	2.15	3.90	5.63	7.36	9.08	10.79	12.49	14.17	15.84
16···	0.47	2.21	3.95	5.69	7.42	9.14	10.85	12.55	14.23	15.89
18···	0.52	2.27	4.01	5.75	7.48	9.20	10.91	12.60	14.28	15.95
20···	0.58	2.33	4.07	5.80	7.53	9.25	10.96	12.66	14.34	16.00
22···	0.64	2.38	4.13	5.86	7.59	9.31	11.02	12.72	14.40	16.06
24···	0.70	2.44	4.18	5.92	7.65	9.37	11.08	12.77	14.45	16 11
26···	0.76	2.50	4.24	5.98	7.71	9.43	11.13	12.83	14.51	16.17
28···	0.81	2.56	4.30	6.04	7.76	9.48	11.19	12.88	14.56	16.22
30···	0.87	2.62	4.36	6.09	7.82	9.54	11.25	12.94	14.62	16.28
32···	0.93	2.67	4.42	6.15	7.88	9.60	11.30	13.00	14.67	16.33
34···	0.99	2.73	4.48	6.21	7.94	9.65	11.36	13.05	14.73	16.38
36···	1.05	2.79	4.53	6.27	7.99	9.71	11.42	13.11	14.79	16.44
38···	1.11	2.85	4.59	6.33	8.05	9.77	11.47	13.17	14.84	16.50
40···	1.16	2.91	4.65	6.38	8.11	9.83	11.53	13.22	14.00	16.55
42···	1.22	2.97	4.71	6.44	8.17	9.88	11.59	13.28	14.95	16.61
44···	1.28	3.02	4.76	6.50	8.22	9.94	11.64	13.33	15.01	16.66
46···	1.34	3.08	4.82	6.56	8.28	10.00	11.70	13.39	15.06	16.72
48···	1.40	3.14	4.88	6.61	8.34	10.05	11.76	13.45	15.12	16.77
50···	1.45	3.20	4.94	6.67	8.40	10.11	11.81	13.50	15.17	16.83
52···	1.51	3.26	4.99	6.78	8.45	10.17	11.87	13.56	15.23	16.88
54···	1.57	3.31	5.05	6.79	8.51	10.22	11.93	13.61	15.28	16.94
56···	1.63	3.37	5.11	6.84	8.57	10.28	11.98	13.67	15.34	16.99
58···	1.69	3.43	5.17	6.90	8.63	10.34	12.04	13.73	15.40	17.05
60···	1.74	3.49	5.23	6.96	8.68	10.40	12.10	13.78	15.45	17.10

地平更正數

距離	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°
100···	0.0	0.0	0.1	0.3	0.5	0.8	1.1	1.5	1.9	2.5
200···	0.0	0.1	0.2	0.5	1.0	1.5	2.2	3.0	3.9	4.9
300···	0.0	0.1	0.4	0.8	1.5	2.3	3.3	4.5	5.8	7.4
400···	0.0	0.1	0.5	1.1	2.0	3.0	4.4	6.0	7.8	9.8
500···	0.0	0.2	0.6	1.4	2.5	3.8	5.5	7.5	9.7	12.3
600···	0.0	0.2	0.7	1.6	2.9	4.6	6.5	8.9	11.6	14.7
700···	0.0	0.2	0.8	1.9	3.4	5.3	7.6	10.4	13.6	17.2
800···	0.0	0.2	1.0	2.2	3.9	6.1	8.7	11.9	15.5	19.6
900···	0.0	0.3	1.1	2.4	4.4	6.8	9.8	13.4	17.5	22.1
1000···	0.0	0.3	1.2	2.7	4.9	7.6	10.9	14.9	19.4	24.5

表 X. 視距更正表(續)

高　度

分	10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°	17°	18°	19°
0···	17.10	18.73	20.34	21.92	23.47	25.00	26.50	27.96	29.39	30.78
2···	17.16	18.78	20.39	21.97	23.52	25.05	26.55	28.01	29.44	30.83
4···	17.21	18.84	20.44	22.02	23.58	25.10	26.59	28.06	29.48	30.87
6···	17.26	18.89	20.50	22.08	23.63	25.15	26.64	28.10	29.53	30.92
8···	17.32	18.95	20.55	22.13	23.68	25.20	26.69	28.15	29.58	30.97
10···	17.37	19.00	20.60	22.18	23.73	25.25	26.74	28.20	29.62	31.01
12···	17.43	19.05	20.66	22.23	23.78	25.30	26.79	28.25	29.67	31.06
14···	17.48	19.11	20.71	22.28	23.83	25.35	26.84	28.30	29.72	31.10
16···	17.54	19.16	20.76	22.34	23.88	25.40	26.89	28.34	29.76	31.15
18···	17.59	19.21	20.81	22.39	23.93	25.45	26.94	28.39	29.81	31.19
20···	17.65	19.27	20.87	22.44	23.99	25.50	26.99	28.44	29.86	31.24
22···	17.70	19.32	20.92	22.49	24.04	25.55	27.04	28.49	29.90	31.28
24···	17.76	19.38	20.97	22.54	24.09	25.60	27.09	28.54	29.95	31.33
26···	17.81	19.43	21.03	22.60	24.14	25.65	27.13	28.58	30.00	31.38
28···	17.86	19.48	21.08	22.65	24.19	25.70	27.18	28.68	30.04	31.42
30···	17.92	19.54	21.13	22.70	24.24	25.75	27.23	28.68	30.09	31.47
32···	17.97	19.59	21.18	22.75	24.29	25.80	27.28	28.73	30.14	31.51
34···	18.03	19.64	21.24	22.80	24.34	25.85	27.33	28.77	30.19	31.56
36···	18.08	19.70	21.29	22.85	24.39	25.90	27.38	28.82	30.23	31.60
38···	18.14	19.75	21.34	22.91	24.44	25.95	27.43	28.87	30.28	31.65
40···	18.19	19.80	21.39	22.96	24.49	26.00	27.48	28.92	30.32	31.69
42···	18.24	19.86	21.45	23.01	24.55	26.05	27.52	28.96	30.37	31.74
44···	18.30	19.91	21.50	23.06	24.60	26.10	27.57	29.01	30.41	31.78
46···	18.35	19.96	21.55	23.11	24.65	26.15	27.62	29.06	30.46	31.83
48···	18.41	20.02	21.60	23.16	24.70	26.20	27.67	29.11	30.51	31.87
50···	18.46	20.07	21.66	23.22	24.75	26.25	27.72	29.15	30.55	31.92
52··	18.51	20.12	21.71	23.27	24.80	26.30	27.77	29.20	30.60	31.97
54···	18.57	20.18	21.76	23.32	24.85	26.35	27.81	29.25	30.65	32.01
56···	18.62	20.23	21.81	23.37	24.90	26.40	27.86	29.30	30.69	32.05
58···	18.68	20.28	21.87	23.42	24.95	26.45	27.91	29.34	30.74	32.09
60···	18.73	20.34	21.92	23.47	25.00	26.50	27.96	29.39	30.78	32.14

地平更正數

距離	10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°	17°	18°	19°
100···	3.0	3.6	4.3	5.1	5.9	6.7	7.6	8.5	9.5	10.6
200···	6.0	7.3	8.6	10.1	11.7	13.4	15.2	17.1	19.1	21.2
300···	9.1	10.9	13.0	15.2	17.6	20.1	22.8	25.6	28.6	31.8
400···	12.1	14.6	17.3	20.2	23.4	26.8	30.4	34.2	38.2	42.4
500···	15.1	18.2	21.6	25.3	29.3	33.5	38.0	42.7	47.7	53.0
600···	18.1	21.8	25.9	30.4	35.1	40.2	45.6	51.3	57.6	63.6
700···	21.1	25.5	30.2	35.4	41.0	46.9	53.2	59.8	66.8	74.2
800···	24.2	29.1	34.6	40.5	46.8	53.6	60.8	68.4	76.4	84.8
900···	27.2	32.8	38.9	45.5	52.7	60.3	68.4	76.9	85.9	95.4
1000···	30.2	36.4	43.2	50.6	58.5	67.0	76.0	85.5	95.5	106.0

表 X. 視距更正表(續)

高 度

分	20°	21°	22°	23°	24°	25°	26°	27°	28°	29°
0…	32.14	33.46	34.73	35.97	37.16	38.30	39.40	40.45	41.45	42.40
2…	32.18	33.50	34.77	36.01	37.20	38.34	39.44	40.49	41.48	42.43
4…	32.23	33.54	34.82	36.05	37.23	38.38	39.47	40.52	41.52	42.46
6…	32.27	33.59	34.86	36.09	37.27	38.41	39.51	40.55	41.55	42.49
8…	32.32	33.63	34.90	36.13	37.31	38.45	39.54	40.59	41.58	42.53
10…	32.36	33.67	34.94	36.17	37.35	38.49	39.58	40.62	41.61	42.56
12…	32.41	33.72	34.98	36.21	37.39	38.53	39.61	40.66	41.65	42.59
14…	32.45	33.76	35.02	36.25	37.43	38.56	39.65	40.69	41.68	42.62
16…	32.49	33.80	35.07	36.29	37.47	38.60	39.69	40.72	41.71	42.65
18…	32.54	33.84	35.11	36.33	37.51	38.64	39.72	40.76	41.74	42.68
20…	32.58	33.89	35.15	36.37	37.54	38.67	39.76	40.79	41.77	42.71
22…	32.63	33.93	35.19	36.41	37.58	38.71	39.79	40.82	41.81	42.74
24…	32.67	33.97	35.23	36.45	37.62	38.75	39.83	40.86	41.84	42.77
26…	32.72	34.01	35.27	36.49	37.66	38.78	39.86	40.89	41.87	42.80
28…	32.76	34.06	35.31	36.53	37.70	38.82	39.90	40.92	41.90	42.83
30…	32.80	34.10	35.36	36.57	37.74	38.86	39.93	40.96	41.93	42.86
32…	32.85	34.14	35.40	36.61	37.77	38.89	39.97	40.99	41.97	42.89
34…	32.89	34.18	35.44	36.65	37.81	38.93	40.00	41.02	42.00	42.92
36…	32.93	34.23	35.48	36.69	37.85	38.97	40.04	41.06	42.03	42.95
38…	32.98	34.27	35.52	36.73	37.89	39.00	40.07	41.09	42.06	42.98
40…	33.02	34.31	35.56	36.77	37.93	39.04	40.11	41.12	42.09	43.01
42…	33.07	34.35	35.60	36.80	37.96	39.08	40.14	41.16	42.12	43.04
44…	33.11	34.40	35.64	36.84	38.00	39.11	40.18	41.19	42.15	43.07
46…	33.15	34.44	35.68	36.88	38.04	39.15	40.21	41.22	42.19	43.10
48…	33.20	34.48	35.72	36.92	38.08	39.18	40.24	41.26	42.22	43.13
50…	33.24	34.52	35.76	36.96	38.11	39.22	40.28	41.29	42.25	43.16
52…	33.28	34.57	35.80	37.00	38.15	39.26	40.31	41.32	42.28	43.18
54…	33.33	34.61	35.85	37.04	38.19	39.29	40.35	41.35	42.31	43.21
56…	33.37	34.65	35.89	37.08	38.23	39.33	40.38	41.39	42.34	43.24
58…	33.41	34.69	35.93	37.12	38.26	39.36	40.42	41.42	42.37	43.27
60…	33.46	34.73	35.97	37.16	38.30	39.40	40.45	41.45	42.40	43.30

地平更正數

距離	20°	21°	22°	23°	24°	25°	26°	27°	28°	29°
100…	11.7	12.8	14.0	15.3	16.5	17.9	19.2	20.6	22.0	23.5
200…	23.4	25.7	28.1	30.5	33.1	35.7	38.4	41.2	44.1	47.0
300…	35.1	38.5	42.1	45.8	49.6	53.6	57.7	61.8	66.1	70.5
400…	46.8	51.4	56.1	61.1	66.2	71.4	76.9	82.4	88.2	94.0
500…	58.5	64.2	70.2	76.4	82.7	89.3	96.1	103.1	110.2	117.5
600…	70.2	77.0	84.2	91.6	99.2	107.2	115.3	123.7	132.2	141.0
700…	81.9	89.9	98.2	106.9	115.8	125.0	134.5	144.3	154.3	164.5
800…	93.6	102.7	112.2	122.2	132.3	142.9	153.8	164.9	176.3	188.0
900…	105.3	115.6	126.3	137.4	148.9	160.7	173.0	185.5	198.4	211.5
1000…	117.0	128.4	140.3	152.7	165.4	178.6	192.2	206.1	220.4	235.0

表 X. 視距更正表(續)

高　度

分	30°	31°	32°	33°	34°	35°	36°	37°	38°	39°
0···	43.30	44.15	44.94	45.68	46.36	46.98	47.55	48.06	48.52	48.91
2···	43.33	44.17	44.97	45.70	46.38	47.00	47.57	48.08	48.53	48.92
4···	43.36	44.20	44.99	45.72	46.40	47.02	47.59	48.10	48.54	48.93
6···	43.39	44.23	45.02	45.75	46.42	47.04	47.61	48.11	48.56	48.94
8···	43.42	44.26	45.04	45.77	46.45	47.06	47.62	48.13	48.57	48.96
10···	43.45	44.28	45.07	45.80	46.47	47.08	47.64	48.14	48.58	48.97
12···	43.47	44.31	45.09	45.82	46.49	47.10	47.66	48.16	48.60	48.98
14···	43.50	44.34	45.12	45.84	46.51	47.12	47.68	48.17	48.61	48.99
16···	43.52	44.36	45.14	45.86	46.53	47.14	47.69	48.19	48.63	49.00
18···	43.56	44.39	45.17	45.89	46.55	47.16	47.71	48.21	48.64	49.01
20···	43.59	44.42	45.19	45.91	46.57	47.18	47.73	48.22	48.65	49.03
22···	43.62	44.44	45.22	45.93	46.60	47.20	47.75	48.24	48.67	49.04
24···	43.65	44.47	45.24	45.96	46.62	47.22	47.76	48.25	48.68	49.05
26···	43.67	44.50	45.27	45.98	46.64	47.24	47.78	48.27	48.69	49.06
28···	43.70	44.52	45.29	46.00	46.66	47.26	47.80	48.28	48.71	49.07
30···	43.73	44.55	45.32	46.03	46.68	47.28	47.82	48.30	48.72	49.08
32···	43.76	44.58	45.34	46.05	46.70	47.30	47.83	48.31	48.73	49.09
34···	43.79	44.60	45.36	46.07	46.72	47.31	47.85	48.33	48.74	49.10
36···	43.82	44.63	45.39	46.09	46.74	47.33	47.87	48.34	48.76	49.11
38···	43.84	44.66	45.41	46.12	46.76	47.35	47.88	48.36	48.77	49.13
40···	43.87	44.68	45.44	46.14	46.78	47.37	47.90	48.37	48.78	49.14
42···	43.90	44.71	45.46	47.16	46.80	47.39	47.92	48.39	48.80	49.15
44···	43.93	44.74	45.49	46.18	46.82	47.41	47.93	48.40	48.81	49.16
46···	43.95	44.76	45.51	46.21	46.84	47.43	47.95	48.41	48.82	49.17
48···	43.98	44.79	45.53	46.23	46.86	47.44	47.97	48.43	48.83	49.18
50···	44.01	44.81	45.56	46.25	46.88	47.46	47.98	48.44	48.85	49.19
52···	44.04	44.84	45.58	46.27	46.90	47.48	48.00	48.46	48.86	49.20
54···	44.07	44.86	45.61	46.29	46.92	47.50	48.01	48.47	48.87	49.21
56···	44.09	44.89	45.63	46.32	46.94	47.52	48.03	48.49	48.88	49.22
58···	44.12	44.91	45.65	46.34	46.96	47.54	48.05	48.50	48.90	49.23
60···	44.15	44.94	45.68	46.36	46.98	47.55	48.06	48.52	48.91	49.24

地平更正數

距離	30°00′	30°30′	31°00′	31°30′	32°00′	32°30′	33°00′	33°30′	34°00′	34°30′
100···	25.0	25.8	26.5	27.3	28.1	28.9	29.7	30.5	31.3	32.1
200···	50.0	51.5	53.1	54.6	56.2	57.7	59.3	60.9	62.5	64.2
300···	75.0	77.3	79.6	81.9	84.2	86.6	89.0	91.4	93.8	96.2
400···	100.0	103.0	106.1	109.2	112.3	115.5	118.6	121.8	125.1	128.3
500···	125.0	128.8	132.6	136.5	140.4	144.3	148.3	152.3	156.3	160.4

距離	35°00′	35°30′	36°00′	36°30′	37°00′	37°30′	38°00′	38°30′	39°00′	39°30′
100···	32.9	33.7	34.6	35.4	36.2	37.1	37.9	38.7	39.6	40.5
200···	65.8	67.4	69.1	70.8	72.4	74.1	75.8	77.5	79.2	80.9
300···	98.7	101.2	103.7	106.1	108.7	111.2	113.7	116.2	118.8	121.4
400···	131.6	134.9	138.2	141.5	144.9	148.2	151.6	155.0	158.4	161.8
500···	164.5	168.6	172.8	176.9	181.1	185.3	189.5	193.7	108.0	202.1

表 XI. 經線每度長度表

緯 度	公 尺	緯 度	公 尺	緯 度	公 尺
0°	110 567.2	30°	110 848.5	60°	111 414.5
1	567.6	31	865.7	61	431.5
2	568.6	32	883.2	62	448.2
3	570.3	33	901.1	63	464.4
4	572.7	34	919.2	64	480.3
5	575.8	35	937.6	65	495.7
6	579.5	36	956.2	66	510.7
7	583.9	37	975.1	67	525.3
8	589.0	38	110 994.1	68	539.3
9	594.7	39	111 013.3	69	552.9
10	601.1	40	032.7	70	565.9
11	608.1	41	052.2	71	578.4
12	615.8	42	071.7	72	590.4
13	624.1	43	091.4	73	601.8
14	633.0	44	111.1	74	612.7
15	642.5	45	130.9	75	622.9
16	652.6	46	150.6	76	632.6
17	663.3	47	170.4	77	641.6
18	674.5	48	190.1	78	650.0
19	686.3	49	209.7	79	657.8
20	698.7	50	229.3	80	664.9
21	711.6	51	248.7	81	671.4
22	725.0	52	268.0	82	677.2
23	738.8	53	287.1	83	682.4
24	753.2	54	306.0	84	686.9
25	768.0	55	324.8	85	690.7
26	788.8	56	343.3	86	693.8
27	799.0	57	361.5	87	696.2
28	815.1	58	379.5	88	697.9
29	881.6	59	397.2	89	699.0
30	110 848.5	60	111 414.5	90	111 699.3

表 XII. 緯線間每度經線中長度表(公尺)

緯度	緯線間每度中每分值									
	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′	10′
25°	1846.1	3692.3	5538.4	7384.6	9230.7	11076.9	12923.0	14769.2	16615.4	18461.5
26	1846.4	2692.8	5539.2	7385.6	9232.0	11078.4	12924.8	14771.2	16717.7	18464.1
27	1846.7	3693.3	5540.0	7386.6	9233.3	11080.0	12926.7	14773.3	16620.0	18466.7
28	1846.9	3693.8	5540.8	7387.7	9234.6	11081.6	12928.5	14775.5	16622.5	18169.4
29	1847.2	3694.4	5541.6	7388.8	9236.0	11083.2	12930.5	14777.7	16624.9	18472.2
30	1847.5	3695.0	5542.4	7389.9	9237.4	11084.9	12932.4	14779.9	16627.4	18475.0
31	1847.8	3695.5	5543.3	7391.1	9238.9	11086.7	12934.4	14782.2	16630.0	18477.9
32	1848.1	3696.1	5544.2	7892.3	9240.3	11088.4	12936.5	14784.6	16632.7	18480.8
33	1848.4	3696.7	5545.1	7393.4	9241.8	11090.2	12938.6	14787.0	16635.4	18483.8
34	1848.7	3697.3	5546.0	7394.6	9243.3	11092.0	12940.7	14789.4	16638.1	18486.8
35	1849.0	3697.9	5546.9	7395.9	9244.9	11093.9	12942.8	14791.8	16640.8	18489.9
36	1849.3	3698.5	5547.8	7397.1	9246.4	11095.7	12945.0	14794.3	16643.6	18493.0
37	1849.6	3699.2	5548.8	7398.4	9248.0	11097.6	12947.2	14796.8	16646.5	18496.1
38	1849.9	3699.8	5549.7	7399.6	9249.6	11099.5	12949.4	14799.4	16649.3	18499.3
39	1850.2	3700.5	5550.7	7400.9	9251.2	11101.4	12951.7	14801.9	16652.2	18502.5
40	1850.5	3701.1	5551.7	7402.2	9252.8	11103.4	12953.9	14804.5	16655.1	18505.7
41	1850.9	3701.7	5552.6	7403.5	9254.4	11105.3	12956.2	14807.1	16658.0	18509.0
42	1851.2	3702.4	5553.6	7404.8	9256.0	11107.3	12958.5	14809.7	16661.0	18512.2
43	1851.5	8703.1	5554.6	7406.1	9257.7	11109.2	12960.8	14812.4	16663.9	18515.5
44	1851.9	3703.7	5555.6	7407.4	9259.3	11111.2	12963.1	14815.0	16666.9	18518.8
45	1852.2	3704.4	5556.6	7408.8	9261.0	11113.2	12965.4	14817.6	16669.9	18522.1
46	1852.5	3705.0	5557.6	7410.1	9262.6	11115.2	12967.7	14820.3	16672.8	18525.4
47	1852.8	3705.7	5558.5	7411.4	9264.3	11117.1	12970.0	14822.9	16675.8	18528.7
48	1853.2	3706.3	5559.5	7412.7	9265.9	11119.1	12972.3	14825.5	16678.7	18531.9
49	1853.5	3707.5	5560.5	7414.0	9267.5	11121.1	12974.6	14828.1	16681.7	18535.2
50	1853.8	3707.7	5561.5	7415.3	9269.2	11123.0	12976.9	14830.7	16684.6	18538.5

表 XIII. 多錐形投影曲線座標數值表(公尺)

經度	緯度							
	26°		27°		28°		29°	
	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
1′	1668.7	0.1	1654.3	0.1	1639.4	0.1	1624.0	0.1
2	3337.3	0.4	3308.5	0.4	3278.8	0.4	3248.0	0.5
3	5006.0	1.0	4962.8	1.0	4918.2	1.0	4872.0	1.0
4	6674.6	1.7	6617.1	1.7	6557.6	1.8	6496.1	1.8
5	8343.3	2.7	8271.4	2.7	8197.0	2.8	8120.1	2.9
6	10011.9	3.8	9925.7	3.9	9836.4	4.0	9744.1	4.1
7	11680.6	5.2	11579.9	5.4	11475.7	5.5	11368.1	5.6
8	13349.2	6.8	13234.2	7.0	13115.1	7.2	12992.1	7.3
9	15017.9	8.6	14888.5	8.8	14754.5	9.1	14616.1	9.3
10	16686.6	10.6	16542.8	10.9	16393.9	11.2	16240.1	11.5

經度	30°		31°		32°		33°	
1′	1608.1	0.1	1591.8	0.1	1574.9	0.1	1557.6	0.1
2	3216.3	0.5	3183.5	0.5	3149.8	0.5	3115.2	0.5
3	4824.4	1.1	4775.3	1.1	4724.8	1.1	4672.8	1.1
4	6432.6	1.9	6367.1	1.9	6299.7	1.9	6230.3	2.0
5	8040.7	2.9	7958.9	3.0	7874.6	3.0	7787.9	3.1
6	9648.8	4.2	9550.6	4.3	9449.5	4.4	9345.5	4.4
7	11257.0	5.7	11142.4	5.8	11024.4	6.0	10903.1	6.0
8	12865.1	7.5	12734.2	7.6	12599.4	7.8	12460.7	7.9
9	14473.2	9.5	14325.9	9.7	14174.3	9.8	14018.3	10.0
10	16081.4	11.7	15917.7	11.9	15749.2	12.1	15575.9	12.3

經度	34°		35°		36°		37°	
1′	1839.8	0.1	1521.5	0.1	1502.8	0.1	1483.6	0.1
2	3079.6	0.5	3043.0	0.5	3005.5	0.5	2967.1	0.5
3	4619.3	1.1	4564.5	1.1	4508.3	1.2	4450.7	1.2
4	6159.1	2.0	6086.0	2.0	6011.1	2.1	5934.2	2.1
5	7168.9	3.1	7607.5	3.2	7513.8	3.2	7417.8	3.3
6	9238.7	4.5	9129.0	4.6	9016.6	4.6	8901.4	4.7
7	10778.5	6.1	10650.5	6.2	10519.3	6.3	10884.9	6.4
8	12818.3	8.0	12172.0	8.1	12022.1	8.2	11868.5	8.3
9	13858.0	10.1	13693.5	10.3	13524.8	10.4	13352.1	10.5
10	15397.9	12.5	15215.0	12.7	15027.6	12.8	14835.6	13.0

表 XIII. 多錐形投影曲線座標數值表(公尺)(續)

經度	緯度 38° X	38° Y	39° X	39° Y	40° X	40° Y	41° X	41° Y
1′	1463.9	0.1	1443.8	0.1	1423.3	0.1	1422.6	0.1
2	2927.8	0.5	2887.6	0.5	2846.5	0.5	2804.6	0.5
3	4391.7	1.2	4331.4	1.2	4209.6	1.2	4206.9	1.2
4	5855.6	2.1	5775.2	2.1	5603.0	2.1	5609.8	2.1
5	7319.6	3.3	7219.0	3.3	7116.3	3.3	7011.5	3.3
6	8783.5	4.7	8662.9	4.8	8529.0	4.8	8413.7	4.8
7	10247.4	6.4	10106.7	6.5	9962.8	6.5	9816.0	6.6
8	11711.3	8.4	11550.5	8.5	11386.1	8.5	11218.3	8.6
9	13175.2	10.6	12994.3	10.7	12809.3	10.8	12620.6	10.8
10	14639.1	13.1	14438.1	13.2	14232.6	13.3	14022.9	13.4

經度	42°		43°		44°		45°	
1′	1380.9	0.1	1359.1	0.1	1336.8	0.1	1314.1	0.1
2	2761.8	0.5	2718.1	0.5	2673.6	0.5	2628.3	0.5
3	4142.7	1.2	4077.2	1.2	4010.4	1.2	3942.5	1.2
4	5523.5	2.2	5436.2	2.2	5347.2	2.2	5256.6	2.2
5	6904.4	2.4	6795.3	3.4	6684.0	3.4	6570.8	3.4
6	8285.3	4.8	8154.3	4.9	8020.8	4.9	7884.9	4.9
7	9666.2	6.6	9513.4	6.6	9357.7	6.6	9199.1	6.6
8	11047.1	8.6	10872.4	8.6	10694.3	8.6	10513.2	8.6
9	12428.0	10.9	12231.5	10.9	12031.3	10.9	11827.4	10.9
10	13808.8	13.4	13590.5	13.5	13368.1	13.5	13141.5	13.5

經度	46°		47°		48°		49°	
1′	1291.1	0.1	1267.6	0.1	1243.8	0.1	1219.6	0.1
2	2582.2	0.5	2535.3	0.5	2487.6	0.5	2439.1	0.5
3	3873.3	1.2	3802.9	1.2	3731.4	1.2	3658.7	1.2
4	5164.4	2.2	5070.5	2.2	4975.2	2.1	4878.3	2.1
5	6455.5	3.4	6338.2	3.4	6219.0	3.3	6097.9	3.3
6	7746.6	4.9	7605.8	4.8	7462.8	4.8	7317.5	4.8
7	9037.6	6.6	8873.5	6.6	8706.6	6.6	8537.0	6.6
8	10328.7	8.6	10141.1	8.6	9950.4	8.6	9756.6	8.6
9	11619.8	10.9	11408.7	10.9	11194.2	10.9	10976.2	10.8
10	12910.9	13.5	12676.4	13.5	12437.9	13.4	12195.8	13.4

表 XIV. 多錐形投影曲線座標值(公尺)

經度	緯度 25° X	緯度 25° Y	緯度 30° X	緯度 30° Y	緯度 35° X	緯度 35° Y
5°	504 645	9 307	482 288	10 523	456 261	11 421
10	1 008 603	37 215	963 658	42 074	911 379	45 656
15	1 511 190	83 685	1 443 193	94 591	1 364 214	102 619
20	2 011 722	148 656	1 919 982	167 977	1 813 632	182 168
25	2 509 518	232 038	2 393 116	262 089	2 258 507	284 102
30	3 003 900	333 718	2 861 694	376 749	2 697 724	408 168

經度	40° X	40° Y	45° X	45° Y	50° X	50° Y
5°	426 757	11 972	393 996	12 160	358 224	11 978
10	852 171	47 852	786 402	48 594	714 847	47 859
15	1 274 904	107 525	1 175 994	109 162	1 068 277	107 482
20	1 692 628	190 805	1 561 019	193 635	1 416 934	190 581
25	2 107 023	297 430	1 940 103	301 690	1 759 262	296 785
30	2 513 790	427 063	2 311 802	432 918	2 093 731	425 619