

Mathematik für Anwender I

Arbeitsblatt 58

Übungsaufgaben

AUFGABE 58.1. Bestimme den Flächeninhalt der Vereinigung der beiden Rechtecke R und S , wobei R durch die Eckpunkte $(0, 0)$, $(3, 0)$, $(0, 2)$, $(3, 2)$ und S durch die Eckpunkte $(2, 1)$, $(5, 1)$, $(2, 4)$, $(5, 4)$ gegeben ist.

AUFGABE 58.2. Bestimme den Flächeninhalt eines regulären Sechsecks mit der Seitenlänge 1.

AUFGABE 58.3. Es sei $T \subseteq \mathbb{R}^n$, $n \geq 1$, eine kompakte Teilmenge, die eine nichtleere offene Teilmenge umfasse. Zeige $\lambda^n(T) > 0$.

AUFGABE 58.4.*

Es seien $P_1 = (a_1, b_1)$, $P_2 = (a_2, b_2)$ und $P_3 = (a_3, b_3)$ drei Punkte im \mathbb{R}^2 . Stelle den Flächeninhalt des zugehörigen Dreiecks mit $a_1, b_1, a_2, b_2, a_3, b_3$ dar.

AUFGABE 58.5. Es seien drei Punkte $P_1, P_2, P_3 \in \mathbb{Q}^2 \subset \mathbb{R}^2$ gegeben. Zeige, dass der Flächeninhalt des durch diese drei Punkte bestimmten Dreiecks eine rationale Zahl ist.

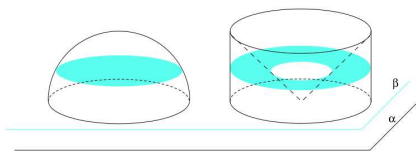
AUFGABE 58.6. Bestimme das Volumen einer gleichseitigen Pyramide (eines *Tetraeders*) mit Seitenlänge 1.

AUFGABE 58.7. Bestimme den Flächeninhalt eines Dreiecks mit dem Cavalieri-Prinzip.

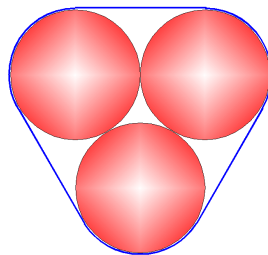
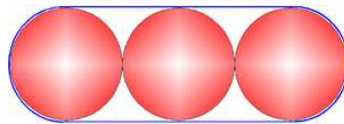
AUFGABE 58.8. Bestimme das Volumen des Rotationskörpers, der entsteht, wenn der Sinusbogen zwischen 0 und π um die x -Achse gedreht wird.

AUFGABE 58.9. Bestimme das Volumen des Körpers, der entsteht, wenn die Standardparabel um die y -Achse gedreht wird und dies mit der Ebene zu $y = h$ „gedeckelt“ wird, in Abhängigkeit von $h \geq 0$.

AUFGABE 58.10. Fasse die Einheitskugel als Rotationskörper auf und berechne damit ihr Volumen.



AUFGABE 58.11. Bestimme das Volumen des Körpers, der entsteht, wenn man aus dem Einheitszylinder, dessen Grundfläche eine Einheitskreisscheibe ist und der die Höhe 1 besitzt, den (offenen) Kegel herausnimmt, der den oberen Zylinderdeckel als Grundfläche und den unteren Kreismittelpunkt als Spitze besitzt.



AUFGABE 58.12.*

Es sollen drei Kugeln mit Radius 1 straff in eine Folie eingepackt werden. Berechne das Volumen des Gesamtpakets, wenn

- die Kugeln linear und anliegend angeordnet werden,
- die Kugeln als Dreieck anliegend angeordnet werden.

AUFGABE 58.13.*

Bestimme das Volumen des Rotationskörpers, der entsteht, wenn man den Graphen der Funktion

$$f: [0, 1] \longrightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}, t \longmapsto t + \sqrt{t} + 1,$$

um die t -Achse rotieren lässt.

AUFGABE 58.14.*

Hauptling Winnetou möchte sich ein neues Tipi über einer quadratischen Grundfläche von 3×3 Metern errichten. Er verwendet dafür vier Stangen mit einer Länge von 5 Metern, die in den Eckpunkten der Grundfläche stehen und sich in der Zeltspitze treffen sollen.

- Wie viel Quadratmeter Büffelhaut wird für das Zeltdach gebraucht?
- Wie viel Kubikmeter Rauminhalt hat das neue Zelt?

AUFGABE 58.15.*

Ein Eimer steht im Garten, gestern abend war er leer. Der Eimer ist 30 cm hoch, er hat am Boden einen Durchmesser von 20 cm und oben am Rand einen Durchmesser von 25 cm. Über Nacht hat es 5 cm geregnet. Wie hoch ist der Wasserstand im Eimer am Morgen?

Aufgaben zum Abgeben

AUFGABE 58.16. Es sei K die Kreisscheibe mit dem Mittelpunkt in $(0, R)$ und dem Radius $0 < r < R$. Berechne das Volumen des Rotationskörpers, der entsteht, wenn sich K um die x -Achse dreht.

AUFGABE 58.17. Es sei V der Viertelkreis mit dem Mittelpunkt in $(1, 0)$, dem Radius 1 und den Eckpunkten $(0, 0)$ und $(1, 1)$. Berechne das Volumen des „runden Trichters“, der entsteht, wenn man V um die y -Achse dreht.

AUFGABE 58.18. Es sei D das Dreieck mit den Eckpunkten $(3, 4)$, $(5, 5)$ und $(4, 6)$. Bestimme das Volumen des Rotationskörpers, der entsteht, wenn man D um die x -Achse dreht.

AUFGABE 58.19. Berechne das Volumen des Kegels, dessen Spitze in $(2, 3, 5)$ liegt und dessen Grundfläche die durch

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 3x^2 + 2y^2 \leq 4\}$$

gegebene Ellipse ist.

AUFGABE 58.20. Es sei T ein Kreissektor des Einheitskreises zum Winkel α (im Bogenmaß). Begründe mit Überpflasterungseigenschaften und mit Satz 58.8, dass der Flächeninhalt von T gleich $\frac{\alpha}{2}$ ist.

Abbildungsverzeichnis

Quelle = Cavalieriho princip.svg , Autor = Benutzer Pajs auf Commons, Lizenz = PD	2
Quelle = Wurst.png , Autor = Benutzer Rainer Bielefeld auf Wikipedia.de, Lizenz = GFDL	2
Quelle = Clusterförmige Anordnung.png , Autor = Benutzer Rainer Bielefeld auf Wikipedia.de, Lizenz = GFDL	2
Erläuterung: Die in diesem Text verwendeten Bilder stammen aus Commons (also von http://commons.wikimedia.org) und haben eine Lizenz, die die Verwendung hier erlaubt. Die Bilder werden mit ihren Dateinamen auf Commons angeführt zusammen mit ihrem Autor bzw. Hochlader und der Lizenz.	5
Lizenzklärung: Diese Seite wurde von Holger Brenner alias Bocardodarapti auf der deutschsprachigen Wikiversity erstellt und unter die Lizenz CC-by-sa 3.0 gestellt.	5