通

—或る數學徒のノート—

伊藤至郎 著

通路

―或る數學徒のノート―

伊藤至郞著

1948

月曜書房版

目次

まへがき

(1) 數學の發展……三

(2) 數學の階級性の問題……二〇

(3) 數學における結合と對應……三六

(4) 數學の基礎について……五八

(5) 公理の範疇性について……七〇

(6) 定理の分析……八九

(7) 數學・辯證法・理論および例證……一〇九

(8) 論理における實踐性……一二四

(9) 存在と現實……一七七
(10) 選擇（その一）……一八四
(11) 選擇（その二）……二〇〇
(12) 科學ノート……二〇八
その一　科學者の常識……二〇八
その二　科學的精神……二二四
その三　藝術と數學……二三一
その四　切斷と射影……二三三
その五　無　題……二四五
(13) 或る斷片……二五〇
(14) 日本における科學的精神の發生……二五四

通路

―或る數學徒のノート―

まへがき

本書が何をめざしてゐるかについては、ここでみづからかれこれいふよりもむしろ本文をよく讀んでいただき、そこで客觀的に「評價」されるのに傾聽したいとおもふ。

(1)から(6)までは主として數學の內部に關するものであり、(7)から(11)まではそのやうな內部に對していはば周圍の意味乃至背景の意味をもつものである。(12)は「その三」をのぞけばすべて侵略戰爭が準備されつつあつた一九三〇年ごろから一九三八年にかけて書かれたものであつて、「その五」は未發表のものである。當時はこのやうな表現さへもその筋なるもののにらむところであつたことをここにしるしておきたい。(13)はさらにずつと古く、一九二三年ごろのものであり、しかもこれは新聞「萬朝報」の懸賞小說として發表したことがあるものである。このやうな靜かな生活をしながら（役所に通つてゐたといふのは假構であるが）わたくしは當時、東京物理學校の數學科の成績不良な一生徒であつた。そしてまもなく關東大震災による朝鮮の人たちの虐殺その他の社會的激動にはげしくうごかされて、自己の完成といふやうな抽象的な個人

的な目標をすてて、この社會の機構ととりくまうといふやうな氣持がきざしたのであるが、ここではまだそれはでてゐない。わたくしが「或る斷片」のやうな短い文章をあへて本書にのせたのは、いまの若い人たちにこのやうなしづかな勉强の生活を想像していただくためではなくて、ここにすこしみえてゐるいはゆる理想主義者的な馬鹿正直な面を思つていただきたいためである。現在のやうな生活のみだれたくるしい轉形の時期には、理想主義的な情熱とか馬鹿正直とかは、若いひとたちに輕蔑されることはあつてもまじめにとりあげられえないかも知れない。しかし現在このやうな馬鹿正直さが正しい現實の理解とともにわが國の復興のために必要なのではないだらうか。

(14)は終戰後に發表したものである。これらのことはまだわたくしにおいても十分に研究されてゐるわけではないが、いまこの時代の先覺者・先驅者たちのことをおもへば、一層そのえらさがわかるのである。そしてわたくしは暗愚の身でありながら世のためにすこしでもつくしたいとおもふ。

とくに若い學生や勤勞者の方々の御一讀をえたい。

一九四七年十月十五日夜　著者

數學の發展

數學は如何なる順序にしたがつてその領域を增して行つたか？

物を數へること、物に順序をつけること——この二つのことがわれらの祖先にとつてもその實生活の上に必要であつたのはいふまでもあるまい。整數（自然數）はかうして人間の生活の中に入り込んできた。一つには順序をつけるための順序數として、二つには物の多少を測定するための基數として。そしてわれらの祖先は、物質と人間と、また物質と物質とのつながりをこの整數をなかだちとして出來るだけはつきりさせることにつとめた。實生活の波がさうすることを要求したから。だからここに、加・減・乘・除の四則演算といはれるものが比較的小さい整數の間に實行された。が、もちろんその演算は法則としてではなく、物質の間にあらはれるところの結果から歸納された。

次に分數が導入された。

これは連續量の測定やそこに起る等分が問題となつて導入されたものであつて、かなりの昔紀元前一七〇〇年頃）から用ひられてゐた。そしてこの分數は、量の測定の仕方（方法）によつて三様に現はれる。第一のものは單位量の等分によつて、その測定しようとするものが、その等分された新單位をうまく整數倍をもつやうに單位量を等分する仕方である。これはちよつと考へると極めて簡單のやうであるが、實際にはうまく整數倍になるやうに單位を等分するといふことが困難である。しかし近似的にはこの仕方でがまんし得るから實生活には多く使用されてゐる。これが普通の分數である。第二のものは測定しようとするものには直接かまはずに、はじめに單位を等分（普通は十等分）しておいて、その小單位で測定しようとする。うまく整數倍でおさまればよし、さうでなかつたらまたこの小單位を前と同じに等分したものを新單位として測る。これをつづけて行くのである。かうした仕方で得られる分數をわれらは小數的分數（小數もその一つである）といつてゐる。第三のものは前二者とは性質的にちがつた仕方であつて、單位の方はその儘にしておいて、測定しようとする方を次のやうに取扱ふ。まづ單位を、測定しようとするものを單位として測つて、そこに出てくる整數を讀む。例へば3と

か4とか。そしてここに$\frac{1}{3}$とか$\frac{1}{4}$とかの分數を得る。もしここに整數の外に半端があつたなら、その半端を單位として測定しようとするものを測定する。ここにおいてもまた半端が出たら、前と同樣の仕方で處理して行く。だから、かうして出てきた整數が3、5、8、9、25……であるなら、われらは次のやうな形の分數を得るわけである。

$$\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{8+\cfrac{1}{9+\cfrac{1}{25+\cdots\cdots}}}}}$$

この分數は連分數と呼ばれる。そしてこのものは理論上にはもちろん、實用上に極めて必要な分數であつて、もし或る測定の結果を、分母が一定の値を超過しないもので、一番誤差の少いものをと望むならばこの仕方に從ふがよい。例へば右の連分數を8のところでやめた近似値をとつてこれを普通の分數の形になほすと$\frac{41}{131}$といふ分數が得られる。もしこの測定において分母が百三十一より大きくない如何なる分數をとつてきても誤差は$\frac{41}{131}$を使ふときより

大となる。

われらは整數・分數の次に無理數をもつた。

量の測定はじつさいにおいて前の二つだけでは不十分である。例へば正方形の一邊を單位としてその對角線の長さを知らうとする場合や、圓の半徑を知つてゐてその圓周を測定しようとする場合のやうに。そこでこの測定の近似の度を高めるために、まづ不盡數が導入された。次に他の無理數もぞくぞくと導入された。われらの祖先はまづ無理數をその性質においてつかんで、それからこれを既知の整數・分數と結びつけて「理解」したのである。整數でもなく普通の分數でもなく無限小數を以つて表はされるところの無理數が、前二者とならんで數の仲間としてその位置を確保したのはずつと後のことである。

では、負數はどうしてわれらの祖先の生活にとり入れられたか。これも實生活の必要のためであつたか？

もちろん、今は數學の中でなくてはならないもののひとつとなつてゐるこの負數は、實生活にも必要とされてゐる。それは單に便利である位の輕い言葉ではすまされないくらいに。しかし、はじめは直接には實生活と關係をもたない代數方程式の解法の產物であつた。さうして、

これまでの數（正數）が直接に量の測定と關係があつたのに、これはさうではないために《負數》として容易にはうけ入れられなかつたことも一應うなづけることである。やがてものの關係としての反對性と正・負數との結びつけがなされ、生活の中にとり入れられるや一般の人が數として認めるところとなつたのである。しかし、そのためには五百年の日數が費されなければならなかつた。

さらに數學はその領域を增した、虛數が仲間入をすることによつて。

虛數もまたはじめは代數方程式の解法を機緣として生れてきた。そして虛數はこれまでの數（實數）と結びつくことによつて複素數の構成分子としての役目をすることになる。虛數も直接に生活の中から生れて來なかつたばかりに、長い間その名の示す通り「虛しいもの」として僅に形ばかりの存在をつづけてゐた。が、これもひとたび幾何學的表示の法が確立されてからは、多くの方面に應用されるやうになつた。それは各方面に研究の手段を提供した。物理學に、三角法に、また平面幾何學に。そして虛數もまたわれわれの祖先の生活の中に入りこんだ。

複素數が一平面上の點の位置の確定に關して貢獻するところがあつたことは幾人かの數學者たちを刺戟した。さうして更に空間における點・線等をいくつかの要素によつて確定して、か

くすることによつて空間の性質を研究しようとした。四元數なる數系統はかうしてうち建てられた。そしてこのものもまたその「應用」を、手段を、多くのものに提供した。

われらは更に進んで數學分野の發展をしるすにあたつて、ひとたび出發點にかへらう。

整數がまづ生活の中に入つてきた。その整數の間の演算は定められた。そこへ分數が入つてくる。この時に分數の演算はどんな風に定められたか？　量の測定より得られた「數」の間の關係としてふさわしいやうに。だから、分數の演算は整數のそれと矛盾することはゆるされない。分數は整數を自分の特別の場合として包含するやうにその演算を規定する。この演算規定の原則は無理數が導入された場合にも守られる。負數のときも虚數のときも。さうして複素數は自分を最一般者として實數・虚數の二つを自分の特別なものとして包含することになる。

かうして數學は複素數に至るまでに、いくつかの新數を仲間に入れてきた。そしてその度に質的變化を經てきた。例へば分數が數の仲間に入る前の整數とその後の整數とは、それだけをきり離せば依然として「整數」にはちがひないが、それは別の關係位置に置かれることになる。單位1は屈伸性をもつて現はれる。單位の分割といふ一つの飛躍が易々としてここに行はれる。

他の新數の導入の場合にも必ず數は質的にも量的にも變化をうけずにはゐられなかつた。數學は一應はかうして一つのまとまつたものとして、直接に量の測定とはつながりをもたない獨自の領域を形成する。數學は經驗的な破れた衣を捨てて新しく出發すべき時になる。つくられたものはその生産者の手を離れて、それ自身のもつ力と他との諸關係によつて分化し發展する。方程式の解法が負數や虚數を導入する機緣となつたことは前に述べた通りである。

今や數學はかなりに多量の材料をもつて一つの科學として現はれる。それは理論を要求する。それは必然的にかうした材料を「凡ゆる個々の研究領域に於て、系統的に、かつ內部的關聯に應じて整理しなければならなく」なる。これとともに個々の領域を相互に正しい關係に立たしめることも必要になる。

整數論がここにある。函數論が、方程式論が、級數論が、微分・積分學がここにある。またこれとともに無理數と有理數との正しい關係、正數と負數との聯關なども明にされた。これらのものははじめはその對立性において捕へられ、後にはその共通性によつて把握されてきた。

われらは主として數學の發展を、數に即して述べてきた。が、あの輝かしい平行線の公理に對する反逆を書くべき時になつた。ここではじめてわれらの數學はその理論において眼ざめたのであるから。

數の方面に發展の段階があつたと同じやうに圖形的方面（幾何學）にもそれがあつたことは當然である。古代の人たちの持つてゐた幾何學知識はいふまでもなくその全部が經驗から得られたものであつた。その「定理」も生活の中で「證明」された。そこにおける論理は實踐であつた。その「定理」は孤立してゐた。次にその孤立は緩和され多くの結びつきが得られた。だが、これらの「圖形」は經驗的に、感覺的に所有されてゐた。公理や定理は確固たる地盤を持つものとされてゐた。だから、見かけの上で簡單な姿をしてゐる平行線の公理（一直線外の一點を通りこの直線に平行する直線は唯一つあり）は「證明」し得るもののやうに思はれ、多くの數學者がそのためにどれほどの苦心をしたことであつたらう。

そしてこれらの學者の苦心から得られたものは、その「證明」の點からいへば徒勞であり、その經驗からいへば、見かけの簡單が必ずしもその追求の簡單を伴はないものであること、見かけの上では何等のかかはりもなく思はれることも時に近密な關係がその背後にあること、優

秀な學者の思索が必ずしもつねに正しさを保持するものでないこと、等々であつた。

そしてこれをロバチェフスキー、ボヤイ等は新しい方法からこの問題をとり上げる。すなはちこの平行線の公理とは別な他の平行線の公理を設けて一つの幾何學を建設するといふ目論見である。そしてこれは成就した。このことは何をわれらに語るか？　今までの公理は「誰でも認めずにはゐられないもの」としての王座から見事に追放されたことを。それはもはや一個の假定に過ぎなくなつた。それはもはやいはゆる眞理ではあり得なくなつた。

この影響は大きい。この結果は數學の根幹をゆりうごかさずにはゐなかつた。數學における眞理の意味が、眞理の過大評價から救はれた。數學的眞理は決して絶對的なるものではないことが實踐の上で證據立てられた。三角形の內角の和が二直角に等しいといふ「定理」は、三角形の內角の和は二直角より小であるといふ「定理」にくらべて、より確であるといふやうなことは、このままでは無意味なことになつてしまつた。

ここに理論構成の機運が起つてきたのは當然であつたらう。これは數の方面にもあてはまる。數理の原則なるものは過大評價されることをゆるさない。平行線の公理のとり方一つによつても三種の幾何學（双曲線的幾何學・拋物線的幾何學・楕圓的幾何學）が得られるやうに數

の方面においても活潑な理論構成とその展開とが行はれるやうになつた。そして特異なる數系統がぞくぞくとわれらの前にならべられた。われらはいま$2+3=6$におどろきはしない。$2+3=5$が確なやうに前者もまたその確かな根據を持つてゐるのであるから。

數學において理論構成は如何にして行はれたか？

二つの方法がとられた。一つは公理法ともいふべきもので、數・順序・基礎演算の關係を數學の分野を見渡すことによつて公理的に規定しようとする方法である。この方法は華麗ではあるが、その實在する數學の分野の見透しが十分に行はれがたいために、多くの數學における生けるものを型の外に失ふうらみがある。他の一つは大體において數の歷史的發達にしたがつてはじめに整數それから分數・無理數とその範圍を押しひろげて全領域に及ばさうとする方法で歷史的法とでも名づくべきものである。この方法はそれが「實際の發展の順序に從つてゐる」ことだけをとり上げていふなら唯一の正しい方法といはれるわけであるが、ただここにはその發展をつねにその時代に卽して取上げるといふ一つの契機を確保すべきであらう。

この二つの方法の具體的な例は今この短い文としては擧げ得ないが、かういふことだけはいはれるであらう。それが公理法によるにせよ、また歷史的方法によるにせよ、量の測定のために導入された時とは全然その姿を異にして位置せしめられたことを。それは直接に物質と結びつかないで理論と結びつく。さうして數學における理論は單なる空語ではない。

理論の構成はいふまでもなく一つの方法のもとになされる。したがつてこの方法の問題がわれらの場合、——數學を對象とする場合にも重要な位置を占めることは當然である。

われらは幾何學においてはその方法として切斷と射影の術をもつた。かくして圖形の位置關係の方面はかかる統一の上に、その性質を明瞭にすることができた。そしてこの方法のゆゑに多くのものが生産された。デカルトの創意にかかる解析幾何學的方法も圖形の性質を研究する良手段となつた。

また數の方面においては集合論が、群論が、超限數の理論が如何に有力に數の研究の手段となつてゐるかは、じつさいに現代の數學の中に一歩でも足をふみ入れた者の等しく知り得るところであらう。

われらはさらに數の系統を代數的系統と超越數系統に分類して、これとともに演算の系統的

發展の考を入れてここに環・體・モヅール・イデアル等の數系統を導入した。そしてこれらのものは單に分類された數系統としてのみ存在してゐるのではなく、これらのものを分類することはやがて組織することであつた。われらは組織するために分類するのである。

現代においては右にあげた様な有力な方法が數學のためにそなへられてゐる。そして現代においてはもはや整數の四則演算といふやうなものからは何ものも生産されない。現代の數學は質的にも量的にも、あの「幾何學を知らないものは我が門に入るのをゆるさな」かつたプラトンの時代からすれば、はるかにはるかに成長してゐる。そして現代の數學における方法は、決してかの固定した形式論理のそれによつて成立つてゐるやうな死せるものではない。それは形式を自由に飛びこえる。しかもその眞理をたえず實踐の中に證明して行く。かの「論理派」の數學者と呼ばれてゐるラッセルの語るところの論理をきけ。如何にその論理なるものがかの形式論理から抜け出てゐることか。* またブラワーによる「存在」概念の追求、排中律批判等を見よ。そこでは「存在」は單に矛盾を含まないこととは別に把握される。「寶の存在場所を示さずに寶の存在のみを告げる紙片」が一個のナンセンスに過ぎざることを、彼は强調する。形式論理なるものはここへまで入つてくる力を缺いてゐるのである。

數學の「方法」を口にするとき、われらは「良い記號を伴ふところの良い命數法は數學上の仕事を巧妙に處理するに缺くべからざる要素である」ことを忘れることができない。

カジョリはその『初等數學史』のなかでいふ、「近代における計算の奇蹟的な力は、三つの發明に歸着する、インド記法、小數および對數すなはち是である」と。まことに零の用法や位の原則が定められてから數學はその生産性を增大して行つたのである。

では、符號は如何にして一般的に使用されるやうになるか？　いふまでもなく符號はそのままに人間の生活にもとからあるものではない。それはつくられる。しかしどういふ風にであるか？　歴史によれば、いま使用されてゐる算用數字も、はじめから一般的に使用されたものではなかつた。それが何故にいまはさうではないか？

それはその表現しようとする對象を明に表示するからである。簡單でしかもわれらの生活に容易にとり入れられるからである。近代の偉大な科學者ポアンカレはこれに關するいくつかの言葉をわれらに與へてくれた。

「事實と事實との間の脈絡を明にして……その脈絡を確定するにはただ一つの新しい語を發明

するだけで足りることもまれではない。

「古い言葉で表された法則に現はれて來た例外も唯一つの語を巧みに選んだために消滅してしまふことは、最もよく經驗されることである。負數・虛數・無限遠點その他いくたのものを考へ出したのもそのために他ならない。」

數學における言葉（記號・定義）の重要さ――特にその生產性の點について――を、われらは a、b、c 等の文字の使用、＋、－、×、÷等の演算の符號、更に $f(x)$ なる函數記號等について實感してゐる。だからもし、「言葉」をひろい意味に使用するならば、現代においては、數學における對象の性質を、解析的な言葉で表はすことができ、また幾何學的な言葉で表はすことができるといつて、それらのちがつた「言葉」がわれらにとつてその一つが不用であるといふ結論をひき出すことは誤つてゐる。「巧みに作られた言葉の重要なこと」、「物事を言表はす方法、したがつて物事を總括する方法が物事自身に更に何を加へるかを理解すること」をポアンカレは力をきわめて說く。

數字・演算記號・函數記號・命數法――これらのものもまた、われらのそれを欲すると否とに係らず、一度その名づけ親　製作者の手をはなれて人間社會にもちこまれるや、その生產性の方面から實際的に檢査され、採否が決定される。

かくしてそれは社會的な存在物となる。

――一つのよき方法は對象を一人の若きよき母性とする。

はじめにわれらは負數を正數の反對の數として導入した。しかもいまやそれは正數と同じ向きの一系列中のものとして所有されてゐる。無理數はまづその名の示す如く單に形ばかりの理由なき數として導入された。しかもいまやそれは實數の連續にかくべからざる一系列中のものとなつた。虛數もまた同樣である。はじめは現實のものとしてではなく、虛しきものとして實數に對立した。しかるに今や複素數の一要素としてわれらの數系統において缺くべからざる重要な位置を占めるものとなつた。また、かの三種の幾何學をとれ。はじめはたがひに對立するものとして導き出された。しかも今やそれは、一つの性格的常數の取り方といふただその一點によつて變る同一の幾何學に包含された。非ユークリッド幾何學なるものはもはや特別の響をもたなくなつた。その固有の立場なるものは失はれた。この自由さ、この屈伸性が固定した形式論理の畠から生れることができるか。「最初には自己活動の諸條件として現はれ、後にはそれ

の諸桎梏として現はれるこれらの種々なる諸條件は、全體の歷史的發展において交通諸形態の相關聯する一系列を形作る。この關聯たるや、桎梏となつた以前の交通形態の代りに、より發展せる諸生產力ならびにそれとともに個人の自己活動の進步せる仕方に相應する一の新たな交通形態が置かれ、今度はそれがまた桎梏となり次いで一の更に他の交通形態によつて代られる、といふところに成立してゐる。」かくの如き歷史的經過を數學もまたその各分科の成長の中にとる。

さうして數學は「人間の眼の特殊な構造が人間の認識の絕對的制限をなすものでない、といふこと」を數學の分野において知つてゐる。「我等の眼には、なほ他の感覺が加はるのみでなく我々の思惟活動もまた加はる」ことをば聰明にも知つてゐる。だからこそ數學はユークリッドの幾何學に反逆をくはだてた。切斷・射影の術をば導入した。群論によつて五次以上の代數方程式は一般的には代數的に解き得ないことを明示した、等々。數學は多くの方法を他の諸科學に與へた。それとともにまた他の諸科學からも多くの方法を與へられた。かくして數學は枯死することなく、絕えずその生產性を增大しながら現代に至つたのである。

數學は知つてゐる――「凡ゆる時代の理論的思惟、したがつて我々の時代のそれもまた、種々なる時代に應じて著しく異つた形態と、したがつてまた著しく異つた內容とをとるところの一つの歷史的所產である」ことを！ それゆゑ、思惟のひとつの科學である數學も「凡ゆる他の歷史的科學と同じく、人間思惟の歷史的發展の科學である」ことを！

＊ラッセル『數理哲學序說』平野智治譯 弘文堂刊參照。

數學の階級性の問題

1

或る科學の階級性を問題とするとき、われらは次のふたつのことを意味せしめてゐる。ひとつには、その科學には階級性なるものがあるかどうかといふこと。これは階級性の存在の問題である。ふたつにはその科學における階級性の存在は明であるとして、それは如何なる姿を有してゐるかといふこと。これは階級性の形態の問題である。

もちろん、このふたつのものは、われらに確然と分離したものとして與へられてゐるのではないが、とにかくこの區別は考へられるであらう。

しかし、數學の場合においては、現に階級性の存在そのものが問題となつてゐるのであつて、すでにこれは明なるものとして、その上に立つて數學の階級性の形態を示すことは出來ない。いまわれらの前には「數學における階級性」なるものはいづれの意味にしろ明示されてゐないと考へられてゐるのである。

さて存在はその形態なしにはあり得ない。それゆゑわれらが數學における階級性の存在如何をみるために、これをその各分科の中に、その取扱ふ方法の中に、そしてまたその歴史的推移の中にこれを求めることは正當な路であらう。

しかし、問題はここにある。われらはまさに向はんとする敵手に對して準備をしなければならぬ。われらはまるきり未知なるものをそのものとしてひとつの領域からとり出すことは出來ぬ。例へばここに「未知」の十人の少年がゐるものとしよう。この中から、某火災のとき、勇敢にすばしこくレポーターとしての役目を果して人々に可愛がられてゐる未來の勇士をあててみろ、かう言はれたからとて駄目である。何かそこにその子に進ませる手がかりを與へてくれなくては。例へばその子の眼が大きくきら〳〵と光つてゐるとか、左の眉の上に横にかなりの大きい傷あとがあるとか。だから、われらの場合にもまづ數學における階級性の何ものであるかを、その標識の何であるかを知る必要がある。一體、「數學における」階級性とは何を意味するのであるか？われらはこれを左の二義においてつかむ。

（A） 數學はその研究の對象・方法などをとりあげるとき、その取りあげ方やその成果は、それを取りあげる位置＝階級によつて支配される性格を有つてゐるか？

（B） 數學は、ある定まれる存在者＝階級にのみ利用される性格を有つてゐるか？

もし（A）の意味で階級性を云々するのであるなら、如何なる他の科學においてもさうであるやうに、數學においてもまたそれは存在してゐる。

例へばその對象の取上げ方をみよ。小學校の一・二學年なる「位置」にある兒童にとつては加法の交換の法則の適用される範圍（對象）は正の整數に限られてゐる。が、すでに實數の全部と接してゐる中等學校の生徒たちにとつては、その範圍（對象）は正負の實數の全體をふくむ。また正數だけが問題になつてゐるとき、理由なしに人はそこに負數をも考へはしまい。方法のとり上げ方においてもさうである。轉換法を知つてゐる者とさうでない者とでは、或る命題の眞なることを證明するにあたつて、必ずしも同一方法をとりはしない。例へば、二つの三角形において二邊がそれぞれ相等しいとき、そのはさむ角の等・不等を研究して、結論として等しいときには第三の邊が相等しく、不等なときは大なる角に對する第三の邊は小なる角に對する第三の邊よりも大きいといふことがわかつてゐるなら、この場合には「二つの三角形において二邊がそれぞれ相等しく、第三の邊が不等なときはその大なるものに對する角は小なるものに對する角より大である。」といふ命題の眞であることを證明するに「直接證明」をやるまでもなく轉換法によつてその眞なることを斷定することも出來るのである。何故なら、この場合には「假設はその起り得べきすべての場合をつくして、しかもその終結はみんな異つてゐる」のであるから。

また或る問題をとりあげて研究する場合、これを解析學的にも幾何學的にも、相異なる方法によつてこれに向ひ得る多くの場合のあることを、われらはよく知つてゐる。例へば二つの二元二次方程式を連立させてこれの根を求むる代りに、二つの二次曲線の交點の如何をみることによつて問題を解決し得るのである。

同樣に、その成果についてもいふことが出來る。その立場――ひろい意味の「位置」によつて三角形の內角の和が如何に相異つて與へられるものであるかをわれらは知つてゐる。すなはち、ひとつの三角形の內角の和は、双曲線的幾何學では二直角より小であり、楕圓的幾何學では二直角より大であり、さうして拋物線的幾何學（ユークリッド幾何學はこれに屬する）では二直角に等しい。

それゆゑ、ひとつの科學內にあつてその各分科がその位置＝階級に支配されることは今のわれらにとつては問題にならないであらう。

（B）の意味においてこそはじめて取上げ得る價値がある。

それでは、數學は或る定まれる存在者＝階級にのみそれが利用せられる性格を有つてゐるであらうか？

だが、これについてはもうすこし立入つた規定を要する。その存在者＝階級とは必ずしも單數であるとは限らない。だからこれは別の一面において他の定まれる存在者＝階級にも利用されるものであり得る。しかしながら、一般的に言つて、そのうちの若干にのみ利用せられる性格があることにおいては、このやうに表現しても誤りはしないであらう。これ以外に、この意味での階級性をいふことは、その否定をいふのとえらぶところがない。だから、われらはこの意味でだけ科學の階級性を問題にするであらう。

さらにもう一つ利用について立入つて規定しておきたい。ここでいふところの利用は決して一時的なみかけの上でなく、その定まれる存在者＝階級の存在にかかるものであるといふことである。

われらの問題とする數學の階級性とは、その學內における位置性のことではなくて、數學がこの階級社會と如何なる關連をもつてゐるかにあるならば——かういふことが出來るであらう。「數學の階級性を知るとは、階級社會の生產物の一つである數學の中に、その時代の姿が如何に反映されてゐるか」を知ることがある、と。

この意味において小倉金之助博士の數學における階級性を取扱ふ態度は正しい。* 科學のこの方面の姿を知るには、數學史の外にこれを歷史（特に文化史・產業史等）の中に、各時代の文獻の中に求める以外には方法があるまい。そこでのみわれらは、その時代の人間の氣息を感ずることが出來る。利用するとは人間が利用するのであつて、しかもその人間とは數學を發展せしめた各時代の生ける階級社會を構成せる人間であることはいふまでもない。

*小倉金之助著『數學史研究』第一輯。岩波書店刊。

2

或る時代をとつてくる。するとわれらは知り得るであらう、その時代に存在した階級のすべてが多くにしろ少くにしろ數學を利用してゐたことを。だが、その利用の量からいへば、それ

を必要とした階級がより多く利用したであらうことは想像するに難くない。カジョリの『初等數學史』によれば十七世紀から十八世紀にかけて〈算術は全く商業上の目的に對してのみ學ばれた。〉英國の「上流」社會の連中は〈算術を學ばなかつたばかりかそれを全く齒牙にかけるに足らぬと思つたのである。だから、算術は自分が要求されたところへ、商業學校へ、貧民の子弟のところへと利用されるために送られて行つたのであつた。〉

そして、もしそこにただ二つの階級――支配階級と被支配階級とがあるときには、より多く利用することの出來るのが支配階級であることも、數學が一つの科學であつて、それを所有する者には、それを所有し得る境遇にあることの必要なことから確められる。さうして、それが多く利用されるとき、この利用される方向への多分の傾向・發展を示してくることは何も數學に限つたことではない。そしてこれを「階級」の上からみれば、その階級特有の性格を帶びてくるのも當然であらう。例へばカジョリによれば〈三角法は三角法自身のために開拓されたものではなく、天文學上の研究を助けるためのものであつたから、球面三角法が平面三角法よりも早く一層の發展を來したのも不思議ではない〉のであつてその難易から前後したのでないことはこの場合に明瞭であらう。球面三角法の方が平面三角法よりもはるかに複雜である。

また畫法幾何學の發生も築城の設計に關して長い算術計算の實行を避けるためにモンジュ等が創始したものである。

さらに、(小倉博士によれば*)デザルグの幾何學は次のやうにしてその特有の性格が與へられたのである。〈デザルグにあつては、彼の思想の飛躍は、むしろ自然的であつたとも云へよう。何故なら、彼は建築技師だつたから〉。〈さて建築と土木は石切りの術を要求した。また建築および繪畫は、必然的に透視法の發達を促してゐた。〉〈幾何學者としての彼がその主著圓錐曲線論においてその理論構成の上に、石切り、透視の方法を用ひたとき、吾々はここに純粹幾何學の革命を見た。ギリシヤ幾何學とは異なる立場の、近世射影幾何學が、ここに生れたのである〉。〈理論の構成において、幾何學としての體系において、デザルグは斷然ギリシヤ人と對立する。〉

しかし、階級の數が二つより多くあるときは必ずしもそれを利用する量の大なるものが最高支配階級であるといはれないではないか?――それはさうであらう。しかし、實際には殆んどつねに二つの單數の階級が對立してきてゐる。そしてその他のものはこの二つの附屬物にすぎ

なかつたとみられる。
が、とにかく、われらは或る階級のみに利用せられるといふことだけでは、そこに階級性を云々すべくもないことを知つた。では更にその利用の性質からみたならどうであらうか。如何に彼等は數學を利用してきたか？

われらは知る、彼等人間が生きてゐたのは、とにかく階級社會であり、彼等はこの社會に養はれてきたものであることを。それゆゑ、彼等は必然的に彼等の「位置」のエネルギーを有ち、彼等の「力の場」をもつてゐるために、彼等の屬する階級に特有の形態を數學の利用の場合にも與へずにはおかない。そして特に彼等が意識的である場合には、例へば彼等の數學教育においてみられるごとく、彼等の屬する階級の「永遠化」の方向にこれを利用する。遠い昔のアラビア人を例にとらう。〈歳月の進むにつれ東方アラビア人はだん／＼と算術でも、代數でもインド人の教授から遠ざかつてますますギリシヤ科學の影響を受ける樣になつた。〉〈かくの如き狀態はアラビア人にとつて悲しむべき結果を來たした。〉新思想の持主のインド人を離れて舊いギリシア人につかせた彼等の保守教育の背後には何があつたか？ カントルの解決にしたがへば、これは二つの學派の競爭の反映であるといふ。學派といふ文字を階級といふ文字に換へるなら、この「インド數學を拒否した」「まだ數學に符號を用ひたことのない」保守主義の支配階級が東方インド人を支配してゐたことを知り得るであらう。

しかし、彼等も人間であるから、その利用が或る種の數學上の進歩をともなひ、それが「人類一般」（？）を背景として利用をしたことになる場合はあり得るであらう。しかし、それは彼等の「階級を通して」であり、その限りにおいてさうなるのである。何故なら、利用はつねに現實の上にのみ地盤を持つことが出來、その現實は階級社會であるからである。だから、この意味においては必ず數學の階級性をみることが出來るといはれよう。

しかし、これが數學の階級性を問題とするときの最後の言葉であらうか？ 否、これは最初の言葉——出發點とはなり得ても、この問題をとり上げるほどのものにとつては最後の言葉、到達點とはすべきではない。

＊前揭書

われらはあらたに出發する。いつたい、數學がかくの如く利用されるのは何故であるか、と。

3

ひとつの科學はそれが一定の發展段階に達すれば理論を必要としてくることはわれらの認めるところである。そして數學もさうであつた。數學の研究對象を規定する公理の體系をとりあげてみよう。すると〈古來の數學の研究對象を規定する公理の體系は範疇的であつた〉*ことを事實の上から知り得るであらう。ところでこのことは數學が何故に利用されるかを問題とするとき、その利用性の一面をば示してくれるやうに思はれる。（もちろんわれらは數學が道具として實生活にうまく使はれるものであるといふ一面を忘却してゐるものではない。）何故なら、範疇的な公理體系によつて規定されてゐる領域のものは、その中の任意の一つをとりあげて究明することによつて他のそれに屬するものの性格をも知り得るからである。ものはこの範疇性によつて統一される。それゆゑこの公理體系が守られてゐる限りは、その領域のものは利用されることを拒むことは出來ない。彼等はその襟首をつかまれてゐるのだから。それは彈壓し易く統治しやすくされてゐるのだから。

*ロバチェフスキーの「公理への反逆」が實行されるまでは、公理の體系はそれが範疇性をもつてゐるといふことが唯一のほこりのやうになつてゐた。だから新數が導入されるや直に範疇性を保持するための演算が定義せられた。が、今はさうでない。例へば四元數の演算は必ずしも複素數系統の演算と一致しない。だから、これらの處理はその各の特性に從つて利用されればならない。なほ本書中の『公理の範疇性について』を參照。

數學は直接に人と人との關係とか、人と自然との關係とかを取り扱つてはゐない。數學の取り扱ふところは物質と物質の關係であり、更にそれらの關係の關係である。それゆゑ、數學は對象的眞理であつて人間的眞理ではない。人間が數學の中へ入り得るのは物質としてであつて人間としてではない。したがつて社會における人間の生活から結果するところの人間の間の諸關係を取り扱ふところの經濟學の如く、その構成原理のとり方が人間の生活に直接な影響を及ぼすが如きことはない。數學が人間の生活に響影を及ぼすのは、物質を通し、それら物質の關係を通して、はじめてなされるものである。それゆゑ、ブルジョア經濟學に對立してプロレタリア經濟學があるやうに、ブルジョア數學に對立してプロレタリア數學と呼ばるべき數學の存在をいふことは出來ない。外觀においてはただそれを何如なる方面に何のために應用するか、

にその階級の色が現はれるのを知り得るばかりである。

數學は構成されたその《理論》の上においては、みかけは超階級的なる「上層」建築物として、これまでの成果の上にたち、その《應用》においてのみ階級的なる正體を現はす。

〈個々の科學の任務は個々の運動形態もしくは相連關しかつ相互に轉移する一連の運動形態を分析することである。それゆゑ、分類とはかかる運動形態そのものをそれぞれ固有の序列にしたがつて配列することである。そしてここに分類の重要性がある〉

それでは科學のひとつである數學が受持つ部署は何處であるか？ B・ラッセルはいふ〈數學とは何を語りつつあるかを知ることなくまたその語るところが果して眞なりや否やを知らぬ科學である〉――これはあまりにも技巧的に表現されてゐる。しかしここにおける不知は決して無知であることを意味しない。數學は或る種の結合によつて規定される廣義の集合及び對應の形態を研究する科學であるといひ得るであらう。*（現代にあつてなほ數學を目して單に數や圖形の學なりとなす數學者はゐないであらう。）われらは、今その數學の前に立つてゐる。

數學は利用されることによつてそれを利用する階級の性格をおびてくる。そして或る點まではその方向に發展する。しかし、それは或る點までであつて、もしその方向において生産性を失ふなら、それは再構成されなければならない。前に擧げたデザルグの創始にかかる近世射影幾何學の理論構成を見よ。その切斷と射影とによつて構成せられるあの輝かしい生産性をその當時のギリシャ幾何學とくらべてみよ。理論構成の上で生産性をすでに缺いてしまつたギリシア幾何學は今は一つの紀念碑として昔日の面影を偲ばせるものとなつてしまつた。

數學も他のものと同じくひとつの科學にすぎない。數學もまた他の科學のごとく濁れるもの――階級社會の姿を反映しつつ發展する一つの科學にすぎない。ただ經濟學等にくらべるとき數學はより物質的な科學であるといはれるであらう。

（附　記）

數學は教育の場面とかその應用の面においては階級性をあらはにするが、その理論においては、それが支配階級にとつても被支配階級にとつてもひとしく通用するものである、とわたく

しは書いた。またプロレタリア特有の數學なるものはない、とも書いた。數學は、階級性をもつた科學よりも一層「物質的な」科學であると書いた。これらの言葉は要するに數學の世界には階級性がないことを結論するものであらうか。

もし科學が、まことの「科學の名に値する」科學であるなら、それは正しく物質乃至社會を反映したものであるはずである。それは變化・發展する外界に應じてまた變化・發展するものである。それはつねに「生きた」ものであるはずである。それゆゑ、もしいはゆるプロレタリアの科學なるものが、このやうな生きた、正しく物質乃至社會の變化・發展を反映するものであるなら――このやうな意味でのまことの科學であるなら、それはまたその教育においても、應用においても正しくなければならない。もしブルジョア科學なるものが排斥せらるべきものであるなら、それは結局において正しくないからである。さうでなかつたなら、そこにはただひとつの發展的な生きた科學があつて、これが支配階級にも被支配階級にも通じて行はるべきであるといふ弁證法的な科學觀に合はないものとなる。

ナチの教授ビーベルバッハは數學者の素質をわけてドイツ型とフランス型となし、ドイツ型こそじつさい的なまことのものであり、その特質として直觀的なこと、その他をあげてゐたが、

これはこどもだましのこじつけにすぎなかつた。當時においても誰もこんなことを信ずるものはなかつたやうである。もしプロレタリア科學を云々するものがこのやうな見えすいたこじつけをしようとするならば誰も信じないにちがひない。プロレタリアの科學こそしんじつのものであらうとし、またしんじつなもののみからなるところに、信頼をおかれるのである。

プロレタリア科學なるものをこのやうにわたくしはみてをり、したがつて數學においてもこのやうにみることを正しいと信じてゐる。これについては拙著『數學と弁證法』（丹波書林刊）および『對應の學としての數學』（眞善美社刊）を參照されたい。

數學における結合こ對應

1

$a+(b+c)=(a+b)+c$	$a(bc)=(ab)c$
$a+b=b+a$	$ab=ba$
$a+0=a$	$a.1=a$
$a-0=a$	$a\div 1=a$
$a+(-a)=0$	$a\left(\frac{1}{a}\right)=1$
$a-b-c=a-(b+c)$	$a\div b\div c=a\div(bc)$

右は數の加法および乘法の間に成立する關係を對應させたものである。ここにかかげられた數式はみんな演算の基本となるやさしいものであるから、すこし數學を學んで文字の取り扱ひに

通じた者には、このひとつびとつはよくわかつてゐるものばかりである。

しかしこのやうにそれをあつめて對應させてみると加法と減法との間になりたつ關係式と、乘法と除法との間になりたつ關係式との間に、或るきまつたつながりかたが客觀的に存在してゐることに氣づくであらう。すなはち左の側の加法の記號に對して右の側の乘法の記號を、また減法を除法にかへると、そのままに第一、第二および第六段がえられること、これがひとつ。もうひとつは左側の0を1にかへると同時に上の置換へをやると第三、第四のふたつの段が對應すること、これがひとつ。最後に$-a$を$\frac{1}{a}$にかへ、加法と乘法とをかへ、また0と1とをかへれば第五段が對應すること、これがひとつである。

要點だけを改めていへば、加・減に對する乘・除、0に對する1、$-a$に對する$\frac{1}{a}$といふありかたである。

このやうな《對應》が數學の演算の間に存在してゐるのは偶然であらうか。

乘法は加法の簡便算である、といふことだけからはこれについてはつきりした解答乃至說明はえられない。減法は加法の逆演算であり、除法は乘法の逆演算であるといふことだけでは、《反對の數》$-a$や《逆數》$\frac{1}{a}$をみちびき入れることにも至らないであらう。

四則演算は加　減・乗・除とわかれてはゐるが、これらをひとつにしていへることは、ふたつの數を結びつけてひとつの數をっることである。つまり數の結合の仕方を規定　るものである。そしてこの結合が一方は加法・減法となり、他方は乗法・除法としてふたつのちがつた結合の系統をつくつてゐるのである。しかしここで《反對の數》および《逆數》といふ概念をみちびき入れれば、逆演算は正演算に轉化させることができる。たとへば5を引くのは-5を加へることでかへられ、また5で割るのは$\frac{1}{5}$を掛けることでかへられる。そこで結合の系統としては加法と乗法とのふたつがえられる。そしてここで特別な位置をしめるものは加法の系統における0と乗法の系統における1である。これをそれぞれこの系統の單位元素とよぶことにしよう。

いまわたくしたちはこの二系統を數の世界で考へたが、しかしこれを數の世界に限定せずに、一般に或る一定の物のあつまりの世界においてこのやうなふたつの元素の結合を考へる場合にはもちろん加法とか乗法とかの區別は消えてしまふであらう。そこでこのやうな立場から右の對應性をとりあげてみよう。

或る一定の物のあつまりSの元素をA、B、C……とし單位元素(これを單元と略稱しよう)

をE、Aの逆元をA^{-1}であらはせば、第一段は$A(BC)=(AB)C$となる。これは、乗法の記法をつかつたけれども乗法を意味するのではない。もしSの任意の三元素の間に右の等式が成立するときは、Sは《結合律》を滿足するといふ。第二段は$AB=BA$となる。任意の二元素をとるときこの等式を滿足するならばSは《可換律》を滿足するといふ。また第三、第四および第五の三段はそれぞれ$AE=A$, $\frac{A}{E}=AE^{-1}=A$, $AA^{-1}=E$となる。また第六段は$AB^{-1}C^{-1}=A(BC)^{-1}$と書ける。なほここにはまだしるさなかつたが、當然このやうな物のあつまりにおいては《同値律》とよばれるつぎの三つの原律が成立する。

$A\equiv A$　(反射律)

$A\equiv B$　なれば　$B\equiv A$　(對稱律)

$A\equiv B,\ B\equiv C$　なれば　$A\equiv C$　(移動律)

いまここで合同の記號≡をつかつたけれどももし合同のかはりに相似とか同型とかを意味するものをとればそれぞれこの三律は相似・同型に關するものとなる。

そしてこのうちの反射律を《自同律》の名でよんでゐることは周知の通りである。

2

このやうな基本律をこころにとめておいて、わたくしたちがもつてゐる數の世界にふたたび立ちかへらう。

まづ零および正の整數のあつまりをSとしよう。Sにぞくするふたつの元素aとbをとれば$a+b$はやはりSにぞくし、そしてただひとつこれは存在する。aとbは任意のものであるからこのふたつのうち一方が0であつても、またともに0であつてもよい。ところで$a+e=a$を滿足するeはまた$e+e=2e=ee$、一般にnを任意の整數として$ne=e$を滿足する。eは0であることがわかる。しかし逆元（反對の數）は存在しない。なぜなら$a+x=0$を滿足するxは正數のなかにはないからである。もし正負の整數をとるなら逆元はつねに存在し、aの逆元は$-a$である。

つぎに整數のあつまりSにおいて結合を乘法としてabを考へればa、bが整數であればこれもまた整數となるからSにぞくする。單元eをさだめる式は$ae=a$で、aは任意のSにぞくする元素すなはち0或ひは正・負の整數である。$0.e=0$、また$ee=e^2=e$から移動律によつて$e^n=e$がえられる。$ae=a$ $(a\neq 0)$からeは1であることがわかる。

また$aa^{-1}=1$からa^{-1}は$\frac{1}{a}$となる。ここで$\frac{1}{a}$はaが單元1のときは整數となるが、その他のときは整數とはならない。よつて乘法を結合の方法とすればこの特別の場合をのぞけば逆元a^{-1}はSにはぞくしてゐない。しかしRを有理數の世界とすればaの逆數はかならずRのなかに存在する。Rは加法を結合の方法にとつてももちろん逆元（反對の數）がまたこれにぞくする元素のあつまりである。そしてさきにあげた二種の結合における可換律がRの世界で成立することは周知の通りである。さらに數の世界を擴張して、複素數Zの世界にとればどうであるか。ふたつの複素數の和および積はともにZのなかにあり、逆元（反對の數・逆數）は（特別に0の場合をのぞけば）つねにこのなかに存在してゐる。

《結合》といふことを中心にしていはゆる四則演算をみれば、加・乘の二つの仕方となること、そしてここで單元および逆元なる概念をみちびき入れるなら、加法においては0および$-a$が、乘法においては1およびa^{-1} $(\frac{1}{a})$がそれぞれ單元であり、逆元であることがわかつた。さうして加法に對しては正數の世界だけでは逆元が存在しえないこと、乘法に對しては整數の世界だけでは逆元が存在しえないこと、がわかつた。しかし有理數Rの世界に至つてこの結合

の二つの仕方に對して逆元が存在すること——言葉をかへていへばRは四則演算がつねになしえられる數の世界であることが知られたのである。

　このやうにしてわたくしたちは周知の整數や分數を新しい立場から觀察することを試みたわけであるが、もちろん數の世界がじつさいに擴張されてきたのは、決してこのやうな立場からなされたのではなかつた。（本書「數學の發展」を參照）しかしこのやうなみかたは決してむなしいものではない。これはいはば人間の數學に對するめざめを示すものであつて近代の數學は《抽象代數學》を中心としてこのやうな自由な立場から數學の對象をとりあげて研究をすすめ、そして多大の成果をあげつつあるのである。

3

　右においてわたくしたちは結合の仕方としての加法と乘法とをとり、この二元素の結合の結果としての第三の元素の存在についてのべた。結合 AB に對してただひとつのCが存在するのである。しかしその證明は略した。

　いまこの元素の數が2でなく3となり、また一般にnとなつたときにもこのことは成り立つ

であらうか。事實その成り立つことをわたくしたちは知つてゐる。しかしなぜ成り立つかについては、多くの人は考へもせず、また教へられもしないでゐる。

　わたくしたちの數の世界、たとへば有理數の世界においては、加法・乘法に關する結合律・可換律がともに成り立つから、これを多くの數に適用するにあたつてもその順序は最後の結果にさしひびくことはない。すなはち、いまa、b、c、d……なるn個の元素が與へられてゐるものとしよう。このうちから任意に2個のもの、たとへば a と b をとつてひとつの結合 $a+b$（或ひは ab）をつくりこの 2 個にかへるときは $a+b$（或ひは ab,）c, d,……なる $n-1$ 個の數がえられる。同様にしてさらにこれから $n-2$ 個にさせ、以下このやうにして最後にただひとつの數にいたる。この途中の二つのもののとりかたは任意であるが、とにかくここでは結合律と可換律はともに成り立つならば最後の結果は一定である、といふのである。

　いまひとつの結合に關してn個のものからなる物のあつまり S $(a, b, c, d, e,\ldots\ldots)$ から任意のふたつをとるとたとへば $S'_1(ab, c, d, e,\ldots\ldots)$ なるものができる。またaとcをとれば $S'_2(ac, b, d, e,\ldots\ldots)$ がえられ、或ひはまつたく或る元素aと無關係に$S'_3(a, b,cd, e,\ldots\ldots)$がえられる。ところで$S'_1$と$S'_2$とから$S''$として $S''_1(abc, d, e,\ldots\ldots)$, $S''_2(acb, d, e,\ldots\ldots)$ をつく

れば $abc=acb$ であるから（可換律）以下同じ手順をとれば最後に至つてその結果のひとしいことはあきらかであらう。また S'_1 と S'_3 から $S''_1(ab,\ cd,\ e,\cdots\cdots)$, $S''_3(ab,\ cd,\ e,\cdots\cdots)$ をつくればこのひとしいことは明らかであり、したがつて以下同じ手順から最後に同一の結果に至ることは見易い道理である。

そこでもしじつさいに元素の數が m 個の場合にこのことが成りたつなら $m+1$ 個の場合から m 個の場合に至る手順がどのやうにあらうとも同一の結果に至ることが右のプロセスからわかつたのであるから、n 個の場合に成り立つことを證明するには $n-1$ 個の場合に成り立つことを知ればよい。しかるに數が 2 の場合にはこれがじつさい成り立つ（假定によつて結合律・可換律にしたがふから）のであるから、3 個の場合に成り立つ。したがつてついに n 個の場合にも成り立つことが結論される。

このやうな證明の仕方は《數學的歸納法》とよばれるもので、數學では證明の方法として重要な位置をしめるもので、整數につながる問題すなはち〈n がいかなる整數でも云々〉のかたちの命題の證明によくつかはれる。n が如何なる正整數でも凸 n 邊形の對角線の數が $\frac{n(n-3)}{2}$ であることや、1 から n までの整數の和が $\frac{n(n+1)}{2}$ であることの證明はこの方法によらなければならない。なるほどこの n が 10 とか 15 とかきまつてをれば直接にこれを證明することはできよう。しかし〈すべての n〉云々とあるときにはこれでは不十分であつて、はたしてそれ以外の場合にも成りたつかどうかは、これだけからはわからない。11 のときや 16 のときはふたたび新しくやりかへさなければならない。

數學的歸納法によつて $1+2+3+\cdots\cdots+(n-1)+n=\frac{1}{2}n(n+1)$ を證明してみよう。

(1) まづこの等式は $n=1$ のときは眞である。なぜなら左邊は1であり、このときの右邊は $\frac{1}{2}\times1\times(1+1)=1$ であるから。

(2) もしこの等式が m のときに成り立つならさらに1を增した $m+1$ のときにも成り立つであらう。$1+2+3+\cdots+m+(m+1)=(1+2+3+\cdots+m)+(m+1)=\frac{1}{2}m(m+1)+(m+1)$ $=(m+1)(\frac{1}{2}m+1)=\frac{1}{2}(m+1)(m+2)=\frac{1}{2}(m+1)\left\{(m+1)+1\right\}$ これは $\frac{1}{2}n(n+1)$ の n の代りに $m+1$ をおいたものに等しい。すなはち m のときに成り立てば $m+1$ のときにもまた成り立つ。

(3) しかるに(1)により n が1のときにはじつさいこの等式は成り立つのであるから、(2)によつて　$+1=2$ のときになりたつ。したがつてまた $2+1=3$ の場合にもなり立つ。

よつてnがいかなる正整數のときもなりたつ。證明はこれで終りとなる。

この方法によれば 10 の場合から新しく 11 の場合をくり返す必要はないことも理解されるであらう。

したがつてこの數學的歸納法と通常おこなはれる歸納法との間には格段の相異があることもすぐわかるであらう。なぜなら通常の歸納法でなすところは、たとへば上の例でいへばnが1の場合にはなりたつ。nが 2 の場合にも左邊は $1+2=3$, 右邊も $\frac{1}{2}\times2\times(2+1)=3$ で成り立ち、nが3の場合にも $1+2+3=6$, $\frac{1}{2}\times3\times(3+1)=6$ で成り立つ。それゆゑすべてのnで成り立つ、とかたづけるやり方である。しかしこれではnが4の場合はまた新しくやり返さなければなるまい。そればかりでなく、はたして4 のときにも成り立つかどうかがわからないのである。たとへば或る家の第一子が男であり第二子も男であるからといつて第三子もまた男であると結論すればあやまるかも知れないであらう。なぜならここではnからかならず$n+1$にうつる推進力（必然性）が存在してゐないからである。男子の子となり女となる要因はこの場合nにあるのではなく、別のところにあるからである。

4

前章においては結合律・可換律のおこなはれる有理數の世界についてのべ、それにつけ加へて數學的歸納法といふ特別な證明方法を紹介したが、この章ではさらに加法と乘法に關係する問題をとり上げようとおもふ。

なるほど結合の仕方としては加法と乘法とは別個のものである。けれどもさきにも言及したやうに、このふたつの仕方の間に關係がないのではない。なぜならここで取り扱はれる元素の有理數が、このふたつの仕方（算法）と無縁ではないからである。或ひは別の言葉でいへば乘法は加法と無縁ではないからである。乘法は加法の簡便算であるといふいち面があるからである。

數6 は正整數の世界で加法的にみれば $1+1+1+1+1+1=1+5=2+4=3+3$ であるし、乘法的にみれば $1\times6=2\times3$ である。ここで $1+1+1+1+1+1=1\times6$, $3+3=3\times2$ といふおきかへがえられる。また別に數學では元素A、B、C から $A(B+C)=AB+AC$, 或ひは $(B+C)A=BA+CA$ をつくり《配分律》といふ基本律として教へてゐるが、いはばこれは結

合のふたつ、加法と乗法とを橋渡しするものであつて、たとへばいまの場合でも $1+5=1\times(1+5)=1\times1+1\times5$, 或ひは $1+5=(1+5)\times1=1\times1+5\times1$ および $2+4=2\times(1+2)=2\times1+2\times2$ 或ひは $2+4=(1+2)\times2=1\times2+2\times2$ として考へれば、$1\times6=1\times(5+1)$ と變形されるし、$2\times3=2\times(2+1)=2\times(1+2)$ もえられて、橋渡しの意味がこれらの例からよくつかみうるとおもふ。

わたくしたちはさらに進んで數のこのやうなふたつの結合にもうひとつの新しい結合の仕方をみちびき入れよう。それは冪法（ベキ）である。

冪とは等しい數の間の乗法の略記法としてまづあらはれた。$2\times2=2^2$, $aa=a^2$, $a^m a^n=a^{m+n}$, $(ab),(ab)\cdots\cdots(ab)=(ab)^n$ のごときものが冪の記法である。ここで 2、m, n のごときは冪指數とよばれる。しかし最初このやうにしてみちびき入れられた冪は、やがて別の觀點からみられるに至つた。整數の各が 1 といふ單元からその和として構成されたのに對してわたくしたちはたとへばいま 1 より大きい定まつた整數 a を單位として冪によつて他の數をあらはさうとするのである。言葉をかへていへば $N=a^x$ といふ式によつて N に x を對應させようといふのである。何倍かとはかるのではなくて、何冪かとはかるのである。このとき

$$S \quad 1, 2, 3, 4, 5, \cdots\cdots\cdots$$
$$S' \quad a^0, a^{x_1}, a^{x_2}, a^{x_3}, \cdots\cdots\cdots$$

が對應してゐる。ここで x_1、x_2……は正數である。そして1には a^0 が a には a^1 が、對應したがつて1と a との間の或る正數に對應して冪指數の方では0から1までの或る正數がただひとつ存在する。$N=a^x$ は a を定めておけばこのやうに N と x とが對應する。この x を a を底とする N の《對數》であるといふことはすでに中等學校で教へられたところであらう。

S と S' とはこのやうな對應性をもつてゐるばかりではない。二數 N、N' を S からとり $N=a^x$, $N'=a^{x'}$ からその積をつくれば $NN'=a^x a^{x'}=a^{x+x'}$ このことから、S における乗法といふ結合は S' においてはその對數の間の加法といふ結合に（轉化して）對應してゐることがわかる。すなはち $NN' \rightarrow x+x'$ である。

ここまできてわたくしたちはいちばんはじめに對照してしるした加法と乗法との結合律・可換律などの平行性をふたたび考へてみよう。

積に關する結合律 $(ab)c=a(bc)$ をとり a、b、c をそれぞれ $a=Z^\alpha$, $b=Z^\beta$, $c=Z^\gamma$ とおけば上の等式は $(ab)c=(Z^\alpha Z^\beta)Z^\gamma=Z^{\alpha+\beta}Z^\gamma=Z^{(\alpha+\beta)+\gamma}$, $a(bc)=Z^\alpha(Z^\beta Z^\gamma)=Z^\alpha Z^{\beta+\gamma}$

$=Z^{\alpha+(\beta+\gamma)}$ から、結局 $Z^{(\alpha+\beta)+\gamma}=Z^{\alpha+(\beta+\gamma)}$ が成り立つかどうか、によつてきまるともみられる。それゆゑ、もし加法に關する結合律 $(\alpha+\beta)+\gamma=\alpha+(\beta+\gamma)$ が成立すれば $(ab)c=a(bc)$ が滿足できるはずである。しかるにわたくしたちの有理數の世界においては加法の結合律がじつさい成り立つのであるから當然また乘法の結合律も成り立つのである。可換律も同樣に $NN'=a^xa^y=a^{x+y}=a^{y+x}=a^ya^x=N'N$ として檢定しえられる。

ところでこの冪の世界 P にあつては單元は何であり、逆元は何であらうか。そのやうなものが存在するであらうか。まづ加法に對してはPは單元をもたない。何故なら $Z+e=Z$ を滿足する e は存在しないからである。乘法に對しては $Ze=Z$ を滿足するものは $e=1=a^0$ である。$(Z=a^x,\ e=a^y,\ a^xa^y=a^x,\ x+y=x,\ y=0,\ e=a^y=a^0=1)$。つぎにZの逆元は $ZZ'=e$ を滿足する Z' であるから $a^xa^y=a^0$ ゆえに $x+y=0$, から $y=-x$ ここに x は正であるから y は負である。しかるに P の世界には負の指數は存在しない。逆元は P には存在しない。かう結論できるやうに思ふ。しかしじつはわたくしたちはまだ負の指數の意味を知らないのである。それが何を意味するかを知らないのである。そこでもとに立ちかへつて $a^xa^y=a^0$ から $a^y=\frac{a^0}{a^x}=\frac{1}{a^x}$ がえられることに注意しよう。もし a^{-x} を $1/a^x$ を意味するものとすればこれはひとつの(今は1

より小なる)正數であり、したがつて P のなかに存在することはあきらかである。よつて P は單元 a^0 とこれにぞくする任意の元素の逆元を有する數のあつまりであることがわかる。

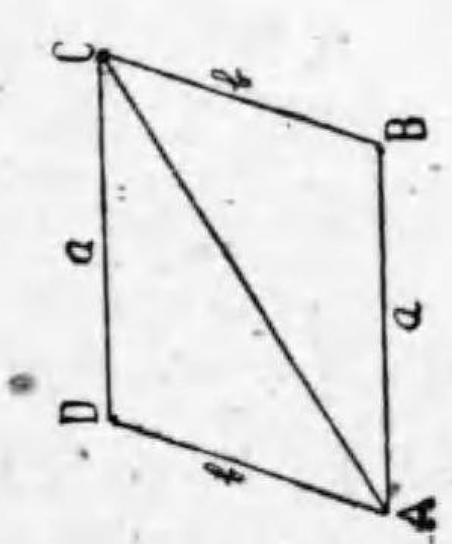
5

わたくしは數學を《結合》といふ方面からみて四則を加・乘の二結合としてつかみうることを述べた。そしてさらに冪といふ結合をこれに加へるとき、加・乘のふたつの結合律は結局この冪の世界に媒介されてひとつのものを他のものに轉化しうることをみた。また冪の指數のみに注目するとき正の實數の世界に、この0から始まる冪指數の世界が對應することをみた。

このやうにもし結合を《對應》としてみるならば、右にあげた三種の結合のさせかたが、必ずしも數學にとつて特定のものでない、といふ積極的な考へも生れてくるであらう。また單元をえらぶにも0とか1とかに拘泥しなくなるにちがひない。數學はその結合の元素として數のほかに式や集合やその他のものを大たんに取りあげるに至つた。ヴェクトルのごとき有向量の結合(和)の意味は決して通常の和ではない。また行列(マトリックス)のごときものの和や

積もさうである。

左圖においてヴェクトル $a=\overrightarrow{AB}$, $b=\overrightarrow{BC}$ の和は $c=\overrightarrow{AC}$ である。つまり、AB、BCを二隣邊とする平行四邊形のAとその對頂Cとを結び$A\to C$の方向づけをしたものがヴェクトルの和である。また $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}$ から $c=\overrightarrow{AC}$ は $b+a=c$ としてもえられる。すなはちヴェクトルの和においては（加法においては）可換律が成り立つのである。同様にして加法の結合律も成立することが容易に證明できる。またこれは複素數をつかつて $Z_1=\overrightarrow{AB}$ はAを原點とする直角座標をとつてABの長さとこれがx軸となす角とをそれぞれ $P=\sqrt{x^2+y^2}$, $\theta=\tan^{-1}\dfrac{y}{x}$ として對應せしめて式示することができる。すなはちこのやうなx、yをとつて $Z_1=x_1+iy_1$ として端點Bと方向とを示すことができる。



このとき $Z_1=x_1+iy_1$ と $Z_2=x_2+iy_2$ との和 Z は $Z=Z_1+Z_2=(x_1+iy_1)+(x_2+iy_2)=(x_1+x_2)+i(y_1+y_2)$ として定めればこれが上圖の關係の別表現である。

また行列A、Bをそれぞれ

$$A=\left|\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \cdots\cdots\cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \cdots\cdots\cdots a_{2n} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots\cdots \\ a_{i1} & a_{i2} & a_{i3} \quad \cdots\cdots c_{in} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots\cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} \cdots\cdots a_{nn} \end{matrix}\right| \qquad B=\left|\begin{matrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \cdots\cdots\cdots b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \cdots\cdots\cdots b_{2n} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots\cdots \\ b_{i1} & b_{i2} & b_{i3} \quad \cdots\cdots b_{in} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots\cdots \\ b_{n1} & b_{n2} & b_{n3} \cdots\cdots b_{nn} \end{matrix}\right|$$

とし、この和として

$$A+B=\left|\begin{matrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} \cdots\cdots\cdots a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} \cdots\cdots\cdots a_{2n}+b_{2n} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{i1}+b_{i1} & a_{i2}+b_{i2} \cdots\cdots a_{ik}+b_{ik} \cdots\cdots a_{in}+b_{in} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}+b_{n1} & a_{n2}+b_{n2} \cdots\cdots\cdots\cdots a_{nn}+b_{nn} \end{matrix}\right|$$

をとれば、すなはち略記して $A=(a_{ik})$ $B=(b_{ik})$ から $A+B=(a_{ik}+b_{ik})$ をつくれば、これも一種の對應である。そしてここでもこのやうな加法に對しては可換律および結合律が成立するかどうかはこの行列の元素の間にこの兩律が成立するかどうかによつてきまる。もしこれ

らの行列の元素が數であればこの兩律は成立するから、したがつてA、B二行列の間にもこの兩律が成立する。なほこのやうに行列を元素とする物のあつまりを考へれば、ここでも單元・逆元などを定めることができる。

もしふたつの行列 $A=(a_{ik})$、$B=(b_{ik})$ をそれぞれ(m,n)行列、(n,l)行列（m行、n列およびn行l列）としこれからi行、k列の元素（いはゆる(i,k)元素を $a_{i1}b_{1k}+a_{i2}b_{2k}+\cdots\cdots+a_{in}b_{nk}$ にもつ(m,l)行列をA、Bの積と名づけABであらはすものとする。さうするとここではときには $AB\neq BA$ が檢證される。ただし行列の相等の定義としてはすべて對應する行・列の元素がすべて等しいものであることをとる。すなはちA、B二行列のあらゆる(i,k)元素の間に $a_{ik}=b_{ik}$ が成り立つことである。この定義のもとで、たとへば右のA、Bをとれば

$$A=\left|\begin{matrix}2 & 4\\ 5 & 3\end{matrix}\right|,\quad B=\left|\begin{matrix}6 & 8\\ 9 & 7\end{matrix}\right|,\quad AB=\left|\begin{matrix}48 & 44\\ 57 & 61\end{matrix}\right|,\quad BA=\left|\begin{matrix}48 & 57\\ 44 & 61\end{matrix}\right|$$

であつて相等の定義により$AB\neq BA$である。すなはち*このときには*可換律は成立しない。しかしつねにさうだといふのではない。積としてえられる行列の行と列とをかへても行列の値が變らないものであれば可換律は成り立つのである。ただし結合律はつねに成立し$(AB)C=A(BC)$がえられる。しかしここではその證明は略する。

とくに行列において記憶せらるべきは零因子の存在することである。いま行列の零として$A=(a_{ik})$においてa_{ik}がすべてのi・kに對して0であるものを0行列とよぶことにする。このとき0ならざるふたつの行列 $A=(a_{ik})$、$B=(b_{ik})$ をとつて $C=(c_{ik})$ なる積をつくるとき $c_{ik}=a_{i1}b_{1k}+a_{i2}b_{2k}+\cdots\cdots+a_{in}b_{nk}$ がすべて0となるやうなA、Bを積ABの零因子といふのである。たとへば $A=\left|\begin{matrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{matrix}\right|$, $B=\left|\begin{matrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{matrix}\right|$, をとればこの兩者は $AB=\left|\begin{matrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{matrix}\right|=0$ を滿足し、しかもともに0ではない。このやうに行列の世界にあつては $AB=0$ から必ずしも $A=0$ 或ひは $B=0$ 換言すれば少くともそのひとつの因子が0でなければならぬといふ數の世界の定理は必ずしも成立しないのである。

これは定義・結合の規定などをはなれてただ數のことのみを考へてゐるものにとつてはおどろくべきことであるかも知れない。

6

このやうにして數學は大たんにその對象をとらへ、これに種々なる對應づけを行なふ。そし

てこれらの對應の構成によつて對應を研究する。ここではくわしいことは書いてゐられないが、むかしからの數學の發展の仕方をよくしらべてみると、たえず自然や實生活のなかから、そこにあらはれる對應を模範にとり、また一方では數學の内的な發展によりながら、これを新しく組織する、といふ方法をつづけてきてゐるのである。新しく組織するとは、新しい對應（結合）の觀點から數學の對象をみなほすといふことである。そして古いものは新しい組織のなかで復活する。これを數の世界についていへば自然數（正の整數）から有理數へ擴張された場合の自然數の新しい意味、さらに實數の世界に擴張せられたときの有理數の位置、なほ複素數の世界における實數の位置などをひとは思つてみるがよい。

集合論の創始者カントルが〈數學の本質は自由である〉といつてゐることは多くの數學者の引用するところである。しかし彼のいふ自由とは何をさすかについてはかならずしも數學者は立ち入つて考へてみようとしないやうである。カントルのいふ自由とは何でも勝手にやれるといふこと——放肆を意味するのではないとおもふ。それはむしろ放肆ではなく自覺であらう。自らにおかれた制約を自覺してゐるがゆゑに自由なのである。自らにおかれた制約とは何であるか。それは數學が對應の學として成長して來てゐるものだといふことである。*數學はそこから

出發し、或る時代に或る方面の對應の研究にとくに發展し、そこではじめの出發點を忘れてこれに熱中する。そしてこの忘却と熱中のゆゑにもはや健康ではなくなる。するとまた新しく對應のみちが創始せられ、これが發展する。世の轉形期の前後に數學もまた多大の動搖をきたし、やがて世の生産機關がその當時の制約のもとで最大の能力を發揮しはじめるころ（上昇期）には數學もまたそこに健康的な生活力を十分に發揮するに至る。數學はここで他の自然科學とむすびつき、その科學のなかで生かされる。なぜなら數學はさきに述べたやうに特殊なものといへば特殊なものではあるが、なほ對應の學として自然の事物をこの面から模寫し構成するものであるから。

* 拙著『對應の學としての數學』（眞善美社刊）のなかの「對應の學としての數學」の章を參照。

數學の基礎について

＜現代が急激に變る數學の過渡期だらうと云ふ樣なことを云つたが現代はまた特に抽象化の著しく目立つ時代である。歷史と云ふものは振返つて見て分ることだから現代に於てはそれが過渡期であるか否か分らないが今は過渡期であらう。即ち急激に變りつゝある時代だらうと云ふことは確からしい。何故かと云ふに少しなまけてゐると分らなくなつてしまふ。それは現に私が實驗しつゝある。とにかく現在急激に變りつゝあることは確かでその一番主な現象は抽象化です。事實は世界大戰の終り頃即ち一九二〇年頃から今日まで約一〇年の間に起りつゝある。抽象の過程が時期に投じたのである。それが何處まで行くか分らないが、とにかくそれが始まりつゝある＞。これは一九三四年の秋に高木貞治博士が阪大の數學教室でされた幾つかの講演のうちの一つ『過渡期の數學』の一節である。博士のこの講演はかなり短いものではあるがしかし示唆するところの多いものとしてわたくしは受けとる。高木博士は數學に於ける過渡期としてニュートンの時代・ガウスの時代・二十世紀の初めから現在におよぶ時代を擧げられた。ニュートンの時代は數學の上では微積分の發見時代であり、ガウスの時代は解析學の基礎をかためた時代であり、さうして現在は數學がその全野を襲つた抽象化の嵐の中にあつて試練をうけてゐる時代とでもいふことができやう。ところでこの現在の＜數學における過渡期＞をわたくしたちは如何にして行くべきであらうか。その心構へは？

齢耳順を超えたこの高名な數學者は絕えずその精神をはたらかせながら數學の全野を注視してゐる。そして後進の人達に云つてきかせるのである、これから勉强するものは性急に專門をきめないで深くといふよりは早く廣くやつた方がよい。傳統的な分類にしたがつて何をやらうなどと云はない方がよい、と。ここで傳統的な分類といふのは例へば代數とか數論とか幾何學とかを指すのである。まことにわたくし達にとつての關心事はいはゆる數學の一分科の深淺にあるのでなく數學全體としての前進にある。もつと强調して云ふならいはゆる數學といはれる一科學の前進にあるのではなく文化の發展といふことに重心があるのである。だから例へば數論を深くやるにしても、ただそれだけをつついてゐたのでは收穫が思つたやうに得られまい、といふのである。數學の他の諸分科との、そしてまたそれらの研究方法等との關連において數

論も生きたものとなり內容も豊富にされるものである。それが生產性をもつた正しい方法であり、しかもそれが自分の專門の分科に適用し得るものであつたなら、數學とは限らず如何なる科學からでも研究方法等を學ぶべきであるのはいふまでもあるまい。高木博士の云はれるところもこれに歸するであらう。數學における Freiheit とか Frweiterung とかいふこともかういふ意味で把握せらるべきではあるまいか。特にいはゆる數學基礎論においては自由にそして大たんにこれらの概念が使用せらるべきではあるまいか。

この國において數學の基礎が論ぜられるやうになつたのは一九一二年頃からでもあつたらうか。しかしそれは數學者によつてではなくて哲學者によつてであつた。西田幾多郎博士の『論理の理解と數學の理解』は一九一二年に發表されたものであるし、田邊元博士の『數理の認識』はその時から五年の後の一九一七年に公にされた。田邊博士は單にこの一論文のみでなくひとつながりの數學の基礎概念の研究をつづけられて後にこれらを集めて一九二四年に『數理哲學研究』として出版された。また博士に『科學概論』の著のあることは人のよく知るところである。そして現在*この國において哲學者の側から數學の基礎について云々される人達を擧げれば三宅剛一・三宅茂・下村寅太郎・小野勝次・近藤洋逸・本多修郎氏等である。もつとも

高木博士による『新撰算術』(一八九八年)や『新撰代數學』(ほぼ同じ頃)や同じ著者による『新式算術講義』(一九〇四年)はすでに數學の基礎についての關心を示してゐるし、林鶴一博士によるボアンカレの科學と假說』(一九〇九年譯)の紹介があつたことも忘れてはならない。

この國の數學者による數學の基礎に關する研究の發表は一九一七年に園正造博士の『公理體系の二種』にはじまつて米山國藏博士の大著『數學之基礎』三卷(一九二五—一九三〇年)に至り、今は數學基礎論の專門家を幾人かもつやうになつてゐる。例へば黑田成勝・平野次郎・平野智治・伊藤誠の諸氏を數へることができる。ここで田邊博士によるボアンカレの『科學の價値』(一九一六年譯)や同じく吉田洋一氏によるボアンカレの『科學と方法』(一九二六年譯)や岡谷辰次氏によるこれも同じくボアンカレの『輓近の思想』(一九二五年譯)の移植、それから宮本鐵之助によるラッセルの『數學哲學序說』の移植等がもつ功績を記しておかねばならない。

さて現在この國における上にあげた諸氏の研究は如何に進渉してゐるだらうか。わたくしたちはその發表せられるものだけを知るのみであるが、その多くが殆んど外國における諸家の研究の紹介を出でないもののやうに思はれるのを如何ともなし得ない狀態にある。紹介はもちろ

んそれ自體きはめて結構である。諸大家に追隨するまた可なりである。わたくしたちは學ぶためには時を惜んではならない。しかしここでわたくしたちはもう一度さきにあげた高木博士の『過渡期の數學』からこの高名な數學者が數學基礎論についていふところをきかう。高木博士は數學の基礎といふものは建築物の場合のやうに一度つくられるとその儘で動かないものではなくて動くものだといはれる。これはちようど歷史が絕えず現在の立場から書き換へられるやうに、數學においてもまたその基礎のつけ換へもしくは强化がその歷史的な時期においては必要になつてくるといふ意味であらう。博士はそしてかう云はれる――〈近頃では數學基礎論はあたかも數學の一科を成して一つの技術的なものになつた。昔は數學基礎論は無精者がやつたものだが近頃は面倒になつて長い式なんか出て來て無精者には向かない。私共は數學基礎論の簡單明瞭なることを欲するが、その反對で甚だ技術的なものに成つてゐる。〉

高木博士にここで數學基礎論の名のもとに行はれてゐる研究が數學の一分科になつてしまつたこと、それが現在は甚だ技術的なものになつたことをはつきりと指摘されたわけである。そしてこの指摘はいはゆる數學基礎論の研究を事としてゐる現在の數學者がひとしく肯定するところであるらしい。例へば黑田成勝氏はそれについて〈漸く最近に至つて數學基礎論の方法論と問題とが（數學の中に於ては）確立されたやうに見える。それは Hilbert によつて提唱されてゐる證明論である。證明論は過去の數學の證明を論理記號によつて……その證明の構造を考察することによつて、數學に用ひられる原理を通覽しようと試みるのである。そして……數學は決して矛盾に到達しないことを證明するのが證明論の主要な目標である。從つてその方法は極めて技術的となる〉。（上に引用した高木博士の講演集につけられた註）として記してゐるのである。けれども數學基礎論が數學の一分科としての方法と問題とを確立したことが果して數學基礎論の前進であるかどうかを反省してみる必要がありはしまいか。もしかしたならばそれは數學基礎論にとつての邪道ではあるまいか。專門化することはその學問の性質によつて深化をもたらす代りにかへつて淺薄を生む。公正を失つて偏狹なものとなる。基礎論をやる數學者は他の數學者にもまして絕えず眼を《專門》外の領域に、また他の諸科學の進展に注意してゐなければならない。かくしてはじめて高木博士のいふところの動く基礎の硏究がなされるであらう。

數學基礎論なるものがそれを全然やらなくとも數學の研究上に何らの支障がないといふやうなものであるならそれが果して數學基礎論の名に値するであらうか。わたくしはあの解析學の

基礎づけがコーシーたちによつてなされた輝かしい一八三〇年ごろのことを思はずにはゐられない。とにかくそれは正しく數學の基礎づけに相違なかつた。ところが現在の數學基礎論は如何に自負し如何にその重任をはたしつつあるだらうか。

急速な近代代數學の歩みの側にあつて基礎論は如何にみすぼらしくみえることであらう。〈實質的に同じものが三寸の舌頭で證明になつたり、不合理になつたりするやうでは、數學基礎論の前途は遼遠だ〉といふ言葉が高木博士のやうな數學者の口から出るのも故あるかなである。かういへば基礎論をやつてゐる一部の諸君は云ふかも知れない――否、我々は何も基礎が完成されたなどといふのではない。それは途上にあるのであつて、やうやくその方法とそこにおける問題とを確立したばかりである。やうやく本調子になつたところである。しかし斷つておくが我々は他の諸分科にとつて我々の仕事が問題にされやうがされまいがそんなことに神經を惱ませてなんかゐないのだ。我々には我々の仕事がある。他人のことまで心配して貰ひたくない、と。それならそれでよろしい。わたくしたちはそんな數學の現狀から隔離した基礎論などを決して問題にしなくともよいのだから。そしてわたくしたちはあくまでも現在の數學諸分科の進展に歩調をあはせて行けるところの、或る意味ではその先驅をさへもつとめ得るところ

の生きた基礎論の建設に力をつくさなければならない。

だが、こんなことをいふわたくしたちは基礎論研究者の熱意と功績とを忘れてゐるだらうか？　決してそんなことはない。わたくしたちは數學者の數學基礎論ばかりでなく、哲學者の數學基礎論――數理哲學にも傾聽しようとしてゐるのである。ただでき得るだけそれらの《研究》がまことの數學の基礎づけであり、基礎的諸概念の闡明であることが望ましいからである。何だつて根氣よく突ついてをればそれが研究と呼ばれる時代である。物々しい準備だてによつて飾られた何々の研究がそこにもここにもうようよとある時代である。わたくしたちはさうした物々しさに眩惑されてしまつてはならない。わたくしたちはそのためには或る程度の眼力を備へてゐる必要がある、些末なことと本質的なことを、單なる概念や記號の操作と實のある處理との相異を區別し得るための。そのためには數學全體の情勢に通じておくことが大切であるのはいふまでもない。だが、これは容易な業ではない。わけても現在のやうに急激に變化しつつある時においてはさうである。しかしそれは閑却することができない。

ではどうするか？　高木博士は essential と trivial とを區別することが學問かも知れぬといはれる。ポアンカレも學者は選擇しなければならないといふ。（本書の『選擇』を參照）二十五

歳のアーベルは自分は數學において何が essential で何が trivial であるかわかつたと友人に手紙を書く。二十二歳のコーシーは『解析教程』の中でかういふ——自分は數學的解析を完全にすることに努めるけれども一方ではこの科學を充足せしめるものなどと考へてはゐない。疑ひもなく自然科學において成功を以て用ひられる唯一の方法は事實を觀察して然るのちこの觀察の結果を計算を以て統制するにある。しかし正確を求めるには數學的證明や感官の證明による外には途がないと思ふのは大きな誤解であらう。……吾人をして數學以外にも眞理があること、感覺以外にも實在のあることを確信せしめよ。吾人は數學を研究しても正當の範圍を出てはならない。數學の公式によつて歷史を攻擊したり積分を以て道德を定めることができるものと信じてはならない、と。若くして土木技師となり、のち教授になつたこの偉大な數學者の一面がここに出てゐる。このやうに彼等は言葉の上や見かけの上での深刻さと實質的なものの價値とをはつきりと區別して把握しようと心がけてゐたのである。そしてこのことは數學基礎論において特に注意せらるべきではあるまいか。

わたくしたちはこの心を以て數學を勉強しようとする。わたくしたちはそして本質的なものと些末なものとを判別して誤らないやうに努力しよう、數學における〈あれか　これか〉を正

しく處理し得るために。

數學基礎論を學ぼうとするものはこの「分科」の特殊性をつねに考慮におかなければならない。すなはち他の諸分科と游離するとき、數學基礎論はその生命を失ふことを忘れてはならない。基礎論研究者はたえずその端緒に立ちかへつて本來の目的から出發しなければならない。技術化することがいけないのではない。論理記號がうようよするのが邪魔になるといふのではない。それが本來の目的から逸脫するのを警戒しなければいけないといふのである。

數學基礎論を學ぼうとするものは數學の歷史に通じなければならない。それは幾つもの側面から研究されなければならない。例へばそれはまづいはゆる數學史として。（これは誰でもがなすところである。）次にそれは一般の歷史のなかにおいて。更に產業の發達過程との關連において。この上になほ數學が急激に變化した時代の精密なる分析とその認識と、更に數學における發展狀態等々についての考察。ここで人は次のやうな點に氣づくであらう。數學は昔の幼稚なものから現在のやうな立派なものになつたこと、それが發展してきたものであることはこれでわかるが、しかもこの發展が單に數學の中で育てられたのではなくて歷史のるつぼの中で鍛錬されてきたものであることを。

そしてこれは何も數學に限つたわけではなくてあらゆる科學においてさうであつたのである。單にその科學の歴史をたどつただけでは跡づけることのできない諸變化もこれを一般の歴史を背景としてみれば納得しうることがある。ひとつの科學の論理的秩序は必ずしもその發展の歴史的秩序とは一致してゐないのである。

科學の歴史性の問題がここにある。數學においてもその歴史性については十分に研究せらるべきであるにも係らず、現在まだそれはあまりなされてゐないのである。いはゆる數學史はこの點に關しては殆んどふれてゐないといつていい。數學基礎論の研究者はこれを主要な研究事項としてとりあげなければならない。かうすることによつて人は「科學性」についての、わけても純粹理性の科學であることを誇つてゐる數學の科學性についての、これまでのいはゆる嚴正なる理論建築としての想定をやめるやうになるであらう。數學においても致命的な缺陷なるものは決してその〈理論上の不備〉にあるのではなくて他にある——如何なるものがそこから生産されるか？　ここにこそ數學の essential なものの尺度があることを人は知るに至るであらう。

數學基礎論を學ぶものは上に言及した科學性のことや數學の歴史性の問題とも關連するのであるが《論理》について十分な研究をしなければならない。そしてこの場合にも種々の研究側面があること勿論だが缺くべからざるはそれがわたくし達の〈身の近く〉でなされることである。人間的實踐からかけ離れて證明の構造を明かになし得るはずはない。論理もまた幾度もその端緒に立ちかへつてそれの人間的實踐との關係を「essentialに」確保しなければならない。もしかうした準備なしに數學基礎論に入つて行つたならば、そこにわたくしたちは何らの期待をもかけることはできない。その人は重疊する記號とその操作の中に自己を失つて呆然としてしまふにちがひない。**

*ここでいふ現在とはいまから十二・三年前のことであつて決して現在（一九四七年）ではない。したがつてここでいふ日本の數學論をする者の顏ぶれも多少ちがつてきてゐる。最近この方面で活躍してゐるものとして末綱恕一および彌永昌吉の二氏をあぐべきであらう。またポアンカレの譯書は岩波文庫に『科學と假説』・『晩年の思想』が加へられ、ラッセルの『數理哲學序説』は平野智治氏の譯で弘文堂から出てゐる。

**ここでもわたくしは『一般的教養としての數學について』の中にある高木貞治博士の『訓練上數學の價値附數學的論理學』の熟讀をおすすめする。

公理の範疇性について

1

今から十年前、京都理科大學の園教授は「哲學研究」第十五號に『公理體系の二種』といふ極めて明快な一論文を發表せられた。これはひとたび京都哲學會で講演せられたものとのことである。當時この論文が京都哲學會の諸氏や「哲學研究」の讀者諸氏に如何に受け入れられたかをわたくしは知らない。しかし數學を愛好する一青年であつたわたくしにとつては、忘れることの出來ない印象をのこした。もちろん日本においても數學研究の專門家たちにとつては當時といひどもこの論文の內容をなしてゐる「事項」は知られてゐたことであらうし、またそんなに眼新しいことではなかつたらう。が、單に數學や哲學の愛好者であるにとどまるわたくしにとつては、かうした部門までが數學者の手によつて取扱はれてゐるといふことが驚嘆に値したのであつた。それは決して單なる數の研究ではないこと、それは大きくわたくしたちの思惟の對象を覆ふてゐる考へ方であることをわたくしに示してくれた。

あの時から十餘年の後である今でも、わたくしはこの論文の持つ價値が失はれてしまつたとは思はない。大學等で數學を專攻された人たちは別としてまだかうした部門のあることを知らないでゐる人たちはここに多くの示唆するものがあることに氣づかれるであろう。わたくしはわたくしの思索の對象もそこにあることを理解していただくためにも、極めて大體ではあるが園博士の『公理體系の二種』についてしるさねばならぬ。

博士はいふ——〈數學は一般に或る一團の命題から成立つてゐる。そして各々の命題は其れより後に來るものの論理的演繹に非ざる樣に排列せられてゐるのである。斯くの如く排列せられたる一團の命題に於て第一の命題は云ふまでもなく他の命題から演繹せられたるものでない。故に演繹的證明をなすに當つては、常に何等かの假定の存在することを認めねばならぬ。數學の出立點は常に若干の命題の體系（Set of propositions）であり、しかも其等は全く證明せられずに殘されたるものなのである。〉同樣にまたここには若干の無定義用語の群がある。無證明命題は公理又は公準の名のもとに知られてゐる。〈余は玆に公理の諸性質——例へば公理は自明の眞理であるか、又は先驗的判斷であるかといふが如き——を論じ、又は各命題に於

て定義せられざる用語について云爲しようとするのではない。ただ數學の一部門に於ける公理の全體を總括して之を一體として見るとき公理の體系には二つの區別があるといふことを述べて見たいと思ふのみである。

そして博士はまづユークリッド幾何學についての Veblen の構成した公理群と若干の定義をあげてそれについていふ〈……之等の公理は凡て先行者の論理的演繹の結果ではない。從つて此等は孰れも明證せられざる命題であり、この命題に含まれたる用語（例へば點とか Order とかいふ如き）は何等の定義をも受けてゐないものである。故に形式上より見れば用語《點》は全く未知のものであり、公理に含まれたる內容以外には全く意義を有せざる記號 (symbol) として取扱はるべきものと云はねばならぬ。吾人は點の代りに全く無內容なる元素（エレメント） (element) を以てしても何等の差支がない筈である。從つて幾何學とは上掲の如き種々なる公理を以て定められたエレメントの集合を研究する學問であるとも言ひ得るであらう〉

〈茲に於て一つの問題がおこつてくる。即ち斯くの如く抽象せられたる結果は果して從來のユークリッド幾何學と稱せられたるものを猶且完全に特徵づけることができるであらうか。詳しくいへば點を公理に含まれたる事項以外に全く無內容なる記號と見做したるときにこの公理より續行する命題と通常吾人の考ふるユークリッド幾何學（以上十二の公理を滿足すると同時に點・オーダー等の用語に相當の意味を與へたるもの）の命題とが全く同一のもの (epuivalent) であるか。或は兩者は本質上全く異つたものであるか。前者に於て成立する命題は後者に於ても無論成立することは明かであるが、後者に於て正しき命題が果して前者に於ても正しいかどうかは吟味を要する問題である。〉

〈此種の問題は單に幾何學に限らず數學の孰れの部門に於いても之が抽象的式述を行ふと共に起り來るべき問題の一つであらう。余は玆にこの問題に對する一つの答を提供せんと試みるものであるが、要するにこの問題の解答は公理の體系の性質如何によつて然りともなり否ともなるのである。〉博士はその例として群 (Gruppen) と有限體 (endliche Körper) とをとつて吟味される。まづ《群》についていへばエレメントの數が等しい場合にも同態 (isomorphism) でないものがある。即ち一方で成立つことが必ずしも他方では成立たない。二つの有限體についていへばエレメントの數が等しい場合にはつねに同態である。即ち二つの體が同態なるときは一方の體に於て成立つ命題は他方の體に於いても同樣に成立つ。〉

〈而して吾人は之と同一の思想を更に擴張して數學の他の研究對象にも適用することかできる

であらう。一般的にいへば二つの體系S及びsがあつて兩體系のエレメントの間に一々的對應が成立しSに於て妥當なる性質はsに於ても亦同様に妥當なる場合には兩者の體系は同態であると名づけられるのである。〉

〈群に於ては之を構成するエレメソトの數が同一であつても二つの群は必ずしも同態であるとは限らないが、體に於ては同數のエレメントよりなれる體は常に同態である。かくして數學の研究對象を定義せる公理體系には二種の別あることが知られる。〉

〈今一つの公理體系Cがあつて C を滿足する對象が孰れも同態なるときは此體系は範疇的 (Gategorical) と云はれ之に反する場合には非範疇的 (Non-categorical or disjunctive) と稱せられる。〉

〈例へば有限體に於ては之を構成するエレメンドの數が一定せる場合には二つの體は常に同體なるが故に、有限體を定義せる公理體系は範疇的であるが群に於ては非範疇的である。〉

範疇公理體系によつて規定されてゐる對象を擧げるとユークリッド幾何(點及びオーダーに就いて)・整數・有理數・實數及び複素數等である。

〈以上の如く範疇的體系にて定められたる對象はいづれも同態なるが故に、之を研究するに一

つの具體的表現をとつてしても一般妥當性に於て缺くる所はない譯である。換言すれば研究對象を構成せるエレメントが公理又は公準を滿足する範圍內に於てエレメントに如何なる內容を與へても異なる結果は決して出ない。〉しかし、〈非範疇的體系によつて定義せられたる數學的對象の研究には一つの具體的表現のみを取扱つては一般的妥當性が得られない。〉だから、全く無內容なる記號としてのエレメントはこれを定義する公理體系が範疇的なるときは數學の一分科を完全に特徴づけることが出來るが非範疇的なるときはさうは行かないことが言明出來る。

最後に博士はいはれる〈古來の數學は完全に與へられたる公理又は公準から形式論理に依て演繹せられたるものではない……一言にしていへば古來の數學は一種の具體的表現である。それにも拘らず古來數學が他の諸科學と異つて一般妥當性を有すると考へられたのは——而して現今に於ても多くは確實なる妥當性を有すると考へられるのは抑々何故であるか。十九世紀以前の數學に於ては與へられたる公理は固より不完全であるが數學の研究者が互に相許せし(自覺してゐたか否かは別として)方法又は意味をとりだして公理體系を構成すれば盡く範疇的となるもののみであつた。點・線等の內容の如何に關らず彼等の數學が一般的妥當性を失はなかつたのは一にこの理由からであろう。〉

そしてこれにつけ加へられた。

〈然し古來の數學的研究對象を規定する公理體系が何故に範疇的であつたか〉

わたくしはかなりに長く、しかしながら不完全なる紹介をした。ともあれ公理の體系に二種あること、そしてそのひとつによつて規定される研究對象においてはひとつの具體的表現が他の任意のものの蔵せる關係までもさし示してくれるが他のひとつはさうでないこと、そこでは單なるひとつの具體的表現は決してこれの屬するの公理群の規定するものの姿を完全には表してゐないことに氣づかなければならぬことを忠告してゐる點は明かにされたと思ふ。

2

園博士はいはれた〈然し古來の數學的研究對象を規定する公理體系が何故に範疇的であつたか〉と。そののち博士がこの重要な問題に答へてゐられるかどうか、また他の人たちがこれを如何に取り扱つてゐるかをわたくしは知らない。が、それについての解答は未だ誰の手によつても與へられてゐないらしく思はれる。數學について知ることの文字通りに僅少であるこのわたくしがここでしようとすることは、かうした分野をわたくしの乏しい熟知の領域に結びつけ

て覺束ないながらもひとつの推定（殆んど獨斷ともいはるべき）を試みようとするにある。

ひとつの公理體系によつて規定せられたる研究對象——とかうわたくしたちはいふ。しかしこのことは決して公理體系がまづあつて、それからこれによつて規定せられる對象が生れてくることをつねに意味してはゐない。かへつてその反對にはじめに對象があつて（對象がまづあるといふことも問題ではあるが）然る後にそれらを規定する公理體系が生れてくる場合が多くあるのである。全然その研究對象を豫想せざる公理體系なるものは想定し得ないであらう。わたくしたちが對象をばある一つの存在形態において對象としてみるとき、すでにかくのごとき對象化の中に現實性をば附與してゐるのである。そしてわたくしたちはかくして構成した公理體系によつて再びその對象を見る。對象はこの二重の徑路を通つてくることによつて、わたくしたちの熟知の領域に定着する。換言すれば對象はかくして公理體系の中でその存在を確かにする。

例へばユークリッド幾何學である。この幾何學が自らの姿を明確にしたのはまずユークリッドの公理群による體系づけによつてである。更に一層明確ならしめることの出來たのは非ユークリッド幾何學の存在が確められて、その公理體系の構造が吟味せられるやうになつてからで

ある。このことはユークリッド幾何學においてのみいはれることではなくて、數についてもさうである。數もまたその對象を規定する公理體系によつてはじめてその性格を明確ならしめることが出來た。

今わたくしたちは $2+5=8$ や $2\times5=17$ に驚きはせぬ。またそんな馬鹿なことがあるものかなどといへもしない。何故であるか――わたくしたちは或る公理の群のもとにこれらの式を眺めるやうになつてゐるから。この等式は公理群の如何によつて成り立ちもするしさうでないこともあるであらうことを知つてゐるから。

では、或るひとつの科學の研究對象を規定する公理體系は如何にして構成せられるか？ 園博士も言はれたやうに、ここに多くの命題からなつてゐる一つの科學（演繹的）があるとき、これらの命題を論理的推論の上から連續してゐるやうにならべるとこれらの命題の證明にははじめに若干の基礎的命題が先行してゐることがわかるであらう。これこそこの科學における無證明命題群すなはち公理の群である。わたくしたちはそれ故かくして次の條件を滿足する公理群（如何なる表現形式のものであるにせよ）を以てこの科學を構成することが出來るであらう。

(1) その公理群は矛盾を含まない。

(2) その公理群がこの科學を構成するに十分である。

(3) その諸公理は互に獨立である。

そして、このときこれらの公理群は一つの體系をつくる。

しからばかくして得られたる公理體系は範疇的であるかさうでないか？

わたくしはこの問の答はひとつにかかつて右の第二の條件の中に含まれてゐることを信ずるものである。わたくしはこの間の消息を明かにするために例をとつて考察してみよう。

數についての基礎公理群における例。（加法・乘法・相等に關する）

(A) 存在に關する公準　この數の集合の中にはすくなくとも二個の數が存在してゐる。

(B) 加法　a と b とがこの集合の數であれば $a+b$ は a や b の、そしてその順序によつてぴたりと定められる數であつてまたこの集合に屬するものとする。このとき $a+b$ を「a と b との和」といふ。

相等の定義（略す）

$$(a+b)+c=a+(b+c),\quad a+x=a+y \text{ ならば } x=y$$

$$a+b=b+a$$

$x+x+x+\cdots\cdots+x=y+y+y+\cdots\cdots+y$（同數）なら $x=y$

（C）　乘法　a と b がこの集合の數なら $a\times b$ は a や b の、そしてその順序によつてぴたりと定められる數であつてまたこの集合に屬するものとする。このとき $a\times b$ を「a と b との積」といふ。

$$(ab)c=a(bc)$$

もし $ax=ay$ でしかも $a+a\neq a$ なら $x=y$

$$a(b+c)=ab+ac$$

$ab=ba$

（以上 Huntington による）

この十一個の公準からは整數・負數・分數等の主要な性質がことごとく誘導し得られる。

零に關する性質　これらの集合中には $z+z=z$ なる關係を滿足する數 z は 1 個以上存在することが出來ない（證略す）。かくの如き數を零と名づける。a をこの集合の任意の數とすると $a+0=a$, $0+a=a$. 逆に $a+x=a$, $x+a=a$ なら必ず $x=0$（證略す）。また $a\times 0=0$, $0\times a=0$, また $ab=0$ なら $a=0$. 或ひは $b=0$ 等。

1に關する性質　この集合中に0に非ざる數で $u\times u=u$ なるものは 1 個以上存在しない。

これを云々……

負數に關する性質　任意の數 a を與へたとき $x+a=0$ を滿足する x はひとつ以上存在しない。このとき x を a の反對の數と稱し $-a$ で表す。もし a と b が反對の數を有する數であれば $(-a)\times b=a\times(-b)=-ab$, $(-a)\times(-b)=ab$, $(-a)+(-b)=-(a+b)$ 等

分數に關する性質　任意の數 a に對して $ya=1$ 或ひは $ay=1$ なる如き y はひとつ以上存在し得ない。このとき y を a の逆數と稱し云々。$\frac{a'}{a}\times\frac{b'}{b}=\frac{a'b'}{ab}$ 等。

その證明こそ記さなかつたが、かくのごとく右にかかげた公理群は整數・負數・分數等を規定するものなることは確である。まちがひなくその對象を定義するといふ點からいへば、この公理群は分數を規定するに《十分》であるといふことが出來よう。しかしこれは單に分數のみを規定してゐるものではないからこの觀點よりすれば決して十分であるとはいはれまい。それ故わたくしたちは《十分》と云ふ言葉のもつこの二つの方向を混同してはならぬ。ひとつの方向は拖括するといふ意味が强調されてをり、他の一つは合置（ぴつたりあふ）といふ意味が强調されてゐるのである。そして多くの場合（數學においては特に）わたくしたちは後の意味を《十分》なる語に與えてゐる。ところで、この意味からいへば右の公理體系は決して分數のみ

を規定するものではないから分數を規定するものとしては完備してをらぬ、すなはち十分でない。では全體的に、この公理體系によつて規定せられる對象の間にはつねに一對一の對應づけが可能であるか。明かにさうではない。正の整數の中において成立しないことも負數の中では成立する。それゆゑこの公理體系は範疇的だといふことが出來ない。それゆゑこのものによつて規定せられるひとつの對象において成立することをとつて他の對象に押しつけることは出來ない。

幾何學なる部門においてもいはれる。わたくしたちは三種の幾何學を所有してゐる。楕圓幾何學・拋物線幾何學そして双曲線幾何學。この三種の幾何學の間に密接な關係があることはすでに知られてゐる。ところでわたくしたちはこの三つの幾何學を平行線の公準を除いた共通圏において規定する公理群をとることが出來る。だが、このときひとつの幾何學で成立することは必ずしも他のもので成り立ちはしない。決してこの三種の幾何學は同態ではない。したがつてこの公理群よりなる公理體系は範疇的ではない。

またユークリッド幾何學だけについてもいはれるであらう。この幾何學を規定する公理群（例へば Hilbert の）をとつてくる。このうち「完全の公理」を除けば殘りのものによつて規

定せられたる對象は種々あるが、そのうちには同態ならざるものが存在する。したがつてこれは範疇的なるものといふことは出來ない。もつとはつきりいへばもしユークリッド幾何學なる性格が公理群の中に悉く含んでゐるといはれないならば、すなはちこの幾何學の對象を規定するに十分であるといはれないならば、これと同態ならざる對象は存在し得るであらうし、したがつて範疇的なる體系を形成することは出來ないであらう。

然らばもしその研究對象を規定する公理體系がその對象の性格を悉く含んでゐるとき――換言すればその對象を規定するに十分であるとき、その公理體系は範疇的であるか？　或學者*はこれに答へて〈公理群の範疇的なることと十分なることは必ずしも常に相一致する者に非ず〉といつてゐる。そしてその證として結合・順序・合同・平行線の諸公理だけで十分ユークリッド幾何學が建設し得るが、この諸公理群を滿足する物の集りは種々あつて、しかもそのうちには同態でないものがあるから範疇的とはいはれないことを擧げてゐる。しかしこの場合の十分とは果して間然することなしとの意味の十分であるか。Hilbert の『幾何學原理』の中でわたくし達は「完全の公理」についての彼自身の說をきくことにしよう。彼は完全の公理を揭げた後で次の注意を與へてゐる。〈公理（結合・順序等の）によつて建設した幾何學は常用の解析幾何

學すなはちデカルト幾何學と一致しないことを證明し得るからである。之に反して更に完全の公理を提出して之に加へれば、たとひ、ここに直接に收斂の概念について述べるところがなくても之によつてデデキント切斷より起る極限のこと及び集積點に關する Bolzano の定理を證明することができる。したがつてこの幾何學は常用の解析幾何學と一致することが知られる。……即ちアルキメデスの公理はその成立の準備たるの用をなし、完全の公理はその成立の確立を與へるものである〉(傍點は筆者)もしこの完全の公理を除いたもので完全にユークリッド幾何學の性格が規定せられるならば、特に「この完全の公理」の必要が何處にあらう。よし彼が單に方便としてのみこれを加へたものとするも、之と一對一の對應づけをなすことの出來た實數の領域においてこれが必要なりし以上 (Huntington は十九個の公理群をとつて實數を規定する公理體系を構成してゐる。そしてこの公理群の完全性をも示してゐる) 陰にしろ陽にしろその公理體系の完全性を示さないものは決してその對象の性格を示すことは出來ない。ヒルベルトがとにかく「完全の公理」の獨立を證據立て、そしてこれなしにはわたくしたちのユークリッド幾何學を性格づけることの出來ない以上、完全の公理を除ける他のものだけではユークリッド幾何學を十分に規定するものとみることは出來ないであらう。

* 九州帝大教授米山國藏氏『數學の基礎』上卷 322 頁。本書は數學を史的に展開せるものとして日本における唯一の好著である。

3

公理體系はそれが或る種の研究を十分に性格づけるときは必ず範疇的である。もしこの推定にして誤つてゐないなら、わたくしは更に歩を進めよう。

それでは學(ここでは演繹的なるものを指したい。そしてこれは幾何學中でもユークリッド幾何學といふやうに一つの小さい部門を指したい)それが明確なる性格を有するとき(學はつねに明確なる性格を有つべきであるが)これを規定するところの公理體系はつねに範疇的だといふことが出來るか?

ここに《學》のもつ性格とは何であるか? 一つの學のもつ性格とは、一部分はその要素にも依るが重大な役目をするのはその《方法》であらう。學とそれを建設するところの方法とは離すことの出來ぬ二つの概念である。要素は方法のもとに單なる「もの」としてではなく或る種のものとして從屬する。それゆゑ學の有つ性格とは――その方法の、從つてまたその方法の源泉であるところのものが有つ性格に外ならないといふことが出來よう。さて方法の源泉であ

るところのものとは何であるか？　それは個人の精神であるか？　否、それは「社會的存在」が規定せるわたくしたちの「意識」である。それ故この性格は要素としての存在でなくしてわたくしたちを含めた存在――いはば社會的存在一般の持つ一つの性格であるとでもいふことが出來よう。だから學の性格は社會的存在一般の一切斷面としてわたくしたちに把握されるのである。わたくしたちはこの存在の姿を拒斥することは出來ない。それは公理への傾向をとる。だから、學はそれが一つの學として存在し得る限り、その性格は公理體系のもつ性格――範疇性を必ずもつ。しかもそれは非範疇的なるもののままではあり得ない。もし非範疇的なるものであつたなら更に分科し發展して安定を得るまで變容するであらうから。

ゆゑに學はそれが明確なる性格を有するとき必ずこれを規定する公理體系は範疇的となる。

ここにきてわたくしはいふことが出來るやうに思ふ。古來よりの數學の研究對象とせるものは具體性をもち、したがつてその《存在の仕方》はひとつの性格をわたくしたちに示すわけであるから。それ故もしその存在の仕方よりくる特別なる性格を規定し得ない公理體系なるものは、この研究對象を規定するものとなり得ない故かならずその構成を變化して研究對象にふさはしきものを持つてくるにちがひないから。

もちろん、わたくしはかくいへばとて、範疇的ならざる一系の公理群をとつて、これによつて規定せられる對象を研究する領域がわたくしたちには存在し得ないなどといはうとするものではない。むしろ重要なことはかくの如き自由度をもつ非範疇的公理群によつて、一方には範疇的なる分野を他との區別によつて把握し、他方かくの如き自由度の測定をすることによつてますます「存在」の姿を明確ならしめ得るのである。例へば三種の幾何學の共通公理群の上に、それらの性格的規定なる「平行線の公理」を三樣に與へるとき、その姿は如何になるかとか、また前揭の數の公理群に單位元素1を加へ「完全の公理」によつてこの領域を完成せしめて自然數系統を得るなどはさうであらう。

しかし前にもいへるごとく非範疇的なる公理體系は、ひとつの過程としては立派にひとつの研究對象群を規定するものとして存在し得るが、その研究對象がその性格を明確ならしめ來るときには、範疇的とならざるを得ない。

以上でわたくしはいはんとしたひとつの問題の答をしるした。結論（といふよりも獨斷ともいふべき）だけを記せば次のやうになる――

すべての演繹學を規定する公理體系は範疇的か非範疇的である。しかし學がその有する性格

を明確ならしめ來るとき、もしこれを規定する公理體系が非範疇的なるものなるときは必ず範疇的なるものに轉化する。

公理體系はつねにその社會といふ場において範疇的なるものへと歩みを進めてゐる。

これは餘論ではあるが、公理體系を考へることによつて比論や比喩と呼ばれる一系の關係もかなり判然としてくるであらう。すなはちわたくしたちが單にそのもの（比喩など）をうけとらずにこれをその論じられてゐる對象の間に或る種の《對應づけ》を有せしめ得る如きひとつの公理體系の中に見出すことができ、その體系の性格を吟味し得るならば。とはいへ事實においてはかくしてそれらを規定する公理體系を見出すことは容易な仕事ではないであらう。」

ここにおいて數學の社會性といふやうなことを考へたらどうなるであらうか。*

また演繹學に限らず、例へば社會科學などにこの考察を及ぼしたらどうであらうか。

（一九三〇・一・五）

* 本書「數學の階級性の問題」參照。

定理の分析

1

この短い一篇は幾何學的命題についての部分的考察である。

定理はその有する自然さを失はせないで、これを〈AがBなればSはPなり〉の形式で表現することができる。* そして人々はこの定理について假設をいひ終結をいひ、それからその定理の「逆」をいふ。中等學校の數學の教科書のなかでも多くの定理の「逆」は揭げられ、また生徒たちにはその「逆」をつくることが課せられてゐる。

しかしながら、この種の負荷は、現在多くの教科書において見受けられる程度の、命題についての言及を以てしては生徒たちにとつては過重である。換言すれば冷酷である。生徒たちは教科書からどれだけのものを得ることができるであらう。またこの程度の內容のものをいくら教師が熱心に「教授」しても、教科書を守る限りでは、大事な楔が脫けてゐるのであるから

(わたくしは敢てかういふ)その効果はあまり擧げ得ないであらう。

大事な楔?――どこにそんなものが脱けてゐるのだ、かう憤慨して叫ばれる教師諸氏があるかも知れない。定理には假設と終結とがあり、その假設と終結とを入れ換へたものがその定理の「逆」である。こんなことがわからなくてどうするのだ。こんなことについては、むづかしいりくつをこね廻す餘地なんかあるものか、たいていの教科書にあるもので澤山だ。俺たちは立派にこの方面のことを教へ込んでゐるつもりだと。しかしかう斷然と聲明し得る人たちは幸である。わたくしたちのうちの多くのものはこの種の問題について部分的な貧弱な知識をもつてゐるに過ぎないのであるから。

それにも係らずわたくしがこの幼稚な部分的考察を發表しようとするのは、これが一つの端緒となつて、この方面に關する諸氏の具體的研究が始められることを希望するからである。わたくしの知つてゐる範圍においては、この種の研究は全然すてて顧みられないでゐるやうである。のみならず、或る人たちにとつては、かくの如きことを云々することは中等學校における數學科の邪道としてさへ取り扱はれてゐる様子である。中等學校における數學教育にとつて果してこれが邪道であるかどうかについてもかなりに議論のあるところであらう。だが、わたくしは今これについての私見を述べることはやめる。わたくしはただ次のやうな立場から、ただ次のやうな意義を明かにするためにのみこの問題を取上げて、それについて記さうとするのである。――

現在、日本における中等學校の數學科に採用されてゐる數科書の中には確かに幾何學的命題の二・三のもの――定理・假設・終結・逆などについて述べられ生徒たちはそれらについて「覺える」ことが要求されてゐる。そして「逆」をつくる問題もまた課せられてゐる。だからまづ當面の問題としても、教師は生徒たちにこれを教へなければなるまい。そして教へる以上は――これを正しく教へなければなるまい。そして教へる以上はこれを正しく教へ得るだけに自分が知つてゐなければなるまい。知るためにはこの問題を取り上げて研究しなければなるまい。

更に一歩を進めて、もしわたくしたちにして眞面目な教育に對する關心を有するならば、この問題は當然とりあげなければならぬ。わたくしたちはただ與へられた教科書だけを生徒に傳へてやればそれでいいか? ただ文部省や《學者》の連中が餌をくれるのを口を開いて待つてゐればそれでいいか? 一言にしていふなら、わたくしたちは單なる擴聲器に過ぎないのであるか? 斷じて否である。わたくしたちは自分で問題をとりあげて實踐の間にこれを研究して

この種の負荷が生徒たちにふさはしいかどうか、ふさはしいものであるにしろ現在使用してゐる教科書の態度が果して現代社會の諸連關において中等學校の數學科の內容として妥當であるかどうかを吟味しなければならない。教育の發達は《學者》や《お上》の手によつてなされるものであるなぞと誤解してはならない。——

さうしてこれは實踐的な問題であるから一日も早くとりあげて研究されなければならないことはいふまでもない。**しかもこの問題に對して輕蔑的な一瞥を與へるにとどまる人たちがある。それが單なる一個の何某氏だけに關することならわたくしたちはそんな人間の一人や二人はあつたとて氣にもしないが、この何某氏が何先生として教壇に立つて數學を「教へ」られる段になると默つて見てはゐられない。それはもう私事ではないのだから。彼は生徒たちの前に自分の無知を糊塗して覆ふことはできるであらう。しかし生徒たちは？ 彼の教へ子であるその生徒たちはどうなるであらうか？ 彼等もまたこの自信たつぷりらしく裝ふ「よき」師の影響を双葉のうちから受けて再び師の態度で道を歩むやうになりはしまひか？ わたくしたちの恐れるのはこのことである。しかもこれが實踐的な問題である限り、單に恐れるなぞと言つてすましてゐては何にもならない。じつさいにおいてかくの如き粗野がわが中等學校の生徒たち

の前に存在してゐてはならないからである。

* このことについては後に論及するであらう。私見によれば、この形式をとることによつて、單なる自然さ以上に、その命題において表現しようとするところが表現できるのである。

** わたしは主に中等學校の教師諸氏を對象にして論じてゐるのであるが、しかしこれはただに中等學校の教師諸氏によつてのみ研究されればそれでいいといふのではなくて、專門學校以上の「教授」諸氏にとつては勿論のことである。

2

日本の中等學校の數學教育の現狀がどうであるかを、不幸にして私は知悉してゐるといふことはできない。わづかに日本中等教育數學會の仕事（會議・雜誌の論說等）をとほしてその一班を知り得るにとどまる。しかもそこにおいてはわたくしの取り上げた問題は、あまりにも問題とされてゐないやうである。。ただ最近の四五年の間に「日本中等教育數學會雜誌」に寄せられたこの種のものとしては柳原吉次氏・藤野了祐氏・岡邦雄氏外一・二の人の文章を知つてゐるだけである。しかしこれら諸氏のものも或るものは一讀、あるものは瞥見したにとどまるから、斷言的なことはいはれないが、わたくしの問題の中心からはかなりのへだたりをみせ

てゐるものばかりであるらしかつた。だから私はここではさうした人達の言説を顧慮することなしに、端的に自分の言はうとするところだけを記さうと思ふ。

Ｓなれば P なり。

この幾何學的一般命題における假設部分は何であり終結部分は何であるか？　人はこれに答へる――〈Ｓなれば〉までが假設部分で〈Ｐなり〉が終結部分である、と。これは誰でもが肯定するところであらう。しかし、これから一歩出て、何がその命題における假設であるかを問ふ段になるとすべての者が同意見ではなくなるかも知れない。わたくしの考察は假設の分析からはじまる。

「假設」は終結と呼ばれるものが成立つための一つの通路である。そこを通つて行けば必ず終結に達するところの十分なる條件である。それゆゑ、假設はまた形式的には「條件」としての姿を有してゐなければならない。單なる一つの名辭が假設の役をつとめることはできない。見掛けの上での單純なこの命題において、もしＳが單なる一名辭に過ぎないならば、〈Ｐなり〉といふ終結に迫り行く力は發し得ないであらう。Ｓが終結への迫進力を有するためには、Ｓは〈何々であるところのＳ〉或ひは〈Ｓの性質のうちの或るものを或る他の關係よりみると

きのＳ〉としてのＳであることを要する。假設は必ずこの二つのうちのいづれかの表現をとる。＊＊＊例をとる。

圓に内接する四邊形の相對する角はたがひに補角をなす。

正六邊形の一内角は 120° なり。

これは前者の例であるが次のものは後者の例である。何故さうであるかの説明は附するまでもあるまい。

そして結局この二つの場合はこれをまとめて〈何々が何々であること〉に歸着することがわかるであらう。

そして〈何々であるところのＳ〉の如き表現は多分に定義への單純化の傾向を持つてゐる。例へば四邊の等しい四邊形は菱形なる語によつて置き換へられるし、〈等邊でしかも等角なる多角形〉は定義によつて正多角形なる名辭となし得る。しかし後者の場合にはさうは行かない。が、いづれにしろかういふことはできるであらう――假設はつねに何々は何々であるといふ形式を有しなければならない。單なる名辭が與へられただけでは決して假設の役がつとまらない。時にこの形式は簡略されることもあるがそれは簡略されてゐても意味が汲みとれる場合

に限る、と。

從つて終結もまた一つの條件である以上、これもやはり〈何々は何々である〉といふ形式を有つてゐなければならぬのである。

ここにきて私は再び繰り返して記さう。定理はその有する自然さを失はせないでこれを〈AがBなればSはPなり〉の形式で表現することができる、と。これは上のことから直に理解されるであらう。そこで定理の一般形として〈AがBなればSはPなり〉を採用しよう。そしてこの形式ですでに教科書等に載せてある二・三の定理の陳述を表現換へしてみることによつてわたくしたちは直にこの仕事がそんなに生やさしいものではないことに氣づくであらう。それは多くの場合、決して〈AはBなり〉式になつてゐないからである。ここにわたくしたちの幾何學命題に對する無知が暴露する。抽象化された「一般形」の處理は出來ても實踐において缺くるところがあるのは要するにわたくしたちの定理の分析が不十分なためである。

或る人はいふかも知れない。定理はつねに君のいふ形式にあてはまりはしないのだ、と。また他の人はいふかも知れない。何のためにわざわざそんな形式にあてはめるための勞苦をとるのだ、と。これに對してわたくしたちは答へる。いや、必ずこの形式をとらせることができる、もしそれが定理でさへあれば、いや、必要だ、もしも貴君が數學の教師であるならば。前にも言つた通り、わたくしたちはその定理の「逆」をつくらなければならないのに、その假設が何であり終結が何であるかも知らないでどうしようとするのか？　それはあまりにも勇猛でありすぎる、と。

私たちは心を平靜にして、與へられた命題を正しく把握しなければならない。そうして一度それが正しく把握されるならば、假設と終結とを交換することによつて容易にその逆命題を得ることができるであらう。もつとも上にあげた一般形は假設の條件がただひとつの場合であつたが、二つ或ひはそれ以上の條件が與へられてゐるときは、このうちのひとつと終結とを交換すればいい。かういふと或る人たちは終結とても唯一つでない場合があると抗議を申込まれるかも知れない。しかし終結の條件が二つ或ひはそれ以上あるものは、純粹なものからは區別すべきであつてこれはいくつかの命題を複合させたものであるとみるべきである。ここでは複合した形で表現し得ることは問題にはならない。それ故わたくしたちの問題とするところは懸つて唯一つの點——如何にして定理の假設と終結とを明確につかむことが可能であるかにある。

＊＊＊この斷定はかくの如く簡單にかたづけてしまふべきでないことはわたくしも知つてゐる。しかしこ

のことは事實においてはわたくしたちの認めずにはゐられないことであるから、いまわたくしたちはその程度で滿足しておいて差支へないであらう。

3

次のやうな三つの陳述をとる——

(A) 俺は行く。
(B) 俺は行く。
(C) 俺は行く。

この三つのものから私たちの汲みとる意味は異なる。(B)では「俺」が、(C)では「行く」ことが強調されてゐることは明かである。(B)においては誰・彼の態度の決定が中心を占めてゐるときに「俺」なる者のことが、(C)では行・止の決定が中心をなしてゐるときにその「行くこと」が示されてゐる。しかるに(A)においては立入つた意味はこれだけからは看取ることができない。とはいへ、これがひとつの文章中に位置してゐるときか、またはある狀況のもとで實際に或る者の口から出されたものであるならば、(B)や(C)の如く傍點（强調符）なしにも、そこで問題になつてゐるところが何であるかがわかるであらう。

この間の消息が定理の表現ではどうなつてゐるであらうか？ わたくしたちはそれをみる、そしてかういふ外はないであらう——《定理の表現》においては現在他の場合等の如く如何なる狀況のもとに何が中心として要求されてゐるかは明瞭にはなつてゐない、と。

例へば前に揭げた一定理の表現「圓に內接する四邊形の相對する角はたがひに補角をなす」をとつて分析してみよう。

これは二つの觀點から共に正しく把握し得るであらう。

第一の意味。圓に內接する四邊形の一性質として相對する內角がたがひに補角をなすことを表現せるものを意味する。

第二の意味。〈たがひに補角關係をなす二角〉の一組として圓に內接する四邊形の相對する二角があることを表現せるものを意味する。

さうしてこの二つの觀點はこれを混同することを得ない底のものであることを忘れてはならない。等しく二つの角が補角をなすことを結論してゐるからといつて、この二つを唯一つの意味に解するものは命題については救ふことのできぬ「不感者」である。この命題の證明にはこの二つの場合を區別する必要なしといふことと、この二つのものの間に區別なしといふことは

飽くまで區別しなければならない。

この吟味をなしてからはじめてわたくしたちは命題分析の第二段に達する。例へば前例を第一の意味のものとしよう。そしてこの意味に表現すると次のやうなものになるであらう。

圓に内接する四邊形においては、その相對する内角はたがひに補角をなす。

そしてここでは〈圓に内接する四邊形〉の性質が問題になつてゐるのであるから、もちろんこれも假設の部分にはちがひないが、これはいはばこの問題における研究領域の規定であつて今さらこれをまでも假設として取り扱ふのは妥當ではない。掛谷宗一博士はこの種の假設部分を「前書き」なる言葉で他の假設と區別せられてゐるのは、博士がこの間の消息に通じてゐられる證據であると思ふ。

それで今は「前書き」が〈圓に内接する四邊形において〉であり、假設は〈その二角は相對する内角なり〉で終結は〈その二角は互に補角をなす〉である。それゆゑこの「逆」は

圓に内接する四邊形において、その二角が互に補角をなすときはその二角は相對する内角なり。

とでも書かれやよ。

これを第二の意味に表現するならば次のやうにもならうか。

その二角が圓に内接する四邊形の相對する内角なるときは、その二角は互に補角をなす。

第二の場合にはその研究領域が規定されてゐないから、特に「前書き」となすべきものは存在しない。だから假設は〈その二角は圓に内接する四邊形の相對する内角なり〉であり、終結は〈その二角は互に補角をなす〉である。だから第二の意味においては逆は

その二角が互に補角をなすときは、この二角は圓に内接する四邊形の相對する内角なり。

とでも書かれるであらう。

そしてこの二つの場合の逆の意味の相異は何人もが認めずにはゐられないところであらう。

次に命題の分析の不十分がその逆をつくるに際して破綻をきたした例を擧げよう。

昭和五年度弘前高等學校入學試驗問題に左の問題がある。

次の定理の逆を述べ且つ其れが成立するか否かを吟味せよ。

三角形ABCの邊ABの中點をMとし、Mを通りBCに平行なる直線がACと交る點をNとすれ

ば　$MN=\frac{1}{2}BC$　なり。

これに對して二　三の解義書の中にはこれを次の如く分析してある。

(I)　題意を整理すると　△ABC　において假設條件は

(i)　$AM=BM$

(ii)　$MN//BC$

終結は　(iii)　$MN=\frac{1}{2}BC.$

(II)　△ABC　に於て（前書き）

Mは AB の中點（假設1）

$MN//B$．（假設2）

$MN=\frac{1}{2}BC$（終結）

(III)

假設 $\left\{\begin{array}{l}\text{M は AB の中點}\\ \text{MN は B に平行}\end{array}\right.$

終結　$MN=\frac{1}{2}BC.$

これらの分析は正しいか？　第一における $AM=BM$ は必ずしもMが中點なることを表は

してゐるとはいはれないが、これを中點の意味だとみてやらう。また第三のものは「△ABCにおいて」の關係であることを略してあるものとみてやらう。さうすれば、この三つはすべて同一の表現である。しかしこれらのものは殘念なことには重大な條件を落してゐる。まづこの命題は△ABC において云々せらるべきものであるから〈△ABCにおいてが〉前書きとなることには異論はない。だが、これらのものは等しく假設に明瞭に表現されてゐる點、N、に關する規定、を見落してゐるのである。〈NはACとMNとの交點なり〉なる假設なしに〈線分MN〉なるものを彼等は何處からとつてくることができるのであるか？　MNがACと必ず交はるといふこと（即ちこの交點があること）とその交點がNなる名をもつこととは同義ではない。しかも彼等はこれをしも混合してゐるのである。如何に彼等が辯解するにしても、彼等の擧げた二つの假設條件からはN點は自ら定りはしない。

したがつて彼等のこの命題の分析の誤謬は、その「逆」をつくる際には殆んど無力となる。にも係らず彼等はかかる不具なる假設より陳述した「逆」のもとに、その「逆」の成立するかどうかを吟味する！　わたくしたちの遺憾に思ふのは、彼等がこれで滿足してゐることではなくて、その彼等によつて生徒たちがかく過つて教へられることである。かくの如き無知は教師

や學者にすこしでもあつてはならない。

わたくしたちはこれを下の如く分析する。

△ABC において（前書き）

假設 (i) MはABの中點なり。

(ii) MNはBCに平行す。（MN ∥ BC）

(iii) NはMNとACとの交點なり。

終結 (iv) $MN=\frac{1}{2}BC$

ここで注意すべきは假設(I)の代りに無造作に AM＝BM としないことである。確かにMが線分ABの中點であれば AM＝BM が成立する。しかし逆に AM＝BM であればとてMが線分ABの中點であるとは限らないことはわたくしたちのよく知るところではないのか！ AM＝BMは單に線分AMの長さと線分BMの長さの等しいこと、およびMなる共通點を有すること以外には何ごとをも示しはしない。前に揭げた分析例(I)の筆者はこの區別をすることさへも忘れてゐるのである。極言すればこの區別さへ感じられない人なのである。

更にわたくしたちは立入つて本問題における終結の條件「$MN=\frac{1}{2}BC$」を檢査してみなければならぬ。$MN=\frac{1}{2}BC$ なる式の意味は線分MNの長さが線分BCの長さの半に等しいことであつて、これ以外の何ものをも示してはゐない。だから今は單に式の示す通りに解釋しておけばそれで正しいわけである。しかし $MN=\frac{1}{2}BC$ の代りに〈ABとACとによつて夾まれた線分MNの長さは線分Cの長さの$\frac{1}{2}$に等し〉を置けば本定理の證明には何等の變化もみられないがその「逆」を考へる段になれば大きな相異が出てくる。この相異こそ本定理における强調部分の相異の反映である。長さのみを考へるときに看過される大事なものをわたくしたちは忘れてしまつてはならない。

※※※掛谷博士の著になる幾何學敎科書を見よ。

4

わたくしはこの文のはじめに〈大事な楔〉を口にした。言葉が不足してゐてそれが十分には出てゐないにしても、以上の考察だけからもわたくしの强調するところは知つていただけたことと思ふ。

定理の分析の際に氣をつくべきことを略記すれば次のやうになる。

まづ定理における各部分を十分に擧げること、そしてそこで強調されてゐるのは、ある領域を限つてそこを舞臺としての圖形の性質の研究であるか、または或る關係の項として或る圖形の或る部分（性質的に）を擧げてゐるのであるかを判別すること。かくしてこそはじめてそれに相應する「逆命題」をつくることができる。——

そして、ここにきてわたくしたちはいふことができるであらう——現在の中等學校の幾何學の教科書の殆んどすべての定理の表現が甚だ不明瞭である、と。すべてを杓子定規にして今あげた二つの型に入れて表現せよとまではいはない。いや時に文字面からみて淀みない、圓味を帶びた表現法を味はせるのもいい。が、それは文字通りに時にであつてつねにではない。たいていの場合はどの意味か明確な表現をしてもらひたい。さうすれば「逆」の問題も現在のやうなぐらついたものでなくなり、生徒たちにとつてもこの種の問題が比較的に心安くなるであらうから。

最後に定理を表現するときの式の利用について。このことについては先にも言及しておいたことであるが、「式」は決してその式を使用する者にのみ特別に同情をしてくれないことを忘却してはならぬ。自分がその式で表はさうとして、しかもその式ではじつさいには表はし得ないに係らず自分の趣意をその式に移入して、表はされてゐるものと、自分だけで肯定してはならない。重ねていふ、式自身は決して使用者の奴隷ではない。式は自分の力を大衆の前に示すだけである。例へば MN＝BC なる式は決して使用者の奴隷となつてNはMNと他の直線との交點であるとは辯じてくれない。こんなことは指摘してみればわかりきつたことなのだが、實際には式による表示をするにあたつて多くの人達は過誤を犯してゐるのである。「式による表示」は確に便利であるのだし、關係もはつきりするのであるから、それが正しく使はれさへすれば如何ばかりよきことであらう。この點からいへば、日本においてはあまりにもこの「式による表示」の研究がされてゐないやうである。角Aを表はすに$\overset{\mathrm{A}}{\angle}$と書くがいいとか、$\wedge$Aと書く方がいいとかがとり上げて論じられることがあるのに、それよりももつと根本的な諸關係を表はす式示法については、殘念ながら問題にされてゐないやうである。外國においてはすでは記號論理學ともいはるべきものがフレーゲやラッセル等の學者によつてかなりに研究されてゐるやうである。わたくしたちはこの方面の文獻の移植及び研究を諸賢におねがひしてやまない。これは數學そのものの研究の上にも教育上にも極めて大事なことであると思ふ。*

*これはいまから17年も前に書かれたものである。當時にくらべて中等學校の數學教育が格段の進歩を

したことは明かである。しかし、ここでわたくしがとりあげたやうな感覺は依然として敎師諸氏にみがかれてゐない。このやうなことを敎へることはとにかくとして、諸氏がこの種の感覺をもつてゐることは必要である。

このやうな方面の研究乃至考察を形式論理の末のことだとおもつてはならない。わたくしたちはことがらを正しく、美しく表現することを學ばなければならない。表現について科學者は無關心であることをゆるされないのである。しかしこのことと虛飾とを混同してはならない。もちろんのことである。

數學・辨證法・理論及び例證

1　數學について

わたくしはとらはれびととなり約二年のあいだ讀書の生活から遠ざかつてゐた。そのためにこの國の學者たちが辨證法について　また數學の性質・構造などについて如何に論じられるかも知らずに過してきた。今ふたたび讀書の生活をはじめるにあたつて、わたくしは手にし得るいくつかの雜誌類からこの種の論文をひろひ、そしてそれらのものを瞥見することを始めた。『思想』(一九三四年六月號)に今野武雄氏が『歷史的科學としての自然科學の再編成の一つの試み』を發表された。これはそのサブタイトルでもわかるやうに「カール・マルクスの微分學について」の紹介的論文である。氏はこの論文で「マルクスの微分法を十九世紀の他の數學者との對比に於て」示された。このよき論文は橘書店から出版された山中幸三氏譯のマルクスの『微分學の基礎と唯物辨證法』（この譯書にはヤノフスカヤによるマルクスの微分學の解說を加へ

られてゐる。）を讀むについても側に置かれ參照せらるべきものであらう。飜譯書を擧げはじめたから更に續けて書くと『岐路に立つ自然科學』の中にはE・コリマンの『數學的諸科學に於ける現在の危機並にその再建の一般的輪廓』等がある。哲學研究會譯の『科學と技術の問題』（白揚社）の中にはモロドシーの『數學の起源及發展要因に關するエンゲルスの所説』等がある。相馬・大野氏共譯のゴルンシュタインの『辨證法的自然科學概論』（白揚社）中の數學に關する章等々。この今野氏の論文に對して田邊元博士は『科學』にその紹介批評をしてをられる。

また『數學』（岩波講座）の中には田邊元博士が『數學と哲學との關係』を、三宅剛一氏が『哲學と數學との交渉』を執筆せられてゐるやうである。それから小倉金之助博士が支那數學の社會性や日本の數學教育等について『中央公論』『改造』等に書かれてゐる。下村寅太郎氏も『哲學研究』に『數理哲學の一方針』を、その他『理想』に書かれてゐる。また米山國藏博士は『東京物理學校雜誌』に『數學に於ける矛盾論』（五百號・五百三號）及び『純正數學の發展變遷と其數學教育に及ぼす影響』（五百六號）を發表されてゐる。この外に『唯物論研究』には諸氏が自然科學・辨證法・論理學等の問題をとりあげられた中で、數學についても論及されてゐる。

まだこれ以外にも數學に關する諸家の論説があるかも知れないが、いまわたくしは未知

である。

ところでわたくしはこれからこれらの諸論文・諸譯等書を單なる瞥見でなしに熟讀するつもりであるが——わたくしの漠然とした感じからいへば、わたくしはわたくしの二年ほどの間の不勉强にもかかはらず、ひとりで想像してゐたほどには自分が置いてきぼりをくつてゐないやうに思はれるのである。そしてかう思ふのを禁じ得ない——この國において「歷史の科學」の一つである數學については、やうやう眞面目な言説が生れてくる素地ができかかつてゐるのである、と。さうだ、素地ができかかつてゐるのであつてまだ受胎はしてゐないのだ。もし人がレーニンやマルクスやエンゲルスの著書からの「引用」だけで滿足してゐるならば、それはあまりにも貧弱な數學の把握であり、かうした境地に止つてゐる人たちの手によつては何一つ生產性を有つ建設的な言説をきくことはできないであらう。わたくしたちが數學について語るのは、わたくしたちが「辨證法の達人」であることを誇るためではなくして、また數學の「理解」や「批判」をばむづかしい哲學的な覆ひをつけて示すためではなくして——歷史の科學である數學の姿を明にして、でき得るなら多少でも數學の進步・發展のためにつくさうとするにある。そしてこれは一般的にいふなら科學の進步　發展のためであり、世の中のためである。

かういつたからとて、わたくしはレーニンやマルクスやエンゲルスからの澤山の「引用」を非難するものではない。さうではなくて「引用」を事としてそれだけで足ぶみしてゐるのを心寒く思ふのである。このひとたちの書をみればよくわかるやうに彼らは決して先人の單なる「引用」に滿足してはゐなかつた。彼等には不斷の追究と勉强とがあつた。彼等には充實があつた。發展があつた。だからマルクスの數學に關する言語でも、エンゲルスの自然科學についての議論でも、それからレーニンの『唯物論と經驗批判論』にしても『哲學ノート』にしても、彼等はまづその對象に透徹しようと心がけ、然る後に物を云つたのであつた。決して自分の知識の空しさを考へもせずにいい氣になつて喋々するために對象を無造作に「征服」しはしなかつた。或る一部の人たちはこれらの偉大なるひとたちを模範にするのはいい。しかし、その最も模範としなければならぬところのこのひとたちの刻苦勉勵をなにゆゑに閑却してゐるのであるか？

わたくしはもつとひどいことをおめでたい或る一部の人たちにいはなければばらない――これらの人たちの言説とても決してそのままで自然科學・數學等々ではない、それは自然科學等々についての言說であり自然科學等々を離れてこれらの言説のみを暗誦したからとてそれはお題

目の百萬遍にすぎないと。かかる「理解」や「把握」やの空しさを『ドイツ・イデオロギー』は指摘してゐないだらうか。これらの學者の言説が生きるのは、その言說がまさに語つてゐる對象をじつさいに知るときである。世の中はひろいから一日にして數學や物理學の大家になり得る人もあるであらう。わたくしはその「可能性」を否定しはしない。しかし數學や物理學の書を二三回讀んだからとてそんなに易々とその對象に通曉するものでないことは確かである。ヘーゲルが數學は量の學問だといつたからとて、それで「數學は量の學なり」の一句だけを覺えて數學を「理解」してゐる人たちの言説を數學の專門家が問題にしないのは當然ではないだらうか。これはひとり數學に限つたことではなくて、すくなくとも自然科學一般についてもかかる片言隻語主義者が問題とせられないのは當然ではないか。もう一度わたしはくりかへす、『ドイツ・イデオロギー』はかうした「理解」の空しさをはつきりと指摘してゐないだらうか？

われ笛吹けども汝等踊らず――よき笛吹き手は決して自分の至らないことを、自分の非を相手になすりつけない。彼らがしきりに笛吹くにも係はらずみんなが踊らないのには正しい理由があるのである。立派な笛吹き手になるがいい。その時みんなは知らずしらずの間にひきつけられ、よき調べにあはせて踊るであらう。空虛なお題目の百萬遍は興味もなく、ただうるさいだ

けでもある。邪魔でもある。ましてこんな「指導」は嘲笑に値するだけである。ここには何等の生産性も含まれてゐない。わたくしたちは今こそ眞面目に對象にふれ、その中で呼吸し、そして種々のことを知らなければならない。わかつたやうな顏つきをしないで、語るに足る内容を得なければならない。「專門家」や「大家」にならないにしても、すくなくとも自分の論ずる對象をかなりの程度に知つて、單なる「引用の達人」の域から脱却し、積極的に生産性を有する仕事をなさうとすべきである。そしてかうした心意氣を以て科學の研究に參加するならば、彼らもまた實際的寄與をなし得るであらうし、このときわたくしたちはいはゆる「專門家」の協力者として十分その存在の意義を認められるはずである。

もし數學だけに限つていふならば次の諸點においてわたくしたちもまた專門家・大家と伍してじつさいに數學の進步・發展のためにつくし得るであらう。

(a) 科學の歷史性を數學においてはつきりさせること

(b) 數學における論理の問題

(c) 無限について。集合

(d) 群。變換について

(e) 對應について

(f) 數學と諸科學との連關について

(g) 數學教育について

これらの諸點に關して、現在に至るまでに何等かの意味でこの國の人達に影響を與へたこの國の學者の手になる著書・論文を數へてみるなら、まづ第一に高木貞治博士の若き日の三つの著書、『新撰算術』(一八九八年、博文館帝國百科全書)・『新式算術講義』(一九〇四年、博文館)・『新撰代數學』(一八九九年、博文館帝國百科全書)を擧げたい。もちろん、これは歷史的な視點からとりあげるのである。現在ではこれらの役目を米山國藏博士の『數學之基礎』(一九二五年一九三〇年、積善館)三卷が果してゐるであらう。高木博士が世界數學界に致せる功績についてはここには書かない。しかし高木博士がこの國の數學愛好者のために執筆された『近世數學史談』・『數學雜談』・『續數學雜談』(一九三〇年共立社數學講座)は前に擧げた三著とともに數學の世界を親しみをもたせながら示してくれる必讀の名文章である。(すこし脱線するが名文章といへば高木博士のものはすべてが内容にふさはしい名文章である。序にこの國の數學者での名文家を數へるなら、まづ高木博士、次には死んだ吉川實夫博士だ。それから小倉金之助

博士。淡々としてゐて何ともいはれぬ味の出てゐるのは辻正次博士の文章であらう。一字一句、をばゆるがせにしない、強調點がはつきりと出てゐる文章では掛谷宗一博士の右に出るものはあるまい。）　この國の數學者の中で異色を示してゐるのは小倉金之助博士である。小倉博士がこの國の數學教育のためにつくされた數々の功績をわたくしたちは忘れるものではない。この四・五年の間に博士は『改造』・『中央公論』・『思想』等に新しい數學史家としていくつかの論文を發表された。その上に『數學教育史』（一九三二年、岩波書店）の劃期的な仕事を世に送られた。そして博士はなほこの名著の續篇ともいふべき『現代の數學教育』の出版を約束されてゐる。この國の數學教育がこれらの博士の著書・諸論文によつてどれほど動かされ啓發させられつつあるかはいふまでもあるまい。わたくしたちは一日も早く博士の『現代の數學教育』を完成出版せられることと、今後も地味な、しかしながら大事な數學史家としての仕事を續けられることをお願ひしてやまないものである。

園正造博士が『哲學研究』（一九一七年、十五號）に高表された『公理體系の二種』も當時の數學研究者にとつては注目に値する論文であつた。今でもこの論文はその價値を失つてはゐないであらう。（本書のなかの「公理の範疇性について」を參照。）

以上はこの國の數學の專問家たちがものせられた著書・論文のみを擧げたのであるが、この外に哲學者の側から數學の性質・基礎などについて書かれたものとしては『善の研究』・『自覺に於ける直觀と反省』（岩波書店）の著者西田幾多郎博士、『數理哲學研究』・『科學概論』（岩波書店）等の著者田邊元博士、それから前に名をあげた三宅剛一氏・下村寅太郎氏がある。

わたくしはここでかういひたい——わたくしたちもまたこれらの專問家・大家及び哲學者に指導されながら、多少なりとも實際に數學のためにつくさなければならぬ。そしてわたくしたちにふさはしい部署は（もちろん數學へのあらゆる路は開かれてはゐるが）特に前にあげた諸點である、と。

かつては數學は純粹理性の學として規定され、そこでのみ數學の基礎が云々せられた。今や數學もまた歴史的科學として認められる機運に到着した。〈我々は唯一つの科學、即ち歴史の科學を知るのみである。——〉この短い一句は重要なるものを含んでゐる。或る科學の歴史性を全然のぞいてしまつたら、そこには何が殘るであらう。科學が多くの地上的なものに依存して成長してきたことを忘却することが出來るだらうか。それゆゑに科學者には絶えずその端緒である地上に立ちかへつて、ともするとひた走りに馳るその內的自己運動を統制して、しつかり

した歩武で前進すべきことが警告せらるべきであらう。

これに對して人はいふかも知れぬ。すくなくとも數學は歴史を顧慮しはせぬ、數學はこれまで自己の内的な力によつてのみ純粹化され――一般化され、さうして發展して來た、そしてこれからもかうして發展し行くであらう、と。そして人は例へば代數方程式の解法から「生れた」虚數のことをいふかも知れぬ。また同じく代數方程式の處理から「芽ばえた」群の理論をいふかも知れぬ。しかしこれらのものが或る一部の數學者の思ひつきに止まらないで「數學的」にばかりでなく「實際」にも把握され發展せしめられてきたについては理由がなければならない。そして、それを示すものは數學の歴史である。たしかに數學の教科書等をみれば一面において數學は經驗的事物を顧慮することなく「内的自己運動」をしてゐるといはれないことはない。しかし、《數學》の發展はこれを發展せしめる數學者、一定の社會的條件の下に生活してゐた「數學者」を除外しては考へられない。數學は神によつてつくられたのでなく、生きた地上の人間によつて長い年月を經過しつつ學として形成せしめられたものなのである。それゆゑ、數學の自己內發展といつても、いつでもその背後には覆面せる數學者がゐるのである。そしてこの數學者が「抽象的」な數學理論と結びついてゐるのである。

2　石原純博士に

石原純博士は『改造』（一九三三年二月號）の『科學時評』でわたくしの發表した未熟な議論（『數學と辯證法』（思想、一九三三年一月號）をとりあげられ、そして若干の缺點を指摘され、また若干の助言を與へられた。わたくしはそれを感謝してゐた。そして博士がこの種の問題について眞面目に考察されてゐることを喜ばずにはゐられなかつた。だから早速それについて書き博士の教示を得たいと思つた。そこで非常に幼稚なものではあつたがじつさいそれを書いたのである。しかしそれは發表できなかつた。そしていつの間にか二年近く經過してしまつた。

石原博士はその間にも科學のために諸雜誌上に筆をとられてゐた。わたくしは『自然科學と唯物論』（『改造』一九三四年十一月號）の外にはまだ熟讀する機會を得ないがこの一つを以てもわかるやうに、博士が眞面目な科學者としての態度をもつて對象をとりあげられてゐるのを喜ばずにはゐられない。もつとも博士の論ぜられてゐる內容についてはわたしのやうな貧弱な知識を有つ者にも意見がないわけではない。わたくしは今後機會を得るごとに、いはゆる片言隻語主義者とは別に、それらについて僅でも積極的な言説を發表したいと思つてゐる。（例へば對應

について、例へば模寫について。また數學的形式の性質について。更に數學的論理の規定性について等等。）わたくしもまた博士のいはれるやうに〈そこに、直接な論理的若くは辯證法的連關を示し得ない場合にも徒らに資本主義やブルジョアジーの語を用ひ〉て抽象的な片言隻語をふりまいて得々たる人たちに對しては〈自身の所論をしてより廣く受け容れしめるため却つて多大の妨害をなすであらうところの墻壁を自ら準備するもの〉であり〈それは徒らに自らを狹く限局して他人の之に近づくことを排除するもの」であり〈甚だ遺憾とする〉ものなのである。これは「特に自然科學の問題の如きを最も純粹に學究的に考察しよう〉としないときでも〈唯物論者にとつて〉は決して「一顧にも値ひしない」ものではなくて重大な缺點なのである。不幸にも、次の青年ヘーゲル派に對する『ドイツ・イデオロギー』の一節はこの國の一部の「唯物論者」にもあてはまるであらう。——《彼等のいはゆる「世界を震動せしめる」言辭にも拘らず、最大の保守主義者である。……ただ彼等は、彼等がこれらの空語そのものに空語以外の何物をも對立せしめてゐるのでないといふこと、また彼等にして單にこの世界の空語に對して鬪爭するのみであるときには、彼等は現實に存立するところの世界に對して決して鬪爭してゐるのではないことを忘れてゐるのである。……これらの哲學者の誰も、ドイツの哲學とドイツの

現實との關聯について、それの批判とそれ自身の物質的環境との聯關について問ふといふことに想到してゐないのである。》

——だが、わたくしは自分の問題にかへらう。わたくしは『數學と辯證法』に關する自分の議論が單に破邪の消極的段階にとどまつて、ついに積極的建設へ進み得なかつたことを認める。石原博士はそれを指摘された。また全體としても「單なる主張」にとどまつてゐるのに、その割合に多くの空語にうづめられてゐたことも認める。わたくしたちに課せられた、「單なる主張」にとどまらぬ多難な建設的な仕事はこれからだ。わたくしは微力をつくさう。わたくしは今後も博士が後輩に對してつねに適當な助言を惜まれないやうにとおねがひする。

だが——わたくしは博士の文章について意見がないわけではない。例へば博士が擧げられた變分法と辯證法との連關についてである。發表上の種々の制限もあつたであらう。しかし、とにかくあれだけの簡單な内容からは、この二つのものが如何に連關してゐるかを、讀者の大部分のものはつかみ得なかつたらうと思ふ。

わたくしたちの間においては問題の提起は（正しく石原博士も言つてゐられるやうに）單なる思ひつきの問題の提起に止つてはならない。問題の重點が明確にされなければならない。そ

れ故に博士はここで二つのものをもつと突込んで（そして具體的にも）明確に示されねばならなかつた――「法則」の矛盾する有様について。それから「變分法」の內容について。またこの二つに加へて物理學と變分法との關係の實際の姿を。このときはじめて變分法と辯證法との連關も闡明されるであらう。

わたくしはこのことを石原博士にお願ひする。

次に、博士は〈正しい判斷があるところには必ず屈伸性をもつた辯證法的處理がその對象に對してなされるものである〉といふわたくしの言葉について、《實際に數學や自然科學に於て同樣に辯證法的論理の極めて有效に用ひられてゐる場合は必ずしも尠なくないであらうが、それは單に「正しい判斷」のために必要とせられるのではなくて、複雜な對象を分析するために有効なのである。》と書かれる。しかし、この場合に博士の補足（と言つていけなければ强調）はあたつてゐない。わたくしの「正しい判斷」とは決して政治的なもののみを意味してゐるのではなくて、正しい判斷一般について言つてゐることであつて、そこには當然に對象の正しい把握から判斷へなる過程があるのである。もし博士が正しい「判斷」なるものが正しい「對象」の把握とは別に存在するものだとされるのでないならば、わたくしのあの短い言葉の中には明

瞭に博士の補足せられたことが、即ち辯證法的處理によつて對象の正しい認識を得、そこではじめて正しい「判斷」の得られることが示されてゐるのを認められる筈であつたと思ふ。博士はそれを看過されたのだ。そしてこの看過の中につづけられる次の博士の言葉は、博士がいまだに辯證法をば何か一個特別の、形式論理と異れるものなりとしてゐる一つのあらはれではないだらうか。

《辯證法でなければ「正しい判斷」が得られないとするのは、現在の一派の論者の云ひ過ぎである嫌ひを免かれぬ》――否、辯證法は形式論理と並んで存在するものではなくて形式論理を包攝するもの、つねに對象の正しい認識をめざして進ましめるもの、單なる理解――一應の解決（解釋）に止まるものではなくして、「物質的な過程とその統一」とを反映する「屈伸性」をもつて、人類の發展を阻害してゐるものの何であるかを意識し、それらのものを變革するところによつてつねに人類の前進を心がけてゐる積極的なる思惟方法の全體が辯證法に屬する。*

それゆゑそれが何と呼ばれようとも、かくの如き立場から對象を對象として眞劍にぶつかつて行くあらゆる處理は、當然のこととして對象の現實から遊離することはゆるされない。わたくしたちの對象とするところの事物が「辯證法的」諸契機にしたがつて變化し進展するとき、

わたくしたちの對象の把握もまたそれにつれて變化し進展するのは當然ではないか。わたくしたちの「正しい判斷」はかくして得られ、そしてそれはわたくしたちの人生行路の、實踐のよりどころとなる。それゆゑ〈辯證法でなければ正しい判斷が得られない〉とすることは決して「云ひ過ぎ」ではない。辯證法をば「魔法の杖」として何か格段なものとして云々することは惡趣味であるには相違ないが（そして現在かなりの程度にこの弊におち入つてゐる者がうよ〳〵してゐるに相違ないが）それと同時に一方において「辯證法」なる概念によつて特に强調しなければならない程度にわたくしたちの間にあるところの、事物の認識に不可缺な面の「忘却」の克服を心がけてゐる「よき意志」を汲みとつてやらないこともまた非難に値する。何故ならつねに現實の中でわたくしたちの言說は批判され、鍛錬されなければならないから。

＊形式論理と辯證法の關係については石原博士も『自然科學と唯物論』（改造（一九三四年十一月號）の附言の中で他の機會に論ぜられるやうに言はれてゐるが、たしかに現在の學界の重要な題目の一つであり、しかも機よく岡邦雄氏によつて『自然辯證法と形式論理學』なる立言となり、同誌上で諸家の問題となつてゐるのであるから、單にこれをこれ等の諸家だけの問題とせず、ひろく論理學に興味を有する學徒の參加を希望してやまない。未熟なりと雖もわたしもまた他日この題目について貧しい思索を發表するつもりである。

3 クラウゼヴィッツの警告

《科學者》は「眞理」のために生きることをもつてこの上なきほこりとしてゐる。それゆゑ、事物の正しい認識は科學の當然なる仕事の一つである。眞理はこの事物の正しい認識を通してわたくしたちのものとなる。さうして眞理は社會を構成する或る階級の人たちの欲すると否とに係らず、人類のためのものである。「科學のための科學」といふやうな强調も結局においてそれが人類の前進のためになるものであることがこの言葉の裡にはたらいてゐるのでないならば——それは徒事である。科學的といふ概念もかうした背景をもつてわたくしたちの問題となる。さうして辯證法の問題も、ここに科學者にとつて眞面目に研究されなければならぬ理由がある。

科學的とは何か？　これに對する解答は今から百年以上も前に死んだ學者の遺產の中に立派に示されてゐる。

〈科學的といふ概念は體系とそこに盛られた完成せる學說（Lehrgebaude）とのみによつて成立するものではなく、又それを主要なる內容とするものではない。〉（傍點は筆者）クラウゼヴィ

ッはその『戰爭論』(邦譯は馬込健之助氏譯で岩波文庫にある)序言のはじめにかうしるす。そして彼は〈本書の科學性は軍時的現象の本質を探求し、それらの現象を構成してゐる諸事物の性質とそれらの現象との結びつきを指示せんと努力せる點にある〉といふ。これらの彼の言葉は特別に重要な點にふれてゐないかに見える。人はこれらの言葉を素通りすることもできよう。しかし、一度本書の內容にふれた後で再びこれらの短い言葉に歸つてくるならば――人はもはや素通りすることはできないであらう。そのときには次の彼のいくつかの言葉も新しくひかり輝くのを感ずるであらう。

〈常に著者は、嚴密に哲學的思索の線に沿うて問題を考察した。然し理論的脈絡を尋ねて行くことが著しく困難な場合には、寧ろ著者は、その餘りにも細い糸を切斷し、再び之に對應する經驗的諸現象に結びつけるといふ方法を選んだ。といふのは、植物といふものは餘りに莖が延び過ぎると實がならないが、それと同樣に現實生活と密接な關係のある學術に於ては、理論の葉や花を餘りに高く繁らする事は愼まるべく、常に之を本來の土壤である經驗の近傍に維持しておく事が必要だからである。……それ故に本書の諸命題は、それらの命題相互の內的必然性のみによつて次から次へと發展せしめられたものでなく、經驗および戰爭それ自體の概念を交

互に支點として、その上に立脚してたてられたものである。從つてそれは決して荒唐無稽なものではないのである。〉(傍點は筆者)

かうした態度で全面的に取扱はれた『戰爭論』は、その取扱ひ方において辯證法の一應の抽象的把握から斷然ぬけ出てゐる。彼が如何に辯證法的に對象を把握したかをわたくしたちは本書においてはつきりと知り得るであらう。彼のいはゆる「科學的」な處理をわたくしたちは文句なしにその全體においてうけ入れることができる。社會運動の方面における偉人たちが本書に大きな意義を認めたのも當然のことである。

左の二つのことが彼によつて、現在のわたくしたちに警告せられてゐる。

一、理論の重要性について

彼は戰爭における戰略と戰術のやうに密接なつながりにある二つのものを嚴密に區別することについていふ。

〈もちろん理論的な區別から實戰に對する直接の効果を求める者があるならば、かくの如き人は非常な衒學者と言はなければならぬ。……だがすべての一つの理論を組立てるに當つてはその第一の仕事は、互に相錯綜してゐる所の、いはば著しく相紛糾してゐるところの概念や表象、

を整理することにある。先づ名稱や概念に關する理解が成立した上で、初めて吾々は、明瞭に、且つ容易に具體的な事物の觀察に進むことが出事るのである。はじめて吾々は常に讀者と同一の立脚點に立つてゐる事を確信する事が出來るのである。〉（傍點は筆者）〈もしかかる分類を以てすべて無用なりとなす者があれば、かくの如き人は凡そ如何なる理論的考察をも止めてしまはねばならぬ。さうでないとすればかくの如き人にとつてはかの混亂紛糾を極めたなんら確固たる根抵を有しない、又何ら滿足すべき結果に達する能はざる、或は平凡な、或は空想的な、或は空虛な表象も、一向に苦痛とは感じられなかつたのに相違ない。〉

わたくしはここでクラウゼヴィッツの尻馬に乘つて戰略と戰術との區別について云々しようとするのではない。わたくしはこの國の辯證法理論家たちに「理論」を十分嚴密に取扱つて下さいと言はうとするのである。エンゲルスを祖述する自然辯證法の理論家たちの間に多くの異說のあるのは何故であるか？　それほどにエンゲルスのいふところが難解であり多岐であり深遠であるのか？　それはあらゆる點で模範であるか？――諸君はエンゲルスを讀むだけにその對象に熟してゐるか？　諸君は果して「理論」を要求してゐるか？

わたくしはまたこの國の科學者たちにも「理論」を大事にして下さいと言はうとするのである。もちろん諸君は各自の專門の科學理論をもつてゐる。そして諸君はそこに住み學び樂しむことを知つてゐる。偉大なる發見や發明も將來に產まれないものでもない。ところで諸君の科學や術語の中には自然辯證法などといふ「言葉」は藥にしたくもなかつた。しかし、これまで諸君の科學は結構發展してやまなかつたのである。だから研究に餘念のない諸君には、研究室や實驗用具や參考文獻は必要であるが、そんな言葉はいらない、耳の側でがやがや騷がないでくれ、〈科學者にとつて必要なのは空語ではなくて事實だ。事實には自然辯證法なんていふレツテルは貼付してない〉。そして諸君は肩をそびやかせていふ〈我等は科學者だ！〉――だが誰が知識を豐富にすることから廻れ右をしようとするのであるか？　それが科學者であらうか？　科學はそんなにも保守主義者であつたらうか？　科學は平靜や調和だけを愛して眞理を斥け、みづから小さくなり枯死しようとするものだらうか？　そんなことはない。科學は血を流すことさへも避けなかつた。諸君は科學の歷史をどんな風に讀んできたのか。諸君は言葉を輕蔑するか？　諸君、一體言葉の意味を知つてゐるのか。言葉を輕蔑する諸君はまた理論を輕蔑するのだ。科學に於ては術語は單なるどうでもいいものではなく、それはいつでも理論とつながる。諸君は記號(x)や《一樣收斂》といふ言葉を一片の言葉だ、こんなものはなくともいい

といふことができるか？——もし諸君の中にかういひ出す者があつたらその人はもはや科學者ではない。その人は——科學の敵である。

自然科學に通ずる一般的理論があつたならば、わたくしたちはそれを知らなければならぬ。人は知識を豐富にすることを「遠慮」してゐることはない。そして〈俺はそんな暇がない〉なぞと高言を吐くことはやめなければならぬ。科學者も無限の時間をもつてゐるものではないから何でもかんでも對象をとりあげて研究することはできない。しかし、かうした重要な理論を知ることを缺くやうな撰擇をしてはならない。（本書「撰擇」を參照）

理論の重要性が一應はわたくしたちに認められながら、一面において輕視されてゐる一つの理由は、クラウゼヴィッツが言つてゐるところの〈常に讀者と同一の立脚點〉に立ち得ないため、〈明瞭に且つ容易に具體的な事物の觀察に進む〉ことが出來ないために、對象がその現實の多岐性のかげにかくれて、「經驗の優位」だけが對象の全體にまで押しつけられてゐるからである。

「理論の獨斷」と「經驗の優位の偏重」とに對する反省が、現在再び理論の重要性の强調の中になされなければならない。

二、例證について

「例證」が有力な手段であることを疑ふものはないであらう。しかし、例證を如何に用ひるかについては相當の考慮を要する。クラウゼヴィッツはこれについて鮮な分析をわたくしたちに示してゐる。それは歷史的實例の使用に關してである。彼は實例の使用の場合を四つにわける。第一には單に思想の解説として用ひる。抽象的觀察が稍もすると誤解され易く、或ひは全然理解されずに終る事があるとき、その思想のための補足のために。第二には思想の適用として用ひられる。歷史的事實が思想の一般的な表現においては悉くあげつくし得ない如き諸狀況を取扱ふ機會を與へるゆゑに。

この二つは本來の意味における實例の使用法であるが、第三　第四のものは歷史的證明とも言はれ得べきものだ、と彼はしるしてゐる。第三には〈吾々の立場の證據として用ひる。〉そしてこの使用はわたくしたちが〈單に或る現象乃至効果の可能性を論證せんと欲する場合〉には有力である。そして第四には〈吾々は或る歷史的事件を詳細に敍述し或ひは數個の歷史的事件を列擧してゐる間にそれより一個の教訓を汲み出す事が出來る。……この場合には此の實例はこの教訓の眞實の意味の證據となる。〉

さて第一の場合には簡單に述べさへすればそれでいい。何故なら「實例は唯その一側面が利用されるだけである〉から。第二の場合には〈事實の詳細な敍述を前提としてゐる。〉第三の場合には〈確實疑なき事實を指示するだけで十分である。〉が第四の場合には――これによつて〈何らかの一般的眞理を説明せんとする場合にはこの事實の、立言せんとする事柄に關係ある部分を、正確に且つ詳細に陳開しなければならぬ。いはば諸君の眼の前に注意周到にこれを築き上げて見せなければならぬ。〉（傍點は筆者）クラウゼヴィッツはそれについで一層具體的に戰爭の例をとつて言つてゐる。その一節に〈……須く論者は右の如き配備及び攻擊の狀態が何故に不利なる結果を招かざるを得ざりしかを、あらゆる事情及び個々の經過の正確なる追求によつて證明しなければならぬ。かくしてここに、これらの形態がどの程度迄非難さるべきものであるかが明瞭となるであらう。この事は必ず併せて規定される必要がある。〉（傍點は筆者）何故なら形式を一般的に非難するにとどまるならば〈眞理は毀損されざるを得ないからである。〉彼は更に進んでわたし達に警告する。（わたしが特にかうした長い引用をするのもそのためであるが）

〈事件の如何なる部分をも尊重して忠實に之を築き上げるのではなく、粗略に之を取扱ふにと

どまるならば、かくの如きは、あたかも事物をはるか遠方より眺めて滿足してゐるのと等しい。卽ちかかる場合には、その部分部分の狀態に何等の差別も認められず、全體が同一の外觀を呈する事となる。じつさい昔からかくの如き引例が互に相矛盾する意見のどちらにも論據する事とならざるを得なかつたのも故なしとしない。〉〈……吾々は考へる。一の新なる見解、若くは疑はしき見解を確めんとするに當つては、根本的に敍述された唯一つの事例の方が、單に略に取扱はれたに過ぎない十の事件よりも、その與へる所の教訓が大である。〉（傍點は筆者）

わたくしたちは社會科學における先人たちのことをこのクラウゼヴィッツの言をききながら思ひ浮べずにはゐられないだらう。フランスの或る社會的事件に關する彼等の分析の如何に詳細に全面的に行はれたかをわたくしたちは學ばなければならない。

わたくしたちは今この方面におけるこの國の科學や哲學者の弱點を指摘することが無駄でないことを信ずるものである。例證」・「類推」等についてわたくしたちは今こそ一歩を進めて研究しなければならない時に直面してゐるのである。

以上の二つの警告をわたしはクラウゼヴィッツから現在のわたくしたちに與へられたものとして受けとる。

論理における實踐性

——主としてエンゲルスによりてみちびかれつつ——

1

もつとも小さい溝渠はいちばん橋を架けるのがむづかしいものだ、とニイチェはいふ。現在わたくしたちの間の中心的問題のひとつとなつてゐる論理學—認識論—辯證法なる關聯についての究明における意見の相異においてもこの感がある。わたくしはここではそのひとつとして、論理學における實踐について「小さい」溝渠をとりあげる。例へば三枝博音氏は唯物論全書の一冊（いまは別に全書と關係なく出版されてゐるが）である氏の『論理學』において、論理的なるものと實踐との關係について語つてゐられるが、そこにもわたくしは放置すべからざる事態の存するのをみる。そしてもし橋を架けることがむづかしいと云ふ點からいふならば、これは決して「小さい」ことではない。それは愼重にそして正當に處理されなければならない。わたくしは論理的なるものにおける實踐についての三枝氏の重點のおき方に同ずることができないのである。三枝氏は氏の『論理學』において實踐を語る場合には、論理的なものは人間の生活の實踐的なものと關係をもつとか、社會的實踐的なものを除外しては正しく把握できないとか書いてはゐられるが、しかしそれは「論理」の實踐として、規範の・思惟法則の實踐としての面だけからみられた實踐であつて「論理における實踐性」とでも云はるべき實踐の積極的な面はすこしもとりあげられてゐない。すなはち人間が實踐することによつて新たなる眞理の面があらはにされ、そこに新しい論理が「獲得」されるといふ極めて重要なる事實が氏の考察からはぬけてゐるのである。——わたくしのいふところの意味はかうだ。エンゲルスは認識に關する覺え書の中で次のやうにいつてゐる。

〈蟻はわれわれと異なる眼をもつており、彼等には化學線が見える。しかしながらわれわれはわれわれにとつてはみえないその同じ放射線を認識することにおいて、蟻よりも一層はるかにまさつてゐる。そして、われわれにとつては見えないところの物が蟻には見える、といふことを、すでにわれわれは證明しうるといふこと、そしてかかる證明が、吾々の眼でもつてなされるところの單なる知覺に基いてゐるといふことは、人間の眼の特殊な構造が、なんら、人間の認

識の絶對的な障壁ではない、といふことを示してゐる。われわれの眼は、なほ他の諸感覺がこれを助けてゐるばかりでなく、われわれの思惟活動もまたこれを助けてゐる。思惟活動の場合においても事情は正に眼における場合と同じい。われわれの思惟がなにを解明しうるか、を知るために、カント以後百年、思惟のおよび得る範圍を理性の批判から、すなはち認識器官の研究から、發見しようとすることは何の益にもならない。……われわれの思惟が何を解明しうるかは、むしろその思惟がすで解明したところ、かつなほ日々これで解明しつつあるところのものからして知ることができる。〉（エンゲルス『自然辯證法』岩波文庫版、下三二―三三）すなはち人間の眼の構造の分析と使用とはその弱點を示し、視力の限界を教へてくれる。しかし、その弱點の克服によつて――望遠鏡や顯微鏡を使用するとか他の諸感覺の助けを借りる等々のことからして、その視力をばそれらのものを使用しない單獨の場合の「可能性の限界」から解放してしまふ。

これは何を意味するか。すなはち、或るものの可能性の限界の如きものは、もはやそれ自身の構造の分析やそのときまでの使用範圍等からは決定することが出來ない、といふことを知り得たのである。例へばまた同じくエンゲルスから引用するならば、あの力學的運動と熱の關係に

おいても實踐が自己の流儀で力學的運動と熱との關係に關する問題を解決したとき理論の方はどんな様子であつたか。それは實に悲しむべき状態であつた、とエンゲルは記してゐる。〈蒸氣機關も、十八世紀の全紀を通じて及び十九世紀の最初の二三十年間は、彼等にとつて、かかはりのないものだつた。彼等は大抵事實を單に記載することだけで滿足してゐた。〉最後にそれがカルノーによつて殆んどこの問題の本質に到達した。しかし〈この問題をその本質から完全に證明するのを彼にお、て妨げたところのものは、じつさい上の諸資料の欠如でなくて、それは全く――先入主となつた誤れる理論であつた。〉すなはちここでは實踐が如何に事態を進歩させたか、にも係らず理論は如何に誤れる理論のために禍せられてひとところに停滯し、容易に前進することなく時を送つてきたかが語られてゐるのである。エンゲルスはそしていふのである――〈われわれの認識はその時代において與へられた諸條件によつて制約せられ、それら諸條件によつて達し得られる範圍までしか進み得ないのである。〉そしてかうした知識さへもかうした意味での實踐の場面があればこそはじめて獲得できたのである。

そしてこれは明かに一つの「論理の進歩」である。つまり或るものに他の同質或は異質的なものが或る種の操作をもつて加へられるとき、そこに生れてくるものはたとへこの兩者の個々

のものについて或る程度は「知られて」ゐるときでも、人は必ずしもそれを開知することができるとは限らないのである。

少しく異なつた方面をとるならば、かの因果性の認識である。それについてエンゲルスはかう書いてゐる——〈運動する物質の觀察にあたつて、われわれの注意をひく最初のものは、個々の物體の個別的運動の相互間における關係、すなはちそれら相互間の條件性である。われわれはしかし或る運動に對して或る他の運動が繼起することを見るのみでなく、更にまた、一定の運動が自然において或る諸條件の下で行はれるとすれば、その諸條件をわれわれが作り出すことによつて、われわれの手でこの運動を生起せしめ得ることを見る、そればかりか自然においては全く生じない——少くともさうした仕方では生じない——運動を生ぜしめえたり（產業）またこれらの運動に豫定の方向と大いさとを與へ得ることを見るのである。このことを通じて、即ち人間の行動を通じて、因果性の表象すなはち運動が他の或る運動の原因であるといふ表象が出來上る。……自然科學者も哲學者も人間の行動がその思惟に及ぼす影響をこれまで全然不問に附してゐた。彼らはただ一方に自然を、他方に思惟を知るのみである。だがそのままの自然のみでなく、人間による自然の變化こそ人間の思惟の最も根本的な、最も密接な基礎である。〉（同上、上一〇〇—一）

これらの事實が論理の實踐性として注目せらるべき事がらである。ここに實踐の占める高い位置が——ただこの種の「實踐」のみが占め得る位置が論理的なるものの中にあるのである。人は現に知つてゐるところの論理によつて、未知の領域を開拓することもできる。これはたしかである。しかしそれとならんで、人は未知なるもの或ひは未知なる事態との新しい接觸によつて新しい論理をも發見することができる。そしてじつさいにそれを發見しつつ今日に至つたのである。〈思惟法則の理論は決してかの俗學者的悟性が論理といふ言葉で想像してゐる樣な唯一回限りで完成された一個の《永久眞理》ではない〉のだ。現在、普通の論理學書の中に思考の原理として無造作に掲げられてゐる自同律にしても矛盾律にしても排中律にしても、また充足理由の原理にしても、これらのものが「思考の原理」として人間につかまれるまでにはおそらく現在のわたくしたちが想像できないくらゐの歷史がその背後に橫たはつてゐると思ふ。そしてこれは人が事物と自分たちとを結びつける「實踐」によつてこそ得られた論理であるにちがひない。まことに論理とは實在の世界の、自然および「歷史」の運動形態の反映にすぎない。かうした事態をぬきにした論理的なもの、辯證法的なものの把握にあつては、實踐は——

この場合のやうに或るものを使用するとか、或る事を試みる場合の實踐は、いはば第二次のものであつて（わたくしがさきに論理における實踐性を云つた場合の實踐は第一次のものであると一應この兩者を區別して使用することが適切な場合が多いので以下これによつて區別することにする）――論理的なるものの外部におかれる。そしてここでは論理の使用のみが實踐であると解釋されたり、形式論理學は技術であるといふやうな極めて漠然たる表現がなされたりするのである。もつとも、ここでいふところの「技術」の概念を規定するその仕方については、一應は檢査を行ふべきものであらう。（わたくしは技術を、〈人間社會の物質的生産力の一定の發展段階における、社會的勞働の物質的手段の體系〉といふ一般に認められてゐる、と思はれる規定を意味させてこれを使つてゐる。）そして人はかうした第二次の意味の實踐の概念を以て「理論」と「實踐」とを結びつけて過るところないであらうか。そこに辯證法を語つて暗い隅を殘しはしないだらうか。例へば三枝氏が論理的なものは唯物論的なものを含む、といふ氏の主張を述べるにあたつて、そのいふところの唯物論的なるものとして、人間生活の「實踐的なもの」を、意志や意欲やそして强力の意識であるとして例示してゐるが、しかし、單にこれだけでは論理的なものが唯物論的であるといふことの證據にはならない。これはまた三枝氏が

論理的なものの特徴として「悟性の偏執」を云々され、悟性の固執性・區別性が人間生活の實踐に基づいたものだと云はれたり、論理的なものはまた社會的實踐的なものを離れてはその意義をもたないと云つてみたり、更にまた悟性としての思惟が論理的なものの運動の起點だと云つたりしてゐる場合とも決して無緣ではない。論理的なものは辯證法であるといふことさへも、これだけからは解明できない。まして論理的なものが唯物論的なものをふくむといふことを、かうした抽象的な言葉だけから相手にわからせようとするのは無理といふものである。*

*ついでに云ふなら三枝氏がその『論理學』でいふところの人間生活の實踐的なものとして擧げてゐる意志等々のものや、悟性の偏執等までがなんだか個人的なものとして使用されて、個人的なそれらのものを規定してゐる社會的な階級的な「實踐」を閑却してゐられるやうなきらひがあるが、これはもつとはつきりと誤解をゆるさないやうに表現すべきであつた。明かにかうした社會的な、階級的なものこそ、氏のいふ意味での實踐においても當然問題となるものなのだから。

2

わたくしがここでいふところの第一次の實踐は第二次の實踐にくらべるとき、そこではわたくしたちがより多く、よき意味での客觀主義者となるのは當然であらう。そこに構成される事

態は「期待」されるあの第二次の實踐の・實驗の結果なるものとは縁遠いものである。ひとはそこに既知のものを見出すことに重點をおくのではなくて、そこに展開される客觀的な事態を認識しようとするのである。それは未知なものの獲得に、より多くの意味をもたしめる。ここではひとは事物から事態へと入つて行くのである。ひとはここに新しい分野を開拓しようとする。しかし、第二次の實踐においては、事物を自分たちの側にひきよせる。したがつてそこでは新しいものの把握が目的ではなくて現にあるものの確認・固定化がもくろまれるのである。そこでは〈個々の事物のためにその關聯を忘れ、その存在のためにその生成および消滅を忘れ　その靜止のためにその運動を忘れる。〉それゆゑ、この面からの事物の把握は勢ひ一面的になりがちであり、保守的になりがちである。それは事物をば事態を顧慮することなしに抽象化する傾向をもつてくる。それは〈事物に關するますます深まりゆく我々の知識の生々とした進行や運動〉（レーニン）の代りに傳統の權威の下にやすらふやうになる。右に述べたことからもわかるやうに論理的なるものといはゆる形式論理學との疎隔もこの第一次の實踐を正面にもちだす觀點からは容易に説明し得る。論理への實踐の參加——論理における實踐性を認めるものにとつては、論理的なものは辯證法的なものである、といふ命題も、辯證法的な經過をとる事

物の發展・事態の變化とそれによる新しい論理の形成とから極めて自然に説明し得る。これに反してかうした第一次の實踐の論理への參加を考へないところの、事態の變化や論理の發展といふ歴史的事實に無神經でゐるところの人たちだけが「形式」論理學が今やまつたく過去のものとなり、その殘骸をわたくしたちの前にさらしてゐると早合點をしたりするのである。わたくしたちはエンゲルスの『反デューリング論』のなかに辯證法といはゆる形式論理學とに關する彼の記すところをかう讀む——〈辯證法をば、たとへば形式論理學または初等數學が愚かにもさう解されうるやうに、單なる證明の一手段だと考へてゐるならば、それはすでに、辯證法の性質への理解の全體的な欠如である。形式論理學でさへも、何よりも先づ、新たなる結果を發見するための・既知から未知に前進するための方法である。そしてこれとは比較にならぬ意味ででではあるが辯證法も同樣であり、しかも辯證法は、形式論理學の狹い眼界をうち破つて進むがゆゑに、一つのより包括的な世界觀の萌芽を含んでゐるのである。〉（『反デューリング論』岩波文庫版上二三九頁）わたくしはここでこのエンゲルスの言葉に關係づけて數言を費しておくべきであらう。エンゲルスは辯證法を單なる證明の手段と考へることが辯證法の性質理解の全體的な欠如であることを指摘する。そしてもしもそんな考へ方をするなら、辯證法に對立するものと

云はれてゐる、そして輕蔑されてゐる形式論理學だつてりつぱなひとつの證明の方法であるし、辯證法も同様であるし、使ひ場所によつてはいはゆる形式論理學だつて効用があるといつてゐるのである。つまり證明の手段といふ角度からみれば兩者にはただ量的相違があるだけだといふのである。しかし、その手段にしてもこれを性質的にみるときには、單に領域的の大小の相違ではかたづけられないものがあるやうに思はれる。たとへそれがエンゲルスも云つてるやうに、いはゆる形式論理學でさへも新たなる結果を發見するための、既知から未知に前進するための〉方法であるといはれるにしても、その「新たなる結果」なるものは既知のものの組みあはせの諸關係の「發見」としての結果であつて、豫期せぬとか思ひがけぬとか、それから不思議とか呼ばれる「結果」――現在のものに更に新しいものを、もしくは現在の事態からは容易に理由づけられないものを新しく發見するといふやうな「前進」を指してゐるのではない。それはいはば自分の屋敷を小綺麗にしたり、自分自身を反省したりするところの、要するに統整用のもの――現在の狀態をゆるぎなきものにするためのもの、といふことができるであらう。これに反して辯證法は開拓使である。それは新しい分野の中へ入つて行つて、客觀的な事態を認識しなければならぬ。それは統整の意味の前進ではなくて獲得の意味の前進である。

いはゆる形式論理學的なのものが第二次的實踐とつながり、辯證法が第一次的實踐に結びついてゐる――かういふやうな指摘もできよう。大體において「證明」といふ概念はすでに何らかの意味で知つてゐるものを確めるといふ意味をもつてゐる。それゆゑ上の規定にしたがへばそれはより多く形式論理學的な概念である。これに對して辯證法は「發見」なる概念により多く結びつく。ひとつは回顧的であり、ひとつは展望的である。そしてこのふたつはたがひに助け合ふべきものであり、實際においてもこれはなされつつあるのである。ひとはその證明なるものをよく檢査してみるがよい。ひとはそして證明をばそれに使用した基礎命題とこれの結合とに分解するだけに止めないで、更に一歩を進めて何故にこの命題が基礎とされるのか、また何故にさうした結合が採用されたのかと問ふてみるがよい。またその基礎命題を無證明命題――公理まで追求してみるがよい。ひとはここで果してそれらのものを基礎とする定理なるものの正體を把握したといふことができるであらうか。ひとはこの定理を單なる同義反覆とみるべきであらうか。ひとはこの解析からいまひとたび定理そのものにたちかへつてみるがよい。外ならぬそれらのものの結合――（いやそれらのものの結合とみることさへもすでに解析的である）その意味に重點をおいて考察せよ。さうすればひとはどんな定理だつてそれが

證明されるためには新しい公理が必要とされること、またさうでなかつたら決して新しい定理とはいはれないことを知るであらう。さうでなかつたならそれこそ同義反覆以外の何ものでもなくなつてしまふのだから。それは遊戯とは名づけ得られても新定理といふ概念にはふさはしくあるまい。そして、この新公理の參加といふところに新定理の性質的な意味が含まれてゐるのである。定理とは事物間の論理的な關係の存在の認識に外ならない。そしてこれは必ずしもひとつの側面からのみ既知なるものと關係づけられ得る、といふやうなものではあるまい。わたくしたちにとつて大事なのは事態の認識であつて、その認識にあたつては既知なるもののみからばかりでなく、場合によつては未知なるものからも助けをかりてくる。ひとは未知なるものをその實踐において既知の領域にとりいれる、といふ側面や未知なるものを使つて未知なるものをその性質において暴露するといふ積極的な認識の仕方をこころえてゐる、といふ人間的事實を忘れてはならない。論理的なるものの眞理性はかくして確められる。しかし、これはいはゆる「證明」ではない。もつと本來的の意味での「證明」——「認識」である。定理の「證明」もここまで掘り下げてくればそれはまた「發見」といふ概念と近づきになつてゐるものだといふことを知り得るはずである。

3

論理的なものおよびいはゆる形式論理學を悟性の固執性や形式性といふやうな「概念の使用」だけによつて基礎づけ規定しようとするのは當を得ないことである。それはもつと具體化されなければならない。さうでなかつたら、このことが何を云つてゐるのかさへはつきりしないわけであるから。レーニンはその『哲學ノート』の中で論理學は思惟の外的形式に關する學ではなくて、あらゆる物質的・自然的および精神的事物の發展法則——世界のあらゆる具體的內容とその發展法則に關する學である、換言すれば世界認識の歷史の總計・總和・結論である、と云つてゐるが、エンゲルスはこのことを具體的に次のやうに物語つてゐる、とわたしは考へる。エンゲルスは大體かういつてゐるのである。わたくしたちが自然や人間の歷史やそれからわたくしたち自身の精神的活動を考察する場合には、何よりもまづそこでは何でもその（これまでの）性質や位置やそれから種々の狀態のままにゐるのではなくて、すべてのものは運動し變化し生成し消滅する種々の關連や相互作用の無限のいりまじつた姿で現はれる。これを古代ギリシヤの哲學は認めた。けれどもこの觀方は大體において正しい世界の觀方ではあるが、こ

の全體的な姿を構成するところの種々の個々のものを說明するには十分ではない。そしてこれがはつきりされないでは全體の姿だつて明瞭とはならぬ。そこで解析的方法が採用される、すなはち自然的な歷史的な關連から「個々のもの」をとり出してその性質とか特殊性な原因・結果等々の分析的研究をするやうになつた。かうして〈嚴密な自然研究はやうやくアレキサンダー時代のギリシヤ人によつて始められ、そののち中世のアラビア人によつてずつと發展させられた。とはいへ眞の自然科學は、やうやく十五世紀の後半から始まつたものであり、そしてそれ以來、絕えず加速度的に進步をとげた。自然をその個々の部分へ分解すること、種々の自然的事象および自然的對象を一定の部門に分類すること、有機體の內部をそれの多樣なる解剖學的姿の方面から研究すること、――これは、過去四百年間が自然の認識においてわれわれにもたらしたところの、あの偉大なる進步の根本條件であつた。しかしながら、それはなほまた自然物および自然的事象をば、その大きな全體的關連から離れてその個別において、それゆゑにその運動においてでなくその靜止において、本質的に變化するものとしてではなく固定不變のものとして……理解する習慣をわれわれに殘した。〉（『反デューリング論』岩波文庫版上七四頁）

そしてこの觀方が自然科學から哲學に移轉され、特殊な、狹小な考へ方を形成することになつ

たのである。そしてこの考へかたは物とその思惟的模寫である概念とを個別的な他からきり離して考察される、固定した「與へられた」研究對象ときめてしまふ。そこでは事態は極めて簡單に是非され、かたづけられてしまふやうになる。しかしわたくしたちはより精密に事態を觀察すると或る對立物は對立してゐるばかりでなく相互に不可分離であり、またそれらは相互に融合してもゐることを見出すのである。〈事物およびその概念的模寫を本質的にその關連・その連鎖・その運動・その成立および消滅において理解する〉思惟方法はかうして近代自然科學の進步にともなつて發達してきた。さうして〈事物および事物の知識の全體的關連における自己の地位を明かにしようとする要求が、あらゆる個別的科學に生じるや否や、全體的關連に關するあらゆる特殊的科學は不用になる。その場合になほ從來の全哲學から獨立して存續するのは思惟とその法則とに關する學問――形式理論學と辯證法とである。〉（同上八〇頁）

これらの先覺者たちのつかみ方の中には模寫論的な、したがつて論理的なものの把握にあたつて第一次の實踐がその發展的モメントであることを閑却してはならないといふ。わたくしの見解と密接に結ばれてゐるものがあるやうにみるのはあやまりであらうか。

三枝氏のいふところの「悟性の偏執」とは何かはもつと具體的にその概念規定の經過をも含

めて提出されなければならない。でなかつたならそれはただの思ひつきに過ぎないものとかたづけられてしまふにちがひない。それはとにかく、三枝氏も認めて居られることではあるが、いはゆる形式論理學を排除しようとしたり、この人間による論理的なるものの發展過程——歷史をしらべることなしに、いはゆる形式論理學書の內容をば、傳統の論理的なものの全部と思つたりする性急さは即刻わたくしたちから排除してしまはなければならない。

4

すこし詭辯的な表現をするなら、いはゆる形式論理學をその形式性からのみ特徵づけようとすることこそ形式的であり、辯證法を語るやただ單にベンシヨウホウの念佛を稱へるだけに止まつてゐることこそ非辯證法的ではないか。形式論理學を駄目だといふ人は、駄目だといふだけに止めないで形式論理學が何ものであるかを內容的に實際に示して貰ひたい。その後でこそ氣のすむまで「形式」論理學を輕蔑することもゆるされやう。しかし〈思惟形式や、思惟規定の研究は頗る骨折りがひがあり、また必要でもある〉ことは認めてもらひたい。これはエンゲルスの言葉だ。また〈論理的なものの內容がそれ自身の中に形式をもつてをり、その形によつてこそその本質をあらはにすることが出來るといふことを〉肯定してもらひたい。これははじめてかかる意味で思惟の「形式」を體系的に研究した人だとエンゲルスによつて呼ばれた、ヘーゲルの言葉である。

ところが形式論理學が駄目だと一概にいふ人たちに限つて版で押したやうに一般論(?)だけがお得意なのである。一歩でも諸君が抽象からぬけて、第二次の實踐に入つて行かうとすると急にその無力さを暴露してしまふのである。かうした諸君こそ「空虛な抽象」だけで自己滿足をしてゐる哀れむべき侏儒なのである。哀れむべき自己陶醉病患者なのである。

エンゲルスは『自然辯證法』の中でヘーゲルの論理學について語つたあとでかういふ意味のこと　つけ加へてゐる。ヘーゲルの大論理學はこれをただ讀んだだけでは無味乾燥であり、その判斷の分類にしても勝手に案配した作りもののやうにみえるけれども、かうした類別の內面的な眞理性と必然性とはこれを徹底的に研究するものにとつては明白になるだらう。しかしこれは單なる思惟法則ではなしに自然法則においても立派に基礎づけられてゐることが、例へば「熱」に關する人間の知識に於ても示される。〈摩擦が熱を創り出すといふこと、このことはすでに有史前の人類によつて、彼等が恐らくは十萬年もまだも以前に摩擦の火を發見したとき、

また更にそれより以前において冷えた身體の局所を摩擦によつて温めたときから、實際的に知られてゐた。しかしながらこのときから、摩擦は一般に熱の一源泉であるといふことが發見されるに至るまでに幾千年を經て來たことかは誰がこれを知らうか。ともあれかくてかかる時代すなはち人間の頭腦の十分なる發達の結果、摩擦は熱の一源泉であるとの判斷、云ひ換へれば定有の判斷を、しかも肯定判斷を下しうる時代が到來した。〈それからさらに數千年後に判斷を〉一切の力 的運動は摩擦を媒介として熱に轉化せしめうるものである〉と定式化した。これは定有の肯定判斷から反省の・普遍的判斷への進歩であつた。しかし今はいかなる形態の運動も、それぞれの場合に特定された諸條件の下において直接もしくは間接に他のあらゆる形態の運動に轉化することが可能でもあり、必然でもある〉といふ必然的判斷に到達した――。

このやうに判斷の進歩の歴史的過程をたどつた後でエンゲルスは次のやうな重要な提示をなしてゐる。――〈したがつてヘーゲルにあつては判斷そのものの思惟形式の展開として現はれたところのものが、われわれにおいてはこの場合、運動一般の性質に關する、われわれの經驗的基礎の上に立つ・理論的知識の展開として現はれてゐる。このことたるやまさしく思惟法則と自然法則とは、それが正しく認識されさへすれば必然的に相互に合致するものであることを

示してゐる。〉

これは如何にわたくしたちに理解さるべきであるか。まづ判斷形式がその過去をもつてゐるといふことである。次にそれは紙の上にかかれた命題ではなくて實踐(これは第一次の意味に重點をおくところの)によつてえられたものであり、それは自然のものとも云はれるものであることを意味づけてゐる。次にそれは――いはゆる形式論理學を技術論として把握することの「形式的處理」の危險を物語る。これを技術論としてみることは論理的なるものをその消極的面においてつかむこと――第二次の實踐の面においてのみつかむことになるから承服できない。もし論理における第一次の實踐を考慮に入れるならば、わたくしにはこのやうな把握の仕方はむしろ逆轉されなければならぬもののやうに思はれる。すなはち、技術(手段)といふ面からのみ觀察するからこそその形式性が前面にくるのであつて、もしいはゆる形式論理學がそのいふところの形式性の背後に、單なる形式性――一夜漬けの形式性でないもの、人間の世界認識の歴史の總和・結論ともいふべきものを有してゐることを その形式性ときり離して「批判」しないならば、それはもつと高い位置を占めるものとしてうけ入れられてくるであらう。いはゆる形式論理學は使用上の巧拙をゆるすやうな技術の理論といふやうなものではなくて、使用上

からいへば決してその巧拙をゆるさないところの決定的な意味をもつものである。それはどうにでもなるやうな文字の上の命題學ではない。ただその適用される領域の無限定のゆゑにむしろ限定された領域を有することに立ち至るところの、思惟の狭小となるの危險を含むことは誣めなければならない。しかし、さうであればこそ對象の眞と合致するとき、その論理は尖鋭なものとしてうけとられることにもなるのである。

論理の（特性である）その抽象性はまたその形式性にも通ずる。――これはさきにも記した言葉である。ある一定の形式をもつといふことは論理の誇りにこそなれ、その缺點とはならない。したがつて傳統の論理學をば「形式」論理學と規定することは、その本質を指したいひ方ではないといへる。ふたたびくりかへせば形式論理學は主として「證明」のための論理・統整用の論理であるに對して、辯證法は主として「發見」のための、獲得のための論理である。ただしこの二つの面は孤立したものではなく相互に補助しあふものなることはいふまでもない。このゆゑにこそ現在の支配階級の理論が前者に結びつき易く、それに對して後者がプロレタリアートの側に强調されることもうなづけるであらう。

ポアンカレはその書『科學と方法』の中で形式論理學について、形式論理の法則は、單に凡

ての可能なる分類の性質を表すものに過ぎない。併しその法則を應用し得るためには、かかる分類が不易であつて、推理の途中で變形を加へる必要のないことを要する。若しも豫想されない新しいものが現はれるおそれがあるやうな場合には、新しい對象の出現のために、止むなく分類を變形せしめなければならないことがある、といつてゐる。この言葉の中にある「可能なる分類」といふ點は、注意せらるべきであらう。可能性に關する形式論理學の態度との相異は究明される必要がある。この方面から論理的なるものの性格を檢査することもわたくしたちの仕事ではあるがここではただ問題としていふだけに止めておく。

5

以上わたくしはエンゲルスの示唆にしたがつてたどたどしい歩みをもつてではあるが、論理における實踐性を語り、またそこからいはゆる形式論理學と辯證法との關連を誘導しようとした。あらはにではなかつたが認識論と論理學との一致に對しても暗示するところがあつたつもりである。それから經驗が第一次の實踐のかたちで論理的なるものの中に占める重要性についてもふれてゐるつもりである。

しかし、このわたくしの態度が、現在はびこつてゐる神祕主義やあれこれの非合理主義やそれからかの歴史主義とは同一視せらるべきでないことは斷るまでもあるまい。あらゆる科學的な領域においては、わたくしたちはいつでもまづ當面の事實から出發しなければならないこと、そしてその客觀的な事態からその諸關係を「發見」しなければならないことは當然である。そしてこの場合、この「發見」を助けるものはわたくしたちの熟知のものばかりでなく、むしろ第一次の實踐であるところの、人間の行爲が媒介となつてゐる事態そのものであることは記憶されなければならぬ。さうしてわたくしたちの論理が、外ならぬ論理として對象に向つて力を有するのは、それが彼等の對象のものだからである。彼等は正直にそれが彼等にふさはしいものだけを、その限りにおいて受納する。いふところの「法則」の、形の上の抽象化の度合は必ずしも對象の問ふところとはならない。ひとはまやかし物の論理的法則を對象に押しつけることはできない。――よき意味の客觀主義者はこの意味ではまたよき唯物論者でもある。

（一九三六・一・一五）

存在と現實

――山内得立論――

1

この國における觀念論哲學の發展の一つの分枝に西田幾多郎――田邊元なるものがあるのは周知のことであらう。しかし、人はこのほかに西田幾多郎――山内得立なる分枝のあることについてはあまり知つてゐないやうである。これは田邊博士の研究發表の態度が積極的であるのに對して山内博士の場合が非常に控へ目であることによるのかも知れない。或ひは別の理由からこの分枝はうまく外面的には成長し得ないでゐるために人の注意を惹かないのかも知れない。しかしとにかくこの西田――山内なる一分枝があることは記憶されていい。さうして西田博士から出たこの二つの分枝の特徴としては、田邊博士の場合にはその哲學態度が彫塑的であるのに對して山内博士の場合にはそれが繪畫的であるといふことである。田邊博士の場合に

は理論の骨格となるものが主として取り扱はれるに對して山內博士の場合にはむしろその理論の色調が、そのニュアンスが大事にされてゐるやうである。

わたくしは今この山內博士の哲學を『存在の現象形態』（一九三〇年）と『哲學の出發』（『理想』一九三五年十月號）とそして『超辯證法』（『日本評論』一九三六年一月號）によつてとりあげようと思ふ。このはじめのものは博士のこれまでの唯一の勞作ともいはるべきものであり、後の二者は短いものではあるが最近の博士の動向を示すものとしてみられるであらう。これらのものによれば約五年の星霜は博士をして『存在の現象形態』執筆當時よりは前進（?）せしめたやうである。その存在論的な（それ故に）意味的・論理學的傾向は、博士自身の言葉を借りていふなら「過程的なる辯證法」を「場所的なる辯證法」に對立せしめ、この「過程的なる辯證法」において哲學されつつ遂に「超辯證法」にまで到達されたものの如くである。山內博士の主張せられるこの「過程的なる辯證法」の內容や「超辯證法」なるものの內容については發表されたもの以上には詳しく知ることを得ないが、この哲學の出發と超辯證法とから博士の現在の位置を推察するに、依然として先の日の住家である存在論的立場に永住の地をみいだされてゐるもののやうである。博士がそこで辯證法を口にせられるのは、他の「哲學者」たちがこれ

を口にせられると等しく、この國における（それはまた世界的の）「外部的な」影響によつてであつてその哲學の內的要求によつてではないらしい。すくなくとも『哲學の出發』や『超辯證法』がわたくしたちに示すところはさうである。

さて、わたくしはここに『山內得立論』といふ題名のもとに筆をとりはするが、嚴密にいへばこれは右にあげた三つのものだけによつてこれを論ずるのであるから、全面的に山內得立博士を論じてゐるわけではない。しかし、わたくしはこのことを通して現在この國に行はれてゐる觀念論哲學の一つの型を指摘しようとするのであつて、山內博士その人を特に問題にしてゐるのではない。だからこのためには必ずしも材料が不足してゐるわけでもあるまい。

2

『存在の現象形態』を手にとる——。この書の中に擧げられてゐる哲學者の顏ぶれやその業蹟等々の紹介をみれば、山內博士が問題とするところが如何なる面であるか、そしてまたこれを如何に處理しようとしてゐるかを知る事ができよう。ここに語られるギリシヤ哲學やカントやラスクやヘーゲルやフッサールやマイノングそしてハイデッガー等々については、博士がこの

書の中で述べてもゐられるやうに、それは博士の問題に關連し、それを解明する限りにおいて引用されてゐるのであつて、必ずしもその全面的な紹介乃至解説ではないであらう。だからその紹介乃至解説が果して當を得てゐるかどうかは博士にとつても重要な面ではあるまいが、わたくしたちにとつてもまたそれは重要なものではない。博士がそこに語らうとしまた實際そこで何をわたくしたちに物語つてゐるか——博士は語ることによつて如何にその本身をわたくしたちの前にあらはにするかがわたくしたちの主なる關心の座をしめる。それであるから、わたくしもまた博士の文章の巧みな粉飾をできるだけ拂ひおとして博士の哲學の素顏に向はなければならない。

山内博士がこの書の最後の章でもいはれまたその序の中でもいはれてゐるやうに、この書は「存在」をその種々な形態において記述することを仕事の内容とされてゐる。〈存在は種々なる意味に於て語られ、或ものが存在するといふことは種々なる意義が區別せられねばならぬであらう。存在をこの語られ樣によつて、またその樣々なるロゴス的表現によつて分析し記載せんとすることが我々に課されたる問題であつた〉のである。そして〈これを存在の可能的なる、必然的なる、現實的なる三つの形態に於て〉分析し記述した。そして存在はまづ現實的なるも

のに出發を得るが可能的なものに原理的なものを、必然的なものにその解明を得ることを明かにしようとしたのであつた。そしてとにかく哲學の問題が存在の概念に中心を置くこと、認識の問題もそこに根源を有つてゐるといふことが自分にあつては、基礎的な思想になつてゐるのだと博士はいはれる。そして序のなかにはかう書かれる——〈我々はこの根本思想からしてなほそこに論ぜらるべき多くの問題を見るであらう。殊に認識論に於ける存在の問題に對して、存在論に於ける認識の問題がこれらの最後に論究せらるべきであつたが、それも今は不十分なる私の研究からして他日に期せざるを得なくなつた。〉

ここで山内博士のいふところの「課された問題」が何ものによつて課せられたか、などと初つぱなから文句をつけるのはやめておかう。そしてこの博士の意圖が、そしてその實際がどんなにわたくしたちに與へられるかを、その第一・第二章を中心に檢べてみよう。

3

山内博士は認識の問題を、認識における「存在」の重要性を、まづ判斷の研究から始める。「存在の現象形態」の第一章は次のやうな言葉を以てはじめられてゐる。〈認識の問題は普通に

判斷とよばるるところの精神現象の中に何が横るかを分析し、それが如何なる要素から成立つてゐるかを研究する事によつて始めらるべきであるといはれる。＜まこと科學的認識とは概念的に知ることであり、したがつてこれと熟知との間に距離があることはいふまでもない。そして概念が感覺的なるものの結合から得られ、感覺を事物による第一次的のものとすれば概念はいはば第二次的なものといはれることにも異論はあるまい。さうしてこの概念なるものはロゴス的なものであるのだから、それが論理において（勿論ここにいふ論理とは單にあの「論理の原則」とよばれてゐるものからひき出されるもののみを指していつてゐるのではない）定形づけられ、したがつて判斷なる概念とも結びついてゐるのは確であらう。しかし認識の問題をまづ判斷からはじめ、それを分析して如何なる要素から成立するかを研究して行くのは、決して認識論における最初の問題ではあるまい。何故なら、わたくしたちが「認識」を問題にし得るに至る現實的な地盤がないところでは判斷だつて無力であるし、從つてかうした問題提起は箱庭いぢりに類するものとなるからである。結局それは「認識の概念」の分析に終るにちがひない。それは認識の對象をわたくしたちに近づける代りにこれを疎隔する。それ故わたくしたちは認識を「精神現象」の一つである判斷作用の研究から始むべきではなくその認識作用といふ

精神現象の生起そもそもから始むべきである。感覺や思惟は如何にして起り、それはまた如何にして分離して來たか、このとき認識の對象は主體的な人間の實踐によつて如何に對象の認識にまで進むことができるのであるか、等々のことが基本的にごまかしなしに示されなければならない。そしてとにかく一度は必ず唯物論か觀念論かといふところまで行かなければならない。＜物から感覺や思想に進むかそれとも、思想や感覺から物に進むか？＞さうして「存在」も「論理」もその核心において取扱はれなければならない。

山内博士はこの第一章において＜論理的なるものの一歩毎に存在的なる基礎が要求される＞事を、そしてどにかくすべてそこに＜存在の問題を見出すことなしては一般に認識の問題は理解し得られぬものである＞ことを述べられる。さうして「存在」はここで領域においてうけとられる。＜領域とは何よりも先づ存在の領域を意味する。領域の概念は存在的なるものを外にしては意味をもたぬものである。＞ああ、それにしてもその論程が博士においては何といふ纖細にまで描き出されてゐることだらう！　その言葉のあやから、その言葉の抑揚から博士の道を見失はぬやうにするのはひと骨折りである。

わたくしは山内博士の纖細さを示す前に一つの面白い例をあげてみたいといふ誘惑にうちか

つことができない。それは火災對策について論じたといふリヒテンベルヒといふ人の文章の拔萃である。わたくしはこれをクラウゼヴィッツの『戰爭論』（岩波文庫）の中に得た。それは次のやうなものである。やや長いものであるが極めて興味のあるものであるから『戰爭論』に引用されてゐる全部をうつして諸君の御覽に入れよう。

〈家屋の燃えつつある時は、何よりも第一に一の左側の家屋の右側の壁を、及び右側の家屋の左側の壁を掩護する事に努めねばならぬ。何故ならば例へば人若し左側の家屋の・左側の壁を掩護せんと試みたとせよ、その家屋の右側の壁は左側の壁の右側にあり、然るに火事は此の兩方の壁よりも更に右側にあるが故に（といふのは吾々は、家屋は火事の左側にあると假定しておいたからである）、右側の壁の方が左側の壁よりも一層火に近いわけである。されば家屋の右側の壁は若しそれが掩護されてない場合には、掩護されてゐる左側の壁に火が移るより先に、燃える恐れがある。從つて左側の壁も亦掩護されてゐないとしても、それでもやはり同じく掩護されてゐない右側の壁の燃える方が早い。從つて前者を放置して後者を掩護する事が必要である。事態を明瞭に想ひ浮べる爲には、人々は次の樣に記憶してゐればいい、曰く、家屋が火災の右側にある時には左側を、家屋が火災の左側にある時は右壁を掩護すべし、と〉

クラウゼヴィッツはこれを〈徒に全體の統一的聯關を作る事のみにこれ努め、各種の・ありふれた・平凡なおしやべりを寄せ集め、之を體系に作り上げて、その完全さを誇つてゐる〉ところの理論の最も適切な姿を示すものとして擧げてゐるのである。そして彼はかうしたわかりきつた饒舌で讀者を尻込みさせたり、〈少しばかりの眞理に水を混ぜてその味を消してしまふ〉ことを警戒して、自分はまざりもののない純金で、小さいなりにも明かとなり確められた事柄を示さうとした。そしてつくられたものは小さいどころかすてきに大きいあの『戰爭論』であつた。わが謙虛なる哲學者山內博士の勞作をこのリヒテンベルヒの雄辯（？）にくらべるのは失禮であらう。しかし、それが似てゐることはたしかである。それは極めて注意深く記述せられる。さきにも云つたやうに、博士の文章は極めてニュアンスに富んでをり屈折性のあるものであるために、粗雜な神經をもつたものには追隨するのがむづかしい。それほどデリケートに描き出されてゐる。例へば四三――四四頁からと四七頁からとその一節をぬいて來てみよう。

〈領域とは何よりも先づ存在の領域を意味する。領域の概念は存在的なるものを外にして意味をもたぬものである。存在的なるものの、それがなにらかの仕方に於て存在することの、或は存在し得るところの場所的地域を我々は先づ領域と名づけるのである。領域はもとより存在と

同一ではない。存在は領域に於てあるが、領域そのものは必ずしも直ちに存在であるとはいへない。しかしながら何等かの存在の領域でない領域があり得ぬと同じく、何等かの領域に於てないところの存在も見出され得ぬのである。領域は常に存在の領域であると共に領域の存在を前提することなしには存在は存在として理解せられ得ぬであらう。存在するものは常に世界に於ての存在である。存在の世界性は即ち領域であるに外ならなかつた存在的なるものの存在を可能にするものは領域的存在であるとすれば、存在の領域と共に領域的なるものの存在について語ることも決して無意味ではないといはねばならない。＞（四三―四頁）

＜學問は一般に事物の、または事物についての研究であるといはるるが、事物とはこのときその最も一般的なる意味に於て我々によつて問はるるところの、または問はれ得るところの、或は問ばるべきものの凡てを指す。＞（四七頁）

＜學問的研究に於てのみでなく、日常的にも一般に、問ふことは必ず或ものについて、または何ものかに關してであり、問はるべき事物をもつことなくして問ふことは無意味であるのみならず不可能でさへもあるといはねばならぬ。＞（四七頁）

わたくしは博士の文章によるたくみな繊細な粉飾をいつた。しかし、火災對策と哲學とを混

同してはいけない。わたくしたちが粉飾にすぎないと思ふものでも、深遠なわが哲學者にとつては缺くべからざるものであるのかも知れないのだから。例へばこんな場合だつてある――即ち、有閑マダム・令孃等の粉飾は彼女達にとつては（それ故にまたわたくしたちにとつても！）彼女達の本質的なものとなつてゐるのだから。

山内博士はこの書において多くを問ひ　そしてその多くの問に答へてゐられる。事物とは何であらうか、存在とは何であるか、矛盾とは？　それは可能であらうか、それは何を意味するか等々。けれども、勿論これらのものは自問自答であり、かくすることによつて博士の行進がそこから絶えざるエネルギーを補充されてゐるのである。この行進は單純である。博士は「存在」について語る。しかしそれは現實的な歴史的な「存在」ではなくて、あらゆる現實性から抽象された、あらゆる歴史的な生成・發展の過程からきりはなされた・存在一般についてである。博士の言葉でいへばさうした存在の形態についてである。かくてひとつの圖式ができあがる。＜存在をこの語られ様によつて、またその種々なるロゴス的表現によつて分析し記載＞したものがここにできあがる。

さてこの存在に關する圖式は如何にしてつくられるか。存在はまづ認識論との關聯において

とりあげられた。しかもそれは領域的なるものとして。もつともここでいふ領域も勿論その一般性においてだけ取り扱はれるのであつて或る事物の領域としてではない。そしてまた事物が山内博士に於て問題になつてもそれは〈ただそれが事物を一般性に於て、凡ゆる事物を單にものとして規定〉する面からであり、即ち〈事物を事物として規定するものは何であるか〉に於てである。だから〈事物を事物として一般的に規定するものは存在でなければならぬ〉とか〈如何なる事物も何等かの意味に於て存在することなしには我々にとつては意味をもつてゐない〉とか〈それゆゑ我々がそれを考へ、それについて語り、それに關して何等かの態度をとるとき、それはその限りに於て我々に對して存在するものでなければならぬ。凡ゆる事物はそれ故に存在する。〉とか、かういふ具合に事物と存在とは（文字の上で）結びつけられる。所で謂ふところの存在とは何であるか。博士はかう明示（?）される——〈存在とは我々がそれについて語り、それを考へ、それに對して何等かの關係をもつところの凡てのものであると。〉博士は更にこれにつづける。〈我々自らがあるところのものも、我々が有るところの種々なる仕方も凡てはそれの中に存在する。〉〈存在はまた實在の中に、關係の中に、安當性の中に、結合の中に繫辭の中に横はる。〉存在の存在しないところは存在しない！　ああ、だが、この存在の規定はど

ういふものであらうか。果してかうした存在の規定は存在するだらうか。例へばこの最後のものの逆はどうだらうか。存在の中に實在が、存在の中に關係が、存在の中に安當性が、存在の中に結合が、存在の中に繫辭が横はる——。さうすると實在イクオール存在、關係イクオール存在等々が成立することになるし、博士の言葉を借りれば〈凡ゆるものは存在する〉！　夢でもたわごとでも圓い四角でも赤い人間でも樂園淨土でもあらゆるものはここに存在する！　だが、そんなに驚くにはあたらない。存在といふ言葉の遣ひ方が普通の場合よりわが哲學者が廣義に使用したといふだけのことで、これによつて事態にはすこしの變化も起つたのではないのだから。山内博士の住家にある存在の扉をたたけ、さらばつねに開かれるだらう。——だが、さすがに山内博士も存在の規定については更にかう附加することを忘れはしない。〈存在についてほど人々の熟知するところのものはないであらう。がしかしそれと同時に恰もその理由から存在の概念はど規定するに困難なものはないといはねばならぬ。存在は定義的により高き概念から引きだすこともできなければ——なぜなら存在は定義的に最も高き概念であるから——實義的により低き概念によつて表現することもできない。存在を表現するものは存在そのものに

外ならないからである。ゆゑに存在の概念は最も自明的であつてしかも最も定義しがたきものといはねばならぬ。しかしこのことは存在の研究をそれ故に不可能ならしむるものではなくむしろそれは反對に存在の意味についてたえず我々をして問ふことを續けしめるところのものであらう。〉（五一頁）この引用文のはじめの部分は、そのヘーゲルぶりな表現にも係らずそれはもつと立入つて語られない限りはあたつてゐない。何故ならわたくしたちが熟知してゐるのは存在一般ではなくて一定の存在についてであるのだから。しかもそれは概念としてでなく事態としてであるのだから。わたくしたちは物的存在とそれに關するひとつの命題におけるあるといふ言葉とを決して混同などはせぬ。それどころか、わたくしたちは一つの判斷を、それを文章で表した命題ともごつちやにはしない。人間の意識から獨立なる客觀的實在と夢やたわごととを同列に置いてはならぬ位のことはわたくしたちが熟知してゐる。次にこの引用文の最後の部分についてであるが、わたくしたちが「存在」を研究するのは、存在の意味を理解するためではなくて、その存在の中で、その存在を變化し發展させようがためである。わたくしたちは存在を人間的實踐の中につかまうとする。そしてまたこれ以外に存在をつかむ道はないにちがひない。〈存在をそれ自らとして直接に一般的な形態に於て研究せんとする〉博士の試みは、

それゆゑ形而上學的だともいはれよう。ところが博士は更に右の不十分さに氣づかれてこれは〈具體的なる形態を描出し得たものとはいふことができない〉といふのである。〈存在が存在であることは最も直接なる事實であつても、それはただ存在の自己同一性を言表すのみであつて內容的にそれが何であるかを明にし得たものではない。〉では存在の事實を積極的に說明するにはどうすればいいか。ギリシヤの哲學者パルメニデスがここで引きあひに出される。〈パルメニデスが存在の實相を描くためにただ存在の概念にのみよらなかつた、またそれのみに據るを得なかつたことを十分に物語つてゐる〉し、〈假令消極的にもせよ運動と雜多との世相を說き忘れなかつたこと〉を指摘する。さうしてここに非存在なる概念を登場せしめる。だが〈人間の思想の歷史に於て決して些末なることではなかつた〉ところの非存在、〈存在の外にそれを見出すことによつて人が初めて感覺を離れて判斷の世界に入ることのできる〉やうになつた非存在——この非存在と存在との關係によつて存在は積極的に說明されるやうになつたであらうか。この非存在の登場によつて認識の學問的確實さがここにはじめてできたといはれるだらうか。否、認識の學問的確實さは人間的實踐の中に培養され、獲得されて來たのであつて、非存在なる概念の登場によつてではない。それがプラスの効果をもつたことはいへる　しかしそれ

が決定的に重要なものであつたのではなかつたし 現在もさうであるし 今後もさうであらう。

山內博士も擧げてゐられるやうに、ここに二つの道がある。即ち〈存在を自然的なる、物質的なる特殊の事物によつて規定する〉自然科學者の道（そしてまたすべての人の進むべき道でもあるところの）と〈存在を存在として、それが存在である限りに於て研究〉する形而上學者の道と或ひはまた同じく山內博士に從つて前者の規定の仕方を存在的（ontisch）と呼び、後者のそれを存在論的（ontologisch）と呼ぶならば（そしてこれはハイデッガーをはじめハルトマン等々及び現代日本の存在論者の等しく區別して使用してゐる概念規定の仕方である）、存在的に事物の存在を把握するか、それとも存在論的にこれをなすか。わたくしたちはこの二つの道をかう名づける――唯物論者の道と、そして觀念論者の道と。そしてわが山內博士は「存在の存在論的なる研究」を試みられる限りに於て觀念論者の道を行かれるものであるし〈事物の存在は存在的に規定せられるが、存在の意味は存在論的研究によつてのみ明かにせられ得る〉といはれる限りにおいては全面的に博士が觀念論者であることが規定せられる。

さて、觀念論哲學者山內博士よ、貴下はかういはれる――〈存在を自然的なる或るものとして規定することは單に之を或るものによつて置換へ、それに名を與へ、それを言表すことにす

ぎぬ〉（七六頁）と。これはしかし撤回された方が學者らしくはないでせうか。貴下は自然科學者の人類にいたした功積を忘れられたのだらうか。命名し表現することだけに終つてゐるのは自然科學者ではなくてかへつて別の方の御連中ではないか。自然科學者は、生きた變化發展するこの世界を認識しようとする。種々なる命題の中で快く午睡してゐる御連中とはくらぶべくもないのだ。博士よ、貴下はそんなにも高くこの泥くさい地上から天空はるかに飛び去られたのですか。ただ「意味」といふ名目だけが勳章のやうに胸にぶらさがつてゐたり、限り知れぬ同語反覆の中に靜かな小宇宙を建設してその內容の豐富さに驚嘆してゐたりするのは唯物論者の方ですか、それとも觀念論者の方ですか。「存在論的な研究」が哲學的研究といふ名に値すると貴下は云はれるが、それは確に正しいでせう、但しここにおける哲學的とは觀念論哲學的といふことであり、アリストテレスによれば（貴下の引用されたアリストテレスによれば）まさしく形而上學的な研究であるといへるでせう。序にいふなら博士は更に重要な仕事――「存在論に於ける認識の研究」を殘されてゐるさうだが、唯物論者にとつては現實的な認識論の研究を外にしては存在論的な研究なんかありはしない。

もつとも山內博士の場合は博士の謙虛さのなすところでもあるが、この國の或る哲學者にみ

られるやうな存在的・存在論的な道といふやうなごまかしの「非存在」的な道は導入されてゐない。かうした基本的な問題の場合にこそ、あれか・これかが問はるべきであつてここには折衷の道なんてもののありやう筈がない。事實を存在的・存在論的に知るのが事物の認識だといふなら、前にあげた規定に從へば唯物論的・觀念論的な態度をもつてしてはじめて事物の認識が得られるといふことになる！　言葉の上ではどんなたわごとだつて一應もつともらしい響をもたせることができる。それにしても、唯物論と觀念論（眞と嘘）とが仲よくひとつのものをつくるなんてことは科學（哲學にも勿論！）の世界にありやしない。だからこれはこの地上のことではないのである。

4

しかし、とにかく觀念論者だとて、この變化發展して行く現實に生きてゐる限りは「存在」・（これは現實に存在するときは存在一般といふやうなものではなくて或る一定の存在として）は〈單にそこに有るものでなく、働くもの〉として、〈或るところの存在〉として等々であることは否定できない。ところが山內博士にあつてはこれが存在と非存在との對立によつて説明される。非存在とは博士も自らいはれるやうに「論理的」なる概念である。しかるにそれは存在（この場合には、非存在を第二次の存在とすれば、もつとせまい第一次の存在）と對立するものだといふ。（八〇頁）だが、ここで使はれた對立といふ言葉は適當ではないらしい。博士はその後で存在と非存在との關係の仕方を矛盾・差異・對立なる區別においてとらへてゐられるからである。つまりはじめに使用された對立が後では矛盾・差異・對立の三つに分化してゐるからである。さて〈これら三つの存在形態を比較し商量することに於て先づ第一に我々の目を打つものは〉その差異的關係が存在の現實的な、日常的な形態を表現するにふさはしく、矛盾的關係は思惟的存在の論理的な形態を表はすにふさはしいと博士はいふ。〈まことに矛盾的關係は就中思惟の中に、思惟によつて定立せられる。（必ずしもさうではない。現實の中に、事物によつて矛盾關係はつくり出される）いはば差異的關係は存在の存在的なる規定に近く、矛盾的なるものは存在の存在論的なる論定に相應しいといひ得よう。さうして對立的なる關係は恰もこの二つの規定の間に立つてゐる。〉（九八頁）そして〈我々が玆にそれをいふのは對立的なるものが存在の此等の形態の記述に於て（記述に於て！）むしろ根柢的であるからだ〉と博士はいふ。それはそれとしてわたくしたちがここで氣づくことは、事物の關係のこの區分の仕方がい

かにも並列的にきれてゐて、これらの間の相互移行・轉化等の現實的な發展過程からは考察されてゐないことである。流轉するものを語るにしても、なほかうした關係の「區分」からされて、その流轉するものの內的自己運動にはふれてゐない。だから事物の關係を・存在の形態を區別してゐるといふだけのことで、かうした關係の分析からは（そこには現實的な生動する事實がとらへられてゐないのであるから、從つて）何等の眞理も得られないであらう。「まことに」それは存在に關する記述――しかもそれは生產性をもたない、學問的にいつてプラスの意味で無價値な記述を得るにとどまる。

5

山內博士は存在の形態として事物の可能的形態と必然的形態とそして現實的形態とをあげる。ここに存在の對立的關係は可能的なるものに、矛盾的關係は必然的なるものに、そして差異的關係は現實的なるものによつて成立するといふのである。この事物の差異的な存在――ここに博士は缺如性なる概念をもつてくる。そしてこの缺如性から現實的存在の運動的であることがいはれてゐる。＜缺如性とは事物が不完全であること、人間が不安に住むことを示してゐる。＞（三二〇頁）ここに最近この國の雜誌面をにぎはした「不安」といふ概念が移入されたか造られたかして流行の先驅けをしてゐるのをみることができる。

最後に缺如性による存在の眞理性の究明がくる。＜存在の眞理性は或ものを或ものとして見得ると共にまたそれを他のものとして見得ることを可能ならしむるところのものである。＞＜眞理は常に虛僞を自己の影として伴ふ。誤られ得ぬものは眞理についても我々が何事をも語り得ぬものにすぎない。＞さうして＜このことの可能なるは存在を現實なる存在としてのみでなく、可能的なる領域に於て之を基礎づけることによつてであるといはねばならぬ。＞（三四九頁）だが――山內博士はただかういはれるだけである。何故ならこれ以上の考察はかうした抽象的な空語の世界ではなし得ないからである。だから＜それは勿論現實なる事物の眞理性が可能的なるものであることを意味してゐない。存在の眞理は常に現實的なる事物につながつてゐる。それは現實存在を離れては一般の意味をもつてゐない。＞といつてみたとて。それだけのことである。だが――わたくしたちがもし事物の客觀的存在とそれに對してはたらきかける人間的實踐の相互關聯から存在の眞理性をいふならば可能性の問題だつてこんなかたちでは出て來ない。或ものを或ものとして見得ると共にまたそれを他のものとして見得ることを可能にするも

の、それは對象的眞理によつて可能になるのであつて人間の單なる思惟によつては——客觀的事物の諸關係に對應しない空しい思惟によつては、どうもできはしない。〈對象的眞理が人間的思惟に到來するか否かといふ問題は、なんら理論の問題でなく、却つて一つの實踐的な問題である。實踐に於て人間は眞理を、卽ち、自己の思惟の現實性と力、その此岸性を證明せねばならぬ。〉（マルクス）可能性は言葉の上に生きるものではない。わたくしたちは可能性の究明から出發して眞理を把握するのではなくて、また人間の缺如性といふ概念から出發して關心（Sorge）や不安をもつてくることによつて文學的に自らの哲學の貧困を「豐富」にするのではなくて、〈それは現實的な諸前提から出發する。〉〈なんらか空想的に封鎖され固定せしめられた狀態にある〉人間からではなく、〈一定の諸條件のもとに經驗的に直觀され得る現實的な發展過程に於ける人間〉として現實的な實證的な科學を建設するために。だから〈それに從へば歷史上の諸時代を整頓し得るといふやうな處方箋又は圖式を與へる〉哲學は——例へば存在の把握に於ける山內博士の哲學は——「空想的な主體の空想的な行動」だといふことになる。そして困難は何かについて語るところにではなく、その語るところが現實生活の中で現實的に敍述し得ることを證據だてることのなかにある。哲學が一般的（？）なものと交誼を結ぶのはもつともな

ことではあるが、現實的な諸條件から離れて、現實の汚泥の中にあつて思索するの勇氣を失つてしまつてはならない。

6

『存在の現象形態』から『哲學の出發』と『超辯證法』に移る。これらは小さい一つの論文にすぎないが、山內博士の近況を知り得るものとしては（博士の愛してゐられる言葉でいへば）「意味」がある。まづ『哲學の出發』からはじめよう。

〈哲學にとつてその出發を問題とすることは或意味に於て哲學の全體を規定すること〉である〈我々は何をもつて、また何ものかから出發するのみならず、常に何らかの事柄を目ざして出發する。全體を支配するところのものは旣にその出發點に於て橫はつてゐるといはねばならない。その意味からして出發についての自覺は哲學の全體にとつて殆んど決定的である。〉——まさしく！　そしてわが山內博士の出發點がどこにあるかはその說くところの全體を規定する。博士は『存在の現象形態』からの發展として過程的なる辯證法を說かれるやうになつてゐる。〈存在は常に過程的たることをやめない。〉〈現象的なる方法を外にしては存在は現實に存在

することができない。〉〈存在は秩序の原理によつて種々なる象面を先づ我々に現はすに過ぎない。我々はこれらの象面をそれぞれたどることによつて僅かに存在の全體に近迫し得るに過ぎない。存在そのものの何たるかは……我々にとつて永遠に閉ざされたXである。〉さてここで場所的な辯證法が批判される。〈場所の概念は Medium の思想と離れ得ぬものである。さうしてメディウムに於て存在するものは單に一つの Beispiel として眞に辯證法的な存在性をもつてゐない。〉そして〈辯證法的なるものは Medium から Vermittelung にうつるところに初めて成立つものであると見なければならない。〉〈場所的なものは一つの空間に於て一擧にして凡てが完成することを前提としてゐる。然るに辯證法的なるものに過程を無視することは矛盾である。〉〈場所的なる辯證法に於ては凡てひとつのメディウムに於て同時的に存在し、それぞれの現象はこの全面的なるものの單なる象面として存在するにすぎない。そこには發展的なるもの、時間に於てそれぞれの展面を有するものは姿を沒してただ全體によつて支配されるところの部面があるのみである。〉しかし〈過程的なる發展を無視して一般に辯證法的なるものが成立し得るであらうか。〉だがこれだけからはこの存在に對する態度が現象學的であるかそれとも辯證法的であるのかは判明しない。なぜなら過程的な記述はこのいづれの場合にしろなさ

るのであるから。幸なことにはこの不明な點が『超辯證法』によつて闡明される。博士の主張されるのは唯物的辯證法ではなくて外ならぬ超辯證法なのだから。

わたくしたちはこの超辯證法に達するために山内博士の道を辿つてみよう。辯證法は〈一般的に二つのものの分たれる區分の間に行はれるところのロゴスでなければならぬことは明かである。即ち辯證法的發展は何よりも先づ二つの分たれる存在を前提とする。〉從つて〈無の場所に於て、多くの存在が單にそこに存在することは、必ずしも辯證法的なるものを構成しない。〉〈これらの多くの存在の事物が截然たる區分に於て二分せられるとき、初めてそこにディアレクティクの關係が成立し得ることは殊にこの方式にとつて基本的な思想をなしてゐるのである。〉〈しかしながら辯證法の本質は、ただこの二つの區分の前提せられるところにあるのではない。問題はむしろそれからして先に橫はつてゐる。〉即ち〈前提せられたる二つのものが如何に關係するかについて、辯證法的なるものが非辯證法的なるものから根本的に區別せらるべきである。〉ではこの〈辯證法的なるものによつて二つを關係せしむるものは何であるか。〉通常これは論理性であるとされる。事物がひとつの事物として具體性を得るのはそれに對する他の存在によつて媒介せられて可能となるのであつて〈媒介の概念はこの意味に於て辯證法の本質

を形作つてゐる。〉しかしながらここにもう一つの結合様式がある。二つのものが媒介せられることなしに、〈いはば間接的にではなく、直接的に結合するのである。……むしろ直接的なる、さうして具體的なる關係に於て結合せられる〉のである。これは前者の論理性に對して存在的とも名づけらるべきである。この事物の結合様式が超辯證法を成立たせてゐる。〈我々は辯證法について二つの區別を設けねばならない。〉論理的なるものと存在的なるものと――この存在的なるものが外ならぬ超辯證法である――。

わたくしはここで立止る。最後に――ここで山内博士のこの哲學態度に對して次のやうな指摘がなされるであらう。

一、山内博士にあつては辯證法がその外形から規定される。例へばその二つの區分による規定がさうである。これは領域的につかまれるだけで事物の内的自己運動が全然問題にされてゐない。

二、山内博士にあつては論理性がただ與へられたものとして、すでにあるものとしてのみ把握されて、それがつくり出される論理性の積極面が全然とりあげられてゐない。

三、山内博士にあつては、すでに指摘したやうに、存在と論理とが分離されたまま所有されてゐるために、「存在的」と「論理的」とがまるきりちがつたものとして並記されてゐる。そこで超辯證法が論理的辯證法と區別されて登場する。

四、山内博士にあつては「存在的」が「存在論的」と混同されてゐる。否――「存在的」がすべて内容的には「存在論的」なものに變質せしめられてゐる。

五、山内博士にあつては（その哲學研究において）文學的表現のリヒテンベルヒ式刻明さがかへつて對象と博士との仲をひき裂いてゐる。その哲學の内容が文章のなかからにじみ出てゐるのではなくて、手ひどくいふなら文章のなかから内容がつくりだされてゐる。

（一九三六・二・二五）

選　擇（その一）

――アンリー・ボアンカレに關する覺え書――

1

〈ボアンカレは實踐の基準に立脚する。けれども彼はこれによつてただ問題をゴマカスのであつて問題を解決するのではない。〉
〈ボアンカレよ、君はまちがつてゐる。君の著書は、世の中には無意味をのみ考へることのできる連中がある、といふことの證據を供給する。〉
〈ボアンカレの哲學は、簡單に言及しただけで澤山だが――〉
〈……アンリー・ボアンカレ……彼は大物理學者にして小哲學者である……〉

レーニンはボアンカレについてかういつた。一九〇八年に彼がパリとロンドンとにあつて研究して書いた、マッハ主義者批判をやつた著書の中である。もつともレーニンがこの著書の中で引用してゐるボアンカレは僅かに一九〇五年に出版された『科學の價値』だけにとどまる。それゆゑ、レーニンがどの程度にボアンカレを勉强したかを私たちは彼のこの著書から知ることはできない。

しかし、わたくしたちはレーニンがかう云つたからといつて、ボアンカレをかうした短い言葉だけで「かたづけ」てしまつてはならない。かうしたかたづけ方はレーニンの意圖にも外れる。レーニンがこの著書の中でボアンカレをとりあげたのは、或る種の傾向を有する哲學者の代表者としてであつて、科學者ボアンカレの全面を云々しようとしたのではないのである。これを考慮に入れないでボアンカレはレーニンによつてかたづけられたものとして顧みない者があつたならば――それは共に眞面目に學を語るべき者ではない。

ところがかうした人達は不幸にしてこの國には數多くゐるのである。〈征服された立場〉が如何に多いことだらう。彼等は若くして「學者」となる。もしくは知名の士となる。彼等は上手に　思惟の經濟　をやる。彼等はそして深く鋭い「思惟の精華」を所有する。だからマッハ主義者の著書なん　に感心する人たちが馬鹿にみえて仕方がないのである。〈唯物辯證法を知らない愚人共！〉――彼等はかう云つて自分達の知識を誇るのである。だが、たしかなのは彼等

の先蹤マルクスやエンゲルスやそしてレーニンたちが唯物辯證法を正當にも使用してゐることであつて、本格的に勉強することを知らない彼等御自身は——どうだかわからないといふことである。

筆者の經驗によれば、小學校の兒童や中學の生徒達は彼等がそれを讀んだことがあるといふこととそれを知つてゐることとを混同するものである。「僕は何々のことを知つてゐる」と彼等がいふとき、無造作にそれを信用してはならない。なぜなら彼等は、この言葉によつて「何を讀んだことがある」、もしくは「何々をきいたことがある」といふことを意味させてゐるかも知れないのだから。

これと同様のことが……

が、もう皮肉をいふのはやめよう、私たちはとにかくボアンカレから學ぶべき多くのものを有つてゐる。彼が〈マッハ主義者〉であらうとあるまいと彼から學ぶべきことは學ばなければならない。彼についてこれまで語られてきた面からばかりでなく、他の面からも語べきものが有るならそれを語らねばならぬ。

私たちはよそよそしい儀禮やうすつぺらなさかしらをすてて、この高名な人に近づいて行か

う。そしていひたいことを氣がねなしに言はう。それは後輩の仕事の一つである。

わたくしたちがここで取上げる材料は次の五つの譯書からなる。

岩波文庫『科學の價値』、『科學と方法』、『科學者と詩人』。『晩年の思想』および『科學と假說』。

これらのものを著された年代を云へば『科學と假說』は一九〇二年であり、次に一九〇五年に『科學の價値』が出され、それに續いて一九〇八年に『科學と方法』が出た。『晩年の思想』は彼の死後（彼は一九一二年に死んだ）の一九一三年に出版された。『科學者と詩人』はいつ出版されたか未だ知らないが、内容はボアンカレが種々の機會で語つた高名な人達の評傳によつてみたされてゐる。（そしてこれが一九〇六年より早く出版されなかつたことだけは書中の或る一つのものの日附からも推定れる。）

2

選擇。あれか、これか。——昔から人生について思ひをこらす人たちは何らかのかたちでこれを問題にする。これはたしかに人間にとつて離すことのできない「概念」であり「事實」で

ある。人が生きて行くとき、彼は必ず選擇の前に立たなければならない。人はこの概念を知らないでゐることはできるが、この事實なしには經過することはできない。人はつねに選擇の中に生きる。

非常に極端ないひかたをするなら――人は彼が選擇しないときにもなほ選擇してゐるのである。「あれか、これか」の網は必ずしも或る個人にだけぞくするものとは限らない。彼が或る種の選擇の前で眼をつむつてゐても、事實は彼を選擇させる。未練がましい彼の弱い心の躊躇にはかまはずに、事實は冷淡に彼をして選擇させてしまふ。意志表示といふやうなところでかたづく「心の世界」のことは知らず、すくなくとも世の中には變革がはじめて決定的に物を云ふ多くの物事があるのである。

選擇の行はれる場面は無限である。しかもその同じ場面でさへも種々の側面から選擇される。新なる面が展開されもする。

パスカルのとりあげた選擇をここで引合ひに出すのはすこし古すぎるであらう。

キエルケゴオルは選擇を自分だけの問題として取上げた。彼の追求は鋭く深い。彼があれかこれかをいふとき、人はそこに彼の苦惱をみる。彼は決して戯れにあれかこれかを云つてゐる

のではない。彼は觀想的な美的態度と倫理的態度を區別して、美的態度におけるあれかこれかをば考慮の外に置く。そしてひたすらに倫理的なあれかこれかを對象として思ひ惱む。(Kierkegaard, Entweder=Oder II)

わたくしはまだキエルケゴオルほど執拗に選擇の問題を問題にした人を知らない。問題の提出の仕方があまりにも個人的情熱の渦中に入りすぎてしまつて、一八三〇年代から一八四〇年代にかけての西歐の空氣がちつとも出てゐないこと等を今更ことあたらしくいふのをやめれば、わたくしは彼から學ぶべき多くのものがあるやうに思つてゐる。

キエルケゴオルにくらべればトルストイにはもうすこし浮世のにほひがある。トルストイも選擇の問題にふれてゐるが、彼は決して自分だけを中心にして物を言つてをりはしない。

トルストイは『人生論』の中で水車屋を例にひく。水車屋はいい粉をつくり出すのが仕事である。ところでもしこの主人公が、いい粉をつくり出さうといふ意圖を以て、製粉機をうまく廻轉させるために、水車の輪をどうしようとか、ここにそそぐ水流を研究してみようとかいふ風にしてかうしたことに沒頭して行くならどうであらうか。ついには大事な製粉機の方がお留守になつてしまつて彼のよき意圖も死んでしまうだらう。だから水車屋の主人は自分の仕事に

したがつて選擇して行かなければならない。つねに自分の立場を忘れずに選擇しなくてはならない——と、こんな意味のことを書いてゐたやうに思ふ。

ボアンカレはこのトルストイを語ることによつて選擇の問題に入つて行く。

ボアンカレはトルストイが「科學のための科學」とは不合理な概念だといつてゐることをとりあげる。トルストイが、〈一切の事實を知り盡すことは人のよくするところでないからわたくしたちは選擇しなければならない。ではどう選擇するか？ ただ好奇心の赴くままに任せて置いていいか。それよりもわたくしたちの實際的要求を、とりわけわたくしたちの道德的要求を標準にして選擇した方が優りはすまいか。この地球上に何疋のテンタウムシがゐるかを計算するよりも價値のある仕事はないであらうか。〉といふ言葉をとりあげる。トルストイがあまりにも科學者でなさすぎたのに對して、これをとりあげるボアレカレの方は誰がみても第一流の科學者であつた。はじめに彼はこのトルストイの言葉に親切に註釋を加へてやる。〈トルストイの謂ふ實益とは、世の業家、續いては現今の人々の大多數が謂ふ實益とは明に意味を異にする。工業の應用、電氣乃至自動車製造の驚異、かかるものは彼の殆んど關心する所ではなく、寧ろ道德的進歩に害ありと做す所であつて、彼の謂ふ實益とは、一に人をより善良にすること

の出來るものを指すのである。〉（傍點は筆者）それから云ふ——〈自分にとつては固よりいふまでもないことだが、この兩者の何れの理想にも滿足できない。〉

そして選擇の問題に入つて行く。

〈若し選擇がただ氣紛れか、若しくは目前の實益によつて決定されるより外ないものならば、科學のための科學は存在し得ない。從つて科學は存在し得ないことになる。〉これは眞實であるか。選擇しなければならぬことはいふまでもない。〈吾人が如何に活躍すればとて事實の速さは吾人を拔く。追ひつくことは不可能である。學者が一つの事實を發見する間に、彼の身體の一立方粍の中にも幾千億の事實が生れて來る。自然を科學の裡に包容しようとするのは、恰も全體を部分の中に盛らしめんとする企に等しいであらう。〉

では何を選擇するか。そのものを如何に選擇するか。一體計畫的な選擇といふことが行ひ得るのであらうか。〈しかしながら學者は事實には段階があり、したがつて正確な選擇をなし得ることを信じてゐる。もしこのことが不可能なら科學は成立しない筈である。〉しかも明かに科學は儼として存在してゐるのであるから科學者の信ずるところは肯定されなければならない。

科學者は事實の選擇をやる。しかし〈科學者はトルストイの云ふやうにテントウムシの數を