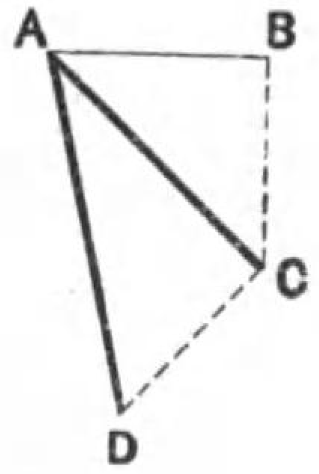
14. 既知ノ直線ヲ二分シ,其ノ一部ト全線トニテ包ム矩形ヲ,他ノ一部上ノ正方形ノ若干倍ニ等シカラシメヨ.

15. 三角形ノ底邊上ニ一點ヲ求メ,此ノ點ト頂點トヲ結ビ付クル直線上ノ正方形ヲ,底邊ノ二部ノ包ム矩形ニ等シカラシメヨ. 而シテ二ツノ解法アル場合ト,唯一ツノ解法アル場合ト,解法ナキ場合トヲ示セ.

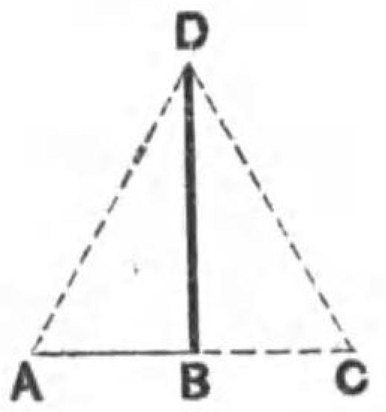
第四節

代數的作圖題

180. 作圖題 AB を既知の線分とし,線分 $AB\sqrt{2}$, $AB\sqrt{3}$, $AB\sqrt{5}$ を作ること.



作圖法 AB ニ垂線 BC ヲ作リ,
BC=AB トナストキハ $AC=AB\sqrt{2}$,
又 AC ニ垂線 CD ヲ作リ.
CD=AB トナストキハ
$AD=AB\sqrt{3}$.
餘ハ之ニ倣ヘ.



證 162款ヨリ容易ニ證シ得可シ.

注意1. AB ヲ C ニ引キ延バシ,BC=AB トナシ,正三角形 ACD ヲ作ルトキハ,其ノ高サ BD ハ $AB\sqrt{3}$ ニ等シ.

注意2. AB ニ垂線 BC ヲ作リ,BC=2AB トナストキハ
$AC=AB\sqrt{5}$.

例　　題

1. 正方形ノ一邊ト一對角線トノ和 l ヲ知リテ本形ヲ作レ.

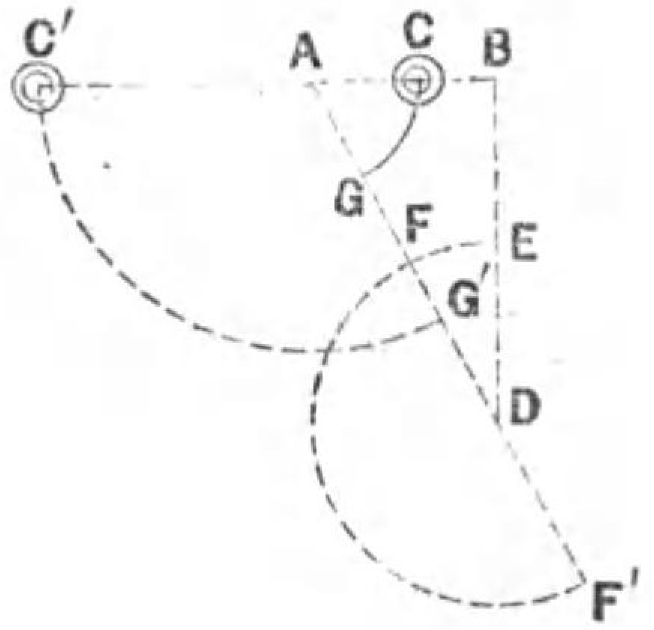
[正方形ノ一邊ヲ a トスレバ $a(\sqrt{2}+1)=l$.

$\therefore\ a=l(\sqrt{2}-1)$].

---

181. 作圖題　AB を既知の線分とし,其の上に一點 C を求め, $\overline{AC}^2=AB.CB$ ならしむること.

解析法



$\overline{AC}^2=AB.CB$

$=AB(AB-AC)$,

即チ $\overline{AC}^2+AC.AB$

$=\overline{AB}^2$,

サテ $AB=a$, $AC=x$

トスレバ $x^2+ax=a^2$.

此ノ二次方程式ヲ解クトキハ

$$x=\frac{1}{2}(a\sqrt{5}-a),\ 或ハ\ x=\frac{1}{2}(-a\sqrt{5}-a).$$

作圖法　$AD=AB\sqrt{5}$ [180款注意2] ヲ作リ, E ヲ BD ノ中點トシ, DF=DE ヲ取リ, AF ヲ G ニ於テ二等分シ,

AC=AG ヲ取レバ, C ハ所要ノ分點ナリ.

若シ DF′=DE ヲ取リ, AF′ ヲ G′ ニ於テ二等分シ, AC′=AG′ ヲ取レバ, C′ ハ $\overline{AC'}^2=AB.C'B$ ナル關係ヲ與フ.*

本題ヨリ次ノ二條ヲ見ル.

(1)　本題ノ解析中ニハ,二次方程式ノ解ヲ含ミ,其ノ二根ニ對應スル二ツノ解アリ.

(2)　二ツノ解ハ共ニ題文ニ適合スル可ク,或ハ其ノ一ノミガ題文ニ適合ス可シ.

本題ノ說述ヲ

既知ノ線分ヲ二分シ,其ノ一部ノ上ノ正方形ヲ,全線ト他ノ一部トノ包ム矩形ニ等シカラシメヨ.

ト改メ,內分ノミニ限ルトスレバ,二ツノ解ノ一ツノミガ適合シ,又內分外分共ニ許ストキハ,二ツノ解ガ共ニ適合ス.

例　　題

2. 既知ノ線分 AB ヲ C ニ於テ, $\overline{AC}^2=2\overline{CB}^2$ ナル如ク分テ.

---

* 本題ハ直線ヲ外中比ニ分ツ代數的作圖法ナリ.

外分ノ場合ニモ,亦此ノ法ハ成リ立ツカ.

3, 181款ノ圖ニ於テ,$AB=12^{寸}$トスルトキハ,寸ヲ單位トセル AC 及ビ AC′ ノ長サハ方程式

$$x^2+12x=144$$

ノ根ナルコトヲ證セヨ. 而シテ是ニ依リテ AC 及ビ AC′ ノ長サヲ分マデ正シク求メヨ.

第四編　比例

第一節

比及び比例

182. 單ニ二ツノ線分ノ等,不等ヲ知ルニハ,相重ネテ比較スレバ可ナリ. 然レドモ不等ナル二ツノ線分ノ長サノ關係ヲ表サンニハ,二ツノ線分ノ關係ト同ジキ關係ヲモツ二ツノ數値ヲ見出スコトヲ要ス.

AB 及ビ CD ヲ二ツノ線分トス. 若シ此ノ二ツハ通約ス可キ量ナルトキハ [156款], AB 及ビ CD ノ測度ヲ整數ニテ求ムルコトヲ得. サテ AB ノ測度ヲ m, CD ノ測度ヲ n トス. 然ルトキハ m, n ナル二數相互ノ關係ハ AB, CD ナル二ツノ線分相互ノ關係ニ等シカルベシ.

故ニ $\frac{m}{n}$ ハ AB ト CD トノ關係ヲ表ハス. 依リテ

定義 或量の,之と同種類なる他の量に於ける**比**とは,第一の量の測度の,第二の量の測度に對する比なり.

AB ノ CD ニ於ケル比,即チ AB ト CD トノ比ハ AB:CD, 或ハ $\frac{AB}{CD}$ ニテ表ハス.

サテ m ト n トノ比ハ, $\frac{m}{n}$ ト 1 トノ比ニ等シ.

然ルニ若シ CD ヲ單位トスレバ,其ノ測度ハ 1 トナリ, AB ノ測度ハ $\frac{m}{n}$ トナル.

故ニ AB ト CD トノ比ハ, CD ヲ單位トシタルトキ, AB ノ測度ナリ.

若シ AB 及ビ CD ガ通約ス可キ量ナルトキハ,此ノ比ハ整數,又ハ分數ニテ表ハサルレドモ, AB 及ビ CD ガ通約ス可カラザル量ナルトキハ,此ノ比ハ唯記號ニテ表示セラルルノミ. 然シ其ノ近似値ハ望ム所ノ程度マデ精密ニ求メ得可シ.

183. **定義** 四つの量は,其の第一と第二との比が,第三と第四との比に等しきとき,之を**比例す**といふ.

例ヘバ 二量 A ト B トノ比ガ,二量 X ト Y トノ

比ニ等シキトキハ A, B, X, Y ハ比例ヲナシ,之ヲ

$$A:B=X:Y,$$

或ハ

$$\frac{A}{B}=\frac{X}{Y}.$$

ト記シ,之ヲ次ノ如ク唱フ.

A ノ B ニ於ケル比ハ, X ノ Y ニ於ケル比ニ等シ,

或ハ A ニ就イテノ B ハ, X ニ就イテノ Y.

A ト Y トヲ比例ノ**外項**, B ト X トヲ比例ノ**中項**ト稱シ, Y ヲ A, B, X ノ**比例第四項**ト稱ス.

注意 比例 A:B=X:Y ニ於テ, A ト B トハ必ズ同種類ノ量, X ト Y トモ亦同種類ノ量ナレドモ; A, B ト X, Y トハ必ズシモ同種類ナルコトヲ要セズ.

184. 四ツノ量 A, B, C, D ガ比例スルトキハ

$$\frac{A}{B}=\frac{C}{D}.$$

然ルニ同ジ單位ニテ測リタル A, B ノ測度ヲ a, b トシ,又同様ニ C, D ノ測度ヲ c, d トスルトキハ

$$\frac{A}{B}=\frac{a}{b}, \quad \frac{C}{D}=\frac{c}{d}$$

ナルユヱ

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d},$$

又逆ニ

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$$

ナルトキハ $\dfrac{A}{B}=\dfrac{C}{D}$.

故ニ 四ツノ量ノ比例ヨリ,直チニ其ノ數値ノ比例ヲ得可ク,而シテ四ツノ量ガ皆同種類ナルトキハ,數ノ比ニ關スル事項ヲ,直チニ量ノ比ニ關スル事項トナスコトヲ得可シ.

185. 前款ノ末文ニ依リテ,次ノ比例ノ性質ハ又量ニ關スルモノト見ルコトヲ得可ク,而シテ容易ニ證明シ得可シ.

I. $\dfrac{a}{b}=\dfrac{x}{y}$, $\dfrac{c}{d}=\dfrac{x}{y}$ ナルトキハ $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$.

II. $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$ ナルトキハ $\dfrac{b}{a}=\dfrac{d}{c}$. [**反轉**ノ理].

III. $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$ ナルトキハ $\dfrac{a}{c}=\dfrac{b}{d}$. [**更迭**ノ理].

IV. $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$ ナルトキハ $ad=bc$.

V. $ad=bc$ ナルトキハ,次ノ各比例ガ成リ立ツベシ.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d},\quad \frac{b}{a}=\frac{d}{c},\quad \frac{a}{c}=\frac{b}{d},\quad \frac{c}{a}=\frac{d}{b}.$$

VI. $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$ ナルトキハ $\dfrac{a+b}{b}=\dfrac{c+d}{d}$. [**合比**ノ理].

VII. $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$ ナルトキハ $\dfrac{a\sim b}{b}=\dfrac{c\sim d}{d}$. [**分比**ノ理].

VIII. $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}=\dfrac{e}{f}=\ldots\ldots$ナルトキハ

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\ldots\ldots=\frac{a+c+e+\ldots}{b+d+f+\ldots}.$$ [**加比**ノ理].

IX. $\dfrac{a}{b}=\dfrac{b}{c}$ ナルトキハ $b^2=ac$, 及ビ $\dfrac{a}{c}=\dfrac{a^2}{b^2}$.

注意 $\dfrac{a}{b}=\dfrac{b}{c}$ナルトキハ, b ヲ a ト c トノ**比例中項**ト云ヒ, c ヲ a ト b トノ**比例第三項**ト云フ.

又 $\dfrac{a^2}{b^2}$ ヲ $\dfrac{a}{b}$ ノ**二乘比**ト稱ス.

X. $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$, $\dfrac{x}{y}=\dfrac{z}{w}$ ナルトキハ $\dfrac{ax}{by}=\dfrac{cz}{dw}$.

XI. $\dfrac{a}{b}=\dfrac{p}{q}$, $\dfrac{b}{c}=\dfrac{q}{r}$ ナルトキハ $\dfrac{a}{c}=\dfrac{p}{r}$.

XII. $\dfrac{a}{b}=\dfrac{p}{q}$, $\dfrac{b}{c}=\dfrac{r}{s}$ ナルトキハ $\dfrac{a}{c}=\dfrac{pr}{qs}$.

例　題

1. $m>n$ ナルトキハ $\dfrac{m}{a}>\dfrac{n}{a}$, $\dfrac{a}{m}<\dfrac{a}{n}$.

2. $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$ ナルトキハ $\dfrac{ma}{mb}=\dfrac{nc}{nd}$.

3. $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$ ナルトキハ $a\gtreqless c$ ニ從ヒ $b\gtreqless d$.

4. $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$ ナルトキハ $\dfrac{a+b}{a\sim b}=\dfrac{c+d}{c\sim d}$.

5. $\dfrac{a}{b}=\dfrac{b}{c}=\dfrac{c}{d}$ ナルトキハ $\dfrac{a}{d}=\dfrac{a^3}{b^3}$.

注意 $\dfrac{a^3}{b^3}$ ヲ $\dfrac{a}{b}$ ノ **三乘比**ト云フ.

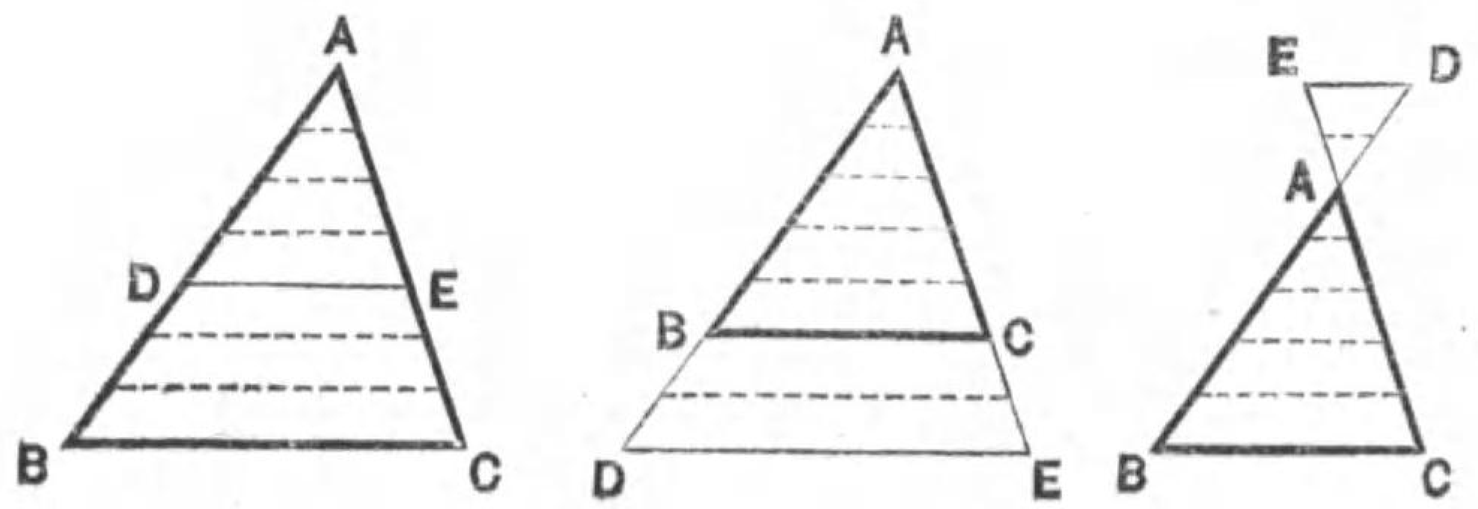
第二節

線に關する比例

186. 定義 或有限直線を若干に分ちたる各分の比が,他の有限直線を同數に分ちたる對應せる部分の比に等しきときは,此の二つの有限直線は,之を**相似**に分たれたりと云ふ.

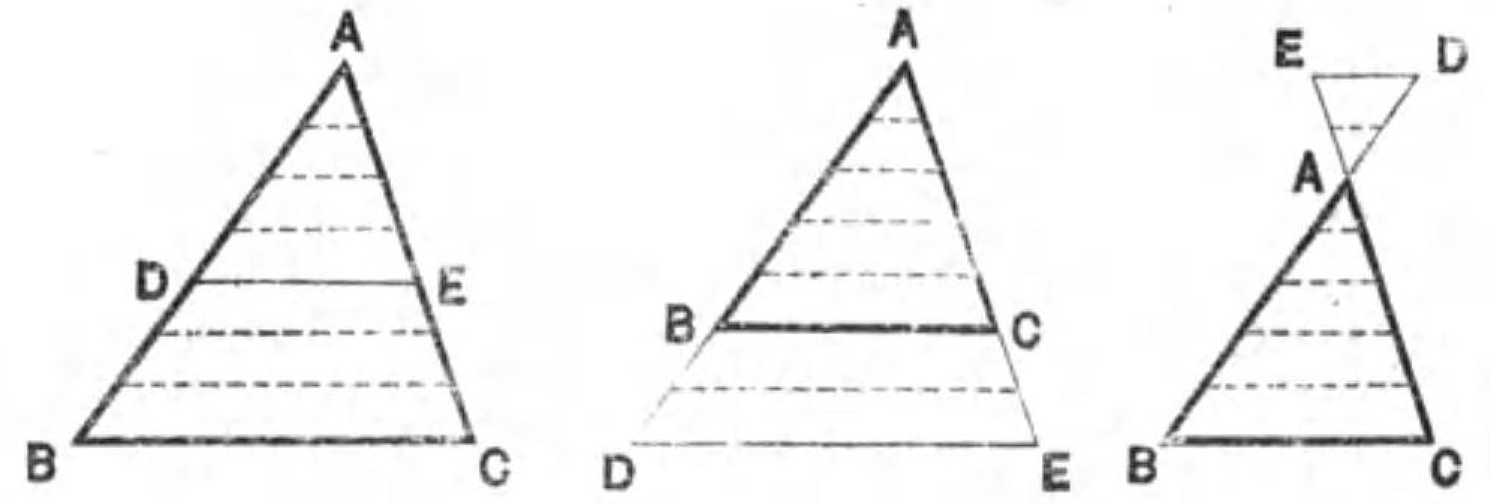
187. 定理 三角形の底邊に平行なる直線は,他の二邊を相似に內分又は外分す.

三角形ヲ ABC トシ,底邊ニ平行スル直線ヲ DE トスレバ



$$\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$$

ナルコトヲ證セントス.



證 AD ト DB トヲ通約スベキ量ナリトシ, AD ハ其ノ單位ノ m 倍, DB ハ其ノ n 倍ニ等シトスレバ

$$\frac{AD}{DB}=\frac{m}{n}.$$

但 m, n ハ或整數ナリ.

AD ヲ m 等分シ, DB ヲ n 等分シ, 各分點ヲ過リテ底邊 BC ニ平行ナル直線ヲ引クトキハ, 是等ノ直線ハ AE ヲ m 等分シ, EC ヲ n 等分スベシ. [69 款]

故ニ
$$\frac{AE}{EC}=\frac{m}{n},$$

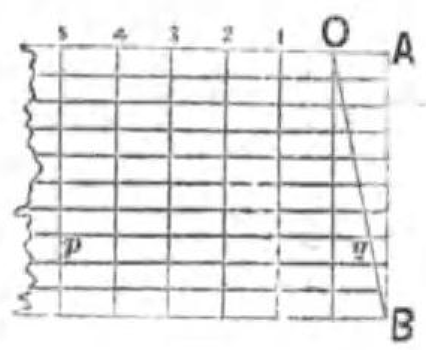
依リテ
$$\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}.$$

次ニ AD ト DB トガ通約スベカラザル量ノ場合ニモ, 亦此ノ定理ハ眞ナリトス.*

* AD ト DB トガ通約スベカラザル量ナルトキハ, 其ノ近似値

188. 系 一組ノ夥多ノ平行直線ニ交ル二ツノ横截線ハ, 是等ノ平行直線ニテ相似ニ分タル.

注意 **對角線尺** [Diagonal Scale] ハ, 此ノ理ニ基ヅキテ作レルモノナリ. 卽チ此ノ尺ハ相似三角形ノ理ニ依リテ, 小サキ線分ヲ精密ニ與フルモノナリ.



例ヘバ一寸ヲ五十分ノ一ニ割ラントスルニ, OA ヲ一寸ノ五分ノ一トシ, OA ニ垂直ナル AB ヲ十分畫シ, 各分點ヨリ OA ニ平行線ヲ引キ, OB ヲ結ビ付クレバ, OB ハ平行線ヲ下ヨリ計フレバ, OA ノ $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$, …… ノ距離ニ於テ截ルナリ.

例ヘバ pq ハ一寸ト其ノ五十分ノ七ナリ.

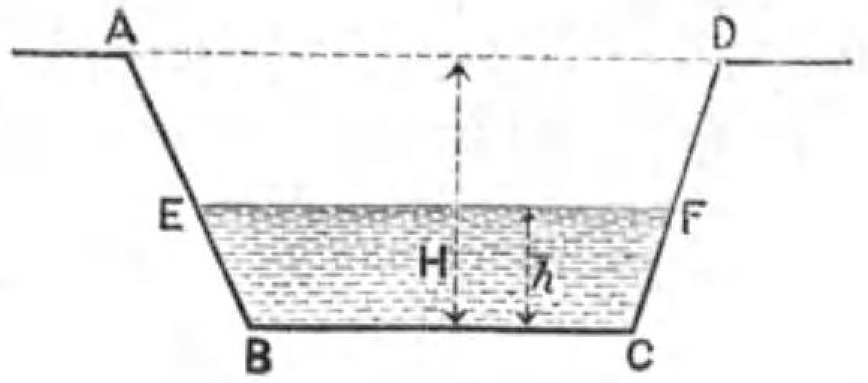
例 題

6. 長サ 1 丈ノ竿ヲ比 8:7:5 ニ分ツトキ, 各部ノ長サ如何.

ニ就キテノ證明ハ, 前ノ場合ニ歸ス. 然レドモ AD ト DB トガ絕對的ニ通約スベカラザル場合ノ證明ハ, 初等ノ書ニ適セザルユヱ, 玆ニ之ヲ省ク. 次ノ定理モ亦之ニ倣フ.

此ノ定理ハたーれす [Thales] ノ發見ニ係ル.

7. 用水路ノ截口ガ梯形 ABCD ヲナシ, BC 及ビ AD ハ水平ナルトキ,側壁ノ水ニ浸リタル部分 BE 及ビ CF ハ,水上ニ出ヅル部分 AE, DF ニ比例スルコトヲ證セヨ.



8. 前題ニ於テ, AB=15尺, CD=12尺, BC ヨリ AD マデノ高サ H=10尺, 水ノ深サ h=4尺 ナルトキ,側壁ノ水上ニ出ヅル部分 AE, DF ノ長サヲ求メヨ.

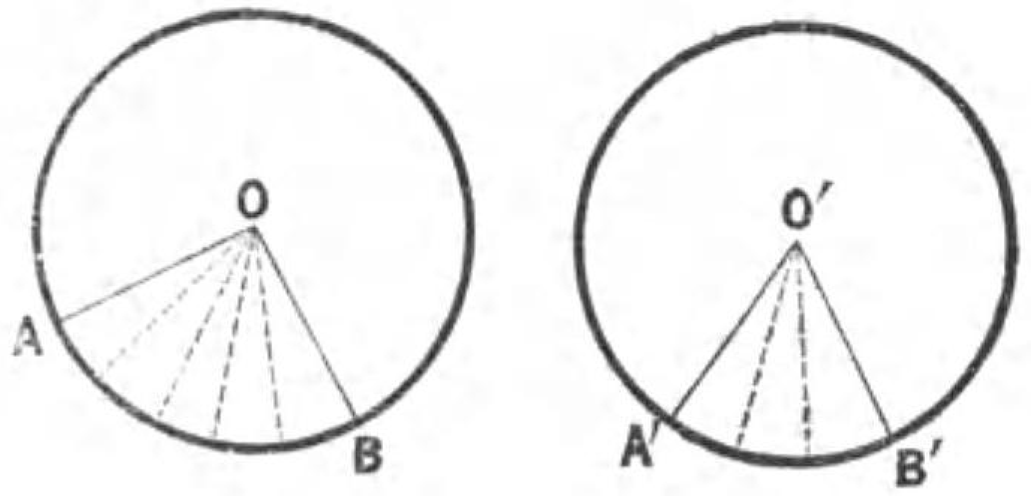
---

189. 定理　同じ圓或は相等しき圓に於て,二つの弧の比は,之に立つ中心角の比に等し.

AB, A′B′ ヲ相等シキ圓 O, O′ ニ於ケル二ツノ弧トスレバ

$$\frac{\text{弧AB}}{\text{弧A'B'}}=\frac{\text{角AOB}}{\text{角A'O'B'}}$$

ナルコトヲ證セントス.



證　弧 AB 及ビ A′B′ ヲ通約スベキ量ナリトシ, AB ハ其ノ單位ノ m 倍, A′B′ ハ其ノ n 倍ニ等シトスレバ

$$\frac{\text{弧AB}}{\text{弧A'B'}}=\frac{m}{n}.$$

但 m, n ハ或整數ナリ.

弧 AB ヲ m 等分シ,弧 A′B′ ヲ n 等分シ,各分點ヲ中心ニ結ビ付クレバ,是等ノ半徑ハ角 AOB ヲ m 等分シ,角 A′O′B′ ヲ n 等分スベシ.　[85 款系 1]

故ニ
$$\frac{\text{角AOB}}{\text{角A'O'B'}}=\frac{m}{n}.$$

依リテ
$$\frac{\text{弧AB}}{\text{弧A'B'}}=\frac{\text{角AOB}}{\text{角A'O'B'}}.$$

190. 系　圓ノ單位弧ニ立ツ中心角ヲ單位角トスルトキハ,弧ハ之ニ立ツ中心角ト同ジ測度ヲ有シ,又圓周角ノ測度ハ,之ニ對スル弧ノ測度ノ半分ナリ.

191. 定理　有限直線を既知の比に內分,又は外分する點は,各一つあり,而して唯一つに限る.

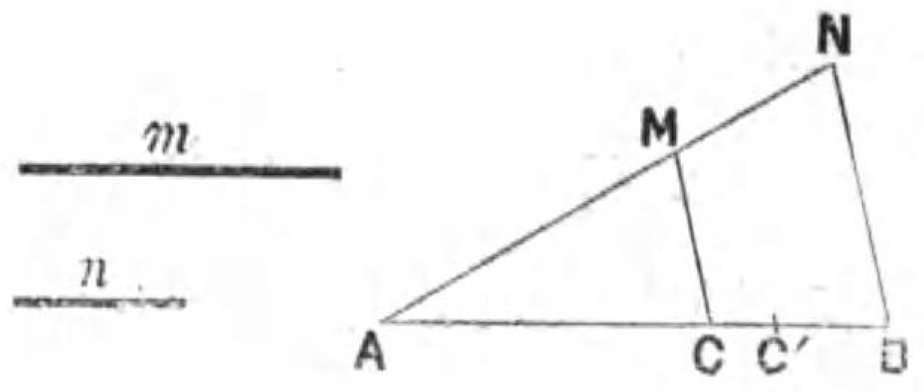
有限直線ヲ AB, 既知ノ比ヲ有スル直線ヲ m, n トスルトキハ

AB ヲ比 $m:n$ ニ內分,又ハ外分スル點ハ,一ツア

リ,而シテ唯一ツニ限ル

コトヲ證セントス.

證 I. 内分ノ場合 有限直線ABノ一端Aヨリ,之ト一致セザル直線ヲ引キ,此ノ直線上ニ順次ニ$AM=m$, $MN=n$ヲ取リ, NBヲ結ビ付ケ, $MC \parallel NB$ナル如ク直線MCヲ引ケバ, MCハ或點CニテABニ交ル. 而シテ



$$AC:CB=AM:MN \qquad [187\ 款]$$
$$=m:n.$$

故ニ ABヲ既知ノ比ニ内分スル點ハ,一ツアリ.

次ニ 他ノ點C′ヲ取リ

$$AC':C'B=m:n$$

トスレバ $AC'+C'B:C'B=m+n:n,$ [合比ノ理]

即チ $AB:C'B=m+n:n,$

然ルニ $AC:CB=m:n$

ナルユヱ $AB:CB=m+n:n,$ [合比ノ理]

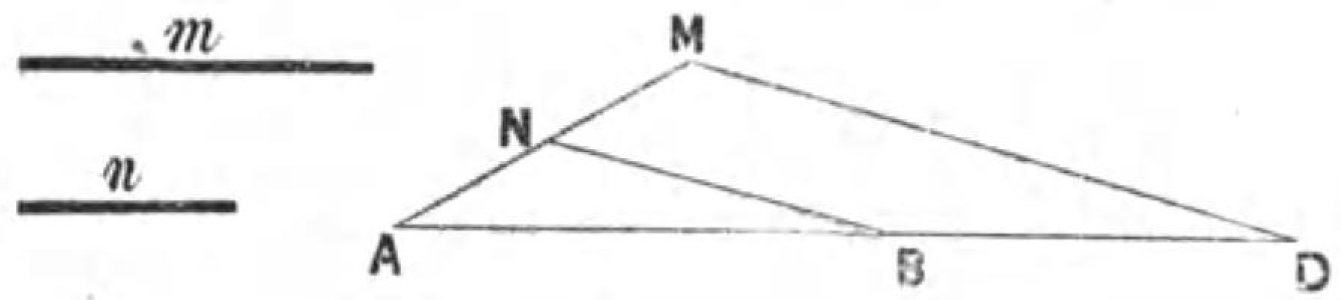
故ニ $AB:C'B=AB:CB,$

依リテ $C'B=CB.$

コレ C′ガCニ合スルニアラザレバ不能ナリ.

故ニ ABヲ既知ノ比ニ内分スル點ハ,唯一ツニ限ル.

II. 外分ノ場合 此ノ場合モ亦前ト同様ナリ. 唯前ト異ナルハ, $MN=n$ヲMヨリ前ト反對ノ側,即



チMヨリAノ方ニ取リ, NBヲ結ビ付ケ, NBニ平行ニMDヲ引キ, ABノ延線トDニ於テ交ラシメテ證スベシ. [學生ヲシテ自ラ證明ヲ試ミシメヨ].

例 題

9. 一點ヨリ圓ヘ引ケル二ツノ切線ノ間ノ角ハ,其ノ切點ニテ分タレタル共軛弧ノ差ノ半分ニテ測度セラル.

若シ切線ノ一ガ割線トナリシ場合ハ如何.

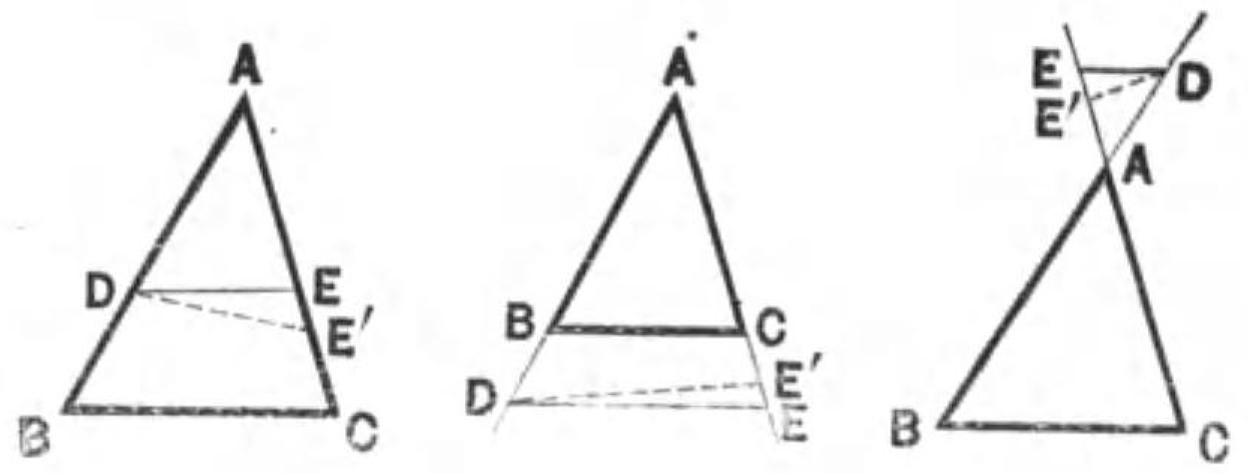
10. 圓周ヲ比 11:13 ニ分ツコト如何. [陸. 士.]

11. 既知ノ有限直線ヲ既知ノ比ニ分ツトキ,既知ノ比ガ1ヨリ大ナルカ,或ハ1ニ等シキカ,又ハ1ヨリ小ナルカニ從ヒテ,分點ノ位置ハ如何ニ變ズルカ.

192. **定理** 三角形の二邊を,相似に內分又は外分する直線は,底邊に平行すべし.

△ABC ニ於テ $\dfrac{AD}{DB}=\dfrac{AE}{EC}$

ナルトキハ



DE ∥ BC

ナルコトヲ證セントス.

證 D ヲ過リ BC ニ平行スル直線ガ, DE ト合セズトセバ,之ヲ DE′ トセヨ.

然ルトキハ $\dfrac{AE'}{E'C}=\dfrac{AD}{DB}$, [187 款]

然ルニ $\dfrac{AE}{EC}=\dfrac{AD}{DB}$. [假設]

故ニ $\dfrac{AE'}{E'C}=\dfrac{AE}{EC}$.

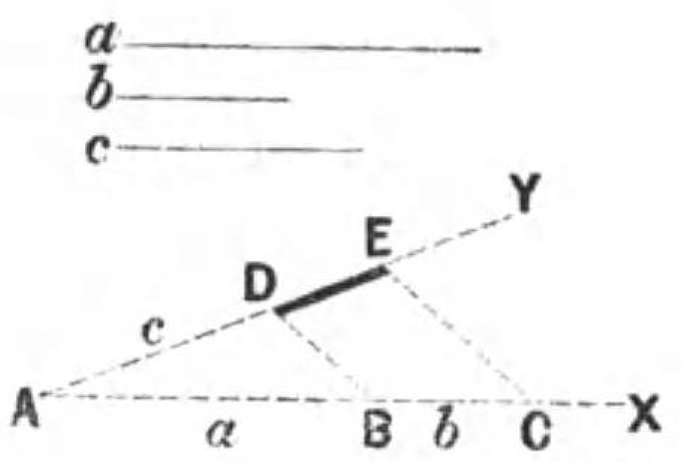
コレ點 E′ ガ E ト合スルニアラザレバ不能ナリ. [191 款]

故ニ二邊 AB, AC ヲ相似ニ分ツ直線 DE ハ BC ニ平行ス.

193. **作圖題** 既知の三つの線分の比例第四項を作ること.

a, b, c ヲ既知ノ三ツノ線分トス.

作圖法 任意ノ角 XAY ヲ作リ, AX 上ニ $AB=a$, $BC=b$, AY 上ニ $AD=c$ ヲ取リ, BD ヲ結ビ付ケ, C ヲ過リ,之ニ平行ニ CE ヲ引キ, AY ト E ニ於テ交ラシムレバ, DE ハ所要ノ線分ナリ.



證 [學生ヲシテ自ラ試ミシメヨ].

注意 此ノ作圖法ニ於テ, $b=c$ トスレバ,既知ノ二ツノ線分ノ比例第三項ヲ得.

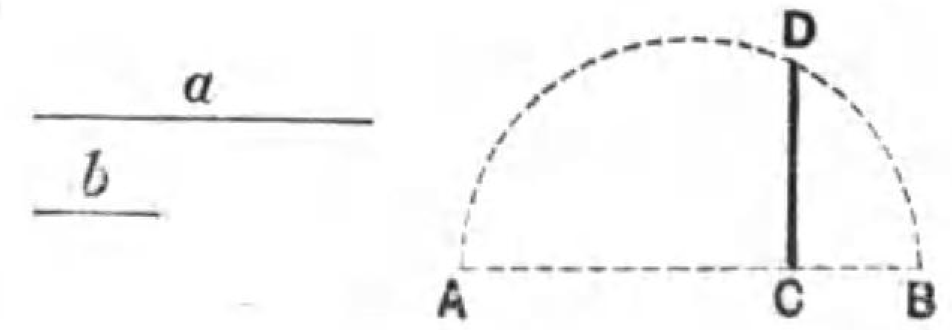
例題

12. 既知ノ角內ニアル既知ノ一點ヲ過リテ直線ヲ引キ,其ノ角內ニアル部分ヲ,該點ニテ既知ノ比ニ分タシメヨ.

194. 作圖題　既知の二つの線分の比例中項を求むること.

既知ノ線分ヲ a, b トス.

作圖法　$AC=a$, $CB=b$ ヲ一直線上ニ置キ, AB ヲ徑トシテ, 其ノ上ニ半圓ヲ畫キ,

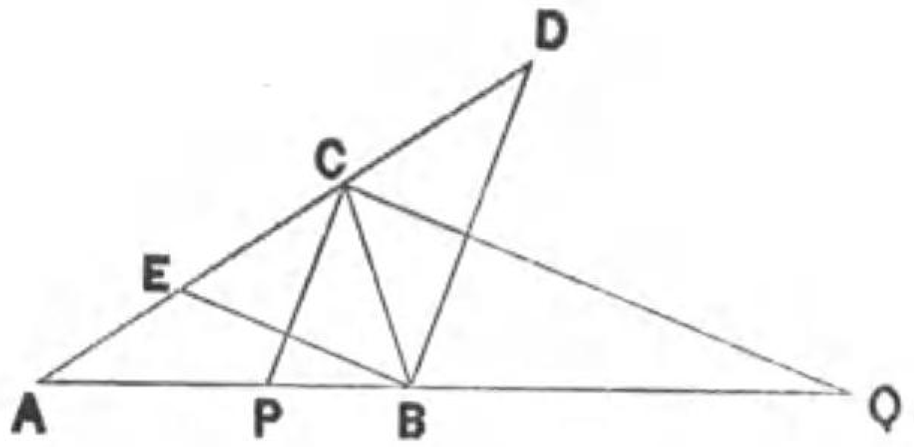


C ヨリ AB ニ垂線 CD ヲ作リ, D ニ於テ半圓周ニ交ラシムレバ, CD ハ所要ノ比例中項ナリ.

證　[學生ヲシテ自ラ證明セシメヨ].

195. 定理　三角形の頂角又は其の外角の二等分線は,底邊を二隣邊の比に内分又は外分す.

△ABC ノ頂角 ACB ノ二等分線ヲ CP, 其ノ外角ノ二等分線ヲ CQ トシ,底邊 AB 及ビ其ノ延線ニ,ソレゾレ P, Q ニ於テ交ラシムルトキハ



$$\frac{AP}{PB}=\frac{AC}{CB},$$

及ビ
$$\frac{AQ}{QB}=\frac{AC}{CB}$$

ナルコトヲ證セントス.

證　B ヨリ PC ニ平行ナル直線 BD ヲ引キ, 邊 AC ノ延線ニ D ニ於テ交ラシメ,又 QC ニ平行スル直線 BE ヲ引キ,邊 AC ニ E ニ於テ交ラシム.

然ルトキハ　$PC \parallel BD$　[作圖]

ナルユヱ　$\dfrac{AP}{PB}=\dfrac{AC}{CD}$　… … … … (1)

及ビ　$\widehat{BCP}=\widehat{CBD}$,　[31 款]

$\widehat{ACP}=\widehat{CDB}$,　[32 款系 1 (2)]

然ルニ　$\widehat{BCP}=\widehat{ACP}$,　[假設]

故ニ　$\widehat{CBD}=\widehat{CDB}$,

依リテ　$CD=CB$.　[52 款]

故ニ (1) ヨリ　$\dfrac{AP}{PB}=\dfrac{AC}{CB}$.

同樣ニ　$\dfrac{AQ}{QB}=\dfrac{AC}{CB}$

ナルコトヲ證シ得ベシ.

[學生ヲシテ自ラ試ミシメヨ].

196. 系.　本定理ノ逆モ亦眞ナリ. 卽チ三角形ノ底邊ヲ他ノ二邊ノ比ニ内分,又ハ外分スル點ヲ頂點ニ結ビ付クル直線ハ,頂角若シクハ頂角ノ外角ヲ二等分ス.

一ノ線分ヲ同ジ比ニ内分及ビ外分スルコトヲ調

和ニ分ツト云ヒ,線分ノ兩端ト二ツノ分點トヲ**調和列點**ト云フ.

例　題

13. 三角形 ABC ノ底邊 BC ノ中點ヲ D トシ,角 ADB, ADC ノ二等分線ト,二邊 AB, AC トノ交點ヲソレゾレ E, F トスレバ, EF ハ BC ニ平行ス.

---

197. 定義 二つの多角形に於て,同じ順に取りたる角がそれぞれ相等しきときは,此の二つの多角形は,之を互に等**角なり**と云ふ.

互ニ等角ナル二ツノ多角形ニ於テ,相等シキ角ヲ**對應角**ト云ヒ,相隣レル二ツノ對應角ノ間ニアル邊ヲ**對應邊**ト云フ.

198. 定義 二つの多角形が,互に等角にして,且對應邊が比例するときは,之を**相似多角形**,或は單に**相似形**と云ふ.

相似多角形ノ對應邊ガ,共ニ左廻リ,或ハ共ニ右廻リノ順序ニアルトキハ,是等ノ相似多角形ハ,之ヲ**相**

似ニ置カレタリト云フ.

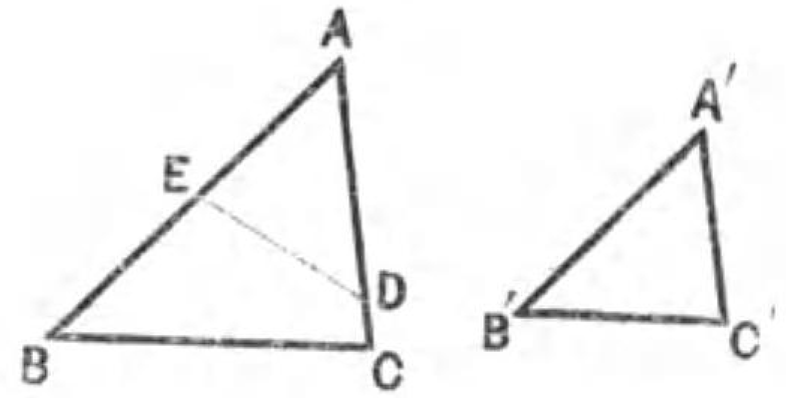
二ツノ多角形ガ相似ナルコトヲ示スニハ,其ノ間ニ∽ナル記號ヲ用フ.*

199. 定理 互に等角なる二つの三角形は,互に相似なり.

$\triangle ABC$, $\triangle A'B'C'$ ニ於テ

$\hat{A}=\hat{A}'$, $\hat{B}=\hat{B}'$, 從ヒテ $\hat{C}=\hat{C}'$

ナルトキハ



$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$

ナルコトヲ證セントス.

證 $\triangle A'B'C'$ ヲ $\triangle ABC$ ニ重ヌルニ, A' ヲ A ノ上ニ C' ヲ AB 上ノ或點 E ノ上ニ置ケバ

$\hat{A}'=\hat{A}$ ナルユヱ, B' ハ AC 上ノ或點 D ニ落ツ可シ.

$$\therefore\ \widehat{ADE}=\hat{B}'=\hat{B}.$$

依リテ B, C, D, E ハ同一ノ圓周上ニアリ. [119款]

故ニ $AB.AE=AC.AD.$ [173款]

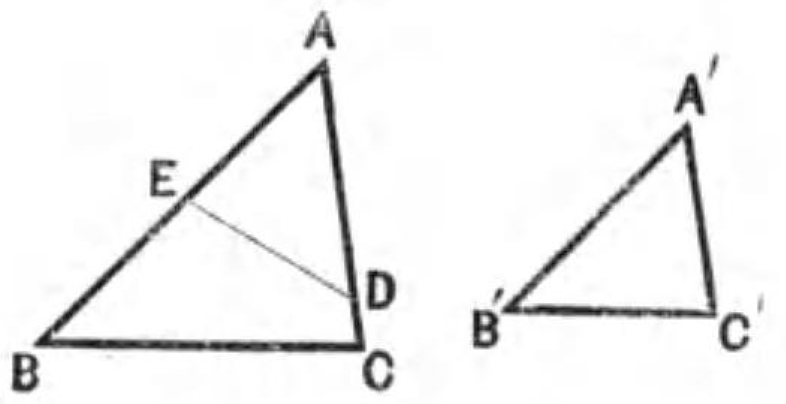
$$\therefore\ \frac{AB}{AC}=\frac{AD}{AE}=\frac{A'B'}{A'C'}.$$ [185款 V]

---

* ∽ナル記號ハ,相似ヲ意味スル羅甸語 Similis ノ首字 S ヨリ取リタルナリ.

同様ニ $\quad \dfrac{AB}{BC}=\dfrac{A'B'}{B'C'}$,

及ビ $\quad \dfrac{BC}{CA}=\dfrac{B'C'}{C'A'}$.*



∴ $\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$.

注意1. E, D ノ双方,或ハ一方ガ,邊ノ延長上ニアルモ,亦同様ニ證明シ得ベシ.

注意2. 三角形 A'B'C' ヲ, B'C' ガ BC ニ平行スル如ク,三角形 ABC ノ上ニ置キ[角 A' ガ角 A ト合シテ]テ證明スルコトヲ得ベシ. [學生ヲシテ自ラ試ミシメヨ].

200. **系**1. 二ツノ三角形ハ,彼此ノ二角相等シキトキハ相似ナリ.

系2. 二ツノ直角三角形ハ,彼此ノ一鋭角ガ相等シキトキハ相似ナリ.

系3. 相似三角形ノ高サノ比ハ,其ノ對應邊ノ比,即チ**相似比**ニ等シ.

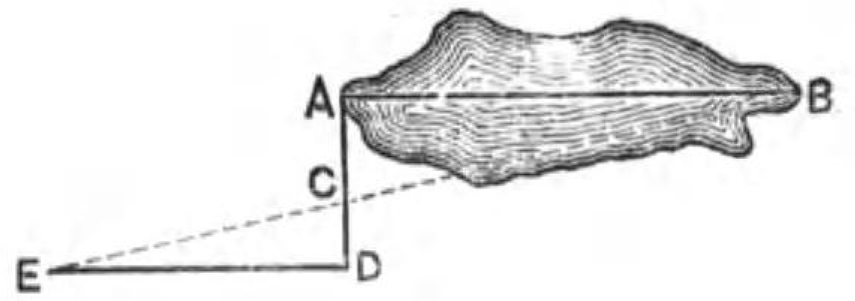
例　　題

※14. 三角形 ABC ノ三邊ヲ a, b, c トシ,之ト相似ナル三角形 A'B'C' ノ對應邊ヲ a', b', c' トスルトキハ

* 三ツノ比例ヨリ $\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{BC}{B'C'}=\dfrac{CA}{C'A'}$ ヲ得.

$$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}=\frac{a+b+c}{a'+b'+c'}.$$

15. 湖水ノ長サ AB ヲ決定セントシ, AB ニ垂直ニ AD ヲ, AD ニ垂直ニ DE ヲ取リ,點 E ヨリ點 B ヲ覘望シ, EB ガ AD ヲ截ル點 C ヲ標記シ; ED, DC, CA ヲ測リテ AB ヲ求ムル法ヲ示セ.



16. 二ツノ三角形ハ,彼此ノ三邊ガ互ニ平行ナルカ,又ハ垂直ナルトキ,相似ナリ.

17. 梯形ノ平行セル二邊ノ一ガ,他ノ一ノ二倍ナルトキハ,兩對角線ハ互ニ其ノ三等分點ノ一ニ於テ相交ル可シ.

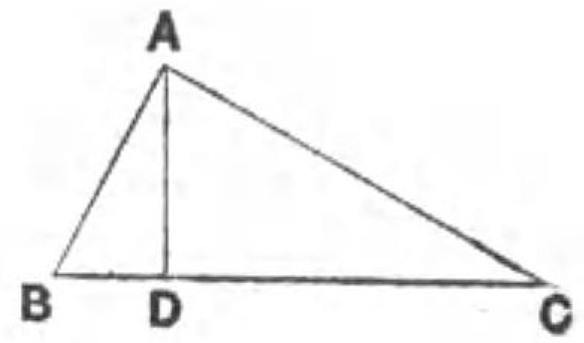
---

201. **定理**　直角三角形の直角の頂點より斜邊へ引ける垂線は,之を相似なる二つの三角形に分つ.

A ヲ直角トスル三角形 ABC ニ於テ $\quad \underline{AD \perp BC}$

ナルトキハ $\quad \underline{\triangle ABD \backsim \triangle CAD}$

ナルコトヲ證セントス.



證 [學生ヲシテ自ラ試ミシメヨ].

202. 定理 二つの三角形の三邊が,彼此比例をなすときは,二つの三角形は相似なり.

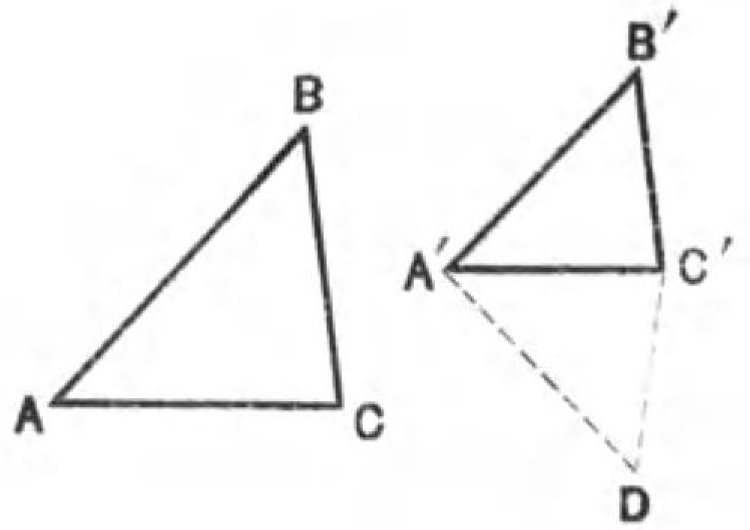
$\triangle ABC$, $\triangle A'B'C'$ ニ於テ

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CA}{C'A'}$$

ナルトキハ

$$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C$$

ナルコトヲ證セントス.



證 $A'C'$ ノ上ニ $\triangle A'DC'$ ヲ作リ

$$D\widehat{A'}C'=\hat{A},\ \text{及ビ}\ D\widehat{C'}A'=\hat{C}$$

ナラシムレバ $\triangle A'DC' \backsim \triangle ABC$, [200款系1]

$$\therefore\ \frac{AB}{A'D}=\frac{AC}{A'C'},$$

然ルニ $\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{AC}{A'C'}$, [假設]

$$\therefore\ \frac{AB}{A'D}=\frac{AB}{A'B'},$$

同様ニ $\dfrac{BC}{DC'}=\dfrac{BC}{B'C'}$.

$$\therefore\ A'D=A'B'\ \text{及ビ}\ DC'=B'C'.$$

依リテ $\triangle A'DC' \equiv \triangle A'B'C'$, [59款]

$$\therefore\ \hat{A'}=\hat{A},\quad \hat{B'}=\hat{B},\quad \hat{C'}=\hat{C}.$$

$$\therefore\ \triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'.$$ [199款]

例 題

18. 二ツノ四邊形ノ各邊ガ,同ジ順ニ取リテ比例スルトキ,二ツノ四邊形ハ相似ナルカ.

---

203. 定理 二つの三角形に於て,彼此の二邊が比例し,其の夾角が相等しきときは,此の二つの三角形は相似なり.

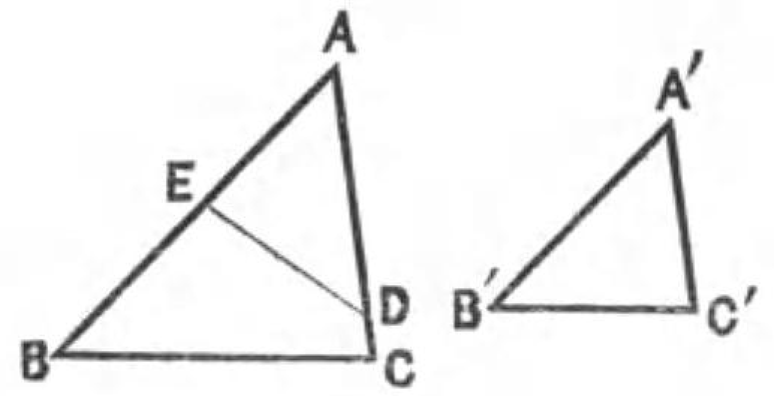
$\triangle ABC$, $\triangle A'B'C'$ ニ於テ

$$\frac{AB}{AC}=\frac{A'B'}{A'C'},\quad \hat{A}=\hat{A'}$$

ナルトキハ

$$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$$

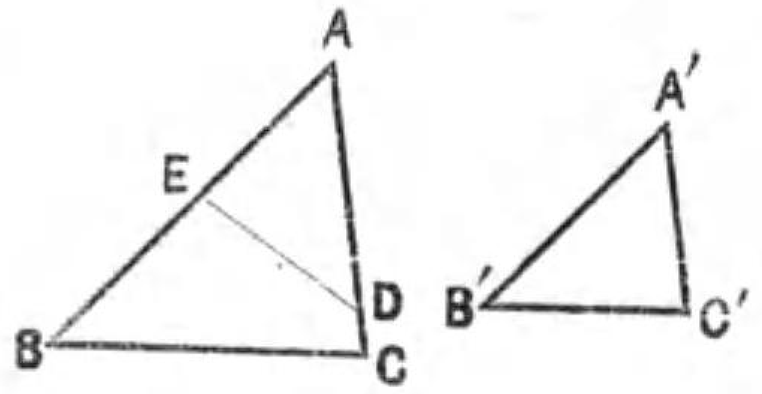
ナルコトヲ證セントス.



證 A' ヲ A ノ上ニ, C' ヲ AB 上ノ或點 E ノ上ニ置キテ, $\triangle A'B'C'$ ヲ $\triangle ABC$ ノ上ニ重ヌルニ, $\hat{A}=\hat{A'}$ ナルユヱ B' ハ AC 上ノ或點 D ニ落ツ可シ.

而シテ $\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{A'B'}{A'C'}=\dfrac{AD}{AE}$

[假設]



ナルユヱ AB.AE=AC.AD.

[185款 IV]

故ニ B, C, D, E ハ同一ノ圓周上ニアリ. [174款系3]

依リテ $\hat{B}=\widehat{ADE}=\hat{B}'$,

$\hat{C}=\widehat{AED}=\hat{C}'$.

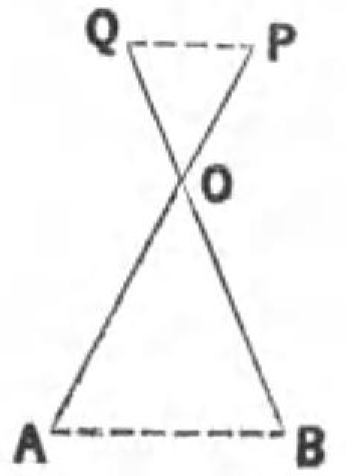
∴ $\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$. [199款]

例 題

19. 三角形 ABC ノ頂點 A ヨリ,底邊 BC ヘ下セル垂線 AD ガ,形内ニアリテ,且 BD, DC ノ比例中項ナルトキハ, BAC ハ直角ナリ.

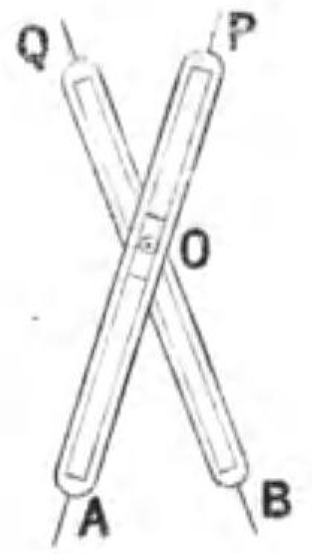
※20. 梯形ノ平行セザル二邊ヲ,順次ニ比例スル部分ニ分チ,其ノ對應セル分點ヲ順次ニ結ビ付クル直線ハ,互ニ平行ナリ.

21. 等長ノ二直線 AOP, BOQ ガ點 O ニ於テ相交リ, AO=BO ナルトキハ $\dfrac{AB}{PQ}=\dfrac{AO}{OP}$ ナリ.



注意 比例規 [Proportional

Compass] ハ此ノ理ニ基ヅキテ作レリ. 此ノ規ハ既知ノ線分ヲ既知ノ比ニ増大シ,又ハ減小スル爲ニ用フルモノナリ.



卽チ O ナル動點ヲ動カシテ, $\dfrac{OP}{AO}$ ヲ既知ノ比[此ノ規ノ各ノ脚ニハ目盛ヲナシ,此ノ比ヲ容易ニ知ラシム]ニ等シクシ, AB ヲ既知ノ線分ニ等シクスレバ, PQ ハ AB ヲ $\dfrac{OP}{AO}$ ノ比ヲ以テ増大シ,若シクハ減小スルナリ.

22. 一ノ定點ヨリ,一ノ定圓周ヘ引ケル直線ヲ,既知ノ比ニ分ツ點ノ軌跡如何.

---

204. 定理 二つの三角形に於て,彼此の一角が相等しく,且その對邊の比が他の彼此の一邊の比に等しきときは,後の邊の對角は

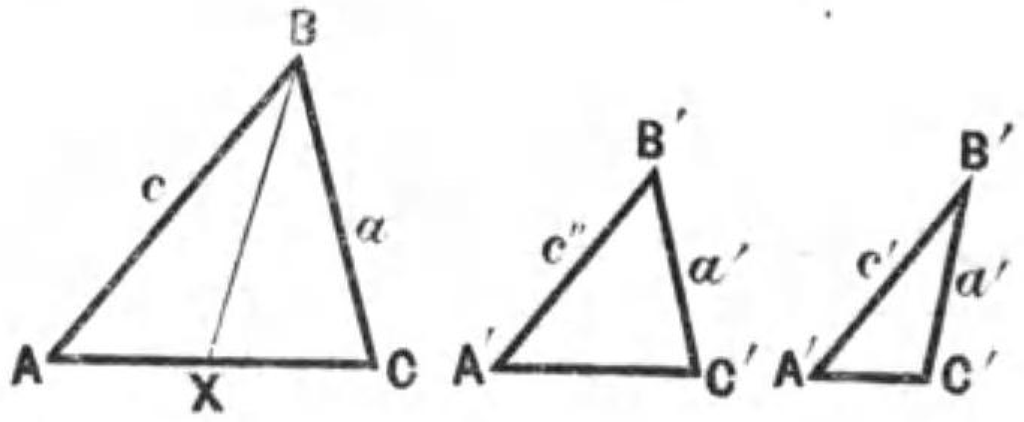
(1) 相等しきか, 或ハ

(2) 互に補角なり.

[前ノ場合ニハ二ツノ三角形ハ相似ナリ,然レドモ,後ノ場合ニハ必ズシモ相似ナラズ].

$\triangle ABC$, $\triangle A'B'C'$

ニ於テ



$\hat{A}=\hat{A}'$, $\dfrac{a}{a'}=\dfrac{c}{c'}$

ナルトキハ

$$\hat{C}=\hat{C}' \text{ 或ハ } \hat{C}+\hat{C}'=2\hat{R}$$

ナルコトヲ證セントス.

證 $\widehat{ABC}$, $\widehat{A'B'C'}$ ヲ比較スルニ,相等シキカ,或ハ不等ナル可シ.

若シ $\qquad \widehat{ABC}=\widehat{A'B'C'}$

ナルトキハ $\qquad \hat{C}=\hat{C}'$,

從ヒテ $\qquad \triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$. [199 款]

又 $\qquad \widehat{ABC} \neq \widehat{A'B'C'}$

ナルトキハ其ノ一ハ他ヨリ大ナル可ク,今 $\widehat{ABC}$ ヲ大ナリトシ, $\widehat{ABX}=\widehat{A'B'C'}$ ナル様ニ BX ヲ引ケ.

然ルトキハ $\qquad \triangle ABX \backsim \triangle A'B'C'$. [200 款系 1]

而シテ $\qquad \dfrac{c}{c'}=\dfrac{BX}{a'}$.

然ルニ $\qquad \dfrac{c}{c'}=\dfrac{a}{a'}$,

$\therefore \quad BX=a$.

$\therefore \quad \hat{C}=\widehat{BXC}$,

依リテ $\qquad \hat{C}+\hat{C}'=\widehat{BXC}+\widehat{BXA}=2\hat{R}$.

205. 系 二ツノ三角形 ABC, A'B'C' ニ於テ

$$\hat{A}=\hat{A}' \text{ 及ビ } \frac{a}{a'}=\frac{c}{c'}$$

ナルトキ.

(1) $a>c$, 或ハ $a'>c'$ ナルトキハ,二ツノ三角形ハ相似ナリ.

(2) $\hat{C}$ 及ビ $\hat{C}'$ ハ何レモ $\hat{R}$ ヨリ大ナルトキハ,二ツノ三角形ハ相似ナリ.

(3) $\hat{C}$ 及ビ $\hat{C}'$ ハ何レモ $\hat{R}$ ヨリ小ナルトキハ,二ツノ三角形ハ相似ナリ.

(4) $\hat{C}$ 或ハ $\hat{C}'$ ガ直角ナルトキハ,二ツノ三角形ハ相似ナリ.

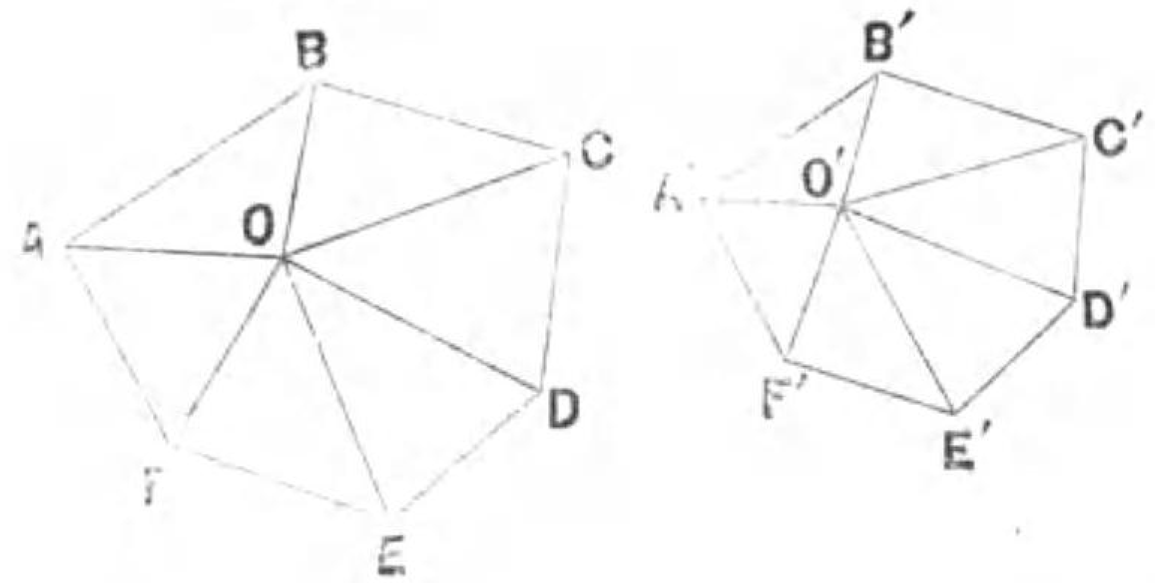
(5) $\hat{A}$ ガ直角,又ハ鈍角ナルトキハ,二ツノ三角形ハ相似ナリ.

例題

23. OMN, OPQ ハ二ツノ直線ニシテ; MP, NQ ハ R ニ於テ出會フトキ, $\dfrac{OM}{MP}=\dfrac{ON}{NQ}$ ナレバ,三角形 PQR ハ二等邊ナリ.

206. 定理 互に相似にして,且相似に置かれたる同數の三角形より成る二つの多角形は相似なり.

△AOB, △BOC, △COD, 等ハ,ソレゾレ△A′O′B′, △B′O′C′, △C′O′D′, 等ト相似ニシテ,且相似ニ置カレタリトスルトキハ



多角形 ABCDEF∽多角形 A′B′C′D′E′F′

ナルコトヲ證セントス.

證 先ヅ二ツノ多角形ノ各角ハ,相似三角形ノ對應セル角二ツヅツノ和ナルユヱ,彼此等角ナリ.

次ニ三角形ノ相似ニ依リテ

$$\frac{AB}{A'B'}\left(=\frac{BO}{B'O'}\right)=\frac{BC}{B'C'}\left(=\frac{CO}{C'O'}\right)=\frac{CD}{C'D'}=\cdots\cdots$$

故ニ二ツノ多角形ノ對應邊ハ比例ヲナス.

依リテ二ツノ多角形ハ相似ナリ.

207. 系 二ツノ相似多角形ハ,相似ニシテ,且相似ニ置カレタル同數ノ三角形ニ分チ得ベシ.

注意 同ジ邦國ノ二ツノ地圖ヲ考フベシ,例へバ

我ガ國ノ陸地測量部ノ二萬分一實測圖,又ハ十萬分一帝國圖,等ノ如シ. 今茲ニ九州ノ圖ヲ取リテ詳述センニ,此ノ大ナル地圖ハ三百二十萬分一九州圖ニ

シテ,縮圖ハ九百六十萬分一九州圖ナリ. 圖中,上部ノAハ小倉市, Bハ福岡市, Cハ佐賀市, Dハ熊本市, Eハ大分市, Fハ久留米市ナリ. 又下部ノLハ鹿兒島市, Mハ佐多岬, Nハ都井岬ナリ. 而シテ圖中AFノ長サノ320萬倍ガ小倉市ト久留米市トノ實際ノ距離ニシテ, A′Fノ長サノ960萬倍ガ同ジク小倉市ト久留米市トノ實際ノ距離ナリ,他モ亦之ニ準ズ,而シテ大小二ツノ地圖ハ**相似形**ヲ了解スルノ適例タリ. 然ルニ地圖ハ,單ニ二地ノ距離ヲ與フルノミナラズ,亦方向ヲ示スベシ. 圖ノ上部ハ北ニシテ,二ツノ地圖ノ久留米市ノ位置ヲ相重ネ,且小倉市ノ二ツノ位置A, A′ヲ,Fヨリ同一ノ直線上ニアラシムレバ,二ツノ地圖ニ於テ,同ジ各地ノ二ツノ位置ハ,何レモFト同一ノ直線上ニアルベシ.*

208. 定理 同邊數の正多角形は,相似なり.

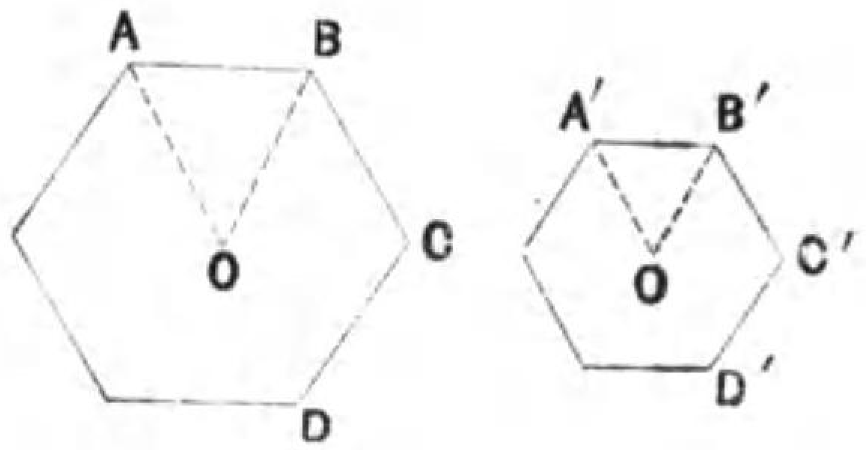
ABCD……及ビA′B′C′D′……ハ,同邊數ノ正多角形

* 下部ノ圖ニ於テハ,鹿兒島市ノ二ツノ位置Lヲ相重ネ,佐多岬ノ二ツノ位置M, M′ヲLト同一ノ直線上ニアラシムレバ,都井岬ノ二ツノ位置N, N′ハ亦Lト同一ノ直線上ニ來ルベシ.

ナリトスレバ

ABCD……∽A′B′C′D′……

ナルコトヲ證セントス.



證 同邊數ノ二ツノ正多角形ハ互ニ等角ナリ.

而シテ 正多角形ハ等邊形ナルユヱ

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CD}{C'D'}=\cdots\cdots$$

ナレバナリ.

209. 系 1. 圓ニ內接スル二ツノ相似多角形ノ對應邊ヲ,ソレゾレ $a, b, c, \ldots\ldots; a', b', c', \ldots\ldots$ トシ,其ノ外接圓ノ半徑ヲソレゾレ r, r' トスレバ

$$\frac{r}{r'}=\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}=\cdots\cdots$$

$$=\frac{a+b+c+\ldots}{a'+b'+c'+\ldots}=\frac{\text{ABCD}\;\ldots\ldots\text{ノ周}}{\text{A}'\text{B}'\text{C}'\text{D}'\ldots\ldots\text{ノ周}}.$$

然ルニ內接正多角形ハ,其ノ邊數ヲ增ストキ,極限ニ於テ,其ノ外接圓トナル, [153 款]

故ニ 任意ノ二圓周ハ其ノ半徑ニ比例ス.

系 2. 二ツノ圓周ヲ c, c' ニテ,其ノ半徑ヲソレゾレ r, r' ニテ表ハストキハ

$$\frac{c}{r}=\frac{c'}{r'}=(\text{一定數}),\text{之ヲ }2\pi\text{ トス.}$$

$$\therefore\quad c=2\pi r.$$

繁雜ナル計算,又ハ高等數學ニ依リテ,πノ値ヲ計算シ,其ノ近似値トシテ $\pi=3.141592653589\ldots\ldots$ ヲ得,通例ハ之ヲ 3.1416 トシテ用ヒ,之ヲ**圓周率**ト稱ス. 圓周率ハ又 $\frac{22}{7}$, $\frac{355}{113}$ トシテ用フルコトアリ.*

系 3. 圓ノ面積ハ,其ノ半徑ト其ノ周ニ等長ナル

* 古昔ニアリテハ洋ノ東西ヲ論ゼズ,多クハπヲ3トセリ. あるきめです[Archimedes]ハ $3\frac{1}{7}$,卽チ $\frac{22}{7}$ ヲ用ヒ,あれくさんどりあノへろんモ亦之ヲ用ヒタリ. ありあばった[Aryabhatta,西暦第五世紀ノ印度ノ數學者,代數學及ビ幾何學ノ著アリ]ハ 3.1416 ヲ用ヒ,又和蘭人めちゅす[Metius,西暦第十六世紀末ヨリ第十七世紀始頃ノ人]ハ,世人ニ能ク記憶セラルル $\frac{355}{113}$ ヲ用ヒタリ. [$\frac{355}{113}$ ヲ記憶センニハ 113355 ト書キ,始ノ三ツハ分母,終ノ三ツハ分子ト思ヘバヨシ]. 又 $3\frac{1}{7}$, $\frac{355}{113}$ ハ支那ニテハ宋ノ頃ヨリ之ヲ知リ,我邦ニテモ關新助孝和[上州藤岡ノ人,英ノにゅーとんト同年,卽チ西暦1642年ニ生レ,1727年ニ死セリ]之ヲ算出セリ. 又獨逸人るーどるふ[Ludolph,西暦第十六世紀頃ノ人]ハ之ヲ小數第三十五位マデ計算シ,死セシトキ,遺言シテ之ヲ墓石ニ刻セリト云フ,故ニ獨逸ニテハ之ヲ'るーどるふノ數'ト云フコトアリ. 其ノ後,獨逸人だーぜ[Dase,西暦第十九世紀始ノ人]之ヲ小數第二百位マデ計算シ,又獨逸人りひてる[Richter,西暦第十九世紀半バ頃ノ人]之ヲ小數第五百位マデ計算シ,英人しゃんくす[Shanks,西暦1882年ニ死セリ]ハ之ヲ小數第七百七位マデ計算セリト云フ. [同著者ノ算術精義278頁ヲ見ヨ].

アルキメデス氏肖像

ARCHIMEDES.
(287—212. B.C.)

アルキメデス氏小話

古代ノ有名ナル幾何學者，西曆紀元前 287 年しちりあ島ノさいらきゅーす市ニ生レ，西曆紀元前 212 年ニ死セリ．始メテπノ決定ヲナシ，圓ノ面積ヲ計算セリ，槓杆[梃子]ノ定律ヲ發見シ，且“余ヲシテ空間ニ立脚地ヲ得セシメバ，余ハ地球ノ大ト雖モ能ク之ヲ動カサン”ト揚言セルヲ以テ有名ナリ．浮泛ノ定律ヲ發見シ，さいらきゅーす籠城ニ於テ，羅馬人ノ攻擊ヲ防禦スル爲ニ，種々巧ミナル考案ヲナセリ．起重機ヲ用ヒ敵艦ヲ釣上ゲ，之ヲ落シテ沈沒セシメ[さいらきゅーすノ城ハ海ニ高ク石壁ヲ突出シテ軍艦ヲ横附スル如キ築造ナリシト云フ]，又ハ凸鏡ヲ用ヒテ敵艦ヲ燒キ，或ハ重物ヲ投ゲテ敵兵ヲ粉碎スルガ如キ是ナリ．さいらきゅーす陷落スルヤ，氏ハ砂盤[當時ノ黑板]ニ幾何學的圖形ヲ畫キツツアリシガ入リ來ル羅馬ノ兵士ヲ見テ叫ンデ曰ク“余ガ圖形ヲ汚損スル勿レ”ト，終ニ羅馬兵ノ殺ス所トナレリ．

線分トノ包ム矩形ノ半分ニ等シ[154款]キユヱ

$$圓ノ面積=\frac{1}{2}cr=\pi r^2.$$

卽チ　圓ノ面積ハ,其ノ半徑上ノ正方形ノπ倍ナリ.

例　題

24. 一點ヨリ,多角形ノ各角頂ヘ引ケル直線ヲ,既知ノ比ニ分チ,各分點ヲ順次ニ結ビ付ケテ生ズル多角形ハ,原形ト相似ナリ.

*25. 圓周上ノ任意ノ一點ニ於ケル切線,及ビ其ノ點ヨリ任意ノ徑ヘ引ケル垂線ハ,徑ヲ調和ニ分ツ.

26. 既知圓外ノ既知一點ヨリ,圓周マデ引ケル直線上ニ作レル正方形ノ二ツノ角頂ノ軌跡如何.

[一ツノ角頂ノ軌跡ハ比例ヲ用ヒズシテ見出スコトヲ得レドモ,他ノ一ツハ比例ヲ用フルコトヲ要ス].

第三節

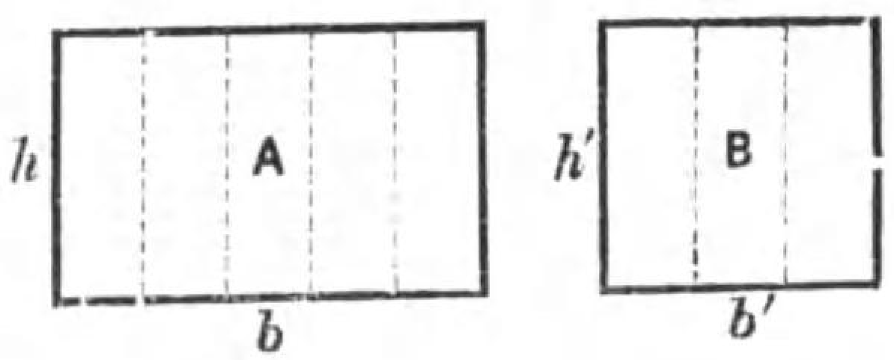
面積に關する比例　軌跡

210.　**定理**　相等しき高さの矩形は,底邊に比例す.

□A, □B ニ於テ

<u>高サ $h=h'$ ナレバ</u>

$\dfrac{\square A}{\square B}=\dfrac{底邊\ b}{底邊\ b'}$



ナルコトヲ證セントス.

證　先ヅ b ト b' トヲ通約ス可キ量ナリトシ,其ノ比ヲ $\dfrac{m}{n}$ トス.

b ヲ m 等分シ,又 b' ヲ n 等分シ,各分點ヨリ高サニ平行スル直線ヲ引クトキハ, A ハ m 個ノ矩形ニ, B ハ n 個ノ矩形ニ分タル可ク,而シテ是等ノ矩形ハ相等シ,　　$\therefore\ \dfrac{\square A}{\square B}=\dfrac{m}{n},$

然ルニ　　$\dfrac{b}{b'}=\dfrac{m}{n},$　　[假　設]

$$\therefore\ \dfrac{\square A}{\square B}=\dfrac{b}{b'},$$

次ニ b ト b' トガ通約スベカラザル量ノ場合ニモ,亦此ノ定理ハ眞ナリトス.*

211.　**系1.**　相等シキ底邊ヲモツ矩形ハ,高サニ比例ス.

系2.　相等シキ高サノ三角形ハ,底邊ニ比例ス.

系3.　相等シキ底邊ヲモツ三角形ハ,高サニ比例ス.

212.　**定理**　四つの線分が比例をなすときは,其の外項の包む矩形は,內項の包む矩形に等し.

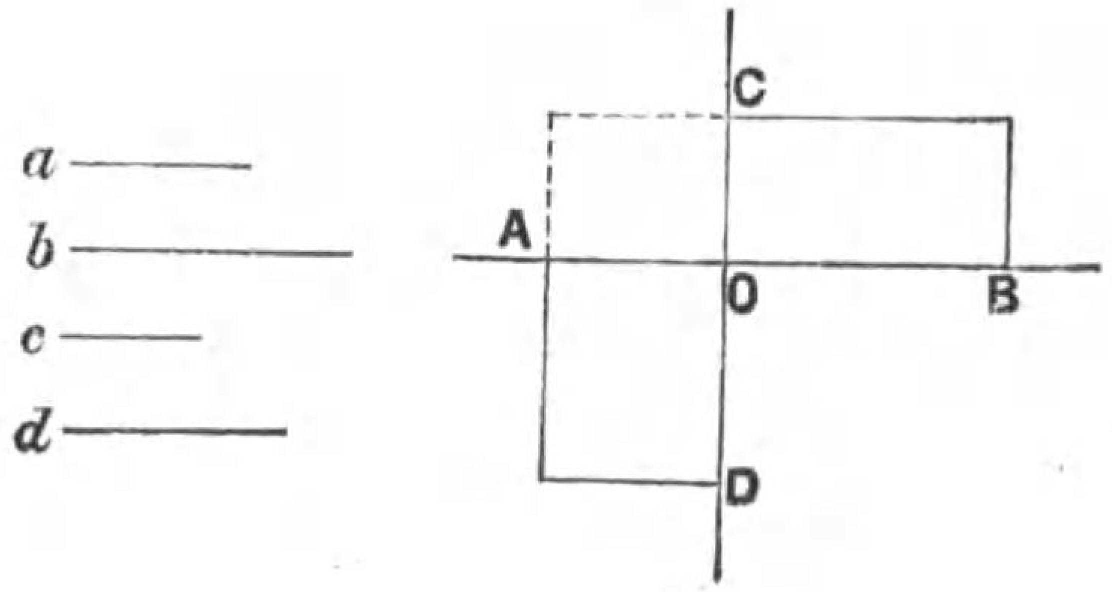
<u>a, b, c, d ヲ四ツノ線分トシ,</u>

$\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$

ナルトキハ

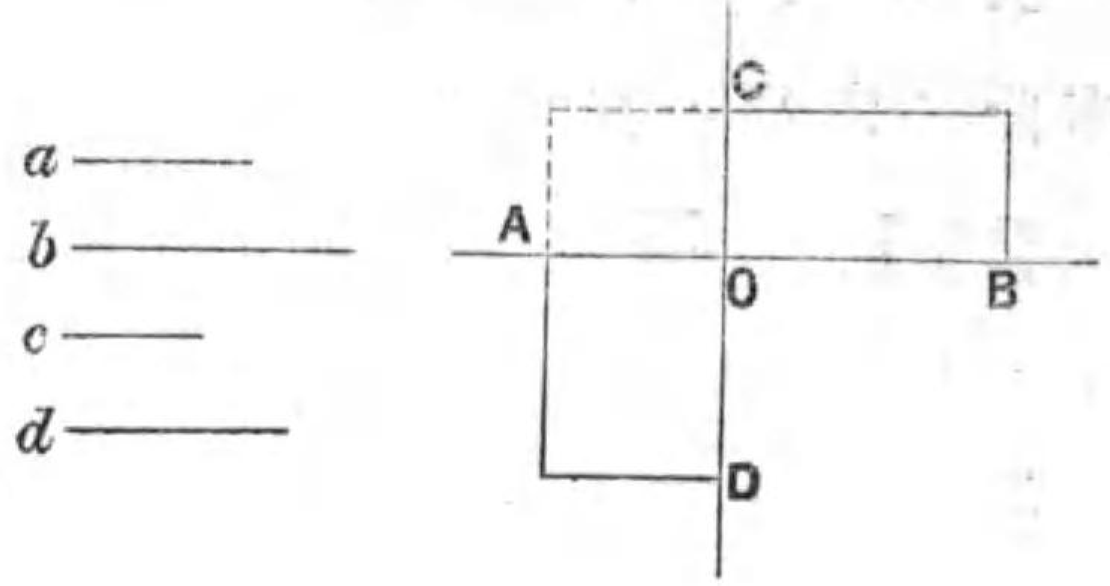
<u>$ad=bc$</u>

ナルコトヲ證セントス.



* b ト b' トガ通約ス可カラザル量ナルトキハ,其ノ近似値ニ就キテノ證明ハ前ノ場合ニ歸ス. 然レドモ b ト b' トガ絕對的ニ通約ス可カラザル場合ノ證明ハ,初等ノ書ニ適セザルニエ,玆ニ之ヲ省ク.

證 點Oニ於テ直角ニ交ル二直線AB, CD上ニ $OA=a$, $OB=b$, $OC=c$, $OD=d$ ヲ取リ,矩形BC, CA, AD ヲ完成スルトキハ



$$\frac{\square AC}{\square CB}=\frac{AO}{OB}=\frac{a}{b},\qquad\text{[210 款]}$$

$$\frac{\square AC}{\square AD}=\frac{CO}{OD}=\frac{c}{d},$$

然ルニ $$\frac{a}{b}=\frac{c}{d},\qquad\text{[假 設]}$$

故ニ $$\frac{\square AC}{\square CB}=\frac{\square AC}{\square AD},$$

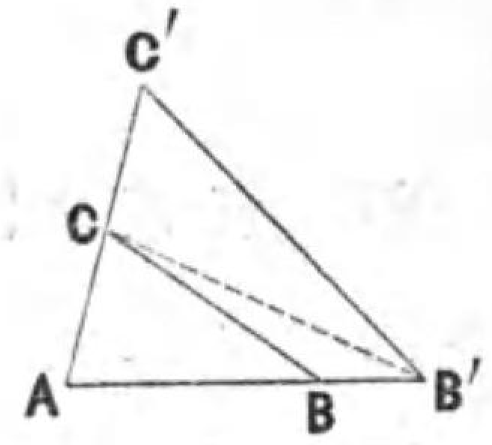
$$\therefore\ \square AD=\square BC,$$

即チ $$ad=bc.$$

213. 定理 一つの角が互に相等しきか,或は互に補角なる二つの三角形の比は,此の角を夾む二邊の包む矩形の比に等し.

先ヅ△ABC, △AB′C′ニ於テ,其ノ各ノ角Aガ相等シキトキハ

$$\frac{\triangle ABC}{\triangle AB'C'}=\frac{AB.AC}{AB'.AC'}$$



ナルコトヲ證セントス.

證 二ツノ三角形ハ,其ノ一角Aガ相等シキユヱ之ヲ相合シタリトシ,且邊ABハ邊AB′ニ重ナレリトス. CB′ヲ結ビ付ケヨ. 然ルトキハ

$$\frac{\triangle ABC}{\triangle AB'C}=\frac{AB}{AB'},\ \text{及ビ}\ \frac{\triangle AB'C}{\triangle AB'C'}=\frac{AC}{AC'}.\qquad\text{[211 款系 2]}$$

$$\therefore\ \frac{\triangle ABC}{\triangle AB'C'}=\frac{AB.AC}{AB'.AC'}.\qquad\text{[185 款 XII]}$$

次ニ補角ノ場合ニハ,學生自ラ之ヲ證明ス可シ.

214. 系 1. 相似三角形ノ比ハ,其ノ對應邊ノ二乘比ニ等シ.

如何トナレバ $\triangle ABC\backsim\triangle AB'C'$

ナルトキハ $BC \parallel B'C'$

ナルユヱ, 比 $\frac{AB}{AB'}$ ハ比 $\frac{AC}{AC'}$

ニ等シ. 故ニ $$\frac{AB.AC}{AB'.AC'}=\frac{\overline{AB}^2}{\overline{AB'}^2}$$

トナルベケレバナリ.

系 2. 相等シキ一角ヲモツ二ツノ平行四邊形ノ比ハ,此ノ角ヲ夾ム二邊ノ包ム矩形ノ比ニ等シ.

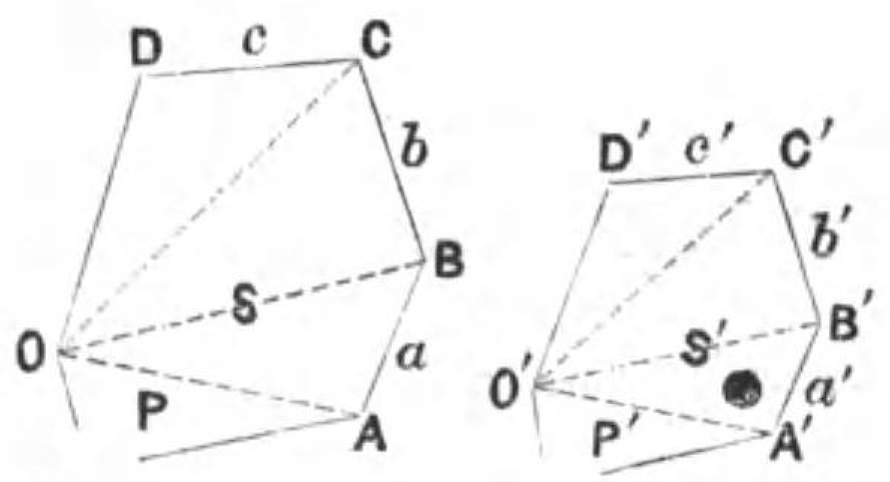
例　題

27. 任意ノ四邊形ハ,其ノ兩對角線ニテ,比例ヲナス四ツノ三角形ニ分タル.

28. 二ツノ正三角形ノ面積ノ比ガ1:2ナルトキ,其ノ邊ノ比ヲ小數第二位マデ最モ精密ニ見出セ.

---

215. 定理 相似多角形の比は,其の對應邊の二乘比に等し.



P及ビP′ヲ相似多角形トシ;邊 $a, b, \ldots\ldots$ ハソレゾレ邊 $a', b', \ldots\ldots$ ニ對應ストセバ

$$\frac{P}{P'}=\frac{a^2}{a'^2}$$

ナルコトヲ證セントス.

證 $a, b, \ldots$ 及ビ $a', b', \ldots$ ヲ底邊トシ,其ノ兩端ヨリ對應角ノ頂點 O, O′ ニ對角線ヲ引キテ, P及ビ P′ ヲ同數ノ三角形ニ分ツトキハ

$$\frac{OD}{O'D'}=\frac{DC}{D'C'},\ 及ビ\ \hat{D}=\hat{D'}$$ [假設]

ナルユヱ　$\triangle ODC \backsim \triangle O'D'C'$. [203 款]

依リテ　$\widehat{OCD}=\widehat{O'C'D'}$.

然ルニ　$\widehat{DCB}=\widehat{D'C'B'}$.

故ニ　$\widehat{OCB}=\widehat{O'C'B'}$.

又　$\frac{OC}{O'C'}=\frac{DC}{D'C'}=\frac{CB}{C'B'}$,

故ニ　$\triangle OCB \backsim \triangle O'C'B'$. [203 款]

同様ニ　他ノ三角形モ亦互ニ相似ナルコトヲ證明シ得ベシ.

故ニ　$\frac{\triangle OAB}{\triangle O'A'B'}=\frac{a^2}{a'^2}$, [214 款系 1]

而シテ　$\frac{\triangle OBC}{\triangle O'B'C'}=\frac{b^2}{b'^2}=\frac{a^2}{a'^2}$.

同様ニ　$\frac{\triangle OCD}{\triangle O'C'D'}=\frac{a^2}{a'^2}$,

$$\therefore\ \frac{\triangle OAB+\triangle OBC+\triangle OCD+\ldots\ldots}{\triangle O'A'B'+\triangle O'B'C'+\triangle O'C'D'+\ldots\ldots}=\frac{a^2}{a'^2},$$

[185 款 VIII]

即チ　$\frac{P}{P'}=\frac{a^2}{a'^2}$.

216. 系 二圓ノ面積ノ比ハ,其ノ半徑,又ハ徑ノ二乘比ニ等シ.

例　題

29. 215 款ノ定理ニ於テ, $\frac{a}{a'}=\frac{a'}{x}$ ナルトキハ,

$\frac{P}{P'}=\frac{a}{x}$ ナルコトヲ證セヨ.

30. 等積ナル二ツノ三角形 ABC, A'B'C' ニ於テ, $\hat{C}=\hat{C'}$ ナルトキハ $\frac{a}{a'}=\frac{b'}{b}$ ナリ.

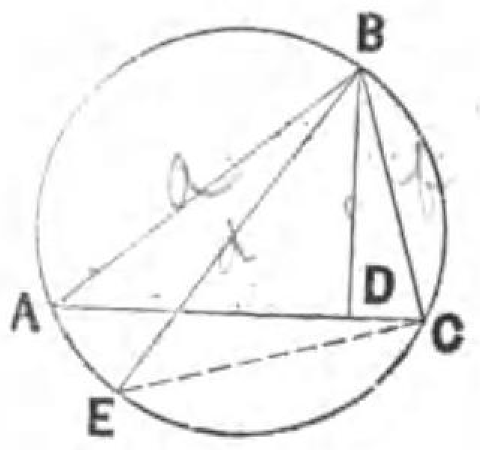
---

217. 定理 三角形の任意の二邊の包む矩形は,第三邊への高さと,外接圓の徑との包む矩形に等し.

BE ハ △ABC ノ外接圓ノ徑, BD ハ AC ニ垂線ナリ

トスルトキハ

$AB.BC=BD.BE$



ナルコトヲ證セントス.

證 EC ヲ結ビ付クレバ,

△ABD, △EBC ニ於テ

$\widehat{BAD}=\widehat{BEC}$, [94 款系 1]

$\widehat{BDA}(=\hat{R})=\widehat{BCE}$. [95 款]

故ニ $\triangle ABD \backsim \triangle EBC$. [200 款系 1]

故ニ $\frac{AB}{BD}=\frac{EB}{BC}$,

故ニ $AB.BC=BD.BE$. [212 款]

218. 系 三角形ノ面積ヲS, 外接圓ノ徑ヲ d

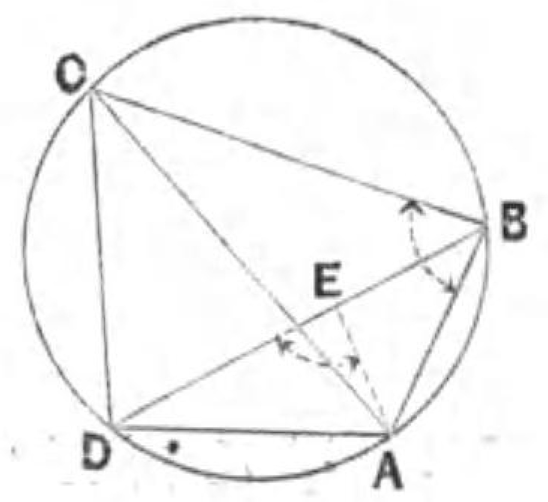
トスレバ $2dS=abc$.

219. 定理 圓に內接する四邊形に於て,兩對角線の包む矩形は,二組の兩對邊の包む矩形の和に等し.

圓ニ內接スル四邊形 ABCD ニ於テ

$AC.BD=AB.CD+BC.DA$

ナルコトヲ證セントス.



證 BD 上ニ點 E ヲ

$\widehat{AED}=\widehat{ABC}$

ナル如ク取リ,

AE ヲ結ビ付クレバ,

△ABC, △AED ニ於テ

$\widehat{ABC}=\widehat{AED}$, [作圖]

$\widehat{ACB}=\widehat{ADE}$, [94 款系 1]

故ニ $\triangle ABC \backsim \triangle AED$. [200 款系 1]

故ニ $\frac{BC}{AC}=\frac{ED}{AD}$,

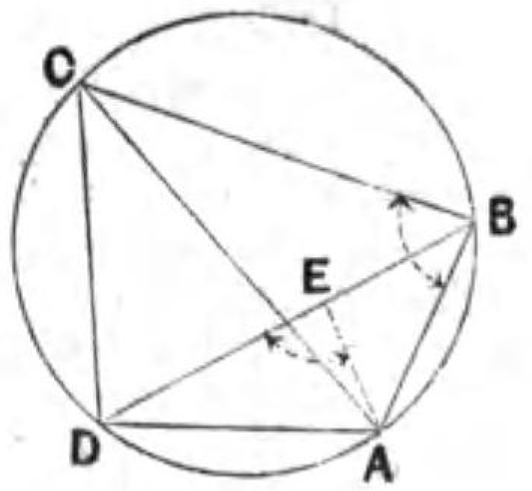
故ニ $BC.AD=AC.ED$. ... ... (1) [212 款]

次ニ $\widehat{ABC}=\widehat{AED}$ [作圖]

ナルユエ $\widehat{ADC}=\widehat{AEB}$, [116 款]

而シテ $\widehat{ACD}=\widehat{ABE}$, [94 款系 1]

故ニ　$\triangle ACD \backsim \triangle ABE.$　[200款系1]



故ニ　$\dfrac{CD}{AC}=\dfrac{BE}{AB},$

故ニ　$AB.CD=AC.EB.$ … … (2)

[212款]

是等ノ二ツノ結果(1), (2)ヲ合

セテ　$AB.CD+BC.AD=AC.EB+AC.ED$

$=AC.BD.$*　[134頁6題]

例　題

31. 甲乙丙三軒ノ家ヨリ,等距離ノ所ニ井戸ヲ掘ラントスルニ,甲乙間ハ 4 間,乙丙間ハ 13 間,丙甲間ハ 15 間ナルトキ,各家ヨリ井戸マデノ距離ヲ何間トスベキカ.

32. 正三角形ノ外接圓周上ノ任意ノ點ヨリ,最モ遠キ角頂マデノ距離ハ,他ノ二ツノ角頂マデノ距離ノ和ニ等シ[219款ノ定理ヲ用ヒテ證セヨ].

33. 圓ニ內接スル四邊形ノ兩對角線ガ,互ニ直角ニ相交ルトキハ,二組ノ兩對邊ノ包ム矩形ノ和ハ,四邊形ノ面積ノ二倍ニ等シ.

---

* 此ノ定理ヲぷとれみー[Ptolemy]ノ定理ト云フ.

プトレミー氏肖像

CLAUDIUS PTOLEMY.

(c. 150. A.D.)

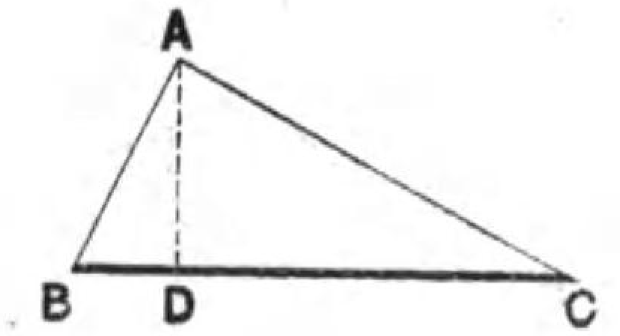
プトレミー氏小話

氏ハ埃及古代ノ星學者及ビ地理學者ニシテ，其ノ出生地ハぺるしゆむナルカてべいどノぷとれまいおすナルカ分明ナラズ，氏ハ確ニ西暦紀元 139 年ニあれきさんどりあニ活動セシ人ニシテ，氏ノ最初ノ天體觀測ハ紀元 125 年，最後ノ觀測ハ 151 年ナルコトノ外ハ，氏ノ傳記ニ就キテ分明ナラズ． 然レドモ圓ニ內接スル四邊形ニ就キテノ定理ノ美妙ナル證明ハ今モ現存セリ． 此ノ定理ハ三角法ノ"和差ノ公式"ノ基礎トナルモノニシテ，且氏ノ著 Almagest ハ十三編ヨリ成リ，其ノ大部分ハ幾何學及ビ三角法ニシテ，天體測量ニ必要ナル球面幾何學ノ原理モ亦多ク此ノ中ニ含メリ，又地理學者トシテノ氏ハ其ノ著八編アリ，其ノ第一編第八編ト第七編ノ一部トヲ除クノ外ハ，多ク地名集ニ經緯度ヲ記シ，且簡單ナル說明ヲ加ヘタルニ過ギズ． 尙之ニ世界全圖ト二十六枚ノ地圖トヲ附載セリ．

220. **作圖題**　既知の二つの正方形に比例する二つの線分を作ること．

AB, AC ヲ二ツノ正方形ノ邊トス．

作圖法　AB, AC ヲ直角傍ノ二邊トシテ，直角三角形 ABC ヲ作リ，直角頂 A ヨリ斜邊ヘ垂線 AD ヲ作レバ，



BD, DC ハ所要ノ線分ナリ．

證　$\overline{AB}^2 = BD.BC,$　[163 款]

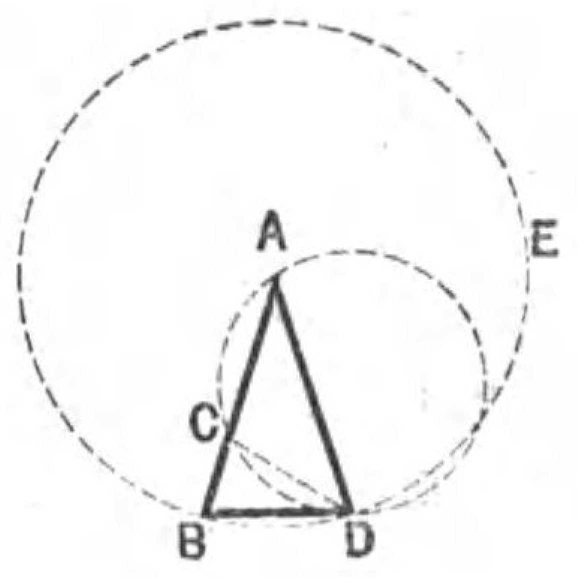
及ビ　$\overline{AC}^2 = CD.BC,$

故ニ　$\overline{AB}^2 : \overline{AC}^2 = BD.BC : CD.BC$

$= BD : CD.$　[210 款]

221. **作圖題**　底角が頂角の二倍なる二等邊三角形を作ること．

解析法　所要ノ三角形 ABC ヲ作リ得タリトシ，一底角 ADB ヲ二等分スル直線 DC ヲ引キ，邊 AB ニ C ニ於テ交ラシム．

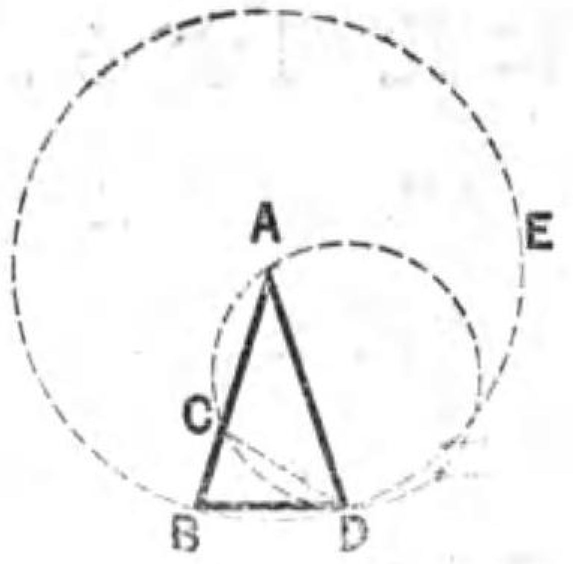


然ルトキハ　$\widehat{ADC} = \widehat{CDB},$

且　$\widehat{ADB} = 2\widehat{A},$　[假　設]

故ニ $\widehat{CDB}=\widehat{ADC}=\hat{A}$.

故ニ $\triangle ACD$, $\triangle BDC$ ハ二等邊三角形ニシテ; $\triangle BDC$, $\triangle BAD$ ハ等角ナリ.



故ニ $AC=CD=BD$,

及ビ $\triangle BDC \backsim \triangle BAD$. [199 款]

故ニ $$\frac{BD}{BC}=\frac{BA}{BD},$$

卽チ $$\frac{AC}{BC}=\frac{BA}{AC}.$$

故ニ $$BA.BC=\overline{AC}^2.$$ [212 款]

故ニ 適宜ノ直線ヲ等邊ノ一トシ,之ヲ外中比ニ分ツ[179 款]トキハ,

其ノ長キ方ノ部分ハ底邊ナリ.

注意 角 A ハ二直角ノ五分ノ一,卽チ四直角ノ十分ノ一ナルユヱ, BD ハ AB ヲ半徑トスル圓ニ內接スル正十角形ノ一邊ナリ. 是ニ依リテ圓ニ內接スル正十角形ヲ畫クコトヲ得. 從ヒテ圓ニ內接スル

* 圓ニ內接スル正方形ハ,互ニ垂直ナル徑ヲ引キテ,直チニ畫クコトヲ得可シ. 而シテ任意ノ弧ハ,容易ニ二等分シ得ルユヱ,圓ニ內接スル 2^n 邊ノ正多角形ヲ畫キ得可シ. 又圓ニ內接スル正六角形ヲ畫クコトヲ得[121 頁 9 題],從ヒテ圓ニ內接スル正三角形ヲ畫キ得可シ,故ニ圓ニ內接スル 3×2^n 邊ノ正多角形ヲ畫キ得

ユークリッド氏肖像

EUCLID.

(c. 300. B.C.)

ユークリッド氏小話

曾テ著ハサレタル數學ノ教科書中ニテ，最モ有名ナル初等幾何學ノ著者ナリ． 氏ノ生涯ニ就キテハぷとれみー第一世［紀元前306年乃至283年］ノ治世ニ歷山市ニ住ミテ教授ヲナセルコトノ外，何等知ル所ナシ． 氏ガ幾何學ヲ著ハシシ以前ニ，世ニ出デテ稍認メラレシ數學ノ教科書ハ多カリシト雖モ，氏ノ著ハ最初ノ科學的大著作ナリシナリ． 而シテ此ノ書ハ現今ニ至ルマデ其ノ聲價ヲ落サズ，初等幾何學ニ關スル大概ノ教科書ノ基礎トナレリ．

"幾何學ニ王道ナシ" トハ，古ヘヨリ云ヒ傳ヘタル語ニシテ，之ヲゆーくりっどノ語トスルアリ，めねかむすノ語トスルアリ，之ニ似タル語ヲナスモノ少ナカラズ，後世佛國ノ某侯爵がろーニ"如何ナル癡人カ能ク之ヲ理解スルヤ"ト問ヒシトキ"忍耐アル癡人"ト答ヘタルモ同日ノ論ナリ． 氏ハ亦智識ハ之ヲ獲ルガ價値ナリト主張セリ． ぱっぷす曰ク，氏ハ幾何學ノ書ヲ著ストキ，先輩ノ著書ヲ參考スルニ際シ，苟モ斯學ノ進歩ヲ謀リシ人ヲバ尊敬セリト，又亞剌伯ノ著者モ皆氏ヲ以テ溫和親切ナル老人ナリト稱セリ．

正五角形ヲ畫キ得ベシ．*

例　題

34. 一ノ正方形ヲ作リ，之ト既知ノ正方形トノ比ヲ，既知ノ二ツノ線分ノ比ニ等シカラシメヨ．

*35. 圓ニ內接スル正十五角形ヲ畫ケ．

$$\left[\frac{1}{6}-\frac{1}{10}=\frac{1}{15}\text{ ナルコトニ注意セヨ}\right].$$

---

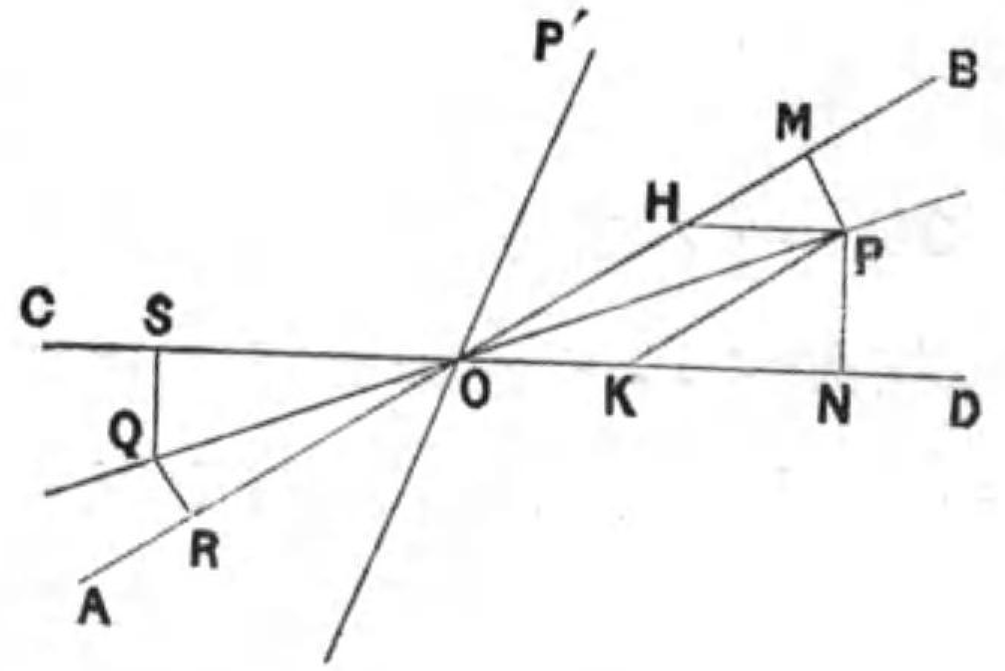
222. 軌跡　相交る二つの直線よりの距離が，既知の比を有つ如き點の軌跡を求むること．

ルナリ． 又茲ニ正五角形及ビ正十五角形［35題］ヲ畫キ得ルユヱ，5×2^n, 15×2^n 邊ノ正多角形ヲ畫キ得可シ． 換言スレバ四直角ヲ 2^n, 3×2^n, 5×2^n, 15×2^n 等分スルコトヲ得，而シテ此ハゆーくりっど［Euclid］時代ヨリ世ニ知ラレシガ，爾來殆ンド二千餘年間規矩ノ二ツノミニテハ，此ノ他ノ等分ヲ爲シ得ザルモノト信ゼリ．

然ルニ近世ニ至リがうす氏ノ力ニ依リテ'若シ 2^n+1 ガ素數ナレバ，規矩ノ二ツノミニテ圓ニ內接スル 2^n+1 邊ノ正多角形ヲ畫キ得可シ'ナル定理ヲ證シ得タリ． 然ルニ順次ニ $n=1, 2, 3, \ldots\ldots$ トスレバ，順次ニ $2^n+1=3, 5, 9, 17, 33, 65, 129, 257, \ldots\ldots$ トナリ，其ノ中，素數ナルモノハ 3, 5, 17, 257 ナリ． 依リテがうす氏ハ規矩ノ二ツニテ，圓ニ內接スル正十七角形，及ビ正二百五十七角形ヲ畫クコトヲ示シタリ［正十七角形ノ畫法ハ同著者譯佛人かたらん氏幾何學定理及問題第四編定理VIII ニアリ］．

AB, CD ハ O ニ於テ相交ル如キ二ツノ直線トス.

AB 及ビ CD ヨリノ距離ノ比ガ,既知ノ比ニ等シキ如キ點ノ軌跡ヲ求メントス.



P ハ之ヨリ AB ヘ引ケル垂線 PM ト, CD ヘ引ケル垂線 PN トノ比ガ,既知ノ比ニ等シキ如キ任意ノ點トス.

P ヨリ NO ニ平行スル PH ヲ引キ, AB ニ H ニ於テ交ラシメ,又 P ヨリ MO ニ平行スル PK ヲ引キ, CD ニ K ニ於テ交ラシム.

P ハ角 BOD, 又ハ其ノ對頂角内ニ在リトス.

然ルトキハ $\widehat{PHM}(=\widehat{BOD})=\widehat{PKN}$, [32 款系 1 (2)]

而シテ $\widehat{PMH}(=\hat{R})=\widehat{PNK}$,

故ニ $\triangle PMH \backsim \triangle PNK$. [200 款系 1]

故ニ $$\frac{PH}{PM}=\frac{PK}{PN},$$

故ニ $$\frac{PH}{PK}=\frac{PM}{PN}.$$ [185 款 III]

卽チ $\frac{PH}{PK}$, 從ヒテ $\frac{OK}{PK}$ ハ既知ノ比ニ等シ.

而シテ $\widehat{OKP}=2\hat{R}-\widehat{HOK}=$(定角),

故ニ $\triangle POK$ ハ一定ノ形狀ヲ有ツ. [203 款]

故ニ $\widehat{POK}=$(定角).

故ニ P ハ O ヲ過ル一ノ定直線上ニ在リ.

同様ニ P′ ガ角 BOC, 又ハ其ノ對頂角内ニアルトキハ, P′ ハ O ヲ過ル第二ノ定直線上ニアルコトヲ證シ得ベシ.

又是等ノ二ツノ直線上ノ任意ノ點ヨリ, AB 及ビ CD ニ至ル距離ハ,既知ノ比ヲモツコトヲ證セン.

Q ヲ斯ノ如キ一點トシ, AB ニ垂線 QR ヲ, CD ニ垂線 QS ヲ引ケ.

然ルトキハ $\triangle QRO$, $\triangle PMO$ ハ等角ナリ,

故ニ $$\frac{QR}{PM}=\frac{OQ}{OP}.$$ [200 款系 1]

而シテ $\triangle QSO$, $\triangle PNO$ モ亦等角ナリ,

故ニ $$\frac{QS}{PN}=\frac{OQ}{OP}.$$ [200 款系 1]

故ニ $$\frac{QR}{PM}=\frac{QS}{PN},$$

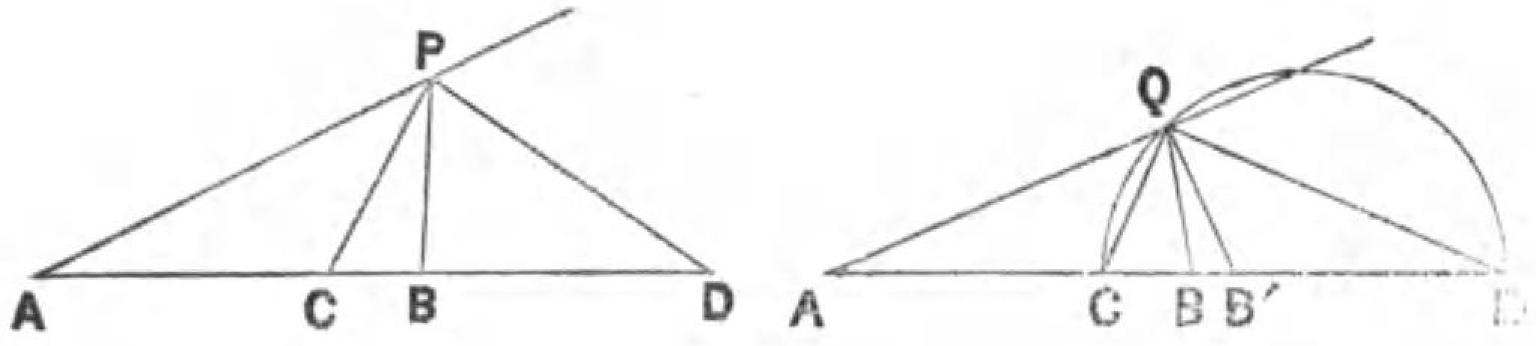
故ニ $$\frac{QR}{QS}=\frac{PM}{PN}.$$ [185 款 III]

故ニ Q ヨリ AB 及ビ CD ニ至ル距離ノ比ハ,既知ノ比ニ等シ.

是ニ依リテ　二ツノ直線AB及ビCDヨリノ距離ガ,既知ノ比ヲモツ如キ點ノ軌跡ハ, AB 及ビ CD ノ交點 O ヲ過ル一組ノ二直線ナリ.

223. 軌跡　既知の二點よりの距離が,既知の比[等比にあらざる]をもつ如き點の軌跡を求むること.

A, B ヲ既知ノ二點トス.



A及ビBヨリノ距離ノ比ガ,既知ノ比ニ等シキ如キ點ノ軌跡ヲ求メントス.

P ハ $\dfrac{PA}{PB}$ ガ既知ノ比ニ等シキ如キ任意ノ點トス.

AB ヲ結ビ付ケ,之ヲ C 及ビ D ニ於テ,既知ノ比ニ內分及ビ外分セリトス.

然ルトキハ　$\dfrac{PA}{PB}=\dfrac{AC}{CB}$, 及ビ $\dfrac{PA}{PB}=\dfrac{AD}{DB}$

ナルユエ, PC 及ビ PD ハ,ソレゾレ三角形 APB ノ頂角,及ビ其ノ外角ノ二等分線ナリ.　[196 款]

故ニ $\widehat{CPD}$ ハ直角ナリ.　[18 頁 10 題]

故ニ P ハ CD ヲ徑トスル圓周上ニアリ.

又 A 及ビ B ヨリ,此ノ圓周上ノ任意ノ點ニ至ル距離ハ,既知ノ比ヲモツコトヲ證セントス.

Q ヲ該圓周上ノ任意ノ點トシ; QA, QB, QC, QD ヲ結ビ付ケ,而シテ　$\widehat{CQB'}=\widehat{CQA}$

ナル如ク CD 上ニ點 B′ ヲ取レ.

然ルトキハ QC ハ $\widehat{AQB'}$ ノ二等分線ニシテ, $\widehat{CQD}$ ハ半圓ニ於ケル角ナルヲ以テ直角ナリ.

故ニ QD ハ $\triangle AQB'$ ノ外角ヲ二等分ス.

故ニ　$\dfrac{AC}{CB'}=\dfrac{AD}{DB'}$,　[195 款]

故ニ　$\dfrac{AC}{AD}=\dfrac{CB'}{DB'}$.　[185 款 III]

然ルニ　$\dfrac{AC}{CB}=\dfrac{AD}{DB}$,

故ニ　$\dfrac{AC}{AD}=\dfrac{CB}{DB}$.　[185 款 III]

故ニ　$\dfrac{CB'}{DB'}=\dfrac{CB}{DB}$.

故ニ B′ ハ B ト合ス.　[191 款]

故ニ QC ハ $\widehat{AQB}$ ヲ二等分ス.

故ニ　$\dfrac{AQ}{QB}=\dfrac{AC}{CB}$,　[195 款]

卽チ　A 及ビ B ヨリ點 Q ニ至ル距離ノ比ハ,既知ノ比ニ等シ.

是ニ依リテ　二點A及ビBヨリノ距離ガ既知ノ比ヲモツ如キ點ノ軌跡ハ, ABヲ既知ノ比ニ内分スル點Cト,外分スル點Dトノ間ノ線分ヲ徑トスル圓周ナリ.

例　題

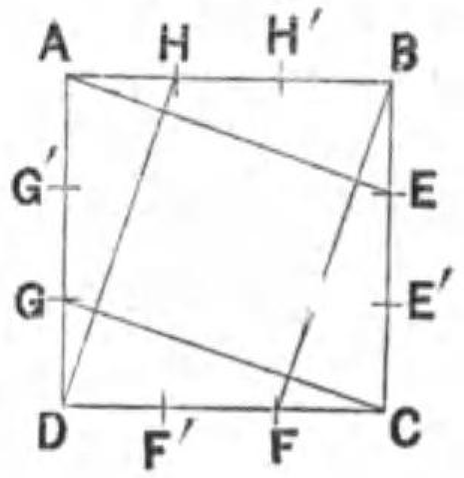
36. 222款ノ圖ニ於テ, OP′ハ HK ニ平行スルコトヲ證セヨ.

37. 平行二直線ヨリノ距離ガ既知ノ比ニ等シキ如キ點ノ軌跡ハ,既知ノ直線ニ平行スル一組ノ直線ナリ.

38. 圓ノ既知ノ弓形ACBノ弧上ニ一點Cヲ求メ,弦ACヲ弦CBノ二倍ナラシメヨ.

雜　題

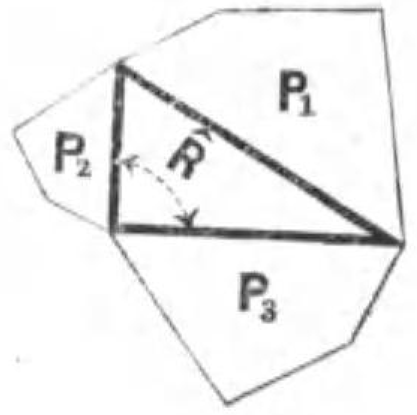
1. 正方形ABCDノ各邊ヲ圖ノ如ク點E, E′, F, F′, G, G′, H, H′ ニテ三等分シ; AE, BF, CG, DHヲ結ビ付ケテ生ズル正方形ハ,原形ノ五分ノ二ナルコトヲ證セヨ.



若シ AE′, BF′, CG′, DH′ ヲ結ビ付クレバ如何.

2. 三角形ABCノ邊BC, CA, AB上ニソレゾレ點X, Y, Zヲ取リ, $\frac{BX}{XC}=\frac{CY}{YA}=\frac{AZ}{ZB}=\frac{2}{1}$ナラシムルトキ, △XYZ ト △ABC トノ比ヲ求メヨ.

※3. 直角三角形ノ各邊上ニ相似多角形 P_1, P_2, P_3 ヲ畫キ,直角三角形ノ邊ヲ對應邊ナラシムルトキハ,斜邊上ノ多角形P_1ハ,他ノ二ツノ多角形P_2, P_3ノ和ニ等シ. [ぴたごらすノ定理ノ擴張].



4. 二ツ或ハ三ツノ相似三角形ノ和ニ等シキ三角形ヲ作リ,原形ト相似ナラシメヨ.

5. 既知形狀ノ三角形ノ一角頂ハ固定シ,他ノ一

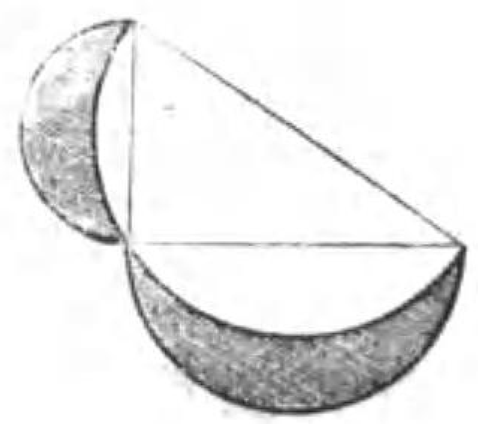
角頂ハ一ノ定圓周上ヲ運動スルトキ,第三ノ角頂ノ軌跡如何.

若シ一ノ定圓周ニ代フルニ,一直線ヲ以テスレバ如何.

注意 三角形ハ其ノ三ツノ角ガ各一定ナルトキ,**既知形狀**ナリト云フ. 一般ニ多角形ハ其ノ各角ガ一定シ,且各邊ノ比ガ一定ナルトキ,**既知形狀**ナリト云フ.

6. 既知角內ノ既知一點ヲ過リテ,角ノ二邊ノ間ニ夾マルル直線ヲ引キ,其ノ既知點ニテ分タレタル二部ヲシテ既知ノ比ヲ有タシメヨ.

7. 直角三角形ノ直角傍ノ二邊上ニ,之ヲ徑トシテ三角形外ニ半圓ヲ畫キ,又斜邊上ニ之ヲ徑トシテ半圓ヲ三角形ト相重ネテ畫クトキ,生ズル二ツノ三日月形ノ和ハ三角形ノ面積ニ等シ.

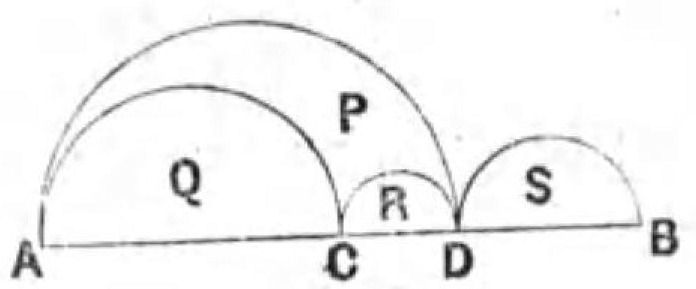


8. 三角形 ABC 內ノ任意ノ一點 O ヲ過リ; A, B, C ヨリ三ツノ直線 AX, BY, CZ ヲ引キ,對邊ニソレゾレ X, Y, Z ニ於テ交ラシムレバ

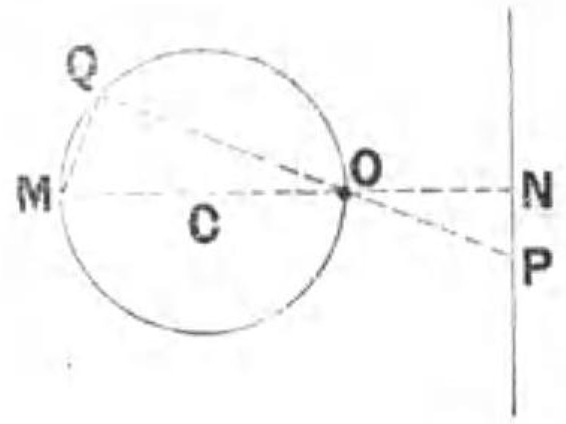
$$\frac{\triangle AOB}{\triangle AOC}=\frac{BX}{CX},\ 等$$

ナルコトヲ證セヨ.

9. 線分 AB ヲ C ニ於テ二等分シ, D ニ於テ不等ニ二分シ,圖ノ如ク半圓ヲ畫クトキハ P+S=Q+R.

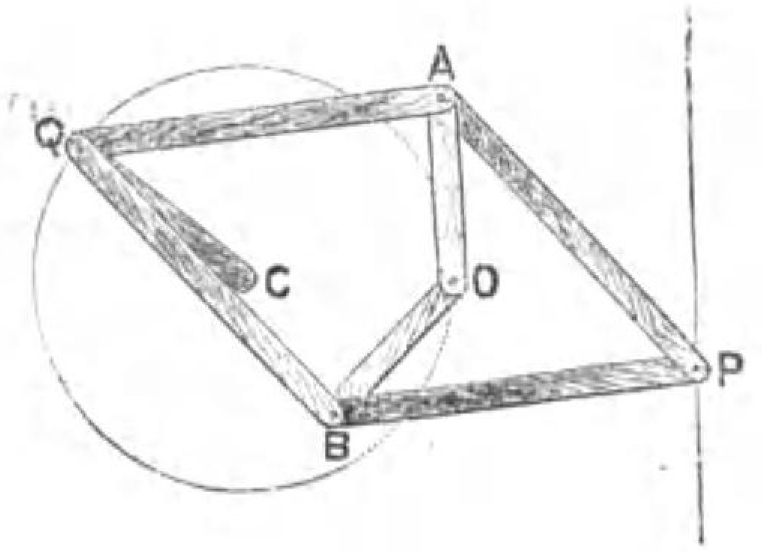


※10. O ハ定圓周上ノ一定點ニシテ, PQ ハ O ヲ過ル任意ノ割線トス. OQ.OP=(一定量) ナルトキ,點 P ノ軌跡ハ一直線ナリ.



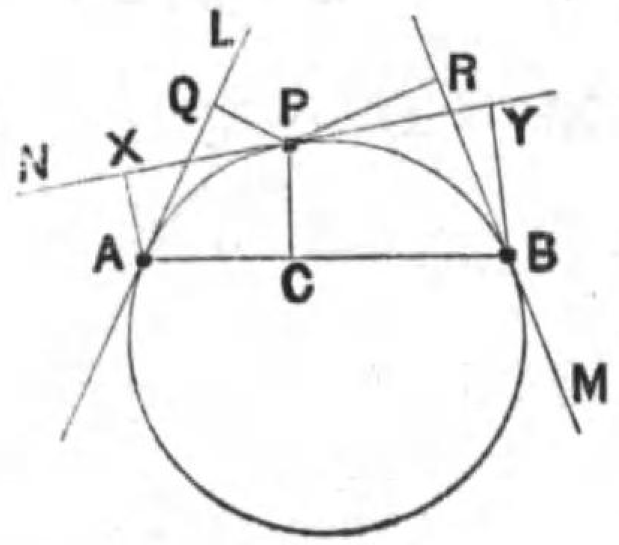
注意 西曆1864年マデハ,こむぱすヲ以テ圓周ヲ畫クト同樣ニ,器械的ニ直線ヲ引クコトヲ知ラザリシハ,極メテ奇異ノコトナリキ. 然ルニ此ノ年ニ於テ佛國ノ技師ぽーせりえ[Peaucellier]氏ハ直線ヲ引ク一ノ器具ヲ發見セリ.

或長サノ四枚ノ板 AP, BP, AQ, BQ ト,之ヨリ短キ[或ハ長キ]二枚ノ板 AO, BO ヲ圖ノ如ク A, P, B, Q, O ニテ接ギ, O ハ鋲ニテ圖板ニ留メ,其ノ他ハ自由ニ運動セシム. 又 QC ハ便宜ノ



長サノ板ニシテ,其ノ一端ヲ Q ニ接ギ, C ハ圖板ニ鋲ニテ留メ,且 CO ヲ CQ ニ等シカラシム. サテ Q ガ圖板面ヲ運動スルニ從ヒテ,點 P ハ直線ヲ畫ク.

11. L, M ハ圓周上ノ定點 A, B ニ於ケル切線トシ, N ハ弧 AB 上ノ任意ノ點 P ニ於ケル切線トス. AX, BY ハ N ニ垂直ニシテ; PC, PQ, PR ハソレゾレ AB, L, M ニ垂直ナルトキ,

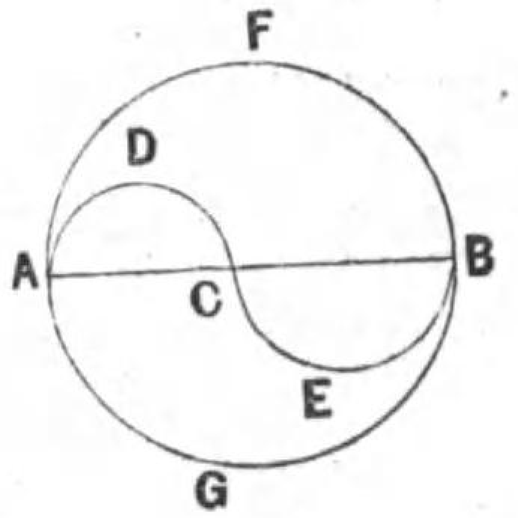


(1) $AX.BY=\overline{PC}^2$. (2) $PQ.PR=\overline{PC}^2$.

ナルコトヲ證セヨ.

[AP, BP, CX, CY ヲ結ビ付ケ, $\triangle AXP \backsim \triangle PCB$, $\triangle PQA \backsim \triangle PCB$, 等ニ依リテ證明スベシ].

12. 圓ノ徑 AB 上ニ任意ノ一點 C ヲ取リ; AC, BC ヲ徑トシテ圖ノ如ク半圓ヲ畫クトキ



$$\frac{\text{面積}AFBECD}{\text{面積}BECDAG}=\frac{BC}{AC}$$

ナルコトヲ證セヨ.

13. 前題ノ如クシテ,圓ノ面積ヲ若干等分セヨ.

附 録

幾何學ニ於ケル不能問題ノ一例

代數學ト幾何學トノ解法ノ比較

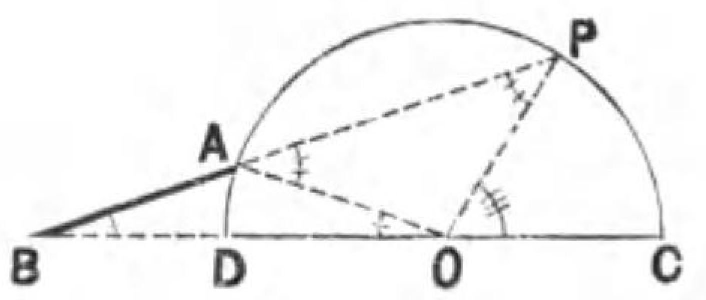
幾何學に於ける

不能問題の一例

問題 半圓ノ弧上ノ既知一點Pヲ過リテ一直線ヲ引キ,復ビ半圓周ニAニ於テ,徑CDノ延線ニBニ於テ交ラシメ,ABヲ半圓ノ半徑ニ等シカラシメヨ.

Oヲ半圓ノ中心トス.

解析法 問題ガ解カレタリトス.



OP, OAヲ結ビ付ケヨ.

然ルトキハ AB=AO, 故ニ $\widehat{AOB}=\widehat{ABO}$,

依リテ $\widehat{OPA}=\widehat{PAO}=\widehat{AOB}+\widehat{ABO}=2\widehat{ABO}$,

故ニ $\widehat{POC}=\widehat{OPB}+\widehat{PBO}=2\widehat{PBO}+\widehat{PBO}=3\widehat{PBO}$.

故ニPヲ過リテPABヲ引キ,ABヲ半圓ノ半徑ニ等シカラシメンニハ,$\widehat{PBO}$ヲ既知ノ角POCノ三分ノ一トナサザル可カラズ.

然ルニ規矩ノ二ツノミニテハ

既知ノ角ヲ三等分スルコト能ハズ.

故ニ 本問題ハ**不能**ナリ.

(第一編雜題18[65頁]ト比較セヨ)

代數學と幾何學との

解法の比較

1^a. 二數アリ,其ノ和ハaニシテ,其ノ積ハb^2ナルトキ,二數各幾何ナルカ.

一ツノ數ヲxトスレバ,題意ニ依リテ

$$x(a-x)=b^2.$$

$$\therefore\quad x=\frac{a}{2}\pm\sqrt{\frac{a^2}{4}-b^2}.$$

故ニxヲ實數ナラシメンニハ

$$b^2\leqq\frac{a^2}{4}\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad(1)$$

ナルコトヲ要ス.

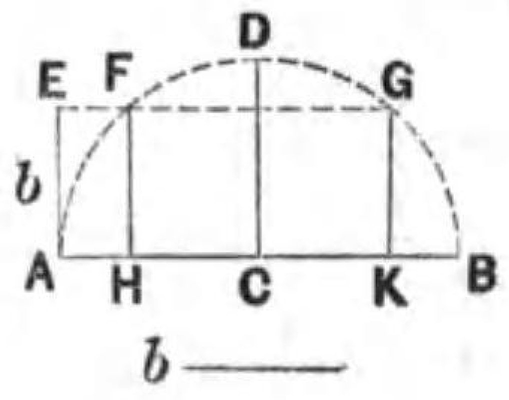
系 或數ヲ二分シ,其ノ積ヲ最大ナラシメンニハ,(1)ヨリ$b^2=\frac{a^2}{4}$ナルベク,從ヒテxノ二ツノ値ハ何レモ$\frac{a}{2}$トナル.

故ニ 或數ヲ二等分シタルトキ,其ノ積ハ最大ナリ.

備考 $x(a-x)=\frac{a^2}{4}-\left(x-\frac{a}{2}\right)^2$ナルユヱ,二等分シタルトキ,積ノ最大ナルコト明カナリ.

1^b. 既知ノ線分aヲ二分シ,其ノ各部ニテ包ム矩形ヲ既知正方形b^2ニ等シカラシメヨ.

AB ヲ既知ノ線分 a トシ, AB ヲ徑トシテ,其ノ上ニ半圓ヲ畫キ, A ヨリ AB ニ垂線 AE ヲ引キ, b ニ等シカラシメ, E ヲ過リテ AB ニ平行スル直線 EFG ヲ引キ,其ノ半圓周ニ交ル點 F, G ヨリ,ソレゾレ AB ヘ垂線 FH, GK ヲ引クトキハ, H 及ビ K ハ所要ノ分點ナリ.



如何トナレバ $AH.HB=\overline{FH}^2=\overline{EA}^2=b^2$, [174款系2]

同樣ニ $AK.KB=\overline{GK}^2=\overline{EA}^2=b^2$

ナレバナリ.

系 半圓ノ中心ヲ C トスレバ, $\overline{DC}^2=AC.CB$ ニシテ, AB ノ二部ノ包ム矩形ガ最大ナルトキナリ.

卽チ AB ヲ二等分シタルトキ,其ノ二部ノ包ム矩形ガ最大ナリ.

2^a. 三角形ノ底邊及ビ周ガ一定ナルトキ,其ノ面積ノ最大ナルハ,二等邊ナルトキナリ.

サテ [159頁37題] $\Delta=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ……(1)

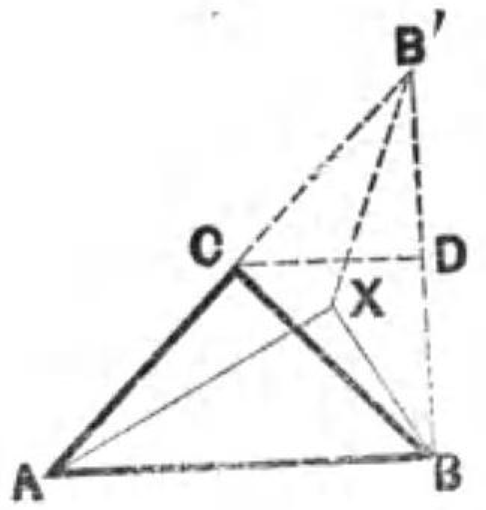
底邊 a 及ビ周 $2s$ ハ一定ナルユヱ, (1) ノ最大ナルハ $(s-b)(s-c)$ ノ最大ナルトキナリ.

然ルニ $(s-b)+(s-c)=a$ ナルユヱ, $(s-b)(s-c)$ ノ最大ナルハ,前題ノ系ニ依リ $s-b=s-c$, 卽チ $b=c$ ナル

トキナリ.

2^b. 既知ノ底邊,及ビ既知ノ周ヲ有ツ三角形ノ中ニテ,二等邊ナルモノガ,面積最大ナリ.

ABC, ABX ハ同底 AB 上ニ立ツ周相等シキ三角形トシ,且 AC=BC トス. 然ルトキハ



$$\triangle ABC>\triangle ABX$$

ナルコトヲ證セントス.

AC ヲ引キ延バシ, CB'=AC ヲ取リ; BB', B'X ヲ結ビ付ケ, CD ヲ AB ニ平行ニ引キ, BB' ト D ニ交ラシム.

然ルトキハ $CB=AC$ [假設]

ナルユヱ $CB=CB'$,

$\therefore\ CD\perp BB'$,

$\therefore\ AC+CB=AC+CB'<AX+XB'$,

然ルニ $AX+XB=AC+CB$ [假設]

ナルユヱ $AX+XB<AX+XB'$,

$\therefore\ XB<XB'$.

故ニ X ト AB トハ CD ノ同ジ傍ニアリ.

$\therefore\ \triangle ABC>\triangle ABX$. [143款系1]

3^a. 二數アリ,其ノ和ハ a ニシテ,其ノ平方ノ和ハ

b^2 ナルトキ,二數各如何.

$$\left[x^2+(a-x)^2=b^2,\quad \therefore\ x=\frac{1}{2}(a\pm\sqrt{2b^2-a^2}),\quad \therefore\ b^2\geqq\frac{a^2}{2}.\right]$$

系 或數ヲ二分シ,其ノ各部ノ平方ノ和ヲ最小ナラシメンニハ,二部ヲ相等シクス可シ.

備考 $x^2+(a-x)^2=\frac{a^2}{2}+2\left(\frac{a}{2}-x\right)^2.$

3^b. 既知ノ線分 a ヲ二分シ,其ノ各部ノ上ノ正方形ノ和ヲ,既知正方形 b^2 ニ等シカラシメヨ.

系 線分 a ヲ二分シ,其ノ各部ノ上ノ正方形ノ和ヲ最小ナラシメンニハ,二部ヲ相等シクス可シ.

4. 正方形ノ各邊ノ中點ヲ,順次ニ結ビ付ケテ第二ノ正方形ヲ作リ,又第二ノ正方形ノ各邊ノ中點ヲ順次ニ結ビ付ケテ第三ノ正方形ヲ作ル. 逐テ斯ノ如ク,無數ノ正方形ヲ內接スルトキハ,內接正方形ノ面積ノ和ノ極限ハ,原正方形ノ面積ニ等シ.

[**代數學的** $\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots=1$].

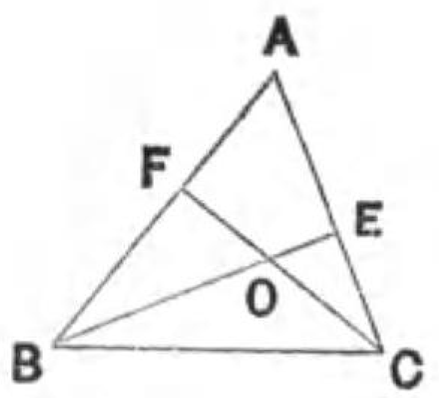
[**幾何學的** 原正方形ト第一內接正方形トノ差ハ第一內接正方形ノ面積ニ等シ.云々]

復習雜題

例言

小サク[ ]ノ中ニ記シタルハ問題ヲ解ク爲ニ引用ス可キ本文或ハ例題,又ハ解法ノ略示,所謂ひんと[Hint]ナリ. 學生ハ備忘ノ爲ニ問題ノ解ヲ記入スルニハ簡單ニ大要ヲ記シ置クニ止メンコトヲ望ム.

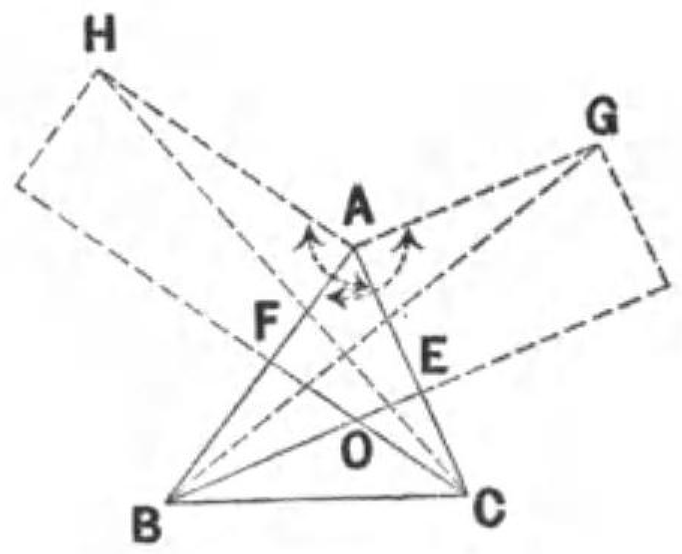
例 三角形 ABC ニ於テ BE, CF ヲソレゾレ邊 CA, AB ニ垂線トセバ AE.AC=AF.AB ナリ.



第一證 四點 B, F, E, C ハ同一ノ圓周上ニアリ. [81頁21題]

∴ AE.AC=AF.AB. [173款]

第二證 二ツノ三角形 ABE, ACF ガ相似ナルコトニ注意スレバ,本題ノ證ハ直チニ知リ得可シ.



第三證 AG, AH ヲソレゾレ AC, AB ニ等シク且垂直ニ引キ,矩形 GE, HF ヲ完成ス. 然ルトキハ

△GAB≡△CAH, [47款]

而シテ □GE=2△GAB, □HF=2△CAH, [146款]

故ニ □GE=□HF, 卽チ AE.AC=AF.AB.

復習雜題ハ其ノ數甚ダ多カラズト雖モ,此ノ例ノ如ク,種々ノ方面ヨリ研究スルトキハ,多數ノ練習ヲ與フ可シ.

復習雜題

直線

1. 一平面上ニ於ケル二直線相關ノ位置ヲ述ベヨ.

2. 多角形ハ三ツヨリ多クノ鋭角ヲ有スルコトヲ得ズ.

3. n 邊ノ多角形ノ一ツオキノ邊ヲ引キ延バシテ相交ラシメ,星形多角形ヲ作ルトキ,其ノ尖頭ニ於ケル總テノ角ノ和ハ $2(n-4)\hat{R}$ ナリ. [41, 45款]

4. 多角形ノ各角ガ何レモ $162°$ ナルトキハ,此ノ多角形ハ何角形ナルカ. [44款]

5. 一點ノ周リヲ取リ巻ク同種ノ正多角形ハ; 3, 4, 6 邊形ノ外ニナシ,其ノ理如何. [44款]

6. 二等邊三角形ノ底邊ノ一ツノ端ヨリ,之ニ對スル邊ヘ引ケル垂線ガ,底邊トナス所ノ角ハ頂角ノ半分ニ等シ.

7. 三角形 ABC ノ二邊 AC, AB ノ中ノ大ナル邊 AC

上ニ於テ,小ナル邊 AB ト等長ナル線分 AD ヲ取リ, BD ヲ結ビ付クレバ,角 CBD ハ二ツノ底角 B, C ノ差ノ半分ニ等シ.

8. 二等邊三角形ノ底邊ノ一端ト,其ノ對邊上ニアル任意ノ一點トヲ結ビ付クル直線ハ,同ジ點ト底邊上ノ任意ノ一點トヲ結ビ付クル直線ヨリ大ナリ.

9. 四邊形內ニ其ノ兩對角線ノ交點ニアラザル所ニ任意ノ一點ヲ取ルトキ,其ノ點ヨリ各角頂ニ至ル距離ノ和ハ,兩對角線ノ和ヨリ大ナリ.

10. 有限直線ノ兩端,及ビ其ノ中點ヨリ,任意ノ直線マデ三ツノ平行線ヲ引クトキハ,外ナル二直線ノ和,或ハ差ハ,中ナル一直線ノ二倍ニ等シ.

11. 二等邊三角形 ABC アリ,底邊 BC 上ノ任意ノ一點 P ニ於テ, BC ニ垂線ヲ作リ,他ノ一邊 CA, BA 或ハ其ノ延線ニ交ル點ヲソレゾレ K, S トスレバ; AK, AS ハ相等シク, KP+SP ハ一定ナリ.

12. 直線外ノ點 A ヨリ,此ノ直線へ垂線 AB, 及ビ斜線 AC, AD, AE,......ヲ,其ノ垂線ノ同ジ側ニ引キ,角 BAC, CAD, DAE,......ヲ相等シカラシムレバ $BC<CD<DE<$......ナルコトヲ證セヨ.

13. 四邊形 ABCD ニ於テ, AD ハ最長邊, BC ハ最短邊ナルトキハ, $\widehat{ABC}>\widehat{ADC}$, $\widehat{BCD}>\widehat{BAD}$ ナルコトヲ證セヨ. [55 款]

14. ABC ハ任意ノ三角形ニシテ,角 B 及ビ C ノ內二等分線ノ交點ヲ O トシ, O ヲ過リテ BC ニ平行スル直線ヲ引キ, AB ニ X ニ於テ, AC ニ Y ニ於テ交ラシムレバ $XY=BX+CY$ ナリ. [31 及ビ 52 款]

15. 前題ニ於テ, O ハ角 B ノ內二等分線ト角 C ノ外二等分線トノ交點トスレバ,前題ハ如何ニ變ズ可キカ.

16. 二邊及ビ一中線ガ,ソレゾレ相等シキ二ツノ三角形ハ全ク相等シ.

17. 三角形ノ一角ハ,其ノ頂點ヨリ引ケル中線ガ,對邊ノ半分ヨリ大ナルカ,或ハ之ニ等シキカ,又ハ之ヨリ小ナルカニ從ヒテ;銳角,或ハ直角,又ハ鈍角ナルコトヲ證セヨ. [50 及ビ 55 款]

18. 三角形ニ於テ,大ナル角ノ頂點ヨリ引ケル垂線ハ,小ナル角ノ頂點ヨリ引ケル垂線ヨリ小ナリ.

19. 三角形 ABC ノ邊 BC, CA, AB ノ中點ヲソレゾレ D, E, F トシ; E, F ヨリ形外ニソレゾレ AC, AB ニ垂線 EG, FH ヲ引キ,之ヲソレゾレ AC, AB ノ半分ニ等シカラシムルトキハ,三角形 DEG, DFH ハ全ク相

等シク,且 $\widehat{GDH}$ ハ直角ナリ.

20. 梯形ノ平行ナラザル二邊ガ相等シキトキハ,其ノ內角ハ二ツヅツ相等シク,相對スル角ハ互ニ補角ニシテ,且兩對角線ハ相等シ. 逆ニ梯形ニ於テ二ツノ底角ガ相等シキカ,或ハ相對スル角ガ互ニ補角ナルカ,或ハ兩對角線ガ相等シケレバ,其ノ平行ナラザル二邊ハ相等シ.

21. 凸四邊形ニ於テ,

(1) 相隣レル二角ノ二等分線ノ交角ハ,他ノ二角ノ和ノ半分ニ等シ.

(2) 二ツノ對角ノ二等分線ノ交角ハ,他ノ二角ノ差ノ半分ニ等シ.

而シテ平行四邊形ナレバ (1), (2) ハ如何.

22. りぼんヲ結び文ノ形ニ折ルトキ,其ノ結びこぶハ正五角形ヲナス.

圓

1. 圓ノ一ツノ弦ガ,第二ノ弦ニテ二等分セラレ,第二ノ弦ハ第三ノ弦ニテ二等分セラレ,第三ノ弦ハ又第四ノ弦ニテ二等分セラルル等,逐テ斯ノ如クナルトキハ,二等分點ハ次第ニ中心ニ近寄ルベシ.

2. 二等邊三角形ノ頂角ガ正三角形ノ一外角ニ等シキトキハ,此ノ二等邊三角形ノ外接圓ノ半徑ハ,相等シキ邊ノ一ニ等シ.

[三角形ノ各角頂ヲ中心ニ結ビ付ケヨ].

3. AB, AC ハ圓ノ二ツノ弦トシ;弧 AB, AC ノ中點 D, E ヲ結ビ付クル直線ガ AB, AC ニ交ル點ヲ,ソレゾレ F, G トスレバ AFG ハ二等邊三角形ナリ.

[82 頁 24 題]

4. M ハ弧 AB ノ中點ニシテ, P ハ同ジ弧上ノ任意ノ點ナリ,然ルトキハ弦 AM ト BM トノ和ハ,弦 AP ト BP トノ和ヨリ大ナリ.

5. 圓外ノ點 P ヨリ,此ノ圓ニ切線 PA, PB, 及ビ割線 PCD ヲ引キ,又 A ヨリ CD ニ平行ニ弦 AE ヲ引ケバ, EB ハ弦 CD ヲ二等分ス.

6. 三角形ノ內切圓ト外接圓トノ中心ガ,相合ス

レバ,三角形ハ等邊ナリ.

7. 三角形ABCノ各角ノ頂點ヨリ對邊ヘ引ケル三ツノ垂線ノ趾ヲD, E, Fトシ,又ソノ外心ヲOトスルトキ;OA, OB, OCハソレゾレEF, FD, DEニ垂直ナリ.

8. 三角形ABCノA, Bヨリ對邊ヘ引ケル垂線ノ趾ヲ,ソレゾレX, Yトシ,BZハXYヘ垂線ナルトキハ $\widehat{ABY}=\widehat{XBZ}$ ナリ.

[AYXBガ同一ノ圓周上ニアルコトニ注意セヨ].

9. 圓Oノ周上ノ任意ノ點Aヨリ,二ツノ定マレル半徑OP, OQヘソレゾレ垂線AB, ACヲ引ケバ,其ノ趾B, Cヲ結ビ付クル直線ノ長サハ一定ナリ.

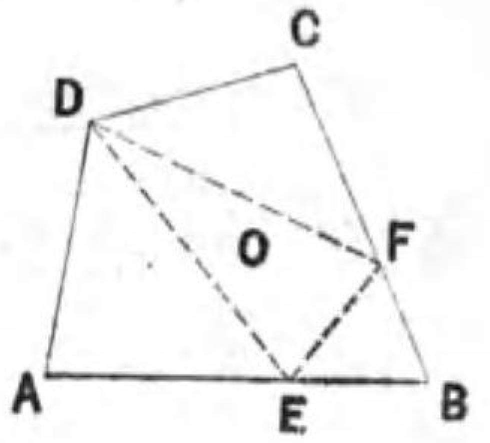
10. 一ノ圓ニ外切スル二ツノ等邊三角形ハ相交リテ六角形ヲ生ジ,此ノ六角形ハ恒ニ等邊ナレドモ,必ズシモ等角ナラザルコトヲ證セヨ.

11. 二ツノ圓ノ共通切線ノ切點ヨリ,圓ノ中心ヲ結ビ付クル直線ガ,二圓ノ周ト交ル四ツノ點ヘ引ケル四ツノ直線ハ,二ツヅツ互ニ平行ナリ.

12. 圓ニ內接スル四邊形ノ兩對角線ガ,互ニ垂直ナルトキハ,其ノ交點ヨリ各邊ヘ下セル垂線ノ趾ト,各邊ノ中點トノ八ツハ,同一ノ圓周上ニアリ. 又ソノ一邊ヨリ中心マデノ距離ハ,對邊ノ半分ニ等シ.

[ぶらめぐぷたノ定理ヲ用ヒヨ]

13. 四邊形ABCDニ於テ $AD+BC=AB+CD$ ナルトキハ,此ノ四邊形ニ內切スル圓ヲ畫キ得可シ,之ヲ直接ニ證明セヨ.

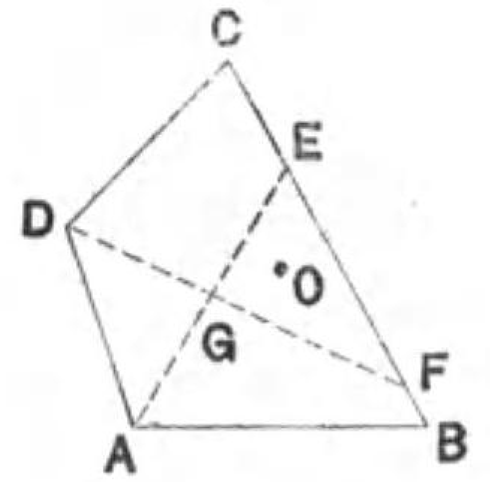


[121款ト比較セヨ]

[$AE=AD$, $CF=CD$ ヲ取ルトキハ,△BEFハ二等邊トナリ,角A, B, Cノ二等分線ハ,△DEFノ各邊ノ垂直二等分線ナルニ依リ,同一ノ點Oニ於テ相交ル. 云々].

14. 前題ノ證明ハ,$AD=AB$ ナル場合ニハ失敗ス可シ. 此ノ場合ニハ內切圓ヲ畫キ得ルコトヲ如何ニ證明ス可キカ.

15. 四邊形ノ相對スル角ガ互ニ補角ナルトキハ,此ノ四邊形ニ外接スル圓ヲ畫キ得可シ,之ヲ直接ニ證明セヨ. [118款ト比較セヨ]



[$\hat{B}$ ニ等シク $\widehat{BAE}$ ヲ取リ,$\hat{C}$ ニ等シク $\widehat{CDF}$ ヲ取ルトキハ,△ADGハ二等邊トナリ;邊BA, AD, DCノ垂直二等分線ハ,△EGFノ各角ノ二等分線ナルユヱ,同一ノ點Oニ於テ相交ル. 云々].

16. 前題ニ於テ,$\hat{A}=\hat{B}$ ナルトキハ,前ノ如キ作圖ヲナス能ハズ. 此ノ場合ニハ,他ノ方法ヲ以テ,容易ニ外接圓アルコトヲ證シ得可シ. 其ノ法如何.

又 $\hat{A}=\hat{C}=\hat{R}$ ニシテ $\hat{B}\neq\hat{D}$ ナル場合モ,前題ノ證ハ

失敗スレドモ,他ノ方法ヲ以テ外接圓ノ成リ立ツコトヲ,容易ニ證明シ得可シ. 其ノ法如何.*

17. 一定點ヨリ,一定圓周ヘ引ケル直線ノ中點ノ軌跡ハ圓ナリ.

18. 恒ニ一ツノ定マレル直線ニ平行シテ,且ソノ一端ガ與ヘラレタル圓周上ニアル樣ニ,與ヘラレタル有限直線ヲ動カストキ,此ノ直線ノ今一ツノ端ノ軌跡ヲ求メヨ.

19. 大小,及ビ形狀一定ナル平行四邊形 ABCD ガ移動スルニ,其ノ相隣レル二邊 AB, AD ガ,ソレゾレ與ヘラレタル點 M, N ヲ過ルトキハ,對角線 AC モ亦定點ヲ過ル.

20. 二ツノ圓周ノ出會フ點 B ヲ過リテ,直線 ABC ヲ引キ,圓周ト點 A, C ニ於テ出會ハシメ,又點 B ヲ過リテ任意ノ直線ヲ引キ,圓周ト再ビ點 P, Q ニ於テ出會ハシム. 然ルトキ AP, CQ ノ交點 R ノ軌跡ヲ求メヨ.

21. 相交ラザル二圓アリ,其ノ中心ハ一定シ,半徑ハ變ズルトキ,共通切線ノ交點ノ軌跡如何.

* 13 乃至 16 ニ就キ詳細ハ,同著者譯かたらん氏幾何學定理及問題ノ補遺ニアリ.

22. 三角形ノ底邊ノ位置ト大イサ,及ビ頂角ノ大イサガ一定ナルトキ,

(1) 垂心. (2) 重心.

ノ軌跡如何.

23. 直角ヲ三等分セヨ.

24. 平行セザル二直線ヲ既知シ[其ノ交點ハ圖上ニ表ハレザルモノトス],之ヲ引キ延バサズシテ,其ノ間ノ角ヲ二等分スル直線ヲ引ケ.

25. 四邊形內ニ一點ヲ求メ,其ノ點ヨリ各角頂ニ至ル距離ノ和ヲ最小ナラシメヨ. [242 頁 9 題]

26. 相交ラザル二ツノ圓ノ周ノ上ニ端ガアル最モ長キ,及ビ最モ短キ直線ヲ引クコト.

27. 既知三角形ニ內接シテ平行四邊形ヲ畫キ,其ノ兩對角線ノ交點ヲ,形內ノ既知一點ニアラシメヨ. [57 頁 59 題]

28. 三角形ノ各邊ノ中點ノ位置ヲ知リテ,本形ヲ作レ. [70 款系 3]

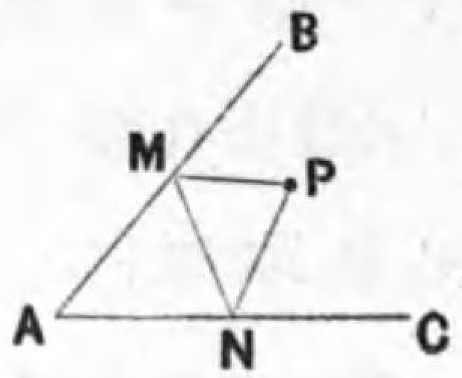
29. 四邊形ノ三邊ノ中點ノ位置ヲ知リテ,第四邊ノ中點ノ位置ヲ求メヨ.

[既知三點ト所要ノ點トハ,平行四邊形ヲ作ル].

30. 五角形ノ各邊ノ中點ノ位置ヲ知リテ,本形ヲ

作レ. 〔前ニ題〕

31. 角 BAC, 及ビ其ノ內ニ定點 P アリ, 今邊 BA, AC 上ニソレゾレ點 M, N ヲ取リ, PM+MN+NP ヲ最小ナラシメヨ.



32. 三角形ノ一ツノ底角,高サ,及ビ周ヲ知リテ本形ヲ作ルコト.

33. 三角形ノ底邊,二底角ノ差,及ビ他ノ二邊ノ和,若シクハ差ヲ知リテ,本形ヲ作レ.

34. 三角形ノ一垂線ト二中線トヲ知リテ,本形ヲ作レ.

35. 三角形ノ一中線ト二垂線トヲ知リテ,本形ヲ作レ.

36. 二ツノ圓ノ交點ヲ過リテ,一ツノ直線ヲ引キ,其ノ各ノ圓ニ屬スル弦ヲ相等シカラシメヨ.

37. 與ヘラレタル二ツノ圓ニ,一ツノ割線ヲ引キ,各圓ノ弦ヲシテ,ソレゾレ與ヘラレタル長サニ等シカラシメヨ.

38. 與ヘラレタル直線上ニ一點ヲ見出シ,其ノ點ヨリ,與ヘラレタル二ツノ圓ニ引キタル切線ト,其ノ直線ト相等シキ角ヲナサシムルコト.

39. 正方形ノ內ニ正三角形ヲ,

(1) 一ツノ角頂ガ正方形ノ一邊ノ中點ニアル樣ニ.

(2) 一ツノ角頂ガ正方形ノ一角頂ニアル樣ニ.

(3) 一ツノ角頂ガ正方形ノ一ツノ邊上ノ與ヘラレタル點ニアル樣ニ.

作ルコト.

40. 三ツノ同心圓周上ニ一ツヅツ三ツノ角頂ヲ有スル正三角形ヲ畫クコト.

41. 既知二平行直線間ニ既知一點アリ,此ノ點ヲ一角頂トシテ正方形ヲ作リ,他ノ二角頂ヲ一ツヅツ各平行直線上ニアラシメヨ.

42. 前題ニ於テ,二ツノ平行直線ニ代フルニ,相交ル二直線ヲ以テスレバ如何.

面　積

1. 相等シク且平行ナル二ツノ直線ガ,他ノ任意ノ直線ノ上ニ投ズル正射影ハ相等シ. 又コノ逆ハ眞ナリヤ.

2. 線分 AB ヲ C ニ於テ, $\overline{AC}^2=2\overline{CB}^2$ ナルガ如ク分ツトキハ　$\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=2AB.AC.$

3. 圓ノ徑 AB 上ノ任意ノ點 P ヲ,此ノ徑ニ平行ナル弦 CD ノ兩端ニ結ビ付クレバ

$$\overline{CP}^2+\overline{DP}^2=\overline{AP}^2+\overline{BP}^2.$$

4. 一點 P ヲ矩形ノ各角頂 A, B, C, D ニ結ビ付クレバ　$\overline{PA}^2+\overline{PC}^2=\overline{PB}^2+\overline{PD}^2.$　[168 款]

5. 二等邊直角三角形 ABC ニ於テ, D ヲ斜邊 BC 上ノ任意ノ點トスレバ

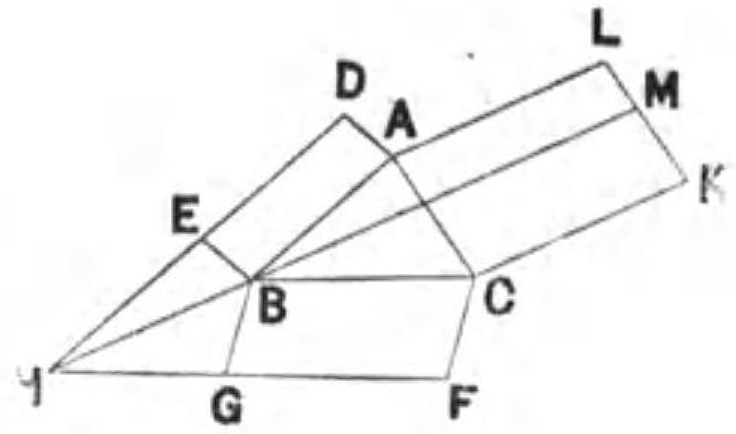
$$2\overline{AD}^2=\overline{BD}^2+\overline{CD}^2.$$

6. 三角形 ABC ノ重心ヲ G トスレバ

$$\overline{BC}^2+3\overline{AG}^2=\overline{AC}^2+3\overline{BG}^2=\overline{AB}^2+3\overline{CG}^2$$

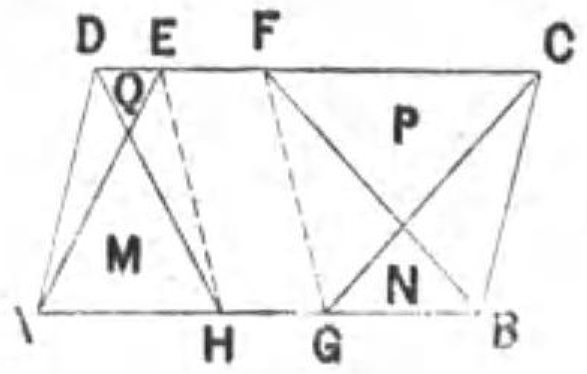
ナルコトヲ證セヨ.

7. 紙ノ一隅ヲ折リ返シ,又再ビ折リ返ス,但二ツノ折目ハ平行シ,折リタル隅ガ第二ノ折目ノ上ニアル様ニナストキ,第一ノ折目ニテ截リ離シタル三角形ハ,二ツノ折目ノ間ノ面積ノ三分ノ一ナルコトヲ證セヨ.



8. ABC ハ任意ノ三角形トシ; 邊 AB, BC 上ニ任意ノ平行四邊形 AE, BF ヲ作リ; DE, FG ヲ引キ延バシ, H ニ於テ相交ラシムレバ; 面積 AE, BF ノ和ハ, AC 上ニ之ヲ一邊トシ,其ノ隣邊ハ BH ニ等シク,且平行シテ作レル平行四邊形ニ等シ[之ヲぴたごらすノ定理ノぱっぷす* ノ擴張ト云フ].　[147 款系 1]

9. 同底等積ナル三角形ノ中ニテ,二等邊ナルモノノ周ガ最小ナリ.



10. 平行四邊形 ABCD ニ於テ,各角頂ヨリ直線 AE, BF, CG, DH ヲ引キ AE=DH, BF=CG ナラシムレバ三角形 M, N, P, Q ニ於テ M+N=P+Q.　[EH ∥ FG ナルコトヲ證スベシ].

* ぱっぷす [Pappus] ハ西曆紀元第四世紀末あれくさんどりあ府ニテ生レシ人ナリ].

11. 三角形 ABC ノ邊 AB, AC ノ中點ヲソレゾレ X, Y トシ; BY, CX ノ交點ヲ O トスレバ, $\triangle$AXY ハ $\triangle$XOY ノ三倍ナリ. [63 頁 8 題. 117 款系 2]

12. 平行四邊形 ABCD ノ一角頂 D ヲ過リテ直線ヲ引キ, 邊 BC ト E ニ於テ, 邊 AB ノ延線ト F ニ於テ交ラシムレバ,二ツノ三角形 ABE, CEF ハ相等シ.

13. 三角形 ABC ノ角 C ガ 60 度ナレバ

$$\overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{CB}^2-AC.CB.$$

若シ角 C ガ 120 度ナレバ如何.

14. 同ジ底邊ヲ有シ,且ソノ同ジ側ニアル二ツノ三角形ノ二邊ノ中點ヲ結ビ付クルトキハ,平行四邊形ヲ得,而シテ其ノ面積ハ二ツノ三角形ノ差ノ半分ニ等シ.

15. 三角形 ABC ノ各邊ノ上ニ正方形 ABDE, BCFG, ACHI ヲ其ノ外側ニ畫クトキハ, 三角形 AEI, BDG, CFH ノ面積ハ相等シ.

16. 同一ノ底邊 AB ヲ有スル二ツノ三角形 ABC, ABD ノ頂點 C, D ヲ結ビ付ケ, 其ノ中點ヲ E トスレバ,三角形 ABE ハ二ツノ三角形 ABC, ABD ノ和,或ハ差ノ半分ニ等シ.

17. 四ツノ點 A, B, C, D ガ,同一ノ直線上ニ此ノ

順ニアレバ,矩形 AC.BD ハ矩形 AB.CD 及ビ BC.AD ノ和ニ等シ [之ヲおいれる (Euler) ノ定理ト云フ].

18. 直角三角形ノ鋭角ノ頂點ヨリ,對邊ノ中點ニ至ル直線ヲ引クトキ,其ノ線上ノ正方形ハ,斜邊上ノ正方形ヨリ,二等分シタル邊ノ半分ノ上ノ正方形ノ三倍ヲ減ジタルモノニ等シ.

19. 直角三角形ノ直角ノ頂點ヨリ,斜邊ヘ引ケル垂線上ノ正方形ハ,斜邊ノ二部ノ包ム矩形ニ等シ,之ヲ種々ノ方法ニテ證明セヨ.

20. ABC ハ A ヲ頂點トスル二等邊三角形ナルトキ, CX ハ AB ニ垂線, XP ハ BC ニ垂線ナレバ

$$\overline{AB}^2=\overline{PA}^2+\overline{PX}^2.$$

[前題, 171 款]

21. 半圓 ACDB ニ弦 AD, BC ヲ引キ,其ノ交點ヲ P トスレバ $AP.AD+BP.BC=\overline{AB}^2$.

22. 二ツノ圓ガ相交ルトキ,其ノ共通弦上ノ一點ヲ過リテ,各圓ノ弦ヲ作レバ,其ノ端ハ同一ノ圓周上ニ在リ.

23. 圓ノ切線ト割線トガ,互ニ垂直ニ相交ルトキ,割線ト圓周トノ二ツノ交點ヲ,切點ニ結ビ付クル直線上ノ正方形ノ和ハ,徑ノ上ノ正方形ニ等シ.

24. 第三編18題[146頁]ノ圖ニ於テ,次ノ各條ヲ證セヨ.

$$rr_1=(s-b)(s-c) \quad \dots\ \dots\ \dots \quad (1)$$

又 $$\Delta^2=rr_1s(s-a) \dots\ \dots\ \dots\ \dots \quad (2)$$

從ヒテ $$\Delta=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \quad \dots \quad (3)$$

25. 圓外ノ一點ヨリ,之ニ切線及ビ割線ヲ引キ,又同ジ點ヨリ,切線ニ等シキ長サノ直線ヲ任意ノ方向ニ引ケバ,此ノ直線ハ其ノ端ヨリ割線ノ交點ヘ引クル二直線ガ,圓ト交ル所ノ點ヲ過ル弦ニ平行ナリ.

26. 三角形ノ底邊,及ビ面積ヲ既知スルトキ,其ノ頂點ノ軌跡如何. [147 款系 3]

27. 三角形ノ底邊,及ビ他ノ二邊上ノ正方形ノ和ガ一定ナルトキ,其ノ頂點ノ軌跡如何.

28. 二ツノ三角形ガ共通ノ頂點ヲ有シ,其ノ各ノ底邊ノ大イサ,及ビ位置ガ一定ニシテ,又其ノ面積ノ和ガ一定ナルトキ,頂點ノ軌跡如何.

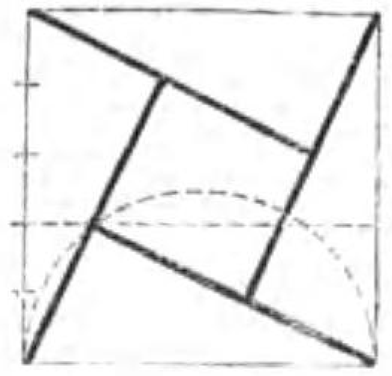
29. 與ヘラレタル二ツノ圓周ヲ二等分スル圓ノ中心ノ軌跡如何.

30. 二ツノ圓ニ關スル方積*ノ相等シキ如キ點ノ軌跡如何.

* 一點Pヨリ圓ニ割線PABヲ引クトキ,其ノ割線ノ二部ノ積PA.PB,從ヒテPヨリノ切線PCノ上ノ正方形,卽チ$\overline{PC}^2$ヲ,其ノ圓ニ關スル點Pノ**方積**ト云フ.

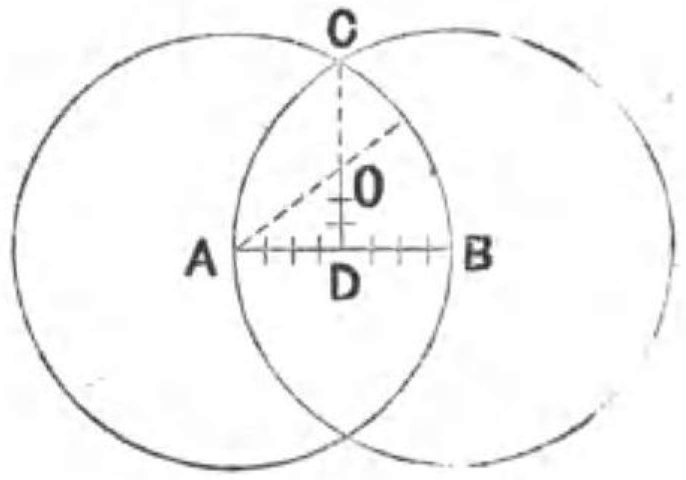
31. 與ヘラレタル直線ノ上ニ,與ヘラレタル二ツノ點ヨリノ距離ノ上ノ正方形ノ和ガ最小ナル如キ點ヲ見出スコト. 若シ直線ノ代リニ圓周ヲ以テスレバ如何.

32. 既知ノ正方形ヲ五等分シ,其ノ四ツハ直角三角形ニシテ,他ノ一ツハ正方形ナラシメヨ.



33. 與ヘラレタル二ツノ點ヲ過リ,與ヘラレタル一ツノ圓ニ切スル圓ヲ畫クコト.

34. A, Bハ二等圓ノ中心,Cハ其ノ二圓周ノ交點ナルトキ,直線AB及ビ二ツノ弧AC, BCニ切スル圓ヲ畫ケ.



[**第一法** 本題ハ直角三角形ノ斜邊ト一邊トノ和,及ビ他ノ一邊ヲ既知シテ,之ヲ作ルコトニ歸ス].

[**第二法** ABヲ八等分シ,其ノ中點ヲDトシ, CDヲ結ビ付ケ,此ノ直線上ニテABヨリ前ノ八等分ノ距離ヲ三ツ取リタル所ハ所要ノ圓ノ中心ナリ].*

* 本題ノ解法ハ尙數種アリ, 同著者ノ算術代數幾何三角數學補習新教科書2頁乃至5頁ヲ見ヨ.

比　例

1. 線分ABヲ外中比ニ內分シ,其ノ大ナル部分ヲACトスレバ　　$3\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$.

2. 正五角形ノ對角線ハ,互ニ外中比ニ分タルルコトヲ證セヨ.

3. 二ツノ直線ノ包ム矩形ハ,各ノ上ノ正方形ノ間ノ比例中項ナリ.

4. 線分ABヲCニ於テ$CA:CB=m:n$ナル如ク內分シ; A, C, Bヲ過リ平行線AA', CC', BB'ヲ引キ, ABヲ截ラザル任意ノ直線XYト,ソレゾレA', B', C'ニ於テ交ラシムレバ　$(m+n)CC'=mBB'+nAA'$.
若シABガ該直線ト交ルトキハ如何.

5. 三角形ABCノ邊AB上ニ點D, ACノ延線上ニ點Eヲ取リ, ABニ平行ニCPヲ引キ, DEト點Pニ於テ相交ラシメ; $AB:BD=AD:CP$ナル關係ヲ有セシムルトキハ,三角形ADEハABCニ等シ. [36年. 商船.]

6. 二等邊三角形ABCノ底邊BCノ端Bヨリ邊ACニ垂線BDヲ下セバ$\overline{BC}^2=2AC.CD$ナリ.

7. 直角三角形ノ直角ノ頂點ヨリ斜邊ヘ引ケル垂線ガ,斜邊ヲ分ツ二部ノ比ハ,二ツノ邊ノ二乘比ニ

等シ.

8. 三角形ABCノ邊ABヲACヨリ小ナリトシ, ABヲDマデ引キ延バシ, AC上ニ一點Eヲ取リ; BD, CEヲ相等シカラシメ, DEヲ結ビ付ケ, BCトFニ於テ交ラシムレバ　　$AB:AC=EF:FD$.

9. 三角形ABCノ角Aノ二等分線ニ平行スル直線ヲ作リテBC, CA, AB,或ハ其ノ延線ヲ,ソレゾレ點D, E, Fニ於テ截ラシムルトキハ, BDトDCトノ比ハFBトECトノ比ニ等シ.

10. 三角形ABCノ底邊BCノ中點Dヲ過ル直線ト邊AB, AC,又ハ其ノ延線,及ビ頂點Aヲ過リBCニ平行ナル直線トノ交點ヲ,ソレゾレE, F, GトスレバE, FハDGヲ調和ニ分ツ.

11. 三角形ABCノ角頂Aニ於ケル內角,或ハ外角ヲ二等分スル直線ADガ,底邊BCト點Dニ於テ交ルトキハ, AD上ノ正方形ハ邊AB, ACノ包ム矩形ト底邊ノ分BD, CDノ包ム矩形トノ差ニ等シ.

12. 圓周上ノ一點ヨリ,之ニ內接スル四邊形ノ相對スル邊ヘ引ケル二組ノ垂線ノ包ム矩形ハ相等シ,而シテ此ノ逆モ亦眞ナリ.

13. 圓ニ內接シテ三角形ABCヲ畫キ, Aニ於ケル

切線ガ BC ノ延線ニ交ル點ヲ D トスルトキハ

$$CD : BD = \overline{CA}^2 : \overline{BA}^2.$$

14. ABC ハ圓ニ內接スル正三角形ニシテ; D, E ハソレゾレ弧 AB, AC ノ中點トシ, P ハ弧 BC 上ノ任意ノ點ニシテ; PD, PE ガ AB, AC ニ交ル點ヲソレゾレ M, N トスレバ,三角形 AMN ハ三角形 PED ニ相似ナリ. [203 款]

15. 三角形 ABC ノ三ツノ角頂ヨリ形內ノ一點 O ヲ過ル三ツノ直線 AA′, BB′, CC′ ヲ引キ,對邊ニテ終ラシムレバ

$$\frac{OA'}{AA'}+\frac{OB'}{BB'}+\frac{OC'}{CC'}=1.$$

若シ點 O ガ形外ニアルトキハ如何.

16. 三角形 ABC, A′B′C′ ニ於テ,角 A ト角 A′ トハ相等シク,角 B ト角 B′ トガ補角ヲナストキハ, BC ト B′C′ トノ比ハ AC ト A′C′ トノ比ニ等シ.

17. 三角形ニ內接シテ正方形ヲ畫ケ.

18. 與ヘラレタル三角形內ニ,與ヘラレタレ矩形ニ相似ナル矩形ヲ內接スルコト.

19. 與ヘラレタル線分ニ對スル比ガ,與ヘラレタル二ツノ線分上ノ正方形ノ比ニ等シキ如キ線分ヲ作ルコト.

20. 二ツノ線分上ノ正方形ノ比ガ,與ヘラレタル二ツノ線分ノ比ニ等シキ線分ヲ作ルコト.

21. OE ヲ徑トセル圓周上ノ點 O ヲ中心トシ,任意ノ半徑ニテ圓ヲ畫キ,前ノ圓周ヲ截ラシムルトキ,第一ノ圓ノ弦ニシテ,第二ノ圓ノ切線ナルモノヲ AB トスレバ,矩形 OA.OB ハ一定ナリ.

[OA.OB=(二圓ノ半徑ノ包ム矩形ノ 2 倍)].

22. 一ノ三角形ノ外接圓ノ徑,及ビ內切圓ノ半徑ノ包ム矩形ハ,內切圓ノ中心ヲ過ル外接圓ノ弦ノ分[中心ニ於テ分タレタル]ノ包ム矩形ニ等シ.

23. 二ツノ圓ノ共通切線ノ各ノ双ノ交點ハ,其ノ中心ヲ結ビ付クル直線ヲ半徑ノ比ニ內分,及ビ外分ス.

24. 二ツノ圓ノ相似ノ中心 O ヲ過リ,任意ノ直線ヲ引キ,一ノ圓ト點 P, P′ ニ於テ交ラシメ,他ノ圓ト點 Q, Q′ ニ於テ交ラシム[但 OP ガ OP′ ヨリ大ナレバ, OQ ハ OQ′ ヨリ大ナリトス],然ルトハ P ト Q [或ハ P′ ト Q′] トヲ,其ノ圓ノ中心ニ結ビ付クル直線ハ,互ニ平行ナリ.

25. 二ツノ圓ノ相似ノ中心 O ヨリ,一ノ直線ヲ引キ,一ノ圓ト點 R, R′ ニ於テ交リ,他ノ圓ト點 S, S′ ニ於テ交ラシムルトキハ[但點 R ガ點 S ニ對應シ,點

R′ ガ點 S′ ニ對應スルモノトス，卽チ OR ガ OR′ ヨリ小ナレバ OS モ OS′ ヨリ小ナリトス]，矩形 OR.OS′，及ビ矩形 OR′.OS ハ相等シク，且何レノ直線ニテモ亦恒ニ同ジ.

26. 與ヘラレタル二ツノ圓ニ切スル任意ノ圓ヲ畫ケバ，切點ヲ結ビ付クル直線ハ，恒ニ二ツノ圓ノ相似ノ中心ヲ過ル.

27. 菱形 ABCD ニ於テ，其ノ內切圓ノ中心ヲ O トシ，內切圓ニ任意ノ切線 MN ヲ引キ；AB.BC ニ，ソレゾレ M, N ニ於テ交ラシムレバ，$AM.CN=\overline{AO}^2$ ナルコトヲ證セヨ.

28. 同一ノ圓ニ內接スル正六邊形，及ビ正十邊形ノ一邊ヲ，直角ヲ夾ム二ツノ邊トスル直角三角形ノ斜邊ノ長サハ，同ジ圓ニ內接スル正五邊形ノ一邊ニ等シ.

29. 半圓ニ內接スル正方形ト，全圓ニ內接スル正方形トノ面積ノ比ハ 2:5 ナリ.

30. 正六角形ノ各邊ヲ双方ヘ引キ延バシ，其ノ交點ヲ結ビ付ケテ一ノ正六角形ヲ得，而シテ此ノ二ツノ正六角形ノ比ハ 1:3 ナリ.

計算問題

1. 三角形ノ三邊ガ 13 寸，14 寸，15 寸ナルトキハ，其ノ面積如何.

2. 三角形ノ底邊ヲ 8 尺，高サヲ 7 尺トセバ，面積ハ幾平方尺ナルカ.

3. 三角形ノ三邊ガ 13 寸，20 寸，21 寸ナルトキ，21 寸ノ邊ヲ底邊トセバ高サ如何.

4. 直角三角形ノ直角傍ノ二邊ガ 65 寸，及ビ 72 寸ナルトキハ，斜邊ノ長サ如何.

5. 直角三角形ノ斜邊ガ 41 寸ニシテ，他ノ二邊ノ一ガ 40 寸ナルトキ，殘リノ一邊ハ幾寸ナルカ.

6. 直立セル旗竿アリ，頂上ヨリ 3 丈 6 尺 5 寸ノ處ニテ折レタレドモ，分離スルコトナク，竿頭ハ竿基ヨリ 3 丈 6 尺 4 寸ノ所ニテ地ニ達セリト云フ，然ラバ竿ノ全長幾何ナルカ.

7. 長サ 2 丈 5 尺ノ梯ヲ，街道ノ一點ヨリ左側ノ家ニ立テ掛ケシニ，高サ 7 尺ノ窻ニ達セリ，又其ノ梯ノ基底ヲ動カサズシテ，右側ノ家ニ立テ掛ケシニ，高サ 2 丈 4 尺ノ窻ニ達セリ，然ラバ街道ノ幅如何.

8. 梯形ノ平行セル二邊ハ12寸及ビ23寸ニシテ,高サハ8寸ナルトキ,面積幾平方寸ナルカ.

9. 梯形ノ面積ハ465平方寸ニシテ,平行セル二邊ハ25寸及ビ37寸ナルトキ,高サ如何.

10. 平行四邊形ノ面積ハ156平方寸ニシテ,高サ13寸ナルトキ,底邊幾寸ナルカ.

11. 菱形ノ兩對角線ヲ14寸及ビ15寸トスレバ,面積如何.

12. 正方形ノ一邊ガ1寸ナルトキ,對角線ノ長サヲ小數第四位マデ見出セ.

13. 正六角形ノ一邊ヲ4寸,邊心距ヲ$2\sqrt{3}$寸トスレバ,面積如何[小數第三位マデ求メヨ].

14. 半徑5寸ナル圓周,及ビ圓面積如何.

15. 圓ノ面積ガ78.54平方寸ナルトキハ,半徑如何.

16. 半徑6寸ナル圓ノ扇形ノ角ガ72°ナルトキ其ノ面積如何.

17. 半徑12寸及ビ17寸ナル同心圓ノ間ニ夾マレタル圓輪ノ面積如何.

18. 圓ノ弓形ノ弦ヲc,高サヲhトスレバ,其ノ面積ノ近似値ハ公式$\frac{2}{3}ch$ニ依リテ求メ得ベシ.

今弦14寸,高サ3寸6分ナル弓形ノ面積如何.

19. 七角形 **ABCDEFG** ニ於テ; **BH, CK, DL, FN, GM** ヲ何レモ對角線 **AE** ニ垂直ナリトシ,且

AH=5間, **BH**=6間, **HK**=7間, **CK**=8間, **KL**=10間, **DL**=4間,

LE=3間, **AM**=3間, **MG**=6間, **MN**=12間, **NF**=7間, **NE**=10間

ナルトキ面積如何.

20. 直角三角形ノ直角傍ノ二邊ガ44寸,及ビ117寸ナルトキ,直角ノ頂點ヨリ斜邊ヘ引ケル垂線ノ長サ如何.

21. 長サ41尺ノ繩ニテ,馬ヲ高サ9尺ノ棒杭ニ繫グトキハ,幾坪ノ地面ノ草ヲ喰ヒ得ルカ.

22. 四邊形アリ,其ノ各邊ハ順次ニ61寸,69寸,99寸,89寸ニシテ,第一邊ト第四邊トノ交點ヨリ,第二邊ト第三邊トノ交點ヘ引ケル直線ハ100寸ナルトキ,其ノ面積如何.

23. 縱4尺,橫3尺ノ紙ヲ,其ノ對角線ニ沿ヒテ折リ曲ルトキ,他ノ兩對角頂ノ距離如何. 又斯クシテ生ジタル梯形ノ面積ヲ問フ.

24. 一邊ノ長サガaナル正三角形,正方形,正五角形,正六角形,正八角形,正十角形,正十二角形ノ外接圓ノ半徑,及ビ內切圓ノ半徑ヲ求メヨ.

25. 半徑 r ナル扇形ノ角ガ 60° ナルトキ,此ノ扇形ニ內切スル圓ノ半徑ヲ求メヨ. 又扇形ノ角ガ 120° ナルトキハ如何.

26. 半徑 R ナル圓ニ,內接及ビ外切スル正八角形ノ一邊ノ長サヲ求メヨ.

27. 半徑 R ナル圓ニ,內接及ビ外切スル正十角形ノ一邊ノ長サヲ求メヨ.

28. 半徑 R ナル圓ニ,內接及ビ外切スル正五角形ノ一邊ノ長サヲ求メヨ.

29. 半徑 R ナル圓ノ內接正 n 邊形ノ一邊ノ長サ a ヲ知リテ,同ジ圓ニ內接スル正 $2n$ 邊形ノ一邊ノ長サ a' ヲ求メヨ. 又コノ逆ハ如何.

30. 半徑 R ナル圓ニ內接スル正 n 邊形ノ一邊ノ長サ a ヲ知リテ,同ジ圓ニ外切スル正 n 邊形ノ一邊ノ長サ a' ヲ求メヨ. 又コノ逆ハ如何.

31. 半徑 r ナル圓ノ中心ヲ O, 徑ヲ AB トシ; AO, BO ヲ徑トスル二ツノ圓ヲ畫キ,此ノ二ツノ圓ト圓 O トニ切スル圓ノ半徑ヲ求メヨ.

32. 直角ノ五分ノ二ニ等シキ中心角ガ立ツ所ノ弧ト,其ノ弦トニ依リテ成ル弓形ノ面積ガ 8 平方尺ナルトキ,半徑ノ長サ如何.

33. 邊 10 尺ノ正方形ニ外接スル圓ノ,內接正三角形ノ一邊ノ長サヲ求メヨ.

34. 半徑 5 寸 3 分ナル圓ノ周,面積,及ビ之ト等積ナル正方形ノ一邊ノ長サヲ求メヨ.
但 $\pi=3.14$ トシ,有効數字三位ヲ要ス.

35. 正方形ノ一邊ノ長サヲ知リテ,其ノ各邊ノ上ニ四邊ヲ有スル正八角形ノ一邊ノ長サヲ求メヨ.

36. 三角形ノ底邊及ビ高サガ,ソレゾレ 6 尺及ビ 4 尺ナルトキ,底邊上ニ一邊ヲ有チテ,之ニ內接スル正方形ノ邊ノ長サヲ求メヨ.

37. 二ツノ相似三角形ノ相似比ガ $\frac{3}{2}$ ニシテ,邊ノ小ナル方ノ三角形ノ三邊ガ,ソレゾレ 5 寸, 6 寸, 及ビ 8 寸ナルトキ,他ノ三角形ノ三邊ノ長サヲ求メヨ.

38. 三角形ノ二邊ノ長サ,及ビ外接圓ノ半徑ノ長サヲ知リテ,他ノ一邊ノ長サヲ求メヨ.

39. 二等邊三角形ノ等邊ノ長サガ a ニシテ,頂角ガ 30° ナルトキ,底邊ノ長サヲ求メヨ.

40. 直角三角形ノ鋭角頂ヨリ引ケル二ツノ中線ノ長サガ m, n ナルトキハ,三ツノ邊ノ長サ各如何.

41. 對角線ノ數ガ 20 ナル凸多角形ノ邊數ヲ求メヨ.

42. 甲乙二個ノ正多角形アリ,甲ノ邊數ハ乙ノ邊數ノ二倍ニシテ,甲ノ一角ト乙ノ一角トハ9ト8トノ如シ,邊數各如何.

43. 任意ノ圓ニ於テ,半徑ト等シキ長サノ弧ニ對スル中心角ヲ求メヨ.

44. あーむす曰ク,圓徑ノ九分ノ八ヲ一邊トシタル正方形ヲ作ルトキハ,其ノ面積ハ略ボ圓面積ニ等シト,コレ古代埃及人ニ知ラレタルπノ近似値ナリ,此ハ小數幾位マデ眞ナルカ.

45. 四邊形 ABCD ノ對角線ノ交點ヲ O トシ; AO, BO, CO, DO ノ長サ,及ビ三角形 AOB ノ面積ヲ知リテ四邊形ノ面積ヲ求メヨ.

46. 正六邊形ノ一邊ヲ a トシ,其ノ面積ヲ求メ,又各邊ガ 3 寸ナル正八角形ノ面積ヲ求メヨ.

47. 半徑 R ナル圓ニ內接スル正三角形,正方形,正五角形,正六角形,正八角形,正十角形,正十二角形ノ面積ヲ求メヨ.

48. 圓ニ內接スル四邊形ノ四邊ノ長サヲ知リテ,其ノ二ツノ對角線ノ長サ,及ビ面積ヲ求メヨ.

試驗問題

試 驗 問 題

略 語

各高等.	[各高等學校]	東北大.工.	[東北大學工學專門部]
一 高.	[第一高等學校]	盛.高.農.	[盛岡高等農林學校]
二 高.	[第二高等學校]	各醫.專.	[各醫學專門學校]
五 高.	[第五高等學校]	千.醫.專.	[千葉醫學專門學校]
七 高.	[第七高等學校]	金.醫.專.	[金澤醫學專門學校]
八 高.	[第八高等學校]	京.醫.專.	[京都醫學專門學校]
東.高.師.	[東京高等師範學校]	仙.醫.專.	[仙臺醫學專門學校]
廣.高.師.	[廣島高等師範學校]	新.醫.專.	[新潟醫學專門學校]
女.高.師.	[東京女子高等師範學校]	岡.醫.專.	[岡山醫學專門學校]
農.大.實.	[東京農科大學實科]	美 術.	[東京美術學校]
東.高.商.	[東京高等商業學校]	水. 講.	[水産講習所]
神.高.商.	[神戸高等商業學校]	上.蠶.專.	[上田蠶絲專門學校]
長.高.商.	[長崎高等商業學校]	商 船.	[商船學校]
山.高.商.	[山口高等商業學校]	專.入.檢.	[專門學校入學檢定]
小.高.商.	[小樽高等商業學校]	陸. 士.	[陸軍士官候補生]
東.高.工.	[東京高等工業學校]	陸.主.候.	[陸軍主計候補生]
大.高.工.	[大阪高等工業學校]	陸. 經.	[陸軍經理學校]
名.高.工.	[名古屋高等工業學校]	海. 兵.	[海軍兵學校]
仙.高.工.	[仙臺高等工業學校]	海. 機.	[海軍機關學校]
米.高.工.	[米澤高等工業學校]	海. 經.	[海軍經理學校]

[校名ノ前ニ記シタル亞刺比亞數字ハ明治ノ年數ニシテ，羅馬數字ハ大正ノ年數ヲ表ハスモノトス.]

直 線 形

1. 直角三角形ノ一ツノ鋭角ガ他ノ鋭角ノ二倍ナルトキハ,斜邊ハ最小邊ノ二倍ニ等シ.

[40 年. 商船.]

2. 頂角ガ直角ナル二等邊三角形ノ高サハ,其ノ底邊ノ半分ニ等シ. [36 年. 女. 高. 師.]

3. 與ヘラレタル直線上ノ二ツノ定點ヲ A, B トシ,他ノ與ヘラレタル直線上ノ二ツノ定點ヲ C, D トスレバ,角 ADC, CBA ヲ二等分スル直線ノナス角 BOD ハ角 DAB, BCD ノ和ノ半分ニ等シキコトヲ證セヨ. [III 年. 陸. 經.]

4. 三角形ニ於テ二ツノ中線ガ相等シケレバ,此ノ三角形ハ二等邊ナリ. [35 年. 大. 高. 工., II 年. 商船.]

5. 三角形 ABC ニ於テ角 B, C ノ二等分線ガ,ソレゾレ D, E ニ於テ對邊ト交リ,角 B ハ角 C ヨリ大ナリトスレバ,BD ハ CE ヨリ小ナリ. [44 年. 盛. 高. 農.]

6. 三角形 ABC ニ於テ,一ツノ底角 B ガ他ノ底角 C ノ二倍ナルトキハ,底邊ノ中點ト高サノ趾トノ距離ハ,邊 AB ノ半分ニ等シ. [38 年. 海. 機.]

7. 三角形 ABC ノ角 A ノ二等分線ト,邊 BC ノ垂直二等分線トノ交點ヲ D トシ, D ヨリ AB, AC, 或ハ其ノ延線ヘ垂線 DX, DY ヲ引クトキハ; AX=AY, 及ビ BX=CY ナルコトヲ證セヨ. [I 年. 商船.]

8. 三角形 ABC ノ角 A ノ二等分線 AE ト, A ヨリ BC ニ下セル垂線 AH トニテナス角 HAE ハ, 角 B 及ビ C ノ差ノ半分ニ等シ. [45 年. 陸. 經., III 年. 海. 經.]

9. 平行四邊形 ABCD ノ相對スル二ツノ邊 AD 及ビ BC ノ中點ヲ E, F トシ; BE, DF ヲ結ビ付クレバ AC ヲ三等分ス. [43 年. 農. 大. 實.]

10. 平行四邊形 ABCD ノ對角線 BD ヲ E, F ニ於テ三等分スレバ AE, CF ハ互ニ平行ナリ.

[30 年. 東. 高. 工.]

11. 三角形 ABC ノ二邊 AB, AC 上ニ,ソレゾレ正三角形 APB, AQC ヲ,元ノ三角形ノ外方ニ作リ,又邊 BC ヲ一邊トシテ元ノ三角形ノ上ニ正三角形 BRC ヲ作ルトキハ, PAQR ハ平行四邊形ナルコトヲ證セヨ.

[45 年. 陸. 經.]

12. 三角形 ABC ノ二邊 AB, AC ノ中點ヲソレゾレ E, F トシ, C ト E トヲ結ビ付ケ,之ヲ E ノ方ヘ引キ延バシ, CE ト等長ナル線分 EG ヲ其ノ上ニ取リ,

又 BF ノ延線上ニ BF ト等長ナル線分 FH ヲ取レバ,三ツノ點 G, A, H ハ同一ノ直線上ニアリ.

[43 年. 海. 經.]

13. 三角形 ABC ノ二ツノ角頂 B, C ヨリ對邊 AC, AB ヘ引ケル垂線ノ趾ヲソレゾレ E, F トスレバ,直線 EF ノ中點ト,邊 BC ノ中點トヲ結ビ付クル直線ハ EF ニ垂直ナリ. [45 年. 海. 機.]

14. 三角形 ABC ノ B, C ニ於ケル內角及ビ外角ノ二等分線ヘ,角頂 A ヨリ下セル垂線ノ趾ハ,同一ノ直線上ニアリ. [II 年. 東. 高. 工.]

15. D ヲ三角形 ABC ノ重心トシ; A, B, C, D ヨリ本形ニ交ラザル一ツノ直線ヘ,四ツノ平行線 AA′, BB′, CC′, DD′ ヲ引ケバ

$$3DD'=AA'+BB'+CC'.$$ [40 年. 專. 入. 檢.]

16. 平行四邊形ノ二ツノ對角頂ヨリ,其ノ形外ノ與ヘラレタル直線ニ引キタル垂線ノ和ハ,他ノ二ツノ對角頂ヨリ引キタル垂線ノ和ニ等シ. [38 年. 商船.]

17. 正三角形ノ中心ヲ過ル任意ノ直線ヲ引ケバ,其ノ同ジ側ニアル二ツノ角頂ヨリ,此ノ直線ニ下ス垂線ノ和ハ,他ノ角頂ヨリ同ジ直線ニ下ス垂線ニ等シ.

[31 年. 東. 高. 工.]

18. 正方形 ABCD ニ於テ對角線 BD 上ニ BC ニ等シク BE ヲ取リ, BD ニ直角ニ EF ヲ引キ, F ニ於テ CD ニ交ラシムルトキハ DE=EF=FC. [33年. 商船.]

19. ABC ヲ一角 B ガ鈍角ナル三角形トシ,而シテ P ヲ其ノ垂心トスレバ

$$\widehat{PBC}+\widehat{ABC}-(\widehat{PCB}+\widehat{ACB})=2\hat{R}.$$ [41年. 海. 機.]

20. 四邊形 ABCD ニ於テ四邊 AB, BC, CD, DA ノ中點ヲソレゾレ P, Q, R, S トシ,二ツノ對角線 AC, BD ガ相等シキトキハ; PR, QS ハ直角ニ相交ル.

[39年. 海. 機.]

21. 三角形 ABC ノ二ツノ邊 AB 及ビ AC ノ上ニ,正方形 ABFG, ACHK ヲ外側ニアル樣ニ作ルトキハ,此ノ二ツノ正方形ノ中心ト BC, 及ビ GK ノ中點トハ,一ツノ正方形ノ四ツノ角頂ヲナス.

[38年. 名. 高. 工.]

22. 五邊形 ABCDE ノ各邊ヲ引キ延バシテ星形 FGHKL ヲ作ルトキハ $\hat{F}+\hat{G}+\hat{H}+\hat{K}+\hat{L}=2\hat{R}$.

[43年. 海. 經.]

圓

1. 同ジ底邊ノ上ニ,且底邊ノ同ジ側ニアル三角形ノ頂角ガ相等シキトキハ,頂角ノ二等分線ハ,同一ノ點ニ於テ出會フ. [31年. 東. 高. 工.]

2. 三角形 ABC ノ一角頂 A ヨリ,其ノ對邊 BC ニ下セル垂線ヲ AD トシ,三角形 ABC ノ外接圓ノ中心ヲ O トス,而シテ OA ヲ結ビ付クルトキハ,角 BAO ハ角 DAC ニ等シ. [II年. 陸. 經.]

3. 直角三角形ニ於テ,直角ヲ夾ム邊ノ一ツヲ徑トシテ圓ヲ畫ケバ,此ノ圓ガ斜邊ト交ル所ノ點ニ於テ之ニ切スル直線ハ,他ノ邊ヲ二等分ス.

[37年. 五高., 39年. 東. 高. 商., 42年. 各醫. 專.]

[43年. III年. 東. 高. 師., 44年. 小. 高. 商.]

4. 直角三角形ノ斜邊上ニ,三角形ト反對ノ側ニ正方形ヲ畫キ,其ノ對角線ノ交點ト直角ノ頂點トヲ結ビ付クル直線ハ,此ノ角ヲ二等分ス. [III年. 海. 兵.]

5. 圓 ABC ノ徑 AB ノ一端 A ヨリ,圓周上ノ一點 C ニ於ケル切線 CD ニ垂線 AD ヲ引キ,之ヲ引キ延バシテ BC ノ延線ト E ニ於テ交ラシムルトキハ

AE=AB. [38年. 商船.]

6. AB, AC ハ一ツノ圓周上ノ點 A ヨリ引ケル二ツノ弦ナリトシ, BD ヲ A ニ於ケル切線 AT ニ平行ニ引キ, AC ト點 D ニ於テ交ラシムルトキハ,圓 BCD ハ AB ニ切ス. [45年. 海. 經.]

7. 圓ノ徑 AB ノ一端 B ニ於テ切線ヲ引キ,又 A ヨリ引ケル二直線ガ圓ト交ル點ヲ P, Q トシ,切線ト交ル點ヲ X, Y トスレバ角 XPY, XQY ハ相等シ.

[36年. 陸. 士.]

8. 三角形 ABC ノ角 C ヲ直角トシ,其ノ內切圓ノ邊 AB, BC ニ切スル點ヲ,ソレゾレ D, E トシ, DE ヲ結ビ付ケ,之ヲ引キ延バシ, AC ノ延線ト F ニ於テ交ラシムルトキハ　BD=CF. [III年. 商船.]

9. 圓ノ徑 BA ヲ P マデ引キ延バシ, AP ヲ半徑ニ等シクシ, A ニ於テ引ケル切線 AED ト P ヨリ引ケル切線 PEC [C ハ切點] トノ交點ヲ E トス. B ト C トヲ結ビ付ケ,之ヲ引キ延バシ AED ト D ニ於テ會セシムレバ, DEC ハ正三角形ナリ. [44年. 大. 高. 工.]

10. OA, OB ハ中心ヲ O トスル一ツノ圓ノ互ニ垂直ナル半徑ニシテ, P ハ OA 上ノ一點ナリトス,而シテ BP ノ延線ガ,圓周ト出會フ點 Q ニ於テ引ケル切線ト, OA ノ延線トノ交點ヲ R トセバ,三角形 PQR ハ

二等邊ナリ. [II年. 專. 入. 檢.]

11. 二ツノ等圓ガ點 A, B ニ於テ相交ルトキ, A ヲ過リテ引ケル直線ガ二ツノ圓周ト交ル點 C, D ヲ B ニ結ビ付クレバ, BCD ハ二等邊三角形ナリ.

[II年. 商船.]

12. 二ツノ圓ガ點 E ニ於テ外切シ; AB, CD ハ平行ニシテ,各一ツノ圓ノ徑ナルトキハ,直線 AD, BC ハ點 E ニ於テ相交ル. [45年. 小. 高. 商.]

13. A, B ハ點 C ニ於テ內切スル二ツノ圓ナルトキ, A ノ半徑ガ B ノ徑ニ等シケレバ,點 C ヲ過ル圓 A ノ弦ハ皆圓 B ノ周ニ依リテ二等分セラル.

[37年. 千. 醫. 專.]

14. 二ツノ圓ガ點 P ニ於テ內切シ,一ノ割線ガ二ツノ圓周ヲ點 A, B, C, D ニ於テ截ルトキハ

$$\widehat{APB}=\widehat{CPD}.$$ [I年. 廣. 高. 師.]

15. 二ツノ圓ガ點 P ニテ相交ルトキ, P ヲ過リ任意ノ倍弦 AB, CD ヲ引クトキハ; AC, DB ナル二ツノ弦ノ延線ノ交角ハ一定ナリ. [37年. 大. 高. 工.]

16. 二ツノ圓ガ點 A, B ニ於テ相交リ,且割線 CAD ヲ引キ,二ツノ圓ト點 C, D ニ於テ相交ラシメ,且 C, D ニ於ケル切線ノ交點ヲ E トスルトキハ; B, C, D, E

ハ同一ノ圓周上ニアリ. [III年. 專. 入. 檢.]

17. 三角形 ABC ノ外接圓ノ中心 O ヲ角頂 A ニ結ビ付クル直線ト, A ヨリ邊 BC ニ下セル垂線トハ, 角 A ノ二等分線ニ關シテ對稱ノ位置ニアリ.

[I年. 東. 高. 師.]

18. AB, CD ハ一ツノ圓ノ弦ニシテ, AB ハ一定シ, CD ハ長サ一定ナレドモ,位置不定ナリトスルトキハ, AC, BD ノ交點,及ビ AD, BC ノ交點ハ,恒ニ或圓周上ニアリ. [45年. 名. 高. 工.]

19. 三角形 ABC ノ二ツノ角頂 B, C 及ビ內切圓ノ中心,及ビ邊 BC ニ切スル傍切圓ノ中心ヲ過リテ, 一ツノ圓ヲ畫クコトヲ得. 又二ツノ傍切圓ノ中心及ビ二ツノ角頂ヲ過リテ,一ツノ圓ヲ畫クコトヲ得可シ. [40年. 長. 高. 商.]

20. 鋭角三角形 ABC ニ於テ; BD, CE ヲソレゾレ B, C ヨリ對邊ヘ下セル垂線トシ, F ヲ邊 BC ノ中點トスレバ,角 FED, EDF ノ各ハ角 A ニ等シ.

[43年. 各醫. 專.]

21. ABC ヲ圓ニ內接スル三角形トシ,弧 BC ノ中點ヨリ二邊 AB, AC ヘ垂線ヲ引クトキハ,其ノ趾ヨリ角頂 A ニ至ル距離ノ和ハ AB, AC ノ和,若シクハ

差ニ等シ. [41年. 商船., 44年. 新. 醫. 專., III年. 海. 機.]

22. 二ツノ圓ノ交點 A, B ヲ過ル直線 PAQ, RBS ヲ引キ,圓周ト P, Q ; R, S ニ於テ交ラシムトキハ;弦 PR, QS ハ互ニ平行ナリ. [30年. 二高., 34年. 海. 兵.]

23. 一ツノ圓ニ於テ,弧 BC ノ中點 A ヨリ二ツノ弦 AE, AD ヲ作リ,弦 BC トソレゾレ F, G ニ於テ交ラシム,然ルトキハ四ツノ點 D, E, F, G ハ,同一ノ圓周上ニアリ. [43年. 新. 醫. 專., II年. 山. 高. 商.]

24. 三角形 ABC ノ邊 BC, CA, AB ノ外方ニ正三角形 BCD, ACE, AFB ヲ作ルトキハ,三ツノ直線 AD, BE, CF ハ同一ノ點ニ於テ相交ル. [II年. 盛. 高. 農.]

25. 四邊形 ABCD ノ各邊上ニ,各邊ヲ一邊トシテ正方形ヲ作リ,其ノ各對角線ノ交點ヲ L, M, N, P トスレバ, PM ハ LN ニ等シク且互ニ直角ニ交ル.

[44年. 陸. 經.]

面　積

1. 三角形 ABC ニ於テ,二ツノ邊 AB, AC ノ中點 E, F ヲ結ビ付クルトキハ梯形ヲ生ジ,其ノ面積ハ三角形 AEF ノ面積ノ三倍ナリ. [38年. 盛. 高. 農.]

2. 直角三角形ノ直角ノ一邊上ノ正方形ハ,他ノ二邊ノ和ト差トノ包ム矩形ニ等シ. [33年. 陸. 士.]

3. 矩形 ABCD ノ半分ナル三角形 ABC ニ內切セル圓ノ中心ヲ O トシ, O ヨリ AB, BC ニ平行シテ二ツノ直線ヲ引キ, AB ノ平行線ガ AC, AD ニ交ル點ヲソレゾレ E, F トシ, BC ノ平行線ガ AC, CD ニ交ル點ヲソレゾレ G, H トセバ

$$\triangle OEG=\triangle AEF+\triangle CGH.$$ [41年. 商船.]

4. 四邊形ノ面積ハ其ノ對角線ヲ二邊トシ,對角線ノ夾ム角ヲ夾角トスル三角形ノ面積ニ等シ.

[38年. 仙. 醫. 專.]

5. 四邊形ノ二ツノ對角線ノ長サ,及ビ對角線ノ交角ガ一定ナルトキハ,其ノ面積モ亦一定ナリ.

[43年. 各高等.]

6. 四邊形ノ一ツノ對角線ガ,其ノ四邊形ヲ二等分スルトキハ,此ノ對角線ハ他ノ對角線ノ中點ヲ過

ルコトヲ證セヨ. [45年. 商船., 45年. 東. 高. 師.]

7. 三角形 ABC ノ底邊 BC ニ平行ナル直線ガ,邊 AB, AC ト交ル點ヲ,ソレゾレ D, E トシ; BE, DC ノ交點ヲ O トスルトキハ,三角形 AOE, AOD ハ等積ナリ.

[39年. 陸. 士.]

8. 三角形ノ各邊上ノ正方形ノ和ノ三倍ハ,中線上ノ正方形ノ和ノ四倍ニ等シ. [34年. 商船.]

9. 三角形 ABC ノ重心ヲ O トスレバ

$$\overline{BC}^2+\overline{CA}^2+\overline{AB}^2=3(\overline{OA}^2+\overline{OB}^2+\overline{OC}^2).$$ [33年. 海. 機.]

10. 平行四邊形ノ各邊ノ上ノ正方形ノ和ハ,兩對角線ノ上ノ正方形ノ和ニ等シ.

[35年. 大. 高. 工., 44年. 山. 高. 商., 44年. 海. 機.]

11. 四邊形ノ對角線上ノ正方形ノ和ハ,對邊ノ中點ヲ結ビ付クル直線上ノ正方形ノ和ノ二倍ニ等シ.

[42年. 各高等., 42年. 商船.]

12. 平行四邊形 ABCD ノ形內ノ任意ノ一點ヲ O トセバ, $\overline{OA}^2+\overline{OC}^2$ ト $\overline{OB}^2+\overline{OD}^2$ トノ差ハ,兩對角線 AC, BD 上ノ正方形ノ差ノ半分ニ等シ. [I年. 商船.]

13. 二等邊三角形 ABC ノ各底角ガ,頂角 A ノ二倍ナルトキ $\overline{AB}^2=\overline{BC}^2+AB.BC.$ [43年. 陸. 經.]

14. 三角形 ABC ニ於テ,角 B ガ直角ノ半分ナルトキ,邊 AB ノ中點ヲ D トシ,角頂 C ヨリ AB ニ下シタ

ル垂線ノ趾ヲ E トセバ

$$\overline{AC}^2=2(\overline{AD}^2+\overline{DE}^2).$$ [42年. 東. 高. 師.]

15. 圓内ニ於テ,直角ニ相交ル二ツノ弦 AC, BD ノ上ニ作リタル正方形ノ和ハ,半徑ノ上ニ作リタル正方形ノ八倍ヨリ,中心 O ト二ツノ弦ノ交點 E トノ距離 OE ノ上ニ作リタル正方形ノ四倍ヲ減ジタルモノニ等シ. [30年. 一高.]

16. P ハ中心 O ナル圓ノ平面上ノ一點ニシテ,AB ハ OP ニ平行ナル任意ノ弦ナルトキハ

$$\overline{PA}^2+\overline{PB}^2=2(\overline{OA}^2+\overline{OP}^2).$$ [II年. 東北大. 工.]

17. 三角形ノ各角頂ヨリ,之ニ對スル邊ヘ引ケル三ツノ直線ガ,同一ノ點ヲ過リ,此ノ點ニ於テ相等シキ矩形ヲ包ム分ニ分タルルトキハ,此ノ點ハ此ノ三角形ノ垂心ナリ. [43年. 專. 入. 檢.]

18. 直角三角形 ABC ノ斜邊 BC ノ中點 O ヨリ,此ノ邊上ニ垂線ヲ立テ,他ノ二邊トソレゾレ點 E, F ニ於テ相交ラシメ, AO ヲ結ビ付クルトキハ

$$\overline{AO}^2=OE.OF.$$ [35年. 東. 高. 師.]

19. 圓ノ弦 AB ガ,點 P ニ於テ與ヘラレタル其ノ圓ノ徑ト半直角ヲ以テ交ルトキハ; AP, PB 上ノ正方形ノ和ハ,弦ノ位置ニ係ハラズ,恒ニ半徑ノ上ノ正方形ノ二倍ニ等シ. [38年. 商船.]

20. O ヲ中心トスル圓ノ徑,又ハ其ノ延線上ニ二點 C, D ヲ取リ, OC=OD ナラシメ, C ヲ過ル任意ノ弦 EF ヲ引キ; DE, DF ヲ結ビ付クルトキハ,三角形 DEF ノ各邊上ノ正方形ノ和ハ,一定ノ大イサナリ. [45年. 陸. 士.]

21. 二等邊三角形 ABC [AB=AC] ニ於テ, B ヲ中心トシ, BC ヲ半徑トシテ畫ケル圓周ガ,再ビ邊 AC ニ交ル點ヲ D トスレバ, BC 上ノ正方形ハ AC, DC ノ包ム矩形ト等積ナリ. [39年. 金. 醫. 專., 40年. 長. 高. 商.]

22. 圓周上ノ一ツノ定點 A ヨリ,直線 APQ ヲ出シテ圓周ト點 P ニ於テ交ラシメ,又 A ニ於ケル切線ニ平行ナル定直線ト點 Q ニ於テ交ラシムルトキハ,矩形 AP.AQ ハ恒ニ一定ノ面積ヲ有ス. [40年. 商船.]

23. 半圓周上ノ一點 C ヨリ,徑 AB ニ垂線 CD ヲ引キ, BD ト點 E ニ於テ, CD ト點 F ニ於テ,半圓周ト點 G ニ於テ相切スル圓周ヲ EFG トスレバ,三ツノ點 A, F, G ハ同一直線上ニアリ,且 AE=AC. [32年. 商船.]

24. 二等邊三角形 OAB ノ頂點 O ヨリ任意ノ直線ヲ引キ,底邊 AB ト P ニ於テ交ラシメ,外接圓周ト點 Q ニ於テ交ラシムレバ, OP ト OQ トノ包ム矩形ハ恒

ニ相等シ. [33年. 東. 高. 師., 36年. 東. 高. 商., 44年. 陸. 士.]

25. 三角形ノ各邊ヲ對角線トシテ,與ヘラレタル二直線ニ平行ナル邊ヲ有スル三ツノ平行四邊形ヲ作ルトキハ,是等ノ四邊形ノ他ノ對角線ハ,同一ノ點ニ於テ相交ルコトヲ證セヨ. [42年. 陸. 士.]

26. 與ヘラレタル底邊ヲ有シ,與ヘラレタル周ノ三角形ノ中ニテ,二等邊三角形ハ最大ノ面積ヲ有ス.

[38年. 農. 大. 實., 40年. 東. 高. 商., III年. 盛. 高. 農.]

27. 與ヘラレタル圓ニ內接シ,與ヘラレタル弦ABヲ底邊トスル最大面積ノ三角形ハ二等邊ナリ.

[45年. 仙. 高. 工.]

28. 與ヘラレタル圓ニ內接スル三角形ノ中,最大ナル面積ヲ有スルモノハ,正三角形ナリ.

[44年. 廣. 高. 師., II年. 米. 高. 工.]

29. 與ヘラレタル圓ニ內接スル矩形ノ中,ソノ面積ノ最大ナルモノヲ求メヨ. [41年. 海. 機.]

30. 二ツノ相交ル定直線,及ビ一ツノ定點アリ,此ノ點ヲ過ル直線ヲ引キ,定直線ト交ラシメテ得ル所ノ三角形ノ中,此ノ點ニテ二等分セラルル直線ノナス三角形ガ面積最小ナリ. [34年. 東. 高. 工.]

比例

1. 二ツノ平行線AB, CDノ上ニ二點E, Fヲ取リ; AE, EBノ比ヲCF, FDノ比ニ等シカラシムルトキハ; AC, EF, BD[或ハ其ノ延線]ハ,共ニ同一ノ點ニ於テ相交ルカ,或ハ互ニ平行ナリ. [35年. 商船.]

2. 四邊形ノ一双ノ對角ヲ二等分スル二直線ガ,若シ對角線ノ一ツノ上ニテ出會フトキハ,他ノ一双ノ對角ヲ二等分スル二直線モ亦他ノ對角線ノ上ニテ出會フ. [31年. 海. 機.]

3. 直角三角形ABCアリ,直角頂Aヨリ對邊BCニ垂線ADヲ引キテ,BCニDニ於テ出會ハシメ,又角Bノ二等分線ヲシテ,對邊ACニEニ於テ出會ハシメ,ADトBEトノ交點ヲOトセバ

$$DO:OA=AE:EC.$$ [33年. 海. 機.]

4. 半圓ノ徑AB上ノ點Cニ垂線ヲ引キテ,弦BPトDニ,圓周トEニ,弦APノ延線トFニ於テ交ラシムルトキハ, CEハCD及ビCFノ比例中項ナリ.

[III年. 商船.]

5. Aニ於テ內切スル二ツノ圓アリ,今小圓周上

ノ一點 D ニ於テ切スベキ大圓ノ弦 BC ヲ引キ; AB, AC ヲ結ビ付ケ; AB, AC ガ小圓周ニ交ル點ヲ,ソレゾレ P, Q トスレバ　DC.AP=DB.AQ.　[42年. 陸. 主. 候.]

6. 三角形ABCノ頂角 A ノ二等分線ヲ引キ,底邊ト點 D ニ於テ,外接圓周ト點 E ニ於テ相交ラシムレバ　AB.AC=AD.AE.　[35年. 東. 高. 商., 37年. 商船.]

7. 直角三角形ABCノ直角 B ヲ二等分スル直線ガ, AC ト F ニ於テ交リ,外接圓周ト D ニ於テ交ルトキハ,矩形 BD.BF ハ三角形 ABC ノ二倍ニ等シ.

[35年. 東. 高. 商., 37年. 商船., 43年. 陸. 經.]

8. 三角形ABCノ頂角 A ノ二等分線ガ,底邊及ビ外接圓周ニ交ル點ヲ,ソレゾレ D, E トス. 今 AD, AE ノ包ム矩形ガ,三角形ABCノ二倍ナルトキハ,頂角 A ハ直角ナリ.　[II年. 各高等.]

9. AB, A′B′ ハ同一ノ平面上ニアル相等シキ長サノ有限直線ナルトキ; AB, A′B′ ノ平面上ニ於テ; AA′, BB′ ニ其ノ中點ニ立テタル垂線ノ交點 O ヲ A, A′, B, B′ ニ結ビ付クレバ,二ツノ三角形 AOA′, BOB′ ハ相似ナリ.　[45年. 東. 高. 工.]

10. 三角形 ABC ニ於テ,底邊BC上ノ一點 P ヨリ; AC, AB ニ平行ニ PX, PY ヲ引キテ; AB, AC ニソレゾ

レ點X, Y ニ於テ交ラシムルトキハ,三角形 AXY ハ三角形 BPX, CPY ノ比例中項ナリ.　[35年. 海. 機.]

11. 三角形 ABC ノ底邊 BC ノ中點 D ニ於テ,垂線 DE ヲ立テ,邊 AB 或ハ其ノ延線ニ E ニ於テ交ラシメ,點 P ヲ AB 上ニ取リテ, BP ヲ BE, BA ノ比例中項ニ等シカラシメ, P ヨリ CB 或ハ其ノ延線ニ垂線 PQ ヲ引キ, CB 或ハ其ノ延線ニ Q ニ於テ交ラシムレバ,三角形 BPQ ハ三角形 ABC ノ半分ニ等シ.

[II年. 商船.]

12. 正三角形 ABC ノ外接圓ノ弧 BC 上ニアル任意ノ點 P ト,點 A トヲ結ビ付クル直線ガ,邊 BC ト點 E ニ於テ交ルトセバ

(1) 三角形ABP, PEC ハ相似ナルコトヲ證シ,依リテ

(2) $\overline{PA}^2=\overline{AC}^2+PB.PC$ ナルコトヲ證セヨ.

[44年. 各高等.]

13. 三角形 ABC ノ底邊 BC 及ビ頂角 A ガ一定ナルトキ,角 A ノ二等分線ガ底邊ニ交ル點ヲ P トシ, AP ヲ引キ延バシテ,其ノ上ニ點 Q ヲ取リ; AP, AQ ノ包ム矩形ヲ AB, AC ノ包ム矩形ニ等シカラシムレバ, Q ハ定點ナリ.　[II年. 各高等.]

14. D ハ三角形 ABC ノ邊 AB 上ノ點, E ハ AC 上

ノ點ナリ. 今 D, E ガ AB, AC ヲ何レモ比 3:2 ニ分ツトキハ; BE, CD ハ各他ヲ比 5:3 ニ分ツ.

[35年. 商船., 37年. 水. 講.]

15. 三角形 ABC ノ底邊 BC ニ平行ニ直線ヲ引キ, 二邊 AB, AC ヲ,ソレゾレ D, E ニ於テ截ラシムレバ, 直線 BE, CD ノ交點 F ト,頂點 A トヲ結ビ付クル直線ノ延線ハ,底邊 BC ヲ二等分ス. [40年. 東. 高. 工.]

16. 直角三角形 ABC ノ直角頂 A ヨリ斜邊 BC ヘ垂線 AP ヲ引キ, P ヨリ二邊 AB, AC ヘソレゾレ垂線 PX, PY ヲ引ケバ, BX ト CY トノ比ハ, AB ト AC トノ比ノ三乘比ニ等シ. [43年. 商船., 44年. 東. 高. 師.]

17. 直角三角形 ABC ノ直角頂 A ヨリ,斜邊 BC ヘ垂線 AD ヲ引キ, D ヨリ邊 AB ヘ垂線 DE ヲ引クトキハ

$$\overline{AB}^2:\overline{AC}^2=BE:EA.$$

[39年. 商船.]

18. A, B ハ二ツノ圓ノ交點ニシテ, PQ ハ A ヲ過リ,二ツノ圓周ト P, Q ニ於テ交ル任意ノ直線ナルトキハ, PB ト BQ トノ比ハ一定不易ナリ. [45年. 水. 講.]

19. 一ツノ圓ニ內接スル四邊形 ABCD ノ相對スル二邊 AB, CD ノ延線ガ,一點 P ニ於テ相交ルトキハ

$$PB.AC=PC.BD.$$

[37年. 海. 兵.]

20. 平行四邊形 ABCD ノ角頂 A, B, C, D ヨリ對

角線ヘ下セル垂線ノ趾ヲ,ソレゾレ E, F, G, H トスレバ,四邊形 EFGH ハ平行四邊形 ABCD ニ相似ナリ.

[37年. 東. 高. 師.]

21. 平行四邊形 ABCD ノ對角線 AC ヲ P ニ引キ延バシ, P ト D トヲ過リテ直線ヲ引キ; BC, BA ノ延線ト,ソレゾレ點 Q, R ニ於テ交ラシムレバ, PD ハ PQ 及ビ PR ノ比例中項ナリ. [1年. 商船.]

22. 鋭角三角形 ABC ノ角頂 A, C ヨリ對邊ヘ引ケル垂線ヲソレゾレ AD, CE トスレバ,三角形 DEB ハ元ノ三角形 ABC ニ相似ナリ. [39年. 陸. 士.]

23. OA, OB ハ中心 O ナル一ツノ圓ノ互ニ垂直ナル半徑, DE ハ任意ノ弦ナルトキ; BD, BE ガ AO トソレゾレ點 F 及ビ G ニ於テ交ルトキハ,三角形 BFG, BDE ハ相似ナリ.

[42年. 各高等.]

24. 三角形 ABC ノ底邊 BC ニ平行ナル一ツノ直線 EF ヲ引キ,二邊 AB, AC トソレゾレ點 E, F ニ於テ交ラシメ,而シテ E ヲ底邊ノ中點 D ニ結ビ付ケ,且直線 ED ガ角 ADB ヲ二等分スレバ,直線 FD ハ角 ADC ヲ二等分ス. [38年. 海. 機.]

25. 三角形 ABC ノ角 A ノ外角ノ二等分線ヘ, B 及ビ C ヨリ引ケル垂線ノ趾ヲ,ソレゾレ D 及ビ E ト

スレバ,二直線 BE, CD ノ交點ハ,角 A ノ二等分線上ニアリ. [11年.海.機.]

26. 三角形 ABC ノ邊 BC ヲ引キ延バシテ, BC ニ等シク CD ヲ取リ,點 D ヲ AC ノ中點 E ニ結ビ付ケ, DE ノ延線ト AB トノ交點ヲ F トスレバ, FE ト ED トノ比如何. [44年.東.高.工.]

27. 圓ノ二ツノ平行ナル切線ガ,點 A ニ於テ切スル第三ノ切線ト P, Q ニ於テ交ルトキハ,半徑ハ AP, AQ ノ比例中項ナリ.

[37年.海.兵., 40年.長.高.商., 41年.東.高.商.]

28. 相交ル二ツノ圓ノ共通弦ノ上ニアル一點 C ヲ過リテ一直線 ABCDE ヲ引キ,一ツノ圓トノ交點ヲ A, D, 他ノ圓トノ交點ヲ B, E トスレバ

$$AC : BC = EC : DC.$$

[35年.陸.士.]

29. 三角形 ABC ノ頂角 A ノ二等分線ガ底邊 BC ニ交ル點ヲ D, 又內心ヲ O トセバ,底邊ト他ノ二邊ノ和トノ比ハ, DO ト OA トノ比ニ等シ. [35年.海.機.]

30. 調和列點 A, C, B, D ヲ含ム直線外ノ一點ヲ S トシ, C ヲ過リ SD ニ平行ニ一直線ヲ引キ; SA, SB ト,ソレゾレ點 G, H ニ於テ相交ラシムルトキハ, GC=CH ナルコトヲ證セヨ. [38年.大.高.工.]

31. 三角形 ABC ノ底邊 BC ニ平行ナル直線 DE ヲ引キ; AB, AC トソレゾレ點 D, E ニ於テ交ラシメ, D, C 及ビ B, E ヲ結ビ付ケ,其ノ交點ヲ F トシ, AF ヲ結ビ付ケ,之ヲ引キ延バシテ DE 及ビ BC ト H 及ビ K ニ於テ相交ラシムルトキハ; A, H, F, K ハ調和列點ナルコトヲ證セヨ. [37年.陸.士.]

32. 三角形 ABC ノ頂角 A, 及ビ其ノ外角ノ二等分線ト底邊 BC トノ交點ヲ,ソレゾレ D, E トスレバ

$$\frac{1}{BD}+\frac{1}{BE}=\frac{2}{BC}.$$

[37年.商船.]

33. 一ツノ直線ガ三角形 ABC ノ三ツノ邊 BC, CA 及ビ AB ヲ,ソレゾレ E, F 及ビ G ナル點ニテ截ルトキハ

$$\frac{BE}{CE}\cdot\frac{CF}{AF}\cdot\frac{AG}{BG}=1.$$

[31年.二高.]

34. 三角形ノ各角ノ外角ヲ二等分スル直線ガ,對邊ノ延線ト交ル三ツノ點ハ,同一ノ直線上ニアリ.

[41年.盛.高.農.]

35. 相等シキ二ツノ圓ノ中心ガ,互ニ他ノ圓周上ニアルトキハ,其ノ共通弦ノ上ノ正方形ハ,半徑ノ上ノ正方形ノ三倍ニ等シキコトヲ證シ,且ソノ二ツノ圓ニ共通ナル面積ト,一ツノ圓ノ面積トノ比ヲ求メヨ. [44年.陸.士.]

軌　跡

1. 與ヘラレタル底邊ノ上ニ立ツ二等邊三角形ノ頂點ノ軌跡ヲ求メヨ. [34年. 美術.]

2. 與ヘラレタル二直線 MM′, NN′ ニ至ル距離ノ和或ハ差ガ,與ヘラレタル長サ L ニ等シキ如キ點ノ軌跡ヲ求メヨ. [44年. 海. 經.]

3. 定點ヨリ定直線ヘ引キタル諸直線上ノ正三角形ノ頂點ノ軌跡如何. [35年. 商船.]

4. 與ヘラレタル直線ヲ斜邊トセル直角三角形ノ直角ノ頂點ノ軌跡ヲ求メヨ. [44年. 上. 蠶. 專.]

5. 定圓內ノ一定點ヲ過ル弦ノ中點ノ軌跡ヲ求メヨ. [II年. 各高等.]

6. 與ヘラレタル三角形 ABC アリテ,其ノ二邊 AB, AC ガソレゾレ二ツノ定點 P 及ビ Q ヲ過ル樣ニ動クトキハ,頂點 A ハ一ツノ定圓ノ弧ヲ畫キ,又底邊 BC ハ恒ニ他ノ定圓[ソノ半徑ハ三角形 ABC ノ高サ AD ニ等シ]ニ切線トナル. [39年. 大. 高. 工.]

7. 二ツノ定直線ニ切スル圓ノ中心ノ軌跡ヲ求メヨ. [30年. 陸. 士.]

8. AB ハ與ヘラレタル圓ノ與ヘラレタル弦, AC ハ A ヨリ引ケル此ノ圓ノ任意ノ弦ナルトキ; AB, AC ヲ相隣レル二邊トスル平行四邊形ノ對角線ノ交點ノ軌跡ヲ求メヨ. [40年. 盛. 高. 農.]

9. 與ヘラレタル圓ノ徑 AB ノ一端 A ヨリ任意ノ弦ヲ引キ,其ノ圓周ト出會フ點 C ニ於テ切線ヲ引キ, B ヨリ之ニ垂線ヲ作リ,之ヲ引キ延バシテ, AC ノ延線ト P ニ於テ出會ハシムルトキ,點 P ノ軌跡ヲ求メヨ. [33年. 東. 高. 工., 43年. 專. 入. 檢.]

10. 定長ノ直線 PQ ハ,其ノ兩端 P, Q ガ AB ヲ徑トセル與ヘラレタル半圓周上ニアル如ク動クトキ,四ツノ點 A, B, P, Q ガ A, P, Q, B ノ順ニアル場合ニ於テ,二直線 AP, BQ ノ交點ノ軌跡如何. [II年. 各高等.]

11. 與ヘラレタル圓周上ニ中心ヲ置キ,一定ノ半徑ヲ有スル圓ヲ作リ,之ニ與ヘラレタル方向ノ切線ヲ引クトキ,其ノ切點ノ軌跡如何. [43年. 七高.]

12. 一ツノ角 XOY ノ內ニアリテ,邊 OX ニ定點 A ニ於テ切スル圓ト,邊 OY ニ定點 B ニ於テ切スル圓トガ,互ニ外切スルトキ,其ノ切點ノ軌跡ハ, A 及ビ B ヲ過ル一ツノ圓ノ弧ナリ. [III年. 東. 高. 師.]

13. 圓外ノ一點 P ヨリ引ケル二ツノ切線ノ切點

ヲ A, B トシ, A ヲ過ル任意ノ弦 AQ ニ平行ナル直線 PR ト,直線 QB トノ交點ヲ R トスルトキ,點 R ノ軌跡ヲ求メヨ. [43年. 仙. 高. 工.]

14. 直角ニ相交ル二ツノ直線上ノ任意ノ二ツノ點ヲ結ビ付ケ,之ヲ對角線トシテ作リタル正方形ノ角頂ノ軌跡ヲ求メヨ. [36年. 千. 醫. 專.]

15. 定圓 O ヘノ切線ト,定點 A ヘノ距離トガ,相等シキ如キ點ノ軌跡ヲ求メヨ. [32年. 陸. 士.]

16. 直線 ABC ノ上ノ二ツノ定點 A, B ヲ過ル圓ヘ, AB 上ノ定點 C ヨリ引キタル切線ノ切點ノ軌跡ハ, C ヲ中心トスル一ツノ圓周ナリ. [42年. 仙. 高. 工.]

17. 一直線上ニ三ツノ點 A, B, C アリ,今角 APB ト BPC トガ,相等シキ如キ點 P ノ軌跡ヲ求メヨ. [39年. 岡. 醫. 專.]

18. 定點 O ヨリ,定圓周上ノ點 A ヘ直線 OA ヲ引キ,之ヲ P ニ於テ比 OP:PA ヲ恒ニ與ヘラレタル比ニ等シキ樣ニ分チ, A ガ其ノ圓周上ニ動クトキハ,點 P ノ軌跡如何. [40年. 名. 高. 工., 45年. 京. 醫. 專.]

作圖題

1. 與ヘラレタル一ツノ點ヲ過リ,與ヘラレタル二ツノ平行セザル直線ト,相等シキ角ヲナス直線ヲ引クコト. [39年. 東. 高. 師.]

2. 與ヘラレタル一ツノ角內ノ,與ヘラレタル一ツノ點 P ヲ過リ,此ノ角ノ二邊間ニ一ツノ直線ヲ引キ, P ニテ二等分トナラシメヨ. [36年. 神. 高. 商.]

3. AB, CD ハ同一ノ平面上ニアル等長ナル二直線トシ,今コノ平面上ニ一點ヲ求メ,二ツノ三角形 PAB, PCD ヲ全等ナラシメントス,點 P ノ位置如何 [45年. 海. 機.]

4. 甲乙二組ノ平行線アリ,今一ツノ點 P ヨリ一ツノ直線ヲ引キ,甲乙二組ノ間ニアル二ツノ線分ヲシテ相等シカラシメヨ. [30年. 海. 兵.]

5. 與ヘラレタル圓ノ扇形ニ內切スル圓ヲ畫ケ. [III 年. 各醫. 專.]

6. 三角形ノ三ツノ邊ヨリ,相等シキ弦ヲ截リ取ル圓ノ中心ノ位置ヲ求メヨ. [30年. 東. 高. 工., 44年. 各高等.]

7. 與ヘラレタル二點ヲ過リテ圓ヲ畫キ,此ノ圓

ト,他ノ與ヘラレタル圓ト交リテナス共通弦ヲ,與ヘラレタル直線ニ平行ナラシメヨ. [II年. 海. 機.]

8. 圓内ノ一ツノ定點ヲ過リテ,與ヘラレタル長サノ弦ヲ引クコト. [35年. 一高.]

若シ定點ガ圓外ニアレバ如何. [38年. 專. 入. 檢.]

9. 與ヘラレタル一ツノ直線ノ同ジ側ニ,與ヘラレタル二ツノ點 A, B アリ,今ソノ直線上ニ一ツノ點 C ヲ求メ,角 ACB ヲ最大ナラシメヨ.

[35年. 農. 大. 實., 35年. 大. 高. 工., 37年. 一高.]

10. 與ヘレタル直線 MN ノ同ジ側ニ,與ヘラレタラル二點 A, B アリ, AP+BP ヲシテ,與ヘラレタル長サ l ニ等シカラシムベキ點 P ヲ,直線 MN ノ上ニ求メヨ. [II年. 陸. 士.]

11. 延長スルコト能ハザル二直線ガ,相交ルベキ點ト,一ツノ定點トヲ過ル直線ヲ引ケ. [I年. 廣. 高. 師.]

12. 三角形ノ一ツノ邊上ノ與ヘラレタル一點ヲ過リテ直線ヲ引キ,此ノ三角形ヲ與ヘラレタル比ニ二分セヨ. [41年. 八高.]

13. 三角形ヲ,底邊ニ平行ナル二直線ニ依リテ三等分セヨ. [45年. 東. 高. 商.]

計算問題

1. n 邊形ノ對角線ノ數ヲ表ハス式ヲ作リ, n ヲ 7 トシテ七邊形ノ對角線ノ數ヲ求メヨ.

[41年. 商船.]

2. 凸多角形アリ,其ノ内角ハ等差級數ヲナシ,最小角ハ 120 度,公差ハ 5 度ナリト云フ,其ノ邊數ヲ求メヨ. [38年. 大. 高. 工.]

3. 三角形 ABC ニ於テ,三ツノ邊 AB, BC, CA ハソレゾレ 1 尺 2 寸, 2 尺 5 寸, 1 尺 7 寸ナル長サヲ有スルトキ,各角ノ大小ヲ比較シ,且本形ハ鈍角三角形ナルコトヲ證セヨ. [32年. 海. 兵.]

4. 梯形ノ平行セル二邊ノ長サ 6 間, 9 間ニシテ,他ノ二邊ハ 5 間, 4 間ナルトキ,此ノ梯形ノ面積幾何ナルカ. [III年. 農. 大. 實.]

5. 二等邊三角形ノ三邊ガ 6, 6, 8 ナルトキ,此ノ三角形ノ外接圓,及ビ内切圓ノ半徑各如何.

[45年. 海. 機.]

6. 半徑 2 尺 1 寸ナル圓周ヨリ, 3 尺 5 寸ノ距離ニアル點 P ヨリ,此ノ圓ニ二ツノ切線ヲ引キ,切點

ヲ結ビ付クル弦ノ長サヲ計算セヨ. [43年. 陸. 經.]

7. 一邊ノ長サ1尺ナル正五角形ノ對角線ノ長サヲ求メヨ. 但小數第三位マデ算出シ,以下四捨五入スベシ. [II年. 水. 講.]

8. 二ツノ相似多角形ノ對應邊ノ比ガ3:25ニシテ,大ナル方ノ面積ガ一平方尺ナルトキハ,小ナル方ノ面積ハ何程ナルカ. [34年. 一高.]

9. Cヲ直角トセル直角三角形ABCノ角Aノ二等分線ト,對邊BCトノ交點ヲDトス,此ノ三角形ノ面積6平方寸,邊ACノ長サ4寸トヲ知リテ,直線AB及ビADノ長サヲ求メヨ. [43年. 海. 兵.]

10. 半徑1尺ノ圓ニ外切スル正六角形ト,同ジ圓ニ內接スル正六角形トノ面積ノ差ヲ計算セヨ. [30年. 東. 高. 師.]

11. 一ノ矩形アリ,其ノ面積ハ,之ニ外接スル圓ノ面積 半分ナルトキ,πヲ$\frac{22}{7}$トシテ計算セバ,矩形ノ二邊ノ比ハ$5+\sqrt{3}:5-\sqrt{3}$ナリ. [44年. 廣. 高. 師.]

12. 徑3尺ナル鐵ノ圓輪アリ,之ヲ今ノ溫度ヨリ更ニ300° F高ムレバ,其ノ周圍ハ何程膨脹スルカ. 厘位マデ計算セヨ. 但鐵ノ長サノ膨脹係數ヲ華氏一度ニ付キ0.0000067トスベシ. [44年. 商船.]

答

第一編 35. 八邊形. 36. 十四邊形.

第二編(雜題) 21. $\hat{A}=75°$, $\hat{B}=65°$, $\hat{C}=40°$.

第三編 21. 傍切圓ノ半徑ハ內切圓ノ半徑ノ3倍ナリ.

23. $\frac{1}{3}\triangle ABC$.

(雜題) 11. 約7分.5.

第四編 8. AE=9尺, DF=7尺.2.

28. 0.71. 31. $8\frac{1}{8}$間.

(雜題) 1. 原形ノ$\frac{1}{13}$. 2. 1:3.

復習雜題(直線) 4. 二十角形.

(計算問題) 1. 84平方寸. 2. 28平方尺.

3. 12寸. 4. 97寸. 5. 9寸.

6. 3丈9尺2寸. 7. 5間1尺. 8. 140平方寸.

9. 15寸. 10. 12寸. 11. 1.5平方寸.

12. 1寸.4142...... 13. 41平方寸.569...... 14. 周31寸.416, 面積78平方寸.54.

15. 5寸. 16. 22平方寸.619. 17. 455平方寸.5.

18. 33平方寸.6. 19. 252坪. 20. 41寸.184.

21. 139坪.63. 22. 6030平方寸. 23. 14寸, 768平方寸.

24. 外接圓ノ半徑 $\frac{\sqrt{3}}{3}a$, $\frac{\sqrt{2}}{2}a$, $\frac{\sqrt{(50+10\sqrt{5})}}{10}a$, a, $\frac{\sqrt{(4+2\sqrt{2})}}{2}a$, $\frac{\sqrt{5}+1}{2}a$, $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}a$; 內切圓ノ半徑 $\frac{\sqrt{3}}{6}a$, $\frac{1}{2}a$, $\frac{\sqrt{(25+10\sqrt{5})}}{10}a$, $\frac{\sqrt{3}}{2}a$, $\frac{1+\sqrt{2}}{2}a$, $\frac{\sqrt{(5+2\sqrt{5})}}{2}a$, $\frac{2+\sqrt{3}}{2}a$.

25. $\frac{1}{3}r$, $(2\sqrt{3}-3)r$. 26. 內接 $\sqrt{(2-\sqrt{2})}R$, 外切 $2(\sqrt{2}-1)R$.

27. 內接 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}R$, 外切 $2\sqrt{\frac{5-2\sqrt{5}}{5}}R$.

28. 內接 $\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{2}R$, 外切 $2\sqrt{(5-2\sqrt{5})}R$.

29. $a'=\sqrt{2R\left(R-\sqrt{R^2-\frac{a^2}{4}}\right)}$, $a=\frac{a'\sqrt{4R^2-a'^2}}{R}$.

30. $a'=\frac{2aR}{\sqrt{(4R^2-a^2)}}$, $a=\frac{2a'R}{\sqrt{(4R^2+a'^2)}}$. **31.** $\frac{1}{3}r$.

32. $\sqrt{\frac{320}{4\pi-5\sqrt{(10-2\sqrt{5})}}}$尺. **33.** 12尺.2474.

34. 圓周3尺3寸3分, 面積88平方寸.2, 正方形ノ一邊9寸3分9厘.

35. 一邊ヲ a トスレバ $a(\sqrt{2}-1)$. **36.** 2尺4寸.

37. 7寸5分, 9寸, 1尺2寸. **38.** 半徑ヲR, 二邊ヲ b, c トスレバ

$\frac{c\sqrt{4R^2-b^2}\pm b\sqrt{4R^2-c^2}}{2R}$. **39.** $a\sqrt{2-\sqrt{3}}$.

40. 斜邊 $\sqrt{\frac{4}{5}(m^2+n^2)}$, 他ノ二邊 $\sqrt{\frac{4}{15}(4m^2-n^2)}$, $\sqrt{\frac{4}{15}(4n^2-m^2)}$.

41. 8. **42.** 甲20, 乙10. **43.** 57°17′45″. **44.** 小數第一位マデ.

45. AO$=a$, BO$=b$, CO$=c$, DO$=d$, △AOB ノ面積ヲ S トスレバ

$\frac{(a+c)(b+d)}{ab}S$. **46.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$, $18(1+\sqrt{2})$ 平方寸.

47. 正三角形 $\frac{3}{4}R^2\sqrt{3}$, 正方形 $2R^2$, 正五角形 $\frac{5}{8}R^2\sqrt{10+2\sqrt{5}}$,

正六角形 $\frac{3\sqrt{3}}{2}R^2$, 正八角形 $2R^2\sqrt{2}$, 正十角形 $\frac{5}{4}R^2\sqrt{(10-2\sqrt{5})}$,

正十二角形 $3R^2$.

48. 四ツノ邊ヲ a, b, c, d トシ, $p=\frac{1}{2}(a+b+c+d)$ トスレバ, 對角線

$\sqrt{\frac{(ac+bd)(ab+cd)}{ad+bc}}$, $\sqrt{\frac{(ac+bd)(ad+bc)}{ab+cd}}$; 面積 $\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$.

試驗問題(比例) **26.** 1:3. **35.** $\frac{4\pi-3\sqrt{3}}{6\pi}$.

(計算問題) **1.** $\frac{1}{2}n(n-3)$, 14. **2.** 9.

4. 30坪. **5.** 4.024…, 1.788…. **6.** 3尺8寸.94弱.

7. 1尺.618. **8.** $\frac{9}{625}$平方尺. **9.** AB$=5$寸,

AD$=\frac{4}{3}\sqrt{10}$寸. **10.** 約0平方尺.866. **12.** 0尺.018.

大正三年十二月十六日再訂五版發行
大正三年十二月十三日再訂五版印刷
明治四十五年三月十四日訂正再版發行
明治四十五年三月十一日訂正再版印刷
明治四十四年十二月廿一日發行
明治四十四年十二月十七日印刷

著作者 東京市小石川區小日向臺町三丁目五十三番地 長澤龜之助
發行者 東京市日本橋區新右衞門町十六番地 株式會社國定教科書共同販賣所 代表者 大橋新太郎
印刷者 東京市牛込區市谷加賀町一丁目十二番地 中田福三郎
印刷所 東京市牛込區市谷加賀町一丁目十二番地 株式會社秀英舍第一工場
發行所 東京市日本橋區新右衞門町 株式會社 國定教科書共同販賣所

新幾何學教科書平面 定價金七拾錢

終