

4.7 Esercizi**4.7.1 Esercizi dei singoli paragrafi****4.1 - Risoluzione delle disequazioni di secondo grado**

4.1 (*). Risolvi le seguenti disequazioni di secondo grado con il metodo algebrico.

- | | | |
|------------------------|--------------------------|--|
| a) $x^2 - 6x \leq 0$; | e) $3x^2 \leq -1$; | i) $3x^2 + x - 2 > 0$; |
| b) $5x^2 > 0$; | f) $x^2 - 9 > 0$; | j) $x^2 - 4 > 0$; |
| c) $x^2 + x > 0$; | g) $2x^2 - 3x + 1 > 0$; | k) $\frac{4}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 1 < 0$; |
| d) $x^2 \leq 0$; | h) $-x^2 + 3x \geq 0$; | l) $x^2 - 8 \leq 0$. |

4.2 (*). Risolvi le seguenti disequazioni di secondo grado con il metodo algebrico.

- | | | |
|----------------------------|-----------------------------|---------------------------------------|
| a) $x^2 - 5x + 3 \geq 0$; | e) $x^2 - 4x - 9 \leq 0$; | i) $3x^2 - \frac{2}{3}x - 1 \leq 0$; |
| b) $x^2 - 4x + 9 > 0$; | f) $x^2 - 9x + 18 < 0$; | j) $x^2 + 5 > 0$; |
| c) $x^2 - 6x + 8 \leq 0$; | g) $x^2 - 8x + 15 \geq 0$; | k) $x^2 + 6x - 2 > 0$; |
| d) $x^2 + 3x - 4 \geq 0$; | h) $-2x^2 \geq 0$; | l) $2x^2 + 5x + 4 \leq 0$. |

4.3 (*). Risolvi le seguenti disequazioni di secondo grado con il metodo algebrico.

- | | | |
|-----------------------------------|-----------------------|------------------------|
| a) $x^2 - 3x - \frac{5}{2} < 0$; | d) $x^2 + x \geq 0$; | g) $2x^2 - 6 < 0$; |
| b) $x^2 + 1 > 0$; | e) $(x+1)^2 \geq 0$; | h) $-x^2 - 1 \leq 0$; |
| c) $-x^2 + 5 \leq 0$; | f) $x^2 > 1$; | i) $-(x-1)^2 \leq 0$. |

4.4 (*). Risolvi le seguenti disequazioni di secondo grado con il metodo algebrico.

- | | | |
|--------------------------|--|--------------------------|
| a) $x^2 + 1 < 1$; | c) $\frac{x^2}{2} + 4x + 8 > 0$; | e) $x^2 - 8x + 15 < 0$; |
| b) $x^2 - 8x + 16 > 0$; | d) $\frac{x^2}{3} - x - \frac{4}{3} < 0$; | f) $2x^2 - 3x - 2 > 0$. |

4.5 (*). Risolvi le seguenti disequazioni di secondo grado con il metodo algebrico.

- | | | |
|------------------------------------|-----------------------------------|------------------------------|
| a) $-3x^2 + x + \frac{1}{4} < 0$; | c) $\frac{x^2}{5} - 2x + 5 < 0$; | e) $x^2 - 2x \geq 0$; |
| b) $3x^2 - 2x - 1 > 0$; | d) $x^2 + 3x + 8 > 0$; | f) $-5x^2 + 4x + 1 \leq 0$. |

4.2 - Risoluzione grafica di una disequazione di secondo grado

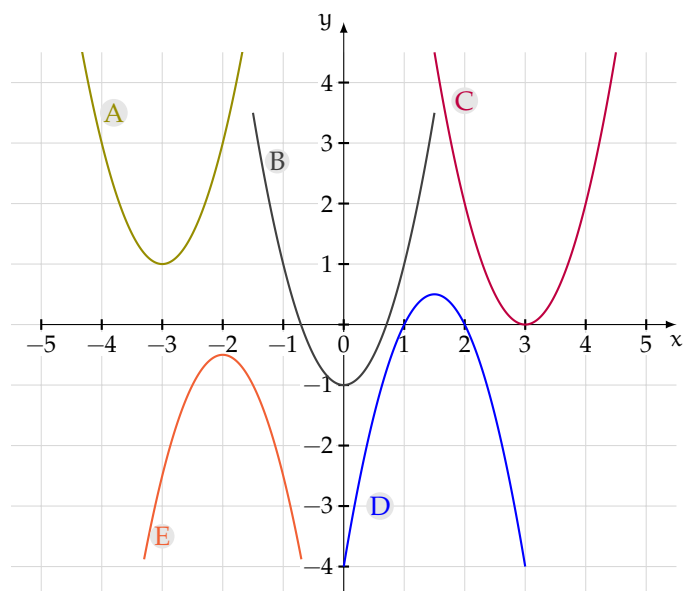
4.6. Rappresentare nel riferimento cartesiano ortogonale le seguenti parabole.

- | | |
|--|------------------------|
| a) $y = -3x^2 + x$; | c) $y = x^2 + x - 1$; |
| b) $y = \frac{1}{2}x - 2x + \frac{3}{2}$; | d) $y = x^2 - x + 1$. |

4.7. Rappresentare nel riferimento cartesiano ortogonale le seguenti parabole.

- | | |
|-------------------------|---|
| a) $y = -3x^2 + 3$; | c) $y = x^2 + \frac{3}{5}$; |
| b) $y = x^2 + 4x + 3$; | d) $y = -\frac{2}{5}x^2 + 4x - \frac{1}{5}$. |

4.8. Per ciascun grafico di parabola $y = ax^2 + bx + c$ indica il segno del primo coefficiente e del discriminante, la natura dei suoi zeri (reali distinti, reali coincidenti, non reali), il segno della funzione.



4.9. Risolvere graficamente le seguenti disequazioni di secondo grado.

- | | | |
|----------------------------|------------------------------|----------------------------------|
| a) $2x^2 + 3x - 1 < 0$; | e) $6x^2 + x - 2 > 0$; | i) $x^2 - \frac{1}{4}x \leq 0$; |
| b) $x^2 - 5x + 6 \leq 0$; | f) $15x^2 + x - 6 \leq 0$; | j) $x^2 + 2x \leq 0$; |
| c) $x^2 - 3x - 4 > 0$; | g) $-x^2 + 1 \geq 0$; | k) $x^2 + 2x + 1 \leq 0$; |
| d) $x^2 - 6x + 5 \geq 0$; | h) $x^2 - \frac{1}{4} > 0$; | l) $x^2 + x + 1 < 0$. |

4.10 (*). Risolvi le disequazioni di secondo grado con il metodo algebrico o con quello grafico.

- | | | |
|------------------------|------------------------------|---------------------------------|
| a) $9 - 4x^2 \leq 0$; | e) $x^2 - x - 2 > 0$; | i) $x^2 - x + 1 < 0$; |
| b) $3x - 2x^2 > 0$; | f) $x^2 + 11x + 30 \leq 0$; | j) $x^2 - \frac{1}{9} \geq 0$; |
| c) $x^2 \geq 0$; | g) $-x^2 + 4x + 3 > 0$; | k) $9x^2 + 3x - 2 \leq 0$; |
| d) $2x^2 + 4 > 0$; | h) $x^2 + 4x + 4 < 0$; | l) $2x^2 + 5 < 0$. |

4.11 (*). Risolvi le disequazioni di secondo grado.

- | | | |
|------------------------------|---|---------------------------------|
| a) $4x - x^2 \geq 0$; | d) $1,6x^2 - 2x \leq 0$; | g) $x^2 + x + \sqrt{2} > 0$; |
| b) $9x^2 + 10x + 1 \leq 0$; | e) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{8} > 0$; | h) $x^2 + 2\sqrt{2}x + 2 > 0$. |
| c) $0,01x^2 - 1 > 0$; | f) $4x^2 + \frac{5}{3}x - 1 \leq 0$; | |

4.12 (*). Risolvi le disequazioni di secondo grado.

- | | |
|----------------------------------|---|
| a) $12x^2 - 3 \geq 4x(2x - 1)$; | e) $(x + 3)(x + 2) < -(x + 2)^2$; |
| b) $2x^2 - 11x - 6 \geq 0$; | f) $\frac{x+1}{2} + \frac{(x+1)(x-1)}{4} > x^2 - 1$; |
| c) $(3x + 1)^2 > (2x - 1)^2$; | g) $(x + 1)^3 - (x + 2)^2 > \frac{2x^3 - 1}{2}$; |
| d) $(x + 1)(x - 1)^2 > x^3$; | h) $(x - 2)(3 - 2x) \geq x - 2$. |

4.13 (*). Risolvi le disequazioni di secondo grado.

- | | |
|--|--|
| a) $(3x + 1) \left(\frac{5}{2} + x\right) \leq 2x - 1$; | c) $\frac{3x-2}{2} < x^2 - 2$; |
| b) $\frac{x^2+16}{4} + x - 1 < \frac{x-3}{2}$; | d) $\frac{x-3}{2} - \frac{x^2+2}{3} < 1 + x$. |

4.14 (*). Risolvi le disequazioni di secondo grado.

- | | |
|-------------------------------------|---|
| a) $(2x + 1)^2 > 9x^2 + 24x + 22$; | c) $4x(x - 5) > (x - 4)^2 + 47$; |
| b) $(2x - 1)^2 < x^2 + 16$; | d) $(x - 2)(x + 2) > 3x^2 - 32 + 10x$. |

4.15 (*). Risolvi le disequazioni di secondo grado.

- | |
|---|
| a) $(x + 4)^2 + 8 \geq \frac{x-1}{3}$; |
| b) $\left(\frac{x-1}{3} - \frac{x}{6}\right)^2 \leq (x + 1)^2$; |
| c) $\frac{1}{2} \left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + x \left(x - \frac{2}{3}\right) \left(x + \frac{2}{3}\right) > x^3 - \frac{x}{2} \left(x - \frac{2}{3}\right) - \frac{8}{27}$; |
| d) $3x - 5 + (1 - 3x)^2 > (x - 2)(x + 2)$. |

4.16 (*). Risolvi le disequazioni di secondo grado.

- | | |
|--|---|
| a) $\frac{3x+1}{2} \cdot \frac{3x-1}{2} < \frac{35}{4} + (2 - x)^2$; | c) $(x + 2)^2 + 5 > (1 - x)(2x + 5)$; |
| b) $\frac{2}{3}x(3 - x) - (x - 1) < -2 \left(\frac{1}{3} + x\right)$; | d) $3(x - 2)^2 - 1 > \frac{3}{2} (x^2 + 2) - x^2$. |

4.17 (*). Risolvi le disequazioni di secondo grado.

- | |
|---|
| a) $\frac{x-2}{3} - (3x + 3)^2 > x$; |
| b) $(x - 4)^2 + (2 - x)^2 - 2(2x + 17) > 4(x + 5)(3 - x) + (x + 1)^2$; |
| c) $(x - 2)^3 - x^3 > x^2 - 4$; |
| d) $(2 - x)^3 - (2 - x)^2 < \frac{3-4x^3}{4}$; |
| e) $(x + 2000)^2 + x + 2000 < 2$. |

4.18 (*). Risolvi le disequazioni di secondo grado.

- | |
|--|
| a) $2x^2 + \frac{3}{2}(x - 3)(5 - x) < (x - 3)(x - 2) + \frac{x-3}{2}(17 - 5x)$; |
| b) $\frac{3}{4}(x - 2)(4 - x) + 7 - (5 - x)^2 > (3 - x)[3(x - 4) - 2(x - 2)]$; |
| c) $\frac{1}{3}(4x - 1)^2 - 11 + \frac{2}{3}(2x + 1)^2 > 2(2x + 1)^2 - \frac{5}{3}(2x + 3)^2$; |
| d) $\frac{4}{3}(x - 1) + \frac{1}{9}(x - 5)(5 - x) + \frac{1}{6}(5x + 1)^2 > 1 + \frac{5}{6}(3x - 1)^2 - \frac{4}{3}(x - 1)^2$. |

4.19 (*). Risolvi le disequazioni di secondo grado con il metodo algebrico o con quello grafico.

- | |
|---|
| a) $\frac{(2x-1)^3-8x}{2} - \frac{(2x+1)^2-15}{4} \leq 4x(x-1)^2 - 6$; |
| b) $\frac{(3-x)^2}{2} - 1 \geq -\frac{x^2-4}{4}$; |

- c) $(\frac{x}{2} + 1)^2 - 2x > \frac{5}{4}(\frac{x}{2} - 1)$;
 d) $(x + 1)^2 > (x - 1)^2 + (x + 2)^2 + 4x$;
 e) $\frac{x^2}{4} + x < \frac{x+3}{4} + \frac{x}{2} - \frac{1-x}{2}$.

4.20. Il monomio $16x^2$ risulta positivo per:

- A $x > 16$ B $x > \frac{1}{16}$ C $x \in \mathbb{R}$ D $x \in \mathbb{R}_0$ E $x < -4 \vee x > 16$

4.21. Il binomio $16 + x^2$ risulta positivo per:

- A $x > -16$ B $-4 < x < 4$ C $x \in \mathbb{R} - \{-4, 4\}$ D $x \in \mathbb{R}$ E $x < -4 \vee x > 4$

4.22. Il binomio $16 - x^2$ risulta positivo per:

- A $x > -16$ B $-4 < x < 4$ C $x \in \mathbb{R} - \{-4, 4\}$ D $x \in \mathbb{R}$ E $x < -4 \vee x > 4$

4.23. Spiegate sfruttando il metodo grafico la verità della proposizione: “nessun valore della variabile a rende il polinomio $(3 + a)^2 - (2a + 1) \cdot (2a - 1) - (a^2 + 2a + 35)$ positivo”.

4.3 - Segno del trinomio a coefficienti letterali

4.24 (*). Risolvi e discuti le seguenti disequazioni.

- a) $x^2 - 2kx + k^2 - 1 > 0$; c) $4x^2 - 4x + 1 - 9m^2 < 0$;
 b) $3x^2 - 5ax - 2a^2 < 0$; d) $2x^2 - 3ax < 0$.

4.25 (*). Risolvi e discuti le seguenti disequazioni.

- a) $x^2 - 2tx - 8t^2 > 0$; c) $(m - 1)x^2 - mx > 0$;
 b) $(1 - s)x^2 + 9 > 0$; d) $kx^2 - (k + 1)x - 3 \geq 0$.

4.26. Trovare il segno del trinomio $t = (1 - m)x^2 - 2mx - m + 3$ al variare del parametro m .

4.4 - Disequazioni polinomiali di grado superiore al secondo

4.27. Data la disequazione $(x^2 - x) \cdot (2x^2 + 13x + 20) < 0$ verificare che nessun numero naturale appartiene all'insieme soluzione.

4.28. Dopo aver scomposto in fattori il polinomio $p(x) = 2x^4 - 5x^3 + 5x - 2$ determinare il suo segno.

4.29. Dato il trinomio $p(x) = 9x^2 + x^4 - 10$ stabilire se esiste almeno un numero naturale che lo renda negativo.

4.30. Nell'insieme dei valori reali che rendono positivo il trinomio $p(x) = 2x^5 - 12x^3 - 14x$ vi sono solo due numeri interi negativi?

4.31. $x \in (-1; +\infty) \Rightarrow p(x) = x^5 - 2x^2 - x + 2 > 0$. Vero o falso?

4.32. Nell'insieme dei valori reali che rendono negativo $p(x) = (2x - 1)^3 - (3 - 6x)^2$ appartiene un valore razionale che lo annulla. Vero o falso?

4.33 (*). Risolvi le seguenti disequazioni di grado superiore al secondo.

- | | |
|--|----------------------------------|
| a) $(1-x)(2-x)(3-x) > 0$; | e) $3x(x-2)(x+3)(2x-1) \leq 0$; |
| b) $(2x-1)(3x-2)(4x-3) \leq 0$; | f) $(x^2+1)(x-1)(x+2) > 0$; |
| c) $-2x(x-1)(x+2) > 0$; | g) $(1-9x^2)(9x^2-3x)2x > 0$; |
| d) $(x^2-4x-45) \cdot (4x^2-4x+1) > 0$; | h) $(16x^2-1)(x^2-x-12) > 0$. |

4.34 (*). Risolvi le seguenti disequazioni di grado superiore al secondo.

- | | |
|--|------------------------------------|
| a) $-x(x^2-3x-10)(x^2-9x+18) \leq 0$; | e) $x^3-5x^2+6 < 0$; |
| b) $x^2(x-1)(2x^2-x)(x^2-3x+3) > 0$; | f) $(5x^3-2x^2)(3x^2-5x) \geq 0$; |
| c) $(x^2-1)(x^2-2)(x^2-3x) > 0$; | g) $x^4-2x^3-x+2 > 0$; |
| d) $x^3-x^2+x-1 > 0$; | h) $x^4+x^2-9x^2-9 \leq 0$. |

4.35 (*). Risolvi le seguenti disequazioni di grado superiore al secondo.

- | | |
|----------------------------------|--------------------------------------|
| a) $25x^4-9 > 0$; | e) $(x+1)(x-\frac{1}{2})(x+2) < 0$; |
| b) $x^3-1 \geq 2x(x-1)$; | f) $(x^2-4)(x-2) \geq 0$; |
| c) $x^4-1 > x^2+1$; | g) $(x-7)(x^2-7x+10) < 0$; |
| d) $(x^2+x)^2+2(x+1)^2 \geq 0$; | h) $(x^2-4)(x^2-9) \geq 0$. |

4.36 (*). Risolvi le seguenti disequazioni di grado superiore al secondo.

- | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| a) $(x^4+4x^3-12x^2)(x+3) \geq 0$; | c) $x^3-1 \geq 0$; |
| b) $(x-4)^3-(x-4)^2-2x+10 > 2$; | d) $(x^4+4x^3-12x^2)(x+3) \geq 0$. |

4.37 (*). Risolvi le seguenti disequazioni di grado superiore al secondo.

- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| a) $(x+4)(x+5)(5-x)(4-x) > 0$; | c) $(8-2x^2)(3x-x^2+4) < 0$; |
| b) $(x^2-2x)(x^2+1) > 0$; | d) $(6x^2-6)(100x^2+100x) < 0$. |

4.38 (*). Risolvi le seguenti disequazioni di grado superiore al secondo.

- | | |
|-------------------------------|---------------------------------|
| a) $(1+x^2)(3x^2+x) < 0$; | c) $(125+4x^2)(128+2x^2) < 0$; |
| b) $(x^2+3x+3)(4x^2+3) > 0$; | d) $(x^2+4x+4)(x^2-4x+3) > 0$. |

4.39 (*). Risolvi le seguenti disequazioni di grado superiore al secondo.

- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| a) $(x^2-5x+8)(x^2-2x+1) > 0$; | c) $(4x^2-3x)(x^2-2x-8) < 0$; |
| b) $(-2x+1)(3x-x^2) > 0$; | d) $(4x-x^2+5)(x^2-9x+20) < 0$. |

4.40 (*). Risolvi le seguenti disequazioni di grado superiore al secondo.

- | | |
|------------------------------------|-------------------------------------|
| a) $(5+2x)(-2x^2+14x+16) < 0$; | c) $(x^2-6x+9)(8x-7x^2) > 0$; |
| b) $(5x-2x^2-10)(x^2+3x-28) > 0$; | d) $(3x^2+2x-8)(6x^2+19x+15) < 0$. |

4.48 (*). Risolvi le seguenti disequazioni di grado superiore al secondo.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 1 - 16x^4 < 0; & \text{c) } 8x^3 + 27 < 0; & \text{e) } 4x^4 - 1 \geq 0; \\ \text{b) } 27x^3 - 8 \geq 0; & \text{d) } 4x^4 + 1 \geq 0; & \text{f) } 1000x^3 + 27 > 0. \end{array}$$

4.49 (*). Risolvi le seguenti disequazioni di grado superiore al secondo.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 10000x^4 - 1 \geq 0; & \text{d) } 9x^4 - 4 \geq 0; & \text{g) } x^4 - 9 \geq 0; \\ \text{b) } x^7 + 7 < 0; & \text{e) } x^6 + \sqrt{6} \leq 0; & \text{h) } x^4 + 9 \leq 0; \\ \text{c) } x^3 - 8 \geq 0; & \text{f) } 0,1x^4 - 1000 \geq 0; & \text{i) } -x^4 + 9 \leq 0. \end{array}$$

4.50 (*). Risolvi le seguenti disequazioni con la regola di Ruffini, dopo avere determinato per tentativi una o più radici.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } x^3 - 3x^2 - 9x - 5 > 0; & \text{d) } 4x^3 + 8x^2 - 11x + 3 \leq 0; \\ \text{b) } 2x^3 - 9x^2 + 10x - 3 < 0; & \text{e) } x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 4x - 4 \leq 0; \\ \text{c) } x^3 - 4x^2 - 19x - 14 \geq 0; & \text{f) } x^4 + 8x^3 + 22x^2 + 24x + 9 \geq 0. \end{array}$$

4.5 - Disequazioni fratte

4.51 (*). Determinare l'Insieme Soluzione delle seguenti disequazioni fratte.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{x+2}{x-1} > 0; & \text{c) } \frac{x+5}{x-7} > 0; & \text{e) } \frac{x^2-4x+3}{4-7x} \geq 0; \\ \text{b) } \frac{x+3}{4-x} > 0; & \text{d) } \frac{2-4x}{3x+1} \geq 0; & \text{f) } \frac{x+5}{x^2-25} > 0. \end{array}$$

4.52 (*). Determinare l'Insieme Soluzione delle seguenti disequazioni fratte.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{x^2-1}{x-2} > 0; & \text{c) } \frac{-x^2+4x-3}{x+5} > 0; & \text{e) } \frac{9-x^2}{2x^2-x-15} > 0; \\ \text{b) } \frac{x^2-4x+3}{x+5} < 0; & \text{d) } \frac{x^2+1}{x^2-2x} > 0; & \text{f) } \frac{x^2-7x}{-x^2-8} > 0. \end{array}$$

4.53 (*). Determinare l'Insieme Soluzione delle seguenti disequazioni fratte.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{x+2}{x-1} \leq 0; & \text{c) } \frac{-3}{-x^2-4x-8} > 0; & \text{e) } \frac{3x-12}{x^2-9} > 0; \\ \text{b) } \frac{1}{x^2+2x+1} > 0; & \text{d) } \frac{x^2+2x+3}{-x^2-4} > 0; & \text{f) } \frac{5-x}{x^2-4} > 0. \end{array}$$

4.54 (*). Determinare l'Insieme Soluzione delle seguenti disequazioni fratte.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{3x-x^2-2}{2x^2+5x+3} > 0; & \text{c) } \frac{x^2-4x+3}{5-10x} > 0; & \text{e) } \frac{x^2-3x+2}{4x-x^2-5} > 0; \\ \text{b) } \frac{4-2x}{x^2-2x-8} > 0; & \text{d) } \frac{x^2+3x+10}{4-x^2} > 0; & \text{f) } \frac{x^2+2}{25-x^2} > 0. \end{array}$$

4.55 (*). Determinare l'Insieme Soluzione delle seguenti disequazioni fratte.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{3x^2-2x-1}{4-2x} > 0; & \text{c) } \frac{x+2}{x^2+4x+2} > 0; & \text{e) } \frac{x^2+3x+2}{25-x^2} > 0; \\ \text{b) } \frac{x+2}{x^2+4x+4} > 0; & \text{d) } \frac{-x^2+2x+8}{-x-1} < 0; & \text{f) } \frac{x^2+4x+3}{3x-6} > 0. \end{array}$$

4.56 (*). Determinare l'Insieme Soluzione delle seguenti disequazioni fratte.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{5-x}{x^2-4x+3} > 0; & \text{c) } \frac{x^2-9}{x^2-5x} > 0; & \text{e) } \frac{x^2-5x+6}{-3x+7} < 0; \\ \text{b) } \frac{1-x^2}{x^2+2x+3} < 0; & \text{d) } \frac{x^2-x-2}{x-x^2+6} > 0; & \text{f) } \frac{2x+8}{x^2+4x-12} > 0. \end{array}$$

4.57 (*). Determinare l'Insieme Soluzione delle seguenti disequazioni fratte.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{x^2-2x-63}{4x+5-x^2} > 0; & \text{c) } \frac{x^2-2x}{5-x^2} > 0; & \text{e) } \frac{x^2-8x+15}{x^2+3x+2} > 0; \\ \text{b) } \frac{4-x^2+3x}{x^2-x} > 0; & \text{d) } \frac{x^2-x-2}{-3x^2+3x+18} \leq 0; & \text{f) } \frac{4x+7}{3x^2-x-2} > 0. \end{array}$$

4.58 (*). Determinare l'Insieme Soluzione delle seguenti disequazioni fratte.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{-x^2-4x-3}{6x-x^2} > 0; & \text{d) } \frac{2x-4x^2}{x^2+x-12} \cdot \frac{16-x^2}{5x-x^2} \leq 0; \\ \text{b) } \frac{5x+x^2+4}{6x^2-6x} > 0; & \text{e) } \frac{1-x^2}{x^2} \leq \frac{1}{x^2} - x^2 - \frac{1}{2}; \\ \text{c) } \frac{9-x^2}{x^2+5x+6} \cdot \frac{6x-2x^2}{4-x^2} > 0; & \text{f) } \frac{x+2}{x-1} \geq \frac{24}{x+1} - \frac{x}{x^2-1}. \end{array}$$

4.59 (*). Determinare l'Insieme Soluzione delle seguenti disequazioni fratte.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{x+1}{(x+2)(x-4)} < 0; & \text{d) } \frac{x^2-6x+5}{2x-1} < 0; \\ \text{b) } 3 \cdot \frac{1-x}{x+1} - 8 > 3 \cdot \frac{x+1}{1-x}; & \text{e) } \frac{x^2-4}{1-x} \leq 0; \\ \text{c) } \frac{x(x-4)(x+1)}{x-1} < 0; & \text{f) } \frac{3x-2}{2x^2-2x+\frac{1}{2}} \geq 0. \end{array}$$

4.60 (*). Determinare l'Insieme Soluzione delle seguenti disequazioni fratte.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} < \frac{2x+1}{x^2-1}; & \text{d) } \frac{x+1}{2x-1} + \frac{3}{4x+10} \geq 1 - \frac{2x+2}{4x^2+8x-5}; \\ \text{b) } \frac{x}{x+2} \geq \frac{x-4}{x^2-4}; & \text{e) } \frac{2x+5}{(2x+4)^2} \geq \frac{2}{2x+4}; \\ \text{c) } \frac{4x+1}{x^2-9} + \frac{1-x}{x+3} < 6 - \frac{x}{x-3}; & \text{f) } \frac{10x^2}{x^2+x-6} + \frac{x}{2-x} - 1 \leq \frac{5}{x+3}. \end{array}$$

4.61 (*). Determinare l'Insieme Soluzione delle seguenti disequazioni fratte.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{5x+20}{5x+5} + \frac{2x-8}{2x-2} \geq 2; & \text{d) } \frac{4}{3x^2-4x} + 1 < \frac{x+2}{x} + \frac{3x-2}{6x-8}; \\ \text{b) } \frac{8}{8x^2-8x-70} - \frac{4}{4x^2-4x-35} > \frac{8x+8}{4x^2-20x+21}; & \text{e) } \frac{10}{1-x^2} - \frac{5}{x+1} > \frac{5}{1-x} - \frac{5}{3}; \\ \text{c) } \frac{4x^2-8x+19}{8x^2-36x+28} - \frac{2x-5}{4x-4} \geq \frac{8x+12}{8x-28}; & \text{f) } \frac{(x-1)^2}{(2-x)(x-3)} - \frac{2-x}{3-x} < \frac{x-3}{2-x}. \end{array}$$

4.62 (*). Determinare l'Insieme Soluzione delle seguenti disequazioni fratte.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{12x-7}{(x+1)^2-7x+5} + \frac{x-2}{x-3} < \frac{1-x}{x-2}; & \text{d) } \frac{8}{x-4} < 3 - \frac{7}{x-1}; \\ \text{b) } \frac{1+6x}{2-2x} + \frac{3}{2} > \frac{2+2x}{1-2x}; & \text{e) } 2 - \frac{x-2}{1+x} < \frac{4-x}{x^2+2x+1}; \\ \text{c) } \frac{4x^2+1}{2x(2x-2)} > \frac{1}{2x} + \frac{1}{2x-2}; & \text{f) } \frac{2}{2x-1} - \frac{6}{4x^2-1} > \frac{2-2x}{2x+1}. \end{array}$$

4.63 (*). Determinare l'Insieme Soluzione delle seguenti disequazioni fratte.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{7-x}{x-6} < \frac{21-2x}{2x} - \frac{1}{2}; & \text{d) } \frac{2}{9x^2-15x+6} + \frac{1}{3-3x} > \frac{9x}{2-3x}; \\ \text{b) } \frac{8}{1-(x-1)^2} - \frac{x-1}{2-x} < \frac{2}{x}; & \text{e) } \frac{x+1}{x+2} > \frac{2x-1}{x-1}; \\ \text{c) } \frac{x^2-1}{x^2-9} - \frac{1}{x+3} > \frac{1-x}{x-3}; & \text{f) } \frac{1-x}{x-2} + \frac{1+2x}{1+x} > \frac{1+x}{2-x}. \end{array}$$

4.64 (*). Assegnate le due funzioni $f_1 = \frac{x^2+1}{2x-x^2}$ e $f_2 = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-2}$ stabilire per quali valori della variabile indipendente si ha $f_1 \geq f_2$.

4.65. Spiegare perché l'espressione letterale $E = \frac{1-\frac{x^2}{x^2-1}}{2+\frac{3x-1}{1-x}}$ è sempre positiva nel suo dominio.

4.66 (*). Per quali valori di x la funzione $y = \frac{(x-1) \cdot x-2}{5x^2-x-4}$ è maggiore o uguale a 1.

4.67 (*). $x, x+2, x+4$ sono tre numeri naturali. Determinate in \mathbb{N} il più piccolo numero che rende vera la proposizione: "il doppio del primo aumentato del prodotto degli altri due è maggiore della differenza tra il doppio del terzo e il quadrato del secondo".

4.68. Date chiare e sintetiche motivazioni alla verità della seguente proposizione: "il segno della frazione $f = \frac{9-x^2+3x}{2+x^2}$ non è mai positivo e la frazione non ha zeri reali".

4.69. Stabilire se basta la condizione $x \neq 1 \wedge x \neq -1$ per rendere positiva la frazione $f = \frac{x^3-1}{x^4-2x^2+1}$.

4.70. Determinare per quali valori reali la frazione $f = \frac{(x+1)^2}{4x^2-12x+9}$ risulta non superiore a 1.

4.6 - Sistemi di disequazioni

4.71 (*). Risolvere i seguenti sistemi di disequazioni.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ x - 5 \leq 0 \end{cases}; & \text{c) } \begin{cases} 4x - x^2 > 0 \\ 3x^2(x-3) > 0 \end{cases}; \\ \text{b) } \begin{cases} x^2 - 4x + 3 \leq 0 \\ x - 2x^2 < -10 \end{cases}; & \text{d) } \begin{cases} x^2 + 5x + 6 \leq 0 \\ 2x + 5 \leq 0 \end{cases}. \end{array}$$

4.72 (*). Risolvere i seguenti sistemi di disequazioni.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} x^2 - 3 > 0 \\ x - 3 > 1 \end{cases}; & \text{c) } \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{1}{2} < 2x - \frac{1}{3} \\ (x+1)\left(\frac{1}{2} - x\right) > 0 \end{cases}; \\ \text{b) } \begin{cases} \frac{2x-1}{2} > \frac{x+1}{3} \\ 5-x < 3(x-1)^2 \end{cases}; & \text{d) } \begin{cases} x^2 > 3x-2 \\ x^2-3x < 0 \end{cases}. \end{array}$$

4.73 (*). Risolvere i seguenti sistemi di disequazioni.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} 3x - x^2 - 2 \leq 0 \\ x^2 > 49 \end{cases}; & \text{c) } \begin{cases} x^2 - 4x + 4 \geq 0 \\ x < 6 \end{cases}; \\ \text{b) } \begin{cases} 3x - 2 > 0 \\ x^2 - 1 > 0 \\ 2x - x^2 < 0 \end{cases}; & \text{d) } \begin{cases} x^2 - 4x + 4 > 0 \\ x \leq 6 \\ 1 - x^2 \leq 0 \end{cases}. \end{array}$$

4.74 (*). Risolvere i seguenti sistemi di disequazioni.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} (3-4x)^2 < 29 - (2x-1)^2 \\ 16x^2 < 8x+3 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} 2x^2 - 2 > x(x-1) \\ 4x^2 - 13x + 7 < -(x+3)^2 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} 5x^2 > 13x - 8 \\ 6x^2 - 19x + 10 \geq 0 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} x^2 < 5 + 4x \\ 3x^2 - 3x > 2 + 2x \end{cases} . \end{array}$$

4.75 (*). Risolvere i seguenti sistemi di disequazioni.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x^2 + 6x + 9 < 0 \\ x < 2 \\ x^2 + 1 > 0 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} 4x - x^2 - 3 < 0 \\ 3x \geq 2 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} x^2 + 6x + 9 \leq 0 \\ x < 2 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} 2x^2 < 8 \\ -x^2 + 5x > -6 \\ x^2(9-x^2) \leq 0 \end{cases} . \end{array}$$

4.76 (*). Risolvere i seguenti sistemi di disequazioni.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} (x^2 - 4x + 3)(2x - 4) > 0 \\ 2x - x^2 \leq 1 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} 2x^2 - x - 1 \leq 0 \\ 3x + 7 > 0 \\ x^2 - 10x + 9 \leq 0 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} (3-x)(x^2-4)(x^2-2x-8) < 0 \\ x^2 - 64 \leq 0 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} 2x^2 - x - 1 < 0 \\ 3x + 7 > 0 \\ x^2 - 10x + 9 \leq 0 \end{cases} . \end{array}$$

4.77 (*). Risolvere i seguenti sistemi di disequazioni.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x^2 - 10x + 25 > 0 \\ x < 7 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} \frac{1}{x} > \frac{1}{x-3} \\ 3x - 1 - 2x^2 < 0 \\ \frac{x^2 - 6x + 5}{2-x} > 0 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} x^2 - 10x + 25 \geq 0 \\ x < 7 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} x^4 - 8 \geq 1 \\ \frac{5-x}{x} < \frac{1}{2} \\ x^3 - 1 < 0 \end{cases} . \end{array}$$

4.78 (*). Risolvere i seguenti sistemi di disequazioni.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x^2 - 4x + 3 \leq 0 \\ x^2 - 4 > 0 \\ x^2 + 1 > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} x^2 - 2x + 1 \geq 0 \\ x^2 + 5x \geq 0 \\ x^2 + 1 > 0 \\ x^2 - 2x + 7 > 0 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} x^2 - 5x + 6 \leq 0 \\ x^2 - 1 > 0 \\ x^2 + 1 < 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} x^2 - 2x + 1 > 0 \\ x^2 + 5x \geq 0 \\ x^2 + x + 23 > 0 \\ x^2 - 2x + 7 > 0 \end{cases} . \end{array}$$

4.79 (*). Risolvere i seguenti sistemi di disequazioni.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \left\{ \begin{array}{l} x^2 - 3x + 2 > 0 \\ x^2 - 3x + 2 < 0 \\ 2x^2 - x - 1 > 0 \\ x^2 - 2x > 0 \end{array} \right. ; & \text{c) } \left\{ \begin{array}{l} x^2 - 3x + 2 \leq 0 \\ x^2 - 4x + 4 \leq 0 \\ x^2 - 3x + 2 \geq 0 \\ x^2 - 4x + 4 \geq 0 \end{array} \right. ; \\ \text{b) } \left\{ \begin{array}{l} x^2 - 3x + 2 \leq 0 \\ x^2 - 4x + 4 \leq 0 \\ x^2 - x + 10 > 0 \\ x^2 - 2x \leq 0 \end{array} \right. ; & \text{d) } \left\{ \begin{array}{l} \frac{4-x^2+3x}{x^2-x} > 0 \\ \frac{x^2-x-2}{-3x^2+3x+18} \leq 0 \end{array} \right. ; \\ & \text{e) } \left\{ \begin{array}{l} x^3 - 5x^2 - 14x \geq 0 \\ \frac{2x+1}{2x} > \frac{3}{x+1} \end{array} \right. . \end{array}$$

4.80 (*). Dato il sistema $\begin{cases} x(x-3) > 3\left(\frac{x^2}{2} - 2x\right) \\ 2+x \cdot \frac{3x-7}{3} \geq 5 - \frac{1}{3}x \end{cases}$ determina i numeri naturali che lo risolvono.

4.81 (*). Per quali valori di x le due funzioni $f_1 = x^4 - x^3 + x - 1$ e $f_2 = x^4 - 8x$ assumono contemporaneamente valore positivo?

4.7.2 Risposte

4.1. a) $0 \leq x \leq 6$, b) $x \neq 0$, c) $x < -1 \vee x > 0$, d) $x = 0$, e) \emptyset , f) $x_1 < -3 \vee x > 3$, g) $x < \frac{1}{2} \vee x > 1$, h) $0 \leq x \leq 3$, i) $x_1 < -1 \vee x > \frac{2}{3}$, j) $x_1 < -2 \vee x > 2$, k) $-\frac{3}{4} < x < 1$, l) $-2\sqrt{2} \leq x \leq 2\sqrt{2}$.

4.2. a) $x \leq \frac{5-\sqrt{13}}{2} \vee x \geq \frac{5+\sqrt{13}}{2}$, b) \mathbb{R} , c) $2 \leq x \leq 4$, d) $x \leq -4 \vee x \geq 1$, e) $2 - \sqrt{13} \leq x \leq 2 + \sqrt{13}$, f) $3 < x < 6$, g) $x \leq 3 \vee x \geq 5$, h) $x = 0$, i) $\frac{1-2\sqrt{7}}{9} \leq x \leq \frac{1+2\sqrt{7}}{9}$, j) \mathbb{R} , k) $x < -3 - \sqrt{11} \vee x > -3 + \sqrt{11}$, l) \emptyset .

4.3. a) $\frac{3-\sqrt{19}}{2} < x < \frac{3+\sqrt{19}}{2}$, b) \mathbb{R} , c) $x \leq -\sqrt{5} \vee x \geq \sqrt{5}$, d) $x \leq -1 \vee x \geq 0$, e) \mathbb{R} , f) $x < -1 \vee x > 1$, g) $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, h) \mathbb{R} .

4.4. a) \emptyset , b) $\mathbb{R} - \{4\}$, c) $\mathbb{R} - \{-4\}$, d) $-1 < x < 4$, e) $3 < x < 5$, f) $x < -\frac{1}{2} \vee x > 2$.

4.5. a) $x < -\frac{1}{6} \vee x > \frac{1}{2}$, b) $x < -\frac{1}{3} \vee x > 1$, c) \emptyset , d) \mathbb{R} , e) $x \leq 0 \vee x \geq 2$, f) $x \leq -\frac{1}{5} \vee x \geq 1$.

4.10. a) $x \leq -\frac{3}{2} \vee x \geq \frac{3}{2}$, b) $0 < x < \frac{3}{2}$, c) \mathbb{R} , d) \mathbb{R} , e) $x < -1 \vee x > 2$, f) $-6 \leq x \leq -5$, g) $2 - \sqrt{7} < x < 2 + \sqrt{7}$, h) \emptyset , i) \emptyset , j) $x \leq -\frac{1}{3} \vee x \geq \frac{1}{3}$, k) $-\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{1}{3}$, l) \emptyset .

4.11. a) $0 \leq x \leq 4$, b) $-1 \leq x < -\frac{1}{9}$, c) $x < -10 \vee x > 10$, d) $0 \leq x < \frac{6}{5}$, e) $x < -\frac{1}{2} \vee x > \frac{1}{2}$, f) $-\frac{3}{4} \leq x \leq \frac{1}{3}$, g) \mathbb{R} , h) $\mathbb{R} - \{\sqrt{2}\}$.

4.12. a) $x \leq -\frac{3}{2} \vee x \geq \frac{1}{2}$, b) $x \leq -\frac{1}{2} \vee x \geq 6$, c) $x < -2 \vee x > 0$, d) $-\frac{\sqrt{5}+1}{2} < x < \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, e) $-\frac{5}{2} < x < -2$, f) $-1 < x < \frac{5}{3}$, g) $x < \frac{1-\sqrt{21}}{4} \vee x > \frac{1+\sqrt{21}}{4}$, h) $1 \leq x \leq 2$.

- 4.13. a) $-\frac{7}{6} \leq x \leq -1$, b) \emptyset , c) $x < -\frac{1}{2} \vee x > 2$, d) \mathbb{R} .
- 4.14. a) \emptyset , b) $-\frac{5}{3} < x < 3$, c) $x < -3 \vee x > 7$, d) $-7 < x < 2$.
- 4.15. a) \mathbb{R} , b) $x \leq -\frac{8}{5} \vee x \geq -\frac{4}{7}$, c) $x < \frac{2}{3} \vee x > \frac{7}{9}$, d) $x < 0 \vee x > \frac{3}{8}$.
- 4.16. a) $-\frac{26}{5} < x < 2$, b) $x < -\frac{1}{2} \vee x > 5$, c) $x < -\frac{4}{3} \vee x > -1$, d) $x < \frac{4}{5} \vee x > 4$.
- 4.17. a) $-\frac{29}{27} < x < -1$, b) $x < -3 \vee x > 5$, c) $\frac{6-2\sqrt{2}}{7} < x < \frac{6+2\sqrt{2}}{7}$, d) I.S. = \emptyset , e) $-2002 < x < -1999$.
- 4.18. a) $-\frac{3}{2} < x < -1$, b) $0 < x < \frac{14}{3}$, c) $x < -\frac{3}{2} \vee x > -\frac{3}{10}$, d) $\frac{20}{19} < x < 2$.
- 4.19. a) $x = 3$, b) $x \leq 2 - \frac{\sqrt{6}}{3} \vee x \geq 2 + \frac{\sqrt{6}}{3}$, c) $x < 2 \vee x > \frac{9}{2}$, d) \emptyset , e) $-1 < x < 1$.
- 4.24. a) $x < k-1 \vee x > k+1$, b) $a = 0 \rightarrow \emptyset$; $a > 0 \rightarrow -\frac{1}{3}a < x < 2a$; $a < 0 \rightarrow 2a < x < -\frac{1}{3}a$,
 c) $m = 0 \rightarrow \emptyset$; $m > 0 \rightarrow \frac{1-3m}{2} < x < \frac{1+3m}{2}$; $m < 0 \rightarrow \frac{1+3m}{2} < x < \frac{1-3m}{2}$,
 d) $a = 0 \rightarrow \emptyset$; $a > 0 \rightarrow 0 < x < \frac{3}{2}a$; $a < 0 \rightarrow \frac{3}{2}a < x < 0$.
- 4.25. a) $t = 0 \rightarrow x \neq 0$; $t > 0 \rightarrow -2t < x < 4t$; $t < 0 \rightarrow 4t < x < -2t$,
 b) $s \leq 1 \rightarrow \mathbb{R}$; $s > 1 \rightarrow \frac{-3}{\sqrt{k-1}} < x < \frac{3}{\sqrt{k-1}}$,
 c) $m = 0 \rightarrow \emptyset$; $m = 1 \rightarrow x < 0$; $0 < m < 1 \rightarrow \frac{m}{m-1} < x < 0$; $m < 0 \rightarrow 0 < x < \frac{m}{m-1}$;
 $m > 1 \rightarrow x < 0 \vee x > \frac{m}{m-1}$.
- 4.33. a) $x < 1 \vee 2 < x < 3$, b) $\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{3}{4} \vee x \leq \frac{1}{2}$, c) $x < -2 \vee 0 < x < 1$,
 e) $\frac{1}{2} \leq x \leq 2 \vee -3 \leq x \leq 0$, f) $x < -2 \vee x > 1$, g) $x < -1/3$,
 h) $-\frac{1}{4} < x < \frac{1}{4} \vee x < -3 \vee x > 4$.
- 4.34. a) $3 \leq x \leq 5 \vee -2 \leq x \leq 0 \vee x \geq 6$, b) $0 < x < \frac{1}{2} \vee x > 1$,
 c) $x < -\sqrt{2} \vee 1 < x < \sqrt{2} \vee -1 < x < 0 \vee x > 3$, d) $x > 1$, e) $3 - \sqrt{3} < x < 3 + \sqrt{3} \vee x < -1$,
 f) $0 \leq x \leq \frac{2}{5} \vee x \geq \frac{5}{3}$, g) $x < 1 \vee x > 2$, h) $-3 \leq x \leq 3$.
- 4.35. a) $x < -\frac{\sqrt{15}}{5} \vee x > \frac{\sqrt{15}}{5}$, b) $x \geq 1$, c) $x < -\sqrt{2} \vee x > \sqrt{2}$, d) \mathbb{R} ,
 e) $-1 < x < \frac{1}{2} \vee x < -2$, g) $5 < x < 7 \vee x < 2$, h) $x \leq -3 \vee -2 \leq x \leq 2 \vee x \geq 3$.
- 4.36. a) $x = 0 \vee -6 \leq x \leq -3 \vee x \geq 2$, b) $3 < x < 4 \vee x > 6$, c) $x \geq 1$,
 d) $-9 < x < -6 \vee -\frac{1}{2} < x < 3$.
- 4.37. a) $-5 < x < -4 \vee -3 < x < 3 \vee 4 < x < 5$, b) $x < 0 \vee x > 2$,
 c) $-2 < x < -1 \vee 2 < x < 4$, d) $0 < x < 1$.
- 4.38. a) $-\frac{1}{3} < x < 0$, b) I.S. = \mathbb{R} , c) I.S. = \emptyset , d) $x < -2 \vee -2 < x < 1 \vee x > 3$.

- 4.39. a) $x < 1 \vee x > 1$, b) $0 < x < \frac{1}{2} \vee x > 3$, c) $-2 < x < 0 \vee \frac{3}{4} < x < 4$,
d) $x < -1 \vee 4 < x < 5 \vee x > 5$.
- 4.40. a) $-\frac{5}{2} < x < -1 \vee x > 8$, b) $-7 < x < 4$, c) $0 < x < \frac{8}{7}$, d) $-2 < x < -\frac{5}{3} \vee -\frac{3}{2} < x < \frac{4}{3}$.
- 4.41. a) $x < -\frac{5}{2} \vee -\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2} \vee x > 2$, b) $x < 1$, c) $-2 < x < 2 \vee x > \frac{7}{2}$, d) $x > \frac{6}{7}$.
- 4.42. a) I.S. = $x \in \mathbb{R} | x < 0 \vee 0 < x < 1 \vee x > 4$.
- 4.43. d) $x \leq -1$, e) $x < -3$.
- 4.44. a) $-1 \leq x \leq 2 \vee x \geq 6$, d) $x = -1 \vee x \geq 1$.
- 4.45. a) $x < -2$, d) $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2} \vee x < -4 \vee x > 4$.
- 4.46. a) $x > \frac{3}{2}$, b) $-1 \leq x \leq 1$, c) $x \neq 1 \wedge 1 - \sqrt{2} < x < \sqrt{2} + 1$.
- 4.47. a) $-3 < x < 0 \vee 0 < x < 1 \vee x > 3$, b) $x \geq 0$, d) \emptyset .
- 4.48. a) $x < -\frac{1}{2} \vee x > \frac{1}{2}$, c) $x < -\frac{3}{2}$, e) $x \leq -\frac{\sqrt{2}}{12}$.
- 4.49. a) $x \leq -\frac{1}{10} \vee x \geq \frac{1}{10}$, d) $x \leq -\frac{\sqrt{6}}{3} \vee x \geq \frac{\sqrt{6}}{3}$, g) $x \leq -\sqrt{3} \vee x \geq \sqrt{3}$.
- 4.50. a) $x > 5$, b) $x < \frac{1}{2} \vee 1 < x < 3$, c) $-2 \leq x \leq -1 \vee x \geq 7$, d) $x = \frac{1}{2} \vee x \leq -3$,
e) $-1 \leq x \leq 1 \vee x = 2$, f) \mathbb{R} .
- 4.51. a) $x < 2 \vee x > 1$, b) $-3 < x < 4$, c) $x < -5 \vee x > 7$, d) $-\frac{1}{3} < x \leq \frac{1}{2}$,
e) $x < \frac{4}{7} \vee 1 \leq x \leq 3$, f) $x > 5$.
- 4.52. a) $-1 < x < 1 \vee x > 2$, b) $x < -5 \vee 1 < x < 3$, c) $x < -5 \vee 1 < x < 3$,
d) $x < 0 \vee x > 2$, e) $-3 < x < -\frac{5}{2}$, f) $0 < x < 7$.
- 4.53. a) $1 < x \leq 2$, b) $\mathbb{R} - \{-1\}$, c) \mathbb{R} , d) \emptyset , e) $-3 < x < 3 \vee x > 4$,
f) $x < -2 \vee 2 < x < 5$.
- 4.54. a) $-\frac{3}{2} < x < -1 \vee 1 < x < 2$, b) $x < -2 \vee 2 < x < 4$, c) $x < \frac{1}{2} \vee 1 < x < 3$,
d) $-2 < x < 2$, e) $1 < x < 2$, f) $-5 < x < 5$.
- 4.55. a) $x < -\frac{1}{3} \vee 1 < x < 2$, b) $x > -2$, c) $x < 1 \vee 3 < x < 5$, d) $x < -2 \vee -1 < x < 4$,
e) $-5 < x < -2 \vee -1 < x < 5$, f) $-3 < x < -1 \vee x > 2$.
- 4.56. a) $x < -\frac{3}{4} \vee 1 < x < 4$, b) $x < -1 \vee x > 1$, c) $x < -3 \vee 0 < x < 3 \vee x > 5$,
d) $-2 < x < -1 \vee 2 < x < 3$, e) $2 < x < \frac{7}{3} \vee x > 3$, f) $-6 < x < -4 \vee x > 2$.

- 4.57. a) $-7 < x < -1 \vee 5 < x < 9$, b) $-1 < x < 0 \vee 1 < x < 4$,
 c) $-\sqrt{5} < x < 0 \vee 2 < x < \sqrt{5}$, d) $x < -2 \vee -1 \leq x \leq 2 \vee x > 3$,
 e) $x < -2 \vee -1 < x < 3 \vee x > 5$, f) $-\frac{7}{4} < x < -\frac{2}{3} \vee x > 1$.
- 4.58. a) $x < -3 \vee -1 < x < 0 \vee x > 6$, b) $x < -4 \vee -1 < x < 0 \vee x > 1$, c) $0 < x < 2$,
 d) $x \leq \frac{1}{2} \vee 3 < x \leq 4 \vee x > 5$ con $x \neq 0 \wedge x \neq -4$, e) $-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ con $x \neq 0$,
 f) $x < -1 \vee 1 < x \leq 10 - \sqrt{74} \vee x \geq 10 + \sqrt{74}$.
- 4.59. a) $-1 < x < 4 \vee x < -2$, b) $-1 < x < -\frac{1}{2} \vee 1 < x < 2$, c) $1 < x < 4 \vee -1 < x < 0$,
 d) $x < \frac{1}{2} \vee 1 < x < 5$, e) $-2 \leq x < 1 \vee x \geq 2$, f) $x \geq \frac{2}{3}$.
- 4.60. a) $x < -1 \vee \frac{1-\sqrt{5}}{2} < x < 0 \vee 1 < x < \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, b) $x < -2 \vee x > 2$,
 c) $x < -3 \vee -\frac{13}{6} < x < 3 \vee x > 4$, d) $-\frac{5}{2} < x \leq -\frac{3}{2} \vee \frac{1}{2} < x \leq \frac{7}{2}$, e) $x \leq -\frac{3}{2}$ con $x \neq -2$,
 f) $-3 < x < 2$.
- 4.61. a) $-1 < x < 1$, b) $\frac{3}{2} < x < \frac{7}{2} \vee x < -1$, c) $\frac{1}{2} \leq x < \frac{7}{2}$ con $x \neq 1$,
 d) $x < -6 \vee 0 < x < \frac{4}{3} \vee x > \frac{4}{3}$, e) $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$, f) $x < -2 \vee x > 3$.
- 4.62. a) $-2 < x < 0 \vee 2 < x < 3$, b) $-\frac{5}{2} < x < 0 \vee \frac{1}{2} < x < 1$, c) $x < 0 \vee x > 1$,
 d) $x < 1 \vee 2 < x < 4 \vee x > 8$, e) $-6 < x < -1 \vee -1 < x < 0$, f) $x > 1$.
- 4.63. a) $0 < x < 6 \vee 7 < x < 18$, b) $-1 < x < 0 \vee 2 < x < 4$,
 c) $x < -3 \vee -1 < x < \frac{1}{2} \vee x > 3$, d) $x < 0 \vee \frac{2}{3} < x < 1 \vee x > \frac{10}{9}$,
 e) $\frac{-3-\sqrt{13}}{2} < x < -2 \vee \frac{-3+\sqrt{13}}{2} < x < 1$, f) $x < -1 \vee 0 < x < \frac{1}{2} \vee x > 2$.
- 4.64. $-1 - \sqrt{2} \leq x < 0 \vee -1 + \sqrt{2} \leq x < 2$.
- 4.66. $-\frac{3}{2} \leq x < -\frac{4}{5}$.
- 4.67. 5.
- 4.71. a) $x < -2 \vee 2 < x$, b) $\frac{5}{2} < x \leq 3$, c) $3 < x < 4$, d) $-3 \leq x \leq -\frac{5}{2}$.
- 4.72. a) $x > 4$, b) $x > 2$, c) \emptyset , d) $0 < x < 1 \vee 2 < x < 3$.
- 4.73. a) $x < -7 \vee x > 7$, b) $x > 2$, c) $x < 6$, d) $x \leq -1 \vee 1 \leq x < 2 \vee 2 < x \leq 6$.
- 4.74. a) $-\frac{1}{4} < x < \frac{3}{4}$, b) $x < 1 \vee x \geq \frac{5}{3}$, c) \emptyset , d) $-1 < x < -\frac{1}{3} \vee 2 < x < 5$.
- 4.75. a) \emptyset , b) $x = -3$, c) $\frac{2}{3} \leq x < 1 \vee x > 3$, d) $x = 0$.
- 4.76. a) $1 < x < 2 \vee x > 3$, b) $2 < x < 3 \vee 4 < x \leq 8$, c) $x = 1$, d) \emptyset .
- 4.77. a) $x < 5 \vee 5 < x < 7$, b) $x < 7$, c) $0 < x < \frac{1}{2} \vee 2 < x < 3$, d) $x \leq -\sqrt{3}$.

4.78. a) $2 < x \leq 3$, b) \emptyset , c) $x \leq -5 \vee x \geq 0$, d) $x \leq -5 \vee 0 \leq x < 1 \vee x > 1$.

4.79. a) \emptyset , b) $x = 2$, c) $x = 2$, d) $3 < x < 4 \vee -1 < x < 0 \vee 1 < x \leq 2$,
e) $2 \leq x < -1 \vee x \geq 7$.

4.80. 3, 4, 5.

4.81. $x < -1 \vee x > 2$.