

格物入門 算學

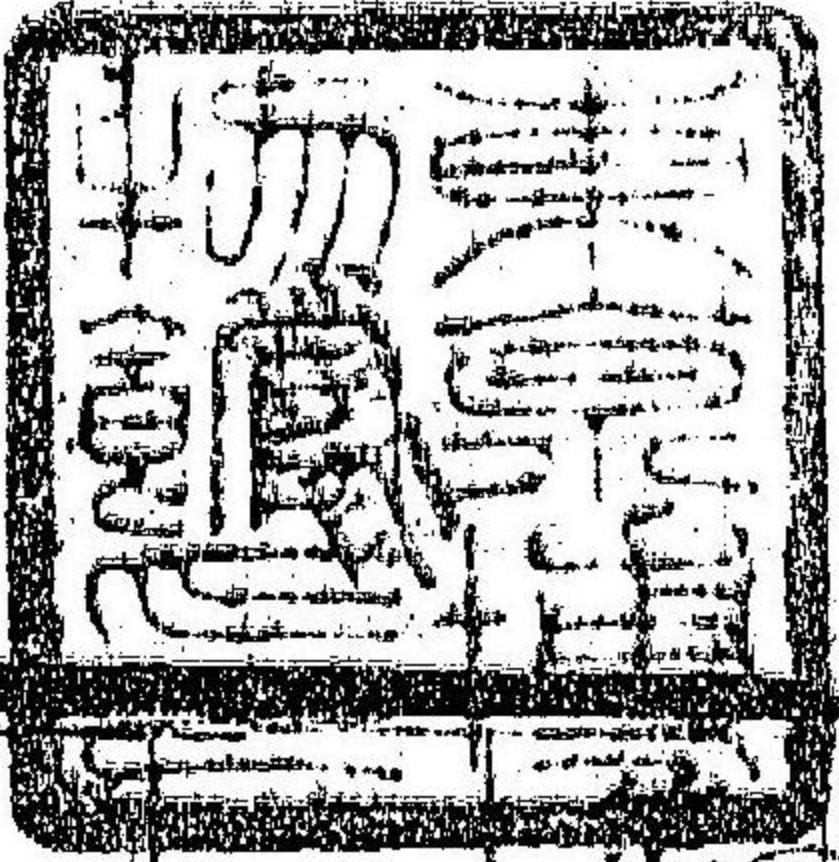
七

全七冊內卷七

136 號

31.21

類物理
類屬
冊七
函四
第三卷



明治九年三月

物教

第七卷算學目錄

上章測算水學

壓櫃

計其力

推其理

水面自平之故

博而平

計其所差

水之下壓

水之旁壓

水之壓力按深遞加

由重心計壓力

多寡相抵

水權之理

以水權物

以高低分輕重

沈浮之理

以水量物

各門目錄

水流疾徐 測算江河

水自孔流 水之倒躍

水面下退以之計時 水自旁躍

物行水中愈速愈阻

第二章測算氣學

吸氣筒 天氣下壓

風雨表細差格 天氣漸高漸薄

天氣高有界限 天氣愈高愈稠

恒雪線 天氣中含水氣

計吸水管之力 計提水管之力

計壓水管之力 計蒸氣之力

其力按熱遞加 其力按稠遞加

第三章測算光學

光按遠近等差 離物稍遠明似無差

天氣阻光令明漸殺 平鏡返光之理

光平來平返 光之聚散返照亦然

凹鏡返光之理 鏡面如球聚光半徑之中

鏡面若拋物線返光皆平

平鏡成影之理 影形方差度

平鏡影形大小比例 凹鏡聚熱之理

釋折光之理

驗折光之法

光透平鏡出入相平

凸鏡影形大小比例

凸鏡光差度

雙線鏡式

橢圓鏡式

月牙鏡式

光生色之故

物隨厚薄變色之理

驗薄物變色之法

第四章測算力學

論吸力

吸力通例

物離地漸高漸輕之例

空球之內無所吸移 物入地漸深漸輕之例

論動靜

物行平速之例

物行漸速之例

平速而行以四邊形度之

漸速而行以三邊形度之

墜地加速之例

上擲減速之例

平速加速相比

計物之下擲

計物之上擲

以自墜為則

論力之分合

二力合一

路經對角

三力合一

數力相合

物循曲線之故

計擲物之路

以一力分數力

一力分二其角相交 一力分二任成何角

一力分二恒得定數 施力方向與功效相法

物受數力而定之例 數力自數而總合為三

論重心 分兩似盡聚重心

察二物之重心 察數物之重心

測三邊形之重心 測多邊形之重心

二物動而重心靜 一物動而重心隨

論物之相觸 無躍力而相觸

無躍力而逆觸 有躍力而相觸

觸後疾徐互易 論助力器具

計算槓桿之力 計算輪軸之力

計算滑車之力 計算斜面之力

計算螺絲之力 計算尖劈之力

六具之通理

第七卷算學協助格物

小引

此卷既以算學協助格物固非專論算學也蓋自有他書專論之矣孫子算經九章算術梅氏叢書皆有可採究不如英國偉烈續增利氏幾何原本並偉烈氏所作數學啟蒙代數學代微積等部爲詳備而易明至於本卷第四章論計算力學欲稍爲加詳則有艾約色所著之重學在焉然恐各種算學讀者未曾諳熟相應略附數條以分別書中所有名目云
一整數若帶有奇零或以子母分數或以小數計之假

如五零四分之一即寫 $\frac{5}{5}$ 或 $\frac{5}{5}$ 皆同蓋以橫線分子

母用小點別整小之數

一各數之加減乘除者用上下 \cdot \times \div 以代字此數較彼

數小則用 $<$ 較彼數大則用 $>$ 相等則用 $=$ 即如

六十四二以數字合一字則於左右用 \circ 謂之開弧如

餘照此式

(六十四) \times 四一四〇

一所謂代數即以字代數用春夏秋冬及天干地支是也義與數學相同而其用為更廣蓋以數而活活計

算不免挂一漏萬若使以代數則一字兼包多數故

格物而無代數難臻精細即如

丙為四則丁為十已為二庚為二十四辛為一個半

皆與上式同隨意換他數亦無不可

一至以某數自乘如 $\text{甲} \times \text{甲}$ 即寫 甲^2 謂之成方如 $\text{甲} \times \text{甲} \times \text{甲}$ 即寫 甲^3

謂之三乘母論若干次皆準此若以甲而求甲謂之

開方甲即為方根以 $\sqrt{\quad}$ 為號或寫 甲 字亦可他皆準

此

一至於各數相比則以 $:$ 當比字以 $::$ 當如字如 $\text{甲}:\text{丙}$ 由

此比例更可推及多式如 $\text{甲}:\text{丙}::\text{乙}:\text{丁}$ 又本字左

端加·代次字如力速力速是且可以比例變成等數

蓋甲二丙子甲三壽故既知其三即可得其四也若所比二數同

增同減而其比例仍無所異則以 \times 字號之如甲 \times 丙

一至於幾何則比線之長短角之分度積之大小寡之

多寡角有三種謂銳謂直謂鈍即 \angle 是也二線

相交對角總等如 \times 左右皆銳上下皆鈍者是且毗

連二角合成二直角蓋上邊銳鈍相合與 \times 二直角

等明矣其上下左右四角相合即為四直角蓋 \times

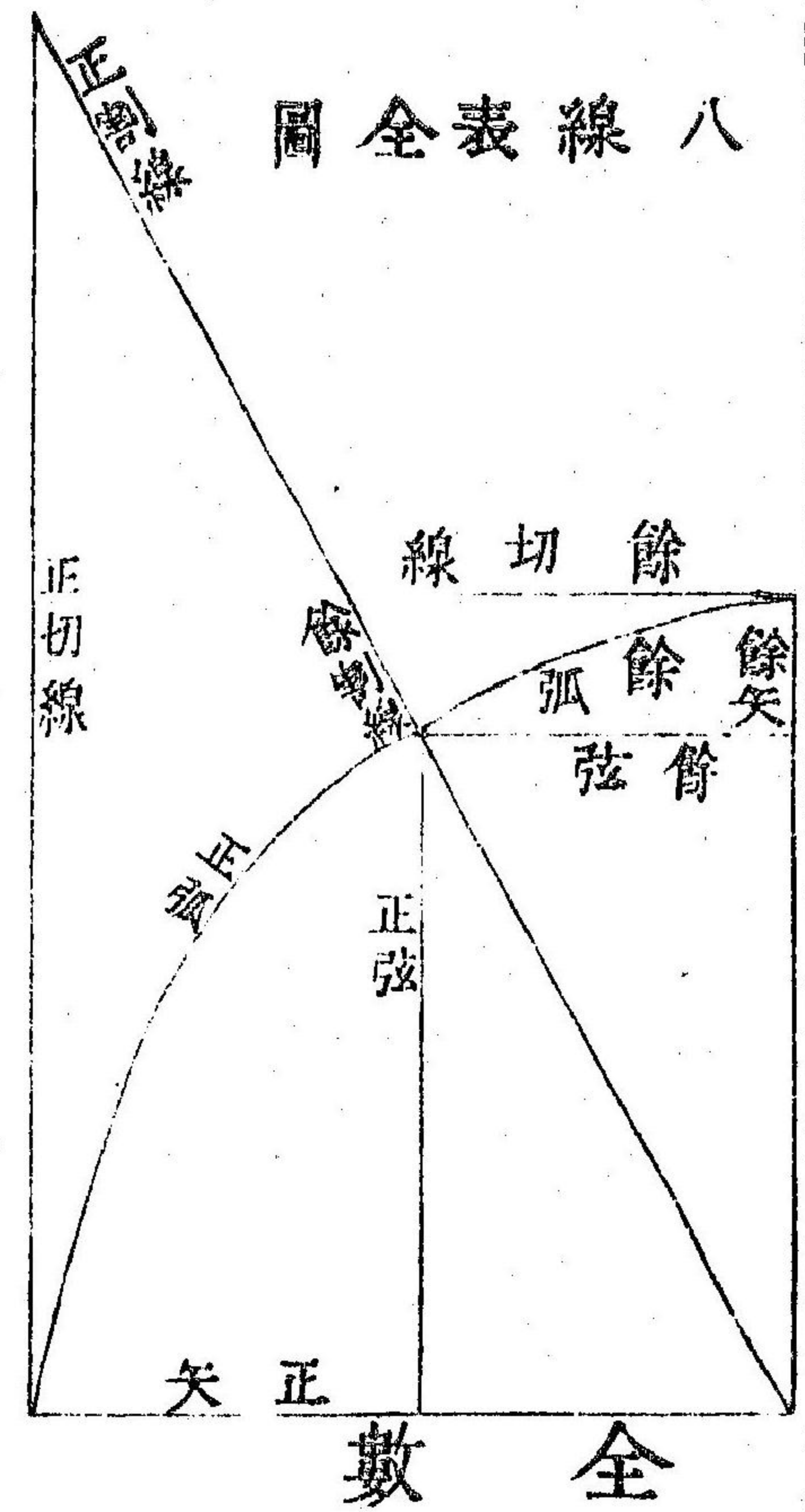
其角共合無殊若畫圓線復以二橫線交穿其中即

分四段與各角相稱故以弧度其角某角之間其圓

線即謂之弧以直線連弧之兩端謂之弦一週

百六十度有八線名為割圓八線句股中常用之線

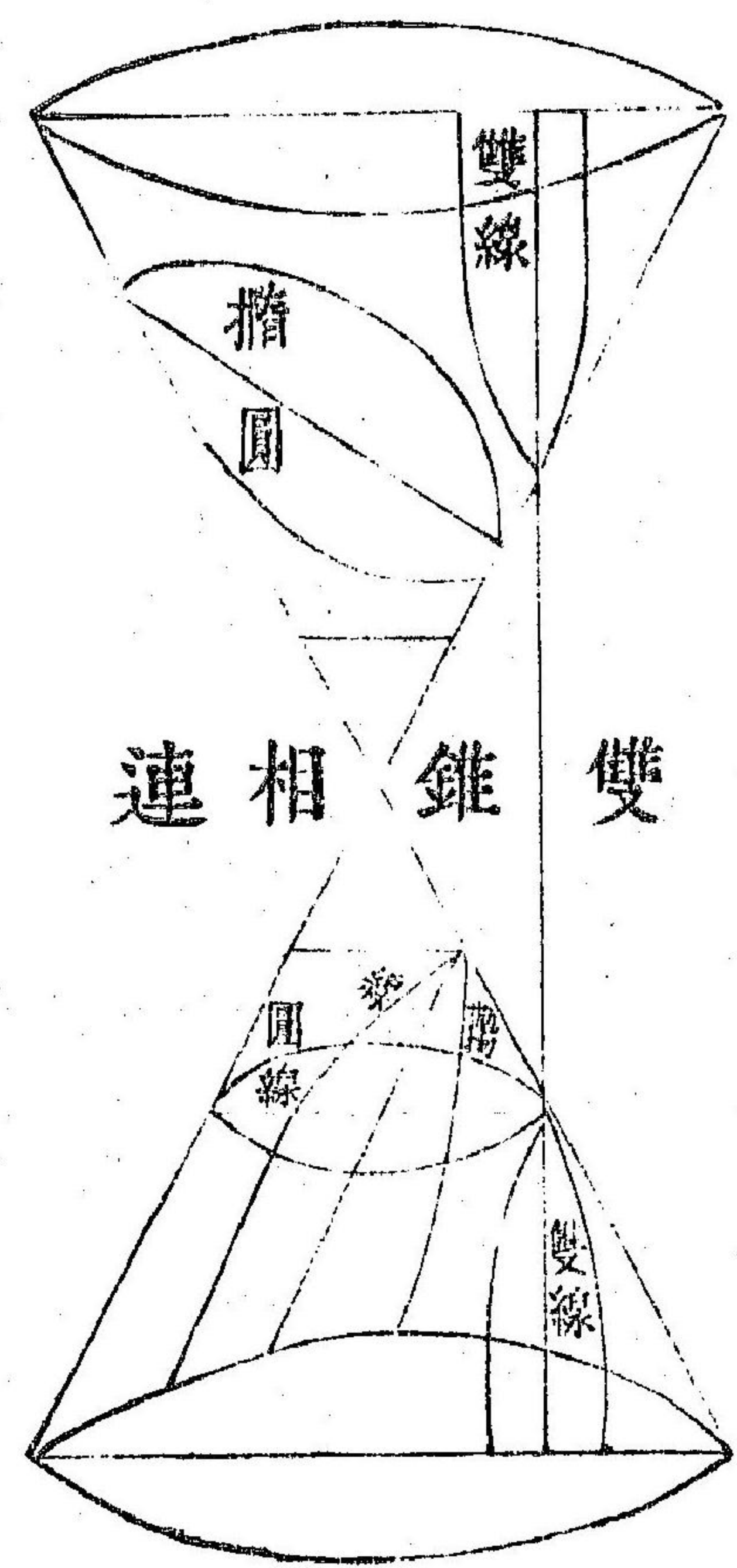
也圖列左方以備觀覽



一圓錐四線亦當熟悉即圓線橢圓拋物線雙線是也

蓋圓錐與底平割之成圓線與軸斜割之成橢圓與

邊平割之成拋物線雙錐以一面通割之即成雙線也圖列左方以備觀覽



第七卷算學協助格物

美國丁韋良著

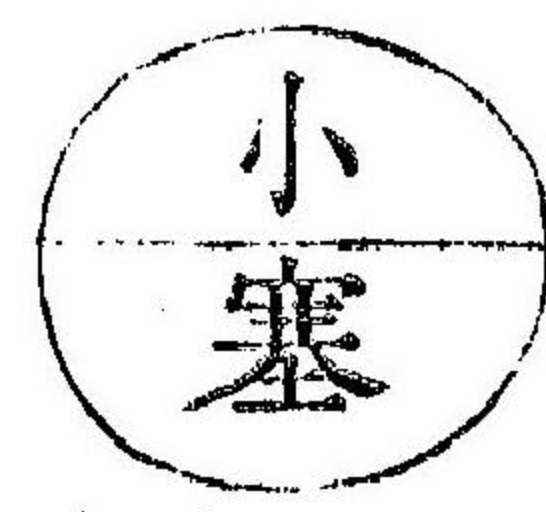
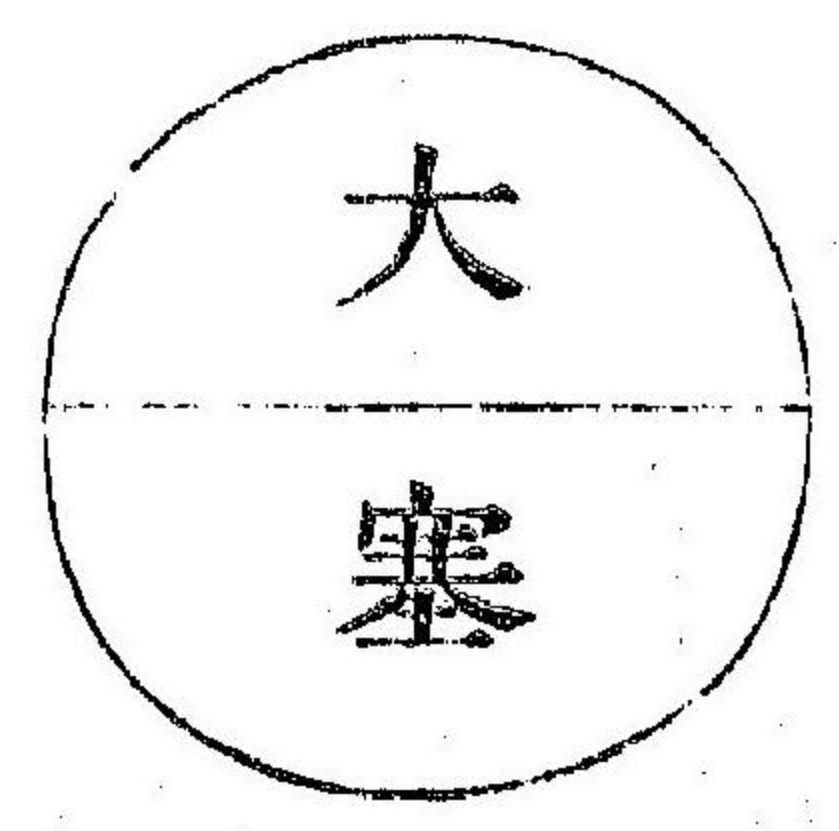
上章測算水學

問、壓櫃之力、何法計算、

答、以小塞與大塞相比、便知力加幾倍、以子為小塞方

積丑為大塞方積、所用之力為春、所得之

力為秋、



則

春秋子丑

秋二子春丑

若子為五寸、丑為百寸、

春為十觔、

計共 壓櫃

則

五十四

所得之力二百觔也。

推其理

其塞若方形，以其二邊相乘，即得其方積。若係圓形，其方積無容計算。蓋圓面相比，即如其半徑成方。故量各塞之半徑而自乘之，即可代其方積。法較便也。問：壓櫃生此大力，其理何解？

答：即力學所論大小二力變通之理。蓋動物之力，即以其輕重疾徐相乘而得。如小塞下行十寸，大塞上行一寸，其力惟均。顧其力愈省，大塞愈慢。所謂以時兌力也。若寅為小塞之速，卯為大塞之速。

則

丑卯

子寅

以子為十，丑為百，則卯為寅十分之一也。

故小塞須下十尺，大塞方起一尺。

問：水面必平，何以辨之？

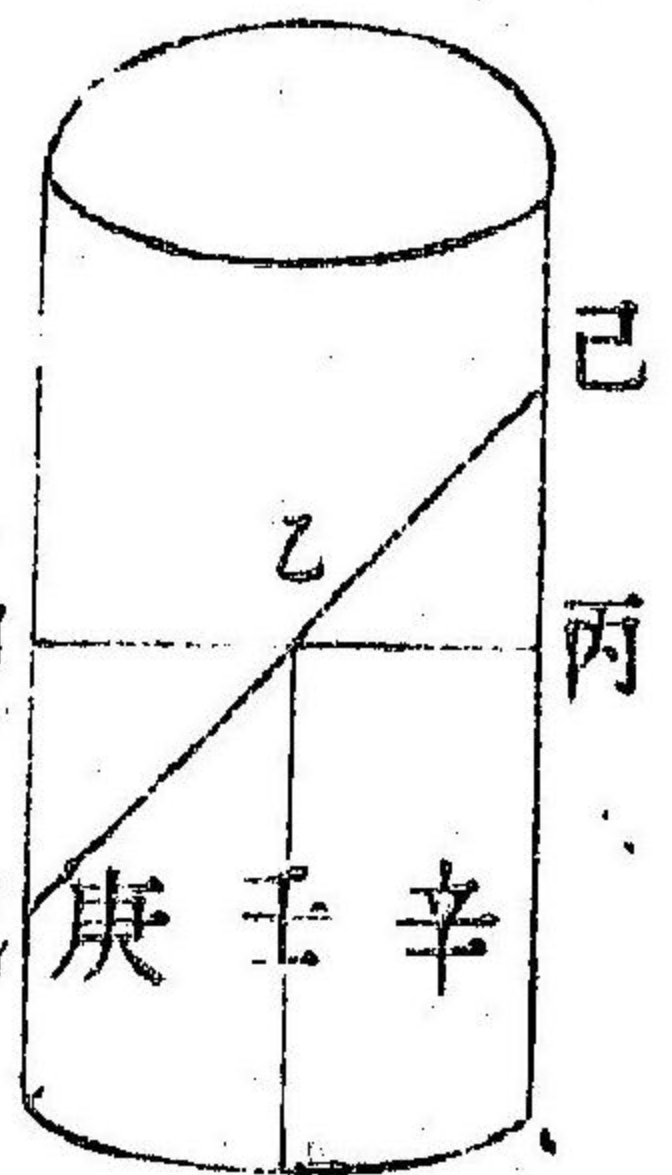
答：若甲丙為水面，其重心在壬。以戊己之板斜壓左邊，

則水必高起於右邊，其重心即至辛。忽去其壓板，其

水即高於左而低於右，重心即移至庚。

水忽左忽右，上下如起波然，其重心反

覆易位，水漸次就平，重心仍定於壬。是



水面自平之故

不平而

知水面固自平也

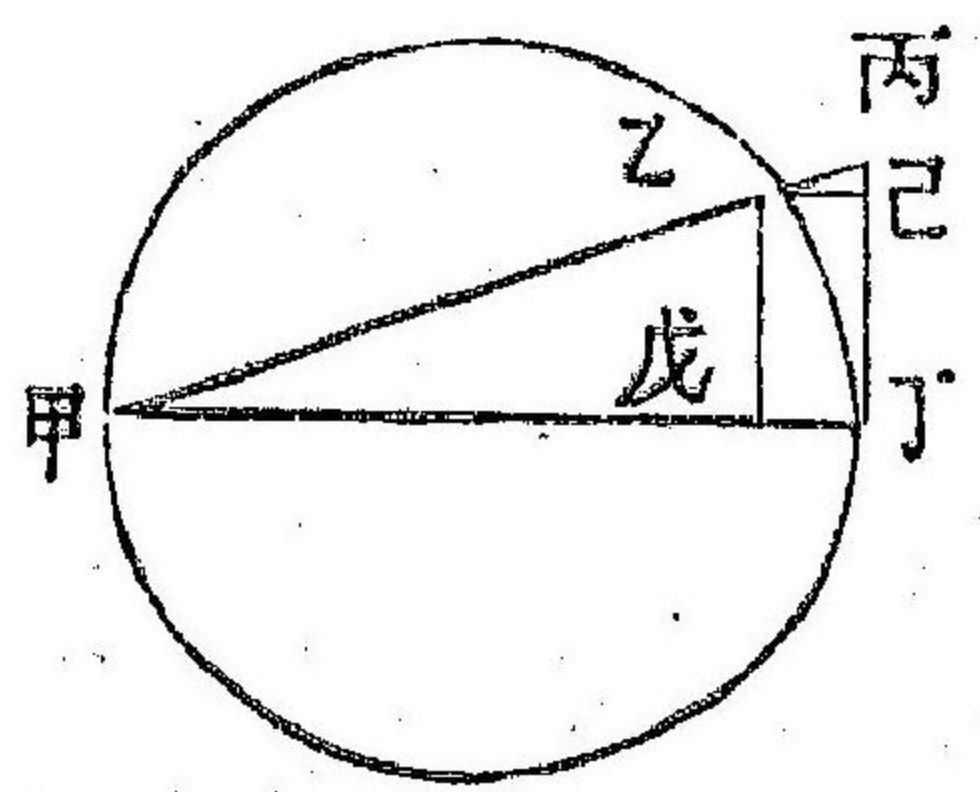
問云水面自平何謂也

答即謂其如地球之平也目觀似平以度測之則凸如球面地球四分之一既被水所蓋則水面亦球面也所謂水面自平謂其各處距地心遠近相等也

計其

問海面與平線所差何法計算

答每里所差約計二寸蓋每洋里計八寸也以春為二處相距若干洋里秋為高低所差尺寸則其計算之恒式乃為 $\frac{1}{3}$ 畫圓圈為球面甲丁為球徑丙丁為平線則高低所差乙己也戊丁與乙己等乙丁若相



距不遠則弧弦無分而戊乙丁之三邊形與甲乙丁相同

戊丁:乙丁::乙丁:甲丁

即 $\frac{秋}{春} = \frac{春}{甲丁}$ 則然一洋里既

為尺地徑復為一洋里

五二八〇

七九二

則

$$\frac{甲丁}{春} = \frac{(五二八〇)}{(五二八〇)} =$$

$$\frac{二春}{七九二} = \frac{二}{(五二八〇)}$$

故

秋二

比如春為

一個洋里則與平線所差乃八寸即中華六寸始知以水平開河通水每里須低二寸水面始平須再低一二寸水始可流

水之
下壓

問、水下壓之力、何法計算、

答、總按其深淺尺寸也、設若戊己為桶水直立、水面在

甲乙、若均分數層、則第二層所壓、比第一層加倍、第

四層下壓、比第二層加倍、故其器若直立、其水下壓

之力、即與其淺深相稱也、其器若斜立、其理亦同、即

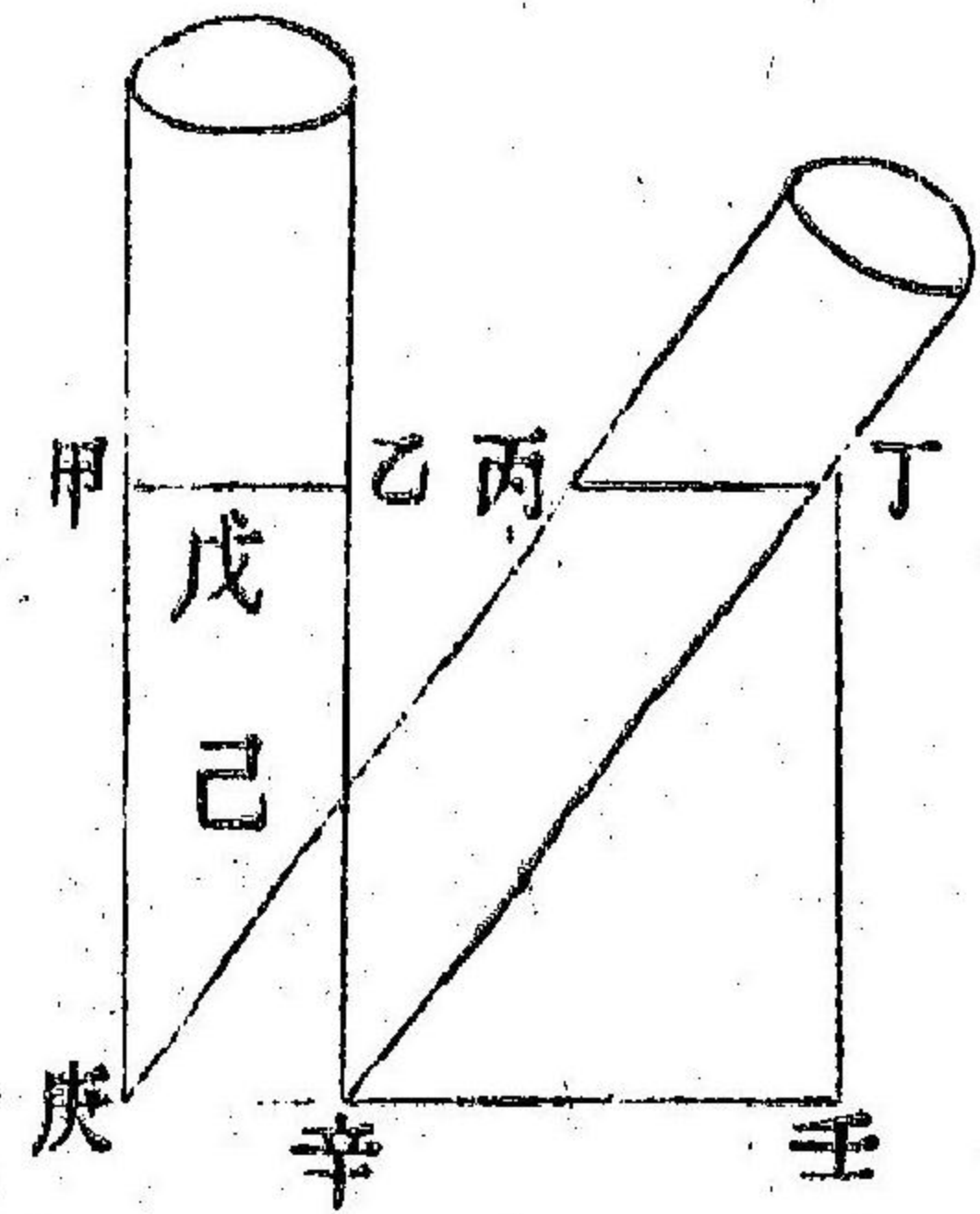
如以戊己之器斜至丙辛、則須再添

水、始能使水面與前同高、水既加添、

其下壓之力、亦應準之加添、惟其水

偏倚丁辛之斜旁、而其下壓之勢較

輕、其桶愈斜、水之偏倚愈甚、而其下壓之力、究無異



也、皆與其水深淺相稱耳、故二桶一正一斜、下面之

水、由底相通、其斜桶得水雖多、二器之水面仍舊高

低如一、蓋其下壓之勢均也、

問、水旁壓之力、何法計算、

答、與上文計算下壓之力無異也、蓋水既為渾浩流通

則其壓力不僅向下、六面皆同、水深五尺、其桶底喫

力、即有五尺之冰、底旁喫力亦如之、蓋其深淺等也、

其旁不拘直斜、喫力無殊、側桶之旁、丙辛雖長、其喫

力不過如丁壬之直線耳、

問、水之壓力、按深遞加何如、

水之
壓力
按深
遞加

水之
旁壓

多寡相抵

四旁並底所喫之力，卽其水之觔兩三倍也。

問：曲管兩頭粗細不等，而水面仍不分高低，其理何解？

答：蓋其下壓之力，惟按深淺而已。按其壓力，固可辨之。

惟比其動力而辨之，更明。設甲乙丙爲管盛水，兩頭

雖分粗細，其水殊無高低。水自甲口而入，自丙口而

出，則管之細處力以狹逼，水出更急。蓋流之疾徐與

其管之粗細相反。甲爲此口之方積，丙爲彼口之方

積。其水在甲之速爲子，在丙之速爲丑，則甲丙而甲丙

也。動力既均，若無水由外添入，兩頭必平而不流也。

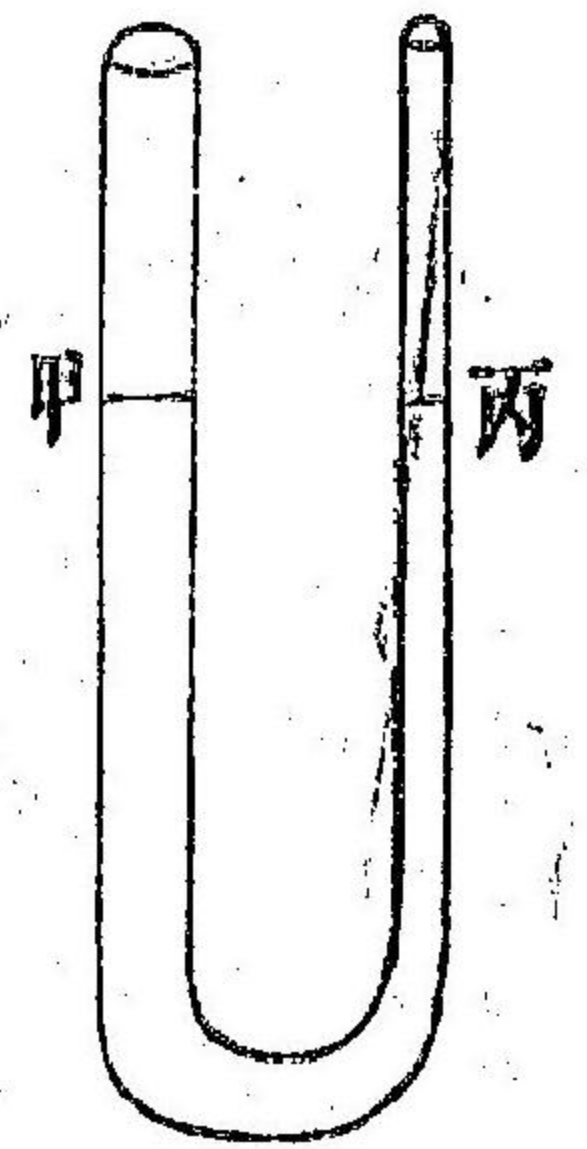
按此理，則丙頭水雖甚少，甲頭水雖較多，仍可相抵。

亦可設法使之托起極重之物，蓋與頂起粗頭之水

無異也。壓櫃之生力，卽出於此。而人以

獨手執壓櫃之柄，可增力於無窮。水之

通力有如是也。



水權之理

問：以水權物，其理何如？

答：無非比其體質輕重也。蓋物體輕重不一，果欲較之，

必須準度。故以水爲則，卽如以寸金之分兩爲實寸

水之分兩爲法。以此約彼，卽知金較水重十九倍有

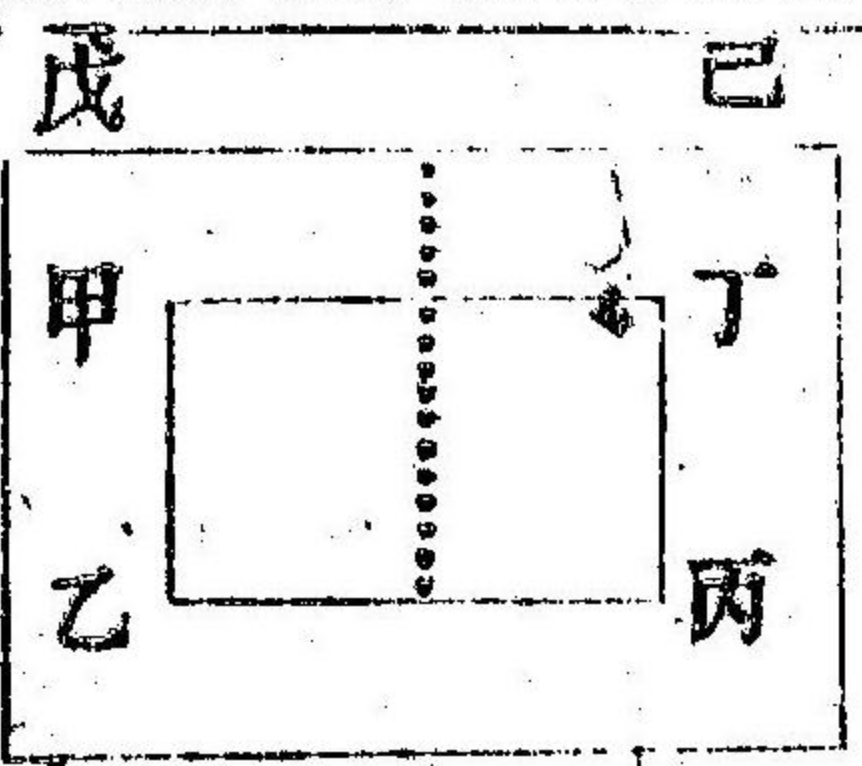
餘。其比水輕重，卽謂之水權。至其恒式，則

水權二守

以水權物

問：物浸水中而權之，其理何如？

答所失分兩與若干水無殊也。蓋有甲乙丙丁之物在水，其上之水為甲戊己丁，即其水下壓之力也。然其上托之力，即乙戊己丙之水，以此減彼，則僅賸甲丙之水，即其上托之餘力也。夫所失分兩，既與若干水相等，在水外權之，復在水中權之，以此約彼，即可得其水權。蓋比寸物寸水，不過比同體之分兩也。其物較水輕，則必加重物同浸而權之，無難計也。



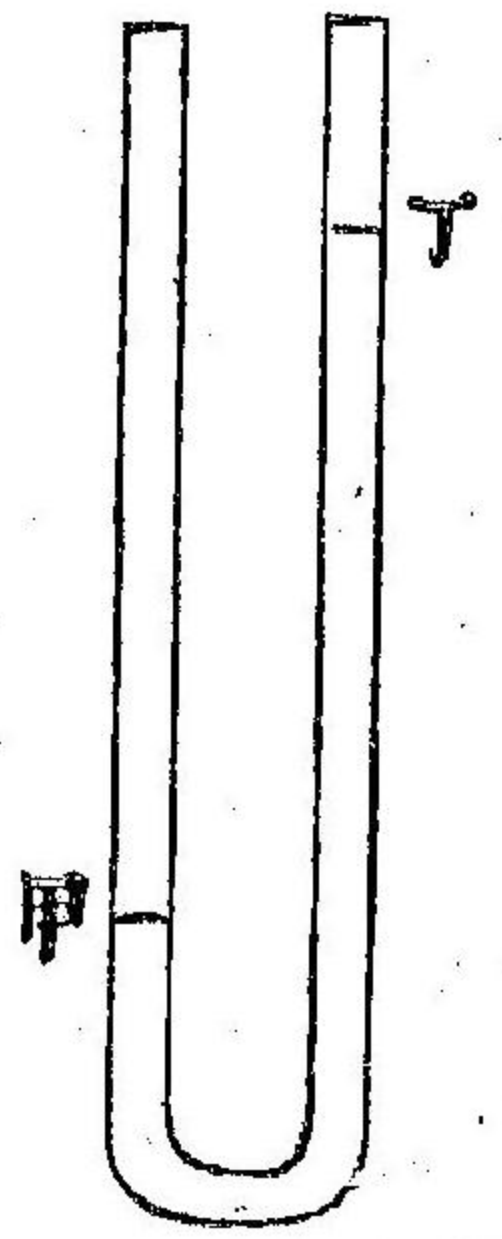
問流動之物，以水權之，其法何如。

答其法有二。比如油，以重物先沈其中，而權之，復沈水

中而權之，以前數為實，後數為法，約之便得。此其一法也。按上文應以油水尺寸均勻，而比其輕重。第須先量其尺寸，而後權其筋兩，不若以重物浸而權之，理同而法簡也。蓋其油中所失筋兩，比水中所失筋兩，正如油之輕重比水也。

問其二何如。

答二物並盛於曲管中間，隔住，令其不相攙和，則其輕重，即與高低轉比也。設如甲丙丁為曲管，盛水於甲，盛酒於丁，其水較酒重，水面即比酒較低，以水之尺寸為春，水之



以高
低分
輕重

沈浮之理

分兩爲子以酒之尺寸爲秋酒之分兩爲丑則秋丑故

一五以此數約彼即得其水權也

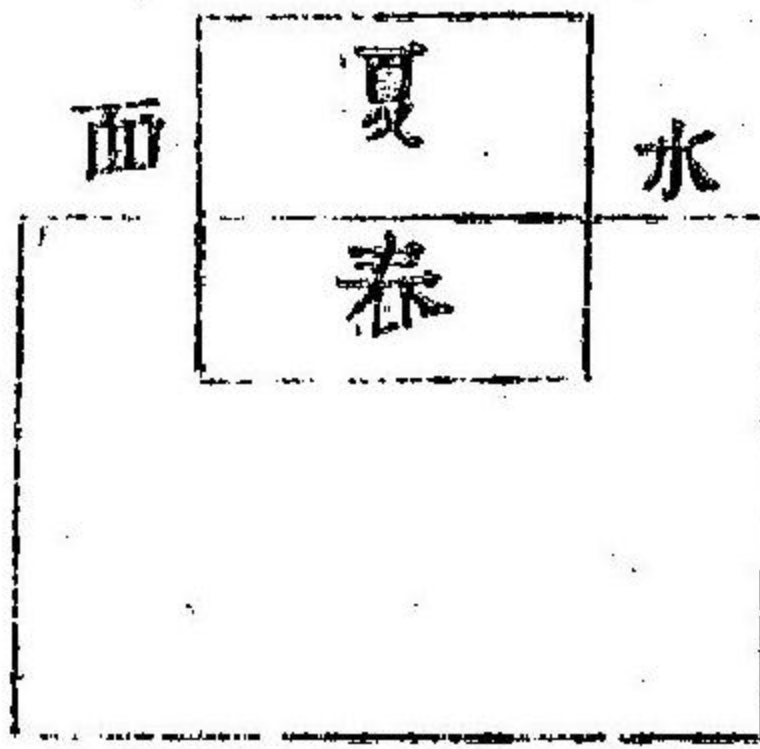
十五問物之浮於水其理何也

答所壓開之水與其物輕重相等其物若干分入水中

以春代之若干分浮水上以夏代之二者皆

被水上托其下沈上托二力相抵若移開其

物則其原處立即被水填滿此水尺寸固與



春同其被水所托復與其物同故重與春夏等以秋

代之則寸水之重爲子寸物之重爲丑是物之重

通計爲秋丑其壓開之水即春子則二故是知其物與

所壓開之水即如其同體之分兩轉比也

問物之下沈上浮其力何法計算

答以其物之輕重與所壓開水之輕重相比二數所差

即其下沈或上浮之力也若其物之分兩爲子其水

之分兩爲丑其物較水輕則其上浮之力即爲丑物

較水重則其下沈之力即子彼或船沈海底設法令

之上浮即按此式計算出之也

問以水計算物之大小何如

答於水中權之即所壓開之水是也如金石等物其形

不正欲量其登方尺寸甚爲不易不如浸之於水權

以水
量物

水流疾徐

之其所失分兩，卽其同體之水也。一尺一寸之水，輕重既知其統計尺寸，不難悉爲權算。又如冰山浮水，量其入水幾何，卽可計其登方尺寸，亦可知其輕重。查甜水一尺，重計七十六觔。若海水，則約計七十八觔。

問、管水滿流，疾徐何如。

答、其疾徐卽如其粗細轉比也。設若甲丙二管相接，水自甲入，既曰滿流，非加快卽不能自丙而出。丙較甲細若干，則丙中之水較甲中之水流速若干。以甲丙皆爲橫節方積，其水過甲之速爲子，過丙之速爲丑，則

測算江河

問、江河之水疾徐多寡，何法測算。

答、必總其疾徐寬狹深淺而算之也。若水流管中，其倚於管邊者有所阻礙，其流覺慢，故不如管心之流速也。江河復如斯，河涯河底水流不如河心之急。故此三處必須查核其疾徐，而絕長補短。卽如察知河心之水，每刻流四里，河底流三里，河涯流二里，則統計其流爲三里也。若每分時，其速統計爲十丈，其深統計爲一丈，其寬爲五十丈，以三數相乘，卽知其每分流水五百丈登方也。

水自孔流

問、水自器旁小孔流出，疾徐何如。

各物入門

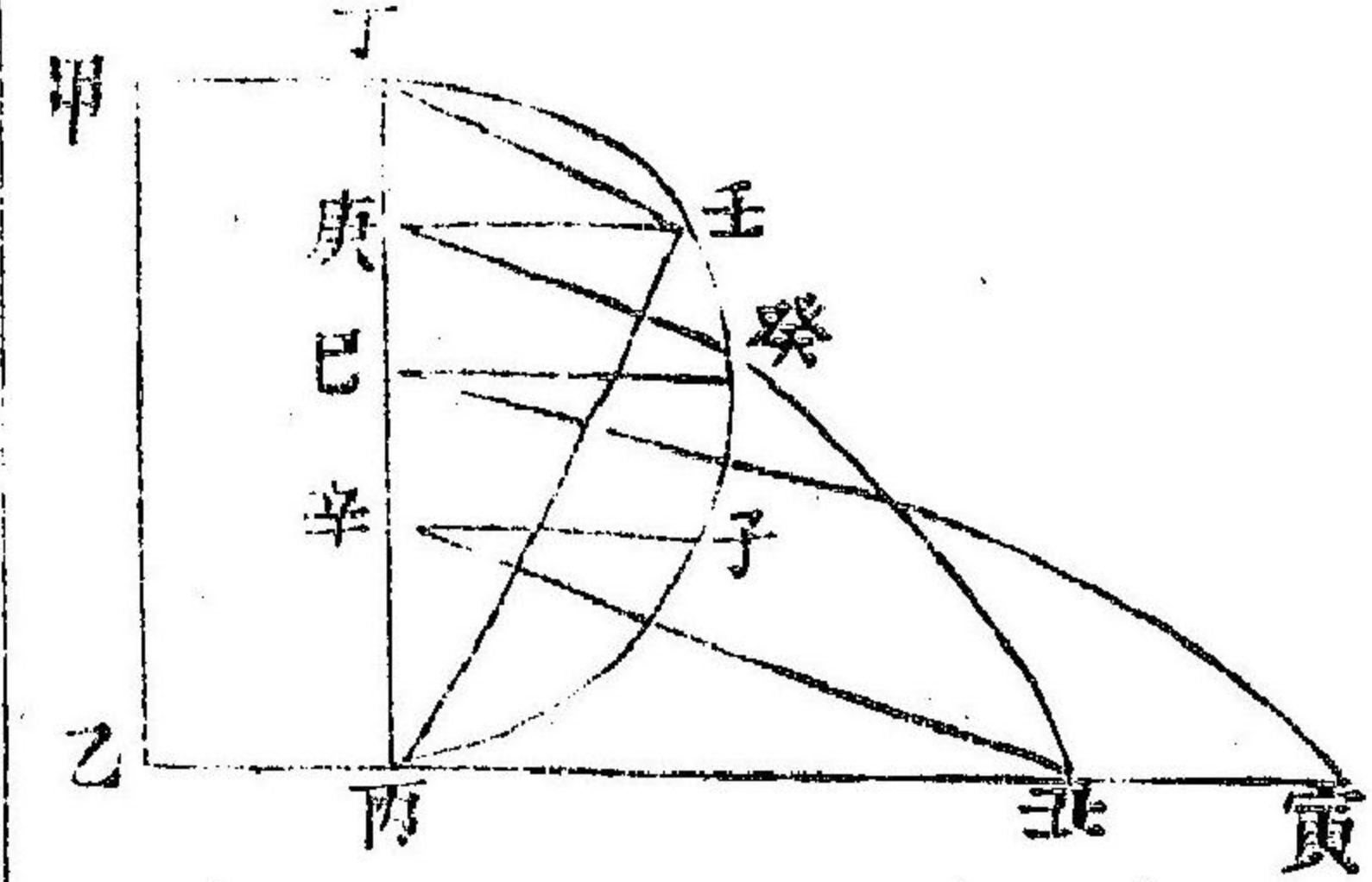
卷七

算學上章

測算水學

九

答其疾徐卽按其孔上之水深淺方根也設若甲丙爲高桶盛水恒滿旁有庚己二孔則庚孔之上有甲庚



之水已孔之上有甲已之水正如細管與粗管相接自甲庚之粗管注入之水與自庚孔所出之水相等而其動力亦等甲已粗管中動力與甲寅細管中之動力復等以春爲甲庚水之分兩秋爲甲已水之分兩申爲庚孔之疾徐酉爲己孔之疾徐則庚孔所流之水爲春申己孔所流之水爲秋酉以二數相比

則然各孔所流多寡必按其疾徐

春申秋酉庚丁巳

申酉 春秋

式申中春秋卽可換申酉則故丁巳卽知各孔之疾徐正如其深淺之方根其出水之多寡亦復如是設其孔一於水下十六尺一於水下六十四尺則此出水較彼加倍蓋如八四二數之方根也

問其水旁出而上躍高低何如

答以管插桶旁向上彎曲若無風氣阻礙則水應上躍

至與其面平高相埒蓋有物自丁下墜至庚至己

水之躍

水面退
以下計
時之

其所行尺寸，卽按其疾徐之成方。見下文力學是知各孔流水之疾徐，卽與物之下墜若干尺寸等。然能以其下墜之力上擲之，必升至故處。其力始盡，故水自彎管倒湧，應至水面平高。其理同也。按此理，水自高處灌於輪上，不如蓄之使深，自低處放出之力大。蓋自低處而出，其速不啻下墜，復少風氣阻礙，故也。

問、桶水旁流，水面漸漸下退，疾徐何如。

答、卽按其孔之深淺方根。蓋水面下行，疾徐隨其外流之疾徐故也。夫水面下行，猶物上擲，其速卽按所行尺寸方根。其物上行，漸慢；水面下行，亦漸慢。其物每

欠

MISSING

以此代春秋時所流必丙丑也蓋其旁躍落地必至此處卽以丙丑代秋未知其幾何則由其比例而計

之

蓋

丁庚庚丙二丁庚丙丑

丙丑二丁庚丁庚庚丙

二二丁庚庚丙
二二庚壬

蓋上下之三角形同類以句股

相比

丁庚庚壬庚壬庚丙

則

庚壬二丁庚庚丙

是知水之旁躍卽庚壬橫線之加倍

也二孔若離桶底桶面相均則旁躍亦均孔適居中則旁躍最遠蓋庚壬卽爲圓之半徑也

以此代春秋時所流必丙丑也蓋其旁躍落地必至此處卽以丙丑代秋未知其幾何則由其比例而計

之

蓋

丁庚庚丙三庚丙丑

丙丑三丁庚丁庚庚丙

二丁庚庚丙

二庚壬

蓋上下之三角形同類以句股

相比

則

丁庚庚壬庚壬庚丙

庚壬三丁庚庚丙

是知水之旁躍卽庚壬橫線之加倍

也二孔若離桶底桶面相均則旁躍亦均孔適居中則旁躍最遠蓋庚壬卽爲圓之半徑也

物行
水中
愈速
愈阻

問自孔旁躍水循何等之線而下也

答既被壓力旁催復被地之吸力下引即循曲線而下

若更考其曲線為何等便知其為拋物線蓋擲物空

中所行之線與此無異也

拋物線見下文測算力學

問平面之物橫行水中被水阻礙何如

答其被水阻礙即按疾徐之成方也蓋其物行掣水俱

動而水所得之動力必為其物所失以春為水之分

兩以子為其動之疾徐以秋為動力則

秋二

然其物

之行愈速即所排擠壓開之水愈多也則

春

故是

知水之阻礙即按其物之疾徐成方其物不甚疾此

理即可驗也若行之極速則阻礙遞加更大按此則

舟之行水定有限制欲行之異常加速實為費力蓋

以火輪機合馬力二十匹令舟每點鐘行十二里合

馬力一百八十四匹其舟始克行三十六里是速加三

倍其力必加九倍故也

卷七算學上章凡二十六問

第七卷算學協助格物

第二章測算氣學

筒吸氣

問吸氣筒所吸每下遞減何如

答即按乘法層次遞減也設其筒所容為罩所容十分

之一則第一下必出氣一分第二下必

出所餘賸之氣一分第三四下皆如是

故列成圖式餘可類推觀第二第三行

數雖遞減永無窮盡即知罩內之氣總

留少許必不能盡出之也

擊數	一	二	三	四	五
每擊所出	一	二	三	四	五
每擊所餘	九	八	七	六	五
總計所出	一	三	六	十	十五

天氣下壓

問天氣下壓分兩何法計算

格物入門

卷七

算學第二章

測算氣學

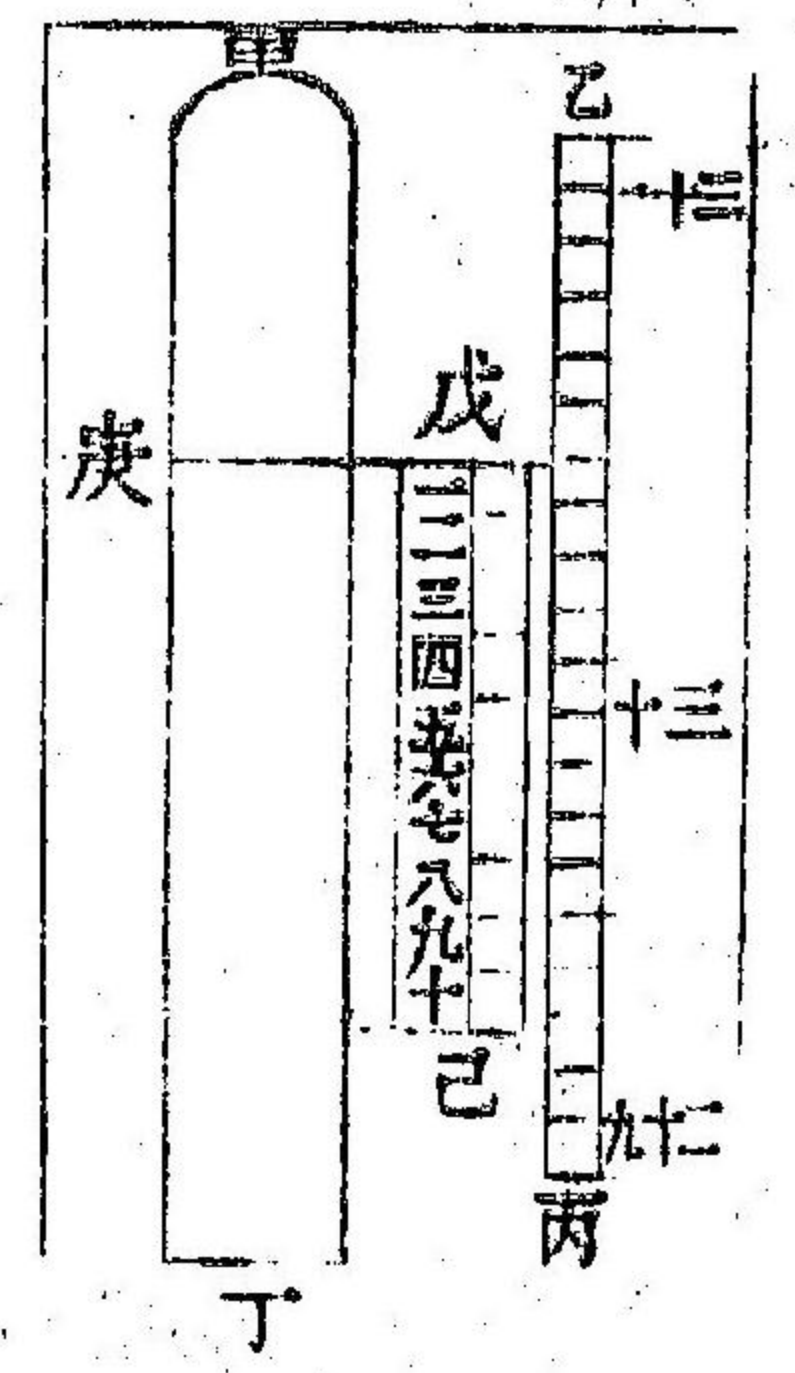
七

答以水或水銀稱之皆可。水則二丈九尺，與天氣均重。其水於桶底，每方寸下壓若干，即按上章計算，便知每方寸被天氣所壓若干。然以水稱之，不如水銀之便也。水銀較水重十三倍半，水被天氣壓托高起二丈九尺，水銀高起二尺一寸四分，以十三有半乘之，細核之為十三零百分之五十七。則幾與前數無差。其水銀底積方寸上下如一，則重計廿二觔有奇，可見天氣下壓之力，每方寸亦廿二觔有奇。

問風雨表細差何法計算。

答設若甲丁為表管之上節，乙丙為度數格，每寸分十

風雨表細差格



戊已為細差格，每格較前小十分之一。水銀高至庚，戊即為三十寸三分有奇。欲知其奇若干，便將細差格上移至戊，下排至二格平處，即第八格，便知所

奇乃百分之八，則為正數也。表內水銀高低，天下無甚差別，其常不過寸之三四分。是天氣之輕重，天下相同，至其忽變，則有差至三四寸者，即為預報風雨，不可不細察也。風雨表度數皆按洋尺。

問以風雨表測量高低何如。

答攜之上升，則水銀漸退，若不甚高，每升八十七尺，即

風雨表測量高低

尺七水銀下退寸之一分此其大概也然天氣愈高
丈四水銀所退隨高漸少欲細為覈算其法頗煩不
如空盒風雨表為便也以此表測量高低其式如左
於此處其分度為甲於彼處其分度為丙二處高低
所差為丁

則按此數為洋尺惟天愈高愈冷苟不
甲四〇〇
丁二〇〇

計算恐致訛謬以此處熱氣分度為子彼處熱氣分
度為丑改訛之數為寅則九百
子丑寅即為二處高低所差之
正數也凡二處所差高低不過三千尺皆可按此式

計算若高過三千尺則應層層相繼而算之可也按
右式用空盒風雨表雖為更準然以水銀表按之測
量高低未嘗不可蓋雖稍有訛謬數千尺中所差不
過數尺數寸而已

五問天氣較水銀輕重若何

答升高八十七尺水銀既下退一分則一分之水銀足
抵八十七尺之氣也是一寸之水銀足抵四四〇
萬寸氣水
則較水銀輕十三倍半有奇以此數約彼

即此水較天氣重七百六十九倍也

測算
天氣
輕重

兩其分計

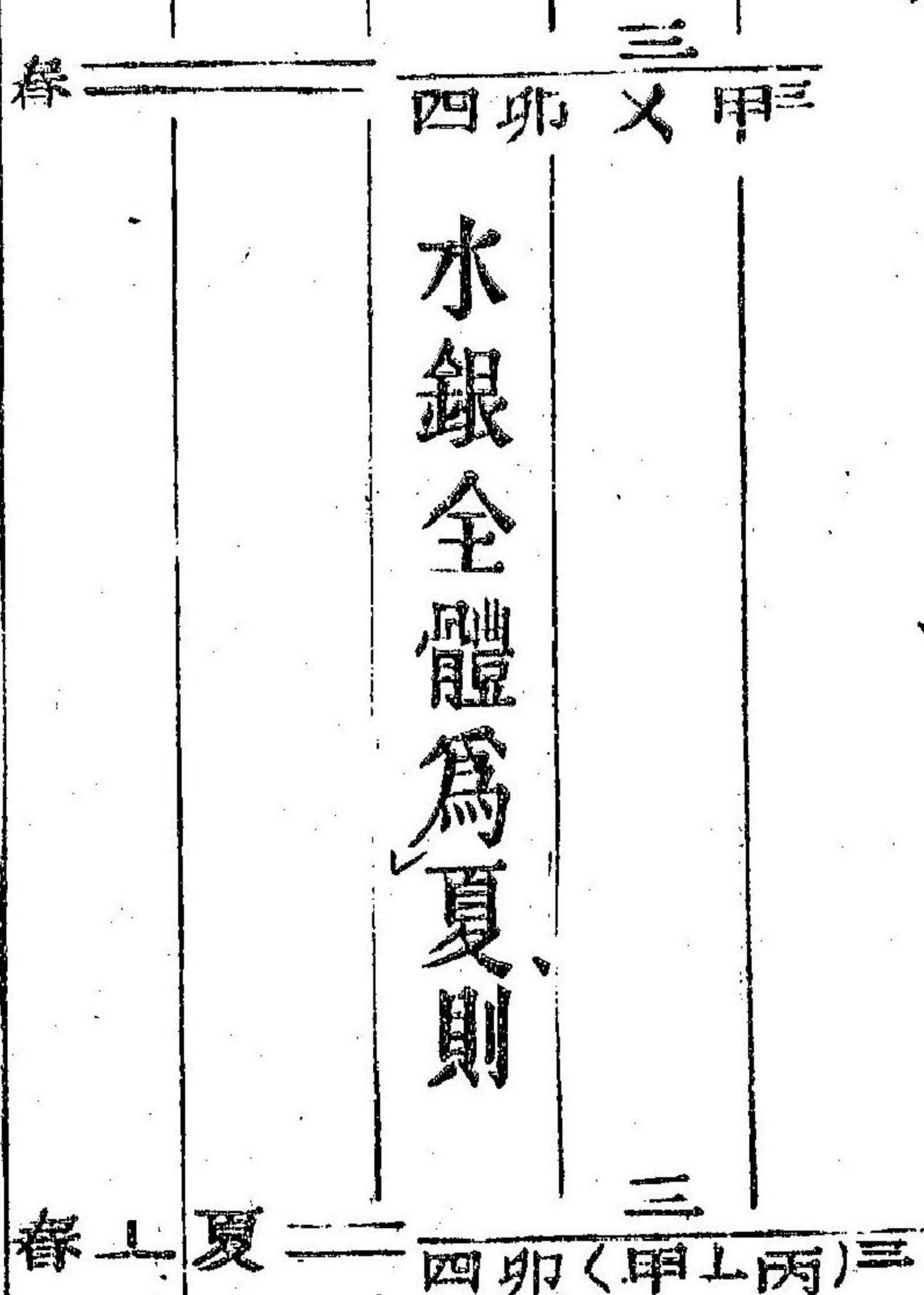
問、天氣包裹地球一層、統計分兩若何、

答、天氣下壓、既如二尺一寸之水銀、則其分兩統計、正如二尺一寸深之水銀海、包裹地球、海形若球皮、欲計其分兩、其式如左、水銀之高為丙、地球半徑為甲、其圓比徑為卯、其全體為春、

則

水銀全體為夏、則

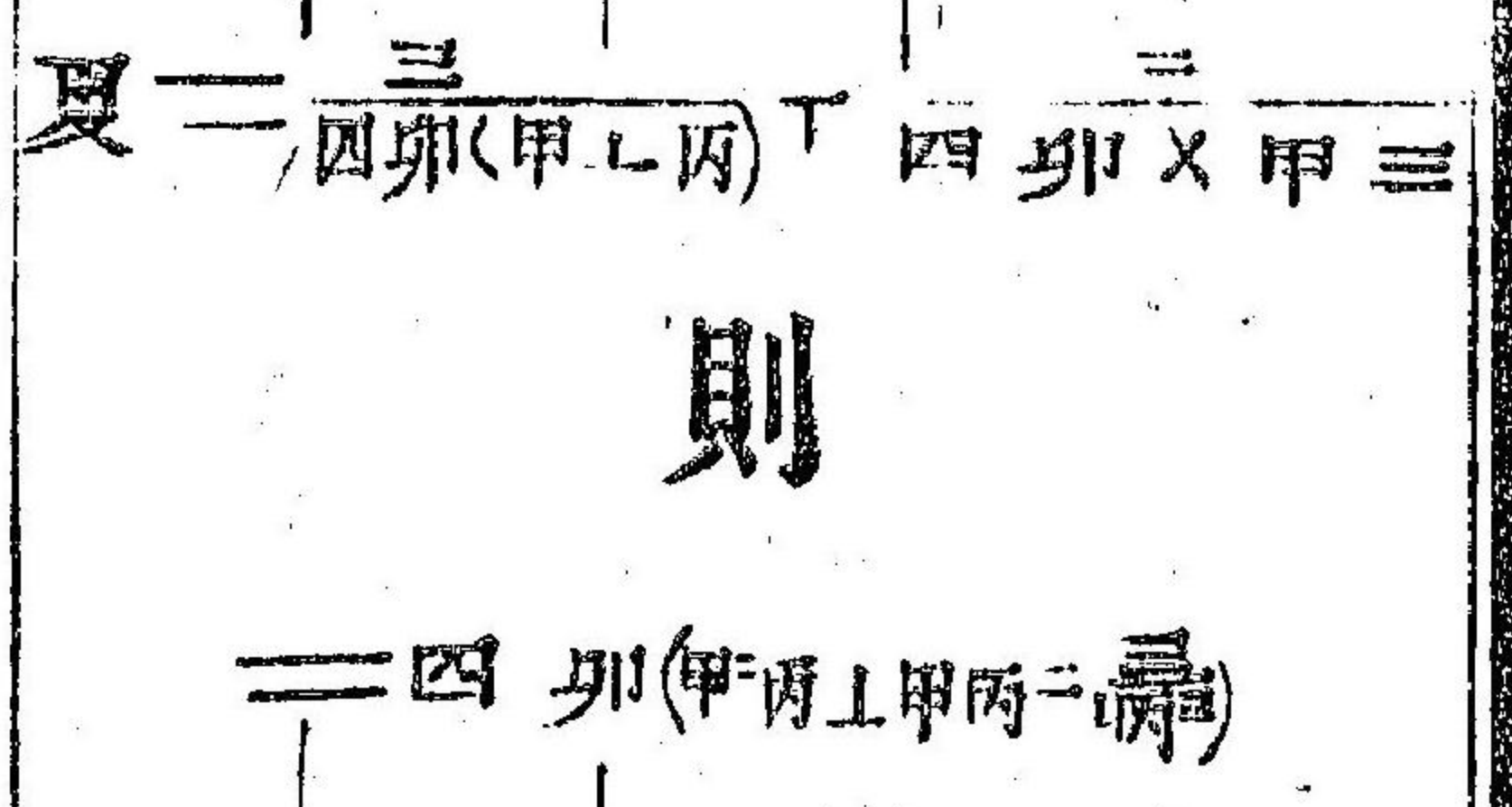
以此減彼、即餘賸



球皮乃

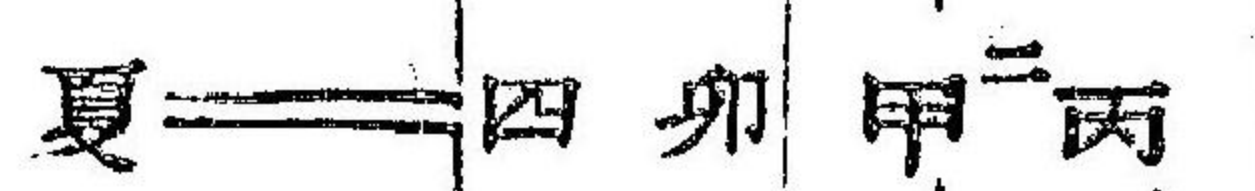
則

然丙較甲甚小、其第二三元即



可不計、則

若配以數、卯為三、甲為六、萬尺、丙為



二尺一寸、

則 卽爲

$$\begin{array}{r} \text{夏} = \text{四} \times (\text{三} - \text{一}) (\text{二} - \text{一}) \times (\text{一} - \text{一}) \\ \text{一} \quad \text{二} \quad \text{一} \quad \text{四} \quad \text{九} \quad \text{一} \quad \text{四} \quad \text{〇} \quad \text{〇} \end{array}$$

萬尺乃水銀之立方尺寸每尺約

計千觔以此乘前數可得天氣全體之分兩

問天氣稠稀上下若能均勻其高若干

答卽以天氣與水銀輕重轉比而計之也如以寸水銀較寸天氣重一萬零四百四十倍天氣卽比水銀高若干倍則爲二萬一千九百二十四尺乃十二里有

天氣 漸高 漸薄

奇不及大山之高大海之深也與水比之總計體質亦不如水之多也而天氣一層雖究不如此之薄與地之厚比之不過如極薄之翼也

問天氣漸高漸稀遞減層次若何

答若升高之路按加法遞加則天氣之稠必按乘法遞減設若天氣分爲無數層次其稠下層爲甲次層爲乙三層爲丙在地面其壓力爲子下層之上壓力爲丑次層之上壓力爲寅則下層之重卽子次層之重卽丑其輕重復如稠稀蓋按馬氏之例天氣愈壓愈縮其尺寸與壓力反比

則然天氣之稠稀亦按其被壓之分兩

甲：丙：：子：丑：丑十寅

則

甲：丙：：丑：寅

子：丑：丑十寅：：丑：寅

子寅：丑寅：二丑：丑寅

子寅：二丑：二丑：丑

故

子：丑：：丑：寅

按倍遞減也層層皆必

如此即如升高至二十里其天氣之稠不過四分之
一升至四十里其稠只十六分之一餘可類推其式
如左

升高里數按恒數遞加

二十
四十
六十
八十
一百
一百二十
一百四十
一百六十
一百八十
二百

天氣之稠按倍遞減

四	二
三	六
六	四
五	六
四	四
四	六
六	三
八	四
六	五
三	六
二	六
三	一
四	四
一	四
八	五
七	六
六	一

問天氣之高有界限否

答按上文遞減層次無盡則天氣雖愈高愈薄亦該無

盡然至極薄之處其相驅之力少被地之吸力與空
中之冷相抵故不復漫散判然有界限也是知星宿
之間空然無物故運行無阻出沒無差也

問若能掘井通至地心其內天氣之稠若何

各勿八月 卷七 算學二章 測算氣學 七

天氣
高有
界限

天氣愈稠

答必按倍遞加蓋與升高相反也下至百里其稠如水百五十里則重如黃金

問前有法國人駕飛車攜風雨表上升見其水銀漸退僅賸十二寸其上下天氣多寡若何

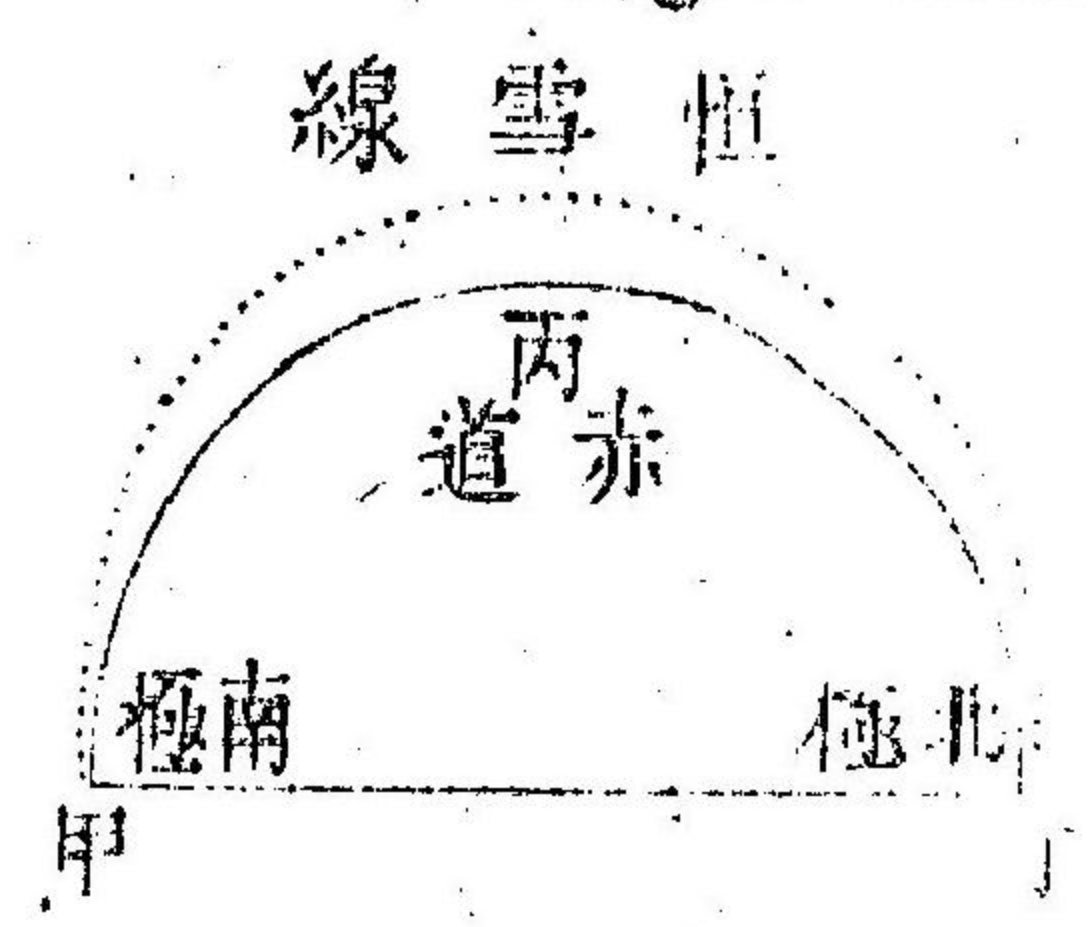
答按洋尺表內水銀在地面應高三十寸僅賸十二寸則其上賸天氣五分之二也

蓋也

問計高至結冰按南北度數所差若何

答離地上升愈高愈冷故無論南北最高山頂常年積

恒雪線



雪惟赤道之下熱氣最盛離赤道或南或北熱氣漸次差少故他處不必如赤道下之高始可常年積雪也若細為查核則恒雪線自赤道以南以北漸低而下直近二極即不離平地圖中甲丙丁為地面其上之碎線即恒雪線也計其高低標之於左

南北度數

- 。度 十
- 二十
- 三十
- 四十
- 五十
- 六十
- 七十
- 八十

恒雪線高低

- 一丈
- 七丈
- 七丈
- 八丈
- 四丈
- 四丈
- 七丈
- 二丈
- 六丈
- 二丈
- 十丈
- 九丈

天氣中含水氣

問、天氣中含水氣多寡何如、

答、愈熱愈多也、理應如此、蓋水愈熱愈化為氣、且天氣

愈熱愈稀、故其間容水氣愈多也、是以凡有熱風過

一冷風、天氣即縮、水氣即凝而雨下也、在三十二度、天

氣若干、水氣只為五、一至九十三度、則為三十一、是天

氣愈熱、水氣按倍遞加甚速、冬令雖加熱十度、水氣

所加無幾、惟至夏日、忽加熱十度、則水氣所加極多、

故夏日忽作炎蒸、每致暴雨、

問、吸水管用力若何、

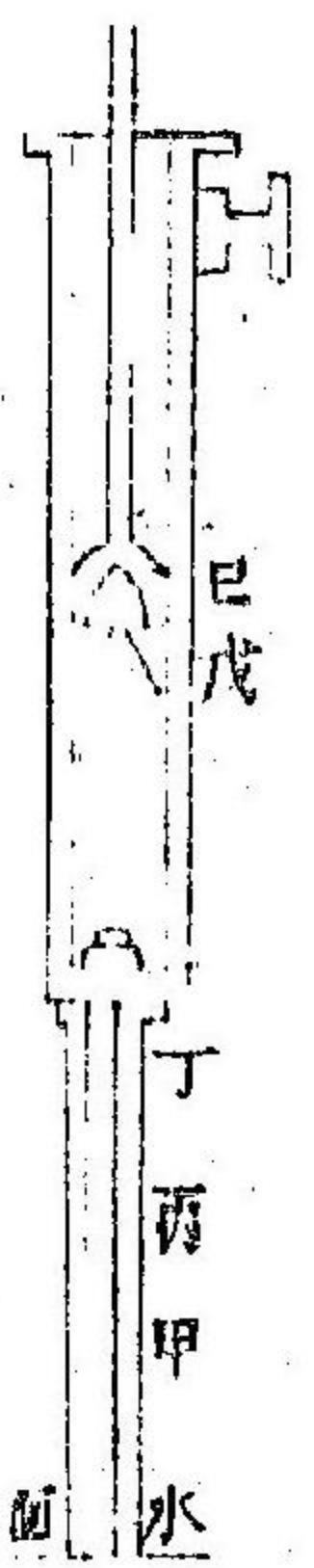
以下水管數段、似應屬之水學、茲歸氣學、以其力由天氣也、

答、雖賴天氣下壓、所用之力、仍與提水無異、即與其水

之筋兩等也、蓋水上升二丈九尺、

無非氣之下壓、有若干筋兩、上移

其塞、即上提天氣若干筋兩也、夫



上提管內之氣、管外之氣、於是下壓、令水隨塞而上、

故所用之力、即與上提若干水無異也、此理所必然、

者、復可以測算證之、以甲丙尺寸為子、水所以升至

丙、惟管中之氣漲入戊己、其漲力即九寸乃其活塞被

氣上托之力也、活塞被天氣下壓之力為九寸、蓋天氣

足以壓托二丈九尺之水、輕重與之均勻、以此數減

彼、

即其餘賸壓力本與水之上升尺寸無差故吸管

二九丁(二九)子二子

中之氣與上提若干水其力無差是知吸水管並不
省力惟用力之法較便也

問提水管用力若何

計提水管之力

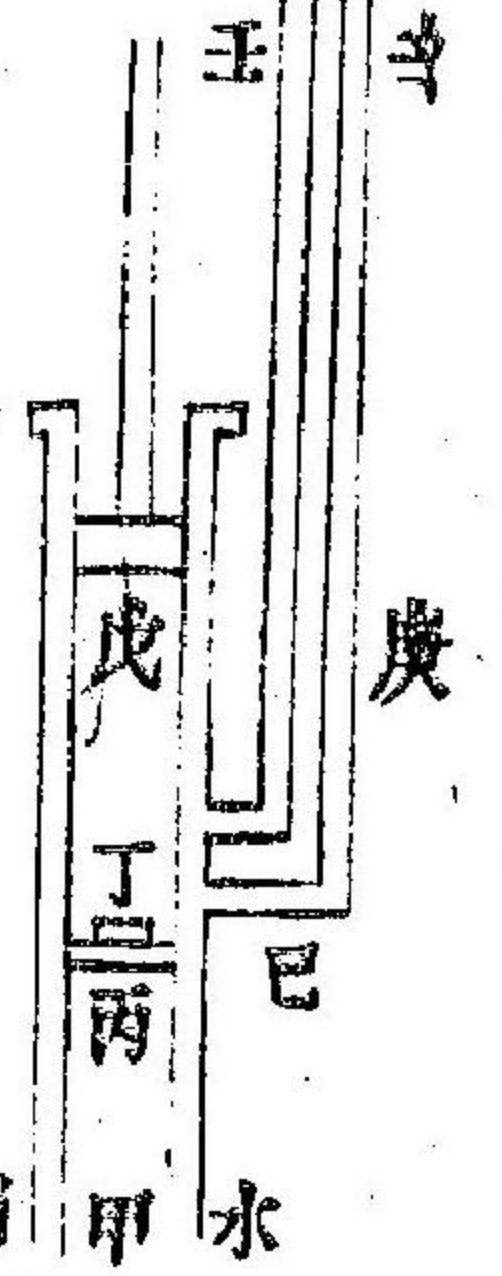
答既日提水則塞上之水與活塞等件一並若干重須
用若干力也圖中吸水管之上節即提水管也若水
深則二者兼用為便

問壓水管用力若何

計壓水管之力

答較提水管少省蓋提水必須活塞鐵條等件一並上

提而壓水管則活塞等件自然下壓為
用有分兩若干即助力若干也壓水管
下節常與吸水管相連茲無庸再計以



其上節之活塞等件分兩為寅活塞之半徑為辰週
圍比徑倍數為卯尺水之重為己正管中水高尺寸
為子須用之力為春其水於旁管之高為丑下壓之
力為秋計其上提之力

則

欲計其下壓之力

春二辰=X卯X子X己寅

則 若知其水高尺寸、活塞徑線分寸、並活塞等

秋二辰三丑四巳丁寅

件筋兩即可以數計之、卯即三四寅即七六連吸帶壓其

力

即 蓋上下寅之加減對消也、水龍之力、即按

春一秋二(三)丑三、一四辰又七六

此計算

問蒸氣之力遞加若何

答氣愈熱、力愈加、氣愈稠、力愈大、其力即按二者遞加

問其力按熱遞加何法計之

答以水銀高下相抵而計之也、其按熱力加、所有層次

列之於左、夫氣中無水、故稠稀如一、惟因熱而加力

也

其力按熱遞加

蒸氣熱至法倫
表若干度數
能抵水銀若干
寸數
蒸氣熱至法倫
表若干度數
能抵水銀若干
寸數

〇·五十二	六十	〇·二〇	三十二
〇·六十一	六十五	〇·二二	三十五
〇·七十二	七十	〇·二六	四十
〇·八十五	七十五	〇·三十一	四十五
〇·九十四	七十八	〇·三六	五十
一·〇一	八十	〇·四十三	五十五

尺洋按式

問蒸氣按稠稀加力若何

答水熱至二百十二度化氣、則漲至一千七百倍、此除

其力按稠遞加

天氣以外無所被壓雖加以烈火其水不增熱惟化氣而散也若煮水壓之不令氣散水與氣皆可增熱斯其加熱加稠至於四百十九度氣比水漲不過三十七倍至五百度其漲不過水之加倍則水若干尺寸化氣不過尺寸加倍而已其氣如此之稠如此心熱漲力甚險幾乎與火藥相等蓋若忽然放出必漲至六百五十倍若煮水能壓之勿令稍漲至熱極則寸水化而為氣其力足抵一里半高之水銀每方寸受力幾乎三萬觔也其力遞加層次標之於左

按蒸氣熱至法倫表若干度數能抵天氣之壓力若干倍數

熱表度數	天氣倍數	熱表度數	天氣倍數
二百十二	一	三百八十七	四
二百五十	二	三百九十三	五
二百七十五	三	四百十八	二十
二百九十三	四	四百三十九	五十五
三百〇七	五	四百五十七	三十
三百二十	六	四百七十三	三十五
三百三十一	七	四百八十六	四十
三百四十一	八	四百九十九	四十五
三百五十八	十	五百一十	五十
三百七十四	十二		

卷七算學第二章凡十七問

第七卷算學協助格物

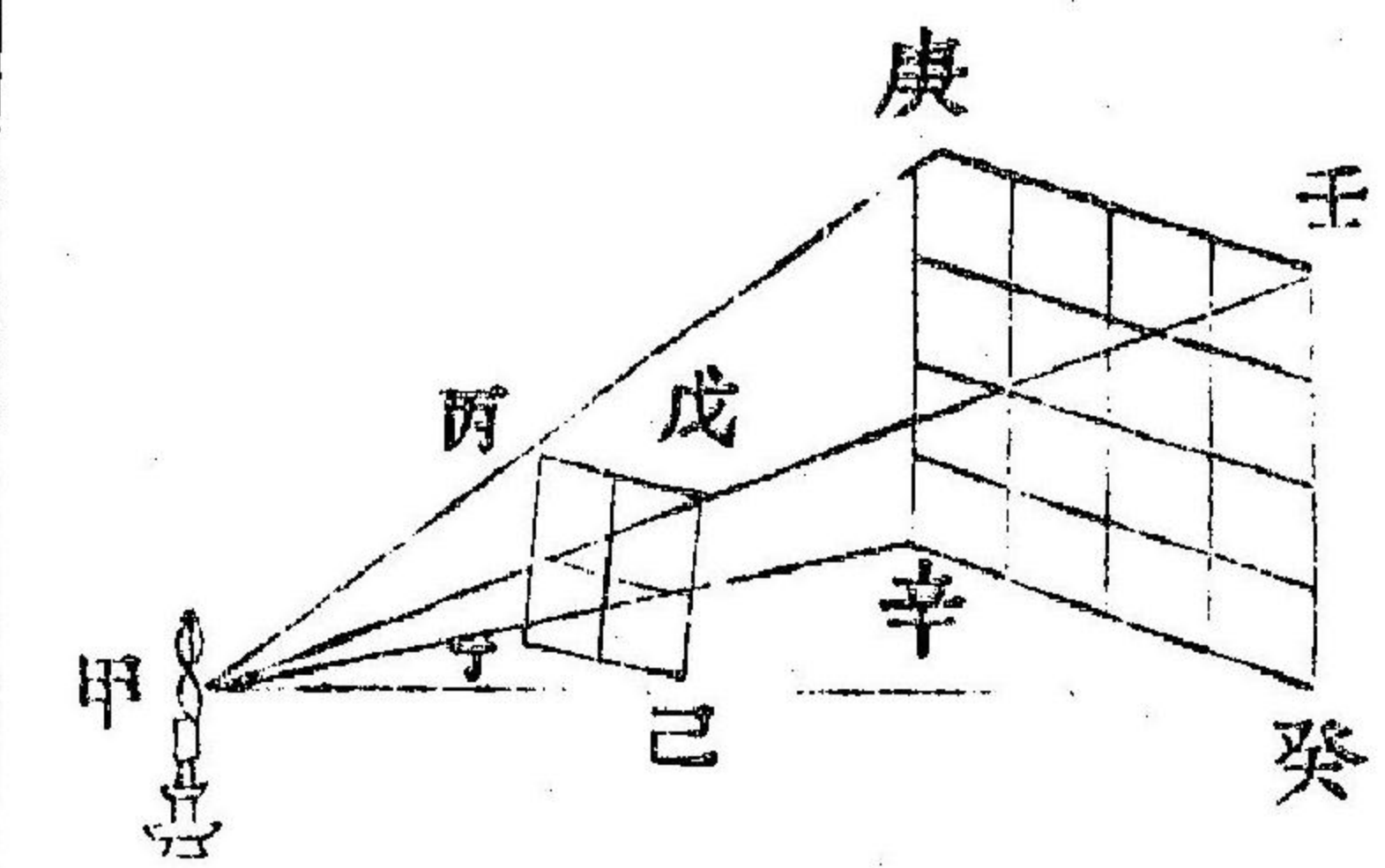
第三章測算光學

接第三卷火學論熱論光茲祇測算光學因熱氣發散直射返照皆與光同餘無庸計算

光按遠近等差

問、光之濃澹按遠近等差若何、

答、按其遠近成方反比也、蓋光性直射四週散開、布置均勻、若知其遠近、計其多寡、即無所難、如設燭於甲、



以方板小塊置於丁、即遮大板之在辛者、蓋其光按甲癸甲辛之線直射故也、若移開小板、其光盡照大板、不過散而較澹耳、復以小板移近燭、光隔之、則其光全歸小板而較濃、是若則濃若則澹、

即按二方之反比明矣其光於己癸二處之濃澹以子丑代之

則然甲戊己甲壬癸之三邊形既為相

子：丑：壬：癸：戊：己

類則故即二處之濃澹如其遠近之成方反比

甲：癸：甲：己：壬：癸：戊：己

子：丑：甲：癸：甲：己

是也是以其方板離光少許其光即隨減若干離至加倍其光不過四分之一離遠四倍只賸十六分之一至離八倍則僅賸六十四分之一若移近加倍反為加濃四倍移近千倍加濃百萬倍故距太陽三百萬里其光比地上十萬倍也復移近之其明其熱更當何如哉

離物稍遠明似無差

問光之濃澹既隨遠近大有差別及目視物似無甚差者何也

答蓋因其物愈遠愈覺收小亦按成方反比之例也依圖言之日在甲注視壬辛方板則光由板上返照入

目若小板近日光即滿蔽蓋其板小四倍若近日加

倍障之必嚴光雖四散而僅贖四分之一

其明固無差若移近十倍其光即減少百

倍物影亦收百倍而其明無差也若空然

無氣阻蔽則實有此理然天氣略能阻光

視物漸遠漸覺模糊其等差詳於下文測算夫目之

覩物與藉光視他物確有分別蓋其覩雖略遠明則

不差藉光讀書稍遠即難朗徹皆由其濃澹按成方

反比也二者事反而理同

問天氣若能稠稀均勻其阻光令明漸殺等差何如

天氣阻光
令明漸殺

答其漸殺等差按乘法遞減也比如天氣一層若干厚

稠稀均勻以平面分為無數薄層光透上層所減阻

為實一

所出為

$\frac{1}{1}$ 實二

其透第二層復失其實一即

$\frac{1}{2}$ 實三

其透

第二層而出者即

$\frac{1}{2}$ 實二

其透第三層而出者為

$\frac{1}{3}$ 實三

餘可類推則各層之光按乘法遞減其式如左

各物入明

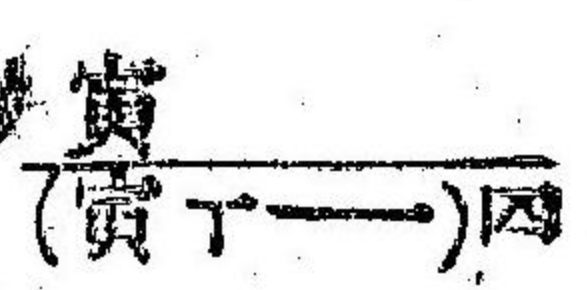
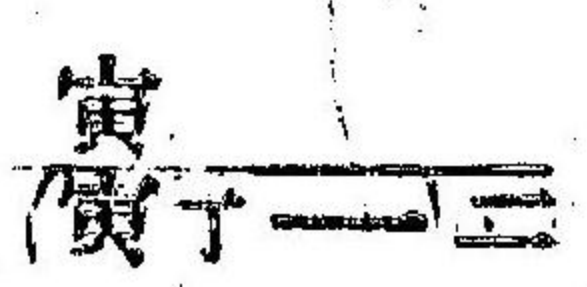
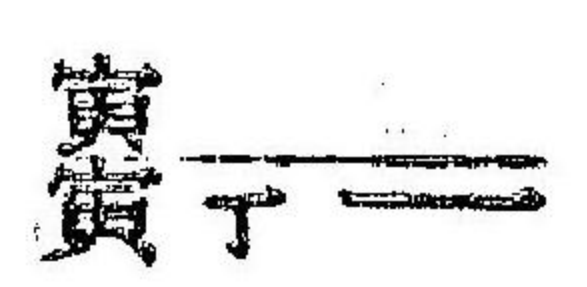
卷七

算學三章

測算光學

三

一層 二層 三層 四層



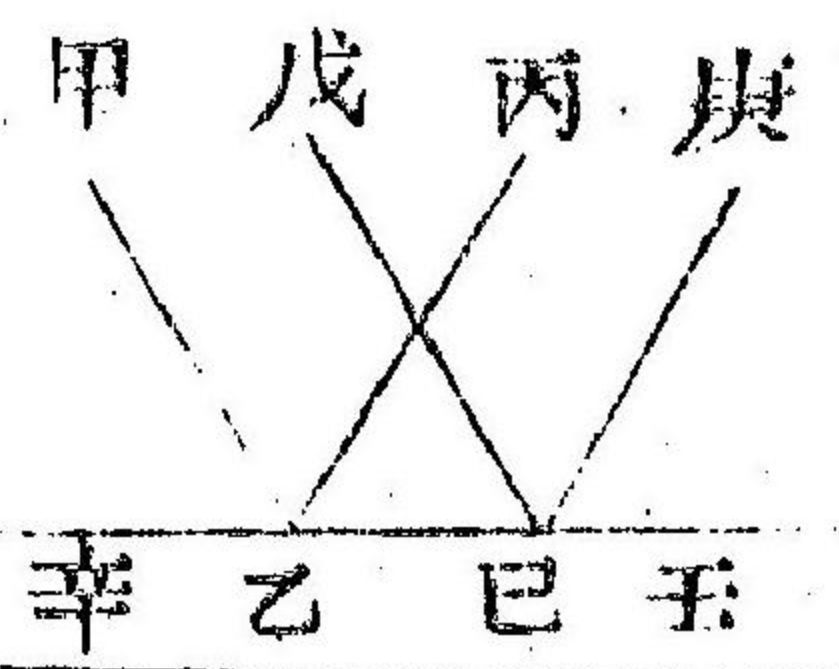
率皆如此

以入每層之光為實以寅寅丁為恒法乘之即入次層之光所謂按乘法遞減光透體質稠稀均勻之物皆按此理也

平鏡返光之理

問、光之照於平鏡面其返照何如
答、其來光若平其返光亦平其來光或散或聚其返光之散聚亦皆然
問、於平光何以辨之

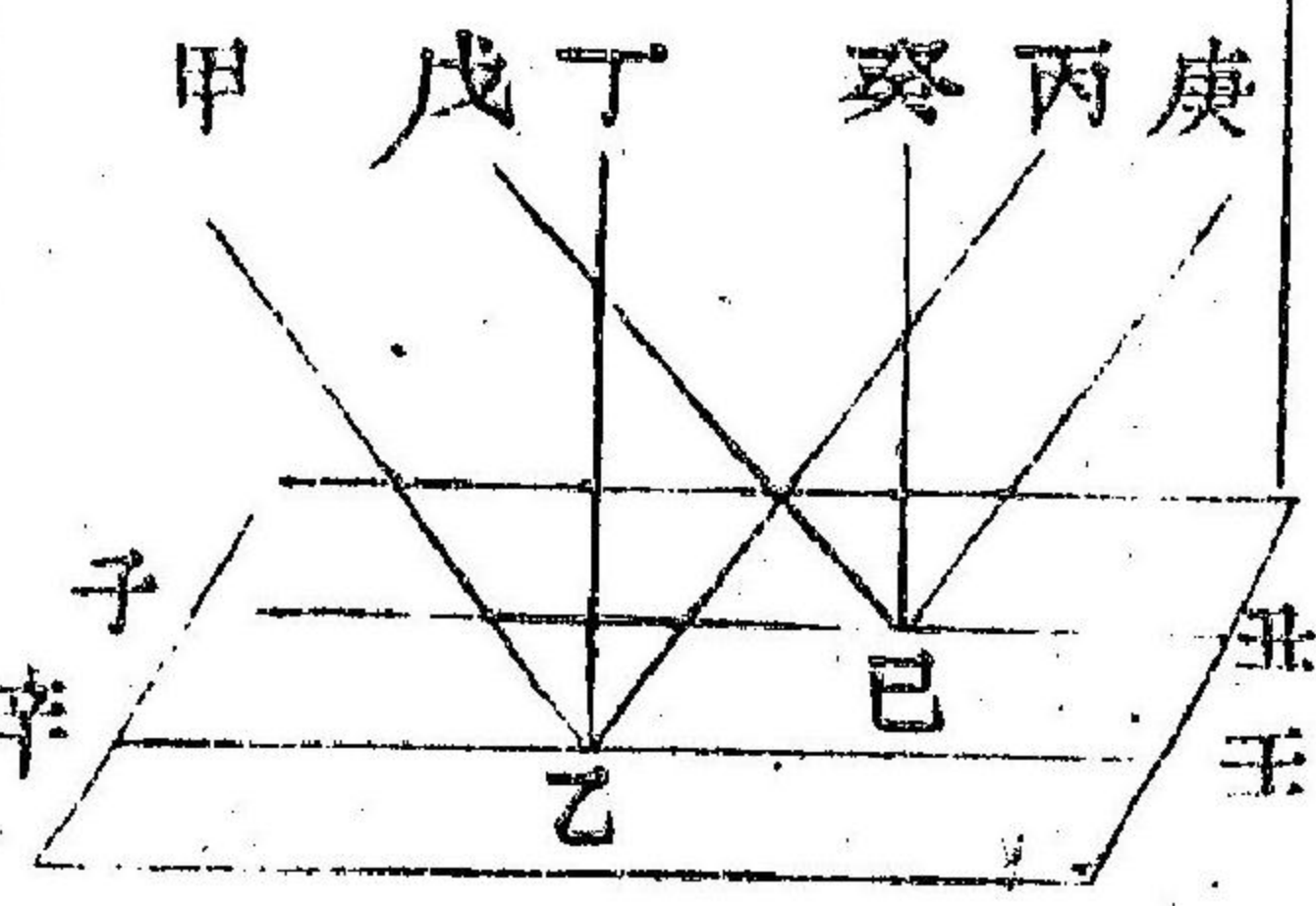
平光來平返



答、假如甲乙戊己為二線平光其返照亦必平蓋甲乙辛戊己辛二角既均則丙乙壬庚己壬二角亦均二角既均二線必平

問、二線平光若不同一平面其返照平否

答、仍然平也設甲乙戊己不同一平面與乙己各垂直線則甲乙丁之面與丙乙己庚之面相切於丙乙甲乙戊己本係平線丁乙癸己亦平則甲乙丁戊己癸二角等此四線兩兩相平則甲乙丙戊己

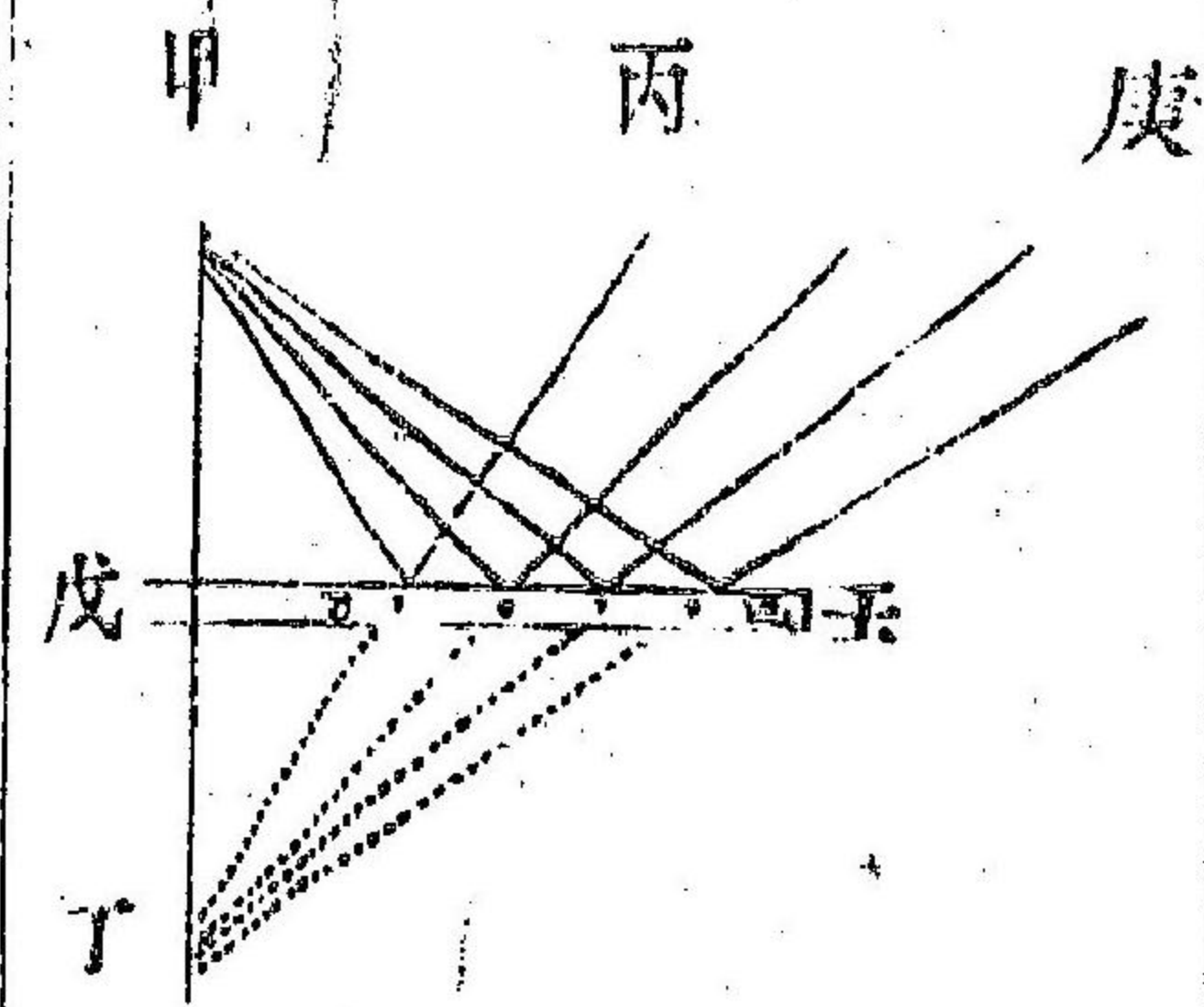


光之聚散亦照

庚二面亦相平，二面被丙乙己庚之面所切，其所切之線亦相平。癸己庚、丁乙丙，二角即等。癸己庚既與戊己癸等，則丁乙丙與甲乙丁亦必等。乙丙即為甲乙返照之路，與己庚相平也。

問其光照於平鏡，或散或聚，其返照何如。

答其返光之散聚，即與來光相同也。設有光二線，自甲



照於乙己，返照於丙庚，則甲乙甲己相離度數若干，乙丙己庚相離度數亦若干也。自甲垂線至丁，引乙丙使與甲丁相接，則甲乙戊與丙乙壬等。丙乙壬與

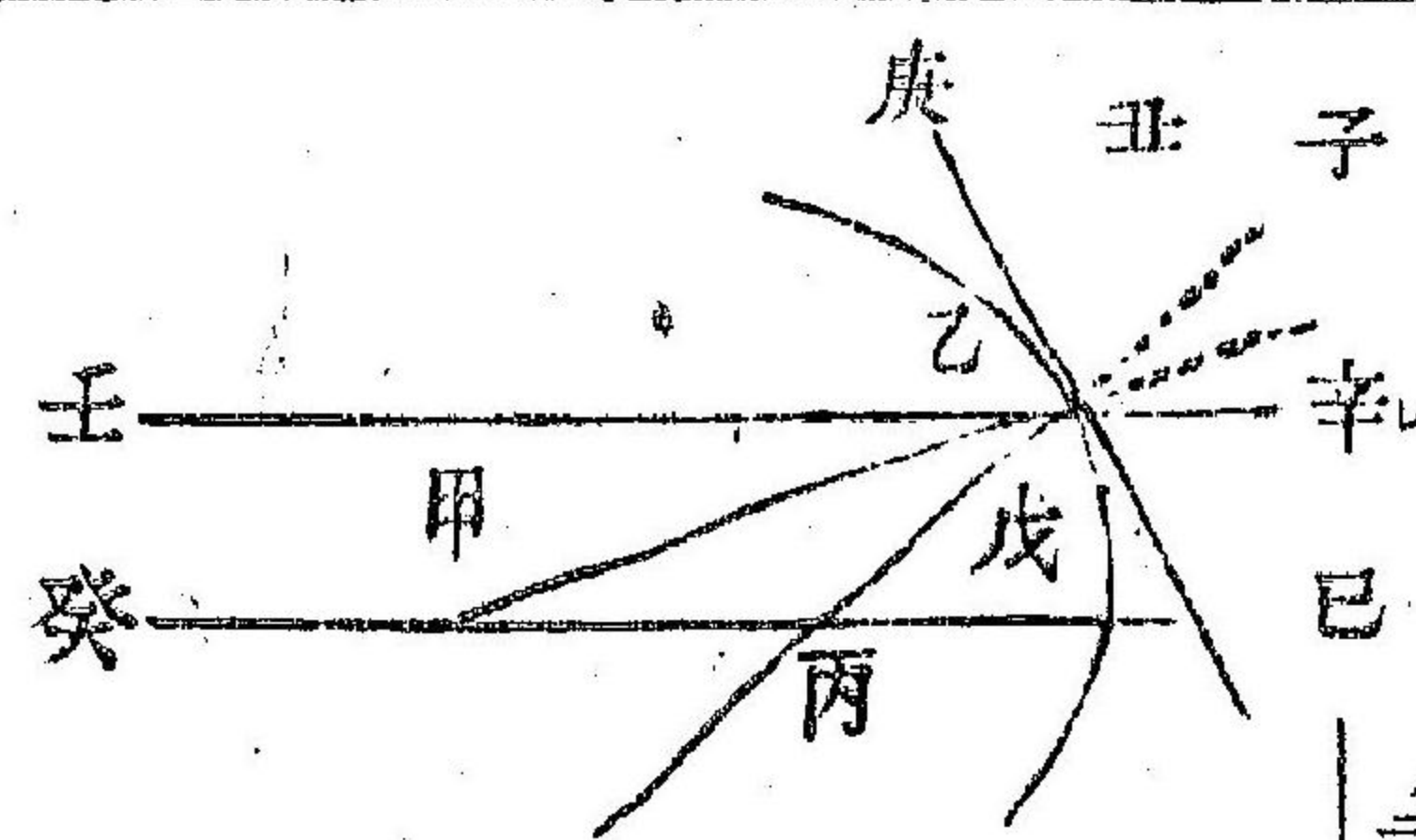
凹鏡之返照

戊乙丁亦等，故甲乙戊、戊乙丁三角相同，其角為戊乙二形共之，則甲戊戊丁二股亦等，故乙丙己庚之光返照方向，正如自丁而發，相離度數與自甲而發無異。故其來光之真源距鏡若干，即其返光之虛源亦入鏡若干也。至於二線之光相聚而照，欲究其返照方向，即與此論相反也。即如二光自丙庚而發，照於乙己，其返照必歸至甲，相斜度數與歸至丁無異也。

問凹鏡形若球面，平光照之，返照何如。

答其光距鏡軸不遠，則所聚光心於鏡面，鏡心居中，蓋

鏡面如球
聚光半徑
中之



以甲為鏡心，癸為光線，經甲而照於戊，其必返照至

癸，若更有平光自壬照於乙，其必返照於

丙，蓋甲乙丙甲乙壬二角相等故也。於乙

畫庚己之切線，二光既平，則甲乙壬乙甲

戊二角必等，而乙甲戊與甲乙丙亦等。夫

三邊形二角既等，其相對二邊必等。是知

甲丙與乙丙等。然甲乙己甲乙庚皆直角，除甲乙丙

甲乙壬，則丙乙己壬乙庚等。壬乙庚丙己庚復等。故

丙乙己亦等。而丙乙丙己之二邊均長。若二光相離

甚近，則弧切無差。丙己即無異於丙戊。既與丙乙等

與甲丙亦等，故其光心即在居中也。

問：若平光照鏡，距軸稍遠，其返照何歸也？

答：其光必聚於與鏡同中之球面也。蓋其光之照於鏡

軸相近者，既歸半徑之中，則凡有平光照於

他處者，亦歸半徑之中。光心各點合成球面。

是也。如圖中光照於戊相近，既歸至丙，其平

光或離稍遠，即返照成光心於丁。丙己之各點多點

合成一線，多線合成球面。

問：鏡形若拋物線，其平光返照何如？

答：皆歸中心也。其鏡若球形，平光與鏡軸相近者，必統

鏡面
若拋
物線
返光
皆平

歸一處卽半徑之居中若離軸稍遠則不盡一處惟

鏡形若類拋物線平光照之無論離軸

遠近皆歸一處以子丙巳爲鏡面庚巳

丁丙爲二線平光則二線光必返照於

甲蓋按拋物線之理凡線與軸相平者

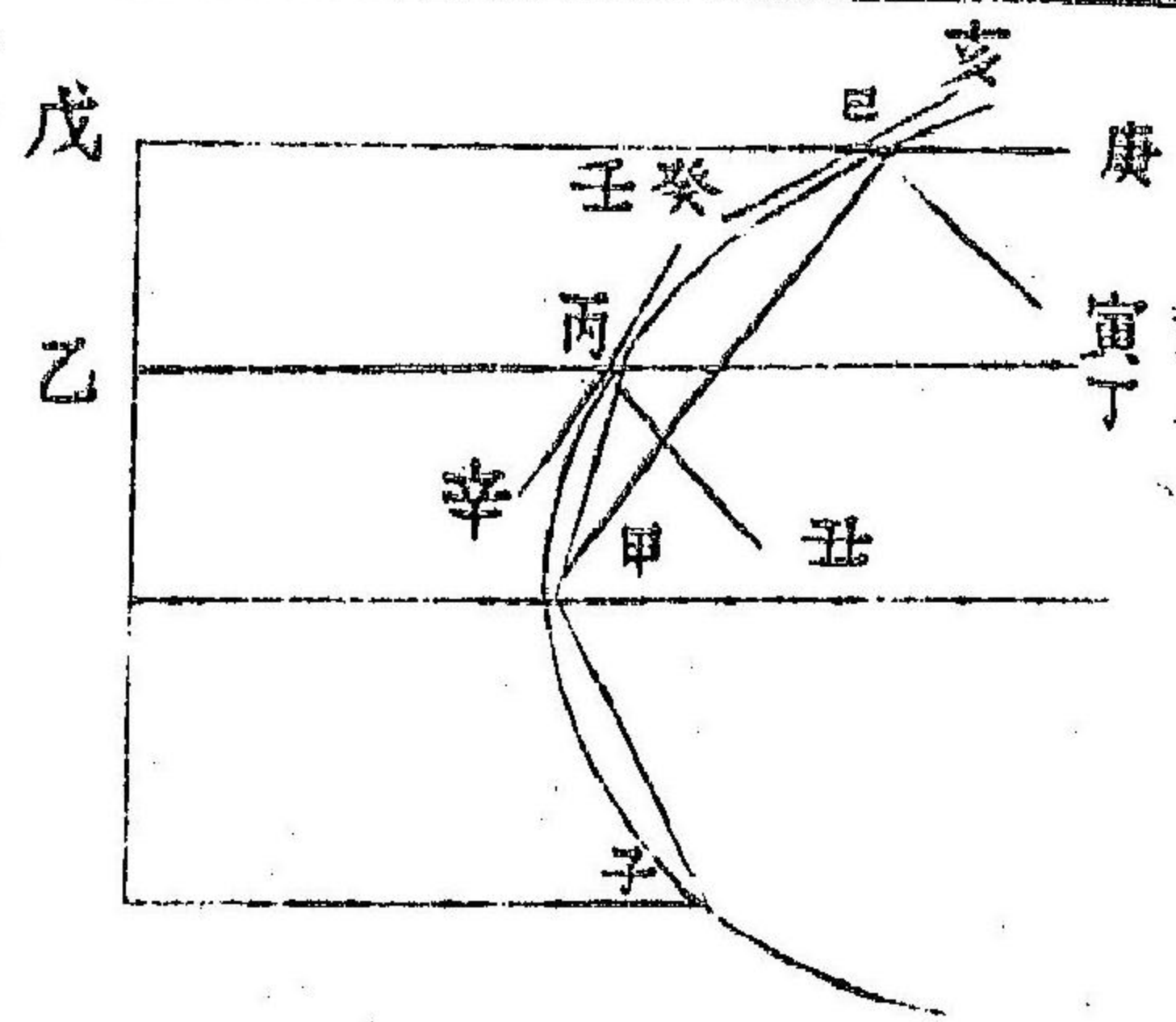
與切線交成角必等則丁丙壬與庚巳

亥等其來光之角等反照之角亦等丑丙甲與寅巳

甲等則丁丙庚巳二光必返照於甲餘可類推卽知

平光莫不歸於甲或設燈光於甲其返照必平行不

散故能射遠海涯建造光塔每用拋物線鏡職是故



也

問物於平鏡成影其影見若何

答其物距鏡若干其影卽入鏡若干其影與物均大且

其物與鏡成角若何其影成角亦

相等如圖中寅辛爲物寅端卽見

於癸按上文第六問癸卯與寅卯

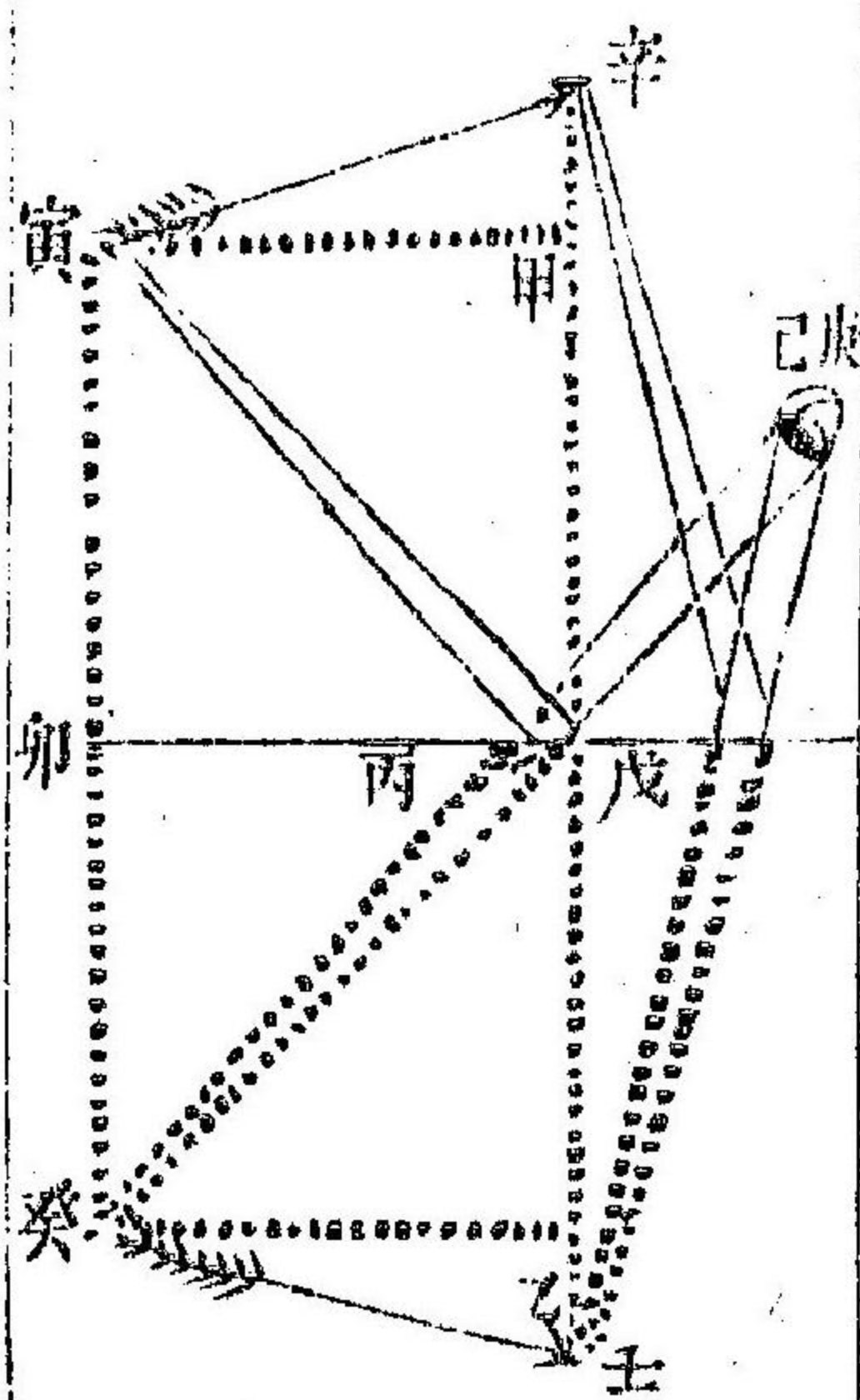
等辛端見於壬而壬戊辛戊等寅辛二端之間各點

皆然莫不見於壬癸之間則其物距鏡若干其影必

入鏡若干明矣壬戊旣與辛戊等而壬戊癸辛戊庚

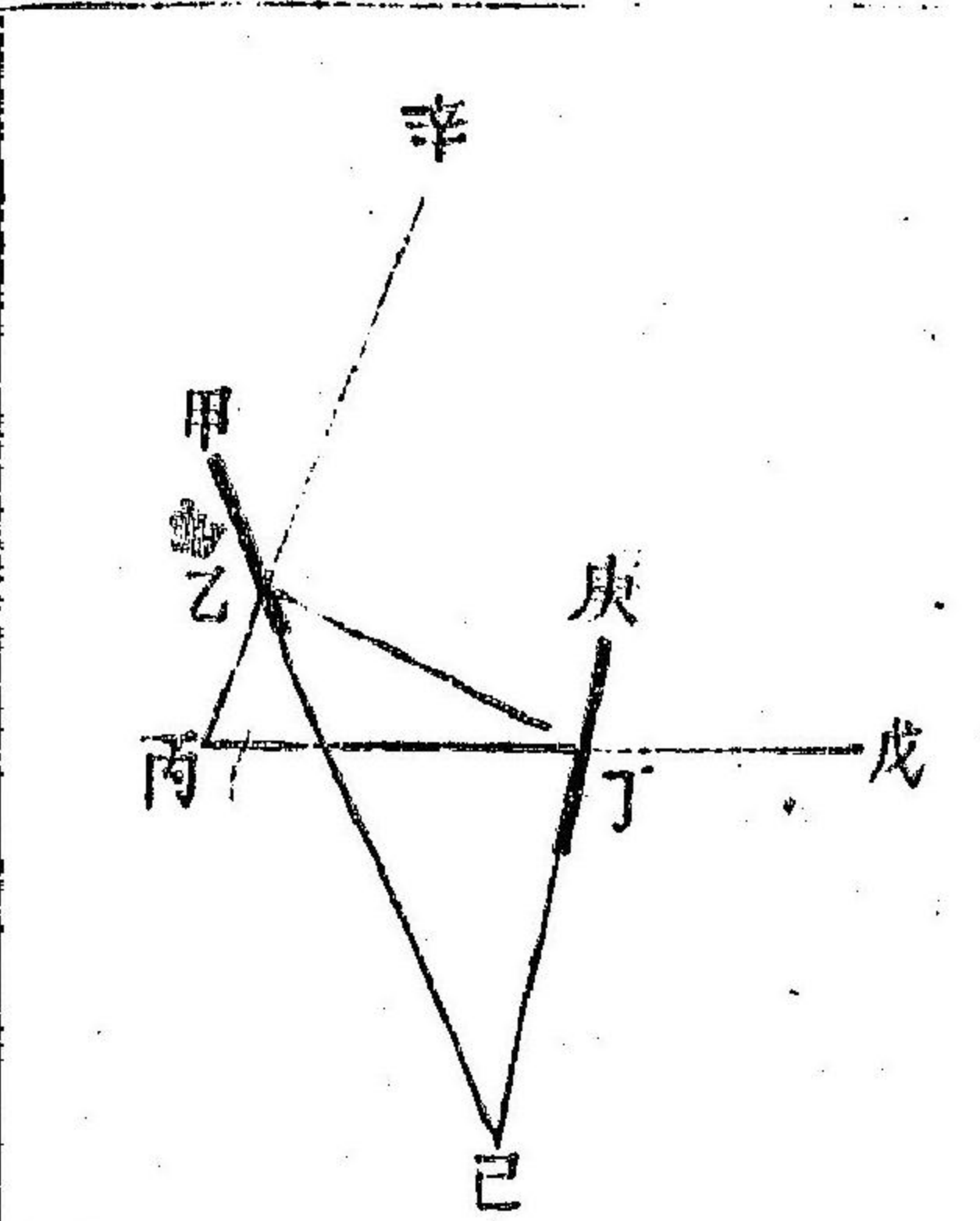
又等則各邊各角皆等影與形均大至其與鏡成角

平鏡成影之理



影形
方差
度

若何畫寅甲癸乙二線與鏡面相平則辛甲乙壬等
 壬癸乙甲寅辛之三角形必相肖故壬癸乙甲寅辛
 二角等其物若直立其影即顛倒相對其鏡若與地
 相斜四十五度而其物與地相平則影必直影形與
 鏡面成角相等也
 問其影自平鏡重返相差度數若何



答一鏡成角若干度其來光返光二
 線成角加倍也如物在辛二次返照
 即影現於戊戊丙辛是影形所差方
 向即謂方差度而加倍於甲己庚蓋

丙乙己與甲乙辛等甲乙辛與丁乙己亦等因直照
 返照二角均勻也丙乙丁即丙乙己加倍也戊丁庚
 丙丁己等丙丁己復因直照返照二角均勻即與乙
 丁庚等乙丁戊即加倍於乙丁庚其等數之式如左

丙乙丁二二丁乙日
 乙丁戊二二乙丁庚
 戊丙辛上丙乙丁上乙丁丙二乙丁戊乙丁丙

因三角共合一直角故也

精學門 卷一 三

去乙丁丙則

戊丙辛 + 丙乙丁 = 乙丁戊

戊丙辛 = 乙丁戊 + 丙乙丁

== 乙丁庚 + 丁乙己 == 乙丁

故

戊丙辛 = 二 甲己庚

則影形相差度

數加倍於二鏡也

問按此理鏡依軸轉影動何如

答其鏡旋移若干度數影必旋移加倍蓋一鏡折轉其軸即與其故位成角與二鏡無異故鏡與物對立影亦直立鏡旋移四十五度直立即成平卧平卧反成

直立與上第十問之理同

問按此理造有何器

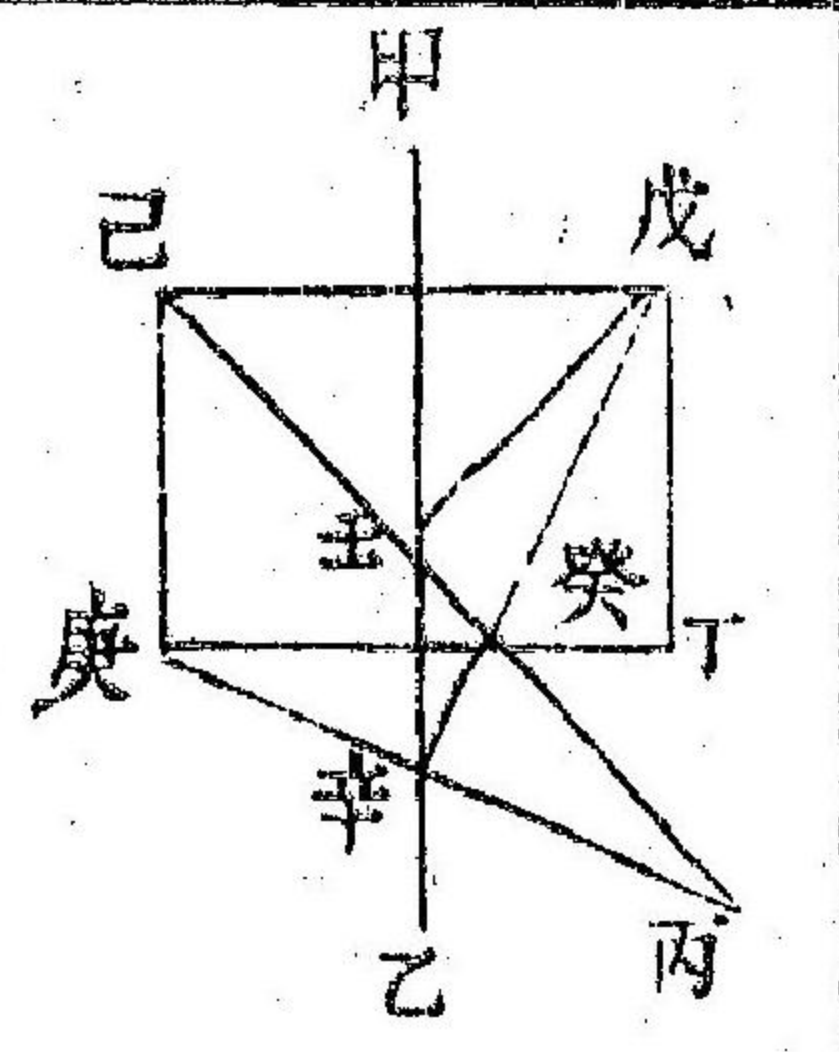
答此乃紀限儀測天之器也以平鏡二面一靜置一動轉相斜成角此接星光而彼接返光其重返成影所差度數加倍即如鏡轉二十度方見星於地平便知星高四十度也故重返星光四十五度之器即可測量九十度也

問物與鏡平其影形大小與鏡相比何如

平鏡影形大小比例

答其鏡之大小比其形如返照一線之長比直照返照二線之共數也設甲乙為鏡其物在戊丁影在己庚

各勿(月) 卷七 算學三章 測算光學 三



則壬辛上下之鏡無涉祇以壬辛與戊丁
相比以己壬庚辛二線引至丙

則 庚己戊丁均壬己復與壬戊均故 壬戊

壬辛：庚己：丙壬：丙己

壬辛：戊丁：丙壬：丙壬壬戊

為直照之光丙壬為返照之光丙己為直照返照二
線共合其理即驗也丙壬若為丙己之半壬辛即為
戊丁之半故平鏡與人身高一半即能現全身使本
人自見之至他人亦見之移遠即不全見若移近其

鏡雖更小亦能全見蓋目近影大以小鏡現大物即
按此比例也

凹鏡聚熱之理

問以凹鏡聚熱何如

答其大者於光心聚熱極甚雖金類之最堅者皆可鎔
化古有博物士阿機密底者以凹鏡返光燒燬羅馬
國兵船按其必非現時所謂凹鏡者蓋鏡面如拋物
線如球皮者其光心離鏡不過數尺想其所謂凹鏡
者乃平鏡數十面相合使光聚一處仍可遠射法國
步方氏曾試之以方平鏡一百五十餘面砌成瓦式
使之中凹嚴絲合縫以之焚燒物件雖離物二百五

釋折光之理

十尺之遠仍可聚火燒之

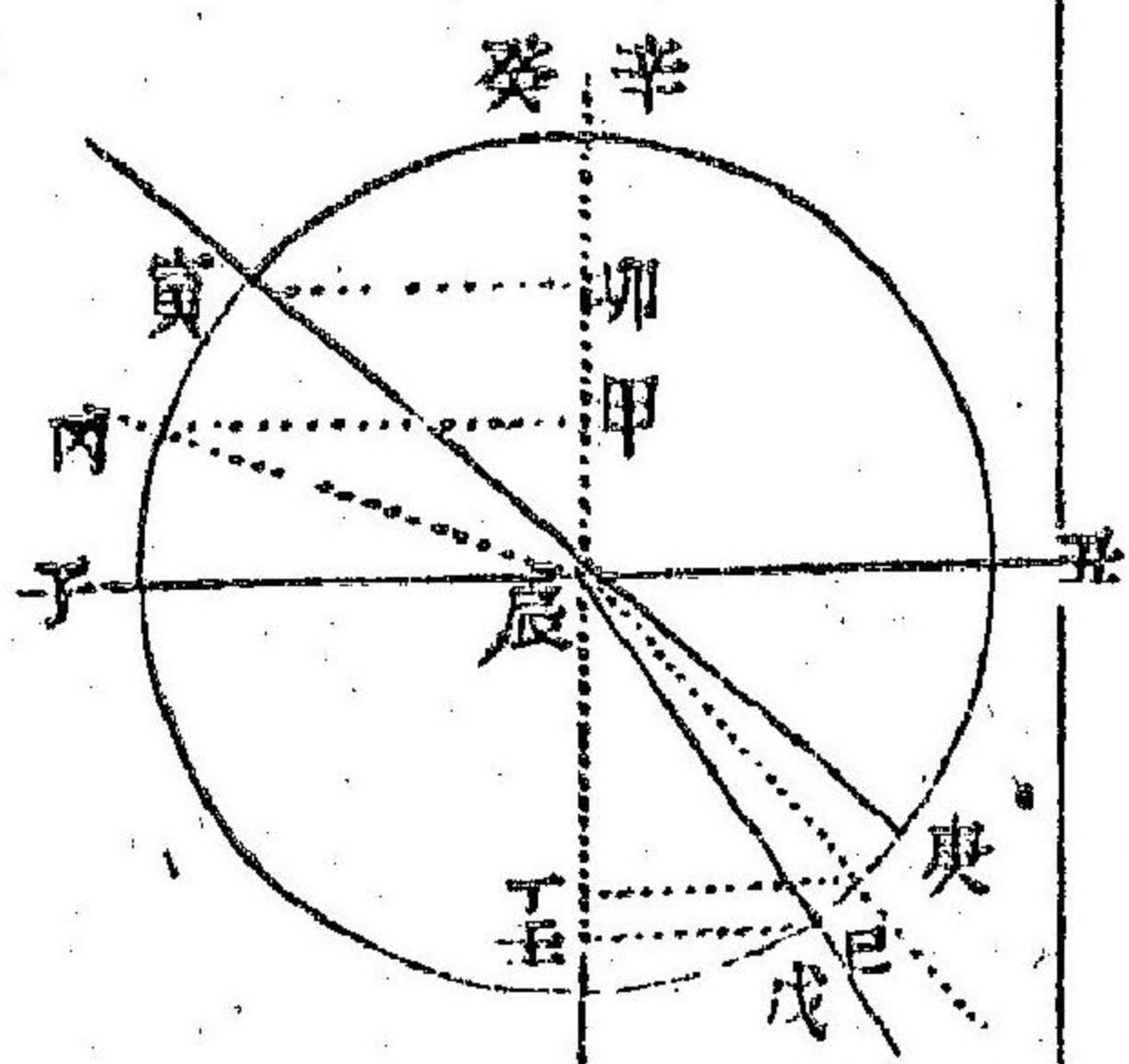
問光之透物而被折其理何如

答二物體質若有稠稀分別其光自此入彼必被折回

改移方向其內外二角正弦恒有定比即如寅辰丙

辰二光線於辰透水其一即折至戊其

二即折至己比例如左



即內外二角之正弦恒有定比也

無論自何度而入皆然欲驗之則以器如球形盛水

半滿其上開鑽小孔只容一線之光入水即可量其

內外二角之正弦而比之也自天氣入水二角之正

弦即如^三入玻璃即如^二入硫磺即如^一蓋各有折

光之力不同也以內角之正弦為一論水則外角之

正弦即^三論玻璃則為^五此謂折光之力也至光之

直照左右皆成直角則其外角正弦為無故不論其

透何物皆不被折惟有斜入則被折也其各物折光

之力即標於左

鉛丹

紅銀石

金鋼鑽

光藥

硫磺

水晶

二·九七

二·五六

二·四三

二·二

二·一五

一·五四

法光驗之折

琥珀

玻璃

橄欖油

明礬

磺酸各酸

酒精

水

冰

問、以三稜之物試驗折光之理何如、

答、以其物作成三稜形、一面與地平、一稜向下即謂折

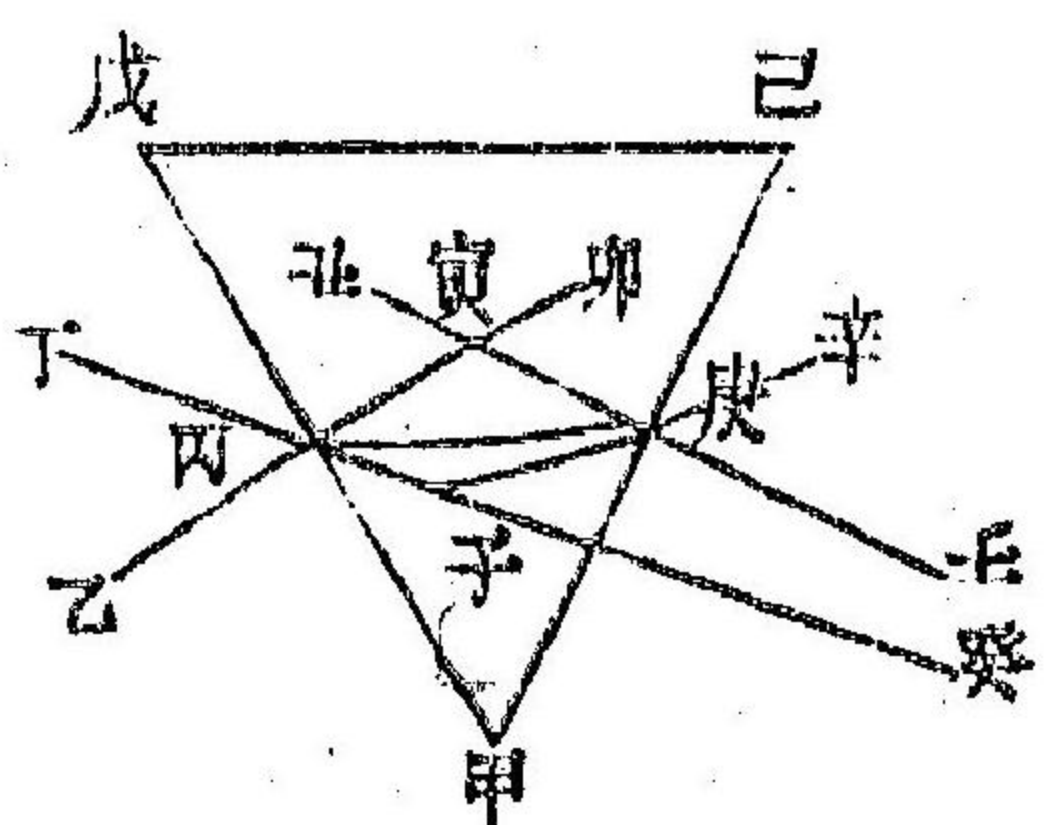
光之角、有光於丙入、被折至庚、出而復

折至辛、以丁丙辛庚二線引至子、則庚

子癸即為其方差度、其折光度以春代

之、二角若小相比即如其正弦以上文

所說內外二角相比、



則

卯丙子：卯丙庚；：春：一

蓋

卯丙子 二 丁丙乙

故也、

卯丙子 丁卯丙庚：卯丙庚；：春：一

則

庚丙子：卯丙庚；：春：一

至光出比例相同、

故

丙庚子：丑庚丙；：春：一

二式合之則

然

庚子癸 二 庚丙子 丙庚子

卯寅庚 二 卯丙庚 丑庚丙

則

庚子癸：卯寅庚；：春：一

寅丙甲庚之四邊形其內之四角既合為四直角而其左右二角既皆直角

則

丙寅庚 丙甲庚 二 酉

丙寅庚 卯寅庚 二 酉

丙甲庚 二 卯寅庚

以此易被則

庚子癸 丙甲庚 春 一 一

春 一 一 丙甲庚 庚子癸

其鏡若玻

璆

春 二 三

庚子癸 二 丙甲庚

則方差度即為折光角之半也欲得某

物折光之度即量其方差角以折光角約之而加一

蓋

春 二 丙甲庚 庚子癸

問有物二面相平者光透之而被折何如

答其出路與其入路必相平也蓋光之入也雖被折改

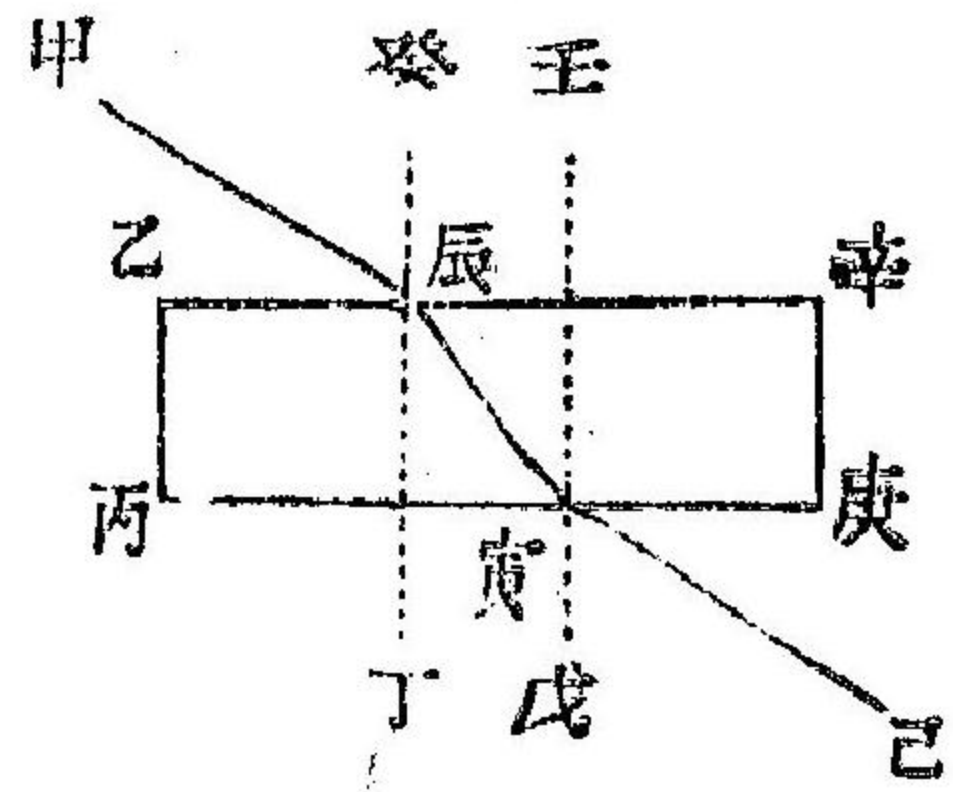
道至其出也而被折則復回原向與其出

路仍然相平設若丙辛為玻璆一塊二面

相平一線之光於辰而入自寅而出則寅

已必與甲辰相平蓋於辰寅二點各垂直

線



光透平鏡出入相平

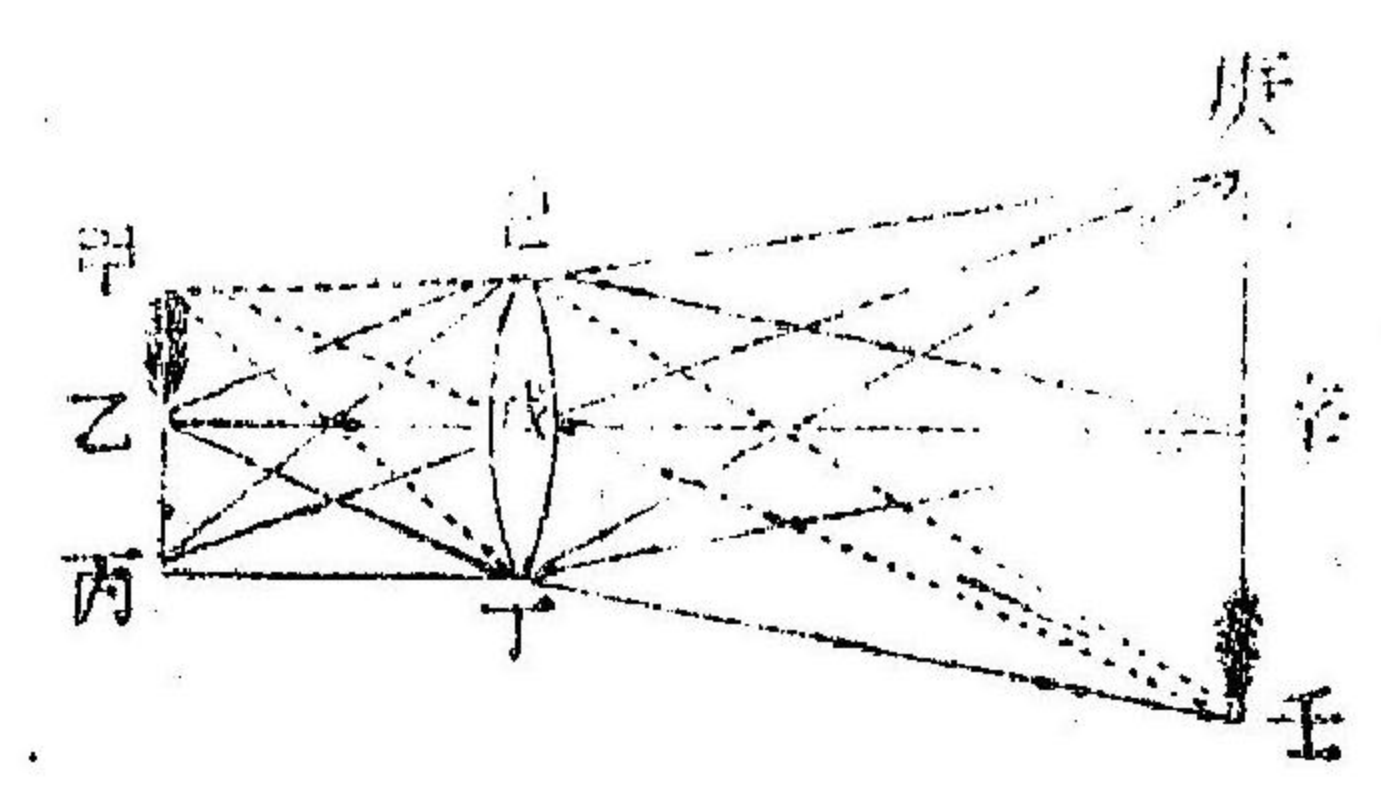
則 丁辰寅 二 辰寅壬
 兩邊折光度既等則
 然 丁辰寅 二 辰寅壬
 故 甲辰癸 二 戊寅己
 光

之入路與出路既與二平面相交成角均等則二線必相平明矣。

問以凸鏡視物其大小何法計算

答其物之大比影之大正如物之距鏡比其影之距鏡也蓋庚戌辛甲戌乙二形相類

凸鏡影大小例

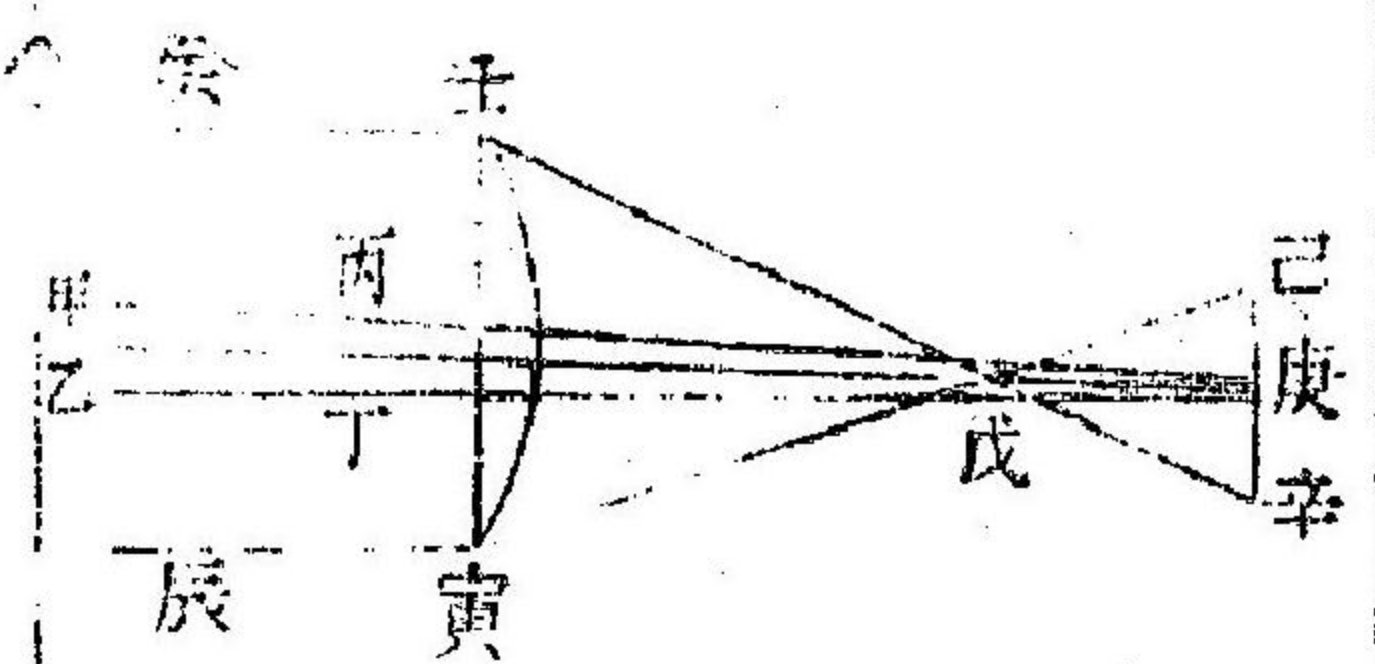


即有 庚辛 : 甲乙 :: 辛戌 : 乙戊
 故 庚壬 : 甲丙 :: 辛戌 : 乙戊
 其物之徑與其影之徑

比例既如此至其方積則影形相肖即相比如其離鏡遠近成方故其物離鏡愈近其影愈見方大也此無關鏡之大小惟二鏡之面若不均凸其折光不同其影形遠近大小之比例亦自不同矣
 問凸鏡不盡聚光於一處何也

凸鏡光差度

答因其光透之而被折分度不等設若壬寅爲凸鏡光



自甲乙透之既離中不遠則交凸面幾成直角而聚於庚其光自癸辰與凸面相交愈斜被折愈多即聚於戊相較而散至己辛凸鏡成影當中即明外邊稍覺模糊職是故也庚或謂光差度其鏡若一面平一面凸光自平面而入則其差度即爲其鏡之厚薄四倍半若光自凸面而入則差度只有一倍有奇故用此等鏡者凸面應向其物至雙面凸鏡其差度則倍半有餘按此則鏡質極薄而遮其外邊使光從中透影乃真切不致模糊

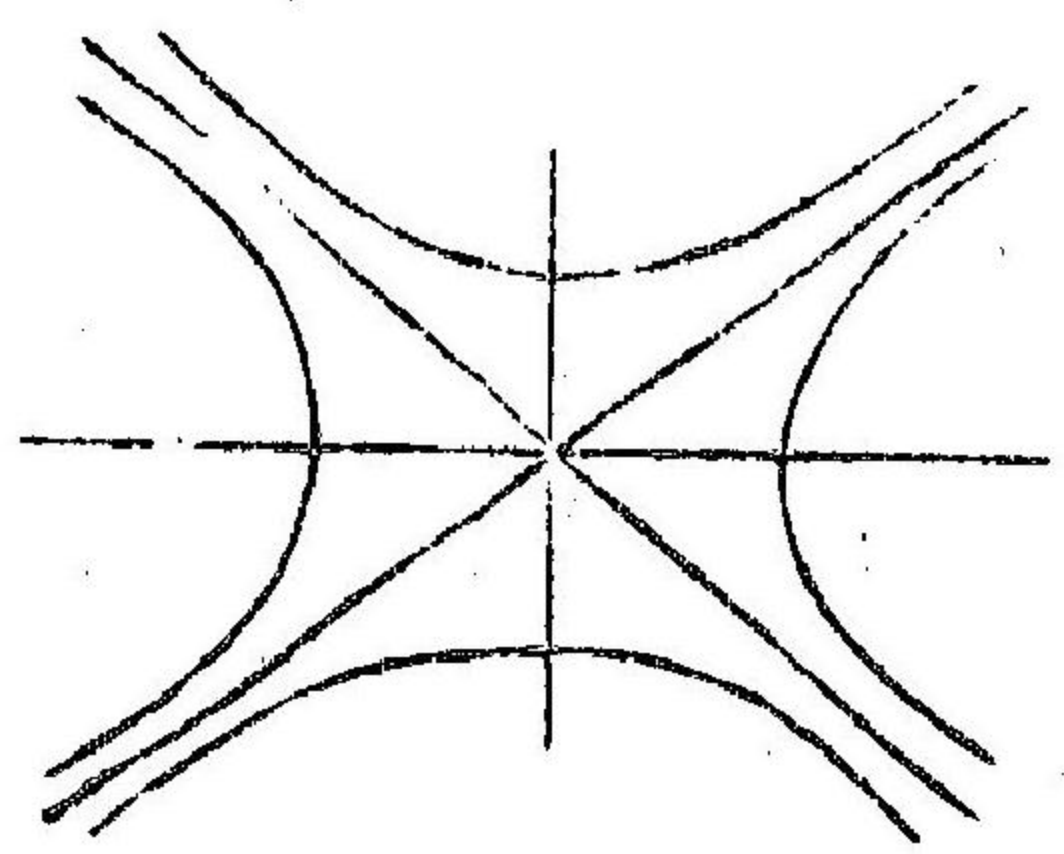
其鏡面如球皮當中折光則少四週折光儘多故此等鏡單用不能無光差惟算學家已究得他式可無其弊蓋鏡面如橢圓或如雙線之式則其光盡聚一處可不散矣雙線圖附橢圓詳於下文

雙線圖式上下左

右相對成雙而四

線之內任舉一皆

名雙線也



橢圓鏡式

雙線鏡式

問鏡面如橢圓式者應如何方使光線盡歸一處

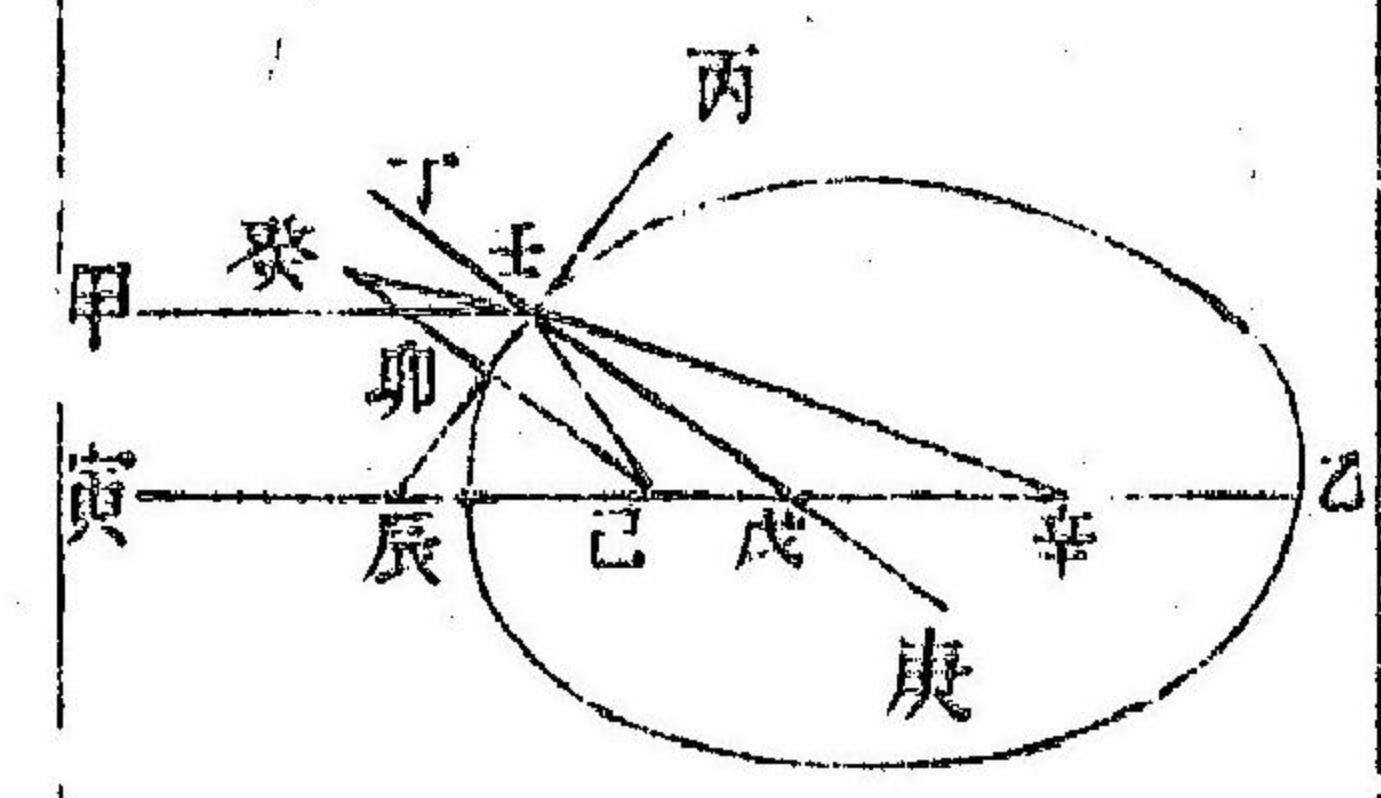
答其橢圓二心之相距比其長徑如內角正弦比外角

正弦則光盡歸一處也

此卽

正弦 外角 正弦 內角

設光自甲照壬與長徑相平自



壬畫線通二心復畫丙卯切線再畫丁庚癸巳與丙

卯正交

則

卯壬巳 丙壬辛

蓋按橢圓之理勿論其切線於何處

此二角恒等

卽知壬卯癸壬卯己皆爲直角則壬卯左右之

丙壬辛 卯壬癸

三邊形均等

而

壬巳 壬癸

夫

壬辛 壬巳 辰乙

蓋由橢圓之理也故

辛癸 辰乙

以此易彼

則

辛日 辛癸 內正角 外正角

丁庚癸巳既相平辛壬戌辛癸巳二形相類

也、則

辛戌：辛壬：辛巳：辛癸

內正角：外正角

然

辛戌：辛壬：辛巳：辛癸

蓋二邊相比，如其對角正弦故

且既

塞：張

而

甲壬：丁

故

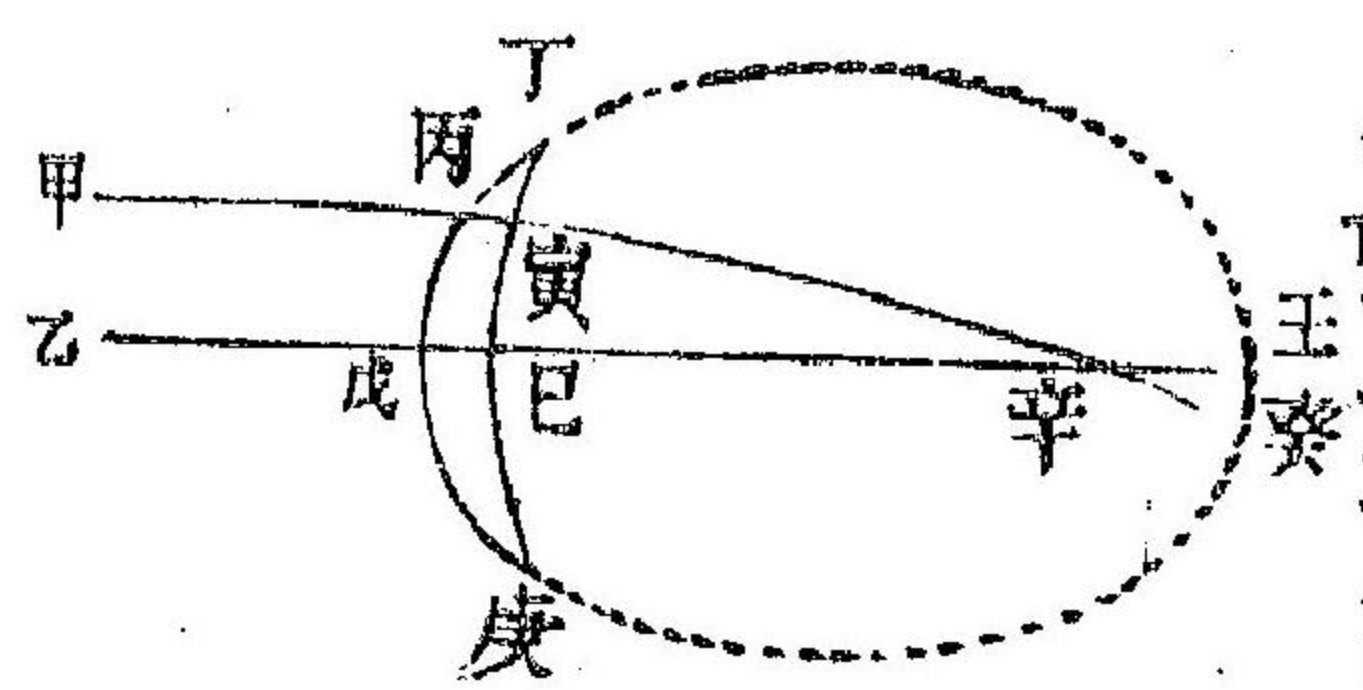
辛戌：辛壬：辛巳：辛癸

然光自甲照於壬，甲壬

丁即其未折之角，辛壬戊即其既折之角，其光即該
自壬折至辛，勿論照於何處，皆該如此，是知其光盡
歸一處也。

鏡式

問：上節辨鏡之外面折光，其被裏面復折，恐致差誤，何
法防之？



答：令其裏面如球皮，外面如橢圓，其聚光即無差也。蓋

橢圓鏡之折光，前已辨明，茲則以其裏面
如球不折光，復推論之。設若丁庚係此等
之鏡，隨其外面畫成橢圓，復以辛為中，隨
其裏面畫成圓線。按上節甲丙之光，被外

面折向鏡心，光自丙而入，便被折，自寅而出，即不被
折。因丁己庚係圓線之弧，其中在辛，故凡線自外向
辛者，皆與其切線正交，是以丙寅之光不被折，而仍

光生
之色
之故

歸至辛誠能按此式造鏡則其光必盡聚一處而影
現真切祇以此式之鏡難以磨成故窺遠顯微等鏡
仍式球面惟另須設法以防其散光差度即如以大
小二鏡配合得當則其差度相消矣鏡之內外曲線
不同即謂月牙
鏡
問各物之有各色者由於何故

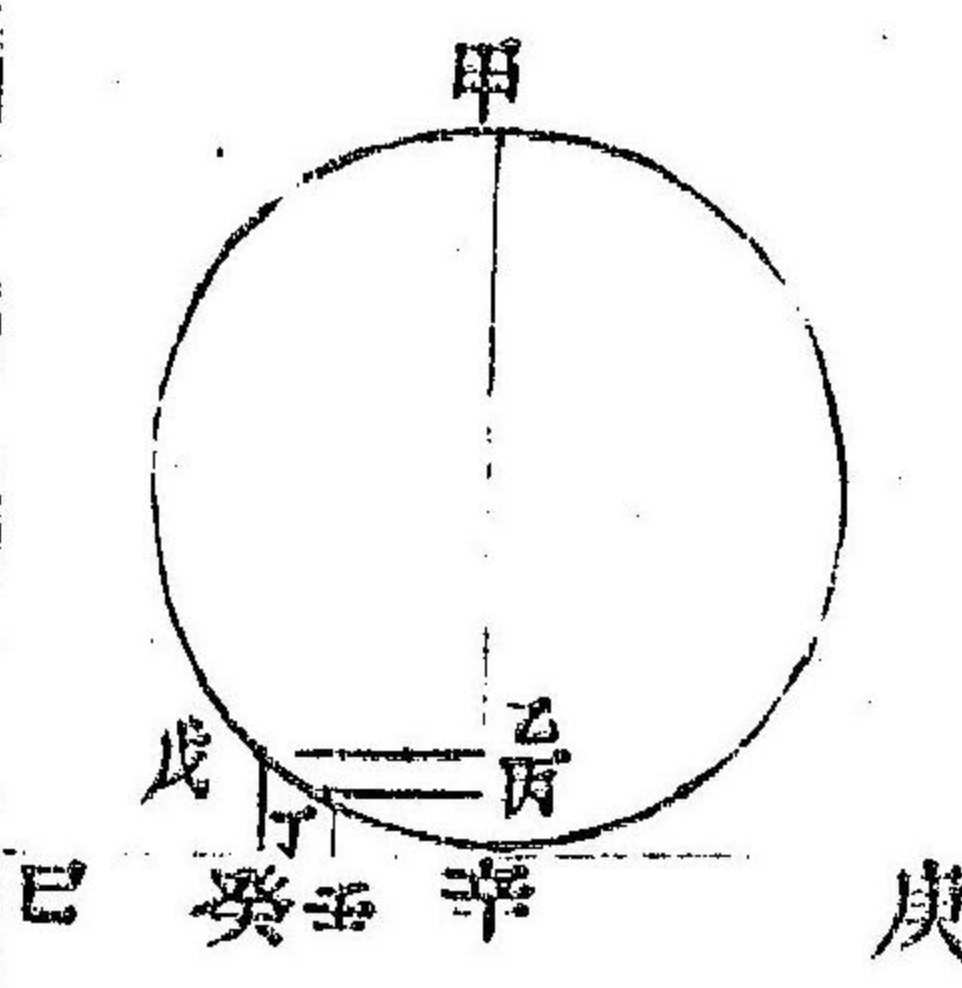
答由於其體質能分析光之各種令若者存而若者返
所存者即變化而不再為光所反者入目其物始見
返一色之光者有之並返數色之光者有之不但見
紅黃綠之各色一物而兼數色者亦有之至其返光
之故或由於其微質粗細排列不同蓋化學常見無
色之物攪和而生色且其有色者隨冷熱而變其色
甚至一物隨厚薄變色者亦然始知色外而體內色
變而體常也

物隨
厚薄
變色
之理

問物之隨厚薄變色者何以見之
答於水沫起泡常見五采小兒嬉戲常以水和松香吹
之提之漂作水毬不但輕而上浮而其外面眩發五
采更有雲母千層石等物自然分為極薄之片呈現
各色此皆物之菲薄成色者也至於水毬其厚薄漸
移其色隨時變遷不定也

問以玻璃鏡驗之何如

答牛董曾以二鏡驗之用此之凸面壓於彼之平面其



相接之處遂見其光層層圍繞現出各色壓之愈緊色圈現出愈多其居中相依之處微黑外見各色近則明遠則澹

漸至於白牛氏謂其所以現色者惟因二鏡之間有氣一層中邊離有近遠氣即漸分厚薄其所以層層圈成各色蓋因凸面如球皮也牛董量其各圈之徑知其成方相比如一三五七各數遞加且二鏡之間習氣之厚亦如是遞加蓋以凸鏡之面畫成圓式則甲辛為其直徑以辛癸辛壬為色圈之半徑丙辛辛為各層之厚率

則

然乙辛丙辛二元比甲辛甚小即

戊乙二甲乙乙辛

丁丙二甲丙丙辛

戊乙丁丙二甲乙乙辛甲丙丙辛

戊乙丁丙二乙辛甲辛丙辛甲辛

可以甲乙甲丙換甲辛則

此二率共一元即可

去之而其比例如左

戊乙：丁丙 :: 乙辛：丙辛

按此即可計算各層之厚

薄按牛董計算天氣其厚若不及寸中之百萬即不返光而無色天氣厚過百萬並返各色而為白其厚於二數之間者擇色而返之即見色有不同水與玻璃等物莫不歸此理而其數各有不同故見極薄之物即可由其色辨其厚薄也夫返光之色如此至透光即其相成之色也即如凸鏡所倚之處對面視之則白色圈則外邊反見黑其色圈以透光而見者各層之厚薄即按二四六之陰數返光而見者其厚即按一三五之陽數也

卷七算學第三章凡二十六問

論吸力通例

第七卷算學

第四章測算力學

問地球之吸力按遠近等差若何

答二處之吸力相比即如二處距地心之成方反比也

蓋地既球形其吸外物正如一球之體盡在地中故

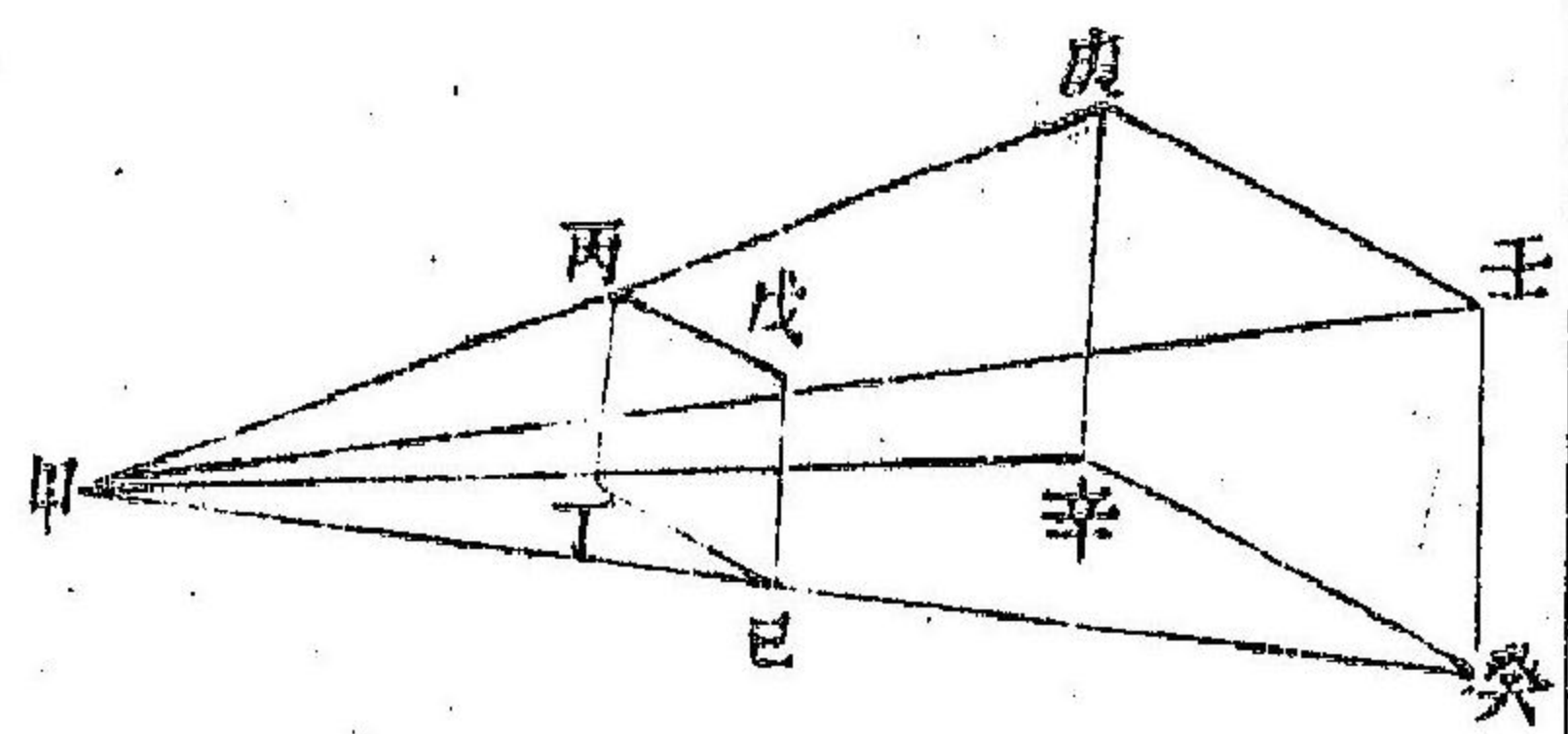
測算吸力必自地心而起夫吸力既本地心

而散布六面其離開地心愈遠力則愈少也

其漸遠漸殺必按遠近成方反比之例設地

心在甲其力四週散布如光之普照然於已

癸二處以二面相平而接之則其力自甲而



發正如甲戌壬甲己癸之各線而丙己癸庚二方所
受之力相等以光比之有光自甲發則丙己之方小
而其光濃癸庚之方大而其光澹二方所受之光終
覺無差蓋丙己足以遮癸庚也吸力亦然丙己所受
之力散布於癸庚而二方所受之力無殊然舉各方
一寸其喫力正與二方之大小相反若其遠者所受
之力為春其近者所受之力為秋

則然甲戌己甲壬癸二形相類則

春：秋：戌己：壬癸

戌己：壬癸：甲己：甲癸

戌己：壬癸：甲己：甲癸

春：秋：甲己：甲癸

故是知

二處之吸力相比即如二處距地心之成方反比也
設有物離地如月之高其重較地上應

則 春：秋：(-)：(+) =

春 = 秋 × $\frac{3600}{3}$

故三千六百觔之物祇重一觔

蓋 三：一：寸
半徑

問升高若干物較輕若干何法計算

答亦按其離地心遠近成方反比之例也其離地心較
地面數倍則易算若不足一倍則有奇零而計之稍
煩設地心在甲地面在己物於己分兩為秋於癸分
兩為春

物地離漸高漸輕之例

則以地之半徑為子其物所升之路為丑則

春秋：甲己：(甲己+己癸)言

若丑較子極小丑方必更小不計可也則

假如丑為洋里之半則

秋+春 = 子+丑 x 二丑

秋+春 = 四〇〇〇 x 一

二四〇〇

是知升至三百

秋：春：子+丑：子
：：子+丑：子

秋：春：(子+丑)：子

：：子+丑：子

空球之內無所吸移

丈之高其物減重不過四十分之一

問設地為空球置物空中其被吸若何

答毋論其居正中或居偏旁其被吸之力必為均勻故

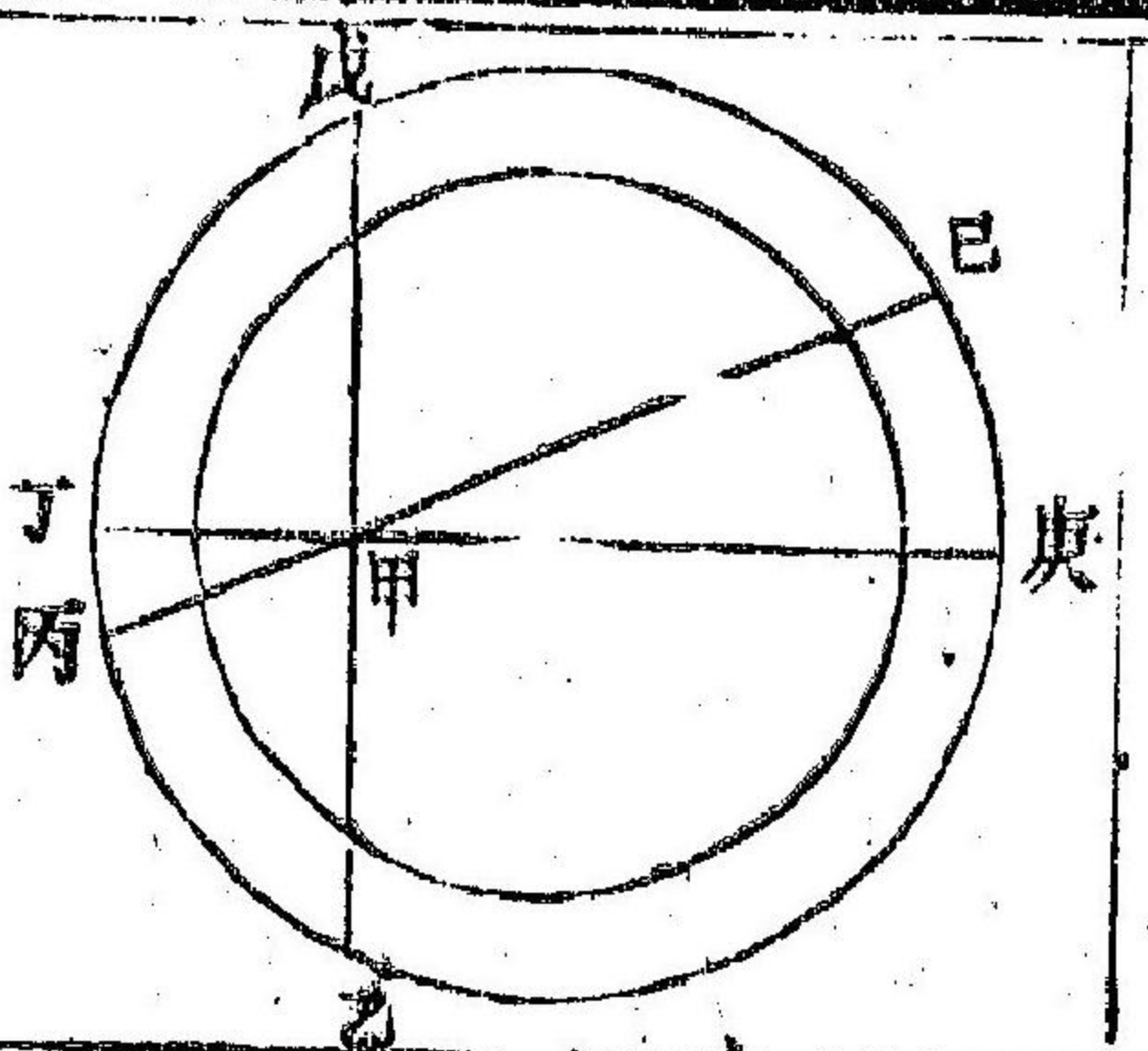
定而不移也設戊丙庚己為空球置物於甲以平面

於甲分球為兩段則各段為無數圓錐於甲顛倒相

合而成正如丙甲丁己甲庚頂於甲底於球面其底

既甚小可視之為平面其方積即如其徑

方丙丁己庚既為甚小



則可以

甲丙——甲丁
甲庚——甲己

甲

之左右二角既均，則丙甲丁、己甲庚二形相類，故

甲丙、甲己、丙丁、己庚

吸力既如其質，二底之質若為春夏，則以甲丙

甲丙、甲己、丙丁、己庚

春夏、甲丙、甲己

為子甲己為丑則

春夏、丑、子

春、丑、子

二形之吸力若為寅卯，則

寅卯、春、夏

復如遠近成方反比。

春

則

寅卯、丑、子

寅卯

上文則

春、丑、子

故

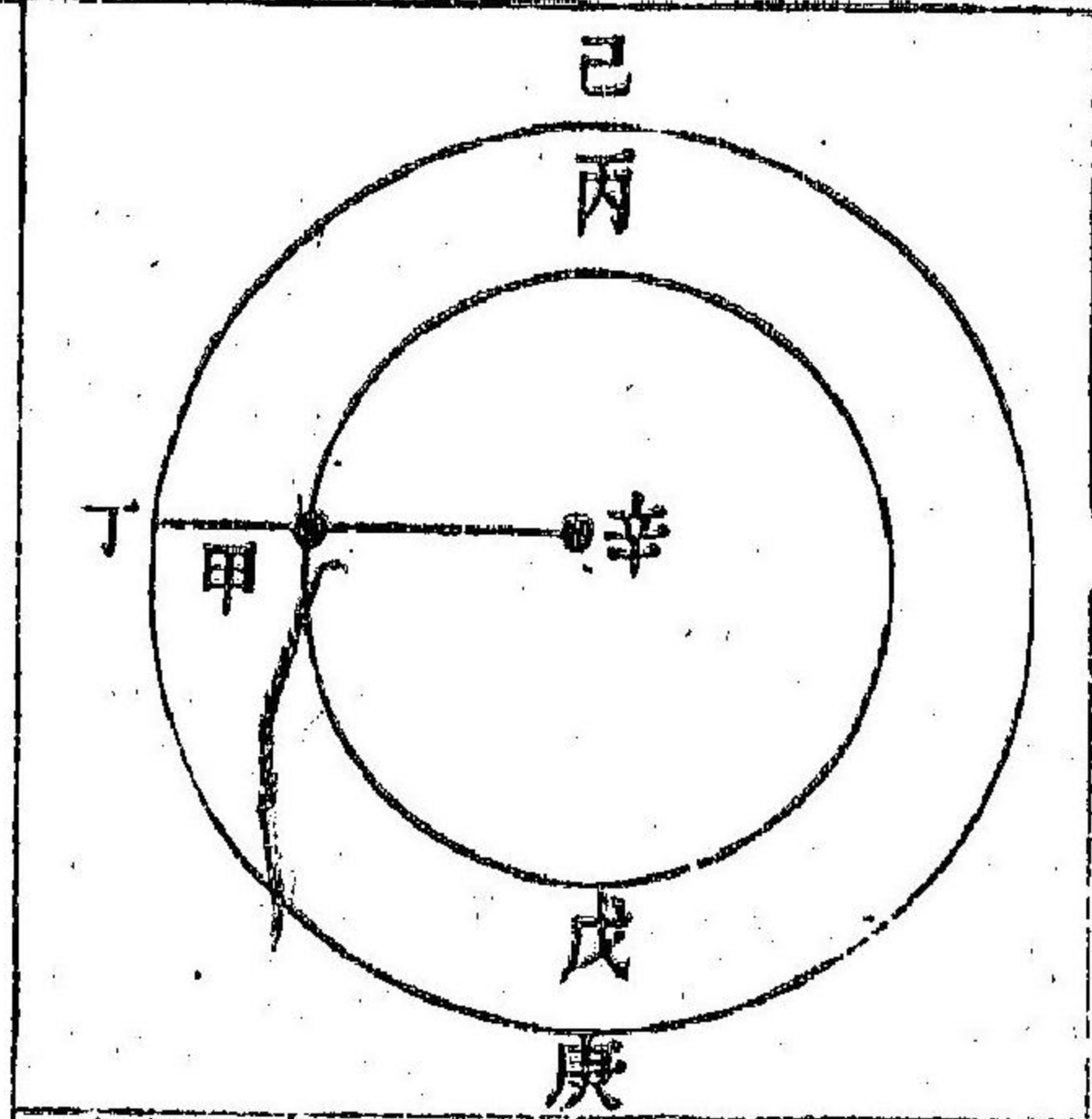
寅卯

不論

物地漸入 深漸輕 之漸

丑之大小即無異，二錐如此，其餘盡然是知物置空中，離球面無論遠近被吸之力無異，故定而不移也。問物於地內其被吸若何。

答其被吸之力如其距地心之遠近正比。設其物居地



心，則六面被吸均勻，而其物定也。若居偏旁，則其以外之地吸力相消，故其所受之力惟自內而發，漸近地心則受力量漸少，故物從外面墜地，雖愈近愈重，若

能入地向地心，愈近則愈輕也。至於地心，則分兩全無。假如其物在甲，按上節所論，已丁庚一層，正如空

球之皮吸力對消而其物惟受丙甲戊一球之力正
比則按質之多寡反比則按遠近成方

故 $力 \propto \frac{(\text{半徑})^2}{\text{質}}$ 然一球之質即按其半徑之立方則 $質 \propto (\text{半徑})^3$

故 $力 \propto \frac{(\text{半徑})^2}{(\text{半徑})^3} = \frac{1}{\text{半徑}}$ 是其吸力正按其離中遠近若能鑽孔通

地心置物其中移下一半則較輕一倍其升高反加
分兩亦復如此

論動靜物行平速之例

問設物平速而動其路若干

答其路必按時速相乘蓋其速即其一秒內所行秒數
愈多其路亦愈多故以二者相乘而得之即如每秒
物行四丈則十秒必行四十丈其恒式

即為 $路 = 時 \times 速$ 則 $時 = \frac{速}{路}$ 若此物 $路 = 時 \times 速$ 則他物之時速

與路亦然故 $路 = 時 \times 速$ 加點以別之

則 $路 \propto 時 \times 速$ 故 $時 \propto \frac{速}{路}$ 路

若有定限則

時 \times 速

速 \times 時

即時速反比也凡平速而行者

其速其時其路莫不準此而計也

問物之動力何法計算

答由質速相乘而得也蓋其微質二點均大而其力或

有異惟因其行有遲速之分其眾點共合亦然

故設彼物質速與此不同者則

力 \div 質 \times 速

力 \div 質 \times 速

故

力 \div 質 \times 速 \div 質 \times 速

故

力 \times 質 \times 速

質 \times 速

其力可計凡動物之力速與質互相連涉莫不準此

算 \times 速

若質有定數則

力 \times 速

若有定速則

力 \times 質

若質與速反比

而計也

物行漸遠之例

問物之動若施力不已其理若何

答若無阻礙其必漸加速也蓋用力使物動者有二陡

力與恒力是也力之陡施於物雖一霎之間亦必合

之平速而行若恒施於物則如以陡力時時相繼其

行自然加速也欲計其加速若何則以其時分爲秒

忽其力之恒施於每秒每忽而施之無異也設有二

物均重者受方同時

力 \div 力

速 \div 速

則若其力同而其時不等

平速而行以四邊形之度

則

速：速：時：時

故

速：速：力×時：力×時

是知

速×力×時

即如一車以二千五觔之力推至

十秒一車以十八觔之力推至七秒及至末秒二車

之速即如二百五十與一百二十六相比此則幾乎

加倍於彼也

問物之以平速而動者以面積度之何如

答其所過之路即可以四邊形度之也

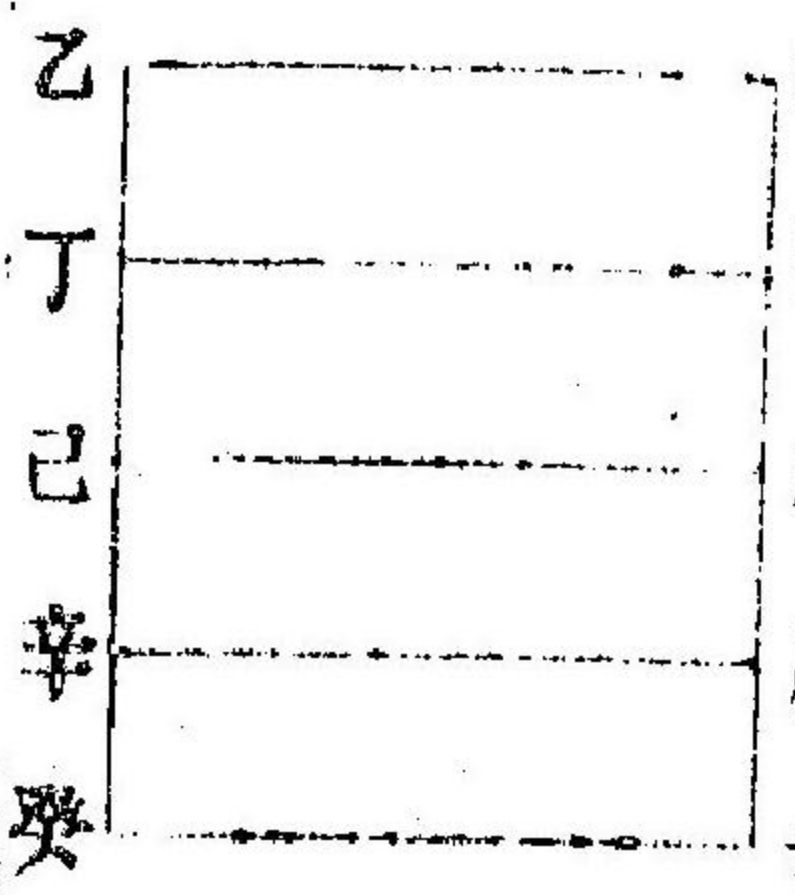
蓋

路二時×速

然圖中

漸速而行以三邊形之度

甲丙戊庚壬



四邊形其方積

一甲壬×壬癸

以壬癸為速率而甲

壬為時率其等數即與上同如其物自甲至壬須有

四秒第一秒

則

路二甲乙×甲丙

二秒

路二丙丁×丙戊

其三其四皆然合之則四秒之

路二壬癸×甲壬

問物行之速按次遞加以面積度之何如

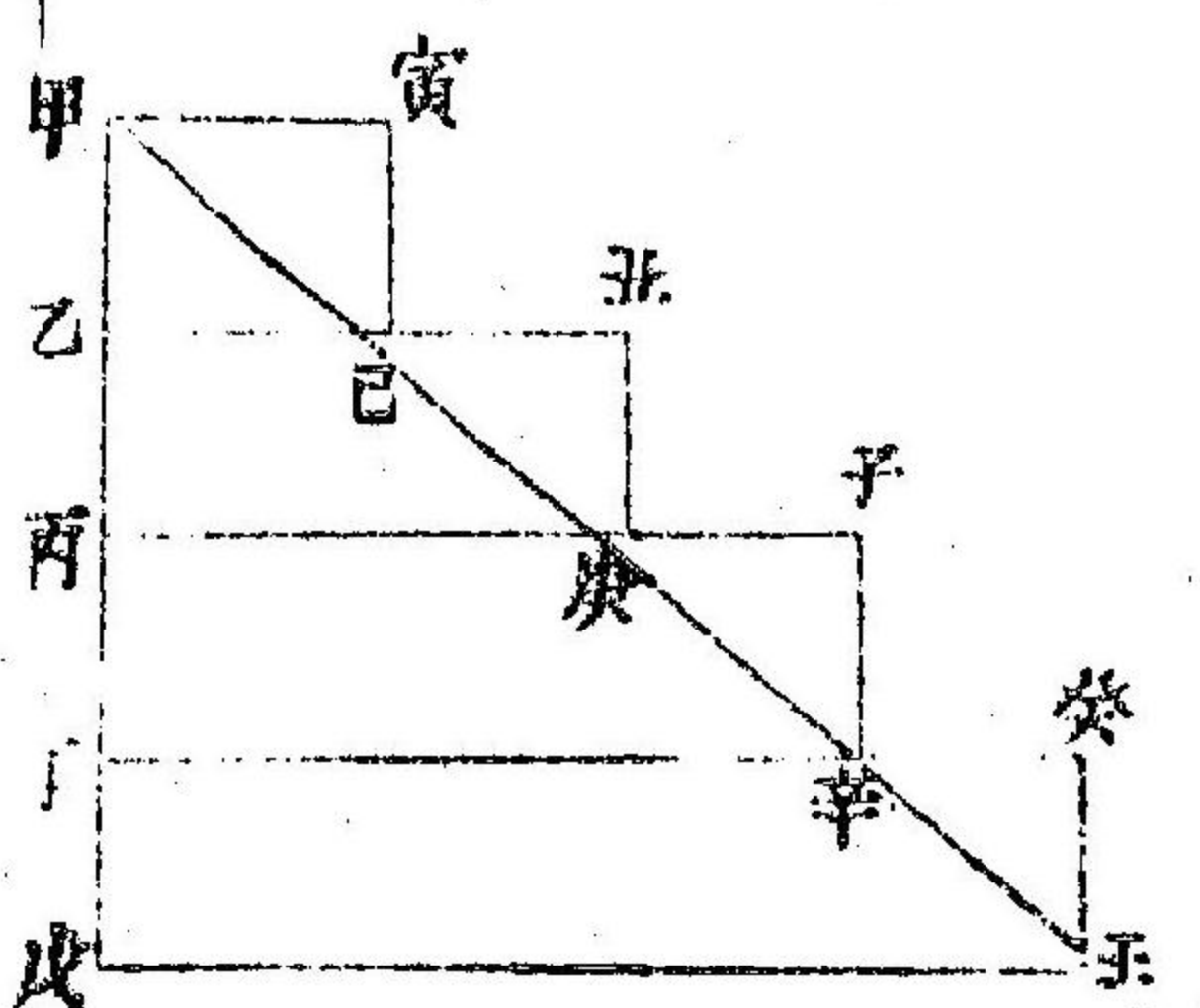
答以三邊形度之也設有物自甲行至戊時有四秒每

各物八月

算學四章

測算力學

三



路二 甲乙 × 乙己

秒加速均等第一秒時為甲乙速為乙己

各秒之路相此即如乙寅丙丑丁子

戊癸各形之積蓋每秒加速如己丑子癸各線之加長
 四秒之路統計為四形共合即甲戊壬癸寅之形也
 然此為五個三邊形合成若以每秒分忽而其速每
 忽遞加則甲壬以外之四形極小若其速遞加無間
 甲壬以外各形收小殆盡惟賸甲戊壬之三邊形而
 已

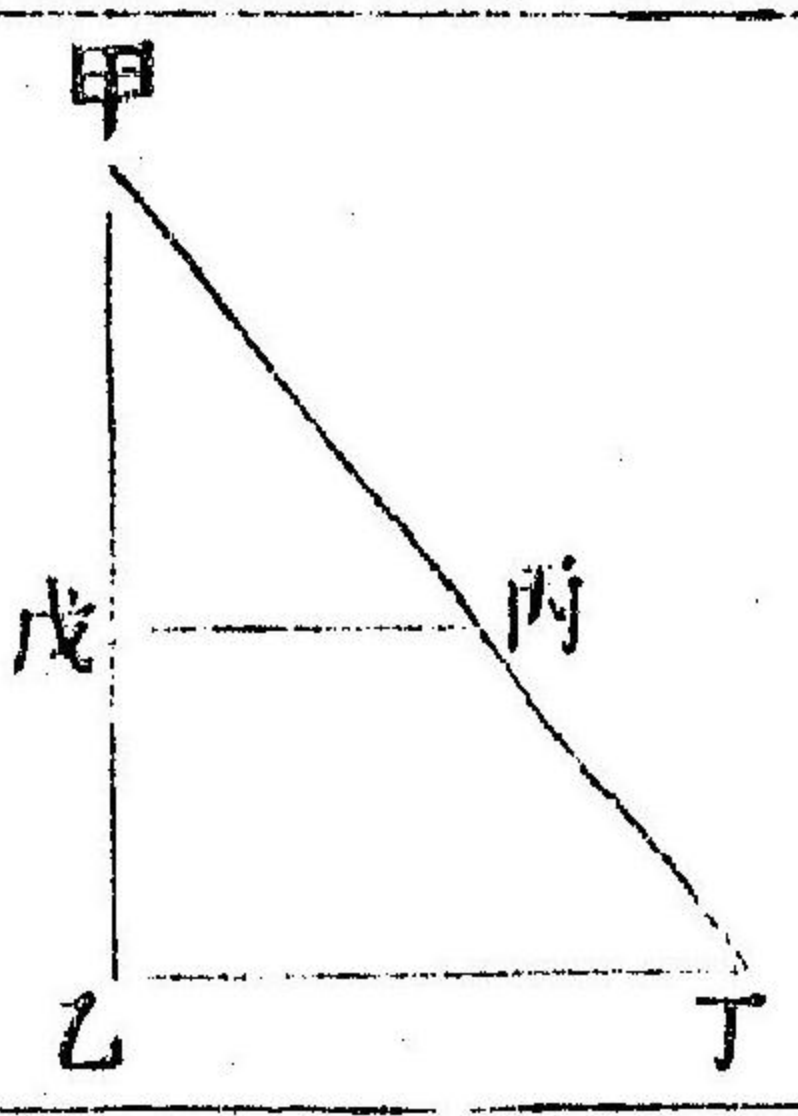
其積 $\frac{二}{一}$ 壬戊 \times $\frac{三}{一}$ 甲戊
 是知物之速若漸加其路即可以三邊形

墜地加速之例

度之若以末速而行等時其路必加倍於前

問物之墜地其速按次遞加其理何如

答其路即按時成方或按末速成方或按末速與其時
 相乘設若物自甲墜以甲戊比其時地之吸力既無
 間斷其所過之路即如甲戊丙之三邊形所墜之時
 若為甲乙所過之路即甲乙丁之三邊形若甲戊甲
 乙為其時戊丙乙丁即為其末速若比其面積



各線亦應如此

則
甲戊丙 甲乙丁 戊丙 甲乙
 又
 $::$ 戊丙 乙丁
 如
 $\frac{\text{甲戊} \times \text{戊丙}}{\text{路}} = \frac{\text{甲乙} \times \text{乙丁}}{\text{速}}$
 故
 $\frac{\text{路}}{\text{路}} = \frac{\text{時}}{\text{時}} = \frac{\text{速}}{\text{速}}$
 由此比例則
 速 \times 時 較比

蓋 既然 若其時按加法遞加如一二三四各時
戊丙 丁 甲戊 甲乙
 路 \times 時

末速即按乘法遞加而為一四九十六其路亦如此
 其按次所過之路即一三五七

蓋
 $\frac{4}{1} = \frac{3}{1}$
 $\frac{9}{4} = \frac{5}{2}$
 $\frac{16}{9} = \frac{7}{3}$

上擲減速之例

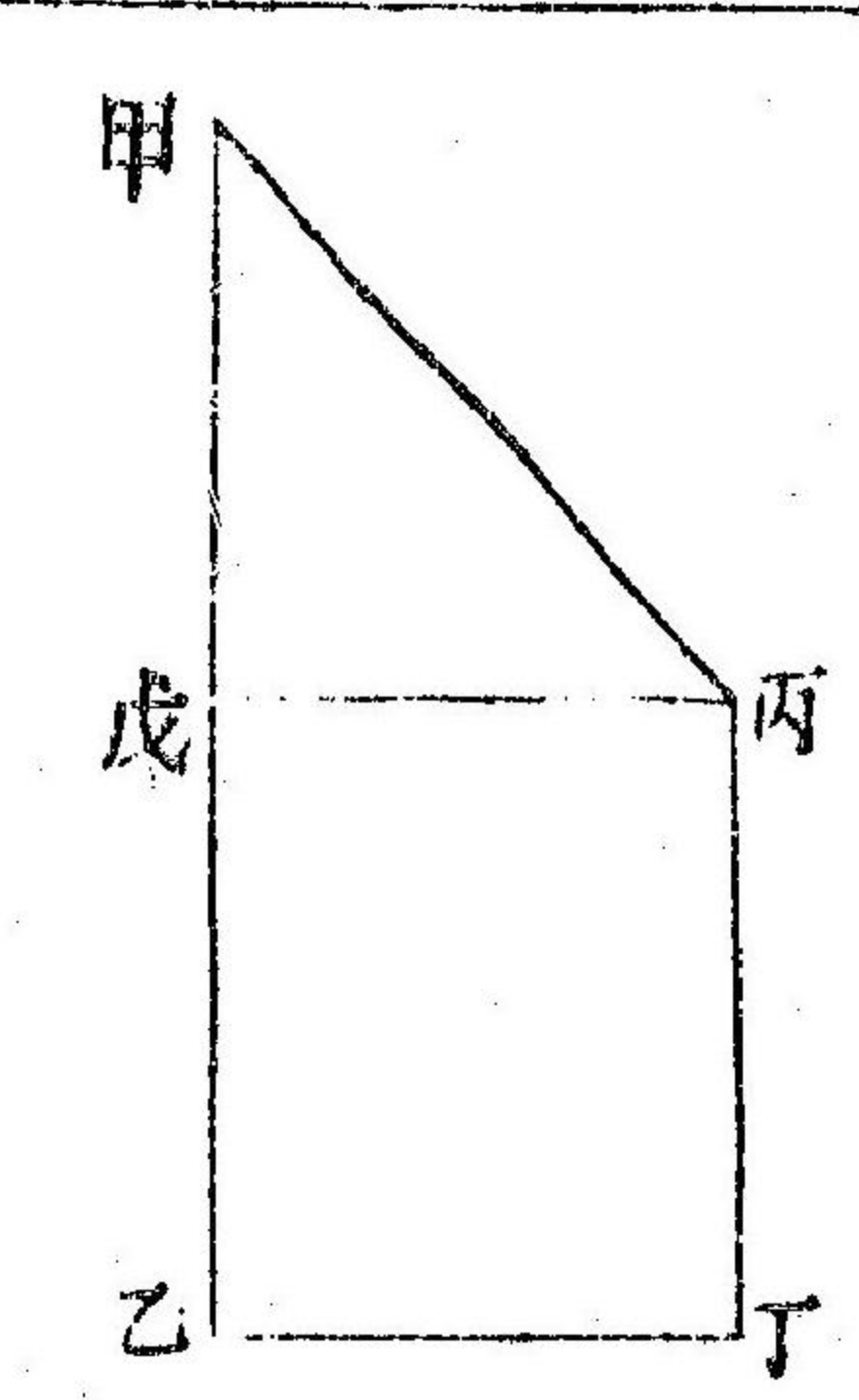
平速加比相

問物之上行其速遞減何如

答即與物之下墜相反也故其路其時其速皆與上節之數相反

問物之下墜若干時若以末速平行若干時其後路與前路相比何如

答必加倍也以甲戊比其下墜之時以戊乙比其平行之時以戊丙為其下墜末速則其漸速之路可以甲



戊丙之三邊形度之其平速之路可以戊乙丁丙之四邊形度之然二形均底等高則此之面積即加倍於彼

也以代數彰之

則漸速之

平速之

亦加倍也

路_二甲^戊×_二戊^丙

路_二戊^乙×_二戊^丙

問物之下擲何法度之

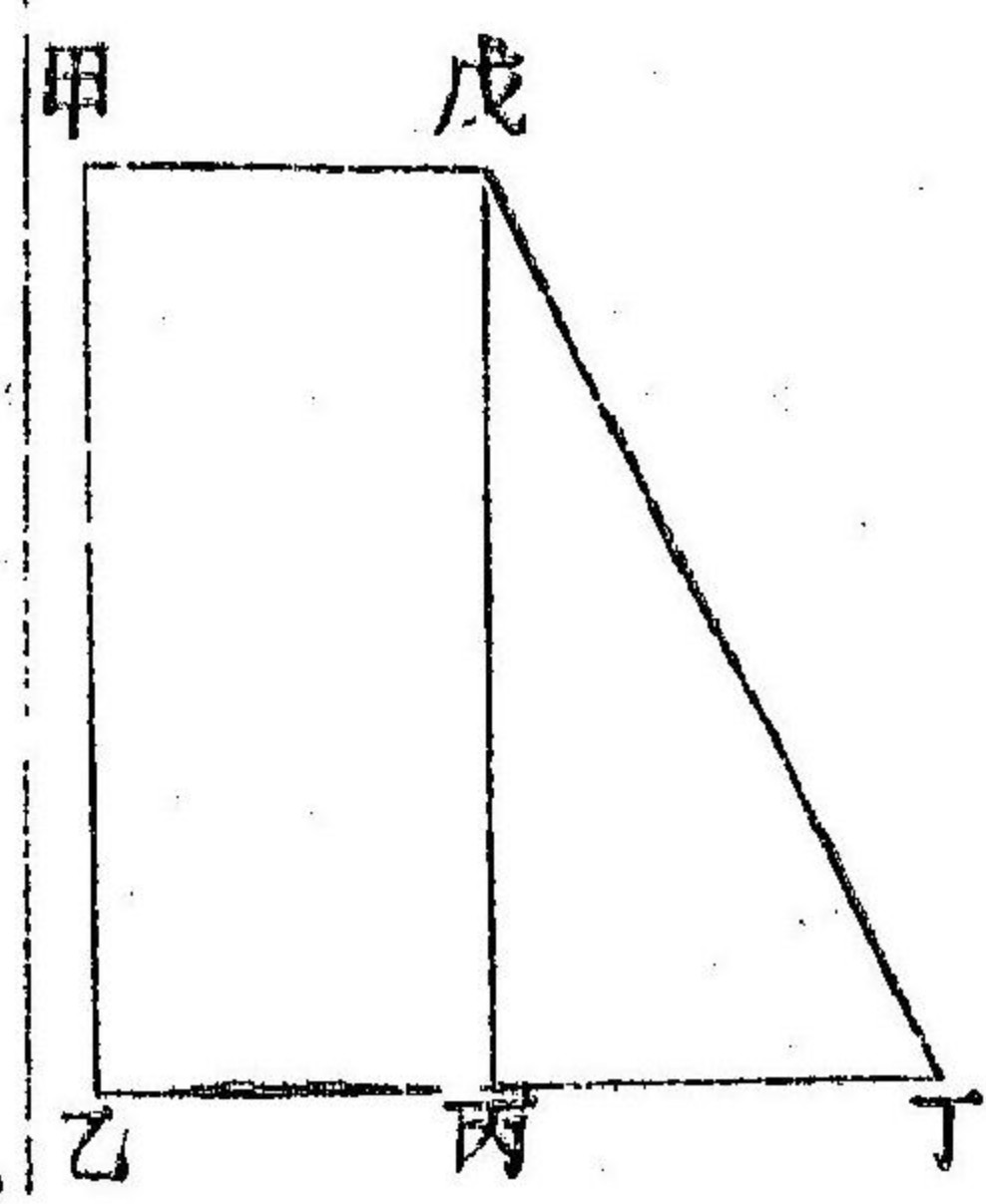
答物以某速某時下擲欲計其所行之路即將其平速

應行之路復加其自墜之路也若其時

為_甲乙初速為_乙丙則其平速所行之路即

應以甲乙丙戊之四邊形度之然其被

地吸而漸速所加如_丙丁其因漸速而加之路乃戊丙



丁之三邊形也其共路即可以二形共合度之

其為平速之

其漸速之

共

路_二甲^乙×_二乙^丙

路_二戊^丙×_二丙^丁

路_二甲^乙×_二乙^丙+_二戊^丙×_二丙^丁

問物以某速上擲何法度之

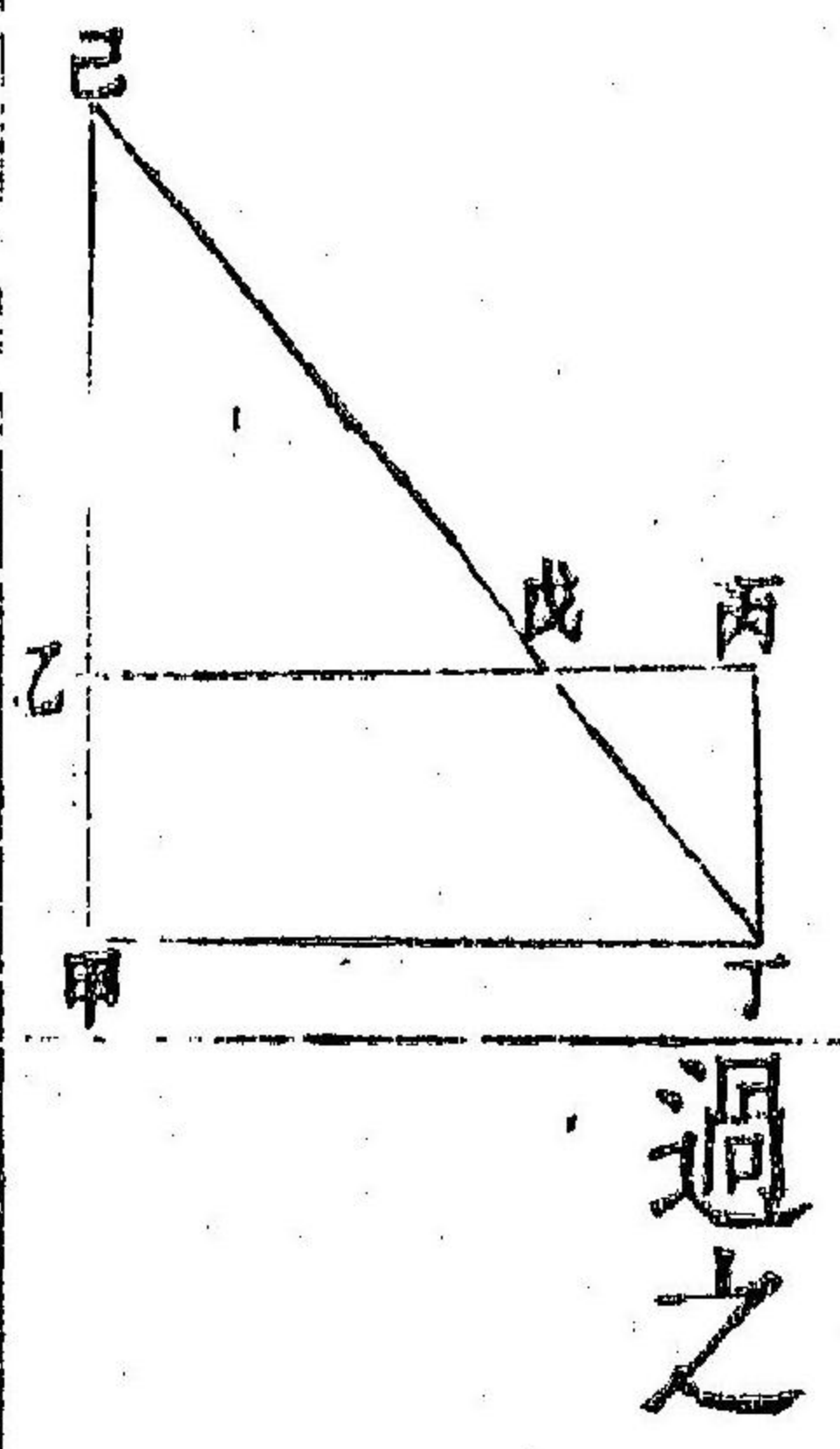
答即以其初速所應行之路復以其所應自墜之路減

之二數之較即其上行之路也若其初速為_甲丁而_甲已

為其所應墜之時始得此速則_丙丁之時其以初速能

計物上擲

計物下擲



路 = 甲丁 × 丙丁

其丙丁之時，所有自墜之

路 = 丙丁 × 丙戊

除此，即賸甲乙戊丁之四邊形，若以初速而行，記之時，路自應加倍於自墜。

十五 問欲計物之上擲下墜，以何為則。

答即以其初杪所墜之路，乃丈四稍差，其初杪所落若為寅，其末速即為二寅。

以自墜為則

則

路：寅 :: 時：(一)
 路 = 寅 × 時
 路：寅 :: 速：(二寅)
 路 = 四寅 / 速
 速 = 四寅 × 路
 速 = 二寅 × 路
 一：時 :: 二寅速

速 = 二寅 × 時
 時 = 二速

按此比例，墜物之路速時皆可計也。其時有

定數，則其末杪所行之路，按上文第十問可查。若時無定數，欲計其臨末數杪之路，則以卯為杪數，除之。

即為

路 = 寅 × (時 / 卯)

卯杪之

路 = 寅 × 時 / (寅 / 卯)

欲計其共路，若下擲之，其

所共之

路 = 二時 × 速 / 寅 × 時

若上擲之，其所共之

路 = 二時 × 速 / 寅 × 時

論力之分合

二力合一

問、二力並用於一物、其物行何如、

答、二力之多寡與方向、若以四邊形之相連二邊比之、

其物所行之路、必為對角線也、設其物於甲、彼一力

足令之北行至丁、此一力足令之東行至乙、按五卷



所論皆有功效、其物必北行與甲丁等、必

東行與甲乙等、即循對角線而行至丙也、

此乃二力合一、蓋一力如甲丙者、順施其

功效、與此二力之交用者無異也、

問、其物之至丙、已明其路必經甲丙之線、何以言之、

答、即以其四邊形分為同類之小形無數、其物必經各

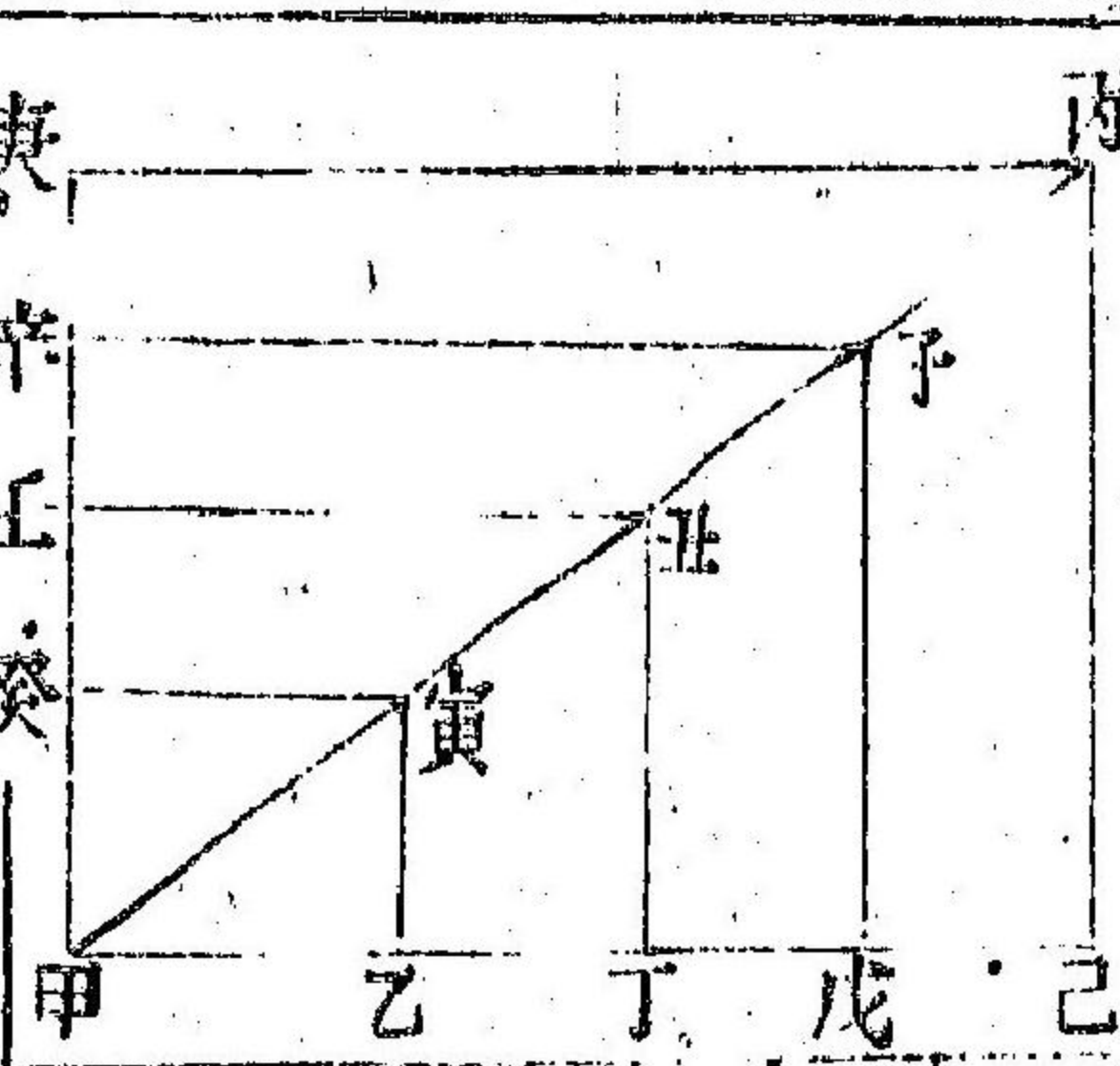
形之對角、即循甲丙之線而行、是也、蓋各形既為相

類、如甲丙、其物必經癸寅寅乙二線相交

之處、其與各形皆然、既皆同類、其相交之

處、即在甲丙之線、故其物循對角線而行

也、



問、二力施於一物、各力單用、足令之行過三邊形之一

邊、若併用、其物將行何如、

答、必遵其第三邊而行也、蓋前圖甲已之力、單用、足令

其行至己、甲庚之力、足令之行至庚、上文已見、二力

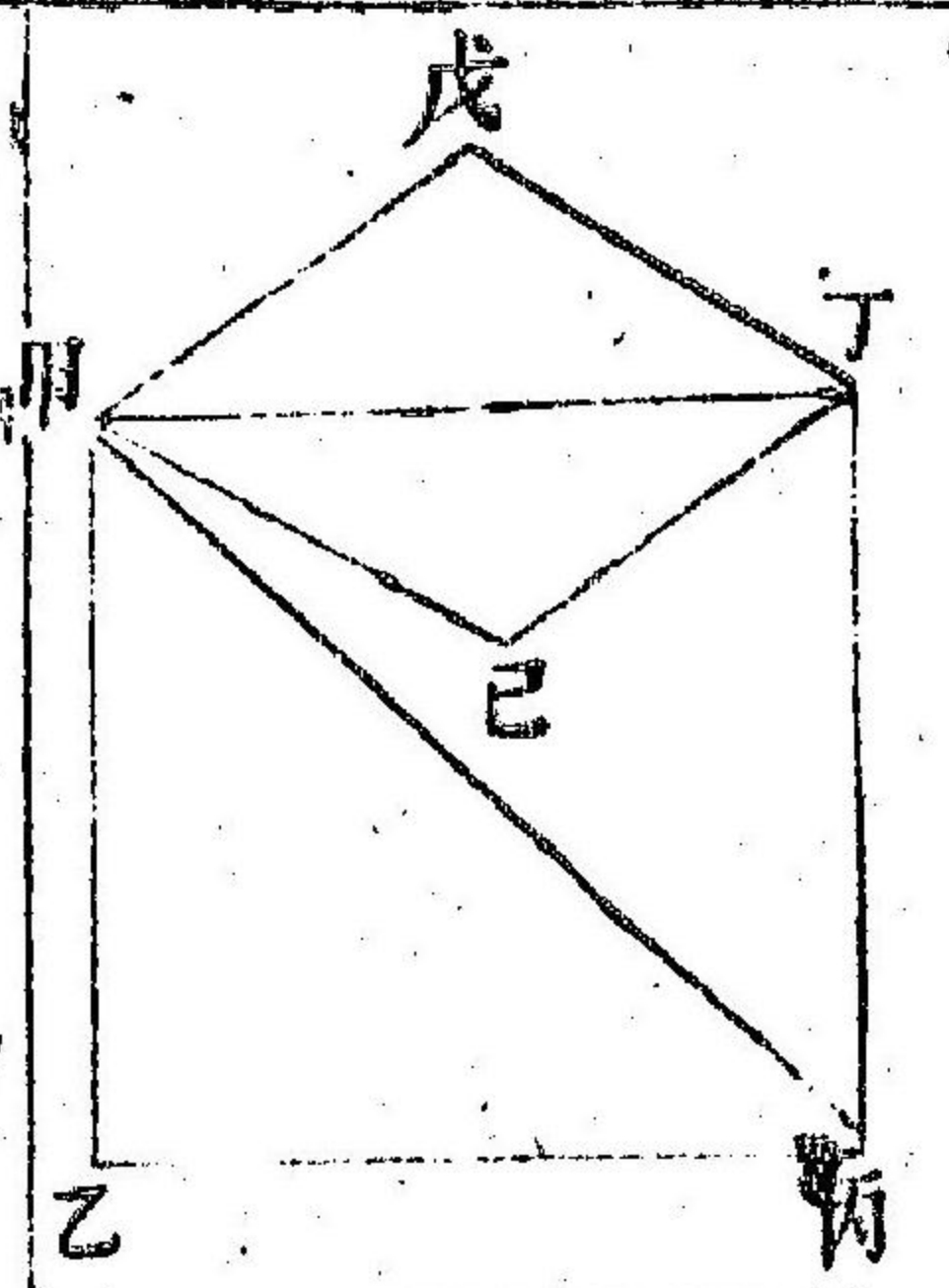
併用、其物即行至丙、是其驗也、

路經對角

三力合一

問三力並施其相合若何

答如有物在甲甲戊甲己甲乙之三力並施其物必循



甲丙而行蓋甲戊甲己二力合成甲丁
 甲丁甲乙復合成甲丙然丙丁與甲乙
 等戊丁復與甲己等甲戊丁丙之四邊

其三乃為三力所餘之一邊即三力合成者也

問數力並施其相合之理若何

答按其各力若以多邊比之邊數較力數多一數則其

數力相合可即其一邊而比之也蓋以上文之理推

而廣之甲戊戊丁二力合成甲丁甲丁丁丙合成甲

丙甲丙丙乙合成甲乙此四力合一而

以五邊形度之也總之其力數不論多

少可以多邊形比之蓋其多邊形可分

為三邊形也不論自何角而起以一邊比一力之多

寡方向則其餘賸之邊必比其總力之多寡方向各

邊長短比物行之疾徐亦然

問物被二力所動惟一力漸增物將行之若何

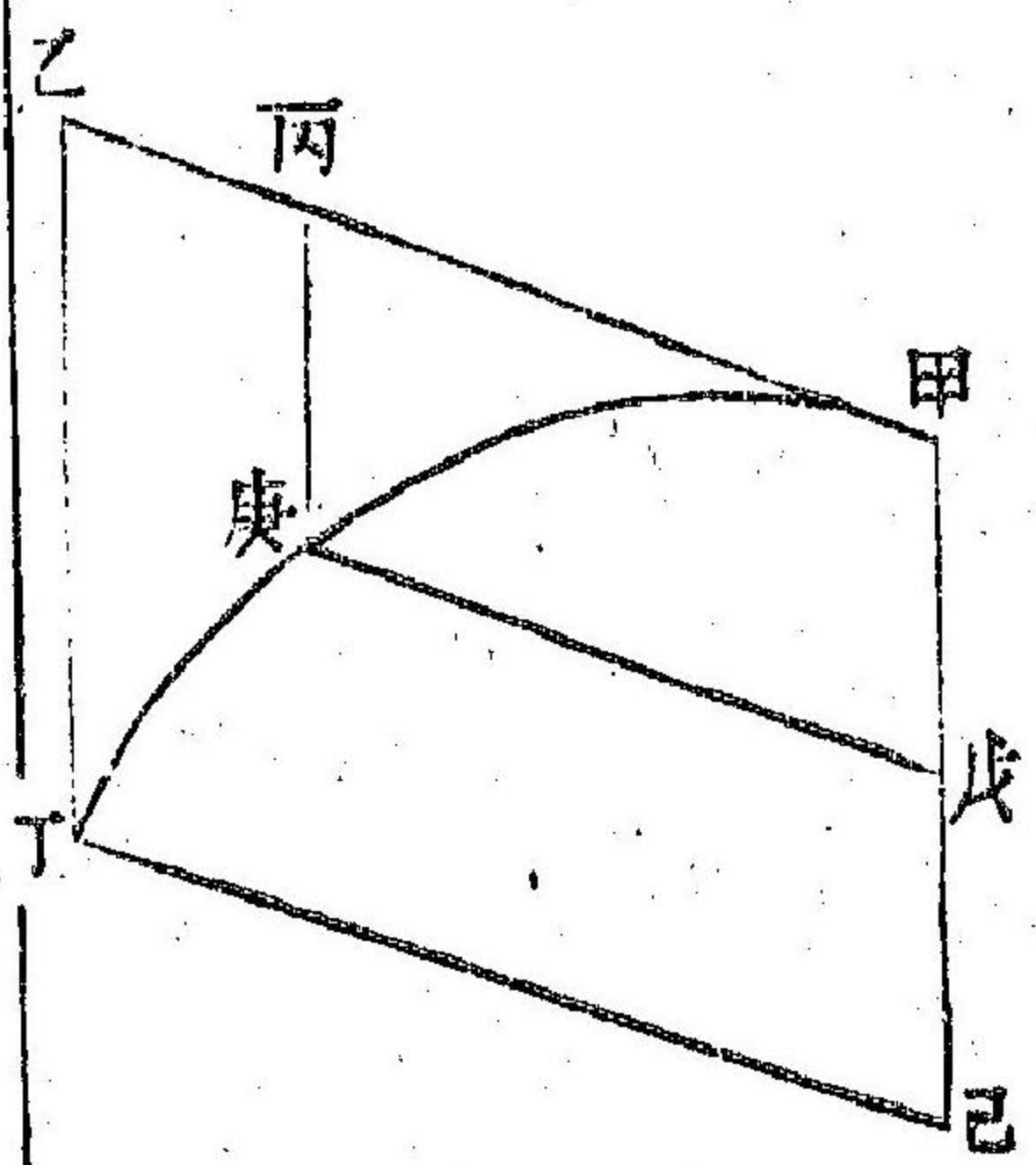
答必循曲線而行也然曲線其類不一故其線為若何

究須視其力之加增若何而定即如物擲空中必循

曲線而行蓋以甲乙比其擲之之力甲己為地之吸

物循線之故

數力相合



力其物必循甲庚丁之曲線也蓋經
過丙庚戊庚各線交接之處故耳如
上文物受二力而循對角線之論同
也其向乙而擲本應平速而行

則

甲乙：甲丙：時：時
甲乙：甲丙：時：時

既物之墜

路

乙丁：丙庚：時：時

故

乙丁：丙庚：時：時

則

丙庚：甲丙

圓錐所割有線與

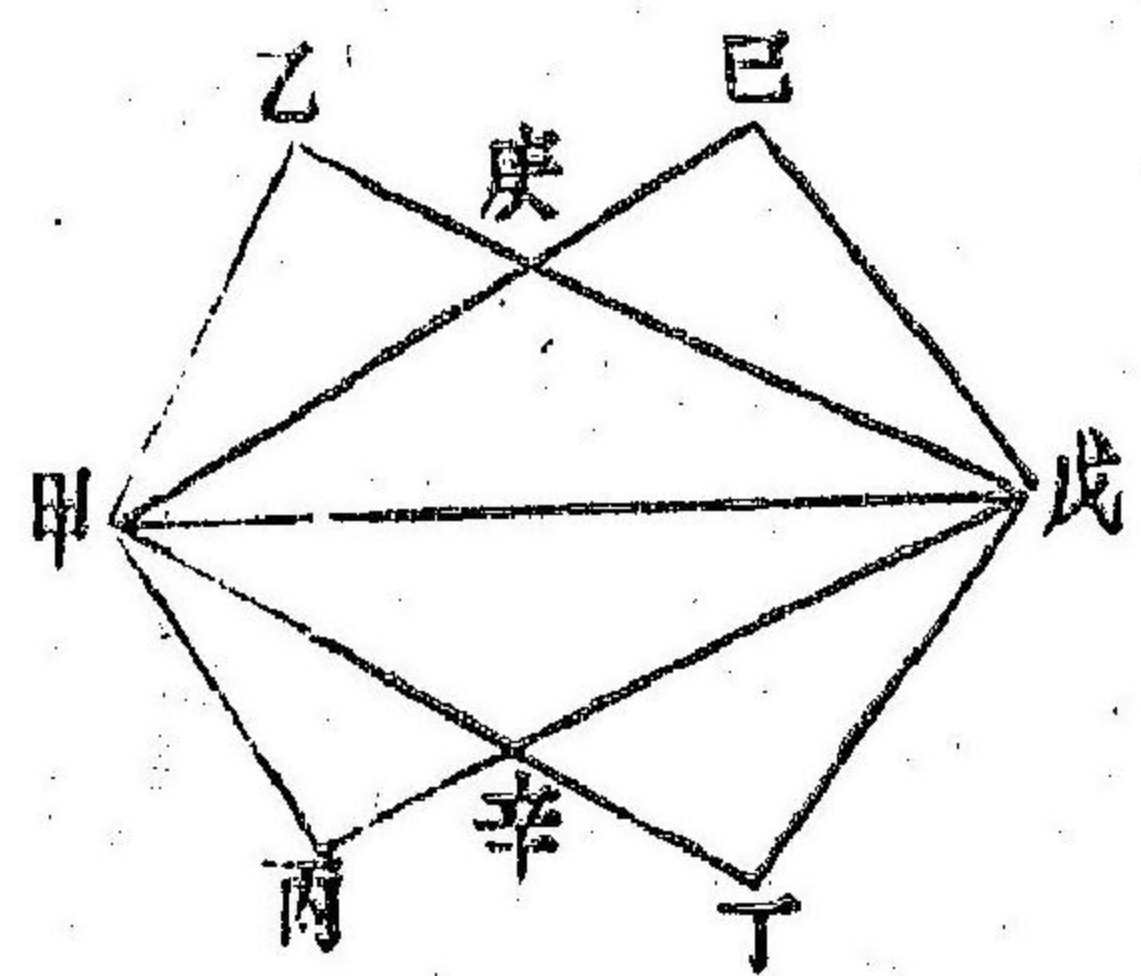
此同理名拋物線蓋物擲空中若無風氣阻礙莫不

循之而行也

問以力分爲數力其理若何

以力分數

答與數力合一相反也假如甲戊爲一力就之而畫成



三邊形勿論若干則此一力可分爲二
如各邊之成對者各力又可復分析至
於無窮故一力任分若干任何方向皆
可也

問以力分二使方向有定度大小有定比其法何如

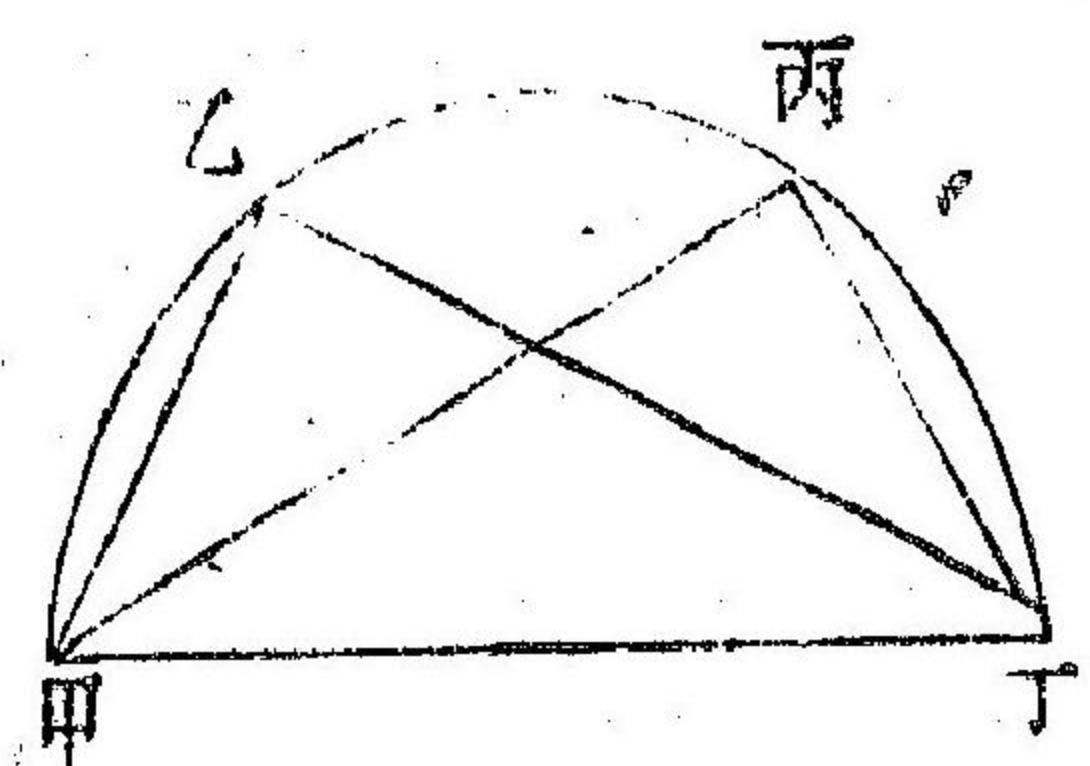
答其法不一而理俱同卽於下文表明數種

問以某力分二直角相交者其法何如

答須以某力爲徑而畫圓線以度其所求之二力也假

如甲丁爲某力以之爲徑而畫甲乙丙丁之圓線以

一力分二直角相交

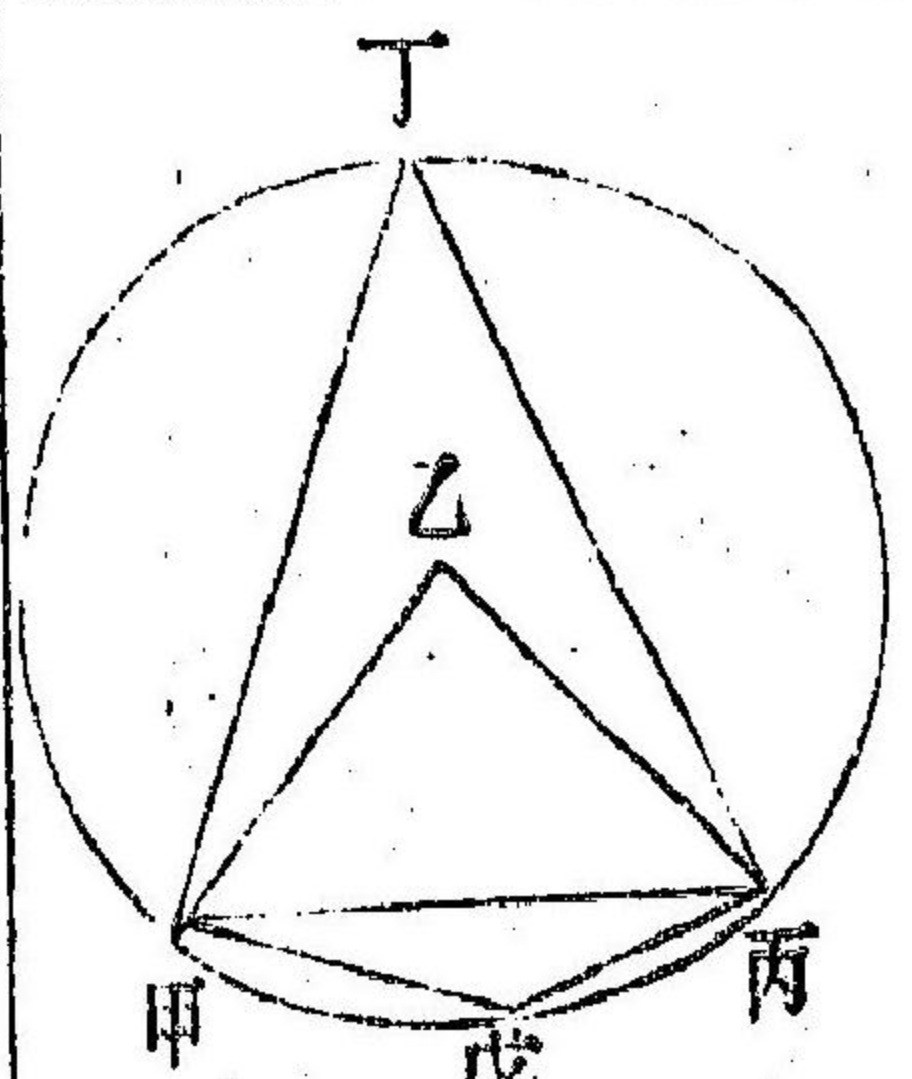


線之一點如丙如乙者與甲丁二端連之即
 可得其二力蓋其所成之角既為半圓之半
 所度即為直角是半圓之內各對之線無不
 合式也

一力分二力
 任成何角

問以二力分一力使成某角其法何如

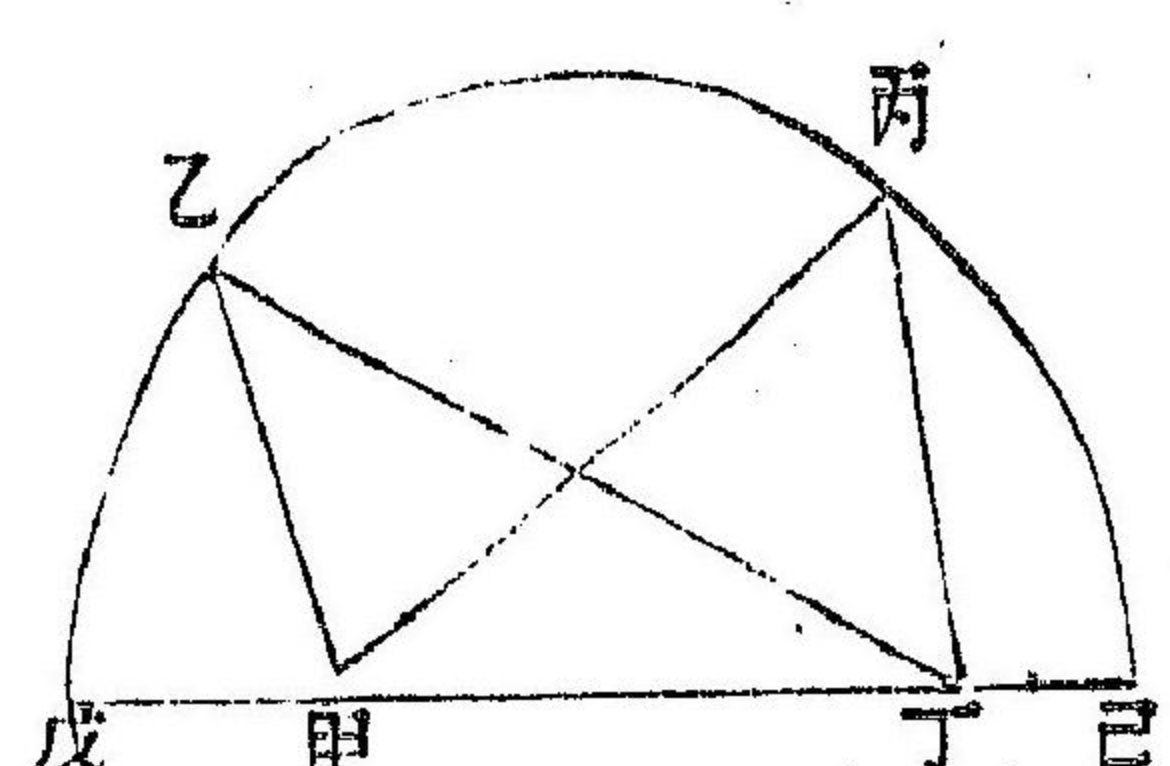
答以其一力為弦畫圓線可容某角之負此線之點與



二端連之是也假如甲丙為某力須分為
 二依一百三十五度相交者其負角即為
 四十五度則以甲丙為弦而畫圓線可容

甲丁丙之角復以圓線之中心與兩端相連

一力分二力
 恒得定數



必為所求之二力蓋其正角一百三十五度也

問以二力分一力使二者恒合定數其法何如

答以某力為二心所距某數為長徑畫成橢圓則以橢

圓勿論何點與二心相連其二線即為所求
 之二力也假如甲丁為某力戊己為某數則
 以戊己為長徑畫橢圓勿論甲乙丁或甲丙丁各
 對之線皆為所求之二力皆能合成戊己故也

則
 $\frac{\text{甲丙}}{\text{甲乙}} = \frac{\text{甲乙}}{\text{甲丙}}$
 故 $\frac{\text{甲乙}}{\text{甲丙}} = \frac{\text{甲丙}}{\text{甲乙}}$ 此即其圓之半徑按此畫圓則

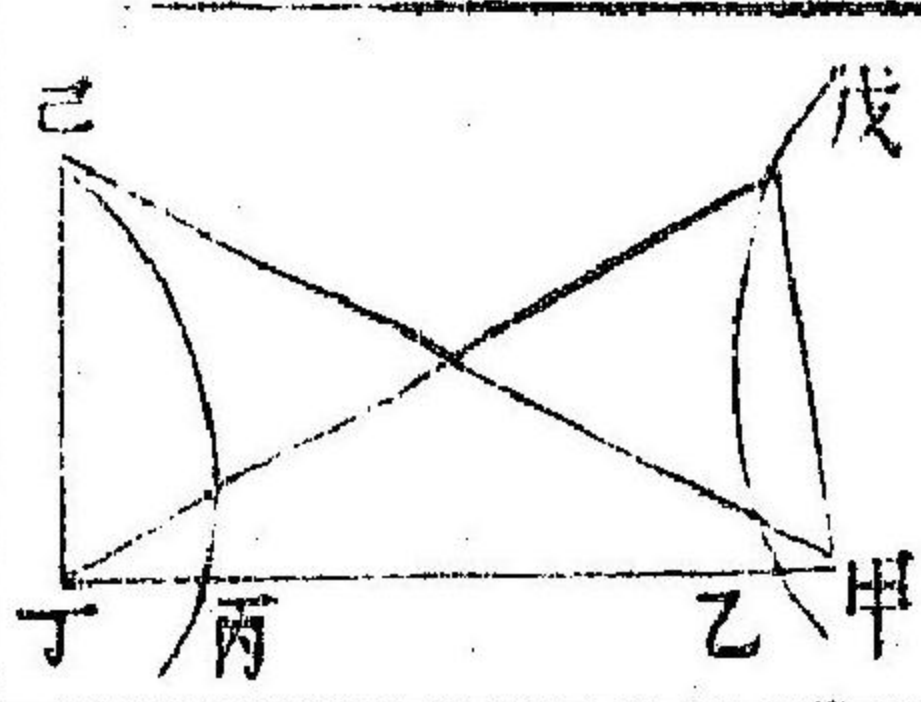
問以二力分二使二力所差恒為定數其法何如

答以某力為雙線之軸連二心者某數為雙線之相距

按此畫成雙線則勿論何點與二線相連各對

之線皆為所求之二力也蓋甲乙與丁己之較恒為

甲乙此雙線之理也



問數力並施其方向與其功效相涉否

答若同向順施則其功效即如數力共合若同向而逆

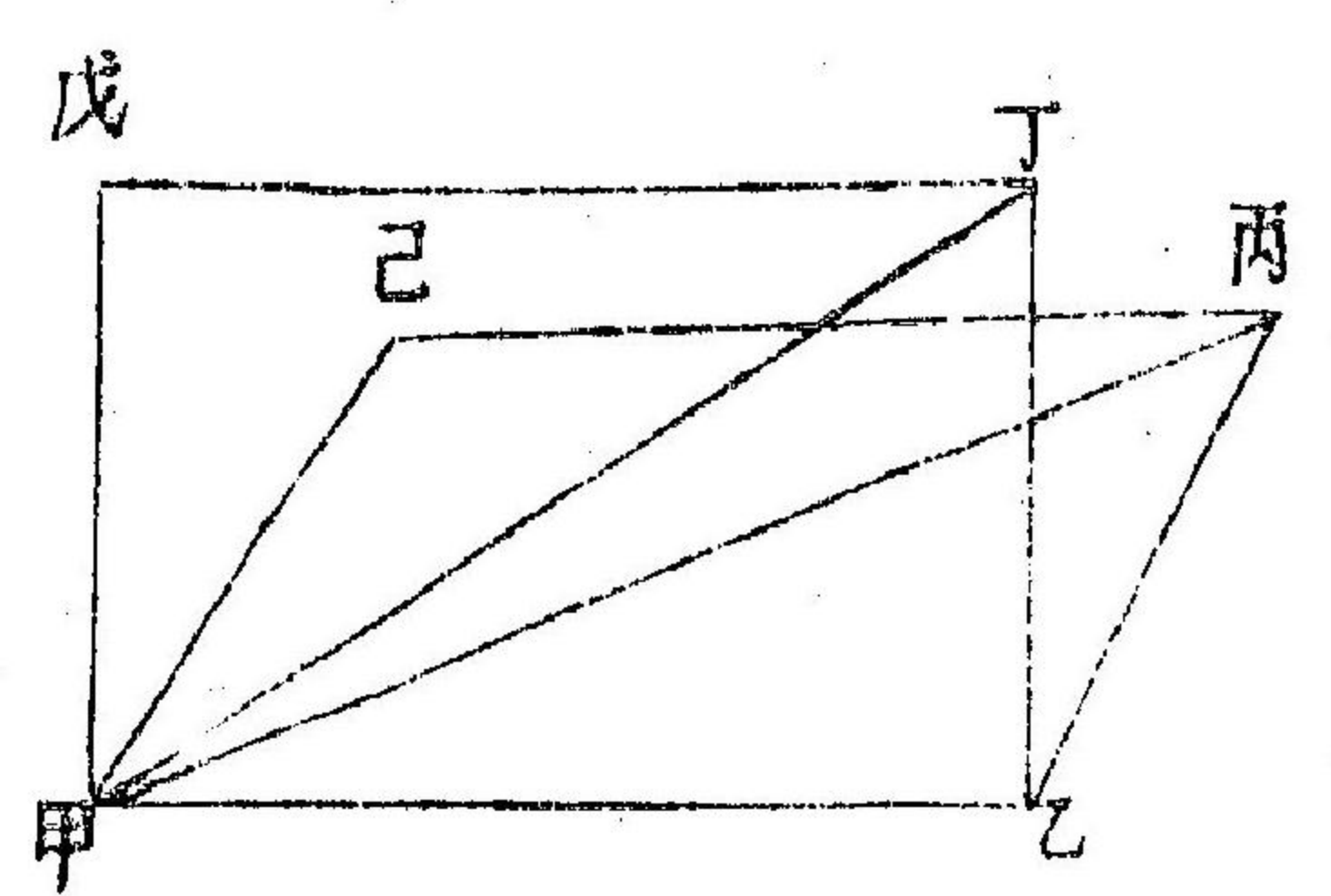
施則其功效即如其數力之較也若銳角相交則仍

有相助若直角相交則無阻無助若鈍角相交則相

抵而有阻設有甲乙之力復有甲乙二力相等若甲乙

施力方向與功效相涉

並施其功效比甲乙更大蓋甲丙之對角線比甲丁之對角線稍長故也其角愈小其線愈長及至其角既盡



角若大至一百八十度

則餘皆在二數之間

甲丙二甲乙丁甲己

甲丙二甲乙丁乙丙

二甲乙丁甲己

則

其

或加或減皆視其角為銳為鈍之別

問有甲丙丁戊己五人以滑車起物各牽一繩其方向

各物入門 算學四章 測算力學

甲與丙差二十度、丙與丁差十九度、丁與戊差二十一度半、戊與己差二十五度、其共力何如、

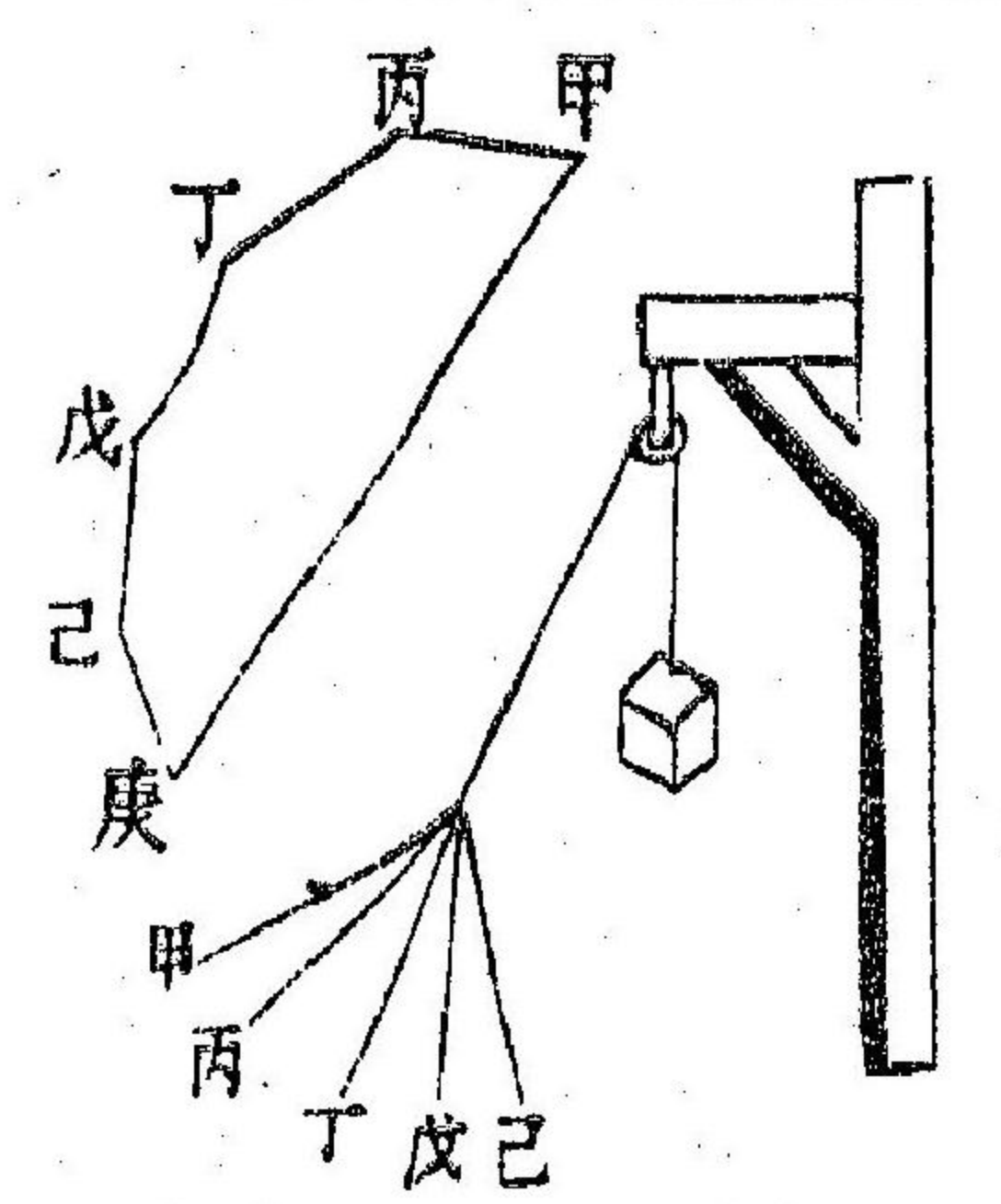
答按次以各繩方向相繼畫線其線之長短與各力相

稱兩端連之、即其共力也、假如圖中甲

丙丁戊己為五繩、即與各繩相平、畫甲

丙丁等線合之、即成甲庚、乃其共力也、庚

甲丙之角、四十六度三十三分十秒、五



人共力方向即在丁戊二繩之間、所費之力一百三

問設有三力其大小次序如三邊形之各邊者、並施於

一物、其物將行何如、

物受數力而定之例

答、其物將定而不移也、蓋甲乙甲丁既足令其物至丙

丙甲之力適足相抵、故三力甲丁丙甲者、並

施於一物、其物必定而不移也、然丙甲之力、

若向丙而施、即助而不抵、其物動加倍也、風

爭之定於空中、蓋緣三力相抵、即地之吸力、

風之吹力、繩之牽力也、以此理擴而充之、則數力若

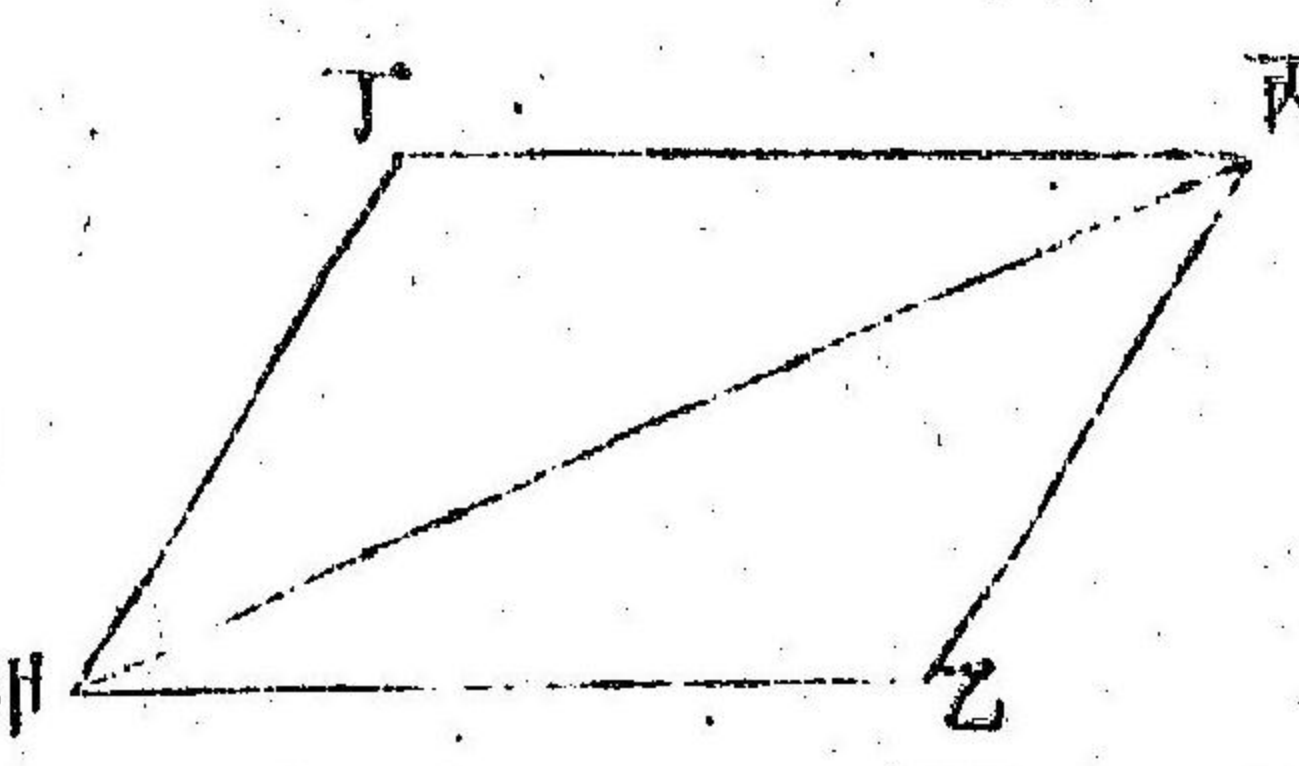
大小與次序、如多邊形之各邊者、並施於一物、其物

亦定而不移也、蓋其多邊形能分為三邊形、而其數

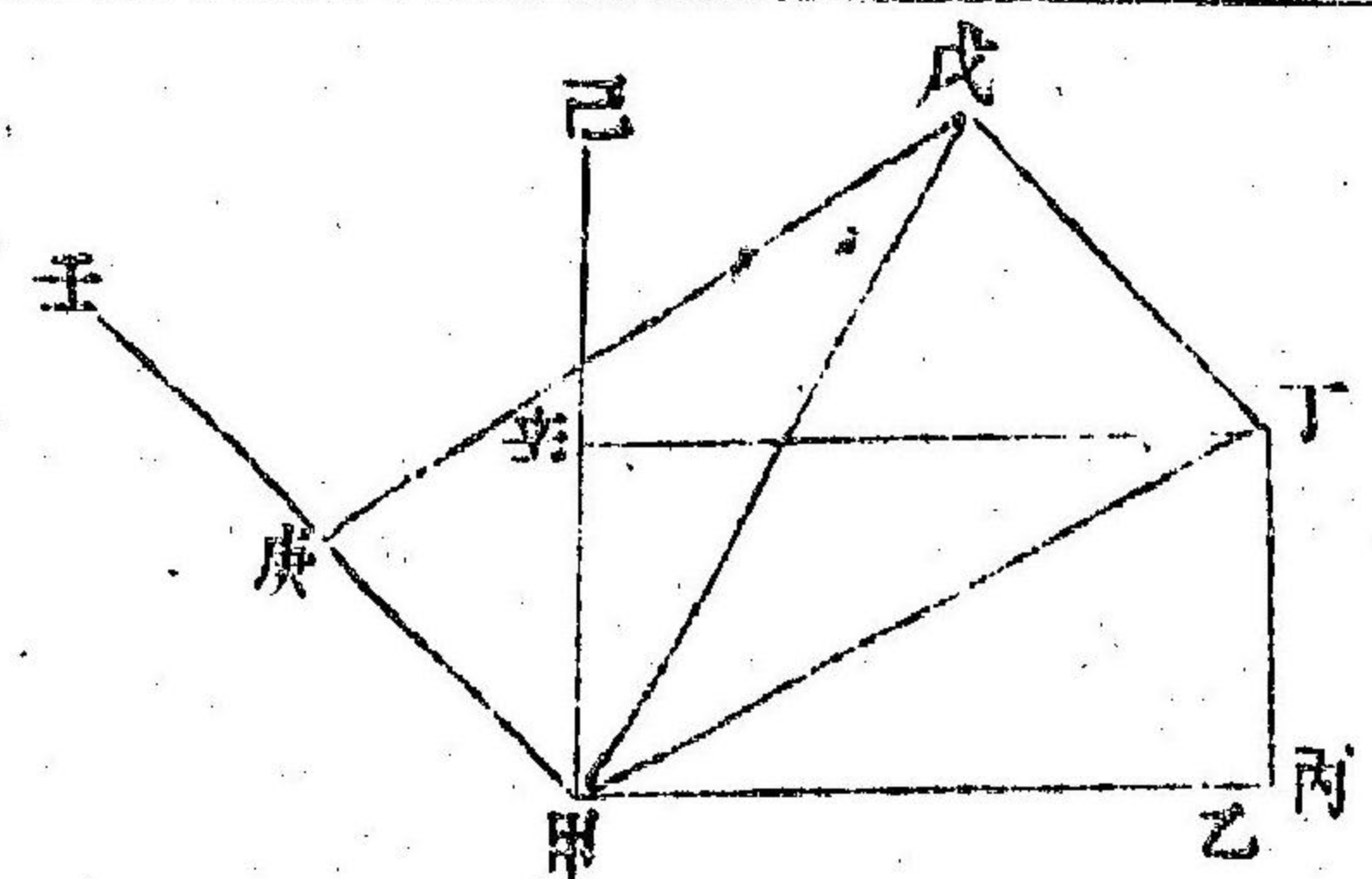
力、總合為三也、

問數力若不同面、而並施於一物、其分合何如、

物受數力



面總
合為
三



答其力數與方向勿論若干皆能合為三力互相正交

者也設若甲戊為某力畫甲己甲丙二線

直角相交復畫庚甲與丙甲己之面正交

其必與二線正交自戊垂戊丁之直線而

成甲丁戊庚之四邊形並甲乙丁辛之四

邊形甲戊之力即可分為甲庚甲丁復能分為

甲乙丁既與甲辛等是甲戊一力分為甲乙甲庚三力互

相正交者也夫某點各面總分八個直角某力於其

一角既能分為三向其力數無論於何角皆能如此

分合也

論重
心

分兩
似畫

聚重
心

問物之倚於重心者正如其分兩盡聚於重心何也

答蓋因其形體無論大小其倚於重心仍能平定假如

丙丁為二枚鐵丸其重均等被無重直竿橫貫

相連則竿之中必為其重心也蓋二丸倚之而

定則甲所受之力即丙與丁相合之分兩與盡

聚於甲無殊也

問二物被直竿相連其重心安在

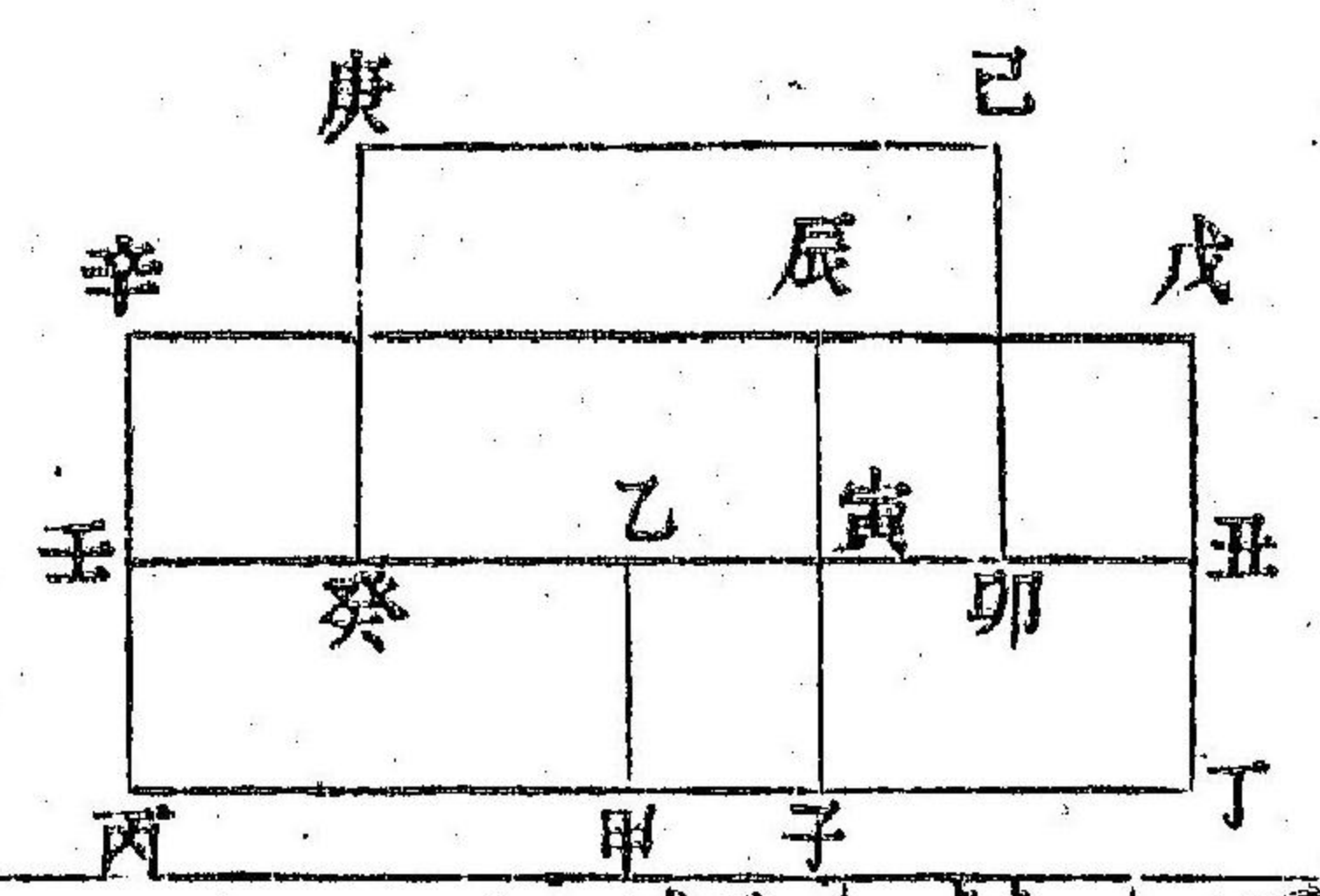
答其重心必距二物如其分兩反比也假如丙丁戊辛

為管於辰子分為兩段卯癸為各段之重心繫繩索

懸定設二段復合為一則與各重心喫力無涉既合

察二
物之
重心

察數物之重心



為一其重心即在乙居中之處以二繩繫於二重心而懸之或以一竿於大重心而托之殊無少異也

然

乙癸：乙卯：寅正：寅壬

小段：大段

正若分兩盡

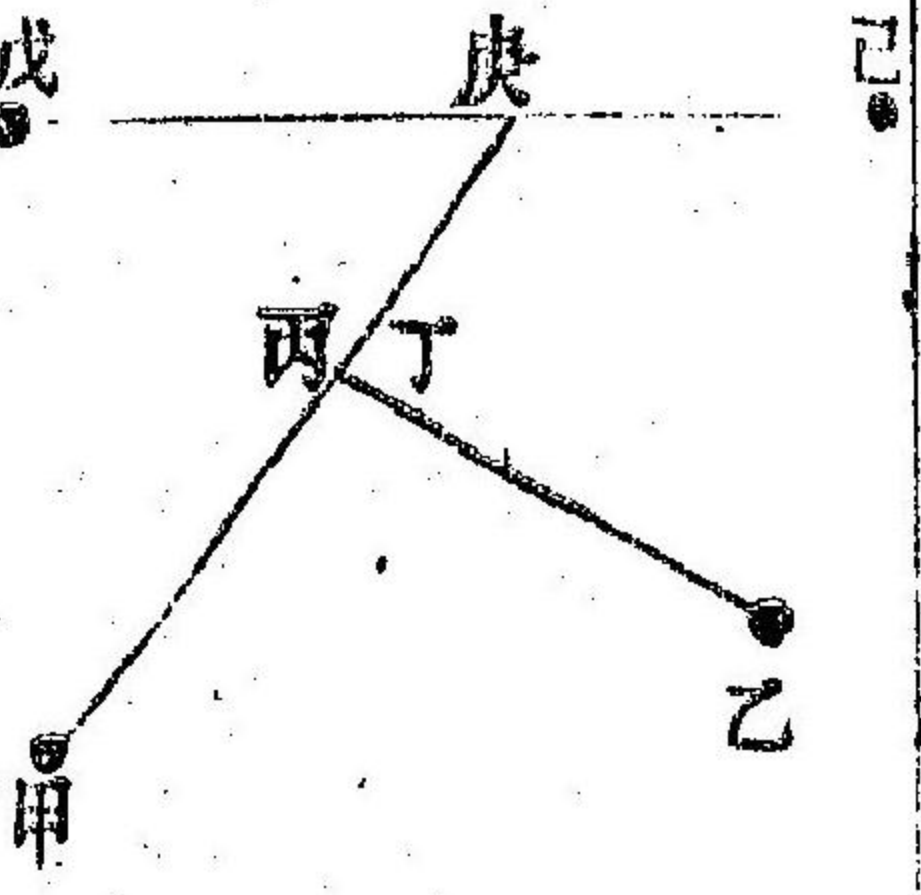
聚於卯癸二處故重心距二物如其分兩反比也

問有數物貫以無重直竿其重心何法察得

答祇以數物兩兩比之而得各對之重心復以各重心

兩兩相比而歸一也即如戊己二物按分兩反比而

計其重心在庚復以之與甲相連亦按反比之例計



之則甲庚之重心即在丙更以丙乙相連按反比而計其重心即在丁故丁為諸物公共之重心也

問三邊形之重心何在

答引線自頂至底分底為兩半其重心即在此線離頂

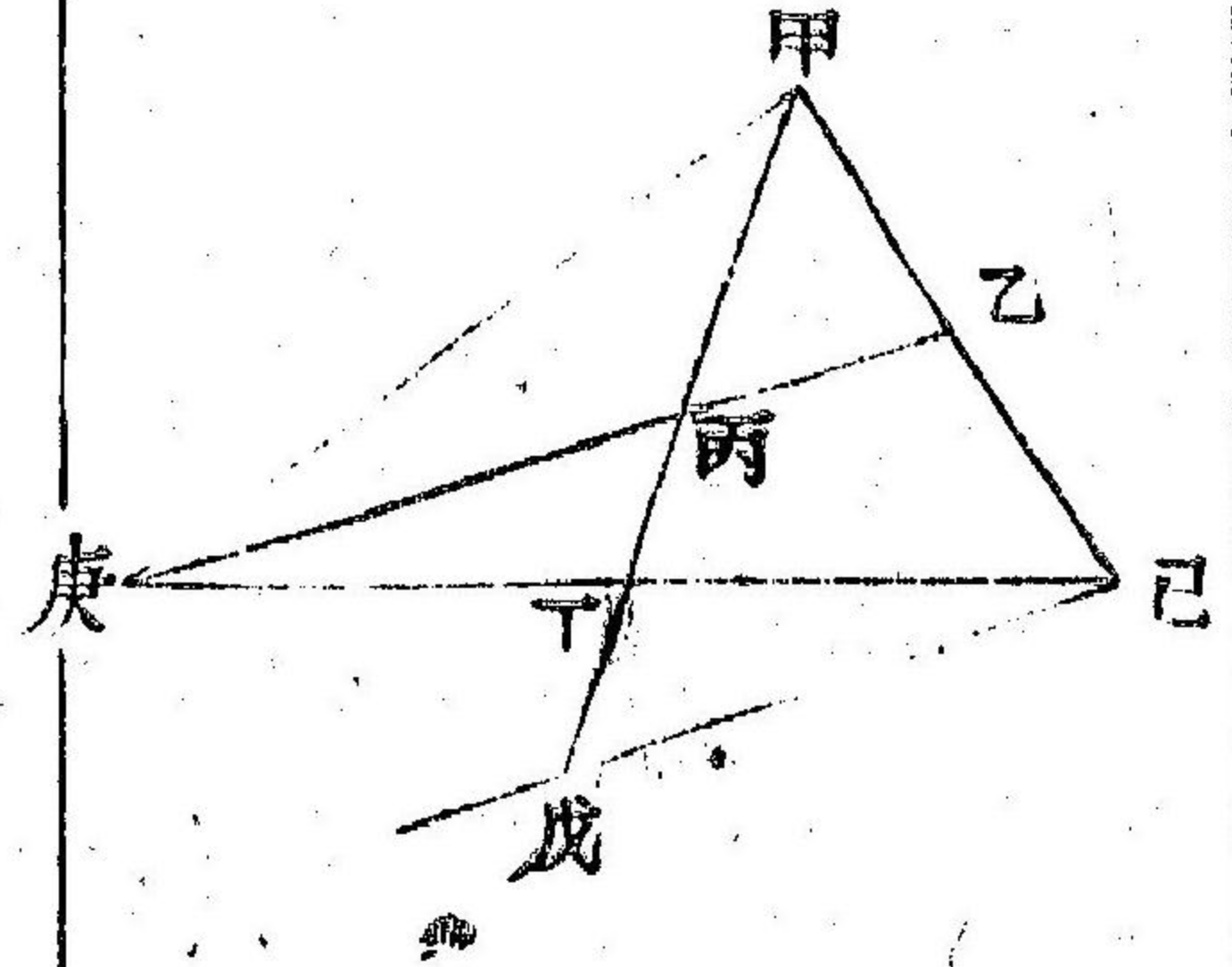
較離底加倍也蓋丁為庚己之中即此

線之重心也勿論若干線與此相平者

皆為甲丁均分甲庚己之三邊形即被

之均分而其重心在此線明矣若乙為

甲己之中三邊形之重心必在甲庚之線所以丙為



測多邊形之重心

重心蓋二線相交之處也。既得其重心，欲得其高低，便畫戊己與庚乙相平，而引甲丁至戊。

既然——則——
甲乙 — 乙己
甲丙 — 丙戊
庚丁丙戊丁己二形復相等，蓋其一

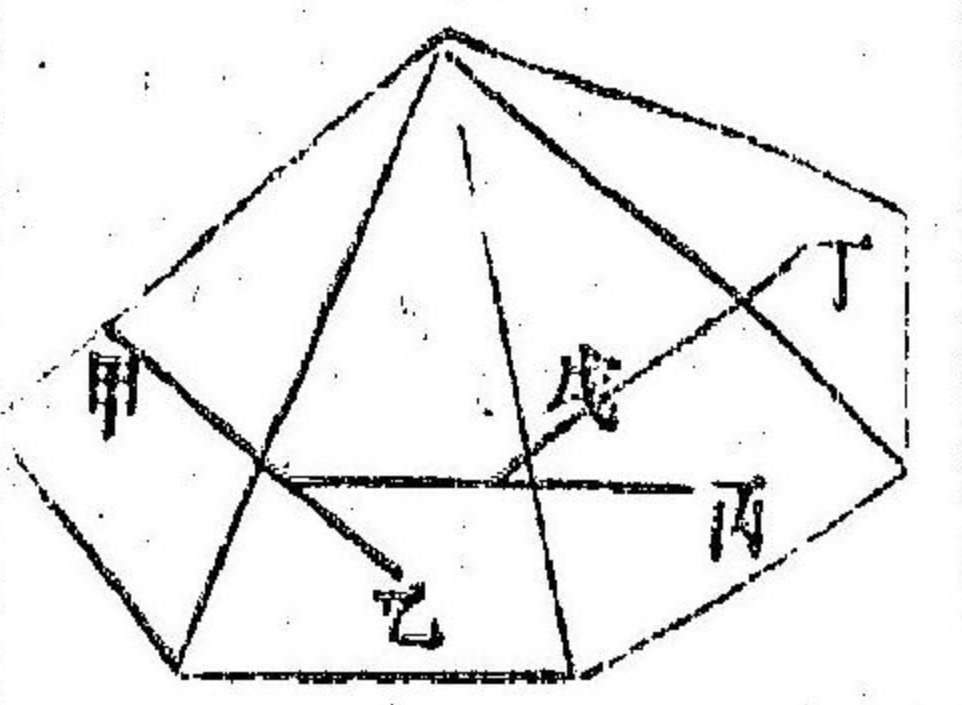
邊二角皆等也。故——而——
丙丁 — 戊
甲丙 — 丙丁
即重心之離頂加倍。

於其離底也。

問多邊形之重心，何法可得。

答：分之為三邊形，既按上節，察得各形之重心，復按第

測多邊形之重心



戊也。

其間察其公共之重心也。即如甲乙丙丁為各三邊形之重心，以直線兩兩相連，而按反比之例，度其重心之所在，則總歸於

二物動而重心靜

問：二物若循直線毋論離毗，而其速按輕重反比，其重心必不動，何也。

答：丙丁二物重心在甲，向甲而行，其速與輕重反比，則動力均勻，此行至庚，彼行至戊。

則——如——
丙庚 : 丁戊
丙甲 : 丁甲
若相離而

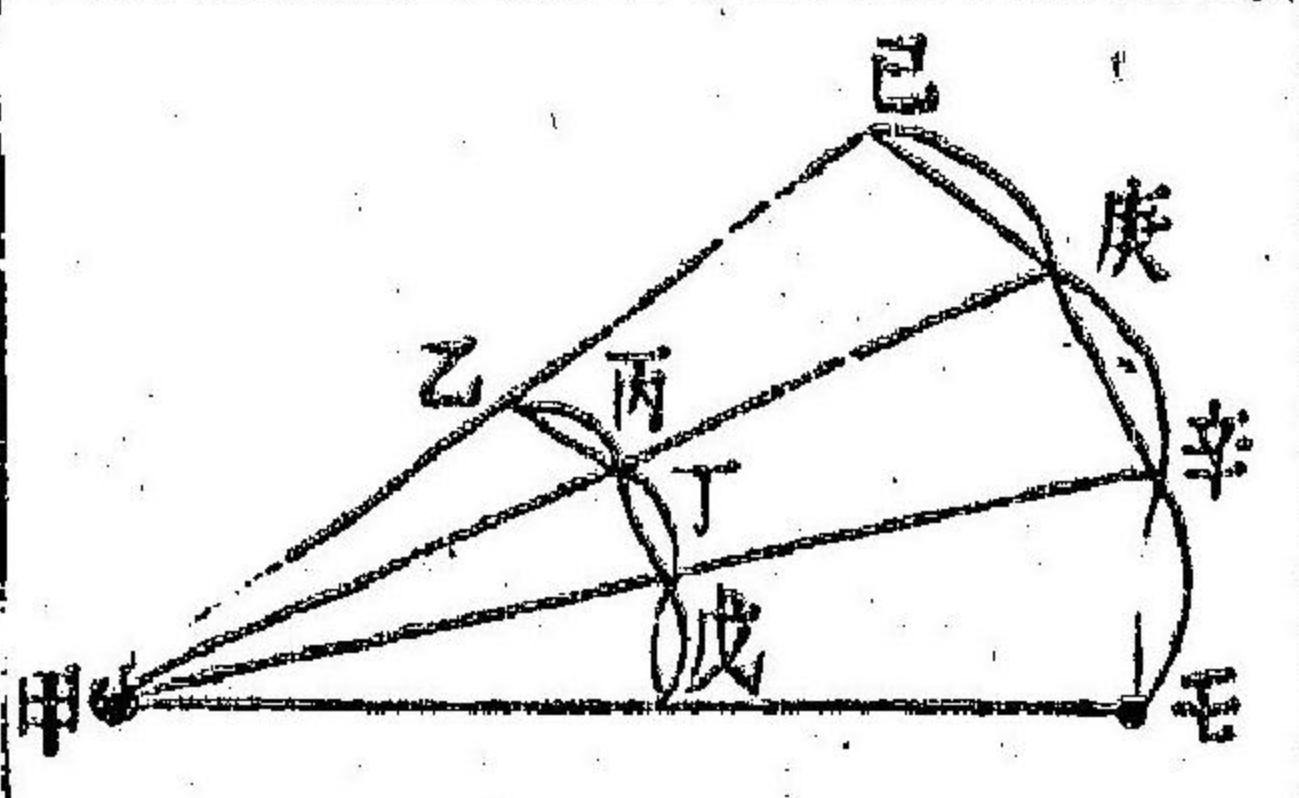
行亦如此故重心定而不移也



一物動而重心隨

問、設有二物一靜一動其動者圍繞而行其重心遷移何如、

答、動物循何線而行其重心亦必循同類之線而行也、
 設若甲壬二物其重心在戊甲居定所而不移壬行至辛則其重心必行至丁蓋其重心離二物既按輕重反比、



則其物若行至庚己亦復如此戊丁丙之線即與壬辛庚之線同類、

論物之相觸無躍力而相觸

問、二物同向相觸觸後其動何如、

答、其物若無躍力必相附而行欲知其速則以二物之動力合之復以二物之質約之是也設有丙丁二物其速為子丑其動力相合、

即為丁丑
 既觸之後其動力
 丙子

無躍
力而
通觸

為

$$(丙丁) \times 速$$

$$= 丙子 + 丁丑$$

故

$$速 = \frac{丙上丁}{丙子丁丑}$$

若丁本靜

$$速 = \frac{丙上丁}{丙子}$$

若二物皆動則丙

所減之速即

$$子丁 \frac{丙上丁}{丙子丁丑}$$

$$= \frac{丙上丁}{(子丁) \times 丁}$$

丁所得之速即為

$$\frac{丙上丁}{(子丁) \times 丙}$$

問、二物逆行相觸觸後其速何如、

答、將二物之動力所差復以二物之質約之、即可得也、

蓋觸後其動力、即二物未曾相觸其本動力之較也、

以此減彼、

則

$$丙子丁丑$$

$$= 丙上丁 \times 速$$

故

$$速 = \frac{丙上丁}{丙子丁丑}$$

丙所失之速即為

$$子丁 \frac{丙上丁}{丙子丁丑}$$

$$= \frac{丙上丁}{(子丁) \times 丁}$$

丁所

得之速即為

$$\frac{丙上丁}{(子丁) \times 丙}$$

若二物質速皆等、則由上式

$$速 = 無$$

二物皆靜也、

且

$$丙子 \frac{丙上丁}{丙子丁丑}$$

而

$$丙 : 丁 :: 丑 : 子$$

故二物逆觸其速若與輕重反比其動

有躍而相觸

力必相消而二物皆靜也

問若二物皆有躍力而相觸其得速失速何如

答其所得所失皆與無躍力之物加倍也蓋物之有躍

力者既觸而縮力有若干其漲力亦與之等其無躍

力者按上文丙

其有躍力者則丙

觸後其

$$\text{失速} = \frac{\text{丙} \times \text{丁}}{(\text{子} + \text{丑}) \times \text{丁}}$$

$$\text{失速} = \frac{\text{丙} \times \text{丁}}{(\text{子} + \text{丑}) \times \text{丁}}$$

丁之

二物若無躍力而逆觸

$$\text{速} = \frac{\text{丙} \times \text{丁}}{(\text{子} + \text{丑}) \times \text{丁}}$$

$$\frac{\text{丙} \times \text{丁}}{(\text{丙} + \text{丁}) \times \text{子} + \text{子} \times \text{丁}}$$

$$\frac{\text{丙} \times \text{丁}}{(\text{丁} + \text{丙}) \times \text{子} + \text{丙} \times \text{子}}$$

觸後疾徐互易

問有躍力之物相等觸後其速互易何也

答既日相等

則丙

若有躍力而逆觸丙即

$$\text{失速} = \frac{\text{丙} \times \text{丁}}{(\text{子} + \text{丑}) \times \text{丁}}$$

$$\text{失速} = \frac{\text{丙} \times \text{丁}}{(\text{子} + \text{丑}) \times \text{丁}}$$

按上節之式觸後丙之

$$\begin{matrix} \text{則} \\ \text{丙} \times \text{丁} \\ \text{丙} \times \text{丁} \\ \text{丁} \times \text{丙} \end{matrix} \begin{matrix} \text{無} \\ \text{無} \\ \text{無} \end{matrix}$$

$$\text{速} = \frac{\text{丙} \times \text{丁}}{\text{子} + \text{丁}}$$

是二物之速互易也若以其逆

$$\frac{\text{丁} \times \text{子}}{\text{子} + \text{丁}}$$

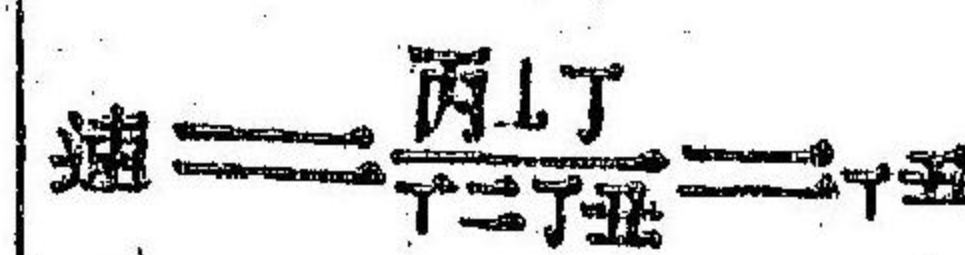
丁之

$$\text{速} = \frac{\text{丙} \times \text{丁}}{\text{子} + \text{丁}}$$

$$\frac{\text{丙} \times \text{子}}{\text{子} + \text{丙}}$$

觸之式推之

則丙之



丁之



丙之速既為

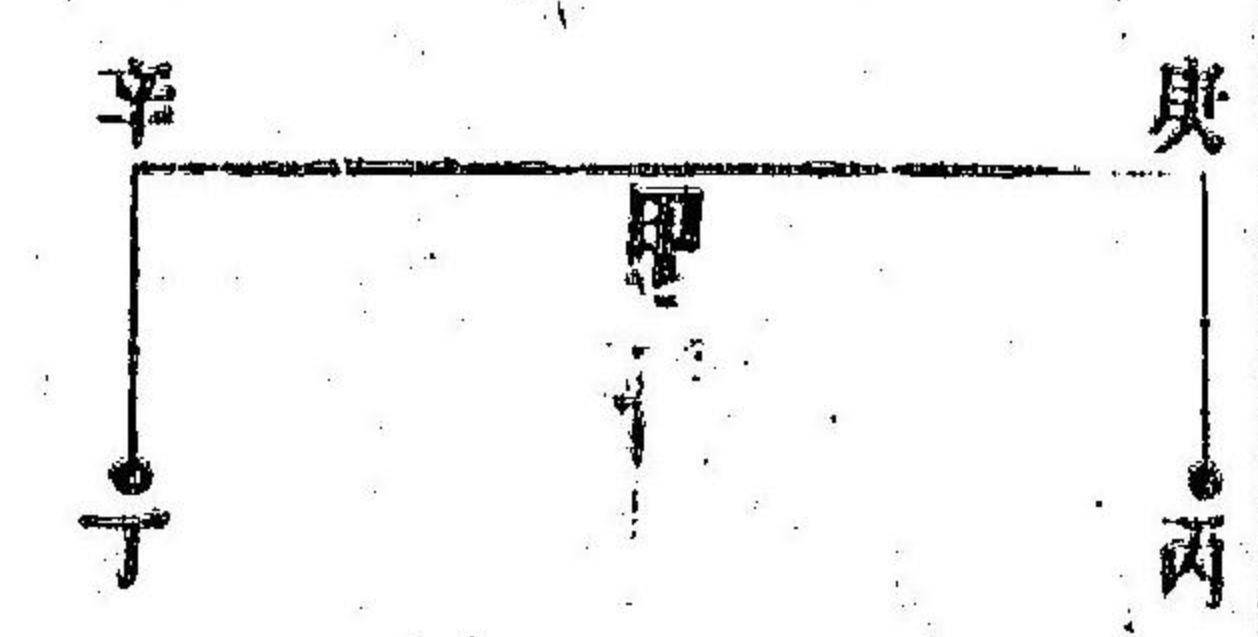
即

所謂負也而其物乃回行丁之速既為_{上子}則二物不
 但易速且易向也然此物若本靜則彼物靜而此即
 動也

問槓桿之力何法計之

答其力與重物即如兩臂長短反比也設二物懸於庚
 辛二端而倚定於甲則甲為其重心明矣按上文物
 離重心如輕重反比即可平定

論助
力器
具



是

甲庚：甲辛：丁：丙
 :: 重：力
 丁又甲辛 = 丙又甲庚

乃兩臂所任之力也若數物倚

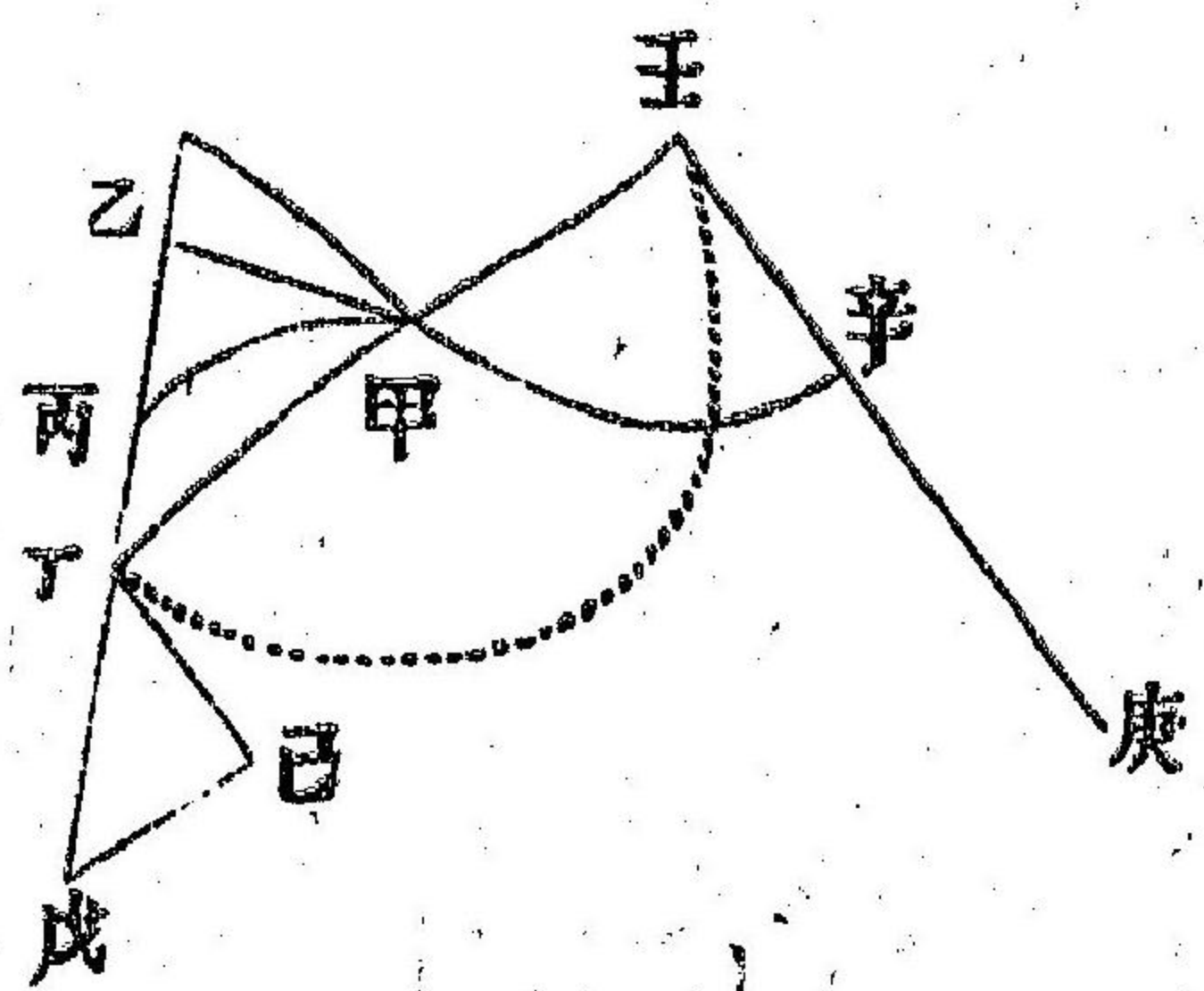
一桿而定即將各物距倚所與其分兩相乘

其在左者左合之其在右者右合之二數必等也無
 論其倚所何在皆歸此例故槓桿之三種其實皆同
 至於數槓相連其理亦同不過此槓之力所為彼槓
 之重物故合而計之也

問力與槓桿若非正交何法計算

答按其方向畫線自倚所復畫二線與之正交者若二

計算
槓桿
之力



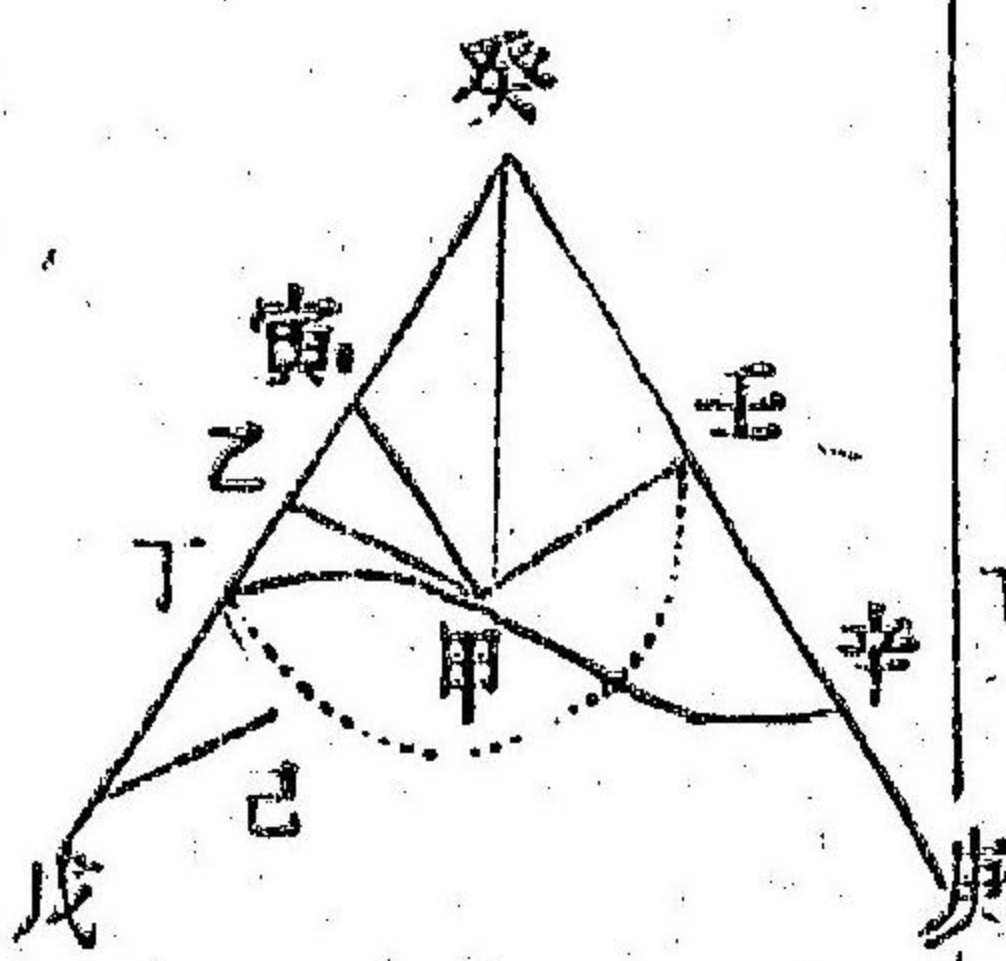
力相比。如二線之反比。其槓即平定。假若甲丙甲辛為槓之二臂。被戊丙庚辛二繩所牽。畫甲乙甲壬與二繩方向正交。復引甲至丁。設左邊牽力為戊丁。便以之分為戊己丁之二力。則戊己既與丁相平。不能使槓桿轉運。惟旁施於倚所。其轉運之力。只賸己丁。然彼臂若有均力。於壬相抵其槓。即定而不轉。

則然故。則二力相比。即如其方向。
力:力::戊丁:丁己
力:力::甲壬:甲乙
力:力::甲壬:甲乙

距倚所之反比也。

問其倚所所受之力。何法計之。

答。即按二力方向相交之處。距倚所遠近是也。蓋自壬



乙引二線至癸。畫甲寅與壬癸相平。則寅甲癸。甲癸壬。二角等。若以甲癸為半徑。畫圓線。甲乙即為甲癸乙之正弦。甲壬即為

甲癸壬或寅甲癸之正弦。

然

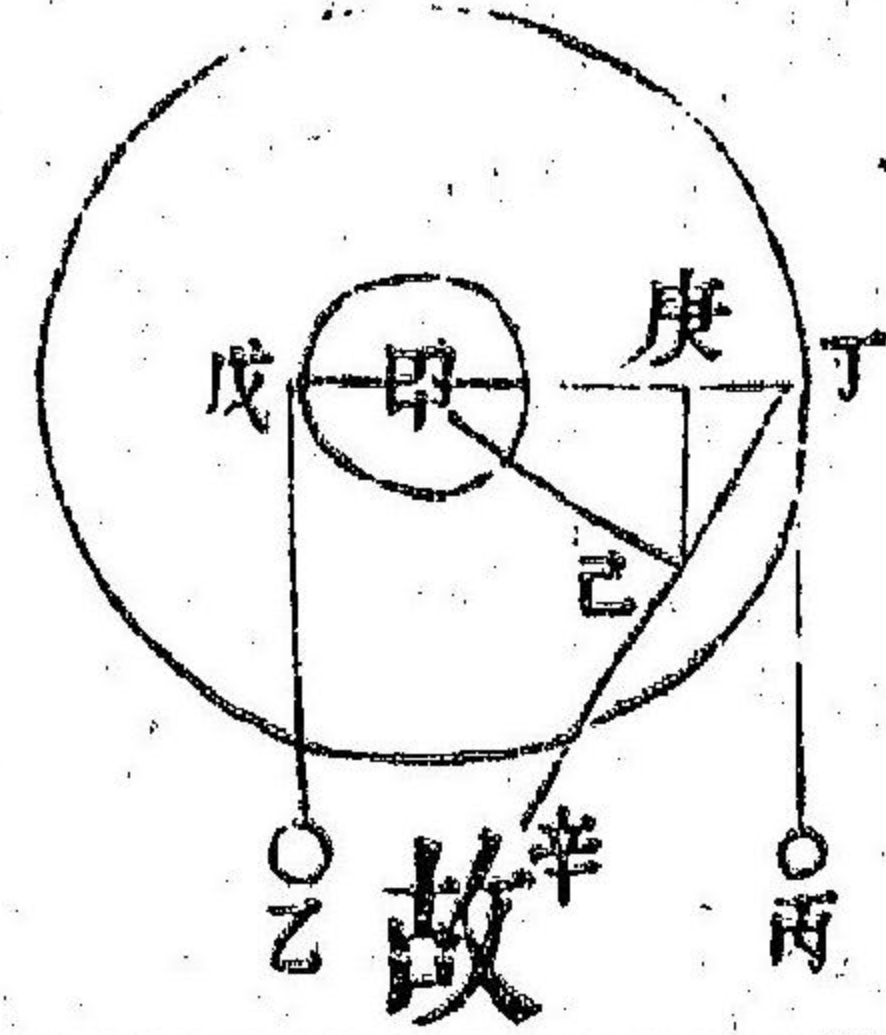
寅癸:甲寅 :: 寅癸:甲寅
寅甲癸 :: 寅癸:甲寅
寅甲癸 :: 甲壬:甲乙
故 寅癸:甲寅 即為二力合成。
力:力::寅癸:甲寅
力:力::甲寅:甲寅
力:力::甲寅:甲寅

計算
輪軸
之力

故所受之力、按倚所距方向相交之處也。

問輪軸之力、何法計算。

答、其力與物如輪輻軸輻反比、即可平定。蓋軸心於甲、用力於丁、懸重於戊、戊甲丁儼為槓桿、甲戊甲丁、即為二臂。



$$\text{力} : \text{重} :: \text{甲戊} : \text{甲丁}$$
$$\text{力} \times \text{甲丁} = \text{重} \times \text{甲戊}$$

是力與重如輪軸二輻反比、即可

平定也。

問、若用力方向與輪輻斜者、何法計算。

答、二力相比、即如其方向距軸心反比也。蓋上文第望

問、力與槓桿斜用、亦此比例、即如丁辛為繩牽之、則

力較重物如甲戊比甲己、即如軸輻與用力方向之距中

相比也。

問、滑車之力、何法計算。

答、滑車既不同式、即不同例、所同者惟其繩索繞樞紐

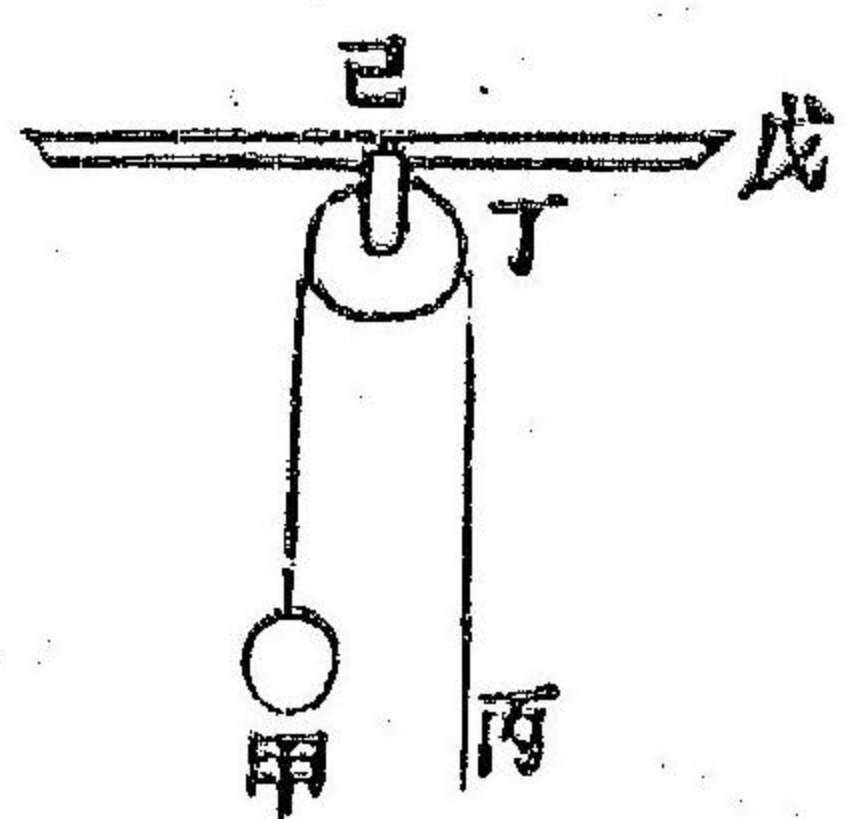
以通力也。

問、死滑車其力何如。

答、無所省力也。惟其施力方向較便而已。設滑車於丁

以起物、則憑丙甲一索、兩端均緊、喫力無殊、故力無

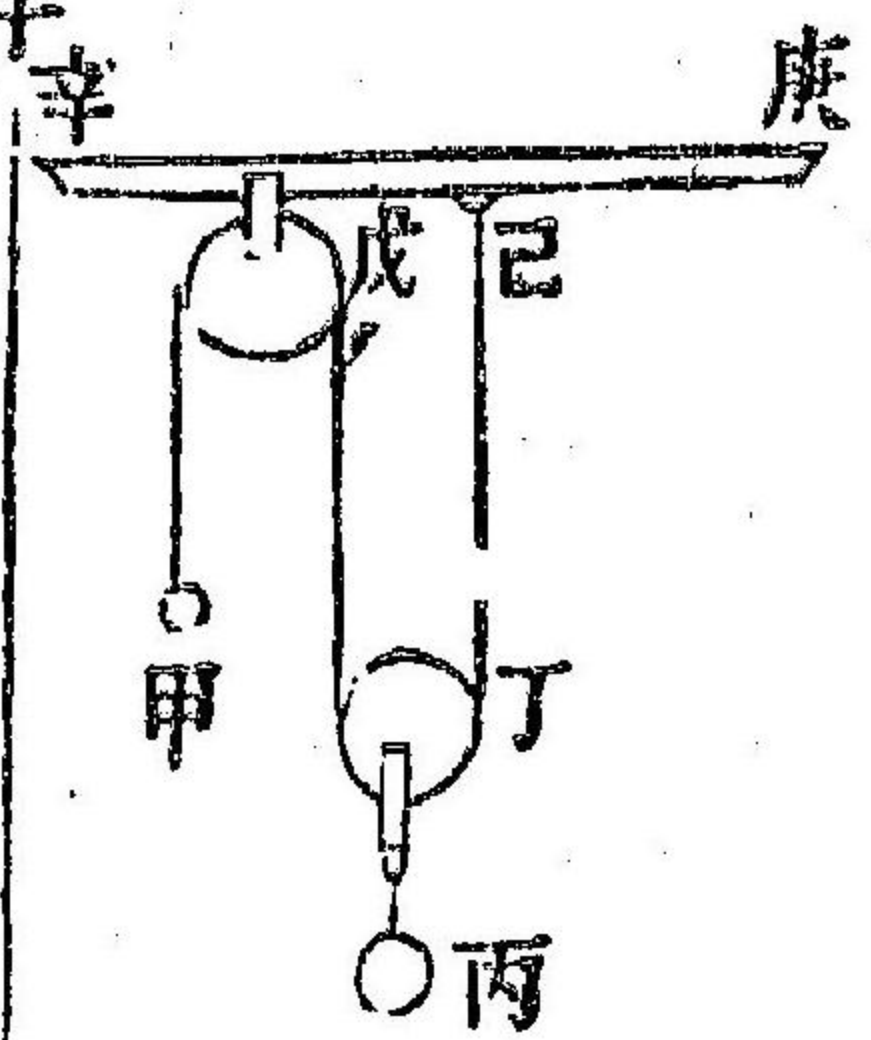
計算
滑車
之力



所省也。力與重皆既倚索，則無論滑車何式，隨繩索而揆其鬆緊，其力即無難計算也。

問：活滑車省力何如？

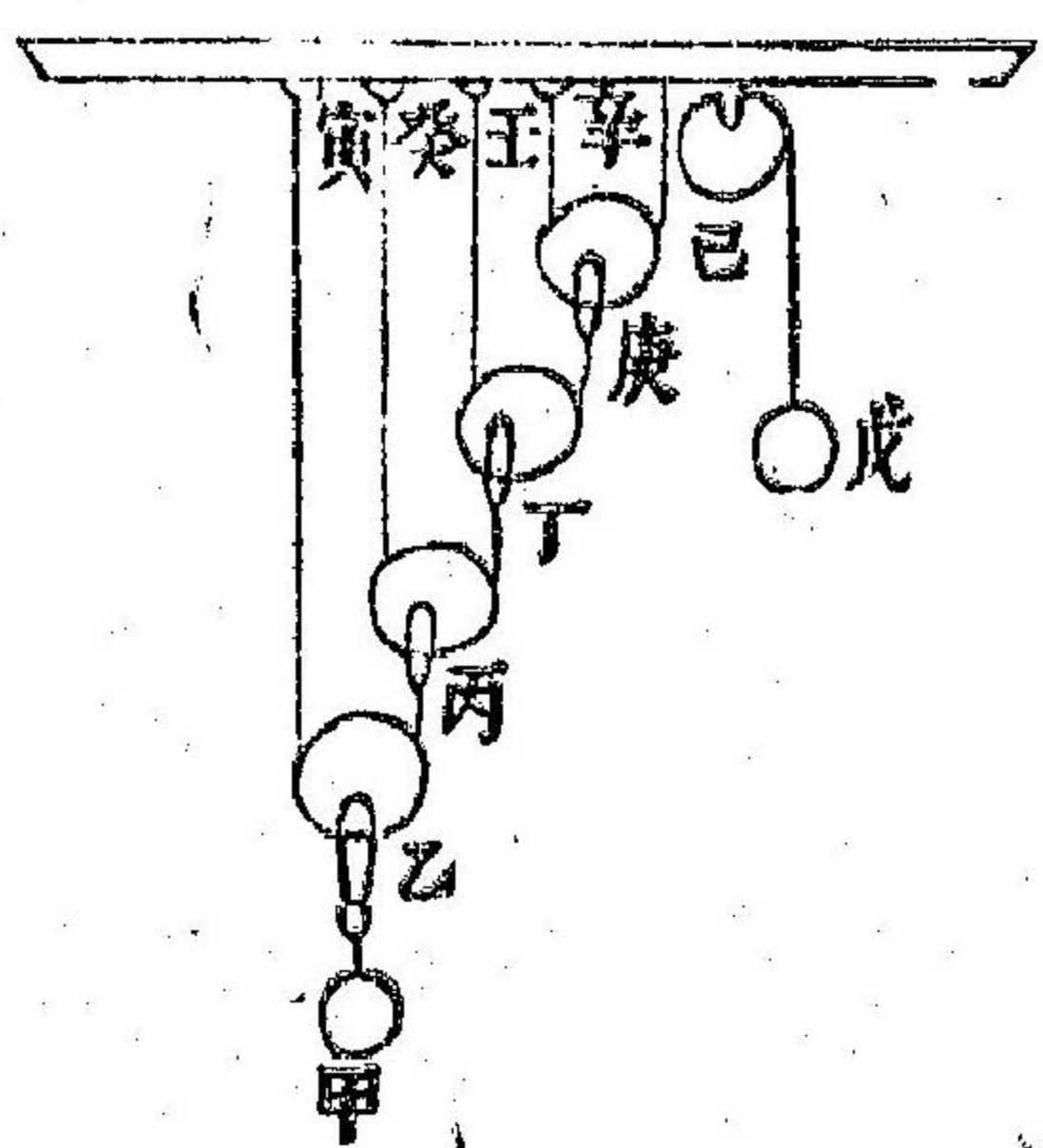
答：其滑車倚於數索，重物之分兩，亦分倚數索也。假如丁為滑車，丙為重物，用力於甲，則丙隨丁而上，分倚



左右二繩，故省力有一半也。數具相連，若同貫一繩，則滑車以上，繩索分若干條，是其力為增加若干倍也。即

問：若滑車數具相連，各懸一索，以繩貫之，其力何法計

算。

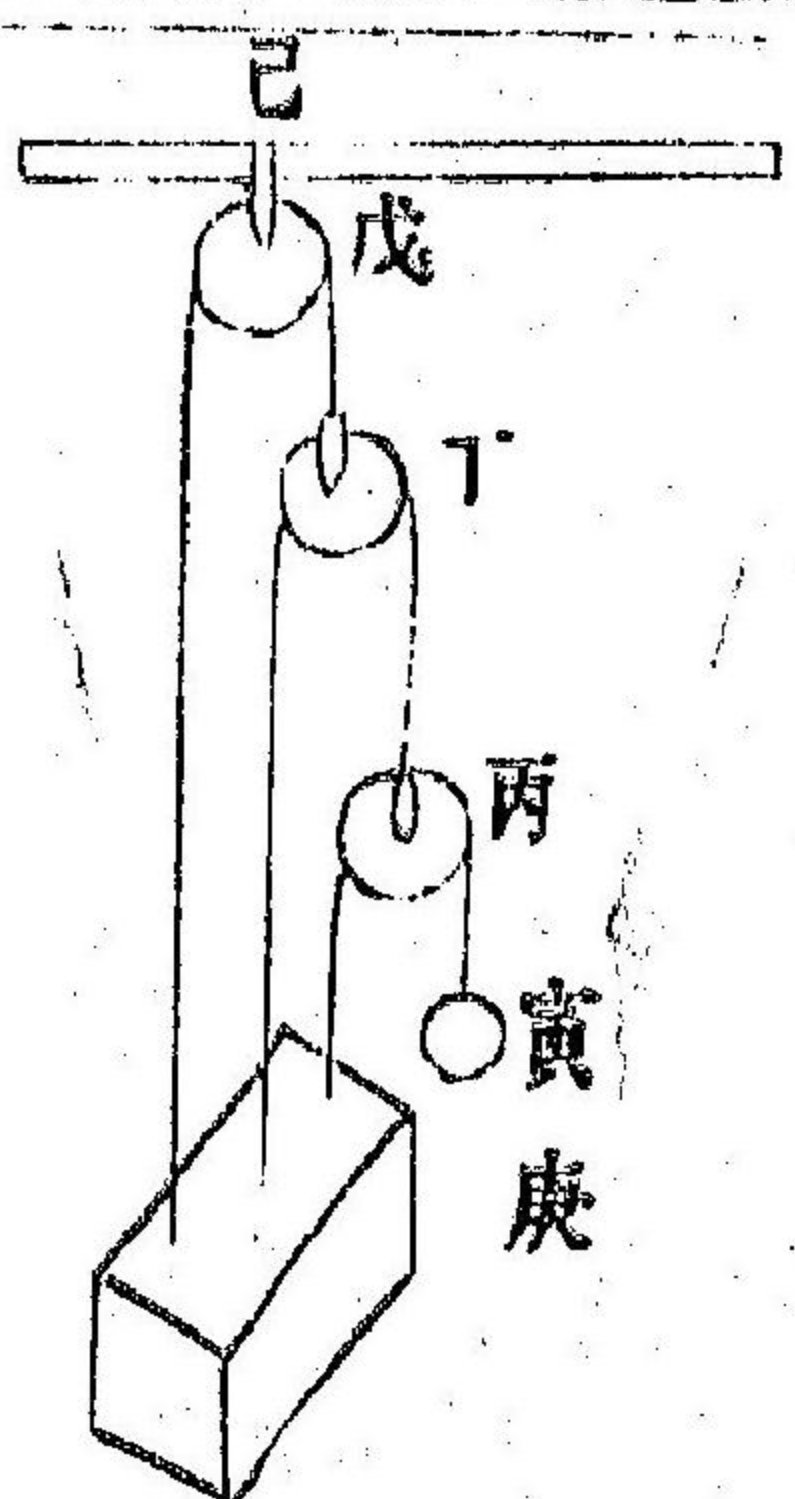


答：即除其一具，餘贖若干，以二自乘若干次，而乘其力也。假如乙丙丁庚四具，各懸於橫梁，貫之一索，用力於戊，則庚索喫力加倍於己，丁復喫力加倍於庚，丙則加倍於丁，乙則加倍於丙，故一筋於戊，

可起十六筋於甲，總之若卯為具數，

問：若數具相連，各有另繩下繫於重物，其力何法計算？答：具數若干，以二自乘若干次，以其數減一而乘其力

也。假如丙丁各繞一繩繫於重物，懸錘於寅，則丙勝



力為二寅丁勝力為四寅勿論若干
皆以此例遞加

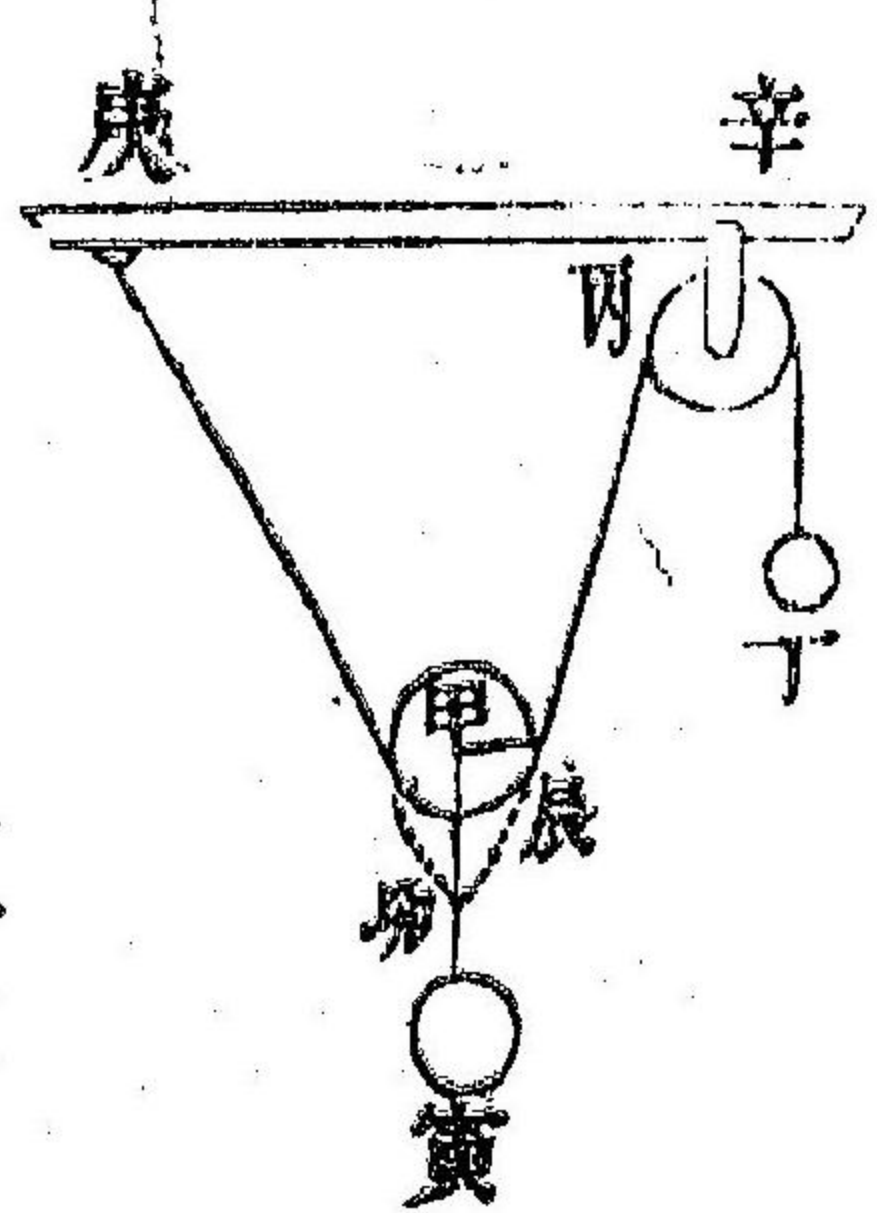
則
總之索數為
重一寅二寅四寅

卯、除錘即得其力之所增

重二寅 × (二卯丁一)

問繩索左右方向均斜其力何法計算

答其力較重物如半徑比加倍斜角之餘弦也即如以
索自丙繞辰而繫於庚以丙辰庚辰二線引至卯以
卯辰度其力即分為甲卯辰二力甲辰既與地相平為無用



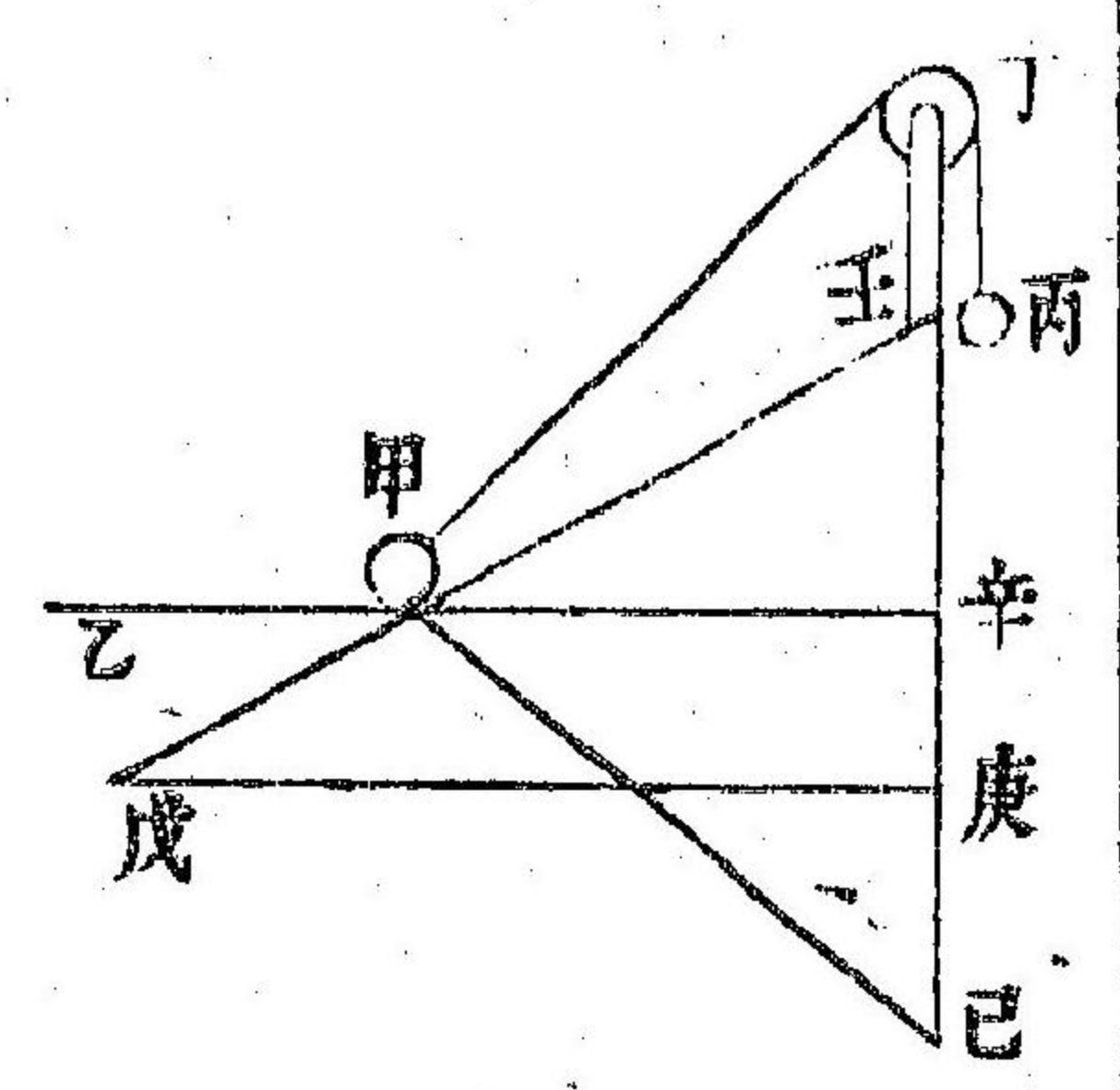
惟賸甲卯可以起物庚辰之索分力亦然
實效惟有甲卯故二索共效二卯也以卯辰
為半徑則甲卯即為甲卯辰之餘弦

故力:重 :: 餘弦
半徑:二 × 甲卯辰

問斜面之力何法計算

答其力重相比如面與地力與倚處垂線所成二角之
正弦也設若戊壬為斜面甲丙二物以繩相連而定
所以能定惟因三力相抵即二物之重力與斜面之

計算
斜面
之力



抵力是也。其物既定而不移。三力必成爲三角形。各力如各邊相比。

故各邊

既如對角之正弦。

則

加重：甲丁 乙戊 丙己 丁庚 戊辛 己壬 庚癸 辛甲 壬乙 癸丙

如

甲丁 乙戊 丙己 丁庚 戊辛 己壬 庚癸 辛甲 壬乙 癸丙

然

甲己 丁庚 戊辛 己壬 庚癸 辛甲 壬乙 癸丙

即面與地所

成之角。即力與倚處垂線所成之角也。

問若用力與斜面相平。其力何法計算。

答只以斜面之長高相比而得之。蓋三力悉如丙戊庚

之三邊。

故

力：重 丙庚 戊辛 己壬 庚癸 辛甲 壬乙 癸丙

力與重。正如其面之長高相比也。所

用之力。與斜面之抵力。復如面之高。底之長相比也。

若力面相平。其力最省。若力與底平。其面之喫力最

多也。

問螺絲之力。何法計算。

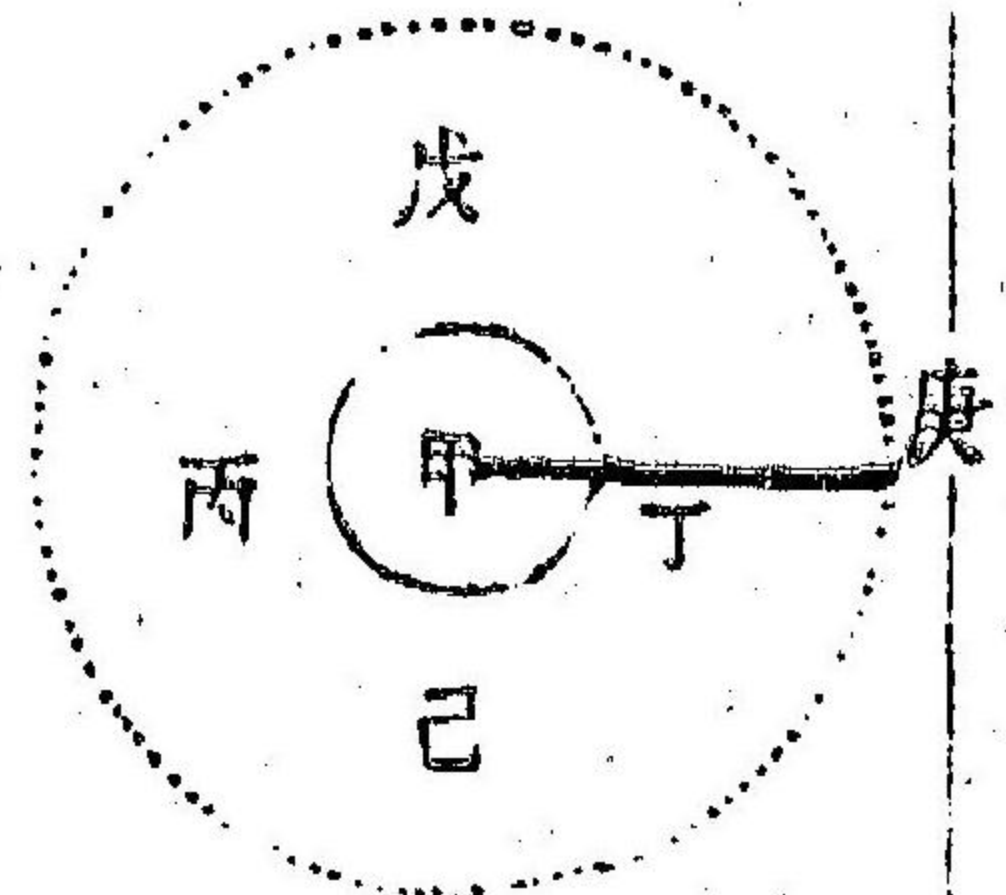
答。即將其螺紋疎密與螺絲週遭尺寸相乘。是也。蓋螺

絲儼與斜面同理。螺紋遶軸斜旋而上。自一週圍繞

多匝。正如斜面數具相繼也。以紙剪成斜面式樣。纏

計算螺絲之力

繞於筆管即可變為螺絲形像螺絲若單用



則復加之以柄用力於庚

則故此其恒式也

力：力 :: 甲庚：甲丁
柄路 螺道
 故 紋距 柄路
力重
 力 × 柄路 = 重 × 螺道
 力 × 螺道 = 重 × 柄路

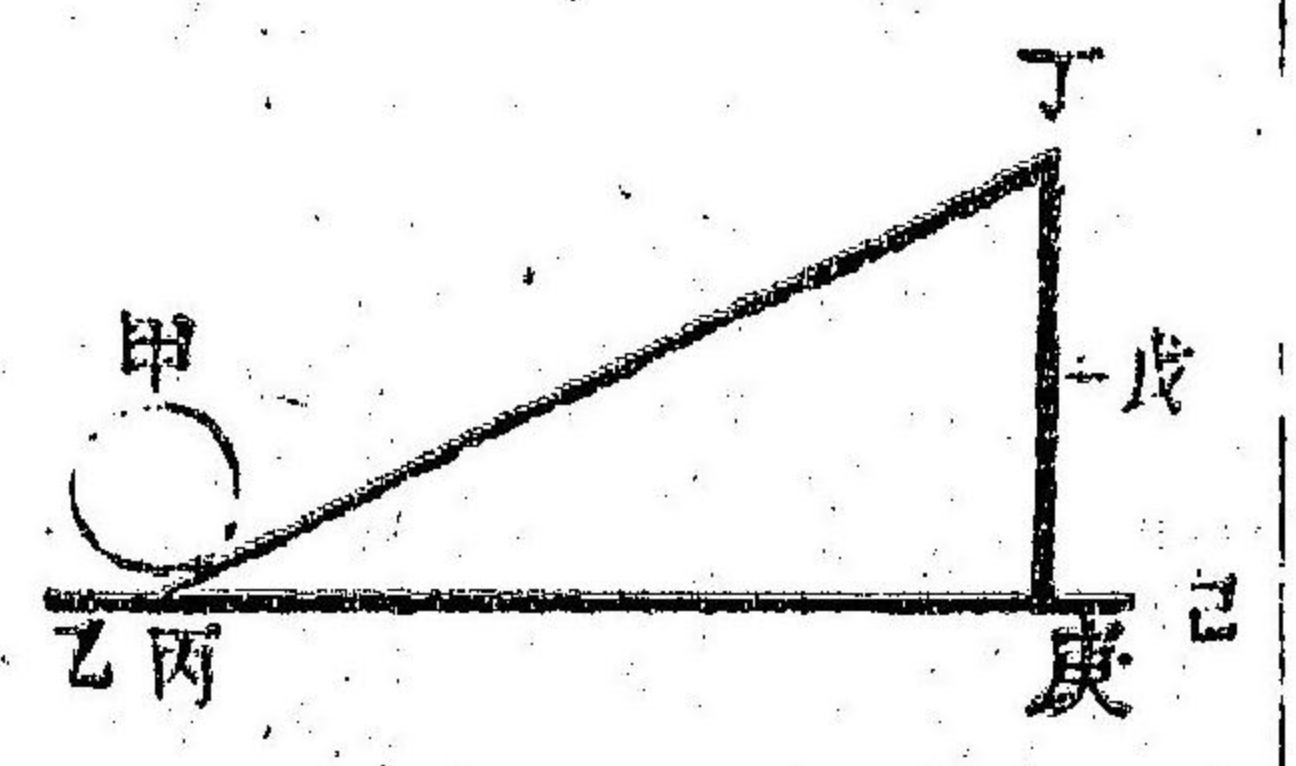
此四率內若知其

三其第四即可計得無論以之上起下壓所得之力比所用之力正如柄端所過之路比螺紋之相距故紋愈密柄愈長力即愈大也

計算尖劈之力

問尖劈之力何法計算

答若二面均長其力比重如其厚比長也假如有重石



於甲以劈下入而起之儼如以其石隨斜面上而故力重相比與斜而無異也然斜而之力與底相平比重即如面之高比底之長也至雙面劈若二面均長即為單面二具合成

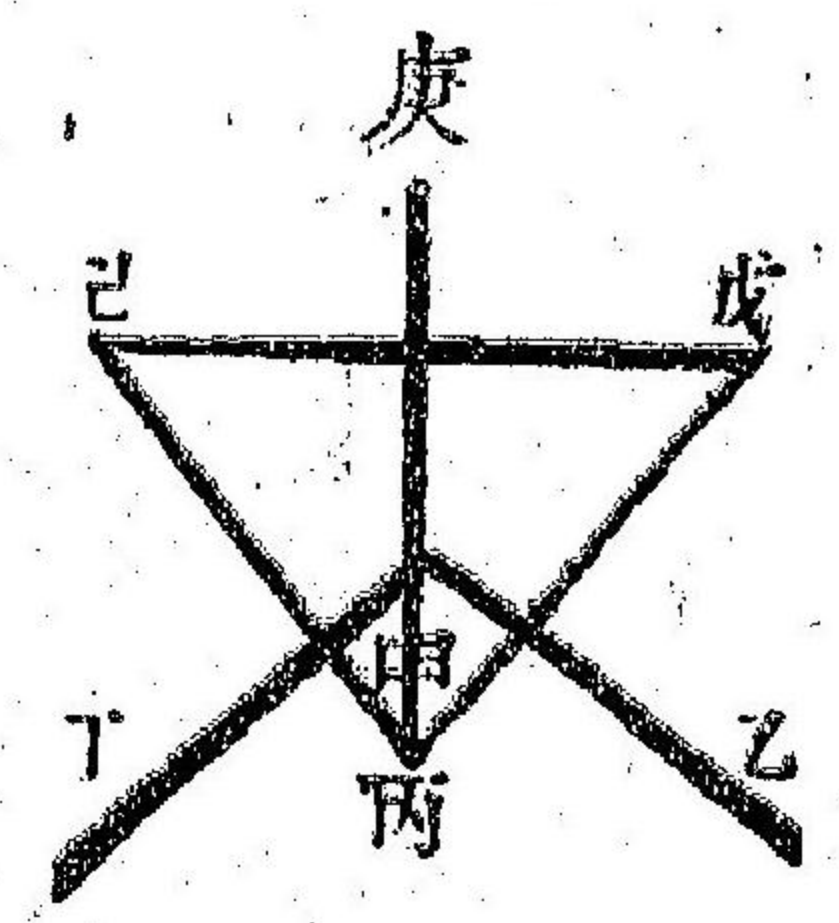
故力與重如厚長相比也

如故則劈愈薄愈長其力即愈大也

庚丁 庚丙
 故
 畫

問若二面不均長其力何法計算

答若力與阻皆歸一處則力比阻如其首之厚比二面之共長也假如用力為庚甲抵力為甲丁甲乙三力相消則其三力相比如三邊形之各邊也



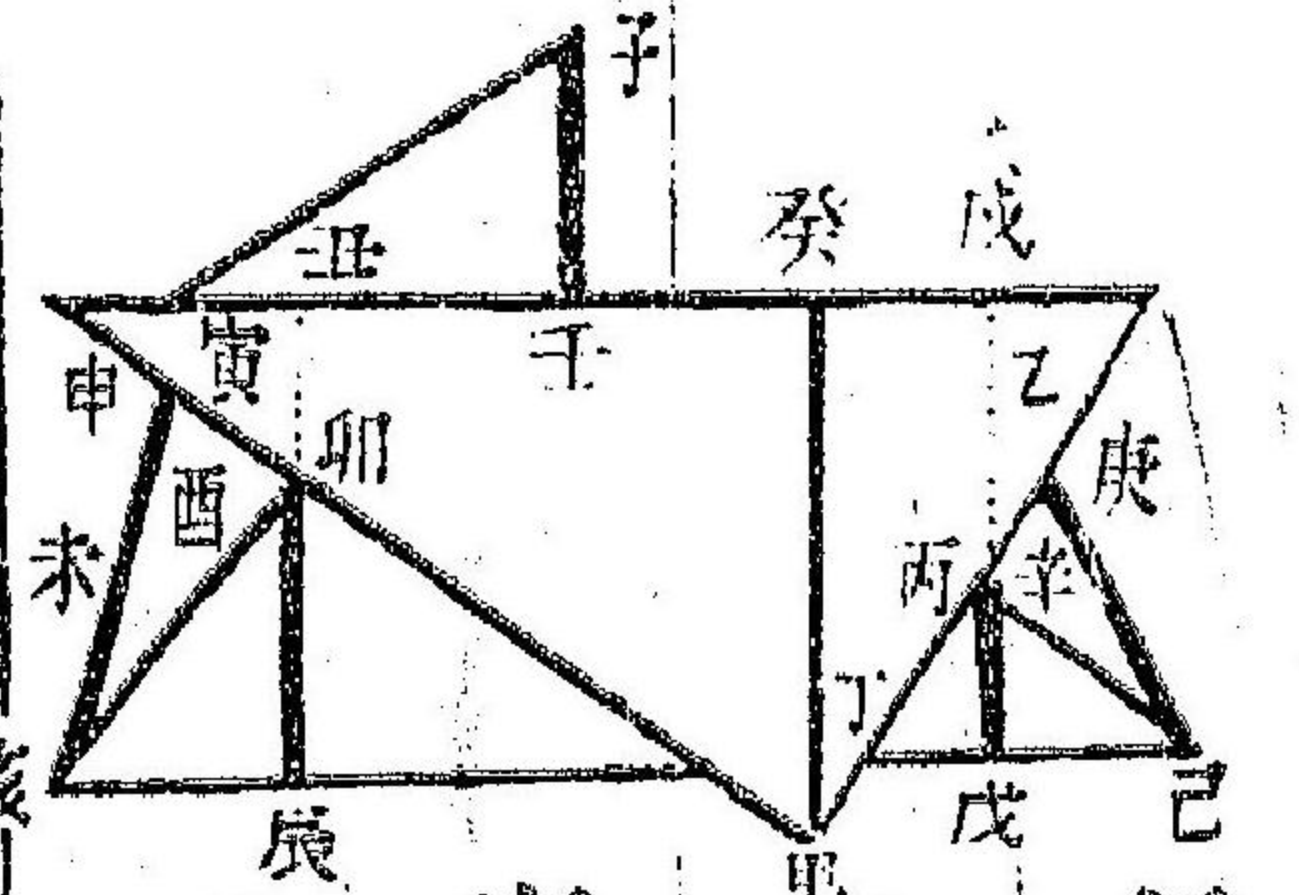
故 力:阻::己戊:己丙
力:阻::己戊:丙戊
故 力:阻::己戊:己丙
力:阻::己戊:丙戊

即如其首之厚比二面之共長也若二

面均長則力比阻如其厚之半比其一面之長明矣

問若力與阻不歸於一處所得之力何法計算

答以三力各分爲二其於劈首順施者與其於劈面逆施者等劈即能定其順者逆者必正向劈首其逆者



多寡必如其距用力方向反比也假如子爲力亥爲阻分爲卯申卯申與面平即無所阻復分爲辰卯一橫一縱也彼面亦然若子與辰卯等其劈自定也然須二阻多寡相比如其方向距用力方向之反比也否則劈將偏而不定也

六通具

若

子壬 辰卯 戊丙

而

辰卯 戊丙 壬戌 壬丑

其劈即能定其力須復增以進之也

問所論器具六種何資而助力

答惟其為通力非能生力也其所以能通力者惟因物

之動

力 × 質

又

力 × 速

蓋

力 = 速 × 質

設復有物

力 = 速 × 質

如二物力等

則

速 × 質 = 速 × 質

而

速 : 速 :: 質 : 質

故二物之速如其質之反比其力即等

也最小之力可移至大之物惟其大物必行較慢此

理六種皆同即如槓桿若能增力數倍此頭較彼頭
 所過之路亦必數倍輪軸增力若干輪邊較軸邊加
 速若干滑車增力數倍繩索須牽拽數尺重物始行
 一尺斜面亦復如此蓋墜一錘以牽重物其物於斜
 面升高一尺其錘必下行數尺至螺絲重物起移一
 層其柄必運轉一週劈須尖薄始有大力然愈尖愈
 薄起物必愈慢也此皆所謂以時兌力然力本有限
 若緩為籌算繼之以妙機洞元測微鉤深致遠即可
 增於無窮也

第七卷算學四章凡五十九問

各勿一門

卷七

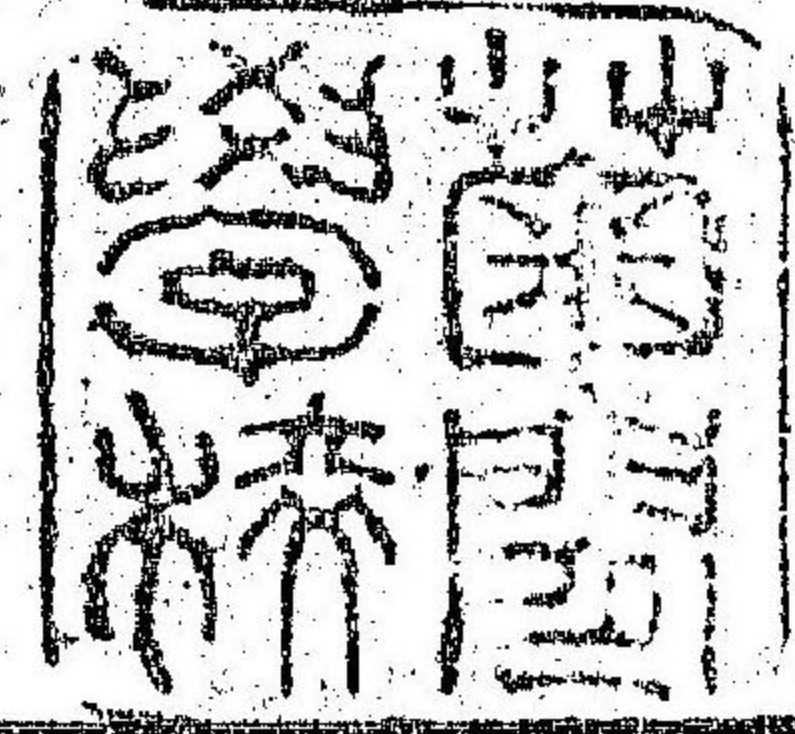
算學四章

測算力學

其

官許

菊間學校藏版



東京小石川大門町

發行書林

鴈金屋清吉

