ARITMETICA PRACTICĂ

PENTRU

CLASELE SECUNDARE

DE

SPIRU C. HARETU
Profesor la Universitatea din Bucurescĭ

EDIŢIUNEA a VII-a, revĕḑută

BUCURESCI
EDITURA LIBRĂRIEĬ SOCECŬ & Comp.
21, CALEA VICTORIEĬ, 21
1897.

Preţul leĭ 1,50.

ARITMETICA PRACTICĂ

PENTRU

CLASELE SECUNDARE

DE

SPIRU C. HARETU

Profesor la Universitatea din Bucurescĭ

EDIŢIUNEA a VII-a, revĕḑută

BUCURESCI

[illegible]URA LIBRĂRIEI SOCECŬ & Comp.

21, CALEA VICTORIEĬ, 21

1897.

8829. — Stabilimentul grafic I. V. Socecŭ. — Bucurescĭ.

ARITMETICA PRACTICĂ

PENTRU

CLASELE SECUNDARE

PREFAȚA

ătre Domniĭ Profesorĭ de şcóle secundare

Programa şcólelor secundare prevede, în primele clase, aritmetica elementară. De óre-ce şcolariĭ posed deja cunoscinţa eĭ din clasele primare, repetirea eĭ are de scop a întări acéstă cunoscinţă, înainte de a se intra în studiul altor părţĭ de sciinţă maĭ superióre. Tot de o dată însă, de óre-ce etatea şcolarilor este maĭ înaintată, se pot cu dînşiĭ completa şi desvolta maĭ bine unele părţĭ de materie, ceea ce nu se putea face în clasele primare. Ast-fel, în unele puncte, nu este greŭ a se da chiar explicaţiunea raţională a unor regule, fără a eşi din limitele impuse de programă, care cere numaĭ *aritmetica practică;* cu modul acesta, pe nesimţite se face un pas însemnat de introducere în aritmetica raţionată.

De aceea, cartea de faţă, de şi purtând acelaşĭ titlu ca şi cea destinată claselor primare, se distinge de dînsa prin adăogirea a două capitule, asupra proprietăţilor numerelor, şi asupra puterilor şi rădăcinilor, precum şi a altor câte-va cestiunĭ, carĭ nu puteaŭ găsi loc în cartea pentru începĕtorĭ. De altă parte, am restrîns, pe cât s'a putut, fără a compromite integritatea cursuluĭ, părţile de tot elementare, a căror cunoscinţă nu e cu putinţă să nu o aibă copiiĭ ce intră în şcólele secundare. In fine, pe icĭ colo, nu m'am temut a pune şi ceva raţionamente, de tot simple.

Peste tot, m'am silit să fiŭ de cea maĭ mare concisiune, convins fiind că, în mare parte, acusarea ce se aduce programelor că sunt prea încărcate, vine şi din prolixitatea unora din manualele de şcólă.

Aş fi fericit dacă aş fi reuşit a aduce învĕţămîntuluĭ un serviciŭ măcar cât de mic.

S. C. H.

ARITMETICA PRACTICĂ

CAPITOLUL I.

Definițiunĭ. Numerațiunea.

1. *Unitatea* saŭ *unimea* este un lucru singur. Așa, *un om*, *un mĕr*, *o carte*, sunt unimĭ.

Unitate se maĭ chiamă și mărimea cu care mĕsurăm mărimile de acelașĭ fel. Așa, metrul, cu care măsurăm lungimile, gramul cu care mĕsurăm greutățile, sunt unitățĭ.

2. *Numĕr* se chiamă o grupă de una saŭ maĭ multe unitățĭ de acelașĭ fel. Ast-fel, *cincĭ ómenĭ*, *treĭ mere*, *șése cărțĭ*, *o casă*, sunt numere.

Tot numere sunt și *cincĭ*, *treĭ*, *șése*, *una*, chiar când nu spunem anume ce fel de lucrurĭ însemnéză ele.

3. *Numĕr concret* este acela în care se spune felul lucrurilor ce însemnéza; și *numĕr abstract* este acela în care nu se spune felul lucrurilor ce însemnéză. Ast-fel, *cincĭ ómenĭ* este numĕr concret, iar *cincĭ* este numĕr abstract.

4. *Aritmetica* este sciința numerelor. Ea ne învață să numim numerele, să le scriem și să le calculăm.

5. *Numerațiunea* este partea din aritmetică care se ocupă cu numirea, scrierea și citirea numerelor.

Numirea numerelor.

6. Cele d'întâiŭ zece numere aŭ următórele numirĭ: *una*, *douĕ*, *treĭ*, *patru*, *cincĭ*, *șése*, *șépte*, *opt*, *nouĕ*, *zece*.

O grupă de zece unimĭ se chiamă o *zecime*.

O grupă de zece zecimĭ se chiamă *o sută* saŭ *sutime.*

O grupă de sece sute se chiamă *o mie.*

Regula I. *Pentru a numi un numĕr până la o mie, numim pe rînd numĕrul sutelor, zecimilor și unimilor ce cuprinde el.*

Exemplu. Un numĕr care ar coprinde treĭ zecimĭ, opt unimĭ și cincĭ sutimĭ, se va numi așa: cincĭ sute treĭ zecĭ și opt (unimĭ).

Cuvîntul de *unimĭ* de ordinar nu se maĭ spune.

7. O grupă de o mie de miĭ se chiamă *un milion.*

O grupă de o mie de milióne se chiamă *un bilion.*

O grupă de o mie de bilióne se chiamă *un trilion.*

Și așa maĭ departe.

Șirul numerelor este nesfîrșit.

Regula II. *Miile, milióne le, bilióne le etc. se numĕră ca unimile.*

Vom avea dar:

Miĭ;

Zecimĭ de miĭ;

Sute de miĭ;

Milióne;

Zecimĭ de milióne;

Sute de milióne;

Bilióne;

Zecimĭ de bilióne;

Sute de bilióne;

etc.

8. **Regula III.** *Pentru a numi un numĕr maĭ mare de cât o mie, numim maĭ întâiŭ grupele de felul cel maĭ mare; și pe urmă, pe rînd pe cele-lalte, mergênd până la cele maĭ micĭ.*

Exemplu. Dacă un numĕr cuprinde:

Doué sute treĭ-spre zece miĭ,

Patru sute opt milióne,

Cincĭ sute doué-zecĭ și una de unităţĭ,

Doué-zecĭ și patru de bilióne,

el se va spune așa:

Două-zecĭ și patru de *bilióne*, patru sute opt *milióne*, două sute treĭ-spre-zece *miĭ*, cincĭ sute două-zecĭ și una.

Scrierea numerelor.

9. Primele nouă numere se scriŭ cu următórele semne, carĭ se chiamă *cifre*: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Iar semnul 0 se chiamă *zero* saŭ *nulă*; el însemnéză *nimic*.

10. Regula I. *Pentru scrierea numerelor carĭ nu sunt cuprinse între 1 și 9, se face învoire ca o cifră pusă la stânga alteia să însemneze de zece orĭ maĭ mult de cât dacă ar fi pusă în locul aceleia.*

Exemple. I. Când scriem

83,

cifra 3 însemnéză unimĭ; iar cifra 8, pusă la stânga eĭ, însemnéză zecimĭ, carĭ sunt de zece orĭ maĭ marĭ de cât unimile.

Din contră, scriind

38,

cifra 8 însemnéză unimĭ; iar 3, care e la stânga unimilor, însemnéză zecimĭ.

II. In numĕrul

43709,

cifra 9 însemnéză unimĭ;

Cifra 0, pusă la stânga luĭ 9, ține locul zecimilor;

Cifra 7, pusă la stânga luĭ 0, însemnéză sute;

Cifra 3, pusă la stânga luĭ 7, însemnéză miĭ;

Cifra 4, pusă la stânga luĭ 3, însemnéză zecĭ de miĭ.

11. Din regula I, urméză că:

Cifra cea maĭ de la drépta a unuĭ numĕr însemnéză *unimĭ*;

A doua cifră, spre stânga, *zecimĭ*;

A treia cifră, *sute*;

A patra cifră, *miĭ*;

A cincea cifră, *zecĭ de miĭ*;

A șésea cifră, *sute de miĭ*;

A șéptea cifră, *milióne*;

A opta cifră, *zecĭ de milióne*;

A noua cifră, *sute de milióne*;

A zecea cifră, *bilióne;*
A un-spre-zecea cifră, *zecĭ de bilióne;*
A două-spre-zecea cifră, *sute de bilióne;*
A treĭ-spre-zecea cifră, *trilióne*, etc. etc.
Prima, a doua şi a treia cifră, represintă *clasa unimilor;*
A patra, a cincea şi a şésea, *clasa miilor;*
A şéptea, a opta şi a noua, *clasa miliónelor;*
A zecea, a un-spre-zecea şi a două-spre-zecea, *clasa biliónelor*, etc.

12. **Regula II.** *Ca să scriem un numĕr in cifre, scriem numĕrul unimilor de fie-care fel, punênd cifra care le represintă la locul ce i se cuvine, după regula I; iar dacă unele felurĭ de unimĭ lipsesc, locul lor îl împlinim cu nule.*

Exemplu. Să se scrie în cifre numĕrul: patru bilióne, două-sute opt-spre-zece milióne, cincĭ-sute treĭ-zecĭ de miĭ, nouă-sute şépte-zecĭ şi şése.

Acest numĕr se scrie aşa:

4,218,530,976.

Am scris 4, pentru bilióne;
La drépta biliónelor, am pus 2, pentru sute de milióne, pentru-că biliónele sunt de zece orĭ maĭ marĭ de cât sutele de milióne;
La drépta sutelor de milióne, am pus 1, pentru zecĭ de milióne;
Şi aşa maĭ departe.
Neavênd miĭ, am pus *zero* în locul lor.

Citirea numerelor.

13. **Regula.** *Pentru a citi un numĕr scris în cifre, îl despărţim în despărţiturĭ de treĭ cifre, mergênd de la drépta spre stânga, şi citim fie-care cifră, de la stânga spre drépta, spunênd la fie-care şi numele feluluĭ de unimĭ ce represintă.*

Exemplu. Să se citéscă numĕrul:

12,624,308,116.

După ce-l despart după regulă, vĕd că el se citesce aşa:
Două-spre-ḑece *bilióne;*
Şése sute două-zecĭ şi patru de *milióne;*
Treĭ sute opt *miĭ;*

O sută șése-spre-zece.

Pentru a scurta vorbirea, cuvintele *bilióne*, *milióne*, *miĭ* nu s'aŭ repetat la fie-care cifră, ci s'aŭ spus numaĭ după fie-care despărțitură de treĭ cifre.

CAPITOLUL II.

Operațiunĭ asupra numerelor întregĭ.

Adunarea.

14. *Adunarea* este operațiunea prin care unim unitățile maĭ multor numere de acelașĭ fel într'un singur număr, care se chiamă *sumă.*

Când două saŭ maĭ multe numere trebuesc să se adune unul cu altul, se pune între dînsele semnul $+$, care se citesce *plus*.

Exemplu. Cât fac 7 mere și cu 5 mere? — R. 12 mere. 12 este suma. Acéstă adunare se scrie:

$$7+5.$$

15. *Adunarea numerelor de câte o cifră se face din memorie.*

Exemplu. $5+8+3+7=23$.

16. **Regulă.** *Pentru a aduna numere de maĭ multe cifre, le scriem unele sub altele, așa ca unimile să fie sub unimĭ, zecimile sub zecimĭ, sutimile sub sutimĭ, și așa maĭ departe. Adunăm cifrele din fie-care colónă verticală, începênd de la unimĭ, și suma, dacă e maĭ mică de cât 10, o scriem dedesubt; iar dacă e maĭ mare de cât 10, scriem dedesubt numaĭ unimile eĭ, și zecimile le adunăm la suma colóneĭ de alăturĭ de la stânga.*

Exemplu. Să se adune numerele 637, 5091 și 28.

$$\begin{array}{r} 637 \\ 5091 \\ 28 \\ \hline 5756 \end{array} \ \ldots \text{ Suma.}$$

Suma colóneĭ unimilor a fost 16; am scris dedesubt unimile 6, iar zecimea 1 am adunat-o la colóna zecimilor.

Suma colóneĭ zecimilor, împreună cu o zecime venită de la adunarea unimilor, a fost 15; am pus pe 5 dedesubt, iar 1 zecime de zecimĭ, care făcea 1 sută, am adunat-o la colóna sutelor.

Suma colóneĭ sutelor a fost 7, iar a colóneĭ miilor 5; le-am scris pe fie-care dedesubt.

17. **Proba adunăriĭ.** *Proba* uneĭ operaţiunĭ se chiamă o altă operaţiune, pe care o facem ca să ne încredinţăm că cea d'întâiŭ a fost bine făcută.

Pentru a face proba adunăriĭ, dacă am adunat numerele mergênd de sus în jos, le vom aduna a doua oară mergênd de jos în sus; şi dacă suma găsită a doua oară este tot una cu cea găsită întâiŭ, lucrarea a fost bine făcută.

Exemplu.

Proba . .	5756
	637
	5091
	28
Suma . .	5756

18. *Proba adunăriĭ se maĭ póte face, desfăcênd adunarea în maĭ multe adunărĭ parţiale, şi adunând sumele aflate de la fie-care adunare parţială; suma lor trebue să fie egală cu suma tutulor numerelor date.*

Exemplu.

	3218		
	1405		
	71003		
	47		
	629	75673	. . Sumă parţială.
	1280		
	3088		
	704		
	82522		
	2325	88223	. . Sumă parţială.
	18		
	650		
	341605		
	483		
Suma generală	508977	345081	. . Sumă parţială.
		508977	. . Suma generală.

Probleme. I. Cine-va a vîndut o casă cu 5124 leĭ, o vie cu 9436 leĭ, şi o grădină cu 3752 leĭ; câţĭ leĭ a luat cu totul? (R. 18312 leĭ).

II. Intr'o grădină se află 518 prunĭ, 87 merĭ, 359 perĭ, 418 cireşĭ şi 92 alţĭ arborĭ; câţĭ arborĭ sunt cu totul? (R. 1532 arborĭ).

III. De la Giurgiu la Bucurescĭ sunt 67 kilometri; de la Bucurescĭ la Pitescĭ 108 kilometri; de la Pitescĭ la Slatina, 81 kilometri; de la Slatina la Craiova, 61 kilometri; câţĭ kilometri sunt de la Giurgiu până la Craiova? (R. 317 kilometri).

IV. Cine-va a cumpĕrat o casă cu 28316 leĭ, şi o vinde pe urmă, maĭ câştigând la vînzare 4126 leĭ; cu cât a vîndut-o? (R. Cu 32442 leĭ).

V. O oştire numĕră 14315 soldaţĭ de infanterie şi 5729 de cavalerie; câţĭ soldaţĭ numĕră ea cu totul? (R. 20044 soldaţĭ).

VI. Cine-va face o casă şi cheltuesce 8226 leĭ cu cumpĕrarea loculuĭ, 14369 leĭ cu zidirea caseĭ, 2962 leĭ cu lemnăria şi 1413 cu ferăria; cât îl costă casa cu totul? (R. 26970 leĭ).

VII. Un proprietar pune să'ĭ sape un puţ, şi plătesce lucrătoruluĭ 5 leĭ pe primul metru, 7 leĭ pe al douilea, 9 leĭ pe al treilea, şi aşa maĭ departe, mărind plata cu câte 2 leĭ la fie-care metru; cât va plăti cu totul, sciind că adâncimea puţuluĭ a fost de 8 metri? (R. 96 leĭ).

Scăderea.

19. *Scăderea* este operaţiunea prin care scótem unimile unuĭ numĕr maĭ mic din ale altuia maĭ mare de acelaşĭ fel.

Numĕrul cel maĭ mare se chiamă *descăzut;* numĕrul cel maĭ mic se chiamă *scăzĕtor;* iar ceea ce rĕmâne, după ce se face scăderea, se chiamă *rest* saŭ *diferenţă*.

20. Scăzĕtorul se scrie la drépta descăzutuluĭ, şi între dînsele se pune semnul —, care se citesce *minus*.

Exemplu. Din 8 mere se scad 3 mere? câte aŭ maĭ rĕmas? — R. 5 mere.

9 este descăzutul, 3 scăzĕtorul, 5 restul. Acéstă scădere se scrie 8—3.

21. Din chiar definiţiunea scăderii se vede că, dacă adunăm pe scăzĕtor cu restul, trebue să regăsim pe descăzut; aşa dar:

Regula I. *Descăzutul este egal ca scăzĕtorul plus restul.*

Aşa, în exemplul precedent, $8=3+5$.

22. *Scăderea numerelor micĭ, de câte o cifră saŭ douĕ, se face din memorie.*

Exemplu. $13-8=5$.

23. **Regula II.** *Pentru a scădea unul din altul douĕ numere de maĭ multe cifre, scriem pe cel maĭ mic sub cel maĭ mare, ca la adunare, şi scădem fie-care cifră de jos din cea de d'asupra eĭ, scriind restul dedesubt. Docă vre-una din cifrele de sus este maĭ mică de cât cea de sub dînsa, o mărim cu 10, şi pe urmă mărim cu 1 cifra de jos din stânga.*

Exemplu. Să se scadă 4356 din 7503.

7503	. Descăzutul.
4356	. . Scăzĕtorul.
3147	Restul.

6 unimĭ nu s'aŭ putut scădea din 3 unimĭ; am mărit cu 10 pe 3, şi atuncĭ, 6 scăzut din 13, a dat restul 7.

Pe 5 zecimĭ l'am mărit cu 1, făcêndu-se 6 din causa măririeĭ luĭ 3 de la unimile descăzutuluĭ. Insă nu se póte scădea din 0; am mărit pe 0 cu 10, şi atuncĭ 6 din 10 dă rest 4.

La sute, 3 de la scăzĕtor s'a făcut 4, care scăzut din 5 dă rest 1.

In fine, la miĭ, 4 din 7 dă rest 3.

Restul este dar 3147.

24. **Proba scăderii.** *Proba scăderiĭ se face adunând pe scăzĕtor cu restul; suma trebue să fie egală cu descăzutul.*

Exemplu.	7503	Descăzutul.
	4356	. . Scăzĕtorul.
	3147 . . .	Restul.
	7503 . . .	Proba.

Probleme. I. Cine-va avea o datorie de 14302 leĭ; a plătit dintr'însa 4266 leĭ; însă pe urmă s'a maĭ împrumutat cu 2118 leĭ; cătă datorie maĭ are? (R. 12154 leĭ).

II. Intr'o corabie s'aŭ încărcat 76534 kilograme de marfă; pe drum sa strică 14937 kilograme din acéstă marfă; câtă marfă a maĭ rĕmas bună? (R. 61597 kilograme).

III. Un judeţ are 236514 locuitorĭ; alt judeţ are 316083 locuitorĭ; cu câţĭ locuitorĭ este maĭ populat un judeţ de cât altul? (R. Cu 79569 locuitorĭ).

IV. Un călĕtor avea să facă un drum de 263 kilometri; el a făcut dintr'însul 96 de kilometri; cât drum i-a maĭ rĕmas de făcut? (R. 167 kilometri).

V. Cine-va cumpĕră postav de 59 leĭ, şi dă un bilet de 100 leĭ; cât rest i-se cuvine? (R. 41 leĭ).

VI. Doĭ negustorĭ aŭ pus în tovărăşie un capital de 21500 leĭ, din care, partea celuĭ d'întâiŭ este de 13882 leĭ; care este partea celuĭ de al doilea? (R. 7618 leĭ).

VII. O moşie s'a cumpĕrat cu 49328 leĭ; într'însa s'aŭ maĭ făcut cheltuelĭ de 12752 leĭ, şi pe urmă s'a vîndut în douĕ părţĭ: una de 42305 leĭ, iar alta de 27114 leĭ; cât s'a câştigat la dînsa? (R. 7339 leĭ).

Inmulţirea.

25. *Inmulţirea* este operaţiunea prin care adunăm un numĕr de maĭ multe orĭ.

Numĕrul care trebue să se adună se chiamă *deînmulţit;* numĕrul care arată de câte orĭ trebue să se adune deînmulţitul, se chiamă *înmulţitor.*

Amândouĕ cu un nume, se chiamă *factorĭ.*

Resultatul înmulţireĭ, se numesce *produs.*

Semnul înmulţireĭ este $\times$, care să citesce *înmulţirea cu.*

Exemplu. In clasa nóstră sunt 4 băncĭ, şi în fie-care -flă câte 6 copiĭ; câţĭ copiĭ sunt cu totul în clasă? ·6+6 copiĭ, saŭ 24 copiĭ.

xemplu, factoriĭ sunt 6 şi 4, din carĭ 6 este 4 înmulţitorul; produsul este 24.

I. *Dacă deînmulţitul este numĕr concret,* *produsul este şi el număr concret, de acelaşĭ fel cu de înmulţitul.*

Exemple. I. Un lucrător a primit, în 4 zile, câte 6 leĭ pe zi; cât a primit peste tot? — R. 24 leĭ, pentru-că 6 leĭ + 6 leĭ + 6 leĭ + 6 leĭ = 24 leĭ.

Deînmulţitul a fost *leĭ* şi produsul tot *leĭ.*

II. S'aŭ cumpĕrat 7 metri de stofă, şi s'a plătit câte 5 leĭ metru; cât costă tótă stofa? — R. 35 leĭ, pentru-că 5 leĭ + 5 leĭ + 5 leĭ + 5 leĭ + 5 leĭ + 5 leĭ + 5 leĭ = 35 leĭ.

Şi deînmulţitul, şi produsul aŭ fost leĭ.

27. *Inmulţirea numerelor de câte o cifră se face din memorie.*

Pentru acésta servă tabla înmulţiriĭ numerelor de câte o cifră, care se pune sub următórea formă prescurtată:

Orizontale

Verticale

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Acésta tablă se numesce *tabla luĭ Pitagora.*

Pentru a găsi într'însa produsul a două num cifră, spre exemplu al luĭ 8 prin 6, căutăm pe deîr prima linie orizontală, şi ne scoborîm de la dînsu linia orizontală care trece prin numĕrul 6, pus în prima colónă verticală la stânga, și acolo găsim produsul 48.

28. **Regula II.** *Când înmulțitorul are numaĭ o cifră, iar deînmulțitul maĭ multe, înmulțim cu înmulțitorul pe fiecare din cifrele deinmulțituluĭ, mergĕnd de la drépta spre stânga. Dacă produsul este maĭ mic de cât 10, îl scriem sub cifra deînmulțituluĭ cu care l-am căpătat; iar dacă este maĭ mare de cât 10, scriem dedesupt numaĭ unimile luĭ, și numĕrul zecimilor îl adăogim la produsul următor.*

Exemplu. Să se înmulțéscă 3078 cu 6.

3078 . . .	Deînmulțitul
6 . . .	Inmulțitorul
18468 . .	Produsul.

Am zis: de 6 orĭ 8 fac 48; am scris dedesubt cifra 8 a unimilor, iar 4 de la zecimĭ îl ținem ca să-l adăogim la zecimĭ.

De 6 orĭ 7 fac 42; și cu 4, ținute de la unimĭ, fac 46; scriŭ pe 6, și țin pe 4.

Urmând tot așa până la fine, găsesc produsul 18468.

29. **Regula III.** *Când și inmulțitorul, și deînmulțitul aŭ maĭ multe cifre, scriem pe înmulțitor sub deînmulțit, ca la adunare; înmulțim pe deînmulțit cu fie-care cifră a înmulțitoruluĭ, după regula II, și fie care produs îl scriem dedesubt, începĕnd de sub cifra înmulțitoruluĭ cu care l-am căpătat; adunăm tóte aceste produse astfel așezate, și suma este produsul total.*

Exemplu. Să se înmulțéscă 28453 cu 607.

28453 . . .	Deînmulțitul.
607 . . .	Inmulțitorul.
199171	
170718	
17270971 . .	Produsul.

Am înmulțit pe 28453 cu 7, și produsul 199171 l-am scris dedesubt, începĕnd de sub 7.

Am înmulțit pe 28453 cu 6, și produsul 170718 l-am scris dedesubt, începĕnd de sub 6.

Zecimĭ nefiind la înmulţitor, nu am înmulţit cu ele.

Adunăm cele două produse dobândite, aşa cum sunt aşezate, şi găsim 17270971, care este produsul total.

30. Regula IV. *Dacă vre-unul din factorĭ, saŭ şi amêndoĭ, aŭ nule la sfârşit, înmulţim fără să ne uităm la dînsele, şi le scriem numaĭ la drépta produsuluĭ.*

Exemple. I. Să se înmulţéscă 438000 cu 50600.

```
      438000
      50600
    --------
     2628
    2190
   -----------
   22162800000
```

Am înmulţit numaĭ pe 438 prin 506; şi la drépta produsuluĭ 221628, am scris pe cele cincĭ nule de la deînmulţit şi de la înmulţitor.

II. Să se înmulţéscă 4286 cu 1000.

Urmând după regulă, găsesc că produsul este 4286000.
Aşa dar, *dacă înmulţitorul este 1 urmat de nule, produsul se găsesce scriind acele nule la drépta deînmulţituluĭ.*

31. Proba înmulţiriĭ. *Ca să facem proba înmulţiriĭ, schimbăm rîndul factorilor, şi înmulţim din noŭ; dacă produsul ce căpătăm acum este tot una cu cel d'întâiŭ, lucrarea a fost bună.*

Exemplu.

```
        Inmulţire.                          Probă.
Deînmulţit . . . . . . 4608          527  . . . Deînmulţit
Inmulţitor . . . . . .  527         4608  . . . Inmulţitor
                      -----        -----
                      32256         4216
                       9216        3162
                      23040       2108
                    -------       -------
Produs . . . . . . .2428416       2428416 . . . Produs
```

Probleme. I. Un stânjen de lemne costă 58 leĭ; cât vor costa 26 stânjenĭ? (R. 1508 leĭ).

II. Un pădurar taie şi curăţă 28 de arborĭ pe zi; câţĭ arborĭ va putea el să taie şi să curețe în 49 zile? (R. 1372 arborĭ).

III. Intr'o zi sunt 24 de ore, și într'o oră 60 minute; câte minute sunt în 8 zile? (R. 11520 minute).

IV. Cât costă 27 bucăți de pânză, de câte 56 metri fie-care bucată, câte 2 leĭ metrul? (R. 3024 leĭ).

V. Cât costă o moșie de 326 pogóne, prețul unuĭ pogon fiind de 135 leĭ? (R. 44010 leĭ).

VI. Intr'o fabrică lucréză 42 de lucrătoriĭ cu câte 3 leĭ pe zi de fie-care lucrător. Cât se plătesce la toțĭ lucrător pe zi? cât li se plătesce pe 6 zile? (R. 126 leĭ pe zi; 756 leĭ pe 6 zile).

VII. Un om câștigă 148 leĭ pe lună; cât câștigă pe an? (R. 1776 leĭ).

VIII. Câte minute sunt într'un an de 365 de zile? (R. 525600 minute).

IX. O carte are 236 pagine; pe fie-care pagină sunt câte 28 de rîndurĭ, și în fie-care rînd câte 39 de litere; câte litere sunt în tótă cartea? (R. 257712 litere).

Impărțirea.

32. *Impărțirea* este o operațiune prin care scădem pe un număr din altul de câte-orĭ se póte.

Numĕrul din care trebue să scădem se chiamă *deîmpărțit;* numĕrul, pe care trebue să-l scădem, se chiamă *împărțitor;* iar resultatul împărțiriĭ se chiamă *cât.*

33. Impărțitorul se scrie la drépta deîmpărțituluĭ, și între dînsele se pune semnul : care se citesce *împărțit cu.* Impărțirea se maĭ arată și scriind pe împărțitor sub deîmpărțit, și despărțindu-ĭ printr'o linie dréptă orizontală.

Exemple. I. In clasa nóstră sunt 24 de școlarĭ, și în fie-care bancă încap câte 6 școlarĭ; în câte băncĭ vor încăpea toțĭ școlariĭ? — R. In 4 băncĭ; pentru-că punênd 6 școlarĭ în banca 1-a, 6 în banca 2-a, 6 în banca 3-a, și 6 în banca 4-a, se împlinesce numĕrul de 24 școlarĭ.

24 este deîmpărțitul, 6 este împărțitorul, și 4 este câtul.

Acéstă împărțire se scrie așa:

$$24 : 6, \text{ saŭ } \frac{24}{6}$$

II. Cine-va vrea să împartă 20 mere la 5 copiĭ; câte mere trebue să dea la fie-care? — R. câte 4 mere; pentru-că dând maĭ întâiŭ fie-căruĭ copil câte un măr din cele 20, şi făcênd acésta de 4 orĭ, se isprăvesc tóte cele 20 de mere.

20 este deîmpărţitul, 5 este împărţitorul, şi 4 este câtul.

III. S'a plătit câte 7 leĭ pe metrul de postav; câţĭ metri de postav se pot cumpĕra cu 25 leĭ?

Vom socoti aşa:

Din ceĭ 25 leĭ, pot să scot de 3 orĭ câte 7 leĭ; prin urmare pot cumpĕra 3 metri de postav. Insă 3 metri, a 7 leĭ, fac numaĭ 21 leĭ; prin urmare aŭ maĭ rĕmas 4 leĭ, cu carĭ nu pot cumpĕra încă un metru de postav.

In acest exemplu, împărţitorul 7 nu s'a putut scădea din deîmpărţitul 25, aşa încât să nu maĭ rĕmână nimic. Numĕrul 4 care a rĕmas se chiamă *restul împărţiriĭ*; iar împărţirea se zice că *nu se face exact*.

34. **Regula I.** *Restul este tot-d'a-una maĭ mic de cât împărţitorul.*

35. Din definiţiunea împărţiriĭ, precum şi din exemplele precedente, se vede că, dacă adunăm pe împărţitor de atâtea orĭ câte unimĭ are câtul, şi dacă adunăm şi restul, când se află, trebue să regăsim pe deîmpărţit. Aşa dar:

Regula II. *Deîmpărţitul este egal cu împărţitorul înmulţit cu câtul, plus restul, când se află.*

Ast-fel, în exemplul I, $24=6\times4$;
în exemplul II, $20=5\times4$;
în exemplul III, $25=7\times3+4$.

36. **Regula III.** *Dacă împărţitul este numĕr concret, el póte fi de acelaşĭ fel orĭ cu împărţitorul, orĭ cu câtul; iar restul este tot-d'a-una de acelaşĭ fel cu deîmpărţitul.*

Aşa, în esemplul I de maĭ sus, deîmpărţitul, 24 de şcolarĭ, e de acelaşĭ fel cu împărţitorul, 6 şcolarĭ.

In exemplul II, deîmpărţitul, 20 mere, este de acelaşĭ fel cu câtul, 4 mere.

In exemplul III, deîmpărţitul, 25 leĭ, este de acelaşĭ fel cu câtul, 3 leĭ; iar restul, 4 leĭ, este de acelaşĭ fel cu deîmpărţitul 25 leĭ.

37. *Impărţirea numerelor celor micĭ se face din memorie.*

Exemple. I. Să se împartă 40 prin 8.

Câtul este 5, pentru-că $8 \times 5 = 40$.

II. Să se împartă 57 prin 9.

Câtul este 6, cu restul 3, pentru-că $9 \times 6 + 3 = 57$.

38. **Regula IV.** *Dacă împărţitorul are maĭ multe cifre, şi dacă înmulţit cu 10 se face maĭ mare de cât deîmpărţitul, despărţim la stânga deîmpărţituluĭ una saŭ două cifre, câte trebue ca să pótă conţine prima cifră a împărţitoruluĭ, şi numĕrul despărţit îl împărţim prin acea primă cifră, a împărţitoruluĭ; cu câtul aflat, înmulţim pe tot împărţitorul, şi produsul acesta îl scădem din deîmpărţit. Dacă scăderea se póte face, câtul aflat este bun; iar dacă nu, el maĭ trebue micşorat, şi din noŭ trebue să înmulţim pe împărţitor cu dînsul şi produsul să-l scădem din deîmpărţit. Restul ce va rĕmâné din acéstă scădere va fi restul împărţiriĭ, şi trebue să fie maĭ mic de cât împărţitorul.*

Exemplu. Să se împartă 24305 prin 4753.

Impărţitorul este 4753; dacă'l înmulţesc cu 10, adică dacă 'ĭ adaog o nulă la fine, el se face 47530, numĕr maĭ mare de cât deîmpărţitul 24305; aşa dar împărţirea se face după regula IV.

Deîmpărţitul . . .	24305	4753	Impărţitorul.
	23765	5	Câtul.
Restul	540		

Prima cifră de la deîmpărţit, 2, nu póte cuprinde pe prima cifră de la împărţitor, 4; de aceea luăm primele două cifre de la deîmpărţit, şi le împărţim cu 4. Câtul este 6; însă dacă înmulţesc pe 4753 cu 6, găsesc un produs maĭ mare de cât 24305; de aceea, las pe 6 şi pun pe 5 la cât. Produsul luĭ 4753 prin 5 este 23765, care este maĭ mic de cât 24305, şi scăzut dintr'însul, dă restul 540, maĭ mic de cât 4753; prin urmare, câtul împărţiriĭ luĭ 24305 prin 4753 este 5, cu restul 540.

39. **Regula V.** *Dacă împărţitorul înmulţit cu 10 este maĭ mic de cât deîmpărţitul, despărţim de la stânga deîmpărţituluĭ atâtea cifre câte trebue ca să cuprindă pe împărţitor, şi împărţim după regula IV. La drépta restuluĭ ce va rĕmâné, scriem cifra următóre a deîmpărţuluĭ, şi împărţim din noŭ prin împărţitor, urmând ast-fel până se vor termina tóte cifrele deîmpărţituluĭ. Dacă vre-una din impărţirile acestea nu se va putea face, vom pune zero la cât, iar lucrarea se va urma tocmaĭ după regulă.*

Exemplu. Să se împartă 19110564 prin 3789.

Impărţitorul 3789, înmulţit cu 10, face 37890, numĕr maĭ mic de cât deîmpărţitul; prin urmare, vom aplica regula V.

Deîmpărţitul .	19110554	3789	Impărţitorul.
	18945	5043	Câtul.
	16556		
	15156		
	14004		
	11367		
Restul . .	2637		

De la deîmpărţit, am despărţit cifrele 19110, câte pot cuprinde pe 3789, şi împărţind după regula V, am găsit câtul 5, pe care l-am scris la cât, şi restul 165.

La drépta acestuĭ rest, 165, scriŭ cifra 5, care vine la deîmpărţit îndată după 19110, şi formézǎ numĕrul 1655, pe care îl împart iarăşĭ prin împărţitorul 3789; însă fiind-că 1655 e maĭ mic de cât 3789, pun zero la cât.

Urmând tot aşa până se termină tóte cifrele de la deîmpărţit, găsesc câtul 5043 şi restul 2637.

40. **Regula VI.** *Dacă împărţitorul are nule la fine, le lăsăm la o parte; tăiem şi de la finele deîmpărţituluĭ tot atâtea cifre, câte nule aŭ fost la împărţitor, şi împărţim numaĭ numerele ce maĭ rĕmên; iar la drépta restuluĭ, scriem cifrele ce am tăiat de la deîmpărţit.*

Exemplu. Să se împartă 1046568530 prin 413000.

```
1046568530 | 413000
 826       |--------
 ----      | 2534
 2205      |
 2065      |
 ----      |
  1406     |
  1239     |
  ----
   1678
   1652
 ---------
     26530
```

Am lăsat la o parte cele treĭ nule de la drépta împărţitoruluĭ, precum şi cele treĭ cifre 530, de la drépta deîmpărţituluĭ, şi am împărţit numaĭ numerele ce aŭ maĭ rĕmas, adică 1046568 prin 413. Am găsit câtul 2534 şi restul 26. La drépta acestuĭ rest, am scris cifrele 530, tăiate de la deîmpărţit, aşa că restul adevĕrat este 26530.

41. Proba împărţiriĭ. *Proba împărţiriĭ se face înmulţind pe împărţitor cu câtul şi adunând şi reĭtul, când se află. Dacă resultatul este egal cu deîmpărţitul, operaţiunea a fost bine făcută.*

Exemple. I. Să se facă proba împărţiriĭ luĭ 89316 prin 827, la care am găsit câtul 108, fără rest.

```
  827 . .  Impărţitorul.
  108   .  Câtul
 ----
 6616
 827
 ----
89316   .  Deîmpărţitul.
```

II. Am împărţit pe 173509 prin 4582, şi am găsit câtul 37 şi restul 3975. Să se facă proba.

```
  4582 . . . Impărţitorul
    37 . . . Câtul
 ------
 32074
 13746
 ------
169534
  3975 . . . Restul
 ------
173509 . . . Deîmpărţitul.
```

Probleme. I. Pentru 426 chile de orz s'aŭ plătit 8946 leĭ; cât costă chila? (R. 21 leĭ).

II. 34 de ómenĭ, lucrând împreună, aŭ săpat un șanț lung de 442 metri; câțĭ metri a săpat fie-care din eĭ? (R. Câte 13 m.).

III. S'aŭ plătit 708 leĭ pentru nisce lemne, fie-care stânjen costând câte 59 leĭ; câțĭ stânjenĭ de lemne s'aŭ cumpĕrat? (R. 12 stânjenĭ).

IV. Un cal merge 56 kilometri în 7 ore; câțĭ kilometri merge pe oră? (R. 8 kilometri).

V. Cine-va cheltuesce, pentru hrana sa și a familieĭ sale, 2190 leĭ pe an; cât cheltuesce pe zi, sciind că anul are 365 zile? (R. 6 leı).

VI. Chila de porumb costă 47 leĭ; câte chile se pot çumpĕra cu 5423 leĭ? (R. 115 chile, și maĭ rĕmân 18 leĭ).

VII. Cine-va are o datorie de 4775 leĭ, și se învoesce să plătéscă câte 25 leĭ pe sĕptĕmână, pâna la plata datorieĭ întregĭ; în câte sĕptĕmânĭ se va plăti el de datorie? (R. In 191 sĕptĕmânĭ).

VIII. Un lucrător primesce câte 2 leĭ pentru fie-care metru de stofă ce lucréză; in 24 zile, el primesce 288 leĭ; câțĭ metri de stofă a lucrat el pe fie-care zi? (R. 6 metri).

IX. Cine-va are un venit de 3066 leĭ pe an, din care vrea să economisésca a 6-a parte; câte cât trebue să cheltuiască el pe zi? (R. Câte 7 leĭ).

Probleme asupra celor patru operațiunĭ cu numere întregĭ.

I. Un oraș este împărțit în cincĭ colorĭ (despărțirĭ), dintre carĭ una are 9524 locuitorĭ și 895 case; a doua, 14910 locuitorĭ și 1043 case; a treia, 7922 locuitorĭ și 729 case; a patra, 11505 locuitorĭ și 951 case; a cincea, 18437 locuitorĭ și 1287 case; câțĭ locuitorĭ și câte case are orașul întreg?

II. Averea cuĭ va se compune dintr'o casă, în preț de 42536 leĭ; douĕ moșiĭ, din carĭ una de 134508 leĭ, și alta de 416256 leĭ; o vie de 14000 leĭ; o pădure de 32475 leĭ, și banĭ în numĕrătóre 44613 leĭ; cât face tótă averea sa?

III. Intr'o şcólă sunt 83 şcolarĭ în clasa I, 57 în clasa II, 44 în clasa III şi 31 în clasa IV; căţĭ şcolarĭ sunt în tótă şcólă?

IV. Frate-meŭ cel maĭ mare s'a născut în anul 1858; în ce an va fi el de 43 anĭ?

V. Un neguţător a cumpĕrat 16 metri de postav cu 385 leĭ, şi l-a vîndut cu un câştig de 32 leĭ. A doua óră a maĭ cumpĕrat 37 metri cu 547 leĭ, şi l-a vîndut cu un câştig de 69 leĭ. Căţĭ metri de postav a cumpĕrat el cu totul? Cât a plătit în totul? Cât a câştigat cu totul?

VI. Să se facă socotéla cheltuelilor următóre:

Haine pentru copiĭ	98 leĭ
Provisiunĭ pentru sĕrbătorĭ .	35 „
Un stânjen de lemne . .	47 „
Léfa servitóreĭ	26 „

VII. Nisce marfă s'a cumpĕrat cu 235 leĭ, şi s'a vîndut 71 leĭ; cât s'a câştigat la dînsa?

VIII. Un merar cântăresce coşurile sale pline cu mere, şi găsesce că cântăresc cu totul 52 kilograme; câte mere are el, sciind că coşurile góle cântăresc 8 kilograme?

IX. Tata s'a născut în anul 1853; de căţĭ anĭ este el astăzĭ?

X. Ión este astăzĭ de 53 de anĭ; în ce an s'a născut el?

XI. Un neguţător câştigă într'un comerţ 4251 leĭ, iar în altul perde 2633 leĭ; cât i-a rĕmas câştig curat?

XII. O bucătărésă se duce în piaţă cu un bilet de 20 leĭ; ea cumpĕră carne de 3 leĭ, legume de 2 leĭ, pâne de 1 leŭ şi cafea de 4 leĭ; căţĭ banĭ 'ĭ maĭ rĕmân?

XIII. Cine-va prinde 556 leĭ din vînzarea unuĭ cal, unuĭ boŭ şi uneĭ vacĭ. Pe cal a luat 362 leĭ; pe boŭ, cu 231 leĭ maĭ puţin de cât pe cal; cât a luat pe vacă?

XIV. Un om avea 42534 leĭ; din aceştia el iea 12418 leĭ ca să-şĭ facă o casă, şi 3248 ca să plătéscă o datorie? cât i-a maĭ rĕmas?

XV. Un corp de armată consumă pe zi 2856 kilograme de pâne, 625 kilograme de carne şi 1943 kilograme de legume; câtă pâne, câtă carne şi câte legume va consuma într'un an?

XVI. Câţĭ locuitorĭ are un district, în care se află 13 comune cu câte 2514 locuitorĭ, 75 comune cu câte 913 locuitorĭ, 108 comune cu câte 522 locuitorĭ, şi 235 comune cu câte 351 locuitorĭ?

XVII. Câte zile sunt în 36 sĕptĕmânĭ?

XVIII. Un sticlar pune gémurĭ la 7 ferestre; fie-care feréstră are câte 8 gémurĭ, şi pentru fie-care gém se plătesc câte 2 leĭ; cât trebue să priméscă sticlarul?

XIX. O baterie de arilerie cuprinde 6 tunurĭ; fie-care tun póte trage 25 loviturĭ pe oră; câte loviturĭ va putea trage bateria întrégă în 5 ore?

XX. 13 persóne împart între ele o sumă de banĭ, şi fie-care primesce câte 22 leĭ; cât a fost suma întrégă?

XXI. 18 lucrătorĭ aŭ făcut un lucru óre-care în 16 zile; câte zile ar trebui pentru ca un singur lucrător să facă acelaşĭ lucru?

XXII. Un césornic înaintéză cu câte 5 minute pe zi; iar altul rĕmâne înapoĭ cu câte 3 minute pe zi; cu cât va fi maĭ înainte cel d'întâiŭ de cât cel de al douilea peste 15 zile?

XXIII. Un lucrător este tocmit cu câte 4 leĭ pe zi; el lucréză 38 zile, şi în timpul acesta primesce 69 leĭ; cât maĭ are de primit?

XXIV. Intr'o fabrică lucréză 14 lucrătorĭ cu câte 3 leĭ pe zi, şi 18 lucrătorĭ cu câte 2 leĭ pe zi; cât va fi plata tuturor lucrătorilor pe o sĕptĕmână de lucru, sciind că Dumineca nu se lucréză?

XXV. Un neguţător cumpĕră o bute de 38 vedre de vin cu câte 13 leĭ vadra, şi-l vinde cu câte 11 leĭ vadra; cât a perdut în acest comerţ?

XXVI. Cât trebue să se plătéscă pentru 15 duzine de batiste, fie-care batistă costând 35 banĭ?

XXVII. Cât costă 13000 cărămizĭ, a 38 leĭ mia?

XXVIII. O cişmea dă 18 litri de apă pe oră; altă cişmea dă câte 15 litri pe oră, iar a treia câte 12 litri; câţĭ litri de apă vor da ele în 2 zile şi 6 ore, curgênd împreună?

XXIX. Un neguţător cumpĕră 525 metri de pânză cu câte 2 leĭ metrul; el vinde dintr'însa 85 metri cu câte 4 leĭ, iar restul cu câte 3 leĭ metrul; cât a câştigat?

XXX. Pentru construirea uneĭ case, s'aŭ întrebuinţat 15 lucrătorĭ în timp de 13 zile, plătindu-li-se câte 3 leĭ pe zi de fie-care. Materialele de construcţiune aŭ costat 834 leĭ. Casa a fost pe urmă vîndută cu un câştig de 214 leĭ; cu cât s'a vîndut?

XXXI. Un césornic întârzie cu 3 minute pe sĕptĕmână; în câte sĕptĕmânĭ va întârzia cu o oră?

XXXII. 9531 kilograme de marfă trebue încărcate în 9 căruţe; câte cât trebue pus în fie-care căruţă?

XXXIII. Un negutător a cumpĕrat 8 metri de postav cu 152 leĭ, şi vrea să-l vînză cu un câştig total de 24 leĭ; cu cât trebue să vînză fie-care metru de postav?

XXXIV. O sumă de 951 leĭ se împarte la 5 persóne; cele două d'întâiŭ iaŭ fie-care câte 246; câte cât trebue să iea fie-care din cele-lalte treĭ?

XXXV. Nisce marfă a fost cumpĕrată cu câte 3 leĭ kilogramul, şi a costat 450 leĭ; cheltuelile de transport aŭ fost de 55 leĭ. Cât să se vîndă kilogramul de acéstă marfă, pentru a avea un câştig total de 95 leĭ?

XXXVI. S'a plătit 1800 leĭ la 25 lucrătorĭ pentru 24 zile de lucru; cât era plătit pe zi fie-care lucrător.

CAPITOLUL III.

Numere zecimale.

Despre fracţiunĭ în genere.

42. *Fracţiune* se chiamă una saŭ maĭ multe din părţile egale în carĭ se împarte unimea, saŭ maĭ multe unimĭ.

Exemplu. Linia dréptă AB se împarte în 9 părţĭ egale, şi se iea partea AC, care cuprinde 5 părţĭ din acestea; AC

C

A  B

este o fracţiune din linia întrégă.

43. Ca să cunóscem mărimea uneĭ fracţiunĭ, trebue să scim două lucrurĭ:

1° In câte părţĭ egale s'aŭ împărţit unimea;

2° Câte din acele părţĭ s'aŭ luat.

Ast-fel, în exemplul precedent, ca să ştim cât de mare este AC, a trebuit să scim că linia întrégă s'a împărţit în 9 părţĭ, şi că din acele părţĭ, s'aŭ luat 5.

Numĕrul care arată în câte părţĭ egale s'a împărţit unimea se chiamă **numitor**; *iar cel care arată câte s'aŭ luat din acele părţĭ se chiamă* **numĕrător**.

In exemplul precedent, numitorul este 9, iar numĕrătorul este 5.

Numĕratorul şi numitorul, amîndoĭ împreună, se chiamă *termeniĭ fracţiuniĭ*.

44. **Regula I.** *O fracţiune se scrie punĕnd pe numitor sub numĕrător, şi despărţindu-ĭ printr'o linie dréptă; iar la citire, se citesce întâiŭ numĕratorul, pe urmă numitorul. punĕnd între dînşiĭ cuvîntul* **din**, *saŭ* **pe**, *saŭ* **a**.

Aşa, fracţiunea 5 părţĭ din 9, din exemplul precedent, se va scrie

$$\frac{5}{9},$$

şi se va citi: 5 *din* 9; saŭ 5 *pe* 9; saŭ 5 *a* 9-a.

45. **Regula II.** *Dintre două carĭ aŭ acelaşĭ* **numĕrător**, *fracţiunea cea maĭ* **mică** *este cea care are* **numitorul** *maĭ* **mare**, pentru-că atuncĭ unimea se împarte în părţĭ maĭ multe, şi de aceea părţile sunt maĭ micĭ.

Exemplu. Fracţiunea $\frac{5}{18}$ este maĭ mică de cât $\frac{5}{9}$; pentru-că şi una şi alta cuprinde 5 părţĭ din unime; însă în $\frac{5}{9}$ unimea s'a împărţit în 9 părţĭ, iar în $\frac{5}{18}$, în 18 părţĭ; prin urmare, părţile din $\frac{5}{18}$ sunt maĭ micĭ de cât cele din $\frac{5}{9}$.

46. **Regula III.** Din regula II urméză că, *dacă se* **înmulţesce** *numitorul uneĭ fracţiunĭ cu un numĕr*, *fracţiunea* **se împarte** *cu acel numĕr; iar dacă* **se împarte** *numitorul cu un numĕr, fracţiunea* **se înmulţesce** *cu acel numĕr.*

Exemple. I. Fie fracţiunea $\frac{5}{9}$.

Inmulţind numitorul cu 3, avem fracţiunea $\frac{5}{9\times3}=\frac{5}{27}$, care este de 3 orĭ *maĭ mică* de cât $\frac{5}{9}$.

Impărţind numitorul cu 3, avem fracţiunea $\frac{5}{9:3}=\frac{5}{3}$ care este de 3 orĭ *maĭ mare* de cât $\frac{5}{9}$.

II. Fracţiunea $\frac{1}{10}$ este de 10 orĭ maĭ mare de cât $\frac{1}{100}$; $\frac{1}{100}$ de 10 orĭ maĭ mare decât $\frac{1}{1000}$; $\frac{1}{1000}$ de 10 orĭ maĭ mare de cât $\frac{1}{10000}$; etc.

47. **Regula IV**. *Dintre două fracţiunĭ carĭ aŭ acelaşĭ* **numitor**, *fracţiunea cea maĭ* **mare** *este cea care are* **numĕrător** *maĭ* **mare**; pentru-că atuncĭ se iaŭ maĭ multe din părţile în carĭ s'a împărţit unimea.

Exemplu. Fracţiunea $\frac{7}{9}$ este maĭ mare de cât $\frac{5}{9}$; pentru-că, şi în una şi în alta, unimea s'a împărţit tot în 9 părţĭ, însă în cea d'întâiŭ s'aŭ luat 7 părţĭ, iar în cea de a doua numaĭ 5.

48. **Regula V**. Din regula IV urmeză că, *dacă* **se înmulţesce** *numĕrătorul uneĭ fracţiunĭ cu un numĕr, fracţiunea* **se înmulţesce** *cu acel numĕr; iar dacă* **se împarte** *numĕrătorul cu un numĕr, fracţiunea* **se împarte** *cu acel numĕr.*

Exemplu. Fie fracţiunea $\frac{4}{9}$.

Inmulţind numĕrătorul cu 2, avem fracţiunea $\frac{4\times2}{9}=\frac{8}{9}$, care este de 2 orĭ *maĭ mare* de cât $\frac{4}{9}$.

Impărţind numĕrătorul cu 2, avem fracţiunea $\frac{4:2}{9}=\frac{2}{9}$, care este de 2 orĭ *maĭ mică* de cât $\frac{4}{9}$.

49. **Regula VI**. Din regulele III şi V urméză că, *dacă înmulţim saŭ împărţim ambiĭ termenĭ a uneĭ fracţiunĭ cu acelaşĭ numĕr, valórea fracţiuniĭ nu se schimbă*; pentru-că atuncĭ cu cât se înmulţesc de o parte, se împarte de cea-laltă parte.

Exemple. I. Fracţiunea $\frac{5}{9}$ este tot atât de mare cât şi $\frac{5\times3}{9\times3}=\frac{15}{27}$, pentru-că, înmulţindu-ĭ numĕrătorul cu 3, am făcut-o de 3 orĭ maĭ mare; şi înmulţindu-ĭ numitorul cu 3, am făcut-o de 3 orĭ maĭ mică; aşa că ea a rĕmas neschimbată.

Fracţiunea $\frac{6}{9}$ este tot atât de mare cât şi $\frac{6:3}{9:3}=\frac{2}{3}$; pentru-că, împărţindu-ĭ numĕrătorul cu 3, am făcut-o de 3 orĭ maĭ mică; şi împărţindu-ĭ numitorul cu 3, am făcut-o de 3 orĭ maĭ mare; aşa că ea rĕmas neschimbată.

50. **Fracţiunĭ zecimale** *sunt acelea în carĭ numitorul este 10, saŭ 100, saŭ 1000, saŭ 10000, etc.*

Fracţiunile care pot avea ca numitor orĭ ce numĕr se chiamă *fracţiunĭ ordinare.*

Exemple. $\frac{5}{10}$ $\frac{6}{100}$ $\frac{17}{1000}$... sunt fracţiunĭ zecimale.

Fracţiunile $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{25}$, $\frac{17}{838}$, sunt fracţiunĭ ordinare.

51. **Numĕr zecimal** *se chiamă un numĕr care cuprinde şi întregĭ, şi o fracţiune zecimală.*

Scrierea numerelor zecimale.

52. **Regula I.** *La numerele zecimale, se scriŭ maĭ întâiŭ întregiĭ dacă sunt; iar dacă nu sunt, se pune o nulă în locul lor. După întregĭ, se pune o virgulă. După virgulă, cea d'întâiu cifră care vine se socotesce ca avênd de numitor pe 10; a doua pe 100; a treia pe 1000; a patra pe 10000; şi aşa maĭ departe.*

Exemplu. In numĕrul

36,47853,

partea 36 însemnéză întregĭ, după care este pusă virgula.

Cifra 4, care vine îndată după virgulă, este zecimale cu numitorul 10, şi se numesce *4 din 10.*

Cifra 7 care vine a doua după virgulă, este din 100, şi se numesce *7 din 100.*

Cifra, care vine a treia după virgulă, este din 1000, se citesce *8 din 1000.*

Şi aşa maĭ departe.

53. Din acest exemplu se vede că, într'un numĕr zecimal, unimile arătate de fie-care cifră sunt de 10 orĭ maĭ marĭ de cât unimile arătate de cifra următóre, pentru-că numitoriĭ cresc din 10 în 10, când trecem de la o cifră la cea următóre. Aşa, cifra 4 arată unităţĭ din 10, iar cifra 7 unităţĭ din 100; cele d'întâiŭ sunt de 10 orĭ maĭ marĭ de cât cele de al doilea. Tot aşa unităţile arătate de cifra 7 sunt de 10 orĭ maĭ marĭ de cât unităţile arătate de cifra 8, şi aşa maĭ departe.

54. Din acelaşĭ exemplu se maĭ vede că, o fracţiune zecimală póte cuprinde părţĭ de maĭ multe felurĭ. Aşa în 36,47853, avem 4 părţĭ din 10, 7 din 100, 8 din 1000, 5 din 10000, şi 3 din 100000.

55. *Observare.* Regula de maĭ sus nu este alt-ceva de cât regula I de la scrierea numerelor (10), întinsă la fracţiunile zecimale.

In adevĕr, după acea regulă, *o cifră pusă la stânga alteia însemnéză de zece orĭ maĭ multe unităţĭ de cât dacă ar fi pusă în locul aceleia.*

In numĕrul

36,47853,

cifra 6 însemnéză *unimĭ;*

cifra 4, fiind la drépta unimilor, însemnéză de 10 orĭ maĭ puţin de cât dacă ar fi la unimĭ, adică din 10;

cifra 7, fiind la drépta celor din 10, însemnéză de 10 orĭ maĭ puţin de cât dacă ar fi în locul lor, adică din 100;

cifra 8, fiind la drépta celor din 100, însemnéză de 10 orĭ maĭ puţin de cât ar fi în locul lor, adică din 1000.

Şi aşa maĭ departe.

56. **Regula III.** *Pentru a scrie un numĕr zecimal, scriem maĭ întâiŭ întregiĭ şi punem virgulă după dînşiĭ; după virgulă, scriem numĕrătorul fracţiuniĭ, aşa că cea din urmă cifră a luĭ să aibă locul arătat de numitorul fracţiuniĭ, după regula I; iar dacă cifrele numĕrătoruluĭ nu sunt de ajuns pentru acésta, maĭ adăogim nule între virgulă şi numĕrător.*

Exemple. I. Să se scrie numĕrul zecimal: douĕ-zecĭ şi cincĭ de întregĭ, şi patru sute douĕ-zecĭ şi nouĕ din o mie.

In acest numĕr, 25 sunt întregiĭ, 429 este numĕrătorul, şi 1000 este numitorul. El se scrie aşa:

25,429.

Am scris partea întrégă 25, şi am pus virgulă; pe urmă am scris numĕrătorul 429, aşa că cea din urmă cifră, 9, să fie din 1000, adică a treia după virgulă.

II. Să se scrie: cincĭ-zecĭ şi şapte din zece miĭ.

Intregĭ nu sunt, şi de aceea se va pune zero în locul lor; numĕrătorul este 57, iar numitorul 10000. Numĕrul se scrie aşa:

0,0057.

Am pus zero pentru întregĭ; iar după virgulă, am pus maĭ întâiŭ douĕ nule, pentru-că, fracţiunea fiind din 10000, trebuia ca cifra 7 să fie a patra după virgulă.

Exerciţiĭ. Să se scrie în cifre numerele urmĕtóre:

I. Cincĭ-zecĭ şi opt din o sută.

II. Treĭ-spre-zece din o sută.

III. Doĭ întregĭ şi treĭ-zecĭ şi una din zece miĭ.

IV. Douĕ sute şése dintr'un milion.

V. Nicĭ un întreg şi patru-zecĭ şi douĕ din o sută de miĭ.

VI. Treĭ miĭ cincĭ sute de întregĭ şi patru din o mie.

Citirea numerelor zecimale.

57. Regulă. *Pentru a citi un numĕr zecimal, citim maĭ întâiŭ întregiĭ; pe urmă citim partea zecimală, care vine după virgulă, întocmaĭ ca şi cum ar fi întregĭ, spunênd şi numitorul cifreĭ de la urmă.*

Exemplu. Să se citéscă numĕrul 2,000297.

Acest numĕr se citesce: doĭ întregĭ, şi douĕ sute nouĕzecĭ şi şépte *dintr'un milion.* Am zis *dintr'un milion*, pentrucă cifra 7 de la finele părţiĭ zecimale este a *şésea* după virgulă, şi prin urmare dintr'un milion.

Exerciţiĭ. Să se citéscă numerele:

48,502	5,04500
10,06	0,223174
0,0028	75,2710
0,0000005	0,000202
829,060430	500,0007

Proprietăţi ale numerelor zecimale.

58. Regula I. *O fracţiune zecimală este cu atât maĭ mare cu cât cifra cea maĭ apropiată după virgulă este maĭ mare.*

Exemplu. Dintre fracţiunile 0,054; 0,007034 şi 0,01489, cea maĭ mare este 0,054, pentru-că într'însa, a doua cifră după virgulă este 5, pe când în a doua fracţiune este 0, şi în a treia 1.

59. Regula II. *Un numĕr zecimal nu-şĭ schimbă valórea, dacă i se adaogă saŭ i se taie orĭ câte nule, la început saŭ la fine.*

Exemple. Numĕrul 5,07 este tot atât de mare cât şi 5,0700, precum şi 005,0700. Tot aşa, fracţiunea 0,730000 este egală cu 0,730 şi cu 0,73.

Causa este că, adăogînd saŭ tăind nule de la finele unuĭ numĕr zecimal, înmulţim saŭ împărţim, şi pe numĕrător, şi pe numitor, cu acelaşĭ numĕr; iar nulele, adăogite saŭ tăiate de la început, nu schimbă de loc, nicĭ pe numĕrător, nicĭ pe numitor.

Ast-fel fracţiunea 0,730000 are de numĕrător pe 730000 şi de numitor pe 1000000; iar 0,73 are de numĕrător pe 73, care este de 10000 de orĭ maĭ mic de cât 730000; iar de numitor pe 100, tot de 10000 de orĭ maĭ mic de cât 1000000.

Numerele 5,07 şi 005,07 sunt egale, pentru-că amândouĕ aŭ de numitor pe 100.

60. Regula III. *Un numĕr zecimal se înmulţesce cu 10 dacă i se mută virgula cu o tréptă către drépta; se înmulţeşte cu 100, dacă virgula se mută cu douĕ trepte către drépta; cu 1000, dacă se mută cu treĭ trepte; cu 10000, dacă se mută cu patru trepte; si aşa maĭ departe.*

Exemple. I. Fie fracţiunile:

7382,501496,
73825,01496,
738250,1496,
7382501,496,

carĭ nu se deosibesc între ele de cât prin locul unde este pusă virgula. A doua dintre dînsele este de 10 orĭ maĭ mare de cât cea d'întâiŭ; a treia de 100 orí maĭ mare; a patra de 1000 de orĭ maĭ mare, etc.; pentru-că în a doua, virgula este mutată spre drépta cu o tréptă; în a treia, cu douĕ, în a patra, cu treĭ; etc.

Causa că fracţiunea se înmulţesce cu 10, cu 100, cu 1000... când virgula se mută către drépta cu una, douĕ, treĭ..., trepte, este că atuncĭ numitorul sĕu se face de 10, de 100, de 1000... de orĭ maĭ mic. Ast-fel, în exemplul de maĭ sus, prima fracţiune are numitorul 1000000; în a doua 100000; a treia 10000; a patra 1000.

II. Să se înmulţesce numĕrul zecimal 23,54 cu 1000.

Ar trebui să mut virgula spre drépta cu patru trepte; dar, fiind-că nu am patru zecimale, i-adaog douĕ nule, şi-l scriŭ 23,5400; pe urmă mut virgula cu patru trepte, şi aşa găsesc numĕrul 235400.

61. Regula IV. *Un numĕr zecimal se împarte cu 10, dacă i se mută virgulă cu o tréptă spre stânga; se împarte cu 100, dacă virgula se mută cu douĕ trepte spre stânga; cu 1000, dacă virgula se mută cu treĭ trepte spre stânga; şi aşa maĭ departe.*

Exemple. I. Fie fracţiunile:

7382,501496,
738,2501496,
73,82501496,
7,382501496,
0,7382501496,

A doua este de 10 orĭ maĭ mică de cât cea d'întâiŭ, pentru-că virgula este într'însa cu o tréptă maĭ spre stânga de cât în cea d'întâiŭ; a treia este de 100 de orĭ maĭ mică; a patra, de 1000 de orĭ maĭ mică; a cincea, de 10000 d orĭ maĭ mică.

Causa că fracţiunea se împarte cu 10, cu 100, cu 1000,.. când virgula se mută către stânga cu una, două, treĭ... trepte, este că atuncĭ numitorul sĕŭ se face de 10, de 100, de 1000,... de orĭ maĭ mare.

Ast fel în exemplul de maĭ sus, prima fracţiune are numitorul 1000000; a doua, 10000000; a treia, 100000000, etc.

II. Să se împartă numĕrul zecimal 7,503 cu 10000.

Ar trebui să mut virgula spre stânga cu patru trepte; dar fiind-că numĕrul nu are destule cifre la stânga virguleĭ, i-adăog nule, şi-l scriŭ 00007,305. Mutând acum virgula spre stânga cu patru trepte, găsesc 0,0007503.

III. Să se împartă numĕrul 380514 cu 1000.

Numĕrul 380514, fiind întreg, se póte socoti ca un numĕr zecimal, fără parte zecimală; prin urmare, virgula s'ar pune într'însul tocmaĭ la fine, după cifra 4. Pentru a împărţi cu 1000, mutăm virgula cu treĭ trepte spre stânga, şi găsim 380,514.

Exerciţiĭ. I. Să se spună care este cel maĭ mare şi care este cel maĭ mic din numerele următóre:

0,0125; 0,00838; 0,10.

II. Să se scrie una după alta, în ordinea mărimeĭ lor, fracţiunile următóre:

0,23; 0,659; 0,0196; 0,4000715; 0,2300.

III. Să se facă de 10, de 100, de 1000 de orĭ maĭ marĭ numerele:

7,5426	24,58
18,25143	4,5
0,417	0,12

IV. Să se facă de 10, de 100, de 1000 de orĭ maĭ micĭ numerele:

2584,14	4,18
37518,392	8,294
815,17	0,5

Adunarea numerelor zecimale.

62. Regulă. *Pentru a aduna maĭ multe numere zecimale, le scriem unul sub altul, aşa ca virgulele să fie una sub alta, şi adunăm ca la numerele întregĭ, punênd la sumă virgula tot în dreptul virgulelor celor-lalte.*

Exemplu. Să se adune numerele zecimale 8,574; 154,00792; 0,5; 13,2314.

Operaţiunea se aşéză aşa:

$$\begin{array}{r} 8,574 \\ 154,00792 \\ 0,5 \\ 13,2314 \\ \hline 176,31332 \end{array}$$

Exercițiĭ. Să se facă adunările următóre:

4,558 + 0,7193 + 432,5.
1,4091 + 14,53 + 0,00073.
0,594 + 18,74 + 2,45.
9,2504 + 0,17 + 84,00514 + 4693,1.
0,0025 + 0,0000333 + 0,0000116 + 0,00001012.

Scăderea numerelor zecimale.

63. Regulă. *Pentru a scădea un număr zecimal din altul, scriem pe scăzĕtor sub descăzut, ast-fel ca virgulele să fie una sub alta; dacă descăzutul are maĭ puţine zecimale de cât scăzĕtorul, 'ĭ adăogim nule la fine până ce are acelaşĭ număr de zecimale; pe urmă scădem ca la întregĭ, punênd la rest virgula tot sub virgulele cele-lalte.*

Exemplu. Din 18,59 să se scadă 13,0738.

Descăzutul are numaĭ două zecimale, pe când scăzĕtorul are patru; de aceea la drépta descăzutuluĭ maĭ scriem două nule, ca să aibă şi el patru zecimale, şi apoĭ scădem după regulă

$$\begin{array}{r} 18,5900 \\ 13,0738 \\ \hline 5,5162 \end{array}$$

Exerciții. Să se facă scăderile următóre:

28,05 —4,324
4,387 —2,153
8,38 —5,9826
14,524 —7,2815
17,8256—8,14

Inmulțirea numerelor zecimale.

64. Regulă. *Pentru a face înmulțirea numerelor zecimale, le înmulțim întocmaĭ ca pe nisce numere întregĭ, fără a lua virgulele în băgare de sémă; iar la produs, despărțim despre drépta atâtea zecimale câte aŭ fost la amândouĕ numerele date.*

Exemple. I. Să se înmulțéscă 824 prin 52,43.

```
      824
    52,43
   ------
     2472
    3296
   1648
  4120
 --------
 43202,32
```

Am înmultit ca la întregĭ, fără a ne uita la virgule, iar de la produs am despărțit douĕ zecimale, pentru-că unul din factorĭ avea douĕ zecimale, iar cel-lalt nicĭ una.

II. Să se înmulțéscă 18,254 prin 4,17.

```
   18,254
     4,17
 --------
   127778
   18254
  73016
 --------
 76,11918
```

Am lucrat tot ca la exemplul I; însă de la produs am despărțit cincĭ zecimale, pentru-că unul din factorĭ avea treĭ zecimale, iar cel-lalt douĕ.

Exercițiĭ. Să se facă înmulțirile următóre:

3,72×4	3,272 ×8,052
9,39×2,4	0,012 ×4,85
215,7 ×8,39	1,0073×0,03
456×7,13	33,1705×1,171

Impărțirea numerelor zecimale.

65. **Regula I.** *Pentru a face împărțirea numerelor zecimale, ștergem virgula de la împărțitor, dacă este, iar la deîmpărțit mutăm virgula spre drépta cu atâtea trepte câte zecimele a avut împărțitorul, maĭ adăogînd nule la drépta deîmpărțituluĭ, dacă el a avut maĭ puține zecimale de cât împărțitorul; pe urmă împărțim ca la întregĭ, punênd virgula la cât îndată ce se termină împărțirea întregilor de la deîmpărțit.*

Exemple. Să se împartă 634,32 prin 18.

```
634,32 | 18
54     |-------
---    | 35,24
 94    |
 90
 ---
  43
  36
  ---
   72
   72
   ---
    0
```

Fiind-că împărțitorul 18 nu are zecimale, virgula de la deîmpărțit am lăsat-o unde este, și am împărțit ca la întregĭ; însă am pus virgula la cât îndată ce am terminat împărțirea întregilor 634 prin 18. Câtul este 35,24.

II. Să se împartă 82,75431 prin 8,69.

Impărțitorul 8,69 are două zecimale. Iĭ ștergem virgula, iar la deîmpărțit mutăm virgula spre drépta cu două trepte, punênd-o după cifra 5; pe urmă împărţim ca la exemplul I. Câtul este 9,522, iar 813 este rest.

$$\begin{array}{r|l}
8275{,}431 & 869 \\ \cline{2-2}
7821 & 9{,}522 \\ \hline
4544 & \\
4345 & \\ \hline
1993 & \\
1738 & \\ \hline
2551 & \\
1738 & \\ \hline
813 &
\end{array}$$

III. Să se împartă 8,364 prin 12.

$$\begin{array}{r|l}
8{,}364 & 12 \\ \cline{2-2}
72 & 0{,}697 \\ \hline
116 & \\
108 & \\ \hline
84 & \\
84 & \\ \hline
0 &
\end{array}$$

Am împărţit ca şi în exemplul precedent; însă, fiindcă împărţitorul 12 este maĭ mare de cât numĕrul 8 al întregilor de la deîmpărţit, am pus la cât zero ca întregĭ. Câtul este 0,697.

IV. Să se împartă 752 prin 4,15.

Impărţitorul 4,15 are două zecimale. Iĭ ştergem virgula, iar la deîmpărţit trebue s'o mutăm spre drépta cu două trepte; şi de vreme ce acest deîmpărţit, 752, nu are zecimale, 'ĭ adăogim două nule. Câtul este 181, cu restul 85.

$$\begin{array}{r|l}
75200 & 415 \\ \cline{2-2}
415 & 181 \\ \hline
3370 & \\
3320 & \\ \hline
500 & \\
415 & \\ \hline
85 &
\end{array}$$

66. **Regula II.** *Pentru a găsi câtul împărţiriĭ numerelor zecimale cu un numĕr cerut de zecimale, după ce am pregătit numerele ca la regula I, adăogim nule la drépta deîmpărţituluĭ, saŭ maĭ tăiem din zecimalele ce are el, până va avea atâtea zecimale câte se cer la cât; şi pe urmă, împărţim după regula I.*

Exemple. I. Să se împartă 3,2517 prin 18,405, câtul trebuind să aibă treĭ zecimale.

Maĭ întâiŭ prepar numerele ca la regula I, adică şterg virgula de la împărţitor, iar la deîmpărţit o mut cu treĭ trepte spre drépta. Deîmpărţitul devine atuncĭ 3251,7, şi are numaĭ o zecimală; fiind-că la cât se cer treĭ zecimale, 'ĭ maĭ adaog două nule, şi se face 3251,700. Acum împart după regula I:

3251,700	18405
32517	0,176
18405	
141120	
128835	
122850	
110430	
12420	

Câtul este 0,176.

II. Să se împartă 1,317852 prin 0,6 mergênd până la a doua zecimală.

Preparând numerele după regula I, deîmpărţitul devine 13,17852 şi are cincĭ zecimale. La cât cerêndu-se numaĭ două, taiŭ pe cele treĭ de la urmă, şi fac numaĭ împarţirea următóre:

13,17	6
11	2,19
57	
3	

Câtul este 2,19.

III. Să se împartă 369 prin 26, mergênd până la a patra zecimală.

Aci numerele date sunt amândouĕ întregĭ. Nu avem de cât să punem virgula în drépta deîmpărţituluĭ, să-ĭ adăogim patru nule cerute pentru cât, şi să împărţim după regula I.

```
369,0000 | 26
109      |14,1923
 50      |
 240     |
   60    |
    80   |
     2
```

Câtul este 14,1923.

Exerciţiĭ. I. Să se facă împărţirile următóre:

12,548 : 92	5,7 : 0,214
258,32 : 8	524 : 8,17
7,54 : 0,12	310,03 : 4,017
8,4526 : 13,6	71,25 : 3,2427

II. Să se facă împărţirile următóre, câtul trebuind să aibă două, treĭ, patru saŭ cincĭ zecimale:

1,71 : 3,28	0,81725149 : 7,08
0,00716 : 0,23	413,5 : 7
52,7 : 8,313	5837 : 817

CAPITOLUL IV.

Sistemul metric.

Numirea şi descrierea unităţilor de măsură.

67. *A măsura o mărime* va să zică a vedea de câte orĭ încape într'însa o mărime cunoscută, de acelaşĭ fel, care se numesce *unitate de măsură.*

Ast-fel, a măsura lungimea uneĭ sforĭ, însemnéză a căuta de câte orĭ încape într'însa lungimea cunoscută sub numele de *metru*; şi dacă metrul încape într'însa de 43 de orĭ, se zice că sfóra e lungă de 43 de metri. Metrul a fost aci unitatea de măsură pentru lungime.

De óre-ce mărimile nu se pot măsura de cât cu mărimĭ de acelaşĭ fel, trebue ca la fie-care fel de mărime de măsurat să avem câte o unitate de măsură.

Principalele mărimĭ ce avem de mĕsurat în viaţa de tóte zilele sunt: lungimile, suprafeţele, volumele, capacităţile, greutăţile şi valorile bănescĭ. Avem dar şése felurĭ de unităţĭ de mĕsură:

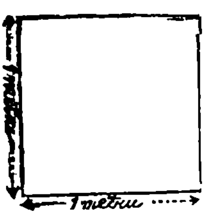
1o Lungimile se mĕsóră cu o lungime numită *metru*;

2o Suprafeţele se mĕsóră cu o suprafaţă numită *metru pătrat*, care are forma unuĭ pătrat, cu tóte laturile de câte un metru;

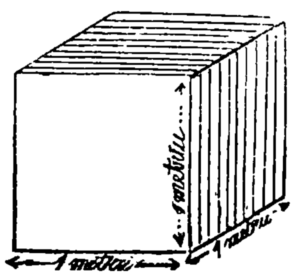
3o Volumele se mĕsóră cu un volum numit *metru cub*, care are forma unuĭ cub cu tóte laturile de câte un metru;

4o Capacitatea vaselor pentru lichide şi grâne se mĕsóră cu o capacitate numită *litru*;

5o Greutăţile se mĕsóră cu o greutate numită *gram*;



Metrul pătrat.



Metrul cub.

6o Valorile bănescĭ se mĕsóră cu valórea uneĭ monede de argint numită *leŭ*.

Aceste şése unităţĭ se numesc *unităţĭ principale de mĕsură*.

68. Dacă mărimea pe care voim să o mĕsurăm este prea mare, este greŭ a o mĕsura cu unitatea principală de mĕsură.

Spre exemplu, dacă este vorba a mĕsura distanţa de la Bucurescĭ până la Ploescĭ, ar trebui să punem metrul în lungul drumuluĭ acestuia de câte orĭ se póte, ceea ce ar fi prea lung.

De aceea, pentru mărimile maĭ marĭ, se întrebuinţéză unităţĭ de mĕsură maĭ marĭ de cât unităţile principale, şi anume:

unităţĭ	de	10	orĭ	maĭ	marĭ	de	cât	unitatea principală;
„	de	100	„	„	„	„	„	„
„	de	1000	„	„	„	„	„	„
„	de	10000	„	„	„	„	„	„

Numirile acestor unităţĭ maĭ marĭ se forméză din numirile unităţilor principale, adăogînd la începutul lor cuvintele următóre:

Deca	pentru	unimile	de	10	orĭ	maĭ	marĭ	de	cât	unimea principală
Ecto	„	„	de	100	„	„	„	„	„	„
Kilo	„	„	de	1000	„	„	„	„	„	„
Miria	„	„	de	10000	„	„	„	„	„	„

Aşa dar, avem următórele unităţĭ:

Numirea unităţilor	Cum se scriŭ	Cât preţuesc	Formă ce aŭ
1º Pentru lungimĭ:			
Metrul	1 m.	1 m.	
Decametrul	1 Dm.	10 m.	
Ectometrul	1 Em.	100 m. saŭ 10 Dm.	
Kilometrul	1 Km.	1000 m. saŭ 10 Em.	
Miriametrul . . .	1 Mm.	10000 m. aŭ 10 Km.	
2º Pentru suprafeţe:			
Metrul pătrat . . .	1 mpp.	1 m. p.	Un pătr. cu laturea de 1 mtr.
Decametrul patrat .	1 Dmp.	100 m. p.	„ „ „ 10 mtr.
Ectometrul pătrat .	1 Emp.	1000 m. p. saŭ 100 Dmp.	„ „ „ 100 mtr.
Kilometrul pătrat .	1 Kmp.	1000000 m. p. saŭ 100 Emp.	„ „ „ 1000 mtr.
Miriametrul pătrat.	1 Mmp.	100000000 m. p. saŭ 100 Kmp.	„ „ „ 10000 mtr.
3º Pentru volume:			
Metrul cub	1 mc.	1 m. c.	Un cub cu laturea de 1 metru
Decametrul cub . .	1 Dmc.	1000 m. c.	„ „ „ 10 metri
Ectometrul cub . .	1 Emc.	1000000 m. c. saŭ 1000 Dmc.	„ „ „ 100 metri
Kilometrul cub . .	1 Kmc.	1000000000 m. c. saŭ 1000 Emc.	„ „ „ 1000 metri
Miriametrul cub. .	1 Mmc.	1000000000000m.c.saŭ1000Kmc.	„ „ „ 10000 metri
4º Pentru capacităţi:			
Litrul	1 L.	1 litru	
Decalitrul	1 DL.	10 litri	
Ectolitrul	1 EL.	100 litri saŭ 10 DL	
5º Pentru greutăţi:			
Gramul	1 gr.	1 gram	
Decagramul . . .	1 Dgr.	10 grame	
Ectogramul. . . .	1 Egr.	100 grame saŭ 10 Dgr.	
Kilogramul. . . .	1 Kgr.	1000 grame saŭ 10 Egr.	

Observăm că unitățile de lungime, de capacitate și de greutate cresc din 10 în 10; cele de suprafață, din 100 în 100; iar cele de volum, din 1000 în 1000.

Pentru monede. 6° Pentru monede nu este obiceiul a se întrebuința unități maĭ marĭ de cât *leul*.

Exercițiĭ. I. Câțĭ metri fac 18 miriametri, 7 kilometri, 5 decametri și 525 metri cubicĭ?

II. Câțĭ metri cubicĭ fac 7 kilometri cubicĭ, 22 decametri cubicĭ și 425 metri cubicĭ?

III. Câțĭ litri fac 426 ectolitri, 3 decalitri și 2 litri?

IV. Câțĭ decametri pătrațĭ fac 4276 metri pătrațĭ?

V. Câte ectograme fac 18 kilogr., 37 decagr. și 100 gr.

VI. Să se desfacă în metri cubicĭ, decametri cubicĭ, ectometri cubicĭ și kilom. cubicĭ numĕrul 36023000508 m. c.

VII. Să se desfacă în metri pătrațĭ, decametri pătrațĭ, etc. numĕrul 826005003176 m. p.

VIII. A câta parte dintr'un kilom. este un ectometru?

IX. A câta parte dintr'un kil. pătr. este un ectom. pătr?

X. Câte decagrame cuprinde un kilogram?

XI. Câțĭ decametri cub. cuprinde un miriametru cub?

XII. Câțĭ decalitri se află într'un ectolitru?

69. Dacă mărimea pe care voim să o mĕsurăm este maĭ mică de cât unitatea principală, nu o putem mĕsura cu acéstă unitate principală.

Spre exemplu, dacă voim să mĕsurăm lungimea unuĭ creion, nu putem să o mĕsurăm cu metrul, pentru-că metrul este maĭ lung de cât creionul, și nu încape nicĭ odată într'însul.

De aceea, pentru mărimile maĭ micĭ de cât unitatea principală, se întrebuințéză unitățĭ de mĕsură maĭ micĭ de cât unitățile principale, și anume:

unitățĭ	de	10 orĭ	maĭ micĭ de cât unitatea principală;
„	de	100	„ „ „ „ „
„	de	1000	„ „ „ „ „

Numirile acestor unitățĭ maĭ micĭ se formézà din numirile unităților principale, adăogînd la începutul lor cuvintele următóre:

Deci	pentru unitățile de	10 orĭ	maĭ micĭ de cât unimea principală;
Centi	„ „	100	„ „ „ „ „
Mili	„ „	1000	„ „ „ „ „

Aşa dar, avem încă următórele unităţi:

Numirea unităţilor	După cum se scriu	Cât preţuesc	Forma ce aŭ
1⁰ Pentru lungimĭ:			
Decimetrul	1 dm.	a 10^{a} parte din 1^{m}, săŭ $0^{m},1$	
Centimetrul	1 cm.	a 100^{a} parte din 1^{m}, saŭ $0^{m},01$, saŭ $0^{dm},1$	
Milimetrul	1 mm.	a 1000^{a} parte din 1^{m}, saŭ $0^{m},001$ saŭ $0^{cm},1$	
2⁰ Pentru suprafeţe:			
Decimetrul pătrat .	1 dmp.	a 100^{a} parte din 1^{mp}, seŭ $0^{mp},01$	Un pătr. cu laturea de 1 dm.
Centimetrul pătrat .	1 cmp.	a 10000^{a} parte din 1^{mp}, saŭ $0^{mp},0001$, saŭ $0^{dmp},01$	" " " " de 1 cm.
Milimetrul pătrat .	1 mmp	a 1000000^{a} parte din 1^{mp}, saŭ $0^{mp},000001$, saŭ $0^{cmp},01$	" " " " de 1 mm.
3⁰ Pentru volume:			
Decimetrul cub . .	1 dmc.	a 1000^{a} parte din 1^{mc}, saŭ $0^{mc},001$	Un cub. cu laturea de 1 dm.
Centimetrul cub . .	1 cmc.	a 1000000^{a} parte din 1^{mc}, saŭ $0^{mc},000001$, saŭ $0^{dmc},001$	" " " " de 1 cm.
Milimetrul cub . .	1 mmc	a 1000000000^{a} parte din 1^{mc} saŭ $0^{mc},000000001$ saŭ $0^{cmc},001$	" " " " de 1 mm.
4⁰ Pentru capacităţĭ:			
Decilitrul	1 dL.	a 10^{a} parte din 1^{L}, saŭ $0^{L},1$	
Centilitrul	1 cL.	a 100^{a} parte din 1^{L}, saŭ $0^{L},01$, saŭ $0^{dL},1$	
5⁰ Pentru greutăţĭ:			
Decigramul	1 dgr.	a 10^{a} parte din 1^{gr}, saŭ $0^{gr},1$	
Centigramul . . .	1 cgr.	a 100^{a} parte din 1^{gr}, saŭ $0^{gr},01$ saŭ $0^{dgr},1$	
Miligramul	1 mgr	a 10000^{a} parte din 1^{gr}, saŭ $0^{gr},001$ saŭ $0^{cgr},1$	
6⁰ Pentru monede:			
Banul	1 b.	a 100^{a} parte din 1^{l}, saŭ $0^{l},01$	

Observăm că unitățile de lungime, de capacitate și de greutate descresc din 10 în 10; cele de suprafață, din 100 în 100; iar cele de volum, din 1000 în 1000.

Exerciții. I. Câți milimetri pătrați fac 2 metri pătrați, 18 centimetri pătrați și 37 milimetri pătrați.

II. Câți decilitri fac 8 ectolitri, 12 litri 7 decalitri?

III. Câte centigrame fac 812 kilograme, 27 grame, 4 decigrame și 3 centigrame?

IV. Câte grame, decigrame, centigrame și miligrame fac 83043 miligrame.

V. Să se prefacă în centimetri cubicĭ, decametri cubicĭ, etc. numĕrul 71005738000173 cmc.

VI. Să se desfacă în leĭ și banĭ numĕrul 42705 b.

VII. Să se desfacă în metri, decametri, etc. numĕrul 2700514003 centimetri.

VIII. Câte decigrame și câte miligrame fac 38790383 miligrame?

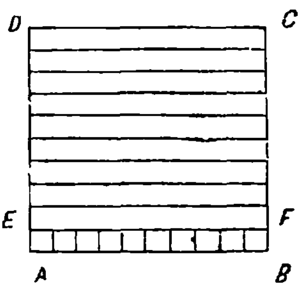
IX. A câta parte dintr'un decimetru este un milimetru?

X. A câta parte dintr'un decimetru pătrat este un milimetru pătrat?

XI. Câțĭ decimetri cubicĭ încap într'un decametru cubic?

XII. Câte centigrame cuprinde un ectogram?

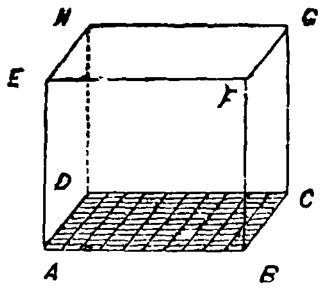
70. Este de observat că unitățile de mĕsură din fie-care fel merg tóte crescênd saŭ micșorându-se din 10 în 10, afară de cele pentru suprafețe, carĭ merg din 100 în 100, și cele pentru volume, carĭ merg din 1000 în 1000.

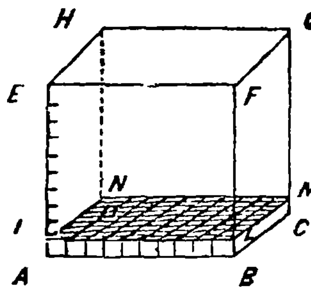


In adevĕr, să luăm un pătrat, ABCD, ale căruĭ laturĭ să zicem că sunt de 1 metru; pătratul acesta va fi 1 metru pătrat. Impărțim laturea AD în 10 părțĭ egale; fie-care din aceste părțĭ este dar de câte 1 decimetru. Ducênd prin fie-care din aceste puncte de împărțire câte o paralelă la laturea AB, despărţim întregul metru pătrat în 10 făşiĭ, lungĭ de câte 1 metru, şi late de câte 1 decimetru.

Impărţind acum latura AB în 10 părţĭ egale de câte un decimetru, şi prin punctele de împărţire ducênd paralele la laturea AD, împărţim făşia ABEF în 10 pătrate egale, a căror lature este de câte 1 decimetru, şi carĭ prin urmare sunt decimetri pătraţĭ. Aşa dar, făşia ABEF cuprinde 10 decimetri pătraţĭ, şi fiind-că întregul metru pătrat cuprinde 10 făşiĭ de acestea, el cuprinde cu totul de 10 orĭ 10 decimetri pătraţĭ, saŭ 100 decimetri pătraţĭ.

71. Să luăm acum un cub, ABCDEFGH, ale căruĭ laturĭ să zicem că sunt de câte un metru; cubul acesta va fi 1 metru cub.



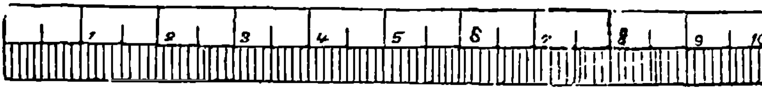


Am vĕzut că faţa ABCD se póte despărţi în 100 decimetri pătraţĭ. Pe fie-care din aceştĭ decimetri pătraţĭ, se póte pune câte 1 decimetru cub: în totul 100 decimetri cubicĭ. Aceştĭ 100 decimetri cubicĭ formézā dar un strat care acopere tótă faţa ABCD, şi care este înalt de 1 decimetru. Dacă am pune 10 straturĭ de acestea unul peste altul, înălţimea lor totală ar fi dar de 10 decimetri, adică de un metru, şi prin urmare ar umple cu totul metrul cub, care este înalt şi el tot de un metru. Aşa dar, metrul cub cuprinde 10 straturĭ de câte 100 decimetri cubicĭ, saŭ, cu totul, 1000 decimetri cubicĭ.

Tot aşa s'ar raţiona şi pentru cele-lalte mĕsurì de suprafaţă şi de volum.

72. Pentru a cunósce cu uşurinţă lungimea *metruluĭ*,

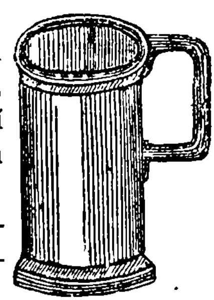
se întrebuinţéză, un băţ, lung de un metru, pe care se fac împărţirile în decimetri, centimetri şi milimetri.



Decimetrul.

Pentru lungimile maĭ marĭ, se întrebuinţéză panglice saŭ lanţurĭ, lungĭ de 10 saŭ 20 metri, şi împărţite în metri şi decimetri.

Unităţile de greutate se fac de alamă saŭ fier, şi anume cele maĭ marĭ de cât un kilogram, de fier, iar cele maĭ micĭ, de alamă.



Pentru *litru, decalitru* şi *centilitru,* se fac cane de cositor saŭ de tinichia, cu tórtă saŭ fără tórtă, carĭ cuprind un litru, un decilitru saŭ un centilitru. Unităţile maĭ marĭ, pentru mĕsurarea grânelor, precum este ectolitrul, se fac de lemn.

73. Pe lângă unităţile şi numirile arătate până aci, se maĭ întrebuinţéză în practică şi cele următóre:

Decametrul pătrat se numesce *ar,* când se întrebuinţéză pentru mĕsurarea suprafeţelor de pămînt, precum moşiĭ, livezĭ, grădinĭ, etc.

100 are fac un *ectar;* prin urmare un ectar este egal cu un ectometru pătrat.

A 100^{a} parte dintr'un ar se chiamă centiar; prin urmare centiarul este egal cu metrul pătrat.

74. Metrul cub se numesce *ster,* când se întrebuinţéză pentru mĕsura lemnelor de foc.

10 sterĭ fac un *decaster.*

A 10^{a} parte dintr'un ster se chiamă un *decister.*

75. O greutate de 100 kilogr. se chiamă un *cântar metric.*

O greutate de 1000 kilogr. se chiamă *o tonă metrică.*

Exerciţiĭ. I. Câţĭ decimetri cubicĭ cuprinde un decister?

II. A câtea parte dintr'un decametru cubic este un decaster?

III. Câte centigrame se află într'un cântar metric?
IV. Câte decigrame se află în 27 tone, 8 klgr., 304 grame?
V. Câţi decimetri pătraţi fac 37 ectare, 18 are şi 3 centiare?

Scrierea şi calcularea mărimilor mĕsurate cu unităţile metrice.

76. Tóte unităţile de mĕsură arătate până aci formézä împreună *sistemul metric*, şi se numesc *unităţi metrice*.

Aceste unităţi merg tóte crescênd saŭ micşorându-se numaĭ din 10 în 10, saŭ din 100 în 100, saŭ din 1000 în 1000, etc. De aceea, sistemul metric se maĭ chiamă şi *sistem zecimal*.

Tot din acéstă causă, am vĕzut că fie-care din unităţile maĭ micĭ dn cât unitatea principală se scrie cu o fracţiune zecimală. Ast-fel, decimetru s'a scris $0^{m.},1$; centimetru $0^{m.},01$; miligramul, $0^{gr.},001$; decimetrul cubic, $0^{mc.},001$; centimetrul pătrat, $0^{mp.},0001$; etc. Şi tot sub forme zecimale se póte scrie orĭ-ce numĕr de unităţĭ metrice.

Exemple. Să se scrie 7 decimetre.

1 decimetru este a 10^{-a} parte din metru; prin urmare, 7 decimetri sunt 7 a 10^{-a} parte din metru, adică $0^{m.},7$.

II. Să se scrie 3 centimetri.

1 centimetru este a 100^{-a} parte din metru; aşa dar 3 centimetri sunt 3 a 100^{-a} din metru, adică $0^{m.},03$.

Tot aşa 8 miligrame se vor scrie $0^{gr.},008$;

37 decimetri cubicĭ se vor scrie $0^{mc.},037$;

58 centimetre pătrate se vor scrie $0^{mp.},0058$;

489 centimetri cubicĭ se vor scrie $0^{mc.},000489$;

48 centigrame se vor scrie $0,^{gr.}48$.

III. Să se scrie în metri 3 ectometri.

1 ectometru este $100^{m.}$; aşa dar 3 ectometri vor fi $300^{m.}$.

IV. Să se scrie în grame 18 kilograme.

1 kilogram fiind $1000^{gr.}$, 18 kilograme vor fi $18000^{gr.}$

Exerciţiĭ. Să se scrie numerele următóre:

83 decimetri pătraţĭ.

139 milimetri cubicĭ.
3 centimetri pătrațĭ.
18 miligrame.
36 milimetri cubicĭ.
88 banĭ.
8 centilitri.
7 decametri.
39 ectometri cubicĭ.
8 ectolitri.
96 càntare metrice.
81 kilograme.

77. **Regula I.** *Pentru a scrie în formă zecimală un numĕr óre-care de unități metrice de mărimĭ deosebite, le scriem unele după altele, în ordinea mărimeĭ lor, începĕnd de la cele maĭ marĭ, și observând că trebue să avem câte o cifră pentru fie-care fel de unime de lungime, de capacitate saŭ de greutate; câte două cifre pentru unimile de suprafață și de monedă; și câte treĭ cifre pentru unimile de volum. Dacă nu avem acest numĕr de cifre, sau dacă unele felurĭ de unimĭ lipsesc cu totul, împlinim locurile góle cu nule. Pe urmă punem virgulă după unimile în care se socotesc cele-lalte.*

Exemple. Să se scrie în metri numĕrul $92^{Mm.}$ $7^{Km.}$ $4^{Dm.}$ $9^{m.}$ $5^{cm.}$

Fie-care fel de unimĭ trebue să aibă câte o cifră, pentru-că sunt unimĭ de lungime.

Scriem fie-care fel de unime în ordinea în care s'aŭ dictat, punĕnd câte o nulă în locul ectometrilor și al decimetrilor carĭ lipsesc; pe urmă punem virgulă după cifra 9 a metrilor, și ast-fel avem numĕrul

$$927049^{m.},05.$$

II. Să se scrie în metri cubicĭ $3^{Kmc.}$ $725^{Dmc.}$ $58^{mc.}$ $312^{dmc.}$ $25^{cmc.}$

Aceste unimĭ fiind de volum, trebue ca pentru fie-care fel de unimĭ să avem câte treĭ cifre. Trebue încă să punem nule în locul ectometrilor cubicĭ, carĭ lipsesc, precum și la metriĭ cubicĭ şi la centrimetriĭ cubicĭ, căcĭ aŭ numaĭ câte două cifre. Avem ast-fel numĕrul

$$300725058^{mc.},312015.$$

Am pus virgula după metri, pentru-că numĕrul s'a cerut a se scrie în metri cubicĭ.

III. Să se scrie în decametri pătraţĭ numĕrul $8^{Mmp.}$ $7^{Kmp.}$ $3^{Emp.}$ $9^{mp.}$ $5^{dmp.}$

Urmând regula, şi punênd câte două cifre pentru fiecare fel de unimĭ, avem:

$$807030^{Dmp},0905.$$

IV. Să se scrie în ectolitri numĕrul 8 decalitri, 5 litri, 3 centilitri.

Acest numĕr este:

$$0^{EL.},8503.$$

Am pus nulă pentru ectolitri, care lipsiaŭ.

V. Să se scrie în centigrame numĕrul $4^{Kgr.}$ $5^{Dgr.}$ $1^{gr.}$ $7^{mgr.}$

Acest numĕr este:

$$45100^{cgr.},7.$$

VI. Să se scrie în leĭ numĕrul $423^{leĭ}$ $7^{banĭ.}$

Acest numĕr este:

$$423^{lei},07.$$

Exerciţiĭ. Să se scrie în formă zecimală numerele următóre:

$34^{Kmp.}$ $38^{Emp.}$ $8^{mp.}$ $13^{cmp.}$ în decametri pătraţĭ.
$27^{EL.}$ $8^{L.}$ $6^{cL.}$, în litri.
$2345^{L.}$ $29^{b.}$, în leĭ.
$8^{Kgr.}$ $7^{Egr.}$ $3^{Dgr.}$ $5^{mgr.}$, în grame.
24^{tone} $7^{c.}$ $13^{Kgr.}$ $12^{gr.}$ $3^{cgr.}$, în decagrame.
$12^{Dgr.}$ $17^{cgr.}$, în kilograme.
3^{tone} $13^{Kgr.}$ $6^{dgr.}$, în ectograme.

78. **Regula II.** *Pentru a face adunarea, scăderea, înmulţirea şi împărţirea mărimilor mĕsurate cu unităţile metrice, le scriem în formă zecimală, şi lucrăm după regulele date pentru numerele zecimale.*

Exemple. I. S'aŭ cumpĕrat dintr'un loc $8^{Kgr.}$ $7^{Dgr.}$ $4^{gr.}$ $5^{dgr.}$ de cafea; din alt loc, $13^{kgr.}$ $8^{gr.}$; din al treilea loc, $5^{Egr.}$ $3^{Dgr.}$ $4^{dgr.}$; câte kilograme de cafea s'a cumpĕrat cu totul?

Fiind-că ni se cere numĕrul kilogramelor, scriem aceste treĭ numere în kilograme, şi le adunăm după regula zecimelor:

$$\begin{array}{r} 8^{kgr.},0745 \\ 13^{kgr.},008 \\ 0^{kgr.},5304 \\ \hline 21^{kgr.},6129 \end{array}$$

Cu totul s'a cumpărat $21^{Kgr.}$ $6^{Egr.}$ $1^{Dgr.}$ $2^{gr.}$ $9^{dgr.}$

II. S'a plătit câte $4^{leĭ}$ $15^{b.}$ metrul de o stofă óre-care; cât vor costa $4^{Dm.}$ $8^{m.}$ $7^{dm.}$ $5^{cm.}$ de acéstă stofă.

Scriem primul numĕr în leĭ, pe al doilea în metri, şi înmulţim:

$$\begin{array}{r} 48^{m.}75 \\ 4^{l.}\ 15 \\ \hline 24375 \\ 4875\ \\ 19500\ \ \\ \hline 202^{l.}3125 \end{array}$$

Costul stofeĭ întregĭ va fi de $202^{leĭ}$ $31^{banĭ}$ şi fracţiunea $0^{b.},25$.

III. S'a plătit $58^{leĭ}$ $12^{banĭ}$ pe $48^{Kgr.}$ $6^{Egr.}$ $4^{Dgr.}$ de zachăr; cât costă kilogramul?

Scriem pe primul numĕr în leĭ, şi pe al doilea în kilograme, şi facem împărţirea până la a doua zecimală (63), ca să găsim baniĭ, pentru-că baniĭ merg până la a doua zecimală după leĭ:

$$85^{l.},12 : 48^{Kgr.},64$$

saŭ

$$\begin{array}{rl} 8512^{l.}0 & \\ 4864 & 1^{l.},75 \\ \hline 36480 & \\ 34048 & \\ \hline 24320 & \\ 24320 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Aşa dar kilogramul de zachăr a costat 1 leŭ 75 banĭ.

Probleme asupra celor patru operaţiunĭ cu numere zecimale.

I. Cine-va face la bacănie următórele cumpĕrăturĭ: cafea, 4 leĭ 60 banĭ; zachăr, 7 leĭ 37 banĭ; un pachet de chibriturĭ, 60 banĭ; lumînărĭ, 4 leĭ 80 banĭ; oţet, 75 banĭ. La cât se ridică tótă socotéla.

II. O bucată de postav are $20^{m.}$ $38^{cm.}$; dintr'însa se iea $5^{m.}$ $30^{cm.}$ pentru o haină, $2^{m.}$ $15^{cm.}$ pentru o pereche de pantalonĭ, şi $1^{m.}$ $5^{cm.}$ pentru o vestă. Cât a maĭ rĕmas dintr'însa?

III. Un lucrător pune la casa de economie într'un rând 27 leĭ 30 banĭ; în altul, 43 leĭ şi 25 banĭ; şi în altul 86 leĭ 85 banĭ. Din aceştĭ banĭ, el iea înapoĭ într'un rând 14 leĭ 50 banĭ, şi în alt rând, 39 leĭ 75 banĭ. Cât i-a maĭ rĕmas?

IV. Dintr'o grădină de 8 ectare, 14 are, 7 centiare, se vinde o bucată în întindere de 3 ectare, 25 are. Cât a maĭ rĕmas?

V. Un butoiŭ de vin costă 78 leĭ 25 banĭ; cât costă 9 butóie?

VI. Tona de cărbunĭ de pămînt costă 58 leĭ 15 banĭ; cât vor costa $28^{t.}$ $416^{Kgr.}$ $8^{Egr.}$?

VII. Cine-va se duce în piaţă cu un bilet de 20 leĭ. El cumpĕră $2^{Kgr.}$ $350^{gr.}$ de carne a $85^{b.}$ kilogramul; $1^{Kgr.}$.$400^{gr.}$ de zachăr, a 1 leŭ 65 banĭ kilogramul; $4^{L.}$ $6^{dL.}$ de vin a 55 banĭ litrul. Cât i-a maĭ rĕmăs din biletul de 20 leĭ?

VIII. Un lucrător a lucrat la o casă 23 zile, cu câte 3 leĭ 45 banĭ pe zi; el a primit arvună 14 leĭ 60 banĭ. Cât i se cuvine să maĭ priméscă?

IX. O bucată de stofă lungă de $22^{m.}$ $8^{cm.}$ a costat câte 3 leĭ 15 banĭ metrul. Cât se va câştiga la dînsa, vînzênd-o câte 2 leĭ 80 banĭ metrul?

X. Pe un pălărier îl costă o pălărie 8 leĭ 14 banĭ. Cât câştigă el la 43 pălăriĭ, vînzêndu-le câte 10 leĭ 30 banĭ una?

XI. Un neguţător cumpĕră o bucată de pânză de 433 metri cu câte 1 leŭ 48 banĭ metrul; el vinde dintr'însa $128^{m.}$ $16^{cm.}$ cu câte 1 leŭ 80 banĭ metrul, iar restul cu câte

1 leŭ 65 banĭ metrul. Cât a câștigat el la întrégа bucată?

XII. La cât se ridică în total cheltuelile următóre: $48^{El.}$ $3^{Dl.}$ $8^{L.}$ de grâŭ a 12 leĭ 50 banĭ ectolitru; $46^{El.}$ $46^{Dl.}$ de orz a 7 leĭ 55 banĭ ectolitru; 2 sape de fer, a câte 5 leĭ 15 banĭ una; 3 duzine de șurupurĭ a câte 55 banĭ duzina; plata trăsureĭ pentru mers la oraș 9 leĭ 50 banĭ.

XIII. Intr'un timp de fómete se împart $836^{El.}$ $13^{L.}$ de porumb la 326 familiĭ; câte s'a dat fie-căreĭ familiĭ?

XIV. 8 căruțe trebue să transporte 12^{tone} $8^{câtare}$ 76^{Kg} de marfă; câte cât trebue să se pună de fie-care căruță?

XV. Un butoiŭ de spirt de $288^{L.}$ a costat 582 leĭ 20 banĭ; cât costă litrul de spirt?

XVI. Intr'o casă se cheltuesc 1428 leĭ 70 banĭ pe an; cât se cheltuesce pe zi?

XVII. Un lucrător sapă la un șanț, și i se plătesce câte 2 leĭ 25 banĭ pe fie-care zi de lucru; câte zile trebue să lucreze el, ca să câștige 42 leĭ 75 banĭ?

XVIII. O moșie de 328 ectare, 13 are, 4 centiare, s'a vîndut cu 72518 leĭ; câte cât vine ectarul?

XIX. Un cultivator are $52^{El.}$ $2^{Dl.}$ de porumb, pe care-l vinde cu câte 9 leĭ 25 banĭ ectolitru. Cu ceea ce primesce pe porumb, câțĭ ectolitri de grâŭ póte să cumpere, sciind că ectolitru de grâŭ costă 16 leĭ 55 banĭ?

XX. Un zidar lucréză la o casă, și primesc câte 24 leĭ 52 banĭ pentru fie-care metru cub de zidărie; casa cuprinde $172^{mc.}$ $16^{dmc.}$ de zidărie; cât se cuvine să priméscă zidarul?

CAPITOLUL V.

Proprietățĭ ale numerelor.

Divisibilitatea.

79. Un numĕr se zice că este *divisibil* prin altul, atuncĭ când se împarte exact printr'însul.

Ast-fel, 15 este divisibil prin 3, pentru-că se împarte exact prin 3.

80. **Divisibilitatea cu 2.** *Un numĕr este divisibil prin 2, atuncĭ când cifra unimilor sale este zero saŭ o cifră cu soţ,* (cifrele cu soţ sunt 2, 4, 6 şi 8).

Aşa, 4580, 3816, 184, sunt divisibile prin 2, pentru-că cifra unimilor lor este zero, saŭ 6, saŭ 4.

81. **Divisibilitatea cu 3.** *Uu numĕr este div'sibil prin 3, atuncĭ când, făcĕnd suma cifrelor luĭ, acéstă sumă se împarte exact cu 3.*

Fie numĕrul 4587. Fac suma cifrelor sale:

$$4+5+8+7=24.$$

Suma 24 se împarte exact cu 3 (24 : 3 = 8); aşa dar numărul 4587 este divisibil prin 3.

82. **Divisibilitatea cu 9.** *Un numĕr este divisibil cu 9, atuncĭ când făcĕnd suma cifrelor luĭ, acéstă sumă se împarte exact cu 9.*

Fie numĕrul 301743. Fac suma cifrelor sale:

$$3+0+1+7+4+3=18.$$

Suma 18 se împarte exact cu 9 (18 : 9 = 2); aşa dar numĕrul 301743 este divisibil prin 9.

83. **Divisibilitatea cu 4.** *Un numĕr este divisibil prin 4, atuncĭ când numĕrul format de cele două cifre de la urmă luĭ se împarte exact cu 4.*

Numĕrul 29752 este divisibil prin 4, pentru-că ultimele luĭ cifre forméză numĕrul 52, care se împarte exact cu 4 (52 : 4 = 13).

84. **Divisibilitatea cu 8.** *Un numĕr este divisibil prin 8, atuncĭ când numĕrul format de cele treĭ cifre de la urmă ale luĭ se împarte exact cu 8.*

Numĕrul 729536 este divisibil prin 8, pentru-că ultimele luĭ treĭ cifre forméză numĕrul 536, care se împarte exact cu 8 (536 : 8 = 67).

85. **Divisibilitatea cu 5.** *Un numĕr este divisibil prin 5, atuncĭ când cifra unimilor sale este zero saŭ 5.*

Numerele 2870 şi 435 sunt divisibile prin 5, pentru-că primul se termină cu zero, iar al doilea cu 5.

86. **Divisibilitatea cu 6.** *Un numĕr este divisibil prin 6, atuncĭ când e divisibil prin 2, şi prin 3.*

Numĕrul 4578 se împarte exact şi cu 2, şi cu 3;. aşa dar el este divisibil şi prin 6.

87. **Divisibilitatea cu 10, cu 100, cu 1000, etc.** *Un numĕr este divisibil prin 10, când are la fine un zero; prin 100, când are la fine doĭ zero; prin 1000, când are la fine treĭ zero.*

Numĕrul 2780 este divisibil prin 10; numĕrul 4800 prin 100; numĕrul 385000 prin 1000.

88. **Divisibilitatea prin 11.** *Pentru a cunósce dacă un numĕr este divisibil prin 11, adunăm de o parte pe 1-a cifră a luĭ, cu a 3-a, cu a 5-a, etc, şi de altă parte pe a 2-a cu a 4-a, cu a 6-a, etc.; scădem o sumă din cea-l'altă; şi dacă diferenţa este zero, saŭ dacă se împarte exact cu 11, numĕrul dat este divisibil prin 11.*

Exemple. Fie numĕrul 2612038. Prima luĭ cifră este 2; a treia este 1; a cincea este 0; a şéptea este 8; suma lor este $2+1+0+8=11$.—Suma cifreĭ a doua, cu a patra şi cu a şésea, este $6+2+3=11$.—Scăzênd acéstă sumă din cea precedentă, găsim diferenţa zero; prin urmare numĕrul dat 2612038 este divisibil prin 11.

Fie încă numĕrul 8175937. Prima sumă este:

$8+7+9+7=31$; a doua sumă este $1+5+3=9$. Scăzênd pe a doua din cea d'întâiŭ, găsim diferenţa $31-9=22$, care se împarte exact prin 11; prin urmare, numĕrul dat 8175937 este divisibil prin 11.

Divisorĭ, comunĭ divisorĭ, cel maĭ mare comun divisor.

89. *Divisor* al unuĭ numĕr se chiamă un numĕr care îl împarte exact.

Ast-fel 5 este divisor al luĭ 45, pentru că-l împarte exact (45 : 5=9).

Un numĕr póte să aibă maĭ mulţĭ divisorĭ. Ast-fel 60 are de divisorĭ pe 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60. De asemenea, numĕrul 72 are de divisorĭ pe 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72.

90. *Comunĭ divisorĭ* la două saŭ maĭ multe numere date se chiamă numerele carĭ împart exact pe tóte numerele date.

Ast-fel 1, 2, 3, 4, 6 12 sunt comunĭ divisorĭ la 60 şi la 72, pentru că împart exact şi pe 60, şi pe 72.

91. *Cel maĭ mare comun divisor* a două saŭ maĭ multe numere date se chiamă cel maĭ mare dintre numerele carĭ mpart exact de odată pe tóte numerele date.

Ast-fel vedem că dintre numerele 1, 2, 3, 4, 6, 12, carĭ împart exact de odată şi pe 60 şi pe 72, cel maĭ mare este 12; aşa dar 12 este cel maĭ mare comun divisor al numerelor 60 şi 72.

Căutarea celuĭ maĭ mare comun divisor între două numere.

92. Regulă. *Pentru a găsi pe cel maĭ mare comun divisor între două numere, împărţim pe cel maĭ mare prin cel maĭ mic; dacă rĕmâne rest, cu dînsul împărţim pe numĕrul cel maĭ mic; dacă iar rĕmâne rest, cu dînsul împărţim pe restul precedent; şi urmăm aşa până ce împărţirea se va face exact; atuncĭ numĕrul cu care am împărţit maĭ în urmă este cel maĭ mare comun divisor căutat.*

Exemple. I. Să se găséscă cel maĭ mare comun divisor între numerele 648 şi 288.

Operaţiunea se aşéză ast-fel:

	2	2	1	2
684	288	108	72	36
576	216	72	72	
108	72	36	0	

Am împărţit pe 684 prin 288; câtul 2 l-am scris dasupra luĭ 288, şi am găsit restul 108.

Cu 108 am împărţit pe 288; am găsit restul 72.

Cu 72 am împărţit pe primul rest, 108; am găsit restul 36.

Cu 36 am împărţit pe restul precedent, 72, şi de astă dată împărţirea s'a făcut exact.

Aşa dar numĕrul 36, cu care am împărţit la urmă, este cel maĭ mare comun divisor între numerele date 684 şi 288.

II. Să se afle cel maĭ mare comun divisor între numerele 609 şi 87.

```
       7
 609 | 87
 609 |
 ----
   0
```

Lucrând după regulă, am găsit că chiar cea d'întâiŭ împărţire se face exact; aşa dar chiar 87, cu care am împărţit, este cel maĭ mare comun divisor căutat.

III. Să se găséscă cel maĭ mare comun divisor între 297 şi 140.

```
        2   8  4  4
  297 140  17| 4  1
  280 136  16| 4
 -------------------
   17   4   1  0
```

Aplicând regula, am găsit că cel maĭ mare comun divisor este 1. Aşa dar, de vreme ce 1 este cel maĭ mic din numerile întregi, cele două numere date nu aŭ alt divisor de cât pe 1.

Numerele, carĭ nu aŭ alt divisor comun de cât pe 1, se numesc *numere prime între dînsele*.

Exerciţiĭ. Să se găséscă cel maĭ mare comun divisor între numerele următóre:

585 şi 225;
540 şi 96;
39 şi 312;
378 şi 216;
1439 şi 199;
408 şi 154;

Numere prime.

93. *Numĕr prim* este acela care nu se póte împărţi exact de cât prin sine însuşĭ şi prin 1.

Aşa 7 este numĕr prim.

Iată lista numerelor prime de la 1 până la 100:

1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.

Descompunerea unuĭ numĕr în factoriĭ sĕĭ primĭ.

94. *A descompune pe un numĕr în factoriĭ sĕĭ primĭ* va să zică a găsi numerele prime carĭ, înmulţite între ele, să producă pe numĕrul dat.

Exemplu. A descompune pe 60 în factorĭ primĭ va să zică a găsi numerele prime 1, 2, 3 şi 5, carĭ înmulţite între ele fac 60.

95. Regulă. *Pentru a descompune pe un numĕr în factoriĭ sĕĭ primĭ, îl împărţim pe rînd cu fie-care numĕr prim cu care se póte împărţi exact, de câte orĭ se póte; numerele prime cu carĭ am împărţit sunt factoriĭ primĭ căutaţĭ.*

Exemplu. Să se descompună numĕrul 252 în factoriĭ sĕĭ primĭ.

$$\begin{array}{r|l} 252 & 2 \\ 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Numĕrul 252 s'a putut împărţi exact cu numĕrul prim 2. Câtul 126 încă s'a împărţit cu 2. Al doilea cât 63 s'a împărţit de două orĭ cu 3. In fine, 7 împărţit cu 7.

Aşa dar,

$$252 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$$

Factoriĭ primĭ aĭ luĭ 252 sunt dar, 2, 2, 3, 3, 7.

96. Se chiamă *putere* a unuĭ numĕr produsul aceluĭ numĕr de maĭ multe orĭ prin sine însușĭ

Ast-fel $8 \times 8 \times 8$ este o putere a luĭ 8.

Puterea a doua saŭ *pătratul* unuĭ numĕr este produsul aceluĭ numĕr luat de douĕ orĭ ca factor.

Așa, 8×8 este pătratul luĭ 8.

Puterea a treia saŭ *cubul* unuĭ numĕr este produsul aceluĭ numĕr luat de treĭ orĭ ca factor.

Așa, $8 \times 8 \times 8$ este cubul luĭ 8.

Puterea a patra, a cincea, etc., a unuĭ numĕr este produdusul aceluĭ numĕr luat de patru, de cincĭ, etc. orĭ ca factor.

Așa, $8 \times 8 \times 8 \times 8$ este puterea a patra a luĭ 8.

O putere se scrie punĕnd, în drépta numĕruluĭ dat și ceva maĭ sus, numĕrul care arată la ce putere se ridică el.

Așa, pătratul luĭ 8 se scrie 8^2; cubul luĭ 8, 8^3; puterea a patra a luĭ 8, 8^4, etc.

Numerele 2, 3, 4, carĭ arată la ce putere se ridică numĕrul, se chiamă *exponent*.

Cu modul acesta, numĕrul 252, descompus în factorĭ primĭ, se póte scrie maĭ scurt:

$$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7.$$

Exercițiĭ. Să se descompună în factorĭ primĭ numerele 450, 72, 810, 540, 144, 96, 324, 216, 378.

Căutarea celuĭ maĭ mare comun divisor între douĕ saŭ maĭ multe numere.

97. Regulă. *Pentru a afla pe cel maĭ mare comun divisor între douĕ saŭ maĭ multe numere, le descompunem în factoriĭ lor primĭ, și luăm pe factoriĭ ce vor fi comunĭ la tóte numerile date, cu cel maĭ mic exponent; produsul acestor factorĭ este cel maĭ mare comun divisor căutat.*

Exemplu. Să se afle cel maĭ mare comun divisor al numerelor 168, 360, 252.

Descompunênd numerele date în factorĭ primĭ, avem:

$$168 = 2^3 \times 3 \times 7;$$
$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5;$$
$$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7.$$

Factoriĭ comunĭ la tóte numerele sunt 2 şi 3. Il luăm cu exponenţiĭ ceĭ maĭ micĭ, şi formăm pe cel maĭ mare comun divisor:

$$2^2 \times 3 = 12$$

Exercițiĭ. Să se afle cel maĭ mare comun divisor între numerele următóre:

I. 450, 72, 810; II. 540, 144, 96; III. 324, 216, 378; IV. 312, 210, 520.

Căutarea celuĭ maĭ mic multiplu comun al maĭ multor numere.

98. *Multiplu* al unuĭ numĕr se chiamă un numĕr care se împarte exact prin numĕrul dat.

Spre exemplu, 54 este multiplu luĭ 9, pentru-că se împarte exact prin 9.

99. *Multiplu comun* al maĭ multor numere se numesce un numĕr care se împarte exact prin numerele date.

Spre exemplu, 60 este multiplu comun al numerelor 15 şi 12, pentru că se împarte exact prin 15, şi prin 12.

100. *Cel maĭ mic multiplu comun* al maĭ multor numere se chiamă cel maĭ mic din tóte numerele carĭ se pot împărţi exact cu numerele date.

Spre exemplu, 60 este cel maĭ mic multiplu comun al numerelor 15 şi 12, pentru că nu este nicĭ un numĕr maĭ mic de cât 60, care să se împartă exact de-odată, şi prin 15, şi prin 12.

101. Regulă. *Pentru a găsi pe cel maĭ mic multiplu comun al maĭ multor numere, le descompunem în factoriĭ lor primĭ, și luăm pe toțĭ factoriĭ comunĭ și necomunĭ, cu cel maĭ mare exponent. Produsul lor va fi cel maĭ mic multiplu comun căutat.*

Esemplu. Să se afle cel maĭ mic multiplu comun al numerelor 168, 368 și 252.

Aceste numere, descompuse în factoriĭ lor primĭ, sunt:

$$168=2^3\times3\times7.$$
$$360=2^3\times3^2\times5.$$
$$252=2^2\times3^2\times7.$$

Luăm pe 2^3, pe 3^2, pe 5 și pe 7, adică pe toțĭ factoriĭ ce figurézä în tóte numerele, cu exponentul lor cel maĭ mare, și-ĭ înmulțim:

$$2^3\times3^2\times5\times7=2520.$$

Numĕrul 2520 este cel maĭ mic multiplu comun al numerelor 168, 360 și 252.

Exercițiĭ. Să se afle cel maĭ mic multiplu comun al numerelor următóre:

I. 450, 72, 810; II. 510, 144, 96; III. 324, 216, 378; IV. 312, 210, 520.

CAPITOLUL VI.

Fracțiunĭ ordinare.

102. Scim deja (42) că *fracțiune* se chiamă una saŭ maĭ multe din părțile egale în carĭ se împarte o unime, saŭ maĭ multe unimĭ.

Scim (43 și 44) că numĕrul, care arată în câte părțĭ egale s'a împărțit unimea, se chiamă *numitor;* iar acela, care arată câte s'a luat din acele părțĭ, se chiamă *numĕrător*; că amândoĭ cu o numire se chiamă *termeniĭ* fracțiunĭ; și că numitorul se scrie sub numĕrător, și se despart prin o linie dréptă.

Maĭ scim (45, 46, 47 și 48) că de câte orĭ numitorul este maĭ mare, de atâtea orĭ fracțiunea este maĭ mică; și de câte orĭ numĕrătorul este maĭ mare, de atâtea orĭ fracţiunea este maĭ mare.

In fine scim (49) că valórea uneĭ fracţiunĭ nu se schimbă dacă înmulţim saŭ împărţim, şi pe numĕrătorul, şi pe numitorul eĭ cu acelaşĭ numĕr.

103. *Numĕr fracţionar* se chiamă un numĕr care cuprinde şi întregĭ, şi fracţiunĭ. Ast-fel $7+\frac{3}{5}$ saŭ $7\frac{3}{5}$ este un numĕr fracţionar.

Fracţiune subunitară este aceea în care numĕrătorul este maĭ mic de cât numitorul.

Fracţiune supraunitară este aceea în care numĕrătorul este maĭ mare de cât numitorul.

Fracţiune echiunitară este aceea în care numĕrătorul este egal cu numitorul.

Exemple. Fracţiunea $\frac{5}{7}$ este subunitară; $\frac{10}{7}$ este supraunitară; $\frac{7}{7}$ este echiunitară.

104. *Fracţiunea subunitară este maĭ mică de cât unitatea,* pentru-că cuprinde părţĭ maĭ puţine de cât dînsa.

Ast-fel, în fracţiunea $\frac{5}{7}$, unimea s'a împărţit în 7 părţĭ, şi s'aŭ luat numaĭ 5 din ele.

Fracţiunea supraunitară este maĭ mică de cât 1, pentru-că cuprinde părţĭ maĭ multe de cât dînsa.

Aşa, în $\frac{10}{7}$, o unime s'a împărţit în 7 părţĭ; însă fracţiunea dată cuprinde 10, adică s'a luat o unime întrégă, şi 3 părţĭ din altă unime.

Fracţiunea echiunitară este egală cu 1, pentru-că cuprinde tot atâtea părţĭ cât şi dînsa.

105. Regulă. *Pentru a găsi întregiĭ ce cuprinde o fracţiune supraunitară, împărţim pe numĕrător prin numitor, iar restuluĭ, dacă este, 'ĭ dăm de numitor tot pe numitorul fracţiuniĭ.*

Exemple. I. Să se găséscă întregiĭ fracţiuniĭ $\frac{67}{7}$.

Impărţind pe 67 prin 7, găsim câtul 9, carĭ sunt întregiĭ, şi restul 4, pe care-l scriem $\frac{4}{7}$; prin urmare:

$$\frac{67}{7} = 9 + \frac{4}{7}$$

II. Să se scótă întregiĭ fracţiuniĭ $\frac{36}{9}$.

Impărţind pe 36 prin 9, găsim câtul 4, fără nicĭ un rest; prin urmare, fracţiunea $\frac{36}{9}$ cuprinde 4 întregĭ tocmaĭ, adică

$$\frac{36}{9} = 4$$

106. Regulă. *Pentru a reduce un numĕr fracţionar în formă de fracţiune supraunitară, înmulţim pe întreg cu numitorul fracţiuniĭ şi adăogim şi pe numĕrător; iar resultatuluĭ 'ĭ dăm ca numitor tot pe numitorul fracţiuniĭ.*

Exemple. I. Să se reducă în formă de fracţiune numĕrul fracţionar $8 + \frac{3}{7}$.

Inmulţim pe întregiĭ 8 cu numitorul 7, şi produsuluĭ 56 'ĭ adăogim şi pe numĕrătorul 3; sumeĭ 59 'ĭ dăm de numitor pe 7; adică

$$8 + \frac{3}{7} = \frac{8 \times 7 + 4}{7} = \frac{59}{7}$$

II. Să se reducă numĕrul 5 în formă de fracţiune, cu numitorul 7.

Lucrăm întocmaĭ după regulă, cu deosebire că aci numĕrul 5 nefiind însoţit de fracţiune, nu vom adăogi nimic produsuluĭ 35 al luĭ 5 prin 7. Aşa dar,

$$5 = \frac{35}{7}$$

Exerciţiĭ. I. Să se scótă întregiĭ fracţiunilor urmĕtóre:

$\frac{8}{3}$; $\frac{54}{7}$; $\frac{83}{5}$; $\frac{15}{15}$; $\frac{217}{33}$; $\frac{256}{16}$; $\frac{127}{4}$.

II. Să se reducă în formă de fracţiune urmĕtórele numere fracţionare:

$2 + \frac{5}{9}$; $8 + \frac{1}{2}$; $6 + \frac{8}{4}$; $15 + \frac{4}{7}$; $1 + \frac{1}{4}$; $18 + \frac{17}{25}$; $4 + \frac{15}{16}$.

III. Să se reducă în formă de fracţiune întregiĭ următorĭ :

9, cu numitorul 3;
7, „ „ 14;
8, „ „ 3;
29, „ „ 18;

Simplificarea fracţiunilor.

107. *A simplifica o fracţiune, saŭ a o reduce la maĭ simplă expresie*, va să zică a o scrie cu termenĭ maĭ micĭ, fără a-ĭ schimba valórea.

Ast-fel fracţiunea $\frac{6}{9}$, simplificată, devine $\frac{2}{3}$, pentru-că acésta de a doua este egală cu $\frac{6}{9}$, însă are termenĭ maĭ micĭ.

108. **Regula I**. *Pentru a simplifica o fracţiune, împărţim şi pe numitorul şi pe numĕrătornl eĭ cu aceleaşĭ numere.*

Exemple. I. Să se simplifice fracţiunea $\frac{14}{21}$.

Impărţim şi pe numĕrător şi pe numitor prin 7, şi găsim:

$$\frac{14:7}{21:7}=\frac{2}{3}.$$

Aşa dar, fracţiunea dată $\frac{14}{21}$, simplificându-se, se reduce la $\frac{2}{3}$.

Operaţiunea se aşéză ast-fel:

$$\overset{7}{\frac{14}{21}}=\frac{2}{3}$$

II. Să se simplifice fracţiunea $\frac{168}{252}$.

Impărţim şi pe numĕrător şi pe numitor prin 4, şi găsim:

$$\frac{168:4}{252:4}=\frac{42}{63}$$

Fracţiunea $\frac{42}{63}$ este $\frac{168}{252}$, simplificată cu 4.

Fracţiunea $\frac{42}{63}$ se póte şi ea simplifica cu 3, şi avem:

$$\frac{42:3}{63:3}=\frac{14}{21}$$

Fracţiunea $\frac{14}{21}$ se póte şi ea simplifica cu 7, şi avem;

$$\frac{14:7}{21:7}=\frac{2}{3}$$

Aşa dar, fracţiunea dată $\frac{168}{252}$, simplificându-se, se reduce la $\frac{2}{3}$.

Operaţiunea se aşéză ast-fel:

$$\overset{4}{\frac{168}{252}}=\overset{3}{\frac{42}{63}}=\overset{7}{\frac{14}{21}}=\frac{2}{3}$$

109. **Regula II**. *Pentru a reduce o fracţiune dintr'o dată, la cea maĭ simplă expresie, căutăm pe cel maĭ mare comun divisor între numĕrător şi numitor, şi cu dînsul împărţim şi pe numĕrător şi pe numitor.*

Exemplu. Să se reducă fracţiunea $\frac{1989}{2601}$ la ceamaĭ simplă expresie.

Căutam pe cel maĭ mare comun divisor între 2601 şi 1989.

	1	3	4
2601	1989	612	153
1989	1836	612	
612	153	0	

El este 153, şi cu dînsul împărţim şi pe numĕrător şi pe numitor:

$$\frac{1989 : 153}{2601 : 153} = \frac{13}{17}$$

Fracţiunea $\frac{1989}{2601}$, simplificată, este $\frac{13}{17}$.

Exerciţiĭ. Să se simplifice fracţiunile următóre:

$\frac{60}{72}$; $\frac{360}{1296}$; $\frac{1690}{2600}$; $\frac{320}{540}$; $\frac{75}{120}$; $\frac{1428}{2204}$; $\frac{612}{828}$; $\frac{3333}{6666}$;

$\frac{9027}{9126}$; $\frac{7200}{12600}$; $\frac{512}{624}$; $\frac{918}{1071}$.

Reducerea fracţiunilor la acelaşĭ numitor.

110. *A reduce nisce fracţiunĭ la acelaşĭ numitor* va să zică a le înlocui cu alte fracţiunĭ de aceiaşĭ mărime, însă carĭ să aibă tóte acelaşĭ numitor.

Ast-fel, a reduce fracţiunile $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$ la acelaşĭ numitor va să zică ca, în locul lor, să găsim fracţiunile $\frac{40}{60}$, $\frac{48}{60}$, $\frac{45}{60}$, carĭ sunt tot atât de marĭ ca şi $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$, însă aŭ tóte acelaşĭ numitor, 60.

111. **Regula I.** *Pentru a reduce nisce fracţiunĭ la acelaşĭ numitor, înmulţim ambiĭ termenĭ aĭ fie-căreia din ele prin numitoriĭ tutulor celor-lalte.*

Exemplu. Să se reducă la acelaşĭ numitor fracţiunile $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$.

Inmulţim ambiĭ termenĭ aĭ fracţiuniĭ $\frac{2}{3}$ prin numitoriĭ 5, 4, 2 aĭ celor-lalte treĭ, şi avem:

$$\frac{2}{3}=\frac{2\times5\times4\times2}{3\times5\times4\times2}=\frac{80}{120}.$$

Inmulţim ambiĭ termenĭ aĭ fracţiuniĭ $\frac{4}{5}$ prin numitoriĭ 3, 4, 2 aĭ celor-lalte treĭ, şi avem:

$$\frac{4}{5}=\frac{4\times3\times4\times2}{5\times3\times4\times2}=\frac{96}{120}.$$

Făcênd tot aşa şi pentru $\frac{3}{4}$ şi $\frac{1}{2}$, găsim:

$$\frac{3}{4}=\frac{3\times3\times5\times2}{4\times3\times5\times2}=\frac{90}{120}.$$

$$\frac{1}{2}=\frac{1\times3\times5\times2}{2\times3\times5\times4}=\frac{60}{120}.$$

Fracţiunile date, reduse la acelaşĭ numitor, sunt dar $\frac{80}{120}$, $\frac{96}{120}$, $\frac{90}{120}$, $\frac{66}{120}$.

112. **Regula II.** Maĭ multe fracţiunĭ se pot reduce la acelaşĭ numitor în modul următor:

Aflăm pe cel maĭ mic multiplu comun al numitorilor lor, şi-l împărţim pe rînd prin fie-care numitor; cu câtul aflat de la fie-care numitor, înmulţim pe numĕrătorul corespunzĕtor, şi la tóte produsele ce căpătăm ast-fel, dăm de numitor chiar pe acel maĭ mic multiplu comun.

Acéstă operaţiune se numesce *reducerea fracţiunilor la cel maĭ mic numitor comun.*

Exemplu. Să se reducă la cel maĭ mic numitor comun fracţiunile $\frac{13}{24}$, $\frac{27}{40}$, $\frac{7}{18}$, $\frac{32}{45}$.

Căutăm după regulă (101) pe cel maĭ mic multiplu comun al numitorilor 24, 40, 18, 45, şi găsim că este 360.

Pe 360 'l împărţim cu primul numitor, 24, şi cu câtul aflat, 15, înmulţim pe numĕrătorul 13. Avem produsul 195, căruia 'ĭ dăm de numitor pe 360, şi formăm fracţiunea $\frac{195}{360}$.

Pe 360 'l împărţim cu al doilea numitor, 40, şi cu câtul aflat, 9, înmulţim pe numĕrătorul 27. Avem produsul 234, căruia 'ĭ dăm de numitor pe 360, şi formăm fracţiunea $\frac{243}{360}$.

Urmând tot aşa şi cu fracţiunile $\frac{7}{18}$ şi $\frac{32}{45}$, găsim în locul lor pe $\frac{140}{360}$ şi $\frac{256}{360}$.

Operaţiunea se aşéză ast-fel:

	360	
$\frac{13}{24}$	15	$\frac{13}{24}=\frac{13\times15}{360}=\frac{195}{360}$
$\frac{27}{40}$	9	$\frac{27}{40}=\frac{27\times9}{360}=\frac{243}{360}$
$\frac{7}{18}$	20	$\frac{7}{18}=\frac{7\times20}{260}=\frac{140}{360}$
$\frac{32}{45}$	8	$\frac{32}{45}=\frac{32\times8}{360}=\frac{256}{360}$

113. Regula III. *Ca să scim care este maĭ mare din maĭ multe fracţiunĭ date, le reducem maĭ întâiŭ la acelaşĭ numitor, şi atuncĭ cea maĭ mare din ele este aceea care are unmĕrătorul cel maĭ mare.*

Exemplu. Care este maĭ mare din fracţiunile $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}$?

Aceste fracţiunĭ, reduse la acelaşĭ, numitor sunt:

$$\frac{2}{3}=\frac{80}{120};\ \frac{4}{5}=\frac{96}{120};\ \frac{3}{4}=\frac{90}{120};\ \frac{1}{2}=\frac{60}{120};$$

şi acum se vede că cea maĭ mare este $\frac{4}{5}$ saŭ $\frac{96}{120}$, pentru-că numĕrătorul 96 este cel maĭ mare. După dînsa vine $\frac{3}{4}$; pe urmă $\frac{2}{3}$, şi în fine $\frac{1}{2}$.

Exercițiĭ. Să se reducă la acelaşĭ numitor, saŭ la cel maĭ mic numitor comun, fracţiunile următóre:

$\frac{8}{9}, \frac{5}{12}, \frac{11}{12}$.

$\frac{9}{11}, \frac{15}{20}$.

$\frac{19}{27}, \frac{32}{45}, \frac{8}{15}$.

$\frac{2}{4}, \frac{2}{5}, \frac{7}{11}$.

$\frac{3}{8}, \frac{2}{3}, \frac{1}{7}, \frac{5}{9}, \frac{5}{6}$.

$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{11}{24}$.

Adunarea fracţiunilor ordinare.

114. **Regula I.** *Pentru a aduna fracţiunile ordinare, le reducem maĭ întâiŭ la acelaşĭ numitor, dacă nu aŭ acelaşĭ numitor; pe urmă adunăm numĕrătoriĭ, şi sumeĭ îĭ dăm de numitor pe numitorul comun al fracţiunilor.*

Exemple. I. Să se adune fracţiunile $\frac{5}{9}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{2}{9}$.

Aceste fracţiunĭ, avênd acelaşĭ numitor, adunăm numaĭ pe numĕrătorĭ; iar sumeĭ 17, îĭ dăm de numitor pe numitorul comun 9. Suma va fi dar $\frac{17}{9}$.

II. Să se adune fracţiunile $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{1}{2}$.

De óre-ce nu aŭ acelaşĭ numitor, le reduc maĭ întâiŭ la acelaşĭ numitor, şi atuncĭ ele devin: $\frac{42}{210}$, $\frac{140}{210}$, $\frac{150}{210}$, $\frac{105}{210}$, şi pe acestea adunându-le după regulă, vom avea:

$$\frac{42}{210}+\frac{140}{210}+\frac{150}{210}+\frac{105}{210}=\frac{42+140+150+105}{210}=\frac{437}{210}=2\frac{17}{210}$$

115. **Regula II.** *Pentru a aduna numere fracţionare, adunăm maĭ întâiŭ fracţiunile şi scótem întregiĭ, pe carĭ îĭ adunăm cu întregiĭ.*

Exemplu. Să se adune $5\frac{3}{5}$ cu $2\frac{4}{7}$ şi cu $9\frac{2}{3}$.

Adunăm maĭ întâiŭ fracţiunile şi scótem întregiĭ:

$$\frac{3}{5}+\frac{4}{7}+\frac{2}{3}=\frac{63}{105}+\frac{60}{105}+\frac{70}{105}=\frac{193}{105}=1\frac{88}{105}.$$

Intregul 1 îl adun cu întregiĭ daţĭ, 5, 2 şi 9, şi găsim 17. Aşa dar, suma numerelor fracţionare date este $17\frac{88}{105}$.

Exerciţiĭ. Să se facă adunările următóre:

$\frac{2}{9}+\frac{3}{9}+\frac{6}{9}+\frac{4}{9}$;	$\frac{13}{14}+\frac{17}{18}+\frac{20}{21}+\frac{23}{24}$;
$\frac{2}{5}+\frac{1}{4}+\frac{3}{7}+\frac{1}{2}$;	$3\frac{5}{6}+4\frac{7}{11}+5\frac{2}{15}$;
$\frac{8}{9}+\frac{1}{3}+\frac{5}{6}+\frac{4}{5}$;	$\frac{2}{3}+\frac{5}{7}+\frac{2}{9}+\frac{7}{11}$;
$2\frac{4}{5}+7\frac{1}{3}+4\frac{6}{7}$;	$1\frac{1}{2}+2\frac{1}{3}+\frac{3}{5}+4$;
$8\frac{2}{3}+5\frac{1}{5}+\frac{3}{4}$;	$\frac{2}{7}+\frac{3}{8}+\frac{1}{5}+3\frac{6}{11}$.

Probleme. I. S'a cumpĕrat într'o zi $\frac{3}{7}$ dintr'un metru de materie; în altă zi, $\frac{4}{5}$ dintr'un metru; în alta, $\frac{1}{3}$ dintr'un metru; cât s'a cumpĕrat peste tot? (R. $1\frac{59}{105}$ metri).

II. Un zid s'a lucrat în treĭ zile; în ziua întâia, s'a făcut o lungime de $3\frac{2}{3}$ metri; a doua zi, $5\frac{1}{6}$ metri; a treia zi, $2\frac{4}{7}$ metri. Cât de lung este zidul? (R. De $11\frac{17}{42}$ metri).

III. Intr'un coș se află $12\frac{2}{3}$ kgr. zachăr; $8\frac{2}{5}$ kgr. cafea; $2\frac{1}{2}$ kgr. lumînărĭ; iar coșul gol cântăresce $3\frac{3}{4}$ kgr. Cât cântăresce coșul plin? (R. $28\frac{19}{60}$ kgr.).

IV. O moșie cuprinde: $324\frac{2}{7}$ ectare de arătură, $132\frac{1}{6}$ ectare de fînéță, $192\frac{7}{8}$ ectare de imaș, și $3\frac{1}{5}$ ectare loc de casă; cât de mare este tótă moșia? (R. De $652\frac{443}{840}$ ectare).

V. George era de $6\frac{7}{8}$ anĭ când a intrat. în șcólă; a urmat la șcólă $10\frac{9}{11}$ anĭ, și sunt $5\frac{3}{5}$ anĭ de când a eșit din șcólă. De câțĭ anĭ este el astăzĭ? (R. De $29\frac{129}{440}$ anĭ).

VI. Distanța de la Bucurescĭ la Ploescĭ este de $59\frac{4}{7}$ kilometri; de la Ploescĭ la Buzĕŭ de $68\frac{3}{8}$ kilometri; și de la Buzĕŭ la Brăila, de $99\frac{7}{13}$ kilometri. Ce distanță este de la Bucurescĭ până la Brăila? (R. De $227\frac{353}{728}$ kilometri).

Scăderea fracțiunilor ordinare.

116. Regula I. *Pentru a scădea o fracțiune ordinară din alta, le reducem maĭ întâiŭ la același numitor, dacă nu aŭ același numitor; pe urmă scădem numĕrătoriĭ unul din altul, și restuluĭ îĭ dăm de numitor pe numitorul comun al fracțiunilor.*

Exemplu. I. Să se scadă $\frac{4}{9}$ din $\frac{7}{9}$.

De óre-ce aŭ deja același numitor, scădem pe numĕrătorul 4 din 7, și restuluĭ îĭ dăm de numitor tot pe 9; așa dar:

$$\frac{7}{9}-\frac{4}{9}=\frac{7-4}{9}=\frac{3}{9}.$$

II. Să se scadă $\frac{2}{5}$ din $\frac{6}{7}$.

Le reducem maĭ întâiŭ la același numitor:

$$\frac{6}{7}=\frac{6\times5}{7\times5}=\frac{30}{35};$$

$$\frac{2}{5}=\frac{2\times7}{5\times7}=\frac{14}{35}.$$

Pe urmă scădem după regulă:

$$\frac{6}{7}-\frac{2}{5}=\frac{30-14}{85}=\frac{16}{35}$$

117. Regula II. *Pentru a scădea un numĕr fracționar din altul, scădem fracțiunile una din alta, și întregiĭ unul din altul. Dacă fracțiunea scăzĕtoruluĭ este maĭ mare de cât a descăzutuluĭ, luăm o unime de la întregiĭ descăzutuluĭ, pe care o reducem în formă de fracțiune, și pe urmă se scade după regulă.*

Exemple. I. Să se scadă $5\frac{2}{7}$ din $8\frac{4}{5}$.

Avem:

$$\frac{4}{5}-\frac{2}{7}=\frac{27}{35}-\frac{10}{35}=\frac{18}{35}\,;$$
$$8-5=3.$$

Așa dar, restul scăderiĭ este $3\frac{18}{85}$.

II. Din $13\frac{2}{5}$ să se scadă $9\frac{3}{4}$.

Avem:

$$\frac{2}{5}-\frac{3}{4}=\frac{8}{20}-\frac{15}{20}.$$

Fracțiunea scăzĕtoruluĭ $\frac{15}{20}$, fiind maĭ mare de cât fracțiunea descăzutuluĭ $\frac{15}{20}$, scăderea nu se póte face; de aceea, luăm o unitate din cele 13 de la descăzut, o reducem în formă de fracțiune, și atuncĭ fracțiunea descăzută devine $\frac{28}{20}$, și avem:

$$\frac{28}{20}-\frac{15}{20}=\frac{13}{20}\,;$$
$$12-9=3.$$

Așa dar restul scăderiĭ este $3\frac{13}{20}$.

III. Să se scadă $1\frac{7}{12}$ din 4.

Descăzutul neavênd fracțiune, îĭ luăm o unime și o reducem în fracțiune:

$$4-1\frac{7}{12}=3\frac{12}{12}-1\frac{7}{12}=2\frac{5}{12}.$$

Exercițiĭ. Să se facă scăderile următóre:

$\frac{8}{15}-\frac{3}{15}$; $\quad 7\frac{3}{4}-5\frac{4}{5}$;

$\frac{4}{5}-\frac{2}{9}$; $\quad 6-4\frac{2}{3}$;

$\frac{7}{9}-\frac{1}{3}$; $\quad \frac{22}{7}-\frac{355}{113}$;

$8\frac{5}{6}-2\frac{2}{5}$; $\quad 16-15\frac{7}{8}$.

Probleme. I. Cât maĭ rĕmâne dintr'un lucru din care s'a scos $\frac{5}{8}$? (R. $\frac{3}{8}$).

II. Dintr'o bucată de pânză de $28\frac{3}{5}$ metri s'a tăiat $15\frac{8}{9}$ metri; cât a maĭ rĕmas? (R. $12\frac{22}{45}$ metri).

III. Un butoiŭ gol cântăresce $18\frac{3}{4}$ kilograme, iar plin cu vin $158\frac{1}{5}$ kilograme; cât cântăresce vinul din el? (R. $139\frac{9}{20}$ kilograme).

IV. Dintr'o bucată de postav de $58\frac{1}{4}$ metri, s'a vîndut într'un rênd $7\frac{3}{7}$ metri, și în alt rînd $13\frac{2}{5}$ metri; cât a maĭ rĕmas? (R. $37\frac{59}{140}$ metri).

V. Cine-va se împrumută cu $254\frac{7}{20}$ leĭ, și plătesce dintr'înșiĭ $128\frac{4}{25}$ leĭ; cât îĭ maĭ rĕmâne de plătit? (R. $126\frac{19}{100}$ leĭ).

VI. Un negușător vinde lână și mătase de 815 lei, dintre carĭ mătasea singură a fost de $638\frac{2}{7}$ leĭ; cât a costat lâna? (R. $176\frac{5}{7}$ leĭ).

Inmulțirea fracțiunilor ordinare.

118. **Regula I.** *Pentru a înmulți un întreg printr'o fracțiune, saŭ o fracțiune printr'un întreg, inmulțim pe numĕrătorul fracțiuniĭ cu întregul, fără a schimba pe numitor.*

Exemple. Să se înmulțéscă 8 prin $\frac{5}{7}$.

După regulă, avem:

$$8\times\frac{5}{7}=\frac{8\times5}{7}=\frac{40}{7}.$$

II. Să se înmulţéscă $\frac{5}{12}$ prin 4.
Avem :

$$\frac{5}{12}\times4=\frac{5\times4}{12}=\frac{20}{12}=\frac{5}{3}.$$

119. Regula. II. *Pentru a înmulţi o fracţiune prin o altă fracţiune, înmulţim pe numĕrătorĭ între dînşiĭ şi pe numitorĭ între dînşiĭ.*

Exemplu. Să se înmulţéscă $\frac{5}{7}$ prin $\frac{2}{3}$.
După regulă, avem :

$$\frac{5}{7}\times\frac{2}{3}=\frac{5\times2}{7\times3}=\frac{10}{21}.$$

130. Regula III. *Dacă vre-unul din factorĭ, saŭ şi amândoĭ, sunt numere fracţionare, se reduc în formă de fracţiune, şi pe urmă se înmulţesce după regulă.*
Exemplu. Să se înmulţéscă $8\frac{1}{3}$ prin $6\frac{3}{5}$.
Avem :

$$8\frac{1}{3}\times6\frac{3}{5}=\frac{25}{3}\times\frac{33}{5}=\frac{25\times33}{3\times5}=\frac{825}{15}=55.$$

Exerciţiĭ. Să se facă înmulţirile următóre:

$\frac{3}{8}\times7$;	$2\frac{3}{7}\times3$;
$4\times\frac{1}{5}$;	$7\times4\frac{1}{2}$;
$\frac{4}{7}\times\frac{2}{5}$;	$3\frac{2}{7}\times8\frac{1}{4}$;
$5\times\frac{1}{2}\times\frac{7}{8}$;	$4\frac{5}{6}\times1\frac{2}{5}\times14$.

Probleme. I. O persónă împarte câte $\frac{2}{7}$ leĭ la 5 săracĭ; câţĭ banĭ a dat la toţĭ? (R. $1\frac{3}{7}$ leĭ).

II. Un călĕtor face câte 55 kilometri pe zi; câţĭ kilometri va face în $8\frac{3}{7}$ zile? (R. $463\frac{4}{7}$ kilometri).

III. Un césornic înaintéză câte $3\frac{3}{4}$ minute pe zi; cu cât va înainta în 10 zile? (R. Cu $37\frac{1}{2}$ minute).

IV. Cine-va a cumpĕrat $8\frac{2}{5}$ metri de materie, cu câte $5\frac{1}{4}$ leĭ metrul; cât a dat pe tótă materia? (R. $44\frac{1}{10}$ leĭ).

V. Cât trebue să se plătéscă pe 16 sterĭ de lemne, a câte $7\frac{7}{8}$ leĭ sterul? (R. 126 leĭ).

VI. O cişmea umple într'o oră $\frac{5}{17}$ dintr'un basin; câtă parte din basin va umple în $2\frac{1}{5}$ ore? (R. $\frac{11}{17}$).

Impărţirea fracţiunilor ordinare.

121. Regula I. *Pentru a împărţi o fracţiune printr'un întreg, înmulţim pe numitorul fracţiuniĭ cu întregul, fără a schimba pe numĕrător.*

Exemplu. Să se împartă $\frac{4}{5}$ cu 9.

Inmulţim pe numitorul 5 cu 9, şi avem:

$$\frac{4}{5}:9=\frac{4}{5\times9}=\frac{4}{45}.$$

122. Regula II. *Pentru a împărţi un întreg saŭ o fracţiune printr'o fracţiune, rĕsturnăm fracţiuna împărţitóre şi înmulţim.*

Exemple. I. Să se imparte 8 prin $\frac{3}{7}$.

Fracţiunea împărţitóre $\frac{3}{7}$, fiind rĕsturnată, de vine $\frac{7}{3}$, şi cu acésta trebue să înmulţim pe 8, după regula de la înmulţire.

$$8:\frac{3}{7}=8\times\frac{7}{3}=\frac{8\times7}{3}=\frac{56}{3},$$

II. Să se împartă $\frac{5}{8}$ prin $\frac{2}{7}$.

Rĕsturnând pe împărţitorul $\frac{2}{7}$, el se face $\frac{7}{2}$, şi cu acésta înmulţim pe $\frac{5}{8}$.

$$\frac{5}{8}:\frac{2}{7}=\frac{5}{8}\times\frac{7}{2}=\frac{5\times7}{8\times2}=\frac{35}{16}.$$

123. Regula III. *Dacă deîmpărţitul, saŭ împărţitorul saŭ şi amândoĭ, sunt numere fracţionare, le reducem în formă de fracţiune, şi pe urmă se împarte după regulă.*

Exemplu. Să se imparte 9 prin $4\frac{3}{7}$.

Avem:

$$9:4\frac{3}{7}=9:\frac{31}{7}=9\times\frac{7}{31}=\frac{9\times7}{31}=\frac{63}{31}$$

Exerciţiĭ. Să se facă împărţirile următóre:

$\frac{3}{10} : 5$; $5\frac{10}{13} : 8\frac{7}{9}$;
$\frac{12}{13} : 6$; $\frac{800}{234} : 9$;
$7 : \frac{2}{3}$; $3\frac{7}{20} : 3\frac{9}{20}$;
$\frac{5}{8} : \frac{4}{7}$; $6 : \frac{24}{31}$;
$2\frac{2}{5} : 8$; $4 : 5\frac{2}{9}$;
$14 : 3\frac{5}{6}$; $\frac{41}{50} : 41$.

Probleme. I. S'a plătit 27 leĭ pentru $4\frac{3}{7}$ metri de o stofă ; cât costă metrul ? (R. $6\frac{3}{31}$ leĭ).

II. Un călĕtor face 25 kilometri pe zi ; în câte zile va face el $93\frac{3}{4}$ kilometri ? (R. In $3\frac{3}{4}$ zile).

III. S'aŭ dat $83\frac{1}{3}$ leĭ la lucrătorĭ ; cât se cuvine fiecăruia ? (R. $6\frac{17}{18}$ leĭ).

IV. S'a plătit $837\frac{4}{7}$ leĭ pentru nisce materie care costă $24\frac{1}{3}$ leĭ metrul ; câţĭ metri s'aŭ cumpĕrat din acea materie ? (R. $34\frac{215}{511}$ metri).

V. Cât costă 1 gram de aur, dacă $\frac{5}{7}$ dintr'un gram costă $2\frac{2}{7}$ leĭ ? (R. $3\frac{1}{5}$ leĭ).

VI. Câţĭ sterĭ de lemne de foc se pot cumpĕra cu $125\frac{1}{2}$ leĭ, câte $6\frac{13}{20}$ leĭ sterul ? (R. $18\frac{116}{133}$ sterĭ).

Probleme asupra celor patru operaţiunĭ cu fracţiunĭ ordinare

Un croitor are o bucată de stofă de 12 metri, din care să facă nisce veste ; pentru fie-care vestă trebue $\frac{3}{8}$ metri de stofă ; câte veste va putea face ?

II. Un lucrător face $8\frac{1}{3}$ metri de stofă în $6\frac{1}{4}$ ore ; câţĭ metri face pe oră ?

III. Un lucrător face $8\frac{4}{7}$ metri de postav pe oră, iar altul face $\frac{5}{8}$ metri ; care din doĭ lucréză maĭ iute, şi cu cât lucréză el maĭ mult de cât cel-lalt în 12 ore ?

IV. O cişmea dă $5\frac{1}{3}$ litri de apă pe minut ; câtă apă dă ea în $2\frac{3}{4}$ ore ?

V. Un neguţător avea un metru de stofă, şi vinde din ea odată $\frac{1}{3}$, şi altă dată $\frac{1}{6}$; cât i-a maĭ rĕmas?

VI. O bucată de postav este lată de $\frac{5}{12}$ metri, iar alta de $\frac{7}{16}$ metri. Care este maĭ lată, şi cu cât anume?

VII. Kilogramul de cafea a costat 2,60; când se prăjesce, cafeaua perde $\frac{1}{5}$ din greutatea sa. Se vinde de 100 leĭ cafea prăjită, cu preţ de 4 leĭ kilogramul. Care a fost câştigul?

VIII. Un om de ţéră vinde la oraş $8^{kgr.}$,750 de unt, cu câte 3^{l},15 kilogramul; 66 de ouĕ, a câte 6 ouĕ la 40 banĭ, şi 3 puĭ, a câte 85 banĭ unul. Din baniĭ ce a luat, el cumpĕră $5^{m.}\frac{3}{4}$ de stofă a 1^{l},25 metrul, şi $1^{m.}$,35 de căptuşélă, a 0^{l},55 metrul. Câţĭ banĭ i-aŭ maĭ rĕmas?

IX. Un agricultor avea 150 ectolitri de grâŭ; el vinde maĭ întâiŭ $\frac{2}{5}$ din acéstă cantitate, pe urmă $\frac{3}{4}$ din ceia ce-ĭ maĭ rĕmăsese, şi în fine $\frac{5}{7}$ din ceia ce-ĭ maĭ rĕmăsese după a doua vînzare. Câţĭ ectolitri de grâŭ i-a maĭ rĕmas?

X. Un lucrător merge la lucru la şése ore şi un sfert diminéţa, şi ese la şépte ore şi jumĕtate séra; în timpul acesta, el are un repaos de o jumĕtate oră la dejun, şi unul de o oră şi un sfert la prânz. Câte ore de lucru face el pe zi?

XI. Cine-va câştigă 1487 leĭ pe an; care 'ĭ este câştigul pe sĕptĕmână, sciind că într'un an sunt $52\frac{1}{7}$ sĕptĕmânĭ?

XII. Un agricultor vinde $59\frac{1}{2}$ ectolitri de grâŭ cu $19\frac{3}{5}$ leĭ ectolitrul; câte cântare de fîn va putea el cumpĕra cu aceştĭ banĭ, sciind că cântarul de fîn costă $6\frac{3}{4}$ leĭ?

XIII. Un băcan vinde într'o zi de 725 leĭ zachăr şi cafea; zachărul costă $1\frac{3}{4}$ leĭ kilogramul, iar cafeaua $3\frac{7}{25}$ leĭ kilogramul; din cafea, a vîndut $87\frac{1}{2}$ kilograme; cât zachăr a vîndut?

XIV. Suta de kilograme de cafea a costat $214\frac{3}{4}$ leĭ; pe cât trebue să se vîndă $432\frac{1}{2}$ kilograme din acea cafea, pentru a se câştiga câte $\frac{3}{5}$ leĭ la fie-care kilogram?

CAPITOLUL VII.

Transformarea fracţiunilor ordinare în zecimale, şi vice-versa.

Transformarea fracţiunilor ordinare în zecimale.

124. Regulă. *Pentru a preface o fracţiune ordinară în zecimală, punem virgulă la drépta numĕrătoruluĭ, şi după virgulă scriem orĭ câte nule; pe urmă împărţim pe numĕrător prin numitor, după regula împărţiriĭ zecimalelor.*

Exemple. I. Să se prefacă în zecimale fracţiunea ordinară $\frac{7}{16}$.

Operaţiunea se aşéză ast-fel:

7,0000	16
70	0,4375
60	
120	
80	
0	

Am pus virgulă după 7, şi după virgulă am scris maĭ multe nule; pe urmă am împărţit pe 7,0000 prin 16, după regula împărţiriĭ zecimalelor, şi câtul este 0,4375. Aşa dar, fracţiunea $\frac{7}{16}$ s'a prefăcut în 0,4375.

II. Să se transforme în zecimale fracţiunea ordinară $\frac{64}{27}$.

După regulă lucrăm aşa:

64,0000000	27
100	2,370370370
190	
100	
190	
100	
190	

Vedem aci că, orĭ-câte nule am pune la deîmpărţit, împărţirea nu se va sfârşi nicĭ-odată, pentru-că aceleaşĭ resturĭ se repetă mereŭ, şi prin urmare şi cifrele de la cât, 3, 7, 0, se repetă mereŭ.

Fracţiunea 2,370370370. . . se chiamă *periodică;* iar numĕrul 370, care se repetă mereŭ, se chiamă *periodă.*

Perioda 370 începe a se repeta îndată după virgulă; de aceea fracţiunea 2,370370. . se chiamă *periodică simplă.*

III. Să se prefacă în zecimale fracţiunea ordinară $\frac{95}{108}$.

$$
\begin{array}{l|l}
95{,}0000000 & 108 \\
\cline{2-2}
950 & 0{,}87962962962 \\
\ \ 860 & \\
\ \ 1040 & \\
\ \ \ \ 680 & \\
\ \ \ \ \ 320 & \\
\ \ \ \ \ \ 1040 & \\
\ \ \ \ \ \ \ 680 & \\
\ \ \ \ \ \ \ \ 320 &
\end{array}
$$

Nicĭ aci fracţiunea dată *nu se transformă exact în zecimală;* însă perioda, 962, nu începe îndată după virgulă; şi de aceia, fracţiunea 0,87962962962 . . se chiamă *periodică mixtă.*

Exerciţiĭ. Să se prefacă în zecimale următórele fracţiunĭ ordinare:

$$\frac{7}{8};\ \frac{4}{25};\ \frac{13}{40};\ \frac{7}{9};\ \frac{2}{11};\ \frac{25}{7};\ \frac{5}{12};\ \frac{9}{44}.$$

Transformarea fracţiunilor zecimale în ordine.

125. **Regula I.** *Pentru a transforma o zecimală neperiodică în fracţiune ordinară, punem partea zecimală ca numĕrător, şi ca numitor pe 1 urmat de atâtea nule, câte cifre eraŭ după virgulă.*

Exemplu. Să se transforme zecimala 0,8125 în fracţiune ordinară.

Punem partea 8125 ca numĕrător, iar ca numitor pe 10000, pentru-că sunt patru cifre după virgulă, şi simplificăm:

$$0{,}8125 = \frac{8125}{10000} = \frac{1625}{2000} = \frac{325}{400} = \frac{65}{80} = \frac{13}{16}.$$

126. Regula II. *Ca să transformăm o zecimală periodică simplă în fracţiune ordinară, punem ca numĕrător perioda, iar ca numitor un numĕr format de atâţia 9 câte cifre are perioda.*

Exemplu. Să se transforme 0,259259259. în fracţiune ordinară.

Perioda este 259; prin urmare:

$$0{,}259259259 \ldots = \frac{259}{999}.$$

127. Regula III. *Ca să transformăm o zecimală periodică mixtă în fracţiune ordinară, punem ca numĕrător numĕrul format din partea neperiodică urmată din partea periodică, minus partea neperiodică; iar ca numitor, un numĕr format din atâţia 9 câte cifre are perioda, urmat de atâţia 0 câte cifre are partea neperiodică.*

Exemplu. Să se transformĕ în fracţiune ordinară zecimala 0,397727272.

Perioda aci este 72, şi are două cifre; iar partea neperiodică este 397, şi are treĭ cifre.

Numĕrătorul va fi 39772—397, care se găsesce, scăzênd partea neperiodică 397 din numĕrul 39772, format din partea neperiodică 397, urmată de perioda 72.

Numitorul va fi 99000, format din doĭ 9, (pentru-că perioda 72 are două cifre), urmaţĭ de treĭ zero (pentru-că partea neperiodică 397 are treĭ cifre). Aşa dar:

$$0{,}397727272 \ldots = \frac{39772-397}{99000} = \frac{39375}{99000}.$$

Exercițiĭ. Să se transforme următórele zecimale în fracțiunĭ ordinare:

0,125;	0,5434343 . . .;
4,2675;	0,273444 . .;
0,454545 . . .;	0,82757575 . . .;
0,225225225 . . .;	0,52436436436 . . .;
0,326732673267 . .;	5,13969696 . . . .;

CAPITOLUL VIII.

Numere complexe.

128. Inainte de anul 1867, pentru mĕsurarea mărimilor, nu se întrebuințaŭ în România unitățile de mĕsură ale sistemuluĭ metric, ci nisce unitățĭ formate într'un fel cu mult maĭ puțin regulat.

Iacă cele maĭ însemnate din acele unitățĭ:

Mĕsurĭ de lungime.

Stânjenul Șerban-Vodă, întrebuințat în Muntenia, împărțit în 8 *palme;* palma în 10 *degete;* degetul în 10 *liniĭ*.

Stânjenul domnesc, din Moldova, împărțit în 8 *palme*, palma în 8 *palmace;* palmacul 12 *liniĭ*.

Prăjină se chiamă o lungime de 3 stânjenĭ.

Cotul (maĭ ales pentru mĕsura stofelor), împărțit în 8 *rupĭ;* rupul în 2 *grefĭ*.

Mĕsurĭ de suprafață.

Stânjenul pătrat Șerban-Vodă din Muntenia, împărțit în 64 *palme pătrate;* palma pătrată în 100 *degete pătrate;* degetul pătrat în 100 *liniĭ pătrate*.

Stânjenul pătrat domnesc, din Moldova, împarțit în 64 *palme pătrate;* palma patrată în 64 *palmace pătrate;* palmacul pătrat în 144 *liniĭ pătrate*.

Pentru mĕsura locurilor și a moșiilor se întrebuința în Muntenia *pogonul*, care era un drept-unghiŭ, lung de 24 prăjinĭ saŭ

72 stânjenĭ, şi lat de 6 prĕjinĭ saŭ 18 stânjenĭ. El cuprindea 1296 stânjenĭ pătraţĭ.

In Moldova, era *falcea*, care era un drept-unghiŭ lung de 80 prăjinĭ saŭ 240 stânjenĭ, şi lat de 4 prăjinĭ saŭ 12 stânjenĭ. Ea cuprindea 2880 stânjenĭ pătraţĭ.

Mĕsurĭ de volum.

Stânjenul cub Şerban-Vodă din Muntenia, împărţit în 512 *palme cubice;* palma cubică, în 1000 *degete cubice;* degetul cubic, în 1000 *liniĭ cubice.*

Stânjenul cubic domnesc din Moldova, împărţit în 512 *palme cubice;* palma cubică, în 512 *palmace cubice;* palmacul cubic, în 1728 *liniĭ cubice.*

Când însă stânjenul cubic servia pentru mĕsurarea lemnelor de foc, el se împărţia în 8 părţĭ egale, carĭ se chemaŭ tot palme, atât în Moldova, cât şi în Muntenia.

Mĕsurĭ de capacitate.

Şi în Muntenia, şi în Moldova, *ocaua* împărţită în 4 *litre*, litra în 100 *dramurĭ*, dramul în 2 *tenchiurĭ.*

Pentru cantităţĭ maĭ marĭ de lichide, se întrebuinţa *vadra*, care avea 10 *ocale.*

Pentru mĕsurarea grânelor, în Muntenia era *chila*, împărţită în 20 de *baniţe;* baniţa în 20 *ocale.* Iar în Moldova, *chila*, împărţită în 2 *mierţe;* mierţa în 10 *baniţe* saŭ *demerliĭ;* baniţa saŭ demerlia în 20 *ocale.*

Mĕsurĭ de greutate.

Si în Muntenia, şi în Moldova, *ocaua* împărţită în 4 *litre;* litra în 100 *dramurĭ.*

Mĕsurĭ de monedă.

In Muntenia *leul* (vechiŭ), împărţit în 40 *parale;* paraua în 3 *banĭ.*

In Moldova, *leul* (vechiŭ), împărţit în 40 *parale;* paraua în 2 *lescăĭ*.

Galbenul era o monedă de aur, ce preţuia 32 leĭ în Muntenia, şi 37 leĭ în Moldova.

Napoleonul avea 54 leĭ în Muntenia, şi 62 leĭ 20 parale în Moldova.

Lira turcéscă avea 62 leĭ în Muntenia, şi 71 leĭ în Moldova.

Lira englesă saŭ *lira sterlingă* avea 67 leĭ 20 parale în Muntenia, şi 78 leĭ în Moldova.

Polul imperial rusesc avea 55 leĭ în Muntenia, şi 63 leĭ în Moldova.

Sfanţul era o monedă de argint, care avea 2 leĭ 10 parale în Muntenia, şi 2 leĭ 20 parale în Moldova.

Mĕsurĭ de timp.

Aceste mĕsurĭ se întrebuinţéză încă şi astăzĭ, nu numaĭ la noĭ, dar în tótă lumea.

Ziua se imparte în 24 *ore;* ora în 60 *minute;* minutul în 60 *secunde.*

Anul cuprinde 12 *lunĭ*. Lunile nu sunt tóte de aceiaşĭ lungime; una are 28 saŭ 29, altele 30, altele 31 zile; însă tóte împreună fac 365 zile (366 zile când anul este bisect), aşa că anul are 365 saŭ 366 zile.

In comerciŭ însă este obiceiŭ a socoti tóte lunile de câte 30 zile; aşa că anul comercial are 360 zile.

Secolul cuprinde 100 *anĭ.*

Mĕsurĭ de unghiurĭ.

Unghiul drept, împărţit în 90 de *grade;* gradul în 60 minute; minutul în 60 *secunde.*

Aceste mĕsurĭ sunt încă întrebuinţate şi astăzĭ.

129. Aşa dar, unităţile de mĕsură, întrebuinţate în România înainte de 1867, nu descresceaŭ numaĭ din 10 în 10, saŭ din 100 în 100, saŭ din 1000 în 1000, ca cele din sistemul metric.

Se numesce **numĕr complex** *un numĕr care însemnéză unitățĭ ce nu descresc din 10 în 10, saŭ din 100 în 100, saŭ din 1000 în 1000, ca unitațile metrice.*

Exemplu. Când zic: 4 coțĭ 5 rupĭ 1 gref, acesta este un numĕr complex, pentru-că unitatea *rup* este de 8 orĭ maĭ mică de cât unitatea *cot*, şi unitatea *gref* de 2 orĭ maĭ mică de cât unitatea *rup*.

130. Se numesce *numitor* al fie-căruĭ fel de unime numĕrul care arată de câte orĭ acea unime cuprinde pe unimea maĭ mică, care vine îndată după dînsa.

Exemple. Un stânjen are 8 palme; 8 se chiamă numitorul stânjenilor.

Dramul încape de 100 de orĭ în litră; 100 este numitorul litrelor,

131. *Probleme.* I. Câte tenchiurĭ se află în 18^{oca} 3^{litre} $74^{dramurĭ}$ $1^{tenchiŭ}$?

O oca are 4 litre; aşa dar, 18 oca aŭ 18×4 litre, saŭ 72 litre, şi cu 3 litre, fac 75 litre.

O litră are 100 dramurĭ; aşa dar, 75 litre aŭ 75×100 dramurĭ, saŭ 7500 dramurĭ, şi cu 74 dramurĭ, fac 7574 dramurĭ.

Un dram are 2 tenchiurĭ; aşa dar, 7574 dramurĭ aŭ 7574×2 tenchiurĭ saŭ 15148 tenchiurĭ, şi cu 1 tenchiŭ, fac 15149 tenchiurĭ.

Aşa dar 18^{oca} $3^{l.}$ $74^{dr.}$ $1^{t.}$ fac 15149 tenchiurĭ.

Lucrare ce am făcut aci se chiamă *reducerea numĕrului complex la cel maĭ mic fel de unimĭ.*

II. Să se reducă la cel maĭ mic fel de unimĭ $8^{leĭ}$ $13^{par.}$ $2^{banĭ.}$

8 leĭ fac 8×40=320 parale, şi cu 13 par. fac 333 parale.

333 parale fac 333×3=999 banĭ, şi cu 2 banĭ fac 1001 banĭ.

Aşa dar numărul $8^{leĭ}$ $13^{par.}$ $2^{banĭ}$, redus la cel maĭ mic fel de unimĭ, dă 1001 banĭ.

132. *Probleme.* I. Câțĭ stânjenĭ, palme, palmace şi liniĭ de Moldova fac 29931 liniĭ?

Scim că 12 liniĭ fac un palmac; prin urmare, 29931 liniĭ cuprind 29931 : 12 palmace, saŭ 2494 palmace, şi maĭ rĕmân 3 liniĭ.

8 palmace fac o palmă; aşa dar cele 2494 palmace cuprind 2494: 8 palme saŭ 311 palme, şi maĭ rĕmân 6 palmace.

8 palme fac un stânjen; prin urmare, cele 311 palme cuprind 311: 8 stânjenĭ, saŭ 38 stânjenĭ, şi maĭ rĕmân 7 palme.

Aşa dar 29931 liniĭ fac $38^{st.}$ 7^{palme} $6^{palmace}$ $3^{linii.}$

Lucrarea ce am făcut aci se chiamă *prefacerea unuĭ numĕr de unităţĭ date în numĕr complex.*

II. Să se prefacă 329514 secunde în numĕr complex.

Avem 329514:60 minute, adică 5491 minute şi 54 secunde.

Cele 5491 minute fac 5491: 60 ore, adică 91 ore şi 31 min.

Cele 91 ore fac 91: 24 zile, adică 3 zile şi 19 ore.

Aşa dar 329514 secunde fac 3 zile 19 ore 31 minute 54 secunde.

Transformarea numerelor complexe de fracţiunĭ şi vice-versa.

133. Regula I. *Ca să prefacem un numĕr complex în fracţiune ordinară, îl reducem la cel maĭ mic fel de unime, şi-ĭ dăm de numitor pe produsul numitorilor tuturor felurilor de unime ce cuprinde, afară de cea maĭ mică.*

Exemple. I. Să se prefacă în fracţiune ordinară $2^{st.\ pătr.}$ $26^{p.\ p.}$ $53^{p.\ pc.}$ $5^{l.\ p.}$

$2^{st.\ p.}$ $26^{p.\ p.}$ $53^{pc.\ p.}$ $5^{l.\ p.}$ prefăcut în liniĭ pătrate, care este cel maĭ mic fel de unime, dă 1326901 liniĭ pătrate.

Numitoriĭ stânjenilor pătraţĭ, palmelor pătrate şi palmacelor pătrate sunt 64, 64 şi 144, şi produsul lor este 589825.

Aşa dar, numĕrul dat face $\frac{1326901}{589825}$ stânjenĭ pătraţĭ.

II. Să se prefacă în fracţiune ordinară numĕrul $13^{coţi}$ 3^{rupi} $0^{grefi.}$

Reducênd numĕrul la cel maĭ mic fel de unime, găsim că are $214^{gr.}$. Acestuĭ numĕr 'ĭ vom da de numitor pe 8, numitorul coţilor, înmulţit cu 2, numitorul rupilor, şi atuncĭ se face $\frac{214}{16}$.

Aşa dar, numĕrul dat face $\frac{214}{16}$ coţĭ.

134 Regula II. *Ca să prefacem un numĕr complex în fracţiune zecimală, îl prefacem maĭ întâiŭ în fracţiune ordinară, şi apoĭ pe acesta în fracţiune zecimală.*

Exemplu. Să se transforme în zecimale numĕrul 14^{oca} $2^{l.}$ $53^{dr.}$ $1^{t.}$

Acest numĕr, prefăcut în fracţiune ordinară, este $\frac{11707}{800}$; iar acéstă fracţiune, prefăcută în zecimale, este 14,63375.

Aşa dar,

$$14^{oca}\ 2^{l.}\ 53^{dr.}\ 1^{t.} = 14^{oca},63375.$$

135. **Regula III.** *Pentru a preface o fracţiune ordinară în numĕr complex, împărţim numĕrătorul prin numitor; câtul însemnéză unităţi de felul din care era fracţiunea dată. (Restul îl înmulţim cu numitorul aceluĭ fel de unităţĭ, şi produsul luĭ îl împărţim iarăşĭ prin numitorul fracţiuniĭ date; câtul însemnéză unităţi de felul maĭ mic care vine îndată după cele din carĭ era fracţiunea). Restul îl înmulţim prin numitorul acestuĭ al doilea fel de unităţĭ; produsul îl împărţim iarăşĭ prin numitorul fracţiuniĭ date; câtul va fi unităţi de felul al treilea. Şi aşa maĭ departe.*

Exemplu. Să se prefacă în numĕr complex fracţiunea ordinară $\frac{809}{108}$ din stânjenĭ de Moldova.

Operaţiunea se aşéză în modul următor:

1309	108	
229	$12^{st.\ M.}\ 0^{palme}\ 7^{palmace}\ 8^{linii}\ \frac{48}{108}$	
13	. . rest	
8	. . numitorul stânjenilor	
104	. . rest	
8	. numitorul palmelor	
832		
656		
76	. . rest	
12	. numitorul palmacelor	
152		
76		
912		
864		
48	. . rest	

Am împărţit pe 1309 prin 108; câtul 12 a fost stânjenĭ.

Restul 13 l-am înmulţit cu 8, numitorul stânjenilor, şi produsul 104 l-am împărţit prin 108, câtul *zero* a fost palme.

Restul 104 l-am înmulţit cu 8, numitorul palmelor, şi produsul 864 l-am împărţit prin 108; câtul 7 a fost palmace.

Restul 76 l-am înmulţit prin 12, numitorul palmacelor, şi produsul 912 l-am împărţit prin 108; câtul 8 sunt liniĭ.

Restul 48 îl scriem în formă de fracţiune $\frac{48}{108}$, care prin simplificare se póte reduce la $\frac{4}{9}$.

136. **Regula IV.** *Pentru a preface o fracţiune zecimală în numĕr complex, o prefacem maĭ întâiŭ în fracţiune ordinară, şi apoĭ pe acésta o prefacem în numĕr complex.*

Exemplu. Să se prefacă în numĕr complex 0,3375 leĭ vechĭ de Moldova.

Prefăcênd acéstă zecimală în fracţiune ordinară, găsim $\frac{27}{80}$; şi acéstă fracţiune, prefăcută în numĕr complex, dă $0^{\text{leĭ de M.}}$ $13^{\text{par.}}$ $1^{\text{l.}}$

Exerciţiĭ. I. Să se reducă la cel maĭ mic fel de unime complexele următóre:

$18^{\text{chile}}\ 12^{\text{baniţe}}\ 13^{\text{oca}}$;

$7^{\text{galbenĭ}}\ 15^{\text{leĭ}}\ 29^{\text{par.}}\ 1^{\text{ban}}$;

$54^{\text{prajinĭ}}\ 2^{\text{st. S. V.}}\ 5^{\text{p.}}\ 6^{\text{deg.}}\ 4^{\text{liniĭ}}$;

$2^{\text{st. cub. Mold.}}\ 13^{\text{p. cub.}}\ 251^{\text{pc. cub.}}\ 47^{\text{l. cub.}}$

II. Să se reducă în complexe unităţile următóre:

2517 ocale (în chile şi baniţe);

4566 liniĭ (în stânjenĭ Şerban-Vodă, saŭ în stânjenĭ de Moldova);

3739 banĭ (în leĭ şi parale);

27173 tenchiurĭ (în ocale şi litre);

4759144 secunde (în lunĭ de zile, ore şi minute);

III. Să se prefacă în fracţiunĭ ordinare şi zecimale complexele următóre:

$37^{lei}\ 18^{par.}\ 2^{banĭ}$;
$7^{chile}\ 8^{ban.}\ 83^{oca}\ 2^{litre}$;
$8^{coțĭ}\ 3^{rupĭ}\ 0^{grefĭ}$;
$14^{st.\ p.\ S.\ V.}\ 26^{p.\ p.}\ 3^{deg.\ p.}\ 78^{l.\ p.}$

IV. Să se prefacă în numere complexe următórele fracțiunĭ ordinare:

$\frac{3}{5}$ coțĭ; $\frac{8}{17}$ ocale;
$\frac{13}{27}$ stânjenĭ de Moldova; $\frac{13}{7}$ vedre;
$\frac{14}{15}$ chile de Moldova; $\frac{8}{3}$ stj. cub. Ș.-V.

V. Să se prefacă în numere complexe zecimalele următóre:

$0,^{galbenĭ,}\ 215$;
$14,^{oca,}\ 427$;
$25,^{anĭ,}\ 372372372 \ldots$;
$7,^{zile,}\ 24151515 \ldots$;

Adunarea numerelor complexe.

137. Regulă. *Pentru a face adunarea numerelor complexe, scriem unimile de acelașĭ fel unele sub altele, și adunăm numerele din fie-care colónă verticală, începênd de la cele de felul cel maĭ mic. Dacă suma din o colónă nu formézǎ una saŭ maĭ multe unimĭ de felul următor, o scriem întrégă dedesubt; iar dacă formézǎ, scriem dedesubt numaĭ numĕrul de unitățĭ ce nu pot face o unitate de felul următor, și pe cele-lalte le adunăm la suma din colóna următóre.*

Exemple. Să se adune $17^{galbenĭ}\ 23^{leĭ}\ 25^{par.}\ 1^{lesc.}$, cu $3^{gal.}\ 0^{leĭ}\ 17^{par.}\ 0^{lesc.}$, și cu $12^{galbenĭ}\ 14^{leĭ}\ 12^{par.}\ 1^{lesc.}$

$$\begin{array}{rrrr} 17^{galbenĭ} & 23^{leĭ} & 25^{par.} & 1^{lesc} \\ 3^{galbenĭ} & 0^{leĭ} & 17^{par.} & 0^{lesc.} \\ 12^{galbenĭ} & 14^{leĭ} & 12^{par.} & 1^{lesc.} \\ \hline 33^{galbenĭ} & 1^{leu} & 15^{par.} & 0^{lesc} \end{array}$$

Am scris numerele după regulă. Pe urmă, am început a aduna de la lescăĭ.

La ćolóna lescăilor, am găsit suma de 2 lescăĭ, carĭ fac o para tocmaĭ; am scris la sumă 0 lescăĭ, iar 1 para am adunat-o la colóna paralelor.

Adunând colóna paralelor, găsesc suma 55 parale, carĭ fac 1 leŭ şi 15 parale. Scriŭ dedesupt 15 parale, iar 1 leŭ îl adun la colóna leilor.

Adunând colóna leilor, găsesc suma 38 leĭ, carĭ fac 1 galben şi 1 leŭ (este vorba de banĭ de Moldova, pentru că acolo aŭ avut curs lescăile). Scriŭ 1 leŭ dedesubt, iar 1 galben îl adun cu colóna galbenilor.

Adunând colóna galbenilor, găsesc suma 33 galbenĭ, pe care o scriŭ dedesubt.

Suma cerută este $33^{\text{galbenĭ}}\ 1^{\text{leŭ}}\ 15^{\text{par.}}\ 0^{\text{lesc.}}$

Exercițiĭ. Să se facă adunările următóre:

I. $83^{\text{anĭ}}\ 7^{\text{lunĭ}}\ 13^{\text{zile}} + 2^{\text{secolĭ}}\ 14^{\text{anĭ}}\ 5^{\text{luni}}\ 2^{\text{zile}} + 72^{\text{anĭ}}\ 9^{\text{lunĭ}}\ 24^{\text{zile.}}$

II. $4^{\text{chile}}\ 3^{\text{bănițĭ}}\ 17^{\text{oca}} + 0^{\text{chile}}\ 17^{\text{bănițĭ}}\ 5^{\text{oca}} + 2^{\text{chile}}\ 5^{\text{bănițĭ}}\ 14^{\text{oca.}}$

III. $13^{\text{stj. s.v.}}\ 3^{\text{pal.}}\ 7^{\text{liniĭ}} + 34^{\text{stj.}}\ 5^{\text{deg.}}\ 9^{\text{liniĭ}} + 3^{\text{stj.}}\ 5^{\text{p.}}\ 7^{\text{deg.}}\ 4^{\text{liniĭ.}}$

IV. $25^{\text{leĭ}}\ 8^{\text{par.}} + 12^{\text{leĭ}}\ 25^{\text{par.}}\ 1^{\text{ban}} + 8^{\text{leĭ}}\ 13^{\text{par.}}\ 2^{\text{banĭ.}}$

V. $7^{\text{stj. cub. s. v.}}\ 433^{\text{pal. cub.}}\ 71^{\text{deg. cub.}} + 0^{\text{stj. cub.}}\ 42^{\text{p. cub.}} + 58^{\text{deg. cub.}}\ 149^{\text{liniĭ cub.}} + 14^{\text{stj. cub.}}\ 68^{\text{pal. cub.}}\ 156^{\text{deg. cub.}}$

Scăderea numerelor complexe.

138. Regulă. ***Pentru a scădea un numĕr complex din altul, scriem pe scăzĕtor sub descăzut, ca la adunare, şi scădem numerele de jos din cele de deasupra lor din fie-care colónă verticală, începĕnd de la cele de felul cel maĭ mic; resturile le scriem dedesubt. Dacă vre-unul din numerele de jos nu se póte scădea din cel de deasupra luĭ, luăm o unitate de felul imediat maĭ mare de la descăzut, o prefacem în felul de unitățĭ de carĭ avem lipsă, şi pe urmă scădem.***

Exemplu. Din $15^{\text{oca}}\ 2^{\text{l.}}\ 48^{\text{dr.}}$, să se scadă $8^{\text{oca}}\ 3^{\text{l.}}\ 25^{\text{dr.}}\ 1^{\text{t.}}$

$$\begin{array}{rrrr} 15^{\text{oca}} & 2^{\text{l.}} & 48^{\text{dr.}} & 0^{\text{t.}} \\ 8^{\text{oca}} & 3^{\text{l.}} & 25^{\text{dr.}} & 1^{\text{t.}} \\ \hline 6^{\text{oca}} & 3^{\text{l.}} & 32^{\text{dr.}} & 1^{\text{t.}} \end{array}$$

Am scris numerele după regulă, şi am început a scădea de la tenchiurĭ.

La descăzut, nefiind tenchiurĭ, am luat 1 dram din cele 48, şi l-am prefăcut în 2 tenchiurĭ; şi scăzênd $1^{t.}$ din $2^{t.}$, a rĕmas $1^{t.}$, pe care l-am scris dedesubt.

La descăzut nu aŭ maĭ rĕmas de cât 47 dramurĭ; de aceea am zis: 25 dramurĭ din 47 dramurĭ rĕmân 22 dramurĭ, pe carĭ le scriem dedesubt.

3 litre nu se pot scădea din 2 litre; am luat 1 oca din cele 15, am prefăcut-o în 4 litre, carĭ, cu cele 2 ce maĭ eraŭ, faç 6 litre; 3 litre, scăzute din 6 litre, daŭ 3 litre, pe carĭ le scriŭ dedesubt.

La ocale, 8 ocale scăzute din 14 ocale, câte maĭ rĕmăseseră, daŭ 6 ocale, pe carĭ le scriem dedesubt.

Restul cerut este $6^{oca}\ 3^{l.}\ 22^{dr.}\ 1^{t.}$

Exercițiĭ. Să se facă scăderile următóre:

I. $18^{coțĭ}\ 7^{r.}\ 0^{gr.} - 5^{c.}\ 2^{r.}\ 1^{gr.}$

II. $28^{l.}\ 14^{par.}\ 1^{lesc.} - 22^{l.}\ 25^{par.}\ 1^{lesc.}$

III. $37^{chile}\ 1^{merță}\ 7^{demerliĭ}\ 13^{oca} - 15^{ch.}\ 18^{dem.}\ 18^{oca}$

IV. $14^{stj.\ p\ Mold.}\ 13^{p.\ p.}\ 26^{pe.p.} - 18^{stj.\ p.\ Mold.}\ 34^{p.\ p.}\ 25^{pe\ p.}$

Inmulțirea numerelor complexe.

139. Regula I. *Pentru a înmulți între ele două numere complexe, saŭ un numĕr întreg printr'un complex, saŭ un complex printr'un întreg, reducem complexele în formă de fracțiune ordinară şi facem înmulțirea acestor fracțiunĭ; iar produsul lor îl prefacem în numĕr complex.*

Exemple. I. Un loc de casă de o față de 18 stânjenĭ domnescĭ, 5 palme, 6 palmace, 7 liniĭ, s'a vîndut cu preț de 32 galbenĭ de Moldova, 14 leĭ, 25 parale, stânjenul; cât a costat locul întreg?

Primul numĕr, prefăcut în fracţiune ordinară, este $\frac{14883}{768}$ stânjenĭ; al doilea numĕr devine şi el $\frac{47945}{1480}$ galbenĭ. Inmulţind aceste douĕ fracţiunĭ, produsul este $\frac{689592985}{1136640}$ galbenĭ; saŭ, simplificat, $\frac{137918587}{227328}$ galbenĭ, care, prefăcut în numĕr complex, este 606 galbenĭ, 26 leĭ, 27 parale, $0\frac{1107}{1184}$ lescăĭ.

II. Cât costă 28 stânjenĭ lemne, a 135 leĭ 27 parale 1 lescae stânjenul.

Prefac în fracţiune ordinară pe al doilea numĕr, şi am $\frac{10856}{80}$ leĭ. Acéstă fracţiune o înmulţesc cu 28. Produsul este $\frac{303940}{80}$ leĭ; saŭ simplicat, $\frac{15197}{4}$ leĭ; care, prefăcut în numĕr complex, este 3799 leĭ 10 parale.

140. Regula II. *Pentru a înmulţi un numĕr complex printr'un numĕr întreg, maĭ putem lucra şi aşa: înmulţim cu întregul numĕrul unităţilor de felul cel maĭ mic de la deînmulţit; produsul îl prefacem în unităţĭ maĭ marĭ de felul al doilea. Inmulţim cu întregul numĕrul unităţilor maĭ marĭ de al doilea fel de la deînmulţit, şi adăogim şi numĕrul de unităţĭ de acest fel care a venit de la înmulţirea precedentă; suma o prefacem în unităţĭ maĭ marĭ de felul al treilea. Şi urmăm tot aşa, până la unităţile de felul cel maĭ mare.*

Exemplu. Cât costă 28 stânjenĭ de lemne, a 135 leĭ 27 parale 1 lescae stânjenul?

Operaţiunea se aşéză ast-fel:

$135^{\text{leĭ}}\ 27^{\text{par.}}\ 1^{\text{lesc.}} \times 28^{\text{st.}} = 3799^{\text{leĭ}}\ 10^{\text{par.}}\ 0^{\text{lesc.}}$

28	28	28
1080	216	$28:2 = 14^{\text{par.}}$
270	54	
3780	756	
19	14	
$3799^{\text{leĭ}}$	$770:40 = 19^{\text{leĭ}}\ 10^{\text{par.}}$	

Am înmulţit pe 1 lescae, care este unitatea de felul cel maĭ mic, cu 28; produsul, 28 lescăĭ, l-am prefăcut în parale, şi am găsit 14 parale şi 0 lescăĭ.

Am înmulţit pe 27 parale, care e numĕrul unităţilor de felul al doilea, cu 28, şi la produsul 756 parale, am adăogit şi pe 14 parale, carĭ aŭ venit de la înmulţirea precedentă, ceea ce a dat 770 parale, saŭ 19 leĭ 10 parale.

Am înmulţit pe 135 leĭ, care e numĕrul unităţilor de felul al treilea, cu 28, şi la produsul 3780 leĭ, am adăogit şi pe 19 leĭ, veniţĭ de înmulţirea precedentă, ceea ce a dat 3799 leĭ.

Aşa dar, preţul a 28 stânjenĭ este de 3799 leĭ 10 parale 0 lescăĭ.

141. **Observare.** Numerele complexe, fiind nisce numere concrete, produsul este şi el concret şi de acelaşĭ fel cu deînmulţitul (26). Aşa dar, nu se póte lua ca deînmulţit de cât numaĭ acela din cele două numere date, care este de felul de care trebue să fie şi produsul.

Exemple. Cât vor costa $14^{\text{oca}}\ 3^{\text{litre}}\ 25^{\text{dr.}}$ de cafea, câte 4 leĭ ocaua?

Aci produsul trebue să fie de leĭ; prin urmare, deînmulţitul este 4 leĭ, care e de acelaşĭ fel cu produsul, iar nu $14^{\text{oca}}\ 3^{\text{litre}}\ 25^{\text{dramurĭ}}$

Impărţirea numerelor complexe.

142. **Regula I.** *Pentru a împărţi între ele două numere complexe, saŭ un numĕr întreg, printr'un complex, saŭ un complex printr'un întreg, reducem complexele în formă de fracţiune ordinară, şi facem împărţirea acestor fracţiunĭ; iar câtul îl prefacem în numĕr complex.*

Exemple. I. S'aŭ plătit 348 galbenĭ, 28 leĭ, 18 parale, pe un loc de 24 pogóne şi 616 stânjenĭ pătraţĭ; cât costă pogonul?

Ambele numere le prefac în fracţiunĭ ordinare; cel d'întâiŭ devine $\frac{446578}{1280}$ galbenĭ, şi cel de al doilea $\frac{31720}{1296}$ pogóne.

Câtul va fi dar:

$$\frac{446578}{1280} : \frac{31710}{1296} = \frac{446578}{1280} \times \frac{1296}{32720}$$
$$= \frac{446578 \times 1296}{1280 \times 31820}$$

Inainte de a face înmulţire şi de a preface acéstă fracţiune în galbenĭ, leĭ şi parale, este bine, pentru a uşura calculele, să o simplificăm maĭ întâiŭ pe cât se póte, împărţind în acelaşĭ timp pe câte unul din factoriĭ de la numĕrător şi de la numitor cu un acelaşĭ numĕr. Ast-fel, împărţim pe 1296 şi pe 1280 cu 4; pe urmă, câturile 324 şi 320, ce resultă, iarăşĭ cu 4; pe urmă, pe 446578, şi pe 31720, cu 2.

Avem:

$$\frac{446578 \times 1296}{1280 \times 31720} = \frac{446578 \times 324}{320 \times 31720} = \frac{446578 \times 81}{80 \times 31720}$$
$$= \frac{223289 \times 81}{80 \times 15860} = \frac{18086409}{1268800}$$

Acéstă din urmă, prefăcută în numĕr complex, dă :

$$14^{\text{galb.}}\ 7^{\text{leĭ}}\ 36^{\text{par.}}\ 0^{\text{banĭ}}\ \frac{1251}{7930}$$

Acesta este preţul unuĭ pogon.

II. S'aŭ dat 228 leĭ 25 par. 2 banĭ, pentru 18 coţĭ de materie; cât costă cotul?

Prefac primul numĕr în fracţiune ordinară, şi am : $\frac{28607}{120}$ leĭ.

Acéstă fracţiune o împărţesc prin 18. Câtul este $\frac{28607}{2160}$ leĭ, care, prefăcut în numĕr complex, este $13^{\text{leĭ}}\ 9^{\text{par.}}\ 2^{\text{banĭ}}\ \frac{5}{8}$. Acesta este preţul unuĭ cot.

143. **Regula II.** *Pentru a împărţi un numĕr complex printr'un numĕr întreg, maĭ putem lucra şi aşa : împărţim prin întreg numĕrul de unităţĭ de felul cel maĭ mare de la*

deîmpărţit. Restul îl prefacem în unităţĭ maĭ micĭ de felul al doilea, adăogind şi pe cele pe carĭ le cuprindea deja deîmpărţitul; suma o împărţim iarăşĭ prin numĕrul întreg. Restul îl prefacem în unităţĭ maĭ micĭ de felul de al treilea, adăogind şi pe cele pe carĭ le cuprindea deja deîmpărţitul. Şi urmăm aşa până la unităţile de felul cel maĭ mic de la deîmpărţit.

Exemplu. S'aŭ plătit 238 leĭ 15 par., 2 banĭ, pentru 18 coţĭ de materie; cât costă cotul?

$238^{\text{leĭ}}\ 15^{\text{par.}}\ 2^{\text{banĭ}} \mid 18^{\text{c.}}$
$238:\ 18 \quad | \ 13^{\text{leĭ}}\ 9^{\text{par.}}\ 2^{\text{banĭ}}\ \frac{5}{18}$
81
58
54
$4^{\text{leĭ}}$ . . . Rest
40
160
15
175: 18
162
$13^{\text{par.}}$ . . . Rest.
3
39
2
41: 18
5 . . . Rest

Am împărţit pe 238 leĭ cu 18, şi am găsit câtul 13 leĭ, şi restul 4 leĭ.

Am prefăcut pe aceştĭ 4 leĭ în parale, adăogînd şi pe cele 15 parale de la deîmpărţit, ceea ce a făcut 175 parale. Pe 175 parale le-am împărţit prin 18, şi am găsit câtul 9 parale, şi restul 13 parale.

Am prefăcut pe aceste 13 parale în banĭ, adăogînd şi pe ceĭ 2 banĭ de la deîmpărţit; ceea ce a făcut 41 banĭ. Pe 41 banĭ ĭ-am împărţit cu 18, şi am găsit câtul $2^{\text{banĭ}}\ \frac{5}{18}$.

Aşa dar, costul unuĭ cot de stofă a fost 13 leĭ, 9 par., 2 b., $\frac{5}{18}$.

Probleme asupra complexelor.

I. O familie cheltuesce pe zi 13 leĭ 7 parale 1 ban pentru nutriment, 37 parale 2 banĭ pentru luminat, şi 4 leĭ 12 parale 1 ban pentru alte trebuinţe; cât cheltuesce cu totul? (R. 18 leĭ 17 parale 1 ban).

II. Cine-va cumpĕră odată 12 coţĭ 4 rupĭ 1 gref de o materie; altă dată, 4 coţĭ 7 rupĭ 0 grefĭ; altă dată, 8 coţĭ 3 rupĭ 1 gref; cât a cumpĕrat cu totul? (R. 25 coţĭ 7 rupĭ 0 gref).

III. Intr'o ladă de banĭ s'aŭ pus odată $314^{\text{galb.}}$ $8^{\text{leĭ}}$ $36^{\text{par.}}$; altă dată, $52^{\text{galb.}}$ $13^{\text{leĭ}}$ $10^{\text{par.}}$; altă dată, $115^{\text{galb.}}$ $3^{\text{leĭ}}$ $22^{\text{par.}}$; câţĭ banĭ se află în ladă? (R. $481^{\text{galb.}}$ $25^{\text{leĭ}}$ $28^{\text{par.}}$).

IV. Cine-va, care are patru moşiĭ, face de pe una 215^{chile} $14^{\text{ban.}}$ 13^{oca} de grâŭ; de pe alta, 544^{chile} $1^{\text{ban.}}$ 13^{oca}; de pe a treia 107^{chile}, $9^{\text{băn.}}$ 7^{oca}; de pe a patra, 325^{chile}, $8^{\text{ban.}}$ 17^{oca}; cât grâŭ are peste tot? (R. 1192^{chile} $14^{\text{ban.}}$ 11^{oca}).

V. Dintr'o bucată de pânză de $54^{\text{coţĭ}}$ $2^{\text{rupĭ}}$ $1^{\text{gr.}}$, s'aŭ vîndut $23^{\text{coţĭ}}$ $5^{\text{rupĭ}}$; cât a maĭ rĕmas? (R. $30^{\text{coţĭ}}$ $5^{\text{rupĭ}}$ $1^{\text{gr.}}$).

VI. Un proprietar, care avea un loc cu o faţă de $52^{\text{stj.}}$ $8^{\text{pal.}}$ $5^{\text{d.}}$ $4^{\text{l.}}$, vinde dintr'însul o bucată de faţă de $28^{\text{stj.}}$ $2^{\text{pal.}}$ $7^{\text{d.}}$ $8^{\text{l.}}$; cât i-a maĭ rĕmas? (R. $24^{\text{stj.}}$ $5^{\text{p.}}$ $7^{\text{d.}}$ $6^{\text{l.}}$).

VII. Cine-va avea $7^{\text{galb.}}$ $8^{\text{leĭ}}$ $24^{\text{par.}}$, şi a cheltuit dintr'înşiĭ $2^{\text{galb.}}$ $12^{\text{leĭ}}$ $13^{\text{par.}}$ $1^{\text{lesc.}}$; cât i-a maĭ rĕmas? (R. $4^{\text{galb.}}$ $28^{\text{leĭ}}$ $10^{\text{par.}}$ 1^{lescae}).

VIII. S'aŭ dat $28^{\text{leĭ}}$ $12^{\text{par.}}$ pe zachăr şi pe cafea, din carĭ cafeaua costă singură $10^{\text{leĭ}}$ $32^{\text{par.}}$ 1^{ban}; cât costă zachărul? (R. $17^{\text{leĭ}}$ $19^{\text{par.}}$ $2^{\text{banĭ}}$).

IX. S'aŭ cumpĕrat 24 coţĭ de o materie cu câte $15^{\text{leĭ}}$ $26^{\text{par.}}$ $1^{\text{lesc.}}$ cotul; cât costă tótă materia? (R. $375^{\text{leĭ}}$ $36^{\text{par.}}$).

X. Cât costă 13^{chile} $18^{\text{ban.}}$ 8^{oca} de orz, câte $132^{\text{leĭ}}$ $32^{\text{pa.}}$ $1^{\text{ban.}}$ chila? (R. $1850^{\text{leĭ}}$ $17^{\text{par.}}$ $0^{\text{banĭ}}$).

XI. Cât costă 18^{chile} $1^{\text{merţă}}$ $7^{\text{dim.}}$ 9^{oca} de grâŭ, câte $204^{\text{leĭ}}$ $29^{\text{par.}}$ chila? (R. $3863^{\text{leĭ}}$ $26^{\text{par.}}$ $1\frac{161}{200}^{\text{lescaĭ}}$).

XII. Cât costă $7^{\text{vedre}}\ 8^{\text{oca}}\ 2^{\text{litre}}\ 62^{\text{dr.}}$ de vin, câte 42 leĭ vadra? (R. $330^{\text{leĭ}}\ 14^{\text{parale}}\ 0\frac{2}{25}^{\text{lescăĭ}}$),

XIII. Cât costă stânjenul de lemne, dacă pentru $13^{\text{st.}}$, s'aŭ dat $2048^{\text{leĭ}}\ 34^{\text{parale}}\ 1^{\text{ban}}$? (R. $157^{\text{leĭ}}\ 31^{\text{parale}}\ 0^{\text{banĭ}}\frac{7}{13}$).

XIV. Cât costă ocaua de icre, dacă pentru $7^{\text{oca}}\ 3^{\text{lit.}}\ 15^{\text{dr.}}$, s'aŭ dat $138^{\text{leĭ}}\ 24^{\text{parale}}\ 1^{\text{ban}}$? (R. $1,^{\text{leĭ}}\ 24^{\text{parale}}\ 2^{\text{banĭ}}\frac{2945}{4673}$).

XV. Cât costă cotul de mătase, dacă pentru $24^{\text{cotĭ}}\ 1^{\text{rup.}}$, s'aŭ dat $804^{\text{leĭ}}\ 9^{\text{parale}}\ 0^{\text{ban}}$? (R. $33^{\text{leĭ}}\ 13^{\text{parale}}\ 1^{\text{ban}}$).

XVI. Cât costă chila moldovenéscă de grâŭ, dacă pentru $11^{\text{chile}}\ 1^{\text{mer.}}\ 4^{\text{dim.}}\ 5^{\text{oca}}$, s'aŭ dat $2129^{\text{leĭ}}$? (R. $181^{\text{leĭ}}\ 30^{\text{par.}}\ 1^{\text{lescae}}\frac{683}{987}$).

XVII. Câte ocale de măsline se pot cumpĕra cu $83^{\text{leĭ}}\ 23^{\text{par.}}\ 1^{\text{lesc.}}$, sciind că pe oca s'aŭ dat $4^{\text{leĭ}}\ 8^{\text{par.}}$? (R. $19^{\text{oca}}\ 3^{\text{l.}}\ 60^{\text{dr.}}\frac{5}{7}$).

XVIII. Câte oca de fier se pot cumpĕra cu $436^{\text{leĭ}}\ 24^{\text{par.}}$, sciind că o oca costă $1^{\text{leu}}\ 8^{\text{par.}}\ 0^{\text{lesc.}}$? (R. $363^{\text{oca}}\ 3^{\text{lit.}}\ 33^{\text{dr.}}$).

CAPITOLUL IX.

Sistema metrică. Transformarea mĕsurilor vechĭ în mĕsurĭ metrice, şi vice-versa.

144. Operaţiunile cu numere complexe sunt lungĭ şi grele din două cause: întâiŭ, pentru-că împărţirea vechilor mĕsurĭ nu se făcea numaĭ cu 10, aşa că nu li se putea aplica calculul numerelor zecimale; al doilea, pentru-că împărţirea acelor mĕsurĭ nu se făcea la tóte în acelaşĭ fel, ci une-orĭ se făcea cu 8, alte-orĭ cu 10, alte-orĭ cu 12, etc.

Mĕsurile metrice sunt cu mult maĭ de preferit, pentru-că ele se împart tóte în acelaşĭ fel, şi anume numaĭ cu 10, saŭ cu 100, saŭ cu 1000, aşa că mărimile mĕsurate cu dînsele se pot îndată scrie ca numere zecimale, şi se pot calcula după regulele acestor numere.

145. Maĭ este de observat că diversele mĕsurĭ ce se întrebuinţaŭ înainte nu aveaŭ nicĭ o legătură între dînsele. Spre exemplu, dacă cum-va s'ar fi perdut ocaua, nu se maĭ putea face la loc, chiar dacă s'ar fi cunoscut stânjenul; pentru-

că între stânjen și oca nu era nicĭ o legătură. Tot așa nu era legătură între cot și oca, saŭ între oca și leŭ.

Nu este tot așa în sistema metrică. Aci tóte mĕsurile se forméză din una singură, și anume din *metru;* și de aceea și pórtă numele de *sistema metrică.*

Iată cum se forméză din metru unitățile principale pentru tóte felurile de mărimĭ:

Pentru suprafețe, unitatea principală este *metrul pătrat*, adică un pătrat cu laturile de câte un metru.

Pentru volume, unitatea principală este *metrul cub*, adică un cub cu laturile de câte un metru și cu fețele de câte un metru pătrat.

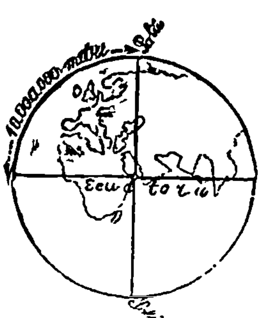
Pentru capacitățĭ, unitatea principală est *litrul*, care este tot atât de mare cât și decimetrul cub.

Pentru greutățĭ, unitatea principală este *gramul*, care este greutatea apeĭ destilate, câtă încape într'un centimetru cub.

Pentru monede, unitatea principală este *leul*, care este valórea uneĭ monede grele de 5 grame, din carĭ 9 părțĭ argint și o parte aramă.

146. Vedem dar că, dacă cunóscem metrul, cu dînsul putem forma tóte unitățile principale.

Pentru ca metrul să fie tot-d'auna cunoscut și să nu se pérdă nicĭ odată, lungimea lui s'a luat așa încât, chiar de s'ar perde vre-odată, să se pótă tot-d'auna regăsi. Pentru acésta, i s'a dat ca lungime a 10.000.000-a parte din distanța de la ecuator până la unul din poliĭ pămîntuluĭ, mĕsurată în lungul unuĭ meridian. Cu modul acesta, lungimea metruluĭ se află neschimbată chiar în natură, și o putem tot-d'auna afla și verifica, mĕsurând distanța de la ecuatorul pămîntul până la unul din polĭ.



Pentru tóte aceste motive, mĕsurile metrice se întrebuințéză astăzĭ de cele maĭ multe din popórele civilisate.

Transformarea mĕsurilor vechĭ în mĕsurĭ metrice, şi vice-versa.

147. Iată valórea unităţilor principale de mĕsurĭ vechĭ în mĕsurĭ metrice.

	Muntenia	Moldova
Stânjenul	$1^{m},9665$	$2^{m.},23$
Cotul	$0^{m},664$	$0^{m.},637$
Stânjenul pătrat . .	$3^{mp.},8671$	$4^{mp.},9729$
Stânjenul cubic . .	$7^{cm.},6047$	$11^{mc.},0896$
Ocaua de capacitate.	$1^{l.},228$	$1^{l.},52$
Ocaua de greutate. .	$1271^{gr.},86$	$1291^{gr.}$
Leul (vechiŭ)	$0^{l.},3704$	$0^{l.},32$

148. Regula I. *Pentru a transforma un numĕr de unitățĭ vechĭ în unitățĭ metrice, îl prefacem în fracțiune din stânjen, cot, stânjen pătrat, stânjen cub, oca saŭ leŭ (vechiŭ), și acéstă fracțiune* o înmulţim *cu numĕrul corespunzĕtor din tabelă.*

Exemple. I. Să se transforme în unităţĭ metrice 2 st. Mold. 7 p. 3 pc. 7 l.

Reducem acest numĕr în fracţiune de stânjen; el devine, $\frac{2451}{768}$, şi simplificat, $\frac{817}{256}$. Acéstă fracţiune o înmulţesc cu numĕrul $2^{m.},23$, care este valórea în metri a stânjenuluĭ de Moldova, şi am:

$$\frac{817}{256}\times 2^{m.},23=\frac{817\times 2^{m.},23}{256}\times\frac{1281^{m.},91}{256},$$

şi făcênd împărţirea numĕrătoruluĭ. prin numitor, $=7^{m.},1168359375$. Lungimea dată face dar $7^{m.},1168359375$.

II. Să se transforme în unităţĭ metrice 13^{chile}, $8^{\text{banițe}}$, 7^{oca}, 3^{litre}, $33^{\text{dramurĭ}}$.

Acest numĕr trebue prefăcut în fracţiune de ocale, şi pentru acésta, trebue maĭ întâiŭ să prefac chilele şi baniţele în ocale. Numĕrul devine atuncĭ 5367^{oca}, 3^{litri}, $33^{dramurĭ}$, care, prefăcută în fracţiune de oca, este $\frac{2147133}{400}$ oca. Acéstă fracţiune o înmulţesc cu numĕrul $1^{L.},288$ care este valórea în litri a ocaleĭ de capacitate, şi am :

$$\frac{2147133}{400}\times 1^{lit.},288=\frac{2147133\times 1^{lit.},288}{400}=\frac{2765507^{lit.},304}{400}$$

$$=6913^{litri},76826.$$

Aşa dar, numĕrul dat face 69 hectolitri, 13 litri, 76,826 centilitri.

149. **Regula II.** *Pentru a transforma un numĕr de unităţĭ metrice în unităţĭ vechĭ, îl exprimăm ca fracţiune zecimală de metri, metri pătraţĭ, metri cubicĭ, litri, grame saŭ leĭ (nouĭ), şi pe urmă* îl împărţim *prin numĕrul corespunzĕtor din tabelă, prefăcênd fracţiunea căpătată în numĕr complex.*

Exemple. I. Să se transforme 248 leĭ nouĭ 14 banĭ în leĭ (vechĭ) de Muntenia, parale şi banĭ.

Scriem numĕrul ca fracţiune zecimale de leĭ: $248^{leĭ},14$, şi îl împărţim prin numĕrul din tabelă 0,3704, care este valórea leuluĭ vechiŭ în leĭ nouĭ :

$$248^{L.},14:0,3704=669^{leĭ\ vechĭ}\ \frac{3424}{3704}$$

Fracţiunea $\frac{3424}{3704}$, simplificată cu 8, devine $\frac{428}{463}$, şi pe acésta o prefacem în parale şi banĭ :

$$\frac{428}{463}=36^{par.},2^{b.}\ \frac{430}{463}$$

Suma dată face dar $669^{leĭ\ vechĭ}$, $36^{par.}$, $2^{b.}\ \frac{430}{463}$.

II. Să se transforme $3^{Em.}\ 7^{Dm.}\ 5^{m.}\ 8^{cm.}$ în stânjenĭ Şerban-Vodă.

Scriem numĕrul ca fracţiune zecimală de metri: $375^{m.},08$, şi pe acest numĕr îl împărţim prin numĕrul din tabelă, $1^{m.}9665$, care este valórea stânjenuluĭ Şerban-Vodă în metri:

$$375^{m.},08 : 1,9665 = 190^{st.}\ \text{ş. v.}\ \frac{14450}{19665}$$

Fracţiunea $\frac{14450}{19665}$ o prefacem în palme, degete şi linii.

$$\frac{14450}{19665} = 5^{palme},\ 8^{deg.},\ 7^{linii}\ \frac{3329}{3933}$$

Aşa dar: $3^{Em.}\ 7^{Dm.}\ 5^{m.}\ 8^{cm.} = 190^{st.}$ ş. v. $5^{palme}\ 8^{deg.}$

$$7\ \text{linii}\ \frac{3329}{3933}.$$

Exerciţiĭ. Să se transforme în unităţĭ metrice următórele numere complexe:

I. $28^{coţi\ Munt.}\ 5^{rupĭ}\ 1^{gr.}$ în metri. (R. $19^{m.},048$).

II. $38^{pog.}$, $329^{st.\ p.}$ în are. (R. $1917^{are},2167$).

III. $14^{st.\ c.}$ ş. v. $7^{p.\ c.}\ 5^{deg.\ c.}\ 8^{l.\ c.}$ în metri cubicĭ. (R. $113^{mc.}$, 6712).

IV. $29^{oca\ Mold.}\ 2^{l.}\ 58^{dr.}\ 1^{t.}$ în kilograme. (R. $38^{kgr.}$, 2732).

V. $478^{l.\ v.}\ 12^{par.}\ 1^{ban}$ în leĭ nouĭ. (R. $177^{l.},01$).

Să se transforme în numere complexe următórele mărimĭ metrice:

I. $6^{Km.}\ 5^{Dm.}\ 8^{m.}\ 7^{dm.}$ în stânjenĭ domnescĭ de Moldova. (R. $2653^{st.}\ 6^{p.}\ 5^{pc.}\ 6^{l.}$).

II. $18^{kmp.}$, $36^{mp.}$, $15^{dmp.}$ în fălcĭ şi stânjenĭ pătraţĭ de Moldova. (R. $1256^{falcĭ}\ 2627^{st.\ p.}$).

III. $8^{Egr.}\ 5^{Dgr.}\ 5^{gr.}\ 8^{ctg.}$ în ocale de Muntenia. (R. $0^{oca}\ 2^{litre}\ 63^{dr.}\ 0^{t.}$).

IV. $56^{El.}\ 1^{l.}\ 2^{cl.}$ în chile de Muntenia. (R. $10^{chile}\ 17^{ban.}\ 8^{oca}\ 2^{l.}\ 48^{dr.}$).

V. $2836^{lei}\ 45^{b.}$ în leĭ vechĭ de Muntenia. (R. $7658^{l.\ v.}\ 16^{par.}\ 2^{bani}$).

CAPITOLUL X.

Raporturĭ şi proporţiĭ, regule de treĭ, de dobînzĭ, de scompt, de asociaţiune şi de amestecăturĭ.

Raporturĭ şi proporţiĭ.

150. *Raport a două numere se chiamă câtul împărţiriĭ unuia prin altul.*

Exemple. Raportul luĭ 15 către 5 este 15 : 5, saŭ $\frac{15}{5}$, saŭ 3.

Raportul luĭ 13 către 4 este 13: 4, saŭ $\frac{13}{4}$.

Raportul luĭ 8,2 către 2,5 este 8,2: 2,5, saŭ $\frac{41}{5} : \frac{5}{2}$.

Raportul luĭ $\frac{3}{4}$ către $\frac{1}{2}$ este $\frac{3}{4} : \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$.

151. **Proporţie** *se chiamă egalitatea a două raporturĭ.*

Exemple. Raportul $\frac{21}{7}$ este egal cu 3; rapotul $\frac{15}{5}$ este şi el egal cu 3; prin urmare:

$$\frac{15}{5} = \frac{21}{7},$$

de óre-ce amêndouĕ sunt egale tot cu 3.

Egalitatea acésta se chiamă *o proporţie*. Ea se póte scrie şi aşa:

$$15 : 5 = 21 : 7$$

Acéstă proporţie se citesce aşa: *15 este către 5, precum 21 este către 7.*

Numerele 15, 5, 21, 7, carĭ forméză proporţia, se chiamă *termeniĭ proporţieĭ.*

Termeniĭ 15 şi 7, carĭ sunt la margine, se chiamă *mărginaşĭ*, saŭ *extremĭ;* iar 5 şi 21, carĭ sunt la mijloc, se chiamă *mijlociĭ*, saŭ *interniĭ*, saŭ *meziĭ.*

152. **Regula I.** *Intr'o proporţie, produsul extremilor este egal cu produsul meziilor.*

Exemplu. In proporţia

$$15 : 5 = 21 : 7,$$

produsul extremilor este $15 \times 7 = 105$, iar al meziilor este $5 \times 21 = 105$, şi aceste produse sunt egale.

153. **Regula II.** *Intr'o proporție, se póte schimba orìcum locul termenilor, cu condițiune ca produsul extremilor să fie neîncetat egal cu produsul meziilor.*

Exemplu. Proporția

$$15 : 5 = 21 : 7$$

se póte scrie și așa:

$$15 : 21 = 5 : 7,$$
$$7 : 5 = 21 : 15,$$
$$7 : 21 = 5 : 15,$$
$$5 : 15 = 7 : 21,$$
$$5 : 7 = 15 : 21,$$
$$21 : 15 = 7 : 5,$$
$$21 : 7 = 15 : 5,$$

pentu-că în tóte aceste felurĭ de scriere, produsul meziilor este egal cu produsul extremilor.

154. **Regula III.** *Când într'o proporție nu este cunoscut un mediu, îl găsim înmulțind extremiĭ între dînșiĭ, și împărțind cu mediul cunoscut; iar dacă lipsesce un extrem, îl găsim înmulțind meziĭ între dînșiĭ, și împărțind cu extremul cunoscut.*

Exemple. I. Fie proporția:

$$9 : 12 = x : 8,$$

în care x ține locul unuĭ mediŭ necunoscut. Pentru a-l afla, facem produsul 72 al extremilor 9 și 8, și-l împărțim prin mediul cunoscut 12; câtul 6 este mediul căutat, așa că proporția întrégă este:

$$9 : 12 = 6 : 8.$$

II. Fie proporția:

$$x : 12 = 25 : 20.$$

Pentru a găsi extremul necunoscut, facem produsul 300 al luĭ 12 prin 25, și împărțim cu extremul cunoscut 20; câtul 15 este extremul căutat, iar proporția întrégă este:

$$15 : 12 = 25 : 20$$

Mărimĭ proporţionale şi invers proporţionale.

155. Douĕ mărimĭ se chiamă *proporţionale între ele*, atuncĭ când una din ele făcêndu-se de 2, 3, 4 . . . orĭ maĭ mare saŭ maĭ mică, cea-laltă se face şi ea de 2, 3, 4 . . . orĭ maĭ mare saŭ maĭ mică.

Exemple. I. Dacă un lucrător face într'o zi 8 metri de pânză, 5 lucrătorĭ vor face într'o zi de 5 orĭ maĭ multă pânză.

Aşa dar, numĕrul lucrătorilor este proporţional cu lucrul făcut.

II. 3 coţĭ de stofă aŭ costat 7 leĭ; 6 coţĭ, carĭ fac de 2 orĭ maĭ mult de cât 3 coţĭ, vor costa de 2 orĭ 7 leĭ. Lungimea stofeĭ este proporţională cu preţul.

156. Douĕ mărimĭ se chiamă *invers proporţionale între ele*, atuncĭ când una din ele făcêndu-se de 2, 3, 4 . . . orĭ maĭ mică saŭ maĭ mare, cea-laltă se face de 2, 3, 4 . . . orĭ maĭ mare saŭ maĭ mică.

Exemplu. 2 lucrătorĭ aŭ făcut un lucru în 8 zile; 4 lucrătorĭ nu vor avea nevoie de cât de jumĕtate din cele 8 zile, pentru-că, fiind de 2 orĭ maĭ mulţĭ, pot produce de 2 orĭ maĭ mult pe fie-care zi. Aşa dar, numĕrul lucrătorilor făcêndu-se de 2 orĭ maĭ mare, numĕrul zilelor s'a făcut de 2 orĭ maĭ mic. Numĕrul lucrătorilor şi acela al zilelor sunt dar invers proporţionale între ele.

Regula de treĭ.

157. Se numesce *regulă de treĭ* o problemă între nisce mărimĭ proporţionale saŭ invers proporţionale între ele, dintre carĭ una este necunoscută, şi se cere să o aflăm.

Dacă numĕrul mărimilor date este de treĭ, regula de treĭ se chiamă *simplă;* iar dacă acel numĕr e maĭ mare de cât treĭ, regula se chiamă *compusă.*

Regulele de treĭ se resolvă prin metoda numită a *reduceriĭ la unitate.*

Exemple. I. Dacă cu 20 leĭ s'aŭ cumpĕrat 8 metri de materie, cu 14 leĭ câţĭ metri se vor cumpĕra?

Scriem numerele date în două liniĭ, precum urméză:

20 leĭ	8 metri
14 „	x „

şi socotim aşa:

Dacă cu 20 leĭ s'aŭ cumpĕrat . . . . 8 metri,
cu 1 leŭ se vor cumpĕra de 10 orĭ maĭ puţinĭ metri, adică . . . . $\frac{8}{20}$ metri;
iar cu 14 leĭ se vor cumpĕra de 14 orĭ maĭ multĭ metri de cât cu 1 leŭ, adică . . . . $\frac{8}{20}\times 14$ metri.

Aşa dar, cu 14 leĭ se pot cumpĕra

$$\frac{8\times 14}{20}=\frac{112}{20}\text{ metri,}$$

saŭ $5^{m.}$,6 de stofă.

Observare. Mărimile date în acéstă problemă, leiĭ şi metriĭ, sunt proporţionale între dînsele, pentru-că, împuţinându-se leiĭ, s'aŭ împuţinat şi metriĭ. E de observat că necunoscuta

$$x=\frac{8\times 14}{20}$$

se póte scrie şi aşa:

$$x=8\times\tfrac{14}{20},$$

adică *ea este egală ca numĕrul 8, de alelaşĭ fel cu dînsa (metri), înmulţit cu raportul* invers, $\frac{14}{20}$, *al mărimilor de cel-lalt fel, carĭ aŭ fost proporţionale cu mărimele de felul necunoscuteĭ.*

II. 25 lucrătorĭ cosesc o livadă în 12 zile; 18 lucrătorĭ de câte zile ar avea trebuinţă ca să coséscă aceiaşĭ livadă?

25 lucr.	12 zile
18 „	x „

Zic:

25 lucrătorĭ lucréză . . . . 12 zile;
1 lucrător ar avea nevoe de 25 de orĭ maĭ multe zile pentru a face acel lucru . . . 12×25 zile;

iar 18 lucrătorĭ ar avea nevoie de 18 orĭ maĭ puţine zile de cât un lucrător, adică de. . . $\frac{12 \times 25}{18}$ zile, saŭ de $\frac{300}{18} = 16\frac{2}{3}$ zile.

Observare. Mărimile date în acéstă problemă, lucrătoriĭ şi zilele, sunt invers proporţionale între dînsele, pentru-că, împuţinându-se numĕrul lucrătorilor, s'a mărit numĕrul zilelor. E de observat că necunoscuta

$$x = \frac{12 \times 25}{18}$$

se póte scrie şi aşa:

$$x = 12 \times \tfrac{25}{18},$$

adică *ea este egală cu numĕrul 12, de acelaşĭ fel cu dînsa (zile), înmulţit cu raportul* direct, $\frac{25}{18}$, *al mărimilor de cel-lalt fel, carĭ aŭ fost invers proporţionale cu mărimile de felul necunoscuteĭ.*

158. Se póte dar da următórea:

Regulă. *Intr'o regulă de treĭ simplă, dacă mărimile date sunt* **proporţionale** *între dînsele, necunoscuta este egală cu mărimea de acelaşĭ fel cu dînsa, înmulţită cu raportul* **invers** *al mărimilor de cel-lalt fel; iar dacă mărimile date sunt* **invers proporţionale** *între dînsele, necunoscuta este egală cu mărimea de acelaşĭ fel cu dînsa, înmulţită cu raportul* **direct** *al mărimilor de cel-lalt fel.*

III. 53 de care aŭ transportat o povară de 58316 kilogr.; câte care ar trebui pentru a transporta 10000 kilograme?

53 care	58316 kgr.
x „	10000 „ .

58316 kgr. se transportă cu . . . . 53 care;

1 kgr. ş'ar transporta cu . . . . $\frac{53}{58316}$ care;

10000 kgr. s'ar transporta cu . . . $\frac{53 \times 10000}{58316}$ care,

saŭ cu $9\frac{5156}{58316}$ care.

De óre-ce nu se póte lua o fracţiune de car, restul acesta însemnéză că, dacă ar fi numaĭ 9 care, fie-care din ele ar purta ceva maĭ mult de cât purtaseră cele 53; iar dacă ar fi 10 care, fie-care ar purta ceva maĭ puţin.

Observare. Mărimile date, carele şi greutatea, sunt proporţionale între dînsele; prin urmare, dacă am fi aplicat deadreptul regula de maĭ sus (158), am fi avut necunoscuta egală cu numĕrul de acelaşĭ fel cu dînsa, 53, înmulţit cu raportul invers, $\frac{10000}{58316}$, al mărimilor de cel-lalt; adică am fi găsit tot valórea de maĭ sus.

IV. O corabie plécă pentru o călĕtorie de 28 de zile, şi iea provisiunĭ îndestulătóre pentru a da fie-căruĭ om câte 1478 gr. de nutriment pe zi. Se întâmplă însă că, din causa vînturilor rele, călĕtoria trebue să dureze 43 de zile. La cât trebue să se reducă porţia pe zi a fie-căruĭ om, pentru ca provisiile să le fie de ajuns pe tot timpul călĕtorieĭ?

28 zile	1478 gr.
43 „	x „

La o călĕtorie de 28 zile, porţia este de 1478 gr., dacă călĕtoria ar fi de 1 zi, porţia ar putea fi de 1478×28 gr., iar dacă călĕtoria se lungesce la 43 zile, porţia trebue redusă de 43 de orĭ, adică la . . . $\frac{1478 \times 28}{43}$ gr.; ceea ce face $962\frac{18}{43}$ grame.

Observare. Aplicarea directă a reguleĭ de proporţionalitate (158) ne-ar fi dus la acelaşĭ rezultat.

V. 25 ómenĭ aŭ clădit un zid lung de 14 metri în 8 zile; dar 18 ómenĭ câţĭ metri de zid ar putea clădi în 6 zile?

25 ómenĭ	14 metri	8 zile
18 „	x „	6 „

Dacă 25 ómenĭ fac în 8 zile . . . . 14 metri,

1 om face în 8 zile . . . . . $\frac{14}{25}$ m.;

1 om face în 1 zi . . . . . . $\frac{14}{25\times 8}$ m.;

18 ómenĭ fac în 1 zi . . . . . $\frac{14\times 18}{25\times 8}$ m.;

18 ómenĭ fac în 6 zile . . . . $\frac{14\times 18\times 6}{25\times 8}$ m.;

Lucrul va fi dar:

$$x=\frac{14\times 18\times 6}{25\times 8}=\frac{7\times 9\times 3}{25}=\frac{189}{25}=7^{m.},56.$$

Observare. Comparând între dînsele mărimile ce ni s'aŭ dat, vedem că lucrul și numěrul ómenilor sunt proporționale între ele, pentru-că, împuținându-se ómeniĭ, se împuținéză și lucrul.

Lucrul și timpul sunt tot proporționale între ele, pentru-că, împuținându-se zilele, se împuținéză și lucrul.

De altă parte, valórea ce am găsit pentru x se póte scrie și așa:

$$x=14\times\frac{18}{25}\times\frac{6}{8}.$$

Așa dar, *ea este egală cu numěrul 14, de acelașĭ fel cu dînsa (metri), înmulțit cu rapórtele inverse,* $\frac{18}{25}$ *și* $\frac{6}{8}$, *ale mărimilor de cele-lalte felurĭ, carĭ aŭ fost proporționale cu mărimile de felul necunoscuteĭ.*

VI. O familie de 6 persóne cheltuesce în 14 zile o sumă de 93 leĭ pentru întreținerea sa; cât ar cheltui în 5 zile o familie de 10 persóne?

6 persóne	14 zile	93 leĭ
10 „	5 „	x „

6 inșĭ cheltuesc în 14 zile . . . . 93 leĭ;

1 ins cheltuesce în 14 zile . . . . $\frac{93}{6}$ leĭ;

1 ins cheltuesce în 1 zi . . . . . $\frac{93}{6\times 14}$ leĭ;

10 inşĭ cheltuesc în 1 zi . . . . . . $\frac{93\times10}{6\times14}$ leĭ;

10 inşĭ cheltuesc în 5 zile . . . . $\frac{93\times10\times5}{6\times14}$ leĭ.

Cheltuiala cerută va fi dar:

$$x=\frac{93\times10\times5}{6\times14}=\frac{31\times5\times5}{14}=55 \text{ leĭ} \frac{5}{14}$$

Observare. Acéstă valóre se capătă şi ea, înmulţind numĕrul 93, care este de acelaşĭ fel cu necunoscute, cu rapórtele inverse, $\frac{10}{6}$ şi $\frac{5}{14}$, ale mărimilor de cele-lalte felurĭ (ómenĭ şi zile), carĭ aŭ fost proporţionale cu mărimile de felul necunoscuteĭ (leĭ).

VII. 8 ómenĭ, în 5 zile, aŭ scos 315 găleţĭ dintr'un puţ de păcură; dacă ar fi numaĭ 3 ómenĭ, câte zile ar trebui se lucreze, ca să scótă $283\frac{1}{2}$ găleţĭ?

8 ómenĭ 5 zile 315 găleţĭ
3 » x » $283\frac{1}{2}$ »

8 ómenĭ scot 315 găleţĭ în . . . . . 5 zile;

1 om scóte 315 găleţĭ în . . . . . 5×8 zile;

1 om scóte 1 găléţă în . . . . . . $\frac{5\times8}{315}$ zile;

3 ómenĭ scot 1 găléţă în . . . . . $\frac{5\times8}{315\times3}$ zile;

3 ómenĭ scot $283\frac{1}{2}$ găleţĭ în . . . . $\frac{5\times8\times283\frac{1}{2}}{315\times3}$ zile.

Aşa dar:

$$x=\frac{5\times8\times283\frac{1}{2}}{315\times3}=\frac{11320}{945}=5 \text{ zile } \frac{187}{189}.$$

Observare. Comparând inte dînsele mărimile ce ni s'aŭ dat, vedem că:

timpul şi numĕrul ómenilor sunt invers proporţionale, pentru-că, împuţinându-se numĕrul ómenilor, se măresce numĕrul zilelor;

timpul şi lucrul sunt proporţionale între ele, pentru-că, împuţinându-se lucrul, se împuţinéză şi timpul.

De altă parte, valórea ce am găsit pentru x se póte scrie așa:

$$x = 5 \times \frac{8}{3} \times \frac{283\frac{1}{2}}{315}.$$

Așa dar, *ea este egală cu numěrul 5, de același fel cu dînsa (zile), înmulțit cu raportul direct,* $\frac{8}{3}$, *al mărimilor (ómenĭ) care sunt invers proporționale cu mărimile de felul necunoscuteĭ (zile), și cu raportul invers,* $\frac{283\frac{1}{2}}{315}$, *al mărimilor (gălețĭ) carĭ sunt proporționale cu mărimile de felul necunoscuteĭ (zile).*

159. Se póte da dar de următórea

Regulă. *In regulele de treĭ compuse, comparăm fiecare fel de mărime cu mărimile de felul necunoscuteĭ, și atuncĭ necunoscuta va fi egală cu numěrul dat de același fel cu dinsa, înmulțit cu* **rapórtele inverse** *ale mărimilor* **proporționale** *cu mărimile de felul necunoscuteĭ, și cu* **rapórtele directe** *ale mărimilor* **invers proporționale** *cu mărimile de felul necunoscuteĭ.*

VIII. Un zid lung de $14^{m.}$, înalt de $2^{m.}$ și gros de $0^{m.},5$ s'a făcut de 4 lucrătorĭ în 6 zile; în câte zile vor putea 7 lucrătorĭ sa facă un zid lung de $19^{m.}$, înalt de $3^{m.}$ și gros de $0^{m.},4$?

$14^{m.}$ lung	$2^{m.}$ înalt	$0^{m.},5$ gros	4 lucr.	6 zile
$19^{m.}$ „	$3^{m.}$ „	$0^{m.},4$ „	7 „	x „

4 lucr. fac un zid lung de $14^{m.}$ înalt de $2^{m.}$ gros de $0^{m.},5$ în 6 zile;

1 „ „ „ „ „ „ 14 „ „ „ 2 „ „ „ 0 „ ,5 „ 6×4 zile;

1 „ „ „ „ „ „ 1 „ „ „ 2 „ „ „ 0 „ ,5 „ $\frac{6 \times 4}{14}$ zile;

1 „ „ „ „ „ „ 1 „ „ „ 1 „ „ „ 0 „ ,5 „ $\frac{6 \times 4}{14 \times 2}$ zile;

1 „ „ „ „ „ „ 1 „ „ „ 1 „ „ „ 1 „ „ $\frac{6 \times 4}{14 \times 2 \times 0,5}$ zile

7 „ „ „ „ „ „ 1 „ „ „ 1 „ „ „ 1 „ „ $\frac{6 \times 4}{14 \times 2 \times 0,5 \times 7}$ z.

7 luc. fac un zid lung de 19^m înalt de 1^m gros de 1^m în $\frac{6\times4\times19}{14\times2\times0,5\times7}$ zile;

7 „ „ „ „ „ „ 19^m „ „ 3^m „ „ 1^m „ $\frac{6\times4\times19\times3}{14\times2\times0,5\times7}$ zile;

7 „ „ „ „ „ „ 19^m „ „ 3^m „ „ 0^m4 „ $\frac{7\times4\times19\times3\times0,4}{14\times2\times0,5\times7}$ z.

$$\text{Aşa dar: } x=\frac{7\times4\times19\times3\times0,4}{14\times2\times0,5\times7}=\frac{547,2}{98}=5^{\text{zile}},5837.$$

Observare Dacă am fi voit să aplicăm regula de proporţionalitate (159), am fi comparat maĭ întâiŭ diferitele felurĭ de mărimĭ, şi am fi vĕzut:

că numĕrul zilelor este proporţional cu lungimile;

este proporţional cu înălţimile;

este proporţional cu grosimile;

este invers proporţional cu numĕrul lucrătorilor.

Aşa dar, vom lua rapórtele inverse, $\frac{19}{14}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{0,4}{0,5}$ ale primelor treĭ felurĭ de mărimĭ, şi raportul direct, $\frac{4}{7}$, al celuĭ de al patrulea fel de mărimĭ, şi le vom înmulţi cu 6 zile; aşa că:

$$x=6\times\frac{19}{14}\times\frac{3}{2}\times\frac{0,4}{0,5}\times\frac{4}{7}$$

ca şi maĭ sus.

Probleme. I. Cu 85 leĭ s'aŭ cumpĕrat 12 oca de vin; cât vin s'ar cumpĕra cu 47 lei? (R. $6^{\text{oca}}\frac{54}{85}$).

II. Câte pogóne de vie s'ar lucra în 18 zile, sciind că 13 pogóne s'aŭ lucrat în 7 zile? (R. $33\frac{3}{7}$ pogóne).

III. Un călĕtor face într'un timp óre-care $5\frac{1}{2}$ poşte, mergênd câte 8 ore pe zi; câtă cale ar face în acelaşĭ timp, mergênd câte 5 ore pe zi? (R. $3\frac{7}{16}$ poşte).

IV. 40 lucrătorĭ aŭ facut un zid în 21 de zile; câţĭ lucrătorĭ ar fi trebuit pentru a face acel zid în 35 zile? (R. 24 lucrătorĭ).

V. Cât ar costa $25\frac{3}{4}$ oca de zachăr, dacă pe $8\frac{1}{2}$ oca s'aŭ dat 27 leĭ? (R. $81\frac{27}{34}$ leĭ).

VI. O familie cheltuesce 284 leĭ în 23 zile; câte zile i-ar ajunge 529 leĭ? (R. $42\frac{239}{284}$ zile).

VII. Un om face un lucru în 5 zile, lucrând câte 8 ore pe zi; în câte zile ar face acel lucru, lucrând câte 7 ore pe zi? (R. în $5\frac{5}{7}$ zile).

VIII. Un numĕr de 214 boĭ a consumat în 18 zile o cantitate de 18324 oca de fîn; pe câte zile ar ajunge, pentru 45 boi, 2437 oca de fîn? (R. $20\frac{144590}{260759}$ zile).

IX. Cu 48 leĭ s'aŭ cumpĕrat 13 coţĭ de materie lată de 3 coţĭ; câţĭ coţĭ s'ar putea cumpĕra cu 35 leĭ din o materie lată de $1\frac{1}{2}$ coţĭ? (R. $12\frac{23}{36}$ coţi).

X. 13 lucrătorĭ, lucrând timp de 8 zile, câte 10 ore pe zi, câştigă împreună 225 lei; câte ore pe zi ar trebui să lucreze 4 lucrătorĭ, pentru ca, în 15 zile, să câştige 140 leĭ? (R. $10\frac{106}{186}$ ore).

XI. Intr'o cetate se află 412 soldaţĭ, şi aŭ hrană pentru 25 zile, fie-care soldat primind câte 956 grame pe zi. Maĭ vin însă 113 soldaţĭ. La cât trebue să se reducă porţia fie-căruia, pentru ca hrana să ajungă pe 20 zile? (R. La $937\frac{83}{105}$ grame).

XII. O cişmea, care dă 3 ectolitri de apă pe oră, umple un basin în 15 ore; în cât timp va umplea acel basin o altă cişmea, care dă $4\frac{1}{3}$ ectolitri apă pe oră? (R. In $10\frac{5}{13}$ ore).

XIII. Venitul anual al proprietăţilor dintr'o comună este la un loc de 428525 leĭ, iar contribuţiunea ce percepe ea pe an de la aceste proprietăţĭ este de 34512 leĭ. Ce împosit va trebui să platéscă un proprietar, a căruĭ proprietate are un venit anual de 14500 leĭ? (R. 1167 leĭ, 78).

Regula de dobînzĭ.

160. *Dobîndă* se chiamă folosul ce aduce o sumă de banĭ dată cu împrumut, pe un timp óre-care.

Suma dată cu împrumut se chiamă *capital;* împrumutătorul se numesce *creditor;* iar împrumutatul *datornic* saŭ *debitor*.

Procent se chiamă dobînda produsă de 100 leĭ într'un an.

Exemplu. Petru iea cu împrumutare de la George 5200 leĭ, pe timp de 3 anĭ, cu îndatorire ca pentru fie-care sută de leĭ să-ĭ plătéscă câte 6 leĭ pe an, cât timp va ţiné împrumutarea. Cât se cuvine să plătéscă Petru luĭ George pentru întréga sumă de 5200 leĭ, şi pentru tot timpul de 3 anĭ? (R. 936 leĭ).

In acest exemplu, George este creditorul, Petru debitorul, 5200 capitalul, 6 procentul, şi 936 dobînda.

161. *Regula de dobînzĭ* are de scop resolvarea problemelor relative la dobînzĭ. Ea se resolvă ca şi regulele de treĭ.

162. *Exemple.* I. Câtă dobîndă produce un capital de 4525 leĭ, in 3 anĭ, cu procentul de 8 la sută (saŭ $^0/_0$)?

Intrebarea se póte pune şi aşa: dacă 100 leĭ daŭ dobîndă 8 leĭ în 1 an, 4525 leĭ câtă dobîndă vor da în 3 anĭ?

100 leĭ	8 leĭ	1 an
4525 „	x „	3 „

100 leĭ daŭ în 1 an dobînda de 8 leĭ;

1 „ „ „ 1 „ „ „ $\frac{8}{100}$ leĭ;

4525 „ „ „ 1 „ „ „ $\frac{8 \times 4525}{100}$ leĭ;

4525 „ „ „ 3 „ „ „ $\frac{8 \times 4525 \times 3}{100}$ leĭ.

Aşa dar:

$$x = \frac{8 \times 4525 \times 3}{100} = 1086 \text{ leĭ}.$$

II. Câtă dobîndă se cuvine pentru un capital de 528 leĭ pe timp de 5 anĭ 8 lunĭ, cu procent de $7^0/_0$ pe an?

Timpul împrumutăriĭ cuprinzênd lunĭ, vom socoti timpul în lunĭ:

100 leĭ	1 an	= 12 lunĭ	7 leĭ
528 „	5 anĭ 8 l. = 68	„	x leĭ

100 leĭ în 12 lunĭ dă dobîndă 7 leĭ;

1 leŭ „ 12 „ „ „ $\frac{7}{100}$ leĭ;

1 leŭ în 1 lună dă dobîndă $\frac{7}{100\times12}$ leĭ;

528 leĭ „ 1 „ „ „ $\frac{7\times528}{100\times12}$ leĭ;

528 „ „ 68 lunĭ „ „ $\frac{7\times528\times68}{100\times12}$ leĭ.

Așa dar:

$$x=\frac{7\times528\times68}{1200}=209^{\text{leĭ}},44.$$

III. Care va fi dobînda produsă de 4275 leĭ, în timp de 8 lunĭ, 20 zile, cu procentul de 8% pe an?

Timpul împrumutăriĭ cuprinzênd zile, vom socoti timpul în zile, sciind că în comerciŭ anul se socotesce ca avênd 12 lunĭ de câte 30 zile, saŭ 360 zile.

100 leĭ 1 an = 360 zile 8 leĭ
4275 „ 8 l. 20 z. = 260 „ x „

100 leĭ în 360 zile dă dobînda 8 leĭ;

1 „ „ 360 „ „ „ $\frac{8}{100}$ leĭ;

1 „ „ 1 „ „ „ $\frac{8}{360\times100}$ leĭ;

4275 „ „ 1 „ „ „ $\frac{8\times4275}{360\times100}$ leĭ;

4275 „ „ 260 „ „ „ $\frac{8\times4275\times260}{360\times100}$ leĭ.

Prin urmare:

$$x=\frac{8\times4275\times260}{36000}=247 \text{ leĭ}.$$

163. *Observare.* In tóte aceste treĭ exemple, vedem că, *dobînda este o fracțiune, în care numĕrătorul este produsul procentuluĭ cu capitalul și cu timpul*, *iar numitorul este 100, dacă timpul este socotit în anĭ; 1200, dacă e socotit în lunĭ; și 36000 dacă e socotit in zile.*

VI. Cât capital să daŭ la dobîndă, pentru ca în 4 anĭ, cu procent de 5%, să-mĭ producă 425 leĭ dobîndă?

100 leĭ   1 an   5 leĭ
x „   1 „   425 „
5 leĭ în 1 an sunt dobânda a 100 leĭ;
1 „ „ 1 „ „ „ „ $\frac{100}{5}$ leĭ;
425 „ „ 1 „ „ „ „ $\frac{100\times 425}{5}$ leĭ;
425 „ „ 4 „ „ „ „ $\frac{100\times 425}{5\times 4}$ leĭ;

adică:

$$x=\frac{100\times 425}{5\times 4}=2125 \text{ leĭ.}$$

V. Pe cât timp să daŭ la dobândă un capital de 4700 leĭ, pentru ca, cu procentul de 10%, să am la dînsul 1540 leĭ dobândă?

100 leĭ   1 an   10 leĭ
4700 „ x „   1540 „
100 leĭ dă dobândă 10 leĭ în 1 an;
1 „ „ „ 10 „ „ 100 anĭ;
1 „ „ „ 1 „ „ $\frac{100}{10}$ anĭ;
4700 „ „ „ 1 „ „ $\frac{100}{10\times 4700}$ anĭ;
4700 „ „ „ 1540 „ „ $\frac{100\times 1540}{10\times 4700}$ anĭ.

Prin urmare:

$$x=\frac{100\times 1540}{10\times 4700}=3 \text{ anĭ } \tfrac{13}{47}=3 \text{ anĭ } 3 \text{ lunĭ } 9 \text{ zile } \tfrac{27}{47}.$$

VI. Cu ce procent se daŭ la dobândă un capital de 8500 leĭ, pentru ca, în 2 anĭ 5 lunĭ 25 zile, să dea dobândă 1300 leĭ?

8500 leĭ (2 anĭ, 5 lunĭ, 25 zile = 895 zile) 1300 leĭ.
100 „ (1 an = 360 zile) . . . . x „

8500 leĭ în 895 zile daŭ dobânda 1300 leĭ;

$$
\begin{array}{llllllll}
1 & " & " & 895 & " & " & " & \dfrac{1300}{8500} \text{ leĭ}; \\
1 & " & " & 1 & " & " & " & \dfrac{1300}{8500 \times 895} \text{ leĭ}; \\
100 & " & " & 1 & " & " & " & \dfrac{1300 \times 100}{8500 \times 895} \text{ leĭ}; \\
100 & " & " & 360 & " & " & " & \dfrac{1300 \times 100 \times 360}{8500 \times 895} \text{ leĭ}.
\end{array}
$$

Aşa dar:

$$x = \frac{1300 \times 100 \times 360}{8500 \times 895} = 6\tfrac{462}{3043} \text{ leĭ}.$$

Probleme. I. Câtă dobânda se cuvine pentru 2100 leĭ puşĭ la dobândă pe 3 anĭ 4 lunĭ cu procent de 4%? (R. 280 leĭ).

II. Pe cât timp să daŭ la dobânda un capital de 800 leĭ de la care vreaŭ să am dobândă 325 leĭ, cu procent de 12%? (R. 3 anĭ $\frac{37}{96}$).

III. Ce dobândă ne va da un capital de 14400 leĭ în timp de 10 lunĭ, 5 zile, cu procent de 7%? (R. 854 leĭ).

IV. Cu ce procent să punem la dobandă un capital de 4200 leĭ, pentru ca în 7 anĭ să dea dobândă 1200 leĭ. (R. $4\frac{4}{49}$ %).

V. Ce capital voiŭ da cu dobândă, pentru ca în 8 anĭ, cu procent de 5%, să am dobândă 812 leĭ? (R. 2030).

VI. Cu ce procent s'a dat la dobândă suma de 24800 leĭ, de óre-ce dă dobândă 1178 leĭ pe an? (R. $4\frac{3}{4}$ %).

VII. Cu ce procent să se dea la dobândă un capital, pentru ca să se îndoiască în 18 anĭ? (R. Cu $5\frac{5}{9}$ %).

VIII. Un bancher împrumută pe A cu 2500 leĭ, cu procent de 7%; pe B, cu 1725 leĭ, cu 6%; şi pe C, cu 4420 leĭ, cu $5\frac{1}{2}$ %. Câtă dobândă primesce de la toţĭ pe an? (R. 521 leĭ, 60 banĭ).

IX. Cine-va nu voesce să dea 2100 leĭ cu dobândă de $4\frac{1}{2}\%$, ci ține baniĭ în casă, și peste 3 lunĭ iĭ împrumută pentru cele 9 lunĭ, ce aŭ maĭ rĕmas până la sfârșitul anuluĭ, cu $5\frac{1}{2}\%$. Bine a făcut? (R. Nu a făcut bine, pentru-că a câștigat cu 7 leĭ 88 b. maĭ puțin, de cât dacă 'ĭ ar fi dat de la începutul anuluĭ cu $4\frac{1}{2}\%$).

Regula de scompt.

164. *Scompt* se numesce suma ce plătesce cine-va, pentru a primi prețul uneĭ polițe saŭ unuĭ înscris înainte de termenul de plată.

Exemplu. Petru a luat de la George marfă de 800 leĭ, la 1 Ianuarie 1888, și ne-avênd a-ĭ plăti îndată, i-a dat un înscris că i-va plăti peste un an, cu procent de 5%, *punênd și dobânda în capete*, adică înscriind în poliță ca datorie suma de 840 leĭ, cât se va face capitalul cu dobânda luĭ până la finele anuluĭ.

Peste 3 lunĭ, la 1 Aprilie, George, avênd nevoe de banĭ, vinde polița la un bancher. Acesta însă nu-ĭ numĕră suma cuprinsă în poliță de 840 de leĭ, ci o sumă maĭ mică.

Suma ce-ĭ opresce se numesce *scompt.*

165. Suma înscrisă într'o poliță se numesce *valórea eĭ nominală* In exemplul precedent, valórea nominală a poliței era 840 leĭ.

166. Scomptul este de două felurĭ: *scompt din afară* saŭ *scompt comercial,* și *scompt din năuntru.*

167. *Scomptul din afară,* care este singurul întrebuințat în comerciŭ, este chiar dobânda valoriĭ nominale a poliței, din momentul când se scomptéză, până în ziua termenuluĭ de plată.

In exemplul precedent, dacă polița s'a scomptat la 1 Aprilie 1888, scomptul eĭ este suma de 31 leĭ 50 banĭ, care ar fi dobânda sumeĭ de 840 leĭ de la 1 Aprilie 1888 până la 1 Ianuarie 1889.

Scomptul din afară se calculéză dar întocmaĭ ca şi dobânzile.

Exemple. I. O poliţă de 2000 leĭ este de plată peste 50 zile; care va fi scomptul eĭ, cu 7% pe an?

100 leĭ	(1 an = 360 zile)	7 leĭ
2000 „	50 zile	x „

La 100 leĭ în 360 zile scomptul ar fi 7 leĭ;

„ 1 „ „ 360 „ „ „ $\frac{7}{100}$ leĭ;

„ 1 „ „ 1 zi „ „ $\frac{7}{100\times360}$ leĭ;

„ 2000 „ „ 1 „ „ „ $\frac{7\times2000}{100\times360}$ leĭ;

„ 2000 „ „ 50 „ „ „ $\frac{7\times2000\times50}{100\times360}$ leĭ.

Aşa dar:

$$x=\frac{7\times2000\times50}{100\times360}=19^{\text{leĭ}},44.$$

II. Care este valórea nominală a uneĭ poliţe ce era de plată peste 130 zile, şi pentru care un bancher a luat scompt 24 leĭ, a 5%?

100 leĭ	360 zile	5 leĭ
x „	130 „	24 „

5 leĭ este scomptul pe 360 zile la 100;

1 „ „ „ „ 360 „ „ $\frac{100}{5}$ leĭ;

1 „ „ „ „ 1 zi „ $\frac{100\times360}{5}$ leĭ;

24 „ „ „ „ 1 „ „ $\frac{100\times360\times24}{5}$ leĭ;

24 „ „ „ „ 130 zile „ $\frac{100\times360\times24}{5\times130}$ leĭ.

Adică:

$$x=\frac{100\times360\times24}{5\times130}=1329^{\text{leĭ}},24.$$

168. Scomptul din afară nu este destul de just pentru cel care vinde poliţa, pentru-că el se aplică asupra valoriĭ nominale, pe care poliţa o va avea numaĭ în ziua termenuluĭ de plată, iar nu asupra valoriĭ eĭ *actuale*.

Scomptul din năuntru este acela care se aplică asupra valoriĭ actuale a poliţeĭ.

169. *Problemă*. Să se găséscă valórea actuală a uneĭ poliţe de 2000 leĭ, al căreĭ termen de plată este peste 50 zile, cu 7% pe an.

Acésta va să zică a găsi care este suma care, împreună cu dobânda eĭ pe 50 zile, cu procent de 7% pe an, face 2000 leĭ.

Zicem:

100 leĭ daŭ în 360 zile dobândă de 7 leĭ;

100 leĭ daŭ în 1 zi " " $\frac{7}{360}$ leĭ;

100 leĭ daŭ în 50 zile " " $\frac{7 \times 50}{360}$ leĭ;

adică $0^{\text{leĭ}},97$.

Aşa dar,

$100^{\text{leĭ}},97$ însemnéză capitalul şi dobânda pe 50 zile de la 100 leĭ.

1 leŭ însemnéză capitalul şi dobânda pe 50 zile de la $\frac{100}{100,97}$ leĭ;

2000 leĭ însemnéză capitalul şi dobânda pe 50 zile de la $\frac{100 \times 2000}{100,97}$ leĭ,

adică de la $1980^{\text{leĭ}},78$; cu alte cuvinte, $1980^{\text{leĭ}},78$ daţĭ la dobândă cu 7% pe an, peste 50 de zile vor deveni 2000 leĭ. $1980^{\text{leĭ}},78$ este valórea actuală a poliţeĭ de 2000 leĭ.

Aşa dar, *valórea actuală a uneĭ poliţe se găsesce înmulţind valórea eĭ nominală cu 100, şi împărţind cu 100 plus* *dobânda la 100 pe timpul ce maĭ rĕmâne până la ziua termenuluĭ de plată a poliţeĭ.*

170. Diferenţa $2000^{\text{leĭ}}-1980^{\text{leĭ}},78=19^{\text{leĭ}},22$ este dobânda produsă de aceştĭ $1980^{\text{leĭ}},78$ în acele 50 zile ce maĭ sunt până la termen.

Regulă. *Scomptul din năuntru este dar diferenţa dintre valórea nominală şi valórea actuală a poliţeĭ,* de vreme ce el nu este alt de cât dobânda la valórea actuală a poliţeĭ.

In exemplul precedent, scomptul din năuntru al poliţeĭ de 2000 leĭ, pe 50 zile, cu 7% pe an, este de $19^{\text{leĭ}},22$.

Exemplu. Să se calculeze scomptul din afară şi din năuntru al uneĭ poliţe de 48500 leĭ, al căreĭ termen de plată este peste 17 lunĭ, cu procent de 6% pe an.

Scomptul din afară se calculéză după regula dobânzilor (163 şi 167).

$$x=\frac{48500\times6\times17}{1200}=4122^{\text{leĭ}},50.$$

Scomptul din năuntru se calculéză după regula de maĭ sus (170):

$$x=48500-\frac{100\times48500}{108,50}=48500^{\text{leĭ}}-44700^{\text{leĭ}},46=3799^{\text{leĭ}},54,$$

pentru-că dobânda la 100 leĭ pe 17 lunĭ este de 8 leĭ, 50.

Vedem că scomptul din afară este aci maĭ mare de cât scomptul din năuntru cu $322^{\text{leĭ}},96$.

Probleme. I. Care este scomptul din afară şi din năuntru la un înscris de 8000 leĭ, care expiră peste 2 anĭ şi 5 lunĭ, cu procent de 7% pe an? (R. Scomptul din afară este de $1353^{\text{leĭ}},33$, iar cel din năuntru de $1157^{\text{leĭ}},13$).

II. La o poliţă de 2440 leĭ, care expiră peste 7 lunĭ 12 zile, un bancher a luat scompt din afară $75^{\text{leĭ}},23$; cu ce procent s'a socotit scomptul acesta? care ar fi fost scomptul din năuntru? (R. Scomptul din afară s'a socotit cu 5%; scomptul din năuntru ar fi fost de $72^{\text{leĭ}},94$).

III. O poliţă de 654 leĭ se scomptéză la un bancher care opresce la dînsa $41^{\text{leĭ}},85$, socotind scomptul pe 3% pe an; pe cât timp s'a scomptat acea poliţă? care ar fi fost scomptul eĭ din năuntru pe acelaşĭ timp? (R. S'a scomptat pe 2 anĭ 1 lună 18 zile; scomptul din năuntru ar fi fost de $39^{\text{leĭ}},34$).

Scadenţa comună.

171. Când un creditor are maĭ multe înscrisurĭ ale unuĭ debitor, carĭ nu expiră tóte în aceeaşĭ zi, le póte schimba pe tóte, prin învoială cu debitorul, în unul singur, care să cuprindă suma capitalelor ce se aflaŭ în înscrisurile cele micĭ, cu un procent óre-care pus prin învoială; însă este trebuinţa atuncĭ a se afla timpul pe cât trebue să se facă acest noŭ înscris, pentru ca dobânda sa să fie deopotrivă cu suma dobânzilor înscrisurilor celor micĭ. Acésta se numesce problema *scadenţeĭ comune.*

Exemplu. Ioan are treĭ înscrisurĭ ale luĭ Demetriu: unul de 420 leĭ, cu procent de 3%, care expiră peste 154 zile; altul de 216 leĭ cu procent de 7%, care expiră peste 200 zile; şi al treilea de 355 leĭ, cu procent de 4%, care expiră peste 85 zile. Demetriu se învoesce cu Ioan ca, în locul acestor treĭ înscrisurĭ, să facă unul singur în valóre de 991 leĭ ($= 420^{\text{leĭ}} + 216^{\text{leĭ}} + 355^{\text{leĭ}}$) cu procent de 6%; se întrébă însă pe câte zile să se facă acest noŭ înscris, pentru ca dobânda luĭ să fie egală cu suma dobânzilor celor treĭ înscrisurĭ.

172. Regulă. *Pentru a găsi termenul scadenţeĭ comune al maĭ multor înscrisurĭ, înmulţim capitalul cuprins în fiecare înscris cu procentul sěŭ şi cu numěrul zilelor ce maĭ rěmân până la expirare, şi facem suma acestor produse; acéstă sumă o împărţim cu suma capitalelor cuprinse în tóte înscrisurile, înmulţită cu procentul ce trebue să pórte înscrisul cel noŭ; câtul va fi numěrul zilelor pe cât trebue să se facă înscrisul cel noŭ.*

Exemplu. Să se resolve problema pusă maĭ sus.

Pentru primul înscris, produsul capitaluluĭ cu procentul și cu numĕrul zilelor este	$420 \times 3 \times 154 = 194040$
Pentru al doilea înscris, acest produs este	$216 \times 7 \times 200 = 302400$
Pentru al treilea înscris, acest produs este	$355 \times 4 \times 85 = 120700$
Suma acestor produse este	617140

Suma capitalelor din cele treĭ înscrisurĭ este de $420 + 216 + 355 = 991$ leĭ; o înmulțim cu procentul 6 al înscrisuluĭ celuĭ noŭ; și cu produsul 5946, împărțim suma 617140, de maĭ sus. Câtul, $103\frac{2851}{2973}$, este numĕrul zilelor pe cât trebue făcut noul înscris.

In comerciŭ, este obiceiul ca fracțiunile de zi să se lepede de tot. Prin urmare, înscrisul se va face pe 103 zile.

Probleme. I. Peste câte zile să se pună scădența la un înscris ce ar da procent 5% pe an, și care ar înlocui treĭ alte înscrisurĭ: unul de 2500 leĭ cu procent de 8%, care expiră peste 28 zile, altul de 1400 leĭ, cu procent de 6%, ce expiră peste 32 zile; și al treilea de 1800 leĭ, cu procent de 4%, ce expiră peste 20 zile? (R. Peste 34 zile).

II. Peste câte zile să se pună scadența la un înscris ce ar da procent 8% pe an, și care ar înlocui patru alte înscrisurĭ: unul de 750 leĭ, cu procent de 8% pe an, care expiră peste 18 zile; altul de 1120 leĭ cu 5%, ce expiră peste 23 zile; al treilea de 890 leĭ cu 7%, ce expiră peste 36 zile; și al patrulea de 600 leĭ cu 4%, ce expiră peste 11 zile? (R. Peste 18 zile).

Regula de asociațiune și de împărțirĭ proporționale.

173. *Regula de împărțirĭ proporționale,* saŭ *de repartițiune,* are de scop a despărți un numĕr dat în părțĭ proporționale cu alte numere date.

Exemplu. A despărți pe 360 în treĭ părțĭ proporționale cu numerele 5, 8 şi 11, va să zică a găsi numerele 75, 120 şi 165, a căror sumă este 360, şi carĭ sunt ast-fel, că avem:

$$\frac{75}{5}=\frac{120}{8}=\frac{165}{11}.$$

Problema acéstă se resolvă prin regula de repartiţiune, saŭ de împărţirĭ proporţionale.

174. *Regula de asociaţiune* este o regulă de repartiţiune, care are de scop de a împărţi între maĭ multĭ soţĭ câştigu saŭ paguba ce aŭ avut, potrivit cu capitalul fie-căruia şi cu timpul cât fie-care a fost în asociaţiune.

175. *Şi regula de asociaţiune, şi cea de repartiţiune, se resolvă cu ajutorul regulelor de treĭ.*

Exemple. I. Treĭ inşĭ se asociază ca se facă comerciŭ; unul pune 28000 leĭ; al doilea 12000 leĭ; al treilea 15800 leĭ. Când se despart din tovărăşie, găsesc că aŭ câştigat cu totul 8500 leĭ. Cât se cuvine fie-căruia?

Partea celuĭ d'întâiŭ	28000
„ „ de al doilea	12000
„ „ de al treilea	15800
Capitalul total al tovărăşieĭ . .	55800
Câştigul total al tovărăşieĭ	8500

Aşa dar:

Capitalul de 55800 leĭ a câştigat 8500 leĭ;

un capital de 1 leŭ ar fi câştigat $\frac{8500}{55800}$ leĭ;

un capital de 28000 leĭ va câştiga $\frac{8500\times28000}{55800}=4265^{\text{leĭ}},23$;

„ „ 12000 „ „ $\frac{8500\times12000}{55800}=1827^{\text{leĭ}},96$;

„ „ 15800 „ „ $\frac{8500\times15800}{55800}=2406^{\text{leĭ}},81$.

Prin urmare:

partea de câştig a celuĭ d'întâiŭ este	$4265^{\text{leĭ}},23$;
„ „ „ de al doilea	$1827^{\text{leĭ}},96$;
„ „ „ de al treilea	$2406^{\text{leĭ}},81$.

Proba lucrării *se face adunând câştigurile tuturor; suma trebue să fie egală cu câştigul total care s'a dat.*

$$\begin{array}{r} 4265^{\text{lei}},23 \\ 1827^{\text{lei}},96 \\ 2406^{\text{lei}},81 \\ \hline 8500^{\text{lei}},00 \end{array}$$

II. Trei inşĭ, A, B. C., se întovărăşesc pentru a lua în arendă o moşie. A pune 9500 leĭ, însă peste treĭ anĭ se retrage din asociaţiune; B pune 4800 leĭ şi rĕmâne timp de 5 anĭ; C pune 13200, însă se retrage peste 2 anĭ; la sfîrşit, eĭ găsesc că aŭ avut o pagubă de 6700 leĭ. Cât vine din acéstă păgubă fie-căruia din tovarăşĭ?

Maĭ întâiŭ observ că A, care a pus 9500 leĭ şi a stat 4 anĭ, tot atâta parte are, ca şi când ar fi stat numaĭ 1 an, punênd însă un capital de 3 orĭ maĭ mare, adică $9500^{\text{leĭ}} \times 3$.

Tot aşa B, ar fi putut sta numaĭ un an, punênd $4800^{\text{leĭ}} \times 5$, şi C, punênd $13200^{\text{leĭ}} \times 2$. Putem dar face socotéla ca şi când A, B şi C ar fi stat fie-care câte 1 an, punênd:

A	$9500^{\text{lei}} \times 3 = 19500$ leĭ;	
B	$4800^{\text{leĭ}} \times 5 = 24000$ leĭ;	
C	$13200^{\text{leĭ}} \times 2 = 26400$ leĭ;	
Capital total	69900 leĭ.	

Aşa dar, *dacă timpul nu este acelaşĭ pentru toţĭ asociaţiĭ, înmulţim capitalul fie-căruia cu timpul, şi lucrăm cu aceste produse, ca şi când timpul ar fi acelaşĭ pentru toţĭ.*

Prin urmare:

Capitalul de 69900 leĭ are o pagubă de 6700 leĭ;

un capital de 1 leŭ ar fi avut o pagubă de $\frac{6700}{69900}$ leĭ;

" " 19500 leĭ va avea " " $\frac{6700 \times 19500}{69900}$ leĭ;

» " 24000 " " " " " $\frac{6700 \times 24000}{69900}$ leĭ;

un capital de 26400 leĭ va avea o pagubă de $\frac{6700\times26400}{69900}$ leĭ;

saŭ:

partea de pagubă a luĭ	A	$1869^{\text{leĭ}},20$
» » » »	B	$2300^{\text{leĭ}},43$
» » » »	C	$2530^{\text{leĭ}},37$
Paguba totală		$6700^{\text{leĭ}},00.$

III. Să se despartă numĕrul 360 în treĭ părţĭ proporţionale cu numerele 5, 8 şi 11.

Numĕrul $5+8+11=24$ răspunde la 360.

aşa dar, 1 rĕspunde la $\frac{360}{24}$;

» » 5 » » $\frac{360\times5}{24}=75$;

» » 8 » » $\frac{360\times8}{24}=120$;

» » 11 » » $\frac{360\times11}{24}=165$.

Părţile sunt 75, 120 şi 165; suma lor este în adevĕr 360.

IV. O moşie este împărţită la patru proprietarĭ; A are 2 părţĭ dintr'însa; B, 3 părţĭ; C, 1 parte; şi D, 5 părţĭ; impositul moşieĭ întregĭ este de 2640 leĭ pe an. Cât se cuvine să plătéscă fie-care proprietar?

Moşia întrégă cuprinde $2+3+1+5=11$ părţĭ; aşa dar,

pentru 11 părţĭ, se plătesc 2640 leĭ;

» 1 parte a luĭ C . . $\frac{2640}{11}=240$ leĭ;

» 2 părţĭ ale luĭ A . . $\frac{2640\times2}{11}=480$ leĭ;

» 3 » ale luĭ B . . $\frac{2640\times3}{11}=720$ leĭ;

» 5 » ale luĭ D . . $\frac{2640\times5}{11}=1200$ leĭ.

Total . . 2640 leĭ.

Probleme. I. Un oraş, împărţit în 5 colorĭ (despărţirĭ), trebue să dea 484 tinerĭ la recrutare; despărţirea I are 12500 locuitorĭ; a II-a, 15875; a III-a, 9625; a IV-a, 8625; a V-a, 13875. Câţĭ tinerĭ se cuvine a da fie-care despărţire? (R. Desp. I va da 100 tinerĭ; a II-a, 127; a III-a, 77; a IV-a, 69; a V-a, 111).

II. Patru inşĭ se asociază pentru a lua o pădure în tăiere; A pune 350 galbenĭ; B, 280; C, 420; D, 500, şi câştigă împreună 800 galbenĭ; cât se cuvine fie-căruia? (R. Luĭ A, $180\frac{20}{31}$ galbenĭ; luĭ B, $144\frac{16}{31}$; luĭ C, $216\frac{24}{31}$; luĭ D, $268\frac{2}{31}$.

IV. O societate de 8 bărbaţĭ, 6 femeĭ şi 11 copiĭ a cheltuit 470 leĭ; să se împartă acéstă cheltuială, ast-fel ca partea de cheltuială a unuĭ bărbat să fie de 3 orĭ maĭ mare de cât a unuĭ copil, iar a uneĭ femeĭ de 2 orĭ maĭ mare de cât a unuĭ copil. (R. Un bărbat va da 30 leĭ, o femee 20 leĭ, un copil 10 leĭ).

IV. Treĭ inşĭ se asociază pentru a face comerciŭ cu cereale: A pune 5200 galbenĭ, pentru 4 anĭ, 2 lunĭ; B, 3600 galbenĭ, pentru 6 anĭ, 5 lunĭ; C, 4700 galbeni pentru 7 anĭ, 3 lunĭ; câştigul total este 6400 galbenĭ; cât se cuvine fie-căruia? (R. Luĭ A, $1758\frac{7562}{9461}$ galbenĭ; luĭ B, $1875\frac{1425}{9461}$; luĭ C, $2766\frac{4474}{9461}$).

Regula de amestecătură.

176. Când se amestecă materiĭ de calităţĭ şi de preţurĭ deosebite, se pot propune două felurĭ de probleme:

1°. Când se cunosc cantităţile luate din fie-care calitate, şi se cere să se afle preţul amestecăturiĭ.

2°. Când se cere ca, din două materiĭ de calităţĭ şi preţurĭ deosebite, să se facă o amestecătură care să fie de un preţ dat.

177. *Probleme.* I. Se amestecă 183 litri de vin ce costă 85 banĭ litrul, cu 130 litri de vin de 1 leŭ 10 banĭ litrul; care va fi preţul unuĭ litru de amestecătură?

Ceĭ 183 litri a $0^l,85$ costă . . . $0^l,85 \times 183 = 155^l,55$
ceĭ 130 litri a $1^l,10$ costă . . . . $1^l,10 \times 130 = 143^l,00$
ceĭ 313 litri de amestecătură costă . . $298^l,55$

așa dar, 1 litru de amestecătură costă $\frac{298^l,55}{313}$, saŭ $0^l,95$.

Prin urmare:

Regulă. *Pentru a găsi prețul uneĭ amestecăturĭ, se înmulțesce prețul unitățiĭ fie-căreia din substanțele amestecate cu cantitatea dată din acea substanță; se face suma acestor produse, și se împarte cu suma cantităților substanțelor date.*

II. Intr'un butoiŭ de 380 litri, se tórnă 208 litri de vin a 65 banĭ litrul, 120 litri de vin a 80 banĭ litrul, și restul se umple cu apă; pe cât revine litrul de amestecătură?

Ceĭ 208 litri a 65 b. costă . . . . $0^l,65 \times 208 = 135^l,20$
ceĭ 120 litri a 80 b. costă . . $0^l,80 \times 120 = 96^l,00$
ceĭ 52 litri de apă nu costă nimic . . . . . .
ceĭ 380 litri de amestecătură costă . . . $231^l,20$

1 litru de amestecătură costă $\frac{231^l,20}{380} = 0^l,61$.

178. Amestecăturile făcute din metale deosebite se numesc *aliage.*

Prețul aliagelor în carĭ intră metale scumpe, aur saŭ argint, se determină după *titlul* aliagiuluĭ, adică după cantitatea de metal prețios care intră în unitatea de greutate de aliagiŭ. Ast-fel, când se zice că un aliagiŭ de aur are titlul 0,912, acésta însemnéză că în $1^{gr.}$ de aliagiŭ se află $0^{gr.}912$ de aur, iar restul până la $1^{gr.}$ este un alt metal.

Problemă. Se topesc la un loc două bucățĭ de aliagiŭ de aur: una grea de $348^{gr.}$, cu titlul 0,812, și alta grea de $523^{gr.}$ cu titlul 0,905; care este titlul amestecăturiĭ?

Fie-care gram din prima bucată conține $0^{gr.}812$ de aur; așa dar:

$349^{gr.}$ din prima bucată, a $0^{gr.}812$ de aur, cuprinde $0^{gr.}812 \times 348 = 282^{gr.}576$ aur;

tot așa, $523^{gr.}$ din a doua bucată, a $0^{gr.}905$ aur, cuprinde $0^{gr.},905 \times 523 = 473^{gr.},315$ aur.

Așa dar, $871^{gr.}$ de amestecătură cuprind $755^{gr.},905$ aur, iar $1^{gr.}$ de amestecătură cuprinde $\frac{755^{gr.}891}{871} = 0^{gr.}868$.

Prin urmare, titlul amestecăturiĭ este 0,868.

179. *Probleme.* I. Un negußător are vin de 55 baniĭ litrul, și alt vin de 75 baniĭ litrul, și voesce ca cu dînsele să facă 500 litri de amestecătură care să coste 62 baniĭ litrul; câțĭ litri trebue să iea din fie-care vin?

La 1 litru de primul fel, se va câștiga $62^{b.} - 55^{b.} = 7^{b.}$, la un litru de al doilea fel, se va perde $75^{b.} - 62^{b.} = 13^{b.}$

Așa dar, de vom lua 13 litri din primul fel, vom câștiga $7^{b.} \times 13 = 91$ baniĭ; și de vom lua 7 litri din al doilea fel, vom perde $13^{b.} \times 7 = 91$ baniĭ; adică, dacă amestecăm 13 litri din felul întâiŭ cu 7 litri de felul al doilea (peste tot 20 litri), și vindem cu 62 baniĭ litrul de amestecărură, nicĭ nu câștigăm, nicĭ nu perdem.

In aceștĭ 20 litri de amestecătură, aŭ intrat: 13 litri de felul întâiŭ
și 7 litri de felul al doilea;
In 1 litru de amestecătură, intră . . . $\frac{13}{20}$ litri de felul întâiŭ.
și $\frac{7}{20}$ litri de felul al doilea;
Iar în 500 litri de amestecătură, vor intra $\frac{13 \times 500}{20} = 325$ litri de felul întâiŭ
și $\frac{7 \times 500}{20} = 175$ l. de felul al doilea;
Peste tot . . . . 500 litri.

Lucrarea ce am făcut aci nu este alta de cât despărțirea luĭ 500 în două părțĭ proporționale cu numerele 13 și 7 (175, problema III și IV).

II. Cine-va are vin de 95 baniĭ litrul, și vrea să facă 725 litri de vin maĭ slab, pe care să-l pótă vinde cu 70 baniĭ litrul; câțĭ litri de vin și câțĭ litri de apă trebue să amestece?

La 1 litru de vin se perde . . . 95—70=25 banĭ
La 1 litru de apă se câştigă . . . . 70 „

Aşa dar, trebue să desfacem pe 725 în două părţĭ proporţionale cu 70 şi 25; aceste părţĭ sunt: $\frac{70\times725}{95}=534^{\text{litri}},21$, şi $\frac{25\times725}{95}=190^{\text{lit.}},79$.

Va trebui dar să amestecăm $534^{\text{litri}},21$ de vin, cu $190^{\text{litri}},79$ de apă.

III. Cine-va are un aliagiŭ de argint cu titlul 0,900, şi un altul cu titlul de 0,800, şi vrea să facă cu ele 1 kilogram de aliagiŭ cu titlul 0,835; cât trebue să iea din fie-care?

Avem diferenţele:

$$0,900 - 0,835 = 0,065$$
$$0,835 - 0,800 = 0,035$$

Trebue dar să desfacem pe 1 kgr. în două părţĭ proporţionale cu 0,035 şi 0,065; acele părţĭ sunt:

$$\frac{0,035\times1^{\text{kgr}}}{0,100}=0^{\text{kgr.}},350$$

$$\text{şi}\ \frac{0,065\times1^{\text{kgr.}}}{0,100}=0^{\text{kgr.}},650.$$

Vom lua dar $0^{\text{kgr.}},350$ din aliagiul cu titlul 0,900, şi $0^{\text{kgr.}},650$ din cel cu titlul de 0,800.

Probleme. I. Se amestecă 15 oca de vin, de câte 8 leĭ vechĭ ocaua, cu 10 oca de vin a 3 leĭ vechĭ ocaua, şi cu 4 oca de apă; care este preţul amestecăturiĭ? (R. $5^{\text{leĭ vechĭ}}$).

II. Din grâŭ de 80 leĭ chila, şi din alt grâŭ de 67 leĭ chila, voiesce cine-va ca prin amestecare să facă nisce grâŭ cu preţ de 75 leĭ chila; cât va pune din fie-care fel? (R. 8 părţĭ din felul întâiŭ şi 5 părţĭ din felul al doilea).

III. Se face o bucată de bronz, topind la un loc $54^{\text{kgr.}}$ de aramă a $2^{\text{leĭ}},34$ kilogramul, şi $16^{\text{kgr.}}$ de cositor a $1^{\text{leu}},95$ kilogramul; care este preţul bronzuluĭ? (R. $2^{\text{leĭ}},25$ kilogramul).

IV. Cine-va are două vergĭ de argint, cu titlul de 0,875 şi 0,960, şi voiesce a face o vargă cu titlul 0,910; cât va pune din fie-care? (R. 50 părţĭ din varga întâia, şi 35 părţĭ din a doua).

V. Cine-va are un bulgăre de aur, cu titlul 0,904, şi altul cu titlu 0,830, şi voesce să facă din ele 500^{gr} de aliagiŭ, cu titlul 0,875; cât va lua din fie-care bulgăre? (R. $304^{gr.}\frac{2}{87}$ din bulgărele întăiŭ, şi $195^{gr.}\frac{35}{87}$ din cel de al al doilea).

CAPITOLUL XI.

Puterĭ şi rădăcinĭ, pătrate şi cubice.

Puterea a doua, saŭ pătrat.

180. Scim (96) că *puterea a doua* saŭ *pătratul* unuĭ numĕr este produsul aceluĭ numĕr luat de două orĭ ca factor. Aşa, 8×8 este pătratul luĭ 8.

Pătratul luĭ 8 se scrie 8^2. Numĕrul 2 se numesce *exponent*.

Iată pătratele numerelor de la 2 până la 10 inclusiv:

$$1^2 = 1;\ 2^2 = 4;\ 3^2 = 9;\ 4^2 = 16;\ 5^2 = 25;$$

$$6^2 = 36;\ 7^2 = 49;\ 8^2 = 64;\ 9^2 = 81;\ 10^2 = 100.$$

Rădăcina pătrată a unuĭ numĕr întreg.

181. *Rădăcina pătrată* a unuĭ numĕr se chiamă un alt numér, al căruĭ pătrat este egal cu numĕrul dat.

Ast-fel, rădăcina pătrată a luĭ 64 este 8, pentru că $8^2 = 64$.

Pentru a se arĕta că trebue să se scótă rădăcina pătrată a unuĭ numĕr, el se pune sub semnul acesta: $\sqrt{\ }$. Aşa dar, $\sqrt{64} = 8$.

182. Un numĕr se chiamă *pătrat perfect*, atuncĭ când se póte găsi un alt numĕr al căruĭ pătrat să fie egal cu numĕrul dat. Spre exemplu, 64 este un pătrat perfect, pentru-că $8^2 = 64$.

In cas contrariŭ, se zice că numĕrul dat *nu este pătrat* *perfect.* Aşa, 79 nu este pătrat perfect, pentru-că nu se póte găsi nicĭ un numĕr, al căruĭ pătrat să fie egal cu 79.

183. **Regula I.** *Pentru a extrage rădăcina pătrată a unuĭ numĕr întreg maĭ mic de cât 100, extragem din memorie rădăcina pătrată a celuĭ maĭ mare pătrat perfect care încape în numĕrul dat.*

Exemple. I. Să se extragă rădăcina pătrată a luĭ 49.

Rădăcina căutată este 7, pentru-că $7^2=49$.

II. Să se afle rădăcina pătrată a luĭ 79.

79 nefiind pătrat perfect, luăm rădăcina pătrată a luĭ 64, care este cel maĭ mare din pătratele perfecte ce încap în 79. Zicem dar că rădăcina pătrată a luĭ 79 este 8; iar diferenţa 15, dintre 79 şi 64, se chiamă *rest.*

184. **Regula II.** *Pentru a extrage rădăcina pătrată a unuĭ numĕr întreg maĭ mare de cât 100, despărţim numĕrul în despărţirĭ de câte două cifre, mergĕnd de la drépta spre stânga; despărţirea cea maĭ de la stânga póte să aibă şi o singură cifră.*

Extragem rădăcina pătrată a despărţiriĭ celeĭ maĭ de la stânga, şi o scriem la drépta numĕruluĭ. Lângă rest. pogorîm şi despărţirea următóre a numĕruluĭ, şi-ĭ tăiem cifra de la urmă.

Rădăcina aflată o înmulţim cu 2; produsul îl scriem dedesubt, şi cu dînsul împărţim ceea ce a maĭ rĕmas din rest, după tăierea cifreĭ de la urmă. Câtul găsit îl scriem alăturĭ cu îndoitul rădăciniĭ; îl maĭ scriem o dată dedesubt şi înmulţim. Dacă produsul se póte scădea din restul întreg, cifră aflată prin împărţire este bună pentru rădăcină, şi o scriem la drépta cifreĭ deja aflate; iar dacă nu, trebue micşorată şi încercată din noŭ, până când produsul se va putea scădea din rest.

Lângă restul acesteĭ scăderĭ, pogorîm a treia despărţire a numĕruluĭ, şi urmăm ca maĭ sus, până ce se termină tóte despărţirile.

Exemplu. Să se scótă rădăcina pătrată a numĕruluĭ 347560.

	34, 75, 60	589 . . Rădăcina pătrată		
	25	109	108	1169
	975*	9	8	9
	864	981	864	10521
	11160*			
	10521			
Rest .	639			

După ce am despărţit numĕrul în grupe de câte două cifre, am extras rădăcina pătrată a grupeĭ celeĭ maĭ de la stânga, 34. Rădăcina a fost 5, pe care am scris-o la drépta numĕruluĭ, şi am avut şi restul 9.

Lângă restul 9, am pogorît despărţirea următóre, 75, a numĕruluĭ, şi am despărţit cifra 5, de la urmă. Numĕrul rĕmas, 97, l-am împărţit cu 10, care este îndoitul cifreĭ deja aflate, 5. Câtul, 9, l-am scris la drépta luĭ 10, l-am maĭ scris odată dedesubt şi am înmulţit. Am găsit produsul 981, care este maĭ mare de cât restul 975; prin urmare, cifra 9 este prea mare. De aceea am lăsat-o la o parte, şi am încercat pe 8. Am găsit produsul 864, pe care l-am scăzut din restul 975, şi am avut restul 111. Cifra 8 fiind bună, am scris-o la rădăcină, lângă 5.

Lângă restul 111, am pogorît despărţirea următóre, 60, şi am tăiat cifra 0 de la urmă. Numĕrul ce a maĭ rĕmas, 1116, l-am împărţit cu 116, care este îndoitul rădăcineĭ deja aflate, 58. Am avut câtul 9, pe care l-am scris lângă 116 şi dedesubt, şi am înmulţit. Am avut produsul 10521, care s'a putut scădea din restul 11160, şi a dat restul 6396. Prin urmare, cifra 9 a fost bună, şi am scris-o la rădăcină, lângă cifrele deja aflate, 58.

Aşa dar, rădăcina pătrată a numĕruluĭ 347560 este 589, cu restul 639.

Exercițiĭ. Să se afle rădăcina pătrată a numerelor urmatóre:

88	576081
56	42880
36	68500
417	1725863
1024	38000006.

Pătratul și rădăcina pătrată a numerelor zecimale.

185. Pătratul unuĭ numĕr zecimal are de douĕ orĭ maĭ multe zecimale de cât numĕrul însușĭ.

Spre exemplu, ridicând la pătrat pe 7,59, avem:

$$(7,59)^2 = 7,59 \times 7,59 = 57,6081.$$

Vedem că pătratul 57,6081 are patru zecimale, pentru-că fie-care din ceĭ doĭ factorĭ a avut câte douĕ.

186. Regulă. *Pentru a extrage rădăcina pătrată a unuĭ numĕr zecimal, maĭ întâiŭ, dacă nu are numĕr cu soț de zecimale, îĭ maĭ adăogim o nulă la fine; pe urmă, scótem virgula, și extragem rădăcina pătrată ca la întregĭ; iar de la rădăcină, despărțim pe jumătate numĕrul de zecimale ce a avut numĕrul dat.*

Exemple. I. Să se afle rădăcina pătr. a numĕruluĭ 0,751437.

Acest numĕr are 6 zecimale, adică un numĕr cu soț de zecimale. Lăsăm dar virgula la o parte, și extragem rădăcina numĕruluĭ întreg 751437. Rădăcina este 866 cu restul 1481, pe care 'l lepădăm. De la 866, despărțim 3 zecimale (jumătate din 6), și avem 0,866, care este rădăcina pătrată a luĭ 0,751437.

II. Să se extragă rădăcina pătrată a luĭ 17,25863.

Numĕrul avênd 5 zecimale, îĭ maĭ adăogim o nulă, și extragem rădăcina luĭ 17,258630. Ea este 4,154.

Exercițiĭ. Să se afle rădăcina pătrată a numerelor zecimale următóre:

5,6174	437,814
0,000388	19,00543
1,71352	0,00019156432

Pătratul și rădăcina pătrată a fracțiunilor ordinare.

187. Regula I. *Pentru a ridica la pătrat o fracțiune ordinară, ridicăm în parte pe numĕrătorul sĕŭ și pe numitorul sĕŭ la pătrat.*

Ast-fel pătratul fracţiuniĭ $\frac{5}{8}$ este $\frac{5^2}{8^2}=\frac{25}{64}$; în adevĕr:

$$\left(\frac{5}{8}\right)^2=\frac{5}{8}\times\frac{5}{8}=\frac{5\times5}{8\times8}=\frac{5^2}{8^2}=\frac{25}{64}.$$

188. **Regula II.** *Pentru a extrage rădăcina pătrată a uneĭ fracţiunĭ ordinare, dacă ambiĭ eĭ termenĭ sunt pătrate perfecte, extragem în parte rădăcina pătrată a numĕratoruluĭ şi pe a numitoruluĭ.*

Exemplu. Să se extragă rădăcina pătrată a fracţiuniĭ $\frac{16}{49}$. Ambiĭ termenĭ, 16 şi 49, fiind pătrate perfecte, rădăcina căutată este:

$$\sqrt{\frac{16}{49}}=\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{49}}=\frac{4}{7},$$

pentru-că ridicând pe $\frac{4}{7}$ la pătrat, regăsim pe $\frac{16}{49}$.

189. **Regula III.** *Pentru a extrage rădăcina pătrată a uneĭ fracţiunĭ ordinare, când ambiĭ termenĭ nu sunt pătrate perfecte, înmulţim pe numĕrător cu numitorul, extragem rădăcina pătrată a acestuĭ produs, şi acesteĭ rădăcinĭ îĭ dăm de numitor pe numitorul fracţiuniĭ date.*

Exemple. Să se extragă rădăcina pătrată a fracţiuniĭ $\frac{7}{12}$. Nicĭ unul din termeniĭ 7 şi 12 nu este pătrat perfect; de aceea înmulţim pe numĕrătorul 7 cu numitorul 12; produsul este 84, a căruĭ rădăcină pătrată este 9; acestuia îĭ dăm de numitor tot pe numitorul 12 al fracţiuniĭ date, şi ast-fel formăm fracţiunea $\frac{9}{12}$, care este rădăcina cerută.

Exercițiĭ. Să se afle rădăcina pătrată a fracţiunilor:

$\frac{144}{289}$, $\frac{36}{53}$, $\frac{17}{28}$,

$\frac{49}{81}$, $\frac{295}{89}$, $\frac{8}{9}$,

$\frac{73}{98}$, $\frac{11}{60}$, $5\frac{283}{531}$

Puterea a treia saŭ cub.

190. Scim (96) că *puterea a treia* saŭ cubul unuĭ numĕr este produsul aceluĭ numĕr luat de 3 orĭ ca factor. Aşa $8 \times 8 \times 8$ este cubul luĭ 8.

Cubul luĭ 8 se scrie 8^3. Numĕrul 3 se numesce *exponent*.

Iacă cuburile numerelor de la 1 pană la 10 inclusiv:

$1^3=1$; $2^3=8$; $3^3=27$; $4^3=64$; $5^3=125$;
$6^3=216$; $7^3=343$; $8^3=512$; $9^3=729$; $10^3=1000$.

Rădăcina cubică unuĭ numĕr întreg.

191. *Rădăcina cubică* a unuĭ numĕr se chiamă un alt numĕr, al căruĭ cub este egal cu numĕrul dat.

Ast-fel, rădăcina cubică a luĭ 512 este 8, pentru-că $8^3=512$.

Pentru a se arăta că trebue să se scótă rădăcina cubică a unuĭ numĕr, el se pune sub semnul acesta $\sqrt[3]{\ }$. Aşa dar, $\sqrt[3]{512}=8$.

192. Un numĕr se chiamă *cub perfect,* atuncĭ când se póte găsi un alt numĕr al căruĭ cub să fie egal cu numĕrul dat. Spre exemplu, 512 este cub perfect, pentru-că $8^3=512$.

In cas contrar, se zice că numĕrul dat *nu este cub perfect*. Aşa, 635 nu este cub perfect, pentru-că nu se póte găsi nicĭ un numĕr al căruĭ cub să fie egal cu 635.

193. Regula I. *Pentru a extrage rădăcina cubică a unuĭ numĕr întreg maĭ mic de cât 1000, extragem din memorie rădăcina cubică a celuĭ maĭ mare cub perfect care încape în numĕrul dat.*

Exemplu. I. Să se extragă rădăcina cubică a luĭ 7 9.
Rădăcina căutată este 9, pentru-că $9^3=729$.

II. Să se afle rădăcina cubică a luĭ 635.

635 nefiind cub perfect, luăm radăcina cubică a luĭ 512, care este cel maĭ mare din cuburile perfecte ce încap în 635. Zicem dar că rădăcina cubică a luĭ 635 este 8; iar diferenţa 123, dintre 635 şi 512, se chiamă *rest*.

194. **Regula II**. *Pentru a extrage rădăcina cubică a unuĭ numĕr întreg maĭ mare de cât 1000, despărţim numĕrul în despărţirĭ de câte treĭ cifre, mergênd de la drépta spre stânga; despărţirea cea maĭ de la stângă póte să aibă numaĭ una saŭ douĕ cifre.*

Extragem rădăcina cubică a despărţiriĭ celeĭ maĭ de la stânga, şi o scriem la drépta numĕruluĭ. Lângă rest, pogorîm şi despărţirea următóre a numĕruluĭ, şi-ĭ tăiem douĕ cifre de la urmă.

Rădăcina aflată o ridicăm la pătrat şi o înmulţim cu 3; şi cu produsul, împărţim ceea ce a maĭ rĕmas din rest, după tăierea celor douĕ cifre de la urmă.

Câtul aflat îl scriem la drépta cifreĭ deja aflate la rădăcina; numĕrul ast fel format îl ridicăm la cub, şi-l scădem din primele douĕ despărţirĭ ale numĕruluĭ dat. Dacă scăderea se póte face, cifra aflată este bună; dacă nu, maĭ trebue micşorată, şi repetată încercarea.

Lângă restul aceste͏ĭ scăderĭ, pogorîm a treia despărţire a numĕruluĭ, şi-ĭ tăiem douĕ cifre de la urmă.

Rădăcina de douĕ cifre, deja aflată, o ridicăm la pătrat şi o înmulţim cu 3; şi cu produsul, împărţim ce a maĭ rĕmas din rest, după tăierea celor douĕ cifre de la urmă.

Câtul aflat îl scriem la drépta rădăciniĭ deja aflate. Numĕrul ast-fel format îl ridicăm la cub, şi-l scădem din primele treĭ despărţirĭ ale numĕruluĭ dat.

Şi urmăm aşa, până se termină tóte despărţirile numĕruluĭ.

Exemplu. Să se extragă rădăcina cubică a numĕruluĭ 104725318.

107.425.318	475 . . .	Rădăcina cubică	
64	$3\times4^2=48$	47	
43425*	49	47	$3\times47^2=6627$
107.425	49	329	475
103.823	441	188	475
	196	2209	2375
3602318**	2401	47	3325
107.425.318	49	15463	1900
107.171.875	21609	8863	225625
Rest . . . 253.443	9604	103823	475
	117649		1128125
			1579375
			902500
			107.171.875

După ce am despărţit numĕrul în grupe de câte treĭ cifre, am extras rădăcina cubică a grupeĭ celeĭ maĭ de la stânga, 107. Rădăcina a fost 4, pe care am scris-o la drépta numĕruluĭ, şi am avut şi restul 43.

Lângă restul 43, am pogorît despărţirea următóre, 425, a numĕruluĭ dat, şi am tăiat cifrele 25 de la urmă. Numĕrul rĕmas, 434, l-am împărţit cu 48, care este produsul pătratuluĭ cifreĭ 4, deja aflate, prin 8.

Câtul 9 l-am scris la drépta cifreĭ deja aflate, 4, şi am format numĕrul 49, pe care l-am ridicat la cub. Acest cub este 117649, şi el nu se póte scădea din primele două despărţirĭ, 107425, ale numĕruluĭ dat. Prin urmare, cifra 9 a fost prea mare.

Dacă am încerca pe 8, am vedea că şi eà este prea mare.

Luând pe 7, vedem că cubul numĕruluĭ 47 este 103823, care se póte scădea din 107425, şi dà restul 3602. De aceea, cifra 7 o scriem la rădăcină, lângă 4.

Lângă restul 3602, am pogorît a treia despărţire, 318, a numĕruluĭ dat, şi am tăiat cifrele 18 de la urmă. Numĕrul rĕmas, 36023, l-am împărţit cu 6627, care este produsul pătratuluĭ rădăcineĭ 47, deja aflate, prin 3.

Câtul 5 l-am scris la drépta rădăcineĭ deja aflate, 47, şi am format numĕrul 475, pe care l-am ridicat la cub. Acest cub este 107171875, pe care l-am scăzut din primele treĭ despărţirĭ, 107425318, ale numĕruluĭ dat, şi am avut restul 253443.

Aşa dar, rădăcina cubică a numĕruluĭ 107425318 este 475, cu restul 253443.

Exerciţiĭ. Să se afle rădăcină cubică a numerelor următóre:

216;	1587032914;
479;	800004152;
813;	10400314;
2876;	28000;
47510483;	7514290013246.

Cubul şi rădăcina cubică a numerelor zecimale.

195. Cubul unuĭ numĕr zecimal are de treĭ orĭ maĭ multe zecimale de cât numĕrul însuşĭ.

Spre exemplu, ridicând la cub pe 7,59, avem:

$$7{,}59^3 = 7{,}59 \times 7{,}59 \times 7{,}59 = 437{,}245479.$$

Vedem că cubul, 437,245479 are şése zecimale, pentru că fie-care din ceĭ treĭ factorĭ a avut câte douĕ.

196. **Regulă**. *Pentru a extrage rădăcina cubică a unuĭ numĕr zecimal, maĭ întâiŭ, dacă nu are un numĕr de zecimale care să fie divisibil cu 3, îĭ adăogim una saŭ douĕ nule, pentru ca să împlinéscă acéstă condiţiune; pe urmă, scótem virgula şi extragem rădăcina cubică ca la întregĭ; iar de la rădăcină despărţim a treia parte din numĕrul de zecimale ce a avut numĕrul dat.*

Exemple. I. Să se afle rădăcina cubică a numĕruluĭ 3,791542.

Acest numĕr are 6 zecimale, şi 6 este divisibil prin 3. Lăsăm dar virgula la o parte, şi extragem rădăcina cubică a numĕruluĭ 3791542. Rădăcina este 155, cu restul 67667, pe care îl lepădăm. De la 155 desparţim 2 zecimale (a treia parte din 6), şi avem 1,55, care este rădăcina cubică a luĭ 3,791542.

II. Să se extragă rădăcina cubică a luĭ 0,0014326.

Numĕrul are 7 zecimale, şi 7 nu este divisibil prin 3, de aceea maĭ adăogim douĕ nule, ca să se facă 9 zecimale şi extragem rădăcina luĭ 0,001432500. Ea este 0,112.

Exerciţiĭ. Să se afle rădăcina cubică a numerelor zecimale următóre:

0,153;	0,007529;
49,1514;	3,3431;
4,15134;	3,1415926.

Cubul şi rădăcina cubică a fracţiunilor ordinare.

197. **Regula I**. *Pentru a ridica la cub o fracţiune ordinară, ridicăm în parte pe numĕrătorul sĕŭ şi pe numitoru sĕŭ la cub.*

Ast-fel cubul fracțiunii $\frac{5}{8}$ este $\frac{5^3}{8^3}=\frac{125}{512}$; în adevĕr,

$$\left(\frac{5}{8}\right)^3=\frac{5}{8}\times\frac{5}{8}\times\frac{5}{8}=\frac{5\times5\times5}{8\times8\times8}=\frac{5^3}{8^3}=\frac{125}{512}.$$

198. **Regula II.** *Pentru a extrage rădăcina cubică a uneĭ fracțiunĭ ordinare, dacă ambiĭ eĭ termenĭ sunt cuburĭ perfecte, extragem în parte rădăcina cubică a numĕrătoruluĭ și pe a numitoruluĭ.*

Exemplu. Să se estragă rădăcina cubică a fracțiuniĭ $\frac{343}{729}$.

Ambiĭ termenĭ aĭ fracțiuniĭ, 343 și 729, fiind cuburĭ perfecte, rădăcina căutată este:

$$\sqrt[3]{\frac{343}{729}}=\frac{\sqrt[3]{343}}{\sqrt[3]{729}}=\frac{7}{9},$$

pentru că, ridicând pe $\frac{7}{9}$ la cub, regăsim pe $\frac{343}{729}$.

199. **Regula III.** *Pentru a extrage rădăcina cubică a uneĭ fracțiunĭ ordinare când ambiĭ termenĭ nu sunt cuburĭ perfecte, înmulțim pe numĕrător cu pătratul numitoruluĭ, extragem rădăcina cubică a acestuĭ produs, și acesteĭ rădăcinĭ îĭ dăm de numitor pe numitorul fracțiuniĭ date.*

Exemplu. Să se extragă rădăcina cubică a fracțiuniĭ $\frac{28}{549}$.

Niciĭ unul din termeniĭ 28 și 549 nu este cub perfect; de aceea, înmulțim pe numĕrătorul 28 cu pătratul 301401 al numitoruluĭ 549; produsul este 8439228, a căruĭ rădăcină cubică este 203; îĭ dăm de numitor tot pe numitorul 549 al fracțiuniĭ date, și ast-fel formăm fracțiunea $\frac{203}{549}$, care este rădăcina cerută.

Exercițiĭ. Să se afle rădăcina cubică a fracțiunilor:

$$\frac{8}{27};\quad \frac{5}{21};\quad \frac{129}{13};$$
$$\frac{125}{729};\quad \frac{8}{25};\quad \frac{132}{143};$$
$$\frac{4}{9};\quad \frac{7}{10};\quad 5\frac{4}{15}.$$

Stab. grafic I. V. SOCECŬ, Str. Berzeĭ
BUCURESCI.