17. Idée de la perfection de la Peinture, démontrée par les principes de l'Art, et par des exemples conformes aux observations que Pline et Quintilien ont faictes sur les plus célèbres tableaux etc., par Roland Fréart, sieur de Chambray. *Au Mans*, 1662, in-4, veau brun.

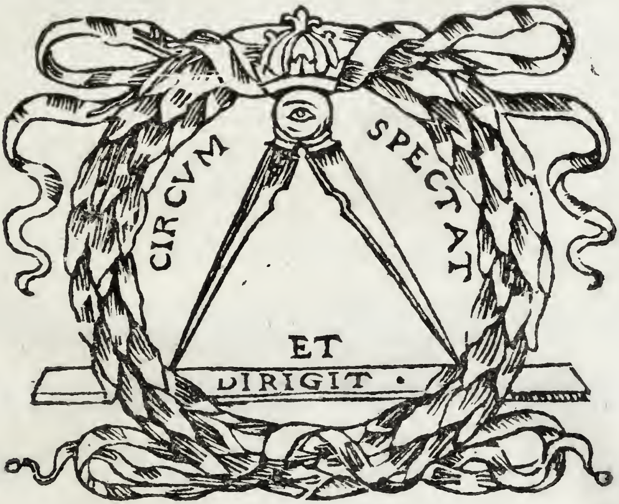
Acheté 12f.50. Pro-venant du château de la Davière (Sarthe) (oct. 1912)

LA PERSPECTIVE D'EVCLIDE,

TRADVITE EN FRANÇOIS SVR LE TEXTE GREC, ORIGINAL DE L'AVTHEVR,

Et demonſtrée

PAR ROL. FREART DE CHANTELOV SIEVR DE CHAMBRAY.



AV MANS.
De l'Imprimerie de IACQVES YSAMBART Marchand Libraire, et Imprimeur, demeurant au Pont-neuf, à l'Enſeigne du Sainct Eſprit.
M. DC. LXIII.

AV ROY

SIRE

La Fortune, qui par vn caprice particulier auoit detaché cette Perſpectiue d'auec les autres Ouurages d'Euclide ce fameux Geometre pour la tenir ſupprimée prés de deux mille ans, ſembloit l'auoir en cela extraordinairement maltraittée, et auoir fait vn outrage à ſon Autheur: Mais aujourdhuy que nous la voyons renaiſtre ſoubs les auſpices du glorieux Regne de Voſtre Majeſté et de ſa protection Royale, on ne ſçauroit plus douter que cette apparence de diſgrace ne fuſt en effect vne faueur ſinguliere que la meſme Fortune luy reſeruoit en vn meilleur temps pour la rendre plus conſiderable et plus ſignalée: Car outre qu'elle luy a toûjours conſerué la Nobleſſe de l'Antiquité par le nom illuſtre de ſon Autheur, elle a voulu luy donner encore de plus l'Agrément de la Nouueauté pour la faire voir comme vn Prodige où elle a joinct ces deux qualitez qui ſembloient auparauant incompatibles l'Antiquité et la Nouueauté. C'eſt-donc SIRE, cette vieille Nouueauté que le fameux nom d'Euclide m'a fait juger digne de trouuer place dans le Louure meſme, qui eſt maintenant vne eſpece d'Academie des plus beaux Arts, et des Sciences qui les produiſent,

dont la Perſpectiue eſt la principale Baſe, mais particulierement de l'Architecture et de la Peinture que le grand amour dont VOSTRE MAIESTE' les honore a rendües ſi nobles que c'eſt aujourdhuy faire ſa Cour en homme d'eſprit d'en ſçauoir parler à la rencontre et de s'y monſtrer intelligent.
VOSTRE MAIESTE' la receuera donc, s'il luy plaiſt, comme vn bon Augure des felicitez que le Ciel prepare à ſon Siecle, et particulierement à ſon Royaume, où nous eſperons de voir

bien-toſt refleurir les meſmes choſes qui ont autres-fois rendu la Grece ſi admirable. Que ſi ce petit fragment des Oeuures d'Euclide, le plus rare et le plus ſolide eſprit qu'elle ait iamais eu, vient à paroiſtre agreablement deuant VOSTRE MAIESTE', ce me ſera vn bon-heur extreme d'auoir eſté ſon reſtaurateur, et l'eſtude que i'y ay faite aura toute la recompence que ie m'en ſuis propoſée. Cependant, SIRE, ie demande tous les iours à Dieu qu'il continuë de benir et voſtre Regne, et vostre Sacrée Personne d'vne longue suite de trés-heureuses années. Ce sont les vœux

SIRE

De vostre trés-humble, trés
obeïssant, et trés-fidelle
Suject et Seruiteur
DE CHAMBRAY.

PREFACE.

Le premier des douze Axiomes qu'Euclide suppose icy au commencement de sa Perspectiue estant contesté par tous les Modernes qui ont escrit de la mesme chose, i'ay estimé necessaire, auant que d'entrer dans la matiere de ce Traitté, de rapporter les raisons que nostre fameux Autheur a eües de croire que la Veüe se fait par l'Emission des Rayons visuels, et d'establir ce Principe pour trés-veritable, quoy qu'aujourd'huy l'opinion commune soit qu'elle ne se face que par vne reception des Especes que tous les Objects visibles enuoyent à l'œil comme à vn miroir.

Les raisons donc de nostre incomparable Geometre sont deduites et demonstrées familiairement dans vne Preface Greque qui se trouue joincte à l'Original de cet Ouurage, laquelle est apparemment de Theon Alexandrin, parce qu'il en a esté l'Expositeur. Voicy comment il en parle.

Lors que Euclide representoit à ses Auditeurs par quels moyens l'operation de la veüe se fait, il auoit accoustumé de leur proposer, par maniere de recreation, quelques exemples familiers dont l'experience ordinaire leur aydast à conceuoir la verité des principes sur lesquels il establissoit les Theoremes de son Optique.

La premiere chose qu'il supposoit est, Que toute lumiere est portée en lignes droites: Et pour en donner vne Demonstration oculaire, il leur faisoit remarquer comme les Ombres que tous les Corps jettent sur vn Plan, et les rayons du Soleil passans au trauers d'vne fenestre, ou de quelqu'autre semblable ouuerture, font leur emission en lignes droites; d'où il venoit à conclure la verité apparente de son Axiome.

Il disoit encore que la Clarté radieuse du Feu estoit la cause qui fait paroistre les corps partie esclairez et partie ombreux, jettant sur le Plan des Ombres quelques fois egales aux corps, quelques-fois plus grandes, et d'autres fois moindres. Qu'elles se trouuoient egales aux corps lors que le corps et le luminaire ſe rencontroient de meſme grandeur, parce que pour lors les rayons partans des extremitez du luminaire eſtoient paralelles entre-eux, et ainſi ne diminüant ny augmentant rien à l'Ombre, la laiſſoient touſiours vniforme au Corps qui la produiſoit: Mais que ſi les Ombres eſtoient moindres que les Corps, cela venoit de ce que le luminaire eſtoit plus grand; car les rayons des extremitez du luminaire concourant et s'approchant l'vn de l'autre, faiſoient que l'Ombre ſe reſerroit derriere le Corps: Et enfin s'il arriuoit que l'Ombre s'allaſt dilatant de plus en plus, il falloit neceſſairement que le luminaire fuſt plus petit que le corps ombreux: ce qu'il monſtroit ne ſe pouuoir faire ſi les rayons lumineux n'eſtoient tous portez en lignes droites.

Et voicy l'experience viſible et la preuue indubitable qu'il leur en donnoit.

Vne Lampe preparée à cet effect, eſtant allumée, on luy oppoſoit quelque corps opaque, comme vne tablette de bois, dans le milieu de laquelle il y auoit vne petite ouuerture en long, comme vn traict de ſye, et cette ouuerture eſtant ajuſtée preciſément au droict de la Lampe, on presentoit paralellement au deuant de cette tablette, à vne distance conuenable, vne autre tablette de mesme grandeur, ensorte que les rayons lumineux du feu de la Lampe passans au trauers de l'ouuerture de la premiere tablette peussent venir rencontrer cette seconde; car par ce moyen il leur faisoit remarquer visiblement que les rayons de la Lampe alloient tous en lignes droites.

Ayant donc posé pour vne maxime indubitable, Que toute lumiere se respand en lignes droites, il concluoit necessairement, Que les rayons visuels partans de l'œil faisoient tous leur emission en lignes droites; Mais en telle sorte neãtmoins qu'ils estoient distans et separez l'vn de l'autre par quelque interualle: Ce qui empeschoit qu'on ne peust voir toutes les parties d'vn Object au mesme instant: Et voicy l'exemple qu'il en donnnoit.

Souuent il arriue qu'vne Aiguille, ou quelque autre petite chose semblable, nous estant tombée à terre, et la cherchant fort soigneusement sans l'apperceuoir qu'àprés vn longtemps, et aprés plusieurs reueües autour du lieu où elle eſt ſans que neantmoins il s'y rencontre aucun obſtacle, enfin noſtre œil la deſcouure. Delà on doit inferer que ne voyant pas l'Aiguille il ne voyoit pas auſſi l'endroit precis où elle eſt, et par conſequent que toutes les parties du lieu qu'on regarde ne ſe voyent pas diſtinctement en vn meſme inſtant; car ſans cela on y auroit veu auſſi l'Aiguille que l'on cherchoit.

Il leur propoſoit encore l'exemple d'vn fueillet de Liure, dont il eſt certain que le Lecteur ne void pas immediatement, et tout à la fois chaque lettre à part, vû que ſouuent ſi on luy en deſigne quelqu'vne particuliere, il luy faut du temps pour la trouuer, parce que les rayons viſuels eſtans des lignes disjointes l'vne de l'autre, ils ne voyent point les lettres qui ſe rencontrent dans l'eſpace vuide qui les ſepare: D'où l'on infere neceſſairement que l'œil ne void les objects que par le deſtail de leurs parties, et non tout enſemble, quoy qu'il s'imagine de les voir; qui eſt vn effect de la trés-grande viuacité des rayons viſuels qui font leur operation d'vne viſteſſe admirable.

Or ces deux Exemples, de l'Aiguille qu'il faut qulques fois chercher long-temps, et des lettres du fueillet de Liure qu'on est obligé d'examiner distinctement et auec vne si grande attention, faisoient aussi l'argument dont il refutoit l'opinion de ceux qui croyent que l'Image des Objects que nous voyons vient d'elle-mesme faire son impression dans nostre œil: Car, disoit-il, s'il est vray que les Objects viennent se produire eux-mesmes à nostre veüe, pourquoy est-ce que l'Aiguille ne se voyoit pas d'abbord, et que la Lettre qu'on cherche dans la fueille escritte ne seroit pas descouuerte au mesme instant: Car de dire que cela vient d'auoir peut-estre l'esprit distraict à quelque autre chose, il n'y a point d'apparence puisqu'on la cherche; Et quand mesme il seroit vray, n'arriue-il pas souuent qu'aprés l'auoir inutilement cherchée auec attention, enfin on la vient aperceuoir à contre-temps en n'y pensant plus.

Voyla les raisons dont nostre grand Geometre Euclide confirmoit son opinion de l'emission des rayons visuels sur les Objects. Et pour eluder encore en mesme temps celle de ces Philosophes qui soustenoient la reception des Images dans la prunelle de l'œil, il monſtroit ſenſiblement par l'exemple meſme de l'organe de la veüe, que la nature luy auoit donné vne forme toute contraire à celle des autres Sens qui agiſſent par la reception de leurs eſpeces, comme ſont le Nez la Bouche et l'Oreille, que pour cet effect elle auoit formez Concaues; mais que l'œil eſtant d'vne figure ſpherique et conuexe, ſon operation deuoit eſtre autant differente de celle des autres Sens, que la forme de ſon organe l'eſtoit de la leur.

Aprés ces Raiſons et ces Exemples il eſt inutile d'en faire icy vne plus longue queſtion, puiſque auſſi bien le fondement radical des Theoremes de la Perſpectiue ſubſiſte touſiours egalement dans l'vne et l'autre opinion : Car l'emiſſion des rayons viſuels ſur les Objects, ou la reception de leurs Images dans l'œil, ne changent rien à l'effect de la Geometrie dans la formation des angles viſuels, ny à l'interualle des diſtances des Objects, cela ne dependant point de l'operation des Sens exterieurs.

LA

PERSPECTIVE D'EVCLIDE.

AXIOMES.

SOIT SVPPOSE'

I.

QVE les rayons viſuels au ſortir de l'œil ſont portez en lignes droites, et ſont diſtans l'vn de l'autre, et ſeparez par quelque interualle.

II.

Et que la Figure compriſe ſoûs ces rayons eſt vn Cône, qui a ſon ſommet au centre de l'œil, et ſa baſe aux extremitez ou contours des Choſes veües.

III.

Qu'on void ſeulement les Choſes que les rayons viſuels vont rencontrer.

IV.

Et qu'on ne void point aussi celles que les rayons visuels ne rencontrent point.

V.

Que les Choses qui sont veües soûs vn plus grand angle paroissent plus grandes.

VI.

Mais que celles qui sont veües soûs vn angle plus petit paroissent plus petites.

VII.

Comme aussi celles qui sont veües soûs des angles egaux paroissent egales.

VIII.

Et que toutes celles qui sont veües soûs des rayons plus éleuez paroissent plus éleuées.

IX.

Que celles aussi qui sont veües soûs des rayons plus abaissez paroissent plus basses.

X.

Et semblablement, que celles qui sont veües soûs des rayons tirans plus vers la main droite paroissent plus à main droite.

XI.

Et estant veües soûs des rayons tournans vers la gauche elles paroissent aussi plus à main gauche.

XII.

Mais que celles qui ſont veües ſoûs vne plus grande quantité d'angles ſe monſtrent plus euidemment à l'œil, & ſe diſcernent plus parfaitement.

On tiendra donc ces ſuppoſitions comme des Axiômes ou Principes de connoiſſance indubitables, par leſquels tous les Theoremes ſuiuans ſeront demonſtrez.

THEOREME I.

Aucune Choſe viſible ne peut eſtre veüe toute en vn meſme inſtant.

DEMONSTRATION.

CE premier Theoreme eſt vne conſequence immediate du premier Axiôme, qui dit, que les rayons viſuels ſont diſtans et ſeparez l'vn de l'autre par quelque interualle; car cet interualle ou ſeparation eſtant vn eſpace vuide, il s'enſuit neceſſairement qu'il n'eſt point veu, parce que l'œil ne peut voir que par le moyen de l'emiſſion des rayons viſuels; tellement que la partie de l'objet qui ſe rencontre directement à l'oppoſite de cet interualle n'eſtant

atteinte d'aucun rayon viſuel, elle ne peut eſtre veuë. Et c'eſt ce qu'Euclide demonſtroit ſenſiblement à ſes Auditeurs par deux exemples familiers, qui ſont raportez dans la Preface de ce Traitté; L'vn d'vne Aiguille, qui eſtant tombée à terre ne ſe retrouue le plus ſouuent qu'aprés l'auoir bien cherchée et fait beaucoup de reueües au meſme endroit où elle eſt tombée.
L'autre d'vn fueillet de liure, dont on ne void pas toutes les lettres en meſme inſtant. Mais parce que ce premier Axiôme d'Euclide, qui fait la baſe de noſtre Demonſtration, n'eſt pas receu de quelques Autheurs celebres, qui ont auſſi eſcrit de la Perſpectiue, ce ſera vn temps vtilement employé par les ſtudieux, de voir les expoſitions de ces autres Maiſtres ſur ce Theoreme qu'ils demonſtrent par d'autres Principes: Et pour en faciliter dauantage l'intelligence, ſelon leur ſens, ils adiouſtent tous quelque choſe au texte d'Euclide.

Entre ces Autheurs, i'en trouue trois principalement conſiderables, que ie citeray ſouuent dans la ſuite de ce Traitté.

Le premier eſt Alhazen Arabe, homme

trés-ſçauant, contemporain d'Auicenne, de Zoare et d'Auerroëz, qui rendirent leur patrie et leur Siecle illuſtre par l'eſtude des belles lettres qui y floriſſoient par leur moyen il y a prés de ſix ſiecles. Celuy-là propoſe ainſi noſtre Theoreme, qui fait la 16. Propoſition du 3. Liure de ſon Optique.

Vn grand Objet ne peut eſtre veu tout enſemble egalement.

Il adjouſte donc deux conditions au texte d'Euclide: L'vne, que l'Objet ſoit grand; d'où il ſemble que s'il eſt petit, ou meſme mediocre, il laiſſe croire qu'il pourra bien eſtre veu tout enſemble en quoy il ne conuient pas auec Euclide. L'autre condition eſt, qu'eſtant grand il ne peut pas eſtre veu tout enſemble egalement, c'eſt adire que toutes ces parties ne peuuent pas eſtre veuës en vn egale euidence au meſme inſtant.

Le ſecond Autheur eſt Vitellion auſſi Arabe, et peuteſtre encore du meſme temps que Alhazen, parce que quelques-vns ont eſtimé qu'il eſtoit diſciple de ce premier, voyant la conformité de leurs opinions dans cette matiere. Voicy ſon expoſition de noſtre Theoreme, qui fait la 48. Propoſition de ſon 3. Liure.

Aucun des Objects viſibles n'eſt veu tout enſemble egalement.

Il n'adjouſte que le mot de *egalement*; mais c'eſt aſſez pour faire connoiſtre qu'il ne ſuit pas en cela l'opinion d'Euclide; car ce n'eſt pas la meſme choſe de dire, Que les parties d'vn Object ne ſont pas veües egalement toutes à la fois, c'eſt adire dans vne meſme euidence et egalement diſtinctes au meſme inſtant; ou de ſouſtenir auec Euclide qu'il y en a qui ne ſont point veuës du tout entre celles qui ſont veuës; comme eſt l'aiguille qu'on cherche quelques fois long-temps parmy la place oú elle eſt tombée ſans l'apperceuoir.

Le troiſiéme Autheur eſt vn moderne de noſtre Siecle, qui ne me paroiſt point inferieur aux deux premiers; et meſme ie trouue que ſon Optique eſt d'vn plus bel ordre et mieux demonſtrée, c'eſt adire plus intelligible dans ſes figures, et plus raiſonnée que celle des autres: car il rapporte ſouuent des experiences curieuſes et familieres qu'il a obseruées pour éclaircir ses Demonstrations theoriques; ce qui recrée et instruit agreablement le Lecteur.

Il n'est pas pourtant icy d'auec nous, et tient positiuement contre Euclide, que l'operation de la veüe ne se fait point par Emission de rayons visuels: c'est sa 67. proposition, au premier Liure.

Quant à ce premier Theoreme il l'enonce ainsi en la 80. propositition suiuante.

Il ne se peut faire qu'on voye au mesme moment plusieurs choses auec vne egale perspicuité.

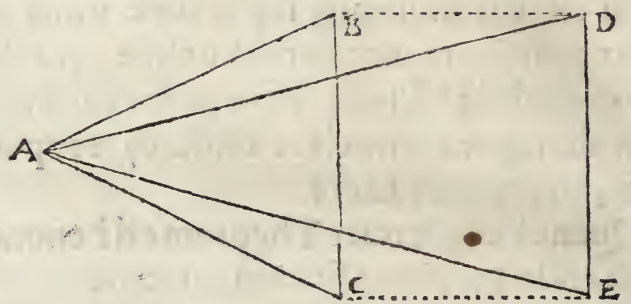
C'est le mesme sens des deux premiers en d'autres termes.

THEOREME II

Des Grandeurs egales se trouuant en des distances inegales, celles qui sont plus proches de l'œil se monstrent plus distinctement & plus clairement.

Demonstration.

LA Demonstration de ce Theoreme est fondée sur nostre dernier Axiôme, qui dit, Que les choses veües soûs vne plus grande quantité d'angles, c'est adire sous plus de rayons visuels, se discernent plus exactement En voicy la construction Geometrique.



Soit l'œil au poinct A, et les deux Grandeurs diuersement esloignées B C et D E, lesquelles on presuppose estre egales et parallelles, et que la plus voisine de lœil soit B C: Ayant mené du poinct de l'œil A aux extremitez des deux Grandeurs B C et DE, les quatre rayons visuels A B, AC, et A D, A E, Il est clair que tous ces quatre rayons iront toucher la Grandeur B C, qui est la plus voisine de l'œil A; et que la Grandeur DE, qui est la plus esloignée, ne sera touchée que des deux rayons AD, AE; et par consequent, selon le dernier Axiôme, la Grandeur B C, qui est plus proche de l'œil A, et qui est veüe par vne plus grande quantité d'angles d'angles et de rayons viſuels, luy paroiſtra plus euidemment.

Voyez Vitellion, Liure 4. Prop. 15. et Alhazen, Liure 2. Prop. 40.

THEOREME III.

Chaque Obiect viſible a vne certaine longueur de Diſtance determinée, au delà de laquelle il n'eſt plus veu.

DEMONSTRATION.

C'EST perdre le temps que de chercher des Demonſtrations Geometriques à des veritez qui ſont ſi claires et ſi conneuës à l'Entendement, qu'elles peuuent eſtre miſes au rang des Axiômes: Car nous ſçauons naturellement, et par l'experience continuelle, que noſtre veuë eſt ſi courte et ſi bornée que les meilleurs yeux ne peuuent pas reconnoiſtre vn homme d'auec vn autre animal dans la diſtance d'vne demie lieuë, et qu'à vne lieuë entiere il eſt impoſſible de le voir du tout, et bien moins encore à quatre lieuës; par conſequent la propoſition eſt indubitable.

THEOREME IV.

Des Interualles egaux estant marquez sur la mesme ligne droite, ceux qui sont veus d'vne plus longue distance semblent plus petits.

Demonstration.

Ce Theoreme est le fondement d'vne Pratique fort ordinaire dans la Peinture, que ceux de la Profession appellent communément la Degradation du Plan du Tableau. C'est vne des premieres leçons qu'on donne à ceux qui apprennent la Perspectiue.

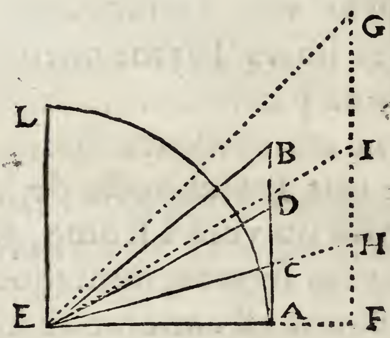
Vitellion en son 4. Liure, prop 22. et Aguilonius, aussi Liure 4. prop. 2. demonstrent tous deux geometriquement ce Theoreme, et leur demonstration lineale est presque la mesme.

Le nœud de l'affaire va à sçauoir, que plus vne chose est veuë de prés et plus l'angle des Rayons visuels qui la comprennent est grand : comme aussi à proportion qu'elle s'esloigne de l'œil l'angle se reserre. Or par les 5. et 6 Axiômes, les choses paroissent plus grandes ou plus petites, selon l'ouuerture de l'angle viſuel qui les comprend.

Ie ne m'amuſeray point icy à repeter ce que ces deux Autheurs diſent là-deſſus, puis qu'on le peut voir commodément dans leurs propres liures. I'ayme mieux faire vne Demonſtration particuliere, à laquelle j'appliqueray vne connoiſſance fort curieuſe du moyen que tint L'Architecte de la Colonne Trajane qu'on void à Rome, pour faire en ſorte que les figures, dont toute la Tige de cette Colonne eſt enrichie depuis la Baſe iuſqu'au Chapiteau, paruſſent continuellement de meſme grandeur au haut comme au bas, ſans quoy la pluspart de ſon Ouurage fuſt demeuré imperceptible à la veuë, acauſe de l'exceſſiue hauteur de la Colonne.

Commençant donc par la Demonſtration lineale. Soit la ligne droite AB, ſur laquelle ſoient marquez les interualles egaux AC, CD, DB, et le poinct de l'œil ſoit E, duquel partent les rayons viſuels EA, EC, ED, EB, allans rencontrer chaqu'vn des interualles egaux marquez ſur la ligne droite AB.

Ie dis que le premier interualle AC, eſtant le plus prés de l'œil E, il ſera veu ſoubs vn plus grand angle que les deux autres interualles CD, et DB, plus eſloignez, et par conſequent paroiſtra plus grād, par le 5. Axiome.



Ce qui ſe demonſtre par la derniere propoſition du 6. Liure des Elements, où il eſt prouué, que les angles ſont entre-eux comme les portions de circonference du Cercle qui les comprend.

Si donc au droict de la ligne des interualles egaux AB, on deſcrit vn Quart de cercle AL, dont l'œil E, ſoit le centre, les rayons viſuels allant rencontrer chaque poinct des interualles egaux ſur la ligne AB, couperont la circonference du Quart de cercle en autant de ſections qu'il y aura d'interualles, et par l'inegalité de ces ſections on conclura l'inegalité de l'apparence des interualles, parce qu'ils paroiſtrõt entre eux plus grands ou moindres proportionnement à ces ſections de Circonference qui forment les angles viſuels.

Or il eſt trés-euident en cette figure que le premier interualle A C, eſt veu ſoubs vn plus grand angle A E C, que le ſecond interualle C D, qui eſt veu ſoubs l'angle C E D, moindre que A E C; et que le troiſieſme interualle D B, eſt veu ſoubs l'angle D E B, encore moindre que les deux premiers: Donc le premier interualle AC, paroiſtra plus grãd que le ſecond interualle CD, et ainſi de ſuite.

De cela il eſt aiſé de conclure, que pour faire que les interualles ſuſdits paroiſſent egaux, il faut mener les rayons viſuels ſur la ligne droite par des ſections de circonference egales entre elles, qui formeront des angles viſuels egaux, puis accommodant et augmẽtant proportionnement ces interualles à l'ouuerture des angles egaux qui ſeront donnez par les rayons viſuels, Il eſt certain qu'ils paroiſtront tous egaux à l'œil, quoy qu'ils ſoient reellement inegaux, comme il ſe void ſur la ligne F G.

C'eſt par ce moyen que la Colonne Trajane a esté compartie d'vne maniere si ingenieuse que l'Art suppleant au deffaut de la Nature rend les parties les plus éloignées, aussi sensibles à l'œil comme les plus proches; qui est vn effect d'optique admirable à ceux qui n'en entendent pas le secret, quoy que neantmoins la pratique en soit facile; ainsi qu'on la void icy demonstrée sur la ligne FG, par les rayons visuels EF, EH, EI, EG, oú l'egalité des angles visuels, et l'inegalité des interualles FH, HI, IG, gardẽt entre-elles vne telle reciprocation, qu'à mesure que les interualles s'esloignent de l'œil E, Ils vont successiuemẽt aussi s'accroissant, en sorte que par ce moyen ils regagnẽt précisément la mesme apparence de grandeur que l'esloignement leur a fait perdre.

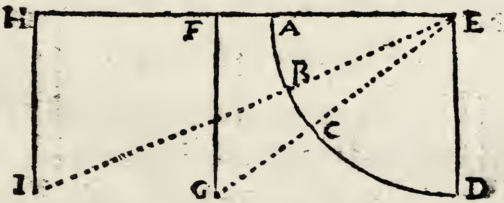
THEOREME V.

Des Grandeurs egales inegalement éloignèes semblent inegalles, & la plus proche de l'œil paroist tousjours estre la plus grande.

Demonstration.

IL faut supposer que ces grandeurs soient en mesme situation au respect de l'œil, ſans quoy la propoſition ne ſeroit pas vniuerſellement vraye, comme nous verrons ſur la fin de ce Traitté en diuers lieux, et particulierement au 44. Theoreme.

Au reſte cette Propoſition a tant de rapport à la precedente qu'elle ſemble ſa Conuerſe, les interualles et les grãdeurs pouuant eſtre pris pour la meſme choſe: C'eſt pourquoy ie me ſeruiray encore icy de la meſme eſpece de Demonſtration lineale, faiſant voir, par le moyen des angles viſuels ſur le Quart de cercle, la differente apparence des Grandeurs egales, diuerſement éloignées de l'œil.



Soit le Quart de cercle ABCD, dont l'œil ſoit le centre au poinct E, et que les rayons viſuels EF, EG, aillent rencontrer la grandeur FG, plus proche de l'œil E, et les autres rayons viſuels EH, EI, aillent rencontrer vne autre grandeur HI, égale à la premiere F G, mais plus éloignée; Il eſt euident ſur le Quart de cercle ABCD, que l'angle viſuel FEG, qui a pour baſe la premiere grandeur FG, coupe vne plus grande portion de circonference que l'angle HEI, qui a pour baſe l'autre grandeur HI, plus eſloignée: Donc la premiere grandeur FG, paroiſt la plus grande, puis qu'elle eſt veüe ſoubs vn plus grand angle, par le cinquieme Axiôme.

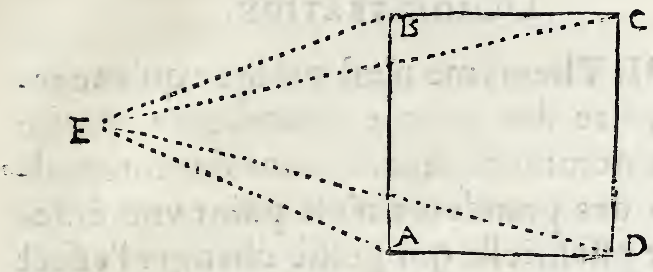
THEOREME VI.

Les interualles paralelles regardez de loin paroiſſent d'vne largeur inegale.

DEMONSTRATION.

CE Theoreme et celuy qui ſuit encore, different ſi peu des deux precedents, qu'ils peuuent tous quatre eſtre compris ſoubs vne meſme Demonſtration lineale: Neantmoins i'ay mieux aymé en donner vne particuliere à chaqu'vn pour n'embroüiller point l'imagination du Lecteur, en luy faiſant conceuoir diuerſement la meſme figure.

Soit



Soit donc le Plan ABCD, la largeur duquel ſoit terminée par les lignes ou interualles egaux AB, CD, et que la diſtance de l'œil qui les void ſoit au poinct E: Il eſt euident que l'angle viſuel AEB, qui comprend l'interualle AB, eſt plus grand que l'angle DEC, qui comprend l'autre interualle DC, donc ces interualles paroiſſent d'vne largeur inegale, puis qu'ils ſont veus ſoubs des angles inegaux.

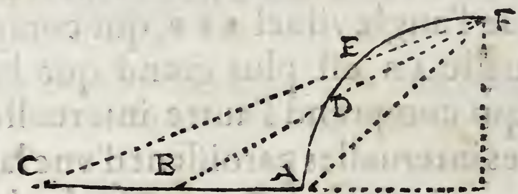
Voyez Vitellion Liure 4. Prop. 21. et Aguilonius Liure 4. Prop. 43.

THEOREME VII.

Des Grandeurs egales eſtans ſur la meſme ligne droite en des diſtances plus éloignées l'vne que l'autre, elles paroiſſent inegales.

DEMONSTRATION.

CE Theoreme n'eſt preſque qu'vne redite des 4. et 5. precedents, car ce qu'ils nomment diuerſement des interualles et des grandeurs n'eſt point vne difference eſſentielle qui puiſſe changer l'effect de l'Optique, ce ſont des termes tous vniuoques en cette matiere. Mais ie ne veux pas laiſſer pour cela de donner encore icy vne Demonſtration particuliere.



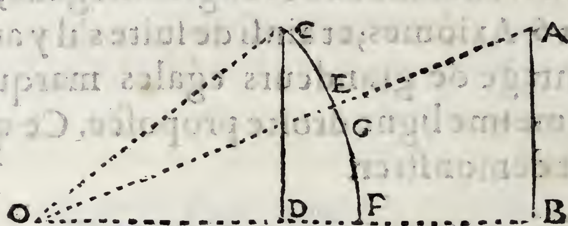
Soit propoſé vne ligne droite AC, ſur laquelle ſoient deux grandeurs egales AB, BC, et directement à cette ligne ſoit deſcrit le Quart de cercle ADEF, à l'extremité duquel ſoit l'œil au poinct F. Si donc les rayons viſuels FA, FB, FC, vont rencontrer ſur la ligne droite AC, les grandeurs egales propoſées AB, BC, au delà du quart de cercle FEDA, les rayons FB, FA, qui voyent la premiere grandeur A B, couperont la circonference du Quart de cercle aux poincts A, et D, et les rayons F C, F B qui voyent la seconde grandeur plus esloignée B C, couperont la mesme circonference aux poincts D, et E. Or de l'inegalité manifeste des portions du quart de Cercle A D, D E, coupées par les Rayons visuels susdits, on conclura l'inegalité des angles visuels, et par consequent aussi l'inegalité de l'apparẽce des grandeurs A B, B C veües soubs ces angles inegaux, par le 5. et 6. Axiômes; et ainsi de suite s'il y auoit dauantage de grandeurs egales marquées sur la mesme ligne droite proposée. Ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME VIII.

Des Grandeures egales, inegalement esloignées de l'œil ne gardent pas entr'elles la mesme Raison ou Proportionalité aux angles visuels qu'à leurs distances.

Demonstration.

C'Est à dire, que si des grandeurs egales sont tellement esloignées de l'œil, que la premiere soit, par exemple, à la distance de six pieds, et la seconde à la distance de douze pieds, et ainſi de ſuite : Il ne s'enſuit pas pour cela que cette ſeconde grandeur, qui eſt iuſtement deux fois plus loin que la premiere, paroiſſe auſſi iuſtement deux fois plus petite, et que l'angle viſuel, qui comprend celle qui n'eſt eſloignée que de ſix pieds, ſoit preciſément deux fois plus grand que l'autre angle, qui comprend celle qui eſt eſloignée iuſques à douze. Et en voicy la Demonſtration geometrique.



Soient les deux grandeurs A B, C D, egales entr'elles, et que directement à ces deux grandeurs l'œil ſoit au poinct O. d'où procedent les rayons viſuels O C, O D, et O A, O B, en ſorte que le rayon viſuel O B, aille rencontrer directement ces deux grandeurs aux poincts D, et B ; et que O D, ſoit vne diſtance de ſix pieds, et O B, vne diſtance de douze pieds. Ie dis que la premiere grandeur C D qui eſt la moitié plus prés de l'œil, que l'autre grandeur AB, ne paroiſt pas pour cela reciproquement plus grande de la moitié: Car ayant deſcrit la portion de cercle CEF, qui a pour centre le poinct de l'œil O, et pour demidiametre le rayon viſuel OC, aboutiſſant à l'extremité C. du haut de la premiere grandeur CD, il faudroit que l'autre rayon OA, lequel abouſtit auſſi au haut de la ſeconde grandeur AB, et qui coupe la portion de cercle au poinct E, ſe trouuaſt preciſément au poinct G, moitié de cette portion de cercle, afin que l'angle COD, de la premiere grandeur CD, fuſt double de l'angle AOB, de la ſeconde grandeur AB, ce que la figure monſtre manifeſtement eſtre faux: Donc la propoſition eſt vraye.

Ce Theoreme eſt d'vne excellente ſpeculation pour les Geometres, et vn des plus releuez qui ſoit en tout ce traitté.

Vitellion Liure 4. prop. 11. et Aguilonius Liu. 3 prop. 7. et 12. l'expliquent fort amplement et l'eſtendent meſme dauantage qu'il n'eſt icy, en ce qu'ils demõſtrent que la difference des diſtances de ces grandeurs eſt en plus grande raiſon ou proportionalité que celle des angles visuels qui les comprennent

THEOREME IX.

Des Grandeurs quarrées estant veuës de loin paroissent rondes.

Demonstration.

CEs grandeurs quarrées se doiuent entendre icy generalement de toute sorte de figures regulieres, soit d'angles obtus, ou d'angles aigus: et la forme ronde se prend aussi pour toute sorte de conuexité.

Cela supposé, il ne faut point chercher d'autre Demonstration plus naturelle que l'experience ordinaire, qui fait que lors que nous regardons de loin des Tours quarrées, des Bastions, des Demilunes, des Redoutes et de telles autres structures de l'Architecture militaire, tout cela d'abord nous paroist rond: Et la raison de cette surprise de l'œil est parce que les extremitez des angles estant tousiours les plus petites parties d'vn corps, elles commencent aussi les premieres à disparoistre dans l'esloignement, comme il a esté prouué cy-deuant en nostre 3. Theoreme qui dit, Que toute grandeur a vn certain interualle de distance determiné, au delà duquel elle cesse d'estre veüe : Si-bien que ces angles commençans à demeurer les premiers imperceptibles hors de leur distance naturelle, et toutes les autres parties du mesme corps, s'affoiblissant à mesure qu'elles s'esloignent de l'œil ; il est certain que le reste de la masse paroistra confusément d'vne forme obtuse et conuexe, qui est vne espece de rondeur.

Ce Theoreme ne se peut pas demonstrer commodement par figure, quoy que Vitellion en son 4. Liure, pro. 95. y en ait fait vne, mais elle est fort inutile. Aguilonius s'est contenté, comme nous, du raisonnement naturel sans aucune autre delineation, c'est aussi en son 4. Liure, Prop. 66.

THEOREME X.

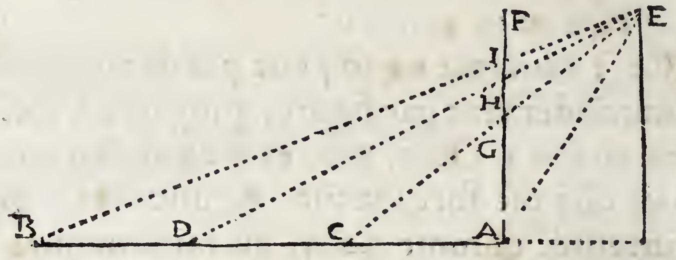
Aux Plans qui sont estendus au dessoubs de l'œil, les parties plus esloignées semblent les plus hautes.

THEOREME XI.

Aux Plans qui sont situez au dessus de l'œil, les parties plus esloignées semblent les plus basses.

Demonstration.

Ces deux propositions estant reciproquement conuerses, la preuue de l'vne infere necessairement la consequence de l'autre; C'est pourquoy ie les assemble soubs vne mesme demonstration. Elles ont pour fondement les 8. et 9. Axiômes.



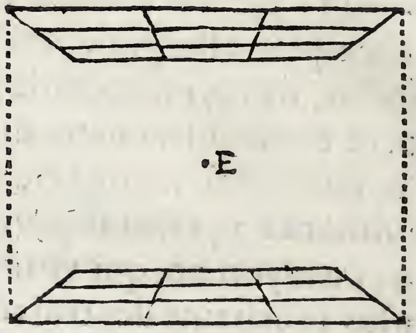
Soit premierement la ligne du Plan A B, estendu au dessoubs de l'œil E, et sur cette ligne A B, soient marquées les trois diuerses distances AC, CD, DB, auxquelles du poinct de l'œil E, soient menées les lignes ou rayons visuels EA, EC, ED, EB. Si donc de la premiere extremité du Plan AB, on esleue vne perpendiculaire AF, au droict de l'œil E, les rayons visuels allant trouuer chaque poinct de ces distances C, D, B, ils couperont la perpendiculaire

culaire AF, aux poincts G, H, I. Or il est clair que le poinct I, par où passe le rayon EB, de la distance plus esloignée, est plus haut que le poinct H, du rayon ED, de la moyenne distance D, et consecutiuement encore que le poinct H, du mesme rayon ED, allant à la moyenne distance D, est aussi plus haut que le poinct G, du rayon EC, qui void C, la premiere et plus prochaine des trois distances.

Donc cette proposition est vraye.

Pour l'autre proposition suiuante, qui est sa Conuerse, on fera le mesme raisonnement considerant la figure renuersée, en sorte que le plan AB, se trouue plus haut que l'œil E.

Les Peintres mettent souuent en pratique cette leçon, qui est vne des premieres de la Perspectiue; C'est ce qu'ils appellent le concours des lignes au poinct de veüe; Car si ces lignes sont sur vn plan au dessoubs de l'œil elles montent toutes au poinct de veüe: et si le plan est plus esleué que l'œil, elles descendent necessairement pour concourir à ce mesme poinct de veüe.



Il ſuffit d'en voir icy la figure lineale ſans conſtruction pour n'embroüiller point l'eſprit du Lecteur en vne choſe ſi claire de ſoy et ſi facile à comprendre.

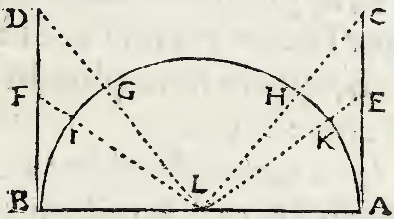
Voyez ce qu'en dit Aguilonius, Liure 4. Prop. 39. et 40. Et Vitellion, Liure 4. Prop. 37. et 38 et I. Bat. A Porta, dans ſon Optique Liure 5. Prop. 7. et 8.

THEOREME XII.

Aux Objects qui ont leur longueur tournée vers la profondeur du Plan, les Parties qui ſont à main droite ſemblent s'approcher vers la main gauche; Et celles qui ſont à la main gauche ſemblent tirer vers la droite.

DEMONSTRATION.

CEux qui n'eſtudient la Perſpectiue que pour l'vſage de la Peinture paſſent toutes ces ſpeculations theoriques, comme inutiles à leur deſſein; Mais les Geometres les conſiderent extremement, et y font des reflexions iudicieuſes, d'où ils tirent des conſequences vtiles à d'autres choſes.



Soit l'œil au poinct L, milieu de la ligne du plan AB, dont le coſté droit ſoit A; et le coſté gauche ſoit B; et que deux longueurs de part et d'autre s'aillent eſtendant en profondeur vers C, et D. Ie dis que la partie E, ſur le coſté droit AC, eſtant plus proche de l'œil que la partie C, l'interualle depuis E, vers C. paroiſtra plus à main gauche que l'autre interualle depuis E, vers A. Et par la meſme raiſon, que de l'autre part vers B, l'interualle depuis F, vers D, paroiſtra tout au contraire plus vers la main droite que l'interualle depuis F, vers B. Car du centre L, ayant deſcrit la demie circonferéce BIGHKA, duquel centre partent les rayons viſuels LE, LC, et LF, LD, coupans la demie circonference aux poincts K, H, G, I. Puis donc que l'interſectió H, eſt plus proche du coſté gauche LB, que n'eſt l'interſection K, le rayon viſuel LC, qui paſſe par H, approchera dauantage du coſté gauche que l'autre rayon LE: et à l'oppoſite le rayon LD, approchera plus du coſté droit LA, que l'autre rayon LF.

Voyez les Demonſtrations de Vitellion, Liure 4. prop. 36. et d'Aguilonius auſſi Liure 4. prop. 37.

THEOREME XIII.

Des Grandeurs egales eſtant ſituées plus bas que l'œil, les plus eſloygnées, c'eſt adire, les plus auancées dans la profondeur du Plan, paroiſſent eſtre plus eſleuées.

THEOREME XIV.

Des Grandeurs egales eſtant posées au deſſus de l'œil, les plus eſloignées ſemblent eſtre les plus baſſes.

Demonstration.

LA Demonſtration de ces deux propoſitions reciproquemẽt conuerſes l'vne de l'autre, eſt toute ſemblable à celle des deux penultiemes precedentes, qui ſont la 10. et 11. Car tout ce qui a eſté dict là des Plans ſe doit tout de meſme entendre icy des hauteurs et des grandeurs dont il eſt queſtion, le ſommet deſquelles peut eſtre conſideré auſſi comme des plans, puiſqu'on les ſuppoſe egales et paralelles.

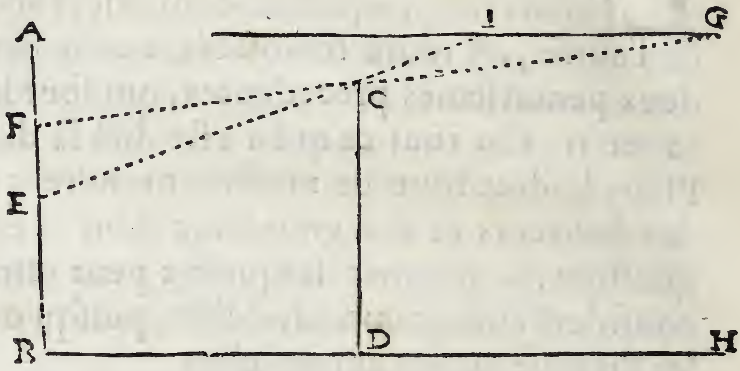
Voyez Vitellion et Aguilonius tous deux en leur 4. Liure, prop. 39 et 40.

THEOREME XV.

Des Grandeurs, l'vne deſquelles ſurpaſſe l'autre en hauteur, eſtant poſées au deſſoubs de lœil; ſi l'œil s'en approche, l'excés dont la plus grande ſurpaſſe la moindre paroiſtra plus grand; mais s'il s'en retire, ce meſme excés paroiſtra moins grand.

Demonstration.

SOit la ligne du plan BH, ſur laquelle ſoient les grandeurs AB, CD, et que l'œil ſoit premierement au poinct I, plus eſleué que ces deux grandeurs:



Et que le rayon viſuel I E, paſſant par C, ſommet de la premiere et plus petite grandeur C D, aille rencontrer l'autre grandeur A B, au poinct E: Il eſt euident que l'œil eſtant en cette proximité verra au deſſus de la premiere grandeur C D, la partie E A, de l'autre grandeur A B, qui eſt, par exemple, icy vn excés de la moitié de cette grandeur A B; Mais ſi dans vne ſeconde ſtation on fait que l'œil ſe recule parallellement ſur le meſme plan iuſques en G, le meſme rayon viſuel paſſant encore par le ſommet C. de la premiere grandeur, ne rencontrera plus la grãdeur A B, qu'au poinct F; ſi bien que F A, qui n'eſt icy que la quatrieſme partie de cette grandeur, ſera vn excés moindre que l'autre, qui en faiſoit la moitié. Donc la propoſition eſt vraye.

Voyez Vitellion Liure 4. Prop. 43.

THEOREME XVI.

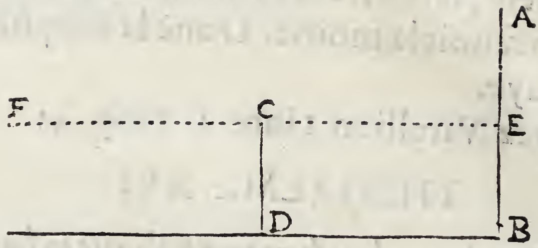
Des Grandeurs, dont l'vne excede l'autre en hauteur, eſtant propoſées, & l'œil ſe trouuant plus bas que ces grandeurs; s'il s'en approche, l'excés dont la plus grande ſurpaſſe l'autre, luy parroiſt moins grand; mais s'il s'en recule, ce meſme excés luy paroiſt plus grand.

DEMONSTRATION.

CEtte propoſition eſtant la conuerſe de la precedente, ce ſeroit vne redite ſuperfluë de repeter ſa demonſtration.

THEOREME XVII.

Des Grandeurs inegales eſtant posées au reſpect de l'œil, en ſorte que le rayon viſuel aille rencontrer à angle droit le ſommet de la plus petite Grandeur, ſoit que l'œil s'approche ou qu'il ſe recule, l'excés dont la grande ſurpaſſe la plus petite grandeur, ſembleral touſiours en meſme raiſon.



Demonstration.

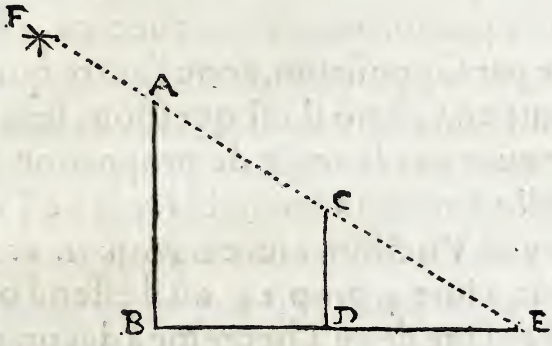
Soient les grandeurs inegales AB, CD, et le poinct de l'œil soit F, d'où le rayon visuel passant par le sommet C, de la plus petite grandeur CD, aille rencontrer à angle droict la grandeur AB, au poinct E, qui soit par exemple la moitié de cette grandeur; Il est certain que, quoy que l'œil se retire, ou qu'il s'approche de ces grandeurs au long de la ligne FCE, qui est le rayon visuel allant rencontrer à angle droict le sommet C de la plus petite grandeur CD, ce rayon demeurera tousiours fixe sur l'autre grandeur AB. au mesme poinct E, que nous auons supposé estre la moitié de cette grandeur.

Ces trois derniers Theoremes sont dans Vitellion, Liure 4. Prop. 43. 42. et 41.

Theoreme

THEOREME XVIII.

Connoiſtre la quantité d'vne hauteur propoſée.



DEMONSTRATION.

SOit la hauteur propoſée AB, qu'on veut meſurer, et que le rayon du Soleil F, paſſant par le ſommet A, vienne tomber ſur le plan BDE, au poinct E; Alors l'ombre que fera le corps AB, ſur le plan, couurira tout l'interualle BE. Donc prenant vne autre moindre grandeur CD, d'vne quantité conneüe (par exemple de dix pieds) et l'ayant plantée paralellement auec la hauteur propoſée AB, dans le plan de l'ombre BE, en ſorte que le meſme rayon du Soleil FACE, paſſe auſſi preciſément par le ſommet C, de la moindre grandeur conneüe CD : Il s'ensuiura par la 4. Prop. du 6. Liure des Elements d'Euclide, que la proportion qu'aura ED, auec DC, sera comme celle de EB, auec BA; mais la proportion de ED, auec DC, est conneüe par supposition, donc l'autre qui est de EB, auec BA, dont il est question, sera facile à trouuer par la regle de proportion qu'on appelle communément la regle de Trois.

Voyez Vitellion Liure 2. prop. 51. et Aguilonius, Liure 4. prop. 24. où il estend bien au long l'vsage de ce Theoreme à des pratiques de l'Arpentage, fort curieuses.

La proposition suiuante fait iuger qu'Euclide a entendu nous demonstrer cellecy, par le moyen du rayon solaire, quoy qu'on le peut faire aussi commodément par le simple rayon visuel, l'vn et l'autre reuenant tousiours au mesme principe.

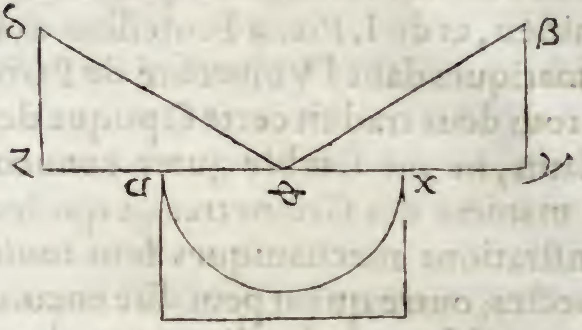
THEOREME XIX.

Sans l'ayde de la Clarté du Soleil; Connoistre la quantité d'vne hauteur proposée.

DEMONSTRATION.

LA demonstration de ce Theoreme, par le moyen d'vn miroir, comme elle se trouue dans les verſions de Bart. Zamberto Venitien, et de I. Pœna Profeſſeur des Mathematiques dans l'Vniuerſité de Paris, qui ont tous deux traduit cette Optique de grec en latin, ne me ſemble guere conuenable à la maniere des Geometres, à qui les Demonſtrations mechaniques ſont touſiours ſuſpectes; outre qu'on peut dire encore que cellecy eſt hors de ſon lieu naturel, et empruntée d'vn autre Traitté qu'Euclide a fait de la Catoptrique, où elle eſt miſe pour la troiſiéme ſuppoſition. Neantmoins, parce qu'il y a de l'apparence qu'elle vienne de Theon, ſoubs le nom duquel le manuſcrit grec eſt intitulé, et que cét Autheur eſt trés-celebre, meſmes parmy les anciens: Ie ne veux pas me donner la liberté de la rebuter. La voicy donc tirée preciſément mot à mot de l'original.

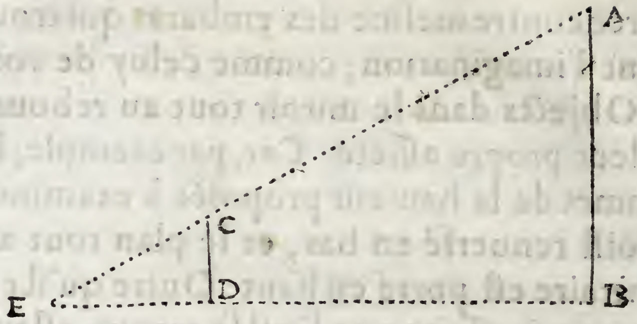
Soit la hauteur propoſée à examiner ϐγ: et ſoit poſé ſur le plan vn miroir κα, et l'œil eſleué au poinct δ, et que le rayon viſuel δϑ, partant de l'œil δ, s'aille reflechir au long de la ligne ϑϐ, droit au ſommet de la hauteur propoſée ϐγ: et que du poinct de l'œil δ, on abbaiſſe vne perpendiculaire δζ:



Donc les angles $\beta\vartheta\gamma$, et $\delta\vartheta\zeta$, ſont egaux entre-eux, comme il a eſté demonſtré dans la Catoptrique: De plus l'angle γ, eſt egal à l'angle ζ, car l'vn et l'autre eſt vn angle droit: Donc l'angle β, reſtant eſt egal à l'angle reſtant δ, partant le triangle $\beta\gamma\vartheta$, eſt ſemblable au triangle $\delta\zeta\vartheta$, et par conſequent comme $\vartheta\gamma$, eſt à $\gamma\beta$, ainſi $\vartheta\zeta$ eſt à $\zeta\delta$: mais la raiſon ou proportionalité de $\vartheta\,\zeta$, à $\zeta\delta$, eſtant donnée, elle eſt conneüe par ſuppoſition, donc la raiſon ou proportionalité de $\vartheta\gamma$, à $\gamma\beta$, eſt auſſi conneüe. Or la quantité de $\vartheta\gamma$, eſt manifeſte, partant la hauteur de $\gamma\,\beta$, le ſera auſſi.

Quoy que tout ce raiſonnement ſoit vray et precis ſelon la rigueur Geometrique, neantmoins l'application en eſt extremement difficile à faire dans la pratique ; et il s'y rencontre mesme des embaras qui troublent l'imagination ; comme celuy de voir les Objects dans le miroir tout au rebours de leur propre assiete. Car, par exemple, le sommet de la hauteur proposée à examiner paroist renuersé en bas, et le plan tout au contraire est porté en haut : Outre qu'il est encore necessaire que l'œil se trouue esleué precisément au niueau de la hauteur qu'on veut mesurer ; Ce qui seroit bien souuent trés incommode à executer, et quelquesfois mesme presque impossible.

Si bien que c'est plustost fait de proceder à cette Demonstration par le seul rayon visuel, qui est vn moyen plus simple et plus iuste à la pratique : Ioinct que la figure de cette seconde Demonstration aura beaucoup de rapport à celle de la proposition precedente, où le rayon du Soleil à serui pour le mesme effect que fera icy le rayon visuel. Aussi l'vn et l'autre de ces deux Theoremes ne pretend que de demonstrer la mesme chose, quoy qu'en deux manieres differentes.



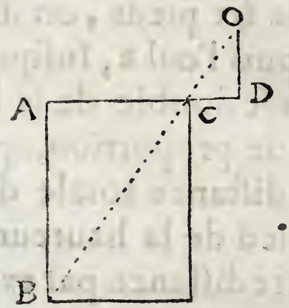
Soit donc proposée la hauteur AB, de laquelle il faille determiner la quantité par le moyen du rayon visuel. Pour cet effect on preparera vne regle CD, d'vne mesure conneüe, comme par exemple d'vne toise, ou de telle autre longueur qu'on iugera plus commode pour l'operation, et ayant planté cette regle CD, paralellement à la hauteur proposée AB, il faudra se retirer en arriere, et s'ajuster l'œil en sorte que du poinct de l'œil E, on voye directement et precisément par les deux extremitez CD, de la mesure conneüe les deux autres extremitez AB, de la hauteur dont il est question. Cela fait, on mesurera la distance qui se trouue depuis l'œil E, iusques à l'extremité D, laquelle estant, par exemple, de douze pieds, et toute la regle CD, n'estant par supposition haute que de six pieds, on inferera que la distance depuis l'œil E, Iusques au pied de la regle D, est double de sa hauteur: d'où par la regle de proportion, aprés auoir mesuré l'autre distance totale depuis l'œil E, iusqu'à B, pied de la hauteur proposée, et trouuant cette distance, par exemple, de soixante pieds, on conclura que la hauteur demandée A B, est de trente pieds, puisque la hauteur est egale à la moitié de la distance.

THEOREME XX.

Vne profondeur estant proposée, en determiner la quantité.

DEMONSTRATION.

IL semble que cette proposition, aussi bien que la precedente, et encore celle qui suit, appartiennent mieux à la simple Geometrie qu'à la Perspectiue, vû qu'elles regardent plustost le mestier des Arpenteurs que celuy des Peintres: mais quoy qu'il en soit, voicy sa Demonstration.

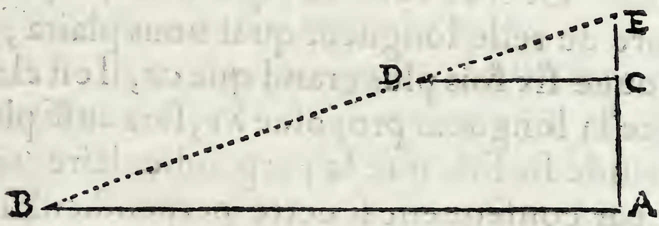


Soit la Profondeur proposée AB, d'vn Puits creusé perpendiculairement, dont l'ouuerture CA soit conneüe et supposée de six pieds de large. Ie dis que si par le centre de cette ouuerture CA, on couche à niueau vne regle DA, laquelle deborde du costé C, vers D, par exemple de la longueur de deux pieds, et qu'à son extremité D, on esleue vne perpendiculaire iusqu'au sommet O, d'où le rayon visuel OB, aille rencontrer l'extremité de la profondeur B, il se formera deux triangles equiangles CAB, et CDO, par la 6. prop. du 6 Liure des Elements et par consequent semblables et proportionaux: Or tous les costez de ce dernier CDO, estans conneus (parce qu'ils sont fort aisez à mesurer) ils nous donneront, par le moyen de la regle de proportion

Proportion, la connoissance et mesure exacte de l'autre triangle CAB, duquel le costé AB, fait la profondeur dont il est question : car CA, estant supposé auoir six pieds de diametre, et CD, deux pieds de largeur, si DO, se trouue auoir quatre pieds, AB, qui est son costé alterne aura douze pieds, qui sont la mesure de la profondeur demandée.

THEOREME XXI.

Vne longueur estant proposée, en determiner la quantité.



DEMONSTRATION.

SOit la longueur proposée AB, et à l'vne de ses deux extremitez A, soit esleuée la perpendiculaire AE, au haut de laquelle l'œil qui la regarde soit fixé au poinct E, d'où le rayon visuel EB, forme le triangle ABE, dont la base AB, fait l'estenduë de nostre longueur proposée. Si donc de quelconque poinct de cette perpendiculaire AE, on mene vne ligne CD, paralelle à la base AB, laquelle ligne paralelle CD, aille rencontrer le rayon visuel EB, au poinct D, ie dis qu'elle formera vn petit triangle CDE, semblable au total ABE, et que le costé CD, aura mesme proportion au costé CE, du petit triangle, que la longueur proposée AB, à la perpendiculaire AE, du grand triangle ABE, par la 2. Prop. du 6. Liure des Elements d'Euclide. Or si ce costé CD, que nous pouuons faire de telle longueur qu'il nous plaira, se trouue six fois plus grand que CE, il est clair que la longueur proposée AB, sera aussi plus grande six fois que la perpendiculaire AE; et par consequent si cette perpendiculaire AE, porte six pieds de hauteur, nostre longueur proposée AB, sera de 36. pieds, c'est adire de six fois six pieds.

Ces trois dernieres propositions sont demonstrées par Aguilonius dans son 4. Liure de l'Optique, Prop. 24. aux Corollaires 1, 2, et 3.

THEOREME XXII.

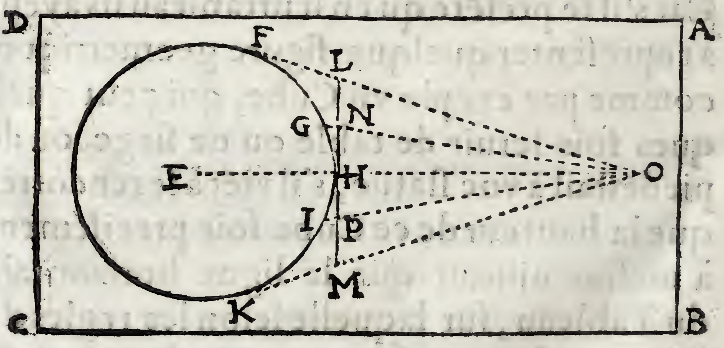
Si vne Circonference de Cercle est au mesme Plan que l'œil qui la void, le contour de cette Circonference luy paroistra vne ligne droite.

Demonstration.

CE Theoreme est tellement general pour toute sorte de lignes courbes et irregulieres, que quoy qu'il ne soit enoncé icy que de la seule circonference de cercle, il se doit entendre neantmoins de toutes especes de figures superficielles, pourueu qu'elles se trouuent tracées sur vn plan.

Les Peintres qui sçauent la Perspectiue mettent souuent en pratique cette leçon: Car s'il se presẽte qu'en leur tableau ils ayent à representer quelque figure geometrique, comme par exẽple vn Cube, qui peut quelques fois seruir de table ou de siege, ou de piedestail à vne statüe, s'il viẽt à se rencõtrer que la hauteur de ce Cube soit precisément à mesme niueau que la ligne horizontale du Tableau, sur laquelle selon les regles de l'Art, on doit tousiours mettre le poinct de distãce et le poinct de veüe (qui sõt les poles de la Perſpectiue lineale) de quelque largeur que ſoit la ſurface horizontale de cette table ou piedeſtail, elle ne ſera repreſentée que par vne ſimple ligne droite: Sibien que ſi l'on ſuppoſe que ſur le plan meſme ou ſurface de cette table il y euſt vn cercle deſcrit, ou toute autre ſorte de figure ſuperficielle , et en telle quantité qu'on voudra , tout cela enſemble ſeroit compris et ſoubs-entendu dans cette ligne horizontale. C'eſt donc l'intention de ce Theoreme , par le ſeul exemple de la ligne circulaire, de nous demonſtrer generalement la meſme choſe de toutes les autres lignes et figures.

Conſtruction Geometrique.



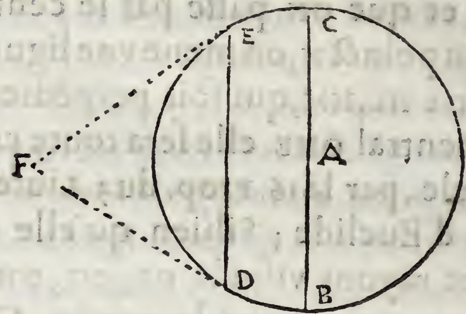
Soit le Plan ABCD , et ſur ce plan, du centre E, ſoit deſcrit vn Cercle FGHIK, et que l'œil qui void ce cercle ſoit au poinct O, duquel partent les rayons viſuels OF, OG, OH, OI, OK, et que OH, paſſe par le centre E. Si donc du poinct H, on mene vne ligne de part et d'autre HL, HM, qui ſoit perpẽdiculaire au rayon central OHE, elle ſera toute en dehors du cercle, par la 16. Prop. du 3. Liure des Elements d'Euclide; Sibien qu'elle coupera tous les rayons viſuels OF, OG, OH, OI, OK, qui vont rencontrer le cercle. Or ſoient les poincts des ſections L, N, H, P, M.

Puis donc que les poincts L, et F, ſe rencontrent au meſme rayon OF, ils ne feront que le meſme effect au reſpect de l'œil O: pareillement les poincts N, et G, P, et I, M, et K; par conſequent ſe trouuant tous ſur la meſme perpendiculaire LM, ils ne paroiſtront à l'œil qu'vne ligne droite.

Voyez Vitellion Liure 4. Prop 50. et Aguilonius auſſi Liure 4. Prop. 57.

THEOREME XXIII.

Vne Sphere eſtant regardée en quelque maniere que ce ſoit auec vn ſeul œil, on en verra touſiours moins que la moitié de ſa demie circonference: mais cette *portion de Sphere paroiſt neantmoins compriſe dans vn Cercle.*



Demonstration.

LA ſeule figure lineale eſt icy vne demonſtration trop ſenſible à l'œil pour qu'il ſoit encore beſoin de la luy confirmer dauantage par diſcours: neantmoins affin de ſatisfaire auſſi à l'eſprit, qui ne s'en rapporte pas touſiours aux demonſtrations mechaniques, il ſera bon d'aduertir que le fondement de ce Theoreme eſt tiré de la 17. prop. du 1. Liure des Elements d'Euclide, qui dict que deux angles d'vn Triangle rectiligne, quels qu'ils puiſſent eſtre, ſont touſiours moindres que deux angles droits. Or ſi le Triangle FDE, que l'œil forme ſur

la Sphere ABDEC, pouuoit eſtre tel qu'il euſt pour baſe BAC, diametre entier de la Sphere, il s'enſuiuroit que les deux rayons FB, et FC, ne couperoient point la circonference de la Sphere ; mais la toucheroient ſeulement, et par conſequent feroient chacun aux extremitez de ce diametre B, et C, vn angle de Contingence, qui par la huictiéme prop du troſiéme Liure des Elements d'Euclide, vaut vn angle droict.
Donc au triangle viſuel FBC, il ſe trouueroit deux angles droits B, et C, qui eſt vne abſurdité, par la 17. Prop cy-deſſus.

Pour la ſeconde partie de ce Theoreme, qui dit, que cette portion de Sphere veüe, quoy que moindre que la demie circonference, ne laiſſe pas neantmoins d'eſtre compriſe dans vn cercle, c'eſt-adire de paroiſtre parfaitement ronde; Cela vient de ce qu'vne Sphere, en quelque maniere qu'elle puiſſe eſtre coupée par vn plan, les deux ſegments, bien qu'inegaux, ont touſiours ſemblablement vn cercle pour baſe ; comme Aguilonius l'a demonſtré en ſon 4. Liure de l'Optique, Prop. 81.

Voyez auſſi Vitellion Liure 4. Prop 66.

THEOREME XXIV.

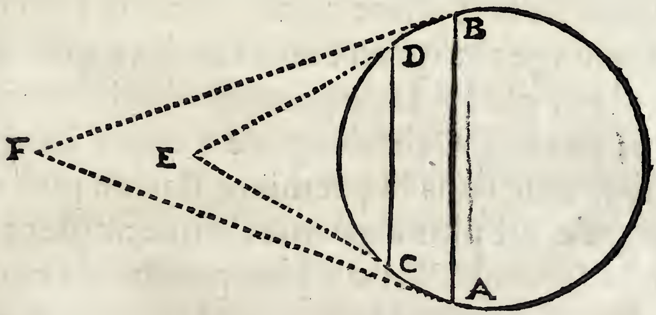
Plus l'œil s'approchera d'vne Sphere, la portion qu'il en verra sera reellement moindre ; mais il croira qu'elle soit plus grande.

Demonstration.

Ce Theoreme est si surprenāt d'abbord, qu'il semble nous proposer deux paradoxes tout-à-fait contraires au sens commun ; et à moins que d'estre bien esclairé des lumieres de la Geometrie, il est difficile de les comprendre : car la raison naturelle nous persuade qu'à mesure que l'œil va s'approchant d'vne chose et plus il en void.

Or ce qui le trompe en cela, c'est qu'en effect la mesme partie de ce corps qu'il void de loin luy paroist plus grande en s'en approchant, acause que l'angle formé par les rayons visuels s'ouure à proportion que les rayons s'accourcissent, par la 21 Prop. du 1. Liure des Elements d'Euclide. Et cela est generalement vray parlant de toutes sortes de corps : Mais ce qu'il y a de particulier en ce 24. Theoreme, c'est que sur les corps Spheriques, l'œil en s'approchant ne void plus la mesme la mesme quantité de la Sphere qu'il voyoit lors qu'il en estoit plus esloigné, parce-qu'elle se diminüe successiuement à chaque pas qu'il auance vers la Sphere: et neantmoins plus cette portion de Sphere se diminüe, plus elle luy paroist grande; qui est vn effect de la Perspectiue certainement admirable, en ce qu'il semble impliquer vne espece de contradiction: et c'est ce qui fait nostre second Paradoxe.

Mais la demonstration geometrique nous va donner vne preuue si conuincante de la verité de l'vn et de l'autre, qu'il n'y aura plus lieu d'en douter.



Soit donc vne Sphere proposée ACDB, et l'œil qui la void de la premiere station plus esloignée soit au poinct F. Il est clair que les rayons viſuels FA, FB, allant rencontrer la Sphere aux poincts A, et B, ils en verront toute la portion AB: Aprés quoy ſi l'œil s'approche directement iuſqu'au poinct E, les rayons viſuels EC, ED, ne rencontreront plus la Sphere qu'aux poincts C, et D, et par conſequent n'en verront plus que la portion DC, laquelle manifeſtement eſt moindre que la premiere portion AB. Donc il eſt vray que l'œil s'eſtant approché de la ſphere il en void moins que lors qu'il eſtoit plus eſloigné: Et c'eſt la premiere Partie de ce Theoreme.

Quant à la ſeconde Partie, qui cauſe cette illuſion ſi eſtrange à l'œil, que lors qu'il void moins de la Sphere ACDB, il croit en voir dauantage; et qu'au contraire lors qu'il en void vne plus grande portion, il ſe l'imagine plus petite; Cela vient de ce que l'angle viſuel AFB, dans la premiere ſtation plus eſloignée, eſt plus aigu que l'autre angle CED, de la ſeconde ſtation plus proche de cette Sphere: car par les 5. et 6. Axiomes de ce Traitté, les choſes nous paroiſſent ou plus grandes ou plus petites, conformément à l'ouuerture de l'angle viſuel ſoubs lequel elles ſont veües.

Aguilonius a partagé ce Theoreme en deux diuerſes propoſitions, qui ſont les 83. et 84. de ſon 4. Liure de l'Optique.

Vitellion, ſuiuant Euclide, n'en a fait qu'vne, qui eſt la 67. Liure 4.

On peut voir auſſi par curioſité ce qu'en a dict I. B. APorta, qui ſemble auoir pris à taſche de contrepointer Euclide dans ſon Optique. Il a traitté cecy au 5. Liure, Prop. 22.

THEOREME XXV.

Vne Sphere veüe de fort loin, ne paroiſt qu'vn Cercle.

DEMONSTRATION.

LA plus claire Demonſtration qu'on puiſſe donner de ce Theoreme, c'eſt de propoſer l'exemple des Corps du Soleil et de la Lune, qui ſont vniuerſellement reconneus pour des Globes réellement et parfaitement ſpheriques, quoy qu'ils ne paroiſſent neantmoins que comme des Plans circulaires: Ce qui arriue par la trés longue diſtance d'où nous les voyons, laquelle rend leur conuexité imperceptible.

Au reſte la conſtruction lineale de cette propoſition a tant de conformité auec la 22. precedente, qui monſtre qu'vn Cercle ne paroiſt qu'vne ligne droite à l'œil qui ſe trouue au meſme plan que le Cercle, qu'il n'eſt point beſoin d'en faire icy vn plus long diſcours, lequel ne ſeroit qu'vne eſpece de redite importune et inutile. Or la raiſon generale de cela eſt, que l'inegalité de longueur des rayons viſuels, qui vont rencontrer la Sphere, n'a quelques-fois pas du plus long rayon au plus court vne centmilliéme partie de difference, qui eſt vne choſe abſolument inſenſible à l'œil,

Les ſtudieux feront bien de voir ce que Aguilonius a obſerué ſur ce ſujet; c'eſt au 4. Liure de ſon Optique, Prop. 93 et 94 où il demonſtre que non ſeulement les ſuperficies concaues auſſi bien que les conuexes eſtant veües de loin ne paroiſſent que de ſimples plans; mais encore que quelques-fois l œil ſe trompe ſi extremement en certains aſpects, que voyant vne ſuperficie conuexe il la croit concaue; ou tout au contraire. Deplus il adiouſte que ce Theoreme ſe peut entendre generalement auſſi des Cylindres et des Cónes.

THEOREME XXVI.

Vne Sphere estant regardée auec les deux yeux, si le diametre de cette Sphere se trouue egal à la ligne droite qui fait l'interualle d'vn œil à l'autre, on verra precisément la moitié de cette Sphere.

DEMONSTRATION.

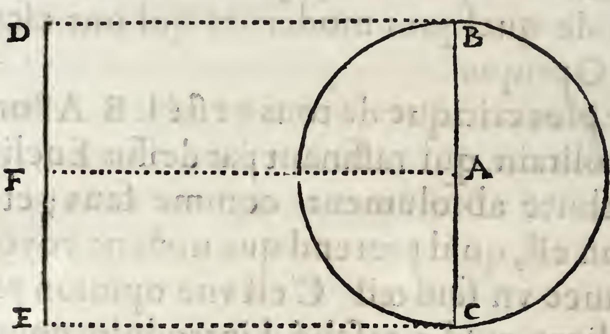
CE Theoreme, quoy que trés-vray, et mesmes facile à demonstrer, n'a pas neantmoins passé sans question dans l'examen de quelques modernes qui ont escrit de l'Optique.

Le plus critique de tous a esté I. B A Porta Napolitain, qui raffinant par dessus Euclide le rebute absolument comme faux; et sa raison est, qu'il pretend que nous ne voyons qu'auec vn seul œil C'est vne opinion particuliere qu'il a tasché d introduire pour se signaler; mais il n'a point eu de Sectateurs considerables.

Voyez la 21. Prop. du 5. Liure de son Optique.

Aguilonius, qui me paroist bien plus iudicieux et tout autrement sçauant en cette matiere, s'eſt contenté d'adiouſter deux ou trois mots au texte d'Euclide, pour en eſclaircir dauantage l'intelligence : C'eſt ſa 85. prop. Liure. 4. où ie renuoye le Lecteur, qui verra mieux dans la ſource meſme le nœud de cette difficulté, que ſur l'extraict que i'en pourrois faire icy.

Vitellion Autheur ancien en ſon 4. Liure, Prop. 68, demonſtre auſſi ce meſme Theoreme, ſelon l'intention d'Euclide, dont voicy la conſtruction auec la figure.

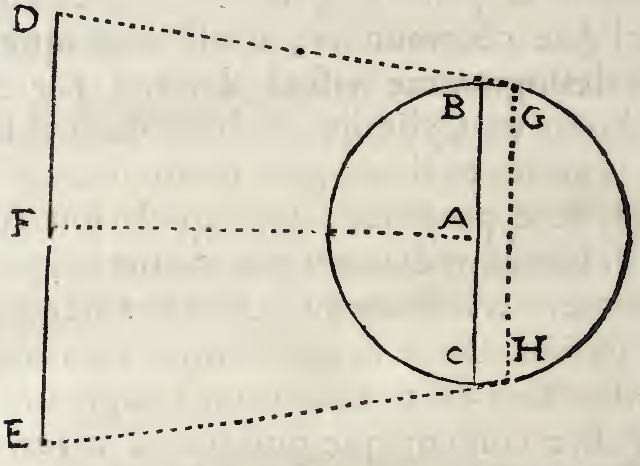


Soit A, le centre d'vne Sphere propoſée, dont le plus grand cercle ait pour diametre BC; lequel diametre nous ſuppoſons eſtre egal à la ligne droite DE, qui fait l'interualle d'vn œil à l'autre. Si donc des extremitez de ce diametre BC, on mene deux perpendiculaires egales BD, CE, aboutiſſant aux extremitez de l'interualle des yeux D, et E, cet interualle DE, ſera egal et paralelle au diametre de la Sphere BC; Par conſequent ie dis que les yeux D, et E, verront la moitié de la Sphere preciſément: Car ſi du centre A, on mene encore vne perpendiculaire AF, allant rencontrer DE, au poinct F, et que du poinct F, comme centre on face mouuoir circulairement le paralellogramme BDEC, autour de l'Axe commun AF, il eſt clair que ce paralellogramme viſuel deſcrira par ſon contour vn Cylindre, la baſe duquel ſera vn cercle egal au plus grand cercle de la Sphere propoſée, puis qu'ils ont tous deux le meſme diametre BC, commun, par la premiere definition du 3. Liure des Elements d'Euclide. Donc la propoſition eſt vraye.

Mais ſans cette circuition imaginaire, il eſt aſſez euident que puiſque le rayon de l'œil D, va rencontrer vne des extremitez du diametre de la Sphere en B, et que le rayon de l'autre œil E, va ſemblablement rencontrer l'autre extremité du meſme diametre en C, ces deux rayons viſuels embraſſent preciſément la demie circonference de la Sphere proposée, qui est terminée par ce diametre BC.

THEOREME XXVII.

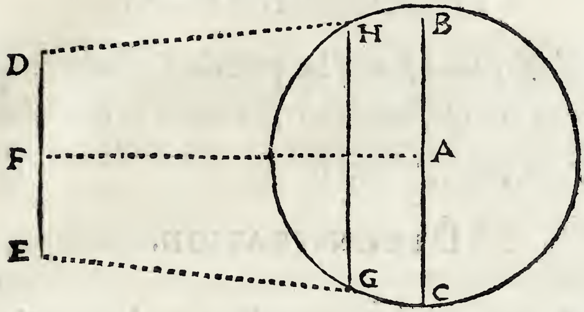
Si la ligne de distance d'vn œil à l'autre est plus grande que le diametre d'vne Sphere, ce qui se verra de cette Sphere sera plus grand que sa demie circonference.



THEOREME XXVIII.

Si la ligne de distance d'vn œil à l'autre est plus petite que le diametre d'vne Sphere, ce qui se verra de cette Sphere sera moindre que sa demie circonference.

DEMONST.



DEMONSTRATION.

Quoy que Vitellion en ſon 4. Liure, Prop. 69. et 70; Et Aguilonius auſſi Liure 4. Prop. 86. et 87. eſtendent la Demonſtration de ces deux Theoremes auec autant de diſcours qu'ils en ont fait ſur le precedent.

Pour moy i'eſtime que, comme en effect elles n'en ſont qu'vne eſpece deCorollaires, il ſuffit de mettre icy leur Demonſtration lineale, ſans perdre encore le temps à dire ce qu'on void aſſez.

THEOREME XXIX.

En quelque maniere qu'vn Cylindre puiſſe eſtre veu auec vn ſeul œil, ce qu'on en verra ſera touſiours moindre que ſa demie circonference.

THEOREME XXX.

Mais l'œil s'auançant plus prés du Cylindre, ce qu'il en verra ira tousiours successiuement se diminüant en effect, quoy qu'il luy semble en voir dauantage.

Demonstration.

La demonstration de ces deux Theoremes a le mesme fondement que les 23. et 24. cy-dessus, où il est parlé des Spheres.

Voyez Vitellion Liure 4. prop. 78 79. et 80. et Aguilonius aussi Liure 4. prop. 98. 99. et 100.

THEOREME XXXI.

Vn Cóne qui a vn Cercle pour base, estant regardé auec vn seul œil, on verra moins que la moitié de ce Cóne.

THEOREME XXXII.

Mais si l'œil s'auance plus prés sur le mesme Plan, la partie du Cóne comprise soubs les Rayons visuels sera réellement moindre, quoy que neantmoins elle paroisse plus grande à l'œil.

DEMONSTRATION.

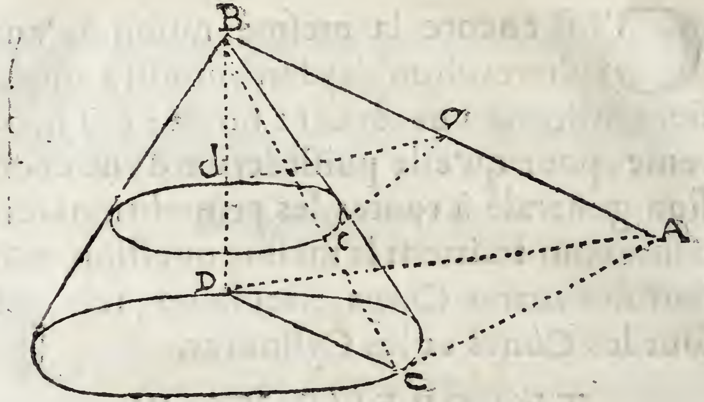
C'Eſt encore la meſme raiſon qu'aux Spheres, dont i'ay fait vne aſſez ample demonſtration cy-deuant ſur le 24. Theoreme, pour qu'elle puiſſe ſeruir d'vne deciſion generale à toutes les propoſitions ſuiuantes qui traittent la meſme queſtion, parlant des autres Corps circulaires, tels que ſont les Cónes et les Cylindres.

THEOREME XXXIII.

Vn Cóne ayant vn Cercle pour baſe, ſi par les poincts de rencontre que font les rayons viſuels tombans ſur la baſe de ce Cóne on mene des lignes droites au long de la ſuperficie du Cóne iuſqu'au ſommet, et que par ces lignes menées et par les rayons viſuels tõbans ſur la baſe du Cóne on leue deux Plans, à la commune ſection deſquels l'œil ſoit posé, la portion du Cóne qu'il verra luy ſemblera touſiours eſtre de meſme grandeur en quelque lieu qu'il ſe trouue ſur cette commune ſection des deux Plans.

DEMONSTRATION.

L'Intention de ce Theoreme paroiſt d'abbord aſſez difficile à conceuoir ſoubs la ſimple enonciation de ſes termes;



Mais la figure geometrique en rend ſa DE-monſtration plus intelligible : Car ces Plans menez par les deux rayons viſuels AC, et AD, (qui touchant la baſe du Cône aux poincts C, et D, ſe vont rencontrer à ſon ſommet B) forment ſur leur commune ſection AB, l'angle viſuel CAD qui comprend et void le Cône ; Sibien que l'œil A eſtant poſé ſur la ligne de cette commune ſection AB, en quelque lieu qu'il ſe trouue haut ou bas ſur cette commune ſection AB, il verra touſiours le Cône ſoubs le meſme angle viſuel CAD, et ainſi par noſtre 7. Axiome il luy paroiſtra touſiours de meſme grãdeur.

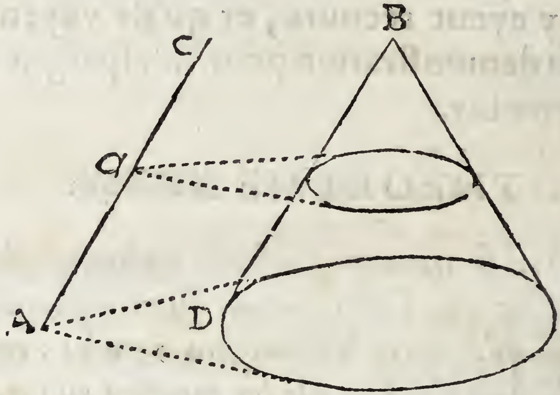
Cette propoſition eſt la 87. du 4. Liure de Vitellion, et la 113 d'Aguilonius auſſi Liure 4. Ce dernier l'exprime en moins de parolles que noſtre Autheur, et elle ne m'en paroiſt pas pour cela moins intelligible. Ce que ie remarque tout exprés, affin que les ſtudieux y ayent recours, et qu'ils voyent là auſſi ſa demonſtration pour m'eſpargner de la mettre icy.

THEOREME XXXIV.

Mais l'œil ſe trouuant touſiours egalement eſloigné du Cóne, plus l'œil ſera haut eſleué, la portion du Cóne qu'il verra luy paroiſtra moindre; comme auſſi eſtant plus bas, elle luy paroiſtra plus grande.

Demonstration.

CEla eſt facile à conceuoir: car comme dans la precedente propoſition à meſure que l'œil a, s'eſleuoit plus prés du ſommet du Cóne B, il alloit en meſme temps s'approchant auſſi du Cóne, et qu'ainſi par cette proximité il regagnoit la quantité apparente du diametre du Cóne que la diſtance luy faiſoit perdre pendãt qu'il eſtoit plus bas en A, et plus esloigné du Cóne: ainsi par raison contraire, l'œil estant icy par supposition tousiours egalement esloigné de la superficie du Cóne (c'est-à-dire presupposant qu'il chemine au long d'vne ligne droite



AC, paralelle à la superficie du Cóne B,) il est euident qu'à proportion qu'il s'esleuera dauantage vers C, qui regarde directement le sommet B, vers oú le diametre du Còne se va diminüant continuellement, cet œil verra réellement la chose telle qu'elle est en effect, c'est à dire moindre s'il est plus prés du sommet du cóne, et plus grande aussi s'il est plus prés de la base où le diametre du cóne à sa plus grande estenduë.

Vitellion qui a auſſi demonſtré ce meſme Theoreme (c'eſt ſa 88. prop. Liure 4) y adiouſte vne conſideration, qui neantmoins n'eſt pas exprimée dans le texte de noſtre Euclide: c'eſt qu'il fait entendre que l'œil ſe trouuant plus haut eſleué vers C, la portion du cóne qu'il void eſt réellement plus grande, quoy qu'elle luy paroiſſe moindre: et qu'au contraire deſcendant plus bas vers A, la portion du cóne qu'il void, laquelle ſenſiblement luy paroiſt plus grande, neantmoins eſt en effect plus petite.

Aguilonius fait auſſi cette meſme obſeruation dans vn corollaire qu'il adiouſte à ſa 114 Prop. Liure 4.

Mais tout leur raiſonnement ſe doit entẽdre de la quantité geometrique touchant le circuit ou hemicycle du cóne, et non pas de ſa quantité materielle. Car il ſe peut faire que l'œil regardant le cóne au droict où ſon diametre, par ſuppoſition, a vn pied de large, il n'en verra, par exemple, que l'eſtenduë de 9. pouces, la conuexité ſuperficielle du cóne en cachant 3. pouces, qui eſt vn quart de diminution ſur tout le diametre: puis le meſme œil s'eſleuant plus haut au droit où le diametre du cóne n'a que demi pied, il en verra peut eſtre 5. pouces.

Cela ſuppoſé, il eſt certain qu'en cette derniere ſtation l'œil void vne plus grande portion geometrique de ce diametre de demy pied, dont il ne perd qu'vne ſixiéme partie ſur le total, que lors qu'il eſtoit au droit du diametre large d'vn pied, la conuexité duquel en cachant 3. pouces luy faiſoit perdre vn quart tout entier de ſon eſtéduë. Mais l'œil de l'eſprit et l'œil du corps voyent cela fort diuerſement: et c'eſt ce qui fait que l'apparence et la verité ſont icy directement oppoſées.

Le 24. Theoreme cy-deuant parlant des Spheres, et le 30. parlant des cylindres, ont tant de rapport à celuy-cy qu'ils diſent tous en quelque façon la meſme choſe : ſibien qu'il eſt inutile d'en repeter dauantage la demonſtration.

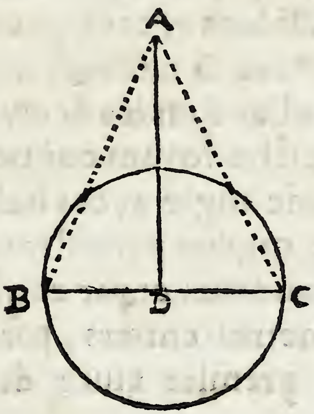
THEOREME XXXV.

Dans vn Cercle, ſi du centre on eſleue vne ligne perpendiculaire au Plan du Cercle, et que l'œil ſe trouue en quelque poinct que ce ſoit de cette ligne perpendiculaire, les diametres du Cercle luy paroiſtront tous egaux.

DEMONST.

DEMONSTRATION.

Iuſques icy Euclide a ſeulement examiné les effects de la Perſpectiue ſur les Figures ſolides, comme ſont les Spheres, les Cylindres, et les Cónes: maintenant il va parler des ſimples Superficies planes.



Soit le Cercle propoſé BC, au centre duquel D, on eſleue vne perpendiculaire DA, ſur laquelle l'œil ſoit planté au poinct A, en ſorte que les rayons viſuels AB, AC, aillent rencontrer les extremitez du diametre du cercle BC; il eſt clair qu'ils formeront deux Triangles ABD, et ADC, egaux et ſemblables, dont les baſes BD, DC, demy diametres du cercle, estant veües chacune soubs vn angle egal BAD, et CAD, paroistront egales par nostre 7. Axiome.

Or, supposant que la perpendiculaire DA, qui fait vn costé commun aux deux Triangles, soit comme vn piuot sur lequel se meuuēt circulairement les deux Triangles ABD, et ACD, il est manifeste que dans cette circuition leurs bases BD, et CD, iront contournant precisément la circonference du cercle BC, dont elles sont les demy diametres; sibien que l'œil les voyant continuellement soubs le mesme angle A, ces bases ou demy diametres BD, CD, luy paroistront tousiours de mesme grandeur; et par consequent encore les diametres entiers, par les 6. et 7. Axiomes du premier Liure des Elemens d'Euclide.

Aguilonius a traitté ce mesme Theoreme en son 4. Liure, prop. 62. Et Vitellion aussi Liure 4. prop. 53.

THEOREME XXXVI.

Et si la ligne Esleuée du Centre n'est pas perpendiculaire au Plan du Cercle, mais qu'elle soit seulement egale au demy diametre, les diametres paroistront egaux.

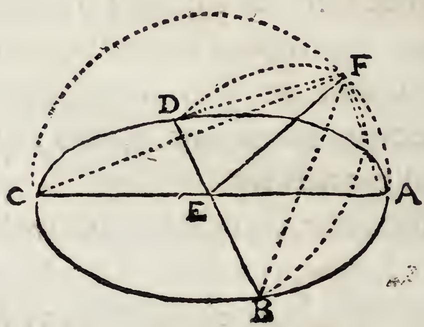
Demonstration.

Qvoy que ce Theoreme vienne à conclure la meſme choſe que le precedent, neantmoins ſa demonſtration ne donne pas vne preuue ſi deciſiue ny ſi conuincante de ſa verité qu'elle ne demeure encore conteſtée par quelques Autheurs, entre leſquels le plus remarquable eſt I. B. A Porta, qui dans ſon Traitté de l'Optique Liure 5. Prop. 23. le rejette abſolument comme faux, et pretend monſtrer qu'Euclide n'a pas ſi bien entendu cela que luy. Or le nœud de cette difficulté, que noſtre preſomptueux critique n'a ſçeu demeſler, conſiſte premierement à faire que ſur la ligne obliquement eſleuée du centre du cercle, l'œil ſoit preciſément fixé à la diſtance ou iuſte eſtenduë d'vn demy diametre, parce-qu'à quelqu'autre diſtance generalement que l'œil puiſſe eſtre ſur cette ligne obliquement eſleuée du centre, il eſt certain que tous les Diametres du cercle (à la reſerue ſeulement des relatifs ou alternes à droict et à gauche) luy paroiſtront inegaux, n'y ayant que la ſeule diſtance du demy diametre, d'où les diametres entiers puiſſent luy paroiſtre touſiours egaux. Mais ce qu'il y a encore de plus notable et principalement eſſentiel dans cette propoſition, c'eſt que l'effect de l'Optique eſt tellement ſingulier pour les Diametres entiers (l'œil eſtant à la diſtance ſuſdite d'vn demy Diametre) que ſi l'œil conſideroit ſeulement chaque demy Diametre du cercle en particulier, ils luy paroiſtroient tous inegaux. Et c'eſt vray ſemblablement cela qui a donné lieu au paralogiſme de I. B. A Porta qui, raiſonnant pluſtoſt en Sophiſte qu'en Geometre, à fort inconſiderement conclu que les Touts (c'eſt adire les Diametres entiers) deuoient paroiſtre inegaux à l'œil, puiſque leurs moitiez (c'eſt adire les demy Diametres) luy paroiſſoient inegales, et qu'ainſi le Theoreme d'Euclide eſtoit faux. Cette vrayſemblance de raiſon eſt vn eſcuëil pour la pluſpart des demy ſçauants en Geometrie, qui tirent ſouuent des conſequences trésfauces par cette apparente Identité d'argument : comme ſi aprés auoir demonſtré que tous les triangles rectilignes qui ont reciproquement entre-eux trois coſtez egaux chacun au ſien, ont auſſi neceſſairement leurs angles egaux chacun au ſien, on vouloit conclure par ce conuertiſſement de raiſon que tous les Triangles rectilignes qui ont leurs trois angles reciproquemẽt egaux chacun au ſien, euſſent auſſi leurs meſmes coſtez reciproquement egaux; qui eſt vne abſurdité manifeſte.

Laiſſant donc cette logique aux Sophiſtes, reuenons à nos principes d'Euclide, dont la certitude eſt claire et directe, et la fermeté ineſbranlable.

Or la verité de ce Theoreme eſtant vne conſequence neceſſaire tirée du 7. Axiome qui dict, que toutes les choſes veües ſoubs des angles egaux paroiſſent egales: Et qu'il eſt conſtant que l'angle compris dans le demy cercle eſt vn angle droict, par la 31. prop. du 3. Liure des Elements d'Euclide: et qu'enfin tous les angles droicts ſont egaux entreeux. cela poſé.

Soit deſcrit le cercle ABCD, dont les Diametres ſoient AC, BD, et que du centre E, on eſleue vne ligne EF, oblique au plan du cercle, et egale au demy Diametre AE, ſur l'extremité de laquelle l'œil ſoit fixé au poinct F, d'où les rayons viſuels FA, FC, aillent embraſſer le Diametre AC,



Puis donc que la ligne oblique EF, eſt egale aux demy Diametres EA, EC, la circulaire AFC, ſera iuſtement vn demy cercle, et par conſequent l'angle des rayons viſuels AFC, eſtant compris dans vn demy cercle eſt vn angle droict. Voyons maintenant encore le meſme effect ſur l'autre Diametre du meſme cercle BD: car EF eſtant par ſuppoſition egale au demy Diametre BE, ou ED, la circulaire BFD, ſera iuſtement vn demy cercle egal au premier AFC, puiſque leur demy Diametre eſt commun, et par conſequent auſſi les rayons viſuels FB, FD, qui comprennent le Diametre BD, du meſme cercle, eſtans pareillement dans vn demy cercle formét encore vn angle droict. Donc l'œil voyant ces deux Diametres soûs le mesme angle du demy cercle, ils luy paroistront egaux: et ainsi de tous les autres Diametres.

Voyez Vitellion Liure 4. prop. 53. et Aguilonius aussi Liure 4. prop. 63.

THEOREME XXXVII.

Si la ligne allant de l'œil au Centre du Cercle n'est ny perpendiculaire au Plan du Cercle, ny egale au demy Diametre, ny formant des angles egaux auec les demy Diametres; mais qu'elle soit ou plus grande, ou plus petite que le demy Diametre, les Diametres paroistront tous inegaux.

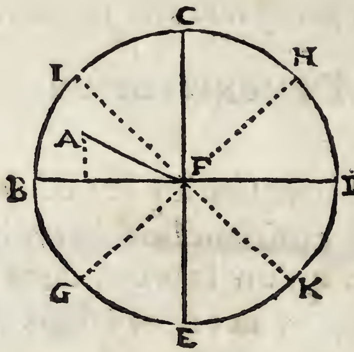
Demonstration.

SAns embarasser icy le Lecteur dans vne longue construction literale de cette figure, telle qu'on la void dans Vitellion, Liure 4. prop. 55. et encore dans Aguilonius Liure 4. prop. 65. il sera plus expedient de luy faire entendre par vne notion generale, que l'œil A, se rencontrant à l'extremité de la ligne oblique AF, qui part du Centre du

Cercle F, il peut arriuer trois cas tous differens au respect de la vision.

Le premier est, que la ligne oblique AF, à l'extremité de laquelle l'œil est fixé, soit egale au demy Diametre du Cercle; et alors l'œil void dans le Cercle tous les Diametres egaux entre-eux, parce qu'il les void tous soubs l'angle droict: Et c'est ce qui a desia esté demonstré au Theoreme precedent.

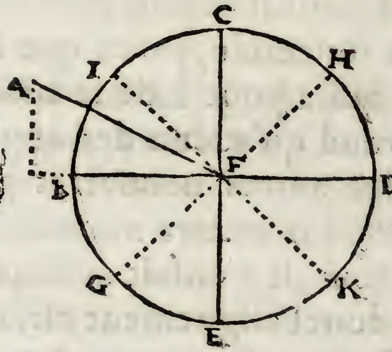
Les deux autres cas dont il est icy question sont, ou que cette ligne oblique AF, soit plus petite que le demy Diametre du cercle BF, oubien qu'elle soit plus grande.



Que si elle est plus petite alors l'œil A, void les Diametres d'vne mesme part (BE, à droite ou BC, à gauche) tous consecutiuement

ment inegaux; mais de telle ſorte que le Diametre BD. qui ſe rencontre perpendiculairement ſoubs l'obliquité ou inclination de la ligne FA, paroiſt le plus grand de tous les Diametres du cercle, parce que l'angle viſuel BAD, qui a pour baſe le Diametre BD, eſt plus grand qu'aucun des angles viſuels qui ont les autres Diametres pour baſe. Et comme le Diametre BD paroiſt le plus grand de tous, il s'enſuit auſſi que le Diametre CE, dont l'alignement eſt au plus loin qu'il puiſſe eſtre du premier BD, et iuſques auquel tous les autres Diametres ſucceſſiuement intermediats ſe vont diminüant, doit paroiſtre le plus petit, puis qu'il eſt le dernier terme de cette diminution ſucceſſiue. Or ces deux Diametres extremes BD, et CE, eſtans ſinguliers en cela qu'ils participent egalement du coſté droict BE, et du coſté gauche BC, dans chaque demy circonference du Cercle, il s'enſuit auſſi neceſſairement qu'ils n'ont aucun diametre relatif qui puiſſe eſtre veu auec eux egalement ſoubs le meſme angle: Donc le diametre BD, paroiſt abſolument le plus grand de tous, eſtant veu ſoubs le plus grand angle BAD;

et le diametre CE, au contraire paroiſt par meſme raiſon le plus petit.



Quant au dernier cas, où la ligne oblique FA, eſt plus grande que le demy diametre FB; nous infererons tout le contraire du precedent où elle eſtoit plus petite; et conclurons que l'angle viſuel BAD, ſur le diametre BD, (lequel angle va manifeſtement decroiſſant et ſe reſerrant à proportion que la ligne oblique FA, s'augmente en longueur) ſera en ce dernier cas le plus petit de tous les angles des autres diametres; comme au contraire l'angle CAE, ſera le plus grand.

Donc pour recapituler ſuccinctement les trois cas ſuſdits, on tiendra comme vne maxime generale, que lors que la ligne oblique FA, eſt plus petite que le demy diametre FB, l'angle viſuel DAB, eſt obtus: lors qu'elle eſt egale au demy diametre, l'angle viſuel eſt vn angle droict: lors qu'elle eſt plus grande, l'angle viſuel eſt aigu.

La meſme proportionalité d'accroiſſement ou de decroiſſance ſe garde auſſi ſucceſſiuement à tous les angles viſuels tombans du poinct A, ſur chacun des autres diametres.

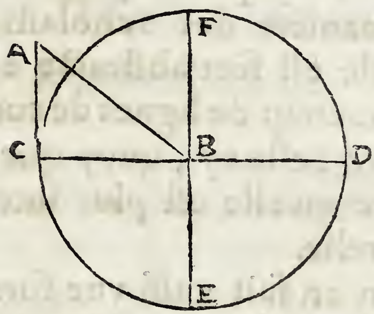
Il faut remarquer encore dans le texe de ce Theoreme, que quand il dit, *ny formant des angles egaux auec les demy Diametres*, cela s'entend de ces demy diametres reciproques à droict et à gauche egalement eſloignez de la ligne oblique FA, tels que ſont le demy diametre FG, à coſté droict, et FI, à gauche, ou tels autres generalement qui peuuent eſtre menez en pareil ordre dans le cercle: Car il eſt certain que chacun de ces demy diametres reciproquement alternes eſt veu ſoubs meſme angle que ſon relatif, et par conſequent ils paroiſſent de meſme grandeur entre eux, ſelon le 7. Axiome.

SVPPOSITIONS NECESSAIRES pour la Demonſtration des autres Theoremes ſuiuans.

SI l'œil ſe trouuant eſleué au deſſus du plan d'vn cercle, deux de ces rayons viſuels tombent ſur ce plan, l'vn obliquement au centre du cercle, et l'autre perpendiculairement ſur vn autre poinct quelconque du meſme plan; et que de ce poinct, où va tomber le rayon perpendiculaire, on mene vne ligne droite au centre du cercle; l'angle qui ſera compris de cette ligne et du rayon viſuel qui va rencontrer obliquement le centre du cercle, ſera plus petit qu'aucun autre angle qui puiſſe eſtre faict de ce rayon viſuel qui va rencontrer obliquement le centre du cercle, et de toutes les autres lignes quelconques allant ſur le plan paſſer par le meſme centre.

DEMONSTRATION.

POur faciliter l'intelligence de cette propoſition lemmatique, et en faire vne demonſtration oculaire, il ne faut que prendre vn quadran horizontal, et conſiderer ſur le triangle ABC, qui en fait le ſtile, que le ſommet A, de ce triangle eſt le poinct de l'œil, et que la ligne oblique AB, partant du ſommet A, et aboutiſſant au centre du plan des heures B, eſt le rayon viſuel tombant obliquement au centre du cercle, et l'autre coſté AC, tombant à plomb ſur la ligne de midy CB, eſt le rayon perpendiculaire au plan.



Cela ainſi diſpoſé, il eſt trés-viſible que l'angle le plus aigu qui ſoit formé de toutes les lignes des heures autour du centre du quadran eſt l'angle ABC, tirãt ſur la ligne de midy où tõbe la perpendiculaire AC; et que ſucceſſiuement les autres lignes des heures, à meſure qu'elles s'eſloignent de la perpendiculaire AC, vont augmentant l'angle de rencontre au centre B, iuſques à ce qu'enfin elles atteignent la ligne BD, directement oppoſée à la ligne de midy BC; Sibien que l'angle ABD, eſt le plus obtus qui puiſſe eſtre formé ſur ce plan à l'inclination de la ligne oblique AB; comme ſon oppoſite ABC, eſt auſſi le plus aigu.

Aguilonius au commencement du 4. Liure de ſon optique, Lemme 16. fait vne demonſtration de cecy plus reguliere et conforme à la maniere des Scholaſtiques: mais comme elle eſt fort abſtracte et embaraſſée de beaucoup de lignes de conſtruction, i'ay preferé celle-cy, quoy que mechanique, parce qu'elle eſt plus intelligible et plus naturelle.

Vitellion en fait auſſi vne fort ample et aſſez conforme à celle d'Aguilonius, c'eſt la 39. Prop. de ſon 1. Liure.

LEMME I.

Or que la ligne AC, ſoit à angle droict ſur la ligne CB, nous le demonſtrerons ainſi.

DEMONSTRATION.

DAns la figure precedente, la ligne AC, eſtant ſupoſée tõber du poinct A, perpendiculairement ſur le plan CEDF, et la ligne CB, eſtant ſur ce meſme plan, il eſt euident par la 18. prop. du Liure 11. des Elements d'Euclide, que cette ligne BC, eſt auſſi reciproquement perpendiculaire à la ligne AC.

LEMME II.

De plus encore nous demonſtrerons que l'angle FAE, eſt plus grand que l'angle DAC.

Demonstration.

EN reuoyant la figure precedente du quadran ſolaire horizontal, on trouuera que le diametre du cercle CEDF, qui doit paroiſtre le plus grand à l'œil A, ſera celuy de la ligne equinoxiale FE, parce qu'elle forme deux angles droicts au bout de l'Axe BA, au poinct B, qui va toucher ce diametre FE, au centre du quadran B, et par conſequent l'angle viſuel qui aura pour baſe cette ligne Equinoxiale, laquelle ſe monſtre la plus grande, ſera auſſi le plus grand angle par la 18. Prop. du 1. Liure des Elements d'Euclide.

Voyez Aguilonius Liure 4. Lemme 19.

Ces deux Lemmes auec les ſuppoſitions precedentes ne ſe trouuent point dans la verſion latine que Bart. Zamberto Venitien a faite de cette Optique d'Euclide,

THEOREME XXXVIII.

Si le rayon viſuel allant au Centre du Cercle, et formant des angles inegaux ſur diuers Diametres n'eſt pas perpendiculaire au plan du Cercle, et qu'il excede en longueur le demy Diametre, ces Diametres paroiſtront tous inegaux; et celuy-là ſeul entre les autres ſemblera eſtre le plus grand auec lequel le rayon viſuel touchant le Centre du Cercle ſe trouuera perpendiculaire.

DEMONSTRATION.

CE Theoreme contient deux Parties, dont la premiere ne differe point du 37. Theoreme cy deuant, c'eſt pourquoy il eſt inutile de le demonſtrer vne autre fois.

Quant à la 2. Partie qui decide lequel de tous les diametres du Cercle doit paroiſtre le plus grand à l'œil; c'eſt encore ce qu'il vient de propoſer cy-deſſus au 2. Lemme:

Car

Car ayant fait voir lequel des angles visuels est le plus grand, il s'ensuit immediatement de là que le diametre qui luy sert de base paroist aussi le plus grand à l'œil, puisque la diuersité des angles visuels est la seule cause de la diuerse grandeur apparente des objects, par les 5. 6. et 7. Axiomes.

Or ce qu'il appelle icy le Diametre auec lequel le rayon visuel touchant le centre du cercle se trouue perpendiculaire, c'est adire celuy lequel au poinct de l'attouchement (qui est le centre du Cercle) fait deux angles droicts auec le rayon visuel; sibien que dans la figure cy-dessus, representant vn quadran horizontal, ce Diametre est la ligne Equinoxiale, les deux extremitez de laquelle E, et F, sur le plan du quadran réel sont egalement esloignées du sommet de l'Axe A, où nous auons estably le poinct de l'œil.

Voyez Vitellion Liure 4. Prop. 55. et Aguilonius aussi Liure 4. Prop. 65.

THEOREME XXXIX.

Mais si le rayon visuel qui va rencontrer le Centre du Cercle n'excede pas en longueur le demy Diametre, mais qu'au contraire il soit plus petit, il *arriuera aussitout le contraire à l'esgard des Diametres: Car celuy des Diametres qui auparauant sembloit estre le plus grand paroistra pour lors le plus petit, et le plus petit tout au contraire se monstrera le plus grand.*

Demonstration.

Cette proposition estant la conuerse de la precedente, elle n'a pas besoin d'estre demonstrée: et comme au Theoreme precedent nous auons conclu que sur le quadran solaire, dont nous auons proposé la figure pour exemple, celuy des diametres de son cercle qui paroissoit le plus grand à l'œil (le rayon visuel oblique estant plus grand que le diametre du cercle) estoit la ligne Equinoxiale; icy par raison contraire il s'ensuit necessairement que cette ligne Equinoxiale paroistra la plus petite, le rayon visuel oblique estant plus petit que le demy diametre du cercle; et que la ligne de midy, qui est diametralement opposée à l'Equinoxiale, paroistra aussi par consequent la plus grande.

Voyez Vitellion Liure 4. Prop. 55. et 56.

THEOREME XL.

Les roües des charriots paroissent quelques fois rondes, et quelques-fois en forme d'ouale.

DEMONSTRATION.

CE Theoreme n'est proprement qu'vne application seruant d'exemple à tout ce qui a esté enseigné cy deuant aux Theoremes 35. 36. 37. et 38. en parlant des diametres des cercles: Car soubs le nom de ces roües de charriots on doit entendre generalemẽt toute sorte de plans circulaires: Si bien que lors qu'il a esté prouué cy-dessus au 35. Theoreme, que l'œil se trouuant placé perpendiculairement au droict du centre d'vn cercle (c'est-adire que le rayon visuel aille rencontrer à angles droits tous les diametres du cercle en vn mesme poinct) les diametres de ce cercle luy paroistront tous egaux entre-eux; et en quelques autres positions encore, comme à la distance precise du demy diametre du cercle, selon le 36. Theoreme, les diametres paroistront tout de mesme egaux: ce qui ne veut dire autre chose sinon que le cercle luy paroistra parfaitemēt rond; et par consequent les roües, dont il est icy question, estant des Plans circulaires paroistront aussi en ce cas-là parfaitement rondes.

Que si le rayon visuel n'est pas perpendiculaire au Plan des roües, ny à la distance precise de leur demy diametre, mais qu'il les rencontre obliquement, selon qu'il est expliqué aux 37. et 38. Theoremes, alors les roües paroistront en forme d'ouales.

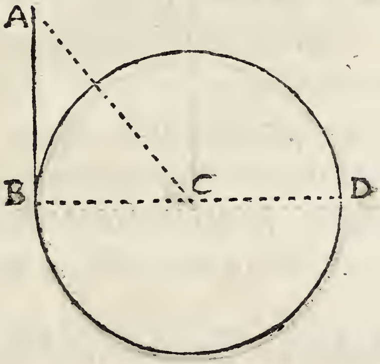
Voyez Vitellion Liure 4. Prop 96. et Aguilonius Liure 4. en vne Addition qu'il fait en suite de la 66. Proposition.

THEOREME XLI.

Si quelque grandeur est esleuée perpendiculairement au dessus d'vn Plan, et que l'œil se trouue en quelque endroit de ce Plan, autour duquel œil cette grandeur soit portée circulairement, cette grandeur paroistra tousiours egale.

Demonstration.

Soit la grandeur proposée AB, esleuée perpendiculairement sur le plan BD, et qu'elle ſe meuue circulairement autour de l'œil C.

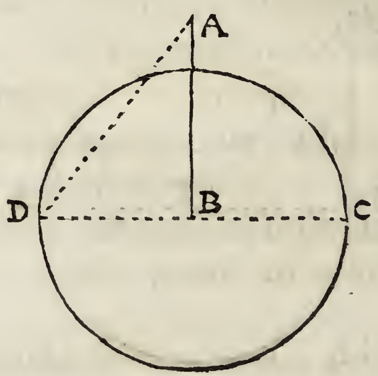


Ie dis que cette grandeur AB, eſtant touſiours veüe à meſme diſtance CB, qui eſt le demy diametre de ſon mouuement circulaire, elle ſera touſiours veüe auſſi ſoubs le meſme angle ACB, et par conſequent elle paroiſtra touſiours egale, par noſtre 7. Axiome.

Voyez Vitellion Liure 4. Prop. 115. et Aguilonius auſſi Liure 4 Lemme 1 ſur la Prop. 25.

THEOREME XLII.

Mais ſi la grandeur ou obiect viſible eſtant perpendiculaire au Plan, l'œil va cheminant circulairement ſur la circonference d'vn cercle qui ait pour *centre le poinct sur lequel l'object visible est posé, cet Objet ou grandeur visible paroistra tousiours egale.*



Demonstration.

CEtte proposition estant seulement la conuerse de la precedente, il n'est point besoin d'en faire vne Demonstration particuliere; et il suffit de considerer icy la grandeur AB, esleuée perpendiculairement au centre du Plan circulaire, au lieu qu'elle estoit auparauant sur la circonference; et alternatiuement transferer l'œil en la place de cette grandeur AB, au poinct C, où dans la figure precedente cette grandeur perpendiculaire AB, touchoit la circonference du plan au poinct B: car cette transposition reciproque ne change rien à l'ouuerture de l'angle viſuel ACB, ſoubs lequel la grandeur AB, eſtoit premierement veüe: c'eſt pourquoy auſſi il ne ſe fait aucun changement à la ſenſation viſuelle.

Vitellion comprend ce Theoreme et le precedent dans vne meſme propoſition; c'eſt la 115. citée cy-deſſus de ſon 4. Liure.

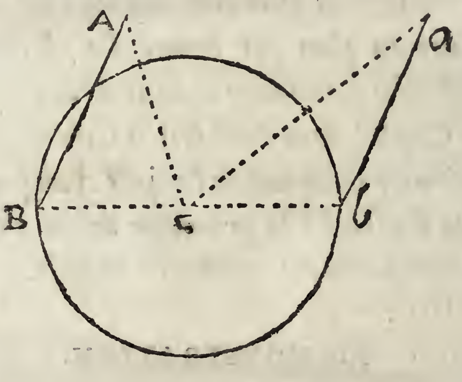
Voyez auſſi Aguilonius au 1. Lemme de la 27. Propoſition de ſon 4. Liure.

THEOREME XLIII.

Que ſi l'Obiect ou grandeur viſible n'eſt pas perpendiculaire au plan ſur lequel elle eſt, & que cet Obiect aille cheminant autour d'vne circonference de Cercle [dont l'œil ſoit le Centre, et que l'inclination ou obliquité de l'obiect change continuellement d'aſpect] la grandeur de cet obiect paroiſtra ſucceſſiuement touſiours inegale.

DEMONSTRATION.

IL m'a ſemblé neceſſaire d'adjouſter icy dans ma verſion quelque choſe qui n'eſt pas à mon auis aſſez exprimé dans le texte grec de mon exemplaire touchant l'inclination ou obliquité de l'obiect viſible, ſans quoy le ſens du Theoreme demeure ambi-gu: Car ſi on conſideroit la grandeur AB, dans le mouuement circulaire qu'elle fait autour de l'œil C, gardant touſiours ſon in-clination ou obliquité tournée vniformé-ment vers C, la propoſition ſeroit abſolu-ment fauſſe, parce qu'en ce cas l'angle vi-ſuel ACB, demeurant touſiours le meſme, l'apparence ou la ſenſation viſuelle de la grādeur de l'objeƈt AB, ne changeroit point; et ainſi la propoſition ne ſeroit pas vraye.



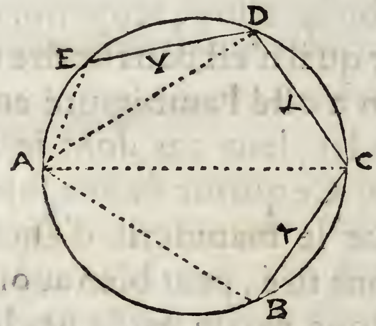
Mais l'intention de l'Autheur eſt, que l'inclination de l'objeƈt change continuel-lement d'aſpeƈt à meſure qu'il chemine au-tour de l'œil C, enſorte que ſe rencontrant à l'extremité oppoſite du premier lieu d'où il eſt il eſt party, c'eſt adire de B, à b; l'inclination ou obliquité qui auoit eſté d'abbord penchante en dedans du Plan, ſe trouue pour lors penchante en dehors du meſme Plan; car par ce moyen l'angle viſuel acb, eſtant plus petit que l'angle ACB, l'object paroiſtra auſſi plus petit ſelon l'intention de ce Theoreme, et par le 6. Axiome.

Vitellion qui a traitté ce meſme Theoreme en ſon 4. Liure, Prop. 116. l'a eſtendu dauantage qu'il n'eſt dans noſtre texte d'Euclide, et en a oſté l'ambiguité en le propoſant ſoubs les deux cas dont ie fais icy la diſtinction. Ce qui me donne ſujet de ſoubçonner que le manuſcrit d'Euclide, d'où nous l'auons tiré, peut bien auoir eſté alteré en quelque partie par la negligence des Copiſtes: car j'ay déja remarqué en d'autres Propoſitions precedentes, que Zamberto Venitien, qui eſt le premier Traducteur latin qui ait donné cét Ouurage à l'impreſſion, auoit trauaillé ſur vn exemplaire moins correct et encore plus deffectueux que celui-cy, parce qu'il obmet des Propoſitions toutes entieres, et en laiſſe d'autres fort imparfaites.

Aguilonius a aussi traitté ce Theoreme dans son 4 Liure au 2. Lemme de sa 25. proposition, où il est conforme à Vitellion.

THEOREME XLIIII.

Il y a vn certain lieu auquel l'œil demeurant fixe, et l'Obiect visible changeant de place, cet obiect visible paroist tousiours de mesme grandeur.



DEMONSTRATION.

CE Theoreme se demonstre de la mesme sorte que le 41. cy-deuant, mais la these de celuy-cy est plus generale, l'autre ne parlant que des grandeurs esleuées perpendiculairement, au lieu qu'icy elles peuuent estre sur le plan couchées de toute leur estenduë. Et ce qu'il y a de fort remarquable en cette proposition, c'est qu'elle semble en quelque façon inferer vn paradoxe contre nostre 5. Theoreme cy-dessus, où il est prouué, que si des grandeurs egales sont situées en des distances inegales, elles paroistront inegales, et que la plus proche de l'œil luy semblera la plus grande. Neantmoins icy on prouue que la mesme grandeur située tantost plus prés et tantost plus loin de l'œil luy paroist tousiours egale. Soit donc proposé vn Plan circulaire ABCDE, sur la circonference duquel l'œil soit fixé au poinct A, d'où il voye la grandeur Y, ayant premierement ses extremitez en BC, sur la mesme circonference du Plan; et puis que cette grandeur Y, soit transferée successiuement sur la mesme circonference en CD, et puis en DE, et ainsi de suite; Ie dis qu'en tous ces lieux-là elle luy paroist tousiours egale, parce qu'elle est tousiours veüe soubs vn angle egal, par les 27. et 28. Prop. du 3. Liure des Elements d'Euclide : quoy qu'il soit trés-éuident qu'elle est plus proche de l'œil A, lors qu'elle se trouue en DE, que lors qu'elle estoit en CD. Ce qui semble dóner quelque atteinte à noſtre 5. Theoreme cy-deuant, qui demonſtre que les grandeurs egales inegalement eſloignées ſemblent inegales. Mais icy elle a perdu par l'obliquité de ſa ſituation ce qu'elle auoit augmenté en s'approchant ; ſibien que tous les angles viſuels qui la comprennent, ſçauoir DAE, CAD, et BAC, eſtans touſiours egaux entre-eux, elle doit paroiſtre auſſi continuellement egale par le 7 Axiome

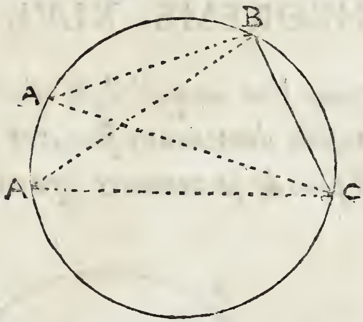
Voyez Vitellion Liure 4. Prop. 113. et Aguilonius auſſi Liure 4. Prop 25.

THEOREME XLV.

Il y a vn certain lieu auquel l'œil eſtant transferé, quoy que neantmoins l'Objeƈt viſible demeure fixe, cet Obieƈt viſible paroiſt touſiours de meſme grandeur.

Demonstration.

CE lieu là ſe doit entendre generalement de quelconque poinƈt A qu'on voudra choiſir dans toute la circonference du plan circulaire ABC, pourueu que l'objet ou grandeur viſible BC, ſoit poſée comme en la propoſition precedente, c'eſt-adire qu'elle atteigne la circonference du plan par ſes deux extremitez B, et C:



Car de cette ſorte l'angle viſuel qui ſe formera au poinct A, (où eſt ſuppoſée la place de l'œil) eſtant touſiours appuyé ſur la meſme portion de Cercle BC, il ſera touſiours egal par tout, ſelon la 21. Prop. du 3. Liure des Elements d'Euclide, et par conſequent l'object viſible paroiſtra touſiours auſſi de meſme grandeur par noſtre 7. Axiome.

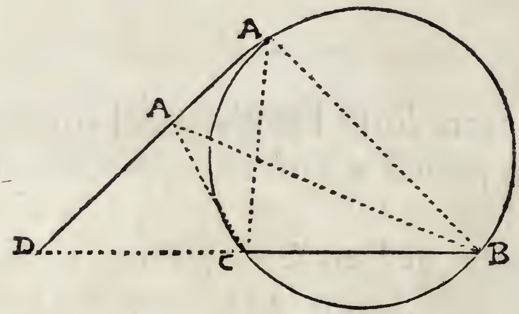
Cette Propoſition eſt la conuerſe de la precedente: car il eſt indifferent pour l'effet de l'angle viſuel, que ce ſoit l'œil qui change de place ſur la circonference du Plan circulaire. ou que ce ſoit la grandeur viſible.

Aguilonius traitte ce Theoreme fort amplement aux prop. 27 28. et 30. de ſon 4. Liure.

Et Vitellion, prop. 114 auſſi Liure 4.

THEOREME XLVI.

Il y a vn certain lieu auquel l'œil eſtant transferé et l'Obiect viſible demeurant fixe, cet Obiect ne paroiſt plus de ſa premiere grandeur.



Demonstration.

IL ſemble preſque inutile de rechercher auec vne eſtude particuliere ce lieu-là, puiſque generalement en quelque lieu que l'œil ſe rencontre, hors de ceux où il a eſté aſſujety aux deux propoſitions precedentes (c'eſt-adire ſur la circonference du plan) l'object fixe qui luy paroissoit pour lors egal de par tout, luy paroistra successiuement icy tousiours inegal à mesure qu'il ira changeant de place: car presupposant que l'œil chemine au long d'vne ligne droite DA, qui ne soit point paralelle à l'obiect ou grandeur visible BC, (la proposition suiuante induist en quelque façon icy cette condition de ligne) il est certain que l'œil A à chaque pas qu'il fera sur la ligne oblique AD, alterera continuellement l'angle visuel BAC, qui comprend par ses rayons AB, AC, la grandeur BC: et ainsi cette grandeur luy paroistra inegale, conformément à la diuersité successiue de l'angle visuel BAC, selon les 5. et 6. Axiomes.

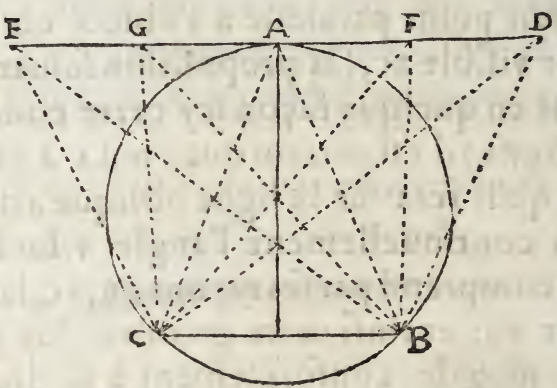
Voyez Aguilonius Liure 4. Prop. 29. et Vitellion aussi Liure 4 Prop. 118.

THEOREME XLVII.

Il arriuera encore la mesme chose, quoy que la ligne d'où l'œil a changé de place soit paralelle à l'Obiect visible.

Demonstration.

IL y a seulement icy cette difference de la precedente Demonstration, que la ligne droite DE, du chemin de l'œil A, estant paralelle à la grandeur proposée BC, si on esleue vne perpendiculaire sur le milieu de cette grandeur BC, laquelle perpen-



diculaire aille rencontrer au poinct de l'œil A, la paralelle DE, ce poinct de rencontre A, sera le lieu d'où la grandeur proposée paroistra soubs son plus grand angle, et d'où successiuement en s'esloignant l'angle de la veüe A, s'ira aussi diminuant à proportion. Mais comme dans la figure de la precedente proposition, il n'est pas possible d'assigner à l'œil A, deux lieux differents d'où la grandeur BC, luy parroisse egale, au contraire icy depuis le poinct de rencontre A, iusques

iuſques au poinct E, tout cet interualle AE, donnera reciproquement les meſmes angles viſuels D, F, que ceux de E, G, de l'autre interualle AD, eſtans reciproquement placez en meſme diſtance du poinct A.

Voyez Vitellion Liure 4. Prop. 119. et Aguilonius auſſi Liure. 4. Prop. 29.

THEOREME XLVIII.

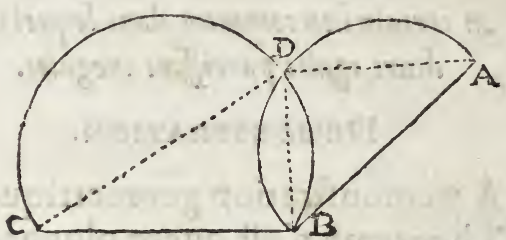
Il y a vn certain lieu commun dans lequel les Grandeurs egales paroiſſent inegales.

DEMONSTRATION.

LA Demonſtration geometrique de ce Theoreme n'eſt guere plus neceſſaire que celle du 46. cy-deuant, veu que ſon intelligence n'eſt pas trop claire, par les 5. 6. et 7. Axiomes, qui enſeignent que les objects nous paroiſſent ou plus grands, ou plus petits, ou egaux conformément à l'ouuerture des angles ſoûs leſquels nous les voyons: Sibien qu'il ſuffit de dire en general, que ſi ces grandeurs egales, demeurant touſiours ſituées dans la meſme poſition au reſpect de l'œil, ne ſont pas equidiſtantes de l'œil, elles luy paroiſtront inegales, par le

5. Theoreme cy deuant, n'estant point veües soubs les mesmes angles; et ainsi elles paroistront inegales proportionnement aux angles visuels qui les comprendront.

Neantmoins pour designer determinement ce lieu commun d'où elles paroissent inegales, et connoistre en mesme temps la difference precise de leur inegalité apparente;



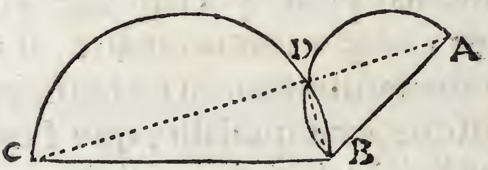
Soient les deux grandeurs egales AB, BC, et que sur chacune on accommode 2. portions de cercles inegales, par exemple vn demy cercle sur AB, et vne portion de 2. tiers de cercle sur BC, ensorte que ces 2. portions de cercles s'entrecoupét au poinct D: ie dis que si l'œil se trouue à ce poinct d'intersection D, il verra nostre premiere grandeur AB, soubs l'angle droict ADB, parce qu'il est dans le demy cercle; il verra aussi l'autre grandeur BC, ſoubs l'angle aigu BDC, lequel eſtant dans vne portion de deux tiers de cercle, il ſera moindre que l'angle droict ADB, par la 31. prop. du 3. Liure des Elements d'Euclide. Or cet angle aigu BDC, eſtant preciſément moindre d'vn tiers que l'autre angle droict ADB, il s'enſuit que la premiere grandeur AB, paroiſtra auſſi plus grande d'vn tiers que la ſeconde grandeur BC,.

I. Bat. A Porta traite ce meſme Theoreme au 5. Liure de ſon Optique, prop. 19. Et quoy qu'il demeure bien d'accord que l'enonciation du texte d'Euclide ſoit vraye, neantmoins pour y critiquer touſiours quelque choſe à ſon ordinaire, il pretend que la demonſtration en eſt fauſſe, n'eſtant pas poſſible, à ce qu'il dit, que l'œil puiſſe voir ſoubs l'angle de l'interſection que font les deux arcs de cercles, laquelle il trouue trop proche. Mais quand il auroit raiſon en cela, ce qui n'eſt pas, veu que la plus proche des deux grandeurs eſt veüe ſoubs vn angle droit (lequel neantmoins il conſidere comme vn angle obtus, ſont ces propres termes) Il ne pouroit pas conclure delà, que noſtre Demonſtration d'Euclide fuſt fausse, n'estant poinct question icy de prouuer si l'œil peut commodement voir soubs cet angle. C'est vne certaine presomption qu'a ce Moderne de vouloir paroistre plus subtil et plus esclairé dans la perspectiue qu'Euclide mesme.

Voyez Vitellion Liure 4. Prop. 121.

THEOREME XLIX.

Il y a vn certain lieu commun d'où les grandeurs inegales paroissent egales.



Demonstration.

Soient deux grandeurs inegales AB, BC, au respect desquelles il faille assigner vn poinct de veüe D, commun à l'vne et à l'autre, d'où elles paroissent egales entre-elles.

La Demonstration de cette figure est fondée ſur la 33. Prop. du 3. Liure des Elements d'Euclide, par laquelle il nous enſeigne à former ſur vne ligne droite donnée vn arc de cercle capable d'vn angle egal à vn angle propoſé; et ſur la 10. definition du meſme Liure, qui dit, que les arcs ou portions ſemblables de cercles ſont capables des meſmes angles: Et enfin ſur noſtre 7. axiome qui dit, que les choſes veües ſoubs angles egaux paroiſſent egales.

Ayant donc deſcrit par le moyen de cette 33. Prop. du 3. Liure des Elements. ſur chacune de nos deux grandeurs propoſées AB, BC, deux arcs ſemblables de cercles, ils comprédront des angles egaux, par la meſme 10. definition du 3. Liure. Or l'œil ſe trouuant au poinct D, commune ſection des deux arcs ſemblables, il verra leurs baſes (qui ſont nos deux grandeurs propoſées AB, et BC) ſoubs angles egaux, et ainſi elles luy paroiſtront egales, par noſtre 7. axiome.

Pour vne plus grande facilité dans la delineation de la figure demonſtratiue de ce Theoreme, il ſuffira de former vn demy cercle ſur chaque ligne des grandeurs données, ſans s'embaraſſer à l'operation qu'enſeigne la 33. Prop. du 3. Liure des Elements citée cy-deſſus, qui ſeroit trop longue à faire, et ne concluroit touſiours que la meſme choſe. Il eſt neceſſaire encore pour vne plus prompte execution, que les grandeurs propoſées s'entretouchent à l'vne de leurs extremitez, comme elles font icy au poinct B, qui leur eſt commun.

Voyez Vitellion Liure 4. Prop. 122. et Aguilonius auſſi Liure 4. Prop. 31. et I. B. A Porta, Liure 5. Prop. 20. de ſon optique.

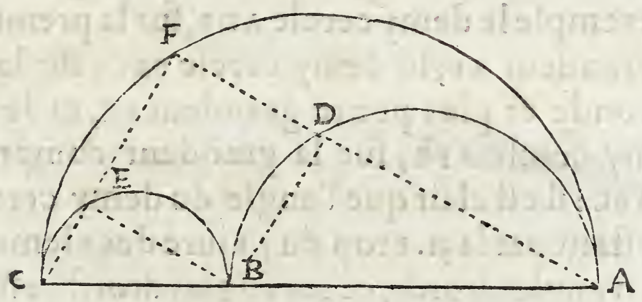
THEOREME L.

Il y a de certains lieux d'où deux grandeurs inegales en compoſant vne ſeule, elles paroiſſent toutes trois alternatiuement egales à chacune des inegales; [c'eſt adire tantoſt l'vne à l'vne, tantoſt l'autre à l'autre, et tantoſt encore la composée à chacune des deux ſimples.]

DEMONSTRATION.

Pour rendre le ſens de cette propoſition plus facile à conceuoir que n'eſt le texte de l'original, où l'enonciation eſt fort conciſe, ie l'ay eſtendüe vn peu dauantage en ma verſion qu'elle n'eſt au texte grec;

Et ie croy mesme qu'il est encore apropos d'adiouster icy pour vne plus entiere intelligence, que ces deux grandeurs inegales en composant vne seule, c'est-adire se rencontrant bout à bout et directement en sorte qu'elles ne facent qu'vne ligne droite, il faut neantmoins les considerer comme trois diuerses grandeurs, les deux simples AB, et BC, chacune à part, et la composée ABC, comme vne troisiesme:



Aprés quoy l'Autheur demonstre par quel moyen il est possible de trouuer des lieux precis d'où ces trois grandeurs veües alternatiuement paroissent à l'œil tellement egales que la plus petite BC, estant comparée à la plus grande AB, ou à la totale mesme ABC, composée des deux AB, et BC, elles semblent toutes trois reciproquement de meſme grandeur. Or tout cela ne conſiſte qu'à les faire voir ſoubs le meſme angle, par noſtre 7. Axiome.

Soient donc les deux premieres grandeurs inegales propoſées AB, BC, accommodées bout à-bout directement l'vne auec l'autre, en telle ſorte qu'elles facent vne troiſieſme grandeur compoſée des deux premieres ABC, et que ſur chacune de ces trois grandeurs on forme des arcs de cercles egaux, par exemple le demy cercle ADB, ſur la premiere grandeur AB, le demy cercle BEC, ſur la ſeconde et plus petite grandeur BC, et le demy cercle AFC, ſur la grandeur compoſée ABC: il eſt clair que l'angle du demy cercle, eſtant par la 31. Prop du 3. Liure des Elements vn angle droict, et les angles droicts eſtans tous egaux entre eux, ſi l'œil ſe trouue au poinct D, il verra la grandeur AB, ſoubs l'angle droict: Et paſſant aprés au poinct E, il verra auſſi la ſeconde grandeur B, ſoubs l'angle droict: puis ſe retirant enſuite au poinct F, il verra la grandeur compoſée ABC, encore ſoubs l'angle droict: et ainſi elles luy paroiſtront toutes trois conſecutiuement de meſme grandeur. Voyez

Voyez Vitellion Liure 4. Prop. 125. et Aguilonius auſſi Liure 4. Prop. 32.

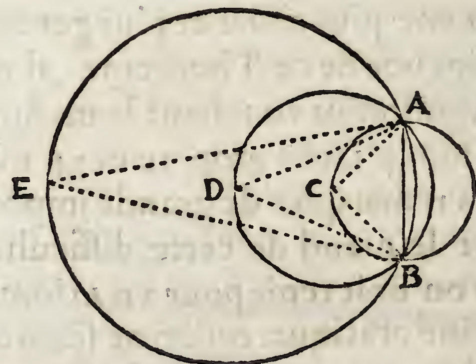
THEOREME LI.

Trouuer des lieux de diſtance, d'où vne meſme grandeur ne paroiſſe preciſément que la moitié, ou que la quatrieſme partie de ſa vraye grandeur; et generalement en telle raiſon ou proportion qu'on voudra preſcrire, conformément à l'ouuerture d'vn angle donné.

DEMONSTRATION.

POur vne plus claire et plus generale intelligence de ce Theoreme, il eſt bon de lire Aguilonius touchant la meſme queſtion en ſon 4. Liure Prop. 33. et 34. où il fait quelques remarques de grande importance touchant le nœud de cette difficulté. Cependant on doit tenir pour vn Axiome de la Perſpectiue pratique: qu'on ne ſçauroit voir commodément vne choſe ſoubs vn angle plus ouuert que l'angle droict.

Mais preſuppoſant les choſes dans vne poſſibilité raiſonnable, et qu'il ſoit queſtion de doubler l'angle viſuel, ou de le couper et diminüer en vne raiſon donnée, il faudra y proceder ſuiuant la 33. Prop. du 3. Liure des Elements d'Euclide, qui nous apprend à former ſur vne ligne droite propoſée vn arc de cercle capable d'vn angle donné. Or pour demeurer touſiours dans les termes de noſtre Axiome cy-deſſus, il faudra ſoigneuſement obſeruer que la ligne de la grandeur propoſée AB. ſoit touſiours la corde d'vn arc qui ne ſoit point moindre que le demy cercle, affin que l'angle viſuel ne ſe trouue iamais obtus.



Soit deſcrit vn cercle ACB, dont le diametre AB, ſoit noſtre grandeur propoſée, et que de ſes extremitez A, et B, on mene deux rayons viſuels AC, BC, s'allans rencontrer ſur la circonference du cercle au poinct C, ie dis que l'angle qu'ils formeront ſur cette circonference au poinct C, eſt vn angle droict, par la 31. Prop. du 3. Liure des Elements d'Euclide, parce qu'il eſt dans vn demy cercle.

Or ſi du poinct C, où eſt l'angle droict, on deſcrit vn autre cercle ADB, dont C, ſoit le centre, et dont les rayons viſuels AC, BC, formans l'angle droict ACB, ſoient preciſément les demy diametres, et que des meſmes extremitez A, et B, de noſtre grandeur propoſée on porte les rayons viſuels iuſques ſur la circonference du ſecond cercle au poinct D, il eſt euident par la 20. Prop. du 3. Liure des Elements d'Euclide, que l'angle qu'ils formeront au poinct D, ne ſera que la moitié de l'angle droict C, parce que l'angle du centre C, eſt double de l'angle de la circonference D: ſibien que l'œil eſtant au poinct D, il ne verra la grandeur AB, que ſoubs vn angle moindre de la moitié que lors qu'il eſtoit au poinct C. Par meſme raiſon, ſi du poinct D, on deſcrit encore vn troiſiéme cercle ABE, dont les rayons viſuels AD, BD, ſoient ſemblablement les demy

Diametres , et qu'on eſtende ces meſmes rayons viſuels iuſques en E, ſur la circonference du troiſieſme cercle ABE, il s'enſuit pareillement par la meſme 20. Prop. cy deſſus du 3. Liure des Elements, que cet angle E, ſera moindre de la moitié que l'angle D, et par conſequent ne ſera que la quatrieſme partie de l'angle droict C, dans le premier cercle. Donc il eſt certain que l'œil eſtant au poinct E, ne verra plus la grandeur AB, que comme vne quatrieſme partie de ce qu'elle luy paroiſſoit premierement eſtant au poinct C; qui eſt l'intention de noſtre Theoreme dans ſa premiere partie

Quant à la derniere qui propoſe en general toutes ſortes de proportions d'angles indefiniment, il faudra y proceder par la 33. Propoſition du 3. Liure des Elements citée cy-deſſus.

Or pour concluſion de ce Theoreme, et affin de preuenir vne erreur qui pouroit ſurprendre d'abbord ceux qui procedant trop à la legere, s'imagineroient qu'il ſuffit de s'eſloigner de l'object viſible proportionément à la difference de grandeur que l'on voudroit le faire paroiſtre, ie les auertis qu'ils ſe ſouuiennent du 8. Theoreme de ce Traitté où nous aprenons qu'vne grandeur eſtant inegalement eſloignée de l'œil, elle ne garde pas aux angles viſuels la meſme raiſon ou proportionalité qui ſe trouue à la difference des diſtances, c'eſt-adire, qu'vne diſtance double d'vne autre diſtance ne fait pas voir pour cela l'obiect moindre de la moitié de ſa premiere grandeur

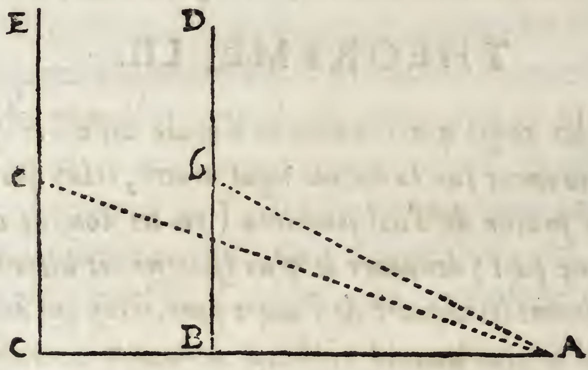
Voyez Vitellion Liure 4. Prop. 126. et 127. et Aguilonius auſſi Liure 4. Prop 33. et 34.

THEOREME LII.

Entre les corps qui cheminent d'egale viſteſſe et qui ſe trouuent ſur la meſme ligne droite, celuy qui eſt plus proche de l'œil ſemblera (en les conſiderant d'vne part) deuancer le plus eſloigné; et alternatiuement les voyant de l'autre part, celuy qui auoit paru le plus auancé ſemblera demeurer derriere, et tout au contraire le dernier ſemblera auoir repris le deuant.

DEMONSTRATION.

AVant que d'examiner la figure demonſtratiue de ce Theoreme, il eſt necessaire d'expliquer par quel moyen on iuge de la vistesse ou de la tardiueté d'vn mouuement. Ie dis donc que si deux corps cheminant ensemble font en mesme temps vn espace de chemin egal, on iugera qu'ils auancent de mesme vistesse; et au contraire si l'vn arriue plustost que l'autre, on conclura que le dernier a marché plus lentement.



C'est sur ce principe de connoissance qu'EUCLIDE nous propose icy comme vn paradoxe, pour monstrer que l'œil est souuent trompé dans son iugement : Car supposé que deux corps B, et C, diuersement esloignez de l'œil A, se trouuent sur la mesme ligne droite AC, à l'extremité de laquelle l'œil ſoit au poinct A, et que l'œil demeurant fixe, les deux corps B, et C, cheminent paralellement de meſme viſteſſe vers D, et E, il monſtre que B, qui eſt plus proche de l'œil A, ſemble en s'en allant vers D, cheminer plus viſte, et laiſſer derriere luy C, qui plus loin de l'œil A, chemine vers E; Mais tout au rebours, en retrogradant vers le lieu d'où ils ſont partis, ils ſemble que le dernier et plus eſloigné C, reprend le deuant et reuient plus viſte que B, qui eſt le plus proche.

Or cette illuſion de l'œil vient de ce qu'il iuge de la quantité de l'interualle du chemin par celle des angles que les rayons viſuels forment ſur le plan dans lequel ces corps cheminent; ſibien que comme l'angle BAb, du premier corps B, allant vers D, eſt plus grand que l'angle CAc, de l'autre corps C, allant vers E, l'œil croit, ſuiuant ſon mauuais principe, que le corps B, eſtant arriué au poinct b, a fait vn plus grand chemin que le corps C, eſtant arriué au poinct c, puiſque le premier rayon Ab, eſt plus auancé ſur le plan, et qu'il fait vn plus grand angle que l'autre rayon viſuel Ac, quoy que neantmoins l'interualle du chemin de l'vn et de l'autre ſoit tout egal.

Pour ce qui eſt de la derniere partie de ce Theoreme qui a l'apparence d'vn paradoxe en ce qu'elle ſemble inferer de la meſme cauſe vn effect directement oppoſé, neantmoins aprés l'auoir bien examinée elle ne paroiſt miſterieuſe que dans les parolles; car à la conſiderer ſur la figure reelle, ou meſme par la ſeule operation de l'eſprit, il n'y a rien de plus clair à conceuoir Que celuy de ces deux corps qui en allant paroiſt le plus auancé dans le chemin, ſçauoir b, tendant vers D, doit paroiſtre auſſi en meſme temps le plus eſloigné du lieu de ſon partement. Or comme nous auons dit que l'œil ne iugeant de la viſteſſe du mouuemét que par la fauſſe apparence de proximité, il s'enſuit neceſſairement que dans leur retour, les choſes luy paroiſſant tout au rebours, il fera vn iugement tout contraire, et croira que c, reuient plus viſte que b, parce que ſon angle viſuel cAC, eſtant plus petit que l'autre angle bAB, il luy ſemble auſſi plus prés du lieu du retour.

Voyez la Demonſtration de Vitellion L. 4. prop.

prop. 134. et Aguilonius Liure 4. prop. 143. 144. et 145. et auparauant encore Liure 3. prop. 51.

THEOREME LIII.

Si plusieurs corps sont portez d'vne vistesse inegale vers le mesme endroit, et que l'œil chemine aussi du mesme costé auec eux, ceux qui iront de mesme vistesse que l'œil luy sembleront demeurer sans mouuement, et ceux qui iront plus lentement luy sembleront estre portez en arriere: mais ceux qui iront plus viste que luy seront les seuls qui luy paroistront marcher en auant.

DEMONSTRATION.

IL est plus aisé de conceuoir l'intention de ce Theoreme par la seule operation de l'esprit que par vne delineation geometrique, quoy que Vitellion dans son 4. Liure prop. 135. et les autres Traducteurs d'Euclide en donnent vne: Mais comme il faut supposer icy plusieurs mouuemẽts inegaux, il est extremement difficile de rendre la chose bien intelligible par ce moyen. Au reste l'experience de ces tromperies de l'œil est fort ordinaire à ceux qui voyagent en haute mer, où ils ne voyent que le plan de l'eau et leurs vaiſſeaux; car pour lors n'ayant aucun autre obiect que le corps de leurs vaiſſeaux d'où ils puiſſent, par le changement des interualles, remarquer la difference de leurs mouuements; s'ils ſont, par exemple, quatre vaiſſeaux qui aillent enſemble tous à la file ſur meſme ligne, dont les deux premiers auancent egalement et d'vn mouuement mediocre, et que les deux autres aillent d'vn mouuement inegal, l'vn fort lent, et l'autre fort viſte, les deux premiers qui s'en vont enſemble de meſme force eſtans à la teſte, ſemblent reciproquement l'vn à l'autre comme immobiles demeurer au meſme lieu, parce-qu'ils ſe voyent continuellement à meſme interualle; mais conſiderant les deux autres qui les ſuiuent d'vn mouuement inegal, il leur ſemblera que le plus viſte des deux ſera le ſeul qui aille en auant, parce-que s'approchant d'eux l'interualle de leur diſtance ſe diminüe; et pour le regard de l'autre qui demeure par ſa peſanteur ſucceſſiuement plus loin derriere, il leur paroiſtra en meſme temps aller en arriere et faire voile de l'autre costé, par le mesme effect de l'interualle qui va croissant à mesure qu'ils s'esloignent dauantage l'vn de l'autre.

Voyez ce qu'en dit Aguilonius Liure 4. prop. 142. et 147. Et Vitellion Liure 4. prop. 110. et 135.

THEOREME LIIII.

Si entre des corps portez vers le mesme lieu il s'en rencontre quelqu'vn qui ne marche point, celuylà ainsi arresté semblera marcher tout au contraire des autres.

Demonstration.

C'Est encore icy la mesme illusion de l'œil qu'au Theoreme precedent: Car comme il n'a point d'autre fondement que la difference de l'interualle qui s'augmente successiuement entre le corps immobile, et ceux qui en cheminant s'esloignent de luy, la raison sensible d'où l'œil remarque que les mobiles se meuuent, estant parce-qu'ils se trouuent continuellement plus esloignez de l'immobile, la mesme raison fait aussi que l'immobile luy ſemble aller s'eſloignant des autres, parce-qu'il le void plus eſloigné, et que l'interualle de la diſtance qui va croiſſant eſt eſgalement reciproque à l'immobile comme aux mobiles.

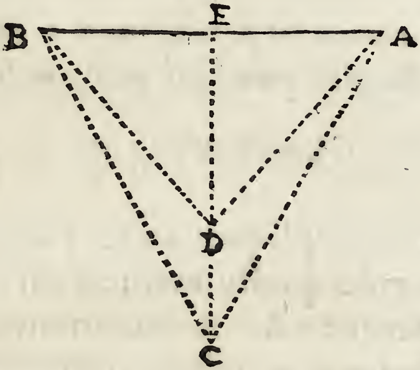
Voyez ce meſme Theoreme demonſtré par Vitellion en ſon 4. Liure, prop. 136. lequel auoit d'eſia expliqué le fondement de cette illuſion de l'œil dans la prop. 110. du meſme Liure 4.

THEOREME LV.

Si l'œil, cheminant directement, s'approche plus prés de l'object viſible, cet object luy ſemblera deuenir plus grand.

DEMONSTRATION.

POur oſter l'ambiguité importante qui ſe pourroit rencontrer en cette propoſition ſi on laiſſoit generalement à l'œil la liberté de s'approcher de l'object viſible en telle maniere qu'il voudroit, i'ay adjouſté dans le texte de l'Autheur ces deux mots, *cheminant directement*; Car il ſe peut faire, comme nous auons monſtré cy-deuant au Theoreme 45. que l'œil aille s'approchant ou se retirant successiuement d'vne grandeur proposée, sans que pour cela elle luy paroisse ny plus grande, ny plus petite.



Supposant donc que l'œil estant premierement au poinct C, voye la grandeur AB, soubs l'angle visuel ACB, et qu'en-suite il s'en approche directement au long de la perpendiculaire CE, iusques au poinct D, alors il verra cette grandeur AB, soubs l'angle visuel ADB, qui est manifestement plus grand que le premier angle ACB, par la 21. prop. du 1. Liure des Elements d'Euclide: Donc par nostre 5. Axiome, l'obiect ou grandeur AB, luy paroistra proportionement plus grande. Vitellion Liure 4 prop. 128. et Aguilonius auſſi Liure 4. prop. 19. donnent cette meſme Demonſtration.

THEOREME LVI.

Des corps cheminans paralellement d'egale viſteſſe, les plus eſloignez paroiſſent aller plus lentement.

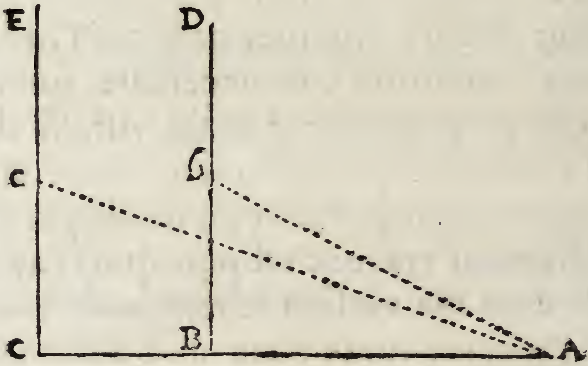
Demonstration.

IE viens d'expliquer au 52. Theoreme cy-deuant de quelle maniere on doit iuger de la difference des mouuements, ſçauoir ſi l'vn eſt plus lent ou plus prompt que l'autre, par la comparaiſon du chemin qu'ils ont fait en meſme temps. I'ay auſſi monſtré au 5.6. et 7. Theoremes de ce Traitté, qu'entre les grandeurs egales, celles qui ſe trouuent plus prés de l'œil ſemblent eſtre les plus grandes. De là il eſt aiſé d'inferer la conſequence de cette propoſition: Car quoy que les corps qui ſont portez d'egale viſteſſe facent tous dans le meſme temps vn eſpace de chemin egal, neantmoins ſi l'œil les void d'vne diſtance inegale, il ſera trompé dans l'apparence de l'interualle du chemin qu'a fait le corps le plus esloigné, lequel interualle luy paroist moindre que celuy de l'autre corps dont il est plus proche; desorte qu'il s'imagine par là que le dernier et plus esloigné a marché plus lentement.

Il faut encore obseruer dans ce Theoreme vne condition trés-necessaire, qui est, que ces corps portez d'egale vistesse doiuent cheminer paralellement entre-eux, sans quoy la proposition ne seroit pas vniuersellement vraye: c'est pourquoy i'ay adjousté dans ma version le mot *paralellement*, pour preuenir toute sorte d'objections.

La mesme figure Geometrique, laquelle a seruy de Demonstration au 52. Theoreme cy-deuant nous rendra encore icy le mesme office, ces deux Theoremes ayant ensemble vne telle conformité de raisonnement, que de la preuue de l'vn on en peut tirer vne induction certaine de l'autre, vû qu'ils ne sont proprement qu'vne mesme chose considerée diuersement.

Soient donc les deux corps mobiles B, et C, cheminans au long des deux lignes paralelles et egales BD, CE, et que l'œil soit au poinct A. Ie dis que quand B, et C, marchans d'egale viſteſſe et en meſme temps chaqu'vn ſur ſa ligne, ſeront arriuez aux poincts d'egale diſtance b, et c, l'œil (à qui



la ligne ou interualle Cc, paroiſt plus petit que l'interualle Bb, parce qu'il le void ſoubs l'angle CAc, qui eſt moindre que l'angle BAb, de l'autre ligne ou interualle Bb, plus proche de luy) s'imagine que le corps mobile C, qui luy paroiſt auoir faict moins de chemin, a par conſequent marché plus lentement que l'autre mobile B.

Voyez Vitellion Liure 4. Prop. 132. et Aguilonius auſſi Liure 4. Prop. 143.

THEO.

THEOREME LVII.

Si le centre de la veüe demeurant fixe, la prunelle de l'œil se va tournant deça et delà sur diuers Obiects les plus esloignez sembleront se reculer en arriere.

Demonstration.

SI le texte original de ce Theoreme, qui est fort concis, estoit simplement traduit mot pour mot en nostre langue, il feroit bien de la peine à le conceuoir, et demeureroit tousiours fort obscur; C'est pourquoy ie l'ay estendu icy et paraphrasé selon l'exposition qu'en a faite Vitellion en son 4. Liure, prop. 133. Mais parce que la demonstration lineale qu'il en a donnée n'exprime pas bien à mon auis la vraye intention de nostre Autheur, ie ne m'amuseray point icy à la figurer, me contentant d'auoir indiqué aux studieux le lieu où elle est.

Prenant donc le sens de cette proposition suiuant la supposition qu'Euclide fait dans l'Auant-propos de ce Traitté, où il soustient, contre l'opinion de tous les modernes, que la veüe se forme par vne emission de rayons visuels qui vont parcourant tous les objects, il ſera aiſé de conceuoir que ſi deux objects diuerſement eſloignez de l'œil ſont veus ſucceſſiuement l'vn à l'interualle par exemple de ſoixante pas, et l'autre à l'interualle ſeulement de trente, le rayon viſuel qui void le premier eſloigné de ſoixante pas, venant enſuite à regarder l'autre eſloigné ſeulement de trente pas, la proximité de ce dernier fait que le rayon viſuel ſe racourciſt, et ſe retirant comme en ſoymeſme ſe rapproche vers ſon centre qui eſt l'œil, et par conſequent laiſſe derriere le premier Object plus eſloigné, qui en meſme temps luy ſemble auſſi ſe reculer en arriere.

Cette illuſion eſt fort ordinaire à ceux qui allant ſur l'eau dans quelque barque s'imaginent que les montagnes et les arbres du riuage cheminent directement contre le courant de l'eau, et que leur barque demeure immobile.

Voyez Aguilonius Liure 4. Prop. 142.

THEOREME LVIII.

Les Objects croiſſans en grandeur ſemblent en meſme temps approcher plus prés de l'œil.

DEMONSTRATION.

Cette propoſition n'eſt que la conuerſe de la 55. cy-deuant: Car la meſme imagination qui fait iuger que les choſes deuiennent plus grandes à meſure qu'elles s'approchent de l'œil, la meſme fait croire auſſi que les choſes en meſme temps que l'œil s'en approche deuiennent plus grandes, cette alternation de mouuement ne changeant rien dans l'effect de la ſenſation de l'œil, qui les voyant reciproquement ſoubs le meſme angle en iuge indifferemment de la meſme ſorte.

Voyez Vitellion Liure 4. Prop. 129. Et Aguilonius auſſi Liure 4 Prop. 20.

THEOREME LIX.

Tous les Obiects dont les parties ne ſont pas diſtantes à meſme interualle, ny en des aſſietes paralelles, leurs extremitez ne ſe trouuant pas entre elles placées reſpectiuement l'vne à l'autre, ny leurs parties du milieu directement ſur la meſme ligne droite, font que leur figure entiere paroiſt quelques-fois concaue, quelques-fois conuexe.

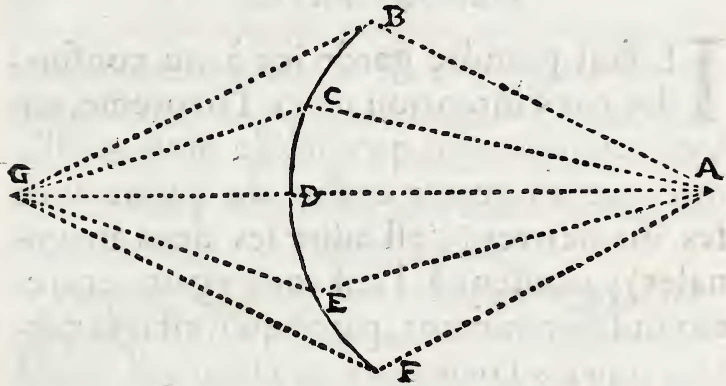
Demonstration.

Vitellion qui traitte la meſme choſe dans ſon 4 Liure, Prop, 130. adjouſte au texte d'Euclide que ces Objects ou grandeurs doiuent auoir leur ſuperficie ſur le meſme plan, et par là on iuge qu'il n'entend parler que des figures lineales planes, comme ſont les Cercles, les Ouales, et telles autres figures de cette eſpece.

Or il n'eſt icy queſtion que de ſçauoir determinément en quoy conſiſte la difference du Conuexe d'auec le Concaue; et pour cet effect il euſt eſté bien auantageux qu'Euclide nous en euſt donné la definition.

Aguilonius au 3. Liure de ſon Optique, prop. 17. et 18. l'explique aſſez amplement pour qu'il nous ſuffiſe, cela eſtant naturellement ſi intelligible qu'il n'eſt pas beſoin d'en faire icy vn plus long diſcours: Mais pour la Demonſtration geometrique, voicy comme on la peut figurer.

Soit l'œil au poinct A, voyant l'Object ou ſuperficie BCDEF, dont les parties du milieu C, D, E, ne ſont pas diſtantes de l'œil A, à meſme interualle que les deux extremes B, et F, ny en des aſſietes paralelles entre elles, les extremitez B, et F, ne ſe trouuant pas placées en ligne droite reſpectiuement auec les parties du milieu C, D, E, ces deux extremitez B, et F, eſtant à vn plus petit interualle eſloignées de l'œil A, que les parties du milieu C, D, E, il eſt euident que cette ſuperficie BCDEF, paroiſtra concaue.



Or par le meſme raiſonnement, ſi on tranſfere l'œil A, à ſa partie oppoſite au poinct G, il arriuera tout le contraire; tellement que cette meſme ſupperficie BCDEF, paroiſtra conuexe à l'œil eſtant au poinct G, parce que ſes parties du milieu C, D, F, ſont en cette ſeconde poſition d'aſpect à vn plus petit interualle eſloignées de l'œil G, que ces deux extremitez B, et F.

THEOREME LX.

Vn Quarré eſtant proposé, ſi du poinct d'interſection *des diametres on esleue à angles droits vne ligne sur le plan de ce Quarré, et que l'œil soit mis sur cette ligne, tous les costez du Quarré, et les deux Diametres paroistront egaux entre-eux.*

Demonstration.

IL faut prendre garde icy à ne confondre pas l'intention de ce Theoreme, ensorte qu'on croye qu'Euclide nous veüille dire que les quatre costez du quarré auec ses diametres (c'est-adire ses deux Diagonales) paroissent à l'œil tous egaux entre-eux indifferemment, parce qu'il est trés certain que les Diametres ou Diagonales sont veus soubs vn angle bien plus grand que celuy qui void les costez du quarré, lesquels en effect sont aussi bien plus petits.

Nous ferons donc deux parties de cette proposition; et considerant les quatre costez du quarré comme la premiere partie, nous dirons que l'œil estant perpendiculairement esleué au centre du plan du quarré, qui est l'intersection des deux Diagonales, tous les quatre rayons visuels qu'il porte sur chacune des extremitez de ces costez du quarré, sont egaux entre-eux, et par consequent forment tousiours le mesme angle visuel sur chacun de ces costez : Donc par nostre 7. Axiome ils paroissent tous egaux.

L'autre partie qui concerne les deux Diagonales se prouue encore de la mesme sorte, puisque les rayons visuels, qui partant de l'œil vont rencontrer les extremitez de ces Diagonales aux quatre angles du quarré, sont aussi egaux entre-eux, et forment par consequent aussi tousiours le mesme angle, estant appuyé sur bases egales.

La Demonstration de cette seconde partie, qui concerne les Diagonales de nostre quarré proposé, est semblable à celle qui a esté faite cy deuant au 35. Theoreme, où il est parlé des Diametres des cercles: Car on peut imaginer icy qu'autour du quarré on ayt circonscrit vn cercle, dont nos Diagonales sont les Diametres.

Voyez Vitellion Liure 4. Prop. 57. et Aguilonius aussi Liure 4. Prop. 74.

THEOREME LXI.

Mais si la ligne qui descent de l'œil sur l'intersection des Diametres n'est ny perpendiculaire au plan du quarré, ny egale à chaque Section des Diagonales, *ny equiangle auec elles, les Diametres se monstreront inegaux.*

Demonstration.

CE Theoreme ne se trouue point dans la version latine que Bart. Zamberto Venitien a faite de cet Ouurage; ce qui confirme ce que i'auois desia remarqué cy deuant en diuers endroits, que ce Traducteur a trauaillé sur vn manuscrit imparfait.

Au reste il est inutile de demonstrer dauantage cette derniere proposition, veu qu'elle est toute semblable à la 37. cy-dessus, qui traitte des Diametres des Cercles, puis qu'on peut imaginer icy, comme ie viens d'aduertir au Theoreme precedent, qu'on ayt circonscrit vn cercle autour du quarré dont il est question; car cela estant, les Diagonales de nostre quarré et les Diametres du cercle n'estant qu'vne mesme chose, la Demonstration est par consequent aussi la mesme, Si bien qu'il est superflu de la repeter.

Voyez Vitellion Liure 4. Prop. 59.

FIN.

[illegible]
[illegible]
[illegible]