御製數理精蘊下編卷十九

面部九

各面形總論

直線形

各面形總論

面之爲形成於方圓。直線所成皆方之類。曲線所成皆圓之類。立法則方爲圓之本。度圓者必以方。而度方者必以矩。所謂方有盡而圓無盡是也。論理則圓又爲眾界形之本。葢眾界形或函圓。或函於圓。其邊皆當弧線之度。故求眾界形者必以圓界爲宗也。因有方圓眾界之各異。是以邊線等者面積不等。如眾界形之每一邊。與圓徑。俱設爲一〇〇〇〇。則方面積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。而圓面積爲七八五三

九八一六。三等邊形之面積為四三三。○一二七○。五等邊形之面積為一七二○四七七四一。六等邊形之面積為二五九八○七六二○。七等邊形之面積為三六三三九一二四○。八等邊形之面積為四八二八四二七一二。九等邊形之面積為六一八一八二四二○。十等邊形之面積為七六九四二○八八三。此各形之面積皆以方積比例者也。或以圜面積設為一○○○○○○○○○。則圜徑得一一二八三小餘七九一六。如圜徑與衆界形之每一邊俱設為一一二八三小餘七九一六。則圜面積為一○○○○○○○○○。而三等邊形之面積為五五一三二八八九。方面積為一二七三二三九五四。五等邊形之面積為二一九○五七九八六。六等邊形之面積為三三○七九七三三四。七等邊形之面積為四六二六八四○九八。八等邊形之面積為六一四七七四四三五。九等邊形之面積為七八七○九四三○二。十等邊形之面積為九七九六五七○九九。此各形之面積皆以圜積比例者也。蓋因各形之邊線相

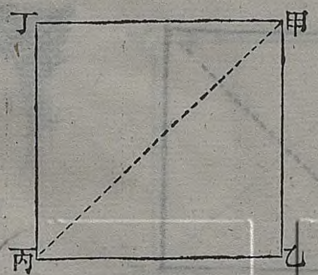
等面積不同。故皆定爲面與面之比例也。面積等者邊線不等。如衆界形之面積與圜面積俱設爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。則方邊爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。而圜徑爲一一二八三七九一六。三等邊形之每邊爲一五一九六七一三七。五等邊形之每邊爲七六二三八七〇五。六等邊形之每邊爲六二〇四〇二一四。七等邊形之每邊爲五二四五八一二六。八等邊形之每邊爲四五五〇八九八五。九等邊形之每邊爲四〇二一九九六三。十等邊形之每邊爲三六〇五一〇五八。此各形之邊線皆以方邊比例者也。或以圜徑設爲一〇〇〇〇〇〇〇。則圜面積爲七八五三九八一六三三九七四四八三。如圜面積與衆界形之面積俱設爲七八五三九八一六三三九七四四八三。則圜徑爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。而三等邊形之每邊爲一三四六七七三六九。四等邊形即正方之每邊爲八八六二二六九二二。五等邊形之每邊爲六七五六四七九三六等邊形之每邊爲五四九八一八〇五。七等邊形之

每邊爲四六四八九九八八〇三八等邊形之每邊爲四〇二三一二八八。九等邊形之每邊爲三五六四四四〇一四。十等邊形之每邊爲二一一九四九四一八。此各形之邊線皆以圓徑比例者也。葢因各形之面積相等邊線不同。故皆定爲線與線之比例也。然自衆界形之中心分之。則又各成三角形。皆以勾股爲準則。故勾股三角形雖爲面而不囿於面之中。却別立一章焉。要之衆界形邊求積者歸之勾股積求邊者歸之正方。引而伸之。觸類而長之。凡爲面形者不能達是也。

直線形

設如正方形。每邊五十尺。問對角斜線幾何。

法以方邊五十尺自乘得二千五百尺。倍之得五千尺。開方得七十尺七寸一分零六毫有餘。即所求之對角斜線也。

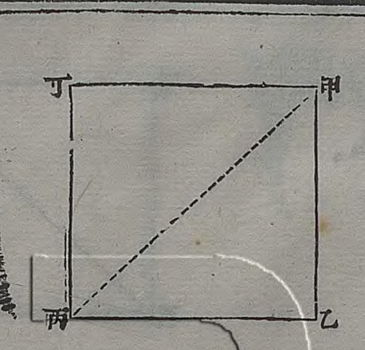


如圖甲乙丙丁正方形。其甲乙乙丙丙丁丁甲每邊皆五十尺。甲丙為所求對角斜線。甲乙為股。則乙丙為勾。乙丙為股。則甲乙為勾。因甲乙與乙丙相等皆

可互爲勾股。故以一邊自乘倍之開方得弦。卽如各自乘相併開方而得弦也。又用定率比例法。以定率之方邊一〇〇〇〇〇〇〇爲一率。對角斜線一四一四二一三五爲二率。今所設之方邊五十尺爲三率。求得四率七十尺七寸一分零六毫有餘。卽所求之對角斜線也。蓋定率設方邊爲一千萬。其對角斜線爲一千四百一十四萬二千一百三十五。故定率之方邊一千萬與定率之對角斜線一千四百一十四萬二千一百三十五之比。卽如今所設之方邊五十尺與所求之對角斜線七十尺七寸一分零六毫有餘之比也。

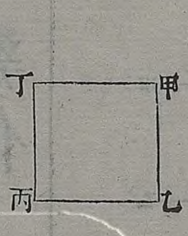
若有對角斜線求方邊。則以對角斜線自乘。折半開方所得爲正方形之每一邊也。蓋甲丙弦自乘之方與甲乙股乙丙勾兩正方相併之積等。今以甲丙弦

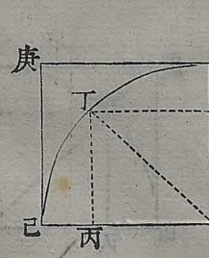
自乘折半。則必與甲乙或乙丙自乘之一正方相等。故開方而得每一邊也。或用定率比例法。以定率之對角斜線一四一四二一三五為一率。方邊一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率。今所設之對角斜線為三率。求得四率。即方邊也。

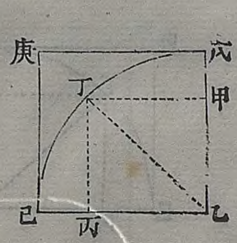


設如正方形。每邊二尺。今將其積倍之。問得方邊幾何。

法以每邊二尺自乘得四尺。倍之得八尺。開方得二尺八寸二分八釐四豪有餘。即所求之方邊數也。如圖甲乙丙丁正方形每邊二尺。其面積四尺。倍之得八尺。即如戊乙己庚正方形。其每邊即甲乙丙丁方形之對角斜線。試於戊乙己庚正方形內作甲乙丙丁正方形。以乙為心。戊為界作戊己弧。與丁角相切。則丁乙與己乙皆為半徑。其度相等。蓋丁乙對角斜線自乘之方。為甲乙邊自

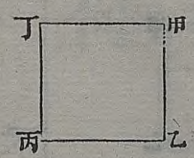




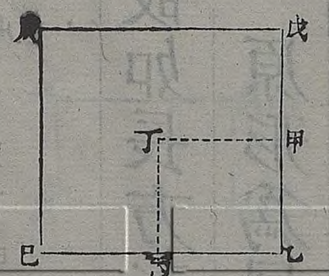


乘之方之二倍。故戊乙己庚正方形。卽爲甲乙丙丁正方形之二倍。而戊甲丁丙己庚磬折形積。卽與甲乙丙丁正方形積相等也。

設如正方形。每邊二尺。今將其積四倍之。問得方邊幾何。

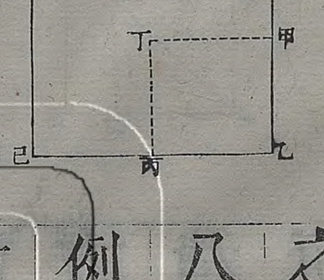


法以每邊二尺倍之。得四尺。卽所求之方邊數也。如圖甲乙丙丁正方形每邊二尺。其面積四尺。四倍之得一十六尺。

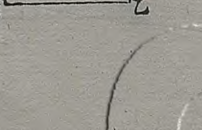


卽如戊乙己庚正方形之面積。其每邊得甲乙丙丁正方形每邊之二倍。是故不用四倍其積開方。止以每邊二尺倍之而卽得也。此法蓋因兩方面之比例比之兩界之比例。爲連比例隔一位相加之比例。見幾何原本七卷第五節故戊乙己庚正方面積一十六尺。與甲乙丙丁正方面積之四尺相比。爲四分之一。而戊乙己庚正方邊之四尺。與甲乙丙丁正方邊

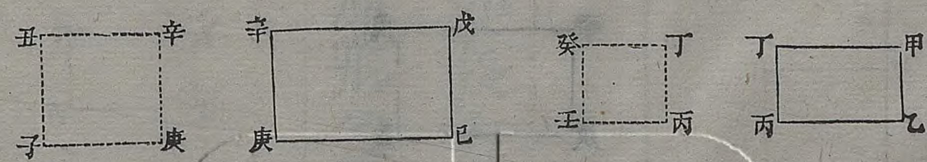
之二一尺之比。爲二一分之一。夫十六與八。八與四。四與二。皆爲二分之一之連比例。而十六與四之比。其間隔八之一位。故爲連比例隔一位相加之比例也。



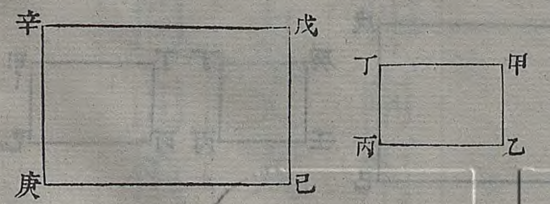
設如長方形。長十二尺。闊八尺。今將其積倍之。仍與原形爲同式形。問得長闊各幾何。



法以闊八尺自乘得六十四尺。倍之得一百二十八尺。開方得一十一尺三寸一分三釐七毫有餘。即所求之闊。既得闊。乃以原闊八尺爲一率。原長十二尺爲二率。今所得闊一十一尺三寸一分三釐七毫有餘爲三率。求得四率一十六尺九寸七分零五毫有餘。即所求之長也。或以長十二尺自乘倍之開方。亦得一十六尺九寸七分零五毫有餘。爲所求之長也。如圖甲乙丙丁長方形。甲乙闊八尺。甲丁長十二尺。將其積倍之。即如戊己庚辛長方形。此兩長方面積



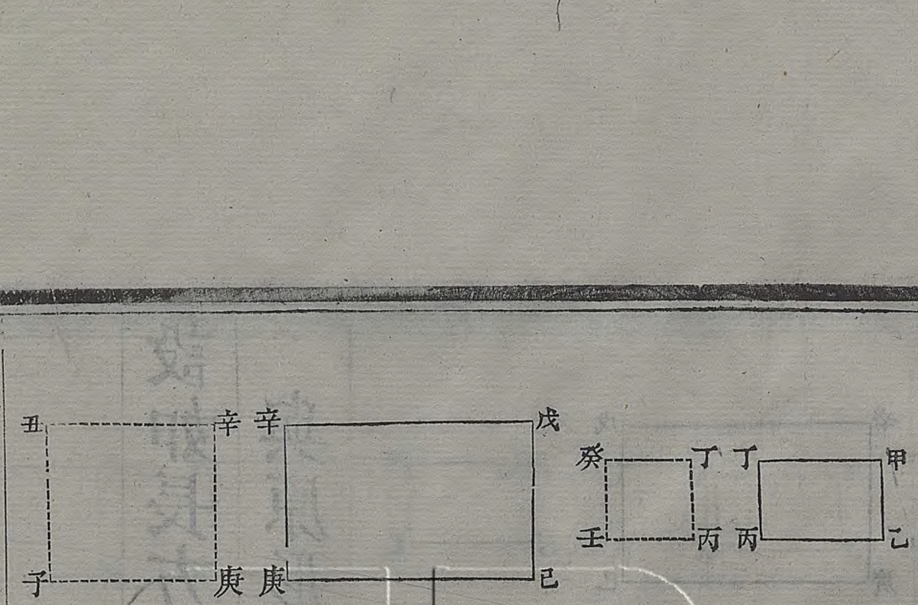
之比例。卽同於其相當二界各作一正方面積之比例。見幾何原本七卷第七節 故依甲乙丙丁長方形之丁丙闊界作丁丙壬癸正方形。將其積倍之。卽如戊己庚辛長方形之辛庚闊界所作之辛庚子丑正方形。故開方得辛庚爲所求之闊也。旣得辛庚之闊。則以甲乙與甲丁之比。卽同於戊己與戊辛之比。得戊辛爲所求之長也。若以原長自乘倍之開方。卽如



以二長界各作一正方形互相爲比例也。

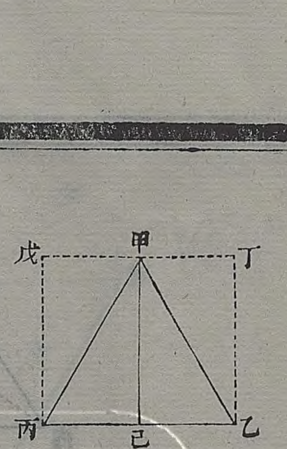
設如長方形長十二尺。闊八尺。今將其積四倍之。仍與原形爲同式形。問得長闊各幾何。

法以闊八尺倍之得十六尺。卽所求之闊。又以原長十二尺倍之得二十四尺。卽所求之長也。如圖甲乙丙丁長方形。甲乙闊八尺。甲丁長十二尺。將其積四倍之。卽如戊己庚辛長方形。其每邊得



甲乙丙丁長方形每邊之二倍。是故不用四倍其積開方。止以各邊之數倍之而卽得也此此法蓋因兩長方面之比例。旣同於其相當二界各作一正方面之比例。而兩正方面之比例比之二界之比例。爲連比例隔一位相加之比例。故兩長方面之比例。較之兩界之比例亦爲連比例隔一位相加之比例也。

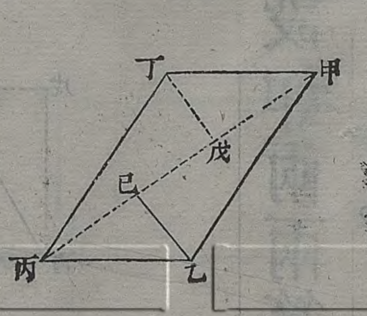
設如三角形。面積三千尺。底闊八十尺。問中長幾何。



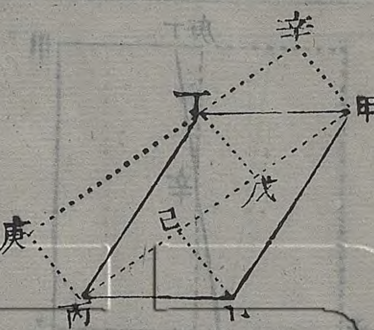
法以積三千尺倍之得六千尺。用底闊八十尺除之。得七十五尺。卽所求之長也。如圖甲乙丙三角形。其積倍之成丁乙丙戊長方形。乙丙爲底闊。故以底闊除長方積。得甲己爲中長也。

設如兩兩等邊無直角斜方形一曰象目形。小邊皆二十五丈。大邊皆三十九丈。對兩小角斜線五十六丈問面積幾何。

法以對角斜線分斜方形爲兩三角形



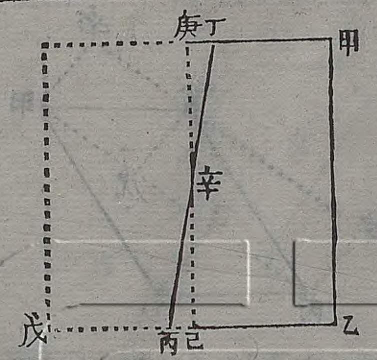
算之以對角斜線五十六丈爲底。大邊三十九丈小邊二十五丈爲兩腰。用三角形求中垂線法。求得中垂線十五丈。乃以對角斜線五十六丈與中垂線十五丈相乘。得八百四十丈。卽斜方形之面積也。如圖甲乙丙丁斜方形。甲丁。乙丙二小邊皆二十五丈。甲乙。丁丙二大邊皆三十九丈。甲丙對兩小角斜線五十六丈。今以甲丙斜線分甲乙丙丁斜



方形爲甲乙丙。甲丁丙。兩三角形。俱以甲丙爲底。甲丁與丁丙爲兩腰。求得丁戊或乙己皆爲中垂線。故以甲丙斜線與丁戊垂線相乘。所得甲丙庚辛長方形比甲丁丙三角形積大一倍。而甲乙丙丁斜方形亦兩三角形積。故所得之甲丙庚辛長方形。與甲乙丙丁斜方形之面積相等也。

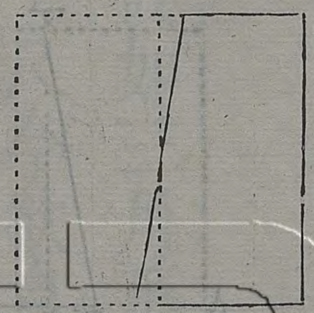
設如不等邊兩直角斜方形。直角之邊長五十丈。上

闊二十丈下闊二十八丈問面積幾何。

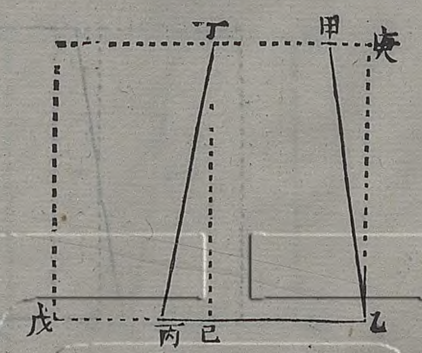


法以上闊二十丈與下闊二十八丈相加得四十八丈折半得二十四丈與長五十丈相乘得一千二百丈即斜方形之面積也。如圖甲乙丙丁斜方形以上闊甲丁與下闊乙丙相加得乙戊折半為乙己與甲乙長相乘遂成甲乙己庚長方形。其斜方外所多之丁庚辛勾股形與斜方內所少之辛己丙勾股形之積等。故所得之甲乙己庚長方形即甲乙丙丁斜方形之面積也。

又法上闊下闊相併與長相乘得數折半。即斜方形之面積也。蓋前法上闊下闊相加折半而後與長相乘。此法則上闊下闊相加即與長相乘而後折半。其理一也。

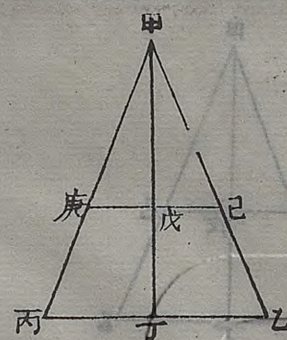


設如梯形長三十丈上闊十二丈下闊二十丈問面積幾何。



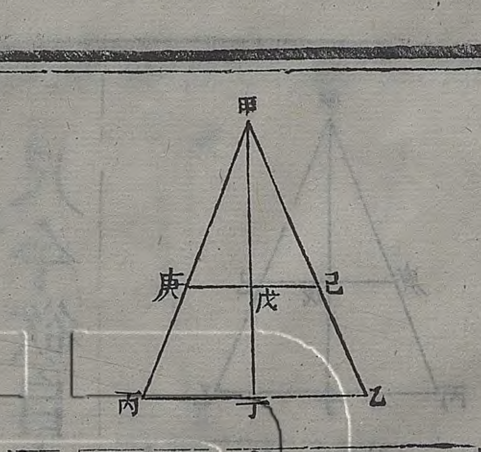
法以上闊十二丈與下闊二十丈相加。得三十二丈折半得十六丈與長三十丈相乘得四百八十丈即梯形之面積也如圖甲乙丙丁梯形以上闊甲丁與下闊乙丙相加得乙戊折半為乙己與丁己長相乘遂成庚乙己丁長方形其梯形外所多之甲庚乙勾股形與梯形內所少之丁己丙勾股形之面積等故所得之庚乙己丁長方形即甲乙丙丁梯形之面積也。

又法以上闊下闊相併與長相乘得數折半即梯形之面積也。



設如三角形自尖至底中長二百尺底闊一百五十尺今欲自尖截長一百二十尺問截闊幾何

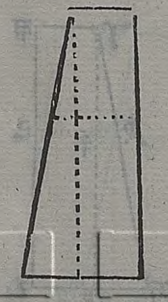
法以中長二百尺為一率底闊一百五十尺為二率截長一百二十尺為三率求得四率九十尺即所截之闊也如圖甲乙丙三角形甲丁中長二百尺乙丙



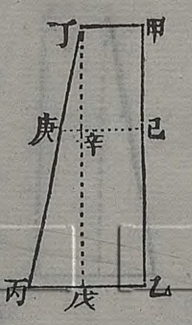
底闊一百五十尺甲戊爲所截長一百二十尺而甲丁與乙丙之比卽同於甲戊與己庚之比也如以截闊求截長則以底闊爲一率中長爲二率截闊爲三率所得四率卽所截之長也

設如不等邊兩直角斜方形長九十尺上闊二十尺下闊三十八尺今欲截中闊二十七尺問上下各截長幾何

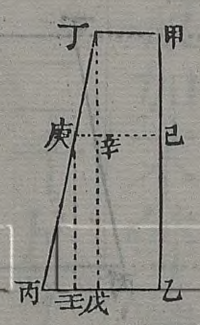
法以上闊二十尺與下闊三十八尺相



減餘一十八尺爲一率長九十尺爲二率以上闊二十尺與所截中闊二十七尺相減餘七尺爲三率求得四率三十五尺卽上所截之長以上所截之長三十五尺與總長九十尺相減餘五十五尺卽下所截之長也如欲先得下所截之長則仍以上闊二十尺與下闊三十八尺相減餘一十八尺爲一率長九十尺爲二率乃以所截中闊二十七尺與



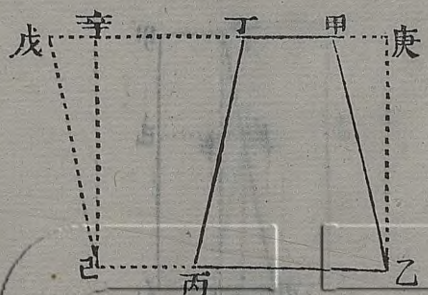
下闊三十八尺相減餘一十一尺爲三辛求得四辛五十五尺卽下所截之長也如圖甲乙丙丁斜方形甲乙爲長九十尺與丁戊等乙丙爲下闊三十八尺甲丁爲上闊二十尺與乙戊等己庚爲所截中闊二十七尺上闊與下闊相減餘戊丙十八尺上闊與所截中闊相減餘辛庚七尺而戊丙與丁戊之比卽同於辛庚與丁辛之比也又甲乙丙丁斜



方形上闊與下闊相減餘戊丙十八尺所截中闊與下闊相減餘壬丙十一尺而戊丙與丁戊之比又同於壬丙與庚壬之比也如有所截上長或所截下長求截闊則以總長爲一率上下闊相減所餘爲二率截長爲三率求得四率有上截長則與上闊相加有下截長則與下闊相減所得卽所截之闊也

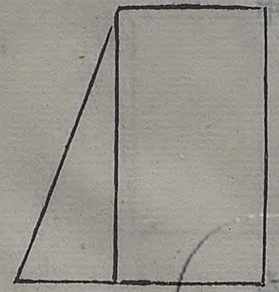
設如梯形面積一千五百尺下闊四十尺中長五十

尺。問上闊幾何。

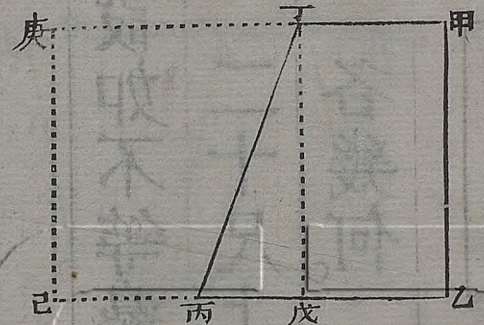


法以積一千五百尺倍之。得三千尺。用長五十尺除之。得六十尺。爲上下兩闊相和之數。內減下闊四十尺。餘二十尺。卽上闊也。如圖甲乙丙丁梯形。倍之成甲乙己戊斜方形。試將己角取直作己辛線。則截斜方形一段。爲己辛戊勾股形。如以己辛戊勾股形移補於甲庚乙。遂成庚乙己辛長方形。其積原與甲乙己戊斜方形等。今用庚乙中長除之。得乙己。卽上下兩闊相和之數。內減乙丙下闊。所餘丙己與甲丁等。卽上闊也。

設如不等邊兩直角斜方形。積九千六百尺。長一百二十尺。上下兩闊相差之較四十尺。問上下闊各幾何。

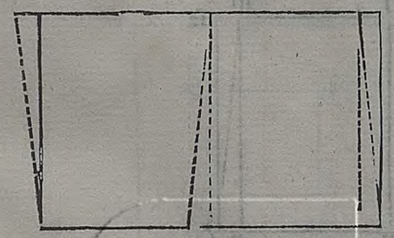


法以積九千六百尺倍之。得一萬九千二百尺。用長一百二十尺除之。得一百六十尺。爲上下兩闊相和之數。內減上



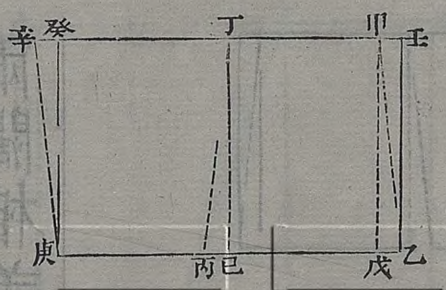
下兩闊相差之較四十尺餘一百二十尺折半得六十尺爲上闊加上下兩闊相差之較四十尺得一百尺即下闊也

如圖甲乙丙丁斜方形其甲乙長一百二十尺甲丁上闊與乙丙下闊相差戊丙四十尺試將原積倍之遂成甲乙己庚長方形故以甲乙長除之得乙己爲上下闊相和之數內減戊丙上下兩闊相差之較餘數折半得乙戊與甲丁等爲上闊加戊丙較得乙丙爲下闊也



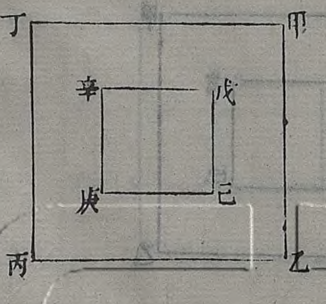
設如梯形面積六千六百五十尺長九十五尺上下兩闊相差之較二十尺問上闊下闊各幾何

法以積六千六百五十尺倍之得一萬三千三百尺用長九十五尺除之得一百四十尺爲上下兩闊相和之數內減上下兩闊相差之較二十尺餘一百二十尺折半得六十尺爲上闊加上下兩闊相差之較二十尺得八十尺爲下闊

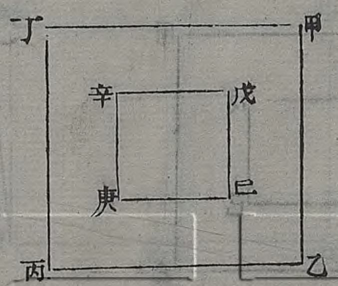


也。如圖甲乙丙丁梯形。甲戊長九十五尺。甲丁上闊與乙丙下闊相差乙戊與己丙共二十尺。試將原積倍之。成甲乙庚辛斜方形。與壬乙庚癸長方形之積等。故以甲戊長除壬乙庚癸長方形得乙庚爲上下兩闊相和之數。內減乙戊與己丙上下兩闊相差之較。餘折半得戊己與甲丁等爲上闊。加乙戊與己丙上下兩闊相差之較得乙丙爲下闊也

設如方環形。外周二百八十丈。內周一百二十丈。求面積幾何。

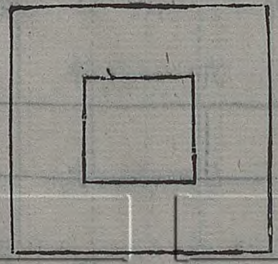


法以外周二百八十丈四歸之得七十丈自乘得四千九百丈又以內周一百二十丈四歸之得三十丈自乘得九百丈兩自乘數相減餘四千丈即方環之面積也。如圖甲乙丙丁外周二百八十丈四歸之得甲乙之一邊自乘得甲乙丙丁大方積。戊己庚辛內周一百二十



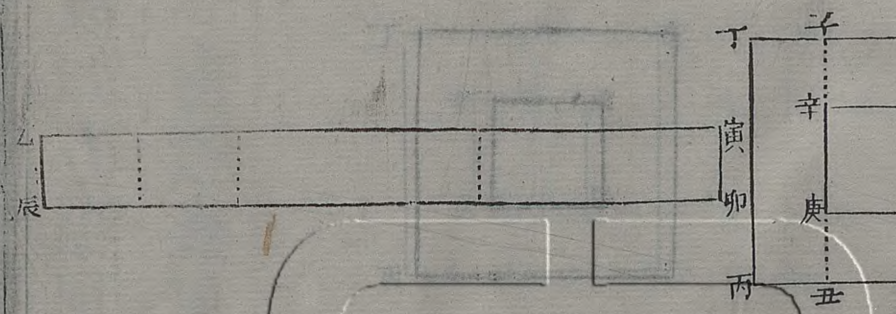
丈。四歸之得戊己之一邊。自乘得戊己庚辛小方積。兩方積相減所餘即方環之面積也。

又法以外周二百八十丈自乘得七萬八千四百丈。內周二百二十丈自乘得一萬四千四百丈。兩數相減餘六萬四千丈。以十六除之得四千丈。即方環面積也。前法將內外周各四歸之而得內外方邊。故以內外方邊各自乘相減而

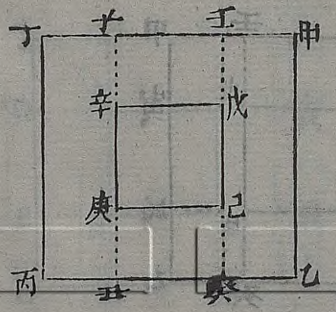


得方環面積。此法即以內外周各自乘相減。以十六除之而得方環面積也。蓋內外周爲內外方邊之四倍。內外周自乘之積。必比內外方邊自乘之積大十六倍。凡方邊大一倍。則面積大四倍。今方邊大四倍。故面積大十六倍。爲隔一位相加之連比例也。是以兩周各自乘相減之餘積。比兩方邊各自乘相減之餘積。亦大十六倍也。

又有方環面積。求外方邊至內方邊之



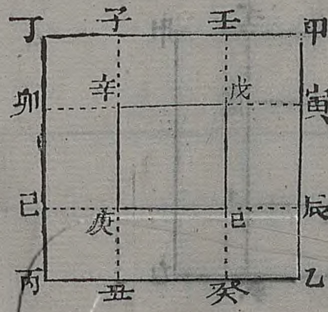
闊。則以外周二百八十丈與內周一百二十丈相加。得四百丈。折半得二百丈。以除方環面積四千丈。得二十丈。即外方邊至內方邊之闊也。如圖自方環內邊作壬癸子丑二線。則甲乙癸壬、子丑丙丁為外方邊與闊相乘之二長方。壬戊辛子、己癸丑庚為內方邊與闊相乘之二長方。引而長之。成寅卯辰巳一長方。其長即半外周與半內周之和。其闊



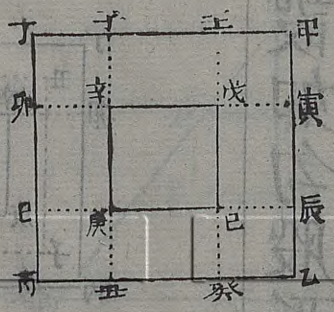
即外方邊至內方邊之闊。故以外周與內周相併折半。除方環面積而得外方邊至內方邊之闊也。

又法以內方邊三十丈與外方邊七十丈相減餘四十丈。折半得二十丈。亦即外方邊至內方邊之闊也。如圖甲丁為外方邊減與戊辛內方邊相等之壬子。餘甲壬與子丁。折半得甲壬。即方環之闊也。

設如方環面積四千尺。闊二十尺。求內外方邊各幾何。

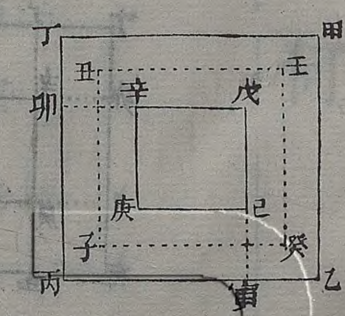


法以闊二十尺自乘得四百尺。四因之得一千六百尺。與環積四千尺相減餘二千四百尺。四歸之得六百尺。以闊二十尺除之得三十尺。即內方邊。又以闊二十尺倍之得四十尺。加內方邊三十尺得七十尺。即外方邊也。如圖甲乙丙丁戊己庚辛方環形。內減甲寅戊壬辰乙癸己子辛卯丁庚丑丙巳闊自乘之四正方。餘寅辰己戊。辛庚巳卯。壬戊辛子。己癸丑庚。四長方。四歸之得寅辰己戊一長方。其闊即方環之闊。其長即方環內邊之長。故以寅戊闊除之。得戊己為內方邊也。



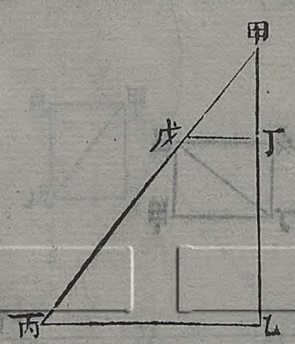
又法置環積四千尺。以闊二十尺除之。得二百尺。四歸之得五十尺。加闊二十尺得七十尺。即外方邊。於五十尺內減

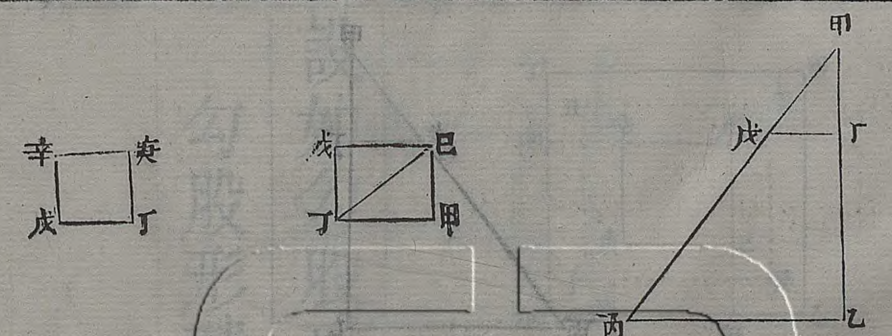
闊二十尺。餘三十尺。即內方邊也。如圖甲乙丙丁戊己庚辛方環積。以闊除之。即得壬癸子丑爲內周外周相併折半之中數。以四歸之。即得壬癸一邊與戊寅等。故加闊得外邊。減闊得內邊也。



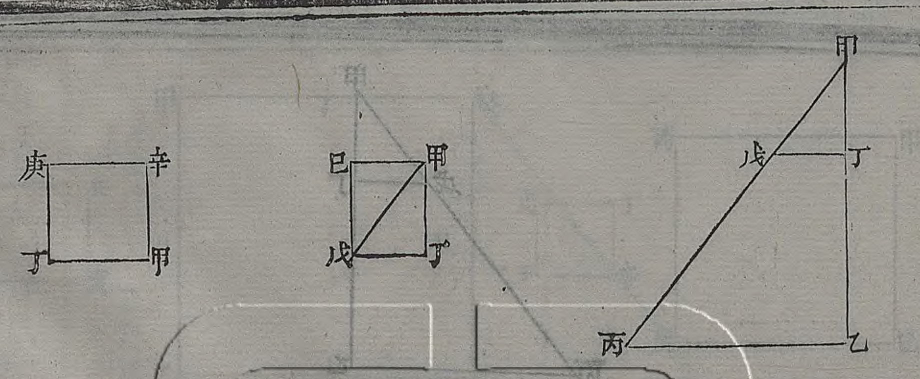
設如勾股形股三十六尺。勾二十七尺。今從上段截勾股形積五十四尺。問截長闊各幾何。

法以股三十六尺爲一率。勾二十七尺爲二率。截積五十四尺倍之得一百零八尺爲三率。求得四率八十一尺。開方得九尺。即所截之闊。既得所截之闊則以勾二十七尺爲一率。股三十六尺爲二率。所截之闊九尺爲三率。求得四率十二尺。即所截之長也。此法一率與二率爲線與線之比例。三率與四率爲面與面之比例也。如圖甲乙丙勾股形甲乙爲股三十六尺。乙丙爲勾二十七尺。甲丁戊勾股形爲截積五十四尺。是故



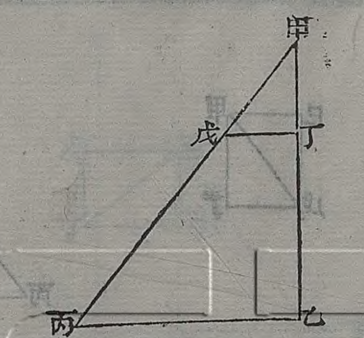


甲乙與乙丙之比。應同於甲丁與丁戊之比。然而無甲丁之數。故將截積倍之為甲丁與丁戊相乘之長方。則甲乙與乙丙之比。必同於甲丁與丁戊相乘之長方。與丁戊自乘之正方之比。蓋截積倍之成己甲丁戊長方形。丁戊自乘成庚丁戊辛正方形。此二形為二平行線內直角方形。其面之互相為比。同於其底之互相為比。見幾何原本八卷第七節。故開方而得丁戊為所截之闊。又乙丙與甲乙之比。即同於丁戊與甲丁之比。而

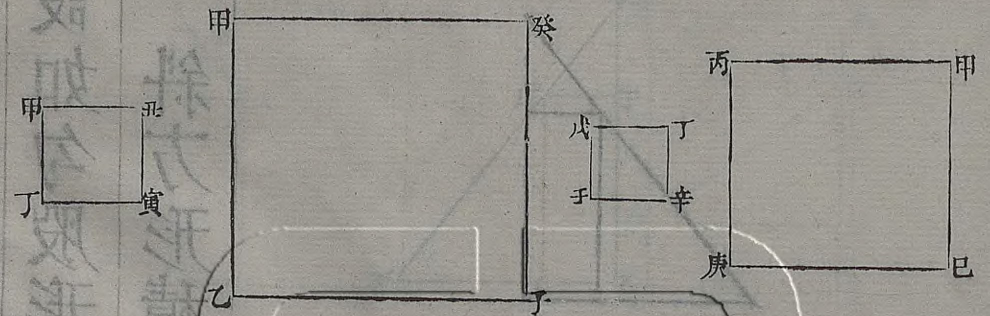


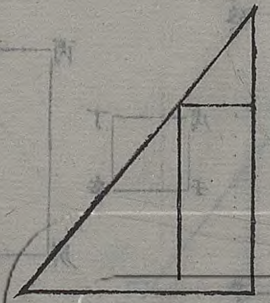
得甲丁為所截之長也。若先求截長。則以勾二十七尺為一率。股三十六尺為二率。倍截積一百零八尺為三率。求得四率一百四十四尺。開方得十二尺。為所截之長。蓋乙丙與甲乙之比。同於丁戊與甲丁之比。亦必同於丁戊與甲丁相乘之長方。與甲丁自乘之正方之比。截積倍之成甲丁戊己長方形。甲丁自乘成甲丁庚辛正方形。此二形之面互相為比。亦同於其底之互相為比也。故開方而得甲丁為

所截之長也。既得截長。則用比例四率求之。亦得所截之闊矣。



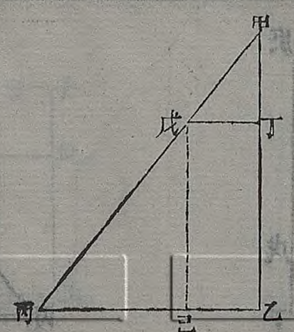
又法以勾二十七尺與股三十六尺相乘。折半得勾股形積四百八十六尺為一率。所截之勾股形積五十四尺為二率。勾二十七尺自乘得七百二十九尺為三率。求得四率八十一尺。開方得九尺。為所截之闊。若以股三十六尺自乘得一千二百九十六尺為三率。則得四率一百四十四尺。開方得十二尺。為所截之長也。如圖甲乙丙勾股形。截甲丁戊勾股形積五十四尺。此兩勾股形為同式形。故甲乙丙勾股積與甲丁戊勾股積之比。同於乙丙勾自乘之乙己庚丙正方形與丁戊勾自乘之丁辛壬戊正方形之比。亦必同於甲乙股自乘之癸子乙甲正方形與甲丁股自乘之丑寅丁甲正方形之比也。

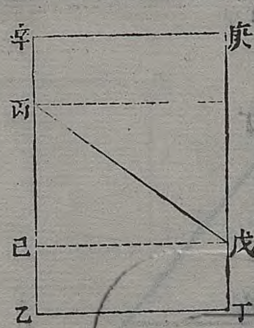


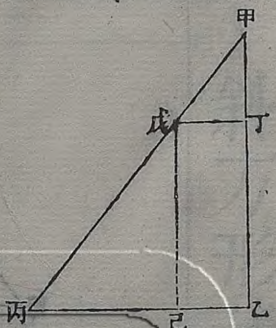


設如勾股形。股三十六尺。勾二十七尺。今從下段截斜方形積四百三十二尺。問截長及上闊各幾何。

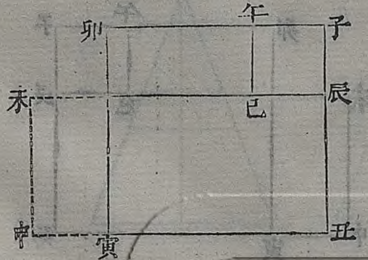
法以股三十六尺爲一率。勾二十七尺爲二率。截積四百三十二尺倍之得八百六十四尺爲三率。求得四率六百四十八尺。乃以勾二十七尺自乘得七百二十九尺。內減所得四率六百四十八尺。餘八十一尺。開方得九尺。爲所截之上闊。既得所截之上闊。則以勾二十七尺爲一率。股三十六尺爲二率。所截之上闊九尺與勾二十七尺相減餘一十八尺爲三率。求得四率二十四尺。即所截之長也。此法亦係線與線爲比面與面爲比也。如圖甲乙丙勾股形。甲乙爲股三十六尺。乙丙爲勾二十七尺。丁乙丙戊斜方形爲截積四百三十二尺。其甲乙與乙丙之比。應同於戊己（即丁乙）與己丙之比。然而無戊己之數。故將截積

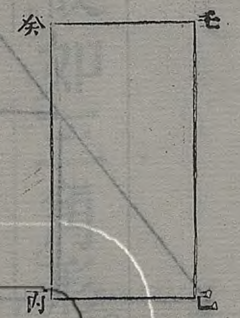




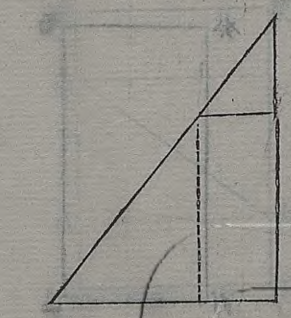


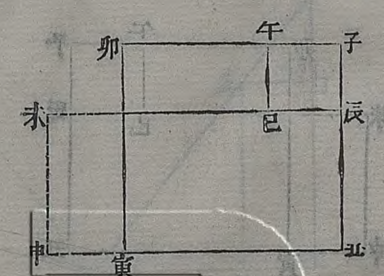
倍之遂成戊己之長。與丁戊乙丙上下兩闊之和相乘之長方形。將此長方形爲三率。所得四率即丁戊乙丙上下兩闊之較（即己丙也）與丁戊乙丙上下兩闊之和相乘之長方形也。（蓋截積倍之成庚丁乙辛長方形。己丙兩闊之較與兩闊之和相乘成壬己丙癸長方形。此二長方形同以兩闊之和爲長。故丁乙與己丙之比。即如庚丁乙辛長方形與壬己丙癸長方形之比）也。又己丙上下兩闊之較與丁戊乙丙上下兩闊之和相乘之積。與丁戊乙丙





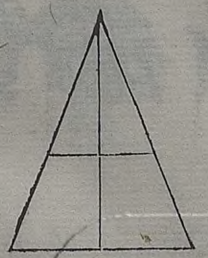
上下兩闊之數各自乘相減之餘積等。試依乙丙度作子丑寅卯一大正方形。又依丁戊度作子辰巳午一小正方形。兩正方形相減所餘爲辰丑寅卯午巳磬折形。引而長之。遂成辰丑申未長方形。其辰丑即上下兩闊之較。其丑申即上下兩闊之和。故所得四率長方形積與辰丑寅卯午巳磬折形之積等。今於乙丙自乘之子丑寅卯大正方形內減





辰丑寅卯午巳磬折形。所餘即丁戊自乘之子辰巳午小正方形。故開方而得丁戊爲所截之闊也。既得所截之闊。則以丁戊與乙丙相減。餘己丙。而乙丙與甲乙之比。即同於己丙與戊己即丁乙之比也。

又法以勾二十七尺與股三十六尺相乘折半。得勾股積四百八十六尺。內減從下段所截之斜方積四百三十二尺。

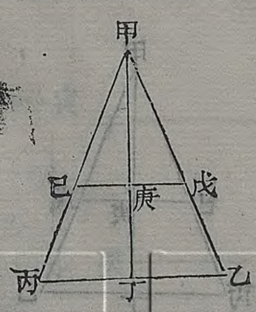


餘五十四尺。即爲從上段所截之勾股形積。依前法比例求之。所得亦同。

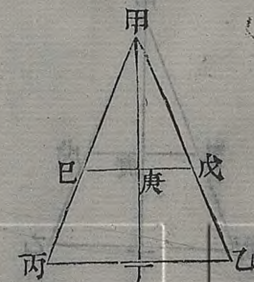
設如三角形。中長二十尺。底闊一十五尺。今從上段截三角形積五十四尺。問截長闊各幾何。

法以底闊一十五尺爲一率。中長二十尺爲二率。截積五十四尺倍之。得一百零八尺爲三率。求得四率一百四十四尺。開方得一十二尺。即所截之長。既得所截之長。則以中長二十尺爲一率。底

闊十五尺爲二率所截之長十二尺爲三率求得四率九尺即所截之闊也此法亦一率與二率爲線與線之比例三率與四率爲面與面之比例也如圖甲乙丙三角形甲丁中長二十尺乙丙底闊十五尺甲戊己三角形爲截積五十四尺是故乙丙與甲丁之比應同於戊己與甲庚之比然而無戊己之數故將截積倍之爲戊己與甲庚相乘之長方

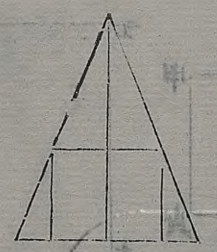


則乙丙與甲丁之比必同於戊己與甲庚相乘之長方與甲庚自乘之正方之比故開方而得甲庚爲所截之長又甲丁與乙丙之比同於甲庚與戊己之比而得戊己爲所截之闊也若先求截闊則以中長二十尺爲一率底闊一十五尺爲二率倍截積一百零八尺爲三率求得四率八十一尺開方得九尺爲所截之闊蓋甲丁與乙丙之比同於甲庚



與戊己之比亦同於甲庚與戊己相乘之長方與戊己自乘之正方之比故開方而得戊己爲所截之闊也既得截闊則用此例四率求之亦得所截之長矣又法以底闊十五尺與中長二十尺相乘折半得三角積一百五十尺爲一率所截之三角積五十四尺爲二率以底闊十五尺自乘得二百二十五尺爲三率求得四率八十一尺開方得九尺爲

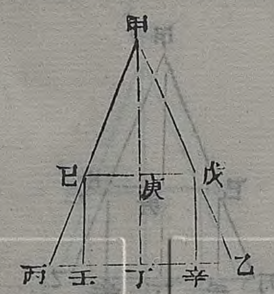
所截之闊若以中長二十尺自乘得四百尺爲三率則得四率一百四十四尺開方得十二尺爲所截之長也如圖甲乙丙三角形截甲戊己三角形積五十四尺此兩三角形爲同式形故甲乙丙三角形積與甲戊己三角形積之比同於甲丁中長自乘之甲丁辛壬正方形與甲庚截長自乘之甲庚癸子正方形之比亦同於乙丙底闊自乘之乙丙丑

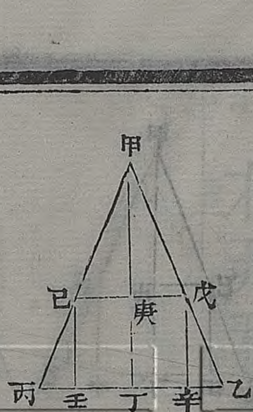


寅正方形。與戊己截闊自乘之戊己卯辰正方形之比也。

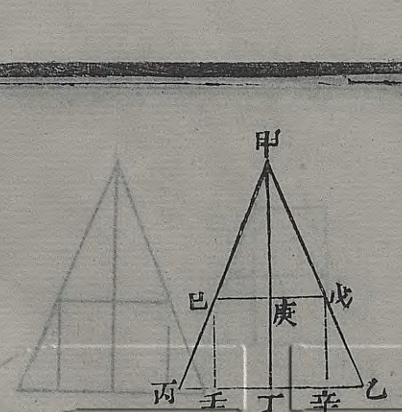
設如三角形。中長二十尺。底闊十五尺。今從下段截梯形積九十六尺。問截長及上闊各幾何。

法以中長二十尺為一率。底闊十五尺為二率。截積九十六尺倍之得一百九十二尺為三率。求得四率一百四十四尺。乃以底闊十五尺自乘得二百二十五尺。內減所得四率一百四十四尺。餘八十一尺。開方得九尺。為所截之上闊。既得所截之上闊。則以底闊十五尺為一率。中長二十尺為二率。所截之上闊九尺與底闊十五尺相減。餘六尺為三率。求得四率八尺。即所截下段之長也。如圖。甲乙丙三角形。甲丁為中長二十尺。乙丙為底闊十五尺。戊乙丙己梯形為截積九十六尺。戊己為所截之上闊。庚丁與戊辛。己壬等。為所截之長。乙辛。壬丙兩段

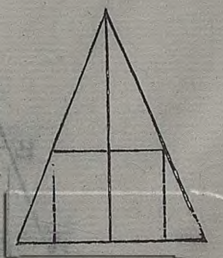




爲截闊與底闊之較。是故甲丁與乙丙之比。應同於庚丁與乙辛壬丙兩段之比矣。蓋甲丁與乙丁之比。同於等庚丁之戊辛與乙辛之比。又甲丁與丁丙之比。同於等庚丁之己壬與壬丙之比。合之則甲丁與乙丁丁丙兩段之比。亦同於庚丁與乙辛壬丙兩段之比也。但今無庚丁之數。故將截積倍之。遂成庚丁所截之長與戊己乙丙上下兩闊之和相乘之長方形。將此長方形爲三率。所得四率。卽乙辛壬丙上下兩闊之較與戊己乙丙上



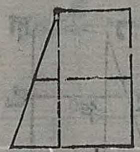
下兩闊之和相乘之長方形也。又乙辛壬丙上下兩闊之較與戊己乙丙上下兩闊之和相乘之積。與戊己乙丙上下兩闊之數各自乘相減之餘積等。故以所得四率長方形積與乙丙自乘方積相減。卽餘戊己自乘方積。開方而得戊己爲所截之闊也。既得戊己截闊。則於乙丙底闊內減之餘乙辛壬丙。而乙丙與甲丁之比。又同於乙辛壬丙兩段與



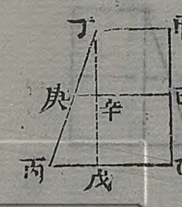
庚丁截長之比也。

又法以底闊十五尺與中長二十尺相乘折半得三角形積一百五十尺內減從下段所截之梯形積九十六尺餘五十四尺即爲從上段所截之三角形積依前法比例求之所得亦同。

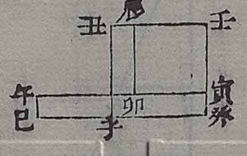
設如不等邊兩直角斜方形長二十四尺上闊十二尺下闊二十尺今從上段截積一百六十八尺問截長闊各幾何。



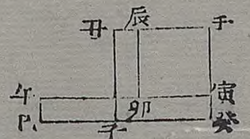
法以長二十四尺爲一率下闊二十尺內減上闊十二尺餘八尺爲二率截積一百六十八尺倍之得三百三十六尺爲三率求得四率一百一十二尺乃以上闊十二尺自乘得一百四十四尺與所得四率一百一十二尺相加得二百五十六尺開方得十六尺即所截之闊既得所截之闊則以上下兩闊相減之較八尺爲一率長二十四尺爲二率截

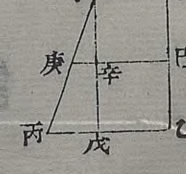


闊十六尺。內減上闊十二尺。餘四尺爲三辛。求得四辛十二尺。即所截之長也。此法亦係一辛與三辛爲線與線之比例。三辛與四辛爲面與面之比例也。如圖甲乙丙丁斜方形。甲乙長二十四尺與丁戊等。甲丁爲上闊十二尺。乙丙爲下闊二十尺。甲己庚丁斜方形爲截積一百六十八尺。是故丁戊與戊丙之比。應同於丁辛與辛庚之比。然而無丁辛

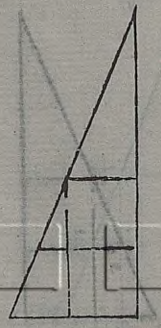


之數。故將截積倍之。爲丁辛截長與甲丁己庚上中兩闊之和相乘之長方形爲三辛。所得四辛。即辛庚上中兩闊之較與甲丁己庚上中兩闊之和相乘之長方形也。又辛庚上中兩闊之較與甲丁己庚上中兩闊之和相乘之積與甲丁己庚上中兩闊之數各自乘相減之餘積等。試依己庚度作壬癸子丑一大正方形。又依甲丁度作壬寅卯辰一小



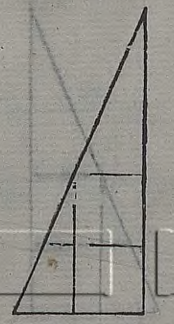


正方形兩正方形相減所餘爲寅癸子丑辰卯磬折形引而長之遂成寅癸巳午長方形其寅癸即上中兩闊之較其癸巳即上中兩闊之和故所得四率長方形積與寅癸子丑辰卯磬折形之積等今於甲丁自乘之壬寅卯辰小正方形外加寅癸子丑辰卯磬折形即得巳庚自乘之壬癸子丑大正方形故開方而得己庚爲所截之闊也既得所截之

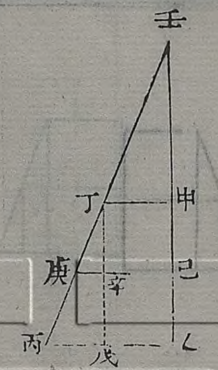


闊則以己庚與甲丁相減餘辛庚而戊丙與丁戊之比即同於辛庚與丁辛之比也

又法將斜方形增作勾股形算之以上闊十二尺與下闊二十尺相減餘八尺爲一率長二十四尺爲二率上闊十二尺爲三率求得四率三十六尺爲斜方形上所增小勾股形之股與斜方形之長二十四尺相加得六十尺爲斜方形



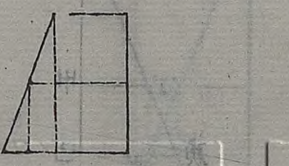
與所增小勾股形相併所成之大勾股形之股。乃以上闊十二尺爲小勾所得三十六尺爲小股。相乘得四百三十二尺。折半得二百一十六尺。爲斜方形上所增之小勾股形積。與截積一百六十八尺相加得三百八十四尺。爲所截之勾股形積。乃用勾股形從上段截勾股積法算之。而得所截之闊焉。如圖甲乙丙丁斜方形增作勾股形爲壬乙丙。其



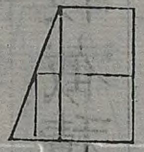
上闊甲丁與下闊乙丙相減。所餘爲戊丙。以戊丙與丁戊之比。同於甲丁與壬甲之比。得壬甲爲小勾股形之股。以壬甲與甲乙相加。得壬乙爲大勾股形之股。又壬甲丁勾股形積與甲己庚丁斜方形截積相加。得壬己庚勾股形積。即壬乙丙大勾股形從上段截壬己庚勾股形積也。

設如不等邊兩直角斜方形。長二十四尺。上闊十二

尺。下闊二十尺。今從下段截積二百一十六尺。求截長闊各幾何。

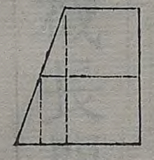


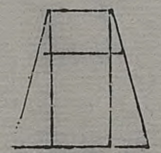
法以長二十四尺爲一率。下闊二十尺內減上闊十二尺餘八尺爲二率。截積二百一十六尺倍之得四百三十二尺爲三率。求得四率一百四十四尺。乃以下闊二十尺自乘得四百尺內減所得四率一百四十四尺餘二百五十六尺。開方得一十六尺爲所截之闊。既得所截之闊。則以上下兩闊相減之較八尺爲一率。長二十四尺爲二率。下闊二十尺內減截闊十六尺。餘四尺爲三率。求得四率十二尺。卽所截下段之長也。此與勾股形從下段截斜方形積之理同。



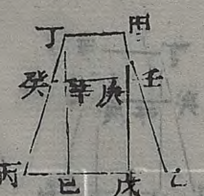
前法從上段截積所得四率爲上闊與截闊各自乘相減之餘積。上闊小而截闊大。故以上闊自乘與所得四率相加。開方而得截闊。此法從下段截積所得

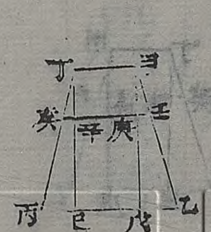
四率爲下闊與截闊各自乘相減之餘
積下闊大而截闊小故以下闊自乘內
減所得四率開方而得截闊也



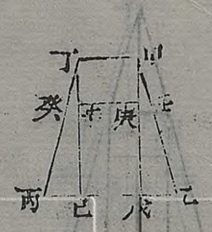


設如梯形長十二丈上闊五丈下闊十一丈今從上
段截積二十四丈問截長闊各幾何
法以長十二丈爲一率上闊五丈與下
闊十一丈相減餘六丈爲二率截積二
十四丈倍之得四十八丈爲三率求得
四率二十四丈乃以上闊五丈自乘得
二十五丈與所得四率二十四丈相加
得四十九丈開方得七丈即所截之闊
既得所截之闊則以上下兩闊相減之
較六丈爲一率長十二丈爲二率截闊
七丈內減上闊五丈餘二丈爲三率求
得四率四丈即所截之長也此法亦係
一率與二率爲線與線之比例三率與
四率爲面與面之比例也如圖甲乙丙
丁梯形甲戊長十二丈甲丁上闊五丈

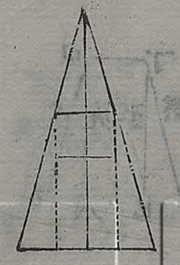




戊己庚辛俱相等。乙丙下闊十一丈。乙戊與己丙兩段為上下兩闊相減之較六丈。甲壬癸丁小梯形為截積二十四丈。是故甲戊總長與乙戊己丙上下兩闊之較之比。應同於甲庚截長與壬庚辛癸上中兩闊之較之比。然無甲庚之數。故將截積倍之。為甲庚截長與甲丁壬癸上中兩闊之和相乘之長方形。為三辛。所得四辛即壬庚辛癸上中兩闊

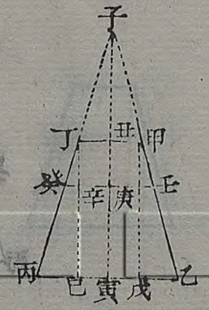


之較。與甲丁壬癸上中兩闊之和相乘之長方形也。又壬庚辛癸上中兩闊之較與甲丁壬癸上中兩闊之和相乘之積。與甲丁壬癸上中兩闊之數各自乘相減之餘積等。故以所得四辛長方形積與甲丁自乘方積相加。即得壬癸自乘方積。開方而得壬癸為所截之闊也。既得壬癸截闊。則以上下兩闊相減之乙戊己丙兩段與甲戊總長之比。即同



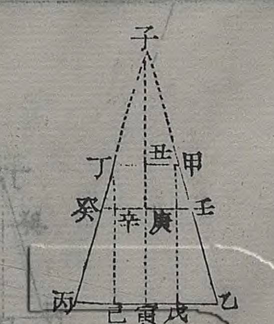
於上中兩闊相減之壬庚。辛癸兩段與甲庚截長之比矣。

又法將梯形增作三角形算之。以上闊五丈與下闊十一丈相減。餘六丈爲一率長十二丈爲二率。上闊五丈爲三率。求得四率十丈爲梯形上所增小三角形之中長與梯形之長十二丈相加得二十二丈爲梯形與所增小三角形相併所成之大三角形之中長。乃以上闊



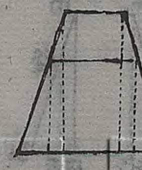
五丈爲底所得十丈爲中長相乘得五十丈折半得二十五丈爲梯形上所增之小三角形積。與截積二十四丈相加。得四十九丈爲所截之三角形積。乃用三角形從上段截三角積法算之。而得所截之闊焉。如圖甲乙丙丁梯形增作三角形爲子乙丙。其上闊甲丁與下闊乙丙相減所餘爲乙戊。己丙。而乙戊。己丙與甲戊之比。即同於甲丁與子丑之

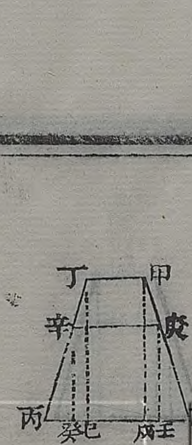
比得子丑爲小三角形之中長。以子丑與等甲戊之丑寅相加。得子寅爲大三角形之中長。又子甲丁三角形積與甲壬癸丁斜方形截積相加。得子壬癸三角形積。即子乙丙大三角形從上段截子壬癸三角形積也。



設如梯形。長十二丈。上闊五丈。下闊十一丈。今自下段截積七十二丈。問截長闊各幾何。

法以長十二丈爲一率。上闊五丈與下闊十一丈相減。餘六丈爲二率。以截積七十二丈倍之。得一百四十四丈爲三率。求得四率七十二丈。乃以下闊十一丈自乘。得一百二十一丈。內減所得四率七十二丈。餘四十九丈。開方得七丈。即所截之闊。既得所截之闊。則以上下兩闊相減之較六丈爲一率。長十二丈爲二率。截闊七丈與下闊十一丈相減。餘四丈爲三率。求得四率八丈。即所截

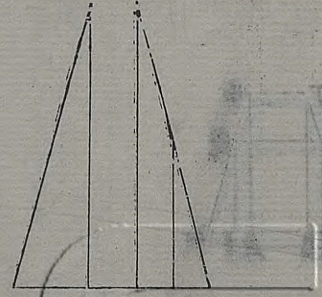




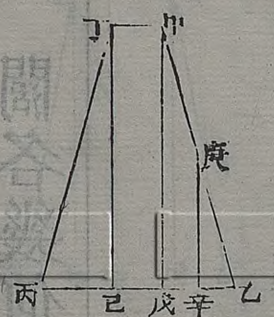
之長也。如圖甲乙丙丁梯形。甲戊長十二丈甲丁上闊五丈與戊己等。乙丙下闊十一丈。乙戊與己丙兩段爲上下兩闊相減之較六丈。庚乙丙辛梯形爲截積七十二丈。是故甲戊總長與乙戊己丙上下兩闊之較之比。應同於庚壬截長與乙壬。癸丙中下兩闊之較之比。然無庚壬之數。故將截積倍之爲庚壬截長與庚辛乙丙中下兩闊之和相乘之

長方形爲三率。所得四率卽乙壬癸丙中下兩闊之較與庚辛乙丙中下兩闊之和相乘之長方形也。又乙壬。癸丙中下兩闊之較與庚辛。乙丙中下兩闊之和相乘之積。與庚辛。乙丙中下兩闊之數各自乘相減之餘積等。故以所得四率長方形積與乙丙自乘方積相減。卽餘庚辛自乘方積。開方而得庚辛爲所截之闊也。

設如梯形長一百二十尺。上闊二十尺。下闊八十尺。今自一邊截勾股積四百五十尺。問截長闊各幾何。



法以長一百二十尺爲一率。上闊二十尺與下闊八十尺相減餘六十尺折半得三十尺爲二率。截積四百五十尺倍之得九百尺爲三率。求得四率二百二十五尺。開方得一十五尺。爲所截之闊。既得所截之闊。則以上下兩闊相減折

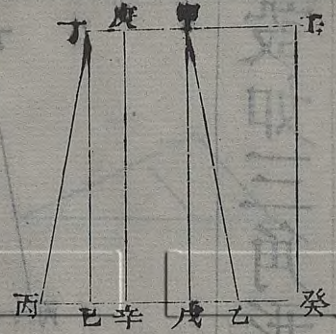


半之三十尺爲一率。長一百二十尺爲二率。截闊十五尺爲三率。求得四率六十尺。爲所截之長也。如圖甲乙丙丁梯形。甲丁上闊二十尺與戊己等。乙丙下闊八十尺。甲戊長一百二十尺。乙戊爲上下闊相減折半之三十尺。庚乙辛爲所截勾股積四百五十尺。甲乙戊勾股形與庚乙辛勾股形爲同式形。故立算與勾股形從上段截勾股積之法相同

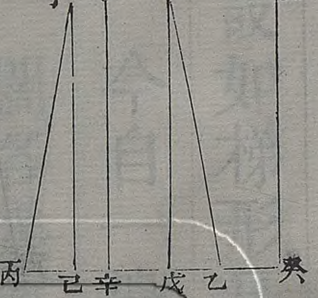
也。

設如梯形長一百二十尺。上闊四十尺。下闊八十尺。今自一邊截斜方形積四千二百尺。問截上闊下闊各幾何。

法以上闊四十尺與下闊八十尺相減。餘四十尺。折半得二十尺。爲所截斜方形上闊與下闊之較。又以截積四千二百尺倍之得八千四百尺。以長一百二十尺除之得七十尺。爲所截斜方形上闊與下闊之和。以減上闊下闊之較二十尺。餘五十尺。折半得二十五尺。爲上闊。加較二十尺得四十五尺。爲下闊也。



如圖甲乙丙丁梯形。甲丁爲上闊四十尺與戊己等。乙丙爲下闊八十尺。甲戊爲長一百二十尺。甲乙辛庚爲所截斜方形積四千二百尺。倍之成壬癸辛庚長方形。乙戊爲所截斜方形上下兩闊之較。今以甲戊長除壬癸辛庚長方積



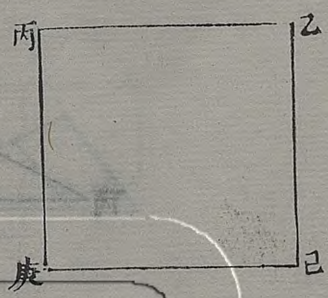
得癸辛。爲上下兩闊之和。丙減乙戊上下兩闊之較。餘癸乙與戊辛。折半得戊辛與甲庚等。卽所截斜方形之上闊。加乙戊上下兩闊之較得乙辛。卽所截斜方形之下闊也。

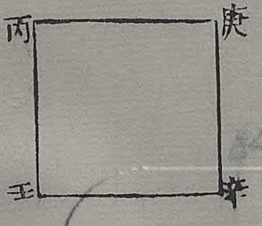
設如三角形。小腰邊二十丈。大腰邊三十四丈。底邊四十二丈。面積三百三十六丈。今欲平分面積一半。與原三角形爲同式形。問所截三邊各幾何。

法以原面積三百三十六丈爲一率。原

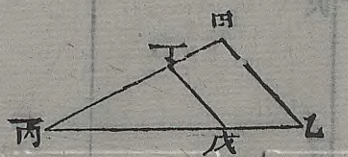
面積折半。得一百六十八丈爲二率。底邊四十二丈自乘。得一千七百六十四丈爲三率。求得四率八百八十二丈。開方得二十九丈六尺九寸八分四釐八豪有餘。爲所截之底邊。乃以全底邊四十二丈爲一率。大腰邊三十四丈爲二率。所截之底邊二十九丈六尺九寸八分四釐八豪有餘爲三率。求得四率二十四丈零四寸一分六釐二豪有餘。爲

所截之大腰邊。仍以全底邊四十二丈爲一率。小腰邊二十丈爲二率。所截之底邊二十九丈六尺九寸八分有餘爲三率。求得四率十四丈一尺四寸二分一釐三毫有餘。即所截之小腰邊也。如圖甲乙丙三角形。平分面積一半成丁戊丙三角形。此兩三角形既爲同式形。則甲乙丙三角形之面積。與丁戊丙三角形之面積之比。同於各邊各自乘之





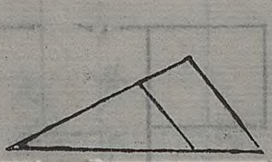
正方面積與所截各邊各自乘之正方面積之比。故以甲乙丙三角形面積爲一率。丁戊丙三角形面積爲二率。乙丙底邊自乘如乙己庚丙正方面爲三率。所得四率。即戊丙截底自乘如戊辛壬丙正方面。故開方得戊丙也。既得戊丙。則乙丙與甲丙之比。同於戊丙與丁丙之比。又乙丙與甲乙之比。同於戊丙與丁戊之比。俱爲相當比例四率也。若取



原積三分之一或幾分之幾者則將其積以其分數歸之比例並同

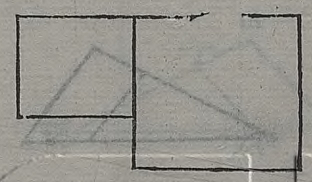
又法以乙丙邊四十二丈自乘折半開方即得戊丙邊甲丙邊自乘折半開方即得丁丙邊甲乙邊自乘折半開方即得丁戊邊此即面與面比線與線比之理也

又法設全積為一尺半積為五十寸乃以五十寸開方得七寸零七釐一毫零

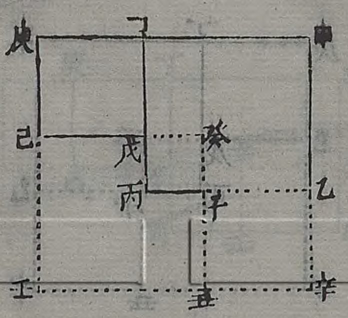


六忽而以各邊之數乘之即得各邊所截之數蓋全積為一尺其全邊亦為一尺半積為五十寸其截邊為七寸零七釐一毫零六忽今以一尺與全邊之比即同於七寸零七釐一毫零六忽與截邊之比又因一尺為一率故省一率之除止用乘而即得也若取幾分之一者皆倣此類推之

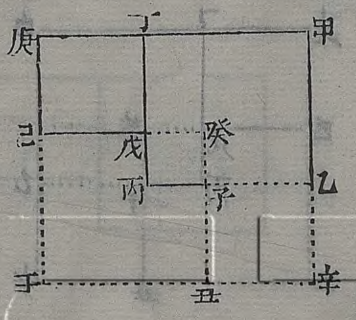
設如大小兩正方面積共四百一十尺大正方邊比



小正方邊多六尺問兩正方邊及面積各幾何。
法以兩正方面積共四百一十尺倍之。得八百二十尺。又以多六尺自乘得三十六尺與倍共積八百二十尺相減餘七百八十四尺開方得二十八尺為大小兩正方邊之和。加大正方比小正方每邊所多六尺得三十四尺折半得十七尺為大正方之邊內減六尺餘十一尺為小正方之邊以大正方邊十七尺

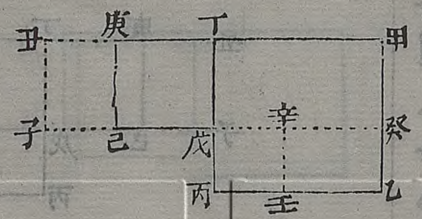


自乘得二百八十九尺為大正方之面積以小正方邊十一尺自乘得一百二十一尺為小正方之面積也。如圖甲乙丙丁一大正方形丁戊己庚一小正方形戊丙為兩正方邊之較試以兩正方之共積倍之則得甲辛壬庚一正方形仍餘癸子丙戊兩正方邊之較自乘之一正方形蓋癸丑壬己正方形與甲乙丙丁正方形等乙辛丑子正方形與丁

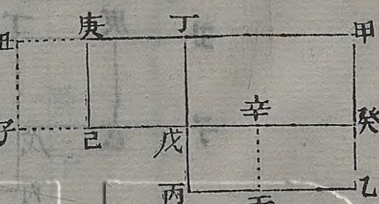


戊己庚正方形等其中疊一癸子丙戊正方形卽戊丙較自乘之積故以戊丙較自乘與所倍共積相減卽得甲壬壬庚正方形開方得甲庚爲兩正方邊之和加較折半得丁丙爲大正方邊丙減戊丙較得丁戊爲小正方邊旣得方邊則各自乘卽得各面積矣

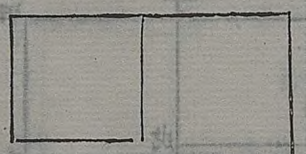
又法以兩正方邊之較六尺自乘得三十六尺與兩正方共積四百一十尺相減餘三百七十四尺折半得一百八十七尺爲長方積以兩正方邊之較六尺爲長闊之較用帶縱較數開方法算之得闊十一尺爲小正方之邊加較六尺得十七尺爲大正方之邊也如圖甲乙丙丁一大正方形丁戊己庚一小正方形戊丙爲兩正方邊之較以戊丙邊較自乘得辛壬丙戊一正方形與共積相減餘甲乙壬辛己庚磬折形如以癸乙



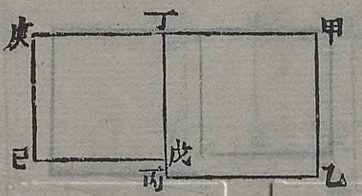
壬辛長方形移於庚己子丑。卽戊甲癸子丑一長方形。折半得丁戊子丑一長方形。庚丑與戊丙等。卽長闊之較。故用帶縱較數開方法算之。得丁戊闊。卽小方邊。加庚丑較。得丁丑與丁丙等。卽大方邊也。



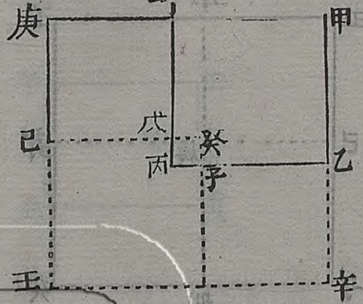
設如大小兩正方面積共六百一十七尺。大小兩正方邊共三十五尺。問大小兩正方邊及面積各幾何。

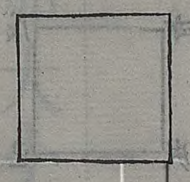


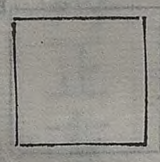
法以兩正方面積共六百一十七尺倍之。得一千二百三十四尺。又以兩正方邊共三十五尺自乘。得一千二百二十五尺。與倍共積一千二百三十四尺相減。餘九尺。開方得三尺。爲大小兩正方邊之較。與共邊三十五尺相加。得三十八尺。折半得十九尺。爲大正方之邊。內減兩正方邊之較三尺。餘十六尺。爲小正方之邊。以大正方邊十九尺自乘。得



三百六十一尺為大正方之面積以小正方邊十六尺自乘得二百五十六尺為小正方之面積也如圖甲乙丙丁一大正方形丁戊己庚一小正方形甲庚為兩正方邊之和戊丙為兩正方邊之較試以兩正方之共積倍之則得甲辛壬庚正方形而多癸子丙戊較自乘之一正方形故以甲庚共邊自乘得甲辛壬庚正方形與倍共積相減即餘癸子

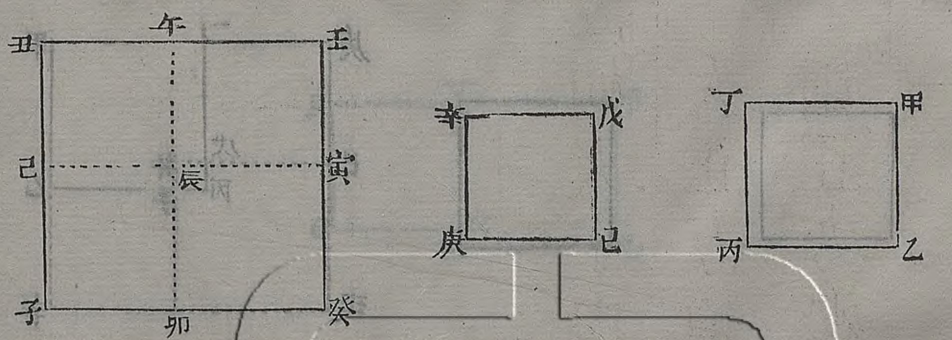




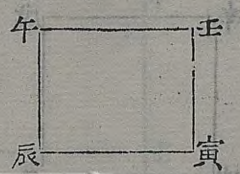


丙戊一小正方形開方得戊丙即兩正方邊之較與兩正方邊之和相加折半得丁丙為大正方邊內減戊丙較得丁戊為小正方邊既得方邊則各自乘即得各面積矣

又法以兩正方邊之和三十五尺自乘得一千二百二十五尺內減兩正方共積六百一十七尺餘六百零八尺折半得三百零四尺為長方積以兩正方邊



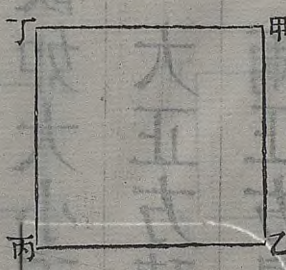
之和三十五尺為長闊和。用帶縱和數開方法算之。得闊十六尺。為小正方之邊。與共積三十五尺相減餘十九尺。為大正方之邊也。如圖甲乙丙丁一大正方形。戊己庚辛一小正方形。以共邊自乘得壬癸子丑一正方形。內減與甲乙丙丁大正方形相等之寅癸卯辰一正方形。又減與戊己庚辛小正方形相等之午辰巳丑一正方形。餘壬寅辰午與

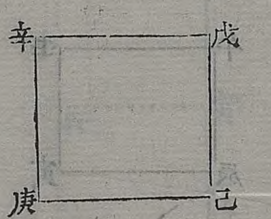


辰卯子巳二長方形。折半得壬寅辰午一長方形。其壬午長與甲乙大方邊等。壬寅闊與戊己小方邊等。兩正方之共邊即長闊之和。故用帶縱和數開方法算之。得闊為小方邊。得長為大方邊也。

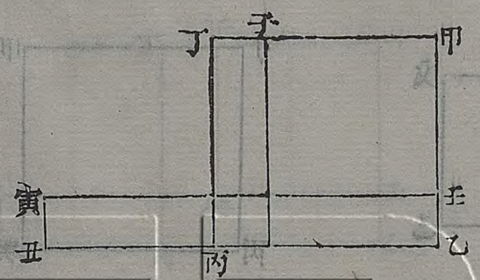
設如大小兩正方形。大正方邊比小正方邊多七尺。大正方積比小正方積多三百四十三尺。問大小兩正方邊各幾何。

法以大正方積比小正方積所多三百





四十三尺。用大正方邊比小正方邊所多七尺除之得四十九尺。爲大小兩正方邊之和。加兩正方邊之較七尺得五十六尺。折半得二十八尺。爲大正方之邊與共邊四十九尺相減餘二十一尺。爲小正方之邊也。如圖甲乙丙丁一大正方形。戊己庚辛一小正方形。試於甲乙丙丁大正方形內作與戊己庚辛相等之甲壬癸子小正方形則壬乙丙丁

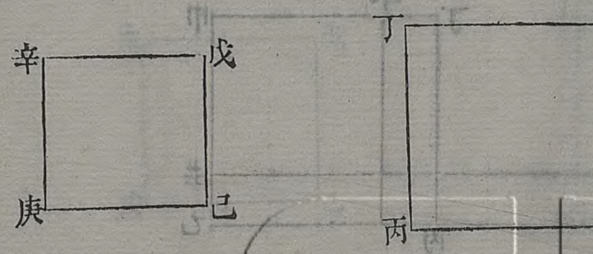


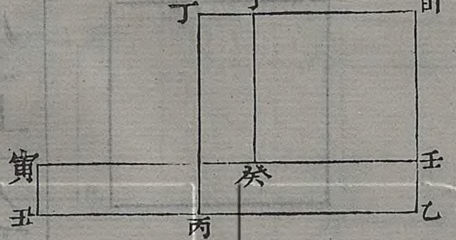
子癸磬折形。即大正方比小正方所多之積。引而長之成壬乙丑寅一長方形。其壬乙闊即兩正方邊之較。乙丑長即兩正方邊之和。故以壬乙兩正方邊之較除之。得乙丑兩正方邊之和。以乙丑與壬乙相加折半得乙丙爲大正方形之邊。將乙丙與乙丑共邊相減。餘丙丑與子癸等即戊己爲小正方形之邊也。

設如大小兩正方形共邊三十一尺。大正方積比小

正方積多一百五十五尺問大小兩正方邊各幾何。

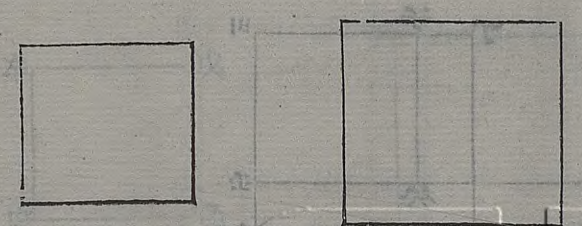
法以大正方積比小正方積所多一百五十五尺用共邊三十一尺除之得五尺。為大小兩正方邊之較。與共邊三十一尺相加得三十六尺。折半得十八尺。為大正方之邊。與共邊三十一尺相減餘十三尺。為小正方之邊也。如圖甲乙丙丁一大正方形戊己庚辛一小正方





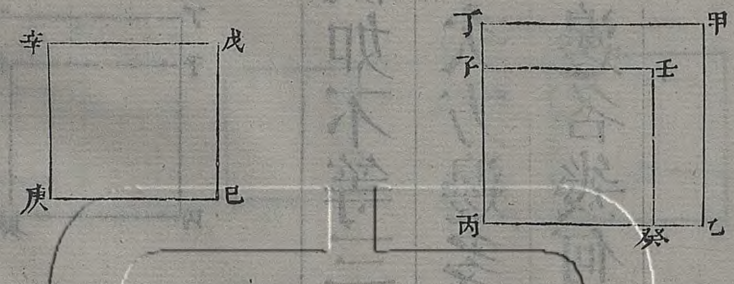
形試於甲乙丙丁大正方形內作與戊己庚辛相等之甲壬癸子小正方形。則壬乙丙丁子癸磬折形。即大正方比小正方所多之積。引而長之成壬乙丑寅長方形。其乙丑長即兩正方邊之和。其壬乙闊即兩正方邊之較。故以乙丑兩正方邊之和除之得壬乙。與乙丑相加折半得乙丙。為大正方形之邊。以乙丙與乙丑相減。餘丙丑與子癸等即戊己。

爲小正方形之邊也。



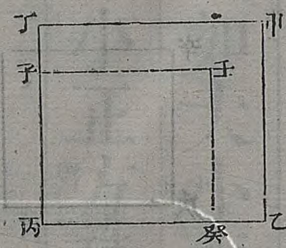
設如大小兩正方形。共積一百三十尺。大正方積比小正方積多三十二尺。問大小兩正方邊各幾何。

法以大正方積比小正方積所多三十二尺與共積一百三十尺相減餘九十八尺。折半得四十九尺爲小正方之積。開方得七尺爲小正方之邊。又以小正方積四十九尺與大正方積比小正方積多三十二尺相加得八十一尺爲大



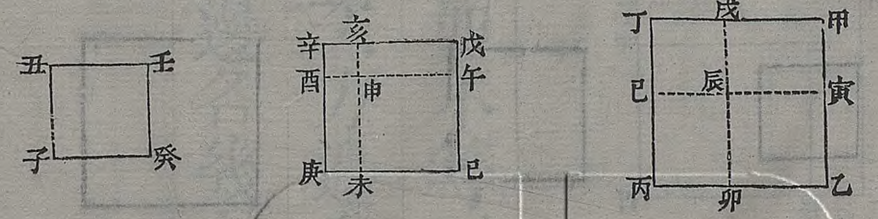
正方之積開方得九尺爲大正方之邊也。如圖甲乙丙丁一大正方形。戊己庚辛一小正方形。試於甲乙丙丁大正方形內作與戊己庚辛相等之壬癸丙子小正方形。則甲乙癸壬子丁磬折形卽大正方比小正方所多之積。以此磬折形積與兩正方形之共積相減餘壬癸丙子與戊己庚辛兩小正方形折半得戊己庚辛一小正方形。故開方得戊己

為小方邊。又以戊己庚辛相等之壬癸丙子小正方形積與甲乙癸壬子丁磬折形積相加。卽得甲乙丙丁大正方形。故開方得甲乙為大方邊也。

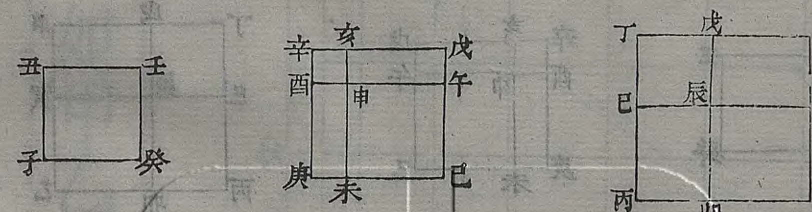


設如不等三正方形共積三百八十一尺。大方邊比次方邊多三尺。次方邊比小方邊多三尺。問三方邊各幾何。

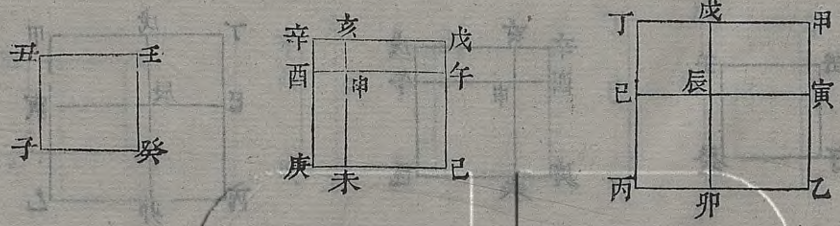
法以大方邊比次方邊所多三尺與次方邊比小方邊所多三尺相加得六尺。為大方邊比小方邊所多之較。自乘得三十六尺。又以次方邊比小方邊所多三尺自乘得九尺。兩數相併得四十五尺。與共積三百八十一尺相減餘三百三十六尺。三因之得一千零八尺為長方積。以大方邊比小方邊多六尺倍之得十二尺。又以次方邊比小方邊多三尺倍之得六尺。兩數相併得十八尺為長闊之較。用帶縱較數開方法算之得



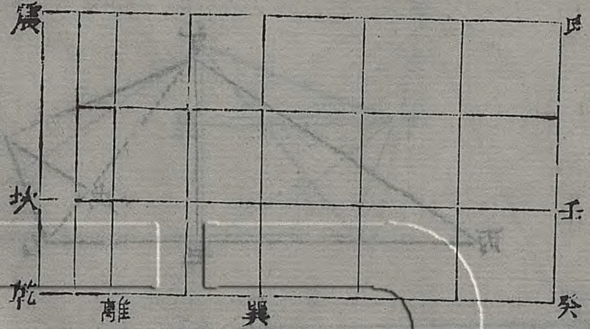
闊二十四尺。三歸之得八尺為小正方形之邊。加於方邊比小方邊多三尺得十一尺為次正方形之邊。又加大方邊比次方邊多三尺得十四尺。為大正方形之邊也。如圖甲乙丙丁一大正方形。戊己庚辛一次正方形。壬癸子丑一小正方形。試於甲乙丙丁大正方形內。作與壬癸子丑相等之寅乙卯辰小正方形。則辰巳即大正方邊比小正方邊所



多之較。又於戊己庚辛次正方形內。作與壬癸子丑相等之午己未申小正方形。則申酉即次正方邊比小正方邊所多之較。以辰巳自乘得辰巳丁戊一正方形。以申酉自乘得申酉辛亥一正方形。以所得兩正方形之共積與三正方形之共積相減。則餘寅乙卯辰午己未申壬癸子丑三小正方形及甲寅辰戌辰卯丙巳。戊午申亥。申未庚酉四長方

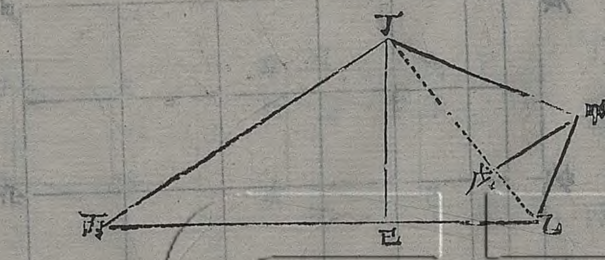


形。又試將此所餘三小正方形及四長方形之積共作壬癸乾坎一長方形。加三倍卽成艮癸乾震一大長方形。其艮癸闊爲壬癸小方邊之三倍。與癸巽等。巽乾卽長闊之較。而巽離乃辰巳與甲寅相併之數。爲大方邊比小方邊所多之較之二倍。離乾乃申酉與戌午相併之數。爲次方邊比小方邊所多之較之二倍。故以大方邊與小方邊之較倍之



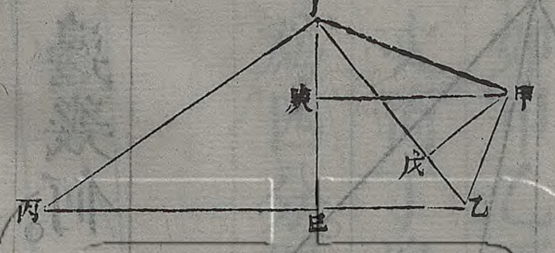
得巽離。又以次方邊與小方邊之較亦倍之得離乾。巽離與離乾相併得巽乾。爲長闊之較。用帶縱較數開方法算之。得艮癸闊。三歸之得壬癸。爲小正方形之邊。加次方邊比小方邊所多之較卽得次正方形之邊。又加大方邊比次方邊所多之較卽得大正方形之邊也。

設如甲乙丙丁不等邊無直角四邊形。甲乙邊十尺。甲丁邊十七尺。丁丙邊二十八尺。乙丙邊三十五



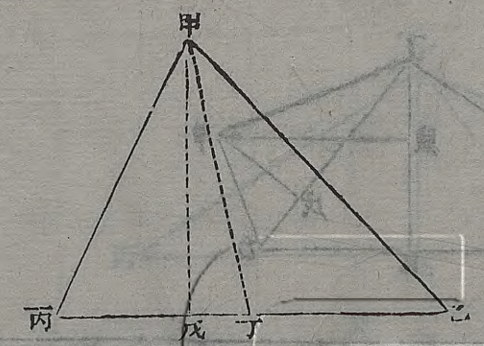
尺。自丁角至乙角斜線二十一尺。問面積幾何。

法以丁乙斜線分爲甲乙丁丁乙丙兩三角形算之。先用甲乙丁三角形求得甲戊垂線八尺與乙丁二十一尺相乘。折半得八十四尺爲甲乙丁三角形之面積。又用丁乙丙三角形求得丁己垂線一十六尺八寸與乙丙三十五尺相乘。折半得二百九十四尺爲丁乙丙三角形之面積。以兩三角形之面積相併。

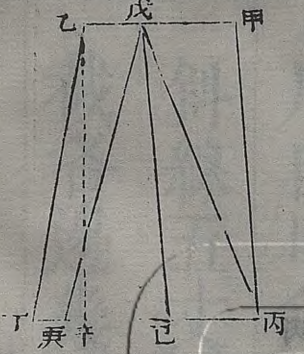


得三百七十八尺。卽甲乙丙丁四邊形之面積也。凡無法多邊形皆任以兩角作對角斜線分爲幾三角形算之。舊術四不等邊形分爲兩段。一爲勾股形。一爲斜方形。蓋必有二平行線然後可算。若此法非二平行線者則必分爲丁己丙與丁甲庚二勾股形甲乙己庚一斜方然後可算。不如分爲兩三角形算之爲簡捷而密合也。

設如甲乙丙三角形面積三百八十四尺乙丙底邊三十二尺今自甲角將原積平分為二問每分底邊幾何。

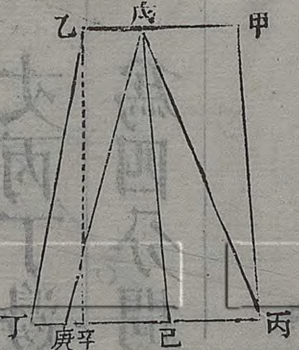


法以乙丙底邊三十二尺折半得十六尺即每分底邊之數也蓋自甲至乙丙線上作甲戊垂線則甲丁乙甲丁丙兩三角形同以甲戊為高即為二平行線内同底兩三角形其面積必等。見幾何原本三卷第十節故甲丁乙甲丁丙兩三角形積為相等而各得甲乙丙三角形積之一半也。如分三分或四分者倣此類推。



設如甲乙丙丁二平行線無直角四邊形甲乙邊八丈丙丁邊十二丈面積一百六十丈今將原積分為四分問每分截邊幾何。

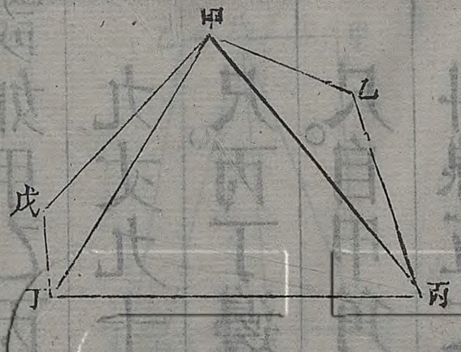
法以甲乙八丈與丙丁十二丈相加得二十丈四歸之得五丈即每分所截之邊乃自甲量至戊得五丈自戊至丙作戊丙線成甲戊丙三角形為第一分又



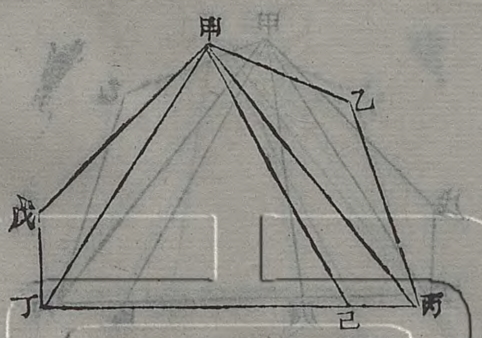
從丙量至己得五丈。自戊至己作戊己線。成丙戊己三角形爲第二分。又從己量至庚得五丈。自戊至庚作戊庚線。成己戊庚三角形爲第三分。又自庚至丁餘二丈。自戊至乙餘三丈。庚丁與戊乙相併亦得五丈。成戊庚丁乙斜方形。卽爲第四分也。蓋甲乙與丙丁二線既爲平行。自乙至辛作乙辛垂線。則三三角形與一斜方形同以乙辛爲高。其邊線既等。則所得各形之面積亦必相等。而各爲四邊形面積之四分之一也。

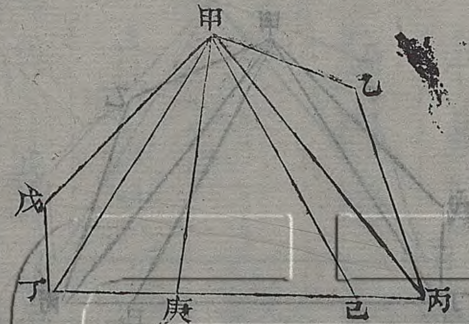
設如甲乙丙丁戊不等邊無直角五邊形。面積一十九丈九十八尺。甲乙邊二丈五尺。乙丙邊三丈九尺。丙丁邊六丈。丁戊邊一丈五尺。甲戊邊四丈一尺。自甲角至丙角斜線五丈六尺。自甲角至丁角斜線五丈二尺。今自甲角將面積平分爲三分。問截各邊幾何。

法以面積十九丈九十八尺。三分之。每

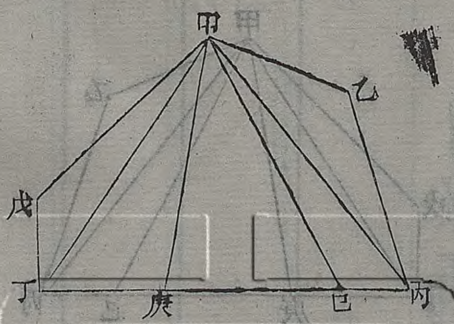


分得六丈六十六尺。乃以甲丙、甲丁二斜線。分爲甲乙丙、甲丙丁、甲丁戊三三角形算之。用三角形求面積法。求得甲乙丙三角形面積四丈二十尺。甲丙丁三角形面積一十三丈四十四尺。甲丁戊三角形面積二丈三十四尺。因甲乙丙、甲丁戊兩三角形面積。俱不足一分所應得之數。而甲丙丁三角形面積。又過一分所應得之數。故先以甲乙丙三角形面積四丈二十尺。與每分所應得六丈六十六尺。相減。餘二丈四十六尺。即第一分應得甲乙丙三角形面積外。又截甲丙丁三角形以補之之數。乃以甲丙丁三角形面積一十三丈四十四尺爲一率。所應截之二丈四十六尺爲二率。丙丁邊六丈爲三率。求得四率一丈零九寸八分有餘。爲甲丙丁三角形補甲乙丙三角形分數之邊。如丙己。乃

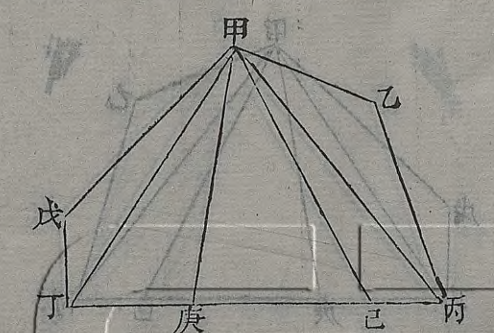




自甲至己作甲己線。成甲乙丙己不等邊四邊形爲第一分。又以甲丙丁三角形面積一十三丈四十四尺爲一率。每分所應得六丈七十二尺爲二率。丙丁邊六丈爲三率。求得四率二丈九尺七寸三分有餘。爲甲丙丁三角形內應得一分之邊如己庚。又自甲至庚作甲庚線。成甲己庚三角形爲第二分。餘甲庚丁戊不等邊四邊形即第三分。此三分



之面積俱爲相等也。蓋兩形同高者其面積之比例同於其底邊之比例。故以甲丙丁三角形面積與甲丙己三角形截積之比同於丙丁與丙己之比。而得甲丙己三角形面積爲二丈四十六尺。與甲乙丙三角形面積四丈二十六尺相加。得六丈七十二尺。又甲丙丁三角形面積與甲己庚三角形面積之比同於丙丁與己庚之比。而得甲己庚三角形



面積六丈六十六尺。則所餘甲庚丁戊四邊形面積亦必為六丈六十六尺。若以甲丁戊三角形面積二丈三十四尺與每分六丈六十六尺相減。餘四丈三十二尺。即甲庚丁三角形面積。乃以甲丙丁三角形面積與甲庚丁三角形面積之比。同於丙丁與庚丁之比。而得庚丁一丈九尺二寸八分有餘。與丙己己庚相加得六丈。以合丙丁原數也。

御製數理精蘊下編卷二十

面部十

曲線形

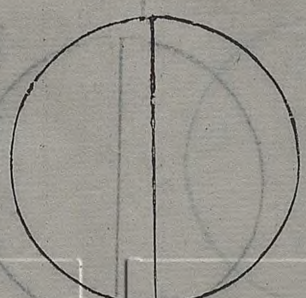
御製數理精蘊下編卷二十

面部十

曲線形

曲線形

設如圓徑一尺二寸。問周幾何。



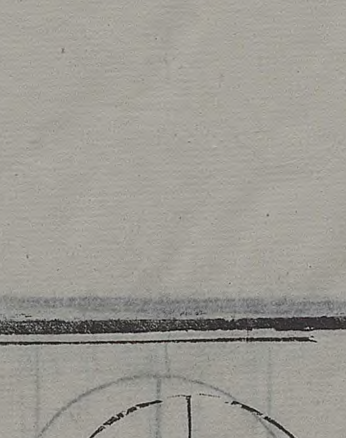
一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇

二率 三一四一五九二六五

三率 一二

四率 三七六九九一一一八

法用周徑定率比例。以徑數一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率。周數三一四一五九二六五為二率。今所設之圓徑一尺二寸為三率。求得四率三尺七寸六分九釐九毫一絲一忽一微八纖。即所求之圓之周數也。蓋圓之數奇零不盡。立法必自方數始。是故圓內容形屢求勾



股至億億萬邊。圜外切形屢求勾股至億萬邊內外湊集使圜周變為直線。精密已極。始為得之。爰設圜徑為一。而圜周得三一四一五九二六五有餘。是為定率。故以圜徑一與圜周三一四一五九二六五之比。即同於今所設之圜徑一尺二寸與今所得之圜周三尺七寸六分九釐九毫一絲一忽一微八纖之比也。

一率　一一三

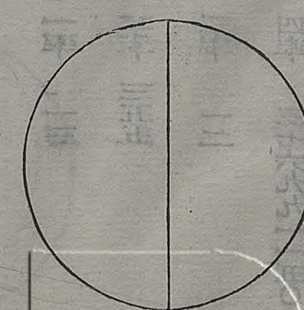
二率　三五五

三率　一二

四率　三七六九九一一五〇

又周徑定率比例。以徑數一一三為一率。周數三五五為二率。今所設之圜徑一尺二寸為三率。求得四率三尺七寸六分九釐九毫一絲一忽五微有餘。為圜之周數也。蓋以徑一。周三一四一五九二六五之定率約之。徑一一三。周得三五四九九九九六九有餘。進而為三五五。則周數微大。故今所得圜周亦微大。然止在忽微之間耳。

又周徑定率比例以徑數七爲一率周數二十二爲二率今所設之圜徑一尺二寸爲三率求得四率三尺七寸七分一釐四豪二絲八忽五微七纖有餘爲圜之周數也蓋以徑一周三一四一五九二六五之定率約之徑七周得二一九九一一四八五有餘進而爲二二則周數大而所得周數亦大至於舊術徑一圍三乃圜內容六等邊形之共度實

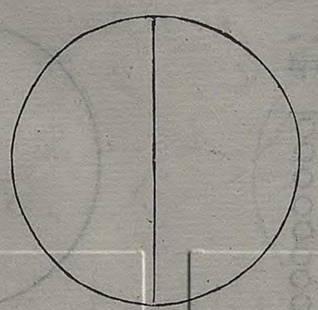


一率　七
二率　二二
三率　一二
四率　三七七一四二八五七

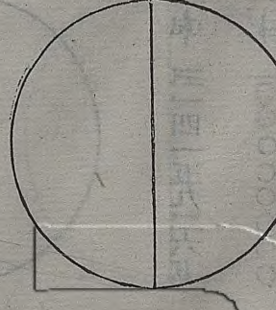
小於圜之周線故徑一則圍三有餘圜三則徑一不足也

設如圜周一丈九尺問徑幾何

法用周徑定率比例以周數三一四一五九二六五爲一率徑數一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率今所設之圜周一丈五尺爲三率求得四率四尺七寸七分四釐六豪四絲八忽二微有餘即所求之圜之徑數也蓋前法有徑求周故以



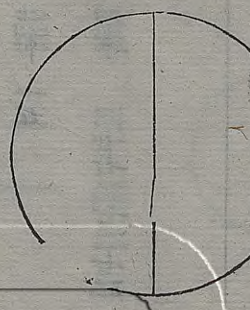
一率　三一四一五九二六五
二率　一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率　一五
四率　四七七四六四八二



一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 三一八三〇九八八
三率 一五
四率 四七七四六四八二

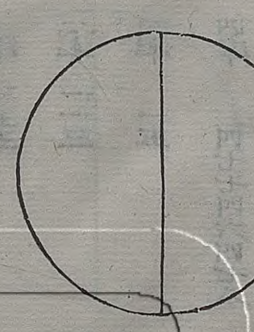
定率之徑與定率之周爲比。即如今所設之徑與今所得之周爲比。此法有周求徑。故以定率之周與定率之徑爲比。即如今所設之周與今所得之徑爲比也。

又周徑定率比例。以周數一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。徑數三一八三〇九八八爲二率。今所設之圓周一丈五尺爲三率。求得四率四尺七寸七分四釐



一率 三五五
二率 一一三
三率 一五
四率 四七七四六四七八

六豪四絲八忽二微爲圓之徑數也。盖圓周爲三一四一五九二六五。則圓徑爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。若圓周爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。則圓徑爲三一八三〇九八八。其比例仍同也。如以周數三五五爲一率。徑數一一三爲二率。今所設之圓周一丈五尺爲三率。亦得四率四尺七寸七分四釐六豪四絲七忽八微有餘。爲圓之徑數。又或以周數二



一率	二二
二率	七
三率	一五
四率	四七七二七二七二

二十二為一率徑數七為二率今所設之圓周一丈五尺為三率則得四率四尺七寸七分二釐七毫二絲七忽二微有餘。較之前法所得徑數稍小。蓋徑為七而周稍小於二十二。若周為二十二徑必稍大於七。今截而為七則徑數稍小故所得徑數亦稍小也

設如圓徑八寸問面積幾何

法以圓徑八寸用徑求周法。求得圓周

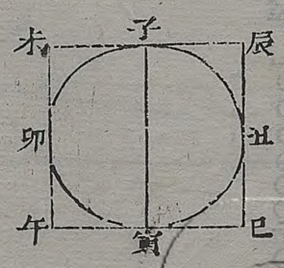
二尺五寸一分三釐二毫七絲四忽一微二纖。折半得一尺二寸五分六釐六毫三絲七忽零六纖與半徑四寸相乘。得五十寸二十六分五十四釐八十二毫有餘。即圓之面積也。蓋圓之半徑線若與直角三角形之小邊線度等。而圓之周界又與直角三角形之大邊線度等。則此直角三角形之面積與圓形之面積相等。見幾何原本四卷第二十一節如甲乙丙丁

圜形。其戊丙半徑與己庚辛直角三角形之己庚小邊線度等。而甲乙丙丁圜周界與己庚辛直角三角形之庚辛大邊線度等。則此己庚辛三角形之面積即與甲乙丙丁圜形之面積相等。是故以戊丙半徑相等之己庚與乙丙丁半周相等之庚壬相乘。所得之癸壬庚己長方形。癸壬庚己長方形積。即與己庚辛三角形積等。即爲圜之面積也。如以全周與全徑相乘。則以

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	七八五三九八一六
三率	六四
四率	五〇二六五四八二

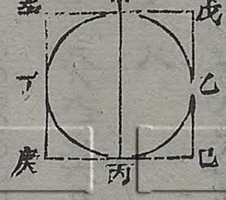
四歸之。亦得圜面積。葢全徑爲半徑之倍。全周爲半周之倍。則全周全徑相乘之積。必大於半周半徑相乘之積四倍。爲隔一位相加之比例。故全周與全徑相乘。以四歸之。而得圜面積也。

又法。用方邊圜徑相等方積圜積不同之定率比例。以方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圜積七八五三九八一六爲二率。今所設之圜徑八寸自乘得六



一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率　七八五三九八一六
三率　六四
四率　五〇二六五四八二

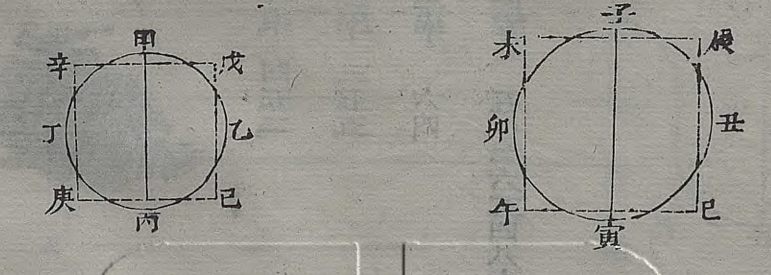
十四寸爲三率。求得四率五十寸二十六分五十四釐八十二毫有餘。卽圓之面積也。此法蓋因圓徑方邊相等圓積方積不同。故以圓徑自乘作方積定爲面與面之比例。如子寅圓徑爲一〇〇〇〇。則其自乘之辰巳午未正方積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。而圓徑一〇〇〇〇所得之子丑寅卯圓面積爲七八五三九八一六。故以子寅圓徑一〇〇



〇〇自乘之辰巳午未正方積一〇〇〇〇〇〇〇。與子寅圓徑所得之子丑寅卯圓面積七八五三九八一六之比。卽同於今所設之甲丙圓徑八寸自乘之戊己庚辛正方積六十四寸。與今所得之甲乙丙丁圓面積五十寸二十六分五十四釐八十二毫有餘之比也。又法用圓積方積相等圓徑方邊不同之定率比例。以圓徑一〇〇〇〇〇〇〇

一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率　八八六二二六九二
三率　八
四率　七〇八九八一五四

〇〇爲一率。方邊八八六二二六九二爲二率。今所設之圓徑八寸爲三率。求得四率七寸零八釐九毫八絲一忽五微四纖有餘。爲與圓面積相等之正方形每邊之數。自乘得五十寸二十六分五十四釐八十二豪有餘。卽圓之面積也。此法蓋以圓積方積設爲相等。使圓徑與方邊不同。先定爲線與線之比例。旣得線而後自乘之爲面也。如子寅圓



徑一〇〇〇〇〇〇〇〇。其所得之積開方。則得八八六二二六九二。卽爲辰巳午未正方之每邊。是以子丑寅卯圓面積與辰巳午未方面積爲相等。故子寅圓徑一〇〇〇〇〇〇〇〇與辰巳方邊八八六二二六九二之比。卽同於今所設之甲丙圓徑八寸與今所得之戊己方邊七寸零八釐九毫八絲一忽五微四纖之比。旣得戊己方邊。自乘得

一率　四五二
二率　三五五
三率　六四
四率　五〇二六五四八六

戊己庚辛方面積。即與甲乙丙丁圓面積爲相等也。

又法用方周圓周定率比例。以方周數四五二爲一率。圓周數三五五爲二率。圓徑八寸自乘得六十四寸爲三率。求得四率五十寸二十六分五十四釐八十六毫有餘。即圓之面積。此法葢因方周與圓周之比同於方積與圓積之比。見算法原本二卷第二十八節。如子丑圓徑爲一一三。則子丑圓周爲三五五。寅卯辰巳正方邊與圓徑同亦爲一一三。則寅卯辰巳方周爲四五二。方邊一一三以四因之則得四五二。試以正方面之午丑半徑爲高。寅卯辰巳方周爲底。作一午丑未申長方形。則比寅卯辰巳正方形之面積大一倍。又以圜面之午丑半徑爲高。子丑圜周爲底作一午丑酉戌長方形。則比子丑圜形之面積亦大一倍。此兩長方形同以午

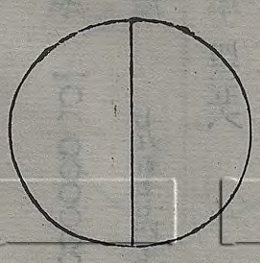
丑爲高。故此兩長方面積之比例。必同於兩底邊丑未與丑酉之比例。且全與全之比例。又同於半與半之比例。故方積與圜積之比例。亦必同於兩底邊丑未與丑酉之比例矣。夫丑未卽寅卯辰巳方周。丑酉卽子丑圜周。故以方周四五二與圜周三五五之比。卽同於今所設之甲丙圜徑自乘之戊己庚辛正方積與今所得之甲乙丙丁圜面積之比也。

一率 一四
二率 一一
三率 六四
四率 五〇二八五七一四

又法以十四分爲一率。十一分爲二率。圜徑八寸自乘得六十四寸爲三率。求得四率五十寸二十八分五十七釐一十四豪有餘。爲圜之面積也。此法亦係方周與圜周之比同於方積與圜積之比。蓋圜徑七則圜周爲二二。半之得一一。方邊七則方周爲二八。半之得一四。故以十四分與十一分之比。亦同於今

所設圓徑自乘之方積與今所得圓面積之比也。然所得之面積過大者。因徑七圍二十二之定率其周既大。故所得之圓積亦大也。舊術圓積得方積四分之三。求積則以圓徑自乘四分損一得圓積。求徑則以圓積三分益一開方得圓徑。此仍以徑一圍三立法。故徑求積所得之數必小。積求徑所得之數必大也。

設如圓周六尺六寸。問面積幾何。

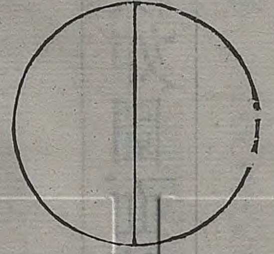


法以圓周六尺六寸用圓周求徑法。求得圓徑二尺一寸零八豪四絲五忽二微有餘。折半得一尺零五分零四豪二絲二忽六微有餘。與半周三尺三寸相乘。得三尺四十六寸六十三分九十四釐五十八豪有餘。即圓之面積也。

又法用圓周方積與圓積定率比例。以圓周方積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一

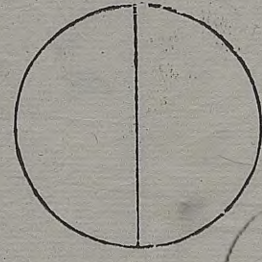
一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率　七九五七七四七
三率　四三五六
四率　三四六六三九四五九

率圓積七九五七七四七爲二率。今所設之圓周六尺六寸自乘得四十三尺五十六寸爲三率。求得四率三尺四十六寸六十三分九十四釐五十九豪有餘。卽圓之面積也。此法葢以圓周自乘之正方積與圓積設爲比例。爲面與面之比例也。圓周爲一〇〇〇〇則其自乘方積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。而圓周一〇〇〇〇所得之圓面積爲七九



五七七四七有餘。故以圓周一〇〇〇〇自乘之方積一〇〇〇〇〇〇〇〇。與圓積七九五七七四七之比。卽同於今所設之圓周六尺六寸自乘之方積四十三尺五十六寸。與今所得之圓面積三尺四十六寸六十三分九十四釐五十九豪有餘之比也。舊術圓積爲周自乘方積十二分之一。有圓周求積。則以圓周自乘以十二除之得圓積。有圓

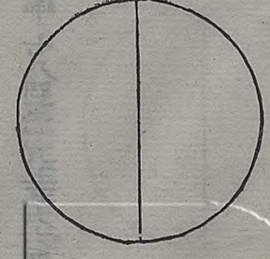
積求周則將圓積以十二因之開方得圓周。此仍以徑一圍三立法。故周求積所得之數必大。積求周所得之數必小也。



設如圓面積六尺一十六寸。問徑幾何。

法用圓徑方邊相等圓積方積不同之定率比例。以圓積一○○○○○○○○為一率。方積一二七三二三九五四為二率。今所設之圓面積六尺一十六寸為三率。求得四率七尺八十四寸三十一分五十五釐五十六毫六十四絲。為與圓徑相等之正方邊之正方面積。開方得二尺八寸零五毫六絲有餘。即圓之徑數也。蓋圓積為七八五三九八一六。則方積為一○○○○○○○○。若圓積為一○○○○○○○○。則方積為一二七三二三九五四。其比例仍同。故以圓積一○○○○○○○○為

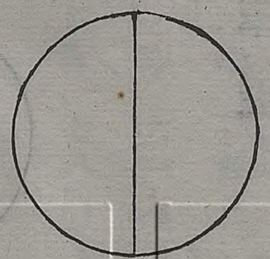
一率	一○○○○○○○○
二率	一二七三二三九五四
三率	六一六
四率	七八四三二五五五六六四



一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一一二八三七九一六
三率	二四八一九三四
四率	二八〇〇五六二

一率者。卽如以圓積七八五三九八一六為一率。而以方積一二七三二三九五四為二率者。卽如以方積一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率也。

又法用圓積方積相等圓徑方邊不同之定率比例。以方邊一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率。圓徑一一二八三七九一六為二率。今所設之圓面積六尺一十六寸開方得二尺四寸八分一釐九豪



三絲四忽有餘為三率。求得四率二尺八寸零五豪六絲二忽有餘。卽圓之徑數也。此法亦以圓積方積設為相等使圜徑與方邊不同。故以圓面積開方得方邊為線與線之比例。蓋方邊為八八六二二六九二。則圓徑為一〇〇〇〇〇〇〇〇。若方邊為一〇〇〇〇〇〇〇〇。則圓徑為一一二八三七九一六。其比例仍同。故以方邊一〇〇〇〇〇

一率　三五五
二率　四五二
三率　六一六
四率　七八四三一五四九二九五

○○○爲一率者即如以方邊八八六二二六九二爲二率而以圓徑一一二八三七九一六爲三率者即如以圓徑一○○○○○○○○爲二率也

又法用圓周方周定率比例以圓周三五五爲一率方周四五二爲二率今所設之圓面積六尺一十六寸爲三率求得四率七尺八十四寸三十一分五十四釐九十二毫九十五絲有餘開方亦得二尺八寸零五毫六絲有餘爲圓之徑數也

一率　一一
二率　一四
三率　六一六
四率　七八四

又法以十一分爲一率十四分爲二率今所設之圓面積六尺一十六寸爲三率求得四率七尺八十四寸開方得二尺八寸爲圓之徑數也葢徑七圓二十二之定率其徑既小則方周與方積亦皆小故開方所得之圓徑亦小也

設如圓面積六尺一十六寸問周幾何

一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇

二率　一二五六六三七〇六二

三率　六一六

四率　七七四〇八八四三〇一

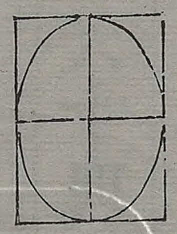
法以圓面積六尺一十六寸用圓積求徑法求得圓徑二尺八寸零五豪六絲有餘。又用圓徑求周法。求得八尺七寸九分八釐二豪二絲有餘。即圓之周數也。

又法用圓積與圓周方積定率比例。以圓積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓周方積一二五六六三七〇六二爲二率。今所設之圓面積六尺一十六寸爲三率。求得四率七十七尺四十寸八十八分四十三釐零一豪有餘。開方得八尺七寸九分八釐二豪有餘。即圓之周數也。蓋圓積爲七九五七七四七。則圓周自乘方積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。若圓積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇則圓周自乘方積爲一二五六六三七〇六二。其比例仍同。故以圓積一〇〇〇〇〇〇〇〇。與圓周自乘方積一二五六六

六三七〇六六二之比。卽同於今所設之圓圓面積六尺一十六寸。與今所得之圓周自乘方積七十七尺四十寸八十八分四十三釐零一毫之比。既得圓周自乘方積。開方卽得圓周也。

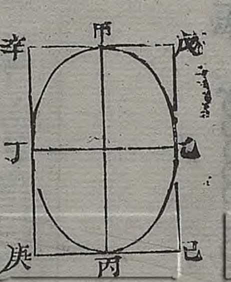
設如撱圓形。一名鴨蛋形。大徑九尺。小徑六尺。問面積幾何。

法以大徑九尺與小徑六尺相乘。得五十四尺為長方積。乃用方邊圓徑相等



一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 七八五三九八一六
三率 五四
四率 四二四一一五〇〇六四

方積圓積不同之定率比例。以方積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率。圓積七八五三九八一六為二率。今所得之大小徑相乘之長方積五十四尺為三率。求得四率四十二尺四十一寸一十五分零六十四毫。卽撱圓形之面積也。蓋圓面積與撱圓面積之比。同於圓外所切之正方形積與撱圓形外所切之長方積之比。見幾何原本八卷第十二節。則圓外所切之



正方形積與圓面積之比。亦必同於撱圓形外所切之長方形積與撱圓面積之比也。如甲乙丙丁撱圓形。甲丙大徑九尺。乙丁小徑六尺。以大徑與小徑相乘。遂成戊己庚辛長方形。此長方形積與撱圓形積之比。即同於正方積與圓積之比。故以定率之方積數爲一率。圓積數爲二率。今所得之大小徑相乘之長方積爲三率。求得四率爲撱圓形之面積也

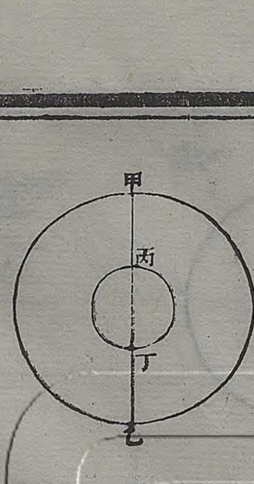
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一二七三二三九五四
三率	四二四一一五〇〇六四
四率	五四

設如撱圓形面積四十二尺四十一寸一十五分零六十四毫。大徑九尺。問小徑幾何。

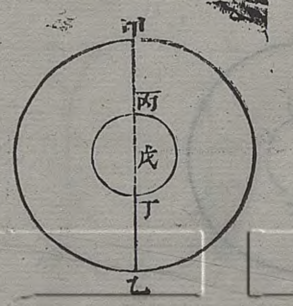
法用圓徑方邊相等圓積方積不同之定率比例。以圓積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。方積一二七三二三九五四爲二率。今所設之撱圓形面積四十二尺四十一寸一十五分零六十四毫爲三率。求得四率五十四尺爲長方積。以

大徑九尺除之得六尺。卽撱圓形之小徑也。葢方面積與圓面積之比。旣同於長方面積與撱圓形面積之比。則圓面積與方面積之比。亦必同於撱圓形面積與長方面積之比也。如甲乙丙丁撱圓形。用定率比例而得戊己庚辛長方形。其戊己長與甲丙大徑等。其己庚闊與乙丁小徑等。故以大徑除之得小徑也。如有小徑求大徑則以所得長方積用小徑除之而得大徑也。

設如圓環形。外周二十一尺三寸。內周七尺一寸。闊二尺二寸六分。求面積幾何。



法以外周二十一尺三寸與內周七尺一寸相加得二十八尺四寸。折半得一十四尺二寸。以闊二尺二寸六分乘之。得三十二尺零九寸二十分。卽圓環形之面積也。如圖甲乙丙丁圓環形。甲乙外周二十一尺三寸。丙丁內周七尺一

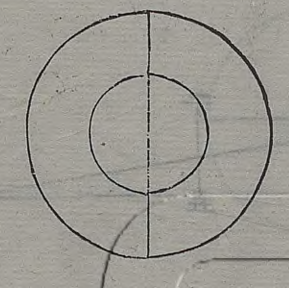


寸。甲丙與丁乙皆二尺二寸六分。試依甲乙大圓之戊乙半徑度與甲乙圓周度作一已庚辛直角三角形。其已庚小邊與甲乙大圓之戊乙半徑等。庚辛大邊與大圓之周界等。則已庚辛直角三角形之面積與甲乙大圓之面積等。又依丙丁小圓之戊丁半徑。截已庚辛三角形之已庚小邊於壬。又依丙丁小圓周度作壬癸線。與庚辛平行。則成已壬

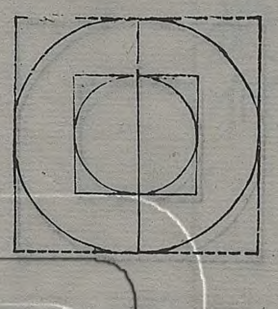
癸一小直角三角形。其面積與丙丁小圓之面積等。如於已庚辛大三角形內減已壬癸小三角形。所餘癸辛庚壬斜尖方形之面積。必與甲乙丙丁圓環形之面積等矣。故如斜尖方形求積法。以如丙丁內周之壬癸。與如甲乙外周之庚辛相加折半得丑庚。而以如丁乙闊之壬庚乘之。得子丑庚壬一長方形。與癸辛庚壬斜尖方形等。即甲乙丙丁圓

環形之面積也。

設如圓環形。外徑二尺四寸。內徑一尺二寸。求面積幾何。



法以外徑二尺四寸求得周七尺五寸三分九釐八毫二絲有餘。又以內徑一尺二寸求得周三尺七寸六分九釐九毫一絲有餘。乃以內徑一尺二寸與外徑二尺四寸相減。餘一尺二寸。折半得六寸。為圓環形之闊。依前法算之。得三尺三十九寸二十九分二十釐有餘為圓環形之面積也。



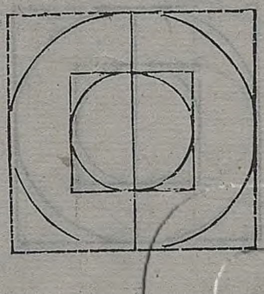
一率 一○○○○○○○○○

二率 七八五三九八一六

三率 四三二

四率 三三九二九二○

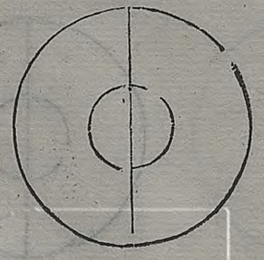
又法以外徑二尺四寸自乘得五尺七十六寸。又以內徑一尺二寸自乘得一尺四十四寸。兩數相減餘四尺三十二寸。為方環面積。乃用方積圓積定率比例。以方積一○○○○○○○○○為一率。圓積七八五三九八一六為二率。今所得之方環面積四尺三十二寸為三



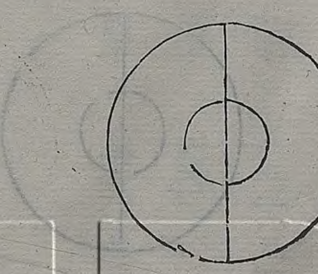
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	七八五三九八一六
三率	四三二
四率	三三九二九二七

率求得四率三尺三十九寸二十九分二十釐有餘即圓環形之面積也此法葢以方環圓環爲比例即如用方積圓積定率爲比例也分而言之則外徑自乘與外大圓面積爲比內徑自乘與內小圓面積爲比既得兩圓面積相減始爲圓環面積今以內外徑各自乘相減即用方積圓積定率比例是合兩比例而爲一比例也

設如圓環形外周六尺六寸內周二尺二寸求面積幾何

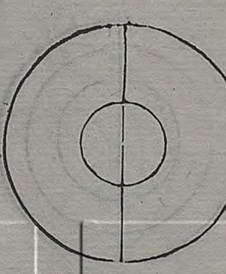


法以外周六尺六寸求得徑二尺一寸零八豪四絲有餘又以內周二尺二寸求得徑七寸零二豪八絲有餘兩徑相減餘一尺四寸零五豪六絲有餘折半得七寸零二豪八絲有餘爲圓環形之闊依前法算之得三尺零八寸一十二分三十二釐有餘即圓環形之面積也

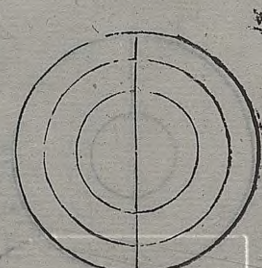


一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 七九五七七四七
三率 三八七二
四率 三〇八一二三九

又法以外周六尺六寸自乘得四十三尺五十六寸內周二尺二寸自乘得四尺八十四寸兩數相減餘三十八尺七十二寸乃用圓周方積與圓積定率比例以圓周方積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率圓積七九五七七四七爲二率兩周自乘相減之餘三十八尺七十二寸爲三率求得四率三尺零八寸一十二分三十九釐有餘即圓環形之面積也此法蓋以兩圓周自乘相減之餘積與圓環積爲比例即如用圓周方積圓積定率爲比例也分而言之則外周自乘與外大圓面積爲比內周自乘與內小圓面積爲比既得兩圓面積相減始爲圓環面積今以內外周各自乘相減即用圓周方積圓積定率比例是合兩比例而爲一比例也



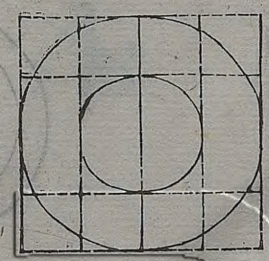
設如圓環形面積四百六十二尺闊七尺求內外徑



各幾何。

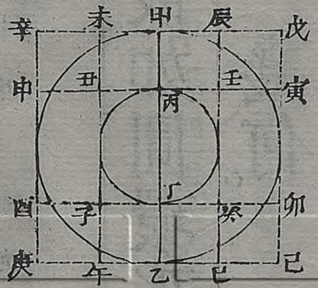
法以闊七尺除圓環面積四百六十二尺。得六十六尺。即內外周相併折半之數。爲中周。乃以周求徑法。求得徑二十一尺零八釐四豪五絲有餘。爲內外徑相併折半之數。爲中徑。加闊七尺。得二十八尺零八釐四豪五絲有餘。即外徑。中徑內減闊七尺。餘一十四尺零八釐四豪五絲有餘。即內徑也。如圖甲乙丙丁圓環形。其面積四百六十二尺。甲丙與丁乙皆七尺。先所得之中周六十六尺。爲戊己周。次所得之中徑二十一尺零八釐四豪五絲有餘。爲戊己徑。其甲戊與戊丙等。己乙與丁己等。故甲戊與己乙兩段。戊丙與丁己兩段。皆與丁乙及甲丙闊度等。是以於中徑內加闊。得外徑。減闊。得內徑也。

又法先用圓積方積定率比例。以圓積

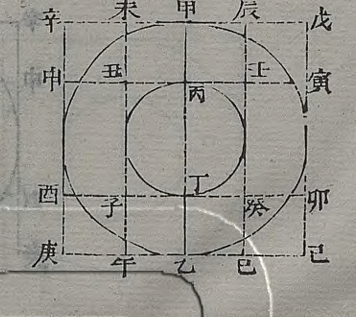


一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 一二七三二三九五四
三率 四六二
四率 五八八二三六六六七

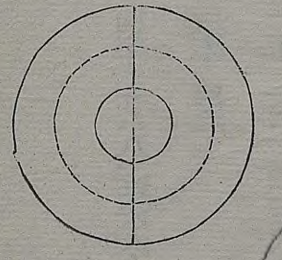
一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率。方積一二七三二三九五四為二率。圓環積四百六十二尺為三率。求得四率五百八十八尺二十三寸六十六分六十七釐有餘為方環積。乃以闊七尺自乘得四十九尺。以四因之。得一百九十六尺與所得之方環積相減。餘三百九十二尺二十三寸六十六分六十七釐有餘。四歸之。得九十八尺零五寸九十一分六十六釐有餘。以闊七尺除之。得一十四尺零八釐四豪五絲有餘。為內圓徑。加倍闊十四尺。得二十八尺零八釐四豪五絲有餘。為外圓徑也。此法葢以圓環積變為方環積。即如前法方環積變為圓環積也。如甲乙丙丁圓環形變為戊己庚辛壬癸子丑方環形。內減戊寅壬辰卯己巳癸子午庚酉未丑申辛四隅自乘之四正方形。餘寅卯癸壬癸巳午子



丑子酉申辰壬丑未。四長方形。四歸之餘寅卯癸壬一長方形。以寅壬闊除之得壬癸長。與丙丁內徑等。加甲丙與丁乙。得甲乙。即外徑也。

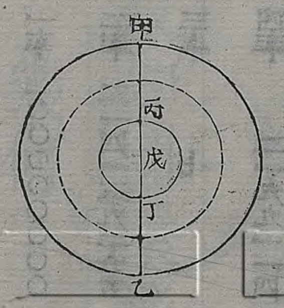


設如圓環形。面積三百零八尺。闊七尺。求內外周各幾何。

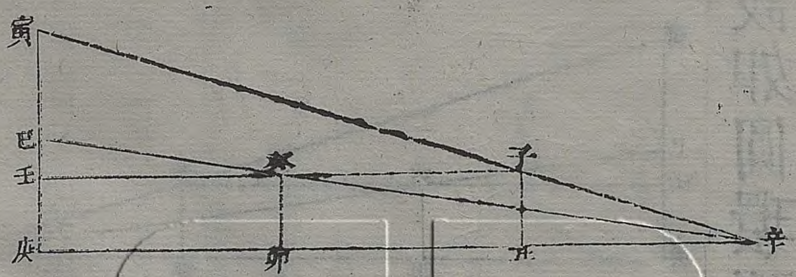


法以闊七尺除圓環面積三百零八尺。得四十四尺。為內外周相併折半之數。為中周。又用徑求周法。以徑數一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率。周數三一四一五九二六五為二率。闊七尺為三率。求得四率二十一尺九寸九分一釐一毫四絲有餘。為內外周相減折半之數。為半較。乃以半較二十一尺九寸九分一釐一毫四絲有餘。與中周四十四尺相加。得六十五尺九寸九分一釐一毫四絲有餘。即外周數。以半較二十一尺九寸九分一釐一毫四絲有餘。與中周四

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 三一四一五九二六五
三率 七
四率 二一九九一一四

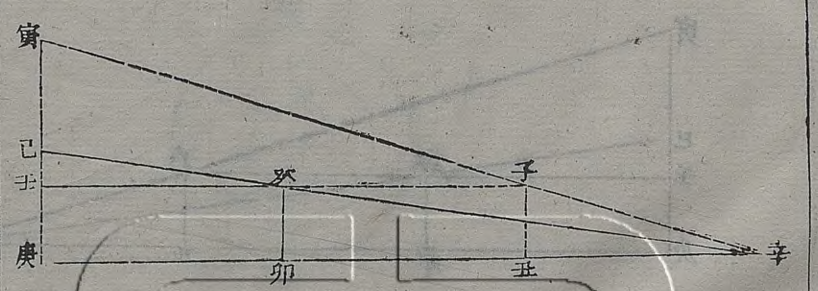


十四尺相減。餘二十二尺零八釐八豪六絲有餘。卽內周數也。如圖甲乙丙丁圓環形。其面積三百零八尺。丁乙闊七尺。試依甲乙大圓之戊乙半徑度。與甲乙圓周度。作一己庚辛直角三角形。則己庚辛三角形之面積。與甲乙大圓之面積等。又依丙丁小圓之戊丁半徑。截己庚辛三角形之己庚小邊於壬。又依丙丁小圓周度。作壬癸線。與庚辛平行。

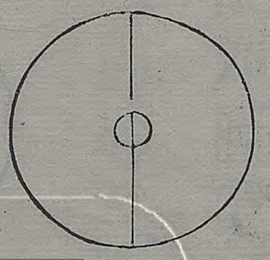


則戊己壬癸一小直角與丙丁小圓之面積等。如於己庚辛大三角形內。減己壬癸小三角形。所餘癸辛庚壬斜尖方形之面積。必與甲乙丙丁圓環面積等矣。而癸辛庚壬斜尖方形積。又與子丑庚壬長方形積等。故以如丁乙闊之壬庚除之。得丑庚為內外周相併折半之中周數。又以寅庚全徑與庚辛全周之比。同於丁乙圓環闊與子

丑與辛丑半較之比。蓋丁乙爲內外徑相減折半之較。辛丑卽內外周相減折半之較。爲相當比例四率也。旣得辛丑與丑卯等。卽辛庚外周大於丑庚中周之較。亦卽癸壬內周與卯庚等小於丑庚中周之較。故於中周加半較得外周。減半較得內周也。



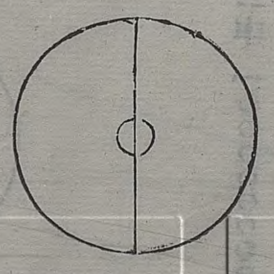
設如圓環形。面積三尺三十六寸。內周一尺一寸。求外周及闊各幾何。



一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一二七三二三九五四
三率	三四五六三七七五〇
四率	四四〇〇六六九一七

法以內周一尺一寸用周求徑法。求得內徑三寸五分零一豪有餘。又用周徑求積法。求得內周圜面積九寸六十二分七十七釐五十豪有餘。與圓環積三尺三十六寸相加。得三尺四十五寸六十三分七十七釐五十豪有餘。卽外周圜面積。乃用圜積方積定率比例。以圜積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。方積一二七三二三九五四爲二率。今所得

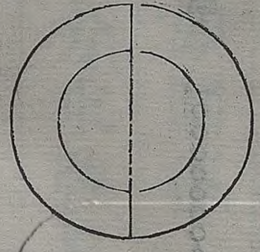
之外周圜面積三尺四十五寸六十二分七十七釐五十毫有餘。爲三率。求得四率四尺四十寸零六分六十九釐一十七毫有餘。爲外徑自乘之方積。開方得二尺零九分七釐七毫有餘。即外徑。減去內徑三寸五分零一毫。餘一尺七寸四分七釐六毫。折半得八寸七分三釐八毫。即圓環形之闊。又用徑求周法。求得周六尺五寸九分零一毫有餘。即



外周數也。

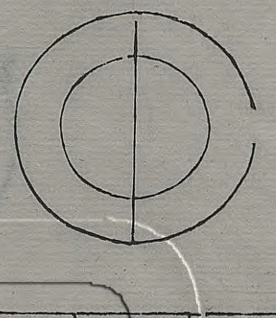
設如圓環形。面積三百八十四尺。外周八十八尺。求內周及闊各幾何。

法以外周八十八尺。用周求徑法。求得外徑二十八尺零一分一釐二毫有餘。又用周徑求積法。求得外周圜面積六百一十六尺二十四寸六十四分有餘。內減去圓環積三百八十四尺。餘二百三十二尺二十四寸六十四分有餘。爲



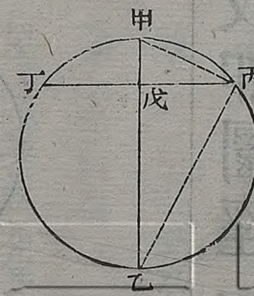
一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率　一二七三二三九五四
三率　二三二二四六四
四率　二九五七〇五二九九五〇

內周圓面積。乃用圓積方積定率比例。以圓積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率。方積一二七三二三九五四為二率。今所得之內周圓面積二百三十二尺二十四寸六十四分為三率。求得四率二百九十五尺七十寸五十二分九十九釐五十豪有餘。即內徑自乘之方積。開方得一十七尺一寸九分六釐有餘。即內徑。與外徑二十八尺零一分一釐二豪相減。餘一十尺八寸一分五釐二豪有餘。折半得五尺四寸零七釐六豪。即圓環形之闊。又用徑求周法。求得周五十四尺零二分二釐八豪有餘。即內周數也。

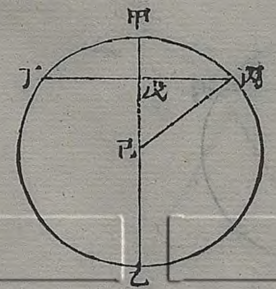


設如圓徑一尺二寸。今截弧矢形一段。矢闊二寸四分。求弦長幾何。

法以矢闊二寸四分為首率。圓徑一尺二寸內減矢闊二寸四分。餘九寸六分



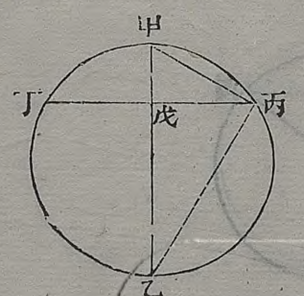
爲末率首率末率相乘得二十三寸零四分開方得四寸八分爲中率倍之得九寸六分即弧矢形之弦數也如圖甲乙圓徑一尺二寸截甲丙丁弧矢形其甲戊爲矢闊二寸四分試自甲至丙作甲丙線自丙至乙作丙乙線遂成甲丙乙直角三直形而丙戊半弦即爲其垂線故所截甲戊爲首率戊乙爲末率求得丙戊爲中率見幾何原本九卷第二節並見勾股卷定勾股無零數法中倍之得丙丁即弧矢形之弦也



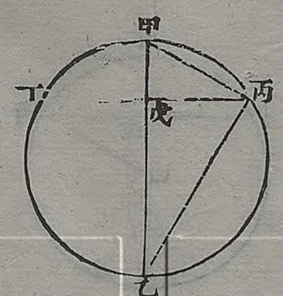
又法以圓徑一尺二寸折半得半徑六寸爲弦矢闊二寸四分與半徑六寸相減餘三寸六分爲勾求得股四寸八分倍之得九寸六分得弧矢形之弦數也如圖甲乙圓徑一尺二寸折半得甲己半徑六寸與丙己等爲弦又於甲己半徑六寸內減甲戊矢闊二寸四分餘戊己三寸六分爲勾求得丙戊股倍之得

丙丁爲弧矢形之弦也。

設如圜徑一尺七寸。今截弧矢形一段弦長一尺五寸。求矢闊幾何。



法以弦長一尺五寸折半得半弦七寸五分。自乘得五十六寸二十五分爲長方積。以圜徑一尺七寸爲長闊和用帶縱和數開方法算之得闊四寸五分。卽矢之闊也。如圖甲乙圜徑一尺七寸截甲丙丁弧矢形其丙丁爲弦長一尺五

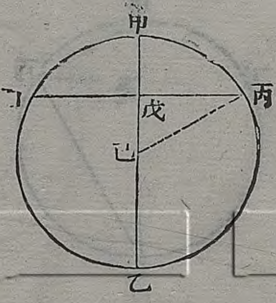


寸。自甲至丙自丙至乙作二線。成甲丙乙直角三角形。而丙戊爲垂線。故甲戊爲首率。戊乙爲末率。丙戊爲中率。中率自乘之正方與首率末率相乘之長方等。今以丙丁弦折半得半弦丙戊自乘卽與甲戊矢爲闊戊乙截徑爲長相乘之長方等。故以甲乙爲長闊和求得甲戊闊卽矢也。

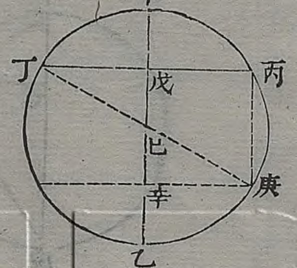
又法以圜徑一尺七寸折半得八寸五

分為弦以弦長一尺五寸折半得七寸五分為股求得勾四寸與半徑八寸五分相減餘四寸五分即矢之闊也如圖甲乙圓徑一尺七寸折半得丙巳半徑八寸五分為弦丙丁弦一尺五寸折半得丙戊七寸五分為股求得戊巳勾與甲巳半徑相減餘甲戊即矢之闊也

又法以圓徑一尺七寸為弦弧弦一尺五寸為股求得勾八寸與圓徑一尺七

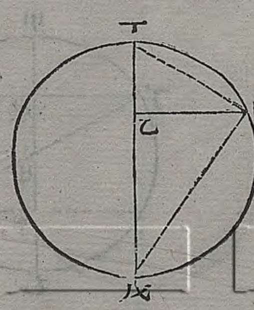


寸相減餘九寸折半得四寸五分即矢之闊也如圖甲乙圓徑一尺七寸與丁庚等如自丙至庚作丙庚線則成丁丙庚直角三角形故以丁庚為弦丙丁為股求得丙庚勾與戊辛等以戊辛與甲乙全徑相減餘甲戊與辛乙兩段折半即得甲戊為矢之闊也

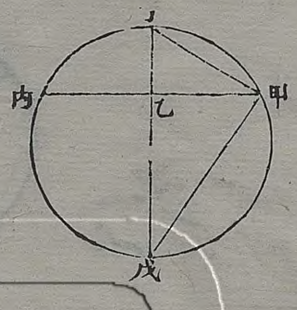


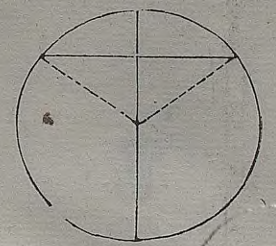
設如弧矢形弦長一尺二寸矢闊四寸求圓徑幾何

法以矢闊四寸為首率弦長一尺二寸



折半得六寸爲中率六寸自乘用首率四寸除之得九寸爲圓之截徑加矢闊四寸得一尺三寸即圓之徑數也如圓甲乙丙丁弧矢形甲丙弦長一尺二寸丁乙矢闊四寸試繼甲丁丙弧作一全圓法見幾何原本十一卷十三節將丁乙矢線引長作丁戊全徑線又自甲至丁作甲丁線自甲至戊作甲戊線遂成丁甲戊直角三角形而甲乙半弦即爲其中垂線故丁乙矢爲首率乙戊截徑爲末率而甲乙半弦即爲中率故丁乙與甲乙之比同於甲乙與乙戊之比而得乙戊截徑加丁乙矢即得丁戊爲圓之全徑也



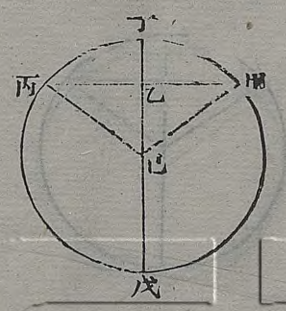


設如弧矢形弦長八尺矢闊二尺求面積幾何

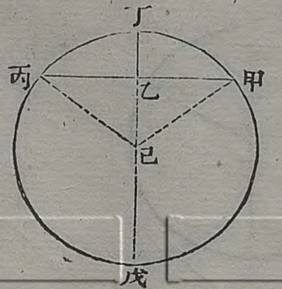
法先用弧矢形有弦矢求圓徑法求得圓之全徑十尺折半得半徑五尺爲一率半弦四尺爲二率以半徑十萬爲三

率求得四率八萬爲正弦數檢八線表得五十三度零七分四十九秒爲半弧之度分倍之得一百零六度一十五分三十八秒爲全弧之度分乃以全圓三百六十度化作一百二十九萬六千秒爲一率全弧一百零六度十五分三十八秒化作三十八萬二千五百三十八秒爲二率全徑十尺求得全周三十一尺四寸一分五釐九豪二絲有餘爲三

率求得四率九尺二寸七分二釐九豪八絲有餘爲全弧之數與半徑五尺相乘得四十六尺三十六寸四十九分折半得二十三尺一十八寸二十四分五十釐爲自圓心所分弧背三角形積又於半徑五尺內減矢二尺餘三尺與弦八尺相乘得二十四尺折半得十二尺爲自圓心至弦所分直線三角形積與弧背三角形積二十三尺一十八寸二



十四分五十釐相減餘。一十一尺一十八寸二十四分五十釐。即弧矢形之面積也。如圖甲乙丙丁弧矢形。甲丙弦長八尺。丁乙矢闊二尺。甲乙為半弦四尺。試繼此弧作一全圓。求得丁戊全徑。解見前。折半得己丁半徑。既得半徑。而甲乙半弦又即為甲丁半弧之正弦。故比例得正弦數。檢表而得甲丁半弧之度分。倍之得甲丁丙全弧之度分。又甲戊丙

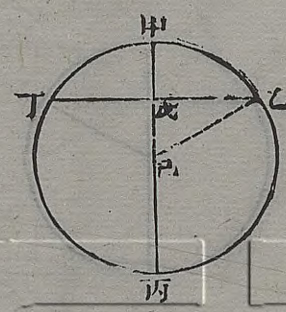


丁全圓之度分與甲丁丙全弧之度分之比。同於甲戊丙丁全周之尺寸與甲丁丙全弧之尺寸之比。而得甲丁丙全弧之數。與己丁半徑相乘。折半即得甲己丙丁弧背三角形之面積。又於丁己半徑內減丁乙矢。餘乙己為截半徑。與甲丙弦相乘。折半得甲己丙直線三角形面積。與甲己丙丁弧背三角形面積相減。餘即甲乙丙丁弧矢形之面積也。

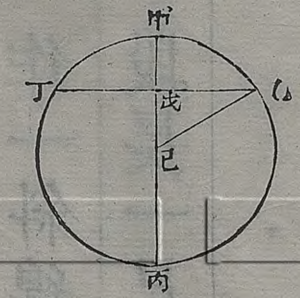
設如圓形截弧矢一段所截弧度一百二十度弧界長二尺二寸求圓徑及弦長矢闊各幾何

法以截弧一百二十度爲一率全圓三百六十度爲二率截弧二尺二寸爲三率求得四率六尺六寸爲圓之周數用圓周求徑法求得圓徑二尺一寸零八豪四絲有餘乃以半徑十萬爲一率截弧一百二十度折半得六十度查正弦得八萬六千六百零三倍之得一十七萬三千二百零六即一百二十度之通弦爲二率今所得之圓徑二尺一寸零八豪四絲有餘折半得一尺零五分零四豪二絲有餘爲三率求得四率一尺八寸一分九釐三豪九絲有餘即弧矢形之弦數又以半徑十萬爲一率六十度之餘弦五萬與半徑十萬相減餘五萬即六十度之正矢爲二率今所得之

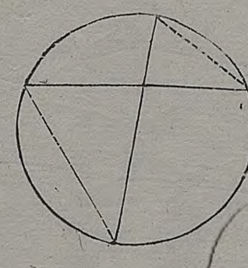
半徑一尺零五分零四豪二絲有餘爲



三率。求得四率五寸二分五釐二毫一絲有餘。即弧矢形之矢數也。如圖甲乙丙丁圓形。截甲乙戊丁弧矢形一段。知乙甲丁弧一百二十度。又知乙甲丁弧界爲二尺二寸。求甲丙全徑及乙丁弦甲戊矢。則以乙甲丁弧一百二十度。與甲乙丙丁全圓三百六十度之比。即同於乙甲丁弧界二尺二寸。與甲乙丙丁全圓界六尺六寸之比也。既得全周求



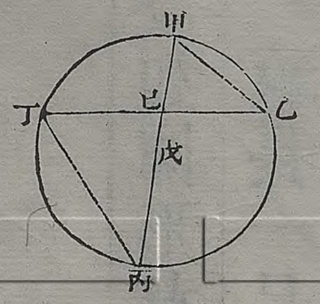
得甲丙全徑。折半於己心。自己至乙作己乙半徑線。則乙己戊即如六十度之正弦。乙丁即如一百二十度之通弦。甲戊即如六十度之正矢。故以半徑十萬。與一百二十度之通弦一十七萬三千二百零六之比。即同於己乙半徑一尺零五分零四豪二絲有餘。與乙丁全弦一尺八寸一分九釐三豪九絲有餘之比。又半徑十萬與六十度之正矢五萬之



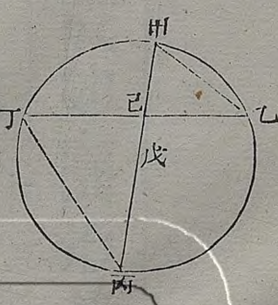
比即同於己乙半徑與甲戊矢五寸二分五釐二毫一絲有餘之比也。

設如圓形截弧矢一段任自弧界一處對圓心至弦作一斜線長一尺二寸將全弦分為大小兩段大段長一尺八寸小段長一尺六寸問圓徑幾何。

法以所作之斜線一尺二寸為一率截弦小段一尺六寸為二率大段一尺八寸為三率求得四率二尺四寸為自截弦處過圓心至圓對界之線將此線與



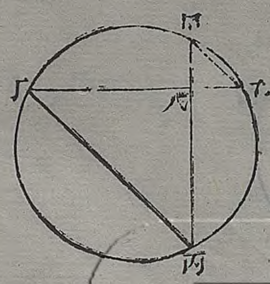
所作之斜線一尺二寸相加得三尺六寸即圓徑也如圖甲乙丙丁圓形截甲乙丁弧矢形任自圓界甲對圓心戊至乙丁弦上作甲己斜線將乙丁弦分為乙己己丁兩段乙己小段一尺六寸己丁大段一尺八寸試將甲己斜線引長過圓心至圓對界丙作甲丙線又自甲至乙作甲乙線復自丁至丙作丁丙線遂成甲己乙丁己丙兩同式三角形乙角

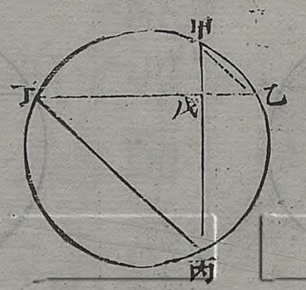


對甲丁弧。丙角亦對甲丁弧。甲角對乙丙弧。丁角亦對乙丙弧。兩己角爲對角。故兩三角形爲同式形也。故以甲己與乙己之比。卽同於己丁與己丙之比。既得己丙。與甲己相加。卽得甲丙爲圜徑也。

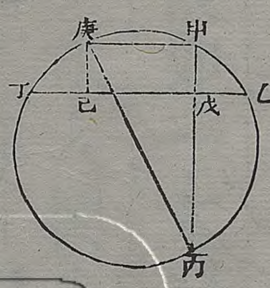
設如圜形截弧矢一段。任自弧界一處至弦作一垂線。長一尺二十寸。將全弦分爲大小兩段。其大段長三尺。小段長一尺。問圜徑幾何。

法以所作垂線一尺二寸爲一率。截弦小段一尺爲二率。大段三尺爲三率。求得四率二尺五寸。爲自截弦處至圜對界之直線。乃以此線與所作之垂線一尺二寸相加。得三尺七寸爲股。以截弦小段一尺與大段三尺相減。餘二尺爲勾。求得弦四尺二寸。卽圜徑也。如圖甲乙丙丁圜形。截甲乙丁弧矢形。任自弧界甲至乙丁弦上作甲戊垂線。長一尺二寸。將乙丁弦分爲乙戊。戊丁兩段。乙戊小段一尺。戊丁大段三尺。試將甲戊



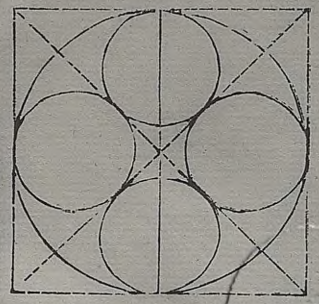


垂線引長至圓對界丙。作甲丙線。又自甲至乙。作甲乙線。復自丁至丙。作丁丙線。遂成甲戊乙、丁戊丙兩同式三角形（乙角對甲丁弧。丙角亦對甲丁弧。甲角對乙丙弧。丁角亦對乙丙弧。兩戊角俱爲直角。故兩三角形爲同式形也。）故以甲戊與戊乙之比。同於丁戊與戊丙之比。既得戊丙與甲戊相加。卽得甲丙。又以乙戊（同己丁。）與戊丁相減。餘戊己。與甲庚等。乃自甲至庚作甲庚線。與乙丁平行。則甲角爲直

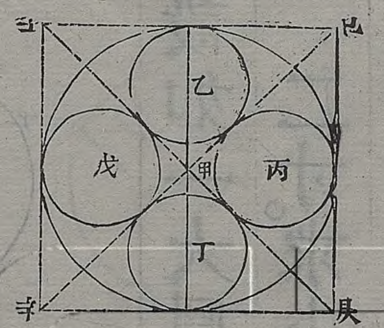


角。必立於圓界之一半。又自庚至丙。作庚丙線。則又成庚甲丙勾股形。故以庚甲爲勾。甲丙爲股。求得庚丙弦。卽圓徑也。

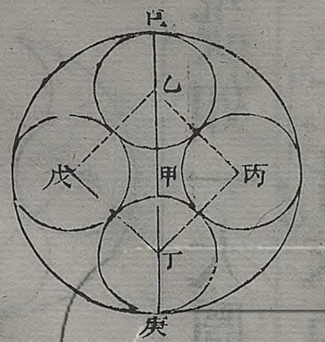
設如一大圓形內容四小圓形。但知大圓形徑一尺二寸。求小圓形徑幾何。



法以大圓形徑一尺二寸自乘。倍之開方。得一尺六寸九分七釐零五絲有餘。內減大圓形徑一尺二寸。餘四寸九分

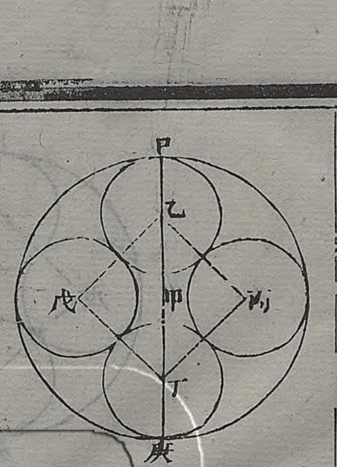


七釐零五絲有餘。即小圓形徑也。如圖甲大圓形內容乙丙丁戊四小圓形。試切甲大圓形界作己庚辛壬正方形。其方邊即大圓形全徑。用方邊求斜弦法。求得壬庚。己辛兩斜弦。即成己甲壬。己甲庚。庚甲辛。壬甲辛四勾股形。內各容一小圓形。而四方邊遂為四勾股形之各弦。兩斜弦各折半。遂各為四勾股形之各勾股。任取一勾股和。減弦。即得容圓全徑也。解見勾股容圓法中。

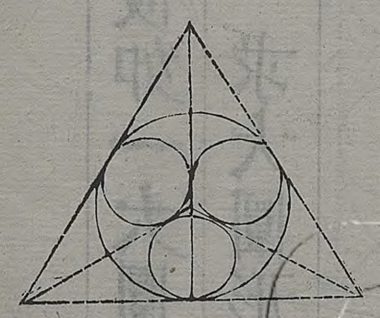


設如一大圓形。內容四小圓形。但知小圓形徑五寸。求大圓形徑幾何。

法以小圓形徑五寸自乘。倍之開方。得七寸零七釐一豪有餘。加小圓形徑五寸。得一尺二寸零七釐一豪有餘。即大圓形徑也。如圖甲大圓形內容乙丙丁戊四小圓形。試連四小圓形中心。作乙丙。丙丁。丁戊。戊乙四線。遂成乙丙丁戊

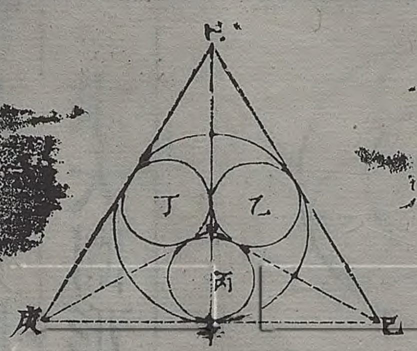


一正方形。用方邊求斜弦法。求得乙丁斜弦。加己乙與丁庚兩半徑。卽一小圓形之全徑。卽得己庚大圓形全徑也。



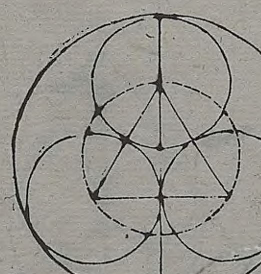
設如一大圓形。內容三小圓形。但知大圓形徑一尺二寸。求內容小圓形徑幾何。

法以大圓形徑一尺二寸。求得外切三角形之每邊爲二尺零七分八釐四豪六絲有餘。乃以大圓形徑一尺二寸爲三角形之兩腰。半徑六寸爲中垂線。用



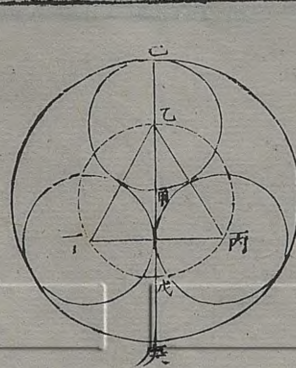
三角形容圓法。求得容圓半徑二寸七分八釐四豪六絲有餘。倍之得五寸五分六釐九豪二絲有餘。卽小圓形全徑也。如圖甲大圓形內容乙丙丁三小圓形。試求外切甲大圓界戊己庚三角形。自圓心甲至戊己庚三角各作一分角線。皆與圓之全徑等。卽戊甲己甲庚。戊甲庚三三角形。內各容一小圓形。故任以兩全徑爲兩腰。一半徑爲中垂

線用三角形容圓法算之。即得一小圓徑也。



設如一大圓形內容三小圓形。但知小圓形徑五寸。求大圓形徑幾何。

法以小圓形徑五寸為等邊三角形之每一邊。用等邊三角形求外切圓形全徑法。求得外切圓徑五寸七分七釐三豪五絲有餘。加小圓全徑五寸。得一尺零七分七釐三豪五絲有餘。即大圓形



全徑也。如圖甲大圓形內容乙丙丁三小圓形。試連三小圓形中心作乙丙乙丁丙丁三線。遂成乙丙丁等邊三角形。其每邊皆與小圓全徑等。又切乙丙丁三角作一圓形。用等邊三角形求外切圓形全徑法。（解見三角形卷）求得乙戊徑線。加己乙與戊庚兩半徑。（即一小圓形之全徑）即得己庚大圓形全徑也。