

III. *De Iride, sive de Arcu Cœlesti, dissertatio Geometrica, qua methodo directâ Iridis utriusq; Diameter, data Ratione Refractionis, obtinetur : Cum solutione Inversi Problematis, sive Inventione Rationis istius ex data Arcus Diametro. Per Edm. Halley Reg. Soc. Soc.*

Physici omnes, quotquot Naturæ Historiam aggressi sunt, Iridem Meteoron coloribus suis præcipuis spectabile necessario describere, causasq; ejus deinde perpenderit. Ac Mythologici veteres a miranda ejus specie *Thaumantis* quasi *Admirationis* filiam dixere, eiq; etiam in numerum Dearum adscita, munus Internunciæ inter Deos & Mortales tribuere; quæ fabula fortassis originem duxit ex *Gen. Cap. 9. 13.*

Iridis vero Phænomena attentius respicientibus semper constabat, Solis radios a Nube aquosa reflexos, sub certo quodam angulo in oculum incurrere; unde forma ejus arcuata: Colorum autem Causa, ut etiam Magnitudinis anguli istius, quo constanter ab opposito Solis Iridem distare deprehendimus, tam Modernos quam Veteres diu multumq; torfit: Nec quicquam protelere, usq; dum præclarus ille *Cartesius*, in acutum collatis Mathematicis Disciplinis, speculationes has physicas strictiori argumentandi Methodo tractari posse ac debere, pluribus exemplis edocuit. Inter cætera, (facem tamen præferente Reverendissimo *Antonio de Dominis* Antistite *Spalatensi*) Iridis Theoriam exposuit: inventisq; Refractionum, quas patiuntur Radii Lucis dum corpora diaphana permeant, legibus; aperte demonstravit, Primariam Iridem nihil aliud esse, quam Solis

Solis species a concavâ superficie guttularum Sphæricarum innumerarum cadentis pluviae reflexa; eâ sub conditione, ut qui paralleli inciderint radii, a reflexione ac duabus in ingressu & egressu guttulae refractionibus, non dissipentur, sed in oculum etiam paralleli incurrant. Radios vero Coloribus tingi a refractionibus istis, eo more quo a Prismate Vitreo coloratos Lucis radios conspiciere est: Secundariam vero Iridem a radiis magis oblique incidentibus eodem modo produci, nisi quod hic duae sint Reflexiones, antequam radii Solis secundo refracti, ad oculum parallelo situ tendentes, e globulis aqueis emergant. Magnitudinem autem Iridis utriusq; pendere a gradu Refractionis, qui in diversis Liquoribus Solidisve pellucidis diversus reperitur. Posito vero quod ratio sinuum Incidentiae ad sinus angulorum refractorum fuerit in Aquâ ut 250 ad 187, semidiametrum utriusq; Arcus Cælestis observationibus congruam definivit; Primariae scilicet $41^{\circ} . 3'0$, Secundariae vero $51^{\circ} . 54'$: quibus non tam Theoriam suam aliunde demonstratam comprobavit, quam veritatem assumptae rationis praedictae: De his vide Cap. VIII: Meteorum Cartesii, quo Lectorem ablegamus.

Methodo autem indirectâ ac tentativâ usus in definiendis his angulis, visus est *Cartesius* Problematis sibi propositi facilitatem non rite perspexisse. Cumq; nemo haectenus, quod sciam, post eum argumentum de Iride plenius tractaverit, atq; etiam nonnulli a *Cartesio* stabilita parum intellexerint, admissis gravibus paralogismis in quibusdam libris post eum Iridis Phænomena speciatim explicare profectis; Volui quaecunq; in hac doctrina mihi deesse videbantur supplere, angulumq; quo distat Iris ab Opposito Solis puncto, ex data ratione Refractionis Geometricè definire, vel e contra ex data Iride Liquoris vim refractivam determinare. Quae vero de hac materia commentus sit Celeberrimus *Newtonus*, in libro

bro suo de Luce ac Coloribus, majori cum fructu percipiet Lector, si quando subtilissimas istas suas lucubrationes publico donare dignabitur.

Jam constat ex demonstratis *Cartesii*, Iridem Primariam a talibus Solis radiis produci, ubi excessus duorum angulorum refractorum supra unicum Incidentiæ angulum omnium possibilem fuerit *Maximus*. Secundariam vero Iridem formari ab iis Radiis tantum, ubi excessus trium Angulorum refractorum supra unum Incidentiæ angulum similiter sit omnium *Maximus*. Ac pergere licet ad Tertiam, Quartamve vel quamvis aliam Iridem, quæ fiunt ubi radii post tres, quatuorve, vel plures Reflexiones e guttulis emergunt. Hæ vero in Cœlo vix unquam conspicuæ esse possunt, ob Lumen Solis in singulis Reflexionibus ac Refractionibus magis magisque attenuatum; unde fit ut Secundaria etiam Iris Coloribus tanto debilioribus Primariâ pingatur. In omnibus autem his Regula est generalis, ut excessus quatuor, vel quinque, vel plurium angulorum refractorum (numero scilicet Reflexionum Unitate aucto) supra unum Incidentiæ angulum sit omnium *Maximus*.

Excessus autem iste *Maximus* duplicatus ubique est distantia Iridis ab Opposito Solis, ubi numerus Reflexionum impar est. Si vero par sit iste numerus, duplum anguli istius Maximi fit distantia Iridis a Sole ipso, nempe in Iride Secundaria, Quarta, Sexta, &c. Hæc vel mera Cartesiana sunt, vel ex ejus scriptis, loco citato, nullo fere negotio consequantur.

Ut autem habeantur Excessus isti *Maximi*, data Liquoris alicujus refractione, sive Ratione sinus Anguli Incidentiæ ad sinum anguli refracti; observandum est, excessum duorum angulorum refractorum supra unum Incidentiæ angulum Maximum fieri, ubi augmentum Momentaneum anguli Incidentiæ præcise duplum est augmenti momentanei anguli Refracti: Trium vero angulorum

gulorum Refractorum excessum Maximum esse, ubi augmentum Momentaneum anguli Incidentiæ Triplum est momenti anguli refracti : & sic de cæteris. Atq; hoc per se satis evidens est : Angulos autem ipsos obtinebimus præmissis Lemmate sequente, quod demonstrare oportet.

Lemma.

Manentibus Cruribus Trianguli cujusvis Plani, si angeatur vel minuatur angulus Verticalis angulo quovis dato minore, erunt momenta sive mutationes instantaneæ angulorum ad Basim inter se reciproce ut segmenta Basis.

Fig. 4. Sit ABC Triangulum cujus vertex A , Crura AB , AC , & Basis BC , in quam demittatur perpendiculum AD : dein angeatur angulus BAC momento aliquo indivisibili CAc , ac ducantur lineæ Bcd , cD , quæ non nisi intellectu differunt a lineis BCD , CD . Dico momentum anguli ABC , nempe CBc esse ad momentum anguli ACB vel ACD ut CD ad BD , hoc est reciproce ut segmenta Basis. *Demonstratio.* Cum Angulus ACD sit summa angulorum ABC , BAC , momentum ejus erit etiam summa momentorum istorum angulorum, sive $CAc + CBc$; sed CAc æqualis est angulo CDc , quoniam, ob angulum rectum ad D , puncta A, D, C, c sunt in arcu Circuli cujus diameter est AC : per *Euclid* 3. 9. ac proinde summa angulorum CBc , CDc , hoc est angulus Dcd , erit momentum anguli ACD , vel ACB ; anguli autem isti CBc , Dcd , cum minimi sint, sunt inter se ut latera sibi opposita, sive ut cD vel CD ad BD , hoc est, ut segmenta Basis reciproce 2. E. D. Quod si angulus uterq; B & C fuerit acutus, eodem modo demonstrabitur Lemma mutatis mutandis.

Coroll. Hinc consequitur momenta angulorum ad Basin esse inter se, ut sunt Tangentes angulorum ipsorum directe.

Hoc Lemmate muniti facili negotio cujuscvis Iridis Diametrum vel Constructione Geometrica vel calculo obtinere licet. Exposita enim linea quavis recta CA (Fig. 5.) dividatur primum in D , ita ut CA sit ad CD in ratione refractionis, quæ in *Aqua* fit, ut 250 ad 187, sive accuratius ut 529 and 396. Deinde dividatur CA in E , ita ut CE sit ad AE ut Unitas ad Numerum Reflexionum quas patitur Radius Solis ad Iridem propositam producendam idoneus; ac diametro AE describatur semicirculus ABE , ac centro C radio CD due arcum BD , semicirculo ABE in puncto B occurrentem: Ductis deniq; rectis CB , AB , demittatur in AB productam perpendicularis CF , eiq; parallela EB ; Dico Angulum CBF esse angulum Incidentiæ, ac Angulum CAB esse angulum refractum, quos quærimus, quiq; producent Iridem propositam.

Demonstratio. Cum Triangula ACF , AEB sint similia, erit AF ad BF ut AC ad EC , hoc est ut Numerus Reflexionum Unitate auctus ad Unitatem, per Constructionem; ac proinde momentum Anguli CBF erit ad momentum anguli CAF in eadem ratione, per Lemma præcedens. Sed sinus anguli CBF est ad sinum Anguli CAF , in ratione Laterum CA , CB , hoc est in ratione refractionis datæ; etiam per Constructionem, Angulus itaq; Incidentiæ CBF habet angulum refractum. sibi respondentem CAF , eorumq; momenta sunt in ratione propositâ, quocirca sunt anguli quæstiti. Q. E. D. Jamq; multiplicando angulum refractum per numerum Reflexionum Unitate auctum, & e factò subducendo angulum Incidentiæ, habebitur Semissis distantia Iridis a Sole, si numerus reflexionum fuerit par, vel a Solis opposito si fuerit impar, prout jam diximus.

Hinc

Hinc Constructione satis concinnâ nec ineleganti, omnium ordine Iridum Incidentias Synoptice exhibere possumus, in quolibet Liquore cujus refractio cognita est. Si enim linea exposita AC Fig. 5. dividatur bifariam in E , Trifariam in e , Quadrifariam in ϵ , ac quinquifariam in ν , &c. ac diametris $AE, Ae, \Lambda e, A\nu$, describantur semicirculi $ABE, Abe, A\beta e, A\nu e$; Quibus omnibus occurrat arcus circularis $DBb\beta v$, centro C radio CD descriptus (qui fit ad AC in ratione refractionis datâ) in punctis B, b, β, v ; dico quod ductæ lineæ $AB, Ab, A\beta, Av$, constituent cum linea AC angulos $CAB, CA b, CA\beta, CA v$ æquales angulis refractis, ac cum radiis $CB, Cb, C\beta, Cv$, respective, angulos æquales angulis Incidentiæ requisitis, nempe ABC , vel potius ejus complementum ad semicirculum, pro Primariâ Iride, AbC pro Secundaria, $A\beta C$ pro Tertia, ac AvC pro Quartâ: & sic deinceps.

Quod si cui calculo accurato hos angulos investigare libeat, ex eodem fonte facile eruet Lector Analysta, quod posito radio $= 1$, ac ratione refractionis ut r ad s , Sinus Incidentiæ erit $\sqrt{\frac{4}{3} - \frac{1rr}{3ss}}$, sinus verò anguli refracti $\sqrt{\frac{4ss}{3rr} - \frac{1}{3}}$, a quibus angulis provenit Iris Primaria. Pro Secundariâ vero $\sqrt{\frac{9}{8} - \frac{1rr}{8ss}}$ erit sinus Incidentiæ, ac sinus anguli Refracti $\sqrt{\frac{9ss}{8rr} - \frac{1}{8}}$. Pro Tertia sinus Incidentiæ erit $\sqrt{\frac{16}{15} - \frac{1rr}{15ss}}$, Sinus refracti Anguli $\sqrt{\frac{16ss}{15rr} - \frac{1}{15}}$. Radii autem Lucis in Iridem Quartam emergentes in guttulas incident cum angulo cujus Sinus est $\sqrt{\frac{25}{24} - \frac{1rr}{24ss}}$: angulus autem refractus sinum habet $\sqrt{\frac{25ss}{24rr} - \frac{1}{24}}$. & sic de cæteris. Invenies autem suscepto calculo, admissâ ratione Cartesianâ, Iridem primariam distare ab opposito Solis $41^{\circ} 30'$, Secundariam

cundariam $51^{\circ} 55'$ ab eodem opposito. Tertiam vero $40^{\circ} 20'$, ac Quartam $45^{\circ} 33'$ ab ipso Sole, quas nescio an unquam aliquis videre possit ob causas jam dictas. Atq; hæc de Magnitudine Iridum in Guttulis perspicuis Fluidi, cujus vires refractivæ innotescant, dicta sunt. Restat ut nonnulla adjiciam de Coloribus quibus pinguntur Irides, eorumq; ordine in singulis, variatâ scilicet Refractione per omnes gradus possibiles.

Sciendum autem imprimis docuisse sagacissimum Dm. *Newtonum* evidentibus experimentis, Luminis Radios non simplices ac uniformes e corpore luminoso egredi, sed constare *Lucem* albam puramq; quam conspicimus, ex omnigenarum Colorum corpusculis, motu rapidissimo inter se commixtis: Rerumq; Colores oriri secundum diversas earum dispositiones ad refringendam vel reflectendam peculiarem aliquam *Lucis* speciem: Hoc maxime probari a Refractionibus, quibus separantur hæc species, cum scilicet *Lux Cærulea* vel *Purpurea*, in eodem perspicuo, aliquanto plus refringatur, quam *Flava* vel *Coccinea*. Adeat autem Lector Epistolas Viri Clarissimi (Num. 80. & Seqq. Phil. Transact.) unde summa cum Voluptate ex specimine capiat, quantus in hoc de Luce argumento excutiendo Author sit futurus.

Nostro autem negotio sufficit *Lumen* omne generis *Cærulei* paulo plus retingi quam *Lumen* quodvis *Rubens*, a quâ differentiâ oritur Latitudo Iridum, observatione quidem ægre definienda, ob incertos Colorum in nube limites. Quo autem majoris est inæqualitatis ratio inter C A & C D, sive quo major est refractione, eo major provenit distantia Iridis cujusvis a Sole. adeoq; semper Iridum limites a Sole remotiores purpureo Colore fulgent, propiores vero spisse rubent: uti semper videre est in Iride *Primariâ*, quæ quidem evanescit in opposito Solis si situs Incidentiæ fuerit ad Sinum Anguli refracti sicut

CA ad CE five ut 2 ad 1 : Quod si major fuerit ratio illa, nulla omnino conspici potest Iris Primaria.

Secundariam autem Iridem notandum est in opposito Solis in punctum a' ire, quoties ratio refractionis fuerit ut 1 ad $\sqrt{\frac{11}{7}} + \sqrt{\frac{4}{7}}$, five ut 1 ad, 0, 847487 . . . Inde vero ad solem ipsum recurrere, ibiq; evanescere, si dicta ratio fuerit ut 3 ad 1, five ut CA ad Ce. Intermediis vero rationibus (quales habentur in omnibus Fluidis notis, Aere excepto) quo major est ratio, eo plus distat Iris ab Opposito Solis, vel potius a Sole ipso, numerato ultra semicirculum arcu : ac proinde Colores diverso a Primaria ordine reperiri videbuntur, in his recursibus, nisi hoc in sensu sumatur distantia Iridum a Sole : quod quidem ubiq; in cæteris observandum.

Tertia Iris in opposito Solis confunditur, existente ratione Refractionis ut 1 ad ,91855 . . . Indeq; ad Solem recurrit in ratione 1 ad,68250 . . . Unde iterum, restituto Colorum ordine, in ratione 4 ad 1, five ut CA ad C₃, definit in Solis Opposito. Iris autem Quarta a Sole incipiens in ratione æqualitatis, ad oppositum ejus transit in ratione 1 ad ,94895 . . . indeq; ad Solem regreditur si ratio fuerit ut 5 ad 4. Hinc iterum spargitur ad Solis Oppositum in ratione 1 ad ,56337 . . . quo spatio clauduntur omnium Fluidorum refractiones notæ. Deniq; ratione existente ut 5 ad 1 five ut CA ad C₁₁, in ipso Sole evanescit. Coloribus ubiq; quoad visum inversis in regressu ad Solem, uti rectis in Egressu.

Hinc in Nimbis Aqueis, Primaria ac Quarta Iris Coccineos Colores Soli objiciunt: Secundaria vero ac Tertia purpureos. Sed in his describendis fortasse nimium sum, cum Iris ipsa nihil aliud sit quam Phantasma Momentaneum.

Unde autem oriatur diversa Fluidorum vis refractiva non levis momenti Problema est, interq; arcana

Naturæ, nondum sensibus nec ratiociniis nostris objecta, merito censendum : Aqua etenim pura, inter Fluida omnium minime Radios Lucis refringit ; ac Salibus quibusvis solutis imbuta, secundum quantitatem Salis pondusq; suum, auget Refractiones : ac Spiritus corrosivi Aqua multo graviores, etiam Radios Lucis multo plus detorquent ; nec miram cum Corpora densiora sint, eoq; magis Luminis transitus obstruere concipi possunt : Cur autem in Spiritibus ardentibus aut Oleis quibusvis reperitur tanta refractione, præsertim in Sp. Terebinthinæ aut Vini ; cum Fluida sint respectu Aquæ admodum levia, ac particulis æthereis plurimum constantia, pari argumento non patet : Sed Luminis ac Materiæ ipsius interiorum cognitionem postulare videtur.

Ex data autem Iridis a Sole distantia, Refractionis rationem eruere Curiosis anam præbet observandi accuratissime ac parvo negotio cujusvis Fluidi Refractionem : Si enim ab inferiori parte exilis Cannulæ Vitreæ dependeat Guttula alicujus Fluidi perspicui, ac Sole prope Horizontem constituto sed fortiter splendente, observetur sub quo angulo cum opposito Solis in Guttula conspiciantur Iridis colores, habebitur levi calculo ratio quæsitæ : Cubica autem est æquatio, unicâ Radice explicabilis, quâ ex data Iride Primariâ supputatur Ratio : nempe $T^3 - 3 TT t - 4 r r t = 0$, ubi T est Tangens anguli Incidentiæ requisitæ, t autem Tangens semissis distantiæ Iridis ab Opposito Solis ad Radium $r = 1$: unde Juxta *Cardani* Regulas provenit Theorema. viz. *De Cubo ipsius t subducatur productum ex 2 t r in excessum Secantis ejusdem arcus supra Radium : differentia erit Cubus minor. Eorundem autem summa, adjectis 4 t r r, erit cubus major. Summa Laterum utriusq; Cubi atq; ipsius t æquabitur Tangenti anguli Incidentiæ, ejusq; semis erit etiam Tangens anguli*

anguli refracti, unde constat ratio quam quærimus
Hujus rei cape Exemplum. In Guttula olei Terebin-
thinæ observatur distantia Iridis Primariæ ab Opposito
Solis 25° : 40', quæritur ratio refractionis.

t = Tang: 12° . 50' = 0,2278063

f = Secant : ejusdem = 1,0256197

... t t t = 0,01167265

f - r in str = 0,01167265

Diff. Cub: minor 0,0014952 √³ . 0,0530773

Summa 0,02349482

4 t t t 0,91122525

Cubus major 0,93472007 √³ 0,9777486

t 0,2278063

T = Tang. Incid. 51° . 32' 1,2586322

½ T = Tang. Refr: 52 . 11. 0,6293161

Denique ut $\sqrt{T T + 4}$ ad $\sqrt{T T + 1}$:: ita r ad
s :: ita 1 ad ,68026. Quæ quidem ratio proxime ac-
cedit ad illam, quam in Vitro ac plurimis Solidis pellu-
cidis experimento inesse constat. Adamas autem non
tantum duritie ac pretio Diaphana omnia præcellit, sed
etiam hac vi Refractivâ ; cum sit ratio ejus ut 5 ad 2
proxime, vel rectius ut 100 ad 41. Sed de his fortas-
se suo loco uberius.

Dum in his scribendis occupatus tenerer, meo hortatu
peritissimus Geometra Dominus de Moivre similem æqua-
tionem pro investigandâ ratione e data Iridis Secunda-
riæ semidiametro inquisivit ; qua quidem paulo accurati-
us determinatur ratio, sed cum Biquadratica sit, pari fa-
cilitate Calculus non absolvitur: Hæc autem est

X x x x x

T

$T^4 + \frac{2}{3} T^3 t - 2 T T r r - \frac{1}{3} r^4 = 0$ Ubi T est Tangens anguli Refracti, t Tangens semiffis distantiae Iridis ab opposito Solis ad Radium $r = 1$. Hæc autem æquatio ejus formæ est, ut semper Affirmativâ unâ ac una Negativâ radice explicari possit, quarum altera ac Minor est Tangens anguli Refracti, in Regressu ad Solem, viz. cum Purpurei Colores Soli propiores sunt. Major autem Radix est Tangens anguli Refracti, in Iride a Sole egrediente, ut supra observavimus, nempe in Fluido minoris rationis. In Oleo Terebinthinæ observatur distantia hujus Iridis ab Opposito Solis $81^\circ 30'$; unde eruere potest Lector Curiosus Radices 0, 80822 .. ac $-2, 98131$.. Tangentes angulorum Refractorum; hinc supputatur Ratio majoris inæqualitatis ut 1 ad 0, 67995 .. qualis est in Oleo Terebinthinæ: A Majori autem Radice provenit ratio minor, ut 1 ad 0, 9540 proxime, quanta daretur in Fluido Iridem secundariam ejusdem diametri exhibente, sed quæ Rubentibus coloribus more Primariæ Solem respiceret.

Si cui libeat Constructione Geometrica has radices inquirere, data quavis Parabola facilius efficitur, quam ut opus sit repetere quæ N° 188 Phil. Trans: de ea re prodidi. Derivatur autem utraq; Æquatio ex præmissis, simulq; e Regulis pro Tangentibus arcus Dupli ac Tripli, quod indicasse mediocriter exercitato loco demonstrationis est.

Hac dissertatione jam prælo commissa, mihi ad manus venit, beneficio Amici, Liber cui titulus *Thaumantiadis Thaumasa*, sub præsidio Domini *Chr. Sturmii*, *Noriburgæ* anno 1699 editus, quo quicquid uspiam de hoc argumento, tam apud Modernos quam Veteres reperiatur, collegisse videtur Scriptor solertissimus: Computumq; *Cartesii*, *Eckardi*, *Honorati Fabri* ac *Mariotti* subjungit, ac illustrat. Unde clarum est ceteros parum aut nihil *Cartesii* inventa auxisse, iisdem Calculi methed-
dis

dis tentativis ac parum Geometricis innixos. Ut autem sentiat Lector æquus qualia in doctrina Iridis a me præstita sint, vellem Librum prædictum perlegat, ac cum nostris conferat; ne in his edendis, actum agere, Crambenq; recoctam apponere videar. Quantos autem præbeat usus in Astronomicis Lemma hoc nostrum aliâ data occasione commonstrabitur.

IV. *An advertisement necessary for all Navigators bound up the Channel of England.*

FOR several years last past it has been observed, that many Ships bound up the Channel, have by mistake fallen to the Northward of *Scilly*, and run up the *Bristol Channel* or *Severn Sea*, not without great danger, and the loss of many of them. The reason of it is, without dispute, from the Change of the Variation of the Compass, and the Latitude of the *Lizard* and *Scilly* laid down too far Northerly by near 5 Leagues. For from undoubted observation the *Lizard* lies in $49^{\circ} 55'$, the middle of *Scilly* due West therefrom, and the South part thereof nearest $49^{\circ} . 50'$. whereas in most Charts and Books of Navigation they are laid down to the Northward of 50° : and in some full $50^{\circ} . 10$. Nor was this without a good effect as long as the Variation continued Easterly, as it was when the Charts were made. But since it is become considerably Westerly, (as it has been ever since the year 1657) and is at present about $7 \frac{1}{2}$ degrees; all ships standing in, out of the Ocean, East by Compass, go two thirds of a Point to the Northward of their true Course, and in every eighty Miles they sail, alter their Latitude about

Fig: 2.

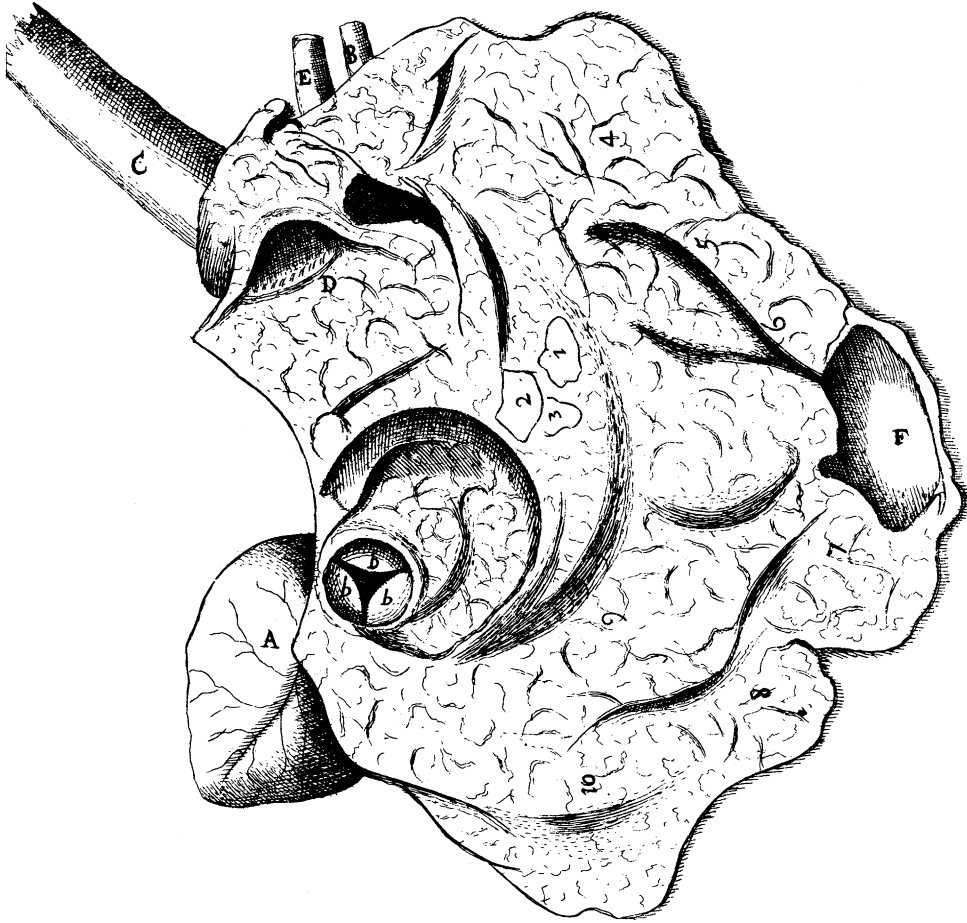


Fig: 2.

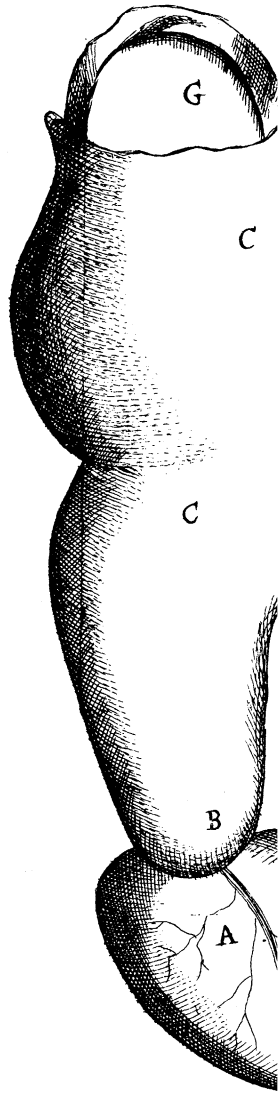
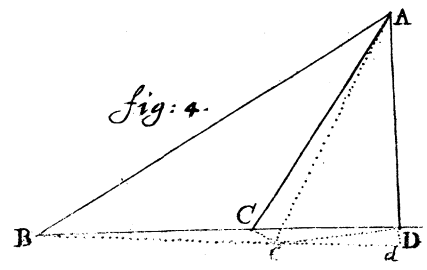


Fig: 4.



2-

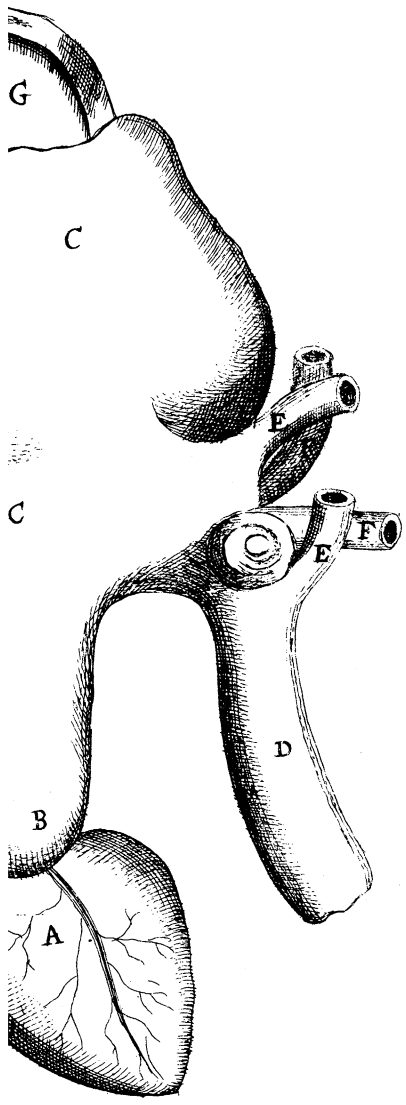


fig: 3 -

