



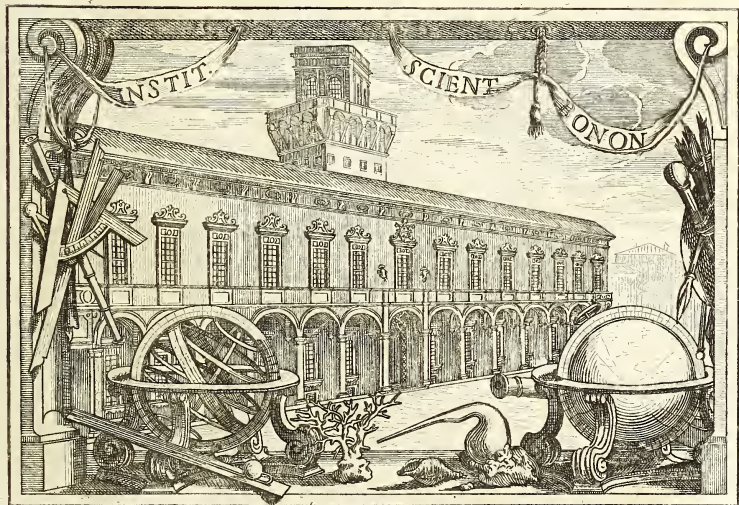
WAUDSWORTH

. 4S 1103 B



S. 1103. B. 10

DE BONONIENSI
SCIENTIARUM
ET
ARTIUM
INSTITUTO ATQUE ACADEMIA
COMMENTARII.
TOMUS SEXTUS.

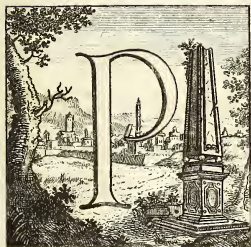


BONONIÆ

Ex Typographia Lælii a Vulpe. MDCCLXXXIII.
SUPERIORUM PERMISSU.



PIO SEXTO
PONTIFICI MAXIMO.



Rodit tandem in lucem
Sextus hic commentariorum tomus,
quem nisi Tibi, SANCTISSIME PATER,
offeram, non solum desim ipse mihi,
** 2* *sed*

*sed Academicæ, totique Instituto vim
facere videar. Ea enim continet, quæ
vel in ipso acta sunt Instituto, vel
sunt ab Academicis conscripta; editur
autem a me illis, si minus jubentibus,
at concedentibus certe, vel potius con-
sentientibus. Quare est ipse non tam
meæ, quam Instituti, atque Academicæ
voluntatis testis. Qui si meam, si In-
stituti, Et Academicæ voluntatem præ-
siefert, liceat mihi, SANCTISSIME PA-
TER, affirmare, nihil ipsi deesse, quo-
minus sit plane Tuus. Nam ut omit-
tam, aliis nominibus Tuum esse Insti-
tutum, Tua quæcumque in eo perfici-
untur, Tua quæcumque ad illud ali-
quo modo pertinent, hoc etiam Tui su-
mus, quod immortalibus Tuis benefi-
ciis ita nos Tibi devinxisti, nihil ut
magis velimus, quam Tui esse, nec
quidquam tam sit nobis propositum,
quam ut Tui videamur. Quod si diffi-
cile admodum est tanto nos proposito*
non

non indignos præbere, speramus tamen, quæ Tua est singularis, ac prope incredibilis clementia, fore hanc nostram Tibi acceptam voluntatem; idque ut eveniat Te etiam atque etiam precamur. Cujus quidem nos voti composites esse factos intelligemus, si ad cetera præstantissima Tua erga nos merita hoc etiam accesserit, ut librum hunc libenti animo excipias, qui eo vel maxime carus nobis est, quod de Tuis etiam in nos collatis beneficiis commemorat. Quamquam recentiora, quæ adhuc majora sunt, referre non potest, quippe qui, cum ea contulisti, esset magna ex parte jam impressus; quorum propterea commemoratio totum, qui hunc sequetur, Et exteris commendatiorem, Et nobis gratiorem efficiet. Interim infixæ hæret nostris mentibus memoria, digna sane quæ amplissimis consecratur monumentis, auspiciatissimæ illius diei, qua, non alienum ratus

Maje-

*Majestate Tua Institutum visere, sedes has, hæcque optimarum artium, ac disciplinarum domicilia novo, nec ante unquam audito honoris genere cumulasti; Professores augustissimo aspectu Tuo recreasti; Academiam clementia, ac pene dixerim benignitate complexus es tam eximia, ut nemo fuerit, qui non penitus commoveretur; Instituti denique ipsius censum, Et Professorum præmia annuis attributis pecuniis liberalissime amplificasti. Quo quidem præclarissimum nobis signum sustulisti ad bene de omni Instituto sperandum: nam præterquam quod id tribuisti, quo Et disciplinarum, quas colit, supellex possit in dies augeri, Et Professores fiant ad sua prosequenda studia alacriores, quibus sine rebus florere, Et splendescere Institutum non potest; tanta existit lenitatis Tuæ, ac benevolenticæ significatio, ut dubitari non siveris, quin sit idem semper
futu-*

*futurum Tibi majorem in modum comi-
mendatum. Tanto autem, tamque lu-
culento Patrocinio si tueri se, ac con-
firmare possit, jam nihil sibi deesse ad
gloriam putabit. Quæ dum considero,
jam minus timide, quamquam summa,
uti debeo, cum veneratione, librum
hunc ad Te, SANCTISSIME PATER, de-
fero; in spem enim inducor fore, ut
qualiscumque sit, cum tamen se dicat
ab Instituto profectum, clementer a
Te excipiatur. Quod si impetravero,
uberrimum, atque adeo maximum vo-
luntatis nostræ, ut etiam pro Insti-
tuto, Et Academia pollicear, fructum
nobis tulisse videbimur. Faxit Deus
Optimus Maximus, ut cum nostro,
Et litterarum, quas coluisti Tu quidem
semper, ac mirifice fovisti, tum uni-
versæ Christianæ Reipublicæ bono, Et
Tuo quam diutissime valeas.*



DE BONONIENSI SCIENTIARUM

E T

ARTIUM

INSTITUTO ATQUE ACADEMIA COMMENTARII.

Annis jam duodecim elapsis, posteaquam tomus commentariorum nostrorum quintus prodiit, non dubito fore plerosque, qui in ipso hoc sexti aditu causas opperiantur cunctationis, quæ a nostræ præsertim ætatis ingenio, quando tanta est librorum edendorum festinatio, aliena maxime esse videatur. Atque hi erunt fere, qui nostrum esse putabunt, a tantæ culpa negligentæ Academiam liberare, si fieri possit; sin minus, errati veniam impetrare. Sed facere primum quam brevissime possumus, & nullis prolatis causis, si dixerimus, quod firmissime etiam asseveramus, Academiam nulla in re huic editioni defuisse; tarditatem omnem aliunde esse profectam. Neque vero, etiam si affirmare id non possemus, facile ad faciendum adducemur alterum, veriti ne id facientes Academiam in arrogantis suspicionem, a qua longissime abhorret, vocare videamur. Tanti enim illam sua facere non credimus, ut peccare se putet, si quæ nullo cogente scribit, ea emittere non properet. Quæ si tardant expectata, ipsa in culpa non est, quæ nec umquam expectare iussit, & sæpe ea aperuit, ex quibus appareret, non sibi properare licere. Eam tamen expectationem tantum abest ut moleste ferat, ut maxime etiam probet, sibi que honorificam putet: sua enim videt aliquid esse; quæ nisi aliquid essent, expectationem non moverent.

Quamobrem alacriori jam animo, quoniam princeps tantæ tarditatis causa nuper singulari Senatorum Instituto Præfectorum providentia, ut suo loco dicemus, sublata est, operam dabit, ut omnem impolterum præveniat expectationem. Quod sane non dubito ejus nomine jam nunc promittere, atque polliceri, præsertim cum tanta in promptu sit opusculorum copia, quanta pluribus tomis sufficere possit. Atque hujusmodi quidem a nobis promissum reportasse gratius multo fore expectantibus confido, quam omnes novisse, quotquot proferri possent, superioris cunctationis causas: quæ sint quamvis honestæ, diligenterque descriptæ, numquam tamen, ut iidem expectandi molestiam non habuerint, efficere valeant. Itaque nulla adjecta mora ad propositum veniemus, & quæ in Scientiarum Instituto ex anno millesimo septingentesimo sexagesimo septimo acta sunt primum exponemus, tum quæ ab Academicis ad disciplinas varias illustrandas proposita fuerunt declarabimus.

De Senatoribus Instituti Præfectis.

Instituti præfecturam obtinebant eo, quem posui, anno Hieronymus Cospius, Cæsar Marsilius, Joannes Elephantius, Ulysses Gozadinus, Joannes Franciscus Aldrovandus, Joseph Montius, Senatores amplissimi, atque publicæ rei administrandæ peritissimi; inter quos primo loco erat Cospius. Sub finem anni ejusdem Gozadinus Bononiensium ad Pontificem Maximum Orator a Senatu delectus Romam commigravit, ubi adhuc hæc nobis scribentibus ejus honoris perfunctione utitur. Itaque ne quinque, qui restabant, Præfectis laborum socius interea esset desiderandus, anno ineunte septuagesimo supra millesimum septingentesimum Senatus iis Pyrrheum Malvetium adjunxit, eximia virum pietate, morum suavitate singulari, eundemque a litteris excultissimum; in cujus laudes hoc etiam referre possumus, quod Sigismundi erat filius, qui antequam Senatorio se munere abdicaret, Instituti Præfectus erat, illudque diu consilio, opera, ac muneribus juverat, ornaveraturque. Talis cum esset Malvetius, taliaque exempla ante oculos haberet, dignus in primis erat, qui perpetuam Instituti præfecturam teneret. Il-
lud

Iud ergo fuerat opportunissime provisum, ut qui præfecturam pro Gozadino gereret, in eadem etiam post hujus in patriam reditum maneret.

Sed annus millesimus septingentesimus septuagesimus quartus cœpit Instituto esse gravis. Nam sub hujus anni initium Elephantutius Senatoriam dignitatem, quo litteris commodius, studiisque vacaret, quibus erat maxime deditus, dimittere voluit, & patriæ privatus prodesse, cui plurimum profuerat Senator. Anno proximo Elephantutium in itatus est Montius: eodem anno exeunte Marfilius, quod gravius est, e vita decessit; nec ita multo post decessit etiam Cospius. De horum laudibus nihil ad ea, quæ superioribus tomis dicta sunt, hic addemus: spatii enim angustia huic commentario concessi nos cogit esse breves. Sed præterire nec possum, nec debeo, quod litteras maxime respicit, Elephantutium, paulo post quam musarum otio frui cœpit, Ulyssis illius Aldrovandi, qui præstantibus suis in naturalem historiam promeritis etiamnum claret, vitam scripsisse, mira sane diligentia, summoque nitore; sicque nobilissimi civis egregia facta vel ab obscuritate, vel a mendacio certissimis monumentis vindicasse. Illam, tamquam sui in Academiam, atque in omne Institutum amoris pignus, Academicis dicavit, in quorum deinde numerum ob tot merita fuit quam honorificentissime cooptatus. Ediderat idem non multo ante librum de rebus gestis Aloysii Ferdinandi Marfilii, qui Instituti auctor fuit, eumque Lazari Opitii Pallavicini nomini inscriperat, summa tum auctoritate, tum doctrina Cardinalis, qui & Bononiæ fuerat Legatus, & erat tunc Romæ a Clemente XIV Pontifice Maximo universæ reipublicæ administrator constitutus. Eum librum quicumque legerit, non poterit sermonis elegantiam, ordinis perspicuitatem, & totius eruditionis delectum non vehementer laudare. Nunc probatissimis ex omni memoria collectis monumentis vitas Bononiensium, qui litteris claruerunt, illustrat Elephantutius, quas magnam jam partem, dum scribimus, ad prelum concinnatas eum habere intelligimus. Sed his, quos diximus, Senatoribus quinam in præfectura successerint jam ostendamus.

Elephantutio Alphonsus Bonfiolus suffectus est, de antiquissima, nobilissimaque gente Malvetia, patre ortus Josepho, Vincentii Cardinalis amplissimi, qui tum erat Bononiæ

Archiepiscopus, fratre. Venerat non ita pridem ex itineribus, quæ, ut cultissimas Europæ nationes viferet, susceperat. Ac tanta in eo ad rerum gerendarum prudentiam accedebat lenitas animi, tamque apta, & ad omne humanitatis studium disposita natura, ut si illud etiam addas, quod ab optimis quibusque artibus, physica in primis, & mathematica, instructissimus erat, ad Institutum, litteratorum hominum sedem, & quasi disciplinarum arcem, gubernandum factus videretur. Tali tamen gubernatore haud diu uti Instituto licuit. Nam brevi factum est, ut primum Clementis XIV P. M. invitatu, deinde etiam patrum impulsu Sacerdotium inierit, ac statim, quod fieri solet, omnem publicorum munerum curam abjecerit. Itaque anno ineunte millesimo septingentesimo sexto & septuagesimo quatuor adhuc deerant Instituto Senatores Præfecti.

Horum deligendorum causa convenit eodem anno Senatus ad VI non. martias; magnaque erat expectatio, quibus præfectura cederet. Hanc suffragia mirifice expleverunt. Præfectos enim tulerunt Joannem Lambertinum, Josephum Angelellium, Ludovicum Saviolum, Antonium Silvestrium Bovium; a quibus certa spes erat bene Instituto eventurum. Nec vero poterat Lambertino non esse carum Institutum, quod & Egano patri, qui, dum vixit, præfecturam tenuit, & hujus patris, Benedicto XIV P. M., qui alter Instituti conditor jure dici potest, fuerat carissimum. Quamquam non solum propter horum vel auctoritatem, vel merita commendabat se illi Institutum, sed etiam propter eas artes, quas maxime colit, physicam præsertim, & mechanicam, quarum erat ille diligentissimus. Eademque causa ceteros quoque efficiebat optime erga Institutum animatos: pari enim studio liberalem quamque, & dignam homine nobili doctrinam omnes prosequerentur. Cujus rei Angelellius, & Saviolus publicam significationem dederant: quorum alter tragœdias, perdifficile sane poematis genus, scripsit non paucas, valdeque probatas: alter & Bononiensium annales severissimo rerum delectu, durissimaque conquisitione conficiebat, quorum volumen primum, dum hæc scribebam, erat brevi lucem aspecturum; & ediderat jam multo ante odarum fasciculum, haud magnum quidem, sed Venere, & Apolline dignum. Hinc minime mirum, quod esset sermo utriusque di-

disertus; quæ res cum in negotiis conficiendis plurimum valeat, propterea in hoc etiam uterque præstabat. Neque minus versibus scribendis delectabatur Bovius, quos multos condiderat suavissimos. Nepos erat fororis Bovii illius, quem in primo commentariorum tomo iis annumeratum legimus, qui Instituto vix condito primi præfecturam obierunt. Docile habebat ingenium, & ad virtutem proclive; omnesque facile ab eo gratiam inibant, qui doctrinæ opinionem haberent. Hactenus quinam Senatores ad annum millesimum septingentesimum septuagesimum nonum Instituto rem gererent, exposui: quam bene gererent, multis locis declarabunt ea, quæ sum deinceps explicaturus.

De Professoribus Instituti.

Multa duodecim annorum intervallo mutata sunt in Scientiarum Instituto, quæ ad hoc caput pertinent. Omnia, qua potero brevitate, perstringam. Anno ineunte millesimo septingentesimo sexagesimo nono adhuc duos Institutum desiderabat adjuutores, alterum ad chymicam, ad naturalem historiam alterum. Hos delegit Senatus XII cal. mart. eodem anno. Itaque Vincentio Putio, qui chymicam profitebatur, adjunctus est Aloysius Laghius, ejus artis non minus, quam medicinæ scientia clarus. Utramque disciplinam a Beccario acceperat, & filius erat Thomæ, quem sæpe & honorifice in superioribus tomis commemoratum invenimus: eum vero in omnibus semper se præstitit, ut dignus haberetur tali & magistro, & patre. Cajetano autem Montio, qui naturalem historiam docebat, datus est socius Gabriel Brunellius Joannis, qui apud potentissimum Lusitanorum Regem mathematici munere fungebatur, frater. Gustaverat & ipse mathematica studia; in sacris vero profecerat valde; vehementerque humaniores litteras amabat: sed nihil tam colebat, quam botanicam, omnemque naturæ historiam, in quas se denique totum abdidit. Quo minus mirandum, quod ei quinque post annis mortuo Bassio, qui publico plantarum exoticarum horto præerat, ejusdem horti præfectura est delata.

Proximo anno Galeatius, qui physicus erat, non tam ætate, quam meritis spectandus, ejus muneris, quam petebat,

bat, immunitatem obtinuit. Ei successit Balbus, qui adjutor ante fuerat; huicque adjutor datus Joseph Verattus. Homines hi satis jam famæ celebritate noti sunt omnibus, præsertim qui superiores commentariorum tomos legerint. Itaque ad alia propero.

Sub finem anni millesimi septingentesimi primi & septuagesimi Jacobus Mariscottus, ut sibi a geographiæ, nauticæque artis tradendæ labore cessare liceret, a Senatu impetravit. Aliis quippe, iisque gravioribus studiis distinebatur; ad quæ procuratio etiam accedebat rei familiaris, quæ ampla erat, fiebatque in dies amplior: ut propterea potuerit deinde Mariscottus de patria mereri non solum, quod jam fecerat, ut litteratus homo, sed etiam ut dives. Quare merito eum postea, ejusque familiam Senatus nobilium ordini adscripsit. Sed quæ Instituti sunt sequamur. Munus, quod Mariscottus dimiserat, habuit Aloysius Caccianemicus Palcanus, homo ad majora quæque aptus, ingenio summo, paratissimoque ad omnia, & memoria prorsus singulari. Natus in primis videbatur ad eloquentiam, cujus laude inter omnes florebat: in philosophicis porro disciplinis erat exercitatissimus, & egregie instructus etiam a mathematicis.

Anno post quam hæc acta sunt, Balbus apoplexia correptus intra paucos dies occubuit. Relinquebatur Verattus, qui physicam provinciam interea administraret, cui profecto vel solus, & sine adjutore cum propter doctrinam, tum propter experimentorum usum satisfacere quam cumulatissime poterat. Sed cœperat jam Senatorum Præfectorum animos sollicitos habere illa cogitatio, in tanta physicarum doctrinarum multitudine, varietateque non nisi plurimorum annorum spatio totius physicæ cursum posse comprehendere; id incommodum esse præsertim exteris adolescentibus, qui Bononiam studiorum causa confluunt, quorum plerique a parentibus repetebantur, antequam totum cursum confecissent. Neque vero dierum, quibus exercitationes in Scientiarum Instituto haberentur, numerus augeri commode poterat, Instituti ipsius ratione id impediente. Itaque cum sententiæ ea de re variæ inter Præfectos fuissent, quarum alias aliis de causis probare ipsi non potuerunt, denique de duobus Professoribus creandis, qui physicam inter se dividerent, & iisdem ambo diebus alter ab altero, ut ceterarum disciplinarum Professores

faciunt, in munere quisque suo versarentur, ad Senatum retulere. Comprobata res est Senatus auctoritate, statimque Professores facti Laura Bassia Josephi Veratti uxor, & Sebastianus Canterzani, qui idem erat Instituti, & Academiae a Secretis. Inter hos sic convenit, ut quae physica pars arctiorem cum geometria conjunctionem habet, eam sibi fumeret Canterzani, qui in mathematicis valde delectabatur; quae vero plura, conquistioraque experimenta requirit, Bassiae tota esset, cujus cognita jamdiu, perspectaque erat cum rerum ipsarum scientia, tum experimentorum capiendorum industria, in quibus vel a prima juventute cum omnium admiratione se se exercuerat. Eo in munere Canterzani adiutorem habuit Joannem Laurentium Bonaccursium, probatum medicum, hominem physicarum machinarum experientissimum, qui operam suam in re physica administranda Galeatio, & Balbo multos annos tribuerat; Bassia habuit Verattum, dignum sane qui Professor numeraretur; sed antiquius ei fuit, jucundiusque uxoris socium se esse, quam Professore ab uxore divisum.

Nunc me temporum ordo ad militarem architecturam vocat. Huic cum ad annum usque septuagesimum sextum supra millesimum septingentesimum praefuisset per quam diligentissime Gregorius Casalius, vereri idem coepit, ne parem ei, ac ante, praebere impofterum assiduitatem non posset, modo senatoris muneribus impeditus, modo etiam curis privatis: non levem enim operam ab eo administratio requirebat rei familiaris, qua non mediocriter ex testamentis auctus fuerat, unde ad eum nomina etiam, & cognomina manarunt, quibus nunc utitur, Philippus Maria Bentivolus Paleottus. Itaque eo, quem diximus, anno socium sibi laboris, seu, ut vulgo loquuntur, coadjutorem in Instituto postulavit; non est enim ad id munus adjutor lege constitutus. Obtinuit vero quem maxime cupiebat, Petrum Landium, juvenem liberali indole praeditum, litteris, & praesertim mathematicis studiis praecclare excultum. Tali socio adjutus potuit deinde Casalius in publicam rem, & privatam omni cura, cogitationeque incumbere, nec ullam in partem Instituto deesse.

Venio jam ad id, quod non sine magno dolore possum commemorare. Nam Francisco Maria Zanotto sublato, quali nos

nos orbatum fumus amico, vel potius parente! quantum Instituti, atque adeo universæ literariæ reipublicæ lumen est extinctum! Annum agebat octogesimo sexto prospera adhuc senectute utens, quantum quidem homo, qui tenui semper valetudine fuerat, studiisque indulgebat suis, a quibus nunquam discesserat; cum extremo autumnum anni millesimi septingentesimi septimi & septuagesimi pectoris rheumate affectus est, ad quod erat paulo proclivior. Minus sibi cavendum a morbo putavit, e quo sæpe alias feliciter evaserat, maluitque suis ipse viribus fidere, quam per medicum, amicosque, ne vitam suam in discrimen vocare vellet, exorari. Interea gravius laborare, febre teneri, eoque adduci, ut e lectulo surgere non posset. Omnia tum, sed fero, & nequidquam, adhibita remedia. Viribus sensim deficientibus, die natali Domini paulo post solis occasum pulmonis inflammatione consumptus est. Integra ad extremum usque fuit mente, mortemque summa animi constantia obivit: singulari enim fuerat in Deum, beatissimamque Virginem pietate, semperque persuasum habuit, eos insanire, qui hominum litteraturam eorundem incredulitate metiuntur. Vivus honores omnes consecutus erat, quos secundum nobiles consequi civis potest: ejusdem mortui memoria honore principum consecrata est. Atque ibi visum, quam fuerat Zanottus omnibus carus. Nam cuncti nobilium, civiumque ordines ære collato & funus ei fecerunt pompa prope regali, cui ad decus amplissimi civitatis magistratus interfuere, & marmoreum monumentum nobilissima forma in Scientiarum Instituto ponendum curarunt. Hanc tantam illi gratiam aurei ejus ad præstantia in litteras merita adjuncti mores pepererunt. Vix autem dici potest, quam esset sermo ejus urbanus, & humanitatis sale conspersus. Quare nihil ejus consuetudine jucundius; quam propterea clarissimi quique vel litteris, vel genere, vel dignitate viri cupide requirebant. Quorum sane multos possem honoris causa nominare: sed instar est omnium is, cujus conjuncta cum imperio præsentia urbs hæc, totaque nostra provincia perfruitur, Ignatius Boncompagnus Ludovici Cardinalis amplissimus. Hic enim, ut est in philosophia, historia, omni que politica, & digna viro principe eruditione, quod vere dicimus, versatissimus, non solum quibus diebus Academiam illam suam, quam ad has ipsas res excolendas sibi

sibi constituerat, convocaret, sed quam sæpissime poterat, ætate licet florentissima, senis optimi societate, & convictu utebatur. Verum de Zanotto qui plura cognoscere cupit, commentarium de ejus vita legat in omnium ejusdem operum editione, quam, dum hæc scribimus, Joseph Lucchesinus, homo diligentissimus, typis elegantissimis concinnat, multa, quæ ante numquam prelo commissa fuerant, complectentem. Nostrum est de eo illa narrare, quæ ad Institutum pertinent: quo etiam in genere multa haberemus dicenda, quorum summa tantum capita attingemus.

In academicorum numerum ab anno jam usque millesimo septingentesimo decimo octavo relatus, quo tempore recens fuerat ad Institutum adjuncta Academia, ad hujus formam poliendam, exornandamque, & ad Instituti rationem plane accommodandam non mediocrem operam contulit. Cum biennio post Instituti bibliothecæ præpositus fuerit, etsi id muneris annis non plus tribus retinuit, tamen librorum catalogos duos per summam diligentiam confecit. Creatus deinde Instituti, Academiæque a Secretis primus instituit res in utroque gestas litteris mandare, & una cum Academicorum opusculis edere: qua quidem re Instituti, & Academiæ celebritati studens immortalē sibi ipse laudem comparavit. Neque a Secretis tantum se præbuit aliorum inventa describens, sed academici quoque partes obiit, atque ut erat non solum mente nitidissima, & plane ad elegantiam facta, verum etiam ingenio præstantissimo, acerrimoque, multa ad disciplinas illustrandas de suo protulit. Quamquam non minorem ex scriptis aliis, quæ extra Academiæ tomos nec pauca, nec uno in genere emisit, est claritatem consecutus: quibus hoc ipso, quod jam constanti sunt celebrata fama, non est cur hic moremur. A Secretis fuit annos tres & quadraginta, donec scilicet Beccario mortuo Instituti Præses est renunciatus. Hujus enim sedis, quæ post Senatores Præfectos prima est, dignitati cumulatius prospicere se non posse Senatus putavit, quam si in eam Zanottum collocaret: quod cum faceret, id etiam, quod in primis cupiebat, consequeretur, ut in eum hominem, a quo tantus ad Institutum, & patriam splendor manavit, gratus, ut erat, sic etiam haberetur. Iisdem de causis sedem illam postea tenuit Eustachius Zanottus, qui Francisci erat fratris filius, homo cum fami-

lix nomine, tum vel maxime propria virtute clarus. Is ergo, hæc nobis scribentibus, Inſtituti erat Præſes, & ſimul in Specula Aſtronomicam rem, quæ illi jam inde a Manfredii obitu commiſſa fuit, ea cum laude adminiſtrabat, ut ſummo, cui ſucceſſerat, viro par haberetur.

Zanortum ſuum adhuc repoſcebat Academia, quaſi non fas eſſe putaret, digno immortalitate homine ſe orbari, cum novam repente jacturam fecit. Etenim anno milleſimo ſeptingenteſimo ſeptuageſimo octavo X cal. martias ſubita præcordiorum oppreſſio Lauram Baſſiam interemit. Quæ res eo gravior omnibus fuit, quo minus opinata: nam pridie ejus diei interfuerat Baſſia Academia, quam in primis frequentabat, neque ullam adverſæ valetudinis ſuſpicionem dederat. Maximo caſus hic ornamento univerſam etiam civitatem privavit, cui glorioſum erat feminam habere talem. Totius enim philoſophiæ erat peritiſſima: geometriam, atque algebram tenebat; deque his omnibus, ſive latine, ſive gallice, ſive italiſſime loqueretur, ita loquebatur, ut nec aptius, nec ornatius dici poſſe videretur: non loquebatur autem, niſi re, & occasione id poſtulante; modeſtiſſima quippe fuit, maximeque ab omni vel minima ſcientiæ oſtentatione aliena. Sed occaſiones habebat crebras, & prope quotidianas: nemo enim Bononiam veniebat bonis ſtudiis, atque artibus expolitus, quin de Baſſia ſtatim quæreret, eam viſeret, ſermoneſque cum ea litterarios vellet habere. Quo in numero viri principes fuere non pauci, potentiſſimique gentium florentiſſimarum domini; omneſque ſic ab ea diſcedebant, ut ejuſdem & mirarentur doctrinam, & virtutes laudarent. Græce etiam ſciebat. Sed res ante alias phyſicam diligentiffime coluit, quam experimentis illuſtrare numquam intermiſit. Eamque ob rem cum libros permultos, tum vero inſtrumenta, & machinas omnis generis ſibi comparaverat, quibus nihil ad pulchritudinem deerat, nihil ad elegantiam. His vero omnibus non ſic utebatur ipſa, ut ſibi ſoli indulgeret, aliorum non proſpiceret commodo. Nam cum domi phyſicam publica auctoritate doceret, qua in palæſtra auditores habuit ad extremum uſque tempus frequentiſſimos, lectiſſimoſque, quæcumque ad experimenta, quæ & erant quotidie plura, & ſæpe ſumptuoſa, opus eſſent, ea de ſua ſupelleſtili depromebat. Cujus quidem liberalitatis præmii loco eſſe ei potuit, quod vidit,
e ſuis

e suis discipulis præstantissimos Italiæ physicos extitisse. Magnum erat illi litterarum commercium cum doctis viris exteris, præsertim physicæ peritis; ut mirum videatur, in tanta studiorum occupatione potuisse eam magno liberorum numero diligentissimam, quod sane fecit, se matremfamilias præbere, & providentissimam. Talibus virtutibus, & moribus ejus suavissimis merito factum est, ut vivens ab omnibus coleretur, honoribusque afficeretur, quales non nisi nobilibus matronis haberi solent; mortua desiderium sui apud omnes civitatis ordines non facile leniendum reliquerit. Physica provincia, quam in Scientiarum Instituto gerebat, Veratto ejus viro tradita est, cui adjutor datus Natalis Magnanus, homo cum sacrarum, humaniorumque litterarum studiis, quod commune est illi cum optimis fratribus, exultissimus, tum vero in physicis, mathematicisque disciplinis longe versatissimus.

De iis, qui suam in Scientiarum Institutum operam conferunt, hæc præcipua erant, quæ habebam dicenda. Si qua sint alia scitu digna, ne nimis hujus magnitudo voluminis crescat, ea in septimum tomum rejicimus.

*De iis, quæ Instituto ad facultates varias
amplificandas accesserunt.*

A Ccessiones Instituto factæ sunt intra non multos annos nec paucæ, nec leves, partim multorum liberalitate, partim Senatorum Præfectorum providentia, quas in unum caput congero, singulas attingens quantum satis est, ut vel Instituto incrementa appareant, vel noster erga tot bene de illo meritos gratus animus perspiciatur. Ab eo exordior, quod non unius doctrinæ commodum respicit, sed omnium. Quis enim hanc hodie laudem librariorum arti deneget, quæ vulgo typographica appellatur? Quam fuisset e re Instituto hanc artem in ejus ædes importari, senserant jampridem Senatores Præfecti: sed quominus importaretur, multa obstabant. Consilium tamen illi numquam dejecere: quin etiam pro ut occasio ferebat, quidquid ad eam rem conducere videretur, longe quidem, sed diligenter providebant. Cujus sane diligentia fructibus sensim maturescentibus, tandem hoc

ipso, quo scribimus, anno perfici res potuit incredibili cum Academiæ totius, tum singulorum academicorum plausu, qui posthac nitidissimis typis, eorum potissimum commodo invecitis, quæcumque litteris mandabunt, edere nullo negotio, & quam promptissime poterunt.

Locus typographiæ amplus æque ac elegans datus est in ædibus Instituti inferioribus sub majorem bibliothecam. Effinxit characteres Franciscus Barattinus, bononiensis homo, mira ad hanc artem dexteritate: torcularia vero, quæ aptissima essent, construxit Joseph Brunius, cujus cognitam jamdiu perspectamque Institutum habebat machinarum vel excoGITANDARUM, vel perficiendarum industriam. Ipsum denique omnium sive operum, sive operarum regimen homini diligentissimo, atque typographicæ rei peritissimo, Petronio a Vulpe, demandatum est. Ne quid vero ad elegantiam deesset insigne datum, quo librorum, qui imprimerentur, frons ornaretur: tria refert numina, Apollinem, Minervam, & Mercurium, ad artium scilicet, disciplinarumque, quas Institutum uno quasi domicilio complectitur, societatem significandam.

Neque illud minus provide constitutum, ut bibliothecæ fines amplificarentur. Quamquam enim eos, circumspiciens, amplissimos jam esse dixisses, tamen usque adeo crevit librorum numerus, ut licet plutei plerique duplicem haberent voluminum seriem, alteram pone alteram, quamplurimi adhuc libri sedem non invenirent; qui propterea nec commode jacere, nec sub manu esse poterant. His ergo rite collocandis xySTUS exædificatus super eum, qui statuas habet, prorsus similis, ut etiam ordinis pulchritudo adesset, & e regione alterius, qui jamdiu unam quasi bibliothecæ appendicem efficiebat. Plutei quoque satis eleganti forma contructi, apteque dispositi.

Ea res aliud etiam commodum attulit: nam parietes supra pluteos aliquot ex illustrium virorum imaginibus, quas Ludovicus Montefanus de bibliotheca, cui præest, pluribus nominibus optime meritis quotidie comparat, excipere poterunt, quibus cœperat jam opportunus locus desiderari. Sic unum consilium rebus prospexit duabus, bibliothecæ, & pinacothecæ. Crescit enim hæc in dies tum Montefani, ut dictum est, industria, tum civium studio, qui suorum imagines

gines vel ultro, vel ab illo invitati ad Institutum deferunt. In his commemoratione maxime dignus est Philippus Herculani Bononiæ Senator amplissimus, idemque S. R. I. Princeps, qui non solum imagines majorum suorum omni ex parte præclaras donavit, verum pro singulari, quo litteras prosequitur, amore aliis etiam muneribus Institutum affectit.

Sed nullius in omni Instituto provinciæ tanta videntur exstitisse incrementa, quanta anatomicæ. Quæ cum antea solum osteologiæ, atque mysiologiæ finibus contineretur, ut sculptores dumtaxat, pictoresque ad se allicere videretur, nunc latissime ad omnes patet humani corporis partes, & chirurgos quoque, medicosque etiam difficiliores invitare potest. Quemadmodum res acta sit paucis exponam.

Anna Morandia Joannis Manzolinii uxor, cum is Lellio anatomicas statuas, quas tomo commentariorum secundo descriptas legimus, effingenti operam suam præstaret, desiderio exarsit animum ad sculpturam, atque adeo ad anatomiam adjungendi. In his brevi tam longe processit, ut non solum Lellio, si opus fuisset, operam & ipsa navare suam posset, sed conquiritiores etiam humani corporis structuras cera quam aptissime imitari. Itaque tabulas complures sibi effecit sensuum organa ad naturam exprimentes, quas ita videre cupientibus explicabat, nihil ut vel operi ad veritatem, vel artificio ad plenissimam anatomicæ scientiæ cognitionem deesse videretur. Ad hæc accedebat nativus quidam mulieris dicentis oris decor, singularis sermonis perspicuitas, præclara denique animi ad modestiam, ad pietatem, & ad urbanas quasque virtutes egregie a natura informati significatio. Quo factum est, ut cum omnes ejus admirarentur doctrinam, dexteritatemque, præsertim animadvertentes, nihil tam a muliebri ingenio alienum videri, quam non modo inter cadavera quotidie versari, sed etiam, ut Manzolinia faciebat, eadem correctare, atque ad molitiones suas apte dissecare; tum vero Senatus ei & docendi facultatem dederit, & annuam pecuniam ex magnis vectigalibus assignarit. Hæc magnam femine famam confecerant: nec quisquam optimarum artium studiosus iter Bononia faciebat, quin eam adiret; possemque non paucos commemorare viros principes, quorum fuit domus ejus nobilitata interventu. Nullum etiam fuit tempus, quo non opus aliquod urgeret, quod conficiendum exteri mandassent

dassent aut privati homines, aut publici litterariæ rei magistratus. Inter hæc tamen numquam desinit domesticam anatomicarum rerum suppellectilem expolire, ac locupletare: quam denique ita perfectam habuit, ut non solum adulti hominis partes omnes, earumque incessum, convenientiam, affectionesque varias exprimeret, sed diversarum etiam ætatum progressionem, atque adeo ipsa fœtus incrementa, & cum matre conjunctiones mirifice aperiret. Quibus omnibus, ne quid ad absolutissimum anatomix cursum conficiendum desideraretur, instrumentorum, quibus ea ars utitur, præcellens nitore, & forma apparatus insuper adjuungebatur.

Paraverat hæc sibi omnia Manzolinia nemine adjuvante; maritus enim mature decesserat: iisdemque utebatur domi suæ, quæ numquam studiosis non patuit. Quod cum multos annos fecisset, tandem accidit, ut Hieronymus Ranutius Senator gravissimus, omniumque rerum, sive quæ ad vitæ commoda, sive quæ ad magnificentiam pertinent, studiosissimus, oculos ad hanc suppellectilem converterit, tamquam ad rem, qua novum, nec vulgare ornamenti genus suis illis nobilissimis, ac prope regiis ædibus addi posse intelligebat. Itaque de ea re cum Manzolinia egit, neque ita multo post convenit. Tota ergo supellex in Ranutianas ædes importata est; quo eodem & Manzolinia commigravit, quæ & illius esset custos, & eam, ubi opus esset, poscentibus demonstraret. Nemo autem fuit, cui totum id consilii non valde probatum fuerit, cum videret feminæ de patria meritissimæ opera tam nobili in sede collocata. Tamen dubium non est, quin Senatores Instituti Præfecti in ipso maluissent Instituto. Quod tum vel maxime apparuit, cum, Manzolinia mortua, omni statim officii genere provocare Ranutium instituerunt, ut universum illum apparatus Instituto concederet. Neque vero se diu passus est rogari Ranutius, ut ne studiosorum, Instituti, totiusque patriæ commodo suum anteponeret. Anno igitur millesimo septingentesimo septuagesimo sexto tota Manzoliniana supellex ad Institutum delata est, & in eo conclavi locata, quod statuis a Lellio confectis, ceterisque ad otteologiam, mysiologiamque pertinentibus adjacet. Physicæ machinæ, quæ conclave hoc arte tenebant, in aliud translatae sunt, aptis ad id constructis armariis; in illud scilicet, in quo physicæ exercitationes habentur, quod vacuum forte erat,

erat, primumque ad sinistram occurrit in majorem Instituti aulam ingredienti. Anno proximo ad IV id. jun. Aloysius Galvanus, cui hæc provincia credita est, coram Senatoribus Præfectis magna auditorum frequentia de anatomia in Manzolinianis tabulis tradenda præfatus est; cujus elegans sane oratio typis fuit deinde impressa. Ceterum eo etiam nomine æquum erat, ut in Bononiensi Instituto Manzolinianum opus concederetur, quod ejus laus non minima est, primum facile inter cetera ejusdem generis toto orbe existitisse, & a femina fuisse factum, & a Bononiensi.

Hic tacendum non est de singulari Pii VI Pontificis Maximi beneficio, quod ad præclaram ejus tum in urbem hanc nostram, & Institutum, tum vero in optimas quasque artes, & disciplinas voluntatem declarandam plurimum valet. Nam cum omnia, quæ adhuc descripsi, Instituto addi sine magna impensa non possent, cui longe abesset, ut ejusdem facultates sufficerent, Summus Pontifex, vix dum Senatorum mente cognita, ultro concessit, ut in eam rem pecuniæ ex magno vectigali erogarentur, quæ Superiorum Pontificum auctoritate in alios usus essent perscriptæ. Itaque propter tanti Pontificis recordationem, quam adjunctam habent, efficitur nobis partarum rerum usus cum probator, tum multo etiam jucundior.

Ad Instituti incrementa illud quoque referri debet, quod chymicæ sedibus amplificatis, eisdemque omni vasorum genere auctis, nec non aptissimis multiplici forma constructis furnis, clibanisque, totum ejus artis curriculum non, ut ante, plurium annorum spatium, sed biennio conficitur. Id scilicet oneris Senatoribus Præfectis procurantibus suscepit eximius illius scientiæ Professor Vincentius Putius, si modo sibi liceret, non intercise, ut Professores plerique faciunt, sed in singulos dies per menses duos martium, aprilisque suas habere exercitationes: quod illi Senatus discentium utilitati prospiciens quam libentissime concessit. Ad novam hanc institutionem aggressus est Putius V non. mart. anno millesimo septingentesimo septimo, & septuagesimo; quo die & Senatores solemni oratione de consilio laudavit, & totam incepti rationem aperuit. Eventus deinde consilii ejusdem opportunitatem mirifice indicavit. Nam frequentissimo auditorum, spectatorumque conventu fuerunt Putii exercitationes deinceps celebratæ.

Si-

Similibus de causis cœpit illustriori esse loco etiam antiquitatis studium. Nam quod uno conclavi fuerat contentum, nunc præter illud duobus aliis utitur; id quod satis, quanta sit additarum rerum copia, declarat: & Jacobus Tattius Blancanus, qui eidem, ut superiori tomo dictum fuit, præest, Præfectorum invitatu hoc sibi sumpsit, ut ne impofterum Instituto desit novum, atque ad nostræ ætatis ingenium maxime accommodatum exercitationum genus. Senatus universus Blancani voluntatem gratam habuit, ratamque. Diebus igitur, quibus Professores ceteri ad suam quisque artem tractandam Institutum adibunt, Blancanus veterem posthac eruditionem explicabit, incidetque ejus exercitatio in illam horam, quæ olim chymicæ fuerat destinata.

Cetera, quæ Instituto accessere ornamenta, commodius narrare posse videor, si illos, qui sua ei sunt largiti, commemorem, quam si conclavia ipsa, quæ ornata sunt, percurram. Sæpe enim multa unius ornavit liberalitas, de quo propterea esset pluries dicendum. Hoc in numero maxime enituerunt inter nostros Jacobus Bartholomæus Beccarius, & Ferdinandus Bafsius; Urbanus vero Savornianus inter exteros; nisi si est is etiam in nostris habendus; nam licet Venetiis gente patritia, multoque clarissima ortus sit, tamen & ætatem fere totam Bononiæ ipse transfegit, &, quod majus est, Savorniana gens bononiensi civitate est donata.

Beccarius præter bibliothecam, ut privati hominis, copiosam, & librorum delectu insignem, ut erat etiam liberalium artium diligentissimus, ingentem sibi comparaverat numismatum vim, quorum esset laus non tam in vetustate, quam in operis artificio posita. In his pleraque ea, quæ auctorem habent celebrem illum Ferdinandum Santurbanum, qui sub hujus initium seculi unus inter omnes floruit. Cumque præter alia multa auctor hic omnia illa, quæ ad Lotharingiæ Duces pertinent, effecerit, in hoc fortunatus fuisse Beccarius videtur, quod horum eum fugerit plane nullum. Idemque ab oblivione complura vindicavit egregia Carraciorum, Nicolai ab Abate, aliorumque hujus modi pictorum opera, quæ ille fecit, ut Dominicus Fratta, homo delineandi arte in primis clarus, summa fide exscriberet, antequam vel situ, vel cœli inclementia, vel aliis de causis deperirent. Hæc omnia, quæ quamdiu vixit carissima habuit,

moriens voluit, ut haberet Institutum: cui præterea de suis libris illos omnes, qui eidem aut deessent, aut non essent communi commendatione pares, legavit; pergrandem insuper lentem convexam affabre factam, & microscopium eo etiam Instituto dignum, quod Malpighio olim serviverat, eique tot nova, tamque præclara reperta monstrarat.

Non minus Beccario amaverat Institutum Bassius, quamquam Professor non esset. Itaque multa ejus causa vivens susceperat, quod ex superioribus tomis apparet. Moriens pignus ei reliquit sui amoris sane non vulgare. Namque is similiter de universa sua ad naturalem historiam spectante supellectile ei legavit, ac de libris suis Beccarius. Collegerat autem ea de re libros nec paucos, & pretiosos: tum vero quamplurima ex triplici regno, in eisque multa rariora, conquistioraque; nobilissimas cum primis cochleas, conchasque, atque admirabilia ad vegetabile juxta ac ad animale regnum pertinentia corpora in lapidis duritiem conversa: inter hæc orthoceratites aliquot, quorum unus magnitudine, & integritate maxime spectandus; duo etiam hammonis cornua, alterum ingenti mole marmoreum, in jaspidem mutatum alterum, atque ad interiorem structuram inspiciendam in longitudinem sectum. Sed ad Savornianum veniamus.

Is vel adolescens vitæ commodis, honoribusque, quibus frui potuisset, si domi mansisset, recessum censuit anteponendum, non desidiosum illum quidem, & nobili viro indignum, sed tranquillum, & ad optima quæque studia excolenda aptissimum. Quare vix annos natus viginti Bononiæ, ubi studiorum causa erat, in Congregationem, quam Oratorii S. Philippi Nerii vocant, nomen dedit. Id accidit anno millesimo septingentesimo quarto & vigesimo. Quæ Urbani optio quam ipsius naturæ, ingenioque apta fuerit, res deinde, & eventus plane comprobavit. Nam ita cum præclara illius instituti ratione laudatarum quarumvis artium, ac disciplinarum studium, in quod natura ferebatur, composuit, ut, quoad vixit, & professionis munia obierit religiosissime, nec umquam ab iis comparandis destiterit, quæ physicam, quæ mathematicas artes omnes, quæ naturalem historiam, quæ cunctam denique veterem eruditionem illustrant, atque augment. Qua in re tantum multis annis, multa cura, multaque impensa processit, ut privatum quoddam
Tom. VI. c quasi

quasi Instituti exemplum sibi condidisse videretur; quo libros præterea non paucos congesserat, plurima etiam miro artificio a præclarissimis totius Italiæ pictoribus perfecta lineamenta, denique expressas e præcipuorum auctorum incisissimas in ære, aut insculptis in ligno typis maximo numero imagines. Ut suos Nerius nulla singularis voti religione obstrictos voluit, sivitque adeo, ut testamenti factionem habeant, ita Savornianus harum omnium, quas dixi, rerum heredem fecit Institutum. Quibus quidem anno millesimo septingentesimo septuagesimo septimo, paulo post ejus obitum, ad Institutum delatis, non modo disciplinæ genus, sed pene dixi conclave nullum in illo est, quod valde auctum non fuerit, ac mirifice nobilitatum. Itaque merito inter eos, qui summo beneficio Institutum obligarunt, Savornianus excellere censetur.

Parique jure in eum numerum etiam Carolus Marinus Hursonius, potentissimi Galliarum Regis a consiliis, est relatus. Is enim, quamquam unius tantum facultatis incrementa respexisse videtur, ita tamen unam auxit, ut eodem modo, si nulla ante in Instituto fuisset, eam primus posuisse diceretur. Res sic orta est. Degerat Hursonius Bononiæ aliquot dies sub extremum anni millesimi septingentesimi septuagesimi, quibus diebus ab Antonio Brancifortio Cardinali amplissimo, qui tum erat Bononiæ Legatus, perhonorifice tractatus est. Non commisit is, ut Gallus homo cum ex aliis multis, tum etiam e litteris ornatissimus Bononia invito Instituto discederet. Quo sane factò haud scio Hursonium ne plus sibi devinxerit, an Institutum. Illud certum est, huic & illustre fuisse visum a viro tali, & maxime fructuosum. Hursonius quippe eo deductus omnia primum vehementer probare, tum, suam testatus superatam opinionem, bononienfes summis efferre laudibus, qui tantum suscipere opus litterarum causa non dubitarint. Denique sic ab Instituto discessit, ut qui nihil tam cuperet, quam ut etiam ipse in illud conferre aliquid posset, quo ornatus fieret. Hanc voluntatem, quam ita significabat Hursonius, ut spem moveret aliquam, libentissime excepit Cardinalis, atque, ut egregie erat erga Institutum animatus, mirifice coluit. Fuit spes non longa. Nam proximo mense Julio ecce Hursonii, qui Lutetiæ Parisiorum erat, ad Brancifortium litteræ, im-

pe-

petrasse se ab suo Rege, ut is Institutum hydrographicis tabulis donaret, quotquot ad maritimos sive cursus, sive oras, & portus cognoscendos publica auctoritate exarata in Gallia prodissent; se autem Telone Martio, ubi nauticæ rei præfecturam obtinebat, formam ad privatum usum sibi comparasse navigii sexaginta & quatuor bellica tormenta gerentis, atque e novissimis navalis scientiæ regulis constructi, & ornati, cui ad veritatem nihil præter magnitudinem deesset, quæ trigesima pars esset veræ, membris omnibus apte inter se secundum eandem proportionem compositis; constituisse se Instituti Academiæ formam hanc dono dare, atque sperare, ut Brancifortio curante vellet id gratum habere Academia. Quibus sane munificentissimis, ac officio refertissimis litteris quid vel Cardinalis, vel Academiæ nomine responsum fuerit, longum esset dicere, & facile potest quisque conjectura judicare. Quare ad rei summam festino.

Eodem anno, mense novembri ineunte, Bononiam ea, quæ modo descripta est, navigii forma pervenit, qua nihil in eo rerum genere præclarior, nihil perfectior, & elaboratior, nihil etiam ad speciem pulchrior excogitare valeas. Cui hoc etiam accedit commodi, quod in latus ita aperiri potest, ut omnis pateat interior constructio, & apparatus. Statim ad Institutum delata est, inque conclavi reposita, quo cetera ad navalem scientiam pertinentia asservantur. Quod etsi aliis hujusmodi formis instructum jam esset, hæc tamen ita operis vel novitate, vel elegantia excellit, ut inter omnes maxime splendescat. Quare quam sibi Academicos tali munere obligaverit Hurfonius explicari satis non potest: qui sane nihil studebant magis, quam ut grati animi significationem darent aliquam. Dederunt autem quam possunt maximam: nimirum eum statim in Academiam cooptarunt, atque ita quidem, ut injecta iis vix dum a Præsidente de illo cooptando cogitatione omnes summo plausu acclamaverint, quasi idipsum omnes jam ante cogitassent: quo cooptationis modo nullus esse potest honorificentior. Id Hurfonio nunciatum ad nova eum beneficia in Academiam conferenda provocavit. Libros enim de navali scientia recentissimos, lectissimosque ad eam misit, eosdemque pernobilis forma compactos. Quæ res eo etiam commodius nauticæ facultati cedit, quod hæc, contra ac ceteræ solent, quæ Instituto rece-

ptæ sunt facultates, propria utitur bibliotheca, cui his quidem libris insignis facta est accessio.

Per idem tempus tria hydrographicarum tabularum, quas supra commemoravi, volumina Ludovici XV Galliarum Regis nutu Instituto tradita sunt, ita ornata, ut facile regium munus agnoscat. Hæc adeo dictam modo bibliothecam magis magisque nobilitarunt. Interea non desitebat Hurfonius per litteras Academiæ se offerre, sibi que ne parceret, si quid ea vellet, ab illa postulare. Tam humaniter instanti inurbanum fuisset non concedere aliquid. Itaque quod maxime avebat, ut ne sibi hominis tam præclare de se meriti effigies deesset, id ipsum expectare ab illo Academia instituit, idemque ei per litteras significavit. Nihil vero tam præter opinionem Hurfonio accidit, quam ut filem convincere suam ea re deberet, a qua præstanda quodam ipse pudore refugeret. Tamen Academiæ maluit, quam sibi obsequi. Effigiem ergo suam misit, eamque summa arte perfectam, splendideque ornata: neque vero non modeste simul egit: etenim eam libris de navali scientia adjunxit, mittensque libros visus est velle, ut aditus illi non pateret ad Institutum nisi propter libros. Sic Hurfonii opera, & liberalitate nautica Instituti facultas iis, quibus minime abundabat, unde nova, & subtiliora artis præcepta petas, singularem in modum ditata est.

Anno millesimo septingentesimo septuagesimo secundo Academia omnia, quæ tomo horum commentariorum quarto ei legimus a Scipione Maffeo testamento relicta, habuit. Quam rem eo libentius narramus, quod Hannibale Oliverio incolumi id accidit: is enim e Maffei voluntate uti illis poterat, quoad viveret: sed noluit Maffeo quidquam de amore in Academiam concedere, seque rebus privavit, quæ illi vel ipsæ per se, vel propter Maffei recordationem essent carissimæ, quo eis frueretur Academia tempestivius. Nihil profecto ad res jam nobilissimas accedere poterat, quo fieret earum possessio Academiæ illustrior, quam duorum virorum, qui jure italicæ litteraturæ lumina dici possunt, voluntas.

Maxime illustre est etiam Instituto sex illa possidere numismata, quæ Galitzinus, Vir Princeps, atque inter Moschos dignitatis splendore clarissimus, suis aliquot consanguineis, affinibusque non multis ante annis cudenda curavit. Nam

præ-

præterquam quod egregie elaborata sunt, & præstantissimorum hominum imagines, atque præclarorum gestorum memoriam continent, singulare præterea illis pretium ex eo adjungitur, quod a Galitzino donata sunt, nec eorum exemplaria tota Italia donata sunt amplius tria.

Neque hic de imperiali Petropolitana artium Academia reticendum est. Nam & ipsa, cum eximiam suam in Clementinam Instituti Academiam cuperet significare voluntatem, numismata ei nobilissima dono misit, aurea duo, duoque argentea, de iis quidem, quibus palmam in argumentis a se propositis ferentes decorare solet. Quod munus eo magis erat commemoratione dignum, quod cum gloriosum nostris fuit a tanta Academia ornari, tum vero est huic altera adjuncta commemoratio longe gloriosissima. Præter enim hæc, quæ diximus, numismata pereleganti inclusa scrinio, accepit Clementina Academia arculam venustissima forma, quam dono dabat augustissima Moschorum Imperatrix Catharina II marmoreas tabellas nitidissimas, ac pulcherrimo ordine digestas complectentem; totidem nempe specimina marmorum, quæ late in vastissimo ejus imperio effodiuntur, varietate, specieque adeo mirabili, ut non pictores solum delectare valeant, verum naturalium etiam rerum studiosos detinere. Sed ad illos, qui numismata donarunt, redeamus; quibus quidem recensendis jam eundem fere ordinem sequor, quem donationum tempora habent.

Jam ab initio sui Pontificatus numismatum, quæ sibi euderentur, exemplaria duo, unum aureum, argenteum alterum dono mittere instituit Clemens XIV, nec unquam postea destitit. Ejus eximiam liberalitatem sibi ad imitandum proposuit is, qui felicissime regnat, Pius VI, quem in longissimum tempus posse eandem imitari vehementer cum ejus, tum christiani orbis causa exoptamus. Numismatum vero, quibus Clementis XIII P. M. memoria consecrata est, argenteum exemplar donaverat jam nobilissima Rezzonicorum Familia anno millesimo septingentesimo septuagesimo. Haud multos post annos Maximilianus III Boiorum Dux, idemque in Germanico Imperio Elector, sui, & majorum suorum imagines argento percussas Instituto largitus est. Similique munere de Instituto meruit litterarum juxta ac litteratorum patronus amplissimus Carolus Theodorus Elector Palatinus.

Nu-

Numismata Instituto donavit etiam civis egregius Guido Antonius Zanettus, numaria eruditione excultissimus. Ea prope quingenta numero sunt, & virorum doctrina, aut militari virtute clarorum imaginibus notata. His addidit sigilla quamplurima medii ævi, atque alia vetera monumenta rariora; quibus omnibus non modicam affirmare possumus antiquarum rerum suppellectili accessionem esse factam. Ad quam augendam pertinuit quoque & vas etruscum, quod cum calice vitreo, qui sub initium seculi XV usui sacro fuisse creditur, Instituto legavit civis de patria semper optime meritus Jo: Dominicus Cataneus, & votivum simulacrum pariter etruscum Perusæ inventum, quod civis item patriæ honori præclare serviens, Franciscus Maria Galassius Monachus Casinas, dono misit: quorum utrique magnum etiam e doctissimis pereruditi viri Jo: Baptistæ Passerii commentationibus lumen accedit.

Huc pariter referenda sunt numismata duo, quæ sibi percussa Instituto donavit Henricus Dux Eboracensis, idemque Cardinalis amplissimus: tum unum, quod Viennæ editum ob Ferdinandum, & Maximilianum, eorumque neptem Theresiam Austriæ Archiduces de inistis a se variolis restitutos clarissimus Ingenhaussius Academiæ obtulit: denique tria ab Eustachio Zanotto donata, quorum duo, quæ ab imperiali Petropolitana Scientiarum Academia ipse accepit, Petri II, & Catharinæ II imagines, nec non Academiæ insignia præ se ferunt; tertium vero, in quo dignum astronomo munus agnoscas, Ludovico XIV ob exstructum Parisiis observatorium percussum fuerat.

Instituto obvenerunt novem quoque insigni mole aurea numismata, quibus a Ludovico XV Galliarum Rege ornatus fuerat Flaminius Scarfellius. Is erat bononiensis Senatus a Secretis, & omnem tum latini, tum etrusci sermonis elegantiam possidebat, eloquentiamque publice profitebatur. Cum animi causa Telemachi Ulyssæ quærentis præclare a Fenelonio descriptos errores italicis versibus expressisset, hos illi Regi dicavit. Inde illa ei numismata; quibus Regis res primis, postquam regnare cœpit, annis gestæ indicantur. Ea non multo ante, quam decessit, quasi obsequii sui, gratique animi signum, Senatui donavit Scarfellius: Senatus deinde Instituto tradidit.

De-

Denique Senatores pecuniæ cudendæ præfecti omnis æris Bononiæ præteritis temporibus percussi copiam Instituto fecerunt: insuperque quamplurimos tam aureos, quam argenteos e celeberrimis Europæ typis numos addidere. Amplissimus autem Cardinalis, Bononiæ Archiepiscopus, Andreas Joannettus multos argenteos numos romani typi, qui in eorum, quos Instituto jam congregaverat, numero desiderabantur, voluit liberalissime suppeditare. Sic caritas, qua patriam impense prosequitur, ad Institutum etiam manavit.

Hujus esset capitæ omnia, quæ Senatores Præfecti ad variarum disciplinarum suppellectilem amplificandam compararunt, narrare. Quo loco multa haberemus exponenda ad physicam pertinentia; quæ facultas ut hac ætate novis quotidie inventis locupletatur, ita novas semper machinas, novaque instrumenta requirit. Verum nobis præcipue est propositum, non indicem texere rerum omnium, quæ Instituto adjunctæ sunt, sed eorum, qui donis suis aliquid in illud contulerunt, mentionem facere. Hoc autem numero digni nobis statim occurrunt Joannes Lambertinus, & Joseph Angelellius, Senatores gravissimi, iidemque, ut supra monuimus, Instituti Præfecti. Angelellio enim & bibliotheca libros non paucos, & physica supellex prolatam a celeberrimo Alexandro Volta pilam electricam acceptam refert. Lambertino vero & debet naturalis historia pelicanum, seu onocrotalum in ejus fundis captum, rarissimam certe nostris regionibus volucrem, & physica machinam electricam ingenti vi præditam, quam illa etiam commendant, quod vitreus discus minime est perforatus, nec ullo modo in centro impositus, quod multa alia in ea cauta sunt, quibus aptissima efficitur, quod denique est a Lambertino ipso constructa.

Maximeque eodem in numero elucet & Venceslaus Princeps Lictestenus, qui astronomicæ speculæ dollondianum tubum argento ornatum; & Gulielmus Hamiltonus, Anglus cum genere, & titulis, tum doctrina clarissimus, qui bibliothecæ suos nobilissimos illos Campos Phlegræos; & amplissimus Cardinalis Antonius Eugenius Vicecomes, qui eidem præter pulcherrimos libros alios etiam splendidissimos illos, quibus Vindobonensis Musei numismata, & numi describuntur, perliberaliter donavit.

His denique addi debent Carolus Broschius Eques Calatra-

travenſis, Fauſtina Pignatellia Colubranenſis Princeps, Jo: Benedictus Gamarra celebris in mexicana S. Michaelis Magni urbe Philoſophus, Coſmus Collinus Mannheimienſi naturalium rerum, in quarum ſtudio verſatiſſimus eſt, Muſeo præfectus; quorum muneribus naturalis hiſtorix in Inſtituto opes creverunt. Primus quippe quadrupedes rariores, in eiſque catulum leoninum natu perparvum, elegantiſſimum, tradidit, atque ad ſerpentes India advectos, quos olim Inſtituti auctor Marſilius copioſe collegerat, alios adjunxit & multos, nec vulgares: ceteri foſſilium ſupellectili nova ornamenta addidit. Pignatellia quidem fruſtum ſulphuris ſat magnum non longe a Puteolis eductum, & nitentibus lapillis, quaſi carbunculis totidem, pulchre reſperſum; Gamarra cryſtallum montanam fluctuante intus aqua diſtinctam, plureſque alias cryſtallos ex nitriformium genere, ſtelechites etiam, & pyrites in mexicana regione occurrentes; Collinus vero præſtantem de genere dendritum achatem, atque effoſſum in Siſſia granatum probe dodecaedrum, & inſigni præditum magnitudine, cujus ſimilem invenire vix ſperes.

Numquam dicendi finem faciam, ſi eos etiam enumerare velim, qui libros a ſe editos Academiae dono miſerunt. Incredible enim eſt, quam multi Academiae ſibi hoc modo devinciant. Sed nec in more poſitum eſt, ut de iis etiam mentio fiat in hiſ commentariis, & illos ſatis produnt libri ipſi, poſtquam de Academia in publicam Inſtituti bibliothecam ſunt traditi. Quare de iis, qui aut conſilio, & opera, aut re, & muneribus Inſtitutum juverunt, hæcenus. Si qui forte ſint, quos inconſulto prætermiſerim (idque facile evenire potuit in tanto numero, præfertim cum ſæpe non noſtra, ſed aliorum memoria utendum ſit) ii, cum ſe prodiderint, locum in tomo, qui hunc ſequetur, invenient.

De Scientiarum Academia.

AD ea veniens, quæ Academiae proxime attingunt, neminem fore arbitror, qui exſpectet, ut ejus formam deſcribam, legeſque, quibus ſe regit, proferam. Quis enim eſt, qui non intelligat, ex hiſ quanti Academia ſit judicari
non

non posse, sed omnino ab academicorum studiis ejus gloriam esse repetendam? & posse cum præclaris legibus Academiam esse vix aliquam, si studia languescant; contra esse florentissimam etiam cum legibus nullis, si academicorum studia ferveant? Quod ita sit oportet, si leges quidem, ut plerumque fit, ad Academiam speciem, & quamdam quasi imaginem retinendam possint conferre aliquid, at studia cogere non possint, quæ libertatem postulare videntur, & omnino academicorum otium, & ingenium, & industriam requirunt. Quo minus mirandum, si multos videmus, qui optimi sunt academici, & tamen de Academiam forma, & legibus minime sunt solliciti. Cujusmodi sane possem non paucos nominare, quorum adhuc recreamur aspectu: sed unum honoris causa commemorabo, quem sibi ereptum Academia luget, Vincentium Riccatum, cujus quanta in illam extiterint merita satis tomi declarant hi ipsi, qui tam multa ejus habent opuscula, quam multa fortasse a nemine unquam sumperunt. Is tamen sic Academiam colebat, ut præter litterarios numquam, quibuscumque de rebus esset agendum, in conventus veniret. Scilicet Academiam amabat ille propter studia, aut si etiam propter formam, certe propter illam, quam a studiis, non quam a legibus recipit; plusque illi profuit ipse domi scribendo, docendoque, quam profuisset se negotiis immiscendo, id quod animos sæpe removeret a litteris, & tricas non raro parit. Itaque a curis semotus & libros composuit, quibus non minus, quam ejus frater Jordanus, nobilissimæ suæ familiæ partem a patre ingenii, sapientiæque famam sustinuit, vel potius auxit, & quos in disciplinam susceperat, ut cum præstantissimos gymnasium magistrorum, tum optimos Institutum academicos inde acceperit. Quorum in numero, quoniam longum esset velle recensere omnes, si solum Alphonsum Bonfiolum memorem, & Hieronymum Saladinum, quibus nimium quantum Academia debet, ceteri, spero, non moleste ferent, quibus socios dem tales. Sed de Riccato satis: neque enim nostris indiget laudibus ejus celebritas. Ut igitur eo redeam, unde illata gravissimi viri mentio paulum me deduxit, dicturus de iis, quæ in Academia acta sunt, academicorum studia tantum persequar, ac eorum sermones, qui alteram hujus tomi partem

efficiunt, exponam, breviter quidem simpliciterque, atque ita, ut nonnulla identidem interferam a sermonibus aliis desumpta, qui quamquam in Academia habitus sunt & ipsi, in opusculis tamen minime prodeunt. Eum vero rerum ordinem tenebo, quem fere servatum superioribus tomis videmus; sicque ab naturali historia initium ducetur.

AD NATURÆ HISTORIAM SPECTANTIA.

De anguillarum ortu & propagatione.

Vetus, ac perdifficilis quæstio est, qui anguillarum fit procreationis modus, de qua cum sæpe alias, tum etiam novissime in Academia est disputatum. Cum enim Comacini anno ineunte millesimo septingentesimo septimo & septuagesimo anguilla capta fuerit ventre prætumido, cujus infuetam formam omnes mirarentur, Simon Aloysius Bonafides, vir nobilis, & litterarum in primis diligens, certior ea de re factus anguillam statim ferri ad se iussit. Quam ut omnino similem ejus comperit, quæ a Vallisnerio septuaginta ante annos secta, illustrataque legitur, ita occasionem censuit oblatam, quæ ad nondum satis exploratam quæstionem rursus tractandam aptissima esset. Itaque anguillam muria probe conditam ad Academiam perhumaniter misit. Ea primum ad Cajetanum Montium, cum aliis nominibus pluribus, tum vero naturali eruditione longe clarissimum, delata est; deinde Carolo Mundino, Academico, si quis alius, in anatomicis sectionibus exercitatissimo, tradita, qui una cum Montio rem impensius examinandam susciperet. Quantam diligentiam, fidem quantam in hujusmodi investigatione uterque adhibuerit intelligi melius non potest, quam ex ipsis eorum sermonibus, qui in Academia idibus Maii anno, quem supra posui, recitati, in hujus denique tomi opusculis sunt editi. Hic illorum summam exponam.

Mundinus omnia primum anguillarum viscera recognoscere, eorumque non solum figuram, positum, atque conjunctionem probe notare, sed intimam etiam texturam perscrutari instituit. In his duo maxime pro re, quæ nunc agitur, ani-

animadversione digna sunt, vesicæ scilicet natatorix, & quædam e dorso utrinque pendentes lacinix.

Lacinix hæ, ab aliquibus pro adipis receptaculis habitæ, in longum per totum protenduntur abdomen, in cujus medio latiores sunt, in extremitate inferiori brevissimæ, sensimque decrescentes. Easdem non dubie ex innumerabilibus perexiguis globulis maculam in centro ostendentibus constare vidit Mundinus, æqualibus illis quidem, & pellucidis, quos communis quædam tenuissima, sed valida membrana obvolvit, sanguineis vasis referta, & non solum globulos illos necens alios cum aliis, sed etiam lacinias ipsas ad dorsum alligans. Hæc laciniarum structura tum vel maxime conspicua fit, si in atramento lacinix paulisper detineantur, postea limpida abluantur aqua. Atramento enim ita cellularis membrana, quæ globulis interjacet, infecta relinquitur, ut hi, præsertim lente adhibita, appareant manifestissime.

Natatorix vesicæ ad dorsum inter renum productiones, intestinum, & stomachum sitæ sunt; duæ quidem, si Needamium sequimur, superior una, altera inferior; sed non plus una, si sequimur Redium, qui superiorem pro simplici habet canali. Inferior argenti, vel potius margaritarum nitorem præsefert; e tribus constat membranis, duabus propriis cellulari natura præditis, una communi a peritonæo ducta. Ad interiorem ejus superficiem, quamvis attentum se præbuerit Mundinus, miliares glandulas, quas Redius memorat, nullas videre potuit, sed bullulas solum aereas in mucoso humore, quo superficies illa scætet, deprehendit, quæ folliculorum speciem æmulantur. Superior autem sive canalis, sive vesica ab œsophago descendens medium petit vesicæ inferioris, ibique in eam oblique aperitur. Membranas habet tenuiores, & pellucas; qua vero in vesicam inferiorem hiat, duo occurrunt rubra ovate figuræ corpuscula granum majoris tritici æquantia, intus pulpola, duriuscula, & friabilia, quorum tendinæ extremitates una cum sanguineis vasis, quibus sunt instructa, per vesicæ inferioris membranas diffunduntur. Nescit Mundinus qua ratione corpuscula hæc glandulas vocat Needamius. Redius nihil de eorum natura docet. Omnino difficile esse ait Mundinus, quem in finem data sint, definire: addi etiam potest, si quid judico, ad id, quod hic quæritur, non necessarium.

Cognitis, perspectisque anguillarum visceribus ad eam, quæ tradita sibi fuerat, perlustrandam se convertit Mundinus. Viscera statim recensuit: invenit omnia, eaque rite constituta, si modo natatoriam vesicam excipias, quam frustra quæsit. Hujus locum tenebat corpus plane insolens, uncias fere quatuor in longitudinem, plus una in latitudinem patens, & paulo minus una in altitudinem. Quin hoc corpus esset vesica ipsa natatoria in scirrhum ampliata non sinebant dubitare & locus, quem tenebat, & duo ei arcte adhærentia corpuscula rubra, quæ modo indicavimus, & membrana, qua obvolvebatur, pulcherrime argenteum nitorem referens, denique interior ipsa corporis structura minus ordinata, sed e cellularibus, nitentibusque intricatis fibris conflata.

Quod si corpus hoc cum eo comparetur, quod tamquam ovorum receptaculum in anguilla a se repertum Vallisnerius descripsit, atque figura repræsentavit, nihil sane ad absolutissimam inter utrumque similitudinem desiderabitur. Non locorum, quæ occupabant, convenientia, non colorum consensus, non magnitudinum æqualitas, non denique superficiei conditio, quæ in utroque innumerabilibus inæqualibus, inæqualiterque sparsis sphaeris, quasi margaritis totidem scatebat. Unum dumtaxat videtur non convenire. Nam a Vallisnerio proposita icon non solum in superficie, sed, sectionem in longitudinem referens, ponit sphaeras illas etiam in parte corporis interiori, contra ac Mundini fert observatio. Verum discrimen hoc, quod facile iconis vitio verti potest, minime attendendum censet Mundinus, præsertim cum Vallisnerius figuram explicans, deque insolito illo corpore differens numquam internas sphaeras commemoret. Quid quod Vallisnerius idem cetera describens anguillæ illius viscera, nusquam de natatoria vesica mentionem facit? Non dubitat ergo Mundinus, quin & corpus a Vallisnerio observatum morbosa fuerit, & tumore affecta ejusdem anguillæ vesica natatoria. Quo posito, ovorum sedes in anguillis, nequidquam ante perquisita, Vallisnerio denique inventa concedi nequit. Et sane indicatas modo sphaeras, quas ille pro ovis habuit, tentavit Mundinus pluribus modis, visurus an idipsum iis accideret, quod ovis accidisset. Verum nec igni traditæ crepitarunt, nec macerationi commissæ tumuerunt, nec scissæ nucleum ullum prodidere.

At si animalia quæque, quod nemo hodie in dubium vocabit, ex ovis gignuntur, quæ tandem est in anguillis ovorum sedes? Porro quacumque in parte lateant earum ova, sunt ne oviparis annumerandæ anguilla, an viviparis? Erant quidem hujusmodi quæstiones a Montii, atque Mundini proposito sejunctæ, quibus satis erat tumoris in sibi creditæ anguillæ ventre occurrentis naturam aperuisse. Sed fecit eorum diligentia, atque a Mundino præsertim in anguillarum visceribus expendendis posita cura, ut has etiam complexi quæstiones potuerint. Enimvero laciniarum, quas supra descripsi, situs, forma, atque structura injecerat Mundino suspicionem, iisdem ovorum sedem contineri. Sed ab hac eum sententia duo maxime deterrebant, celeberrimi Malpighii auctoritas, & laciniarum ipsarum color: non sunt enim Malpighio lacinæ illæ nisi striæ quædam adiposæ; & adipis erat indicium color earum subflavus. Res ergo erat experimentis dijudicanda.

Lacinæ primum in aqua detentæ sunt; quæ cito intumuerunt, globulique, e quibus constabant, magis facti sunt diaphani; id quod aliorum piscium ovis evenire solet: maceratione vero separatis membranæ globuli fundum vasis petiere. Deinde ebullienti aquæ traditæ: quo factum est, ut globuli & obduruerint statim, & destructis membranæ, quæ eos colligabant, facillime alii ab aliis sejungerentur; quæ res ceterorum piscium ovis similiter accidit. Denique in accensos carbones conjectæ: statim vero, quod Aristoteles ipse docet esse ovorum piscium proprium, globuli igne elisi crepitarent. His compertis potuit jam Mundinus Malpighii, hominis ceteroqui gravissimi, auctoritate minus permoveri.

Restabat adhuc difficultas ab laciniarum colore ducta. Eaque ut quanti faciendæ esset appareret, oportebat adiposæ cellularis structuram diligentius investigare, atque cum structura laciniarum conferre. Se itaque retulit Mundinus ad strias pinguedinosas, quæ in anguillis a stomacho pendent, & intestinum, renesque circumplectuntur. Has microscopio armatus quam accuratissime lustravit. Structuram in iis invenit simplicissimam ex cellulis æqualibus, & minimis, quæ, si vividiori lumine collustrentur, guttulas oleosas manifeste produunt. Eisdem diuturna maceratione subactis, globulus nullus visus est vasis fundum petere: bene vero pinguedo du-
ra

ra facta est, albida, & friabilis; quod quidem est pinguedinis omnium animalium proprium. Ergo hisce striis & structura est longe alia, & maceratione multo aliter evenit, ac laciniis. Sed, quod difficultatem omnem tollere videtur, cum Mundinus macerationi iterum lacinias commisisset, animadvertit, disiectis, fundumque petentibus globulis, membranis, quibus illi nectebantur, pinguedinis nonnihil inesse. Id scilicet & flavum colorem laciniis, & fraudem Malpighio, aliisque fecit, putantibus lacinias mera esse pinguedinis receptacula.

His cognitis nullus Mundino videtur relinqui dubitandi locus, quin ovorum sedes sint anguillarum laciniarum. Huic se ultro sententiarum adscribit Montius cum Mundini ductus diligentissimis observationibus, tum vel maxime per motus similitudine non levi, quæ inter anguillarum lacinias, & delineatam a Redio ovorum sedem in muræna, pisce tam anguillarum affini, quam qui maxime, intercedit. Quamquam plurimum valet apud Montium etiam conjectura, quam olim Rondeletius fecerat, in anguillam fortasse ea convenire, quæ Aristoteles de congrui foetura tradiderat, quæ cum in utero pingui, & obeso minus pateat, tamen crepitatione in igne, & attritu sub digitis manifesta fit.

Quæ cum ita sint, facile oviparam esse anguillam conficit Montius. Nam qui pisces ovorum sedem ita habeant conformatam, quemadmodum anguillas habere Mundinus comperit, eos oviparos esse constat. Quod si anguilla vivipara esset, uterum, & omnino sinum aliquem haberet, quo excipi ova, ali, & in vivum animal explicari possent: tale autem viscus Mundino, quamvis diligenter inquirenti, nullum se se obtulit; nam folliculum intestino subjectum, proprioque meatu instructum, quem Leeuwenhoekius matricem appellat, demonstravit Mundinus nihil esse aliud nisi urinariam anguillarum vesicam. His omnibus accedit, quod muræna, si vera refert Plinius, ova parit: ergo & anguilla, quæ adeo murænae est similis, ut Linnæus anguillam, congrumque uno eodem & genere, & nomine cum muræna comprehendat. Cum autem spinosi pisces ceteri omnes ovipari sint, quis, nisi certissimis convincatur argumentis, solam excipiendam concedet anguillam? præsertim si animadvertat, tam esse anguillarum sobolem numerosam, quam intelligi in viviparis vix posse videtur.

At

At vero Albertus Magnus, Elserus, Leeuwenhoekius, denique summa auctoritate vir Carolus Linnæus anguillam vivos partus edere non dubitanter affirmarunt. Ita sane. Sed quæ res hominibus his imponere potuerint, eosdemque, ut ita crederent, impellere, ingeniose quidem, & enucleate explicat Montius; cujus sermonem eruditione plenissimum quicumque legerit, plane intelliget, nullum ab eo quæstionis conficiendæ locum fuisse prætermisum. Rem enim a prima origine repetens omnia nectit, quæcumque de anguillarum ortu ad hoc usque tempus vel nostri, vel exteri in scriptis reliquerunt; de eisque docte, ut semper solet, & acute differit.

Atque eorum quidem, quos modo diximus, opinionem quod attinet, ponentium anguillas esse viviparas, animadvertit Montius, variâ lumbricorum genera in dissectis anguillis non raro occurrere, quæ ab Redio, Vallisnerioque diligenter notata sunt: eorum alios intestinorum cavum tenere, alios in vesica natatoria sedem habere: quod vero apud nos majorem adhuc auctoritatem habet, nonnullos addit se ipsum suis oculis vidisse. Quo posito parvulas anguillas, tum quas e matrum ventre egredientes conspexisse se narrabant ii, quorum testimonio nititur Alberti Magni affirmatio, tum quas membranulis involutas in tumido quopiam quasi utero ex anguilla extracto se invenisse ait Elserus, quis non facile credat nihil fuisse aliud, nisi lumbricos; primos quidem in alimentorum canali, alteros in natatoria vesica degentes? Idque eo magis credibile est, quod nihil afferunt auctores hi, quo satis appareat, non potuisse, quos pro anguillarum foetibus habent, veros esse lumbricos. Neque minus lumbricos fuisse sibi persuadet Montius, quos foetus vel ex intestino anguillæ secto prorepentes, vel in cuticula quadam prope umbilicum anguillæ alterius latentes deprehendisse se testatur Algotus Fahlbergius, cujus maxime auctoritate ductus in suam ivit sententiam Linnæus. Quod si ementiti illi foetus formam, similitudinemque anguillarum præfererebant, id quominus ementiti essent non impedit; nisi si forte ex alburnis, ex clupeis, ex percis, aliisque piscibus vivas nasci anguillas concedere velimus, quod eorum ex corpore vermiculi aliquando visi sunt egredi anguillarum per similes.

Sed ad aliud vermium genus illi referendi sunt, quos
capil-

capillo quinquagies tenuiores in denso quodam humore e vesicula, quam anguillæ matricem ipse vocat, expresso detexit adjunctus microscopiis suis Leeuwenhoekius. Eos proclive est credere esse de illis, quibus humores plerique, præsertim qui ad animale corpus pertinent, scatere solent: certe pro minimis anguillis, sint quamvis iis similes, falso fuisse a Leeuwenhoekio habitos & ostendit alias Vallisnerius, ad quem nos allegat Montius, & abunde declarat ipsa sacculi, e qua una cum humore exprimebantur, natura, quem, ut supra diximus, Mundinus vesicam esse urinariam comperit.

Jam vero in oviparis anguillis idipsum valere, quod in ceteris spinosis piscibus obtinet, persuasum habet Montius; id scilicet, quod ab Harveo descriptum legimus, qui ponit in utroque sexu folliculos inesse duos, eosque procreationis tempore adauctos repleti in mare quidem materia similari, spermatica, lacteaque, quo fit, ut lactes dicantur, in femina vero granis innumerabilibus visum fugientibus, quæ per exigua grana, in principio conceptionis arte compacta, corpus simile, & non aliter, ac maris lactes videmus, coagulatum exhibent, postea tamquam minimæ arenulæ cohærent. Quo posito cum anguillarum lacinia semper observata sint ovis immaturis, mirum Montio non videtur, quod pro adipe fuerint a Malpighio habitæ. Inde illud etiam intelligi posset, quare in anguillis amplius triginta, quas secuit, nullum Mundinus sexuum discrimen deprehenderit. Sed si omnium lacinia iis, quos supra memoravimus, modis tentata eadem Mundino præbuerunt, illas omnes anguillas feminas fuisse dicendum erit. Quæ profecto res concedi vix posset, nisi alii essent pisces, in quibus nullum fama est detectum hæctenus esse, quem feminam non esse affirmari queat. Quare si quid adhuc obscuri habet anguillarum physiologia, non desunt pisces alii, quibus illud idem commune sit.

Verum quorsum illæ spectant anniversariæ anguillarum migrationes, quibus per autumnum dulcibus aquis relictis in maris falsas se proripiunt? quid vero est, quod in vivariis detentæ, aditu ad falsas maris aquas intercluso, nullam unquam visæ sunt fundere prolem? An mares solum incolunt salum? atque in turmis illis innumerabilium mirabili parvitate anguillarum, quæ adventante vere matres in pristina dulcium aquarum loca remeantes sequuntur, mas profus nullus? Atqui hæc fidem

dem vix habent; ut propterea facile appareat, non pauca adhuc superesse ad anguillarum propagationem pertinentia, quæ diligentem, acremque indagatorem requirant. Spem affert Montius, fore ut ad hujusmodi etiam investigationes animum ipse aliquando adjungat suum; quod si faciet, non dubitamus, quin ille, qua est in rebus omnibus prudentia, & sagacitate, maximum lumen obscurissimis quæstionibus sit allaturus. Interea tamen non parum profecisse videmur, si quidem illa affirmare possumus, nec corpus a Vallisnerio observatum ovorum sedem esse, & hanc in laciniis esse ponendam, anguillas denique in oviparis esse numerandas.

Ceterum optandum esset, ut capere anguillas liceret, cum procreationis instat tempus. Tum enim non modo viscera, quibus sexus uterque continetur, maturitatem adepta, lateque diffusa suam non obscure structuram proderent, sed via etiam conspici fortasse posset, qua vel mas semen, vel femina ova fundit: quam viam in tot anguillis, quas observavit, Mundino se conspiciendam præbuisse non constat; idque, ut credi potest, non alia de causa, nisi quod erant tunc hujusmodi partes valde collapsæ, ac quasi oblitteratæ. Sed nos monet Montius, extra dubium positum esse, anguillas totum procreationis tempus occultissimis latibulis absconditas transigere.

De plantis tribus ad sua genera revocatis.

TRes plantas ad Academiam circa annum millesimum septingentesimum septuagesimum attulit Ferdinandus Bassius, quæ propriam in vegetabilis regni descriptione sedem requirere videbantur, quod una nullam haberet, ceteræ haberent non suam. Earum erat una europæa; eaque Bassio florentem se se obtulit in bononiensibus Apenninis loco surgentibus aquis paludoso. Ut perpaucis animadversa ante fuerat Botanicis, ita mirum non est, quod in eorum tabulis nec satis apte sculpta occurreret, nec suo, sed ranuncolorum generi annumerata. Placuit Bassio eam Alismam (*parnassifoliam*) foliis cordato-acutis, petiolis nodoso-articulatis nominare:

Tom. VI.

e

nare :

nare: atque cum septem Linnæus Alismarum species enumeret, his Alismam suam addit Bassius, eandemque post speciem quartam reponit.

Planta altera Asiam incolit, ejusque semina accepit Bassius ab amico Palæstinam peragrante, quæ in publico exoticarum plantarum, cui præerat, horto statim solo commisit. Planta mirifice floruit, egregieque nostram hiemem vel sub dio sustinuit. Quam cum a nullo ante lectam fuisse Botanico Bassius animadverterit, nomen illico, quod esset ad ejus formam maxime accommodatum, ei imposuit Psoraleam (*Palæstinam*), quam inter Linnæi Psoraleas duas (*cistioidem*), & (*pentaphyllam*) collocavit.

Tertia erat Africana. Ea præclare Bassii, atque Brunellii, qui Bassii tum adjutor erat, diligentia respondit: nam perbelle in horti, quem modo dixi, hibernaculis floruit. Quæ de re eo lætior fuit Bassius, quod antea hujus plantæ flores nemini botanico datum fuerat videre: id quod fecerat, ut quamquam notissima esset, & ab antiquis etiam descripta, tamen ad genus, ad quod minime pertinet, fuerit relata. Est enim ex Bassii sententia planta, de qua agitur, *Felfel-Tavil* Prosperi Alpini, quæ numquam aut pro tithymalo, aut pro euphorbia aliqua non est habita. Contra Bassius illam aut Turnefortii apocynis, aut, linnæanum sequens systema, pentandriis digyniis adscribendam censuit. Itaque cynanchum unum fecit, vel potius genus quoddam quasi medium cynancha inter, & apocyna. Quo facto lac plantæ degustare non dubitavit; neque enim veritus est, ne euphorbiarum more caustica, & vesicatoria virtute polleret. Re vera invenit illud amarum quidem, & nonnihil austerum, at minime urens. Sic Bassii industria plantæ dux, europæa una, altera africana, quæ extra suas familias vagabantur, ad suam quæque familiam revocatæ sunt; tertia asiatica, quæ obscura erat, & ignota, se, & genus suum patefecit.

C H Y M I C A .

De porectanarum aquarum salibus.

Porectanas aquas pluribus medicis virtutibus pollere jam sexcentos ante annos cognitum erat, usuque comprobatum. Easdem ob eam causam magno deinceps in honore tota Italia fuisse eum scriptores multi memoriæ prodiderunt, tum declarant balnea ipsa, & ædes elapsis seculis eorum commodo exstructæ, qui illuc, ut aquis uterentur, confluebant. At chymica earum principia non ante Marci Antonii Laurenti observationes & experimenta, de quibus in primo horum commentariorum tomo relatam legimus, fuisse comperita jure affirmare posse videmur. Anno autem millesimo septingentesimo secundo & sexagesimo, cum Ranutorum, qui ea loca possident, gens nobilissima balneis, thermisque illis nova commoda curaret, essentque forte ea occasione thermæ aliæ detectæ, quæ vicini torrentis colluvionibus olim obrutæ diuturna oblivione jacebant, studium excitatum est Ferdinandi Bassii, hominis, si quis alius, ad majora quæque suscipienda paratissimi, qui scaturigines illas omnes diligenter perlustrare, earumque aquarum naturas, & affectiones chymico labore expendere intituit. In cujus quidem studii fructibus eum librum habendum esse non dubitamus, qui nitore, & diligentia plenus anno millesimo septingentesimo sexagesimo octavo Romæ prodiit, in quo naturalis historia porectani montis primum exhibetur; tum thermis descriptis analysis aquarum explicatur; deinde medicis earum virtutibus expositis ratio traditur, qua sunt ægris administrandæ; denique de earundem thermarum prisca origine, & constanti celebritate agitur. Sed nos illa tantum persequemur, de quibus Bassius in Academia disseruit, quæ ad aquarum chymicam analysim maxime pertinent.

Ac primo scire convenit, septem nunc esse porectanas medicatarum aquarum scaturigines. Celsiore loco juxta parvum, sed præcipitem torrentem stat illa, quæ fons leonis dicitur; paulo infra ad eandem torrentis partem dux occurrunt, quarum alteram fontem puellarum, seu *delle tre bocche*;

alteram balneum bovis vocant: harum e regione trans torrentem eundem scitent alix dux, quibus nomen balneum martis, & balneum regale: denique quadringentos fere ab hinc passus meridiem versus jacent humiliori loco, & juxta torrentem alium longe primo majorem scaturigines reliquæ dux inter se haud magno intervallo distitæ, quæ fontes dicuntur alter puzzolæ, porcæ veteris alter. Habent hæ aquæ suum quæque caloris gradum, quem in loco, ubi scitent, constanter quavis five diei hora, five anni tempestate retinent. Maximus inventus est calor earum, quæ in balneum bovis influunt. In his mercurius ad nonagesimum octavum fahrenheitiani thermometri gradum ascendit. Proximus huic est calor aquarum in balneum martis influentium, qui duos tantum gradus ab illo distat. Duos adhuc gradus descendit mercurius, si thermometrum idem in aquis detineatur, quæ balneum regale alunt: tum duos alios, si thermometrum in aquas immittatur porcæ veteris. Minus calent fons leonis, & fons puellarum; hic enim thermometri mercurium non ultra octogesimum septimum, ille non ultra octogesimum octavum gradum propellere valet. Denique calor minimus in aquis puzzolæ est, qui vix octogesimum primum gradum attingit.

Sunt aquis hisce omnibus elementa pleraque communia. Tale est ferrum, quod habent ad granum unum in libras singulas. Ferrum hoc maxime se prodit, si sedimentum, quod aquæ evaporationis ope coactæ philtratione relinquunt, adjuncta pinguedine aliqua calcinationi committatur, donec pinguedo absumpta sit: tum enim sublato igne, & frigescente materia, si hæc magnetica versetur acu, statim acui spicula perexigua adjunguntur quamplurima, eique arcte adherent: nimirum martiale principium, quod ante in sedimento latebat spoliatum phlogisto, in calcinatione phlogistum a pinguedine haruit, verique ferri formam induit.

Calcaris quoque terræ granum circiter unum habent libræ singulæ aquarum illarum, excepto puellarum fonte, cujus libra una aquæ habet ejusdem terræ grana duo. Terra hac, & ferro modo dicto totum continetur sedimentum, de quo paulo ante mentionem fecimus, quod quidem tenuissimum est levissimumque, colore cineraceo, sapore, ac odore nullo: candenti vero metallo impositum nec fumum edit,
nec

nec scintillas, eique si actuosioris acidi guttæ aliquot affundantur, illico ingens oboritur effervescentia, terrestris materia solvitur, acidique ipsius vis non parum debilitatur.

Communes sunt aquis eisdem etiam sales quidam fontani, quorum descriptionem complexus est Bassius fermone singulari, quem in opuscula contulimus. De his mox agemus paulo fusius. Sed ante juvat cetera aquarum principia attingere, quod ad earum naturam, quam adumbrare cœpimus, illustrandam maxime pertinet. Quamquam elementa de eorum quidem genere, quæ fixa dicuntur, præter hæc, quæ hæcenus recensuimus, nulla alia in fontibus porectæ veteris, puzzolæ, & puellarum inventa sunt. Non sic tamen in aquis, quæ ad leonis fontem, atque ad tria balnea decurrunt, in quibus præterea detexit Bassius aliquantulum bituminis mineralis liquidi, & paululum salis ammoniaci.

Elementa volatilia quod attinet, fluidum quoddam apprehendit Bassius, quod spiritus æthereo-elastici nomine ipse notat; idque in aquis illis omnibus: sed quantum illud in singulis insit, & quale, definire non potuit: neque enim cum hæc tractaret, ea pervulgata erant, quæ de aere, quem fixum vocant, vel colligendo, vel explorando a physicis recentioribus traduntur. Hinc multo minus potuit aut vitrioli martialis, & sulphuris, quæ in fontibus porectæ veteris, puzzolæ, & puellarum volatilia invenit, aut naphthæ, quam pariter volatilem invenit in fonte leonis, atque in tribus balneis, modum cognoscere. Itaque sola restabant fixa elementa, in quibus suam possit Bassius experiri industriam. Revera eorum nulli pepercit: sed ante alia sales longissime persequutus est, vel quod his de medica virtute plus tribueret, quam ceteris, vel quod intelligeret, ab aquis eductos, concretosque eosdem non minus quam ipsas aquas morbis quibusdam depellendis aptos esse posse. Utcumque sit, quæ in porectano sale experimenta, quas observationes instituerit Bassius, quantum de eodem in fontibus singulis invenerit, quæ denique ejus natura, & vis sit, paucis expediam.

Uniuscujusque scaturiginis aquam ad libras sex vitreo vase exceptam arenæ balneo commisit, ut leni calore evaporaretur. Aqua primum turbari, & corpusculis, quasi furfure, conspergi; tum pellicula albida tenuique sensim obduci. His, calore minuto, paulatim subsidentibus, demum evapo-

ratione absoluta, obtinuit Bassius salinam concretionem, quam deinde, ut heterogeneas partes, si quæ essent admixtæ, removeret, aqua nivis stillatitia dissolutam trajecit per emporeticam chartam, trajectamque solis calori evaporandam, exsiccamdamque exposuit. Sic denique concreti salis purioris grana quadraginta octo supra drachmam unam ex aquis porectæ veteris, supra drachmas tres ex aquis puellarum consequutus est; grana vero sexaginta supra duas drachmas ex aquis puzzolæ; drachmas omnino quatuor ex aquis tum balnei martis, tum balnei regalis; drachmas quatuor & grana duodecim ex aquis balnei bovis; drachmas quinque cum dimidia ex aquis leonis.

Sales hos seorsum aqua stillatitia iterum solvit, solutionesque solis calori evaporandas tradidit. Cum primum pellucula ad superficiem apparuit, solutionis cujusque partem planæ laminæ vitreæ superfudit, partem in vasculum immisit, servavitque partes utrasque in frigido conclavi, ut crystallis concretescentibus posset earum figuram quam commodissime rimari. Hujus diligentis is fuit exitus. Duo potissimum salium genera, si figuram spectes, in concrectione quaque apparere: nam in laminis vitreis peripheriam, in vasculis superiora latera tenebat spongiosa quædam, laminosaque candidissima crusta; centrum vero in laminis, in vasculis fundum occupabant crystalli pariter candidissimæ, quarum pleræque cubicam perbelle referebant figuram, reliquæ basi quadrata in truncatam pyramidem lineis quatuor pellucidis oppositos angulos jungentibus assurgebant.

Sed ad solutiones, quas ante diximus, rediens Bassius, earum evaporatione absoluta, invenit cubicos, & pyramidalis sales tres fere esse partes quartas totius salinæ concrectionis, quam porectanæ aquæ singulæ suppeditant. Pyramidalis autem ejusdem esse naturæ ac cubicos omnia, quotquot in utrisque seorsum sumpsit, experimenta Bassium docuere: eodem enim constanter redibant, sive in cubicis sumerentur, sive in pyramidalibus. Sed præstat experimenta ipsa indicare; neque enim melius, quam per experimentorum exitum propria horum salium natura videtur posse explicari. Erant igitur experimenta hujusmodi.

Salibus sive cubicis, sive pyramidalibus aqua nivis stillatitia denuo solutis modo solutio argenti in spiritu nitri affun-

fundebatur, modo mercurii solutio, modo plumbi. Numquam vero non inallescere primum liquor visus est, postea candidissimam præbere, & sat densam præcipitationem. Quod si salium eorundem solutio aut violarum syrupo, aut heliotropii tincturæ admisceretur; neque in syrupo, neque in tinctura mutatio coloris ulla, quæ sensu satis posset percipi. At injectis salibus iisdem in sublimatum mercurium aqua stillatitia solutum, qui ex alcali fixi adjunctione roseus factus fuerit, & spissam, ut solet, rubicundamque præcipitationem dederit, confestim & præcipitatio evanescere conspicietur, & rubeus color tolli, & omnino redire liquor ad pristinam pelluciditatem.

His non contentus Bassius sales eosdem bene exsiccatos decrepavit, iisque in pulverem redactis par hydrargyri pondus addidit. Mixturam hanc in phialam angusto collo indidit, arenæque tradidit balneo: tum aucto per gradus calore sublimationem usque produxit, donec ad phialæ collum multæ limpidæ particulæ, lucidissimæque micæ, totidem quasi minimæ crystalli, concreverint. His obtentis, ac refrigerata phiala, quicquid ad hujus collum hæserat sedulo collegit, collectumque ante omnia lingua degustavit, cujus sane saporem auiterum invenit, valdeque ingratum; tum de more aqua nivis stillatitia solvit; atque solutionis duas fecit æquas partes, ut in unam spiritum salis ammoniaci instillaret, oleum tartari per deliquium in alteram. Quo factò pars prima statim turbata est, postea cœpit inallescere: altera vero ruborem traxit, præcipitationemque præbuit pariter rubeam. Huic denique rubeo liquori salem muriaticum purissimum superaddidit Bassius: nec mora; evanuit cum colore præcipitatio, limpidusque factus est liquor.

Post hæc non dubitavit Bassius affirmare, salem, de quo agitur, ad muriatici salis, quo tamen remissius crepitat, naturam accedere. Itaque Wallerium sequutus, qui salem fontium plurimorum, quamvis cubicum, & crepitantem, a gemmeo, marinoque distinguit, & propriam speciem facit, poretanum sive cubicum, sive pyramidalem salem ad fontanum majoribus cubis Wallerii, aut ad nudam muriam vel fontanam, vel thermalem Caroli Linnæi referendum censuit; quam quidem salis rationem idem Wallerius auctor est, muriaticis salibus puriorem esse, tenuioremque.

His

His de cubico ac pyramidali sale cognitis ad spongiosam, laminosamque materiam, quæ in singulis salinis concretionibus superiora tenebat, se convertit Bassius. Ea saporis falsi erat, amari, urinosi; humorum vero, quicumque essent aeri admixti, summe bibax; pronissima idcirco ad solutionem. Ardentibus carbonibus imposita minime crepitabat, sed tumebat, & liquefcere videbatur. Acido autem vitriolico tentata continuo effervuit; ab effervescencia vero reliquus fuit sal quidam mirabilem Glauberi salem apprime æmulans. Denique soluta, & violarum syrupo affusa hunc in pulchre viridem mutavit.

Quibus ex rebus colligebat Bassius, materiam hanc spongiosam, laminosamque toto genere a muriatico sale differre; eandem propterea a cubici, ac pyramidalis salis, de quo ante diximus, natura longissime abesse: deinde ejus indolem alcalinam potius esse, quam acidam, sicque ad genus illud salis alcali materiam hanc facile pertinere, quod Wallerius monet in acidulis, thermisque hospitari; quod quidem genus animadvertit Bassius non pro genuino sale alcali habendum esse, sed ad salem neutrum accedere, in quo, quia fortasse genuini salis fontani basis non satis acido saturari potuit, ideo alcalinum principium acido antecellit.

Salibus adhuc recensitis multas e medicis suis virtutibus porectanas aquas debere nemo in dubium vocabit, in primis vero facultatem, qua pollent, ventris blande solvendi. Et sane hæc major aquis leonis insidet, quas ceteris salium copia antecedere supra vidimus. Ægrotantium ergo commodo, ut olim aquas ipsas non Bononiam solum, sed ad alia etiam vel extra Italiam loca asportari solitas legimus, ita nunc, id quod facilius fit, sales asportantur, qui aquarum leonis evaporatione non multos ante annos parari cœperunt. Iidem vero quibus potissimum morbis convenient, quatenus, & quomodo pro morbo quoque ministrandi sint, docet usu comprobatum monitum, quod una cum salibus mitti poscentibus consuevit. Eo fit, ut porectanarum aquarum utilitas, quam natura uni regioni largita est, in gentes redundet plures.

*De porectano quodam vapore flammam
concipiente.*

HActenus de porectanis salibus. Venio nunc ad vaporem quemdam, qui aquis leonis, nec non trium balneorum, de quibus supra diximus, adjungitur, quique admota face flammam facillime concipit. Is ex ore leonini fontis tenuissimus, summeque fugax una profilit cum aquis, sine strepitu, & sine odore, ut nisi si succendatur, sub sensum non cadat. Sed balneorum ab infimis rimis erumpentes aquæ secum bullas rapiunt cum murmure; quæ bullæ summam superficiem illico petentes aeris attractu repente, magnoque cum impetu disrumpuntur, vapore, quo turgebant, sensum omnem effugiente. Quamquam vidit Bassius, sed id per raro, earum bullarum aliquam, quæ antequam disrumpere, aliquandiu integra supernataret. Ex quo collegit, bullas illas non solum e subtilissimo, maximeque elastico vapore constare, sed e pinguiori etiam, densiorique aliqua materia, quæ si quando bullarum lamellas confertius invaderet, fugacem vaporem cohibere posset. Quam opinionem confirmare id videbatur, quod in leonis fonte observavit. Hujus enim fontis aquæ, antequam ad leonis os, unde exeunt, ferantur in occultam quamdam cavernulam, in quam manant, se recipiunt. Cavernulam hanc patefecit Bassius; atque non bullas solum in ejus, similiter ac in balneorum, aquis erumpentes vidit, sed pinguem etiam materiam, quæ cavernulæ fornicem obsidebat, in quem non nisi a dissilientibus bullis impingi posse videretur. Quo comperto simul illud intelligitur, quid causæ sit, cur e leonis ore cum aquis vapor, de quo loquimur, & sine bullis effluat, & sine strepitu.

Omnium maxime abundant vapore hoc quæ aquæ in balneum bovis fluunt. Itaque ignem in hoc balneo concipit vapor, si bullis, dum disrumpuntur, fax objiciatur etiam in distantia pedis unius. Simul vero ignem concepit vapor, statim flamma per universam prorumpit aquarum superficiem, ut incendi aqua ipsa videatur. Est autem flammæ color cæ-

Tom. VI. f ru-

ruleus instar sulphuris ardentis, si tamen pars superior excipiatur, quæ rutila est. Ejus e centro vividæ identidem scintillæ micant, quibus perexiguæ flammulæ admiscuntur non raro impense rubræ. Quæ omnia per noctis tenebras fiunt oculis, si quando alias, maxime conspicua.

Cupidus ut erat Bassius hujus vaporis naturam cognoscendi, non dubitavit exhalationes, quas ille deflagrans emittebat, semel, atque iterum, ac sæpius inspirare; id quod semper potuit impune facere; nullum enim umquam sequutum est vel in faucibus, vel in membrana pituitaria irritamentum: odorem tantummodo persensit, eumque levissimum, similem ejus, qui ab alcohol, dum ardet, afflatur. Latam etiam argenteam laminam bullis, quas ante descripsimus, objecit, ut his displosis emissi vapores, in eam recta irruerent: quam cum tandem variis coloribus suffectam invenerit, fulvo, purpureo, subnigro, intellexit utique, illos vapores aliquid cum volatili genuino sulphure commune habere. Id autem, qualecumque sit, vaporum illorum proprium esse, non item aquarum, ex eo cognovit Bassius, quod similis argentea lamina in balneorum aquis, qua parte nullæ insurgerent plenæ vapore bullæ, diu demersa nihil de suo nitore amiserat.

Adhuc quæ esset porrectani vaporis natura satis definiri nequibat. Alia ad id requirebantur experimenta: eaque opportunissima fuissent, quæ in vaporis ipsius sublimatione instituta essent. Neque enim satis huic investigationi aptus erat limpidus ille liquor, quem, vitreo capitello flammæ Leonini fontis imposito, distillaverat olim Laurentus, quemque eodem modo obtinuit etiam Bassius, odore præditum empyreumatico, & quasi fuliginoso, eundemque adjunctis sive acidis, sive alcalicis haud mutabilem: vapor quippe flamma attenuatus vix aliud, quam purum phlegma, præbere posse videbatur. Sed sublimationis arte obtinendæ spes omnis in temporis longinquitate erat posita. Bassio itaque, ut homo erat tam moræ impatiens quam qui maxime, in mentem venit, sublimationi, quam ab arte exspectaret, aliam, si fieri posset, substituere, quam jamdiu natura ipsa parasset. Quid Bassius cogitarit explicare non possum, nisi ante de porrectano jugo, quod thermis imminet, aliquid dixerim, cujus sane structura a montibus circumpositis differt non parum.

Stratis totum exurgit fere verticalibus, plerumque fractis, quorum plurima efficit durissimus ille lapis, qui ab Aldrovando petra serena dicitur, in apennino frequentissimus, quædam lapis calcarius niger, aliqua etiam, sed pauciora, ardesia regularis. In his stratis fossilia vel ad animale, vel ad vegetabile regnum pertinentia occurrunt nulla, sed tantum mica, heterogenæ glareæ, spathosæ lineæ, quarzosæque; aliqua etiam montanæ crytalli in rimis petræ serenæ, elegantissimæ illæ quidem, nitidissimæque. Sed non longe a summo vertice spiraculum aperitur pedem parisiensem in longitudinem, digitum in latitudinem patens, juxta quod non dubia antiquæ flammæ vestigia cernuntur. Spiraculum hoc suspicionem jam injecerat Bafsio sublimationis, quam natura in montis visceribus exsequatur, tamquam in amplissimo elaboratorio, cujus capitella specus sint, & cavernæ in spiraculum, quasi in sublimatorium porrectani vaporis ductum definentes.

Jussit ergo Bafsius ingentibus ligneis malleis valide circa spiraculum percuti montem. Singulos ictus sonitus fequebatur obtusus, interior, longeque remissus, qui sane de antris cavernisque profundis monere videbatur, quamquam ob sinuosos anfractus intromissum in spiraculum bacillum non ultra pedes tres promovere liceret. Sed, quod Bafsii conjecturam mirifice commendavit, admota spiraculo face illico flamma exarsit persimilis ejus, quam vaporem concipere supra docuimus, simulque murmur intima montis pervadens exauditum.

Extemplo ferreis malleis, scalprisque, & cuneis, & vestibus, quin & pyrio pulvere tentari cœptæ quæ spiraculo circumjacebant lapidæ moles. Jam fervet opus. Ad patefacti spiraculi superiora latera combustorum vegetabilium indicia apparent; subsequitur luteola materia, uliginosa, simillima ejus, quæ ad leonium fontem cavernulæ fornicem tenet. Interea gravis circum persentiri odor; & si quo ex ictu scintilla excitetur, statim incendi late vapor. Opus urget Bafsius. Ecce vero caverna in conspectum venit, terra quadam nigra scatens, pingui, tenacique, atque odorem nauseosum exhalante. Terram hanc colligenti rimæ se Bafsio produnt alix atque alix vaporem levi cum sibilo emittentes; quarum uni cum facem ipse objecerit, repente inflammari

undique omnia visa sunt, totusque intus exauditus miscerimonis; nec nisi tribus post minutis extinctæ flammæ, internique sedati tumultus. Perterritis operariis animos addit Bassius. Improbis denique labor latera rimarum, quas modo dixi, superat. Horum internis parietibus deprehendit Bassius superinductam tenuem, albidamque crustam fulvis exiguis granis refertam. Crustam colligit, & grana. Cum vero efodiendi laborem ad multos dies frustra produxerit, nam præter vapores ignis avidissimos nihil amplius dignum animadvertione se offerebat, tandem poretano monti parcendum duxit, seque ad chymicam rerum collectarum analysim contulit.

Uni alembico luteolam commisit materiam, quam in superioribus patefacti spiraculi lateribus offenderat: alembico alteri similem ei materiam in fornice cavernulæ pone leoninum fontem jacentis in hærentem, de qua illud monet Bassius, quod argenteo cochleari collecta argenti nitorem nota infecit nulla. Fuit autem materiæ utriusque ratio eadem. Nimirum igne supposito primum se se evolvit purum phlegma, copia haud mediocri, odore fuliginoso, quale ab inflammato leonini fontis vapore per distillationem obtineri diximus; tum aucto igne paulum nigricantis olei, cujus odor bituminosus, & nonnihil empyreumaticus. Fumi apparere nulli: bene vero pauculæ concretæ materiæ ad retorti vasis collum applicatæ, sicæ, subalbidæ, in quibus postea salis ammoniaci notæ deprehensæ sunt plane omnes. Vasis denique refrigeratis jacebat in fundo terra in nigras massulas, leves, spongiosas, friabiles coalita. Neque multum dispar fuit ratio materiæ illius nigre, unguinosæque, qua scatebat caverna ultra spiraculum fodiendo detecta. Eodem enim tractata modo elementa exhibuit eadem, sed proportione alia; siquidem in ea fuit nigricans oleum phlegmate longe copiosius. Quibus ex rebus concludit Bassius, priorem illam materiam ex tenuiori consistare naphtha, cui particulæ aqueæ admisceantur multæ, hanc vero alteram ex densiori bitumine minerali. Ejusdemque hujus bituminis crassioribus particulis impetu vaporis abreptis conjicit ipse vividas scintillas, flammulasque effici, quas identidem e flammæ centro, si vapor in bovis balneo incendatur, erumpere diximus.

Quæ ultimo loco collegit, aggreditur jam Bassius explorare, abidam crustam, & fulva grana. Erant grana saporis
 si-

stiptici, facileque aqua solvebantur. Eorum ergo partem solvit, solutionique decoctum gallarum admiscuit; atque nigrit continuo liquor. Partem alteram in vase fusorio accensis carbonibus imposuit, obtinuitque purissimum colcothar, quod refrigeratum, ac magnetica acu tentatum ferri indicium dedit nullum; idem ablutum, exsiccatumque, atque cum adjuncta adipe igni iterum commissum, tandemque refrigeratum plura ferrea spicula prodidit, quæ magneticæ acui pertinaciter adhærebant. E puro igitur martis vitriolo grana illa constare conclusit.

Crustam, ut quæ minime erat aqua solubilis, candenti ferreæ laminæ injecit, ex qua statim flammula exstitit cærulea, halitusque respirationis organa nonnihil vellicans. Sed ne ullus de genuino sulphure dubitandi locus relinqueretur, in vitream phialam ejus crustæ partem, & tartari oleum indidit, phialamque arenæ balneo commisit. Ut primum ebullire oleum cœpit, soluta est crusta. In solutionem hanc primum immerisit Bassius argenteam laminam, quæ cito nigra facta est: deinde guttatim affudit acidum vegetabile; cumque præter effervescentiam nihil aliud sequeretur, iterum ac tertio acidum addidit: quo facto tandem, effervescentia quiescente, inallescere liquores cœperunt, & odorem fundere hepar sulphuris apprime referentem; aliquanto post luteola præcipitatio sequuta est, tenuissima, quæ sulphuris erat butyrum.

Adhuc hæc erant porectani vaporis a Bassio facta pericula; quorum alia quidem simplicissimæ naphthæ indolem indicare ei videntur, alia genuini sulphuris. Summæ flammæ color rutilans, odor aquarum ab eo, quem fontes volatili genuino sulphure præditi emittunt, longe distans, in primis vero flammæ exhalationes, quæ neque tussim excitant, neque sternutamentum, de naphtha eum monent: contra de sulphure tum flammæ pars reliqua cærulea, tum argenti nitor ab appellente vapore sublatus, tum vero maxime albidæ crustæ, de qua novissime diximus, natura. Putat itaque Bassius, vaporem a crassiori bullarum, unde erumpit, bitumine expeditum maxime ad naphtham esse referendum subterraneo igne summo opere attenuatam, quam spiritus æthereo-elasticus una cum phlogisto e montis cavernis elabens secum vehat; eisdem nonnihil acidi catholici, in subterraneis potissimum

locis degentis, adjungi; quod tamen acidum & suapte natura, & spiritus modo dicti impetu ita percitum sit, ut cum phlogisto coire, illudque complecti nequeat; inde fieri, ut in vapore sulphuris quidem elementa insint, sed ipse tamen verum non sit volatile sulphur.

Quibus positis multa explicat; in his, quare nec leonis, balneorumque aquæ sulphur oleant, nec emissus e vaporis flamma halitus nares, faucesve irriter; non enim compositum in his rebus sulphur contineri. Quod si argenti nitorem vapor tandem inquinat, id acido tribuendum esse, quod licet mediocri sit copia, tamen tractu temporis effectum edere debet, qui sub sensum veniat. Similiterque longo annorum decursu ex acido, cum primum liberum aerem attingeret, ibique nonnullas phlogisti, & martis minimas particulas aggredere, coaluisse ponit albidam cruitam cum interspersis fulvis granis, quam supra descripsimus, nec non tenuia quædam candidissima sulphuris fila, quæ ad leonis fontem in subjecta pelvi cernuntur.

Videtur ergo e Balsii opinione sequi, ut porectanus, de quo hæcenus egimus, vapor facultatem, quam habet, ut admota face incendatur, non a genuino sulphure, quod fortasse non continet ullum, sed omnino a naphtha accipiat. Id quod ex eo etiam verisimile sit, quod Bassius animadvertit, fontes scilicet, qui volatilis sulphuris ditissimi sint, nec tamen ullo flammam concipiente vapore utantur, frequentes valde esse, inter quos fons porectæ veteris, quem supra commemoravimus, præcipue recenseri debet; contra qui vaporem præferant similem ejus, qui leonis, ac trium balneorum aquas comitatur, esse toto terrarum orbe paucissimos. Atque hoc etiam nomine erat vapor is dignus in primis, in quo tantum operæ ac laboris Balsius consumeret.

De olivarum oleo.

Nihil est rerum omnium, quæ nos circumstant, cujus tam nostra intersit naturam, conditionemque cognovisse, quam eorum, quæ non solum in quotidiano usu versantur, sed cibus etiam, quibus vescimur, parandis sæpe adhibentur. In his est olivarum oleum, cujus principia explo-

raturus Putius ab olivis ipsis exorsus est, quas chymicæ analyfi, & cum nondum maturæ plane essent, subjecit, & postquam maturuerant.

Ingentem insipidi phlegmatis vim suppeditarunt immaturæ, parum olei, multum capitis mortui. Oleum ita veniebat, ut speciem albicantium vaporum haberet; nihil vero præferebat, quod non commune sit vegetabilibus omnibus, si distillationi committantur. At a maturis phlegma primum prodiit septimam olivarum partem pondere æquans, insipidum illud quidem initio, sed deinceps magis magisque acidum. Phlegma excepit oleosa materia ad quintam ponderis olivarum partem, quæ tamen sibi adjunctum tantum aquæ habebat, ut e septem ejus libris una dumtaxat & dimidia olei secerni potuerit. Oleum hoc, cum deinde rectificaretur, adhuc phlegmate non paucò inquinatum se ostendit; nam bullæ aqueæ permultæ sursum ferri, & non sine sibilo erumpere visæ sunt. Quæ tamen cum non ante apparuerint, quam vapores ascendere cœperint aciduli, confirmabatur Putius in ea sententia, acido contineri principium illud, quod disjunctissimas res, oleum, & aquam, consociat, inque mutuum quasi complexum adigit. Ceterum rectificatum oleum ita sibi constans fuit, ut discrimen percipi nullum potuerit primum inter & ultimum. Denique caput mortuum salêm præbuit acrem, & naturæ prorsus alcalinæ.

Hæc cum in olivis comperisset, olea expressa aggressus est Putius. Tria elegit, quorum experimentum caperet; olei florem, cujusmodi sponte, & solo suo pondere pressæ stillant e tela, cui impositæ sunt, olivæ maturæ; venale oleum optimum; oleum deterius. Singula distillatione tractata primo phlegma exhibuere, quod sensim acidius fiebat; deinde oleum butyri instar; postea oleum subtile, unaque vapores acidos permultos; porro vaporibus his cessantibus oleum coloratum, exindeque oleorum nigrorum gradus alios atque alios, quorum ultimus omnium maxime empyreumaticus: denique sub distillationis finem rursus vapores, pauculos illos quidem, sed acidissimos. Hæc tamen non eadem fuerunt proportione in oleis omnibus. Fuit enim phlegma in oleo optimo perpaucum, plurimum in deteriore; modicum in purissimo: aciditatem vero prætulit eo promptius, impensiusque, quo esset olei conditio deterior. Similiterque quo
lon-

longius oleum distillationi commissum a purissimi conditione distaret, eo plus butyracei olei suppeditavit, eo etiam majorem acidorum vaporum vim; contra eo minus olei subtilis.

In acidi naturam diligentius inquirens Putius, illud multis tentavit modis; ferro, cupro, violarum syrupo, nitro, tartari oleo. Numquam non vitriolicam maxime indolem visum est promere. Sed rem tum denique se plane exploratam habere Putius putavit, cum volens excipulum mutare, jubensque propterea retorti vasis collum erigi, strepitus repente, explosionesque exaudivit. Intellexit enim, vapores pure acidos, qui tum forte copiosi ascendebant, in guttas coactos, atque in subjectum calens oleum recedentes idipsum efficere, quod vitriolicum acidum solet, si quando in calens oleum infundatur.

Pari diligentia caput mortuum examinavit, quod obtinuit eo largius ab oleis, quo essent minus pura. Illud multo igne aperto calcinatum constanter salem præbuit lamellis compositum, & omnino neutrum, quem credibile videtur Putio ex salibus ipsis, quos planta ad fructus adducit, coalescere.

Animadversio autem dignum in primis est, quod comperit Putius, cum olea duo, quæ supra commemoravimus, butyraceum, & subtile rectificaret. Nam cum in expressorum ab olivis oleorum distillatione, omni phlegmate exhausto, se offerret, uti diximus, primo oleum butyraceum, deinde subtile, contra in utriusque horum rectificatione primo subtile se se obtulit, butyraceum deinde. Cujus rei causam repetit ille a duplici acido, quod in oleis expressis sibi videturprehendisse, quorum alterum laxè ipsis adhæret, alterum est iis intime conjunctum. Subtilis sane, & ingeniosa est explicatio, & pluribus observationibus confirmata, de qua lectoribus auctores sumus, ut Putii sermonem ipsum consulant, quem anno jam ineunte millesimo septingentesimo septuagesimo tertio in Academia recitatum tandem in opusculis edimus. Nos ad ea properamus, quæ usum maxime respiciunt, quorum aliqua opportunissima sint, si quando de expressorum oleorum conditione ex tempore judicium ferre oporteat.

Sed antequam ad hæc veniamus, unum adhuc de rectificatis oleis notandum habemus, quod eorum efficacitatem maxime declarat. Nimirum si idem oleum iterum ac sæpius

rectificetur, fit ipsum non modo magis deinceps magisque subtile, sed etiam ita diaphanum tandem evadit, ut aquæ colorem, limpiditudinemque æmuletur: eo autem tenuitatis adductum cum fuerit, adeo penetrans est, ut ad dippeliani olei naturam proxime accedat; id quod ex eo etiam comperit Putius, quod cum affectum torpore carpum hujusmodi oleo fricasset, torpor brevi evanuit.

Nunc illa, quæ modo proposui, expedio, exordiorque ab iis, quæ si caveantur, fit expressi ex olivis, quas apto, riteque subacto solo natas ponimus, olei conditio laudabilis. Ac primo quidem colligantur olivæ, cum maturitatem adeptæ arboribus pendent; neque vero excutiantur, sed manu legantur. Fiant ex iis acervi, eademque sic acervatæ ferventur usque donec cutem suam corrugare cœperint. Tum vero premantur; sed non ita avidè, ut mucilaginosæ etiam earum pars exprimatur: insidet enim in hac austerus olivarum sapor, qui propterea in oleum etiam derivaretur. Denique oleum, quod sub expressionis finem obtinetur, cum primo ne misceatur; minus enim est purum, ideoque illud vitaret. Neque credendum, non posse oleo officere, quod olivæ diutius, quam par esse diximus, acervatæ confidant. Cito namque fervescunt; ex quo fit, ut oleo acredinem quamdam impertiant, quæ aliquo præsertim elapso tempore se prodit. Hujus autem proprium est fauces quodam ardoris sensu afficere. Quod si olea etiam, quæ ab immaturis olivis exprimuntur, acriora esse solent, non eandem tamen esse utriusque acredinis causam, & rationem ostendit Putius.

Sed quis speret, oleis, quæ in commercium veniunt, omnes, quas diximus, diligentias fuisse adhibitas? Igitur ut de eorum conditione facile quisque judicet (neque enim chymicam instituere analysim omnibus datum est) ad colorem, ad saporem, ad ardendi modum se attentum præbeat. Meliora olea pulchre vel flavescunt, vel virescunt; numquam non pelucent. Saporem habent dulcem, nequaquam austerum, aut acrem; nullum in palato, faucibusve ardorem relinquunt, stipticum sensum nullum. Sine stridore ardent, celeriterque ardendo consumuntur; id quod ex eo repetit Putius, quod minus acido scatent; putat autem, immixtum oleis minus puris acidum impedire, ne phlogistum celeri deflagratione absumatur. Adhuc hæc erant, quæ cursim de olivarum oleis

dicenda habebamus, quorum analysim etsi Putius temporis brevitate pressus tam longe, quam voluisset, provehere non potuit, eam tamen ita persecutus est, ut & experientissimum se chymicum ostenderit, & humanorum commodorum studiosissimum.

ANATOMICA.

BRutorum animalium sectio cum pulchram per se affert cognitionem, tum vero habet quo se iis etiam commendat, qui utilitate omnia metiuntur. Facta enim cum humano corpore comparatione, ut multas ante hujus physiologia accessiones inde accepit, ita non pauca eorum, quæ habet etiamnum obscura, credibile videtur fore, ut illustrentur aliquando, in apertoque ponantur. Quam sane spem habere possumus eo firmiorem, quo majori studio & apud exteros & apud nostros a viris physicarum rerum peritissimis anatomiam, quam comparatam vocant, coli videmus. Cujus laudis ut nostra etiam particeps sit Academia fecerunt cum alii alias, tum vel maxime superioribus annis medici, iidemque anatomici præclarissimi tres, Joseph Ballantus, Cajetanus Caspar Uttinus, & Aloysius Galvanus, quorum studia paucis perstringere aggredior.

De quorundam animalium organo vocis.

NOtum est physico cuique quanto studio Herissantius, Anatomicus in Gallis longe nobilissimus, vocis vias in animalibus pluribus perlustraverit, eo scilicet consilio ut gravissimam de natura instrumenti, cui effecta humana vox attribuenda est, quæstionem illustraret. Tanti viri industriam sibi ad imitandum proposuit Ballantus, nihil tam cupiens, quam ut posset suis & ipse investigationibus celeberrimæ quæstioni lumen afferre aliquod. Itaque anno millesimo septingentesimo sexto & sexagesimo in felibus, in canibus, in vitulis observationes instituit: anno proximo ad volatilia se contulit.

Tra-

Trachea in felibus ex anulis constat non integris, quippe cum posticum ejus parietem efficiat plana membrana ciborum canali contigua. Anuli illi, cum magis sint quam in homine distincti, sinunt, ut liberius œsophagus dilatari possit, & asperiora, quæ feles deglutire solent, sine tracheæ offensione admittere. Laryngis cartilagine, præsertim arytænoideæ, textura sunt compactiori, quam in homine. Thyroidea in anteriore parte vix prominet, ejusque circumferentiæ os hyoide arctissime adhæret, cujus cornua, quod singulare Ballanto videbatur, cum cornibus cartilaginis ejusdem conjunguntur, brevibus illis quidem, & obtusis. Arytænoideæ posteriori in parte œsophagum versus elevantur, formantque circuli quasi segmentum; quo fit, ut circumscripta iis rima non uniformis sit, sed elegantem in modum intercisat. Cricoidea ne vix quidem ab humanæ figura distat: itemque epiglottis, cui sane sui sunt elevatori musculi satis manifesti, quos Morgagnus in brutis concessit, in homine negavit.

In laryngis internas partes inquirens Ballantus quatuor offendit ligamenta, quorum duo inferiora, robustioraque sic jacent, ut mediam relinquant rimam cum humana glottide comparandam; duo vero superiora & sunt minus crassa, & recedunt ita a se mutuo, ut rimam non forment, saltem glottidis nomine dignam. Superiora inter atque inferiora ventriculi occurrunt duo, utrinque unus; duo alii inter superiora ligamenta modo dicta, & ligamenta epiglottidis posteriora, quibus nempe ligamenti epiglottidis arytænoideis cartilaginibus annectitur. Hæc in felibus.

In cane tracheæ anuli ita sunt, ut in homine, nisi quod spatium membranaceum juxta œsophagum relinquunt paulo minus latum. Cartilagine, sive texturam cujusque spectes, sive figuram, ita prorsus se habent, ut in fele, præter arytænoideas, quæ ad posteriorem partem in circuli segmentum non tam altum elevantur, neque tam læves sunt, elegantesque, quam in fele. Ligamenta etiam in canis larynge adsunt quatuor; sed superiora, quamvis diducta minus sint, quam in fele, tenuiora tamen sunt, & breviora, ut multo magis in cane videatur glottis ab inferioribus effici ligamenti, quæ & pergrandia, & validissima sunt, & alte admodum ascendunt versus superiora. Eo etiam fit, ut ven-

triculi superiora inter & inferiora ligamenta locati, qui profundi valde sunt, & lati, fere undique clausi formam quasi tympani habent: inferiora enim ligamenta alte assurgentia ita ad superiora accedunt, ut inter utraque vix superlit tenuis rima ingressum aeri in ventriculos concedens.

Vituli anulos tracheæ & integros habent, & nonnihil ellipticos: textura vero cartilagineum laryngis est ipsis cum cane, & fele communis. Cricoidea humanæ, thyroidea felinæ similis est; arytenoideæ ad humanas proxime accedunt; epiglottis ab humana musculis non parum, at figura nihil differt. Nulla conspiciuntur in vitulis ligamenta superiora; inferiora autem, e quibus glottis constat, crassa valde sunt, eademque robustissima. Tubus denique ad laryngis usque ostium æquabilis porrigitur, ventriculis interruptus nullis.

His descriptis conjecturas de vocis causa proponebat Ballantus, quarum summa huc redit. Ut laryngis structura, ita & vocis ratio alia est in animalium speciebus aliis. Felium vox in multos flectitur vel acutiei, vel gravitatis modos, & aliquando hominis, puerorum præsertim, ejulatum imitatur; id quod tum maxime apparet, cum feles in venerem aguntur. Canes tonos habent pauciores, eorumque vox modo rugitu continetur, modo latratu. Unus tantummodo videtur tonus posse vitulis concedi, isque valde gravis, qui mugitu semper exprimitur. Hinc statim apparet, tonos edi plures ab animalibus, in quibus ligamenta laryngis superiora sunt aliqua, ab hisque tanto plures, quanto sunt ligamenta insigniora. Ex quo inferebat Ballantus, in ligamentis vocem formari; quod si in ligamentis formatur, non nisi ab eorum tremoribus, concussionibusque eandem effici posse: tremores enim hi crebriores esse possunt, rarioresve pro varia ligamentorum (si cetera sint paria) tensione, sicque efficere illam tonorum varietatem, quæ videbatur ipsi frustra ab exiguæ rimæ dilatatione constrictioneve expectanda. Ceterum vocis edendæ munere excipiebat epiglottidis ligamenta, quamquam in felibus ea invenerit fere omnino libera: excipiebat quoque ventriculos, quos, etiam ubi insignes sunt, ut in canibus, non ad sonum proprie edendum datos autumabat, sed potius ad resonandum.

Ergo canum tam rugitum, quam latratum præcipue ab inferioribus ligamentis in tremores actis repetebat, simulque
conji-

conjiçiebat, aerem in ventriculos ingressum, ibique repercussum, atque collisum vocis magnitudinem adaugere. Cum vero vituli, qui solis utuntur inferioribus ligamentis, sonum tantum emittant gravem, veri valde similem Rungei opinionem esse colligebat, qui tonos graves inferioribus ligamentis effectos tribuit. Denique ex his omnibus concludebat, vocis organum cum Fereinio ad lyrica instrumenta multo probabilius, quam ad pneumatica esse referendum: sed rem omnino affirmare ante non audebat, quam in aliis animalium speciebus suas instituisset observationes.

Itaque ad volatilia se convertit, differuitque anno millesimo septingentesimo septimo & sexagesimo de pica, & sturno. In his similiter, atque in avibus plerisque Herissantius, invenerat ipse vocis organum non ad tracheæ caput, sed ad bronchiorum divisionem locatum; de quo tamen antequam diceret, voluit quædam a se in glottide animadvertita cum Academia communicare. Nimirum cum pica, & sturnus id habeant cum avibus fortasse omnibus commune, ut epiglottide careant, cupido eum incefferat cognoscendi ecquid id sit, quod vicem epiglottidis supplens, ne ingesta in laryngem illabantur, impedit. Et quamquam suspicionem jam fecissent aliquam villi plurimi, quibus laryngis ostium interno in limbo refertum viderat, nihil tamen villis his tribuere voluerat, quod observatio, & experientia non docuisset.

Quocirca vivam picam cultro per quam diligenter dissectuerat, ut totus larynx in conspectum veniret: quo facto, pica sponte laryngis osculum modo relaxante, modo contringente, apertissime intellexerat, villorum complexu in constrictione illud plane occludi. Cum vero attentioem se præbuisset, deprehenderat etiam osculi ejusdem contractionem cum arytxnoideorum muscutorum contractione ita conspirantem, ut illam ab hac effici dubitare non posset, præsertim postquam eam motuum conspirationem, quoties illis musculis stimulum admoveret, instaurare se posse vidisset, ita quidem ut arctior osculi contractio stimulum consequeretur acriorem. His expositis, quorum postremum Halleri sententiam, statuentis arytxnoideis musculis non relaxari, ut quidam posuerant, sed contringi glottidem, mirifice commendat, laryngem, & tracheam picæ, sturnique describere aggressus est.

Larynx iisdem conflatur cartilaginibus, quibus humerus; quæ tamen in his animalibus molliissimæ sunt. Interna ejus superficies lævis est, & æquabilis, nullisque sive ligamentis, sive ventriculis scætet. Trachea vero longissima est, & anulos habet amplius octoginta, qui ad ellipticam figuram accedunt, atque in totum cartilaginei sunt. Prope bronchiorum divisionem incipiunt anuli paululum intra tubi cavum prominere; eoque prominent magis, quo propius ab eadem divisione absunt. Hinc, fortasse ob continuitatis quam appellant legem, prominent etiam, quamquam minus deinceps minusque, anuli primi bronchiorum, qui tamen non ellipticam figuram habent, sed eam, quæ circuli segmentum referre videatur. In ipsa autem bronchiorum divisione chordæ existant duæ longiusculæ, albicantes, rotundæ, & naturæ omnino ligamentosæ; quæ quidem in anteriore parte anguli, quem bronchia faciunt, ortæ ad oppositum parietem, in quem infixæ sunt, feruntur ita liberæ, & solutæ in toto tractu, ut nusquam vicinis partibus adhæreant. Iphis etiam prominentibus, quos ante diximus, anulis ligamentosi aliquid superstructum invenit Ballantus.

Sed ligamentum nullum insignius illo, quod juxta bronchiorum divisionem exilibus suis capitibus tubi superficiæ alligatum, tum in medio crassescens, & nonnihil convexum, tubi ejusdem axem trajicit, liberrimeque intra cavum fluitat. Hujus autem ligamenti tensioni moderandæ præest, e Ballanti quidem sententia, musculus de bicipitum genere, qui ab octavo supra bronchia anulo profectus in duo statim scinditur crura, quorum unum ad ligamenti caput unum, alterum ad alterum excurrit, arctèque ei annectitur. Quare non dubitabat Ballantus hunc cum thyroarytænoideo musculo comparare, quem in homine pro varia suorum crurum contractione ad varios tensionis gradus ligamenta glottidis adducere Rungeus arbitratur.

Cum hæc omnia in picæ, sturnique larynge, atque trachea animadvertisset, vix continere se poterat Ballantus, quin palmam Fereinio deferret. Quorsum enim tam artificiosus prominentium anulorum, & chordarum apparatus, si vox, ejusque toni aliter, ac ipse ponit, creentur? Attamen alias duxit expectandas esse observationes, maluitque timidus videri, quam non satis opinandi temperans: idque eo vel maxime,

me, quod in usum thyroideæ glandulæ sibi diligentius inquirendum putabat, quam vocis organo in primis servire suspicabatur. Compererat enim, aves glandulam hanc non in cartilagine habere, a qua nomen ducit, sed in bronchiorum divisione, ubi vocis organum locatum esse diximus.

Ac ne cui forte dubium sit, posse hanc avium glandulam cum thyroidea hominis comparari, monebat Ballantus, duos illi, non secus ac humanæ, esse lobos, quamquam eos non manifeste inter se communicantes, præterea eandem fere figuram, habitum eundem, eandem, si unum non attendas locum, quem tenet, conditionem. Quod autem vocis organo famuletur glandula huiusmodi in animantibus omnibus, id videtur satis comprobare ejus sedes, quæ numquam non est cum eo organo conjuncta: nam in homine, & quadrupedibus laryngem, in avibus bronchiorum divisionem complectitur. Quid quod ibi, e Ballanti observationibus, incipit glandula, ubi vocis incipit organum, iisdemque cum ipso finibus terminatur; ut si quod sit animal, in quo vocis chordæ altius in trachea ascendant, altius etiam sedeat glandula; & si quod sit, in quo chordarum series per bronchia ipsa producat, glandulam etiam videas, duabus quasi appendicibus editis, in bronchia se immittentem? Sed quidnam id est, quod glandula hæc vocis præstat organo? Idipsum sibi ad perscrutandum proponebat Ballantus; quaque erat & diligentia, & fide, fecisset sine dubio quod sibi sumpserat, nisi paulo post quam hæc disseruit, febris, quæ anno millesimo septingentesimo sexagesimo septimo multos cum de nobilium, tum de civium ordine sustulit, eum etiam invasisset, atque Academiæ, totique civitati, cui carus in primis erat, in ipso ætatis, fortunæque flore eripuisset.

Relictam a Ballanto provinciam suscepit Cajetanus Uttinus, medicus & gratia non minus, quam Ballantus, valens, & physicarum, anatomicarumque rerum solertissimus. Is anno sexagesimo octavo supra millesimum septingentesimum suas ad Academiam attulit observationes, quas in avibus quinque inierat, ardea, fulica, noctua, pica glandaria, merula: hisque non multo post alias addidit, quas in psittaco, in carduele, atque in solitario passere instituerat.

Ut a primis exordiar, ardea tracheam habet, ut colli proceritas monet, longissimam, eamque anulis cartilagineis

integris, valdeque robustis instructam. Ubi trachea in bronchia dividitur, incipiunt anuli segmentum circuli referre, tenui, pellucidaque membrana eorum extremitates nectente. Primi a divisione anuli numero quinque, aut sex nonnihil intra tubi cavum porriguntur, & parvulis instructos se præbent ligamentis, ad quorum moderandam tensionem datus esse videtur musculus, cujus crura in anuli inferioris capita inferuntur. In fulica sunt anuli hi pauciores, & majus circuli segmentum referunt, quam in ardea; reliqui vero ad pulmones usque vix ab integro circulo distant: sed musculus, qualem modo in ardea notavimus, nullus omnino apparet. In avibus ceteris eadem obtinent, quæ in ardea, nisi quod hæ, ut sunt corpore minores, ita exiliores habent tum bronchiorum anulos, tum musculum ligamentorum moderatorem; glandaria vero pica confertioribus bronchiorum anulis utitur, ideoque numerosioribus, qui quia laxiori inter se vinculo juncti sunt, propterea juxta membranofum oppositum parietem non parum concidunt: idemque valet in merula.

Hic illud notabat Uttinus, nullum se musculum in avibus his invenire potuisse, qui tubi longitudinem ita immutare queat, quemadmodum diversa tonorum ratio in pneumatico instrumento postularet; nonnullos quidem se vidisse musculos, qui motibus ossis hyoidis serviant, sed eos, dum agunt, efficere aliud non posse, quam superius tubi ostium secundum horizontalis plani directionem paululum aut admoveere ad rostrum, aut ab eo removeere; quo sane a motu tonorum varietas peti nequit: propterea videri naturam in anulorum, ligamentorumque cum a se, tum a Ballanto ante descriptorum structura artificium omne posuisse, voluisseque ut vocis organum lyrico instrumento contineretur.

Quare Uttinus sic avium, quas fecerat, vocem explicabat, ut unicam, quam ardea edit, ingenti cuidam quasi afflatui similem, a cartilagineorum anulorum crassitie, rigiditateque repeteret, nec non a ligamentorum parvitate, quibus omnibus minus aptæ illæ partes tremoribus concipiendis reddantur: eo addebat etiam, quod sonus in tanto tracheæ tractu non parum obtundi debet. Quod vero in fulica anuli ligamentis instructi pauci sunt, ac musculus ligamenta tendens desideratur, id in causa esse putabat, quare unicus sit hujus avis tonus, isque brevis, quem tamen anulorum ro-
bur,

bur, perfectioque ita intensum efficiat, ut vel in maxima distantia exaudiatur. Cumque noctua non unam emitat vocem, plures glandaria pica, & adhuc plures merula, id & multitudini anulorum, & laxiori eorum nexui, & variæ denique ligamentosi apparatus tensioni tribuebat.

Thyroidæ glandulam quod attinet, quam & ipse in suis avibus, si fulicam excipias, & noctuam, juxta bronchiorum divisionem locatam vidit, eam ad vocales chordas in animalibus omnibus, in quibus adest, opportune emolliendas, humectandasque datam esse conjectabat: idque eo probabilius, si illud constans sit, glandulam hanc aut ibi esse, ubi vocis organum situm est, aut nusquam esse; nusquam vero non esse nisi iis in animalibus, quæ tonos edunt perpaucos, cujusmodi fulica est, & noctua, quæ propterea chordarum apparatus requirunt haud magnum, a quo facile ariditatem prohibere natura potuerit vel sine glandula.

Venio jam ad reliquarum, quas supra commemoravi, avium vias vocis indicandas; qua in re post ea, quæ hactenus explicata sunt, mihi licebit esse brevi. Larynx, ut in volatilibus ceteris, de quibus ante dictum est, ita in carduele, & solitario passere figura elliptica donatus est, & e duabus compositis cartilaginibus mediam rimam intercipientibus, quæ aptorum muscutorum ope pro opportunitate probe clauditur. Id singulare habet psittacus, ut ejus larynx e cartilaginibus constat tribus, quarum duæ semilunari figura præditæ, & e regione positæ rimam efficiunt, tertia parvi cylindri formam primum habens, tum in acutas productiones duas desinens subjecto tracheæ tubo respondet. Ceterum ne in his quidem volatilibus ligamenta ad laryngem occurrunt ulla, ventriculi ulli; sed totus tracheæ tubus æquabilis est, nec ejus anuli, qui confertissimi sunt, nisi prope bronchiorum divisionem intra cavum prominent. Ibi præter ligamentosas fibras, quibus prominentes anuli scatent, notavit Uttinus ligamenta duo præ ceteris conspicua, & maxime libera, nec non & tertium adhuc insignius una cum musculo hujus tensionem moderante, forma, structuraque prorsus iis similia, quæ in pica, & sturno notata fuisse diximus a Ballanto. Duo denique de horum animalium pulmonibus monebat Uttinus, alterum ad eorum texturam pertinens, alterum ad molem. Illa flacida est, & spongiosa; hæc mi-

nor, quam laryngis, & tracheæ magnitudo ad totum avis corpus comparata polliceri videtur.

Atque huc quidem postremæ redibant Uttini observationes: quæ sane hoc ipso, quod nihil fere adjungebant novi ad ea, quæ superiores sive ejus, sive Ballanti observationes jam prodiderant, aptæ in primis videbantur ad naturæ constantiam ostendendam. Tanti autem naturæ constantiam faciunt physici, ut quibuscumque in rebus assequi eam potuerint, longissime progressos se esse arbitrentur, & facile naturæ leges cognoscere se posse confidant. Quare etiam si id unum suis observationibus consecuti essent Ballantus, atque Uttinus, ut quamdam naturæ constantiam, perpetuitatemque in apertum posuerint, jam satis amplum suorum laborum fructum eos tulisse nemo negabit.

De volatilium aure.

Non semel accidit, ut quam sibi rem suarum investigationum materiam quis proposuit, eandem alter simul proposuerit sibi nescius alterius. Quod si utile est physicis præsertim disciplinis, ut res eadem & a pluribus tractetur, & ab iis, qui nullarum sint studiosi partium, nihil videtur eo casu optabilius: sic enim nec alter a cœpto deterretur diligentia alterius, nec quisquam partium studio in id rapitur, quod verum sincerumque non sit. Evenit autem casus hic memoria adhuc recenti, cum vir clarissimus, Antonius Scarpa, in multorum volatilium aurem Mutinæ inquireret. Nam eodem tempore in eandem inquisitionem incumbere Bononiæ Aloysius Galvanus, & suas ad Accademiam deferere observationes. Videbatur enim Galvano volatilium auris opportunissima ad usum earum partium declarandum, quæ in aure humana nondum satis constat quid ad perficiendam auditionem conferant. Ac cœperat jam anno millesimo septingentesimo secundo & septuagesimo quæ in Academia superioribus annis ea de re differuerat, omnia in unum volumen colligere, atque ad editionem adornare, cum Scarpæ liber prodit, in quo pleraque ea, quæ ipse observaverat, descripta invenit. Ergo ab opere statim detitit, constituitque ea dumtaxat in unum libellum redigere, quæ

quæ aut fuissent a Scarpa prætermiffa, aut aliter ac a se explicata. Sed cum alia ex aliis supervenerint, quibus ab ejus confectioe libelli impediretur, coactus est omnia in perbreve opusculum contrahere, in quo præcipua tantum, & summa capita attingeret, quod nobis deinde tradidit in hoc tomo edendum. Edidimus illud quidem eo libentius, quod de nobiliffima comparatæ Anatomix parte agitur, quam Anatomici duo longe præstantiffimi nulla præconcepta opinione, sed uno veri inveniendi desiderio ducti, ac fingulari diligentia usi tractarunt: ut propterea quæ inter utrumque conveniunt, non possint magis esse extra dubium posita; siqua vero non plane conveniant, ea maxime digna sint, quæ physicorum etiam aliorum industriam excitent. Ceterum Galvani opusculum in hoc commentario non referimus, cum sit ipsum commentarius quidam, referrique non possit, nisi exscribatur.

*De observationibus ad uteri constructionem
pertinentibus.*

HUjus essent loci ea, quæ anno millesimo septingentesimo sexagesimo septimo Germanus Azzoguidius, præstanti vir ingenio, eloquentia mirabili in Academia de uteri constructione disseruit. Ut enim erat jam tum anatomicæ scientiæ, in qua inter omnes excellit, deditiffimus, ita evenerat, ut observando multa comperta habuerit, quæ diversarum ejus visceris partium structuram, & usum mirifice illustrarent. Sed cum his alia deinde atque alia addidisset, quæ non intermissa observandi solertia ipsi obtulerat, factum denique est, ut librum componere potuerit omnibus suis & observationibus, & acutiffimis animadversionibus referentum, eundemque incredibili eruditione plenum, quem anno millesimo septingentesimo tertio & septuagesimo edidit, & nobiliffimo, litteratiffimo, ac litteratorum mecenati ampliffimo, Carolo Firmiano, inscripsit. Nunc autem de iis, quæ ad Academiam detulerat, dicere nobis vix liceret, quin de toto etiam libro diceremus: quæ res præterquam quod cum ea, quam quærimus, brevitate confare non posset, cum a nostro etiam instituto abhorreat; neque enim in com-

mentariis illa referimus, quæ extra hos tomos edita sunt; ideo præstantissimi Academici studia, & labores indicasse contenti, anatomicis dimissis, ad medica statim festinabimus.

M E D I C A.

De morbo quodam sudoribus, urinisque nigerrimis insigni.

Virgo temperamento sanguineo bilioso, quam nullus ante morbus præter colicos dolores afflixerat, cum eum vitæ statum elegerit, in quo ex aliena sæpius, quam ex sua voluntate ageret, cœpit sensim tussi vexari, & languescentibus menstruis dolorem perferre ad præcordia, sanguinemque identidem excreare. Lactis usus, opportuna phlebotomia, vulneraria remedia nihil interea proficiebant. Tertio a morbi ortu vertente anno cum sanguinis excreationes frequentiores essent, Galeatius, incisa primum vena, exhibitisque sanguinem supprimentibus remediis, ut ægram posterum defenderet, ad Brandulæ aquam confugit, cujus usum ad sanguinis profluvia avertenda plurimum valere alias cognoverat. Eventus voto plus fortasse, quam par erat, respondit: ægra enim per aliquod tempus non solum tussis, sanguinearumque excreationum fuit experta, sed etiam mensium, qui ante illius aquæ usum, quamquam parci essent, numquam tamen suis temporibus non fluxerant. Fecit hæc mensium suppressio, & ipsa forte non satis cauta vivendi ratio, ut sanguis rursus excrearetur. Hic sensit Galeatius, non a pectore provenire sanguinem, sed a stomacho: veniebat enim cum vomitu. Dolebat præterea ægræ stomachus, totusque venter, qui valde erat durus, & tumens. Clysteribus alvi, urinarumque tarditas devicta est: non item regionis epigastricæ tumor, qui nec exterius adhibitis cessit medicamentis: per os autem ministrare nihil audebat Galeatius; nam ingesta quæque statim vomitu egerantur vivo cruore mixta.

Tam afflictis rebus casus intervenit, ut quidem videtur, fortunatus. Nam cum clysteribus subinde utendum esset, quo-

quodam die factum est, ut clystere vix dum admisso perferretur ægra ad uteri regionem quemdam quasi crepitum, quem sanguinis ex utero effluvium secutum est ad dies fere duos. Exinde minuta ad vomendum proclivitate cibum, blandum tamen, & tenuem, tolerare ægra cœpit: verum dolor, tumorque epigastrii quidquam non remittebat. Non paucos dies fuerat ægra in hoc statu, cum, dolore omni atque tumore repente sublato, præter expectationem e lecto surgere potuit, cibumque omne genus impune sumere, ac retinere. Menses aliquot bene habuit, menstruis etiam rite respondentibus. Sed cum nimis liberaliter bona valetudine sua uteretur, ecce iterum venis uteri oclusis instauratus sanguinem extundens vomitus. Paulo post in soporem incidit, a quo si quando stimulis admotis expergiscatur, sitim, & capitis dolorem conqueritur, convulsionibusque corripitur. Missus statim sanguis ex pede, missus ex brachio: sed incassum. Imponuntur coxis siccæ cucurbitulæ, & per affricum divelluntur; exhibentur clysteres carminativi: nihilque proficitur. Vix denique aliquem sensum visi sunt procreare sinapismi.

Inter hæc nigror in palpebris apparere incipit; mox faciem invadere. Si linteolo fricetur cutis, nigrorem contrahit linteolum, cutis ad naturalem redit statum. Nigrorem porro eundem ad totum pertinere corpus docuit, cum primum detracta fuit, subucula; eo enim infectam se præbuit; quem cum ibi impensiosem ostenderet, ubi sudore magis madebat, facile fuit intelligere in sudore eum insidere.

Duravit ater hic sudor ad dies decem. Interea sopore oppressa ægra raro, & ad breve tempus excitabatur. Tum aquam simplicem sumebat, nec quidquam aliud ferre poterat. Ceterum durante sopore & paucos admodum vomendi conatus passa est, & perpaululum sanguinis exspuit. Neque est prætereundum, cum oculi fere semper clausi fuerint, si quis palpebras per vim attolleret (quod, ut primum nigror in iis apparere cœpit, non semel factum est) ægram statim expergisci solitam fuisse, & doloris in ea parte indicia dare.

Jam vero cum neque remedia supra recensita, neque alia, quæcumque expertus erat Galeatius, excutere soporem potuissent, venit huic denique in mentem cucurbitulam inter

occipitium, & collum admovere. Mirabile dictu! vix elevata cute, nec dum etiam scalpello concisa, oculi aperti sunt, restituta est loquela: sanguine autem per repetitam cucurbitulæ impositionem ad tres, quatuorve uncias extracto, sopore omnino liberata est ægra, quæ tenuioribus primum cibus, postea etiam solidioribus sine ulla stomachi offensione uti potuit. Quare septem, octove post dies refectis viribus, quæ prostratæ maxime fuerant, surgere e lecto cœpit, seque plane restitutam existimare.

Sed erat illa aut non vera valetudo, aut certe non satis confirmata. Nam brevi tentari cœpta est, & convelli. Interea vero accidit, ut qui nigror sudores ante turpabat, turparet identidem urinas; quæ etiam non sine aliquo ardoris, atque doloris sensu reddebantur. Quibus autem temporibus urinas obsidebat nigror, iis ægra melius se habebat; ut propterea eo nigrore quædam morbi crisis contineri videretur. Verum ut stomachi dolor cum febre, & sanguinea aliqua exscreatione conjunctus præsto subinde erat, ita sanguinem ex pede mittere opus fuit. Paulo post præter nigras urinas aliqua nigri sudoris vestigia supra palpebras, & sub oculis apparuere: quibus ad duos, tresve dies durantibus, sublata est febris, lectumque linquere ægra potuit. Sed epigastrii tumor, & dolor non decedebat. Dum vero de his ipsis Galeatius Academiam monebat, adhuc sanguineis sputis obnoxia erat ægra, præsertim post solidiorem aliquem cibum, aut vehementiorem motum: nonnumquam difficilem habebat somnum; sæpe mœrore, cibique satietate tenebatur: alvus quidem obediens erat, urinæque naturales, sed menstrua minime respondentia.

Quidquid illud esset, quod sudorem, urinasque nigrore inficiebat, digna ea res Galeatio visa est, quæ diligenter, ut factum ab ipso fuit, notaretur; eo maxime, quod tale aliquid de paucis legitur. Ceterum materiam nigram, quæ, cum primum se in ægræ facie prodidit, linteolo colligebatur, exquisitissime microscopio lustravit Benedictus Donnellus, qui Galeatio erat socius, medicus in primis nobilis, physicæ diligentissimus. Erat illa nihil aliud; nisi pulvis quidam, quasi fuligo: ejus particulæ e minutissimis globulis constabant; eidemque salium instar aculeatæ micæ adjunctæ conspiciebantur. Nigris autem urinis per chartam bibulam

bulam transmissis naturalis, vel potius aqueus color redditus est, inhæsitque chartæ materia illi, quæ modo descripta est, quam simillima.

Materiæ ejusdem hæc erat indoles. Ignito metallo superfusa nec flammam concipiebat, nec crepitabat, sed splendentibus adhuc, quibus ante, spiculis referta partim in album cinerem abibat, partim suum retinebat nigrorem. Insuper flammæ lucidas, ut fuligo solet, scintillulas edebat. Ex ejus additione neque in acidis, neque in alcalinis satis manifesta effervescentia oriebatur. In spiritu vitrioli, in oleo tartari per deliquium parato, in spiritu salis ammoniaci, in spiritu vini rectificatissimo, in ipsa denique aqua quamquam solvi primum visa sit, tamen brevi fundum petens liquores omni nigrore liberabat. Quid quod idem etiam eveniebat, si urinæ e sano corpore eductæ materia illa immisceretur? Ex quo inferebat Galeatius oportere, ut ægræ urina principium aliquod adjunctum haberet, sanis urinis minime commune, quod cum ea terram illam nigram conglutinaret, in eademque suspensam teneret. Terram enim magna ex parte esse nigram illam materiam ex eo conjiciebat Galeatius, quod diversis infusa liquoribus nec vere solvebatur, & facile superfluyente sua gravitate ad fundum dejiciebatur. Nec vero terram eandem partibus sulphureis carere putabat, quoniam flammæ, aut candenti laminæ commissa accendebatur. Quin autem eidem admixti essent etiam sales, dubitare eum non sinebant lucidi, quibus referta erat, aculei: quos quidem sales ammoniacalis naturæ esse a pelluciditate, a figura, a sapore denique concludebat.

De his Academiam monuit Galeatius anno supra millesimum septingentesimum quinto & sexagesimo. Decem & amplius post annos a Donellio accepimus, Virginem, de qua agebatur, quamquam malo corporis habitu esset, tamen vitam adhuc ducere, neque post illa nigrum ullum sudorem, aut nigram urinam vidisse.

De morbo, qui lapsum ab excelsa loco, & inde ortum terrorem consecutus est.

PUella annos circiter quindecim nata in locum non longe a Cajetani Tacconi domo ventitare cœpit, ubi sub porticu tota fere die sedens victum a prætereuntibus mendicabat. Quædam autem præferebat, quibus non potuit non cito medici, chirurgique solertissimi oculos ferire. Nam gressum habebat tardissimum, adeoque difficilem, ut tertio quoque passu consistere paulisper cogeretur. Ejus præterea manus, unguis potissimum; brachia etiam, & facies; quin & labia, & ipsum oculorum album mirum in modum livida erant. His super, ut causam morbi cognosceret, & si fieri posset, opem ferret, rogare puellam Taconus non omisit; quæ statim multa attulit, propter quæ male admodum se habere diceret: fortem in primis, nec umquam intermittentem in sinistra pectoris parte pulsationem; incredibilem insuper artuum, membrorumque omnium imbecillitatem. Addebat, se victu uti non posse, nisi tenui, & fere liquido; ægre enim glutire: alvo autem esse plerumque adstrictiori: flante vero borea, & sæviante hieme tam male esse solere, ut non raro opprimi, & pene mori sibi ipsa videretur. Interea animadvertibat Taconus, vocem dicentis parvam valde esse, & fractam; pulsum languidum, sed frequentem. Alia porro atque alia quæritans intellexit, puellam & adhuc carere mensibus, & habitu semper fuisse gracili, & bilioso; eandem vero in morbum hunc, qui deinceps gravior in dies evaserat, tum primum incidisse, cum annum suæ ætatis quintum agens ingenti ab altitudine lapsa vehementissimo terrore oppressa fuit. Ad tres ferme annos in eo statu, in quo eam primum invenit Taconus, duravit ægra: numquam spes ulla salutis affulgebat; quin etiam res in pejus ruere subinde videbantur. Sed, quod majorem visum est habere admirationem, cum toto hoc tempore eam & quotidie videre consueverit Taconus, & persæpe alloqui, nullum tamen notabile respirationis signum in illa deprehendere umquam potuit: quamvis enim oculi aciem intenderet, alterni vel in naribus, vel in pectore, vel in ventre motus ne umbram quidem ei datum est detegere.

De-

Denique per hiemem, sudo cœlo, tempestate frigidissima, dolorem in sinistro latere conqueri, tum nigrum, viscosumque sanguinem per os, conatu ceteroqui nullo, nullaque tussi, emittere cœpit. Non desistit tamen vicium de more quarritare in via. Vox interea abrupta erat, & solito debilior; vires supra quam dici potest fractæ. Vitam sic ad decimam usque & quartam diem toleraverat, cum e loco, ubi federe in via solebat, domum, quæ non valde distabat, rediens extincta est.

Proxima die voluit Tacconus cadaveris sectionem institueret. Ac primo quidem livorem faciei, colli, & manuum toti corpori communem invenit. Deinde aperto abdomine molem notavit ventriculi, hepatis, & omenti solito majorem: diaphragma valde enervatum, atque una cum tenuium intestinorum parte in superius thoracis cavum adactum: venas vero omnes nigricantes, & ita pandas, distentasque, ut earum propagines, etiam minimæ, ultro se proderent. Ventum est ad thoracem. Pulmones contracti, pene exsuccii, tactui renitentes: sinister vero lobus livido, atroque colore tinctus, idemque in loco, quo lateris dolor extremis vitæ diebus inhæserat, pleuræ validissime junctus. Tres circiter inventæ sunt viscosi, nigrique sanguinis uncix supra diaphragma sparsæ, qui sanguis depluisse videbatur a mediastino, & pleura, quoniam hæc viscera eodem rorabant: pars aliqua etiam reperta est intra tracheam. Verum res ante alias maxime mirabilis visa est cordis fabrica. Ejusdem fere amplitudinis ad mucronem ac ad basim cor non conicæ, ut solet, sed quasi cubicæ erat figuræ. Sinister ventriculus latior formam habebat, quæ esse consuevit dexteri; dexter vero columnis, lacertisque robustis ornatus eam, quæ sinistri. Qui his ventriculis recondebatur sanguis, viscosus pariter erat, aterque, ut ille, quem descripsimus ante. Pulmonalis arteria, valvulis sigmoideis secum invicem conglutinatis, ita clausa erat, ut injecta aqua non nisi per angustissimum foramen, quod fortasse subtile ante immissum specillum fecerat, manaret: vena autem rugosa reperta est, summe contracta, & sanguine omnino vacua. His visis statim oculos suos convertit Tacconus ad foramen ovale, atque ad canalem arteriosum. Hic, quantum judicare ipse potuit, clausus erat: non item illud; nam latius, quam in foetu cernitur, patebat,

bat, præsertim qua parte dexterum ventriculum respiceret. Cetera aut nihil, aut vix a consueta conformatione recedebant.

Hic videbatur Tacconus non dubitare, quin foramen ovale tum apertum fuerit, cum in lapsu puella maximo terrore, uti diximus, correpta fuit. Constat enim & sanguinem per terrorem in cor magno impetu congeri, & facile in pueris fortes, longasque inspirationes, quales habuisse puellam sub eum casum credibile est, foramen ovale jam occlusum iterum patefacere. Eo autem patefacto, minor statim sanguinis copia ad pulmonalem arteriam dirigi debuit: ex quo non difficile factu fuit, ut sensim sigmoidæ valvulæ simul coirent. Sic sanguis a pulmonibus denique prohibitus nec respirationem fovere amplius potuit, nec ipse apte subigi. Ergo & illam pene deleri, & ipsum densum, atrumque esse oportuit. Ut autem cum respiratione vox simul infringi debuit, ita cum nova sanguinei circuitus ratione nova cordis forma convenire. Igitur minime mirum, si huic musculo paulatim natura illam, quam supra diximus, structuram conciliavit. Quod si ventriculus sinister se se dilatare debuit, cur non potuit, aneurysmatis instar, pulsationem progignere, qua ægra constanter in sinistro latere vexabatur? Relaxatis denique propter sanguinis tarditatem musculis, facile & virium infractio secuta est, & diaphragma se intra thoracis cavum incurvavit, locum abdominis visceribus concedens, quæ ex humorum crassitudine turgidiora fiebant. Reses vero propter eandem tarditatem in minimis vasis sanguis & livorem in exterioribus corporis partibus procreare debebat, & efficere, ut eadem minora vasa sæviente frigore tandem disrumperentur, sanguinemque funderent, qui vel ex ore mittebatur paulo ante quam ægra occumberet, vel post ejus obitum in thoracis cavo repertus est. Hactenus Tacconus.

De febre quadam epidemica.

L Aurentius Canutus, vir omni virtutis genere excellens, quem satis laudasse videbimur, si dixerimus, in eum patriam oculos defixisse, quasi unus splendorem, quem ipsa mor-

mortuo Beccario amiffet, poffet renovare, cum Comaclum ad febrim, quæ ibi invalefcebatur, continendam, fubigendamque miffus, omnia diligenter notaffet, quæcumque ad eam pertinerent, remque, cujus caufa miffus fuerat, confeffet, Bononiam reverfus itatim Academiam de iis, quæ observaverat, quæque præfiterat, nitidiffimo fermone monuit. Hic ne iis defcribendis, quæ in opusculis legi poffunt, tempus teramus, rerum capita tantum attingemus.

Primo fymptomata omnia, omnefque affectiones, quibus febris five in principio, & progreflu, five in ftatu, & inclinatione ftipata erat, accuratiffime recenfet Canutus; ex eifdemque eam definire aggreffus, non dubitat febrim, fi magnus illorum numerus fpectetur, quos una adoriebatur, epidemica; fi typus ejus, & indoles, continuam biliofam mali moris; fi fedes, gaitricam; fi præcipuum fymptoma, verminofam appellare. Poftea caufas morbi perquirens aquas commemorat, quæ proximo anno & nulla fere intermiffione pluerant, & diutiffime humilioribus in locis ftagnarunt; annonæ inde ortam caritatem, deterioremq; conditionem; victus pravitatem præfertim apud Comaclenfes, qui facile pifces etiam inferioris notæ carnibus fubftituunt. Animadvertit præterea, humidæ pluviofæque per ætatem cœli conftitutioni autumnum fuceffiffe calidiorē, & intermittētib; febrib; frequentiffimum, quem hiems excepit rigidiffima, deinde ver paulo temperatius, fic tamen ut noctu aer humidus effet, & frigidiffimus. Quare ita conficit; fucos imi ventris Comaclenfium vitiatos effe oportuiffe vel a febrium intermittētiū reliquiis, vel a victus perversitate; ob caloris, frigorisque viciffitudines æquabili, rectæque perfpirationi infenfas malos humores partim fanguine retentos fuiiffe, partim glandulas, atque imi ventris vilcera invafiffe; facile inde & putridam febrim exiftiffe, & fuccos, biliofum præfertim, magis magisque contaminatos cum cetera febris fymptomata procreaffe, tum vero etiam vermes in tubo inteftinorum fovere atque alere potuiffe.

His defcriptis curationis rationem perfequitur, quam ad octo, quas notaverat, indicationes accommodavit. Scilicet ante omnia erant primæ viæ repurgandæ; id quod fal catharticus in robuftioribus, in delicatioribus oleum amygdalarum dulcium cum admixto nitro fubiato præftitit. Impe-

diendum deinde ne filterent ullo in viscere humores; qui propterea fluxiores erant efficiendi: eamque ad rem satis fuit semel, ad summum iterum, ante quartam morbi diem sanguinem mittere. Tertio vim febrilis principii retundere oportebat; hucque magno fuit usui aut serum depuratum, aut simplex aqua nitro medicata, copioseque epota. Quarto ejusdem principii maligna indoles erat corrigenda: quem in finem præbuit Canutus blanda subacida, circa vero morbi statum alexipharmaca attemperantibus mixta. Sed, quæ erat singulare hujus febris symptoma, verminatio in primis medici industriam requirebat, eoque magis quod eos, paucos illos quidem, qui ab hac febre interierant, vermes nullos eiecisse contabat. Itaque anthelminticis remediis non erat parcendum: sed voluit Canutus primum, quid possent, quæ mercurialia non essent, experiri. Quorum in numero cum utilia non pauca fuere, tum vero nihil præstantius inventum est vel clysteribus oleosis, vel oleo ipso amygdalarum dulcium, cui esset nitrum stibiatum admixtum. His ergo juvantibus, non fuit cur ad mercurialia se converteret. Sexta erat indicatio, a supremo ventre, quo tendere videbatur, febrile principium avertere: aptæque ad eam rem habitæ sunt cucurbitulæ dorso, & cervici impostæ, &, si opus esset, venæ jugularis incisio; vesicatoria etiam, ubi ea aut fibrarum atonia, aut humorum lentor, aut gravis sopor postularet. Septima, idem principium, coctum cum esset, extra corpus per eas vias eliminare, in quas proclivior natura videretur. Itaque ad diaphoresim decocto præsertim usus est Canutus ex radice scorzonæræ, & ex cornu cervi, aut hujus gelatina stibio diaphoretico confecta; ad diuresim nitratis; ad catharsim lenientibus, quibus usus jam in aliis, quas supra diximus, indicationibus fuerat, ac potissimum clysteribus paulo acrioribus. Denique sublata febre, erant corroboranda solida, ac nutritius humor restituendus; idque victus effecit uberior, solidiorque, qui per febrim tenuis fuerat, atque humidus.

Hæc de curatione; quibus jam satis perspicitur quam esset Canutus simul acutus medicus, & simplicitatis diligens. Neque id minus apparet in iis, quæ præscripsit, ut illis caveret, quos nondum febris adorta esset. Itaque Comaclum cum ipse reliquit, jam minus multos febris aggrediebatur, quosque

quosque petebat, minus se male habebant: neque ita multo post extincta plane est. Utinam qui tam bene ceteris cavere didicerat, cavere ipse sibi potuisset. Sed valetudinem ejus, licet bona adhuc esset ætate, attenuarant suscepti jam ante studiorum causa labores: multum vero negotii ei attulerunt febrium, quæ Bononiæ anno millesimo septingentesimo septimo & sexagesimo sævierunt, curationes. Quare cum febris illum etiam eodem exeunte anno corripuerit, brevi omnem civitatis in eo positam spem una cum ejus vita præcidit.

De mercurii sublimati corrosivi usu.

HÆtenus morborum quorundam notatione, qua unum continetur medicæ artis officium, fuimus detenti: mox de remediis nonnullis erit agendum, in quo ejusdem artis situm est officium alterum, illudque multo præstantissimum. Atque, ut a mercurio exordiar, qui efficacissimus haberi solet ad plures, etiam a lue celtica sejunctos, morbos profligandos, satis constat sublimati corrosivi vel intus assumpti usus quam esset summæ auctoritatis viro, Gerardo Swietenio, probatus; neminemque latent quæ præclarissimus sodalis noster, Josephus Benvenutus, Lucensis medicus longe nobilissimus de mercurii vi edidit. Sed ne a sublimato discedam, cujus venefica indoles medicos non paucos ab ejus per os administratione deterrebat, breviter illa indicabo, quæ experiri voluit Joannes Antonius Gallus, quem paulo audaciorum fecit cum Swietenii auctoritas, & Benvenuti exemplum, tum ea cogitatio, venenum nullum esse, ut ut terribimum, quod tamen, si via, ac ratione apparetur, optimum fieri non possit medicamentum; ejusque rei multa esse in medicina exempla. De his autem narravit Gallus in Academia jam inde ab anno sexto & quinquagesimo supra millesimum septingentesimum; quo tempore aliquot etiam a Joanne Baptista Burferio, magni sane nominis medico, facta ejusdem remedii pericula exponere potuit: moverant enim Burferium adjuncta ad Swietenii auctoritatem Galli ipsius experimenta. Constat vero totus Galli sermo partibus ex duabus, quarum altera curationes profert, quæ sublimati usum com-

men-

mendant, altera omnia, quæ in ejus apparatione, exhibitioneque cavenda sunt, recenset.

Curationes sunt omnino duodecim; quarum duas a Benvenuto, tres a Burserio accepit; septem, quas fufius describit, instituerat Gallus ipse. Felicissime cesserant omnes, si dux excipiantur, in quibus cum ad sublimatum dissolvendum usus esset Burserius spiritu vini rectificatissimo, tantis ægri vexati sunt gutturis, stomachi, atque adeo intestinorum ardoribus, ut intra paucos dies desistere a remedio oportuerit. Potuisset quidem Gallus curationes afferre multo plures: sed e multis, quas & Benvenutus susceperat, & Burserius, ille duas tantum, hic tres cum eo communicavit; Gallus vero ipse septem illas suas, cum in iis ægri statu plerumque essent desperatori, ad remedii efficacitatem declarandam sufficere arbitratus est.

Remedium sic componebat Gallus. Granum unum sublimati quam purissimi, atque in tenuissimum pulverem redacti fumebat; &, quoniam spiritu tritici, quo Swietenius utebatur, ipse carebat, illud duabus liquoris unciis dissolvebat, quarum una ex aqua stillatitia esset, altera ex vini spiritu summe rectificato: his vero, ne quid ad gratiam deesset, duas syrupi de toto, ut ajunt, citro drachmas addebat. Remedium sic confectum ad unciam usque dimidium in dies singulos impune ferebant adulti, ad drachmas duas juniores. Omnibus vero auctor est Gallus, ut ne adhibeatur remedium hoc ad morbos alios, sed illi solum eo utantur, qui celtica lue inficiuntur, neque hi omnes; atque illos in primis excipit, quibus minus conveniret hydrargyrosis. Et curationes quidem, quotquot ante descripserat, erant eorum, qui illam labem aut comparaverant sibi ipsi, aut a parentibus, nutricibusve traxerant. Porro cum remedio utentibus opus sit copiose, frequenterque bibere, quod potionis genus sit præferendum, definiri non potest. Nam aliis non nocet aqua, etiamsi simplex sit, aliis, si illa fuerint incocta aut malvæ folia, aut violarum, aut alia hujusmodi: melius cadunt aliis diluta jura, præsertim a potu medicamento proxima; aliis aut vaccinum, aut asininum lac aqua temperatum. Quare ægrotantium commodo, ingenioque ea in re obtemperet medicus: quod si lacte utendum sit, jure illud misceri mavult Gallus, quam
aqua.

aqua. Denique anni tempeſtas huic remedio aptiſſima cenſetur ætas, quippe ſudores ciet, potationibusque favet: per hiemem ab eo abſtinendum; quod ſi premat neceſſitas, lecto decumbat æger plerumque, nec loco ſit niſi clauſo, tepidoque, & calide bibat. Hæc fere ſunt, quæ de remedio, quo poteſt pars hominum non minima frui, experientia, & ratione ductus monebat Gallus. Quod ſane remedium eo tutius uſurpare impoterum medici poterunt, quo longiori ab ejus uſu intervallo eos, qui illo ſanati olim ſunt, bona, integraque valetudine eſſe intelligent.

De febrifugo quodam noſtrate.

NÆ ille optime de nobis mereri cenſendus eſt, qui remedium e rebus, quæ paſſim apud nos oriantur, compositum invehat, quod vicem peruviani corticis poſſit, ſi minus in omnibus, at certe in plerisque ſupplere. Hanc ad laudem incubuit in primis medicus inter neapolitanos longe præſtans, Joſeph Moſca; qui cum denique poſt plura tentamina ſyrupum ex herbis noſtratibus modo quodam ſuo confectum mirifice reſpondere comperiſſet, ſui inventi participationem facere voluit Academiam, in quam non minus merito ſuo, quam Morgagni, cui erat cariſſimus, rogatu fuerat cooptatus. Quæ ſane hominis diligentiſſimi voluntas cum Academiæ perſucunda fuit, tum etiam effecit, ut quidam bononienses medici periculum propoſiti remedii facere inſtituerint. Itaque & in publicis noſocomiis, & in privatis ædibus ad intermittentes febres expugnandas antifebrilis Moſcæ ſyrupus adhiberi cœptus. Qui cum excitatam ab auctore exſpectationem ſatis feliciter ſuſtinuerit, dignus propterea eſt habitus, qui in bononiensem medicamentarium codicem, cujus forte novam per id tempus editionem Medicorum Collegium curabat, reciperetur. Academici autem, Galeatio præſertim ſuadente, omnia, quæcumque ad remedii confectio- nem, uſum, ac præſtantiam pertinerent; ut hujus tomi opusculis mandarentur, decreverunt. Cujus conſilii cum certior factus eſſet Moſca, unaque bononiensium medicorum testi- monia accepſiſſet, opusculum ſtatim lucubravit, quod Canter-
zano

zано inscribere voluit, ei, credo, ut gratum se præberet, quod is diligenter & de Moscæ voluntate retulerat ad Academiam, & de voluntate Academiæ rescripserat ad Moscam. Opusculum ergo ipsum licebit in altera tomi parte legere, ex quo omnia, quæ ad antifebrilem Moscæ syrupum attinent, poterit quisque commode cognoscere. Nos aliud properamus medicamenti genus exponere, cujus nulla facta est mentio in opusculis.

De æthiope ex laudano.

Dominicus Sgargius in medicina, atque anatomia, quas summa cum laude publice proficitur, apprime versatus, cum Pauli Parentii, hominis inter nostros pharmaceutices peritissimi, librum de medicamentorum, ut ajunt, dosibus voveret, aliud spectans in eum locum incidit, ubi laudani liquidum magma siccatum, & in pulverem redactum ad dysenteriam remedium proponitur. Venit illi statim in mentem de hæmoptysi, ceterisque sanguineis eruptionibus, de alvi, uterique profluvio; quibus omnibus si creditur posse vulgaris æthiops vegetabilis occurrere, cur non Parentii quoque pulvis, in quo præter opium alia reconduntur, quorum adjectione plus etiam valeat? Ergo cum primum occasiones datæ sunt, periculum fecit; eventusque opinionem præclare confirmavit.

Primum se se juvenis obtulit, annos natus viginti quinque, sanguineo-phlegmaticus, habitu corporis mediocri, qui cum nimium horæ indulgisset, diarrhœa correptus fuit, quæ cito in dysenteriam est versa adeo pertinacem, ut duos menses stipticis validissimis obtinerit. Præbuit sub hæc Sgargius parentianum pulverem. Hujus octo vix grana sumpserat æger, cum in soporem incidit, quem postridie parvum delirium subsecutum est. Sed mitescebat interea dysenteria, nec sopor ille aliunde, nisi a non satis torrefacto opio, profectus est. Cujus rei cum ratio impostero habita fuerit, & sopor sublatus, & dysenteria in pristinam mutata est diarrhœam, quam brevi simarubæ cortex omnino vicit.

Non multo post Sgargii opem imploravit virgo, quæ post longam saltationem cum adhuc sudore madens frigidum

dum imbibisset aerem, posteraque die sanguinem ab utero intempestive fluere sensisset, sex dies profluvium hoc neglexerat, quod propterea in dies ingravescebat. Vigesimalium annum agebat virgo, eratque temperamento sanguineo, habitu corporis pleno. Avertendum primo sanguinem censuit Sgargius; sicque brachii vena incisa fuit. Tum alia iussit opportune usurpanda. Quæ cum nihil profecerint, ad stiptica, ne vires interea conciderent, confugit, neque urticae succo, corallis, cornu cervi usto, fungo melitenensi percipit: sed incassum. Vulgarem æthiopem vegetabilem non tentavit, quem alias ineptum cognoverat. Itaque ad parentianum pulverem se convertit, cujus grana duodecim quotidie sumpta sanguinis profluvium intra quatrimum plane sustulerunt.

Mulier alia annos nata quadraginta tres, sanguineo-phlegmatica, habituque pleno, biduo ab exactis menstruis longum iter ætuosa via confecit. Paulo post sanguis illi manare ab utero, primum leniter, postea aliqua cum molestia. Febris deinde accessit, ardens, cumque vehementioribus uteri doloribus conjuncta. Viginti dies sic transegit ægra, ante quam medicum quæreret. Tandem arcessitus est Sgargius. Is sanguinem statim mittendum duxit, id quod deinceps fieri iterum, ac tertio oportuit; tum stiptica præscripsit alia atque alia; in his urticae succum, & bolos ex cancerom oculis, corallo rubro, rhabarbaro ustulato, & fungo melitenensi. Sed ne octo quidem post dies ex harum rerum usu aut sanguinis repressum profluvium, aut uteri dolores leniti. Ultra igitur non prætermisit Sgargius, quin ægrotae suæ parentianum pulverem exhiberet. Grana decem iussit in dies singulos. Nec longum: quarta die & fluere desiit uterus, & dolere: post vero biduum etiam febris abiit; nihil ut jam mulieri deesse ad bonam valetudinem videretur.

Ut clientes semper multos habuit, ita facile potuit Sgargius remedium suum etiam in hæmoptysi experiri. Mulier quædam vigesimalium quintum agens annum, temperamento phlegmatico, habituque corporis ficciori, cum improbos labores sustinisset, tres quatuorve puri, spumosi que sanguinis uncias exspuit. Accedebat tussis, pectoris dolor aliquis, febrisque remittens. Quamobrem vena pluries incisa fuit, exhibitique satis liberaliter urticae succus

recens, & boli ex ustulato rhabbaro, nuce moschata torrefacta, fungoque melitenfi. Verum cum exactis jam septem diebus hæc nihil juverint, grana decem vulgaris æthiops vegetabilis quotidie sumenda imperavit Sgargius, visurus an remedium, quod ad sanguinea alvi, uterique profluvia continenda parum admodum valere noverat, posset aliquid ad hæmoptysim. Ad decimum usque diem æthiops usum produxit, neque tamen sanguinea exspuitio compressa. Decem ergo illis, quæ diximus, æthiops grana parentiani pulveris octo substituit. Ecce autem, quod, nisi Sgargius affirmaret, vix crederetur, intra quatuor dies femina convaluit.

Quatriduum jam diceret esse huic medicamento sanctum. Fere enim nemo fuit ægrorum, de quibus in Academia meminit Sgargius, quem non intra illud spatium sanaverit. Nam præter quatuor, de quibus modo diximus, narravit etiam de homine, cui sanguis ad octo ferme uncias singulis diebus e faucibus levi cum tussi fluebat. Quem cum ipse tertio die viderit, continuo sanguinem detraxit, idque deinde iterum, iterumque fecit, urticæ succum recentem interea, aliaque consueta stiptica remedia exhibens. His autem minime juvantibus in parentiano pulvere spem posuit: neque frustra; nam cum ejus intra biduum grana triginta sex æger sumpsisset, sanguinem multo rarius, quam ante, cœpit exspuere; plane destitit intra biduum alterum.

Hæc olim Sgargius in Academia de parentiani pulveris facultate exposuit. Quibus nonnulla addidit de optima ejusdem parandi ratione, deque nomine huic medicamento imponendo. Ea huc redeunt. Fæx laudani liquidi Sydenhamii, quæ ab extractione, ac philtratione reliqua est, primum leviter torrefiat, ut in pulverem redigi possit: tum moderato igne torrefiat pulvis usque dum quidquid narcotici in opio insidet, abierit, idque solum remanserit, quod adstringendi facultate pollet; quam ad rem satis est, si tertia pars ponderis fuerit amissa: denique pulvis cum aceto peracri subigatur, & ad ignem leniter siccetur. Medicamentum sic paratum æthiops vegetabilis ex laudano appellari posse videtur.

Non est prætereundum, quod meo judicio novum æthiops vegetabilem plurimum commendat, eum scilicet aliis
etiam

etiam medicis, qui Sgargii sermone excitati eo usi sunt, ita respondisse, ut paulo post in medicamentarium codicem fuerit & ipse relatus.

CHIRURGICA.

De vesicæ punctione in ischuria.

Restat, ut illa expediam, quæ ad eam medicinæ partem pertinent, quæ manu medetur. Non pauca enim ad Academiam allata sunt, quæ hanc quoque partem illustrare videantur. Inter cetera commemoratu digna sunt, quæ Cajetanus Tacconus anno millesimo septingentesimo sexagesimo septimo disputavit. Est enim apud chirurgos quæstio haud ignobilis, si in ischuria vesicam pungere necesse sit, qua in parte id tutius fiat. Quidam autem in perinæo malunt, alii ad latus, alii denique supra os, quod pubi subest. Quam sane quæstionem declarare quodammodo se posse confidit Tacconus. Nam cum vesicam multorum, qui ischuria interierant, incidisset, illud animadvertit constans, perpetuumque fuisse, ut tumores, exulcerationes, ceteraque hujusmodi labes ejus cervicem, & posteriorem partem tenerent, ad anteriorem, quæ a cervice longius abest, vix, aut omnino non propagarentur. Neque solum suas, quas fufius persequeretur, sed etiam aliorum observationes affererat, quibus eandem rem confirmaret. Quo posito, sic argumentabatur. Dubitari vix potest, si vesicæ pungendæ urgeat necessitas, utrum utilius sit, cuius parti vulnus infligere, an ei, quæ cum minus ceteris labefactata sit, facilius etiam sanari possit. Quare cum in ischuria, quæ ex vesicæ vitio oritur, valde probabile sit, minus a sua integritate abesse vesicam in illa parte, quæ superne pubem respicit, consequens est, ut sit potius in illa parte punctio facienda. Multa porro in eandem sententiam addebat; veluti illa, minus huic parti, quam ceteris, posse a destillante ab ureteribus urina injuriam fieri; eadem parte esse vesicam statu satis firmo, quippe cum non solum pubis ossibus, sed etiam per urachum umbilico alligetur. Sed hæc notissima sunt ex anat-

nia. Itaque cum Tacconi observationes, præcipuamque rationem jam attigerimus, his dimissis animum ad illa statim convertimus, quæ Academicus noster longe celeberrimus Joannes Alexander Brambilla superioribus annis per litteras cum Academia communicavit. Ea autem ita describemus, ut qui hæc nostra leget, existimare possit, se brambilliana ipsa legere; quæ quidem ita cum nitore, tum brevitate commendantur, ut nec demi ex iis quidquam, nec aliter dici posse videatur. Ut enim alia multa Brambillam nobilitant, in quibus nemo non maximi faciet, quod est Cæsaris chirurgus, ita id etiam, quod est scriptor non minus elegans, quam doctus: quod sane & in iis, quæ sæpe alias in vulgus emittit, & in his maxime, quæ Academiæ tradidit, apparet. Sed ad rem veniamus.

De mesocolo mirabilem in modum proficisso.

Sic igitur exordium sumit Brambilla, ut probare non videatur illos, qui nihil hodie evenire in omni morborum genere putant, quod non multo ante nostram memoriam observatum sit. Quin imo pro certo habet, paucissimos fore cum medicos, tum chirurgos, qui quidem multiplicem rerum usum habeant, quibus non sæpius aut morbus occurrat numquam ante auditus, aut certe adjuncta morbi singularia, quæ morbum quoque singularem reddant. Cujus sane rei exemplo esse posse videtur casus, quem statim narrat, quique est hujusmodi.

Anno millesimo septingentesimo secundo & sexagesimo cum versaretur Brambilla in castris Silesiæ cum legione Lascii, in qua Protochirurgi munere fungebatur, XVII. cal. octob. accidit, ut miles quidam e centuria Tribuni, annos natus viginti duos, corpore procero, eleganti, ac robuito, cum circa horam septimam matutinam e tentorio suo, temere pendente ex humeris veste, in communem locum ventris exonerandi causa secessisset, vehementiusque ob adstrictam alvum eniteretur, repente dolore in abdomine fuerit percussus. Redux in tentorium stravit se humi super paleas, & usquequaque textit: cum enim crederet, eos sibi dolores a concepto frigore allatos, sperabat se, corpus dili-
genter

genter fovendo, hac molestia liberatum iri. Post horæ spatium pejus habuit: quare centuriæ chirurgum accivit; qui ratus & ipse dolores ab accepto frigore ortos, bolum ei ex theriacâ dedit; at nullo cum fructu. Itaque hora decima antemeridiana rem ad Brambillam retulit, qui cum e vestigio ad ægrum se contulisset, rebus omnibus perpensis statim sensit, eum magno in discrimine versari. Pallida erat facies, vires fractæ, pulsus debilis adeo, ut vix perciperetur: in regione autem umbilicari dextera tumor exstabat, colore quidem naturali, sed valde prominens, & durus, quique summam humani capitis partem magnitudine æquaret. Interea tamen dolor nihilo major erat, quam initio esset. Sed cogebatur æger supino corpore jacere; neque ullam in partem vertere, nec omnino movere se poterat. Quæ omnia suspicionem Brambillæ injecerant, ruptum esse intus aliquid, nec tamen quale id esset aut quibat ipse, aut audebat conjectura assequi.

Itaque tumori statim unctionem ex amygdalarum oleo, & unguento althææ confectam adhibuit: tum fomentum addidit ex herbis emollientibus, & farina feminis lini in lacte coctis; quod quidem in semihoras renovabatur. Simul clysterem emollientem addito amygdalarum oleo administrari jussit; qui excrementa elicuit aliqua: subinde etiam quinque, aut sex alii clysteres ægro adhibiti fuere: quibus tamen omnibus minime levatus est. Post hæc duo femoribus applicanda vesicatoria imperavit, eo scilicet consilio, ut sanguinis motus fieret hac ratione concitior; intus autem asfumendas uncias tres olei amygdalarum recentis. Cunque nihil, vel quatuor post horas, hæc prodesse viderit, quamvis jusculi tenuis potionem parvam ægro parandam curasset, decoctum præscripsit emolliens e malva, althæa, modica manna, & tamarindorum pulpa post prandium sumendum. Quæ omnia frustra fuere: miles enim in momenta pejus habuit, atque hora quinta matutina proximæ diei exstinctus est.

Dici non potest, quam Brambilla, homo maxime humanus, graviter tulerit, eum sibi hominem ignoto morbo eripi, quem suspicari posset, morbi causa cognita, conservari potuisse. Sed quoniam, quod maxime studuerat, opem ei ferre non potuit, operam dedit, ut, si fieri posset, unius

unius casus esset imposterum præsidio multis. Itaque constituit certiore rei notitiam ex cadaveris incisione haurire; quam coram pluribus ejus legionis Præfectis militum, Chirurgisque sibi subiectis exsecutus est. Aperto autem abdomine statim comperit, descriptum ante tumorem ortum esse a quodam intestinorum cumulo, quæ tumida admodum erant, & sphacelo jam affecta. Cumque ulterius investigaret, quo hujus causam mali detegeret, invenit colon dextera parte e suo situ detrusum, & per ligamen longitudinale anterius juxta totam suam longitudinem adhærescens peritonæo secundum directionem linæ albæ, idque ope membranæ cujusdam singularis, fibrosæ, & admodum fortis.

Inquirens porro in rei originem, vidit mesocolon dexterum prope intestinum tractu pollicis unius & dimidii ruptum esse, per eamque aperturam ilei partem transiisse unum circiter cubitum longam, totamque sphacelo corruptam; reliquum vero ileum, quod in sinistra remanserat parte, ad tres usque pollices a modo dicta apertura nigrum, cetera colore naturali apparere. Verum, nisi si corrupta intestina vi premerentur, apertura conspici nequibat, quæ eadem stipaverat; nec vero ea retrahi inde poterant, quo intraverant. Quibus omnibus observatis sic existimavit, militem cum alvum exoneraret, comprimendo vehementius intestinum ileum rupisse mesocolon, id quod vix evenire potuisset, nisi ante descripta membrana, quæ colon elevatum, ac subjectum tenebat, tamquam causa, ut ajunt, prædisponens multum ad id contulisset.

Hic animadversionem addit Brambilla, simulque opusculo suo finem imponit. Si ejusmodi casus sæpius evenirent; si deinde modus inveniretur exsequendi dextere id, quod Swietenius neditabatur, aperiendi scilicet abdominis, quo involuta intestina evolvi possent, quæ sæpe causa sunt colicarum maxime perniciosarum; si denique ruptiones tales frequentius deprehenderentur, tum forte via detegi posset reponendorum rite intestinorum.

De bubonocèle cum Sphacelo.

AD aliud venio Brambillæ opusculum non minus quam id, quod modo attulimus, vel propter morbos, quos describit, vel propter eorum adjuncta singulare. Mulier, annos nata septem & viginti, innupta, levem tumorem, qui- que nucis juglandis magnitudinem haud superaret, in sinistro inguine senserat, ex quo exiguam sane molestiam percipiebat. Illum putabat non aliunde, quam ab indurata inguinis glandula ortum; sicque domestica solum remedia ei adhibens malum aliquot annos neque lenivit, neque exasperavit. Accidit interea, ut cum forte vires nitendo imprudens intenderet, repente vehementioribus colicis doloribus correpta fuerit, quibus urgentibus lectum petere coacta est. Accitus medicus iis remediis ægram tractavit, quæ colicis doloribus maxime convenirent: nempe clysteres emollientes imperavit; unguenta etiam, & lacte incocta cataplasmata, quæ ventrem foverent. Præterea ad solvendam alvum sæpius intra quadriduum potio exhibitæ fuit ex manna, semel etiam pilulæ anethinæ ad drachmas usque tres. Sed ex his omnibus nihil emolumenti ægra capiebat; quin etiam cœpit, quæ medicamenta ore sumebat, ea statim evomere. Quo factum est, ut colicus dolor, & febris in dies crescerent, cumque his etiam inguinis tumor. Hunc propterea celare illa ultra non potuit; quæ cum magnum se in discrimen adductam animadverteret, chirurgum quærsivit. Is eadem unguenta, eademque cataplasmata, quæ ante ventri adhibebantur, voluit ut tumori admoverentur: ter quoque intra biduum sanguinem misit; opioque non pepercit, ut aliqua cum quiete saltem nox duci posset.

Dum hæc ullo sine fructu aguntur, rogatur Brambilla a viro, qui magna erat cum auctoritate, ut suam de morbo sententiam aperiat, simulque ejus curationem suscipiat. Qui cum ægram adierit, inguinis tumorem invenit durum, eminentem, & uno pollice latum, eundemque in duo quasi hemisphæria distinctum, quorum unum majus ab omento, alterum minus ab intestino colo fieri judicavit. Et quamvis undique cutis tumeret, tamen perspicere potuit, omentum pariter atque intestinum a ligamento irritari quod Fallopii, non

non Poupertii nomine, ut vulgo solet, distinguendum ipse credit.

Cum febris interea, ceteraque symptomata pergerent, ut ante, urgere, quartam venæ incisionem, & binos ex decocto emollienti oleo seminis lini, & electuario lenitivo clysteres iussit. In primis vero ægræ phialam aquæ amaræ præbuit, quam medicati Bohemix fontes abunde suppeditant, cujus quidem aquæ sal catharticus alvum adstrictam præ reliquis purgantibus medicamentis blande, ac sine ullo stomachi incommodo subducit. Hanc cum per bene tulerit ægra, alii quatuor ejusdem aquæ cyathi eadem die ei exhibiti sunt, quos citra omnem sive vomitus, sive nausæ molestiam sumpsit: ex quo ter alvus satis copiose exonerata est. Ergo ad hæc medicamenta confugit deinceps Brambilla, quotiescumque ægræ status postulavit.

Intra biduum ventris tensio, & dolores una cum febris non parum remiserant. Quare tentare voluit Brambilla, posset ne, si minus omentum, saltem intestinum, digitis leniter premendo, in ventrem repellere. Sed frustra. Incisioni autem locus esse non poterat, quod ægra ejus ne mentionem quidem sustinebat.

Decem interjectis diebus cum cetera satis bene haberent, solusque inguinis tumor eodem esset, quo antea, loco, visum est, omnibus aliis relictis medicamentis, sola unctione, atque consueta diæta uti. Sed brevi, adstricta rursus alvo, tumere venter, indurescere, flatibusque distendi. Cui malo ut occurreret ægra, mannam, incio Brambilla, hausit, quæ vomitum vehementissimum movit, ventris excitavit dolores, atque inguinis tumorem exacerbavit non parum. Itaque ad aquam amaram, atque ad clysteres, quorum supra meminimus, reditum est, quibus alvus iterum, sed non sine multo labore ducitur. Adhibentur interea ventri unctiones, & emollientia cataplasmata, emolumento tamen nullo.

Duobus, tribusve exactis diebus deprehendit Brambilla tumoris superficiem aliquantulum inflammata: unde in spem venit fore, ut facta suppuratione natura sibi ipsa succurreret. Illi propterea unguentum basilicon imponitur, quod ut firmiter adhærescat, emplastrum diachylon adjungitur. Intra tridui spatium abscessus abortus est, suppuratione quoque
tuor

tuor jam se locis prodidit. Puri, quo loco costius videbatur, via aperta est scalpello, illudque magna itatim copia erupit. Vulnus vero placuit Brambillæ unguento styracis nutrire, ac spongia fovere vino imbuta, in quo peruvianus cortex, scordion, & ruta ebulliverant. Postero die reliqua tria tubercula gangræna affici, & sponte aperiri visa. Vulnus autem, quod ferrum ante expertum erat (ita dilatabat sese) duos jam transversos digitos patens & omentum, & colon, utrumque gangræna tentatum, ac lividum in conspectum dabat. Cumque multi undique sinus apparerent, ut plagam, quantum fieri poterat, a multiplici, scædaque sanie, quæ in iis delitescibat, purgaret, simulque a majori corruptione tueretur, vinum illi injecit Brambilla supra memoratum, cui addidit præterea mellis rosati nonnihil; una vero per os exhibuit peruvianum corticem, cujus drachmas duas sumpsit ægra ad multos dies. Ecce autem postridie, quam tria modo dicta tubercula aperta sunt, sub vesperam magna excrementorum copia plagam replere deprehenditur; tum multo major diebus subsequenter, quibus quidem eorum nihil per consuetam viam emittebatur. Ac incipiebant jam omentum, intestinum, & proxima integumenta, quæ livida, corruptaque erant, etiam mobilia fieri. Itaque non multo post plane exciderunt, sinumque reliquerunt, qui digitos septem in longitudinem, quatuor in altitudinem patebat. Tum vero plaga, styracis unguento rejecto, cœpta est melle rosato ter, quaterve singulis diebus tingi, ac filis ficis obduci.

Interea flatus quotidie, & fæces e plaga sponte exhibant, modo majori, modo minori copia, exque satis fluidæ; densiores enim in inferiora intestina transmittentur. Ac si corpus supra plagam digitis premeretur, flatus tum inde erumpebant etiam aliquo cum crepitu. Quibus vero diebus ægra aquam amarā, quam supra diximus, ad solvendam alvum bibebat, erant fæces copiosiores, minusque coloratæ; id quod indicio erat, aquam una cum illis per plagam emitti. Quoniam autem fæces hæ, quamcumque corporis partem attingerent, eam exedebant, propterea sæpius operuiturationis, quæ vulneri adhibebatur, apparatus mutare; amaræ aquæ usum omnino deserere, ejusque loco, quando alvus ducenda esset, solis clysteribus uti; denique vici-

nas vulneri sanas partes oculis cancrorum præparatorum lin-
teolo illigatis sæpe abstergere. Præter hæc ægram iussit Bram-
billa semper in dexterum decumbere latus: eum enim & ra-
tio, & experientia docuerat, si in hoc latus illa decumberet,
fæcum per plagam exire aut nihil profusus, aut certe longe
minus, quam si vel in sinistrum latus, vel supina cubaret.

His provisus vulnus melle rosato fotum in dies melius
habebat, eique ad nonum usque diem fæculentæ materiæ
pepercerant: sed cum hac die ægra tenere se non potuerit,
quin cibo indulgeret, rursus intumuit venter, paucæque fæ-
ces per vulnus effluxere. Quamobrem ad clysteres oportuit,
& parumper ad amaram etiam aquam redire. Post hæc fo-
mentorum apparatus ita firmavit Brambilla, ut plaga nec
fæces emittere posset amplius, & coalescere quodammodo
cogeretur: id quod non multis post diebus parum aberat,
quin assecutus esset. Sed cum ipse per id tempus Josephum
II. Augustum in Galliam proficiscentem sequi debuerit, ne-
gotium dedit Antonio fratri suo, Aulæ Cæsareæ chirurgus,
ut ægram observaret, seque, si quid novi accideret, per
litteras edoceret. Rei summa sic fuit. Cum ægra identi-
dem plus sibi permitteret cibi, quam par esset, nonnum-
quam e plaga fæculenti aliquid destillavit; sed id minus
deinceps, minusque: ut tandem hoc etiam incommodo li-
berata femina plane convaluerit, & adhuc Brambilla hæc ad
Academiam scribente, optima valetudine uteretur.

Huic, quem hætenus descripsimus, persimilis est ca-
sus, cujus historiam protulit Mundinus, cum Brambillia-
na audierit. Recens evenerat, ejusque descriptio placuit
Mundino ut propter similitudinem cum Brambilliana con-
jungeretur. Eam itaque, quam brevissime potero, statim
expediam. Mensis erat decimus nonus, ex quo mulier lecto
tenebatur ob morbum chronicum, qui irrepsit, postquam e
tribus, quatuorve gradibus delapsa ceciderat, cum dolere ei
cœpit in dextero inguine tumor quidam, quem etsi sensisset
jampridem, tamen hoc ipso, quod nihil dolebat, numquam
curarat. Temperamento erat sanguineo, innupta, annumque
tum agebat septuagesimum quartum. Cum vero dolores,
punctionesque ad inguen fierent in dies molestiores, arcessi-
tus est Cajetanus Pedrettus, chirurgus probatus, qui tumo-
rem invenit durum, colore quidem naturali, sed superficie præ-

præditum inæquali, varicosis vasis circumfusum, basi satis ampla, profundaque instructum, infra quem femur œdemate tentabatur. Scirrhum ratus, eum curari iussit panniculis aut aqua cum ranarum spermate madentibus, aut aqua, in qua avena pura decocta fuisset; quæ præsidia, quo simpliciora erant, spem illi afferebant eo majorem. Quindecim dies hujusmodi remedio usa ægra Pedrettum iterum accivit, qui tumorem vidit non modo suppuratum, sed etiam apertum esse, atque vulnus materiam emittere, quæ stercus redoleret. Demisso autem in illud specillo corpus deprehendit ingens, fluctuans, prementi specillo obediens. Itaque non solum ut fluidæ materiæ exitum faciliorem haberent, verum etiam ut corpus illud extraheretur, vulnus, quod angustum valde erat, strenue patefecit, tum forcipe corpus comminuit in frusta, quæ educta verum stercus referebant diuturna mora admodum concretum. Quare de bubonocœle, deque rupto intestino dubitare non potuit. Sinus autem cernebatur superiora versus porrectus, in quem cum proximis diebus specillum cereum immisisset, cavum longe lateque productum agnovit, quod tamen utrum ad abdomen, an ad intestinum aliquod pertineret non audet definire. Interea vulnus curabat; quo autem curationis genere non declarat. Sed hoc constat, intra novem, aut decem dies vulnus fœculentam materiam manare destitisse, idemque paulo post coaluisse omnino, nec ægram postea ab inguine quidquam doluisse.

Redeo jam ad Brambilliana, quorum extrema restat pars, brevis illa quidem, sed animadversione, si qua alia, dignissima. Puer annos natus duodecim, egens, cui tumor circa umbilicum succreverat, Brambillam adiit, ejusque imploravit opem: tumor enim viginti dierum spatio magnitudinem mali majoris adeptus erat; cum tumore autem & sævi dolores, & febris vehemens invalescebant. Certissima agnovit Brambilla inflammationis, & proximæ suppurationis signa. Re vera intra paucos dies sponte tumor exulceratus est. Cum pure multa alvi excrementa per vulnus fluebant: tertia autem die cum his vermibus etiam erupit pollices quatuordecim longus. Fæces porro liquidæ, cinerique coloris ad plagam tam constanter tendebant, ut quavis adhibita opera duci cicatrix non posset: quin etiam alvus sensim consueta relicta via excedebat hac. Veritus ergo Brambilla,

ne, si fasciis, aliisque artis præfidiis vulnus cohiberet, alia inde mala enascerentur, præsertim cum qua esset conditione cæcum intestinum non appareret, omni alio abjecto consilio fecit, ut alvas artificialis construeretur, bracteata scilicet pyxis, in quam ventris fæces reciperentur, qua quidem umbilicari regioni alligata miserum puerum dimisit.

PHYSICA.

De mutationibus, quas lac subit in ventriculo, atque intestinis.

Medicorum non minus, quam Physicorum studiis accommodata videntur, quæ olim Verattus in Academia de lacte protulit; quorum descriptionem in ipso hujus capituli initio exsequar: sic enim pronior erit a medicis ad physica transitus. Cupiebat nempe Verattus cognoscere, quid causæ sit, cur lac dissimiles adeo pariat effectus, ut aliquibus salubre sit, aut certe non incommodum, aliis vero noxam, peitemque afferat. Quod non melius intelligere se posse sentiebat, quam si qua lege illud in animalium ventriculo digeratur comperiret; multa enim suspicionem faciebant, aliam esse lactis, ac aliorum alimentorum rationem. Quare experimentum capere instituit in brutis aliis atque aliis, e quibus haud alienum a recta ratione erat etiam de homine conicere.

Itaque quadrupedes multos, feles, catulos, agnos, hædos, vitulos, solo lacte pastos modo longiori, modo breviori post assumptum lac intervallo incidit. Sic autem post longam observationum seriem comperit. Lac e ventriculo ad intestina numquam ante delabitur, quam coactum fuerit, ita quidem ut cum tractabilitate, tum odore, & sapore casum secundarium æmuletur. Idque discriminis inter ruminantia, & animalia cetera intercédit, quod in his lac seorsum fecedente cogitur in massam omnino unam, contra ex eo fiunt massæ diversæ, quasi totidem sero innatantes grumi, in illis; cumque hæc ventriculos habeant plures, lac coactum

etum numquam in alio nisi in ultimo ventriculo occurrit. Neque vero quominus cogatur lac, impedit quod antea ebulliverit, aut quod fuerit ipsi admixtum aut saccharum, aut mel, aut sal: quæ propterea si eos, qui lac sumunt, torminibus, flatibus, atque aliis incommodis prohibent, non ideo id faciunt, quod lac sic præparatum in ventriculo non cogatur, ut a quibusdam creditum est, sed alia de causa. Porro coactum postquam fuit lac, ventriculi motus illud sensim, sero interim ad intestina descendente, subigit, vertitque in pulcram caseo recenti liquato similem, sapore acri, quæ facile per pylori angustias penetrare potest. Eadem ad intestina tenuia devoluta solet multum de sua crassitudine ac lentore paulatim amittere. Numquam tamen, e quocumque intestino colligatur, spoliata invenitur facultate, quam habet collecta e ventriculo, ut scilicet aliud lac, si illi adjungatur, cogat: quæ quidem facultas etsi minuatur in colo, & cæco, tamen est illi in duodeno major, quam in ventriculo ipso; id quod Verattus succo pancreatico, quæ ipsi admiscetur, tribuit: ne autem tribuat etiam bili, facit cum natura ipsa bilis, quæ potius videtur attenuare, ac resolvere, quam figere debere, tum experimentum in lacte ceptum, cui cum bilem data opera affudisset, densatio nulla secuta est.

Hæc cum in animalibus omnibus, quæ supra diximus, fere sine ullo discrimine evenire animadvertisset, rei perpetuitatem admiratus sibi persuasit Verattus, e naturæ legibus esse, ut concoqui lac aliter non possit, nisi ante cogatur: eos propterea, quibus ventriculi vitio accidit, ut lac satis cogi non possit, malis pluribus obnoxios esse oportere: parum enim a naturali statu mutatum in horum intestina descendens lac facile putrescit, corrumpiturque, sicque dolores, tormina, diarrhœam, atque alia incommoda excitat. Quamquam non dubitat, quin contraria etiam de causa nocere lac possit. Si enim accidat, ut nimium densetur, jure vereri possumus, ne crassitudine sua lacteorum vasorum minima oscula obstruat. Quam rem confirmant ægrotationes aliquot, quas a se, aut ab aliis curatas Verattus commemorat. Opportunum autem ducit, cum hujusmodi timor subest, ante lactis usum blandis lenientibus alvum ciere.

Sed quid id esse dixerimus, quod lac in ventriculo cogit?

Non

Non certe calorem: nam lac objecit Verattus per septem, & amplius horas calori, quo majorem ventriculus habere non solet; quod cum nec densum factum fuerit, nec acidum, iterum ac sæpius in eodem calore fuit expositum, neque tamen nisi levissimum acorem cum spissitate vix aliqua traxit, ut propterea minime esset cum coacto in ventriculo lacte comparandum. Et sane in aliud lac infusum cogendi facultate caruit. An vero acidum occultum, quod in lacte insidet, accedente calore lac cogere in ventriculo putemus? Atqui idipsum negat allatum modo experimentum. Nam lacti, quo usus est Verattus, nec occultum acidum, si quod vere in lacte insidet, defuit, nec calor. In ventriculi igitur succis causa lac cogens videtur quærenda. Cumque salivam experimentis pluribus aptissimam ad lac cogendum invenerit, concludit Verattus, vel in saliva ipsa, quæ cum cibus in stomachum demittitur, vel in succis ventriculi, qui valde salivæ affines sunt, quæsitam causam esse ponendam.

Denique non pauca de lactis natura, quam partim animale esse, partim vegetabilem ponit, conjecturis prosequitur Verattus, quæ ejus opusculum legenti multis in locis, ac præsertim in extremo subtiliter cogitata occurrent. Ab iis referendis, quoniam præcipua quæ erant attigimus, brevitate studio compulsi abstinemus.

De magnetica ferri virtute.

Ferrum, etiamsi magnetem non tetigerit, pluribus modis posse magneticæ virtutis compos fieri, erat jamdudum physicis omnibus notum, qui ferrum vel percutiendo, vel fricando, vel diu in verticali positu conservando in magnetem vertebant. Quid causæ sit, quare his modis ferro magnetica vis concilietur, semper habitum est explicatu difficillimum. Verattus difficultatem videtur magna ex parte sustulisse: experimentis enim pluribus compertum habet, iis modis ferro non vim indi, quam nullam ante haberet, sed eam excitari, & prodi, quæ in illo sopita ante esset, & latens. Et sane ferramentum nullum fuit, ex iis quidem, quæ expertus est, quæ fuerunt quamplurima, juxta quod si acum nauticam in modica distantia duceret, modo unius,
modo

modo alterius poli certissima indicia non conspiceret. Ac ne quis putare posset, id illi accidisse, propterea quod ferramenta illa usurpasset, quæ cum sæpius contrectata antea fuissent, magneticam forte vim aut affricu, aut percussione, aut alio modo traxissent, mineras ferreas tentare voluit, non solum perfectas, cujusmodi sunt quæ e pyramidibus constant, sed imperfectas etiam, quas rubiginosas vocant, atque adeo ochras ipsas. Nec eum spes fefellit. Nam quamvis ochras, & mineras imperfectas, ut erat expectandum, plane inertes invenerit, perfectas tamen, quotquot tentavit, ita vi, quam quærebat, ornatas reperit, ut singulæ non duos tantum, sed plures passim jacentes polos prodiderint. Quamquam non est reticendum, hanc polorum multitudinem, etsi non tantam, in plerisque etiam ferramentis, de quibus ante meminimus, apparuisse; quin etiam non abfuisse a filis compluribus ferreis, in quibus sua ceperat Verattus experimenta, antequam ad majora ferramenta se converteret. De quibus quidem filis hoc notatu dignum maxime est, quod de pluribus, quos habebant, duos tantum retinuerunt polos, postquam ea aut validior electrica scintilla pervasit, aut magnes tetigit. His autem omnibus facile in ea opinione confirmabatur Verattus, verum ferrum natura sua vi magnetica donatum esse, quæ ei forte ab illo principio ingeneretur, qualecumque illud est, quod ipsi additur, cum vel in terræ visceribus perficitur, vel in igne funditur.

Naturales hi poli (sic enim appellari posse videntur) quos in majoribus subscudibus invenerat, periclitari voluit Verattus, si mutari possent, quemadmodum in ferris mutantur, quæ magnetica facimus de indutria. Itaque subscudes singulas validissimo magnete pluries fricavit ab earum polo boreali versus australem progrediens, ita quidem ut magnetis polus australis præiret. Nulla fuit subscus, in qua polorum mutationes non sequerentur, sive frictio ab uno ejus extremo ad alterum usque fuisset producta, sive intra borealis poli confinia coercita; quod mirum videtur: mutabantur enim poli in ea etiam subscundis parte, quam magnes non attigerat. Quamquam si subscus plures, quam duos, polos haberet, interdum mutatis ceteris unus non mutabatur; & si duos tantum habebat, non raro ex frictione acquirebat tertium. Neque vero in eo solum mutabantur poli, quod fieret

fieret repellens, qui ante attrahens erat, & contra, sed in eo etiam quod magis, minusve late pateret mutatus, quam ante, vique polleret majori, minorive. Atque huc fortasse pertinebat, quam sæpe subscus fricata fuisset, & quam valide. Ibi autem visus sibi est Verattus hanc legem animadvertere, ut quantum uni polo illa frictione vis adimeretur, tantumdem adderetur alteri.

Sed cupidus videndi, an mutati jam poli possent in pristinum locum vel sine magnetis interventu restitui, cœpit malleo subscudes modo dictas in extremitate utraque iterum & sæpius percutere. Contremiscebat ea percussione subscus tota, interimque poli in pristinas se se recipiebant sedes, ut subscus nulla fuerit, quæ post percussionem suos non habuerit restitutos polos, aliqua etiam præter hos acquisiverit alios, quos antea non habuerat. Quibus ex rebus apparet, in hoc etiam naturales ferri polos iis, qui arte in eo excitantur, similes esse, quod mutati cum fuerint, possunt non secus atque illi restitui.

Hæc omnia cum in eum sermonem conferret Verattus, quem in opusculis edimus, occasionem nactus non pauca addidit, quæ multo ante experimentis profecutus erat, cum sibi proposuisset & ea, quæ de magnetica vi acubus per electricam scintillam concilianda physicus longe nobilissimus, Benjamin Franklinus, protulerat, confirmare, quod quemquam in Italia ante fecisse non constabat, & quid inter magneticam vim, quam electricitas in ferrum inducit, vimque, quam inducit magnes, interesset videre. Ea autem legenti palam fiet, & itali physici experimenta ad americani promissa præclare respondisse, & nihil prorsus esse, in quo magnetica vis, quam acubus tribuit electricitas, ab illa differat, quam tribuit magnes.

De thermometri vitiis duobus corrigendis.

IN thermometri vitia illud referri solet, quod si calores duo sint inter se comparandi, quorum alter solum globum invadat, alter globum simul & tubum, altitudines, ad quas ascendit liquor in tubo, ex quibus quidem æstimari calores solent, primum calorem minorem exhibent, quam ve
re

re est, si ad alterum comparetur. Primus enim calor, cum liquoris partem tantum pervaserit, hanc solum partem dilatavit; alter, cum pervaserit liquorem totum, etiam dilatavit totum. Quare liquoris in tubo ascensus a primo calore is fuerit oportet, quem illius partis dilatatio afferre potest, ab altero vero is, quem dilatatio afferat liquoris totius. Clarum autem per se est, minorem ascensum fieri debere, ceteris paribus, ab unius partis, quam a totius liquoris dilatatione.

Sed ne a thermometri usu, si duo sint hujusmodi calores comparandi, deterreamur, summa efficere debet erroris, qui ab eo vitio oritur, corrigendi facilitas. Cum enim ejusdem liquoris ab eodem calore dilatationes sint massis, quæ dilatantur, proportionales, definiatur, antequam thermometer ei calori mandetur, qui solum globum invadit, definiatur, inquam, proportio, quam habet massa liquoris, quæ globum replet, ad massam liquoris totam, quæ partem globum replet, partim tubum etiam tenet. Hac inventa proportione committatur globus calori, & quantum ab eo calore liquor in tubo ascendit, diligenter notetur. Tum intituatur analogia hæc: uti liquoris massa, quæ tubum ante replebat, ad massam liquoris totam, ita notatus ascensus ad quartum terminum proportionalem. Atque designabit quidem quartus hic terminus ascensum, qui secutus fuisset, si calor non globum solum, sed globum pariter atque tubum invasisset. Hoc autem ascensu cognito nihil amplius impedit, quominus calor is, qui solum globum affecit, cum alio calore comparari queat, qui & globum una affecerit, & tubum.

Neque vero hac in re quidquam aliud videtur negotium facessere posse, nisi illa proportio, quam definiendam esse diximus inter massam liquoris totam, & eam partem, quæ globum tenet. Sed quamquam ad hanc inveniendam proportionem difficile fortasse sit mensuras in thermometro contructo jam, atque absoluto capere, idem tamen difficultatis nihil propemodum habiturum fuisse crediderim in thermometro, dum contrueretur. Tum enim promptissimum cuique fuisset, idem liquor, qui certam tubi partem replet, quantum globi partem occupet perspicere. Quæ sane diligentia nunquam in thermometris condendis esset omittenda. Eo enim perspecto jam inter quamlibet tubi partem, & globum

quæ sit capacitatum proportio latere amplius non potest.

Molestius videtur vitium thermometri alterum omnibus notissimum, quod in eo positum est, ut nequeat invadens thermometrum calor dilatare liquorem, quin vitreos quoque parietes, quibus liquor continetur, dilatat. Fit autem hac dilatatione, ut totius cavi capacitata aucta liquoris ascensus non sequatur tantus, quantum ille tulisset calor. Quæ differentia cum major sit in calore majore, quam in minore; magis enim crescit cavi capacitas a calore majore, quam a minori; efficere debet, ut calores duo inter se comparati, quoniam ex liquoris ascensibus æstimantur, minus distare alter ab altero videantur, quam vere distant, siquidem parietum dilatatio plus ab ascensu majore detraxit, quam a minori.

Hoc vitii genus ut a thermometro amoverent, sibi finxerunt nonnulli in globi vicem vasculum aliud parietibus duobus contentum, uno convexo, concavo altero. Cum enim vasculum hujusmodi ex alterius parietis dilatatione amplificari debeat, contrahi vero ex dilatatione alterius, videtur quovis adveniente calore fieri posse, ut ejus capacitas vix mutetur. Sed hi remedium proposuerunt, quod locum habeat, si calores comparandi sint, qui thermometri globum solum invadant. Verum si invadant præterea tubum, non satis prospectum eorum comparationi videtur, nisi si etiam pro tubo canalibus substitutus fuerit duobus pariter contentus parietibus, quorum convexus unus sit, concavus alter.

De duobus his thermometrorum vitiis disseruit in Academia Franciscus Maria Zanottus jam inde ab anno quinto & sexagesimo supra millesimum septingentesimum. Qui quamquam ita thermometrum semper affici poneret, ut relaxatio sequeretur, liquorisque ascensus, sic tamen omnia explicabat, ut traduci commodissime possent ad contractionem, liquorisque descensum. Ejus sermonem, quem opusculis mandavimus, quicumque leget, ita naturali quodam nitore, atque elegantia excultum inveniet, ut vel ex his solis agnoscere auctorem facile possit.

*Pro qua portione cum aquis fluminum
quorundam, dum tument, limus
miscetur.*

Eodem, quem modo posui, anno monumenta ad Academiam attulit Joannes Baciallus certissima, quibus evinceret, tam longe abesse, ut limus, quem Rhenus torrentium omnium, qui bononiensem agrum alluunt, facile turbidissimus desert, pars sit aquarum, quod obstinate quidam contendebant, decima septima, ut non multo major centesima septuagesima quinta poni possit. Erat Baciallus optimus civis, patrii Senatus a Secretis, idemque, ut ex superioribus etiam tomis apparet, hydrostaticæ scientiæ apprime gnarus. Itaque non poterat æquo animo ferre, Rhenum nostrum tanto intervallo turbidior, quam par sit, haberi, eamque injuriam censuit esse propulsandam, potissimum cum & commode fieri id posset, & omni factionis suspitione remota. Ea autem occasione omnia etiam, quæ ad fluentes aquas limo alias magis, alias minus inficiendas pertinent, diligenter notavit. Cumque concesserit fieri posse, ut torrentes aliqui, dum pluviis intumescunt, limum secum rapiant, qui sit aquarum pars decima septima, quam proportionem Cattellius in Nari, Plancus in Maricula invenisse dicitur; negavit tamen, idem ad Rhenum, atque ad alia Rheno similia flumina transferri oportere, maxime cum quæstio in eum fluvii tractum caderet, in quo ut longius etiam a collibus, non modo a montibus, distat, ita cursu labitur minus concitato.

Hæc eadem more suo, singulari scilicet cum perspicuitate, atque doctrina tractavit paucis post annis Eutachius Zanottus, vel ut Baciallii rationes experimentis, quod Baciallus ipse desideraverat, comprobaret, vel ut ostenderet, quænam sibi hujusmodi experimentorum faciendorum tutissima ratio videretur. Apparet autem ex ejus observationibus, multo esse turbidiores torrentes, si cetera sint paria, cum inter montes devolvuntur, quam cum per agrorum planitiem fluunt. In quodam enim torrente, qui e montibus non longe a Poretanis thermis in Rhenum præcipitat, eam

limi vim deprehendit, quæ, quamquam casus quidam effecerit, ut quanta aquæ pars esset definiri nequiverit, tamen dubitari non posset, quin decimam septimam superaret: ut propterea limi ad aquam in hoc torrente proportio major esset illa ipsa, quæ in Rheno procul a montibus vel per eos obtinet, quibus est Rhenus turbidissimus. Apparet etiam, non aliam Tiberi esse turbidæ rationem ac Rheno. Nam cum Romæ esset Zanottus eorum Bononiensium, qui fundos inter torrentes duos Sapinam & Idicem possident, causam aquariam agens, non semel accidit, ut Tibris exundaret. Bis ergo occasionem arripuit; fecitque, ut ab amne, qua urbem ingreditur, turbida colligeretur. Hanc in vas, quod paraverat, injecit ad os usque, ut libraret: tum pondus deduxit aquæ pluvialis, quam idem vas capere poterat. Sic limus quanto pondere par aquæ volumen superaret cognovit. Quare cum deinde ut limus in vase consideret siveisset, supernaque sublata aqua eum exsicasset, ex ejus pondere facile quantum par aquæ volumen penderet collegit. Quo cognito nihil proclivius fuit, quam idipsum cognoscere, quod quærebatur; quam haberent inter se proportionem in illa turbida volumen limi, & volumen aquæ. Cumque experimentum bis, uti diximus, factum fuerit, e primo quidem prodiit limus pars aquæ ducentesima decima nona: sed modice tum creverat flumen, atque turbida non longe a superficie extracta fuerat. Verum ab experimento altero, in maxima fluminis exundatione, atque in turbida e profundiori loco hausta, fuit limus pars aquæ centesima sexagesima quinta; quæ sane proportio vix ab ea distat, quam monumenta a Bacialio prolata in Rheni turbida produunt.

Neque valde dissimilis est proportio, quam ab experimento deducit Zanottus, quod anno millesimo septingentesimo sexagesimo primo, cum Bononiensium, Ferrariensium, ac Ravennatum flumina Summi Pontificis jussu solemniter viserentur, institutum fuit, litterisque mandatum legitur. Ad XVII enim cal. decem. vas aqua Rheni turbida repletum fuit, cujus aquæ pondus grana 49824 æquabat. Exsiccato deinde limo, qui erat huic aquæ admixtus, ejus pondus repertum est granorum 728. Quo posito assumit Zanottus ex physicis, specificas limi, & aquæ gravitates esse inter se uti 2000 ad 1076, colligitque, granorum circiter 392 esse de-

debuisse pondus ejus aquæ, cujus locum tenebat limus in turbida. Ex quo sequitur, limum fuisse collectæ aquæ partem centesimam vigesimam sextam.

Adhuc minor prodiiisset limi ratio ad aquam in hæc Rheni turbida, si illam assumpsisset Zanottus inter limi & aquæ gravitates specificas proportionem, quam experimenta in Tiberi a se facta exhibebant. Ex primo enim elicitur proportio 2000 : 979; ex altero 2000 : 1014, quæ duæ proportionem parum admodum inter se distant. Quod si primam sequamur, non fuerit limus in Rheni modo dicta turbida pars aquæ puræ major centesima trigesima octava; non major vero centesima trigesima tertia, si sequamur alteram. Sed eo contentus Zanottus, ut novis argumentis Rhenum, ceteraque ejus similia flumina, dum tumescunt, non tam limo turbari ostenderet, quam quidam vellent, e consuetis physicorum fontibus, quam e suis ipse experimentis, calculi elementa petere maluit.

Ceterum cum limus, quem flumina omnia, dum tumescunt, deferunt, tandem in mare aut totus, aut magna ex parte illabatur, videntur maria omnia, imminuta paulatim capacitate, attolli debere: idque jam in Adriatico evenire clarissimi Eustachii Manfredii, in maribus aliquibus aliis aliorum observationes palam fecerunt. Verum est ne totum altitudinis incrementum huic causæ dandum? Quid porro est, quod maria quædam, nisi de gravissimorum hominum testimonio dubitare velimus, sensim deprimuntur? Optandum sane esset, ut Zanottus, qua erat diligentia, & perspicacitate, quæstiones has, ut attigit, ita etiam tractare per otium potuisset, atque suis animadversionibus illustrare.

M E C H A N I C A .

De metallicarum formarum, in quibus vitreæ lentes elaborantur, constructione.

DE mechanicis dicturus ab eo initium facio, quod usum respicit, & illa molimina, quibus artes perficiuntur: veniam deinde ad ea, quæ in cogitatione potissimum posita non tam res, quam doctrinam ipsam perficere videntur.

Pri-

Primo in genere celebre est Josephi Campanæ inventum, cuius ope tuas illas exquisitissimas lentes condebat, quas tantopere apud Astronomos commendatas legimus. Illud, ut in superioribus libris dictum est, præter Campanæ ipsius filiam nemini ante patuit, quam Benedictus XIV P. M. opticam Campanæ suppellectilem coemeret, atque Instituto donaret. Quamquam ne tum quidem, cum hæc ad Institutum delata est, machinam a Campana extractam ad metallicas formas, in quibus suas lentes elaboraret, accuratissime pro data quaque foci distantia efficiendas, qua quidem machina occultæ artis pars maxima continebatur, quisquam præter Lellium, & Baciallium cognovit; quorum alter ejus usum ex Campanæ filia acceperat, alter ejusdem descriptionem in privatos Senatorum Instituto Præfectorum commentarios referendam confecit. Itaque non paucos annos apud nos perinde jacuit machina illa, quasi Institutum, lentibus jam, quibus abundaret, perfectissimis, atque a Campana ipso elaboratis contentum machinam, qua parari eadem possint, quotiescumque libeat, potuisset oblivisci. Sed ne adhuc lateret diutius, fecit Senatorum eorundem providentia, ac publici commodi, cui in primis favent, studium. Qui quidem anno supra millesimum septingentesimum primo & septuagesimo negotium Josepho Brunio, qui mortuo Lellio optica præfuit, dederunt, ut Campanæ machinam appareret, efficeretque ex ea formam ad objectivam lentem construendam, cujus distantia foci esset pedum decem & octo, qua mensura in Campanæ suppellectile forma occurrebat nulla. Simul vero Canterzanum præfecerunt, qui & cum Brunio ageret, & non solum Campanæ machinam, sed illam etiam inspiceret, quam eundem in finem Brunius ipse jam excogitaverat, ac sæpe ad usum traduxerat; utramque describeret; comoda, &, si qua essent, incommoda cujusque notaret; hæc denique omnia in publico aliquo Academiæ conventu aperiret, atque in lucem proferret. Nec fuit diu expectandum: nam Brunius & promptissime præscriptam formam effecit, in qua lentem elaboravit omnium, qui ejus in Astronomica Specula periculum fecerunt, consensu absolutissimam, & ita Canterzano se præbuit, ut potuerit is eodem anno in Academia machinæ utriusque rationem maxima auditorum frequentia explicare. Hujus nos sermonem, quo cumulatius sit

fit egregiæ Senatorum Præfectorum voluntati satisfactum, hujus tōmi opusculi mandandum curavimus, ad quæ propterea lectorem allegamus, quoniam quæ describi sine figuris nequeunt, hujus non sunt loci. Interim præterire non debet, Brunium lente, quam modo dixi, perfectâ formam pariter e sua machina effecisse ad objectivam lentem elaborandam, cujus item esset distantia foci pedum decem & octo; ex eaque lentem obtinuisse, quæ nihil illi, quam forma e Campanæ machina effecta præbuerat, cedere videretur.

De Staticæ, atque Hydrostaticæ principio decernendo.

TRanfeo jam ad illa, quæ θεωρητικὰ plane sunt. Huc maxime spectant cum ea, quæ de Staticæ, atque Hydrostaticæ principio constituendo olim disputavit Matteuccius, tum illa, quæ in maupertuisianum, quod vocant minimæ actionis, principium a se subtiliter animadversa protulit vir, ut generis nobilitate, ita ingenii opinione præstans, Alphonsus Bonfiolus. Cum enim quæ afferri solent æquilibrii demonstrationes, præsertim si motus, & velocitatis notionibus innitantur, Matteuccio probari non possent, cœpit is æquilibrii causam omnino in æqualitate, & oppositione virium quærere; quam cum modo quoddam suo invenerit, de invento Academiam monuit, simulque ostendit quam facilis esset a viribus inter se parallelis (in his enim demonstrationem suam confecerat) transitus ad obliquas. Quo loco ingeniose admodum fecit, ut sibi utile esset principium naturæ æquilibrii in primis consentaneum; nimirum non posse connexa, & inter se agentia corpora in æquilibrio consistere, nisi si eorum commune gravitatis centrum maxime descenderit. Quo cum principio theorema quoddam & elegans, & nobile conjunxit alias a se demonstratum de minimo, quod in omni virium æquilibrio obtinet; quod quidem theorema adhuc nobilius effecerat deinde clarissimi fœdalis nostri, Antonii Marii Lorgnæ, industria; cujus ea de re itatico-geometricum opusculum, Matteuccio ipsi inscriptum, non minus quam cetera, quæ & plura deinceps, & præstan-

stantia edidit, opera magno italicæ litteraturæ honori esse affirmare sine assentatione possumus. Constitutas autem æquilibrii leges non solum in solidis valere docet Matteuccius, sed etiam in fluidis, ad quæ eandem accommodat rationem, quam cum de solidis ageret, secutus est; quæ in quo maxime posita sit, non est cur explicare hic velimus, cum ex opusculis intelligere facile quisque possit.

*De maupertuisiano minimæ actionis
principio.*

NEquè minus lectorem juvabit, illa in opusculis didicisse, quæ de maupertuisiano principio cogitavit Bonfilius; longum enim esset omnia hic persequi velle, quæ commemoratu digna essent. Rei summam indicabimus. Sibi persuaserat Maupertuisius, nec quemquam fore arbitror, qui hac in re tanto philosopho repugnare velit, in omnibus, quas in corporibus moliri naturam videmus, status mutationibus locum habere minimum aliquod: e naturæ simplicitate esse, ut quidquid efficiat, id efficiat actione minima. Quo posito si contiterit, in quo sita sit actio, & e quibus confletur elementis, & quo simul modo compositis, jam nihil facilius mathematicis, quam leges naturæ, & effectuum rationes detegere, atque explicare. Ac Maupertuisio quidem visum est, actionem tribus metiri elementis inter se multiplicatis, massa, velocitate, spatio: qui simul ostendit, hoc ipsum productum in multis, quas cognoscimus, naturæ legibus re vera minimum fieri. Hoc idem ostendit deinde in legibus aliis Geometra summus Leonhardus Eulerus; denique in plerisque omnibus is, qui jure italorum Geometrarum princeps nunc habetur, Ludovicus Lagrangius. Nihilo tamen minus videtur non posse maupertuisianum minimum tamquam constantem, & perpetuam regulam ad naturæ leges scrutandas adhiberi, nisi constitutum ante fuerit quænam sit velocitas, & quodnam spatium, cujus ratio in producto illo componendo, quod minimum esse debeat, habenda est. Nam spatium quod attinet, distinguendum esse monet Bonfilius; aliud enim est spatium, per quod potentia

tia, quæ agit, corpus comitatur impellendo, urgendoque; aliud, per quod corpus dato tempore æquabiliter movetur: quo fit ut duplex quoque sit velocitas, altera quidem ab uno, altera ab altero spatii genere desumpta. Quæ cum ita sint, varios naturæ effectus diligenter persequitur, atque in singulis quodnam spatium, & quamnam velocitatem attendere oporteat, ut maupertuisianum productum sit minimum, in aperto ponit. Cumque non in iis tantum consistat, ad quæ principium suum accommodavit Maupertuisius, sed ad alia etiam transeat, atque in his pariter quomodo illud adhibendum sit demonstrat, non solum principii ejusdem usum mirifice illustrare, sed certo quodam modo dilatare etiam, atque amplificare videtur. In his autem omnibus ita se gerit Bonfiolus, ut facile possis non modo paratissimum mathematicum, sed philosophum etiam acutissimum agnoscere. Neque vero sine reconditoris metaphysicæ præsidis quæstionum, quas ipse aggreditur, exitum invenire cuiquam conceditur. Ante alias difficillima meo iudicio est illa; an maupertuisianum productum cum ea, quam habere decet, actionis notione sit consentiens. Ad quam quidem tractandam acute admodum elementa dividit, quæ ad potentiam, seu causam pertineant, & quæ pertineant ad status mutationem in corpore, seu ad effectum: qua facta divisione sic denique concludit, ut neget, maupertuisianum productum veram esse actionis mensuram; concedat tamen, fieri posse, ut ad actionem habeat proportionem, comparisonemque aliquam. Huic affinis est quæstio altera; cujusnam generis sit minimum illud, quo maupertuisianum principium continetur: dubitari enim potest, utrum minimum actionis sit, an minimum quoddam mere geometricum. Mirum autem videri alicui poterit, quod invenit hac de re Bonfiolus. Nam postquam maupertuisianum principium in motuum præsertim communicatione expendit, illud in vim vivam leibnitianorum recidere pro comperto habuit; ex quo affirmare non dubitavit, minimum, de quo agitur, cum vim vivam exprimat, aliquo vero sensu posse minimum actionis appellari. Sic aliud agens Maupertuisium vel invitum in leibnitianam sententiam traxit, sibi que plaudere potest, quod novum Leibnitio suo, eumque longe nobilissimum sectatorem comparavit.

De corporum rotatione.

AD mechanicam scientiam augendam pertinet quam maxime opusculum, quod anno septuagesimo primo supra millesimum septingentesimum ad Academiam misit Paulus Frisius, mathematicus, ut omnes norunt, cui & paucos pares, &, quem antepoamus, neminem habemus. In eo de corporum rotatione agitur, de problemate scilicet, quod haberi consuevit tota mechanica, si quod aliud, maxime difficile. Vix autem dici potest, opusculo sane non longo quam multa Frisius, quamque præstantia theoremata complexus sit. Tres expendit problematis solvendi methodos, sicque tres sermoni suo partes facit, quibus prolusionis in modum demonstrationem mechanicorum principiorum præmittit brevem mediis fidiis, simplicem, perspicuam. In parte vero prima projectionis, rotationisque motus, quos in corpore data quælibet vis extra gravitatis centrum impressa gignit, definiendos ea methodo suscipit, quam non multos ante annos in aureo quodam libello Neapoli edito proposuerat magni sane nominis mathematicus, Julius Mozzius. In altera idem problema methodo quadam sua expedit ingeniosa æque ac simplici, cujus ope formulas statuit, e quibus facile vel illas elicit, ad quas problema jam revocarat Mozzius, vel illas, quibus idem concluderat Eulerus. Tertiam denique partem tribuit methodo, quam tenuit clarissimus Ignatius Radicatus Coconati Comes; qui primum in quovis corpore tres adesse axes ad se mutuo perpendiculares, circa quos inchoata semel rotatio jugiter continuari queat, eleganter demonstravit, tum theoremate hoc, atque legibus, secundum quas motus rotationis plures in uno eodem corpore simul componi debent, usus problema generale de corporum rotatione expeditissime confecit. De quo quidem problemate qui plura cognoscere velit, a quo primum, a quibus deinde, & quibus modis pertractatum fuerit, ipsam, quam nuper dixi, prolusionem adeat, cujus in extremo Frisius, ut nihil, ne illud quidem, quod ad eruditionem pertinet, suo opusculo deesset, nos anteivit, eaque etiam, quæ commentarii loco esse potuissent, enucleate explicavit.

De motu rectilineo corporis attracti, aut repulsi a centro mobili.

Quam mathematicarum disciplinarum omnium perfectio ab unius analyseos perfectione pendeat vel ex eo intelligi potest, quod quidquid abditum, implicatumque habent ceteræ partes, id, nisi ad analysim confugas, aliter evolvere, atque extricare non posse videaris. Et mechanici quidem, atque acutici, atque optici, quin etiam ipsi geometræ, si quætionem paulo abtrusiores tractare velint, quid aliud faciunt, nisi id ipsum, ut e sua quisque disciplinæ principiis, atque e quætionis, quæ proposita est, statu formulas condant, nectantque, quibus quætionem ipsam concludant? Quo cum pervenerint, jam difficultas omnis, si qua adsit, non amplius in quætionem ipsam inest, sed in formularum tractatione: ut propterea tantum in quætionem, quæ erat proposita, proficere deinde dicantur, quantum per analysim liceat iis extractas formulas miscere, versare, atque exsolvere. Idque ut in aliis multis, ita maxime apparet in mechanico problemate, quod sibi olim proposuit Riccatus, legem quærens, qua corpus a centro in motu posito attractum, aut repulsum moveri debeat. Problema enim hoc si mechanicis principiis inhærens formulis analyticis exprimere velis, in æquationem incidet differentio-differentialem, quæ generatim ad integrationem, etiam si motus rectilineus ponatur, perducitur nequit. Ergo non ante quætionem absolutissime confectam habebis, quam analysi novæ factæ sint accessiones, quarum ope æquatio illa integrari queat. Riccatus tamen, qui non in mechanicis solum, in quibus unus omnium versatissimus habebatur, sed etiam in analyticis videbat quam longissime, facile sensit, hypotheses esse aliquas, in quibus, si subtiliora adhibeas artificia, sit utique integrationi locus. Itaque has hypotheses diligentissime persecutus est opusculis quatuor ingenio, industriaque plenis, quæ disquisitiones inscripsit, nullumque locum quætionis exornandæ, illustrandæque prætermisit. Tanta vero hac cura dignam huiusmodi investigationem censuit, cum propterea quod nemo ante in ea, quod ipse sciret, versatus esset, tum vel maxime quia

eadem sibi nec vulgaris, & mechanicæ scientiæ perutilis videbatur: erit autem certe; neque enim, si non esset, videri tanto viro potuisset.

A N A L Y T I C A.

De seriebus geometricis.

AD hoc caput revocari posse videntur theoremata quædam elegantissima, quæ jam inde ab anno millesimo septingentesimo sexagesimo secundo summa, qua solet, ordinis, sermonisque perspicuitate vir nobilissimus, atque alias a nobis laudatus, Gregorius Casalius in Academia exposuit. Pertinent ad pulcherrimam serierum geometricarum proprietatem explicandam, quam nemo, quantum quidem Casalio contabat, ante animadverterat. Theoremata sunt omnino novem: esse potuissent multo plura: sed eo numero contentus fuit Casalius, quem satis sibi esse intellexit ad claritatem, quam vel maxime quærebat, assequendam. Ceterum qui nonum cognovit, cuncta cognovit; unum enim in se complectitur non solum octo, quæ præeunt, sed cetera quotquot ea de re similiter præmitti potuissent. Hoc ergo exponam: tum corollaria, quæ Casalius colligit, indicabo.

Theorema est hujusmodi. In serie quavis geometrica a, am, am^2, am^3 &c., cujus terminus nescimus est am^{n-1} , si termini ad nescimum usque in unam summam collecti ducantur in terminum, qui sequitur, am^n , noteturque hoc productum $(a + am + am^2 + am^3 \dots + am^{n-1}) \cdot am^n$; tum vero fiat potestas nescima secundi termini, eaque subtrahatur a simili potestate termini tertii, atque hujus differentie, quæ erit $a^n m^{2n} - a^n m^n$, sumatur pars tanta, quantum indicat numerus $m - 1$, qui oritur subtrahendo unitatem a numero m , qui denominator seriei dici potest; denique hæc pars dividatur per potestatem $(n - 2)$ esimam primi termini: erit hujus quotus divisionis notato ante producto æqualis: nempe erit $(a + am + am^2 + am^3 \dots + am^{n-1})$

$$am^n = \frac{a^n m^{2n} - a^n m^n}{(m - 1) a^{n-2}}$$

Cujus

Cujus theorematis demonstratio ex eo paratissima est, quod satis jam constat, summam terminorum $a + am + am^2 + am^3 \dots + am^{n-1}$ seriei geometricæ cujuscvis esse æqualem quantitati $\frac{a(a m^n - a)}{a m - a}$. Hac enim facta substitutione, æqua-

tio, qua theoremata continetur, deducitur statim ad $0 = 0$.

Venio jam ad corollaria, quorum primum in ipsa elucet æquatione, quæ theoremata exprimit. Nempe si secundam æquationis illius partem per $a m^n$, idest per terminum seriei $(n + 1)$ esimum divides, existet tibi terminorum ad usque nesimum summa. Quam sane rationem summæ invendæ terminorum numero n geometricæ seriei ideo notare voluit Casalius, quod eam aliquando usui esse posse non diffidebat.

Corollarium secundum paulo longius ab eadem æquatione est petitum. Sic se habet. Æquatio illa, quoniam utraque ejus pars dividi potest per $a^2 m^n$, hac facta divisione

$$\text{vertitur in hanc } 1 + m + m^2 + m^3 \dots + m^{n-1} = \frac{m^n - 1}{m - 1}.$$

Hic statue secundæ partis divisorem $m - 1 = c$, quæcumque sit quantitas hæc c ; habebisque $1 + m + m^2 + m^3 \dots + m^{n-1} = \frac{m^n - 1}{c}$; unde elicitur $c + 1 = m^n - c m^{n-1} - c m^{n-2}$

$\dots - c m^3 - c m^2 - c m$. Quod cum valeat, quicumque sit numerus n , propterea erit generatim $m^n - c m^{n-1} - c m^{n-2} \dots - c m^3 - c m^2 - c m = m^n - c m^{n-1} - c m^{n-2} \dots - c m^3 - c m^2 - c m$; est quippe utraque quantitas æqualis eidem tertix $c + 1$. Erit autem hujus æquationis radix una $m = c + 1$, quandoquidem statuiti $m - 1 = c$.

Itaque si a potestatibus duabus quibusvis nesima, & nesima quantitatis m subtrahas potestates omnes ejusdem m inferiores in datam quantiratem c ductas, tum inter duas sic ortas quantitates æquationem instituas, erit semper æquationis hujus radix una $m = c + 1$. Neque hic inutile erit animadvertisse, æquationem, de qua sermo est, hanc denique formam acquirere $m^n - c m^{n-1} - c m^{n-2} \dots - c m^3 - c m^2 - c m - c - 1 = 0$, ubi stat n pro differentia numerorum n, r . Apparet autem, æquationem

$$\text{hanc esse illam ipsam } 1 + m + m^2 + m^3 \dots + m^{n-1} = \frac{m^n - 1}{c}$$

mutato n in n' .

Sed hujus æquationis radix est etiam $m = -1$, modo sit n numerus par. Hinc exiit corollarium tertium. Si seriei denominator fuerit -1 , valebit theorema propositum, quæcumque pars differentiæ inter potestates æquas secundi & tertii termini sumatur, dummodo n sit par; valor enim hic $m = -1$, qui æquationi theorema exprimenti satisfacit, nullo modo pendet a quantitate e , quæ in secundæ partis divisore posita intelligitur pro $m - 1$. Quoniam verò cum sit $m = -1$, si præterea ponatur $a = 1$, series geometrica abit in $1, -1, 1, -1, 1, &c.$, hinc patet singularis hujus seriei indoles: nimirum cum in accommodando theoremate proposito ad series alias, atque alias geometricas mutandum semper sit aliquid pro varia seriei, ad quam illud accommodatur, ratione; in eodem accommodando ad seriem hanc, si quidem numerus, qui pro n ponitur, sit par, nihil mutare necesse est: accommodatum enim cum fuerit ad seriem data qualibet ratione progredientem, ita profus valet theorema in serie $1, -1, 1, -1, 1, &c.$, uti in illa ipsa, ad quam fuit accommodatum. Sic quidem devenit paulatim Casalius ad seriem, quæ fuerat Leibnitii primum, deinde aliorum plurium, Euleri præsertim, atque Zanotti digna commentationibus.

De curvæ catenariæ æquatione.

HUc quoque referam pauca illa, quæ dicenda habeo de opusculo, quod in Academia recitavit Canterzanus anno millesimo septingentesimo nono & sexagesimo. Illud enim quamquam sit de curva quadam linea, sicque ad geometrica pertinere videatur, tamen cum in ejusdem lineæ æquatione concinnanda potissimum consumetur, potest locum sibi vindicare etiam in analyticis. Scilicet inciderat forte sermo inter quosdam mathematicæ cultores, in quibus erat Canterzanus, de curva catenaria; cumque non ita multo ante in novis Petropolitane Academice Commentariis prodisset is, qui variationum calculus inscribitur, cujus præsidio ejus curvæ æquatio nullo negotio invenitur, quæstum fuerat, posset ne communi tantum adhibito differentiali calculo æquatio illa ab eodem mechanico principio peti, a quo

quo petitur per novum illum calculum, seu per methodum, quæ inversa dici potest maximorum ac minimorum, a qua idem ille calculus manavit. Neque vero latebat eos, ante inventum hujusmodi calculum illo eodem principio ad catenariæ æquationem comparandam usos fuisse mathematicos gravissimos Leibnitium, Bernoullios, Hospitalium, aliosque; sed eosdem non fugiebat, summos hos viros aut artificia adhibuisse, in quibus ne ipsi quidem sibi omnino satisfecerint, aut ea ratione usos esse, quæ ipsa variationum calculus jam tum nascens videri possit. Fecit ergo non invite Canterzanus, ut quid ipse hac in re posset tentaret; sicque opusculum confecit, de quo loquimur, illudque eo minus dubitavit ad Academiam afferre, quod, quaecumque est, non contemnenda videbatur formula quædam, quam exhibet, quæ non solum si de catenaria curva agatur, sed etiam usui esse possit, si agatur de lineis rectis finitis, quæ graves fingantur, & inter se in extremitatibus suis, circa quas volvi queant, connexæ, atque hinc & illinc a datis duobus punctis libere suspensæ. Et sane ab hac formula discedens potuit deinde Canterzanus quasdam catenarii polygoni non inellegantes proprietates investigare, de quibus paucis post annis egit in Academia; quas, si locus erit, in sequentem tomum conferemus. Interim opusculum de catenariæ curvæ æquatione edimus, quod si nihil aliud, id saltem boni habet, quod brevitate non caret.

De æquatione quadam differentiali.

Brevitate commendatur etiam opusculum, quod misit ad Academiam Frisius anno ineunte millesimo septingentesimo septuagesimo tertio. Quamquam non in hoc solum est ejus laus posita, sed in eo vel maxime quod methodos continet, quibus usi sunt ad æquationem $dy d^3y + a ddy^2 + b dy^2 ddy + c dy^4 = 0$ integrandam mathematici præclarissimi, Melander, Frisius, Radicatus. Proposita primum fuerat ad integrandum æquatio hæc Melandro a maximi nominis mathematico Lxellio: Melander eandem deinde proposuit Frisio: Frisius denique Radicato. Suam quisque insiit viam: ac Melander quidem duabus rem conficit substitutionibus, quibus

æqua-

æquationem ad primas deducit differentias; Frisius substitutione utitur una; Radicatus in auxilium vocat multiplicatores, quorum ope per triplicem integrationem tribus additis constantibus arbitrariis integrale completum assequitur; quod tamen integrale, cum evenire possit, ut nullius sit usus, si nempe fuerit $a = -2$, aut $a = -2$, & $b = 0$, aut $\frac{bb}{4} = (a+2)c$, propterea integrationem seorsum in unaquaque ex his hypothesibus molitur, sicque ostendit, nullam fingi posse hypothesim, in qua concessis quadraturis æquatio non queat construi.

De integratione cujusdam æquationis inter quatuor variables, quarum una est functio trium reliquarum.

JAm satis constat, æquationis $b u + \frac{c d u}{d x} + \frac{i d d u}{d x^2} + \frac{p d^3 u}{d x^3}$

&c = 0 integrale finitum, atque completum, si b, c, i, p &c quantitates sint constantes, unica confici substitutione $u = e^{f x}$. Hac enim peracta substitutione, prodit æquatio in f tot habens valores, quot sunt unitates in numero ordinem propositæ æquationis exponente; qui quidem valores suffecti alii ex aliis in formula $u = e^{f x}$ totidem exhibent æquationes, quæ singulæ ipsi satisfaciunt æquationi propositæ, etiamsi in earum unaquaque quantitas $e^{f x}$ per constantem arbitrariam N multiplicata fuerit. Cum ergo ea sit æquationis propositæ natura, ut si ei satisfaciant æquationes inventæ singulæ, satisfacere etiam debeat earum summa, jam patet, hac ipsa summa integrale completum contineri, quippe quæ tot habet constantes arbitrarias, quot ipsius postulat propositæ æquationis ordo.

At non æque in promptu est æquationis integratio, si u fuerit functio non unius tantum variabilis x , quemadmodum hic posuimus, sed plurium; ita ut occurrant in æquatione

tione differentiali proposita præter $\frac{c\,du}{dx}$, $\frac{i\,ddu}{dx^2}$, $\frac{p\,d^3u}{dx^3}$ &c
 etiam termini $\frac{g\,du}{dy}$, $\frac{b\,du}{dz}$ &c, tum $\frac{k\,ddu}{ax\,dy}$, $\frac{l\,ddu}{dx\,dz}$, $\frac{m\,ddu}{dy^2}$,
 $\frac{n\,ddu}{dy\,dz}$, $\frac{o\,ddu}{dz^2}$ &c, tum $\frac{q\,d^3u}{dx^2\,dy}$, $\frac{r\,d^3u}{dx^2\,dz}$ &c &c. Tamen

non paucæ sunt quæstiones hydrodynamicæ, quæ expediri non possint, nisi hujusmodi æquatio, in qua quidem sit u functio variabilium trium x, y, z , ad integrationem perducatur. Quibus propterea quæstionibus conficiendis ne impedimento sit integrationis difficultas, facit nobilissimi viri, ejusdemque inter principes mathematicos clarissimi, Nicolai Condorcetii, singularis, ac plane ejus propria perspicacitas atque solertia, cui jam sublimioris analyticos partes tot alias mirum in modum amplificatas, atque adeo perfectas debemus. Is enim aggressus integrale quæsitum investigare ejus formam jam, atque indolem determinare sic potuit, ut satis appareat, eandem, qua utitur, rationem latissime patere, atque ad æquationes ejusdem naturæ omnes, quicumque tandem sit sive earum ordo, sive variabilium numerus, posse transferri. Sua autem præclara hac de re cogitata, tamquam primam majoris operis partem, eo opusculo complexus est, quod, summo ingenio elucubratum, ab ipso ad nos pro egregia ejus in nostram Academiam voluntate missum in hoc tomo edimus, cui propter vel auctoris nomen, vel rei ipsius præstantiam insigne ex hac editione ornamentum accedere intelligimus.

Sed ut methodi, quam præstantissimus vir tenet, rationem saltem adumbremus, ante omnia animadvertimus, æquationem, quæ hic ad integrandum proponitur, semper sic considerari posse, quasi termino constanti a careret: nam si eum habeat, facile in aliam mutari potest ejusdem formæ, in qua terminus ille desideretur; id quod simul apparet, ac fingitur $a + bu = \alpha t$. Deinde notamus, æquationem eandem esse de illarum genere, quarum integrale finitum, ut completum sit, tot requirit functiones arbitrarias, quot ordinis exponens habet unitates; quarum quidem functionum unaquæque sit functio tot quantitatum per x, y, z &c datarum, quot sunt hæ ipsæ variabiles x, y, z &c, quarum u

ponitur esse functio, una tamen dempta. Ex quo sequitur, ut in propositæ æquationis integrali, quoniam u functio est variabilium trium x, y, z , unaquælibet ex arbitrariis functionibus debeat esse functio duarum quantitatum, quarum unaquæque sit functio aliqua variabilium x, y, z .

Quibus prænotatis ponamus jam æquationi satisfacere exponentialem quantitatem $e^{fx+f'y+f''z}$ ductam in functionem arbitrariam duarum functionum linearium $x+Ay+Bz, x+A'y+B'z$. Statim poterimus in locum hujus aliam usurpare formam multo simpliciore $u = e^{fx} Fx + Ay, x + Bz$, quæ, exceptis hypothesibus quibusdam singularibus, æque late patet atque illa. Ex hujus autem valoris u substitutione æquationem nanciscemur, in qua termini, qui eandem quantitatem $x + Ay, x + Bz$ functionem continent, oportet ut nihilo æquales sint: nisi enim hi termini singuli æquales sint nihilo, fieri non potest, ut terminorum omnium summa sit nihilo æqualis, & simul functio quantitatum $x + Ay, x + Bz$, in quam ducta est exponentialis e^{fx} , sit arbitraria. Terminis ergo singulis nihilo æquatis existunt æquationes inter determinatas f, A, B , & constantes b, c, g &c, quarum æquationum ope poterunt indeterminatæ ipsæ f, A, B defini, ita quidem ut f tot fortiaur valores, quot sunt unitates in numero ordinem æquationis propositæ exponente; nam dabitur f per æquationem tanti gradus, quantus est ille ordo. Quod si singuli ex hac æquatione elicitæ valores f , atque coefficientes b, c, g &c tales sint, ut ceteris inventis æquationibus satisfaciant omnibus, jam susceptis his valoribus f , nec non valoribus respondentibus A, B aliis deinceps post alios in forma $u = e^{fx} Fx + Ay, x + Bz$, quam licebit semper per constantem quamvis N multiplicatam intelligere, existent totidem integralia particularia æquationis propositæ; quæ cum eadem æquationi satisfaciant etiam in unam summam collecta, propterea hac ipsa summa, quæ jam arbitrarias tot functiones quantitatum $x + Ay, x + Bz$ complectitur, quot æquationis propositæ ordo poscit, ejusdem æquationis integrale finitum completum continebitur.

Verum si non omnes inter f, A, B , & constantes b, c, g &c inventæ æquationes stare queant, aut si quod aliud incidat

cidat absurdum, indicio id erit, propositam æquationem non admittere solutionem finitam: tumque opportunum erit pro n formam ponere $e^{fx+fy+Bz}$ functionem arbitrariam unius dumtaxat quantitatis involventem. Hac autem facta substitutione prodeunt æquationes inter indeterminatas quatuor $f, f', A, B,$ & coefficientes b, c, g &c: quibus ex æquationibus semper licebit pro vario æquationis propositæ ordine varias solutionis formas, atque naturas dignoscere.

Unica prodit æquatio inter $f, f', f'',$ si ponatur $n = N.$ $e^{fx+fy+f''z}$, qui valor nullam continet functionem arbitrariam variabilium, utilisque esse potest, si forma ante adhibita solutionem præbeat nimis particularem. Ex hac quoque æquatione pro vario æquationis propositæ ordine licet definire integralis indolem, quam sit generale, & cujusnam naturæ seriebus contineatur. Quæ omnia diligenter persequitur acutissimus opusculi auctor, qui nihilo minus sedulus est in omnibus providendis, quæ evenire possunt, sive prima substitutione utaris, sive secunda, sive tertia. Quare si exempli causa usus substitutione prima inveneris vel $A,$ vel $B = 0,$ vel alterutram ex his quantitibus $= \infty;$ aut si quantitatis f valores elicueris vel omnes, vel aliquot, inter se æquales; quid præstare tum debeas opus non erit, ut alibi quæras; ipsum enim opusculum de his singulis te docebit, nec quidquam tibi desiderandum relinquet.

De æquatione, cujus radices sunt binarum datæ æquationis radicum summæ.

DE methodo æquationem inveniendi, cujus radices sunt functio quælibet algebraica radicum æquationis datæ, plura ingeniosissime disseruit in suis algebraicis meditationibus subtilissimus geometra, Eduardus Waringius. Atque ex his quidem in promptu est, data æquatione quavis singulari æquationem invenire, cujus radices sint binarum ejus radicum vel summæ, vel differentiæ. Verum non ita facile singuli quæsitæ æquationis termini definiri inde poterunt, si æquatio data generalis fuerit, ita quidem ut ejus gradus indeterminato numero m designetur. Quod si quæsitæ æqua-

tionis radices debeant esse binarum datæ generalis æquationis radicum differentię, jam quomodo in ea cujusque termini coefficientis e coefficientibus terminorum, qui illum ordine præcedunt, nec non e coefficientibus terminorum æquationis datæ efficiantur, edocuit in Berolinenſis Academię actis ad annum milleſimum ſeptingentimum ſexageſimum ſeptimum clariffimus Lagrangius. Sed qui idem in æquatione tentaverit, cujus radices ſunt binarum datæ generalis æquationis radicum ſummæ, adhuc, quod nobis conſtet, nemo fuit; & tamen poteſt æquatio hæc non pauciores, quam illa, in univerſa analyſi uſus habere. Itaque non inopportunum duximus theorema hic exponere, de quo haud multis abhinc annis Academiam monuit Canterzanus, qui in illud forte inciderat, cum quaſdam debuiffet hujus æquationis proprietates paulo diligentius exquirere.

Propoſita ſit æquatio $x^m + a' x^{m-1} + a'' x^{m-2} + a''' x^{m-3} + \dots + a^{\mu-2} x^2 + a^{\mu-1} x + a^\mu = 0$. Dubium non eſt, quin, ſi denotetur per y ſumma duarum quarumlibet hujus æquationis radicum, futura ſit æquationis quaſitæ forma

$$y^{\frac{m(m-1)}{2}} + A' y^{\frac{m(m-1)-1}{2}} + A'' y^{\frac{m(m-1)-2}{2}} + \dots + A^{\frac{\mu(\mu-1)-1}{2}} y + A^{\frac{\mu(\mu-1)}{2}} = 0.$$

Jam vero coefficientium A' , A'' , A''' &c ea eſt lex, ut ſit

$$A' = (m-1) a'$$

$$A'' = \sum a' A' + (m-2) a''$$

$$A''' = \sum (a' A'' + a'' A') + (m-4) a'''$$

$$A'''' = \sum (a' A''' + a'' A'' + a''' A') + (m-8) a''''$$

&c omnino

$A^p = \sum (a' A^{p-1} + a'' A^{p-2} + a''' A^{p-3} + \dots + a^{p-3} A''' + a^{p-2} A'' + a^{p-1} A') + (m-2^{p-1}) a^p$, ubi ſummæ per Σ indicatæ ſolam quantitatem m variabilem ponunt, atque ita quidem, ut conſtans ejus differentia ſit unitas poſitiva. Sic erat theorema.

Si ergo in formula ſub ſigno Σ conſtituta pro A' , A'' , A''' A^{p-1} ponantur valores harum quantitatum jam ante inventi, tum ſumatur ſumma ipſa per Σ indicata, exiſtet valor quantitatis ſequentis A^p . Conſtabit autem ſumma hujusmodi ex terminis pluribus per a' , a'' , a''' a^{p-1} datis, quo-

quorum terminorum unusquisque, ut completus sit in suo coefficiente, cujusdam constantis, quæ semper numerus erit aliquis, additionem requirit. Longum facerem, si legem generalem exponere hic vellem, cujus ope numerus pro termino quoque illius summæ addendus inveniri potest. Satis sit monuisse, numerum eundem definiri etiam posse ex hypothefibus singularibus, quas analyfita pro voluntate fingere potest, in quibus conitet quinam esse debeat coefficientis termini: ex comparatione enim hujus coefficientis singularis cum generali, qui datur per m , quinam huic numerus addendus sit apparebit; hic siquidem numerus cum ab m non pendeat, idem sit oportet pro quovis valore m . Quo loco non inutile erit id notasse, quod laborem in multis illius summæ terminis complendis non parum levare potest. Nam si fuerit e maximus numerus integer, qui præbet $\frac{e(e-1)}{2}$ minorem quam r , denotante r numerum tot unitates habentem, quot habet virgulas index ρ ; termini summæ, qui dantur per coefficientem a^e , & per eos tantum, qui hunc præcedunt $a^1, a^2, a^3 \dots a^{e-1}$, nullo negotio complentur, si animadvertatur, horum terminorum coefficientes fieri debere $= 0$ posito $m = e$. Si enim $m = e$, erit ultimus æquationis in y terminus $A \frac{e(e-1)}{2}$; in qua propterea æquatione, cum sit $\frac{e(e-1)}{2} < r$, terminus $A y^{\frac{\rho}{2} \frac{m(m-1)}{2} - r}$ desiderabitur; ideoque erit $A^{\rho} = 0$. Quare termini summæ, a qua valor A^{ρ} pendet, dati per solos coefficientes $a^1, a^2, a^3 \dots a^e$, qui coefficientes non sunt $= 0$, evanescere non possunt, nisi eorum coefficientis sit ipse $= 0$. Sed de his jam nimis multa: nostrum enim erat theorema proponere, quod jam fecimus. Reliquum est, ut astronomica expediamus. His autem, quæ pauca sunt, breviter expositis finem huic commentario imponemus.

ASTRONOMICA.

De bononiensi meridiana linea restituta.

Meridiana linea, quam Bononiæ anno millesimo sexcentesimo quinquagesimo quinto Jo: Dominicus Cassinus in æde D. Petronii descripsit, non tam gnomonis altitudine insignis, quam auctoris nomine, atque astronomorum gravissimorum observationibus clara, ita & temporis, & præsertim prætereuntium assidue hominum injuriis labefactata erat, atque dimotis, luxatisque partibus corrupta, ut diligentia, quam in primo horum commentariorum tomo ab Eustachio Manfredio adhibitam legimus, nihil amplius juvante usibus astronomicis impar omnino facta esset. Committendum non erat, ut tam illustre instrumentum, cui instaurata Astronomiæ scientia plurimum debet, deperiret. Itaque anno septingentesimo septuagesimo sexto supra millesimum amplissimi rebus illius Basilicæ administrandis Præfecti Senatores de meridiana linea restituenda communi consensu decreverunt: cumque in eorum tum numero esset Alamannus Intulanus, vir ut omni senatoria virtute, ita etiam astronomiæ scientia præstans, hunc universæ ejus rei procurationi præfecerunt. Is ergo cum Eustachio Zanotto, & Petronio Matteuccio Instituti Astronomis statim egit; omnibusque, quæ opus essent, provisit atque constitutis, paucorum mensium spatio his, quos nominavi, operi assidue instantibus meridiana linea sic refecta extitit, ut firmissimo fundamento superstructa, atque per amplis, solidisque marmoribus insculpta ad perpetuitatem facta esse videatur. Neque hic parvo fuit usui Aloysii Mazzonii, culti, ac probatæ fidei civis, induitria, qui Basilicæ res agit, & Syndicus appellatur. Is enim mira fuit sedulitate, sive operarii dirigendi essent, urgendique, sive ea, quæ mathematici opportuna judicassent, paranda: ut propterea bene, & celeriter confecti operis laus ad eum quoque pertineat. Sed illa, quæ Astronomiam maxime attingunt persequamur. Restituta enim ad astronomicos usus meridiana Cassini linea cœpit Zanottus in ea solis altitudines observare illis præsertim diebus, quibus sol propius a punctis vel solstitia-

tialibus, vel æquinoctialibus abest; in eoque adiutorem habuit Franciscum Sacchettum egregia indole juvenem, qui & mathematicum magna cum laude proficetur, & est astronomiæ diligentissimus. Matteuccius interea observationes respondentem in Specula Instituti exsequatur. Opportunæ autem in primis visæ sunt Zanotto observationes pergrandi illo gnomone institutæ ad varios astronomiæ locos illustrandos. Quo factum est, ut non semel superioribus annis in Academia & de eclipticæ obliquitate, & de refractionibus, & de anno tropico medio disseruerit. De quibus quidem esset hic referendum, nisi ipse hæc omnia jam in eum librum contulisset, quem modo de Bononiensi meridiano gnomone restituto edidit. Tamen ne omnino lectoris expectationi deesse videamur, eorum, quæ ex illis observationibus colliguntur, summam statim subjicimus. Primo eclipticæ obliquitas a mense martio anni millesimi septingentesimi septuagesimi septimi ad septembrem anni proximi aucta est $1'' \frac{1}{2}$; id quod satis cum physicis astronomiæ principiis consentit, ut facile in restituto gnomone, quo observationes habitæ sunt, quanta sit fides appareat. Secundo inter plures, quibus Astronomi utuntur, refractionum tabulas cassiniana, pro hac saltem cœli conditione, quæ Bononiæ est, aptissima censenda est. Tertio denique collatis inter se recentiorum observationibus eadem prodit anni tropici mediæ mensura, quæ elicitur, si novissimæ cum observationibus a nostra ætate remotissimis comparentur: ex quo sequitur, annum tropicum medium minime, quæ nonnullorum opinio fuit, minui.

De cometis duobus, quorum alter anno MDCCLXIX, alter anno MDCCLXX apparuit.

Quæ ad astronomiam pertineant, duo tantum habet tomus hic opuscula: plura habebit, qui hunc sequetur. Eorum unum ad Academiam, quam singulari amore profecquitur, misit Joseph Slopheus Astronomus in primis clarus, & propter observandi solertiam cum paucis comparandus. Statuit in eo Slopheus elementa, quæ orbitis conveniunt cometarum duorum, quorum alter in telluris conspectu fuit anno MDCCLXIX, alter anno sequenti: ac pro cometa quidem primo

primo calculos superstruit observationibus, quas ipse Pisis habuit; pro altero observationibus quatuor, quas a nostris Instituto astronomis accepit, paucis illis quidem, & intra quinque tantummodo dierum spatium coercitis, sed quæ tamen ipsi elementa orbitæ exhibeant non aliena ab illis, quæ ex aliorum astronomorum observationibus junio ejus anni vertente, atque ineunte julio habitis cometæ convenireprehenduntur.

Alterum quoque opusculum de cometa est, qui anno MDCCLXIX apparuit, illudque nobis tradidit Eustachius Zanottus, postquam anno millesimo septingentesimo septuagesimo per februarium mensem loca stellarum, ad quas cometam comparaverat, diligentius definivit. Quamquam enim mense octobri e cometæ observationibus, quas augusto, & septembri fecerat, orbitæ elementa collegisset, eademque ad IX cal. decem, quæ ei dies ad differendum in Academia forte obtigerat, protulisset, ea tamen vel propter stellarum, quas diximus, loca minus certa, vel propter methodi, qua ad orbitæ formam, ac positum detegendum usus fuerat, difficultatem, non satis firma esse posse plane persuasum habebat. Neque enim una eadem methodus æque apta est ad cometas omnes; vereque affirmare possumus, illam, quam tum adhibuit, quæque felicissima fuit in cometis aliis, in hoc fuisse incommodissimam. Quamobrem peropportune accidit, ut multas habeant astronomi hujusmodi methodos, quarum alix accommodatæ esse possint cometis aliis. Neque satis digne laudare eos possumus, qui hac in re nova astronomis præsidia comparare student. Quo in numero præterire non debemus Saladinum nostrum, summo ingenio hominem, qui cum plures alios mathematicarum disciplinarum locos scriptis suis ornavit, tum hanc etiam astronomiæ partem, opusculo edito, quod Zanotto inscripsit, mirifice auxit.

 IN COMMENTARIIS

<i>Errata</i>	<i>Corrige</i>
13. 9 mysiologiæ	myologiæ
14. 37 mysiologiamque	myologiamque
44. 39 Quæ	Quæ
40 abidam	albidam
95. 16 pncipium	principium

ACADEMICORUM
OPUSCULA.

Tom. VI.

P

ACADEMICORUM QUORUMDAM OPUSCULA

V A R I A.

DOMINICI GUSMANI-GALEATII

*De sudore quodam, atque urina colore
nigerrimo infectis.*

DE magneticis experimentis, quemadmodum pollicitus fueram, Sodales ornatissimi, vobis verba facere constitueram: verum cum in medicina facienda phænomenon quoddam mihi observare contigerit, quod tum ob raritatem, tum ob peculiare, quæ eidem junguntur, circumstantias vestros ante oculos merito ponendum esse videtur, relictis nunc iis, quæ de magnete dicere cogitaveram, ad dictum phænomenon exponendum me transferam. Phænomenon hoc est sudor quidam niger, & atramento similis, qui in virgine quadam gravissimis morbis diu vexata non multis ab hinc mensibus mirabiliter apparuit.

Id cum novum quidpiam, & inauditum mihi videretur, quærere cœpi num inter medicos authores quispiam esset, qui de hoc genere sudoris verba faceret; sed perquisitis, & perlustratis multis, nullum alium de hac re mentionem fecisse vidi, nisi Theophilum Bonetum, qui in parte secunda sui de medicina septentrionali tractatus libro sexto sectione prima affert observationem Olai Borrichii in hafniensibus actis editam de fœmina quadam primaria, quæ postquam febrem petechialem feliciter superasset, phthisi, ad quam ante dictam febrem proclivis fuerat, afflicta reje-

T. VI.

A

cit

cit extuffiſſimo ad plures hebdomadas tantam craſſi, foedi- que puris copiam, ut aſtantium plerique crederent, uni- verſas pulmonis faucii reliquias eam excluſiſſe. Pulſus par- vus erat, ſed concitatiſſimus, ſubſultans, ſæpe intermittens; & ſanguis per nares etiam ad plures libras confertim exi- bat, adeo ut viderentur in ipſa omnia conclamata, & deſperata eſſe. Veruntamen cum opportunis remediis cura- retur, eorumque ope jam paulatim convaleſcere inciperet, ſudoribus matutinis ſpontaneis ad plures dies perfundi cœ- pit; iſſique tam atris, ut nigerrimo colore inſicerent ægræ lintea, & præcipue calanticas, quas cum veſpere capi- tati circumpoſuiſſet, mane nigricantes, & quaſi atramento tinctas inveniebat. Sudor autem hic ſalutaris in ea fuit: ſenſim enim remiſit malum, & expectata diu ſanitas rever- tit. Hujus rari phænomeni cauſam ut afferat aliquam di- cit, non abſonum ſibi videri, dilutiorem ſanguinis partem a nimio acido, quod in corpore tabido deeſſe non poterat, in nigrorem verſam inter ſudandum evaporaffe. Sed cur, inquit, in hac ægra, potius quam in aliis tabidis, inſueti generis ſudor? quia acido corporis ægri acceſſerat aliud ma- lum: ſolito magis aduſta erat ſanguinis maſſa, eoque in nigredinem tanto proclivior; anteceſſerat enim maligna fe-bris, unde humores potentius aduſti.

Præter hunc caſum alium inſuper affert author dictus, videlicet Vonderbeckum, qui, ut curaret paralyſim ſcorbu- ticam, quam ex incommodis caſtrenſibus ſibi contraxerat, auri diaphoretici ſcrupulum unum aſſumpſit; cumque in la- conico ſuo ſe ad ſudandum compoſuiſſet, adeo ſtatim in ſu- dores defluxit, ut lintea, & induſium tribus ſudati humoris libris aduſta notaverit; color autem laticis adeo niger erat, ut atramentum referret ſcriptorium, & omnino acidam auram ſpiraret.

In tomo pariter ſecundo tranſactionum anglicarum no- tabilem quamdam cutis nigredinem deſcriptam inveni a D. Youngio obſervatam in puellâ ſexdecim annorum, habitus corporis gracilis, cui non adhuc fluxerant menſes. In hac enim poſt eruptionem rubrarum quarumdam bullularum, quæ in tota facie apparuerant, & quæ facta ſanguinis miſ- ſione, & exhibitio purgante remedio ſtatim evanuerant, facies ipſa non ſecus ac in Æthiope nigerrima evaſit. Nigre-
dine

dine autem linteo ablata, facies iterum albida, & naturalis, linteum vero unctuosum veluti fuligine, insipida tamen, tinctum apparebat; idque ter, aut quater in die, immo etiam quandoque pluries, contingere solebat, præcedente semper hujusce nigredinis eruptiones sensibili quodam faciei calore. Ab extraordinario hoc phænomeno territa mulier contremiscere, & convulsivis motibus agitari cœpit, & quandoque etiam deliranti similis fieri. Hujusmodi agitationibus anthysterica remedia facile occurrerunt, neque ullum aliud læsæ sanitatis signum in suis naturalibus functionibus edidit, mutata etiam postmodum universali illa faciei nigredine in parvas aliquas obscuras maculas, quæ huc & illuc in ipsa facie apparebant.

Verum cum hisce perspectis rarum adhuc, & mirabile sit quod de prædicta virgine vobis afferam cum ob copiam, & nigredinem humoris, qui ex tota ejus cute exsudavit, tum ob symptomata morbosæ, quæ ipsum antecesserant, eundemque comitarunt, necessarium duxi non solum dictum sudorem, sed etiam morbos ipsos exponere, ut quæ vel sudoris esse possunt causæ, vel qui ex eo produci possunt effectus aliqua saltem ratione concipere valeatis.

Virgo igitur hæc inter Suecos nata in Lusitaniam primum, deinde in Germaniam translata fuit; ibidemque, dum adhuc puella esset, ad aliquot annos commorata non alio morbo vexata fuit, quam colica biliosa satis valida; qua tamen feliciter elapsa reliquis ante pubertatem annis vitam satis incolumem duxit. Adolescentula jam facta Bononiam venit, atque non multo post intra cœnobium inclusa per unum, aut alterum annum nulli notabili incommodo obnoxia fuit. Menses enim statim temporibus libere fluebant; cumque temperamenti sit sanguineo-biliofi, atque in suis operibus, & motibus admodum vivax, menstrui fluxus quantitate, & motu ejusdem temperamento respondere videbantur. In hoc statu, relictis mundi vanitatibus, & deliciis, religioso habitu induto, totam se Deo dedit, liberumque suum, vivacemque animum obedientiæ legibus sua sponte subjecit. Veruntamen cum id agendo oportuerit, ut vim sibi aliquam faceret, non sine quadam animi, & sanguinis commotione hujusmodi status mutatio fieri fortasse potuit. Hinc vix religiosum habitum induta, imminutis sanguinis

menstruis fluxibus, frequenti tussi, & sanguineis sputis, imminetibus præsertim prædictis fluxibus, laborare cepit, atque de molesto quodam doloris sensu ad præcordiorum regionem interdum conqueri. Accidit præterea, ut cum myops esset, cumque in motibus, & gressibus suis non celeritate tantum, sed violentia aliqua moveretur, non semel in terram ceciderit; atque terram ipsam pectore quandoque percussisset. Hinc non sine ratione suspicatum fuit, sanguineum sputum ab aliqua pectoris læsione primam suam originem habuisse.

Jam duo, aut tres transferant anni, ex quo prædicta virgo tussi, & sanguineis sputis obnoxia esse cœperat, non juvantibus sanguinis missionibus, lactis usu, vulnerariis, aliisque activioribus remediis, quæ, ingruentibus præsertim majoribus sanguinis excretionibus, opportune adhibebantur; cum superiori anno, in quo frequentiores erant hujusmodi excretiones, postquam sanguinis missione, & itagnoticis remediis curatæ fuerant, ad defensivum efficacius aliquod medicamentum, ad aquam scilicet Brandulæ, confugere decrevi: hac enim & sanguineos fluxus, & copiosas alias per uterum, per alvum, & per quascumque alias vias humorum excretiones sæpe sanatas vidi.

Circa finem igitur mensis Julii hujusmodi aqua exhibitæ fuit, ea tamen quantitate, quæ ægræ stomacho, & feliciori per urinam transitui aptior esset; cumque major aquæ quantitas, ad quam per quinque, aut sex dies ascendere potuit, non fuerit nisi quadraginta unciarum, hinc ejusdem potus usque ad decimum quintum diem productus fuit; ejusdemque per urinam transitus, diebus præsertim, in quibus potionis quantitas minor erat, epotæ aquæ quantitati exacte respondebat. Felix hujusmodi aquæ tolerantia fecit, ut eam cum lacte vaccino per viginti circiter alios dies exhiberem, miscendo scilicet sex aquæ uncias cum eadem fere lactis quantitate.

Post hujusmodi remedium duos, aut tres menses vitam satis feliciter egit nullo sive tussis, sive sanguinei sputi incommodo superveniente: menstrui tamen fluxus, quos ante aquæ potionem, in parva quidem quantitate, sed regulariter habere solebat, prædictis mensibus non apparuerunt. Defectus hujusmodi naturalis fluxus, vel ipsa incongrua vi-

ven-

vendi ratio (neque enim in motu, neque in cibus, neque in aliis vitæ, aut Religionis suæ usibus medicam ullam regulam servare vivacitas ipsa sua unquam ei permittere potuit) hæc, inquam, incongrua vivendi ratio, una cum prædicta alia causa, fecit, ut circa medium Septembris sanguinis per os excretio iterum infurgeret: ita tamen exiit hac vice sanguis, ut aperte cognoscerem, non a pectore, aut a pulmonibus, sed a stomacho ipsum erumpere; nam cum major hæc sanguinis excretio una cum febre fecerit, ut lectum petere, & medici auxilium quærere cogeretur, manifeste vidi, numquam sanguinem per os exire, nisi eum per vomitum ejiceret; quotiescumque enim vel simplex aqua, vel aliquid aliud per os assumptum ad stomachum deferretur, statim vomitus excitabatur, & una cum re assumpta sanguinem vomebat: immo si folius etiam sanguinis e ventriculi venis extillantibus copia in eo aliquantulum cresceret, statim vomendi conatus excitabatur, purumque sanguinem, nulla etiam assumpta re, per vomitum ejiciebat.

Verum præter sanguinis vomitum dolorem quoque maximum ad stomachum perfentiebat, totaque epigastrica regio in tumorem satis durum elevata vix tactum ferre poterat. Non sola autem epigastrica regio, sed etiam inferior ventris pars infra umbilicum tumida apparuit, præsertim quatuor primis morbi diebus, in quibus neque fæces, neque urinam emittere potuit. Sed cum alvi excretio clysteribus excitata fuerit, urinæ quoque exitus haberi cœpit, & tumiditas inferioris ventris partis aliquantulum minui. Non sic vero imminutus apparuit tumor, quem in epigastrica regione elevatum fuisse diximus; hic enim neque fomentis, neque emplastris, neque quibusvis aliis remediis exterius adhibitis minui, aut emolliri potuit: immo cum ex ipsorum appositione & dolor ad eam partem, & major sanguinis vomitus excitari videretur, ab iis abstinere opus fuit, & sic etiam ab internis aliis remediis, quæ acutiem aliquam habere, & stimulum excitare possent; quin etiam cum sanguinis vomitus frequentius urgebant, ad hypnotica, & stagnotica recurrere oportebat, quæ tamen & ipsa per vomitum expulsa sanguinis exitum promovere, potius quam sistere, non semel videbantur.

Quindecim, & ultra, dies duravit ægra in hoc statu,
&

& non solum remedia, sed cibum etiam, & potum ullum ferre non poterat, ita ut ipsius salus jam fere desperanda videretur. Accidit tamen, ut cum ad fœcum, & urinæ exitum promovendum clysteres, ut diximus, interdum adhiberentur, uno ex his exhibito, post fœcum exclusionem, crepitum veluti quemdam ad uteri regionem persenserit, eundemque statim copiosa sanguinis ab utero effusio secuta fuerit, qua ad unum vel alterum diem, regulariter tamen, durante, vomendi conatibus, & sanguinis per os ejectionibus notabiliter imminutis, aliquid per os assumere, & intra stomachum retinere cœpit, aquam videlicet simplicem, succum cydoniorum saccharo conditum, aliaque hujus generis oris, & stomachi blandimenta: & quamvis neque pulmenta, neque juscula ex carnibus confecta ferre posset (ab his enim vomendi conatus, & sanguinis per os ejectio adhuc excitabantur) eam tamen farinæ hordei præparationem, quæ ferculum Saxonix dicitur, in aqua simplici solutam, & coctam libenter quoque recipere, & intra stomachum retinere potuit: tumor autem, & dolor ad epigastricam regionem adhuc durabant, ut tactum ferre non posset; & si gravem, aut solidum aliquem cibum glutire tentaret, vomendi conatus, & sanguinis excretio illico sequebantur.

Verum circa quadragesimum morbi diem inopinate quidem, & nullis adjuvantibus medicis præfidiis, divina implorata ope, eam e lecto surgere, cibum libenter sumere, & sine ullo vomendi conatu intra stomachum retinere vidimus, & quod mirabilius fuit, tumorem fere omnem, & dolorem, quem ad stomachi regionem adesse diximus, evanescere. Duos, & ultra, menses in optimo hoc salutis statu duravit descripta virgo, rite etiam fluentibus menstruis fluxibus: sed cum nimis suis viribus fideret, & ad consuetam suæ vitæ rationem animose rediens neque a violentioribus motibus, neque ab incongruis cibis abstinere omnino se posset, occlusis iterum uteri venis, vomendi conatus, & sanguinei excreatus denuo resurrexerunt. Non multo post alto quodam sopore correpta, neque frictionibus, neque stimulis ullis expergeferi poterat; adeo ut lethargo veluti quodam detenta videretur. Quod si eam interdum excitare contingeret, statim de capitis dolore conque-

queſta convulſivis motibus agitabatur; iisdemque quieſcentibus iterum ſtupida evadebat. Pulſus in hoc ſtatu tardus, & inæqualis; in convulſionibus vero frequens, celer; adeo ut modo febrilis, modo vero a naturali non multum diverſus appareret: ſitis quoque magna in ea aderat, ita ut ſi quando a ſomno expergeſcãta verba proferre poſſet, ſtatim aquam expoſceret, eamque avidè biberet. Bibebat autem aquam facile, hancque ut plurimum retinebat, ſi ſimplex eſſet; non ſic vero ſi aliquid in ea ſolutum fuiſſet; tunc enim non minus quam juſcula, aut cibaria aliqua ingeſta, per vomitum ejiiciebat, eademque ut plurimum vivo cruore mixtam.

Summa hæc quælibet ſumendi difficultas fecit, ut nullo fere per os remedio curari poſſet. Sola itaque ſanguinis miſſione a pede, & a brachio, in ipſo morbi initio peracta, tentatum fuit lethargicam capitis ſtupiditatem tollere; ſed incaſſum: neque enim hæc, neque cucurbitulæ ficcæ coxis applicitæ, & per affrictum divulſæ eam excitare poterant, neque pariter clyſteres carminativi, quorum ope etſi fæcum, & urinarum exitus promoverentur, non inde tamen ſopor, aut ſtupiditas ab ea dimovebatur. Sinapiſmi quoque plantis pedum appliciti fuerunt; cumque ab his aliquem ſenſationis motum in ea excitari viſum fuerit, ad veſicantia quoque confugimus; ſed nec ab his utrique brachio appoſitis notabilem ullum effectum produci vidimus: vix enim, ablata cuticula, & affrictu tentata cute, aliquod ſenſationis ſignum in ea interdum apparebat; plerumque vero ſtupida, & immota in ipſo medendi actu manebat.

Accidit autem, ut, cum oculi ſemper clauſi forent, palpebrarum cutem atro colore tingi viſum fuerit, eademque nigredinem ad mediam uſque faciem paulatim extendi. Nigredo hæc, quæ neque affrictu dimoveri poterat, ſuſpicionem tum primum aliquibus dedit, cutem ipſam gangræna affici poſſe: aliquis tamen doloris ſenſus adhuc in ea erat; nam ſi vi aliqua palpebræ attollerentur, eaque vi a ſopore ægra interdum excitaretur, de dolore ad hanc partem querebatur. Oleo igitur amygdalarum dulcium, in quo ſoluta fuerat camphora, pars dicta illita fuit, & non multo poſt obſervatum eſt, prædictam nigredinem cuti intrinſecam non eſſe, ſed a materia quadam caliginosa ipſi
cuti

cuti adhærente productam; nam, si linteo perfricaretur cutis, materia tota eidem linteo adhærebat, cutisque albida, & naturalis apparebat.

Materia hæc, etiam a solertissimo Sodale nostro Benedicto Donello microscopio diligenter observata, pulvisculus quidam erat, cujus granula ex minutissimis globulis simul unitis conflata videbantur; iisque granulis intermixta erant particule quædam lucidæ instar salium acuminatæ. Verum non folius faciei, sed etiam totius corporis cutem hujusmodi nigerrima materia infectam fuisse manifeste cognovimus; nam ablata subucula, qua universum corpus tegebatur, apparuit hæc quoque in omnibus suis partibus, sed præsertim in iis, quæ sub axillis, & brachiis extensæ fuerant, nigerrimo hoc pulvere tincta: & quamvis cutis color in toto corpore, excepta facie, naturalis observaretur, dubitari tamen non potuit, quin materia illa nigra, qua subucula tingebatur, per sudorem exierit, eoque nigerrimo fudore subucula ipsa tincta, & imbuta fuerit. Nam licet in sola facie materia dicta cuti adhærens observaretur, hæcque per sudorem quoque ad hanc partem delata esset, a contactu tamen aeris indurata veluti, & exsiccata in ipsa cute sistebatur; in reliquo vero corpore, quod a linteis, & stragulis tegebatur, fudor, qui libere, & copiose per cutis poros exibat, a subucula imbibebatur, ibidemque depositis particulis illis nigris, quas secum vehebat, cutem ipsam a naturali suo colore non immutabat.

Decem circiter dies atri hujus fudoris exitus duravit, totum scilicet illud tempus, quo ægra somno, & stupore capta, oculis fere semper clausis, neque loqui, neque aliud, quam simplicem aquam, eamque interdum, per os sumere poterat: notandum autem, vomendi conatus toto soporis tempore raros admodum fuisse, atque parum, aut nihil fere sanguinis per vomitum exiisse. Interea, cum neque a vesicantibus, neque a clysteribus etiam acutioribus frequenter applicitis sopor, sive stupiditas dicta tolli posset (vix enim, ut dixi, in ipso decorticatæ cutis affricu, & in clysterum restitutione os, & oculos interdum aperiebat) cogitatum fuit, præter hirudines inutiliter pariter hæmorrhoidalibus venis appositas, cucurbitulam quoque inter occiput, & collum ponere. Mirum autem dictu: vix elevata fuit

fuit a cucurbitula cutis, neque hæc adhuc a lanceolis perforata; aperti sunt oculi, vox, & loquela rediit, extraxitque postmodum per repetitam cucurbitulæ applicationem tribus, vel quatuor sanguinis uncis, a sopore omnino libera evasit, atque in dies non solum juscula, & pulmenta, sed etiam solidiores aliquos cibos absque ullo vomendi conatu fumere libenter potuit. Septem vel octo dies duravit in hoc statu ægra, cumque a largiore alimentorum usu vires, quæ jam omnino defecerant, aliquantulum recuperaverit, e lecto surgere, & per cubiculum ambulare cœpit; quies, & somnus in ea naturales erant, neque materia illa nigra, quæ per sudorem exire solebat, in cute amplius apparuit, ita ut de recuperata salute jam cum ea lætari possemus.

Verum non multo post urinas, quas nisi cum aliquo ardore, & dolore emittere non poterat, nigerrimo pariter colore tinctas vidimus, easque ita crassas, ut densa quasi caligine imbutæ apparerent. Mirabilis hic urinarum aspectus fecit, ut ipsas per chartam bibulam, sive per filtrum trajicere cogitarem, visuri an aliquid in iis esset, quod considerationem, admirationemque nostram mereretur. Filtratio facta fuit; urinaque, deposita ad chartæ superficiem materia illa atra, & fuliginosa, qua imbuta erat, clara omnino, & naturalis, coloris tamen aquei, apparuit. Materia hæc microscopio diligenter inspecta visa est non dissimilis illi, quæ in faciei cute observata fuerat; minutissima enim granula, quibus constabat, ex minimis, & nigerrimis globulis composita erant, iisdemque particulæ quædam lucidæ, & aculeatæ erant intermixtæ. Non solis autem oculis, sed etiam aliis modis examinare volui materiam dictam, ideoque aliqua ipsius portiuncula supra ignitam laminam sparsa, observavi, eam neque flammam concipere, neque crepitus edere, sed solum instar carbonum accensam partim in album cinerem redigi, partim, non mutato colore, suam nigredinem servare, adhuc tamen in ipsa apparentibus lucidis illis aculeis, quos ante combustionem inter ejusdem globulos adesse diximus. Quod si supra candelæ flammam spargeretur, nec ab ea inflammari videbatur, sed instar limaturæ ferri, aut fuliginis in lucidas tantum scintillulas converti. Observationes hæc quamvis manifesto

ostenderent, materiam hanc combustibilem esse, cum tamen nec flammam conciperet, nec crepitus ederet, conjectare licuit, eam ex salino-sulphureis, non vero ex solis sulphureis, aut salino-muriaticis particulis constare, lucidosque illos aculeos, qui etiam post combustionem in ipsa observabantur, ammoniacales potius quam alterius generis sales esse.

Sed, ut melius hujusmodi materię naturam dignoscerem, aliquas ipsius portiunculas diversi generis liquoribus miscui, acidis nempe, & alkalicis, neque in alterutris notabilis ulla alteratio, aut effervescentia observata fuit. In spiritu enim vitrioli, quamvis primum dissoluta fuerit, ita ut omnino ejus nigredine tinctus apparuerit, non multo tamen post ad suam pristinam claritatem, pelluciditatemque rediit. Idem contigit in oleo tartari per deliquium parato; in spiritu salis ammoniaci, & in spiritu vini optime rectificato: in his enim, quamvis non minus quam in primo materia dicta plane soluta videretur, ita ut statim omnes nigerrimi evaderent, vix tamen minuto temporis transacto tota fundum vasis petiit, liquoresque dicti naturalem suum colorem recuperaverunt. Idem pariter contigit in aqua simplici, quę licet ex prædictę materię mixtione nigerrima fieret, quiescente tamen agitatione illico naturalem suam claritatem acquirere videbatur, decidentibus ad fundum vasis nigris omnibus prædictę materię particulis.

Sed, quod mirabilius mihi visum fuit, in urina ipsa e corpore sano deducta, si aliqua hujusce materię portio eidem affunderetur, nulla perfecta mixtio observari poterat; cessata enim urinę agitatione materiam dictam, non secus ac in prædictis aliis liquoribus, ab ipsa sejungi, & ad fundum vasis delabi videbamus, urinamque ad suum naturalem colorem, & claritatem restitui. Mirabile id quidem dixi; nam sicuti in urina, quę ab ægrę renibus effluerat, materia hæc nigra optime dissoluta, eidemque intime mixta semper apparebat, ita ut in vase vitreo etiam ad longum tempus sine ulla agitatione detenta nigredinem dictam numquam amitteret, probabile etiam videbatur, urinam omnem ad ipsam dissolvendam, sibi que intime uniendam aptam esse debere. Verum hæc effectuum diversitas inter unam, & alteram urinam indicare nobis potest, in ægrę urina principium aliquod fuisse, quod vim haberet dissol-
vendi

vendi materiam illam nigram, quæ in eadem continebatur, aptamque reddendi, ut cum cæteris urinæ partibus intimius uniretur, & in iisdem sustineretur; in urina vero sanorum principium hoc nequaquam existeret. Cujus autem naturæ fuerit non solum principium hoc, verum etiam materia, quæ cum ipso unita in urina sustinebatur, non ita facile determinari potest. Ex dictis tamen experimentis saltem conjectari posse videtur, materiam nigram majori ex parte terream esse, sibi que tantum unitas habere particulas aliquas salino-sulphureas. Terrea enim natura deduci videtur ex eo, quod in diversi generis liquoribus infusa nec vere solvebatur, & in omnibus ob majorem sui gravitatem eorum fundum facile petebat. Salinarum autem particularum in eadem existentia non solum microscopio observata fuit, verum etiam oculis nudis in parietibus præsertim illorum vitreorum vasculorum, intra quæ materia dicta liquoribus variis affusa fuerat. Sales autem istos ammoniacalis naturæ fuisse opinatus sum non tantum ob pelluciditatem, & figuram suam, verum etiam propter saporem similem fere illi, quo prædictum sal præditum est. Salinis autem hisce particulis aliquid sulphureum mixtum esse, ostendere videtur facilitas illa, qua supra candelæ flammam, vel supra ignitam laminam ferream sparsæ subito accendebantur.

Sed ab experimentis ad rem ipsam regrediamur. Per aliquot dies duravit dictus nigrarum urinarum exitus; non ita tamen continuus, ut naturales etiam aliquando non emitterentur. Nigrarum urinarum tempore ægra melius aliquantulum se habebat, ita ut materia hæc nigra per urinam edita similis probabiliter illi, quæ per sudores exierat, criticæ cujusdam excretionis species esse videretur, per quam a febre, sopore, aliisque supra descriptis incommodis ad aliquod tempus libera fieret. Dixi ad aliquod tempus; nam hujusmodi in melius mutatio brevissima fuit: non multos enim post dies febre iterum, & dolore ad stomachi regionem cum aliqua sanguinis excretionem correpta rursus lectum petere, & medici auxilium quærere opus habuit. Sanguinis missio e pede instituta fuit, & paulo post aliqua sudoris nigri vestigia supra palpebras, & sub oculis apparuerunt; eidemque sudori urinæ nigræ, quod prima vice non contigerat, etiam adjungebantur. Ab his excretionibus, per

duos, vel tres dies durantibus, melius quoque se habuit ægra; cessatisque febre, & sanguinis vomitu cibum sumere, & e lecto surgere potuit. Tumor tamen, & dolor ad regionem epigaitricam adhuc durant; atque interdum in majoribus motibus, vel post quorundam ciborum, præsertim solidorum, deglutitionem aliquæ sanguinis per vomitum ejectiones; mœror quoque, & tristitia interdum eam vexant; iisdemque sæpe adjunguntur vigiliæ, & ciborum inappetentia: & quamvis alvi, & renum excretiones naturales in ea nunc sint, non sic vero menstrui fluxus, qui ab elapsi anni fine usque ad hunc mensem omnino defecerunt.

Quod si salutem illam, quam post sudores nigros in aliis ægris secutam fuisse legimus, nostra non adhuc obtinuerit, id quidem causarum diversitati tribui posse judico. In illis enim morbi a fluidorum tantum vitio pendere fortasse poterant; in nostra vero non a fluidis tantum, sed a solidis etiam male affectis, & labefactatis. Tumor enim, & dolor ad stomachi regionem, nec non etiam frequens per vomitum sanguinis excretio id satis ostendunt. Cujus autem naturæ sit vitium illud, propter quod descripta sudorum, aut urinarum nigredo in aliquibus habetur, non ita facile determinari potest. Neque enim observationes, & experientia adhuc instituta me ducere valent ad credendum, materiam illam nigram, quæ per sudorem, aut urinam excreta fuit, originem habuisse ab acido quodam, ut vult Borrichius, sanguinem coagulante, & in talem materiam partes ejus aliquas mutante. Veitrum erit, Sodales ornatissimi, ex iis, quæ a me ruditer dicta sunt, si fieri possit, aliquid statuere.

FERDINANDI BASSI

Novæ plantarum species.

DE tribus plantarum novis speciebus, quarum prima europæa Apenninos, altera Asiam, postrema montrosæ Africæ littora inhabitat, sermonem habeo. Europæa planta laboriosorum apenninorum itinerum, quæ pluries institui, ut alpinas natali loco legerem luxuriantes stirpes, munus fuit; africana, nec non asiatica in horto nostro medico Bononiensi exoticarum plantarum læte floruerunt, assiduam diligentiam meam in excolendis, explorandisque stirpibus veluti remunerantes; asiatica nullis, europæa perpaucis lecta Botanicis; africana vero, etsi notissima, cum in hoc usque tempus systematicis saltem rei herbariæ cultoribus characteristicam impie denegaverit florescentiam, non ad illa genera, quibus semper fuit ascripta, sed in alteram demigrans familiam, ad aliud omnino genus, ut omnes pro certo habebunt, referenda est.

Ab europæa exordior herba, quæ ad hexandriam pertinet classem, atque ad polygyniam familiam; eamque Alismam (*parnassifoliam*) foliis cordato-acutis, petiolis nodoso-articulatis voco (*Vid. Tab. I.*): quam Apenninos peragrans unam tantum, & alteram florentem inveni in prærupto quodam sublimiore Apenninorum bononiensium loco ob insurgentes aquas paludoso. Radicibus herba hæc nititur fibrosis, & albidis; folia omnino sunt radicalia longe petiolata, & petioli brevibus veluti nodis, seu articulis donantur; foliorum paginæ, ut dixi, cordatæ sunt, & acutiusculæ, virides, venosæ, atque utraque parte glabræ; e radice, cancrum percurrente sole, dodrantalis surgit caulis nudus, ramosus summitatem versus, linearibus, acutisque stipulis ad exortum pedunculorum, ramorumque ornatus. Pedunculi unciales singuli singulum sustinent album tripetalum flo-

florem. Semina circiter decem veluti in thyrsum collecta, reniformia, & seta unica prædita. Reliquos florentiæ, fructificationisque characteres prætermitto; etenim cum Alifmarum characteribus omnino conveniunt.

Herbam hanc Petrus Antonius Michelius magni nominis Botanicus Florentinus, & Apenninorum, Alpiumque peregrinator ad inquirendas plantas solertissimus primus omnium detexit, eamque dicto annuente Michelio publicus Botanicus Pisanus Professor Michael Angelus Tillius unicus exposuit in suo Horti Pisani catalogo; & graphice delineari iussit Tab. 46. fig. 1.: sed minus apte sculptam; namque stipulas exposuit sculptor omnino subrotundas, & concavas, foliorum paginas cordato-obtusas, at istæ cordato-ovatae sunt, acutæque, illæ, nempe stipulæ, acutæ, & lineares; petiolorum vero articulos omnino omisit, qui nodi seu articuli ad distinguendam speciem optimam præbent notam. Michelius, & Tillius tournefortianæ methodi sectatores huic herbæ *Ranunculi palustris flore albo Graminis Parnassi folio* nomen imposuerunt. Sed posteriores Botanici plantas hisce characteribus præditas a Ranunculis recte seposuerunt, & Sebastianus Vaillantius in Actis Academiæ Regiæ Parisiensis anni millesimi septingentesimi decimi noni eas omnes tunc notas ad *Damasonia* revocavit, quem Vaillantium secutus est vir egregius Albertus Hallerus; Hermannus Boerhaavius *Plantaginis aquaticæ*, Knautius *Plantaginoidis* genus hisce plantis præscripserunt. Dillenius vero amplissimus angulus Botanicus, cui Antonius Goëanus, Gulielmus Hudsonius, Joannes Hillius, alique nostri ævi præstantissimi Botanici se se subscripserunt, dictas plantas Alifmarum nomine nuncupavit; ad quod Alifmarum genus, secundum etiam Linnaeanum sexuale systema, nostra hæc pertinet herba.

Carolus Linnæus Botanicorum nemini secundus in suo celebratissimo libro, cui titulus est *Species Plantarum*, nec non in duodecima editione sui systematis naturæ septem enumerat Alifmarum species: illis addenda est perrara hæc planta, & post quartam Linnæi Alifmam hanc nostram Alifmam (*parnassifoliam*) recensendam esse nemo negabit.

Nunc ad asiaticam me converto plantam, quæ ad Dædaliphiam dodecandram spectat classem, cuique nomen instituo Pforalex (*palestinæ*) foliis ternatis pinnato - quinatisque fo-

foliis ovato - acutis, integris, pubescentibus. (*Vide Tab. II.*)

Radix perennis dilute lutea, vel ochroleuca, ramosa, fibrosa, fibrillis candicantibus instructa primo vere emittit caules herbaceos, dein nonnihil lignosos, aliquando rectos, aliquando decumbentes, teretes, leviter canaliculatos, virides, vel e viridi purpurascens, nonnullis villis candicantibus donatos, atque ad humanam altitudinem & amplius assurgentes. Folia hujus plantæ sunt per ramosos caules alterna, longis, villosisque petiolis prædita, nunc ternata, nunc pinnato-quinata, foliolis ovato-acutis, integris, pubescentibus, petiolatis exornata, quorum foliolorum intermedia foliola in pinnato-quinatis sunt cæteris minora; ludit tamen hæc planta proferens non raro foliola quaterna intermedio impari, & extimo. Pedunculi omnes axillares, plerumque spithamam æquant, canaliculati, candidis villis pubescentes, stipulisque linearibus acutis donati spicam florum sustinent. Flores inodori, sessiles, vel vix pedunculati, & in spicam, ut dixi, collecti sunt plerumque, sed non raro interruptam, aliquando etiam, quamvis perraro, ramosam, in unciales se dividentem ramulos item stipulis, glandulisque instructos. Calyx monophyllus, quinquedentatus, venosus, pilosus, albidus. Florum alæ albescunt, vexillum, & carina purpurascunt. Semen unicum, ut in Pforaleis, nigrum, candidis pilis hispidum, & longo incurvo rostro castanei coloris instructum. Reliquas omnes florescentiæ, atque fructificationis partes omitto, namque Pforalearum characteres perbelle, atque adamussim repræsentant. Sapor plantæ primo mucilaginosus, in recessu vero austerus, & nonnihil exurens. Cum sol cancrum percurrit, hæc nostra planta primos explicat flores, exinde per totum etiam autumnum; prima semina Augusto mense maturat. Ex feminibus ab amico olim difficiliore Apenninos mecum, & Hetruriæ agrum ad inquirendas plantas, dein Palæstinam peragrante, sed averso fato e vita sublato, acceptis, atque in horto nostro medico constitis floruit hæc nova *Pforalea*, quæ, quamvis Palæstinæ incola, hybernaculis non indiget, sed vivacibus radicibus hyemem nostram sub dio sustinet.

Nostram hanc Pforaleam (*Palæstinam*) nondum ab ullis botanicis recensitam inter Pforaleam (*cistioidem*), & Pforaleam

(*pen-*

(*pentaphyllam*) præstantissimi Caroli Linnæi collocandam esse autumo.

Postremo africanam aggredior plantam, *Felfel-Tavil* nempe Prosperi Alpini, quæ hactenus sua externa simulata facie peritos in arte nostra etiam primates illudens inter Tithymalos, vel inter Euphorbias locum semper sibi vindicavit. Nunquam enim Botanicis, quod mirum sane, ac prorsus est incredibile, nunquam enim Botanicis, inquam, hujus barbaricæ plantæ characteristicos flores legere concessum fuit. Vesslingius ipse ex Ægypto rediens in suis observationibus de hac planta verba faciens inquit, *Jam flores fructusque præstolabar, cum diutius in mari sævientis hyemis injuriis victa planta succubuit.* Et perspicacissimus Dillenius, qui Joannis Raji, aliorumque botanicas de hac planta controversias optime enodavit; cognovit enim Dillenius *Felfel-Tavil* Prosperi Alpini, *Tithymalum aphyllum* Ferrantis Imperati, & *Tirucalli* Horti Malabarici tres satis distinctas esse plantarum species; Dillenius, inquam, in celebratissimo Horto suo Elthamensi To. 2. pag. 386. sic ait: *In qua planta, Felfel-Tavil nempe, nec mihi, nec aliis flores adhuc visi.*

Verum anno tandem millesimo septingentesimo sexagesimo sexto ad libram accedente sole planta hæc barbaram suam africanam dimittens indolem, & botanicis curis meis, nec non focii Gabrielis Brunellii gratam reddens vicem læte floruit in hybernaculis meis, cujus florentem ramum in spiritu vini servatum Academix exhibeo tamquam præclarum in re herbaria munus, quod Frigidariis horti nostri medici exoticarum plantarum, Tepidariis, & Hypocauftis optime instructis debemus. Illic enim, sævientibus brumis expeditæ, tranquillæ hybernant stirpes æstuantium regionum incolæ; illic hospitantur hilare egregiis suavibusque delectatæ domiciliis; jucunde vigent per longam hyemem quasi patrio solo creditæ, & amœne florent, gelidos hyemales Aquilones, nec non veris nimbos, imbriferique autumnus injurias minime reformidantes.

Sed ad plantam, cujus structuram, externamque faciem prætermitto satis, & abunde a Botanicis etiam antiquis jam descriptam, atque ad florum characteres me tantum converto; qui cum apparuerunt, rem nondum exploratam animadvertens præstantissimum Sodalem nostrum Cajetanum Montium

tium vocavi, ut ei quoque de re herbaria, imo de universa naturali Historia viro optime merito, & longe clarissimo africana nostra planta justum redderet tributum. Hæc sunt, quæ ex jucundissimo congressu botanico collegimus. (Vid. Tab. III.)

Cal. *Perianthium* monophyllum, quinquedentatum, minimum, acutum, persistens.

Cor. Monopetala, rotata, quinquepartita laciniis oblongis, linearibus, truncatis, emarginatis.

Nectarium. Corpuscula quinque ovalia in centro floris simul coalita, cum corollæ laciniis alterna, germina ambientia. Membranula veluti fasciola nectarii corpuscula ad basim circumambiens.

Stam. *Filamenta* quinque nectarii breviora, parallela, atque inter nectarii divisuras locata. *Anthere* quinque oblongæ, basi bifidæ, altera parte conniventes, acutæ.

Pist. *Germen* oblongum bifidum. *Stylus* vix ullus, *stigma* duo subrotunda.

Per. *Folliculi* duo oblongi, uniloculares.

Sem. Non vidi.

Cum enim ad fructificationem accedebant flores, infructiferi decidebant, ut illarum crassarum mos est plantarum plerumque, & præsertim africanarum, quæ per sobolem, per ramos, per truncos, per quamcumque plantarum partem facillime propagantur; folliculos etiam vix observare potui. Ex enarratis jam in medio est, plantam hanc minime ad triangiam tricoccam classem, sive ad Tithymalorum familiam pertinere, ut Hermannus Boerhaavius, Caspar Commelinus, omnesque tournefortianæ methodi sectatores præscripserunt: & si quis dictæ tournefortianæ methodo nimis anxie inserviret, ad quintam sectionem primæ classis eam referret, & Apocynis ascriberet.

Neque ad dodecandriam trigyniam classem, seu ad Euphorbias, ut eximius, & summus vir Carolus a Linnè, ejusque asseclæ omnes instituerunt: verum sexuale linnæanum systema persequens pentandriis digyniis illam tradere non dubito, eamque inter Cynanchorum genus enumerans sic definitio:

Cynanchum (*viminale*) fruticosum caule filiformi volubili aphylo. Cujus synonyma:

Euphorbia (viminalis) inermis nuda fruticosa filiformis

vulubilis: cicatricibus oppositis. Linn. Spe. Pla. 649. Linn. Syst. Nat. To. 2. 331. Amæ. Aca. To. 3. 310.

Euphorbia-Viminalis. Hill. Hort. Kew. 172.

Tithymalus indicus vimineus penitus aphyllus. Boer. Ind. alt. 257.

Tithymalus ramosissimus non frutescens penitus aphyllus. Comm. Præ. 23.

Felfel-Tarvil. Prosp. Alp. de Plant. Ægy. 190. Vesl. Obs. 34. Dil. Hort. Elth. 386.

an *Apocynum guinense mere aphyllum flore albo tetrapetalo odoratissimo* Par. Bat. 61?

Paulus Hermannus in suo Paradiso Batavo, ut mihi videtur, plantam hanc describere studet; at ait ille quoque, flores mihi hætenus non visi, perhibentur tetrapetali albi odoratissimi *Gasmini amuli*. Verum flores, quorum nonnullos characteres ex relatis tantum auctor exponit, minime tetrapetali, sed monopetali sunt, ut dixi, & quinquepartiti.

Si quis tamen nova instituendi genera nimis cupidus plantam hanc peculiari nomine indicare vellet, forte non omnino eiset redarguendus; namque nonnullis notis a *Cynanchis* discrepat, atque inter *Cynanchorum*, *Apocynorumque* genera militat quasi nostra hæc planta. Verum si minimas omnes, ut nonnullorum mos est, observare volumus differentias minime essentielles in instituendis generum characteribus, non pauca, ut de aliis stirpium permultis familiis fileam, *Cynancha*, & *Apocyna* essent dissocianda, & præcipue *Apocynum (Venetum)* præ cæteris novum genus promereretur.

Constituta classe, genere, & specie dicti suffruticis, aliquas florentiæ notas, ejusdemque plantæ proprietates expono.

Caspar Commelinus in suis Præluudiis botanicis asserit, *Felfel-Tarvil Alpini* trium pedum longitudinem acquirere; Dillenius vero duorum vel trium ad summum cubitorum. Ecce verba Dilleni. *Recte autem observat Caspar Commelinus in suis Præluudiis botanicis, Fel-fel caules varios ex eadem radice emittere, qui vix trium pedum altitudinem acquirant. Fel-fel in Horto meo Elthamensi longius quidem, ad duos nempe, & tres cubitos procrevit.* Joannes Vilmannus postea in *Amœnitatibus academicis* de hac planta verba faciens sic ait: *planta caule*

caule trium ad sex pedum altitudine ejusdem ubique crassitiei, penna nempe anserina. Verum nostræ plantæ præcipui caules minimi digiti crassitiem saltem adæquant, non tamen sunt ubique ejusdem crassitiei: atque excrevit ad longitudinem decem parisiensium pedum, & ultra: planta ergo nostræ consecuta est insignem pro ejus habitu crassitiem, & longitudinem.

Quæ vero spectant ad flores, hæc sunt. Extremitatem plerumque versus volubiliam ramulorum erumpunt fasciculati flores octo simul aliquando ex alternis, non raro etiam ex oppositis cicatriculis seu gemmis, & usque ad viginti circiter, bene olentes, quorum odor ad odorem florum concivis cujusdam plantæ, idest Periplocæ (*africana*) vel etiam Philadelphi (*coronarii*) accedit. Calyx crassiusculus, e luteo viridis, scaber sive papillofus, si vitro sit exploratus; ambitus vero laciniarum calycis est veluti papyraceus, & albidus. Corollæ albidæ, vel vix luteolo gloriantur colore; nectarium candidissimum, & perlucidum, ita ut murrhinum candidissimum opus appareat; antheræ lutæ, & conniventi extremitate crocæ; unusquisque flos suo instruitur pedunculo, qui pedunculi lineas tres, quatuorve longi, pallide virides, recti, teretes, brevissimis, minutisque villis confersi lacteo candidissimo succo turgent, sicuti tota planta, ut jam omnibus Botanicis notum est, & in primis juniores ramuli, & pedunculi exceptis tamen floribus. Cum hæc planta africanarum Euphorbiarum domos inhabitabat, pertimescebant rei herbariæ cultores lacteum hunc succum tamquam acrem, imo causticum, & vesicatorium; at cum perspexi eam sub vexillo Cynanchorum militare, lac deguitare impavidus non dubitavi, atque illud amarum tantum, & nonnihil austerum esse plane cognovi, & minime exurentis facultatis, ut in Euphorbiis omnibus africanis; & fortasse præstantissimum erit remedium ad impetiginem curandam, ac ad plures cutis maculas, & infectiones tollendas, si eo partes non semel illiniantur.

Floruit primo, ut dixi, africana hæc nostræ planta ad libram accedente sole anni millesimi septingentesimi sexagesimi sexti; exinde Julio, iterumque Septembri eadem planta in horto meo mansuefacta singulis annis copiose flores explicavit; imo anno millesimo septingentesimo sexagesimo

nono eadem planta abunde se quarto induit floribus in finem mensis Octobris, ex quo in patrio solo Cynanchum hoc æstiva saltem, & autumnali tempestate flores semper fundere facile crederem.

Habebam hæc, quæ dicerem de tribus hisce plantarum novis speciebus, de quibus ne me redarguant Botanici jam nimis superque defatigati, & quasi oppressi ob nimiam systematum varietatem, & controversias, nec non pene innumeram plantarum nostro ævo detectarum copiam; plantam enim europæam a Ranunculis, africanam ab Euphorbiis segregavi, easque genuinis familiis tantum ascripti, & vegetabile regnum unico solum ignoto subdito, Pforalea (*palestina*) nempe, locupletavi.

TABULARUM EXPLICATIO.

Tab. I. Alisma (*parnassifolia*) foliis cordatis acutis: petiolis nodoso-articulatis.

Tab. II. Pforalea (*palestina*) foliis ternatis, pinnato-quinatisque: foliolis ovato-acutis, integris, pubescentibus.

a. florum spica.

b. flos.

c. c. calyx.

d. semen.

Tab. III. Cynanchum (*viminale*) fruticosum: caule filiformi volubili aphylo.

fig. 1. a. flos.

b. calyx.

c. nectarium.

d. folliculi duo.

fig. 2. flos vitro auctus.

A. Nectarium membranula ad basim corpuscula quinque nectarii circumambiente instructum.

B. Antheræ altera parte bifidæ, altera conniventes.





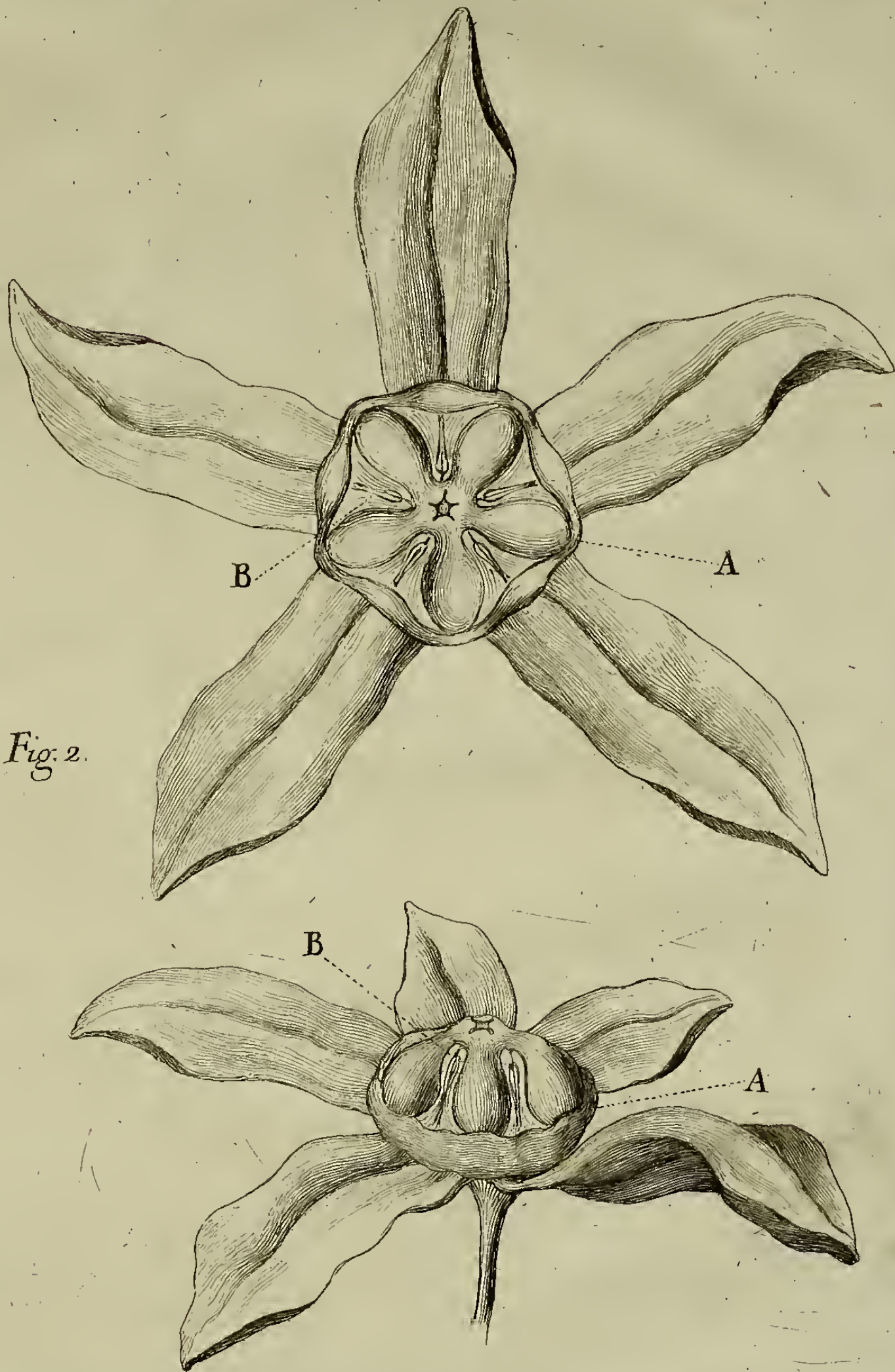




Fig. 1.



Fig. 2.





EUSTACHII ZANOTTI

De cometa anni MDCCLXIX.

IN commentariolo, quod evulgavimus, de cometa anni 1769 apparentem ejus semitam descripsimus, atque theoriam adumbravimus: nunc persolvimus, quod polliciti sumus, nempe trajectoriam emendatis observationum numeris diligenter investigamus, eaque elementa stabilire contendimus, quibus positis longitudes, ac latitudes prodeant observatis cometæ locis accurate respondentes. Ad stabilendum cometæ locum, ut cuique notum est, solent astronomi cometam ad stellam quampiam referre, ejusque locum ex alterius sideris vicinia constituere. Quod si stellarum positus a veris nonnihil dissideant, omnis error in cometæ ascensionem rectam, & declinationem invadit; ac propterea illud imprimis ad rem perficiendam requirebatur, ut stellarum, quas ad cometam retulimus, loca perquirerentur: at hujusmodi investigatio eo tempore, quo cometa apparebat, confici non poterat, eaque anni tempestas expectanda erat, dum stellæ, de quibus agitur, meridianum circum noctu trajicerent. Itaque mense Februario subsequenti anni singulas stellas per meridianum transeuntes observare licuit; ex quo facile colligitur ratione habita ad anomalias, quibus stellæ obnoxia sunt, quæ fuerit earum ascensio recta & declinatio observationum tempori respondens. His ita comparatis promptissimum fuit colligere cometæ ascensionem rectam, & declinationem, de quibus infra dicemus. Interim ea declarabimus, quæ mensibus Augusto, & Septembri cometam observando deprehendimus.

Noctæ insequente diem 26 Augusti, quam pluviales dies, ac frequentes nebulae præcesserant, sodalis noster Matheucius, quem socium habeo in re astronomica, in calum oculos convertens, ut sæpe solet ad investigandum si quid novi in illis regionibus accidat, cometam vidit ad orientem

tem in constellatione Tauri. Ejus cauda prægrediebatur, utpote quæ soli averfa, in longitudine patens feptem circiter gradus, in fine latior, & quo longius a capite eo obfcu- rior, & lividior. Adeo diftinctum erat phænomenon, atque omnium oculis confpicuum, ut nullum fit dubium, quin illud obfervatores alii, qui fereniore aere ufi fint, multos ante dies videre cœperint. Contentus interim Matheucius cometam de facie noviffe, illud imprimis curavit, ut de ejus adventu certiores fierent, qui aftronomiæ dant operam. Ipfe itaque, & Canterzanus de re moniti nocte fequente una cum prælaudato Matheucio obfervationes inivimus, quarum fynopfim mox trademus.

Quamvis cometæ caput nudo oculo infpicientibus tamquam ftella quoad lumen quartæ magnitudinis appareret, attamen per telescopium adeo languefcebat, ut vix lucernæ lumen perferret, quod in telescopium ad micrometri fila collultranda immititur. Cauda in dies longior fiebat. Die 5 Septembris caudæ extremum ad ftellam quamdam informem infra Cetum, & æquatori propinquam pertingere videbatur; cumque prædicta ftella in globo defcripta extet, captis menfuris deprehendimus longitudinem fuiſſe gr. 45. Die 12, qua aer adeo purus erat, ut ftellæ ſextæ, aut ſeptimæ magnitudinis facile internofcerentur, per totum ſpatium caudam extendi manifefto apparebat, quod intererat inter nucleum, ſeu cometæ caput, & ftellam ξ Eridani, ac proinde longitudinem ejus ultra grad. 70 protenſam fuiſſe, quod de paucis cometis legimus. Et fane ſi cometam anni 1680 excipiamus, quem tradunt caudam protendiſſe ad grad. 90, unum tantum cometam reperiemus ex multis ab aftronomis defcriptis, qui cauda tantæ longitudinis inſignitus fuerit. Anno 1618 ex apparitione plurium cometarum claro, qui poſtremus enituit, videlicet menſibus Novembris, & Decembris, & Januarii ſubſequentis, multos habuit celebres obfervatores; atque, ut alios præteream, Keplerus caudam dimenſus teſtatur fuiſſe grad. ſeptuaginta; Cyſatus vero eam produxit ad grad. ſeptuaginta quinque. Addit præterea Keplerus, *caput cometa telescopio inſpectum minus clarum apparuiſſe, quam nudo oculo ſpectatum*; Cyſatus autem fulgorem cometæ deſignat his verbis: *caput non majus ſtellis quartæ magnitudinis, & reliquis ſtellis longe obſcurius*. Quis autem

autem ex his, quæ Keplerus, & Cysatus posteritatis memoriarum prodiderunt, nostrum cometam non agnoscat? Verumtamen si pro declaranda identitate cometæ apparens forma sufficeret, in eam spem adduceremur, aliquid jam de ejus periodo statutum esse, eundemque post annos circiter 150 reverfurum. At quoniam trajectiones invicem comparare oportet, easque ad solem referre tamquam focum orbitæ a planeta descriptæ, tantum discrimen in elementis deprehendemus, quibus utraque theoria continetur, ut nihil de identitate cometæ, nihil de ejus periodo proferre liceat. Utique inclinatio orbitæ fere est eadem in utroque cometa; at si conferantur tum nodi, tum perihelii loca, longitudines differre percipiemus plus quam grad. 90, si de nodo fermo sit; at si de perihelio plus quam grad. 120. Neque minus diffident theoriæ elementa, si comparatio instituat cum unoquoque cometa ex his, quorum semitæ ab astronomis diligenter descriptæ fuerunt: quam ob rem fateamur oportet, observationes nostras valere utique ad augendum catalogum, non ad confirmandum, perficiendumque universum cometarum systema.

Post diem 12 cauda obscurior, & contractior visa est; capitis lumen non item, quod quamvis nudo oculo insipientibus minus clarum appareret, telescopium tamen nihil dum imminutum esse ostendebat. Apparens semita in sphaera universi circuli maximi ductum proxime sequitur. Prima nocte, qua observationes inivimus, cometes effulfit, ut ab initio diximus, in constellatione Tauri; ex eo deinceps loco abscedens proprio motu, qui ad gr. 5. 55. in longitudinem productus est, ad Orionem pervenit, post gradiendo per Monocerotem ad Hydram contendebat, ubi motus ejus nonnihil remittebatur, at in ea cæli parte, quæ inter Monocerotem ac Hydram sita est, nostris oculis se subduxit. Et revera nocte sequente diem 15 fortasse ob vapores passim dispersos nullum ejus vestigium apparuit. Sequentibus noctibus ingruente matutino crepusculo nihil de cometa visum; quare ultima ejus phasis incidit in diem 14 Septembris.

Diarium observationum hic adjungam, adnotando in dies singulos, qua hora, & quibus stellis observatio peracta sit, quæque differentia intercesserit inter cometam, & stel-

stellam tum in ascensione recta, tum in declinatione. Telescopio utebamur sex pedes longo, cui micrometrum aptatum erat ex quatuor filis, quæ in centro octo angulos femirectos comprehendunt. Ope hujus micrometri, ut cuique notum est, eruitur differentia ascensionis rectæ, & declinationis inter duo sidera, quæ prope eundem æquatori parallelum versentur. Quod si alterius sideris ascensio recta, & declinatio data sit, de alterius positu nihil ambigendum erit.

Comparatis ascensionibus rectis, & declinationibus cometæ longitudines, ac latitudines calculo subduximus posita obliquitate eclipticæ gr. 23. 28. 9; ac demum ad ejus theoriam investigandam nos convertimus opem ferente Francisco Sacchetto optimæ spei adolescente. Quæcumque methodus adhibeatur, quoniam nulla adhuc certa, & directæ supputandi ratio ab astronomis excogitata est, qua a quantitibus cognitis ad incognitas deveniamus, longos ac molestos calculos requirit. Ut ut se res habeat, nobis commode cessit eam supputandi rationem sequi, quam inde ab anno 1742 maxime ad rem esse experiundo cognovi, quemadmodum fusius explicavi tom. III. Commentariorum nostræ Academiæ. Supercaneum foret supputationum ordinem hic recensere, quo ad elementa theoriæ deventum est; positus enim elementis poterit quisque, ut libuerit, pro quolibet tempore cometæ longitudines, ac latitudines supputando assequi.

Præter distantias cometæ a sole in tabula hic apposita conscripsimus etiam distantias a tellure, ut iis præsertim fatisfaceremus, qui cum parum solliciti sint de trajectionibus cometarum circa solem, ac de motus legibus, atque omnia ad tellurem referentes, curiosius interpellare solebant de distantia cometæ a tellure, ac de ejus magnitudine. Mirabantur tantam caudæ longitudinem. Quod si longitudo apprensus tanta est, quisque facile intelligit illud necessario consequi debere, ut per immensum spatium diffundatur. Itaque calculum inivi posita apparenti caudæ longitudine gr. 74, ut erat die 12 Septembris. Eadem die prodit ex theoria distantia cometæ a tellure 3318 earum partium, quarum mediocris distantia solis a tellure ponitur 10000. Supposui præterea caudam soli adamussim averfam, cui suppositioni omnes adhuc observationes suffragari videntur. Tandem
sub-

subducto calculo prodit longitudo caudæ earumdem partium 5226, quam si malumus exprimere diametris terrestribus, inuenimus ea die caudam eo usque protensam fuisse ut æquaret terrestres diametros 147037.

Longitudo Nodi Descendentis	———— X	25	6	0
Longitudo Perihelii	————— Ω	24	8	50
Inclinatio Orbitæ	—————	40	50	0

Distantia perihelia 1228 $\frac{2}{3}$

Tempus verum, quo Cometa perihelium prætergressus est, Octobri 7 hor. 15. 10.

OBSERVATIONUM DIARIUM.

Augusti die 27 cometa stellam d ϑ præibat ad septentrionem vergens. Differentia ascensionis rectæ inventa est gr. 9. 9. 30; differentia autem declinationis min. 19. 16.

Die 28 instituta comparatione cum eadem stella differentia ascen. rectæ prodiit gr. 6. 59. 24, & differentia decli. min. 1. 14.

Die 30 directo telescopio ad stellam u ϑ paucis post minutis cometa in conspectum se dedit. Peracta observatione inventa est differentia ascen. rectæ gr. 3. 19. 3, & differentia decli. min. 30. 1 boream versus. Extremum caudæ pertingere videbatur ad stellas ξ , & o ϑ ; ex quo apparet caudæ longitudinem fuisse gr. 20 circiter.

Die 31 cometa australior stellam præibat, quæ in constellatione Orionis a Flamstedio inscribitur *Quinta π in exuviiis leoninis*. Cum observatio bis peracta fuerit, primum prodiit diff. ascen. rectæ gr. 2. 45. 42, & declin. min. 10. 40; secundo autem diff. ascen. gr. 2. 42. 42, & declin. min. 11. 24.

Septembris die 1 cometa præcedens a stella i Orionis distabat in ascen. recta gr. 3. 49. 23, in declin. autem min. 30. 16 austrum versus.

Die 2 stella Orionis, quæ a Flamstedio inscribitur *præcedens sexta in exuviiis leoninis* in cauda translucebat. Observatio bis peracta est. Fuit primum diff. ascen. rectæ gr. 4.

T. VI.

D

4. 55,

4. 55, & decli. min. 29. 37; secundo autem diff. ascen. rectæ gr. 4. 7. 10, & decli. min. 28. 23. In utraque comparatione cometa orientaliſior erat ſtella, & borealiſior. Quamvis cometæ lumen valde dilutum appareret, cauda tamen longius protendi videbatur; tunc enim per totum illud ſpatium diſfundebatur, quod intererat inter nucleum & ſtellam α Ceti, ideſt per gr. circiter 27.

Die 3 quoniam cometa parum aberat a ſtella γ Orionis, pluries obſervationem exequi licuit. Primo diſf. ascen. rectæ comperta eſt gr. 1. 5. 56, & decli. min. 8. 50. Secundo autem diſf. ascen. rectæ gr. 1. 4. 11, & decli. min. 8. 36. Tertio demum diſf. ascen. gr. 1. 2. 25, & decli. min. 8. 13. In ſingulis comparationibus cometa occidentalior erat ſtella, itemque borealiſior.

Die 4 cometam ad A Orionis retulimus. Diſf. ascen. rectæ prodiit gr. 1. 35. 46; decli. autem min. 23. 18. Iterata obſervatione diſf. ascen. inventa eſt gr. 1. 40. 2, decli. min. 23. 41. In ſingulis comparationibus cometa orientaliſior erat ſtella, & auſtraliſior.

Die 5 cælum erat nitidiſſimum, & cometæ cauda extendebatur ad gr. 45, ut in præcedenti ſermone declaraviſimus. Stella, quæ a Flamſtedio in conſtellatione Orionis ponitur numero 61, obſervationi inſervivit; ex ea prodiit diſf. ascen. rectæ gr. 2. 42. 42 ad occaſum, & diſf. decli. min. 16. 1 ad boream.

Die 6 cum nulla ſtella ex iis, quæ in catalogis deſcriptæ extant, in propinquo cometæ eſſet, ad ω Orionis nos convertimus, quæ eſt multum a cometa diſtaret in aſcenſione recta, eumque longe præcederet, tamen ab ejus parallelo parum aberrabat. Diſf. ascen. rectæ comperta eſt gr. 8. 49. 57, & diſf. decli. min. 41. 6 ad auſtrum.

Die 7 cometam retulimus ad ſtellam, quæ a Flamſtedio ponitur in conſtellatione Orionis numero 79. Ex obſervatione reſultat diſf. ascen. rectæ gr. 3. 56. 39, declin. autem min. 25. 47. Cometa ſtellam præibat ad auſtrum vergens.

Die 8 quoniam cometa a circumpoſitis ſtellis notæ poſitionis longius aberat quam ut micrometro comparatio inſtitui poſſet, ad quadrantem nos convertimus, eoque retento in eodem circulo verticali tum cometam tum ſtellam 79 Orionis obſervaviſimus notando utriuſque tranſitum per filum

verticale, & distantiam a vertice. Ex his ascensio recta, & declinatio cometæ elicitur, quemadmodum numeri sequentis tabellæ exhibent.

Die 9 cometa adeo proximus erat stellæ Orionis numero 80 a Flamstedio inscriptæ, ut eodem tempore intra telescopium commode conspici possent. Cælum densa nebula obductum erat; at ne determinatio incerta relinqueretur, observationem iteravimus. Primum prodit diff. ascen. rectæ gr. 0. 31. 50, declin. vero min. 9. 17; secundo diff. ascen. rectæ gr. 0. 32. 20, & diff. declin. min. 9. 1. Cometa orientalis erat stella, & australior.

Die 10 cælo sereno cometæ cauda distincte cernebatur. Longitudinem ejus definivimus gr. 47, quod prope stellam ξ Eridani terminare videbatur. Stella Canis minoris, quæ a Flamstedio numero 15 indicitur, parum a cometæ parallelo aberat. Diff. ascen. rectæ prodit gr. 6. 35. 20 ad occasum; diff. declin. min. 44. 2 ad austrum.

Die 11 observationem exegimus cometam referentes ad stellam Canis minoris, cui a Flamstedio præfigitur numerus 14. Primum inventa est differ. ascen. gr. 0. 56. 54, & declin. min. 18. 46; secundo diff. ascen. rectæ gr. 0. 52. 15, & declin. min. 18. 23. Cometa stellam prægrediebatur ad boream.

Die 12 antequam observationem aggredieremur, caudæ longitudinem, quæ præter modum excrevisse videbatur, diligenter metiti sumus, eamque comperimus æquare gr. 74; excurrebat enim per medium Orionis, tum per δ & ϵ Eridani, atque ultra ζ ejusdem constellationis se protendens ibi tandem evanescebat. Nullam præter A Hydræ stellam comperimus, quæ ad cometam referri posset. Ex ea prodit diff. ascen. rectæ gr. 17. 7. 19 ad occasum, declin. autem min. 11. 5 ad boream.

Die 13 cometa ad stellam 19 Hydræ. Diff. ascen. rectæ gr. 9. 52. 52 ad occasum, & declin. min. 22. 12 ad boream.

Die 14 cometa parum aberat a stella, quæ in constellatione Hydræ notatur numero 11, eamque sequebatur ad boream vergens. Observatio bis peracta est. Ex altera observatione eruitur diff. ascen. rectæ gr. 1. 11. 49, declin. autem min. 17. 22; porro ex altera prodit diff. ascen. rectæ gr. 1. 16. 57, & declin. min. 16. 3.

Ex hac Ephemeride numeros subduximus, quos sequens

tabella complectitur; ceteros, qui e theoria pendent, in alteram tabellam coniecimus, ubi differentia inter loca theoriae, & loca observata duabus postremis columnis descripta sunt. Quoniam vero discrimina nusquam aequant minuta duo, theoriam recte constitutam esse existimabimus; quod si quis majorem adhuc consensum desideret, animadvertat velim, cometas per ellipses, non autem per parabolas circumferri; atque illud imprimis notare oportet, errores ex iis esse, quos inter observandum nequaquam effugere possumus, praesertim vero si sidus, quod intuemur, tenuissima luce praeditum sit.

Cometæ loca ex observationibus.

1769	Tem.app.	Ascen.rect.	De cli.	Longitud.	Latitud.M
Dies	H ' "	G ' "	G ' "	G ' "	G ' "
Aug. 27	13 16 48	56 36 14	9 58 33B	♃ 26 38 0	9 42 17
28	12 17 9	58 46 20	9 40 31	28 41 13	10 27 38
30	14 18 51	64 5 5	8 46 53	♄ 3 45 32	12 21 19
31	12 44 4	66 45 38	8 17 8	6 20 50	13 17 36
	13 0 35	66 48 38	8 16 24	6 23 41	13 18 48
Sept. 1	13 28 59	70 1 17	7 40 12	9 32 18	14 23 0
2	13 22 31	73 25 22	7 1 12	12 54 51	15 28 14
	13 45 8	73 27 37	6 59 58	12 56 56	15 29 44
3	13 8 49	77 6 13	6 15 24	16 36 47	16 36 53
	13 22 56	77 7 58	6 15 10	16 38 34	16 37 16
	13 33 22	77 9 44	6 14 47	16 40 22	16 37 43
4	13 49 26	81 13 5	5 20 56	20 48 43	17 50 27
	14 17 20	81 17 21	5 20 33	20 53 7	17 51 0
5	13 30 7	85 29 46	4 23 52	25 15 0	18 59 50
6	16 3 54	90 35 55	3 16 20	♅ 0 38 13	20 11 33
7	14 3 12	95 1 35	2 12 20	5 23 14	21 10 9
8	15 8 55	100 18 52	0 56 0	11 8 46	22 7 10
9	15 5 30	105 33 57	0 17 38A	16 55 47	22 51 28
	15 11 35	105 34 27	0 17 22	16 56 17	22 50 20
10	14 56 26	110 47 48	1 31 10	22 44 36	23 21 37
11	15 7 55	116 7 3	2 45 51	28 41 26	23 39 55
	15 29 3	116 11 42	2 46 14	28 46 28	23 39 33
12	15 27 37	121 21 34	3 56 40	♆ 4 32 58	23 43 33
13	16 6 42	126 26 25	5 1 43	10 11 58	23 33 0
14	16 20 17	131 16 4	6 2 12	15 32 12	23 12 44
	16 47 23	131 21 12	6 3 31	15 38 4	23 12 34

Cometæ loca ex theoria.

1769		Distan. Com.	Dist. Com.	Longitud.	Latitud. M.	Diff. Longi.	Diff. Lati.
Dies	a ☉	a †	G ' "	G ' "	' "	' "	' "
Aug. 27	11982	1188	826 39 35	9 41 19	1 35 +	0 58 -	
28	11780	4969	28 40 34	10 27 46	0 39 -	0 8 +	
30	11335	4518	□ 3 43 54	12 20 31	1 38 -	0 48 -	
31	11132	4329	6 21 49	13 16 43	0 59 +	0 53 -	
	11130	4327	6 22 49	13 17 26	0 52 -	1 22 -	
Sept. 1	10907	4135	9 32 12	14 21 26	0 6 -	1 34 -	
2	10688	3954	12 54 32	15 28 31	0 19 -	0 17 +	
	10684	3944	12 58 13	15 31 25	1 17 +	1 41 +	
3	10468	3792	16 36 32	16 36 39	0 15 -	0 14 -	
	10466	3791	16 38 41	16 37 22	0 7 +	0 6 +	
	10464	3790	16 40 39	16 37 49	0 17 +	0 6 +	
4	10238	3642	20 48 52	17 49 0	0 9 +	1 27 -	
	10234	3639	20 53 29	17 50 23	0 22 +	0 37 -	
5	10014	3516	25 14 27	18 58 12	0 33 -	1 38 -	
6	9762	3400	50 0 37 50	20 12 31	0 23 -	0 58 +	
7	9550	3325	5 23 46	21 9 46	0 32 +	0 23 -	
8	9301	3266	11 9 42	22 6 49	0 56 +	0 21 -	
9	9070	3238	16 54 54	22 50 30	0 53 -	0 58 -	
	9069	3238	16 55 28	22 50 40	0 49 -	0 20 +	
10	8833	3236	22 43 21	23 21 58	1 15 -	0 21 +	
11	8590	3264	28 39 54	23 39 45	1 32 -	0 10 -	
	8586	3265	28 45 24	23 39 49	1 4 -	0 16 +	
12	8343	3318	Ω 4 34 34	23 44 48	1 36 +	1 15 +	
13	8089	3406	10 13 52	23 33 45	1 54 +	0 45 +	
14	7836	3516	15 31 30	23 13 10	0 42 -	0 35 +	
	7832	3518	15 37 31	23 12 58	0 33 -	0 24 +	

JOSEPHI VERATTI

Experimenta Magnetica.

Recepta est apud Pyficos opinio, quod ferramenta, aut si malleo contundantur, aut si fortiter ad invicem confricentur, omnia, cujusque generis ea fuerint, magnetica facultate imbuantur. Opinioni huic ante omnes fidem tribuit illustris Boyleus, qui experimentis de industria captis, mechanicam quandoque esse magnetismi productionem constituit. Notat enim, ferrea instrumenta, quæ in artificum officinis existunt, attritu non mediocriter incalescentia, exilissimas scobis ferreæ particulas ad se rapere, non secus ac si magnes eadem ferramenta tetigisset: immo vero de quodam ferri frustulo meminit, quod affrictu incalescens manifestam, licet debilem, attrahendi vim acquirerebat, recedente postmodum calore, eandem penitus dimittebat: quem magnetismi excitandi modum Physici quamplures experimentis imposterum confirmarunt. Quamquam Boyleus non solo attritu, verum etiam calore magneticam virtutem in ferrum induci putat, observationes afferendo non paucas, quibus ferreas virgas ad extrema ignitas ut candescerent, postea naturalem temperiem iterum adeptas continuo magneticas evasisse comperit: calore nempe laxari ferri poros, flexioresque ejus partes reddi ad effluvia magnetica celerius admittenda, docet. Ego vero, etsi negare non audeam & calorem, & attritum plurimum conferre ad magneticam vim augendam, quæ in ferro mechanica hac ratione detegitur, veruntamen neque per calorem, neque per attritum in eodem noviter generari existimo, sed magneticam vim ferri adeo propriam esse censeo, ut ferrum verus magnes habendus sit; quod experimenta, quæ deinde sequuntur, mihi apprime ostendisse visa sunt.

Experimentum I. Sumpsit ferreum filum, quod magnes non attigerat, & cujus longitudo sex pedes, crassities autem
vix

vix tertiam lineæ partem æquabat. Illud forcipis ope in viginti duas partes æquales divisi: quo factò nonnulla observatione digna animadverti. Atque in primis filamentorum omnium extrema mobilissimam acum nauticam vel attrahebant, vel repellebant, quamquam alia ad quatuor, alia ad sex, & amplius linearum distantiam. Suspiciari de attritu cœpi, qui forcipis actione excitatus, magneticam virtutem filamentis attulisset: ideo, singulis diligentiori examini subjectis, horum decem inveni, quæ in uno sui extremo nauticæ acus polum attraherent, in altero repellerent; qua de re omnia directrice virtute gaudere judicavi: sed cum decem alia ex iisdem filis acui appropinquarentur, utraque extremitate australem æque ac borealem polum attrahebant. In his ergo vel nulla polaris vis aderat, vel ea tantum, qua acus quoquo modo traheretur, perinde ac si australis polum in utroque eorum extremo infedisset. Tandem super duo, quæ remanserant, fila observationes profequutus sum: horum extremitates polum acus australis omnino refugiebat. Ex quo apparet, quod in hac fili divisione magnetica quædam phænomena exorta sunt, quæ ipse, non sine causa, admirarer. Nam, ut dixi, partes divisæ aliæ virtute polari instructæ erant, aliæ, quæ amicitiam potius cum ambobus acus polis ostendebant, denique aliæ, quæ iisdem plane adversabantur. Itaque si attritus simplex magnetismi unica tantum causa fuisset, cum is semper eodem modo agere videatur, cur in aliquibus filamentorum perfectam verticitatem inducere debuerit, in aliis aut repellentem vim, aut attrahentem tantummodo excitaverit? Dubia hæc fecerunt, ut magneticæ virtutis veluti germina in ferro abscondi verosimilius arbitrarer, quæ per se quidem inertia sint atque debilia, adeoque determinantis alicujus causæ actionem postulent. Nonne electricæ materiæ particulæ, & ignis elementa in corporibus latentia sola confricatione partium extricantur, atque foras erumpunt? Revera filamenta illa duo, de quibus postremo loco memini, quorum extremitatibus vis inerat repellens, in quatuor æquales partes rursus divisa, juxta divisionis confinia, nacta sunt polos attrahentes, iterumque cum ea dividerem, ut ex quatuor evaderent octo, singula attrahentem, repellentemque polum acquisiverunt. Quo factum est, ut multo

ma-

magis suspicarer, ut quemadmodum in magnete, ita in ferro polaris vis reperiretur, quæ vel attritus, vel caloris actione excitata luculentius se proderet. Interea ne simplici conjecturæ plus iusto tribuerem, nova adhibita diligentia, experimenta instaurare curavi. Fila ideo ferrea diversæ crassitie, ac longitudinis mihi comparavi; atque ea, ut in præcedenti experimento, in plures partes divisi, unam post alteram versorio acui admovendo. Phænomena eadem ferme apparuerunt, videlicet partes divisas attrahente aliquas, repellente alias vi donatas fuisse observavi; atque ex, quibus inerat uterque polus, multo plures extiterunt.

Experimentum II. Inter cetera ferramenta, quæ mihi ad manus erant, duas ferreas virgas habebam figuræ cylindricæ, æque longas, ac crassas. Utramque diligenter examinavi. Harum alteram inveni, quæ in extremitatibus gerebat polos ejusdem nominis: nam cum australi acus polo eas admovissem, ipsum satis valide attraxerunt, ex quo boreales polos esse cognovi; idque mihi eo magis persuaseram, quoniam in medio virgæ australis polus residebat, qui ad octo digitos extendebatur: boreales singuli ad digitos quinque: unde medius, quippe quod majorem in virga extensionem occuparet, duos alios etiam virtute sua superabat. In altera autem virga, quæ, ut dictum est, priori crassitie, & longitudine par erat, positus polorum contrario plane modo se obtulit: in extremis nempe australes, in medio borealem existere acus nautica monuit. Horum quoque, ad extensionem quod attinet, eadem fuit ratio. Borealis, ad digitos octo in longitudinem patebat, australes ad quinque tantummodo porrigebantur; nisi quod unus altero robustior erat. Itaque in unaquaque virga tres poli commode numerari poterant. Post hæc virgarum extrema simul conjunxi, ut unam virgam constituerent; tunc acui appropinquata, atque ab uno extremo ejusdem ad alterum ducta sex memoratos polos alternatim se excipientes mihi elegantissime præbuit, quamvis tota virgæ longitudo non amplius quam triginta sex pollices æquaret. Quo tempore hæc observabam virgas iterum conjunxi, sed modo unam post aliam adaptando, modo simul colligando. Tunc polorum omnium vis notabiliter debilitabatur, quod eorum mutuam actionem, reactionemque ostendere visum est. Immo debiliorum polo-

Tom. VI. E rum

rum aut attrahentem, aut repellentem facultatem sic minui ab actione vividiorum intuebar, ut in iis plane deficere dixisses; neque polis pristinum robur redibat, nisi cum virgæ iterum a se mutuo disjungerentur. Atque hæc in polis inducta debilitas fortasse in causa fuit, cur in virgis partes se offerrent, quæ nulla ratione in acum agerent, & acus immota persisteret, donec, mutato polo, aut iterum attraheretur, aut repelleretur, quod in polorum confiniis maxime contingere vidi.

Experimentum III. Ut vero de multiplicitate polorum in ferro existentium adhuc certior fierem, sequens experimentum institui. Fila aliquot diversæ longitudinis, iis tamen omnino similia, quibus antea usus fueram, tetendi, eorumque extremitates immobilibus punctis affixi. Si qui erant, ajebam ipse, in illis poli, quamvis valde debiles futuros fuisse conjectarer, nihilominus mobilissimam acum nauticam afficere debuissent: neque enim in ferro polos existere credidissem, nisi prius attractionis, & repulsionis signa apparuissent. Singula itaque fila exploravi, magneticam acum in viciniam illorum adducendo, eadem semper ab illis distantia servata, donec borealis acus polus ante omnes illorum partes transisset: quo peracto, atque multoties experimento iterato, observavi, quod in uno, eodemque filo plures partes reperiebantur, quæ polum acus attraherent, plures, quæ repellerent, adeo ut attractionis, & repulsionis puncta alternatim se exciperent. Qua de re in uno filo sæpius duos polos numeravi, interdum tres, interdum quatuor, non raro etiam plures. Quo loco animadvertendum est, ne, dum polos in ferramentis quærimus, acum nimis iisdem appropinquemus. Sæpe enim accidit, ut in iis locis, in quibus repellens polus detegitur, attractionis quoque effectus observentur, atque polus, qui antea repellens erat, in attrahentem veluti mutatus appareat: ex quo partes in ferro adesse colligimus, quarum aliæ repellentes sint, aliæ vero attrahentes. Quod adeo constans est, ut non solum in ferramentis juxta ipsorum longitudinem se manifestet, sed in extremitatibus præsertim, ubi polaris vis validiorem, quam in ceteris ferramentorum partibus, se ostendit.

Experimentum IV. Polorum existentia, atque ipsorum multiplicitas, quas in ferreis filis detexeram, me ad utrasque
in

in quamplurimis aliis ferramentis perquirendas impulerunt. Jussi ergo ut mihi afferrentur ingentes ferreae hastae, figuræ parallelepipedæ, nunc cylindricæ, nunc alius. Similiter super alia multa ferri fragmenta crassitie, ac mole diversa periclitatus sum, quæ tamen omnia neque attritum passa fuerant, neque ignis actioni commissa. Admoto itaque ad plurium digitorum distantiam singulis hastis boreali acus polo, qui per totam ipsarum longitudinem excurreret, constanter deprehendi, quod in iis duo plerumque aderant poli, borealis unus, australis alter. Eodem modo reliqua ferramenta explorata, quotquot erant, polos exhibuerunt, unum borealem, alterum australem. Quamobrem magneticam virtutem, quæ in artificum instrumentis elucet, quamque olim clarissimus Boyleus, aliique præstantissimi Physici vel ad attritum, vel ad calorem retulerunt, minime hisce causis esse tribuendam existimavi. Verum, si quem utraque in hoc phænomeno locum habet, nihil aliud præstare videtur, ut dixi, quam sopitos, ac veluti dormientes in ferro polos excitare. At ut redeam ad polorum varietatem, non omittendum esse censeo, quod facile distingui potest, sive in filis, sive in ferreis virgis alterna polorum vicissitudo. Etenim quo tempore juxta ferri alicujus longitudinem versoria acus excurrit, illius polus, sive attrahens fuerit, sive repellens, priusquam in contrarium mutetur, acus ad aliquod tempus sistitur, neque attrahi, neque repelli a ferro videtur; quod instantis jam mutationis polorum indicium est. Interim hæc polorum varietas in quibusdam filamentis sponte se offert. Nonnulla duobus tantum instructa sunt. Quæ autem tres, aut quinque habere comperimus, in quo casu medius semper reliquos excellit, duos tantum polos retinuerunt posteaquam aut electricæ materiæ vividissima scintilla eadem pervaserat, aut a magnete fuerant attracta, ut nihil magis utrumque agens abhorreere videatur, quam hanc ipsam in ferro uno polorum multitudinem.

Experimentum V. His non obstantibus, animus non omnino dubio vacabat. Ferrum enim in officinis fusoriis, ubi vel in laminas ducitur, vel in massas alias figuræ diversæ conformatur, ignis vim, & attritus actionem patitur. Dubitavi ergo ne vis magnetica in ipso observata utriusque causæ effectus esset. Ut hanc mihi dubitationem adimerem, rogavi

Sodalem nostrum Cajetanum Montium, doctissimum virum, atque naturalis historię in hoc celebri Scientiarum Instituto Professore longe præstantissimum, ut sineret, experimenta hæc in ferreis mineris, quibus Inilitutum abunde locupletatur, iterum instaurarem. Placuit propterea ab ochris exordiri, quarum ibi ingens numerus est. Hæ ferri matrices ab omnibus esse perhibentur, quoniam, inflammabili principio iis adjuncto, ferrum emergit. Quotquot itaque ibi erant, verforia acu tentavi: veruntamen acus semper immota perstitit; ideo nihil vel magnetici principii, vel ferreæ substantiæ in iis latitabat. Relictis ochris ad veras ferri mineras nostrum studium convertimus, ac primum ad rubiginosas, quæ ab historicis naturalibus ita appellantur, quia colore rubiginis testæ sunt; formam habent cylindricam intus cavam, quamquam aliæ non paucæ ex cylindris solidis efformantur, quæ ponderosæ, ac densæ sunt, & nihil differunt a ferro, nisi colore, qui ad plumbeum vergit. Dum igitur periclitarer, miratus sum, quod in tanta istarum copia ne unam quidem invenerim, quæ motum vel minimum in acum induceret: ex quo in his aliquod principium deesse, quod vere ferrum constituat, jure merito rerum naturalium scriptores arbitrantur, qui easdem inter mineras imperfectas recensent. At quidquid sit, quod ad horum corporum perfectionem concurrat, erit ne id forte, quod ferro magneticam vim tribuat? atque hoc nonnisi mineris communicetur, aut cum in visceribus terræ perficiuntur, aut cum funduntur in igne? Ut ut se res habeat, certum est, quod minere omnes, quæ ex multis pyramidibus conformantur, atque inter perfectas ab omnibus recensentur, directrice virtute pollent. Quoties enim hujusmodi in viciniam acus adducebam, continuo attractionis, & repulsionis motus consequentur, indicio manifesto, quod earum polus unus terræ polum australem, alter borealem respiciebat. Præterea cum multæ hujus generis inibi occurrant, in singulis ferme non duos polos tantum, sed plures existere didici. Quo factum est, ut post hujusmodi observationes omne profusum dubium abjecerim, neque igni amplius, neque attritui polarem ferri vimtribuendam esse censuerim. Quæ considerans miror valde, quod Physici usque adhuc perfectum magnetismum in ferro non agnoverint. Quamquam vis hæc longe debiliorem

in

in eo, quam in magnete se prodat, non video tamen cur innumeræ scobis particulæ ab inermi magnete raperentur, ut lanugine tectus appareat, si earum singulæ suis polis non gauderent: alias neque a magnete traherentur, neque vicissim ipsæ magnetem traherent.

Experimentum VI. Ferrum jam per se quidem magnetica virtute præditum esse ex hæcenus dictis conitat. Nunc pauca adjungam, quæ ad polarem ipsius vim spectant. In ferrea hasta figuræ parallelepipedæ undecim pedum mensuræ anglicanæ, quatuor lineas crassa, duos tantum inveni polos, borealem nempe, & australem. Uterque neque parem virtutem habebat, neque extensionem. Borealis australem longe excedens ad novem pedes, & digitos tres porrigebatur, australis ad pedem unum, & digitos novem. Polorum confinia aliquanto diligentius perquisita contorto filo signavi, & hasta supra mensam horizontaliter collocata, extremitati poli borealis fortissimi magnetis polos applicui, eamque in tota ea facie confricavi, quam septentrionalis illius polus tenebat, præeunte australi magnetis polo. His peractis sequentia adnotavi. Primo vis ferri magnetica naturalis duplo major evasit: movebat acum ad distantiam digitorum novem, & ultra. Secundo tres aliæ illius facies, quas magnes non affecerat, majorem & ipsæ magneticam vim acquisiverant, quamvis non tantam, ut facies a magnete tacta ostenderat. Tertio pars una poli septentrionalis conversa est in australem polum, altera nullam subiit mutationem, nisi quod, ut antea dictum est, robustior apparuerit, traheretque acum vividius. Sed hæc poli septentrionalis in australem conversio tres pedes, digitosque similiter tres exporrecta non modo in ea ferreae haste parte observabatur, quam magnes affricatu suo mutaverat, verum etiam in opposita, atque aliis duobus lateribus. Quarto latus illud, quod a magnete tactum septentrionalem polum retinuerat, trahebat, repellebatque polum acus majori cum vi, quod minime contingere debuisset, quia imminuta fuerat valde ipsius extensio. Interim cum haste polum australem explorassem, miratus sum valde, quod ipse in borealem totus mutatus fuisset, etsi magnes minime eum attigisset: itaque quantum magnes ex una parte boreali ferri polo dempserat, tantum ferme eidem ex altera restituerat.

Expe-

Experimentum VII. Ferrum aliud figura cylindricum, novem pedes longum, duabus lineis crassum, actioni magnetis subjeci. Ferrum instructum erat duobus polis boreali, & australi. Borealis extensio quinque pedum cum dimidio prehensa est, australis circiter trium. Utrumque, ubi se contingebant, filo distinxi: magnete postmodum extremitati ferri septentrionali applicito, idem usque ad filum fortiter confricavi. Statim borealis polus in australem conversus est. Per id vero tempus pars quoque australis poli in borealem mutata fuit, quamvis nullum magnetis attritum antea fuisset passa. Naturalis magnetica vis ferri non auctam nisi aliquantulum prope extremitates se præbuit. Immo, dum hæc experirer, comperi eam in medio ferri ab actione magnetis debilitatam: quæ semel, atque iterum repetens ferrum acui approximando, ut prope ipsam excurreret, non duos amplius polos, sed tres habere detexi, quorum medius borealis, qui vero ad latera extabant, australes erant.

Experimentum VIII. Accepta altera ferrea hasta, cylindrica, duodecim pedes longa, crassitie sex lineas æquante, atque accurate examinata, duos polos, borealem, & australem valde debiles eam habere compertum est. Borealis quatuor tantummodo pedes cum quinque digitis in longitudinem patebat, australis vix ad tres cum dimidio extendebatur. Pars autem media, quæ inter polos erat, cum acui appropinquaretur, vel immota omnino, vel a meridiano tantisper deflectere videbatur. Instituta de more magnetis frictione, borealis polus non omnis in australem commutatus est, verum pars tantum ejusdem, ut ad pedem unum adjectis quatuor digitis porrigeretur: reliqua, cum immutata permanisset, nihilominus in acu vel attrahendo, vel repellendo majus robur adepta fuerat: quo tempore etiam in australi polo aliquam mutationem inductam fuisse vidi: nam partim borealis evasit, partim vero non; ex quibus constat, quod mutatio hæc fuit priori valde similis. Quæ sane arguunt, non posse nos aut unum, aut alterum ferri polum mutare, quin ambo simul mutantur, etiam quandoque nulla interveniente magnetis actione; quantum enim virtutis magneticæ uni polo additur, tantum plerumque alteri opposito demitur. Quibus ita se habentibus, nempe ut modo unus, modo alter ferri polus ex integro non mutetur, ple-

plerumque etiam accidit, ut tunc temporis non amplius poli duo, sed tres appareant, quemadmodum in hac hasta, & in superiori evenisse diximus: illius namque extrema australes poli tenebant, medium autem borealis.

Experimentum IX. Ferrea lamina magnetis virtute imbuta est. Tota longitudo erat pedum ferme quatuordecim, latitudo duorum digitorum, crassities duarum linearum cum dimidia. Antequam magnetis actioni subicerem, eandem examinavi: trahebat ex una parte acum, ex altera repellebat, ut nemini dubium videretur, quin directrice virtute polleret. In hac, secus atque aliis hujus generis ferramentis, australis polus magis extendebatur, quam borealis: quinque pedum, & digitorum novem cum dimidio ejus mensura erat, borealis quatuor & digitorum octo. Præterea in eadem pars aliqua deprehendebatur ad aliquot pedes extensa, ubi poli conjungebantur, quæ nullam actionem in acum exercebat. Posteaquam, ininituta supra laminam valida frictione, magnetem duxeram usque ad borealis poli confinia, nonnullæ mutationes factæ sunt. Primo naturalis vis laminæ sive in attrahendo, sive in repellendo acum debilis admodum evasit. Secundo extensio poli septentrionalis vegetior exitit. Nam pars laminæ, quæ nulla ratione in acum agebat, tunc australem acus polum trahebat. Tertio pars poli australis laminæ a magnete non tacta in borealem polum conversa fuit, maxime in ea australis poli parte, quæ proxima erat polorum confiniis. Quam ob rem in hoc ferro, post magnetis affricum, tres poli numerabantur, australes duo parum extensi, borealis alter, medius inter hos duos, qui totam ferme longitudinem laminæ occupabat.

Experimentum X. Relictis quatuor indicatis ferreis hastis, alias in experimentum adduxi, quæ crassitie, forma, longitudine adhibitæ erant valde similes. Periclitari volebam, quid ipsis evenisset, si uno, atque continuato magnetis ductu easdem confricasssem. Propterea, adnotatis earum polis, experimentum primum feci supra eam, quæ figura parallelepipedæ donata erat. Iterata confricatione uterque ejus polus se convertit; qui borealis erat australem se præbuit, & e contra. Utriusque extensio non parum immutata fuit: plus tamen amisit borealis, quam australis: illum enim tribus pedibus, hunc uno tantummodo cum quatuor digitis

gitis breviorē factum fuisse deprehendi. Interea cogitavi de modo, quo posset unus, atque alter polus, absque magnetis concursu, in suum locum restitui. Constat apud Physicos, quod conversi poli iterum in pristinum ferri locum restituuntur, quoties contrario ductu magnes ad oppositam ferri partem adducitur. Mihi vero placuit ferrum jam dictum in ambabus extremitatibus malleo percutere, ut tota hasta contremisceret. Verum enimvero uterque polus post quinque, vel sex ictus suo loco se restituit. At tunc in hasta non duo modo, sed poli sex numerabantur, qui alternatim se excipiebant. Parem exitum, aut certe non admodum dissimilem, habuit experimentum, quod in lamina decem pedes longa institui. Hæc tribus polis ornata erat, duobus borealibus ad extrema, australi in medio, qui utrinque longe exporrectus multo aliis præstantiorem se obtulerat. Vis magnetis australem in borealem, unum ex borealibus in australem converterat, alterum intactum reliquit: tunc repetitis aliquot mallei ictibus, nova iterum polorum conversio facta est, qua omnia in pristinum ita sunt restituta, ac si ferrum antea a magnete tactum nullo tremore, vel nulla percussione fuisset affectum. Experimenta hæc pluries repetere non destiti, ut viderem num tremore a percussione in ferramenta inducto constans esset polorum in pristinum locum restitutio: quoties id mihi experiri contigit, toties optatum exitum assequutus sum.

Experimentum XI. Celeberrimi Franklini experimenta in acubus nauticis facta magneticum principium, & electricum aut unum idemque esse, aut certe magnam inter hæc duo analogiam intercedere declararunt. Præclarum inventum hoc a nemine in Italia, quod ego scirem, fuerat confirmatum. Rei itaque novitate permotus ab anno usque 1757 occasionem experiendi arripui. Ex duobus subtilissimis filamentis ferreis insimul contortis acum nauticam construxi, cujus pondus grana duo cum dimidio æquabat. Diligentissime acu explorata, expers eadem prorsus erat magnetici principii. Ipsam in meridiano supra ingentem laminam vitream, quam Franklini Quadratum magicum appellant, collocaui, fortissima scintilla ab ejus extremitate, qua australem regionem spectabat,educta; deinde tenuissimo, acutissimoque fulcro acum imposui, ut qua parte exierat scintilla

boream respiceret: conversa statim est, & ad utrumque mundi polum se direxit. Extremitas acus, per quam ignis electricus foras eruperat, australis polus evasit, altera borealis, quod ferrum utrique polo admotum indicavit: nam australis polus semper, ut solet, attrahens, borealis repellens fuit. Experimentum hoc in simillimis acubus iteravi, semperque eodem exitu. Monuerat insuper Franklinus, majorem tunc temporis in istis directricem virtutem electrica materia excitari, si ex ad austrum, & aquilonem, minorem si in orientem, & occidentem spectent. Res non semel a nobis tentata est, acubus ad diversas mundi plagas conversis, earumque etiam nonnullis supra indicatam laminam vitream perpendiculariter erectis. Revera cum scintillam a singulis eduxissem, polaris vis in omnibus debilior extitit, quod a majori ipsarum declinatione, & a minori in attrahendo, repellendoque facultate deduxi.

Experimentum XII. Ex acubus, quas electrica materies magneticas reddiderat, unam elegi ceteris omnibus præstantiorem. Ex boreali ejus polo, quem ad austrum convertebam, electricam scintillam extraxi. Continuo polus, qui antea borealis erat, in australem conversus est, & australis, per quem ignis electricus subjerat, in borealem: adeoque utriusque poli vires attrahentes, repellentesque inversæ fuerunt. Ut in hac acu, sic in aliis etiam bene multis fuit æque prompta polorum conversio: quare phænomeno hoc nihil certius haberi potest. Ceterum acus, quæ apud me erant, mole grandiores, nec plurium scintillarum eductione ad polos terræ dirigere unquam potui, nec etiam, si a magnete directricem facultatem antea acquisivissent, vis electrica quidquam valuit ad polos in ipsis convertendos. Quæ erant ex chalybe comparatæ parisienses digitos circiter tres longæ, atque grana sex cum dimidio pendentes, magneticæ fieri omnino recusarunt: quod non a duriori metalli compagine, aut ab earum peculiari textura, sed ab electricitate potius, quæ tanto effectui edendo impar esset, repetendum judicavi. Quapropter non dubito, quin acus dictas, aliasque grandiores, ac ponderosiores magneticas reddidissem, quando electricitate aucta per plures laminas Franklinianas scintillam longe fortissimam excutere potuissem. Atque hæc de Frankliniano invento. Magna interim clarissimorum

virorum dissensio est, qui fiat, ut electricitas æque ac magnes polaritatem pariat? Multorum sententia fert, quod ab utraque causa meatus in ferro aperiantur, per quos libere fluidum magneticum excurrat: alii aliter opinantur. At quid est, quod magnes, corpus durissimum, atque ponderosissimum, solo contactu ferrum magneticum reddat? ex adverso electrica materia, tenuissimum, mobilissimumque fluidum, effectum eundem prætet? Quid insuper quod ferrum alteri affricum, aut ab ipso percussum, magnetismum concipiat? Verum hæc nimis obscura sunt. Polaritas ab electricitate orta, polorumque conversio lucem fortasse aliquam afferre poterunt eorum systemati, qui credunt, fluidum in rerum natura exitere, cui maxima facultas insit magnetismum in ferrum inducendi: quare hypothesim illam non adeo reprehendendam puto, quæ per speciem quamdam effluviarum a magnete prodeuntium, aut per ætherem circumambientem magnetis phænomena explicat. Et quamvis experientissimus Muschembroekius opinionem hanc, ut falsam, omnino redarguat, idque validissimis rationibus demonstrare conetur, videntur tamen argumenta, quotquot ab ipso afferuntur, ab hac nuper detecta electricitatis proprietate non parum infirmari.

Experimentum XIII. Acus, de quibus memini, utrum præter polarem vim, ceteris magnetis qualitatibus instructæ essent ulterius perquisivi. Magneti vires multæ a Physicis tribuuntur, quæ, si in ferrum transferint, nihil est cur illud tamquam magnetem non reputemus. Inter has vis attrahens recensetur, qua ferri particulas rapit, sibi que adhærentes detinet. Propterea acus jam dictas limaturæ chalybis admovi, cujus statim particulæ ab illis arreptæ firmiter iisdem adhæserunt, majori quidem copia, cum vividior electrici ignis scintilla acus pervasisset, minori, cum debilior: quare electricitas aliorum magnetum naturam egregie imitari videtur, qui attrahentem virtutem in ratione suarum virium ferramentis communicant. Aliud quoque observavi, quod analogiam maximam esse electrici principii & magnetici testatur. Vividissimas scintillas modo ab una, modo ab altera acum extremitate eduxeram, ut attrahentem vim, quam possem, maximam inducerem: postmodum scintillam aliam non admodum fortem rursus in illis excitabam; tunc earum vis atra-

trahens continuo imminuebatur, atque ita, ut scintillæ vim sequi omnino dixisses; quod in acubus verforiis a fortioribus magnetibus prius tactis, atque exinde debiliorum actione affectis, contigisse Physici nonnulli, Muschembroekius in primis, tradiderunt.

Experimentum XIV. Acui, quam electricitas magnetismo imbuerat, aliam magnetico principio expertem applicui, contortoque filo ambas conjunxi, ut earum partes mutuo tangerentur. Post horæ quadrantem, filo exsoluto, acus antea non magnetica ad mundi polos se convertens attrahentem, ac repellentem vim acquisiverat. Interim, ferro acui admoto, extremitas illa, quam australis polus alterius acus contigerat, ad boream, quam autem borealis, ad austrum se direxit, eandemque mutationem magneticas acus omnes subire, si alicujus magnetis polis applicarentur, experientia jamdudum innotuit.

Experimentum XV. Malleo percussi acum electricitatis vi magneticam. Ictus nonnisi eam partem affecerat, qua acus regionem septentrionalem respiciebat: tota ferme directrix vis extincta est. Septentrionalis polus non repellebatur, ut solet, a ferramentis virtute magnetica carentibus, parum ab iis, quæ aliquid in se ipsis magnetici principii gerunt. Acus altera eodem modo percussa, multum de vi sua amisit; ut vero ex integro vis periret, opus fuit, australem polum malleo contundere. Cum aliam acum vi omni sua exuere voluerim, sat fuit extremitates, ceterasque illius partes variis modis flectere, ac contorquere, sicuti Derhamium fecisse legimus, qui plurima, atque curiosa phænomena in filamentis ferreis nunc fractis, nunc contortis animadvertit, quæ jampridem magnetica virtute nobilitaverat.

Experimentum XVI. Ferrum igne emollitum, mox frige factum, aptius reddi ad effluvia magnetica recipienda Physici docuerunt. At ignis actio, si violentissima extiterit, vel ipsi magneti insensibilissima est: orbatur viribus suis in igne candescens. Utrum nostrarum acuum magnetismus ignis præsentia extingueretur, ad phænomenorum identitatem principii magnetici, & electrici multo magis illustrandam, experiri oportebat. In acubus candelæ flammæ admotis, atque usque eo calefactis, donec in utraque parte rubescerent, tota periit polaris vis, nec eam impofterum recuperare potuerunt,

quamvis iterum electricitati committerentur: solo magnetis affricu aliquem polaritatis gradum adeptæ sunt. Alias deinde acus foco lentis diametri novem pollicum exposui: canduerunt omnes, directrice virtute amissa: lux enim simplicissimum corpus esse, itemque purissimus ignis existimatur.

Experimentum XVII. Præter memoratas magnetismi proprietates, quæ sicuti a magnete, ita ab electricitate in acus transferuntur, declinatio, atque inclinatio fuit omnibus communis. Declinatio variam se obtulit juxta majorem, minoremve electricæ scintillæ efficaciam. Quas fortis electricitas permeaverat, ut plurimum decem & quinque gradus, quas autem debilis, modo viginti tantum, modo viginti quinque declinabant. Tentavi declinationem hujusmodi acum aliqua, si possem, ratione variare, aut eam augendo, aut minuendo. Conatus nostri irriti omnino fuerunt. Nam acus eadem, vel ipsis deinde magnetis polis applicitæ, quam singulæ declinationem habebant, constanter retinuerunt. Hæc si cum iis comparentur, quæ apud Physicos de verforia acu adnotata leguntur, qui sæpius non modo in anno, sed quandoque in singulis ferme diebus acum variare profitentur, erit cur iterum miremur, quod validissimis agentibus, electricitate nempe, & magnete, declinationem nostrarum acum nullo modo variare potuissemus. Verum tam miræ proprietatis causas nos penitus ignoramus; quæ an in terræ visceribus, aut in atmosphæra se abscondant, difficile est definire. Nihilominus analogia inter magneticum, & electricum principium, hujus vero ingens copia, quæ in aere dominatur, polorum in ferro conversio, quæ interdum accidit, dum vapor electricus ex una cæli regione in aliam celeriter transfertur, suspensionem movent, ut similes mutationes intra terraqueum globum contingere quandoque possint, ubi maxima ferri, & electrici vaporis copia reconditur. Quæ si ita sunt, non erit abs re conjectari, quod tunc acus poli cogantur nunc ad unam, nunc ad alteram mundi plagam declinare, juxta variam ferri etiam in terræ penetralibus latentis alterationem.

P A U L L I F R I S I I

De rotatione corporum

A D

BONONIENSEM SCIENTIARUM ACADEMIAM

COMMENTARIUS.

DE rotatione corporum acturi tractationem omnem inde exordiemur, unde omnis Mechanica exordium ducit, principio scilicet compositionis, & resolutionis motuum. Quod quidem principium a Galileo primum inventum, & a Nevvtono, ac Daniele Bernoullio demonstratum cum deinde authores aliqui dubiis undique, ac difficultatibus implicarint, alii vero principiis aliis per se evidentibus confirmaverint, videtur ex eo dumtaxat evidentissimo principio colligi, quod binæ vires acuto directionis angulo conspirantes se se adjuvent, &, quæ suis directionibus angulum obtusum continent, se se invicem impediunt. Inde enim compositionis, & resolutionis lex pro casu anguli recti manifestissime colligitur: ad quem anguli recti casum casus deinde alii anguli acuti, obtusique geometricæ reduci possunt.

Primo igitur si corpus aliquod data qualibet vi impulsu juxta directionem AD moveatur (*fig. 1.*) ipsique accedat vis alia, quæ dirigatur juxta rectam aliam AP, & angulus PAD sit acutus; major fiet omnis velocitas, qua corpus rectæ DC ad AD perpendiculari accedet: & contra velocitas eadem fiet minor, si obtusus sit angulus P'AD. Ex quo evidenti principio evidenter etiam consequitur, quod si angulus PAD ex acuto in obtusum gradatim abeat, & recta AP circa punctum A conversa perpendicularis fiat rectæ AD, compleaturque rectangulum ABCD; corpus ob vim AD eodem modo accedet lateri DC, sive vis AB imprimatur, sive non. Id ipsum reductione ad absurdum facta
osten-

ostendimus in introductione operis *De Gravitate universali corporum*. Producta enim DA in E, cum directio vis AB utrinque æqualiter ad AD, & AE inclinetur, & utrinque æqualiter se habeat, si quæ sit ipsius actio secundum AD corpus accelerando, aut retardando, alia æqualis actio in contrariam partem haberi debet secundum AE: quo posito binæ æquales, & contrariæ vires se mutuo destruent.

Quod si igitur corpori in puncto A binæ vires imprimantur secundum rectas AD, AB sibi invicem perpendiculares, & velocitates inde ortæ proportionales sint rectis ipsis; post finem dati temporis corpus ob vim priorem alicubi in recta DC, ac similiter ob vim alteram in recta BC reperietur, sive simul, sive seorsim binæ vires imprimantur. Igitur binis viribus simul impressis corpus in fine ejusdem temporis reperietur in communi concursu C rectarum BC, DC: & quia motus omnis, qui ex viribus semel impressis oritur, secundum lineam rectam dirigitur; corpus ex A in C nonnisi per diagonalem AC feretur, & diagonalem absolvet eodem tempore, quo absolveret latera viribus separatis. Scilicet binæ vires, quæ binis rectanguli lateribus exprimentur, æquivalent vi uni, quæ diagonali exprimitur; & uni huic binæ illæ, & binis illis hæc una substitui potest. Pari enim modo dum corpus per diagonalem AC movetur, spatiis AB, AD recedit a lateribus AD, AB, & bini hi motus, cum rectos angulos suis directionibus efficiant, nequeunt se invicem turbare.

His positis in puncto A imprimantur corpori binæ alix quæcumque vires AG, AE (*fig. 2. & 3.*) compleanturque rectangula ABCD, ADEF. Ut modo diximus, vis AE æquivalent duabus aliis AD, AF: adeoque binæ AE, AG æquivalent duabus AD, & $AG \pm AF$. Valebit autem superius signum, cum angulus EAG erit acutus, & punctum F ultra A ad eandem plagam cadet cum puncto G: inferius vero, cum puncta F, G cadent in adversas partes, & fiet obtusus angulus EAG. Quare cum rectæ AF, GB æquales sint inter se, vis $AG \pm AF$ pro casu utroque anguli acuti, obtusique æquivalent vi AB: atque ita binæ AE, AG reducentur ad binas AD, AB, quas diximus æquivalente vi uni AC. Vicissim vis AC æquivalent binis AD, AB, & pro vi AB secundum eandem directionem substitui pote-

poterit vis $AB + AF - AF$. Jam vero pro casu anguli acuti vires AD , & $+ AF$ componunt vim AE , & vis $AB - AF$ est ipsa vis AG : pro casu vero anguli obtusi vis AE componitur ex binis AD , & $- AF$, ac vis $AB + AF$, five $AB + BG$ est adhuc eadem vis AG . Universim igitur binarum vires binis lateribus parallelogrammi cujuscumque expressarum æquivalentur vi uni, quarum exprimetur diagonali, & vis diagonali expressa æquivalentur duabus aliis, quarum exprimentur lateribus.

Quia diagonalis semper est minor summa duorum laterum, composita etiam velocitas secundum diagonalem minor erit summa duarum velocitatum juxta parallelogrammi latera resolutarum. Sed si ex E , & G (*fig. 4.*) in AC ducantur perpendiculara EM , GN , erit AN pars vis AG , & AM pars vis AE , quarum secundum AC exercebitur, eritque in casu anguli EAC acuti $AC = AN + NC = AN + AM$: & in casu obtusi ejusdem anguli erit $AC = AN - AM$. Semper igitur quem effectum duarum vires edunt secundum diagonalem directionem, eundem edit in directione eadem vis una æquivalens. Pariter quia vires æquales, & contrariæ se se invicem compensant, atque est $AC = AN \pm AM$, & $NG = ME$, perinde erit si loco vis AC intelligamus corpus in puncto A secundum AC impelli summa, aut differentia virium $AN \pm AM$, & secundum directionem perpendiculararem impelli viribus $+ ME$, & $- NG$. Jam vero binarum $+ AN$, & $- NG$ componunt vim AG , & in casu anguli acuti vires $+ AM$, & $+ ME$ in puncto A componunt vim AE : pro casu vero obtusi anguli vis AE componitur ex binis $- AM$, & $+ ME$. Rursus itaque vis, quarum exprimitur diagonali, eundem effectum exerit secundum latera, quem edunt binarum aliarum vires binis lateribus expressarum.

Simili modo vis ex binis prioribus composita cum tertia qualibet vi superaddita, & quotcumque aliis componi poterit: atque universim quotcumque vires, quarum directio per datum aliquod punctum transeat, semper in unam vim confluent. Ut vero simul componamus etiam duas vires Gg , Hh (*fig. 5.*) inter se parallelas, impressasque ad eandem plagam, statuamus easdem vires in iisdem punctis G , & H imprimi secundum directiones quascumque alias GA , HA , quarum intra parallelas Gg , Hh concurrant in puncto

æto A. Posita $PA = Gg$, & $EA = Hh$, completoque parallelogrammo PAEC, vis æquivalens erit AC. Deinde vero si ex G, & H in AC productam demittantur perpendiculara GN, HM, erit $\frac{GN}{GA} : \frac{HM}{HA} = \text{fin. GAT} : \text{fin. HAT} = PC : PA = Hh : Gg$. Manente igitur quantitate virium Gg, Hh in punctis G, & H impressarum, itatuamus directiones GA, HA ita variari, ut longius semper concurrant, ac denique angulus GAH fiat minor quocumque dato. Rectæ GA, TA, HA fient denique æquales, & parallelæ inter se, ac puncta N, T, M simul congruent, & diagonalis AC æquabitur summæ duorum laterum AP, AE. Itaque binæ vires Gg, Hh, quæ ad eandem plagam juxta directiones parallelas tendant, vi uni æquivalent, quæ quantitate sua exæquet summam duarum virium, & directionem pariter parallelam habeat, atque ita applicetur in puncto T, ut distantia GH dividatur in ratione reciproca virium, & sit $GT : HT = Hh : Gg$.

Vis autem omnis, quam punctum T sustinebit, æqualis erit summæ duarum virium parallelarum in G, & H ad eandem plagam tendentium: atque universim datis duabus viribus Gg, Hh parallelis, & conspirantibus, dataque ipsarum distantia HG, accipiendo $HT = \frac{Gg \cdot HG}{Gg + Hh}$, habebitur punctum T, cui vis æqualis earundem summæ in adversam partem, & parallele applicanda est, ut æquilibrium habeatur. Et vicissim datis duabus viribus Tt, Gg oppositis, & parallelis, dataque ipsarum distantia TG, vis una æquivalens habebitur utriusque differentiam juxta directionem parallelam applicando in puncto H, quod a T distet quantitate $HT = \frac{Gg \cdot TG}{Tt - Gg}$. Hac etiam ratione vis quælibet TP perpendicularis plano cuilibet HOG (*fig. 6.*) semper in binas parallelas resolvi poterit, quarum una applicetur in puncto H, & obtineat valorem quemcumque datum: si scilicet producat HT in G, & sit $HT : GT$ ut differentia duarum virium in H, & T agentium ad vim agentem in puncto H, & differentia eadem virium insuper applicetur in puncto G.

Et quia binæ vires secundum rectam AH perpendiculara-

larem, & AB parallelam plano HOG, vim unicam AC componunt plano eidem obliquam, quæ in duas resolvi potest per C transeuntes, perpendicularem unam, alteram jacentem in plano ipso; binæ autem vires perpendiculares in C, & G vim unicam, & perpendicularem pariter componunt: binæ vires, quarum una sit perpendicularis, altera parallela alicui plano, resolventur demum in binas alias, quarum una sit perpendicularis, altera in plano ipso jaceat. Cum itaque vires omnes, quæ agunt in plano aliquo, sive alicubi simul convenient, sive parallelæ sint inter se, ad unicam vim in eodem plano agentem reduci possint; cumque insuper vires omnes perpendiculares plano, ut jam ostendimus, reducantur pariter ad vim unicam, quæ exæquet summam virium tendentium ad eandem plagam, aut differentiam earum, quæ tendunt in adversas partes; ac demum cum vires omnes parallelæ plano alicui dato, qua modo ostendimus methodo, cum viribus perpendicularibus ita componi possint, ut una tantum sit vis perpendicularis, altera in plano ipso jaceat: universim quæcumque vires, quæ utcumque alicui corpori possunt imprimi, ultimo in binas tantum resolventur, quarum una jaceat in plano quocumque dato, altera sit plano ipsi perpendicularis.

Theorema hujusmodi exhibuit Eques Clarissimus Julius Mozzius in opusculo de momentanea rotatione corporum, in quo etiam alia addidit, quæ theoriam motus amplificant, & generalem methodum tradidit, cujus ope projectionis, & rotationis motus in quovis corpore data qualibet vi genitos determinavit. Unum hic adjiciemus, quod Mozzio lemmatis loco est, quodque cum ipse duplici methodo demonstraverit, paulo aliter ex principiis antecedentibus potest colligi. Si corpori cuicumque secundum directiones contrarias, & parallelas imprimantur binæ æquales vires EF, HG (*fig. 7.*) ipsisque addatur vis tertia PQ, quæ priores directiones secet ad rectos angulos; vis composita LN æqualis, & parallela erit intermediæ PQ, atque ab ipsius directione BG distabit intervallo $GL = \frac{EF}{QP} \cdot BG$. Producantur enim tres directiones quousque sibi occurrant in B, & G, accipianturque $BC = EF$, & $AB = QP$, completoque rectangulo CA, vis ex binis composita sit BD. Producat etiam

G

BD

Tom. VI.

BD quousque directioni vis HG occurrat in puncto L, accipiaturque LM = BD, & LO = HG. Quia binæ vires BD, HG eodem modo agere debent si simul applicari intelligantur in puncto L secundum LM una, & altera secundum LO, completo parallelogrammo MO vis LN æquivalerebit duabus HG, BD, seu tribus HG, QP, EF; atque ob æqualitatem triangulorum LNO, ABD erit LN = PQ, ob similitudinem vero trianguli GBL erit $GL = \frac{EF}{QP}.BG$.

Vis intermedia AB, aut PQ ad alterutram ex parallelis viribus EF, aut HG se habebit ut distantia parallelarum virium BG ad distantiam GL directionis vis intermediæ, ac vis ex omnibus compositæ LN; & si manente vi PQ binæ æquales, & contrariæ vires EF, HG varientur in ratione inversa distantia BG, & maneat idem productum $\frac{EF}{QP}.BG$, semper vis eadem LN ad eandem distantiam GL æquilibrium cum tribus viribus propositis constituet. Dato autem producto EF.BG distantia GL variabitur in ratione inversa vis intermediæ PQ, seu vis compositæ LN. Et si juxta parallelas alias fb, GL imprimantur binæ aliæ vires, quæ directionem viribus prioribus singulæ contrariam habeant, & quantitatem ef habeant distantia Gb reciproce proportionalem, ipsisque addatur vis, quæ æqualis sit vi PQ, & directionem contrariam habeat; erit vis composita — LN = — PQ, & distantia $GL = \frac{ef}{PQ}.Gb = \frac{EF}{PQ}.GB$, eruntque tres ipsæ vires cum tribus aliis prioribus in æquilibrio. Et quia vires etiam PQ, & — PQ in æquilibrio sunt inter se, vires etiam EF secundum BF, & — EF secundum GL in æquilibrio erunt cum duabus aliis — ef, & + ef secundum duas alias lineas prioribus parallelas, si parallelarum distantia fuerint reciproce ut vires.

Mozzii liber Neapoli prodiit anno 1763, & jam ab anno 1760 intra amicorum manus, & meas etiam versabatur. In ipso vir acutissimus, mihiq; necessitudine conjunctissimus falsum esse ostendit, quod Joannes Bernoullius in Propositionibus Mechanico-Dynamicis principii loco assumpserat, axem spontanæ rotationis, circa quem corpus a vi quacumque extra gravitatis centrum impulsus primo inclina-

nari incipit, semper esse normalem plano, quod per gravitatis centrum, & directionem vis impellentis transit: ac deinde ex præmissis lemmate generales æquationes eruit, quæ positionem axis, & motum omnem projectionis, rotationisque pro casu quolibet determinant. Anno 1761 in lucem prodit tomus primus opusculorum Alembertii, ubi jam antea in libro de præcessionibus æquinoctiorum a clarissimo Authore inventa motus principia ad generalem solutionem problematis traducta sunt, & sex occurrunt generales æquationes, ex quibus solutio eadem pendet. Anno denique 1765 præclarum Euleri opus prodit de motu corporum rigidorum, in quo problemata hæc omnia ad ultimas usque æquationes per casus singulos traducta sunt. Singillatim vero in Probl. 59, & 60 Eulerus æquationes binas exhibuit, quæ positionem axis, & rotationis motum definiunt, æquationesque ipsas evolvendo in eadem incidit Mozzii theoremata: rotationis axem non semper jacere in plano per gravitatis centrum traducto, atque ad directionem vis impellentis normali: unica tantum vi impressa, præter motum rotationis, alium insuper motum haberi posse, quo singulæ corporis particule parallele ad axem ferantur: quantitatem motus centri gravitatis eandem esse, ac si vis imprimeretur in centro ipso &c.

Ego, cum iisdem fere temporibus theoriam motus excolerem, in methodum aliam incidi, cujus ope eadem simul Euleri, & Mozzii formulæ breviter colliguntur, ac generatim omnibus hisce problematis satisfiunt. Anno etiam 1759 in dissertationibus Lucæ editis demonstrationem exhibui illius theorematis, quo principium compositionis, & resolutionis motuum ad rotationis motum traducitur, & ex quo problematis præcessionis æquinoctiorum, & nutationis terrestris axis, casus nimirum in universa motuum theoria difficillimi, facilius solutio eruitur, ut in præcedente Commentariorum volumine videre est. In specimine theoriæ turbinum anno 1755 Halæ edito singulare aliud theorema invenit D. Segnerus, quod scilicet in unoquoque corpore saltem tres axes assignari possint se ad angulum rectum secantes, circa quos ubi semel rotatio inceperit invariabiliter continuari possit. Primam theorematis demonstrationem protulit Albertus Eulerus in dissertatione, quæ præmium Parisiensis Academix anno 1761 retulit. Demonstrationes alias sua singuli methodo

exhibuerunt Alembertius to. 4 opuscul., Leonardus Eulerus cap. 5 de motu corporum rigidorum, & Grangius in dissertatione, quæ præmium anni 1764 a Parisiensi Academia obtinuit. Ignatius Radicatus Coconati Comes anno 1760, in Etruria cum esset, demonstrationem theorematis effecit simplicissimam, & plura corollaria elegantia, & tunc temporis nova adjecit. Deinde vero ex theoremate ipso trium axium invariabilium, atque ex alio theoremate compositionis motuum rotationis Mathematicus plane summus breviorum methodum eruit determinandi motus corporis cujuscumque. Ut quæ a me, & Amicis optimis inventa sunt ordine suo singula pertractentur, Mozzii primum, deinde aliam, quæ mea est, ac tertio Radicati methodum exponam.

Pars Prior.

DE METHODO EQUITIS JULII MOZZII.

MOTUS corporis cujuscumque B**G**b (*fig. 8.*) ultimo in duos resolvi potest, quorum uno particulæ singulæ circa axem aliquem Bb rotari incipiant, altero autem ferantur parallele ad eundem axem. Quod cum binis demonstrationibus Mozzius statuisset, partim ex se manifestum videtur esse, partim ex alio theoremate compositionis motuum rotationis videtur manifeste consequi. Primo enim patet quod si in toto systemate moti corporis sit punctum aliquod C immobile, per ipsum ducta recta aliqua OGC, velocitas particulæ cujusque O proportionalis esse debet distantiæ OC. Patet etiam quod, ut motu incepto totum corpus continuum maneat, aliarum omnium particularum velocitates debent esse proportionales distantiæ a recta aliqua, quæ per C transeat. Quod si vero, dum totum corpus circa rectam hujusmodi veluti axem rotari incipit, inclinetur etiam circa axes alios quotcumque in quibuslibet planis positos, ex iis omnibus motibus rotationis semper unica rotatio exsurget circa axem aliquem Bb. In toto autem corporis systemate nullum erit punctum immobile, si præter motum illum proportionalem distantiam ab axe aliquo particulæ singulæ motum alium communem habeant, quo parallele ad axem ferantur.

Sta-

Statuamus igitur, corpus circa axem B**C**b revolvi, & motum alium concipere eidem axi communem, & parallelum. Sit B**G**b planum, quod per axem, & gravitatis centrum **G** ducitur, & ex punctis quibuscumlibet **P**, aut **p**, supra aut infra planum acceptis, in axem, & planum ipsum ducantur perpendiculara **P****B**, **p****b**, & **P****Q**, **p****q**. Sit ϕ velocitas rotationis centri gravitatis circa axem: & quia angularis velocitas particularum omnium rotantium est eadem, absoluta autem velocitas est proportionalis distantiae ab axe motus, sit $\frac{PB}{CG} \cdot \phi$ velocitas puncti cujuscumque **P** secundum rectam **PM** tangentem circuli radio **P****B** descripti. Sit etiam Δ velocitas a particulis singulis parallele ad axem concepta, & quantitas motus communis totius corporis sit $M\Delta$. Statuamus, motus hos omnes unica vi gigni posse, cujus directio **F****H** plano B**G**b occurrat in puncto **H**, & sit π velocitas communis, quam ipsa gigneret, si in centro gravitatis imprimeretur, ac propterea sit vis eadem $M\pi$. Demisso ex **F** in planum B**G**b perpendicularo **FK** dividetur vis ipsa in binas alias, unam $\frac{FK}{FH} \cdot M\pi$ perpendicularem, alteram $\frac{KH}{FH} \cdot M\pi$ agentem in plano B**G**b.

Simili modo velocitas $\frac{PB}{CG} \cdot \phi$ puncti cujusque **P** secundum **PM** concepta resolvi poterit in duas alias unam $\frac{PB}{CG} \cdot \frac{PQ}{PM} \cdot \phi$, sive $\frac{QB}{CG} \cdot \phi$ perpendicularem plano B**G**b, alteram $\frac{PQ}{CG} \cdot \phi$ plano ipsi parallelam. Et quia vis omnis secundum **PM** eodem modo agere debet in quovis demum rectae ipsius puncto applicari intelligatur, sive in **P**, sive in **M**; referamus vires omnes ad planum B**G**b, ac concipiamus ex singulis punctis **P** duplicem vim oriri in puncto **M**, unam $\frac{QB}{CG} \cdot \phi$ perpendicularem plano, alteram $\frac{PQ}{CG} \cdot \phi$ jacentem in plano ipso, & rectae **Q****B**, aut **G****C** parallelam. Quia summa omnium $QB \cdot \phi \cdot dM$ aequalis est massae **M** ductae in distantiam **G****C** centri gravitatis **G** ab axe **B****b**; in primis summa omnium virium perpendicularem ortarum ex motu corporis, seu vis unica ipsis aequalens $\frac{\int QB \cdot \phi \cdot dM}{CG}$, vel $M\phi$ aequalis erit vi perpendicu-

lari $\frac{FK}{FH} \cdot M\pi$, qua gignitur: & cum vis perpendicularis plano fit ad vim parallelam axi ut $FK : KH$, erit etiam $M\Delta = \frac{KH}{FH} \cdot M\pi$.

Insuper viribus omnibus relatis ad punctum M , si MU , HO parallelæ sint axi Bb , vis particulæ P ad corpus volvendum circa axem aliquem HO priori Bb parallelum erit $\frac{QB}{CG} \cdot UO \cdot \varphi \cdot dM = \frac{QB}{CG} \cdot \overline{CO - BM} \cdot \varphi \cdot dM = \frac{QB}{CG} \cdot CO \cdot \varphi \cdot dM - \frac{PB^2}{CG} \cdot \varphi \cdot dM$. At si centrum percussionis ab axe rotationis distet intervallo CO , oportet ut impedito motu alicujus puncti in recta HO positi vires omnes ad corpus omne volvendum circa axem alium HO compensent se se invicem, ac destruant. Erit itaque $\frac{\int PB^2 \cdot \varphi \cdot dM}{CG} = \frac{\int QB \cdot CO \cdot \varphi \cdot dM}{CG} = CO \cdot M \varphi$, five erit $CO = \frac{\int PB^2 \cdot dM}{CG \cdot M}$. Pariter erit $\frac{QB}{CG} \cdot \overline{HO - BC} \cdot \varphi \cdot dM$ momentum ejusdem vis perpendicularis ad corpus rotandum circa axem alium, jacentem in plano BGb , & rectæ HO perpendiculararem in puncto aliquo H : atque ut impedito motu puncti H nulla etiam rotatio hujusmodi oriantur, esse debet $HO = \frac{\int QB \cdot BC \cdot dM}{CG \cdot M}$.

Denique summa omnium virium $\frac{PQ}{CG} \cdot \varphi$ rectæ GC parallelarum, quæ haberi poterit in punctis omnibus supra planum GCB positis, æqualis erit summæ omnium $\frac{PQ}{CG} \cdot \varphi$, quæ habebitur infra ipsum planum: & cum punctum P tendat ex P in M , & punctum aliud inferius p contraria ratione tendat ex m in p ; vis LN , quæ ex summa priorum omnium virium emerget, in partem adversam tendet cum vi ln , quæ resultabit ex summa omnium virium posteriorum. Et cum sit $\frac{PQ}{GC} \cdot \overline{LG - BC} \cdot \varphi \cdot dM$ momentum vis $\frac{PQ}{GC} \cdot \varphi$ ad corpus omne revolvendum circa axem plano BGb perpendiculararem in puncto L , si vim LN in L applicari intelligamus, ut impedito motu puncti L nulla etiam rotatio hujusmodi oriantur,

tur, esse oportebit $\frac{\int PQ \cdot \overline{LG - BC} \cdot \phi \cdot dM}{GC} = 0$, five $LG =$

$$\frac{\int PQ \cdot BC \cdot \phi \cdot dM}{\int PQ \cdot \phi \cdot dM} : \text{ac simili modo erit } Gl = \frac{\int pq \cdot bC \cdot \phi \cdot dM}{\int pq \cdot \phi \cdot dM} . \text{ Ita-}$$

que si vis $M\Delta$, quæ parallela est axi rotationis, exponatur recta GE , & cum duabus parallelis viribus LN , in componatur;

juxta præmissum lemma, vis composita $\frac{KH}{FH} \cdot M\pi$ æqualis erit vi ipsi $M\Delta$, seu GE , & a recta GE distabit intervallo $GO =$

$$\frac{\int PQ \cdot \phi \cdot dM}{CG} \cdot \left(\frac{\int PQ \cdot BC \cdot \phi \cdot dM}{\int PQ \cdot \phi \cdot dM} + \frac{\int pq \cdot bC \cdot \phi \cdot dM}{\int pq \cdot \phi \cdot dM} \right) : \text{aut si } PQ,$$

$p q$ sumantur in toto corpore ^{$M \Delta$} & supra, & infra planum BGb ,

$$\text{erit } GO = \frac{\int PQ \cdot BC \cdot \phi \cdot dM}{CG \cdot M \Delta} .$$

Simul itaque acceptis omnibus prodibunt quinque æquationes, quarum prior motum axi parallelum, altera quantitatem motus rotationis, tres vero alix positionem ipsius axis determinabunt: scilicet

$$I. \Delta = \frac{KH}{FH} \cdot \pi$$

$$II. \phi = \frac{FK}{FH} \cdot \pi$$

$$III. CO = \frac{\int p B^2 \cdot dM}{CG \cdot M}$$

$$IV. HO = \frac{\int QB \cdot BC \cdot dM}{CG \cdot M}$$

$$V. GO = \frac{\int PQ \cdot BC \cdot \phi \cdot dM}{CG \cdot M \Delta} .$$

Ex binis prioribus æquationibus manifestum est, velocitatem rotationis in centro G eandem esse, quam vis perpendicularis plano BGb gigneret, si in centro ipso imprimeretur: ac pariter velocitatem particulis omnibus communem, & parallelam axi Bb eandem esse, quam vis axi parallela in gravitatis centro impressa gigneret. Et si plures sint vires plano BGb perpendiculares, cum omnes, ut antea diximus, ad unicum vim dumtaxat reduci possint; ac pariter cum semper unica vis exfurgat ex iis omnibus, quæ agunt in plano dato: absoluta velocitas centri gravitatis
sem-

femper ea erit, quam binæ vires ex aliis omnibus compositæ juxta directiones parallelas in centro ipso simul impressæ gignerent.

Ex aliis vero æquationibus colligitur quod si fit $HO = \frac{\int QB \cdot BC \cdot dM}{CG \cdot M} = 0$, directio vis impressæ totius FH transibit utique per rectam OGC, quæ ex gravitatis centro perpendiculariter cadit in axem Bb, neque tamen FH perpendicularis erit plano BGB, nisi fit etiam $KH = 0$, adeoque etiam $\Delta = \frac{KH}{FH} \cdot \pi = 0$, & $\frac{\int PQ \cdot BC \cdot \phi \cdot dM}{CG \cdot M} = GO \cdot \Delta = 0$, hoc est nisi rotatio incipiat circa axem aliquem immobilem. Patet autem, non semper summas omnium $QB \cdot BC \cdot dM$, & $PQ \cdot BC \cdot dM$ in toto corpore posse evanescere. In ipso enim simpliciori casu duorum corpusculorum M, & q virga inflexili connexorum, quæ jaceat in plano BGB, & ad axem Bb convergat ex parte b, quantitates MB \cdot BC, & $-qb \cdot bC$ se invicem non destruent. Pariter si virga inflexiliis Pp (fig. 9.) quæ duobus pondusculis sit onusta, planum BGB fecerit in puncto G, & ad planum ipsum inclinetur; quantitates PQ \cdot BC, & $-pq \cdot bC$ utrinque positivæ erunt, & summa etiam positiva. Axis igitur, circa quem corpus ob quamlibet vim impressam rotari incipit, non erit semper perpendicularis plano, quod per gravitatis centrum, & directionem vis impellentis transit.

Si nullus fit motus axi parallelus, & fiat $\Delta = 0$, in postrema æquatione $GO = \frac{\int PQ \cdot BC \cdot \phi \cdot dM}{CG \cdot M \Delta}$, ut fit GO data alicui quantitati æqualis, fieri debet etiam $\int PQ \cdot BC \cdot \phi \cdot dM = 0$. Secus si $\int PQ \cdot BC \cdot \phi \cdot dM$ data esset quantitas, ipsam per $M\Delta$ dividendo haberetur quantitas major quacunque data. Inferius autem resolutis terminis patebit generatim esse $M\Delta = 0$ iis omnibus in casibus, in quibus est $\int PQ \cdot BC \cdot \phi \cdot dM = 0$, ac vice versa. His plura addidit Mozzius, quæ theoriam motus amplificant. Hæc vero, quæ generalem solutionem problematis corporum utcumque impulsorum continent, ex ipsius libro excerptis modo suffecerit.

*Pars altera.*DE NOVA EJUSDEM PROBLEMATIS SOLVENDI
METHODO.

SIt ut antea in *fig. 8.* directio vis impressæ FH, rotationis axis Bb, velocitas axi parallela Δ , φ velocitas rotationis centri gravitatis G, $\frac{PB}{CG} \cdot \varphi$ velocitas rotationis puncti cuiuscumque P: atque hæc in duas alias resolvatur $\frac{QB}{CG} \cdot \varphi$ perpendiculararem plano BGb, & $\frac{PQ}{CG} \cdot \varphi$ parallelam rectæ CG. Sit insuper TG parallela axi Bb, producaturque BQ, quousque ipsi TG in R occurrat, jungaturque PR, ac sit $\frac{QB}{CG} \cdot \varphi = \frac{CG - QR}{CG} \cdot \varphi = \varphi - \frac{QR}{CG} \cdot \varphi$. Itaque perpendicularis velocitas

$\frac{QB}{CG} \cdot \varphi$ in duas alias resolvetur, quarum una gravitatis centro, & particulis singulis communis erit, altera $-\frac{QR}{CG} \cdot \varphi$ contraria directione tendet ex Q in P. Velocitas autem huiusmodi cum velocitate $\frac{PQ}{CG} \cdot \varphi$, quæ directionem habeat rectæ QR parallelam, componet velocitatem $\frac{PR}{CG} \cdot \varphi$ perpendiculararem rectæ PR in puncto P, & proportionalem distantie a recta TG, quæque, cum in partes contrarias hinc inde tendat, communem motum minime afficiet. Quodlibet igitur punctum P feretur binis velocitatibus Δ , & φ , quæ toti vi in gravitatis centro impressæ responderent, atque insuper velocitatem aliam habebit, qua circa axem TG per gravitatis centrum transeuntem revolvi perget.

Jam vero quia vis M Δ juxta KH impressa gignit velocitatem communem Δ , & vis M φ perpendicularis plano BGb gignit velocitatem $\varphi + \frac{PR}{CG} \cdot \varphi$ in puncto quocumque P; intelligamus

jam duas alias æquales vires contraria directione imprimi in centro G. Orientur inde velocitates binæ $-\Delta$, & $-\varphi$, quibus communis centri gravitatis, & particularum omnium aliarum motus extinguetur. In hac autem hypothesi fixum ma-

neret centrum gravitatis, & sola superesset velocitas $\frac{PR}{CG} \cdot \phi$ proportionalis distantiae ab axe, quaeque est ipsa velocitas rotationis circa gravitatis centrum conceptae. Quod si igitur rigido cuicumque corpori imprimatur vis aliqua, cujus directio per gravitatis centrum non transeat, corpus duplicem inde motum concipiet projectionis, & rotationis circa ipsum centrum: & quidem motus projectionis idem erit, ac si in centro vis omnis parallela directione impressa esset: motus autem rotationis erit idem, ac si fixum maneret centrum, & vis in solum rotationis motum impenderetur.

At insuper cum sit H centrum percussionis corporis, quod circa axem Bb primo inclinari incipit, ex notis centri percussionis formulis habebimus $CO = \frac{\int PB^2 \cdot dM}{CG \cdot M}$, & $HO = \frac{\int QB \cdot BC \cdot dM}{CG \cdot M}$. Est autem $PB^2 = CG^2 + PR^2 \mp 2CG \cdot QR$, & $QB \cdot BC = CG - QR \cdot RG$: atque insuper summa omnium QR , & omnium etiam RG hinc inde a centro gravitatis oppositione signi destruitur. Itaque erit

$$HO = \frac{\int QR \cdot RG \cdot dM}{CG \cdot M}$$

$$CO = CG + \frac{\int PR^2 \cdot dM}{CG \cdot M}$$

$$GO = \frac{\int PR^2 \cdot dM}{CG \cdot M}$$

$$CO \cdot M \phi = \frac{\int PB^2 \cdot \phi \cdot dM}{CG}$$

$$GO \cdot M \phi = \frac{\int PR^2 \cdot \phi \cdot dM}{CG}$$

Antequam ulterius progrediamur considerandum est quod cum in posterioribus hisce æquationibus sit $M\phi$ vis perpendicularis plano TGCB, $\frac{PB}{CG} \cdot \phi$ velocitas rotationis circa axem BC conceptae, & $\frac{PR}{CG} \cdot \phi$ velocitas rotationis alterius, quae circa axem TG suboritur; momentum vis impressae respectu prioris axis æquabitur summæ productorum massæ, velocitatis, & distantiae ab axe ipso, sive momento particularum omnium rotantium: ac pariter momentum vis impressae respectu axis alterius æquabitur summæ momentorum omnium

rotationis, in quam dempto communi motu prior rotatio resolvitur. Erit etiam $CG.M\phi$ differentia momentorum duarum rotationum, quæ circa binos axes parallelos per C, & G transeunt haberi possunt: æqualis scilicet momento itati alicujus cylindrici, per cujus superficiem intelligatur massa corporis distribui, & cujus radius sit CG , velocitas autem circa axem per C transeuntem ea fit, qua primo gravitatis centrum moveri incipit. Momentum denique rotationis circa axem transeuntem per centrum gravitatis minimum erit momentorum omnium, quæ circa alios parallelos axes similiter possent colligi.

Præterea cum sit $\frac{PQ}{CG}.\phi$ velocitas, quæ directionem rectæ CG in puncto quocumque P parallelam habet, erit $\frac{PQ}{CG}.RG.\phi.dM$ ipsius momentum ad corpus omne volvendum circa axem plano BGb perpendicularem in centro G. Atque ut corpore circa axem TG revoluto nulla alia rotatio hujusmodi habeatur, oportet ut summa eorum omnium momentorum exæquetur momento vis $M\Delta$, sive esse debet $\frac{\int PQ.RG.\phi.dM}{CG} = GO.M\Delta$: quod cum Mozzii æquationibus omnino convenit. Tandem cum sit $GO = \frac{\int PR^2.dM}{CG.M}$, &

$HO = \frac{\int QR.RG.dM}{CG.M} = GO.\frac{\int QR.RG.dM}{\int PR^2.dM}$, pro rotationis motu determinando æquationes binas habebimus

I. $\int PR^2.\Delta.dM = \int PQ.RG.\phi.dM$

II. $HO.\int PR^2.dM = GO.\int QR.RG.dM$.

Sit modo (*fig. 10.*) Gh perpendiculum demissum ex centro G in directionem vis impressæ FH , & in plano tracto per Gh normaliter ad directionem ipsam FH sit SG perpendicularis rectæ Gh . Quod si insuper plano SGh perpendiculare sit planum TGL , & ex h ducatur recta parallela intersectioni planorum LG , ea cum recta HO , quæ parallela est axi TG , ita concurret in puncto O ut anguli TGL , HOg , HFK æquales sint inter se. Denique ex puncto quocumque P in planum $TGOH$ ducatur perpendiculum PQ , & sit QR perpendicularis axi TG , ac fiat $PQ = Z$, $QR = Y$, $RG = X$, sitque n sinus, & m cosinus anguli SGL , p vero, & q sinus, & cosinus anguli TGL . Erit

$PR^2 = Y^2 + Z^2$, & $\frac{KH}{FK} = \frac{\Delta}{\phi} = \frac{p}{q}$: & si ex h in LG ducatur perpendicularum hv, rectæque LG in plano TGL erigatur perpendicularum vV, jungaturque VH, ob rectos angulos Vvh, vhH erit hv = HV = GO = m. Gh, & HO = $\frac{x}{q}$. Oh = $\frac{z}{q}$. Gh. Substitutionibus itaque suo loco factis duæ superiores æquationes duas alias Euleri æquationes suppeditabunt.

$$I. p \cdot \sqrt{Y^2 + Z^2} \cdot dM = q \cdot fXZ \cdot dM$$

$$II. n \cdot \sqrt{Y^2 + Z^2} \cdot dM = qm \cdot fXY \cdot dM.$$

Ut ex binis hisce æquationibus eruantur valores duorum angulorum SGL, TGL, ex quibus pendet positio axis rotationis, formulas quasdam geometricas præmittere oportet. Sint (fig. 11.) binæ rectæ HG, SG se invicem secantes ad rectos angulos in puncto G, & in earumdem planum ex puncto quocumque P demittatur perpendicularum PK, & ex K in SG ducatur perpendicularum aliud KV. Deinde ducatur planum TGL, quod planum prius fecerit normaliter in recta LG, atque ex P in planum TGL ducatur perpendicularum PQ, & ex Q in TG perpendicularum aliud QR: tum vero datis rectis PK, KV, VG, & angulis LGS, TGL inveniendus sit valor rectarum PQ, QR, RG. In primis quia PK perpendicularis est plano HGS, & plano TGL parallela, recta PQ perpendicularis plano TGL æqualis erit perpendicularo KD ex K in LG ducto, junctaque QD erit angulus QDG rectus, & fiet QD = PK. Sit PK = z, KV = y, VG = x, PQ = Y, QR = Z, RG = X, sitque insuper n sinus, & m cosinus anguli LGS, p vero sinus, & q cosinus anguli TGL. Si ex V in GL, & KD productam ducantur perpendiculara Vv, Vu, & ex D in GT perpendicularum aliud Dr, erit Gv = mx, & ob æquales angulos VGv, vVK, VKu erit Vu = vD = ny, & GD = mx + ny. Erit etiam Vv = uD = nx, & KD = PQ = my - nx. Insuper erit Gr = q.GD = qmx + qny: & quia ob angulum QDG rectum anguli qDr, rGD debent inter se æquari, erit Rr = p.QD = pz, & GR = qmx + qny + pz. Denique erit QR = q.QD - Dr = qz - p.GD = qz - pmx - pny.

Ita-

Itaque coordinatæ X, Z, Y coordinatis x, z, y plani alterius positione dati HGS exprimi poterunt, si fiat

$$\text{I. } X = qm x + qn y + pz.$$

$$\text{II. } Z = qz - pm x - pn y.$$

$$\text{III. } Y = my - nx.$$

$$\text{IV. } Z^2 + Y^2 = (n^2 + m^2 p^2) x^2 + (m^2 + n^2 p^2) y^2 + q^2 z^2 - 2mn(1 - p^2) xy - 2mpq xz - 2npq yz.$$

$$\text{V. } XZ = -m^2 pq x^2 - n^2 pq y^2 + pq z^2 - 2mnpq xy + m(q^2 - p^2) xz + n(q^2 - p^2) yz.$$

$$\text{VI. } XY = -mnq x^2 + mnq y^2 + q(m^2 - n^2) xy - np xz + mpyz.$$

Quod si elementum totius corporis sit dM , eoque ad planum HGS relato innotescant summæ omnes, ac fiat

$$\begin{aligned} \int x^2 dM &= A & \int xy dM &= D \\ \int y^2 dM &= B & \int xz dM &= E \\ \int z^2 dM &= C & \int yz dM &= F, \text{ erit etiam} \end{aligned}$$

$$\text{VII. } \int Z^2 + Y^2. dM = (n^2 + m^2 p^2) A + (m^2 + n^2 p^2) B + q^2 C - 2mnq^2 D - 2mpq E - 2npq F.$$

$$\text{VIII. } \int XZ. dM = -m^2 pq A - n^2 pq B + pq C - 2mnpq D + m(q^2 - p^2) E + n(q^2 - p^2) F.$$

$$\text{IX. } \int XY. dM = -mnq A + mnq B + q(m^2 - n^2) D - np E + mp F.$$

Cum dato corpore dentur summæ omnes A, B, C, D, E, F , si quantitates etiam p, q pro constantibus accipiantur, & solæ m, n sint variabiles, atque elementum variabilis anguli SGL sit du , ac fiat $dn = m du$, & $dm = -n du$, ob $1 - p^2 = q^2$, fiet $d(n^2 + m^2 p^2) A = 2mnq^2 A du$, & $d(m^2 + n^2 p^2) B = -2mnq^2 B du$; eodemque ordine sumptis elementis omnibus terminorum, qui summam omnium

$Z^2 + Y^2. dM$ exprimunt, fiet in puncto quocumque P quantitas $Z^2 + Y^2. dM = -2q du. \int XY. dM$. Pariter si m , & n pro constantibus, p vero, & q pro variabilibus accipiantur, & sit $d\upsilon$ elementum anguli variabilis LGT, posito $d.p^2 = 2pq d\upsilon$, & $d.q^2 = -2pq d\upsilon$, eodemque modo aliis omnibus elementis sumptis, fiet in puncto eodem P quantitas $Z^2 + Y^2. dM = -2d\upsilon. \int XZ. dM$. Quare si binos angulos SGL, LGT, eorumque sinus, & cosinus simul variari intelligamus, erit $Z^2 + Y^2. dM = -2q du. \int XY. dM - 2d\upsilon. \int XZ. dM$: & si quo in casu rectangu-

la XY , XZ , & quæ positiva, & quæ negativa sunt, inter se æquantur, & simul omnia se destruant, atque in toto corpore fiat $\int XY . dM = 0$, & $\int XZ . dM = 0$; erit etiam $\int \sqrt{Z^2 + Y^2} . dM = 0$: scilicet quantitas $\int \sqrt{Z^2 + Y^2} . dM$ vel maxima erit, vel minima.

His positis redeamus ad motum corporum, & ad prioræ æquationem motus $\int \sqrt{Y^2 + Z^2} . dM = \frac{q}{p} . \int XZ . dM$. Quia coordinatæ X , Y , Z in fig. 10, & 11 sunt eadem, ut constructionibus inter se invicem collatis patet, si valores quantitatum $\int \sqrt{Y^2 + Z^2} . dM$, & $\int XZ . dM$ sumantur ex formulis VII, & VIII, ac posterior hæc quantitas ducatur in $\frac{q}{p}$, posito $n^2 + m^2 = p^2 + q^2 = 1$, fiet primo $(n^2 + m^2 p^2 + m^2 q^2) A = A$, & $(m^2 + n^2 p^2 + n^2 q^2) B = B$. Deinde evanescent termini, in quibus occurrent quantitates C , & D . Erit insuper $-(2 m p q + \frac{m q^3}{p} - m p q) E = -\frac{m q}{p} . E$: ac pariter $-(2 n p q + \frac{n q^3}{p} - n p q) F = -\frac{n q}{p} . F$. Quare collectis terminis prior illa æquatio abibit in hanc aliam $\frac{p}{q} = \frac{m E + n F}{A + B}$.

Pariter cum altera æquatio, quæ corporum motum definit, sit $\int \sqrt{Y^2 + Z^2} . dM = \frac{q m}{n} . \int XY . dM$, si valor summæ $XY . dM$ ex formula IX acceptus ducatur in $\frac{q m}{n}$, fiet primo $(n^2 + m^2 p^2 + m^2 q^2) A = A$, & $(m^2 + n^2 p^2 - m^2 q^2) B = p^2 B$. Deinde supererit terminus $q^2 C$, eritque $-(2 m n q^2 + \frac{m^3}{n} q^2 - m n q^2) D = -\frac{m}{n} q^2 D$. Supererit etiam terminus $-m p q E$, ac fiet denique $-(2 n p q + \frac{m^2}{n} p q) F = -p q . \frac{1+n^2}{n} . F$. Quare cum sit $A = \sqrt{p^2 + q^2} . A$, terminis omnibus per $p q$ divisus fiet altera motus æquatio $\frac{p}{q} + \frac{q}{p} . A + \frac{p}{q} . B + \frac{q}{p} . C - \frac{m q}{n p} . D = m . E + \frac{1+n^2}{n} . F$.

Binæ æquationes hujusmodi pro binis angulis, qui positionem axis determinant, eadem sunt quas invenerat Eule-

lerus. Est enim apud Eulerum x , & y quod apud nos y , & $-x$: ac litteris A, B, E, F ordine designavit ipse, quod nos litteris B, A, F, E : & quantitates F , & D apud ipsum negatiyo signo accipiuntur. Quod si in posteriori æquatione valor quantitatum $\frac{p}{q}$, & $\frac{q}{p}$ ex priori æquatione eru-

tus substituatur, fiet $\frac{A+B}{mE+nF} \cdot (A+C - \frac{m}{n} \cdot D) + mE + nF = mE + \frac{1+n^2}{n} \cdot F$. Inde vero illico eruetur $\overline{A+B} \cdot \overline{A+C} = F^2 + \frac{m}{n} \cdot FE + \frac{m}{n} \cdot D \cdot \overline{A+B}$, atque alia habebitur Euleri æquatio $\frac{n}{m} = \text{tang. LGS} = \frac{FE+D \cdot \overline{A+B}}{A+B \cdot \overline{A+C} - F^2}$.

Itaque si planum SGh (*fig. 10.*) perpendicularare sit directioni vis impressæ FH, & per gravitatis centrum G transeat, coordinatisque z, y, x relatis, ut antea, ad planum ipsum, ac posito $\int x^2 dM = A$, $\int y^2 dM = B$, &c., ex parte coordinatarum y positivarum ita accipiatur angulus hGL, ut

fit ipsius tangens $\frac{m}{n} = \frac{\overline{A+B} \cdot \overline{A+C} - F^2}{FE+D \cdot \overline{A+B}}$; ac deinde in plano alio perpendiculari ad SGh ita accipiatur angulus LGT, ut fit ipsius tangens $\frac{p}{q} = \frac{mE+nF}{A+B}$, habebitur quæsitus rotationis axis TG.

Si in peculiari aliquo casu fuerit $F = 0$, scilicet si summa omnium $yz dM$ oppositione signi destruat in toto corpore, fiet tangens anguli hGL $= \frac{A+C}{D}$, & ipsius quantitas minime pendeat ex quantitatibus B, E : tangens vero anguli LGT erit $\frac{mE}{A+B}$, & cum m pendeat ex quantita-

tibus A, C, D , pendeat tangens hujusmodi simul ex omnibus A, B, C, D, E . Si fit $F = 0$, & simul $E = 0$, evanesceat tangens anguli LGT, & axis TG cadet in planum hGL.

Si simul fit $F = 0, E = 0, D = 0$, hoc est si summæ omnium $yz dM, xz dM, xy dM$ destruantur in toto corpore, axis TG, ut antea, cadet in planum hGL, & angulus hGL fiet rectus. Patet autem, quantitates eas omnes hinc inde a plano, quod per gravitatis centrum, & directionem vis impellentis transit, non posse destrui, nisi idem pla-

planum dividat totum corpus in partes æquales, similes, & similiter hinc inde positas. In hoc igitur casu rotationis axis erit perpendicularis plano per directionem vis impellentis, & gravitatis centrum traducto.

Si fiat $p = 0$, ex priori æquatione eruetur $\frac{n}{m} = -\frac{E}{F}$: ex altera vero æquatione cum primo eruatur $A + p^2 \cdot B + q^2 \cdot C - \frac{m}{n} q^2 \cdot D - m p q \cdot E - p q \cdot \frac{1+n^2}{n} \cdot F = 0$, fiet etiam $\frac{n}{m} = \frac{D}{A+C}$. Universim igitur nisi tangens anguli LGS hos simul binos valores habeat, & sit $FD = -E \cdot \overline{A+C}$, axis rotationis circa gravitatis centrum conceptæ esse non poterit in plano, quod per idem centrum perpendiculariter ad directionem vis impellentis transit. Rursus itaque constat, non semper verum esse quod Joannes Bernoullius principii loco ad motum corporum determinandum in Propositionibus Mechanico-Dynamicis assumpserat.

Quia summæ omnium x^2, y^2 positivum valorem habent, patet angulum LGT ad rectum usque non posse augeri, ut evanescat ipsius cosinus, & fiat $A+B=0$. Fiet autem maximus idem angulus, cum ipsius cotangens $\frac{q}{p}$ erit minima, & cotangens elemento evanescente evadet $E \cdot dm + F \cdot dn = 0$. Cum sit elementum sinus $dn = -\frac{m \, dm}{n}$, in casu maximi anguli LGT fiet $\frac{m}{n} = \frac{E}{F} = \frac{A+B \cdot \overline{A+C} - F^2}{FE+D \cdot \overline{A+B}}$. Adde-
mus hisce omnibus plura alia libro secundo Cosmographiæ Physicæ, ac Mathematicæ. Hæc vero exposuisse modo sufficiat.

Pars Tertia.

DE METHODO COMITIS RADICATI.

Volvatur corpus circa axem aliquem RG (fig. 12.) & in planum RGH ex puncto quocumque P demittatur perpendicularum PQ, & sit, ut antea, $PQ = Z$, $QR = T$, $RG = X$, & elementum massæ totius corporis sit dM . Vis centrifuga puncti ejusdem P, qua scilicet nitetur recedere a puncto

cto R, proportionalis erit distantix PR, ac resolvetur de more in duas secundum RQ, QP, eritque $Z.dM$ vis perpendicularis plano RGH, & vis plano eidem parallela erit $T.dM$. Erit etiam $XZ.dM$ momentum particulæ P ad corpus inclinandum circa GH perpendicularem axi RG: & $XT.dM$ erit momentum, quo corpus a viribus centrifugis inclinabitur circa axem tertium UG duobus RG, GH perpendicularem in puncto G. Ut ergo corpus circa axem aliquem RG rotari possit, quin continuato motu novus emergat axis rotationis, primo summa omnium virium centrifugarum hinc inde ab axe æquari debet, seu debet fieri $\int Z.dM = 0$, $\int T.dM = 0$: quod esse nequit, nisi axis rotationis RG transeat per centrum gravitatis G. Deinde ne corpus inclinetur aut circa axem HG, aut circa axem alium UG plano RGH perpendicularem, esse debet $\int XZ.dM = 0$, & $\int XT.dM = 0$: sive, ut in formulis superioribus monuimus, summa momentorum omnium $\int Z^2 + T^2.dM$ esse debet maxima, aut minima. Eulerus in Probl. 27 de motu corporum rigidorum iisdem factis substitutionibus, quas supra indicavimus, & differentialibus nihilo exæquatis in æquationem cubicam incidit, cujus tres omnes radices reales esse invenit, ostenditque in unoquoque corpore saltem tres esse axes se ad angulum rectum secantes, circa quos ubi semel rotatio inceperit, inæqualitate virium centrifugarum nunquam variari possit.

Radicatus æquatione aliter disposita ad easdem conclusiones eleganter, ac breviter pervenit. Processus calculi huiusmodi est. Si valor quantitatis $\int XT.dM$ ex IX superiori formula accipiatur, ac nihilo exæquetur, dividaturque per quantitatem q , prodibit

$$I. \frac{p}{q} = \frac{mn.B - A + 1 - 2n^2.D}{nE - mF};$$

ac pariter si ex formula VIII accipiatur valor quantitatis $\int XZ.dM$, dividaturque per pq , ac nihilo exæquetur, fiet

$$II. \frac{q}{p} - \frac{p}{q} = \frac{m^2A + 2mnD + n^2B - C}{mE + nF}.$$

Quod si primæ æquationis valor in secunda æquatione substituatur, erit

$$\text{III. } \frac{m^2 A + 2 m n D + n^2 B - C}{m E + n F} + \frac{m n . B - A + 1 - 2 n^2 . D}{n E - m F}$$

$$= \frac{n E - m F}{m n . B - A + 1 - 2 n^2 . D} .$$

Ducantur jam fractionum priorum numeratores in denominatores alterius fractionis, ac posito semper $n^2 + m^2 = 1$, reductisque terminis erit

$$\text{IV. } m (E D + F C - A F) + n (B E - E C - D F)$$

$$= \frac{m E + n F . n E - m F^2}{m n . B - A + 1 - 2 n^2 . D} .$$

Fiat modo $\frac{n}{m} = t$, ac sit t tangens anguli SGL (*fig. 10.*)

statuaturque $n^2 = m^2 t^2$, $m n = m^2 t$, $1 - 2 n^2 = m^2 - n^2$
 $= m^2 . 1 - t^2$. Prohibet

$$\text{V. } E D + F C - A F + t (B E - E C - D F)$$

$$= \overline{E + t F} . \left(\frac{t^2 E^2 - 2 t E F + F^2}{t . B - A + 1 - t^2 . D} \right) .$$

Ductis igitur in se invicem, atque ordinatis terminis omnibus æquationis, eruetur denique

$$t^3 (F . E^2 - D^2 + D E . B - C)$$

$$+ t^2 (E . E^2 - 2 F^2 + D^2 + D F . B - 2 A + C + E . A - B . B - C)$$

$$+ t (F . F^2 - 2 E^2 + D^2 + D E . A - 2 B + C - F . A - B . A - C)$$

$$+ E . F^2 - D^2 + D F . A - C = 0 .$$

Quia æquationis cubicæ una saltem realis est radix, patet in quovis corpore unum saltem esse axem, circa quem, si semel inceperit rotatio, invariabiliter continuari possit. Statuamus planum HGS sic duci in *fig. 11.* ut sit SG axis hujusmodi invariabilis, & posito $\int x y dM = D = 0$, & $\int x z dM = E = 0$, evanescet primus, secundus, & quartus æquationis cubicæ terminus, atque in tertio æquationis termino fiet $t (F^3 - F . A - B . A - C) = 0$, sive pro eodem axe invariabili erit $F^2 = A - B . A - C$.

Ita vero coordinatis corporis ad invariabilem axem SG relatis, & posito $D = 0$, & $E = 0$, si fiat insuper $m = 0$, & $n = 1$, secunda æquatio superior evadet

$$\frac{q}{p}$$

$$\frac{q}{p} - \frac{p}{q} = \frac{B-C}{F}: \text{ unde facile eruetur}$$

$$\frac{p^2}{q^2} + \frac{p}{q} \cdot \frac{B-C}{F} = 1: \text{ \& extracta radice fiet}$$

$$\frac{p}{q} = \text{tang. TGL} = \frac{C-B \pm \sqrt{(B-C)^2 + 4F^2}}{2F}.$$

Scilicet bini habebuntur valores anguli TGL, & bini erunt alii axes TG, circa quos pariter invariabilis rotatio corporis haberi poterit.

Si valores bini tangentis anguli TGL in se invicem ducantur, prodibit

$$\left(\frac{C-B + \sqrt{(B-C)^2 + 4F^2}}{2F} \right) \left(\frac{C-B - \sqrt{(B-C)^2 + 4F^2}}{2F} \right) = -1;$$

quod esse nequit, nisi tangens unius anguli æqualis sit cotangenti anguli alterius, hoc est nisi bini axes hujusmodi angulo recto distent a se invicem. Et cum posito $m = 0$ planum TGL esse debeat rectæ SG perpendicularare; in unoquoque corpore saltem tres erunt axes invariabilis rotationis per gravitatis centrum transeuntes, & sibi invicem perpendicularares.

Tres ergo etiam in unoquoque corpore erunt axes sibi invicem perpendicularares, circa quos particularum omnium rotantium momentum erit maximum, vel minimum. Et quidem respectu axis GH, posito $m = 0$, & $p = 0$, erit momentum totius rotationis $\int Z^2 + Y^2 \cdot dM = A + C$: respectu axis SG, posito $n = 0$, & $p = 0$, momentum erit $B + C$: & respectu tertii axis GU, qui plano HGS insitat perpendiculariter in puncto G, erit momentum $A + B$; dataque adeo æquatione corporis, momenta particularum omnium circa aliquem invariabilem axem rotantium determinari facile poterunt.

Si sint bini axes invariabiles HG, SG, & coincident rectæ HG, LG, posito $D = 0$, $E = 0$, $F = 0$, erit tang.

$$\text{TGL} = \frac{C-B}{F} \pm \frac{B+C}{F}, \text{ ac prior tangentis ipsius valor erit } \frac{2C-2B}{0},$$

& angulus TGL fiet rectus, ut antea dictum est. Erit vero etiam alter tangentis valor $\frac{0}{0}$: quæ cum sit quantitas indeterminata, patet quod si in aliquo plano per gra-

vitatis centrum traducto plusquam bini sint axes invariabiles rotationis, rectæ omnes in eodem plano per idem centrum traductæ erunt totidem axes pariter invariabiles.

Hæc fere in schediasmate quodam undecim ab hinc annis conscripto mecum communicaverat Radicatus. Deinde vero in epistolis ad me datis singillatim indicavit quæ ex theoremate trium axium principalium, & theorematis aliis compositionis motuum rotationis, & conservationis momenti ejusdem particularum omnium rotantium nova methodus erui posset motum corporum quorumcumque pro casu quolibet determinandi. Scilicet vis impressa in tres alias resolvi debet, quæ motum aliquem rotationis circa tres axes principales seorsim singulæ possint gignere: subinde vero ex theoremate conservationis totius momenti erui debet velocitas rotationis uniuscujusque: ac denique juxta theoremata compositionis motuum rotationis binas simul rotationes componendo, rotationemque inde prodeuntem componendo rursus cum tertia inquiri debet velocitas totius compositæ rotationis. Radicati methodum nitentur analytice exponere.

Theorema conservationis momenti rotationis continetur superiori formula $GO.M\phi = \frac{\int PR^2 \cdot \phi \cdot dM}{CG}$. Nam si vis $M\phi$ ad distantiam GO impressa (*fig. 8.*) vocetur ψ , & velocitas rotationis $\frac{\phi}{CG}$ in distantia r a centro gravitatis G vocetur δ , erit $\delta = \frac{GO \cdot \psi}{\int PR^2 \cdot dM}$: nimirum velocitas eadem habebitur momentum vis impressæ dividendo per summam momentorum omnium rotationis. Theorema vero compositionis motuum rotationis, ut illud in præcedenti Commentariorum volumine §. V. dissertationis *De inæqualitatibus Terræ, ac Lunæ circa axem* jam exposuimus, hujusmodi est. Si binis viribus seorsim impressis corpus aliquod circa duos axes LG , UG (*Fig. 12.*) rotari possit, & duarum rotationum directiones intra angulum UGL sint contrariæ, binis viribus simul impressis corpus rotabitur circa axem tertium TG jacentem in eodem plano, & velocitas rotationis circa axem unum LG erit ad velocitatem circa UG , ut *sin. UGT*: *sin. LGT*, ad velocitatem autem rotationis circa axem TG compositæ se habebit, ut *sin. UGT*: *sin. UGL*.

His positis sint SG , HG bini axes principales se ad
an-

angulum rectum fecantes in puncto G, & in ipsorum planum ex puncto quocumque P ducatur perpendicularum PK, & fit KV perpendicularum aliud ductum ex K in SG. Sit etiam GU axis tertius, qui binis prioribus insitit ad rectos angulos; & fit ut antea $PK = z$, $KV = y$, $VG = x$, $\int y^2 + x^2 . dM = A + B$: five fit $A + B$ momentum particularum omnium circa axem UG rotantium, $A + C$ momentum rotationis circa axem HG, & $B + C$ momentum circa SG. Tandem directio vis impressæ plano HGS occurrat in puncto O.

Vis omnis, qua motus rotationis gignitur, utcumque ad planum HGS fit obliqua, semper in duas resolvi poterit, quarum una ψ fit plano ipsi perpendicularis in puncto O, altera vero Π in plano eodem jaceat, & fit ibidem rectæ OG perpendicularis. Altera hæc vis efficiet, ut totum corpus circa axem UG rotetur, eritque rotationis velocitas $\frac{O G . \Pi}{A + B}$. Prior autem vis resolvi poterit in duas alias plano HGS pariter perpendiculares in H, & S: eritque $\frac{OS}{HS} . \psi$ vis, quæ in puncto H applicari debet, & velocitas rotationis inde ortæ circa axem Ss erit $\frac{HG . OS . \psi}{HS . B + C}$: ac pariter $\frac{OH}{HS} . \psi$ erit vis, quæ applicari debet in puncto S, & $\frac{SG . OH . \psi}{HS . A + C}$ velocitas rotationis circa axem Hh.

Jam vero rotationes binæ circa axes Ss, Hh conceptæ, eum intra angulum SGh directionem contrariam habeant, unicam rotationem component circa axem LG jacentem in eodem plano, & juxta leges compositionis ipsius erit

$$\frac{\text{fin. LGS}}{\text{cos. LGS}} = \frac{SG . OH . \overline{B+C}}{HG . OS . \overline{A+C}} = \frac{\frac{OH}{HG} . \overline{B+C}}{\frac{OS}{SG} . \overline{A+C}} = \frac{\text{fin. OGH} . \overline{B+C}}{\text{cos. OGH} . \overline{A+C}}, \text{ five}$$

erit tang. LGS: tang. OGH = $B + C : A + C$. Inde etiam

$$\text{facile eruatur fin. LGS} = \frac{\text{tang. OGH} . \overline{B+C}}{\sqrt{\left(1 + \left(\frac{\text{tang. OGH} . \overline{B+C}}{A+C}\right)^2\right) . \overline{A+C}}}$$

$$= \frac{\text{fin. OGH} . \overline{B+C}}{\sqrt{\left(\text{cos. OGH} . \overline{A+C}\right)^2 + \left(\text{fin. OGH} . \overline{B+C}\right)^2}}. \text{ Erit insuper rotatio-}$$

tatio-

tationis hujusmodi velocitas $\frac{SG \cdot OH \cdot \downarrow}{\sin. LGS \cdot HS \cdot \overline{A+C}}$.

Denique rotationes binæ circa axes LG, UG component rotationem aliam circa axem TG, eritque $\frac{\sin. TGL}{\cos. TGL}$

$$= \frac{\Pi \cdot OG \cdot HS \cdot \sin. LGS \cdot \overline{A+C}}{\downarrow \cdot SG \cdot OH \cdot \overline{A+B}}, \text{ atque ob } \frac{HS}{OH} = \frac{HS^2}{HG^2} = \frac{SG^2}{OG^2}$$

fiet tang. TGL = $\frac{\Pi}{\downarrow} \cdot \frac{\sin. LGS \cdot \overline{A+C}}{\sin. OGH \cdot \overline{A+B}}$

$$= \frac{\Pi \cdot \overline{A+C} \cdot \overline{B+C}}{\downarrow \cdot \overline{A+B} \cdot \sqrt{(\cos. OGH \cdot \overline{A+C})^2 + (\sin. OGH \cdot \overline{B+C})^2}}. \text{ Quare}$$

datis axibus principalibus, & directione vis impressæ innotescunt semper bini anguli, qui positionem axis rotationis in unoquoque corpore determinant.

Si æqualia sint momenta circa axes binos Hh, Ss, siue si sit $\overline{A+C} = \overline{B+C}$, erit tang. LGS = tang. OGH, & tang. TGL = $\frac{\Pi}{\downarrow} \cdot \frac{\overline{A+C}}{\overline{A+B}}$; nimirum erit angulus LGO æqualis angulo SGH, per constructionem recto, ac fiet tang. TGL: 1 = sin. TGL: cos. TGL = $\Pi \cdot \overline{A+C} : \downarrow \cdot \overline{A+B}$. In hoc casu singulare erit, quod D. Canterzanus ex superioribus formulis recte deduci monuit, quod scilicet angulus TGL minime pendeat ex angulo OGH, vel OGS.

Casus hujusmodi haberi debet in solidis revolutione figuræ planæ circa axem aliquem genitis, in quibus diametri omnes plani per gravitatis centrum transeuntis, & perpendicularis axi revolutionis sunt totidem axes principales. Pro hisce autem solidis elegantia alia theoremata ex iisdem formulis possent colligi. Ut si proponatur conus rectus, cujus altitudo sit a , & radius baseos c , & juxta Probl. 40 Euleri fit $\int x^2 dM = \int y^2 dM = A = B = \frac{3}{20} M c^2$, & $\int z^2 dM = C = \frac{3}{80} M a^2$, erit tang. TGL = $\frac{\Pi}{\downarrow} \cdot \frac{1 + \frac{a^2}{c^2}}{2 + \frac{a^2}{8c^2}}$; ac simili modo casus omnes conoidum determinari facile poterunt.

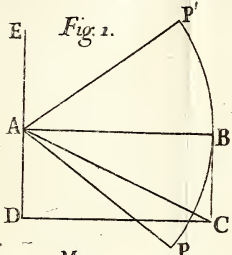


Fig. 1.

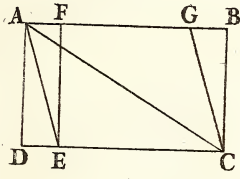


Fig. 2.

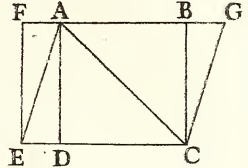


Fig. 3.

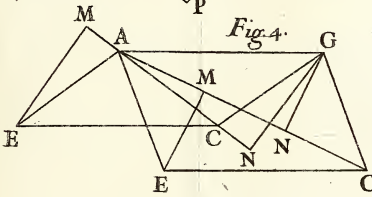


Fig. 4.

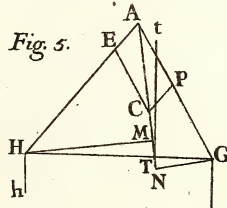


Fig. 5.

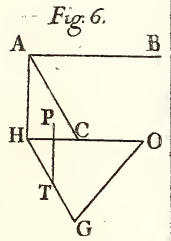


Fig. 6.

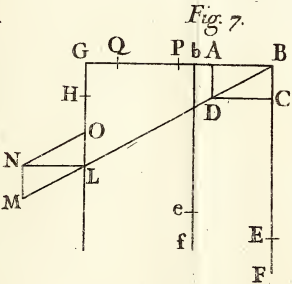


Fig. 7.

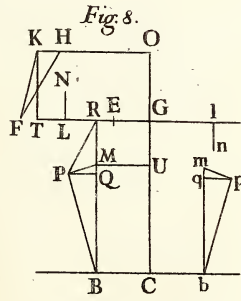


Fig. 8.

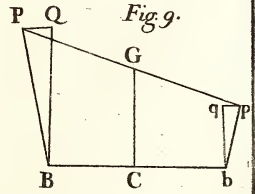


Fig. 9.

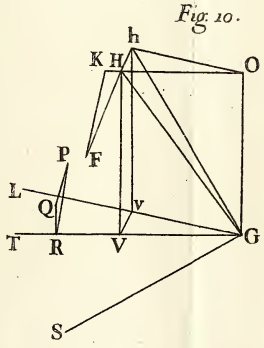


Fig. 10.

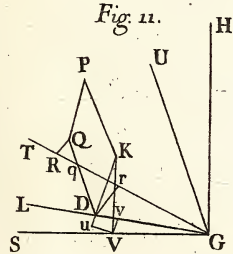


Fig. 11.

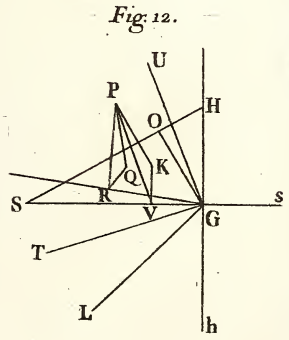


Fig. 12.

PAULLI FRISII,

De æquatione quadam differentiali.

Daniel Melander Upsaliensis Astronomus, ac Mathematicus clarissimus litteris ineunte anno 1772 ad me datis æquationem quandam differentialem exscripsit sibi antea a D. Lexell Fennone Mathematico propositam, quæ ad integrationem reduceretur, quæque est hujusmodi

$$d y d^3 y + a d^2 y d^2 y + b d^2 y d y^2 + c d y^4 = 0.$$

Indicavit etiam Melander quam ratione Problemati satisfecerit. Primo scilicet statuit $d y = \frac{d z}{x}$, & posita $d z$ constante, reductisque terminis æquationem propositam convertit in hanc aliam

$$x d^2 x - (a + 2) d x^2 + b d x d z - c d z^2 = 0.$$

Deinde posito $d x = p d z$ æquationem aliam obtinuit

$$\frac{p d p}{(a + 2) p^2 - b p + c} = \frac{d x}{z},$$

in qua indeterminatæ separatæ sunt, quæque est constructa facillima.

In hac Melandri methodo singulare est quod, quæ differentialis quarti ordinis æquatio videtur esse, ad primum ordinem binis substitutionibus reducitur, & unius constantis additione integrari potest. Ego vero ad Melandrum rescripsi, quod cum aliæ substitutiones id ipsum præstent, quædam etiam substitutio est, cujus ope proposita æquatio differentialis quarti ordinis illico ad finitos terminos reducitur. Sit e numerus ille qui habet pro logarithmo unitatem, ac fiat $y = e^u$, & du accipiatur constans, & sit propterea $d y = e^u d u$, $d^2 y = e^u d u^2$, $d^3 y = e^u d u^3$. Substitutione facta emerget æquatio

$$e^{2u} d u^4 (1 + a + b e^u + c e^{2u}) = 0$$

$$1 + a + b e^u + c e^{2u} = 0.$$

Sub-

Substitutiones alia $x = e^{\text{fudp}}$, $dz = e^{\text{fudp}} dp$ fimiliter infervire poffunt refolvendæ æquationi $x d^2 x - (a + 2) dx^2 + b dx dz - c dz^2 = 0$. Radicatus Comes clariffimus, quocum Lexellii problema per litteras communicaveram, novam, atque ingeniofam methodum aliam excogitavit, qua trium constantium additione propofita æquatio, & tribus integrationibus ad finitam formam reducitur. Quæ methodus cum generalis fit, & varios cafus complectatur pro varietate coefficientium æquationis, fingillatim in hoc fpecimine exponi debet.

Cafus prior,
in quo eft $a = -2$.

Proponatur æquatio $dy d^3 y - 2 d^2 y d^2 y + b dy^2 d^2 y + c dy^4 = 0$, eaque multiplicetur per $e^{by} dy^{-3}$, & fit e ille numerus, cujus logarithmus eft unitas. Prodit æquatio alia $e^{by} (dy^{-2} d^3 y - 2 dy^{-3} d^2 y d^2 y + b dy^{-1} d^2 y + c dy) = 0$, & pofita M constanti quantitate, integrando habebitur $e^{by} (dy^{-2} d^2 y + \frac{c}{b}) = M$.

Multiplicetur rurfus æquatio per $e^{-by} dy$, & fit $\frac{d^2 y}{d} + \frac{c dy}{b} = M e^{-by} dy$.

Pofita dx constante, & N accepta pro constanti alia quantitate, fecunda integratione orietur

$$\log. \frac{dy}{dx} = -\frac{Me^{-by}}{b} - \frac{cy}{b} - N,$$

atque a logarithmis ad numeros tranfeundo erit

$$dx = e^{\left(\frac{Me^{-by}}{b} + \frac{cy}{b} + N\right) dy}$$

$$x + P = \int e^{\left(\frac{Me^{-by}}{b} + \frac{cy}{b} + N\right) dy}.$$

Cafus alter,
in quo eft $a = -2$, & $b = 0$.

Si fit $a = -2$, & $b = 0$, erit propofita æquatio $dy d^3 y - 2 d^2 y d^2 y + c dy^4 = 0$,

eaque

eaque si ducatur in dy^{-3} , atque integretur, fiet

$$dy^{-2} d^2 y + cy + M = 0.$$

Atque hæc rursus posterior æquatio si multiplicetur per dy , & nova constante addita integretur, exsurget

$$dx = e^{\left(\frac{1}{2}cy^2 + My + N\right)} dy$$

$$x + P = \int e^{\left(\frac{1}{2}cy^2 + My + N\right)} dy.$$

Casus tertius,
in quo est $\frac{1}{4}b^2 = (a+2)c$.

In tertio hoc casu erit proposita æquatio

$$dy d^3 y + a d^2 y d^2 y + b dy^2 d^2 y + \frac{\frac{1}{4}b^2}{a+2} dy^4 = 0.$$

Ducantur omnia in $e^{\frac{1}{2}by} dy^{a-1}$, & fit

$$e^{\frac{1}{2}by} (dy^a d^3 y + a dy^{a-1} d^2 y d^2 y + b dy^{a+1} d^2 y + \frac{\frac{1}{4}b^2}{a+2} dy^{a+3}) = 0.$$

Si ad complendam æquationem pro constante accipiat quantitas $\frac{M}{a+2}$, atque integretur, erit

$$e^{\frac{1}{2}by} (dy^a d^2 y + \frac{\frac{1}{2}b}{a+2} dy^{a+2}) = \frac{M}{a+2} dx^{a+2},$$

& multiplicando per $(a+2) dy$, ac rursus integrando fiet

$$e^{\frac{1}{2}by} dy^{a+2} = N dx^{a+2} + My dx^{a+2}$$

$$x + P = \int \frac{e^{\frac{by}{2a+4}} dy}{(N+My)^{\frac{1}{a+2}}}.$$

Casus quartus,
in quo est nec $a = -2$, nec $\frac{1}{4}b^2 = (a+2)c$.

Sit compendii gratia $b = \sqrt{(\frac{1}{4}b^2 - (a+2)c)}$ & pro-

posita æquatio ducta in $e^{(\frac{1}{2}b-b)y} dy^{a-1}$ hanc aliam formam obtineat

$$e^{(\frac{1}{2}b-b)y} \left(dy^a d^3 y + a dy^{a-1} d^2 y d^2 y + (\frac{1}{2}b-b) dy^{a+1} d^2 y \right. \\ \left. + (\frac{1}{2}b+b) dy^{a+1} d^2 y + (\frac{\frac{1}{4}b^2 - b^2}{a+2}) dy^{a+3} \right) = 0.$$

Integratione, & additione constantis habita orietur

$$e^{(\frac{1}{2}b-b)y} \left(dy^a d^2 y + (\frac{\frac{1}{2}b+b}{a+2}) dy^{a+2} \right) = M dx$$

$$e^{(\frac{1}{2}b+b)y} \left(2b dy^{a+1} d^2 y + 2b (\frac{\frac{1}{2}b+b}{a+2}) dy^{a+3} \right) \\ = 2b M e^{2by} dx^{a+2} dy$$

$$e^{(\frac{1}{2}b+b)y} \frac{2b}{a+2} dy^{a+2} = (M e^{2by} + N) dx^{a+2}$$

$$x + P = \left(\frac{2b}{a+2} \right)^{\frac{1}{a+2}} \int \frac{e^{\frac{\frac{1}{2}by}{a+2}} dy}{(M e^{by} + N e^{-by})^{\frac{1}{a+2}}}$$

Casus quintus,

in quo est $\sqrt{(\frac{1}{4}b^2 - (a+2)c)} = b\sqrt{-1}$.

In posteriori hoc casu cum quantitas $\sqrt{(\frac{1}{4}b^2 - (a+2)c)}$ evadat imaginaria, facile ad circulares arcus reduci poterit, valorem debitum assignando constantibus M , & N , atque integrata æquatio hanc aliam formam induet

$$x + P = \int \frac{e^{\frac{\frac{1}{2}by}{a+2}} dy}{(A \cos. by - B \cos. by)^{\frac{1}{a+2}}}$$

V I N C E N T I I P U T I I

De Analyfi olei olivarum.

CUm debuerim in oleorum indolem inquirere, ut exinde pateret an probe convenirent cum publicis necessitatibus, & an ipsi noxiæ qualitates tribui deberent, ut a certis oleis abstineremus alia in usum communem traducturi, debui ex brevitate temporis in eorundem naturam perscrutandam aliquibus tantummodo experimentis insistere, quin intimius potuerim in eorundem indolem penetrare. Quædam obvenerunt, quæ rem ultro examinandam suaderent, quod persequi eo ordine volui, ut inciperem ab ipsis olivis, progressurus deinde ad oleorum analysim, tandem ad ipsa eorundem producta diligentius investiganda.

Quoniam vero non modo inter hominis alimenta oleum recenferi consuevit, sed & privatis pluribus aliis usibus inservit, & artibus bene multis, hinc me non inutilem omnino rem peragere sentio, & probabiliter non injucundam.

In primis olivas ipsas examinavi, atque subjeci nostris disquisitionibus illas, & antequam maturefcerent, & postquam eum maturitatis gradum attingissent, ut prælo committi possent. Non maturæ plurimum phlegmatis insipidi concesserunt, parum omnino olei, plurimum capitis mortui; emergebat autem oleum albicantium vaporum forma, neque alias condiciones præferebat præter communes illas, quæ sunt propriæ omnium vegetabilium, quæ distillatione tractentur: quamobrem ad olivas maturas animum, operamque eousque converti, ut haberem quid istæ præberent, quidque nobis de earundem ingenio sentiendum esset. Phlegma ea quantitate obtentum est, ut septimam partem

ponderis olivarum æquaret, quod diversæ tamen fuit naturæ. Prima ex tribus ejusdem portionibus plane insipidi saporis erat, & si quem referebat, erat fatuus quidam, in quem aliquando palatus offendit, quin cuiquam saporis noto valeat adnumerari; nullo autem pacto acidus erat, quod non idem de duabus aliis portionibus, quarum secunda aliquanto colorabat syrupum violarum, multo magis tertia in rubrum vertebat. Colligendum proinde, naturam phlegmatis referre solam tertiam partem primo obtenti liquoris; alias portiones secum vehere aliqualem quantitatem acidi, quam tamen separare ab aqueo liquido non licuit. Nil vero mirum si ultimo prodiens lymphæ colorata sit, ex oleo scilicet, quod cum ipsa aliqua parte assurgit; intermedium acidum, quod cum phlegmate incipit elevari, confociat oleum, & aquam, sic vero intime, ut plane ab invicem noluerint secedere.

Post hæc prodit oleum densum quintam olivarum, quas in experimentum vocavimus, partem adæquans. Mihi autem plaudebam de tanta olei quantitate; at cum propius rem examinabam, deprehendi multam aquæ portionem ipsi unitam esse, ut ex septem libris olei extillati, vix libram & semis veri olei rectificandi obtinuerim; reliquum phlegma erat sic oleo infixum, ut sola vi caloris adhibiti potuerim unum ab altero difficulter omnino sejungere. Mirabilis vis naturæ arte difficillime imitanda! Scit ipsa unire quæ cæterum repellere consueverunt. At vero his cognitis, negarine poterit olea pressa quantitatem aliquam aquæ continere, præter etiam illam, qua habent, ut sint liquida? Revera quamvis eam deinde Chémia valeat ab eisdem educere, nunquam tamen illud habebit, ut in oleum, ex quo phlegmatis datam portionem separaverit, eandem possit iterum inducere. Plura hac de re pericula cepimus, quæ, cum nihil magis comprobent, quam quod annuebam, in medium non profero, ne longa ipsorum serie tædium moveam. At oleum obtentum erat rectificandum: hoc autem dum rectificarem, aquæ bullæ ad ejusdem superficiem cum sibilo, & strepitu conscendebant, ut liquido constaret, adhuc præter separatam diligentissime aquam non mediocre phlegmatis portionem olea conservavisse. Notandum autem, hæc bullas extricari tantummodo cœpisse, quando

vapores ascendebant aciduli, quod probat tantum aquæ probabiliter a compedibus olei liberari, quantum acidi secedit, quod est intermedium, ne ab oleo phlegma separetur. Animadvertendum præterea acidum, quod vi ignis attollitur, lene omnino esse, nullimode oculos, aut pulmones afficere, ut admodum diversarum virium sit ab illo, quod ab oleis pressis extricatur. Oleum autem tribus lagenulis asservavi; nullimode vero differebat primum ab ultimo obtento; omnes enim lagenulæ istæ, aliquo elapso tempore, ad fundum demittebant portiunculam phlegmatis acidi, quod tempus tantummodo ab ipso separaverat. Caput mortuum præbet salem acrem, omnibus notis alkalinum, deliquescentem, effervescentem cum acidis, & violarum syrupum mutantem in viridem colorem.

Nunc ad oleorum expressorum analysim exponendam. Olea non eandem semper faciem præferunt, non eundem colorem, & densitatem, nec saporem, qui sæpe dissidet inter ipsa, quamvis olea apparenter eadem omnino videantur. Olera diverso solo implantata non eodem gaudent cælo, non ubique eadem ratione coli consueverunt: fructus & ipsi in dissitis ab invicem plagis æque non administrantur: hinc non mirum, si multa sit productorum diversitas. Illud constans est, ut olivæ ad maturitatem deductæ lividum colorem fortiantur, saporem amarum aliquanto acrem, & nauseosum, dum interim oleum expressum pulchre quandoque viridescit, flavescit aliquando, semper dulce est, & transparent; quod indicat austerum saporem olivarum insidere in parte earundem salina mucilaginosa; ex quibus facile est evincere, quod si olea avide premantur ab olivis, sic ut vel torcular exprimat etiam id, quod oleum non est, quod tamen non difficulter ab oleis retinetur; vel si ars calore aquæ ebullientis supra olivas jam pressas illud præstet, ut ultro etiam educatur id, quod primæ pressioni non obedierat, fiat necessario, ut commixtis oleo particulis illis, quæ saporem acrem olivis tribuebant, etiam oleum ipsum retineat deinde naturam, quam ab heterogeneis admixtis mutuatum est. Quid si olivæ diutius, quam par est, in massas collectæ sibi relinquantur? Intelligitis hoc in casu vires fermentativas agere debere plus minus pro tempore, quo in tales massas coadunatæ olivæ jacuerunt. Mihi autem ipsi

ipsi evenit, ut dum olivas meis experimentis præpararem, perciperem ipsas longiori tempore in massam asservatas facillime putruisse. Debent certe necessario a natura sua demitti, & quicumque noverit vires fermentativas internas in istiusmodi corporibus effectus gignere parum dissimiles ab illis ignis, rem sic esse tenebit. Quoniam autem semel excitatæ vires fermentativæ ultro semper agendo progrediuntur, hinc est ut quæ olea a nimis diu coadunatis olivis exprimantur, facile tractu temporis quandam acridinem contrahant, quæ deinde faucibus se manifestet sensu quodam ardoris, cujus effectus pravæ qualitatis oleis a vulgo adscribi consueverunt. Neque obstat, oleum omphacinum ipsum facilem contrahere acrimoniam; aliam enim habet ipsa originem; exprimitur siquidem ab olivis nondum maturis, transitque in ipsum non mediocri pars olivarum, quæ naturalem maturitatis statum nondum attigerunt: revera autem palatus illico post expressionem sensu quodam adstringenti afficitur, brevi etiam imprimit sensationem acrimoniosam.

Olivæ ad maturitatem pendulæ esse deberent arboribus; deberent colligi, non percuti ut decidant, atque in massas asservari, donec exterior earum tunica corrugaretur: olea vitiiis vel pluribus carerent, multo etiam magis, si oleum ultimæ expressionis cum illo primæ non confunderetur. Præter dicta, ex quibus satis clarum est, unde sit oleorum differentia, Chemia ipsa facile suadebit, an olea ab alteratis, vel a nimium pressis olivis educata sint. Si olea sint pura, parum phlegmatis concedent, multum ejusdem, & magis quo a debita puritate recedant: hoc multiplicibus experimentis possum asserere. Acidum ipsum diversa quantitate obtinetur pro diverso puritatis gradu in oleis. Revera tria olea in experimentum vocavi. Lucense unum optimum, alterum infimæ conditionis, aliud purissimum, quod scilicet extillavit guttatim ab olivis quasi sponte a tela, supra quam maturefcentes olivæ statuebantur, ut solo pondere proprio paulatim portionem aliquam inclusi olei demitterent. Discrimen fuit, ut oleum lucense parum phlegmatis tribueret, mediocrem acidi portionem, & virium non tam intensarum; oleum fixatum diceret, butyraceum subsequeretur quantitate & ipsum mediocri; multum deinde olei subtilis, parum tandem capitis mortui.

Ole-

Oleum infimæ conditionis contra multum phlegma, multum acidum, & quidem meracissimum, satis plus olei fixati, minus olei subtilis concessit, & plus capitis mortui. At oleum, quod improprie *Virgine* dicitur, phlegma tribuit media quantitate inter unum, & alterum ex dictis, minus vaporum acidorum, minus olei butyracei, plus olei subtilis, minus capitis mortui; ex quibus colligere est differentiam oleorum ex folis productis.

Ordo eorundem sequens est. Primo affurgit phlegma, quod in oleis mediocris conditionis parva est quantitate, & fere statim acidulum: vis enim ignis acidum olei prompte extricat; atque eadem ratione, qua intelligimus acidum vitriolicum ex sulphure cum parte ejusdem inflammabili elevari, quasi supra alas phlogisti vehatur, quamvis natura sua vehementem ignem ferat, quin volatilizetur, sic mirum esse non debet, si acidi vestigia statim obtineamus ab oleo, quod veluti aggregatum phlogisti potest considerari.

Oleum deinde adparet, sed fixatum, & dictam consistentiam habens butyraceam: en novum argumentum evoluti acidi ab oleorum compage, quod vires suas dum exerit, oleum figit, quod cæterum fluidum obtineremus.

Elevatur subinde oleum subtile una cum multa vaporum acidorum quantitate, quod acidum in fundo excipuli in liquorem facili negotio separabilem coadunatur: videtur autem quod ideo oleum istud non transeat fixatum, quod vires ignis non permittant, ut acidum rapidis vaporibus exiens connubium ineat cum oleo, quod tunc temporis & ipsum affurgit. Revera autem duodecim circiter horis post distillationem, subtile illud oleum densari vidimus, idque putamus adscribendum vaporibus acidis, qui agunt in oleum, cum quo intra recipiens sunt in proximo contactu.

Cessant vapores acidi antequam omne oleum eductum sit, & quod deinde transit, pacifice fluit, sed coloratum, & incipiunt diversi gradus oleorum nigrorum, quorum ultimum est magis empyreumaticum; at sub fine distillationis en iterum vapores acidi parva quidem quantitate, sed admodum intensi.

Ex dictis constat, duplex acidum in oleo considerandum, quorum unum intime ejusdem substantiæ unitum ul-

timo prodeat, alterum laxe ipsi adhærens, statim se manifestet: quod fundamentum præbet, ut intelligamus qui fiat, ut sola longa trituratione olei cum alkali obtineamus salern naturæ medicæ, non tamen referendum ad ullum ex salibus cognitis.

Præter hæc constat etiam, olea nimis pressa plurimum habere ab expressione, quod oleum non sit, maxime si differentiam spectemus productorum oleorum analysi. Natura acidi, quod ab oleis habemus, eadem semper est; vapores suffocantes non aliter ac illi accensi sulphuris, aliquanto tamen diversi a vaporibus acidi vitriolici validissimo igne exaltatis; dat siquidem phlogistum iisdem non modo facilem volatilitatem, verum etiam vim pulmonibus infensam; forte quia ab igne majorem obtinuerunt activitatem.

Inquirens in naturam acidi, tentavi ipsum cum ferro, ac cupro. Obtinui meracissimas tincturas, quales expectavi. At crystallos formare non licuit; impediabant enim probabiliter oleosæ particulæ acido commixtæ: revera autem acidum, quod purum obtinuisse judicaveram, post aliquot dies partem aliquam oleosam ad superficiem propellebat.

Syrupus violarum in pulchre rubrum colorem mutabatur; acidum affusum supra nitrum vaporem extricabat, qui videbatur nitrosus, unitum cum oleo tartari præbuit salern amaricantem figura polyedria tartarum vitriolatum æmulantem; vapores autem per elaboratorium volitantes tales erant, ut nemo non judicasset, accensum sulphur infensas particulas dispersisse; sub enim actione ignis, & consequenti decompositione magis nudum acidum apparebat, proindeque magis, & melius naturales notas exercebat; vetat autem multa pars particularum inflammabilium ejusdem vim vitriolicam moderantium, ne omnibus notis tale evidenter appareat etiam frige factum.

Alterum, quod naturam acidi vitriolicam suadebat, fuit phænomenon, quod obvenit dum cessatis vaporibus aqueis incipiebant alii pure acidi. Ut enim excipulum mutaremus, collum retortæ perpendiculariter super ejusdem corpus elevabamus; repente autem strepitus explosivus successive iteratus abortus est ex deciduis calentis acidi guttis supra calens oleum, vaporibus interim albicantibus oleosis, magna quantitate, elevatis. An non acidum vitriolicum su-
pra

pra olea expressa calentia eadem phænomena habet? Utrobique paria sunt; constito vero aliunde de acidi natura, & idem debemus judicare de hoc ipso phænomeno.

Natura falsi obtenti a capite mortuo multo igne aperto calcinato est, ut sit lamellatum, & omnino neutrum; gustu refert salem marinum, & sensum frigoris linguæ admotum imprimit, quasi naturam etiam nitrosam habeat; in recessu autem saporem amaricantem, similem illi tartari vitriolati. In igne decrepitat mediocriter, funditur facile: ex quibus colligo, sales illos probabiliter esse, quos planta ad fructus adduxit; facile autem est & de tartaro vitriolato, & de sale marino, & de nitro conjectari.

Volo autem notatum, illa olea longiori tempore ardere, quæ magis scatent acido, ita ut olea subtilia post acidum evolutum obtenta celerrime consumantur; intermedium siquidem acidum impedit fortasse, quominus phlogistum celeri inflammatione conficiatur.

Voluimus oleum tam butyraceum, tam subtile rectificare, ut videremus quid ultimo tandem emergeret. Inverso ordine res processit. Oleum butyraceum rectificatum post liquorem acidum oleum præbebat subtile, quod non coagulabatur; cogitur autem illud, quod attollitur deinde. In oleo subtili rectificando idem fuit; idem & in secunda rectificatione subtilis olei rectificati. Voluimus iterum, & denuo procedere, subjicientes semper noviter obtenta olea nostris experimentis, ut tandem oleum sine ulla manifestæ aciditatis nota recuperaremus. Hæc rectificationes oleum concedebant, quod non tam subito congelaverat, at hoc idem oleum iterum in retortam inditum nullam præbuit olei densi quantitatem. Tandem ultimo tentatum subtilissimum obtinuimus, in quo nullum fuit vestigium fixitatis. Erat autem omnino diaphanum, aqueum colorem, & limpiditatem referebat. Oleum istud in usum vocavi ad torporem dirimendum carpo affecto; pluries autem fricata pars torpescens paulatim e statu morbofo in sanum vertebatur; quare & penetrantissimum esse judicavi, & naturam referens olei dippeliani. Hæc habuimus: en observationes, quas assequuti sumus.

Dum quodcumque ex dictis oleis novis experimentis torqueremus, semper acidum primo obtinuimus. Quo recti-

fications progrediebantur, ardebat oleum celerius. At olea ultimæ rectificationis dum flammam admotam conciperent, illud habebant, ut primum consumeretur ad modum spiritus vini; secundum paulo minus; tertium, & quartum arderet etiam minus celeriter, & cum aliquo stridore sub fine, quod probabiliter aliqua portio acidi adesset non intime unita, sed oleum quasi coinquinans. De præsentia autem acidi quamvis vix possemus suspicari, tamen lotiones, & ebullitiones subtilissimi olei factæ cum aqua destillata acidum evolvebant; aqua enim semper gustum præferebat ad vitriolicum accedentem, qui tamen minor erat dum iterum idem oleum nova ebullitione tractaretur; eo enim ventum est, ut aquam omnino inspidam recuperarem. Lotiones syrupum violarum tingunt in rubrum, olea vero semper aliquid conservant, quod linguam pungit.

Quæret quispiam quid causæ fuerit, ut olea expressa post aciditatem oleum præberent butyracæ consistentiæ, rectificata autem præberent primo subtile. Verum suppetat, duplex acidum in oleis considerandum; & quoniam rectificatis deest illud, quod laxè ipsis adhæreat; excitanda erat vis ignis, quæ acidum ultimo obtentum ex oleis expressis evolveret, & in altum ferret in contactu cum particulis oleosis vires suas exerciturum. Sic habemus a Chemia, & quomodo olea ab oleis distinguamus, & quænam ipsorum sint vires, & producta. Ocularis inspectio, modus ardendi, residuum ab ignitione, conditio fumorum, argumenta magis obvia suppeditabunt, ut de eorundem qualitate crassius judicemus. Poterunt hæc non modo Philosophis esse proficua, sed humano commercio non prorsus inutilia.

FRANCISCI MARIAE ZANOTTI

De thermometris.

NE quaeso miremini, Sodales optimi, me, hominem experimentalis physicae apprime rudem, de thermometris hodie apud vos verba facere; illud enim sciat velim, me id facere, non utique ut alios doceam, sed ipse ut docear, quod consequi me posse confido, vel si errem; spero enim fore, ut quidquid erravero, id vos pro humanitate vestra emendetis, fiamque ipse sermonibus vestris doctior. Ne multis vos morer, ad rem aggredior.

Thermometrorum, quod vos non fugit, plura quam physici vellent, sunt vitia. In his duo consideranda suscepi; quamquam in altero physicorum magis diligentiam, quam thermometri perfectionem requiro. De hoc vitio primum dicam, tum veniam ad alterum.

Physici sunt quidam, qui aquarum medicinalium, aliarumve reconditorum rerum, puta viscerum, quae in apertis vivorum animantium corporibus apparent, explorare calorem cum velint, hanc fere viam ineunt. Thermometrum sumunt exquisitissimum, & summa arte perfectum. Id repraesentet figura AO, quam vobis ante oculos posui. Locum C accuratissime notant, quo mercurius, seu liquor quivis alius thermometro contentus, se evexit propter calorem externi aeris. Hoc facto globum AB induunt in aquam, sive aliud quidquid id est, cuius calorem metiri volunt. Globo AB in aquam indito, si mercurius forte ascendat a C usque ad *m* (ascendere autem ipsum oportet, si calor aquae maior sit, quam aeris) ex illo ascensu C *m* calorem aquae æstimant, & cum aeris calore comparant. Fieri interdum potest, ac sæpe fit, ut mer-

curius non ascendat quidem, sed descendat; nempe si minor sit aquæ, quam aeris, calor; ac tum ex descensu similiter iudicium faciunt. Ego de ascensu tantum loquar, ea tamen proponens, quæ facile ad descensum traduci poterunt.

Ascensum ergo mercurii considerans aperte fateor, istam vel metiendi; vel comparandi caloris rationem, nisi si correctio adhibeatur, quam adhiberi tamen nullam audio, mihi valde suspectam esse. Quid hanc mihi suspicionem faciat, primum explicabo; deinde quam velim correctionem adhiberi.

Non est dubium, quin si certus caloris gradus totum mercurium, qui in thermometro est, afficiat, totum quoque æque dilatet; sin unam dumtaxat mercurii partem afficiat, eam, quam afficit partem, dilatet, reliquas nequaquam; erit igitur ex eodem caloris gradu in eodem thermometro maior minorve mercurii dilatatio, ideoque etiam maior minorve ipsius mercurii ascensus, pro eo ut calor vel mercurium totum, vel maiorem, minoremve attigerit partem. Quod cum ita sit, male inter se calores duo ex altitudinibus, quas mercurius in thermometro obtinet, comparabuntur, si calor alter mercurium totum pervaserit, alter partem tantum; is enim, qui partem tantum pervasit, potuisset maiorem dilatationem, maioremque altitudinem efficere, si totum pervasisset.

Id si ita est, næ illi errant, qui rei cuiuspiam calorem exploraturi extremam thermometri partem, idest globum AB, in eam indunt; ac si mercurius ex altitudine AC usque ad m se evexerit, ex illo ascensu Cm rei calorem æstimant, & cum aeris calore conferunt; etenim calor aeris, thermometrum universum complexus, mercurium totum afficit, dilatatque; rei vero, quam experiri volunt, calor eam tantum mercurii partem afficit, quæ globo AB continetur, eamque unam dilatatur; quod si mercurium totum, sicuti aer, afficeret, minime dubium est, quin posset idem calor dilatationem maiorem parere, ac mercurium, non usque ad m tantum, sed aliquanto altius evehere.

Quamvis ergo, si calores duo, quos conferre volumus, uni globo AB applicentur ambo, atque ex ascensu mercurii, quem calor uterque fecerit, inter se comparentur,

tur, iusta fortasse sit comparatio; minime tamen iusta erit, si calor alter in globo tantum AB infederit, alter thermometer totum occupaverit; in eoque peccare videntur illi, qui aut fontes rivosque nescio quos, aut animalium viscera, quam caleant, demisso in ea, uti fit, thermometri globo, perquirunt, eumque, quem isto modo calorem compererint, sine ulla cunctatione ad calorem aeris referunt.

Minus libenter, Sodales ornatissimi, physicos amicos nostros de hac culpa admonerem, nisi facilis atque in promptu esset emendatio. Mihi quidem videtur paratissima. Quæratum primum (neque erit inventu difficilis) proportio illa, quam habet universa mercurii massa, quæ a fundo A usque ad altitudinem C evehitur, ad eam mercurii massam, quæ globo AB continetur. Proportione hac cognita, si indito in fontem verbi gratia aliquem thermometri globo AB, mercurius ascenderit a C usque in m , facile erit punctum aliud n sic constituere, ut quam habet proportionem universa mercurii massa AC ad mercurii massam AB, eandem habeat Cn ad Cm . Puncto n sic constituto, licebit iam colligere ad hunc modum. Satis constat, si homogenea quidem corpora eodem calore afficiantur, dilatationum spatia eandem inter se proportionem habere, quam habent massæ, quæ dilatantur. Si ergo calor, cuius mensuram quærimus, eam mercurii massam afficiens, quæ globo AB continetur, mercurium ipsum ad spatium Cm dilataverit; dubitandum non est, quin mercurium ad spatium Cn dilatasset, si universam massam affecisset. Quem ergo metiri volumus, calor is est, qui si universum complecteretur thermometer, ascensum mercurii pareret a C usque in n . Æstimari igitur ex ascensu Cn poterit, ac tum denique cum aeris calore comparari. Sic mensura Cm , quæ fallax erat, emendabitur.

Quamquam ne id quidem ad certissimam tutissimamque comparisonem satis erit, nisi si vitium quoque aliud emendetur, quod in thermometris inest omnibus. Id nempe est alterum e duobus illis, de quibus initio proposui dicere. Hoc vitium quale sit, primum exponam; deinde quo modo, nisi me res ipsa fallit, emendari posse confidam. His peractis finem dicendi faciam.

Certissimum illud est, ac physicis omnibus cognitissimum, non liquorem tantum, qui in thermometro includitur

tur, sed globum etiam ipsum, & tubum, quo liquor continetur, relaxari, adveniente calore, dilatarique. Ea re fit, ut liquor, expandens se quaquaversus, ad eam nunquam altitudinem evehatur, quæ caloris magnitudinem possit ostendere. Itaque falluntur ii, qui ex liquoris altitudine calorem æstimant. Neque vero æstimari calor ex liquoris altitudine umquam poterit, nisi si thermometer id paretur, cuius interior cavus, quocumque adveniente calore, eandem fervet magnitudinem; eoque fiat, ut liquor in eum cavum inclusus relaxare sese & dilatari non possit, nisi fursum feratur. Omnis igitur emendandi huius vitii ratio eo spectat, ut interior vel globi, vel tubi capacitas a calore, si quis adveniat, nihil variet.

In id maxime incubuit Bulfingerus, mathematicus longe præstans, atque adeo in summis numerandus. Sed ille cum globum emendasset, prætermisit de tubo. Globum autem sic emendat. Figuram sphericam reiicit, eique substituit vasculum, duobus parietibus contentum, convexo altero, altero concavo, ut adspectantibus scutellæ speciem præbeat. Sic autem homo acutus colligit. Dubium non est, quin si paries ille, qui convexus est, dilatetur, interius vasculi spatium augeri debeat; e contrario minui, si ille dilatetur, qui est concavus; dilatatis igitur, ut aeris calore fit, parietibus ambobus, tum convexo tum concavo, neque augeri interius spatium oportebit, neque minui, sed eandem fervare magnitudinem.

Idque sane si a ratione ad experimentum deducatur, vix quidquam aberrabit. Academici nostri duo, Antonius Leprotus, medicus, cum viveret, florentissimus, & Petrus Tabaranus, non illo inferior, cum una Romæ essent, artificem vitrarium nacti peregrinum, thermometra sibi condi iusserunt complura, scutellis, ut Bulfingero placet, instructa. Cum hæc & sæpe & studiose adhiberent, nihil eis non ex Bulfingeri sententia cessit. Cum partem scutellæ convexam calida madefecissent, animadverterunt liquorem in tubo continuo deprimi; quod scilicet, cum pars convexa sese dilataisset, interius vasculi spatium auctum fuerat, neque dum calor ad liquorem pervaserat. Contra vero cum parti concavæ, ut ante in convexa fecerant, aquam calidam admovissent, liquorem continuo fursum ferri in tu-
bo

bo animadverterunt: quod nempe calore aquæ admoto dilataverat se statim pars concava, atque interiorius vasculi spatium imminuerat. Scutellam totam sæpe in calidam demiserunt, ut æque ex utraque parte caleferet; substitit parumper liquor in tubo sine motu ullo; tum sese extulit. Quod sane argumento est, calorem primum, cum parietem utrumque vasculi afficeret, interioris spatii magnitudinem nihil mutavisse; postea vero, cum ad liquorem pervaserit, eum sursum adegisse. Hæc atque alia experimenta sumserunt ad Bulfingeri sententiam tuendam aptissima; quæ experimenta, quod vos non latet, Tabaranus postea edidit; Musschenbroeckius vehementer probavit.

Atque hæc quidem globi vitium emendari ostendunt, si is in scutellam, uti Bulfingerus docet, convertatur; ea enim re fit, ut calore quovis adveniente nihil vasculi illius mutetur capacitas. Id quod sane satis fit ad calores duos quosvis dimetiendos rite, comparandosque, si uterque modo calor scutellam tantum affecerit. Quid vero, si calores ambo thermometrum affecerint totum? Quid, si alter scutellam tantum, alter tubum etiam? Si enim veremur, ne globi mutetur capacitas calore adveniente, eaque re fiat, ut ex altitudine liquoris rite æstimari calor nequeat, cur non idem vereamur in tubo? Neque vero mirari satis possum, cur Bulfingerus, ac nostri illi duo de globo solliciti adeo fuerint, de tubo nihil; namque & tubum dilatari oportet ex adventu caloris, non secus quam globum; eiusque capacitatem in latitudine augeri; cuius capacitatis ratio tunc vel maxime habenda esse videtur, cum thermometrum, ut sæpe fit, adhibemus ad calores illos dimetiendos, qui cum globum, tum etiam tubum, afficiunt; cuiusmodi est is calor aeris, quem anni tempus affert, cuiusque causa videntur præcipue thermometra fuisse inventa.

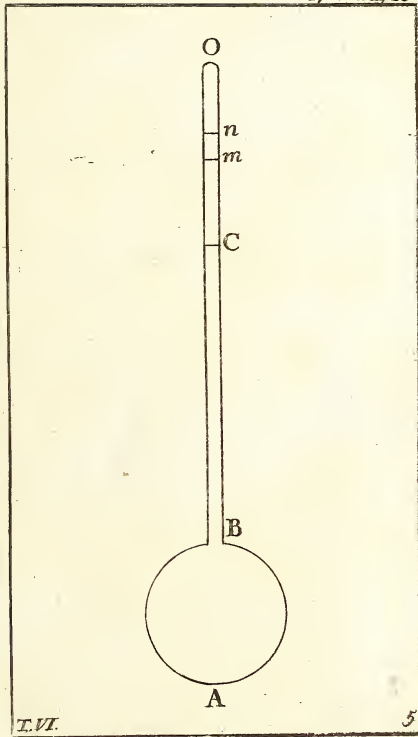
Eoque magis miror; quod qua ratione globum emendarunt, eadem, ut mihi videntur, tubum quoque emendare potuissent, si in id animum intendifsent. Dicam quod sentio. Vestrum erit, Sodales ornatissimi, si quid erravero, ignoscere. Sicut globum, figura spherica abiecta, in scutellam converterunt, eaque re fieri posse putaverunt, ut interior illius capacitas nequaquam propter caloris adventum mutaretur, cur non idem potuerint etiam ad tubum transferre?

cur

cur non potuerint, figura cylindrica abiecta, scutellatum, ut ita dicam, tubum fingere, quem, similiter ut globum, parietes continerent duo, convexus alter, alter concavus? Sic utique fieret, ut neque tubi, ex adventu caloris, augeri latitudo posset; essetque tota liquoris contenti dilatatio ex altitudine spectanda. Quid ergo? An id illi non viderint, acutissimi scilicet homines doctissimique? An magis putem, id illos vidisse utique, sed difficultate fortasse quadam, quam ipse non videam, deterritos curam hanc abiectisse? Anceps cum sim ac dubius animi, quid ipsi sentiat, Sodales optimi, scire cupio; eamque ob rem hunc sermonem suscepi.

Non sum nescius, in his rebus vitrarios quoque esse consulendos; sæpe enim accidit, ut quæ cogitatione fingimus, quamvis & apta inter se sint, & mire cohæreant, & quamdiu in animo sunt, præclare respondeant, nulla tamen arte possint effici. Neque illud mihi memoria excidit, quod Cartesio philosopho summo contigisse accepimus, qui cum lentes sibi in animo finxisset pulcherrimas perfectissimasque, omnem vitrariorum industriam superavit; itaque vitrarius nemo inventus est, qui tantum valeret arte, quantum ille ingenio valuerat; perfectissimæque illæ lentes in cogitatione excellunt, re ipsa nullæ sunt. Quod si me de istis, quos modo proposui, scutellatis tubis artifices similiter reprehenderit, haud moleste feram, me id erravisse, quod Cartesius erraverit; quamquam ille & difficiliore in re, & ingeniosius erravit. Ceterum, si scutellati isti tubi formari probe possint, iisque thermometra componi; haud sane video, cur non hæc aliis anteposenda sint, maiorque his, quam aliis, habenda sit fides.

Hæc habui de thermometrorum forma atque usu quæ dicerem. In quibus si quid vobis mutare placuerit, si quid addere, si quid demere, si quid corrigere, faciam profecto ut intelligatis, me, quod initio dixi (dixi autem doceri me velle, non docere) non id ex usu, neque oratorie dixisse, sed vere atque ex animo.





J O S E P H I M O S C A E

T E N T A M E N

De nostrate Febrifugo novissimo

AD CL. VIRUM

S E B A S T I A N U M C A N T E R Z A N U M

Bononiensis Instituti Academiæ a Secretis.

CUM olim a te, Canterzane præstantissime, acceperim, illustrem nostram Instituti Academiam inter Sociorum dissertationes sane doctissimas lucubratiunculam meam *de nostrate Febrifugo novissimo* edendam censuisse, valde miratus sum, quippe qui nec multi nominis essem, nec scientiarum dives, neque opusculum hoc tanti æstimarem, ut in eo esset honore. Ac demiranti mihi id sponte sua venit in mentem, tuum nempe erga me studium, singularemque humanitatem effecisse, ut nobilissima isthæc Societas opusculum meum Academiæ actis inferendum decerneret: quamobrem ob id honoris mihi delatum maximas tibi gratias agam, habeamque oportet. Ceterum (quod serio attendas velim) opusculum *de novo Febrifugo* non inscribendum putavi; quandoquidem, quibus hoc medicamen paratur, vegetabilia jamdudum medicis nota sunt, & ad febres depellendas usitata. Si quid ergo tantille novitatis redolere ipsum dixerim, id in delectu, unione, ac ejusdem usu consistere dictum volo; cujus usus vim vi corticis peruviani sæpissime potiorum mihi videor etiam atque etiam comperisse. Qua de re qui certior fieri voluerit, periculum, ut ego feci, & in tentamine descripsi, & ipse faciat. Vale, Canterzane humanissime, & me, ut soles, amare perge.

Hujus cogitati Occasio.

I. **P**Lures ab hinc annos curandis omnigenis febricitantibus animo nimis anxio, & sollicito fui, vel quia pe-

Tom. VI. M ru-

ruvianus cortex, febrifugum cæteroque certum, & præstantissimum, licet juxta quasvis artis regulas hactenus inventas adhibitus, nonnullas tamen febres extinguere satis non semper fuit (1), vel quia peculiaribus ægrotorum habitudinibus incommodi quippiam, aut damni dedit (2), vel tandem quia internarum quandoque inflammationum suspicio, aut abscessuum metus (cum maxime febrem fugare, ejusve præcipitem, ac periculosum cursum præsentissimo remedio cohi-

(1) „ Decessere denique mihi (absque eo quod historias per extensum referam) *nil proficiente usu corticis etiam tempestive administrato*, duo religiosi viri ex Carmelitarum familia, quorum unus septuagenarius, debilis, & valetudinarius erat; obiitque correptus tertiana duplici perniciofa, & exitiali facta ob continuitatem, & acutiem, *irrito cortice*, progredientem. Alter vero juvenis erat, qui a febre primam acuta, & continua proportionata, mox & ab intermittente, in quam recidit, fuerat sanatus, & quidem semper sine cortice. Recidit ille tertio, febriculas iterum intermittentes longiusculas passus, & cortice leviter per modum alterantis assumpto, denuo sanatus est. Recidit quarta vice; & quia febres videntur ad acutiem vergere cum tententia ad soporem, præmissis ex arte in tali casu præmittendis, offertur iterum cortex validiuscule in formam opiatae, *sed incassum*.....

„ Sunt hi fideliter casus omnes ægrotantium tractu annorum XL defunctorum, quorum sim memor; eorum videlicet, quibus *cortex incassum* a me propinatus fuerit in febribus perniciosis antea descriptis, quas cæteroque idem cortex eadem methodo, sed opportuniori tempore, & in circumstantiis magis propitiis administratas curare potuisset. Nonnullos equidem alios, præter hos, paucosque casus, in quibus *irrito* pariter *successu oblatum est remedium istud*, referam lib.V., *Tortus Therap. Special. l. III. cap. 5. Vide quoque §. XV.*

(2) „ Et Sydenhamius alvum non moderate tantum solvi post quinquanam affirmat; *sed persæpe accidere, ut ab ejus usu, tanquam a fortiori cathartico assumpto, æger violenter expurgetur*; quam in rem Albertinus adjecit numerosam civium nostratium familiam, qui vel nullatenus, vel difficulter admodum ferunt usum quinquinæ ob nimiam, quæ inde in ipsis sequitur, alvi solutionem; immo eorundem aliquem sumere illam loco familiaris, ac bene respondentis soluti, „ *Opus. Acad. Inst. Bonon. tom. I. p. 406, & 407.*

Hæc enim aliquorum ægrotantium adversa quinquinæ dispositio prohibet ferme, quominus prudens medicus eam in intermittentibus perniciosis, ac in aliis malignæ naturæ febribus curandis adhibeat, interimque ægrotus febrili veneno necatur. Si contra corticem peruvianum, tanquam alexipharmacum illius veneni, liberaliori dosi, seu quantitate, ut par est, exhibeat, eundem nimio alvi fluxu interimet. Hinc sanioris erit consilii ad febrifugum nostrum, dosibus scilicet largioribus confugere, utriusque periculi vitandi causa, febrisque, quantum humanitus fieri poterit, extinguendæ. Nec tantum alvi fluxus immodicus, sed & immodica ejusdem constitutio ab nimio peruviani corticis usu frequenter exorta est, vel saltem secuta: quin & rheumatismus, Sydenhamio teste, visus est supervenire. Egonet cum florenti ætate, a duplici tertiana maligna usu non mediocri quinquinæ ereptus, plures menses cardialgia post prandium fere quotidie laboravi, quæ frequenter vomitu exolvebatur: quem quidem cardialgiæ morbum neque antea, neque postea quadraginta fere annorum spatio expertus sum.

cohibere opus esset) illius usum omnino prohibuit (1). Itaque ex quo medicinam facere cœpi, pessimis his exploratis discriminibus permotus, aliquod febrifugum exoptavi, quod vincendi, aut perdomandi febrem æque ac china china virtute polleret, sanius tamen omnium febreſcentium temperamentis, ac circumstantiis aptaretur, ac tuto, funditusque morbum illum extirparet, nunquam, vel rarissime recurſurum, neque vi illa calorifica præditum, qua nonnunquam febrilis calor corticis usu crescere, linguæque siccitas conspicitur exoriri: quamobrem quasi lex medica sancita est, nunquam eo utendum esse remedio, ubi hæc inflammationis, aut abscessus interni signa apparuerint.

II. Hoc autem desiderium quammaxime adauxit quædam, quæ animum subiit animadversio, credibile nempe non esse, nos natura febribus obnoxios natos non ab ipsamet natura iisdem extinguendis paratam habuisse necessariam certamque nostris in regionibus medicinam, quam Peruvix regio tam longe a nostris distita, nec nisi ultima hac ætate nobis nota tam large exhibuisset: immo contra summa Dei bonitas, ac providentia credere sinit, nasci nostris in agris vegetabilia quædam, quæ bene cognita, recteque adhibita, effectus eosdem, quos quinquina, producerent, cumque inter nos germinent, nostris essent temperamentis aptiora, & sine ullo incommodo, aut damno (quæ ab aliis, atque a me in corticis peruviani usu animadversum est provenire) illi morbo medendo valerent. Hæc conjectura, quæ satis mihi arridebat, visa etiam fuit innixa observationibus, ac experimentis tot sæculorum, in quibus nostratum medica-

M 2

mi-

(1), Atque id difficilior adhuc admittimus, si febres huiusmodi a principio jam continentes, seu synochi, mox & in continuas proportionatas conversæ non solitaria fuerint, sed vel variolis, vel pleuritide, vel alia inflammatione comitata. Ita nobiscum sentiunt Sydenhamius, Nigrifolus, aliique. *In continuis epidemicis* (inquit Sydenhamius) *debellandis non alios effectus ex ejus (corticis) usu expectare licet, quam eos, quos hodie in pleuritide, peripneumonia, angina, ac id genus febribus inflammatoriis videmus, quibus non tantum non predest, sed & plane obest.* Nigrifolus vero in schol. ad Elegnium diverse sentientem: ab ejus (quinquinæ) usu, inquit, *in internis inflammationibus abstinere melius semper sum arbitratus, nunquam in internis inflammationibus illam propinare ausus fui; quin parum felici exitu semper ab aliis exhibitam vidi.* Hæc viri isti experti; licet non desint, qui eam in quibusvis indiscriminatim continuis, ardentibus, & malignis febribus etiam incipientibus, quin & signate in pleuritide ratione ipsius quoque inflammationis usurpandam contendunt; sed inexperti. *Tortus Therap. Special. l. V. cap. 2.*

minum ope frequenter fuerunt a medicis febres perfanatæ.

III. Hinc in occasionibus paulo ante recensitis periculum facere cœpi iis vegetabilibus, quibus docti Botanici, ac Medici virtutem febrifugam inesse dixerunt: seorsim ea usurpavi, nec raro diversis unionibus conjunctim, semper tamen decocti forma, quæ maxime quidem congruit cum aquea dixta frequentissima, & utilissima apud nos in morbis medendis acutis. Post multa demum experimenta five casu, five de industria reperi unionem, cujus ope frequenter, ac evidenter utilissimos effectus vidi, aut videre saltem mihi visus sum. Cum igitur post diutinam inquisitionem in partes tutiores, atque efficaciores hujus unionis offendifsem, expertissimo pharmacopolæ Dominico Guarino, mihi, cum viveret, amicissimo, præscripsi, ut ex iis syrupum pararet, qui promptior usui, facilior potui, & decoctis efficacior esset. Atque hujuscemodi cogitati hæc vera, brevisque historia est.

Hujus syrupi parandi ratio.

IV. **S**umantur ergo partes æquales succorum depuratorum Scordii, Cardui benedicti, Chamæmeli, ac Centaurii minoris, & congruenti quantitate sacchari albißimi paretur juxta artis præcepta syrupus. Hi succi seorsim exprimantur sua quisque tempestitate, cum scilicet singulæ plantæ maxime vigent, neque adhuc perfecte floruerint; & seorsim quoque, ac depurati servantur.

V. Quod si hi succi desint, paratus est aliquando syrupus vel illarum plantarum aquis destillatis, vel earundem jam siccarum decoctis fortioribus. Verum effectus observati sunt debiliores; etsi quantitas, seu dosis adaucta fuerit: debiliior enim fuit effectus syrupi aqua destillata parati illo, quem habuit ex decoctis fortioribus confectus: quapropter si experimenta iterare velis, omnino succis syrupus paretur oportet. Cumque Chamæmelum, & Centaurium minus naturaliter multum succi non emittant, ubi succulentiora ad tempus præsto non erint, suppleri poterit earundem plantarum decoctis ex herbis non siccis, sed virescentibus.

VI. At quoniam non omnes ægroti medicamenta potus
in

in modum haurire possunt, horum seu impotentia, seu morositati providebitur, si ex iisdem succis lentissimi ignis ope densius, ac duriusculum extractum parabitur, quod pilulari forma præscribetur. Nunquam equidem pilulis usus sum; probabile tamen est, eas similiter atque syrupum profuturas. In hoc extracto conficiendo diligenter curandum, ne materies vel leviter comburatur, aliter ejusdem virtus necessario imminuetur. Hujus extracti quantitas, seu dosis, ut ratio dicat, erit singulis vicibus a drachma una ad duas.

Eodem utendi ratio.

VII. **Q**Uando ad febres debellandas quinquinam præscribere necesse est, tunc pari profecto utilitate, & aliquando majore, syrupus hic, vel præfatæ pilulæ poterunt adhiberi. Id quidem præstandum postquam remedia cuncta generalia, quæ præcipuas ac necessarias morbi indicationes, & circumstantias respiciunt, fuerint usurpata, uti sunt emeticum, catharticum, venæ incisio, & id genus alia. Cum in hoc statu res fuerit, ad unciam unam adultis, ad minorem quantitatem junioribus, in aquæ vel gelidæ, vel egelidæ cyatho syrupus hic propinabitur sex aut septem horis ante novi paroxysmi accessionem, sive febris intermittens, sive remittens fuerit.

VIII. Donec febris, ac suspicio recursus ejusdem non cessabunt, syrupus hic, vel pilulæ minime sunt posthabendæ: dosis vero, quando minor videbitur indigentia, poterit imminui; sed ubi maxima fuerit, ut in perniciosis febribus frequenter usuvenit, poterit duarum, triumve horarum intervallo duplicari, vel triplicari, vel ad duas uncias semel, bis, ac etiam ter in diem exhiberi. Nunquam tanta dosi indigui; censeo tamen, in quartanis contumacibus tanta quandoque opus esse. Conditio necessaria in usu hujus medicamenti, ut magni effectus obtineantur, est viscerum mundities, ac eorundem obstructionum, quoad fieri poterit, apertio.

Effectus a me, atque ab aliquibus Academiae Institutum Bononiensis Sociis hactenus observati.

IX. **H**ic sane nonnullæ febrium historiarum forent describenda, quibus ostenderem quales, quantasque febres hujus syrupi auxilio viderim adhuc perfanatas. At quantum hic sit eorum mos, qui practica in medicina argumenta pertractant, ingenue tamen fateor, historias hasce me scribere neglexisse, sed generatim tantum annotasse miros hujus syrupi effectus, quos hic simpliciter recensabo. Verum huic meo defectui suppleverunt Institutum Academiae clarissimorum Sociorum testimonia, qui sæpe captis experimentis quæ, quantaque sit hujus syrupi virtus candidè indicarunt.

X. Ego vero effectus hosce constanter, pluriesque vidi: febres enim omnes periodicas, vel continuas, vel intermittentes, vel benignas, vel malignas æque ac china china perfanavit. Sæpissime quoque curationes perfecit illarum, quæ solito longiori usu corticis peruviani minime potuerunt extinguï. Nunquam ruborem, vel linguæ ariditatem attulit, nec febrilem adauxit calorem; nec symptoma ullum, quod febrem prius comitabatur, revocavit; nec novum aliquod produxit. Quandoque mihi videre visus sum, hoc febrifugum levem ventris fluxum civisse, semper tamen cum ægrotantis euphoria, & utilitate. Fere semper febres compefcuit, quæ ab internis inflammationibus, aut acutis abscessibus vel oriebantur, vel erant comitatæ; quæ quidem febrium coercitio non raro ab ægrotante periculum propulsavit.

XI. In intermittentibus vero perniciosis, in quibus periculum in mora positum est, cum in tertia, quartave accessione soleant ejusmodi febres mortem ægrotis inferre, nunquam adhuc vim hujus febrifugi expertus sum, sed corticem peruvianum largioribus, ut par erat, dosibus adhibui. Id caute, ac tuto factum. Verum siquando hujusmodi febres symptomata illa præcesserint, quæ corticis usum minime patiuntur, ut internæ inflammationes sunt, & abscessus non a sanguinis, humorumque lentore, sed ab eorundem orgasmo provenientes, tunc vero loco corticis, qui vi sua calorifica obesset potius, quam prodesset, ad febr-

brifugum nostrum prudenter confugiendum censeo. Quocirca si remedium hoc profecerit, eodem utemur tam in perniciosis inflammatricibus, quam in minime inflammatricibus, non sine magna ægrotantium utilitate, ac levamine; quandoquidem hi plerique omnes ægerrime ferunt viginti quatuor horarum spatio unciam unam, & sæpe duas illius corticis vel pilulis, vel vehiculo ingratisimo haurire. Contra hic syrupus, etsi ad uncias quatuor, vel sex eodem die hauriendus sit, longe tamen minus cortice peruviano ingratus gustui erit, præsertim si multa diluatur aqua, quæ ejusdem amaritiam quadantenus imminuet.

XII. Quamobrem omnibus medicis suasor, & auctor sum, ut hunc adhibeant syrupum, vel ubi china china febrem explodere non valuit, vel ubi ob inflammationes, aut internos abscessus non sine damno, aut periculo propinaretur, sed opus interim fuerit febrem deprimere, ne ægrotum ea interimat; vel tandem ubi febribus intermittentibus perniciosis jungantur internæ inflammationes, sive abscessus, aut ægrotantis temperamentum chinæ chinæ fuerit adversum. Cum enim in hoc statu res erit, melius est, ut Celsus edocuit, anceps remedium, quam nullum, experiri.

XIII. Memoratos hujus febrifugi effectus pluries vidi; sed aliquando vidi quoque febres illas extirpatas, quæ remittentes sine manifesta periodo vocantur; atque semel etiam extinctam vidi febrem symptomaticam plurium mensium a sputo sanguinis sine pulmonum suppuratione enascentem in Presbytero, qui nunc Archiepiscopus est; Vir sanctitate, & doctrina insignis. Hic enim per quadraginta dies unciam unam hujus syrupi quotidie hausit: extincta est febris, & sputum fere cessavit: sed quia defecerat syrupus ex succis, opus ei fuit alium ebibere aquis illarum herbarum destillatis paratum. Rediit sane febris, at sanguinis sputum non invaluit. Verum aliquot post hebdomadas perfecte sanatus est, & adhuc incolumem vitam agit.

XIV. Atque hæc sunt, quæ hætenus super usu, & efficacia hujus syrupi observavi. At quoniam mihi soli annis elapsis fidere non audebam, deprecatus sum etiam atque etiam doctissimos Academiæ Instituti Socios, ut mea experimenta non abnuerent iterare, ac postea de illorum eventu, qua præditi sunt humanitate, me facerent certiozem.

Liberaliter mecum egerunt cl. Viri; atque hæc, quæ subsequuntur, sunt eorum testimonia ad me litteris perlata VIII. Idus Decembres Christianæ Epochæ MDCCLXVI.

Cl. Dominici Gusmani Galeatii Testimonium.

XV. „ **T** Estor ego infraſcriptus, cum periculum feciſſem
 „ uſus quatuor deſcriptorum ſuccorum in quinque
 „ ægrotis, qui febribus intermittentibus, vel periodicis labo-
 „ rabant, quique chinæ chinæ uſu minime quiverant exſolvi
 „ aut a febribus iſdem, aut a recidivis; contigiſſe mihi tan-
 „ dem eos nedum a febribus, ſed & a recidivis liberare. Sola
 „ quædam Monialis corporis habitu gracillima, & cachecticæ
 „ temperaturæ, quæ multis ab hinc annis lentæ febrî, fre-
 „ quentibus diarrhœis, variisſque aliis affectæ valetudinis in-
 „ commodis obnoxia eſt, quamvis præfatorum ſuccorum uſu
 „ per plures dies continuato a febre, dum illos hauriebat,
 „ ſe liberaret, (id quod quinquinæ uſu pluries non potuerat
 „ evenire) ubi tamen illos vel minimum intermitteret, reci-
 „ debat. Alius inſuper ex quinque prædictis, qui pluribus
 „ annis pertinaci ſcabiei fuerat obnoxius, ex qua ope aqua-
 „ rum & balneorum Villæ Lucæ liber evaſerat, cum inde in
 „ duplicem tertianam gravi cephalalgia comitatam incidiſſet,
 „ eſt poſt corticis uſum inutiliter adhibiti ſuccorum ope con-
 „ valuiſſet, iis tamen intermiſſis paucos poſt dies in recidi-
 „ vam offendiſt. Verum enim vix eorundem uſu repetito re-
 „ valuit, ac etiamnum perbene valet. In tertianis vero per-
 „ nicioſis, illis videlicet, quæ juxta Torti obſervationes quar-
 „ ta, quintave acceſſione mortem inferre poſſunt, nondum
 „ auſus ſum ſolo ſuccorum uſu curationes aggredi, cum in
 „ his obſervaverim, quinquina horis, diebuſque intermiſſionis
 „ laetioribus doſibus propinata febriles periodos perdomatas,
 „ ægrotosſque mortis periculum declinaſſe.

Dominicus Guſmanus Galeatius P. P.

*Cl. Franciſci Monti ex mandato cl. Joſephi Azzoguidi
 S. M. Mortis Noſocomii Medicorum teſtimonium.*

XVI. „ **A**D examen revocatus antifebrilis ſyrupus Moſcæ
 „ apud Noſocomium Mortis in febribus vere inter-
 „ mit-

„ mittentibus ægrotorum cujuscunque temperamenti, ætatis,
 „ ac regionis hos habuit exitus.

XVII. „ Cognita febris indole, adhibitisque prius re-
 „ mediis aptis, & ad paranda corpora accommodatis, pro-
 „ pinatus est syrupus vel fero, vel jusculo dissolutus quo-
 „ tidie ad unciam. Cumque fuerit constanter observatum,
 „ hanc quantitatem vel minuendo, vel retardando paro-
 „ xismo nihil profecisse, bis in die quantitas eadem porre-
 „ ãta fuit. Ex multis porro, quibus hæc adhibita est cura-
 „ tio, sex tantum post triduum, quatrimumve febre soluti
 „ sunt; quibus a recidiva servandis per aliud tantummodo
 „ triduum idem syrupus propinatus est: atque hac curandi
 „ methodo nemo unus, quandiu in Nosocomio quidem fuit,
 „ recidit. Ægroti his levissimis febribus liberati tempera-
 „ mento potius sanguineo-biliofo præditi erant, ac vi-
 „ scerum naturalium sensibilibus morbofis impressionibus
 „ immunes. Febres in urbe natæ erant; levissimo, ac cito
 „ transeunte frigore, sine vomitu, & parvo capitis dolore
 „ invadebant.

XVIII. „ Sed enim non fatis periculi vedebatur factum,
 „ hoc syrupo febribus descriptis adhibito: eo etiam uti vo-
 „ luimus in iis recurrentibus intermittentibus, quæ per
 „ agros adoriebantur, in pituitosis temperamentis, & in
 „ febribus etiam primitus enascentibus majori frigore, &
 „ graviori cephalalgia. In hujuscemodi syrupus nihil pro-
 „ fuit. Ita que ad chinæ chinæ usum festinandum fuit.

Cl. Alexandri Bonzii P. M. P. Testimonium.

XIX. „ **C**Um parari curaverim syrupum antifebrilem ju-
 „ xta celebratissimi Doctoris Moscæ expositam me-
 „ thodum, verissime testor, me illum adhibuisse variis sim-
 „ plicibus febribus intermittentibus, atque ad easdem ex-
 „ tirpandas efficacissimum comperisse, pro ut ab auctore
 „ quavis observantia digno accurate descriptum est. In cu-
 „ jus rei fidem propria manu subscribo. III. Kalend. De-
 „ cemb. 1766.

Alexander Bonzius P. M. P.

Conclusio.

XX. **E**X hucusque dictis luculenter apparet, meum de febrifugo nostrate cogitatum neque imaginarium esse, neque infructuosum; quandoquidem experimenta a me capta, & alia multa ab laudatis doctissimis Instituti Sociis iterata evidenter ostendunt, hoc verum febrifugum esse, remedium nempe, quod æque ac china china multas febres per sanat. Ostendunt insuper, hoc remedium chinæ chinæ quodammodo præcellere; nam ubi hæc ad sanandas aliquas febres satis non est, hoc earundem curationem non raro perficit; & ubi illa ob aliquorum ægotantium peculiare temperamentum, aut morbosa impedimenta adhiberi nequit, hoc febrifugum sanandi spe substitui potest.

XXI. D. Galeatii experimenta efficaciam febrifugi nostri præ cortice peruviano confirmant, cum perficiat curationes earum febrium, quæ a china china sanari non possunt. Quæ vero D. Bonzius cepit, quemcunque generatim certiores faciunt, esse hoc medicamen efficacissimum simplicibus febribus intermittentibus per sanandis. At experimenta a D. Azzoguido capta ostendunt, vim hujus febrifugi non tanti faciendam, siquidem intermittentes dumtaxat febriculæ ejus ope visæ sunt per sanatæ. Probabile fortasse erit, vehiculum feri, vel jusculi ab ipso adhibitum potuisse majorem medicamenti vim infringere. Verum quacunque ratione de eo judicatur, febrifugum hoc semper verum febrifugum est, minime vero impostura.

XXII. Ad me quod attinet, pluries vidi effectus omnes a me descriptos, & spe bona sum, ubi majori diligentia alia atque alia experimenta iterabuntur, fore ut nedum effectus a me observati, sed alii multi videantur, quos adhuc non licuit observare. Nova alicujus momenti in medicina cogitata solent initio in diffidentiam, & contradictionem impingere; sed iteratis postmodum experimentis æquissimo animo recipiuntur. Id ipsum cortici peruviano primitus etiam accidit.

XXIII. Restat denique, ut iterum perpauca inculcem de hujusce syrupi usu in perniciosis intermittentibus. Neque D. Galeatius, nec egomet adhuc ausi sumus loco largio-

giorum chinæ chinæ dosum hoc febrifugo in illis uti, ob earum præcipitem cursum, & quia quantitas virtutis hujus medicaminis ignoratur. Verum siquando id genus febres accidant, quæ peruviano cortice tractari non poterunt vel adversante ægroti temperamento, vel inflammationum aut abscessuum internorum præsentia; tunc sane, & tuta conscientia necesse erit, ne ægrotus certa morte occumbat, hunc syrupum adhibere. Multæ hujusmodi occasiones nobis ostendent quousque hujus medicinæ vis perveniat.

JOANNIS BACIALLII

*De luti quantitate in aqua Rheni turbida
anno 1720 decimo sexto Cal. Aprilis
inventæ.*

M Eministis, ut opinor, Sodales præstantissimi, me annis ab hinc septem pro viribus demonstrasse, Dominici Gulielmini sententiam de fluminibus Æmiliæ, in mare ad dexteram influentibus, neque falsam esse, neque Montanarii, magistri sui, sententiæ oppositam, contra atque Janus Plancus in suo illo libro de ætû maris reciproco ad litus portumque Arimini, non sine præclaræ tanti viri memoriæ offensione, acerrime contendebat.

Sed alia erant in eodem libro, quæ non privatam tantum insignis nostri illius civis famam, sed publicam etiam cæterorum civium existimationem ac fidem minuebant: Bononienses nimirum anno millesimo septingentesimo vigesimo, dum aquæ nostrorum fluminum a celeberrimis viris Summi Pontificis auctoritate inviserentur, flumen Rheni minus turbidum effinxisse, quam ex aliis fluminum observationibus cuiquam credibile esse posset. Et licet fateatur, experimentum de eo flumine *solemniter adeo* ab ipsis tunc captum fuisse, non veretur tamen suspicionem quandam injicere, quod *aliquid subdoli*, ut ipse ait, potuerit *in eo latere, quod a partium studio esset profectum, & quod rei, quam parabant Bononienses, faveret.* Sed hæc & tunc, & usque adhuc præterii, ratus neminem futurum inconsultum adeo, aut a Bononiensibus abalienatum, qui inanem, & levem unius hominis suspicionem gravissimo doctissimorum illorum virorum judicio, qui experimento aderant, anteferendam putaret.

Jam vero idem ille liber, typis Romæ nuper ex-

cus, & auctus, in Gulielminum quidem nihil novi movet, & propterea ne ego quidem iis, quæ dixi, aliquid adjungendum puto: at cum primam illam, Bononiensibus injuriosam suspicionem novo Zendrinii mathematici Veneti, qui experimento interfuit, testimonio vehementius confirmet, & augeat, non est sane accusatio hujusmodi erroris plena, & nostris indecora diutius ferenda, a me præfertim, qui aliquam rerum publicarum procuracionem habens, si unius civis honori, & famæ non defui, multo magis idem præstare debeo pro cæteris, nisi velim privata publicis anteferens univèrsum Bononiensium nomen per summam segnitiam, aut stupiditatem negligere.

Statui igitur in præsentia breviter, ut potero, planum facere, experimentum anno millesimo septingentesimo vigesimo captum, quo limus ab aqua Rheni turbida secretus repertus fuit aquæ pars centesima septuagesima quinta a flumine haustæ, certissimum esse, neque contra illud quidquam facere Planci criminationem, aut Zendrinii allatum testimonium: quo fiet, ut omnes verius, ac justius de Bononiensium ingenuitate, ac fide deinceps judicent.

Ac primo quidem, quemadmodum experimentum, ac tota res gesta sit, non ex privatis, plerumque infidis, adversariis, sed ex codicibus publica fide solertissime ea occasione exaratis, & a viris non solum, qui causæ aquariæ præerant, sed ab iis etiam, inter quos causa ipsa versabatur, approbatis, est tanquam e suo fonte aperiendum, ac tuto integreque cognoscendum. Illi igitur codices de eo experimento hæc habent.

„ A di 27 Febbraio 1720.

„ Giunti alla detta Botta di Cucagna (est locus proxime ad aggerem fluminis Rheni, Bononia distans viginti octo millia passuum, a Cento autem decem millia) pri-
 „ ma di lasciare il fiume, essendosi questo trovato *in stato*
 „ *di escrescenza*, e con acqua torbida, fu ad istanza tanto
 „ de' *Signori Bolognesi*, quanto de' *Signori Modonesi* estratta
 „ d'ordine de' Signori Commissarii, e alla loro presenza
 „ acqua torbida dello stesso Reno, e quella *con diligenza*,
 „ *e con tutta la sua torbidezza* fu posta in un vaso grande
 „ di vetro, quanta in esso ne capiva, e quello coperto
 „ con carta, e sigillato con sigilli di noi Notaro Pontifi-
 „ cio,

„ cio, e Cesareo in cera di spagna, e consegnato a' Signori Commissarii per farne poi da' Signori Matematici le dovute osservazioni &c.

„ A dì 17 Marzo 1720.

„ Fu esaminata la deposizione fatta dell' acqua del Re-
 „ no raccolta la sera delli 27 Febbraio passato in un fiasco
 „ di vetro già consegnato a' Signori Notari sigillato, e da'
 „ medesimi reso per ordine de' Signori Commissarii per ri-
 „ levarne la quantità di detta deposizione. Si trovò adun-
 „ que, dopo avere *decantata, e misurata* l'acqua, ed *asciu-*
 „ *gata* la detta deposizione, esser questa *la cento settantese-*
 „ *ma quinta parte dell'acqua*, che si raccolse nel predetto
 „ fiasco, essendosi questa deposizione riconosciuta essere
 „ pura, e sottile belletta.

Huic experimento suffragati sunt, ad unum omnes, qui aderant: immo subscriptionem quisque suam narrationi, quam modo recitavi, addidit Guido Grandius, & Cælestinus Gallianus, Mathematici Pontificii; Joannes Cæva, Doricillius Moscatellus, Angelus Maria Azzolinus, Joannes Maria Marinonius, Mathematici Cæsarei; Bernardinus Zandrinius, & Dominicus Corradus, Mathematici Serenissimi Ducis Mutinæ; Thomas Nicolottus, & Jacobus Mutonus, Architecti Cæsarei; tandem Eustachius Manfredius Mathematicus Bononiensis.

Jam vero si nihil aliud nisi de experimento, ejusque veritate, ac certitudine quæreretur, quid mihi afferendum esset amplius? Causa dicta esset: qui enim ex iis, quæ attuli, non dicam ambigere, sed ne suspicari quidem poterit, limum in eo Rheni situ, & in eo fluminis æstu tunc collectum non fuisse, ut ab illis asseritur, partem centesimam septuagesimam quintam aquæ sic, ut supra, eductæ? Non video sane ad certitudinem hujus experimenti, Plancum aut majorem in observatoribus famam, aut in judicando peritiam, aut in asserendo consensum, aut in fide faciendâ auctoritatem desiderare posse. Si enim unius probati viri observationi, difficili quantumvis, & subtili, Physici assensum, & fidem suam non denegant, quanto minus huic adeo simplici, minimeque difficili? coram multis, neque Bononiensium causa solum captæ, ut contra asseritur, sed etiam Mutinensium, probantibus tum iudicibus, qui ei præerant,
 tum

tum cæteris omnibus in illud iudicium vocatis, ne illis quidem exceptis, qui Bononiensium rationibus & commodis adverbantur.

Etsi enim dari posset Planco, tantam in eo experimento faciendo diligentiam, ac subtilitatem adhibitam non fuisse, quanta auro, aut argento exquirendo opus fuisset, illud profecto nunquam dandum esset, observatores tam multos, tam solertes, de re, quæ ibi agebatur, tam sollicitos, peccasse adeo, ut quem ipsi limum statuerunt partem centesimam septuagesimam quintam haustæ aquæ, æstimare verius debuissent decimam septimam, quam limi quantitatem Plancus statuit in torrentibus, ut Rhenus, haberi nunquam posse minorem.

At enim, aquæ torrentium Nari & Mariculæ hanc legem, & limi mensuram servant: quasi vero duo illi torrentes reliquorum omnium, qui in orbe terrarum sunt, ingenium, & naturam referrent, neque absurdum esset, quod de uno, aut altero torrente dicitur, liberius, quam par sit, ad universos transferre. Rhenus equidem quantum a Nari, & Maricula dissimilis sit longitudine, declivitate, aquarum copia, & locorum, quos alluit, natura, facile unusquisque potest ex tabulis geographicis cognoscere: ad cursum vero quod attinet, illiusque in defluendo celeritatem, tanta profecto est hinc illincque disparitas, ut facile argui possit, experimentum luti in Nari, & Maricula captum, quocumque tandem in loco captum fuerit (eum enim non designat Plancus) majorem luti quantitatem reddere debuisset, quam experimentum de Rheno a nobis superius allatum.

Nar enim per montes Umbriz, a quibus oritur, excurrentis, vix ab ipsis egressus ad proximum Tyberim deducitur; quo fit, ut alveum habeat, ab initio ad exitum usque, inclinatissimum, & saxa glareamque, quemadmodum eorum locorum natura requirit, nedum arenam, & limum, magna vi, præceps ubique, devolvat.

Maricula item, a Galliz Togatæ montibus decidens, in mare statim illabitur tanta vi, ut, si Plancum audimus, *etiam levi quacunque pluvia cæno turbida appareat: arenas insuper, dum excrescit, glareasque multas una cum majoribus saxis advehat, iisque portum Ariminensem occupet, & vexet.*

Cum

Cum igitur duo isti torrentes per devexas montium vias decurrant, glareaque propterea, & faxis abundant, locum in illis non est invenire, in quo non sint alvei declivitate, & aquarum cursu incitatissimi. Qui igitur unquam fiat, ut eorum aquæ, perpetuo illo motu incitatæ ac perturbatæ, limum, & cœnum alicubi deponant, cum id solum placidus, & remissus earum cursus præstare possit? Retinebunt igitur sibi admixtam leviozem illam materiam, cum nullibi subsidere ea queat; sicque in eductis aquis affluere invenietur.

Rhenus autem contra: in eo situ, in quo captum est experimentum, decem & octo passuum millia ab ultimis collibus, nedum a montibus, distat, ibique molliter defluit nulla incitatione, æquabiliter, alveo fere planissimo, faxis glareaque carente. Eo igitur in situ, & ab ea cursus lenitate frustra expectanda est tanta limi & arenæ copia, quantum Onuphrius Castellius in Nari, & Plancus in Maricula, torrentibus ubique rapidissimis, invenit. Nimirum Rhenus ibi de cursu suo jam elanguit, multumque arenæ & limi per viam reliquit; illi viribus perpetuo integri ea secum rapiunt, & convolvunt, atque extra ostia sua ejiunt.

Itaque ut experimentum de Nari, & Maricula aliquid contra Rheni experimentum probaret, instituendum fuisset in torrentibus Rheno simillimis tum aquarum copia, tum alvei declivitate, & longitudine: neque id solum, sed in eo etiam situ, qui celeritate & materiæ conditione simillimus esset ei, in quo Rheni experimentum captum est. Jam vero cum Nar, & Maricula Rheno dissimiles sint, & locus quoque experimenti, ut vidimus, non potuerit non esse dissimilis, inepte eorum torrentium affectiones transferuntur ad Rheni experimentum infirmandum.

Quamquam ne hæc quidem tum in torrentibus, tum in locis, ubi observatio fit, similitudo sufficeret ad nostrum Rheni experimentum inficiendum. Oporteret insuper ostendere, experimenta in omnibus instituta fuisse, dum similiter excreverent, & in similibus torrentium sectionibus: addite etiam in similibus similibus sectionum partibus. Quis enim ignorat, majores fluminum ætus majorem etiam limi, & arenæ copiam convehere, quam minores: Velociores item sectiones idem præstare posse, quod minus veloces: & eandem

fectionem, cum non eandem in omnibus ejus partibus velocitatem retineat, neque eandem ubique materię quantitatem afferre. Qui igitur nihil aliud, ut Plancus, dicit, nisi in Nari & Maricula certam quandam luti, ac limi quantitatem inventam esse, neque quo eorum torrentium loco, qua sectione, qua istius parte, quo eorundem æstu declarat, suaque hac vaga atque indefinita observatione argumentari velit, eandem etiam, vel similem limi quantitatem elici debuisse ab aquis Rheni, eo usque in loco, in quo a gravissimis viris aliter deprehensum fuit, is certe argumenta afferre non videtur, quibus factum, & experimentum ab illis habitum infirmet; ut non infirmabit experimentum celeb. Grandii, qui, ut habetur in collectione Auctorum de re aquaria Floren. ædita t. 3. fol. 341., in aquis Arni quinquagesimam partem luti invenit.

Neque ad hæc respexisse videtur Plancus, dum in universum statuit, torrentes fere omnes limi partem saltem decimam sextam continere eorum aquæ; nunquam minorem. Cum enim hujusmodi limi ad aquam proportio oriri debeat, tum a materię quantitate, quam torrentes a terra & campis arripiunt, tum ab aquarum copia, quæ eis admiscetur: utraque autem in torrentibus varia sit pro varia eorum longitudine, fossarum influentium numero, alveorum rapiditate, fontium multitudine: pro varia item locorum, quæ alluunt, natura, hic culta & mollia, illic dura & aspera, hic plana, illic declivia, hic sicca, illic maximis ac frequentibus imbribus, & nivibus obnoxia: quis unquam tot, ac tam multas terrarum orbis dissimilitudines sibi proponere omnes poterit? quis notare singulas, & probe colligere? quis eas inter se juxta quendam communem aquarum statum, & locorum conditionem ita apte conferre, ut certa quædam luti mensura, a qua nunquam torrentes deficiant, constituatur? Infinita sunt profecto ista, nec a Naris solum, & Mariculæ observationibus expectanda.

Verum de his satis. Venio nunc ad Zendrinii testimonium novæ libri editioni additum, quod his verbis a Plancio affertur = Observationes factas a mathematicis Bononiensibus circa lutum in parvo Rheno contentum narravit mihi Bernardinus Zendrinus &c., qui interfuit observationibus illis, eas non fuisse diligenter factas, sed existi-

matione tantum arbitraria, & non ex depositione limi, & ex evaporatione aquæ: quare nihil mirum, si tantum a vero aberraverint. =

Allatum igitur Zendrinii testimonium de observationibus loquitur a mathematicis Bononiensibus habitis: de observationibus circa lutum in parvo Rheno, & quidem de observationibus factis *existimatione arbitraria, non ex depositione limi, & ex evaporatione aquæ*. Id si ita est, Zendrinus de experimento, quod in quæstione est, non loquitur.

Primum enim, ut audistis, ac publicæ tabulæ referunt, experimentum, de quo agimus, factum fuit a multis, iisque alienigenis: unus aderat Bononiensis Eustachius Manfredius. Illud igitur dici non potest Bononiensium experimentum, quod ab aliis confectum est, quam a Bononiensibus, nec etiam eo nomine nostrum dicendum est, quasi nos soli rogaverimus, ut fieret: nam Bononienses & Mutinenses simul, quemadmodum pariter supra audistis, rogarunt ut fieret.

Deinde: Plancus Zendrinii testimonium in eum finem affert, ut experimentum de luto Rheni reprobet: quodnam autem experimentum? illud nimirum quod habitum fuit ante diem quart. Cal. Februarias anni 1720: eo enim die putat factum fuisse. Jam vero cum illud experimentum, quod nostrum appellat, quodque ipse criminatur, non eo die habitum fuerit, ut publici codices testantur, & collectio antedicta Auctorum de re aquaria confirmat, sed quarto Cal. Martias, si diem sumimus, quo aqua e Rheno hausta est, ut de ea experirentur; decimo vero sexto Cal. Aprilis, si diem sumimus, quo de aqua turbida ante collecta experti sunt; quis non videt Zendrinii testimonium minime posse experimentum respicere, quod nullatenus extitit die a Planco indicato, & inepte ad illud reprobandum afferri? Immo si diem a se designatum Plancus retinere voluerit, cum nullum eo die experimentum de luto Rheni factum fuerit, ut a memoratis codicibus evidentiter eruitur, de quonam, peto, experimento Zendrinus testimonium dedit, & Plancus attulit?

Ignorans igitur Plancus, ut manifesto constat, verum observationis tempus, non potuit hac de re nisi obscure, atque ambigue cum Zendrino agere, & illius testimonium
nisi

nisi inconsulto nunc adhibere: quod si melius, ac diligentius illum, ut oportebat, interrogasset, non dubito, quin ad rem nostram accommodatissime respondisset.

Cum enim bina experimenta de luto, seu de aqua Rheni turbida tunc instituta fuerint (neutrum tamen die a Planco designato) alterum decimo sexto Cal. Aprilis, quod superius exposuimus, a mathematicis exteris, & nostratibus expetitur, alterum octavo Idus Martias a solis Bononiensibus, quid verisimilius accidere poterat, quam ut, Planco de Bononiensium observatione Zendrinium interrogante, Zendrinus ad hoc postremum experimentum animum mentemque converterit, non ad illud alterum, de quo non erat existimandum se tentari; jam enim omnibus constare debebat, non a Bononiensibus solis, sed a multis aliis, tum a se ipso cum illis, quæsitum, & habitum fuisse?

Et hanc quidem, non alteram observationem voluisse Zendrinium Planco innuere patebit, si tota ipsius observationis ratio, pro ut in publicis tabulis exponitur, consideretur.

„ A di 4 Marzo 1720.

„ Avvisatifi prima la sera avanti questo giorno i Signori Matematici di Mantova, e Modena d'ordine de' Signori Commissarii Pontificio, e Cesareo, che questi volevano portarsi questa mattina per tempo da S. Carlo al Bondeno, cioè al fiume Panaro, per fare ivi la *Sperienza chiesta da' Signori Bolognesi* alla Chiavica di Burana, ed avendo quelli ricusato d'intervenirvi, si partirono dunque questa mattina i suddetti Signori &c.

„ Prima di partire dal Bondeno, pigliato un vaso di vetro quello fecero riempire d'acqua corrente del Panaro di sopra allo sbocco di detto condotto Burana, trovatala quasi chiara, levandola contiguo alla riva, e sponda del fiume, e chiuso il vaso con carta, e legato, e sigillato con i sigilli di noi Notari in cera di spagna, fu portato al Palazzo di S. Carlo de' Signori Ghisilieri, dove si ritornò la sera, e prima di portarsi a detto Palazzo si andò similmente al Reno, ed avendo un simile vaso di vetro, si estrasse acqua dal Reno medesimo trovata pure in istato quasi chiara, levandola similmente dalla riva, e riempito il detto vaso d'acqua del Reno,

„ come l'altro suddetto, e sigillato nella stessa forma, am-
 „ bidue si portarono a S. Carlo consegnandoli questi a' Si-
 „ gnori Commissarii per farne le dovute osservazioni, e
 „ paragoni.

„ 8 Marzo 1720.

„ I Signori Matematici Pontificii, e Cesarei con tutti
 „ quelli di Mantova, Modena, e Bologna intervenienti al-
 „ la Visita in presenza de' Signori Commissarii &c. avendo di-
 „ ligentemente osservato i due vasi di vetro sigillati, e a
 „ loro presentati da' Signori Commissarii &c. convennero
 „ essi Signori Matematici esser amendue le acque pochissi-
 „ mo torbide, nè esservi sensibile differenza di torbidezza,
 „ e di deposizione dall'una all'altra, ma piuttosto *parere*
 „ un poco più limpida quella del Reno, ed essendosi vo-
 „ tati pienamente i detti vasi in modo, che nel fondo dell'
 „ uno, e dell'altro rimaneva pochissima quantità d'acqua,
 „ e poscia agitata questa acciò s'immischiasse colla deposi-
 „ zione caduta al fondo d'ambi i suddetti vasi, si votaro-
 „ no le dette due porzioni d'acqua intorbidate, come so-
 „ pra, dalle dette deposizioni in due bicchieri di cristallo se-
 „ paratamente una dall'altra, e si osservò concordemente,
 „ che quella del Panaro era *visibilmente* più torbida di quel-
 „ la del Reno.

„ I Signori Mantovani, e Modonesi però (a Mutinen-
 „ sibus stabat Zendrinus) dissero di non ammettere questo
 „ sperimento per non essere stato fatto con acqua raccolta
 „ in tempo di piena, al che replicarono i Signori Bolo-
 „ gnesi, dicendo doverli ammettere tale sperimento ne' ter-
 „ mini, ne' quali era stato fatto.

Quæ si ita se habent, uti se ita habere publici codi-
 ces, e quibus ea transcripsi, demonstrant, palam fit, Zen-
 drinium ad hoc tantummodo experimentum sermonem suum
 cum Planco referre voluisse; nam aliquo modo hoc dici
 potest Bononiensium experimentum, quod ab eis requisitum,
 & in eorum tantum gratiam factum sit. Dicit equi-
 dem non potest, factum fuisse *existimatione arbitraria*; sed
 forte Plancus id sibi paulo liberius sumpsit, & quod
 oculis æstimatum fuit, ipse ab omni mentis animadversione
 abesse arbitratur: id vero testimonii fidem haud multum
 minuit; patet enim, eam æstimationem subtiliter non fuisse
 reipsa

re ipsa factam; neque a Bononiensibus ipsis, aliter atque habitata est, acceptam fuisse.

Quod si Plancus Zendrinii testimonium nihilominus retinere mordicus velit ad primum illud experimentum reprobandum, quo fancitum est, lutum Rheni partem esse centesimam septuagesimam quintam totius aquæ, contendatque de hoc Zendrinium ipsum fidem sibi fecisse, quid minus credibile erit, aut a Zendrinii honestate magis alienum, quam ipsum huic experimento interfuisse diligentiam in luto ab aqua educendo scrutatorem, & testem; limum eductum fecisse, ut fecerunt cæteri, partem centesimam septuagesimam quintam aquæ; integram experimenti historiam, ut vos ipsi audistis, cum cæteris subscripisse: in privato vero cum Planco colloquio omnia novo, & plane impudenti testimonio pervertisse?

Quæ igitur affert Plancus contra Bononienses de eo experimento visa sunt mihi neque cum natura fluminis Rheni, neque cum tempore, quo illud experimentum captum fuit, neque cum observationibus ab illo captis de aliis fluminibus, neque demum cum allato Zendrinii testimonio congruere: neque omnino Bononiensium fidei, & famæ convenire.

Si id ipsum vobis etiam, præstantissimi Sodales, videbitur, magnum iis, quæ in præsentia attuli, pondus accedet.

EUSTACHII ZANOTTI

De limi tumentium fluminum aquis admixti quantitate.

PAUCIS abhinc annis Sodalis noster Baciallius experimentum de aqua turbida Rheni a Jani Planci obtreationibus vindicavit, qui ejus existimationem, & publicam fidem minuere studuerat, suspicionem movens, *quod aliquid subdoli potuerit in eo latere, quod a partium studio esset profectum, & quod rei, quam parabant Bononienses, faveret.* Memineritis Baciallii sermonem, quem in Academia habuit; quo sane singulas Planci criminationes sic persequutus est, ut ad augendam fidelitatis, & æquitatis existimationem nihil dicendum superfit. Quod autem Plancus non dubitat asserere, flumen quodlibet, dum intumescit, tantum terræ, seu limi devolvere, quod æquet circiter decimam septimam partem totius fluidi, certissimis rationibus Baciallius ostendit id universis fluminibus non posse convenire; alia enim inter aquam, & limum proportio invenietur, si flumen maxima declivitate gaudeat, & præceps inter saxa ruat; alia si motus ejus lentissimus fuerit propter minorem declivitatem, & supra fundum arenosum delabatur. Nunc supervacaneum foret singula commemorare, quæ Baciallius doctè persequutus est. Quoniam vero ipse experimenta desiderabat, quibus res sub omnium oculis sic poneretur, ut in dubium amplius revocari non posset, ideo Academix referre decrevi quæ de aqua Tiberis expertus sum; ex quo quisque intelliget quantum a veritate aberret, qui putat cum Planco, improbabilem omnino esse, atque absurdam proportionem a Bononiensibus acceptam inter limum,

&

& aquam a flumine Rheno exhaustam, quæ proportio in eo continetur, ut limus sit pars centesima septuagesima quinta totius fluidi. Fortasse experimentum, quod afferam, nullam habebit fidem apud Plancum, cum nullam habuerit experimentum a celeberrimis viris solemniter institutum anno 1720, interea dum torrentes, qui per Bononiensem, Ferrariensem, & Ravennatensem agrum devolvuntur, jussu Pontificis inviserentur. Quod cum animadvertam, fateri cogor, me aliis, non Planco, scribere, qui si experimentis fidem negat, experiatur ipse, meque polliceor tantam ejus integritatis existimationem habere, ut sim paratus iis assentiri, quæ propriis experimentis se comperisse testabitur. Nunc ad rem veniamus.

Anno 1765 cum Romæ diversarer, illud mihi jam inde ab initio proposueram, ut diligenter inquirerem luti, seu terræ quantitatem, quam Tiberis intumescens secum aufert, neque me fateri pudet in expectatione fuisse de magna terræ copia aquæ permixtæ. Id autem ex eo conjiciebam, quod cum aqua Tiberis semper flavescat, tum etiam cum propter siccam tempestatem sedatius defluit, quo tempore in aliis fluminibus turbatio fere nulla est, aut certe vix sensibilis, futurum existimabam, ut in modicis etiam intumescentiis terra aquæ permixta longe superaret eam, quam Rhenum secum abducere experimenta nos docuerunt. Hanc suspicionem adauxit Castellii, quam referunt, observatio in Nari habita; creditur enim limus ab aqua secretus æquasse decimam septimam partem fluidi. Atque hic notare oportet, Narem in Tiberim influere tanta aquarum copia, ut duo illa confluentia flumina magnitudine paria videantur.

Die vigesima septima Octobris, quam modicæ pluvix præcesserant, cum vespere ad Pontem Milvium deambulatum ivissem, ibique ad ripam fluminis constitissem, observavi aquæ superficiem passim spuma infectam, ac præter solitum folia multa, ac stirpes secum abducere, quod proximæ intumescentiæ indicium esse solet. Postero die summo mane de Tiberis statu conquisivi; cumque intellexissem, eum jam excrevisse, ad ripam fluminis statim me contuli, atque eum locum adivi, ubi flumen urbem vix ingressum nondum sordes, ac immunditias e cloacis profluentes absterfisset, quæ ejus turbationem augerent. Plures naviculæ juxta di-

verfos ordines ad ripam alligatæ tenebantur. Eam, quæ longius a ripa aberat, famulum conscendere jussi, ut inde aquam e medio fluminis exhauriret. Lagenam fune suspensam dimisit; at verens ne ex impetu currentis aquæ lagena extorqueretur, vix immersam retraxit; unde aqua exhausta superficialis dici potest. Domi vas paraveram cylindricum fatis amplum, atque intus lævissimum, quod compereram, acta mensura juxta romanum pondus, continere libras aquæ pluvialis 18, uncias 0, denarios 20, & granum unum, videlicet grana 124897; idque aqua turbida implevi, postquam lagenam diu exagitassem eo consilio, ut, si quid limi confedisset, cum aqua iterum permisceretur. Cumque vas immotum servassem ad multos dies, limusque omnis fundum petiisset, quod superexstantis aquæ puritas manifestabat, decantatione facta, quod aquæ supererat, una cum limo in minus vas effudi. Eodem modo iterata decantatione tandem limum adhuc humectantem in cyathum vitreum deduxi. Post aliquot dies cum limus calore Solis exsiccatus esset, inveni ejus pondus æquipollere granis 1166. Exploratum mihi erat pondus tum cyathi, tum aquæ pluvialis, quam cyathus plenus continere poterat. Aquam itaque pluvialem limo superfudi usque ad os cyathi; quæ omnia junctim trutinæ imposita pependi. Hisce præcognitis expeditissimum fuit aquæ pondus deducere ejus voluminis, quo limus exsiccatus continebatur. Hoc autem pondus comperitum est æquare grana 571. Igitur terræ, seu limi ab aqua secreti volumen se habet ad volumen aquæ in vase cylindrico contentæ, uti 571 ad 124897, seu quamproxime uti 1 ad 219; atque hanc proportionem Tiberi modice intumescenti, si de aqua superficiali sermo sit, convenire putandum est.

Non contentum eo experimento, quippe tunc flumen modice excreverat, cupido incessit idem experiundi in majoribus intumescentiis. Die 10 Decembris propter crebros imbres, qui die ac nocte præcedente deciderunt, tanta Tiberis exundatio exorta est, ut depressiores urbis regiones jam submersæ essent. Certior de eo factus eodem me contuli ad aquam fluminis exhauriendam, quemadmodum superius demonstratum est; quamquam in hoc experimento lagena firmiori funi alligata altius immersa est, nempe ad pedes

pedes circiter quatuor. Cetera peracta fuerunt, ut in allato experimento. Captis mensuris sequentes numeri prodierunt. Limus ab aqua turbida secretus repertus fuit æquare grana 1491; pondus vero aquæ sub eodem volumine æquare grana 756; quod si hoc pondus conferatur cum pondere aquæ in vase cylindrico contentæ, exurgeret proportio inter volumina limi, & aquæ 1:165. Ex his patet, Rhenum æque fere turbidum esse ac Tiberim; cumque Plancus ob paucitatem materiæ, quam Bononienfes in Rheno se comperisse testantur, nescio quid absurdi in experimento sibi finxerit, comprobata eadem Tiberis inopia absurdum tollitur, & suspitionis argumentum corrui, potuisse aliquid subdoli in experimento latere, quod a partium studio esset profectum, & quod rei, quam parabant Bononienfes, faveret.

Cum limus ex aqua Tiberis secretus proportionem sequatur, quæ parum ab ea discrepat, quam habet limus cum aqua Rheni, non ideo concludendum putabimus, idem eventurum esse in fluminibus universis, ac torrentibus, quippe diversæ tum temporum, tum locorum circumstantiæ proportionem illam variare possunt. Neque ideo contendam, Planci experimentum in Maricula perperam institutum fuisse, quod limus, ut refert Plancus, æquaverit decimam septimam partem totius fluidi; scimus enim, Mariculam maxima declivitate gaudere, arenas insuper, glareasque multas una cum saxis majoribus devolvere. Ac ne quis miretur, tantam terræ vim in similibus torrentibus quandoque reperiri, experimentum aliud afferam ad id confirmandum, quod ceteroquin ratio ipsa suadere videtur.

Propter Thermas Porectanas rivulus decurrit, qui in Rhenum defluit. Declivitas ejus tanta est, ut cuilibet fundum inspicienti manifesto se prodatur. Accidit mense Augusto anni 1761, ut ex frequentibus imbris aquæ in rivulum deductæ copiose laberentur. Mihi tunc cupido incescit experiendi quantus esset limus ab aqua rivuli secretus, ac Ferdinando Bassio voluntatem aperui, qui desiderio meo obsequens, statim vas vitreum cylindricum de aqua illa turbida implendum curavit. Post unum vel alterum diem cum limus fundum petiisset, & aqua superexstans satis pellucida facta esset, non sine admiratione cognovimus, limum occupare septimam circiter partem cylindri. Interea dum expe-

etabamus, ut separatio limi ab aqua absolutior redderetur, vas cylindricum disruptum est, disperseque limo, & aqua nihil definiri potuit. Post eam calamitatem experimenti reficiendi occasio nulla se obtulit. Equidem si limus exsiccatus fuisset, in minus spatium se contraxisset; attamen non est verisimile, intra decimam septimam partem tubi cogi, ac densari potuisse. At si quis eandem proportionem inter limum & aquam servari crediderit, ubi Rhenus e montibus egressus per planitiem devolvitur, & inter aggeres decurrit, longissime a veritate aberraret.

Fortasse quispiam dixerit: quod torrenti porectano convenit, cur non putabimus & aliis convenire, qui in Rhenum influunt? & quoniam Rhenus ex torrentibus illis omnibus, ac rivulis coalescit, eandem eorum naturam sequetur. Cui respondere facile erit; aquæ enim omnes cujuscumque torrentis, ac rivuli non sunt æque turbidæ, sed proportio inter aquam, & limum varia est pro varietate locorum unde torrentes singuli originem ducunt. Ubi enim devolvantur per loca mollia, & culta, plus terræ abripiunt, quam si per dura, atque aspera delabantur. Ad hoc illud etiam accedit, ut in planitie, quæ montibus succedit, aquæ pluviales e sulcis, & colliquiis derivantes nihil ferme luti ac terræ secum auferant; ac proinde flumen ex his auctum minus turbidum efficietur.

Fortasse quispiam experimentum nobis objiciet, quod institutum fuit anno 1761, dum invisendis fluminibus plures mathematici jussu Pontificis convenerant, quod experimentum sic exponitur (Miscellanea Lucæ edita tom. IV. S. 54.) *La materia grave incorporata colle piene di Reno, la quale benchè non giunga ad un terzo dell' acqua fluente, come con esorbitanza in vero troppo manifesta è stato creduto altre volte, tuttavia dalle esperienze fatte nella Visita apparisce, che giunga alla trentesima parte anche nell' acqua presa vicino alla superficie.* Quod cum ponat auctor, limum seu materiam aquæ mixtam æquare trigessimam partem fluidi, videtur ad eam proportionem accedere, quam Plancus statuit, & nostram reprobare. Verum, ut fatear, miratus sum, hominem doctissimum in ea supputatione tantumdem errare potuisse. Experimentum primum referam, ac deinceps examinabo quid ab experimento consequatur.

An-

Anno 1761 die 15 Novembris cum Rhenus intumisset œnophorum vitreum aqua turbida repletum fuit. Hujus aquæ turbidæ pondus compertum est lib. 7, unci: 2½, pondus vero materiæ exsiccatæ unci: 1 $\frac{19}{72}$; ex quo apparet materiæ ab aqua secretæ pondus comparatum cum pondere fluidi in vase contenti fuisse quam proxime uti 1:68. Cum autem materia illa ponderosior sit aqua, necessario consequitur, ut ejus volumen comparatum cum volumine totius aquæ minus quam sexagesimam octavam partem fluidi occupaverit; trigesimam vero æquare nullo modo potuisset, nisi si levior fuisset. Ad statuendam ex dato pondere proportionem, quam quærimus, oporteret tum limi, tum aquæ gravitatem specificam noscere, de qua in allato experimento nullus fit sermo. Cotesius in suis lectionibus tabulam exhibet, in qua ponit, argillam cum aqua comparatam gravitatem specificam habere, quæ sit uti 2000:1076, quæ proportio parum differt ab ea, quam in ambobus experimentis ex aqua turbida Tiberis deduxi. Differentia autem oriri potest ex ipsa limi natura, vel etiam ex gradu exsiccationis, quo limus condensatur; fateor enim me in allatis experimentis summum exsiccationis gradum non attendisse. Quidquid sit, non longe a vero aberrabimus, si gravitatem specificam limi eandem posuerimus, quam Cotesius argillæ convenire nos docet. Ad supputandum itaque materiæ volumen ab aqua Rheni secretæ instituat hęc proportio, videlicet uti 2000:1076:: $\frac{1}{68}$: ad quartum = $\frac{1}{126}$ quamproxime; atque hoc erit pondus aquæ ejus voluminis, quo limus ab aqua sejunctus, & exsiccatus coercebatur. Quod si pondus aquæ æquat partem centesimam vigesimam sextam totius fluidi in vase contenti, ejus volumen, quod idem est ac volumen materiæ ab aqua secretæ, eandem partem centesimam vigesimam sextam metietur; quæ proportio longe abest ab ea, quam Plancus pro certo sumit, & ad eam maxime accedit, quam Bononienses anno 1720 solemni experimento deprompserunt. Hic negleximus differentiam, quæ intercedit inter pondus aquæ turbidæ, quam œnophorum continuerat, & pondus aquæ simplicis seu pluvialis; quæstio quippe, de qua agitur, tantam subtilitatem non requirit.

Hujusmodi investigatio de turbatione cujuslibet fluminis

ad nobilissimam, si qua est alia, quæstionem illam dirimendam de aucta maris altitudine plurimum facit, de qua docte & eleganter, ut solebat, Eustachius Manfredius plura differuit, qui postremus ejus in Academia sermo fuit. Ad supputandum, ac definiendum altitudinis incrementum certo tempore respondens nonnulla prænoscere oportebat, quæ Manfredius diligenter conquisivit; atque illud in primis, quanta sit materiæ congeries, quam flumina quæque in fundo maris deponunt. Supponit Manfredius proportionem, quæ interit inter aquam fluminis, & terram illi admixtam, eandem esse in omnibus fluminibus, eamque tamquam mediam ponit, quæ prodiit ex aqua turbida Rheni; tum subductis rationibus colligit superficiem maris sic attolli debere, ut annis 348 incrementum altitudinis habeatur unciarum quinque. Monet præterea, incrementum majus sequi debere, si non tantum limi, & terræ, quæ cum aqua permiscetur, sed etiam arenarum, & glarearum, quas torrentes nonnulli e proximis montibus delapsi in mare inferunt, ratio habeatur. Nunc videamus quænam elevatio maris sequi deberet, si proportio inter limum, & aquam, quam Plancus prædicat, universis fluminibus ac torrentibus conveniret. Quoniam limus, qui æquat partem 175^{am} totius fluidi, superficiem maris evehit uncias quinque spatio annorum 348, si fuerit limus pars 17^a, elevatio eadem necessario sequeretur spatio annorum 34. Quid porro si materias graviores, veluti arenas, & saxa, in hanc supputationem adhiberemus? Equidem elevatio tanta eos præsertim non fugeret, qui maris oras incolunt, aut in portibus versantur, quique necessitate coacti deberent sæpius vias, ac ædificia sursum producere, atque altius efferre; neque Manfredio opus fuisset ad probandam maris elevationem vetustissima maritimarum urbium monumenta consulere.

Quoniam in hunc sermonem incidimus de aucta maris altitudine, non injucundum Academix facturum me puto, si id referam, quod paucis abhinc mensibus Maximilianus Hell Astronomus celeberrimus per literas ad nos scripsit. Anno elapso, quod nemo ignorat, observationis peragendæ causa de congressu Veneris cum Sole plures astronomi in diversas regiones iter fecerunt. Maximilianus Hell Wardhusium ad oram septentrionalem Norvegiæ profectus, ibique

que diu moratus non modo astronomicis, verum etiam meteorologicis, & physicis observationibus operam dedit. At prætermittis iis, quæ nihil ad rem, scitote maris superficiem illic quotannis deprimi, contra quam accidit in nostris hisce regionibus, idque ex eo Maximilianus Hell conjicit, quod litora, & insulæ altius atque altius supra maris superficiem evehantur. Posita hac maris depressione prope polum, ad supputandam diutinam maris elevationem in regionibus ad meridiem positis non modo materiæ, quam flumina in mare inferunt, ratio habenda erit, sed etiam aquarum, quæ maria ad utrumque polum sita deferunt, & ad æquatorem congregiuntur. Tam insigne phænomenon mihi prorsus dignum videtur, in quod philosophi cogitationes, ac studia convertant. Verum id nunc a nobis inconsulto fortasse fieret, priusquam de phænomeno ipso melius constet.

JOANNIS CHRYSOSTOMI TROMBELLII

A D

FRANCISCUM MARIAM ZANOTTUM

Bononiensis Scientiarum Instituti Præsidem

E P I S T O L A

Qua respondetur quærenti, an in multis Italice locis filum ex genista ad telas contexendas conficiatur.

Tuis jussibus obsecutus sum, præstantissime Zanotte; perquisivique a non paucis, num in multis Italiæ regionibus filum ex genista conficiant, eoque telas contexant, quod Lucenses rusticos facere jam pridem tradidi (a), didicique ex viro probo, ac cordato, præclarissimum Civem, ac Principem nostrum Benedictum XIV, ut populosa redderet maritima Ecclesiæ Romanæ Dominio subiecta loca, ex Epiro (quam nunc *Albaniam* vocamus) plurimas familias in Canini oppidum (quod haud procul a Monte Alto situm est), regionesque illi finitimas accivisse. Quæ familiæ non modo ex genista, verum etiam ex urtica artificiose macerata filum subtilissimum quidem, sed firmum, ac conitans deducebant, atque ex eo non exigui pretii telas conficiebant. Sed novi incolæ adversante iis cælo, & pingui, humidaque tellure iis infesta, ideoque sæpissime febribus, aliisque morbis correpti in patrias regiones quatuor ab hinc annis regredi compulsi sunt: & paucissimi ex iis hodie supersunt, adeo pauperes, ut in summa mendicitate vivant. Vides itaque, Zanotte præclarissime, Italicos campos præter linum, & cannabum conficiendis telis aptissima, ideoque usitatissima, alia etiam herbarum, ac fruticum genera alere, ex quibus, si ars, ac conveniens labor accesserit, telæ non leve incolis emolumentum allaturæ conficiantur. Hæc te scire volebam, Zanotte præstantissime; te incolumem diutissime ferva, meque, quod facis, ama.

(a) De Bonon. scientiar., & artium instituto &c. to. IV. pag. 349.

JOANNIS ANTONII GALLI

*De usu interno Mercurii sublimati
corrosivi.*

DE præstantioribus remediis accidit fere semper, ut cum primum venerint in usum, fautores invenerint simul, & adversarios. Quod sane præ reliquis confirmatur de mercurio; tanta enim orta est de ejus usu inter medicos contrarietas, ut dum alii ab ipso profus abhorruerunt, alii, quos Harveus dixisset mercuriarios, nullum fere morbum curari posse sine mercurio aut naverint. Verum enim vero medicos haud paucos haberi scimus, qui non ad venereos modo, verum etiam ad morbos alios profligandos mercurium aptissimum arbitrantur.

Inter istos ex recentissimis numeratur Xaverius Gratianus Neapolitanus, qui edidit præterito anno observationes de mercurio tam externe, quam interne utiliter adhibito adversus plures acutas, & cronicas affectiones.

Quæ item fuit nostris temporibus promulgata methodus curandi graves, pertinacesque morbos, vel a celtico deriventur, vel non, per sublimatum corrosivum diu etiam, si oportuerit, interne, & innoxie sumptum?

De felici hac methodo nobilissimus Gerardus Van-Swieten aliquot ab hinc mensibus scripsit Josepho Benvenuto Lucensi medico. Benvenutus Swietenas litteras adjunxit dissertationi epistolari, quam de vi mercurii contra verminosas febres edidit clarissimo Beccario scriptam. Beccarius de exemplaribus a Benvenuto acceptis, uti de aliis opusculis humanissime mecum egerat, unum mihi largitus est. Quod porro cum gratissimum habuerim, tum quia acceptum a Beccario, cui plurimum tribuo, tum quia nova præditum methodo curandi morbos in primis venereos, peroptavi de hac ipsa non semel periclitari.

Sit

Sit itaque sermonis mei argumentum de usu interno mercurii sublimati corrosivi; & cum non ego dumtaxat, sed alii per idem tempus de ipso periclitati sint, nonnullas horum observationes meis adjungam.

Ut aliquo procedam ordine, primo attingam Swietenæ curationis methodum. Secundo quæ aliorum fuerint narrabo experimenta. Tertio referam mea. Postremo conabor rem totam conficere non sine aliquibus annotatiunculis, corollariisque.

Exordiens a curationis methodo collegeram, 1. liquorem confici ex sublimato corrosivo, & spiritu tritici, ea quidem dosi, ut singula spiritus uncia liquatum ferat sublimati granum dimidium; 2. de liquore isto exhiberi adultis mane, & vespere cochlear unum, atque etiam alterum ratione habita virium ægrotantis, & morbi; 3. hauritum exigere largum ptisanæ potum, aut simplicis, aut lacti mixtæ; 4. non prohiberi usum quocunque anni tempore, nec interdici utenti quotidie vagari, nisi rigida sæviante tempestate, qua præcipitur cubiculo detineri.

Præcipitur quoque abstinencia a pinguibus, veluti lardo, nec non a carnibus sale, aut fumo induratis; juscula quidem conceduntur, olera mollia, aliæque carnes, sed simplices potius, & parce.

Curati hac methodo, atque sanati dicuntur morbi, etsi contumaciores, probaturque exemplo puellæ, cujus linguæ cancerosum ulcus sanavit liquor innoxie hauritus ad menses novem.

Hæc sunt præcipua de methodo excerpta e litteris Swietenis ad Benvenutum scriptis.

Interea Benvenutus, cum alia ex causa mecum litterarum commercio uteretur, a me impulsus, ut de suis tentaminibus, si qua habuisset, me commoneret, fecit non semel humanissime. Dum refero, quæ ad me scripsit Benvenutus, alienas aggredior observationes.

Monebat Benvenutus de puella laborante ulceribus, a chirurgo jamdiu inutiliter curatis tanquam spinis ventosis. Ut cognovit medicus, ea potius referenda esse ad gallicas suppuratas gummositates (orta enim fuerat puella a parentibus lue celtica infectis) omnis inde curatio concredita fuit soli Swietenæ liquori, de quo puella postquam sumpsit mane,

ne, & vespere cochlear unum quadraginta dies, ab ulceribus omnino convaluit.

Scribebat præterea de juvene diu vexato a gallico palati ulcere, a quo manabat ichor admodum foetidus, & nigricans, nec non multa prodibat caro spongiosa; quapropter non levis orta fuit de carie ossis suspicio: usu tamen Swietenii liquoris ad menses ferme quatuor una cum largo potu decocti malvæ, & hordei, depressa luxuriante carne, ulcus exsiccatum est. De duobus itis dumtaxat curationibus me fecit certiores Benvenutus, non quod aliis careret, sed quod illas satis esse existimavit, ut vim remedii probaret.

Addebat, alios sibi cognitos medicos, qui illud ipsum experiebantur innoxium, quin immo utilissimum non solum ægris ex lue celtica, verum etiam aliquibus absque luis suspicionem laborantibus. Fatebatur quidem, oportuisse hostem jamdiu oppugnare, excepta scabie, aut alia cutanea affectione, quas extinguere cognovit exhibitio liquore viginti, aut ad summum triginta dierum spatio, præsertim vero tempore verno, & æstivo, quibus illum expertus fuit utiliorem, efficaciorumque.

Cum hæc ad me scriberet Benvenutus, instabat mihi Swietenam methodum experiri. Illi non minus quam mihi hac in re satisfactorius, statim ac tulit occasio in Nosocomio Insanabilium, ægros induxi nonnullos ad eam sustinendam.

Quæ prima feceram pericula, non multo post constiterunt Joanni Baptistæ Burserio summa cum laude Faventis medicinam facienti. Aliunde Burserius intellexerat nonnulla de Swietena methodo. Sed aliquid exoptabat de illa ipsa a me intelligere, sicuti etiam spiritum tritici habere, quo dissolveret sublimatum, atque de innoxio ejus interno usu propria experientia confirmaretur. Quæ ideo mihi antea fuerat occasio de hac re certandi litteris cum Benvenuto, illa ipsa fuit cum Burserio. Hic meas desiderabat observationes; & ego suas. Dum ego curabam illius desiderio satisfacere, satisfecit ille meo diligenter, ut solet, & perhumaniter.

Burserius itaque ad me scripsit, quod susceperat experimenta sublimati, coactus liquare ipsum cum spiritu vini,

non tritici; neque enim ex nostris, neque ex alienis pharmacopolarum officinis spiritum e tritico eductum colligere potuerat. Huic autem libentius spiritum vini substituit, & quod cum laude adhibitum a medicis intellexerat, & quod adhiberi posse ipse probabat Swietenus in epistola, quam Burferius legerat verbis hisce, monitisque refertam.

= Mercurium sublimatum tuto dari posse certus sis. Sex-
 = centis lue laborantibus intra anni spatium datus est opti-
 = mo cum eventu etiam in difficillimis casibus. Nemini
 = quid sinistri contigit. Mercurio sublimato, qui apud
 = omnes pharmacopolas prostat, utor. Spiritum frumenti
 = adhibeo, quia cum hoc prima feci tentamina ante mul-
 = tos annos, & cum pulchre successerit, nil mutare volui.
 = Credo tamen facile & vini spiritum inservire posse.

Burferius itaque Swietenio consilio nixus liquorem composuit ex granis sex sublimati, & libra spiritus vini rectificatissimi.

Dum refero tentamina a Burferio habita de liquore ita composito, alienas prosequor observationes.

Juvenis mulier phlegmatica, hysterica, & male affecta doloribus celticis, ulceribus in tibiis, exostosis in brachiis, sumpsit primum de liquore drachmam unam mane, & vespere quotidie. Quamquam statim ab illius haustu, eoque magis infra diem bibisset admodum copiose, octava tamen die coacta fuit se a liquoris usu abstinere propter nimium ardorem in abdomine excitatum, diarrhoeam potius molestam, nec non hystericos labores usque ad animi deliquium; quæ omnia nedum mitescere ostenderunt, imminuta liquoris dosi.

Item de liquore ipso, nec dispari methodo, periclitata fuit altera mulier biliosa, gracilis, non parum consumpta a diuturnis doloribus gallicis. Etsi vel ista tam copiose, quam illa, bibisset emollientem decoctionem modo simplicem, modo lacti mixtam; nihilominus tamen debuit a liquore se abstinere ante septimum diem tum ob nimium ardorem gutturis, stomachi, & intestinorum, tum ob aditam febrem.

Liquorem ipsum Burferii consilio expertus fuit juvenis, cui post contractam veneream lue accesserunt gummositates, & dolores in singulis artubus, præsertim vero

in utroque genu non sine indiciis incipientis anchyloſis.

Per decocta ſudorifica, & exſiccantia, nec non per hydrargyroſum viſus fuerat morbus alias miteſcere; at demum ſævierat, nec paucam induxerat maciem, & virium jaſturam.

Æger ſic ſe habens cœpit ſumere mane, & veſpere cochlear prædicti liquoris, toties hauriens libram lactis, & decoctionis emollientis, de qua poſtea infra diem potabat octo circiter lagenas.

Primis diebus ſtatim ab aſſumpto liquore conquerebatur duabus circiter horis de ardore nimio gutturis, œſophagi, & ventriculi. Paulo poſt totius corporis agitatione opprimebatur. Etsi quotidie mingeret copioſiſſime, deſiceret non parum, aliquo etiam ſudore perfunderetur, dolebat tamen magis quam antea; affectæ autem partes ſub ipſo dolore potius tumbant. Crura præ reliquis plus ſolito dolebant, & præter modum rubebant. Burſerius noluit impoſterum concedere juveni quolibet die niſi unum cochlear liquoris, decrevitque ad ſublimum diſſolvendum uti ſpiritu vini minus rectificato.

Hac methodo, & doſi paratum liquorem juvenis tulit ad tres meſes; carne interea ſe obduxit, nullos amplius ſuſtinuit dolores, perdidit gummoſitates, atque faciles acquiſivit artuum motus.

Liquorem ſic compoſitum non dubitavit Burſerius, quin alii ægrotantes ſuſtinerent. Revera cæteri, quibus illum præſcripſit, longe melius ſuſtinuerunt. Quæ autem fuerint adjuncta, non perſequar narrare ſingula; neque enim ille variis, gravibuſque occupationibus diſtensus potuit, ut ſolebat, diligenter, & fuſius de his ad me ſcribere. Expedi-tus propterea ab alienis obſervationibus, nunc meas exponere aggredior.

I. *Hiſtoria.*

JUveni ab impuro concubitu innumeræ verrucoſæ excreſcentiæ germinatæ fuerant circa anum, ad inguina, in ſcroto, & undequaque in mentula, ad cujus apicem tam intra, quam extra præputium adeo confertæ reperiebantur,

Q 2

ut

ut glans ob phimosim nullo modo detegi posset. Ex verrucis aliæ erant parvæ, aliæ majores, nonnullæ aridæ, & duriores, nonnullæ vero ulceratæ, ac manantes fœtidum, fordidumque ichorem.

Æger etsi miseria obrutus, pessime nutritus, & a plurimis diebus a fordido hoc morbo vexatus, libentius, quam chirurgicis efficacioribus præfidiis, indulgit usui liquoris antivenerei; neque inutiliter. Statim enim fudoribus, & urinis copiose fluentibus intra decem dies ex verrucis aliquæ depressæ, & imminutæ, plures vero de ulceratis exsiccata.

Dum morbus ad sanitatem cito nimis perduci videbatur, universum corpus fœdatum est miliaribus pustulis. Verum & itis promptissime exsiccatis verrucæ omnes simul ita depressæ sunt, ut quæ undequaque præputium occupabant, glandem omnino detegere permiserint. Æger nondum sumpserat octo grana sublimati corrosivi, cum jam bene se habens noluit ulteriori curationi indulgere.

Verebar ego, ne novæ erumperent verrucæ, aut alter oriretur morbus, præsertim ob victus errores, in quos juvenis procul dubio raperetur in paupertate vitam degens, & extra Nosocomium sui juris factus. At metum omnem amovit optima valetudo, qua illum continuo gaudere vidi etiam post multos elapsos menses.

II. Historia.

DElatus fuerat ad Nosocomium vir quinquaginta annorum, gracilis admodum, & delicatus, viribus magnopere destitutus, & insigni macie confectus propter diarrhœam, diuturnamque febrem, quæ tandem minui cœperunt post parotidem suppuratam tam extra, quam intra aurem.

Præterea æger cruciabatur dolore gingivarum adeo tumulentium, ut supra dentes circumquaque eminent. Ulterius ob amaurosim in utroque oculo aspectum amiserat; infortunium sane illi relictum tribus antea annis post ophthalmiam derivatam a virulenta gonorrhœa indebite curata.

A jusculis nutrientibus, gelatinis, cremoribus hordei, & avenæ macies, atque vires fuerunt non parum restauratæ; ore deinde, & dentibus expolitis per abscissionem gingivarum,

rum, nec non frequentem abluionem cum austero salito vino; parotide item decrescente, ejusque ulcere exsiccato, postquam pus multum, & diu fluxerit.

Nonnullis ab illinc diebus facti sunt in eminenti capitis parte varii gummosi tumores, clara quidem indicia celticæ luis adhuc delitescens. De tumoribus illis insignior ad frontem, etsi appposito emplastro de ranis cum triplici mercurii dōsi, proximus suppurationi crevit ad ovi gallinacei magnitudinem.

Tot tumores suppurationi dispositos cum renuerit æger cultro aperiri, idcirco coactus fui quærere aliunde præsidium satis efficax, & parum molestum ad eorum sin minus resolutionem, at certe exulcerationem impediendam.

Cum jam antea ægrum expertus essem patientem, quem admodum requiritur in diuturnis curationibus, statui illum subicere usui liquoris antivenerei. Revera per dies centum quotidie de eo mane sumpsit femiunciam. Primis diebus statim ac sumpserat, conquerebatur de incendio faucium, & œsophagi, usque ad ventriculum. Æstus iste intra horæ spatium cessabat. Augebatur interea ardor in stomacho, cui dolores cæteroquin tolerabiles adjungebantur in intestinis. Stomachum cito recreabant potus aquæ hordeatæ, intestina vero tres, quatuorve dejectiones ante meridiem. Post viginti dies liquorem stomachus, & intestina tantum sustinuerunt, ut ille de ardore, ista vero de doloribus non amplius conquererentur. Æger quotidie plures habuit dejectiones: quotidie copiosas urinas, sudoresque non paucos; quandoque etiam salivationem, quandoque lacrymationem illi inassuetam.

Quo plus in dies urgebant, & perseverabant alvi dejectiones, eo magis æger constabat viribus, & carne obducebatur; & quanquam victus nunquam fuisset quantitate auctus præter vini portiunculam in solo prandio post mensam concessam, ille tamen quotidie florebat facie, & bona valetudine gaudebat, jam penitus consumptis gummosis tumoribus capitis, illo ipso prorsus resoluta, qui erat magnus in fronte, & suppurationi maxime proximus.

Unicum ægrotanti supererat visus desiderium. Mihi aliquoties utrumque oculum perlustranti visa fuerat aliqua pupillæ mobilitas. Vel ipsi ægro visum est distinguere se-
re-

renos dies a nubilosus, quæ quidem distinctio ejusdem oculis prorsus erat antea denegata. At nollem desiderium proficiendi de visu in causa, cur ægro simul, & mihi nimio plus, quam esset, videretur.

Porro cum a nonnullis admodum polliceatur de vi mercurii contra amaurosim a celtico feminio pendentem, vel id mihi pollicitus fuisset a diurno sublimati corrosivi usu, præsertim cum sub tot, & tam copiosis excretionibus, inter quas notabilis est ipsa lacrymatio, prompta, & totalis habita fuerit dissipatio tumoris, qui erat tam magnus, atque ab oculis ipsis parum distitus: ideo fecit spes mea, ut ægrum hortarer in usu liquoris antiveneri ultro perseverare, ad experiendum, an plus de visu profecisset. Verum ille de valetudine acquisita apprime contentus voluit a Nosocomio discedere cæcitatem negligens, quam potius sibi commodam duxit, dum inde mendicans a caritate obtinebat, & cumulabat id, quod consuleret ejus paupertati, simulque incolumitati, qua adhuc fruitur integra.

III. Historia.

Mulier vidua ætatis triginta annorum, gracilis potius, & melancholica, jamdiu fœdata erat myrmecia quadam, seu formicantibus verrucis ad modum herpetis miliaris per univèrsum corpus serpentibus, maxime sub axillis, & ad inguina. Accedebant dolores artuum molestissimi; fere assidua, & intolerabilis cutis prurigo; membrorum omnium languor; corporis macies; nullum cibi desiderium; somnus interruptus, & brevis; mæstitia multa; sæpe etiam febricula cum pulsu parvo, & celeri. Procul dubio pendebant hæc omnia a lue venerea jampridem latente, neque unquam propriis efficacioribus remediis curata. Dejectiones habebat mulier perraras, urinas paucas, & valde rubras, sudores nullos; menstruis ipsis, quod notabilius est, carebat ultra annum.

Miserrimæ ægrotantis hujus expeditam curationem in Nosocomio aggressurus, spem sanationis in liquore antivenero reposui. Hunc ergo eadem dosi, & methodo, quibus antedictus æger usus fuit, vidua ipsa per menses sumpsit patienti, constantique animo.

Per

Per eum cito obtinuit copiosas excretiones urinæ, & fudoris, dejectiones vero per alvum moderatas. Pulsuum inde celeritas imminuta, dolores artuum facti mitiores; verrucæ depressæ, & explicatæ. Videbatur mulier convalescere; nisi quod aucta nimis urinarum, & sudorum copia, augebantur in dies macies, & virium jactura.

Tunc placuit lac vaccinum miscere cum decoctione emolliente, & pro stomachi tolerantia in diem exhibere. At mulier cum non potuerit lac ferre, optavit victum paulo pleniorum, simulque paucum cum ipso bibere vinum in prandio aquæ simplici mixtum. Utroque concessa mulier longe melius se habuit. Intra mensem myrmecia evanuerat; inde vero per univcrsum corpus egressa pfora vel ipsa brevi exsiccata.

Post hæc cœpit ægra constare viribus, indui carne, pulsus habere longe minus celeres; febris autem omnino desinere. Somnus tantummodo desiderabatur, qui tamen facile obtentus est per emulsionem feminibus frigidis cum syrupo de meconio edulcatus.

Optavissimè ego, ut iterum fluerent menstrua, nec desperabam, quod demum vel hic ipse fluxus obtineretur post alias obtentas adeo promptas, & constantes excretiones. Jam mulier usa fuerat liquore antivenero ad duos menses, cum demum illi bene coloratæ, & satis nutritæ, a verrucis, & scabie prorsus immuni fluxerunt menstrua tam facile, & copiose, quam olim solebant. Post menstruorum fluxum verrucæ aliquæ sub axilla sinistra, in fronte, & capillata capitis parte comparuerunt insigniores.

Liquoris usus, sub menstruis omissus, iterum post illa per mensem revocatus est, quo completo menstrua redierunt, non perinde exsiccatis verrucis, immo factis majoribus illis, quæ sub capillis, & axillis latebant. Non dimisso interno liquoris usu, verrucas volui externe tentatas activiori solutione sublimati corrosivi in aqua destillata.

Sic tandem menstruis iterum tertio recurrentibus, relicto tam interno, quam externo sublimati præsidio, verrucæ omnes dissipatæ fuerunt, neque amplius ullæ vel minimæ impostèrum apparuerunt. Mulier e Nosocomio discessit bene valens, proindeque debitis temporibus abunde satis poluta menstruis.

Liceat modo mihi ab historiis tantisper declinare, ut moneam, tria hæc mea de interno sublimati usu tentamina vix primum nostris innotuisse medicis, quod aliqui ex oculatioribus, cautioribusque eundem ferme protinus improbarunt; tum quia veneficam sublimati indolem potissimum metuebant, tum quia tutam ejus exequendi methodum magis perspectam, atque probatam optabant.

Illorum desiderio (quod & meo versabatur animo) ultro satisfactorius, nova alacriori animo aggredi experimenta non renui, nec mihi venenosam sublimati naturam contemplanti, ut abstinuissem, quidquam accessit; pro certo enim, exploratove habebam, pleraque, ut ut venefica, per os quoque sumpta nullam corpori inferre noxam. Quandoquidem nonne pluries ab oculatissimis medicis interne fumenda præscripta fuere euphorbium, helleborum, arsenicum, cicuta, cantharides, aliaque ex iis, quæ a regno præsertim minerali chimica ars elicit, atque præparat? Interim minime desunt medici, quorum auctoritate, & usu id ipsum confirmatur. Lubeat nobis Melchioris Fricii Ulmenfis medici scriptum nuperrime editum adire, & ex illo habebimus = *Nullum esse venenum tam vehemens, quod recte, = ac methodice usurpatum non spectet ad antidotum, nullam = que rem dari tam noxiam, que multa bona in se non fo = veat, immo venena in morborum curatione ita superare = a firmitate alia remedia, ut demum, reliquis incassum ten = tatis, ultimum sint etiam in desperatis morbis medicorum re = fugium, nec non sacra egrotantium anchora* = Præterea immortalis Boerhaavio aures parumper præbeantur, qui sublimatum mira præstitisse asseveravit, adeo ut in suis chemiæ elementis mixturam sublimati propinandam commendaverit; quanquam de methodo, & cautelis ne verbum quidem addidit, monere contentus, ut *prudenter a prudenti medico adhibeatur, sibi que ab usu caveat is, qui methodum nesciat*. Quid plura? Swietenus inter Boerhaavii auditores eruditissimus Benvenuto scribens aliquam demum aperuit methodum, in qua adeo commendat internum sublimati usum, ut in morbis venereis hydrargyrosi minus dubitaverit esse anteponendum.

Cum itaque ad plures annos de luis venereæ curatione hydrargyrosim expertus fuerim satis utilem, ferme hæ-
sita-

fitabam & ipse, quin internæ sublimati mercurii exhibitioni præferre conduceret vivi per cutis affrictum intromissionem. Verum cum nollem ita sublimato adversari, ut ipso prorsus rejecto, veneream luem sola hydrargyrosi conferem profligandam; ideo primis sublimati tentaminibus curavi adjungere alia, atque alia, ut pluribus de usu cautiorem, certiozemque methodum elicerem, & confirmarem. Nunc itaque ad historias redeamus.

IV. Historia.

PUella a prima ferme ætate laboraverat scabie. Parentes cum male ferrent filiolum tamdiu affectam turpi, ac contumacissimo hoc morbo, curationem tentare voluerunt linimento adversus scabiem efficacissimo. Parentum desiderio res bene cessit; at vero plures tumores circa collum oborti sunt. Ex his majores videbantur procliviores ad suppurationem, cui obstiterunt missio sanguinis, & externa resolventia. Interea difficilis deglutitio, & summa puellæ repugnantia prohibuerunt cujuscunque interni pharmaci usum. Puella vero tenebatur feбри, & macie in dies conficiebatur, tumorum aucta mole, atque duritie. In hoc statu filiola curationi meæ fuit commissa.

Quamquam juvandi spes non affulgeret multa, sollicitus tamen de origine, & qualitate scabiei repulsæ, detexi in parentibus ipsis non obscuras luis venereæ notas. Tunc mihi in mentem venit usus liquoris antivenerei. Et quamquam repugnantia puellæ a pharmacis præscribendis me retineret, tamen non dubitavi de ipso periclitari, dummodo puella a lacte asinino non abhorreret. Non abhorruit: menses duos sex uncias asinini lactis totidem unciis nucerinæ calentis aquæ mixtas, duasque simul liquoris antivenerei drachmas quotidie sustinuit. Potionem istam jejuna semper, & lecto decumbens intra bihorium ingurgitabat.

Hac methodo, & veris favore, hebdomada exacta vix tertia, cutis universa cœpit sudore primo madere, post aliquot dies scabie iterum fœdari, tumoribus postremo circa collum sensim decrefcentibus scabies, etsi in dies copiosior, denique extincta est.

Itaque asinini lactis viginti libræ, totidemque nuceri-

næ aquæ, liquoris autem antivenerei uncix quindecim, hoc est sublimati corrosivi grana ferme octo, ad integram valetudinem suffecerunt.

Historia V.

ALtera puella duodecim annos nata in Nosocomio insanabilium recepta fuit, annos ferme quatuor domi suæ ob ulcera sinuosa in pede cum carie majorum ossium tarfi incassum curata. Etsi non intellexissem tam grave damnum ortum ab aliqua extrinseca causa, adhuc tamen ætas, fortisque animus ægrotantis me impulerunt ad illi proponendam cruris amputationem. Singulari, & ferme incredibilem animi constantia quod annuit puella, eam idcirco prius ad tantum discrimen præparandam duxi, non solum quia pulsum quocunque tempore exploratum invenerim celerem, vibratumque, sed quod sanguis e vena bis ductus se crusta præbuit quam durissima obductum.

Primo serum lactis vere exhibitum, tum cichoreacea, demum jus cancrorum fluviatilium, & ptisana refrigerans. Interea tumor ad sternum prodiit, qui paucorum dierum spatio fere ad ovi gallinacei magnitudinem extuberans gummositatis potius speciem, & notas præfererebat. Statim de amputatione protracta mihi ipsi complacui, veritus, ne post ipsam aut novus invaderet morbus, aut ulcus insanabile remansisset.

Conditio tumoris ad sternum me fecit suspiciosum de celtica hæreditaria labe, quam dum quærebam in parentibus, detexi in nutrice. Ad liquorem igitur antivenereum veni tres æstivos menses quotidie usurpatum, atque una quantum hordeatæ ptisanæ ferre potuerat stomachus.

Sudores hinc elicitos uberiores; urina permulta; alvi dejectiones & ipsa potius frequentes. Quibus excretionibus factum est, ut tumor paulatim decresceret; pulsus longe melius se haberet, morbus vero pedis prorsus nihil proficeret. Quare amputationem magnanima puella tam enixe petiit, ut ad eam perfolvendam me identidem incitaret; eandemque fortiter, & in suis ipsis oculis administratam tulerit.

Omnia feliciter acta sunt. Ulcus ab amputatione reli-
ctum

tum ante hyemem ita sanatum est, ut proximo anno puellam viderim optime valentem, & solo fictitii cruris adjuvamento expedite ambulantem.

Historia VI.

Mulier annum agens tertium supra quadragesimum, temperamenti sanguineo-biliofi, habitus corporis mediocris multo ante celtica lue erat affecta. Quamvis curata non semel decoctis sudorificis, & exsiccantibus, aliisque mitioribus antiveneris, duo tamen adhuc patiebatur incommoda ab inveterata superstite lue procul dubio provenientia. Fuit primum congeries quorundam tumorum sub integumentis hic illic in artubus superioribus. Figura & magnitudine dispares, singuli tamen mobiles, duri, minimeque dolentes. Fuit alterum molestissimum, & fere assiduus pruritus in crure dextero modo erysipelate, modo ulcusculis comitatus, præsertim cum mulier propter intolerabilem molestiam nullo modo a scalpturigine abstineretur.

Et si aliena a remediis, multoque magis ab hydrargyrosi, nihilominus ab afflictione morbi illuc adducta est, ut & angustias hyemalis cubiculi, & liquoris antiveneri molestias pati mallet. Liquoris itaque non renuit quotidie nunc duo, nunc tria cochlearia, duo quidem, si præcesserat dejectionum copia, tria, si paucitas. Quotidianam autem portionem, quam sumeret, sic dividebat, ut dimidium caperet mane, dimidium vespere.

Exspuitio assumptum liquorem sequebatur sæpissime tres, vel quatuor horas continua, tamque affluens, ut languens ægra sibi pene deficere videretur. Liquorem spiritu vini confectum cogebatur temperare purissima aqua. Non nisi hoc modo temperatus tolerabatur, nec tantam movebat exspuitionem; liquori superbibebat libram juris hordeati, atque una post hora alteram, utramque cum lactis vaccini selibra permixtam. Stomachus jus hordeatum commode recepit, lacti vero mixtum neutiquam.

Aliquot dies sibi prandium fuit non injucundum zea lacte vaccino incocta, cui paulo post oportuit pulvem substituere ex puro pane, & jure. Hanc resumebat vesperi, simulque libram juris hordeati sub cæna. Potus interdiu pu-

realis aquæ ad arbitrium, & fatietatem. Hanc victus rationem lecto semper affixa servavit duos menses mulier, quam constantissime, ac diutius servavisset, nisi partim macies, qua confici jam cœperat, partim in crure pruritus adhuc pertinacissimus retinisset.

A tanta victus tenuitate utique destitit, non sic ab antivenerei liquoris potatione, cujus cochlear unum quotidie bibere duas hebdomadas continuavit. Tunc vero crus bene habuit, erysipelate, & ulcusculis omnino extinctis, quod etsi bonum maluit, quam antivenerei efficacitati, suæ a scalpturigine continentia mulier tribuere, attamen nisi refedato pruritu, tantam continentiam in ægrotante quis unquam crederet? Huc adde decreescentem insigniter tumorum durtiem, & molem; adde expeditiorem horum motionem; adde eorundem diminutum numerum; adde surgendi e lecto, & ambulandi redditam facultatem; &, quod caput est, adde mulieri restitutas ad naturæ legem purgationes menstruas, quibus integrum annum caruerat.

Historia VII.

JUveni recens nuptæ, ob virulentam gonorrhæam sibi incognitam, & male curatam, bubones ad inguina, dolores ad caput, gummata, & ulcera supervenerunt. Sub idem tempus diminutis extra graviditatem, ac demum suppressis menstruis purgationibus accesserunt febris, præcordiorum anxietas, cordis palpitatio, cibi fastidium, vomitus, diarrhœa. Inopiæ causa vix potuit mulier sibi opportune consulere, auxiliis more pauperum parum valentibus dumtaxat usa, quæ dum levibus incommodis proderant, sævire sinebant causam morbi principem; cujus sævities brevi ad caput versa, vix dici potest quot, quantaque faciei intulerit detrimenta.

Deformitas, & injuria affectæ partis fœminam ad Nofocomium insanabilium impulerunt, cujus incommoda etsi non omnia a miasmate celtico derivata, mecum ipse tamen constitui liquore antivenereo iis occurrere ad unum omnibus. Principio ventriculi ardor, intestinorum tormina, molestaque universi corporis perturbatio sub ipsam liquoris assumptionem sic ægram deterruerunt, ut spe omni dejecta a pharmaco tam infesto refugisset, nisi largioribus potionibus

bus indulgens noxas omnes nedum mitescere, sed omnino conquiescere persensisset.

Hoc deinceps pacto liquori assuefacta ejus usum ad plures hebdomadas non invita protraxit, immo libentius usa est, quod deturpatam faciem in naturalem formositatem paulatim componi experta est. Alio quocunque corporis loco scæviret venerus hostis, eundem in dies succumbere apparebat. Id autem cæteris mirabilius, scæviam tandiu sine lunari censu, diuturno liquoris usu hunc persolvere, ut par est, tandem cœpisse, a quo impofterum non prius cessavit, quam prægnans uterus extitisset. Fœmina profecto insperata sanatione felix, deinde prospero partu felicior, suaque ac filii incolumitate denique felicissima.

Septem hisce historiis comparatis spero fore, ut ne recens fons desit meo iudicio non contemnendus, unde quæ ad rectam, & magis tutam antivenerei liquoris administrationem requiri possunt, satis profluant. Addam itaque modo ea non pauca, quæ non indiligens exercitatio me docuit, quæque primum ad liquoris præparationem, tum ad dosim, deinde ad anni tempus, quo magis juvet adhiberi, postremo ad cautiones pertinebunt visas hætenus pernecessarias.

Præparationem liquoris quod attinet, duo sunt præcipua, mercurius sublimatus corrosivus, & liquor illi dissolvendo accommodatus. Mercurius sublimatus sit quam purissimus, quam albissimus, ac in pulverem summe contritus, idque & quo facilius, & promptius omnino dissolvatur, & quo commodius, ac tutius possit ad dosim redigi minimam, si oportuerit, longe exactissimam. Dissolvens liquor vel aqua, vel spiritus esto; illa quidem vel naturalis, vel stillata, hic vero aut frumenti, aut vini ad hanc usque diem in usum venit.

Londinensibus medicis referente Ricardo Vismanno Anglo vulgaris aqua, pura puta, ad hoc usitata. Boerhaavio placuit destillata. Spiritus tritici Swietenio. Vini vero Italici medicis. Numquid solventia hæc indiscriminatim usurpanda? Porro non repugnarem, nisi rationes aliquæ fecissent, ut peculiarem ex illis componendam mixturam experientia ductus censuissem. Aqua enim hic nobis communis cum plerumque ea sit, quæ multis abundet contentis, quibus forte sociari possunt sublimati particulæ minus æquæ solu-

solutz, idcirco nostratem aquam constitui repudiandam. In ejus locum stillatam decrevi substituendam, non solum quia ab omni suspicione immunem, sed quod magni Boerhaavii auctoritate maxime commendatam, cui quidem satis est, si placuit, ut nemini displiceat.

Veruntamen ita ne arridebit, ut illa cuique videri possit ad omne opus sola sufficere? quin potius alicui solus aut tritici, aut vini spiritus videatur satis? Uterque certe quidem spiritus, sulphureæ indolis qui est, aggredietur acida sublimati spicula, eademque involvet, atque sic frænabit, ut ea saltem vi, qua nuda, & libera possent, nequeant molesta esse, & infestissima. Jungatur ergo aquæ stillatæ spiritus, modo cautissime quantitatem ejus, & qualitatem spectes, ne dum sublimatum emendare contendis, illum plus debito inertem reddas, eundemque virtute medica exuas, dum prospicere studes securitati.

Utinam mihi præsto fuisset tritici spiritus aliquanto illo vini mitior, cujus defectum supplere cum non nisi vini spiritu potuissem, statim in dubium veni, utrum esset ille spiritus a prima destillatione elicito, phlegmate fere ad dimidium ferax, rectificatissimo antepoenendus. A primo metuebam, ne acido phlegmate sibi mixto minus ad rem tutus esset. Alterum solutioni propositæ noveram omnino ineptum. In hoc bivio hoc mihi iter tenendum sumpsi, ut dissolveretur sublimatum in aqua stillata, cui primum adjunctus fuisset rectificatissimus vini spiritus, quoad satis esset, ut liquor evaderet par illi, qui ex solo vini spiritu a prima destillatione elicito provenisset. Atque eo libentius id agendum statui, postquam viderim a solutione uni spiritui vini rectificatissimo ardenti, & igneo commissa plures, ac molestissimos tumultus in faucibus, œsophago, ventriculo, atque intestinis vel ipsis graviter excitatos.

Liquor itaque, quo sum usus, sic est. Constat nimirum sublimato, aqua destillata, & spiritu vini rectificatissimo. Sublimati dosis illa mihi eadem fuit a Boerhaavio, & Swietenio definita, videlicet granum unum; liquoris autem menstrui dosis unciz dux, quarum mihi altera ex aqua destillata, altera ex vini spiritu maxime rectificato, quibus semper drachmæ dux syrapi de toto citro ad gratiam additæ. Hujusce liquoris quantitas quotidie propinanda

da adultis non plus uncia dimidia, at natu minoribus non plus drachmis duabus. Mea hæc instituti ratio nemini, Deo juvante, hætenus noxia.

At enim num ne hæc ita fixa sunt, ut a cancellis constitutæ dosis nequeat egredi? Non ne fertur, liquorem parum ab hoc dissimilem a nonnullis ad cochlearia impune assumptum? De aliis (sincere fateor, quod sentio) nihil quæro. Liquorem id genus tam large adhibitum ægris fuisse innoxium valde dubito. Medici enim prudentis non est ad ægrotantis libitum remedii usum relinquere, quod natura sua venenum sapit. Casus quippe fatales non deerunt, qui improvidam hanc liberalitatem reprehendant, ac damnent. Itaque, si uspiam, in hujus liquoris administratione plurimum prudentiæ Professoribus opus est, ut vel ab ipsa anni tempestate non parum cavendum sit.

Intelligitis, Sodales ornatissimi, quo spectem, videlicet ad hyemem perspirationi, cutaneisque evacuationibus, ut scitis, inimicissimam. Enim vero cutis illa una via proposito liquori semper visa est ad profligandum hostem commodior cæteris, atque utilior. Expediit re ipsa, & tutius ii soli evaserunt, quibus sub ipso remedio quocunque modo cutis sive maculata est, sive exasperata. Non is tamen sum, qui in curatione coacta ab hyeme omnino abhorrem. Veruntamen sciat æger, se tunc non fore a plurimis molestiis, ac tædiis exemptum. In bene clauso cubiculo degere oportet, persæpe lecto teneri, calidisque potionibus frequenter uti, singula porro insuetis incommoda, universa omnino non tolerabilia. Cæterum quæ curationes mihi feliciter cesserunt, ex aut fervida factæ sunt anni tempestate, aut saltem temperatiore, quanquam illa semper omnium aptissima, quippe quæ & perspirationem per se ipsa juvat, ac una simul quascunque cutis eruptiones, & ægros non invitat solum ad potum pernecessarium, sed excitat.

Qui autem potus sit cæteris præferendus, non facile dixerim; namque vulgarem aquam plerique pertulerunt; doloribus imi ventris, flatibusque obnoxii non item. Hisce aqua feminibus hordei, floribusque violarum, aut malvæ, aut foliis theæ, aliisque hujus generis incocta tolerabilior. Quibusdam jus dilutum acceptius, ex carnibus modo pulli, modo vituli, modo columborum paratum, non
solum

solum interdiu ad libitum, sed etiam statim ab assumpto liquore.

Interea me non latet, lac aquæ aut juri permixtum a nonnullis commendatum, quibus tam non repugno, ut & ipse nunc vaccinum, nunc asininum expertus sim, sed potius juri quam aquæ ad tertias commixtum. Hoc autem inter assuetos potando lacti, & non assuetos interesse plerumque animadverti, ut quantum illis accommodatum, atque utile, tantum hisce importunum, & nocuum.

Ad nutriendum, ad ciendam alvum, atque imprimis ad æstum, si qui a liquore excitetur, bene compefcendum lac non raro profuit. Contra affectioni colicæ, & hypochondriacæ obnoxiiis, quibusque alvus lubrica potius est, sæpe sæpius obfuit. Lacte mihi rarissime opus fuit. Meus namque liquor tum præ exigua dosi, tum præ idonea præparatione minus retundi postulabat; tum maxime quia quos tractavi ægros, erant ii prædictis mixturis lacteis aut parum ferendis, aut omnino impares; quique tamen pulmenta ex oryza, & vaccino lacte aliquando innoxie pertulerunt.

Sed hæc satis multa, & plura potius quam erat necesse, ut multo satius sit pauca, quæ remanent, in delectum ægrorum conferre omnia, quibus liquorem hodiernum profuturum confidam. Hic autem paucis me expediam. Sic equidem cenfeo: liquori antivenero non esse dandam operam, nisi quando cum celtico pugnandum est, cujus efficacissimus expugnator consensu omnium nunquam mercurius non extitit. Attamen prudentis medici erit celtico laborantes huic methodo non subicere omnino omnes.

Illos imprimis exciperem, quibus suspecta, & periculosa ipsa foret hydrargyrosis. Exciperem mulieres vel prægnantes, vel sub catameniis. Tum quorumcunque ventriculus, & intestina sic male habent, ut cardialgia, diarrhœa, torminibus facile divexentur. Tum eos demum omnes, qui magnis valetudinis tumultibus proclives ad primulam causam se commovent, atque adeo perturbant, ut a vitæ discrimine haud procul absint. Quod si illuc adducatur æger, vel medicus, ut ad liquorem nostrum veniendum sit, morem non ante gererem, quam patientis corpus ad hanc medicinam faciendam omni studio, & cura dispo-

disponatur, vitia, si quæ alia obvenerant, quantum in nobis est, emendentur, eaque tandem, quæ ab antivenereo liquore vereri possumus detrimenta, præcavere, ac tempestive declinare conetur.

Cæterum ne eos quidem ægros cenfeo attingendos, qui fatis nec morigeri sunt, neque ad incommoda ferenda parati, quæ si minus remedii conditio, diuturnitas certe quidem curationis permulta invehit. Porro liquor antivene-
reus cautionibus modo dictis confectus, & hac methodo exhibitus non solum, ne obsit, nihil vereri debemus, sed eundem mira quoque præstiturum confidimus.

VINCENTII RICCATI

De motu rectilineo corporis attracti, aut repulsi a centro mobili.

DISQUISITIO PRIMA.

De motu rectilineo corporis attracti, aut repulsi a centro æquabiliter lato.

SI centrum attrahens aut repellens corpora fixum sit, atque immobile, proprietates motus ita dilucide patefactæ sunt a geometris, ut theoria hæc in præsens notissima, ac propemodum vulgaris esse videatur. Verum hæcenus legi neminem, qui de motu corporum verba fecerit, dum potentiæ centrum ipsum quoque movetur. Itaque ut hujusce non vulgaris theoriæ fundamenta jaciam, quod Mechanicæ utilissimum fore confido, hoc mihi problema solvendum proposui: si centrum moveatur æquabiliter in linea recta, quæritur, quinam in eadem linea futurus sit motus corporis, dum potentia attrahens aut repellens data est per distantiam corporis a centro. Sed antequam ad solutionem accedam, opportunum judico ostendere, quomodo formulæ ad certas mæsuras redigantur, ut deinceps quantitates constantes, & curvarum parametri exacte cognosci possint.

Incipio a motu æquabili, in quo notum est, velocitatem esse in ratione directa spatii confecti, & inversa temporis, quo conficitur. Quare vocata de more velocitate u , spatium s , tempore t , est u quemadmodum $\frac{s}{t}$. Itaque proportionem in æqualitatem convertens multiplico fractionem $\frac{s}{t}$ per tempus constans k , ut sit $u = \frac{k s}{t}$. Si statuam $t = k$,
erit

erit $u = s$, ex quo apparet, speciem u exprimere spatium, quod tempore k æquabiliter conficitur. Etsi liberum est, per speciem k repræsentare quamcumque definitam temporis partem; tamen commodum erit, eam æquare uni minuto secundo, in qua suppositione habenda est velocitas u tamquam spatium uno minuto secundo æquabiliter confectum. His præmissis, in quocumque motu spatium ds conficiatur tempusculo dt , valebit proportio $u : ds :: k : dt$; ergo $u = \frac{k ds}{dt}$, quæ est prima formula adhibenda ad proprietates motus detegendas.

Lex motus accelerati docet, potentiam in spatium proportionalem esse massæ in velocitatem, ejusque incrementum; hoc est vocata potentia p , massa m , erit $p ds$ quemadmodum $m u du$. Ut æqualitatem statuamus, multiplicemus $p ds$ per λ , ut fiat $\lambda p ds = m u du$. Species λ per mensuras certas est definienda. Pro u substituatur ejus valor $\frac{k ds}{dt}$, & fiet $\lambda p ds = \frac{m k ds du}{dt}$, sive $\lambda p dt = m k du$. Quan-

doquidem λ constans sit oportet, quicumque sit valor quantitatum p , & m , ponamus utramque constantem, & integremus $\lambda p t = m k u$, & iterum substituendo valorem u , habebimus $\lambda p t = \frac{m k^2 ds}{dt}$, seu $\lambda p t dt = m k^2 ds$, & iterum integrando $\frac{\lambda p t^2}{2} = m k^2 s$. Si fiat $t = k$, erit s spatium il-

lud, per quod potentia constans p tempore k promovet massam m , quod spatium deinceps vocabimus $= \varepsilon$. Igitur $\frac{\lambda p}{2} = m \varepsilon$. Statuamus p esse pondus corporis terrestris in data regione, cui massa est proportionalis: igitur $\lambda = 2 \varepsilon$; scilicet λ æquabit duplum spatii, quod tempore k motu accelerato conficitur a corpore terrestri. Quod si k sit minutum secundum, spatium hoc ε æquabit proxime pedes rhenanos 15.625, seu parisienses 15.096. Potentias vero quaslibet designabimus per pondera terrestrium corporum, cum quibus directe æquilibrium faciunt: massas vero per pondera terrestrium corporum, in quibus eadem est materiæ quantitas.

His omnibus constitutis formulæ in quolibet motu usurpandæ sunt hujusmodi $u = \frac{k ds}{dt}$, $2 \varepsilon p dt = m k du$, $2 \varepsilon p ds$

$= m u d u$. Elementum $d u$ fumendum est positive in motu accelerato, negative in retardato. In his formulis u est spatium, quod tempore k æquabiliter conficeretur, si omnis acceleratio, aut retardatio cessaret, p est pondus corporis terrestris æquantis potentiam: m pondus corporis terrestris continentis eandem quantitatem materiæ, quæ in corpore moto: ε spatium, per quod pondus p , aut quodlibet aliud suam massam transferret tempore k .

Redactis ita quantitibus omnibus ad mensuras cognitatas, rem aggredior, ac primum ago de hypothese, in qua potentie attrahentes, aut repellentes sint in ratione simplici distantiarum a centro; quæ hypothesis utilitate, simplicitate, atque elegantia cæteras antecellit. Suppono, potentiam attrahentem aut repellentem in data distantia $= b$ æquare datum pondus $= p$. Sit primum centrum in A (Fig. 1.) quod versus S moveatur æquabiliter velocitate $= C$: corpus distet a centro A intervallo $AB = e$, & præditum sit velocitate $= c$, quæ conspiret cum centri velocitate. Queritur, quinam futurus sit motus corporis a centro attracti.

Interim dum centrum A fertur ab A in S, corpus B motu accelerato percurrat spatium BX , & ejus velocitas $= u$. Accipiantur elementa Ss , Xx , quæ eodem tempusculo a centro, & corpore conficiantur. Vocentur $AS = s$, $BX = x$. Distantia XS corporis a centro erit $= e + s - x$. Quoniam potentie sunt ut distantie, erit

$b : e + s - x :: p : \frac{p}{b} \cdot \overline{e + s - x}$, quæ erit potentia trahens corpus in puncto X. Itaque resultat æquatio $\frac{2 \varepsilon p}{b} \cdot \overline{e + s - x} \cdot dx$

$= m u d u$. Quando velocitates sunt ut spatiola eodem tempore peracta erit $u : C :: dx : ds$; ergo $u = \frac{C dx}{ds}$; & acceptis

differentiis in suppositione ds constantis, $du = \frac{C d dx}{ds}$; ergo

$u d u = \frac{C^2 dx d dx}{ds^2}$: igitur æquatio est $\frac{2 \varepsilon p}{b} \cdot \overline{e + s - x} \cdot dx$

$= \frac{m C^2 dx d dx}{ds^2}$, five $\overline{e + s - x} \cdot ds^2 = \frac{mb C^2}{2 \varepsilon p} \cdot d dx = r^2 d dx$,

posito $r^2 = \frac{mb C^2}{2 \varepsilon p}$. Statuo $e + s - x = z$, quæ est distantia

corporis a centro, & differentiando $ds - dx = dz$, & in

eadem suppositione ds constantis differentiando iterum $- d dx = d dz$. Quare factis substitutionibus prodibit æquatio $z d s^2$

$=$

$= -r^2 d dz$. Hanc æquationem per duplicem methodum ad integrationem perducam.

Sed claritatis causa præstat dividere hypotheses, & a facillioribus progredi ad difficiliore. Prima hypothesi supponit tam $e = 0$, quam $\epsilon = 0$. Prior methodus præbet inventæ æquationis completam integrationem hoc modo $z = A.Cc.s + B.Sc.s$. Dux quantitates A, B sunt determinandæ. Si $s = 0$, unde $Sc.s = 0$, $Cc.s = r$, debet tam x , quam $z = 0$, quia in hoc casu in eodem puncto reperiuntur initio corpus & centrum: ergo fiet $0 = Ar$; ergo $A = 0$: igitur formula integrationis erit $z = B.Sc.s$. Ut determinata A determinetur item B , sumptis z, s minimis & evanescentibus, quum velocitas corporis sit nulla, seu potius nascens, & velocitas centri finita, erit $x:s$ in minore ratione quacumque data; ergo $s - x = z:s$ in ratione æqualitatis; ergo $z = s$; sed etiam $Sc.s = s$; ergo æquatio fiet $s = Bs$; ergo $B = 1$. Igitur æquatio in hoc casu rite integrata sufficiet $z = Sc.s$.

Ad methodum alteram multiplicetur inventa æquatio per dz , ut evadat $z dz ds^2 = -r^2 dz d dz$. Fiat integratio adjecta constante, $z^2 ds^2 = A ds^2 - r^2 dz^2$: atqui posita $z = 0$, debet esse $dz = ds$; ergo $A = r^2$: ergo vera formula integrationis $z^2 ds^2 = r^2 ds^2 - r^2 dz^2$, sive $\sqrt{\frac{r dz}{rr - zz}} = ds$. Pars prima hujus æquationis exhibet arcum circularem, cujus radius $= r$, sinus $= z$: igitur $z = Sc.\Delta + s$. Est autem Δ arcus constans additus in integratione, qui definiendus est per hoc, quod facta $s = 0$, debeat esse $z = 0$: ergo $Sc.\Delta = 0$, & $\Delta = 0$: igitur integratio habebitur $z = Sc.s$, prorsus ut antea.

Ex inventa æquatione obtinemus $s - x = Sc.s$; ergo $x = s - Sc.s$, & $dx = ds - dSc.s = ds - \frac{ds.Cc.s}{r}$. Hinc facile est determinare corporis velocitatem $= u$. Etenim quum sit $u:C::dx:ds$, erit $u = \frac{C dx}{ds} = C - \frac{C.Cc.s}{r}$.

Ex tribus formulis inventis $z = Sc.s$, $x = s - Sc.s$, $u = C - \frac{C.Cc.s}{r}$, quarum prima exhibet distantiam corporis a centro, secunda spatium peractum a corpore, tertia ejus-

ejusdem velocitatem, præstat determinare singularum quantitatum valores, si s , hoc est spatium peractum a centro æquet multipulum quadrantis circuli, cujus radius $= r$, quem quadrantem vocabo $= \omega$. Hæc valores oculis subjiciet tabella sequens

$s = 0$	ω	2ω	3ω	4ω	5ω	<i>ec</i>
$z = 0$	r	0	$-r$	0	r	<i>ec</i>
$x = 0$	$\omega - r$	2ω	$3 \omega + r$	4ω	$5 \omega - r$	<i>ec</i>
$u = 0$	C	$2 C$	C	0	C	<i>ec</i>

ex qua tabella apparet, valores z , u post quatuor terminos eosdem redire. Valores x cognoscuntur, si ex valoribus s demantur respondentes valores z . Quoniam vero $z = S c . s$ debet esse media inter $+r$, & $-r$, constat maximum valorem z esse r , & minimum, seu maximum negativum $-r$. Et quoniam $C c . s$ medius est inter $+r$, & $-r$, ac proinde velocitas corporis est media inter 0 , & $2 C$, manifestum est, maximum valorem velocitatis esse $2 C$, minimum vero 0 . Hæc a constructione lucem accipient, quæ ob oculos ponet ea omnia, quæ detecta sunt ab analysi.

Sumpto radio circuli, seu sinu toto $= r$, describatur curva sinuum circularium $A Z N$, ut $A S = s$ (*Fig. 2.*) $S Z = S c . s = z$. Agatur recta $A T$ faciens cum $A S$ angulum femirectum, quæ proinde tanget curvam sinuum in puncto A . Produc $S Z$ in T ; erit $S T = s$, & $T Z = s - z = x$. Itaque dum centrum motu æquabili fertur per $A S$, corpus motu accelerato percurrat $A X$ æqualem $T Z$. Ut inveniatur velocitas, fit $A C = C$, & normalis $A S$, eidemque parallela $C O$. Ad abscissam $C O$ describatur non curva cosinum circularium, sed ejusmodi, cujus ordinatæ sint ad $C c . s :: C : r$, atque hæc erit curva ipsa cosinum, si $C = r$, seu si $m b = 2 \varepsilon p$. Perspicuum est, $C A$ esse ordinatam curvæ describendæ, quia quum $C c . 0 = r$, ordinata $= C$. Sit hæc curva $A V$: erit $O V = \frac{C}{r} C c . s$; sed $S O = C$; ergo $S V = C - \frac{C}{r} C c . s = u$, quæ proinde denotat velocitatem corporis in puncto X .

Abscindantur $A M$, $M N$, $N P$, $P Q$ æquales quadranti circuli radii $= r$. Dum centrum percurrit $A N$, spatium confectum a corpore est minus eo, quod conficitur a centro, sed

fed continue augetur fimul cum corporis velocitate ita, ut in puncto N æqualia fint spatia a corpore, & centro peracta, & corporis velocitas æquet duplicem AC . Dum centrum percurrit NQ , corporis velocitas retardatur, & corpus præcurrit centrum, quia majus est spatium confectum a corpore, quam a centro. In puncto autem Q hæc duo spatia æqualia funt, & corporis velocitas nulla est. Quare ficut in initio corpus quiefcens, & centrum reperiiebantur in A , ita nunc reperiuntur in Q . Renovatur itaque motus, & fiet ut antea factus est. Cæteras determinaciones figura clariffime ob oculos ponit.

Hypothesis altera ponit quidem $e = 0$, non autem c ; hoc est ponit, initio corpus esse in eo puncto, ubi est centrum, fed data in eo puncto velocitate donari. Si corpus positum in puncto, ubi est centrum, præditum effet velocitate æquante duplicem velocitatem centri, res effet in hypothesi superiore penitus absoluta. Etenim corpus & centrum fint in puncto N . Agatur NT' parallela AT , quæ proinde faciet angulum femirectum cum NS' . Dum centrum pertransit NS' , corpus percurrit lineam æqualem $T'Z'$, & præditum est velocitate $S'V'$. Quare in puncto Q æqualia erunt spatia confecta a corpore & centro; ergo in uno eodemque puncto reperiuntur. Quum autem nulla fit in hoc puncto velocitas corporis, hypothesis prima jam absoluta redibit. Verumtamen si velocitas corporis fit major, aut minor quam $2C$, nondum constat, quinam corporis motus futurus fit.

Prima methodus integrandi æquationem differentialem $z ds^2 = -r^2 ddz$ suppeditat $z = A.Cc.s + B.Sc.s$. Quoniam s, x, z debent fimul evanescere, fiet $A = 0$, & æquatio, ut antea, $z = B.Sc.s$. Ad determinandam B adverte, initio motus, quum s, x funt nascentes, esse $s : x :: C : c$, & dividendo $s : s - x = z :: C : C - c$; fed ex æquatione $Sc.s = s : z :: 1 : B$; ergo $1 : B :: C : C - c$, & $B = \frac{C-c}{C}$; igitur proveniet æquatio $z = \frac{C-c}{C} Sc.s$.

Secunda methodus rite tractata eandem æquationem sufficet. Nam facta multiplicatione per dz nascitur $z dz ds^2 = -r^2 dz ddz$, & integrando $z^2 ds^2 = Ad s^2 - r^2 dz^2$, five $rdz = ds\sqrt{A - z^2}$; fed posita $z = 0$, debet esse $dz : ds ::$

$C - c : C :: \sqrt{A} : r$; igitur $A = \frac{C-c}{C^2} r^2$. Quare æquatio fiet

$$\frac{r dz}{\sqrt{\frac{C-c}{C^2} r^2 - z^2}} = ds. \text{ Facile effiet redigere primam æquatio-}$$

nis partem ad multipulum arcus circularis, cujus radius $= \frac{C-c}{C} r$, & finus $= z$: verum ut eundem retineamus finum totum, qui antea, ita formulam distribuamus

$$\frac{r \cdot \frac{C}{C-c} dz}{\sqrt{r^2 - \frac{C^2}{C-c} z^2}} = ds. \text{ Atqui prima pars æquationis exhibet}$$

elementum arcus circularis, cujus radius $= r$, finus $= \frac{C}{C-c} z$: ergo integrando $\frac{C}{C-c} z = S c . s$, quia quum z , s debeant simul evanescere, superflua est additio constantis: igitur $z = \frac{C-c}{C} S c . s$.

Determinatio velocitatis eruitur ex formula $u = \frac{C dx}{ds}$. Nam quum fit $x = s - \left(\frac{C-c}{C} \cdot S c . s\right)$, erit differentiando $dx = ds - \left(\frac{C-c}{C} dS c . s\right) = ds - \left(\frac{C-c}{C} \cdot ds \frac{C c . s}{r}\right)$; ergo facta substitutione $u = C - \left(\frac{C-c}{r} \cdot C c . s\right)$.

Ex tribus æquationibus $z = \frac{C-c}{C} \cdot S c . s$, $x = s - \left(\frac{C-c}{C} S c . s\right)$, $u = C - \left(\frac{C-c}{r} \cdot C c . s\right)$ definiantur valores z , u , x , dum s æquat multipulum quadrantis $= \omega$

$s = 0$	ω	2ω	3ω	4ω	5ω	ec
$z = 0$	$r \frac{C-c}{C}$	0	$-r \frac{C-c}{C}$	0	$r \frac{C-c}{C}$	ec
$x = 0$	$\omega - r \frac{C-c}{C}$	2ω	$3 \omega + r \frac{C-c}{C}$	4ω	$5 \omega - r \frac{C-c}{C}$	ec
$u = c$	C	$2 C - c$	C	c	C	ec

Su-

Superfluum est adnotare, distantias corporis, & centri, ac velocitates corporis post quatuor terminos redire easdem.

Velocitates C , c centri & corporis sint conspirantes. Sit primum $c < C$: distantia z corporis a centro in secundo termino est positiva, indicans centrum præire, subsequi corpus: in termino quarto est negativa, hoc est corpus antecedit, sequitur centrum. Distantiæ autem semper mediæ erunt inter $r \cdot \frac{C-c}{C}$, $-r \cdot \frac{C-c}{C}$. Velocitates, quæ semper inveniuntur positivæ, mediæ sunt inter maximam $2C - c$, & minimam c . Si $c = C$, distantia corporis a centro ubique nullæ sunt, spatia peracta a centro & corpore æqualia, velocitas corporis semper eadem $= C$, quod etiam sine calculo facile cognosci potuisset. Si $c > C$, at $< 2C$, distantia in secundo termino exiit negativæ, positivæ in quarto: velocitates autem mediæ erunt inter maximam c , & minimam $2C - c$, quæ semper sunt positivæ. Si $c = 2C$, velocitas $2C - c$, quæ est in tertio termino, evadit $= 0$. Denique si $c > 2C$, velocitas ejusdem termini fit negativa, & indicat corpus regredi per spatium aliquod. Velocitates autem mediæ sunt inter maximam c , & minimam, seu maximam negativam $2C - c$. Si velocitas corporis sit contraria velocitati centri, mutato signo speciei c , ut ex negativa fiat positiva, apparebit, distantiam corporis & centri in secundo termino esse positivam, in quarto negativam, inter quas mediæ erunt reliquæ omnes; & velocitates esse medias inter maximam $2C + c$, & minimam, seu maximam negativam $-c$. Confectaria hæc fient per constructionem clariora.

Constructio ita peragitur. Ad rectam AS (*Fig. 3.*) describatur non curva sinus circularium, sed curva, cujus ordinatæ SZ habeant ad sinus circulares abscissæ $AS = s$ rationem $C - c : C$. Erit $SZ = z$ distantia corporis a centro. Ducatur AT faciens cum AS angulum semirectum: erit $TS = s$; ergo $TZ = s - z = x$, hoc est spatium AX peracto a corpore. Ad velocitates inveniendas normalis AS agatur $AC = C$, in qua abscindatur $Ac = c$. A punctis C , c ducantur duæ parallelæ rectæ AS . Ad abscissam CO describatur curva, cujus ordinatæ sint ad cosinus abscissæ $CO = AS = s$ in ratione data $C - c : r$, cujus cur-

vx ordinata prima est $Cc = C - c$. Curva fit cV . Producta TS donec fecet curvam in V , abscissam in O , erit $VO = \frac{C-c}{r} \cdot Cc \cdot s$; sed $SO = C$; ergo $SV = C - \left(\frac{C-c}{r} \cdot Cc \cdot s\right) = u$. Dum centrum venit in S , velocitas corporis in X designatur a recta SV .

Ad determinationes faciendas intelligantur sectæ AM , MN , NP , PQ æquales quadrantibus circuli radii $= r$. Considero primum, velocitatem corporis $= c$ negativam esse ita ut corpus tendat ad plagam oppositam illi, ad quam graditur centrum. Quare linea eam repræsentans, nempe Ac (*Fig. 4.*) debet statui in CA producta. Ad abscissam AS describenda est curva AZ , cujus ordinatæ SZ sint ad sinus circulares AS ut $Cc : AC$. Patet, angulum, in quo curva incidit in lineam AS in A , esse majorem femirecto. Igitur AT curvam AZ ingreditur, eamque fecat in alio puncto l : curva autem velocitatum fecat abscissam AS in puncto H . Initio, conficiente centro spatium AS , velocitas SV , & spatium TZ , per quod movetur corpus, negativum est: quod ostendit, corpus velocitate contraria velocitati centri ab eo recedere. Dum centrum venit in H , velocitas corporis nulla est, ibique spatium confectum a corpore est omnium negativorum maximum. Progrediente centro ultra H , velocitas corporis evadit positiva, & spatia negativa corporis minuuntur ita, ut dum centrum existit in k , nullum sit spatium, & corpus redierit in A . Postea corpus velocitate positiva movetur ad eam partem, ad quam movetur centrum, & perveniente ad S' centro, corpus confecit spatium $T''Z'$, ejusque velocitas est $S'V'$. In puncto N corpus cum centro conjungitur, ejusque velocitas fit maxima. Reliqua figura satis ostendit. Si celeritas Ac non sit satis magna, sola pars curvæ AZN secabitur a linea AT : verum si fuerit maxima, aliæ quoque partes fixæ ad eandem plagam pariter secabuntur: quod ubi accidat, corpus non solum movebitur velocitate contraria velocitati centri, sed etiam ultra A per aliquod spatium feretur.

Si velocitas Ac sit nulla, quinam sit motus corporis, satis in prima hypothesi est explicatum, & ostenditur a *fig. 2^a*. Si c sit positiva sed minor C , ponenda est Ac ut in *fig.*

fig. 3^a. Angulus A factus a curva AZ, & recta AS est minor femirecto; curva velocitatum incipit in puncto c. Si $c = C$, hoc est si punctum c cadat in C, curva AZ cadet super lineam abscissarum AS, & curva cV super lineam CO; unde colligitur, corpus & centrum simul juncta procedere velocitate = C. Si fit $c > C$, Fig. 5^a. motum corporis manifestat. Curva AZ cadit ad alteram partem AS, & docet, spatium peractum a corpore majus esse spatio centri in duobus primis quadrantibus AN; in duobus sequentibus NQ præbit centrum, sequetur corpus. Scala velocitatum præbet velocitates omnes positivas, maximam ad puncta A, $Q = c$, minimam ad punctum N = $2C - c$. Si $c = 2C$, eadem remanent cum hoc tantum discrimine, quod curva velocitatum cV venit ad contactum lineæ AS in puncto N, & velocitas minima fit nulla. Si Ac (Fig. 6.) fuerit major duplici AC, curva AZ faciet cum AS angulum majorem femirecto, & curva velocitatum cV fecabit lineam AS ita, ut velocitates evadant negativæ, & corpus in suo itinere regrediatur. Si velocitas Ac multum excederet duplicem AC, contingeret, ut linea AT secaret partem curvæ respondentem duplici quadrantibus NQ; imo, aucta Ac, etiam partes subsequentes sitas ad eandem plagam: quare corpus in suo regressu procederet ultra punctum A. Plures determinationes omisi, & lectorum industriæ reliqui, ne nimix prolixitatis accusationem subirem.

Res poscit, ut tertiam quoque hypothesim evolvamus, ubi corpus distat a centro A intervallo $AB = e$ (Fig. 1.) In æquatione integrationis, quam exhibet prima methodus, nempe $z = A.Cc.s + B.Sc.s$ determinandæ sunt constantes A, B. Si $s, \& x = 0$, est $z = e, Cc.s = r, Sc.s = 0$: ergo $e = Ar$, sive $A = \frac{e}{r}$. Æquatio itaque oritur $z = \frac{e}{r} Cc.s + B.Sc.s$. Si fiant s, x minimæ, se habet $s : x :: C : c$; ergo $s : s - x :: C : C - c$; sed $s - x = z - e$; ergo $s : z - e :: C : C - c$: igitur $z = e + \frac{C - c}{C} s$. Æquatio itaque provenit $e + \frac{C - c}{C} s = \frac{e}{r} Cc.s + B.Sc.s$; atqui $Cc.s = r$, & $Sc.s = s$; ergo $e + \frac{C - c}{C} s = e + Bs$; igitur $B = \frac{C - c}{C}$. Quare resultabit æquatio $z = \frac{e}{r} Cc.s + \frac{C - c}{C} Sc.s$.

Æquatio spectare ad curvam sinuum facile videbitur, si duo termini ad unum redigantur. Hac methodo utor: determino ejusmodi arcum Δ , cujus sinus ad cosinum fit ut

$$\frac{e}{r} : \frac{C-c}{C} : \text{ergo } S c . \Delta : C c . \Delta :: \frac{e}{r} : \frac{C-c}{C}; \text{ ergo } \frac{C-c}{C} = \frac{r C c . \Delta}{y S c . \Delta} . \text{ Æquatio porro in hanc mutatur } z = \frac{e}{r} C c . s + \frac{e C c . \Delta}{r S c . \Delta} S c . s : \text{ ergo } \frac{z . S c . \Delta}{e} = \frac{S c . \Delta . C c . s + C c . \Delta . S c . s}{r} = S c . \Delta + s ; \text{ ergo } z = \frac{e . S c . \Delta + s}{S c . \Delta} . \text{ Q. E. I.}$$

Secunda methodo utens multiplico æquationem per dz , ut habeam $z dz d s^2 = -r^2 dz d d z$. Integro $z^2 d s^2 = A d s^2 - r^2 d z^2$, sive $r dz = ds \sqrt{A - z^2}$. Si $z = e$, $dz : ds :: C - c : C$: ergo $r . C - c = C \sqrt{A - e^2}$; igitur $\frac{r^2 . C - c^2}{C^2} + e^2 = A$.

Nascitur itaque æquatio $\frac{r dz}{\sqrt{\frac{r^2 . C - c^2}{C^2} + e^2 - z^2}} = ds$. Ut facilius

evadat calculus, pono $\frac{r^2 . C - c^2}{C^2} + e^2 = r^2 M^2$, & ita æqua-

tionem distribuo $\frac{r . \frac{1}{M} . dz}{\sqrt{r^2 - \frac{z^2}{M^2}}} = ds$, & integrando non sine addi-

tione constantis $\frac{1}{M} z = S c . \Delta + s$. Si $s = 0$, est $z = e$; ergo $\frac{e}{M} = S c . \Delta$; igitur $\frac{z S c . \Delta}{e} = S c . \Delta + s$, seu $z =$

$\frac{e . S c . \Delta + s}{S c . \Delta}$. Determinare oportet arcum Δ . Quoniam $\frac{e^2}{M^2} =$

$S c . \Delta^2$, erit $r^2 - \frac{e^2}{M^2} = r^2 - S c . \Delta^2 = C c . \Delta^2$; igitur

$\frac{r^2 M^2 - e^2}{M^2} = C c . \Delta^2$: atqui $r^2 M^2 - e^2 = \frac{r^2 . C - c^2}{C^2}$: ergo $\frac{r^2 . C - c^2}{M^2 C^2}$

$= C c . \Delta^2$, & $\frac{r . C - c}{M C} = C c . \Delta$. Quamobrem $S c . \Delta : C c$

$\Delta :: \frac{e}{M} : \frac{r . C - c}{M C} :: \frac{e}{r} : \frac{C - c}{C}$. Itaque ejusmodi debet esse ar-

cus

cus Δ , ut ejus sinus ad cosinum fit in ratione data $\frac{e}{r} : \frac{C-e}{C}$.

Velocitatis valorem definiemus ex formula $u = \frac{Cdx}{ds}$. Quoniam inventa est $z = \frac{e \cdot \text{Sc.} \Delta + s}{\text{Sc.} \Delta}$, erit $e + s - x = \frac{e \cdot \text{Sc.} \Delta + s}{\text{Sc.} \Delta}$, seu $e + s - \frac{e \cdot \text{Sc.} \Delta + s}{\text{Sc.} \Delta} = x$, & differentiando $ds - \frac{e d \text{Sc.} \Delta + s}{\text{Sc.} \Delta} = dx$, seu $ds - \frac{e ds \cdot \text{Cc.} \Delta + s}{r \text{Sc.} \Delta} = dx$; igitur $u = \frac{Cdx}{ds} = C - \frac{e C \cdot \text{Cc.} \Delta + s}{r \text{Sc.} \Delta}$.

Pono ob oculos tres formulas inventas, quæ exhibent problematis solutionem: nimirum distantia corporis & centri $= z = \frac{e \cdot \text{Sc.} \Delta + s}{\text{Sc.} \Delta}$, spatium confectum a corpore $= x = e + s - \frac{e \cdot \text{Sc.} \Delta + s}{\text{Sc.} \Delta}$, ejusdem corporis velocitas $= u = C - \frac{e C \cdot \text{Cc.} \Delta + s}{r \text{Sc.} \Delta}$. Si distantia corporis a centro $= e$ fiat nulla, ut corpus & centrum in eodem puncto reperiantur, non statim apparet, quomodo ex his formulis illæ oriuntur, quas supra tradidimus. Verum advertendum est, fore $\Delta = 0$, adeoque $\text{Sc.} \Delta = 0$, si $e = 0$. Quare in omnibus formulis habetur fractio $\frac{e}{\text{Sc.} \Delta} = \frac{0}{0}$, cujus valorem necessarium est determinare. Quoniam est $\text{Sc.} \Delta : \text{Cc.} \Delta :: \frac{e}{r} : \frac{C-e}{C}$, erit $\frac{e}{\text{Sc.} \Delta} = \frac{r \cdot \frac{C-e}{C}}{C \cdot \text{Cc.} \Delta}$; sed quoties $e, \Delta = 0$, est $\text{Cc.} \Delta = r$; ergo $\frac{e}{\text{Sc.} \Delta} = \frac{C-e}{C}$, quo valore substituto in tribus formulis ex oriuntur, quas supra posuimus.

Non erit supervacaneum, exhibere valores, quum s æquat multipulum quadrantis. Quinam sint, tabula docet

$s =$	0	ω	2ω	3ω	ec
$z =$	e	$\frac{e \text{Cc.} \Delta}{\text{Sc.} \Delta}$	$-e$	$-e \frac{\text{Cc.} \Delta}{\text{Sc.} \Delta}$	ec
$x =$	0	$\omega + e - \frac{e \text{Cc.} \Delta}{\text{Sc.} \Delta}$	$2 \omega + 2e$	$3 \omega + e + \frac{e \text{Cc.} \Delta}{\text{Sc.} \Delta}$	ec
$u =$	$C - \frac{e C \cdot \text{Cc.} \Delta}{r \text{Sc.} \Delta}$	$C + \frac{e C}{r}$	$C + \frac{e C \cdot \text{Cc.} \Delta}{r \text{Sc.} \Delta}$	$C - \frac{e C}{r}$	ec

Quan.

Quandoquidem $\frac{eCc.\Delta}{Sc.\Delta} = \frac{r.C-c}{C}$, facile est, superiores series ad quantitates primitus datas revocare hoc modo

$$\begin{array}{rcccc} s = 0 & \omega & 2\omega & 3\omega & ec \\ z = e & \frac{r.C-c}{C} & -e & -r.\frac{C-c}{C} & ec \\ x = 0 & \omega + e - r.\frac{C-c}{C} & 2\omega + 2e & 3\omega + e + r.\frac{C-c}{C} & ec \\ u = e & C + \frac{eC}{r} & 2C - e & C - \frac{eC}{r} & ec \end{array}$$

Harum serierum termini nulli præbent generatim distantias & velocitates z , u maximas aut minimas, quæ proinde habentur in terminis intermediis.

Ut constructio expedite perficiatur, juvabit hanc hypothesein, in qua initio motus distat corpus a centro, reducere ad superiorem, in qua in eodem puncto primum reperiuntur. Hanc ob rem inveniamus punctum illud, in quo nulla est distantia corporis a centro, hoc est $z = \frac{eSc.\Delta + s}{Sc.\Delta}$

$= 0$. Ergo $Sc.\Delta + s = 0$, quod contingit si $\Delta + s = 0$, seu si $s = -\Delta$. Ad partem spatiorum negativorum abscinde $AF = \Delta$ (*Fig. 7.*) & describe curvam FZ , cujus ordinatæ SZ sint ad sinus $FG :: e : Sc.\Delta$; unde deducitur, in puncto A ordinatam $Ab = e$. Dum centrum concipitur progredi ex F in A , ducta Ft faciente cum FA angulum semirectum, corpus percurreret lineam fb . Dum centrum ex F venit in S , corpus percurrit lineam tZ : ergo, ducta bT parallela Ft , quæ producta transibit per punctum B , dum centrum ex A veniet in S , corpus conficiet spatium IZ . Velocitas autem corporis in puncto F invenietur, si in valore velocitatis $u = C - \frac{eC.Cc.\Delta + s}{rSc.\Delta}$ fiat

$s = -\Delta$, ut evadat $u = C - \frac{eC.Cc.o}{rSc.\Delta} = C - \frac{eC}{Sc.\Delta}$, & nullo negotio per ea, quæ in casu superiore dicta sunt, delineabitur scala velocitatum.

Aliquot determinationes non omnino omittendæ videntur, sed breviter indicandæ. In proportione $Sc.\Delta : Cc.\Delta :: \frac{e}{r} : \frac{C-c}{C}$, si utraque quantitas fuerit positiva, aut

utra-

utraque negativa, tam $S c . \Delta$, quam $C c . \Delta$ spectandus est ut positivus: ergo arcus Δ accipiendus est minor quadrante, cui hypothefi tam tabula, quam constructio est accommodata. Verum si ex duabus quantitibus $\frac{e}{r}$, $\frac{C-e}{C}$ una fuerit positiva, altera negativa, spectari potest sinus ut positivus, cosinus ut negativus; ergo accipiendus est arcus Δ major quadrante, qui quum habeat cosinum negativum, in tubula $C c . \Delta$ negative est accipiendus. Constructio vero ita peragitur. Ad partes spatiorum negativorum abscinde $A F$ (*Fig. 8.*) majorem quadrante, & ad angulum semirectum duc $F f$, & describe de more curvam distantiarum $F Z$. Juncta $B b$, eaque producta, donec concurrat in T cum ordinata $S Z$, corpus percurrat lineam $T Z$, dum centrum pertransit $A S$. Formula velocitatis nihil mutatur. Potuiffem spectare cosinum ut positivum, sinum ut negativum, sed res in idem recideret. Arcus enim Δ accipiendus esset negative, & fieret $s = \Delta$. Quare abscindenda $A F' = \Delta$ complens cum $A F$ semicircumferentiam, & curva distantiarum describenda $F' Z'$, quæ ad partes oppositas cadit, producenda esset usque ad ordinatam $A b$. Velocitas autem corporis in puncto F' , mutato signo arcui Δ , proveniret $= C + \frac{e C}{S c . \Delta}$. Hæc satis sint de potentiis attrahentibus: quæ brevitatis causa de industria omittimus, sponte sua industrius lector facile supplebit.

Ad potentias repellentes veniens spectro centrum in A (*Fig. 9.*), corpus in B , eorum distantia $AB = e$; velocitas centri in $A = C$, corporis in $B = c$, quam contrariam suppono centri velocitati. Interim dum centrum venit in S , corpus percurrat $B X$, & fit $AS = s$, $B X = x$. Accipiantur elementa $S s = ds$, $X x = dx$, quæ eodem tempusculo percurrantur. Distantia $S X$ corporis a centro $= e + s + x$; ergo potentia repellens in $X = \frac{p}{b} \cdot \overline{e + s + x}$. Habebitur proinde æquatio $\frac{2 \epsilon p}{b} \cdot \overline{e + s + x} \cdot dx = m u du$: atqui quum fit velocitas in $X = u : C :: dx : ds$, in hypothefi ds manentis erit $u du = \frac{C^2 dx ddx}{d^2}$; igitur $\frac{2 \epsilon p}{b} \cdot \overline{e + s + x}$

$\cdot dx$

$\cdot dx = \frac{mC^2 dx dx}{ds^2}$, five $\overline{e+s+x} \cdot ds^2 = \frac{mb}{z \cdot p} C^2 dx = r^2 \cdot dx$. Pono $e+s+x = z$, unde $ds + dx = dz$, & $dx = dz - ds$: igitur provenit æquatio $z ds^2 = r^2 dz - r^2 ds$.

Duplici modo æquatio inventa integratur, sed juvat separare hypotheses. Prima fit, quum $e = 0$, & initio motus corpus, & centrum sint in eodem puncto. Prima methodus dat integrationem $z = A \cdot Ch.s + B \cdot Sh.s$. Si tam s , quam $x = 0$, etiam $z' = 0$; ergo, quia $Sh.s = 0$, $Ch.s = r$, remanebit $z = rA$, hoc est $A = 0$: igitur æquatio $z = B \cdot Sh.s$. Si x, s sint minimæ, & nascentes erit $s : x :: C : c$, & componendo $s : s + x = z :: C : C + c$. Jam vero $z : Sh.s = s :: B : 1$; ergo $B : 1 :: C + c : C$, seu $B = \frac{C+c}{C}$: ergo æquatio rite integrata dabit $z = \frac{C+c \cdot Sh.s}{C}$.

Secunda methodus postulat, ut multiplicetur æquatio inventa per dz , ut oriatur $z dz ds^2 = r^2 dz dx$: ergo integrando $z^2 + A \cdot ds^2 = r^2 dx^2$. Atqui posita $z = 0$, debet esse $ds^2 : dx^2 :: C^2 : C + c$; ergo $r^2 : A :: C^2 : C + c$; ergo $A = \frac{r^2 \cdot C + c^2}{C^2}$. Quare æquatio provenit $\frac{r dz}{\sqrt{z^2 + \frac{r^2 \cdot C + c^2}{C^2}}} = ds$,

five $\frac{r \cdot C}{C+c} \cdot dx = ds$, unde integrando $\frac{C}{C+c} z = Sh.s$,

aut $z = \frac{C+c}{C} \cdot Sh.s$. Nulla addita in integratione est constans, quia $s, Sh.s, z$ debent simul evanescere.

Ad velocitatem corporis inveniendam, quum fit $z = s + x = \frac{C+c}{C} Sh.s$, erit $x = \frac{C+c}{C} Sh.s - s$, & differentiis acceptis $dx = \frac{C+c}{C} dSh.s - ds = \frac{C+c}{C} \cdot \frac{ds \cdot Ch.s}{r} - ds$: ergo $u = \frac{C dx}{ds} = \frac{C+c}{r} Ch.s - C$.

Ex formulis inventis constructio clare descendit. Ad abscissam AS (Fig. 10.) describatur non curva finuum hyperbolicorum, sed ea, cujus ordinatæ sint ad finus hyperbolicos $AS :: C + c : C$. Ea sit AZ . Agatur recta AT faciens

ciens cum AS angulum semirectum: erit $SZ = z$, $TS = s$: ergo $TZ = z - s = x$. Ad obtinendam velocitatem, quæ exprimitur a formula $u = \frac{c+c}{r} \text{Ch. } s - C$, pone $AC = C$, $Ac = c$, ductaque CO parallela AS , describatur ejusmodi curva cV , cujus ordinatæ OV sint ad cosinus hyperbolicos s ut $C+c : r$, quæ curva habebit verticem in puncto c . Erunt $OV = \frac{c+c}{r} \text{Ch. } s$; ergo dempta $OS = C$, remanebit $SV = \frac{c+c}{r} \text{Ch. } s - C = u$.

Determinationes sunt omnino indicandæ. Si c velocitas initialis corporis sit positiva, curva AZ secabit AS in angulo majore quam semirectus: ergo AT semper media remanebit inter curvam AZ , & rectam AS : ergo $ZT = AX$ positiva est, & corpus in infinitum recedit per directionem contrariam directioni centri. Ejus autem velocitas SV continuo augetur, ut indicat scala velocitatum. Idem contingit, si $c = 0$, in quo casu curva AZ est curva sinuum hyperbolicorum, & tangitur in A a linea AT : curva autem velocitatum cV habet verticem in A .

Si c negativa sit, & minor quam C , curva AZ (*Fig. 11.*) facit cum AS angulum minorem semirecto: ergo AT eam secabit in alio puncto l : ergo intra puncta A , l rectæ TZ exprimentes spatia peracta a corpore negativæ sunt, & offendunt, corpus per aliquod spatium iter facere ad partes, in quas progreditur corpus. Quoniam autem $Ac = c$ ad partem oppositam statuenda est, curva velocitatum habebit verticem in c situm inter puncta A , C , & velocitas SV negativa erit, hoc est conspirabit cum velocitate centri. Hæc curva secat axem in H , cui respondet maximum spatium negativum LK : post hoc punctum velocitates fiunt positivæ, & ferunt corpus ad A , quo perveniet, quum centrum venerit in k , cui respondet punctum intersectionis l . Deinceps per directionem oppositam directioni centri ab A recedit in infinitum, & majorem semper velocitatem acquireret. Si c negativa sit $= C$, curva AZ coincidit cum rectâ AS , punctum c cadit in C , & curva velocitatum coincidit cum CO . Hæc omnia indicant, corpus & centrum si-

mul juncta procedere cum velocitate = C , quod etiam sine calculo cuique certum apparet.

Si e negativa sit major C , curva AZ (*Fig. 12*) ad plagam oppositam sita est, & TZ erit spatium, quod in centri directione peragit corpus, dum centrum venit in S : quod spatium majus est spatio AS peracto a centro. Itaque corpus antecedit centrum. Quoniam punctum c cadit post puncta A , C , & curva velocitatum jacet post AS , CO , velocitates corporis, quæ negativæ inveniuntur, augentur in infinitum.

In potentiis attrahentibus omnes hypotheses, quæ excogitari possunt, reduximus ad illam, ubi corpus & centrum primum in eodem loco existunt: Sed hoc fieri non potest in repellentibus, quod & ex dictis constat, & deinceps magis magisque constabit. Quapropter necessarium duco considerare hypothesim secundam, ad quam reducantur illæ, quæ ad primam reduci nequeunt. Hypothesis ista pertinet ad corpus, quod distet a centro distantia = e , & præditum sit ea ipsa velocitate, qua graditur centrum, secundum eandem directionem, ut habeatur $e = -C$. In æquatione integrali, quam sufficit prima methodus, $z = A \text{ Ch. } s + B \text{ Sh. } s$, definiendæ sunt constantes A , B . Si tam s , quam $x = 0$, ut $\text{Sh. } s = 0$, $\text{Ch. } s = r$, debet esse $z = e$; ergo $e = rA$, & $A = \frac{e}{r}$: igitur fit æquatio $z = \frac{e}{r} \text{ Ch. } s + B \text{ Sh. } s$. Si s , x ponantur minimæ, valet in præfenti casu $s : x :: C : -C$, & componendo $s : s + x :: C : C - C = 0$; ergo $z - e = 0$, & $z = e$. Quum cosinus hyperbolicus, facta s minima, non differat a sinu toto, nisi per sinum versum, qui est infinities infinitesimus, erit $\text{Ch. } s = r$: ergo $e = e + B \cdot \text{Sh. } s = e + Bs$, seu $Bs = 0$; ergo $B = 0$: ergo vera æquatio erit $z = \frac{e}{r} \text{ Ch. } s$.

Multiplicata, ut poscit secunda methodus, æquatione differentiali per dz , habebimus $z dz ds^2 = r^2 dz d dz$, & integrando $\frac{z^2 + A}{z^2 + A} . ds^2 = r^2 dz^2$. In principio motus, ubi $z = e$, debet esse $dz = 0$: ergo $e^2 + A = 0$, & $A = -e^2$:

$$\text{ergo } \frac{r dz}{\sqrt{z^2 - e^2}} = ds, \text{ sive } \frac{r \cdot r dz}{\frac{e}{\sqrt{r^2 z^2 - r^2}}} = ds. \text{ Prima æquationis}$$

pars

pars dat logarithmum analogum, cujus cosinus $= \frac{rz}{e}$: igitur integrando $\frac{rz}{e} = Ch.s$, seu $z = \frac{e}{r} Ch.s$. Nulla adjecta est constans, quia facta $s = 0$, debet $z = e$, quod præstat æquatio.

Nunc determinanda est corporis velocitas per formulam $u = \frac{Cdx}{ds}$. Quandoquidem $e + s + x = z = \frac{e}{r} Ch.s$, erit $x = \frac{e}{r} Ch.s - s - e$, & differentiando $dx = \frac{e}{r} dCh.s - ds = \frac{e ds Sh.s}{r} - ds$: igitur $u = \frac{Cdx}{ds} = \frac{eC}{r^2} . Sh.s - C$.

Constructio per inventas formulas in hunc modum peragitur. Sit initio centrum in A (Fig. 13) corpus in B. Normalis & æqualis AB sit $Ab = e$. Ad abscissam AS describatur curva bZ, cujus ordinatæ SZ sint ad cosinus hyperbolicos AS :: $e:r$; quæ curva habebit verticem in b. Parallela AS sit bO, cum qua faciat angulum semirectum bT, quæ, si produceretur, transfiret per punctum B: erit $SZ = z$, $OZ = z - e$; ergo quum $OT = s$, erit $TZ = z - s - e = x$, quæ exhibet spatium confectum a corpore, dum centrum venit in S.

Ad inveniendam scalam velocitatum, sume AC = C, & ad lineam Co parallelam AS describe curvam CV, cujus ordinatæ oV sint ad sinus hyperbolicos AS ut $eC:r^2$; ergo $SV = \frac{eC}{r^2} Sh.s - C = u$. Descripta est itaque scala velocitatum.

Si AB = e positiva sit, & corpus initio jaceat respectu A ad plagam oppositam illi, ad quam iter facit centrum, patet rectam bT secare curvam bZ in alio puncto l, & curvam velocitatum secare AS in H. Perspicuum est, initio spatia T'Z' peracta a mobile esse negativa, & velocitates S'V' pariter negativas. Ex hoc discimus, corpus B incedere versus S. Quum centrum venit in H, velocitas corporis nulla est, & spatium negativum LK est omnium maximum. Deinceps corpus regreditur ad B, quum centrum attingit k, quod respondet puncto intersectionis l, & inde deserit B, atque ab eo in infinitum recedit, ejusque velocitas in infinitum augetur.

Facilior evadit constructio, si e sit negativa, & initio

corpus B jaceat ad eam partem, ad quam incedit centrum. Ad oppositam partem constituitur $Ab = e$ (*Fig. 14.*), & ad bO parallelam AS describatur curva bZ , cujus ordinatæ OZ sint ad $Ch.s :: e:r$. Erunt SZ , TZ negativæ: primæ dant distantias corporis a centro, secundæ spatia a corpore peracta. Sit $AC = C$, & ad abscissam Co describatur curva, cujus ordinatæ sint ad $Sh.s :: eC:r^2$: erunt SV velocitates negativæ. Quare corpus semper præbit centrum, & novas semper velocitates accipiens in infinitum recedet.

Reliquum est, ut generatim spectemus corpus, quod initio motus distet a centro A (*Fig. 9.*) distantia $AB = e$, & præditum sit velocitate qualibet $= c$. In formula $z = ACh.s + BSh.s$, quam prima præbet integrationis methodus, determinandæ sunt A, B . Si s , & $Sh.s = 0$, est $z = e$; ergo $e = rA$, & $A = \frac{e}{r}$. Si s sit minima, unde $Ch.s = r$, $Sh.s = s$, habemus $s:x :: C:c$; ergo $s:s+x :: C:C+c$: ergo $z - e = \frac{C+c}{C}s$: quare erit æquatio $e + \frac{C+c}{C}s = e + Bs$; ergo $B = \frac{C+c}{C}$. Itaque æquatio rite integrata dabit $z = \frac{e}{r}Ch.s + \frac{C+c}{C}Sh.s$.

In hac æquatione duplex distinguendus est casus. Vel enim, sumptis quantitibus semper positive quæcumque sint earum signa, $\frac{e}{r}$ est minor $\frac{C+c}{C}$, vel est major, inter quos adest casus medius, ubi $\frac{e}{r} = \frac{C+c}{C}$. In primo casu fiat $\frac{e}{r} : \frac{C+c}{C} :: Sh.\Delta : Ch.\Delta$; ergo erit $\frac{C+c}{C} = \frac{eCh.\Delta}{rSh.\Delta}$. Quare æquatio evadet $z = \frac{e}{r}Ch.s + \frac{eCh.\Delta}{rSh.\Delta}Sh.s$, sive $\frac{z.Sh.\Delta}{e} = \frac{Sh.\Delta.Ch.s + Ch.\Delta.Sh.s}{r} = Sh.\overline{\Delta + s}$; igitur $z = \frac{eSh.\overline{\Delta + s}}{Sh.\Delta}$. Si $\frac{e}{r}$ sit major $\frac{C+c}{C}$, quoniam fieri nequit, ut cosinus sit minor sinu, hæc proportio usurpanda est

est $\frac{e}{r} : \frac{C+c}{C} :: Ch. \Delta : Sh. \Delta$: ergo $\frac{C+c}{C} = \frac{e}{r} \cdot \frac{Sh. \Delta}{Ch. \Delta}$:

igitur æquatio $z = \frac{e}{r} Ch. s + \frac{e}{r} \cdot \frac{Sh. \Delta \cdot Sh. s}{Ch. \Delta}$, vel $z =$

$\frac{e}{Ch. \Delta} \cdot \frac{Ch. \Delta \cdot Ch. s + Sh. \Delta \cdot Sh. s}{r} = \frac{e \cdot Ch. \Delta + s}{Ch. \Delta}$. Casus me-

dius nos ducit ad logarithmicam; est enim s logarithmus numeri z , quod ita demonstro. Æquatio ita se habet z

$= \frac{e}{r} \cdot \overline{Ch. s \pm Sh. s}$: ergo differentiando $dz = \frac{e}{r}$

$\cdot \overline{dCh. s \pm dSh. s} = \frac{e}{r} \cdot \frac{ds \cdot Sh. s \pm ds \cdot Ch. s}{r}$: atqui $\frac{e}{r}$

$\cdot \overline{Sh. s \pm Ch. s} = \pm z$; ergo $dz = \pm \frac{z ds}{r}$, five $\pm \frac{r dz}{z}$

$= ds$, quæ æquatio, posita subtangente $= r$, ostendit s esse logarithmum numeri z . Ita autem accipiendus est, ut s

$= 0$, quum $z = e$.

Ad methodum secundam multiplicata æquatione per

dz , & facta integratione proveniet $z^2 + A \cdot ds^2 = r^2 dz^2$;

sed posita $s = 0$, & $z = e$, debet esse $dz : ds :: C + c :$

c : ergo $e^2 + A : r^2 :: C + c^2 : C^2$: igitur $A = \frac{r^2 \cdot \overline{C+c}^2}{C^2} -$

e^2 . Itaque obtinemus æquationem $\frac{r dz}{\sqrt{z^2 + r^2 \cdot \frac{\overline{C+c}^2}{C^2} - e^2}} = ds$.

Pono $\frac{r^2 \cdot \overline{C+c}^2}{C^2} - e^2 = \pm r^2 M^2$. Signum superius valebit,

si $\frac{r^2 \cdot \overline{C+c}^2}{C^2}$ sit major e^2 , inferius, si sit minor; si autem æqua-

lis sit, qui est casus medius, erit $M = 0$. Æquationem ita

distribuo $\frac{r \cdot \frac{1}{M} \cdot dz}{\sqrt{\frac{z^2}{M^2} \pm r r}} = ds$.

Si valeat signum superius, integratio dabit $\frac{1}{M} z = Sh$

$\cdot \overline{\Delta + s}$. Determinandus est logarithmus analogus Δ . Quo-

niam facta $s = 0$, est $z = e$, fiet $\frac{e}{M} = Sh. \Delta$, & $\frac{e^2}{M^2} =$

\overline{Sh}

$\overline{\text{Sh.}\Delta^2}$; igitur $r^2 + \frac{e^2}{M^2} = r^2 + \overline{\text{Sh.}\Delta^2} = \overline{\text{Ch.}\Delta^2}$, feu
 $\frac{r^2 M^2 + e^2}{M^2} = \overline{\text{Ch.}\Delta^2}$: atqui $r^2 M^2 + e^2 = \frac{r^2 \cdot \overline{C+e^2}}{C^2}$: ergo
 $\frac{r^2 \cdot \overline{C+e^2}}{M^2 C^2} = \overline{\text{Ch.}\Delta^2}$, & $\frac{r \cdot \overline{C+e}}{M C} = \text{Ch.}\Delta$: igitur $\text{Sh.}\Delta$:

$\text{Ch.}\Delta$:: $\frac{e}{M}$: $\frac{r \cdot \overline{C+e}}{M C}$:: $\frac{e}{r}$: $\frac{C+e}{C}$. Ejusmodi itaque debet
 esse logarithmus analogus Δ , ut ejus finus ad cofinum fit
 in data ratione $\frac{e}{r}$: $\frac{C+e}{C}$. Æquatio inventa, si in ea valeat

fignum inferius, ita erit integranda $\frac{x}{M} z = \overline{\text{Ch.}\Delta + s}$.

Eadem ut antea methodo determinabitur logarithmus ana-
 logus Δ . Nam facta $s = 0$, & $z = e$, provenit $\frac{e}{M} = \text{Ch.}\Delta$:

ergo $\frac{e^2}{M^2} - r^2 = \overline{\text{Ch.}\Delta^2} - r^2 = \overline{\text{Sh.}\Delta^2}$. Igitur $\text{Ch.}\Delta$:

$\text{Sh.}\Delta$:: $\frac{e}{r}$: $\frac{C+e}{C}$. In casu medio, in quo $M = 0$, ut vi-

tentur quantitates infinitæ, oportet confugere ad æquationem
 $ds = \frac{r dz}{\sqrt{M M + z z}} = \pm \frac{r dz}{z}$: ergo s erit logarithmus numeri
 z posita subtangente $= r$.

In casibus singulis determinanda est corporis velocitas.

In primo casu $z = \frac{e \cdot \overline{\text{Sh.}\Delta + s}}{\text{Sh.}\Delta}$; ergo $x = \frac{e \overline{\text{Sh.}\Delta + s}}{\text{Sh.}\Delta} -$

$s - e$; ergo differentiando $dx = \frac{e \cdot d\overline{\text{Sh.}\Delta + s}}{\text{Sh.}\Delta} - ds =$

$\frac{e ds \cdot \overline{\text{Ch.}\Delta + s}}{r \text{Sh.}\Delta} - ds$: igitur $x = \frac{C dx}{ds} = \frac{C e \cdot \overline{\text{Ch.}\Delta + s}}{r \text{Sh.}\Delta} - C$. In

casu secundo habemus $z = \frac{e \cdot \overline{\text{Ch.}\Delta + s}}{\text{Ch.}\Delta}$; ergo $x = \frac{e \cdot \overline{\text{Ch.}\Delta + s}}{\text{Ch.}\Delta} -$

$s - e$, & differentiando $dx = \frac{e \cdot d\overline{\text{Ch.}\Delta + s}}{\text{Ch.}\Delta} - ds =$

$\frac{e ds \cdot \overline{\text{Sh.}\Delta + s}}{r \text{Ch.}\Delta} - ds$; igitur $x = \frac{C dx}{ds} = \frac{C e \overline{\text{Sh.}\Delta + s}}{r \text{Ch.}\Delta} - C$.

In casu medio, ubi $dz = \pm \frac{z ds}{r}$, erit $dx + ds = \pm \frac{z ds}{r}$,

ergo

ergo $dx = \frac{\pm z - r}{r} . ds$: igitur $u = \frac{C dx}{ds} = C . \frac{\pm z - r}{r} = \pm \frac{Cz}{r} - C$.

In casu primo æquationes valent $z = \frac{e \text{Sh} . \Delta + s}{\text{Sh} . \Delta}$,
 $x = \frac{e \text{Sh} . \Delta + s}{\text{Sh} . \Delta} - s - e$, $u = \frac{C e \text{Ch} . \Delta + s}{r \text{Sh} . \Delta} - C$. Hæ æquationes, facta $e = 0$, ut initio corpus & centrum idem punctum occupent, debent cohærere cum illis, quas tradidimus in prima hypothefi. Ut convenientia appareat, quia tam e , quam $\text{Sh} . \Delta = 0$, oportet invenire valorem fractionis $\frac{e}{\text{Sh} . \Delta}$. Quoniam est $\text{Sh} . \Delta : \text{Ch} . \Delta :: \frac{e}{r} : \frac{C+e}{C}$, habebimus $\frac{e}{\text{Sh} . \Delta} = \frac{r . \overline{C+e}}{C \text{Ch} . \Delta}$: atqui posito $\Delta = 0$, est $\text{Ch} . \Delta = r$; ergo $\frac{e}{\text{Sh} . \Delta} = \frac{C+e}{C}$, quo valore substituto, ex formulæ prodibunt, quæ inventæ sunt in prima hypothefi.

Constructio reducitur ad primam hypothefim, quemadmodum fecimus in potentiis attrahentibus: determinatur enim abscissa s , ubi distantia corporis a centro nulla est.

Erit itaque $z = \frac{e \text{Sh} . \Delta + s}{\text{Sh} . \Delta} = 0$; ergo $\Delta + s = 0$, & $s = -\Delta$. Abscinde itaque $AF = \Delta$ (Fig. 15.), & ex puncto F describe curvam FZ , cujus ordinatæ ZS sint ad sinus hyperbolicos FS ut $e : \text{Sh} . \Delta$. In puncto A invenietur ordinata $Ab = e$. Ducta ad angulum semirectum linea Ff , dum centrum concipitur progredi ex F in A , corpus B conficiet spatium fb : dum centrum percurrit FS , corpus conficit Zt : ergo ducta BbT parallela Ff , dum centrum iter facit per AS , corpus feretur per TZ . Velocitas autem corporis in F invenietur, si in valore velocitatis ponatur $s = -\Delta$, unde velocitas in $F = \frac{C e}{\text{Sh} . \Delta} - C$. Quare scala velocitatum, ut in prima hypothefi, invenietur faciendo $e = \frac{C e}{\text{Sh} . \Delta} - C$.

In proportione $\text{Sh} . \Delta : \text{Ch} . \Delta :: \frac{e}{r} : \frac{C+e}{C}$, si, servata conditione, ut $\frac{e^2}{r^2} < \frac{C+e}{C^2}$, utraque quantitas $\frac{e}{r}$, $\frac{C+e}{C}$ fue-

fuerit aut positiva aut negativa, logarithmus analogus Δ positive accipiendus est, quia & sinum, & cosinum habet positivum, cui hypothefi superiorem constructionem accommodavimus. Verum si ex duabus quantitibus una positiva fuerit, negativa altera, logarithmus analogus Δ negative sumendus est, quia sinus est negativus, existente cosinu positivo. Constructio autem ita instituenda. Ad partes spatiorum positivorum abscinde $AF = \Delta$ (*Fig. 16.*): ex vertice F describe curvam distantiarum FZ , quæ, descripto ramo conjugato Fb , producta transibit per punctum b , existente ordinata $Ab = e$. Per punctum B duc BbT , quæ efficiet cum AS angulum femirectum. Dum centrum A venit in S , corpus percurreret spatia æqualia TZ vel ad unam, vel ad alteram partem, pro ut TZ fuerint vel positivæ, vel negativæ. Spectata autem Δ negativa, scala velocitatum nullo negotio determinatur.

Æquationes, quæ valent in secundo casu, ubi $\frac{e^2}{r^2} > \frac{C+c}{C^2}$, sunt hujusmodi $z = \frac{e \text{ Ch. } \overline{\Delta+s}}{\text{Ch. } \Delta}$, $x = \frac{e \text{ Ch. } \overline{\Delta+s}}{\text{Ch. } \Delta} - s - e$, $y = \frac{Ce \text{ Sh. } \overline{\Delta+s}}{r \text{ Ch. } \Delta} - C$. Si fuerit $c = -C$, manifestum est ex proportione $\text{Ch. } \Delta : \text{Sh. } \Delta :: \frac{e}{r} : \frac{C+c}{C} = 0$, fore $\text{Sh. } \Delta$, adeoque etiam $\Delta = 0$, & $\text{Ch. } \Delta = r$: ergo formulæ prodibunt $z = \frac{e \text{ Ch. } s}{r}$, $x = \frac{e \text{ Ch. } s}{r} - s - e$, $y = \frac{Ce \text{ Sh. } s}{r^2} - C$, quæ prorsus conveniunt cum illis, quas in secunda hypothefi invenimus.

Casum hunc deducemus ad secundam hypothefim, in qua $c = -C$. Itaque determinandum est punctum, in quo velocitas corporis sit $= -C$. Erit itaque $\frac{Ce \text{ Sh. } \overline{\Delta+s}}{r \text{ Ch. } \Delta} - C = -C$; ergo $\text{Sh. } \overline{\Delta+s} = 0$, seu $\overline{\Delta+s} = 0$, & $s = -\Delta$. Secta igitur $AF = \Delta$ (*Fig. 17.*) quum centrum reperitur in F , corpus B præditum erit velocitate $= -C$. Sed determinandum est punctum, ubi reperietur corpus, existente centro in F . Sit hoc punctum G . In formula distantiarum $z = \frac{e \text{ Ch. } \overline{\Delta+s}}{\text{Ch. } \Delta}$ fiat $s = -\Delta$, & erit $z = \frac{re}{\text{Ch. } \Delta}$,
quæ

quæ indicabit distantiam corporis a centro. Quare abscinde $FG = \frac{re}{Ch.\Delta}$: dum centrum erit in F, corpus reperietur in G, & movebitur velocitate = $-C$. Res itaque ad secundam hypothesim redacta est.

Constructio hæc nascitur. Seca $AF = \Delta$, $FG = \frac{re}{sh.\Delta}$, cui pone æqualem & perpendicularem Fg . Deinde describe curvam gZ , cujus ordinatæ sint ad cosinus hyperbolicos FS , ut $e:Ch.\Delta$, quæ curva in puncto A habet ordinatam $Ab = e$. Duc rectas Ggt , BbT , quæ angulos semirectos efficient cum AF . Dum centrum ex F venit in A, corpus conficiet spatium negativum Lb , dum ex F venit in S, corpus percurrent tZ : ergo dum centrum ex A venit in S, corpus percurrent rectam TZ . Scala autem velocitatis invenietur in formulis secundæ hypothesis, si pro e scribas $\frac{er}{c.sh.\Delta}$.

Si ambæ quantitates $\frac{e}{r}$, $\frac{c+e}{c}$ sint positivæ, aut ambæ negativæ, logarithmus analogus Δ , & $Sh.\Delta$ positivus est, cui hypothesi accommodata est superior constructio. Verum si altera sit positiva, altera negativa, tam Δ , quam $Sh.\Delta$ ut negativus spectandus est. Quare sumenda est $AF = \Delta$ (Fig. 18.) ad partes spatiorum positivorum, tum factis FG , $Fg = \frac{er}{ch.\Delta}$ describatur curva distantiarum gZ , quæ ad partes A producta habebit ordinatam $Ab = e = AB$. Ducantur, & producantur Gg , Bb , quæ cum AS efficient angulos semirectos. Dum centrum fertur ex F in A, corpus perficit spatium æquale Hb , dum centrum venit ex F in S, corpus conficiet spatium tZ , & dum venit ex A in S, percurrent spatium TZ . Ulteriores determinationes omittendas censui, ne in vitium prolixitatis incurrem. Postquam docui, qua methodo ultima universalis hypothesis ad duas priores reducat, haud difficile erit omnia exacte determinare, nisi in lectoribus desideretur industria. Diligentius casum medium tractabo, qui ad hypotheses superiores reduci non potest.

In casu medio valent æquationes $ds = \pm \frac{rdz}{z}$, $x =$

$z - s - e, u = \pm \frac{Cz}{r} - C$, existente $\frac{e^2}{r^2} = \frac{C+c^2}{C^2}$. Si utra-

que quantitas $\frac{e}{r}, \frac{C+c}{C}$ fuerit aut positiva aut negativa, signum superius accipiendum est; inferius, si una fuerit positiva altera negativa. Ponamus primum utramque positivam. Sit $AB = e$ (*Fig. 19.*) distantia corporis B a centro A , & ei æqualis erigatur perpendicularis Ab ; tum ad asymptotum AB describatur logarithmica prædita subtangente $= r$ transiens per punctum b , ita ut crescentibus abscissis AS , crescant etiam ordinatæ SZ . Si c est positiva, manifestum est, esse $C+c > C$; ergo $e > r$: ergo tangens in puncto b faciet cum AS , adeoque cum ejus parallela ducta ex puncto b , angulum semirecto majorem: ergo bT tota cadet ad partem convexam curvæ, & $TZ = z - s - e$ erit spatium, per quod iter facit corpus B , quod quum sit positivum, indicat corpus recedere in infinitum per directionem contrariam directioni centri. Scala velocitatum habetur per eandem logarithmicam, quæ hoc modo constructitur. Secta $AC = C$, $Ac = c$, duc CO parallelam AS : ad asymptotum OC describe logisticam subtangentis $= r$ transeuntem per punctum c . Dum centrum est in S , corpus præditum est velocitate SV , qua continue aucta corpus recedit in infinitum.

Si c est positiva, quæ facta est constructio sine ulla mutatione locum habet. Si $c = 0$, fit $e = r$, & bT est tangens logisticæ: curva autem velocitatum transit per punctum A . Si c sit negativa, sed minor C , ponenda est Ac (*Fig. 20.*) ad partem alteram. Quoniam $e < r$, tangens logisticæ in puncto b faciet cum AS angulum semirecto minorem: ergo BbT faciens angulum semirectum intra curvam ingreditur, eamque secat in alio puncto l posito ad plagam motus centri: curva vero velocitatum cV fecabit axem AS in puncto H . Initio quum $T'Z'$, $S'V'$ sint negativæ, velocitas, & spatium peractum a corpore negativa erunt, & corpus B habebit directionem conspirantem directioni centri A , donec centrum veniat in H , ubi nulla est velocitas, & spatium negativum omnium maximum. Post punctum H velocitas corporis fit positiva, adeoque contraria velocitati centri; quare spatium negativum peractum a corpore minui-

nuitur. Quum autem centrum venit in k , hoc spatium nullum est, adeoque corpus reperietur in B . Post velocitate positiva iter facit, & in infinitum recedet.

Si c negativa sit major C , assumenda sunt signa inferiora, & describenda logistica bZ (Fig. 21.) ita, ut accedat ad asymptotum ad partem S , tum ducenda BbT , ut interceptæ TZ , quæ semper negativæ sunt, exhibeant spatia peracta a corpore ad plagam, ad quam graditur centrum, quod tamen numquam corpus assequetur. Sectis $AC = C$, $Ac = c$, describatur logistica accedens ad asymptotum CO . Velocitates SV semper negativæ sunt, & continue minuuntur ita, ut in puncto infinite remoto corporis & centri velocitas sit eadem.

Quum e negativa est, & corpus B initio situm est ad plagam, ad quam fertur centrum, si c fuerit positiva, adhibenda sunt signa inferiora, & logisticæ ita describendæ sunt, ut, crescente s , earum ordinatæ ad asymptotum decrecant. Centrum initio sit in A (Fig. 22.), corpus in B : sit $Ab = AB = e$, quæ ad oppositam partem constituitur, quia ponitur negativa. Describatur itaque logistica bZ , quæ erit curva distantiarum. Quoniam $e > r$, & tangens ad punctum b faciet cum AS angulum semirecto majorem, bBT intra curvam ingreditur: quare initio spatia $T'Z'$ erunt positiva, tum evadent TZ negativa. Facta $AC = C$, $Ac = c$, ad asymptotum CO describatur logistica cV : velocitates $S'V'$ initio erunt positivæ; tum fient nullæ existente centro in H , ubi LK est spatiorum positivorum maximum; demum fient negativæ, & crescent ita, ut in puncto infinite remoto velocitas corporis æqualis evadat centri velocitati. Ubique autem corpus anteibit centrum. Si $c = 0$, est $e = r$, punctum c cadit in A , & linea bB tanget logarithmicam in puncto b . Quare spatia & velocitates ubique erunt negativæ.

Hoc pariter continget, si c negativa sit, sed minor C . Nam tangens in puncto b (Fig. 23.) faciet cum AS angulum semirecto minorem, quia est $e < r$: ergo BbT tota cadet ad partem convexam curvæ. Punctum c cadit intra puncta A , C , unde logarithmica transiens per punctum c jacet inter rectas AS , AO . Itaque tum spatia a corpore connecta, tum velocitates erunt semper negativæ. Corpus

itaque anteibit centrum, eorum distantia semper minuetur, sed non fiet nulla nisi in puncto infinite remoto, ubi eadem est corporis, & centri velocitas.

Si c negativa fuerit major C , quoniam ambæ quantitates sunt negativæ, superiora signa accipiantur. His acceptis facillima oritur constructio. Transeat per punctum b (Fig. 24.) logarithica bZ , quæ ita describatur, ut crescentibus abscissis AS crescant item ordinatæ SZ . Jungatur bBT : rectæ TZ negativæ expriment spatia peracta a mobile B . Quum punctum c cadat post puncta A, C , logarithmica cV cadet post AS, CO : quare velocitates SV erunt negativæ, & semper augebuntur. Itaque corpus anteibit centrum, eorumque distantia continue augebitur.

Hæc satis sint de potentiis vel attrahentibus, vel repellentibus, quæ servant rationem distantiarum a centro. Nunc accedo ad problema universale, in quo ponuntur potentia, ut quæcumque functiones distantiarum a centro, quas exprimam litera F . Incipio ab attrahentibus. Centrum A (Fig. 1.) præditum sit initio velocitate $= C$, corpus B velocitate $= c$ secundum eandem directionem, eorumque distantia sit $AB = e$. Conficiente centro spatium $AS = s$, corpus percurrat $BX = x$: erit nova distantia $= e + s - x$, quam vocabo $= z$. Quoniam in data distantia $= b$ centrum attrahit potentia $= p$, erit $F. b : F. z :: p : \frac{p \cdot F \cdot z}{F \cdot b}$, quæ erit potentia applicata corpori in X : ergo resultabit æquatio $\frac{2 \epsilon p \cdot F \cdot z}{F \cdot b} \cdot dx = m u du$, vocata $= u$ corporis velocitate, seu $dx \cdot F \cdot z = \frac{m \cdot F \cdot b}{2 \epsilon p} \cdot u du$, & facta $\frac{2 \epsilon p}{m} = r$, erit $dx \cdot F \cdot z = \frac{F \cdot b}{r} \cdot u du$. Quoniam $u = \frac{C dx}{ds}$, erit differentiando, supposita ds constante, $du = \frac{C dx}{ds}$; ergo $u du = \frac{C^2 dx dx}{ds^2}$. Itaque $dx \cdot F \cdot z = \frac{F \cdot b \cdot C^2 dx dx}{r ds^2}$, five $ds^2 \cdot F \cdot z = \frac{F \cdot b \cdot C^2 dx dx}{r}$: atqui $e + s - x = z$, & bis differentiando $ds - dx = dz$, $- ddx = ddz$: ergo $ds^2 \cdot F \cdot z = \frac{F \cdot b}{r} C^2 ddz$.

Pri-

Prima methodus, quam adhibuimus in potentiis servantibus simplicem distantiarum rationem, hic nos deserit: sed secunda formulam hanc quoque univalem feliciter absolvit. Multiplicetur itaque æquatio per dz , ut fiat ds^2

$$.dz.F.z = -\frac{F.b}{r} C^2 dz d dz, \text{ \& facta integration } ds^2$$

$$.fdz.F.z = A ds^2 - \frac{C^2.F.b.dz^2}{2r}, \text{ sive } \frac{C^2.F.b}{2r} dz^2 = \overline{A - fdz.F.z}$$

$$.ds^2. \text{ Fiat } fdz.F.z = r.G.z, \text{ litera } G \text{ denotante aliam}$$

$$\text{congruam functionem, ut proveniat } \frac{C^2.F.b}{2r}.dz^2 = \overline{A - r.G.z}$$

$$.ds^2. \text{ Si } z = e, \text{ est } dz:ds::C-c:C: \text{ atqui ex æquatio-}$$

$$\text{ne } dz:ds::\sqrt{A-r.G.e}:C\sqrt{\frac{F.b}{2r}}: \text{ ergo } \overline{C-c}^2 =$$

$$\frac{2rA-2r^2.G.e}{F.b}, \text{ seu } \frac{\overline{C-c}^2.F.b+2r^2G.e}{2r} = A. \text{ Quare æquatio}$$

$$\text{hæc nascetur } \frac{C^2.F.b}{2r}.dz^2 = \frac{\overline{C-c}^2.F.b}{2r} + r.\overline{G.e-G.z}.ds^2, \text{ seu}$$

$$\frac{Cdz.\sqrt{F.b}}{\sqrt{\overline{C-c}^2.F.b+2r^2.G.e-G.z}} = ds, \text{ in qua, quum separata}$$

sint indeterminata, constructio perfici potest. Ita autem facienda est, ut quum $z = e$, sit $s = 0$.

Per æquationem constructam dabitur s per z : atqui $e + s - z = x$; ergo invenietur x per z . Ad determinan-

dam velocitatem, scimus esse $u = \frac{Cdx}{ds}$; sed $dx = ds -$

$$dz: \text{ ergo } u = C - \frac{Cdz}{ds}, \text{ \& pro } ds \text{ substituto ejus valore}$$

$$u = C - \sqrt{\overline{C-c}^2 + 2r^2 \frac{G.e-G.z}{F.b}}.$$

Similis methodus valet in potentiis repellentibus. Initio distantia corporis B a centro A (Fig. 9.) sit $AB = e$, velocitas centri versus S = C, corporis versus X = c. BX = x sit spatium peractum a corpore, dum centrum percurrit AS = s, velocitas corporis in X = u, distantia corporis in X a centro in S = e + s + x = z. Igitur exur-

$$\text{git æquatio } \frac{2sp.F.z}{F.b} dx = mu du, \text{ vel } dx.F.z = \frac{m.F.b}{2sp}$$

. u du

$u \, du = \frac{F.b}{r} \cdot u \, du$, posita $\frac{2 \epsilon p}{m} = r$: atqui $u = \frac{C dx}{ds}$, & manente ds , est $du = \frac{C dx}{ds}$: ergo $dx \cdot F.z = \frac{F.b}{r} \cdot C^2 \cdot \frac{dx dx}{ds^2}$, seu $ds^2 \cdot F.z = \frac{F.b}{r} \cdot C^2 dx$: atqui $dx = dz$: ergo $ds^2 \cdot F.z = \frac{F.b}{r} \cdot C^2 dz$.

Fiat multiplicatio per dz , & erit $ds^2 \cdot dz \cdot F.z = \frac{F.b}{r} \cdot C^2 dz dx$, & posita $\int dz \cdot F.z = r \cdot G.z$, integrando erit $\overline{A+r \cdot G \cdot z} \cdot ds^2 = \frac{C^2 \cdot F.b}{2r} \cdot dz^2$. Facta $z = e$, est $dz : ds :: C + c : C :: \sqrt{\overline{A+r \cdot G \cdot e}} : C \sqrt{\frac{F.b}{2r}}$; ergo $\overline{A+r \cdot G \cdot e} = \frac{C+c}{2r} \cdot \frac{F.b}{2r}$, sive $A = \frac{C+c}{2r} \cdot \frac{F.b}{2r} - r \cdot G \cdot e$. Itaque hæc

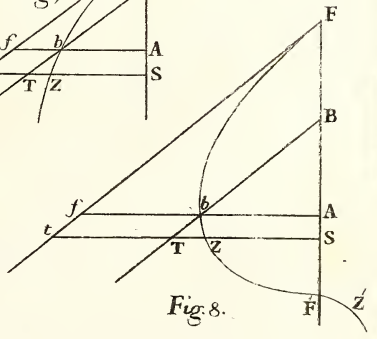
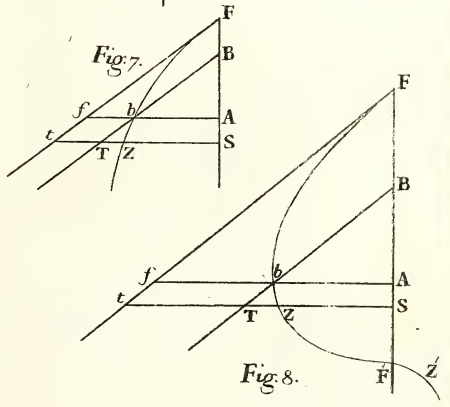
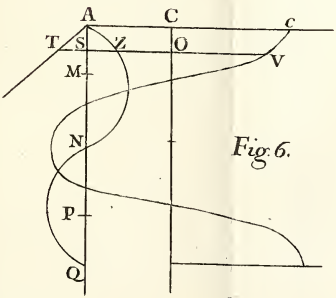
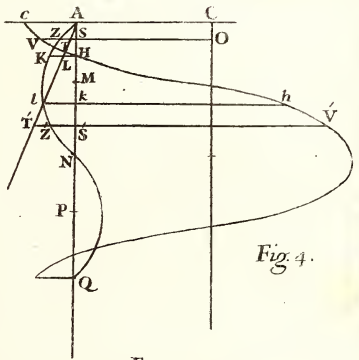
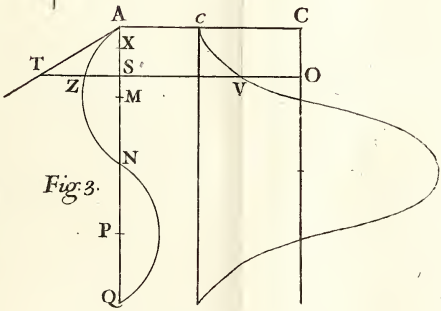
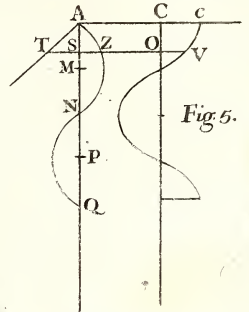
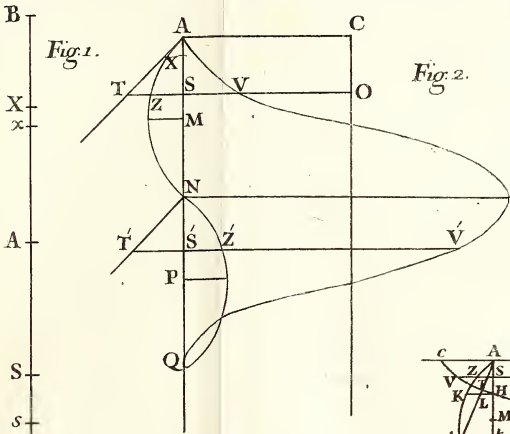
refultat æquatio $\frac{ds \sqrt{\overline{C+c^2 \cdot \frac{F.b}{2r} - 2r^2 \cdot G \cdot e - G \cdot z}}}{C \sqrt{F.b}} = dz$, vel

$$\frac{C dz \cdot \sqrt{F.b}}{\sqrt{\overline{C+c^2 \cdot \frac{F.b}{2r} - 2r^2 \cdot G \cdot e - G \cdot z}}} = ds.$$

Per hanc datur s per z ; sed $x = z - s - e$; ergo dabitur x per z . Velocitas demum corporis B, nempe $u =$

$$\frac{C dx}{ds} \text{ fiet } u = \frac{C dz}{ds} - C = \sqrt{\overline{C+c^2 - 2r^2 \frac{G \cdot e - G \cdot z}{F.b}}} - C.$$

Numquam loquutus sum de tempore, quia quum centrum iter faciat æquabiliter velocitate = C , erunt tempora ut spatia perfecta a centro. Quare vocato quolibet spatio = s , erit $C : s :: k$ ad tempus, quo motus factus est a centro per spatium = s . Quæ hætenus exposui de motu corporis attracti aut repulsi a centro æquabiliter lato, video multis perquisitionibus physicis non mediocrem utilitatem allatura. Sed in præsentia satis mihi sit plenam tradidisse problematis propositi solutionem.





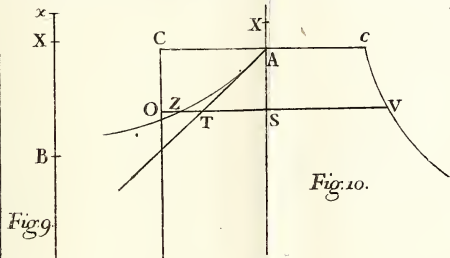


Fig. 9

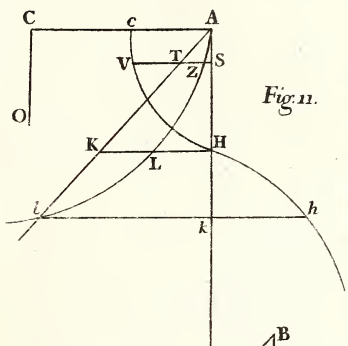


Fig. 11.

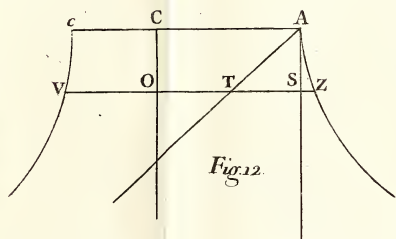


Fig. 12.

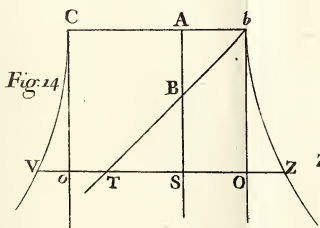


Fig. 14

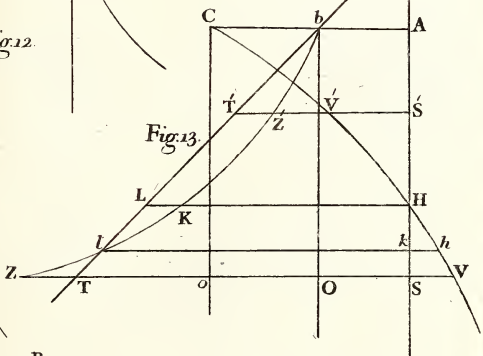


Fig. 13.

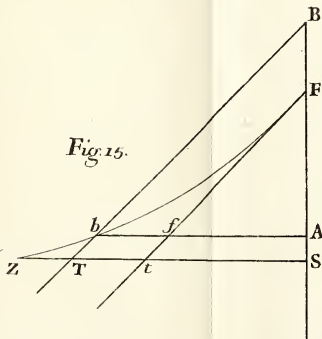


Fig. 15.

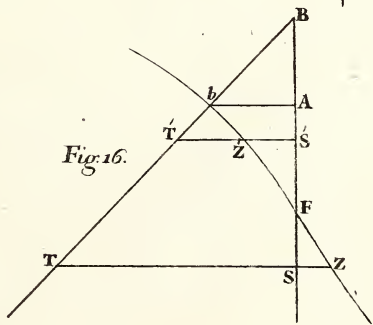


Fig. 16.



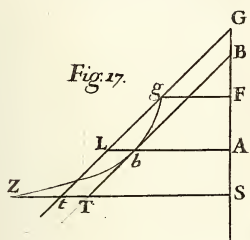


Fig. 17.

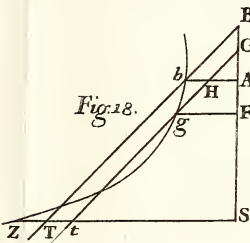


Fig. 18.

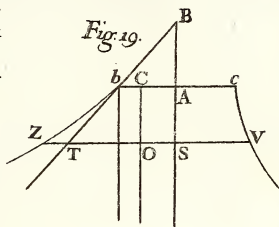


Fig. 19.

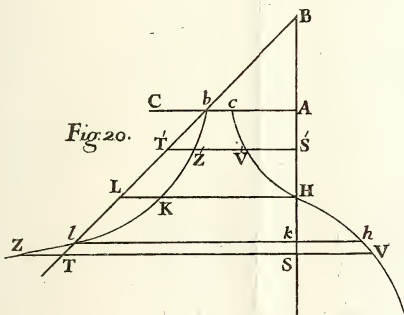


Fig. 20.

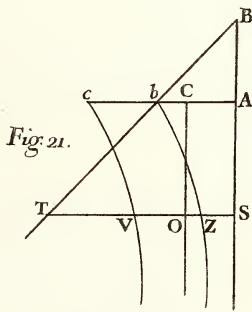


Fig. 21.

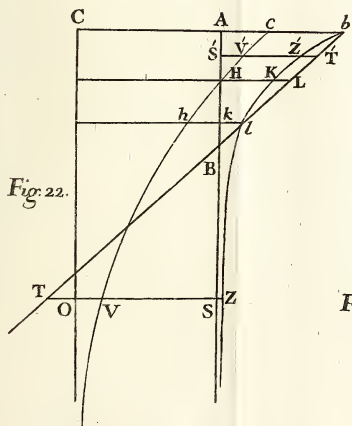


Fig. 22.

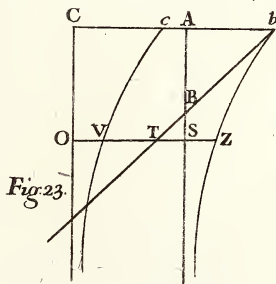


Fig. 23.

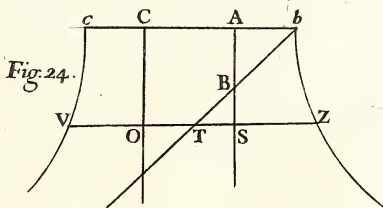


Fig. 24.

VINCENTII RICCATI

De motu rectilineo corporis attracti, aut repulsi a centro mobili.

DISQUISITIO SECUNDA.

De motu rectilineo corporis attracti, aut repulsi a centro, quod fertur motu æquabiliter accelerato, aut retardato.

SI centrum attractionis aut repulsionis æquabiliter per lineam rectam progrediatur, motus rectilineus corporis attracti aut repulsi in superiore disquisitione ita declaratus est, ut nihil ulterius desiderandum esse videatur. Verum si centrum alio quocumque motu accelerato aut retardato præditum concipiatur, solutio problematis nos ducit ad æquationem differentio-differentialem, quæ generatim ex regulis analyseos hæctenus cognitæ nondum constat, quomodo integretur, aut resolvatur. Hoc autem sæpenumero accidit, ut problemata, quæ per principia mechanices ad breves æquationes perducuntur, ex defectu analyseos insoluta remaneant. Quare si novis inventis analyseos locupletetur, facultas item mechanica maximis augebitur incrementis. Nihilo tamen minus si centrum attractionis aut repulsionis cietur motu æquabiliter accelerato aut retardato, æquatio secundo-differentialis, ad quam pervenimus, rite tractata ad integrationem perducitur, & problematis completa solutio exhibetur. Hoc autem ostendet præfens disquisitio, quæ deteget proprietates motus corporis attracti, aut repulsi a centro, quod graditur motu æquabiliter accelerato aut retardato.

Sed prius de hoc motus genere nonnulla determinanda viden-

videntur. Corpora terrestria, in quibus gravitates sunt ut massæ, ita motu accelerato descendunt, ut tempore = k conficiant spatium = ε , ut definivimus in superiore disquisitione; unde ex natura motus consequitur, tempore = k , & per spatium = ε ea acquirere velocitatem = 2ε . Ut generalis evadat solutio nostri problematis, supponamus, centrum motu æquabiliter accelerato tempore = k conficere spatium = μ , & acquirere velocitatem = 2μ . Quapropter si centrum in aliquo puncto præditum sit velocitate = C , facile obtinebimus spatium illud, per quod a quiete descendens acquirere datam hanc velocitatem = C . Etenim fiat $4\mu^2 : C^2 :: \mu : \frac{C^2}{4\mu}$; ultimus terminus exhibebit spatium requisitum. Similiter si inquiras tempus, fiat $2\mu : C :: k : \frac{kC}{2\mu}$; habebitur in ultimo termino tempus, quo acquirit velocitatem = C .

Incipiam, quemadmodum in superiori disquisitione, a potentiis servantibus rationem distantiarum directam, ac primum agam de attrahentibus. Initio motus sit centrum in A (Fig. 1.) præditum velocitate = C , corpus in B, cujus velocitas ad eandem plagam sit = c . Dum centrum motu æquabiliter accelerato pertransit AS = s , corpus percurrat BX = x . Velocitas centri in S = V , corporis in X = u . Distantia prima corporis & centri sit AB = e : igitur distantia SX = $e + s - x = z$, & potentia applicata corpori in X erit = $\frac{p}{b} \cdot \overline{e + s - x} = \frac{p}{b} \cdot z$. Provenit itaque æquatio $\frac{2\varepsilon p}{b} z dx = m u du$: atqui $V : u :: ds : dx$; ergo $u = \frac{V dx}{ds}$. Igitur æquatio evadet $\frac{2\varepsilon p}{b} z dx = \frac{mV dx}{ds} \cdot D \frac{V dx}{ds}$, five $\frac{z ds}{V} = \frac{mb}{2\varepsilon p} \cdot D \frac{V dx}{ds}$; sed $dx = ds - dz$; ergo effecta substitutione $\frac{z ds}{V} = \frac{mb}{2\varepsilon p} dV - \frac{mb}{2\varepsilon p} \cdot D \frac{V dz}{ds}$.

Definiamus V per s , pro ut postulat lex motus æquabiliter accelerati. Quoniam velocitas C acquiritur per spatium $\frac{C^2}{4\mu}$, patens est, velocitatem V acquiri per spatium $\frac{C^2}{4\mu}$

+ s: ergo erit $V^2 : C^2 :: \frac{C^2}{4\mu} + s : \frac{C^2}{4\mu} :: C^2 + 4\mu s : C^2$: igitur
 $V = \sqrt{CC + 4\mu s}$, sive $\frac{V^2 - C^2}{4\mu} = s$, & $\frac{V dV}{2\mu} = ds$. Elimi-

netur ds ab æquatione, & resultabit $\frac{z dV}{2\mu} - \frac{mb}{2\epsilon p} dV =$
 $-\frac{mb}{2\epsilon p} \cdot D \frac{2\mu dz}{dV}$; & posito constante dV fiet $\frac{z dV}{2\mu} - \frac{mb dV}{2\epsilon p}$
 $= -\frac{mb\mu}{\epsilon p} \cdot \frac{ddz}{dV}$. Multiplicemus per $2\mu dV$, ut fit $z dV^2$
 $= -\frac{mb\mu}{\epsilon p} \cdot dV^2 = -\frac{2mb\mu^2 ddz}{\epsilon p}$. Fiat $\frac{2mb\mu^2}{\epsilon p} = r^2$, & $\frac{mb\mu}{\epsilon p}$
 $= \frac{r^2}{2\mu}$, ut tandem oriatur $z - \frac{r^2}{2\mu} \cdot dV^2 = -r^2 ddz$.

Ad integrandam hanc æquationem duplici illa methodo
 utar, qua usus sum in priore disquisitione. Prima metho-
 dus, posito sinu toto = r , statim præbet $z - \frac{r^2}{2\mu} = A$
 $\cdot Cc \cdot V + B \cdot Sc \cdot V$. Ad alteram methodum multiplica per
 dz , ut fit $z - \frac{r^2}{2\mu} \cdot dz dV^2 = -r^2 dz ddz$. Integra non
 omiffa necessaria constante $z^2 - \frac{r^2 z}{\mu} \cdot dV^2 = E dV^2 - r^2 dz^2$,

sive $\frac{rdz}{\sqrt{E - z^2 + \frac{r^2 z}{\mu}}} = dV$. Prima æquationis pars depen-

det a circuli quadratura, quod tibi constabit, si in hunc
 modum disponas $\frac{rdz}{\sqrt{E + \frac{r^4}{4\mu^2} - \left(z - \frac{r^2}{2\mu}\right)^2}} = dV$. Ut formulam

integrem per circulum, cujus radius = r , pono $E + \frac{r^4}{4\mu^2}$
 $= r^2 N^2$, unde patet constantem N determinari per E , &
 viciffim: postea formulam ita distribuo $r \cdot \frac{I dz}{N}$

$$\sqrt{rr - \frac{I}{N^2} \cdot z - \frac{r^2}{2\mu}}$$

= dV . Integro $\frac{I}{N} \cdot z - \frac{r^2}{2\mu} = Sc \cdot \Delta + V$, sive $z - \frac{r^2}{2\mu}$

$= N \cdot S c \cdot \overline{\Delta + V}$. Vides Δ esse arcum constantem in integratione adjunctum.

Æquatio hæc facili negotio reducitur ad formam, quam præbet prima integratio; est enim $S c \cdot \overline{\Delta + V} = \frac{S c \cdot \Delta \cdot C c \cdot V + C c \cdot \Delta \cdot S c \cdot V}{r}$;

ergo $z - \frac{r^2}{2\mu} = \frac{N \cdot S c \cdot \Delta}{r} \cdot C c \cdot V + \frac{N \cdot C c \cdot \Delta}{r} \cdot S c \cdot V$, quæ est

eadem cum priore, si $A = \frac{N \cdot S c \cdot \Delta}{r}$, $B = \frac{N \cdot C c \cdot \Delta}{r}$. Simili-

ter positis his valoribus prima æquatio ad formam secundæ reducitur. Determinationes constantium A , B in prima formula, N , Δ in secunda dependent a statu initiali corporis, & centri.

Ex his fluit determinatio velocitatis corporis $= u$. Etenim quum sit $V:u::ds:dx = ds - dz$, erit $u = V - \frac{Vdz}{ds}$:

atqui $ds = \frac{VdV}{2\mu}$; ergo $u = V - \frac{2\mu dz}{dV}$. Jam vero si utamur formula primæ integrationis, est $dz = A \cdot dC c \cdot V + B \cdot dS c \cdot V$

$= \frac{-A \cdot dV \cdot S c \cdot V}{r} + \frac{B \cdot dV \cdot C c \cdot V}{r}$: ergo $u = V + \frac{2\mu A \cdot S c \cdot V}{r} -$

$\frac{2\mu B \cdot C c \cdot V}{r}$. Si autem utamur formula integrationis secundæ

$dx dz = N d S c \cdot \overline{\Delta + V} = \frac{N d V \cdot C c \cdot \overline{\Delta + V}}{r}$: ergo $u = V$

$- \frac{2\mu N \cdot C c \cdot \overline{\Delta + V}}{r}$. Quoniam $V = \sqrt{CC + 4\mu s}$ datur per s ,

invenientur z , u per s ex formulis traditis; atqui z datur per s , x , quia $z = e + s - x$: ergo x quoque invenietur data per s .

Ut innotescat modus determinandi constantes in integratione additas, aliquot hypotheses diligenter evolvam, atque eas præcipue spectabo, quæ majorem habere videntur difficultatem, ut in aliis expedita cuique fiat hujusmodi determinatio. Prima hypothesis statuit, centrum A in initio motus omni esse velocitate spoliatum, unde fit $C = 0$;

corpus autem B distet a centro distantia $AB = e = \frac{r^2}{2\mu}$.

Hujus hypothesi casus primus poscit, ut corpus B pariter in

in initio motus quiescat, & fit $e = 0$. Spectemus formulam primam. Quoniam positus s , & $V = 0$, debet esse $z = \frac{r^2}{2\mu}$, æquatio proveniet $0 = A. Cc. 0$; ergo $A = 0$: igitur æquatio fit $z - \frac{r^2}{2\mu} = B. Sc. V$. Difficilior est deter-

minatio constantis B . Facto spatium s minimo definiendum est, quodnam futurum sit spatium x peractum eodem tempusculo, quod vocabimus $= t$. Inveniamus primum tempus, quo conficitur a centro spatium minimum s : habebimus $\mu : s :: k^2 : t^2$; ergo $t = \frac{k\sqrt{s}}{\sqrt{\mu}}$. Nunc inveniendum est spatium x confectum a corpore eodem tempusculo t .

Quoniam distantia corporis a centro est $e = \frac{r^2}{2\mu}$, fiat, ut

$b : \frac{r^2}{2\mu} :: p$: ad potentiam applicatam corpori $= \frac{r^2 p}{2\mu b}$, quæ

tempusculo t tamquam constans usurpanda est. Appellata constanti potentia $= p$, & spatium $= s$, scimus valere æquationem $t = \frac{k\sqrt{ms}}{\sqrt{\epsilon p}}$: ergo substituto pro p valore præsentis

potentiæ $\frac{r^2 p}{2\mu b}$, & x pro s , fiet $t = \frac{k\sqrt{2m\mu b} \cdot \sqrt{x}}{r\sqrt{\epsilon p}}$. Igitur

æquatis temporibus exurgit $\frac{k\sqrt{s}}{\sqrt{\mu}} = \frac{k\sqrt{2m\mu b} \cdot \sqrt{x}}{r\sqrt{\epsilon p}}$, sive

$r\sqrt{s} = \frac{\mu\sqrt{2mb} \cdot \sqrt{x}}{\sqrt{\epsilon p}}$; atqui $r = \frac{\mu\sqrt{2mb}}{\sqrt{\epsilon p}}$; ergo $\sqrt{s} = \sqrt{x}$,

& $s = x$. Æqualia sunt itaque spatiola minima confecta a corpore, & centro tempore eodem; ergo $s - x = 0$;

est autem $s - x = z - e = z - \frac{r^2}{2\mu}$; igitur $z - \frac{r^2}{2\mu} = 0$.

Igitur æquatio $z - \frac{r^2}{2\mu} = B. Sc. V$, facta s minima, evadit $0 = B. Sc. V$. Velocitas V invenietur si fiat $\mu : s ::$

$4\mu^2 : V^2$; ergo $V = \sqrt{4\mu s}$. Minima itaque est velocitas V ,

sed infinities major quam s : igitur æquatio, quæ ad hanc

reducitur $o = BV$, subsistere non potest, nisi fuerit $B = o$. Igitur tandem æquatio nascitur $z - \frac{r^2}{2\mu} = o$, quæ indicat distantiam corporis a centro eandem semper remanere, atque adeo centrum & corpus eodem prorsus motu æquabiliter accelerato progredi.

Eadem confectaria ex formula secundæ integrationis orientur. Nam si $s = o$, est $z = \frac{r^2}{2\mu}$; ergo $o = N.S.c.\Delta$; ergo $\Delta = o$. Facta s minima ostenditur $s = x$; ergo $s - x = z - \frac{r^2}{2\mu} = o$: ergo $N = o$; ergo tandem $z - \frac{r^2}{2\mu} = o$.

Idem facilius colliges ex ipsa formula differentiali $z - \frac{r^2}{2\mu}$. $dV^2 = -r^2 ddz$. Nam quum, facta s minima, debeat esse ddz minima respectu $\frac{dV^2}{r}$, erit $z - \frac{r^2}{2\mu} = o$. Ex his cuique obvium est, corpus, & centrum progredi semper æquidistantia eodem motu æquabiliter accelerato aut retardato, si initio distent intervallo $= \frac{r^2}{2\mu}$, & eandem habeant velocitatem secundum eandem directionem.

In eadem hypothesi centri initio quiescentis præditum sit corpus velocitate $= c$, & distet a centro distantia $= \frac{r^2}{2\mu}$. Eodem, ac antea, modo demonstrabitur, fore $A = o$; si enim $V = o$, debet esse $z - \frac{r^2}{2\mu} = o$: ergo æquatio $z - \frac{r^2}{2\mu} = B.S.c.V$. Fiat nunc s minima, ut minima sit $V = \sqrt{4\mu s}$. Inveniendum est spatium minimum x , quod eodem tempusculo $= t$ conficit corpus. Habebimus $t = \frac{kx}{c}$: atqui idem tempus $t = \frac{k\sqrt{s}}{\sqrt{\mu}}$: ergo $\frac{x}{c} = \frac{\sqrt{s}}{\sqrt{\mu}}$: atqui $z - \frac{r^2}{2\mu} = s - x$; ergo $z - \frac{r^2}{2\mu} = s - \frac{c\sqrt{s}}{\sqrt{\mu}} = \frac{V^2}{4\mu} - \frac{cV}{2\mu}$; sed V^2 est infinitesima respectu cV ; ergo $z - \frac{r^2}{2\mu} = -\frac{cV}{2\mu}$, quæ, posita c posi-

positiva, quum negativa sit, ostendit, distantiam z immi-
nui. Fiet itaque æquatio $-\frac{cV}{2\mu} = B \cdot S c \cdot V = BV$; ergo B

$= -\frac{c}{2\mu}$. Itaque æquatio hujus casus erit $z - \frac{r^2}{2\mu} = -\frac{c}{2\mu}$
 $\cdot S c \cdot V$, in qua, si c negativa sit, ponendum erit signum $+$.

Idem deducitur ex secunda æquatione: nam ex ipsa
 $dV : dz :: r : \sqrt{E + \frac{r^4}{4\mu^2}}$; sed ex paullo ante demonstratis

$dV : dz :: 2\mu : c$; ergo $r^2 : E + \frac{r^4}{4\mu^2} :: 4\mu^2 : c^2$; igitur $\frac{r^2 c^2}{4\mu^2}$
 $= E + \frac{r^4}{4\mu^2} = N^2 r^2$; ergo $\mp \frac{c}{2\mu} = N$. Igitur æquatio $z - \frac{r^2}{2\mu}$

$= \mp \frac{c}{2\mu} S c \cdot \Delta + V$; sed existente $V = 0$, debet $z - \frac{r^2}{2\mu}$

$= 0$; ergo $S c \cdot \Delta$, adeoque $\Delta = 0$. Igitur $z - \frac{r^2}{2\mu} =$

$\mp \frac{c}{2\mu} S c \cdot V$. Signum $-$ accipiendum est, si c sit positiva,
signum $+$, si sit negativa. Velocitas autem corporis inven-
itur $u = V + \frac{c}{r} C c \cdot V$.

Exhibeamus tabulam experimentem quantitatum valores,
si V , nempe velocitas centri, æquet multiplum quadrantis
 $= \omega$, cujus radius $= r$.

$V =$	0	ω	2ω	3ω	4ω	etc.
$s =$	0	$\frac{\omega^2}{4\mu}$	$\frac{4\omega^2}{4\mu}$	$\frac{9\omega^2}{4\mu}$	$\frac{16\omega^2}{4\mu}$	etc.
$z =$	$\frac{r^2}{2\mu}$	$r \cdot \frac{r-c}{2\mu}$	$\frac{r^2}{2\mu}$	$r \cdot \frac{r+c}{2\mu}$	$\frac{r^2}{2\mu}$	etc.
$x =$	0	$\frac{\omega^2 + 2rc}{4\mu}$	$\frac{4\omega^2}{4\mu}$	$\frac{9\omega^2 - 2rc}{4\mu}$	$\frac{16\omega^2}{4\mu}$	etc.
$u =$	c	ω	$2\omega - c$	3ω	$4\omega + c$	etc.

Vides distantiam z semper mediam esse inter maximam r
 $\cdot \frac{r+c}{2\mu}$, & minimam $r \cdot \frac{r-c}{2\mu}$. Posui c positivam, & $< r$: si
aut negativa sit, aut $> r$, quid eveniat facile analysta co-
gnoscat.

In

In eadem hypothesi $c < r$ adornemus constructionem, quam formulæ suppeditant. Abscinde (*Fig. 2.*) $Aa = \mu$, & vertice A , foco a describe parabolam apollonianam AT , quæ erit scala velocitatum centri, quia existente $AS = TO = s$, erit $ST = AO = V$. Nunc describe curvam AZ , cujus ordinatæ ZO ad sinus abscissarum AO habeant rationem $c : 2\mu$: erunt $ZO = \frac{r^2}{2\mu} - z$: ergo secta $AB = \frac{r^2}{2\mu}$, & ducta Bo parallela AO , productaque OZ in o , erit $oZ = z$. Intercepta inter curvam AZ , & parabolam, nempe $ZT = \frac{r^2}{2\mu} + s - z = x$: ergo dum centrum fertur per AS , corpus B conficiet $BX = ZT$, existente distantia centri & corporis = Zo .

Ut determinetur velocitas corporis in puncto X , posita $AC = c$ describatur curva CV , cujus ordinatæ habeant ad $Cc.V$ rationem $c : r$: erit $OV = \frac{c}{r} Cc.V$. Agatur AY dividens bifariam angulum rectum BAO : erit $YV = V + \frac{c}{r} Cc.V = u$, quæ est velocitas corporis in X . Hæc satis sint de hac prima hypothesi, quia casus tractatus satis docet, quomodo alii tractandi sint.

Secunda hypothesis statuit, centrum initio quiescere, & distantiam corporis a centro non esse $= \frac{r^2}{2\mu}$. Supponamus distantiam $e < \frac{rr}{2\mu}$, & corpus initio omni velocitate carere. Determinandæ sunt constantes additæ in integratione. In formula prima, nempe $z - \frac{r^2}{2\mu} = A.Cc.V + B.Sc.V$, si fiant s , & $x = 0$, debent esse $z = e$, $V = 0$: ergo æquatio fiet $e - \frac{r^2}{2\mu} = Ar$, seu $A = \frac{e}{r} - \frac{r}{2\mu}$. Itaque hæc provenit æquatio $z - \frac{r^2}{2\mu} = \frac{e}{r} - \frac{r}{2\mu}. Cc.V + B.Sc.V$. Definiendæ sunt proportionales in casu, ubi tempusculo t minimo minima spatia s , x conficiuntur. Antea probatum est $t = \frac{k\sqrt{s}}{\sqrt{\mu}}$. Quoniam distantia corporis a centro initio

est

est $= e$, erit potentia applicata corpori $= \frac{e p}{b}$: igitur valebit æquatio $t = \frac{k \sqrt{m b x}}{\sqrt{e \varepsilon p}}$. Quare $\frac{\sqrt{s}}{\sqrt{\mu}} = \frac{\sqrt{m b}}{\sqrt{e \varepsilon p}} \sqrt{x}$: igitur $s : x :: m \mu b : e \varepsilon p :: \frac{r^2}{2 \mu} : e$, quæ est ratio finita: ergo dividendo $s : s - x :: \frac{r^2}{2 \mu} : \frac{r^2}{2 \mu} - e$, seu $s : z - e :: \frac{r^2}{2 \mu} : \frac{r^2}{2 \mu} - e$, hoc est in ratione finita; sed est $s : V$ in minore ratione quacumque data: ergo $z - e : V$ in minore ratione quacumque data. Facta autem V minima, æquatio inventa fit $z - \frac{r^2}{2 \mu} = e - \frac{r^2}{2 \mu} + B V$, seu $z - e = B V$: ergo $z - e : V :: B : 1$; sed $z - e : V$ est in minore ratione quacumque data; ergo etiam $B : 1$; ergo $B = 0$. Igitur æquatio in nostro casu rite integrata dat $z - \frac{r^2}{2 \mu} = \frac{e}{r} - \frac{r}{2 \mu}$. C c. V , seu $\frac{r^2}{2 \mu} - z = \frac{r^2}{2 \mu} - \frac{e}{r}$. C c. V .

Idem invenies per æquationem secundæ integrationis. Nam quum ex supradictis constet, $d z$ esse infinitesimam respectu $d V$, posita $z = e$, habebimus $\sqrt{E - e^2 + \frac{r^2 e}{\mu}} = 0$: ergo $E = e^2 - \frac{r^2 e}{\mu}$: igitur $r^2 N^2 = e^2 - \frac{r^2 e}{\mu} + \frac{r^4}{4 \mu^2}$, & extracta radice $r N = e - \frac{r^2}{2 \mu}$, seu $N = \frac{e}{r} - \frac{r}{2 \mu}$. Fit itaque æquatio $z - \frac{r^2}{2 \mu} = \frac{e}{r} - \frac{r}{2 \mu}$. S c. $\Delta + V$. Jam vero facta $V = 0$, debet esse $z = e$: ergo $e - \frac{r^2}{2 \mu} = \frac{e}{r} - \frac{r}{2 \mu}$. S c. Δ ; ergo $r = S c. \Delta$; ergo $\Delta = \omega$ scilicet quadranti. Itaque æquatio rite integrata $z - \frac{r^2}{2 \mu} = \frac{e}{r} - \frac{r}{2 \mu}$. S c. $\omega + V$ $= \frac{e}{r} - \frac{r}{2 \mu}$. C c. V , ut antea.

Velocitas autem corporis habetur ex prima formula, posi-

posita $A = \frac{e}{r} - \frac{r}{2\mu}$, & $B = 0$, unde $n = V + \sqrt{\frac{e}{r} - \frac{r}{2\mu}}$
 $\cdot \frac{2\mu}{r} \text{Sc. } V = V + \sqrt{\frac{2e\mu}{rr}} - 1 \cdot \text{Sc. } V$. Ex secunda vero formu-
 la habetur facta $N = \frac{e}{r} - \frac{r}{2\mu}$, & $\Delta = 0$; unde oritur $n = V$
 $- \left(\sqrt{\frac{2e\mu}{rr}} - 1 \cdot \text{Cc. } \overline{\omega + V} \right)$; sed $\text{Cc. } \overline{\omega + V} = -\text{Sc. } V$; er-
 go $n = V + \sqrt{\frac{2e\mu}{rr}} - 1 \cdot \text{Sc. } V$ ut supra, seu $n = V - \left(1 - \sqrt{\frac{2e\mu}{rr}} \right)$
 $\cdot \text{Sc. } V$.

Tabulam de more exhibeamus, quæ quantitates offen-
 dat, dum velocitas centri = V æquat multiplum quadran-
 tis, cujus radius = r .

$V = 0$	ω	2ω	3ω	4ω	etc.
$s = 0$	$\frac{\omega^2}{4\mu}$	$\frac{4\omega^2}{4\mu}$	$\frac{9\omega^2}{4\mu}$	$\frac{16\omega^2}{4\mu}$	etc.
$z = e$	$\frac{r^2}{2\mu}$	$\frac{r^2}{\mu} - e$	$\frac{r^2}{2\mu}$	e	etc.
$x = 0$	$\frac{\omega^2 - 2r^2}{4\mu} + e$	$\frac{\omega^2 - r^2}{\mu} + 2e$	$\frac{9\omega^2 - 2r^2}{4\mu} + e$	$\frac{16\omega^2}{4\mu}$	etc.
$u = 0$	$\omega - r + \frac{2e\mu}{r}$	2ω	$3 \omega + r - \frac{2e\mu}{r}$	4ω	etc.

Ex hac apparet, valores distantæ z post quatuor terminos
 redire eisdem: omnes autem medii sunt inter maximum
 $\frac{r^2}{\mu} - e$, & minimum e .

Confectariis deductis lucem augebit constructio. Secta
 $A a = \mu$ (*Fig. 3.*) foco a , vertice A describatur parabola
 $A T$, ut $A O$ exprimat centri velocitatem = V , dum cen-
 trum transigit spatium $O T$. Sit initio corpus in B , & $A B$
 $= e$. Ad abscissam $A O$ describatur curva $e Z$, cujus ordi-
 natæ ad $\text{Cc. } V$ sint ut $\frac{r^2}{2\mu} - e : r$. Constat, primam ordi-
 natam $A e = \frac{r^2}{2\mu} - e$. Erit $Z O = \frac{r^2}{2\mu} - z$. Seca $A E = \frac{r^2}{2\mu}$,
 & duc $E o$ parallelam $A O$, ad quam produc $o Z$: manife-
 stum

stum est fore $OZ = z$, hoc est distantia corporis a centro. Determinandum est spatium x confectum a corpore. Quoniam $OZ = \frac{r^2}{2\mu} - z$, $OT = s$, erit intercepta inter duas curvas, nempe $ZT = \frac{r^2}{2\mu} + s - z$: atqui $x = e + s - z$: ergo ZT superat x per $\frac{r^2}{2\mu} - e = BE = Ae$. Si igitur ab interceptis ZT auferas constantem $EB = Ae$, habebis spatia a corpore transacta, dum centrum conficit spatium $= OT$. Ad determinandam velocitatem corporis, describatur curva AV , cujus ordinata OV habeant ad $S c.V$ rationem $r^2 - 2e\mu : r^2$: agatur AY faciens cum AV angulum femirectum; erit $OV = \frac{r^2 - 2e\mu}{r^2} . S c.V$, $OY = AO = V$; ergo $YV = V - \left(\frac{r^2 - 2e\mu}{r^2} . S c.V = u \right)$.

Reliquis ut supra suppositis ponamus corpus B initio præditum esse velocitate $= e$ ad eam partem, ad quam debet moveri centrum. Quoniam s, x, V simul evanescentibus debet esse $z = e$, idem in formula primæ integrationis invenietur valor A , unde proveniet æquatio, ut antea, $z - \frac{r^2}{2\mu} = \frac{e}{r} - \frac{r}{2\mu} . C c.V + B . S c.V$. Ratiocinio opus est, ut determinetur B . Quia initio corpus B conficit spatium x velocitate finita $= e$, impendit tempusculum $t = \frac{kx}{e}$; centrum vero conficiet spatium s eodem tempusculo $t = \frac{k\sqrt{s}}{\sqrt{\mu}}$; ergo $\frac{x}{e} = \frac{\sqrt{s}}{\sqrt{\mu}}$, & $\frac{x^2}{e^2} = \frac{s}{\mu} = \frac{V^2}{4\mu^2}$; ergo $\frac{x}{e} = \frac{V}{2\mu}$; sed $x - s = e - z$; ergo $x - \frac{\mu x^2}{e^2} = e - z$; sed $\frac{\mu x^2}{e^2}$ est infinitesima respectu x : ergo $x = e - z$; igitur $\frac{e - z}{e} = \frac{V}{2\mu}$, seu $e - \frac{eV}{2\mu} = z$. Itaque substituto hoc valore z , & posito V pro $S c.V$, æquatio fiet $e - \frac{eV}{2\mu} - \frac{r^2}{2\mu} = e - \frac{r^2}{2\mu} + BV$: ergo $B = \frac{-e}{2\mu}$. Quare tandem provenit æquatio

$$z - \frac{r^2}{2\mu} = \frac{e}{r} - \frac{r}{2\mu} \cdot C c . V - \frac{c}{2\mu} \cdot S c . V, \text{ feu } \frac{r^2}{2\mu} - z =$$

$$\frac{r}{2\mu} - \frac{c}{r} \cdot C c . V + \frac{c}{2\mu} S c . V.$$

In altera formula per secundam methodum deducta ita progredere. Quando, posita $V = 0$, ex dictis est dV :
 $- dz :: 2\mu : c$, & ex æquatione dV : $- dz :: r$:
 $-\sqrt{E - e^2 + \frac{r^2 e}{\mu}}$, erit $4\mu^2 : c^2 :: r^2 : E - e^2 +$
 $\frac{r^2 e}{\mu}$; igitur $E = \frac{r^2 c^2}{4\mu^2} + e^2 - \frac{r^2 e}{\mu}$; ergo $N^2 = \frac{c^2}{4\mu^2} + \frac{r^2}{4\mu^2} +$
 $\frac{e^2}{r^2} - \frac{c}{\mu}$. Per hanc determinato valore N , qui negative
sumendus est, spectetur æquatio $z - \frac{r^2}{2\mu} = N \cdot S c . \Delta + \overline{V}$.
Facta $V = 0$, & $z = e$, fiet $e - \frac{r^2}{2\mu} = N \cdot S c . \Delta$, quæ de-
terminat valorem arcus Δ addendi in integratione. Sed in-
veniamus $C c . \Delta$, ut ponamus in æquatione reducta ad for-
mam priorem. $C c . \Delta^2 = r^2 - \frac{1}{N^2} \cdot e - \frac{r^2}{2\mu}$, feu $N^2 C c . \Delta^2$
 $= N^2 r^2 - \left(e - \frac{r^2}{2\mu} \right) = \frac{r^2 c^2}{4\mu^2} + \frac{r^4}{4\mu^2} + e^2 - \frac{r^2 e}{\mu} - e^2 + \frac{r^2 e}{\mu}$
 $- \frac{r^4}{4\mu^2} = \frac{r^2 c^2}{4\mu^2}$: igitur $N \cdot C c . \Delta = -\frac{r c}{2\mu}$. Quapropter $z -$
 $\frac{r^2}{2\mu} = \frac{e}{r} - \frac{r}{2\mu} \cdot C c . V - \frac{c}{2\mu} S c . V$, five $\frac{r^2}{2\mu} - z =$
 $\frac{r}{2\mu} - \frac{c}{r} \cdot C c . V + \frac{c}{2\mu} \cdot S c . V$, ut antea. Ex his formula
velocitatis descendit, nempe $u = V - \left(1 - \frac{2\mu e}{r} \right) \cdot S c . V$
 $+ \frac{c}{r} \cdot C c . V$.

Formulæ inventæ tabulam sequentem offerunt.

$V = 0$	ω	2ω	3ω	4ω	etc.
$s = 0$	$\frac{\omega^2}{4\mu}$	$\frac{4\omega^2}{4\mu}$	$\frac{9\omega^2}{4\mu}$	$\frac{16\omega^2}{4\mu}$	etc.
$z = e$	$r \cdot \frac{r-c}{2\mu}$	$\frac{r^2}{\mu} - e$	$r \cdot \frac{r+e}{2\mu}$	e	etc.
$x = 0$	$e + \frac{\omega^2}{4\mu} - r \cdot \frac{r-c}{2\mu}$	$2e + \frac{4\omega^2}{4\mu} - \frac{r^2}{\mu}$	$e + \frac{9\omega^2}{4\mu} - r \cdot \frac{r+c}{2\mu}$	$\frac{16\omega^2}{4\mu}$	etc.
$u = c$	$\omega - r + \frac{2\mu e}{r}$	$2\omega - c$	$3\omega + r - \frac{2\mu e}{r}$	$4\omega + c$	etc.

Con-

Constructio in hunc modum peragetur. Centrum initio sit in A, corpus in B (Fig. 4.), ut $AB = e$. Inveni arcum radii $= r$, cujus sinus sit ad cosinum sicut $\frac{r}{2\mu} - \frac{e}{r} : \frac{e}{2\mu}$, cui abscinde æqualem AF; & Af sit æqualis arcui completi cum priore quadrantem: quare cosinus Af erit ad ejus sinum in eadem ratione $\frac{r}{2\mu} - \frac{e}{r} : \frac{e}{2\mu}$. Describe ejusmodi curvam FZ, cujus ordinatæ OZ sint ad Sc. FO, vel Cc. fO :: Sc. AF, vel Cc. Af ad $\frac{r^2}{2\mu} - e$. Erunt itaque $OZ = \frac{r^2}{2\mu} - z$. Secta AE $= \frac{r^2}{2\mu}$ duc Eo parallelam AO: erit oZ $= z$. Descripta parabola AT, cujus focus distet a vertice distantia $= \mu$, producatuZ O in T: erit $ZT = \frac{r^2}{2\mu} + s - z$: sed spatium peractum a corpore B debet esse $= e + s - z$: ergo si abs ZT demas EB $= Ae = \frac{r^2}{2\mu} - e$, obtinebis spatium confectum a corpore, dum centrum conficit spatium OT.

Restat, ut scalam velocitatis determinemus. Quoniam in expressione velocitatis coefficientis Sc.V est negativum, positivum autem coefficientis Cc.V, inveniatur arcus major quadrante, cujus sinus ad cosinum sit :: $\frac{e}{r} : 1 - \frac{2\mu e}{r^2}$, cui arcui abscinde æqualem AG; complementum quadrantis sit Ag, quod est negativum, cujus cosinus ad sinum erit in eadem ratione $\frac{e}{r} : 1 - \frac{2\mu e}{r^2}$. Describe curvam, cujus ordinatæ sint ad Sc. GO, vel Cc. gO, ut Sc. AG, vel Cc. Ag: c. Cum AO faciat angulum semirectum AY: velocitas corporis exprimetur a recta YV. Casus, qui tractati sunt, docent modum, quo tractandi sunt alii.

Difficilior videtur esse determinatio constantium in tertia hypothese, in qua ponimus centrum initio motus prædictum esse velocitate $= C$. Sit initio velocitas corporis $= c$, distantia corporis & centri $= e$. Æquatio inventa est $z - \frac{r^2}{2\mu} = ACc.V + BSc.V$. Prima æquatio inserviens determi-

ationi constantium A, B facile se se offert: nam initio motus, ubi s & $x = 0$, est $V = C$, $z = e$: ergo fit $e - \frac{r^2}{2\mu} = ACc.C + BSc.C$.

Ad alteram æquationem inveniendam adverte, initio minimam s ad minimam x esse: $C:c$; ergo $s:s-x::C:C-c$; sed $s-x=z-e$; ergo $s:z-e::C:C-c$: atqui $s = \frac{v^2-c^2}{4\mu}$; ergo $\frac{v^2-c^2}{4\mu}:z-e::C:C-c$. Vocemus $=\phi$ velocitatem, quam centrum acquirit per minimum spatium s : erit $V = C + \phi$: igitur $\frac{2C\phi + \phi^2}{4\mu}:z-e::C:C-c$; sed ϕ^2 evanescit præ $2C\phi$; ergo $\frac{C\phi}{2\mu}:z-e::C:C-c$; ergo $\frac{C-c.\phi}{2\mu} = z-e$, & $z = e + \frac{C-c.\phi}{2\mu}$. Quare peractis hisce substitutionibus æquatio provenit $e - \frac{r^2}{2\mu} + \frac{C-c.\phi}{2\mu} = ACc.C + BSc.C + \phi + BSc.C + \phi$, five $e - \frac{r^2}{2\mu} + \frac{C-c.\phi}{2\mu} = \frac{ACc.C.Cc.\phi - ASc.C.Sc.\phi}{r} + \frac{BSc.C.Cc.\phi + BCc.C.Sc.\phi}{r}$: atqui $Cc.\phi = r$, $Sc.\phi = \phi$, & ex æquatione prima $e - \frac{r^2}{2\mu} = ACc.C + BSc.C$: ergo $\frac{C-c.\phi}{2\mu} = \frac{-AeSc.C + B\phi Cc.C}{r}$, & facta divisione per ϕ oritur $\frac{r.C-c}{2\mu} = -ASc.C + B.Cc.C$.

Æquatio prima, quæ inventa est, multiplicetur per $Cc.C$, secunda per $Sc.C$, ut orientur duæ

$$e - \frac{r^2}{2\mu}.Cc.C = A.Cc.C^2 + B.Cc.C.Sc.C, \text{ \&}$$

$$\frac{r.C-c}{2\mu}.Sc.C = -A.Sc.C^2 + B.Cc.C.Sc.C.$$

Detrahatur secunda a prima, & fiet $e - \frac{r^2}{2\mu}.Cc.C - \frac{r.C-c}{2\mu}$

$$.Sc.C = A.Cc.C^2 + Sc.C^2 = r^2 A, \text{ per quam } A \text{ determi-}$$

minata remanet. Multiplicetur nunc prima per Sc.C, secunda per Cc.C, ut prodeant

$$e - \frac{r^2}{2\mu} \cdot Sc.C = A.Cc.C.Sc.C + B.Sc.C^2, \&$$

$$\frac{r.C-c}{2\mu} \cdot Cc.C = -A.Cc.C.Sc.C + B.Cc.C^2. \text{ Ista}$$

duæ æquationes simul addantur

$$e - \frac{r^2}{2\mu} \cdot Sc.C + \frac{r.C-c}{2\mu} \cdot Cc.C = B.Sc.C^2 + Cc.C^2$$

= r²B, per quam est determinata B. Igitur æquatio rite integrata fiet

$$z - \frac{r^2}{2\mu} = e - \frac{r^2}{2\mu} \cdot \frac{Cc.C}{rr} - \frac{r.C-c}{2\mu} \cdot \frac{Sc.C}{rr} \cdot Cc.V$$

$$+ e - \frac{r^2}{2\mu} \cdot \frac{Sc.C}{rr} + \frac{r.C-c}{2\mu} \cdot \frac{Cc.C}{r^2} \cdot Sc.V.$$

In formula per secundam methodum deducta ita determinabis constantes. In initio motus ex paullo ante dictis constat esse dV : dz :: 2μ : C - c; sed ex æquatione

$$dV : dz :: r : \sqrt{E - e^2 + \frac{r^2 e}{\mu}}, \text{ facta } z = e : \text{ ergo } 2\mu : C - c$$

$$:: r : \sqrt{E - e^2 + \frac{r^2 e}{\mu}}, \& \text{ quadrando } 4\mu^2 : C - c^2 :: r^2 : E - e^2$$

$$+ \frac{r^2 e}{\mu} : \text{ igitur } E = \frac{r^2 \cdot C - c^2}{4\mu^2} + e - \frac{r^2 e}{\mu} = r^2 N^2 : \text{ igitur } N =$$

$$\sqrt{\frac{C - c^2}{4\mu^2} + \frac{e^2}{r^2} - \frac{e}{\mu}}. \text{ Quando facta } V = C, \text{ debet esse } z = e,$$

$$\text{æquatio fiet } \frac{r^2}{2\mu} - e = \sqrt{\frac{C - c^2}{4\mu^2} + \frac{e^2}{r^2} - \frac{e}{\mu}} \cdot Sc.\Delta + C, \text{ five}$$

$$\frac{r^2 - 4\mu e}{\sqrt{C - c^2 + \frac{4\mu^2 e^2}{r} - 4\mu e}} = Sc.\Delta + C = \frac{Sc.\Delta.Cc.C + Cc.\Delta.Sc.C}{r},$$

per quam determinari potest Sc.Δ, adeoque & arcus Δ.

Supposui, velocitatem centri continuo augeri, ejusque motum esse acceleratum; sed si velocitas minueretur, & motus

tus esset retardatus, eadem methodus, determinatis constantibus, ad æquationem perduceret. Hæc adduxi in exemplum, ut quisque cognoscat, qua industria definiendæ sint constantes, quas duplex integratio introducit. Cæterum quomodo peragenda sit constructio, quæ dicta sunt tum in superiore, tum in præsentis disquisitione, satis superque manifestant. Quare potentis attrahentibus relictis pauca dicamus de repellentibus.

Dum centrum A (*Fig. 5.*) percurrit AS = s , corpus B per directionem oppositam conficiat BX = x . Retentis superioribus denominationibus fiet distantia SX = $z = e + s + x$. Quum potentia repellens sit = $\frac{p z}{b}$, æquatio proveniet, ut antea, $\frac{z ds}{V} = \frac{mb}{2 \epsilon p} \cdot D \frac{V dz}{d s} - \frac{mb}{2 \epsilon p} dV$. Quoniam velocitas centri = C acquiritur per spatium = $\frac{C^2}{4 \mu}$, velocitas V acquiretur per spatium = $\frac{C^2}{4 \mu} + s$; ergo erit $V^2 : C^2 :: \frac{C^2}{4 \mu} + s : \frac{C^2}{4 \mu}$, ex qua descendit $V^2 = C^2 + 4 \mu s$, & $\frac{V dV}{2 \mu} = ds$. Ejecta itaque ab æquatione ds , fiet $\frac{z dV}{2 \mu} = \frac{mb}{2 \epsilon p} \cdot D \frac{2 \mu dz}{dV} - \frac{mb dV}{2 \epsilon p}$, sive $\frac{z}{2 \mu} + \frac{mb}{2 \epsilon p} \cdot dV = \frac{mb}{2 \epsilon p} \cdot D \frac{2 \mu dz}{dV}$, & posita constante dV oriatur $\frac{z}{2 \mu} + \frac{mb}{2 \epsilon p} \cdot dV = \frac{mb \mu}{\epsilon p} \cdot \frac{ddz}{dV}$, & multiplicando per $2 \mu dV$ fiet $z + \frac{mb \mu}{\epsilon p} \cdot dV^2 = \frac{2 mb \mu^2 ddz}{\epsilon p}$. Demum posito $\frac{2 mb \mu^2}{\epsilon p} = rr$, & $\frac{mb \mu}{\epsilon p} = \frac{rr}{2 \mu}$, nascitur $z + \frac{rr}{2 \mu} \cdot dV^2 = r^2 ddz$.

Duplici modo de more integrationem faciemus. Primus modus dat formulam $z + \frac{rr}{2 \mu} = A \cdot Ch \cdot V + B \cdot Sh \cdot V$, in qua duo casus distinguendi sunt, nempe $A < B$, $A > B$, inter quos adest casus medius $A = B$. In superiore disquisitione patefactum est, in primo casu æquationem pertinere ad

ad curvam finuum hyperbolicorum, in secundo ad curvam
cofinuum hyperbolicorum, in medio ad logarithmicam.

Secundus modus multiplicat per dz , ut fit $z + \frac{r^2}{2\mu} \cdot dz dV^2$
 $= r^2 dz d dz$; ergo integrando $\sqrt{z^2 + \frac{r^2 z}{\mu} + E} \cdot dV^2 = r^2 dz^2$;
 igitur $dV = \frac{r dz}{\sqrt{z^2 + \frac{r^2 z}{\mu} + E}} = \frac{r dz}{\sqrt{z + \frac{r^2 z^2}{2\mu} + E - \frac{r^4}{4\mu^2}}}$.

Hanc æquationem integrabimus usurpatis finibus hyperboli-
 cis, si $E - \frac{r^4}{4\mu^2}$ fit positiva, usurpatis cofinibus, si fit ne-
 gativa, inter quos casus adest medius, quum scilicet $E =$
 $\frac{r^4}{4\mu^2}$, in quo casu integratur per logarithmos. In primo
 casu fiat $E - \frac{r^4}{4\mu^2} = N^2 r^2$, atque ita disponatur æquatio

$$dV = \frac{r \cdot \frac{1}{N} dz}{\sqrt{\frac{1}{N^2} \cdot z + \frac{r^2 z^2}{2\mu} + r^2}}, \text{ \& integrando S h. } \overline{\Delta + V} = \frac{1}{N}$$

$\cdot z + \frac{r^2}{2\mu}$. In secundo casu fiat $\frac{r^4}{4\mu^2} - E = r^2 N^2$, & inve-

$$\text{nies } dV = \frac{r \cdot \frac{1}{N} \cdot dz}{\sqrt{\frac{1}{N^2} \cdot z + \frac{r^2 z^2}{2\mu} - r r}}, \text{ \& integrando C h. } \overline{\Delta + V}$$

$= \frac{1}{N} \cdot z + \frac{r^2}{2\mu}$. In casu medio statim se se offert $\frac{r dz}{z + \frac{r^2}{2\mu}}$

$$= dV, \text{ seu } \pm \sqrt{z + \frac{r^2}{2\mu}} = V.$$

Non est omittenda determinatio velocitatis corporis.
 Quoniam est $u : V :: dx : ds$, erit $u = \frac{V dx}{ds}$; sed $dx = dz$
 $- ds$; ergo $u = \frac{V dz}{ds} - V$, & posito pro ds ejus valore
 $\frac{V dV}{2\mu}$, fiet $u = \frac{2\mu dz}{dV} - V$. Ex formula primæ integrationis
 habe-

habemus $dz = A. dCh.V + B. dSh.V =$
 $\frac{AdV.Sh.V + BdV.Ch.V}{r}$: ergo facta substitutione $u =$

$$\frac{2\mu A.Sh.V + 2\mu B.Ch.V}{r} - V.$$

Si cupias adhibere formulam secundæ integrationis, habebis in primo casu $dz = N. dSh. \overline{\Delta + V} = \frac{NdV.Ch. \overline{\Delta + V}}{r}$:
 ergo $u = \frac{2\mu N.Ch. \overline{\Delta + V}}{r} - V$. In secundo casu erit dz

$$= N. dCh. \overline{\Delta + V} = \frac{NdV.Sh. \overline{\Delta + V}}{r}; \text{ igitur } u = \frac{2\mu N.Sh. \overline{\Delta + V}}{r}$$

$- V$. In casu medio erit $dz = \frac{+ dV. z + \frac{r^2}{2\mu}}{r}$: ergo u

$$= \frac{+ 2\mu. z + \frac{r^2}{2\mu}}{r} - V: \text{ constat autem dari } z + \frac{r^2}{2\mu} \text{ per } V.$$

Determinatio constantium dependet a statu initiali corporis & centri: quæ determinatio quomodo faciendâ sit, & hac factâ quomodo instituendâ constructio, tum ex superiore disquisitione, tum ex illis, quæ in hac tradidimus de potentiis attrahentibus, geometram nullum latere potest. Quare brevitati consulentes lectorum industriæ hæc omnia relinquamus, ac tandem aggrediamur generale problema, in quo quum methodus prima integrationis deficiat, necessarium nobis erit ad secundam confugere.

In generali problemate ponimus potentias esse in ratione cujuscumque functionis distantiarum a centro. Retentis superioribus denominationibus functio, cui respondet potentia, exprimitur litera F . In attrahentibus potentiis (*Fig. 1.*) ubi distantia corporis & centri est $= e + s - x = z$, habebimus $F. b : F. z :: p : \frac{p.F.z}{F.b}$, quæ est potentia applicata corpori in distantia z . Itaque proveniet æquatio $\frac{2sp.F.z}{F.b}$
 $. dx = m u du$: atqui $u : V :: dx : ds$, ac propterea $u = \frac{Vdx}{ds}$:
 igitur æquatio fiet $\frac{2sp.F.z}{F.b} dx = \frac{mVdx}{ds} . D \frac{Vdx}{ds}$, seu $F. z \frac{ds}{V}$
 =

$= \frac{m \cdot F \cdot b}{2 \epsilon p} \cdot D \frac{V dx}{ds}$. Quum sit $e + s - z = x$, erit $ds - dz = dx$: igitur ejecta dx oriectur $F \cdot z \cdot \frac{ds}{V} = \frac{m F \cdot b}{2 \epsilon p} dV - \frac{m F \cdot b}{2 \epsilon p} \cdot D \frac{V dz}{ds}$. Invenienda est z data per V . Constat ex dictis esse $\frac{VV - CC}{4\mu} = s$; ergo $\frac{V dV}{2\mu} = ds$. Arceamus ds , & fiet $F \cdot z \cdot \frac{dV}{2\mu} = \frac{m \cdot F \cdot b}{2 \epsilon p} dV - \frac{m F \cdot b}{2 \epsilon p} \cdot D \frac{2\mu dz}{dV}$, & posita dV constante $\frac{F \cdot z}{2\mu} - \frac{m \cdot F \cdot b}{2 \epsilon p} \cdot dV = - \frac{m \mu F \cdot b \cdot d dz}{\epsilon p dV}$, & multiplicando per $2\mu dV$ fit $F \cdot z - \frac{m \mu F \cdot b}{\epsilon p} \cdot dV^2 = - \frac{2 m \mu^2 F \cdot b \cdot d dz}{\epsilon p}$. Causa brevitatis pono $\frac{\epsilon p}{\mu} = r$, ut resultet $F \cdot z - \frac{\mu \cdot F \cdot b}{r} \cdot dV^2 = - \frac{2 \mu^2 F \cdot b \cdot d dz}{r}$.

Quoniam ad integrandam æquationem nihil prodest prima methodus, eam multiplicemus per dz , ut altera postulat, $dz \cdot F \cdot z - \frac{\mu \cdot F \cdot b \cdot dz}{r} \cdot dV^2 = - \frac{2 \mu^2 F \cdot b \cdot dz d dz}{r}$. Fiat integratio $\int dz \cdot F \cdot z - \frac{\mu \cdot F \cdot b \cdot z}{r} \cdot dV^2 = A dV^2 - \frac{\mu^2 F \cdot b \cdot dz^2}{r}$. Si fiat $\int dz \cdot F \cdot z = r G \cdot z$, denotante G congruam functionem, in hanc mutabitur æquatio $\frac{\mu \sqrt{F \cdot b}}{\sqrt{r}} \cdot dz = dV \cdot \sqrt{A + \frac{\mu \cdot F \cdot b \cdot z}{r} - r G \cdot z}$, seu $\frac{\mu \sqrt{F \cdot b} \cdot dz}{\sqrt{r A + \mu \cdot F \cdot b \cdot z - r^2 \cdot G \cdot z}} = dV$.

Hæc, quum habeat incognitas separatas, perducì semper potest ad constructionem, quæ ita faciendâ est, ut factâ $z = e$ fit $V = C$. Determinatio autem constantis A defumenda est ex proportione, quam habet $dz : dV$ in initio motus, quum scilicet $z = e$.

Nullo negotio determinatur velocitas corporis. Namque est $V : u :: ds : dx = ds - dz$: ergo $u = V - \frac{V dz}{ds}$; sed ds

$= \frac{V dV}{2\mu}$; ergo $u = V - \frac{2\mu dz}{dV} = V - \frac{2\sqrt{rA + \mu F \cdot b \cdot z - r^2 G \cdot z}}{\sqrt{F \cdot b}}$.
 Quum data sit z per V , nota sit u , quæ est velocitas corporis.

In potentiis repellentibus (*Fig. 5.*), in quibus posita est $e + s + x = z$, eadem methodo pervenimus ad æqua-

tionem $F \cdot z \cdot \frac{ds}{V} = \frac{m \cdot F \cdot b}{2 \varepsilon p} \cdot D \frac{V dx}{ds}$. In hac hypothefi habemus

$dx = dz - ds$; ergo $F \cdot z \cdot \frac{ds}{V} = \frac{m F \cdot b}{2 \varepsilon p} \cdot D \frac{V dz}{ds} - \frac{m F \cdot b}{2 \varepsilon p} dV$.

Quoniam $\frac{VV - CC}{4\mu} = s$, erit $\frac{V dV}{2\mu} = ds$. Ejiciatur ds ab æqua-

tionem, & oriatur $F \cdot z \cdot \frac{dV}{2\mu} = \frac{m F \cdot b}{2 \varepsilon p} \cdot D \frac{2\mu dz}{dV} - \frac{m F \cdot b}{2 \varepsilon p} dV$,

sive $\frac{F \cdot z}{2\mu} + \frac{m F \cdot b}{2 \varepsilon p} \cdot dV^2 = \frac{m \mu F \cdot b}{\varepsilon p} dz$, facta constante dV .

Ponatur $\frac{\varepsilon p}{m} = r$, ut fit $\frac{F \cdot z}{2\mu} + \frac{F \cdot b}{2r} \cdot dV^2 = \frac{\mu \cdot F \cdot b \cdot d dz}{r}$. Fa-

cta multiplicatione per $2\mu dz$ nascitur $dz \cdot F \cdot z + \frac{\mu F \cdot b \cdot z}{r}$

$\cdot dV^2 = \frac{2\mu^2 F \cdot b \cdot d dz}{r}$. Integretur $\int dz \cdot F \cdot z + \frac{\mu F \cdot b \cdot z}{r} + A$

$\cdot dV^2 = \frac{\mu^2 \cdot F \cdot b \cdot dz^2}{r}$, & posita $\int dz \cdot F \cdot z = r G \cdot z$, provenit

$dV = \frac{\mu \sqrt{F \cdot b \cdot dz}}{\sqrt{rA + \mu F \cdot b \cdot z + r^2 G \cdot z}}$, quæ construi potest.

Corporis velocitas u est ad velocitatem centri V , ut

$dx = dz - ds : ds$: igitur $u = \frac{V dz}{ds} - V = \frac{2\sqrt{rA + \mu F \cdot b \cdot z + r^2 G \cdot z}}{\sqrt{F \cdot b}}$

$- V$, per quam velocitas corporis remanet determinata.

Problema, de quo loquuti sumus, generalem recipit solutionem in duplici hypothefi, nimirum quum centrum vel motu æquabili progreditur, vel motu æquabiliter accelerato aut retardato. Si alia quacumque lege moveatur centrum, non video, quo pacto æquatio, ad quam pervenimus, possit integrari: quare problema ex defectu analysis

Fig. 1.

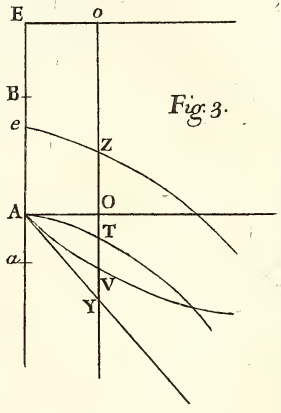
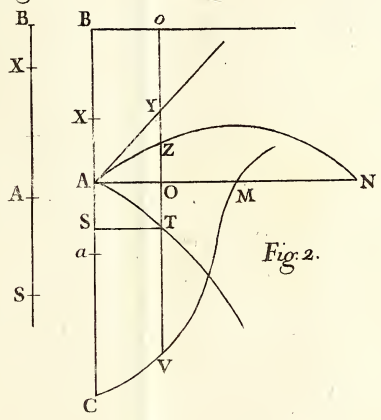


Fig. 3.

Fig. 2.

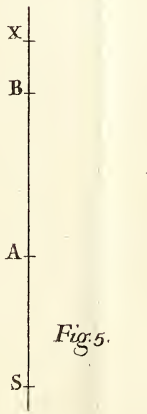


Fig. 5.

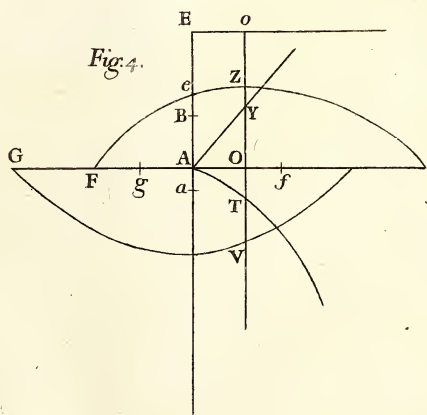


Fig. 4.



remanet insolutum. Veruntamen si potentia attrahentes aut repellentes servant directam rationem distantiarum a centro, methodus suppetit, per quam generatim æquationem inventam integramus, & completam problematis solutionem exhibemus: quod in sequenti disquisitione demonstrabimus.

VINCENTII RICCATI

De motu rectilineo corporis attracti, aut repulsi a centro mobili.

DISQUISITIO TERTIA.

De motu Corporis attracti, vel repulsi in ratione directa distantiarum a centro, quod quacumque data lege movetur.

Hypothesis potentiarum, quæ servant directam rationem cum distantis a centro, ita cæteras omnes simplicitate antecellit, ut tametsi centrum quacumque data lege moveatur, ejusque velocitas data sit quomodocumque per spatium peractum; tamen ad detegendas proprietates motus corporis attracti vel repulsi æquationem offerat, quæ, nisi desit industria, per canones notæ analyseos ad integrationem perducitur: quod in aliis hypotheseis nullo modo licet obtinere. De hac itaque hypothesei agam in præsentis disquisitione, ostendens, quomodo in ea motus corporis determinetur: quod theoriæ, quam cœpi illustrare, non contemnendam addet accessionem.

Incipiam a potentiis attrahentibus. Initio motus centrum sit in A (Fig. 1.) corpus in B. Interim dum centrum percurrit AS = s, corpus conficiat BX = x: velocitas centri in S = V, quæ data est utcumque per s, velocitas corporis in X = u: distantia initialis corporis & centri AB = e, velocitas initialis centri = C, corporis = c. Erit distantia XS = z = e + s - x. Ad habendam potentiam applicatam corpori in X, fiat ut $b : z :: p : \frac{pz}{b}$, quæ erit quaesita potentia. His positis sese offert æquatio $\frac{2ep}{b} \cdot z dx$

=

$= m u d u$; atqui $u = \frac{V dx}{ds}$; ergo $\frac{z \epsilon p}{b} \cdot z dx = \frac{m V dx}{ds}$
 $\cdot D \frac{V dx}{ds}$, five $z \cdot \frac{ds}{V} = \frac{m b}{z \epsilon p} \cdot D \frac{V dx}{ds}$. Vocato tempore $= t$, obser-
 vo esse $\frac{ds}{V} = \frac{dt}{k}$: ergo, facta substitutione, $z dt = \frac{m b k}{z \epsilon p}$
 $\cdot D \frac{k dx}{dt}$, & assumpto elemento dt tamquam constante $z dt^2 =$
 $\frac{m b k^2}{z \epsilon p} d dx$. Fiat $\frac{m b k^2}{z \epsilon p} = r r$, ut sit $z dt^2 = r r d dx$. Quan-
 do est $z = e + s - x$, erit $x = e + s - z$, & $dx = ds$
 $- dz$, & $ddx = dds - ddz$; ergo substituendo $z dt^2$
 $= r^2 dds - r^2 ddz$: atqui $ds = \frac{V dt}{k}$; ergo $dds = \frac{dV dt}{k}$:
 igitur facta substitutione $z dt^2 = \frac{r^2 dV dt}{k} - r^2 ddz$, & transf-
 positis terminis $\frac{r^2}{k} dV dt - z dt^2 - r^2 ddz = 0$.

Inventæ æquationi accommo methodum, quam ex-
 posui cap. 9. lib. 3. tom. 2. Institutionum. Eam itaque mul-
 tiplico per ϕ , quæ per t erit deinceps determinanda, &
 æquatio prodibit $\frac{r^2}{k} \phi dV dt - z \phi dt^2 - r^2 \phi ddz = 0$. Ad-
 ditis detractisque terminis æqualibus æquationem in hunc
 modum distribuo

$$\frac{r^2}{k} \phi dV dt - z \phi dt^2 + r^2 d\phi dz - r^2 \phi ddz = 0. \text{ In hac}$$

$$- r^2 z dd\phi + r^2 z dd\phi - r^2 d\phi dz$$

termini omnes integrationem recipiunt, si secundum exci-
 pias. Igitur si ponamus secundum terminum $= 0$, æquatio
 integrabilis erit. In hac suppositione eam integremus, ut,
 facta divisione per r^2 , sit $\frac{dt}{k} \int \phi dV + z d\phi - \phi dz = 0$. Il-
 lud adverte, in accipienda $\int \phi dV$ necessario addendam ef-
 se constantem. Ad determinandam vero ϕ , fiat secundus
 terminus $= 0$, ut prodeat $\phi dt^2 = - r^2 d\phi$. Hujus æqua-
 tionis completa integratio, assumpto sinu toto $= r$, præ-
 bet hujusmodi valorem $\phi = A. Cc. t + B. Sc. t$.

Accipiamus duos valores ϕ , atque hos maxime simpli-
 ces, nimirum $\phi = Cc. t$, $\phi = Sc. t$, ut peractis substitu-
 tionibus.

tionibus nascantur æquationes duæ

$$\frac{dt}{k} \int dV. Cc.t + z. dCc.t - dz. Cc.t = 0$$

$$\frac{dt}{k} \int dV. Sc.t + z. dSc.t - dz. Sc.t = 0.$$

Multiplicetur prima per $Sc.t$, secunda per $Cc.t$, ut fiant

$$\frac{dt.Sc.t}{k} \int dV.Cc.t + z.Sc.t.dCc.t - dz.Cc.t.Sc.t = 0$$

$$\frac{dt.Cc.t}{k} \int dV.Sc.t + z.Cc.t.dSc.t - dz.Cc.t.Sc.t = 0.$$

Auferatur secunda a prima, ut exfurgat $\frac{dt.Sc.t}{k} \int dV.Cc.t$

$$- \frac{dt.Cc.t}{k} \int dV.Sc.t + z.Sc.t.dCc.t - Cc.t.dSc.t = 0$$

atque $dCc.t = \frac{-dt.Sc.t}{r}$, & $dSc.t = \frac{dt.Cc.t}{r}$: ergo

$$\frac{dt.Sc.t}{k} \int dV.Cc.t - \frac{dt.Cc.t}{k} \int dV.Sc.t - z dt. \frac{Sc.t^2 + Cc.t^2}{r}$$

$= 0$. Si substituas r^2 pro $Sc.t^2 + Cc.t^2$, & divides per dt , obtinebis $\frac{Sc.t}{k} \int dV.Cc.t - \frac{Cc.t}{k} \int dV.Sc.t - rz = 0$;

demum $\frac{Sc.t}{rk} \int dV.Cc.t - \frac{Cc.t}{rk} \int dV.Sc.t = z$. Quoniam V datur per s , t quoque dabitur tum per s , tum per V , ac proinde obtinebimus valorem z . Memento, in sumendis summatoriis duabus addendas esse constantes, quæ debent determinari ex statu initiali corporis & centri.

Si centri motus sit æquabilis, & ejus velocitas constans $= C$, erit $dV = 0$: ergo ob constantes addendas æquatio mutabitur in sequentem $A.Sc.t - B.Cc.t = z$. Facile deprehendes, hanc æquationem convenire cum ea, quam methodo magis expedita in prima disquisitione invenimus, si advertas, in ea finum totum $= \frac{C\sqrt{mb}}{\sqrt{2\epsilon p}}$, in hac fi-

num totum $= \frac{k\sqrt{mb}}{\sqrt{2\epsilon p}}$: ergo finus totus primæ disquisitionis ad finum totum hujus: $C:k$. Duobus itaque radiis $CK = \frac{k\sqrt{mb}}{\sqrt{2\epsilon p}}$ (Fig. 2.), $CH = \frac{C\sqrt{mb}}{\sqrt{2\epsilon p}}$ describe circulos concen-

tri-

tricos. Qui sinus, & cosinus fumuntur posito sinu toto CH, supra signabimus hoc modo S' c., C c. Abscinde arcum KT = t, erit TM = S c. t, CM = C c. t. Ducto radio CTS, erit k : C :: KT = t : HS = $\frac{Ct}{k}$: ergo NS = S' c. $\frac{Ct}{k}$, & CN = C' c. $\frac{Ct}{k}$; fed $\frac{Ct}{k} = s$ ergo NS = S' c. s, CN = C' c. s; fed k : C :: TM : SN :: CM : CN: ergo k : C :: S c. t : S' c. s :: C c. t : C' c. s: igitur S c. t = $\frac{k S' c. s}{C}$, C c. t = $\frac{k C' c. s}{C}$. Peracta itaque substitutione æquatio fiet $\frac{A k}{C}$ S' c. s - $\frac{B k}{C}$ C' c. s = z, quæ convenit cum illa, quæ legitur in prima disquisitione: nam quod ibi est A, hic est $\frac{B k}{C}$; & quod ibi est B, hic est $\frac{A k}{C}$.

Si motus sit æquabiliter acceleratus, servatis speciebus secundæ disquisitionis habebimus $V = \sqrt{CC + 4\mu s}$. Quoniam $\frac{ds}{V} = \frac{dt}{k}$, $\frac{ds}{\sqrt{CC + 4\mu s}} = \frac{dt}{k}$, seu $\frac{k}{2\mu} \cdot \frac{2\mu ds}{\sqrt{CC + 4\mu s}} = dt$: ergo integrando $\frac{k}{2\mu} \sqrt{CC + 4\mu s} = t$, five $\sqrt{CC + 4\mu s} = V = \frac{2\mu t}{k}$. Quare æquatio evadit $\frac{S c. t}{k} \int \frac{2\mu}{k} dt C c. t - \frac{C c. t}{k} \int \frac{2\mu}{k} dt S c. t = rz$, five $\frac{2\mu}{k^2} S c. t \int dt C c. t - \frac{2\mu}{k^2} C c. t \int dt S c. t = rz$. Est autem $\int dt C c. t = \int r. d S c. t = r S c. t + \frac{r k^2}{2\mu} A$; item $\int dt. S c. t = \int -r. d C c. t = -r C c. t + \frac{r k^2}{2\mu} B$. Itaque factis substitutionibus fiet $\frac{2\mu r}{k^2} \cdot \overline{S c. t}^2 + r A. S c. t = rz$, five $A. S c. t - B + \frac{2\mu r}{k^2} \cdot \overline{C c. t}^2 - r B. C c. t \cdot C c. t = z - \frac{2\mu r^2}{k^2}$.

Si

Si advertas, in hac finum totum $= \frac{k\sqrt{mb}}{\sqrt{2\epsilon p}}$, quem voco $= r$; in æquatione inventa in superiore disquisitione finum totum $= \frac{\mu\sqrt{2mb}}{\sqrt{\epsilon p}}$, quem voco $= r'$; cognosces, æquationem modo inventam cohærere cum ea, quam faciliori methodo in superiore disquisitione invenimus; quod ita ostendo. Sinus toti sunt in ratione $k:2\mu$. Quare si cum prædictis radiis r, r' describantur circuli concentrici KT, HS (*Fig. 2.*), & vocetur $KT = t$, & agatur radius CTS , erit $k:2\mu::KT = t:HS = \frac{2u}{k}$; sed $\frac{2\mu t}{k} = V$, ergo ductis ordinatis $SN = S'c.V, CN = C'c.V$, signo sinus & cosinus, qui respiciunt finum totum $= r'$: atqui $k:2\mu::TM:SN::CM:CN$; ergo $k:2\mu::Sc.t:S'c.V::Cc.t:C'c.V$; præterea $k:2\mu::r:r'$: ergo $Sc.t = \frac{k}{2\mu} S'c.V, Cc.t = \frac{k}{2\mu} C'c.V$, & $r = \frac{k}{2\mu} r'$. Igitur peractis substitutionibus æquatio proveniet $\frac{kA}{2\mu} S'c.V - \frac{kB}{2\mu} C'c.V = z - \frac{2\mu k^2 r'^2}{4\mu^2 k^2} = z - \frac{r'^2}{2\mu}$, quæ profus convenit cum illa, quæ habetur in memoratâ disquisitione, si pro $-\frac{kB}{2\mu}$ scribas A , & pro $\frac{kA}{2\mu}$ scribas B .

Ad inveniendam velocitatem corporis, nempe u , advertendum est, $V:u::ds:dx = ds - dz$: ergo $u = V - \frac{Vdz}{ds}$; sed $\frac{ds}{V} = \frac{dt}{k}$: ergo $u = V - \frac{k dz}{dt}$. Jam vero differentietur æquatio, quæ inventa est inter z, t , ut fit

$$dz = \frac{dSc.tfdV.Cc.t + dVSc.t.Cc.t}{rk} = \frac{dtCc.tfdV.Cc.t + dtSc.tfdV.Sc.t}{r^2k}$$

igitur $u = V - \frac{Cc.tfdV.Cc.t}{rr} - \frac{Sc.tfdV.Sc.t}{rr}$. Duabus summatoriis addendæ sunt constantes, quæ additæ sunt antea.

Ea-

Eadem methodus, quæ in potentiis attrahentibus, valet etiam in repellentibus. Centrum repulsionis initio sit in A (Fig. 3.) ejus velocitas = C; corpus sit in B, ejus velocitas = c; distantia AB = e. Dum centrum percurrit AS = s, corpus conficiat BX = x: distantia SX = z = e + s + x. Vocata velocitate centri in S = V, corporis in X = u, eodem, ac antea, modo pervenies ad æquationem $z \cdot \frac{ds}{V} = \frac{mb}{2 \epsilon p} \cdot D \frac{V dx}{ds}$; sed vocato tempore = t, est $\frac{ds}{V} = \frac{dt}{k}$:

ergo $\frac{z dt}{k} = \frac{mb}{2 \epsilon p} \cdot D \frac{k dx}{dt}$, & sumpto tamquam manente elemento dt, fiet $z dt = \frac{mb k^2}{2 \epsilon p} \cdot \frac{d dx}{dt}$. Pone $\frac{mb k^2}{2 \epsilon p} = r r$, & proveniet $z dt^2 = r^2 d dx$; sed $dx = dz - ds$, & $d dx = d dz - d ds$: igitur $z dt^2 = r^2 d dz - r^2 d ds$. Quoniam est $ds = \frac{V dt}{k}$, erit differentiando $d ds = \frac{d V dt}{k}$: igitur $z dt^2 = r^2 d dz - \frac{r^2}{k} d V dt$, & transpositis terminis $\frac{r^2}{k} d V dt + z dt^2 - r^2 d ds = 0$.

Ut methodum applicem, multiplico æquationem per φ, ut sit $\frac{r^2}{k} \phi d V dt + z \phi dt^2 - r^2 \phi d dz = 0$, quam in hunc modum distribuo

$\frac{r^2}{k} \phi d V dt + z \phi dt^2 + r^2 d \phi dz - r^2 \phi d dz - r^2 z d d \phi + r^2 z d d \phi - r^2 d \phi dz$ = 0. Omnes termini integrabiles sunt, secundo excepto; igitur si hic = 0, integrabilis erit æquatio. In hac suppositione si fiat integratio proveniet $\frac{r^2 dt}{k} \int \phi d V + r^2 z d \phi - r^2 \phi dz = 0$, seu facta

divisione per r^2 erit $\frac{dt}{k} \int \phi d V + z d \phi - \phi dz = 0$. In accipienda summatoria constans addenda est. Fiat jam secundus terminus = 0, & determinabitur φ. Erit $\phi dt^2 = r^2 d d \phi$. Assumpto sinu toto = r, integratio completa est $\phi = A \cdot C h. t + B \cdot S h. t$.

Duos valores maxime simplices φ eligamus, nempe φ = C h. t, φ = S h. t, quibus substitutis in æquatione inventa duas æquationes formemus

$$\frac{dt}{k} \int dV. Ch.t + z. dCh.t - dz Ch.t = 0$$

$$\frac{dt}{k} \int dV. Sh.t + z. dSh.t - dz Sh.t = 0. \text{ Multiplice-}$$

tur prima per $Sh.t$, secunda per $Ch.t$, ut oriantur duæ

$$\frac{dt Sh.t}{k} \int dV. Ch.t + z Sh.t. dCh.t - dz Sh.t. Ch.t = 0$$

$$\frac{dt Ch.t}{k} \int dV. Sh.t + z Ch.t. dSh.t - dz Sh.t. Ch.t = 0.$$

Auferatur secunda a prima, ut exfurgat $\frac{dt. Sh.t}{k} \int dV. Ch.t$

$$- \frac{dt. Ch.t}{k} \int dV. Sh.t + z. \overline{Sh.t. dCh.t} - \overline{Ch.t. dSh.t}$$

$$= 0: \text{ atqui } dCh.t = \frac{dt. Sh.t}{r}, dSh.t = \frac{dt. Ch.t}{r}: \text{ igitur}$$

substituendo, & dividendo per dt , $\frac{Sh.t f du. Ch.t - Ch.t f dV. Sh.t}{k}$

$$+ z. \frac{\overline{Sh.t^2} - \overline{Ch.t^2}}{r} = 0: \text{ atqui } \overline{Ch.t^2} - \overline{Sh.t^2} = r r; \text{ ergo}$$

$$\frac{Sh.t. f dV. Ch.t - Ch.t. f dV. Sh.t}{k} = r z. \text{ In accipiendis summa-}$$

toriis ne obliviscaris constantium, quæ addendæ sunt.

In duabus hypothesibus motus æquabilis, & motus æquabiliter accelerati æquatio cohærebit cum illis, quas in superioribus disquisitionibus invenimus, si eam transferas a

finu toto $\frac{k \sqrt{mb}}{\sqrt{2 \epsilon p}}$ ad sinus totos, quos ibi adhibuimus. In prima, ubi centri constans est velocitas = C , proveniet æquatio

$$A Sh.t - B Ch.t = z. \text{ Semiaxe } CK = \frac{k \sqrt{mn}}{\sqrt{2 \epsilon p}} = r$$

(Fig. 4.) describe hyperbolam KT , & semiaxe $CH = \frac{C \sqrt{mn}}{\sqrt{2 \epsilon p}}$

= r' hyperbolam HS , & produc CT in S . Habebimus

$$KCT : HCS :: k^2 : C^2, \text{ sive } \frac{KCT}{k} : \frac{HCS}{C} :: k : C; \text{ fed } k : C :: \frac{z}{2}$$

$$r : \frac{z}{2} r' : \text{ ergo } \frac{KCT}{\frac{z}{2} r} : \frac{HCS}{\frac{z}{2} r'} :: k : C; \text{ ergo si statuas } \frac{KCT}{\frac{z}{2} r} = t,$$

$$\text{erit } \frac{HCS}{\frac{z}{2} r'} = \frac{Ct}{k} = s : \text{ igitur si signemus sinus \& cosinus}$$

per-

pertinentes ad finum totum = r' , erunt $SN = S'h.s$,
 $CN = C'h.s$; sed $k : C :: TM : SN :: CM : CN$; ergo $k :$
 $C :: Sh.t : S'h.s :: Ch.t : C'h.s$; ergo $Sh.t = \frac{k}{C} S'h.s$,

$Ch.t = \frac{k}{C} C'h.s$. Igitur æquatio evadet $\frac{Ak}{C} S'h.s - \frac{Bk}{C}$
 $C'h.s = z$, quæ congruit cum ea, quæ legitur in prima
 disquisitione.

In hypothesi motus æquabiliter accelerati quum sit V
 $= \sqrt{CC + 4\mu s}$, inveniemus $V = \frac{2\mu}{k} t$. Æquatio itaque
 proveniet $\frac{2\mu Sh.t}{k^2} \int dt Ch.t - \frac{2\mu Ch.t}{k^2} \int dt Sh.t = rz$; sed
 $\int dt Ch.t = r Sh.t + \frac{rk^2}{2\mu} A$, & $\int dt Sh.t = r Ch.t +$
 $\frac{rk^2}{2\mu} B$; igitur effectis substitutionibus fiet

$$\frac{2\mu r}{k^2} \overline{Sh.t}^2 + r A Sh.t = rz; \text{ sed } \overline{Ch.t}^2 - \overline{Sh.t}^2$$

$$= \frac{-2\mu r}{k^2} \overline{Ch.t}^2 - r B Ch.t$$

$= r^2$; ergo $A Sh.t - B Ch.t = z + \frac{2\mu r^2}{k^2}$. Hæc æqua-
 tio transferenda est a sinu toto $r = \frac{k\sqrt{mb}}{\sqrt{2\epsilon p}}$ ad finum totum

$r' = \frac{\mu\sqrt{2mb}}{\sqrt{\epsilon p}}$. Cum his femidiamentris, quæ sunt ut $k : 2\mu$,
 descriptis hyperbolis duabus KT, HS , fit $\frac{CKT}{\frac{1}{2}r} = t$; erit

$k : 2\mu :: \frac{CKT}{\frac{1}{2}r} = t : \frac{CHS}{\frac{1}{2}r'} = \frac{2\mu t}{k} = V$; ergo $NS = S'h.V$,
 $CN = C'h.V$: sinus & cosinus spectantes ad finum totum
 r' supra signamus. Atqui $k : 2\mu :: Sh.t : S'h.V :: Ch.t :$
 $C'h.V$: ergo $Sh.t = \frac{kS'h.V}{2\mu}$, $Ch.t = \frac{kC'h.V}{2\mu}$: igitur

quando etiam $r = \frac{k r'}{2\mu}$, æquatio fiet $\frac{kA}{2\mu} S'h.V - \frac{kB}{2\mu} C'h.V$
 $= z + \frac{r^2}{2\mu}$, quæ convenit cum illa, quam expeditior me-
 thodus secundæ disquisitionis exhibuit.

Proportio $V : u :: ds : dx$ præbebit velocitatem corporis :
nam quia $dx = dz - ds$, erit $u = \frac{V dz}{ds} - V$; sed $\frac{V}{ds} = \frac{k}{dt}$;
ergo $u = \frac{k dz}{dt} - V$. Jam vero habemus ab æquatione diffe-

$$rentiata $dz = \frac{dSh.tfdV.Ch.t + dVSh.t.Ch.t}{-dCh.tfdV.Sh.t - dVSh.t.Ch.t}$$$

$$= \frac{dtCh.tfdV.Ch.t - dtSh.tfdV.Sh.t}{r^2 k} : \text{ergo}$$

$$u = \frac{Ch.tfdV.Ch.t - Sh.tfdV.Sh.t}{rr} - V. \text{ In fumendis fum-}$$

matoriis eadem, quæ antea, addendæ sunt constantes.

In prima disquisitione resolutum est problema per æquationem, quæ comparat distantias corporis & centri cum spatiis a centro motu æquabili peractis: in secunda disquisitione æquatio, ad quam perveni, confert easdem distantias cum velocitatibus a centro motu æquabiliter accelerato acquisitis. Verum in hac disquisitione methodi simplicitas me duxit ad æquationem, quæ intercedit inter distantias & tempora, quibus centrum movetur: imo sinus totus, ad quem referuntur sinus & cosinus circulares & hyperbolici, tempus k complectitur. In duabus superioribus disquisitionibus prætulimus spatia & velocitates temporibus, quibus sunt proportionales, quia ad constructiones peragendas necessarium est uti quantitibus, quas per lineas rectas habeamus expressas. Spatia a centro peracta per se sunt lineæ rectæ: velocitates docuimus exprimere per lineas rectas, quæ tempore k a mobili conficiuntur. Verum nondum docuimus, quo pacto tempora per lineas rectas repræsententur, quod necessario faciendum est, ut formulæ inventæ esse possint utilitati. Assumenda est linea quælibet ex arbitrato, per quam exprimamus tempus k ; tum si fiat $k : t$ ut hæc linea assumpta ad quartam proportionalem, hæc exprimet tempus t . Hæc ut melius pateant, sit quælibet linea H : fiat ut $k : t :: H . y$: manifestum est, haberi t inventa y , quia tempus t æquat quartam proportionalem post H , y , k . Linea H major aut minor accipi potest prout libet, dummodo dum inter se diversa corpora comparantur, eundem retineat valorem.

At-

Attamen ne species novæ non necessariæ introducantur, non adhibebimus species H, y , sed retinebimus k, t , atque per has intelligemus duas lineas proportionales temporibus k, t , quarum prima constans est, & ad arbitrium accipi potest.

Theoriam generalem, quam complevi, opportunum erit faltem in potentiis attrahentibus illustrare aliquo exemplo, quod sit diversum ab illis, quæ in superioribus disquisitionibus fufus exposui. Descripto radio $CA = a$ (Fig. 5.) circulo, centrum attractionis ex puncto A quietis ita moveatur, ut, ordinatis ST , tempora, quibus percurrit spatia AS , sint proportionalia arcubus AT . Sit AD spatium illud, quod a centro mobili conficitur tempore k . Ducta ordinata DK , vocetur arcus $AK = \mu$. Fiat ut $AK = \mu$:

$$CA = a :: k : \frac{a k}{\mu}, \text{ \& radio } Ca = \frac{a k}{\mu} \text{ describatur circulus,}$$

$$\text{\& producantur radii } CK, CT \text{ in } k, t. \text{ Quoniam est } CA : Ca, \text{ seu } a : \frac{a k}{\mu}, \text{ seu } \mu : k \text{ ita } AK = \mu : a k, \text{ erit } a k = k :$$

$$\text{ergo arcus at expriment tempora motus per } AS, \text{ \& erunt } = t. \text{ Demissis ordinatis } kd, ts, \text{ manifestum est, esse } \mu :$$

$$k :: AS = s : a s = \frac{k s}{\mu} : \text{ igitur } dt = \frac{a k \cdot k ds}{\mu \cdot \mu} \sqrt{\frac{2 a k \cdot k s}{\mu \cdot \mu} - \frac{k^2 s^2}{\mu^2}}$$

$$= \frac{a k ds}{\mu \sqrt{2 a s - s s}}; \text{ ergo } \frac{k ds}{dt} = \frac{\mu}{a} \sqrt{2 a s - s s} = V; \text{ sed } a :$$

$$ST = \sqrt{2 a s - s s} :: \frac{a k}{\mu} : s t = \frac{k}{\mu} \sqrt{2 a s - s s}; \text{ ergo } \frac{\mu}{k} \cdot s t$$

$$= \sqrt{2 a s - s s}, \text{ \& } \frac{\mu^2}{a k} \cdot s t = \frac{\mu}{a} \sqrt{2 a s - s s} = V.$$

His generatim statutis maxime simplicem hypothefim contemplor, quum radii CA, Ca , & finis totus usurpatus in calculo omnes sunt inter se æquales. Hæc autem eveniunt, si valeant duæ æquationes $a = \frac{a k}{\mu}, a = r = \frac{k \sqrt{m b}}{\sqrt{2 \epsilon p}}$, ex quibus proveniunt duæ conditiones $\mu = k, \frac{a}{k} = \frac{\sqrt{m b}}{\sqrt{2 \epsilon p}}$.

In

In hac hypothefi perfpicuum eft, $ST = \sqrt{2rs - ss}$ ef-
 fe finum arcus AT ; ergo $\sqrt{2rs - ss} = Sc.t$; igitur V
 $= \frac{k}{r} Sc.t$. Jam vero in formula generali inventa hunc

valorem fubftituentes obtinemus $\frac{Sc.t}{r} \int dSc.t.Cc.t - \frac{Cc.t}{r}$

$\int dSc.t.Sc.t = rz$. Ut hujus formulæ ufus pateat, inve-
 niendæ funt duæ fummatoriæ $\int dSc.t.Cc.t$, $\int dSc.t.Sc.t$.

Quoad primam, fi pro $dSc.t$ fubftituatur $\frac{dtCc.t}{r}$, fiet

$$\int dSc.t.Cc.t = \int \frac{dt.Cc.t^2}{r} = \frac{rt + Sc.t.Cc.t}{2} + r^2 A, \text{ addita}$$

conftante. Altera $\int dSc.t.Sc.t = \frac{Sc.t^2}{2} + r^2 B$. Hi va-
 lores fubftituantur in formula, & proveniet

$$\frac{tSc.t}{2} + \frac{Sc.t^2.Cc.t}{2r} + rASc.t - rBCc.t = rz, \text{ five}$$

$$-\frac{Sc.t^2.Cc.t}{2r}$$

$$\frac{tSc.t}{2r} + ASc.t - BCc.t = z.$$

Hæc formula generatim valet, quæcumque fit positio,
 & velocitas initialis corporis B , quibus non cognitis deter-
 minari non poffunt conftantes A , B . Ut cafum aliquem
 ad exemplum proponam, initio motus corpus quiefcat in B
 (*Fig. 1.*), & fit $BA = e$. Determinatio conftantis B facilis
 eft, quia factò $t = 0$, $Sc.t = 0$, $Cc.t = r$, debet efle
 $z = e$; ergo $-Br = e$, feu $B = \frac{-e}{r}$. Igitur æquatio fiet

$$\frac{tSc.t}{2r} + A.Sc.t + \frac{e}{r} Cc.t = z. \text{ Difficilior eft determi-}$$

natio conftantis A . Si tempus t fit minimum, conftat, fpa-
 tium s fore $= \frac{t^2}{2r}$. Inveniendum eft fpatium x eodem tem-
 pufculo peractum a corpore B . Potentia applicata corpori

in B invenietur, fi fiat $b : e :: p : \frac{ep}{b}$, quæ erit potentia quæ-
 fita, quæque tempufculo t fpectari poteft ac debet tam-
 quam conftans. Æquatio itaque inter minima x , t erit hu-
 jufmodi

jufmodi $x = \frac{epet^2}{mbk^2} = \frac{et^2}{2rr}$. Itaque $s : x :: \frac{r}{2r} : \frac{e}{2rr} :: r : e$;

ergo $s : s - x :: r : r - e$; ergo $s - x = s \cdot \frac{r-e}{r}$; demum $z = e + s - x = e + s \cdot \frac{r-e}{r}$; fed $s = \frac{t^2}{2r}$; ergo $z = e + \frac{t^2 \cdot r - e}{2rr}$. His pofitis quoniam, existente t minima, eſt

$Sc.t = t$, $Cc.t = r$, fiet æquatio $\frac{tt}{2r} + At + e = e + \frac{t^2 \cdot r - e}{2rr}$, five $At = -\frac{et^2}{2rr}$, five $A = \frac{-et}{2rr}$, quæ proinde minima eſt, & = 0: ergo æquatio inter z & t provenit $\frac{tSc.t}{2r} + \frac{e}{r} Cc.t = z$.

Contrahamus magis hypothefim, & ponamus corpus B initio motus eſſe in A fine ulla velocitate, ut $e = 0$. Habebimus itaque æquationem $\frac{tSc.t}{2r} = z$. In hoc caſu ſpatium a centro confectum eſt $s = r - Cc.t$, centri velocitas = $V = \frac{k}{r} Sc.t$, ſpatium confectum a corpore = $s - z = r - Cc.t - \frac{tSc.t}{2r}$. Determinanda eſt velocitas

corporis, quæ = $V - \frac{k dz}{dt}$. Jam vero $\frac{dtSc.t + t \cdot dSc.t}{2r} = \frac{dtSc.t}{2r} + \frac{t dtCc.t}{2rr} = dz$; ergo ſubſtituendo $u = V - \frac{kSc.t}{2r} - \frac{ktCc.t}{2rr} = \frac{kSc.t}{r} - \frac{kSc.t}{2r} - \frac{ktCc.t}{2rr} = \frac{kSc.t}{2r} - \frac{ktCc.t}{2rr}$.

Quemadmodum alias fecimus, tabulam exhibeamus, per quam quantitates ſingulæ determinantur, dum tempus æquat multipulum quadrantis = ω .

$t = 0$	ω	2ω	3ω	4ω	5ω	6ω	7ω	&c.
$s = 0$	r	$2r$	r	0	r	$2r$	r	&c.
$V = 0$	k	0	$-k$	0	k	0	$-k$	&c.
$z = 0$	$\frac{\omega}{2}$	0	$-\frac{3\omega}{2}$	0	$\frac{5\omega}{2}$	0	$-\frac{7\omega}{2}$	&c.
$x = 0$	$r - \frac{\omega}{2}$	$2r$	$r + \frac{3\omega}{2}$	0	$r - \frac{5\omega}{2}$	$2r$	$r + \frac{7\omega}{2}$	&c.
$u = 0$	$\frac{k}{2}$	$\frac{2k\omega}{2r}$	$-\frac{k}{2}$	$-\frac{4k\omega}{2r}$	$\frac{k}{2}$	$\frac{6k\omega}{2r}$	$-\frac{k}{2}$	&c.

Quam-

Quamquam per hanc tabulam multa de motu corporis intelligimus, tamen plura fortasse remanent obscura, quæ per calculum & constructionem in bono lumine sunt collocanda.

Hanc ob rem diligenter perpendamus æquationem $\frac{t \text{ Sc. } t}{2r} = z$. Perspicuum est, tum $z = 0$, quum $\text{Sc. } t = 0$, quod contingit quotiescumque t fuerit æqualis uni ex sequentis seriei terminis $0, 2\omega, 4\omega, 6\omega$ &c., quod tabula ipsa quoque manifestat. Quare si t tamquam abscissæ spectentur, z tamquam ordinatæ, curva æquationi respondens incidet in lineam abscissarum, quum t fuerit æqualis alicui ex seriei terminis, hoc est $= 2n\omega$, existente n quolibet numero integro. Sed quosnam angulos in his punctis faciet curva cum abscissarum linea? Si $t = 0$, palam est, $z : t :: \text{Sc. } t = t : 2r$, quæ est ratio minor quacumque data; curva ergo in initio abscissarum lineam continget. Si $t = 2\omega$, ponamus $t = 2\omega + \phi$, posita ϕ minima, & erit $\text{Sc. } t = -\text{Sc. } \phi = -\phi$; ergo $z : -\phi :: \omega : r$, hoc est sinus anguli facti a curva & abscissa est ad cosinum $:\omega : r$, & quia in analogia negativus est secundus terminus, curva cadet ad partem ordinarum negativarum. Generatim si $t = 2n\omega$, inuenimus per hanc methodum sinum anguli curvæ & abscissæ ad cosinum esse ut $n\omega : r$. Si n sit par, curva ad partes ordinatæ positivæ procedet, si sit impar, ad partes ordinatæ negativæ.

Nunc videamus, ubi curva habeat ordinatas maximas vel positivatas, vel negativatas. Differentietur æquatio, & ponatur $dz = 0$, & fiet $dt \text{ Sc. } t + t \cdot d \text{ Sc. } t = 0$, sive $t dt \cdot \text{Cc. } t = -r dt \text{ Sc. } t$: ergo $t \text{ Cc. } t = -r \text{ Sc. } t$. Quum æquatio hæc valet, ordinata erit maxima vel positive, vel negative. Æquatio autem valere non potest, nisi alterutra, non autem utraque ex quantitatibus $\text{Cc. } t, \text{Sc. } t$ fuerit negativa. Ex quo intelligimus, ordinatas maximas haberi in secundo, quarto, sexto &c. quadrantibus. Valor autem ordinatæ maximæ proveniet $z = -\frac{t^2 \text{ Cc. } t}{2rr}$, qui erit positivus, si $\text{Cc. } t$ fuerit negativus; erit negativus, si $\text{Cc. } t$ fuerit positivus. Primum accidit in secundo, sexto, decimo &c. quadrantibus: alterum in quarto, octavo, duodecimo &c. quadrantibus.

Nunc

Nunc quærendum, ubi habeat flexum contrarium. Differentietur æquatio, & prodit $dt Sc.t + t.dSc.t = 2rdz$, five $dt Sc.t + \frac{t dt Cc.t}{r} = 2rdz$. Sumpta tamquam manente dt iterum differentietur, & ponatur $ddz = 0$: habebimus $dt.dSc.t + \frac{dt^2 Cc.t}{r} + \frac{t dt.dCc.t}{r} = 0$, five $\frac{dt^2 Cc.t}{r} + \frac{dt^2 Cc.t}{r} - \frac{t dt^2 Sc.t}{rr} = 0$, & facta divisione per $\frac{dt^2}{r}$ provenit $2 Cc.t = \frac{t Sc.t}{r}$, quæ æquatio quum valet, habetur flexus contrarius. Valere autem non potest, nisi $Sc.t$, $Cc.t$ fuerit uterque positivus, aut uterque negativus, quod obtinetur in primo, tertio, quinto &c. quadrantibus. Quoniam autem $\frac{t Sc.t}{2} = rz$, provenit $Cc.t = z$: quare ordinata in punctis flexus contrarii erit æqualis cosinui.

Ex his cognoscimus progressum curvæ. In AT (*Fig. 5.*) linea abscissarum, in qua sumuntur tempora = t , abscindantur partes $A_1, 1_2, 2_3, 3_4$ &c. omnes æquales quadranti circuli, cujus radius = r . Curva tangit lineam abscissarum in puncto A , eique obvertit convexum, tum facta flexu obvertit concavum: ordinatæ crescunt tum in primo quadrante, tum in parte secundi; in puncto autem supra definito habetur ordinata maxima, post quam decrefcentibus ordinatis curva venit ad secandam abscissam in fine secundi quadrantis, & progreditur ad partes negativas, & primum obvertit abscissis convexum, deinde facta flexu concavum: in tertio quadrante, & in parte quarti crescunt ordinatæ, donec deveniamus ad maximam, deinde fiunt minores, & curva in fine quarti quadrantis incidit in abscissam, & ultra eodem passu progreditur. Ordinatæ maximæ semper majores fiunt. Hæc curva docet, quænam post tempora AT sint distantiæ inter corpus & centrum, hoc est $TZ = z$, quæ in duobus primis quadrantibus positivæ sunt, in secundis duobus negativæ, atque ita deinceps alternatim.

Ut inveniamus spatia a corpore peracta, describamus curvam, cujus abscissæ = t , ordinatæ = s nempe spatia confecta a centro. Hæc est curva sinuum versorum, atque in hunc modum describitur. Normalis AT ducatur AR
Tom. VI. Cc æqua-

æqualis radio, & parallela R O. Ad lineam abscissarum A O describatur curva cosinum circularium A S, cujus prima ordinata est A R. Manifestum est, fore $TS = s$: ergo $ZS = s - z = x$, quæ indicabunt spatia a corpore confecta. In quatuor primis quadrantibus hoc spatium positivum est; in quinto & sexto negativum primum, tum evadit positivum, & positivum perseverat in septimo & octavo: atque ita deinceps, quemadmodum figura ob oculos ponit.

Verum non videtur omittenda æquatio inter t , & x , quæ est hujusmodi $r - Cc.t - \frac{t Sc.t}{2r} = x$. Ordinata x nulla est, quum valet hæc æquatio $r - Cc.t = \frac{t Sc.t}{2r}$.

Æquatio primum valet, quotiescumque $Sc.t = 0$, & $Cc.t = r$, quod evenit in principio primi, quinti, noni &c. quadrantis, ut ex tabula etiam cognoscimus. Definiamus angulos, quos curva in his punctis facit cum linea abscissarum. In initio curvæ, seu primi quadrantis, quoniam facta t minima incertum est, quinam ordines infinitesimorum possint negligi, qui autem secus, confugiamus ad notas series, per quas omnis ambiguitas tolletur. Norunt omnes

$$Sc.t = t - \frac{t^3}{2.3.r^2} + \frac{t^5}{2.3.4.5.r^4} - \frac{t^7}{2.3.4.5.6.7.r^6} \&c.$$

$$Cc.t = r - \frac{t^2}{2r} + \frac{t^4}{2.3.4.r^3} - \frac{t^6}{2.3.4.5.6.r^5} + \frac{t^8}{2.3.4.5.6.7.8.r^7} \&c.$$

ergo

$$\frac{t Sc.t}{2r} = \frac{t t}{2r} - \frac{t^4}{2.2.3.r^3} + \frac{t^6}{2.2.3.4.5.r^5} - \frac{t^8}{2.2.3.4.5.6.7.r^7} \&c.$$

$$r - Cc.t = \frac{t t}{2r} - \frac{t^4}{2.3.4.r^3} + \frac{t^6}{2.3.4.5.6.r^5} - \frac{t^8}{2.3.4.5.6.7.8.r^7} \&c.$$

Igitur facta terminorum reductione

$$r - Cc.t - \frac{t Sc.t}{2r} = x = \frac{t^4}{2.3.4.r^3} - \frac{t^6}{2.3.4.5.6.r^5} + \frac{t^8}{2.3.4.5.6.7.8.r^7} \&c.$$

Facta t minima omittantur termini omnes præter primum, & fiet $x = \frac{t^4}{2.3.4.r^3}$, quæ pertinet ad quartum ordinem infinitesimorum. Curvam itaque in eo puncto osculatur parabola quarti gradus. Cognoscimus item differentiam inter

$s, z,$

t, z , facta t minima, esse infinitesimam quarti ordinis. Quoad reliqua puncta ut angulus determinetur, fiat $t = 4n\omega + \varphi$, posito n numero integro, & φ minima: erit $Cc. 4n\omega + \varphi = Cc. \varphi$, & $Sc. 4n\omega + \varphi = Sc. \varphi$. Itaque fiet $r - Cc. \varphi - \left(\frac{4n\omega + \varphi}{2r} \cdot Sc. \varphi = x\right)$; sed tam $r - Cc. \varphi$, quam $\frac{\varphi Sc. \varphi}{2r}$ minima est respectu $\frac{4n\omega \cdot Sc. \varphi}{2r}$: ergo $\frac{-4n\omega Sc. \varphi}{2r} = -\frac{4n\omega\varphi}{2r} = x$: ergo $-x : \varphi$, seu sinus anguli ad cosinum :: $4n\omega : 2r$. Curva vero ob x negativam post hæc puncta progreditur ad partem ordinarum negativarum.

Sed præter definita puncta in aliis infinitis valet æquatio $r - Cc. t = \frac{t Sc. t}{2r}$. Quum autem $r - Cc. t$ sit semper positiva, ad eos quadrantes ea puncta debent pertinere, ubi $Sc. t$ est positivus. In primo & secundo æquatio valere non potest; quod ita demonstro. Super diametrum $KH = 2r$ (Fig. 7.) describatur semicirculus KFH , & ex puncto K erigatur tangens normalis diametro KH . Si valere potest æquatio, valeat in arcu KF , ut, ordinata FI , sit $KH = 2r$ ad arcum $KF = t$, ut $FI = Sc. t$: $KI = r - Cc. t$. Ducatur HFT , & centro H radio HK describatur arcus KG , & jungatur KF . Notum est, esse $FI : KI :: HK : KT$: ergo erit HK ad arcum KF : $HK : KT$: ergo arcus $KF = KT$; sed arcus $KF =$ arcum KG : ergo arcus $KG = KT$: quod est absurdum; quia tangens KT est semper major arcu KG . Igitur nostra æquatio in duobus primis quadrantibus locum habere non potest. Sed neque valet in quinto, nono, decimotertio &c. quadrantibus. Fiat enim $t = 4n\omega + \varphi$, erit $Sc. t = Sc. \varphi$, & $Cc. t = Cc. \varphi$: ergo $2r : 4n\omega + \varphi :: Sc. \varphi : r - Cc. \varphi$; sed $4n\omega > 4r$: ergo $r - Cc. \varphi > 2 Sc. \varphi$, quod fieri non potest. Igitur puncta non possunt pertinere ad quintum, nonum, decimumtertium &c. quadrantes. Igitur locum dumtaxat habet æquatio in sexto, decimo, decimoquarto &c. quadrantibus, in quibus curva lineam abscissarum secat.

Necessarium est modo determinare, quandonam spatia x a corpore peracta sint maxima vel positive, vel negative.

Differentietur æquatio $r - Cc. t - \frac{t Sc. t}{2r} = x$, & ponatur

$Cc. z$

dx

$$dx = 0, \text{ ut fit } -dCc.t - \frac{dtSc.t}{2r} - \frac{t.dSc.t}{2r} = 0, \text{ five}$$

$$\frac{dtSc.t}{r} - \frac{dtSc.t}{2r} - \frac{tdtCc.t}{2rr} = 0, \text{ ex qua } Sc.t = \frac{tCc.t}{r}.$$

Ad hanc salvandam debet $Sc.t$, & $Cc.t$ aut uterque esse positivus, aut uterque negativus, quod contingit in primo, tertio, quinto &c. quadrantibus. In primo designat initium ipsum, ubi $x = 0$, in tertio spatium maximum est positivum, in quinto negativum, atque ita deinceps alternatim. Hæc spatia maxima tum positiva, tum negativa, aucto quadrantum numero, semper fiunt majora.

Reitat, ut flexus contrarios determinemus. Differentietur æquatio $-dCc.t - \frac{dtSc.t}{2r} - \frac{t.dSc.t}{2r} = dx$, five $\frac{dt.Sc.t}{r}$

$$- \frac{dtSc.t}{2r} - \frac{tdtCc.t}{2rr} = dx, \text{ unde } \frac{dtSc.t}{2r} - \frac{tdtCc.t}{2rr} = dx.$$

Manente dt differentietur iterum, & ponatur $ddx = 0$, & prodibit $\frac{dt.dSc.t}{2r} - \frac{dt^2.Cc.t}{2rr} - \frac{tdt.dCc.t}{2rr} = 0$, vel

$$\frac{dt^2Cc.t}{2rr} - \frac{dt^2Cc.t}{2rr} + \frac{tdt^2Sc.t}{2r^3} = 0, \text{ ex qua fit } tSc.t = 0,$$

quæ vera erit, quotiescumque $Sc.t = 0$, hoc est in initio primi, tertii, quinti &c. quadrantis, in quibus punctis curva gaudet flexu contrario.

Progressum curvæ ostendit Fig. 8. Divisa in quadrantes linea abscissarum AT , curva eam tangit in puncto A , eique obvertit convexum, donec in initio quadrantis tertii sese in contrarium flectat, & obvertat concavum; intra hunc tertium quadrantem habet ordinatam maximam, & deinceps ad lineam abscissarum accedit, eamque secat in initio quadrantis quinti, intra quem prædita est ordinata negativa maxima; tum iterum secat abscissas intra sextum quadrantem; intra septimum ordinata fit maxima; demum curva in initio noni quadrantis rursus abscissas secat, atque ita deinceps progressu satis manifesto.

Nunc ad curvam velocitatum advertendus est animus,

$$\text{cujus æquatio est hujusmodi } u = \frac{k}{2r}.Sc.t - \frac{tCc.t}{r}. \text{ Ex}$$

hac apparet, fore velocitatem $= 0$, quum $Sc.t = \frac{tCc.t}{r}$,
quæ

quæ æquatio locum habet in primo, tertio, quinto &c. quadrantibus; in primo autem valet, quum $t = 0$. Ex æquationum vero comparatione apparet, eidem abscissæ convenire velocitatem nullam, & maximum spatium confectum a corpore vel ad unam, vel ad oppositam partem: quod facile aliunde cuique constare debet. Sed videndum quem angulum faciat curva in initio cum linea abscissarum. Quoniam incertum est, quinam ordines infinitesimorum possint omitti, qui vero secus, confugiamus ad series supra positas, per quas inveniemus

$$\frac{t C c . t}{r} = t - \frac{t^3}{2 r r} + \frac{t^5}{2.3.4.r^4} - \frac{t^7}{2.3.4.5.6.r^6} \&c.: \text{ergo}$$

$$S c . t - \frac{t C c . t}{r} = \frac{2 t^3}{2.3.r^2} - \frac{4 t^5}{2.3.4.5.r^4} + \frac{6 t^7}{2.3.4.5.6.7.r^6} \&c., \text{ in qua}$$

omnes termini omitti possunt præter primum. Igitur $u = \frac{k t^3}{2.3.r^3}$, quæ est infinitesima tertii ordinis. Curvam itaque in initio osculatur parabola prima cubica.

Determinentur nunc velocitates maximæ vel positivæ, vel negativæ. Differentietur æquatio, & ponatur $d'u = 0$.

$$\text{Fit } d S c . t - \frac{d t C c . t}{r} - \frac{t . d C c . t}{r} = 0, \text{ sive } \frac{d t C c . t}{r} - \frac{d t C c . t}{r}$$

+ $\frac{t d t S c . t}{r r} = 0$, ex qua fluit $t S c . t = 0$, quod continget, quum t æquabit aliquem ex terminis seriei $0, 2 \omega, 4 \omega$ &c., hoc est quum nulla est distantia corporis a centro.

Quare pro his casibus velocitas $u = \frac{k}{2 r} \cdot \frac{-t C c . t}{r}$. Quum $t = 0$, velocitas nulla est; quum æquat $2 \omega, 6 \omega, 10 \omega$ &c., velocitas maxima est positiva, & fit $= \frac{k}{2 r} \cdot t$; demum quum æquat $4 \omega, 8 \omega, 12 \omega$ &c., velocitas maxima negativa est, & $= -\frac{k}{2 r} \cdot t$. Has velocitates inveniemus in tabula, easque nunc maximas esse constat.

Differentietur æquatio bis, & ponatur $d d u = 0$, ut determinetur locus flexuum contrariorum, & invenietur $t d t$

$$. d S c . t + d t^2 S c . t = 0, \frac{t d t^2 C c . t}{r} + d t^2 S c . t = 0, \text{ ex qua}$$

$$S c . t = -\frac{t C c . t}{r}, \text{ quæ valet, si } S c . t, \& C c . t \text{ non sit}$$

uter-

uterque positivus, aut uterque negativus; hoc est in secundo, quarto, sexto &c. quadrantibus. Quapropter flexus contrarius respondet punctis, quibus convenit maxima distantia corporis & centri.

Progressus curvæ indicatur a Fig. 9. Curva tangit lineam abscissarum in A, & eidem convexum obvertit; tum inter puncta 1, 2 se inflectit, & concavum volvit; ad punctum 2 habet maximam ordinatam; inter puncta 2, 3 fecat abscissas, eisque deinde convexum obvertit; inter puncta 3, 4 se inflectit, & concavum volvens ad punctum 4 habet maximam ordinatam, atque ita deinceps. Ordinatæ maximæ vel positivæ, vel negativæ eo majores fiunt, quo crescit quadrantum numerus. Hæc omnia proprietates motus corporis clarissime manifestant.

Possent simili modo evolvere casum, ubi distantia initialis corporis & centri finita est, & = e: sed quoniam posui trium circulorum radios a , $\frac{ak}{\mu}$, $r = \frac{k\sqrt{mb}}{\sqrt{2sp}}$ æquales esse, non possum unum imminuere, quin alii quoque similiter minuantur. Ut cognoscam quid eveniat, si radius = a magis magisque decrescat, mutans nonnihil hypothesim secundum exemplum addo, & suppono quidem radios $\frac{ak}{\mu}$, r æquales inter se, sed radium a quemcumque. Sit itaque CA = a (Fig. 5.), Ca = r = $\frac{ak}{\mu}$, ex qua æqualitate descendit $\frac{\mu}{a} = \frac{k}{r}$. Centrum attractionis initio sit in A, corpus in a sine ulla velocitate, eorumque distantia = e = r - a. Diximus, fore at = t; ergo st = Sc.t, Cs = Cc.t; k: $\mu::st = Sc.t:ST = \frac{\mu}{k} Sc.t$. Similiter ostendam CS = $\frac{\mu}{k} Cc.t = \frac{a}{r} Cc.t$: ergo AS = $a - \frac{a}{r} Cc.t = \frac{a}{r} \cdot \overline{r - Cc.t}$. Velocitas autem centri $V = \frac{\mu}{a} \sqrt{2as - ss} = \frac{k}{r} \sqrt{2as - ss} = \frac{k}{r} . ST = \frac{ka}{rr} . Sc.t$; ergo differentiando $dV = \frac{ka}{rr} . dSc.t = \frac{kadt}{r^3} Cc.t$.

Con-

Constituatur hic valor in formula inventa, ut oriatur
 $\frac{a S c . t}{r^4} \int d t . \overline{C c . t}^2 - \frac{a C c . t}{r^3} \int d S c . t . S c . t = z$. Summa-
 toriæ autem inclusæ, ut constat ex superioribus, sunt hu-
 jusmodi $\int d t . \overline{C c . t}^2 = \frac{r^2 t + r S c . t . C c . t}{2} + \frac{r^4 A}{a}$, $\int d S c . t$
 $. S c . t = \frac{\overline{S c . t}^2}{2} + \frac{r^3 B}{a}$. Quare æquatio in hanc mutatur

$$\frac{a t S c . t}{2 r r} + \frac{a S c . t^2 . C c . t}{2 r^3} + A S c . t - B C c . t = z, \text{ five}$$

$$- \frac{a S c . t^2 . C c . t}{2 r^3}$$

$\frac{a t S c . t}{2 r r} + A S c . t - B C c . t = z$. Hæc æquatio interce-
 dit inter t , & z .

Definiendæ sunt constantes A , B . Si $z = e$, est t , &
 $S c . t = 0$, & $C c . t = r$: ergo $B = -\frac{e}{r}$. Quapropter

æquatio prodit $\frac{a t S c . t}{2 r r} + A S c . t + \frac{e}{r} C c . t = z$. Ad de-
 terminandam constantem A , inveniendæ est primum pot-
 entia applicata corpori in puncto a . Fiat ut $b : e :: p : \frac{e p}{b}$: hæc
 erit potentia quæsitæ, quæ per minimum tempusculum ut
 constans spectanda est. Quare æquatio inter minimas x , t
 erit hujusmodi $x = \frac{\epsilon p e t^2}{m b k^2} = \frac{e t^2}{2 r r}$. Spatium a centro confe-

ctum ita per tempus exprimitur $s = \frac{a}{r} . r \sqrt{-C c . t}$; atqui

$r - C c . t = \frac{t t}{2 r}$, facta t minima: ergo $s = \frac{a t^2}{2 r r}$. Itaque $s : x ::$

$\frac{a t^2}{2 r r} : \frac{e t^2}{2 r r} :: a : e$; ergo $s : x - s = e - z :: a : e - a$; ergo

$s = \frac{a . e - z}{e - a}$; sed $s = \frac{t^2}{2 r}$; ergo $\frac{t^2}{2 r} = \frac{a . e - z}{e - a}$, five $\frac{e - a . t^2}{2 r a}$

$= e - z$; demum $z = e - \left(\frac{e - a . t^2}{2 r a} \right)$. Jam vero facta t mi-

nima æquatio exurgit $\frac{a t^2}{2 r^2} + A t + e = e - \left(\frac{e - a . t^2}{2 r a} \right)$: ergo

$A t$

$At = - \left(\frac{e - a \cdot t^2}{2ra} - \frac{at^2}{2r^2} = \frac{-re + ra - aa}{2r^2 a} \cdot t^2, \& A = \frac{-re + ra - aa}{2r^2 a} \right.$
 $\cdot t$; sed hæc minima est: ergo $A = 0$. Quapropter æquatio
rite integrata est hujusmodi $\frac{atSc.t}{2rr} + \frac{e}{r} Cc.t = z$.

Ex hac, & ex illa, quæ comparat tempora & spatia
a centro transacta, nimirum $s = \frac{a}{r} \cdot r - Cc.t$, descendit
ea, per quam spatia a corpore confecta cum temporibus con-
feruntur. Etenim $x = e + s - z = e + \frac{a}{r} \cdot r - Cc.t - \frac{e}{r} Cc.t$
 $- \frac{atSc.t}{2rr}$, quæ ad hanc reducitur $x = e + a - \left(\frac{e+a}{r} \cdot Cc.t \right.$
 $- \frac{atSc.t}{2rr} = r - Cc.t - \frac{atSc.t}{2rr}$. Quoniam data est velo-
citas centri, scilicet $V = \frac{ka}{rr} Sc.t$, inveniatur velocitas cor-
poris per analogiam $V : u :: ds : dx$. Per differentiationem
detegitur $ds = \frac{a}{r} \cdot -dCc.t = \frac{adtSc.t}{rr}$. Item $dx = -dCc.t$
 $- \frac{adtSc.t}{2rr} - \frac{at \cdot dSc.t}{2rr} = \frac{dtSc.t}{r} - \frac{adtSc.t}{2rr} - \frac{atdtCc.t}{2r^3}$
 $= \frac{2r - a \cdot dtSc.t}{2rr} - \frac{atdtCc.t}{2r^3}$. Igitur $V : u :: aSc.t :$
 $\frac{2r - a \cdot Sc.t}{2} - \frac{atCc.t}{2r}$; sed $V = \frac{ka}{rr} Sc.t$: ergo u
 $= \frac{k \cdot 2r - a \cdot Sc.t}{2rr} - \frac{k atCc.t}{2r^3}$.

Per hæc æquationes formemus de more sequentem ta-
bulam

$t = 0$	w	$2w$	$3w$	$4w$	$5w$	$6w$	&c.
$s = 0$	a	$2a$	a	0	a	$2a$	&c.
$V = 0$	$\frac{ka}{r}$	0	$-\frac{ka}{r}$	0	$\frac{ka}{r}$	0	&c.
$z = e$	$\frac{aw}{2r}$	$-e$	$-\frac{3aw}{2r}$	e	$\frac{5aw}{2r}$	$-e$	&c.
$x = 0$	$r - \frac{aw}{2r}$	$2r$	$r + \frac{3aw}{2r}$	0	$r - \frac{5aw}{2r}$	$2r$	&c.
$u = 0$	$\frac{2r-a}{2r} k$	$\frac{awk}{rr}$	$-\left(\frac{2r-a}{2r} k \right.$	$\frac{-2awk}{rr}$	$\frac{2r-a}{2r} k$	$\frac{3awk}{rr}$	&c.

Quæ

Quæ conſectaria ex hac tabula erui poſſint, operæ pretium eſt perpendere diligenter .

Si radius $a = 0$, omnis motus tollitur a centro attractionis, & ſeſe offert hypotheſis centri immobilis, ubi quantitates s , V , hoc eſt ſpatia a centro peracta, ejuſque velocitates nulleſcunt. In hac hypotheſi corpus a puncto, ubi initio quieſcit, tempore ω fertur ad centrum, percurrens ſpatium $= e = r$, ibique præditum eſt velocitate $= k$. ſecundo tempore ω ultra centrum progreditur, & poſt deſectum ſpatium $= e = r$ velocitatem omnem amittit. Tertio tempore ω redit ad centrum, & acquirit velocitatem $= x$ per directionem oppoſitam. Demum quarto tempore ω percurrit ſpatium $= e = r$, regreditur ad punctum, ex quo initio diſceſſit, ibique quieſcit. Circumſtantia itaque, quæ initio motus habebantur, ruruſ ſeſe offerunt: quare corpus motus hoſce reciprocos in infinitum iterabit.

In hanc ipſam recidit hypotheſis, in qua radius a conſcipitur minimus & infinitesimus geometricæ. Etenim diſtantia $= z$ in hypotheſi a nullius poſt tempora $2\omega, 4\omega, 6\omega$ &c. inveniuntur $= e = r$; in hypotheſi a infinitesimæ prodeunt $= e = r - a$, ac proinde non diſferunt niſi per quantitatem a geometricæ infinitesimam, ac tuto contemendam: poſt tempora vero $\omega, 3\omega, 5\omega$ &c., poſita $a = 0$, ſemper inveniuntur $= 0$; non neglecta a creſcunt quidem

per quantitates $\frac{a\omega}{2r}, \frac{3a\omega}{2r}, \frac{5a\omega}{2r}$ &c., quæ modo ſunt poſitivæ, modo negativæ, at ſemper geometricæ infinitesimæ, adeoque tuto negligi poſſunt. Idem dicendum de ſpatiis peractis a corpore, quia, computato radio a , hæc ſpatia deficient vel ſuperant ſpatia peracta in hypotheſi centri immobilis per eaſdem quantitates geometricæ infinitesimas. Idem dicendum de velocitatibus, quæ poſt tempora $\omega, 3\omega, 5\omega$ &c. omiſſa a inveniuntur ſemper $= k$, at non omiſſa, inveniuntur minores per quantitatem $\frac{ak}{2r}$, quæ eſt minima geometricæ: poſt tempora vero $2\omega, 4\omega, 6\omega$ &c. reperiuntur creſcere per ſeriem arithmeticam $\frac{ka\omega}{rr}, \frac{2ka\omega}{rr}, \frac{3ka\omega}{rr}$ &c., cujuſ termini modo poſitivi modo negativivi ſunt ſemper minimi geometricæ, & pro nullis haberi poſſunt: & nulli reapse ſunt in hypotheſi centri immobilis.

Veruntamen licet ne negligere motum centri attrahentis, si radius = a sit physice minimus, hoc est insensibilis? Si centrum attrahens dumtaxat spectemus, nihil est, quod prohibeat. Namque centrum hoc numquam distat ab initio motus nisi per distantias physice minimas, & insensibiles, neque velocitates habet nisi minimas & insensibiles, & errores, qui committuntur, sese invicem corrigunt, neque ita colliguntur in summam, ut quid sensibile umquam efficere possint. Verum si motum corporis spectemus, idem ne licebit pronunciare? Si negligatur motus centri, distantia corporis a centro post tempora 2ω , 4ω , 6ω &c. per solam quantitatem minimam = a differunt a veris, quæ inveniuntur considerato motu centri: at post tempora ω , 3ω , 5ω &c. non computato motu centri sunt semper = 0, computato vero inveniuntur successive augeri per seriem arithmeticam $\frac{a\omega}{2r}$, $\frac{3a\omega}{2r}$, $\frac{5a\omega}{2r}$ &c., atque alternatim sunt positiva, & negativa. Initio quidem istæ minimæ sunt physice, & pro nullis haberi possunt; sed quum series numerorum imparium in infinitum augeri possit, aucto temporum numero, tandem evadent sensibiles, neque contemnendæ.

Ut hoc clarius pateat, supponamus partem millesimam radii = r esse quantitatem physice minimam & insensibilem, sed partem centesimam sensibilem esse, neque contemni posse. Ponamus $a = \frac{r}{1000}$; distantia fiet $\frac{\omega}{2000}$, $\frac{3\omega}{2000}$, $\frac{5\omega}{2000}$ &c. ita, ut exprimente n quocumque numero integro, incipiendo ab unitate, terminus generalis sit $\frac{2n-1 \cdot \omega}{2000}$.

Fiat $n = 11$; ergo distantia corporis a centro erit $\frac{21 \cdot \omega}{2000} = 0.0105\omega$, quæ est major parte centesima ω , adeoque parte centesima r , qui est $\triangleleft \omega$. Facta $n = 11$, erit $2n - 1 = 21$, qui numerus indicat numerum temporum ω elapsorum: igitur post tempora 21ω sensibilis facta est distantia corporis a centro, quæ tamquam nulla consideratur: atque ita error, auctis temporibus, augetur, ut tandem distantia corporis a centro evadat major illa, quæ in initio motus habebatur. Idem dic de spatiis confectis a corpore, quæ
per

Fig. 1.
B
X
A
S

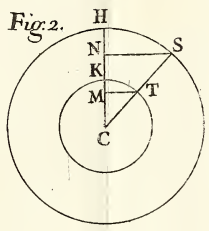
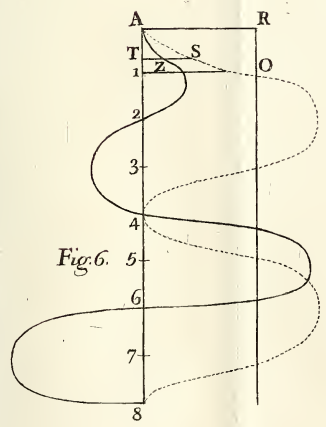
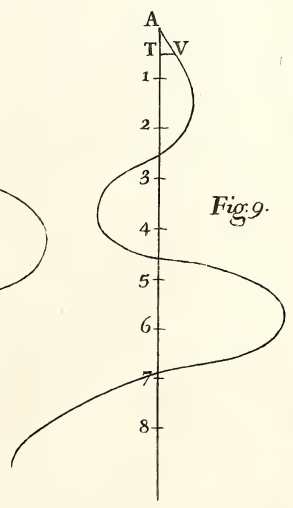
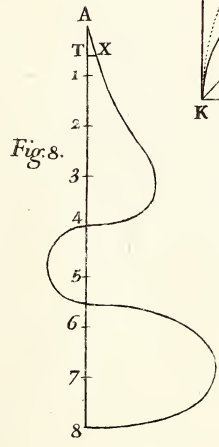
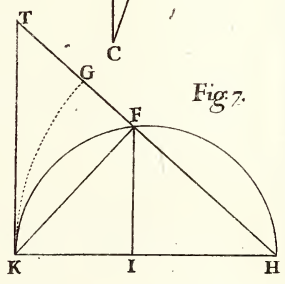
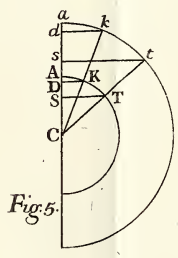
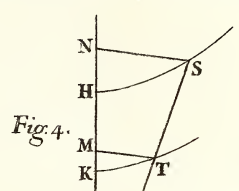


Fig. 3.
X
B
A
S





per eandem quantitatem differunt ab illis, quæ haberentur posita $a = 0$.

Quoad velocitates: verum est, eas, quæ acquiruntur temporibus ω , 3ω , 5ω &c., non neglecta a non differre ab illis, quæ haberentur neglecta a , nisi per quantitatem $\frac{ak}{2r}$, quæ semper minima est, ac prorsus insensibilis: sed eæ, quæ acquiruntur temporibus 2ω , 4ω , 6ω &c., ita non omissa a successive crescunt per seriem arithmeticam $\frac{k a \omega}{r r}$, $\frac{2 k a \omega}{r r}$, $\frac{3 k a \omega}{r r}$ &c., ut peractis aliquot temporibus fiant sensibiles, & non contemnendæ, dum neglecta a nullæ omnino esse invenirentur. Hæc, quæ geometricè demonstrata sunt, luce meridiana clarius ostendunt, quanta cautione opus sit in negligendis quantitibus insensibilibus, & physice infinitesimis. Nam quamvis ea, quæ omittuntur, sint physice minima, neque umquam coeant in summam sensibilem; tamen accidere potest, ut eæ, quæ consequuntur, tandem fiant sensibilia, atque adeo in errorem incurratur satis sensibilem, & non contemnendum.

Non esset difficile, ex inventis æquationibus plura consectaria deducere, atque per eas geometricas constructiones adornare. Veruntamen nulla alia de causa protuli exemplum hoc secundum, nisi ut evidentissime probarem, ad inveniendas genuinas proprietates motus corporis non licere negligere tamquam nullum motum corporis etiamsi physice minimum & insensibilem. Quod quum clarissime per inventam tabulam præstiterim, reliqua omnia lectorum industriæ relinquo, & disquisitioni finem impono.

VINCENTII RICCATI

De motu rectilineo corporis attracti, aut repulsi a centro mobili.

DISQUISITIO QUARTA.

De motu Corporis, quod iter facit in medio resistente in ratione velocitatis, Et quod in ratione distantie attrahitur, aut repellitur a centro quacumque lege gradiente.

Qui Mechanici in eo operam collocarunt, ut jungerent potentias attrahentes aut repellentes cum resistentia, quam patiuntur corpora itinerantia per fluidum, tametsi usi fuerint hypothesebus maxime simplicibus, nimirum resistentie proportionalis aut velocitati, aut ejus quadrato, aut cuicumque integre potestati, & centri attractionis aut repulsionis immobilis; tamen ad æquationes valde difficiles devenerunt, quarum indeterminatæ aut nullo modo separari possunt, aut si separantur, constructiones oriuntur implicitæ plerumque & inelegantes. Quamobrem nihil est, quod miremur, id ipsum nobis contingere in difficiliori theoria centri mobilis, quæ perducit ad æquationes secundo-differentiales. Attamen si statuamus, potentias attrahentes aut repellentes esse in ratione simplici distantiarum, & resistentias in ratione simplici velocitatum, æquationem obtinemus, quæ ad plenam completamque integrationem perducitur, quacumque data lege moveatur centrum. De hoc casu, qui solus per cognita analyticos artificia absolvitur, agam in præsentia; & methodum exponam, per quam proprietates motus corporis deteguntur. Loquar primum de potentiis attrahentibus.

Initio motus sit centrum in A (Fig. 1.) corpus in B, eorumque distantia $AB = e$. Interim dum centrum conficit

cit $AS = s$, corpus percurrat $BX = x$: velocitas centri in S fit $= V$, velocitas corporis in $X = u$. Distantia $SX = e + s - x = z$. In data distantia $= b$ potentia trahens corpus fit $= p$: ergo in distantia $= z$, potentia $= \frac{pz}{b}$. Similiter dum corpus præditum est velocitate $= f$, resistentia fit $= p$: ergo posita velocitate $= u$, resistentia erit $= \frac{pu}{f}$.

His positis sese offert æquatio $z \varepsilon p \cdot \frac{z dx}{b} - \frac{u dx}{f} = m u d u$;

sed $u = \frac{V dx}{ds}$; ergo facta substitutione, & divisione per dx ,

fiet æquatio $z \varepsilon p \cdot \frac{z}{b} - \frac{V dx}{f ds} = m \cdot \frac{V}{ds} \cdot D \frac{V dx}{ds}$; sed $\frac{ds}{V} = \frac{dt}{k}$,

vocato scilicet tempore $= t$: ergo $z \varepsilon p \cdot \frac{z}{b} - \frac{k dx}{f dt} = \frac{m k^2}{dt}$

$\cdot D \frac{dx}{dt}$, seu $z dt - \frac{b k}{f} dx = \frac{m b k^2}{z \varepsilon p} \cdot D \frac{dx}{dt}$. Ut formula eva-

dat simplicior, ponatur $\frac{m b k^2}{z \varepsilon p} = r r$, $\frac{b k}{f} = g$, & sese offert

$$z dt - g dx = r^2 \cdot D \frac{dx}{dt}.$$

Sumpto tamquam manente elemento dt , æquatio hanc formam induit $z dt^2 - g dx dt = r^2 d dx$; sed $dx = ds - dz$, & $d dx = d ds - d dz$; ergo $z dt^2 - g ds dt + g dz dt = r^2 d ds - r^2 d dz$; atqui $ds = \frac{V dt}{k}$, & $d ds = \frac{d V dt}{k}$: igitur

$$g dt^2 - \frac{g}{k} V dt^2 + g dz dt = \frac{r^2}{k} d V dt - r^2 d dz, \text{ quæ ita}$$

$$\text{scribatur } \frac{r^2 d V dt}{k} - z dt^2 - g dz dt - r^2 d dz + \frac{g V dt^2}{k} = 0.$$

Æquationem hanc multiplicatam per ϕ additis detractisque terminis æqualibus in hunc modum distribuo

$$\begin{aligned} \frac{r^2}{k} \phi d V dt - z \phi dt^2 - g \phi dz dt - r^2 \phi d dz &= 0 \\ + \frac{g}{k} \phi V dt^2 + g z d \phi dt + r^2 d \phi dz - r^2 d \phi dz \\ - r^2 z d d \phi - g z d \phi ds \\ + r^2 z d d \phi \end{aligned}$$

Ter-

Termini omnes excepto secundo integrationem admittunt. Itaque supposito secundo termino $= 0$, fiat integratio $\frac{r^2}{k} dt \int \phi dV + \frac{g}{k} dt \int \phi V dt - g \phi z dt + r^2 z d\phi - r^2 \phi dz = 0$.

Memento, addendam esse in integratione constantem. Quare deinceps addemus, dum accipiemus $\int \phi dV$; superfluum est enim addere utrique summatorix.

Ad inveniendam ϕ datam per t faciendus est secundus terminus $= 0$, ut, facta divisione per z , resultet æquatio $\phi dt^2 - \frac{g}{r} \cdot r d\phi dt + r^2 dd\phi = 0$. Hujus æquationis in-

tegratio dependet a resolutione æquationis $x - \frac{g}{r} \cdot n + nn$

$= 0$, quæ resoluta exhibet duas radices $n = \frac{g}{2r} \pm \frac{x}{2r}$

$\cdot \sqrt{gg - 4rr}$. Tria contingere possunt; primum ut sit $g < 2r$, deinde ut $g = 2r$, postremo ut $g > 2r$: in primo casu duæ radices sunt imaginariæ, in secundo sunt æquales, in tertio inæquales sunt, & reales.

Incipiamus a casu medio $g = 2r$, qui est omnium facillimus. Substituto in ultima æquatione $2r$ pro g , habebimus $\phi dt^2 - 2r d\phi dt + r^2 dd\phi = 0$, cujus completa inte-

gratio ita se habet $\phi = \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{t}{r}} \cdot \overline{Ar + Bt}$, in qua b denotat basim logarithmicam, r subtangentem, & protonumerum. Assumamus duos valores ϕ æquationi satisfaci-

tes, eosque maxime simplices, nimirum $\phi = r \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{t}{r}}$,

$\phi' = t \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{t}{r}}$, eosque in præcipua æquatione substituamus, ut orientur æquationes duæ

$$\frac{r^2}{k} dt \int \phi dV + \frac{2r}{k} dt \int \phi V dt - 2r \phi z dt + r^2 z d\phi - r^2 \phi dz = 0$$

$$\frac{r^2}{k} dt \int \phi' dV + \frac{2r}{k} dt \int \phi' V dt - 2r \phi' z dt + r^2 z d\phi' - r^2 \phi' dz = 0$$

Multiplicetur prima per ϕ' , altera per ϕ , ut fiant

$$\frac{r^2}{k} \phi' dt \int \phi dV + \frac{2r}{k} \phi' dt \int \phi V dt - 2r \phi \phi' z dt + r^2 z \phi' d\phi - r^2 \phi \phi' dz = 0$$

$$\frac{r^2}{k} \phi dt \int \phi' dV + \frac{2r}{k} \phi dt \int \phi' V dt - 2r \phi \phi' z dt + r^2 z \phi d\phi' - r^2 \phi \phi' dz = 0$$

De-

Deducatur secunda a prima, & oriatur

$$\frac{r^2}{k} dt \cdot \overline{\phi' f \phi dV} - \overline{\phi f \phi' dV} + \frac{2r}{k} dt \cdot \overline{\phi' f \phi V dt} - \overline{\phi f \phi' V dt} + r^2 z \cdot \overline{\phi' d\phi} - \overline{\phi d\phi'} = 0.$$

Ut æquatio inventa fiat divisibilis per dt , inveniendae est quantitas $\phi' d\phi - \phi d\phi'$. Quoniam est $\phi = r \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{t}{r}}$, & $d\phi = dt \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{t}{r}}$; item $\phi' = t \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{t}{r}}$, & $d\phi' = dt \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{t}{r}} + \frac{t dt}{r} \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{t}{r}}$, erit $\phi' d\phi = t dt \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{2t}{r}}$, & $\phi d\phi' = r dt \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{2t}{r}} + t dt \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{2t}{r}}$: ergo $\phi' d\phi - \phi d\phi' = -r dt \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{2t}{r}}$.

Itaque si valorem hunc substituamus, & pro ϕ , ϕ' , ubi non subsunt signis summatoriis, eorum valores ponamus, demum dividamus per $dt \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{t}{r}}$, fiet æquatio sine differentialibus

$$\frac{r}{k} \cdot \overline{t f \phi dV} - r \overline{f \phi' dV} + \frac{2}{k} \cdot \overline{t f \phi V dt} - r \overline{f \phi' V dt} - r^2 z \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{t}{r}} = 0,$$

per quam valor z remanet determinatus.

Venio ad casum difficiliorem $g < 2r$, in quo facta $\sqrt{4rr - gg} = q$, integratio completa æquationis $\phi dt^2 - \frac{g}{r} \cdot r d\phi dt + r^2 dd\phi = 0$ est hujusmodi $\phi = \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}}$

.ACc. $\frac{qt}{2r} + BS$ c. $\frac{qt}{2r}$. Accipiamus duos valores ϕ maxime simplices, qui æquationi satisfaciant, nimirum $\phi = \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}}$

.Cc. $\frac{qt}{2r}$, $\phi' = \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}} S$ c. $\frac{qt}{2r}$, hisque adhibitis efformemus ut antea æquationes duas

$$\frac{r^2 dt}{k} f \phi dV + \frac{g dt}{k} f_{\mp} V dt - g \phi z dt + r^2 z d\phi - r^2 \phi dz = 0$$

$$\frac{r^2 dt}{k} f \phi' dV + \frac{g dt}{k} f'_{\mp} V dt - g \phi' z dt + r^2 z d\phi' - r^2 \phi' dz = 0.$$

A

A prima multiplicata per ϕ' deducamus secundam ductam in ϕ , ut oriatur

$$\frac{r^2 dt}{k} \cdot \phi' f \phi dV - \phi f \phi' dV + \frac{g dt}{k} \cdot \phi' f \phi V dt - \phi f \phi' V dt \\ + r^2 z \cdot \phi d\phi - \phi d\phi' = 0.$$

Ut facilius inveniamus valorem $\phi' d\phi - \phi d\phi'$, ponamus $(\frac{b}{r})^{\frac{g t}{2 r r}} = m$: ergo $\phi = m C c. \frac{q t}{2 r}$, $\phi' = m S c. \frac{q t}{2 r}$: igitur

$$d\phi = dm \cdot C c. \frac{q t}{2 r} + m \cdot d C c. \frac{q t}{2 r} = dm \cdot C c. \frac{q t}{2 r} - \frac{q m dt}{2 r r} \\ \cdot S c. \frac{q t}{2 r}, d\phi' = dm \cdot S c. \frac{q t}{2 r} + m \cdot d S c. \frac{q t}{2 r} = dm \cdot C c. \frac{q t}{2 r} \\ + \frac{q m dt}{2 r r} C c. \frac{q t}{2 r r}: \text{ergo } \phi' d\phi = m dm C c. \frac{q t}{2 r} \cdot S c. \frac{q t}{2 r} - \frac{q m^2 dt}{2 r r} \\ \cdot S c. \frac{q t}{2 r}, \& \phi d\phi' = m dm C c. \frac{q t}{2 r} \cdot S c. \frac{q t}{2 r} + \frac{q m^2 dt}{2 r r} C c. \frac{q t}{2 r}: \\ \text{ergo } \phi' d\phi - \phi d\phi' = - \frac{q m^2 dt}{2 r r} \cdot S c. \frac{q t}{2 r} + C c. \frac{q t}{2 r} = - \frac{q}{2}$$

$\cdot m^2 dt = - \frac{q dt}{2} (\frac{b}{r})^{\frac{g t}{r r}}$. Itaque si substituamus hunc valorem, & pro ϕ , ϕ' extra summatorias scribamus $(\frac{b}{r})^{\frac{g t}{2 r r}}$

$\cdot C c. \frac{q t}{2 r}$, $(\frac{b}{r})^{\frac{g t}{2 r r}} S c. \frac{q t}{2 r}$; demum dividamus æquationem

$$\text{per } dt \cdot (\frac{b}{r})^{\frac{g t}{2 r r}}, \text{ prodibit } \frac{r^2}{k} \cdot S c. \frac{q t}{2 r} f \phi dV - C c. \frac{q t}{2 r} f \phi' dV \\ + \frac{g}{k} \cdot S c. \frac{q t}{2 r} f \phi V dt - C c. \frac{q t}{2 r} f \phi' V dt - \frac{q r^2 z}{2} \cdot (\frac{b}{r})^{\frac{g t}{2 r r}} \\ = 0, \text{ quæ æquatio determinat } z \text{ per } t.$$

Reliquus est casus tertius $g > 2r$, qui nos ducit ad finus & cosinus hyperbolicos. Sed ut brevitatem sequamur, juvabit prius agere de potentiis repellentibus. Si centrum ex puncto A (Fig. 2.) feratur per AS = s, & corpus ex B per directionem oppositam percurrat BX = x, erit distantia = z = e + s + x. In reliquis retine denominatio-

nes

nes superiores. Ab æquatione $2 \varepsilon p \cdot \frac{z dx}{b} - \frac{u dx}{f} = m u d u$,

quæ statim se se offert, eodem usurpato calculo pervenimus ad secundo-differentiallem $z dt^2 - g dx dt = r^2 ddx$; sed $dx = dz - ds$, & $ddx = ddz - dds$: ergo $z dt^2 - g dz dt + g ds dt = rr ddz - rr dds$: atqui $ds = \frac{V dt}{k}$,

& $dds = \frac{dV dt}{k}$: igitur $z dt^2 - g dz dt + \frac{g}{k} V dt^2 = rr ddz$

$-\frac{r^2}{k} dV dt$, quæ in hunc modum disponatur

$r^2 k dV dt + z dt^2 - g dz dt - r^2 ddz = 0$. Hæc æquatio

$+\frac{g}{k} V dt^2$

multiplicanda est per ϕ , tum addendi & detrahendi termini æquales ita, ut termini omnes, excepto secundo, sint integrabiles, hoc modo

$\frac{r^2}{k} \phi dV dt + z \phi dt^2 - g \phi dz dt - r^2 \phi ddz = 0$.

$\frac{g}{k} \phi V dt^2 + g z d\phi dt + r^2 d\phi dz - r^2 d\phi dz$

$- r^2 z dd\phi - g z d\phi dt$

$+ r^2 z dd\phi$

Omissio secundo termino, fiat integratio

$\frac{r^2}{k} dt \cdot \int \phi dV + \frac{g}{k} dt \int \phi V dt - g \phi z dt + r^2 z d\phi - r^2 \phi dz = 0$.

Secundus terminus divisus per z fiat $= 0$, ut prodeat æquatio $-\phi dt^2 - g d\phi dt + r^2 dd\phi = 0$. Hujus integratio dependet a resolutione æquationis $-1 - \frac{g}{r} n + n n = 0$,

quæ est hujusmodi $n = \frac{g}{2r} \pm \sqrt{gg + 4rr}$. Hæc non dif-

fert ab illa, quam invenimus in hypothese potentie attrahentis, nisi per hoc, quod terminus $4rr$ in hac afficitur signo $+$, in illa signo $-$. Quare quum æquatio princeps sit omnino eadem tam in potentia attrahente, quam in repellente, jungemus casum potentie attrahentis, ubi $g > 2r$, cum hypothese potentie repellentis scribendo

$n = \frac{g}{2r} \pm \sqrt{gg \mp 4rr}$. Signum superius positum sub radi-

ce pertinet ad potentiam attrahentem, inferius ad repellentem. Itaque vocata $\sqrt{gg + 4rr} = q$, completa integratio æquationis $\pm \phi dt^2 - \frac{g}{r} r d\phi dt + r^2 dd\phi = 0$ erit ϕ

$$= \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}} \cdot A Ch. \frac{qt}{2r} + B Sh. \frac{qt}{2r}. \text{ Accipiamus de more}$$

duos valores satisfacientes, nempe $\phi = \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}} Ch. \frac{qt}{2r}$,

$\phi' = \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}} Sh. \frac{qt}{2r}$. Efformatis itaque æquationibus duabus, iisque tractatis ut antea, perveniemus ad æquationem unicam $\frac{r^2 dt}{k} \cdot \overline{\phi' f \phi dV} - \overline{\phi f \phi' dV} + \frac{g}{k} \cdot \overline{\phi' f \phi V dt} - \overline{\phi f \phi' V dt} + r^2 z \cdot \overline{\phi' d\phi} - \overline{\phi d\phi'} = 0$.

Ad determinandum valorem $\phi' d\phi - \phi d\phi'$, posita

$$\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}} = m, \text{ fit } \phi = m Ch. \frac{qt}{2r}, \phi' = m Sh. \frac{qt}{2r} : \text{ ergo}$$

$$d\phi = dm Ch. \frac{qt}{2r} + m \cdot d Ch. \frac{qt}{2r} = dm Ch. \frac{qt}{2r} + \frac{qm dt}{2rr}$$

$$\cdot Sh. \frac{qt}{2r}, d\phi' = dm Sh. \frac{qt}{2r} + m \cdot d Sh. \frac{qt}{2r} = dm Sh. \frac{qt}{2r}$$

$$+ \frac{qm dt}{2rr} Ch. \frac{qt}{2r} : \text{ ergo } \phi' d\phi = m dm Sh. \frac{qt}{2r} \cdot Ch. \frac{qt}{2r}$$

$$+ \frac{qm^2 dt}{2rr} Sh. \frac{qt}{2r}, \phi d\phi' = m dm Sh. \frac{qt}{2r} \cdot Ch. \frac{qt}{2r} + \frac{qm^2 dt}{2rr}$$

$$\cdot Ch. \frac{qt}{2r}. \text{ Auferatur secunda a prima, \& prodibit } \phi' d\phi - \phi d\phi'$$

$$= \frac{qm^2 dt}{2rr} Sh. \frac{qt}{2r} - Ch. \frac{qt}{2r} : \text{ atqui } Sh. \frac{qt}{2r} - Ch. \frac{qt}{2r} = -rr;$$

$$\text{ ergo } \phi' d\phi - \phi d\phi' = -\frac{qm^2 dt}{2} = -\frac{q dt}{2} \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{rr}}. \text{ Quare si}$$

substituatur hic valor, & pro ϕ, ϕ' extra summatorias ponatur

$$\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}} Ch. \frac{qt}{2r}, \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}} Sh. \frac{qt}{2r}, \text{ demum fiat divisio per}$$

$$dt \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}}, \text{ nascetur ultima æquatio}$$

$$\frac{r^2}{k} \cdot \text{Sh.} \frac{q^t}{2r} \int \varphi dV - \text{Ch.} \frac{q^t}{2r} \int \varphi' dV + \frac{g}{k} \cdot \text{Sh.} \frac{q^t}{2r} \int \varphi V dt - \text{Ch.} \frac{q^t}{2r} \int \varphi' V dt$$

$$- \frac{r^2 q z}{2} \left(\frac{b}{r} \right)^{\frac{g^t}{r}} = 0, \text{ in qua } \alpha \text{quatione datur } z \text{ per } t.$$

Inventa z , quæ exprimit distantiam corporis a centro, facile est in singulis casibus determinare per t tum spatium peractum a corpore $= x$, tum ejusdem corporis velocitatem $= u$ per æquationes $e + s \mp x = z$, $u = \frac{V dx}{dt}$. Signum superius denotat potentias attrahentes, inferius repellentes.

Ut theoriã generalem simplici aliquo exemplo illustrem, suppono, motum centri æquabilem esse, ejusque velocitatem $V = C$ hoc est constantem. In hoc exemplo quoniam $dV = 0$, satis erit reperire integrationem formularum $\int \varphi dt$, $\int \varphi' dt$. In singulis casibus, quænam sint, exponam, & quisque per actualem differentiationem de earum veritate certus fieri poterit. Ad aliud tempus reservo explicationem methodi, qua & ipsæ & aliæ difficiliores determi-

nantur. In casu medio, ubi $g = 2r$, habemus $\varphi = r \left(\frac{b}{r} \right)^{\frac{t}{r}}$, $\varphi' = t \left(\frac{b}{r} \right)^{\frac{t}{r}}$; unde summatoriæ inveniendæ fiunt $\int r dt \left(\frac{b}{r} \right)^{\frac{t}{r}}$, $\int t dt \left(\frac{b}{r} \right)^{\frac{t}{r}}$, quæ erunt hujusmodi $r^2 \left(\frac{b}{r} \right)^{\frac{t}{r}}$, $r \cdot t - r \left(\frac{b}{r} \right)^{\frac{t}{r}}$. Igitur $t \int \varphi dt - r \int \varphi' dt = r^3 \left(\frac{b}{r} \right)^{\frac{t}{r}}$. Quare posita $dV = 0$, additis constantibus, & hoc valore substituito, fiet æquatio $At - Br + \frac{2rC}{k} \left(\frac{b}{r} \right)^{\frac{t}{r}} - z \left(\frac{b}{r} \right)^{\frac{t}{r}} = 0$, five $\overline{At - Br} \cdot \left(\frac{b}{r} \right)^{\frac{-t}{r}} + \frac{2rC}{k} = z$.

Determinemus x , hoc est spatium confectum a corpore. Quoniam in hoc casu agitur de potentiis attrahentibus, valebit æquatio $x = e + s - z$, & quoniam $s = \frac{Ct}{k}$,

fiet $x = e + \frac{C}{k} \cdot t - 2r - \left(\overline{At - Br} \cdot \left(\frac{b}{r} \right)^{\frac{-t}{r}} \right)$. Ad dete-

gendam velocitatem corporis = u inveniatur dz differentiando $dz = \overline{Adt - \frac{dt}{r} \cdot At - Br} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-t}{r}} = \frac{r \cdot \overline{A+B} \cdot dt - At dt}{r} \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-t}{r}}$;

atque $dx = ds - dz$; ergo $dx = \frac{C dt}{k} - \left(\frac{r \cdot \overline{A+B} \cdot dt - At dt}{r}\right) \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-t}{r}}$;

sed $u = \frac{C dx}{ds} = \frac{k dx}{dt}$: ergo $u = C - k \cdot \frac{r \cdot \overline{A+B} - At}{r} \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-t}{r}}$.

Progredior ad casum pertinentem item ad potentias attractentes, in quo $g \triangleleft zr$. In hoc casu $\phi = \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}} Cc \cdot \frac{qt}{2r}$,

& $\phi' = \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}} Sc \cdot \frac{qt}{2r}$. Igitur summatoriae inveniendae

erunt $f\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}} Cc \cdot \frac{qt}{2r} \cdot dt$, $f\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}} Sc \cdot \frac{qt}{2r} \cdot dt$. Summatoriae autem ita se habent

$$2rr \cdot \frac{g Cc \cdot \frac{qt}{2r} + q Sc \cdot \frac{qt}{2r}}{gg + qq} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}},$$

$$2rr \cdot \frac{g Sc \cdot \frac{qt}{2r} - q Cc \cdot \frac{qt}{2r}}{gg + qq} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}}. \text{ Quoniam vero in hoc}$$

casu $q = \sqrt{4rr - gg}$, erit $gg + qq = 4rr$: igitur summatoriae fient

$$\frac{g Cc \cdot \frac{qt}{2r} + q Sc \cdot \frac{qt}{2r}}{2} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}}$$

$\frac{g Sc \cdot \frac{qt}{2r} - q Cc \cdot \frac{qt}{2r}}{2} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}}$: quibus valoribus in aequatione substitutis, additisque necessariis constantibus, proveniet

$$\frac{qr^2}{2} \cdot \frac{A Sc \cdot \frac{qt}{2r} - B Cc \cdot \frac{qt}{2r}}{2} + \frac{gC}{k} \cdot \frac{g Sc \cdot \frac{qt}{2r} Cc \cdot \frac{qt}{2r} + q Sc \cdot \frac{qt}{2r}}{2} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}} - \frac{g Sc \cdot \frac{qt}{2r} Cc \cdot \frac{qt}{2r} + q Cc \cdot \frac{qt}{2r}}{2}$$

$$\begin{aligned}
 -\frac{qr^2z}{2} &= 0, \text{ five } qr^2 \cdot \overline{A S c. \frac{qt}{2r} - B C c. \frac{qt}{2r}} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}} \\
 &= qr^2z - \frac{qgCr^2}{k}, \text{ five } \overline{A S c. \frac{qt}{2r} - B C c. \frac{qt}{2r}} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}} \\
 &= z - \frac{gC}{k}.
 \end{aligned}$$

Quoniam $x = e + s - z$, & $s = \frac{Ct}{k}$, inveniemus

$$x = e + \frac{C}{k} \cdot t - g - \overline{\left(A S c. \frac{qt}{2r} - B C c. \frac{qt}{2r} \right) \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}}}.$$

Ad determinandam velocitatem corporis, inveniatur primum differentiando valor dz , qui est hujusmodi

$$dz = \overline{A \cdot dSc. \frac{qt}{2r} - B \cdot dCc. \frac{qt}{2r}} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}} - \frac{gdt}{2rr} \overline{A S c. \frac{qt}{2r} - B C c. \frac{qt}{2r}} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}},$$

$$\begin{aligned}
 \text{five } dz &= \frac{qAdt}{2rr} C c. \frac{qt}{2r} + \frac{qBdt}{2rr} S c. \frac{qt}{2r} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}} : \text{ ergo} \\
 &+ \frac{gBdt}{2rr} C c. \frac{qt}{2r} - \frac{gAdt}{2rr} S c. \frac{qt}{2r}
 \end{aligned}$$

$$dz = \overline{\frac{qA+gB}{2rr} dt C c. \frac{qt}{2r} + \frac{qB-gA}{2rr} dt S c. \frac{qt}{2r}} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}} : \text{ atqui}$$

$$u = \frac{Cdx}{ds} = C - \frac{Cdz}{ds} = C - \frac{kdz}{dt} : \text{ ergo}$$

$$u = C - k \cdot \overline{\frac{qA+gB}{2rr} C c. \frac{qt}{2r} + \frac{qB-gA}{2rr} S c. \frac{qt}{2r}} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}}.$$

Reliquus est ultimus casus, qui complectitur tum potentias repellentes, tum potentias attrahentes, quum $g > 2r$.

Quoniam in hoc casu $\varphi = C h. \frac{qt}{2r} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}}$, & $\varphi' = S h. \frac{qt}{2r}$

$\cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}}$, invenienda erunt integralia sequentium formu-

larum differentialium $dt C h. \frac{qt}{2r} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}}$, $dt S h. \frac{qt}{2r}$

$\cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}}$, quæ erunt hujusmodi

2rr

$$2rrr \cdot \frac{g \operatorname{Ch} \frac{qt}{2r} - q \operatorname{Sh} \frac{qt}{2r}}{gg - qq} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}},$$

$$2rrr \cdot \frac{g \operatorname{Sh} \frac{qt}{2r} - q \operatorname{Ch} \frac{qt}{2r}}{gg - qq} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}}. \text{ Quum in hoc casu}$$

fit $qq = gg \mp 4rrr$, erit $\pm 4rrr = gg - qq$: ergo formulæ integrales provenient

$$\frac{g \operatorname{Ch} \frac{qt}{2r} - q \operatorname{Sh} \frac{qt}{2r}}{\pm 2} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}},$$

$$\frac{g \operatorname{Sh} \frac{qt}{2r} - q \operatorname{Ch} \frac{qt}{2r}}{\pm 2} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}}. \text{ Signum superius valet in}$$

potentiis attrahentibus, inferius in repellentibus.

Si hujusmodi valores introducantur in æquationem in-

$$\text{ventam, habebimus } \frac{qr^2}{2} \cdot A \operatorname{Sh} \frac{qt}{2r} - B \operatorname{Ch} \frac{qt}{2r} +$$

$$\frac{\frac{gC}{k} \cdot \frac{g \operatorname{Sh} \frac{qt}{2r} \operatorname{Ch} \frac{qt}{2r} - q \operatorname{Sh} \frac{qt}{2r}}{\pm 2} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}} - \frac{qr^2 z}{2} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}}}{\pm 2}$$

$$= 0, \text{ sive } A \operatorname{Sh} \frac{qt}{2r} - B \operatorname{Ch} \frac{qt}{2r} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}} = z \mp \frac{gC}{k}.$$

Quandoquidem $e + s \mp x = z$, erit $x = \pm e \pm s \mp z$; er-

go $x = \pm e \pm \frac{C}{k} \cdot \frac{-gt}{2rr} \mp \left(A \operatorname{Sh} \frac{qt}{2r} - B \operatorname{Ch} \frac{qt}{2r} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}} \right)$. Invenitur

$$dz = A \cdot d \operatorname{Sh} \frac{qt}{2r} - B \cdot d \operatorname{Ch} \frac{qt}{2r} - \frac{g dt}{2rr} A \operatorname{Sh} \frac{qt}{2r} + \frac{g dt}{2rr} B \operatorname{Ch} \frac{qt}{2r} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}},$$

feu

$$\text{feu } dz = \frac{qAdt}{2rr} Ch. \frac{qt}{2r} - \frac{qBdt}{2rr} Sh. \frac{qt}{2r} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}} : \text{ergo}$$

$$+ \frac{gBdt}{2rr} Ch. \frac{qt}{2r} - \frac{gAdt}{2rr} Sh. \frac{qt}{2r}$$

$$dz = \frac{qA+gB}{2rr} dt Ch. \frac{qt}{2r} - \frac{qB+gA}{2rr} dt Sh. \frac{qt}{2r} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}} : \text{atqui}$$

$$u = \frac{Cdx}{ds} = \pm C \mp \frac{Cdz}{ds} = \pm C \mp \frac{k dz}{dt} : \text{igitur}$$

$$u = \pm C \mp k \cdot \frac{qA+gB}{2rr} Ch. \frac{qt}{2r} - \frac{qB+gA}{2rr} Sh. \frac{qt}{2r} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}}.$$

Ut exemplo facili ostendam, quomodo constantes A, B sint determinandæ, & quomodo constructio peragenda, supponam, in initio motus corpus & centrum in eodem puncto posita esse, & corpus omni velocitate carere. Quare $e = 0$, & si $t = 0$, evanescent pariter s, x, z, u . His statutis specto primum æquationem, quæ provenit $g = 2r$,

nimirum $A t - B r \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-t}{r}} = z - \frac{2rC}{k}$. Facta $t=0$, æquatio fit $-Br = -\frac{2rC}{k}$; ergo $B = \frac{2C}{k}$. Itaque æquatio ita se

habet $A t - \frac{2C}{k} r \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-t}{r}} = z - \frac{2rC}{k}$. Ad determinandam alteram constantem A , advertendum est, posita t minima, fore $x:s$ in minore ratione quacumque data; ergo $s-x = z:s$ in ratione æqualitatis; sed $s:t :: C:k$; ergo

$z:t :: C:k$. Igitur æquatio fiet $A t - \frac{2Cr}{k} \cdot \left(\frac{b}{t}\right)^{\frac{-t}{r}} = \frac{Ct}{k}$

$-\frac{2rC}{k}$. Jam vero constat $\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-t}{r}} = 1 - \frac{t}{r} + \frac{t^2}{2rr}$ &c. Igitur,

neglectis superioribus t potestatibus, $A t - \frac{2Cr}{k} + \frac{2Ct}{k}$

$= \frac{Ct}{k} - \frac{2rC}{k}$, feu $A = \frac{-C}{k}$: ergo æquatio $-\frac{C}{k} \cdot t + 2r \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-t}{r}}$

$= z - \frac{2rC}{k}$, feu $\frac{2rC}{k} - \frac{C}{k} \cdot t + 2r \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-t}{r}} = z$,

Hac

Hac formula inventa statim prodeunt aliæ, nimirum

$$x = \frac{C}{k} \cdot \overline{t - 2r} + \frac{C}{k} \cdot \overline{t + 2r} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-t}{r}}, \text{ \&}$$

$$u = C - \frac{C}{r} \cdot \overline{r + t} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-t}{r}}.$$

Harum formularum constructio instituenda est, ut oculus ipse percipiat, quomodo variables z , x , u augeantur.

Primum omnium construatur æquatio $\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-t}{r}} = \frac{y}{r}$, quam scimus esse ad logarithmicam præditam subtangente $= r$ descriptam ad eam plagam, ubi accedit ad asymptotum. Sit EH (*Fig. 3.*) linea, in qua abscinduntur tempora $EH = t$; excitetur perpendicularis $EF = r$, & per punctum F delineetur logistica subtangens $= r$ accedens ad asymptotum EH : erunt $EH = t$, $HG = y$. Ducatur FK parallela EH , ut $HK = r$.

Substituto $\frac{y}{r}$ pro $\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-t}{r}}$, æquatio intercedens inter x , t fiet $\frac{2rC}{k} - z = \frac{C}{k} \cdot \overline{2r + t} \cdot \frac{y}{r}$. Secta $ED = 2r$, agatur DS ad ejusmodi angulum, ut ordinatæ HS ad abscissas DH sint $:: C : k$, quæ linea secabit FE productam in puncto A , ex quo puncto agatur AT parallela EH . Perspicuum est, $EA = \frac{2rC}{k}$, $AT = t$, $ST = \frac{Ct}{k} = s$, & $SH = \frac{C}{k} \cdot \overline{2r + t}$. Producta EA , donec $AI = AE$, ducatur IL parallela AT . Tum fiat $HK = r : HG = y :: HS = \frac{C}{k} \cdot \overline{2r + t} : LZ$, & transeat curva AZ per omnia puncta Z ita determinata. Erit $LZ = \frac{C}{k} \cdot \overline{2r + t} \cdot \frac{y}{r} = \frac{2rC}{k} - z$: ergo $TZ = z$. Curva autem, quæ est asymptotica ad IL , ostendit distantias corporis & centri $= z$ continuo augeri, & accedere ad maximam AI , sed eam numquam attingere. Quum $ST = s$, $TZ = z$, erunt $SZ = s - z = x$. Igitur si AT expriment tempora, TS expriment spatia a centro confecta, SZ spatia confecta a corpore, demum TZ

distantias corporis & centri. Facile autem est probare, curvam AZ in puncto A contingi a recta AS .

Ut velocitates quoque per constructionem exhibeam, pro quantitate exponentiali substituo $\frac{y}{r}$, & æquatio provenit $\frac{C}{r} \cdot \overline{r+t} \cdot \frac{y}{r} = C - u$. Quare posita EF = r (Fig. 4), & ei perpendiculari EH describe ut antea logarithmicam FG: erunt EH = t, HG = y. Produco HE, FE, ut ED = r, EA = C, & jungo DAI. Ducta AT parallela EH, facio ut HK:HG::HI:HV, & curva AV transeat per omnia puncta V ita determinata: erunt HV = $\frac{C}{r} \cdot \overline{r+t} \cdot \frac{y}{r} = C - u$: ergo TV = u. Velocitas itaque corporis continuo augetur, sed numquam æquat velocitatem centri = C. Curva autem hæc velocitatum tangit AT in A, eique primum obvertit convexum, tum facto flexu contrario, ubi abscissa t = r, eidem concavum obvolvitur, & est asymptotica. Inventa velocitate facili negotio determinatur resistèntia, quæ ad velocitatem habet rationem finitam p: f = $\frac{bk}{g} = \frac{bk}{2r}$.

Casus, in quo g < 2r, inter t, z hanc æquationem sufficit $ASc \cdot \frac{qt}{2r} - BCc \cdot \frac{qt}{2r} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}} = z - \frac{gC}{k}$. Si fiat

t = 0, quia Sc. $\frac{qt}{2r} = 0$, Cc. $\frac{qt}{2r} = r$, z = 0, statim obtinebimus -rB = $\frac{-gC}{k}$, sive B = $\frac{gC}{rk}$. Igitur æquatio nascitur

$ASc \cdot \frac{qt}{2r} - \frac{gC}{rk} Cc \cdot \frac{qt}{2r} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}} = z - \frac{gC}{k}$. Si sumatur t

minima, repetito ratiocinio casus superioris probabitur, esse t:z::k:C. Præterea Sc. $\frac{qt}{2r} = \frac{qt}{2r}$, Cc. $\frac{qt}{2r} = r$, &

$\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}} = 1 - \frac{gt}{2rr} + \frac{g^2 t^2}{2 \cdot 4r^4}$ &c. Æquatio itaque provenit

$\frac{qAt}{2r} - \frac{gC}{k} \cdot 1 - \frac{gt}{2rr} + \frac{g^2 t^2}{2 \cdot 4r^4}$ &c. = $\frac{Ct}{k} - \frac{gC}{k}$, quæ facta mul-

tiplicatione, neglectisque superioribus potestatibus t in hanc mutatur $\frac{qAt}{2r} - \frac{gC}{k} + \frac{g^2Ct}{2krr} = \frac{Ct}{k} - \frac{gC}{k}$, ex qua nascitur

$A = \frac{C}{k} \cdot \frac{2rr - gg}{qr}$. Itaque æquatio rite integrata evadit

$$\frac{C}{k} \cdot \frac{2rr - gg}{qr} \text{ S c. } \frac{qt}{2r} - \frac{gC}{rk} \text{ C c. } \frac{qt}{2r} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}} = z - \frac{gC}{k}.$$

Substitutis valoribus inventis constantium habebimus

$$x = \frac{C}{k} \cdot t - g - \left(\frac{C}{k} \cdot \frac{2rr - gg}{qr} \text{ S c. } \frac{qt}{2r} - \frac{gC}{rk} \text{ C c. } \frac{qt}{2r} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}} \right)$$

$$u = C - C \cdot \frac{1}{r} \text{ C c. } \frac{qt}{2r} + \frac{q^2g + g^2 - 2gr^2}{2qr^2} \text{ S c. } \frac{qt}{2r} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}}.$$

Hic quoque tres casus subdistinguedi videntur, nimirum $gg > 2rr$, $gg = 2rr$, $gg < 2rr$: in casu enim medio constantis A fit $= 0$, in primo negativa, positiva in tertio. Horum casuum, ne in vitium prolixitatis incurram, per constructionem inveniam solum distantias z , & spatia x : nam eadem methodo quisque poterit determinare velocitates. Tractemus casum medium. Quoniam $qq = 4rr - gg$, & $2rr - gg = 0$, erit $qq = 2rr = gg$. Formula itaque simplicior

$$\text{evadit, nimirum } \frac{rC\sqrt{z}}{k} - \frac{C\sqrt{z}}{k} \text{ C c. } \frac{t}{\sqrt{z}} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{r\sqrt{z}} = z.$$

Ut commodius constructionem perficiam, accipiam abscissas non $= t$, ut antea, sed $= \frac{t}{\sqrt{z}}$. Quapropter facta,

ut supra, $\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-t}{\sqrt{z}}} = \frac{y}{r}$, habebimus æquationem ad logarithmicam subtangentis $= r$, quæ ita describitur. Lineæ abscissarum EH (*Fig. 5.*) excitetur normalis $EF = r$, & ad asymptotum EH delineetur logarithmica FG : erunt $EH = \frac{t}{\sqrt{z}}$, $HG = y$, quæ producantur usque ad FK parallelam EH . Producta FE in A , & I ita, ut $EA = AI = \frac{rC\sqrt{z}}{k}$, agantur AT , IL parallelæ EH . Secentur $A_1, 1_2, 2_3$ æqua-

æquales quadranti circuli, cujus radius = r , & vertice I delineetur curva IM, cujus ordinatæ MT sint ad Cc. $\frac{t}{\sqrt{2}}$:: C: $\frac{k}{\sqrt{2}}$. Demum fiat ut KH:GH::MT:LZ: erunt LZ = $\frac{C\sqrt{2}}{k}$ Cc. $\frac{t}{\sqrt{2}}$. $\frac{y}{r}$ = $\frac{rC\sqrt{2}}{k}$ - z; ergo TZ = x distantiæ scilicet corporis a centro. Producta HE ita, ut ED = $\frac{r}{2}$, ducatur recta DAS: constat, fore DE = r: EA = $\frac{rC\sqrt{2}}{k}$:: AT = $\frac{t}{\sqrt{2}}$: TS = $\frac{Ct}{k}$ = s: ergo SZ = s - z = x, hoc est spatium peracto a mobile. Hæc constructio docet, modo augeri quidem, modo imminui distantias corporis a centro = z, sed semper remanere positivas ita, ut centrum antecedit, corpus subsequatur. Distantiæ maximæ, quæ habentur, quum $\frac{t}{\sqrt{2}}$ æquat aut duos, aut sex, aut decem &c. quadrantes, & minimæ, quæ habentur æquante $\frac{t}{\sqrt{2}}$ aut quatuor, aut octo, aut duodecim &c. quadrantes, continuo, & successive fiunt minores.

Si $gg < 2rr$, ut $2rr - gg$ sit positiva, vocemus $\frac{2rr - gg}{q} = A$, ut æquatio proveniat

$$\frac{gC}{k} - z = \frac{C}{k} \cdot \frac{gCc \cdot \frac{qt}{2r} - ASc \cdot \frac{qt}{2r}}{r} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}}. \text{ Fiat } A:g:: Sc.\Delta:Cc.\Delta, \text{ \& ejecta } A \text{ proveniet}$$

$$\frac{gC}{k} - z = \frac{Cg}{kCc.\Delta} \cdot \frac{Cc.\Delta.Cc.\frac{qt}{2r} - Sc.\Delta.Sc.\frac{qt}{2r}}{r} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}}$$

$$\text{feu } \frac{gC}{k} - z = \frac{Cg}{kCc.\Delta} \cdot Cc.\Delta + \frac{qt}{2r} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}}. \text{ Sic redacta}$$

æquatione construo curvam æquationis $\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}} = \frac{y}{r}$ ita, ut abscissæ sint = $\frac{qr}{2r}$, ordinatæ = y, quæ erit logarithmica, cujus subtangens = $\frac{qr}{g}$. Ad abscissam EH = $\frac{qt}{2r}$ (Fig.6.)

describatur prædicta logarithmica, posita $EF = HK = r$; erit $HG = y$. Sectis $EA = AI = \frac{gC}{k}$, agantur parallelæ AT, IL . Producta TA in D , donec $AD = \Delta$, describatur ad abscissam DT curva, cujus ordinatæ sint ad $Cc.DT :: \frac{gC}{k} : Cc.\Delta$, ac proinde prima ordinata $DM = \frac{gCr}{kCc.\Delta}$; quæ curva transibit per punctum I . Erunt ordinatæ $TO = \frac{gC}{kCc.\Delta} \cdot Cc.\Delta + \frac{qt}{2r}$. Fiat ut $KH = r : HG = y :: TO : LZ$, & curva transeat per omnia puncta Z ita determinata. Erunt $LZ = \frac{gC}{k} - z$: ergo $TZ = z$. Agatur linea AS ita, ut $AT : TS :: qk : 2rC$: erit $TS = s$: ergo $SZ = s - z = x$. Constructio docet, distantias $= z$ primum esse positivas, tum fieri negativas, iterum positivas, atque ita deinceps. Distantiæ autem maximæ vel positivæ, vel negativæ continuo & successive decrescunt.

Sit demum $gg > 2rr$, & ponatur $\frac{gg - 2rr}{g} = A$, orientur æquatio

$$\frac{gC}{k} - z = \frac{C}{k} \cdot \frac{ASc \cdot \frac{qt}{2r} + gCc \cdot \frac{qt}{2r}}{r} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}}. \text{ Fiat ut } A : g :: Cc.\Delta : Sc.\Delta, \text{ \& ejecta } A \text{ nascetur æquatio}$$

$$\frac{gC}{k} - z = \frac{Cg}{k.Sc.\Delta} \cdot \frac{Cc.\Delta.Sc.\frac{qt}{2r} + Sc.\Delta.Cc.\frac{qt}{2r}}{r} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}},$$

five $\frac{gC}{k} - z = \frac{Cg}{k.Sc.\Delta} \cdot Sc.\Delta + \frac{qt}{2r} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}}$. Descripta, ut antea, logistica FG (*Fig. 7.*) subtangentis $= \frac{qr}{g}$, cujus abscissæ $EH = \frac{qt}{2r}$, sumantur $EA = AI = \frac{Cg}{k}$, & $AD = \Delta$. Ad abscissam DT describatur curva, cujus ordinatæ habeant ad $Sc.DT$ rationem $\frac{Cg}{k} : Sc.\Delta$, quæ curva transibit

Fig. 1.



Fig. 2.

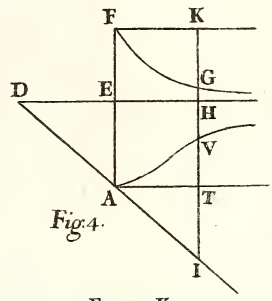
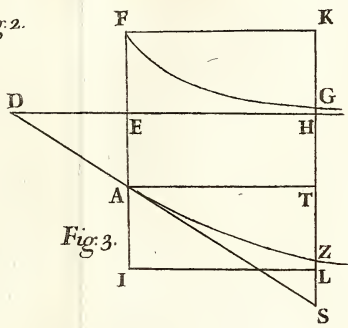


Fig. 3.

Fig. 4.

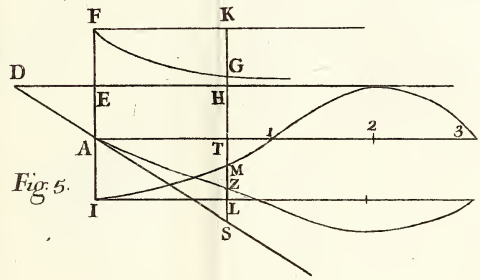


Fig. 5.

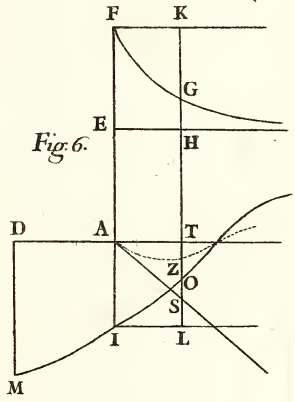
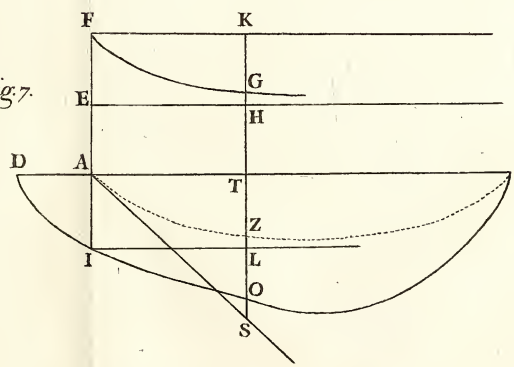


Fig. 6.

Fig. 7.





bit per punctum I. Fiat ut $KH:HG::TO:LZ$, & curva transeat per omnia puncta Z: erunt $LZ = \frac{\xi C}{k} - z$: ergo $TZ = z$. Agatur AS ita, ut sit $AT:TS::qk:2Cr$: erunt $TS = s$; ergo $SZ = s - z = x$.

In potentiis attrahentibus, si sit $g > 2r$, & in potentiis repellentibus valet æquatio

$ASh. \frac{qt}{2r} - BCh. \frac{qt}{2r} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gs}{2rr}} = z \mp \frac{\xi C}{k}$; signum superius pertinet ad potentias attrahentes, inferius ad repellentes. Hæc eadem methodo determinatis constantibus A, B per curvas analogas curvis sinuum & cosinum hyperbolicorum ad constructionem perducitur. Sed exempla adducta ita methodum perspicuam reddiderunt, ut nova exempla superflua esse videantur. Hucusque novam hanc centri mobilis theoriam licuit promovere: veruntamen, ut video, plura adhuc & difficiliora investiganda supersunt.

L A U R E N T I I C A N U T I

*De feбри epidemica, quæ urbem Comachium
anno 1766 invasit.*

Quamquam suscepti instituti ratio postulare videtur, ut popularium morborum per urbem hanc nostram grassantium historiam prosequar, quam duobus superioribus annis describere, & in Academia hac nostra, Sodales Ornatissimi, recitare inchoavi; cum tamen mihi per tempus non licuerit ea in ordinem redigere, quæ de ea re tum ex meis observationibus, tum ex aliorum relatione collegi, non omnino a proposito alienum sum arbitratus, si hoc vespere febrem quamdam epidemicam, quam mihi observare contigit hoc anno in Comachii urbe, vobis exponerem, quippe quæ lumen fortasse aliquod iis afferre possit, quæ tum alias de morboſis nostræ regionis constitutionibus jam diximus, tum impostum, Deo favente, dicturi erimus.

Cum itaque ineunte vere præsentis anni millesimi septingentesimi sexagesimi sexti frequenter observari cœperit Comachii febris quædam peculiaris ejusdem generis in omnibus, quos adoriebatur, iisdemque fere symptomatibus stipata, quæ ad multos ac diversi ordinis, & ætatis homines brevi tempore propagata est; cumque mense Junio magis magisque sæviens, & integras familias invadens non paucos in summum vitæ periculum adduceret; nonnullos etiam e medio tolleret; cogitatum fuit a Magistratu illius Urbis Medicum Bononiensem arcessere, qui de ea febre judicium ferret, & opportuna præscriberet remedia, tum ad ægros curandos, tum ad sanos a morbo defendendos. Res autem commissa fuit sodali nostro præstantissimo Josepho Azzoguidio;

dio; sed hic medicis negotiis, ut solet, plurimum occupatus onus hoc in me tranſtulit, qui proinde Comachium ſtatim petens Medicos illius Urbis primum conveni, ut ab iis notionem aliquam febris tunc graſſantis acciperem, poſtea ſex dierum ſpatio, quibus in ea Urbe moratus ſum, plurimos ea febre laborantes ægros obſervavi, alios inter initia morbi, alios in augmento, alios in ſtatu, alios in declinatione, quosdam ab ea recenter convaleſcentes, nonnullos demum imminente morti quamproximos.

Itaque comperi, febrem iſtam ut plurimum invadere cum ſenſu aliquo frigoris, ſeu horripilationis, dolore capitis gravativo, ad frontem, & oculorum radices præſertim extenſo, virium proſtratione, ac laſſitudine univerſali, ciborum inappetentia, pulſu frequenti, celeri, ac depreſſo. His brevi calor ſuccedebat; non multum tamen intenſus, quo tempore pulſus etiam magis attollebatur. Ac licet viciffitudines aliquæ, progrediente morbo, tum in calore ac pulſu, tum in aliis ſymptomatibus interdum occurrerent, nulla tamen vera intermiſſio, nec ulla etiam notabilis remiſſio umquam obſervata eſt. Accedebant brevi (niſi jam ab initio, ut nonnullis contigit, manifeſtari cœperint) levia imi ventris tormina cum hujus tenſione, ac tumiditate aliqua; in non paucis etiam vomitus, & ſtomachi paſſio; in omnibus fere oris amarities; lingua arida, & cruſta ſubalbida obteſta. Circa quartam plerisque vaniloquium, ac ſubdelirium ſupervenit in torporem deinceps ac ſomnolentiam tranſiens, plerisque etiam ante ſeptimam plus, minus ſanguinis ſtillavit e naſo, & mulieres fere omnes ætatis convenientis menſtruas purgationes etiam præter tempus conſuetum paſſæ ſunt, & nonnullis tunc temporis gravidis accidit, ut abortirent. Reliqua febris producta, quæ diverſis morbi temporibus obſervavimus, fuerunt ſubſultus tendinum, ac in nonnullis etiam convuſiones graviores, & magis manifeſtæ; aliqua ſpirandi difficultas; fitis magna; petechiæ, ſeu maculæ, nunc rubræ, nunc lividæ; excretiones imi ventris flavæ, aut virides; urinæ initio flammæ & pelucidæ; ſudores in iis, qui majus periculum ſubiere, inter febris initia copioſi. Sed quod notabile magis occurrit in hac febre, fuerunt vermes teretes, ſeu lumbrici, qui a plerisque omnibus ægrotantibus, ut plurimum per alvum,
non

non numquam etiam per vomitum, nunc majori, nunc minori copia, nunc vivi, nunc mortui, nunc uno, nunc alio morbi tempore, plerumque tamen inter septimam, & decimam quartam diem rejiciebantur. Hujus autem verminationis indicia deduci etiam poterant ex eo, quod ægri accusabant titillationis, ac veluti constrictionis sensus ad fauces & guttur; ex pruritu narium; ex frequenti coloris faciei mutatione; ac demum ex ipsis ventris torminibus. Qui hac febre mortui sunt (& fuerunt perpauca), primum gravissimis convulsionibus corripiebantur, mox in soporem, ac lethargum incidebant cum pulsu celerrimo, parvo, & inæquali; neque in his vermes ulli prodierunt; mors vero accidit circa undecimam; quæ dies fere omnibus gravior extitit. Reliqui sanitati restituti, plerique intra decimam quartam judicati sunt, nonnulli etiam, qui pejus habuerunt, circa vigesimam primam; evacuationes autem criticæ, partim fuerunt copiosæ alvi evacuationes biliosæ, partim urinæ copiosæ, crassæ, & gravi sedimento refertæ, partim sudores universales circa septimam apparere incipientes; sed priores duæ evacuationes frequentius. Convalescentes ex hac febre, præsertim qui gravius laborarunt, non nisi post longum tempus vires recuperaverunt, ac diu pallidi, & fere cachectici observabantur. Nonnullis circa vigesimam, cum jam cessaverit febris, parotides supervenerunt cum partis dolore, rubedine, inflatione, ac novæ febris ingressu, ut suppurationem minari viderentur. At sub usu emplastrorum emollientium paulatim retrocedentes, post aliquot dies evanescebant, fluentibus per id tempus urinis copiosioribus, & sedimentosis. Tentata fuerunt quoque topica resolventia ac repellentia, sed cum infelici exitu, utpote quæ partem ulterius inflammare, & dolorem vehementiorem facere videbantur.

Hactenus de comachiensis febris historia, quæ ex magno ægrotantium numero per idem tempus similiter laborantium inter epidemicas merito recensenda est; ex typo autem, & indole, ac natura ejus, continua biliosa mali moris; ex sede, gastrica seu intestinalis; ex præcipuo demum symptomate, verminosa appellari potest. Nunc quando ejus causas breviter attingere aggredimur, primum meminisse oportet præhumidæ, ac pluviosæ aeris constitutionis
 anni

anni proxime elapsi millesimi septingentesimi sexagesimi quinti, ob quam flumina fere omnia, torrentes, & alvei exundarunt, & aquæ in locis depressioribus diu stagnantes retiterunt. Juvat deinde in memoriam revocare prægressam annonæ caritatem, quæ licet nunc adhuc perisset, & major fortasse videri possit, in hoc tamen gravior superiori anno censenda est, quod tritici qualitas deterior erat, tum ob alias causas, tum ob hanc præcipue, quia in areis sæpe copiosis pluviis madefieret. Hinc quemadmodum in Romaniola inferiori, in Ferrariense, ac Bononienfe provincia, & regionibus aliis finitimis, ita etiam Comachii febres intermittentes frequentissime ortæ sunt, a quibus perpauca immunes fuerunt: quæ quidem febres cum apparere cœperint circa solstitium æstivum anni proxime elapsi, per totam deinde ætatem, & autumnum maxime sævierunt, & in non paucis etiam hieme, & vere anni præsentis repullularunt, nec desinunt in nonnullis identidem nunc etiam reverti. In plerisque autem febres ejusmodi post se reliquerunt infarctus, & obstructions viscerum imi ventris, præsertim lienis; in aliis fordidas scabies; scorbuticas affectiones in aliis; quamquam hæ postremæ longe frequentius alibi, ac præsertim in variis Romaniolæ locis, quam Comachii observabantur. Porro humidæ & pluviosæ constitutioni superius jam indicatæ autumnus successit temperatus ad siccum potius vergens, dein hiems rigidissima, qua plurima nix decidit, unde in Comachii palude aqua diu gelu obstricta fuit. Postea adveniente vere aer de more ad temperiem aliquam rediit, sed ultra ejus tempestatis dimidium accensus est calor interdiu intensus ac fere intolerabilis, dum noctu aer frigidiusculus, & humidus alternatim fieret.

Jam vero si causarum omnium, quas modo exposuimus, ratio habenda sit, non ægre meo judicio explicari poterit origo febris Comachii graiffantis jam descriptæ. Constat enim ex una parte, pravam quandam præexistisse dispositionem in succis viscerum imi ventris Comachienfium, tum a febrium intermittentium reliquiis inductam, tum a prava victus qualitate, quæ plurimum in ea Urbe consideranda est, ubi pisces inferioris etiam qualitatis a plerisque maxima comeduntur copia, & carnibus facile substituuntur. Ex altera parte manifestum est, nil aptius esse alternis illis

caloris, & frigoris vicissitudinibus ad perspirationis excretionem impediendam, aut vitiandam. Impeditus autem, ac vitiatus perspirabilis vapor partim in sanguine retentus est, partim ad glandulas ac viscera imi ventris probabiliter traductus; cumque in eorum succis, ac præsertim in humore bilioso, præviam, quam diximus, dispositionem nactus fuerit, nil mirum si & in sanguine putrida febris accensa sit, & in ipsis intestinis ex humorum corruptione nidus, & passus vermibus pararetur ad eorum augmentum, aut evolutionem aptissimus. Ulterius in aliis symptomatibus explicandis non immorabor, ne propositos mihi brevitatis limites excedam, & quia fortasse ad rem, de qua agimus, minime est necessarium.

Venio nunc ad methodum curativam, quam in hac febre servandam proposuimus, sequentibus indicationibus præsertim innixam. Prima indicatio fuit repurgandi inter initia sordes primarum viarum, ut materia, quæ in his turgere videbatur, mature immineretur. Sal catharticum in subjectis robustis, & succi plenis, ad dosim consuetam uncie unius, blande simul & efficaciter suos effectus præstitit, cui in delicatulis, aut iis, qui convulsivis affectibus erant obnoxii, olei amygdalarum dulcium uncie duæ vel tres binis nitri stibiati drachmis admixti substitutæ fuerunt.

Indicatio altera eo spectavit, ut vasa sanguifera deplerentur per venæ sectionem ad humorum circuitum expediendum, & stases adeo fatales in visceribus, ac præsertim in cerebro antevertendas; plerumque tamen præmissum fuit leniens; nec sanguinem oportuit plus quam semel aut bis mittere ante quartam, & ad mediocrem quidem dosim. Sanguis extractus inventus est floridus, densæ potius consistentiæ, cum crusta aliqua subalbida, & sero mediocris quantitatis: coloris inter viridem, & flavum. Notandum tamen est, Comachienses vel sanos sanguinem cutenosum habere, quod sive a ciborum conditione, sive ab aeris & loci qualitate, sive aliunde procedat, hic non quarimus.

Tertia indicatio fuit diluendi, & attemperandi densum, & acre febrile principium; quod nos feri depurati usu, aut ob hujus defectum, vel non facilem tolerantiam, aqua pura nitro alterata copiose epota consequi posse censuimus; ut nempe principium illud fluxile, ac mobile per vasa ser-

vare-

varetur, usque eo dum eos coctionis gradus acciperet, qui ad criticam evacuationem postulantur.

Quartam indicationem statuimus in corrigenda putrida maligna indole præfati morboſi principii, ejuſdemque progreſſibus impediendis per blanda ſubacida, & alexipharmaca attemperantibus mixta. In primo genere opportunam duximus familiariffimam limoniorum aquam. In altero radicem contrayervæ, aut ſerpentariam virginianam, aut pulverem noſtrum Bezoarticum, quæ poſtrema tamen remedia non niſi circa morbi ſtatum fuerunt exhibita.

Quinta indicatio, eaque in febre iſta maxime animadvertenda, fuit, ut occurreremus frequenti adeo verminationi. Quoniam vero pauci, qui ex ea febre perierunt, nullos vermes excernere viſi ſunt, idcirco conatus omnes intendimus, ut ii mature e corpore eliminarentur. Ut autem cum fructu aliquo exhibita fuerint in hunc ſcopum anthelmintica quædam remedia, & in primis aqua theriacalis, attamen nihil utilius ipſi deprehendimus tum oleo amygdalarum dulcium cum nitro ſtibiato, tum clyſteribus pariter oleoſis, quibus vermes mirifice enecari, et e corpore expelli per alvum obſervavimus. Remedia mercurialia quod attinet, hæc tantummodo propoſuimus, ubi remedia ſuperius propoſita non amplius forte prodeſſent, quo caſu non abhorruiffemus aut a mercurio dulci ad pauca grana, aut ab ipſo hydrargyro vivo ad drachmam unam cum conſerva aliqua bene ſubacto.

Sexta indicatio, præcedente non minus neceſſaria ut præ oculis haberetur, fuerat arcendi a partibus ſuperioribus, ac præfertim a cerebro, ad quod in morbi progreſſu maxime tendere videbatur, malignum febrile principium; & ſi hoc caput jam petere inciperet, curandi, ut ab eo prompte removeretur; quod fieri poſſe ſperavimus cucurbitulis ſcarificatis dorſo, & nuçæ applicitis, & ubi res poſtulaffet, ſectiõne venæ jugularis: veſicatoria quoque in ſiſtibrarum atonia, & inſigni humorum lentore, aut graviore ſoporoso affectu convenientiffima reputavimus: pro aliis vero nervoſis affectionibus, veluti delirio, convulſionibus, & ſimilibus, camphoram, cinnabarim, & ſuccinum, & in nonnullis caſibus etiam jus aut pulverem viperatum.

Septima indicatio fuit, dum ſigna coctionis ſe præbuerint,

rint, convenientes evacuationes promovendi per eas vias, ad quas natura maxime vergere videbatur. Ad diaphoresim, præter nonnulla ex jam propositis remediis, decoctum radicis scorzonæ & cornu cervi, aut hujus gelatina cum sibi diaphoretico propinata fuerunt; ad diuresim nitrata; ad catharsim lenientia superius enunciata, ac potissimum clysteres paulo acriores.

Octava demum indicatio solidorum corroboracionem, & nutritii humoris restitutionem respexit sedata jam febre; cui plane satisfecit victus paulo uberior, & vires magis reficiens, qui tenuis, & humidus toto febris tempore præscriptus fuit. Nonnullis quoque jus columborum silvestrium, & carnis viperinæ propositum fuit, aliis, quibus facies cachectica remanserat, remedium aliquod chalybeatum.

Hæc de methodo curativa febris Comachiensis jam descriptæ. Remanet postremo loco, ut pauca referam de methodo prophylactica, de qua plurimum solliciti erant qui in febrem nondum incurrerant. Cum vero in hanc rem nulla certa, & universalis regula proponi posse mihi videretur, huc omnia referenda putavi. Ut qui sanguine plus justo turgent, vasa sibi depleri curarent per venæ sectionem; qui sordibus primarum viarum abundarent, pharmaco leniente uterentur; qui in locis humidis ac depressis habitarent, ut plerique solent Comachienses, conclavia domus magis eminentia, ac ventilata peterent. Omnibus tandem auctor sui, ut ab aere nocturno caverent; fugerent commercium cum ægrotantibus ex ea febre; a nimia ciborum ingurgitatione, ac præsertim a frequenti piscium esu abstinere: mane, antequam domo discederent, stomachum roborante aliquo præsidio eorum temperamento atque consuetudini magis conveniente refocillarent. Non inutile quoque duxi, chinam chinam ad drachmam semis, aut scrupulos duos quotidie mane sive cum chicolatæ potu, sive alia ratione assumendam præscribere, quippe quæ non modo ad stomachum roborandum, sed ad humores quoque a putrida labe præservandos vi sua antiseptica proficua esse possit.

De hujus autem remedii usu in febris ipsius curatione nihil attigimus, tum quia ante mei adventum in eam Urbem inutiliter tentata fuerat, tum quia in ea febre non modo

modo nulla intermissionis, sed ne remissionis quidem notabilis indicia se præbuerunt. Ceterum si quando, ut non raro accidit, febris illa in remittentem aut intermittentem migraret, tunc febrifugo suum futurum esse locum judicavimus.

Hæc habebam, Sodales Ornatissimi, ruditer exponenda vobis de epidemica febre hoc anno Comachii grassante, quæ postquam ab ea Urbe discessimus mitescere cœpit, neque eam amplius ad hoc usque tempus sæviisse novimus.

JOSEPHI SLOPII DE CADENBERG

*Theoriæ Cometarum anni 1769,
& anni 1770.*

Theoria Cometæ anni 1769 deducta ex observationibus
habitis Pisis in Specula Academica.

Cometa, qui sub finem anni 1769 universæ telluri conspicuus fuit, Pisis nocte insequente diem 28 Augusti mihi cœlum inspicienti inter Stellas, quæ literis μ , & λ in constellatione Tauri notantur, & priori aliquantulum propinquior sese videndum obtulit. Ejus cauda, quæ ultra stellam σ Tauri protendebatur, fecit ut primo obrutu cometam, sidus nunquam antea a me visum, recognoscerem. Florentiæ tunc temporis versabatur hujus Speculæ custos, & aberat etiam adolescens, qui ejus gerebat vices, unde non ante diem 30 Augusti, adolescente Speculæ restituto, mihi primam de cometa observationem inire datum fuit. Posteriori nocte, & noctibus diem 1, & diem 2 Septembris insequentibus observationes profecutus eram, cum easdem, quod propter negotia mihi Florentiam proficisci necessum esset, intermittere coactus fui. At negotiis, quam citius licuit, expeditus, Pisasque redux cometam die 14 Septembris conspicere, atque ejus observationes instituere iterum potui. Neque postea sidus hoc unquam mihi spectandum se præbuit; sequentibus enim noctibus jam adventante crepusculo matutino illud ab horizonte exoriebatur, & nocte, quæ diem 15 secuta est, cœlum insuper densiori ad orientem nebula obtectum erat. Post transitum vero ejus per perihelium tempore præsertim, quo

quo conspici debuisset, aere nebuloso, atque nubibus plerumque operto usi fuimus.

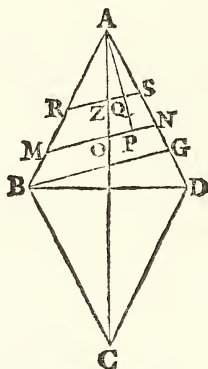
Cometæ lumen mihi Saturnia luce longe dilutius apparerebat. Idem porro telescopio inspectum adeo languescebat, ut, cum fila in foco lentium telescopii tensa lucernæ lumine collustrarentur, planeta vix cerni posset. Cometæ nucleus admodum parvus, & confuse terminatus colore fusco, coma vero, quæ eundem undique cingebat, albescenti prædita videbatur. Cauda utpote soli averfa cometæ caput præcedens lumine tenuissimo, & albicanti fulgebat, eoque debiliore, quo longius a capite porrigebatur. Eadem longior in singulas noctes fiebat. Cum enim primum illam conspexi, nonnisi duodecim circiter gradus longa apparebat, die vero 30 Augusti longitudo ejus ad 20 fere, & die 2 Septembris ad 27 gradus protensa erat: noctibus insequentibus multo longior evasit. At die 14 Septembris, quò mihi ultima cometæ phasis occurrit, vix ullam ejus caudam videre potui, quod lumini lunari, & crepusculo matutino jam accedenti facile tribuendum.

Semita apparens cometæ (quando in sphaera universi circulum maximum, a quo parum aberrabat, descripsisse ponatur) eclipticam interfecans in Sig. 1. 4°, eique sub angulo gr. 23. 47' inclinata, Arietis, ubi primum Lutetiæ die 14 Augusti a cl. *Messier* cometa conspectus fuit, & Tauri constellationes trajiciebat; postea declinans ad Orionem, & ad Monocerotem, ibique in Sig. 3. 14° æquatorem secans ad angulum gr. 13° $\frac{1}{2}$ per Hydram transibat, ad quam vergens cometa disparuit. Constat vero, ex apparenti unius cometæ vel semita, vel forma (quod olim *Cassini* in errorem arripuit) nihil ad ejus identitatem cum altero declarandam deduci posse. Etenim semita a tellure conspecta, utpote ejus motu affecta, longe alia nobis apparet ab orbita, quam cometa circa solem percurrit: apparens autem forma ab ejus positione respectu solis, ac telluris præcipue pendet; unde, hac mutata, illa quoque mutetur oportet; cujus rei præclarum extat exemplum in cometa anni 1759 tot geometrarum, & astronomorum laboribus celebri, qui præteritis sæculis cauda insignitus, nostris vero temporibus longe minor, & absque ulla cauda conspectus fuit. Cometarum igitur motus omnes, quemadmodum planetarum,

ad

ad solem comparandi sunt, quod inferius agemus, postquam relatis observationibus a me peractis nonnulla de ratione in iis instituendis adhibita dicta fuerint.

Observationes omnes institutæ sunt telescopio gregorio quinquipedali, cujus descriptio a me facta alibi invenietur. Singulis nempe noctibus differentiæ ascensionum rectarum, & declinationum cometæ, & cujusdam stellæ prope cometæ parallelum sitæ capiebantur ope reticuli Bradlejani, quod in foco lentium telescopii positum constat sex filis ita dispositis, ut rhombum diagonalibus, quarum una alterius sit dupla, sectum efficiant. Et quidem facillime hoc obtinetur, cum sidera breviorum micrometri diagonalem, vel lineam eidem parallelam percurrunt. Sed labore opus est aliquanto longiori, cum eadem reticulum oblique trajiunt. Tunc enim in reticulo $ABCD$, si rectæ MN , RS



exponant duorum siderum parallelos, notato tempore, quo sidus describens rectam MN a latere ad diagonalem, & tempore, quo a diagonali ad alterum latus pervenit, fiet primum $MO : ON :: AB : AG$; unde in triangulo BAG , cognitis lateribus BA , AG , & angulo intercepto, habebitur BG parallela lineæ MN . Deinde, si fiat $BG : MN :: AB : AM :: AG : AN$, in triangulo MAN invenietur AP perpendicularis lineæ MN , seu parallelo a sidere percursæ, & PN pars paralleli inter latus unum, & perpendicularem in-

intercepta. Eodem modo notatis temporibus, quibus fidus percurrens viam RS immoto telescopio ad micrometri diagonalem, & ad ejus latera pervenit, deducuntur cum PQ, seu differentia declinationum eorundem siderum, tum etiam tempora eorundem appulsus ad circulum declinationis AP; quæ simili ratione obtinentur, si fidus unum trajecerit reticulum supra diagonalem, alterum vero infra. Breviori quidem methodo differentiarum declinationum, & ascensionum rectarum inveniuntur, si utamur micrometro ex quatuor filis, quæ in centro sese ad angulos semirectos interfecant. Verum cum micrometrum hoc partem campi telescopii non exiguum observationibus habendis inutilem reddat, campus vero telescopii, quo usi fuimus, nonnisi min. 19 34" comprehendat, nos reticulum *Bradleji* eidem præferendum censuimus. Itaque sequentes hoc micrometro peractæ sunt observationes.

Augusti die 30 stella *r* in constellatione Tauri trans cometæ caudam effulgebat, unde telescopio ad eandem directo cometa paucis post minutis apparuit. Observationem executus inveni differentiam ascensionis rectæ gr. 1 17' 36", 4, & diff. declinationis, qua cometa australior erat, min. 7 29".

Die 31 stella, quæ in constellatione Orionis a *Flamstedio* inscribitur *Quinta π in exuvii Leoninis*, cometam borealior sequebatur. Ejus comparatione cum cometa quinque repetita, prodiit primo diff. ascen. rectæ gr. 2 38' 54", & diff. declin. min. 10 42"; secundo diff. ascen. rectæ gr. 2 38' 41", & diff. declin. min. 11 53"; tertio diff. ascen. rectæ gr. 2 36' 58", 5, & diff. declin. min. 11 35", 7; quarto diff. ascen. rectæ gr. 2 34' 55", 6, & diff. declin. min. 12 37", 7; & quinto diff. ascen. rectæ gr. 2 34' 12", 6, & diff. declin. min. 12 34", 4.

Die 1 Septembris cælum erat nitidissimum, nulla tamen cernebatur stella notæ positionis, & cometæ vicina, ad quam idem referri posset. Stellam igitur selegi minorem stellis septimæ magnitudinis, quæ in nullis fixarum catalogis descripta cometam australior præibat. Tribus initis observationibus, ex prima eruta est diff. ascen. rectæ min. 28 7", & diff. declin. min. 5 26", 8; ex altera vero diff. ascen. rectæ min. 29 15", 6, & diff. declin. min. 5 27"; &

demum ex tertia diff. ascen. rectæ min. 32 11", & diff. declin. min. 5 16", 5.

Die 2 Septembris nulla, ut præcedenti nocte, aderat stella prope cometam in fixarum catalogis notata, unde cometæ comparatio instituta fuit cum stella ignotæ positionis, quæ minor stellis septimæ magnitudinis cometam ad austrum vergens præcedebat. Peractis quatuor observationibus, inventa est primo diff. ascen. rectæ min. 54 9", & diff. declin. min. 3 57"; secundo diff. ascen. rectæ min. 55 27", & diff. declin. min. 5 26", 7; tertio diff. ascen. rectæ min. 56 24", & diff. declin. min. 5 24", 7; & quarto diff. ascen. rectæ min. 57 41", & diff. declin. min. 6 11".

Die 14 Septembris cometa relatus est ad stellam, quæ a *Flamstedio* notatur in constellatione Hydræ num. 15. Eadem præbat cometam vergens ad austrum. Comparatione pluries instituta, prodiit primo diff. ascen. rectæ gr. 1 12' 53", 2, & diff. declin. min. 16 41"; secundo diff. ascen. rectæ gr. 1 14' 20", 4, & diff. declin. min. 16 37"; tertio diff. ascen. rectæ gr. 1 15' 49", 5, & diff. declin. min. 16 18", 5; & denique quarto diff. ascen. rectæ gr. 1 17' 31", 4, & diff. declin. min. 16 12", 7.

Ut autem ex hisce differentiis ascensionum rectarum, & declinationum in singulas noctes observatis cometæ loca erui possent, investigandæ primum erant positiones fixarum, ad quas cometa relatus fuerat; quod quidem mensibus Decembris, Januarii, & Februarii, cum eadem noctu meridianum circulum trajicerent, executus sum.

Verum fatear oportet, id non eadem quod ad singulas stellas perfectione præstitum fuisse. Cum enim in animo esset, nonnisi post biennium hæc observationes una cum reliquis, quæ in hac Specula haberi solent, publici juris facere, tempus ea inquirendi, quæ perficienda supererant, insequenti anno mihi non defuturum confidens positionem stellæ π Orionis unica observatione ad quadrantem muralem profecutus fueram, & stellam Hydræ num. 15 inscriptam bis tantum ad eundem quadrantem cum stella γ Orionis, quæ distat ab ejus parallelo duodecim & amplius gradus, comparaveram, cum advenit tempus, quo eadem interdiu meridianum trajicientes ad quadrantem muralem observari haud amplius poterant. At trium reliquarum stellarum positiones

nes longe majori observationum numero innixæ sunt. Etenim singulas plus quam decies ad quadrantem muralem observavi una cum stellis, quæ prope earundem parallelos observantur, & quarum loca in fixarum catalogis ab Astronomo summo *Ludovico De la Caille* descripta inveniuntur. Itaque, sumpto medio inter omnes observationes, & habita ratione aberrationis, & nutationis, loca media stellarum, ut sequuntur, inventa sunt.

POSITIO MEDIA AD 1 SEPTEMBRIS 1769.

α Tauri	{ Ascensio recta 2 ^s 2 ^o 49' 50", 1 Declinatio Borealis 8 54 40, 8
π Orionis, quæ <i>Quinta in exuviiis Leoninis</i> inscribitur.	{ Ascensio recta 2 9 31 30, 0 Declinatio Borealis 8 29 22, 0
Stellæ adhibitæ die 1 Septembris	{ Ascensio recta 2 9 35 24, 3 Declinatio Borealis 7 35 16, 0
Stellæ adhibitæ die 2 Septembris	{ Ascensio recta 2 12 31 20, 0 Declinatio Borealis 7 4 26, 0

POSITIO MEDIA AD 14 SEPTEMBRIS

Stellæ, quæ in Hydra a <i>Flamstedio</i> ponitur num. 15.	{ Ascensio recta 4 10 4 33, 0 Declinatio Australis 6 19 33, 4
---	--

Ex hisce porro earundem positiones apparentes, pro ut sequuntur, deduxi.

POSITIO APPARENS AD 1 SEPTEMBRIS

α Tauri	{ Ascensio recta 2 2 50 7, 5 Declinatio Borealis 8 54 47, 0
π Orionis	{ Ascensio recta 2 9 31 45, 7 Declinatio Borealis 8 29 27, 4
Stellæ adhibitæ die 1 Septembris	{ Ascensio recta 2 9 35 40, 0 Declinatio Borealis 7 35 21, 6
Stellæ adhibitæ die 2 Septembris	{ Ascensio recta 2 12 31 35, 0 Declinatio Borealis 7 4 31, 7 H h 2 PO.

POSITIO APPARENS AD 14 SEPTEMBRIS.

Stellæ, quæ in Hydra { Ascensio recta $4^{\circ} 10' 4'' 33''$, 8
notatur num. 15 { Declinatio Australis $6 19 30, 0$

Jamque fixarum locis ita cognitis, & cometæ ascensionibus rectis, & declinationibus ex iis deductis, ejus primum longitudes, & latitudes calculo subdixi, atque tandem his omnibus absolutis ad ejus theoriam inquirendam me converti.

Cometas *Kepleri Leges*, quemadmodum planetas, sequi Geometrarum Princeps *Newtonus* primum demonstravit, & *Hallejus* eisdem ellipses valde oblongas circa solem in eandem foco positum describere celeberrimi cometæ exemplo, qui anno 1682, & nostris temporibus an. 1759 apparuit, deinde confirmavit. Cum vero ellipses ita excentricæ a curva parabolica parum differant, & elementa parabolæ, quæ a cometa describi ponitur, ex unica ejus apparitione, ellipsis autem non nisi post integram cometæ circa solem revolutionem, deduci possint; cumque insuper cometæ loca eadem ratione in parabolis singulis, utpote curvis, quæ omnes sunt inter se similes, calculo subducantur; geometræ omnes, atque astronomi cometas in curvis parabolicis supputandos censuerunt, quod absque notabili errore fieri posse ab iis demonstratur. Horum igitur exemplum & ego secutus orbitam cometæ nostri parabolicam investigavi. Longa nimium ac tædio plena res esset totam hic calculorum seriem referre, qua ad hujus theorix elementa cognoscenda devenit. Namque, ut omnibus constet, nulla adhuc inventa hujus theorix tractandæ directæ methodus, qua scilicet a quantitibus cognitis ad incognitas perveniatur, unde omnia sunt quampluribus repetitis tentaminibus inquirenda. Quibusdam nempe ex iis, quæ ignorantur, tanquam nota essent, assumptis elementa orbitæ ex duabus observationibus eruuntur; deinde iis, quæ assumpta fuerant, mutatis nova deducuntur elementa; tum vero, tertia quadam cometæ observatione, quæ a primis duabus distet plurimum dierum intervallo, in utraque hypothesi supputata, invenitur, quænam earundem hypothesium observationem hanc melius exhibeat; & denique iis, quæ sumpta fuerant, iterum mutatis novæ atque novæ fiunt hypotheses, donec ea occurrat, ex qua eruta elementa tertiam observationem accurate repræ-

præsentent, quæ reliquas quoque omnes cometæ observationes, si operatio probe instituta fuerit, exhibebunt.

Duabus itaque cometæ a sole distantis cum astronomis celeberrimis *De la Caillo*, & *De la Landio* ita, ac si cognitæ essent, primum assumptis, ex observationibus inter eas, quas die 30 Augusti, die 2 & die 14 Septembris habueram, selectis cometæ circa solem trajectoriæ elementa, quæ sequuntur, inveni.

Longitudo nodi ascendentis	5 ^s 25 ^o 11' 13"
Longitudo perihelii in orbita	4 24 32 54
Inclinatio orbitæ	41 ^o 1' 6"
Logarithmus distantiæ periheliæ	9.0828060

Unde distantia perihelia in partibus, quarum 10000 æquales distantia mediæ telluris a sole, 1210.

Denique tempus medium, quo cometa per perihelium transit, dies 7 Octobris hor. 13 16' 21".

Quod si cometa noster cum aliquo descripto in cometarum usque ad hoc tempus observatorum catalogo conveniret, facile nunc ex hisce elementis cognosci, atque ejus revolutionis periodus assignari posset. Verum examine instituto, cum elementa ejus orbitæ ab elementis cujuscunque cometæ in catalogis notati longe diversa reperta fuerint, constat nihil de ejus periodo asseri posse.

Meis observationibus juxta elementa superius exhibita supputatis, theoriæ nostræ confirmandæ plurimum conferre existimavi, si aliæ quoque astronomorum observationes, quæ distent a nostris plurimum intervallo, supputatæ eidem convenire reperiantur. Duas igitur observationes Parisiis die 14 & 25 Augusti a cl. *Messier* habitas, quas in publicis litteris relatas inveni, atque insuper tres ex iis, quæ in Specula Bononiensi ab Astronomo celeberrimo *Eustachio Zanotto*, & a Viris doctissimis *Petronio Matteuccio*, & *Sebastiano Canterzano* die 27 Augusti, & die 4, & 8 Septembris institutæ fuerunt, juxta elementa theoriæ nostræ calculo subduxi, quas omnes meis observationibus adjunctas sequentes complectuntur tabellæ, in quarum prima, quæ ex observatione deducta sunt, in altera vero, quæ ex theoria, continentur.

COMETÆ LOCA EX OBSERVATIONIBUS.

1769 Dies	Tempus medium H. M. S.	Ascensio re- cta S. G. M. S.	Declinatio Borealis G. M. S.	Longitudo S. G. M. S.	Latitudo Au- stralis G. M. S.
Aug. 30 31	14 47 14	2 4 7 44	8 47 17, 8	2 3 48 25, 6	12 21 24, 6
	13 17 43	2 6 52 52	8 18 45, 4	2 6 28 17, 6	13 17 8, 9
	13 33 30	2 6 53 5	8 17 34, 4	2 6 28 28, 4	13 18 21, 1
	13 51 24	2 6 54 47	8 17 51, 7	2 6 30 47, 8	13 18 27, 0
	14 9 17	2 6 56 50	8 16 49, 7	2 6 31 58, 7	13 19 41, 1
Sept. 1 2	14 27 30	2 6 57 33	8 16 48, 0	2 6 32 41, 3	13 19 49, 4
	13 58 42	2 10 3 47	7 40 48, 4	2 9 34 55, 3	14 23 7, 0
	14 4 53	2 10 4 56	7 40 48, 6	2 9 36 5, 3	14 23 16, 4
	14 19 0	2 10 7 51	7 40 38, 1	2 9 39 3, 2	14 23 51, 3
	13 29 0	2 13 25 44	7 0 34, 7	2 12 55 9, 1	15 28 51, 9
14	13 35 57	2 13 27 2	6 59 5, 0	2 12 56 1, 0	15 30 28, 2
	13 45 42	2 13 28 9	6 59 7, 0	2 12 57 27, 3	15 30 36, 0
	13 54 26	2 13 29 16	6 58 20, 7	2 12 58 59, 4	15 31 29, 6
	16 24 27	4 11 17 27	6 2 48, 9	4 15 33 48, 8	23 12 57, 9
	16 33 22	4 11 18 54	6 2 52, 9	4 15 35 20, 6	23 12 36, 9
14	16 43 20	4 11 20 23	6 3 11, 4	4 15 36 58, 2	23 12 29, 4
	16 50 49	4 11 22 5	6 3 17, 2	4 15 38 45, 8	23 12 5, 9
Aug. 14 25 27	13 5 34	1 8 35 2	11 49 32	1 9 58 47, 5	3 9 36, 0
	13 20 41	1 22 37 38	10 33 18	1 22 55 10, 7	8 13 41, 6
	13 13 21	1 26 36 56	9 59 9	1 26 36 56, 0	9 41 37, 0
Sept. 4 8	14 11 25	2 21 16 0	5 21 26	2 20 51 44, 0	17 50 12, 0
	15 31 48	3 10 22 54	0 55 24	3 11 13 0, 0	22 8 14, 0

COMETÆ LOCA EX THEORIA

1759 Dies	Distant. Com. a Sole	Distant. Com. a Tellure	Longitudo		Latitudo A.		Diff. long. M. S.	Diff. lat. M. S.
			S.	G. M. S.	G.	M. S.		
Aug. 30 31	11337	4528	2	3 48 52, 2	12	23 1, 3	† 0 26, 6	† 1 36, 7
	11133	4339	2	6 26 22, 7	13	18 48, 0	-1 54, 9	† 1 39, 1
	11131	4337	2	6 28 18, 9	13	19 28, 4	-0 9, 5	† 1 7, 3
	11128	4334 ¹ / ₂	2	6 30 31, 1	13	20 14, 5	-0 16, 7	† 1 47, 5
	11125 ¹ / ₂	4332	2	6 32 41, 7	13	21 0, 2	† 0 43, 0	† 1 19, 1
Sept. 1 2	11122 ¹ / ₂	4329 ¹ / ₂	2	6 34 59, 7	13	21 47, 0	† 2 18, 4	† 1 57, 6
	10910	4142	2	9 35 5, 4	14	23 40, 8	† 0 10, 1	† 0 33, 8
	10909	4141	2	9 35 40, 8	14	23 55, 3	-0 24, 5	† 0 38, 9
	10907 ¹ / ₂	4139 ¹ / ₂	2	9 37 1, 8	14	24 28, 3	-2 1, 4	† 0 37, 0
	10692	3966 ¹ / ₂	2	12 55 21, 0	15	28 54, 8	† 0 11, 9	† 0 2, 9
14	10691	3965 ¹ / ₂	2	12 56 22, 7	15	29 14, 2	† 0 21, 7	-1 14, 0
	10690	3974 ¹ / ₂	2	12 57 47, 9	15	29 41, 5	† 0 19, 6	-0 54, 5
	10688 ¹ / ₂	3963 ¹ / ₂	2	12 59 6, 2	15	30 5, 7	† 0 6, 8	-1 23, 9
	7832	3519 ¹ / ₂	4	15 34 45, 8	23	12 17, 4	† 0 57, 0	-0 40, 5
	7830 ¹ / ₂	3520	4	15 36 20, 1	23	12 13, 2	† 1 5, 5	-0 23, 7
	7829	3520	4	15 38 15, 2	23	12 9, 8	† 1 17, 0	-0 19, 6
	7828	3521	4	15 39 35, 4	23	12 8, 0	† 0 49, 6	† 0 2, 1
Aug. 14 25	14609	8581	1	9 56 6, 2	3	8 41, 3	-2 41, 3	-0 54, 7
	12407	5683	1	22 58 28, 0	8	15 44, 8	† 3 17, 3	† 2 3, 2
	11990	5207	1	26 40 52, 8	9	42 28, 5	† 3 56, 8	† 0 51, 5
Sept. 4 8	10215	3650	2	20 51 21, 6	17	49 59, 3	-0 22, 4	-0 12, 7
	9304	3272	3	11 12 8, 8	22	7 9, 2	-0 51, 2	-1 4, 8

Theoria Cometæ Anni 1770 ex observationibus
in Specula Bononiensi habitis deducta.

Alter cometa, qui elapso anno Parisiis a clarissimo Astro-
nomo *Messier* die 14 Junii conspectus fuerat, Bononiæ
ob cœlum tunc temporis plerumque nubilum non ante diem
28 ejusdem mensis visus est. Instituti illius Astronomus lon-
ge celeberrimus *Eustachius Zanottus* cum fociis doctissimis
Petronio Matteuccio, & *Sebastiano Canterzano* eundem obser-
vationibus institutis telescopio, quod micrometro e quatuor
filis ad angulos semirectos sese decussantibus composito in-
structum erat, per quatuor noctes persecutus est; quo qui-
dem tempore cometa a cauda Serpentis Ophiuchi Aquilam ad
ortum relinquens transiit per Lyram, alam Cygni, Draco-
nem, Cepheum, atque celerrimo motu proxime ad constel-
lationem Aurigæ pervenit. Noctē quoque insequenti, cœlo
si usi essent sereniore, cerni forsan potuisset. Postea vero
singularis motus apparentis celeritas, qua cometa ad solem
vergebat, eundem observatorum oculis eripuit. Cum igitur
a Viro doctissimo *Sebastiano Canterzano* in eodem Athenæo
Matheos Professore observationes illæ humanissime mihi
traditæ fuerint, non inutile duxi theoriæ elementa ex iis
deducere, novoque cometa eorundem catalogum augere.
Me quidem ab hoc proposito aliquantum deterrebat breve
quatuor dierum intervallum, quo extremæ observationes in-
ter se distabant. Verum cum arcus, quem cometa eo tem-
pore telluri vicinissimus apparenti motu percurrit, tertiam
& amplius cœli partem comprehenderet, Bononienses obser-
vationes huic labori absolvendo haud inutiles fore confi-
dens me longam calculorum seriem, qua hujusmodi theo-
riæ investigari solent, non temere aggredi posse existimavi.

Itaque supputationibus eadem methodo, qua in supe-
riori cometa usus sum, institutis sequentia theoriæ elemen-
ta inveni.

Longitudo nodi ascendentis	4 ^s	16°	14'	0"
Longitudo perihelii in orbita	11	26	12	50, 5
Inclinatio orbitæ	0	1	45	20
Logarithmus distantix periheliæ				9.7984592.
				Unde

Unde distantia perihelia 62872, posita 100000 distantia media telluris a sole .

Et denique tempus medium transitus cometæ per perihelium ad meridianum Bononiæ d. 9. Augusti $1^h 8' 33''$.

Atque hæc elementa observationes mihi traditas, ut in inferioribus tabulis cerni poterit, satis accurate exhibere videntur. Cum tamen observatio habita die 29 Junii a theoria min. $15' 35''$ in latitudine differat, iisdem elementis pluries mutatis majorem quidem hujus observationis cum theoria consensum obtinui; at observationem diei 1 Julii tunc magis magisque ab eadem differre inveni; unde elementa superius exposita reliquis præferenda videntur. Eadem theoria accuratis aliorum observationibus confirmari nunc, vel corrigi poterit. Verum animadverti oportet, cometam hunc ob singularem, qua die 1 Julii a tellure distabat, proximitatem facile perturbationibus non exiguis a telluris nostræ attractione ortis obnoxium fuisse; ideoque haud mirum videri debet, si fortasse aliorum observationes cum hac nostra theoria collatæ ab ipsa magis etiam quam observationes Bononiæ habitæ differre inveniantur. Etenim die 1 Julii tempore observationis cometa aberat a tellure tantum partes 19297, quarum 100000 æquales sunt distantia Solis a tellure mediocri, unde quinquagintaduo & amplius vices nobis, quam Soli, vicinior erat; eadem vero die $5^h \frac{1}{2}$ temporis medii, quo juxta theoriam nostram telluri proximam cometa invenitur, ab eadem distabat 18720, id est, posita parallaxi solari $9''$, telluris semidiametros 422, a Sole vero 101662, ideoque nobis quinquagintaquatuor & amplius vices, quam Soli, vicinior erat. Sed jam observationes ipsas, & cometæ loca, quæ ex theoria deducta sunt, referemus, quæ omnia, ut in superiori cometa fecimus, duabus sequentibus tabellis complexi sumus.

LOCA DEDUCTA EX OBSERVATIONIBUS.

1770 Dies	Tempus medium H. M. S.	Ascensio re- cta S. G. M. S.	Declinat. Borealis G. M. S.	Longitudo S. G. M. S.	Latitudo Borealis G. M. S.
Jun. 28	11 57 11	9 6 4 58	3 21 5	9 6 47 57	26 40 41
29	12 6 17	9 7 49 50	14 38 45	9 9 36 35	37 52 7
Jul. 1	12 38 52	10 22 59 39	78 7 0	1 29 12 46	71 15 50
2	13 56 30	2 18 16 18	62 26 5	2 23 1 29	139 15 0

LOCA JUXTA THEORIAM SUPPUTATA

1770 Dies	Distant. Com. a Sole	Distant. Com. a Tellure.	Longitudo S. G. M. S.	Latitudo Borealis G. M. S.	Diff. in longit. M. S.	Diff. in latit. M. S.
Jun. 28	105 16 39	45 50 2	9 6 43 1	26 42 20	+ 0 4	+ 1 39
29	104 25 10	3 22 71	9 9 37 20	37 38 51	+ 0 45	-- 13 16
Jul. 1	101 22 75	19 23 9	1 29 10 44	71 21 1	-- 2 2	+ 5 11
2	99 56 23	27 55 7	2 23 3 37	39 16 38	+ 2 8	+ 1 38

Cum autem cometæ loca, quemadmodum ejus a tellure distantie ostendunt, plurium minorum parallaxibus afficiantur, eas quoque calculo subducendas necessarium duxi; unde sequens additur tabella, in qua loca cometæ ex theoria collecta, & a parallaxi affecta continentur.

Parallaxis Longit.	Parallaxis Latitud.	Longitudo apparens	Latitudo apparens	Diff. in longit.	Diff. in latit.
M. S.	M. S.	S. G. M. S.	G. M. S.	M. S.	M. S.
-- 0 8	-- 2 10	9 6 47 53	26 40 10	-- 0 4	-- 0 31
-- 0 20	-- 2 19	9 9 37 0	37 36 32	+ 0 25	-- 15 35
+ 9 14	-- 1 4	1 29 19 58	71 19 57	+ 7 12	+ 4 7
+ 3 13	-- 3 7	2 23 6 50	39 13 31	+ 5 21	-- 1 29

GREGORII PHILIPPI MARIÆ CASALII BENTIVOLI
PALEOTTI

De Seriebus Geometricis.

ARbitrabar, Sodales doctissimi, me hoc vespere locuturum esse de arithmeti-
cis seriebus; verum de illis
minime, de geometricis loquar. Quoniam cum de
illis theoremata nonnulla in mentem mihi venissent,
deque his nonnulla alia, utraque huc partitim ferre statue-
ram, principium nunc sumendo ab illis, quæ ad series
arithmeticas pertinent, aliis ad aliud tempus servatis. At
cum hæc omnia communicavisssem, sicuti accidere solet in-
ter amicos, cum ornatissimo Sodali nostro Pompejo Pelle-
grino, me monuit ipse, theoremata, quæ de seriebus arith-
meticis excogitaveram, valde similia esse theorematibus qui-
busdam a clarissimo Lagnyvo Academia Pariginæ anno 1705
propositis, atque ab eo ingeniose ad resolutionem æquatio-
num applicatis, ut ex Actis ipsius Academiae sub dicto an-
no, & sequenti colligere datum est. Monitum amici præ-
stitit, ut dubitarem, ne quæ dicenda per me erant de se-
riebus arithmeti-
cis parum nova viderentur, sicque parum
utile esset de illis dicere. En quam juvet amicos habere sincer-
os non modo & humanos, verum etiam doctos. Quocirca,
etsi judicarem me nonnihil posse cum Lagnyvo dimicare ob
quamdam saltem ordinis prioritatem; apparet enim, ni fallor,
in quibusdam meis theorematibus major universalitas, immo
ex his plura Lagnyvi theoremata veluti corollaria deducuntur;
attamen potius quam cum tanto viro contendere, gaudeo theo-
remata illa tantum exponere, quæ in seriebus geometricis
versantur, quæque nullus, quod sciam, antea proposuit, &
quæ tandem sperare adhuc mihi licet videri nova. Utinam

hæc vobis non omnino videantur vel inelegantia, vel inutilia.

THEOREMA PRIMUM.

IN serie geometrica 1. 2. 4. 8. &c. si tres successivi termini sumantur, factum ex summa duorum priorum in tertium æquatur differentię quadratorum secundi & tertii divisę per potestatem 0 primi.

Atque notate, precor, me posse in secundo æquationis membro omittere divisorem, quippe qui unitatem æquat. At non placuit omittere, ut commodius se prodatur analogia, quę inter theorema hocce, & illa, quę exponenda sunt, intercedit.

Verum si exempla sufficerent ad ostendendas propositiones, theorema nostrum satis per exempla demonstraretur, quę unum post aliud ordine sequuntur.

$$\begin{array}{r} \hline 1 + 2 \cdot 4 = 16 - 4 = 12 \\ \hline 2 + 4 \cdot 8 = 64 - 16 = 48 \\ \hline 4 + 8 \cdot 16 = 256 - 64 = 192 \\ \hline \text{\&c.} \end{array}$$

Demonstratio autem requiritur, quę casus omnes possibiles univarse comprehendat. Utamur itaque generali formula serierum geometricarum, nempe $a \cdot am \cdot am^2 \cdot am^3 \&c.$; & quoniam series nostra incipit ab unitate, fiat $a = 1$; ex quo per debitam substitutionem habebimus formulam $1 \cdot m \cdot m^2 \cdot m^3 \&c.$ Post hæc instituatür æquatio juxta theorematum conditiones. Erit hæc

$$\begin{array}{l} 1 + m \cdot m^2 = m^4 - m^2, \\ \& \text{post brevissimum calculum apparebit} \\ 2 = m^2 - m; \\ \text{sed hoc verum tunc est, quando } m = 2; \text{ quod demon-} \\ \text{strandum erat.} \end{array}$$

Neque dubitandum est, demonstrationem eandem non valere, quicumque sit locus seriei, ex quo sumantur tres successivi termini; nam primus eorum semper considerari poterit ut 1, & consequenter tres termini recte semper exprimentur per denominationes $1 \cdot m \cdot m^2$, quas supra adhibuimus. Hanc autem animadversionem cupio, Sodales optimi, vos ipsos transferre, & accommodare ad demonstratio-

nes

nes theorematum, quæ proponenda superflunt: sicque concedetur, me aliquanto breviorum esse posse.

Demonstratio nostri theorematum nos docet colligere ex eo corollarium, quod nihil aliud est, nisi ipsius theorematum ampliatio. Videlicet data serie geometrica crescente ratione dupla, quicumque sit primus terminus, idest vel simplex, vel compositus, aut integer, aut fractus, semper de ea veram esse propositionem, quam supra enuntiavimus de serie 1 . 2 . 4 . 8 . &c.

Revera per formulam generalem $a . a m . a m^2 . a m^3 . \&c.$, in qua supponere datum est a æqualem esse cuilibet quantitati, innotuitur æquatio secundum theorematum conditiones, & habebimus

$$a + a m . a m^2 = a a m^4 - a a m^2,$$

ex qua proveniet, ut supra, æquatio

$$2 = m^2 - m.$$

THEOREMA SECUNDUM.

IN serie geometrica 1 . 2 . 4 . 8 . &c. si quatuor successivi termini sumantur, factum ex summa trium priorum in quartum æquatur differentia cuborum secundi, & tertii divisæ per potestatem 1 primi.

Notandum hic est, Sodales, divisorem secundi membri æquationis a me potius appellari potestatem primam primi termini, quam primum ipsum, etsi quantitas quæcumque, & prima ejus potestas idem valeant. Sed censui, expressionem hanc alteri præstare ad illam detegendam analogiam, de qua in antecedente theoremate mentionem feci.

Ut hoc etiam theorema exempla patefaciant, & quasi ostendant, facile intuemini

$$\begin{array}{r} 1 + 2 + 4 \cdot 8 = 64 - 8 = 56 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 + 4 + 8 \cdot 16 = 512 - 64 = 448 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 + 8 + 16 \cdot 32 = 4096 - 512 = 3584 \\ \hline 4 \end{array}$$

&c.

At

At demonstratio per formulam generalem se se exhibet, ut supra. Juxta theorematum conditiones hæc habebitur æquatio

$$\frac{1 + m + m^2 \cdot m^3}{1} = \frac{m^6 - m^3}{1},$$

ex qua educitur hæc alia

$$2 = m^3 - m^2 - m,$$

quæ tunc nimirum vera est, quando $m = 2$; quod demonstrandum erat.

Corollarium ad primum theorema additum nos monet, ut pari modo corollarium simile ad secundum etiam addamus: nempe a quocumque termino, vel simplici, vel composito, aut integro, aut fracto principium capiat series geometrica crescens ratione dupla, de ea affirmandam esse propositionem, quæ nunc demonstrata est de serie 1. 2. 4. 8 &c.; quoniam supposito, primum terminum, quicumque sit, æquare a , habebitur per conditiones theorematum

$$\frac{a + am + am^2 \cdot am^3}{a} = \frac{a^3 m^6 - a^3 m^3}{a},$$

& ex hac æquatio hæc altera

$$2 = m^3 - m^2 - m.$$

THEOREMA TERTIUM.

IN serie geometrica 1. 2. 4. 8 &c. si quinque successivi termini sumantur, factum ex summa quatuor priorum in quintum æquatur differentie quadrato-quadratorum secundi & tertii divisæ per potestatem 2 primi.

Veritatem hujus etiam theorematum inspiciamus, si vobis placet, in exemplis. Ecce

$$\frac{1 + 2 + 4 + 8 \cdot 16}{1} = \frac{256 - 16}{1} = 240$$

$$\frac{2 + 4 + 8 + 16 \cdot 32}{4} = \frac{4096 - 256}{4} = 960$$

$$\frac{4 + 8 + 16 + 32 \cdot 64}{16} = \frac{65536 - 4096}{16} = 3840$$

&c.

Sed

Sed ad consueta demonstrationem devenientes exprimamus theorema per æquationem hanc

$$\frac{1 + m + m^2 + m^3 \cdot m^4}{1} = \frac{m^8 - m^4}{1},$$

ex qua en alia

$$2 = m^4 - m^3 - m^2 - m,$$

quæ vera sane est, quando $m = 2$, quod nostrum erat ostendere.

Theorema hoc præcedentia theoremata, ut ita dicam, imitatum gaudet & ipsum suo corollario exornari. Scilicet verum se esse demonstrat non tantum de serie 1. 2. 4. 8 &c., sed de seriebus omnibus geometricis ratione dupla crescentibus, quicumque sit primus terminus, vel simplex, vel compositus, aut integer, aut fractus. Supponatur enim, hunc primum terminum æquare a ; & fiet per conditiones theorematis æquatio

$$\frac{a + am + am^2 + am^3 \cdot am^4}{a^2} = \frac{a^4 m^8 - a^4 m^4}{a^2},$$

& ex hac hæc altera

$$2 = m^4 - m^3 - m^2 - m.$$

Analogia, Sodales sapientissimi, quæ per theoremata, & corollaria diffunditur, usque adhuc expensa satis clare monstrat, posse infinitum aliorum theorematum & corollariorum numerum illis similibus proponi, sumendo nempe ex serie 1. 2. 4. 8 &c., vel ex quavis alia serie crescente ratione dupla sex successivos terminos, & postea septem, deinde octo, & sic deinceps in infinitum. Quapropter mihi satis esse arbitror, si sub uno tantum theoremate datum sit colligere & infinitum propositionum numerum, quæ exponendæ essent, & propositiones ipsas, quas hæcenus declaravi. Video tamen, me potuisse primo universale hoc theorema vobis exhibere, sicque a labore, quem ob tot casus particulares sustinuitis, vos liberare. Methodum hanc breviorē fuisse non inficior: ceterum nescio an fuisset ipsa commodior.

THEOREMA QUARTUM.

IN serie geometrica 1 . 2 . 4 . 8 &c., vel in quacumque alia crescente ratione dupla sumpto quovis numero terminorum successivorum, factum ex summa eorum dempto extremo in ipsum extremum æquatur differentiæ illius potestatis secundi & tertii termini, cujus potestatis exponens sit numerus sumptorum terminorum unitate imminutus, divisa autem differentiæ huic per primum terminum elatum ad illam potestatem, cujus exponens sit numerus terminorum tribus unitatibus imminutus.

Intelligitis, Sodales doctissimi, me, cum theoremata ostendissem de parvo terminorum numero, usum fuisse demonstratione simplicissima, quæ principium ducebat ab æquatione conditiones theorematis in dato terminorum numero non tantum capiente, sed eas palam commonstrante, nulla earum scilicet abscondita sub aliqua alia serierum proprietate. Nunc vero cum ostendendum sit theorema, in quo assumitur numerus terminorum indeterminatus, immo, si placeat, infinitus, nunc, inquam, cum indeterminatus, & infinitus theorematum numerus sub uno theoremate comprehendendus sit, permittetur, ut spero, ad demonstrationem confugere aliquanto magis artificiosam, non autem, si quid iudico, magis longam.

Proprietatem serierum geometricarum cognitam habent Mathematici, qua uti solent, ut quantitates, quæ itas series componunt, in summam redigant. Hæc est proprietas: in seriebus geometricis sic se habet secundus terminus primo diminutus ad primum, ut extremus primo diminutus ad summam terminorum, qui postremum antecedunt.

Quo posito seligatur in formula generali $a . am . a m^2 . a m^3 . \&c.$ quilibet terminorum successivorum numerus. Denominetur n exponens quantitatis m in postremo sumptorum terminorum, qui terminus idcirco erit am^n . Clare patet, cum supponamus commodi ergo, veluti indicatum est in primo theoremate, potestatem m in primo sumptorum terminorum æquare unitatem, seu, quod idem est, m in primo termino elatum esse ad potestatem 0, quapropter primus seriei terminus, qui exprimendus esset per am^0 , exprimitur per solam a , in præfenti theoremate $n + 1$ exprime-
re

re numerum sumptorum seriei terminorum. Hinc fit, ut sumptos terminos considerantes summam habeamus terminorum, qui extremum antecedunt, instituta proportionalitate $am - a : a :: am^n - a$ ad quartum, ex qua dignoscemus esse

$$\text{hunc quartum} = \frac{a \cdot am^n - a}{am - a}.$$

Consequenter multum facile erit per conditiones theorematum ad æquationem hanc devenire: videlicet

$$\frac{a \cdot am^n - a}{am - a} \cdot am^n = \frac{a^n m^{2n} - a^n m^n}{a^{n-2}},$$

quæ expurgata in hanc alteram convertitur

$$\frac{a^2}{m-1} = \frac{1}{a^{n-2}},$$

ex qua resultat

$$1 = m - 1,$$

& tandem $2 = m$:

quæ omnia ostendunt, ut videtis, nostrum theorema valere in quocumque terminorum cujuslibet seriei numero, dummodo tamen ejus termini ratione dupla augeantur.

Attamen si rationes in seriebus regnarent diversæ, quid eveniret? Ecce, Sodales, theoremata alia nonnulla, quæ ad series pertinent alias.

THEOREMA QUINTUM.

IN serie geometrica 1.3.9.27 &c. si tres successivi termini sumantur, factum ex summa duorum priorum in tertium æquatur medietati differentiæ quadratorum secundi & tertii divisæ per potestatem 2 primi.

Videatur hoc in particularibus exemplis.

$$1 + 3 \cdot 9 = \frac{81 - 9}{2} = 36$$

$$3 + 9 \cdot 27 = \frac{729 - 81}{2} = 324$$

$$9 + 27 \cdot 81 = \frac{6561 - 79}{2} = 2916$$

&c.

Veniamus inde ad demonstrationem. Conditiones theore-

matis hanc præbent æquationem

$$\frac{1 + m \cdot m^2}{2} = \frac{m^4 - m^2}{2},$$

ex qua colligimus

$$3 = m^2 - 2m,$$

idest verum esse theorema, quotiescumque sit $m = 3$, quod erat demonstrandum.

Neque minus verum inspiciemus theorema, cum ipsum non tantum de serie 1.3.9.27 &c., sed de quacumque crescente ratione tripla proponatur. Instituitur enim per formulam generalem æquatio. Erit hæc

$$\frac{a + am \cdot am^2}{2} = \frac{a^2 m^4 - a^2 m^2}{2}$$

ex qua habebimus, ut supra

$$3 = m^2 - 2m.$$

T H E O R E M A S E X T U M .

IN serie geometrica 1.3.9.27 &c. si quatuor successivi termini sumantur, factum ex summa trium priorum in quartum æquatur medietati differentię cuborum secundi & tertii divisæ per potestatem 1 primi.

Hoc etiam observetur in exemplis

$$\frac{1 + 3 + 9 \cdot 27}{2} = \frac{729 - 27}{2} = 351$$

$$\frac{3 + 9 + 27 \cdot 81}{2 \cdot 3} = \frac{19683 - 729}{2 \cdot 3} = 3159$$

$$\frac{9 + 27 + 81 \cdot 243}{2 \cdot 9} = \frac{531441 - 19683}{2 \cdot 9} = 28431$$

&c.

Et ad demonstrationem veniendo, juxta conditiones datas hæc nobis erit æquatio

$$\frac{1 + m + m^2 \cdot m^3}{2} = \frac{m^6 - m^3}{2},$$

ex qua deducitur

$$3 = m^3 - 2m^2 - 2m,$$

idest verum esse theorema, cum sit $m = 3$; quod demonstrandum erat. Hoc-

Hocque theorema, uti antecedens, ampliari potest; videlicet ipsum valet non tantum de serie 1. 3. 9. 27 &c., sed de quacumque crescente ratione tripla. Innotuitur per formulam generalem æquatio

$$a + am + am^2 \cdot am^3 = \frac{a^3 m^6 - a^3 m^3}{2 a},$$

& ex hac pariter colligemus

$$3 = m^3 - 2m^2 - 2m$$

Jam videtis, Sodales, facile mihi esse analogiæ auxilio fumere in serie 1. 3. 9. 27 &c., vel in quacumque alia crescente ratione tripla, non modo tres aut quatuor terminos, sed five quinque, five sex, five septem, five quovis alio numero, immo etiam, si mihi libuerit, infinito. Ex hoc infinitus gignitur theorematum numerus. Theoremata hæc autem tali ordine progrediuntur, & sic altera ad altera accedunt, ut omnia in unico theoremate comprehendere datum sit. Id ergo accidit theorematibus ad series ratione tripla crescentes spectantibus, quod accidere supra observavimus illis, quæ series ratione dupla crescentes respiciunt. At proponatur theorema hocce tam multa theoremata, seu potius infinitum theorematum numerum amplectens.

THEOREMA SEPTIMUM.

IN serie geometrica 1. 3. 9. 27 &c., vel in quacumque alia crescente ratione tripla, sumpto quovis numero terminorum successivorum, factum ex summa eorum dempto extremo in ipsum extremum æquatur medietati differentiæ illius potestatis secundi & tertii termini, cujus potestatis exponens sit numerus sumptorum terminorum unitate imminutus, divisiæ autem medietati huic per primum terminum elatum ad illam potestatem, cujus exponens sit numerus terminorum tribus unitatibus imminutus.

Eligatur ex formula generali $a \cdot am \cdot am^2 \cdot am^3 \cdot \&c.$ quovis terminorum numerus. Denominetur n exponens quantitatis m in sumptorum terminorum extremo, qui idcirco erit am^n . Deinde per proprietatem serierum geometricarum in demonstratione theorematis quarti adhibitam, & per conditiones theorematis, quod nunc demonstrandum est, hæc habebitur æquatio

$$\frac{a \cdot am^n - a}{am - a} \cdot am^n = \frac{a^n m^{2n} - a^n m^n}{2a^{n-2}},$$

quæ aptis artificiis pertractata ostendit $3 = m$.

Consideratis seriebus geometricis 1. 2. 4. 8 &c., 1. 3. 9. 27 &c., omnibusque aliis possibilibus ratione sive dupla, sive tripla crescentibus, nemo est qui plane non sentiat, considerari similiter posse quamcumque ex aliis infinitis numero seriebus ratione crescentibus vel quadrupla, vel quintupla, vel sextupla, vel quavis alia, etiam irrationali, aut indeterminata. Dicamus vero aliquid de ratione quadrupla; & proposito theoremate, quod valeat de quacumque serie ratione quadrupla crescente, & de quocumque numero terminorum, qui in ipsa serie sumantur, ratio hæc quadrupla viam, ut ita dicam, nobis indicet, qua ad generalissimum theoremata & de omnibus rationibus, & de omni terminorum cujuscumque rationis numero perducamur.

T H E O R E M A O C T A V U M.

IN serie geometrica 1. 4. 16. 64 &c., vel in quacumque alia crescente ratione quadrupla, sumpto quovis numero terminorum successivorum, factum ex summa eorum dempto extremo in ipsum extremum æquatur tertiæ parti differentiæ illius potestatis secundi & tertiæ termini, cujus potestatis exponens sit numerus sumptorum terminorum unitate imminutus, divisæ autem tertiæ huic parti per primum terminum elatum ad illam potestatem, cujus exponens sit numerus terminorum tribus unitatibus imminutus.

Sumatur ex formula generali $a \cdot am \cdot am^2 \cdot am^3$ &c. quavis terminorum numerus, atque juxta regulas, quibus in theoremate quarto, & in septimo usi sumus, veniamus ad sequentem æquationem

$$\frac{a \cdot am^n - a}{am - a} \cdot am^n = \frac{a^n m^{2n} - a^n m^n}{3a^{n-2}};$$

& ex hac æquatione ecce post brevissimas operationes demonstratio; idest ecce æquatio hæc altera $4 = m$.

Animadvertite nunc tandem, Sodales doctissimi, tum cum a ratione dupla ad triplam transeamus, factum ex sumptorum terminorum summa dempto extremo in extremum
non

non amplius æquale esse quantitati, quam antea æquabat, sed ejus medietati: & cum transitus fiat ad rationem quadruplam, æquale esse tertiæ parti. Hinc itaque mihi visum est argumentandum esse ob quamdam analogiam, si regnaret in serie ratio quintupla, tunc factum æquare quartam partem illius quantitatis; & si regnaret ratio sextupla, factum æquare quintam partem; & sic deinceps. Hæc autem in causa fuere, ut ausus sim statuere theorema amplissimum, cui scilicet subjiciendæ sint series omnes possibiles five crescentes, five decrescetes ratione qualibet. En theorema hocce, quod vero in infinita, qua gaudet, universalitate theoremata illa etiam, quæ supra declaravimus, non comprehendere nequit.

T H E O R E M A N O N U M .

IN quacumque serie geometrica, sumpto quovis terminorum successivorum numero, factum ex summa eorum dempto extremo in ipsum extremum æquatur differentiæ, quam habemus elevando secundum & tertium ad potestatem, cujus exponens sit numerus terminorum unitate imminutus, dein subducendo potestatem hanc secundi a simili potestate tertii, divisæ autem differentiæ huic per primum terminum elatum ad potestatem, cujus exponens sit numerus terminorum tribus unitatibus imminutus, dein multiplicatum per denominatorem seriei dempta unitate.

Demonstratio erit brevissima. Juxta solitas denominationes & regulas, atque secundum theorematum conditiones hæc instituitur æquatio

$$\frac{a \cdot am^m - a}{am - a} \cdot am^n = \frac{a^n m^{2n} - a^n m^n}{a^{n-2} \cdot m - 1}$$

hinc post debitas operationes

$$a^2 = \frac{a^n}{a^{n-2}},$$

quibus nimirum æquationis membris ad eandem denominationem reductis, habebimus $a^n = a^n$.

Hæc erant, Sodales optimi, theoremata, quæ de geometricis seriis meo se se animo exhibuerunt. Animadversiones haud paucæ theoremata secutæ sunt. Ex his nonnullas,

las, humanitate vestra permittente, vix attingam. Post hoc finem faciam.

Primum videtur minime contemnenda esse formula, quæ nobis patefacere potis sit alicujus seriei summam: evidens autem est, secundum membrum æquationum, quibus nostra expressimus theoremata, divisum per quemvis terminum serierum, ad quas æquationes hæc pertinent, æquale esse summæ omnium antecedentium terminorum. Atque si utamur æquatione theorematis noni, secundum membrum possibilibus omnibus geometricis seriebus inserviet. Neque sane negabo, mathematicos habere methodos simpliciores, quibus serierum summas detegant; sed cur methodum hanc aliam antiquis addere recusabant? Posset aliquando forsan inter eorum supputationes ipsis formula hæc nostra se se offerre, & ideo non profus inutile esse, quod antea cognovissent.

Secundo loco animadvertendum esse cenleo, cum in demonstrationibus theorematum primi, secundi, & tertii habeantur æquationes

$$2 = m^2 - m$$

$$2 = m^3 - m^2 - m$$

$$2 = m^4 - m^3 - m^2 - m$$

in demonstrationibus vero theorematum quinti, & sexti æquationes

$$3 = m^2 - 2m$$

$$3 = m^3 - 2m^2 - 2m$$

hinc aliquid deduci, quod, ni fallor, seriebus in summas colligendis utile nonnihil videri possit: idem quotiescumque a potestate cujusvis gradus subducatur summa omnium potestatum inferiorum, radicem illius potestatis æquare 2: & cum a potestate cujusvis gradus subducatur duplum summæ potestatum inferiorum, radicem illius potestatis æquare 3: & cum subducatur triplum, radicem æquare 4: & sic deinceps. Facili negotio hæc intuemur, forinulas duas dissimiles simul comparando, quæ tamen habeant in quantitativibus negativis idem coefficientens. Consideretur exempli causa æquatio hæc

$$m^2 - 4m = m^4 - 4m^3 - 4m^2 - 4m,$$

& cu post perpaucas operationes $m = 5$.

Sed ut his concedatur universalitas illa, atque illa simplicitas, quæ ipsis conveniunt, unica propositione claudantur

omnia. Videlicet, si a quavis potestate omnes subducantur potestates inferiores eodem coefficiente affectæ, potestas prima, sive radix æquabitur coefficienti unitate aucto. Sit enim coefficientis = c : & nobis sic apparebit superior æquatio

$$m^2 - cm = m^4 - cm^3 - cm^2 - cm,$$

ex qua colligitur

$$m = \frac{c}{2} \pm \frac{c+2}{2}$$

idest $m = c + 1$.

Tertio loco observationibus nostris dignam porro esse arbitror seriem valde illustrem, ad quam statim vocamur a demonstratione theorematis primi. In hac apparent per regulas quadratorum affectorum valores duo quantitatis m ; nempe $m = 2$, & $m = -1$. Valor hic secundus nobis exhibet seriem geometricam $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1$ &c. In hac igitur serie valet theorema primum, quod de serie crescente ratione dupla valere demonstratum est. Propositio hæc ad alteras perduxit: idest & valere de serie $1 - 1 + 1 - 1$ &c. theorema tertium, & quotquot alia proponenda fuissent de ratione dupla, dummodo tamen termini, qui sumendi essent in serie, numero essent impari: quo in casu æquatio, quæ exprimeret theorema, fieret $0 = 0$. Immo valent pariter de hac serie theoremata, quæ respiciunt & rationem triplam, & quadruplam, & quintuplam, & omnes alias, dummodo vero, uti supra enuntiatum est, dispar sit numerus terminorum, qui sumuntur, quippe quia semper nobis erit æquatio $0 = 0$. Non item, si par esset terminorum, qui sumerentur, numerus. Æquatio, quæ institueretur ad exprimendum theorema, se se converteret in æquationem aliam, quæ haberet membrum unum negativum, & alterum positivum: quod esset falsum & impossibile. Æquatio primi theorematis esset

$$1 - 1 \cdot 1 = \frac{1^2 - 1^2}{1^0},$$

idest $0 = 0$.

Æquatio secundi theorematis esset

$$1 - 1 + 1 \cdot -1 = \frac{1^3 + 1^3}{1^1},$$

idest $-1 = 2$.

Hæc

Hæc duo exempla sufficient: quoniam satis clare patet, cum numerus terminorum sumptorum sit dispar, primum æquationis membrum affirmare quantitates easdem, quas negat; at membrum alterum & affirmare potestatem quamdam, & negare eam ipsam; quo fit, ut sive formula unius membri, sive formula alterius sit nihil, quod naturam mutare nunquam potest, etsi in primo membro multiplicetur per quantitatem quamdam, in secundo per quamdam potestatem dividatur. Verum cum numerus terminorum sumptorum par sit, in primo membro multiplicatur quantitas positiva per negativam, quod exhibet quantitatem negativam: in secundo autem membro additur potestas potestati æquali, quæ summa dividitur per potestatem inferiorem, & hoc prætat quantitatem positivam. Minime tandem dubitandum est, quin series hæc nostra $1 - 1 + 1 - 1$ &c. obediat theoremati nono, quod in infinita universalitate omnes omnino series complectens, illam quoque comprehendet, cujus exponens sit $\frac{1}{-1}$, vel quod idem significat $\frac{-1}{1}$.

Credidi, Sodales humanissimi, haud molestum vobis futurum fuisse, in meæ orationis fine me ad istam seriem considerandam converti, quæ præterquam quod satis clara jam erat, mirum in modum ejus celebritas aucta est, cum eam paucis ab hinc annis expendere non fuerit dedignatus in hoc sapientissimo congressu Præceptor meus Franciscus Maria Zanottus Philosophus vere summus. Magni homines nonnulli, ut probe scitis, ante ipsum seriem hanc intuentes, hujus summam æquare nihilum judicaverant: Zanottus, ut in philosophicis, atque mathematicis rebus solet, hanc meditans, summam ejus æquari posse cuivis quantitati demonstravit, ac proinde seriem subtraxit a nihilo, in quod ob antiquiorum mathematicorum incuriam redigi coacta fuerat. Præceptor, quem maxime veneror, hoc etiam titulo plura debeo: quoniam nisi ejus inventa, & demonstrationes sermoni huic meo prævisissent, multa meorum theorematum pars, nec non mearum animadversionum in nihilum conversa evanesceret.

SEBASTIANI CANTERZANI

De curvæ catenariæ æquatione.

SCitis profecto, curvæ catenariæ æquationem commodissime per variationum calculum ab eo principio duci, quod simplex in primis est, & obvium; corpus grave sibi relictum, si suspensum sit, ibi denique consistere, ubi eius centrum gravitatis est maxime depressum. Ab hoc ego principio cum vellem, sola usus vulgari maximorum ac minimorum methodo, æquationem eandem petere, en, Sodales optimi, rem quomodo confecerim.

Fingantur rectæ tres AB , BC , CD (*Fig. 1.*) graves, quarum summa maior sit distantia punctorum A , D ; æque ita inter se connexæ, atque hinc & illinc e punctis A , D suspensæ, ut circa puncta A , B , C , D volvi libere possint in partem omnem. Per puncta A , D intelligatur planum verticale AKD , in quo ducta sit per D horizontalis linea DK , & per A verticalis AK .

Sint R , S , T puncta media rectarum AB , BC , CD . Satis constat, esse puncta hæc rectarum singularum gravitatis centra. Satis etiam constat, centrum commune gravitatis duarum AB , BC in rectam cadere RS , quæ centra gravitatis singularum iungit: quod propterea centrum in plano versatur trianguli ABC , quod efficitur ducta recta AC . Quoniam vero rectæ duæ AB , BC suspensæ sunt e punctis A , C , non ante in æquilibrio consistent, quam planum ABC infra rectam AC verticalem positum obtineat; extra enim hunc positum, clarum est, posse singula plani puncta, ideoque & gravitatis centrum rectarum ipsarum AB , BC , ultra descendere. Quod idem cum ad rectas BC , CD e punctis B , D suspensas transferri debeat, pronum est col-

ligere, lineas tres AB, BC, CD suspensas e punctis A, D, si in æquilibrio consistant, in uno eodem verticali plano iacere omnes, nempe in plano AKD. Neque enim posset verticale planum duarum BC, CD aliud esse a verticali plano duarum AB, BC, nisi si recta BC, quæ media est, verticalis ipsa foret; quæ si verticalis esset, non posset planum BCD infra rectam BD esse constitutum, ut clarum per se est.

Verticales igitur lineæ RO, BQ, SL, CE, TI (Fig. 2.) per puncta R, B, S, C, T ductæ horizontali DK occurrunt in O, Q, L, E, I. Ex noto autem mechanicorum theoremate centrum commune gravitatis rectarum trium AB, BC, CD ab horizontali DK distabit quantitate $\frac{AB \cdot RO + BC \cdot SL + CD \cdot TI}{AB + BC + CD}$; qua propterea quantitate maximum continetur.

Per B & C sint horizontales BG, CF, quæ fecent verticales AK, BQ in G & F; vocenturque rectæ graves AB, BC, CD a, a', a'' , anguli vero GAB, FBC, ECD ϕ, ϕ', ϕ'' . ex quo erit $AG = a \cdot \cos \phi$, $BF = a' \cdot \cos \phi'$, $CE = a'' \cdot \cos \phi''$, & $RO = a'' \cdot \cos \phi'' + a' \cdot \cos \phi' + \frac{a \cdot \cos \phi}{2}$, $SL = a'' \cdot \cos \phi'' + \frac{a' \cdot \cos \phi'}{2}$, $TI = \frac{a'' \cdot \cos \phi''}{2}$. Factis igitur substitutionibus in formula modo inventa, erit maximum

$$\frac{a(a'' \cdot \cos \phi'' + a' \cdot \cos \phi' + \frac{a \cdot \cos \phi}{2}) + a'(a'' \cdot \cos \phi'' + \frac{a' \cdot \cos \phi'}{2}) + a''(\frac{a'' \cdot \cos \phi''}{2})}{a + a' + a''}$$

Hinc per vulgarem maximorum & minimorum methodum

$$a(-a'' \cdot \sin \phi'' \cdot d\phi'' - a' \cdot \sin \phi' \cdot d\phi' - \frac{a \cdot \sin \phi \cdot d\phi}{2}) + a'(-a'' \cdot \sin \phi'' \cdot d\phi'' - \frac{a' \cdot \sin \phi' \cdot d\phi'}{2}) + a''(-a'' \cdot \sin \phi'' \cdot d\phi'') = 0. \text{ Sed } a'' \cdot \cos \phi'' + a' \cdot \cos \phi'$$

$+ a \cdot \cos \phi = AK$ est quantitas constans; quare $-a'' \cdot \sin \phi'' \cdot d\phi'' - a' \cdot \sin \phi' \cdot d\phi' - a \cdot \sin \phi \cdot d\phi = 0$; & constans etiam est quantitas $a'' \cdot \sin \phi'' + a' \cdot \sin \phi' + a \cdot \sin \phi = DE + CF + BG = DK$; ex quo $a'' \cdot \cos \phi'' \cdot d\phi'' + a' \cdot \cos \phi' \cdot d\phi' + a \cdot \cos \phi \cdot d\phi = 0$. Ergo eliminando duo ex tribus elementis $d\phi, d\phi', d\phi''$, tum dividendo superflitem æquationem per tertium, existet denique $\sin(\phi - \phi') \cdot \sin \phi'' \cdot (a' + a'') = \sin(\phi' - \phi'') \cdot \sin \phi \cdot (a + a'')$.

Sint

Sint iam rectæ graves non tres solum, sed quotlibet $a, a', a'', a''', a^{iv}, a^v, a^vi$ &c., angulique, quos cum verticalibus faciunt, vocentur $\varphi, \varphi', \varphi'', \varphi''', \varphi^{iv}, \varphi^v, \varphi^vi$ &c. si suspensæ in æquilibrio consistant, dubium non est, quin omnes in uno eodem verticali plano versentur; versari enim debent, quemadmodum ostendimus, ternæ; quod fieri nequit, quin versentur omnes. Dubium præterea non est, quin omnes simul stare debeant æquationes, quarum unamquamque ex ternarum rectarum comparatione oriri modo demonstravimus; nimirum

$$\begin{aligned} \sin(\varphi - \varphi') \cdot \sin \varphi'' \cdot (a' + a'') &= \sin(\varphi' - \varphi'') \cdot \sin \varphi \cdot (a + a') \\ \sin(\varphi' - \varphi'') \cdot \sin \varphi''' \cdot (a'' + a''') &= \sin(\varphi'' - \varphi''') \cdot \sin \varphi' \cdot (a' + a'') \\ \sin(\varphi'' - \varphi''') \cdot \sin \varphi^{iv} \cdot (a''' + a^{iv}) &= \sin(\varphi''' - \varphi^{iv}) \cdot \sin \varphi'' \cdot (a'' + a''') \\ \sin(\varphi''' - \varphi^{iv}) \cdot \sin \varphi^v \cdot (a^{iv} + a^v) &= \sin(\varphi^{iv} - \varphi^v) \cdot \sin \varphi''' \cdot (a''' + a^{iv}) \\ \sin(\varphi^{iv} - \varphi^v) \cdot \sin \varphi^{vi} \cdot (a^v + a^vi) &= \sin(\varphi^v - \varphi^{vi}) \cdot \sin \varphi^{iv} \cdot (a^{iv} + a^v) \end{aligned}$$

&c. &c.

Quæ quidem æquationes si omnes simul multiplicentur, patet, deletis factoribus communibus, prodire æquationem $\sin(\varphi - \varphi') \cdot \sin \varphi^v \cdot \sin \varphi^{vi} \cdot (a^v + a^vi) = \sin(\varphi^v - \varphi^{vi}) \cdot \sin \varphi \cdot \sin \varphi' \cdot (a + a')$, idest $\frac{\sin \varphi^v \cdot \sin \varphi^{vi} \cdot (a^v + a^vi)}{\sin(\varphi^v - \varphi^{vi})} = \frac{\sin \varphi \cdot \sin \varphi' \cdot (a + a')}{\sin(\varphi - \varphi')}$. Ex quo perspicuum fit, si rectæ duæ accipiantur, altera alteri proxima, $a^\mu, a^{\mu+1}$, quarum anguli cum verticalibus sint $\varphi^\mu, \varphi^{\mu+1}$, fore quantitatem $\frac{\sin \varphi^\mu \sin \varphi^{\mu+1} \cdot (a^\mu + a^{\mu+1})}{\sin(\varphi^\mu - \varphi^{\mu+1})}$ constantem, quæcumque sint rectæ illæ duæ, quæ acceptæ fuerunt; est enim quantitas hæc eidem illi $\frac{\sin \varphi \cdot \sin \varphi' \cdot (a + a')}{\sin(\varphi - \varphi')}$ perpetuo æqualis.

Sint denique rectæ graves numero infinitæ, magnitudine infinite parvæ, ut curva existat catenaria. Ex dictis liquet, curvam hanc in uno eodemque verticali plano iacere totam: quare est eius curvatura simplex. Sit ergo ABM (Fig. 3.) eius pars quælibet: atque intelligantur ordinatæ tres horizontales p B, p C, p D, paribus, iisque infinite parvis intervallis inter se distitæ, occurrentes axi verticali K P in p, P, p. Vocetur p B = y, p C = y': ductisque verticalibus

bus $BF, CE = dx$, erit $FC = dy$, $ED = dy'$, & $BC = \sqrt{dx^2 + dy^2}$, $CD = \sqrt{dx^2 + dy'^2}$; finus vero anguli BC
 $= \frac{dy}{\sqrt{dx^2 + dy^2}}$, eiusque cofinus $= \frac{dx}{\sqrt{dx^2 + dy^2}}$, & finus
 anguli $ECD = \frac{dy'}{\sqrt{dx^2 + dy'^2}}$, eiusque cofinus $= \frac{dx}{\sqrt{dx^2 + dy'^2}}$;
 unde colligitur finus differentiarum angularum eorundem
 $= \frac{dx dy - dx dy'}{\sqrt{dx^2 + dy^2} \sqrt{dx^2 + dy'^2}}$. Per ea igitur, quæ paulo ante
 demonstrata sunt, erit $\frac{dy dy' (\sqrt{dx^2 + dy^2} + \sqrt{dx^2 + dy'^2})}{dx (dy - dy')}$
 $= 2b$, nempe quantitas constans. Quoniam $y' = y + dy$,
 ideoque $dy' = dy + ddy$, si fiant in æquatione inventa substitu-
 tionem, terminique, qui præ aliis infinitesimi sunt, de-
 leantur, prodibit $\frac{dy^2 \sqrt{dx^2 + dy^2}}{-dx ddy} = b$. Ad integrationem po-
 natur $dy = p dx$, unde $ddy = dp dx$, & $\sqrt{dx^2 + dy^2}$
 $= dx \sqrt{1 + p^2}$: perfectisque substitutionibus, vertetur æqua-
 tio in hanc $\frac{dp}{p^2 \sqrt{1 + p^2}} = \frac{-dx}{b}$, quæ integrata dat $-\frac{\sqrt{1 + p^2}}{p}$
 $= \frac{-x + c}{b}$, ubi $\frac{c}{b}$ est constans quantitas in ipsa integra-
 tione addita. Restituatur $\frac{dy}{dx}$ pro p , existetque $-\frac{\sqrt{dx^2 + dy^2}}{dy}$
 $= \frac{-x + c}{b}$, ac tandem $dy = \frac{b dx}{\sqrt{(c - x)^2 - b^2}}$, quæ illa ipsa
 est catenariæ curvæ æquatio, quam mathematicorum prin-
 ceptus Leonhardus Eulerus in immortalis libri de curvis ma-
 ximi minimive proprietate gaudentibus pag. 138 invenit.

Fig. 1.

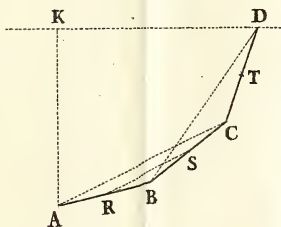


Fig. 2.

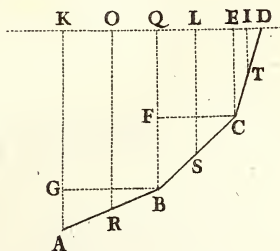
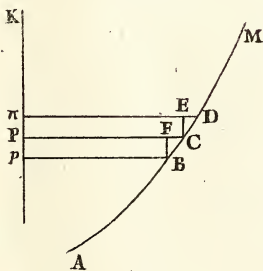


Fig. 3.





JOSEPHI VERATTI

*De Lacte**Observationes, atque experimenta.*

INter multa, quæ humano corpori alendo, nutriendoque a natura comparata sunt, ut vel partes augeantur, vel in eodem statu permaneant, vel denique robur acquirant, lac principem locum habere, omnes quidem facile concedent. Lac enim non solum nobilissimum est in quamplurimis morbis medicamentum, sed præstantissima insuper nutriendi facultate pollet, quam sapiens natura primum indicavit, iteratæ postmodum observationes confirmarunt. Verum quamvis multa de lactis natura apud gravissimos scriptores occurrant, multa itidem de recta illius administratione, unde optimæ regulæ fancitæ sunt, ab iis maxime attendendæ, qui hoc medicamenti genere uti cupiunt, aut aliis ipsum consulto præscribere, nihilominus aliquid adhuc desiderari posse arbitror, quod ad eas mutationes pertinet, quas lac subire animadverti, ubi in animalium stomacho commoratur, & ad intestina descendens in alibilem succum converti incipit. Itaque cum observatione detexerim, naturam in lacte digerendo modum quemdam fervare, quo non omnino, uti cetera alimentorum genera, in chymosam substantiam resolvatur, ideo proposui, quod observando, experiendoque collegeram, in sequentem sermonem distribuere. Nam eo studia hæc nostra spectabant, ut cognita naturæ methodo, qua lac in alentem succum convertitur, ejus impofterum usus, si fieri posset, tutior aliquanto redderetur. Quæ cum prætare aggredior intelli-
gi-

gitis, Academici sapientissimi, observationes hujusmodi nonnisi in animantium genere me instituere potuisse; quarum analogia, si unquam est attendenda, nunc certe videtur maxime, quoniam lac non solum homini præstantissimum est alimentum, sed etiam quamplurimis animantium speciebus commune. Verum ab initio exordiamur.

Prima itaque mutatio, quam lac subire in animalium stomacho constanter deprehendi, est ipsius coagulatio. Cum aliquot horis elapsis animalia, quibus lac exhibueram, dissecuissem, id omne vel in unam consistentem massam, vel in plures discretos grumos conversum animadverti, qui ferrosæ lactis parti innatantes casei odorem plane retinebant. Sed hæc formæ diversitas, qua lac nunc in grumos, nunc in solidum corpus coactum se offerebat, eadem semper in animalibus ejusdem speciei apparuit. Quibus quatuor ventriculi sunt, veluti ruminantia, in iis lac in grumos concretum se præbuit: in illis, quæ unico ventriculo alimentorum digestionem absolvunt, unius corporis solidi formam acquisiverat, quod casei secundarii, ut dixi, odorem, saporem, ac consistentiam sic adamussim æmulabatur, ut nulla vel levissima nota ab illo distingueretur. Sive lactis coagulatio ex propria indole, sive ex præcedentis lactis fermento repeti debeat, non omnès in ruminantibus ventriculi muneri huic a natura comparati sunt. Cum enim hanc observationem de industria sæpe iterarem, ruminantibus omnis ferme generis haud parcens, plerumque nullas concretas lactis particulas in primo, secundo, & tertio illorum ventriculo reperiebam; quapropter in quarto solum lac cogi conjectatus sum, ubi perfectam quoque alimentorum in chylum conversionem fieri rationi consentaneum est. In agnis certe, vitulis, & hædis, quorum ventriculos aperiendo diligentissime perlustraveram, res semper, quo dixi modo, cessit.

Veruntamen, ut certior adhuc fierem de prima hujusmodi mutatione, quæ statim epoto lacti accidit, aliis deinde multis observationibus opus fuit. Singularum tamen enarrationem libenter præteribo, ne longior videar, quam par est. Dicam ergo de iis præcipue, quas in duobus vitulis, atque agno uno nuperrime feceram. Vitulorum alter triginta dies natus erat, alter quadraginta sex. Ambo, pau-

cis ante mactationem horis, lac magna copia ex uberibus matris suxerant. Dissectis post mortem vitulis, tres primi eorum ventriculi fæno solum macero, ac fœtente repleti erant, quod cibi genus nonnisi ex lectulo ipsis in stabulis jacentibus substrato capere potuerant. Lac, quod pridem suxerant, in quarto ventriculo omne in grumos coactum inveni. In agno, qui aliquando ad pabulum profectus erat, cui horam unam cum dimidia antequam mactaretur sufficiens lactis copia exhibita fuerat, tres primi ventriculi gramine, aliisque herbis replebantur fœtidissimum odorem exhalantibus, sed coacti lactis particula nulla in ipsis inventa est: quidquid enim de eo assumpserat in quarto continebatur, totum in grumos conversum. Quapropter ex eo tempore, quo hæc deprehendere cœpi, non amplius dubitavi, quin natura de lactis coagulatione magnopere sollicita esset, antequam ipsum ad intestina pertingeret, quamvis rei hujus finem ignorarem.

Post hæc, quæ primum in ruminantibus casu potius quam consilio inveneram, iteratis observationibus comprobare conatus sum. Deinde cœpi apud auctores quærere, si quid simile ipsis observare contigisset, ut in ea, quam amplexus fueram, opinione confirmarer. Perlegi multos, qui de lacte scripserunt, inter quos Lewenoekium, apud quem in aliqua notatu digna incidi, quæ si cum iis, quæ a nobis indicata sunt, conferantur, observatis nostris majus pondus additura esse confidimus. Monet enim auctor iste, quod in vituli stomacho lactis particule coagulatae inveniuntur: at in quo ejus ventriculo reperiantur non docet. Ventrem hunc *Lebbe* vernacula lingua appellat, quemque, uti ex obscura auctoris dictione colligere potui, eundem esse suspicatus sum, in quo toties memoratos lactis grumos conspexeram. Ubi autem de alio vitulo mentionem facit, qui per viginti quatuor horas jejunaverat, partes lactis coagulatas juglande majores ab ejus stomacho eduxisse testatur, quæ duritie caseo recens confecto poterant assimilari. Postmodum alia subjungit, quæ a lanionibus tantum, ac rusticis acceperat, quibus lac in agnorum subrumorum stomacho cogi sibi facile persuasit: immo vero tantam hujus coagulationis necessitatem esse arbitratur, ut affirmare non dubitet, liquidas dejectiones in iis, qui lacte utuntur, deficientis

tis acidi in stomacho signum esse, propterea quod lac in perfectum coagulum non vertatur. Quam sane conjecturam verisimilem esse, inferius demonstrabimus, quamvis lactis coagulationem ad aliam causam, quam ad stomachi acidum referendam esse existimemus. Similiter clarissimus Hallerius hæc affert. *Vitulus pastus lacte vaccino id in ventriculo coagularum habet, tum ex propria lactis indole, tum ex fermento lactis præcedentis. Ibi pars serosa secedit, reliquum fit caseus viscidus, qui per secundum, tertium, & quartum ventriculum, liquida parte perpetuo emulsa, ad duodenum pervenit &c.* Circa quæ unum tantummodo est, in quo a tam egregio Viro dissentiam, qui non in quarto, ut ipse, sed in primo ventriculo lactis coagulationem fieri putat: quod ab observatione prorsus alienum videtur. Sed utcumque id est, illud possum certo affirmare, me sæpe in quarto ventriculo adeo prægrandes lactis grumos invenisse, ut per orificia reticuli transire non potuissent. Quod etiam si concedatur, qui fieret, quæso, ut illius actioni subjecti, quæ instar pistrini est, consistentem adeo formam retinerent? plantarum enim, quibus animantia hæc nutriuntur, textura in eo ventriculo ita dissolvitur, ut illæ fluiditatis statum acquirant. Sed ad observationes nostras redeamus.

Interea nova non destiti experimenta instituere, in iis præsertim animalibus, quæ vegetabilibus simul, & carnibus aluntur: erant enim hæc magnopere necessaria, si quid in hominibus non improbabili conjectura statuere voluissimus. In felibus, & catulis experimenta capta sunt, atque multoties repetita. Inter eos delegi, qui plerumque quindecim, vel viginti dies nati erant, neque ad lactis observationem deveniebam, nisi prius dux vel tres ab assumpto lacte horæ fuissent præterlapsæ. Feles, & catuli primum per integram noctem jejunabant, postea eam lactis copiam hauriebant, quæ ad ipsorum appetitum explendum requirebatur, & tenella ætas ferebat. His præmissis animalia adhuc viva aperiebantur, ac illorum ventriculis patefactis lac in unam consistentem, solidamque massam coactum, compactumque constanter comperiebam, aut animalia carnibus essent assueta, aut lac adhuc ex matris uberibus sugerent. Quæ cum ita sint, quid vetat, quo minus putemus eandem quoque fieri in humano stomacho lactis alterationem?

Ali-

Alimentorum pleraque genera animalibus æque ac hominibus communia sunt: succorum gastricorum indoles in utriusque non abfimilis esse videtur, calor ferme idem. Quorsum ergo timor ille, qui cum veteres, tum recentiores medicos in lactis usu præscribendo invasit, ne illud in stomacho coagularetur? Galenus asininum lac ceteris lactis generibus anteposuit, quod raro in ventriculo cogi arbitraretur; immo ne id forte contingeret, salem, & mel eidem adjungebat, ut coagulum omnino prohiberetur. Quam Galeni praxim plerique medici sequuti sunt, modo lacti saccharum addendo, modo saponem venetum, modo alia hujus census plura, quibus cum attenuandi, ac resolvendi facultas insit, lactis spissitudinem nimiam, ac subitam in primis viis coagulationem impediri contendebant. Clarissimus Rhedius, ubi lactæ diætæ regulas præscripsit, saccharum lacti semper adjunxit; Boerhavius saponem venetum; quorum tamen gravissimorum virorum consilium non modo non reprehendo, sed magnopere laudo. Nam quamvis hæc effectum, quem putant, minime præstare apta sint, nihilominus hoc nomine saltem prodesse censeo, quod laxandi vi, qua pollent, serosæ lactis parti conjuncta viscidos intestinorum humores attenuando, ac detergendo viam quasi lacti sternant, ut promptius, expeditiusque in chyliiferorum oscula ingrediatur.

Ceterum his, quæ diximus, dissolventibus nihil proficitur. Lac enim non minus quam antea in animalium stomacho figitur. Felibus sape datum fuit cum saccharo: vitulis autem nunc cum sale, nunc cum melle exhibitum est. In felibus instar casei secundarii de more concreverat, in vitulis consuetam grumorum formam acquisiverat. Quid quod ne lactis quidem ebullitio ipsa id potuit prohibere? Medicorum præceptum est, ut imbecillis stomacho lac non crudum, sed coctum præscribatur. Ballonius medicus præstantissimus ægrotantis historiam affert, qui dysenterico fluore laborabat. Huic post multis remediis incassum adhibitis, medici lactis bubuli recenter emulsi usum magnopere commendarunt. Plura symptomata exinde sequuta sunt; inter ea graves animi defectiones, quas ex lactis coagulatione medici omnes repetebant, auctoritate Diascoridis freti, qui lac in ventriculo coagulatum veneni instar agere monet.

Veruntamen cum lactis usus in ægrotante necessarius videretur, acutior medicus consuluit, ut lac coqueretur, quo factò non amplius nocuit, immo valde profuisse traditum est. His præmonitus occasionem experiendi arripui, & lac coctum, ac bene ebullitum quibusdam scilicet, qui per integram noctem nihil cibi sumpserant, hauriendum dedi. Post horas tres cum eos dissecuissem lac omne comperi coagulatum. Qua de re non ab ejus coagulatione, sed ab aliqua alia ipsius qualitate, nondum satis perspecta, ventris tormina, flatus, animi defectiones &c. quandoque oriri credendum est. Revera fateri oportet, in lacte aliquid esse, quod stomachi imbecillitate laborantibus valde noceat, quodque sola ebullitione emendatur. Capiti quandoque infensum esse Galenus docuit. Fumosum esse, & virositatis speciem quamdam acquirere, in quibus acres, biliosique humores peccant, & hypochondria murmurant, Hippocrates ante omnes, atque alii impostiterum celeberrimi viri suis observationibus confirmarunt. At non difficile esse judico, rationem aliquam invenire, cur interdum homines ab ejus usu adeo vehementer lædantur. Siquidem cum lac vegetabilium naturam, atque indolem magna ex parte referat, conjectari etiam potest, quod aliquando in stomacho fermentescat, unde elastici halitus, vaporesque gignantur, a quibus intestinorum tormina excitentur, caput, & cerebrum repleatur, diarrhœæ fiant &c., quæ non ex coacta, sed ex fermentante lactis substantia vel in stomacho, vel in intestinis repetenda videntur. Quæ igitur in eo fit coagulatio, minime vitio verti debet, sed provido naturæ consilio. Est autem ratio hæc, nisi fallor, utilissima. Nam si lac non coactum e stomacho elaberetur, atque ad intestina immutatum pertingeret, neminem fortasse vel robustissimum hominem non læderet.

Hactenus de observationibus, quæ ad hanc primam lactis mutationem spectant. Nunc paucis complectamur, quæ ulterius prosequens in hujus subitæ, ac nondum antea bene perspectæ alterationis causa investiganda detexi. Medici namque officium est non modo phænomena, quæ in animali corpore fiunt, sedulo animadvertere, sed in eorum originem, causasque pari quoque diligentia investigare. Cogitanti itaque mihi tres potissimum causæ se obtulerunt,
qui-

quibus lac cogi posse suspicabar. Hæ autem vel in eo, vel in stomacho, vel in utriusque erant quærendæ. In lacte aliquid latere potuisset, quod caseosam, simulque butyraceam partem figeret: vulgatum quippe est, lac sponte acefcere, idque præsertim quando in loco calido asservatur. Acidorum proprium esse lac cogere, notissima omnibus res est. Fieri ergo poterat, ut acidum in lacte absconditum accedente animali calore magis exaltatum in reliquas illius partes agens, cogeret ipsas, ac figeret. Suspicio hæc mihi levis non videbatur. At malui rem experimentis committere, quam divinando simplicissimis conjecturis delectari. Sumpsit ideo dimidiam lactis recentis emulsi libram. Hanc in vase vitreo mundissimo calori exposui furnuli, quem studioforum Boerhavius appellavit. Hujus ope caloris gradus, qui animalium proprii sunt, excitati, ad septem, & amplius horas sustineri solent. Fovi ergo lac per id tempus; at nullam aciditatem contraxit: cremor citius, & copiosius a reliquis partibus secessit, caseosa substantia fluidiore quam antea reddita, ut ex comparatione instituta cum altera ejusdem lactis portione seorsim servata colligere non fuit difficile. Idem lac in eodem caloris gradu iterum digessi: cremoris exinde nihil obtinui: sapor acidus itidem nullus se præbuit, & ad alias qualitates quod attinet, ne tantillum a naturali statu recessisse visum est. Tentavi rursus lac eodem modo calefacere. Experiri enim volebam, num a continuata caloris actione ipsum in coagulum tandem verteretur, aut aciditatem contraheret. Experimento ad aliquot dies protracto, nihil aliud quam levissimum acorem, majoremque consistentiam acquisivit.

Aciditatis vero species hæc, quam lac adeo fctum prodiderat, utrum ad lac aliud coagulandum valeret periclitari constitui. Minus sane miratus essem, quod lac in animalium stomacho coactum invenirem, quando ipsa lactis aciditas, quacumque de causa producta, id præstare potuisset. Miscui proinde lacti recenti portionem lactis, quod acorem conceperat: mixturam in hypocausto calefacto reposui, ibidemque ad aliquod tempus detinui; sed nulla coagulatio sequuta est. Experimentum multoties iteravi; verum enim vero idem exitus semper fuit. Quamobrem neque ad naturalem animalium calorem, neque ad occultum, quod lacti

acidum inest, tamquam ad potissimas causas, referendam esse illius coagulationem arbitratus sum.

Quare in stomacho phænomeni causam residere ratio ipsa dictavit. Succorum ideo vim, quibus digestio fit, exploravi, non eorum certe, qui immediate ab animalium ventriculo excernuntur, quippe quod neque arte in viventibus obtineri poterant, neque fortasse ea copia, quæ experimentis sufficeret: salivalis humor iis maxime analogus substitutus est. Quæ igitur experiendo observavi, paucis accipite. Jejuni, ac bene valentis hominis, qui acida in cœna non comederat, salivæ quartam partem recenti lacti admiscui. Hoc furnuli jam dicti calori nonaginta circiter graduum scalæ Fahrenheitianæ calefacti exposui: cum ibi ad tres horas permanisset, partim in unam massam, partim in parvos grumos parietibus vasis adhærentes coagulatum inveni. Coagulum casei recenter facti saporem, odoremque habebat: quibus dotibus ita apprime cum grumis illis, qui in vitulorum stomacho reperiuntur, congruere visum est, ut non in hypocausito, sed in animalis alicujus ventriculo fottum fuisse, unusquisque facile dixisset. Ceterum coagulum hoc, instauratis impostero experimentis, semper obtinui, vel unius hominis saliva, vel alterius lacti adjungeretur; qua de re salivales humores huic coagulationis generi aptissimi esse videntur. Porro autem analogia, quæ inter ventriculi succos, & eos occurrit, facit, ut illis coagulandi vim plusquam simplici conjectura tribuendam esse censeamus. Quod si quis non ejusmodi indolis esse humores istos ac salivam putaverit, non contendam: animadvertat, quæso, salivam ex ore assiduo in ventriculum depluere, atque eo tempore majori copia, quo cibi in ore tritulantur. Quid ergo est, cur eam ad humores etiam ventriculi spectare non credamus?

Sed redeo ad observationes, quæ ultro naturæ methodum patefaciunt, qua hujusmodi cibi genus, lac nempe, in alimentum convertere studet. Per id tempus, quo illud in tomentum concrefcit, solidique formam adipiscitur, pars ejus serosa a butyracea, & caseosa emulsa in intestinis exprimitur. Caseosa massa per pylori angustias transire non potens inordinato, atque continuo ventriculi motu sensim sensimque in liquamen dissolvitur, cujus color, & consistentia caseo recenti liquato omnino est similis: sapor acris, quem-

quemadmodum in caseo vix parato, aut in lacte acefcente, ut quotidie experimur. Pro varia animalium fpecie varios confiftentiæ gradus oftendit, diverfam lactis conditionem fequens. In felibus plerumque mucii inftar fe præbet, fluxilitatem, tenacitatemque eam habens, quæ ovorum albumini competit. In vitulis res paulo aliter eit. Quod ex coactò lacte in liquamen diffolvitur, craffum, tenax, ac fila ducens apparet, albidique eft coloris. Puls hæc ad antrum pylori colligitur, ubi ex grumis lacteis ad ejus oftium propullis, fibrarum mufcularium aétione, quibus antrum validiffime munitum eit, contritis, fubactisque eiformatur. Hæc e ftomacho egrediens in duodeni cavitatem leniter delabitur, pancreaticæ lymphæ, & bili occurrens colorem admodum dilute flavum induit, faporemque fubamarum. Mox per longiffimas duorum fubfequentium inteflinorum circumvolutiones jejuni, & ilei excurrrens multum de fua craffitudine, lentore, tenacitateque amittit. Jejunum albidiozem, tenuiozem, fluidiozemque pulzem confpiciendam offert: non item ilei anfractus, in quibus progrediens, iterum nonnihil fpiffefcere, & colorem denuo flavefcentem adipifci mihi fæpius compertum eit. His animadverfis, crafforum etiam inteflinorum cavitatem perluftrare, colon, & cæcum aperiendo, prætermittere nolui. Ambo enim inteflina plurimis & ipfa circumvolutionibus comprehenduntur, unde fæces in iis conclusæ varietatem aliquam præferunt non fpernendam. Superior coli pars nihil aliud plerumque continet præterquam mucum flavum, vifcidum, ac lentum, quo omnis interior fuperficies intefkini oblititur: inferior vero fæces coloris flavi magna ex parte efformatas occludit, ejus nempe confiftentiæ, quæ naturalibus iftorum animalium excrementis propria eit.

At de mutationibus, quibus lac in primis naturæ officinis fubjicitur, antequam lacteorum ofcula fubeat, haud plura. Utinam in illas quoque inquirere potuiffem, quæ eidem per vafa lactea excurrenti ad chyli cifternam, & ex hac ad thoracicum ductum delato, contingunt: ita nifi abfolutam, faltem minus imperfectam earum hiftoriam haberemus. Ne tamen aliquid ad complementum deeffe videretur, pulcullæ toties memoratæ examen fufcepimus, in eaque captis experimentis, quæ ex iis erui potuerunt, ufque adhuc.

adhuc expositis breviter adjungemus. Sedulo curavi, ut pulvis sufficientem quantitatem tum e stomacho vitulorum, tum ex singulis eorum intestinis collectam idoneis vasis servarem. Mox an quæ aut prope pylori antrum, aut in ipso reperitur vim aliud lac coagulandi haberet, periclitari cœpi. Neminem fane latet, rusticique præ ceteris norunt, humorem, quem hædi, & agni lactentes in stomacho gerunt, ad lac coagulandum plurimum valere: eum propterea agricolæ colligunt, atque in dictum usum servant. Experimentum factum est cum vitulina pulve, atque decem & amplius vicibus iteratum. Lactis coagulatio brevi tempore sequuta est, quamvis modicissima ejus copia lacti adderetur. Ex quo intelligitur, quod sive hæc e vitulorum, sive agnorum, vel hædorum stomacho educatur, ab ejus affusione lactis coagulatio perpetuo obtinetur. Quid quod in ipsa concreti lactis massa, cum nondum soluta est, & adhuc in stomacho commoratur, vis hæc etiam se prodit? Etenim cum hujus frustula in aqua prius dissoluta adhiberem, & solutionis exiguam quantitatem novo lacti affunderem, lac in coagulum abire observavi, tardius quidem in loco frigido, citius cum in calido experimentum facerem.

Post hæc ad duodeni pulvem examinandam me contuli, quam seorsim idoneo vase servaveram. Timebam enim ne propter pancreatici succi, & bilis admixtionem vis coagulandi periisset. Ideo hujus portiunculam uncie lactis adjunxi: cum esset ipso ponderosior, vasis fundum petiit. Ut autem fluidi utriusque intima permixtio fieret, bacillo mixturam agitare opus fuit; viscidasque pulvis partes solvere. Dum hæc adhuc præstarem coagulum illico fieri cœpit, breviterque completum est. Post aliquot dies coagulum invisum: quam antea consistentiam habuerat, adhuc retinebat, & odor, qui ex eo emanabat, casei recentis erat. Bilis ergo, & pancreatici succi affusio tantum abest, ut pulvis duodeni coagulantem vim minuat, ut eandem augere videatur. Revera neque tam subita, neque adeo consistens coagulatio se præbuit, quando in animalium stomacho coactum prius lac, deinde resolutum novo lacti affundebatur. Quod ego non bili, sed pancreatico succo deberi suspicatus sum. Bilis enim saponacea vi sua quæcumque attenuare, atque resolvere capax est, nusquam vero figere. At ne plus justo con-

jecturis indulgerem, bubulam bilem accepi, atque debita ac convenienti copia lacti affudi. Vas in hypocaufto ad sanguinis calorem calefacto per horas quinque reliqui, quo tempore neque lac coagulatum est, neque alia ratione mutatum: immo idem lac ad alias quinque horas in eodem calore permanfit, sed frustra. Qua de re majorem coagulandi vim, quam duodeni pulcicula possidet, pancreatico succo, ceterisque humoribus, qui e glandulis intestini copiose erumpunt, esse tribuendam judicavi; quam opinionem non parum auxit observatio salivalis humoris, quem lacti admixtum idem in perfectum coagulum mutavisse jam dixi.

Porro autem in jejuni, & ilei pulcem diligenter inquirere non omisi. Utraque non differrebat nisi consistentia, & colore: albidior, atque tenuior in jejunio, crassior, & nonnihil flavescens in ileo erat. Quamobrem, ut supra feci, portio tam unius, quam alterius aliquot lactis unciis seorsim in vasis contentis admixta est, & consueto hypocaufti calori exposita. Elapsa vix hora lac uniformiter coagulatum, ac simile ei conspexi, quod ad mensam sedentibus æstivo tempore propinari solet. Observatio hæc, si cum præcedentibus conferatur, nullum aliud discrimen attulit, nisi quod tardior aliquanto fuerit coagulatio. Ceterum nihil est in toto intestinorum tractu, qui sexaginta ferme novem parisenses pedes in vitulis adæquat, quod lacti e stomacho egredienti coagulandi facultatem adimat. Quam rem eo utique admirabar, ut postquam lac dotes, ac characteres sibi proprios amiserat, & novas quasi formas induerat, unam hanc cogendi potestatem adhuc retinuisse compererim. Quæ cum dico, intelligitis me nonnisi de fæcibus loqui, quarum alix cum sint intestini coli incolæ, parum consistentes & flavæ, alix cæci, sed fusci, & obscuri coloris, earum singulas expertus sum convenienti lactis quantitati addendo: quæ ut solverentur agitatione opus fuit. Mixturis ad quietem compositis, fæcum particulæ magno numero ad fundum vasis subsederunt, turbata non parum lactis albedine. Vasa de more hypocaufti calore fovi: dimidia hora elapsa lac utriusque vasis coagulatum inveni, sed coagulum ceteris omnibus laxius extitit, & in serum facile resolvebatur. Omnia hæc in felibus, agnis, & hædis cuique facile occurrent,
pro-

proportione tamen servata, ut eandem semper rationem in omnibus animalibus, quæ solo lacte aluntur, naturam consecretari voluisse appareat.

Nunc quæ in singulis earum pulricularum tentare ulterius aggressus sum, varios in ipsas liquores intillando, exponamus. In primis miscui cum iis liquores acidos, quales vitrioli, & nitri spiritus sunt. Ab initio nihil in eas agere videbantur: non multo post cum mixturas in loco quieto reposuissem, eadem albescere cœperunt. Harum portunculam aqua dilui, & microscopio examinavi. Corpuscula alba, oblonga ramentorum instar natantia se in conspectum dederunt, quæ non nisi tenuissimas lactis fibras, ex quibus caseus coalescit, a nitri, & vitrioli aciditate insimul coactas fuisse conjectatus sum. Aquam fortem experiri non prætermisi. Hæc ad fundum vasis delapsa nullam mutationem induxit: post trium horarum spatium mixtura gelatinæ consistentiam acquisivit. Atque hujusmodi in ventriculi liquamine tentavi, quod feles, & caruli adhuc lactentes exhibent. Pari quoque modo quæ ex quarto ruminantium ventriculo pulricula educitur, tractata est. Ab affusione spiritus vitrioli, & nitri illarum partium, quæ in lacte ad concrescendum dispositæ sunt, longe major extitit coagulatio: in exilissimos etenim grumos ferme tota puls coacta est, maxime cum eidem aquam fortem affudissem. Mitto plura alia in singulis liquaminum speciebus experimenta facta, quoniam nihil, præter modo indicata, animadversione dignum obtulerunt. Quæcumque acida juxta variam ipsorum indolem nunc minori, nunc majori numero grumos prodixerunt, quod præ ceteris vini spiritus præstitit; nam erat is valde rectificatus. Idem effectus sequutus est ab alcalicorum salium admixtione: caseosæ pulricularum partes coactæ, ac fixatæ, graviores reddebantur, & vasorum fundum petebant, in eoque præcipitati instar colligebantur. Cum oleo tartari, aut spiritu cornu cervi nulla effervescentia, quamvis puites aciditatis, vel acoris speciem quamdam gustui manifestam prætulissent. Aciditas in illis exilens viscosarum partium connubio alcalicorum salium actioni resistit. Neque refert eas vel aqua, vel alio liquore diluere: numquam enim alcalicis intillatis effervescentia oboritur.

Interim quam ex istis utilitatem in medicina faciendam cape-

capere possumus breviter attingamus. Inter cetera non parvi momenti facienda est illorum medicorum praxis, qui præcipiunt ante lactis usum blandis lenientibus alvum subducere. Siquidem lac figi a ventriculi, & intestinorum humoribus demonstratum est; timeri proinde potest, ne ob nimiam eorum visciditatem lac ultra, quam par est, spiffescat, & lacteorum oscula obstruat. De qua re suspicionem afferunt historix ægrotantium, qui lactis usum ideo ferre non potuerunt, quod iusto densius in eorum stomacho redderetur. Præ ceteris exemplis illud præclarum est, de quo meminit Boerhavius. Nobilissimus vir ad podagram debellandam solo lacte utebatur. Post aliquod tempus questus est se angi usque ad mortem. Vomitu correptus turundas maximas casei ejecit: quæ Boerhavius animadvertens, hæc nonnisi bilis defectu fieri existimavit: ideo saponem venetum cum bile lacti admixtum dedit. Æger magnopere levatus est, potuitque sine noxa lactis usum imposterum perferre. Ego vero in quadam Moniali eadem ferme symptomata observavi. Laboraverat inveterato scorbuto. Multis validioribus medicinæ præsiidiis inutiliter adhibitis ventum est ad lacteam dietam. Singulis diebus optimi lactis libras duas sumebat, quæ partitis vicibus cum debita sacchari, & aquæ copia propinabantur. Tunc ab omni alio ciborum genere abstinebat. Diebus quinque transactis, cum eam inviserem, sequentia symptomata adnotavi. Facies valde pallebat, magna aderat virium imbecillitas, appetitus dejectus, alvus adstricta, perpetua in somnum proclivitas, lingua crassa, albida crusta obducta: ab injectis clysteribus fæces exhibant crassæ, atque albæ. His visis lac statim interdictum est, ut suspicionem de vasorum lacteorum obstructione a nimium coacto lacte tolleremus. Quæ de re artis nostræ magistri sapienter docuerunt, ut ea semper lacti conjungerentur, quæ ejus nimiam spiffitudinem præpedire valent. Quamquam non hac de causa solum morbi fiunt, & nihil interdum prodesse lac observatione didicimus. Verum si primarum viarum succi contraria qualitate peccaverint, homines ægrotare contingit. In his quandoque coagulandi vis iners est, & lac e stomacho exiens parum a naturali statu mutatum ad intestina descendens putrescit, atque corrumpitur, ex quo dolores stomachi, ru-

atque nidorosi, ventris tormina, frequentes alvi dejectiones, atque alia hujus generis incommoda sequi necesse est.

His interim non contentus observationes meas ad volatilia transtuli, quæ, quamvis lacte non alantur, ad suaviores tamen eorum carnes reddendas, interdum semina, quibus vescuntur, in lacte cocta iisdem propinantur. Volatilia ferme omnia duo habent præcipue viscera, quorum viribus alimenta in chylum commutantur, ingluviem nempe, & ventriculum proprie dictum. His interjacet bulbus glandulosus, qui ob similitudinem infundibuli nomine insignitur. Ingluvies madida est humore, quo hordei, tritici, aliarumque plantarum semina madefacta turgescunt, emolliuntur, ac macerantur: ita præparata per canalem descendunt ad infundibulum, ubi novo humore magis emollita ad chyli formam in ventriculo suscipiendam disponuntur, quo cum pervenerint in alios statim humores offendunt, & muscularibus ventriculi viribus in optimum, perfectumque chylum facessunt. In his volatiliis officinis, quid lacti acciderit, paucis habetote.

Delegi gallum indicum vegetum, ac bene nutritum, cujus ingluviem ut omni cibo esset vacua, feci ut animal per integram noctem nihil cibi assumeret. Uncias quinque cum dimidia lactis vaccini tantillum prius calefacti infundibuli ope in ejus ingluviem demisi. Duabus completis horis gallus occisus est. Lac per os exiit ferme totum non mutatum. Aperui ingluviem, glandulosum bulbum, & ventriculum proprie dictum; in his nihil aliud continebatur, nisi alimentum lacte madefactum. Secto intestino, quod immediate ventriculo conjungitur, quodque posset duodenum appellari, puls ab ejus cavitateeducta, & lacti affusa idem illico coagulavit. In alio ejusdem speciei animalis experimentum iteratum est. Major huic lactis copia data fuit, nempe dimidia libra, ita tamen ut majora etiam inter unam, atque alteram sumptionem intercederent temporis intervalla. Veritus enim sum ne in præcedenti experimento lac in galli stomacho breviori, quam par esset, tempore permanisset. Sivi propterea ut tres integras horas ab assumpto lacte viveret; postea interemptus lactis non exiguam copiam, quæ in ingluvie supererat, foras protrusit, quod a naturali statu nihil recesserat. Nativam itidem

dem indolem retinuit, quod ad glandulosum bulbum & ventriculum descenderat alimentis permixtum. Aperto per longum duodeno puls ipsius lac de more coagulavit, non secus ac altera, quam cum fœcibus confusam a crassioribus intestinis extraxeram.

Dum hæc observabam incertus hæsi cuinam lactis coagulatio esset adscribenda; lacti nempe an chylo istorum animalium. Cum in neutro viscerum illorum lac cogi vidissem, de chyli, aut gastricorum humorum efficacia dubitavi. Quod vero ad lac spectat, sive ipsum acefcatur, sive in aliam naturam sponte degeneret, numquam per se facultatem hanc acquirere videtur. Quapropter super chylo duodeni galli indici consuetis tantummodo alimentis nutriti experimentum capere volui. Chylus valde crassus erat, inæqualis, & flavescens coloris. Portionem hujus lacti conjunxi, alteram dilui aqua tepida, & cum alio lacte miscui. Calefacto hypocaufto ad gradum vigesimum quintum scallæ Reaumurianæ utrumque fovi per dimidiam & amplius horam. Lac, quod cum chylo mixtum fuerat, majorem consistentiam adeptum est, & leniter coactum, minorem quod cum diluto chylo miscueram. Re multoties repetita modo variata chyli quantitate, modo lactis, & chylo non ex gallo uno, sed ex variis collecto, & hypocaufti calore quandoque aucto, quandoque imminuto, eisdem constanter effectus obtinui, nisi quod, cum calorem paulo magis auxissem, fibrosa ac butyracea lactis pars a serosa sejuncta in filamenta vasorum parietibus adhærentia, & in parvos grumos concreta sero innatabat, dum pars chyli vasorum fundum teneret. Rebus ita se habentibus cur lacti, & chylo coagulandi vim convenire non concedemus? Lac a simplici chyli affusione spissescere potius, quam cogi vidimus, concrefcere & in coagulum verti, si una cum chylo lac fuerit conjunctum.

In alio vero gallorum genere, in caponibus videlicet, experimentorum exitus fuit aliquanto diversus. Hos per tres dies solo lacte nutrivi, qui multo magis quam indarum galli respuere lac & fastidire visi sunt. In eorum ingluvie idem in parvulos grumos conversum, interdum etiam ita compactum, coactumque erat, ut nihil a caseo secundo differret. Calor ferventis aquæ, in quam solent demitti pul-

li ad plumas avellendas, suspicionem attulit coagulationis. Propterea experimento in aliis instaurato, quorum pennæ avulsæ fuerant nec frigida, nec ebulliente aqua adhibita, lac nihilominus in perfectum coagulum abierat. Non in omnibus iidem coagulationis gradus reperti sunt, neque eadem, ut ita dicam, forma. In aliis lactis particulæ in parvos grumos efformatæ ingluviei parietibus adhærebant; in quibusdam filamenta oblonga, & crassa conspiciebantur; in aliquibus tandem casei secundi consistentiam plane induerant. Duo itaque volatilium genera existunt, in quorum altero lac iis alterationibus obnoxium est, quas pati in brutis diximus, dum in altero vix mutetur. Quæ ostendunt quam varia sit in unaquaque animalium specie humorum indoles, idiosyncrasia ab Hippocrate appellata, quamvis illa eodem ciborum genere nutriantur, & chyli ferorum viscerum structura eadem in omnibus sit. Intelligimus etiam cur hominibus interdum lac auxilium præstet, interdum noxium esse comperiamus. Et prodesse quidem iis hominibus arbitror, quorum primarum viarum humores ita a natura constituti sunt, ut ab ipsorum actione lac nec parum concresecat, nec plus justo. Certum est vel de brutis loquamur, vel in volatilibus dicta experimenta tententur, vim coagulandi succis omnibus, quibus interior facies intestinorum oblitur, communem esse. Sæpe decimam, aut duodecimam eorum partem lacti affundebam, deinde succis agitatione dissolutis ope consueti caloris optatum coagulum assequabar.

Verum antequam finem faciam pauca adhuc adnotare non pigeat ex dictis commode eruenda. Lac nec acidum esse, nec alcalinum jam olim Boerhavius docuit, plurimisque experimentis demonstravit: sibi metipsum relictum sponte accescere vulgatissimum est. Aciditatem similiter profert, quando per ignem in suas partes resolvitur, quod observationes testantur. His notis lac fluidum esse vegetabile, non vero animale, plerique arbitrantur, quibus etsi minime adversari velim, in ipso tamen duas esse substantias, vegetabilem unam, alteram animalemi statui potest. Hæc autem qualis sit, & quibus characteribus ab aliis, quæ lactis compositionem ingrediuntur, distingui possit, res est non parvi laboris investigare. Caseus vetuitate temporis acerrimus fit, mordaci-

ciffimus, & ad alcalinam naturam vergit, quæ signa putrescentes animalium partes comitantur. Est ergo in lacte aliquid, quod animale naturam redoleat, cujus origo, si ab animalium corporibus derivetur, id erit profecto plusquam simplici conjecturæ indulgere. Etenim notum est, ingentem humorum copiam ex animalium corpore chylo affundi. Huic, quo tempore in stomacho conficitur, magnus succorum proventus ab extremitatibus arteriolarum, & glandularum poris, præter uberrimam salivæ copiam, permiscetur, in quo loco animale naturam induere incipit. Exiens postmodum a stomacho in bilem, & pancreaticum succum offendit, progrediens per longissimum intestinorum tractum novos sibi humores adfociat. Neque hic finis est. Ingrediens lactea ad chyli cisternam, & thoracicum ductum delatus magna lymphæ copia diluitur: tandem cum sanguine confusus, ex eo gignitur lac. Quis erit propterea qui in ipso non agnoscat animales quamplurimas partes? Dux igitur in lacte substantiarum diversæ species sunt, quarum altera cogi patitur, altera fortasse non item. Quænam ex his in coagulum abeat, difficile est definire. Omne id, quod ex vegetabilibus, quo tantum cibi genere animalia vitam ducunt & in quorum lacte pericula nostra instituimus, omnino coire non solet. An ergo sola animalis substantia? an ambæ simul permixtæ? Si conjecturis locus est, postremum hoc non videbitur a veritate valde alienum. Sed multa adhuc experiri opus esset, quæ, cum per otium licuerit, majori qua potero diligentia exequi curabo. Quidquid etenim ad lactis affectiones pertinet, magni momenti est. Nam hoc solo persæpe & bene valentibus, & morbis conflictatis prospicimus.

PETRONII MATTEUCCII

De Staticæ & Hydrostaticæ principio decernendo.

CUm ad Staticæ principia me convertere, illudque præcipue, a quo tota regi videtur facultas ipsa, intimius mecum evolvere cœpi, non potui non suspicari, & non dubitare deinceps etiam de istius veritate. Etenim æquilibria, quotquot Statica comprehendit, ab hoc unico pendere volunt principio, quod tunc inter oppositas potentias æquilibrium habetur, cum in iis reperiuntur circumstantiis, ut, si moveri istas contingat, harum velocitates, aut ab istis confecta spatia reciprocam habeant potentiarum rationem.

At in æquilibrio de motu meminisse quoquomodo nefas est: in quiete potentiarum neque de velocitatibus, neque de spatiis percurrendis datur loquendi locus. Independentem ergo ab hac fictione æquilibrium subsistit, neque uti istius origo, & causa, sed uti inditium tantummodo, & veluti præexistentis æquilibrii signum poterit enunciatum principium usurpari. In ipsis igitur æquilibratis potentiis æquilibrii causa, æqualitas scilicet istarum, & simul ad invicem oppositio inveniri debet; neque aliunde querenda est. Etenim quamquam videmus, parvam potentiam statico auxiliante instrumento cum magna æquilibrari resistantia, eoque pluris machinam æstimamus, quo minor est resistantiæ respectu potentia ipsa; tamen summopere hallucinaretur qui has inter oppositas, & tam inæquales invicem potentias æquilibrium dari autumaret. Potentia dum congregitur & æquilibratur cum resistantia, non cum tota resistantia, sed

fed cum tanta præcife ejus parte æquilibratur, quanta eft potentia ipfa, refiftentiæ autem pars reliqua a machina ipfa defertur. Sic in veftè cum a parva, ex una parte, potentia, magna æquilibratur refiftentia ex altera; potentia ifta æquilibrium inftituit cum fibi æquali parte refiftentiæ, quæ tantundem ac potentia diftat ab hypomochlio, refiftentiæ vero quod fupereft, totum ab hypomochlio fuftinetur.

Sit (*Fig. 1.*) veftis ABC fere immaterialis, cujus duo puncta A & C urgeant dux inæquales potentia, parallelæ tamen ad invicem, & normales ad veftem, AP , & CR : vices autem iftarum agant duo gravia corpora, duo homogenea parallelepipeda exempli caufa NM , EL ejuſdem baſis, quorum alterum repræſentans potentiam AP fit ejuſdem altitudinis AP , alterum vero repræſentans potentiam CR fit altitudinis CR . Si iftorum parallelepipedorum media, ubi tota ipſorum gravitas colligitur, imponantur punctis A , & C veftis, gravabuntur hæc puncta fimiliter ac a potentiis AP , CR cum prius trahebantur. Porro mutata communi baſi parallelepipedorum, mutabuntur quoque iftorum altitudines, femper tamen in eadem ac ante ratione. Mutentur igitur iftorum baſes, uſque dum pro mutata altitudine ſe contingant parallelepipeda (*Fig. 2.*) in ME ; fimiliterque imponantur, uti ſupra, iftorum media punctis A & C , ſic ut AM æquet AN , & CE æquet CL . Evidens eſt quod veftis ABC æque ac prius in punctis A & C gravabitur, quodque dividetur juxta punctum E , aut, quod idem eſt, juxta punctum M (cum duo hæc puncta ſe tangant) in directa ratione potentiarum. Quod ſi dividatur veftis in puncto B in reciproca potentiarum ratione, erit AB æqualis EC , & BC æqualis AE : hinc NB æqualis BL , punctumque B , quod hypomochlium audit, medium ſignabit integri parallelepipedi NL ex duobus compoſiti. Quid igitur mirum, ſi ad habendum æquilibrium duarum quarumvis inæqualium potentiarum AP , & CR (*ut in Fig. 1.*) dividendus ſit veftis in reciproca iftarum ratione, cum res ſpectet eo, quod ad habendum æquilibrii locum inter partes homogenei cujuſcumque parallelepipedi (*ut in Fig. 2.*) capiendum ſit ſemper pro loco æquilibrii iſtius medium? Quod cum ſat manifeſtum per ſe ſit, ſatis quoque patefacit reciprocam veftis ad potentias diſiſionem.

Si

Si a puncto B hypomochlii, medio scilicet integri parallelepipedo NL (*Fig. 2.*) sumatur hinc pars tanta istius BD, quanta inde est BM; dividetur parallelepipedum NM in duo, DM scilicet & DN, hocque postremum æquabit parallelepipedum EL; nam si ab æqualibus BN, BL æqualia demantur BD, BM, quæ remanent, æqualia erunt; ergo parallelepipeda ND, EL æquabuntur. Porro si veetem onerent parallelepipedorum DN, & DM media G, & B, vice medii A totius parallelepipedo NM, quod prius veetem onerabat; parallelepipedum DM in hypomochlio æquilibratum conquiescet, alterum ND æquale parallelepipedo EL in veetemaget in puncto G; cumque GB, istius scilicet distantia a fulcro, æquet BC, quæ est distantia a fulcro parallelepipedo EL, consequitur quod invicem æquilibrium constituent duo æqualia parallelepipeda ad æquales ab hypomochlio distantias agentia, interim dum quod remanet parallelepipedo totius non ad æquilibrium venit, sed æquilibratum conquiescit in hypomochlio. Ergo in veetibus, quæ invicem æquilibrantur potentia, sunt inter se æquales, & æqualiter distant ab hypomochlio, & quidquid superest alteri supra alteram in hypomochlio æquilibratur. In trochleis, in plano inclinato, cæterisque staticis machinamentis idem potentia evenire respectu resistentia dicendum est. Quapropter machina omnes apta nata videntur non ad augendam potentiam, sed ad dividendam potius quoquomodo ipsam resistentiam; aut, quod idem est, ad resolvendam semper majorem potentiam duarum, quæ in quavis machina invicem congregiuntur: quæ resolutio, cum de iis agitur potentiis, quæ directionibus invicem gaudent parallelis, nulla laborat difficultate, cum geometricam admittat tractationem; laborat autem illa, quæ obliquas spectat, cum obliquarum potentiarum theoria obscuritate adhuc aliqua offundatur. Hoc evincunt præstantium virorum conatus Newtoni, Varignonii, Alemberti, Danielis Bernoullii. Hic minime contentus de aliis ante se datis probationibus (utpote a motus compositione, resolutioneque petitis) metaphysicam dedit in primo tomo Petropolitanae Academiae obliquarum potentiarum principii demonstrationem. Aliam quoque invenisse visus sum ego indicati principii probationem a physicis ductam phaenomenis, quam eo

confilio in lucem emittere statui, ut ex probationum multiplicitate principium maxime confirmetur.

Notum est gravitatis centrum (cujus theoria a supradictis pendet) gravitatis, inquam, centrum in corporibus liberis, sibi que relictis quam maxime descendere; in ipso enim cum tota collecta gravitas supponi possit, descendat maxime necesse est. Quod cum de solitario quocumque corpore verum sit, verum quoque erit de corporibus quotvis libere invicem agentibus, ratione quavis unitis, & sibi relictis: quodvis enim istorum corporum maxime descendere contendet, maxime ergo descendet omnia, ergo & ipsorum centrum gravitatis maxime descendet: cum autem maximus hic liber descensus habetur, tunc inter unita, & invicem agentia corpora habetur æquilibrium.

Notum quoque est, & a Staticis geometrice ostensum, quod si (Fig. 3.) a trium gravium corporum A, B, C, inæqualis, si placet, ponderis inter se, singulis gravitatis centris ducantur ad planum horizontale EM respectivæ normales lineæ AE, BG, CM; & ab istorum communi gravitatis centro D ducatur lineæ DF: ostensum, inquam, est quod summa productorum corporis A in AE, corporis B in BG, & corporis C in CM æquabit productum omnium simul corporum A, plus B, plus C in lineam DF, quæ a communi centro gravitatis corporum ad planum ipsum normaliter porrigitur. Hoc theoremate præmissa ad indicatam principii probationem deveniamus.

Sit itaque (Fig. 4.) triangulare planum aliquod horizontale FMN, quod nec flexile, nec profundum, & fere geometricum, suis tamen innixum fulcris, & a solo elevatum supponemus. Habeantur tria quoad pondus inæqualia corpora A, B, C, quæ deinceps tamquam tria puncta inæqualiter gravia & simili prædita directione ad horizontem recta usurpabo; sint hæc communi nodo G ab exilissimis filis AFG, BMG, CNG invicem unita sic, ut per puncta F, M, & N triangularis plani excurrere sine affricu possint fila ipsa ad libitum. Sibi relictis hisce tribus corporibus maxime descendunt ipsa; commune ergo istorum gravitatis centrum D descendit maxime, maximeque ab horizontali plano removetur, quod cum libere obtinet, libere quoque nodus G tunc quiescit. In nodo itaque G

tres datæ potentix, tria nempe datorum corporum pondera in respective sumtis suis directionibus GF , GM , GN invicem trahentia in æquilibrio se se continebunt. Porro in hoc æquilibrio etfi potentias A , B , C trahentes cognoscimus, ignoramus adhuc respectivas istarum directiones GF , GM , GN , quas ad æquilibrio invicem obtinendum singulæ assumerunt: has tamen facile eruemus ex maximo communis gravitatis centri descensu, nempe ex lege ista naturæ constantissima, aut si mavis, ex natura ipsa potentiarum parallelarum invicem agentium, & normalium etiam ad planum, contra quod agunt omnes. Si erutæ directiones cum iis conveniant, quas Statici dari volunt inter datas potentias, cum æquilibrio servant; quod nempe duæ istarum cum latera exhibent parallelogrammi, tertia & quantitate, & directione ejusdem exhibeat diagonalem: si æquilibrio, quod offert natura, iisdem gaudeat proprietatibus ac illud per statica principia stabilitum; erit ne deinceps ambigendum quod staticæ principia ipsa & certa, & inconcussa, & tamquam naturæ leges haberi possint, & debeant? Quod antequam probandum assumo, tres potentix (Fig. 5.) DA , DB , DC insimul æquilibratæ in puncto D supponantur. Staticis principiis innixi a Geometria edocemur, quod si tres hujusmodi potentix sint in æquilibrio, summa quadratorum earundem minima erit in puncto ipso D æquilibrii (*). Sumto enim quovis alio præter D puncto, major semper exurget summa quadratorum linearum a punctis A , B , C ad punctum istud ductarum. Quod si in directionibus DA , DB , DC assumantur ad libitum a puncto D aliæ, & aliæ lineæ, puta DE , DG , DF , quæ utcumque longitudine differant a potentiis ipsis; a Geometria quoque edocemur, minimam fore in eodem æquilibrii puncto D summam productorum assumtarum exempli causa linearum DE , DG , DF in respondentes potentias DA , DB , DC ; sic ut a punctis statutas lineas terminantibus si ad quodvis aliud, præter illud æquilibrii D , ducantur lineæ, quæ in suas jam datas potentias multiplicentur; summa hæc productorum semper major futura sit; minima autem tunc solum, cum punctum commune fuerit illud æquilibrii datorum potentiarum.

Hoc

(*) Tom. 4. Commentariorum Bonon. Scient., & Art. Institutæ pag. 90. Opusc.

Hoc posito ad triangulare planum revertamur $F M N$ (*Fig. 4.*) tribus inæqualibus datis ponderibus A, B, C onustum, communi nodo G filis insimul connexis, sibi libere relictis, & quiescentibus. Ex hac ponderum libera quiete consequitur, quod commune istorum gravitatis centrum maxime descendit, maximeque propterea a triangularem horizontali plano discessit; consequitur item, quod in nodo G in florum directionibus GF, GM, GN in æquilibrio sese continent tres potentia, quæ quantitate adæquant respondentia pondera A, B, C . Porro in hoc æquilibrio etsi potentiarum quantitates cognoscimus, directiones tamen itarum adhuc ignoramus: has autem sic eruemus.

Supposito igitur quod libere quiescant pondera A, B, C (*Fig. 4.*) commune istorum gravitatis centrum D maxime descendit; maxima ergo erit linea DE , quæ a communi gravitatis centro ad triangulare usque planum normaliter ducta intelligitur, maximumque propterea productum trium simul ponderum in lineam DE . Porro productum hoc cum æquet producta ponderis A in AF , ponderis B in BM , & ponderis C in CN , producta hæc tria maximum quodpiam erunt: & quoniam florum GFA, GMB, GNC nodo G junctorum quantitas data est, & constans; constans proinde, & datum erit productum, quod provenit ducendo pondus A in totum filum AFG , pondus B in filum BMG , & pondus C in suum CNG : hinc si a constanti producto hoc maximum illud supra inventum subtrahatur, scilicet ex hoc subtrahatur productum ponderis A in filum AF , ponderis B in filum BM , & ponderis C in filum CN ; reliquum ex hac deductione erit minimum. Quare producta ponderis A in residuum filum FG , ponderis B in MG , & ponderis C in suum NG minimum quoddam erunt. Æquilibrio igitur datorum trium ponderum, quod nobis offert natura, tales deposcit directiones ut, si tres potentia tribus ponderibus respective æquales singula in singulis punctis F, M, N plani cujusvis triangularis FMN collocata, & æquilibrio invicem adeptæ concipiantur; summa productorum linea GF in respondentem potentiam, linea GM in suam, tandem linea GN in tertiam datam potentiam minima sit: atqui hanc eandem exigit conditionem æquilibrio a staticis principiis derivatum, pro ut supra adnota-

vimus; ergo staticum æquilibrium omnino convenit cum illo, quod vult, & constanter nobis exhibet natura. Videtur ergo principium compositionis, resolutionisque potentiarum nova hac a tuto fonte petita ratione sic firmatum, ut sin minus geometricam, eam tamen præferat certitudinem, quam habent naturæ leges, & instituta.

Quare ad æquilibrii constitutum explicandum cum inepta in primis censuerim antedicta Galilæi, & Cartesii principia; mox vero parallelarum potentiarum invicem agentium æquilibrium demonstraverim, & geometricè illud etiam deduxerim obliquarum ab insigni, & certa parallelarum proprietate: tandem statui quod ad evolvendam penitus æquilibrii essentiam nullum præter obliquarum potentiarum principium, nullum præter compositionem, resolutionemque earumdem possit aptius inveniri. Hoc felicissime usus est Varignonius in æquilibriis omnibus explicandis, quæ statica universa comprehendit; sed de obliquarum potentiarum valore consuetam dedit ostensionem, in qua motus implicatur. Unice vero desiderandum erat, quod in principii probatione quicumque motus, immo omnis idea motus tolleretur, & firmiori fundamento istud stabilitum ad staticam postea applicaretur, quæ tandem de principii sui firmitate gauderet. Id consequi tentavi cum a constanti naturæ lege, aut a parallelarum & conspirantium potius potentiarum invicem agentium natura, Geometria adjuvante, principium ipsum deduxi, sic ut ab omni incertitudine jam vindicatum pro constanti saltem naturæ lege impofterum haberi posse videatur.

Statica ergo non solum, sed Hydrostatica quoque facultas hoc unico contenta debet esse principio, cum liquida non secus ac solida corpora sua habeant æquilibria, uti comprobatur experientia: exilissimæ namque partes liquidorum, libere invicem agentes, quam maxime descendunt omnes; descendet igitur quam maxime commune istarum gravitatis centrum, & tunc æquilibrium adeptæ liquidorum partes conquiescent. Erunt itaque æquales circumquaque pressiones, quas invicem exerent, quocumque vase contentæ, liquidorum partes, quarum unaquæque tantum præcise premet quantum a supra se positis particulis premetur: pendebit itaque pressio cujusvis liquidi particulæ a quantitate earum,

earum, quæ verticaliter supersunt. Hinc si fingimus liquidum omne in tot veluti exilissimas divisum columnas, erit tunc æqualis columnarum mutua pressio, cum æqualis fuerit istarum altitudo. Quid sane omnibus liquidis æque competit ac solidis corporibus, quæ si æqualia omnino sunt, & rite ad agendum invicem committuntur, necessario æquilibrantur.

Quod si diversa habeantur duo verticalia vasa, quæ homogœneum idem liquidum ad diversas quoque altitudines contineant, & ope canalis horizontalis infimul communicantia ad agendum invicem postea commissa sint; cum ad æquilibrium inter hæc habendum minime sane congregiantur integræ simul in istis contentæ liquidi massæ, congregiantur autem tantummodo tot hinc inde numero æquales liquidi columnæ, quot fert canalis communicans; sequitur quod æquilibrium inter duo vasa prius non habebitur, quam pugnantibus columnæ etiam altitudine æquentur. Hinc liquidum omne aut in uno contentum sit vase, aut in pluribus communicet, ut æquilibrium sibi comparet, ad libellam in illo, aut in istis quod se componat oportebit. Æquales igitur omnino erunt pro duobus vasis liquidi massæ, quæ invicem æquilibrantur; quæ vero non congregiuntur, vasorum latera onerant, & in iisdem conquescent, non secus ac in solidorum corporum æquilibrium contingit, quæ si inæqualia sunt pondere, æquali hinc inde hujus parte ad æquilibrium veniunt, reliqua autem parte machinam ipsam onerant congressui corporum destinatam.

At si vasa liquidum continentia non recta, sed obliqua sint ad horizontem, erit ne in recto, ac in obliquo communicante vase æqualis liquidi altitudo? De hoc autem ab experientia satis edocemur, satisque ostendit eadem, quod in duobus tubis communicantibus recto altero ad horizontem, obliquo utcumque altero, liquidi inclusi, & æquilibrati æqualis semper est altitudo: quod ulterius confirmat superficiæ liquidi cujusvis quocumque vase contenti ad libellam complanatio. Si compositionis, resolutionisque potentiarum principium consulimus, æquilibrium istud felicissime explicatur. Etenim in siphone ABCD (*Fig. 6.*) cum liquidum in obliquo cruce CD contentum partim ab istius parietibus sustineatur, necessario in hoc cruce mutua liquidi pres-

pressio minuetur; quare augenda erit liquidi quantitas quantum vult pressiois imminutio: hæc autem minuitur in ratione NC ad NF , ergo si NF æquet BM , liquidi nempe elevationem in crure ad horizontem recto, in obliquo CD usque ad N liquidum elevabitur, ad æqualem scilicet ac in illo altitudinem.

Ab æqualitate igitur hinc inde oppositarum pressio-
rum inter se æquilibrium quoque istud obtinetur, non fecus ac quodcumque aliud, quod aut statica, aut hydrostatica nobis exhibet facultas. In hac æqualitate oppositarum pressio-
rum cum natura, & origo vera æquilibrii fundetur, debet hæc sane in quocumque æquilibrio inveniri. Invenimus autem hanc tuto per antedictum compositionis, resolutionisque potentiarum principium, quod cum a natura ipsa probe-
tur, tutissime potest etiam a nobis adhiberi, & tamquam unicum Staticæ, & Hydrostaticæ principium assumi.

Fig. 1.

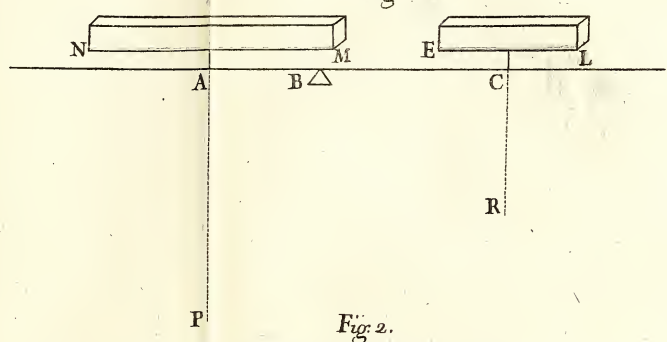


Fig. 2.

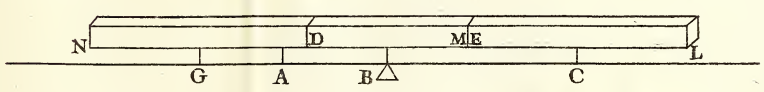


Fig. 3.

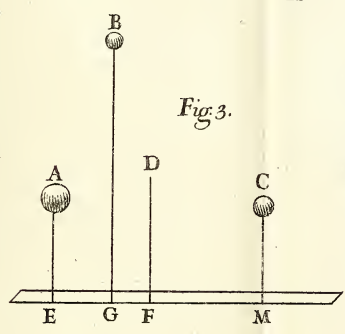


Fig. 4.

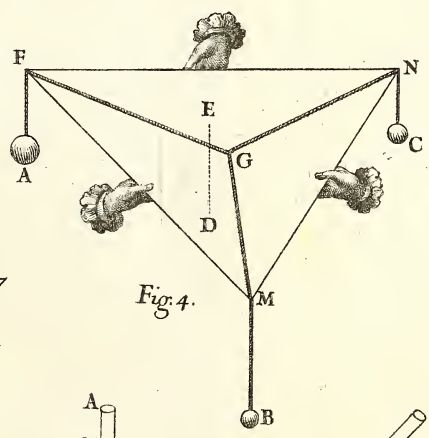


Fig. 5.

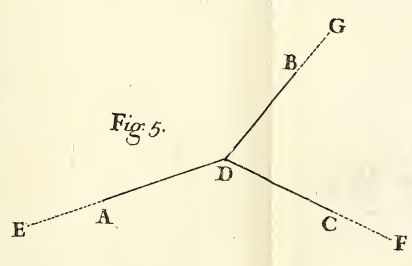
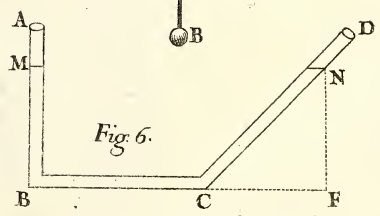


Fig. 6.





FERDINANDI BASSI

*De Porectanarum aquarum accensibili
vapore .*

Porectano oppido medicatarum aquarum copia super-
bienti præruptus quidam, & pene inaccessibilis su-
pereminet mons ab incolis *Sasso cardo* nuncupatus,
e cujus basi thermales pullulant fontis Leonis, & bal-
neorum aquæ, e vertice vero, ut fama est, ignis olim erum-
pebat, nunc tantum admota face vapor illico accensibilis
ex eodem spiraculo infurgit, e quo flammæ attollebantur,
nec non ex fontis Leonis ore, & balneorum rimis, de quo
desflagrante vapore sermonem nunc instituo. Sed antequam
rem aggredior, dissertatiunculæ argumentum propono.

Quæstio est, utrum insignis ille accensibilis porectanus
vapor a simplicissimo, subtilissimoque minerali bitumine,
vel a volatili sulphure originem trahat. Non est hic sermo
de chemicorum sulphure, sed de genuino communi sulphu-
re; neminem enim in physicis vel vix versatum latet, vul-
gare commune sulphur ex duabus constare substantiis, ex
acido nimirum, cui satuta basis est phlogistum quoddam mi-
nerale.

Nonnulli quibusdam observationibus ducti, desflagran-
tem porectanum vaporem a fugacissimo genuino sulphure
repetendum esse autumant; alii contra, nec omnimode im-
merito, vaporem hunc simplicissimæ volatili naphthæ adjudicant.
Sententiæ nonnihil inter se discrepant; mea quoque
opinio ab illorum sententiis aliquantulum dissentit. Phæ-
nomena, quæ animadverti, quæ institui experimenta, ut
naturam, & indolem vaporis hujus perscrutarer, conjectu-
ras

ras denique meas, qualescumque sint, non invito animo accipite.

Ac scire oportet, ut a primo initio rem repetam, porectanas thermales scaturigines jam sexcentis saltem ab hinc annis celebratissimas, atque agrum nostrum bononiensem nobilitantes septem esse, quarum scaturiginum aquæ una fons olim *delle tre bocche*, nunc *delle Donzelle*, altera fons Puzolæ, altera celeberrimus fons Porectæ veteris nuncupantur (porectanum balneum Dianæ, nec non Minervæ omitto, etenim duorum horum balneorum aquæ manant ex dicto fonte *delle tre bocche*). Tres dictæ scaturigines halitu sulphureo quam maxime gloriantur, sed minime accensibili. Reliquæ quatuor scaturigines sunt balneum Bovis, balneum vulgo *Reale*, balneum Martis, insignis denique fons Leonis; quarum quatuor scaturiginum aquæ iisdem constant elementis, non eadem vero quantitate, & proportione, quorum elementorum præcipuum, ut ego quidem arbitror, perennis, & subtilissimus vapor est ille admota face accensibilis, qui tamen halitu illo sulphureum odorem expirante nequaquam donatur. Jam superioribus annis de porectanarum aquarum elementis verba feci, de earum nempe caloris gradu, de thermarum spiritu rectore, sive, ut ait Hoffmannus, de spiritu æthereo-elastico, de sulphure, & vitriolo volatili, de mediis porectanis salibus, eorumque speciebus, de martialibus substantiis, & de alcalina terra. Restabat adhuc insignis ille, & mirabilis vapor accedente flamma exardens, de quo sermonem nunc habebō. Vaporem ergo hunc considerandum primo esse duxi in statu suo, ut ita dicam, naturali, exinde cum ignem concipit; non enim ex uno vel altero periculo, cum plurima comparare possumus experimenta, statuenda sunt corporum principia, omnesque eorum proprietates.

A vapore minime desagrante exordior. Profluit ex ore fontis Leonis subtilissimus, & fugacissimus porectanus vapor cum aquis, at sine strepitu, non enim observatori innotescit vapor, nisi succendatur. Infimæ vero balneorum porectanorum rimæ, per quas continuatim pullulant aquæ, per amplas eructant vaporosas bullas cum murmure, quæ bullæ rapide insurgentes, & superficiem aquarum vix attingentes, nec non liberum aerem, illico cum impetu erumpunt,

punt, & erumpentes verberant aquam: quassata crispatur aqua, & vapor avolat nimium libertatis cupidus.

Prima ergo vaporis proprietas, quam ex observationibus deprehendo, elastica vis est non modica coercitorum spirituum indolem æmulans; aliquando tamen bullæ vapore prægnantes in balneorum porætanorum aquis fluitare vidi, sed ita raro, ut unam tantummodo, aut alteram supernatantem bullam, antequam prorumperet, in tot observationibus animadverterim. Idcirco suspicatus sum, æstuantem balneorum bullas non solum ex subtilissimo, volatillissimoque vapore constare, sed ex crassiore quoque, densioreque substantia, quæ veluti tenuis crusta fugacem vaporem coercendi, quamvis rarissime, vim habeat: nec injuria sic judicavi, namque leoninus fons id plane confirmat, cujus aquæ in occulta quadam pullulant cavernula: illic congregatæ insurgunt thermales aquæ, illic bullæ crepitant, quæ crassiorem substantiam in cavernulæ fornicem abunde impingunt, ut patefacta cavernula videre licet. Nil ergo mirum si accensibilis vapor porætanæ fontis Leonis non amplius in bullas contractus intrans aquæductum profluat cum fociis aquis ex ore fontis sine murmure, & strepitu; qua de re balneorum porætanorum lubricitatem, qua aquæ, de quibus verba facio, gloriantur, a relicta crepitantium bullarum crassiore substantia repetendam esse nemo negabit. Pinguem hanc fontis Leonis substantiam, nec non aliam perpauca candidissimam, veluti in fila coalitam, quam in subjecta pelvi ad hunc fontem adnotavi, nunc reservo, atque ad vaporem redeo, cujus odor nullus, vel vix ullus odori sulphureo haud comparandus, cumque prorumpit vapor e turgentibus bullis non in nebulæ, aut crassioris, vel densioris vaporis formam, sed omnino invisibilis aufugit, evanescitque; frustra enim auctæ etiam lucis, & oppositæ facis auxilio illum contemplari studebis; idque summam vaporis tenuitatem magis magisque confirmat.

Latam argenti laminam sic aptavi, ut vapores e bullis vix displosi continuo in eam suspensam incurrerent; alteram argenteam laminam in balneorum aquas conjeci, eo tamen consilio, ut vaporosæ insurgentes bullæ eam minime offenderent: hæc argenti lamina proprium candorem nito-

remque non amisit; illam multicolorem, ex fulvo nempe, ex purpureo, vel ex subnigro infectam tandem observavi. Ergo non harum scaturiginum aquæ, sed inflammabiles vapores illam tantisper habent facultatem, qua ad inquinandam nitidam argenti superficiem volatile, & commune sulphur donatur.

Hætenus de porectano vapore in statu suo, ut ita dicam, naturali, nunc de illo flammam concipiente breviter oratio est instituenda. Si fax accensa ad erumpentes bullas non proxime tantum, sed ad distantiam usque parisiensis circiter pedis accedat, confestim vapores exardescunt, & illico flamma juxta aquarum superficiem propagatur ita, ut aqua ipsa comburi videatur: experimentum jam nimis notum, at semper admiratione dignum. De porectano balneo Bovis nuperrime detecto nunc loquor, quod assiduis vaporibus nimis abundans ad hæc pericula capienda omnium est aptissimum. Si vero longius fax admoveatur, nulla sequitur inflammatio. Igitur porectanus accensibilis vapor, qui perpetuo nititur ad fugam, non se se disgregat, & sejunctim avolat statim a bullis liberatus, sed propria vi impulsus recta exsurgit ad dictam altitudinem congregatus ita, ut deflagandi facultate adhuc polleat.

Flammæ altitudo parisiensem pedem cum dimidio circiter æquiparat, cujus pars superior rutilans est, reliquum flammæ cæruleum exardentis sulphuris colorem referens, atque e centro flammæ perexiguæ aliquando saturatæ rubræ insurgunt celeres flammulæ, vividæque vicissim micantes scintillæ, idque, ut clarius innotescat, nocturno tempore instituenda sunt experimenta.

Exhalationes deflagantium vaporum non semel inspiravi, sed nullam unquam passus fui vellicationem, ullum neque irritamentum, unde tussis vix, ac ne vix quidem excitaretur, vel sternutamentum; nonnihil tantum odoris e flamma manabat tenuem deflagantis alcohol odorem quasi simulans.

Marcus Antonius Laurentus Sodalis noster longe clarissimus, & magni nominis vir, cum sexaginta ab hinc annis porectanarum aquarum examen instituit, capitellum amplum vitreum flammæ leonini fontis imposuit, ut videret, an distillaret quidpiam, idque quale esset. Et sane e capi-

capitelli rostro liquor exiit limpidus, odoris empireumatici, & tamquam fuliginosi, quique liquor neque acidis, neque alcalinis ullam ostendit alterationem, ut parum phlegma videretur; idque videre licet in primo tomo Commentariorum Academiae nostrae: quae omnia ego quoque expertus sum: verum e vapore in flammam jam nimis attenuato nihil aliud per distillationem erat forte expectandum, atque ad vaporis sublimationem arte obtinendam nimium tempus experimento erat concedendum.

Sed de vaporibus porectanis desagrantibus jam satis; antequam vero conjecturas propono, nonnulla referenda esse reor de porectano monte, & de ignivomo superiori spiraculo.

Porectanum montem, de quo locutus sum, superficie maris horizontali pedes sexcentum quadraginta duos ex barometricis observationibus altiore esse arbitror, si tamen huic dimetiendi rationi plena sit fides adhibenda. Omnia dicti montis strata, plerumque fracta, horizonti sunt perpendicularia, vel parum a perpendicularitate remota; reliquorum vero propinquorum montium strata vel horizontalia sunt, vel parum ad horizontem inclinata: phenomenon revera magna dignum contemplatione. Dictorum porectanorum stratorum nonnulla ex nigro quodam calcario lapide, pauca ex ardesia tegulari constant, plurima ex illo durissimo lapide, ab Ulyssae Aldrovando nostro, viro celebratissimo, *Petra serena* nuncupato; in Apenninis frequentissimo. In istis lapideis stratis nullam fossilem vegetabilem, nullam animaleam fossilem substantiam observabis, sed tantum micas, heterogeneas glareas, spathosas lineas, quarzosasque; & si in *petra serena* adsit rima, elegantissimas plerumque, nitidissimasque montanas crystallos invenies. Ex enarratis, idest ex dictorum stratorum fractura, atque ex perrara eorum ad horizontem perpendicularitate primum est colligere, porectanum montem vehementes nimis concussiones sustinuisse, depressionesque, nec non lapidum luxationes, verbo sit venia, quam maximas.

Non procul a montis cacumine meridiem versus inest antiquum flammæ spiraculum, pedem parisiensem longitudine, digitum vix superans latitudine: juxta spiraculum versus occiduum insurgit immane saxum, quod saxum fovet igni-

vomam rimam, defenditque, & fornicis veluti vices gerit. Saxi fornicata superficies, quæ spiraculo impendet, ignis haud dubie ministrat indicia; etenim dicti saxi infera superficies fumo nonnihil inquinata est, & aliquantulum ignis vi decomposita: sic quoque petrosi spiraculi latera; cujus cavitas perpendicularis tres parisienfes adæquabat pedes, exinde ad septentrionem valde inclinans ulteriori examini repugnabat; at cum nudum montis lapideum verticem gravioribus ligneis malleis percutiebam, sonitum quemdam audiebam profundum, qui obtusus per ignivomi montis viscera se se diffundebat, & antra, intimaque cavernas spiraculo communicantes plane indicabat. Thermometrum farheneitianum in eam cavitatem induxi pluries, & constanti experimento sexagesimum octavum gradum attingebat semper hydrargyrum, plus esset externus aer, minus esset calidus.

Admota face confestim vapor e spiraculo profiliens flammam concipiebat aliquo cum murmure, & murmur per intimos spiraculi anfractus percuriebat; ergo flamma quoque, quæ tamen cum murmure brevi extinguebatur.

Sed ego nimia ardebam voluntate, intima spiraculi penetralia, si fieri poterat, tentandi; namque mihi valde persuadebam, ignivomum spiraculum nihil aliud esse nisi ductum vaporis sublimatorium, antra, & cavernulas veluti capitella, totum porectanum montem chemice nature eximium esse elaboratorium. Fontis Leonis, balneorum item porectanorum aquæ ad basim montis undique pullulantes eodem gloriantur accensibili vapore, quo donatur spiraculum, & spiraculi, nec non dictarum thermalium scaturiginum flammæ eisdem omnes exhibent characteres. Vaporis ergo a basi ad cacumen usque montis propulsi, perque rimas producti patefacto spiraculo concretas sublimationes consequi me posse sperabam; sicque vaporis indolem, atque elementa aptius eruere non dubitabam. Oportebat ergo non solum e porectano ignivomo spiraculo propinquam removere glareosam terram, sed lapidea perpendicularia strata spiraculo lateralia infringere, saxaque evelle, ut in apertum venirent intima spiraculi, nec non, si quæ essent, longævo annorum cursu concretæ a natura vaporis sublimationes: nec spes me fefellit.

Jussu

Jussi igitur ingentia lapidea strata spiraculo vaporis proximiora primum confringere, idque melleis ferreis, scalp-
pris, cuneis, pulvere pyrio magna virium contentione con-
fecuti sumus: sæpe scalpui ictu excitata una tantum scintilla
prope spiraculum, vapor repente non sine eorum, qui
aderant, admiratione inflammabatur; cumque validioribus
vestibus improbo labore grandia removebam saxa, quæ
per cavernosum præcipitem montem magno cum fragore fa-
cillime in profundum ruebant, cum, inquam, removebam
saxa spiraculo propinquiora, graveolens odor pedetentim
insurgebat, quem antea minime adnotaveram.

Patefacto nonnihil spiraculo ad ejus superiora latera
aliqua combustorum vegetabilium indicia, exinde materiem
quamdam veluti pulvem luteolam, uliginosam, rorulentam
offendi persimilem illi, quam crepitantes vaporis bullæ pul-
lulantium aquarum fontis Leonis, ut dictum est, in forni-
ce, inque lateribus cavernulæ intringunt.

Jam ad profunditatem duorum pedum & ultra effossum
erat ignivomum spiraculum, jamque spiraculum, ut mihi
videbatur, proclive erat ad cavernulæ formam capessendam.
Ergo nulla mora durum opus prosequendum esse
nemo negabit, ut reliquæ vaporis concretæ substantiæ, si
quæ adhuc essent, ad manus venirent; resque ex voto cessit.

Vix evulsis lapidibus, qui divinatæ incumbabant cavern-
ulæ, foetor stomacho nonnihil nauseosus me illico vexa-
vit, quem præsertim terra quædam exhalabat nigra, tenax,
pinguis, & uliginosa. Tenacem hanc cumulans terram ri-
mas hiatusque nonnullos cum cavernula communicantes de-
texit, per quos hiatus accensibiles vapores veluti cum sibilo
erumpebant: admota face hiatus, rimæque omnes continuo
desflagraverunt ita, ut cavernula ardentis fornacis ostium
quasi simularet: tum intimum murmur, crepitus, repetiti
fragores per latebrosos montis hiatus resonabant non sine
eorum, ne & ego ipse videar territus, non sine eorum,
inquam, qui operam navabant, admiratione & timore:
elapsis circiter tribus minutis evanuerunt flammæ, profundi
quieverunt fragores. Effossa iterum cavernula, quod scalp-
pis & cuneis difficili labore vix aliquantulum obtinui, ad
superiora rimarum cum cavernula communicantium latera
crustam quamdam albidam granulis quibusdam fulvis con-
sper-

spersam deprehendi; ultra nihil, nisi pullulantes vapores ignis peravidus; frustra enim molestum opus ad hebdomadam quasi produxi. Pacem ergo, & quietem porcetanæ cavernosæ rupi non invitus concessi, atque ignivomum spiraculum a periculis liberavi, cum quatuor vaporis substantias per montis cavernulam, & anfractuofos hiatus sublimatas, concretasque nactus fui, uliginosam nempe luteolam pul-tem, nigram unguinosamque terram, albidam crustam, & fulva granula, quæ omnia chemicis tentaminibus erant exploranda.

Pul-tem hanc uliginosam uni alembico, nec non illam e cavernula pullulantium aquarum fontis Leonis cochleari argenteo cumulatam, quæ argenti nitorem minime immutavit, alteri alembico commisi, & appposito igne liquor primo fluxit subflavus omnino confimilis liquori, quem Laurentus, & ego e rostro capitelli deflagrantibus vaporibus superimpositi obtinuimus, purum nempe phlegma odoris tantum fuliginosi: expleto phlegmate, auctoque igne sublevatum est subfuscum oleum quoddam odoris bituminosi, & nonnihil empireumatici; tandem aliquantulum substantiæ subalbidæ, & siccæ ad collum retortæ concretum animadverti; neque fumus, neque quidquam aliud apparuit. Frigefactis alembicis in eorum fundo massulas nigras inveni leves, spongiosas, & facile friabiles; ut paucis me expediam, quod alembici ope hæc dedit luteola uliginosa substantia, idem quoque suppeditavit terra illa pinguis, nigra, & unguinosa, quam in spiraculi patefacti cavernula congregavi, hoc tantum discrimine, quod hæc terra multum tenacis, densi & nigricantis olei, nimis parum phlegmatis, substantia vero illa luteola multum phlegmatis, parum tenuioris subfusci olei concessit.

Omitto perpauca materiem subalbidam ad collum retortæ concretam, quæ characteres omnes salis ammoniacalis in cavernis ignivomorum montium quam facile hospitantis præfererat, & nigras massulas spongiosas & friabiles (caput nempe mortuum) terreis particulis adjudicandas; quibus ablatis rorulentam, luteolamque substantiam ex tenuiori naphtha, cui permixtæ sunt particule aquæ, terram vero nigram unguinosamque ex densiori minerali bitumine constare compertum est, ex quo densiori bitumine, ut au-
tumo,

tumo, repetendæ sunt flammulæ, vividæque scintillæ, quas aliquando insurgentes e centro tenuioris porctanæ flammæ adnotavi; etenim eas ex aliquibus hujus crassioris substantiæ particulis ab impetu vaporis ad avolandum aliquantisper coactis prodire facile crederem.

Restat adhuc exploranda crusta illa tenuissima, & albidula fulvis granulis huc illuc prædita, quæ duabus constabat substantiis, quarum una, idest fulva, & granulosa facillime aqua solubilis erat, & stiptici saporis, altera vero, crusta nempe albida, sapore destituta minime aqua dissolvebatur; facili tamen negotio earum naturam detexi.

Granulosæ substantiæ portionem in aquam nivis stillatitiam immisi, & huic solutioni decoctum gallarum administrami, statimque nigrum liquor. In vase fusorio alteram granulosa substantiæ portionem accensis carbonibus tradidi, qua candefacta purissimum obtinui colcothar, quod frige factum acu magnetica tentavi, sed nihil omnino; ablutum tamen secundum artem hoc colcothar, exsiccatumque, atque adipe commixtum denuo ignitum reddidi, exinde frige factum colcothari acum magnetica vi imbutum admovi, & cuspidi acus plures vidi ferreos flosculos solemniter pertinaciterque adhærentes; fulva ergo hæc granula martis esse purum vitriolum nemo negabit.

Crustam vero tenuissimam, & albidam minime, ut dixi, aqua solubilem ferreæ candenti laminæ tradidi: confestim surrexerunt flammulæ cæruleæ, atque halitus inspirationem leviter vellicans. Rebus sic stantibus quis de genuino sulphure amplius dubitabit? Nihilominus ut de hac re certo certius constaret, in vitream phialam dictæ crustæ portionem, & oleum tartari immisi, & phialam arenæ balneo commisi: ebulliente oleo tartari statim soluta fuit crusta; laminam argenteam in hanc solutionem demersi, quæ primum amittens nitorem, illico nigrum colorem sibi comparavit: huic solutioni acidum vegetabile guttatim affudi; effervuit liquorum commixtio, sed nihil ultra; quod mihi mirum videbatur: at acidum vegetabile iterum atque iterum solutioni nostræ administrami; quiescente effervescentia tandem inalbescere cœperunt liquores, odoremque emiserunt hepar sulphuris ad unguem referentem, & post ali-
quod tempus luteola subtilissima præcipitatio tandem secu-
ta

ta est, sulphuris nempe, ut aiunt, butyrum. Quibus omnibus tentaminibus luce meridiana clarius elucescit, crustam hanc albidam nihil aliud esse, nisi tenuissimum nativum sulphur, sive sulphuris flores; quæ crusta omnino comparanda est ad illam substantiam veluti in fila coalitam, quam, ut dixi, in subjecta pelvi ad Ioninum fontem adnotavi; aquæ enim defluentes ex ore porectani fontis Leonis, & lapideam percutientes subjectam pelvim illic subnigrum imprimunt colorem, ibique nonnulla perexilia veluti fila vix densantur, quæ sedulo indigent observatore, quæque ejusdem sunt naturæ, & indolis, ac dicta crusta. Animadvertendum denique est, ignivomum spiraculum terra illa nigra, & pingui, nec non substantia illa luteola, & uliginosa abundare, reliquarum concretionum, sive vaporis sublimationum, albidæ nempe crustæ, fulvorumque granulorum minime divitem esse.

Jam habemus præcipua hujus vaporis elementa. Inflammabilis ergo hic vapor porectanus a densiori bullarum bitumine expeditus, est ne ad simplicissimam naphtham, an ad genuinum sulphur referendus? Naphthæ favet rutilans superioris flammæ color; naphthæ favet aquarum odor ad odorem hepatis sulphuris haud comparandus, quo odore procul dubio fontes omnes volatili genuino sulphure præditi gloriantur; & quod præcipuum est, naphthæ favent flammæ exhalationes nequaquam tussim, vel iternutamentum excitantes. Contra vero inferior flammæ pars cærulea pro sulphure militat; militat argentum salientibus vaporibus oppositum tandem nigrescens; & quod maximum est, militat pro sulphure candida illa crusta ignivomi spiraculi, nec non filamentosa substantia, quam in subjecta pelvi ad fontem Leonis adnotavimus. Quid ergo statuendum de hac re? Ego sic opinor. Porectanum inflammabilem, fugacissimumque vaporem a crassiori bullarum bitumine expeditum ad tenuissimam naphtham referendum esse autumo, quam naphtham ab igne subterraneo maxime rarefactam, attenuatamque per specus, & anfractuosas montis cavernulas spiritus æthereo-elasticus circumvolans, & per angustas rimas, hiatusque erumpens secum trahit. Verum phlogisto, & spiritui æthereo-elastico socium se adjungit, comitaturque nonnihil acidi catholici undique irrepentis,

at

at in subterraneis speluncis quam libenter hospitantis, quod acidum a spiritu æthereo elastico impulsum minime phlogisto se connectit, sed coactum & fugax, libertatisque avidum cum vapore ex ore leonini fontis, ex balneorum rimis, vel e montis ignivomo spiraculo prorumpit; hinc fit, ut sulphuris elementis constet porctanus inflammabilis vapor, minime vero volatili composito sulphure.

Quæ cum ita sint, phenomena omnia, quæ inter se discrepantia videntur, ad concordiam haud difficulter revocantur. Aquæ, de quibus nunc est sermo, sulphureum odorem neutiquam reddunt, & reddere nequeunt, cum acidum minime phlogisto sit intime conjunctum, sed solummodo tamquam vaporis focium, ideoque genuinum sulphur nullo modo fuit antea in hujus montis visceribus constructum, & exinde ab alcalicis aquarum elementis, & ab interno montis igne ad instar hepatis sulphuris comparatum; quæ omnia necessaria videntur, ut sulphur aquis permixtum sit, & solutum, nec non ut aquæ sulphureum expirent odorem. Neque flammæ halitus tussim excitare debet, vel sternutamentum; namque e flammæ pabulo vel nihil, vel pene nihil acidi a phlogisto expeditum aufugit, cum acidum phlogisto minime sit connexum. Verum acidum catholicum phlogisto haud implicatum una cum spiritu aquarum rectore, seu spiritu æthereo elastico elasticam vim vaporibus communicat, & auget; atque acidi indoli tribuendus est fuscus color, quo argenti superficies, diu tamen vaporibus exposita, tandem inquinatur; acidum enim maxime attenuatum, & modica nimis quantitate se comitem præbet, ut jam diximus, & insurgit. Denique acidum, cum ex ore leonini fontis scetet, vel ex ignivomo porctani montis superiore spiraculo, & liberum aerem attingit, vel cum externo aere vix communicat, tunc tantum nonnullas phlogisti, & martis minimas aggreditur particulas, illis se se illigat, sicque candida sulphuris crusta, & martialis vicrioli granula in montis vertice, & spiraculo, nec non perexilia illa sulphuris fila in subjecta pelvi ad fontem Leonis, ut dictum est, longo annorum cursu coalescunt, & illa pars pelvis defluentibus aquis percussa nigro conspurcatur colore.

Neque novum est, alcalinas, acidasque naturas, idcirco acidas, & oleosas eodem in liquido integras conservari,

& alteram modo ad hoc, modo ad illud corpus immutandum esse altera proclivior. Illis, qui medicatarum aquarum chemicam analysim instituunt, id sæpe experiri contingit; sic etiam docuit vir ille nemini secundus, & summus in arte magister, cum de medicatis Recobarii aquis sermonem habuit disertissimum, atque, ut consuevit semper, doctrina exundantem, ut in actis Academiæ nostræ. Jam, humanissimi sodales, plane intelligitis, me Jacobum Bartholomæum Beccarium, virum egregium & candidum memorare, quem morte correptum, morte tamen sancta, & optabili, lugemus omnes, quemque honoris causa semper memorabo. Unum denique animadvertere liceat. Plurimos medicatos fontes volatilis sulphuris ditissimos esse, pervulgatissima res est, veluti minerales spadanas celebres aquas, aponeuses thermas, curcuenses, herculaneas, & præ ceteris quam plurimis fontem illum porectanum, qui Porecta vetus nuncupatur. Harum omnium vel thermalium, vel mineralium vapores, etsi manifesto quam maxime sulphurei, nunquam admota face flammam concipiunt.

Fontes vero accensibili vapore præditi perpauci recensentur. Omitto Jovis fontem in Epiro, de quo verba fecerunt Lucretius de Rer. Nat. lib. 6., Plinius Hist. Nat. lib. 2. cap. III., & horum auctoritate Pomp. Mela lib. 2. cap. III. aliique, cujus fontis nulla amplius notio est. Omitto fontem prope Gratianopolim in Delphinatu, & alterum ad Lancastrum in Anglia, nec non lacum Quilotoa Andium in America, de quorum primo sermo est in Actis Regiæ Academiæ Parisiensis, de secundo in Transactionibus Anglicanis, de tertio in itineribus Bouguerii ad æquatorem. Gratianopolis tamen, & Lancastris fontes justo examine exinde factò ad flammigeros fontes minime pertinere statutum fuit; e lacu vero Quilotoa non insurgunt vapores admota face deflagrantes, sed aliquando tantum, & quibusdam aeris constitutionibus spontanæ ex aquis erumpunt flammæ. Omitto denique id, quod Paulus Bocconus in suo Physicæ museo pag. 153., & pag. 157., aliique referunt de vaporibus inflammabilibus; namque non ex aquarum, sed ex quibusdam petrolei scaturiginibus insurgunt.

Scaturigines vero, quæ perpetuo vapore ad concipiendam flammam admota face semper evidentè parato abunde

de gloriantur, in toto terrarum orbe, quod sciam, unam, & alteram tantum habemus, mineralem nempe fontem cracoviensem in Polonia minoris Palatinatu, cujus mentio est in Actis Eruditorum Lipsiensium, & thermalem Leonis fontem, nec non tria calidiora balnea poriectana in agro bononiensi, quæ scaturigines merito exardentes nuncupantur.

Dictis scaturiginibus esset fortasse consociandus rivulus quidam prope Bergeracum in Gallia, de quo est sermo in Actis Regiæ Academiæ Parisiensis anni 1741, ab astuto gammarorum prædatore fortuito detectus, qui nocturnus prædator dum accensos paleæ manipulos juxta aquas admovit, ut gammarorum cryptas aptius detegeret, ex quibusdam rivuli foraminibus insurrexerunt vapores, qui flammam concipientes illi obstupefacto, & perterrito vestes comburere cœperunt; re deinde pervulgata, experimenta pluries eodem semper successu fuerunt instituta. Phænomenon hoc cœno illis foraminibus cumulado, sulphureis materiis prædito, & fermentationis ope in agitationem ita posito, ut desflagantes emitteret exhalationes, adjudicatum fuit; ego vero rivuli illius foramina potius ab inflammabilibus subterraneis vaporibus vel sine, vel cum aquis erumpentibus repetenda esse autumo, & Bergeraci quoque rivulum exardentibus perraris scaturiginibus adscribendum esse facile crederem.

FERDINANDI BASSI

*De Thermalium Porectanarum Aquarum
Salibus.*

Superioribus annis de porectanarum aquarum elementis verba feci, de earum nempe caloris gradu, de thermalium spiritu rectore, sive, ut ait Hoffmannus, de spiritu æthereo-elastico, de sulphure, & vitriolo volatili, de admirabili illo vapore accedente flamma statim deflagrante, de martialibus substantiis, & de alcalina terra: restant adhuc medii sales, quibus porectanæ thermales aquæ gloriantur, de quibus nunc sermonem instituo. A fontibus Porectæ veteris, *delle tre bocche*, & Puzzolæ exordior: alias jam dixi, porectanas thermales scaturigines, quæ trigesimo secundo a Bononia distant lapide, septem esse, quarum dictæ tres elementorum natura, non vero proportionem, analogæ sunt; reliquæ quatuor scaturigines, Balneum nempe Martis, Balneum Bovis, Balneum *reale*, insignis denique fons Leonis iisdem quoque, quamvis diversa proportionem, constant elementis, sed ab elementis primo loco dictarum scaturiginum nonnihil diversis: omnes tamen porectanæ thermales aquæ iisdem salibus donantur, at non eadem quantitate. Primum ergo de salium quantitate, quæ singulis porectanis thermalibus aquis recte assignanda est, exinde de eorum salium indole, & natura breviter disseram.

A fontibus, inquam, Porectæ veteris, *delle tre bocche*, & Puzzolæ exordior. Ex singulis fontibus libras sex aquarum probe libratas hausi, quo pondere & mensura omnes porectanarum thermalium aquarum evaporationes imposteriorum referendas constitui: atque, ut clarior res evadat, sciendum est, libram, qua usus sum, duodecim uncis consistere,

re, unciam drachmis octo, drachmam vero tribus scrupulis, vel septuaginta duobus granis, de quo libræ pondere, & divisione omnium notissima, vulgo libra *da saggio*, pene ubique omnes consentiunt. Dictas sex aquarum libras vitreis vasis ore satis amplo instructis traditas arenæ balneo commisi eo ignis gradu, qui numquam ad ebullientis aquæ gradum, nec proxime, accederet. Post aliquod institutæ evaporationis tempus aquæ turbidæ factæ sunt, & corpuscula veluti furfuracea apparuerunt; exinde albida tenuissima pellicula superficiem aquarum cooperiens: tunc ignem de more imminui, ut sensim pellicula, aliaque furfuracea corpuscula subsiderent, ac tandem completis evaporationibus sedimen, ceu concretiones salinas obtinui: has concretiones aqua nivis stillatitia dissolvi, solutionesque per emporeticam chartam trajeci, ut sales a reliquis metallicis, terrestribus, aliisque, si quæ essent, substantiis fecernerem; solutiones postea solis ope ad siccitatem denuo evaporavi, & dempto vitreorum vasorum pondere ad sex libras aquarum Porectæ veteris drachmam unam cum dimidia nec non duodecim grana, ad sex libras aquarum Puzzolæ drachmas duas cum dimidia, & scrupulum unum, ad sex libras aquarum fontis *delle tre bocche* drachmas tres cum dimidia plus duodecim grana pertinere cognovi.

Eodem quoque processu, ut paucis me expediam, reliquas quatuor thermales porectanas aquas tentavi, & sex libræ aquarum Balnei Martis, nec non Balnei *reale* drachmas quatuor præbuerunt salinæ concretionis, aquæ vero Balnei Bovis drachmas quatuor & duodecim grana, denique aquæ fontis Leonis drachmas quinque cum dimidia salium suppositaverunt; ex quibus tentaminibus patet continere singulas aquarum libras

Fontis Porectæ Veteris. Salium Grana	20
Fontis Puzzolæ	34
Fontis <i>delle tre bocche</i>	44
Balnei { Martis {	48
} Reale }	
Balnei Bovis	50
Fontis Leonis	66

Animadvertendum tamen est, hanc, quam exhibui, mediam esse salium proportionem, quæ singulis porectanis medi-

medicatis aquis assignanda est; namque eandem adamussim salium quantitatem ex plurimis harum aquarum captis evaporationibus me pene numquam obtinuisse fateor; & quamvis haud dubie porectani sales ad indolem salium volatilium minime accedant, nihilominus si ignis gradus tantillum augeatur, ut citius evaporatio evadat, tunc certe permultæ avolant salinæ particulæ, & minus concreti salis comparatur, quod summæ horum salium tenuitati tribuendum esse reor.

Cognita salium quantitate, quæ singulis thermalibus porectanis aquis adscribenda est, ad eorum examen progredior. Singulas concreciones salinas aqua stillatitia iterum solvi, easque solis ope denuo evaporavi, usque dum candida pellicula liquori innatans appareret; exinde aliquantulum salinæ solutionis supra planam vitream laminam immisi, aliam vero salinæ hujus concrecionis partem in vitreum concavum vasculum affudi, ut crystallorum salinarum figuram, & indolem melius inquirerem, eaque omnia in frigido cubiculo secundum artem servavi; quæ postea scrutatus sum, nunc vobis refero.

Quæ ad figuram porectanorum salium pertinent, hæc sunt; candidæ eorum permultæ crystalli cubicam simulant figuram, aliæ vero ad quadratam pyramidem nonnihil accedunt, in quibus quatuor pellucidæ seu diaphanæ lineæ ab oppositis crystallorum angulis discedunt ita, ut illæ ad centrum crystallorum recte percurrentes, & in eodem centro se se interfecantes duæ veluti diagonales lineæ appareant. Sales isti pyramidalem, cubicamque figuram æmulantes vel concavorum vasculorum fundum occupant, vel centrum chrySTALLIFICATIONUM in planis vitreis laminis; peripheriam vero sive ambitus chrySTALLIFICATIONUM in dictis laminis, & superiora latera chrySTALLIFICATIONUM in concavis vasculis spongiosa, nec non laminosa circumtenet candidissima quædam salina concrecio. Hæc sunt, quæ ad salium præcipuam spectant figuram; quæ ad eorum proprietates, & indolem pertinent, hæc habeo vobis exponenda.

Cubicos, nec non pyramidales porectanos sales lineis diagonalibus distinctos ardentibus tradidi carbonibus: crepitaverunt omnes; debilius tamen, quam muriatici sales.

Porectanis hisce salibus aqua nivis stillatitia solutis solutio-

lutionem argenti in spiritu nitri guttatim affudi: ex tempore inalbefcere cœpit liquor, & candidissima secuta est præcipitatio, immo densum coagulum veluti caseosum; idque solutionibus dictorum porectanorum salium plane contigit, iis hydrargyri vel saturni solutione minitrata.

Sublimato mercurio aqua stillatitia soluto alcali fixum adjunxi. Confestim roseus factus est de more liquor, qui exinde spissam, rubicundamque demisit præcipitationem: in rubicundam commixtionem porectanos dictos sales immisi; evanuit sensim rubeus color, evanuit rubicunda præcipitatio, & limpidus, ut antea, & pellucidus factus est liquor. Syrupus denique violarum, atque heliotropii solutio, quibus permixta sit solutio salium, de quibus verba facimus, nullam, vel pene nullam sustinent colorum immutationem: quæ omnia pericula dictorum porectanorum salium jam indicant indolem.

Ut tamen mihi plane constaret, tam cubicos, quam pyramidales porectanarum thermarum sales duabus illis diagonalibus lineis inscriptos ejusdem esse nature, pyramidales a cubicis salibus dissociavi; dein omnia exposita experimenta denuo, & sejunctim institui tam cum cubicis salibus, quam cum pyramidalibus; atque omnia phænomena jam exposita iterum adamussim consentire cognovi.

Immo ut de eorum indole, & natura magis magisque certus essem, cubicos apte exsiccatos decrepitavi porectanos sales, decrepitavi quoque illos ad quadratam pyramidem nonnihil accedentes; atque in pulverem redactis eandem ac salium pondus hydrargyri quantitatem singulis salibus consociavi, & in unam phialam angusto collo instructam cubicos sales cum hydrargyro, in alteram phialam pyramidales item cum hydrargyro immisi, & arenæ balneo phialas tradidi ignem per gradus adaugens, usque dum per sublimationem ad colla phialarum concretas observavi limpidas particulas, nonnullasque lucidissimas, minimasque veluti crystallos: tunc frigefactis phialis sublimatas has concretiones sedulo collegi, earumque tantillum deguitavi, quarum saporem inveni auterum, & ingrattissimum. Tunc concretiones hæcæ aqua nivis stillatitia dissolvi sejunctim, singulasque solutiones in duas æquales partes divisi; in unam, & alteram dictarum solutionum portionem nonnullas spiritus salis ammoniaci guttas affudi; ac statim turbidæ factæ sunt li-

liquorum commixtiones, deinde inalbescere cœperunt. Oleum tartari per deliquium reliquis duabus solutionum fepositis partibus instillavi, atque illico commixtiones rubeum induerunt colorem, & rubea secuta est præcipitatio: rubeis hisce commixtionibus depuratissimum muriaticum salem adjunxi; ex tempore quasi evanuit præcipitatio, nec non rubeus color, ac limpidus denuo factus est liquor. Cum vero hæc omnia contingant tum in soluta sublimatione hydrargyri cum porectanis cubicis salibus commixta, tum in soluta hydrargyri sublimatione cum pyramidalibus porectanis salibus duabus diagonalibus lineis distinctis confociata; cumque pericula capta ope spiritus salis ammoniaci, & olei tartari per deliquium omnino convenient cum iis, quæ similiter in solutione communis sublimati corrosivi ex acido marino, ut omnibus notum est, & hydrargyro constantis observamus; jam ex hæcenus omnibus enarratis non solum porectanos sales, de quibus est sermo, ejusdem esse indolis, verum etiam ad muriatici salis naturam accedere non dubito. Quapropter hos sales porectanarum thermalium aquarum, qui tres ex quatuor partibus salinarum concretionum quasi adæquant, cum Gotscalkio Wallerio, qui in celebratissima sua mineralogia observationibus ductus, & experimentis salem plurimorum fontium quamvis cubicum, & crepitantem a sale gemmeo, & marino distinguit, & peculiarem salis speciem adnotat; quapropter, inquam, dictos sales porectanarum thermalium ad salem fontanum majoribus cubis Waller. Miner. to. 1. pag. 317; vel ad muriam nudam fontanam, atque etiam ad muriam nudam thermalem Car. Linn Syst. Nat. t. 3. pag. 98. referendos esse autumo; quæ salis species muriaticis salibus purior est, & tenuior, ut Wallerius ipse quoque Miner. t. 1. pag. 116. adnotavit; qui tamen cubici, & nonnihil pyramidales sales majori donantur specifica gravitate, quam reliqui porectanarum thermalium aquarum sales; namque fundum in concavis vasculis sales, de quibus nunc verba facimus, vel centrum in planis laminis semper occupant.

Restat adhuc altera porectanarum thermalium salium species, illa nempe candidissima spongiosa, & laminosa salina concretio, quæ peripheriam, & ambitum in planis vitreis laminis, vel superiora latera crystallisationum in concavis

cavis vasculis circumtenet. Hæc spongiosa laminosaque salina concretio candidissima, ut dixi, & levissima saporis est falso-amari, & urinosi, atque aeris humiditatem appetens ita, ut in deliquium facillime evadat; idcirco salinam hanc concretionem a reliquis jam expositis porectanarum thermarum salibus haud difficulter secernere fas est, stillatitiam aquam in salium concreciones immittendo, atque ex tempore quasi ex uno in alterum vas primam dictarum concretionum solutionem infundendo. Salina hæc spongiosa concretio ardentibus tradita carbonibus minime, ut sal muriaticus, crepitat, sed ignem sustinens, & quasi liquefcens turgesfacta intumescit.

Acidum vitriolicum in hanc spongiosam salinam concretionem affudi: orta est illico effervescentia, exinde effervescentia quiescente salis species orta est ad glauberianum mirabilem salem valde accedens.

Syrupus denique violarum, cui spongiosæ concretionis, de qua est sermo, solutionem adjuncti, in elegantissimum immutatus est smaragdinum viridem.

Quæ omnia experientia satis & abunde indicant, spongiosum hunc & lamellosum salem nimis diversum esse a muriatico sale, ejusque congeneribus, ideoque nimis etiam diversum a reliquis cubicis, vel nonnihil pyramidalibus porectanarum aquarum salibus. Indicant quoque experientia, spongiosum dictum salem ad alcalinam magis, quam ad acidam, accedere naturam; ideoque salem hunc ad salem alcali in acidulis vel thermis hospitantem Waller. Miner. t. 1. pag. 323. referendum esse pro certo habeo; minime vero intelligendum est, fixum salem alcali fontanum a Wallerio sic definitum ad speciem quamdam genuini salis alcali pertinere, namque id naturæ repugnat; verum cum basis probabiliter genuini salis fontani satis acido non sit satura, ita enasci salis speciem ad neutrum salem accedentem, sed in quo alcalina substantia acido præpolleat.

Spongiosus hic sal alkali fontanus quartam porectanarum salinarum concretionum partem vix, ac ne vix quidem, superat; ergo continet porectanarum thermalium aquarum unaquæque libra

Fontis Porectæ veteris	}	Salis fontani	Grana 15
		Salis alcali fontani	Grana 5
Tom. VI.		R r	Fon-

Fontis Puzzolæ	}	Salis fontani	Grana 25 $\frac{5}{2}$
		Salis alcali fontani	Grana 8 $\frac{1}{2}$
Fontis <i>delle tre bocche</i>	}	Salis fontani	Grana 33
		Salis alcali fontani	Grana 11
Balnei <i>reale</i> }	}	Salis fontani	Grana 36
Balnei Martis }		Salis alcali fontani	Grana 12
Balnei Bovis	}	Salis fontani	Grana 37 $\frac{5}{2}$
		Salis alcali fontani	Grana 12 $\frac{1}{2}$
Fontis Leonis	}	Salis fontani	Grana 49 $\frac{1}{2}$
		Salis alcali fontani	Grana 16 $\frac{1}{2}$

Quæ cum ita sint, jam luce meridiana clarius patet, ubi blanda vis illa ad solvendum ventrem aptissima, qua porectanæ thermæ aquæ, & in primis aquæ fontis Leonis quam maxime gloriantur, infideat, in expositis nempe salibus; blanda vis, inquam, ac mansueta; etenim dictis aquis nonnihil tenuissimæ naphthæ ex accensibili assiduo vapore, de quo sermonem habui, proveniens confociatur, unde non solum in urbe nostra ad infirmorum sublevamen revocata est, verum etiam per urbes Italiæ, & usque extra Italiam quatuor saltem ab hinc seculis porectani fontis Leonis aquæ transportabantur, ut Tura de Castello Medicinæ bononiensis Professor de Baln. Omn. Cap. II. pag. 46., Michael Savonarola Patavini Lycæi Professor de Baln. Omn. lib. II. cap. III. Rub. I. pag. 16., nec non celeberrimus Ulysses Aldrovandus noster in suis manuscriptis, quibus titulus est *Balneorum* pag. 188., in perampla Instituti Bononiensis Scientiarum Bibliotheca servatis, communi consensu omnes testantur.

Manifestum quoque est, dictos sales per evaporationem porectanarum aquarum adeptos eandem solutivam vim habere, unde in medicum usum apud nos, atque apud exteras nationes venerunt; qui porectani sales ebsomense sale vulgo *sale anglico*, reliquisque salibus falso-amaris, vel falso-urinosis sunt actuosiores, namque quatuor ad sex drachmas porectanorum salium dosis pro solvendo ventre ad summum usurpatur.

ALPHONSI MALVETII BONFIOLII

*De Maupertuisiano Minimæ Actionis
Principio.*

Divina summi auctoris sapientia, qua in hac rerum universitate singula miro ordine disponi, & ad certos fines referri videmus, omnium ætatum philosophis occasio fuit, ut in causarum finalium scientia, quam Teleologiam naturalem vocant, multum temporis, multumque studii collocarent. Ea autem his fere principiis continetur: naturam scilicet neque redundare unquam, aut superfluere, neque in necessariis deficere; in agendo rationem sequi maxime simplicem; non fines rebus, sed res finibus aptare, & cætera hujusmodi, quæ in plurium philosophorum libris passim traduntur. Fuerunt tamen nonnulli, quos rei difficultas perterruit, qui totam hanc scientiam, ejusque principia omnia parvi facienda putarunt, eam integram metaphysicis relinquentes; idque satis comprobatum volunt exemplo illorum, quibus hujus scientiæ amor, ejusque principiorum in physicis usus erroris occasio fuit. Plures contra æqui magis, neque tamen minus cauti docuerunt, cognitionem finium pleniorum naturalium operationum cognitionem inducere, & fieri sæpe, ut qui nihil est sollicitus ad quemnam finem hoc referat natura, qua etiam ratione id agat, omnino ignoret: cujus rei exempla plura, eaque luculentissima ex Astronomia, Mechanica, Optica, & Anatome collecta protulit inter cæteros Co: Jacobus Riccatus c. 4. l. 2. p. 2. de universi systemate: eos vero errores, in quos pertractos fuisse plures fatentur, non hujus scientiæ usui, sed abusui potius esse tribuendos. Inde enim Cl. illi, & magni ingenii viri errandi occasionem sumperunt, quod hujus scientiæ principia abditis, ignotisque

rebus inveniendis lucem præbere putarent; quam præberent fortasse, si qui sint fines omnes operantis naturæ, & quænam congruenter ad fines operandi rationes, nobis datum esset dignoscere. At cum neque quam late fines pateant sciamus, & si quem investigando assequimur, utrum unicus hic sit, ignoremus; cumque pariter infinitæ propemodum sint viæ, quæ ad propositum finem possunt naturam perducere; facile propterea fit, ut credamus, id sibi in operando constituisse naturam, quod minime fortasse respexit, certe non unice; illum autem operandi modum cæteris esse antefendum, qui accommodatissimus quidem esset ei fini, quem nos naturæ tribuimus, non vero reliquis, quos ipsa sibi proposuit, & quibus propterea adjungitur; quam denique agendi rationem facilius mente complectimur, eam etiam revera esse maxime simplicem. Quare ut omne errandi periculum removeatur, docent ita esse incedendum: ut nimirum in novarum rerum inquisitione nihil omnino hujus scientiæ principiis concedamus; multum vero cum rerum jam notarum ordinem persequimur, & miram summi auctoris industriam, divinamque sapientiam. Quæ quidem horum philosophorum sententia mihi ita probatur, ut facile me ad eorum causam adjungam.

Tertium est philosophorum genus, quos impavidos dixerim, qui volunt in physicis quæstionibus ab hisce principiis initium esse deducendum, quæ si de medio tollerentur, afferunt nos in veritatis inquisitione omni prorsus certo lumine destitui. Ad horum partes accessit Cl. Maupertuis celebre illud principium ponens; naturam videlicet ita operari, suasque sibi mutationes inducere, ut in iis efficiendis minimum actionis infumat: quod quidem principium tam certum illi visum est, tamque universale, ut ab hoc tanquam ab uberrimo fonte omnes naturalium rerum cognitiones voluerit necessario esse deducendas. Rem autem ita exposuit.

Quæ hactenus a philosophis excogitata sunt ad detegendas leges motus, & æquilibrii, hæc si generatim, & universe accipiantur, dubium non est, quin in pluribus a rei veritate dissentiant. Nam & eandem motus quantitatem in natura servari, quæ Cartesii opinio fuit, etsi aliquando, non tamen semper accidit, neque universe, ut mi-
rum.

rum non sit, Cl. virum eas inde leges in percussione corporum deduxisse, quas ne ipsi quidem ejus auditores tenere potuerunt; vis autem vivæ conservationi, de qua plura disseruit Bernoullius, locus quidem esse potest in corporibus perfecte elasticis, nullus vero in reliquis, quorum tamen ingens est numerus in natura. Alia igitur nobis incedendum est via, & novum aliquid statuendum, quod & divino sit opifice dignum, & in omni naturæ opere constans, atque conveniens. Nihil autem æque tale visum est Maupertuisio, ac principium illud de minima actione. At quænam inde in physicis utilitas, si ejus minimæ actionis metiendæ, & ad calculos revocandæ nulla ratio suppeditetur? Quare ut inceptum opus perficiat, addit præterea, actionem eo semper esse majorem, quo & massa, & velocitas, & spatium percursum est majus, ideoque fieri generatim, ut actio sit in ratione composita massæ, velocitatis, & spatii. Hinc si massam dicas = M , velocitatem = V , spatium = S , actionem habebis = MVS : quod factum MVS si minimum supponas, ecce jam tibi universale principium, cui omnem de veris naturæ legibus inquisitionem tuto committas. Ejus tandem usus qui sit, & quam feliciter cedat, in æquilibrio vectis, & in corporum collisione demonstrat.

Hactenus quæ fuerit Maupertuisii sententia, exposui breviter, & ut arbitror dilucide; nunc quodnam de ea judicium ferendum sit, diligenter inquiram. Duæ autem erunt quæstionis partes. Quæ prima est, tota versabitur in ea, quam auctor assumit, actionis mensura; utrum videlicet, an non, congruat cum eo, quod de actione, deque iis, quibus constat, elementis sentire unumquemque geometram par est: alteram vero tribuam hujus principii usui, in qua exponam, quandonam, aut quomodo ad vera, & perspecta jam nobis confectaria deducat.

Primo itaque libenter peterem a Maupertuisio, quam ipse ratione demonstrat, veram actionis mensuram in facto MVS contineri? At actio, inquit, eo major est, quo magis massa, velocitas, & spatium augetur. Ita sane: num propterea confectam rem putat? Num ergo in nulla alia ratione augeri actio potest, nisi in simplici massæ, velocitatis, & spatii? An non verum æque est, eo magis
sem-

semper crescere descendens corporis velocitatem, quo majus est spatium, per quod illud descendit? neque tamen propterea quis dicet, eandem esse spatii, & velocitatis rationem. Quare hoc argumentandi genus minus firmum videtur, & valde periculosum, cum fieri facile possit, ut alterutro elemento aucto alterum crescat quidem, sed in ratione longe diversa. Præterea cur solam massam, velocitatem, & spatium memorat? cur nihil potentix, nihil tempori tribuit? quasi vero & illa aucta, ipsam quoque actionem crescere, & hoc mutato, illam pariter mutari necesse non sit. Quæ omnia qui attente consideret, facile colliget, factum *MVS* veram actionis mensuram nequaquam complecti: id certe demonstratum non esse, immo neque demonstrari fortasse posse: & præterea suspicabitur, auctorem nostrum non confectaria ex facto, sed ex confectariis potius, quæ jam præviderat deducenda, factum ipsum *MVS* intulisse.

Sed jam propius scrutemur intimam actionis naturam, ejusque rationem omnem, & modum: qua in re plura mutabimur a Cl. viris Jacobo, & Vincentio Riccato, qui difficillem hanc quæstionem summa luce donarunt, alter in Systemate Univerfi, alter vero in Dialogis de viribus vivis, deque virium mortuarum actione. Finge igitur animo pendere e laqueari corpus, quod a filo elastico, cui adnectitur, a descensu prohibeatur: hætenus neque actionem habes, neque causam, neque effectum, neque ullam status mutationem, sed duas dumtaxat potentias alteram alteri oppositam, & contrario nisu sustentantem; quæ tamen essent ad agendum expeditæ, dummodo ab eo impedimento liberarentur, quod sibi invicem inferunt. At abscisso filo, ejusque elasticitate de medio sublata, nullo jam vinculo gravitas pendentis corporis detinetur, quæ propterea continuo suos in liberum corpus ictus, impulsusque exerit, iteratque assidue per integrum illud tempus, aut spatium, quod liberum corpus percurrit, ita ut utroque hoc elemento aucto ipse quoque impulsuum numerus magis, magisque augeatur. Quare in tota hac congerie impulsuum assidue renovatorum ipsa actio posita est, cujus propterea mensura ducenda est tum a potentia, tum ab eo elemento, quod ipsam potentiam respicit, & ad quod proportionem

nem habet numerus impulsuum, sive tempus hoc sit, sive spatium. Mutatio autem status in corpore descendente, quæ iteratos gravitatis impulsus consequitur, ipsa est actionis effectus, quem proinde necessario metimur ex massa, & ex aliqua velocitatis functione, quæcumque tandem ea sit. Hinc diversus velocitatis gradus diversum corporis statum vel constituit ipse, vel certe indicat.

Ex his, quæ de actione, deque ejus effectu exposui breviter, & vere, illud necessario consequitur, factum MVS nequaquam esse veram actionis mensuram, cum elementa duo M , V non ad potentiam agentem, sed ad inertem massam pertineant, eaque propterea effectum quidem ingrediantur, causam vero nullo modo. Non ideo tamen inficior, aliquam esse posse facti MVS cum ipsa actione proportionem, atque comparisonem: fieri enim potest, ut quam status mutationem lubit massa, hanc rite exprimat factum illud; quod si accidat, quandoquidem suam effectus causam æquat, factum MVS , licet ipsum non sit vera actionis mensura, huic tamen æquabitur, neque ullum erit errandi periculum, si in naturalium rerum inquisitione alterum pro altera substituatur.

Verum antequam inquiram, utrum hæc intercedat factum inter, & actionem proportio, tollenda de medio est molesta quædam, nec Geometræ ferenda ambiguitas, quam Maupertuisii silentium inducit. Hic enim in facto MVS locum quidem spatium concedit, at quodnam hoc spatium sit, incertum omnino relinquit. Duo autem sunt spatii genera maxime inter se diversa, & distinguenda diligenter; alterum, per quod potentia mobile corpus comitatur illud assidue urgens, atque impellens, quod propterea spatii genus ad potentiam pertinere dicendum est, cum quo hoc est majus, eo etiam major sit impulsuum numerus, quos illa in liberum corpus exercet: alterum vero, quod conficit corpus dato tempore, & æquabili motu. Ex hoc postremo spatii genere omnis velocitatis gradus est desumendus, quæ quidem velocitas nihil est aliud, quam comparatio quædam, & ratio spatii vel percursum, vel æquabiliter percurrendum tempore, quo hoc spatium percurritur, vel percurreretur: quod propterea spatium non ad potentiam spectat, sed ad inertem massam, quæ quoniam omni potentia destituitur,

tur, cum, in quo est, statum tuetur, & progreditur æquabiliter. Atque hoc quidem verum ita est, ut hanc ipsam sequamur agendi rationem, cum motus accelerati, aut retardati velocitatem inquirimus. Fingimus enim minima, & infinite parva spatia, & tempora, in quibus nullam novam actionem exerere potentiam concipimus: hinc statim æquabilis motus, in quo spatia, & tempora accipimus, quibus velocitatem metimur. Duo autem hæc spatii genera diversis singula, & fere oppositis proprietatibus donantur, ut periculi plena res sit, si iis promiscue, & sine discrimine utamur.

Quæ cum ita sint, jure agere mihi videor, si ex Maupertuisio petam, utro spatio malit factum *MVS* constare. Sed cum ipse, quod declaratione maxime indigebat, silentio prætermittat, ad id me contuli, quod unum reliquum esse videbatur, ut ex ipso ejus principii usu, si fieri posset, dignoscerem, quodnam ille spatii genus usurpet. Hæc ipsa tamen in ejus principii usum diligens investigatio huic ambiguitati tollendæ officit magis, quam prodest: suspicari enim quis facile potest, in æquilibrio vectis eo auctorem nostrum spatio uti, per quod potentia corpus insequitur, urgetque assidue; illo contra in collisione corporum, quod ab ipso corpore æquabili motu percurritur, aut percurreretur. Quare in duplici hoc principii usu latere quædam videtur repugnantia, & occulta rerum oppositio; de qua tamen nihil certi licet constituere, cum quæ sit Cl. Viri mens, & quæ sententia ex iis, quæ ponit, nequeat certo dignosci. Itaque necessarium erit inquirere quidnam principio accidat, utroque hoc spatio in factum *MVS* introducto.

Primum igitur littera *S* illud in factum *MVS* spatium significet, per quod potentia suos in corpus impulsus renovat assidue; jam factum habes ex dissimilibus constans elementis inopportune admodum permixtis invicem, atque confusis: neque enim dubitandum est, massam, & velocitatem effectum respicere, illud vero spatii genus, de quo loquimur, constituendæ tantummodo causæ par esse. Non tamen negabo, duo hæc elementorum genera ita permisceri invicem posse, ut factum constituent, quod proportionem habeat cum actione potentia, & cum status mutatione, cui massa obnoxia est; at fateri debet ipse Maupertuisius,

lon-

longe opportuniorem rem esse, si ejusmodi factum tale sit, quod ex solis vel effectus, vel causæ elementis constet. Hac itaque proportionem factum inter & actionem, aut status distributionem admittit, & singulis elementis in suas partes distributionis, quid in motibus directis accidat, qui a constanti potentia gignuntur, paululum inquiremus.

Lex Galilei est, MV æquare PT , littera P potentiam exprimente, T vero tempus, per quod potentia successive massam urget: factum ergo MVS in aliud convertitur PTS , quod, cum ejus elementa omnia ad potentiam spectent, actionem propterea designabit. Jam vero quam proportionem facto MVS cum actione concessimus, eadem facto PTS est concedenda: vera igitur actio in Maupertuisiano principio compositam potentiam, temporis, & spatii rationem sequetur. Quod si a causa ad effectum gradum faciamus, cum ex altera Galilei lege compertum habeamus: $PS = MV^2$, erit $S = \frac{MV^2}{2P}$, & factum $MVS = \frac{M^2 V^3}{2P}$: quare status mutatio erit in ratione composita directa duplicata massæ, triplicata velocitatis, & reciproca simplici potentiam. Hinc vero necessario consequitur, quod si eandem massam eandem ponamus acquirere velocitatem, eo minori status mutationi obnoxia sit massa, sive eo minor sit effectus, qui gignitur, quo major est potentia. Quod quidem consuetarium quantam menti, & rationi vim inferat, quisque videt, qui vel leviter consideret, eam status mutationem, quæ in massam inducitur, dum ea a quiete ad datum velocitatis gradum transferatur, esse semper eundem effectum, a quacumque tandem potentia illa status mutatio inducatur.

At tolerabiliora consuetaria profuerunt, si illud spatii genus assumamus, quod a mobili percurritur, aut percurreretur dato tempore, & æquabili motu. Notum jam cuique est, velocitatem sequi hujus spatii rationem, & illam posse in hujus locum substitui; quod si fiat, erit $MVS = MV^2$. Hoc autem, quod ex iis tantum elementis conflatur, quæ effectum constituunt, ipsius effectus, sive mutationis status accuratam mensuram æquabit, eoque propterea in ratiocinationibus licebit uti tanquam vera actione, cum qua necessario æquam habet proportionem. Injucundum fortasse accidit hoc consuetarium Maupertuisio, qui ut a principio

de vis vivæ conservatione recederet, quod universe, & generatim verum negabat, alterum de minima actione principium induxit, & actionem cum ejusmodi factō proportionem habere constituit, quod definit in vim vivam Leibnitzianam. Quam facti MVS cum vi viva proportionem multos jam ante annos animadverterat Leibnitzius, immo factum ipsum in hunc jam usum deduxerat in Epistola 24 commercii epistolici ipsum inter, & Joannem Bernoullium: verum cum factum MVS in alterum MV^2 converti posse intelligeret, illud deseruit, hoc constanter tenuit, utpote quod magis esset simplex, & ex minori elementorum numero conitans. Nihil ergo novi protulit Maupertuisius, cum posuit factum MVS actionem potentix metiri; neque vero hoc ut novum aliquid protulisset, si quæ fuerat in hac re Leibnitzii sententia cognovisset. Interim memoria tenendum est, utrumque factum MVS , & MV^2 proprie, vereque solum effectum, aut status mutationem designare; actioni vero per proportionem tantummodo, & quandam comparisonem posse aptari. Ipsa enim actio ab eo solum factō proprie, vereque definitur, quod ab iis tantum elementis constituitur, quæ ad causam spectant; cujusmodi esset factum PS' , cum quo duo illa MVS , & MV^2 habent proportionem, si tamen S' illud spatium significet, per quod potentia corpus insequitur.

Sed satis jam de Cl. hujus viri sententia, satis etiam de natura facti MVS loquuti sumus; immo satis jam exposuimus, quandonam, & quænam inter factum illud, & actionem intercedat proportio. Nunc alteram aggredimur quæstionis partem, quæ tota est de Maupertuisiani principii usu. Prætermittendum equidem non est (ne cui fortasse videamur aliquid de industria silentio præteruisse), plures, eosque Cl. viros ope minimi facti MVS abditas, maximeque difficiles quæstiones enodasse; quos inter Cl. Eulerus curvam defini- vit, quæ a projecto describitur: verum minimum factum MVS (quod ille quantitatem motus vocat in spatium ductam) minimam actionem præbere, multoque minus universale in eo factō principium situm esse, asseruit nunquam. Attamen, ut brevior sim, nihil dicam de multis hoc usu, ad quem Cl. illi viri factum MVS traduxerunt; neque hoc nostræ est quæstioni necessarium, in qua solum
quis

quis sit illius principii usus in æquilibrio vectis, & in corporum collisione cum Maupertuisio agendum proposuimus. Ad quam quæstionem dum propius accedimus, necesse est duo hæc semper præ oculis tenere: primo utrumne ex facto MVS , quod minimum esse fingamus, generatim, & univèrse veræ profluant naturæ leges; deinde quonam modo illud factum ad minimam actionem possit referri.

Itaque quod ad æquilibrium attinet: duobus hinc inde corporibus vecti horizontali adnexis illud punctum quærendum sit, circa quod corpora hæc duo in æquilibrio quiescant. Ut hoc ope principii de minima actione præstet Maupertuisius, illud punctum quærit, circa quod si minimus gignatur motus, quantitas actionis sit minima. Vectis longitudo sit $= c$, corpora vero vocentur M , & N ; primum a puncto quæsito distet intervallo $= x$, alterum distabit intervallo $= c - x$. Minimo illo motu excitato corpora duo M , N suum singula arcum describent, qui similes inter se erunt, & distantiarum x , & $c - x$ proportionem servabunt. Arcus hi æquabunt spatia descripta, & ab iis erunt velocitates desumendæ. Denique factum ex singulo corpore in sui arcus quadratum, sive in quadratum distantie a puncto quæsito quantitatem actionis juxta Cl. hujus viri sententiam designabit, quam analytice exprimet formula $Mx^2 + N \cdot c - x^2$. Hæc vero minimum actionis præbere debet; ergo differentiendo erit $Mx dx - Nc dx + Nx dx = 0$, & dividendo per dx , $Mx - Nc + Nx = 0$, sive $x = \frac{Nc}{M+N}$, in qua fundamentale principium æquilibrii vectis continetur.

Hanc demonstrationem, quæ visa est auctori suo pleno alveo fluere, suspectam mihi, & maxime dubiam efficit accurata quædam, & diligens animadversio, quam in re haud dissimili P. Vincentius Riccatus in Dialogis de viribus vivis apponit ad finem dici septimi. Cur enim Maupertuisius duo tantum gravia corpora assumit vecti affixa, in quibus massæ, & gravitates, quæ constantem semper habeant inter se proportionem, in eodem sint puncto constitutæ? Quid ergo, si diversa sit utriusque massæ dispositio? Notum jam cuique est, æquilibrium nullo modo a massis, totum vero a potentis pendere, & ita quidem, ut hoc integrum fervetur, sive massæ in unum punctum uniantur,

sive distribuuntur per diversa vectis puncta, sive tandem quoquomodo collocentur, dummodo tamen potentia in iisdem semper punctis consistant. In hac autem diversa massarum collocatione deficit omnino principium illud, & ipsa ratiocinatio ad insanabilia absurda deducit. Si enim (ut ex pluribus, quæ afferri possunt exempla, unum, vel alterum proferam) utramque massam in unum punctum colligas, quod non dividat vectem in ratione reciproca potentialiarum, & utriusque massæ intervallum a centro motus voces = x ; minimum actionis juxta institutam a Maupertuisio rationem esse deberet = $\overline{M+N} \cdot x^2$; quo posito, initoque calculo fiet $x = 0$: nullum ergo erit hujusmodi intervallum, adeoque massæ e fulcro erunt suspendendæ; quo nihil absurdius dici potest. Si autem massas iisdem punctis adnectas, in quibus sitæ sunt inæquales potentia, & illarum utraque sit $\frac{M+N}{2}$, minimum actionis erit $\frac{M+N}{2} \cdot x^2 + \frac{M+N}{2} \cdot \overline{c-x}^2$, sive $x^2 + \overline{c-x}^2$, quod cum minimum esse debeat, differentiando erit $x dx - dx \cdot c - x = 0$, unde $x = \frac{1}{2} c$, quod est æque absonum. Quare hoc Maupertuisii principium ærtis admodum finibus continetur, utpote quod tunc solum locum habet in æquilibrio, cum potentia, & massæ iisdem sint punctis affixæ, & eadem sit utrarumque proportio.

Animadvertendum præterea est, universale de æquilibrio principium nullo modo posse in eo factò constitui, quod ex massa, ejusque elementis constat; neque enim fieri posset (quod tamen fieri certum est), ut massæ mutatio, aut diversa ejus distributio nihil officeret æquilibrio, interim dum ex hac massæ mutatione, diversaque distributione aliqua necessario in illud factum mutatio inducitur. Cum igitur æquilibrio totum in potentiis situm sit, ab illis propterea, earumque elementis omnis ejus ratio desumenda est; hanc autem facile hauriemus ex ipsa æquilibrii natura, si quæ ea sit, attente consideremus. Itaque in æquilibrio nullus motus, nulla intervenit mutatio status; quod non ex eo fit, quod nullæ sint potentia, quæ adsunt utique, sed ex eo solum, quod contrario nisu sese invicem impediunt, & mutuo sustentent. Tota ergo æquilibrii natura posita in eo est, quod potentia ita sint affectæ, ut nulla consequi

actio

actio possit, quin ipsæ potentiarum actiones æquales sint, atque contrariæ. Atsequi autem per ratiocinationem possumus, quandonam potentix ita sint affectæ, ut contrarias actiones exerant, & æquales. Finge enim minimum excitari motum, atque inde ortas actiones diligenter ad calculos revoca: si hæc æquales sint; jam potentias habes ab opposito hinc inde nisu impeditas, & per consequens æquilibrium. Difficile non esset ostendere, si id locus ferret, ab æqualitate actionum, quarum mensura desumitur a potentiis, & a spatiis accessus, & recessus a potentiarum centro, certum, & universale principium deduci pro quolibet æquilibrium. Sed hanc rem omnem, de qua nunc meum non est agere, egregie pertractavit idem Riccatus in sermone illius diei.

Denique mirari satis non possum, Maupertuisio in animum incidisse, ut in ipso æquilibrium, hoc est in summa omnium rerum quiete, minimam actionem inquireret. Quilibet enim actio utcumque minima, si qua tamen sit, nec omnino nulla, finita semper esse debet; ex hac vero aliquis semper effectus, sive aliqua status mutatio consequatur necesse est, cum qua stare æquilibrium nullo modo potest. Quod si actionem ideo minimam dicat, quia sit omnino nulla, tunc illud mirum est, quod ad hanc inquirendam factorum $M \cdot x^2$, $N \cdot c - x^2$ summam accipiat, quam nullam fieri omnino est impossibile, cum facta illa duo, cum quibus corporum actiones proportionem habere constituit, sint quantitates positivæ. Si vero duarum actionum differentia sumenda sit, tunc ut actio nulla evaderet, esse deberet $M \cdot x^2 - N \cdot c - x^2 = 0$, ex qua æquatione oritur $M : N :: c - x^2 : x^2$; adeoque massæ essent in ratione reciproca duplicata distantiarum a fulcro: quod quidem a certa, immo præcipua vectis lege aberrat quam maxime.

Sed his omnibus prætermisissis, demus jam Maupertuisio, potentias, & massas ab iisdem punctis pendere, & eandem esse utrarumque proportionem. Num propterea veræ æquilibrii leges generatim, & universe ex minimo actionis prodibunt? Equidem multum suspicioni locum præbet ipse Maupertuisius, qui minimo actionis ita utitur, ut ponat directiones potentiarum vecti esse normales. Quid autem si

obliquæ in vectem inciderent? quod fieri sane potest etiam cum massæ, & potentix eandem proportionem tenent. Itaque in vecte rectilineo (*Fig. 1.*) AFB a punctis A, & B pendeant massæ M, N, iisque adnexæ sint potentix M, N, quarum directiones AM, BN efficiant cum vecte AB angulos $MAB = \phi$, $NBA = \pi$. Quæritur punctum F, circa quod corpora duo constituent æquilibrium. Ex principiis aliunde petitis compertum jam est, æquilibrium tunc consequi, cum corpora duo sint in ratione reciproca linearum FL, FV, quæ ex puncto F incidunt normaliter in directiones potentiarum. Superest ergo inquirendum, utrum minimum Maupertuisianum ad idem nos consecutarium deducat. Ut id assequamur, fac ut minimum excites motum, & vectem transferas in situm aFb; quo in motu puncta A, B minimos arcus describent Aa, Bb, & potentix novas acquirant directiones aM, bN. Centris M, N, intervallis vero Ma, NB minimi delineentur arcus ai, bo: duo jam habemus spatiorum genera, quorum alterum ab arcibus Aa, Bb, alterum vero a partibus Ai, bo exprimitur. Primum illud spatii genus est, per quod gradiuntur puncta duo A, B, illud autem secundum, per quod alterum corpus ad centrum potentiarum accedit, recedit alterum. Quoniam vero ab utroque hoc spatiorum genere metiri velocitates possumus, duo propterea erunt genera velocitatum. Nunc ea spatia, easque velocitates assumamus, quas indicant arcus Aa, Bb, quorum ea est semper proportio, quæ est partium FA, FB. Massæ sint, ut antea, M, N; $AB = c$, $AF = x$, & $BF = c - x$: minima actio erit $= M \cdot x^2 + N \cdot c - x^2$, sive $Mx dx - Nc dx + Nx dx = 0$, & $Mx = N \cdot c - x$, sive $M:N :: c - x : x$: massæ ergo in ratione reciproca partium FA, FB. Quod quidem consecutarium tunc solum cum veritate consentit, cum FA:FB fuerint ut FL:FV. Ut autem inter potremas has lines hæc intercedat proportio, requiritur omnino, ut anguli ϕ , & π aut æquales inter se sint, aut alter alterius complementum ad duos rectos.

si vero velocitates, & spatia metiantur minimæ partes accessus, & recessus Ai, bo, minimum Maupertuisianum æquabit $M \cdot \overline{Ai}^2 + N \cdot \overline{bo}^2$: est autem $Ai:bo :: FL:FV$,

&

& FL: FV in ratione composita $\frac{AF:FB}{Sc.\varphi:Sc.\pi}$: ergo M
 $\cdot \overline{Ai^2} + N \cdot \overline{bo^2} = M \cdot \overline{Sc.\varphi^2} \cdot x^2 + N \cdot \overline{Sc.\pi^2} \cdot c - x^2$; &
 differentiando, dividendoque per dx , $M \cdot \overline{Sc.\varphi^2} \cdot x - N \cdot \overline{Sc.\pi^2}$
 $\cdot c - x = 0$: ergo $M:N :: \overline{Sc.\pi^2} \cdot c - x : \overline{Sc.\varphi^2} \cdot x$, si-
 ve $M:N$ in ratione composita $\frac{Sc.\pi:Sc.\varphi}{FV:FL}$. Verum hæc

proportio, ut cum ea congruat, quam in æquilibrio potenti-
 arum oblique in vectem incidentium servari jam diximus,
 utrumque sinum æqualem requirit; hinc etiam æquales in-
 ter se angulos π , & φ , aut saltem utrumque simul æqua-
 lem duobus rectis, & propterea potentiæ directiones
 inter se parallelas.

Denique illud restat, ut velocitates quidem desuman-
 tur ab arcibus Aa , Bb , quos puncta A , & B in mini-
 mo motu describunt, spatia vero a minimis partibus acces-
 sus, aut recessus Ai , bo . Quod si fiat, minimum habebis
 $= M \cdot \overline{Sc.\varphi} \cdot x^2 + N \cdot \overline{Sc.\pi} \cdot c - x^2$, & reliquis de more
 peractis, $M \cdot \overline{Sc.\varphi} \cdot x = N \cdot \overline{Sc.\pi} \cdot c - x$, siue $M:N ::$
 $\overline{Sc.\pi} \cdot c - x : \overline{Sc.\varphi} \cdot x :: FV:FL$, quæ tandem proportio
 apertè est veritati conformis.

Plures hæcenus mutationes induxi, easque singulas di-
 ligenter sum persecutus; verum aliquem mihi videor ex
 labore meo fructum percepisse, cum ad eas tandem deve-
 nerim, quibus indiget minimum Maupertuisianum, ut in
 veras desinat æquilibrii leges tunc etiam, cum directiones
 potentiæ quemlibet cum vecte angulum includunt. Hic
 vero locus esset iterum proferendi eas animadversiones, quas
 jam ante proposui; nimirum factum, quod minimum actio-
 nis exprimit, ineptum prorsus effici, cum massæ non ab
 iisdem punctis pendeant, quibus potentiæ adnectuntur; il-
 lud præterea nullo modo posse ad actionem referri, liqui-
 dem non minima, sed omnino nulla actio intervenit in
 æquilibrio, cujus natura exigit, ut actiones potentiæ,
 quæ in æquilibrio esse dicuntur, propterea quod æquales
 sint, & oppositæ, elidantur invicem, & sese mutuo impe-
 diant. Sed ne jam dicta inutiliter repetamus, hoc unum
 erit addendum, scilicet minimum Maupertuisianum, etiam
 cum ad vera consuetudinaria deducit, non minimum actionis
 esse,

esse, nec cum actione conferendum ullo modo, sed minimum Geometricum ex illa profluens actionum æqualitate, quam suo jure postulat natura æquilibrii. Cujus rei en certa demonstratio. Desumptis actionibus ex factis $M. Ai$, $N. bo$, si hæc æquales inter se ponantur, fit statim $M. Ai - N. bo = 0$: atqui est $Ai = \frac{FL.Aa}{AF} = \frac{Sc.\phi.Aa}{r}$, $bo = \frac{FV.Bb}{FB} = \frac{Sc.\pi.Bb}{r}$; ergo $M.Sc.\phi.Aa - N.Sc.\pi.Bb = 0$: est autem $Aa : Bb :: FA : FB :: x : c - x$; igitur $M.Sc.\phi.x - N.Sc.\pi.c - x = 0$, quæ ducta in $2dx$ præbet $M.Sc.\phi.2xdx - N.Sc.\pi.2dx.c - x = 0$: opportuna autem adhibita integratione, quæ inde oritur formula $M.Sc.\phi.x^2 + N.Sc.\pi.c - x^2$ minimum reddet. Sed est $x : c - x :: Aa : Bb$, & $x.Sc.\phi : c - x.Sc.\pi :: Ai : bo$; ergo $M.Sc.\phi.x^2 + N.Sc.\pi.c - x^2 = M.Aa.Ai + N.Bb.bo$, quæ est formula Maupertuisiana. Quoniam autem hæc alteri æqualis est, ipsa quoque minimum necessario sufficiet; quod propterea, cum ex ipsa actionum æqualitate sit per ratiocinationem deductum, ejus generis esse constat, quod Geometricum appellamus. Hoc vero (si tamen potentia, & massa ita sint constituta, ut aliquem illi locum concedant) deesse nunquam potest, quin ipsa actionum æqualitas, immo integra pereat æquilibrii natura.

Sed satis jam mihi videor dixisse de usu Maupertuisiani principii in legibus æquilibrii: nunc aliqua de communicatione motus, in qua non de iis tantum agam, quæ a Cl. viro pertractata sunt, sed quædam præterea addam, eaque difficiliora, deducta sive ex communicatione motus, quæ fit per vectem, sive ex ea, quæ indirectos ictus subsequitur. Qua vero hædenus incessimus via, eam in hac quoque postrema quæstionis parte tenebimus, inquirentes primo utrumne ex factò MVS , quod minimum esse ponamus, generatim, & univèrse veræ profluant naturæ leges, deinde statuentes quonam modo minimum Maupertuisianum ad veram possit naturæ actionem referri. Quod si in hac parte sapius mihi contigerit dura corpora nominare, hoc non ita est intelligendum, quasi velim hoc nomine eorum corporum existentiam statuere. In hoc enim id unum mihi propositum est,

est, ut ea loquendi ratione utar, quam ipse tenet Maupertuisius, qui sui principii usum in motus communicatione totum expedit solvendo duo problemata, quorum alterum pertinet ad dura corpora, alterum ad elastica. Cum vero asserat, corpora dura post ictum communi velocitate ferri, jam eas cum Borellio, Vallisio, Mariotto, & P. P. Le Seur, & Jacquier huic corporum generi leges aptat, quæ molli-
libus conveniunt. Quare durorum corporum nomine ea uni-
versim corpora debent intelligi, cujuscumque tandem gene-
ris sint, quæ post ictum communi cum velocitate gradiuntur.

His præmissis, quæ ad rem facere maxime videbantur, en quid de duris corporibus ponat Maupertuisius. Duo hu-
jusmodi corpora A , & B ad eandem partem C ferantur cum
velocitatibus a , & b ; A vero ita velocius quam B , ut hoc
assequi, & impetum in illud facere possit: utrumque autem
ab ictu recedat communi cum velocitate $x < a$, sed $> b$.
Quæ hinc mutatio in natura consequitur, tota in eo sita
est, quod corpora A , & B , quæ ante ictum diversis velo-
citatibus agebantur a , & b , diversaque eodem tempore
spatia percurrerant a , & b , nunc eandem habent velocita-
tem x , eodemque tempore idem spatium x conficiunt. Igi-
tur non dissimilem mutationem haberemus, si interim dum
corpus A actum velocitate a spatium transigit a , idem in-
sistens plano materia omnino vacuo in oppositam partem
cieretur velocitate $a - x$, & per spatium $a - x$; corpus
vero B , quo tempore cum velocitate b spatium prætergre-
ditur b , a simili plano non ad oppositam, sed ad eandem
partem ferretur cum velocitate $= x - b$, & per spatium
 $x - b$. Cum autem hæc plana eodem semper gradiuntur
motu, sive corpora illis insistentia quiescant, sive suo mo-
tu gaudeant; propterea fit, ut quantitas actionis, quæ ab
utroque exercetur, sit $= A. a - x^2 + B. x - b^2$, quæ utra-
que actio cum minima esse debeat, habemus jam minimum
actionis $= A a a - 2 A a x + A x^2 + B b b - 2 B b x + B x^2$,
sive $2 A x dx - 2 A a dx + 2 B x dx - 2 B b dx = 0$, &
communem velocitatem $x = \frac{A a + B b}{A + B}$. Hæc de duris corpo-

ribus, quæ ad eandem partem tendunt, quæque propter id
ipsum eandem ab ictu recipiunt quantitatem motus, quam
amiserunt in ictu. Difficile non est totam hanc rationem

iis etiam corporibus aptare, quorum alterum alteri occurrit, vel altero progrediente quiescit alterum; in quibus omnibus facile deveniemus ad consuetas formulas communis velocitatis. Quod si horum alterum immobile obitaculum offendat, huiusmodi obex erit veluti quiescens corpus infinitæ massæ, cujus velocitas x fiet $= 0$.

Alterum Maupertuisii problema est huiusmodi. Corpora duo elastica (quo nomine ea vult intelligi, quæ perfecta elasticitate gaudent) A , & B diversis velocitatibus a , & b prædita ad eandem partem C dirigantur; A vero tanto majorem habeat velocitatem quam B , ut in hoc aliquo cum impetu incurrat. Velocitates, quæ ab ictu nascuntur sint x , & y , quarum summa, sive differentia summam, aut differentiam æquabit earum, quæ fuerant ante ictum. Quid mutationis in natura contingat, & quomodo cum ea comparari possit, quæ induceretur, si corpus utrumque plano insisteret materiæ omnino experti, jam paulo ante monuimus. Quare minimum actionis erit $Aaa - 2Aax + Axx + Bbb - 2Bby + Byy$, sive $2Axdx - 2Aadx + 2Bydy - 2Bbdy = 0$. Verum ex iis, quæ modo dicta sunt de utrarumque velocitatum summa, atque differentia, habemus $y - x = a - b$, sive $y = a - b + x$, & $dy = dx$; quarum alteram si in alterius locum opportune substituas, fiet $x = \frac{Aa + 2Bb - Ba}{A + B}$, & $y = \frac{Bb + 2Aa - Ab}{A + B}$. Si corpora fingas, quorum alterum quiescat, alterum in quiescens corpus aliqua cum velocitate feratur, vel alterum alteri occurrat, nihil est facilius, quam notas formulas velocitatis post ictum ex hac ratiocinatione deducere. Illud præterea inde conficitur, quod si alterutrum corpus infinitam massam apponat, alterum, quod in hoc impingit, eandem ab ictu refert velocitatem, quam habebat in ictu. Denique quamvis eadem sit virium vivarum summa ante, & post ictum, cum tamen hæc vis vivæ integra restauratio in elasticis solum corporibus accidat, minime vero in duris, propterea loco universalis principii habenda non est; sed minimæ actioni, quæ utrumque hoc corporum genus æque complectitur, hic erit locus concedendus.

Hæc Maupertuisius: in quibus quamvis vera, ea tamen protulit, quæ propterea quia directos solum ictus respiciunt,

an-

angustis admodum finibus contineri videntur, & ad quæ præterea non hæc una, sed multiplex, atque diversa data est via, eaque præsertim, quam ope motus translati primus aperuit Christianus Ugenius. Itaque ut hujus principii usus in motus communicatione, qua majori potest amplitudine donetur, hanc pono generalem formulam $Ax dx - Aadx + By dy - Bbdy = 0$, quæ minimum Maupertuisianum exprimat. In ea autem litteræ x , & y velocitates corporum A , & B post ictum significant: quæ quidem, si dura sint, sicuti communi cum velocitate progrediuntur post ictum, ita erit $x = y$, & $dx = dy$, & hinc communis velocitas $= \frac{Aa + Bb}{A + B}$; si vero sint elastica, quoniam in illis velocitas

respectiva post ictum æquat eandem velocitatem ante ictum, hæc autem æqualis est differentiæ velocitatum ante ictum, illa vero differentiæ velocitatum post ictum, sed contraria ratione sumptarum, erit $a - b = y - x$, & $dy = dx$, unde

$$x = \frac{Aa + 2Bb - Ba}{A + B}, \quad \& \quad y = \frac{Bb + 2Aa - Ab}{A + B}.$$

Hanc generalem formulam, ex qua eadem deducuntur velocitates, quas ipse posuit Maupertuisius, aptemus jam communicationi motus, quæ fit per vectem. Utile visum est initium hinc desumere, tum quia hic communicationis modus directorum ictum genus non excedit, tum quia sola velocitas, non vero etiam ejus directio, ut in ictibus indirectis, nobis est investiganda. Igitur vesi (Fig. 2.) CK , quod moveri libere possit circa punctum C , adfixum sit corpus B minime grave (hinc enim omne potentiarum genus est removendum); corpus vero A in directum impellat punctum K , quod A versus moveatur. Communicatio motus, quæ ictum consequitur, eadem profus ratione peragitur, ac si nullus esset interpositus vectis; si tamen toto actionis tempore directus semper sit ictus. Quare si velocitas corporis A ante ictum sit $= a$, post ictum $= x$, corporis vero B ante ictum $= b$, post ictum $= y$, minimum actionis juxta Maupertuisii sententiam erit $A \cdot a - x^2 + B \cdot y - b^2$, & hinc generalis formula $Ax dx - Aadx + By dy - Bbdy = 0$: sed velocitas puncti K ante ictum $= \frac{KC \cdot b}{BC}$, post ictum $= \frac{KC \cdot y}{BC}$; ergo quoniam corpora dura post ictum communi angulari velocitate aguntur

erit $x = \frac{KC.y}{BC}$, five $\frac{BC.x}{KC} = y$, & $\frac{BC.dx}{KC} = dy$: hinc autem
 $Ax dx - Aa dx + \frac{B.BC^2.x dx}{KC^2} - \frac{Bb.BC.dx}{KC} = 0$, five

$x.A.KC^2 + B.BC^2 = Aa.KC^2 + Bb.BC.KC$; de-
 nique $x = \frac{Aa.KC^2 + Bb.BC.KC}{A.KC^2 + B.BC^2}$. Quam formulam si ita per-

tractassem, ut ejecta x isolam y retinuissem, inventum fuisset
 $y = \frac{Aa.KC.BC + Bb.BC^2}{A.KC^2 + B.BC^2}$, & propter communem corporis A

cum puncto K velocitatem $x : y :: \frac{Aa.KC^2 + Bb.BC.KC}{A.KC^2 + B.BC^2} :$

$\frac{Aa.KC.BC + Bb.BC^2}{A.KC^2 + B.BC^2} :: KC : BC$. Si vero non de duris, sed

de elasticis corporibus sermo fit; ex iis, quæ sæpius dixi-
 mus de respectiva horum corporum velocitate ante, & post
 ictum, facile constabit, velocitatem tum corporis A, tum

puncti K ante ictum $= a - \frac{KC.b}{BC}$, post ictum vero $= -$

$x + \frac{KC.y}{BC}$; quare $x = \frac{KC.b + KC.y - BC.a}{BC}$, & $dx = \frac{KC.dy}{BC}$,

quibus in generali formula $Ax dx - Aa dx + By dy - Bb dy$

$= 0$ introductis, erit $\frac{AKC.dy}{BC} \cdot \frac{KCb + KCy - 2BCa}{BC} + By dy$

$- Bb dy = 0$, five, ejecto dy , & divisore, $A.KC^2.b + A$

$.KC^2.y - 2A.BC.KC.a + B.BC^2.y - B.BC^2.b = 0$, &

$y = \frac{B.BC^2.b + 2A.BC.KC.a - A.KC^2.b}{A.KC^2 + B.BC^2}$; x vero $=$

$\frac{A.KC^2.a + 2B.BC.KC.b - B.BC^2.a}{A.KC^2 + B.BC^2}$. Hæ autem omnes veloci-

tatis formulæ, quas jam invenerat Bernoullius ope virium
 assidue applicatarum, sicuti cum rei veritate consentiunt, ita
 etiam multum addunt certitu linis Maupertuisiano principio.
 Sed jam nos ad ictus indirectos conferamus.

Corpora duo (Fig. 3.) N majus, M minus congregian-
 tur

tur in puncto C cum velocitatibus NC, MC, & eorum centra jungat recta MN: rectæ vero NC, MC, quæ corporum velocitates designant, ita producantur, ut MC fit ex. gr. = M'C, & NC = N'C. Per punctum C ducatur recta quælibet parallela MN, cui pariter parallela erit M'N' conjungens centra M', N'. Jam si corpora M, N moveri incipiant, nullumque in C offendant impedimentum, singula æquali tempore suas spatii partes MC, M'C, NC, & N'C conficiant: at cum se mutuo impellant in C, hæc, si dura sint, juxta Maupertuisii sententiam communi cum velocitate recedent ab icu. Hujus autem velocitatis neque directio nota nobis est, neque quantitas: utraque igitur est invenienda. Ex puncto C ducatur quælibet CQ, quæ existam velocitatis directionem designet, ejus vero pars CO ipsam exprimat communem velocitatem. Puncta M', N' jungantur cum puncto O rectæ M'O, N'O, ex quibus præterea normales incidant in CQ rectæ M'S, N'Q, & fit M'C = a, N'C = b, CS = p, CQ = q, denique communis post icum velocitas CO = x. Ne vero in re longe diversa a Maupertuisii ratione vel minimum recedamus, fac animadvertas, corpus M (quod autem de hoc dicam, de altero quoque dictum volo), dum post istum progreditur per CO, eandem mutationem subire, ac si interim dum percurreret M'C cum velocitate M'C, translatum esset per M'O cum velocitate M'O. Novum igitur spatium, & nova, quæ inducitur velocitas, designatur a linea M'O; minimum vero actionis æquabitur $M' \cdot \overline{M'O}^2 + N' \cdot \overline{N'O}^2$, sive ex 13. secundi libri Euclidis = $M' \cdot a^2 + x^2 - 2xp + N' \cdot b^2 + x^2 - 2xq$, & differentiis acceptis, $2M'x dx - 2M'p dx + 2N'x dx - 2N'q dx = 0$: qua formula quia sæpius uti opus erit, eam deinceps brevitate causa littera (A) nominabo. Interim si eam divides per $2 dx$ fit $M'x - M'p + N'x - N'q = 0$, ex qua communis velocitas $x = \frac{M'p + N'q}{M' + N'}$. Hæc autem formula generatim exprimet communem velocitatem cujuscumque directionis, quam significant litteræ p, & q.

Nunc danda est opera, ut inveniamus locum communium velocitatum, quæ infinitis diversis directionibus pos-

possunt convenire. Igitur ex punctis O, M', N' ducantur OP, M'H, N'K normales illi rectæ, quæ ex puncto C ducta est parallela MN conjungenti centra corporum; & sit CP = t, PO = y, M'H = N'K = c, CH = m, KC = n, anguli vero OCK = φ, NCK = π: erit jam CO, five $\frac{Mp + N'q}{M' + N'}$ = $\sqrt{tt + yy}$. Verum ut ex hoc quaesiti loci æquationem eruamus, ex t, & y determinandæ sunt p, & q: qua in re cum semper præ oculis habendi sint diversi anguli, quos diversæ communis velocitatis directiones constituunt cum HCK, utile erit ad faciliorem analysim trigonometricum calculum advocare. Itaque ex trigonometria notum est sinum totum esse ad cosinum anguli OCN':: N'C : CQ, five r : Cc.φ - π :: b : q; ergo q = $\frac{b}{r} \cdot Cc.$ φ - π: sed Cc.φ - π = $\frac{Cc.φ \cdot Cc.π + Sc.φ \cdot Sc.π}{r}$; igitur q = $b \cdot \frac{Cc.φ \cdot Cc.π + Sc.φ \cdot Sc.π}{r^2}$: sed $\sqrt{tt + yy} : r :: t : Cc.φ$, b : r :: n : Cc.π, $\sqrt{tt + yy} : r :: y : Sc.φ$, b : r :: c : Sc.π: ergo Cc.φ = $\frac{rt}{\sqrt{tt + yy}}$, Cc.π = $\frac{rn}{b}$, Sc.φ = $\frac{ry}{\sqrt{tt + yy}}$, Sc.π = $\frac{rc}{b}$; quibus in locum sinuum, & cosinum substitutis erit q = $\frac{b}{r^2} \cdot \frac{r^2tn + r^2cy}{b \cdot \sqrt{tt + yy}} = \frac{tn + cy}{\sqrt{tt + yy}}$. Quod vero attinet ad p, angulus M'CH fit = λ, & angulus OCH = ω - φ facto ω = duobus rectis. Si similes prioribus proportiones infinituas, & ponas ω - φ = q, erit r : Cc.ω - λ - φ, five r : Cc.q - λ :: a : p; ergo p = $\frac{a \cdot Cc.q - λ}{r}$: sed Cc.q - λ = $\frac{Cc.q \cdot Cc.λ + Sc.q \cdot Sc.λ}{r}$; ergo p = $a \cdot \frac{Cc.q \cdot Cc.λ + Sc.q \cdot Sc.λ}{r^2}$: atqui Cc.q = -Cc.φ = $\frac{-rt}{\sqrt{tt + yy}}$, Cc.λ = $\frac{rm}{a}$, Sc.q = $Sc.φ = \frac{ry}{\sqrt{tt + yy}}$, Sc.λ = $\frac{rc}{a}$; igitur p = $\frac{a}{r^2} \cdot \frac{-r^2tm + r^2cy}{a \cdot \sqrt{tt + yy}}$ = $\frac{cy - tm}{\sqrt{tt + yy}}$: ergo æquatio $\frac{Mp + N'p}{M' + N'}$ = $\sqrt{tt + yy}$ in hanc

con-

convertitur $\frac{M'.cy - tm + N'.tn + cy}{M' + N'.\sqrt{tt + yy}} = \sqrt{tt + yy}$, quam voco

(B); denique ejecta radice, peractaque divisione per $M' + N'$,

fiet $cy + \frac{N'n - M'm}{M' + N'}.t = tt + yy$. Quoniam vero initio

posuimus N majus M , si HK secetur in V in ratione reciproca massarum N' , M' , punctum V cadet ad partem K ,

eritque $CV = \frac{N'n - M'm}{M' + N'}$, quam voco $= s$, quare $cy +$

$\frac{N'n - M'm}{M' + N'}.t = cy + ts = tt + yy$, & $tt - ts = cy - yy$,

sive $tt - ts + \frac{s^2}{4} - \frac{c^2}{4} = cy - yy + \frac{s^2}{4} - \frac{c^2}{4}$. Fac $t - \frac{s}{2}$

$= z$, $y - \frac{c}{2} = u$, & habebis $z^2 - \frac{c^2}{4} = -u^2 + \frac{s^2}{4}$, sive

$z^2 + u^2 = \frac{s^2 + c^2}{4}$, quæ spectat ad circulum.

Quem ut construas, ex puncto V erige normalem (Fig. 4.) $VR = N'K$, & duc CR , cujus dimidia pars CT , sive

$TR = \frac{\sqrt{ss + cc}}{2}$. Centro T , radio CT describe circulum; hic

erit curva quaesita. Ex puncto T duc TB , & TL alteram CV , alteram parallelam RV , sumptisque $TB = z$, $BR = u$, erit

$CV = z + \frac{s}{2} = t$, & $RV = u + \frac{c}{2} = y$; denique ex puncto

C ducta qualibet CO , quæ circulum secet in O , erit factum $M'.\overline{M'O}^2 + N'.\overline{N'O}^2$ minimum omnium, quæ gi-gnuntur, si punctum O , ex quo ducuntur $M'O$, $N'O$, sit ipsum intersectionis punctum rectæ CQ cum circulo.

Inquirendum tamen superest inter infinita puncta intersectionis rectæ CQ cum circulo, quorum singula diversum præbent factum $M'.\overline{M'O}^2 + N'.\overline{N'O}^2$, quodnam illud sit, ex quo minimum factum habeamus. Est jam $\overline{M'O}^2 = \overline{m + t}^2 + y - c^2$, & $\overline{N'O}^2 = u - t^2 + y - c^2$: ergo minimum =

$M'.\overline{m^2 + 2mt + t^2 + y^2 - 2cy + c^2}$, & differentis ac-

ceptis $+ N'.\overline{u^2 - 2nt + t^2 + y^2 - 2cy + c^2}$

$\frac{M'.2tdt + 2mdt + 2ydy - 2cdy}{+ N'.2tdt - 2ndt + 2ydy - 2cdy} = 0$, quam

for-

formulam voco (C). Si æquationis (B) differentias sumas, erit $M'c dy - M'm dt + N'n dt + N'c dy = \frac{M' + N'}{2t dt + 2y dy}$: si vero hujus primum membrum substituas in (C) pro $\frac{M' + N'}{2t dt + 2y dy}$, illa fiet $2 M'm dt - 2 M'c dy - M'm dt + M'c dy - 2 N'ndt + N'ndt - 2 N'c dy + N'c dy = M'm dt - M'c dy - N'ndt - N'c dy = 0$, si ve $dt \cdot \frac{M'm - N'n}{M' + N'} = c dy$: sed $\frac{M'm - N'n}{M' + N'} = -s$; ergo $-s dt = c dy$. Ut alterutram t , aut y ejicias, iterum in usum revoca æquationem circuli $t^2 - ts = cy - y^2$, five $y^2 - cy + \frac{c^2}{4} = ts - t^2 + \frac{c^2}{4}$, & $y - \frac{c}{2} = \sqrt{ts - t^2 + \frac{c^2}{4}}$: ergo $dy = \frac{s dt - 2t dt}{2\sqrt{ts - t^2 + \frac{c^2}{4}}}$: sed $-s dt = c dy$: igitur $-s dt = \frac{s dt - 2t dt}{2\sqrt{ts - t^2 + \frac{c^2}{4}}}$; ejectione dt , $-s \cdot 2 \cdot \sqrt{ts - t^2 + \frac{c^2}{4}} = cs - 2ct$, & $s^2 \cdot 4st - 4tt + cc = c^2 s^2 - 4c^2 st + 4c^2 t^2$, five $4s^3 t - 4t^2 s^2 = 4c^2 t^2 - 4c^2 st$, ex qua primo $t = 0$, deinde $s^3 + sc^2 = s^2 t + tc^2$, five $\frac{s^3 + sc^2}{s^2 + c^2} = t = s = CV$. Verum $s = 0$ duæ respondent ordinatæ altera = CD = c , altera = 0 ; & duæ pariter $t = s$, altera VR = c , altera = 0 : quatuor ergo, quæ jam novimus puncta, nempe C, D, R, V possunt questum minimum sufficere. Antequam tamen aliquid certi hac in re statuamus, observandum nobis est diligenter, quid novi accidat, si formulas (A), & (C) ponamus æquales infinito: id enim omnino est faciendum, ut maxima omnia, vel minima tuto detegamus. Hoc autem quamvis in icibus directis possit omitti, propterea quia nihil inde consequitur absurdi, prætermittendum tamen non erat Maupertuisio, qui universalem quemdam modum, ac rationem de sui principii usu in motus communicatione tradendam proposuerat. Itaque si (A) primum, deinde (C), ex qua ope calculi superioris ejecta sit y , æquemus infinito; prima, quia caret divisione, nulli maximo, aut minimo interveniendo apta est, ex altera fit $\frac{cs dt - 2ct dt}{2\sqrt{ts - tt + \frac{cc}{4}}} + s dt = \infty$,

five

five $cs - 2ct + 2s \cdot \sqrt{st - tt + \frac{cc}{4}} = \infty$: ergo divisor

$$2\sqrt{st - tt + \frac{cc}{4}}$$

$2\sqrt{st - tt + \frac{cc}{4}} = 0$, & $4st - 4tt + cc = 0$, five

$st - st = \frac{cc}{4}$, & $t = \frac{s}{2} + \sqrt{\frac{ss+cc}{4}}$, ideoque $t = \frac{s}{2}$

$+\sqrt{\frac{ss+cc}{4}}$, & $t = \frac{s}{2} - \sqrt{\frac{ss+cc}{4}}$: fed $\sqrt{\frac{ss+cc}{4}}$ aquat ra-

dium circuli; ergo, acceptis $L\Delta$, $L\Gamma =$ radio, producta-

que TB in G , & F , erit $C\Delta = t = \frac{s}{2} + \sqrt{\frac{ss+cc}{4}}$, &

$C\Gamma = t = \frac{s}{2} - \sqrt{\frac{ss+cc}{4}}$; ordinatæ vero ex punctis Δ ,

& Γ ductæ tangent diametrum parallelam rectæ CV in ex-

trems punctis G , & F . Quare ad quatuor priora duo hæc

accedunt, quæ de minimo certare cum illis possint. Non

tamen æque de omnibus incerta res est. Nam ex facili,

atque expedito calculo constat, puncta F , C , V , G , quæ

ad inferiorem partem jacent, nullius esse posse utilitatis,

cum singula eorum facta $M' \cdot \overline{M'O^2} + N' \cdot \overline{N'O^2}$ magnitudi-

ne excedant facta reliquorum D , & R ; igitur tota quaestio

ad duo hæc redacta est, quæ tenent superiorem partem.

Quare factum $M' \cdot \overline{M'O^2} + N' \cdot \overline{N'O^2}$ conferendum est cum

facto $M' \cdot \overline{M'R^2} + N' \cdot \overline{N'R^2}$, & utrum minus sit, inve-

niendum: quod facili calculo præstabimus. Ponamus igitur

(quod dignosci facile potest) $M' \cdot \overline{M'O^2} + N' \cdot \overline{N'O^2}$ exce-

dere $M' \cdot \overline{M'R^2} + N' \cdot \overline{N'R^2}$: quoniam $M' \cdot \overline{M'O^2} + N' \cdot \overline{N'O^2}$

$= M'm^2 + N'n^2$, & $M' \cdot \overline{M'R^2} + N' \cdot \overline{N'R^2} = M'm^2 + 2M'ms$

$+ M's^2 + N'n^2 - 2N'ns + N's^2$, erit $M'm^2 + N'n^2 > M'm^2$

$+ 2M'ms + M's^2 + N'n^2 - 2N'ns + N's^2$, five $0 > M's^2$

$+ 2M'ms - 2N'ns + N's^2$; & dividendo per s , $2N'n >$

$2M'm + \overline{M' + N'} \cdot s$: fed $s = \frac{N'n - M'm}{M' + N'}$; ergo $2N'n >$

$2M'm + \overline{M' + N'} \cdot \frac{N'n - M'm}{M' + N'}$, five $N'n > M'm$: cujus con-

fectarii veritas ipsa per se satis ostendit, nos non immerito

posuisse $M'. \overline{M'O}^2 + N'. \overline{N'O}^2$ majus $M'. \overline{M'R}^2 + N'. \overline{N'R}^2$. Solum itaque punctum R nostro problemati infervit, radius vero circuli, quem descripsimus, exprimet corporum velocitatem post ictum.

Hæc autem omnia, quæ tum de corporum velocitate post ictum, tum de hujus velocitatis directione ex ipso Maupertuisiano principio deduximus, ea sunt, quæ in natura contingere pluribus, diversisque modis sæpius est demonstratum. Habet ergo ejus usus magnam utilitatem summa cum certitudine conjunctam; cujus utilitatis novum proferam argumentum desumptum ex ictu indirecto trium corporum. Itaque corpora (Fig. 5.) A, A', A'' congregiantur in C cum velocitatibus AC, A'C, A''C, quas voco b, b', b'' ; per punctum C ducatur quælibet HH'', velocitates vero AC, A'C, A''C ita producantur in M, M', M'', ut eadem sit tum harum linearum, tum velocitatum proportio. Ex punctis M, M', M'' incidant in HH'' normales MH, M'H', M''H'': hæc vocentur c, c', c'' , & CH, CH', CH'' = m, m', m'' ; ductaque qualibet CO, quæ communem corporum velocitatem post ictum, & ejus velocitatis directionem designet, hæc vocetur = x : denique ex punctis O, M, M', M'' ductis normalibus OP, MS, M'S', M''S'' fit CP = t , PO = y , CS, CS', CS'' = p, p', p'' , angulus OCH = ϕ , & anguli MCH, M'CH', M''CH'' = π, π', π'' . Si ex puncto O ducantur MO, M'O, M''O, minimum habemus ex Maupertuisii sententia

$$= M. \frac{b^2 + x^2 - 2xp}{\sqrt{t^2 + y^2}} + M'. \frac{b'^2 + x^2 - 2xp'}{\sqrt{t^2 + y^2}} + M''. \frac{b''^2 + x^2 - 2xp''}{\sqrt{t^2 + y^2}}: \text{ ergo acceptis differentiis, ejectioneque } 2dx, Mx - Mp + M'x - M'p' + M''x - M''p'' = 0, \text{ five } x = \frac{Mp + M'p' + M''p''}{M + M' + M''} = \sqrt{tt + yy}: \text{ sed ubi de}$$

duobus corporibus egimus, ostensum est $p = \frac{cy + tm}{\sqrt{tt + yy}}$; ergo

$$p' = \frac{c'y + t'm'}{\sqrt{t't' + y'y'}}, \text{ \& } p'' = \frac{c''y + t''m''}{\sqrt{t''t'' + y''y''}}: \text{ hinc vero}$$

$$\frac{M. cy + tm + M'. c'y + t'm' + M''. c''y + t''m''}{M + M' + M''} = tt + yy, \text{ \& } \frac{Mc + M'c' + M''c''}{M + M' + M''}$$

$$\begin{aligned}
 & .y - y^2 = t t - \frac{M m - M' m' - M'' m''}{M + M' + M''} . t ; \text{ factaque } \frac{M c + M' c' + M'' c''}{M + M' + M''} \\
 & = P, \text{ \& } \frac{M m + M' m' + M'' m''}{M + M' + M''} = R, P y - y y = t t - R t, \text{ five} \\
 & \frac{P P}{4} - P y + y y = -t t + R t + \frac{P P}{4}, \text{ \& } t t - R t + \frac{R R}{4} \\
 & - \frac{P P}{4} = \frac{R R}{4} - \left(\frac{P}{2} - y \right)^2, \text{ tandem } \frac{P P + R R}{4} = \frac{P}{2} - y \\
 & + t - \frac{R^2}{2}, \text{ quæ respicit circulum, cujus radius } = \sqrt{\frac{P P + R R}{2}}.
 \end{aligned}$$

Quare secta $CV = R$, ductaque $CD = P$ normali CV , si ex tribus punctis V, C, D delineetur circulus, hic erit locus, in quo omnia cujuscumque directionis minima continentur.

Ut autem minimum factum $M . \overline{MO}^2 + M' . \overline{M'O}^2 + M'' . \overline{M''O}^2$ detegamus, (*Fig. 6.*) a punctis M', M'', M demittantur $MD, M'D', M''D''$ normales CD , quæ & ipsa normalis sit CP in puncto C , & in eandem CP normaliter incidat ex puncto O recta PO , quam productam secent rectæ $MD, M'D', M''D''$ in punctis Q, Q', Q'' : fit $CP = t$, $PO = y$, $MD = HC = m$, $M'D' = H'C = m'$, $M''D'' = H''C = m''$, & $QO, Q'O, Q''O = y - c, y - c', y - c''$; quare $\overline{MO} = \sqrt{m^2 - t^2 + y - c^2}$, & $M . \overline{MO} \text{ \&c.} = M(m - t + y - c^2) \text{ \&c.}$ Ergo minimum $M . \overline{MO}^2 + M' . \overline{M'O}^2 + M'' . \overline{M''O}^2 = M . t dt - m dt + y dy - c dy + M' . t dt - m' dt + y dy - c' dy + M'' . t dt - m'' dt + y dy - c'' dy = 0$, five $M dt . \overline{t - m} + M' dt . \overline{t - m'} + M'' dt . \overline{t - m''} = M dy . \overline{c - y} + M' dy . \overline{c' - y} + M'' dy . \overline{c'' - y}$, & $\frac{dt}{dy} = \frac{M . \overline{c - y} + M' . \overline{c' - y} + M'' . \overline{c'' - y}}{M . \overline{t - m} + M' . \overline{t - m'} + M'' . \overline{t - m''}}$; factoque primum $dy = 0$, fit $t = \frac{M m + M' m' + M'' m''}{M + M' + M''} = Q$; deinde $dt = 0$, erit $y = \frac{M c + M' c' + M'' c''}{M + M' + M''} = P$. Verum ex legibus centri gravitatis

notum jam est, Q æquare distantiam centri omnium corporum a recta CD : igitur juxta primam formulam minimum factum $M \cdot \overline{MO}^2$ &c. desumi poterit ex puncto intersectionis circuli cum recta, in qua collocatum sit centrum corporum M, M', M'' , quæque rectæ CD sit parallela; juxta alteram vero ex puncto intersectionis circuli cum recta parallela CP , in qua sit idem corporum centrum. Sed abscissa $t = Q =$ distantia centri corporum a recta CD habet ordinatam $y = P =$ distantia ejusdem centri a recta CP : ergo centrum corporum in descripti circuli ambitu continetur. Ducta igitur ex puncto C ad punctum O , quod centrum est corporum M, M', M'' , recta CO , hæc poterit & velocitatem corporum post ictum, & ejus directionem significare. Hoc autem, quod hæctenus fieri posse ostendimus, revera proprium esse solius puncti O , neque commune cum reliquis punctis, quæ ab illarum rectarum intersectione cum circulo designantur, facile cuique constabit, qui voluerit factum puncti O , cum reliquorum punctorum factis conferre. Habemus ergo in recta CO , & velocitatem trium corporum post ictum, & ejus directionem: quæ quidem velocitas, & directio ita cum ea convenit, quæ revera post ictum consequitur in natura, ut negari non possit ex Maupertuisiano principio certas de communicatione motus leges sua quasi sponte profluere.

Quæ vero hæctenus in duorum, vel trium, eadem in plurium etiam corporum ictu demonstrari æque possunt, immo idem demonstrationis genus elasticis quoque corporibus potest aptari. Hæc enim dum recedunt ab ictu, eandem servant directionem, eandemque velocitatem, quam habuerant, cum ad ictum accesserant: quæ ergo actionis quantitas infumitur in ictu, eadem velocitati, & directioni post ictum restituenda erit necessaria: hinc vero fit, ut si illa fuerit minima, hæc quoque necessario sit minima.

Attamen dubitari potest, utrum hoc minimum, ad quod in omni communicatione motus deducit formula Maupertuisiana, minimum actionis sit, quam in collisione corporum exerat natura, an vero minimum, ut ajunt, Geometricum. Cum enim in motus communicatione illud semper Maupertuisius spatium assumat, quod æquabili motu percurritur, quodque constantem habet cum velocitate propor-

tionem, nihil jam est, quod impediatur, quominus factum MVS in aliud convertamus MV^2 , ex quo vim vivam metiuntur Leibnitzius, & Bernoullius. Suspiciari ergo facile quisque potest, auctorem nostrum inscium, ac nolentem in Leibnitzianam sententiam fuisse pertractum; ejus vero minimum cum ea vis vivæ parte confundi, quam corpora amittunt in ictu. Accedit præterea, litteram V eam proprie velocitatem designare, quæ perit in corporum collisione. Nam quæ velocitates in facto $M' \cdot \overline{M'R^2} + N' \cdot \overline{N'R^2}$ (Fig. 4.) exprimuntur ab $M'R$, & $N'R$, non ex sunt, quæ insunt in corpore ante vel post ictum, sed quæ in ictu eliduntur. Quare si constans ponatur velocitas relativa MN , minimum Maupertuisianum minimam æquat vim vivam, quæ perit in ictu.

Hæc tamen, quæ multum suspicioni locum præbere videntur, non summatim percurrenda, sed enucleanda sunt diligentius. Itaque primum inquiram, qua debeant ratione congregi corpora duo eadem prædita respectiva velocitate, ut summa virium vivarum, quibus pollent, sit minima. Corpora duo M , N (Fig. 7.) habeant velocitatem relativam MN , quam divido in R in ratione massarum reciproca, ut $M \cdot MR$ æquet $N \cdot NR$, ductaque qualibet perpendiculari ZY , illud hujus ZY punctum invenio, in quo si ad ictum concurrant corpora, id præstent, quod quaerimus. Nullo autem calculo opus est, ut definiamus nullum posse esse hujusmodi punctum præter Z : cum enim sit semper $M \cdot \overline{MZ^2} + N \cdot \overline{NZ^2} < M \cdot \overline{MY^2} + N \cdot \overline{NY^2}$, propterea $M \cdot \overline{MZ^2} + N \cdot \overline{NZ^2}$ erit semper minima summa virium vivarum. At punctum hoc Z , quod in tota MN sumi potest, in quonam erit ejus puncto collocandum? Dico autem statuendum esse in puncto R : quod si neget, congregiantur ergo corpora non in R , sed in quolibet alio puncto ex. gr. in Z ; habebis jam

$$M \cdot MZ^2 = M \cdot MR^2 - 2M \cdot MR \cdot RZ + M \cdot RZ^2 \\ + N \cdot NZ^2 = N \cdot NR^2 + 2N \cdot NR \cdot RZ + N \cdot RZ^2:$$

sed est

$$M \cdot MR = N \cdot NR; \text{ ergo } 2N \cdot NR \cdot RZ - 2M \cdot MR \cdot RZ = 0,$$

ideoque

$$M \cdot MZ^2 = M \cdot MR^2 + \overline{M+N} \cdot \overline{RZ^2}. \text{ Quod}$$

$$+ N \cdot NZ^2 = + N \cdot NR^2$$

com

cum locum habeat in quolibet puncto Z diverso ab R, constat jam tunc minimam esse virium vivarum summam, cum corpora congregiuntur cum velocitatibus, quæ sint in ratione massarum reciproca. Atqui corporum hac ratione congregientium proprium est, ut omnem in ictu motum amittant, ibique quiescant: tunc ergo corpora in ictu consistunt, cum minima vi viva donantur, cujus propterea nulla est pars, quæ ab ictu superfit.

Ostensum est autem a Cl. s'Gravesandio, quam vis vivæ jacturam patiuntur corpora, quæ ad ictum accedunt cum velocitatibus reciprocis, hanc ea quoque facere, quæ eandem quidem celeritatem respectivam, diversas tamen habent velocitates congressus ex. gr. MZ, NZ, five MY, NY: quare cum illa sit minima, hæc quoque minima erit, ut inferri tuto possit, minimum in formula Maupertuisiana contentum ipsam vim vivam amissam in ictu significare. Si itaque negandum non sit, quod quidem non videtur posse negari, eandem esse & vis vivæ, quæ amittitur, & actionis, ex qua ipsa vis viva perit, proportionem; quoniam illa minima est, hæc quoque minima sit oportet. Minimum ergo Maupertuisianum, quod vim vivam amissam exprimit, aliquo vero sensu poterit minimum actionis vocari.

Sed opportunum erit aliqua hic de hujus actionis natura addere, & quænam ea, aut quanta sit, quæ in hanc vim vivam extinguendam infumitur, breviter declarare. Quæ igitur actio vim vivam corporibus adimit in ictu, ea exoritur a potentia, quæ media interjacet inter utrumque corpus, ut ex. gr. elastrum, cujus extrema in suam singula agunt partem. Si corpora congregiantur cum velocitatibus reciprocis, tunc actio, quam in utramque partem exercet potentia media, tota est in minuenda vi viva utriusque corporis, quoadusque penitus extinguatur; quare integra utriusque actionis summa in hunc effectum confertur. Si vero cum aliis velocitatibus concurrant corpora, tunc initio quidem utramque actionem impendit potentia media in vi viva utrinque adimenda: at cum fieri necessario debeat, ut aliquid velocitatis superfit in altero corpore, cum tota alteri adempta est, tunc potentia media agere quidem in corpus utrumque, sed ita, ut illi reliquam auferat velocitatem, in hoc vero, quam deleverat, renovare incipiat

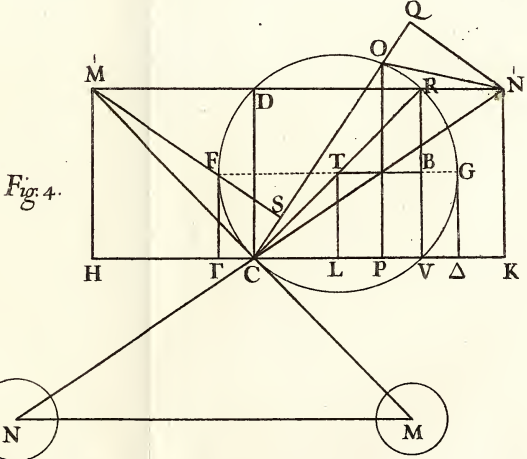
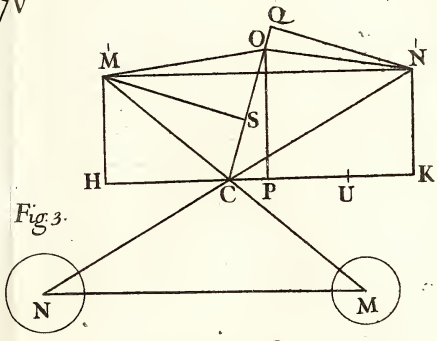
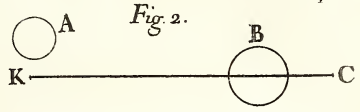
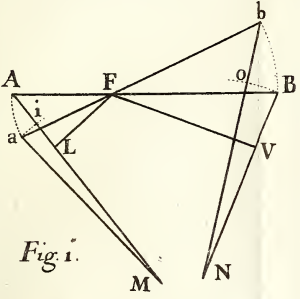




Fig. 5.

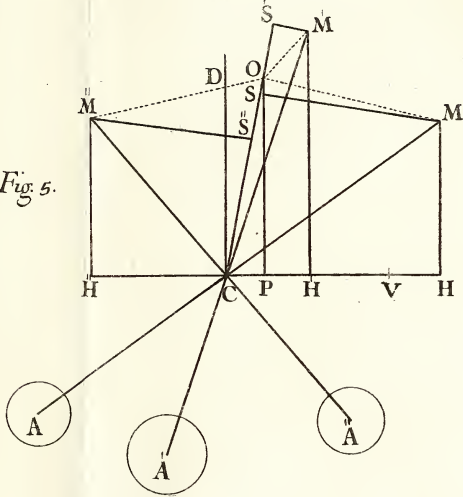


Fig. 6.

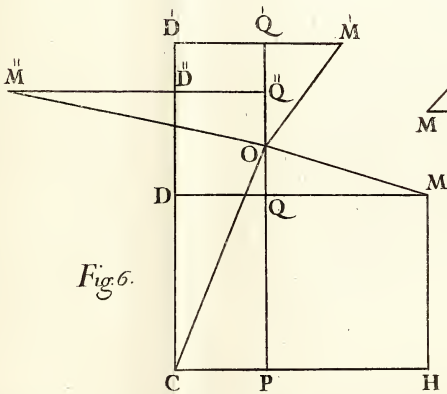
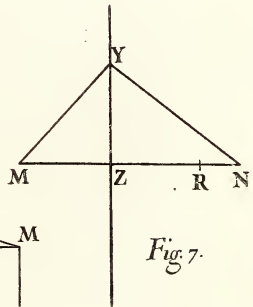
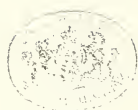


Fig. 7.





piat. Igitur vis vivæ extinctio non summæ actionum, quas hinc inde exerit potentia media, sed potius differentiæ earum, quæ adimunt ab ea, quæ amissam vim vivam restituit, generatim est tribuenda, nisi tamen differentiam in summam convertas, quod fit, cum negativam accipias eam actionis partem, quæ in vi viva renovanda exercetur. Cum hac autem actionum differentia, quæ in quolibet corporum ictu minima est, proportionem habet vis viva, quæ ab ictu extinguitur: igitur minimum Maupertuisianum, quod hanc exprimit, illi quoque exprimendæ commode poterit aptari.

Ut vero a corporibus perfecte mollibus, in quibus perfecta contusione deficit potentia media, rem transferas ad perfecte elastica, in quibus post contusionem illa superest, nec cessat agere, fac animadvertas, vim vivam, quæ perit in ictu, post ictum integram restitui: atqui quæ amissa est, fuit minima; ergo minima quoque erit, quæ renovatur: sed illa est ut summa actionum, quæ destruunt, ea dempta, quæ interim dum contusio perficitur, renovat velocitatem; hæc e contra ut summa actionum, quæ dum contusa corpora restituuntur, velocitatem renovant, ea dempta, quæ illam imminuit: æque ergo utraque minima.

Equidem non arbitrabar futurum, ut Maupertuisium in Leibnitzii sententiam pertraherem; neque id mihi erat in animo, cum ejus minimi facti naturam investigandam suscepi. Quæ tamen mihi hætenus occurrerunt, ea sunt, quæ rigidissimus quisque Leibnitzii sectator possit libenter admittere. Neque vero de hoc inopinato exitu dolebo, cum videam quantum honoris, & præsidii Leibnitzianæ sententiæ ex tanto viro accedat; a cujus opinione si aliquando recessi, quamvis ad id me summa veritatis vis adegerit, recessi tamen invitus, propterea quia moleste ferebam, veritatem in eo esse loco constitutam, ut cum summi viri auctoritate certaret.

JOANNIS BAPTISTÆ SCARELLÆ CLER. REGUL.

*De principiis visionis directæ, reflexæ,
& refractæ.*

CAPUT QUARTUM.

(*Tria, quæ antecedunt, capita leguntur in tomi quinti parte altera.*)

*De aliis principiis tum in visione reflexa,
tum in refracta.*

17 **Q**uibus arbitror satisfactum iis, quas supra retulimus, Alemberti difficultatibus. Nunc venio ad eas, quas articulo 16 exponere incipit adversus apparentem locum, distantiam, & magnitudinem objectorum, quæ ope reflexionis, aut refractionis videntur. Sic autem scribit., Smithus in sua Optica aliud comminiscitur principium. Loco principii a primo statuit, apparentem imaginis magnitudinem ab angulo visionis pendere. Deinde positis AB (*Fig. 8.*) pro objecto, AEB angulo, sub quo oculo nudo conspiceretur, & aEb angulo, sub quo revera conspicitur (ope refractionis, aut reflexionis radiorum) facit ab æqualem, & parallelam AB , concluditque imaginem videri in ab . Sed primo Smithus absolute ponit, imaginem angulo visionis proportionem respondere, quod falsum est in visione directa, atque ut minimum valde incertum in Catoptrica, & Dioptrica. Deinde si imago refertur ad ab , apparere non deberet, ut mihi quidem videtur, nisi magnitudinis $ab =$ magnitudini AB objecti, nempe sub oculos caderet nec amplificata, nec diminuta, quod experientia adversatur. In quibus objectis eo plus momenti est, quod auctor art. 156 sui operis rationem apparentis linearum
,, æqui-

æquidistantium inclinationis ducit ex uno diminutionis angulorum principio. Ergo is habet, aut habere videtur hoc principium tamquam unam apparentis objectorum magnitudinis causam. Jam vero primum constat, hoc principium satis non esse explicandis legibus magnitudinis apparentis. Deinde si principium in visione reflexa & refracta hic a Smitho usurpatum ad directam transferatur, inde sequeretur, quamlibet duarum e regione arborum apparituram in eo, in quo revera est, loco. Unde facile colligeretur, fore ut quælibet distantia æqualis, & eadem appareat, ideoque duæ arborum lineæ parallelæ judicentur. Id quod nequaquam usuvenit. Ergo is attentatur oportet, suum principium in directa visione non posse usurpari. Qui ergo fiet, ut visio reflexa & refracta alias leges sequatur. „

58 Hactenus auctor, qui post Bouguerium ab articulo 18 usque ad 27 plura differens de duabus longis lineis parallelis, & de ratione, qua sub oculos cadunt, art. 27 sic pergit. „ Quo apparentem magnitudinem objecti exigui, quod sit collocatum in foco, aut aliquantisper cis focum parvæ lentis, sive simplicis microscopii, Smithus definiat, art. 118, 119 sic rationem concludit. Radii lente refracti oculum ingrediuntur fere paralleli, & objectum hujus virtute directionis distincte perspectum ad distantiam referunt earum minimam, in quibus distincte videtur. Ex altera parte monstratur, objectum per lentem inspectum apparere sub illo angulo eodem, in quo apparet oculo nudo. Ergo, ut Smithus concludit, apparens ipsius magnitudo est ad veram, ut minima distantia, in qua objectum distincte videri potest, est ad longitudinem foci lentis, nempe ut circiter septem, aut octo pollices sunt ad hujusmodi longitudinem. Primum quæro, qua de causa fiat, ut punctum radiis parallelis, aut fere parallelis visum non referatur nisi ad minimam earum distantiarum, in quibus objectum distincte videri potest. Ad verum propius accedere videtur, ut in maxima similitudine videatur, propterea quod radii ad sensum æquidistantes organum perinde afficiunt, ac si ab objecto valde remoto proficiscerentur, ideoque ab hujusmodi punctis proficisci naturaliter æstimandi sunt. Secundo hæc ratio definiendæ magnitudinis apparentis, loci-
Tom. VI. X x que

que imaginis in eventu simplicis microscopii omnino differt a ratione ejusdem auctoris paulo ante explicata §. 16, ideoque aut illa ejusdem paragraphi methodus non est generalis, & idcirco errori obnoxia, aut hæc in eodem offendit. Tertio in definienda magnitudine apparenti objecti remoti telescopio ex duobus vitris constante visi Smithus omnem prorsus habet rationem magnitudinis anguli (vide art. 120 ipsius optica) & nullam loci, ad quem refertur imago, & in quo esse judicatur, tametsi, qui radii ad oculum veniunt, sint ad sensum æquidistantes, ut in eventu microscopii simplicis, atque compositi. Cur igitur hæc est inter theoriam microscopii simplicis & compositi, interque alteram telescopiorum differentia? Cur in primo eventu ponitur, objectum judicari esse in distantia septem, aut octo pollicum, hancque apparentem distantiam ad magnitudinem objecti conferre, cum in altero, in quo radii similiter æquidistantes in oculum ingrediuntur, nulla fiat hujus apparentis distantia mentio, & apparens magnitudo ab uno visionis angulo repetatur?

59 Constat igitur, nullam adhuc excogitatam fuisse theoriam, quæ legibus satisfaciat apparentis magnitudinis in visione reflexa, & refracta; mihi que videtur non magis satisfieri aliqua ex iis methodis, quæ etiamnum excogitatae fuerunt pro definienda ope experimentorum apparenti magnitudine objectorum, quæ lentibus, aut speculis inspiciantur. Omnia siquidem experimenta, quæ ad id definiendum instituta fuere, tacite innituntur existimato principio magnitudinis apparentis, quæ angulo visionis proportionem respondeat. Illud quoque ponunt, si dux linearum parallelarum AB , CD (Fig 9.) appareant congruere cum duabus aliis æquidistantibus ab , cd productis, spatium AC semper judicari = spatium ac , tametsi $ABDC$, $abcd$ sint in diversis æquidistantibus planis. Jam vero id falso ponitur; faciamus enim, planum $abcd$ positum esse ante planum $ABDC$ in eo situ, ut primum oculis subducatur secundum, tunc AC , tametsi tædum ab ac , quando ac est ante AC collocatum, videbitur majus quam ac , cum ac de medio sublatum fuerit. Pumilio ante gigantem collocatus oculis gigantem subducere potest: nihilo tamen minus si pumilio de medio auferatur, gigas in eodem permanens loco major videbitur.

Quo-

Quoniam igitur lineæ AB , ab , & CD , cd se tegere possunt, quin lineæ AC , ac reipsa judicentur æquales, consequens est, posse judicari esse AB in linea ab producta, & CD in cd , quin spatia AC , ac continuo judicentur æqualia. Quo id comprobemus ratione, quæ in oculos incurrat, ponamus ac esse unius pollicis, & AC duorum, & planum $abcd$ esse in distantia unius pedis ab oculo, $ABCD$ autem duorum. Ajo, si CD , cd in eodem plano reperiuntur, futurum ut lineæ AB , ab altera in altera producta appareant, & nihilominus ut inter se æquales non videantur. Si enim seorsim inspiciantur, prima judicabitur duorum pollicum, altera unius, eo quod utraq̃ue parum ab oculo distare positæ sunt, ideoque judicantur illius magnitudinis, cujus revera sunt. Hæc sunt dubia, quæ adversus ordinaria Opticæ principia proponi possunt, ex quibus colligitur, nihil fere etiamnum fuisse perfectum., Quibus verbis suum Alembertus Commentarium concludit.

60 Ut his satisfaciam, primum ajo quod attinet ad locum, in quo radiorum adminiculo reflexorum, aut refractorum objectum videtur, ex iis, quæ hactenus sunt disputata, consequi univèrse, objectum videri, & quodlibet ejus punctum in eo loco, in quo singuli radiorum fasciculi a singulis objecti visibilibus punctis profecti, & post reflexionem, aut refractionem in oculum ingredientés conjunguntur, perinde ac si eadem objecti puncta in iis singulis punctis forent, & visione directa conspicerentur. Id experimentis omnino comprobatur in visione reflexa a speculis planis: nam, ut docuimus num. 4, objectum videtur post speculum in punctis, in quibus singulorum radii fasciculorum conjunguntur. Ratio quoque suffragatur: nam posteaquam anima est habitum adepta judicandi, singula objecti puncta in iisdem punctis, a quibus radiorum fasciculi recta profecti, & deflectentes in oculum intrant, & post plures refractiones in ipsius fundo ad objecti imaginem depingendam denuo colliguntur; planum est, si quo vitro iisdem fasciculi sine confusione deflectantur a recta inter oculum, & objectum via, eadem objecti singula puncta visum iri in singulis punctis, in quibus singulorum radii fasciculorum post reflexionem, aut refractionem coeunt, perinde ac si objectum ibidem foret, & visione directa conspiceretur. Com-

probatum etiam univérse in speculis, aut lentibus, sive convexis, sive concavis, in quibus experimenta docent, imaginem objecti apparere in eo vel post speculum, & lentem, vel ante loco plus vel minus ab oculis distante, in quo secundum leges curvæ causticæ per reflexionem, aut refractionem apparere debet, si propter rationes in antecessum expositas illum exceperis eventum, in quo objecti in magna a speculo concavo distantia collocati fasciculorum radii ante speculum colliguntur, & nihilominus oculi speculo vicini illud post speculum vident, & similem eventum in refractione per lentes (n. 48). Id quod constat ex pluribus experimentis, quæ supra retulimus, & constare potest vel ex hoc uno, quod apud omnes opticos repetitur, superficiem planam radiis a speculo convexo reflexis visam apparere curvam, eo quod ex radiis, qui formant singulos a singulis superficiæ punctis profectos fasciculos, alii post speculum in minori distantia, alii in majori colliguntur.

61 Hic autem in memoriam revocandæ sunt diversæ leges, quas in superioribus declaravimus, aut optici recensent, servare visionem directam, quod attinet ad locum, in quo objecta apparent, aut ad distantiam eorum ab oculo: ut, cum corpora longius posita in eadem linea recta lineæ rectæ duas pupillas conjungenti parallela apparent, eo quod intervallum aliorum ab aliis majus & minus ab oculo in magna distantia sub sensu non cadit: cum luna a monte oritur, montem videtur contingere, quia nullum interpositum inter lunam & montem corpus oculos læcessit: cum corpora remotissima sunt, in valde minori distantia observantur, eo quod interposita corpora, quo longius absunt ab oculis, eo minora videntur: cum duæ lineæ parallele sunt valde longæ, perinde ac si forent alia versus aliam inclinatæ observantur, eo quod punctorum e regione intervalla eo videntur minora, quo longiori intervallo ab oculis distant; & alia sexcenta hujusmodi, quæ aut supra notavi, aut ab opticæ scriptoribus observata fuerunt. Inde enim colligendum est, eadem omnia contingere oportere in visione reflexa, aut refracta, quod attinet ad locum, in quo imagines objectorum conspici debent. Ex hoc autem fit, quod cum oculo, & objecto positus in majori, quam focus absit, distantia a speculo objecta inversa appa-

rent

rent (n. 48.) ideoque radiis, qui inter focum & speculum colliguntur, aut in ipsomet foco, si objectum sit remotissimum, & radii ab objecto profecti inter se æquidistant, interdum quidem ante speculum in aere pensilia apparent, sed ut plurimum in ipsamet speculi superficie videntur præsertim a me, qui non satis acutis oculis utor, & myops sum, atque ab aliis, quorum oculi eodem vitio laborant, nisi objectum reflexione visum foret accensa fax, quam ego, & alii similes aliquando extra speculum cernebamus. Præbitæ autem, & multo magis ii, qui in qualibet distantia clare, & distincte vident, facilius, & frequentius imagines etiam objecti obscuri intuentur ante speculum in aere pensiles, inter quos præsertim nominare possum supra laudatum Joannem Baptistam Suardum Comitem: cum enim in ejus magnifica villa suburbana hæc repeterem experimenta speculo concavo, cujus supra mentionem feci (n. 41.) is fere semper imagines inversas ante speculum videbat, & digito monstrabat locum, in quo sibi apparerent. Quorum ratio phænomenorum in eo posita mihi esse videtur, quod cum corpora inter speculum, & locum imaginis intercepta clarius visione directa conspiciantur ab iis, qui parum acuto oculo utuntur, quam ipsa imago, ob habitum acquiritum judicandi propiora, quæ clarius, & distinctius videntur, illa apparent propria præ hac, nisi quis ita acute videat, ut differentiam lucis ortam ex eo, quod alia objecta præ aliis ipsa per se magis lucida sunt, distinguere possit a differentia orta ex eo, quod alia præ aliis longius ab oculo distant. Quod confirmo duobus. Primo enim non alia videtur posse afferri causa, cur fax accensa etiam myopibus interdum extra speculum in aere pensilis appareat, nisi quia illa, ut corpus lucidum, radiis reflexis clarius videtur, quam objecta inter speculum & locum imaginis interposita directis videantur. Secundo in speculis parabolicis, in quibus imagines valde clare & distincte in foco representantur, sed magnæ & deformatæ, semper & ab omnibus, qui ultra focum sint, in ipso videntur tamquam in aere pensiles. Nam in Comm. D. T. inscripto *Relatio de insignibus novi cujusdam speculi astorii effectibus* in Actis Erud. Lips. ad an. 1687 men. Jan. pag. 52, & tom. 1. Excerpt. ex iisdem actis Venet. pag. 491 inter alios ejusdem effectus

hi referuntur his verbis: *Adeo exacte est politura, ut quævis objecta accuratissime, & pro diverso suo situ horizontali, perpendiculari &c. mirè transformata, insolitaque magnitudine referat: exempli causa pufionem ingentis viri, caput, aliudque membrum monstrosæ magnitudinis specie. Oculo præcipuis ipsi speculo admoto, quam est foci ab hoc distantia, objecta omnia intra speculum tamquam remotissima, erecto situ conspiciuntur: at eodem ultra foci distantiam a speculo remoto, eadem omnia extra speculum inversa apparent; & quia focus duabus ulnis a speculo distat, non sine voluptate videre est objecta distinctissime tamquam in aere pensilia. Quare si objecta per se obscura a pluribus, præsertim ab iis, qui acuto oculo non utuntur, in speculis concavis, quæ minus clare, quam parabolica, objectum referunt, in suo loco non observantur, alatae causæ acceptum ferri debere videtur. Quæ sint dicta, ut viam mihi muniam ad solutionem difficultatum Propositionum Alberti, atque etiam ut præoccupem difficultatem propositam a Gravesandio, qui num. 3278 ait, mentem in visione reflexa, & refracta raro referre objectum ad punctum visibile, sive ad illud, in quo radii oculum intrantes concurrunt, aut concurrere debent, si producantur, & num. 3124, 3125 suadet tum ex eo quod in iisdem circumstantiis alia aliorum hominum sunt de distantia objectorum judicia, & idem homo, dum objecta æque remota per idem vitrum gradatim intuetur, oculo ad eandem posito distantiam, non semper eodem modo de eorum magnitudine, atque distantia judicat; tum ex singulari quodam experimento, in quo iterum faciendo rem mihi profiteor contigisse, contra quam is sibi usuvenisse fatetur.*

62 Quæ autem hic dissero de ratione, cur imagines non in suo loco ante speculum, sed in ipsa speculi superficie, aut ultra speculum, ut alii contingere sibi fatentur, apparent, confirmari possunt hoc experimento. In cubiculo obscuro posui facem accensam in distantia decem, & amplius pedum a speculo concavo in tali obliquo situ, ut fax foret ad sinistrum speculi latus, & radii incidentes angulum acutum cum speculo facerent versus sinistrum latus, & reflexi acutum cum dextro, adeo ut versus dextrum oculum ponere debuerim, ut in directione reflexorum foret, & imaginem videret. Tum inter facem, & oculum speculum versus posui

fui corpora opaca, quæ impedirent, quominus fax illuminaret locum, qui erat in directione radiorum reflexorum, in quo reperiabantur imago, oculus, & spatium inter speculum & oculum interpositum, solumque permetterent, ut illustraret speculum ad horizontem perpendicularare, atque etiam spatium horizontale inter speculum, & facem interceptum, sed hoc valde parum, præsertim in vicinia speculi ob magnam distantiam. His perfectis oculus in distantia positus aliquot pedum, sed minori distantia facis a speculo, semper vidit lucidam imaginis facem in loco, ubi formatur, ante speculum in aere suspensam, digitoque monstrare potui, atque cooperire, aut in illo recipere. Nec unus tantum oculi situs, sive in una tantum directione, est idoneus ad imaginem, sed plures; nam si aliquot pollices aut promovebam oculum versus dexteram, vel versus sinistram, aut elevabam, vel deprimebam, imago in aere suspensa apparebat; sed in eodem semper loco, & valde minor objecto: quod nec aliter esse poterat, quia facis a speculo distantia valde magna erat. Sin autem a primo situ nimium aliquorsum discedebam, continuo facis visio disperebat. Porro ex his confirmatur allata in antecessum ratio. Siquidem in hoc eventu, in quo spatium interceptum inter speculum, & imaginem est obscurum, & spatium inter speculum, & facem in vicinia speculi subobscurum est, ideoque vividius, quam imago, oculum radiis reflexis, aut directis percellere nequeunt, atque ob hanc causam apparere propiora, imago ipsa semper oculo propior, ideoque in suo vero loco videtur.

63 Quod attinet ad magnitudinem, sic dissero. A magnitudine imaginis, quæ radiorum a singulis objecti punctis profectorum, & deinde reflexorum, aut refractorum fasciculis formatur, nonnulli pendere volunt apparentem objecti magnitudinem, hac ducti ratione, quod sicut in visione directa attenditur saltem in mediocribus intervallis vera objecti magnitudo, sic in reflexa, aut refracta ratio est habenda magnitudinis imaginis, quæ alicubi formatur, quia cum non videatur ipsum objectum, sed ejus imago, hæc in locum primi succedit, & oculos proxime lacessit. Sed ut nunc mittam alia, quibus hæc sententia refelli videtur, cum objectum ponitur in foco lentis convexæ, aut spe-

speculi concavi, objectum videtur maximum, & nihilominus imago talis non est. Tunc enim singula ipsius puncta videntur radiis parallelis, qui certe hanc maximam imaginem alicubi formare non possunt. Quamobrem hæc sententia universe defendi non potest, sed aliquibus est restringenda conditionibus. Id quod exsequi nitar postquam nonnulla experimenta a me, & ab aliis instituta retulero.

64 Primum itaque in valde exigua a speculo convexo, & vitreo magnæ diametri distantia facem accensam posui, & prope stans imaginem ipsius observavi minorem facie; tum me paulatim removi a speculo ad decem circiter pedum distantiam, & imaginem semper quidem valde obscuriorem fieri animadverti, sed valde parum minorem, quod ipsum exiguum magnitudinis decrementum repeti debere putabam non a majori distantia ipsa per se, sed a majori imaginis obscuritate, qua fiebat, ut partes ipsius languidiores, uti illæ, quæ sunt versus apicem, visum non amplius lacefferent. Me cum facie paulatim removi ad eandem distantiam; quo factum est, ut perpetuo facis imago decresceret, & in ea decem pedum distantia multis partibus minor foret. Postea manente facie in dicto intervallo, me sensim admovi ad speculum usque ad parvam ab eo distantiam; hocque factum est, ut clarior mihi fieret imago, sed valde parum major, quod ipsum causæ significatæ acceptum ferebam.

65 Tum me converti ad speculum concavum descriptum num. 41. Primum collocavi forfices annulis ellipticis sursum erectas ante ipsum valde prope, & in distantia valde minori distantia foci ab eodem speculo, & prope stans ipsarum imaginem aliquanto majorem post speculum observavi, & quidem eo majorem, quo forfices intra dictam foci distantiam longius a speculo aberant: tum me paulatim removi usque ad septem circiter pedum intervallum, vidique imaginem erectam parum, aut nihil crescere. Cum me removerem, idem mihi contigit, ac usuvenire observavi in speculo convexo. Nam in utroque eventu imaginem semper in eodem loco observabam, nec ullam experiebar difficultatem in illius conservanda visione: contra quam accidit in eventibus, in quibus eadem augetur; nam si ponebam forfices in distantia majori, ex. gr. quinque, aut sex pollicum, mino-

minori tamen distantia foci a speculo, quæ est 8 poll. & 7 lin. (n. 41.) tunc prope stans videbam imaginem erectam valde majorem, quam in primo eventu, cumque me paulatim removerem, illa non parum crescebat, quo longius discederem, sed paulatim evanescebat aliquæ partes, adeo ut aliquando solum unum anulum valde majorem factum intuerer. Cum me adhuc retraherem, tota forficum species evanescebat, & alia speculi inclinatione opus erat, ut imaginem rursus viderem. Si vero in exigua quidem distantia forfices ponerem, sed in situ valde obliquo, tunc valde plus crescebat imago forficum pro ratione distantia, ad quam me retrahebam, immo mirifice distorquebatur non a partibus imis versus summas, sed dextrorsum, & sinistrorsum, adeo ut annuli illorsum mirifice producerentur, & interdum etiam alia ipsorum pars ab alia disjungeretur. Deinde forfices posui in distantia aliquot pollices majori, quam sit distantia foci, & prope stans vidi forfices in situ recto parum auctas; tum me paulatim removi, & factum est, ut forfices mirum in modum crescerent, quousque oculi ad eum pervenere locum puncti concursus radiorum (n. 39.) in quo illarum imago confundi incipit, & tandem evanescere. Adhuc remotis oculis imago inversa apparere incœpit, & valde major objecto, sed quo oculi longius removeantur, eo magis decrescit, sed semper suo objecto major. Tandem si objectum, & oculus simul removeantur, ut facies, quæ simul cum oculo discedit, ea mirum in modum crescit erecta, donec prorsus confundatur, & dispereat; postquam distantiam imago rursus apparet, primum maxima, deinde eo semper minor evadit suo quoque objecto, adeo ut in distantia septem, aut octo pedum plurimis partibus minor videatur. Denique si objectum ponatur in magna decem, aut octo pedum distantia, tunc cum oculus valde removetur, inversum apparet, & quidem semper minus quam reipsa est.

66 Hinc transivi ad lentes. Adhibui unam ex convexis num. 47. Cum lens est in parva ab objecto distantia, & valde minori distantia foci, illius imago semper fere eadem videtur, sive oculus prope lentem sit, sive in magna ab ipsa distantia, sed major suo objecto; de quo tamen vide quæ infra dicturi sumus. Si sit ultra dictam fo-

ci distantiam, sed parum, oculus prope stans videt imaginem erectam; dum oculus removetur, crescit imago, quousque oculus ad eam distantiam pervenit, in qua prius multum aucta, deinde confunditur, & evanescit, qui locus est punctum, in quo radii refracti copulantur: amplius remotus videt majorem objecto, sed in situ inverso, atque ita ut semper minor fiat, sed maneat objecto major. Ad magnam aliquot pedum distantiam remoto objecto a lente eadem usveniunt, nisi quod oculo valde remoto a lente imago apparet valde minor objecto. Tandem si lens, & oculus prope illam positus simul removeantur, parum augeri videtur imago in quacumque ex mediocribus distantis.

67 His, & aliis pluribus scriptis, meas ad manus pervenit liber inscriptus *Amusemens Philosophiques*... à *Amsterdam*, & se vend à *Marseille* 1763 auctore Bonaventura Abat, qui Recreatione 4 hæc inter alia ad rem, qua de agimus, pertinentia scribit §. 435, & seq. Cum quis se collocat ante speculum concavum in illo axis puncto, quod a speculo longius abest, quam centrum, imago, quæ tunc est inter speculum & centrum, est minor facie illius, qui se intuetur. Id quod monstratur in omnibus Catoptricæ elementis. Nihilominus potest quis ante speculum concavum ita se collocare, ut quamvis longius quam centrum absit, se ante speculum videat mirifice amplificatum, & magna distinctione, ac perspicuitate. Quod paradoxum videtur, quia ex altera parte quod hic cernitur, non est nisi imago illius, qui se respicit, & ex altera hæc imago est minor objecto. Rem vero his experimentis confirmat. Speculum vitreum sumit concavum, & obductum ex parte convexa, diametri 10 pollicum, cujusque foci distantia erat pollicum 22 cum 1 : 2 circiter, ideoque diameter sphaeræ illius speculi, utpote quadruplo major, erat 90 pollicum, sive 7 ped. & 1 : 2. Cum se collocasset ad distantiam circiter pedum 7 & 1 : 2, suam vidit faciem in ea magnitudine, in qua est. Cum vero plus removisset, eo vidit naturali minorem, quo plus se removeret. Cum denique ad minorem 7 ped. & 1 : 2 accessisset, eo majorem observavit, quo propius ad centrum accederet, adeo ut in minima ab illo distantia mirifice amplificatam intueretur. Cum se ante alterum speculum vitreum diametri 11 poll., & distantia foci abso-

absoluti pariter 11 similiter collocasset ad distantiam primum ped. 3, & poll. 8, tum ad majores, demum ad minores, eadem omnia, ac ante, observavit. Quæ experimentis confirmata phænomena theoriæ, quæ in omnibus Catoptricæ elementis reperitur, esse contraria animadvertit §. 448, propterea quod ea compertum fit, objectum in extrema diametro collocatum formare suam imaginem in distantia 1 : 3 partis diametri a speculo, hujusque imaginis diametrum non esse nisi 1 : 3 partem diametri objecti. Quod his experimentis confirmat §. 451. Cum ad extremam diametrum utriusque ex dictis speculis facem accensam, & ad distantiam 1 : 3 partis diametri papyrus albam posuisset, & in eadem imaginem facis recepisset, imaginis ejusdem diametrum esse 1 : 3 diametri ipsius facis in utroque speculo animadvertit.

68 In experimento 8 §. 472 vultum alterius hominis statuit ante speculum concavum, adeo ut Abatus illius faciem videret ante speculum, quod fieri non posse, nisi cum apparet inversa, & objectum, atque observator sunt in majori, quam focus, a speculo distantia, ex superioribus conitat. Cum homo in eadem a speculo distantia manebat, auctor semper vidit faciem ejusdem magnitudinis, tametsi nunc propius ad speculum accederet, nunc recederet longius. Cum vero is maneret in eadem a speculo distantia, & homo ad speculum modo propius accederet, modo longius discederet, pro majori, aut minori ejusdem distantia faciem majorem vidit, aut minorem. Ex quibus experimentis colligit, si imago ratione oculi distantiam mutat, non autem suam veram magnitudinem, ut in primo experimento contingit, apparentem ipsius magnitudinem eandem permanere: sin autem vera ipsius magnitudo cum distantia variatur, apparentem quoque variari. Colligit etiam, præcipua phænomena, de quibus hic disseritur, non solum a nemine observata fuisse, verum etiam plures ex Opticis credidisse contrarium ejus, quod revera usuvenit, obtinere. Nam Trabaudus in lib. inscripto *Principes d'Optique à Paris 1753* pag. 130, n. 51 statuit, futurum ut si objectum sit prope centrum speculi concavi, sed ultra, in majori nempe, quam centrum, a speculo distantia, & oculus sit in directione radiorum, qui reflectuntur, videat ima-

ginem in aere inter centrum, & focus ejusdem circiter, ac objectum, magnitudinis. De quo experimento auctor observat, imaginem quidem revera esse circiter æqualem objecto, tametsi aliquantisper minorem, sed tamen suo objecto valde majorem apparere.

69 Verum ex meis experimentis certissime colligo, nunc majorem, nunc minorem apparere pro varia oculi a speculo distantia, tametsi objectum eandem semper tueatur. Ac primum posui forfices concavo speculo valde vicinas, cumque me ad majorem semper distantiam in axe retraherem, ejusdem fere magnitudinis apparebant: tum posui in sex, & amplius pollicum distantia, minori tamen præ distantia foci a speculo; tuncque factum est, ut quo me magis a speculo removebam, forfices valde majores evaderent. Postea collocavi forfices in distantia majori præ distantia foci, & oculos in distantia valde majori, nempe decem, & amplius pedum, ut imaginem forficum inversam viderem. Tum accessi ad speculum, sed ita ut manerem ultra centrum duos pedes, aut unum cum dimidio, iisdemque in accessibus semper imago inversa ejusdem fere magnitudinis apparuit. Sed cum cœpi nimium accedere, imago valde crescebat, sed eodem tempore fiebat semper obscurior, ita ut per aliquod spatium etiam evanesceret, quo transacto denuo videbatur magna, & obscura, sed erecta, & quo oculus ad speculum propius admovebatur, magnitudo, & obscuritas eo minores fiebant, donec in certa ab eodem distantia inciperet apparere talium magnitudinis, & claritatis, quales distantia forficum a speculo desiderabat, & cum iisdem permanebat, quousque oculus ad speculum perveniret. Hæc autem experimenta, & alia quoque me præfente cum eodem successu capta sunt non solum ab iis, quos num. 47 appellavi, sed etiam ab aliis quampluribus in Philosophicis, & Mathematicis disciplinis versatis, inter quos nominare possum Paulum Barzanum, & Josephum Zolla. Id quod significare volui, quo experimentis hactenus allatis, & in posterum referendis major fides habeatur.

70 Ergo puto, Abatum in errorem inductum fuisse iis duobus experimentis, in quibus imago apparet circiter eandem, tametsi oculus in variis collocetur distantibus; primum apparet inversa, & oculus in valde magno intervallo
a prin-

a principio reperitur; secundo cum erecta, & objectum in valde exigua a speculo distantia collocatur: quæ experimenta observavi ab initio imponere multis quoque eorum, quos ad mea confirmanda accersivi. Quæ locorum differentia est etiam attendenda in iis eventibus, in quibus auctor universe affirmat, imaginum magnitudinem variari, nempe cum oculus semper in eadem a speculo distantia reperitur, & objectum ab aliis ad alias transfertur distantias. Nam oculo ad speculum duos, aut tres pollices admoto forfices ejusdem fere magnitudinis semper apparuerunt, tametsi ad majores atque majores distantias retraherentur.

71 Quibus summa diligentia a me repetitis tentavi, an verum esset alterum auctoris experimentum de æqualitate inter objectum, & apparentem magnitudinem, cum objectum cum oculo ponitur in distantia a speculo quadruplo majori distantia foci absoluti, nempe in extrema diametro. Ne quid erroris obreperet, quam accuratissime sum metitus distantiam foci collectione radiorum solarium, qui in distantia pollicum 8 lin. 7 minimam imaginem in alba papyro depingebant, eamque incendebant, quod facere non poterant in alia quacumque majori, vel minori. Tum ne qua foret magna differentia inter distantiam objecti, & oculi propter experimenta, quæ modo narraui, meos conspicios oculos admotos posui in distantia, quæ foret quadruplo major dicta 8 poll. 7 lin., eosdemque in speculo concavo observavi valde minores naturali magnitudine, in qua oculis similibus conspiciillis armatis observantur, & ne differentix conspiciillum aliquid attribuat, valde minores iis, quos eodem tempore videbam in speculo plano, quod Abatum imitatus prope concavum posueram: idemque mihi ufueniebat, cum pro conspiciillis aliud quodcumque objectum in ea distantia collocabam. Supra laudati Suardus, Chizzola, aliique quamplurimi, quos ad idem periculum faciendum accersivi, testati sunt, se objectum in ea diametri distantia collocatum valde minus conspiciere, quam revera sit, & quam in plano speculo appareat. Cum vero objecta, & oculos in minoribus distantiiis collocarem, ego aliique experti sumus, eadem naturalis magnitudinis apparere, quando ponuntur in distantia circiter 3 : 4 diametri, idest triplo majori distantia foci absoluti. Hæc omnia sum

expertus altero speculo vitreo, cujus foci distantia est poll. 7 lin. 2.

72 Hinc transivi ad lentes convexas, in quibus etiam aliter, ac Abatus contendit, objectorum magnitudines a me, & ab aliis observatae sunt. Adhibui lentem utrimque convexam, cujus mentionem feci num. 53, cujusque foci distantia a lente est 13 poll. 6 lin. Posui forfices in minori intervallo a lente praefoci distantia ab eadem; eademque semper apparuerunt in situ recto majores quam sunt, & ejusdem fere semper magnitudinis, cum a minima a lente distantia ad majores plurium pedum oculos removerem: tum collocavi forfices in majori 13 pollicum & 6 lin., meosque oculos in lentis vicinia, & vidi in suo recto situ, illius circiter magnitudinis, qua sunt, non solum cum eadem in dicta distantia forent, sed etiam cum ad valde majores transferrentur. Cum autem paulatim oculos removerem, & pervenissem ad locum vicinum illi, in quo imago a forficibus ex altera parte collocatis formatur, imago recta mirifice augeri coepit, tum obscurari, & evanescere, quousque illum praetergressus locum coepi videre imaginem inversam, sed initio magnam, quae deinceps usque ad certum gradum imminuta fuit, in eoque permansit, tamen plures adhuc pedes me ab objecti imagine, & a lente retraherem: quae constans imago major est naturali, cum objectum est in centro, sive in distantia 27 pollicum, & multo magis cum est in loco propiori, nec fit aequalis, nisi cum objectum ad valde majorem a lente distantiam collocatur.

73 Deinde haec alia institui, in quibus e contrario oculi permanserunt immoti, & objectum distantias continenter mutavit. Oculos prope lentem collocavi in distantia a lente valde minori, quam distantia foci, cumque alter forfices ab exigua distantia ad majores retraheret, semper vidi forfices in situ recto, ejusdemque fere magnitudinis naturali majoris, nisi quod in majoribus intervallis obscuriores apparebant. Tum me collocavi in distantia majori praefoci distantia; cumque alter forfices a vicinia lentis ad majores distantias removeret, primum imago in naturali situ apprens continenter aucta est, deinde multum aucta obscurior facta est, & postea evanuit; tum emenso aliquo spa-

spatio rursus apparuit inversa, & valde major naturali, quæ demum eo magis imminuebatur, quo forfices ad majores distantias retraherentur, adeo ut in distantia circiter 10 pedum minimæ magnitudinis, & multis partibus naturali minoris apparuerint. Alii observatores eadem omnia sibi usuenisse testati sunt.

74 Ex quibus experimentis una cum superioribus circa specula primo compertum fit, in iis eventibus, in quibus imago post speculum, aut lentem apparet erecta, apparentem objecti magnitudinem esse in proportionem imaginis, quæ aut a radis reflexis post speculum depingeretur, si post speculum producti intelligantur, aut a refractis post lentem vere depingitur. Nam in speculis convexis minorem depingi imaginem, quam sit objectum, & eo quidem minorem, quo objectum ad majores distantias removetur, ab Opticis evidenter monstratum est. Quod consentit cum superioribus experimentis. Quemadmodum ab iisdem ostensum est, imagines objectorum post lentes concavas formari, atque eo minores objecto, & in majori distantia a lente, quo objecta longius remota fuerint. Quod similiter experimentis consentaneum est. Non minori perspicuitate confectum fuit, post specula concava, & post lentes convexas formari imagines objectorum, quæ inter vitrum, & focus collocata fuerint, majores objectis, & eo quidem majores, quo ad focus objecta propius accedunt, & in majori intervallo: in quo pariter maximus est inter theoriam, & experimenta consensus. Illud unum adversatur, quod ex nostris experimentis, quæ adversus Abatum retulimus, constat, imaginem objecti, quod ponatur quidem inter vitrum, & focus, sed in magna a speculo, aut a lente distantia, eo majorem videri, quo oculus ad majores distantias retrahitur. Nam in visione directa objecti magnitudo ad sensum non crescit ob id unum, quod oculus ad varias collocatur ab objecto distantias, quæ sint in numero mediocrium, & inter se non discrepent, nisi aliquot pedibus. Ergo si pro magnitudine objecti hic, quod attinet ad apparentem magnitudinem, attendenda est, ut volumus, magnitudo imaginis, quæ in locum objecti succedit, æqualis objecti imago videatur oportet ab oculo in variis mediocribus collocato distantis. Quod cum non accidat, argumento est, rationem hic hab-

bendam non esse magnitudinis imaginis. Verum cum hæc sensilis æqualitas sartatecta fervetur, quando objectum ponitur in valde parva a speculo, & a lente distantia, non vero quando in majori, id indicio est, in primo eventu ab eadem fere speculi, aut lentis parte reflecti radios, qui ad oculum sive proximum, sive remotum perveniant, ideoque formari semper fere æqualem imaginem, quæ sub sensu cadat; in altero ab aliis pro alia oculi distantia speculi, aut lentis partibus, ideoque depingi varias imagines, quæ in eundem incurrant. Id quod congruit cum theoria, & cum experimentis num. 43, ex quibus compertum fit, ab alia speculi parte ad oculum propiorem reflecti radios, ab alia ad oculum remotiorem. A theoria vero directæ visionis non dissentit, imaginem imaginis apparere majorem, cum eadem major est, quemadmodum hic usuvenit in oculo remotiore, cujus ratione major speculi, aut lentis portio, & magis inclinata idonea est radiis ad ipsum reflectendis, aut refringendis, ideoque majori imagini depingendæ. Quare constat, in iis eventibus, in quibus imago apparet erecta post speculum, aut lentem, apparentem objecti magnitudinem imaginis ultra speculum, aut lentem depictæ magnitudini proportionem respondere.

75 Sed magna est difficultas in definienda apparenti magnitudine, cum objectum ponitur inter centrum speculi concavi, & $3:4$ diametri; nam in primo puncto imago depicta in centro est æqualis objecto, & in altero imago depicta inter idem punctum, & centrum est minor objecto, & nihilominus apparens magnitudo in centro est valde major objecto, in altero puncto est æqualis, & in interceptis est quoque major. Quod idem ad lentes convexas transferri potest. Tam difficilium phænomenorum rationes sic explico, & eodem tempore meam in hac definienda apparenti magnitudine sententiam. Ex iis, quæ in antecessum differuimus, colligitur, apparentes ejusdem objecti in variis ab oculo collocati distantis magnitudines esse debere in ratione circiter inversa distantiarum, eo quod eandem rationem sequi debent imagines in oculi fundo delineatæ; sed quia pro variis ejusdem objecti distantis oculi se varie disponunt, & ita ut, cum objectum intra mediocres, communesque distantias versatur, æquales ab inæqua-

liter

liter distantibus objectis imagines recipiant, inde fit, ut objectum semper ejusdem magnitudinis intra dictum spatium appareat. Quare si objectum ad majorem, & minorem distantiam collocetur, & anima propter aliquam causam ad id advertere nequeat, facere non potest eam variam oculorum dispositionem, quæ ad æqualitatem imaginum ejusdem objecti in variis collocati distantis in oculi fundo depingendarum necessaria est, & videre debet objectum propius tamquam majus, remotius tamquam minus, ut perspicuum fecimus usuvenire in experimentis Desagulerii (n. 21.). Simile vero contingit in imagine inversa, quæ formatur ante speculum concavum, quæque vices objecti gerit. Illa enim, ut supra monuimus, fere semper observatur, tamquam si foret in speculi superficie, tametsi revera sit in loco remoto ab eadem, & oculo spectatoris propiori. Quamobrem ex dictis colligitur, eandem tamquam se ipsa majorem observari debere, quia oculus eam putans in speculi superficie ita dispositus est, ut qualis est reapse, videre debeat, si ibi foret; cumque sit oculo valde propior, majorem ipsius imaginem in retina recipere debeat. Inde vero colligitur, cur secundum nostra experimenta objectum minus appareat, cum in extrema diametro, & tam magnum, quam est, cum inter centrum, & extremam diametrum collocatur. Nam in primo eventu imago a speculo formata, quæ habita oculi ratione fungitur munere objecti, est 1 : 3 ejusdem objecti, ideoque propter hanc causam triplo minor objecto videri debet; sed depingitur in loco 1 : 3 parte diametri a speculo distante, ideoque duabus tertiis ab oculo. Ex quo fit, ut magnitudo, in qua revera apparet, ad veram ipsius imaginis magnitudinem, in qua reipsa apparere deberet, si in speculi superficie formaretur, se habeat ut 3 ad 2, sive in ratione distantiarum inversa. Quare cum ipsa in se sit triplo minor objecto, & ob rationem depromptam ex eo, quod in majori distantia putatur, ideoque magis pupilla dilatatur (n. 19.) in ratione valde minori quam tripla augeatur, mirum non est si objectum in extrema diametro collocatum, & ipsius imaginis virtute observatum, minus, quam revera est, appareat. Cum vero objecti in centro collocati imago sit æqualis objecto, ibidemque depingatur, ratione, quam modo conclusimus,

fit manifestum, objectum in centro, aut prope centrum positum videri oportere valde majus, quam revera est. Ex quibus concluditur, inter extremam diametrum interque centrum collocari oportere, quo imago ipsa per se minor objecto ob majorem angulum, sub quo propter allatas rationes videtur, tanto major appareat, ut objectum in sua naturali magnitudine repræsentetur. Id quod usuenire, cum objectum in tripla foci a speculo distantia collocatur, superioribus experimentis comperimus. Ex quibus sequitur, a vero aberrare tum Abatum in extrema diametro collocantem objectum, ut illius imago æqualis objecto videatur, tum Trabaudum ad eundem finem prope centrum stantem.

76 Nec ullius momenti est ratio, quam phænomeni a se falso positi asserit Abatus, in eo posita quod imago objecti in extrema diametro collocati formatur a speculo concavo in distantia ab oculo 2 : 3 partium diametri, a speculo vero plano in superficie convexi locato in distantia ab oculo 6 : 3 partium ejusdem diametri, nempe in triplo majori, eo quod ultra speculum depingitur in tanto majori post speculum distantia, quanto major est distantia objecti ante speculum. Siquidem distantia ab oculo, in qua formatur imago a speculo concavo, non est comparanda cum distantia, in qua formatur a speculo plano, quæ varia esse potest, quin apparens objecti magnitudo varietur, sed cum distantia, in qua imago apparet, uti nos fecimus, quia hæc, non prima, confert ad pupillam magis vel minus aperiendam, aut a retina removendam, quæ duo valde conducere ad amplificandam, vel minuendam objecti ejusdem magnitudinem num. 19 ostendimus. Ergo standum est nostris experimentis, & rationi a nobis allatæ, non experimentis Abati, & ejusdem rationi.

77 At enim ratio a nobis allata non habet locum in iis, qui imagines vident in loco, in quo revera depinguntur, quos esse non paucos constat ex iis, quæ num. 61 exposuimus, & multo magis ex iis, quæ laudatus Abatus scribit §. 869, & seq. suæ mathematicæ Recreationis, in quo docet modum efficiendi, ut fere semper imagines ante speculum in supradictis eventibus conspiciantur, in eo positum, ut solum objectum multa luce perfundatur, propterea

rea quod jam notaverat, in loco valde illustrato imagines ut plurimum in loco non suo videri. Id quod etiam nos simili ratione obtinuimus, ut num. 62 expositum est. Ad hoc primum adverto, supra laudatum Suardum, cum objecti in majori, quam centrum, distantia a speculo collocati imagines extra speculum videret, & digito indicaret locum, in quo erant, falsum esse, se eas videre valde exiguas, & suo valde minores objecto. Nobis idem contigit num. 62, sed in distantia valde majori distantia extremæ diametri. Quod si id contingit in omnibus, qui eas ante speculum in aere veluti suspensas vident, maximum, ut patet, accedit momentum rationi, quam attulimus. Sin autem in aliquibus usuvenit, ut cernant ante speculum, & nihilominus majores, quam revera sunt, intueantur, hanc alteram ad explicationem phænomeni rationem adjungo. Ratio, cur objectum ante speculum planum collocatum videatur in illo puncto, in quo radius ad oculum reflexus, & in alteram partem intra speculum productus cum catheto incidentiæ concurrat, in duobus posita est; primum in eo, quod ibidem omnes fasciculi a dato objecti puncto profecti cum axe optico concurrunt; secundo in eo, quod propter æqualitatem inter semitam radii in speculum incidentis, & ad oculum reflexi, interque lineam rectam inter dictum punctum concursus, & oculum interpositam radius incidens, & deinceps reflexus ita debilitatus ad oculum pervenit, ac si a dicto concursus puncto recta ad oculum perveniret. Siquidem fortiori luce reflexa ab objecto vicino magis contringi pupillam, quam debiliori a remoto reflexa jam vidimus num. 18, indeque rationem elicimus, cur æquales objecti vicini, & remoti imagines in retina depingantur, contra quam usuvenire deberet, si pupilla eandem latitudinem, & a retina distantiam in omnibus intervallis retineret. Quo constituto cum imago inversa ante speculum depingitur, est quidem oculo vicina, sed radii ab ea profecti valde fractis viribus perveniunt ad oculum, eo quod absolvunt totum hoc spatium, quod est inter objectum, & speculum, & deinde quod est inter speculum, & imaginem, & inter imaginem, & oculum. Ergo mirum videri non debet, si propter allatam pupillæ in objecto remoto magis dilatatæ doctrinam oculi videant has inversas

imagines majores, quam sunt, propterea quod imago est oculo proxima, & pupilla magis est aperta, quam ut imaginem in sua naturali magnitudine aspiciat.

78 Quæ ratio mihi persuadet, imaginem rectam intra speculum convexum majorem videri, quam revera sit, in concavo autem minorem. Cum enim in primo radii ab objecto profecti intra illud forment imaginem minus a speculo distantem, quam objectum ab eodem distet, imago est oculo propior, & radii in oculum intrant magis debilitati, quam imaginis ab eodem distantia postulat: & contra cum radii ab objecto inter cavum speculum, & focus posito manantes intra speculum forment imaginem multo magis distantem a speculo, quam objectum ab eodem distet, imago est ab oculo remotior, & radii in oculum intrant magis integris viribus, quam imaginis ab eodem distantia desideret. Hac de causa num. 74 non dixi, apparentes magnitudines esse æquales imaginibus, quæ intra hujusmodi specula formantur, sed solum iisdem proportionem respondere.

79 Quo definiamus magnitudinem, & locum imaginis objecti positi inter centrum, & focus sive speculi concavi, sive lentis convexæ, præsertim cum objectum ad focus pervenit, in quo maxima difficultas est posita, ut vidimus in objectis Alemberti, oportet cum eodem Abato definire magnitudinem, & progressum imaginis, dum objectum ab infinita distantia usque ad speculum transfertur. Is enim S. 402, & seq. hæc habet, quibus operæ pretium putamus nostras animadversiones inferere. 1. Si objectum est ante speculum concavum ad distantiam ab eodem infinitam in axe, ad eam nempe, in qua radii ab objecto profecti paralleli incidunt, imago erit infinite parva, & in foco reperietur ante speculum. Tunc si oculus spectatoris longius abest a speculo, quam imago, objectum apparebit in foco ante speculum veluti suspensum in aere, sed inversum. At si oculus est inter imaginem, & speculum, objectum retro speculum apparebit, & in situ naturali, & in ea maxima distantia, in qua est ante speculum. 2. Si objectum a distantia infinita usque ad centrum provenit, imago fit eo major, donec evadat æqualis objecto, cum objectum attingit centrum; sed spatium conficit valde exiguum, illud nempe quod

quod interpositum est inter focum, & centrum, in quo videtur, cum objectum ad centrum pervenit, quod spatium est æquale quartæ parti diametri spheræ, cujus portio est speculum. In his eventibus si oculus longius abest a speculo, quam imago, videt imaginem inversam aut in loco, in quo est, aut in superficie speculi, aut secundum observationes Abati etiam post speculum, quod mihi numquam contigit, aut minorem objecto, aut majorem secundum loca in antecessum definita, in quibus oculus reperitur. Sin vero minus abest, videt imaginem in situ naturali post speculum eo longius distantem, quo objectum magis a speculo distat. Si tandem a locis a speculo remotioribus, quam sit imago, transmittat ad propiora, contingunt ea, quæ supra observavimus (n. 38.). 3. Si objectum a centro versus focum progrediatur, & tandem ad illum perveniat, imago fit semper major, & depingitur in loco semper magis distante a speculo, & a centro, adeo ut cum objectum ad focum pervenit, evaserit infinite major, & in loco infinite distante reperiatur, & radii singulorum fasciculorum infinite proximi, & a speculo reflexi evaserint paralleli, sive in loco infinite distante colligantur, ut etiam num. 39 ex theoria curvæ causticæ eruimus. Si in his eventibus oculus longius abest a speculo, quam imago, videt illam inversam, & valde majorem objecto, tum quia major est, tum etiam ob rationem num. 73 expositam. Sin autem minus abest, videt erectam ultra speculum in ea distantia a speculo, quæ circiter sit æqualis distantia objecti ab eodem (n. 46.). Id tamen est intelligendum, cum oculus reperitur adeo propior speculo, & remotior ab imagine, ut radii a speculo reflexi fere paralleli, & parum inclinati in oculum ingrediantur, quemadmodum docuimus num. 46. Ex quo fit, ut objectum apparere debeat valde majus, quam est, eo quod cum radii reflexi infinite proximi sunt paralleli, imaginem maximam formant, ut paulo ante vidimus. Quia vero cum objectum est in foco, ex altera parte imago inversa ante speculum formatur in infinita ab ipso distantia, & ex altera in distantia finita, in quibus oculus reperiri potest, radii infinite proximi sunt ubique paralleli, inde fit, ut in hoc eventu oculus imaginem videat erectam, & post speculum, & valde majorem objecto.

80 At enim cum objectum est in foco, intelligi non potest, qua ratione imago a radiis depicta sit infinita, ut vult Abatus, & oculus illam ut magnam videat. Sunt enim inter se paralleli omnes reflexi radii non solum infinite proximi, quique singulos fasciculos componunt, sed etiam ii, qui finito distant intervallo: fasciculi vero suis extremis punctis non possunt infinitam formare imaginem, si sunt inter se paralleli, sed ad summum efficiunt æqualem speculo concavo, quam nec totam oculi in uno positi loco videre possunt.

81 Aliam horum cum theoria conciliandorum rationem non video præter hanc. Objectum, quod in foco ponatur, debet esse valde exiguum, & veluti punctum. Omnes ab hoc puncto profecti fasciculi versus omnes speculi partes per lineas parallelas ab iisdem reflectuntur, & in infinita a speculo distantia suos apices habent in continuata superficie, quæ sit æqualis speculi superficiæ. Jam vero superficies speculi ad punctum est veluti infinita. Ergo etiam illa continuata superficies ab apicibus fasciculorum formata erit infinita ratione habita puncti. Est autem illa superficies imago puncti, sive objecti, quod est in foco. Ergo imago a radiis parallelis formata erit veluti infinite major objecto, quod in foco sit. Quod vero pertinet ad visionem, oculus illud exiguum objectum videre debet multo majus, quam est. Nam ex nostris principiis is videt magnitudinem objecti, cum tam magna celeritate percurrit omnes objecti partes, ut primarum visio duret, cum excitatur ultimarum (n. 10.). Quare oculus in axe positus hac celeri directione axis optici lustrare poterit speculi superficiem; quia vero radii, & fasciculi omnes paralleli sunt, sui conversione versus omnes circa axem speculi partes recipere poterit radios, non eos omnes, qui a tota speculi superficie reflectuntur, sed eos saltem, quos non exigua circa axem speculi superficies reflectit. Ergo videbit exiguum objectum in foco positum tanto majus, quanto illa superficies est objecto major.

82 Sed pergamus exponere theoriam Abati. Si objectum a foco ad speculum accedat, tunc imago ab infinita magnitudine, & distantia ante speculum, continuo transibit ad infinitam magnitudinem, atque distantiam post specu-

culum, eo quod radii reflexi post speculum coire incipiunt in infinita a speculo distantia, cum objectum a foco versus speculum recefferit solum per spatium infinite parvum; sin autem per spatium finitum, magnitudo, & distantia imaginum majores erunt magnitudine, & distantia objecti, nisi cum hoc ad speculum contingendum perveniet, quia tunc distantia est nulla, & magnitudo imaginis æqualis magnitudini objecti. Oculus autem, in quacumque a speculo distantia ponatur, videbit imaginem rectam post speculum, majorem objecto, & in majori distantia, excepto contactus inter speculum, & objectum eventum.

83 Auctor deinde §. 701, & seq. exponit phænomena lentium convexarum, prorsus similia phænomenis, quæ in speculis concavis usuveniunt. 1. Si objectum ponatur in infinita a lente distantia, ipsius imago formabitur ex altera parte, in qua reperitur oculus spectatoris, in ipsomet foco, cujus distantia a lente est quarta pars diametri sphaeræ, cujus portio est lens, infinite parva, & inversa. Oculus autem longius distans a lente, quam focus, eam ante lentem videbit inversam; minus distans ultra lentem in suo situ, & in ea distantia, in qua objectum est. 2. Si objectum ab infinita distantia transeat ad centrum, imago formabitur ante lentem ratione habita oculi in aliquo puncto inter focum, & centrum, & quidem minor objecto, nisi in centro, in quo est æqualis. Quod attinet ad oculum, eadem contingent ac in speculo concavo pro ratione distantia oculi a lente, quæ sit major, vel minor illa, quæ est inter imaginem, & lentem. 3. Si objectum a centro ad focum accedat, imago semper fit major objecto, & inversa, & in majori a lente distantia, quam absit centrum, adeo ut cum objectum attigit focum, tunc infinita evaserit, & in infinita a lente distantia reperiat. In visione imaginis eadem accidunt, ac in simili eventu in speculo concavo. 4. Si objectum a foco ad lentem perveniat, eadem contingunt, quæ in simili eventu speculi concavi, sive quod attinet ad magnitudinem, distantiam, & situm imaginum, sive quod ad eorum visionem.

84 Ex quibus colligi potest, ea, quæ paulo ante descripsimus de ratione, cur oculus imaginem objecti in foco speculi concavi collocati per radios reflexos parallelos videat

deat post speculum valde majore objecto, pertinere quoque ad similem eventum objecti positi in foco lentis convexæ, quia etiam hic radii refracti ad oculum pervenientes paralleli sunt.

85 Quibus constitutis venio ad difficultates Alemberti in antecessum expositas. Ex iis, quæ in superioribus sunt disputata, fit manifestum, in visione directa esse habendam rationem anguli visionis, & magnitudinis imaginis inde profectæ, cum eo tamen, ut in mediocribus intervallis, in quibus oculus frequenter versari solet, objectum fere semper ejusdem magnitudinis appareat, eo quod oculus aliter in aliis intervallis se disponit, & hac pro ratione intervalli diversa dispositione facit, ut objectum sub eodem videatur angulo, & eandem in retina imaginem formet, nisi quædam adjuncta impediunt, quominus anima ad varia intervalla possit advertere. Quæ omnia sunt quoque ad visionem reflexam, & refractam transferenda, ut supra docuimus. Unde cl. Scriptori do, objectum AB (fig. 8.), quod oculo nudo videtur in AB , & sub angulo AEB , non continuo videri oportere majus, si ope reflexionis, aut refractionis videatur in ab propiori, quæ recta sit æqualis rectæ AB , & sub angulo majori aEb , eo quod objecta æqualia AB , ab , quamquam posita in diversis ab oculo E distantis, tamen ob allatam num. 31 rationem circiter æqualia videri debent, & reipsa videri experimenta confirmant, si differentia distantiarum intra mediocres consistat. Sed ajo, nulla distantiarum EA , Ea ratione habita imaginem ab majorem, minorem, aut æqualem objecto AB apparituram pro eo, quod apices fasciculorum, qui a singulis prodeunt objecti AB punctis, adminiculo reflexionis, aut refractionis colliguntur, aut ad oculum E tendunt, perinde ac si colligerentur in ab , quæ sit aut major, aut minor, aut æqualis AB . Et sane objecta posita ante speculum convexum videntur intra speculum minora, quam sunt, & tamen in loco, qui introrsum a superficie speculi minus abest, quam ipsa objecta extrorsum; & e contrario objecta in distantia minori præ distantia foci ante concavum collocata majora videntur, & in loco longius remoto. Quod certe non aliunde oritur, quam ex eo quod apices fasciculorum ab objecto prodeuntium in convexis citius colliguntur, & in spatio

tio angustiori, quam sunt objecta (n. 74.) & in concavis tardius, & in spatio latiori. Quia vero cum imagines ante speculum, & lentem formantur, reipsa majores apparent, quam revera sunt, hoc in negotio est habenda quoque ratio eorum, quæ secundum nostra visionis directæ principia (n. 77.) differuimus, ut investigaremus rationem, cur in visione reflexa, aut refracta imagines majores, aut minores, quam sunt, conspiciantur. Quibus arbitror satisfactum primæ difficultati Alemberti.

86 Nunc venio ad secundam, cujus pars ex visione linearum æquidistantium, aut longæ porticus ducitur, cuique sic occurro. Ex iis, quæ in superioribus disputata sunt, colligo, apparentem singularum e regione columnarum distantiam non esse repetendam ab illo visionis angulo, qui foret in ratione inversa distantiarum ab oculo; nam si res ita foret, ultimarum distantia columnarum multis partibus minor appareret distantia primarum, eo quod illarum ab oculo distantia multis partibus superat harum distantiam; quod profecto longe abest a vero, si porticus non adeo longa sit, quia ultimarum distantia nec major dimidia primarum apparet. Itaque ajo, cum oculi a primis columnis usque ad ultimas porticum lustrant ea celeritate, quæ necessaria est, ut totam simul videant (n. 10.) se aliterque disponere, & sic efficere, ut columnæ remotiores appareant sub angulo majori, quam earum ab oculo distantia postuleret. Neque dixeris, si res ita foret, singularum inter ipsas distantiam esse apparituram æqualem, quemadmodum imagines ejusdem hominis in distantibus 20 pedum, & 40 ob eandem rationem æquales conspiciuntur. Quamvis enim certo dijudicari non possit, utrum homo positus in distantia 20 pedum majoris appareat magnitudinis, quam idem positus in distantia 40; tamen sæpius repetita singularum e regione columnarum differentia ratione habita interpositæ magnitudinis, quæ cum major, aut minor apparet, facit ut columnarum inter ipsas distantia major quoque, vel minor videatur, ita sensilem gignit in oculo varietatem, ut sub sensu cadat. Quamquam illud etiam dici potest, magnam illam celeritatem, qua oculus ad finem illius uno ictu videndæ totam porticum lustrare debet, non permittere, ut ob minorem lucem a remotioribus columnis, &

interposito spatio reflexam ita se statim aperiat, quemadmodum necesse est, ut eadem sub æquali angulo cernantur, ideoque æqualem in retina forment imaginem, & æqualia videantur. Quibus compertum fit, adversus communem sententiam, quatenus a me defenditur, in proposita difficultate nihil esse momenti.

87 Quod pertinet ad sequentes, parum moror rationem, qua Barrowius definit magnitudinem, sub qua videntur objecta radiis reflexis, aut refractis, ideoque & rationes, quibus eandem secum ipsam non constare, nec cum aliis, quæ idem prius constituerat, Alembertus plane demonstrat. Siquidem ex iis, quæ jam constitui, primum ajo, cum imago post lentem convexam, aut speculum concavum formatur, objectum videri in eo loco, in quo fasciculorum a singulis objecti punctis prædeuntium apices reperiuntur, aut reperiri deberent, si producerentur, indeque distantiam objecti pendere. Deinde cum imago ante lentem, & speculum formatur, & oculi longius absunt a lente, & a speculo, quam imago, statuo, idem objectum apparere aut in loco, in quo est imago, aut in superficie lentis, & speculi, aut etiam post, secundum ea, quæ nixi experimentis, atque rationibus supra disseruimus. Postea in eodem eventu imaginis formatæ ante lentem, & speculum, vel in foco, vel in majori a foco distantia, sed oculo minus ab iisdem distante, quam absit locus, in quo imago depingitur, ajo videri objectum ultra lentem, & speculum in ea circiter ab iisdem distantia, quæ est æqualis interpositæ inter objectum ex altera parte, & lentem, aut speculum ex altera. Cujus rationem ad ea confirmanda, quæ alibi diximus (n. 46.) sic etiam explico. Dux sunt, ut paulo ante monui, causæ, propter quas anima videt objecta in catheto incidentiæ, cum agitur de speculis planis, in ea post speculum distantia, quæ sit æqualis distantiæ objecti a speculo ante ipsum speculum: prima quod apices fasciculorum ibi colliguntur; secunda quod radius primum incidens, & postea reflexus ad oculum ita pervenit debilitatus, ac si a dicto puncto recta perveniret, propterea quod hæc spatia æqualia sunt (n. 77.). Jam vero in eventu, quo de agimus, prima causa non est, eo quod imago retro caput formatur, & oculus ita comparatus est, ut referat ima-

imagines objectorum ante se, non post se. Ergo videre debet objecti distantiam solum ob secundam rationem, ex qua fit, ut judicare debeat objectum post lentem, aut speculum tantum distare, quantum idem objectum a lente, & speculo distat ante eadem, eo quod pro hujus distantia ratione radii ad oculum magis debilitati perveniunt, præsertim cum eodem tempore minus ob minorem distantiam loci, a quo profiscuntur, fracti perveniant radii, qui a singulis spatii inter lentem, aut speculum, & objectum interpositi partibus profecti ad eundem oculum perveniunt refracti, aut reflexi, ideoque forment illius imaginem tamquam propiorem, & post lentem, aut speculum interpositam inter hæc, & imaginem objecti, cujus habita ratione distantiam inter lentem, aut speculum, interque objecti imaginem videmus. Cum vero simus in hoc eventu, quando radii reflexi, aut refracti ad oculum paralleli perveniunt objecto posito in foco, aut prope focum lentis, aut speculi (n. 34.) inde fit, ut objectum his radiis conspectum videre non debeamus nec cum Barrowio in minima earum distantiarum, in quibus objectum clare videtur, nec cum Alemberto in maxima, sed in majori, aut minori, pro ut objectum a lente, & speculo magis vel minus distat. Atque hæc est ratio, cur tametsi radii paralleli ad oculum perveniant, sive microscopio utamur, sive telescopio ex duobus vitris constante, adminiculo primi videamus objectum tamquam vicinum, adminiculo secundi tamquam remotum; cujus differentia rationem in alia quacumque sententia frustra quaeris.

88 Restat ultima difficultas, cui sic occurro. Cum *ac* (fig. 9.) est unius pollicis, & planum *abcd* ad distantiam unius pedis, *AC* est duorum pollicum, & planum *ABCD* est post primum ad duorum ab oculo pedum intervallum, oculus ita dispositus est, & præsertim pupilla ita aperta, ut videat solum primum planum, & lineam *ac* unius pollicis; cum autem de medio tollitur planum *abcd*, in objecto remotiore *ABCD* intuendo aliter disponitur oculus, & præsertim ita ipsius pupilla magis aperitur, ut oculus videat rectam *AC* in ea magnitudine, in qua est. Qua de re vide quæ diximus num. 21 de globo duplo minore, quam sit alter in duplo majori distantia collocatus, quem

primum anima credens esse secundum, ita conformat oculum, ut videat ejusdem magnitudinis, sub qua paulo ante secundum observaret. Hæc enim valde faciunt ad rem, qua de agimus. Quæ cum ita sint, omnibus Alemberti difficultatibus satisfactum arbitror, atque in tuto collocatum Barrowianum circa Opticæ, Catoptricæ, & Dioptricæ leges principium, pro ut tamen a me explicatur, atque defenditur.

Fig. 8.

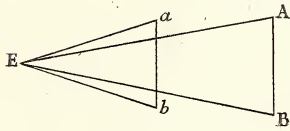
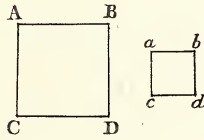


Fig. 9.





NICOLAI DE CONDORCET

De integratione æquationis

$$a + bu + \frac{cd u}{dx} + \frac{gdu}{dy} + \frac{hdu}{dz} + \frac{id^2 u}{dx^2} + \frac{k d^2 u}{dx dy} + \frac{l d^2 u}{dx dz} \\ + \frac{m d^2 u}{dy^2} + \frac{n d^2 u}{dy dz} + \frac{o d^2 u}{dz^2} \&c. = 0.$$

PARS PRIMA.

De integralis forma, & determinatione.

CUm in plurimis de motu fluidorum quæstionibus maximi sit momenti æquationem sine differentiis huic respondentem cognoscere, meas meditationes celeberrimæ Societati submittere præsumo, ea spe nixus, fore ut rei ipsius utilitas veniam auctoris conciliet insufficientiæ.

I.

De æquatione primi ordinis.

SIt æquatio $a + bu + \frac{cd u}{dx} + \frac{gdu}{dy} + \frac{hdu}{dz} = 0$, in qua quantitates $a, b, c, g,$ & h sunt constantes. Idoneæ substitutionis ope semper effici potest, ut terminus a evanescat: ergo sola æquatio $bu + \frac{cd u}{dx} + \frac{gdu}{dy} + \frac{hdu}{dz} = 0$ hic est tractanda.

Ponatur $u = e^{fx + fy + f'z}$ $Fx + Ay + Bz$, $x + A'y + B'z$. Primo formam, salva eadem generalitate, multo simpli-

pliciore[m] fumere licet. Nam sint A, B, A', B' ; f, f', f'' quantitates determinatæ, & supponatur $f x + f' y + f'' z$ æquale f, x plus functioni arbitrariæ lineari $x + A y + B z$, $x + A' y + B' z$; erit $f x + f' y + f'' z = f, x + p (x + A y + B z) + q (x + A' y + B' z)$: ergo $f = f' + p + q$; $f' = p A + q A'$; $f'' = p B + q B'$: unde $q = \frac{B f' - A f''}{B A' - A B'}$, $p = \frac{A' f'' - B' f'}{B A' - A B'}$; unde f determinatur. Ergo forma $e^{f x}$

. $F x + A y + B z$, $x + A' y + B' z$ eadem pollet generalitate, qua forma primo sumpta, modo non sit $B A' - A B' = 0$, vel $\frac{A}{B} = \frac{A'}{B'}$, quo casu F evadit functio $x + A y + B z$, $x + P. A y + B z$, & ideo duas tantum variables involvit. Deinde cum pro $x + A y + B z$, & $x + A' y + B' z$ usurpari possint $x + A'' y$, $x + B'' z$, modo multiplicando $x + A' y + B' z$ per q & q' , & detrahendo ex functione $x + A y + B z$ satisfieri possit æquationibus $q A' - A = 0$, $q' B' - B = 0$, nec q æquetur q' , nec sit $q - 1$, vel $q' - 1 = 0$; in primo autem casu si quærat A'' & B'' , erit $A'' = B'' = 0$; in secundo erit A'' vel B'' æquale infinito: his positis

Sit $u = N. e^{f x} F x + A y, x + B z$: cum post substitutionem quilibet terminus evanescat, erit $b + f c = 0$, $c + g A = 0$, $c + b B = 0$: unde, modo non sit $c = 0$, nec $g = 0$, vel $b = 0$, $u = e^{-\frac{b}{c} x} F x - \frac{c}{g} y, x - \frac{c}{b} z$.

Si $c = 0$, æquatio variabilem x ; si $g = 0$, variabilem y ; si $b = 0$, variabilem z non involvet: ergo in his casibus duarum tantum variabilium u erit functio.

Ergo generaliter forma usurpata valorem quantitatis u repræsentabit.

Si quærat expressio quantitatis u per functionem unius tantum quantitatis, ut $e^{f x + f' y + f'' z} F x + A y + B z$, vel potius $e^{f x + f' y} F x + A y + B z$, quoties B non est zero, erit $b + c f + g f' = 0$, & $c + g A + b B = 0$; unde valor u erit summa functionum $N. e^{\frac{f x - c f + b}{g} y} +$ series infinita terminorum ejus formæ $\times F x + A y - \frac{c + g A}{b} z$; ubi

f &

f & A remanent indeterminatæ; nec ulla est exceptio, modo æquatio data fit inter quatuor variabiles. Nam quoties vel c , vel g , vel b æquatur ciphæ, una ex quatuor variabilibus evanescit.

Series exponentialium reduci potest ad hanc formam

$$N . e^{-\frac{b}{g}y} . e^{f \cdot x - \frac{c}{g}y} + \dots, \text{ vel } N . e^{-\frac{b}{g}y} F' x$$

$$- \frac{c}{g}y; \text{ ergo } u \text{ æquatur summæ functionum } N . e^{-\frac{b}{g}y} F' x$$

$$- \frac{c}{g}y F x + A y - \frac{c+gA}{b}z, \text{ vel generalius } N . e^{-\frac{b}{g}x} F x$$

$$+ A y - \frac{c+gA}{b}z \times F F x + A' y - \frac{c+gA'}{b}z, \text{ vel tandem}$$

$$u = N . e^{-\frac{b}{c}x} F (\text{numeri cujuscumque functionum arbitrariorum } x + A y - \frac{c+gA}{b}z, A \text{ arbitrario remanente}).$$

Quæ omnes solutiones, præter formarum diversitatem, ejusdem sunt generalitatis.

Si in æquatione primi gradus ponatur $u = N . e^{f'x+f'y+f'z}$,

$$\text{erit } b + cf + gf' + bf'' = 0; \text{ unde } f'' = -\frac{cf+gf'+b}{b}, \text{ \& } u$$

$$\text{æquale seriei } N . e^{-\frac{b}{b}x} . e^{f \cdot x - \frac{c}{b}x} . e^{f' \cdot y - \frac{g}{b}z}. \text{ Si vero}$$

per seriem hujus formæ aggrediamur exprimere valorem $F x + A y, x + B z$, constabit ex terminis

$$e^{f \cdot x + A y} . e^{f' \cdot x + B z}; \text{ ubi } f, \text{ \& } f' \text{ sunt indeterminata.}$$

Ergo ex hac hypothesi pro valore quantitatis u vera integralis forma eruetur.

II.

De æquatione secundi ordinis, vel æquatione

$$b u + \frac{c d u}{d x} + \frac{g d u}{d y} + \frac{h d u}{d z} + \frac{i d d u}{d x^2} + \frac{k d d u}{d x d y} + \frac{l d d u}{d x d z} \\ + \frac{m d d u}{d y^2} + \frac{n d d u}{d y d z} + \frac{o d d u}{d z^2} = 0.$$

Ponatur $u = N . e^{f x} F x + A y, x + B z$. Erunt

$$b + c f + i f^2 = 0$$

$$c + g A + 2 f i + f k A = 0$$

$$c + b B + 2 f i + f l B = 0$$

$$i + k A + m A^2 = 0$$

$$i + l B + o B^2 = 0$$

$$2 i + k A + l B + n A B = 0$$

ubi tres tantum indeterminatæ, & sex conditiones; unde valor quantitatis u hanc formam sortiri non potest, nisi æquationis coefficients tribus conditionibus satisfaciant.

Sint duæ radices æquationis pro f , f & f' ; erit

$$A = -\frac{c + 2 f i}{g + f k} \text{ vel } \frac{c + 2 f' i}{g + f' k},$$

$$B = -\frac{c + 2 f i}{b + f l} \text{ vel } \frac{c + 2 f' i}{b + f' l};$$

& valor generalis u , $N . e^{f x} F x + A y, x + B z + N e^{f' x} . F x + A y, x + B z$. Qui valor non est legitimus, nisi, ponendo pro A & B valores supra assignatos, tres posteriores evanescant æquationes, nec A & B simul ciphra, vel alterutrum infinito æquetur.

Si ex duobus valoribus unus tantum tribus satisfaciat conditionibus, erit u æquale termino $N e^{f x} F x + A y, x + B z$ plus seriei infinitæ.

Si nullus valor satisfaciat æquationibus, u æquale erit seriei infinitæ.

Si vel A , vel B æquatur ciphra, vel alterutrum infinito, pro u usurpari debet forma $e^{f y} F y + A x, y + B z$, vel $e^{f z} F z + A x, z + B y$.

Si

Si æquatio non admittit solutionem finitam, quærat
 valor u per seriem infinitam ex terminis formæ $e^{fx+f'y}$
 $Fx + Ay + Bz$: erunt

$$b + cf + gf' + if'' + kff' + mf''^2 = 0$$

$$c + gA + bB + 2if + kfA + kf' + lfB + 2mf'A + nf'B = 0$$

$$i + kA + lB + mA^2 + nAB + oB^2 = 0$$

Cum ergo tres sint æquationes pro quatuor quantitati-
 bus, una tantum indeterminata remanebit; & 1.^o Data
 quantitate A , dabitur B in A per æquationem secundi gra-
 dus; 2.^o Si ex æquatione lineari in f & f' substituatur val-
 or quantitatis f' in æquatione secundi gradus, erit f da-
 tum per æquationem ejusdem gradus, & duo valores f re-
 spondebunt cuilibet valori quantitatis B . Si igitur sint B
 & B' duo valores pro eodem A , & f, f' duo valores f pro
 B , & f'', f'''' duo valores pro B' ; f, f' valores f pro B ,
 & f'', f'''' valores f' pro B' , erit u æquale seriei terminorum

$$(Ne^{fx+f'y} + N'e^{f'x+f'y}) Fx + Ay + Bz$$

$$+ (N''e^{f''x+f''y} + N''''e^{f''''x+f''''y}) Fx + Ay + B'z$$

ubi quantitas A indeterminata remanet.

Si quantitas A determinetur, & evadat f vel f' æqua-
 le infinito, tum pro $e^{fx+f'y}$ usurpabitur $e^{fx+f'z}$, vel
 $e^{fy+f'z}$.

Quoties æquatio admittit in valore quantitatis u fun-
 ctionem arbitrariam duarum quantitatum, pro valore B in
 A erit f indeterminatum; & si duas admittat hujusmodi
 functiones, tum pro duobus valoribus B in A erit f in-
 determinatum.

Sit $u = N \cdot e^{fx+f'y+f''z}$; erit $b + cf + gf'' + hf'''' + if''^2$
 $+ kff'' + lf'''' + mf''^2 + nf'f'''' + of''^2 = 0$, ubi f, f'
 remanent indeterminata, & f'' datur in f, f' .

Si æquatio in f, f', f'' ita est comparata, ut resolvi pos-
 sit in duas æquationes $a' + b'f + c'f' + d'f'' = 0$, hæc
 series æquetur functioni arbitrariæ duarum variabilium.
 Unde vel duas hujusmodi functiones, vel nullam continet
 valor quantitatis u .

De æquatione tertii ordinis.

Addantur æquationi secundi ordinis termini $\frac{p d^3 u}{d x^3}$

$$+ \frac{q d^3 u}{d x^2 d y} + \frac{r d^3 u}{d x^2 d z} + \frac{f d^3 u}{d x d y^2} + \frac{t d^3 u}{d x d y d z} + \frac{a' d^3 u}{d x a x^2} + \frac{b' d^3 u}{d y^3}$$

$$+ \frac{c' d^3 u}{d y^2 d x} + \frac{d' d^3 u}{d y d x^2} + \frac{e' d^3 u}{d z^3}.$$

Ponatur pro u valor formæ pro secundo gradu usurpatæ: erunt

$$b + c f + i f^2 + p f^3 = 0$$

$$c + g A + 2 i f + r f A + 3 p f^2 + q f^2 A = 0$$

$$c + h B + 2 i f + l f B + 3 p f^2 + r f^2 B = 0.$$

Ex posterioribus eruetur valor A & B pro tribus valoribus f , & septem remanebunt æquationes, quæ totidem expriment conditiones inter coefficients æquationis: quæ si veræ sunt, u sub hac forma legitime exprimi potest.

Si tres valores quantitatis f sunt inæquales, erit

$$u = N. e^{f x} F x + A y, x + B z + N'. e^{f' x} F' x + A' y, x + B' z + N''. e^{f'' x} F'' x + A'' y, x + B'' z.$$

Si $f = f'$, pro duabus functionibus usurpabitur functio $N. e^{f x} F x + A y, x + B z + N' x e^{f x} F' x + A y, x + B z.$

Si $f = f' = f''$, usurpabitur functio $N. e^{f x} F x + A y, x + B z + N' e^{f x} x F' x + A y, x + B z + N'' e^{f x} x^2 F'' x + A y, x + B z.$

Casus, in quo A & B simul æquantur ciphæræ, & casus, in quo A vel B æquatur infinito, resolvetur eodem modo, quo pro secundo ordine usi sumus.

Si aliqua æquatio conditionis absurda fiat, tum sit $u = e^{f x + f' y} F x + A y + B z$, ut pro secundo gradu: erunt

$$b + c f + g f' + i f^2 + k f f' + m f'^2 + p f^3 + q f^2 f' + s f f'^2 + b' f'^3 = 0$$

$c +$

$$\begin{aligned}
 & c + gA + hB + 2if + kfA + kf' + lfB + 2mf'A + n f'B \\
 & + 3pf^2 + qf^2A + 2qff' + rf^2B + sf'^2 + 2sff'A \\
 & + tff'B + 3b'f'^2A + c'f'^2B = 0 \\
 & i + kA + lB + mA^2 + nAB + oB^2 + 3pf + 2qfA + qf'^2 \\
 & + 2rfB + 2sf'A + sfA^2 + tfAB + tf'B + a'fB^2 \\
 & + 3b'f'A^2 + 2c'f'AB + d'f'B^2 = 0 \\
 & p + qA + rB + sA^2 + tAB + a'B^2 + b'A^3 + c'A^2B \\
 & + d'AB^2 + e'B^3 = 0
 \end{aligned}$$

Pro quatuor ergo variabilibus quatuor extant æquationes. Si igitur ad minorem numerum reduci non possunt, erit $u = N e^{fx + f'y} Fx + Ay + Bz \dots +$ tot functionibus hujus indolis, quot æquatio in f radices habet; qui valor admodum est peculiaris.

Si quatuor æquationes ad tres reducuntur, tum erunt f, f', B data in A ; & valor u erit generalis, & ejusdem naturæ, cujus pro æquatione secundi ordinis, quæ integrale finitum non admittit.

Si ad duas tantum reducuntur, f & A indeterminata remanebunt, & hæc forma ad formam finitam reducetur, ut pro æquatione primi ordinis, quoties hæc reductio erit possibilis.

Si casu, quo valor particularis tantum obtinetur præcedenti methodo, fiat $u = N e^{fx + f'y + f''z}$, obtinebitur æquatio

$$\begin{aligned}
 & b + cf + gf' + bf'' + if^2 + kff' + lff'' + mf'^2 + n f'f'' \\
 & + o f''^2 + pf^3 + qf^2f' + rf^2f'' + sff'^2 + tff'f'' \\
 & + a'ff''^2 + b'f'^3 + c'f'^2f' + d'f'f''^2 + e'f''^3 = 0.
 \end{aligned}$$

f & f' sunt indeterminata, & f'' datur in f & f' .

Si nunc æquatio tertii gradus in tres æquationes primi gradus resolvitur, erit valor u finitus, & æqualis summæ trium functionum formæ $Fx + Ay, x + Bz$.

Si unicam tantum admittit, erit u æquale functioni hujus generis plus seriei infinitæ.

Tum erit æquatio inter f, f', f'' secundi gradus; fiat $f' = Nf + M, f'' = N'f + M'$. Fiat substitutio in æquatione, & ponantur coefficientes f æquales ciphæ; erunt tres æquationes pro quatuor variabilibus: una igitur remanebit indeterminata, & erit pro serie exponentialium series

functionum $e^{My + M'z} Fx + Ny + N'z$, ubi una quantitas remanet indeterminata.

Si æquatio est tertii gradus, fiat eadem substitutio: erunt M, M', N, N' quantitates determinatæ; quod cum forma prius determinata congruit.

Hic peculiare casus huiusmodi integrationis enucleare non aggrediar; satis erit observare, eodem modo æquationes quarti, quinti, cujuslibet ordinis eadem methodo resolvi; æquationi quarti gradus in infinitis casibus nullam functionem arbitrariam finitam satisfacere, & ope theoriæ infra explicatæ varios solutionis casus post substitutionem functionis $e^{fx + f'y + f''z}$ pro u ex indole æquationis inter f, f', f'' erui posse.

I V.

De æquationibus inter plures variables.

EAdem methodus æque valet pro æquationibus inter quinque, sex &c. variables; ita ut sit, pro quinque variabilibus, u æquale vel functionibus arbitrariis trium quantitatum linearium, in quibus coefficientes sunt determinati, vel seriei functionum duarum quantitatum, ubi remanet coefficientis indeterminatus, vel seriei unius quantitatis, ubi duo coefficientes remanent indeterminati, vel seriei functionum exponentialium, ubi tres coefficientes remanent indeterminati; & numerus harum functionum, vel serierum erit æqualis ordini æquationis: unde pro pluribus variabilibus lex patet.

Si fiat pro quinque variabilibus $u = e^{fx + f'y + f''z + f'''z}$, unica dabitur æquatio inter quatuor variables, & æquatio ejusdem gradus, cujus ordinis æquatio data; cuilibet radici $M + Nf + Pf + Qf'' + Rf'''$ respondebit functio indeterminata trium quantitatum; cuilibet solutioni $M + Nf + Pf + Qf'' = 0$, $M' + N'f + P'f + Q'f'' = 0$ functio arbitraria duarum quantitatum; cuilibet solutioni $M + Nf + Pf' = 0$, $M' + N'f + P'f' = 0$, $M'' + N''f + P''f'' = 0$ fun-

functio arbitraria unius quantitatis. Aliter nulla functio arbitraria finita.

Pro ut M , M' , &c. remanebunt indeterminata, vel data per æquationes certi gradus, indoles, & numerus ferierum patebunt.

Quomodo eadem lex pro sex, pro septem, pro n variabilibus progrediatur, & quomodo dato numero variabilium determinetur ordo æquationis, pro quo possit fieri, ut nullam valor n admittat functionem arbitrariam, & tantum per exponentiales detur, satis patet.

De his æquationibus tractavit Eulerus in tertio volumine Calculi Integralis.

Parisis die Julii decimaquinta anno 1775.

SEBASTIANI CANTERZANI

*De machinis duabus ad metallicas formas,
quibus vitreæ lentes conficiuntur,
construendas inventis.*

Lentium, quibus telescopia parantur, condendarum ars duobus maxime continetur; quorum alterum ad formas, quibus vitra elaboranda sunt, pertinet, alterum in ipsa, quæ formis perfici debet, vitrorum elaboratione est positum. Nam ut purissima vitra fiat, & nitidissima, in hoc quidem non tanta creditur inesse difficultas, quanta in duobus illis, ut formæ sphaericam figuram probe referant, & vitris figura, quam formæ habeant, accurate tribuatur. Atque hoc quidem alterum, quantum a peritis intelligere potui, non nisi longo usu & diuturna exercitatione possunt sibi tandem artifices comparare: alterum vero ita arduum esse censetur, præsertim si de maioribus sphaeris agatur, ut maximo semper honori fuerit Iosepho Campanæ, Spoletino homini, qui superiori seculo floruit, quod machinam invenerit, qua formis figuram non modo accuratissime sphaericam, sed datam etiam, & constitutam impertiebat. Quam propterea bene de optica, deque astronomia meritis fuisset, si inventum patefecisset suum, commisissetque, ut qui lentes conficere cuperent usquequaque perfectas, & cum suis illis comparandas, vitrorum formandorum suam potius ipsius industriam requirerent, quam formas! Sed maluit solus in arte regnare, quam aliorum servire commodo. Itaque inventum servavit, quoad vixit, cautissime; neque minus diligenter servabat adhuc filia eius unica, quam rerum suarum reliquit, & occultæ artis heredem: quod fortasse quam diu impofterum latuisset! nisi summa Benedicti XIV liberalitate, atque Herculis Lellii opera factum fuisset, ut in eius possessionem hoc deni-

denique Artium, atque Scientiarum Institutum veniret. Cum enim Instituto præsent Senatores amplissimi, qui, ut optimi patriæ Patres, privatis publica anteponeere commoda consueverunt, non potuit una cum invento ad Institutum tanta illa cautio manare. Sit enim quamvis pulchrum & iucundum reconditæ scientiæ opinione florere, hoc certe tenent illi & illustrius esse, & liberali homine dignius, omnia, quibus artes perfici, augerive possint, in medium proferre, nihil reservare sibi, quo minus fruantur alii. Constituerunt itaque totam illam tantopere desideratam Campanæ molitionem in publicum proponere: quod quidem, nisi plures, quas hic nihil attinet asserere, prohibuissent causæ, multo iam ante fecissent. Sed faciunt nunc eo etiam libentius, quod ultra montes Campanæ nostro eam machinam inventam attribui senserint, a qua perfectas formas nemo, ne harum quidem rerum imperitissimus, expectare possit. Atque quo magis appareat, quam non sint artifices nostri rudes, simul palam facere opportunum ducunt, quid is, qui Mechanici, atque Optici munus in hoc ipso Instituto exercet, Iosephus Brunius molitus fuerit, quo esset sibi Campanæ machina minus desideranda. Iamdiu enim instrumento utitur quodam suo, simplicissimo, ut vere fatear, quodque si figuram formis non tribuit ad veritatem sphæricam, eam certe tribuit, quæ sphærica sit ad sensum, & lentes exhibeat probatissimas. Cum vero hæc omnia in lucem profereendi munus per Senatores Instituto præfectos mihi imposuitum fuerit, putavi non posse me aut aptius eorum obtemperare voluntati, qui iusserunt, aut opportunius ea aperire, quæ artem perficiant nobilissimam, cum physica coniunctissimam, eandemque astronomiæ in primis necessariam, quam si hodierna, Academici, atque Auditores ornatissimi, vestra frequentia, publicique huius conventus celebritate uterer. Sed ne longior sim, quam nostrarum exercitationum ratio postulat, neve minutioribus descriptionibus molestiam vobis asseram, non machinas exprimam ipsas, sed potius earum formam, ac quasi speciem adumbrabo. Partes autem singulas, earumque coniunctiones, atque absolutam machinarum structuram, totamque compagem in opusculo diligentius persequar, quod artificum maxime commodo conscriptum in vulgus exhibit, postquam rem vo-

bis

bis cognitam fecerim, quod statim aggredior, a Campanæ invento exordium sumens.

Sit ergo (figuram inspiciate primam) AB trabs lignea, cuius extrema A, B in apicem æneum desinentia fulcris duobus pariter æneis firmiterque ad parietem alligatis imposita sint, ita tamen ut trabs possit circa suum axem AB verti. Infixa sit trabi AB ad rectos angulos trabs alia CD , quæ ne vel tantillum detorqueri huc aut illuc queat, transversis tigillis MN, PQ coerceatur. In extremo C promineat ad latus ligula, seu sagitta CI e chalybe, ita quidem conformata, ut metallum, quo formæ parantur, possit quam commodissime abradere. Hac constructione Campanæ machina continetur. Sed eius usus alia adhuc requirit.

Quare sit etiam tornus basi firmissimæ adhærens, cuius axem revolutionis repræsentet linea EF ; eique innectatur ad rectum angulum discus metallicus, quem referat linea GL . Ita vero constituatur tornus hic, ut & axis EF , si productus esse intelligatur, cum axe AB , circa quem machina volvitur, pariter, si opus est, producto, concurrat in puncto aliquo R ; & sagittæ CI apex I , revolvente se se circa lineam AB machina, in axem eundem EF incidat, simulque discum GL tangat, vel urgeat potius aliquantulum.

His ita comparatis, discus GL torno circa axem EF perniciosissime agatur; atque interea machina $AMNCQPB$ sursum deorsumque circa suum axem AB leniter vertetur, ut sagittæ apex I paulatim discum GL abradat. Abeuntibus autem metalli ramentis, si ad discum sagitta amplius non pertingat, protrahatur ea paululum; quæ propterea ita machinæ innexa sit oportet, ut promoveri deinceps possit, donec, qua discus patet, totum illa inciderit, atque ad marginem usque, quantum fieri potest, poliverit. Quo cum perventum fuerit, dico formam esse confectam: eam enim figuram adeptus erit discus, quæ pars sit sphericæ superficiei radium habentis lineam IR .

Neque vero ut id vobis demonstrarem, multum erit mihi laborandum. Quis enim statim non videat, figuram, quam discus acceperit, ex tot quasi conflari circulorum circumferentiis, quæ centra habeant in axe EF producto, & ad quarum plana sit axis idem EF perpendicularis? ex
cu-

cuiusque autem circumferentiæ punctis unum certe esse, cuius distantia a puncto R est linea IR? Hæc sane qui viderit, simul id viderit oportet, quod demonstrandum erat. Punctum enim R in eodem iacet axe producto EF: ex quo nequit axis hic ad planum cuiusvis ex circumferentiis illis perpendicularis esse, & per eius transire centrum, quin omnia circumferentiæ eiusdem puncta æque a puncto R distent: ut propterea cum unius distantia iam sit linea IR, debeat esse IR distantia omnium. Habent ergo omnia omnium illarum circumferentiarum puncta a puncto R distantiam eandem, quam quidem metitur linea IR. Est igitur disci superficiei pars superficiei sphericæ, cuius est radius IR.

Ac satis iam intelligitis, Auditores præclarissimi, Campanæ machina formis figuram tribui, quæ non solum spherica sit, sed datum etiam habeat radium, cuiuscumque fuerit longitudinis, modo ne minor sit distantia CD. Notetur enim in axe AB punctum O, cui ad perpendicularum imminet sagittæ apex I: tum numero proposito radium exprimente illius sphericæ superficiei, cuius pars esse debeat forma construenda, fiat eius quadratum numeri: deinde a quadrato hoc quadratum auferatur numeri exprimentis distantiam CD, seu IO: denique ab reliquo numero radix quadrata extrahatur. Atque patet, radicem hanc numerum eum esse, qui distantiam exprimit OR in axe AB a puncto O sumendam, ut punctum inveniatur R, quo si spectet torni axis EF, forma eam, quæ proposita est, figuram adipiscatur.

Quod si distantia OR tanto prodeat maior, quam CD, ut ei capiendæ locus non suppetat, invento numero exprimente distantiam hanc OR, inveniatur præterea numerus tertius proportionalis post ipsum, & post numerum exprimentem distantiam IO. Denotabit tertius hic numerus proportionalis distantiam OS, quæ si ab eodem puncto O sumatur in axe AB, atque tornus sic constituatur, ut ad punctum S spectet linea per sagittæ apicem I ducta ad torni axem EF perpendicularis, forma propositam adhuc figuram suscipiat. Erit autem distantia OS multo minor, sicque multo, quam OR, commodior.

Sed, quæ eius est in mechanicis rebus omnibus industria, atque sagacitas, artificium sibi paravit Brunius, quo

potest, pro data quaque radii, quem construenda forma habere debeat, longitudine, quorsum axis EF dirigendus sit quam expeditissime invenire. Idemque in promptu habet artificium aliud, quo efficiat, ut sagitta CI circa punctum C in plano CBA converti queat, & in eo quidem situ fissi, in quo aptissime metallicum discum GL abrasat. Quædam enim sunt ad axem AB inclinationes, quas si discus GL habeat, nequit sagitta CI , si perpendicularis quidem sit ad CD , aut pertingere ad discum commode, aut satis eum apte incidere. Verum sunt artificia hæc in iis numeranda, quæ cum minuta nimium sint, fusius explicari hic non possunt. Id enim erat nobis hoc vespere propositum, quod iam ab initio monui, ut non ipsam Campanæ machinam, sed eius tantum naturam exponeremus; quod hæcenus, nisi fallor, præstiti. Quod si plura adhuc requiritis, desiderio vestro satisfaciet, ut spero, libellus, in quo omnia, quæcumque ad machinam hanc pertinent, vel si minutissima sint, diligentius persequemur, & quoad eius fieri poterit, accurate exprimemus, lectorumque oculis subiiciemus. Qua in re nos plurimum iuvabit tum ipsa inspectio machinæ, quam divisam iam, ac quasi membratim dispersam Brunius non multo ante Senatorum Institutum Præfectorum auctoritate composuit, coagmentavitque, atque ad usum etiam revocavit; tum descriptio eius, quam, ut primum fuit machina ad Institutum delata, fecit una cum Lellio Sodalis noster Baciallius, absolutissima illa quidem, & ut sunt Baciallii omnia, nitidissima.

Unum tamen, antequam Campanæ machinam dimitto, præterire non possum, quod, eius usus quam late pateat, in primis declarare videtur. Eo spectat, ut ostendam, machina illa non formas solum effici, quæ concavæ sint, sed etiam, quæ sint convexæ; quod per placere iis debeat, qui lentes velint etiam construere concavas. Est autem id ex iis, quæ supra dicta sunt, perspectissimum. Nam cum demonstraverimus, figuram, quam forma recipit a machina, partem esse sphericæ superficiæ centrum in puncto R habentis, in quo torni axis EF cum axe machinæ AB concurrat, nihil facilius quam intelligere, si ad concursum hunc obtinendum producendus sit axis EF ad partem F , qua parte torno innectitur discus GL , formam concavam fore;

fore; contra, si ad partem oppositam E, fore convexam:

Itaque torni axis EF primum fingatur ita constitutus, ut cum axe machinæ AB conveniat productus ad partem F, sitque ad ipsum perpendicularis: dubium non est, quin forma & concava efficiatur, & ad eam spheram pertinens, cuius radius est linea ipsa CD. Intelligatur deinde axis ille EF inclinari paulatim ad axem machinæ AB: atque pergit quidem forma esse concava, sed curvitatē eo minorem habet, quo longius inclinando proceditur; quippe cum punctum R, in quo spherica formæ superficies centrum habet, magis magisque a forma recedat. Eo iam deveniatur, ut axis EF fit axi AB parallelus: tum quidem, puncto R in distantiam abeunte infinitam, curvitas prorsus evanescit, formaque prodit omnino plana. Quod si tornus adhuc machinam versus inclinetur, ut cum AB concurrat axis EF productus non amplius ad partem F, sed ad partem E, forma suam recuperabit curvitatē, sed convexa erit; eoque magis, quo faciet axis EF cum AB angulum acutum maiorem; ut tum denique convexa maxime fiat, cum fuerit EF ad AB perpendicularis. Nulla est ergo e spheris, quæ radium habeant maiorem quam CD, cuius curvitatē formæ e Campanæ machina recipere non possint, sive concavæ esse debeant, sive convexæ.

Venio iam ad Brunii machinam, quæ sic se habet. Sit parieti AB (oculos convertite ad figuram secundam) infixus tornus, cuius axem exprimat linea EF; adiunctum vero habeat ad rectos angulos discum metallicum GL. Sit etiam in tabula insculptus sulcus rectilineus, quem repræsentet linea MN; cui ductus sit ad perpendicularum sulcus alter, quem referat linea CR. Sit insuper regula, quam denotet linea DI, definens ad partem I in sagittam e chalybe: atque promineant in regula DI noduli duo, quos probe excipiant fulci MN, CR, quique & promoveri, retrahique possint in regula, &, ubi opus sit, firmissime fisti.

His comparatis rebus, fistantur iam noduli in punctis duobus regulæ DI, velut in O, & in D, ut ne per vim quidem e punctis hisce queant dimoveri: immittaturque eorum unus O in sulcum MN, alter vero D in sulcum CR. Illud autem diligenter cautum sit, ut exceptis intra

fulcus nodulis adhuc sit regula DI ad motum expeditissima. Quare ita conformati sunt oportet noduli, ut una ambo labi quam commodissime possint in suo quisque sulco, regulam DI secum adducentes. Tabula denique ita constituitur, ut sulcus CR coeat cum torni axe EF producto, & per hunc axem, si regula DI huc atque illuc agatur, transeat sagittæ apex I, qui præterea ad discum GL ita admotus sit, ut torno converso, metallum abradere possit. Ne autem e suo situ tabula vel minimum deturbetur, basi solidissimæ adhæreat. Atque hic quoque, ut in Campanæ machinæ, sagitta, in quam regula DI definit, paulatim promoveri pro opportunitate queat.

Ex his quidem satis patet, ut arbitror, machinæ constructio, & usus. Quare restat ut de figura dicamus, quam ex ea metallicus discus acquirit. Hic vero dubitari nequit, quin sagittæ apex ellipsim ex regulæ DI motu describat. Quicumque enim sit regulæ situs, intelligatur ab extremo I ducta linea IP ad MN perpendicularis sumanturque hinc & illinc a puncto C in linea MN partes CM, CN, quæ sint intervallo DI æquales. Propter triangulorum DCO, IPO similitudinem erit $DI:CP::OI:OP$, ideoque etiam \overline{DI}^2 , seu $\overline{CN}^2:\overline{CP}^2::\overline{OI}^2:\overline{OP}^2$, atque dividendo $\overline{CN}^2 - \overline{CP}^2$, seu $MP \cdot PN:\overline{CN}^2::\overline{OI}^2 - \overline{OP}^2$, idest $\overline{PI}^2:\overline{OI}^2$. Quare alternando $MP \cdot PN:\overline{PI}^2::\overline{CN}^2:\overline{OI}^2$. Quæ natura est ellipseos axem maiorem habentis lineam MN, femiorem vero minorem æqualem lineæ OI. Acquirit ergo forma figuram, quæ ex huius ellipseos circa minorem axem CF revolutione oritur.

Quod quamquam ita vere sit, nolim tamen, Auditores humanissimi, quisquam vestrum Brunii machinam statim abiiciendam censeret, quasi formis condendis ineptam, quibus figuram tribuat, non quæ spherica sit, sed quæ sit elliptica. Quam enim sunt multa, quæ quamquam non ita vere sint, uti mathematicorum severitas postularet, non reiciuntur tamen? Quis ex astronomis (nam res exemplo est) pendulum contemnat, quia per arcus non agitur cycloides, si agatur tamen per arcus circuli, qui angustissimi sint? Nemo sane. Nemini enim persuasum non est, angustissimos illos circuli arcus, per quos agitur pendulum,

ad

ad cycloïdales tam proxime accedere, ut usum habeant eundem. Quid igitur si par in figura, quam formis Brunii machina tribuit, ratio valeat? Et sane neminem esse arbitror, qui, ut in cycloïde, ita in ellipsi exiguum tractum prope verticem cum eius circuli arcu confundi posse non concedat, qui quia omnium, qui verticem eundem tangunt, ad curvam maxime accedit, curvam ideo osculari dicitur. Habet huiusmodi circulum ellipsis non minus, quam cycloïdis: est vero tractus, quem cum circuli arcu confundere oporteat, sat exiguus, quippe qui non latius patet, quam formæ femidiameter FL : est etiam circa verticem; & quidem circa verticem axis minoris, quo loco ellipsis, cum obtusior sit, circulum osculatorem habet maiorem, qui idcirco curvam insequatur longius. Quid ergo exspectabimus adhuc, quin statim figuram, quam formæ Brunii machina dederit, pro spherica habeamus, cuius quidem radius sit radius circuli, qui ellipsim in vertice F minoris axis osculatur?

Jam vero radium hunc ostendunt Geometræ esse lineam FR tertiam proportionalem post FC , & CN , seu post IO , & ID . Quod cum sit, iam unusquisque per se videt, quam facile, quamque multis modis potest Brunii machina ita accommodari, quemadmodum oporteat, ut formæ datam quamque impertiat curvitatē. Cum enim duo sint intervalla DI , OI , quæ definiri debeant, unica vero conditio, quæ fervetur, ut scilicet datus radius se habeat ad DI , uti se habet DI ad OI ; statim apparet, ex intervallis illis unum semper licere pro voluntate sumere. Ponamus ergo sumi DI . Tum quidem inveniatur tertius numerus proportionalis post numerum, qui datum exprimit radium, & post numerum, qui exprimit intervallum pro voluntate acceptum DI . Definiet tertius hic numerus proportionalis intervallum OI . Quod si sumatur pro voluntate intervallum OI , numerus inveniatur medius proportionalis inter numeros duos, quorum unus datum radium exprimit, alter intervallum OI : atque definiet inventus numerus intervallum DI . Infinitas ergo ellipses describere potest Brunii machina, quas datus circulus in vertice axis minoris osculetur. In his illæ minus a circulo eodem per datum tractum distabunt, pro quibus fuerit intervallum DI maius; quod facile intelligitur. Ergo dato radio, quem conficienda forma habere debeat, quoniam

niam relinquatur nobis alterutrius intervalli DI , OI delectus, fumatur DI tam magnum, quam machinæ amplitudo patitur: atque accipiet forma figuram illam, quæ inter omnes, quas ex machina eadem accipere potest, minime a spherica datum radium habente recedit.

Hactenus machinas descripsi. Nunc brevissime propria cuiusque commoda ostendamus. Ac illud quidem in primis est utrique machinæ præclarum, quod formis curvitate, quæcumque proposita sit, tribuit: estque id eo maius, quod his sine machinis figuram cogimur formis facere tentando, eaque contenti esse curvitate, quam fors, nec ulla certa ratio tulerit.

Sed in eo Campanæ machina excellit, quod figura, quam ex ea formæ suscipiunt, spherica vere est: quod non item ad veritatem de figura affirmare possumus, quam recipiunt ex machina altera. Veruntamen, ut ante docui, aberratio sensum fugit omnem. Idque vel ex eo intelligi potest, quod facto periculo obiectivæ lentes, quas Brunius plurimas formis suis effecit, ita claras, nitidasque obiectarum rerum imagines exprimunt, ut cum illis Campanæ lentibus comparari utique possint. Quod ne quis forte miretur, non erit ab re alienum id narrare, quod nuper instituto calculo comperi. Cum enim deberet Brunius Senatorum Institutum Præfectorum iussu formam e sua machina parare, cuius radius in longitudinem pateret pedes bononienses decem & octo, machinam sic composuit. Intervallo DI (oculos rursus adiciat ad figuram secundam) pedes dedit quatuor ipsos; intervallo autem OI uncias decem, & duas præterea unius uncie partes tertias. Rebus sic constitutis distantiam sumpsit in axe MN a centro C unciarum trium, quanta scilicet erat disci GL semidiameter FL : tum quæsi in distantia hac quantum ellipsis, quam sagittæ apex I descripsisset, a circulo discederet radium habente pedes decem & octo, ac ellipseos verticem F tangente. Atque in isto calculo vix novem inveni supra decem millies millesimas unius uncie partes. An putabimus, discrimen tantulum esse aliquid? Ecquis adeo scrupulosus sit, qui illud nihili non faciat? præsertim cum satis contet, uti perfectæ formæ prave utendo labefactantur, ita minus forte perfectas recte utendo perfici.

Sed hoc habet Brunii machina commodissimum, quod bre-

brevis est, & regula DI, cuius extremum I debet metallum abradere, tota tabulæ incumbit, quæ solidissima est, cui etiam nodulorum D, & O ope adnectitur: quibus rebus fit, ut a metalli contranitentis oppositione nullum machina motum patiat. Metallum itaque abradit validissime, formamque efficit brevissimo tempore. Contra Campanæ machina, quamquam ponderosissima est, cum tamen longe, lateque porrecta sit, nec sustineatur nisi in extremis punctis A, & B (inspicite nunc figuram primam) trabis AB, a metalli, quod abraditur, renixu motus concipit, tremoresque non leves, qui formæ perfectioni officiant plurimum: quibus propterea compescendis opus est sagittam CI lenissime ad metallum admovere; quo efficitur, ut in forma absolvenda multum temporis sit infumendum.

Eo etiam accedit, ut interim dum abeunte metallo sagitta CI promovetur, sensim axem EF declinet, formæque centrum deserat: focus ac in Brunii machina accidit, in qua, quantumcumque sagitta promoveatur, a plano nunquam discedit, in quo formæ centrum iacet.

Sunt igitur cum Brunii machina commoda coniuncta non contemnenda, quibus sane videatur posse tantula illa, quam diximus, a spherica figura aberratio facile concedi. Sed meum non est, ex machinis duabus utra anteponenda sit, definire. Vestrum erit, Auditores sapientissimi, hac de re iudicium ferre. Per me quidem, si certamen inter utramque de præstantia, ut quondam de forma inter Deas, oriatur, pomum illi dabitur, cui vos dandum decreveritis.

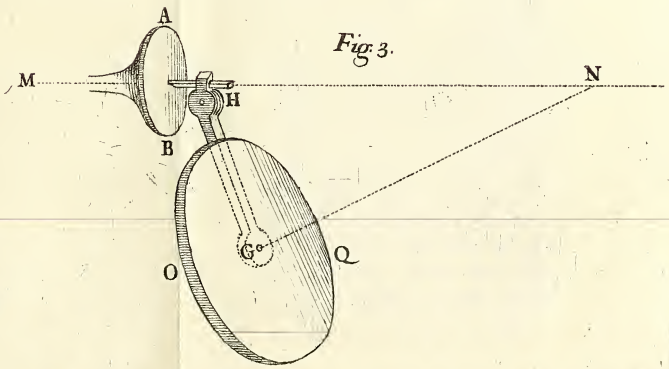
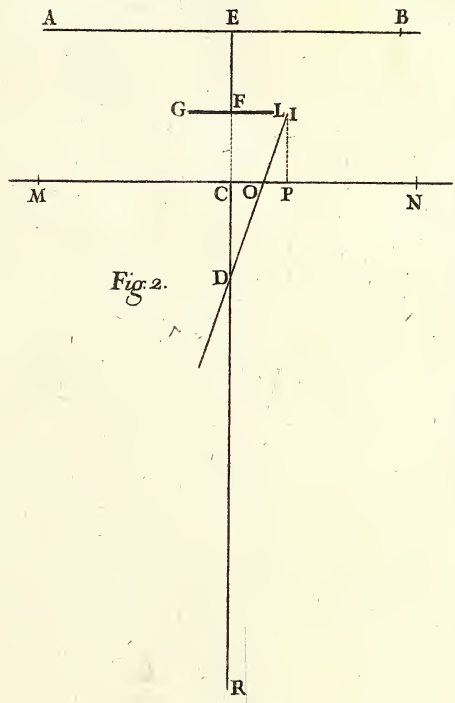
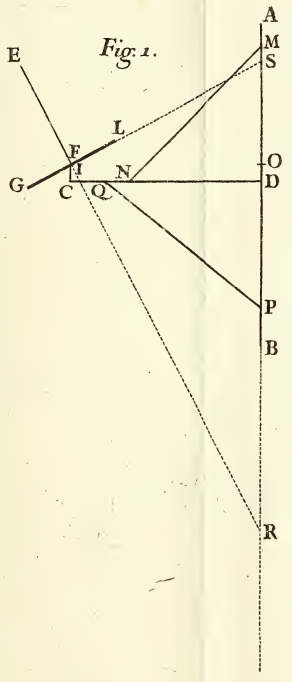
Potesť Campana machina ad usum commodior reddi pluribus modis: hoc etiam, quem in fig. 3. represento. Est MN axis revolutionis torni parieti adiuncti, cui ad rectos angulos inneditur forma AB, quique sursum deorsumque motu parallelo ferri potest, ibique firmiter fissi, ubi oporteat. Est vero OQ circulus ex ligno crassiori, aut metallo, cuius radius pedem circiter unum exæquat, idemque parieti, aut solo firmitissime adiunctus. Eius planum est plano verticali per torni axem MN transeunt perpendicularare, centrum vero in hoc ipsum planum incidit. Pontur tamen circulus hic ita cum basi, cui adhæret, coniunctus, ut inclinari ad horizontem possit modo plus, modo minus, & in quavis inclinatione firmitissime fissi. In eius plano circa centrum, qua parte formam AB respicit, brachium ex metallo sat robustum GH volui potest, quod ad extremitatem H habet transversam sagittam, qua & promovetur pro opportunitate, & flectitur circa extremum H, ut in quavis circuli OQ inclinatione ad formam AB pertingat apte ad formam abradendam. Si torno ita constituto, ut per eius axem sagitta apex, dum brachium GH circa circuli OQ centrum agitur, transeat, forma penicillissime convolvatur, atque interea brachium GH feratur ultro citroque, acquirat quidem forma figuram sphericam supersistit, cuius radius sit pars axis torni producti intercepta inter formam centrum, & punctum, in quo axem eundem sicut restâ per circuli OQ centrum ducta ad circuli planum perpendicularis. Respondet huic lineæ in Campana machina (Fig. 1.) axis ipse machina AB. Hæc in sermone non notavi, quia in eo id solum mihi erat propositum, ut machinam ipsam describerem.

CAJETANI MONTII.

De Anguillarum ortu & propagatione. ()*

Non mediocri Philosophis, ac Naturæ scrutatoribus negotium facessere semper est visa Anguillarum procreatio; quod notissimum ubique piscis genus, flumina, stagna, paludes, & alia dulcium aquarum, aut etiam modice salzarum, incolens receptacula, unde ortum ducat, & quomodo propagetur, nondum satis liquido potuit constitui. Anguillarum enim, quæ ad coquinarium opus discerpi maximo numero, & eviscerari quotidie solent, nulla adhuc comperta est ovis non dubiis facta, nulla, quæ organorum alterutrius sexus ad generationem pertinentium, aut certum aliquod, aut satis probabile indicium præberet. Jamdiu illud quidem a diligentissimis ac peritissimis Viris observatum, ac memoriæ proditum est, Anguillas, per autumnum, tenebricosis in primis noctibus, ac turbidis tempestatibus, ex lacubus & stagnis ingenti agmine, per fluviorum ostia, ad marinas aquas descendere; ibique certo commoratas tempore, dispersim remeare ad superiora loca, & sedes pristinas; subsequenter deinceps infinitis propemodum Anguillarum minimarum, ac fere capillarum turmis: si quæ autem in piscinis, ac vivariis detentæ fuerint, aut casu aliquo eo abreptæ, unde aditus ad mare sit plane interclusus, nulla eas prole edita, perpetuo steriles manere. Quæ dux res, si veræ fuerint, ut verisimillimas esse arbitror, manifeste declarant, & itatas illas annuas migrationes, ad fundendæ sobolis opportunitatem pertinere; neque sine marini humoris beneficio,

(*) Recitata idibus Maii 1777.





cio, fatis eam feliciter obtineri posse. Atqui illud ipsum admirationem movet, quod, cum Anguillis ad mare contententibus, insidiæ ut cum maxime strui soleant: constitutis videlicet, ad eas intercipiendas, in angustis & faucibus, quas necessario subire debent, arundineis septis, aliisque excipulis; neque ulla sit unquam major, aut uberior earum captura; ne tum quidem, cum ad generationis opus ruere putantur, in dissectarum corpore, sive ovulorum in feminis, sive genitalis humoris in maribus, sedes aliqua, aut vestigium clare discerni possit. Hæc fuit nimirum causa, cur Græci quidam Poetæ, quasi per jocum, quod certus earum stirpis auctor deesset, Jove natas dixerint; Philosophi autem, peculiari diligentia, earum sibi originem inquirendam existimaverint: quorum tamen plerique olim, falsa opinione imbuti, quod animalia quædam sponte ex terra, ex limo, ex putrescente materia nasci possent; etiam in hac ipsa investigatione, ut in aliis multis similibus, offenderunt. Aristoteles, qui de Anguillarum procreatione, tanquam de re obscuriori, neque satis explorata, sermonem pluries instituit, cum errorem eorum semel atque iterum merito exagitasset, qui lumbricos in ventriculo Anguillarum repertos, fetus earum esse arbitrati fuerant, in sententiam nihilo minus absurdam est delapsus; quod scilicet vulgares lumbrici, sponte, ut ipse putabat, in cœnosa humidaque terra, in fluviiis etiam & stagnis, multæ putredinis causa, provenientes, singulari & mira metamorphosi, in Anguillas mutarentur. Neque multo ad veritatem propius accedunt ea, quæ Plinius, Oppianus Athenæus, alique non pauci tradiderunt, Anguillas, post mutuum complexum, dum ad scopulos se atterunt, strigmentium, seu mucosum quid emittere, ex quo, cum in limo fuerit, animal generetur: quæ tamen sententia, non modo læculis rudibus & indoctis; sed etiam post renatas litteras, dum spontaneæ generationis opinio viguit, omnium fere scriptorum consensu probata est. Unus exitit per ea tempora Albertus Magnus, qui Anguillas vivos partus intus conceptos edere, eorum, qui se novisse ajebant, testimonio fretus, existimaverit: *In isto, inquit, Pisce non dicitur esse mas & femina, quamvis jam bis a fide dignis audierim, quod duæ Anguille captæ sunt in Germania partibus, quarum utraq; mul-*

tas habuit filaris quantitatis in utero: & matribus occisis, ex ventribus earum multæ egrediebantur (a). Contra ea Guilielmus Rondeletius de ovulis minutissimis, pinguedine plurima involutis, visumque fugientibus suspicatus est: conjectura ex eo ducta, quod aliquid ejusmodi apud Aristotelem de Congro scriptum extaret, qui inter marinos pisces omnium maxime & figura, & habitu corporis ad Anguillam proxime accederet. *Non puto*, inquit Rondeletius, *Anguillas partibus ad gignendum necessariis prorsus destitutas esse: inferiore enim ventris parte, & vulva in feminis, & semen in maribus reperitur: sed pinguitudine multa circumfusæ hæ partes non apparent, quemadmodum neque ova pinguitudini permixta. Idem enim iis evenire, quod de Congris scriptum reliquit Aristoteles, quæ cum pinguedine in ignem injecta crepitant, ac dissiliunt, & sic deprehenduntur.* Nulla potuit esse aptior, aut verisimilior conjectura; propter Anguillæ cum Congro affinitatem summam. Et tamen duplicem itatuens Rondeletius Anguillarum ortum, alterum ex putredine, alterum ex maris & feminæ commistione, a præjudicatis veterum opinionibus non est ausus omnino recedere.

Postea quam discussa caligo est, intellectumque aliquando, viventia prorsus omnia, ex aliis sui similibus procreari, nullam spontaneam, nullam ex putri materie generationem esse; ne de Anguillarum quidem ortu quisquam dubitavit, quin propagatæ omnes ab aliis suæ speciei existerent: modus tamen, fetura earum satis clare a nemine inspecta, mansit incertus. Oviparas non obscure statuit, inveterati erroris de spontanea generatione depulsor præcipuus, Franciscus Redius, in libro de Viventibus quæ intra Viventia gignuntur; eique cum alii non pauci assensu sunt, tum vero in primis Christianus Franciscus Paullinus, qui sub finem præteriti sæculi peculiare de Anguillis in Germania edidit opusculum; sed conjectura tamen omnes, ut apparet, magis quam observatione ducti. Secus vero Antonius Leeuwenhoekius in suis litteris ad Academiam Londinensem datis, & Ioachimus Georgius Elfnerus in Ephemeridibus Naturæ Curiosorum, viviparas esse Anguillas non du-

(a) *Alb. Magn. de Animal. lib. xxiv.*

dubitanter affirmarunt: quorum alter mirabilibus suis microscopiis adhibitis, ad eum piscis locum, quem umbilicum piscatores appellant, exitum videlicet excrementorum communem, meatus duos se vidisse narrat, quorum ex inferiori, ad matricem, ut ipse ait, pertinente, liquor quidam densus & tenax exprimi poterat, totus fere animalculis scaurians, capillo quinquagies tenuioribus, quæ forma & habitu ita Anguillis erant similia, ut plane non dubitaverit, quin veri essent ac genuini Anguillarum fetus. Alter, cum in Batavia esset, extractum ex Anguilla tumidum quiddam vidit, quasi uterum, quo aperto, varix, ut ipse loquitur, in diversis membranulis involutæ hærebant Anguillulæ. Neuter vero satis visus est purgasse suspicionem, quæ subesse poterat maxima, de vermiculis aut lumbricis, qui Anguillularum speciem fuerint ementiti.

Controversiam se diremisse putavit, annis abhinc septuaginta, Vir præclarus Antonius Vallisnerius, a Dionysio Andrea Sancaflano familiari ac necessario suo, tum Comacli ad Medicinam faciendam conducto, ex circumfluis illi urbi stagnis atque æstuaris, Anguillam nactus, pridem autumno, dum ad mare properabat, septis & cratibus exceptam; in multam deinde hiemem sub aqua, una cum aliis, intra corbes detentam; quæ, ventre prætumido, insolitæ rei alicujus, & quasi graviditatis, significationem præbere visa fuerat. In dissectæ alvo sacculus apparuit, magnam ejus occupans partem, globulis refertissimus argentei coloris, qui cum margaritis, figura & nitore, comparari possent. Quin ova essent non dubitavit Vallisnerius, eventuque lætus, rem totam accuratius explicatam ad universi orbis notitiam producere instituit. Honorem vero hunc habuit Academix nostræ, ut ad eam syntagma eruditissimum conscriberet, ac ederet postea (a), cum adjuncta tabula, quæ & Anguillæ discissum ventrem, & interiorem viscerum compagem affabre delineatam exprimebat.

Neque multo post, ad Vallisnerii judicium firmandum, simile in alvo corpus gerentem Anguillam Comaclo Bononiam afferri curavit Ioannes Franciscus Bonaverius Civis noster, vir elegantis ingenii, qui ad Medicum opus ab ea

D d d 2

Ci-

(a) Venetiis anno 1710.

Civitate delectus, Saccassano nuper successerat. Sed, ut a majoribus natu accepi, inter doctos & sapientes viros, qui tum Academiam obtinebant, quorum in anatomica facultate princeps erat Valsalva, dubitatio non levis est exorta, verum ne illud esset ovarium, quod ovarii habebat speciem, quodque ovarium esse, peritissimorum hominum Saccassani, & Vallisnerii consensu fuerat existimatum: multa enim fuerunt animadversa, quæ suspicionem moverent morbosæ potius quam naturalis structuræ: globulorum notabilis inæqualitas, inter minutissimos videlicet admisti grandiusculi, eorundem firmior quam par erat sacculi tunicis adhæsiō, argenteus nitor, & alia, quæ a communi ovulorum piscium habitu videbantur esse aliena. Nihil tamen pro certo statuentes Academici, Bonaverium hortati sunt, ut loci opportunitate usus, quo nullus in tota Italia Anguillis feracior, rem susciperet iterata cura ac diligentia investigandam: quod se ille facturum recepit, sed fortuna postmodum non satis propitia. Quin etiam, cum per id tempus ad Historiam Civilem ac Naturalem Comacensis urbis ejusque Ætuariorum conscribendam aggressus esset, quod per diligentem elaboratum opus, nostræque Academiæ dicatum, tricesimo fere anno post ejus mortem, cum doctissimi Viri Petri Paulli Prolii adnotationibus, Cæsenæ est editum (a), de Anguillis, earumque piscatu, salitura, aliisque rebus ejusmodi multa edifferens, quod ad generationem earum & ortum pertinet, Vallisnerianæ sententiæ prorsus acquievit: causamque addidit, cur minuta illa granula, non vesiculas, aut hydatides, aut morbosum aliquid ejusmodi, ut Bononiæ subdubitatum fuisse noverat, sed vera ova reputasset; nimirum, quod & talia sibi visa essent microscopio spectata, quodque igni apposita, ut cætera piscium ovula, obduruissent.

Successu etiam caruit studium, quod ad submovendam ejusmodi dubitationem adhibuerunt aliquanto post Academici olim duo præclarissimi, Aloysius Ferdinandus Marsilius, & Petrus Paullus Molinellius. In contexenda paludum nostrarum Naturali Historia laboris & operæ plurimum impenderit Marsilius. Extant magno numero in publica Instituti

Bi-

(a) Anno 1761.

Bibliotheca inchoati ejus operis schedæ: ex quibus eum multa, cum de aliis piscibus, tum de Anguillis quæssisse apparet: de moribus earum, & annuis migrationibus peculiaribus, & cognitione digna animadvertisse aliqua; varias quoque species ac discrimina, quæ existimabantur sexus, notasse; de toto autem generationis negotio, post multas perquisitiones, nihil habuisse explorati; in eademque obscuritate, uti antea, cum de Piscibus Danubii ageret (a), versatum esse. Molinellius, annis abhinc circiter quinque & viginti, a Comaclensi piscatore, quem præmii spe ac pollicitationibus illexerat, Anguillam accepit, corpore tumidissimo, quasi prægnantem; quæ discissa, cum & ipse coram adesset, magnam revera effudit ovulorum mucosæ aut gelatinæ quadam densiori involutorum copiam. Sed non felicitur Virum perspicacissimum piscatoris fraus, qui artificiose inflatam Anguillam alienis ovis infererat. Sic mentio rei tota, quæ, si feliciter cessisset, Academicorum sermonibus celebrata foret, brevi admodum tempore silentio est pressa.

Post hæc in diversas partes rursus animos distraxit Amplissimi Viri Caroli Linnæi auctoritas, qui veterem sententiam, ab Aristotele olim, nostris temporibus a Vallisnerio explosam sequutus, viviparam esse Anguillam statuere non dubitavit; in Systemate Naturæ ad nomenclationem illius addens hæc verba. *Habitat in Europa, maxima in lacu Comacchio Ferrariensi; non fert Danubium, nisi rarissime: . . . parit vivipara sub canicula.* Quibus, ut opinor, verbis permoti Noblevillius, & Salernus, Aurelianenses ambo, a quibus Geoffroy opus de Materie Medica suppletum est, fidenter affirmarunt, hodie inter omnes confirmatam rem haberi Anguillas esse viviparas (b). Sed vereor, ut is revera extiterit, aut extet doctorum hominum consensus: multas certe dubitandi subesse causas mox ostendam: interea, quænam res intermissum jamdiu apud nos pulcherrimæ investigationis studium commoverit, Academici Ornatissimi, accipite.

Deprehensa est proxima hieme Comacli Anguilla, faculum, quasi ovulis refertum in ventre gerens reconditum, omnino ei similis, quæ ante annos septuaginta a Sancassano
ad

(a) *Musil. Danub. t. iv. pag. 5.*
constant, que l'Anguille est vivipare.

(b) *Aujourd'hui il passe pour*

ad Vallisnerium missa, non modo veterem non diremerat controversiam, sed novis etiam dubitationibus, nunquam postea extinctis, occasionem præbuerat. De singulari ejusmodi Anguillæ habitu, & inusitato tumore ut audivit, eam ad se protinus afferri curavit, Vir liberalissimus, nobili inter suos loco natus, optimarum artium fautor eximius, Simon Aloysius Bonafides, rem dignam existimans, quæ ad veritatem in quæstione tantopere exagitata, si fieri posset, patefaciendam nostri hujus cœtus industriæ ac diligentia committeretur. Muria igitur apte conditam, ne facile corrumperetur, & capsula inclusam ad Virum doctissimum & humanissimum, publice apud nos Geometrica profitentem, eam misit, Ioannem Antonium Pedevillium, a quo ejus filius, lectissimus adolescens, studiorum causa nostram incolens urbem, mathematicis disciplinis instituebatur; curæ ejus ac diligentia negotium commendans, ut scilicet, convocatis rerum istiusmodi studiosis ac peritis, accurate eam inspiciendam & considerandam exhiberet; mihiq; demum traderet, qui, consueto apparatu adhibito, in amplissima hujus Instituti supellectile, perpetuo aservandam collocarem. Sed cum essem eo tempore valetudine non prorsus integra, convenerunt ejus rei causa domum meam, a Pedevillio adducti, Viri spectatissimi, Carolus Mundinus Anatomicarum sectionum artifex egregius, & qui tunc Anatomicam ipsam publico e suggesto explicabat, Germanus Azzoguidius; ambo ex primario Academia nostræ ordine; quibus accessit præclara indole adolescens, ad Naturalem Historiam excolendam natus, Camillus Galvanus. Coram his omnibus producta Anguilla, lectæque simul, quæ adjunctæ erant, litteræ ad me datæ idibus Jan. a Viro præstantissimo, civis nostro Vincentio Tinerellio, Comacini nunc primario loco Medicinam faciente, qui & Anguillam ipsam, priusquam Bononiam mitteretur apud Bonafidem observaverat, & multa, ejus rogatu, ad rei cognitionem pertinentia studiose conquiſiverat; ex quibus videlicet conjici posset, an vera essent ovula, minimi illi globuli, quorum acervus, membranis quibusdam ac tunicis contextus, ovarii speciem præferebat. Ac Tinerellius quidem, etsi a suo judicio super ea re interponendo prudenter abstinuerat, sectione ibi non peracta, ut res integra, quoad fieri posset, Academia re-

fer-

fervaretur, non obscure tamen in eam sententiam propendere visus erat, fallacem illam ovulorum fuisse speciem, ex vitiata per morbum visceris alicujus structura inductam; uti olim de ovario, & ovulis a Vallisnerio descriptis, Academici nostri, Valsalva duce, fuerant suspicati. Enimvero in Anguilla nuper Comaclo ad nos missa, cum veteri illa Vallisneriana paria fere ac similia omnia cernebantur: magnitudo eadem, idem viscerum habitus, eadem forma illius corporis, quod ovarii gerebat speciem; granorum etiam, quæ partim minutissima, partim majuscula simul erant coærcervata, idem argenteus nitor, eadem cum margaritis similitudo: hoc fere uno intercedente discrimine, quod ex parte maxima ad extimas tantum sacculi tunicas pertinerent, quodque non omnia perfecte essent spherica, sed longiuscula quædam, & quasi exlegis sive irregularis figuræ. Cætera ita congruebant omnia, nihil ut exploratius videretur, quam, quidquid de hac novissima Anguilla judicatum foret, idem de prisca illa Vallisneriana oportere statui.

Ut igitur omnis aliquando ambigendi causa tolleretur, consensu omnium, qui aderant, negotium datum Cl. Mundino est, ut pro insigni sua Anatomæ, etiam subtilioris, administrandæ peritia, rem totam accuratius vestigandam susciperet: quod postea fecit diligentissime. Neque vero ex me expectetis Academici Ornatissimi, ut quæ ille nova & insperata deprehendit, hoc loco enarrem. Omnia ille mox suo sermone dilucide exponet, ostendetque, ovarium illud Anguillæ Vallisnerianum, exemplo hujus, quod sectum intime scrutari potuit, nihil fuisse aliud, nisi vesicam natoriam; cujus inter tunicas carnosæ quædam moles increverat, ovulorum speciem mentientibus globulis minutissimis, a glomeratione, ut verisimile est, ortis fibrillarum, ex quibus ipsæ tunicæ argenteo colore micantes sunt contextæ. Quin etiam, quod præclarior videri debet, veriolem, sua sententia, demonstrabit Anguillæ ovulorum sedem, ab se primum, occasione illius sectionis, aliarum deinde, quas in eundem finem plures instituit, notatam: duas nimirum fimbrias albicantes; in longitudinem abdominis ductas, quas adiposæ strias nuncupaverat olim præclarus Malpighius, etsi non tam adipe, quam infinitis globulis seu granis, sine exquisitissimi microscopii auxilio aspectum fugientibus, refertas.

fertas. Quæ quidem minima grana vera esse ovula, eo mihi facilius persuasum est, quod fimbriarum ejusmodi sive laciniarum forma, cum ovariis Murænae a Redio delineatis, non mediocrem habet similitudinem; quodque ea quæ de Congri fetura tradit Aristoteles, in utero pingui & obeso non satis patente, crepitatione tantum ad ignem & attritu sub digitis manifesta, exemplum præbent, quod, ut Rondeletius olim conjecit, summa cum verisimilitudine ad Anguillam accommodari possit.

At enim Cl. Linnæus viviparas esse Anguillas, ut supra ostendimus, non dubitanter pronunciavit: & observatione quidem præcipue innixus ab Algoto Fahlbergio descripta in actis Holmienfibus anni MDCCCL. cujus summa hæc est.

(a) *Observatus nunc voluitur annus, ex quo ego circa festum S. Olai, rete in fundo fluminis arifodina proximi expanso, tres Anguillas magnitudinis media, & vi alvei ex lacu Maellmar devoluti adeo delassatas, ut ne quidem motus edere possent, captavi. Culina illas, ut exenterarentur tradidi; & coqua cultri apice intestinum Anguillæ unius dissecuit, portionemque ejus superiorem in regione umbilicali aperuit. Extracto deinceps intestino, ex eodem prorepentes vidi Anguillulas plures, alias tribus digitis, & quod excurrit longas, alias breviores, figura Anguillarum perfecta, & per aliquot horas vitam conservantes, quamvis arescente cutis extremitate. Hinc ego Anguillas esse viviparas, ac sexus diversitate inter se distinctas intuli. Immo die VIII. Julii Anguillam 2½ marcarum ad aggerem ferrarium, in cista qua anguillas captare solent cepi, viventem quidem, cujus ex foramine umbilicali, anguilla vivens, capite & dimidio corpore prominebat; cui ego auxilium tuli, & extractam duobus digitis longam cognovi. Anguilla majoris intestina studiose asservari, illaque ad longitudinem disseccando, prope ad umbilicum, ubi digiti minoris capacitas erat, juxta cutim cuticulam XL anguillulis, aliis duorum, aliis duorum cum dimidio digitorum longis expletam reperi. . . . Maximarum unam microscopii ope disquisivi, & caput, os, oculos, caudam, maculasque in dorso observavi, atque aliis observari curavi.*

Nihil sane probabilius, quam lumbricos, ut olim observatoribus nescio quibus Aristotelis ætate, ut aliis ab

Al-

(a) In latinum versa extat in *Analectis transalpinis editis Venet. 1762.*

Alberto M. memoratis, ut postea Elfnero, sic etiam illustri huic Viro fucum fecisse. Alienissimus certe est locus, qui vivorum ejusmodi fetuum sedes ponitur, nempe intestinum, sive alimentorum via. Recidit hoc in absurdam illam veterum quorundam sententiam, ab Aristotele his fere verbis refutatam. *Qui Anguillam inquit capillamentis & lumbricis quadam similia interdum adnexa sibi gerentem vidisse ajunt, inconsiderate id asserunt, antequam advertant, qua parte illa gerantur; neque enim aliquid ejusmodi est, quod animal creet, nisi prius generetur ovum, quod in nulla anguilla visum est; & qua animal gignunt, suo in utero fetum continent, non in ventriculo, ita enim concoquerentur primordia geniturae (a).* Idemque alibi *Videntur nonnulla habere facultatem gignendi, quod in aliquibus Lumbrici fiant; his enim generari Anguillas creditur, quod error est (b).*

Lumbricorum species varias in dissectis Anguillis jamdiu animadvertit Franciscus Redius, partim intra cavum intestinalium domicilium habentes, partim folliculis inclusas, quibus natatoria earum vesica erat conspersa (c). Vidit easdem, & alias præterea, a quibus prope deceptum se fuisse ait, Vallisnerius (d): nonnullas & ipsi vidimus. Similitudo figuræ, ac flexuosi motus effecit, ut, cum veri partus laterent, Anguillarum progenies esse existimarentur: neque fuit difficile, cum anticipatione aliqua microscopium admoventibus, & caput in ipsis, & os, & oculos, & caudam, & partes ejusmodi alias comminisci. Ex primo genere intestinalium lumbricorum, Anguillulas fuisse credibile est, ab Alberto M. descriptas, quas etiam, mortua matre, ejus ex alvo egressas fuisse narrat; inusitato fere in rerum natura partus exemplo: item illas, quas nuper in Suecia expresse in intestinis ab se repertas prodidit Fahlbergius. Quas vero Elfnerus membranis quibusdam clausas, & inhærentes vidit, tumida in parte, quam muliercula Anguillis in via palam affandis occupata, *annuebat esse uterum*, ad alterum vermium genus in vesica natatoria a Redio deprehensum arbitror pertinere. Nam Leeuwenhoekii observatio nihil habet commune cum reliquis. Is cum fidem

Tom. VI. E e e nul-

(a) *Arist. Hist. Anim. lib. iv. cap. xi.* (b) *Arist. Hist. Anim. lib. vi. cap. xvi.* (c) *Osservazioni intorno gli Animali viventi &c. Fiorent. 1684.* (d) *Prima Raccolta d'osservazioni &c. Venet. 1710.*

nullam habuisset piscatoribus agentibus, circa mensem Majum, exiguos rubros vermiculos inveniri in Anguillarum intestinis, ex quibus postea ferent Anguillæ: idem tamen, qui sibi ante, uti rem plane certam persuasisset, Anguillas fetus suos in corpore gestare, uti multi faciunt pisces, ut Galei læves, Turfiones, Balana &c. (a) aliquot ex ipsis decumanas secuit, ut exploraret, num quæ earum pars pro utero haberi posset. Folliculum invenit exiguum, longiusculum, intestino substratum, ac proprio meatu pervium, quem *matricem* appellare ipsi placuit: nec tamen aliud erat, ut solertissime Mundinus noster animadvertit, nisi vesica piscis urinaria. Inde expressum vi densiusculum humorem, microscopio subjecit, eumque sibi videre est visus ex innumerabilibus globosis particulis coagmentatum, quæ sensim & in dies longiores fierent, ac in perfectas denique, licet motu omni carentes, Anguillulas mutarentur. Hæc omnia quid momenti habeant ac ponderis, nisi omnino vitrorum præstigiæ fuerunt, satis dilucide ostendit Cl. Vallisnerius, ut in eodem diutius versari argumento, nemini opus sit. Mihi quidem observationibus eorum, qui vivos Anguillarum partus se conspexisse putant, eo minus fidendum videtur, quod neque de conformatione fetuum, neque de magnitudine, neque de sede intra matris corpus, ullo modo inter eos convenit. Quin etiam inventi sunt, qui Alburnos, Clupeas, Percas aliosque pisces, vivas parere Anguillas putaverint; haud dubie propter vermiculos anguillulis similes, eorum ex corpore egresfos (b). De cætero oviparas esse Anguillas, etsi matura ac perfecta ovula nondum clare sint conspecta, multa suadent. In primis novellæ sobolis immensa multitudo, quæ tanta est, ut modico inter duos Pisanzæ urbis pontes intervallo, Anguillarum adverso flumine ad superiora loca contendendum ter millenas libras, quinque horarum spatio piscatores, Redio mandante, farinarius cribris exceperint: alibi primo diluculo libras ducentas: plerasque adeo minutas, ut circiter mille unius libræ pondus vix impleverint (c): quid simile unquam conspectum in piscibus, quos novimus,

(a) *Epist. lxxv. dat. cœf. Kal. Quintil. 1692.* (b) *De Alburnis Caspar Schwenckfeldt in Theriotropheo Sil. sive pag. 414. De reliquis testis adducitur Stephanus a Schoenfeldt in Ic. th yol. gia Ducatus Slejvici, & Holfatia &c. quem librum ut viderem aliam non contigit.* (c) *Red. in lib. cit.*

mus, viviparis? deinde affinitas maxima, quam habet Anguilla cum Congro, & Muræna; cui quidem affinitati tantum alias, post Artedii suum, tribuit Cl. ipse Linnæus, ut, sublatis, aut loco dejectis propriis vocabulis, & Anguillam, & Congrum uno eodemque genere & nomine cum Muræna fuerit complexus. Muræna ipsius ovula, ut aliorum piscium, extra matris corpus auferere testis est Plinius, dum ait, *Piscium ova in mari crescunt: quadam summa celeritate, ut Murænarum* (a). Ovaria quoque apud Redium delineata (b) ejusmodi sunt, ut qui ea habeant pisces, vivipari vix videantur esse posse: infinitis videlicet instar arenularum minutissimis ovulis facta, eademque ad communem excrementorum exitum ductu brevissimo, seu meatu pertinentia, nullo interposito utero, aut sinu, ubi eadem fovendi, atque expromere vivum animal possint. De Congro idem statuere cogit ovariorum illius ab Aristotele tradita descriptio (c). Ambobus autem Muræna, & Congro oviparis, solam quæ ejusdem sit generis, immo solam inter spinosos pisces, viviparam esse Anguillam, nisi prorsus invictis argumentis demonstratum fuerit, vix cuiquam accuratius rem expendenti persuaderi posse existimo. Nec vero facile credendum, alia ratione ova eam gignere & parere, ac cæteros pisces, cetaceis semper & cartilagineis exceptis; nimirum illa, quam dilucide proponit ac describit Harveus. *In utroque sexu inquit procreationis tempore duo folliculi, figura & magnitudine pares insunt, qui simul adaukti replentur in mare quidem materie similari, spermatica, lactea, unde lac piscium dicitur; in femina vero granulis innumeris visum fugientibus, adeo ut in conceptionis principio, propter arctam horum compagem, corpus simile, & tanquam maris lac regulate coagulatum appareat; postea tanquam minima arenula coarere videantur* (d). Quibus ex verbis causa intelligitur, cur Anguillæ nuper a Mundino producta ovaria, quæ nunquam non immatura in conspectum venerunt, ovulis propter summam exiguitatem non comparentibus, vel eximio ipsi observatori Malpighio adiposarum striarum præbere speciem potuerint. Aspectabiliora fortasse extarent, si Anguillas capere tum datum esset,

E e 2

cum

(a) Plin. lib. ix. cap. LI. (b) Red. in lib. cit. (c) Arist. Hist. Anim. lib. vi. cap. xvii. (d) Harv. de Generat. Anim. Exercitat. III.

cum sobolis procreandæ tempus valde appropinquat; tunc enim fere in piscibus, qui non sunt de cetaceorum aut cartilagineorum genere, organa utriusque sexus ad generationem pertinentia, lactes videlicet in maribus, ovaria in feminis, quæ prius collapsa vix apparebant, celerrime auferuntur, & in molem sæpe ingentem excrescunt. Latent vero, ut supra ostendimus, eo tempore Anguillæ in profundo, a piscatorum insidiis tutæ.

Non equidem ignoro, illud omne, quod a Viris Clarissimis Redio, ac Vallisnerio scriptis traditum est, de Anguillis per autumnum, sobolis propagandæ causa, ad mare descendentibus, ac de Anguillulis recens natis verno tempore comitantibus ad aquas dulces, neque Civi & Academico nostro Bonaverio, neque ei, qui Bonaverii opus edidit, notisque illustravit, Prolio, satis probatum extitisse; aliamque ambos migrationum ejusmodi statuisse causam (a): Anguillas videlicet autumnum ad mare fuga se proripere, non instinctu ad generationem dato, sed tempestatum vi abactas, sive etiam ad ingruens gelu evitandum: Anguillarum vero fetus, maxima copia, sparsis ex ovulis, & in ipsis gigni Comaclensibus itagnis sive æstuaris, & innumerabiles etiam in proximis Ferrariensibus ac Bononiensibus paludibus. Finita hieme, Anguillulas in solo palustri natas, melioris aquæ aut pabuli desiderio per canales, & fossas excurrere; in primisque per duos ramos Padi Ferrariensis, Volanum, ac Primarensem, qui unico capite a Padi magni alveo olim abrupti, vix alias nunc aquas ad mare vehunt, nisi puriores, ab iis, quas diximus, paludibus infusas, & Comaclensia æstuaris, continuis aggeribus interpositis, ad latus utrumque stringunt. Ex eo fieri, ut, referatis tempestive aggeribus (quod maximi momenti opus, claustra eum in finem fabricata resolvendo, industrie ac studiose Comaclenses quotannis moliantur) una cum dulcibus aquis, magna quoque Anguillarum e paludibus enatantium vis æstuaris intret, natisque eorum divitiis accessionem faciat.

Verum hæc omnia, non tam propria observatione comper-

(a) Bonaveri della Città di Comacchio, delle sue lagune, e pesche &c. part. III. §. 4. §. 40. &c.

perta, quam ex piscatorum hausta responsis, docti illi Viri suis scriptis videntur intulisse; quibus quantopere sit tribuendum, nunc perquirere non libet: totam enim rem ejusmodi esse video, quæ sine acriori ac diligentiori indagatione, quam quæ hætenus est adhibita, penitus enodari aut evolvi nequeat: eaque fortasse novam aliquando, & alteri sermoni nostro, & vestris, Academici Spectatissimi, animadversionibus, materiem suggeret. Interea unum addam, quod inficiari nemo possit. Etiam si de Anguillarum procreatione longe a mari, & intra aquas dulces Bonaverii ac Prolii sententia verior fuerit, cum utroque tamen necessario esse statuendum, habere eas in fundo paludum ac stagnorum occultissima latibula, e quibus toto conceptionis, & partus tempore non egrediantur: ut sic etiam in promptu sit causa, cur nullius adhuc in alvo matura ovula justæque magnitudinis fuerint deprehensa. Sed dicendi finem jam decet facere, ut egregio Anatomico Mundo solidiora, eoque vobis jucundiora, exposituro locus detur.

CAROLI MUNDINI.

De Anguillæ ovariiis.

DUm superiori anno de furdo nato octenni puero anatomicam observationem, Præstantissimi Sodales, vobis exponerem primam sane, quæ hucusque prodierit in labyrintho sedem aliquam determinatam furditatis declarantem, & aqueductuum corunnianorum existentiam, ac usum præ cæteris confirmantem, in voluntate me esse dixi non modo in humanis, si quæ occurrerent, subjectis, sed & in animalibus vel a nativitate, vel morbo aliquo surdis omnes meas disquisitiones in posterum impendendi, ut scilicet post tantos clarissimorum virorum labores in enucleanda, declarandaque organi auditus fabrica, singularum etiam partium munus, si fieri posset, in apertum prodiret. Id ipsum interea hoc anno relinquens ad aliud observationum genus anatomicè prosequendum postremis hæc duobus mensibus me contuli, quo tamen in opere si minus Medici officio, Physico certe, ac Naturalis Historiæ cultori satisfactum esse censeo. Occasio enim, quæ nobis se se obtulit, tanti sane momenti fuit, quemadmodum audivistis, ut missis illis, quæ in promptu erant ad liberandam fidem, totam omnino nostram attentionem promeruerit; maxime cum & doctissimus vir Cajetanus Monti, cujus consilia plurimi sane facio, ac veneror, in investiganda natura corporis illius globularis in ventre Anguillæ reperti perhumaniter invitasset, neque in egregium, ac humanissimum Virum Dominum Simonem Aloysium Bonafede Nobilem Comaclensem delinquerem, qui cum Anguillam ventre turgidam raro spectaculo inventam esse audivisset, eam sibi
a pi-

a piscatoribus comparavit, ac sale conditam filii sui magnæ expectationis adolescentis Præceptori Domino Pedivillio Mathematico egregio humanissime misit, eo fine ut examini anatomico subjecta an in ipsa verum inesset ovarium disquireretur. Quid autem in hac mea investigatione observaverim, quidque judicem, vobis hoc vespere exponam: atque ut clarius res procedat, primo viscerum abdominalium systema, ac conformationem proponam, unde cujusnam naturæ fuerit corpus illud globulare facillime colligatur; deinde quænam sint partes, in quibus ova vera delitescant, quæque pro veris Anguillæ ovariis habenda sint, secus ac Anatomici, & Naturalistæ usque adhuc unanimi consensu docuerunt, ostendam.

Anguilla igitur in dorsum locata, ut Anatomicis dissectionibus sit aptior, abdomen exhibet, in cujus albescenti cute orificium conspicitur, anus dictum, magis tamen capiti, quam caudæ extremo proximum, quod etsi primo aspectu simplex esse videatur, attamen diductis nonnihil lateribus duo intus alia apparent orificia, in quæ specillo introducto unum superius ad intestinum, alterum inferius ad oblongum sacculum ellipticum ducit, idest vesicam urinariam: flatu enim in hæc duo orificia immisso, & totus intestinalis tubus, & prædictus sacculus intumescit.

Aperto ventre longissimum apparet abdomen, duas enim quasi tertias partes longitudinis totius animalis adæquat, atque proinde inferius producitur magis quam sit orificium excrementorum: latius est superius abdominis cavum infra tendineam fornicatam telam quasi diaphragma, supra quod cor cum suo pericardio collocatur; angustius est inferius, & in acutissimam conicam desinit cavitatem. Sub diaphragmate positum est hepar rubicundum, ac in duos lobos divisum, quorum sinister maximus est cum cystide fellea magna, & ab hepatis cava facie spatio aliquo distante. Retro hepar descendit œsophagus robustus, maxime dilatabilis in formam ingluviei, longitudinalibus plicis fertus, desinitque lateraliter in oblongum, conicumque sacculum, seu stomachum, cujus apex inferiora spectans veluti quodam ligamento descendenti intestino, ac parvo, vixque notabili mesenterio firmari videtur, dum altero extremo latiori sursum ascendente sub hepate acutum arcum facit

facit cum adnexo descendente tubo intestinali, ubi in pylorum constringitur, exiguo tantum foraminulo inter stomachum, & intestini principium præbente communicationem.

Incipit ergo hoc loco intestinum robustissimis muscularibus fibris donatum; quod diceret duodenum; nam a superincumbente hepate, & cystide fellea bilem, &, si Vallisnerio credimus, etiam succum pancreaticum recipit ab analogo quodam viscere oblongo, intestino, & stomacho parallelo, prout ipse Vallisnerius in sua figura exhibet. De hujus tamen visceris existentia dubius saltem hæreo; nam præter Petri Artedii de hoc viscere silentium mihi constat potius substantiam illam pinguedinem esse, ac quidpiam omento analogum.

Nulla quoque vel in pyloro, aut intestino appendix cæcalis conspicitur, quæ adeo multiplicata cernitur in aliquibus piscibus, præcipue iis, qui pancreate destituuntur, ut Reditus usque ad quadraginta numeraverit, & pinxerit, & Morgagnus in pisce Fabro primum intestinum quasi quodam appendicularum capillamento circumcirca ornari viderit.

Descendit vero recta intestinum, atque una vel altera circumvolutione facta membranæ mesenterium æmulanti adnexum in amplius intestinum rectum terminatur, quod cloacam improprie nominare consueverunt.

Oblongum lienem habent Anguillæ triangularem, atque intense rubentem, qui infra hepar, immo felleam cystidem, & retro principium tubi intestinalis, & stomachum collocatur. At vero mirabiles sunt renes, qui sub diaphragmate incipiunt tenues, & tamquam duæ tæniolæ per dorsi longitudinem descendunt, deinde in unicum volumen coalescentes crassum corpus efficiunt in ultimo abdominis cavo collocatum, in cujus superiori parte insidet vesica urinaria coniformis figuram habens, cujus apex inferiora spectat, basis vero superiora, ibique perforata communicat mediante brevissima uretra in foraminulum intra orificium commune excrementorum. Atrorubens est eorum substantia, & mollis, sanguine plena, & punctis nigerrimis distincta.

Pendent insuper utrinque ex dorso per totam longitudinem cavi abdominis lacinæ quædam sub hepate, & in
ab.

abdominis medio latiores, brevissimæ vero, & sensim decre-
scentes in inferiori ejusdem abdominis cavitate, quæ com-
muniter, & a magnis viris tamquam adipis receptacula ha-
bentur, inter quos eminent Vallisnerius in explicatione figuræ
dissertationi de Anguillæ ovis adnexæ, & magnus Malpighius
in dissertatione de omento, qui habet hæc verba: *In An-
guillis, & similibus utrinque a lateribus intestinorum propagan-
tur per longum abdominis adiposæ striæ, quæ intestino, medio
omentali reti, & striis neſtuntur, & in centro ramos venæ
portæ habent & in insignem quandoque extuberant molem.*

Tandem in dorſo inter productiones renum, quas dixi,
& intestinale tubum, & stomachum locantur natato-
riæ vesicæ aere plus minusve distentæ, quas Needamius su-
terioris, inferiorisque nomine distinguit. Hæ vesicæ sicuti
figura, & numero differunt ab aliis diversæ figuræ piscibus,
sic quoque diversam habent communicationem. Anguilla-
rum enim figuram sectantes in iisdem magis compressæ sunt,
& oblongæ, & non in apicibus inter se communicant, sed
superior extremitate sua in inferioris vesicæ cavitatem sub
medietatem suæ longitudinis oblique aperitur, dum interea
altero extremo exiguo, obliquo, nec sine valvuloso appa-
ratu munito foraminulo cum œsophago coalescit; dixi autem
valvuloso apparatu. nam flatus per aperturam artificialem
impullus ab inferiori in superiorem vesicam, & deinde in
œsophagum facili negotio transibat, cum ab œsophago in
vesicas numquam ipsum aerem impellere potuissem.

Verum Redius præstantissimus unicam tantummodo ve-
sicam agnoscit, eam nempe, quam Needamius inferiorem
nominat, quæque conchæ margaritifera nitorem, colorem-
que argenteum æmulatur; alteram vero pro canali habet
communicationis. Ex tribus membranis vesicam componi
docet, duabus internis omnino propriis, & altera exteri-
ori communi a peritonæo derivata. Quam vesicæ compo-
sitionem ex duplici membrana eandem esse omnino in
Muræna animali Anguillæ parum dissimili asserit Marcus Au-
relius Severinus Blasio referente.

Canalis hicce ex tenuioribus membranis compositus,
diaphanus est, & ad ejus ostium in vesicam duo rubra ova-
lia corpuscula magnitudine tritici majoris conspiciuntur,
quæ suis tendineis extremitatibus in vesicæ membranas ex-

panduntur. Horum corpusculorum substantia pulposa est, duriuscula, & friabilis; vasaque sanguinea per superius extremum in ipsorum substantiam disperduntur, deinde per oppositum apicem egressa in tres, quatuorve ramos divisa per interiorē membranā utrinque, & æqualiter distribuuntur. Cujusnam naturæ sint hæc corpora, difficile est definire; ipsorum substantiam sanguis permeare videtur, iisdemque colorem tribuere; quem in finem, ignotum mihi, & omnibus adhuc est. Needamius glandulas vocat, sed nescio qua ratione. De ipsarum natura nihil pronunciat Redius, ac notat tantummodo glandulas quasdam miliares in interiori membrana existentes, quæ, ut verum fatear, omni adhibita diligentia numquam mihi apparuerunt; & solummodo vidi bullulas quasdam aereas, exiguas, in mucoso illo humore, qui copiosus est in parietibus vesicæ, quæ primo intuitu folliculorum aspectum mentiantur.

Breviter sic adumbratis Anguillarum abdominalium viscerum positu, ac conformatione ad examen corporis illius in ventre Anguillæ reperti, quod in spiritu vini asservatum, atque delineatum in tabula conspicitis, transitam nunc faciam. Etsi enim pauca sunt, quæ dixi, satis attamen ea esse existimo in præsens ad ejusdemmet corporis naturam sine errore definiendam.

Corpus hocce totum omnino solidum est, ac oblongi veluti sacci compressi in extremis obtusi figuram habet, cujus longitudo quatuor fere uncias, latitudo unam, & amplius, crassities unam circiter æquat; obvolutum erat membrana tenui, diaphana, per quam vascula dispersebantur; sub hepate superius extremum collocatum erat, inferius ad orificium excrementorum porrigebatur. Pulcherrima ejus anterior apparet superficies; plurimi enim in ea, ac innumerabiles diversæ magnitudinis globuli argenteo colore splendentes elevantur, ut ex totidem orientalibus lucidissimis margaritis constat apparet, qui globuli non ubique sunt æquales, sed in inferiori extremo majores conspiciuntur: in posteriori vero facie, quæ dorsum respiciebat, rari, minores, & inæqualiter sparsi sunt, atque in albicanti quadam inorganica substantia totam massam hujusce corporis constituyente defixi, quæ ex cellularibus intricatis fibris constat argenteo splendore nonnihil micantibus.

Quam

Quamquam autem hæc Anguilla aperta, & corpus illud extractum jam esset, ac consequenter viscera, quæ eidem circumposita erant, nonnihil lacera fuissent, & salis actione contracta, & crispata, adhuc tamen omnia abdominalia viscera non difficile mihi fuit fragmentis insimul aptatis invenire, eorumque situm notare.

Corpus igitur globulare superius ab hepate, ac portione stomachi, antè ab intestino, & reliquo stomacho, sic quoque posterius, & interius a renibus, & intestinali cloaca circumambiebatur; quin immo fragmenta etiam mihi occurrerunt adiposarum striarum Malpighii, quæ lateraliter juxta viscera abdominis collocari jam dixi.

Verum quod omnem inquisitionem inutilem fecit, vesica fuit natatoria, cujus situm, ac locum corpus hocce tenebat, ac solum duo illa subrubra corpuscula vidi, adjacentia ostio communicationis inter canalem, & vesicam, quæ parti posteriori ipsius corporis intricata erant, & colligata.

Hisce omnibus animadvertis dubium non est, quin cæsus hæc, & observatio eadem omnino sit, ac illa, quam habuit Vallisnerius in sua illa de Anguillarum ovariiis inventis dissertatione; quæ etiam in ephemeridum naturæ Curiosorum appendice ad duas primas observationum centurias impressa fuit. Vidit & ipse Vallisnerius, postquam per plures annos frustra Anguillarum ovaria inquisivisset, vidit, inquam, casum omnino nostro similem, in vivacissima nempe Anguilla quoddam receptaculum ad instar sacci sub intestinis in lumbis juxta spinalem medullam situm, in quo per membranam manifeste ovula, ait ipse, lucidissima, argenteique nitoris, magnitudine diversa, transparebant. Profecto si ipsius Vallisnerii etiam figuram consulamus videbimus illud suum ovarium cum corpore a nobis huc usque descripto, etiam relate ad situm, figuram, atque volumen ipsum omnino congruere. Quod si quispiam vellet aliquam adesse differentiam, ea in hoc solum consistere poterit, scilicet quod ipse depingat suum ovarium quasi totum omnino ex globulis constaret, facta etiam longitudinali sectione, cum interea nos globulos, seu sphaerulas argenteas tantummodo, ut ita dicam, in cortice anteriori, & laterali conspexerimus; quam tamen sui ovarii structuram Vallisnerius tantummodo figura

exhibet, minime vero in ipsius figuræ explicatione indicat, multoque minus in dissertatione, prout opus esse videbatur, describit. Facta interim hac observatione Vallisnerius fortunæ, ut ipse fatetur, gratias agens, atque lætitia plenus, quod verum Anguillæ ovarium detexerit, suam observationem nostræ primum Academiæ dicavit, deinde alias nonnullas Europæ inventi sui participes fecit.

Sed utinam lætitiæ suæ rei veritas par quoque fuisset! Etenim piscium ovaria non solum in tota eorum superficie, sed interius etiam, & in omnibus dimensionibus ex ovulis constantur, quæ in nonnullis piscibus, ut in percis vidi, ejusdem omnino sunt magnitudinis, in barbo autem, cyprino, aliisque duorum, vel trium magnitudinis ordinum erant, & ita æqualiter minora ova majoribus erant interspersa, ac distributa, ut majoribus, maturioribusque maceratione exclusis, minora & ipsa non acervatim, sed ordinate collocarentur. Hæc autem innumerabilium ovorum congeries in quadam veluti cellulosa membrana tenuissima vario modo pro piscium varietate complicata nectitur, ac denique communi capsulari involucri investitur. Contra vero in hoc corpore globularis structura tantummodo in ipsius superficie quasi stratum quoddam inerat, quo separato informis illa superius descripta substantia apparuit, ut oculis vestris potestis vos facere certiores. Deinde sphaerulæ illæ argentæ vario modo tentatæ nullum veri ovi indicium præstulerunt; nam in ignem conjectæ minime crepitarunt, maceratæ in aqua nullum majus volumen adeptæ sunt, quemadmodum aliis ovis piscium accidere vidi, quæ in aqua detenta paulatim intumescunt, & ea, quæ propter tenuitatem invisibilia erant, manifesta fiunt. Nonnullas etiam acubus tentavi lacerare, & cultris transversim scindere, ut, si quid nuclei, aut vesicæ interius adesset, invenirem; at quocumque modo eas disrumperem, in cellularem argenteam membranam facillime resolvebantur, absque eo quod ullum cavitatis indicium, ullum aeris, vel liquoris vestigium, adhibitis quoque microscopiis, appareret. Quare cum hæc omnia mihi contigissent, ac nullam veri ovi in iis proprietatem, ac indolem invenirem, dubitare cœpi de Vallisnerii assertionem, mihi in animum venit, viscera omnia horum animalium investigare; ac cum per plures, & repetitas observationes utriculum, seu vesicam

cam natatoriam argentei coloris esse, maximeque convenire cum colore sphæricularum noverim, suspicatus sum, corpus illud nihil tandem aliud esse, nisi vesicam ipsam natatoriam in tumorem scirrhosum ampliata, præcipue cum membranæ eam constituentes cellulosæ naturæ sint, multoque magis, si Redii observatio sit vera, quod scilicet plurimis scateant glandulis miliaribus. Hisce præterea omnibus accedit ipsius tumoris situs, qui nempe locum tenebat, in quo vesica natatoria collocatur, atque præ cæteris corpusculorum vesicæ rubrorum ipsimet tumori fortissima adhæsiō.

Satis tamen mirari non possum, Vallisnerium solertem, industriumque observatorem tam fidenter corpus illud globulare Anguillæ ovarium pronunciaffe, neque cum tanta esset coloris, structuræ, ac positus similitudo inter illud, & utriculum natatorium, de ipsius vitio, ac tumore ne dubitasse quidem, sed ab apparenti forma deceptum, & voluptate captum, de vesica natatoria nihil sollicitum, ovarium a se inventum esse existimasse. Organum hocce aereum piscibus omnibus in dulcibus aquis natantibus maxime proprium ignotum certe esse non poterat præclarissimo viro; siquidem per plures annos in patria sua Anguillæ ovaria inquisivisset, quo in labore necessarium quam maxime erat partium omnium diligens examen, essetque ei procul dubio notissimum, quid Redius de eadem natatoria vesica scripserit in suis observationibus *Intorno agli animali viventi, che si rinnovano negli animali viventi*; hæc enim observationes in sua dissertatione in medium adducit.

Sed de Vallisnerii suppositis ovariis jam satis: nunc vero in medium afferam eas observationes, rationesque adducam, quæ demonstrant, Anguillas revera habere, ut cæteri pisces, ovaria, quæ hætenus præclarissimorum virorum inquisitiones inutiles reddiderunt, sed quæ nihil tale a principio quærentibus non infelici successu sese nobis manifestarunt. Dum interea in prædicti tumoris observationibus versabar, Anguillas incidere, earumque viscera præsertim abdominalia lentibus, ac microscopio adhibitis exquisitius observare cœpi, ut non solum eorundem conformatio, ac positus, sed intimior eorum structura, quantum fieri posset, mihi aperiretur. Accidit autem, ut una, vel altera Anguilla secta, oculo mediocri lente armato, visui se se offer-

ferret structura laciniarum, quas a principio indicavi lateraliter spinæ dorsi adhærere, & a facie hepatis concava ad ultimam usque pelvim extensas esse. Harum igitur laciniarum structura omnino globularis apparuit: innumeras enim spherulas minimas, æquales, pellucidas, divisas tamen, quæ in centro maculam ostendebant, totam harum laciniarum substantiam conficere vidi apertissime, quæ a communi quadam tenuissima, sed valida, membrana involvebantur, non modo globulorum inter se nexum, sed ipsi laciniæ ligamentum dorso, & vasis sanguiferis utrinque a dorso provenientibus fulcimentum præbente. Hanc structuram pluries miratus, quæ omnino faciem ovarii præseferbat, pro ovario tamen habere adhuc non poteram. Obstabat enim vetustissima de Anguillarum genesi controversia: obstabat Redii, ac inter recentiores Petri Artedii de ovarii Anguillæ silentium; auctoritas quoque Linnæi, ac eorum, qui Geofroi materiam medicam perfecerunt, *hodie inter omnes, nemine dubitante, confirmatam rem esse, Anguillas esse viviparas*; magni denique Malpighii assertio, hæc lacinias esse trias adiposas. Attamen cum eas per repetitas observationes sub eadem semper forma conspicerem, & non modo structura, sed & situ analogas ovarii aliorum piscium, quin & ipsum globulorum quasi dixerim portentosum numerum animadverteterem, inclinabat animus ad credendum, hæc lacinias vera esse ovaria.

Quapropter ut me certiolem redderem de horum globulorum natura, variis modis ipsas lacinias tentavi. Ac primo quidem in aqua detentæ cito intumuerunt, magisque diaphani facti sunt globuli, quemadmodum variis nostrorum piscium ovis evenire observavi; deinde durante maceratione, exteriori membrana separata, ova ipsa jam divulsa ad aquæ fundum descenderunt.

In ebullienti aqua lacinias immisi, & tunc duriores apparuerunt globuli, & sicuti calor aquæ ebullientis membranas ova colligantes destruxerat, ipsa ovula facillime ab invicem separabantur, ut in ovarii aliorum piscium contingere videmus.

Pluries quoque in accensos carbones easdem lacinias conjeci, vidique quod Aristoteles ipse assignat pro caractere ovorum piscium proprio, globulos nempe illos ab igne elisos crepitare.

Quod

Quod si quis insuper, ut taceam de aliis mediis, quibus sum usus, & quæ unusquisque imaginari facile potest, laciniarum habitum, ac compositionem clarius adhuc conspiciere velit, lacinias immergat parumper in atramentum, deinde atramento eloto in aqua limpida easdem vel mediocri lente adhibita observet. Tunc enim utpote atramentum stipticum, & adhærens fluidum est, ita inter ovula cellularem membranam colore suo inficit, ut ipsa appareant evidentissime.

At observationibus hisce non obstantibus dubitationem mihi non levem attulit horum ovariorum color; cum enim ad flavedinem nonnihil tendant, incertus eram num globuli illi essent potius utriculi pinguedinosi, quam vera ova, præcipue cum Anguillas oleo abundare notum sit, ac verissimum. Sed aliis observationibus intitutis diversam a nostris ovariis structuram in adiposa cellulari detexi. Striæ enim, seu appendiculæ pinguedinosæ, quæ a stomacho pendunt, & circum tubum intestinalem, & renes locantur, microscopio examinatæ diversam structuram ostenderunt. Simplicissimam in illis fabricam vidi: ex cellulis enim æqualibus minimis componuntur, ovis ipsis multo minoribus, in quibus, si fortiori lumini, vel solis radiis exponantur, manifeste lucescunt guttulæ oleosæ, adeo ut pinguedo non modo Anguillæ, sed cæterorum omnium piscium, qui non pauci fuerunt hisce observationibus destinati, ex tot punctis minimis micantibus ad similitudinem speciei lapidis opali, vulgo *Pietra venturina* dicti, conflata videatur. Quin immo nuperrimis hisce diebus ovario per plures dies maceratione dissoluto, exteriori membrana separata, inter ovula nonnihil cellularis pinguedinosæ conspexi; atque hinc petenda ratio est, cur ovaria flavescant, & clarissimi viri rem hanc, prout opus erat, non examinantes decepti sint.

Accidit quoque, ut in maceratione detentis per plures dies visceribus omnibus Anguillæ, accidit, inquam, ut pinguedo adnexa stomacho, & intestinis, dura, albescens, ac friabilis evaderet; quod in omnium animalium pinguedine, maceratione adhibita, semper contingit; disfluente interim ovario, spherulisque, seu ovis jam disgregatis, & fundum aquæ potentibus; manifesto indicio illam revera esse pinguedinem, hoc autem ovarii naturam habere.

Situs

Situs ergo illarum laciniarum, forma, compositio manifesta ex globulis rotundis proprietates ovorum habentibus, quorum immensus numerus respondet quantitati Anguillarum, quæ habentur, & piscium universalî prolificationi, diversitas a pinguedine, & quod in solis Anguillis lacinia, neque in aliis alterius generis piscibus, reperiantur, ea fuerunt argumenta, ut ipsas lacinias pro ovariis habendas esse judicaverim, cum præterea tanta pinguedinis quantitas consentanea non videatur cum analogia aliorum piscium; in nonnullis enim Anguillis tantæ molis inveni lacinias, ut viscera omnia abdominis quasi superaverint.

Quam rem cum in triginta, & amplius dissectis Anguillis semper, & constantissime reperissem, ut nulla amplius in ipsas lacinias dubitatio cadere videretur, affinium specie, & forma piscium observationes perquirere ab auctoribus cœpi, ratus aliquid me ad rem nostram inventurum opportunissimum. Neque spes revera me fefellit. Nam de Congro, & Muræna Anguillæ adeo similibus, ut Artedius Anguillam Murænam unicolore apellet, adnotata aliqua adveni, quæ observationem hanc nostram, atque opinionem confirmare magis possunt.

Ac Congros primum quod attinet Rondelesius ova emittere eos dicit. *Congri enim*, ait ipse, *ova pariunt, ex quibus aliorum piscium modo alii Congri procreantur, hæc autem ova intra se pinguedine obducta continent Congri*, quas tamen notitias non ex propria experientia, sed ex Aristotele ipso acquisivisse videtur, qui scribit, *Congros quidem habere feturam, sed non in omnibus locis similiter conspicuam; neque enim ob pinguedinem apparet. Est autem in longum protensa, quemadmodum in serpentibus, verum in ignem conjecta manifesta fit: quod enim pingue est, liquitur, & in vaporem abit, ova vero exiliunt, & ab igne elisa crepitant. Præterea si digitis contrectes, & teras, subesse pinguedinem levem ova crassiuscula senties*. Quidpiam igitur Aristoteles invenit in Congro illi simile, quod in Anguillis reperi, ovaria nempe in longum protensa, pinguedinem æmulantia, & igni commissa emitentia crepitum.

Quod si de Muræna sermo habeatur, veterum auctoritatibus omissis, Redius solus sufficiat, qui plurimas se Murænas tecuisse fatetur. Is enim in eodem libro observationum

degli animali viventi negli animali viventi exhibet figuram ovarii Murænx, quod adeo simile est structura, directione, situ ovarii Anguillæ, ut mirum certe sit, Redium, qui hæc ovaria non solum viderit, sed delineaverit, in Anguillis tamen, quamquam innumeras ab eo sectas fuisse putandum sit, nullo modo cognoverit.

Profecto Malpighius in supra citatis ejusdem verbis de omento, quando Anguillæ lacinias tamquam pinguedinosas strias describit, ait, in Anguillis, & similibus hunc suppositum adipem inveniri. Manifestum ergo est, ipsum Malpighium in affinis Anguillæ animalibus lacinias illas invenisse, ac notasse, hoc solo discrimine, quod ipse pinguedinem eas esse crediderit.

Atque hæc, Sodales Ornatissimi, ea sunt, quæ Vallisnerii ovarium, nostrasque observationes spectantia vobis hoc vespere narranda suppuebant. Plurimæ adhuc aliæ observationes erunt instituendæ, omnibusque anni temporibus Anguillarum viscera, & lacinix perlustrandæ sunt ad varium earum statum, mutationes, & indolem cognoscendam, ut quidpiam certius de horum animalium proliferatione definiatur, quod alacri animo præstaturum me esse polliceor, quodcumque laborem hunc meum non omnino eruditione, ac doctrina vestra indignum judicabitis.

Fig. 1. Anguilla viscera in situ locata.

- a* Cor cum pericardio aperto.
- b* Membrana æmulans diaphragma.
- c* Hepar, cujus limbus sursum revolutus est, ut melius conspiciantur cystis fellea, & pylorus.
- d* Cystis fellea.
- e* Lien.
- f* Œsophagus.
- g* Stomachus.
- h* Intestinum.
- i* Vesica urinaria.
- l* Foramen excrementorum cutaneum.
- m* Renum pars inferior.
- n n n* Ovaria.

Fig. 2. Eadem viscera extracta.

- a* Stomachi pars inferior elevata, e qua pendet omentum.
- b* Lien.
- c* Vesica natatoria.
- d* Canalis vesicæ natatoriæ communicans cum stomacho.
- e* Orificium excrementorum.
- f* Vesica urinaria.
- g* Corpus renum.
- b b b b* Ovaria.

Fig. 3.

- a a* Stomachus.
- b* Pylorus.
- c* Vesica natatoria.
- d* Canalis communicationis.
- e* Duo rubra corpuscula in ostio canalis ad vesicam locata.
- f* Ostium canalis ad stomachum.
- g* Intestinum.

*Fig. 4. ostendit renes desinentes inferius in corpus renale, cui superponitur vesica urinaria.**Fig. 5. Vesica natatoria aperta.*

- a* Interior membrana, vasculis retis in modum per ipsam dispersis, quæ a corpusculis rubris in ostio canalis locatis prodeunt.
- b* Ostium canalis.

*Fig. 6. Corpusculum rubrum.**Fig.*

Fig. 7.

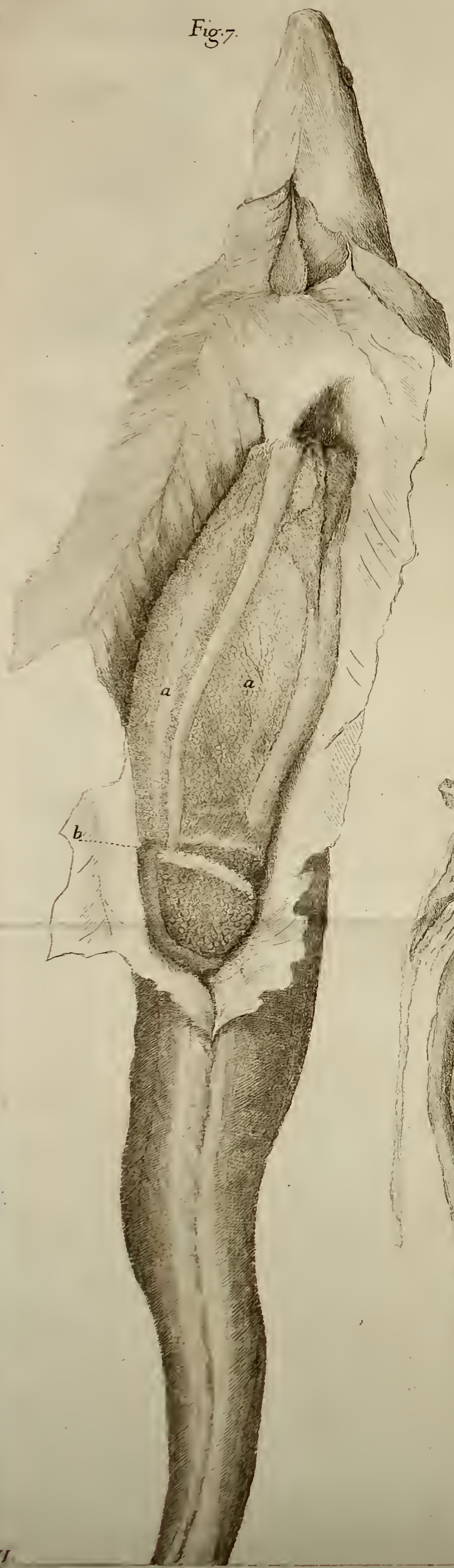


Fig. 9.



Fig. 10.

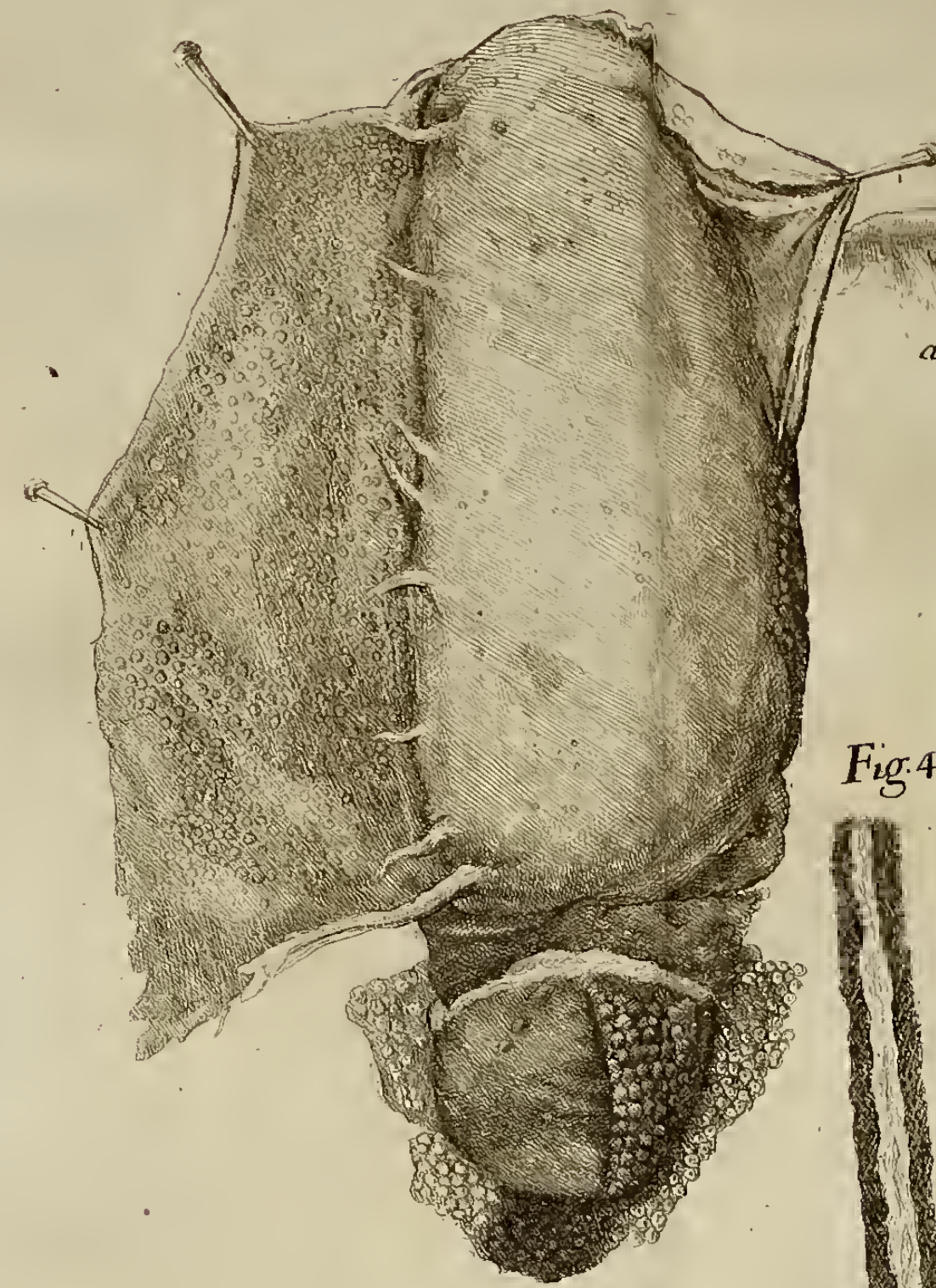


Fig. 2.



Fig. 1.

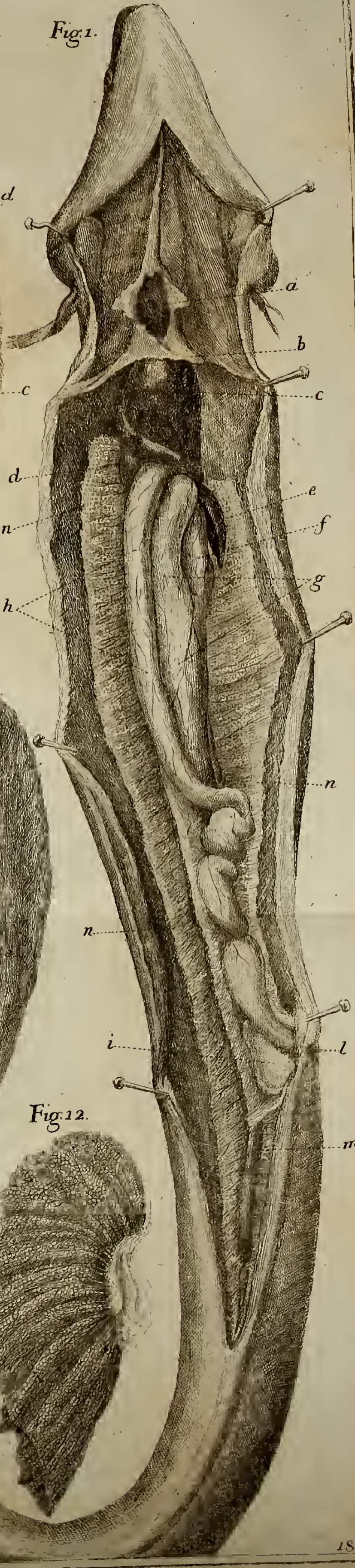


Fig. 5.



Fig. 4.



Fig. 8.

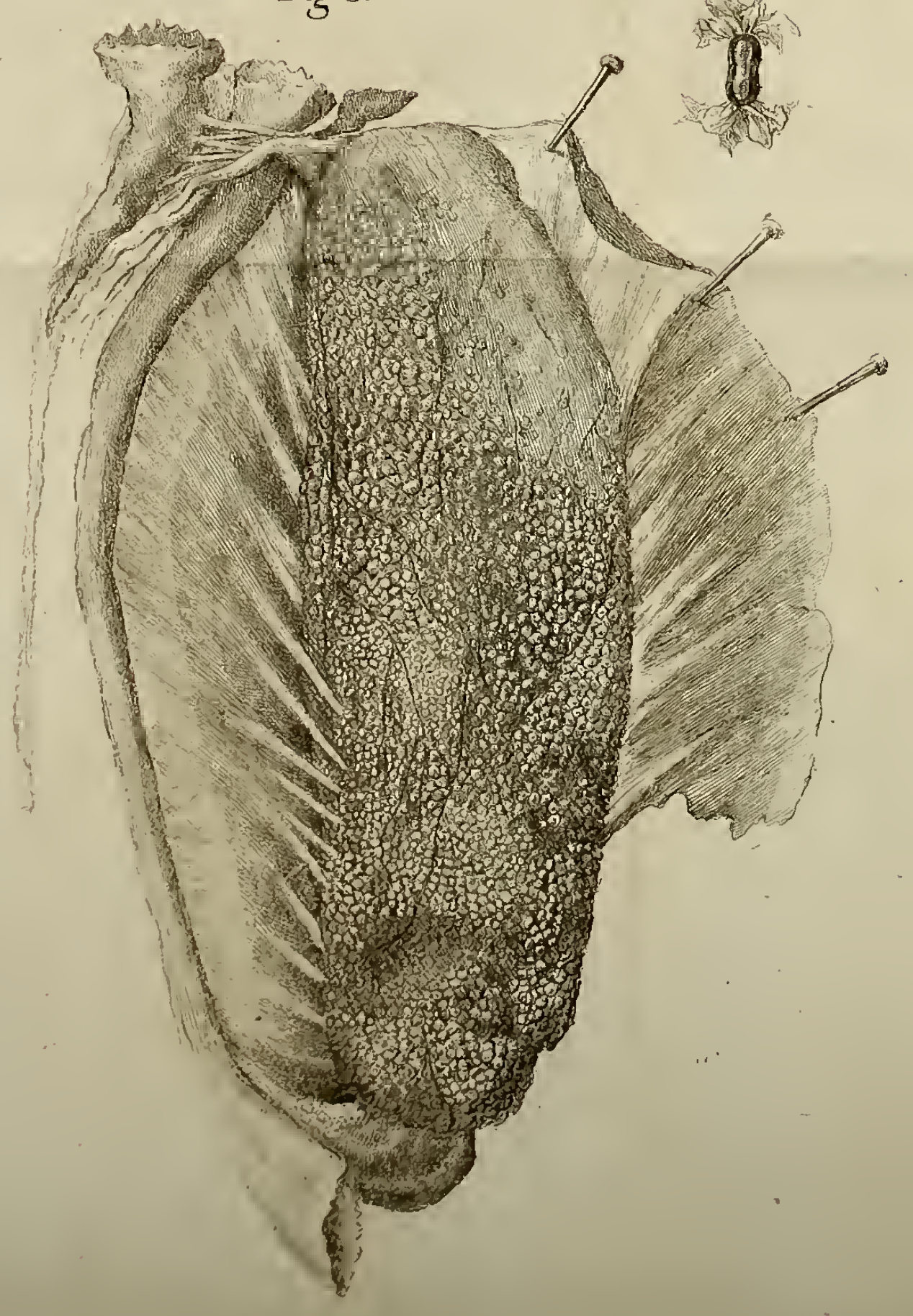


Fig. 6.



Fig. 3.

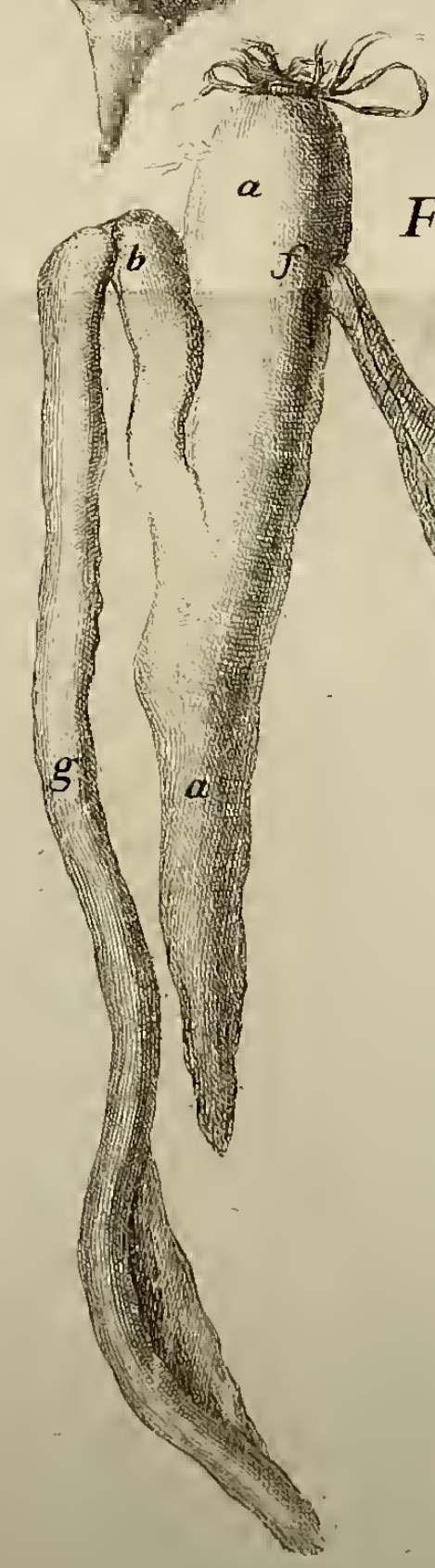


Fig. 11.



Fig. 12.





Fig. 7. Anguilla morboſæ conſpectus, ubi cordis, hepatis, intestini &c. lineamenta facile animadvertuntur.

a a Tumor veſicæ natatorix a Vallifnerio pro ovario habitus.

b Sectio a piſcatore facta.

Fig. 8. Idem tumor extractus antèrius viſus, & ab externa membrana denudatus.

Fig. 9. Idem tumor poſterius viſus.

Fig. 10, & 11. Tumoris interior ſubſtantia, qualis apparuit ſeparata lamina exteriori tamquam cortice argentei nitore globulis refertiffimo, & etiam tranſverſim ipſo tumore ſectò.

Fig. 12. Ovaria lente conſpecta.

ALOYSII GALVANI.

De volatilium aure.

Vix dum cœperam ea, quæ in volatilium aure a nobis inventa sunt, atque ad academiam annis 1768, 1769, 1770 delata, colligere, & in unum sermonem, quem in sextum hunc commentariorum tomum infereremus, diligentius referre; ecce tibi Antonii Scarpæ viri præclarissimi *de structura fenestræ rotundæ auris, & de tympano secundario Anatomica observationes*, quarum non pauca ex iis, quæ ad volatilium aurem pertinent, eadem ferme sunt, quas nos etiam feceramus, & in lucem edere in animo habebamus. Igitur mutata continuo sententia, ea dumtaxat constituimus typis una cum adjunctis tabulis mandare, quæ neque a doctissimo viro, neque ab ullo, quod sciamus, detecta ante fuerunt. Sed in his etiam describendis postea coacti sumus, modo adversa valetudine impediti, modo curis aliis distenti, præcipua tantum persequi, cætera solum attingere, aut omnino ad alium tomum differre. Atque distulissimus quidem omnia, nisi veriti essemus, ne iterum accideret, ut, quod unum in nostris rebus est novitatis decus & ornamentum, interim aliorum solertia, atque industria nobis præriperetur.

A meatu auditorio exordiemur. In eo omittimus nunc quidem mobilitatem, quæ inest in parte anteriori ejusdem parietis exterioris, quippe quæ ex depressore inferioris mandibule musculo conficitur, quo fit, ut immutari diameter ipsius possit; rectam item ejusdem viam, variamque in variis volatilium speciebus a nobis perlustratam figuram, quæ est in plerisque hemisphærica, centrum verisimiliter in tympani membra-

brana habens; qua una forte re contingit, ut non sit, cur aves auditorii meatus flexuositatem, longitudinemque, quibus intenduntur soni, quadrupedibus invideant. Hæc, inquam, nec non & alia, neque levia, neque inutilia, in aliud tempus differimus.

Illud prætereundum non censemus, detexisse nos in tympano canalem illum, quem Scarpa in Tab. 2. fig. 15. litt. *e* exprimit, non modo arteriam continere *b* ab externa carotide ortam, quod nullus indicavit, verum etiam nerveum ramum, cum portione dura nervi auditorii comparandum, adeoque ad aquæductum fallopianum prædictum canalem referendum esse, quod nemo suspicatus est; itemque in plerisque volatilibus eundem longe magis, quam observavit Scarpa in pulis gallinaceis, circumambire ostium, portam antiveſtibili a nobis nuncupatum (*a*) eo quod ingressum ad osseum tubum aperiat a Scarpa nuperrime descriptum, a nobis multo ante detectum, & antiveſtibilum dictum, qui ad rotundam, & ovalem fenestram ducit, & utramque in sui fundo continet. Constans præterea, ac peculiare foramen tenui membrana obductum in parte posteriori ejusdem antiveſtibili collocatum invenimus, quod antiveſtibili fenestram diximus (*b*). Diametrum denique variam affecuti fuimus, variamque juxta varia volatilium genera figuram non modo cavitatis, verum etiam portæ jam dictæ ejusdem antiveſtibili, quam in volatilibus nonnullis, ac præcipue in palumbis, quibus, si pervulgatam venatorum opinionem attendamus, auditus hebes est, ac gravis, adeo angustam esse comperimus, ut ea vix tenue columellæ corpus, de quo paulo infra erit dicendum, contineatur.

Jam vero in partibus, quæ tympano continentur, præcipua inter ea, quæ observavimus, hæc sunt: brevitudo processus lateralis superioris (*c*) cartilaginis columellæ, seu ossiculi tympani, præ inferiori, ejusque curva productio (*d*) quæ longiori, & anteriori processui, seu ejusdem capiti inserta anulum cartilagineum constituit; distantia etiam utriusque lateralis processus (*e*) dictæ cartilaginis columellæ a tympani membrana, quæ profecto distantia monet, processus eosdem non posse eandem membranam fulcire, tensamque, et convexam fervare.

Ad

(*a*) Tab. 4. fig. 1. litt. B. (*b*) Tab. 2. litt. E. (*c*) Tab. 4. fig. 4. A.
 (*d*) *Ibid.* B. (*e*) *Ibid.* E.

Ad hæc accedit superius columellæ ligamentum (a) ejusque tendinea in plerisque, in nonnullis, ac præsertim senioribus avibus magna ex parte cartilaginea substantia: nexus etiam duorum ligamentorum (b) non basi dictæ cartilaginis, sed laterilibus ejusdem processibus: eorundem quoque ligamentorum substantia, non membranacea, sed partim tendinea, & in aliquibus etiam cartilaginea, ne dicam in nonnullis senioribus avibus muscularem ferme visam esse.

De musculo autem a nobis multo ante detecto (c), cui membranam tendere incumbit, duo a nobis detecta sunt, alterum quidem est, ejus tendinem non in superiori tantum columellæ processu inferi, sed acuta lente adhibita in plura, ac fere innumera filamenta divisum patere, quæ diffunduntur, & inferuntur in universam tympani membranam, unde ipsa fortior redditur, & ad resonandum aptior, ne dicam filamenta illa ipsa pro tonorum varietate diversimode tendi. Alterum autem est, dum deorsum, & extrorsum columellam trahit, tendere non modo tympani membranam, sed per interpositum aqueum humorem etiam membranam fenestræ rotundæ, quod novum profecto est, ac peculiare. Sed hac de re, deque ejus ratione & opportunitate, atque de provido naturæ consilio, ut uno, eodemque officulo, uno etiam eodem musculo duas tendat in volatilium aure membranas variis, disiectisque locis appositas, fusius alias agemus.

In tympano demum chordam, humanæ auris chordæ per similem, nobis acuta lente instructis inspicere fortuna concessit. (d) Oritur illa superius ex duro nervo intra aquæductum asservato, antequam ex eodem canali exeat, flectitur inferius prope minorem lateralem processum cartilaginis columellæ, progreditur inde transverse ad corpus ejusdem columellæ, atque vel ipsi, vel basi cartilaginis per cellularem alligatur, tandem ad os jugale pervenit, (e) supra ejus angulum curvilineum porrigitur, eique adhæret, ac postremo in oppositum tympani parietem defertur, atque ab ejusdem tympani cavo exit.

Ast ad labyrinthum veniamus, in quo diligentior investigatio abdita huc usque naturæ opera nobis patefecit. In eo itaque

(a) Tab. 3. A. Tab. 4. fig. 4. F. (b) Tab. 3. B., C. (c) Tab. 3. D. Tab. 4. fig. 5. C. Tab. 1. B. (d) Tab. 4. fig. 4., D., Tab. 3. E. (e) Tab. 3. F.

que periosteum observavimus crassiusculam, pellucidam, duriusculam membranam referre, quæ universam ipsius cavitatem investit. (a)

In cochlea autem, seu canali cochleæ vices gerente, acuta lente adhibita observare datum fuit, ejusdem septum ex peculiari zonula duplicata, cartilaginea potissimum construi. (b)

Progressum præterea vidimus nervi cochleæ, qui hujusmodi est; integer nervus, & immutatus intra zonulæ modo dictæ duplicaturam ad apicem usque cochleæ porrigitur, ubi quidem in sensorium sic mutatur, ut eo in loco in elegantissimum flocculum, seu penicillum abeat, (c) cui permulta sunt variæ longitudinis, & crassitiei filamenta, omnia in Cottuniano humore libere natantia, nulla, quod conspici possit, in oppositam crassiusculam membranam inserta. Aliam etiam vidimus zonulam crassiore, pulposam, albidam, liberam, brevemque, nullum proximum cum descriptis filamentis commercium præferentem, sed penicillum duntaxat superius circumsepientem, quam ad nerveam medullaremque substantiam referret.

In vestibulo autem nobis se se obtulit ejus porta, foramen scilicet ad cochleæ basim existens, quod cum in vestibulum introducat, ita eo nomine donare nobis placuit; se se item obtulit unus vel alter nerveus colliculus (d) ad eandem vestibuli portam collocatus, quem nisi animum diligenter attendas, facile pro septo nerveo haberes membranæ instar constructo, vestibuli portam claudente.

In canalibus porro semicircularibus insignem in primis eorum magnitudinem mirati sumus, quæ tanta est, ut magnorum accipitrum canales semicirculares majores sint, quam semicirculares canales hominis, bovis, equi. Atque ut magnitudinem, ita & formam invenimus variam in generibus variis, adeo ut in anatibus, aliisque affinibus volatilibus canales illi non semicirculum, sed ellipticum acutum arcum præferant.

In singulis vero eorundem canalium semicircularium cavitatibus singuli existunt nervei colliculi (e) iis, quos diximus, similes, quorum quidem origo ab extremitatibus est nervorum vestibulum aduentium. Horum autem colliculorum discrimen
a flocc-

(a) Tab. 4. fig. 2. (b) Tab. 4. fig. 2. B. (c) Ibid. fig. 2. F. (d) Tab. 4. fig. 2. C. (e) Tab. 4. fig. 2. A., D., E.

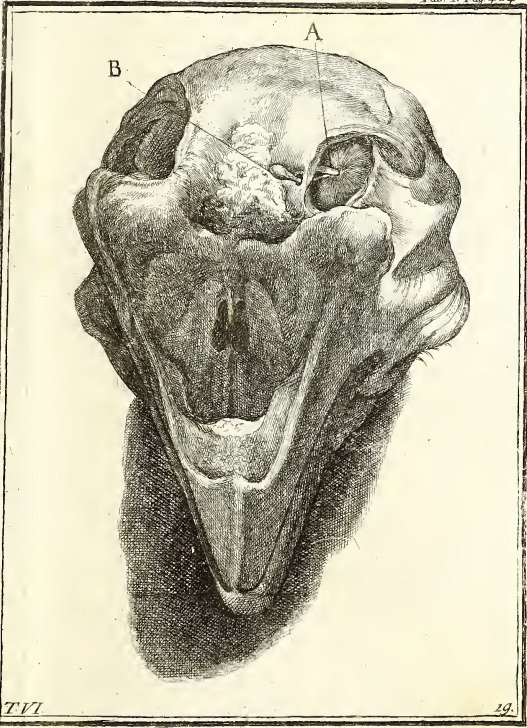
a flocculo, seu penicillo cochleæ magnum est; nullum quippe in iis filamentum, sed uniformis, mollis, ac pulposa substantia: ex quo formam sensorii auditus in canalibus semicircularibus a forma sensorii ejusdem in cochlea haud parum differre observatione hac nostra compertum est; quod indicare videtur, aut unam eandemque auditus sensationem in diversimode constructis sensorii partibus effici, aut ex sensationibus diversis unam componi, aut sensorii partes alias sonis servire aliis: quod postremum si esset, cochleæ sensorio, quod inter cætera maxime compositum sit, primas forte in auditione perficienda dare deberemus.

Ut vero nulla ex penicillo cochleæ, ita nulla ex illis colliculis nervea productio emanat, quantum quidem observare potuimus, quæ membranæ formam exhibeat. Quare avium auditus sensorium in his tantum colliculis, atque in illo penicillo, non vero in pulposa nervea membrana labyrinthum intus vestiente, quemadmodum de hominis, quadrupedumque aure autumant anatomici, constituisse natura videtur.

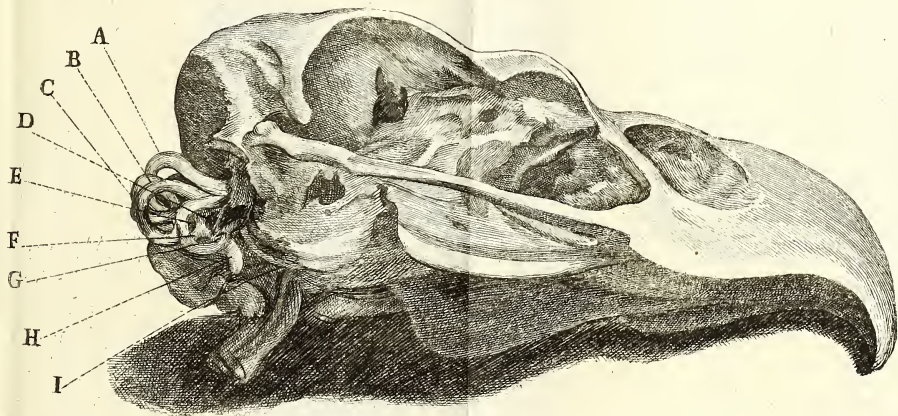
Postremo habet labyrinthus suam arteriam a nemine propositam, non exiguum scilicet arteriosum ramum a carotide productum, qui per peculiare, ac constans foramen (a) prope radicem canalisi maximi collocatum in labyrinthum ipsum ingreditur, in ejusque cavum suas fundit propagines.

Hæc de re anatomica in præsentiarum indicasse sufficiat: ex quibus colligitur volatiliùm aures plures partes cum auribus quadrupedum communes habere, quam ad hæc usque tempora creditum fuerit, non paucas autem sibi proprias, quæ solertissimorum Professorum industriam huc usque illuserunt.

At vero nostras de adumbratarum partium usu opiniones, nonnullaque inde deducta nova, nec inutilia corollaria cum ad audiendi rationem, tum ad physicam animale[m] pertinentia alio sermone complectemur, simulque ipsas modo vix commemoratas partes fusius describemus.









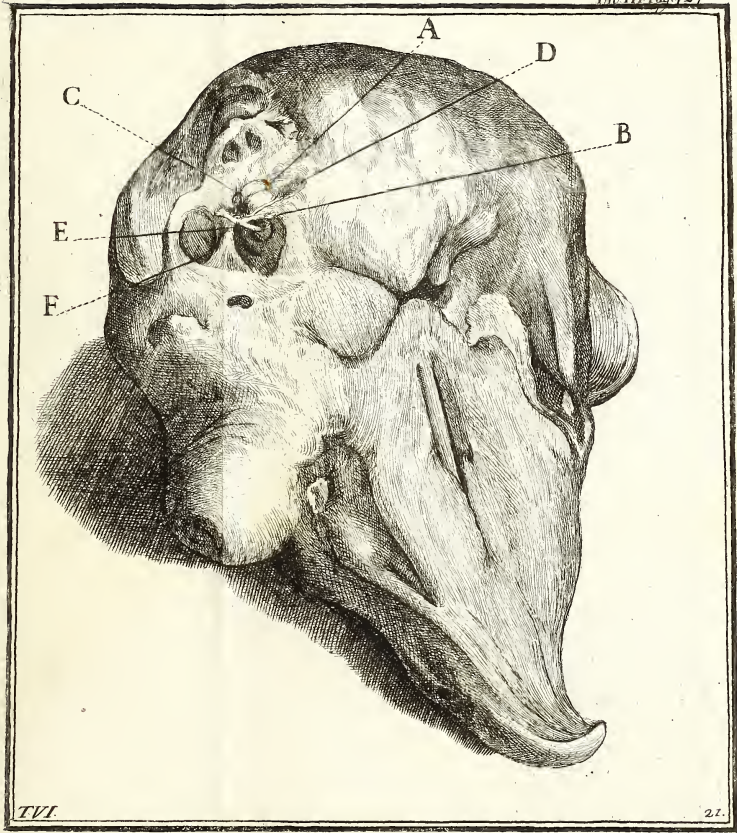




Fig. 1.

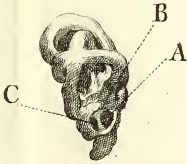


Fig. 2.

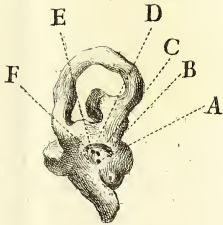
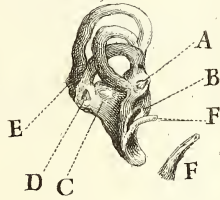


Fig. 3.

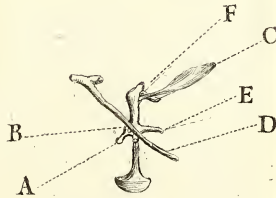


Fig. 4.



I N D E X

TITULORUM,

Quibus Commentarii divisi sunt.

D E Senatoribus Instituti Præfectis	pag. 3
De Professoribus Instituti	5
De iis, quæ Instituto ad facultates varias amplificandas accesserunt	11
De Scientiarum Academia	24

AD NATURÆ HISTORIAM SPECTANTIA.

De anguillarum ortu & propagatione	36
De plantis tribus ad sua genera revocatis	33

CHYMICA.

De porrectanarum aquarum salibus	35
De porrectano quodam vapore flammam concipiente	41
De olivarum oleo	46

ANATOMICA.

De quorundam animalium organo vocis	50
De volatiliū aure	58
De observationibus ad uteri constructionem pertinentibus	59

MEDICA.

De morbo quodam sudoribus, urinisque nigerrimis insigni	60
De morbo, qui lapsum ab excelso loco, & inde ortum terrorem consecutus est	64
De febre quadam epidemica	66
De mercurii sublimati corrosivi usu	69
De febrifugo quodam nostrate	71
De æthiope ex laudano	72
Tom. VI.	H h h

CHIRURGICA.

De vesicæ punctione in ischuria	pag. 75
De mesocolo mirabilem in modum proficisso	76
De bubonocele cum sphacelo	79

PHYSICA.

De mutationibus, quas lac subit in ventriculo, atque intestinis	84
De magnetica ferri virtute	86
De thermometri vitis duobus corrigendis	88
Pro qua portione cum aquis fluminum quorundam, dum tument, limus miscetur.	91

MECHANICA.

De metallicarum formarum, in quibus vitreæ lentes elaborantur, constructione	93
De staticæ, atque hydrostaticæ principio decernendo	95
De maupertuisiano minimæ actionis principio	96
De corporum rotatione	98
De motu rectilineo corporis attracti, aut repulsi a centro mobili	99

ANALYTICA.

De seriebus geometricis	100
De curvæ catenariæ æquatione	102
De æquatione quadam differentiali	103
De integratione cujusdam æquationis inter quatuor variabiles, quarum una est functio trium reliquarum	104
De æquatione, cujus radices sunt binarum datæ æquationis radicum summæ	107

ASTRONOMICA.

De bononiensi meridiana linea restituta	110
De cometis duobus, quorum alter anno MDCCLXIX, alter anno MDCCLXX apparuit.	111

INDEX

OPUSCULORUM.

B Aciallii Joannis. <i>De luti quantitate in aqua Rbeni turbida</i>	pag. 100
Bassi Ferdinandi. <i>Novæ plantarum species</i>	13
<i>De Porectanarum aquarum accensibili vapore</i>	295
<i>De Thermalium Porectanarum aquarum salibus</i>	308
Canterzani Sebastiani. <i>De curvæ catenariae aequatione</i>	265
<i>De machinis duabus ad metallicas formas, quibus vitrea lentes conficiuntur, construendas inventis</i>	382
Canuti Laurentii. <i>De feбри epidemica, quæ urbem Comacinium anno 1766 invasit</i>	230
Casalii Bentivoli Paleotti Gregorii Philip. M. <i>De seriebus geometricis</i>	251
De Condorcet Nicolai. <i>De integratione æquationis</i>	
$a + bu + \frac{cdu}{dx} + \frac{gdu}{dy} + \frac{hdu}{dz} + \frac{id^2u}{dx^2} \&c. = 0$	373
Frifii Paulli. <i>De rotatione corporum</i>	45
<i>De æquatione quadam differentiali</i>	71
Galeatii Dominici Gusmani. <i>De sudore quodam, atque urina colore nigerrimo infectis</i>	1
Galli Joannis Antonii. <i>De usu interno mercurii sublimati corrosivi</i>	119
Galvani Aloysii. <i>De volatiliis aure</i>	420
Malvetii Bonfioli Alphonfi. <i>De Maupertuisiano minimæ actionis principio</i>	315
Matteuccii Petronii. <i>De Staticæ, & Hydrostaticæ principio discernendo</i>	286
Montii Cajetani. <i>De Anguillarum ortu, & propagatione</i>	392
Moscæ Josephi. <i>Tentamen de nostrate febrifugo novissimo</i>	89
Mundini Caroli. <i>De Anguilla ovarii</i>	406
Putii Vincentii. <i>De Analyfi olei olivarum</i>	75
Riccati Vincentii. <i>De motu rectilineo corporis attracti, aut repulsi a centro mobili</i>	
DISQUISITIO PRIMA. <i>De motu rectilineo corporis attracti, aut repulsi a centro æquabiliter lato</i>	138
DISQUISITIO SECUNDA. <i>De motu rectilineo corporis attra-</i>	

<i>attracti, aut repulsi a centro, quod fertur motu aquabiliter accelerato, aut retardato</i>	pag. 167
DISQUISITIO TERTIA. <i>De motu corporis attracti, vel repulsi in ratione directa distantiarum a centro, quod quacumque data lege movetur</i>	188
DISQUISITIO QUARTA. <i>De motu corporis, quod iter facit in medio resistente in ratione velocitatis, & quod in ratione distantia attrahitur, aut repellitur a centro quacumque lege gradiente</i>	212
Scarella Joannis Baptistæ. <i>De principiis visionis directæ, reflexæ, & refractæ. CAPUT QUARTUM</i>	344
Slopii de Cadenberg Josephi. <i>Theoria cometarum anni 1769, & anni 1770</i>	238
Trombellii Joannis Chrysofomi. <i>Epistola, qua respondetur quærenti, an in multis Italia locis filum ex genista ad telas contexendas conficiatur</i>	118
Veratti Josephi. <i>Experimenta magnetica</i>	31
<i>De lacte observationes, atque experimenta</i>	269
Zanotti Eustachii. <i>De Cometa anni MDCCLXIX.</i>	21
<i>De limi tumentium fluminum aquis admixti quantitate</i>	110
Zanotti Francisci Mariæ. <i>De Thermometris.</i>	83

Vidit D. Philippus Maria Toselli Clericus Regularis Sancti Pauli, & in Ecclesia Metropolitana Bononiæ Pœnitentiarius pro Eminentissimo, ac Reverendissimo Domino D. Andrea Tituli Sanctæ Pudentianæ Sacræ Romanæ Ecclesiæ Cardinali Joannetto, Ordinis Sancti Benedicti Congregationis Camaldulensis, Archiepiscopo Bononiæ, & Sacri Romani Imperii Principe.

Die 6. Februarii 1780.

I M P R I M A T U R.

Fr. Aloysius Maria Ceruti Sacræ Theologiæ Magister, & Vicarius Generalis Sancti Officii Bononiæ.



