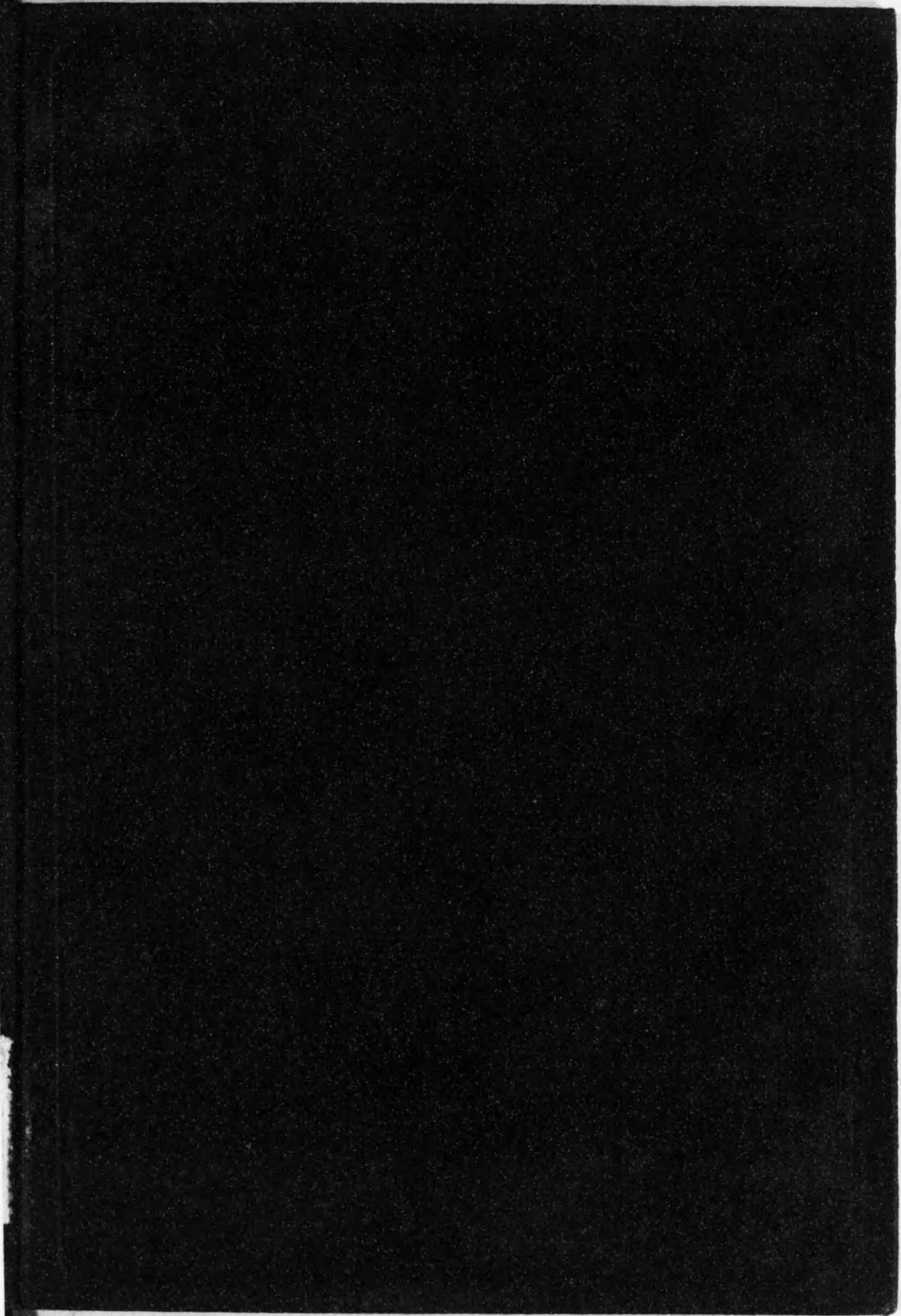




始





東京高等工學校編

東京有文閣發行



應用力學目次

第 I 章 静力學概要

1	力	1
2	力の表はし方	1
3	力の傳達性	2
4	力の合成	2
5	同一平面内にある數力の合成	3
6	平行力の合成	3
7	力の分解	4
8	モーメント	5
9	反力	6
10	力の平衡條件	6

第 II 章 内力及び歪み

11	荷重	9
12	應力又は内力	9
13	内力の分布と其の強さ	10
14	内力の種類	11
15	歪み	12

76W10784



2	目	次
16	弾性限界及びフックの定律	13
17	内力と歪みとの関係	13
18	弾性係数	15
19	ポアソンの比	16
20	破壊強さ、許容強さ及び安全係数	17
第 III 章 単純なる内力を受ける材料		
21	単純なる内力	22
22	抗張材	22
23	抗圧材	23
24	短柱の設計	23
25	鈎	24
第 III 章 梁の剪断力及び曲げモーメント		
26	梁及び曲がり	27
27	梁の剪断力及び曲げモーメント	27
28	剪断力及び曲げモーメントの圖示	29
29	剪断力及び曲げモーメントの正負	29
30	自由端に集中荷重を有する片持梁	30
31	數個の集中荷重を負へる片持梁	31
32	等布荷重を負へる片持梁	33
33	梁間の中央に集中荷重を有する支へ梁	35

目	次	3
34	任意の點に集中荷重 1 個を有する支へ梁	36
35	2 個以上の集中荷重を負へる支へ梁	37
36	全長に等布荷重を負へる支へ梁	38
37	集中荷重を有する張出し梁	40
38	等布荷重を有する張出し梁	41
39	SFD 及び BMD の圖式解法	42
40	SF と BM との関係	45
41	一個の移動荷重	45
42	等布移動荷重	47
43	2 個の集中移動荷重	47
44	移動荷重の BM に對する圖式解法	50
45	集中移動荷重の SF に對する圖式解法	52
46	集中移動荷重の SF に對する理論	53
47	集中移動荷重の BM に關する理論	57
	例題	62
第 V 章 梁の強さ及び撓み		
48	梁の曲げ作用	67
49	曲げの理論	67
50	曲げ應力の強さ	68
51	中立軸の位置	70

4	目	次
52	抵抗モーメント	71
53	平面圖の慣性モーメント	73
54	梁の設計	77
55	ガーダーの形状	78
56	梁の剪断應力の強さ	80
	例題	81
57	梁の撓み	84
58	片持梁の傾斜及び撓み	84
59	支へ梁に於ける傾斜角及び撓み	85
60	重ねばね	88
	例題	90

第VI章 固着梁及び連続梁

61	固着梁	92
62	等布荷重を負へる固着梁	92
63	中央に集中荷重を有する固着梁	93
64	連続梁	94
65	三モーメントの定理	94
66	二つの相等しき梁間の中央に夫々相等しき 集中荷重を有する連続梁	96
67	二つの相等しき梁間に等布荷重を負へる	

連続梁	97	
第VII章 直接應力と曲げ應力との複合		
68	直接應力及び曲げ應力の聯立	99
69	傾斜梁及び傾斜荷重	99
70	偏心荷重	101
71	鈎	102
72	長柱	103
73	長柱の兩端	104
74	オイレルの公式	104
75	ゴルドン・ランキンの公式	105
76	ジョンソンの公式	103
77	公式の選擇	107
	例題	108

第VIII章 軸

78	平等なる丸軸の捩れ	111
79	丸軸の強さ	111
80	與へられたる馬力を傳へる軸の直徑	113
81	曲げと捩りを受ける軸及び四角軸	113
82	蔓巻ばね及び渦巻ばね	114
	例題	116

第Ⅸ章 圓筒圓輪及び平圓板

83	内部壓力を受ける薄い壁の圓筒	118
84	内部壓力を有する薄き球殻	120
85	内部壓力を有する厚き壁の圓筒	120
86	回轉する圓輪	121
87	平圓板	122
	例題	124

第Ⅹ章 土壓及び擁壁

88	土の息角	126
89	土の壓力	126
90	土の支持力	128
91	築堤	129
92	鐵道用築堤	130
	例題	131
93	擁壁	132
94	擁壁に働く力	132
95	擁壁に働く力の合成	134
96	擁壁の保安	135
97	擁壁の應力及び壓力の強さ	135
98	擁壁の設計條件	136
99	擁壁の滑り及び顛倒	139
100	擁壁の設計	139

索引 1—8

(メートル單位)

長さ	1 Kilometer (Km)	(粁)=1000 Meter
	1 Hectometer (Hm)	= 100 "
	1 Dekameter (Dm)	= 10 "
	1 Meter (m)	(米)=1メートル
	1 Decimeter (dm)	= 1/10 "
	1 Centimeter (cm)	(厘)=1/100 "
	1 Millimeter (mm)	(耗)=1/1000 "
面積	1 Hectare (Ha)	= 100 Are
	1 Are (a) (アール)	= 100 Sq. Meter
	1 Square Meter (sqm, m ²)	= 1 平方米
	1 Sq. Centimeter (cm ²)	= 1/(100 × 100)m ²
	1 Sq. Millimeter (mm ²)	= 1/100 cm ²
體積	1 Kilolitre (Kl)	= 1000 Litre
	1 Litre (l) (リットル) (立)	= 1000 cc
	1 Cubic Centimeter (cc)	= 1 立方厘
	1 Cubic Meter (cbm, m ³)	= 100 × 100 × 100cc = 1 Kl

重さ	1 Tonne (T,t)	(トンヌ, 噸)	=1000 Kilogramme
	1 Kilogramme (Kg)	(庇)	=1000 Gramme
	1 Gramme	(gm, g) (瓦)	=1グラム
	1 Milligramme (mg)	(庇)	=1/1000 gm

(英國單位)

長さ	1 Mile (哩)	=5280 Feet
	1 Furlong	= 66) "
	1 Chain	= 66 "
	1 Yard	= 3 "
	1 Foot (ft)	(呎)=1 フート
	1 Inch (in)	(吋)=1/12 ft
面積	1 Acre	=43,560 Sq. ft
	1 Square Foot (sq.ft.)	=1平方呎
	1 Square Inch (sq. in, in ²)	=1/(12×12) sq. ft
體積	1 Cubic Foot (cb. ft.)	=1728 Cubic Inch
	1 Cubic Inch (cb. in)	=1立方吋
	1 Gallon	=277.463 cb. in

重さ	1 Ton (T)	(トン, 噸)	=2240 Pouud
	1 Hundredweight (cwt)		=112 "
	1 Pound (lb)	(磅)	=1ポンド
	1 Ounce (oz)		=1/16 lb

(單位換算表)

長さ	1 Km	=0.6214 mile	1 mile	=1.609 km
	1 m	=3.281 feet	1 foot	=30.48 cm
	1 cm	=0.3937 inches	1 inch	=25.40 mm
面積	1 sq. m	=10.76 sq. ft	1 sq. ft	=0.0929 m ²
	1 cm ²	=0.155 sq. in	1 sq. in	=6.451 cm ²
	1 mm ²	=0.0016 sq. in	1 sq. in	=645.1 mm ²
體積	1 cbm	=35.32 cb. ft	1 cb. ft	=0.0283 cbm
	1 cc	=0.061 cb. in	1 cb. in	=16.39 cc
重さ	1 Kg	=2.205 pounds	1 pouud	=0.4536 kg
	1 Tonne	=0.9842 ton	1 ton	=1.016 tonne
重さ 長さ	1 $\frac{\text{kg}}{\text{cm}}$	=5.603 $\frac{\text{lb}}{\text{in}}$	1 $\frac{\text{lb}}{\text{ft}}$	=1.157 $\frac{\text{kg}}{\text{m}}$

	$1 \frac{\text{kg}}{\text{m}} = 0.672 \frac{\text{lb}}{\text{ft}}$	$1 \frac{\text{lb}}{\text{in}} = 0.1786 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$
重さ 面積	$1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 0.2049 \frac{\text{lb}}{\text{sq.in}}$	$1 \frac{\text{lb}}{\text{sq.ft}} = 4.883 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$
	$1 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} = 14.22 \frac{\text{lb}}{\text{sq.ft}}$	$1 \frac{\text{lb}}{\text{sq.in}} = 0.0703 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$
重さ 體積	$1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0.0627 \frac{\text{lb}}{\text{cb.ft}}$	$1 \frac{\text{lb}}{\text{cb.ft}} = 19.21 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
	$1 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3} = 36.13 \frac{\text{lb}}{\text{cb.in}}$	$1 \frac{\text{lb}}{\text{cb.in}} = 0.0272 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3}$

應 用 力 學

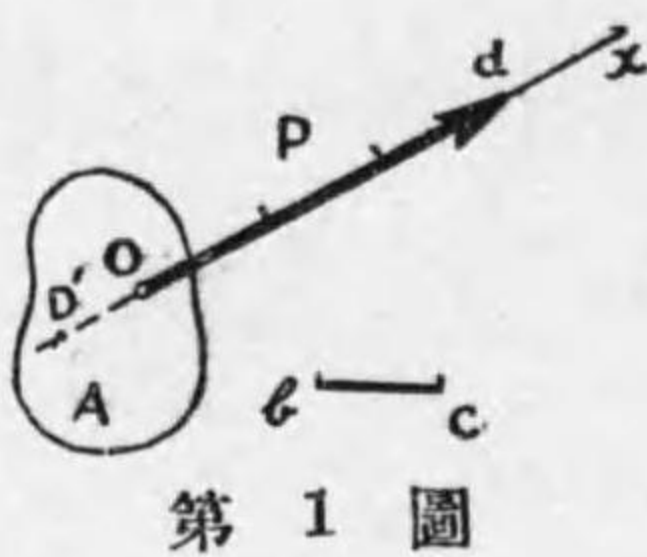
第 I 章 靜力學概要

1 力 力とは物體の運動状態を變化させる原因を云ふ。故に靜止せる物體に一つの力が働けば其の物體は動き出さねばならぬ。併し若し二つ以上の力が同時に作用する場合には、力はお互に其の作用を消し合つて、結局物體は何れの方向へも動き出さない場合もある。斯の時は力又は物體は平衡状態に在ると云ふ。本章では此の平衡状態に在る爲の條件を求めるのが目的である。

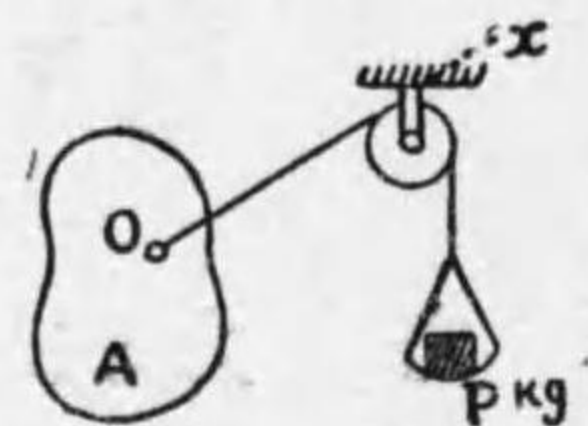
2 力の表はし方 一物體に働いて居る力を表はすには次の3つを明示しなければいけない。即ち力の大きさ、力の働く方向、力の働く點即ち作用點である。之を力の3元素と云ふ。力の大きさを表はす爲に力の單位として重量の單位即ち T, kg, lb 等を使用する。

力は圖示する時は明瞭に上の3元素を示し得る。例へば第1圖は物體 A に P なる力が働いて居る場合で、力 P の大きさは直線 od の長さで示され（即ち若し線分 bc の長

さを以て 1kg を現はすものと定めて
 あれば P の大きさは $\frac{od}{bc}$ kg となる)、
 其の方向は矢で示す如く o より x の
 方に向ひ、作用點は o である。而し
 て斯の如き力が作用して居ると云ふ
 事は、第 2 圖の如く考ふればよい。
 此の場合直線 ox を作用線と云ふ。



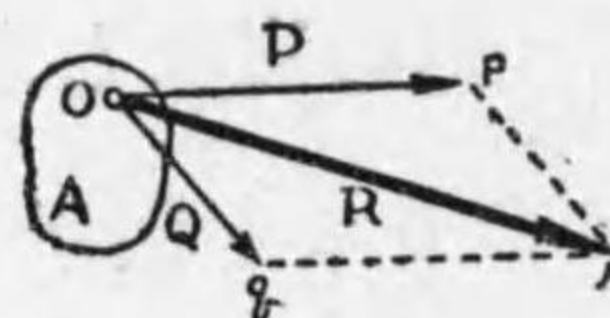
第 1 圖



第 2 圖

3 力の傳達性 第 1 圖に於て力 P の作用點 o を、ox 線上に任意の點 o' に移しても、力 P が物體に及ぼす効果には變化はない。斯の如く力の作用點は其の作用線上の任意の點に移し得るもので、之を力の傳達性と云ふ。

4 力の合成 第 3 圖に示す如く物體 A の o 點に働く 2 力 P, Q ある時、op, oq を 2 邊する平行四邊形の對角線 or で表はされる所の力 R を作れ。然る時は P, Q

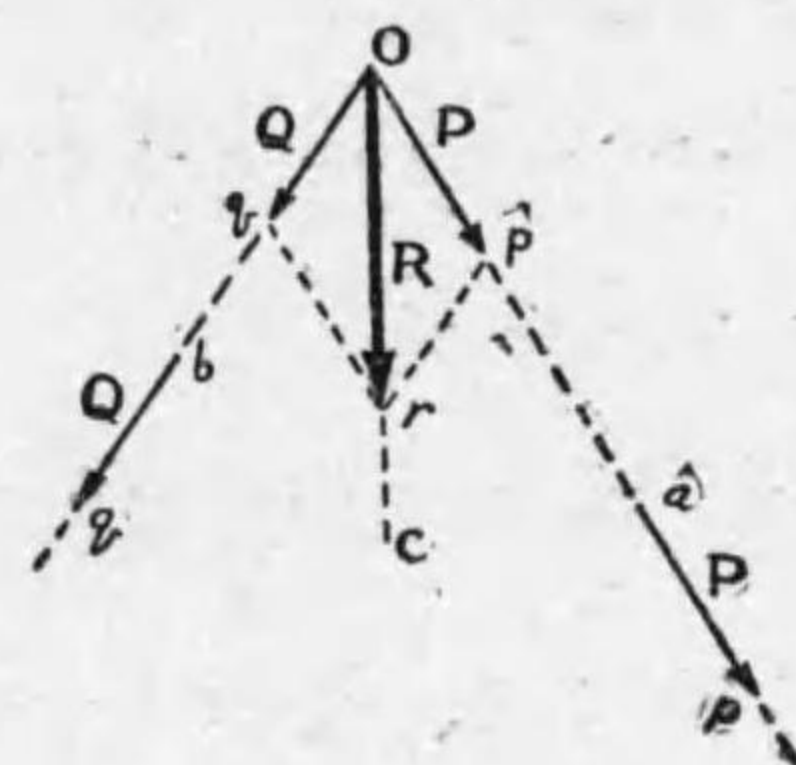


第 3 圖

の 2 力が A に及ぼす影響は、只一つの力 R が之に及ぼす影響と全く同一である。此の場合 R を與へられたる力 P 及び Q の合成力、逆に P 及び Q を R の分力、 $\square oprq$ を力の平行四邊形と云ひ、合成力を求める事を力を合成すると云ふ。

合成力とは上述の如きものであるから、與へられたる力 P, Q が物體に及ぼす影響を研究する場合には、P, Q 2 力は存在しないものとして、之の代りに只一つの合成力 R が其の物體に及ぼす影響を研究すれば宜しい。斯くすれば非常に簡単に其の影響を見得る便利がある。

5 同一平面内にある數力の合成 與へられたる力 P, Q は同一平面内にあるが、其の作用點が共通の一點でなく夫々 a, b 點である場合は、第 3 節に述べた事により、

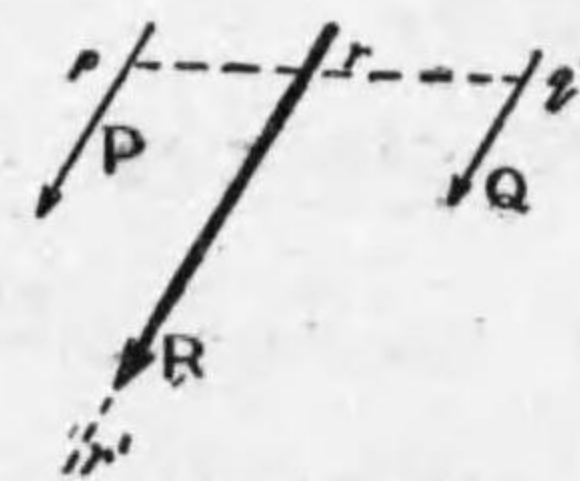


第 4 圖

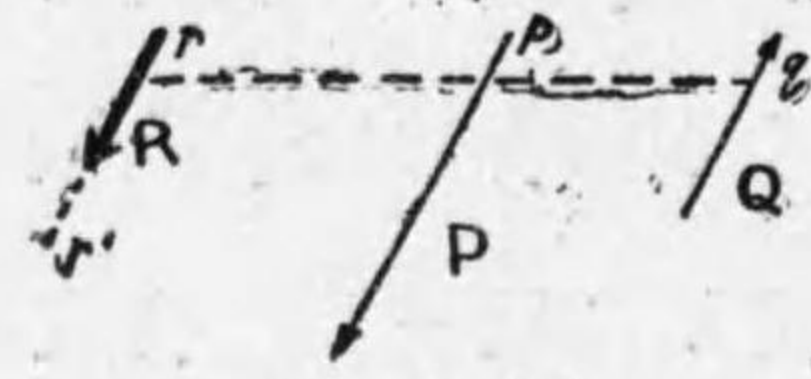
P, Q の作用點を夫々の作用線の延長の交點 o に移して(第 4 圖) 第 3 圖と同様の手段によつて合成力 R を求め得る。此の合成力の大き及び方向は or で與へられるが、作用點は直線 oc 上ならば何れの點を取つてもよい。與力が 3 個以上の場合には第 3 圖又は第 4 圖の方法を繰り返へせば全部の合成力を求め得る。

ば何れの點を取つてもよい。與力が 3 個以上の場合には第 3 圖又は第 4 圖の方法を繰り返へせば全部の合成力を求め得る。

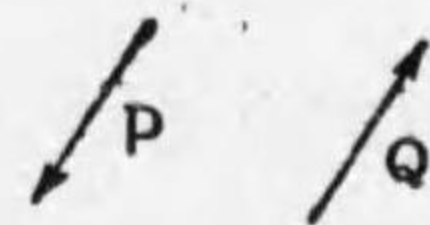
6 平行力の合成 (i) 與へられたる 2 つの平行力が第 5 圖に示す如く同方向を有する時は、任意の



第 5 圖



第 6 圖



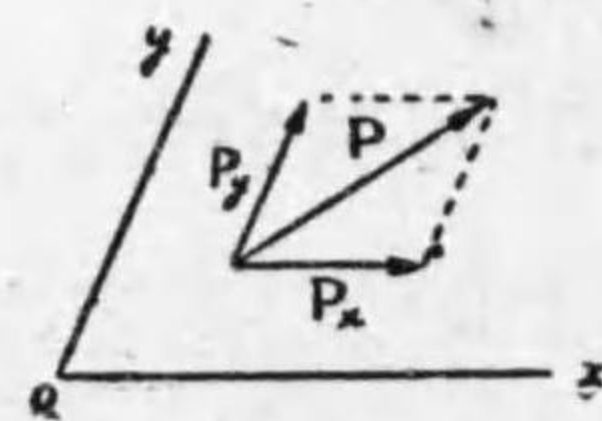
第 7 圖

一線 prq を引き $P \cdot \overline{pr} = Q \cdot \overline{qr}$ なる如き點 r を求めれば、合成力 R は、大きさは $R = P + Q$ 、方向は平行力の方向で、其の作用點は r を通過して二力に平行なる直線 rr' 上にある。

(ii) 若し第 6 圖の如く 2 つの平行力 P, Q が反對の方向を有する時は(但 $P > Q$ なりとする)、任意の一線 qp の延長上に $P \cdot \overline{pr} = Q \cdot \overline{qr}$ を満足する様な點 r を取れば合成力 R は、大きさは $R = P - Q$ 、方向は大なる方の力 P と同方向を有し、作用點は rr' 線上に在る。

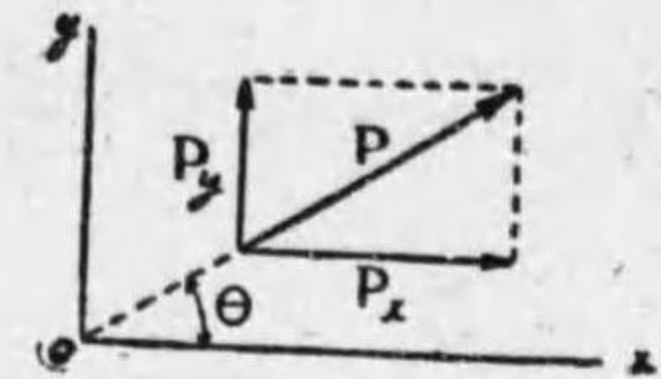
(iii) 與へられたる 2 つの平行力 P, Q が、第 7 圖の如く大き相等しく方向相反せる時には、是等は一つの合成力に導く事が出来ない。斯の如き 2 力を特に偶力と名付け、偶力は物體に廻轉運動を與へるだけで、一般の力の如く物體に進行運動を起させる事は出来ないものである。

7 力の分解 力の合成と反對に、與へられたる一つの力 P がある時、之を合成力とする如き 2 個或はそれ



第 8 圖

以上の分力を求める事を力 P を分解すると云ふ。



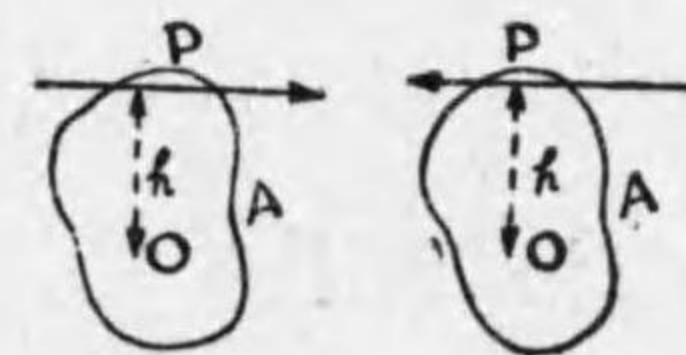
第 9 圖

力の分解に當りては分力の方向を與へる事が必要である。例は第 8 圖は P を ox, oy の方向に分解する場合で、求むべき 2 分力 P_x 及び P_y は、 P を對角線とする平行四邊形の 2 邊で與へられる。分力は軸線と同方向のものを正、然らざるものを負と定める。尙 ox, oy が直角なる場合は最も必要で、第 9 圖に示す如く P が ox 軸となす角を θ とすれば

$$ox \text{ 方向の分力 } P_x \text{ は } P_x = P \cos \theta \text{ (正)}$$

$$oy \text{ 方向の分力 } P_y \text{ は } P_y = P \sin \theta \text{ (正) となる。}$$

8 モーメント (i) 力のモーメント又は力率 第 10,



第 10 圖



第 11 圖

11 圖に於て O を任意の一點、 P を與へられたる力とし、 O より P に下せる垂線の長さを h とする時は、 Ph

を力 P の O 點に對するモーメントと云ふ。若し O を物體 A の固定點、 P を A に作用する力と考へる時は、 P は物を O の圍りに廻轉せしめんとし、モーメントの價の大小は此の廻轉の難易を示すものである。廻轉の方向を

明にする爲、第10圖の如く力が物體に右廻轉を起させる場合はモーメントの符號を負とし、反對の場合(第11圖)は正とする。

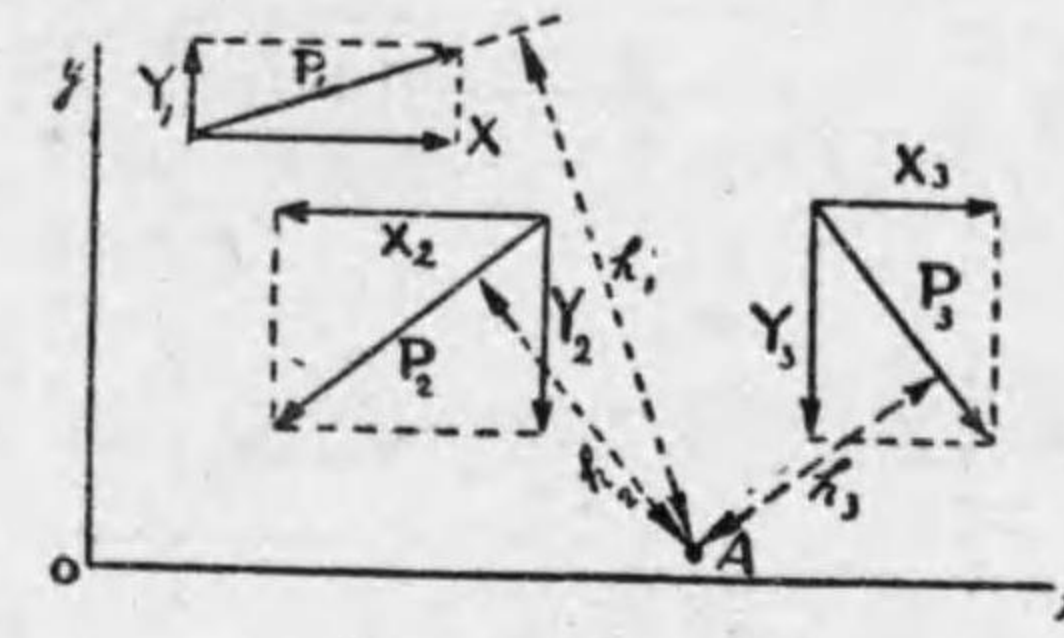
(ii) 偶力のモーメント 偶力は物體に廻轉運動を與へる事は既に第6節で述べたが、此の場合偶力の力 P に、2力の作用線の垂直距離 h を乗じたる積 Ph を、偶力のモーメントと云ふ。廻轉方向とモーメントの符號の關係は前の場合と同様にする。

モーメントの單位 若し力の單位が kg 、長さの單位が cm で與へられた時は、モーメントの單位は $cm-kg$ で表はす。其の他の單位の時も斯の如くする。

9 反力 茲に $W kg$ の球があつて、今之を掌上に載せ其の球をして靜止の状態に保つ爲には、掌は正に $W kg$ の力で之を支ふ可きである。若し支持力が球の重さ(即ち掌を押し下げる力)より小なる時は球は落下すべく、逆の場合には球は上昇運動を起さなければならぬ。

此の關係は球を机上に置いた場合も同様である。斯の如き場合の支持力を稱して反力と謂ふ。

10 力の平衡條件 同一平面内に於て一物體に同時に作用する數力ある時、是等の力が平衡を保つ爲の條件を



第12圖

示そう。今力の平面内に任意に直交2軸 ox, oy を取り

與力を P_1, P_2, P_3 等

與力の2軸上の分力

を $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 等

とする時は(第12圖)平衡條件は

(i) x 分力の總和は零なり、之を式で示せば

$$X_1 - X_2 + X_3 = \Sigma X = 0$$

(ii) y 分力の總和は零なり。即 $Y_1 - Y_2 - Y_3 = \Sigma Y = 0$
更に平衡の第3條件として、物體内に於ける任意の一點に對する、與へられたる數力のモーメントの總和が零である事が必要である。例へば圖に於て物體内に A 點を取り、 A より P_1, P_2, P_3 に下せる垂線の長さを夫々 h_1, h_2, h_3 とすれば

$$(iii) -P_1 h_1 + P_2 h_2 - P_3 h_3 = \Sigma Ph = 0$$

此の3條件を満足する時は力は平衡を保つて居る。

今一例を示せば、第13圖の如く梁 AB が2本の支柱の上に支へられ、 AB 上の C 點に重さ W を有する場合を考へよう。此の時 W, a, b の3つが與へられて居れば、

平衡条件によつて反力 R_a

R_b は見出す事が出来るのである。即ち W, R_a, R_b の

3力が平衡にある爲には、

(i) $\Sigma X=0$ 今の場合

は x 分力は無い故考へない。

(ii) $\Sigma Y=0$ 之は $R_a - W + R_b = 0$ (1)

(iii) $\Sigma Ph=0$ 今 B 點に對する、諸力のモーメント

を取れば、此の條件より

$$-R_a(a+b) + Wb = 0 \dots\dots\dots(2)$$

依て兩式より

$$R_a = \frac{Wb}{a+b}$$

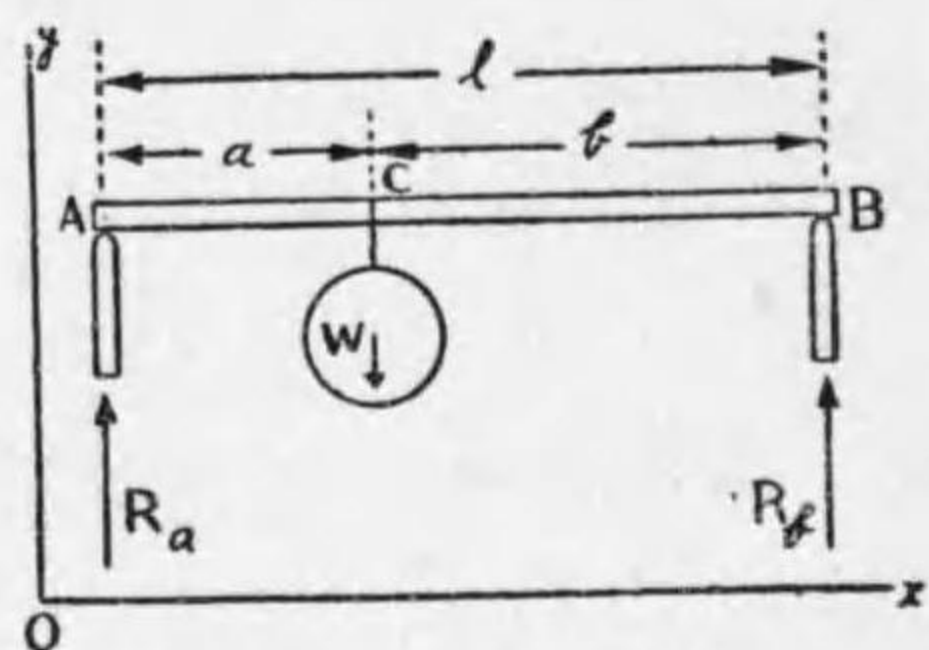
$$R_b = \frac{Wa}{a+b}$$

が求められる。

注意 (i) 初學の際には動もすれば反力も亦其の考へる所の物體に働く力である事を忘れる事がある。深く注意を要する。本節の數力の内には反力も含まれて居る事は、上の例にも示されて居る通りである。

(ii) 力の平衡の原理、特に上の例の如き場合は非常に重要であるから、熟讀して理解を確かにして置かねばならぬ。

(iii) 上の例から見て數力が平衡を保つ事云ふ事は、その合成力が零である事云ふ事が分るであらう。

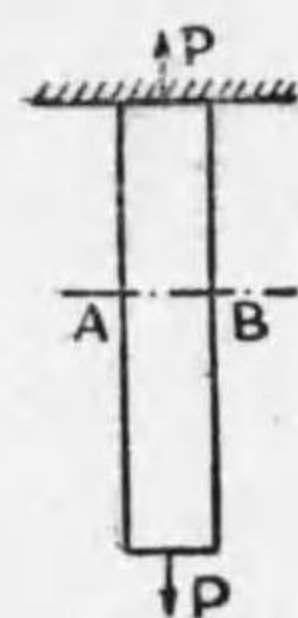


第 13 圖

第 II 章 内力及び歪み

11 荷重 構造物の一片に作用する外力の一つ一つ又は其の合成力を荷重と云ふ。荷重となる可き外力には、重さによる力又は運動せる物體の慣性力等種々ある。静止せる物等の重さ又は極めて靜に加へられたる荷重を死荷重と云ひ、急激に加へられたる力、大きさを變ずる力又は移動する荷重を活荷重と云ふ。

12 應力又は内力 總て物體は、外部から力を加へて變形させようとするれば、必ず變形しない様に働く所の抵抗



第 14 圖

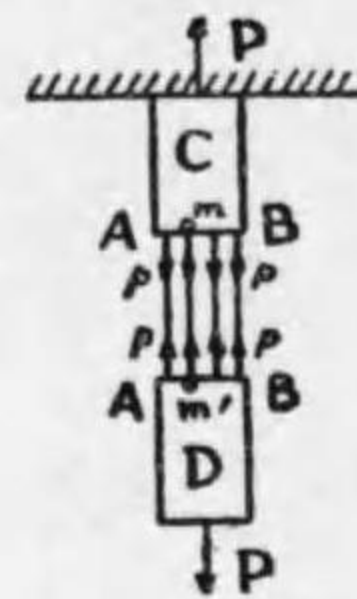
力を出して、外力と平衡を保つものである。此の抵抗力は物體の分子間に作用する分子力

の一種であつて、之を應力又は内力と云ふ。今第14圖に示す様な棒狀體を取り上端を固

着して下端に $P \text{ kg}$ の力を加へたとすれば、固着端には反力として P と同じ大きさの力が上向きに働き、棒は釣り合ひを保つ。此の場合任意の一横斷面 AB を假想し此の面上に於ける應力を求めて見よう。

此の爲に棒を AB に於て切斷し、第15圖に示す様に上

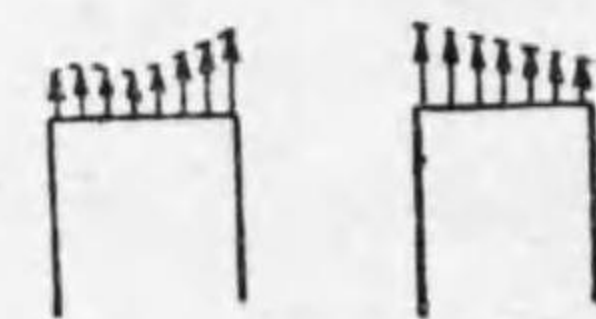
下兩片を n 本の糸で繋いだと考へる。然る時は各糸に張力 p を生じ、棒の上片 C 部に於ては上向きの P と下向きの np とが釣合ひ下片 D 部では下向きの P と上向きの np とが釣合ひ、従つて棒全體として平衡を保つのである。依つて $P=np$



第 15 圖

なる關係がある。今任意の糸 mm' は相隣れる 2 つの分子 m, m' を結ぶものと考へ得るから、各糸の張力は分子間に作用する力であつて、而も外力 P によつて棒を引き延ばそうとするのに反抗して居るものである。依つて各の p は夫々の點に於ける内力を示し、上式より任意の斷面に於ける全内力は外力の大きさに等しいと謂へる。

13 内力の分布と其強さ 前節第 15 圖では糸の張力 P は皆等しいと考へて居たのである。此の場合は内力の分布は均一であると云ふ。併し場合によつては第 16 圖の如く p が不均一の事もあらう。此の様な時は分布は不均一であると云ふ。



第 16 圖

再び第 15 圖に就て 1 單位面積から 1 本の糸が出て居るとすれば、糸の本數は面積數と同一である。故に外力を P kg, 横斷面積を A mm² とすれば、

糸の張力 p は

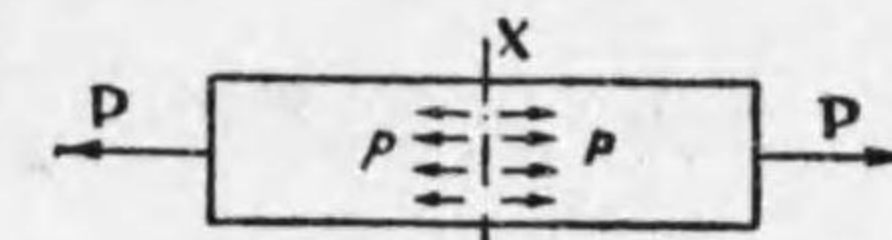
$$p = \frac{P}{A} \text{ kg/mm}^2 \dots \dots \dots (1)$$

にて表はされる。この p は單位面積に働く内力の大きさで、之を内方の強さと云ひ、之に對し全内力 Ap を内力の大きさと謂ふ。

14 内力の種類 一物體內に誘起せられる所の内方は加へられたる外力の種類に應じて 3 種類に分ける。

(i) 伸張内力 第 15 圖の例又は第 17 圖に示す様に外力が伸張力である時、物體內に生ずる内力を伸張内力と云ふ。外力の大きさを P kg, 假想斷面 X に於ける横斷面積を A mm² とすれば、伸張内力の強さ p は

$$p = \frac{P}{A} \text{ kg/mm}^2 \dots \dots \dots (2)$$



第 17 圖

となる。

(ii) 壓縮内力 外力が壓縮力である時の内力を壓縮内力と云ひ、其の強さは (i) と同じく

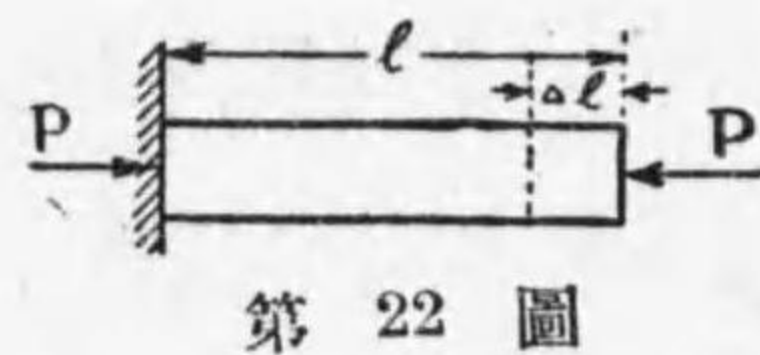
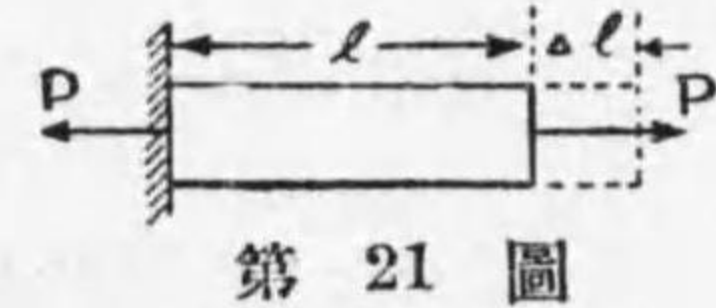
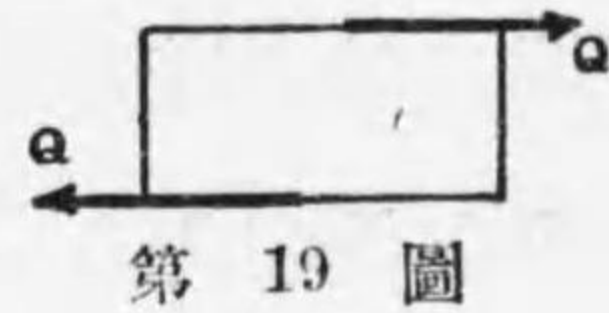
$$p = \frac{P}{A} \text{ kg/mm}^2 \dots \dots \dots (3)$$

である。

(i) (ii) より明なる如く、伸張及び壓縮内力は共に假想横斷面に直角に作用するものであるから、兩者を總稱

して直角内力又は直接内力と云ひ、普通伸張には正、壓縮には負の符號を附して類似の取り扱いをする。

(iii) 剪斷内力 第19圖に示す様に外力が物體の面に接觸して働く時は、物體の各層は摺れて第20圖の様な有様にならうとする。斯様な外力Qを剪斷力と云ひ、剪斷力に抵抗する内力を剪斷内力と云ふ。今剪斷力の大きさを



Q kg, 任意の剪斷面ABの斷面積を $A \text{ mm}^2$ とすれば、剪斷内力の平均の強さ q_{mean} は

$$q_{\text{mean}} = \frac{Q}{A} \text{ kg/mm}^2 \dots\dots(4)$$

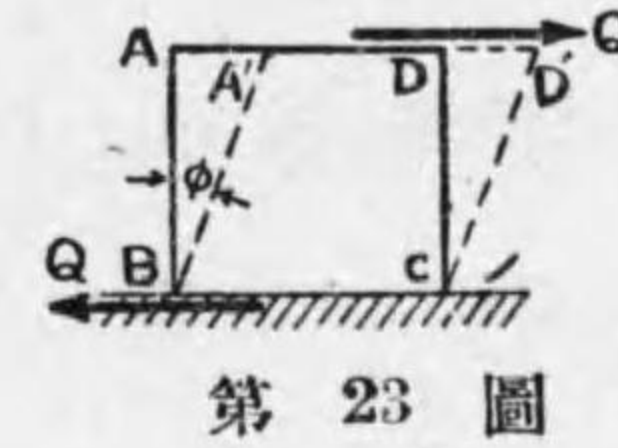
で、剪斷内力は面 AB に沿うて働くものであるから、直接内力に對して接觸内力とも謂ふ。

15 歪(ヒズミ) 外力による形又は大きさの變化を歪と云ふ。之も外力の種類に應じて3種類に分れる。

(i) 伸張歪み l なる長さの物體が、伸張力を受けて $(l + \Delta l)$ に伸びたる時の歪みは $\frac{\Delta l}{l}$ で、之を伸張歪みと云ふ(第21圖)。

(ii) 壓縮歪み 長さ l を有する物體が、壓縮力を受けて Δl だけ縮みたる時の歪みは $\frac{\Delta l}{l}$ で表はし、之を壓縮歪みと云ふ(第22圖)。

(iii) 剪斷歪み 矩形斷面 ABCD を有する一片が剪斷力を受けて $A'BCD'$ に變形した場合、



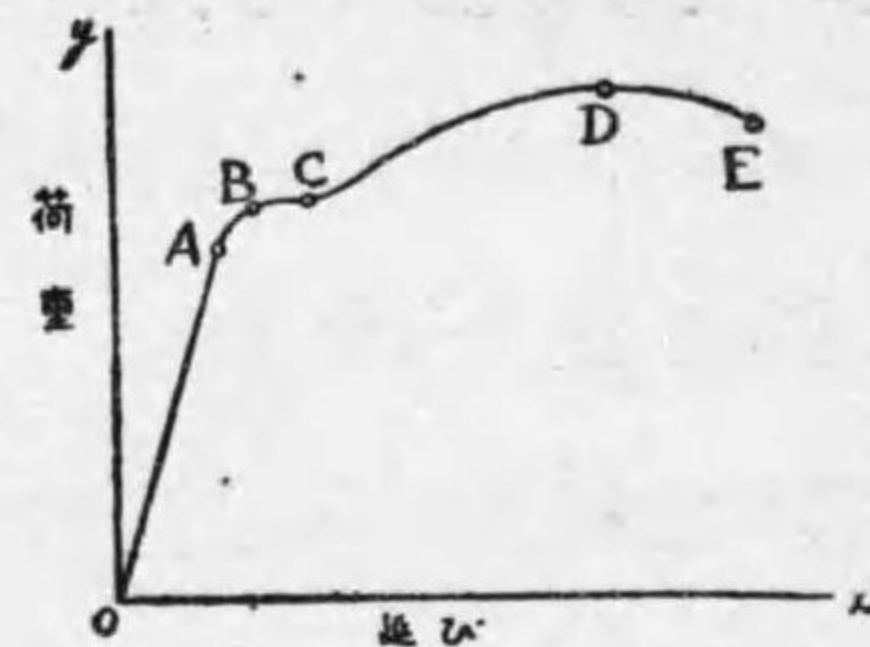
角 ABA' を剪斷角と稱し、此の剪斷角が ϕ ラヂアンである時は剪斷歪みは ϕ で表はす。

16 彈性限界及びフックの定律 物體は總て外力の作用を受ける時は、多少なりとも前に述べた様な、伸び縮み又は摺れ等の變形をなし歪を生ずる。而して外力が或る一定の限界(一定の大きさ)以下である時は、外力の作用を除けば歪みも亦消失するものであるが、若し外力が此の限界を超える時は、外力を取り去つた後も歪みは幾分残る。此の限界を彈性限界と稱し、彈性限界以下の外力は彈性限界内に在ると云ふ。

外力が弾限界内に在る時は、變形又は歪みは外力に比例するもので、之をフックの定律と云ふ。

17 内力と歪みとの關係 材料に外力を加へる時は變形を起すから、今直交2軸を取り縦軸上に荷重の大きさ、

横軸上に此の荷重に對する變形を取れば兩者の關係を示す線圖が出来る。第24圖は外力が伸張力なる時の一例である



第 24 圖

圖に於て OA は直線であつ

てフックの定律に従ふ範圍を示し、A は弾性限界である。AB 間は極めて少量の曲がりを有し B に至ると荷重は別に増加せずとも伸びは俄に増加を始める。此の點 B を降伏點と云ふ。C から D までは伸びは荷重と共に増し、D を越ゆれば荷重を減少するも尚ほ伸びの増加が起り續け E に至つて試験片は切斷する。此の線圖から材料の性質を次の様に説明する。

弾性 外力を受けた爲に生じた物體の歪みが、外力を取り去ると共に全く消失する時は、此の物體は完全なる弾性體と云ふ。弾性限界内では皆完全弾性體である。

粘性 物體が受けて居る外力を取り去るとも、歪みが少しも減じない性質を粘性と云ふ。第24圖に例を取れば AD 間では材料は弾性と粘性とを同時に有して居て、A 點では完全なる弾性、それより D に進むに従つて弾性は少く粘性が増し、D 點では殆ど完全なる粘性體である。

18 弾性係數 フックの定律によれば、弾性限界内に於いては外力と歪みとは一定の比を有するものであるから此の關係は(5)式の如 $\frac{\text{内力の強さ}}{\text{歪み}} = \text{定數} \dots\dots(5)$ 書く事が出来る。

此の定數を弾性係數と云ひ、内力の種類に應じて弾性係數にも種々ある。弾性係數は内力の強さと同一の單位 kg/mm² 又は kg/cm² 等を取るものである。

(i) 直接弾性係數 伸張力に對する弾性係數を直接弾性係數と云ふ。多くの材料に在りては壓縮力に對しても同一價を有し、普通 E なる文字で表はす。

今 伸張力の強さを p kg/mm²

$$\text{伸張歪みを } e = \frac{\Delta l}{l} \dots\dots\dots(6)$$

とすれば直接弾性係數 E kg/mm² は次式で與へられる。

$$E = \frac{\text{伸張内力の強さ}}{\text{伸張歪み}} = \frac{p}{e} \left(= \frac{pl}{\Delta l} \right) \dots\dots\dots(7)$$

〔例〕 長さ 3m 直徑 40mm の鍊鐵丸棒が 12T の伸張力を受けたる時棒の伸び及び伸張歪みを求めよ。但 E=20,000 kg/mm² させよ。

(2) 式(11頁)より内力の強さ p は

$$p = \frac{12,000}{\pi \times 20^2} = 9.55 \text{ kg/mm}^2$$

$$\text{又(7)式より伸びは } \Delta l = \frac{pl}{E} = \frac{9.55 \times 3,000}{20,000} = 1.43 \text{ mm}$$

∴伸張歪みは $e = \frac{\Delta l}{l} = \frac{1.43}{3,000} = \frac{0.48}{1000}$ となる。

(ii) 横弾性係数 剪断力と剪断歪みとの関係を與へる定数を横断性係数と云ひ、通常 N 又は G で表はす。

今 q kg/mm² を剪断内力の強さ

ϕ ラヂアン を剪断歪みとすれば横弾性係数 N は

$$N = \frac{\text{剪断内力の強さ}}{\text{剪断歪み}} = \frac{q}{\phi} \text{ kg/mm}^2 \dots\dots\dots(8)$$

で與へられ、鋼に於ては N の價は大凡そ

$$N = \frac{2}{5} E \text{ 又は } N = \frac{E}{2(1+\sigma)}$$

である。 σ に就ては次節で説明する。

19 ポアッソンの比 一片の棒に伸張力を加へると其の長さが延ぶと同時に横断面は縮少する。今棒は圓形の横断面を有するものとし、最初の長さを l 、直径を d 、外力を受けた爲の歪みを $\Delta l/l$ 、 $\Delta d/d$ とする時、横の歪みと縦の歪みとの比を σ 又は $\frac{1}{m}$ で表はして、之をポアッソンの比と云ふ。即ち

$$\sigma = \frac{1}{m} = \frac{\text{横の歪み}}{\text{縦の歪み}} = \left(\frac{\Delta d}{d}\right) / \left(\frac{\Delta l}{l}\right) \dots\dots\dots(9)$$

である。 m は普通 3~4 で、多くの金屬では 4 である。

σ と K と E の間には

$$K = \frac{E}{3(1-2\sigma)} \dots\dots\dots(10)$$

の関係がある。

20 破壊強さ、許容強さ及び安全係数 材料を破壊するに必要な荷重の強さ、又はその時の内力の強さを破壊強さ又は結極の強さと云ひ、14頁第24圖では D 點に相當する荷重に對する強さが、即ち破壊強さとなる。併し機械又は構造物の各部分部分の受ける内力の強さは常に破壊強さより甚だしく小である如く設計されて居る。是はその安全を期する爲であつて、若し強さに少しの餘裕もない時には、僅かの過失によつても直ちに破壊する事は免れないからである。斯の如く實際に材料内に生じて居る所の内力の強さを、許容強さと云ひ、

$$\frac{\text{破壊強さ}}{\text{許容強さ}} = n$$

の比を安全係数と名附ける。即ち安全係数が n ならば、強さには理論上 n 倍の餘裕のある事を示して居る。此の n の價従つて許容強さは設計者が適當に定めるのであるが、許容強さは少くも弾性限界以内にとらねばならぬ。若し然らざる時は幾分か歪みが材料内に残るからいけない。(第16節)

安全係数は一定して居るものではなく、材料の種類構

造の如何によつて異らしむ可きである。即ち材料の性質が鑄物の様に不信用である時、又は之が空氣水等の影響を受けて變化する憂ひのある場合は、材料の性質が均一で且つ殆んど變化しない場合よりも大なる安全係數を用ゐなければならぬ。又材料の受ける荷重の大きさが十分に明かでないものや活荷重に對しては、死荷重を受ける部分に於けるよりも安全係數は大とす可きである。

次に死荷重より計算せる諸材料の破壊強さ、彈性限界死荷重に對する許容強さの大體の標準及び、安全係數採用範圍の一例を示そう。

表中 w = 物體 1cc の重さ (gm) 即ち比重

f_t = 伸張に關する強さ, (kg/cm²)

f_c = 壓縮に對する強さ, (kg/cm²)

f_s = 剪斷に對する強さ, (kg/cm²)

f_b = 曲げに對する強さ, (kg/cm²)

E = 直接彈性係數, (kg/cm²)

C = 橫斷性係數, (kg/cm²)

第 1 表 金屬材料の破壊強さ、彈性限界及彈性係數

材	料	比 重 w	破 壞 強 さ kg/cm ²			彈 性 限 界 kg/cm ²			彈 性 係 數 kg/cm ²	
			伸張 f_t	壓縮 f_c	剪斷 f_s	伸張 f_t	壓縮 f_c	剪斷 f_s	直 接 E	橫 斷 C
鑄	鐵	7.2	1,500	7,000	1,800	740	1,500	560	1,200,000	440,000
鑄	鐵	7.78	4,000	3,500	2,800	2,100	2,100	1,500	2,000,000	740,000
鑄	鐵	—	3,400	—	2,600	1,700	1,700	1,050	1,800,000	980,000
鑄	鐵	—	5,000	—	—	3,100	—	—	2,000,000	—
鑄	鐵	—	4,550	—	3,500	2,940	2,660	—	—	—
鑄	鐵	7.9	5,460	—	3,900	3,300	3,430	—	2,170,000	910,000
鑄	鐵	—	7,700	—	5,800	4,700	4,970	—	—	—
鑄	鐵	—	4,620	—	3,920	2,520	—	—	2,100,000	910,000
鑄	鐵	7.9	7,000	7,000	—	4,000	—	—	2,200,000	—
鑄	鐵	7.95	8,400	—	—	5,600	5,600	4,500	2,100,000	840,000
鑄	鐵	—	15,000	—	—	8,000	—	—	2,200,000	—
鑄	鐵	—	5,600	—	—	4,200	—	—	2,080,000	—
鑄	鐵	8.9	2,200	—	—	3,900	2,800	2,100	1,050,000	392,000
鑄	鐵	—	3,800	—	—	1,200	—	—	1,300,000	—
鑄	鐵	8.1	2,300	920	—	600	—	—	800,000	—
鑄	鐵	8.7	1,900	—	—	430	—	290	950,000	—
鑄	鐵	8.6	3,100	—	2,400	1,000	—	800	980,000	370,000

Unwin, Machine Design, 1922, I, pp 50-51.

(1) A. Weickert, Festigkeitslehre, 1926, s. 25

第2表 死荷重に對する許容内強さ kg/cm^2 にて

材 料	伸 張 f_t	壓 縮 f_c	剪 斷 f_s	曲 げ f_b	振 り f_a
鑄 鋼	300	850	300	420~560	300~400
鍊 鐵	1,000	1,000	800	1,000	500
軟 鋼	900~1,200	900~1,200	700~900	900~1,200	560~840
鑄 鋼	1,200~1,500	1,200~1,500	900~1,200	1,200~1,500	840~1,100
銅 鑄 物	560~840	840~1,100	500~840	700~1,000	500~840
磷 青 銅	700	—	500	—	300
砲 金	300	—	—	—	—
真 鍍	200	—	—	—	—

Unwin, Machine Design, 1922, I. pp 54.

- 注意 1. 同一方向に作用しながら其の大きさを變ずる所の活荷重に對しては許容内力強さは上表の價の $2/3$ に取る
 2. 同一の大きさを以て交互に反對の方向に作用する所の活荷重に對しては許容内力強さは上表の $1/3$ を取る
 3. 右2列に掲げたる曲げ、及び振りに對する許容強さに就ては後章に於て説明する。

第3表 木材の強さ kg/cm^2 にて

材 料	比 重 w	破 壊 強 さ			彈性係數 E	中 田 不 二 應 用 力 學 表 は 平 均 値 を 示 す
		伸 張 f_t	壓 縮 f_c	剪 斷 f_s		
杉	0.385	450	400	60	700	
檜	0.465	570	520	70	900	
樺 <small>サハラ</small>	0.34	280	340	45	600	
樺 <small>モミ</small>	0.43	500	440	65	950	
松	0.53	570	510	80	980	
栗	0.50	600	350	70	800	
樫	1.00	1,200	510	120	—	
樺 <small>ケヤキ</small>	0.62	870	520	110	840	
桐	0.30	280	370	—	—	
マホガニー	0.51~0.85	1,500	560	—	—	
オーク	0.88	1,000	600	—	—	
チーク	0.80	800	840	—	—	

第4表 石材其他の破壊強さ kg/cm^2 にて

材 料	比重 w	伸 張 f_t	壓 縮 f_c	材 料	比重 w	f_c
安 山 岩	2.45	—	500~1,300	煉 瓦	2.00	170
花 崗 岩	2.62	46	1,200	セ メ ン ト	1.28	350
凝 灰 岩	1.80	—	100~450	モ ル 1 : 1	—	240
革 調 べ	—	200~460	—	ル 1 : 2	—	210
木 綿 調 べ	—	350~700	—	タ 1 : 3	—	180
麻 繩 帶	—	460~1,200	—	ル 1 : 4	—	100
				コ ン ク リ ー ト		
				1.2~3.5~6	2.25	250

注意 モルタル 1:2の如く示せるは容量に於てセメント1砂2の割合に混合せるを示す
 コンクリート 1:2~3:5~6は容量に於てセメント1砂2~3砂利5~6の意味である

第5表 安全係數の表

材 料	荷 重 の 種 類		
	死 荷 重	活 荷 重	衝 撃
鑄鐵其他脆い合金類	4	6~10	10~15
鍊鐵及び軟鐵	3	5~8	9~12
鑄 鋼	3.5	5~8	10~15
木 材	6	8~12	12~20
石 材 及 煉 瓦 類	10	15~20	—

田 中 不 二 應 用 力 學

第 III 章 單純なる内力を受ける材料

21 單純なる内力 一物體が單に剪斷内力だけか又は直接内力(第14節)だけを受けて居る時、此の物體は單純なる内力を受けて居ると云ふ。以下斯の如き材料の設計に就て簡単に説明しよう。

22 抗張材 單に伸張力のみを受ける物體を抗張材と云ふ。抗張材に於ては伸張内力の強さは II-(2)式より

$$P = \frac{P}{A} \quad \text{但 } P \text{ は伸張外力の大きさ}$$

A は抗張材の横斷面積

で現はされる。而して抗張材が充分なる強さを有する爲には此の p の價が材料の許容伸張内力の強さより小でなければならぬ。依て許容伸張内力の強さを f_t とすれば

$$f_t = p = \frac{P}{A} \quad \text{又は} \quad A = \frac{P}{f_t} \dots\dots\dots (1)$$

を得る。是れ抗張材設計の公式で此の式より求められたる A の價は横斷面積として使用し得べき最小の値を示すものである事に注意して居なければならぬ。

例 1 $P=19,000\text{kg}$ の死荷重を受ける鍊鐵製抗張材の横斷面積を求め

よ。但許容張さを $1,000 \text{ kg/cm}^2$ とす。

$$(1) \text{ 式より横斷面積 } A = \frac{P}{f_t} = 19\text{cm}^2$$

横斷面を正方形とすれば其の一邊の長さは

$$a = \sqrt{19} = 4.36\text{cm} \text{ 故に } 44\text{mm} \text{ とする}$$

若し圓形横斷面ならば直徑 d は

$$\frac{\pi}{4} d^2 = 19 \quad \therefore d = \sqrt{19 \frac{4}{\pi}} = 4.92\text{cm} \text{ 故に } d = 50\text{mm} \text{ とする。}$$

例 2 $f_t = 7.5\text{kg/mm}^2$ なる許容伸張強さを有する抗張材の斷面が、 $15\text{mm} \times 24\text{mm}$ の矩形なる時、その受け得べき伸張外力を求めよ。

$$\text{横斷面積 } A = 15 \times 24 = 360\text{mm}^2$$

$$\text{外力の大きさ } P = A \cdot f_t = 360 \times 7.5 = 2,700\text{kg}$$

即受け得べき張力は $2,700\text{kg}$ 以下でなければならぬ。

23 抗壓材 壓縮力を受ける材料を抗壓材と云ひ抗壓材は更に之を短柱と長柱とに分ける。短柱とは其の長さが横斷面の大きさに比して比較的短かい抗壓材で、之に反して長さが横斷面の割合に長いものが長柱である。長柱と短柱とでは計算法が異り、長柱の設計は面倒であるから之は後に述べる事とし次に短柱の設計を説明しよう。

24 短柱の設計 短柱では壓縮内力の強さは II-(3)式より

$$P = \frac{P}{A} \quad \text{但 } P = \text{壓縮力の大きさ}$$

$A = \text{短柱の横斷面積}$

である。短柱の許容内力の強さを f_c とする時は、前節と同様の理由によつて

$$f_c = p = \frac{P}{A} \quad \text{又は} \quad A = \frac{P}{f_c} \dots\dots\dots(2)$$

でなければならぬ。斯様に抗張材と短柱とは設計公式は全く同様である。

例 3 $P=500\text{kg}$ の衝撃力を受ける短柱を設計せよ。但し材料は松材とす。

第3表より松材の壓縮に對する破壊強さは 510kg/cm^2 である。木材が衝撃力を受ける時の安全係数は第5表より $12\sim 20$ であるから、今之を 17 とすれば、此の場合の許容内強の強さ $f_c = \frac{510}{17} = 30\text{kg/cm}^2$ となる。故に

$$A = \frac{P}{f_c} = \frac{500}{30} = 16.7\text{cm}^2$$

横断面を圓とすれば、直径 d は

$$d = \sqrt{16.7 \times \frac{4}{\pi}} = 4.65\text{cm} \quad \text{故に } 47\text{mm} \text{ 以上とする。}$$

之は抗壓材が衝撃力を受ける時の一例であるが、抗張材に於ても、其れが衝撃力をうける時は之と同様に計算しなければならない。

25 鉄 鋸は鐵板の継ぎ合はせに用ゐるが、之の受ける内力は殆んど剪斷内力である。即ち第25圖の如く Q なる力で上下の鐵板が引張られる時は、鋸は AB 面内に剪

斷内力を生じ、若し外力が非常に大である時は AB 面から剪斷されて第26圖のようになる。此の時の剪斷内力の平均強さは

$$q_{\text{mean}} = Q/A \dots\dots\dots(3)$$

(A は横斷面積)なる事は既にII-(4)式に示した。

併し此の場合内力の分布は平等でなく、其の強さは第27圖の曲線 ABC の様に變化し、

圓形断面では剪斷内力の最大の強さ q_{max} は

$$q_{\text{max}} = \frac{4}{3} q_{\text{mean}} \dots\dots\dots(4)$$

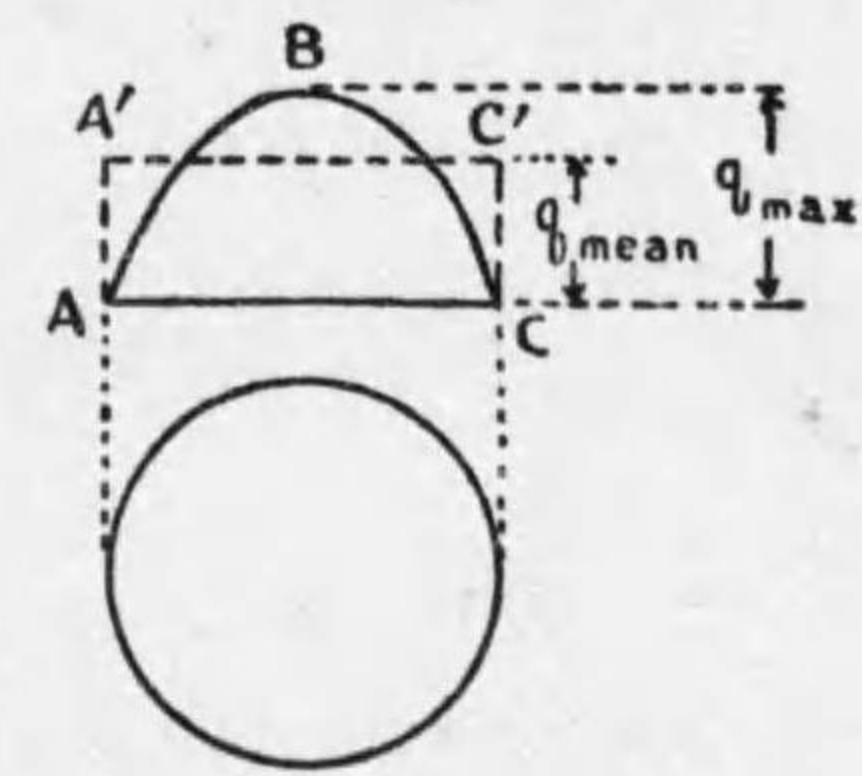
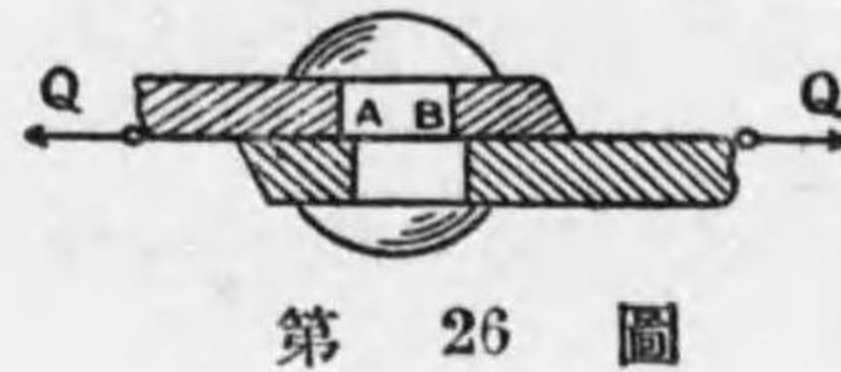
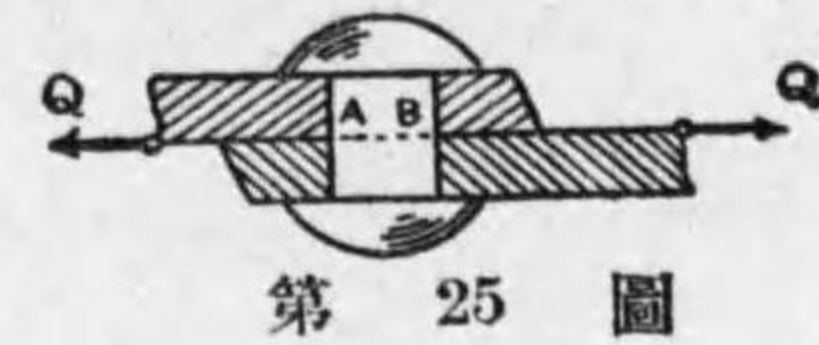
なる關係がある。故に f_s を許容剪斷内力の強さとする時は鋸の設計式は

$$f_s = q_{\text{max}} = \frac{4}{3} \frac{Q}{A} \quad \therefore A = \frac{4}{3} \frac{Q}{f_s} \dots\dots\dots(5)$$

を用ふ可きで $A = Q/f_s$ とする事は出来ぬ。若し横断面が矩形の時は

$$q_{\text{max}} = \frac{3}{2} q_{\text{mean}} \quad \therefore A = \frac{3}{2} \frac{Q}{f_s} \dots\dots\dots(6)$$

なる關係がある。



面積 $ABC = \text{面積 } AA'C'C$
第 27 圖

例 4 第25圖に於て $Q_1=2,000\text{kg}$ を受ける 2 枚の鉄板を 3 本の鉄にて
 繼ぐ場合鉄の直径を求めよ。但し鉄材の許容剪断内力の強さは
 $f_s=700\text{kg/cm}^2$ とする。

1 本の鉄の受ける剪断力 $Q = \frac{Q_1}{3} = \frac{2000}{3}\text{kg}$

(5) 式より $\frac{\pi}{4}d^2 = \frac{4}{3} \frac{Q}{f_s} = \frac{4}{3} \frac{2000}{3 \times 700} = 1.27\text{cm}^2$

$\therefore d = \sqrt{1.27 \times \frac{4}{\pi}} = 1.27\text{cm} \therefore 13\text{mm}$ とする。

例 5 許容剪断内力の強さ $f_s=15\text{kg/cm}^2$ を有する椋材の横断面が
 $10\text{cm} \times 15\text{cm}$ の矩形である時は、何程の剪断力に耐え得るか。

(6) 式より

$$Q = \frac{2}{3} A f_s$$

$$= \frac{2}{3} \times 10 \times 15 \times 15 = 1,500 \text{ kg}$$

第 IV 章 梁の剪断力及び曲げモーメント

26 梁及び曲がり 一本の棒材が外力（荷重及び反力を含む）の作用を受けて居る時は、之を梁と云ふ。外力の作用線が棒の軸線に傾斜して居る時は、此軸線方向の分力は、壓縮又は伸張力として働き（第28圖 P_x ）、軸線に直角なる分力（ P_y ）は撓み又は曲がりと稱する歪みを起させる。



第 28 圖

多くの場合梁は水平に置かれ外力は重量である。故に梁を水平に外力を垂直に考へるが便利である。

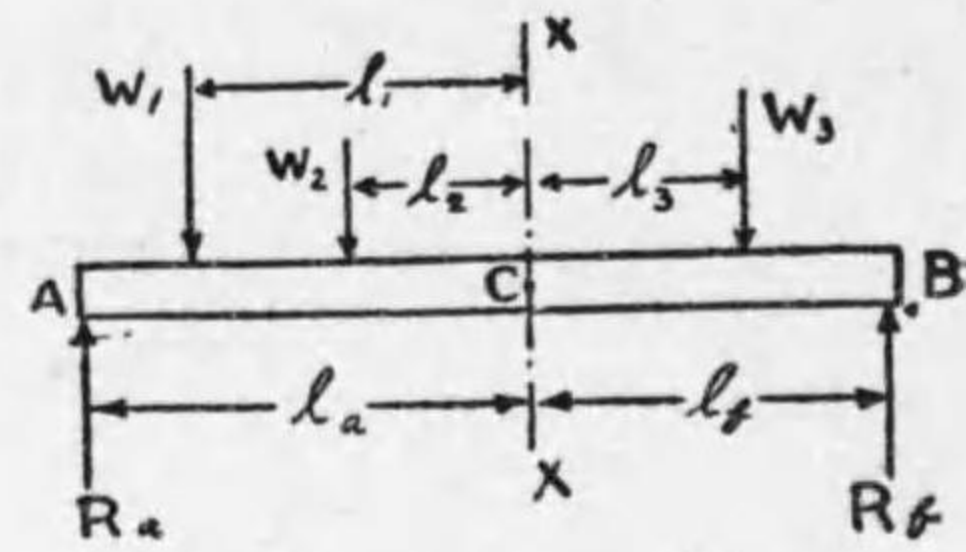
27 梁の剪断力及び曲げモーメント 第29圖は梁 AB が 3 個の重量 W_1, W_2, W_3 と 2 個の反力 R_a, R_b と、即ち合計 5 個の外力を受けて居る場合である。今此の棒が釣り合ひにある爲の條件を考へて見れば（第10節参照）、今の場合外力の水平分力に無いから、垂直分力を考ふれば

(i) $\sum Y = 0$ なるを要する。即

$$R_a + R_b - W_1 - W_2 - W_3 = 0 \dots\dots\dots(1)$$

(ii) は外力のモーメントの代数和が zero 即前に示せ

る $\Sigma Ph=0$ でなければならぬ。依つて今任意の横斷平面 XX 上の一 點 C に對する諸外力のモーメントの代數和を取れば



第 29 圖

$$W_1 l_1 + W_2 l_2 - R_a l_a - W_3 l_3 + R_b l_b = 0 \dots\dots(2)$$

を得る。今假想斷面 XX にて梁を左右 2 部分に分てば、

$$(1) \text{ 式より } R_a - W_1 - W_2 = -(R_b - W_3) \dots\dots(3)$$

$$(2) \text{ 式より } W_1 l_1 + W_2 l_2 - R_a l_a = W_3 l_3 - R_b l_b \dots\dots(4)$$

が得られる。

剪斷力 (3) 式に於ける左邊の値は斷面 XX に於て、AC 片が BC 片に及ぼす剪斷力、右邊の値は BC 片が AC 片に及ぼす剪斷力で、値は等しい。斯の如きを梁の XX 面に於ける剪斷力と云ふ。即ち或る斷面に於ける剪斷力とは、其の面の何れか一方側に在る垂直力の代數和であると云ふ事が出来る。

曲げモーメント 又(4)式左邊の値は斷面 XX に於て AC が BC に及ぼすモーメント、右邊の値は BC が AC に及ぼすモーメントで、之を斷面 XX に於ける曲げモーメントと云ふ。然らば梁の任意の斷面に於ける曲げモーメント

トとは、其の面より何れか一方にある外力の其の面に關するモーメントの代數和で表はされる。

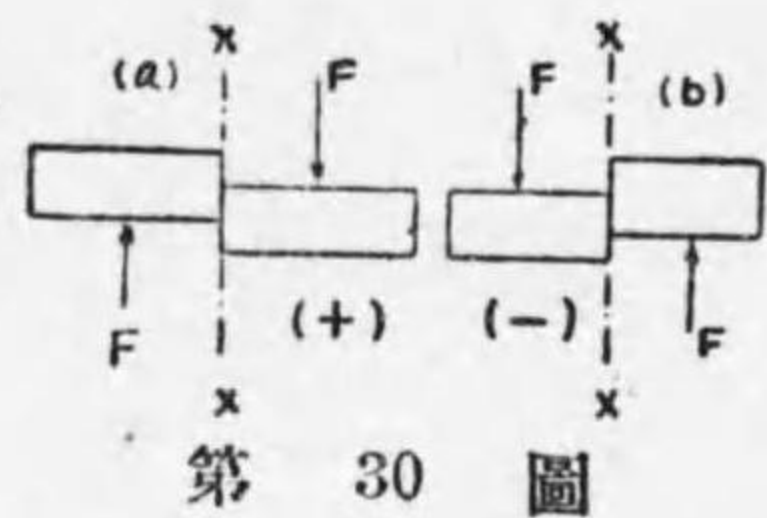
28 剪斷力及び曲げモーメントの圖示 一般に剪斷力 (SF)⁽¹⁾ 及び曲げモーメント (BM)⁽²⁾ は梁の各斷面に於て其の大きさは異なる。梁の各斷面上の是等の値は前節に示せる (3) 又は (4) 式で計算して求める事が出来るが、梁の全長に互つて是等の値が如何様に變化して居るかを見るには、之を線圖に表はすが最も便利である。依つて ox 軸に梁の長さ、oy 軸に SF 又は BM の大きさを取つて作れる線圖を、夫々剪斷力線圖 (SFD)⁽³⁾ 及び曲げモーメント線圖 (BMD)⁽⁴⁾ と云ふ。次に基本となるべき數種の SFD 及び BMD を示そう。

29 SF 及び BM の正負 斷面 XX に於ける SF に就ては、第 30-(a) 圖の様な場合と同 (b) 圖の様な場合とがある。よつて (a) の如く働く SF を正、(b) の如きを負と定める。又 BM に於ては、此の M の爲に梁を第 31-(a) 圖の様に曲げようとするものと、反對のものとの

(1) SF は Shearing Force (剪斷力) の略。 (2) BM は Bending Moment (曲げモーメント) の略。 (3) SFD は Shearing Force Diagram (剪斷力線圖) の略。 (4) BMD は Bending Moment Diagram (曲げモーメント線圖) の略で是等の略字は一般に使用されて居るから、本書に於ても以下此の略字を使用する。

分ける事が出来る。同一梁に斯の如き2種類のBMある時は、(a)の如きを正、

(b)の如きを負のBMと約束する。



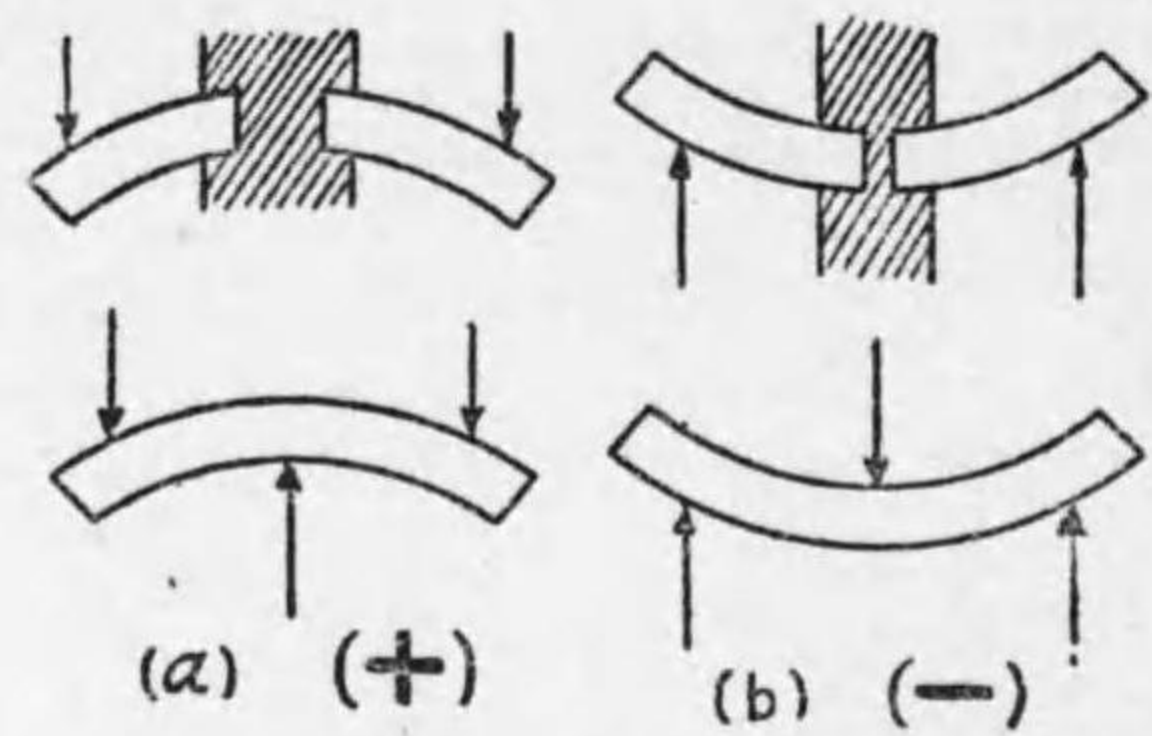
第 30 圖

此の正負の定め方は何れを正とするも全く任意のもので、互に反対の作用をするSF及BMの代数和を求める時の便の爲に定めたのである。故に同一梁内に単に一種類のSF又はBMのみが存在する場合(例へば以下数節に述べる片持梁の場合)には、正負は考へないでもよい。

荷重即ち外力は下方に向ふものを正、上方に向ふものを負に、xは左より右に測る時に正號を使用する事さしよう。これも斯く定めなければならぬと云ふのではない。

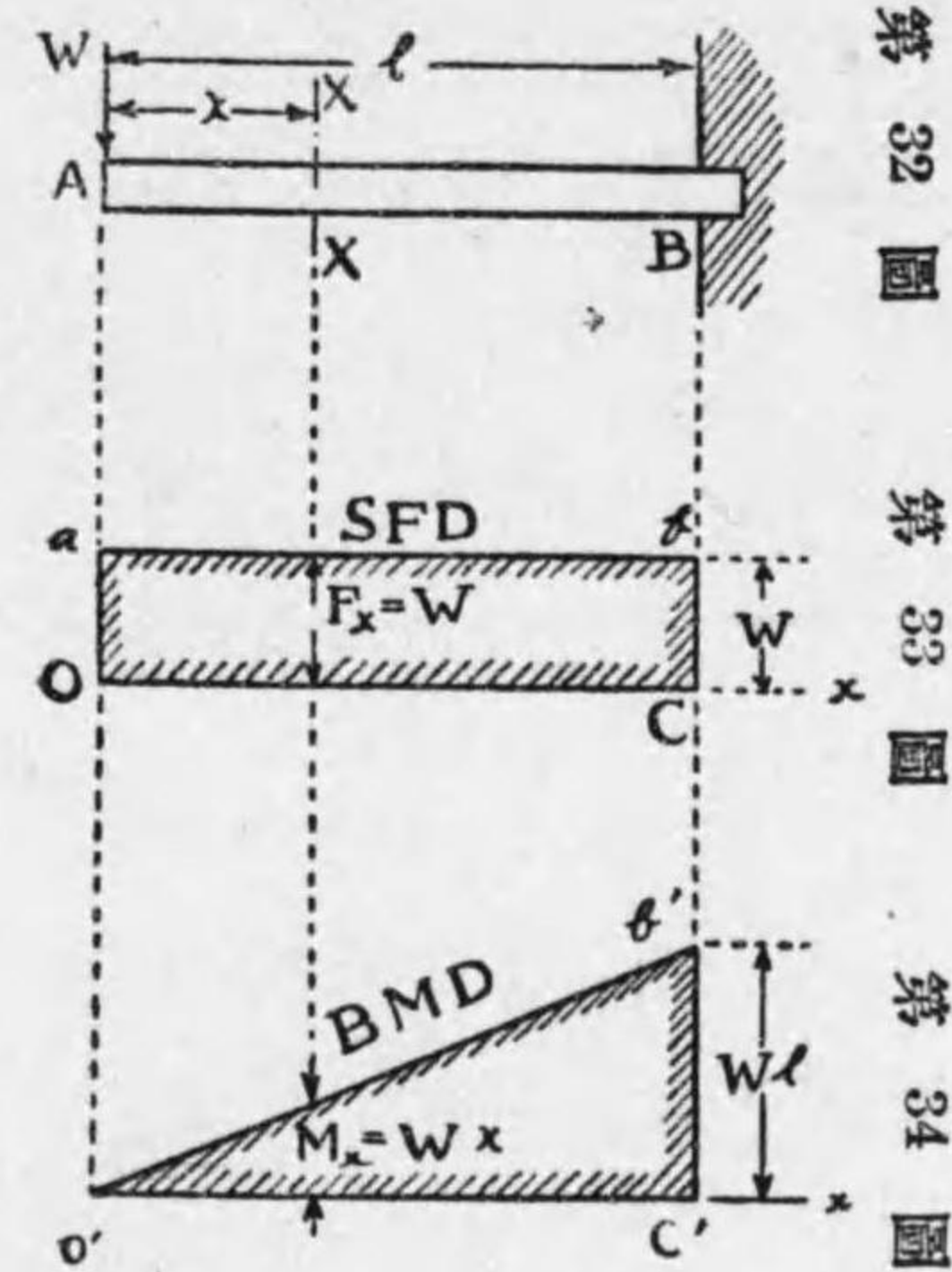
30 自由端に集中荷重を有する片持梁 第32圖に示せる如き一端を固着した梁が片持梁で、此の端Bを固着端固着せざる方の端Aを自由端と云ふ。又或る大きさの荷重が一點に作用すると假想した時之を集中荷重と云ふ。

第32圖の場合のSFD及びBMDを求めよう。今自由端Aを原點として是より任意の断面XXまでの距離をxとし、此の面内に於けるSFを F_x 、BMを M_x で表はす



第 31 圖

(以下常に此の方法及び符號を使用する)。



第 32 圖 SF: F_x は第20節の定義により $F_x = W$ (5) で、即ちxが如何に變化するとも F_x の値は常に一定でWに等しい。故にSFDは短形oabcで示され其の高さはW、幅は梁の長さlである。

第 34 圖 BM: M_x も第27節の定義に依れば $M_x = Wx$ (6) となる。(6)式より M_x はxの價に比例して變化する事は明で、自由端Aに於けるBM M_A は(6)式の $x=0$ 、又固着端に於けるBM M_B は $x=l$ と置けば求められる。即ち

$$M_A = W \times 0 = 0, \quad M_B = Wl$$

依てBMDは第34圖の $\triangle o'b'c'$ で表はされる。

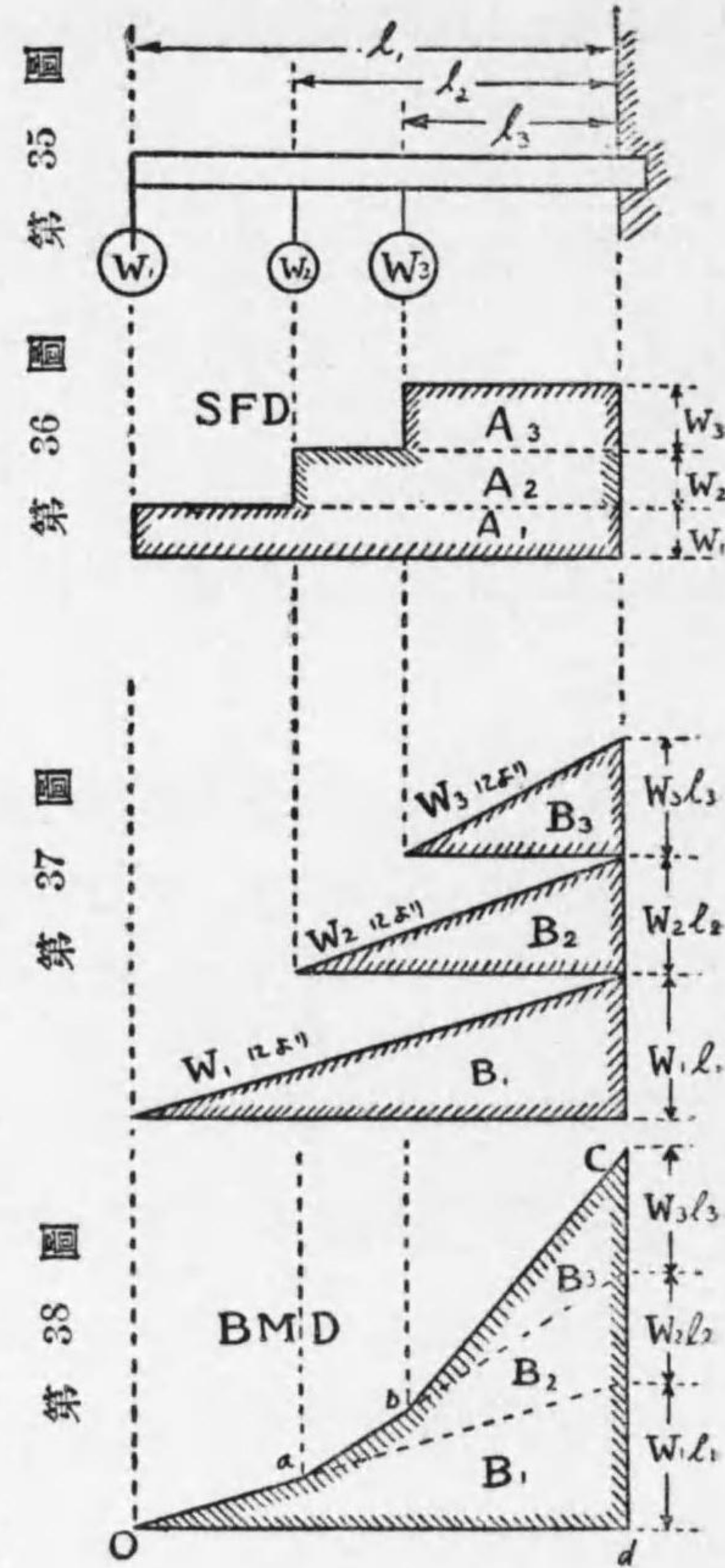
31 數個の集中荷重を負へる片持梁 梁が2個以上の荷重を負ふ時の線圖は、各荷重が單獨に働いて居る場合の線圖を作つて、是等を線圖的に加へ合はせれば良い。

第35圖の如き片持梁に就ての SFD 及び BMD の求め方は次の通りである。

SFD 荷重 W_1 による SFD は矩形 A_1 で示され W_2 は長さ l_2 の片持梁の自由端に懸けられて居ると考ふれば、 W_2 による SFD は矩形 A_2 で、 W_3 に就ても同様に SFD は A_3 となる。故に第36圖に示す如く是等の和を取つた階段形の線圖が最後の SFD を表はす。此の圖より SF は固着端に向ひ階段状に増し、固着端では

$$SF = W_1 + W_2 + W_3 \text{ なるを知る。}$$

BMD W_1, W_2, W_3 を各單獨に考ふれば、夫々の荷重に對する BMD は、第37圖の $\triangle B_1, \triangle B_2$ 及び $\triangle B_3$ の3つの三角形で現はされる。第38圖は是等の三角形を加へたも

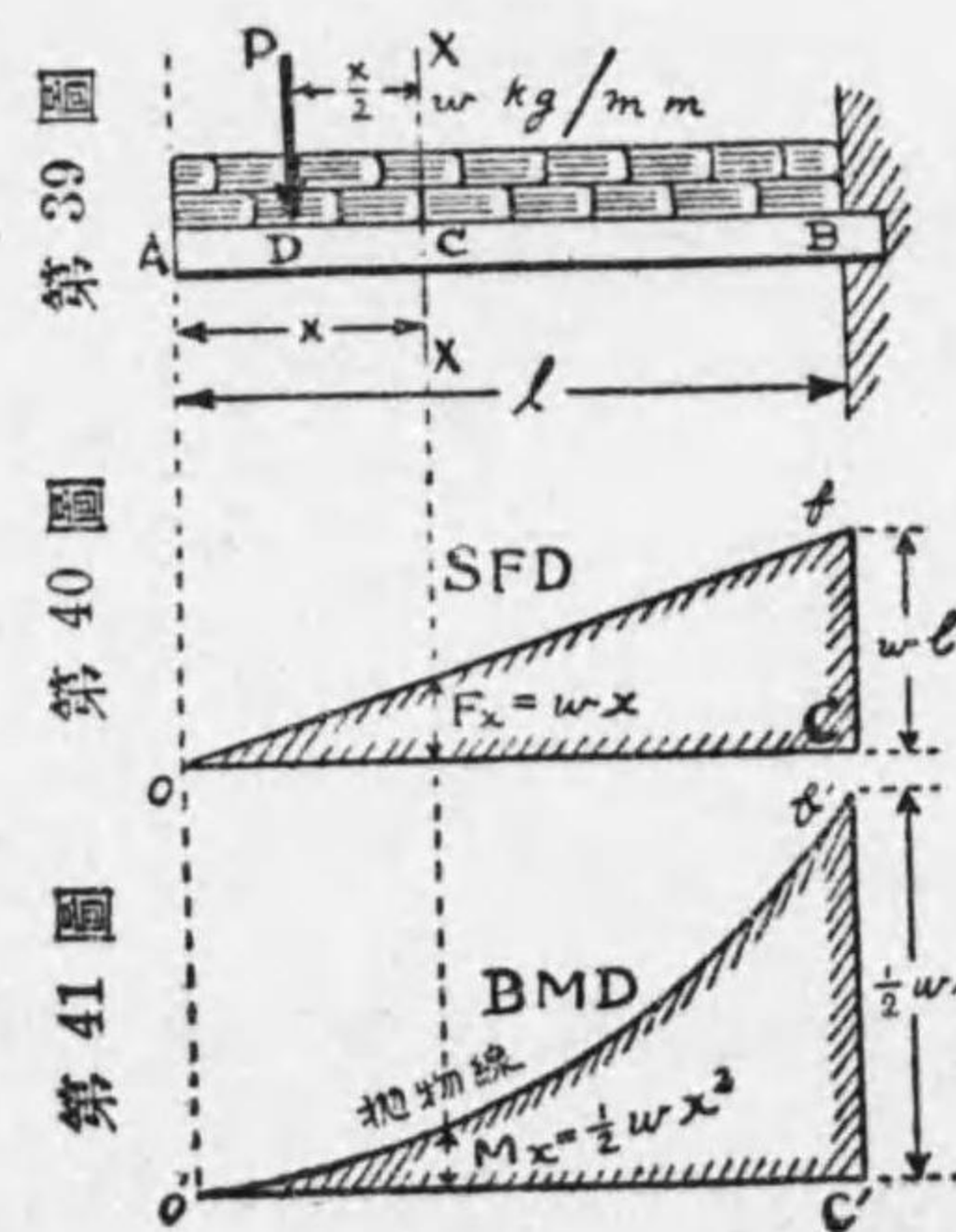


ので、此の多角形 oabcd が求むる BMD である。固着端では $BM = W_1 l_1 + W_2 l_2 + W_3 l_3$ なる事圖の通りである。

32 等布荷重を負へる片持梁 梁の單位長さ上の荷重の大きさが、梁の何れの點に於ても同一なる時は之を等布荷重と云ふ。依て等布荷重は單位長さ上何程の重さと云ふ様に表はし、一般的には w/unit length, 代數的には w kg/m, w kg/cm 等と書く。

第39圖は等布荷重を負へる片持梁であるが、之を極く概略に考へる時は、多數の w kg の集中荷重が 1mm 間隔を保つて梁の全長に懸つて居るとも考へられる。然らば前節の W_1, W_2, W_3 等が皆 w に等しく、此の w は割合ひに小さく其の數が非常に多い場合になるから、SFDの階

段は細かくて數を増す。實際の等布荷重の場合は、此の刻みが無限に小さくなつた場合であるから階段は遂に傾斜せる一直線に近寄り SFDは三角形になる。BMDに於ても同様で、折線 oabc は滑らかな曲線となるので



ある。次に之を數學的に求めて見よう。

SFD: 断面 XX に於ける SF は第27節の定義により AC 間の全荷重に等しきを以て $F_x = wx \dots \dots \dots (7)$

故に自由端では $x=0$ とすれば $F_A = 0$

又固着端では $x=l$ であるから $F_B = wl$

となり此の間は直線的に変化するから SFD は三角形となる (第40圖)。

BMD: 第27節の定義に随へば、断面 XX に於ける BM は AC 間の各荷重の XX 面に關するモーメントの代數和に等しい。然るに靜力學の定理に依れば、此のモーメントの總和は、各荷重の合成力のモーメントに等しい。故に AC 間の等布荷重の代りに、一つの集中荷重即合成力 P を考へればよい。而して此の P は大さは $P = wx$

で、其の作用點 D は AC の中點なる事は明である。依て AC 間の等布荷重による BM, M_x は

$$M_x = P \times \overline{DC} = wx \times \frac{x}{2} = \frac{1}{2} wx^2 \dots \dots \dots (8)$$

自由端では $x=0 \therefore M_A = 0$

固着端では $x=l \therefore M_B = \frac{1}{2} wl^2$

となる。(8) 式は拋物線と稱する曲線 $o'b'$ を表はす方程式で BMD は第41圖の如くなる。

33 梁間の中央に集中荷重を有する支へ梁 兩端を支へられた梁が支へ梁で、兩支柱間の距離を梁間と云ふ。片持梁に在りては、任意の断面から自由端の方にある部分に働く外力は、總て荷重だけであつたから、SF 及 BM を考へる場合に別に反力を考へる必要は起らなかつたけれども、支へ梁では必ず支柱の及ぼす反力も外力の内に加はつて來るから (第10, 27節)、先づ反力を求めなければならぬ。

第42圖の場合には集中荷重 W は梁間の中央にあるから反力は何れも $\frac{1}{2}W$ なる事は明である。此の例の如き

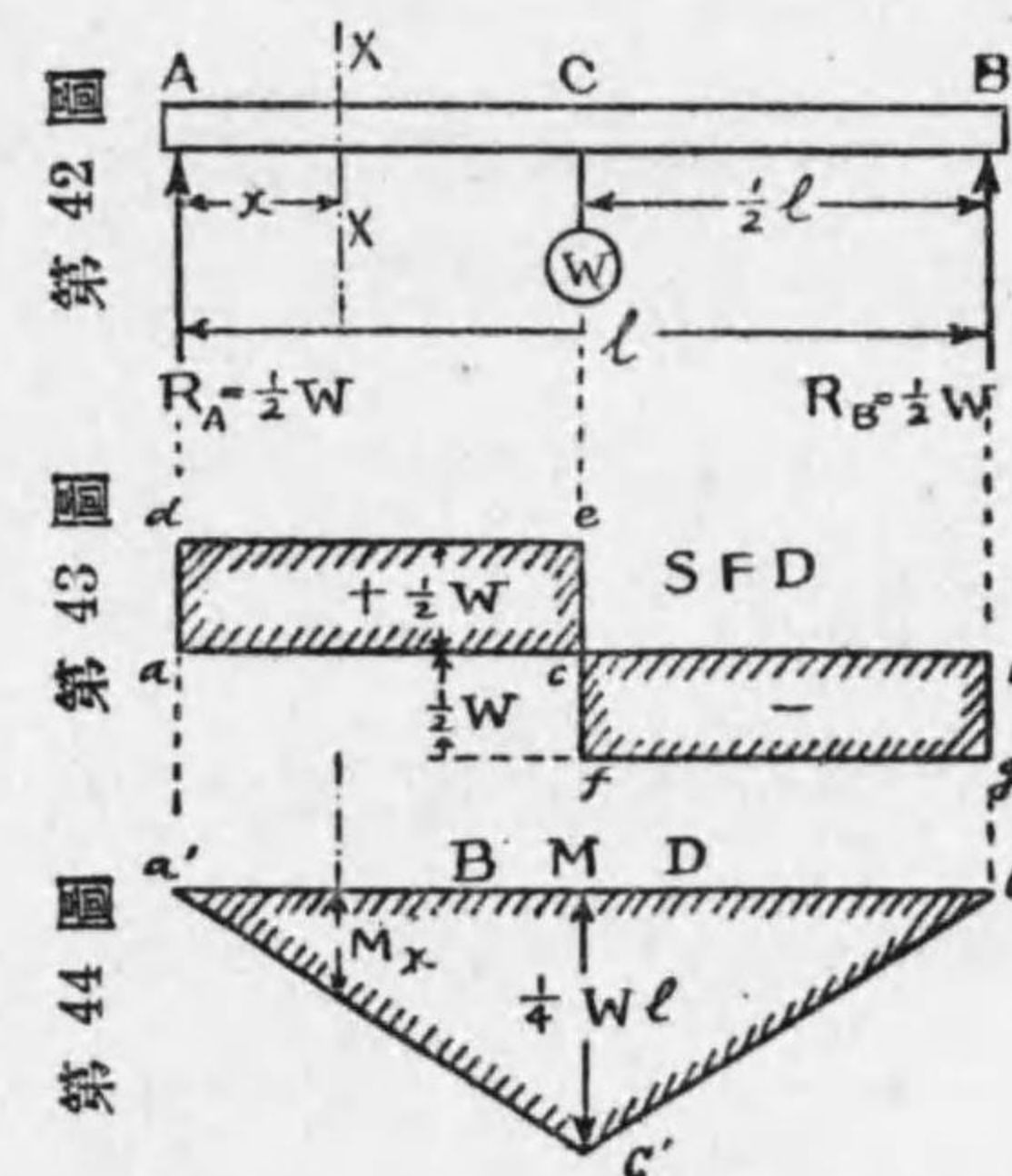
場合に SF 及 BM を求めるには、梁を AC 及 BC の2部分に分ちて考へるが便利である。

SFD: 先づ AC 間の任意の断面 XX に就て考へれば

$$F_x = R_A = \frac{1}{2}W \dots (9)$$

で符號は第29節の規約により

正とする。BC 間に於ける SF は、B を原點として左方



に距離 x を取れば、上の場合と同様に $F_x = R_A = \frac{1}{2}W$ となり符號は負である。よつて SFD は第43圖の如く 2 個の矩形より成り、各矩形の面積は等しい。

BMD: AC 間では $M_x = -R_A x = -\frac{1}{2}Wx \dots (10)$

で、之も約束によりリマイナスの符號をつける。

A 點に於ては $x=0 \therefore M_A=0$

C 點に於ては $x=\frac{1}{2}l \therefore M_C = -\frac{1}{2}W \times \frac{1}{2}l = -\frac{1}{4}Wl$

BC 間に於ても同様に $M_B=0, M_C = -\frac{1}{4}Wl$ を得る。

是等の M_A, M_B, M_C の價を用ゐて BMD を描けば第 44 圖の如く $\Delta a' b' c'$ が出来る。圖から明なる如く、兩端を支へたる梁に在りては、常に兩支點上では $BM=0$ で、集中荷重の懸けられたる點では BM は極大となる。

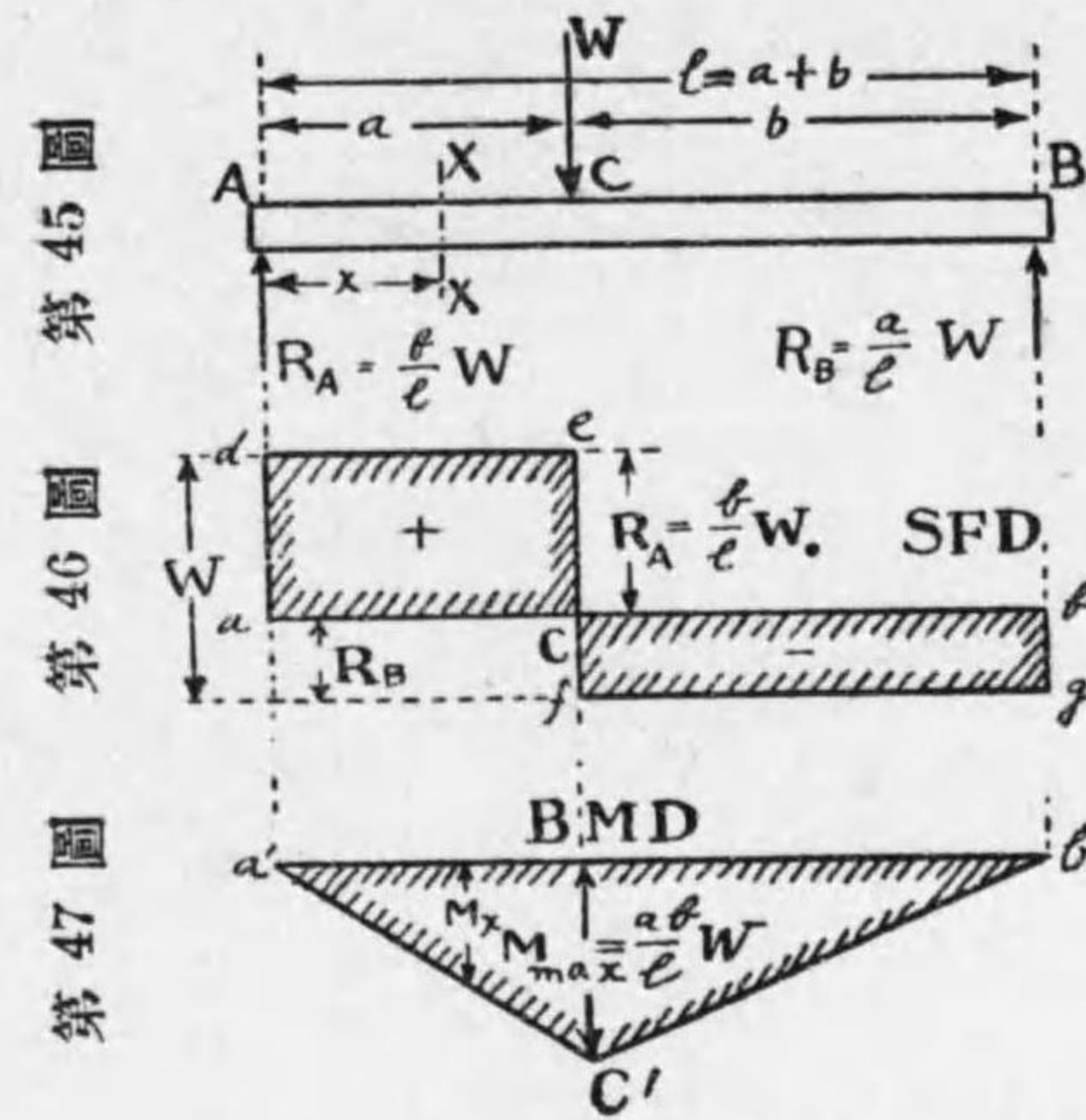
34 任意の點に集中荷重一個を有する支へ梁 本例に於ては、集中荷重の作用點 C は梁間の中央でない場合であるが解法は前節の場合と全く同様である。

即ち先づ反力は第13圖の例に示す如く $R_A = \frac{b}{l}W, R_B = \frac{a}{l}W$ となるから、前節の (9) (10) 式を應用すれば

$$F_x = R_A = \frac{b}{l}W \dots (11)$$

$$M_x = -R_A x = -\frac{b}{l}Wx \dots (12)$$

$$M_A = M_B = 0$$



$$M_C = -\frac{b}{l}W \cdot a = -\frac{ab}{l}W$$

SFD は左の矩形は高さが大、右の矩形は高さが小となるが兩者の面積は等しい。BMD は

三角形となり、集中荷重のかゝれる點に於て價が極大で三角形の頂點 c' で表はされる。

35 2 個以上の集中荷重を負へる支へ梁 支へ梁が 2 個以上の集中荷重を負へる場合も、第 31 節(31頁)の例と同様に夫々の荷重による SFD なり BMD を作つて、最後に是等の線圖を合成すれば宜しい。併し支へ梁の場合には次の方法も便利である。

例へば第 48 圖に示す如く集中荷重が 2 個の場合は、先づ 4 つの力 W_1, W_2, R_A 及び R_B の平衡條件より R_A, R_B の値を求めて置く。

SFD 基準線 ab を引き次の條件によつて a_1, c_1 等(第 49 圖)の各點の位置を求め線圖を作る。即ち

a_1 點: $aa_1 = R_A, aa_1 \perp ab$

c_1 點: $a_1c_1 = AC, a_1c_1 // ab$

e_2 點: $c_1e_2 = W_1, c_1e_2 \perp ab$

d 點: $c_2d = CD, c_2d // ab$

d_1 點: $dd_1 = W_2, dd_1 \perp ab$

b_1 點: $d_1b_1 = DB, d_1b_1 // ab$

然る時は $bb_1 = R_B$ となる。

かくして第 49 圖の如き SFD が得られる。

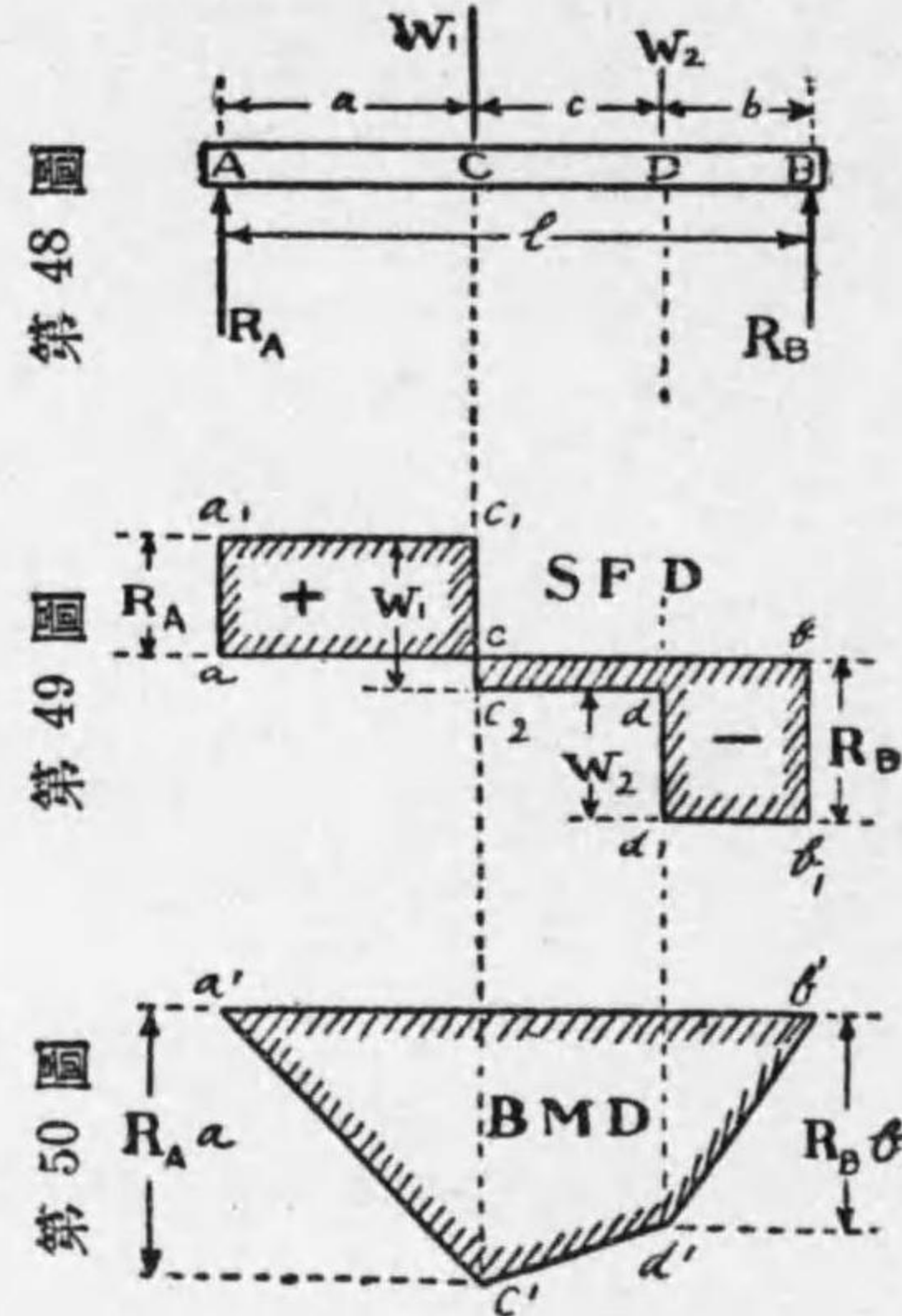
BMD 既に R_A, R_B の價

は求められて居るから、第 27 節の定義 (28 頁) に随つて梁の各點の BM の價は計算が出来る。併し集中荷重の場合には、荷重の懸つて居る點の BM だけを見出して圖上に記し、之を直線で結べばよい。即 C, D 點の BM は夫々

$$M_C = R_A a, M_D = R_B b$$

であつて之は第 50 圖の c', d' 點に相等する。故に BMD は 4 邊形 $a'b'd'e'$ の様になる。

36 全長に敷布荷重を負へる支へ梁 梁の全長に互つて平等に廣がれる $w/\text{unit length}$ の荷重 (第 32 節参照) がある時は、反力は $R_A = R_B = \frac{1}{2}wl$ である。



SFD F_x は外力 R_A と AD 間の荷重の代数和であるから

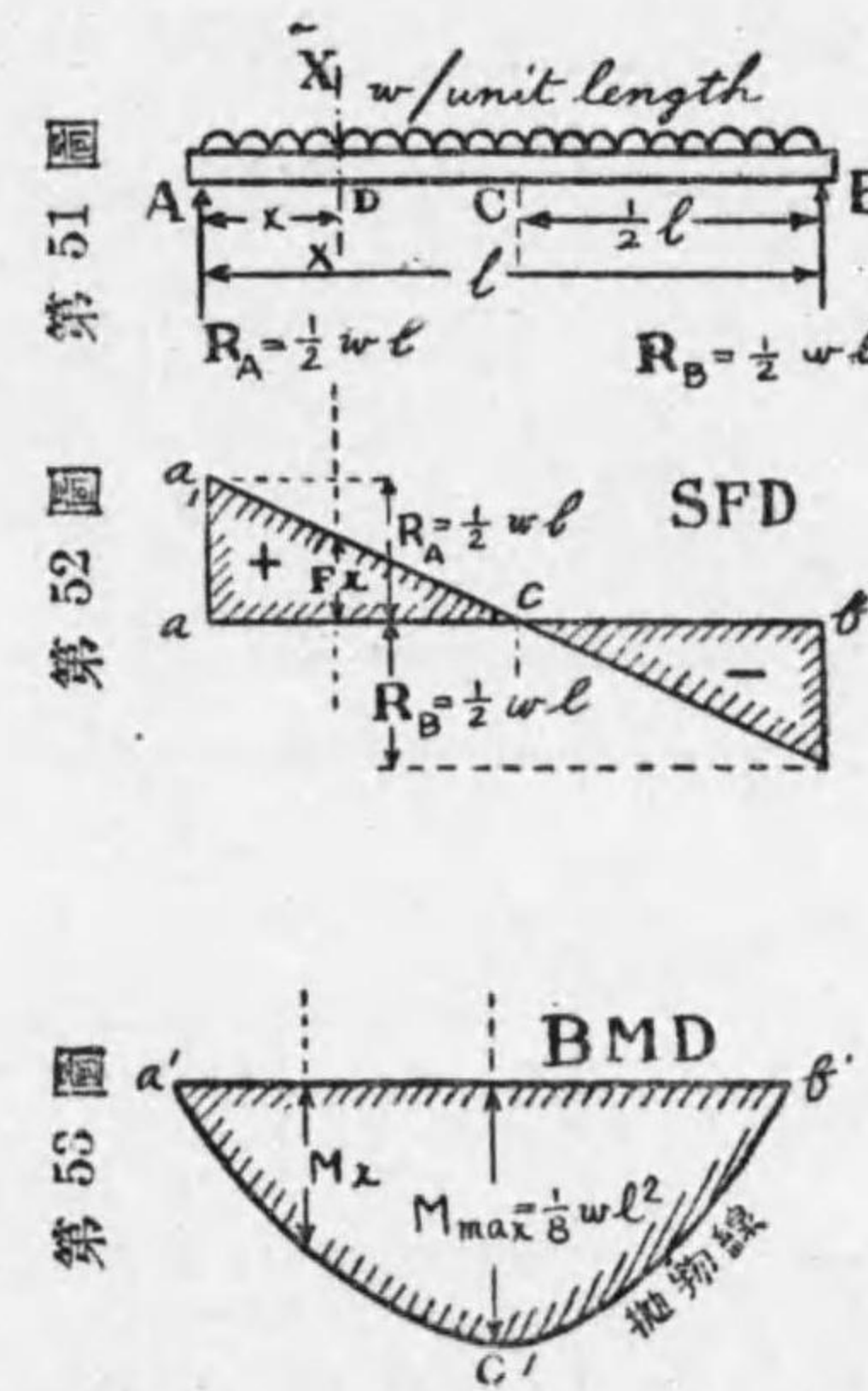
$$F_x = R_A - wx = w\left(\frac{1}{2}l - x\right) \dots\dots\dots(13)$$

A 断面では $x=0 \therefore F_A = \frac{1}{2}wl$

B 断面では $x=l \therefore F_B = -\frac{1}{2}wl$

而して SF は AB 間は直線的に變化をするから AB の中點 C では $SF=0$ となる事は明であるが、(13) 式をゼロに等しと置いて x を求むれば $x = \frac{1}{2}l$ が求められる。

BMD 反力 R_A の断面 XX に及ぼすモーメントは $R_A x$ で、之は、梁を XX 面で固着したと考ふる時は第 31 圖



(b) の如く梁を曲げようとするから負號をつけ、AD 間の荷重による BM は

$$\frac{1}{2}wx^2 \text{ (第 32 節) 之は梁を第 31 圖(a) の如く曲げようとするから正である。依て}$$

$$M_x = -R_A x + \frac{1}{2}wx^2$$

$$= -\frac{wx}{2}(l-x) \dots(14)$$

此の式は第 53 圖 $a'e'b'$ の如き拋物線と稱する曲線

を示す方程式である。 x の價が變化すると M_x の値も變

化するが、 x が如何なる價の時に M_x が極大になるかと云ふと、それは $x = \frac{1}{2}l$ の時である事は數學上求められる。而して其の時の M_x の價 M_{max} は (14) 式の x の代りに $\frac{1}{2}l$ を用ふれば

$$M_{max} = -\frac{1}{2}w \cdot \frac{1}{2}l(l - \frac{1}{2}l) = -\frac{1}{8}wl^2$$

となり、BMD の d' 點で示される。

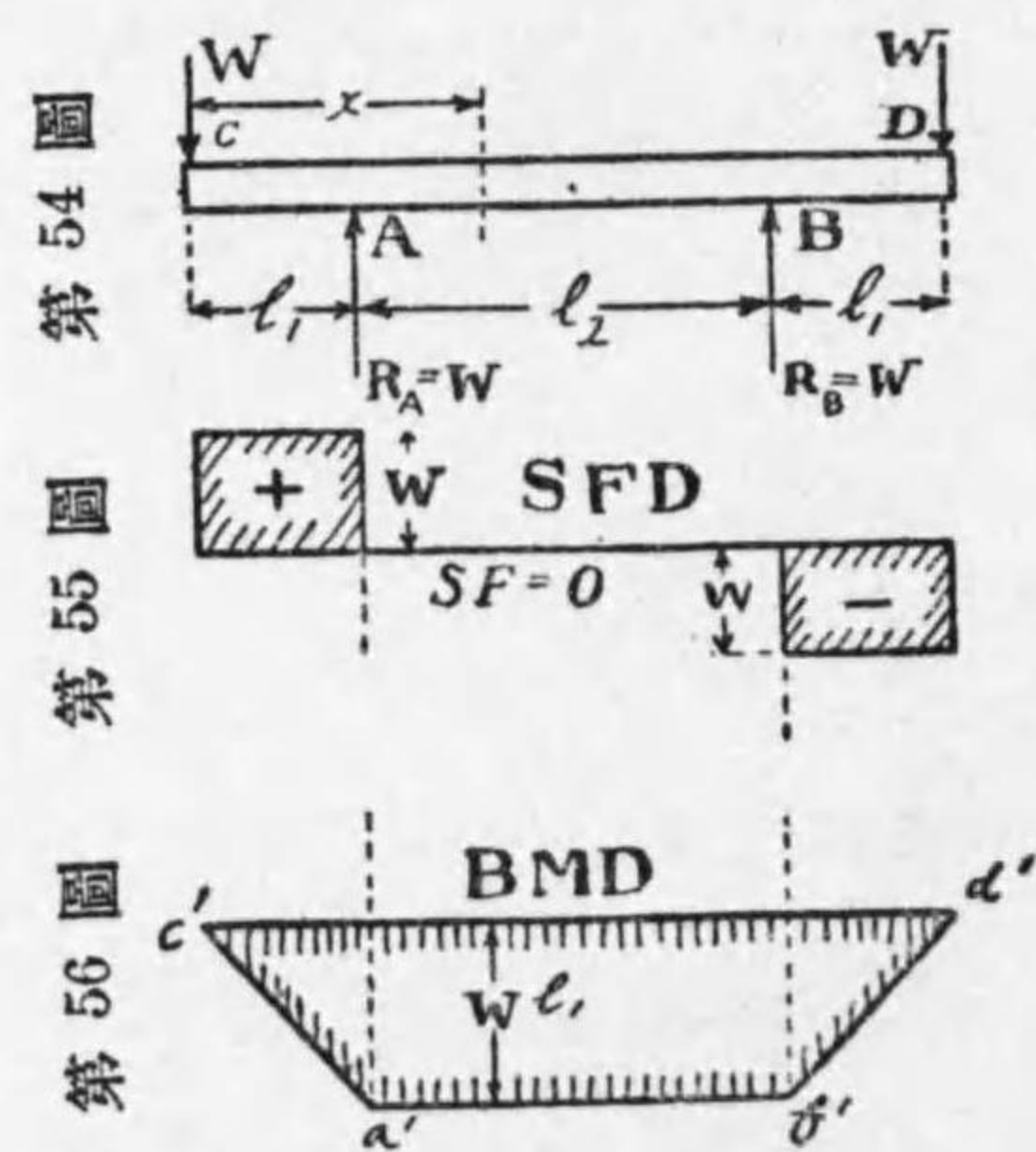
37 集中荷重を有する張出し梁 一個の支へ梁の支柱外にも荷重を有するものを張出し梁と云ふ (兩支柱間に荷重があつても無くても)。今迄の兩端を支へた梁では支柱上では常に $BM=0$ であつたが、此の場合にはそうではない。第 54 圖は張出し梁の一例で鐵道車輛の車軸に出て來る型である。此の場合本章の始めに述べたる SF の定義に従へば

CA 間では $+SF=W$,

BD 間では $-SF=W$

なる事は明で AB 間では $SF=W-R_A=0$ となる。

BM を求めるにも CA, AB, BD の 3 部分に分けて考へればよい。



CA 間では $M_x = -Wx$, $\therefore M_A = -Al_1$

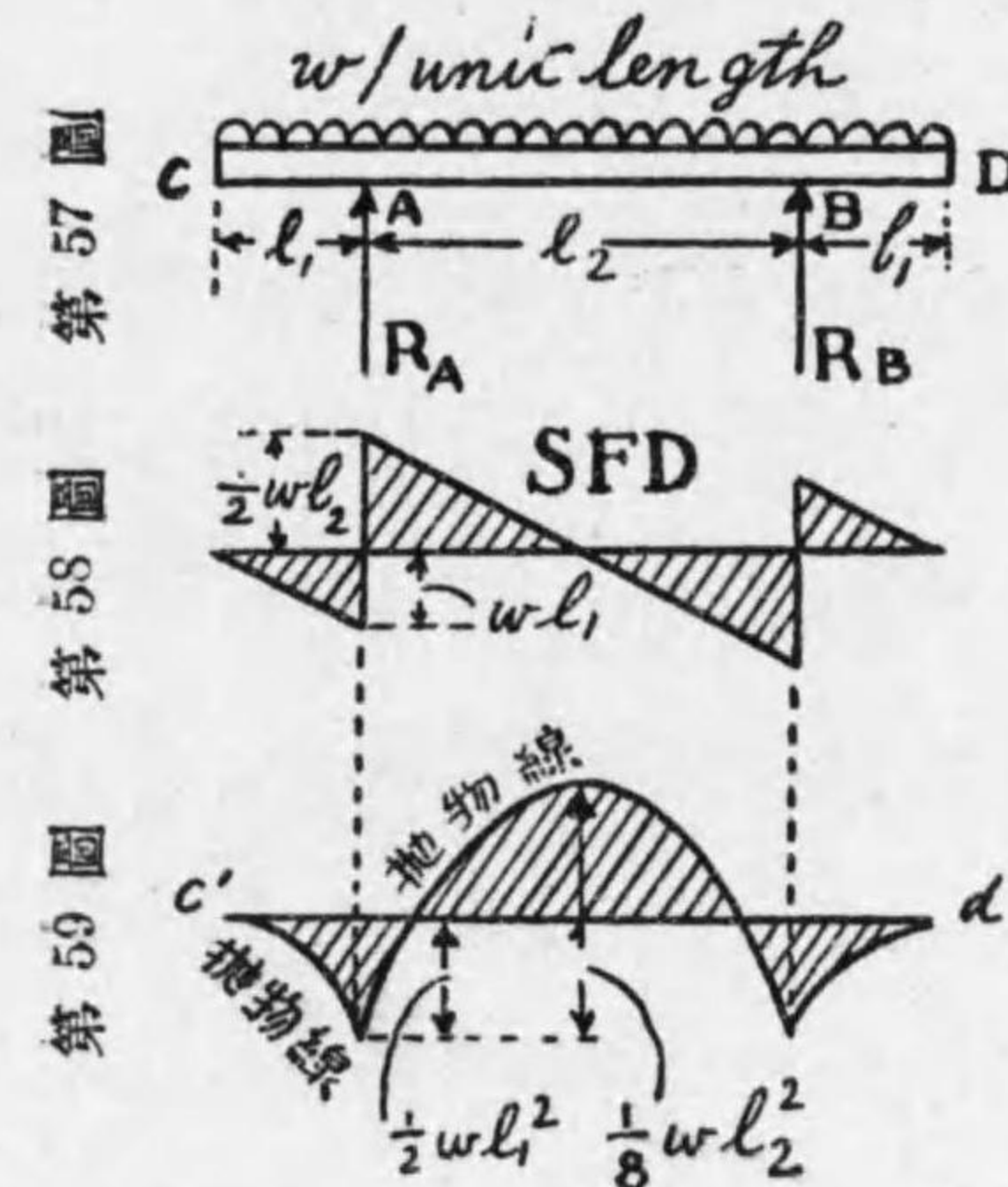
AB 間では C 點を原點に取れば

$$M_x = -Wx + R_A(x - l_1) = -Wl_1 \quad (\because R_A = W)$$

で之れは x の如何に拘はらず一定である。従て BMD は第 56 圖の通りになる。

38 等布荷重を有する張出し梁 第 57 圖の如く張出し梁が等布荷重を負ふ

時の SF 及び BM の變化は少々複雑に見えるが、梁を CA, AB, BD の 3 部分に分ちて考へて、等布荷重を負へる場合の例を参考にすれば、SFD, BMD 等は直ちに求める事が出来る



求め方に大して變つた所もないから、此處には之を省いて學生の練習に供する事とし、大體の結果だけを次に示して置く。先づ反力 R_A と R_B とは相等しきは當然で

$$R_A = R_B = \frac{1}{2}w(2l_1 + l_2) = wl_1 + \frac{1}{2}wl_2$$

CA 間は片持梁と同様、AB 間は第 36 節の支へ梁と同様

で、第 51 圖の支へ梁 (39頁) の兩端に第 39 圖の片持梁 (33頁) を付け足した様なものである。尙主要部分の SF の値、BM の値を第 32, 第 56 節の場合に比較すれば大いに興味がある。即ち

支柱上部は片持梁の固着端と同様に $BM = \frac{wl_1^2}{2} \dots (a)$,

梁間の中央では拋物線の高さは支へ梁の時の様に $\frac{wl_2^2}{8}$

である。併し此の部分の實際の BM の大きさは

$$\frac{wl_2^2}{8} - \frac{wl_1^2}{2} \dots (b)$$

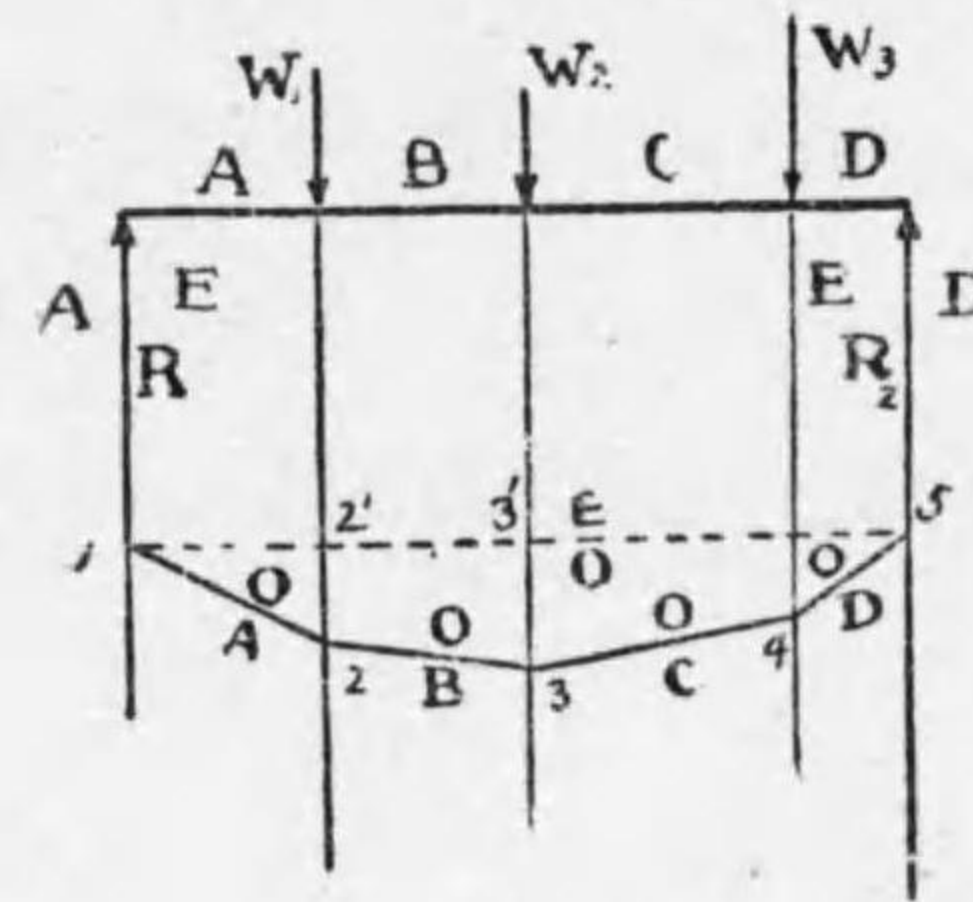
である事に注意をしなければならぬ。而して第 59 圖から判る様に、支柱の上部及び梁間の中央に於て BM は極大値を取るが、此の 2 つの内の何れが、より大であるかと云ふ事は (a) (b) 兩式を比較して見れば分る。此の際 l_2 が小さくなれば (b) 式の値が小さくなる。即ち兩支柱間の距離が狭くなる時は中央の拋物線の高さは低くなり、遂には此の頂點が基準線 $c'd'$ よりも下に在る場合も起るのである。

39 SFD 及び BMD の圖式解法 集中荷重が 2 個以上の場合の SF 及び BM の求め方は、既に第 35 節 (37頁) に述べた所であるが、一般に 3 個以上にたると甚だ煩雜面倒になつて來る。此の様な時に圖式解法を使用すれば

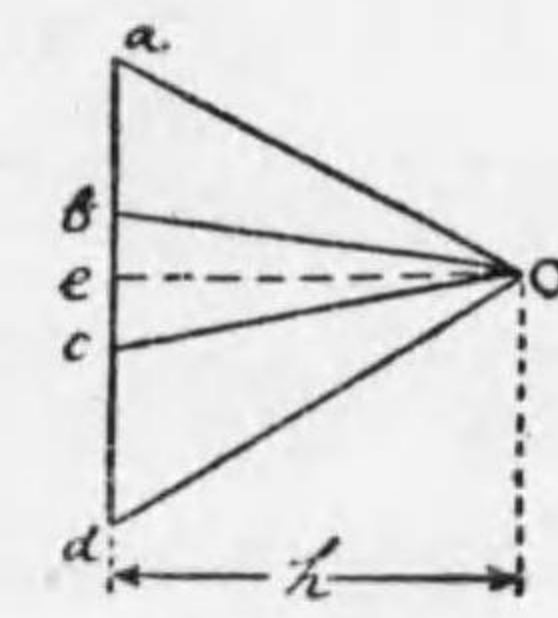
常非に簡單且つ誤算も少いから、次に之を述べよう。

先づ第 60 圖の様な集中荷重を負へる支へ梁があるとす。此の時次の様な記號及び手續きによつて第 61 圖及第 60 圖の多角形を描く。

(i) R_1 と W_1 の間の空間を A, W_1 と W_2 の間の空間を B, W_2 と W_3 との間の空間を C 等とする。而して第 61 圖の ab は空間 A, B の間の力即ち W_1 , 長さ bc は空間 B, C の間の力即ち W_2 等を示す。



第 60 圖



第 61 圖

(ii) 第 61 圖に於て、 W_1, W_2, W_3 に平行に是等の力を夫々 ab, bc, cd で表はす時は、

ad は $W_1 + W_2 + W_3$ を示す。今任意に一點 0 (之を極と云ふ) を取り、夫々 0 と a, b, c, d 點を結ぶ。

(iii) 次に第 60 圖の荷重の作用線を延長しておいて、空間 A に於て $OA // oa$, 空間 B に於て $OB // ob$ 等の如く作圖すれば 1-2-3-4-5 なる折線が出来るから、最後に

1-5 を結び之を OE と名付ける。再び第 61 圖に戻つて oc を OE に平行に引く。これで作圖を終る。

反力 此の結果第 61 圖の ac は、空間 A, E の間の力即ち反力 R_1 を示し、同様に ed は反力 R_2 を表はす。

SFM 反力が判れば第 35 節の方法^(38頁)によつて SFD を作る事が出来る。

BMD 第 60 圖の多角形 1-2-3-4-5-1 は直ちに BMD を表はすもので、此の際 1-5 が基準となるのであるが、此の線は水平線であつても或は傾斜せる線であつても差支なく、何れにしても荷重 W_1 のかゝれる断面に於ける BM の値は、BMD の垂直深さ 2-2', W_2 のかゝれる断面では 3-3' で表はされる。其の數值的の大きさは、

若し極距離が h cm で、

長さ l cm を以て力 p kg を示し、

又 l cm の長さで梁の q cm を表はすものとすれば、

BMD の深さ l cm は pqh cm-kg を表はす。

即ち BMD の深さ d cm の所では、BM の大きさは $dpqh$ cm-kg と云ふ事になる。

梁が等布荷重、例へば 7 kg/cm の如き荷重を負ふ時は、第 32 節^(33頁)で説明した如く 1 cm 間隔を置いて

7 kg の集中荷重がかゝつて居ると考へて上の方法を行へば、上の場合と同様に圖式的に解答を求める事が出来る。但し此の場合出来上つた BMD は多くの直線よりなる多角形の形となるが、實際の BMD は此の多角形に内接する所の滑らかな曲線で表はされる。

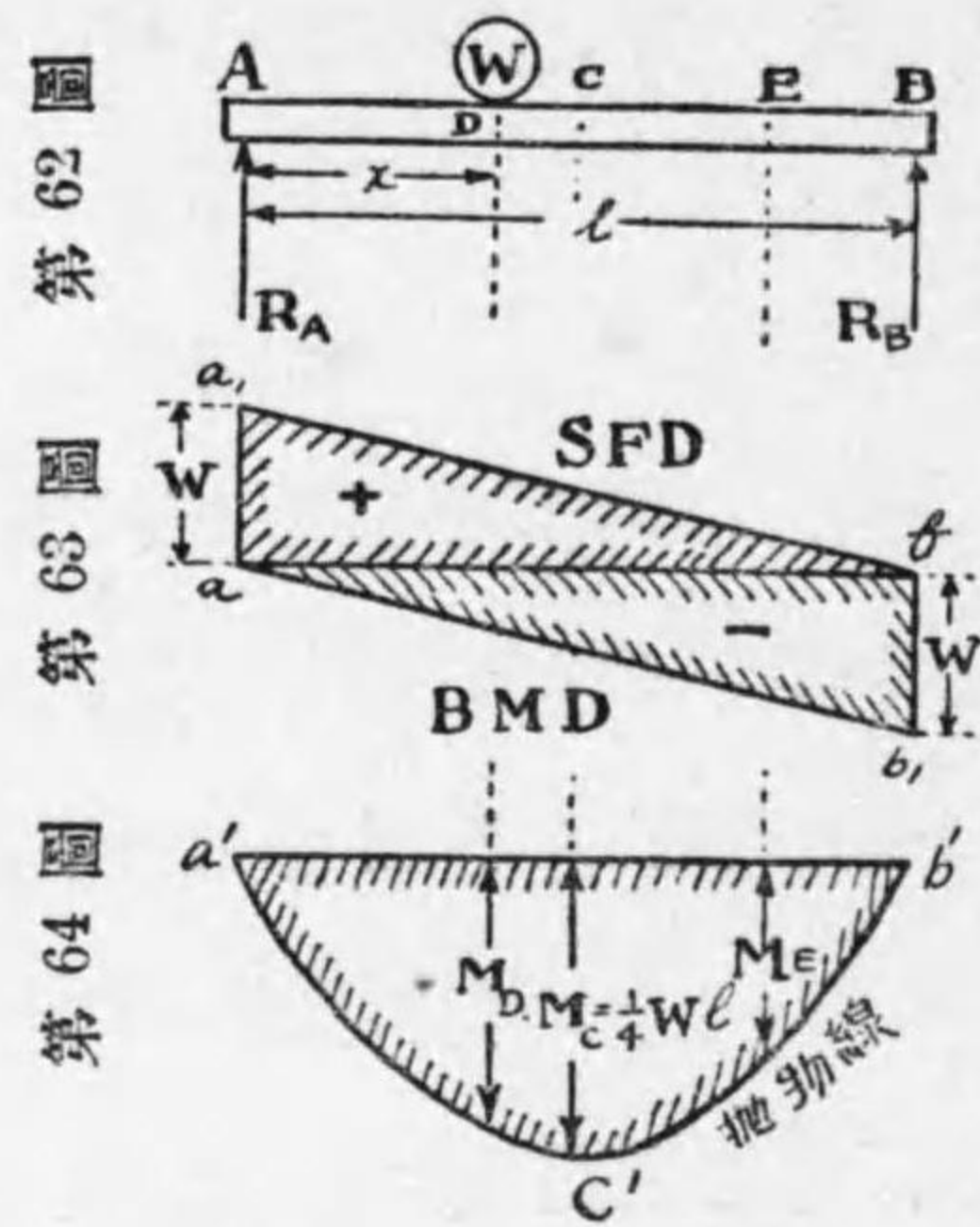
40 SF と BM との関係 以上の多くの例の示す如く SF が一定の部分即ち SFD に於て SF の變化が基準線に平行なる部分 (第 30, 31, 33, 34, 35, 37 節) では、BM は直線變化をなし、若し SF が直線變化をなす場合 (第 32, 36, 38 節) は、BM の變化は拋物線で表はされる。次に SF が基準線と交叉して符號を變化する點 (第 33, 34, 35, 36, 38 節) では MB は極大又は極小値を取る。是等 2 つの關係の數學的證明は略す事とするが、何れも重要な關係で、特に第 2 の關係には注意を拂はなければならぬ。

41 一個の移動荷重 荷重が梁の上を移動する時之を移動荷重と云ふ。第 62 圖で W は移動荷重であるが、 W が梁間上の任意の點にある時の BM 及 SF は第 34 節^(36頁)に示す通りである。 W が移動すれば正及負の SF はその値に變化を生ずるが、是等は常に R_A 及 R_B の値に等しい。然るに R_A, R_B は距離 x に比例して變化するもので

あるから、+SF の変化は $a_1 b$, -SF の変化は ab_1 (第 63 圖) の如くなる。

次に一個の集中荷重ある場合の BMD は既に第 44, 47 圖(35,37頁)に示せる如く、最大 BM は集中荷重のかかれる断面内に起り、其の

値は同圖 c' で與へられる。移動する荷重がある時の梁の最大の BM 変化は、第 47 圖 c' 點の軌跡で示され、即第 64 圖の拋物線 $a'c'b'$ で表はれる。



注意 (i) 第 63 圖に示せる SFD は、荷重 W が移動する場合に +SF 及 -SF は夫々如何に變化するかを示すものであつて、別個の荷重によつて +SF と -SF が同時に生ずることを意味ではないから、+と-の部分を合成して、結極の SFD は第 65 圖の如くなることは不可である。此の場合には任意の断面に於ける SF としては、正負に拘はらず其の絶対値の大なる方を取るべきであるから、強ひて合成をするを云ふならば第 66 圖の如く表はさなければならぬ。



第 65 圖

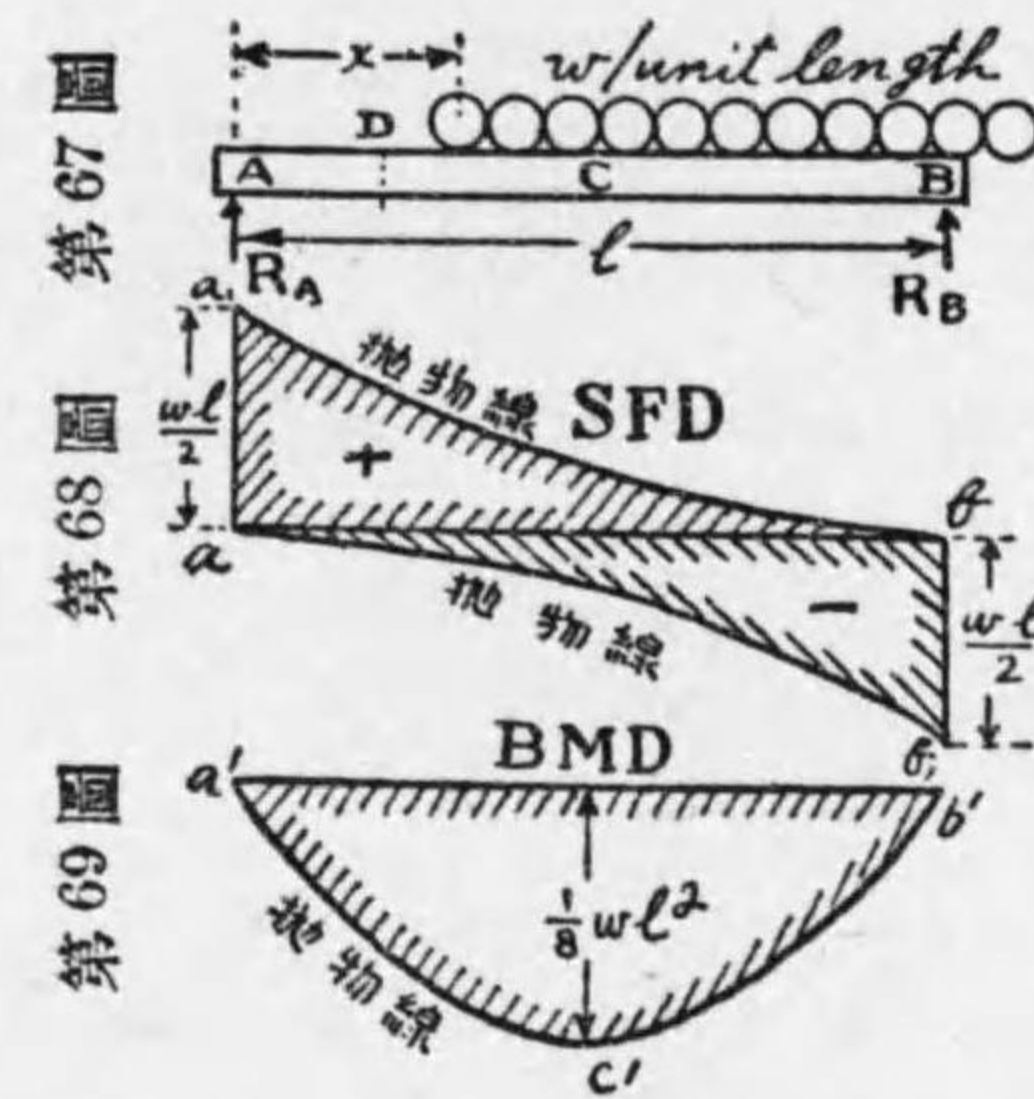


第 66 圖

(ii) 第 64 圖の BMD は荷重が任意の位置にある時の最大 BM の變化を示すもので、集中荷重に対しては荷重の懸れる断面に於て BM は最大

であるから、 W が C, D, E 等にある時の最大 BM は夫々 M_C, M_D, M_E 等で表はされる。

42 等布移動荷重 第 67 圖の如く、支へ梁が單位長さにつき w の割合の等布荷重を負ひ、之が移動する



場合を考へる。

+SF の最大値は常に R_A に等しく

$$R_A = \frac{w}{2l}(l-x)^2$$

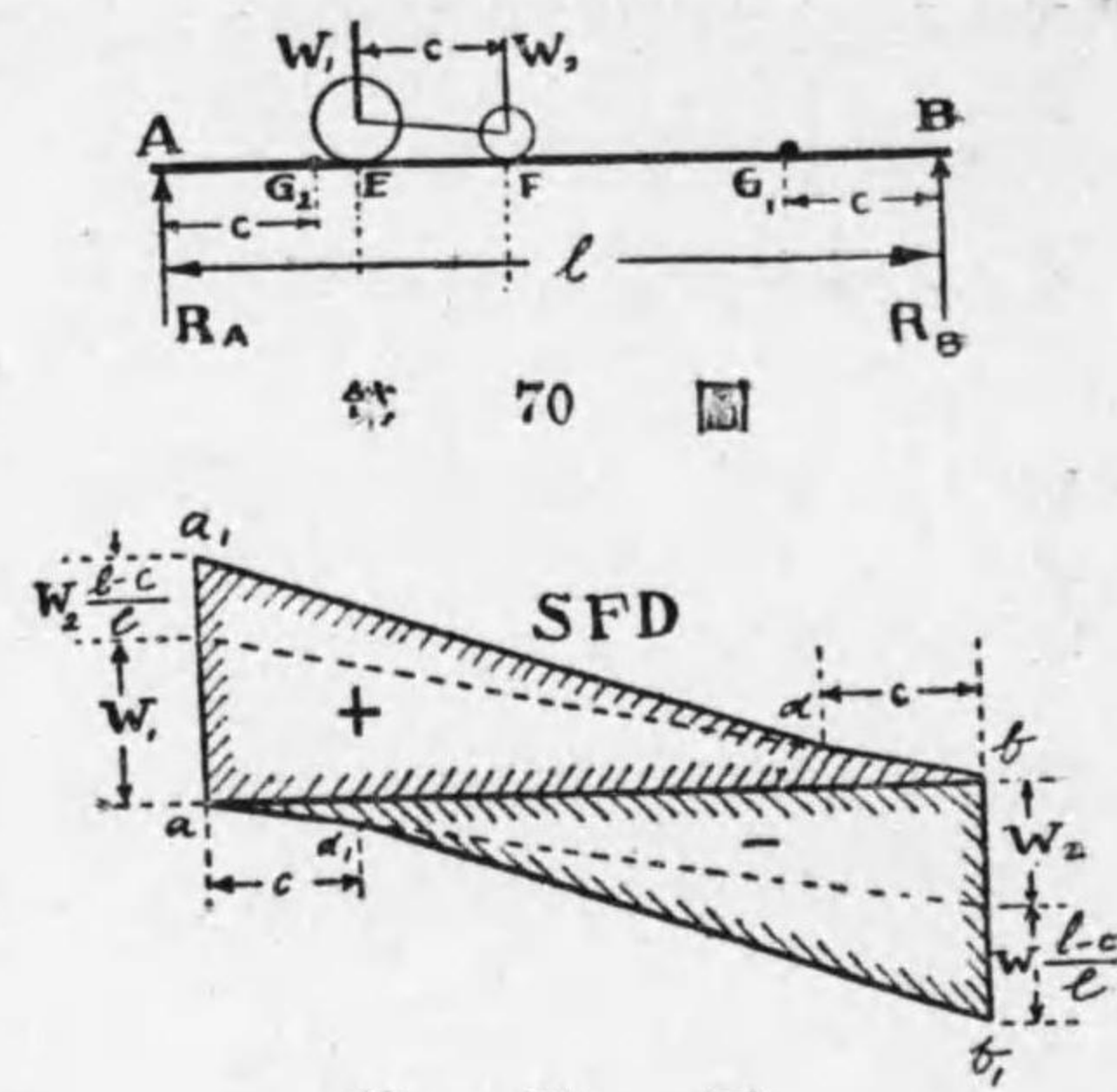
であるから +SF の最大値

の變化は第 68 圖の拋物線 $a_1 b$ で示される。-SF も同様に拋物線 ab_1 で表はされる。次に梁の任意の断面、例ば D に於ける BM は、梁の全長が w で蔽はれた時に最大となる。何となれば梁の上の如何なる點に w が加はつても D に於ける BM は常に増加するからである。依つて此の場合の最大 BM の變化は、第 36 節の場合と同様に、第 69 圖の拋物線 $a'c'b'$ で表はす事が出来る。

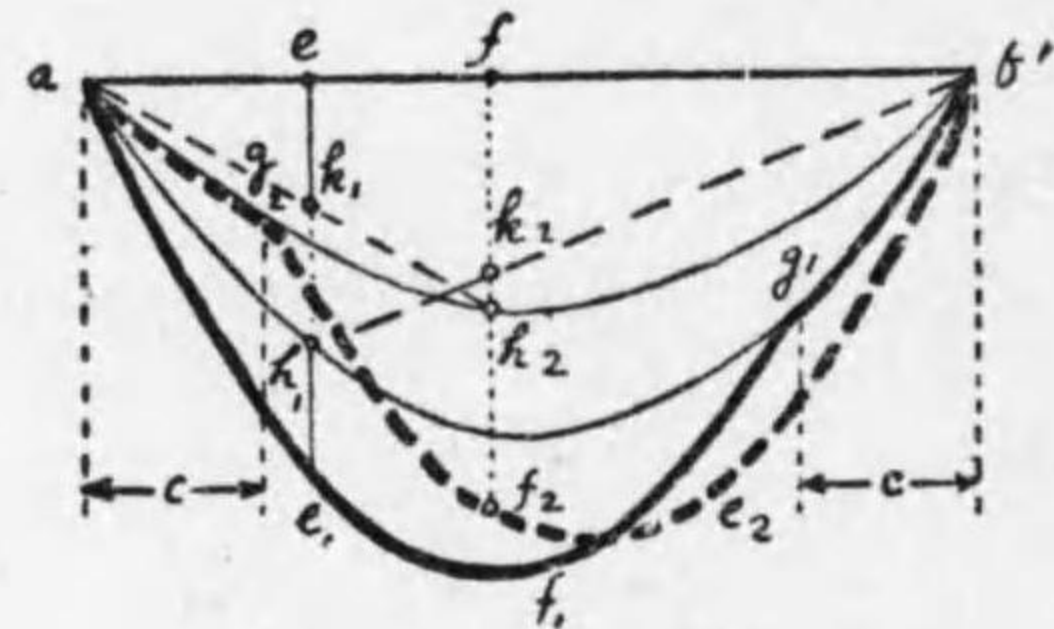
注意 第 32 節で述べた等布荷重の及ぼすモーメントの算出法を用ふれば、第 67 圖の場合の反力 R_A を求める事が出来る。練習の爲に學生で求めて見よ。

43 2 個の集中移動荷重 第 70 圖に示す様に 2 個の集

中荷重 W_1, W_2 が其の距離 c を一定に保ちながら梁の上を移動する場合を考へるに、第 41, 42 節の場合の如く、+SF の最大値は R_A に等しいから、荷重の移動に応じて、その変化は第 71 圖の折線 $a_1 db$ で表はされる。
-SF も同様に $ad_1 b_1$ なる線となる。



第 71 圖



第 72 圖

次に荷重 2 個の場合の BMD は第 50 圖(38頁)の様になる。同圖から明なる如く、BM の値の極大値は荷重 W_1 及 W_2 の懸かれる断面で起り夫々 c', d' で表はされる。同圖では W_1 の懸かれる断面に於ける BM の方が大、即 c' が d' よりも高所(圖では低所)にあるが、 W_1, W_2 が移動をする場合は、常に c' の方が高所にあるとは云へぬ。併し最大の BM は c' か d' かの何れかであるから、今の場

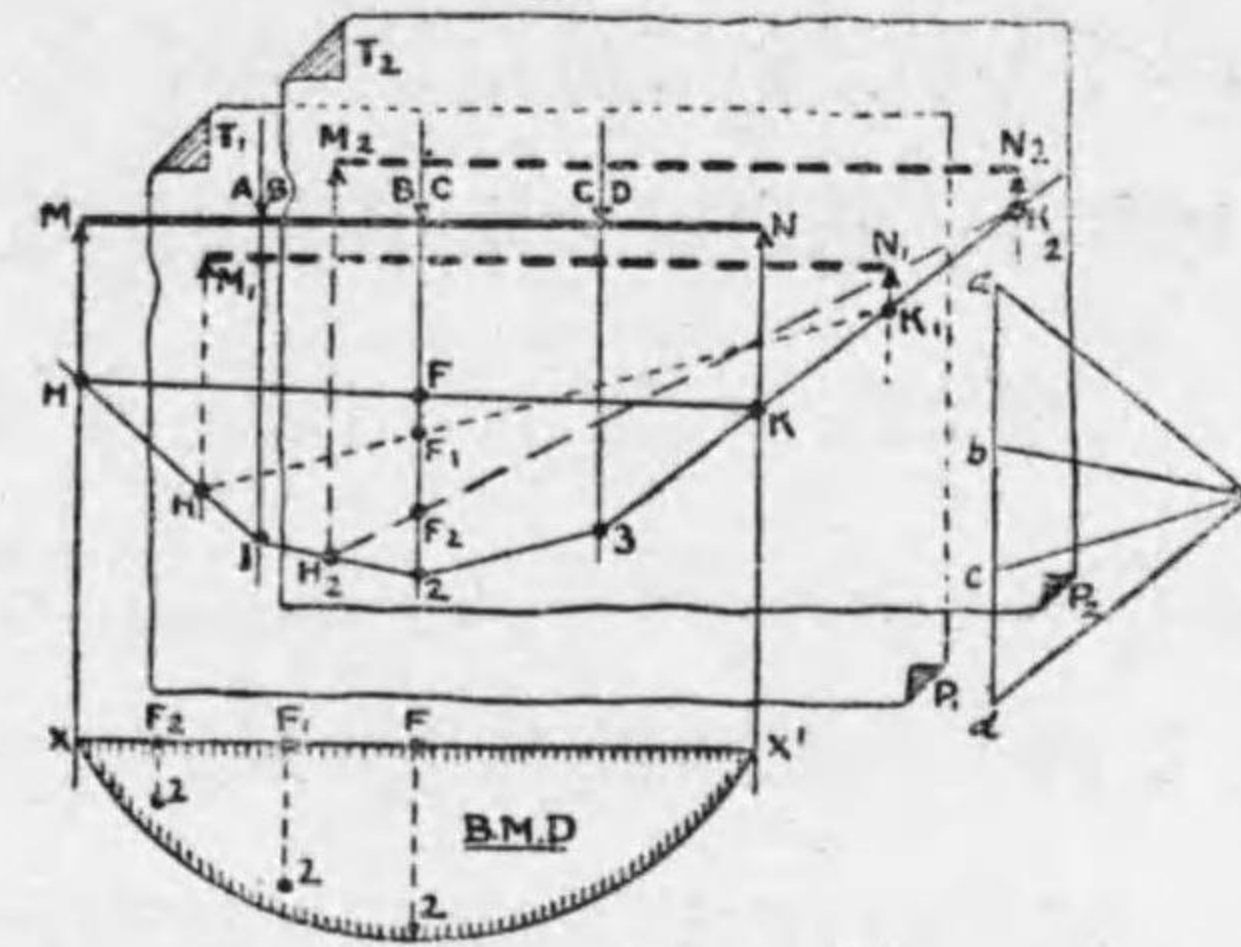
合には荷重の位置が變ずるに應じて、 c' 及 d' 點が如何様に變化をするかを見れば宜しい。此の爲には第 50 圖に於ける $c'(d')$ の求め方を應用して、 W_1, W_2 の變化に應じて數個の $c'(d')$ 點を求め、是等を曲線で結べば $c'(d')$ 點が如何に變化するか分る。第 72 圖の曲線 $a'e_1f_1g_1b'$ は、第 50 圖の c' に相等する點の變化、即ち集中荷重 W_1 のかゝれる断面に於ける BM の變化を示し、曲線 $b'e_2f_2g_2a'$ は W_2 の懸れる断面の BM の變化を表はす。

曲線 $a'e_1f_1g_1b'$ 又は $b'e_2f_2g_2a'$ の求め方は上述の如く W_1, W_2 の下の BM の値を數個求めて、之を曲線で結んでもよいが線圖的にも求める事が出来る。以下之を述べよう。(a) 曲線 $a'e_1f_1g_1b'$ の求め方：第 41 節の事により、 W_1 だけが移動する場合は最大 BM の曲線は拋物線 $a'h_1g_1b'$ で表はされ、 W_2 だけを考ふれば最大 BM の變化は拋物線 $b'h_2g_2a'$ となる。依つて今 W_1 及 W_2 が、梁の E, F 上にある時、断面 E に於ける BM の値は如何に表はされるか云ふに、 W_1 による BM は曲線 $a'h_1g_1b'$ の、高さ eh_1 である。此の時 W_2 は断面 E に何程の BM を及ぼすか云へば、それは ek_1 で表はされる。(第 70, 72 圖に於て fh_2 は断面 F の BM で k_1 點は直線 $a'h_2$ と直線 eh_1 との交點。尙第 34 節参照) 故に断面 E の受ける全 BM は eh_1+ek_1 となる。依つて $ee_1=eh_1+ek_1$ に取れば e_1 點が、第 50 圖 c' に相等する點である。 W_1, W_2 の位置の變るに共に此の手續きを繰り返へば曲線 $a'e_1f_1g_1b'$ が得られる。 W_1 が梁の G_1 より右にある時は、 W_2 は未だ梁に乗つて居らぬから、最大 BM の變化は W_1 だけの時の曲線で g_1b' で表はされる。

(b) 曲線 $b'e_2f_2g_2a'$ の求め方： 前の場合と同様にすれば宜しい。即ち W_2 の懸かれる断面 F は、荷重 W_2 により $BM fh_2$ をうけ、荷重 W_1 により $BM fk_2$ をうける(但し k_2 は直線 h_1b' と fh_2 との交点)。故に断面 E の受ける全 BM は $ff_2 = fh_2 + fk_2$ である。かくして曲線 $b'e_2f_2g_2a'$ は求められるが、此の場合も W_2 が梁の G_2 より左にある時は、 W_1 は梁上にはないから、此の間では W_2 だけの時の最大 BM の変化となり、曲線 g_2a' で表はされる。

44 移動荷重の BM に対する圖式解法 集中移動荷重が3個以上の場合も、2個の時と同様な方法で最大 BM の変化を求める事が出来る。併し前の $a'e_1f_1g_1b'$ 又は $b'e_2f_2g_2a'$ 等の曲線を一一求めるのは煩雜であるから、此の場合には全體としての最大 BM の変化を表はす曲線即ち上の二つの曲線を蔽ふ様な一つの曲線を求める。之が爲には、 BM の極大値は集中荷重のかゝれる断面内に起る性質を利用して、數個の集中荷重が梁上の各點に來た場合に就て、各荷重の懸れる點の BM の値を算出して各の値をセクションペーパー上に記入し、最後に最も外側にある點を連ねる曲線を引けばよいのである。併し計算と云ふ事が面倒であるから、次に圖式的に簡単に之を求める方法を説明しよう。

第73圖に於て MN は兩端を支へられ3個の集中移動



第 73 圖

荷重 AB, BC, CD (是等の間の距離は一定) を負へる梁である。荷重が梁の上を移動する代りに、荷重を静止させて梁を

反對方向に移動させるも、結極現はれて來る BMD は同一である點に着眼し之を應用する。

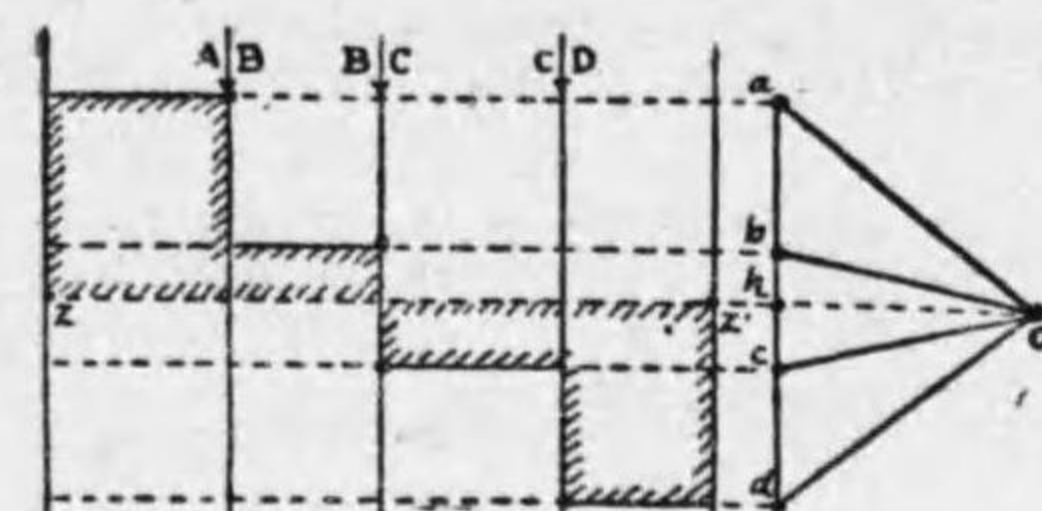
今畫用紙に梁と荷重(任意の位置に於て)とを記入し、尙第39節第60,61圖(43頁)に示せる圖法によつて $BMD, H123K$ を作れ。而して、求められたる最大 BMD の基準線となる可き直線 XX' を MN の下に引いて、 $BMD, H123K$ に於ける 1,2,3 等の點の縦座標を下に移す。即ち上の BMD に於ける $F2$ の長さ及び F 點の MX 線からの水平距離は、夫々、 XX' を基準線とせる圖の $F2$ 及び XF に等しく取るのである。

扱て上述の梁と荷重及び BMD を敷き寫し紙(トレーシング・ペーパー)上に寫し出し、之を摺らして T_1P_1 の位置に持つて來る。其の時梁の位置は M_1N_1 の所に来る。(圖に於ては明瞭を期する爲に M_1N_1 を MN と同一水平線上

に置かなかつたが併し兩者は平行して居なければならぬ) 梁が此の位置に來た事は、此の梁の水平移動距離だけ集中荷重が左方に移つた事と同一で、此の時は BMD は、 $H_1 123K_1$ で表はされる。之を敷き寫し紙上に描き更に此の圖を移動して、 F_1 點を XX' 線上に、 $M_1 H_1$ 線を垂直線 HX 上に重ねる。而して $F_1 2$ の縦座標を基準線 XX' 上に移す。然る時は此の移されたる 2 なる點は荷重 BC が梁 $M_1 N_1$ 上の F_1 點にある時の、 F_1 に於ける BM を與へるは明である。同時に他の點 1 及び 3 に就ても同様の手續きを行ふ。

次に更に敷き寫し紙を $T_2 P_2$ に移して BMD, $H_2 23K_2$ を作圖する。再び前と同様に此の線圖上の $F_2 2$ を XX' 線上の $F_2 2$ に移す。斯の如くして 1, 2, 3 等の點を充分に多數 XX' 線上に移して、是等の總てを包む所の滑かな曲線を基準線 XX' 上に描き出せば、是即ち求むる所の最大 BM の線圖である。

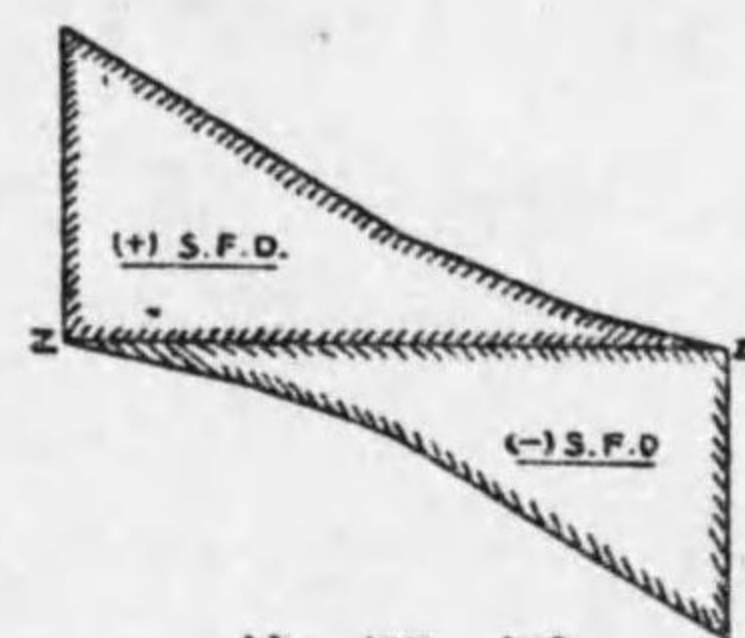
45 集中移動荷重の SF に対する圖式解法 集中荷重が梁の各位置に來た時の SFD は階段狀の線圖で (第 74 圖) 各段の水平線は極線圖の a, b, c, d 點の水平線上に在り、zero line zz' の水平線は極線圖の o を通る水平線 oh



第 74 圖

(此の場合は oh が水平となる如く作圖しなければならない) と同一高さにある。

第 74 圖に於ける階段狀線圖に於て、ゼロラインより上方にある階段の右肩、及びゼロラインより下方にある階段の左底端を敷き寫し紙上に描き出し、ゼロラインの兩端 z 及び z' も同時に記入して置く。此の zz' 點を畫用紙



第 75 圖

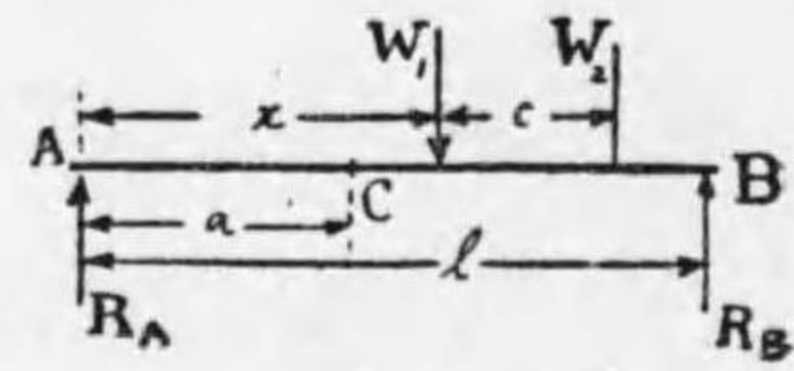
上の ZZ' (第 75 圖) に一致せしめて敷き寫し紙上に描き出した點を此の畫用紙上に記入する。荷重が移動する時の總ての位置に於て、上と同様の事を繰返して行へば、畫用紙上に寫し出される ZZ' 線を基準線とする多くの點の最も外側に位するものは、數本の直線上にある事を知るべく、斯の如くして得たる第 75 圖の如き線が、最大 SF の變化を與へる線圖である。

43 集中移動荷重の SF に対する理論 梁の上を集中荷重が (集中荷重の數を例ば 2 個とする) 移動する場合、移動に應じて梁の上の任意の斷面の受ける剪斷力の大き

も次第に變化して來る。依て此の點の剪斷力の大きさは、荷重が如何なる位置に來る時に最大となるかを調べるに次の3つの場合に分ちて考へる必要がある。

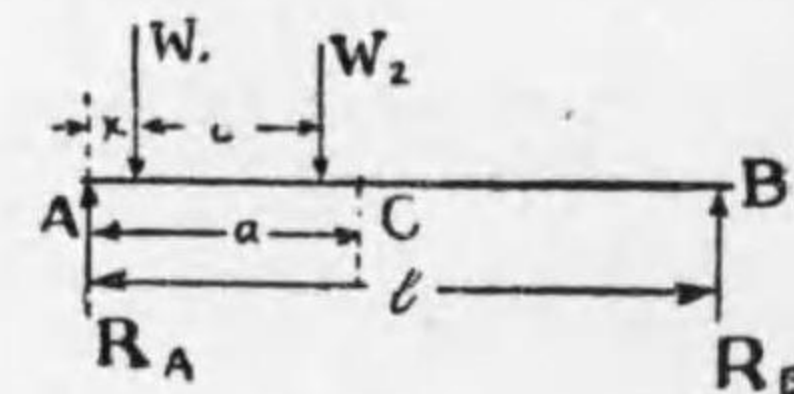
第1 第76圖の如く荷重は何れも

任意の斷面Cより右にある場合



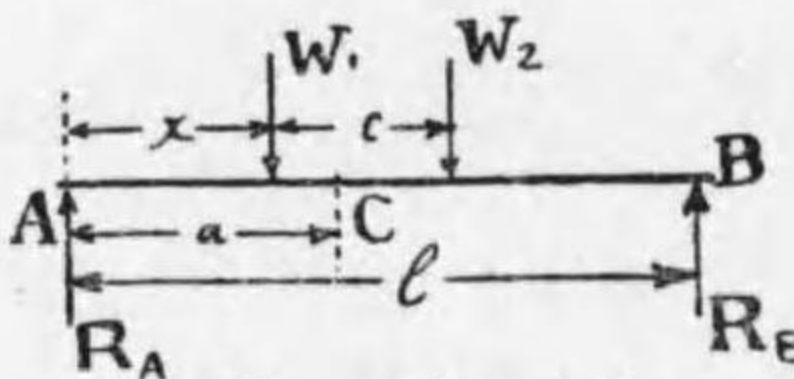
第 76 圖

第2 第77圖の如く荷重は何れもC點より左にある場合



第 77 圖

第3 第78圖の如く荷重の1つはC點より左に、他はC點より右にある場合



第 78 圖

第1の場合はC點に於けるSFは左支柱の反力RAに等しく

$$F_1 = R_A = \frac{W_1(l-x) + W_2(l-x-c)}{l} \dots\dots\dots(15)$$

第2の場合はC點のSFはRBに等しくして負號を有し

$$F_2 = -R_B = -\frac{W_1x + W_2(x+c)}{l} \dots\dots\dots(16)$$

第3の場合は定義により $F = R_A - W_1 = -R_B + W_2$

$$\begin{aligned} \therefore F_3 &= \frac{-W_1x + W_2(l-x-c)}{l} \\ &= \frac{-(W_1 + W_2)x + W_2(l-c)}{l} \dots\dots\dots(17) \end{aligned}$$

となる。

扱て(15)式の場合ではF₁は常に正でxが小となる程Fの値は大きくなるから、W₁がCに極く近く其の右方にありてx=aの時(15)式は最大値となり、其の値は

$$F_{1max} = F_{1(x=a)} = \frac{(W_1 + W_2)(l-a) - W_2c}{l} \dots\dots\dots(18)$$

又(16)式第77圖の場合はF₂は常に負で、xが最大即ちW₂がCに極く近く其の左方にありてx=a-cに達した時F₂の値は最大となり

$$F_{2max} = F_{2(x=a-c)} = -\frac{(W_1 + W_2)a - W_1c}{l} \dots\dots\dots(19)$$

最後に(17)式第78圖では正の場合と負の場合とが起り得るから、+F₃を最大ならしめる爲にはx最小となる可く、即ちW₂がCに極く近く其の右方に在りてx=a-cであるべく、此の時+F₃の最大値は

$$+F_{3max} = F_{3(x=a-c)} = \frac{-(W_1 + W_2)(a-c) + W_2(l-c)}{l} \dots\dots\dots(20)$$

となり、又-F₃を最大ならしめる爲にはxは最大、即ちW₁がCに極く近く其の左方に在りてx=aの時

$$-F_{3max} = F_{3(x=a)} = \frac{-(W_1 + W_2)(c-a) + W_2(l-c)}{l} \dots\dots\dots(21)$$

を得る。元來(20)(21)式の數値はW₁, W₂, a, c及びlの

値によつて種々に變化するものであるから、(20)式は必ず正、(21)式は必ず負の値となるものであると云ふ事は出来ない。場合によつては(20)式が負となり、或は(21)式が正となる事も起り得る。以上の(18)(19)(20)(21)式の内、何れが最大であるかによつて、第76, 77, 78 圖の3つの内、何れの場合にC點のSFが最大であるか定まる事になる。之を數學的に吟味して、此の内の最大なるものを判別すべき條件は極めて煩雜であるが故に、實地上に於ては此の4つの値を計算して最大なるものを定める方が却て簡易である。

然りと雖も多くの場合に於て、梁の任意の断面Cに於けるSFは、移動荷重が如何なる位置に来れる時に最大なりやを知るよりは、梁の全長を通じて何如なる断面が最大のSFを受けるか、而して其のSFの値は何程であるかを知る事の方が重大であつて、是は常に第79圖及び第80圖の場合に起る事を知つて置かなければならぬ(第43節並びに第41, 42, 45節45—53頁)。第79圖では第76圖第(15)式の $x=0$ なる場合で

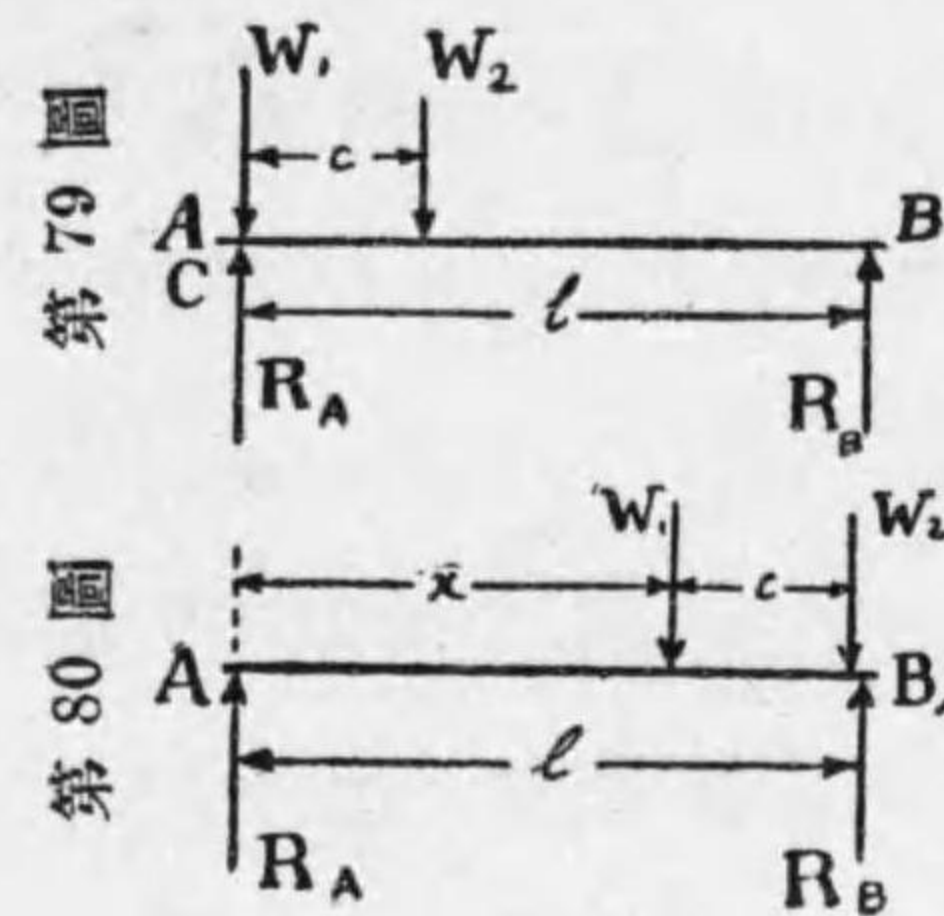
$$F'_0 = W_1 + W_2 \frac{l-c}{l} \dots\dots\dots (22)$$

第80圖では第77圖の W_2 が R_B 上に来れる場合、即ち

(16)式で $x=l-c$ とすれば

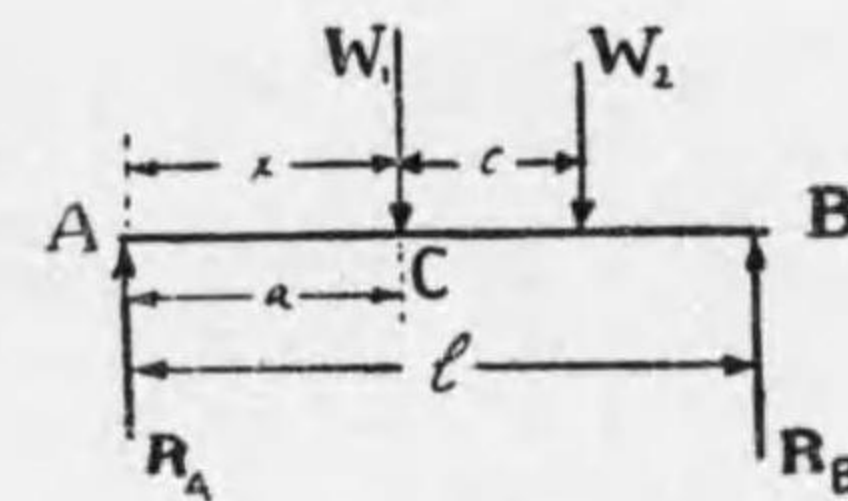
$$F''_0 = -\left[W_1 \frac{l-c}{l} + W_2 \right] \dots\dots\dots (23)$$

が得られる。是即ち移動荷重がある場合の梁上の最大剪斷力を計算すべき公式である。



47 集中移動荷重のBMに関する理論 BMの變化を研究するに當つても、SFの時と同様に第76, 77, 78圖に

示す如き3つの場合に分けて考へる。



第 81 圖

第1の場合C断面に於けるBMは、 R_A [(15)式]にaを乗じたもので、即ち $M_1 = R_A a$

であるが、 R_A はxと共に増大する故、x最大の時即ち $x=a$ 或は $R_A = F_{max}$ (18式)の時に M_1 は最大で、

$$M_{1max} = F_{max} \times a = \frac{a}{l} [(W_1 + W_2)(l-a) - W_2 c] \dots\dots\dots (24)$$

となり、梁上の荷重の位置は第81圖で示される。

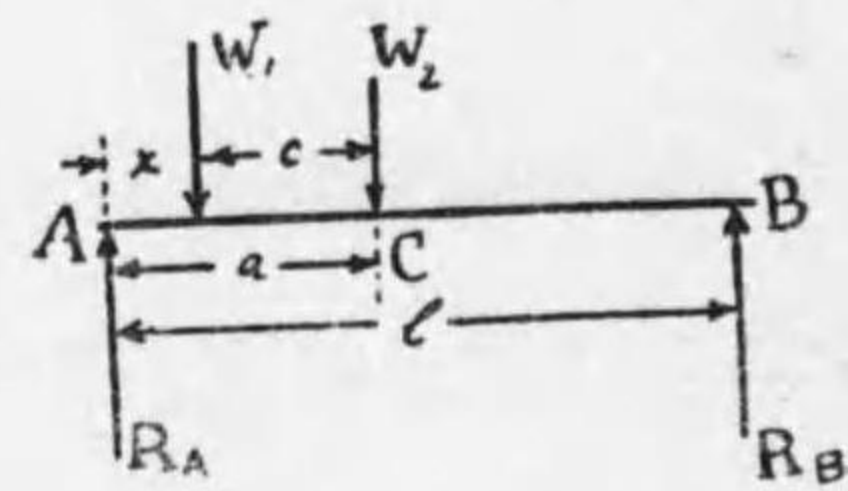
第2の場合に於てはC断面のBMは $M_2 = R_B(l-a)$

で、之が最大なる爲には $R_B = F_{2max}$ (第19式)
 となる事を要する。之は荷重が第82圖の位置で起り、
 代數的の M_{2max} の値は(19)式を用ふれば

$$M_{2max} = F_{2max}(l-a) = \frac{l-a}{l} [(W_1 + W_2)a - W_1c] \dots\dots\dots(25)$$

となる。

最後に第3の場合は第78圖の如く、C點が W_1 と W_2 との中間にある場合である。此の場合に断面Cに於けるBM, M_3 は、第78圖に就て見るに



第 82 圖

$$M_C = R_A a - W_1(a-x) \dots\dots\dots(a) \text{ 又は}$$

$$M_C = R_B(l-a) - W_2(x+c-a) \dots\dots(b)$$

で表はされる。(a)式によれば(15)式を用ゐて

$$M_C = \frac{a}{l} [(W_1 + W_2)(l-x) - W_2c] - W_1(a-x) \dots\dots(a)'$$

を得可く、(b)式による場合は(16)式を用ゐて

$$M_C = \frac{l-a}{l} [(W_1 + W_2)x + W_2c] - W_2(x+c-a) \dots\dots(b)'$$

となる。併し(a')と(b')とは形こそ異れども、共に断面Cに於けるBMであるから其の値に差異なきは勿論にして、何れも

$$M_C = \frac{1}{l} [W_1(l-a)x + W_2(l-c-x)a] \dots\dots\dots(26)$$

なる値を有する。

扨て(26)式を見るに、 x が變化するに應じて M_C の値に變化が起り、 x が如何なる價の時に M_C が最大となるか判断に苦しむが、少し考へを巡らせば直ちに解決が出来る。即ち(26)式は x に就て一次式であるから、 M_C の値は x に應じて直線的の變化をする。換言すれば M_C は x に比例して變化するものである事が分る。而してC點は必ず W_1 と W_2 との中間にある場合であるから

$$a-c < x < a$$

なる條件がある。然らば x の最大は $x_{max} = a$ 、 x の最小は $x_{min} = a-c$ であるから、(26)式の M_C の値は結極 $x=a$ とせる時と、 $x=a-c$ と置ける時の値の外には出ない。即ち、若し $x=a$ と置いた時 M_C の値が最大とならば $x=a-c$ の時は M_C の値は最小となり、逆に $x=a$ の時 M_C が最小ならば $x=a-c$ の時 M_C は最大となる筈である。依て吾人は(26)式に x を a と置いた場合と、 x を $(a-c)$ と置いた場合を調べて見ればよい事になる。所が是等の場合は既に第81圖(24)式及び第82圖(25)式で求められて居るから別に手数を煩はす程の事はない。若

し正直に計算して見ても(26)式の x を a とすれば(24)式を得、 x を $(a-c)$ とすれば(25)式の結果を得る。

再び元に復つて考へるに、今3つの場合に分ちて BM を研究したが、第3の場合は結極第1及第2の場合に含まれる事を知つたので、今は M_{1max} と M_{2max} の何れが大であるかを求めればよい。

依つて $M_{1max} \leq M_{2max}$ なる爲には(24)式と(25)式に l を乗じて、之を展開して比較すれば

$$a(W_1 + W_2)(l-a) - W_2ca \leq (l-a)(W_1 + W_2)a - W_1c(l-a)$$

$$\text{或は} \quad W_1(l-a) \leq W_2a$$

を要す。故に大なる方の BM を M_{max} とすれば

$W_1(l-a) > W_2a$ なる時は

$$M_{max} = M_{1max} = \frac{a}{l} [(W_1 + W_2)(l-a) - W_2c] \dots\dots (27)$$

又 $W_1(l-a) < W_2a$ なる時は

$$M_{max} = M_{2max} = \frac{l-a}{l} [(W_1 + W_2)a - W_1c] \dots\dots (28)$$

を得る。

更に C は任意の點で、 C の位置の異なるに従ひ a も亦變化し、従て(27)(28)式の M_{max} の値は變化を起す。そこで C が如何なる位置の時是等の値が最大であるかと云ふに、最大値を夫々 M' 、 M'' とすれば、

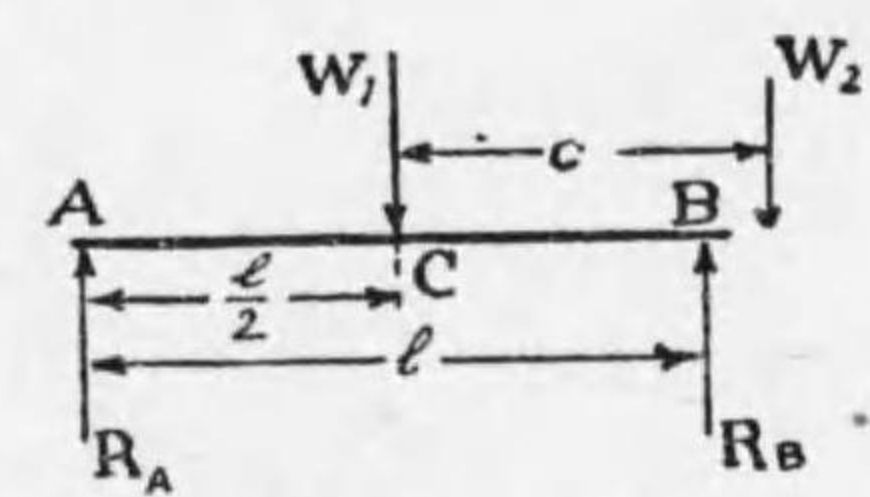
(27)式の場合は

$$a = \frac{W_1l + W_2(l-c)}{2(W_1 + W_2)} \quad \text{の時} \quad M'_0 = \frac{[W_1l + W_2(l-c)]^2}{4(W_1 + W_2)l}$$

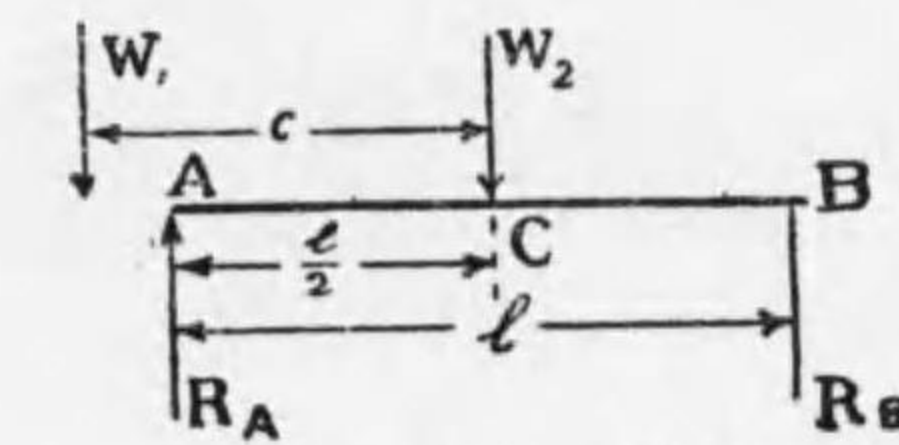
(28)式の場合は

$$a = \frac{W_1(l+c) + W_2l}{2(W_1 + W_2)} \quad \text{の時} \quad M''_0 = \frac{[W_1(l-c) + W_2l]^2}{4(W_1 + W_2)l}$$

となる。此の M'_0 、 M''_0 は W_1 及び W_2 が共に梁の上に在



第 83 圖



第 84 圖

る時の値である。

若し第 83, 84 圖の如く、荷重の何れか γ 梁の外にある時は、共に $a = \frac{l}{2}$ の時最大 BM を生ずる事は明で、是等の値を夫々

M'''_0 、 M''''_0 で表はせば、

$$M'''_0 = \frac{W_1l}{4}$$

$$M''''_0 = \frac{W_2l}{4} \quad \text{を得る。}$$

最後に是等の M'_0 、 M''_0 、 M'''_0 、 M''''_0 の中の最大なるものが、梁の全長中に於ける最大なる BM, M_0 であつて之を判別すべき理論の巨細に渉るは煩雜であるから、其の結果だけを述べれば次の通りである。

(i) $W_1 \geq W_2$ 及び

$$(W_1 + W_2)(l-c)^2 > W_1c^2 \quad \text{なる時は}$$

$$M_0 = M_0' = \frac{[W_1 l + W_2(l-c)]^2}{4(W_1 + W_2)l} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \dots\dots\dots(29)$$

で此の時 $a = \frac{W_1 l + W_2(l-c)}{2(W_1 + W_2)}$

(ii) $W_1 \geq W_2$, 且 $(W_1 + W_2)(l-c)^2 < W_1 c^2$ なる時は

$$M_0 = M_0''' = \frac{W_1 l}{4} \text{ にして此の時 } a = \frac{l}{2} \left. \right\} \dots\dots\dots(30)$$

(iii) $W_1 \leq W_2$, 且 $(W_1 + W_2)(l-c)^2 > W_2 c^2$ ならば

$$M_0 = M_0'' = \frac{[W_1(l-c) + W_2 l]^2}{4(W_1 + W_2)l} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \dots\dots\dots(31)$$

で此の時 $a = \frac{W_1(l-c) + W_2 l}{2(W_1 + W_2)}$

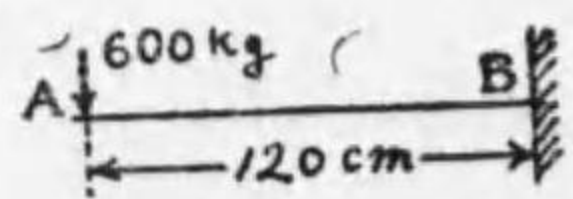
(iv) $W_1 \leq W_2$, 且 $(W_1 + W_2)(l-c)^2 < W_2 c^2$ ならば

$$M_0 = M_0'''' = \frac{W_2 l}{4} \text{ で } a = \frac{l}{2} \left. \right\} \dots\dots\dots(32)$$

上述は圖式解法の依つて生ずる所の理論であるが、理論上の計算は斯の如く煩雜であるから、實用に際しては主として圖法が用ゐられる。

注意 上述の BM を取り扱ふに當つては、本書に規約せる符號では BM は總て負であるが、實際の場合には其の正負に關せず絶対値の最大なるものを必要とし、且つ今の場合には總てが負であるから其の符號は考慮外に置いたのである。

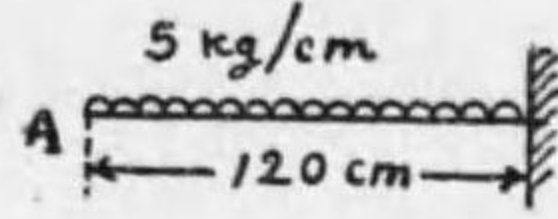
例 1 第 85 圖の場合に於て固着端 B に於ける BM を求む。 $W=600 \text{ kg}$, $l=120 \text{ cm}$



第 85 圖

第 30 節により $M_B = Wl = 600 \times 120 = 72,000 \text{ cm-kg} = 720 \text{ m-kg}$

例 2 第 86 圖の場合に於て固着端に於ける BM は如何

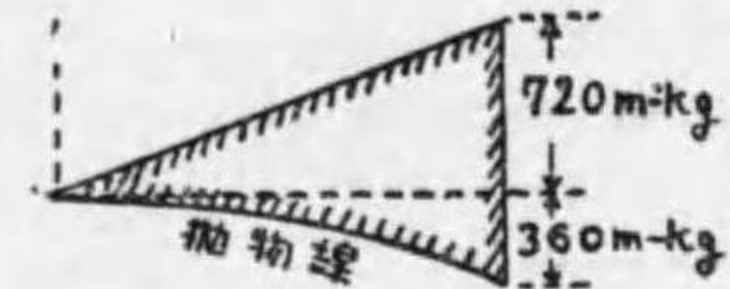


第 86 圖

$w=5 \text{ kg/cm}$, $l=120 \text{ cm}$ 第 32 節により

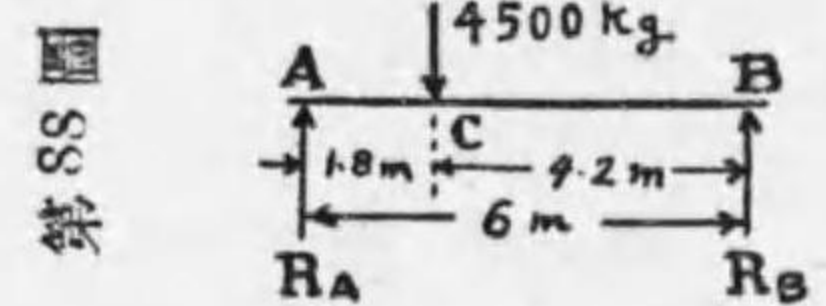
$$M_B = -\frac{1}{2} w l^2 = -\frac{1}{2} \times 5 \times (120)^2$$

$$= 36,000 \text{ cm-kg} = 360 \text{ m-kg}$$



第 87 圖

例 3 上の二種の荷重を同時に負へる片持梁の BMD を描け。解 第 87 圖の通りで固着端に於ける BM は $M_B = 720 + 360 = 1,080 \text{ m-kg}$



第 88 圖

例 4 第 88 圖の場合に就て、SFD 及 BMD を描け

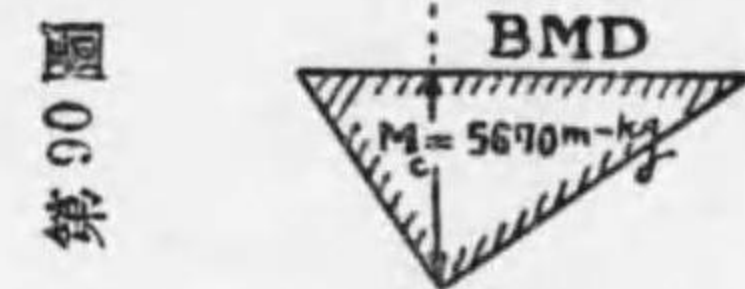
$$R_A = \frac{4.2 \times 4,500}{6} = 3,150 \text{ kg}$$

$$R_B = 4,500 - 3,150 = 1,350 \text{ kg}$$

$$M_C = R_A \times 1.8 = 3,150 \times 1.8 = 5,670 \text{ m-kg}$$



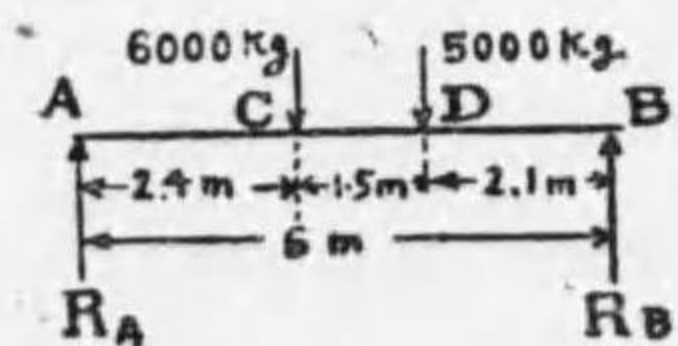
第 89 圖



第 90 圖

依つて線圖は第 89, 90 圖の通りになる

例 5 $W_1=6,000 \text{ kg}$, $W_2=5,000 \text{ kg}$ の集中荷重が、梁間 $l=6 \text{ m}$ の支へ梁の左支點より夫々 2.4 m, 3.9 m に懸れる時の SFD 及び BMD を求む。



第 91 圖

$$R_A = \frac{(6,000 \times 3.6) + (5,000 \times 2.1)}{6} = 5,350 \text{ kg}$$

$$R_B = 6,000 + 5,000 - 5,350 = 5,650 \text{ kg}$$

$$M_C = R_A \times 2.4 = 12,840 \text{ m kg}$$

$$M_D = R_A \times 3.9 - 6,000 \times 1.5 = 20,900 - 9,000 = 11,900 \text{ m-kg}$$

又は $M_D = R_B \times 2.1 = 11,900 \text{ m kg}$ 依て SFD, BMD は第 92, 93 圖の通りである。

例 6 梁間 $l=6m$ の支へ梁が
 $w=400 \text{ kg/m}$ の等布荷重を負へる
 時、梁間の中央及び左支柱より
 2.4m の距離に於ける BM の値を
 BMD 上にて示せ。

第 36 節 14 式に於て $w=400$

$l=6, x=2.4$ とすれば

$$M_{2.4} = \frac{400 \times 2.4 \times 3.6}{2} = 1,730 \text{ m kg}$$

又同節 M_{max} の式より

$$M_{max} = M_3 = \frac{400 \times 6 \times 6}{8} = 1,800 \text{ m kg}$$

第 95 圖の通り

例 7 第 96 圖の場合の SFD 及
 BMD を示せ。

$$R_A = \frac{wb^2}{2l}, R_B = wb - \frac{wb^2}{2l}$$

$$M_C = R_A a$$

依て SFD, BMD は大體第 97, 98
 圖の如くなる。

例 8 第 99 圖の場合に於ける
 SFD 及 BMD を求めよ。

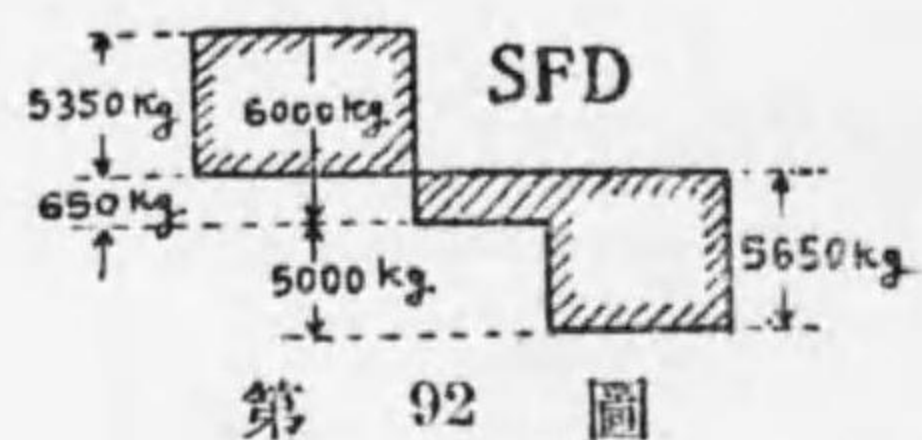
静力学に於ける力の平衡条件より

$$7 + 3 + 4 = R_A + R_D$$

$$4R_D = (1 \times 7) + (3 \times 3) + (5 \times 4)$$

よりて $R_D = 9 \text{ ton}$, 従て $R_A = 5 \text{ ton}$

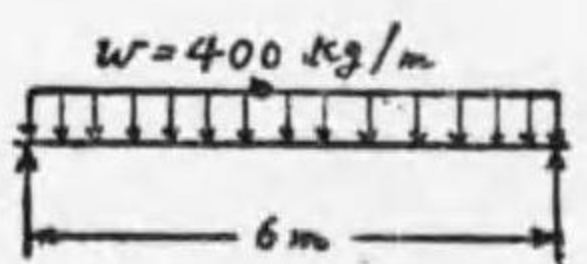
SF: AB 間では 5 ton



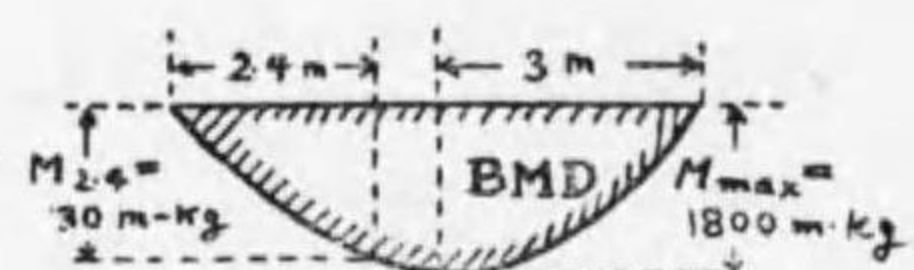
第 92 圖



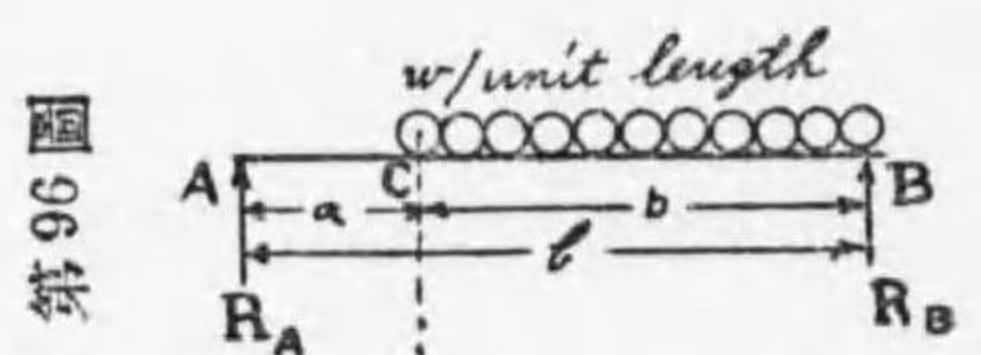
第 93 圖



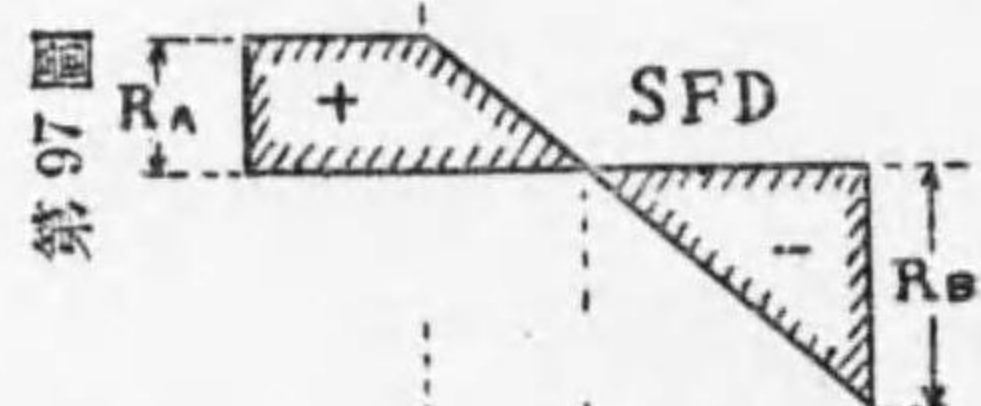
第 94 圖



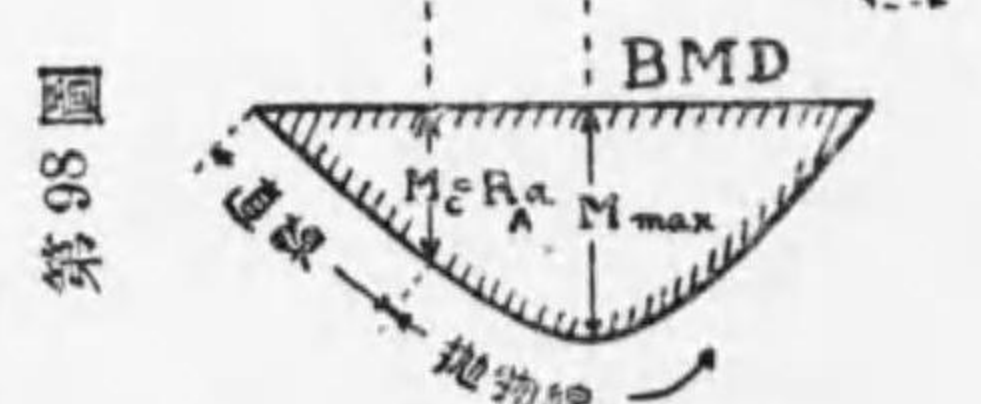
第 95 圖



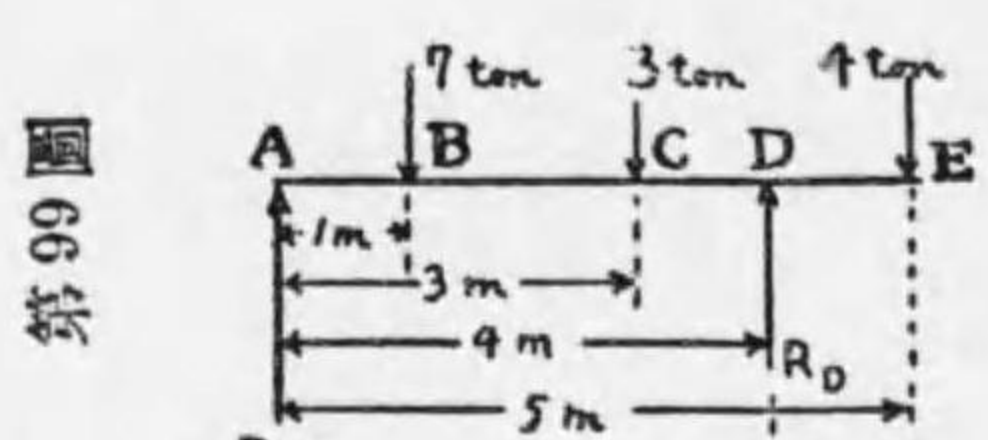
第 96 圖



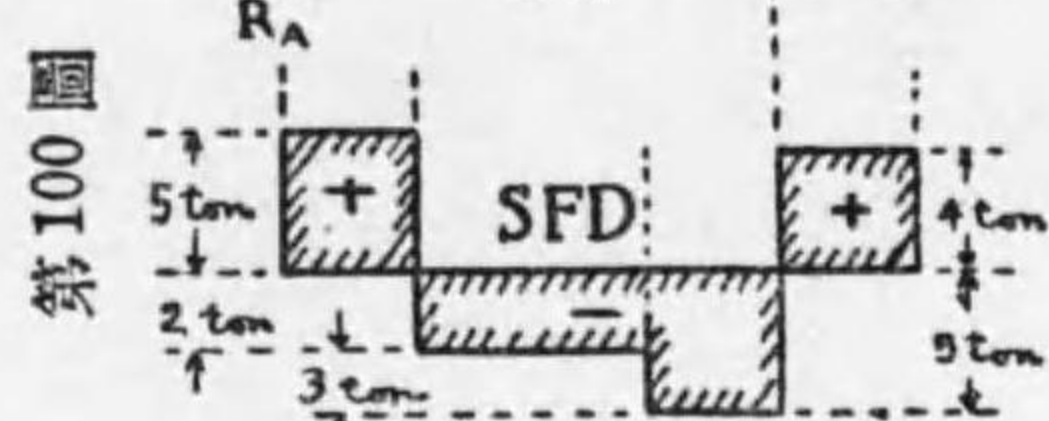
第 97 圖



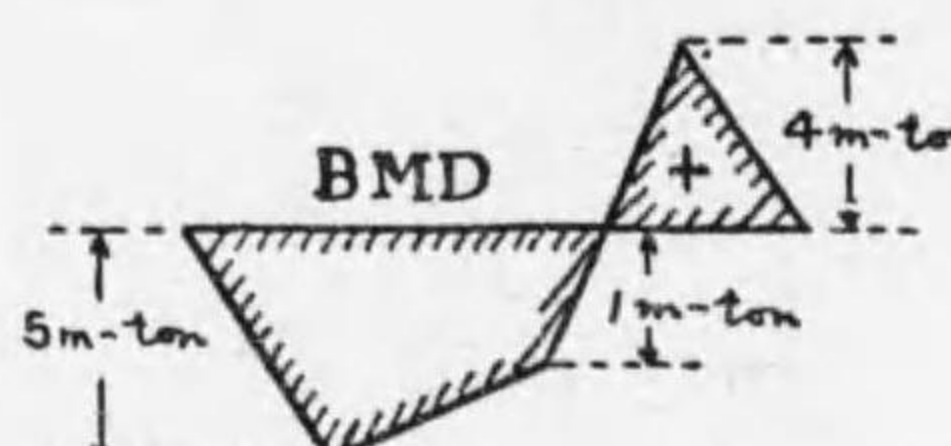
第 98 圖



第 99 圖



第 100 圖



第 101 圖

BC 間では $5 - 7 = -2 \text{ ton}$

CD 間では $-2 - 3 = -5 \text{ ton}$

DE 間では $-5 + R_D = 4 \text{ ton}$

BM: $M_A = 0, M_E = 0$

$M_B = -(1 \times R_A) = -5 \text{ m-ton}$

$M_C = -(3 \times R_A) + 7(3 - 1)$

$= -1 \text{ m-ton}$

$M_D = 4 \times 1 = 4 \text{ m-ton}$

依て SFD 及 BMD は夫々第 100
 101 圖の如くなる。此の場合の如
 く荷重が支柱の外側にもある場合
 は、此の支柱上では BM は zero
 にならない事に注意を要する。

例 9 $W_1 = 6T, W_2 = 5T, c = 1.5m, l = 6m$ なる、移動荷重を負う
 梁の、最大 BM 及び此のモーメントの生ず可き断面の位置を求めよ。

前節の公式 (29)~(32) の内何れを用ふ可きかを見るに $W_1 > W_2$ なる
 故 (29) 又は (30) の何れかである。然るに

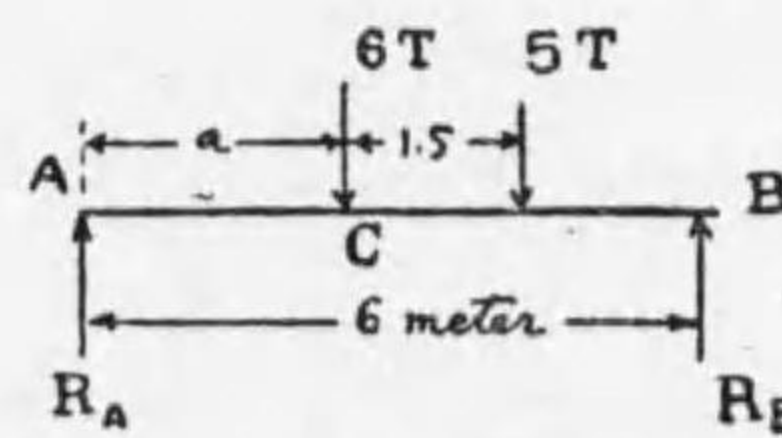
$$(W_1 + W_2)(l - c)^2 = 11 \times 4.5^2 = 222.75$$

$$W_1 c^2 = 6 \times 1.5^2 = 13.5$$

であるから、(29) の場合である。即

$$M_0 = \frac{(6 \times 6 + 5 \times 4.5)^2}{4 \times 11 \times 6} = 12.96 \text{ m-T}$$

$$a = \frac{6 \times 6 + 5 \times 4.5}{2 \times 11} = 2.66 \text{ meter}$$



第 102 圖

例 10 $W_1 = 6T, W_2 = 5T, c = 4.5m, l = 6m$ なる時、梁の受ける最大
 の BM 及び此のモーメントの生ず可き断面の位置を求めよ。

$W_1 > W_2$ であるから (29) 又は (30) の何れかを使用し得る。然るに

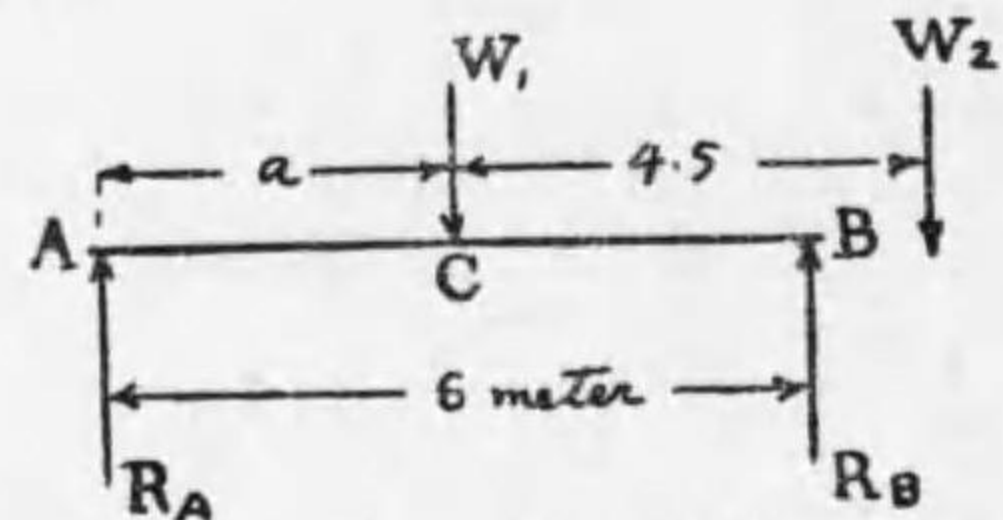
$$(W_1 + W_2)(l - c)^2 = 11 \times 1.5^2 = 24.75$$

$$W_1 c^2 = 6 \times 4.5^2 = 121.5$$

故に(44)式により

$$M_0 = \frac{6 \times 6}{4} = 9 \text{ m}\cdot\text{T}$$

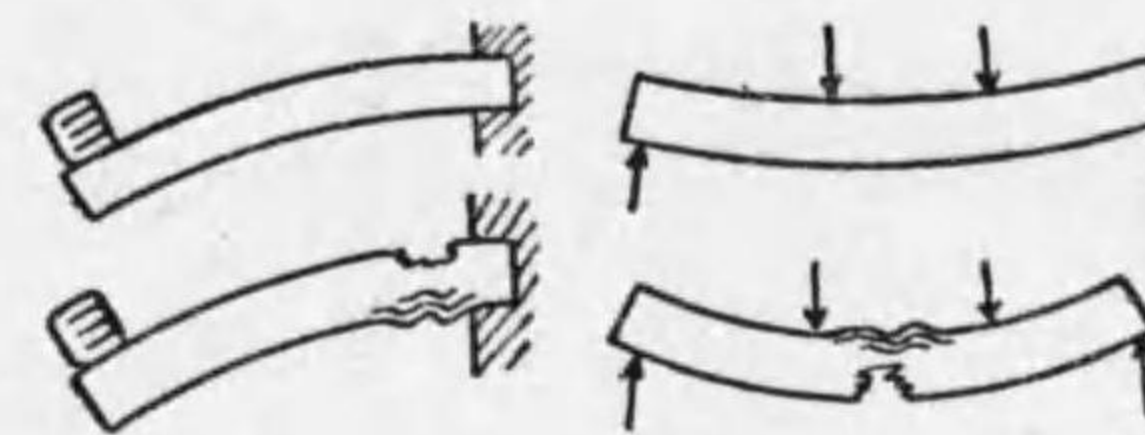
$$a = \frac{6}{2} = 3 \text{ meter}$$



第 103 圖

第 V 章 梁の強さ及び撓み

48 梁の曲げ作用 梁に集中又は等布荷重が働く時は梁は曲がりを生じ、荷重が増加するに従ひ曲がりの程度



第 104 圖

も漸次増加し、遂には破壊するに至る(第104圖)。此の事實は日常の經驗により既に知つて

居る事であるが、次に之を理論的に考へて見よう。

49 曲げの理論 (i) 第105圖に示す如き T 形の槓桿が B 端で壁に支へられ、槓桿は此の點の圍りに回轉運動を爲し得るとすれば、B 端を支へて居る臺は單に剪斷力を受けるだけであつて、槓桿が平衡にある爲には、支點に關する 2 つのモーメントの代數和が zero でなければならぬ。即ち $Wl = Px \dots\dots\dots (1)$

T 槓桿の代りに第106圖に示す如き梁で置き換へ、中央の支點 B と上部の抗張材 CD と下部の抗壓材 EF とにより、之を壁に取りつける。此の場合 CD 及び EF の受ける力が P であれば、前の場合と同様に

$$Wl = Px$$

今 CD 及 EF 棒に於て

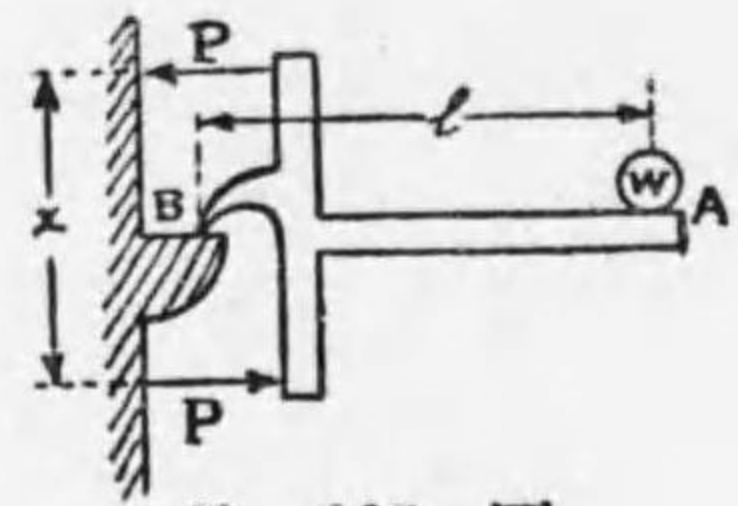
A = 横断面積

p = 應力の強さ

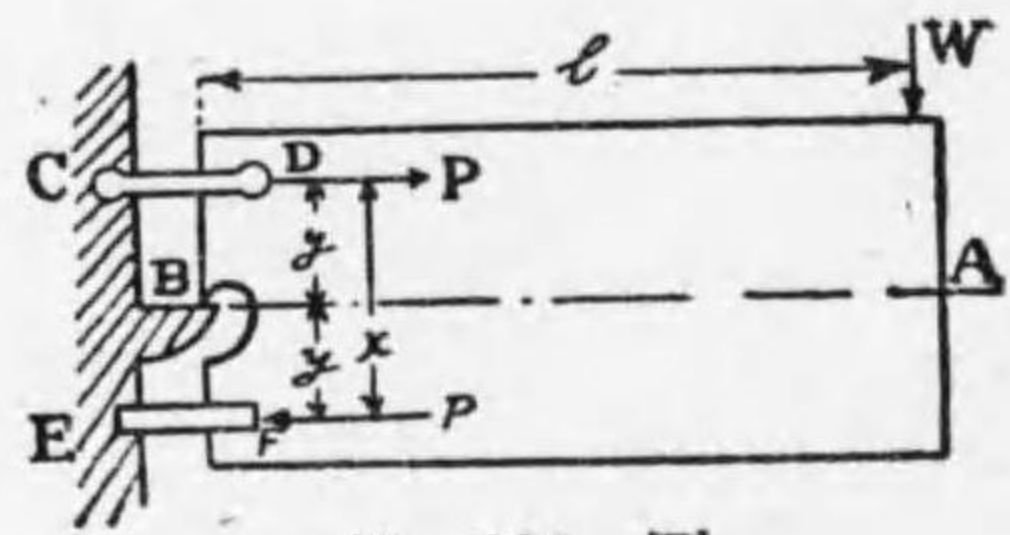
とする時は

$$P = pA$$

$$\therefore \left. \begin{aligned} Wl &= pAx \\ &= 2pAy \end{aligned} \right\} \dots\dots(2)$$



第 105 圖



第 106 圖

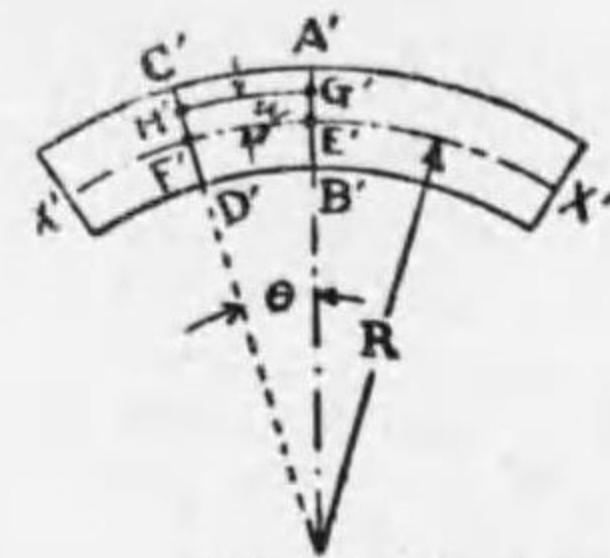
是を言葉で表はせば、梁が平衡にある爲には

$$\left. \begin{aligned} \text{外力のモーメント} \\ \text{即ち曲げモーメント} \end{aligned} \right\} = \left\{ \begin{aligned} \text{應力のモーメント (或は之} \\ \text{を抗抵モーメントと云ふ)} \end{aligned} \right.$$

でなければならない。

此の例では梁と壁との接続部は、只一本の抗張材及び抗壓材であるが、此の抗張又は抗壓材の数が非常に多くなつた場合が、片持梁の固着端を示す事になる。且つ上には片持梁の固着端に例を取つたけれども、梁の任意の横断面も亦同様に、無数の抗張及び抗壓材で接続して居ると考へる事が出来る。

50 曲げ應力の強さ 今軸線 YY に對して對稱なる横断面を有する梁がモーメント M を受けたる場合を考へ



第 107 圖

る(第 107 圖)。

此の時非常に接近せる任意の 2 つの断面 AB, CD は曲げを受けたる後は A'B' 及 C'D' となり、両者は既に平行でなく

AC は A'C' に伸び BD は B'D' に縮む。而らば其の間には伸びも縮みもしない面がある可く之を EF とする。即ち EF は直接内力の誘起せられざる面で、斯の如き面を中立面と云ひ、此の面が横断面と交つて生ずる線 zz を中立軸と云ふ。扱て

θ (ラジアン) : 断面 A'B' と C'D' とのなす角

R : 中立面 E'F' の曲率半径

$y = \overline{GE} = \overline{G'E'}$: 中立面に平行なる任意の面 G'H' と中立面との距離

とする時は
$$\frac{G'H'}{E'F'} = \frac{(R+y)\theta}{R\theta} = \frac{R+y}{R} \dots\dots(2)$$

$\therefore \left\{ \begin{aligned} \text{面 G'H' の} \\ \text{歪み } e \text{ は} \end{aligned} \right\} e = \frac{G'H' - GH}{GH} = \frac{G'H'}{E'F'} - 1$

$$= \frac{R+y}{R} - 1 = \frac{y}{R} \dots\dots(3)$$

今中立面より y なる高さにある層(即 GH なる薄層)内の

伸張内力の強さを P とし、 P が弾性限界内にあるものとすれば

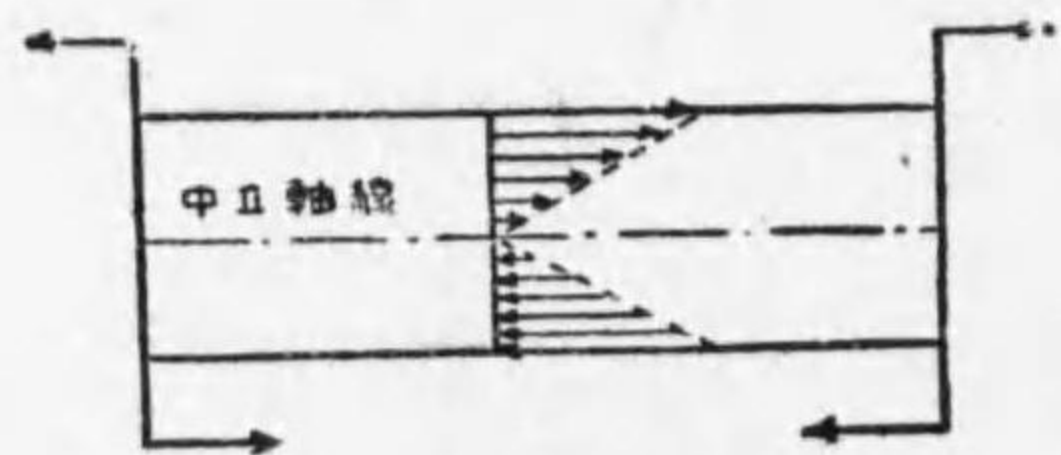
$$\frac{P}{e} = E \text{ (第 18 節 7 式)}$$

$$\text{或は } P = Ec = E \frac{y}{R} \dots\dots\dots(4)$$

茲に E は直接弾性係数である。

若しも E が伸張に對しても壓縮に對しても同一の値を有するならば、中立面より反對側に y なる距離にある薄層に起る壓縮内力の強さも亦 P で表はす事が出来る。(4)式から明なる如く、横断面内の各點に於ける直角内力の強さは中立面よりの距離に比例する。故に中立面から最も遠くにある面に於て内力の強さは最大値に達し、内力の強さの變化は第 108 圖の様になる。此の内力は直角内力であるが曲げに抵抗する爲に生じたるものであるから、之を曲げ内力とも云ふ。

51 中立軸の位置 既に第 49 節で述べた様に、梁が平衡を保つ爲には内力は一つの偶力を形成してモーメントを生じ、その大きさは外力のモーメントと相等しくなければならない。斯の如く應力が一つの偶力を



第 108 圖

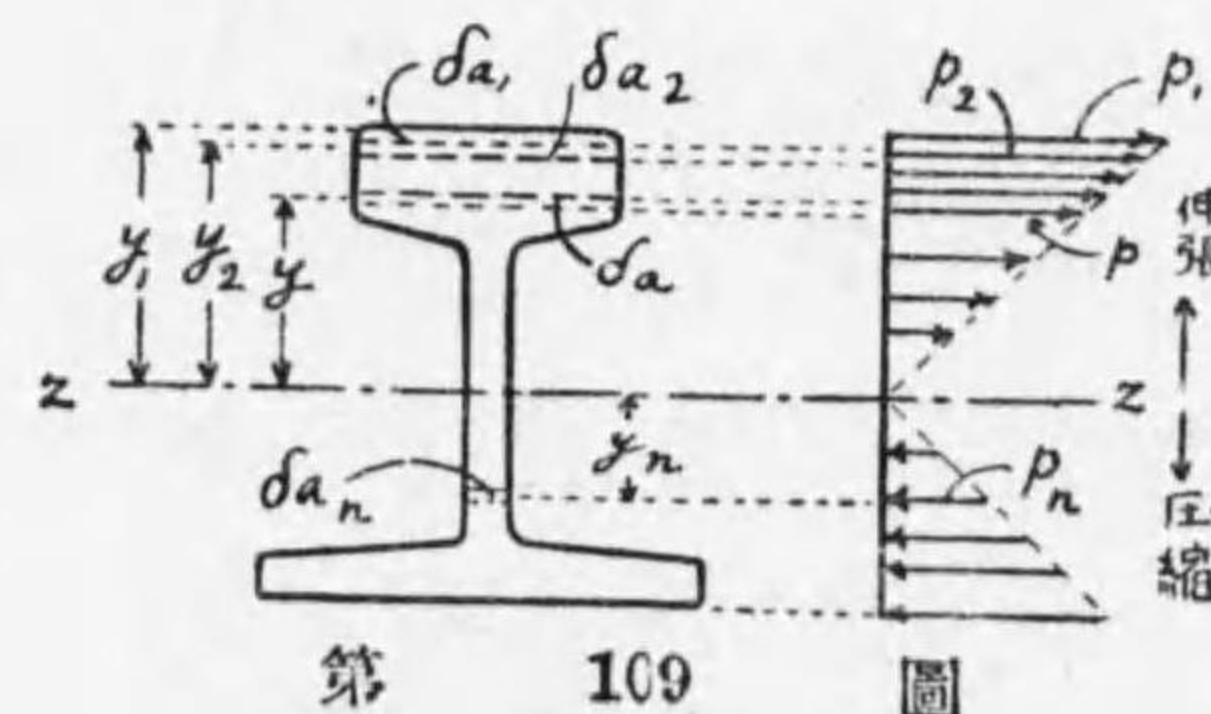
形成する爲には、應力の内の壓縮應力の合成力と伸張應力の合成力とは大き、相等しく方向反對なる事を要する。此の條件から中立軸の位置を求めると(茲には理論は省く)、之は横断面の重心を通る軸である事が分る。

52 抵抗モーメント 梁の一横断面に於て、外力のモーメントと平衡を保つ可き應力のモーメントを、抵抗モーメントと云ふ事は第 50 節で述べた通りで、最も簡單なる場合の抵抗モーメントの値は(2)式で示される。併し實際の梁では此の様な簡單なものではない。次に之を求めて見よう。

第 109 圖を参照すれば、中立軸より距離 y を有する薄層内に於ける應力の強さ p は、(4)式により

$$p = \frac{E}{R} y \dots\dots\dots(4)$$

此の部分の薄層の斷面積を δa とすれば、面積 δa 上の全應力の大きさは $p \times \delta a$



第 109 圖

で此の力の中立軸に關するモーメントは

$$p \cdot y \cdot \delta a$$

である。即ち之は薄層 δa 上の應力の抵抗モーメントであつて、斯の如き値の、全横断面(總ての薄層)に就ての總和が即ち、全横断面の抵抗モーメントを表はす事になる。依て全抵抗モーメントMは

$$M = p_1 y_1 \delta a_1 + p_2 y_2 \delta a_2 + \dots + p_n y_n \delta a_n + \dots$$

$$= \Sigma(py\delta a)$$

上式の p の代りに(4)式の p を代入すれば

$$M = \frac{E}{R} (y_1^2 \delta a_1 + y_2^2 \delta a_2 + y_3^2 \delta a_3 + \dots)$$

$$= \frac{E}{R} \Sigma(y^2 \delta a) \dots\dots\dots(5)$$

(5)式中 $\Sigma(y^2 \delta a) = y_1^2 \delta a_1 + y_2^2 \delta a_2 + \dots\dots\dots(6)$

は中立軸 zz に關する、横断面の慣性モーメントと云ふ量で、普通之を I で表はすから (5)式は

$$M = \frac{E}{R} I \quad \text{又は} \quad \frac{M}{I} = \frac{E}{R} \quad \text{となる。} \dots\dots\dots(7)$$

更に(6)式と } $\frac{M}{I} = \frac{E}{R} = \frac{p}{y} \dots\dots\dots(8)$
 (4)式とより }

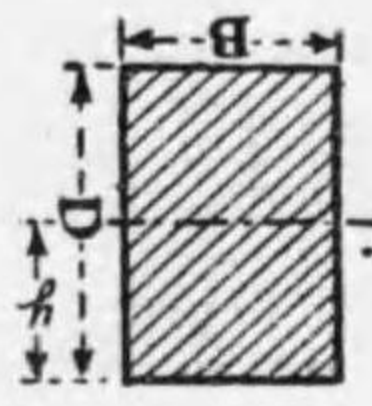
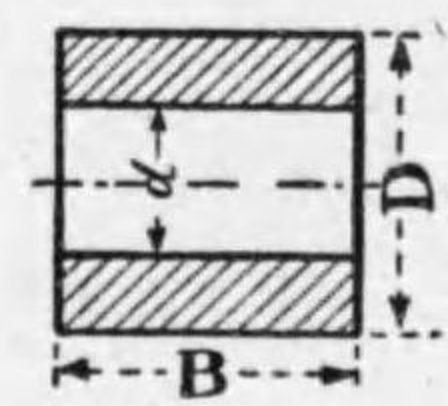
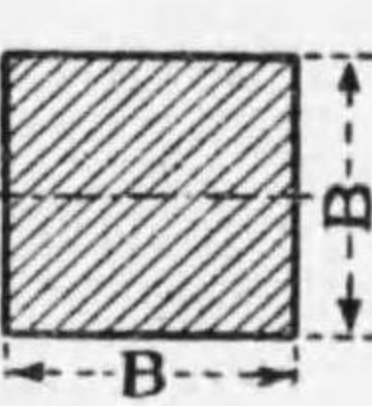
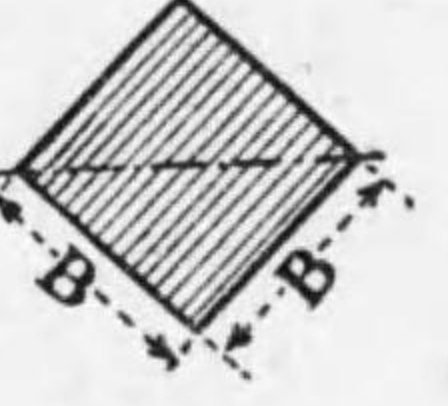
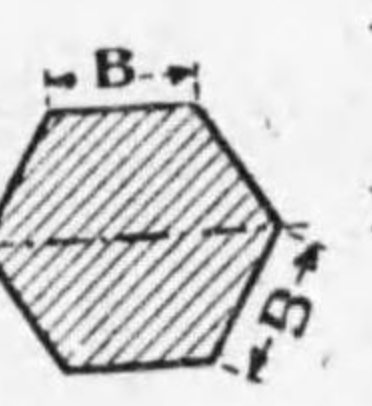
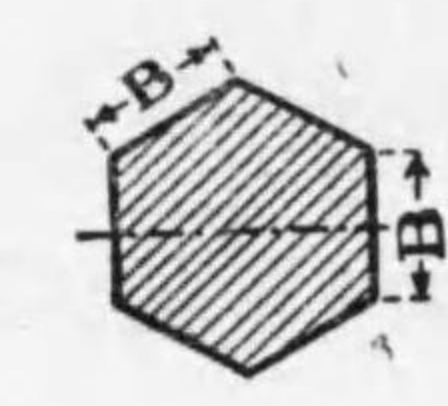
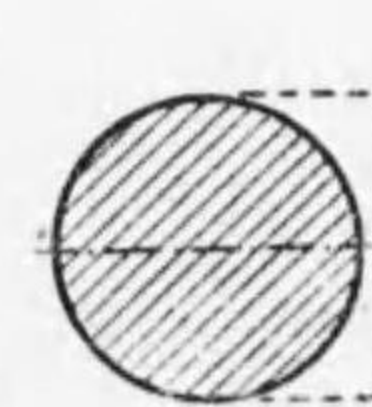
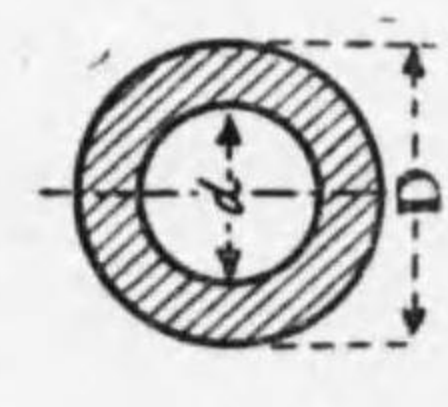
が得られる。(8)式は曲げ作用を論ずるに當つて非常に重要な關係であつて、此の式を用ふれば、中立軸より距離 y に於ける點の應力の強さ p の値は、BM (BM=外力のモーメント=抵抗モーメント) と I, 又は E と R との關係から求める事が出来る。

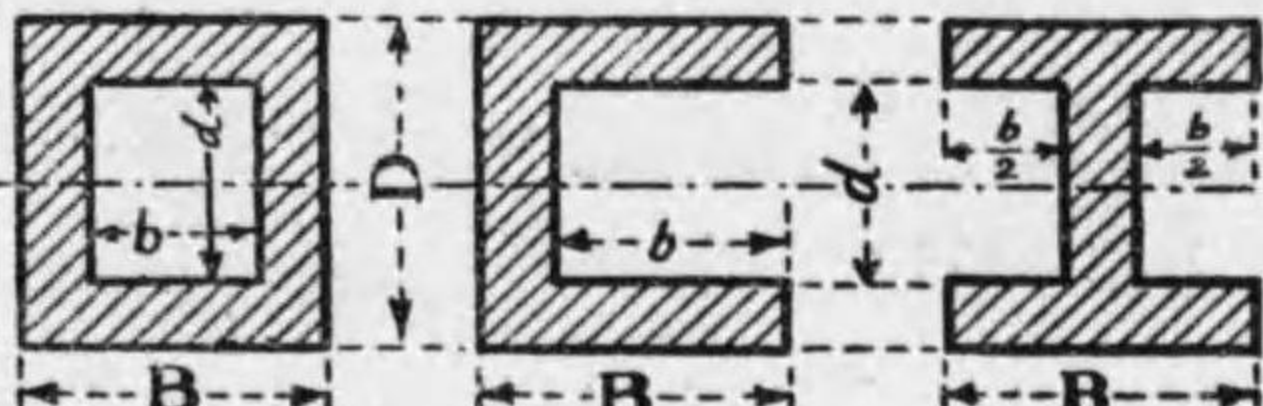
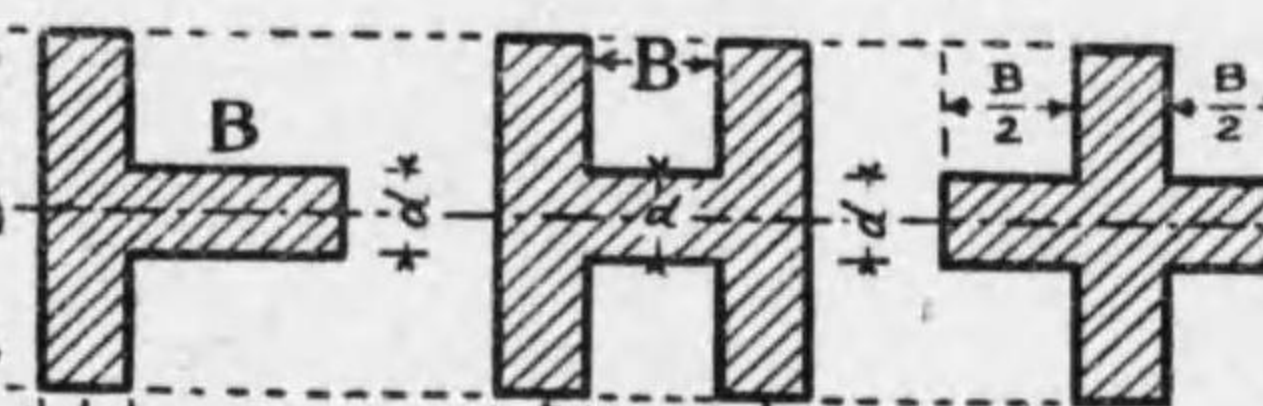
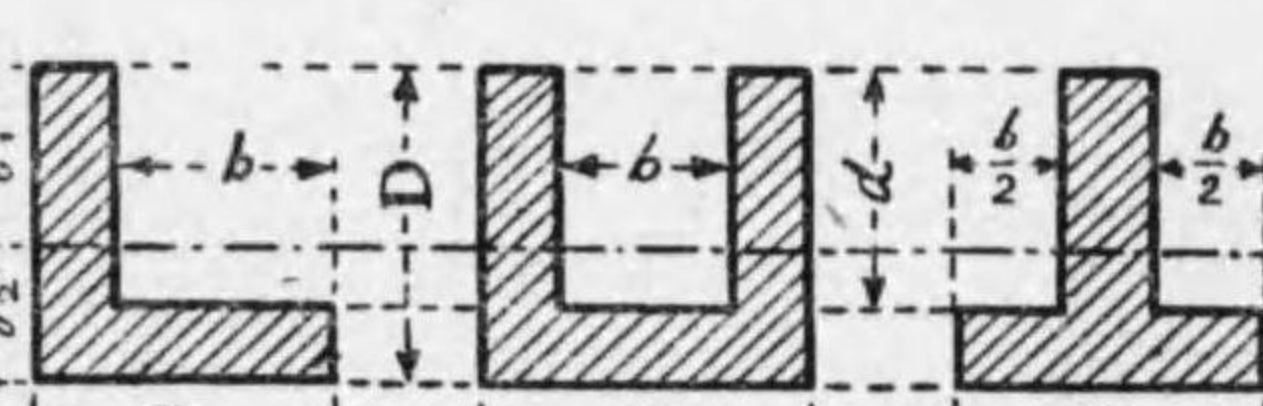
53 平面圖の慣性モーメント 梁内に誘起せられる應力の強さを知る爲には、梁の構断面の慣性モーメントを知らなければならぬ。斯の如き平面圖形の慣性モーメントの意味及び其の値は(6)式で表はされるが、實際の計算には高等數學の力をかりなければならぬ。併し一定の圖形の慣性モーメントは一定の値を有するから、梁の横断面として屢々出て來る形に就ての慣性モーメントの値を第6表に掲げて置く。平面圖の慣性モーメントの單位は(長さ)⁴であるから、長さの單位が mm, cm 等に應じて、慣性モーメントの單位は mm⁴, cm⁴ 等となる。

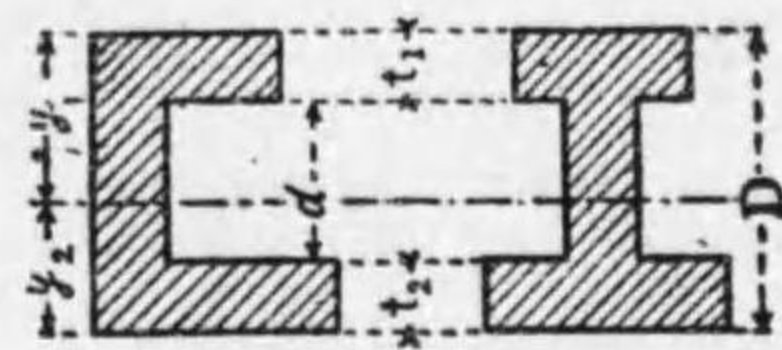
第6表の I は、圖形の重心を通つて圖示せる軸に關する、平面圖の慣性モーメントの値であるが、他の軸に關する慣性モーメントの値が必要な場合がある。其の時に

第6表 慣性モーメント及断面係數の表

<p>軸は中立軸で圖形の重心を通るものさである。 A=面積, I=慣性モーメント, z=断面係數=$\frac{I}{y}$ y=軸線より圖形の限界に至る距離で、特に其の價の記入してないものでは、y は圖形の全高の$\frac{1}{2}$若し断面が軸に就て上下對稱でない場合は y の値は y_1 及 y_2 の2つあり、従つて此の場合には $z = \frac{I}{y}$ にも2つの値が出来る。即ち $z_1 = \frac{I}{y_1}$, $z_2 = \frac{I}{y_2}$ となる。</p>
--

 $A = BD$ $I = \frac{1}{12} BD^3$ $z = \frac{1}{16} BD^2$	 $A = B(D-d)$ $I = \frac{B}{12} (D^3 - d^3)$ $z = \frac{B(D^3 - d^3)}{6D}$
 $A = B^2$ $I = \frac{1}{12} B^4$ $z = \frac{1}{6} B^3$	 $A = B^2$ $I = \frac{1}{12} B^4$ $z = \frac{\sqrt{2}}{12} B^3 = .12B^3$
 $A = \frac{3\sqrt{3}}{2} B^2 = 2.598B^2$ $I = \frac{5\sqrt{3}}{16} B^4 = .5413B^4$ $z = \frac{5}{8} B^3$	 $A = \frac{3\sqrt{3}}{2} B^2$ $I = \frac{5\sqrt{3}}{16} B^4$ $z = \frac{5\sqrt{3}}{16} B^3$
 $A = \frac{\pi}{4} D^2$ $I = \frac{\pi}{64} D^4$ $z = \frac{\pi}{32} D^3$	 $A = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)$ $I = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$ $z = \frac{\pi}{32} \left(\frac{D^4 - d^4}{D} \right)$

$A = BD - bd$ $I = \frac{1}{12} (BD^3 - bd^3)$ $z = \frac{BD^3 - bd^3}{6D}$	
$A = bD + Bd$ $I = \frac{1}{12} (bD^3 + Bd^3)$ $z = \frac{bD^3 + Bd^3}{6D}$	
$A = BD - bd$ $y_1 = \frac{BD^2 - bd^2}{2(BD - bd)}$ $y_2 = \frac{BD^2 - 2bdD + bd^2}{2(BD - bd)}$	
$I = \frac{(BD^2 - bd^2)^2 - 4BDbd(D-d)^2}{12(BD - bd)}$ $z_1 = \frac{I}{y_1} = \frac{(BD^2 - bd^2)^2 - 4BDbd(D-d)^2}{6(BD^2 - bd^2)}$ $z_2 = \frac{I}{y_2} = \frac{(BD^2 - bd^2)^2 - 4BDbd(D-d)^2}{6(BD^2 - 2bdD + bd^2)}$	



a_1 = 上部耳板の面積
 a_2 = 下部耳板の面積
 a = 腹板の面積

第 112 圖

$$y_1 = \frac{a_2(2D - t_2) + a_1 t_1 + a(d + 2t_1)}{2(a_1 + a_2 + a)}$$

$$y_2 = \frac{a_1(2D - t_1) + a_2 t_2 + a(d + 2t_2)}{2(a_1 + a_2 + a)}$$

$$I = \frac{a_1 t_1^3 + a_2 t_2^3 + a d^3}{12} + \frac{a_1 a_2 (D + d)^2 + a_1 a (t_1 + d)^2 + a_2 a (t_2 + d)^2}{4(a_1 + a_2 + a)}$$

$$z_1 = \frac{I}{y_1} \quad z_2 = \frac{I}{y_2}$$

実際の場合には、 h を兩耳板の中心距離とすれば
 $z_1 = a_1 h \quad z_2 = a_2 h$ と取つて充分である。

は次の定理を用ふる(證明は略す)。

定理 I (第 110 圖に於て)

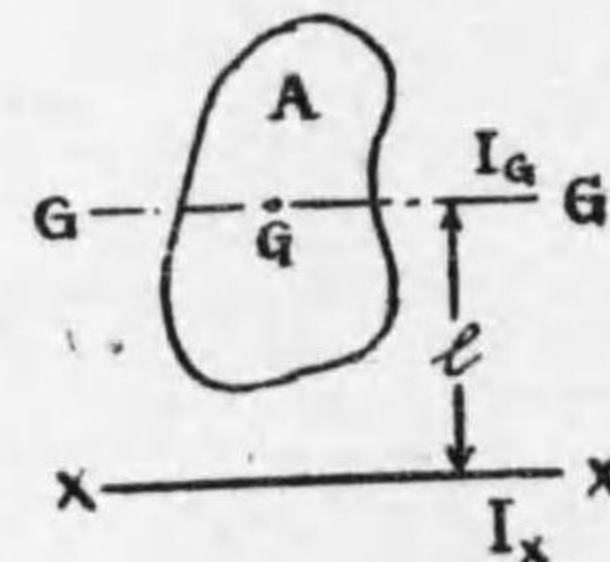
A = 圖形の面積

I_G = 圖形の重心を通る軸 GG に関する、面積 A の慣性モーメント

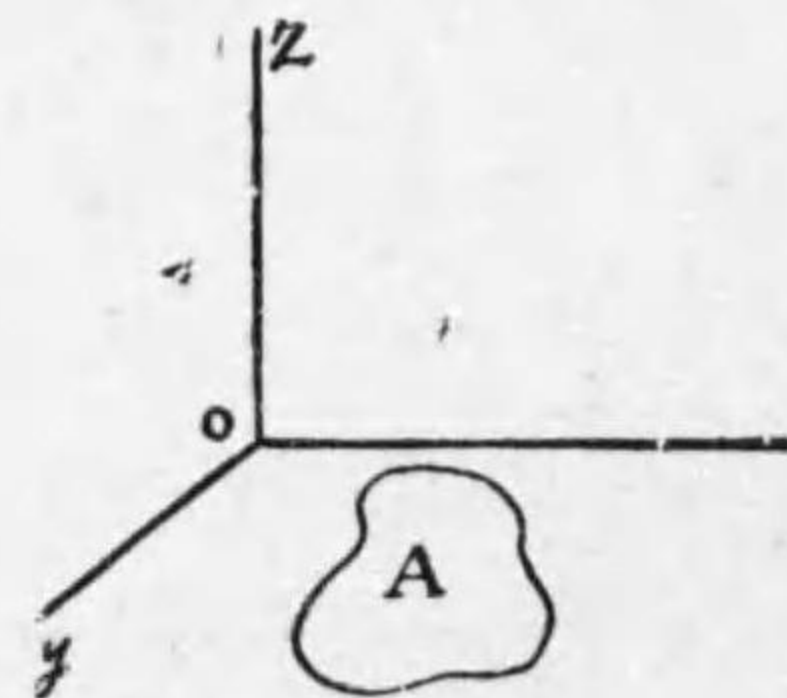
(既知の量)

I_x = 軸 GG に平行なる他の任意の軸 XX に関する慣性モーメント(未知の量)

l = 兩軸間の垂直距離



第 110 圖



第 111 圖

とする時は $I_x = I_G + A l^2$ なり。……………(9)

定理 II (第 111 圖に就て)

I_x = 平行圖 A の ox 軸に関する慣性モーメント

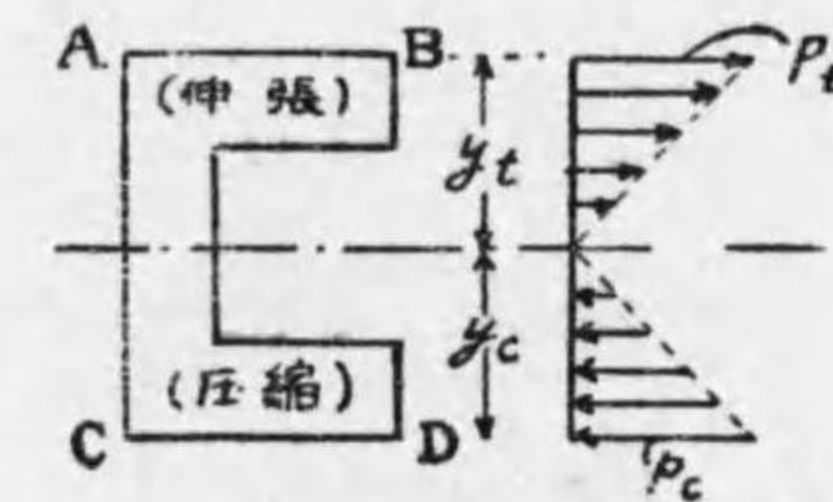
I_y = 平面圖 A の oy 軸に関する慣性モーメント

I_z = 平面圖 A の oz 軸に関する慣性モーメント

なる時は

$$I_z = I_x + I_y \quad \text{なり。……………(10)}$$

54 梁の設計 第(4)式 $P = \frac{E}{R} y$ は、第 108, 109 及び 112 圖に示す如く、梁内の曲げ應力の強さ p は中立軸からの距離に比例する事を示す。然らば中立軸から最も



第 112 圖

遠くにある面 AB 又は CD 内 (第 112 圖) に於て p は最大で、此の時の應力を表皮應力と稱する。今 AB 面は伸張、 CD 面は圧縮應力を受けるものとし、

y_t = 中立軸から AB 面までの距離

y_c = 中立軸から CD 面までの距離

P_t : y_t に於ける即 AB 面内の伸張應力の強さ

P_c : y_c に於ける即 CD 面内の圧縮應力の強さ

とする時は $\frac{P}{y} = \frac{P_c}{y_c} = \frac{P_t}{y_t}$ となる。……………(11)

依て(11)式 } $\frac{E}{R} = \frac{M}{I} = \frac{P_t}{y_t} = \frac{P_c}{y_c}$ (12)

と(8)式から }

又は $M = \frac{P_t I}{y_t} = \frac{P_c I}{y_c}$ (13)

式中 $\frac{I}{y_t}$ 又は $\frac{I}{y_c}$ は断面係数と稱し、之を z_t, z_c で表はし
最大応力強さ P_t, P_c を許容応力強さ f_t, f_c で置き換へれば

$M = f_t z_t = f_c z_c$ 或は一般に $M = f z$ (14)

の形となし得る。

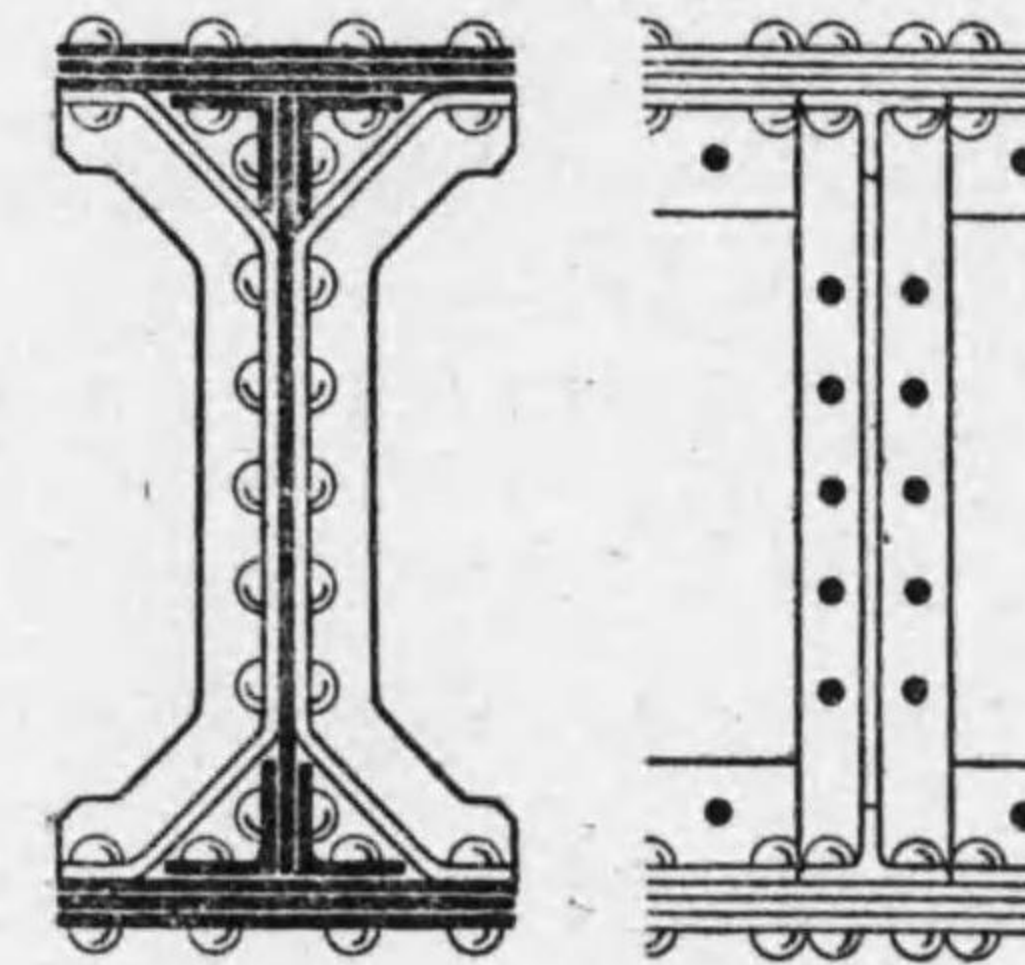
茲に M は梁の BM, z は(長さ)³ 即ち mm³, cm³ 等を單位とする量で、第6表に示す如き値を有して居るから、(14)式によつて梁の横断面の大きさを決める事が出来る。即ち(14)式は實に梁の設計の基礎公式であるから、學生は之を充分に理解し且應用する練習を積まなければならぬ。

$M = f z$ の式を強さの式、又(12)式を變形して得らる可き $\frac{1}{R} = \frac{M}{EI}$ を剛(コワサ)さの式と名づける。

55 ガーターの形状 矩形圓形等は、機械や組立物の曲げ作用を受ける部分の断面の形として屢々現はれて居るが、曲げに抵抗すべき梁としては適當なる断面と云ひ得ない。何となれば曲げ應力を受けざる中立軸上に尙多くの面積を有し、從て慣性モーメント又は断面係數の値は横断面積の割合に小であるからである。

然らば如何なる形状の梁を選ぶ可きかと云ふに、最大の應力強度の生ずる部分に、廣大なる面積の分布せる断面例へば I 又は \square 断面である。此の時には断面の面積は同一であるとも、圓又は矩形断面より遙に大なる I 又は \square を有し、從て材料を經濟的に使用し得るのである。此の故を以てガーダーの横断面は總て I 又は之に准ずる形となし、鋼板を組み合はせて製作する。第113圖は此の

一例を示すものである。



第 113 圖

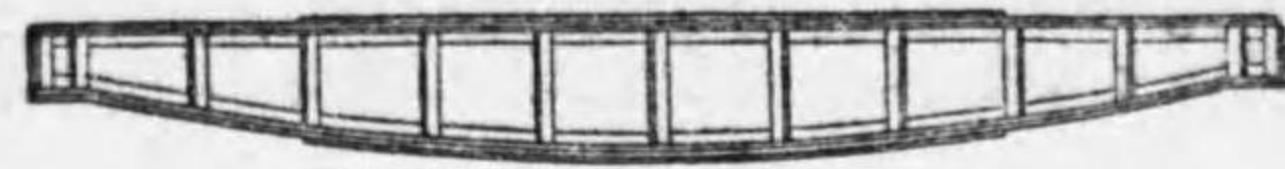
I 断面の慣性モーメントは第6表に示す通りであるが、實際の場合には次の如き近似値を代用して充分である。今1枚のフレンヂ(耳板) (I 断面

の上下にある水平の板)の幅を b , 平均の厚さを t , I 断面の深さ(上下兩フレンヂ間の平均の高さ)を d とし、ウェッブ(腹板)(兩フレンヂ間の垂直の板)は無いものと考えた時の中立軸に関する慣性モーメント

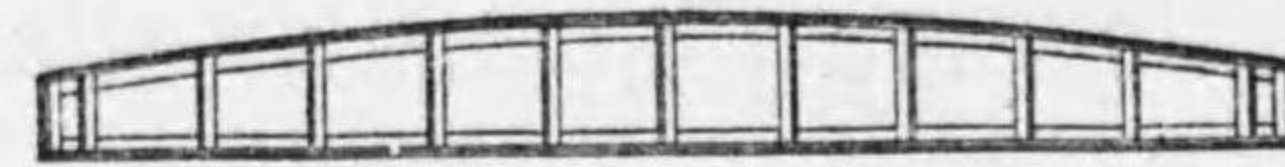
$I_G = 2bt \times \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} btd^2$ (15)

を使用して充分である。

尚集中又は等布の、静止或は移動荷重を負ふガーダー



は多くの場合に於て支へ梁をなすから、



兩支柱中央部附近で大なるBMを受ける

第 114 圖

故に此の附近で I 又は z の値が大となり大なる BM に耐え得る如く、或は逆に云へば BM の漸減する兩端に附近くに從つて、之に耐え得る程度に横断面を小となし以て材料の經濟を計る目的で、全體の形狀は第 114 圖の如く中央附近を深く兩端を淺く作る。

56 梁の剪斷應力の強さ 梁の破壊は第 104 圖の如く曲げによつて起るのみならず、剪斷力によつて第 30 圖の如く破壊されんとする傾向をも有するものである。今梁の一横断面の面積を A、此の面に加へられる SF を Q とすれば、平均の剪斷應力の強さは、第 III 章(3)式により

$$q_{mean} = Q/A \quad \text{である。} \dots\dots\dots(16)$$

而して同章に於て説明した如く、 $q_{max} > q_{mean}$ で

$$\text{矩形断面では } q_{max} = \frac{3}{2} q_{mean} \dots\dots\dots(17)$$

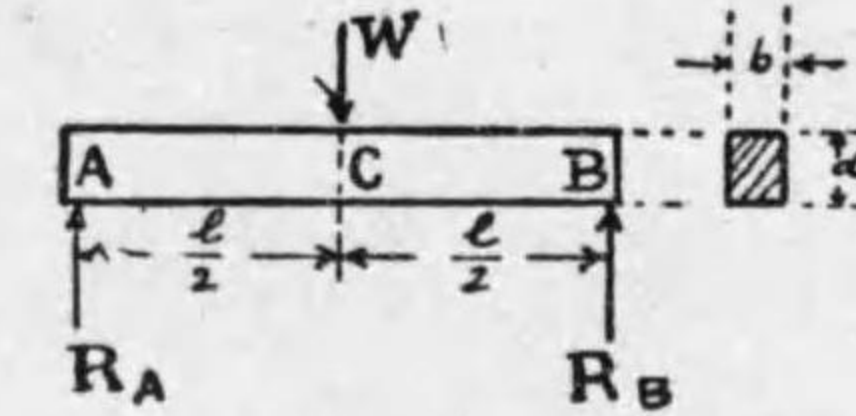
$$\text{圓形断面では } q_{max} = \frac{4}{3} q_{mean} \dots\dots\dots(18)$$

なる關係がある。

此の様な強さの SF が梁の破壊作用を助ける故、梁の

設計に當りては當然 SF も考へなければならぬ筈であるが、此の値は曲げ應力の値に比して非常に小であるから、實際の場合には考慮外に置いて差支ない。

例 1 第 115 の梁に於て最大の曲げ應力と、最大の剪斷應力の強さの比を求む。



第 115 圖

最大の曲げ應力 P は断面 C の表皮に於て起り、(14)式の f の代りに P を用ふれば

$$P = \frac{M}{z}$$

而るに此の場合の z は第 6 表より $z = \frac{1}{6} bd^2$ 、又 $M = \frac{Wl}{4}$

$$\therefore P = \frac{Wl}{4} \cdot \frac{6}{bd^2} = \frac{6}{4} \frac{Wl}{bd^2}$$

次に SF の値は $\frac{1}{2}W$ であるから、その最大の強さ q_{max} は、(18)式を應用して

$$q_{max} = \frac{3}{2} q_{mean} = \frac{3}{2} \frac{W}{2} \frac{1}{bd} = \frac{3}{4} \frac{W}{bd}$$

$$\therefore \frac{q_{max}}{P} = \frac{3}{4} \frac{W}{bd} / \frac{6}{4} \frac{Wl}{bd^2} = \frac{1}{2} \frac{d}{l}$$

故に若し $l = 5d$ とするも上の値は $\frac{1}{10}$ となり、 q_{max} は遙に P より小なるを知る。

例 2 前節例 4 の場合に於て、断面矩形にして $b = 30\text{cm}$ 、 $d = 45\text{cm}$ なる時断面 C に於ける最大應力の強さ、即表皮應力の強さを求む

$$\text{該例により } M = 5,670 \text{ m kg} = 567,000 \text{ cm-kg}$$

$$\text{前例の如く } z = \frac{1}{6} bd^2$$

$$\text{故に前例の如く } P = \frac{M}{z} = \frac{567,000 \times 6}{30 \times 45 \times 45} = 56.1 \text{ kg/cm}^2$$

前節例4に於ては梁 AB 中に於て断面 C に於ける BM が最大である故に上式より得たる 56.1 kg/cm^2 なる應力の強さは、梁 AB を通じての最大の應力強度である。

例 3 前例の如き梁に於て許容應力の強さを 60 kg/cm^2 とする時矩形断面の大きさを決定せよ

$$\text{最大の BM は } M = 567,000 \text{ cm kg}$$

$$\text{矩形断面なる故幅を } b, \text{ 深さを } d \text{ とすれば } z = \frac{1}{6}bd^2$$

$$\text{許容應力の強さ } f = 60 \text{ kg/cm}^2$$

故に(14) $M = fz$ より

$$567,000 = 60 \times \frac{1}{6}bd^2 \quad \text{或は } bd^2 = 56,700 \text{ cm}^3$$

此の $56,700 \text{ cm}^3$ は bd^2 の最小限度を示すものであるから、 bd^2 が正しく $56,700$ でなくとも、之よりも大であつても差支はない。

今 $b = 30 \text{ cm}$ とすれば

$$d = \sqrt{\frac{56,700}{30}} = \sqrt{1,890} = 43.5$$

よつて $b = 30 \text{ cm}, d = 43.5 \text{ cm}$ を解さなし得る。

或は若し $b = 25 \text{ cm}$ とすれば

$$d = \sqrt{\frac{56,700}{25}} = \sqrt{2,270} = 44.7$$

よつて $b = 25 \text{ cm}, d = 45 \text{ cm}$ をも解さなし得る。

是は一例に過ぎないが、 b も d も勝手に定める事が出来る場合には、横断面の大きさは種々の値をなし得る。併し

$b = 5 \text{ cm}$ として

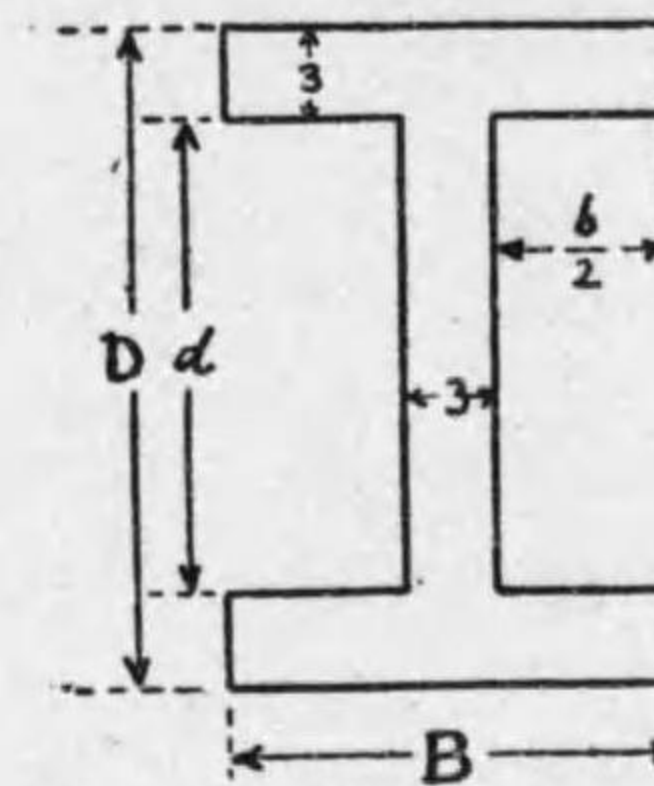
$$d = \sqrt{\frac{56,700}{5}} = \sqrt{11,340} = 107 \text{ cm}$$

とする如きは、 b と d の比例が餘りに釣合ひを失するから不可である。

大體 $d < 2b$ 位を頃合ひとする。

例 4 横断面積 100 cm^2 を有する、圓形、正方形、矩形 ($d < 1.5b$) 及

I 断面 ($D = 1.5B, t = (\frac{1}{5} \sim \frac{1}{8})D$) の抵抗モーメントを比較せよ。



第 116 圖

圓形：直径 D は

$$D = \sqrt{100 \times \frac{4}{\pi}} = 11.3 \text{ cm}$$

$$z = \frac{\pi}{32} D^3 = \frac{\pi}{32} \times 1,440 = 147 \text{ cm}^3$$

$$\text{正方形： } z = \frac{1}{6} B^3 = \frac{1,000}{6} = 167 \text{ cm}^3$$

$$\text{矩形： } d = 12 \text{ cm } b = 8.3 \text{ cm とすれば} \\ z = \frac{1}{6} bd^2 = 199 \text{ cm}^3$$

I 断面： $D = 17 \text{ cm}, B = 11 \text{ cm}, t = 3 \text{ cm}$ とすれば面積は

$$A = (3+3) \times 11 + (17-6) \times 3 = 99 \text{ cm}^2 \text{ となるから、}$$

$$z = \frac{BD^3 - bd^3}{6D} = \frac{11 \times 17^3 - 8 \times 11^3}{6 \times 17} = \frac{33,400}{102} = 328 \text{ cm}^3$$

依つて断面係数の比は

$$\text{圓形：正方形：矩形：I 断面} = 147 : 167 : 199 : 328 \\ = 1 : 1.14 : 1.35 : 2.23$$

即ち同一重量の材料によつても、I 断面は他の形の断面に比して、如何に丈夫であるかゞ分り、第 55 節(78頁)に説明せる事は此の問題によつて、數値的に證明された譯である。

例 5 梁の受ける BM が $150,000 \text{ cm-kg}$ なる時は如何なる大きさの I 断面を使用すべきか。但し許容應力強度は 700 kg/cm^2 とする。

$$M = fz \text{ より } z = \frac{150,000}{700} = 214.3 \text{ 以上なるを要す。}$$

今 $D = 17 \text{ cm}, B = 11 \text{ cm}, t = 3 \text{ cm}$ とする時は、前例より $z = 328$ となり過大である。

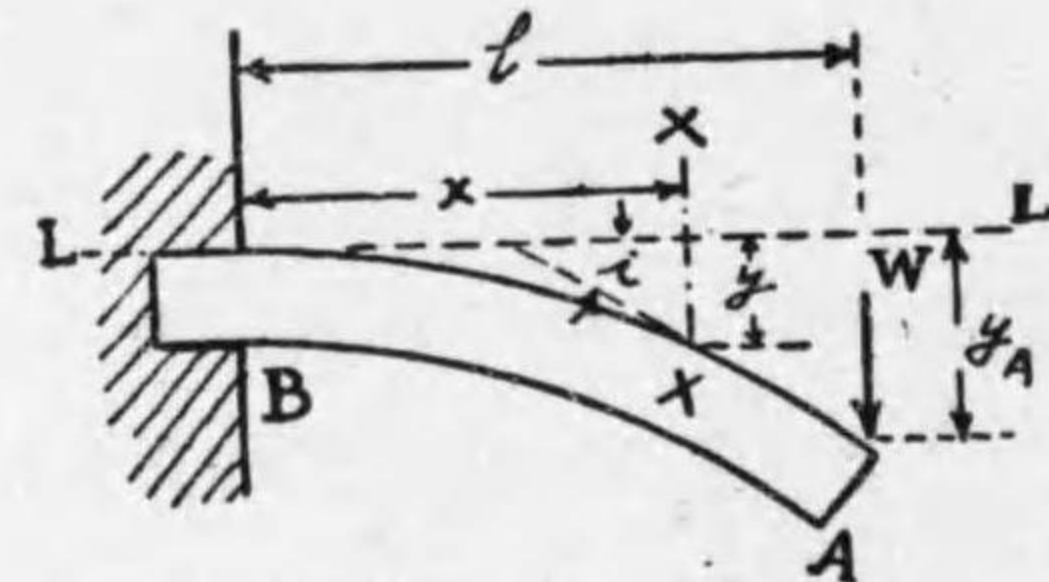
若し $D = 14 \text{ cm}, B = 9 \text{ cm}, t = 2 \text{ cm}$ とすれば

$$z = \frac{9 \times 14^3 - 7 \times 10^3}{6 \times 14} = 210 \text{ となつて少し不足である。依つて } D = 14 \text{ cm},$$

$B = 10 \text{ cm}, t = 2 \text{ cm}$ とすれば $z = 245$ となるから上の値を使用し得る。

此の例の如く、I 断面の大きさを決めるには、D, B, d, b 等の値を豫想して計算し、所要の σ の値に段々近づけて行く方法を取る。

57 梁の撓み 梁が荷重を負うて BM を受ける時は梁は曲がりを生ずるものである。此の際第 117 圖に示す如く断面 X が最初の水平面 LL より下れる距離 y を X 面に於ける撓みと云ひ、X 面の切線が LL となす角 i ラヂアンを傾斜角と云ふ。都合の良い所に原点を選び(圖では原点は B なり) 之より任意の断面 X までの距離 x と、撓み y 及び傾斜角 i との関係は一定の公式で表はす事が出来る。此の関係を導き出す事は高等數學を用ゐなければならぬから、本書には單にその関係を與へる公式だけを示して置く。



第 117 圖

云ふ。都合の良い所に原点を選び(圖では原点は B なり) 之より任意の断面 X までの距離 x と、撓み y 及び傾斜角 i との関係は一定の公式で表はす事が出来る。此の関係を導き出す事は高等數學を用ゐなければならぬから、本書には單にその関係を與へる公式だけを示して置く。

58 片持梁の傾斜及び撓み (i) 第 117 圖の如く自由端に集中荷重を有する片持梁の場合

$$i = \frac{Wx}{2EI}(2l-x), \quad y = \frac{Wx^2}{6EI}(3l-x) \dots\dots\dots(19)$$

但し E=直接弾性係數

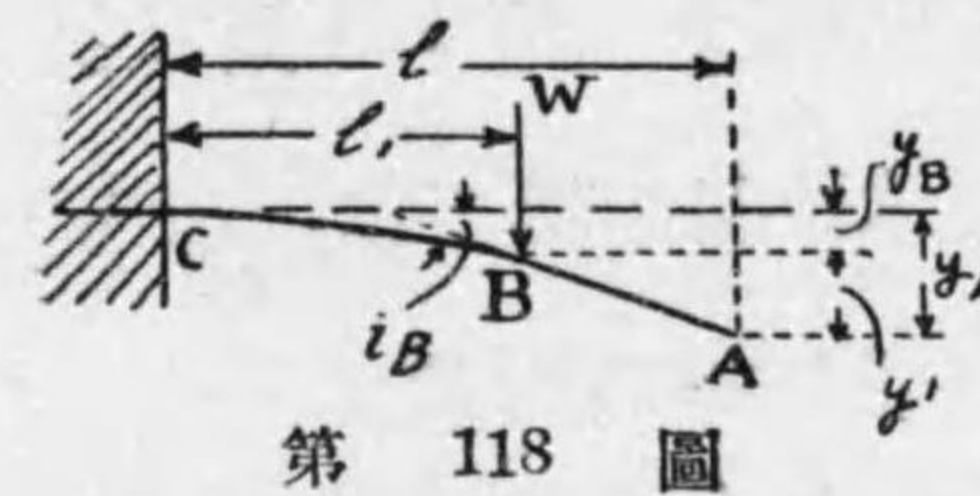
I=横断面の中立軸に関する慣性モーメント

にして、兩者共梁の全長に互りて一定であると假定する以下に於ても同様に假定する。

(19)式より自由端に於ては $x=l$ とすれば

$$i_A = i_{x=l} = \frac{Wl^2}{2EI}, \quad y_A = y_{x=l} = \frac{Wl^3}{3EI} \dots\dots\dots(20)$$

(ii) 自由端以外に集中荷重を有する片持梁 第 118 の



第 118 圖

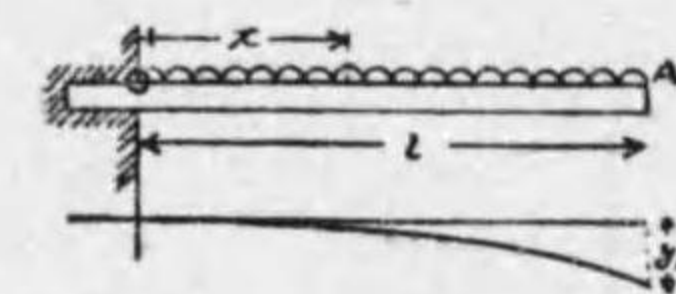
如き場合で、(20)式を應用すればよい。即

$$i_B = i_A = \frac{Wl_1^2}{2EI}$$

$$y' = i_B(l-l_1)$$

$$\therefore y_A = y_B + y'$$

$$= \frac{Wl_1^3}{3EI} + (l-l_1) \frac{Wl_1^2}{2EI}$$



第 119 圖

(iii) 等布荷重を負へる片持梁 (第 119 圖)

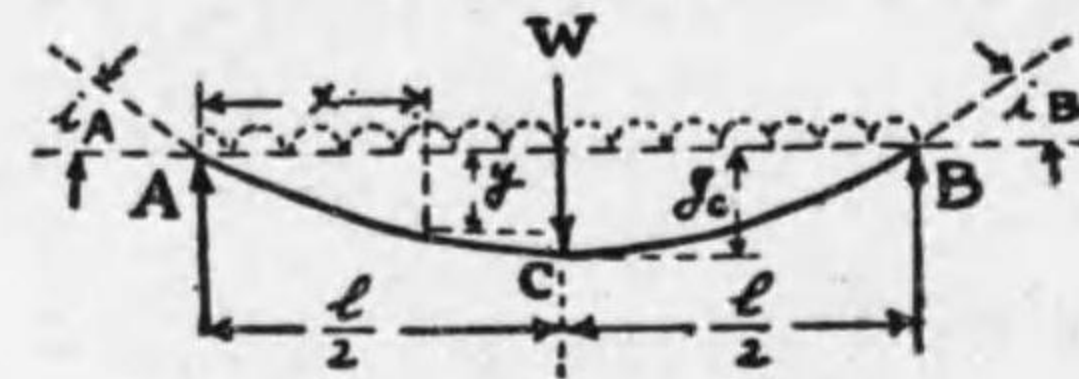
$$\left. \begin{aligned} i &= \frac{wx}{6EI}(3l^2 - 3lx + x^2) \\ y &= \frac{wx^2}{24EI}(6l^2 - 4lx + x^2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(21)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{自由端では } i_A &= wl^2/6EI = Wl^2/6EI \\ y_A &= wl^4/8EI = Wl^3/8EI \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(22)$$

茲に W は梁上の全重量にして $W=wl$ である。

59 支へ梁に於ける傾斜角及び撓み 支へ梁に於ては傾斜角は第 120 圖 i_A の如く右方が低くなる時と、 i_B の如

く左方が下る場合とがある。本書に於ては i_A の如きものを正、 i_B の如きものを負とする。又以下に



第 120 圖

示す如く原點は常に左支柱上にとる事とする。

(i) 中央に集中荷重を有する支へ梁 第120圖に於て集中荷重 W だけを考へる場合、AC間に於ては、即ち $x \leq \frac{l}{2}$ なる範圍に在りては傾斜及び撓みの式は

$$i = \frac{W}{16EI} (l^2 - 4x^2), \quad y = \frac{Wx}{4EI} \left(\frac{l^2}{4} - \frac{x^2}{3} \right) \dots\dots(23)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{中央の撓み } y_c \text{ は } y_c = y_{x=l/2} = \frac{Wl^3}{48EI} \\ \text{A 端の傾斜角は } i_A = i_{x=0} = \frac{Wl^2}{16EI} \end{aligned} \right\} \dots\dots(24)$$

若し BC間に於ける傾斜又は撓みを求めんとする場合は x は B 點から左方に測つて、(23)式の符號を變へたものを使用すればよい。

(ii) 等布荷重を負へる支へ梁 第120圖に於て、 W の代りに $w/\text{unit length}$ の荷重があるを考ふれば、

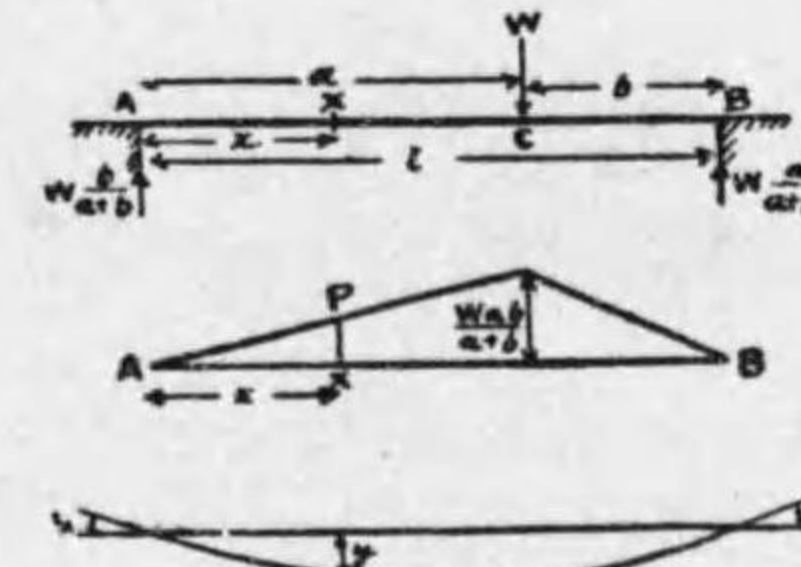
$$\left. \begin{aligned} i = \frac{w}{2EI} \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}lx^2 + \frac{1}{12}l^3 \right) \\ y = \frac{wx}{2EI} \left(\frac{1}{12}x^3 - \frac{1}{6}lx^2 + \frac{1}{12}l^3 \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots(25)$$

本式では x は zero から l までを取つて差支ない。よつ

て i_A, i_B, y_c は夫々 x を $0, l, \frac{1}{2}l$ とすれば

$$i_A = \frac{wl^3}{24EI}, \quad i_B = -\frac{wl^3}{24EI}, \quad y_c = \frac{5}{48} \frac{wl^4}{8EI} \dots(26)$$

(iii) 中央以下に集中荷重を



第 121 圖

有する支へ梁 此の場合は第121圖に於て AC が BC よりも大とする時は、即ち $a > b$ とする時は

AC間に在りては A を原點として x を右方に取り

$$\left. \begin{aligned} i_{AC} = -\frac{Wb}{EI} \left(\frac{x^2}{2} - \frac{a^2}{6} - \frac{ab}{3} \right) \\ y_{AC} = -\frac{Wbx}{EI} \frac{a^2 + 2ab - x^2}{6} \end{aligned} \right\} \dots\dots(27)$$

又 BC間では B を原點として、 x を左方を取れば

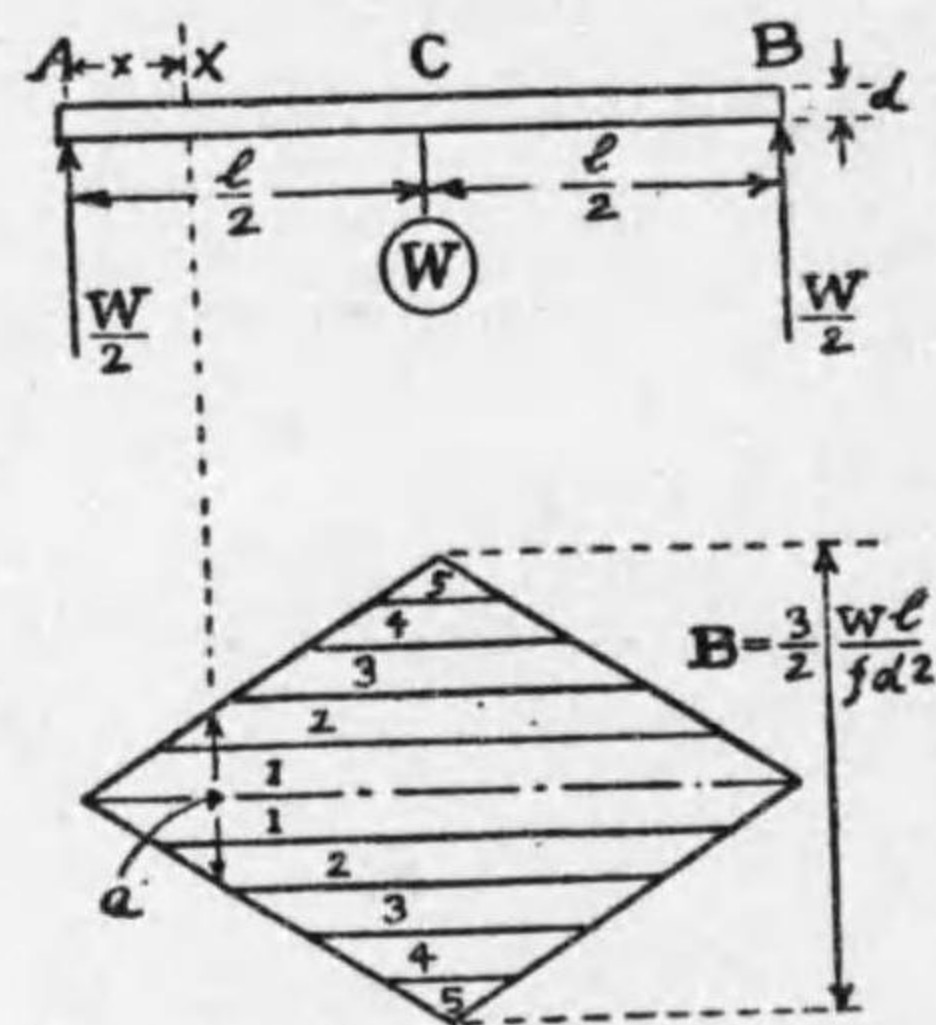
$$\left. \begin{aligned} i_{BC} = \frac{Wa}{EI} \left(\frac{x^2}{2} - \frac{b^2}{6} - \frac{ab}{3} \right) \\ y_{BC} = \frac{Wax}{EI} \frac{b^2 + 2ab - x^2}{6} \end{aligned} \right\} \dots\dots(28)$$

より計算する事が出来る。

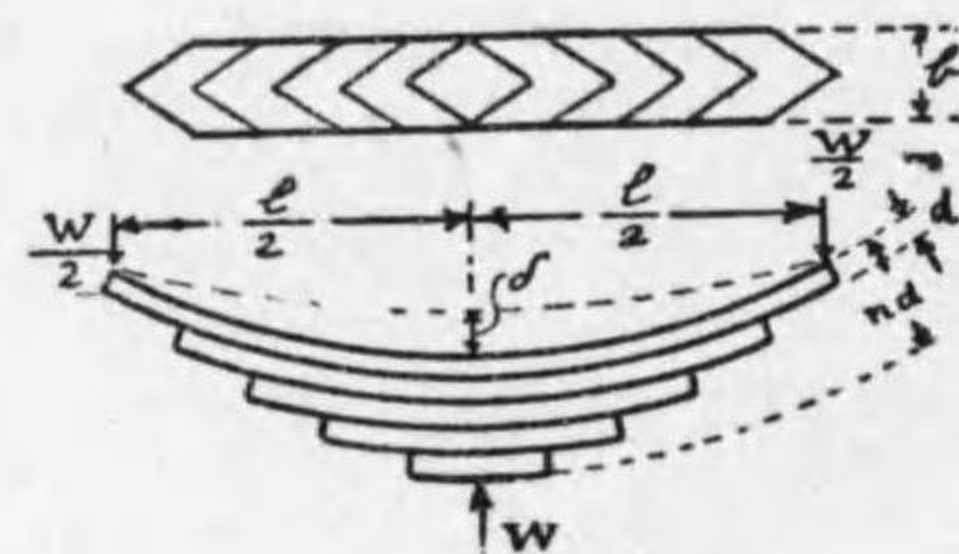
(iv) 數個の荷重を有する梁の撓み 片持梁に於ても支へ梁に於ても、數個の荷重を有する時の梁の撓みは、各の荷重による撓みの代數和である。而して支へ梁に於ては、前節に示す如く梁間の中央以外に集中荷重が懸つて居る時は、荷重と支柱との距離の大なる方の部分では

(27)式, 小なる方の部分では(28)式によつて計算す可き事を忘れてはならぬ。

60 重ねばね 第122圖に示す様に中央に集中荷重 W を有する支へ梁があつて、此の梁は厚さは一定で d であるが、幅は中央に向つて漸増し、最大幅は B となり其の平面圖は菱形であるとする。此の場合 AC 間に於て A 點から x の距離にある断面の最大應力の強さを求めて見る。



第 122 圖



第 123 圖

断面 X に於ける BM は $M = \frac{W}{2}x$

断面 X に於ける幅 a は $a = B \times \frac{x}{\frac{l}{2}} = B \frac{2x}{l}$

断面 X の断面係數 z は $z = \frac{1}{6}ad^2 = \frac{Bd^2}{3l}x$

∴ 最大應力の強さ p は $p = \frac{M}{z} = \frac{3}{2} \frac{Wl}{Bd^2} \dots\dots(29)$

となる。此の式より見るに p の大きさは x に無關係で如何なる断面に於ても最大應力、即ち皮表應力の強さは一定

である。斯の如く表皮應力の一定なる梁を平等なる強さの梁と云ふ。然らば第122圖は平等なる強さの梁を示す。同圖の如き平等なる強さの梁に於て許容應力の強さを f とする時は、最大幅 B は(29)式より $B = \frac{3}{2} \frac{Wl}{fd^2}$ を得る。

第122圖菱形の梁は重ねばねの原形をなすものであつて、此の菱形の幅を $2n$ 等分せる帯板の相對應せる一對宛を一枚として順次重ね合はせたものが重ねばね (第123圖) である。重ねばねで一枚の板の幅を b , ばね板の枚數を n とする時は $B = nb$

であるから、之を(29)式に代入すれば、設計公式は

$$\left. \begin{aligned} \text{許容應力 } f \text{ の式は } & f = \frac{3}{2} \frac{Wl}{nbd^2} \\ \text{撓み } \delta \text{ の式は } & \delta = \frac{3}{8} \frac{Wl^3}{nEbd^3} = \frac{fl}{4Ed} \end{aligned} \right\} \dots\dots(30)$$

茲に δ は第123圖に示され、 E は直接弾性係數である。

注意 (i) 横断面一定なる梁では、任意の断面に於ける表皮應力は、最大 BM を受ける断面の表皮應力より小なる事は明である。何となれば p は M に比例するからである。

(ii) 平等なる強さの梁の形は、第122圖の如き菱形のみには限らぬ。荷重の懸り様又は梁の深さ幅との關係によつて種々なる形が生じて来る。

(iii) (23)又は(24)式は、梁の横断面は梁の全長に亘つて一定であるとの假定の下に求められた公式であるから、重ね板の場合の如く横断面の大き従て慣性モーメントに變化があるものには、其の撓みを求める際に(23), (24)式を應用する事は出来ぬ。(30)の δ の式は他の方面から導き出されたものである。

例 6 全長 1 meter にして、 $I=50 \text{ cm}^4$ を有する片持梁の自由端に 90 kg の集中荷重が懸れる場合、自由端に於ける傾斜及び撓みを求む。但し $E=20,000 \text{ kg/mm}^2$ させよ。

(20) 式に於て $W=90 \text{ kg}$, $l=1\text{m}=100 \text{ cm}$,

$E=20,000 \text{ kg/mm}^2=2,000,000 \text{ kg/cm}^2$ とすれば

$$i_A = \frac{90 \times (100)^2}{2 \times 2 \times 10^6 \times 50} = \frac{9}{2,000} \text{ radian}$$

而るに $1 \text{ radian} = \frac{180^\circ}{\pi}$

$$\therefore i_A = \frac{9}{2,000} \times \frac{180}{\pi} = 0.26^\circ$$

$$y_A = \frac{90 \times (100)^3}{3 \times 2 \times 10^6 \times 50} = \frac{3}{10} \text{ cm} = 3 \text{ mm}$$

例 7 支へ梁の梁間は 300 cm にして中央に 480 kg の集中荷重を有する時、最大の撓みが 10mm を超えざる爲には、 I を何程とすべきか、但し $E=20,000 \text{ kg/mm}^2$ とす。

(24) 式に於て、 $W=480 \text{ kg}$, $l=300 \text{ cm}$, $y_c=10 \text{ mm}=1\text{cm}$,

$E=2 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2=2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ とすれば

$$I = \frac{Wl^3}{48 E y_c} = \frac{480 \times (300)^3}{48 \times 2 \times 10^6 \times 1} = \frac{270}{2} = 135 \text{ cm}^4$$

若し之が $b \times d$ の矩形断面の梁なれば

$$I \text{ は第 6 表より } I = \frac{1}{12} b d^3 = 135, \therefore b d^3 = 1,620$$

若し $b=5 \text{ cm}$ とすれば

$$d = \sqrt[3]{\frac{1620}{5}} = 6.87 \text{ 式は } 7 \text{ cm とする事が出来る。}$$

例 8 車輛用の重ね板があり、長さ 1,200 mm, 幅 80 mm, 板の厚さ 10 mm を有する。中央にかゝる集中荷重が 1,000 kg なる時、板の表皮應力の強さが 20 kg/mm^2 を超えない様に枚数を定め、其の時の撓みを求めよ。但し $E=20,000 \text{ kg/mm}^2$ とする。

(30)式より

$$n = \frac{3}{2} \frac{Wl}{f b d^2} = \frac{3}{2} \frac{1,000 \times 1,200}{20 \times 80 \times 10^2} = \frac{90}{8} = 11.3 \text{ 即 12 枚}$$

$$\delta = \frac{3}{8} \frac{1,000 \times (1,200)^3}{12 \times 20,000 \times 80 \times 10^3} = \frac{30 \times 12^3}{2 \times 8^2} = 34 \text{ mm}$$

本例は重ね板の設計の一例であつて、實際に與へられる條件は、荷重の 1,200 kg と大體の長さ 1,200 mm 位である。依つて他の幅及び厚さ等は豫め假定して枚数を求め、枚数が 8,9 枚から 15,16 枚位ならば宜しい。

第 VI 章 固着梁及び連続梁

61 固着梁 梁の両端が固着せられたものを固着梁と云ふ。片持梁の固着端では BM が起り、又傾斜撓みは共にゼロであつた如く、固着梁の両端に於ても同様の事が成立する。此の固着端に於ける BM を固着モーメントと云つて居る。固着梁の一般の解法は六ヶ敷しいから、次に二三の特殊の場合に就て説明を掲げておく。

62 等布荷重を負へる固着梁 第 124 圖の場合では、次の様な公式がある。

$$\text{SF } F_x = w(l/2 - x) \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{BM } M_x = \frac{w}{12}(6x^2 - 6lx + l^2) \dots\dots\dots(2)$$

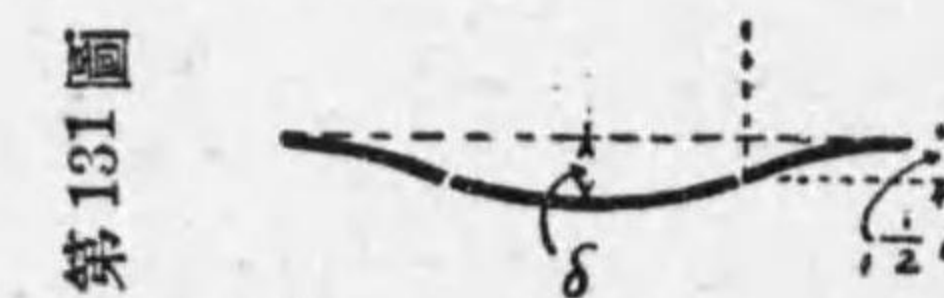
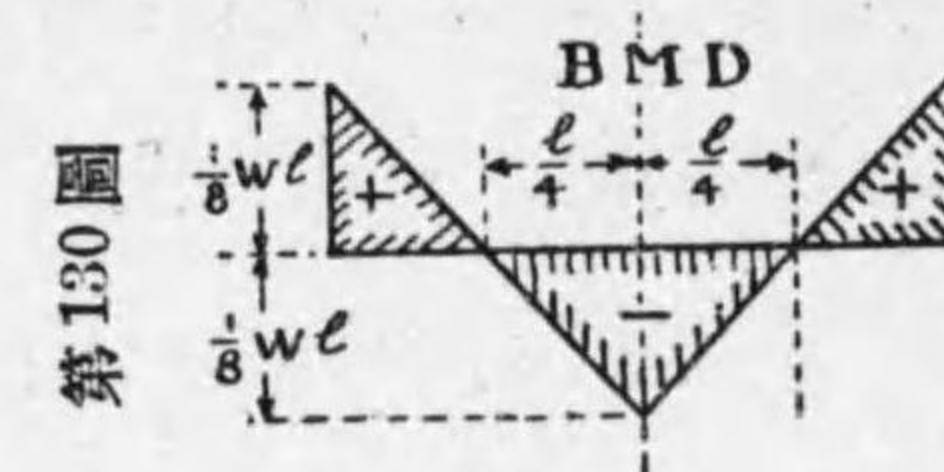
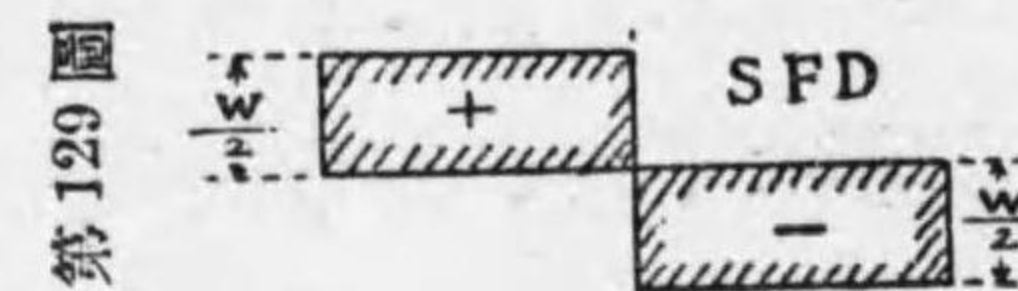
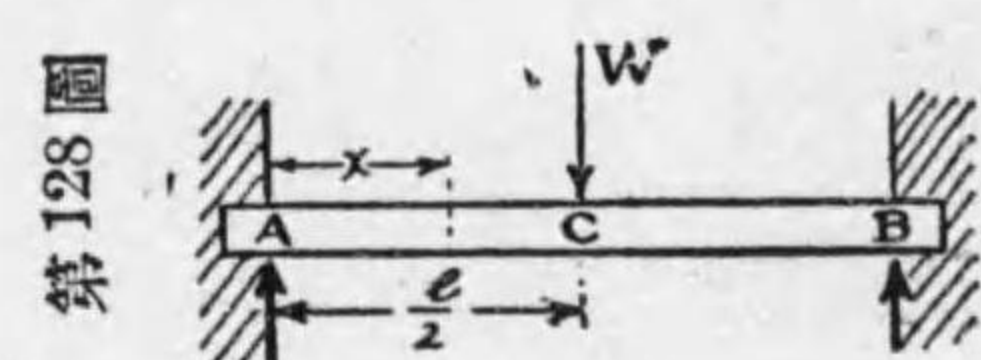
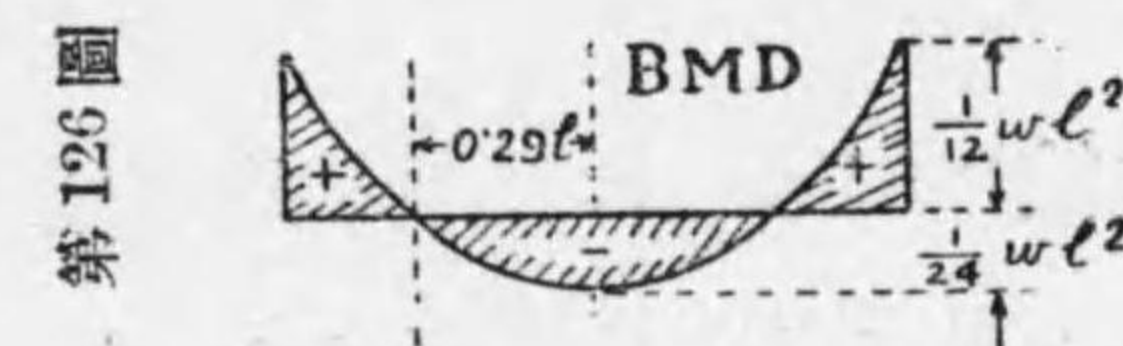
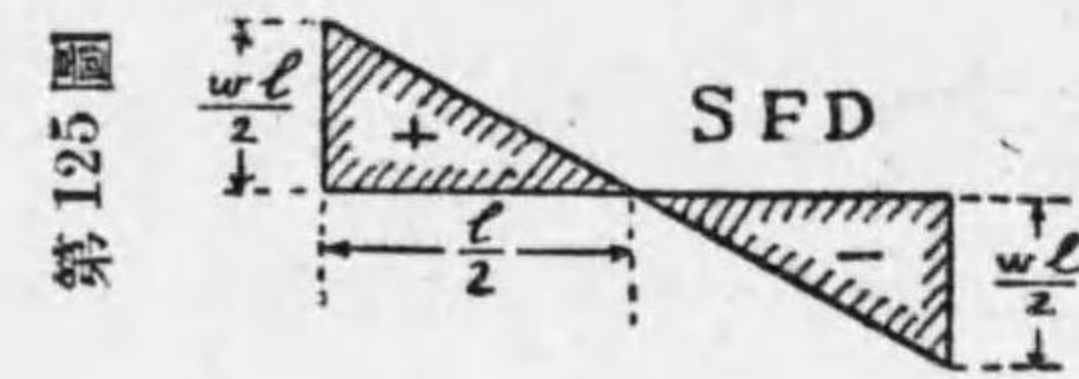
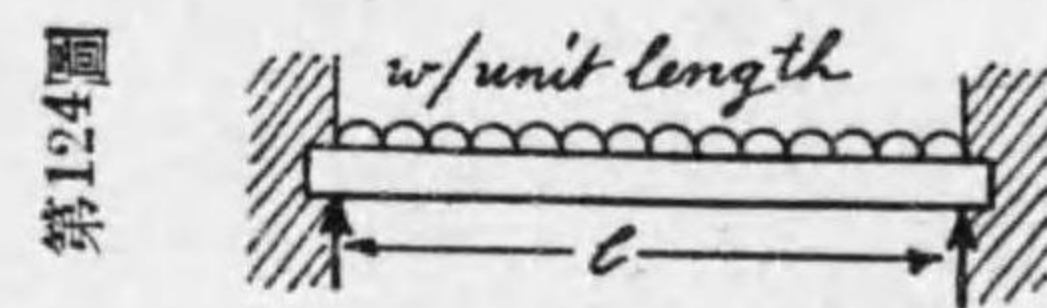
$$\text{傾斜 } i = \frac{wx}{12EI}(2x^2 - 3lx + l^2) \dots\dots\dots(3)$$

$$\text{撓み } y = \frac{w}{24EI}(x^4 - 2lx^3 + l^2x^2) = \frac{wx^2}{24EI}(l-x)^2 \dots\dots(4)$$

上式から SFD 及び BMD は、第 125, 126 圖の様になる。之を支へ梁の場合に比較するに、SFD は同一であるが、BMD は支へ梁の場合の BMD の基準線(即 BM=0 の線)を $\frac{1}{12}wl^2$ だけ下方に移せるものに相等して居る。即ち BM の全體の變化は $(\frac{1}{12} + \frac{1}{24})wl^2 = \frac{1}{8}wl^2$

であるが最大の BM は固着端に起り此の値は $\frac{1}{12}wl^2$ であつて、支へ梁の場合の最大 BM, $\frac{1}{8}wl^2$ に比する時は $\frac{1}{3}$ の減少を見る。

傾斜は(3)式より $x=0, \frac{l}{2}, l$ の時に zero となる事が分り、最大撓みは $x=\frac{l}{2}$ の時で $y_c = \frac{1}{384} \frac{wl^4}{EI}$ となる。



63 中央に集中荷重を有する固着梁 此の場合には荷重の懸かれる點に於て梁を左右に分ちて考へる。よつて AC 間に於ては(第 128 圖)、

SF 及 BM $F_x = \frac{W}{2}, M_x = \frac{W}{8}(l-4x) \dots \dots \dots (5), (6)$

傾斜 $i = \frac{Wx}{8EI}(l-2x) \dots \dots \dots (7)$

撓み $y = \frac{Wx^2}{48EI}(3l-4x) \dots \dots \dots (8)$

(6)式より明なる如く、固着端より $\frac{1}{4}l$ の所に於て BM=0 となり、斯の如き點を反曲點と云ふ。撓みは

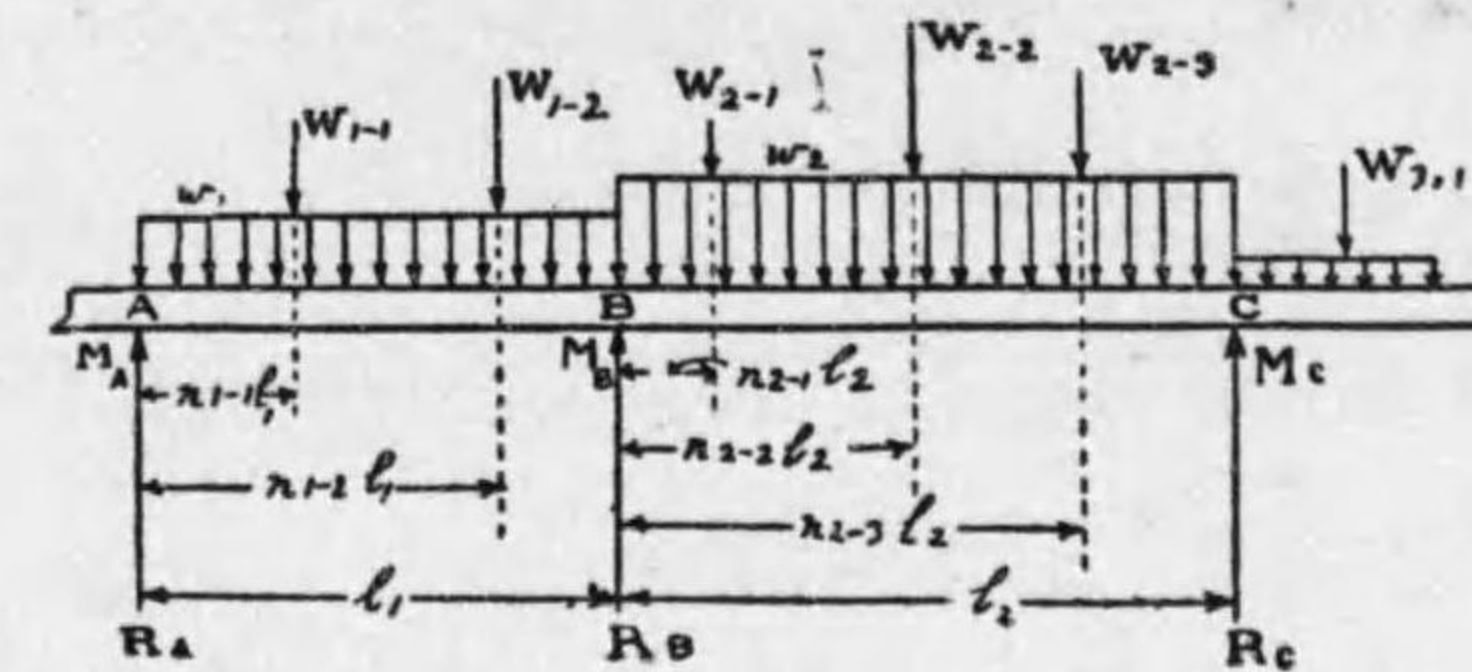
中央では $\delta = y_{x=\frac{l}{2}} = \frac{1}{4 \times 48} \frac{Wl^3}{EI}$

反曲點では $y_{x=\frac{l}{4}} = \frac{1}{8 \times 48} \frac{Wl^3}{EI} = \frac{1}{2} \delta$

此の場合に於ても BM の全變化は $\frac{1}{4}wl$ で支へ梁の時と同様にして、基準線の位置を $\frac{1}{8}wl$ だけ下方に移せば固着梁の BMD が得られる。

64 連續梁 3 本以上の支柱に支へられた梁を連續梁と云ふ。連續梁は中間の支點に於ては BM を受ける。連續梁の支柱の反力、及び中間支柱支點に於ける BM を求める爲に、三モーメントの定理と云ふ重要な定理がある。之は一支柱の及ぼすモーメントと、此の支柱を挿みて相隣れる 2 つの梁間上にある荷重との關係を與ふるものである。次に之を述べよう。

65 三モーメントの定理 今第 132 圖の如く連續梁の一部を取つて



第 132 圖

w_1, w_2 夫々相隣れる梁間 l_1, l_2 上の等布荷重の強さ

W_{1-1}, W_{1-2} 梁間 l_1 上の集中荷重 添字 (1-1) (1-2) 等の左の數は梁間 l_1 内にある意味、右の數 1, 2 等は支柱よりの順序を示す。

$n_{1-1}l_1, n_{1-2}l_1$ 夫々 W_{1-1}, W_{1-2} の支柱 A からの距離

$W_{2-1}, n_{2-1}l_1, \dots$ 等も上に述べたと同様の意味

M_A, M_B, M_C 夫々支柱 A, B, C 上の BM

とし支點の位置は 1 水平線に在つて横斷面の慣性モーメントは梁全長に亙りて同一であるとすれば

$$M_A l_1 + 2M_B(l_1 + l_2) + M_C l_2 - l_1^2 \sum W_1(n_1 - n_1^3) - l_2^2 \sum W_2(2n_2 - 3n_2^2 + n_2^3) - \frac{1}{4}(w_1 l_1^3 + w_2 l_2^3) = 0 \dots \dots \dots (9)$$

の關係がある。相隣れる 2 つの梁間に就て、順次此の關係を應用する時は、支柱の數が m 個ある時は上の如き式 $(m-2)$ 個が得られ、尙梁の兩端の狀況を表はす式が 2

個出来、結極 m 個の方程式が得られるから、之から各支
點上の BM を求める事が出来る。

66 二つの相等しき梁間の中央に夫々相等しき集中荷
重を有する連続梁 第 133 圖

に示す如き場合で (9) 式を使
用すべき条件は

$$M_A = M_C = 0, \quad w_1 = w_2 = 0$$

$$l_1 = l_2 = l, \quad n_1 = n_2 = \frac{1}{2}$$

よつて(9)式より

$$2M_B \times 2l - l^2 W \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2^3} \right) - l^2 W \left(\frac{2}{2} - \frac{3}{2^2} + \frac{1}{2^3} \right) = 0$$

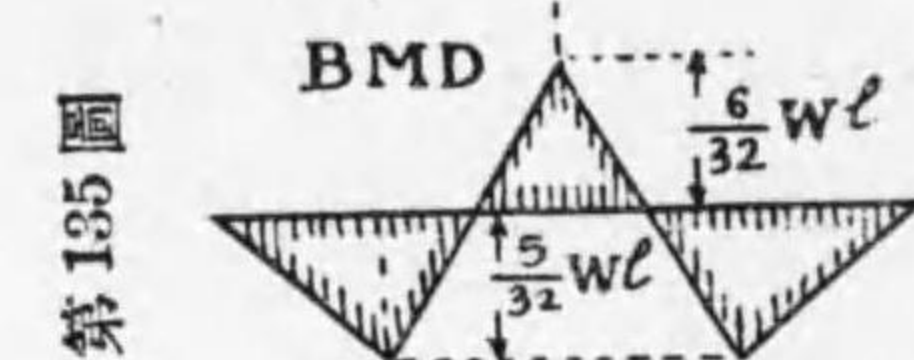
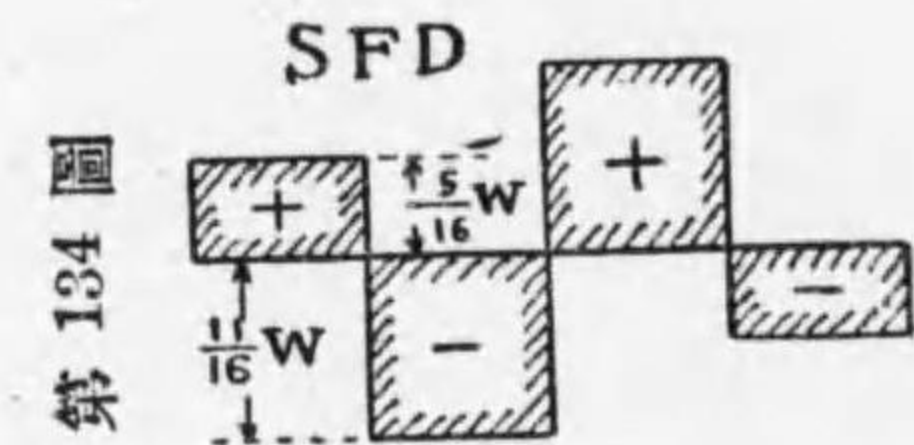
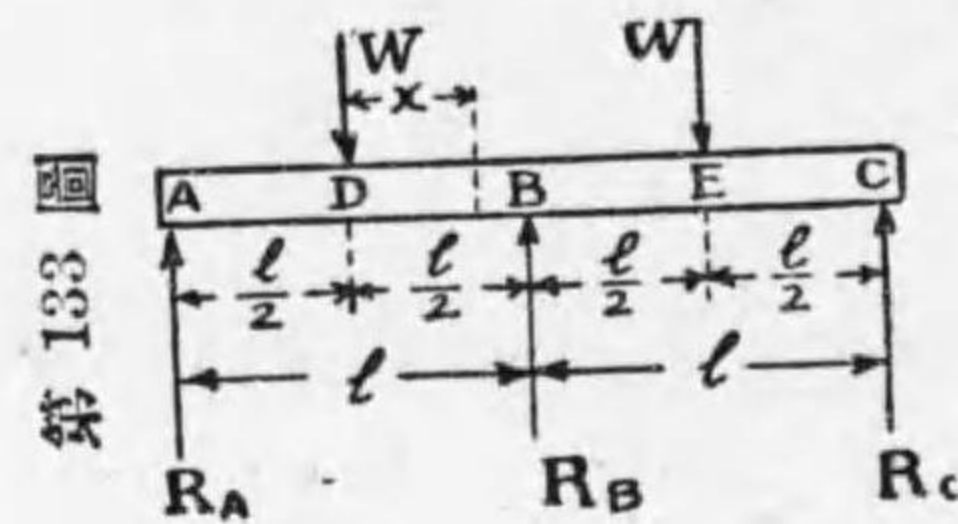
これより $M_B = \frac{3}{16} Wl$

これで M_B だけは求められたが、梁の BM の變化を知
る爲には各反力を求めなければならぬ。その爲に、今 D
點を原點として DB 間の BM を考ふれば

$$M_x = -R_A \left(\frac{1}{2}l + x \right) + Wx \dots\dots\dots(10)$$

此の式は $x = \frac{1}{2}l$ の時に $M_x = M_B = \frac{3}{16} Wl$ となる可き
であるから、

$$\frac{3}{16} Wl = -R_A \left(\frac{1}{2}l + \frac{1}{2}l \right) + W \times \frac{1}{2}l$$



$$\therefore R_A = \frac{5}{16} W, \text{ 又 } R_C = R_A, \text{ 従て } R_B = \frac{22}{16} W \text{ を得る}$$

これで總ての反力は求められたから、第 4 章に説明せ
る事によつて SFD 及 BMD を描けば 第 134, 135 圖が出
来る。

67 二つの相等しき梁間に等布荷重を負へる連続梁

(9)式を使用すべき条件は

$$M_A = M_C = 0, \quad w_1 = w_2 = w, \quad l_1 = l_2 = 0, \quad W = 0$$

之を (9) 式に代入すれば

$$2M_B \times 2l - \frac{1}{4} wl^3 \times 2 = 0$$

$$\therefore M_B = \frac{1}{8} wl^2$$

反力 R_A, R_B, R_C を求めるには、A 點を原點として AB 間
の BM の式を作れば (第 136 圖)、

$$M_x = -R_A x + \frac{1}{2} wx^2 \dots\dots\dots(11)$$

之に $x = l$ の時 $M_x = M_B = \frac{1}{8} wl^2$ の条件を使へば

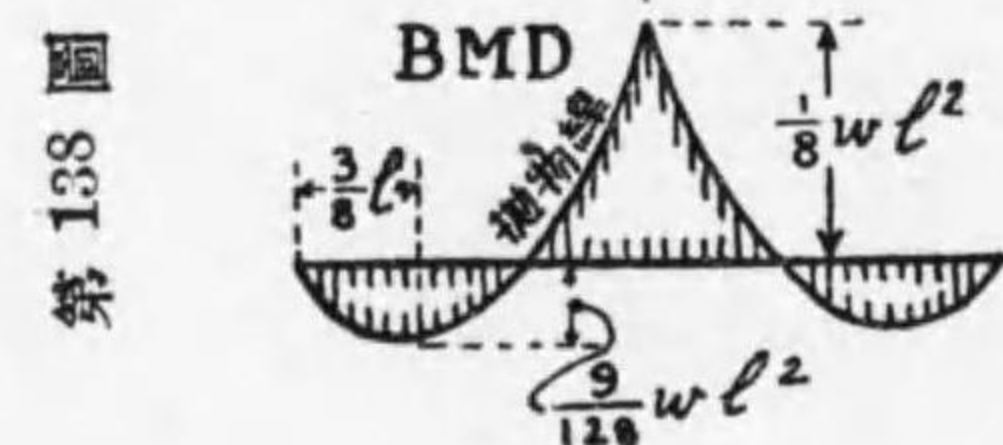
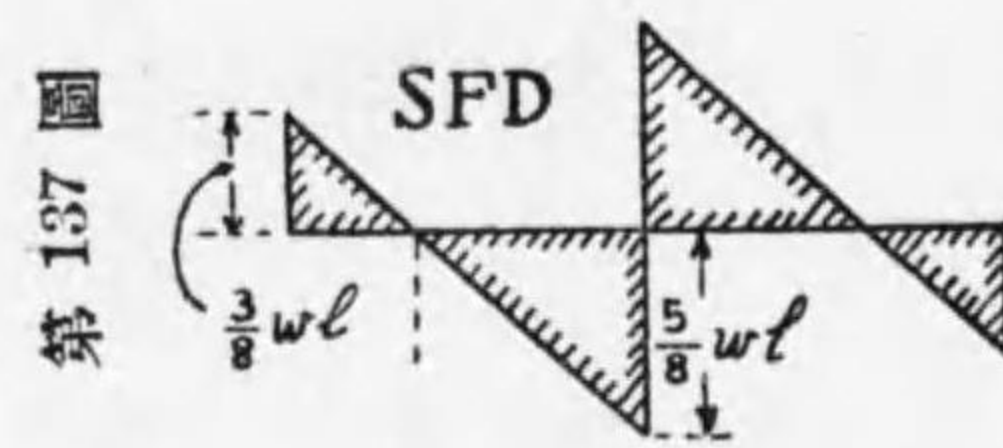
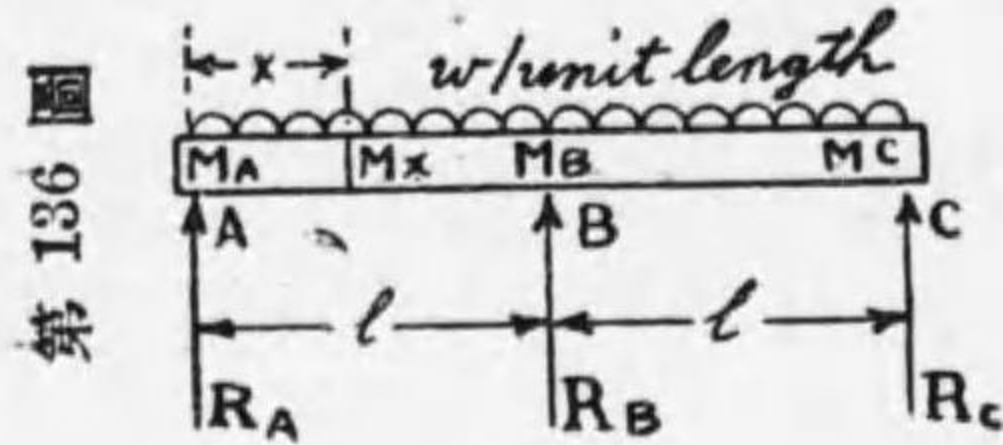
$$\frac{1}{8} wl^2 = -R_A l + \frac{1}{2} wl^2$$

$$\therefore R_A = \frac{3}{8} wl$$

$$\text{又 } R_C = R_A = \frac{3}{8} wl$$

$$\therefore R_B = \frac{10}{8} wl$$

この値を使用すれば SFD 及 BMD は第 137, 138 圖の
如くなる。



支へ梁の時の様な考へで

SF の變化の式を作れば

$$F_x = \frac{3}{8}wl - wx$$

で示される。而して F_x の

價は $x = \frac{3}{8}l$

の時に zero となる事は上式から明である。然るに

SFD と BMD との關係の

所で一言したる如く、 $F_x = 0$

の點に於て BM は最大 (極

大) 値に達するのであるから、此の場合は $x = \frac{3}{8}l$

の所で BM は第一の極大値を取る。而して其の値は(11)

式に於て

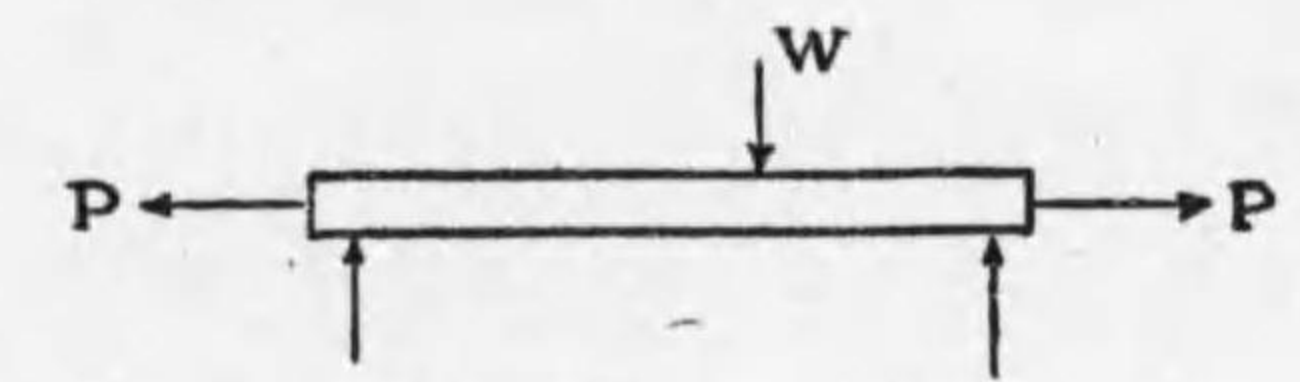
$$x = \frac{3}{8}l, \quad R_A = \frac{3}{8}wl \text{ と置けば}$$

$$M_{max} = M_{x=\frac{3}{8}l} = -\frac{9}{2 \times 64}wl^2$$

となる事第 138 圖に示す通りである。

第 VII 章 直接應力と曲げ應力との複合

68 直接應力及び曲げ應力の聯立 抗張材又は梁は軸線方向に直接荷重 P (伸張力又は壓縮力) を受けると同時に、之に直角に曲げ荷重 W を負ふ事が屢々ある。斯様な場合には材料の任意の横斷面上に於ける直角應力の強さ p は、P による直角應力の強さ p_0 と W による曲げ應力の強さ p_b との代數和である。即ち $p_0 = \frac{P}{A}$



$$p_b = \frac{My}{I}$$

$$p = p_0 + p_b \dots (1)$$

である。但し A は梁の横斷面積、M は任意の横斷面のうけて居る BM で p_b は第 52 節(8)式(72頁)によつて求められる。

69 傾斜梁及び傾斜荷重 第 140 圖に示す傾斜梁は直接應力と曲げ應力が同時に起る一例で、梁の横斷面上の應力の強さは(1)式を用ゐて計算する事が出来る。

今傾斜梁の B 點に W なる荷重が働く時は、W を軸線 xx 方向の分力 W_x と、之に直角なる分力 W_y とに分けて

考ふれば、 W_x は直接荷重で W_y は曲げを生ぜしめる荷重となる依つて梁の任意の横断面 CC_1 内に於ける應力の變化は(1)式の如く

$$p = \frac{W_x}{A} + \frac{W_y xy}{I}$$

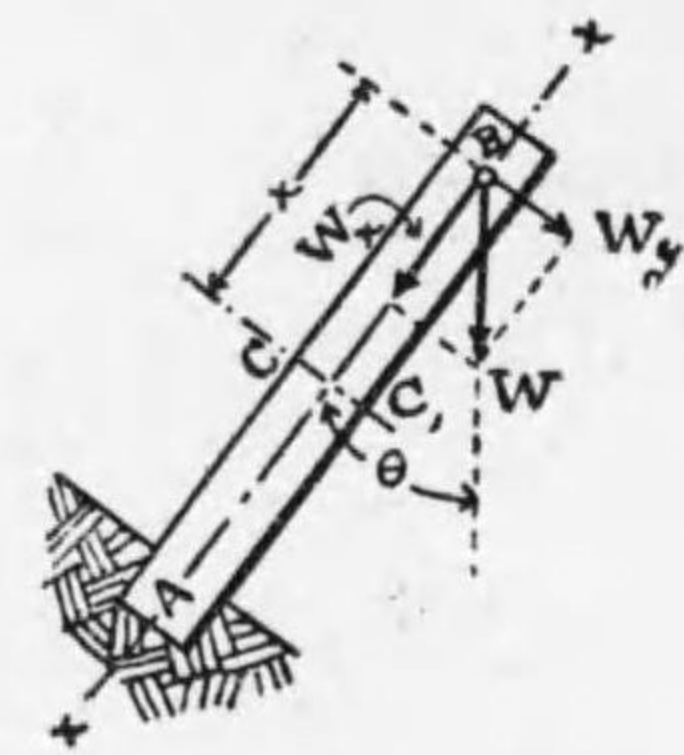
茲に $W_x = W \cos \theta$, $W_y = W \sin \theta$ なる事は明で、 y は横断面内に於て中立軸線よりの距離(第141圖-a)を示す。

y が最大なる時の p 即ち表皮内壓力の強さは、断面係数を z とし伸張應力を正、壓縮應力を負とすれば

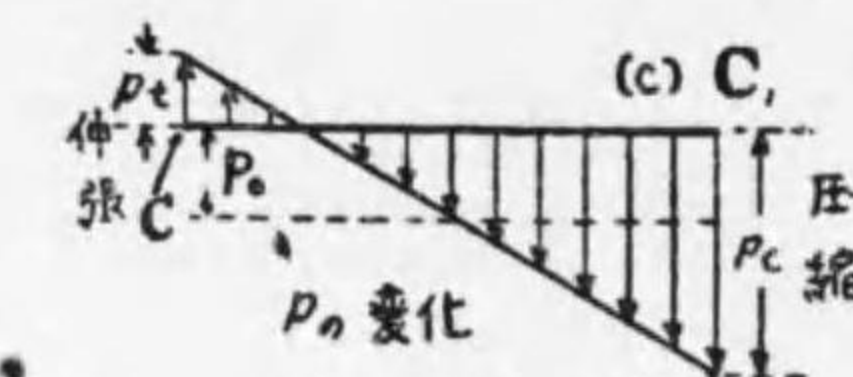
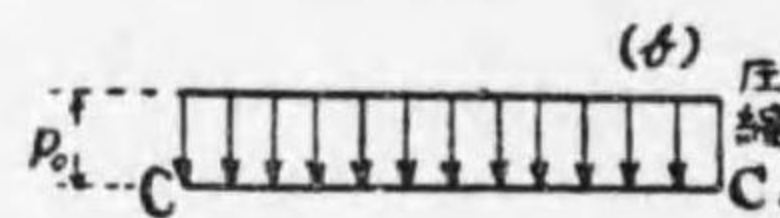
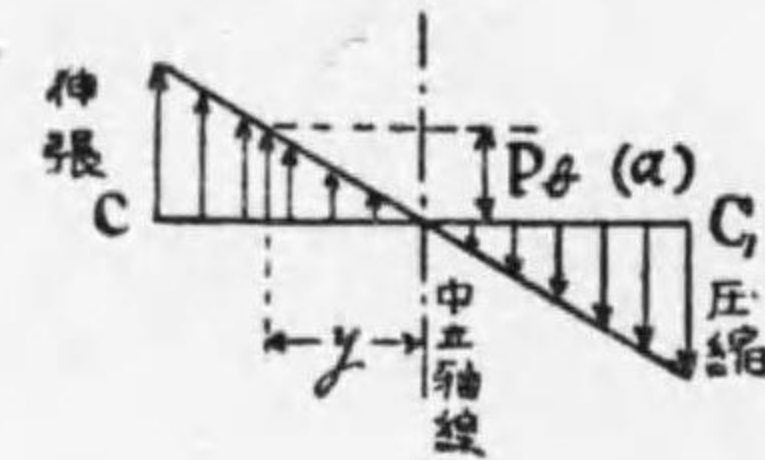
$$\left. \begin{aligned} p_c &= -\frac{W_x}{A} - \frac{W_y x}{z} \\ p_t &= -\frac{W_x}{A} + \frac{W_y x}{z} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

(第141圖-c)

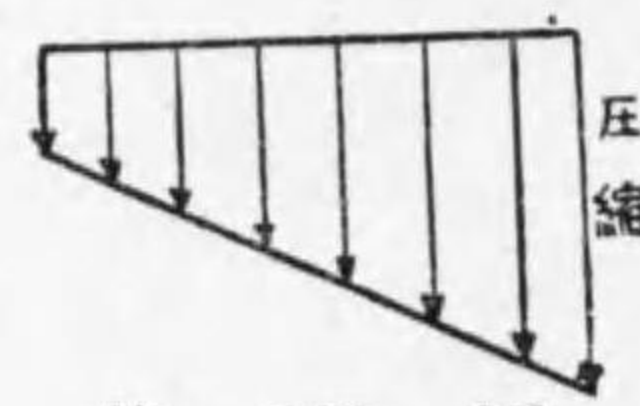
是等の式の意味を圖解すれば、第141圖の如くで、(a)は曲げ應力の變化即 p_b の變化を示し、(b)は p_c を示し、(c)は p の變化を示す。即ち p は p_b と p_c とを線圖的に



第 140 圖

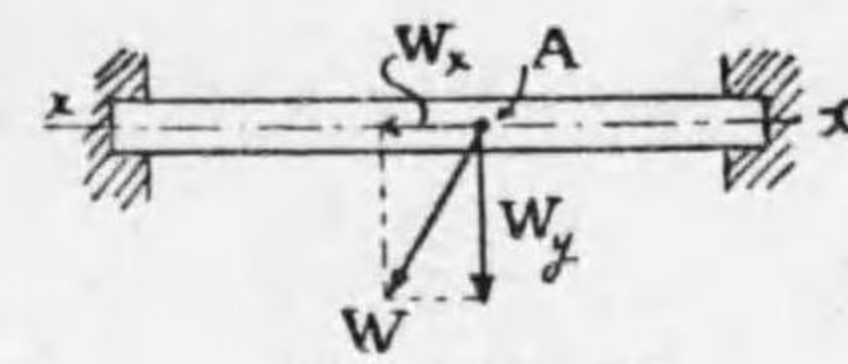


第 141 圖



第 142 圖

加へたもので單なる曲げ應力は伸張部と壓縮部とは同様の大きさであるが、之に(b)なる一様の壓縮應力を加へるから、 p の變化では伸張應力の強さは減じられ壓縮應力の強さが増加して来る。若し曲



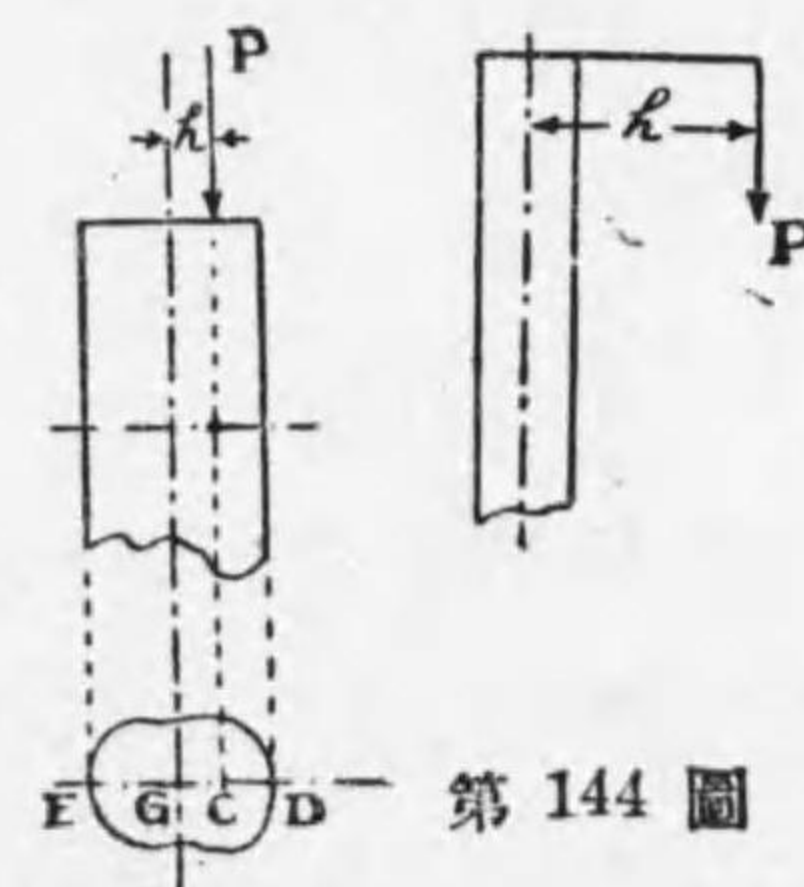
第 143 圖

げ應力の強さに比して直接應力の強さ p_c が今少し大なる時は、 p の變化は第142圖の如く總て

が壓縮應力となる事もあり得る。

若しも梁の方が水平で、荷重の方が之と傾斜して居る場合(第143圖)でも、荷重 W を軸線分力 W_x と直角分力 W_y とに分ければ、第140圖の場合と同様である。

70 偏心荷重 若し角柱狀の棒に作用する直接荷重 P の作用線が棒の軸線に平行で、棒の横断面の對稱線(第144圖, ED)と交る點がその横断面の重心より距離 h を



第 144 圖

有する時は、此の荷重の及ぼす効果は、重心に働く直接荷重 P とモーメント Ph との及ぼす効果と同一である。即ち偏心荷重はモーメント Ph を生じ、従て棒の軸線及び荷重の作用線を含

む平面内に曲げ作用を起させる。

此の事は前の傾斜梁又は傾斜荷重の時にも成立するから、第140又は143圖に於ける荷重Wの作用點B又はAが軸線xx上に在らざる時は、 W_x は直接應力と同時に又曲げ應力をも生ずる事に注意しなければならぬ。前節の場合に於ては曲げモーメントの値はx(第140圖)によつて變化するが、偏心荷重の場合はモーメントの値は常に一定である。而して(2)式の如くzを断面係數とすれば

$$P_c = -\frac{P}{A} - \frac{Ph}{z} \quad P_t = -\frac{P}{A} + \frac{Ph}{z} \dots\dots(3)$$

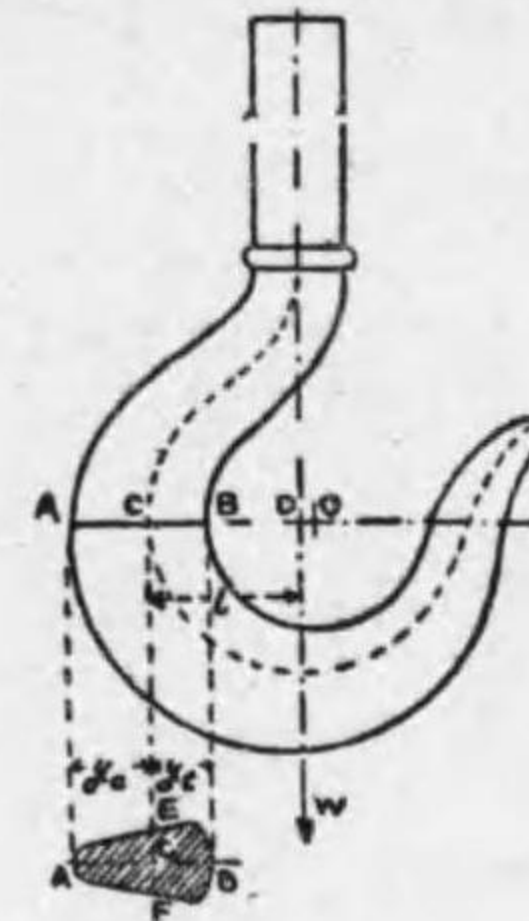
偏心荷重が懸れる場合、棒の横断面上に伸張應力が生ぜざる爲には、即ち $P_t < 0$ なる爲には、上式より

$$-\frac{P}{A} + \frac{Ph}{z} < 0 \quad \therefore h < \frac{z}{A} \quad \text{を得る} \dots\dots(3)'$$

此の關係は石工學上重要な事項であつて、コンクリート土臺上に支柱を築く等の場合、支柱の偏心距離hは $\frac{z}{A}$ よりも少なる事を要する。若し然らざる時はコンクリート土臺内に伸張應力を生ずる事になるが、コンクリートは伸張に對しては甚だ弱く爲に破壊を速かならしめる憂があるからである。

71 鈎 第145圖に示す様な鈎がある場合は、Wは斷

面ABに作用する偏心荷重と見做せば、AB面に於ける



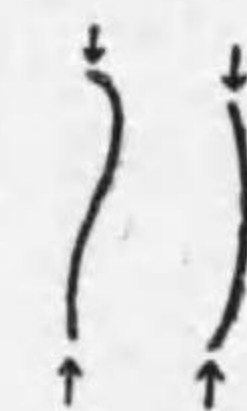
第145圖

BMは Wl となり、直接荷重はWとなる。之を(3)式に應用すれば壓縮及び伸張の最大應力の強さ即ちA及B點に於ける應力の強さを求める事が出来る。

併し(3)式は眞直なる棒の軸線方向に偏心荷重がある場合の式であるが、鈎では棒が非常に曲つて居るから(3)

式を應用したのでは非常に誤差が大となり、伸張應力の強さは40~50%小さく出て来る。故に鈎の場合には曲れる梁として取り扱はなければならぬ。

72 長柱 壓縮應力を受ける柱を支柱又は抗壓材と云ふが、支柱の内でも其の横断面に比して非常に長い柱を



第146圖

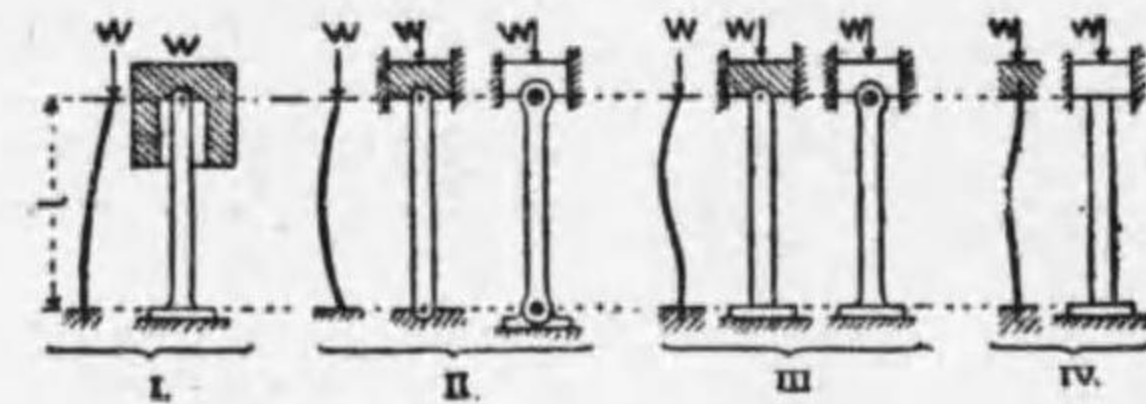
特に長柱と云ふ。短柱では其の破壊荷重で破壊されるが、長い柱が壓縮力を受ける時は第146圖の如き曲がり(波狀の曲がり)を生じ爲にBMをも誘起して、破壊荷重より

遙かに小なる荷重の下に於ても破壊される。

斯の如く波狀の曲りを起す抗壓材の強度は短柱と區別して論じなければならぬから、特に之を長柱と云ふ。併

し此の理論は非常に複雑で未だ完全なるものなく、又不完全なる理論と雖も多少高等數學の素養を要するから次には設計公式を擧げるに止める。

73 長柱の両端 長柱の強弱に關聯して最も重要な事項は其の両端の構造である。第147圖



第 147 圖

に就て

I は一端固着、

他端は傾斜も側方移動も自由なるもの

II は両端共に傾斜は自由であるが側方移動は許されぬ

III は一端固着、他端は II の場合の端と同様

IV は両端共に固着

の有様を示すもので、黒い線は各の場合の長柱の曲りが振りである。上の4種を比較するに III の如く両端固着のものが最強、次に III II の順で I が最弱で、強さの割合は 4:2:1:1/4 となる。

74 オイレル Euler の公式 長柱の強さを與ふるオイレルの公式を示せば次の通りで、理論的に導き出されたものであるが、その假定は實際の場合と大分かけ離れて居る事を承知して置かねばならぬ。今

P = 長柱破壊荷重の大きさ

E = 長柱材料の直接弾性係數

I = 長柱横斷面の中立軸線に關する慣性モーメント

l = 長柱の長さの符號を使用すれば、第147圖の

(I) の場合 $P = \frac{1}{4}\pi^2 \frac{EI}{l^2}$ ($\frac{1}{4}\pi^2 = 2.47$)(4)

(II) の場合 $P = \pi^2 \frac{EI}{l^2}$ ($\pi^2 = 9.87$)(5)

(III) の場合 $P = 2\pi^2 \frac{EI}{l^2}$ ($2\pi^2 = 19.74$)(6)

(IV) の場合 $P = 4\pi^2 \frac{EI}{l^2}$ ($4\pi^2 = 39.48$)(7)

上式の P は破壊荷重であるから、使用荷重は之を安全係數で除したものである。又實際の柱では完全なる固着の條件を満足するものなく又幾何學的に眞直な柱も少いから此の公式を使用する際には相等に注意し補強しなければならぬ。依つて安全係數は鍊鐵及び鋼で5、鑄鐵で6、木材で10位に取る。

75 ゴルドン・ランキン Gordon and Rankine の公式

此の公式はゴルドン氏の提出せるものをランキン氏が幾分修正した半實驗的の公式で、横斷面に對して餘り長くない柱に應用される。第147圖の場合

(I) の場合 $P = \frac{A f_c}{1 + 4a(l/k)^2}$ (8)

(II)の場合 $P = \frac{A f_c}{1 + a(l/k)^2} \dots\dots\dots(9)$

(III)の場合 $P = \frac{A f_c}{1 + \frac{a}{2}(l/k)^2} \dots\dots\dots(10)$

(III)の場合 $P = \frac{A f_c}{1 + \frac{a}{4}(l/k)^2} \dots\dots\dots(11)$

但し

$P =$ 長柱破壊荷重の大きさ 故に使用荷重は $\frac{P}{n}$

$A =$ 長柱の横断面積

$f_c =$ 結極破壊荷重の強さ

$\therefore A f_c =$ 短柱破壊荷重の大きさ

$l =$ 長柱の長さ

$k = \sqrt{\frac{I}{A}}$ で回轉半径と云ふ量

$a = \frac{f_c}{\pi^2 E}$ ($E =$ 直接彈性係數)

で計算出来るが實驗上第7表の値を使用すれば適當である。

76 ジョンソン Johnson の公式 ジョンソン氏は次の公式を與へて居る。

$P_0 = f_c - b \left(\frac{l}{k} \right)^2 \dots\dots\dots(12)$

第 7 表
ランキン公式の定數

材 料	f_c $\frac{kg}{mm^2}$	$\frac{1}{a}$
軟 鋼	33	7,500
鍊 鐵	25	9,000
鑄 鐵	57	1,600
硬 鋼	49	5,000
木 材	5.6	750

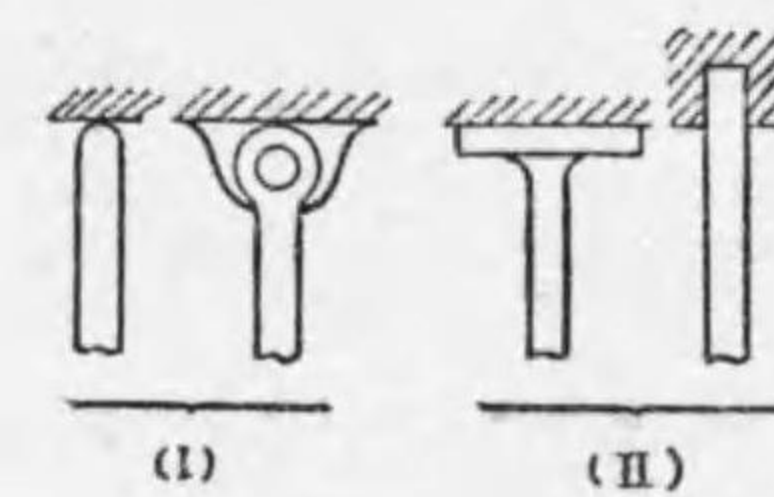
此處に P_0 は破壊荷重の強さ、 l 及び k は前の公式に於けるものと同様、 b は材料、寸法、兩端の構造によつて異なる定數

第 8 表 ジョンソン公式の定數

材 料	兩端の構造	$\frac{l}{k}$	f_c $\frac{kg}{mm^2}$	b
鑄 鐵	自由端	70以下	42	6.25
	固着端	120 "		2.25
鍊 鐵	自由端	170 "	24	0.67
	固着端	210 "		0.43
軟 鋼	自由端	150 "	29.5	0.97
	固着端	190 "		0.62

で、實驗上より定められた値は第8表の通りである。

77 公式の選擇 第148圖(i)の如きは自由端(ii)の



第 148 圖

如きは固着端と見做してよいが併し比較的の自由又は固着端に近いと云ふまで、理想的の自由又は固着端ではない。此の外第

74節に述べた如く、實際の柱では理想的の假定を満足する事が出来ないから、公式の與へる破壊荷重等も大體の値を示すものである事を承知して居なければならぬ。

又オイレルの公式は $\frac{l}{k} > 150$ の時

ゴルドン・ランキンの公式は $\frac{l}{k} < 150$ の時

に使用するものとする。

例 1 第149圖に示す如き幅 b 、深さ d なる矩形断面に於て、断面内

の應力が壓縮力のみなる爲には、荷重の最大偏心距離は何程であるか。

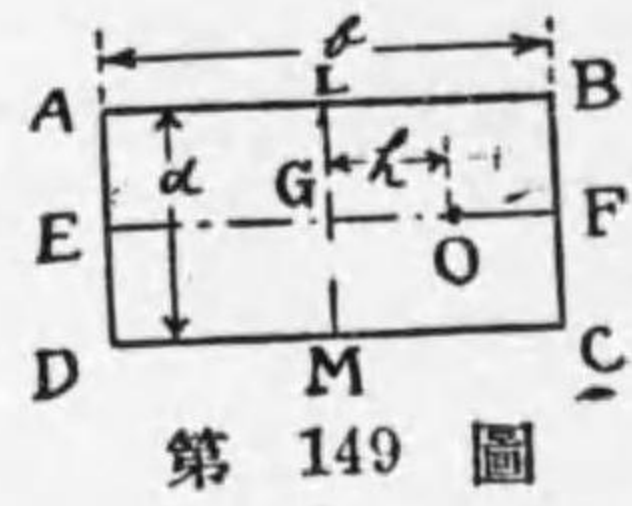
EF 線上に於ける荷重の最大偏心位置 O の G からの距離を h とすれば

(3)' 式より $h < \frac{z}{A}$

此の場合断面係数 z は LM 線に関するものを取る可きであるから

$z = \frac{1}{6} db^2$ 又 $A = db$ $\therefore h = \frac{1}{6} b$

同様にして LM 線上に於ても最大偏心距離 h' は $h' = \frac{1}{6} d$ となる



第 149 圖

尙最後に一言すべきは長柱と短柱の區別に関する事である。長柱と短柱との別は單に其の長さの長短によらない事は既に第72節に述べた通りである。此の區劃は實は

第 9 表 長柱と短柱の限界

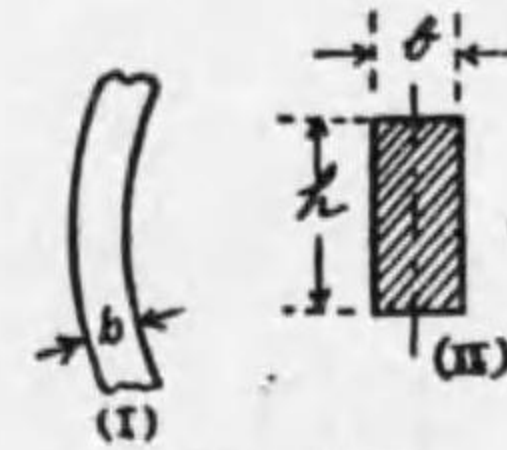
材 料	矩形断面の時 $\frac{l}{b}$	圓形断面の時 $\frac{l}{r}$
軟鋼及鍊鐵	10	20
鑄 鐵	10	5
木 材	20	10

判然としないものであるが、之を實驗の結果に徴するに $\frac{l}{b}$ 又は $\frac{l}{r}$ の値が大凡第 9 表以下の時は短

柱とし其れ以上の時は長柱とする。茲に b は矩形断面の時の短い邊の長さ、r は圓形断面の時の半径である。

例 2 兩端固着の木材長柱があり $l=3,600$ mm, $f_c=5.6$ kg/cm², $P=9,500$ kg なる時、横断面を矩形とすれば其の大きは何程とすべきか。但し安全係数を 10 とせよ。

(11) 式を使用し、第 7 表の如く $\frac{1}{a}=750$ に取れば $A=bh$, $k^2=\frac{I}{A}$ で $b < h$ なる時は柱は第 150 圖 (i) の如く曲がる傾向になるから、I は同



第 150 圖

圖 (ii) に示す軸に関するものを取らなければならぬ。故に

$k^2 = \frac{1}{12} \frac{b^3 h}{bh} = \frac{1}{12} b^2$,

又安全率が 10 であるから $f_c=0.56$ で置き換ふれば

$9,500 = \frac{0.56bh}{1 + \frac{1}{4 \times 750} \times \frac{12 \times (3,600)^2}{b^2}}$

此の b, h を求めるには試みに b に或る値を與へて h を求め、その結果が $b < h$ ならばよい。若し然らざる時は又他の b の値を與へて h を求め、満足すべき値を得るまで反覆する。

今試みに $b=200$ mm とする時は

$9,500 = \frac{0.56 \times 200h}{1 + \frac{12}{3,000} \left(\frac{36}{2}\right)^2} = \frac{112 \times 1,000h}{2,300}$

$\therefore h = \frac{9.5 \times 2,300}{112} = 195$ mm

これでは $h < b$ であるから不可であるが、若し h を繰り上げて $h=200$ mm $b=200$ mm とすれば使用しても宜しい。

併し $b=190$ mm として今一度試みれば

$h=207$ mm

を得るから $b=190$ mm, $h=210$ mm を用ゐ得る。

此の例に於ては $\frac{l}{b} = \frac{3,600}{190} = 19$ となるから、第 9 表を参照すれば短柱と見做し度くなる。それで若し短柱と見做せば

$9,500 = 0.56bh$ 或は $bh=1,700$ ならばよい故

$b=120$ mm $h=142$ mm とする事が出来る。

かくすれば $\frac{l}{b} = \frac{3,600}{120} = 30$ となるから長柱さししなければならぬ。斯の如き場合何れさしてよいかは全く吾人の判断に基かなければならぬ。

併し本例で若し $b=180$ ますれば $h=206$ となる故 $\frac{l}{b} = \frac{3,600}{180} = 30$ で丁度長柱の範囲に入る。

例 3 第 151 圖に示す様な断面を有する軟鋼材の支柱に、XX 軸を含んで紙面に直角な平面が曲がりを生ずる様に外力が働いて居る。此の時断面積 257.3cm^2 、XX に對する回轉半径即ち $k = \sqrt{\frac{I}{A}}$ が 9.76cm である。此の柱は兩端固着で長さが 12m とする時、その破壊荷重をオイレルの式及ゴルドンランキンの式で計算せよ。但し $E=2,050,000\text{kg/cm}^2$ とする。

(1) オイレルの式によれば(7)式により

$$P = 4\pi^2 \frac{EI}{l^2} = \frac{4\pi^2 \times 205 \times 10^4 \times 257.3 \times (9.76)^2}{1200 \times 1200}$$

$$= 1,375,000\text{ kg} = 1,375\text{ tonne}$$

(2) ランキンの式では(11)で $f_c = 3,300\text{kg/cm}^2$ とし

$$P = \frac{A f_c}{1 + \frac{a}{4} (l/k)^2} = \frac{257.3 \times 3,300}{1 + \frac{1}{4 \times 7,500} (1,200/9.76)^2}$$

$$= \frac{257.3 \times 3,300}{1,500} = 565,000\text{ kg}$$

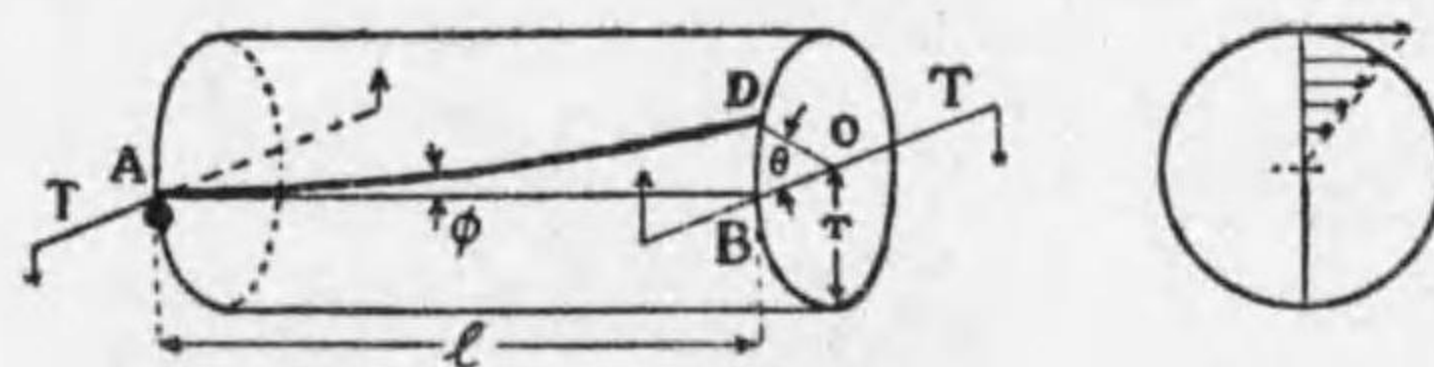
此の問題では $\frac{l}{k} = \frac{1,200}{9.76} = 123$ であるからランキンの公式による可きでオイレルの公式によれば破壊荷重が餘りに大きく出て来るから不適當さ云はればならぬ。



第 151 圖

第 VIII 章 軸 の 捩 れ

78 平等なる丸軸の捩れ 平等なる丸軸の兩端に大きしく方向反對の偶力を與へて之を捩れば、丸軸は何處に於ても剪斷應力だけを生じ、その強さは軸の中心で



第 152 圖

zero で他の點では中心からの距離に比例する。

(第152圖)而して

此の際加へられた偶力を特に捩りモーメントと稱する。

第 152 圖に示す如く丸軸に捩りモーメント T を作用させると、半径 OB は OD まで回轉し、丸軸の面上に於て軸線方向に引いた直線 AB は螺線 AD に變ずる。此の時直線 AB と螺線 AD とのなす角 ϕ は第 15 節に述べたる剪斷角であつて中心軸線からの距離即ち半径に比例し、又 $\angle BOD = \theta$ を捩れ角と云ひ之は AB の長さに比例する。

79 丸軸の強さ 丸軸の場合に於ても之が捩りモーメントを受けて釣合ひの状態にある爲には、軸の横断面内に生ずる剪斷應力のモーメントの總和は加へられたる捩

りモーメントTに等しくなければならぬ。

今第153圖に於て軸の横断面を、半径 r_1, r_2, \dots の多くの環に分てば、半径 r_1, r_2 等の環内にある應力 q_1, q_2 等の、中心Oに關するモーメントは夫々 $q_1 \delta a_1, q_2 \delta a_2$ 等であるから

$$T = q_1 \delta a_1 + q_2 \delta a_2 + q_3 \delta a_3 + \dots = \sum q \delta a$$

$\sum q \delta a$ は一般に積分によつて求めれば $\frac{\pi}{2} q_1 r_1^3$ となる。

$$\therefore T = \frac{\pi}{2} q_1 r_1^3 \dots \dots \dots (1)$$

外徑 r_1 内徑 r_2 の中空軸では

$$T = \frac{\pi}{2} q_1 \frac{r_1^4 - r_2^4}{r_1} \dots \dots \dots (2)$$

上式の半径の代りに直径を使用し

q_1 を許容應力 q で置き換へれば設

計公式として次式を得る。

$$\text{實體軸では } T = \frac{\pi}{16} q d^3 \dots \dots \dots (3)$$

$$\text{中空軸では } T = \frac{\pi}{16} q \frac{d_1^4 - d_2^4}{d_1} \dots \dots \dots (4)$$

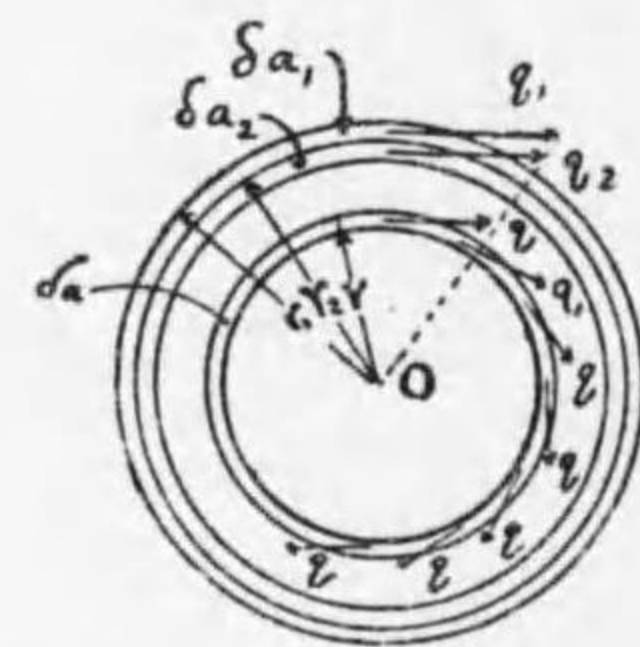
第152圖に於て弧DBの長さは

$$\widehat{DB} = l\phi = r\theta \quad (\phi, \theta \text{ はラヂアンにて})$$

$$\therefore \text{ 振れ角は } \theta = \frac{l\phi}{r}$$

$$\text{ 然るに } \phi = \frac{q}{C} \quad C \text{ は横斷性係數}$$

よつて上2式と(3)及び(4)式とから



第 153 圖

$$\text{實體軸では } \theta = \frac{ql}{Cr} = \frac{2Tl}{C\pi r^4} \dots \dots \dots (5)$$

$$\text{中空軸では } \theta = \frac{2Tl}{C\pi(r_1^4 - r_2^4)} \dots \dots \dots (6)$$

となる。

80 與へられたる馬力を傳へる軸の直径 軸によつて傳達される仕事の量は、平均回轉モーメントと軸の回轉角との積で表はされる。よつて

$$T_m \text{ m-kg} = \text{平均回轉モーメント,}$$

$$\text{HP} = \text{傳達すべき馬力數,}$$

$n = 1$ 分間の回轉數 とすれば

$$T_m = \frac{4,500\text{HP}}{2\pi n}$$

となる。而して此の回轉モーメント T_m は軸の受く可き振りモーメントであるから、實體丸軸の場合には(3)式の T の値を上式に代用すれば

$$\frac{\pi}{16} q d^3 = \frac{4,500\text{HP}}{2\pi n} \therefore d = \sqrt[3]{\frac{36,000}{q\pi^2 n} \times \text{HP}} \dots (7)$$

を得る。許容剪斷應力 q の値は普通

鋼で $q = 9.5 \text{ kg/mm}^2$, 鍊鐵で $q = 6.3 \text{ kg/mm}^2$ である。

81 曲げと振りを受ける軸及び四角軸 軸は振りと曲げを同時に受ける事が屢々ある。例へばブリーを有する

動力傳達軸では振りの外にプリーにかゝれる調帯の張力によつて曲げを受け、長い推進軸では軸自身の重さの爲に曲げ作用が同時に生ずる。此の時には

T=振りモーメント, M=曲げモーメントとすれば

$$M + \sqrt{M^2 + T^2} = T_0 \dots\dots\dots(8)$$

$$\frac{1}{2}(M + \sqrt{M^2 + T^2}) = M_0 \dots\dots\dots(9)$$

と置いて T₀ を相当振りモーメント, M₀ を相当曲げモーメントと云ふ。是は T 及 M が軸に働く時は、軸に T₀ なる振りモーメント又は M₀ なる曲げモーメントだけが働く時と同一の應力を生ぜしめると云ふ意味である。

四角軸, 矩形軸等の強さは第 10 表に示す通りである。

第 10 表 四角軸矩形軸の強さ

	抵抗モーメント	相等しい横断面積の軸の強さの比	振れ角
丸軸, 半径 r	$T = \pi r^3 / 2$	1	$\theta = 2Tl / C\pi r^4$
四角軸, 一辺 s	$T = 0.21qs^2$	0.783	$\theta = 7.2 lT / Cs^4$
矩形軸, 邊 a, b の比 n:1	$T = 0.29q \frac{a^2b^2}{\sqrt{a^2+b^2}}$	$0.74 \sqrt{\frac{2}{n+1/n}}$	$\theta = \frac{3.6}{C} \frac{a^2+b^2}{a^3b^3} lT$

82 蔓巻ばね及び渦巻ばね 第 154 圖に示す様なピッチ p の小なる蔓巻ばねを取り、之に W kg の軸線荷重を作用せしめ且つ

d=針金の直径

R=コイルの平均半径

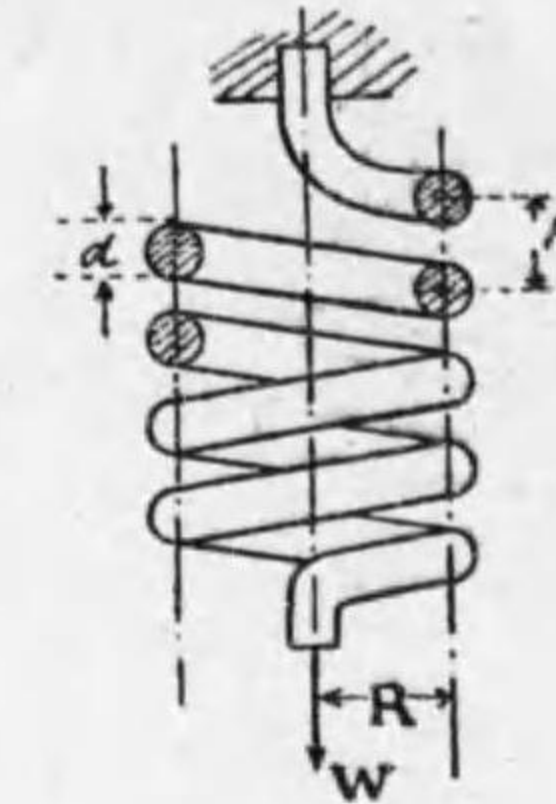
n=コイルの有効巻き数

l=針金全長=2πRn

T=振りモーメント=WR

C=横断性係数

θ=ばね自由端の振れ角



第 154 圖

とすれば、ばねの各部分は何れも一様に振りモーメント T を受ける。而もばねの上端は固着されて居るから第 78 節に述べた様に、自由端は T の爲に振れ角 θ 丈回轉する事は、長さ 2πRn が蔓狀に巻かれてあつても真直でも同様である。よつて(5)式の r を $\frac{d}{2}$ とすれば

$$\theta = \frac{32}{\pi C} \frac{lT}{d^4} = \frac{32WRl}{\pi d^4 C} \text{ ラヂアン} \dots\dots\dots(10)$$

となる。従て自由端の軸線方向の移動即ち撓みを δ とすれば、今の場合 δ はばねの伸びであつて

$$\delta = R\theta = \frac{32WR^2l}{\pi d^4 C} \text{ 或は } l = 2\pi Rn \text{ とすれば}$$

$$\delta = \frac{64WR^3n}{d^4 C} \dots\dots\dots(11)$$

之と(3)式とからばねの設計が出来る。



第 155 圖

普通鋼製のばねでは

$$q = 35 \text{ kg/mm}^2$$

$$C = 8,400 \text{ kg/mm}^2$$

$$\frac{R}{d} < \frac{2}{5} \text{ とする。}$$

次に渦巻きばねの強さ及び撓みの式

は次の通りである。

第 155 圖の場合、針金の直径を d とすれば

$$Pr_2 = \frac{\pi}{16} qd^3 \dots\dots\dots(12)$$

$$\delta = 16n \frac{(r_1 + r_2)(r_1^2 + r_2^2)}{d^4} \frac{P}{C} \dots\dots\dots(13)$$

例 1 第 156 圖で $Q=1,000 \text{ kg}$, $a=60 \text{ cm}$, $r=5 \text{ cm}$ なる時軸の最大應力の強さを求めよ。

(1)式より

$$q_1 = \frac{2T}{\pi r^3} = \frac{2 \times 1,000 \times 60}{\pi \times 5 \times 5 \times 5} = 306 \text{ kg/cm}^2$$

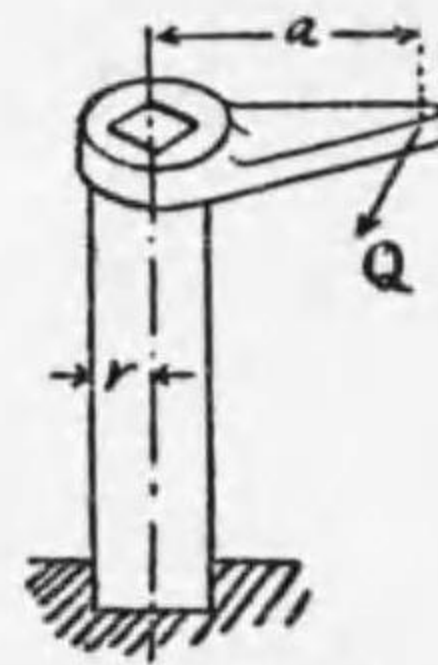
例 2 $Q=1,000 \text{ kg}$, $a=60 \text{ cm}$ にして許容應力 $q=350 \text{ kg/cm}^2$ なる時所要の軸の大きさを求めよ。

(3)式より

$$d^3 = \frac{16T}{\pi q} = \frac{16 \times 1,000 \times 60}{\pi \times 350} = 870 \quad \therefore d = 9.8 \text{ cm}$$

例 3 一分間に 120 回轉して 80 馬力を傳へ得る軸の大きさを求めよ。但し許容應力の強さを 350 kg/cm^2 とする。

(7)式より $d = \sqrt[3]{\frac{36,000 \times 80}{3.0 \times \pi^2 \times 120}} = 8.9 \text{ cm}$



第 156 圖

故に $d=9 \text{ cm}$ を以て所要の大きさをし得る。

例 4 直径 75 mm の軸が 460 m-kg の振りモーメントと、115 m-kg の曲げモーメントを受ける。最大應力の強さを求めよ。

相等振りモーメント T_e は(9)式より

$$T_e = M + \sqrt{M^2 + T^2} = 115 + \sqrt{(115)^2 + (460)^2} = 115 + 474 = 589 \text{ m-kg}$$

よつて 589 m-kg 即 58,900 cm-kg の振りモーメントが働くを見れば(1)式より

$$q_1 = \frac{2T_e}{\pi r_1^3} = \frac{2 \times 58,900}{\pi \times (3.75)^3} = 712 \text{ kg/cm}^2$$

例 5 針金直径 2 cm, コイルの平均半径 5 cm の蔓巻きばねが 200 kg の軸線荷重を受けた時に 1 cm の撓みを起す爲には巻数は何程とすべきか。

$$W=200 \text{ kg}, R=5 \text{ cm}, d=2 \text{ cm}, \delta=1 \text{ cm},$$

$$C=8,400 \text{ kg/mm}^2=840,000 \text{ kg/cm}^2 \text{ であるから}$$

$$(11)式より n = \frac{\delta d^4 C}{64WR^3} = \frac{1 \times 2^4 \times 840,000}{64 \times 200 \times 5^3} = 8.4$$

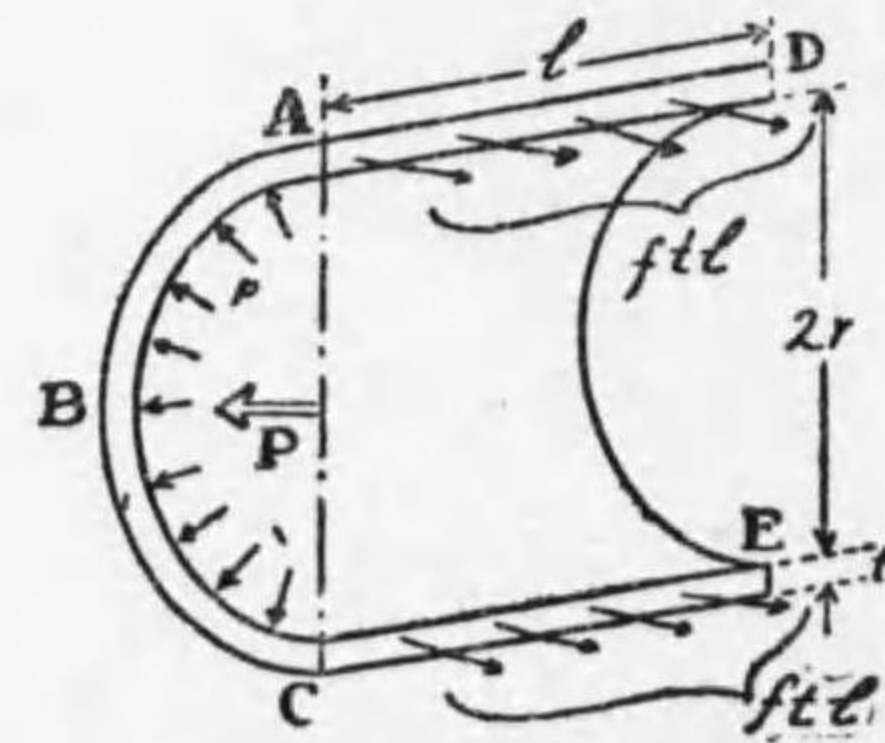
約 8 卷半あればよい。

第 IX 章 圓筒圓輪及び平圓板

83 内部壓力を受ける薄い壁の圓筒 (i) 圓環應力 圓筒が其の内部に、壓力を有する流體を含んで居る時は、流體の重さを省略すれば、圓筒の壁は壁面に直角に作用する一様なる強さの壓力を受ける。而して此の壓力は圓筒の縦断面内(第 157 圖の AD 又は CE 面)に於て之に直角に作用する所の伸張應力を生ぜしめる。此の應力を圓環應力と稱する。圓環應力の強さは壁の外面よりも内面に於ける方が大であるが、圓筒の直径に比して壁の厚さが小なる時は、應力の強さは平等と看做してよい。

今繼目なき圓筒を取り

- r=圓筒の半径
- t=圓筒の壁の厚さ
- p=流體壓力の強さ
- f=圓環應力の強さ

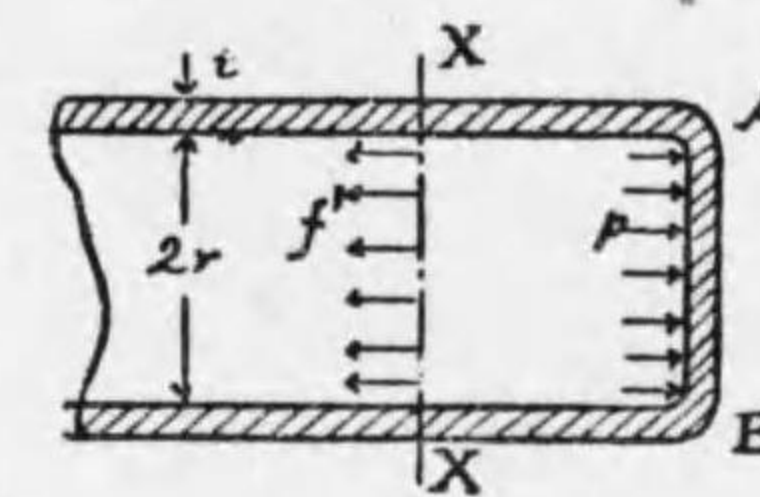


第 157 圖

とし、長さ l なる半圓筒 AE を取つて之が釣合ひに在る爲の條件を考へれば、

直径平面 ACED に作用する全圓環應力 $2ftl$ } = 流體壓力の合成力 P

でなければならぬ。然るに半圓 ABC の内面に直角に働く壓力 p の合成力は、直径平面に作用する壓力の合成力



第 158 圖

に等しい。即ち

$$P = p \times 2rl = 2ftl$$

$$\therefore f = \frac{pr}{t} \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{又は } t = \frac{pr}{f} \quad \text{を得る。}$$

(ii) 軸線應力 次に第 158 圖に示せる如く、圓筒の兩端が蒸氣罐の様に塞つて居るとすれば、圓筒は XX 断面上に於て軸線方向に伸張應力 f' を生ずる。此の f' を軸線應力と云ふ。軸線應力は次の如くして求められる。

$$\text{圓筒の端の圓板 AB 上の全壓力} = \pi r^2 p$$

$$\text{圓筒の横断面積} = 2\pi r t$$

$$\text{故に全軸線應力の大きさ} = 2\pi r t \times f'$$

而して之は圓板上の全壓力と等しかる可きであるから

$$\pi r^2 p = 2\pi r t f'$$

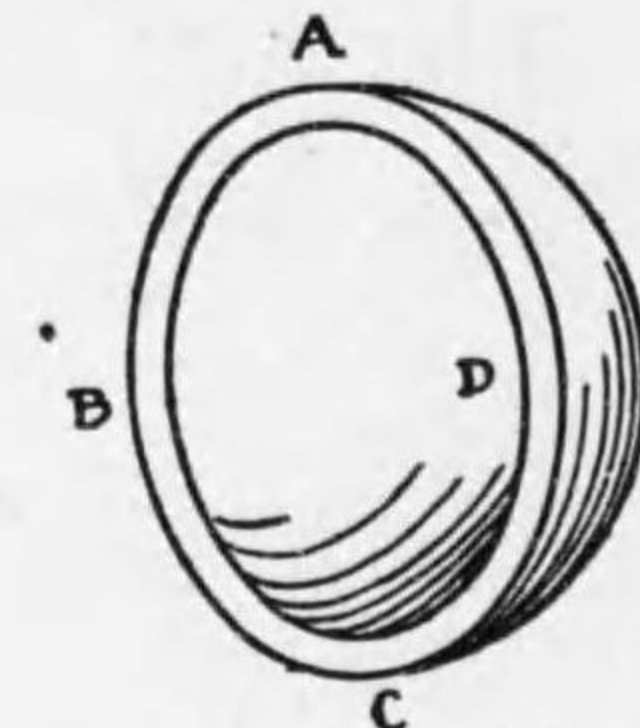
$$\therefore f' = \frac{pr}{2t} \quad \text{又は } t = \frac{pr}{2f'} \quad \dots\dots\dots(2)$$

即ち圓環應力の強さは軸線應力の強さの 2 倍であるから或る内部壓力に耐え得可き圓筒の厚さは、 f を許容應力

として (1)式から求む可きである。

84 内部壓力を有する薄き球殻 内部壓力を有する薄

き球殻の伸張應力を求めるには、
一つの直径平面 ABCD を假想し
之によつて分たれたる半球殻の平
衡を考へればよい。流體の合成壓
力は $\pi r^2 p$ で、環狀の斷面の伸張應
力の合成は $2\pi r t f$ であるから、 $f = \frac{pr}{2t}$ となる。



第 159 圖

85 内部壓力を有する厚き壁の圓筒 内部壓力を有す
る圓筒の壁が厚い時は、圓環應力の強さは内面の方が外
通の方より大である事は第 83 節で注意して置いたが、此
の場合には次の公式がある。

$R_1, R_2 =$ 圓筒の外徑及び内徑

$p_1, p_2 =$ 圓筒に働く外壓及び内壓

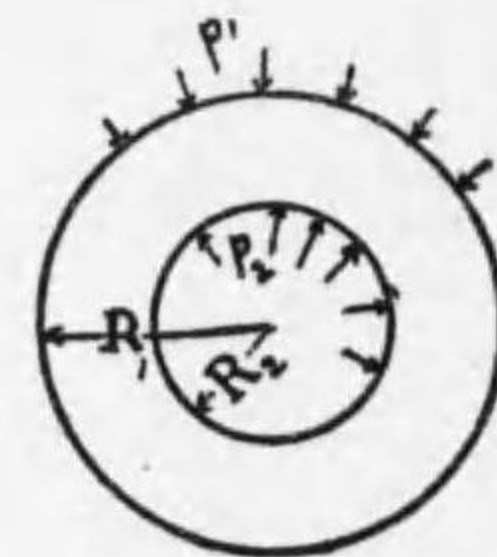
$f_1, f_2 =$ 圓筒の外面及内面に於け

る圓環應力の強さ

とすれば (第 160 圖参照)

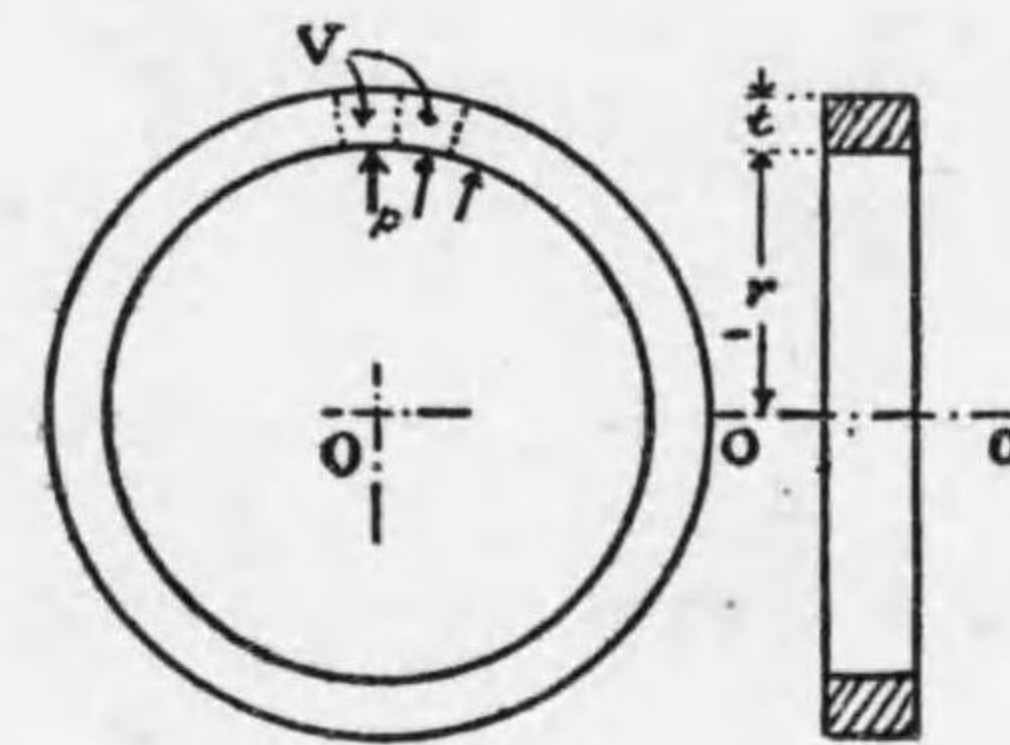
$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \frac{2p_2 R_2^2 - p_1 (R_1^2 + R_2^2)}{R_1^2 - R_2^2} \\ f_2 &= \frac{p_2 (R_1^2 + R_2^2) - 2p_1 R_1^2}{R_1^2 - R_2^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

で與へられる。



第 160 圖

86 回轉する圓輪 圓輪が其の重心を通る軸の周りに
回轉運動をする時は、遠心力の作用により丁度内部壓力
を有する圓筒と同様に圓環應力を生ずる。今第 161 圖に
示す様な圓輪が、一樣なる速さで θ の周りに回轉して居
り半径は厚さに比して大であるとし、



第 161 圖

v cm/sec = 回轉の速さ

r cm = 圓輪の半径

t cm = 圓輪の厚さ

w gm/cc = 材料の比重

とすれば、

圓輪の圓筒の 1cm^2 上の容積は $v = 1 \times 1 \times t = t$ cc

故に之に働く遠心力 p は $p = \frac{wt}{g} \frac{v^2}{r}$

で此の p は圓輪の内面 1cm^2 毎の遠心力で第 83 節の場合
の p に相等するから、(1)式を應用すれば此の場合の圓環
應力の強さ f は

$$f = \frac{pr}{t} = \frac{w}{g} v^2 \quad \text{或は} \quad v = \sqrt{\frac{fg}{w}} \dots\dots\dots (4)$$

これは許容伸張應力の強さ f を有する材料の限界速度を
與へる式である。

例へば鑄鐵に於て $f = 70 \text{ kg/cm}^2 = 70,000 \text{ gm/cm}^2$,

$w=7.2\text{gm/cc}$ とすれば許し得可き最大の回轉線速度は

$$v = \sqrt{\frac{fg}{w}} = \sqrt{\frac{70,000 \times 980}{7.2}} = 3090 \frac{\text{cm}}{\text{sec}} = 30.9 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

となる。

87 平圓板 外周で支へられた薄い平圓板が、面に直角な力を受けた場合は、梁と幾分似て居るけれども曲がり各半徑上に起る點が異り、其の強さ撓み等は可なり複雑なる理論を必要とする。故に最も應用の廣い對稱的の荷重の掛つた場合に就て結果だけを與へて置く。但し

f = 最大應力の強さ (2)の場合は周邊に於て半徑方向

に起り其他の場合は圓板中心の表皮内に起る

δ = 最大の撓み

P = 圓板上の等布荷重の強さ

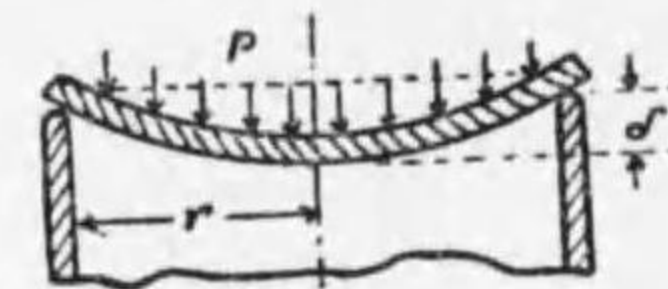
W = 半徑 r_0 の圓上の集中荷重

r = 圓板の半徑

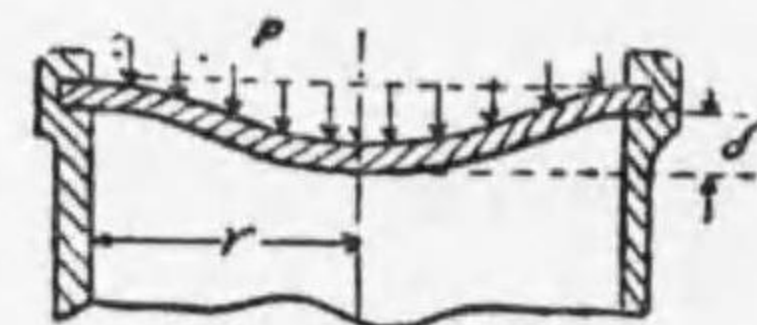
t = 圓板の厚さ

m = ポアソンの比の逆數

を表はす。



第 162 (1) 圖



第 162 (2) 圖

162-(1)圖

(1) 周邊を自由に支へ等布壓力を加へたる場合

$$f = \frac{3pr^2}{8t^2} \frac{3m+1}{m}, \quad f = \frac{5pr^2}{4t^2} \text{ (for } m=3) \dots \dots (5)$$

$$\delta = \frac{3}{16} \frac{(m-1)(5m+1)pr^4}{Em^2t^3} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \dots \dots (6)$$

$$= \frac{2pr^4}{3Et^3} \text{ (for } m=3)$$

(2) 周邊固着て等布荷重の加はる場合, 162-(2) 圖

$$f = \frac{3pr^2}{4t^2} \dots \dots (7)$$

$$\delta = \frac{3}{16} \frac{m^2-1}{Em^2t^2} Pr^4 = \frac{pr^4}{6Et^3} \text{ (for } m=3) \dots \dots (8)$$

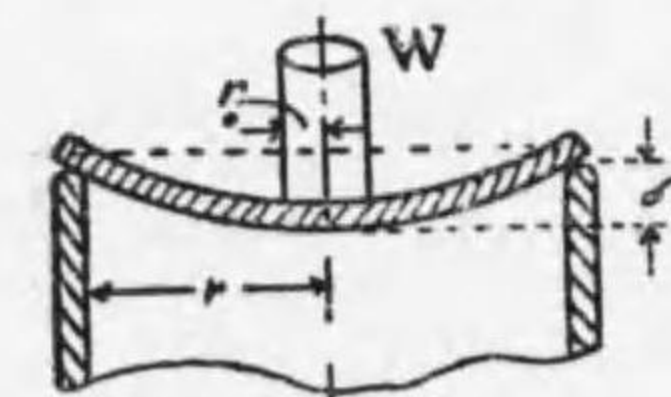
(3) 周邊を自由に支へ中央に集中荷重を有する場合

第162-(3)圖

$$f = \frac{3(m+1)W}{2\pi mt^2} \left(\frac{m}{m+1} + \log \frac{r}{r_0} - \frac{m-1}{m+1} \frac{r_0^2}{4r^2} \right) \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \dots (9)$$

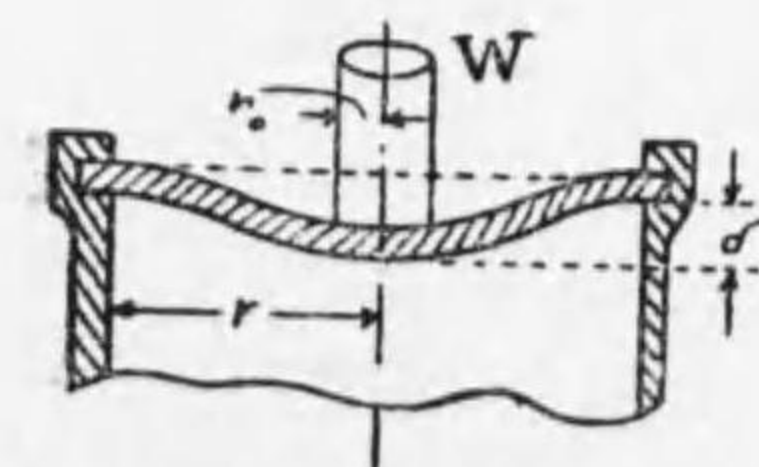
$$= \frac{W}{\pi t^2} \left(\frac{3}{2} + 2 \log \frac{r}{r_0} - \frac{r_0^2}{4r^2} \right) \text{ (for } m=3)$$

$$\delta = \frac{3(m-1)(3m+1)}{4\pi Em^2t^3} W r_0^2 = \frac{5W r_0^2}{3\pi Et^3} \text{ (for } m=3) \dots (10)$$



第 162-(3) 圖

此の撓みは r_0 が r に比し小なる場合中心から r_0 の距離に於ける値で中心に於ける撓みも殆んど同じである。



第 162 (4) 圖

(4) 周邊固着て集中荷重ある場合。162-(4) 此の場合 $r > 1.7r_0$ の時中心に於て應力が最大となる。

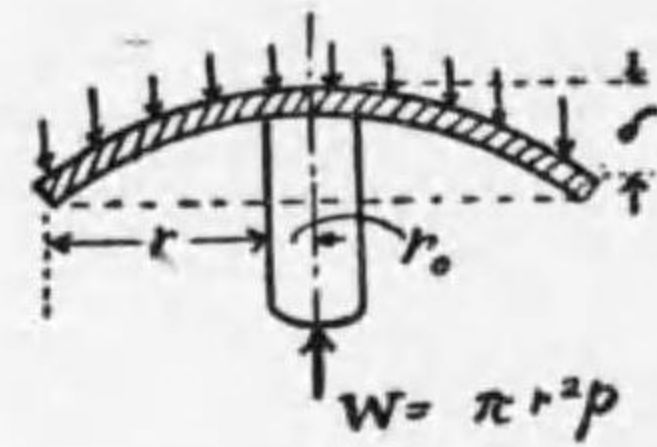
$$f = \frac{3(m+1)W}{2\pi mt^2} \left(\log \frac{r}{r_0} + \frac{r_0^2}{4r^2} \right)$$

$$= \frac{W}{\pi t^2} \left(2 \log \frac{r}{r_0} + \frac{r_0^2}{2r^2} \right) \quad (\text{for } m=3) \dots \dots (11)$$

$$\delta = \frac{3(m^2-1)Wr^2}{4\pi Em^2t^3} = \frac{2Wr^2}{3\pi Et^3} \quad (\text{for } m=3) \dots \dots (12)$$

此の撓みに就ても(3)と同様に、

r_0 が r に比して小さい時の r_0 の處のものを示す。



第 162-(5) 圖

(5) 中央で支へられ等布壓力

の加へられる場合, 162-(5) 圖

$$f = \frac{3pr^2}{2mt^2} \left\{ (m+1) \log \frac{r}{r_0} + \frac{m-1}{4} \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2} \right) \right\}$$

$$= \frac{pr^2}{t^2} \left\{ 2 \log \frac{r}{r_0} + \frac{1}{4} \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2} \right) \right\} \quad (m=3) \dots \dots (13)$$

$$\delta = \frac{3(m-1)(7m+3)pr^4}{16Em^2t^3} = \frac{pr^4}{Et} \quad (\text{for } m=3) \dots (14)$$

是も r に比して r_0 の小なる時の r_0 の處の價である。

例 1 内徑 150 cm, 銅板の厚さ 15 mm なる蒸氣罐に於て許容應力が 700 kg/cm² を超えぬ爲には、蒸氣壓力を何程に保つ可きか。

$f=700, t=15, r=75$ とすれば

$$(1) \text{式より} \quad p = \frac{ft}{r} = \frac{700 \times 15}{75} = 14 \text{ kg/cm}^2$$

例 2 毎平方糎 80kg の壓力を受ける内徑 15 mm の銅管の厚みは何程とす可きか。但し許容應力を 65 kg/cm² とす。

$$(1) \text{式より} \quad t = \frac{pr}{f} = \frac{80 \times 1.5}{65 \times 2} = 0.92 \text{ cm}$$

例 3 内部壓力 33 kg/cm² = 0.33 kg/mm² を受ける直徑 100 mm の氣筒の一端が平圓板なる時、許容應力の強さを 4 kg/mm² として、氣筒壁及び平圓板の厚さを求めよ。但しポアツソンの比を $\frac{1}{3}$ とす。

$$(1) \text{氣筒壁} \quad (1) \text{式より} \quad t = \frac{pr}{f} = \frac{0.33 \times 50}{4} = 4.1 \text{ mm}$$

氣筒頭部圓板

(2) 周邊が自由に支へられて居るを考へる時は

$$(5) \text{式より} \quad t^2 = \frac{5pr^2}{4f} = \frac{5pr^2}{16}$$

$$\therefore t = \frac{r}{4} \sqrt{5p} = \frac{50}{4} \sqrt{5 \times 0.33} = 16 \text{ mm}$$

(3) 周邊が固着を考へれば

$$(7) \text{式より} \quad t^2 = \frac{3pr^2}{4f} = \frac{3pr^2}{16}$$

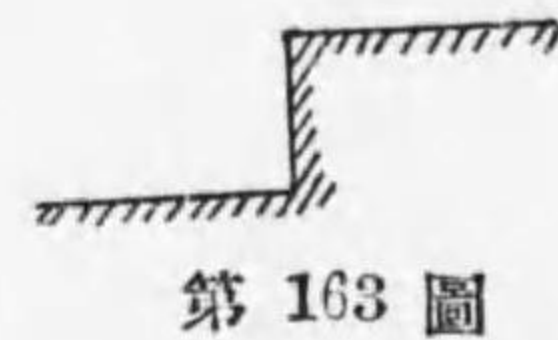
$$\therefore t = \frac{r}{4} \sqrt{3p} = \frac{50}{4} \sqrt{3 \times 0.33} = 12.5 \text{ mm}$$

第 X 章 土 壓 及 び 擁 壁

88 土の息角 地質良好なる土地では第 163 圖の様に之を垂直に切取る事が出来るが、永く風雨に曝す時は漸次崩壊して第 164 圖の様な斜面をなすに至る。土を盛る時も同様に斜面を成し、斜面が水平面となす角 α は一定の限度以上に小となる事はない。

斯の如き一定の角 α を土の息角と云ふ。

息角は土の種類によつて一様ではないが、大凡次の表に示す通りである。



第 163 圖



第 164 圖

第 11 表 息 角

土 の 種 類	息 角
乾燥せる砂, 粘土, 砂交りの粘土	21°—27°
少量の水を含める粘土	45°
多量の水を含める粘土	17°
礫及び砂利	39°—48°

89 土の壓力 土の壓力は地下の深淺によつて一様でない。今第 165 圖に就て

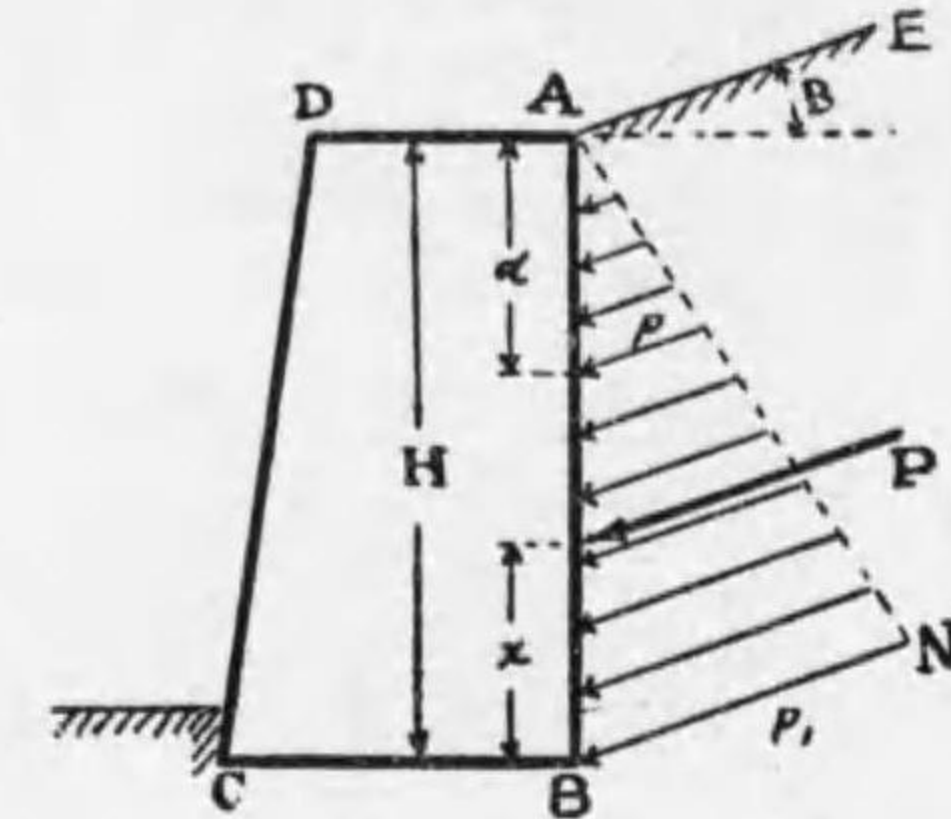
$w \text{ kg} = \text{土 } 1\text{m}^3 \text{の重さ}$

$\alpha = \text{土の息角}$

$\beta = \text{土面の傾斜角}$

$d \text{ meter} = \text{地面よりの深さ}$

$p \text{ kg/m}^2 = \text{深さ } d \text{ m に於ける土の壓力の強さ}$



第 165 圖

とすれば

$$p = w l \cos \beta \frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \alpha}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \alpha}} \dots \dots \dots (1)$$

で表はされ其の方向は AE に平行である。故に第 165 圖に示す様に AB 面の各點に於て、之に相等せる p に等しき線を引く時は、其端は AN の如き一直線をなす。

今石垣の高さを H meter とする時は、其の最低部に働く土壓の強さ p_1 は、(1)式の d を H で置きかへれば

$$p_1 = w H \cos \beta \frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \alpha}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \alpha}} \dots \dots \dots (2)$$

となる。

斯の様な等變壓力がある時、其の合成力を求めんに、

$P \text{ kg} = \text{合成力の大きさ}$

$x = \text{合成力 } P \text{ の作用點の底面 } CB \text{ からの距離}$

$b \text{ meter} = \text{石垣の長さ}$ とすれば

$$P = \frac{p_1 b H}{2}$$

で表はされる。此の式に(2)式を代用すれば

$$P = \frac{1}{2} w b H^2 \cos \beta \frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \alpha}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \alpha}} \dots\dots\dots(3)$$

又 $x = \frac{1}{2} H$

で、合成力 P の方向は斜面 AF と平行になる。

土の上面が第 166 圖の如く水平なる時は

$\beta = 0, \therefore \cos \beta = 1$ となるから、

(1)(2)(3) 式は夫々

$$p = w d \frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha} \dots\dots\dots(4)$$

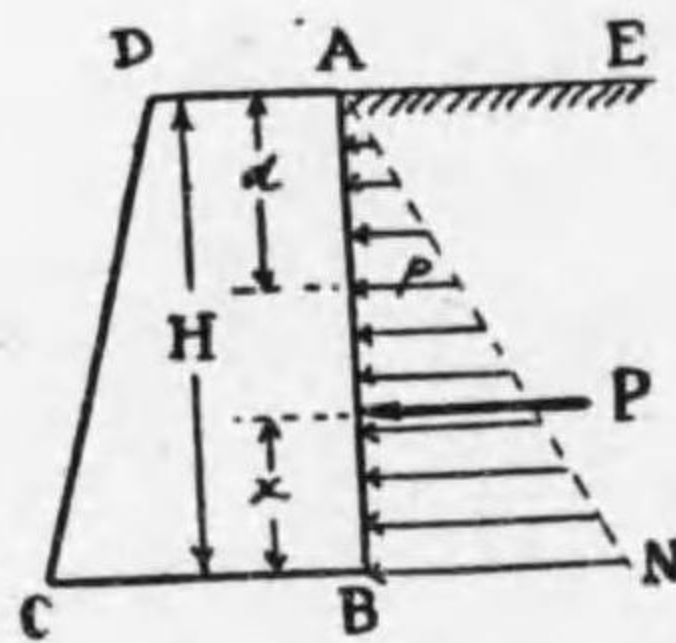
$$p_1 = w H \frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha} \dots\dots\dots(5)$$

$$P = \frac{1}{2} w b H^2 \frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha} \dots\dots\dots(6)$$

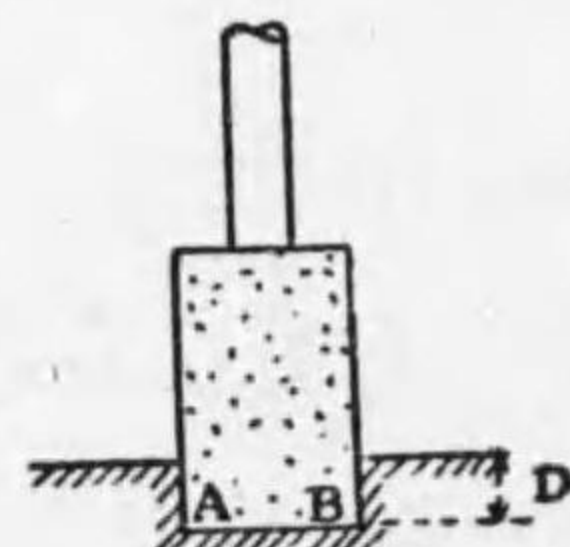
で $x = \frac{H}{3}$ は前と同様である。

90 土の支持力 家屋の壁又は橋脚の如きものは、第

167 圖の様に或る深さ D まで地盤を掘り下げて、其の上に築造する時は能く之を支持する事が出来る。若し地盤が良好なる時は敢て之を掘り下げるを要せず、只に地上に直ちに築



第 166 圖



第 167 圖

造しても能く安全を保ち得る場合もあるけれども、上述の様な土質の場合には少くも理論上不可能としなければならぬ。依つて

$W \text{ kg/m}^2 =$ 底面 AB に来る可き壓力の強さ

家屋の場合には屋根壁瓦等の全重量を、底面 AB の面積にて除したる商。

橋脚の場合には橋の重さ、その上に來る荷重及び橋脚自己の重さの和を底面積で除したる商。

$\alpha =$ 地盤をなせる土の息角

$w \text{ kg} =$ 土 1 m^3 の重さ

D meter = 掘り下ぐ可き深さ とする時は

$$D \geq \frac{W}{w} \left(\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha} \right)^2 \dots\dots\dots(7)$$

で表はされる。

91 築堤 上記の場合の特殊なる一例として、地質軟弱なる地上に築堤をなす場合にも、地盤を或る程度まで掘り下げて之を行へば、能く築堤を支持し得る。是土木學上重要な事項である。若し軟弱なる地盤上に直ちに築堤する時は日中盛り上げたる築堤は一夜の中に地盤中に埋没してしまつて、翌朝には殆んどその痕跡さへも止めぬ。俗に之は化物丁場と稱せられる。

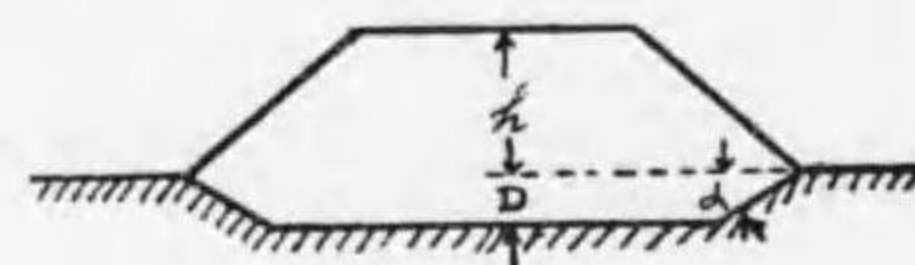
今 $w_0 \text{ kg} = \text{築堤に用ゆる土の } 1\text{m}^3 \text{ の重さ}$

$h \text{ meter} = \text{築堤の高さ}$

$D \text{ meter} = \text{掘り下ぐ可き深さ}$

とする時は、前式の W は

$$W = w_0 (h + D)$$



第 168 圖

であるから

$$D \geq \frac{w_0 (h + D)}{w} \left(\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha} \right)^2$$

$$\therefore D \geq \frac{w_0 (1 - \sin \alpha)^2}{w (1 + \sin \alpha)^2 - w_0 (1 - \sin \alpha)^2} h \dots\dots(8)$$

となる。而して掘下げに於て其の兩端は、第 168 圖の如く水平と息角 α を保たせる。

92 鐵道用築堤 鐵道に於ける築堤の場合には、なほその上を通る可き機關車の重量によつて生ずる壓力を加算すればよい。即

$W_0 \text{ kg} = \text{機關車の全重量}$

$L \text{ meter} = \text{機關車の全長}$

$l \text{ meter} = \text{枕木の長さ}$

とし、他は前公式の記號及第 168 圖を参照すれば、

$$D \geq \left(\frac{W_0}{Ll} + w_0 \right) \frac{(1 - \sin \alpha)^2}{w (1 + \sin \alpha)^2 - w_0 (1 - \sin \alpha)^2} \dots\dots(9)$$

を得る。

例 1 土の 1m^3 の重さ $w = 1,500 \text{ kg}$ で息角 30° 、堤防の傾斜 10° なる時地下 3.6 m の點に於ける土壓を求めよ。

$$\cos \beta = \cos 10^\circ = 0.985, \quad \cos \alpha = \cos 30^\circ = 0.866$$

$$\sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \alpha} = \sqrt{(0.985)^2 - (0.866)^2} = 0.469$$

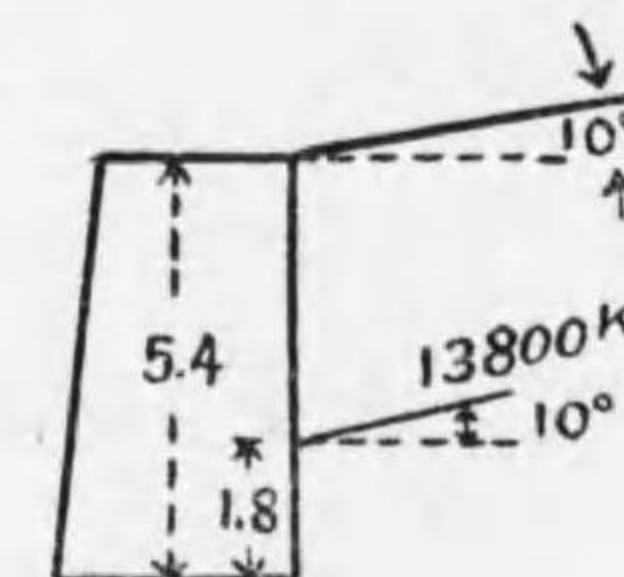
(1)式より

$$p = 1,500 \times 3.6 \times 0.985 \frac{0.985 - 0.469}{0.985 + 0.469} = 1,500 \times 3.6 \times 0.985 \times 0.354 = 1,890 \text{ kg/cm}^2$$

例 2 上の場合に於て石垣の長さ

$b = 1.8 \text{ m}$ 、高さ $H = 5.4 \text{ m}$ なる時土の壓力の

合成力を求めよ。



第 169 圖

(3)式より

$$P = \frac{1}{2} \times 1,500 \times 1.8 \times (5.4)^2 \times 0.985 \times 0.354 = 13,800 \text{ kg}$$

例 3 橋脚の底面に來る壓力の強さ $W = 30,000 \text{ kg/m}^2$ 、地盤をなせる土の 1m^3 の重さ $w = 1,500 \text{ kg}$ で、其の息角 $\alpha = 30^\circ$ なる時掘り下ぐ可き深さは何程か。

$\sin \alpha = \sin 30^\circ = 0.5$ であるから (7)式より

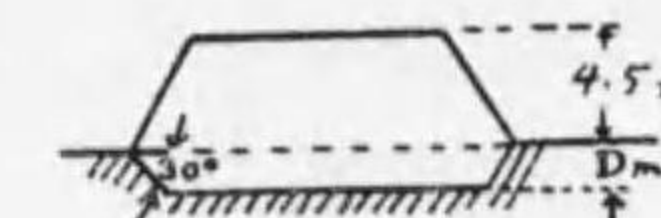
$$D \geq \frac{30,000}{1,500} \times \left(\frac{1 - 0.5}{1 + 0.5} \right)^2 \therefore D \geq 2.2 \text{ meter}$$

例 4 1m^3 の重さ $w = 1,500 \text{ kg}$ にして息角 $\alpha = 30^\circ$ なる地盤の上に、

1m^3 の重さ $w_0 = 1,650 \text{ kg}$ なる土を以て、高

さ $h = 4.5 \text{ m}$ の築堤をする場合、掘り下ぐ可

き深を求めよ。



第 170 圖

(8)式により

$$D \geq \frac{1,650(1 - 0.5)^2}{1,500(1 + 0.5)^2 - 1,650(1 - 0.5)^2} \times 4.5 = 0.63 \text{ meter}$$

例 5 前例の場合に於て $W_0 = 50 \text{ t} = 50 \times 1,000 \text{ kg}$ の全重量を

$L = 10.4 \text{ m}$ の全長を有せる機關車を通らせようとする。枕木の長さ

$l=2.3$ m なる時所要の深さを求めよ。

(9)式より

$$D \geq \left(\frac{50 \times 1,000}{10.4 \times 2.3} + 1,650 \times 4.5 \right) \frac{(1-0.5)^2}{15,00 \times (1.5)^2 - 16,50 \times (0.5)^2}$$

即 $D \geq 0.8$ meter

93 擁壁 石垣の様な土の崩壊を支へるものを擁壁と云ふ。我國在來の間知石垣は理論の上より其の大きさを定める事は困難である。茲に擁壁と云ふのは石煉瓦又はコンクリートで作つた第171圖の如き完全なものに限る。



第 171 圖

94 擁壁に働く力 擁壁に働く力は4つある。即 (1) 土の壓力 (2) 土の重量 (3) 擁壁の自重 (4) 地盤の反力である。此の内地盤の反力は、他の3つの力と釣合を保つ可き支持力であるから、3つの力の合成力を得れば之と大き等しく方向相反せるものが反力となる譯である。

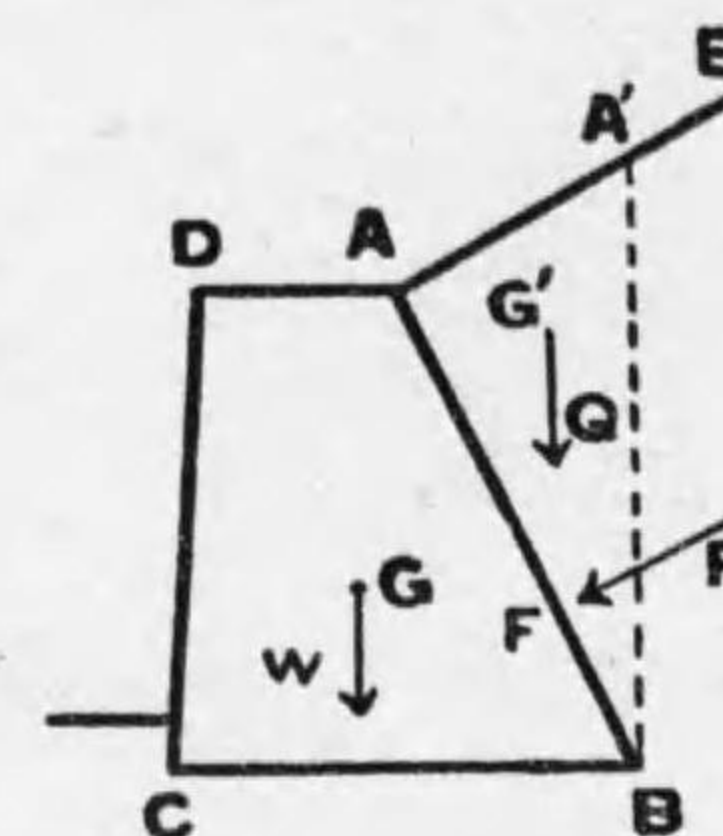
(1) **土の壓力** 土の壓力の事に就ては既に第89節に於て述べた通りで、擁壁の後面が第165, 166圖に示す如く垂直なる時は直ちに、(3)及び(6)式によつて土壓の合成力を求める事が出来るが、第172, 173圖の如く後面が傾斜せる時は、(3), (6)式中の H の代りに $A'B$ の高さを

用ゐなければならぬ。而して P の作用點は前と同様に

$$BF = \frac{1}{3} AB$$

なる如き F 點である。

(2) **土の重量** 擁壁の後面が傾斜して居る時は、第172, 173圖に於て $\triangle AA'B$ 内に含まれる土の重量を考へなければならぬ。



第 172 圖

今 $A m^2 = \triangle AA'B$ の面積

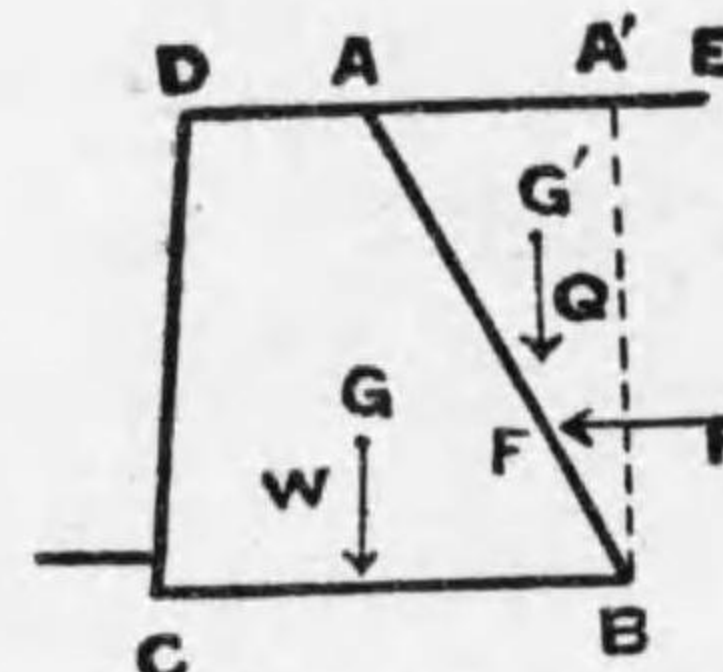
b meter = 擁壁の長さ

w kg = 土 $1m^3$ の重さ

とすれば、土の全重量 Q kg は

$$Q = w b A \text{ kg} \dots \dots \dots (10)$$

で其の方向は垂直下方、作用點は $\triangle AA'B$ の重心 G' に在る。



第 173 圖

(3) **擁壁自身の重さ** 擁壁の重さは次式で表はされる。

$$W = \frac{w \cdot b}{2} (AD + BC) H \text{ kg} \dots \dots \dots (11)$$

但し w = 擁壁 $1m^3$ の重さ kg,

$$\frac{1}{2} (AD + BC) H = \text{擁壁の梯形 } ABCD \text{ の面積}$$

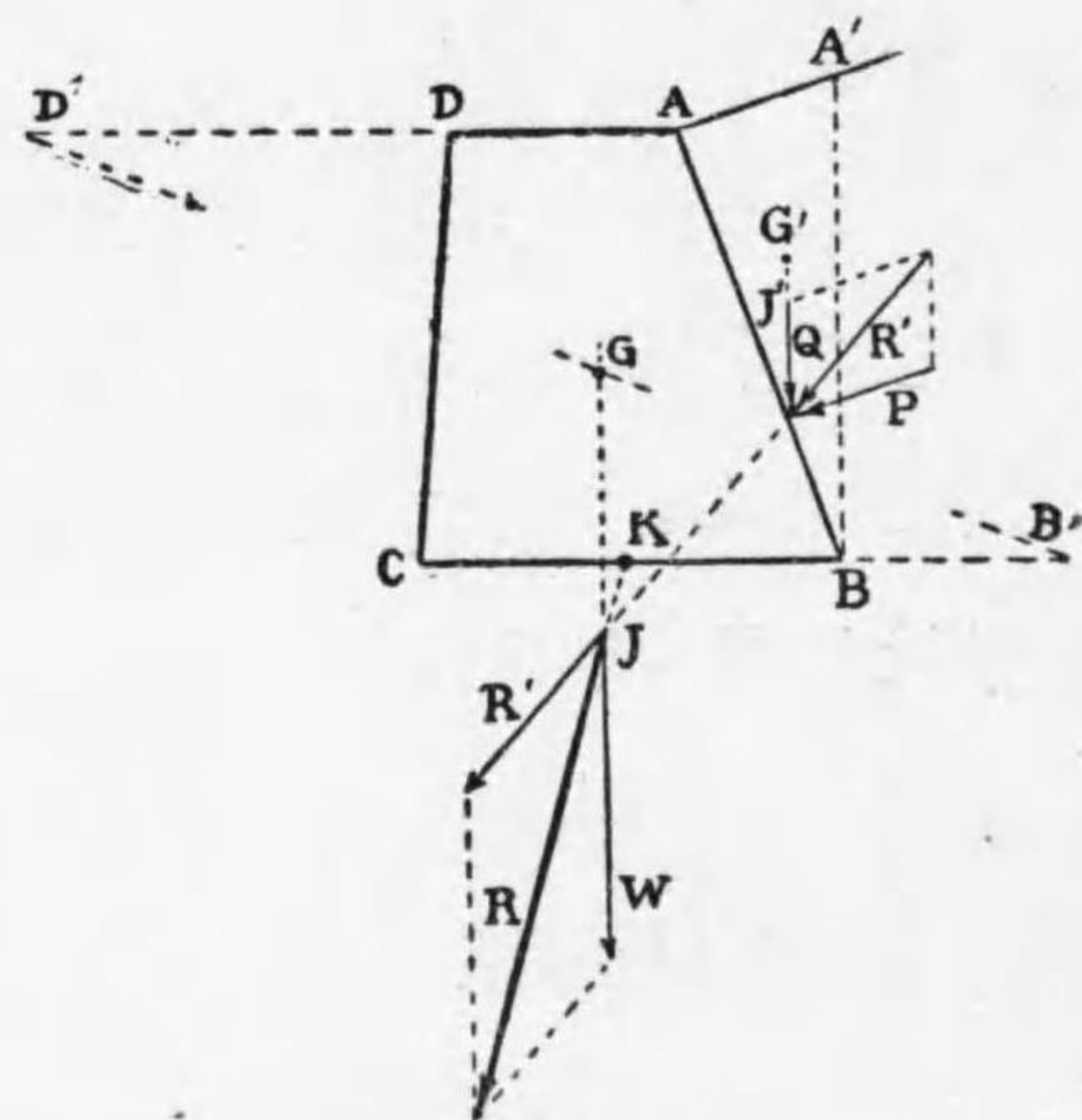
而して W kg の方向は垂直下方、作用點は矩形 $ABCD$ の重心 G である。

95 擁壁に働く力の合成 以上3力の合成力Rを作れば、擁壁の受ける力は此のRのみと考へて其の影響を論ずる事が出来る。

注意 (i) 矩形 ABCD の重心の求め方 矩形の上底 AD の中點と下底 BC の中點とを結ぶ直線と (第 174 圖には書いてない) AD を延長して $DD' = BC$ に取れる D' と CB を $BB' = AD$ まで延長せる B' 點とを結ぶ直線 $B'D'$ とを作れば、以上2つの直線の交り G が矩形の重心である。

(ii) 本節に記載せる3つの力の合成力の求め方、合成力の求め方は力の平行四邊形を應用すればよい。先づ P と Q とを合成する爲、力 P, Q を2邊とせる平行四邊形を作れば、その對角線 R' が此の2力の合力である。次に R' の延長と W の作用線の交りを J とする時は、 J を原點として第 174 圖に示す如く R', W を取れば、之を2邊とする平行四邊形の對角線 R が R' と W との合成力、即ち P と Q と W との合成力と云ふ事になる。

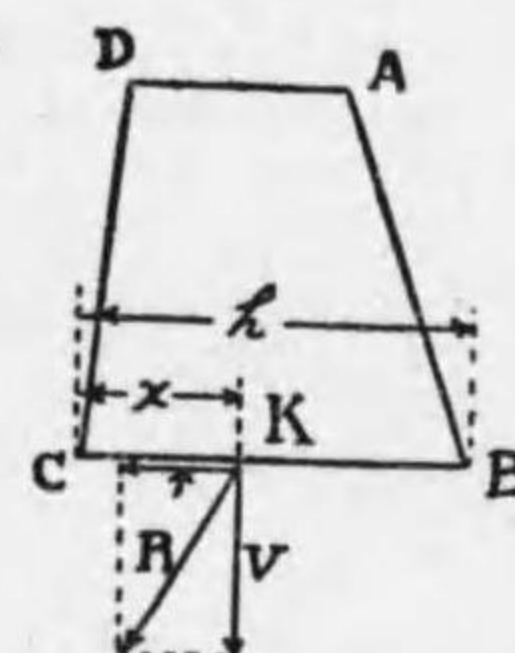
實際は Q 及び W の作用點は夫々 G' 及び G であるけれども第3節に述べたる剛體に働く力の傳達性を利用して、圖の如く夫々の作用點を J' 及び J に移して作圖する。是と同じ意味で、作圖上では合成力 R の作用



第 174 圖

點は J と云ふ事になるが、之は R の延長(又は R)が擁壁の底面と交る點 K に移す事が出来る。

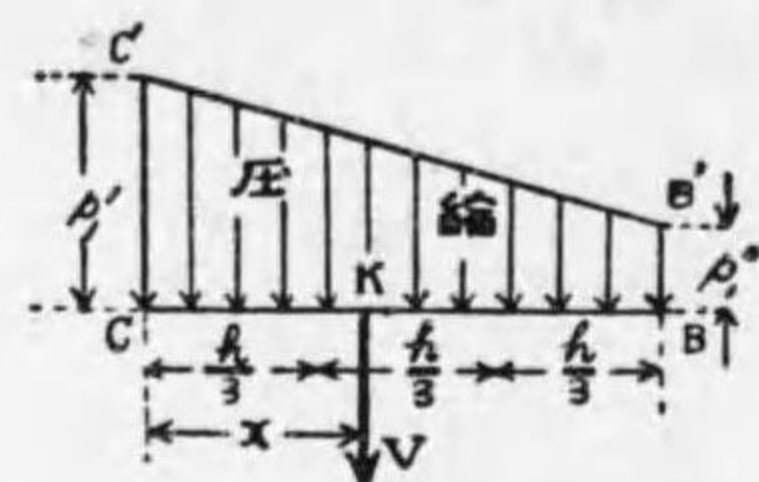
96 擁壁の保安 前節の3つの力の合成力として、擁壁の底面 K 點に働く R を得た。依つて此の R が如何なる影響を擁壁に及ぼすかを研究しよう。此の場合に於ては第 175 圖に示す様に R を水平及垂直方向の2分力 T 及び V に分解して考へるが便利である。



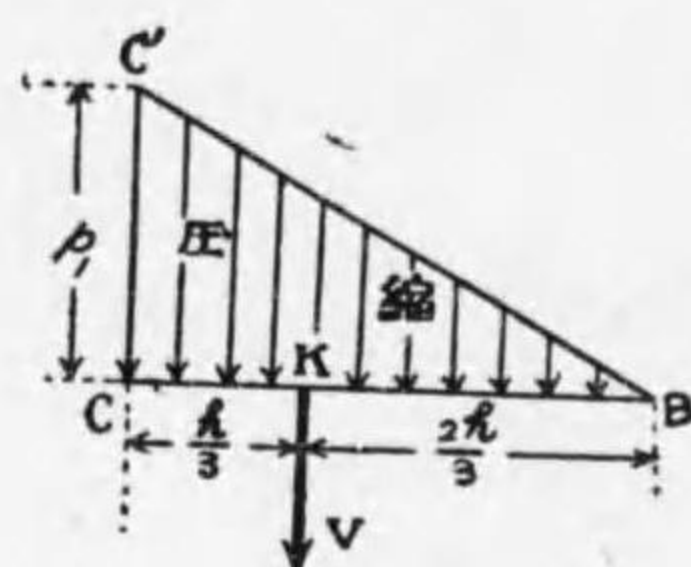
第 175 圖

97 擁壁の應力及び壓力の強さ 第 175 圖に於て擁壁の底面 BC 上の K 點に働く垂直力として V なる力を得たけれども、實際に於ては斯の如く力 V が一點 K に集中して働くものではない。此の力は實は底 BC の各所に働ける等變壓力の合成力である。而して地面に及ぼす等變壓力の分布状態は、角柱が偏心荷重を負へる時(第70節, 第144, 141圖参照) 角柱の横断面内に生ずる應力の分布状態と全く同一である。且つ擁壁内に於ても之と全く同一の状態に應力が分布される。然らば第 69 節及び第七章例 1 に於て述べたる事により、 V の作用點 K と擁壁の底の B 又は C 點との距離 x と、擁壁の壓力強度又は應力強度との關係は第 176, 177, 178 圖に示す如くなる。即ち

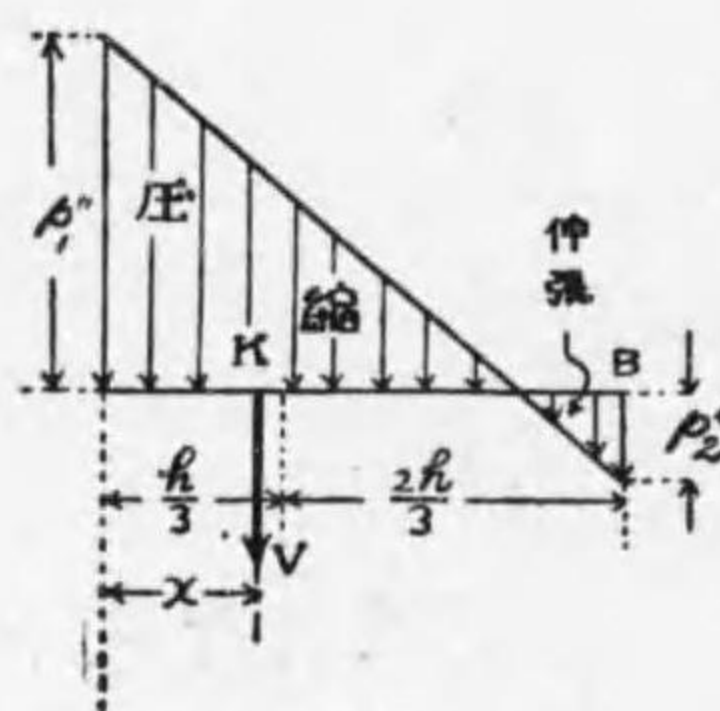
$x \geq \frac{1}{3}$ ならば總て壓縮力
 $x < \frac{1}{3}$ ならば一部は伸張
 一部は壓縮力



第 176 圖



第 177 圖



第 178 圖

となる。

98 擁壁の設計條件 既に第 VII 章 70 節に於て注意したる如く、石煉瓦コンクリート等で作つたものは伸張力は非常に弱いものであるから、之に第 178 圖の場合の如く伸張應力が生ずる時は極めて危険である。故に安全を期する爲には x は少くも

$\frac{1}{3}h$ を要し、若し材料の不等質等による危険を補ふ爲には $x > \frac{1}{3}h$ としなければならぬ。

次に壓力又は應力の最大の強さ P_1' 又は P_1 は、地盤の許容壓縮強さ f_c 以下なるを要す。同時に擁壁の許容壓縮強さ f_c' よりも P_1' 又は P_1 が小なるを要するは勿論であるが、 $f_c < f_c'$ であるから、 f_c さへ P_1' 又は P_1 より大であれば擁壁の方は心配は無い。

扱て第 176, 177 圖に於ける P_1' と P_1 とを比較するに $P_1 > P_1'$ なる事は明である。何となれば何れの場合も同じ合成力 V を有するから 面積 $BCC'B' =$ 面積 BCC' であるからである。故に結極 f_c が P_1 より大なればよい。依つて一般に最大の壓縮強さを P_c として、(今の場合では $P_c = P_1$) 上の條件を再録すれば

$$\frac{2}{3}h \geq x \geq \frac{1}{3}h, \quad f_c \geq P_c \dots\dots\dots (I2)$$

でなければならぬ。

然るに第七章(3)式により、

$$P_c = -\frac{P}{A} - \frac{Ph}{z}$$

但し式中

$P_c =$ 最大壓縮應力の強さ

$P =$ 偏心荷重

$h =$ 偏心距離 (第 144 圖)

$A =$ 角柱の横斷面積

$z =$ 曲げに對する斷面係數

であるから、擁壁の底面が $b \times h$ の矩形であるとし、第 179 圖の場合に上式を應用して P_c を求むれば、上式中

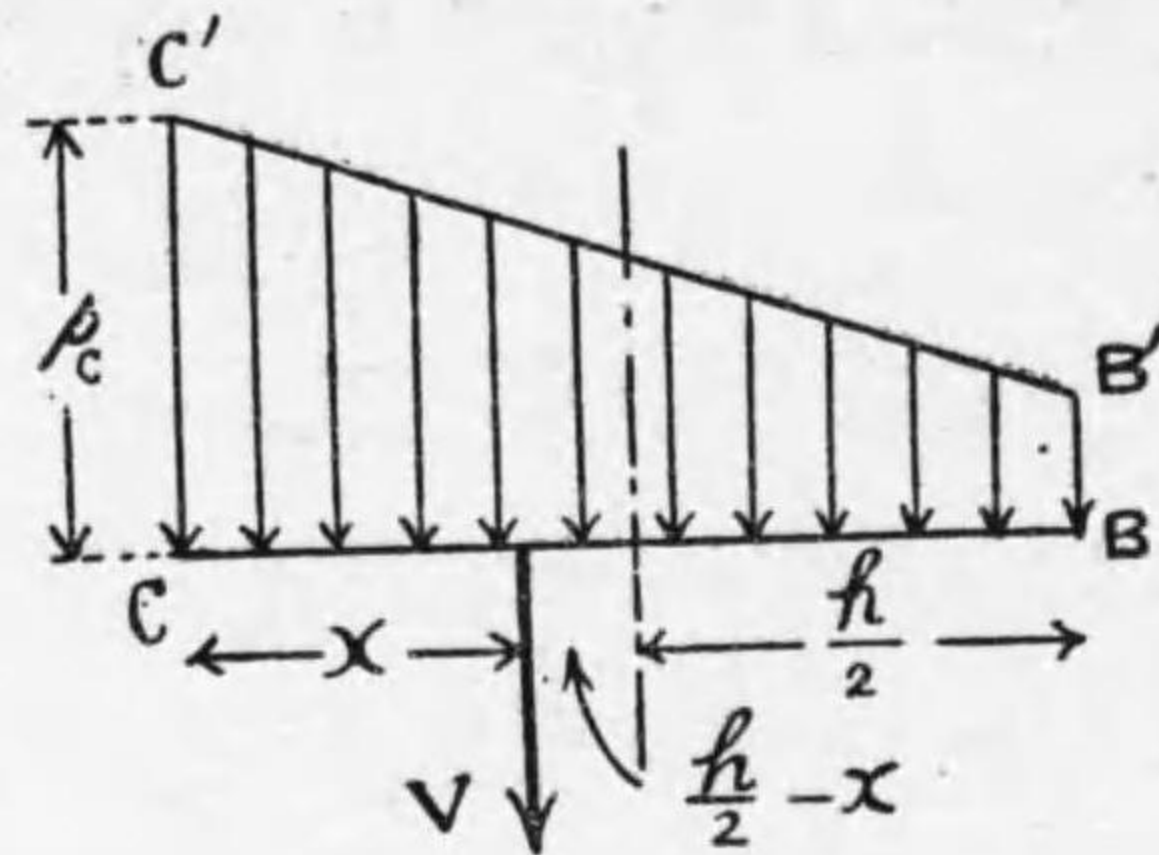
$$P = V$$

$$h = \frac{h}{2} - x$$

$$A = bh$$

$$z = \frac{1}{6}bh^2$$

にて置き換へ P_c
の絶対値のみ求む
れば



第 179 圖

$$P_c = \frac{V}{bh} + \left\{ V \left(\frac{h}{2} - x \right) / \frac{1}{6}bh^2 \right\}$$

$$= \frac{V}{bh} \left\{ 1 + \frac{3h - 6x}{h} \right\} = \frac{2V}{bh} \left\{ 2 - \frac{3x}{h} \right\}$$

$$\therefore P_c = \frac{2V}{bh} \left\{ 2 - \frac{3x}{h} \right\} \leq f_c \dots \dots \dots (13)$$

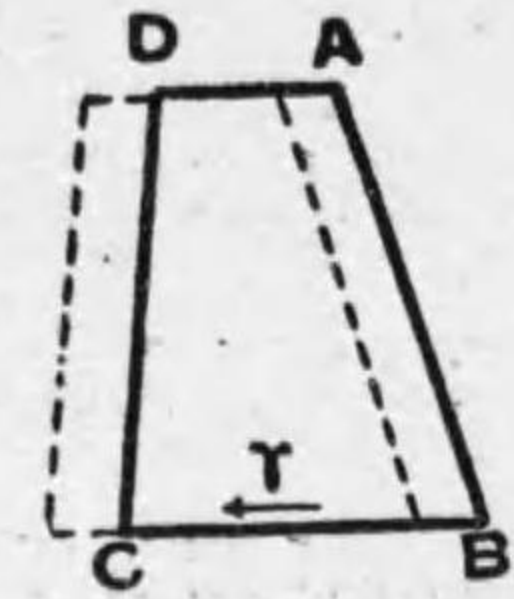
式を得る。地盤の許容壓縮強度 f_c の値は第 12 表に示す通りである。

第 12 表 地盤の許容壓縮強度

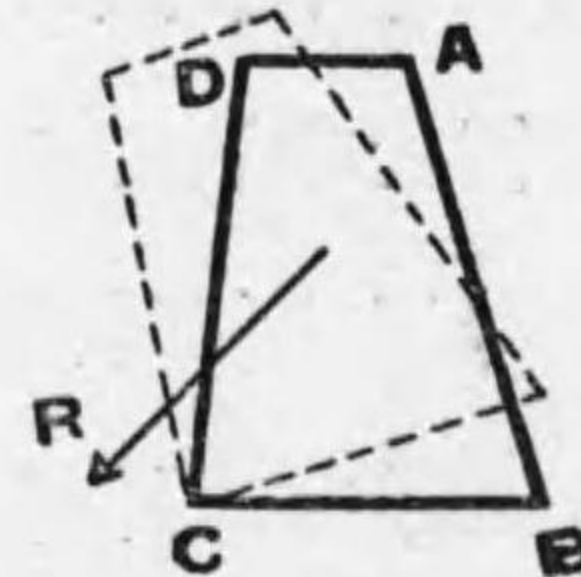
土	壓縮強度 kg/m^2
層厚く充分乾きたる粘土	44,000..... 64,000
層厚く乾きたる粘土	19,000..... 44,000
軟き粘土	9,800..... 19,600
砂利及荒砂	88,000.....108,000
固結せる砂	44,000..... 64,000
乾きたる砂	19,600..... 44,000
沖積土	4,900..... 9,800

99 擁壁の滑り及び顛倒 R の水

平分力 T が非常に大なる時は第 180 圖の様に擁壁が滑り出す場合も考へられるが、(12)(13)式が満足せられる時は T は其の様に大なる憂は無いらから特別の場合の外考へる必要は無い。又合成力 R の作用線が CD と交る場合は第 181 圖の如く擁壁は顛倒する事になるけれども、(12)式が



第 180 圖



第 181 圖

満足せられる限り R が CD と交る事は絶対に起り得ない

100 擁壁の設計 前節に於て述べたる所により、擁壁の設計は要するに (12) 及び (13) 式を満足させればよい。然るに此の内 (13) 式は、非常に高い擁壁でない以上は常に満足せられるものであるから、結極普通の擁壁では單に (12) 式を使用するに止まる。

(13) 式は此の如く擁壁設計の主要公式であるが、之に依つて設計する時は擁壁の大きさが非常に大きく出て来る然るに、一方に於て實際の場合に於ける土の壓力は第 89 節に於て論じたる値よりも小であるが故に

$$x \geq \frac{1}{4}h \dots \dots \dots (14)$$

とする事が多い。勿論此の場合に於ては第 178 圖に示す如く理論上には張力を受ける個所が生ずるから、此の點から云へば充分に満足なる公式と云ふ事は出来ぬ。故に實地設計に際しては、重要なる擁壁に對しては(12)式を使用す可く、然らざるものに在りては(14)式を用ゆるが當を得た方法である。

(12)又は(14)式を基礎として擁壁の大きさを求めるには多少煩雜なる計算を要する故、次には結果だけを示して置こう。

今擁壁にて支へる土地の上面は第 182 圖の如く水平であるとし、尙

w_0 = 擁壁の $1m^3$ の重さ (kg)

H = 擁壁の高さ (meter)

w = 土の $1m^3$ の重さ (kg)

s = 擁壁の前面の傾斜

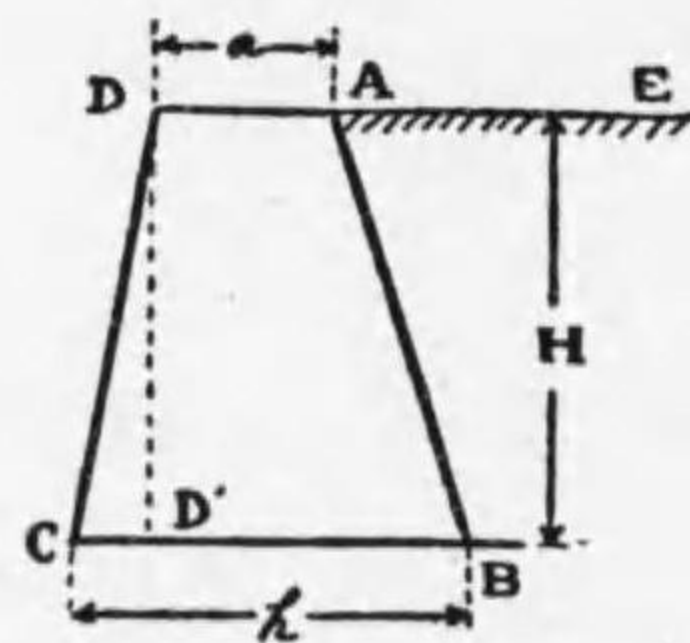
r = 擁壁の後面の傾斜

$C = (1 - \sin \alpha) / (1 + \sin \alpha)$, 但し α は土の息角

注意: 擁壁の傾斜 s は、 $s = \frac{CD'}{DD'}$ (第 182 圖参照) の意球で、例へ

ば若し $DD' = 7.2$ m, m , $CD' = 0.3$ ならば $s = \frac{0.3}{7.2} = \frac{1}{24}$

である。



第 182 圖

とする時は

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{1}{3}h \quad \text{なれば、擁壁上面の幅 } a \text{ は} \\ a &= \frac{1}{2w_0} H \left\{ -(2rv + 3sv_0) + \sqrt{lv^2 + mvv_0 + nv_0^2} \right\} \dots (15) \\ \text{式中 } l &= 4r^2 \\ m &= 4(-r^2 + rs + c) \\ n &= -4rs + 5s^2 \end{aligned} \right\}$$

となり

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{1}{4}h \quad \text{なれば} \\ a &= \frac{H}{12w_0} \left\{ -9rv - 3(r + 5s)v_0 + \sqrt{lv^2 + mvv_0 + nv_0^2} \right\} \dots (16) \\ \text{式中 } l &= 81r^2 \\ m &= -66r^2 + 54rs + 96c \\ n &= -15r^2 - 54rs + 105s^2 \end{aligned} \right\}$$

を得る。

多くの場合前面 CD は垂直で $s=0$ となり、此の時は(15)(16)式は非常に簡単になる。又普通 $w = 1,500$ kg/m³ であるから上式中 $s=0$, $w=1,500$ とし尙 r, c, w_0 等に相當の値を與へる時は最後に

$$\left. \begin{aligned} a &= AH \\ \text{之より } h &= BH \end{aligned} \right\} \dots (17)$$

なる如き最も簡單なる形となる。式中 A, B は定數であ

つて、第13表に示す様な價である。

第13表 (17)式の A, B の値

r	w ₀	c=1/3				c=1/4			
		x=h/3		x=h/4		x=h/3		x=h/4	
		A	B	A	B	A	B	A	B
1/4	1800	0.31	0.56	0.20	0.45	0.24	0.49	0.15	0.40
	2100	.30	.55	.19	.44	.23	.48	.14	.39
	2400	.28	.53	.18	.43	.22	.47	.13	.38
1/5	1800	.36	.56	.25	.45	.28	.48	.19	.39
	2100	.34	.54	.23	.43	.27	.47	.18	.38
	2400	.32	.52	.22	.42	.26	.46	.17	.37
1/6	1800	.38	.55	.28	.45	.31	.48	.22	.39
	2100	.36	.53	.26	.43	.30	.47	.21	.38
	2400	.34	.51	.25	.42	.28	.45	.20	.37
1/7	1800	.40	.54	.30	.44	.30	.47	.25	.39
	2100	.38	.52	.28	.42	.32	.46	.23	.37
	2400	.36	.50	.27	.41	.33	.44	.22	.36
1/8	1800	.42	.55	.32	.45	.35	.48	.26	.39
	2100	.40	.53	.30	.43	.33	.46	.24	.37
	2400	.38	.51	.28	.41	.31	.44	.23	.36

擁壁の支へる土地の上面が第174圖の如く斜面を爲して居る時は(15)(16)式は使用する事は出来ぬ。此の様な場合には任意に擁壁の大きさを假定して、第174圖に示す様な方法によつて圖面上より合成力Rを求め、此のRが

(12) 又は (14) 式を満足するか否かを驗さなければならぬ。此の場合に於て使用すべき(15)(16)式の様な公式もあるけれども、複雑であるのみならず、斯の如き場合は實地上逢遭する事は寧ろ稀であるから此處には省く。

實際に於ては擁壁の背面は通常第183圖の様に階段状をなして居る。此の場合に(14)~(16)式を利用する爲には、ABの階段をA'B'の斜面と考へればよい。但し此の場合 A'B' を求む可き一定の法則はないが、大凡の目算で之を求めても實用上大なる間違ひは生じない。



第183圖



第184圖

例 $s=0, w=1,500 \text{ kg/m}^3, w_0=1,800 \text{ kg/m}^3,$
 $r=\frac{1}{3}, c=\frac{1}{3}, H=6 \text{ m}$ で $x=\frac{1}{3}h$ なる擁壁の大きさを求めよ。

第13表より $A=0.36, B=0.56$

であるから、(17)式より

$$a=0.36 \times 6=2.16 \text{ meter}$$

$$h=0.56 \times 6=3.36 \text{ meter} \quad \text{を得る。}$$

索 引

A	安全係数	Factor of Safety.....	17, 21
	荒砂(Arazuna)	Coarse Sand	
	壓縮強さ	Compressive Strength	19
	壓力	Pressure, Compression	
	——の強さ	Pressure Intensity	
B	ばね	Spring	
	重ね——	Laminated——	88
	蔓巻き——	Helical——	114
	渦巻き——	Volute——	116
	馬力	Horse Power	
	分力	Component of a Force	3, 5
	物體	Body	
	鉄(Byō)	Rivet	24
C	力	Force	1
	——の分解	Resolution of a Force	5
	——の合成	Composition of Forces	2
	——のモーメント	Moment of a Force	5
	築堤	Embankment	129
	長柱	Long Strut, Long Column	103
	直角内(應)力	Normal Stress	12
	直接内(應)力	Direct Stress	12

張力又は伸張力	Tension	
中立軸	Neutral Axis	69,70
中立面	—Surface	69
鑄鐵(chūtetsu)	Cast Iron	
沖積土(chūsekido)	Alluvial Soil	
中心	Center	
—線	—Line	
D 銅	Copper	
断面(又は横断面)	Cross Section	
—係數	Modulus of Section, Section Mod.	79
彈性	Elasticity	14
—限界	Elastic Limit	13
彈性係數	Modulus of Elasticity	15
直接—	Direct Modulus, Stretch Mod., Young's Mod.	15
横—	Modulus of Rigidity, Shearing Mod. Mod. of Transverse Elasticity	16
圖式解法	Graphical Solution	
E 影響	Effect	
圓	Circle	
—端(長柱自由端)	Round End	104
圓環應力	Hoop Stress	18
F 負	Negative	

符 號	Sign	
G 外力	External Force	
ガーダー	Girder	78
元 素	Element	1
合成力又は合力	Resultant Force, Resultant	3
偶力	Couple	4
—のモーメント	Moment of a Couple	6
H 鋼	Steel	
鋼鑄物	Steel Casting	
破壊強さ	Breaking Strength	19
反 力	Reaction	6
腹板(Haraita)	Web	79
梁	Beam	27
張出し—	Overhanging—	40
傾斜—	Inclined—	99
固着—	Fixed—	92
連續—	Continuous—	94
支へ—	Freely Supported—	35
片持—	Canti-lever	30
梁間(Harima)	Span	35
針金	Wire	
平衡	Equilibrium	1
歪み(Hizumi)	Strain	12
伸張—	Tensile—	12

壓縮——	Compressive——	13
剪斷——	Shearing——	13
拋物線	Parabola	34
方 向	Direction	1
フックの定律	Hook's Law	13
J 砂利(Jari)	Gravel	
軸	Shaft, Axle	111
實體——	Solid——	112
中空——	Hollow——	112
軸線應力	Longitudinal Stress	119
自由端	Free End	30
重 量	Weight	
重 心	Center of Gravity, C G	
K 壁	Wall	
鈎	Hook	102
荷 重	Load	9
偏心——	Eccentric——	101
移動——	Travelling——	45
活——	Live——	9
死——	Dead——	9
集中——	Concentrated——	30
分布——	Distributed——	
等布——	Uniformly Distributed——	33
慣性モーメント	Moment of Inertia, M I	72
家屋	Building	

角	Angle	
傾斜——	—of Slope	84
剪斷——	—of Shear	13
息——	—of Repose	126
機 械	Machine	
機關車	Locomotive	
鋼(Kō)	Steel	
鑄——	Cast——	
硬——	Hard——	
—板	—Plate	
抗壓材	Strut	23
固着端	Fixed End	30
抗張材	Tie	22
コンクリート	Concrete	
公 式	Formula	
交 點	Point of Intersection	
構造物	Structure	
矩 形	Rectangle	
回轉運動	Rotation	
橋 脚	Briage Pair	
極 大	Maximum	
極 小	Minimum	
許容應力	Allowable Stress	17, 20
球 殼	Shell	120
M 曲がり	Bending	27

波状の—	Buckling	103
曲げ作用	—Action	67
曲げモーメント	Bending Moment	27
—線圖	—Diagram	29
相等—	Equivalent—	114
枕木	Sleeper	
面積	Area	
耳板(Mimi-ita)	Flange	79
木材	Timber	
モルタル	Mortar	
N 長さ	Length	
内部壓力	Internal Pressure	118
内力(應力)	Stress	9
壓縮—	Compressive—	11
伸張—	Tensile—	11
剪斷—	Shearing—	12
—の分布	Distribution of—	10
内力の強さ	Intensity of Stress	10
壓縮—	Intensity of Compressive Stress	
捩り(Nejiri)	Twisting	111
—角	Angle of Twist	111
—モーメント	Twisting Moment	111
相等—	Equivalent—	114
粘土	Clay	
粘性	Plasticity	14

O 大きさ	Magnitude	
重さ	Weight	
應力(Oryoku)	Stress	9
P ホアツソンの比	Poisson's Ratio	16
R 礫(Reki)	Shingle	
ラディアン	Radian	
煉瓦	Brick	
錬鉄	Wrought Iron	
S 三角形	Triangle	
作用線	Line of Action	1
作用點	Point of Application	1
正(Sei)	Positive	
正方形	Square	
設計	Design	
石灰石	Limestone	
セメント	Cement	
線	Line	
剪斷力	Shearing Force	23
—線圖	—Diagram	29
支持力	Supporting Power	128
進行運動	Translation	4
質量	Mass	

8	索	引
8	索	引
T	對角線	Diagonal
T	對角線	Diagonal
	短柱	Short Strut.....23
	單純內力	Short Strut.....22
	單純內力	Simple Stress.....22
	單純內力	Unit
	撓み(Tawami)	Deflection84
	撓み(Tawami)	Deflection84
	抵抗モーメント	Trapezoid
	抵抗モーメント	Moment of Resistance68, 71
	抵抗數	Moment of Resistance68, 71
	定數	Constant
	點	Point
	強さ	Point
	強さ	Earth
		Strength
		Strength
Y	擁壁	Retaining Wall132
Y	擁壁	Retaining Wall132
	容積	Volume
	容積	Volume
Z	材料	Material
Z	材料	Material

昭和六年四月十日印刷

昭和六年四月廿二日發行

不許複製

應用力學

定價 金壹圓八拾錢

編纂東京高等工學校

編輯兼
發行者

北村一郎
東京市本郷區追分町五十七



印刷者

小川義一
東京市牛込區市谷台町廿二

印刷所

成武堂印刷所
東京市牛込區市谷台町廿二

發行所 (東京市本郷區) 有文閣
追分町五七



特277

845

特277-845



*76W10784 *

終