

22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44

料 100
895.4
= 7



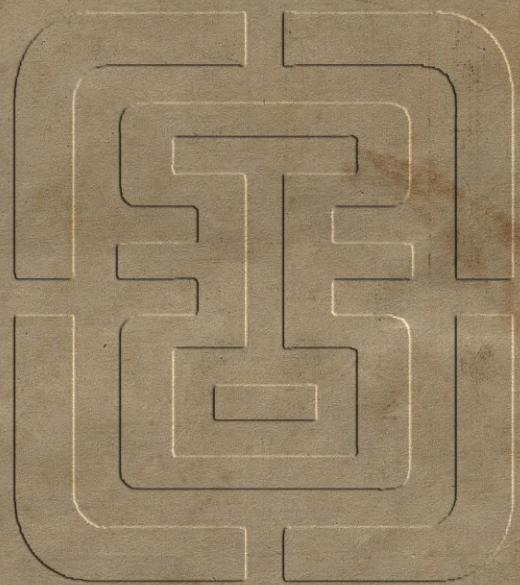
九數通考

補借
根方



九數通考卷十一

虞山屈曾發省園氏輯



三角形法

三角說

凡三角形立於圓界之一半者為直角。即句股過圓界之一半

者為銳角。不及圓界之一半者為鈍角。

此過不及指兩角所立之底而言。

然不

拘銳角鈍角自一角至底邊作垂線。即分為兩直角。是仍不離

乎句股也。兩腰等者。垂線即當底之一半。而兩腰不等者。所分

底界。則有大小不同。故和較相比之法。因之而生。蓋和求較。較

求和。要必歸於句股相求之理。由句股而得垂線。則凡面積及

內容方圓等形皆無不可得矣。

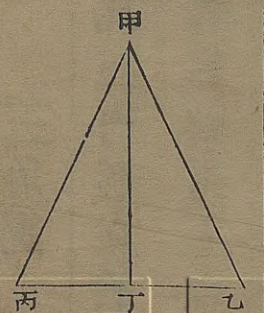
設如有等邊三角形每邊十尺求中垂線及積幾何答曰中垂線八尺六寸六分〇三毫有餘積四十三尺三十寸十分有

餘法以底邊十尺折半得五尺為句丁如乙任以兩腰之一邊十尺

為弦乙如甲用句弦求股法得股丁如甲即中垂線

也乃以中垂線八尺六寸六分〇二毫與半底五尺相乘即

得積



又法以底邊折半得五尺自乘得二十五尺如句自乘數三因之得

七十五尺如股自乘數開方得股即中垂線乃以中垂線與底邊

十尺相乘折半即得積蓋弦比句大一倍則弦自乘數比句自

乘數大四倍為連比例隔一位相加之比例於弦自乘數四倍內減句自乘

數一倍餘三倍即股自乘數故將句自乘數三因即得股自

乘數開方而得股也既得股為中垂線則以底邊十尺乘之

而折半與前法以半底五丈乘之其求積之理一也

設如有銳角三角形大腰一百二十二尺小腰一百一十二尺

底一百五十尺求中垂線及積幾何答曰中垂線八十九尺

六寸積六千七百二十尺和以兩腰相加得七十四尺為二率如乙己為兩

腰相減餘十尺為三率如庚乙為兩腰較求得四率十五

寸如乙戊與底十尺相減餘四尺四寸折半

為底邊較



得六十七尺二寸為句。如丁丙以小腿一百十尺為弦。如甲丙求得股九尺

六寸。如甲丁為中垂線。乃以中垂線與底相乘。折半得積。蓋甲乙

丙三角形。試以甲為心。丙為界。作一圓。截大腰於庚。截底於

戊。又將大腰引長至己。作甲己線。與甲丙小腿相等。則以乙

丙底邊和。與乙己兩腰和為比。即同於乙庚兩腰較。與乙戊

底邊較為比。為轉比例四率也。既得四率。則於乙丙底內。減

去乙戊餘。戊丙折半得丁。丙為句。甲丙為弦。求得股為中垂

線也。其求積之法與前同。

又法。以大腰自乘。得一萬四千八百八十四尺。小腿自乘。得一萬二千五百四十四尺。

兩數相減。餘二千三百一十尺。以底一百五十五尺除之。亦得底邊較。尺十五

寸。既得底邊較。照前法算之。亦得。其鈍角求積法同。

設如有斜立鈍角三角形。大腰二十一尺。小腿十七尺。底十尺。

求形外垂線。及形內積幾何。答曰。形外垂線十六尺八寸。形

內積八十四尺。法以底十尺為一率。如乙丙為底邊較兩腰相減。餘

四尺為二率。如庚乙為兩腰較兩腰相加。得三十尺為三率。如乙己為兩腰和求

得四率。乙十五尺。戊二寸。如乙戊為底邊和內減去底十尺。餘五尺。折半得二尺六寸。為

句。如丙丁以小腿十七尺為弦。如甲丙求得股八寸。為中垂線。如甲丁

丁。乃以中垂線與半底五尺相乘。得積。如甲乙丙三角形。試以

甲為心。丙為界。作一圓。截大腰於庚。又將大腰引長至己。作

甲己線。與小腿等。復將底引長至戊。作乙戊線。則成甲乙戊



三角形凡自圓外一點至圓內所作兩線之比
 例同於圓外兩段轉相比之比例則圓外兩段
 之比例亦必同於兩全線轉相比之比例故乙
 丙與乙庚之比同於乙己與乙戊之比為轉比
 例四率既得乙戊則減乙丙餘丙戊折半得丙丁為句甲丙
 為弦求得股為甲丁即形外垂線也求積法同前

又法以大腰自乘得

400

小腰自乘得

208

兩數相減

餘

192

以底

12

除之亦得底邊和

16

既得底邊和照

前法算之亦得蓋前題兩法為和求較此題兩法為較求和
 其理一也

設如有鈍角三角形大腰三十七尺小腰十五尺底四十四尺

求內容方邊幾何答曰九尺四寸二分八釐五毫有餘法

先用求中垂線法求得中垂線

12

與底

44

相加得

56

如乙

為一率中垂線

12

為二率底

44

丙為三率求得四率

如戊

即內容方邊如圖試

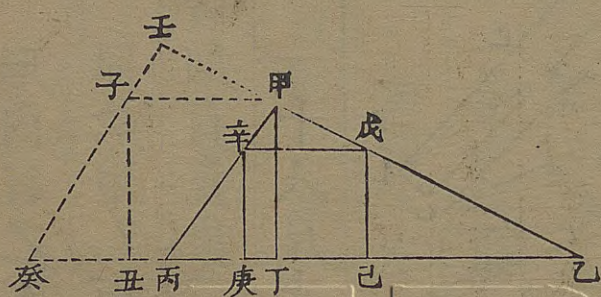
依甲丁中垂線度將乙丙線引長至癸作乙癸

線又與甲丙線平行作壬癸線又將甲乙線引

長作壬乙線遂成壬癸乙三角形與甲丙乙為

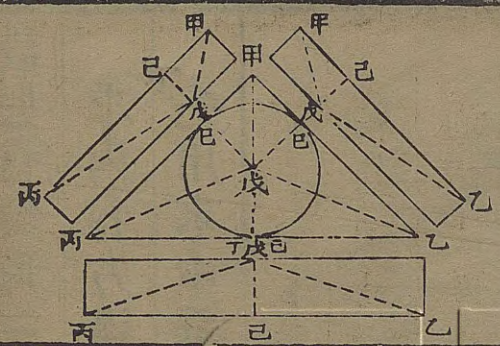
同式復與底線平行作甲子線與甲丁平行作

子丑線則甲丁丑子正方形即為壬癸乙三角



形內容之正方形矣。故壬癸乙之乙癸底與甲丁方邊之比，同於甲乙丙之乙丙底與戊己方邊之比也。

設如有銳角三角形，大腰三百三十八尺，小腰三百尺，底四百一十八尺，求內容圓徑幾何。答曰：一百九十尺。法先用求



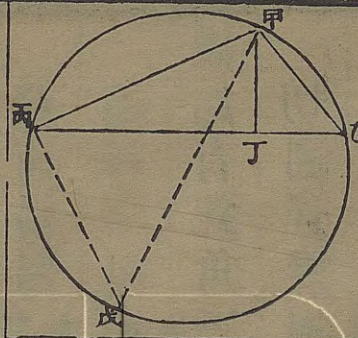
中垂線法求得中垂線二百四十尺，如甲丁，與底四百十尺相乘得十萬〇三百二十尺，如甲乙丙三長方積併大腰小腰底三邊數共一千〇五十六尺，除之得九十五尺，為三長方之闊，即內容圓半徑，倍之得全徑，如圖試自圓之中心至甲乙丙三角各作戊甲、戊乙、戊丙三線，遂分甲戊乙、甲戊丙、乙戊丙三三角形，其

三邊皆為三形之底，而戊己半徑皆為三形之垂線。今乙丙底與甲丁中垂線相乘所得之長方積，原比甲乙丙三角形積大一倍，即如將三形之垂線各乘其底所得之長方積，合為一大長方也。三長方之長雖不同，而闊則一，故各以長除積而得闊者，即如合三三角形之三邊除三三角形之倍積而得半徑也。

設如有鈍角三角形，大腰十七尺，小腰十尺，底二十一尺，求外切圓徑幾何。答曰：二十一尺二寸五分。法先用求中垂線

法求得中垂線八尺，如甲丁，為一率，小腰十尺，如甲乙，為二率，大腰十七尺，如甲丙，為三率，求得四率戊，如甲，即外切圓徑，如圖甲乙丙三角

形作切三角一圓自甲角至圓對界作甲戊全徑線又自丙角至戊作丙戊線則甲丙戊之丙角立於圓界之一半必為



直角與甲丁垂線所分甲丁乙之丁角等而戊角與乙角皆對甲丙弧其度又等故甲丙戊與甲丁乙兩形為同式而甲丁與甲乙之比同於甲丙與甲戊之比也

設如三角形底二丈八尺小腰與中垂線之較二尺大腰與中

垂線之較六尺問兩腰各幾何答曰小腰二十六尺大腰三

十尺法借差一為中垂線則小腰為差一多二尺小腰與中垂線

之和為差二多二尺與小腰較尺二相乘得差四多四尺為小分底自乘

方積大腰為差一多六尺大腰與中垂線之和為差二多六尺與大腰

較尺六相乘得差十二多三十尺為大分底自乘方積以兩方積相

較則大分底方為小分底方之三多二十乃以

底尺二十自乘得七百八內減所多之四尺餘七百

六十為小分底自乘四正方小分底乘大分底

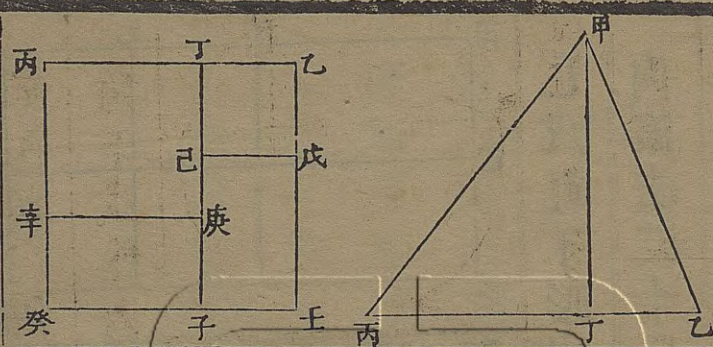
二長方積折半得三百八為小分底自乘二正

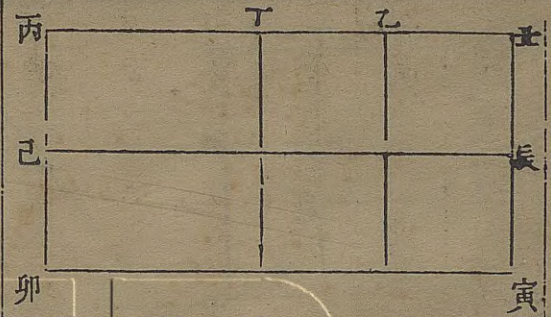
方小分底乘大分底一長方積共成一大長方

底尺二十為長闊之較用帶縱較數開方法算之

得闊尺十為小分底自乘得尺一百以小腰較尺二除

之得尺五十為小腰與中垂線之和內加較尺二折





半得二十尺，卽小腰。又以兩腰較四尺，與小腰相加得三十尺，卽大腰。如圖甲乙丙三角形，作甲丁垂線，遂分兩句股形。以甲乙甲丁股弦和與股弦較相乘，則得乙丁句自乘之乙戊己丁正方形。以甲丙甲丁股弦和與股弦較相乘，則得丁丙句自乘之丁庚辛丙正方形。丁庚辛丙形，既爲

乙戊己丁形之三倍多二十四尺，故於乙壬癸丙大正方形內減去二十四尺，餘與三乙戊己丁形等，是共得乙戊己丁類四正方形。戊壬子己類大分底乘小分底形二長方，共成丑寅卯丙大長方。折半得丑辰己丙長方形。乙丙卽長闊之較，故用帶縱

較數開平方法算之，得闊爲乙丁小句自乘，以股弦較除之，得股弦和，故加較折半，得甲乙爲弦也。既得甲乙，而甲丙亦可推而得矣。

割圓說

周髀曰：圓出於方，方出於矩。矩者所謂直角，卽句股也。蓋因方易度而圓難測，方有盡而圓無盡。故古人用割圓之法，內弦外切，屢求句股爲無數多邊形，以切近圓界，使弧線直線漸合爲一，而圓周始得。是則推圓者以方，推方者以矩矣。劉宋祖沖之以圓容六邊起算，元趙友欽以圓容四邊起算，自明末西法入中國，又有八線六宗三要等說，而圓度內外諸線相求之法始

九章算術卷十一
備要之圓內六邊起算者。圓徑折半。卽圓內六邊之一。乃用屢
求句股法。自六邊而十二邊。自十二邊而二十四邊。自二十四
邊而四十八邊。如是累至億萬邊。設徑爲一。而周得三一四一
五九二六五三有餘。圓內四邊起算者。則以圓徑爲內容。正方
之斜弦。自乘折半。開方而得四邊之一。亦用屢求句股法。自四
邊而八邊。自八邊而十六邊。自十六邊而三十二邊。如是累至
億萬邊。設徑爲一。而周亦得三一四一五九二六五三有餘。圓
外四邊起算者。圓徑卽四邊之一。圓徑自乘。倍之。開方。卽圓外
正方之斜弦。減去圓徑。卽圓外兩角之餘。又卽圓外八邊之一。
以八邊之一折半爲句。半徑爲股。求得弦與半徑相減。餘卽股

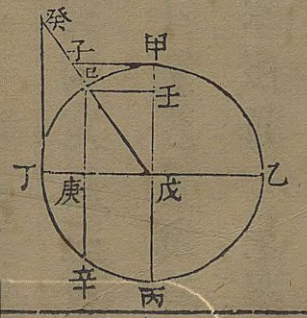
弦較。又卽小同式形之句。乃以八邊之一折半之句爲一率。半
徑之股爲二率。小同式形之句爲三率。推得四率爲小同式形
之股。倍之卽十六邊之一。如是累至億萬邊。設徑爲一。而周亦
得三一四一五九二六五三有餘。圓外六邊起算者。圓徑爲弦。
半徑爲句。求得股。倍之卽圓外三邊之一。取其三分之一。爲圓
外六邊之一。以六邊之一折半爲句。半徑爲股。求得弦與半徑
相減。餘卽股弦較。又卽小同式形之句。乃以六邊之一折半之
句爲一率。半徑之股爲二率。小同式形之句爲三率。推得四率
爲小同式形之股。倍之卽十二邊之一。如是累至億萬邊。設徑
爲一。而周亦得三一四一五九二六五三有餘。此兩法者。或自

圓內容形之邊為句股法使無數句股小弦逼近圓周將與圓周合而為一。或自圓外切形之邊為句股法使無數句股小股逼近圓周亦將與圓周合而為一。二法既立故凡圓周圓徑諸法皆可以互相比例矣。割圓八線則將圓周分為三百六十度先求弧度通弦折半為正弦既得正弦而圓內之正矢圓外之正切正割由之而生。至於餘弦餘矢餘切餘割則又由正而得名。三百六十度平分四象限每一象限九十度九十度之中得其正角為正餘角為餘是以正餘相對而割圓八線之表以立一象限中成句股形者五千四百故凡句股三角測量諸法皆可以互相比例矣。自圓內容形屢求句股而得無數多邊。自圓外切形屢求句股而得無數多邊。內外湊集則圓周漸變為直線而設圓界為度分者內而正弦外而切線至於無數則圓周亦漸變為直線二者互相參考俱為相符可見理之至者先後一揆法之精者中外一理然則句股即割圓之體而割圓即句股之用二者交相成而兩相得乎。

割圓八線

圓周定為三百六十度大而周天小而寸許皆如之蓋圓有大小而度分隨之其為數則同自圓心平分圓周為四分名曰四象限每一象限九十度一象限之中設為正弦餘弦正矢餘矢正切餘切正割餘割名之曰割圓八線。

設如甲乙丙丁圓自圓心戊平分全圓為四象限乃自戊任作



一戊己半徑線則將甲丁九十度之弧分為甲

己己丁二段己丁為己戊丁角所對之弧甲己

為甲戊己角所對之弧如命己戊丁為正角則

己丁為正弧而甲戊己即為餘角甲己即為餘

弧又自己與甲丙全徑平行作己辛線謂之通弦其對己丁

正弧而立於戊丁半徑者曰正弦如己庚又與戊丁半徑平行

作壬己線謂之餘弦以其為甲己餘弧所對也於戊丁半徑

內減戊庚與壬己等餘庚丁曰正矢於甲戊半徑內減壬戊與己庚等

餘甲壬謂之餘矢自圓界與甲戊半徑平行立於戊丁半徑

之末作垂線如癸丁仍與己戊丁角相對者曰正切將己戊半

徑引長與正切相遇於癸成戊癸線曰正割又自圓界與戊

丁半徑平行作甲子線謂之餘切戊癸正割被甲子餘切截

於子所分戊子謂之餘割每一角一弧即有正弦餘弦正矢

餘矢成四線於圓界之內復引出半徑於圓界之外而成正

切餘切正割餘割之四線內外共為八線故曰割圓八線逐

度逐分正弧之餘即為餘弧之正是以前四十五度之八線

正餘互相對待為用不必復求後四十五度之八線也凡此

八線皆九十度以內銳角之所成若直角九十度者則不能

成八線蓋因半徑即九十度之正弦如甲戊即甲丁弧之正弦而切線割

線爲平行終無相遇之處也。若鈍角過九十度外者則於半
周一百八十度內減其角度用其餘度之入線如己庚爲己
丁弧之正弦亦卽乙己弧之正弦也。要之入線以正弦爲本
有正弦則諸線皆由此生故六宗三要皆係正弦之法。

六宗三要二簡法說

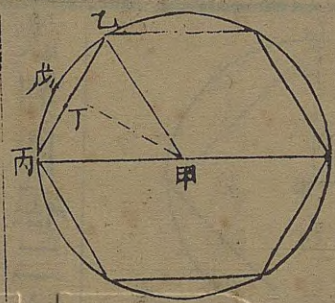
西洋歷算家作割圓八線表始自圓內容六邊四邊十邊三邊
五邊十五邊名曰六宗蓋用圓徑求各等邊形之一邊爲相當
弧之通弦以爲立表之原故謂之宗然六者實本於三如六邊
形之一邊卽圓之半徑不藉他求數無零餘而理最易見此其
一也。四邊形之一邊則爲半徑所作正方形之對角斜弦此又

其一也。十邊形之一邊則爲半徑所作連比例三率之中率西
法謂之理分中末線此又其一也。至於三邊形則出於六邊五
邊形則出於十邊十五邊形則又出於三邊及五邊非別自立
一法也。旣得此六種形之一邊各半之卽得六種弧之各正弦
爰命此六種弧爲本弧按法可求本弧之餘弦可求倍本弧之
正弦餘弦亦可求半本弧之正弦餘弦是爲三要又以不等兩
弧之正弦餘弦求相加相減弧之正弦又兩弧距六十度前後
之度等得其兩正弦之較卽得距弧之正弦是又名爲二簡法
由此錯綜之可得正弦一百二十其中最小者爲四十五分之
弦其自一分至四十四分之弦則以比例求之因弧分甚微與

直線所差無幾。故以弦求弦而得之。此西法立割圓入線表之大綱也。邇來西法又設連比例四率以求圓內容九邊七邊二法。因推廣其理於六宗之外。增求圓內容十八邊十四邊形之法。俱以半徑爲首率。求連比例四率之第二率。卽十八邊形十四邊形之一邊。而九邊七邊又因之以生。亦猶三邊之出於六邊。五邊之出於十邊也。有此二形與六宗相參伍。可得正弦三百六十。其中最小者爲十五分之正弦。又增一法。求十五分之三分之一。五分之正弦。所少者止一分。至四分之正弦。較之四十五分爲尤密可知矣。今以六宗三要二簡法。理分中末線。并新增數法。皆按類具例於左。

六宗

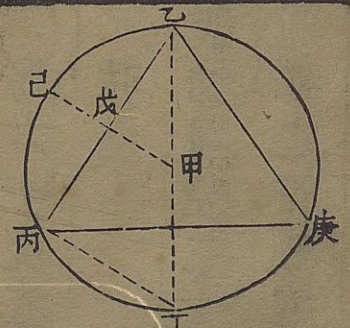
設如圓徑二十萬。求內容六邊形之一邊幾何。答曰。十萬。法



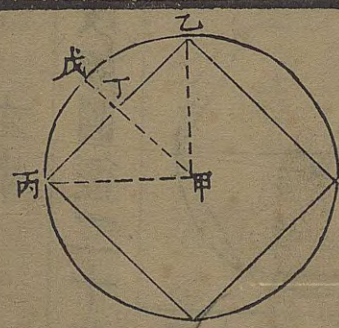
見方田章。圓內容各形類。如圖。甲乙丙等邊三角形。甲角所對之弧。得圓周六分之一。爲六十度。而邊既等者。角亦相等。則乙角丙角亦各爲六十度。夫乙丙弧既爲六十度。則乙丙邊十萬。爲六十度之通弦。折半得乙丁五萬。卽乙戊弧三十度之正

弦也。

設如圓徑二十萬。求內容三邊形之一邊幾何。答曰。十七萬三千二百〇五。法見方田章。如圖。乙丙庚等邊三角形。每邊



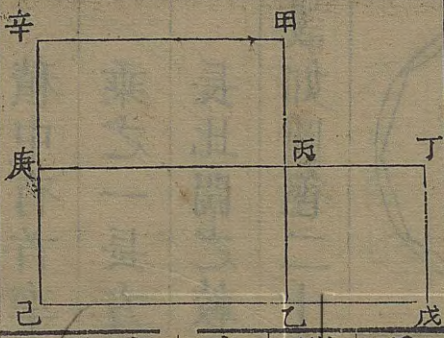
所對之弧各得圓周三分之一皆一百二十度
 則乙丙邊即乙丙弧一百二十度之通弦折半
 得乙戊八萬六千六百〇二即乙己弧六十度
 之正弦也



設如圓徑二十萬求內容四邊形之一邊幾何答曰十四萬一
 千四百二十一法見方田章如圖甲乙丙三
 角形甲角所對之弧得圓周四分之一為九十
 度則乙丙邊即乙丙弧九十度之通弦折半得
 乙丁七萬〇七百十即乙戊弧四十五度之正
 弦也

理分中末線

設如以十萬為首率作相連比例三率使中率末率相加與首
 率等求中率末率各幾何答曰中率六萬一千八百〇三末
 率三萬八千一百九十七法以十萬自乘得一億如甲乙
 為丁戊己庚長方積以十萬為長闊較如乙用帶
 縱較數開平方算法算之得闊為中率如丙以中
 率與首率相減餘為末率如甲即相連比例三
 率也此法蓋因首率末率相乘之長方積如甲
 與中率自乘之正方積等如丁戊故首率自



乘之正方積如甲乙即同於丁戊己庚長方積而首率之中

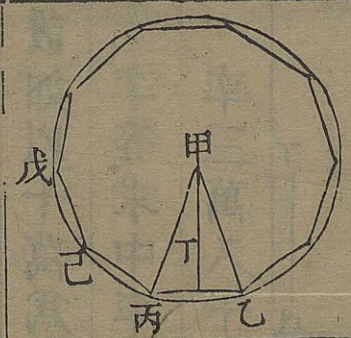
如甲 有一中率 乙 一末率 丙 如甲 之數故首率自乘之正

積中有首率中率相乘之一長方 如丙 乙 又有首率末率相

乘之一長方 如甲 丙 是以丁 戊 己 庚 長方形之闊 即中率 其

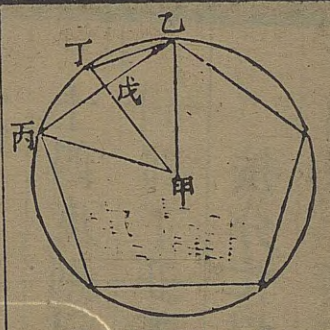
長比闊之較 即首率 中率與首率相減 餘即末率也

設如圓徑二十萬 求內容十邊形之一邊幾何 答曰 六萬一千



八百〇三 法見方田章 如圖 甲 乙 丙 三角形 甲角所對之弧 得圓周十分之一 為三十六度 丙則乙丙邊即三十六度之通弦 折半得丁丙三 萬九百〇一 即十八度之正弦也

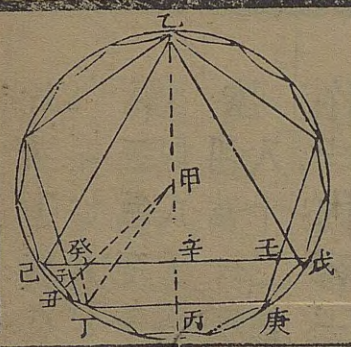
設如圓徑二十萬 求內容五邊形之一邊幾何 答曰 十一萬七



千五百五十七 法見方田章 如圖 甲 乙 丙 三 角形 甲角所對之弧 得圓周五分之一 為七十 二度 則乙丙邊即七十二度之通弦 折半得乙 戊 五萬八千七百七十八 即乙丁弧三十六度

之正弦也

設如圓徑二十萬 求內容十五邊形之一邊幾何 答曰 四萬一



千五百八十二 法以半徑 十 為弦 如甲 圓內 容五邊形之半 五萬八千七 百七十八 為句 如丁 求得股 八萬〇九百 內減半徑之半 五萬 如 餘 三萬九 〇 一 如甲 丙 次以圓內容三邊形之一邊 七十 為股 如辛 丙 即 如癸 丁

萬三千二百
○五如戊己
內減圓內容五邊形之一邊
十一萬七千五百
五十七如壬癸

餘五萬五千六百四十八
折半得二萬七千八百
如戊壬與癸己兩段
二十四如癸己
為句求得

弦四萬一千五百
入十二如丁己
即圓內容十五邊形之一邊如圖甲圓內

作一內容三邊形又作一內容五邊形將三邊形之每邊弧

分五段五邊形之每邊弧分三段即得十五邊形之一邊弧

如甲丁己三角形甲角所對之弧得圓周十五分之一為二

十四度則己丁邊即二十四度之通弦折半得丁子
一萬○七百九

十即丁丑弧十二度之正弦也

按分作相連比例四率法

設如以十萬為一率作相連比例四率使一率與四率相加與

二率三倍等問二率三率四率各幾何答曰二率三萬四千

七百二十九三率一萬二千○六十一四率四千一百八十

七法以十萬自乘再乘得一千方積為實又以十萬自乘三因

之得三百億成為法以法除實得三萬乃以三萬自乘再乘得十二

兆益於原實一兆內為共實按除法以所得三萬與法三百億相

因得九百兆以減共實餘一百二十七兆為第二位實以法三百億除之

得四兆乃併首位次位所得共三萬四千自乘再乘得三十九兆三

仍益於原實一兆內為共實按除法減首位所得三萬與法三百

億相因之九百兆又減次位所得四兆與法三百億相因之一百二十

餘一十九兆三為第三位實以法三百億除之得六百所餘太多

因益積取畧大之數為七百，乃併前兩位所得共三萬四千七百。自乘再乘得四十一兆七千八百一十九億二千三百萬，仍益於原實一兆，內為共實。

按除法減首次位所得三萬四千，與法三百億，相因之一兆，餘七千八百一十九億二千三百萬，又減

三位所得七百，與法三百億，相因之二兆，餘七千八百一十九億二千三百萬，為

第四位實，以法三百億除之，得二兆，乃併前三位所得共三萬四千七百。

二、自乘再乘得四十一兆八千五百四十二億，一千〇〇四萬八千，仍益於原實一兆。

內為共實，按除法減前三位所得三萬四千七百，與法三百億，相因之

一千〇四十一兆，又減四位所得二兆，與法三百億，相因之六千，餘二千

〇〇四萬八千，為末位實，以法三百億除之，得八，所餘亦太多。

因益積取畧大之數為九，乃併前四位所得共三萬四千七百二十九。

自乘再乘得四十一兆八千八百六十七億六千六百四十萬〇二千四百八十九，仍益於原

實一兆，內為共實，按除法以前四位與末位所得之數與法

相因之數遞減之，仍餘一百六十七億六千六百四十四萬二千四百八十九，不盡，是共除

得三萬四千七百二十九，為相連比例二率也，以二率自乘，以一率除

之，得三率，以三率自乘，以二率除之，得四率矣。此為益實歸

除之法，蓋因此法止有一率之數，作相連比例四率，而連比

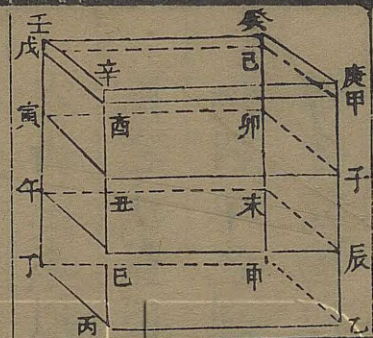
例四率之理，一率自乘，用四率再乘，與二率自乘再乘之數

等，今立法以一率自乘再乘為原實，較之三倍二率與一率

自乘之面積相乘之數，卻少一二率自乘再乘之數，故以累

除所得之數，屢次自乘再乘，益入原實，然後按法除之，始足

二率三倍之數也。如圖甲乙爲一率庚子子辰辰乙皆爲二率庚甲爲四率庚乙爲一率四率之共數又爲二率之三倍。

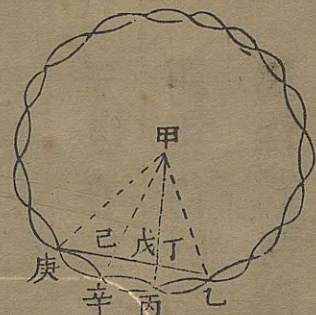


甲乙丙丁戊己爲一率自乘再乘之正方體庚乙丙丁壬癸爲三倍二率與一率自乘面積相乘之長方體比一率自乘再乘之正方體多一庚甲酉戌壬癸扁方體此扁方體卽一率自乘再乘之正方體內加入二率自乘再乘之正方體卽如於甲乙丙丁戊己正方體上加一庚甲酉戌壬癸之扁方體成庚乙丙丁壬癸長方體而以一率自乘之乙丙丁申方面除之必得庚乙爲二率之三倍苟合乙丙丁申與辰巳午未及子丑寅卯三方面除之必得庚子或子辰或辰乙爲二率若不

加積止以三方面除之則所得仍爲一率三分之一比二率數必小故以屢除所得之數屢次自乘再乘益入原積則積漸增而得數亦漸大遞及末位則所少之積已足而除得之數卽爲二率之全數也。

設如圓徑二十萬求內容十八邊形之一邊幾何答曰三萬四千七百二十九法用連比例四率以半徑十萬爲一率自乘

再乘得一千兆爲實又以十萬自乘三因之得三百兆爲法按益實歸除之法除實得三萬四千七百二十九爲二率卽圓內容十八邊形

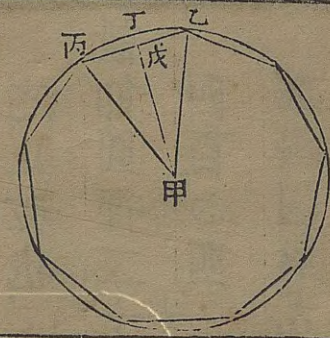


之一邊。如甲圓內容十八邊形。每邊之弧。得圓周十八分之一。皆二十度。其通弦即圓內十八邊形之一邊。試自圓心作甲乙甲丙二半徑線。遂成甲乙丙三角形。復自圓界乙至圓界庚。作乙庚線。則截甲丙線於戊。又成乙丙戊三角形。而乙庚為六十度之通弦。復自圓界丙。按丙戊線度。至乙庚線之丁。作丙丁線。又成丙丁戊三角形。此三形皆為同式。其相當各邊。俱成相連比例。故甲乙與乙丙之比。同於乙丙與丙戊之比。乙丙與丙戊之比。又同於丙戊與戊丁之比。為相連比例四率。而甲乙為一率。乙丙為二率。丙戊為三率。戊丁為四率也。又

乙庚為六十度之通弦。與甲乙一率等。而乙戊丁己庚三段。皆與乙丙二率等。是乙庚一率中。有乙丙二率之三倍。而少一丁戊四率也。必以乙庚一率。與丁戊四率相加。方與乙丙二率之三倍等。故用連比例四率。有一率求二率。法算之。得二率為十八邊形之一邊也。乙丙弧既為二十度。則乙丙邊即二十度之通弦。折半得一萬七千三百六十四。即十度之正弦也。

設如圓徑二十萬。求內容九邊形之一邊幾何。答曰。六萬八千四百〇四。法見方田章。如圖。甲乙丙三角形。甲角所對之弧。得圓周九分之一。為四十度。則乙丙邊即四十度之通弦。

折半得三萬四千二百〇二。即二十度之正弦也。



按分作相連比例四率又法。

設如以十萬為一率。作相連比例四率。使一率與四率相加。與

二率兩倍。再加一三率之數等。問一率三率四率各幾何。答

曰。二率四萬四千五百〇四。三率一萬九千八百〇六。四率

八千八百一十四。法以十萬自乘再乘得一千兆。成爲實。又

以十萬自乘。二因之。得二百億。成爲法。以法除實。得五萬。爲盡數。

因減實大於益實。取畧小之數爲萬。乃以萬自乘再乘得十六

兆。益於原實一千。內爲益實。復以所得萬自乘得六十億。以一

率十萬再乘得十兆。以減益實餘九百〇。爲正實。按除法。以

所得萬與法二百億相因得八百兆。以減正實餘一百〇。爲第二

位實。以法二百億除之。得五千。仍取畧小之數爲千。乃併首位次

位所得共四萬。自乘再乘得八十五兆一千。益於原實一兆一千

內。爲益實。復以所得四萬自乘得一千九百億。三以一率十萬再

乘得一百九十三兆六千億。以減益實餘八百九十一兆五。爲正實。按

除法。減首次兩位所得四萬與法二百億相因之。入百八。餘一

一兆五千八。爲第三位實。以法二百億除之。得五百。乃併前兩位

所得共四萬四千五百自乘再乘得八十八兆一千二百一十一億二千五百萬益於原

實一兆一千內為益實復以所得四萬四千五百自乘得二十九億八千九百九十九萬

以一率十萬再乘得一百九十八兆以減益實餘八百九十兆

一億二千五百萬為正實按除法減首次三位所得四萬四千五百與法二百

億相因之八百九十九兆餘九百六十一億為第四位實以法二百

除之實不足法乃以第四位為空位而第五位得四故以四

為末位乃併前三位所得共四萬四千五百自乘再乘得八十八兆

四百四十八億九千益於原實一兆內為益實復以所

得四萬四千五百自乘得十九億八千以一率再乘得

一百九十八兆以減益實餘八百九十兆

六億為正實按除法以五次所得之數與法相因之數

三萬六千為正實按除法以五次所得之數與法相因之數

遞減之仍餘四十二億八千八百五十是共除得四萬四千

為相連比例之二率也以二率自乘以一率除之得三率以

三率自乘以二率除之得四率矣此為益實兼減實歸除之

法蓋因此法止有一率之數作相連比例四率而相連比例

四率之理一率自乘用四率再乘與二率自乘再乘之數等

又一率自乘用三率再乘與二率自乘用一率再乘之數等

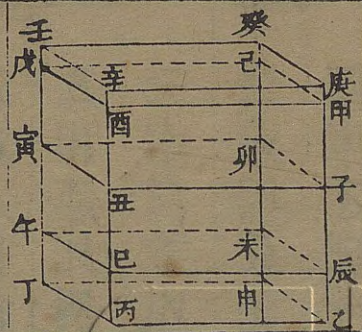
今立法以一率自乘再乘為原實較之二率加倍與一率自

乘之面積相乘之數卻少一一率自乘四率再乘之數又多

一一率自乘三率再乘之數故以屢除所得之數屢次自乘

一一率自乘三率再乘之數故以屢除所得之數屢次自乘

再乘益入原實又以屢除所得之數屢次自乘以一率再乘與益實相減然後按法除之始足二率兩倍之數也如圖甲乙為一率庚子子辰皆為二率辰乙為三率庚甲為四率庚乙為一率四率之共數又為二率兩倍再加一三率之共數甲乙丙丁戊己為一率自乘再乘之正方體庚乙丙丁壬癸為兩倍二率併一三率與一率自乘面積相乘之長方體比一率自乘再乘之正方體多一庚甲酉戊壬癸扁方體此扁方體即一率自乘四率再乘之積與二率自乘再乘之積等比兩倍二率與一率自乘面積相乘之扁方體多一辰乙丙丁午未

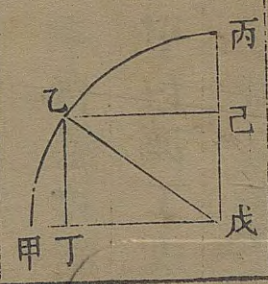


扁方體此扁方體即一率自乘三率再乘之積與二率自乘一率再乘之積等若於一率自乘再乘之正方體內加入二率自乘再乘之數再減去二率自乘一率再乘之數即如於甲乙丙丁戊己正方體內加入庚甲酉戊壬癸之扁方體減去辰乙丙丁午未之扁方體成一庚辰巳午壬癸扁方體而以一率自乘之辰巳午未方面除之必得庚辰為二率之兩倍苟合辰巳午未子丑寅卯二方面除之必得庚子或子辰為二率若不益少減多而以二方面除之則所得仍為一率二分之一比二率數必大故以屢除所得之數屢次自乘再乘益入原積復以屢除所得之數自乘用一率再乘逐層與

原積相減遞及末位則所少之積漸足所多之積漸消而除得之數即為二率之全數也。

三要

設如本弧三十六度之正弦五萬八千七百七十八求餘弧五十四度之正弦幾何答曰八萬〇九百〇一。法以三十六



度之正弦為句。如乙半徑十萬為弦。如乙求得股如丁戊即為三十六度之餘弦即五十四度之正弦也。如圖甲乙丙九十度一象限甲乙本弧

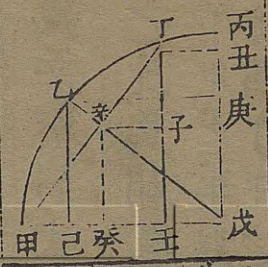
三十六度乙丙餘弧五十四度乙丁為本弧正弦試自乙至象限中心戊作乙戊半徑線遂成乙丁戊句股形故用句弦

求股法得乙己也。

設如本弧三十六度之正弦五萬八千七百七十八餘弦八萬

〇九百〇一求倍弧七十二度之正弦餘弦各幾何答曰正

弦九萬五千一百〇五餘弦三萬〇九百〇一。法以半徑



十萬為一率。如戊本弧正弦為二率。如乙本弧餘弦為三率。如庚乙即如戊求得四率。四萬七千五百五十。二如辛癸倍之即倍弧之正弦。如丁求餘弦則即如子壬。

以本弧正弦自乘。以半徑十萬除之得三萬四千五百倍之得

六萬九千〇九。與半徑十萬相減餘即倍弧之餘弦。如戊

十八如甲壬。如丁如圖甲乙丙九十度一象限甲乙弧三十六度倍之為

甲丁弧七十二度乙己為本弧之正弦庚乙為本弧之餘弦
與戊辛等蓋辛甲與乙己等則戊辛必與戊己等戊己即庚乙也丁壬為倍弧之正弦

戊辛癸同式兩句股形戊乙與乙己之比同於戊辛與辛癸

之比為相當比例四率而辛癸與壬壬等為丁壬之半蓋辛甲為丁甲之半則辛癸亦為丁壬之半故倍之得丁壬為倍弧之正弦又如求餘

弦甲辛戊甲癸辛同式兩句股形甲戊與甲辛之比同於甲

辛與甲癸之比為連比例三率既得甲癸倍之得甲壬蓋甲丁為

甲辛之倍則甲壬亦為甲癸之倍與甲戊半徑相減餘壬戊與丁丑等即倍

弧之餘弦也

設如本弧四十五度之正弦七萬〇七百一十餘弦亦七萬〇

七百一十求半弧二十二度三十分之正弦餘弦各幾何答

曰正弦三萬八千二百六十八餘弦九萬二千三百八十七

法以本弧正弦為股如乙本弧餘弦如庚乙

與半徑十萬如甲戊相減餘二萬九千二百八十九如甲己為句

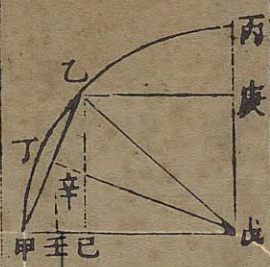
求得弦七萬六千五百三十六如乙甲折半即半弧之正弦如乙

如圖甲乙丙九十度一象限甲乙弧四十五度折半為丁

乙弧二十二度三十分乙己為本弧之正弦庚乙為本弧之

餘弦與戊己等甲己乙成句股形故用句股求弦法求得乙甲為

本弧之通弦折半得乙辛為半弧之正弦如求餘弦則以本



弧餘弦與半徑相減餘二萬九千二百折半得一萬四千六



八十九如已甲折半得一百四十四如

五十五如戊壬與半徑



十萬相乘開方即半弧之餘弦如戊如圖試自辛

至壬作辛壬垂線遂成甲辛戊辛壬戊同式兩

句股形甲戊與戊辛之比同於戊辛與戊壬之比為連比例

三率故首率戊甲與末率戊壬相乘開方得中率戊辛為半

弧之餘弦也

設如本弧三十六度之正弦五萬八千七百七十八求其三分

之一十二度之正弦幾何答曰二萬〇七百九十一 法用

連比例四率倍本弧之正弦得十一萬七千為七十二度之

通弦乃以半徑十萬自乘得一百億用七十二度之通弦再乘得

一千一百七十五兆五千七百為實又以半徑十萬自乘三因

之得三百億為法按益實歸除之法除實得四萬一千五為二

十四度之通弦折半即十二度之正弦如甲乙

丙九十度一象限甲乙弧三十六度甲丁為其

正弦倍之得甲己即七十二度之通弦試以七

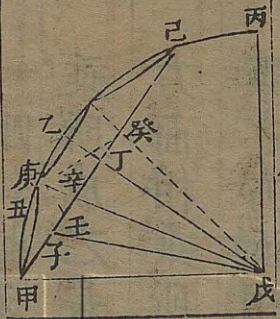
十二度取其三分之一二十四度為甲庚弧其通弦甲庚與

甲戊庚戊兩半徑成一戊甲庚三角形又庚戊半徑截甲己

通弦於辛成庚甲辛三角形又依庚辛度向辛甲邊作庚壬

線成庚辛壬三角形此三形俱為同式其相當各邊俱成相

等



連比例故戊甲為一率甲庚為二率庚辛為三率辛壬為四率也今甲己七十二度之通弦內有甲庚二率之三倍以上而少一辛壬四率蓋己癸癸壬辛甲主段皆與甲庚二率等而癸壬辛甲兩段內卻重辛壬一小段是通弦內有三二率少一四率也若以甲己通弦為高與一率半徑自乘之方面相乘所成之長方體則比三倍二率為高與一率半徑自乘之方面相乘所成之長方體必少一四率為高與一率半徑自乘之方面相乘所成之扁方體此扁方體與二率自乘再乘之正方體等故以一率半徑自乘之三方面為法除實每次所得二率之數自乘再乘益入原積則積漸增與三倍二率與一率半徑自乘之方面相乘所成之長方體合而除得之數即為二率既得甲庚二率為二十四度之通弦半之得甲子即甲丑弧十二度之正弦也。

二簡法

設如四十五度之正弦七萬〇七百一十餘弦亦七萬〇七百一十又有二十四度之正弦四萬〇六百七十三餘弦九萬一千三百五十四求兩弧相加六十九度之正弦及兩弧相減二十一度之正弦各幾何答曰六十九度之正弦九萬三千三百五十八二十一度之正弦三萬五千八百三十六法以半徑十為一率如乙四十五度之正弦為二率如乙十四度之餘弦為三率如庚求得四率六萬四千五百九十七如庚辛即如壬癸

又以半徑為一率。如乙 四十五度之餘弦為二率。如己 二十

四度之正弦為三率。如丙 求得四率。二萬八千七百 六十如丙壬 乃以兩

四率相加得 九萬三千三百 卽相加弧。如丙 六十九度之正

弦。如以兩四率相減餘 三萬五千八百三十 卽相減弧。如子

二十一度之正弦也。如甲乙丙丁九十度一集

限乙甲弧四十五度丙乙弧二十四度相加為

丙甲弧六十九度相減餘子甲弧二十一度乙

己戊與庚辛戊為同式句股形故乙戊與乙己之比同於庚

戊與庚辛之比又乙己戊與丙壬庚亦為同式句股形故乙

戊與己戊之比同於丙庚與丙壬之比既得庚辛 與壬 與丙

壬則加減而得相加相減弧之正弦矣。

設如八十四度之弧距六十度二十四度正弦九萬九千四百

五十二又有三十六度之弧距六十度亦二十四度正弦五

萬八千七百七十八求距弧二十四度之正弦幾何答曰四

萬〇六百七十三 法以八十四度之正弦 如丙 內減三十

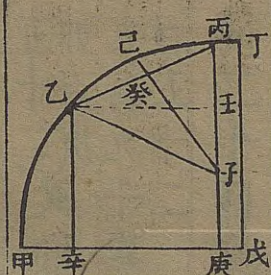
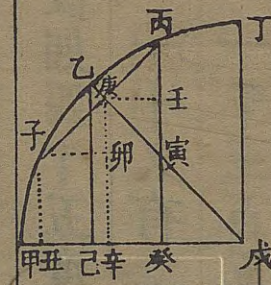
六度之正弦 如乙辛 卽餘 四萬〇六百七十三 卽距弧二十

四度之正弦如有距六十度前二十四度為三

十六度其正弦 五萬八千七 距弧二十四度之

正弦 四萬〇六 求距六十度後二十四度為八

十四度之正弦則以三十六度正弦 如乙辛 卽 與距弧二十



四度之正弦如乙癸即相加即得八十四度之正弦九萬九千四百

五十二又如如有距六十度後二十四度為八十四度其正弦

九萬九千四百距弧二十四度之正弦四萬〇六百七十三求距六十度

前二十四度為三十六度之正弦則以八十四度之正弦如

庚與距弧二十四度之正弦如丙相減餘即三十六度之正

弦五萬八千七百七十八如甲乙丙丁九十度一象限其己甲弧六

十度丙甲弧八十四度丙距己二十四度乙甲弧三十六度

乙距己亦二十四度試自己至象限中心作己戊線又自丙

至乙作乙丙線又自乙至子作乙子線又自丙與丁戊平行

作丙庚線遂成丙子乙等邊三角形丙壬為丙子之半丙癸

為丙乙之半丙子既與丙乙等則丙壬亦必與丙癸等有此

法凡有六十度以前各弧之正弦則以各距弧之正弦與之

相加可得六十度以後三十度各弧之正弦若有六十度以

後各弧之正弦則以各距弧之正弦與之相減可得六十度

以前三十度各弧之正弦六十度前後三十度之正弦用加

減而即得較之句股比例諸法尤為簡便也

八線相求法

設如四十八度之正弦七萬四千三百十四餘弦六萬六千九百十三求正矢正切正割及餘矢餘切餘割各幾何答曰正矢三萬三千〇八十六正切十一萬一千〇六十一正割十

四萬九千四百四十七餘矢二萬五千六百八十五餘切九萬〇四十餘割十三萬四千五百六十三。法以半徑萬內

減去餘弦餘卽正矢。如乙以餘弦爲一率。如丁甲卽正矢爲

二率。如甲半徑爲三率。如乙求得四率。如己卽正切以餘弦

爲一率。如丙半徑爲二率。如甲仍以半徑爲三率。如乙求得

四率。如己卽正割。如圖甲乙弧四十八度甲丙戊己乙戊丙

句股形爲同式故戊丙與甲丙之比同於戊乙

與己乙之比而得正切又戊丙與甲戊之比

於戊乙與己戊之比而得正割也若求餘線則

以半徑內減去正弦餘卽餘矢。如己以正弦爲一率。如甲

餘弦爲二率。如丁半徑爲三率。如己求得四率。如庚卽餘

切以正弦爲一率。如丁半徑爲二率。如甲仍以半徑爲三率

如己求得四率。如庚卽餘割蓋甲丁戊庚己戊

兩句股形爲同式故丁戊與丁甲之比同於己

戊與己庚之比而得餘切又丁戊與戊甲之比

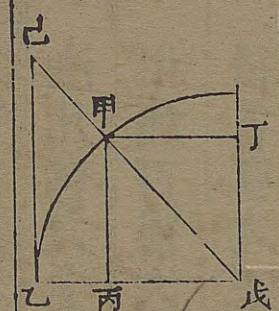
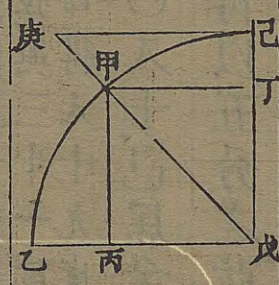
同於己戊與戊庚之比而得餘割也

求象限內各線總法

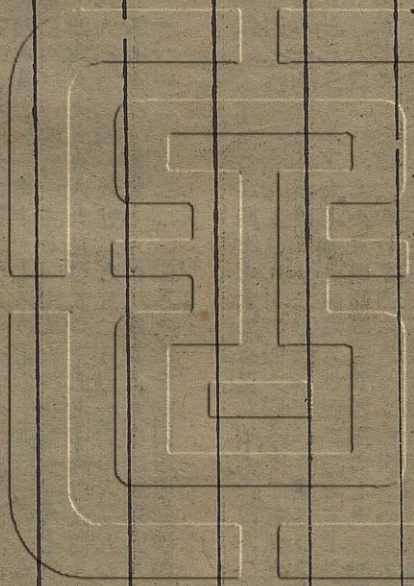
六宗併新增十八邊形及九邊形之每邊各半之得八弧之正

弦用要法之一各求其餘弦次取十二度十五邊用要法之三

折半四次得六度三度一度三十分及四十五分之正弦復用



新增法求其三分之一得十五分之正弦復求其三分之一即
 得五分之正弦既得五分之正弦乃用簡法之一求六十度以
 內之正弦每越五分而得一弦可得七百二十又用簡法之二
 求六十度以外之正弦亦越五分而得一弦又得三百六十以如
 一度之弦與五十九度之弦相加即六十一度之弦以二度之
 弦與五十八度之弦相加即六十二度之弦以至二十九度之
 弦與三十一度之弦相加總而計之一象限中共得正弦一千
 即得八十九度之弦也
 ○八十已居全表五分之一象限中逐分計之共正弦五千四
 再以五分之弦用要法之三得二分三十秒之弦復用新增法
 求其三分之一得五十秒之弦乃以五十秒之弧為一率五十
 秒之弦為二率一分之弧化六十秒為三率得四率為一分之
 弦既得一分之弦即用簡法之一簡法之二錯綜加減之則一
 象限中每度每分之正弦悉得矣既得每度每分之正弦則用
 前八線相求之法即得每度每分之切割諸線矣如於一分之
 中欲析為六十秒則以比例四率求之即得每秒之八線也



八線表下

正	切	割	正	切	割	正	切	割	正
八七	八六	八五	八四	八三	八二	八一	八〇	七九	七八
八〇	七九	七八	七七	七六	七五	七四	七三	七二	七一
七〇	六九	六八	六七	六六	六五	六四	六三	六二	六一
六〇	五九	五八	五七	五六	五五	五四	五三	五二	五一
五〇	四九	四八	四七	四六	四五	四四	四三	四二	四一
四〇	三九	三八	三七	三六	三五	三四	三三	三二	三一
三〇	二九	二八	二七	二六	二五	二四	二三	二二	二一
二〇	一九	一八	一七	一六	一五	一四	一三	一二	一一
一〇	〇九	〇八	〇七	〇六	〇五	〇四	〇三	〇二	〇一
〇〇	九	八	七	六	五	四	三	二	一

餘	切	割	餘	切	割	餘	切	割	餘
四	三	二	一	〇	九	八	七	六	五
四	三	二	一	〇	九	八	七	六	五
四	三	二	一	〇	九	八	七	六	五
四	三	二	一	〇	九	八	七	六	五
四	三	二	一	〇	九	八	七	六	五
四	三	二	一	〇	九	八	七	六	五
四	三	二	一	〇	九	八	七	六	五
四	三	二	一	〇	九	八	七	六	五
四	三	二	一	〇	九	八	七	六	五
四	三	二	一	〇	九	八	七	六	五

九數通考卷十一

八線表

三

趙山

謹按數理精蘊八線表每度每分每十秒逐層遞析各列入
線用以推測步算秒微皆為密合誠超前軼後之作茲刻限
於卷帙第就一象限內九十度逐度列之若求分秒可用中
比例法以求正弦如求一度二十分之正弦則以每度^{六十}
為一率以一度二度之正弦相減餘^{七四}為二率^{二十}為
三率求得四率^{五八一}與一度之正弦相加得^{二三二}即一
度二十分之正弦蓋多六十分則正弦多一七四四七一今
多二十分則正弦應多五八一五七既得正弦用八線相求
法其餘諸線亦可粗得其梗概矣若求其分秒零數釐毫不
爽須將全表查之

三角形邊線角度相求法

三角形有直角者為句股無直角者作中垂線則亦成兩句股
是皆有其二而得其一或有其三而分為二槩以邊線相求者
也至於割圓之法則凡三角形有一角即有八線皆成句股而
可比例以相求故無論角之直與銳鈍要以角度為準而三角
之度必與兩直角之度等^{即兩象限}角之大者所對之邊亦大角之
小者所對之邊亦小凡三角三邊但知其三而餘三者悉可得
若直角則惟知其二而其餘者亦可得此三角之法所由立而
測量之用所由廣也如知兩角一邊求又一邊者以對所知之
角與對所求之角為比即如所知之邊與所求之邊為比也知

兩邊一角求又一角者以對所知之邊與對所求之邊爲比卽如所知之角與所求之角爲比也或所知之一角在所知兩邊之間而求又一角者則角無所對之邊而邊無所對之角必用兩邊之和較與所知角之外角半弧之切線爲比而得所求兩角與所知角之外角半弧之較旣得較而角度亦得矣又如知三邊而求三角者則以三角形求中垂線法分爲兩直角形而三角自隨之而得若止有三角則三邊無所約束故不成法蓋角度爲虛率而邊線爲實數有實數而虛率可御總以比例四率展轉用之惟在分合有法相度得宜耳

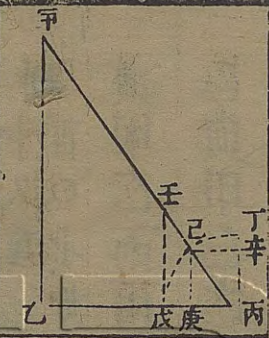
設如甲乙丙直角三角形乙角爲直角九十度知丙角五十七

三角形邊線角度相求法

三角形有直角者爲句股無直角者作中垂線則亦成兩句股是皆有其二而得其一或有其三而分爲二槩以邊線相求者也至於割圓之法則凡三角形有一角卽有八線皆成句股而可比例以相求故無論角之直與銳鈍要以角度爲準而三角之度必與兩直角之度等卽兩象限角之大者所對之邊亦大角之小者所對之邊亦小凡三角三邊但知其三而餘三者悉可得若直角則惟知其二而其餘者亦可得此三角之法所由立而測量之用所由廣也如知兩角一邊求又一邊者以對所知之角與對所求之角爲比卽如所知之邊與所求之邊爲比也知

兩邊一角求又一角者以對所知之邊與對所求之邊為比即如所知之角與所求之角為比也或所知之一角在所知兩邊之間而求又一角者則角無所對之邊而邊無所對之角必用兩邊之和較與所知角之外角半弧之切線為比而得所求兩角與所知角之外角半弧之較既得較而角度亦得矣又如知三邊而求三角者則以三角形求中垂線法分為兩直角形而三角自隨之而得若止有三角則三邊無所約束故不成法蓋角度為虛率而邊線為實數有實數而虛率可御總以比例四率展轉用之惟在分合有法相度得宜耳

設如甲乙丙直角三角形乙角為直角九十度知丙角五十七度丙乙邊五丈求甲乙邊甲丙邊各幾何答曰甲乙邊七丈六尺九寸九分三釐有餘甲丙邊九丈一尺八寸〇三釐有餘此知兩角一邊求又一邊者法以丙角



限九十度相減餘三十三度為甲角先求甲乙邊

則以甲角為對所知之角其正弦五萬四千四百六十四如

如丙庚為一率丙角為對所求之角其正弦八萬

三千八百六十七如已庚為二率丙乙為所知之邊五為三率求得四率

七丈六尺九寸九分三釐有餘即甲乙為所求之邊若求甲丙邊則以乙角

為對所求之角其正弦即半徑十萬如為二率求得四率九

一尺八寸〇即甲丙為所求之邊蓋已庚丙與甲乙丙兩句

股形爲同式故丙庚與己庚之比同於丙乙與甲乙之比而丙庚與丙己之比又同於丙乙與甲丙之比也

又法以半徑

十萬如丙戊

爲一率丙角正切

十五萬三千九百八十六如壬戌

爲

二率丙乙邊

五

爲三率求得四率亦即甲乙邊若以丙角正

割

十八萬三千六百零七如壬丙

爲二率求得四率亦即甲丙邊蓋壬戌丙

與甲乙丙兩句股形亦爲同式故丙戊與壬戌之比同於丙

乙與甲乙之比而丙戊與丙壬之比又同於丙乙與丙甲之

比也

設如甲乙丙直角三角形乙角爲直角九十度知丙角五十一度五十一分甲丙邊八十九丈〇二寸二分求甲乙邊丙乙

邊各幾何答曰甲乙邊七十丈〇〇六分有餘丙乙邊五十

四丈九尺九寸有餘 此亦知兩角一邊求又一邊者法以

丙角

如己戊

與象限相減餘

三十八度〇九分如己丁

爲甲角先求甲乙邊

則以乙角爲對所知之角其正弦即半徑

十萬如丙己

爲一率丙

角爲對所求之角其正弦

七萬八千六百四十如己庚

爲二率甲丙爲所

知之邊

八十九丈〇二寸二分

爲三率求得四率即甲乙爲所求之邊

若求丙乙邊則以甲角爲對所求之角其正弦

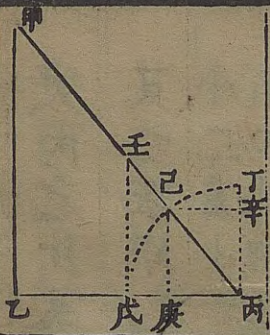
六萬一千七百七十二如

辛己即如丙庚

爲二率求得四率即丙乙爲所求之邊

蓋己庚丙與甲乙丙兩句股形爲同式故己丙

與己庚之比同於甲丙與甲乙之比而已丙與



庚丙之比又同於甲丙與乙丙之比也

又法求甲乙邊以丙角正割十六萬一千八百為一率正切

十二萬七千三百為二率甲丙邊數為三率求得四率亦即甲

乙邊若求丙乙邊則以半徑十萬如為二率求得四率亦即

丙乙邊蓋壬戌丙與甲乙丙兩句股形亦為同式故壬丙與

壬戌之比同於甲丙與甲乙之比而壬丙與戌丙之比又同

於甲丙與乙丙之比也

設如甲乙丙直角三角形乙角為直角九十度知甲丙邊一百

○二丈二尺丙乙邊四十八丈求甲角丙角各幾何答曰甲

角二十八度○一分丙角六十一度五十九分 此知兩邊

一角求又一角者法以甲丙為對所知之邊其數為一率丙

乙為對所求之邊其數為二率乙角為所知之角其正弦即

半徑十萬如為三率求得四率如庚為甲角正

弦檢表得二十八度一分即甲角為所求之角甲角之

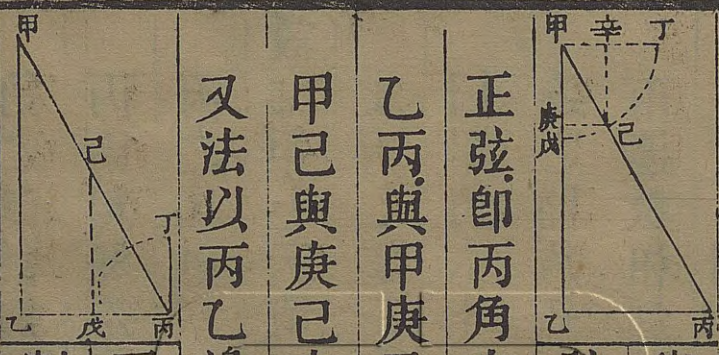
正弦即丙角之餘弦如檢餘弦數得六十一度五十九分即丙角蓋甲

乙丙與甲庚己兩句股形為同式故甲丙與乙丙之比同於

甲己與庚己之比也

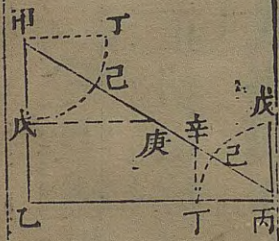
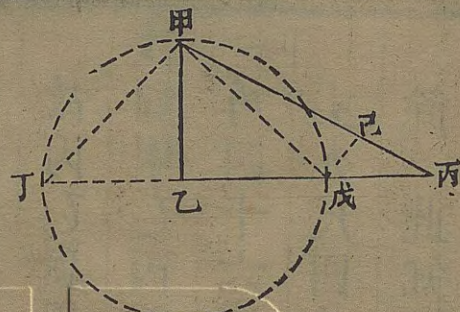
又法以丙乙邊數為一率甲丙邊數為二率半徑十萬如為

三率求得四率二十一萬二千九百十六如己丙為丙角之正



角之餘割如檢餘割數得二十八度一分即甲角蓋甲乙丙與己戊丙兩句股形亦為同式故乙丙與甲丙之比同於戊丙與己丙之比也

設如甲乙丙直角三角形乙角為直角九十度知甲乙邊二十丈丙乙邊三十四丈六尺四寸一分求甲角丙角各幾何答曰甲角六十度丙角三十度此即所知之一角在所知兩邊之間角無所對之邊邊無所對之角而求又一角者法以兩邊數相加得五十四丈六尺四寸一分如丙丁為兩邊和為一率兩邊數相減餘十四丈六尺四寸一分如丙戊為兩邊較為二率以乙角之外角九十度如甲乙丁角折半得四十五度為半外角其正切為半徑十萬如甲丁為三



率求得四率二十六萬七千九百四十八如己戊為半較角之正切檢表得十五度為半較角與半外角相減餘三十度即丙角與半外角相加得六十度即甲角蓋丙丁甲與丙戊己兩三角形為同式故丙丁與甲丁之比同於丙戊與己戊之比也既得己戊加減而得餘二角矣

又法以甲乙邊為一率丙乙邊為二率半徑十萬為三率如甲

求得四率十七萬三千二百〇五如戊庚為甲角之正切檢表得六十度即甲角與象限九十度相減餘三十度即丙角如先求丙角則以丙乙邊為一率甲乙邊為

二率半徑為三率。如丙求得四率。五萬七千七百三十五如辛丁為丙角之

正切檢表得。三十度即丙角與象限相減餘。六十度即甲角蓋甲

戊庚與甲乙丙兩句股形為同式故甲乙與丙乙之比同於

甲戊與庚戊之比而丙丁辛與丙乙甲兩句股形亦為同式

故丙乙與甲乙之比同於丙丁與辛丁之比也。

設如甲乙丙銳角三角形知乙丙邊三十二丈乙角六十度丙

角四十六度求甲乙邊甲丙邊各幾何答曰甲乙邊二十三

丈九尺四寸六分有餘甲丙邊二十八丈八尺二寸九分有

餘。此知兩角一邊求又一邊者法以乙角丙角度相加得

一百〇與半圓一百八十六度相減餘。七十度為甲角先求甲丙邊則

以甲角為對所知之角其正弦。九萬六千一百二十六如丁戊即如乙庚與庚丙為

一率以乙角為對所求之角其正弦。八萬六千六百〇三如甲子與子丙為二

率乙丙為所知之邊。三十丈為三率求得四率甲丙為所求之

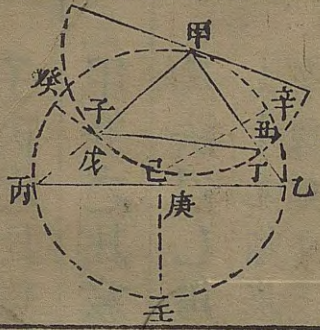
邊若求甲乙邊則以丙角為對所求之角其正弦。七萬一千九百三十

四如甲丑與丑乙為二率求得四率甲乙為所求之邊如圖甲乙丙

三角形作含三角形之圓則三角皆切圓邊其所對之弧皆

為本角之倍度若再作一以甲角為心之半圓則甲角所對之丁己戊弧即居乙壬丙弧之半

凡量角度必以角為圓心真度乃見斯為真度其乙丙二角亦然故求甲丙邊者以乙庚與甲子之比或庚丙與



子丙之比皆同於乙丙與甲丙之比求甲乙邊者以乙庚與甲丑之比或庚丙與丑乙之比皆同於丙乙與甲乙之比也

又法以乙角餘切五萬七千七百三十與丙角餘切九萬六千五百

六十九如庚五相加得十五萬四千三百為一率乙角餘割十一萬五

千四百七十如辛即如癸子為二率丙乙邊為三率求得四率即甲乙邊

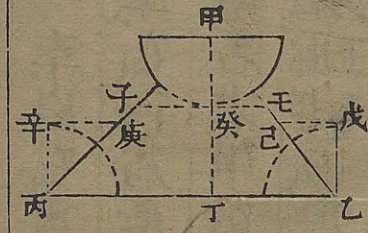
己乙即如甲壬十三萬九千〇十六為二率則

若以丙角餘割如庚丙即如甲子得四率即甲丙邊此法蓋以三角形分為兩句

股如乙角六十度與象限相減餘三十度為甲

丁乙形之甲角又丙角四十六度與象限相減

餘四十四度為甲丁丙形之甲角乙角之餘切戊己即甲丁



乙形甲角之正切壬癸乙角之餘割己乙即甲丁乙形甲角

之正割甲壬而丙角之餘切庚辛即甲丁丙形甲角之正切

癸子丙角之餘割庚丙即甲丁丙形甲角之正割甲子乙角

丙角兩餘切相加之數即兩甲角正切相和之數壬子蓋甲

癸壬與甲丁乙甲癸子與甲丁丙俱為同式句股形而甲壬

子與甲乙丙亦為同式三角形故求甲乙邊者壬子與甲壬

之比同於乙丙與甲乙之比求甲丙邊者壬子與甲子之比

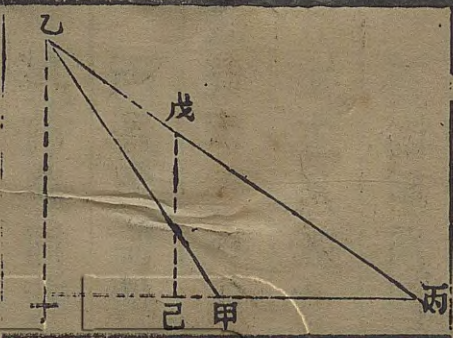
同於乙丙與甲丙之比也

設如甲乙丙鈍角三角形知乙角二十四度丙角三十六度三

十分乙丙邊七十九丈〇一寸求甲乙邊甲丙邊各幾何答

曰甲乙邊五十三丈九尺九寸七分甲丙邊三十六丈九尺
 二寸三分有餘 此亦知兩角一邊求又一邊者法以乙角
 度與丙角度相加得 六十度 與半圓相減餘 一百十九度 為甲
 鈍角先求甲乙邊則以甲鈍角為對所知之角夫甲角既為
 鈍角過九十度乃用其外角將甲角度與半圓相減餘 六十度
 十為甲外角其正弦 入萬七千 為一率 凡鈍角之外角正
 丙角為對所求之角其正弦 五萬九千四 為二率乙丙為所
 知之邊其數為三率求得四率即甲乙為所求之邊若求甲
 丙邊則以乙角為對所求之角其正弦 四萬六百 為二率求
 得四率即甲丙為所求之邊此法亦有兩角一邊但甲為鈍

角故用外角正弦求法畧異試以求甲乙邊言之則甲乙邊



為半徑於甲角之外作乙丁垂線則成乙甲丁
 之外角其乙丁垂線即外角正弦又按甲乙邊
 度截乙丙邊於戊使戊丙與甲乙半徑等作戊
 己垂線即丙角之正弦夫戊己丙與乙丁丙兩
 句股形為同式故乙丁與戊己之比同於乙丙
 與等甲乙之戊丙之比也其求甲丙邊用外角正弦理亦同
 若用前題第二法求之亦得

設如甲乙丙鈍角三角形知乙角三十三度三十八分四十秒
 丙外角五十五度五十三分乙丙邊十六丈求甲角甲乙邊

甲丙邊各幾何答曰甲角二十二度一十四分二十秒甲乙邊三十五丈甲丙邊二十三丈四尺二寸二分有餘 此法亦有兩角一邊但先有外角其求角法稍異以乙角度與丙外角度相減餘即甲角度丙外角與乙甲二內角相併之度等故也其求邊之法與前題同若用第二法求之亦得但一率須用乙角餘切與丙外角餘切相減所餘之數耳

設如甲乙丙鈍角三角形知丙角一百一十度甲乙邊二十二丈五尺五寸甲丙邊十二丈求甲角乙角及乙丙邊各幾何答曰甲角四十度乙角三十度乙丙邊十五丈四尺二寸七分 此知兩邊一角求又一角者法以甲乙邊為對所知之

邊其數為一率甲丙邊為對所求之邊其數為二率丙角為



所知之角其外角七十度正弦九萬三千九百六十九為三率求得四率五萬為乙角正弦檢表得三十度即乙角與丙角相加得一百四十度與半圓相減餘四十度即甲角既得甲角其求邊法亦同前

設如甲乙丙銳角三角形知甲乙邊一百二十二尺甲丙邊一

百一十二尺乙丙邊一百五十尺求甲乙丙角各幾何答曰

甲角七十九度三十六分五十秒乙角四十七度一十五分

三十秒丙角五十三度〇七分四十秒 此知三邊而求三

角者法以乙丙邊為底其數為一率甲乙甲丙為兩腰兩數



相加得二百三十四尺如乙己為二率相減餘十尺如庚乙為

三率求得四率十五尺六寸如乙戊為分底之較與全底

如乙相減餘一百三十四尺折半得六十七尺

丙為分底之數乃以甲丙邊為對所知之邊其數為一率丁

丙分底為對所求之邊其數為二率丁角為所知之角其正

弦十萬為三率求得四率六萬為甲丁丙形甲分角之正弦即丙

角之餘弦檢表得五十三度七分四十秒為丙角既得丙角則以甲乙

邊為對所知之邊其數為一率甲丙邊為對所求之邊其數

為二率丙角為所知之角其正弦七萬九千九百九十七為三率求得

四率七萬三千四百四十為乙角之正弦檢表得四十七度十分為乙角

乃併乙丙二角共一百度二十三分十秒與半圓相減餘七十九度三

秒即甲角如圖以甲角為心甲丙小邊為半徑作一戊丙己

庚圓截甲乙邊於庚截丙乙底於戊將甲乙引長至圓界己

則甲己與甲丙等乙己即兩腰和乙庚即兩腰較乙戊即乙

丁丁丙兩分底之較故底和乙丙與邊和乙己之比即同於

邊較庚乙與底較乙戊之比為轉比例四率也

又法先求丙角以甲丙邊與乙丙邊相乘得一萬六千八百

一長倍之得三萬三千六百尺如癸丙卯寅一大長方為一率以甲丙邊乙丙邊

各自乘相加得三萬五千〇四十四尺如甲丙戊己及乙丙癸壬二正方又以甲乙邊自

乘如甲乙辛與之相減減去等辰巳午甲之甲丙戊己一正

之乙壬申未
一小長方。餘二萬〇一百六十尺。為二率。半徑十萬。為三率。

如丁求得四率。六萬為甲分角之正弦。即丙角之餘弦。檢表而

得丙角。若求乙角。則以甲乙邊與乙丙邊相乘。得數倍之為

一率。以甲乙邊乙丙邊各自乘相加。內減甲丙

邊。自乘之數。餘為二率。半徑為三率。求得四率。

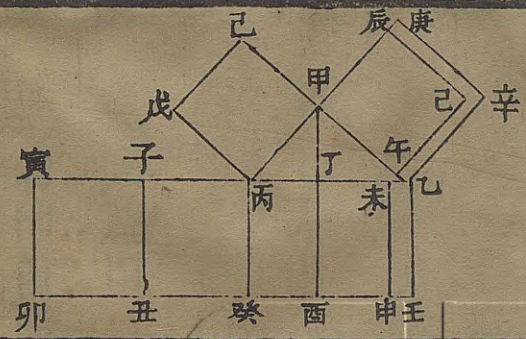
六萬七千八百六十九。為甲分角之正弦。即乙角之餘弦。

檢表而得乙角。此法蓋以三邊面積互相加減

使面與面比而得線與線之比也。如甲乙丙三

角形。作一甲丁垂線。遂分為兩句股形。又作三

邊之各正方。復作兩邊相乘之長方。則丙癸卯



寅之長方。與未申癸丙之長方之比。即同於丙寅邊與未丙

邊之比也。又比例之理。全與全半與半之比例相同。故丙癸

卯寅之長方。與未申癸丙之長方相比。又即同於丙子邊

丙邊為丁角正。與丁丙邊之比也。
弦即半徑同。

設如甲乙丙三角形。甲角五十三度八分。乙丙邊一丈二尺二

寸。甲乙甲丙兩邊較三尺八寸。求乙角丙角各幾何。答曰乙

角四十七度十六分。丙角七十九度三十六分。法依甲丙

邊度。截甲乙邊於丁。餘乙丁。即兩邊較。自丙至丁。作丙丁線。

成乙丁丙鈍角形。乃以乙丙邊數為一率。乙丁邊較為二率。

甲角度與半圓相減。餘一百二十六度五十二分。折半得六十三度。即丁

鈍角之外角

與丁丙
甲角等

其正弦

八萬九千四
百四十一

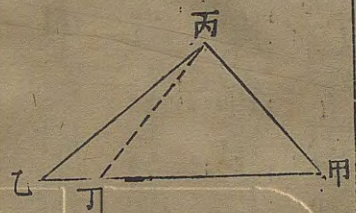
為三率求得四率

二萬七千八
百五十八

為丙分角正弦檢表得

十六度
十分

為



丙分角與丁丙甲角 六十三度
二十六分 相加得 七十九
度三十

六分為丙角以丙分角與丁外角相減餘 四十七
度十六

分為乙角

設如甲乙丙三角形甲角五十三度八分甲丙邊一丈二尺二

寸甲乙乙丙兩邊較二尺八寸求乙角丙角各幾何答曰乙

角四十七度十六分丙角七十九度三十六分 法依乙丙

邊度截甲乙邊於丁餘甲丁即兩邊較自丙至丁作丙丁線

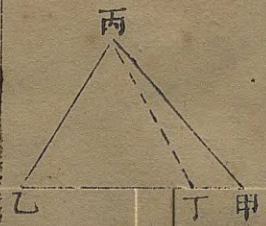
成甲丁丙鈍角形乃以甲丁較與甲丙邊相加得一丈為一

率相減餘 八尺 為二率甲角半外角 六十三度
二十六分 之正切 十九
萬九

千九百 為三率求得四率 十一萬九千
九百九十一 為半較角正切檢表

得 五十二分 為半較角與半外角相減餘 十三度
十四分 為丙分角倍

之與甲角相加即丙角併甲角丙角與半圓相減餘即乙角



蓋以丙分角與甲角相加則得丙丁乙角與丙

大分角等是丙大分角與一丙小分角一甲角

之度等故倍小分角與甲角相加得丙全角也

設如甲乙丙三角形甲角五十三度八分乙丙邊一丈二尺二

寸甲乙甲丙兩邊和一丈六尺二寸求丙角乙角各幾何答

曰乙角四十七度十六分丙角七十九度三十六分 法以

甲乙與甲丙相加得丙丁自乙至丁作乙丁線成丁乙丙三
角形乃以乙丙邊數為一率丁丙兩邊和為二率甲角折半

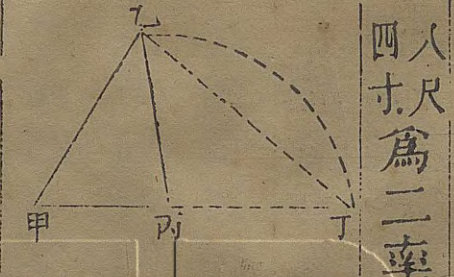


得二十六度	即丁角	與甲乙	其正弦	四萬四千
三十四分	丁角等	九萬六千	為丙乙丁角正	○四十六
四為三率	求得四率	為丙乙丁角內減半甲角	弦檢表得	七十三度
二十六度	餘即乙角	併甲角乙角與半圓相減	五十分	餘即丙角
三十四分				

餘即丙角

設如甲乙丙三角形甲角五十三度八分甲乙邊一丈五尺甲
丙乙丙兩邊和二丈三尺四寸求乙角丙角各幾何答曰乙
角四十七度十六分丙角七十九度三十六分 法以甲丙

與乙丙相加得甲丁自乙至丁作乙丁線成甲乙丁三角形
乃以甲丁兩邊和與甲乙邊相加得三丈八尺四寸為一率相減餘



八尺	為二率	甲角與半圓相減餘	一百二十六	折半得半外
四寸		度五十二分	為三率	求得
角六十三度	其正切	十九萬九千	為三率	求得
二十六分	為半較角	正切檢表得	二十	
四率	四萬三千七	為半較角正切	檢表得	二十
百四十七	為半較角	正切檢表得	二十	
三十分	為半較角	與半外角相減餘為丁角	倍之	
八分				
即丙角	併甲角丙角與半周相減餘即乙角			

三角測量說

周髀曰偃矩以窺高覆矩以測深卧矩以知遠蓋以矩度或表
竿相度窺測立者則取其直平者則取其方必使成直角以大

小句股為比例以在器之句股比所測之句股彼此相形而得之者也然句股必為直角而三角形則惟變所適而無定形要以角度為準而用割圓入線以為比例凡求角求邊皆以三角形之法為本總以對所知為一率對所求為二率所知為三率得四率即所求也或一測或屢測惟在隨時而致用或用正或用餘惟在比例之相當不特凡物之高深廣遠可得而推即七政之躔度天地之形體俱可得而測也

度數測量必取資於儀器全圓儀半圓儀象限儀雖為體不同其為用則一以九十度為準以定表遊表為二視線其相距之度即為所測之角

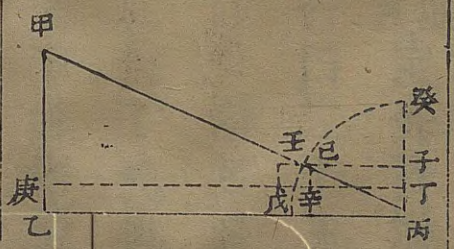
設如一塔不知其高但知距塔之遠為三十丈欲測其高幾何

答曰十三丈三尺五分

再加儀器距地之高

法先以儀器定準

墜線以定表看地平遊表看塔尖得兩表相距二十四度乃



以半徑 十萬如 為一率二十四度之正切 四萬

五百二十 為二率距塔之遠 三十 為三率求得

四率再加儀器距地之高即塔之高也如圖甲

乙為塔之高丙乙為距塔之遠儀器中心為丁

丁丙為儀器中心距地之高丁戊為定表所對

地平為庚丁己為遊表看塔尖甲得兩表距弧二十四度為

己戊其正切為壬戊丁與甲庚丁兩句股形為同式故

丁戊與壬戊之比同於丁庚與甲庚之比也既得甲庚加與

丁丙相等之庚乙即得塔之高矣

又法以丁角二十四度與象限相減餘六十六度即甲角之

正弧為對所知之角其正弦九萬一千三百五十五如子己與丁辛等為一率儀

器上二十四度為對所求之角其正弦四萬〇六百七十四如己辛為二率距

塔之遠三十三丈為所知之邊為三率求得四率亦即甲庚蓋己

辛丁與甲庚丁兩句股形亦為同式故丁辛與己辛之比亦

同於丁庚與甲庚之比也此三角測量通法後各題俱可用

設如一樹欲知其遠取一直角橫量十五丈測之間得遠幾何

答曰二十五丈九尺八寸法以儀器定游表於九十度取

也角定表看樹對游表立兩表竿取直橫量十五丈復安儀器

於此以定表看原處游表看樹得兩表相距六十度乃以半

徑十萬如為一率丙角六十度之正切十七萬三千二百〇五如己丁為二

率橫量十五丈為三率求得四率即所測樹之遠

若求甲丙斜距則以六十度之正割二十萬如丙己為

二率推得四率三十三丈即甲丙斜距之遠如圖甲

為樹甲乙為距樹之遠乙為所定直角丙乙為橫量十五丈

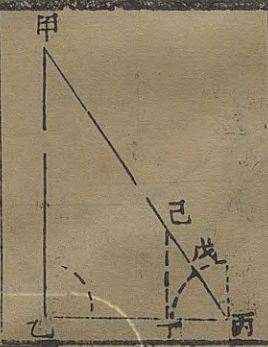
丙為儀器中心丙丁為定表看原處乙丙戊為游表看樹甲

得兩表距弧六十度為戊丁丙丁為半徑己丁為正切丙己

為正割故丙丁與丁己之比同於丙乙與乙甲之比而丙丁

與丙己之比同於丙乙與甲丙之比也此與句股測量第二題同法

設如一山欲知其高用重測之法測之退步十丈問山高得幾



何答曰二十八丈三尺五寸

法先安儀器定準墜線以定

表看地平遊表看山頂得兩表相距五十度又退行十丈復

安儀器定準墜線以定表看原地平處遊表看山頂得兩表

相距四十度乃以前測所得五十度之餘切入萬三千九百

十如戊己即如王與後測所得四十度之餘切十一萬九千一百七十相減

餘三萬五千二百為一率半徑十萬如為二率

退行十丈為三率求得四率即山之高也如圖甲

乙為山之高丙丁為退行十丈前測得丙角五

十度後測得丁角四十度甲癸壬與甲乙丙兩

句股形為同式而甲癸子與甲乙丁兩句股形

亦為同式故甲壬子與甲丙丁兩三角形亦為同式而壬子

與甲癸之比同於丁丙與甲乙之比也此與句股測量第三

設如人在山上欲測山之高但知山前有二樹與山參直二樹

相距十八丈問山高得幾何答曰四十八丈七尺七寸法

於山頂安儀器定準墜線以定表向空中取一平線先以遊

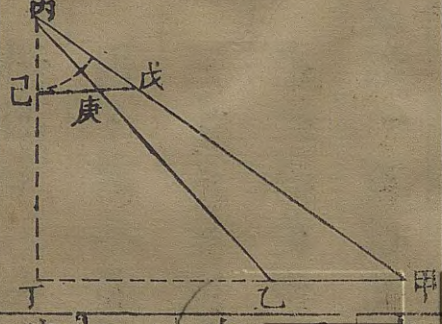
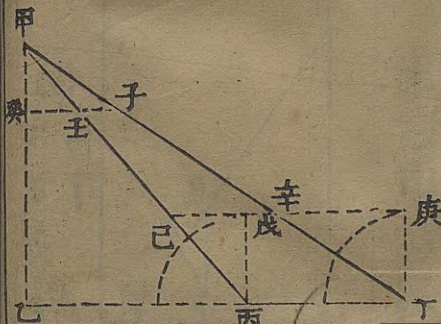
表看遠樹得遊表距垂線四十九度次以遊表

看近樹得遊表距垂線三十八度乃以四十九

度之正切十一萬五千與三十八度之正切

三十七如戊己相減餘三萬六千九百為一率

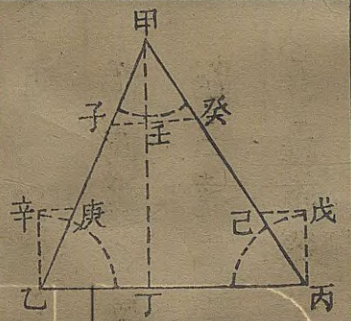
半徑十萬如為二率二樹相距十八丈為三率求



得四率。即山之高。如圖甲乙為二樹相距。丙丁為山之高。甲丙丁角為看遠樹所得四十九度。乙丙丁角為看近樹所得三十八度。兩數相減。餘十一度。為甲丙乙角。故戊庚與庚己之比。同於甲乙與丙丁之比也。此題句股測量所無。然即前題之法耳。

設如一石欲知其遠。不取直角。於左右兩處橫量五十丈測之。問兩處各距石幾何。答曰。左距石遠五十六丈五尺三寸。右距石遠六十一丈三尺三寸。法先平安儀器於左。以定表看右儀器中心。遊表看石。得兩表相距七十度。次平安儀器於右。以定表看左儀器中心。遊表看石。得兩表相距六十度。乃以七十度之餘切三萬六千三百九十七。如庚辛即如壬子。與六十度之餘切七。如庚辛即如壬子。與六十度之餘切

五萬七千七百三十五。如戊己即如壬癸。相併得九萬四千一百。為一率。右六十度之餘割十一萬五千五百三十。如丙己即如甲癸。為二率。左右相距五十。為三



率求得四率。即右邊距石之遠。若以左七十度之餘割十萬六千四百十八。如庚乙即如甲子。為二率。求得四率。即左邊距石之遠。如圖甲為石。乙丙為左右相距五十丈。乙角為左測七十度。丙角為右測六十度。試自甲至丁。作中垂線。遂分為兩句股形。甲壬癸與甲

丁丙兩句股形為同式。甲壬子與甲丁乙兩句股形為同式。故甲子癸與甲乙丙兩三角形亦為同式。而癸子與甲癸之比。同於丙乙與甲丙之比。又癸子與甲子之比。同於丙乙與

甲乙之比也。此與句股測量第六題同法。

設如隔河一樹欲知其遠不能定直角爰取兩處俱斜對樹橫

量十二丈測之問離樹之遠得幾何答曰十五丈四尺二寸

七分。法平安儀器於一處隨定表橫量十二丈復安一儀

器。若止用一儀器則記準一處亦可。以先安儀器定表看後安儀器中心遊

表看樹得兩表相距一百十度。次以後安儀器定表看先安儀器

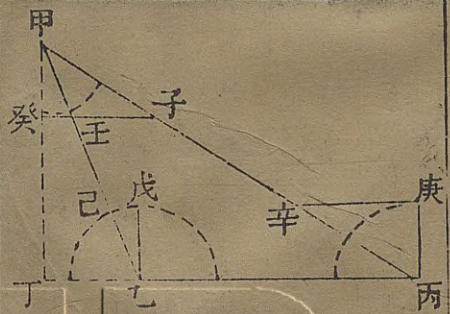
中心遊表看樹得兩表相距四十度。乃以先所得一百十度與半圓

相減餘七十度。為乙外角其餘切七十度。與後所

得四十度之餘切五十一萬九千一百七十七。相減餘八萬二千七

壬子為一率。先所得外角之餘割十萬六千四百十八。為二率。

橫量十二丈。為三率求得四率。即所測樹之遠。如圖甲為樹。甲



乙為離樹之遠。乙丙為橫量十二丈。乙角為先

所得一百十度。丙角為後所得四十度。試將乙

丙線引長。自甲角作甲丁垂線。遂成甲丁乙句

股形。而甲乙丁角。即乙角之外角。甲癸壬與甲

子與甲乙丙亦為同式。而壬子與甲壬之比。同於丙乙與甲

尺三寸。法以儀器斜對山頂。隨定表橫量一百丈。任記一處。遊表看山頂。得兩表相距八十六度五十分。如乙角。又於原記處復

安儀器斜對山頂。以定表看原處。遊表看山頂。得兩表相距七十八度七分。如丙角。乃以兩角度相併。與半圓相減。餘十五度。如甲角。為對

所知之角。其正弦二萬五千八百八十二。為一率。丙角為對所求之角。其正弦九萬七千八百五十七。為二率。橫量一百丈。為所知

之邊。為三率。求得四率三百七十八丈九寸。如甲乙邊。為先安儀器至山頂之斜距。次以儀器安於原處。定

準墜線。定表看地平。遊表看山頂。得兩表相距五十一度。如乙角。乃以山頂垂線與地平所成直角。丁

角為對所知之角。其正弦即半徑十萬。為一率。乙角為對所求

之角。其正弦七萬七千七百十五。為二率。儀器至山頂之斜距三百七十八丈

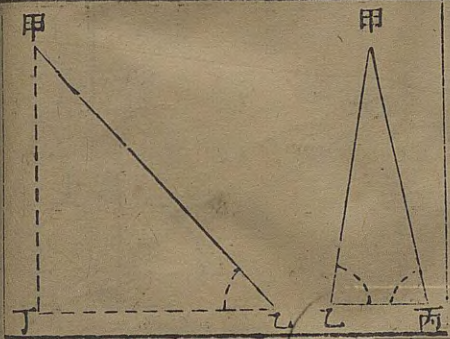
十。為所知之邊。為三率。求得四率即所求山之高也。如圖

甲為山頂。甲乙為先安儀器至山頂之斜距。乙丙為橫量一百丈。甲丙為後安儀器至山頂之斜距。遂成甲乙丙銳角三

角形。今有乙丙二角與乙丙邊。求甲乙邊。即先安儀器至山頂之斜距。又甲丁為山之高。甲乙為儀器至山頂之斜距。丁

角即山頂垂線與地平所成直角。復成甲丁乙句股形。今有乙丁二角與甲乙邊。求甲丁邊。即山之高也。以下句股測量所無。

設如人在山坡測山之高。前後不得地平。爰取斜坡前後兩處



相距一百丈測之問山之高得幾何答曰二百九十八丈七

尺六寸法於山坡先安儀器定準墜線以定表空取一地

平如遊表看山頂得兩表相距四十度如甲丙戊角於是向後就斜坡

直量一百丈復安儀器定準墜線以定表空取一地平如遊

表看山頂得兩表相距三十五度如甲丁乙角又以遊表看前儀器中

心得兩表相距十三度如丙丁乙角乃以前所得四十度內減後所得十三

度餘五度如丁為對所知之角其正弦八千七百一十六為一率以前

所得四十度內減後儀器看前儀器中心所得十三度餘二十七

丙庚為對所求之外角其正弦四萬五千三百九十九為二率退量百

丈為所知之邊為三率求得四率五百二十七寸為山頂至後儀器之

斜距如甲丁邊次以山頂垂線與地平所成乙直角為對所知之

角其正弦即半徑十萬為一率丁角為對所求之

角其正弦五萬七千三百五十八為二率甲丁邊為所知

之邊為三率求得四率即山之高也如甲如圖

試將戊丙線引長至己則甲己戊角與甲丁乙

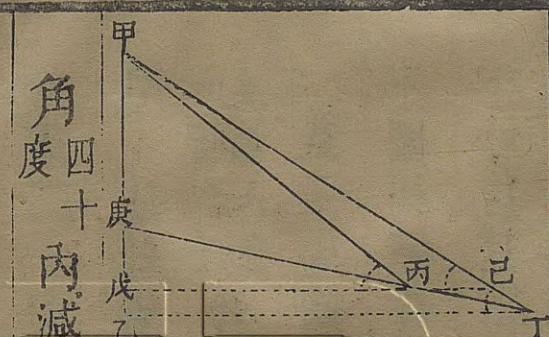
角為二平行線之內外角其度等故於甲丙戊

角為四十五度內減甲丁乙角三十度餘十五度為丁甲丙角此即前題退

又試將丁丙線引長至庚則庚丙戊角與丙丁乙角亦為二

平行線之內外角其度亦等故於甲丙戊角四十度內減與庚

丙戊相等之丙丁乙角十三度餘十七度為甲丙庚角乃甲丙丁



鈍角之外角故先用甲丙丁鈍角形求甲丁邊為後儀器至山頂之斜距次用甲乙丁直角形求甲乙邊為山之高也

設如南北二橋欲知其相距之遠測處距南橋九丈距北橋一百二十丈問二橋相距幾何答曰一百八十二丈四尺九寸

法以儀器定表看北橋如遊表看南橋如得兩表相距

一百二十度如丙角乃以測處距南橋距北橋之兩數相加得二百十

丁為一率兩數相減餘三十丈為二率兩表相距一百二十度與

半圓相減餘數折半得三十度如丙甲戊或丙戊甲二角即同於甲丙丁之

半外角其正切五萬七千七百三十五如甲丁為三率求得四率八千二百

戊為半較角之正切檢表得四度四分與半外角相減餘五度

十七分為小角與半外角相加得三十四度四分為大角既

得二角則以乙角為對所知之角其正弦四萬二千七百〇九為一率

丙角為對所求之角其外角六十度之正弦八萬六千六百〇三為二率

丙甲為所知之邊其數九十丈為三率求得四率乙即南北二

橋相距之遠如圖丙為儀器中心甲丙為距南

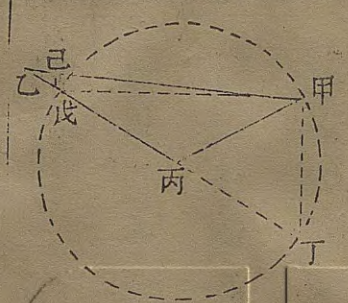
橋九十丈乙丙為距北橋一百二十丈今以丙

角為心甲丙小邊為半徑作一甲丁戊圓截乙

丙大邊於戊將乙丙引長至圓界丁則乙丁為

兩邊和乙戊為兩邊較試自甲至戊作甲戊線成丙甲戊三

角形其丙甲戊與丙戊甲二角相併與甲丙丁外角度等今



折半用其正切，卽如用丁戊甲角之正切，故自甲至丁作甲丁線，卽丁戊甲角之正切。又戊甲乙角，卽甲角大於丙甲戊角之較，亦卽乙角小於丙戊甲角之較。故自圓界戊至甲乙邊作己戊線，與甲丁平行，卽戊甲乙角之正切。且乙甲丁與乙己戊爲同式形，故乙丁與乙戊之比，同於甲丁與己戊之比，爲轉比例四率也。

設如隔河東西二樹，欲知其相距之遠，爰對一樹取一直角。左右橫量十三丈測之，問二樹相距幾何。答曰：十八丈二尺。法先對西樹如甲安儀器於右如丙，定遊表九十度取直角也，以定表看西樹隨遊表橫量十三丈，乃以遊表看東樹如乙，得西樹視線

距橫量邊線九十度如甲丙丁角，東樹視線距橫量邊線三十八度如乙丙丁角。

兩視線相距五十二度如甲丙乙角，次於直角橫量十三丈，處安儀器

於左，以定表看右儀器中心，遊表看東樹，得東樹視線距橫

量邊線一百十度如乙丁丙角，復以遊表看西樹，得西樹視線距橫量

邊線四十五度如甲丁丙角，乃先求右儀器距西樹之遠，以甲丁丙角

與象限相減，餘四十五度如丁甲丙角，爲對所知之角，其正弦七萬〇七百十

一爲一率，以甲丁丙角爲對所求之角，其正弦七萬〇七百十

二率，丙丁十三丈爲所知之邊，爲三率，求得四率十三丈，爲右儀

器距西樹之遠如丙甲，次求右儀器距東樹之遠，以乙丙丁角

與乙丁丙角相併，得一百四十八度，與半圓相減，餘三十二度如丙乙丁角，爲

對所知之角其正弦五萬二千九百九十二為一率以乙丁丙角為對

所求之角其外角七十度之正弦九萬三千九百六十九為二率丙丁三

丈為所知之邊為三率求得四率二十三丈五寸為右儀器距東

樹之遠如丙乙末求東西二樹相距之遠以丙甲邊丙乙邊相

加得二十六丈五寸為一率相減餘十丈五寸為二率以甲丙乙角

與半圓相減餘一百二十八度為外角折半得六十四度為半外角其正

切二十萬〇五千〇三十為三率求得四率五萬七千一百五十八為半較角之

正切檢表得二十九度四十五分與半外角相減餘三十四度十五分為小角

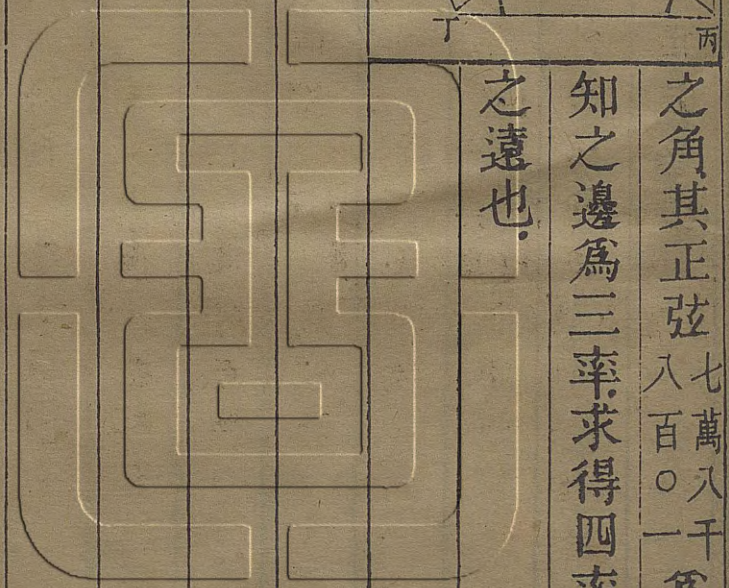
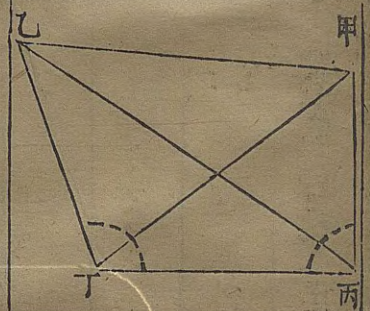
如乙與半外角相加得九十三度四十五分為大角如甲角乃以小角為

對所知之角其正弦五萬六千二百八十為一率甲丙乙角為對所求

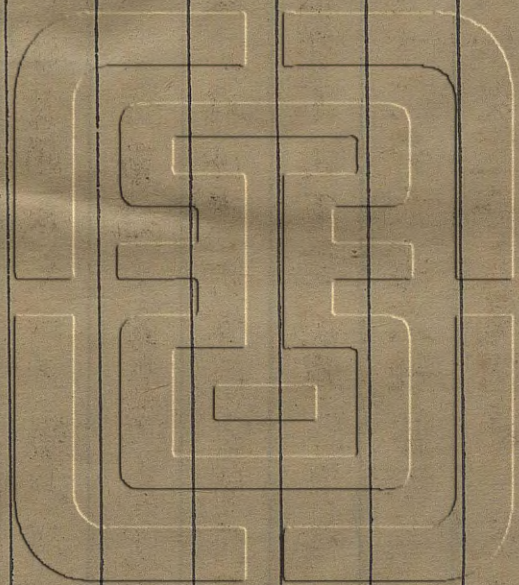
之角其正弦七萬八千八百〇一為二率甲丙十三丈為所

知之邊為三率求得四率甲乙即東西二樹相距

之遠也



九數通考卷十一終



常熟屈省園所著算書原名數學精詳戴東原氏爲之序且改名九數通考此書大有功於學算者流布海內久矣自兵燹之後粵中書肆遂無其書

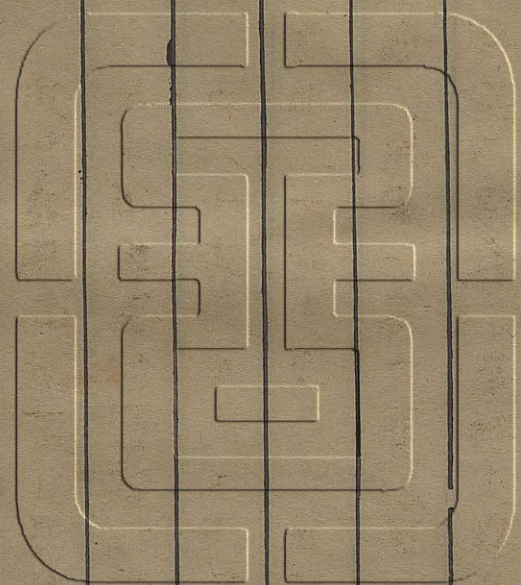
仲贊

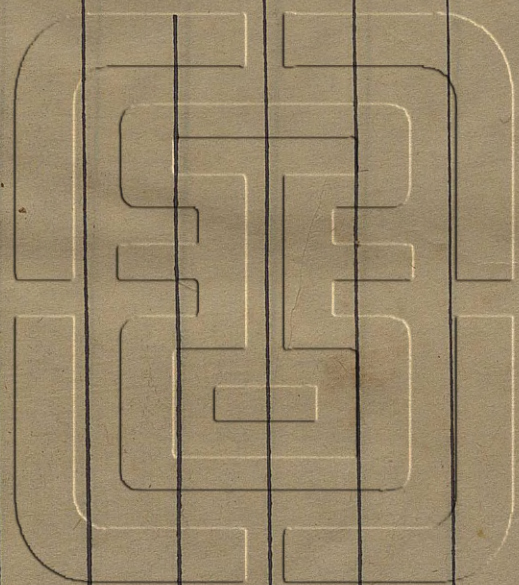
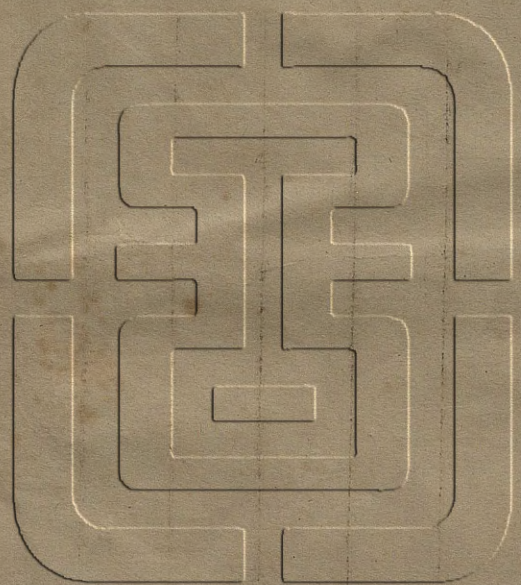
所藏舊本乃未改爲九數通考者

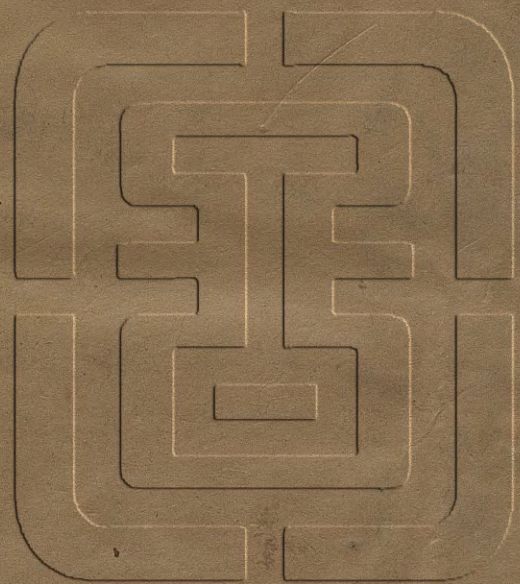
且未有戴氏序此屈氏初印之書也竊欲更爲流布乃送學海堂覆刻之并錄九數通考戴氏序刻於卷首任校讐之勞者南海孔君繼藩鄒君仲庸鏡瀾三君皆精算學算得其誤處數條雖仍而不改然不可不記也卷二圓徑一尺二寸外切七等邊形每一邊五寸二分六毫六絲當作五寸七分七釐八毫八絲又圓田徑八步稅二分九毫四絲三忽九微五纖七沙又三分沙之二七沙當作一沙三分沙之二當作○二一卷五三角田

三面各一十四步平分作三段其小注云二步二釐一毫一絲
當作二步二釐六絲五忽且所用鈍角三角形求中垂線法亦
誤此乃直角三角形當用勾股求中垂線法卷十有句八尺股
十五尺弦十七尺求得容圓全徑當作半徑此皆其偶誤者卷
二環田外周一百八十步內周九十步徑十五步卷五環田外
周七十二步內周二十四步徑八步此皆用古率當改用密率
至卷四狐一頭九尾鵬一尾九頭以頭尾相減餘爲二物共數
此本於算法統宗乃偶合之數梅文穆公赤水遺珍已辨之可
不贅述原書之圖亦稍有誤者此當日刻工之誤今已改正矣
自今以往學算者皆得讀此書於算學豈曰小補哉同治十年

七月順德伍仲贊跋







Small vertical text on the right edge of the book, likely a page number or title fragment, partially obscured by the binding.

