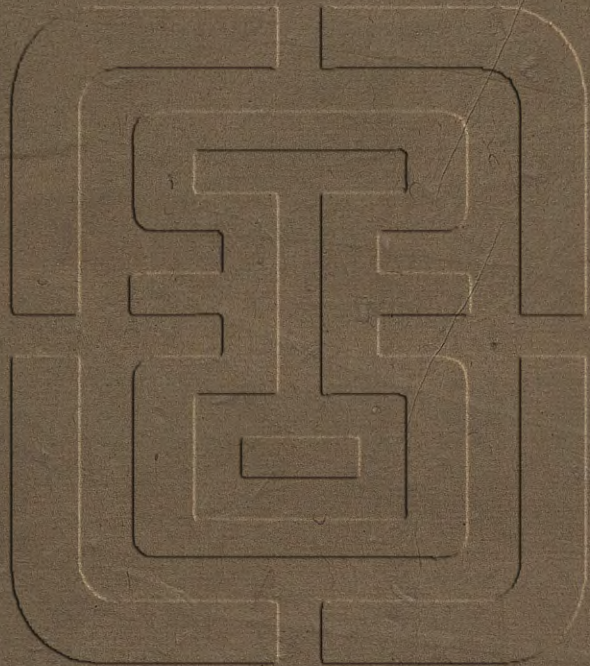


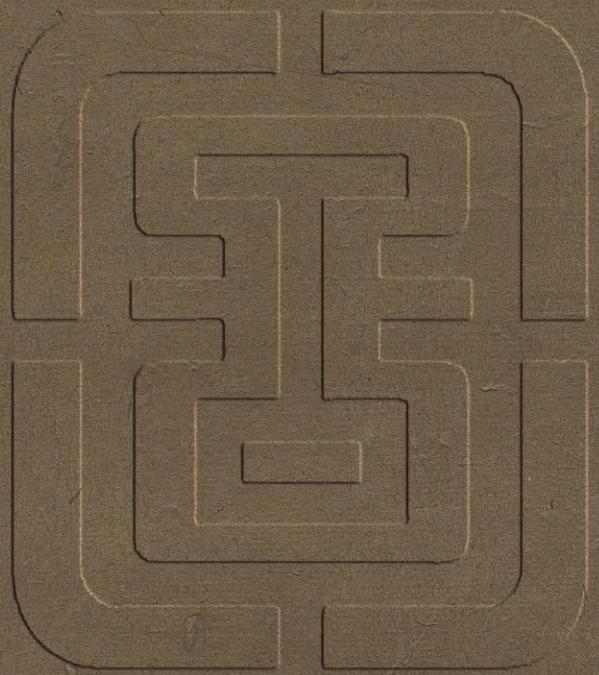
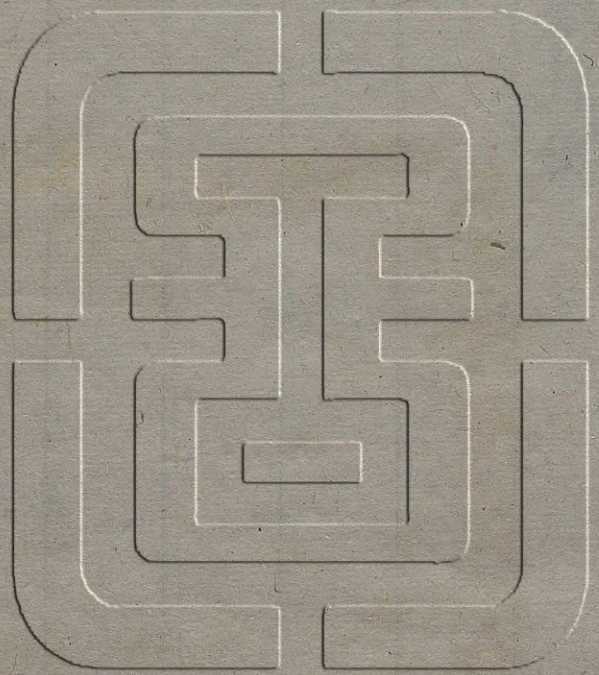
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45

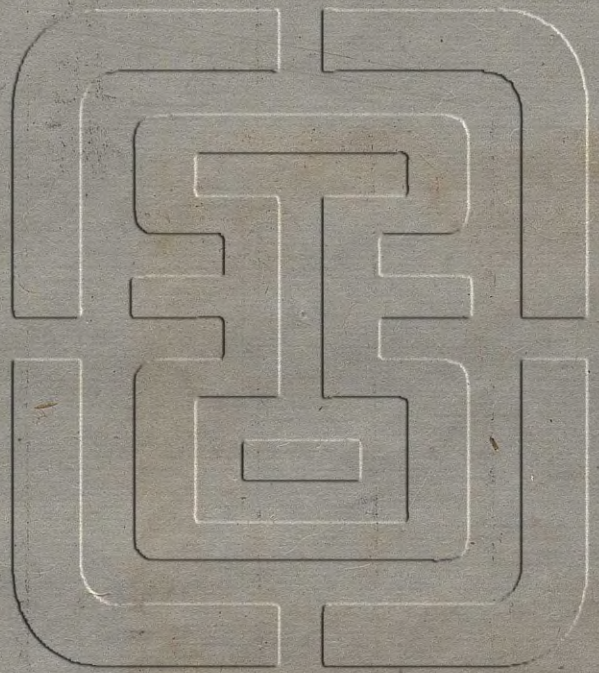
科100
822

科100
847.4
23



11



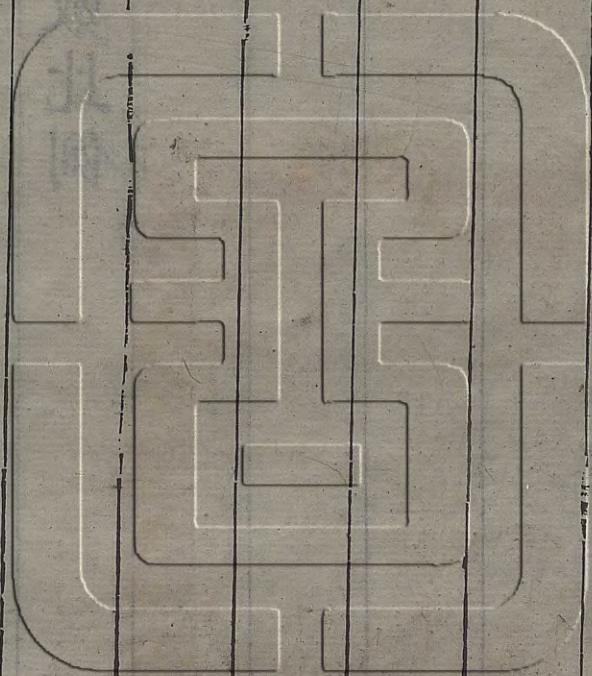


御製數理精蘊下編卷三十八

末部八

對數比例





對數比例

對數比例。乃西士若往訥白爾所作。以借數與真數對列成表。故名對數表。又有恩利格巴理知斯者。復加增修。行之數十年。始至中國。其法以加代乘。以減代除。以加倍代自乘。故折半即開平方。以三因代再乘。故三歸即開立方。推之至於諸乘方。莫不皆以假數相求。而得真數。蓋為乘除之數甚繁。而以假數代之。甚易也。其立數之原。起於連比例。蓋比例四率。二率與三率相乘。一率除之。得四率。而遞加遞減之。四

行數數五米系編 卷三十八 一
數。第二數第三數相加。減第一數。則得第四數。作者
有見於此。故設假數以加減代乘除之用。此表之所
以立也。然連比例之大者。莫如十百千萬。蓋一與十。
十與百。百與千。千與萬。萬與十萬。其數皆爲一。而遞
進一位。取其整齊而無奇零也。一爲數之始。以之乘
除。數皆不變。故一之假數定爲○。而十之假數定爲
一。百之假數定爲二。千之假數定爲三。萬之假數定
爲四。十萬之假數定爲五。推之百千萬億。皆遞加一
數。此對數之大綱也。其間之零數。則用中比例累求

而得。以首率末率兩真數相乘開方。卽得中率之真
數。以首率末率兩假數相加折半。卽得中率之假數。
又法用遞乘而得。以真數遞次相乘。其乘得之位數。
卽所得之假數。此二法者。理雖易明。而數則甚繁也。
又有遞次開方一法。以真數遞次開方。假數遞次折
半。至於數十次。使彼此皆可爲比例。而假數由之而
生。又有相較之一法。省開方之多次。尤爲甚捷。至於
他數之可以乘除得者。如二與三相乘而得六。則以
二之假數與三之假數相加。卽爲六之假數。又以二

除十而得五。則以二之假數與十之假數相減。即為五之假數之類。其不由乘除而得者。則又以累乘累除之法求之。此對數之細目也。今為推其理。考其數。先詳作表之原。次明用表之法。使學者知作者之難。而用之甚易。甚勿以易而忘其難也。

明對數之原之一

凡真數連比例四率。任對設遞加遞減之較相等之四假數。其第一率相對之假數。與第三率相對之假數相加。內減第一率相對之假數。即得第四率相對之假數。若減第四率相對之假數。即得第一率相對之假數。

如二四八十六。連比例四率。任對設二之假數為一。四之假數為二。八之假數為三。十六之假數為四。其遞加遞減之

真	假
二	一
四	二
八	三
一六	四

真	假
二	一
四	二
八	三
一六	四

真	假
二	三
四	五
八	七
一六	九

數皆為一。以二率四相對之假數二。與三率八相對之假數三相加。得五。內減一率二相對之假數一。即得四率十六相對之假數四。若減四率十六相對之假數四。即得一率二相對之假數一。或以二之假數為三。四之假數為五。八之假數為七。十六之假數為九。其遞加遞減之數皆為二。以二率四相對之假數五。與三率八相對之假數七相加。內減一率二相對之假數一。即得四率十六相對之假數三。若減四率十六相對之假數四。即得一率二相對之假數一。

一率二相對之假數三。即得四率十六相對之假數九。若減四率十六相對之假數九。即得一率二相對之假數三。

明對數之原之二

凡真數連比例三率。任對設遞加遞減之較相等之。三假數。其中率相對之假數倍之。內減首率相對之假數。即得末率相對之假數。若減末率相對之假數。即得首率相對之假數。

如一。三。九。連比例三率。任對設一之假

真	假
一	四
三	五
九	六

真	假
一	八
三	五
九	二

數為四。三之假數為五。九之假數為六。其遞加遞減之數皆為一。以中率三相對之假數五。倍之得十。內減首率一。相對之假數四。即得末率九相對之假數六。若減末率九相對之假數六。即得首率一相對之假數四。或以一之假數為八。三之假數為五。九之假數為二。其遞加遞減之數皆為三。以中率三相對之假數五。倍之。內減首率一相對之假數

八。即得末率九相對之假數二。若減末率九相對之假數二。即得首率一相對之假數八。

明對數之原之三

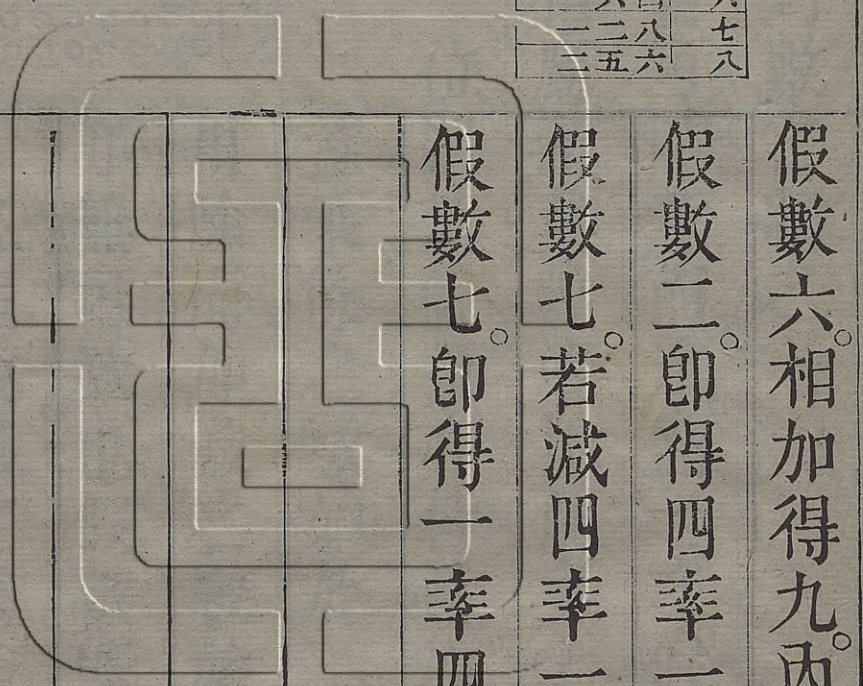
凡真數連比例幾率。任對設遞加遞減之較相等之假數。其中隔位取比例四率。其第二率相對之假數。與第三率相對之假數相加。內減第一率相對之假數。亦得第四率相對之假數。若減第四率相對之假數。亦得第一率相對之假數。

真	假
二	一
四	二
八	三
六	四
三	五
六	六
四	七
八	八
一	三
三	六
六	四
八	七
一	二
二	五

如二。四。八。十六。三十二。六十四。一百二十八。二百五十六。連比例幾率。任對設二之假數為一。四之假數為二。八之假數為三。十六之假數為四。三十二之假數為五。六十四之假數為六。一百二十八之假數為七。二百五十六之假數為八。其遞加遞減之數皆為一。任取四。八。六十四。一百二十八之四率。以二率八相對之假數三。與三率六十四相對之

真	假
二	一
四	二
八	三
六	四
一	五
三	六
六	七
八	八
一	三
二	六
五	四
六	七

假數六。相加得九。內減一率四相對之假數二。即得四率一百二十八相對之假數七。若減四率一百二十八相對之假數七。即得一率四相對之假數二。



真	假
	○
—	○
—○	○
—○○	○
—○○○	○
—○○○○	○
—○○○○○	○
—○○○○○○	○
—○○○○○○○	○
—○○○○○○○○	○
—○○○○○○○○○	○
—○○○○○○○○○○	○
—○○○○○○○○○○○	○
—○○○○○○○○○○○○	○

之相連比例率。然其數皆為一。但遞進一位。故一之假數定為○者。十之假數即定為一百之假數。即定為二千之假數。即定為三萬之假數。即定為四十萬之假數。即定為五百萬之假數。即定為六千萬之假數。即定為七億之假數。即定為八亦皆遞加一數。而假數即與位數相同。試以一百與一千相乘。得十萬。為進二位。以一百相對之假數二。與一

真	假
	○
—	○
—○	○
—○○	○
—○○○	○
—○○○○	○
—○○○○○	○
—○○○○○○	○
—○○○○○○○	○
—○○○○○○○○	○
—○○○○○○○○○	○
—○○○○○○○○○○	○
—○○○○○○○○○○○	○
—○○○○○○○○○○○○	○

十相對之假數三相加。即得十萬相對之假數五。亦為加二數也。以一十除一千。得一。為退一位。以一十相對之假數一。與一千相對之假數三。相減。即得一百相對之假數二。亦為減一數也。或以十之假數定為二百之假數。定為四。千之假數定為六。是為遞加二數。未嘗不可。然真數進一位者。假數則加二數。即不得與位數相同矣。

明對數之綱之二。

凡真數不同而位數同者其假數雖不同而首位必同真數相同而遞進幾位者其假數首位必遞加幾數而次位以後却相同。

真	假
二〇三〇一〇二九九九五七	二〇三〇一〇二九九九五七
三〇四七七一二二二五四七	三〇四七七一二二二五四七
四〇六〇三〇五九九九一三	四〇六〇三〇五九九九一三
五〇六九九七〇〇〇四三	五〇六九九七〇〇〇四三
六〇七七八一五一二五〇四	六〇七七八一五一二五〇四

如自一至九真數皆為單位則假數首位皆為〇故二之假數為〇三〇一〇二九九九五七三之假數為〇四七七一二二二五四七四之假數為〇六〇三〇五九九九一三五之假數為〇六九九七〇〇〇四三六之假數為〇六七七八一五一二五〇四

真	假
一一一〇四一三九二六八五二	一一一〇四一三九二六八五二
一一〇二〇四一三九二六八五二	一一〇二〇四一三九二六八五二
一一〇〇三〇四一三九二六八五二	一一〇〇三〇四一三九二六八五二
一一〇〇〇四〇四一三九二六八五二	一一〇〇〇四〇四一三九二六八五二
一一〇〇〇〇五〇四一三九二六八五二	一一〇〇〇〇五〇四一三九二六八五二

九八九七〇〇〇四三六之假數為〇
 七七八一五一二五〇四首位以後零
 數遞增至十則首位皆為一。至百則首
 位皆為二。至千則首位皆為三。至萬則
 首位皆為四。至十萬則首位皆為五。如
 一十一。二百一十。一千一百。一萬一千。
 一十一萬。雖遞進一位而其數皆為一
 一。故其假數首位雖遞加一數而次位
 以後皆同為〇四一三九二六八五二。

真	假
—○	—○○○○○○○○○○
—○○	—○○○○○○○○○○
—○○○	—○○○○○○○○○○

相加折半得二○○○○○○○○○
 ○即中率一百之假數。蓋首率末率相乘。與中率自乘之數等。以首率末率兩假數相加。即與中率之假數加倍之數等。故折半為中率之假數也。

明對數之日用中比例求假數法之二

凡十百千萬之假數既定。而欲求其間零數之假數。則以前後相近之兩數。一為首率。一為末率。求得中率之真數。并求得中率之假數。累次比例。使中

	真	假
第	—○○○○○○○○	○○○○○○○○○○
一	三一六二二七七	五○○○○○○○○
次	—○○○○○○○○	—○○○○○○○○

率恰得所求之真數。其假數即為所求之假數。

如求九之假數。因九在一與十之間。則以一為首率。十為末率。相乘開方。得三一六二二七七。為第一次之中率。即以首率一之假數○○○○○○○○○與末率十之假數一○○○○○相加折半。得○五○○○。為第一次中率之假數。此所得之中率。較之首率。去九為近。

	真	假
二次	三一六二二七七	五〇〇〇〇〇〇〇〇
	五六二三四一三二	〇七五〇〇〇〇〇〇〇〇
三次	五六二三四一三二	〇七五〇〇〇〇〇〇〇〇
	七四九八九四二一	〇八七五〇〇〇〇〇〇〇〇
	〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

故以所得之中率。復為首率。十為末率。相乘開方。得五六二三四一三二。為第二次之中率。即以第二次之首率末率兩假數相加折半。得〇七五〇〇〇〇〇〇〇〇。為第二次中率之假數。又以第二次所得之中率。復為首率。十為末率。相乘開方。得七四九八九四二一。為第三次之中率。即以第三次之首率末率兩假數相加折半。得〇八七五〇〇〇〇〇〇〇〇。

	真	假
四次	七四九八九四二一	〇八七五〇〇〇〇〇〇〇〇
	八六五九六四三二	〇九三七五〇〇〇〇〇〇〇〇
五次	八六五九六四三二	〇九三七五〇〇〇〇〇〇〇〇
	九三〇五七二〇四	〇九六八七五〇〇〇〇〇〇〇〇
	〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

〇〇〇〇〇〇〇〇。為第三次中率之假數。又以第三次所得之中率。復為首率。十為末率。相乘開方。得八六五九六四三二。為第四次之中率。即以第四次之首率末率兩假數相加折半。得〇九三七五〇〇〇〇〇〇〇〇。為第四次中率之假數。又以第四次所得之中率。復為首率。十為末率。相乘開方。得九三〇五七二〇四。為第五次之中率。即以第五次之首

假	真
五七〇五七五八八八九二八三九 三三三三三三三三三三三三三三 六四二六〇四六三〇三六〇三五六 五八二五七八五七六六七六一六 一九八一五九一三五三四五三四四 〇八七〇四八〇二四二八四二五八 二五〇一三三三三三三三三三三三 四四四四四四四四四四四四四四 五五五五五五五五五五五五五五 九九九九九九九九九九九九九九 〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇 六八三六八八六八八八八八八八 九〇三九八〇九八八八八八八八三 七〇三七三〇七三〇七三〇七三〇 〇三〇二二〇六二六八二六二六 七七七七七七七九九二九九二九九 九九〇九九〇九九〇九九〇九九〇 九九九九九九九九九九九九九九 八九九九九九九九九九九九九九九	八五三五九三二九五九五九五 三一〇一〇一〇一〇一〇一〇一〇一〇 三九五九二五九〇一九九九〇 六八一八五一八七五八七七 三八四八六四八二九八〇一 二三五三四三三四三四三四三四 二二二二二二二二二二二二二二二 四四四四四四四四四四四四四四 五五五五五五五五五五五五五五 九九九九九九九九九九九九九九 〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇 八〇二〇二〇二〇二〇二〇二〇二 八五一五二一五四二五五五四 〇二四二八四一〇八二六〇 六九二九〇二九九〇九九〇九九〇 九九〇九九〇九九〇九九〇九九〇 九九〇九九〇九九〇九九〇九九〇 九九〇九九〇九九〇九九〇九九〇 八八九九九九九九九九九九九九九

一次之中率。爲九〇〇七二〇〇八。其假數爲〇九五四五八八九四三七。第十二次之中率。爲九〇〇二一三八八。其假數爲〇九五四三四五七〇三一。第十三次之中率。爲八九九九六〇八。其假數爲〇九五四二二三六三二。第十四次之中率。爲九〇〇〇八七三七。其假數爲〇九五四二八四六六。第十五次之中率。爲九〇〇〇二

假	真
八五三五九三二九五九五九五 三一〇一〇一〇一〇一〇一〇一〇一〇 三九五九二五九〇一九九九〇 六八一八五一八七五八七七 三八四八六四八二九八〇一 二三五三四三三四三四三四三四 二二二二二二二二二二二二二二二 四四四四四四四四四四四四四四 五五五五五五五五五五五五五五 九九九九九九九九九九九九九九 〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇 八〇二〇二〇二〇二〇二〇二〇二 八五一五二一五四二五五五四 〇二四二八四一〇八二六〇 六九二九〇二九九〇九九〇九九〇 九九〇九九〇九九〇九九〇九九〇 九九〇九九〇九九〇九九〇九九〇 九九〇九九〇九九〇九九〇九九〇 八八九九九九九九九九九九九九九	五七〇五七五八八八九二八三九 三三三三三三三三三三三三三三 六四二六〇四六三〇三六〇三五六 五八二五七八五七六六七六一六 一九八一五九一三五三四五三四四 〇八七〇四八〇二四二八四二五八 二五〇一三三三三三三三三三三三 四四四四四四四四四四四四四四 五五五五五五五五五五五五五五 九九九九九九九九九九九九九九 〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇 六八三六八八六八八八八八八八 九〇三九八〇九八八八八八八八三 七〇三七三〇七三〇七三〇七三〇 〇三〇二二〇六二六八二六二六 七七七七七七七九九二九九二九九 九九〇九九〇九九〇九九〇九九〇 九九九九九九九九九九九九九九 八九九九九九九九九九九九九九九

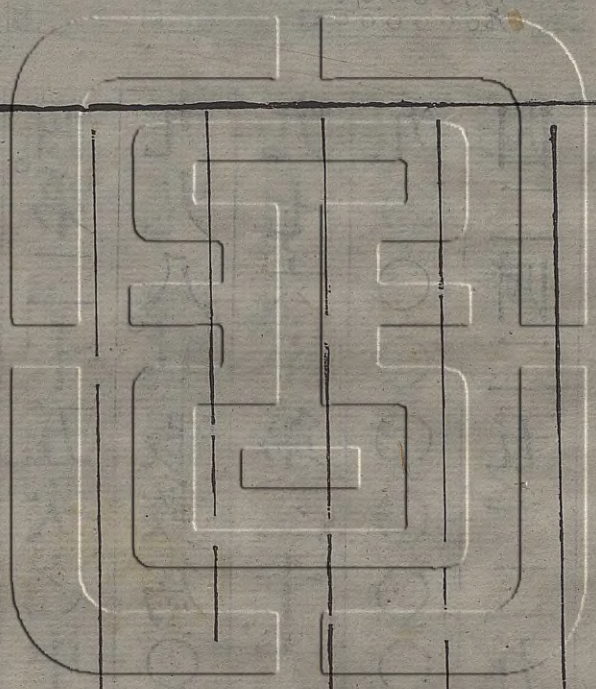
四一一。其假數爲〇九五四二五四一。五〇三。第十六次之中率。爲八九九九九二五〇。其假數爲〇九五四二三八八九一五。第十七次之中率。爲九〇〇〇八二一。其假數爲〇九五四二四六五二〇九。第十八次之中率。爲九〇〇〇四一。其假數爲〇九五四二四二七〇六二。第十九次之中率。爲八九九九九六五〇。其假數爲〇九五四

對數比例

七

末部

方之位數愈多。則所得之假數愈密也。



明對數之目用遞次自乘求假數法之一

凡連比例率之自小而大者。以第一率之真數遞次自乘即得加倍各率之真數。以第一率之假數遞次加倍。即得加倍各率之假數。而以各率之假數按率除之。即得第一率之假數。

率	真	假
一	二〇三〇一〇二九九九五七	
二	四〇六〇二〇五九九九一三	
四	一六一二〇四一一九九八二六	

如以二為連比例第一率。其假數為〇三〇一〇二九九九五七。以第一率之真數二自乘。得四。為第二率之真數。以第一率之假數〇三〇一〇二九九九

	假	二九九九五七
一	二〇三〇一〇	二九九九五七
一	四〇六〇二〇	五九九九一三
四	一六一二〇四	一九九八二六

五七加倍得〇六〇二〇五九九九一
 三。為第二率之假數。而以第二率之假
 數。用二除之。即得第一率之假數。又以
 第二率之真數四自乘。得十六。為第四
 率之真數。以第二率之假數〇六〇二
 〇五九九九一三加倍。得一二〇四一
 一九九八二六。為第四率之假數。而以
 第四率之假數。用四除之。即得第一率
 之假數也。

明對數之日用遞次自乘求假數法之二

凡連比例率自小而大者。其假數之首位。既因真數
 之位數而遞加。故求假數者。以所求之真數為連
 比例第一率。遞次自乘。即得加倍各率之真數。以
 第一率假數之首位。遞次加倍。即得加倍各率之
 假數。而真數自乘又進一位者。則假數加倍後又
 加一數。而以各率之假數按次除之。即得所求第
 一率之假數。

如求二之假數。則以二為連比例第一

率	真	假
一		○
二		○
四	一	一
八	二	二
一六	五	三
三二	九	六

率。是為單位。故傍紀○。即第二率之假數首位為○也。又以第一率之真數二自乘。得四。為第二率之真數。仍為單位。故傍亦紀○。即第二率之假數首位亦為○也。又以第二率之真數四自乘。得十六。為第四率之真數。是為進前一位。故傍紀一。即第四率之假數首位為一也。又以第四率之真數十六自乘。得二百五十六。為第八率之真數。以第四率

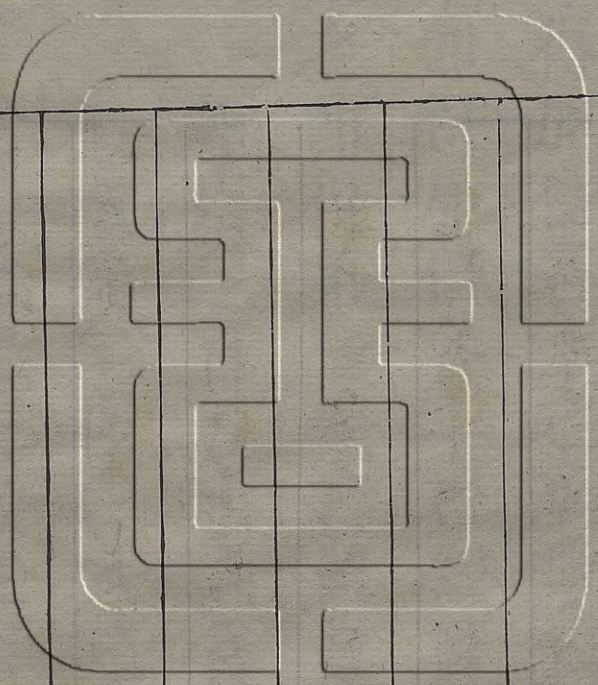
率	真	假
一		○
二		○
四	一	一
八	二	二
一六	五	三
三二	九	六

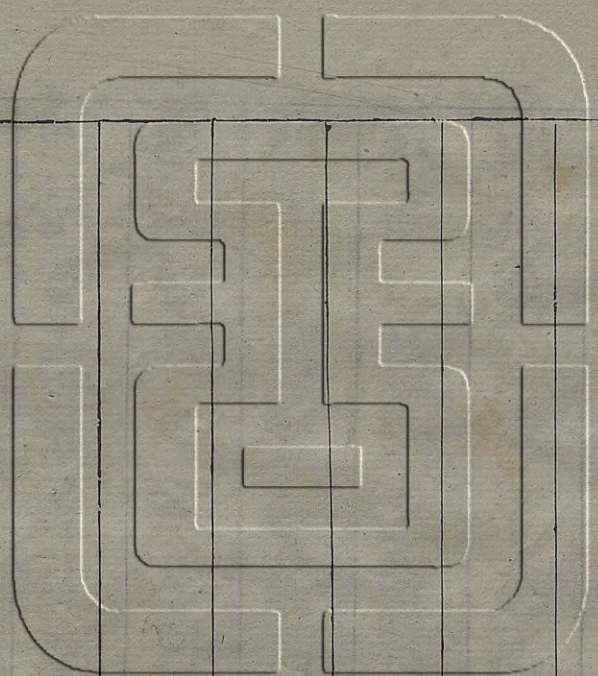
之假數一倍之。得二。是為進前二位。故傍紀二。即第八率之假數首位為二也。又以第八率之真數二百五十六自乘。得六萬五千五百三十六。為第十六率之真數。以第八率之假數二倍之。得四。是為進前四位。故傍紀四。即第十六率之假數首位為四也。又以第十六率之真數六萬五千五百三十六自乘。得四十二億九千四百九十六萬七千二百

率	假
一六三八四	四九三二
一三七四四六九五三四七二	四一三七五六五五三〇七
	一〇三〇一〇二九九九五九

為四一三七五六五五三〇七。以率數除之。得〇三〇一〇二九九五六六。即為第一率二之假數也。此法蓋因真數進一位則假數首位加一數。今遞乘所得之真數既得若干位。則其假數首位必加若干數。乃以首位為單位遞進向前者也。而連比例各率之假數。以率數除之。即得第一率之假數。故以率數除之。所得第一率之假數。為首位以後

之零數也。





明對數之目用遞次開方求假數法之一

凡連比例率之自大而小者。以第一率之真數遞次開方。即得加倍各率之真數。以第一率之假數遞次折半。即得加倍各率之假數。而以各率之假數按率乘之。即得第一率之假數。

率	真	假
一	二五六	二四〇八二
二	一六一	二〇四一一
四	四〇六	二〇五九九

如以二百五十六為連比例第一率。其假數為二四〇八二。三九九六五。三。以第一率之真數二百五十六開方。得十六。為第二率之真數。以第一率之假數

	率	真	假
一	二	五	六
二	一	六	一
四	四	六	〇
	二	〇	五
	一	九	九
	一	九	九
	一	八	二
	一	六	五
	一	三	三

二四〇八二三九九六五三折半得一
 二〇四一一九九八二六為第二率之
 假數而以第二率之假數用二乘之即
 得第一率之假數又以第二率之真數
 十六開方得四為第四率之真數以第
 二率之假數一二〇四一一九九八二
 六折半得〇六〇二〇五九九九一三
 為第四率之假數而以第四率之假數
 用四乘之即得第一率之假數

明對數之目用遞次開方求假數法之二

凡遞次開方率皆用二倍蓋真數開方假數折半而
 折半即二歸故遞次折半之假數以遞次加倍之
 率數乘之即得第一率之假數

一	二	三	四	五	六	七	八	九	〇
一	一	二	二	三	三	四	四	五	五
一	一	二	二	三	三	四	四	五	五
一	一	二	二	三	三	四	四	五	五

如原數為第一率加倍得二為第一次
 開方之率數蓋折半即二歸以二歸者復用二乘必仍得原數也
 又加倍得四為第二次開方之率數蓋折半即四歸以四歸者復用四乘必亦得原數也遞次加倍則
 第三次之率為八第四次之率為十六

明對數之目用遞次開方求假數法之三

凡真數不可與假數為比例者。因真數開方。假數折半。其相比之分數不同。若開方至於數十次。則開方之數。即與折半之數相同。故假數即可用真數比例而得。是以凡求假數者。皆以其真數開方至幾十次。與此所得之假數相比。即得其開方第幾十次之假數。按前率數乘之。即得所求之假數。

如真數為一十。假數為一〇。以真數一十開方。得三一六二二七六六〇一

一〇	三	一	六	二	二	七	七	六	六	〇	一	六	八	三	七	九	三	三	一	九	九	八	八	九	三	五	四		
次	一	七	七	八	二	七	九	四	一	〇	〇	三	八	九	二	二	八	〇	一	一	九	七	三	〇	四	一	三		
次	一	三	三	三	五	二	一	四	二	二	一	六	三	三	二	四	〇	二	五	六	六	五	三	八	九	三	〇	八	
次	一	一	五	四	七	八	一	九	八	四	六	八	九	四	五	八	一	七	九	六	六	一	九	一	八	二	一	三	
次	一	〇	七	四	六	〇	七	八	二	八	三	二	一	三	一	七	四	九	七	二	一	三	八	一	七	六	五	三	八

六八三七九三三一九九八八九三五
四。第二次開方。得一七七八二七九四
一〇〇三三八九二二八〇一一九七三
〇四一三。第三次開方。得一三三三三五
二一四三二一六三三二四〇二五六
六五三八九三〇八。第四次開方。得一
一五四七八一九八四六八九四五八
一七九六六一九一八二一三。第五次
開方。得一〇七四六〇七八二八三二

假數遞次折半表

Table of '假數遞次折半' (Fictitious Number Successive Halving) with columns for powers of 2 and corresponding values.

真數遞次開方表

Table of '真數遞次開方' (True Number Successive Square Root) with columns for powers of 2 and corresponding values.

從前算理精編

卷三十一

對數比例

三

末部

一〇二四
一一〇一一九二八八五一二五三八八一三八六二三九七
二一〇〇五九四六七四三七四六三四八三二六六五四二四
三一〇〇二九六八九六四四九八〇七八七三七三六二六八
四一〇〇一四八三三八二〇三七九〇四一八〇三〇一八三八

一三八六二三九七。第二次開方。得一〇〇五九四六七四三七四六三四八。三二六六五四二四。第三次開方。得一〇〇二九六八九六四四九八〇七八。七三七三六二六八。第四次開方。得一〇〇一四八三三八二〇三七九〇四一八〇三〇一八三八。一八〇二〇一八三八。第五次開方。得一〇〇〇七四一四一六一六九九八。三五三三六二四九〇六。第六次開方。

五 一〇〇〇七四一四一六一六九九八三五三三六二四九〇六
六 一〇〇〇三七〇六三九三九八二一〇〇一四〇七一七六一五
七 一〇〇〇一八五三〇二五三〇五九一〇八五三〇五八二七七
一七 一〇〇〇〇〇〇一八〇九四二七五四八四四五三四三六三九五〇一五四四
二七 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一七六七〇一八九三〇五七〇一四一九四八二六二

得一〇〇〇三七〇六三九三九八二。一〇〇一四〇七一七六一五。第七次開方。得一〇〇〇一八五三〇二五三〇五九一〇八五三〇五八二七七。如〇五九一〇八五三〇五八二七七。如此遞次開方至第十七次。則得一〇〇〇〇〇〇一八〇九四二七五四八四。四〇〇〇一八〇九四二七五四八四。四五六三四三六三九五〇一五四四。第二十七次。則得一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一七六七〇一八九三〇五七〇一。

二七	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一七六七〇一八九三〇五七〇一四一九四八二六二二
三七	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一七二五六〇四四二四二二五九四三四七七
四七	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一六八五一六〇五七〇五三九四九七七

四一九四八二六二第三十七次。則得
 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一七
 二五六〇四四二四二二五九四三
 四七七。第四十七次。則得一〇〇〇〇
 〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一六八五
 一六〇五七〇五三九四九七七。是已
 得十五空位矣。乃以前法所得真數之
 零數一為一率。三率有十七位。則一率亦加十六空位以足其
 分。其假數十七空位後之零數四三四

率一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
 二率四三四二九四四八一九〇三二五一八〇四
 三率一六八五一六〇五七〇五三九四九七七
 四率七三一八五五九三六九〇六二二九二六八

真一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一六八五一六〇五七〇五三九四九七七
 假〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇七三一八五五九三六九〇六二二九二六八

二九四四八一九〇三二五一八〇四
 為二率。今所得真數之零數一六八五
 一六〇五七〇五三九四九七七為三
 率。得四率七三一八五五九三六九〇
 六二二九二六八。即為開方第四十七
 次之假數。前亦仍為十七空位。以加倍
 四十七次之率數一四〇七三七四八
 八三五五三二八乘之。得〇〇一〇二
 九九九五六六三九八一一九五二六

一〇二四	〇〇一〇二九九九五六六三九八一一九五二六五
一〇二四	三〇一〇二九九九五六六三九八一一九五二六五
二	〇三〇一〇二九九九五六六二九八一一九五二六五

五。即為第一率一〇二四之假數。蓋開方第十七次之假數為十八位。前十七空位。共三十五位。今相乘得三十三位。故前止有二空位。亦共三十五位也。此截用二十一位。然一〇二四首位之一。開方雖命為單位。而其實則為千位。千之假數首位應為三。故首位加三。得三〇一〇二九九九五六六三九八一一九五二六五。是為一千零二十四之假數。又因一千零二十四。為二之連比例第十率。故以十歸之。得〇三

〇一〇二九九九五六六三九八一
九五二六五。即為所求之連比例第一
率二之假數也。

明對數之目用遞次開方求假數法之五

凡求假數真數開方之次數愈多。則所得之假數愈密。然用假數不過至十二位。觀前遞次開方表內。至九空位以後。其開方之數。與折半之數。已同七位。其零數所差甚微。故真數開方至二十七次。即可以立率。

方省二十次而所得之數同。故求假數者。用此法亦便也。

明對數之目用遞次開方求假數法之六

凡開方之數與折半之數雖不同。然而不同之較。遞次漸少。故又有相較之法。至開方第十次以後。則以較數相減。即得開方之數。

如求六之假數。以六為連比例第一率。遞次乘之。得連比例第九率。為一千零七萬七千六百九十六。乃以此數命為

一	六
二	三六
三	二一六
四	一二九六
五	七七七六
六	四六六五六
七	二七九九三六
八	一六七九九六
九	一〇〇七七

第一率。其首位之一千萬命為單位。開

方得一〇〇三八七七二八三三三三六

九六二四五六六三八四六五五。第

二次開方得一〇〇一九三六七六六

一三六九四六六一六七五八七〇。二

二九。第三次開方得一〇〇〇九六七

九一四六三九〇九九〇一七二八八

九〇七二〇。第四次開方得一〇〇〇

四八三八四〇二六八八四六六二九

一	一〇〇七七六九六
二	一〇〇三八七七二八三三三三六九六二四五六六三八四六五五一
三	一〇〇一九三六七六六一三六九四六六一六七五八七〇二二九
四	一〇〇〇九六七九一四六三九〇九九〇一七二八八九〇七二〇
五	一〇〇〇四八三八四〇二六八八四六六二九八五四九二五三五

四	一〇〇〇四八三八四〇二六八八四六六二九八五四九二五三五
五	一〇〇〇二四一八九〇八七八八二四六八五六三〇八七二七 二四一九二〇一三四四二三三一四九二七四六二六七 二九二五五五九八六二九二八九三七五四〇

八五四九二五三五第五次開方得一
 〇〇〇二四一八九〇八七八八二四
 六八五六三八〇八七二七與第四次
 開方所得折半之數漸近乃以第四次
 開方所得數折半首位之一不折半蓋
皆同其數得二四一九二〇一三四四
 不變也也
 二三三二四九二七四六二六七與第
 五次開方所得數相減餘二九二五五
 五九八六二九二八九三七五四〇為

六	一〇〇〇一二〇九三八一二六三九七一三四五九四三九一九四 一二〇九四五四三九四一二三四二八一九〇四三六三 七三一三〇一五二〇八二二四六五一六九 七三一三八九九六五七三二二三四三八五 八八四四四九〇九七六九二一五
---	--

第五次之較設使有第五次之較則將
 第四次開方所得數折半內減第五次
 之較即第五次開方所得數然第五次
 之較乃與第五次開方數相減而得故
 第五次猶必用開方也第六次開方得
 一〇〇〇一二〇九三八一二六三九
 七一二三四五九四三九一九四又以第
 五次開方所得數折半得一二〇九四
 五四三九四一二三四二八一九〇四

六	八	二	一	九	七	七	八	四	四
五	五	六	一	八	七	七	八	四	四
二	八	五	五	三	八	七	七	四	四
二	八	五	五	三	八	七	七	四	四
一	一	五	八	八	七	一	七	五	〇
二	一	五	八	八	七	一	七	五	〇
二	八	五	六	三	四	四	三	〇	一
二	八	五	六	三	四	四	三	〇	一
七	五	五	八	二	三	二	九	九	五
七	五	五	八	二	三	二	九	九	五
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

二除之得六。為第十次之第四較。將第九次之第三較十六除之。得二八五五五八。內減第十次之第四較。餘二八五五五二。即為第十次之第三較。將第九次之第二較八歸之。得二一五八八九九七。內減第十次之第三較。餘二一五八八七一八。即為第十次之第二較。將第九次之第一較四歸之。得二八五六三四四三。即三七五七

六	八	二	一	九	七	七	八	四	四
五	五	六	一	八	七	七	八	四	四
二	八	五	五	三	八	七	七	四	四
二	八	五	五	三	八	七	七	四	四
二	一	五	八	八	七	一	七	五	〇
二	一	五	八	八	七	一	七	五	〇
二	八	五	六	三	四	四	三	〇	一
二	八	五	六	三	四	四	三	〇	一
七	五	五	八	二	三	二	九	九	五
七	五	五	八	二	三	二	九	九	五
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

九七七內減第十次之第二較。餘二八五六三二二七。一五〇四六一六八。即為第十次之第一較。將第九次開方所得數折半。得七五五八二二三二九九九五。內減第十次之第一較。又加首位之一。得一〇〇〇七五五八二〇四四三六三〇一二。四二九〇七六。即為第十次開方所得數也。至第十一次。則將第十次

	一七八四七
	二六九八五八八九七六
	二六九八五七一一二九
	七一四〇八〇六七八七六一五四二
	七一四〇七七九八〇一九〇四一三
	三七七九一〇二二一八一五〇六〇七一四五三八
一	〇〇〇〇三七七九〇九五〇七七三七〇八〇五二四一二五
二	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇九二二六二八八九一〇四三〇七六六七

之第四較三十二除之。不足一倍。故無
 第四較。而以第十次之第三較十六除
 之。得一七八四七。即為第十一次之第
 三較。將第十次之第二較八歸之。得二
 六九八五八八九七六。內減第十一次
 之第三較。餘二六九八五七一。二九。
 即為第十一次之第二較。將第十次之
 第一較四歸之。得七一四〇八〇六七
 八七六一五四二。內減第十一次之第

	一七八四七
	二六九八五八八九七六
	二六九八五七一一二九
	七一四〇八〇六七八七六一五四二
	七一四〇七七九八〇一九〇四一三
	三七七九一〇二二一八一五〇六〇七一四五三八
一	〇〇〇〇三七七九〇九五〇七七三七〇八〇五二四一二五
二	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇九二二六二八八九一〇四三〇七六六七

二較。餘七一四〇七七九八〇一九〇
 四一三。即為第十一次之第一較。將第
 十次開方所得數折半。得三七七九一
 〇二二一八一五〇六〇七一四五三
 八。內減第十一次之第一較。又加首位
 之一。得一〇〇〇〇三七七九〇九
 五〇七七三七〇八〇五二四一二五。
 即為第十一次開方所得數也。由此遞
 推至第二十三次開方數。得一〇〇〇〇

率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
率	四三四二九四四八一八七四一四
率	九二二六二八八九一〇四三〇七
率	四〇〇六九二六二六一九七六五二

〇〇〇〇〇〇〇九二二六二八八九一
 〇四三〇七六六七。是已得九空位矣。

乃以前法所得真數之零數一為一率。
三率截用十四位。則一率亦加十三空位以足其分。其假數十一

空位後之零數四三四二九四四八一
 八七四一四為二率。截用十四位以從簡易。今開

方二十三次所得之零數九二二六二
 八八九一〇四三〇七為三率。得四率
 四〇〇六九二六二六一九七六五二

即為開方第二十三次之假數。前則為

十空位。二率有十四位。而其前為十一空位。今四率得十五位。故前為
 十空位。以加倍二十三次之率數八三八

八六〇八乘之。得〇〇〇三三六一二

五三四五。蓋開方第二十三次之假數為十五位。并前十空位。共二

十五位。今相乘得二十二位。故前止有
 三空位。亦共為二十五位也。此截用十
 位。即為第一率一〇〇七七六九六之

假數。然首位之一開方。雖命為單位。其
 實則為千萬。千萬之假數。首位應為七。

一〇〇七七六九六	七〇〇三三六一二五三四五
六〇七七八一五一二五〇三八	

一〇〇七七六九六	七〇〇三三六一二五三四五
	六〇七七八一五一五〇三八

故首位為七。得七〇〇三三六一二五三四五。是為一千零七萬七千六百九十六之假數。又因其為連比例第九率。故用九歸之。得〇七七八一五一一二五〇三八。即為連比例第一率六之假數也。

明對數之目用遞次開方求假數法之七

凡求假數先求得一至九。一一至一九。一〇一至一〇九。一〇〇一至一〇〇九。以及三〇位零一至

九。四空位零一至九。五空位零一至九。六空位零一至九。七空位零一至九。八空位零一至九。九空位零一至九之九十九數。而他數皆由此生。然此九十九數內。有以兩數相乘除而得者。則以兩假數相加減。即為所求真數之假數。至五空位以後。則又可以比例而得。不必逐一而求也。

如一至九之九數。惟二。三。七之三數。用前遞次開方求假數法求之。至於四。則係二與二相乘所得之數。故以二之假

二〇三〇一〇二九九九五六六
四〇六〇二〇五九九九一三三
八〇九〇三〇八九九八六九九

一〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二〇	三〇一〇二九九九五六六
五〇	六九九七〇〇〇四三四

數〇三〇一〇三九九九五六六倍之
 得〇六〇二〇五九九九一三三。卽爲
 四之假數。至於五。係以二除十所得之
 數。故以二之假數與十之假數相減。餘
 〇六九八九七〇〇〇四三四。卽爲五
 之假數。至於六。係二與三相乘所得之
 數。故以二之假數與三之假數相加。得
 〇七七八一五一二五〇三八。卽爲六
 之假數。或先得六之假數。內減二
 之假數。卽得三之假數。至於

二〇三〇一〇二九九九五六六
三〇四七七一二一二五四七二
六〇七七八一五一二五〇三八

三〇	四七七一二一二五四七二
九〇	九五四二四二五〇九四四

八。係二與四相乘所得之數。故以二之
 假數與四之假數相加。得〇九〇三〇
 八九九八六九九。卽爲八之假數。至於
 九。係三與三相乘所得之數。故以三之
 假數〇四七七一二一二五四七二倍
 之。得〇九五四二四二五〇九四四。卽
 爲九之假數。或先得九之假數。折
 半卽得三之假數。如一
 一至一九之九數。惟一。一三。一七。一
 九之四數。用前遞次開方求假數法求

二	〇三〇一〇二九九九五六六
六	〇七七八一五二五〇三八
一二	〇七九一八一四六〇四
一二	〇七九一八一四六〇四

之。至於一二係二與六相乘所得之數。故以二之假數與六之假數相加得一〇七九一八一四六〇四。為一十二之假數。內減首位之一。餘〇〇七九一八一四六〇四。即為一二之假數。蓋自一至九空位零九。其首位之一。皆為單位。首位以下為小餘。試將一十二以十除之。仍得一。則其首位之一。即為單位。二為小餘。故於十二之假數內減首位之一。即減去十之假數。至於一四而所餘為一二之假數也。乃二與七相乘所得之數。故以二之假

二	〇三〇一〇二九九九五六六
七	〇八四五〇九八〇四〇〇一
一四	一一四六一二八〇三五六七
一四	〇一四六一二八〇三五六七

三	〇四七七一二一三五四七三
五	〇六九八九七〇〇四三四
一五	一一七六〇九一二五九〇六
一五	〇一七六〇九一二五九〇六

數與七之假數相加。得一四六一二八〇三五六七。為一十四之假數。內減首位之一。餘〇一四六一二八〇三五六七。即為一四之假數。至於一五乃三與五相乘所得之數。故以三之假數與五之假數相加。得一七六〇九一二五九〇六。為一十五之假數。內減首位之一。餘〇一七六〇九一二五九〇六。即為一五之假數。餘皆倣此。詳見對數微至。

一	○	九	七	九	五	八	七	三	五
二	四	七	六	八	三	七	一	五	八
三	一	○	○	○	○	○	○	○	○
四	三	三	四	二	九	四	三	○	○

於一○○○○一以後之假數。則即
 可用前遞次開方表內相近數比例而
 得之。如求一○○○○一之假數。則
 以前表內開方第二十一次真數五空
 位後之零數一○九七九五八七三五
 為一率。截用十位。以從簡便。其假數七空位後之
 零數四七六八三七一五八二為二率。
 亦截用十位。今真數之零數一為三率。添九空位
 以足。得四率四三四二九四三有餘。前
 其分。

一	○	○	○	○	○	○	○	四	三	四	二	九
二	○	○	○	○	○	○	○	八	六	八	五	九
三	○	○	○	○	○	○	○	一	三	○	二	八

亦仍為七空位。因假數止用十二位。故四率止求七位。并七空位為十四位。截前十二位得○○○○○○○
 ○○○○四三四二九即為一○○○○○
 ○一之假數。二因之得○○○○○○○
 ○八六八五九。第十三位滿五。則進一。數餘做此。即為
 一○○○○二之假數。三因之得○
 ○○○○一三○二八八即為一○
 ○○○○三之假數。又以前表內開方
 第十九次真數五空位後之零數四三

率	四	三	九	一	八	四	二	一	七	三
率	一	九	〇	七	三	四	八	六	三	二
率	四	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
率	一	七	三	七	一	七	四	〇	〇	〇

九一八四二一七三爲一率。其假數六

空位後之零數一九〇七三四八六三

二爲二率。今真數之零數四爲三率。添

空位以得四率一七三七一七四〇。前

亦仍爲六空位。截前十二位得〇〇〇

〇〇〇一七三七一七。卽爲一〇〇〇

〇〇四之假數。不以前所得四率四因

內第十九次開方數。與此所求真數相

近故又用比將所得一〇〇〇〇〇四

之假數。四歸五因。將一〇〇〇〇四

因欲得一〇〇〇〇〇一得〇〇〇〇

〇〇二一七一四七卽爲一〇〇〇〇

〇五之假數。將所得一〇〇〇〇四

之假數。四歸六因得〇〇〇〇〇二

六〇五七六卽爲一〇〇〇〇六之

假數。又以前表內開方第十八次真數

五空位後之零數八七八三七〇三六

三四爲一率。其假數六空位後之零數

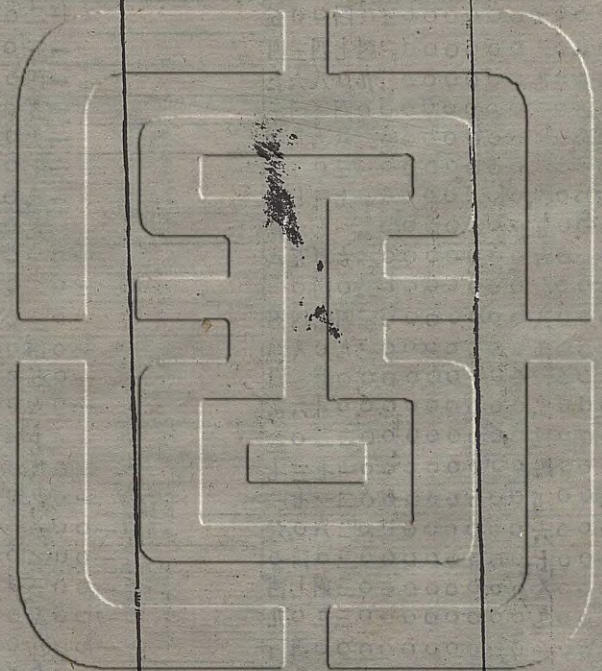
一〇〇〇〇〇四	〇〇〇〇〇〇一七三七一七
一〇〇〇〇〇五	〇〇〇〇〇〇二一七一四七
一〇〇〇〇〇六	〇〇〇〇〇〇二六〇五七六

率	八	七	八	三	七	〇	三	六	三	四
率	三	八	一	四	六	九	七	二	六	五
率	七	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
率	三	〇	四	〇	〇	四	八	〇	〇	〇

三八一四六九七二六五為二率。今真數之零數七為三率。得四率三〇四〇。〇四八〇。前亦仍為六空位。截前十二位。得〇〇〇〇三〇四〇〇五。即為一〇〇〇〇七之假數。不以前所歸七因者。因前所得一〇〇〇〇四之假數。四歸七因之則微小。且表內第十八次開方數。與此所求真數。將所得相近。故又用比例以求其準。將所得一〇〇〇〇七之假數。七歸八因得〇〇〇〇三四七四三四。即為一

一	〇	〇	〇	〇	〇	七	〇	〇	〇	〇	〇	〇	三	〇	四	〇	〇	五
一	〇	〇	〇	〇	〇	八	〇	〇	〇	〇	〇	〇	三	四	七	四	三	四
一	〇	〇	〇	〇	〇	九	〇	〇	〇	〇	〇	〇	三	九	〇	八	六	三

〇〇〇〇八之假數。又將所得一〇〇〇〇七之假數。七歸九因。得〇〇〇〇三九〇八六三。即為一〇〇〇〇九之假數。至於一〇〇〇〇〇十以後之假數。則并不用比例。蓋五空位零一之假數為四三四二九。而前所得十五空位零一之假數亦為四三四二九。其假數皆相同。但遞退一位。故以五空位零一至九之假數。從未截去。



明對數之目用前所得九十九數求他假數法之一

凡求假數。既得前九十九數。而他數有由此乘除而得者。則以假數相加減。即得所求之假數。其不由乘除而得者。謂之數根。因無他數可以度盡。即算法原本所謂連比例之至小。則其假數亦不可以加減而得。然有雖為數根。而前九十九數中有為其根所生者。則逆求之。即得原根之假數。

如前九十九數首位既皆為單位。則以

十三雖亦為數根。然以五十三與二相乘。則得一百零六。前既得一〇六之假數。則與一百之假數相加。即為一百零六之假數。內減一之假數。即為五十三之假數。由此類推。數自繁衍。而其不可以乘除而得者。則又以累乘累除之法而得之。詳見後要未有出於前九十九數之外者也。

一〇六	二〇二	五三〇	五八六	五二六
二〇三	一〇二	九九五	六六六	
五三一	七二四	三七五	八六九	六六〇

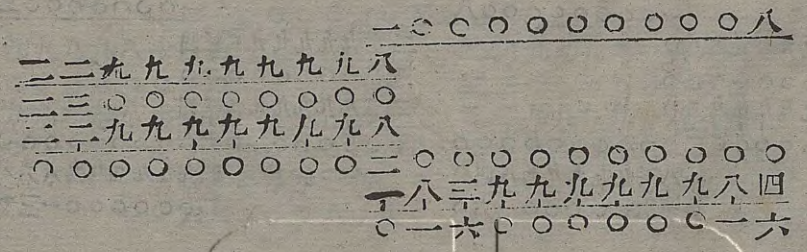
明對數之目用前所。得九十九數求他假數法

之二

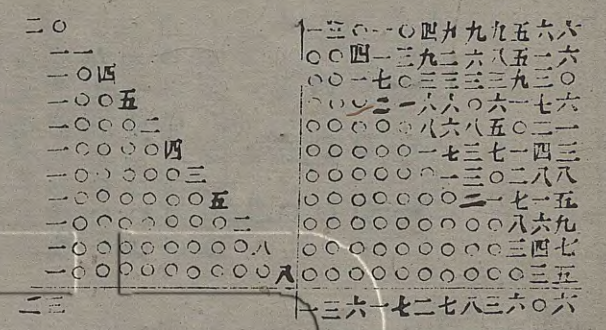
凡求假數。其真數有以累乘而得者。則以假數累加之。即得所求之假數。

二〇〇〇〇	四三〇	一〇二	九九五	六六六
一〇三	〇〇一	二八二	七二二	四七一
一〇〇五	〇〇〇	一六六	〇六一	七六六
二〇七〇三	四三一	六〇二	三二八	二一二

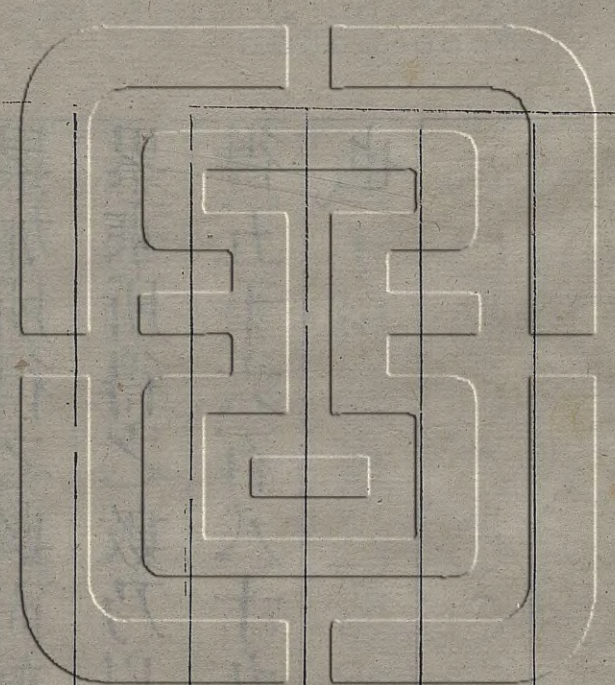
如二萬零七百零三。為二萬與一〇三及一〇〇五累乘所得之數。則以二萬之假數四三〇一〇二九九五六六。與一〇三之假數〇〇一二八三七二。二四七一。及一〇〇五之假數〇〇〇二二六六〇六一七六六相加。得四三一二八三七二。



八。又以兩層所減數按位相加。得二二九九九九九九八。即二二九九九九九九八。與一〇〇〇〇〇〇〇〇八相乘之數。以之為法。除原實二二三得。一〇〇〇〇〇〇〇〇八。是知二十。三係二十。與一。及一〇四。一〇〇五。一〇〇二。一〇〇四。一〇〇〇。一〇〇三。一〇〇〇。五。一〇〇〇。八。〇〇〇〇。一。一〇〇〇〇。八。



一〇〇〇〇〇〇〇〇八。累乘所得之數。乃以其各假數累加之。得一三六一七二七。八三六〇六。即為二十三之假數也。若先有假數一三六一七二七八三六〇六。求真數。則視假數內足減二十之假數。即以二十之假數書於原假數之下。相減。餘〇〇六〇六九七八四〇四。足減一一之假數。即以一一之假數書於減餘之下。相減。餘〇〇一。



求八線對數

凡求八線之假數。定半徑為一百億。位數既多。為用

愈密。且真數十一位。則假數首位為一〇。又取其

便於用也。先以正弦餘弦之真數。求得假數。復以

正弦餘弦之假數加減之。即得切線割線之假數。

如一分之正弦為二九〇八八八二。求

其假數得六四六三七二六一〇九。

又如六十度之正弦為八六六〇二五

四〇三八。求其假數得九九三七五三

一六四六三七二六一〇九

六〇〇〇九九三七五三〇六三一七

〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
十五六七八九〇一〇一〇

對數用法

設如一百二十三與四百五十六相乘。問得幾何。

法以對數表之一二三之假數二〇八

九九〇五十一一四。與四五六之假數

二六五八九六四八四二七相加。得四

七四八八六九九五四一。乃查假數四

七四八八六九九五四一所對之真數。

得五六〇八八卽五萬六千零八十八。

爲相乘所得之數也。

一二三二〇八九九〇五一一一四
四五六二六五八九六四八四二七
五六〇八八四七四八八六九九五四一

一率	四六九〇七
二率	一〇〇
三率	一一二五八
四率	二四

率二四。卽真數九二五八六之後二位之數。蓋假數多四六九〇七。則真數多一百。今假數多一一二五八。則真數應多二十四。爲比例四率也。乃以所得二四與九二五八六〇〇相加。得九二五八六二四。卽九百二十五萬八千六百二十四。爲相乘所得之數也。大凡真數三四位以後。其假數之較相差無多。故真數卽可與假數爲比例。若用前累乘

累除之法。固爲甚密。然較之比例則難而得數相同。此對數表所以止於五位也。

設如二千七百四十四。以十六除之。問得幾何。

一〇四八二七
 四三三三三三
 三三三三三三
 一六二〇四一
 一六二〇四一
 二三四二六九二一五八五七四

法以對數表之三三三三三之假數三五七三三三五八四〇一。內減一六之假數一一〇四一一九九八二七。餘二三六九二二五八五七四。乃查假數二三六九二二五八五七四所對之真數。得

二三四。即二百三十四。為歸除所得之數也。

設如有米三十二石。令一千零二十四人分之。問每人應得幾何。

三二〇〇三五〇五一四九九七八三
一〇二四三〇一〇二九九九五六六
三一二五〇四九四八五〇〇二一七

法以對數表之三三二之假數首位加二。為三五〇五一四九九七八三。因法之於實之假數。故以實之假數加二。即如以實之真數加兩空位也。內減一〇二四之假數三〇一〇二九九九五六六。餘〇四九四八五〇〇二一七。

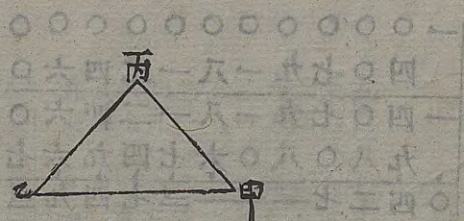
三二〇〇三五〇五一四九九七八三
一〇二四三〇一〇二九九九五六六
三一二五〇四九四八五〇〇二一七

用假數首位為〇。即知真數應得單位。其得數首位為升。仍以假數首位加三。查三四九四八五〇〇二一七所對之真數得三一二五。因真數得四位。故將假數首位作三查表。若真數末五位。則將假數首位作四查表。或五位後仍有餘數。則用比例求之。即三升一合二勺五撮。為每人所應得之數也。

設如甲乙丙直角少甲角五十度丙角四十度。甲乙邊十二丈。求丙乙邊丙甲邊各幾何。

分爲丙甲邊也。

設如甲乙丙三角形。甲角五十度。甲乙邊十六丈。甲丙邊十二丈。問丙角乙角及乙丙邊各若干。



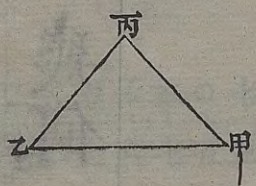
法以甲乙邊十六丈。與甲丙邊十二丈
 相加。得二十八丈爲邊總。甲乙邊與甲
 丙邊相減。餘四丈爲邊較。甲角五十度
 與一百八十度相減。餘一百三十度。折
 半得六十五度爲半外角。乃以邊較四
 丈^{作四}。之假數三六〇二〇五九九

四〇〇〇	三六〇二〇	五九九九	一一二
六五〇〇	一〇三三一	三二七四	五二二
二八〇〇〇	一三九三三	三八七四	四三三
一七〇二〇	四四四七	一五八〇	三一三
	九四八六	二二九四	一一二

九一三。與半外角六十五度之正切假
 數一〇三三一三二七四五二二相加。
 得一三九三三三八七四四三五。內減
 邊總二十八丈^{作二八}。之假數四四四
 七一五八〇三二二。餘九四八六二二
 九四二二二。爲半較角正切之假數。查
 正切假數相近所對之真數。得十七度
 二分。爲半較角。與半外角相加。得八十
 二度二分。爲對甲乙大邊之丙角。與半

五〇〇〇	九八八四二五三九六六五
一六〇〇〇	四二〇四一一九九八二七
八二〇二	一四〇八八三七三九四九二
一二三七六	九九九五七八八二〇九八
	四〇九二五八五七三九四

外角六十五度相減。餘四十七度五十八分。為對甲丙小邊之乙角也。又求丙乙邊。則以五十度之正弦假數九八八四二五三九六六五。與十六丈作一六〇〇之假數四二〇四一九九九八二七相加。得一四〇八八三七三九四九二。丙減丙角八十二度二分之二正。弦假數九九五七八八二〇九八。餘四〇九二五八五七三九四。為丙乙邊之假數。查



假數相近所對之真數。得一二三七六。即一十二丈三尺七寸六分。為丙乙邊也。凡真數用加減然後比例者。須以真數加減得數。再查假數。依法算之。餘皆倣此。

設如六十四自乘。問得幾何。

法以對數表之六四之假數一八〇六一七九九七四〇。用二因之得三六一二三五九九四八〇。仍查假數所對之

六四一八〇六一七九九七四〇
四〇九六三六一二三五九九四八〇

真數得四〇九六。即四千零九十六。為
自乘所得之數也。蓋自乘兩數相同。則
其兩假數亦相同。故二因之。即如二假
數相加也。

設如正方面積二百六十一尺。開平方。問每一邊數
幾何。

法以對數表之三六一之假數二五五
七五〇七二〇一九。折半得一二七八
七五三六〇〇九。仍查假數所對之真

三六一二五五七五〇七二〇一九
一九一二七八七五三六〇〇九

數得一九。即一十九尺。為開平方所得
每邊之數也。蓋正方面積之假數。乃以
每邊之假數加倍所得之數。故折半即
得每邊之假數。對其真數。即得每邊之
數也。

設如正方面積一百五十二萬二千七百五十六尺。
開平方。問每一邊數幾何。

法先以方積前五位一五二二七。查得
假數為四一八二六一四三四七七。因

一五二二七〇〇	六一八二六一四三四七七	一五二二七〇〇	六一八二六一四三四七七
五六	一五九七一四	〇〇〇〇〇	二八五二〇四
一五二二七五六	六一八二六三〇三九一	一〇〇〇〇〇〇	二八五二〇四
一二三四	三〇九一三一五九六		

方積係七位。今止查得五位。仍餘二位。故將假數首位之四加二。得六一八二六一四三四七七。即為一五二二七〇〇之假數。又以一五二二七〇〇與一五二二八〇〇相減。餘一〇〇為一率。以一五二二七〇〇之假數與一五二二八〇〇之假數相減。餘二八五二〇四為二率。方積之後二位數五六為三率。得四率一五九七一四。蓋真數多一

一率	二率	三率	四率
一〇〇	二八五二〇四	五六	一五九七一四

一五二二七〇〇	六一八二六一四三四七七
五六	一五九七一四
一五二二七五六	六一八二六三〇三九一
一二三四	三〇九一三一五九六

百。則假數多二八五二〇四。今真數多五十六。則假數應多一五九七一四。為比例四率也。乃以所得四率與一五二二七〇〇之假數相加。得六一八二六一四三四七七。即為一五二二七五六之假數。折半得三〇九一三一五九六。仍查假數所對之真數。得一二三四。即一千二百三十四尺。為開平方所得每邊之數也。

一五二二七〇〇六一八二六一四三四七七
一二三四三〇九一三〇七一七三八

又捷法以一五二二七之假數首位加

二得六一八二六一四三四七七。即為

一五二二七〇〇之假數。折半得三〇

九一三〇七。一七三八。查假數相近畧

大者。蓋一五二二七〇〇之假數畧少於一五二二七五六之假數。則其

折半之假數亦必畧少於一二三四之假數。故取畧大者用之。對其真

數得一二三四。即為每邊之數也。此法

因方根止四位。查表即得。不用比例。故

以方積前五位查表。後有幾位。則假數

首位加幾數。折半。查假數相近者即可

得之。若方根過五位以上者。須用比例。

則以方積查假數。亦須用比例。方得密

命。

設如正方面積一百五十二兆四千一百五十七億

六千五百二十七萬九千三百八十四尺。問每一

邊數幾何。

法以方積前五位一五二四一。查得假

數為四一八三〇一三四六三一。因方

一	二	三	四	六	〇	〇	〇	七	〇	九	一	五	二	六	二	七	二	六
一	二	三	四	五	〇	〇	〇	七	〇	九	一	四	九	一	〇	九	四	三
六	七	八	〇	〇	〇	〇	〇	二	三	八	五	一	一	一	〇	〇	〇	〇

假數折半得七〇九一五一四九四五
 四。因假數首位為七。即知真數應得八
 位。今對數表假數首位止於四。真數止
 於五位。故將折半所得假數首位之七。
 減去三。得四〇九一五一四九四五。
 查假數相近畧少者。為四〇九一四九
 一〇九四三。對其真數。得一二三四五
 即為一二三四五〇〇〇。因假數首位
 數進。又以一二二四五〇〇〇之假數
 三位。

一率	三五一七八三
二率	一〇〇〇
三率	二三八五一
四率	六七八

與一二三四六〇〇〇之假數相減。餘
 三五一七八三為一率。以一二三四五
 〇〇〇與一二三四六〇〇〇相減。餘
 一〇〇〇為二率。今折半所得之假數
 與一二三四五〇〇〇之假數相減。餘
 一二三八五一為三率。得四率六七八。
 與一二三四五〇〇〇相加。得一二三
 四五六七八。即一千二百三十四萬五
 千六百七十八尺。為開平方所得每一

邊之數也。

設如勾二十七尺。股三十六尺。求弦若干。

法以對數表之二七之假數一四三二
 三六三七六四二倍之得二八六二七
 二七五二八四為勾自乘之假數。仍查
 假數所對之真數得七二九。為勾自乘
 之真數。又以三六之假數一五五六三
 〇二五〇〇八倍之得三一二二六〇
 五〇〇一六。為股自乘之假數。仍查假

二	四	六	七	八	二
二	三	三	六	七	四
七	二	八	六	二	七
二	九	二	八	六	二
三	六	一	五	五	六
一	二	九	六	三	一
一	二	九	六	三	一

二	〇	二	五	三	三	〇	六	四	二	五	〇	二	七	六
四	五	一	六	五	三	二	一	二	五	一	三	八		

數所對之真數得一二九六。為股自乘
 之真數。兩自乘之真數相加。不以兩自
 相加者。蓋假數相加。則是相乘。
 故必對其真數。然後相加也。得二〇
 二五為弦自乘之真數。查其假數得三
 三〇六四二五〇二七六。折半得一六
 五三二一二五。仍查假數所對
 之真數得四五。即四十五尺。為開方所
 得之弦數也。

設如二十六自乘再乘。問得幾何。

對數比例

末部

三六	一五五六三〇二五〇〇	八三
四六六五六	四六六八九〇七五〇二	四

法以對數表之三六之假數一五五六
 三〇二五〇〇八用三因之得四六六
 八九〇七五〇二四仍查假數所對之
 真數得四六六五六即四萬六千六百
 五十六為自乘再乘所得之數也蓋自
 乘再乘係以方根乘二次則假數亦加
 二次故以方根之假數三因之即如以
 方根之假數加二次也其或位數多者
 依乘法之例推之

設如正方體積一萬三千八百二十四尺開立方問
 每一邊數幾何

一三八二四	四一四〇六三三七二五	一
二四	一三八〇二一一二四	一七

法以對數表之一三八二四之假數四
 一四〇六三三七二五一用三歸之得
 一三八〇二一一四一七仍查假數
 所對之真數得二四即二十四尺為開
 立方所得每邊之數也蓋正方體積之
 假數乃以每邊之假數三因所得之數
 故三歸之即得每邊之假數對其真數

即得每邊之數也。其或位數多者。依平方之例推之。

設如方根一十六尺。問三乘方積幾何。

一六 | 一二〇四 | 一一九九八二
六五五三六 | 四八一六四七九九三〇八

法以對數表之一六之假數一二〇四
一九九八二七。用四因之。得四八一
六四七九九三〇八。仍查假數所對之
真數得六五五三六。即六萬五千五百
三十六尺。為三乘方之積數也。蓋三乘
方係以方根乘三次。則其假數亦加三

次。故以方根之假數四因之。即如以方
根之假數加三次也。其或位數多者。亦
依乘法之例推之。

設如三乘方積二萬零七百三十六尺。問方根幾何。

二〇七三六四三 | 一六七二四九八四二
一〇七九一八一 | 二四六〇

法以對數表之二〇七三六之假數四
三一六七二四九八四二。用四歸之。得
一〇七九一八一。二四六〇。仍查假數
所對之真數。得一二。即一十二尺。為開
三乘方所得方根之數也。蓋三乘方積

一	方根
二	平方
三	立方
四	乘
五	乘

六	乘
七	乘
八	乘
九	乘
一〇	乘

之假數。乃以方根之假數四因所得之數。故四歸之。即得方根之假數。對其真數。即得方根之數也。其或位數多者。亦依平方之例推之。大凡開諸乘方之理。亦皆由於連比例。蓋方根為連比例第一率。平方積為第二率。立方積為第三率。三乘方積為第四率。四乘方積為第五率。五乘方積為第六率。六乘方積為第七率。七乘方積為第八率。八乘方積

為第九率。九乘方積為第十率。與借根方比例

定位表同。以第一率方根之假數。各以率數

乘之。即得各乘方積之假數。而以各乘

方積之假數。各以率數除之。亦即得第

一率方根之假數。故由三乘方而進之

四乘方求積則用五因。求根則用五歸。

五乘方求積則用六因。求根則用六歸。

推之。至於九乘方求積則用十因。求根

則用十歸。即至於一百乘方。則以方根

之假數。用一百零一乘之。即得方積之假數。以方積之假數。用一百零一除之。即得方根之假數。乘除之數愈繁。愈見對數之易。此對數之大用也。

