

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Журналъ, издаваемый VI Отдѣломъ

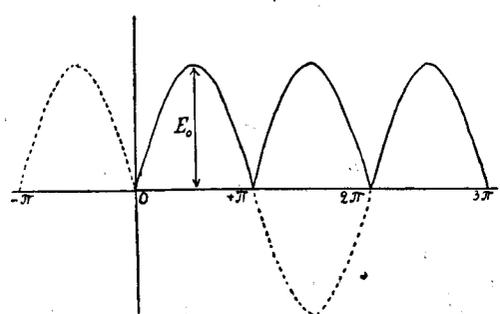
Императорскаго Русскаго Техническаго Общества.

Нѣкоторыя свойства выпрямленнаго переменнаго тока.

Статья А. Л. Гершуна.

Въ засѣданіи Русскаго Электрическаго Общества 7 Ноября мин. года В. Э. Миткевичъ сдѣлалъ въ высшей степени интересное сообщеніе *) о методахъ выпрямленія переменнаго тока при помощи алюминіевыхъ электродовъ. Одной изъ весьма любопытныхъ сторонъ этого сообщенія было указанное докладчикомъ вліяніе реактивныхъ катушекъ (самоиндукціи) на выпрямленный переменный токъ—вліяніе, дающее возможность получать токъ волнистый, почти прямой. Эти явленія до того неожиданны и такъ мало вяжутся со свойствами обыкновеннаго переменнаго тока, что являлось интереснымъ теоретически изслѣдовать свойства тока, возникающаго въ цѣпи съ самоиндукціей и емкостью, если приложенная электродвижущая сила имѣетъ характеръ выпрямленной синусоиды, т. е. синусоиды, у которой отрицательная часть, лежащая подъ осью ординатъ, какъ бы повернута на 180° вверхъ.

Ниже я даю подобное изслѣдованіе, причемъ, какъ легко убѣдиться, результаты его вполне согласуются съ опытными данными, полученными В. Э. Миткевичемъ; небольшое разногласіе въ нѣкоторыхъ случаяхъ вполне можетъ быть объяс-



Фиг. 1.

нено тѣмъ, что форма кривой тока, даваемой промышленными альтернаторами, замѣтно отличается отъ синусоиды.

§ 1. Предположимъ, что имѣется электродвижущая сила, графическое изображеніе которой дано на фиг. 1, и которая является результатомъ поворота отрицательныхъ частей синусоиды на 180° вверхъ. Подобная кривая не можетъ быть выражена аналитически конечной функцией и, чтобы представить ее, необходимо прибѣгнуть къ разложенію по ряду Фурье.

Такъ какъ данная кривая симметрична относительно оси игресковъ, то разложеніе должно вестись по косинусамъ кратныхъ дугъ. Какъ известно, всякая подобная функция $y = \varphi(x)$ можетъ быть разложена въ слѣдующій рядъ Фурье:

$$\varphi(x) = \frac{1}{2} b_0 + b_1 \cos x + b_2 \cos 2x + b_3 \cos 3x + \dots \dots \dots (1)$$

гдѣ коэффициенты b выражаются слѣдующимъ образомъ

$$b_m = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \varphi(x) \cos mx dx \dots \dots \dots (2)$$

Въ нашемъ случаѣ отъ 0 до π значеніе $\varphi(x)$

$$y = \varphi(x) = \text{Sn}x,$$

а, слѣдовательно,

$$\begin{aligned}
 b_m &= \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \text{Sn}x \text{Cos}mx dx = \\
 &= \frac{1}{\pi} \int_0^\pi [\text{Sn}(m+1)x - \text{Sn}(m-1)x] dx = \\
 &= -\frac{1}{\pi} \left[\frac{\text{Cos}(m+1)\pi - 1}{m+1} - \frac{\text{Cos}(m-1)\pi - 1}{m-1} \right] \dots \dots \dots (3)
 \end{aligned}$$

Подставляя въ (3) различныя значенія для m , находимъ, что b_m для всѣхъ m нечетныхъ равно нулю; для m четныхъ

$$b_m = -\frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{(m+1)(m-1)}, \text{ т. е.}$$

для $m=0$; 2 ; 4 ; 6

$$b_m = \frac{4}{\pi} ; -\frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{3} ; -\frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{3 \cdot 5} ; -\frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{5 \cdot 7}$$

*) См. Электричество, т. Г. №№ 1, 2 и 3.

Такимъ образомъ

$$y = \frac{4}{\pi} \left[\frac{1}{2} - \sum_{2,4,6,\dots} \frac{1}{(m-1)(m+1)} \text{Cos} mx \right] \dots (4)$$

гдѣ сумма въ скобкахъ распространяется лишь на четныя m .

Если мы назовемъ черезъ E_0 максимумъ электродвижущей силы и введемъ величину

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n,$$

гдѣ T —периодъ и n —частота относятся къ первообразному переменному току, то мгновенная электродвижущая сила e выразится чрезъ

$$e = \frac{4}{\pi} E_0 \left[\frac{1}{2} - \sum \frac{1}{m^2-1} \text{Cos } m\omega t \right] \dots (5).$$

Это выраженіе, очевидно, удовлетворяетъ заданіямъ, такъ какъ даетъ $e=0$ при $t=0$, $\frac{T}{2}$, T и вообще $t = \frac{kT}{2}$, и $e = E_0$ при $t = \frac{T}{4}$, $\frac{3T}{4}$, и вообще $\frac{rT}{4}$, гдѣ r —число нечетное.

Средняя электродвижущая сила $e_m = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi e dt$ будетъ, очевидно, равна таковой-же для половины первоначальной синусоиды,

$$e_m = \frac{2}{\pi} E_0 \dots (6).$$

Эффективная (дѣйствующая) электродвижущая сила $e^2_e = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi e^2 dt$ равна таковой-же для первоначальной синусоиды

$$e_e = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{\pi e_m}{2\sqrt{2}} \dots (7).$$

§ 2. Пусть электродвижущая сила e будетъ замкнута цѣпью, содержащей самоиндукцію L и омическое сопротивление R . Мгновенная сила тока i , возникающая въ этой цѣпи, опредѣляется изъ уравненія

$$i = \frac{e}{R} - \frac{L}{R} \frac{di}{dt}, \text{ или}$$

$$\frac{di}{dt} + i \frac{R}{L} = e, \dots (8).$$

гдѣ e опредѣляется выраженіемъ (5).

Интегрированіе уравненія (8) приводитъ къ выраженію

$$i = e^{-\frac{R}{L}t} \int \frac{E_0}{L} f(t) e^{\frac{R}{L}t} dt \dots (9)$$

въ которомъ отброшены уже члены, относящіеся къ моменту установленія тока. Въ формулѣ (9)

e обозначаетъ основаніе Неперовыхъ логарифмовъ, а мгновенная электродвижущая сила обозначена для устранения недоразумѣній чрезъ $E_0 f(t)$, гдѣ

$$f(t) = \frac{4}{\pi} \left[\frac{1}{2} - \sum \frac{1}{m^2-1} \text{Cos} m\omega t \right]$$

Выраженіе (9) даетъ

$$i = \frac{2}{\pi} \frac{E_0}{R} - \frac{4E_0}{\pi L} e^{-\frac{R}{L}t} \sum \frac{1}{m^2-1} \int e^{\frac{R}{L}t} \times \\ \times \text{Cos} m\omega t dt = \frac{2}{\pi} \frac{E_0}{R} \left[1 - 2 \sum \frac{1}{m^2-1} \cdot \frac{\text{Cos} m\omega t + \frac{m\omega L}{R^2} \text{Sin} m\omega t}{1 + \frac{m^2\omega^2 L^2}{R^2}} \right] \dots (10).$$

Назовемъ $\frac{\omega L}{R} = tg\varphi$; гдѣ φ —тотъ уголъ смѣщенія силы тока относительно электродвижущей силы, который получился бы въ той же цѣпи при первоначальномъ обыкновенномъ переменномъ токъ; назовемъ затѣмъ

$$\frac{m\omega L}{R} = tg\varphi_m, \text{ гдѣ } tg\varphi_m = mtg\varphi. \dots (11).$$

Подставляя эти обозначенія въ (10), и замѣчая, что

$$\text{Cos} \varphi_m = \frac{1}{\sqrt{1+m^2tg^2\varphi}},$$

получаемъ

$$i = \frac{2}{\pi} \frac{E_0}{R} \left[1 - 2 \sum \frac{1}{m^2-1} \cdot \frac{1}{(1+m^2tg^2\varphi)^{1/2}} \cdot \text{Cos} (m\omega t - \varphi_m) \right] \dots (12).$$

Выраженіе (12), даетъ мгновенную силу тока въ цѣпи. Раньше, чѣмъ приступить къ разбору формулы (12), опредѣлимъ среднюю силу тока въ цѣпи

$$i_m = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi i dt$$

Подставивъ вмѣсто i его значеніе (12) и проинтегрировавъ, находимъ

$$i_m = \frac{2}{\pi} \frac{E_0}{R} \dots (13).$$

т. е. ту силу тока, которая дѣйствовала бы въ этой цѣпи при постоянной средней электродвижущей силѣ e_m .

Изъ сравненія (12) и (13) находимъ

$$i = i_m \left[1 - 2 \sum \frac{1}{m^2-1} \cdot \frac{1}{(1+m^2tg^2\varphi)^{1/2}} \cdot \text{Cos} (m\omega t - \varphi_m) \right] \dots (14)$$

§ 3 Изъ формулъ (13) и (14) можно вывести слѣдующія заключенія:

1) Средняя сила тока зависитъ исключительно отъ омическаго сопротивления цѣпи.

2) Если въ цѣпи имѣется самоиндукція, то мгновенная сила тока никогда не падаетъ до нуля.

Чтобы доказать это, замѣтимъ, что

$$\sum \frac{1}{m^2-1} = \frac{1}{2},$$

что слѣдуетъ изъ формулы (4), если положимъ въ ней $x = \pi$, причемъ, согласно фиг. 1, $y = 0$. Такъ какъ при $L > 0$ и $tg\varphi > 0$, и всегда $\text{Cos}(m\omega t - \varphi_m) \leq 1$, то

$$\sum \frac{1}{m^2 - 1} \cdot \frac{1}{(1 + m^2 tg^2 \varphi)^{1/2}} \text{Cos}(m\omega t - \varphi_m) < 1/2 \cdot (15)$$

а, слѣдовательно, i всегда больше нуля. Такимъ образомъ сила тока выражается волнистой кривой, лежащей всѣми своими точками надъ осью абсциссъ.

3) Амплитуда колебанія кривой мгновенной силы тока относительно прямой, изображающей среднюю силу тока, тѣмъ меньше, чѣмъ больше постоянная времени данной цѣпи.

Чѣмъ больше постоянная времени цѣпи, тѣмъ больше $tg\varphi$ и тѣмъ меньше множители

$$\frac{1}{(1 + m^2 tg^2 \varphi)^{1/2}}$$

членовъ суммы, а, слѣдовательно, тѣмъ меньше сама сумма формулы (15).

При $L = 0$ и $\varphi = \varphi_m = 0$, и

$$i = \frac{4}{\pi} \frac{E_0}{R} \left[1/2 - \sum \frac{1}{m^2 - 1} \text{Cos} m\omega t \right] = \frac{e}{R} \quad (15a)$$

т. е. мгновенная сила тока точно пропорциональна дѣйствующей въ данный моментъ мгновенной электродвижущей силѣ.

При $L = \infty$ (цѣпь съ весьма большой самоиндукціей) $tg\varphi_m = \infty$, $\text{cos}\varphi_m = 0$ и

$$i = \frac{2}{\pi} \frac{E_0}{R} \dots \dots \dots (16)$$

т. е. сила тока есть величина постоянная, колебанія тока равны нулю, токъ постоянный и равенъ средней силѣ тока i_m , или

$$i = 0,636 J,$$

гдѣ J — постоянный токъ, который получился бы въ данной цѣпи отъ постоянной электродвижущей силы E_0 .

4) Кривая силы тока симметрична относительно своихъ максимумовъ и минимумовъ.

Предположимъ, что рѣшивъ уравненіе

$$\frac{di}{dt} = \frac{4}{\pi} \frac{E_0}{R} \sum \frac{m\omega}{m^2 - 1} \text{Cos}\varphi_m \text{Sn}(m\omega t - \varphi_m) = 0 \dots \dots \dots (17)$$

мы нашли величины для t , соответствующія максимумамъ и минимумамъ силы тока. Пусть $t = \theta$ одна изъ этихъ величинъ; дадимъ ей приращенія α и $-\alpha$. Тангенсы угловъ, образуемыхъ касательными къ кривой въ точкахъ $\theta + \alpha$ и $\theta - \alpha$ будутъ соответственно равны

$$\frac{4}{\pi} \frac{E_0}{R} \sum \frac{m\omega}{m^2 - 1} \text{Cos}\varphi_m \text{Sn}(m\omega\theta - \varphi_m + \alpha) \dots (18)$$

и

$$\frac{4}{\pi} \frac{E_0}{R} \sum \frac{m\omega}{m^2 - 1} \text{Cos}\varphi_m \text{Sn}(m\omega\theta - \varphi_m - \alpha) \dots (19)$$

Если кривая симметрична относительно своихъ максимумовъ и минимумовъ, то для всѣхъ θ и всевозможныхъ α сумма этихъ тангенсовъ должна равняться нулю. Взявъ сумму (18) и (19), находимъ

$$\frac{8}{\pi} \frac{E_0}{R} \sum \frac{m\omega}{m^2 - 1} \text{Cos}\varphi_m \text{Sn}(m\omega\theta - \varphi_m) \cdot \text{Cos}\alpha = 0$$

Согласно (17) это выраженіе для всѣхъ θ и всевозможныхъ α равняется нулю, а, слѣдовательно, положеніе (4) является доказаннымъ.

Отставаніе кривой силы тока отъ кривой электродвижущей силы могло бы быть опредѣлено изъ уравненія (17). Это уравненіе можетъ быть, однако, рѣшено лишь по приближенію для каждаго частнаго случая въ отдельности.

§ 4. Чтобы получить болѣе ясно представленіе о характерѣ возникающаго въ цѣпи тока и о вліяніи на видъ кривой тока самоиндукціи, включенной въ цѣпь, вычислимъ по точкамъ кривую тока для нѣсколькихъ случаевъ.

Предположимъ, что первоначальный перемѣнный токъ имѣлъ дѣйствующую электродвижущую силу $e_e = 100$ вольтъ, т. е. $E_0 = 100$. $\sqrt{2} = 141,4$ вольта. Пусть $n = 50$, т. е.

$$\omega = 2\pi n = 314,1.$$

Пусть омическое сопротивленіе цѣпи $R = 5\Omega$, а самоиндукція ея поочередно равняется $L = 0,002$ генри, $L = 0,02$ генри и $L = 0,2$ генри.

1) $L = 0,002$ генри. Первоначальная перемѣнная электродвижущая сила дала бы въ этой цѣпи силу тока

$$i_{ea} = \frac{100}{(25 + 10^4 \pi^2 \cdot 4 \cdot 10^{-6})^{1/2}} = 19,8 \text{ амп.}$$

со сдвигомъ

$$\varphi = \text{arctg} \frac{2\pi \cdot 50 \cdot 0,002}{5} = \text{arctg} 0,125 = 7^\circ 7'.$$

Средняя сила выпрямленнаго тока

$$i_m = \frac{2}{\pi} \frac{E_0}{R} = \frac{2}{\pi} \frac{100\sqrt{2}}{5} = 18 \text{ амп.}$$

Мгновенная сила тока i равна, см. (14),

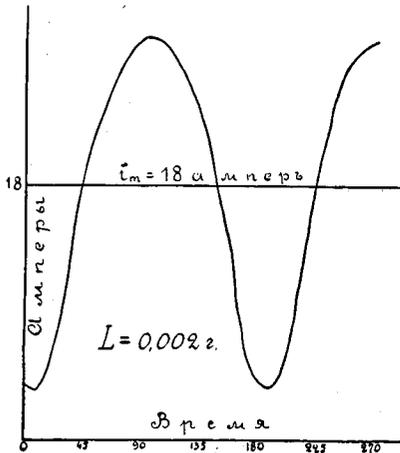
$$i = 18 \left[1 - 2 \sum \frac{1}{m^2 - 1} \cdot \frac{1}{(1 + m^2 \cdot 0,125^2)^{1/2}} \cdot \text{Cos}(m\omega t - \text{arctg} m \cdot 0,125) \right],$$

гдѣ суммирование распространяется лишь на четныя m . Ограничиваясь тремя членами суммы (допускаемая ошибка не превышаетъ 5%), получаемъ

$$i = 18 \left[1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 4 \cdot 0,0158}} \text{Cos}(2\omega t - 14^\circ 2') - \frac{2}{15} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 16 \cdot 0,0158}} \text{Cos}(4\omega t - 26^\circ 41') - \frac{2}{35} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 36 \cdot 0,0158}} \text{Cos}(6\omega t - 37^\circ 1') \right]$$

$$= 18 [1 - 0,647 \cos (2\omega t - 14^\circ 2') - 0,119 \cos (4\omega t - 26^\circ 41') - 0,046 \cos (6\omega t - 37^\circ 1')] \quad (20).$$

Полагая ωt последовательно равным $0^\circ, 10^\circ, 20^\circ$ и т. д. через 10° , и вычисляя i по формулѣ (20), получаемъ кривую силы тока, изображенную на фиг. 2.



Фиг. 2.

Мы видимъ, что сила тока колеблется между 3,6 и 30 амперами, никогда не доходя до нуля, и что сдвигъ силы тока относительно электродвижущей силы равенъ приблизительно 9° .

II) $L = 0,02$ генри. Первоначальная переменная электродвижущая сила дала бы въ этой цѣпи силу тока

$$i_{ea} = \frac{100}{(25 + 10^4 \pi^2 \cdot 4 \cdot 10^{-2})^{1/2}} = 12,45 \text{ амп.}$$

со сдвигомъ

$$\varphi = \arctg \frac{2\pi \cdot 50 \cdot 0,02}{5} = \arctg 1,25 = 51^\circ 20'.$$

Средняя сила выпрямленнаго тока та же самая, что и въ первомъ примѣрѣ

$$i_m = 18 \text{ амперъ.}$$

Мгновенная сила тока i равна

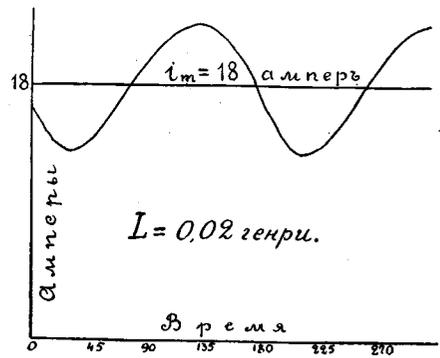
$$i = 18 \left[1 - 2 \sum \frac{1}{m^2 - 1} \cdot \frac{1}{(1 + m^2 \cdot 1,579)^{1/2}} \cos (m\omega t - \arctg m \cdot 1,25) \right],$$

гдѣ суммирование опять распространяется лишь на четныя m .

Ограничиваясь двумя членами суммы (проистекающая ошибка менѣе 3%), получаемъ

$$i = 18 \left[1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 4 \cdot 1,579}} \cos (2\omega t - 68^\circ 18') - \frac{2}{15} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 16 \cdot 1,579}} \cos (4\omega t - 78^\circ 45') \right] \\ = 18 [1 - 0,246 \cos (2\omega t - 68^\circ 18') - 0,026 \cos (4\omega t - 78^\circ 45')] \quad (21)$$

Вычисляя, какъ выше, по формулѣ (21), получаемъ кривую выпрямленнаго тока, изображенную на фиг. 3.



Фиг. 3.

Мы видимъ, что сила тока колеблется уже только между 13,3 и 22,3 амперами, и что сдвигъ силы тока относительно электродвижущей силы равенъ приблизительно 30° .

III) $L = 0,2$ генри. Первоначальная переменная электродвижущая сила дала бы въ этой цѣпи силу тока

$$i_{ea} = \frac{100}{(25 + 10^4 \pi^2 \cdot 4 \cdot 10^{-2})^{1/2}} = 1,59 \text{ амп.}$$

со сдвигомъ

$$\varphi = \arctg \frac{2\pi \cdot 50 \cdot 0,2}{5} = \arctg 12,57 = 85^\circ 27'.$$

Средняя сила выпрямленнаго тока та же самая, что и въ прежнихъ двухъ примѣрахъ, такъ какъ она не зависитъ (см. § 3) отъ самоиндукціи цѣпи

$$i_m = 18 \text{ амперъ.}$$

Мгновенная сила тока i равна

$$i = 18 \left[1 - 2 \sum \frac{1}{m^2 - 1} \cdot \frac{1}{(1 + m^2 \cdot 157,9)^{1/2}} \cdot \cos (m\omega t - \arctg m \cdot 12,57) \right]$$

Ограничиваясь однимъ членомъ суммы (проистекающая ошибка менѣе 3%), получаемъ

$$i = 18 \left[1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 4 \cdot 157,9}} \cos (2\omega t - 87^\circ 43') \right] \\ = 18 [1 - 0,265 \cos (2\omega t - 87^\circ 43')] \dots (22)$$

Вычисляя, какъ выше, по формулѣ (22) получаемъ кривую выпрямленнаго тока, изображенную на фиг. 4.

Токъ почти прямой; онъ колеблется только между 17,5 и 18,5 амперами, т. е. колебанія его менѣе 3% . Сдвигъ силы тока относительно электродвижущей силы равенъ приблизительно 40° .

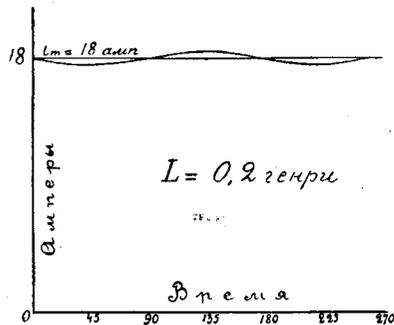
Эти результаты вычисления вполне согласуются, какъ съ положеніями § 3, такъ и съ наблюденіями В. Э. Миткевича. Резюмируя результаты мы можемъ сказать: Токъ, возникающій въ цѣпи отъ выпрямленнаго синусоидаль-

ной электродвижущей силы, тѣмъ болѣе приближается къ прямому, равному средней силѣ тока

$$i_m = \frac{2}{\pi} \frac{E_0}{R},$$

чѣмъ больше самоиндукція цѣпи.

Вводя въ цѣпь подобной электродвижущей силы реактивную катушку съ подвижнымъ желѣз-



Фиг. 4.

нымъ стержнемъ и наблюдая форму кривой тока съ помощью трубки Брауна, легко повѣрить эти результаты на опытѣ.

§ 5. Предположимъ, что выпрямленная синусоидальная электродвижущая сила замкнута цѣпью, содержащей, кромѣ омическаго сопротивленія R и самоиндукціи L, еще емкость C. Для опредѣленія мгновенной силы тока i, возникающей въ такой цѣпи, необходимо, какъ извѣстно, рѣшить уравненіе вида

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{i}{LC} = \frac{1}{L} \frac{de}{dt} \dots \dots (23)$$

гдѣ e обозначаетъ въ данномъ случаѣ мгновенную электродвижущую силу, дѣйствующую въ цѣпи.

Если мы обозначимъ мгновенную электродвижущую силу e чрезъ $e = f(t)$, то интегрированіе (23) приведетъ къ результату

$$i = \frac{C}{\sqrt{R^2C^2 - 4LC}} \left[e^{-A_1t} \int e^{A_1t} f'(t) dt - e^{-A_2t} \int e^{A_2t} f'(t) dt \right] \dots \dots (24)$$

въ которомъ отброшены уже члены, относящіеся до первыхъ моментовъ установленія тока, и въ которомъ e есть основаніе Неперовыхъ логарифмовъ, а

$$A_1 = \frac{RC - \sqrt{R^2C^2 - 4LC}}{2LC} \text{ и}$$

$$A_2 = \frac{RC + \sqrt{R^2C^2 - 4LC}}{2LC}.$$

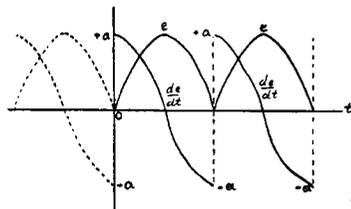
Въ оба интеграла формулы (24) входитъ производная по времени отъ

$$f(t) = \frac{4}{\pi} E_0 \left[\frac{1}{2} - \sum \frac{1}{m^2 - 1} \cdot \text{Cos} m\omega t \right].$$

Какъ извѣстно, производная отъ ряда Фурье не всегда можетъ быть представлена въ видѣ суммы производныхъ отдѣльныхъ его членовъ. Для этого необходимо, чтобы $f(t)$ была однозначна, конечна и непрерывна, чтобы $f(\pi) = f(-\pi)$, и чтобы между $t = \pi$ и $t = -\pi$ было конечное число максимумовъ и минимумовъ *). Этимъ условіямъ $f(t)$ удовлетворяетъ, а, слѣдовательно,

$$f'(t) = \frac{4}{\pi} E_0 \sum \frac{m\omega}{m^2 - 1} \text{Sin} m\omega t \dots \dots (25)$$

Это выраженіе для $f'(t)$ можетъ съ перваго взгляда показаться сомнительнымъ, такъ какъ даетъ $f'(t) = 0$ для $\omega t = 0, \pi, 2\pi \dots \dots n\pi$, между тѣмъ, какъ изъ геометрическаго построенія $f'(t)$ (фиг. 5) для каждаго изъ означенныхъ



Фиг. 5.

значеній ωt производная $f'(t)$ равняется нѣкоторымъ двумъ конечнымъ величинамъ $\pm a$. Но дѣло въ томъ, что въ мѣстахъ разрыва кривой рядъ Фурье даетъ всегда среднее между двумя значеніями функции въ этой точкѣ **); это среднее въ нашемъ случаѣ равно нулю, а, слѣдовательно, выраженіе (25) дѣйствительно даетъ производную отъ $f(t)$.

Подставивъ въ (24) значеніе $f(t)$, интегрируя, и пользуясь извѣстной формулой тригонометріи $asnx + b\cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \cos(x - \text{arctg } \frac{a}{b})$, мы можемъ привести выраженіе для i къ виду, аналогичному (12) виду, который хорошо извѣстенъ изъ теоріи переменнаго тока

$$i = \frac{4}{\pi} \frac{E_0}{R} \sum \frac{1}{m^2 - 1} \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{R^2} \left(Lm\omega - \frac{1}{Cm\omega}\right)^2\right)^{1/2}} \cdot \text{Cos} \left(m\omega t - \text{arctg } \frac{1}{R} \left(Lm\omega - \frac{1}{Cm\omega}\right)\right) \dots (26)$$

Если назовемъ чрезъ ψ сдвигъ, который получился-бы этой цѣпи при обыкновенной синусоидальной электродвижущей силѣ, такъ что

$$\text{tg} \psi = \frac{L\omega}{R} - \frac{1}{CR\omega},$$

а чрезъ ψ_m величину, опредѣленную изъ

$$\text{tg} \psi_m = \frac{Lm\omega}{R} - \frac{1}{CRm\omega} \dots \dots (27)$$

*) W. Byerly, Fouriers Series, Boston, 1895. § 42 стр. 68.

**) Ibidem, § 37, стр. 61а

то выражение для i приметъ видъ

$$i = \frac{4}{\pi} \frac{E_0}{R} \sum \frac{1}{m^2 - 1} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi_m}} \cdot \cos (m\omega t - \psi_m) \dots \dots \dots (28)$$

§ 6. Изъ формулы (28) мы видимъ, что при введеніи въ цѣпь емкости токъ получается переменный, средняя сила котораго равняется нулю. Этого можно было ожидать; дѣйствительно, электродвижущую силу (\mathcal{E}) мы можемъ разсматривать, какъ разность двухъ электродвижущихъ

силъ: постоянной $\frac{2}{\pi} E_0$ и переменной

$$\frac{4}{\pi} \sum \frac{1}{m^2 - 1} \cos m\omega t.$$

Изъ этихъ двухъ электродвижущихъ силъ лишь вторая можетъ дать длящейся (не мгновенный) токъ въ цѣпи, содержащей конденсаторъ, а поэтому и получающийся токъ долженъ быть переменный. Если-бы существовала возможность сдѣлать $\psi_2 = \psi_4 = \psi_m = 0$, то форма получающагося при этихъ условіяхъ тока изображалась-бы фиг. 1, въ которой ось иксовъ поднята была бы на величину $\frac{2}{\pi} E_0$ вверхъ. Но такъ какъ (см. 27) при условіи $\psi_n = 0$ всѣ ψ со знаками меньше n будутъ меньше нуля, а со знаками больше n будутъ больше нуля, то такая полная компенсація самоиндукціи емкостью невозможна при данномъ расположеніи цѣпи. Множители $(1 + \operatorname{tg}^2 \psi_m)^{-1/2}$ и углы сдвига ψ_m измѣняютъ видъ кривой, закругливъ точки перегиба ея и приблизивъ ее по характеру къ синусоидѣ. Наибольше мы приблизимся къ компенсаціи, если уничтожимъ ψ въ первомъ членѣ ($m = 2$), т. е. сдѣлаемъ

$$L\omega - \frac{1}{4C\omega} = 0 \dots \dots \dots (29)$$

Эта зависимость даетъ C въ четыре раза меньшее, чѣмъ то C , которое необходимо было-бы для полной компенсаціи самоиндукціи при обыкновенномъ переменномъ токъ. Въ остальныхъ членахъ вліяніе емкости C будетъ все уменьшаться по мѣрѣ роста числа m .

Если самоиндукція цѣпи равна нулю, емкость же имѣетъ конечную величину C , то, какъ и въ случаѣ обыкновеннаго переменнаго тока, сила тока опережаетъ электродвижущую силу. Дѣйствительно, при $L = 0$ формула (26) принимаетъ видъ

$$i = \frac{4}{\pi} \frac{E_0}{R} \sum \frac{1}{m^2 - 1} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{CRm\omega}\right)^2}} \cdot \cos \left(m\omega t + \operatorname{arctg} \frac{1}{CRm\omega} \right) \dots \dots \dots (30)$$

указывающей на опереженіе электродвижущей силы силою тока, такъ какъ всѣ величины, стоящія въ знаменателѣ аркусъ-тангенса, могутъ имѣть лишь положительныя значенія *).

* При безконечно большой емкости ($C = \infty$) фор-

Если мы введемъ емкость не послѣдовательно съ самоиндукціей, какъ было разсмотрѣно выше, но введемъ ее вмѣстѣ съ нѣкоторымъ неиндуктивнымъ сопротивленіемъ ρ въ отвѣтвленіе къ самоиндукціи (омическое сопротивление которой пусть будетъ r), то и при разсматриваемой формѣ электродвижущей силы возможна полная компенсація самоиндукціи соответственнымъ образомъ подобранной емкостью. Для этого должны быть выполнены условия

$$\rho = r$$

$$C = \frac{1}{r^2} \dots \dots \dots (31)$$

Мы не будемъ доказывать этого положенія, такъ какъ Перри показалъ *), что при выполненіи указанныхъ условій полная компенсація достигается при всякой электродвижущей силѣ, какова-бы ни была ея форма.

§ 7. Разсмотримъ еще вопросъ о дѣйствии выпрямленной синусоидальной электродвижущей силы въ цѣпи, въ которую введена первичная обмотка трансформатора. Рѣшеніе этого вопроса обычными приемами приводитъ къ чрезвычайно сложнымъ вычисленіямъ; поэтому воспользуемся для этой цѣли методомъ символическаго интегрированія линейныхъ дифференціальныхъ уравненій съ постоянными коэффициентами, методомъ, который, какъ показалъ Перри **), плодотворнѣйшимъ образомъ примѣненъ быть можетъ къ рѣшенію различнѣйшихъ вопросовъ ученія о переменныхъ токахъ.

Пусть сопротивление первичной цѣпи будетъ R , самоиндукція ея— L , взаимная индукція первичной и вторичной цѣпей— M ; пусть R' и L' будутъ соответственно сопротивление и самоиндукція вторичной цѣпи. Назовемъ затѣмъ черезъ V электродвижущую силу, дѣйствующую въ первичной цѣпи, черезъ i —силу тока въ этой цѣпи, черезъ i' —силу тока, индуцируемаго во вторичной цѣпи. Тогда въ первичной цѣпи

$$V = (R + L\theta) i + M\theta i',$$

а во вторичной

$$0 = M\theta i + (R' + L'\theta) i',$$

гдѣ θ^m символически изображаетъ m -тую производную.

Рѣшая эти уравненія относительно i и i' , получаемъ

$$i = \frac{(R' + L'\theta) V}{RR' + (RL' + R'L)\theta + (LL' - M^2)\theta^2} \dots \dots (32)$$

мула (30), очевидно, должна переходить въ (15 а), а (26) въ (12). Повидимому этого нѣтъ, но лишь потому, что мы отбросили въ (26) и (30) члены, относящіяся къ первымъ моментамъ установленія тока. Если въ эти члены подставить $C = \infty$, то они выдѣляютъ постоянную величину, которая вмѣстѣ съ (26) и (30) дастъ формулы (15 а) и (12).

*) J. Perry. Calculus for Engineers. 3-е изд. London 1899, стр. 246.
**) Ibidem, стр. 236.

$$i' = \frac{M\omega}{RR' + (RL' + R'L)\theta + (LL' - M^2)\omega^2} \cdot \cdot \cdot (33)$$

Чтобы найти выражения для i и i' достаточно теперь подставить вместо V значение его (5)

$$V = \frac{4}{\pi} E_0 \left[\frac{1}{2} - \sum \frac{1}{m^2 - 1} \text{Cos} m\omega t \right]$$

и произвести над V указанные в (32) и (33) операции.

Подставляя значение V в (32), получаем

$$i = \frac{R' + L'\omega}{RR' + (RL' + R'L)\theta + (LL' - M^2)\omega^2} \times \left[\frac{2}{\pi} E_0 - \frac{4}{\pi} E_0 \sum \frac{1}{m^2 - 1} \text{Cos} m\omega t \right]$$

$$= \frac{2}{\pi} \frac{E_0}{R} - \frac{4}{\pi} E_0 \sum \frac{1}{m^2 - 1} \cdot \frac{R' + L'\omega}{RR' + (RL' + R'L)\theta + (LL' - M^2)\omega^2} \text{Cos} m\omega t$$

Пользуясь общей формулой *)

$$\frac{a+bd}{c+d} \text{Sn}(nt + \varphi) = \sqrt{\frac{a^2+b^2n^2}{c^2-d^2n^2}} \text{Sn}(nt + \varphi + \arctg \frac{bn}{a} - \arctg \frac{dn}{c}) \cdot \cdot \cdot (34)$$

и, замечая, что $\text{Cos} m\omega t = \text{Sn}(m\omega t + \frac{\pi}{2})$, находим

$$i = \frac{2}{\pi} \frac{E_0}{R} \left[1 - 2R \sum \frac{1}{m^2 - 1} \cdot \frac{R^2 + L'^2 m^2 \omega^2}{[(RR' - m^2 \omega^2 (LL' - M^2))^2 + (RL' + LR')^2 m^2 \omega^2]} \right]^{1/2} \times$$

$$\times \text{Cos} \left(m\omega t + \arctg \frac{L'\omega}{R} - \arctg \frac{(RL' + LR') m \omega}{RR' - m^2 \omega^2 (LL' - M^2)} \right)$$

Предположим для простоты, что в нашем трансформаторе нет магнитной утечки, т. е. что

$$LL' = M^2.$$

Тогда

$$i = \frac{2}{\pi} \frac{E_0}{R} \left[1 - 2 \sum \frac{1}{m^2 - 1} \left(\frac{R^2 + L'^2 m^2 \omega^2}{R^2 + (L' + \frac{R'}{R} L)^2 m^2 \omega^2} \right)^{1/2} \cdot \text{Cos} \left(m\omega t + \arctg \frac{L'\omega}{R} - \arctg \frac{(L' + \frac{R'}{R} L) m \omega}{R} \right) \right]$$

$$= \frac{2}{\pi} \frac{E_0}{R} \left[1 - 2 \sum \frac{1}{m^2 - 1} \left(\frac{1 + \text{tg}^2 \Psi_m}{1 + (\text{tg} \Psi_m + \text{tg} \varphi_m)^2} \right)^{1/2} \cdot \text{Cos} \left(m\omega t - \arctg \frac{\text{tg} \varphi_m}{1 + \text{tg}^2 \Psi_m + \text{tg} \varphi_m \text{tg} \Psi_m} \right) \right] \cdot \cdot \cdot (35)$$

где, согласно с прежними обозначениями,

$$\text{tg} \varphi_m = \frac{Lm\omega}{R} = m \text{tg} \varphi$$

$$\text{tg} \Psi_m = \frac{L'm\omega}{R'} = m \text{tg} \Psi$$

где φ угол смещения для первичной цепи, а Ψ угол смещения для вторичной цепи.

Формула (35) дает выражение силы тока в первичной цепи. Мы видим (из сравнения формул 35 и 12), что форма кривой тока имеет

такой-же вид, как если бы трансформатора в цепи не было, но угол сдвига этой цепи равнялся бы

$$\arctg \left[\frac{\text{tg}^2 \varphi + 2 \text{tg} \Psi \text{tg} \varphi}{1 + \text{tg}^2 \Psi} \right]$$

Амплитуда колебания тока зависит от величины множителя

$$\left[\frac{1 + \text{tg}^2 \Psi_m}{1 + (\text{tg} \Psi_m + \text{tg} \varphi_m)^2} \right]^{1/2}$$

и будет тем меньше, чем меньше этот множитель. Если вторичная цепь трансформатора разомкнута, т. е. $R' = \infty$, а, следовательно, $\text{tg} \Psi = 0$, то выражение (35), как и следовало ожидать, переходит в (12)

$$i = \frac{2}{\pi} \frac{E_0}{R} \left[1 - 2 \sum \frac{1}{m^2 - 1} \frac{1}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \varphi_m}} \text{Cos}(m\omega t - \varphi_m) \right]$$

и в этом случае амплитуда колебания тока будет наименьшая. По мере того, как сопротивление цепи, включенной во вторичную обмотку трансформатора, уменьшается, амплитуда колебания тока все возрастает, получая наибольшую возможную величину при коротко замкнутой вторичной цепи. Если бы мы могли сделать $R' = 0$, то должны были бы получить полную пропорциональность между мгновенной силой тока и мгновенной электродвижущей силой; действительно, подставляя $R' = 0$ и $\text{tg} \Psi = \infty$ в (35) получаем выражение (15а)

$$i = \frac{2}{\pi} \frac{E_0}{R} \left[1 - 2 \sum \frac{1}{m^2 - 1} \text{Cos} m\omega t \right].$$

Перейдем к определению выражения мгновенной силы тока во вторичной цепи трансформатора. Подставляя значение V в (33), находим

$$i' = \frac{-M\omega}{RR' + (RL' + R'L)\theta + (LL' - M^2)\omega^2} \cdot \frac{4}{\pi} E_0 \left[\frac{1}{2} - \sum \frac{1}{m^2 - 1} \text{Cos} m\omega t \right]$$

$$= \frac{4}{\pi} E_0 \sum \frac{1}{m^2 - 1} \cdot \frac{M\omega}{RR' - m^2 \omega^2 (LL' - M^2) + (RL' - R'L)\theta} \cdot \text{Cos} m\omega t.$$

Замечая, что $\text{Cos} m\omega t = \text{Sn}(m\omega t + \frac{\pi}{2})$ и применяя к данному случаю общую формулу (34), находим

$$i' = -\frac{4}{\pi} E_0 M \sum \frac{m\omega}{m^2 - 1} \left[\frac{(RR' - m^2 \omega^2 (LL' - M^2)^2 + (RL' + R'L)^2 m^2 \omega^2)^{-1/2} \times \text{Sn} \left(m\omega t - \arctg \frac{(RL' - R'L) m \omega}{RR' - m^2 \omega^2 (LL' - M^2)} \right) \right]$$

Предположим опять, что в трансформаторе нет магнитной утечки, т. е. что $LL' = M^2$; тогда

$$i' = -\frac{4}{\pi} \frac{E_0}{R} \cdot \frac{M\omega}{R'} \sum \frac{m}{m^2 - 1} \frac{1}{\sqrt{1 + (\text{tg} \Psi_m + \text{tg} \varphi_m)^2}} \text{Sn} \left(m\omega t - \arctg (\text{tg} \varphi_m + \text{tg} \Psi_m) \right) \cdot \cdot \cdot (36)$$

На практике при допустимых трансформаторах нагрузка величина ψ для вторичной (мало-

*) Perry, стр. 238.

вольтной) цѣпи всегда ничтожна мала сравнительно съ φ (первичная высоковольтная цѣпь)*, если только вторичная цѣпь сама не обладаетъ значительной самоиндукціей. Въ виду этого, измѣненія въ амплитудѣ колебаній первичнаго тока (35) будутъ на практикѣ сравнительно небольшими, даже при значительныхъ измѣненіяхъ нагрузки. По той-же самой причинѣ въ выраженіи индуктированнаго тока (36) мы можемъ пренебречь величиной $tg\psi$ сравнительно съ $tg\varphi$ и преобразовать (36) въ

$$i' = -\frac{4 E_0}{\pi R} \cdot \frac{M\omega}{R'} \Sigma \frac{m}{m^2-1} \cdot \frac{I}{\sqrt{1+tg^2\varphi_m}} \cdot \text{Sn}(m\omega t - \varphi_m) \dots (37).$$

Обыкновенно $tg\varphi$ столь велико (напр. при $\omega = 2\pi \cdot 50$, $L = 4$ генри, $R = 8$ омовъ, получаемъ $tg\varphi = 2\pi \cdot 50$; эти данныя взяты у трехкилов. трансформатора для 2200—110 в. **), что $(1 + tg^2\varphi_m)^{-1/2}$ можно принять за $\text{cotg}\varphi_m$, а $\text{Sn}(m\omega t - \varphi_m)$ за $\text{Cos } m\omega t$. Замѣчая еще, что $tg\varphi_m = \text{mtg}\varphi$, и пользуясь формулами (35а) можемъ привести (37) къ виду

$$i' = -\frac{4 E_0}{\pi R'} \sqrt{\frac{L'}{L}} \cdot \Sigma \frac{I}{m^2-1} \text{Cos } m\omega t \dots (37a).$$

Но

$$\frac{L'}{L} = \frac{1}{n^2}$$

гдѣ n есть коэффициентъ преобразованія трансформатора; сравнивая выраженіе (37а) съ формулой (5) окончательно получаемъ

$$i' = [e - e_m] \cdot \frac{I}{nR} \dots (38).$$

Если въ чертежѣ 1 мы перенесемъ ось иксовъ на величину $e_m = \frac{2}{\pi} E_0$ вверхъ, и повернемъ весь чертежъ на 180° , то получившаяся кривая дастъ намъ характеръ индуктированнаго во вторичной обмоткѣ трансформатора тока. Это будетъ переменный токъ, симметричный относительно оси иксовъ; средняя сила тока, очевидно, будетъ равняться нулю***).

*) Дѣйствительно, самоиндукція вторичной обмотки значительно меньше, чѣмъ у первичной (напр. $L = 4$ г., $L' = 0,01$ г.), сопротивление-же вторичной цѣпи даже при полной нагрузкѣ трансформатора лишь немного меньше сопротивления первичной обмотки (напр. $R = 8$ омовъ, R' при полной нагрузкѣ 3—4 ома).

**) R. Rühlmann. Grundzüge der Wechselstrom — Technik. 1897, стр. 189.

***), Все, что выше сказано о явленіяхъ въ трансформаторѣ относится, строго говоря, лишь къ трансформатору безъ желѣза. Въ трансформаторѣ, съ желѣзомъ явленія могутъ замѣтно измѣниться, хотя и должны въ общихъ чертахъ слѣдовать выше выведеннымъ зависимостямъ. Отступленія, которыя несомнѣнно встрѣтятся при проверкѣ выведенныхъ формулъ на дѣйствительномъ трансформаторѣ и будутъ происходить, главнымъ образомъ, отъ присутствія желѣза. Привожу мнѣніе Сэмпнера: „The difficulty of reconciling theoretical formulae with experimental results does not arise so much from assuming that the

§ 8. Разсмотримъ еще вопросъ о томъ, что показываютъ обычные амметры—электромагнитные и тепловые, — введенные въ цѣпь съ самоиндукціей въ которой дѣйствуетъ выпрямленная синусоидальная электродвижущая сила.

Электромагнитный амметръ, вообще говоря, показываетъ среднюю силу тока i_m

$$i_m = \frac{2 E_0}{\pi R},$$

или величину очень близкую къ ней. Тепловой амметръ даетъ дѣйствующую силу тока i_e

$$i_e = \left[\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{\pi}{i^2} dt \right]^{1/2} \dots (39)$$

Опредѣлимъ i_e , подставивъ въ (39) выраженіе (12) для мгновенной силы тока.

$$i_e^2 = i_m^2 \left[1 - 4 \Sigma \frac{I}{m^2-1} \frac{I}{\sqrt{(m)}} \text{Cos}(m\omega t - \varphi_m) + 4 \Sigma \frac{I}{(m^2-1)^2} \frac{I}{(m)} \text{Cos}^2(m\omega t - \varphi_m) + 8 \Sigma \Sigma \frac{I}{m^2-1} \cdot \frac{I}{n^2-1} \cdot \frac{I}{\sqrt{(m)}\sqrt{(n)}} \times \right. \\ \left. \times \text{Cos}(m\omega t - \varphi_m) \text{Cos}(n\omega t - \varphi_n) \right] \dots (40)$$

гдѣ $(m) = 1 + tg^2\varphi_m$.

Интегрируя выраженіе для квадрата мгновенной силы тока между предѣлами $\omega t = 0$ и $\omega t = \pi$, убѣждаемся, что интегралы отъ второго и четвертаго членовъ суммы, стоящей въ скобкахъ формулы (40), равны нулю.

Замѣтивъ затѣмъ, что

$$\int_0^\pi \frac{\pi}{\omega} \text{Cos}^2(m\omega t - \varphi_m) dt = \frac{\pi}{2},$$

находимъ, что

$$\frac{1}{\pi} \int_0^\pi i^2 dt = i_m^2 \left[1 + 2 \Sigma \frac{I}{(m^2-1)^2} \cdot \frac{I}{(m)} \right]$$

и что

$$i_e = i_m \left[1 + 2 \Sigma \frac{I}{(m^2-1)^2} \cdot \frac{I}{1 + \left(\frac{Lm\omega}{R}\right)^2} \right]^{1/2} \dots (41)$$

Изъ формулы (41), въ которой выраженіе стоящее въ скобкахъ всегда больше единицы, мы убѣждаемся, что показаніе теплого амметра, дающаго i_e , будетъ всегда больше показанія электромагнитнаго амметра, введеннаго съ нимъ послѣдовательно въ одну и ту-же самую цѣпь; формула (41) даетъ возмож-

currents vary according to a simple sine law, as from the quite unjustifiable assumption and use of constant coefficients of induction“ (W. E. Sumpner. The Vector properties of alternating currents and other periodic quantities. Proceedings Royal Soc. T. LXI, 1897, стр. 478).

ность вычислить отношеніе между показаніями этихъ двухъ инструментовъ.

Въ виду того, что коэффициенты $\frac{1}{(m^2-1)^2}$ членовъ суммы, стоящей подъ корнемъ въ (41), весьма быстро уменьшаются по мѣрѣ роста m , то мы можемъ съ ошибкою, не превышающей 1%, ограничиться для цѣлей вычисления первымъ членомъ этой суммы. Мы получаемъ такимъ образомъ

$$i_e = i_m \left[1 + \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{1+4tg^2\varphi} \right]^{1/2} \dots (42)$$

гдѣ, какъ и раньше, $tg\varphi = \frac{L\omega}{R}$.

По мѣрѣ того, какъ L , а, слѣдовательно, и $tg\varphi$ растутъ, отношеніе между показаніями амметровъ i_m и i_e все болѣе и болѣе приближается къ единицѣ и дѣлается равнымъ единицѣ при $L = \infty$ и $\varphi = \frac{\pi}{2}$, т. е. когда токъ въ цѣпи получается прямой. По мѣрѣ того, какъ самоиндукція уменьшается, отношеніе $\frac{i_e}{i_m}$ растетъ, достигая при $L = 0$ наибольшей величины, равной

$$\frac{i_e}{i_m} = 1,11.$$

Если воспользуемся болѣе точной формулой (41), то найдемъ при $L = 0$

$$\frac{i_e}{i_m} = \left[1 + \sum \frac{1}{(m^2-1)^2} \right]^{1/2}.$$

Но сумма, стоящая въ скобкахъ, равна $\frac{\pi^2}{8}$, а потому

$$\frac{i_e}{i_m} = \frac{\pi \sqrt{2}}{4},$$

какъ и слѣдовало ожидать (см. формула (7)).

Благодаря любезности М. А. Шателена и В. Э. Миткевича, я имѣлъ возможность произвести нѣсколько опытовъ для проверки результатовъ, полученныхъ выше, и въ особенности для изслѣдованія отношенія между показаніями теплого и электромагнитнаго амметровъ въ цѣпяхъ съ различной самоиндукціей. Результаты этихъ опытовъ точно также, какъ и прежнія наблюденія В. Э. Миткевича, въ общихъ чертахъ вполне подтвердили теоретическіе выводы, нѣкоторыя отступленія (напр. $\frac{i_e}{i_m}$ въ цѣпяхъ безъ самоиндукціи достигало иногда величины 1,3) могутъ быть объяснены тѣмъ, что форма тока, которымъ мы имѣемъ возможность пользоваться, значительно отступала отъ синусоидальной, а также вліяніемъ желѣза; кромѣ того, самый электролитическій выпрямитель вводитъ въ цѣпь весьма сложные и трудно контролируемые факторы (напр. электролитическую емкость, величина которой врядъ-ли сохраняется постоянной).

§ 9. Добавленіе. Въ недавнее время я обратилъ вниманіе на два изслѣдованія, до нѣко-

торой степени относящіяся къ разсматриваемому нами выше вопросу.

Первая изъ этихъ работъ принадлежитъ И. Ценнеку*), и содержитъ описаніе метода для удвоенія числа переменъ переменнаго тока. Способъ Ценнека состоитъ въ слѣдующемъ: переменный токъ, выпрямленный при помощи алюминиевыхъ выпрямителей, пропускается черезъ первичную обмотку трансформатора; вторичная обмотка трансформатора даетъ, очевидно, нѣкоторый переменный токъ, число переменъ котораго будетъ въ два раза больше, чѣмъ у первообразнаго тока. Въ предположеніи, что 1) первообразный токъ представляетъ правильную синусоиду, 2) выпрямитель пропускаетъ токъ одного лишь направленія, и 3) трансформаторъ свободенъ отъ гистерезиса, — Ценнекъ приходитъ къ заключенію, что форма индуктированнаго тока должна быть та, которая у насъ изображена на фиг. 5. Изъ вышеизложеннаго нами слѣдуетъ, что и при выполненіи указанныхъ условий форма тока должна быть совершенно иная, а именно должна представлять фиг. 1, въ которой ось иксовъ поднята на $\frac{2}{\pi}$ вверхъ, и которая повернута на 180° (см. форм. 38). Ценнекъ приводитъ въ своей работѣ форму вторичной электродвижущей силы, полученной имъ при описанныхъ условіяхъ, и сфотографированной при помощи трубки Брауна по методу, имѣющему предложенному**). Даваемая имъ кривая (фиг. 7 его статьи) вполне совпадаетъ съ предсказанной нами кривой формы тока; чтобы проверить степень совпаденія, я измѣрилъ по кривой Ценнека ординату наибольшей электродвижущей силы и нашелъ ее приблизительно равной $0,65E_0$. Изъ нашихъ формулъ она должна равняться $\frac{2}{\pi}E_0 = 0,64E_0$; согласіе между наблю-

деннымъ и вычисленнымъ результатомъ является такимъ образомъ полное. Полное отступленіе полученной изъ опыта формы кривой отъ предсказанной имъ, Ценнекъ объясняетъ невыполненіемъ указанныхъ выше условій; мы знаемъ теперь, что это не такъ, и что полученная имъ форма кривой и есть необходимая въ данныхъ условіяхъ форма.

Вторая работа принадлежитъ Де-Кудру***) и излагаетъ методъ выпрямленія переменнаго тока при помощи явленія Холля. Выпрямляемый переменный токъ обѣгаетъ электромагнитъ, затѣмъ висмуттовую пластинку, помещенную въ полѣ электромагнита. Въ висмуттовой пластинкѣ, перпендикулярно къ направленію прохожденія

*) I. Zenneck. Die Transformation eines Wechselstromes auf doppelte Wechselzahl mit Hilfe eines ruhenden Transformators. Wied. Ann. d. Ph., т. 69 (1899), стр. 859.

***) I. Zenneck. Eine Methode zur Demonstration und Photographie von Stromkurven. Wied. Ann. d. Ph., т. 69 (1899), стр. 838.

***) Th. Des-Coudres. Umwandlung von Wechselstrom in Gleichstrom mittels des Hallschen Phänomens. Physikal. Zeitschr., т. 2 (1901), № 40, стр. 586.

тока, возникает Холлева электродвижущая сила, тоже синусоидальная, но уже выпрямленная, такъ такъ знакъ явленія Холля зависитъ и отъ направленія тока и отъ одновременно съ нимъ мѣняющагося направленія поля. Этотъ остроумный методъ выпрямленія тока не можетъ, очевидно, имѣть промышленнаго значенія, но можетъ оказаться въ высшей степени удобнымъ для опытнаго изслѣдованія явленій, возникающихъ въ цѣпи отъ дѣйствія выпрямленной синусоидальной электродвижущей силы. Дѣйствительно, алюминиевый выпрямитель вводитъ въ цѣпь сравнительно большое сопротивление, весьма вѣроятно и электролитическую емкость, между тѣмъ, какъ висмутовая пластинка Де-Кудра вводитъ въ цѣпь лишь сравнительно ничтожное омическое сопротивление. Интересно было-бы произвести численную повѣрку полученныхъ выше результатовъ, пользуясь именно такимъ выпрямителемъ синусоидальнаго переменнаго тока.

А. Терещукъ

Физическая Лабораторія
Артиллерійскаго Офицерскаго Класса
въ Кронштадтѣ.

НАУЧНЫЙ ОБЗОРЪ.

Образованіе искры между двумя близкими проводниками. Какъ извѣстно, В. Томсонъ (лордъ Кельвинъ) въ 1860 г. показалъ, что напряженіе, необходимое для возникновенія искры между двумя проводниками, не стоитъ въ отношеніи прямой пропорціональности къ разстоянію между ними, а растетъ медленнѣе, чѣмъ послѣднее. Для объясненія такого отношенія была, между прочимъ, предложена гипотеза, по которой нѣкоторое количество энергіи при перескакиваніи искры тратится на то, чтобы преодолѣть сопротивление тонкаго слоя воздуха, прилегающаго непосредственно къ проводнику и обладающаго другими діэлектрическими свойствами, чѣмъ остальной воздухъ. Для провѣрки этой гипотезы Иргартъ (Eirhart) произвелъ рядъ очень интересныхъ и точныхъ опытовъ надъ искрами, перескакивающими между проводниками на чрезвычайно маломъ разстояніи. Такъ какъ два плоскихъ проводника очень трудно приблизить въ такой степени другъ къ другу, сохраняя ихъ параллельность, то Иргартъ пользовался слѣдующимъ расположеніемъ. Одинъ проводникъ — стальной, отниккелированный шаръ $2\frac{1}{2}$ см. въ поперечникѣ — укрѣплялся на изолированной подножкѣ неподвижно. Другимъ проводникомъ служилъ латунный, также никкелированный, дискъ, перемѣщавшійся помощью микрометрическаго винта; предъ каждымъ опытомъ поверхности обоихъ проводниковъ тщательно обтирались; въ виду чрезвычайно малаго разстоянія, поверхность шара, приходящаяся противъ диска, могла считаться почти плоской. Разстояніе между обоими проводниками измѣнялось рефрактометрически. Проводники заряжались отъ батареи аккумуляторовъ; напряженіе измѣрялось вольтметромъ Вестона, который указывалъ такъ

же моментъ образованія искры, такъ какъ при этомъ, какъ извѣстно, сопротивление воздушнаго промежутка внезапно падаетъ. Такъ какъ при быстромъ зарядженіи проводниковъ искра возникаетъ легче, т. е. при меньшей величинѣ потенциала, чѣмъ при медленномъ, то проводники сперва заряжались, а затѣмъ постепенно приближались другъ къ другу.

Точность прибора позволяла производить измѣренія, начиная съ разстоянія между проводниками въ 0,5 длины волны натріевой линіи, т. е. съ разстояніемъ 0,3 микрона. Результаты, при одной атмосферѣ воздушнаго давленія, получились слѣдующіе. Отъ 0,3 до 1,8 микрона напряженіе, требуемое для возникновенія искры, растетъ прямо пропорціонально длинѣ воздушнаго промежутка, дальше-же величина $\frac{dl}{dv}$ (l —длина искры, v —напряженіе) внезапно увеличивается, но остается опять постоянной; такимъ образомъ, если потенциалы наносятъ по оси абсциссы, длину искры—по оси ординатъ, то получаютъ двѣ прямыя линіи, подъ довольно большимъ угломъ одна къ другой. Этотъ результатъ говорить въ пользу вышеприведенной гипотезы и указываетъ, что толщина воздушной пленки, обладающей особыми свойствами, равна $1,8/2=0,9$ микрона. При уменьшеніи давленія воздуха сопротивление этой пленки уменьшается, какъ и вообще искра перескакиваетъ тѣмъ легче, чѣмъ меньше давленіе. Пѣз другихъ газовъ была изслѣдована пока только углекислота, причемъ оказалось, что въ томъ случаѣ, если газъ находится въ легкомъ движеніи, искра образуется легче, чѣмъ если онъ въ полномъ покоѣ.

(Philos. Trans. 1901, № 1).

О разности потенциаловъ между полюсами электрической дуги. Какъ извѣстно, Эдлундомъ было высказано предположеніе о существованіи въ электрической дугѣ поляризаціи. Блондель показалъ, что спустя уже $\frac{1}{600}$ секунды послѣ перерыва тока между уголями дуги не существуетъ замѣтной разности потенциаловъ; затѣмъ Пейкертъ и др. нашли, что при употребленіи техническихъ переменныхъ токовъ, съ числомъ перемѣнъ до 80 въ секунду, не наблюдается сдвига фазъ между силой тока и разностью потенциаловъ у полюсовъ дуги. Эти опыты оставляли, однако, вопросъ о поляризаціи въ дугѣ не вполне рѣшеннымъ, такъ какъ можно было-бы предположить, что благодаря малой поляризаціонной емкости дуги, поляризація исчезаетъ быстрѣй, чѣмъ производились измѣренія. Поэтому Корбино и Лига повторили эти опыты, пользуясь переменными токами очень большой частоты, получаемыми при помощи прерывателя Венельта; но и въ этомъ случаѣ они не могли замѣтить ни малѣйшаго сдвига фазъ. Кромѣ этого результата, ихъ опыты дали еще интересное подтвержденіе формулы г-жи Айртонъ для разности потенциаловъ между полюсами дуги:

$$e = a + bl + \frac{c + dl}{i}, \text{ гдѣ}$$

i означаетъ, какъ извѣстно, силу тока, l —длину дуги, a, b, c, d —постоянныя. Для прерывистаго тока, полагая, что измѣненія разности потенциаловъ e мгновенно слѣдуютъ за измѣненіями силы тока, получается:

$$\frac{1}{T} \int_0^T Pdr = \frac{a + bl}{T} \int_0^T idt + c + dl,$$

гдѣ T —означаетъ періодъ, P —мощность тока; или, называя среднюю мощность и среднюю силу P_m и i_m :

$$P_m = (a + bl) i_m + c + dl,$$

т. е. при употребленіи постояннаго или прерывистаго тока, средняя мощность дуги, деленная на среднюю силу, даетъ одну и ту-же мощность, если

сила первого равна средней силѣ второго. Этотъ выводъ формулы г-жи Айртонъ нашель полное подтвержденіе въ опытахъ Корбино и Лига.
(Ecl. El. 1901 г., № 23).

Ислѣдованія надъ діэлектриками. Очень интересные опыты надъ отношеніемъ діэлектрической постоянной къ силѣ электрическаго поля, т. е. надъ отношеніемъ величины заряда конденсатора къ разности потенциаловъ его обложекъ, произведены фонъ-Гооромъ (von Hoog). Измѣренія производились по двумъ способамъ, состоящимъ, въ принципѣ, въ слѣдующемъ: 1) Помощью баллистическаго гальванометра опредѣлялись свободные заряды ϕ , соответствующіе разностямъ потенциаловъ v , причемъ величина ϕ/v служила выраженіемъ емкости конденсатора, какъ функции разности потенциаловъ. 2) Помощью-же баллистическаго гальванометра опредѣлялись измѣненія заряда $\Delta\phi$, при постепенномъ измѣненіи разности потенциаловъ; величина $\Delta\phi/\Delta v$ пропорциональна діэлектрической постоянной. Оказалось, что емкость конденсатора, т. е. діэлектрическая постоянная съ повышеніемъ разности потенциаловъ уменьшается. При этихъ изслѣдованіяхъ нужно было, конечно, имѣть въ виду также явленія остаточнаго заряда, которыя также обуславливаютъ кажущееся уменьшеніе емкости конденсатора. Въ виду этого употреблялся конденсаторъ съ очень слабымъ остаточнымъ зарядомъ; обложки состояли изъ чистой бумаги, толщиной нѣсколькихъ десятыхъ мм., высушенной при нагрѣваніи въ пустотѣ, пропитанной чистымъ керосиномъ и подвергнутой особой обработкѣ переменнымъ токомъ. Кромѣ того, и эти незначительные остаточные заряды принимались во вниманіе, производя измѣренія емкости ϕ/v при различной быстротѣ заряженія и разряженія, попеременно положительными и отрицательными потенциалами и т. д.

(E. T. Z. 1901 г., Н. 22).

ОБЗОРЪ.

Сравнительныя данныя относительно генераторовъ постояннаго тока большой мощности. А. Ротертъ въ *Elektrotechnische Zeitschrift* приводитъ результаты своихъ опытовъ съ генераторами отъ 125 до 650 киловаттъ и сравниваетъ эти результаты съ данными, полученными Паршаллемъ и опубликованными ими въ *Street Railway Journal*. Данныя Паршалля относятся къ генераторамъ большой мощности для электрической тяги. Машины, испытанныя Ротертомъ, предназначались для производства тока для электрической тяги, но могли применяться и для другихъ цѣлей; поэтому они были сдѣланы шунтовыми, такимъ образомъ, что одна и та же обмотка и тѣ же секціи armатуры могли служить для 500, 250 и 125 вольтъ, мѣняя лишь соединенія обмотки соответственно напряженію. Трамвайные генераторы гиперкомпаундъ, которые должны давать 500 вольтъ при холостомъ ходѣ и 550 вольтъ при нагрузкѣ, имѣютъ скорость, на 7% большую скорости шунтовыхъ машинъ, такъ какъ при одинаковыхъ скоростяхъ напряженіе не достигало бы требуемой величины, вслѣдствіе магнитнаго насыщенія желѣза. Такъ какъ увеличеніе скорости пропорціонально увеличенію напряженія, то, слѣдовательно, динамо компаундъ находятся въ тѣхъ же условіяхъ, что и шунтовые.

Паршалль рассчитываетъ эти машины, принимая за основаніе предполагаемый коэффициентъ полезнаго дѣйствія. Онъ распредѣляетъ потери на различныя части машины: потери на явленіе Джоуля въ armатурѣ, въ желѣзѣ, на возбужденіе и т. п. и изъ этого выводять поверхность охлаждения, являющуюся уменьшеніемъ вѣса мѣди обмотки

Авторъ пользуется нѣкоторой постоянной величиной, зависящей отъ величины и типа машины, которая (т. е. эта постоянная) даетъ для даннаго діаметра ширину якоря. Затѣмъ, соответственно скорости выбирается число полюсовъ и размѣры якоря подгоняются такимъ образомъ, чтобы полюсныя поверхности были приблизительно квадратными. По серединѣ полюсныхъ наконечниковъ авторъ помѣщаетъ стальной цилиндрической полюсъ. Полезное дѣйствіе опредѣляется послѣднимъ, такъ какъ для большинства этихъ машинъ получаются удовлетворительные результаты. Вообще говоря, наибольшее вліяніе на размѣры машины имѣютъ — магнитное насыщеніе зубцовъ и экономія въ матеріалѣ.

Переходимъ теперь къ сравненію результатовъ Паршалля и Ротерта.

Потери на явленіе Джоуля въ armатурѣ. — Паршалль даетъ 2,25% какъ среднюю потерю; Ротертъ принимаетъ до 2,7% для большихъ машинъ и до 4% для небольшихъ (125 килов., 123 обор. въ минуту).

Эта разниа происходитъ вслѣдствіе того, что Паршалль употребляетъ больше мѣди и меньше полюсовъ, тогда какъ Ротертъ рассчитываетъ эти машины возможнымъ меньшимъ; изъ этого слѣдуетъ, что средній коэффициентъ полезнаго дѣйствія будетъ больше, такъ какъ наибольший коэффициентъ получается при нагрузкѣ тѣмъ меньше, чѣмъ больше потери въ мѣди.

Плотность тока въ armатурѣ Паршалль беретъ равной 2,3 ампера; Ротертъ — 2,68 до 2,95. Къ сожалѣнію, Паршалль не даетъ вѣса мѣди въ armатурѣ и электромагнитахъ: поэтому цифры эти не могутъ быть сравнимаемы.

Насыщеніе зубцовъ. — Паршалль принимаетъ кажущееся насыщеніе равнымъ 21500 максвеллей, Ротертъ — 23500. Столь большое насыщеніе имѣетъ цѣлью избѣжаніе искръ на коллекторѣ, но оно заставляетъ употреблять нѣсколько пластинъ коллектора (2—3) на одну секцію armатуры. Ротертъ даетъ величину секціи въ 13—14 мм. шириной и 35—45 мм. глубиной; съ подобными секціями самоиндукція катушки очень мала, что имѣетъ громадное значеніе для работы безъ искрообразования.

Насыщеніе желѣза (сердечника) armатуры. — Ротертъ принимаетъ $B = 11500$ до 12000, величина большая принятой Паршаллемъ, но не играющая никакой роли.

Сила тока на полюсу. — Существуетъ мнѣніе, что не слѣдуетъ допускать болѣе 125 амп. на полюсу; Ротертъ беретъ иногда до 250 амп.

Тангенціальная скорость. — Паршалль считаетъ около 12 м. въ сек., Ротертъ — отъ 8,5 до 11,5 м. въ сек., причемъ скорость увеличивается съ мощностью машинъ, а число цикловъ остается постояннымъ. Въ случаѣ машинъ компаундъ Ротертъ принимаетъ отъ 8,5 до 11,5 м. въ сек., что соответствуетъ числамъ Паршалля.

Поверхность охлаждения на потерянный ваттъ. Ротертъ принимаетъ увеличеніе температуры въ 35°, Паршалль только 30°, что даетъ отъ 0,6° до 1° на ваттъ и кв. децим., тогда какъ по Ротерту — 1,5° и 1,4° Ц. Эта сравнительно значительная разниа объясняется лучшимъ использованием матеріала и вслѣдствіе того меньшими размѣрами машинъ Ротерта. Понятно, что во всѣхъ этихъ машинахъ примѣняются отдушныя, которыя однѣ допускаютъ также хорошее использование матеріала.

Число полюсовъ. — Паршалль, повидимому, работалъ съ малымъ числомъ полюсовъ, т. е. съ ограниченнымъ числомъ цикловъ. Слѣдствіемъ этого являються тяжелыя машины и плохое использование матеріала. Ротертъ даетъ, какъ подходящее число цикловъ, — 17—20 въ секунду и до 18,5—22 для компаундъ динамо на 550 вольтъ, тогда какъ Паршалль ограничивается — 15. Большой выгодой увеличенія числа полюсовъ является уменьшеніе вѣса мѣди обмотки

индуктора. Кроме того, катушки могут имѣть меньше размѣры, а известно, что маленькая катушка можетъ быть относительно больше нагружена, чѣмъ большая, такъ какъ поверхность пропорциональна квадрату, а объемъ кубу линейнаго измѣренія; всѣмъ этимъ и объясняется такая большая плотность въ катушкахъ индуктора машинъ Ротерта. Эта плотность достигаетъ 1,4 амп. на кв. миллим. для большихъ шунтовыхъ динамо, и 1,65—для маленькихъ. Эти величины значительно отличаются отъ даваемыхъ Паршаллемъ (около 1 амп. на кв. мм.); такая большая разница зависитъ, главнымъ образомъ, отъ того, что Паршалль примѣняетъ прямоугольные пластинчатые полюса, тогда какъ Ротертъ—цилиндрическіе стальные, средняя длина витковъ обмотки которой значительно меньше и у которыхъ только концы пластинчатые.

Поверхность охлажденія катушекъ и индуктора—Паршалль даетъ нагрѣваніе на 1 ваттѣ и кв. дц.—3°,8, а Ротертъ считаетъ—12 ваттѣ на кв. дц. поверхности для повышенія температуры на 3°, что соотвѣтствуетъ 3° на кв. дц.

Разсѣяніе поля. Паршалль даетъ 15% при холостомъ ходѣ и 18%—при нагрузкѣ: величины, совпадающія съ даваемыми Ротертомъ.

Полюсовая выточка. Полюсовая выточка Ротерта меньше, и равна 72% длины полюснаго сердечника. (Паршалль 80%).

Индукція въ междужелѣзномъ пространствѣ.—Опредѣленіе этой индукціи измѣняется различными конструкторами; Ротертъ принимаетъ ее равной 0,7 всей индукціи,—что совпадаетъ съ величиной Паршалля. Насыщеніе полюсовъ—15800 максвеллей, даваемое Паршаллемъ—мало по словамъ Ротерта; въ особенности, для большихъ шунтовыхъ машинъ выгодно имѣть большое насыщеніе такимъ образомъ, чтобы напряженіе не падало вслѣдствіе рѣзкихъ колебаній нагрузки.

Насыщеніе ярма.—Этотъ вопросъ является прежде всего экономическимъ. Ротертъ беретъ величину нѣсколько большую, чѣмъ Паршалль, а именно—13000—13500 максвеллей.

Потери въ желѣзѣ (сердечникѣ) арматуры.—Паршалль принимаетъ ихъ равными потерямъ въ мѣди, т. е., 2,25%, считая въ томъ числѣ и потери на токи Фуко въ полюсныхъ частяхъ. Ротертъ выбираетъ меньшія величины: 1,7—1,8% для большихъ машинъ, которыя присоединяясь къ потерямъ въ мѣди, 2,7%, даютъ 4,5%, соотвѣтствующіе полнымъ потерямъ въ арматурѣ. Для маленькихъ машинъ—2,3—2,4%.

Возбужденіе.—Паршалль беретъ лишь 0,75% потери на возбужденіе, величину слишкомъ маленькую, что указываетъ на то, что онъ беретъ весьма много мѣди, чтобъ получить немного лучшей коэффициентъ полезнаго дѣйствія.

Разница, существующая между данными Паршалля и Ротерта—громкая: напримеръ, для машины на 650 киловаттѣ, при 80 обор. въ минуту, Ротертъ беретъ 1,57%—болѣе, чѣмъ вдвое противъ Паршалля (можетъ быть, цифра 0,75% относится къ потерямъ въ шунтовой обмоткѣ).

Коэффициентъ полезнаго дѣйствія.—Дополнительныя потери: на треніе и въ щеткахъ равны, приблизительно—0,75%. Въ Европѣ коэффициентъ полезнаго дѣйствія дается обыкновенно безъ введенія въ него потерь на треніе въ случаѣ машинъ, соединяемыхъ непосредственно со приводящими ихъ въ движеніе. Потеря въ щеткахъ равна 1,5 вольта, т. е. 3%; слѣдовательно, имѣемъ 4,5% — на потери въ арматурѣ; 1,5%—на возбужденіе; и 0,3%—въ щеткахъ, такимъ образомъ, коэффициентъ полезнаго дѣйствія равенъ 93,7%, не считая потерь на треніе,—для машинъ приблизительно въ 500 киловаттѣ, при 90 оборотахъ въ мин. Для машины въ 1000 киловаттѣ коэффициентъ полезнаго дѣйствія повышается до 95% безъ тренія.

Угольные щетки.—Плотность принимается обыкновенно равной 5—6,5 амп. на кв. см., т. е., 16—20 кв. мм на 1 амп.,—что соотвѣтствуетъ даннымъ Паршалля. Эти цифры относятся къ плотнымъ не маслянистымъ углямъ, марки „Le Carbone“ или „Part-bridge“ (С. А. Соед. Шт.). Затѣмъ, Ротертъ сравниваетъ свои результаты и результаты Паршалля съ данными машины въ 1000 киловаттѣ, вѣнской фирмы Сименсъ и Гальске, бывшей на Парижской Выставкѣ. Эта машина даетъ при 550 в. и 95 об. въ м., силу тока въ 1800 амп., она имѣетъ 14 полюсовъ, діаметръ арматуры ее равенъ 250 см., ширина желѣза (сердечника)—54 см., считая въ томъ 5 отдушинъ по 10 мм.

Приводимъ лишь данныя, отличающіяся отъ данныхъ Ротерта и Паршалля.

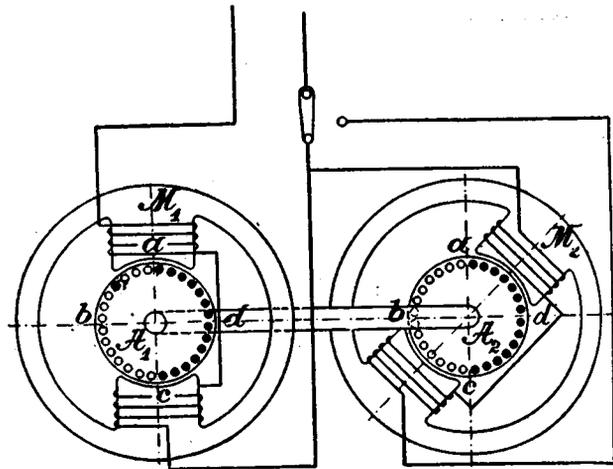
Тангенціальная скорость—12,5 м. Плотность тока въ арматурѣ—2,52 амп. Сила тока на полюсу—180 амп. Потеря на возбужденіе—1,3%, коэффициентъ полезнаго дѣйствія, не считая тренія—95%.

Индукція въ арматурѣ.	13900 максвел.
” ” междужелѣзномъ пространствѣ.	13500.

Въ общемъ, существуетъ столько оснований для постройки, сколько заводовъ, которые всѣ стремятся къ уменьшенію размѣровъ. Одинъ строитъ машины съ сильнымъ магнитнымъ полемъ (Сименсъ и Гальске, Вѣна), другой съ слабымъ полемъ (Паршалль) и наконецъ, со средней силой поля (Ротертъ). Одинъ принимаетъ за наибольшую часть потерь арматуры потери въ мѣди (Ротертъ), другой—въ желѣзѣ (Сименсъ и Гальске); Паршалль беретъ тѣ и другія равными.

Всѣ изслѣдованныя машины современныхъ типовъ, построенныя для тяжелой службы и работающія, угольными щетками, безъ перестановки щетокъ.

Однофазный двигатель съ начальнымъ моментомъ вращенія. Если по обмоткѣ якоря обыкновеннаго двигателя постоянного тока пропустить токъ переменный, предварительно сдвинувъ щетки его съ нейтральной оси, то якорь приходитъ во вращеніе и, именно, въ сторону сдвига щетокъ.

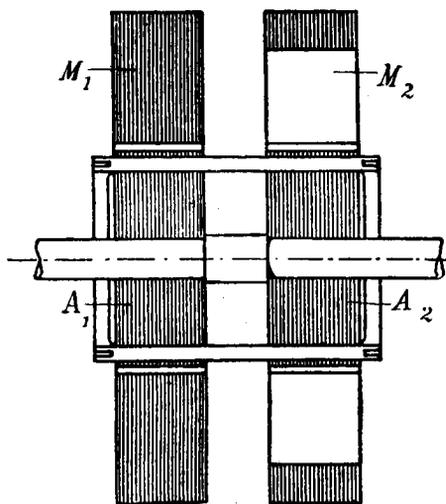


Фиг. 6.

При этомъ вовсе не нужно возбуждать отдѣльно магнитнаго поля, такъ какъ магнитодвижущая сила (ампер-витки) якоря возбуждетъ сама въ полюсныхъ отроствахъ магнитное поле, необходимое для введенія якоря въ движеніе. Если желѣзо якоря и магнитнаго вѣнца достаточно разслоены, а ампер-витки первого достаточно велики, то двигатель развиваетъ при пусканіи вращеніе, вѣходя сильнѣйшій моментъ вращенія.

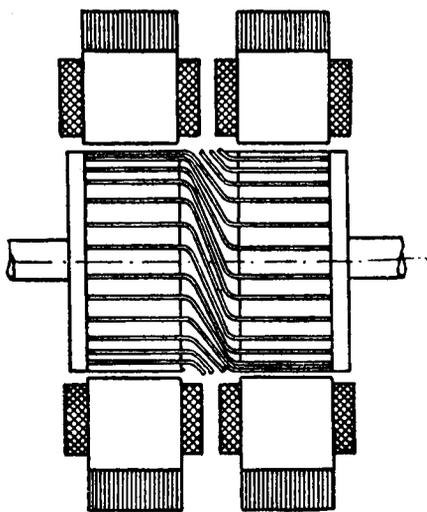
шения и принимает скорость, соответствующую данной нагрузке. Единственный недостаток такого двигателя—большая искра на коллекторе, что только и задерживает его распространение.

Чтобы устранить упомянутый недостаток, Фишер-Хиннен уже в 1896 г. спроектировал двигатель без щеток, описание которого помещено было в „El. W. and Eng.“ за 22 июня т. г. Двигатель этот



Фиг. 7.

(фиг. 6 и 7) имеет (как здесь, напр.) два двухполюсных магнитных индуктора M_1 и M_2 , сдвинутых по отношению друг к другу на $\frac{90^\circ}{p}$ (в данном случае на 45°), где p —число полюсов. Эти два индуктора имеют один общий якорь или два якоря, но с одной общей для них обмоткой, фазовой или



Фиг. 8.

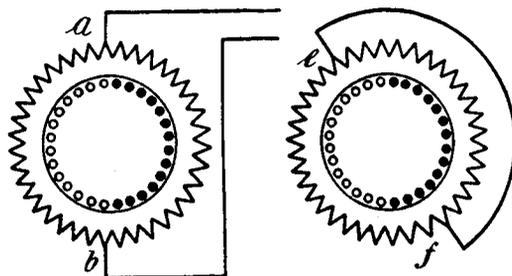
просто коротко замкнутой на себя. На фиг. 7 дан разрез этого двигателя, на фиг. 6 схематически представлен вид его спереди, причем для ясности оба индуктора показаны в плане рядом.

Для пуска двигателя в ход возбуждают сначала переменным током поле M_1 , индуктирующее в обмотку якоря ток, который, в свою очередь, возбуждает якорное магнитное поле. Это по-

следнее совпадает по направлению с полем M_1 , а с направлением поля M_2 составляет угол в 45° . Поэтому якорь стремится принять положение, при котором якорное поле встретит наименьшее магнитное сопротивление т. е. стремится встать по направлению оси магнитного поля M_2 . Таким образом, на якорь действует момент вращения, приводящий его в данном случае во вращение по часовой стрелке. Как только двигатель достиг известной скорости, включают обмотку поля M_2 последовательно с такового поля M_1 , и двигатель вращается далее, как обыкновенный асинхронный. Если сперва возбудить поле M_2 , а затем M_1 , то вращение происходит в сторону обратную (в данном случае против часов. стрелки).

Обоим магнитным полям можно дать и одинаковое направление, для чего необходимо обмотки обоих половин якоря сместить по отношению друг к другу на 90° (фиг. 8).

На фиг. 9 изображена еще одна схема соединения для однофазных двигателей, должствующих развиваться момент вращения при пускании в ход. Здесь имеется также два кольцевых индуктора, на которых равнообразно размещена обмотка. Якорь и здесь общий для обоих индукторов. При пускании в ход по одной обмотке (в точках a и b) пропускают



Фиг. 9.

переменный ток, другую же—коротко замыкают при точках e и f . Направление линии ab с линией ef образует угол в $\frac{90^\circ}{p}$.

Магнитное поле первого кольца вызывает в обмотке якоря индуктивные токи, которые возбуждают магнитное поле по направлению ab . Поле это, действуя индуктивно на обмотку второго кольца, вызывает, в свою очередь, поле, имеющее направление ef . Вследствие этого, на якорь действует момент вращения в направлении от a к e . Якорь приходит во вращение; по достижении известной скорости включается в цепь обмотка и второго кольца, так что и в этом случае двигатель работает, как обыкновенный асинхронный.

Разсмотренный двигатель сильно напоминает таковой же системы Элигу Томсона. Этот последний—постоянного тока, имеет коллектор и барабанный якорь; его электромагниты разслоены, щетки коротко замкнуты и сдвинуты с нейтральной оси.

Конструкция, данная Фишер-Хиннен, не нова,—она была предложена уже в 1891 г. Сахулка (см. Z. f. E. Wien. 1892. S. 121). Чтобы произвести вращающееся поле постоянного напряжения, Сахулка располагает электромагниты 4-х полюсного двигателя так, что оси их, а стало быть и главных магнитных полей, возбуждаемых обоими фазовыми токами, составляли постоянный угол $(180-\varphi)^\circ$, где φ —фазовый угол возбуждающих токов. Если одно поле в данный момент (α) имеет величину $HSn\alpha$, то другое— $HSn(\alpha-\varphi)$, поэтому равнодействующее поле равно $HSn\varphi$ —постоянно по величине и вращается с постоянной скоростью.

главных полей, образуются еще 4 второстепенных—разсѣянных; эти послѣдніе исходя изъ одного какого нибудь полюса магнита идутъ чрезъ желѣзо якоря къ слѣдующему полюсу и отсюда назадъ къ первому. Чтобы избѣжать этого магнитнаго разсѣиванія Сахулка и избрала изображенную на фиг. 7 форму индукторовъ. Конструкціей этой отрѣзывается обратный путь для разсѣянныхъ магнитныхъ полей (линій силъ).

Такимъ образомъ, изобрѣтеніе Фишеръ-Хинненъ является лишь новымъ видомъ предложеннаго Сахулкой двигателя.

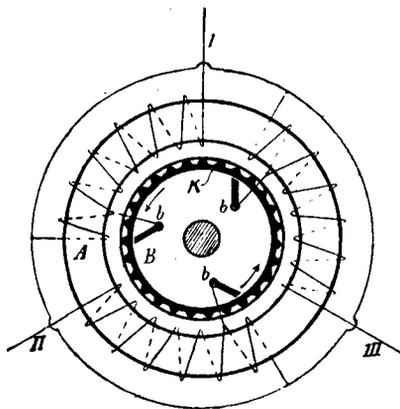
(W. Z. f. Elektrot. 1901, № 30).

Индукціонный асинхроничный двигатель (или генераторъ) безъ сдвига фазъ между силой тока и напряженіемъ ($\cos\varphi=1$). Александра Гейланда. Сущность ниже описаннаго усовершенствованія заключается въ интересномъ по своей идее и въ высшей степени желательномъ уничтоженіи сдвига фазъ между силой тока и напряженіемъ, въ удаленіи безваттныхъ составляющихъ намагничивающаго и холоднаго тока и вообще всѣхъ извѣстныхъ неприятныхъ слѣдствій существованія междужелѣзнаго пространства въ асинхроничныхъ двигателяхъ.

Достигается это тѣмъ, что вращающееся поле возбуждаетъ въ этомъ случаѣ не на счетъ первичной цѣпи, но непосредственно возбуждая вторичную цѣпь; для этой цѣпи можно пользоваться весьма простымъ приспособленіемъ, легко прилаживаемымъ къ любому двигателю.

Принципиальная сторона усовершенствованія будетъ выяснена ниже.

Положимъ мы имѣемъ (фиг. 10) трехфазный индукціонный двигатель съ простымъ короткозамкнутымъ якоремъ. А представляетъ первичную цѣпь (статоръ); В—вторичную (роторъ) или якорь съ дырами или



Фиг. 10.

пазами, по которымъ по окружности равномерно размѣщены мѣдные стержни, соединенные на лобовыхъ поверхностяхъ сплошными кольцами К. Трехфазный токъ возбуждаетъ, какъ извѣстно, въ статорѣ А вращающееся поле, пронизывающее равномерно и статоръ А, и роторъ В,—и возбуждаетъ между обмотками перваго и короткозамкнутыми витками второго—моментъ вращенія.

Магнитное поле возбуждается отъ статора (не такъ какъ въ синхроничныхъ двигателяхъ, которые можно было бы получить чрезъ замѣну короткозамкнутого якоря—электромагнитами). Возбуждающіе токи статора, порождающіе поле, суть переменные токи полного числа періодовъ и по нему не соотвѣтствуютъ необходимому возбужденію, какъ это бываетъ при постоянномъ вращеніи и при переменномъ вращеніи.

номъ токѣ не полного (меньшаго) числа періодовъ, но гораздо болѣе его. Извѣстно, что въ цѣпяхъ съ большимъ числомъ періодовъ появляется значительная, такъ назыв. контръ-электродвижущая сила и намагничивающій токъ возбуждается разностью между напряженіемъ у зажимовъ и этой контръ-электродвижущей силой. Эти токи получаютъ по сему значительный сдвигъ фазъ по отношенію къ напряженію; энергія же, дѣйствительно потерянная въ мѣди на нагреваніе,—очень мала: обыкновенно ниже 1% кажущейся величины ея.

Отмѣченные недостатки можно устранить, возбуждая вращающееся поле не въ статорѣ, а непосредственно въ роторѣ. Въ коротко замкнутомъ вторичномъ якорѣ (В) не появляется упомянутой контръ-электр. силы, по крайней мѣрѣ въ сколь нибудь замѣтной степени. Число періодовъ магнитнаго поля незначительно въ данномъ случаѣ, оно опредѣляется просто скольженіемъ. Якорь, какъ извѣстно, вращается вмѣстѣ съ магнитнымъ полемъ; скорость его отличается лишь на очень малую величину отъ скорости поля, что необходимо для возбужденія въ обмоткѣ якоря индуктивныхъ токовъ, вызывающихъ вращеніе якоря. Въ сравненіи съ электродвижущей силой статора—электродвижущая сила ротора очень мала и какъ разъ покрываетъ омическія потери индуктированныхъ короткозамкнутыхъ якорныхъ токовъ. Если мы пропустимъ намагничивающіе токи, необходимые для образованія общаго обѣимъ обмоткамъ вращающагося магнитнаго поля, не въ статорѣ, а прямо въ роторѣ, то мы, такимъ образомъ, обойдемъ неудобную противодѣйствующую электродвижущую силу, которая стремится ослабить ихъ. Такимъ образомъ напряженіе, необходимое для возбужденія намагничивающихъ токовъ, понизится до незначительныхъ размѣровъ, потребныхъ для уравниванія омическихъ потерь въ обмоткѣ якоря. Вся задача сводится къ тому, чтобы эти токи ввести въ коротко замкнутую обмотку ротора такъ, чтобы они имѣли какъ разъ то же направленіе и фазы, что и намагничивающіе токи статора, подлежаще компенсаци.

Поставленная задача рѣшается просто при помощи 3-хъ щетокъ (b, b, b—фиг. 10), скользящихъ по замыкающему кольцу К якоря и переключаемыхъ по отношенію къ статору такъ, что введенные въ якорь токи имѣютъ то же направленіе, что имѣли токи намагничивающіе статоръ. Напряженіе этихъ токовъ незначительно (если даже принять, что числа витковъ статора и ротора—равны): его можно получить отъ немногихъ витковъ обмотки статора.

При этомъ происходитъ превращеніе тока съ высокимъ числомъ періодовъ въ токъ съ низкимъ числомъ періодовъ (токъ короткозамкнутого якоря); для указанного превращенія мы не нуждаемся ни въ какомъ коллекторѣ,—все совершается при помощи простаго сплошнаго кольца, какъ это видно изъ схемы на фигурѣ 10. Говоря вообще, нужно замѣтить, что при употребленіи короткозамкнутого якоря получаются весьма сильныя токи подъ щетками, лучше будетъ, если обмотанный якорь замкнуть коротко при помощи кольца, сопротивление котораго стоитъ въ извѣстномъ отношеніи къ сопротивленію обмотки. По коэффициенту полезнаго дѣйствія послѣднее обстоятельство нисколько не вліяетъ. Съ одной стороны, потери въ кольцѣ должны быть возможно малы, съ другой—можно уменьшить потери въ обмоткѣ, дѣлая пазы глубже и расходуя нѣсколько больше мѣди на обмотку; все это увеличить магнитную утечку, но въ самой незначительной степени, ибо сдвигъ фазъ въ силу описаннаго приспособленія уничтожается. Наконецъ, какъ это покажетъ нижеслѣдующій примѣръ, можно обойтись и безъ указанныхъ только что средствъ.

Въ высшей степени своеобразнымъ—въ описываемомъ двигателѣ является коммутированіе тока при помощи сплошнаго кольца, играющаго роль коллектора.

Очевидно, что такой коллекторъ, при своей крайней простотѣ, долженъ работать безъ искробразования, какъ обыкновенные контактные кольца двигателей индуктивныхъ. Единственное неприятное явленіе заключается въ томъ, что часть возбуждающаго тока теряется безо всякой пользы въ шунтъ, образуемому замыкающимъ кольцомъ; однако, если принять во вниманіе незначительную величину намагничивающаго тока въ данномъ случаѣ, то нужно сознаться, что указанная потеря не можетъ играть какой либо роли.

Примемъ, что потери въ мѣди якоря достигаютъ 3% ,— 2% въ обмоткѣ и 1% въ кольцѣ (т. е. сопротивление кольца $= \frac{1}{2}$ сопротивления обмотки). Допустимъ, что намагничивающій токъ составляетъ $\frac{1}{3}$ полного тока, такъ что потери, ему соответствующія, $= \frac{1}{3}$ полной потери въ мѣди, т. е. $\frac{2}{9}\%$ въ обмоткѣ якоря. Къ сему слѣдуетъ прибавить еще $\frac{1}{9}\%$ потеряннаго въ кольцѣ, что даетъ $\frac{2}{3}\%$, каковая потеря не можетъ имѣть никакого значенія. Для аналогій можно сослаться на случай замѣны мѣдныхъ щетокъ (въ машинахъ постоянного тока) на угольныя; здѣсь также искусственно повышаются потери въ одномъ мѣстѣ: вслѣдствіе увеличенія контактнаго сопротивления, противъ эти гораздо значительнѣе нами выше приведенныхъ. Однако съ ними охотно мирятся, такъ какъ онѣ окупаются съ избыткомъ другими преимуществами угольныхъ щетокъ.

На практикѣ совѣтуется взять вмѣсто сплошнаго кольца коллекторъ, сегменты котораго связаны другъ съ другомъ проводниками небольшого сопротивления. Принципиально конечно здѣсь ничто не измѣнилось, искробразованіе не будетъ и въ этомъ случаѣ благодаря шунту, образуемому соединительными проводами.

Можно, наконецъ, употребить одновременно съ короткозамкнутой обмоткой и вторую—возбудительную обмотку—съ коллекторомъ. Самоиндукція второй обмотки тогда будетъ компенсирована первой обмоткой, такъ что и здѣсь искробразованіе не будетъ имѣть мѣста.

При двигателяхъ съ фазовой обмоткой якоря и съ контактными кольцами для пусканія въ ходъ—будетъ целесообразнымъ сдѣлать замыкающее кольцо (возбудительной обмотки) нейтральнымъ—для трехъ фазъ якоря.

Явленія, имѣющія мѣсто при работѣ описаннаго двигателя, таковы: Мгновенное положеніе и синхронное вращеніе поля по отношенію къ якорю—возбудителю—опредѣлено положеніемъ щетокъ (фиг. 10) и совершенно не зависитъ отъ скорости якоря. Токъ, введенный въ якорь при помощи щетокъ, возбуждаетъ въ короткозамкнутомъ якорѣ вращающееся вмѣстѣ съ нимъ магнитное поле. Если бы при холостомъ ходѣ якорь вращался синхронно, то поле якоря было бы постоянно, а токъ былъ бы совершенно преобразованъ въ постоянный. Если якорь нагруженъ, то въ силу взаимодѣйствія между нимъ и возбуждательнымъ якоремъ—въ короткозамкнутомъ якорѣ поле вращается быстрѣе, отчего появляются въ короткозамкнутой обмоткѣ якоря рабочие токи, старающіяся удерживать магнитное поле. Проходящія по щеткамъ токи возбуждаютъ въ каждомъ положеніи поле, которое рабочие токи стараются удержать отъ вращенія и такимъ образомъ передаютъ работу или вращающій моментъ съ возбуждательнаго на короткозамкнутый якорь. Тѣ самые рабочие или ваттные токи проходятъ (конечно въ направленіи прямо противоположномъ) и по обмоткѣ статора, токовъ же намагничивающихъ въ немъ уже нѣтъ.

Чтобы совершенно уничтожить сдвигъ фазъ, необходимо регулировать токъ, притекающій къ щеткамъ; это происходитъ при помощи реостатовъ, введенныхъ въ цѣль. Какъ въ синхронныхъ двигателяхъ, такъ и здѣсь можно при посредствѣ перевозбудженія получить отрицательный сдвигъ фазъ.

Преимущества, даваемая уничтоженіемъ сдвига фазъ при передачѣ силы, всѣмъ хорошо известны. Сдвигъ фазъ представляетъ собою единственное неприятное свойство безукоризненныхъ во всѣхъ отношеніяхъ асинхронныхъ двигателей; свойство это не позволяетъ питать означенные двигатели прямо отъ электрической сѣти низкаго напряженія, служащей для освещенія. При передачѣ силы на разстояніе сдвигъ фазъ иногда бываетъ причиною, что при неполной нагрузкѣ—рабочіе—ваттные токи являются меньше безваттныхъ. При среднемъ $\cos\varphi=0,7$ —безваттные токи ($S_{\text{нр}}$)—равны ваттнымъ; даже при $\cos\varphi=0,9$ (полная нагрузка) безваттныхъ токи $= \frac{1}{2}$ ваттныхъ. Да и этихъ результатовъ достичь можно лишь при минимальныхъ междужельзныхъ пространствахъ, присущихъ этимъ двигателямъ и весьма часто нежелательныхъ изъ соображеній чисто конструктивнаго характера или въ виду сопряженной съ ними опасности.

Описанный двигатель можетъ работать, наконецъ, и какъ генераторъ, доставляя независимо отъ другихъ машинъ токъ. При этомъ никакого возбудителя не надо: генераторъ является самовозбудителемъ, какъ генераторъ постоянного тока. Число періодовъ здѣсь не строго связано съ числомъ оборотовъ, какъ въ нормальномъ генераторѣ переменнаго тока, но, смотря по нагрузкѣ, только нѣсколько отстаютъ отъ скорости ротора; число оборотовъ и число періодовъ этого генератора въ противоположность нормальному, — асинхронны, и поэтому генераторъ этотъ возможно соединять параллельно съ другими, не приводя его предварительно на точный синхронный ходъ. Параллельное соединеніе генераторовъ описаннаго типа происходитъ также просто, какъ и при машинахъ постоянного тока, и всѣ трудности, происходящія отъ коэффициента неравномѣрности паровой машины, отъ газовыхъ и двигателей сами собою пропадаютъ. Такимъ образомъ, генераторы эти особенно хорошо подойдутъ къ большимъ тихоходнымъ типамъ для непосредственнаго соединенія съ паровыми машинами, которыхъ степень неравномѣрности затрудняетъ параллельную работу и требуетъ примѣненія большихъ вращающихся массъ (маховыхъ колесъ).

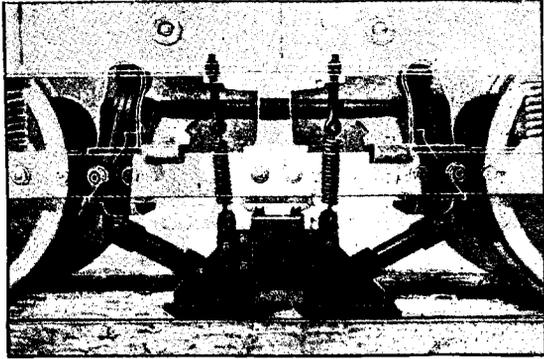
Дальнѣйшіе опыты принесутъ конечно новые результаты. Очень возможно, что при помощи подобныхъ описаннымъ приспособленій эти генераторы можно компаундировать,—развивая при различныхъ нагрузкахъ постоянное напряженіе, какъ при генераторахъ постоянного тока—или же уничтожая сдвигъ фазъ въ сѣти. Въ настоящее время нѣсколько двигателей описанной конструкціи имѣются на опытныхъ станціяхъ заводовъ Всеобщей Компаніи Электричества (А. Е. Г.) и Сименсъ и Гальске (въ Германіи).

(Elektrot. Zeitschrift. 1901. Н. 32).

Смазывающее вещество для коллекторовъ. Однимъ американскимъ изобрѣтателемъ взятъ патентъ на новый составъ, пригодный для смазки коллекторовъ. На 5 вѣс. частей парафина берутся 3 вѣс. части графита, причемъ смѣсь обоихъ веществъ варится въ теченіе $1\frac{1}{2}$ часовъ при возможно высокой температурѣ, т. е. такой, при которой не происходитъ еще пригоранія. Сначала при варкѣ отдѣляется въ теченіе часа густой черный дымъ, послѣ чего кипѣніе происходитъ совершенно спокойно. Подъ конецъ варки прибавляется немного спермацета, послѣ чего смѣсь охлаждается въ формахъ въ видѣ палочекъ. Изобрѣтатель утверждаетъ, что именно благодаря продолжительной варкѣ съ отдѣленіемъ густога дыма составъ приобретаетъ надлежащія свойства, т. к. при примѣненіи мази, приготовленной холоднымъ путемъ безъ варки щетки коллектора даютъ сильныя искры. Что же касается спермацета, то онъ прибавляется для приданія сма-

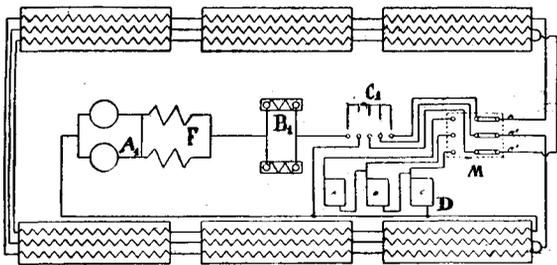
зываются веществу большей вязкости, так как иначе оно не пристаёт к коллектору.
(Electr. Rev. 1901).

Новое тормозное приспособление. Компания Вестингауз (Westinghouse Air Brake Company) в Питтсбургъ снабжает теперь вагоны съ электрической тягой новымъ тормознымъ приспособлениемъ, представленнымъ на фиг. 11. Дѣйствіемъ сильныхъ



Фиг. 11.

возбуждаемыхъ токомъ магнитовъ особыя тормозныя колодки прижимаются къ рельсамъ, причемъ одновременно, при посредствѣ соответствующихъ передаточныхъ частей, давление передается на колодки, прилегающія къ ободу колесъ, совокупное дѣйствіе тѣхъ



A—арматура; F—индукторъ; B₁—тормазъ; C₁—контроллеръ; M—многократный переключатель; D—приборъ для распределения тока (диверторъ).

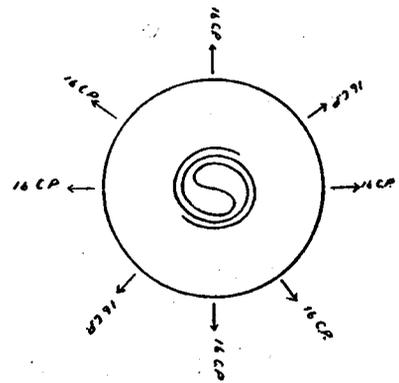
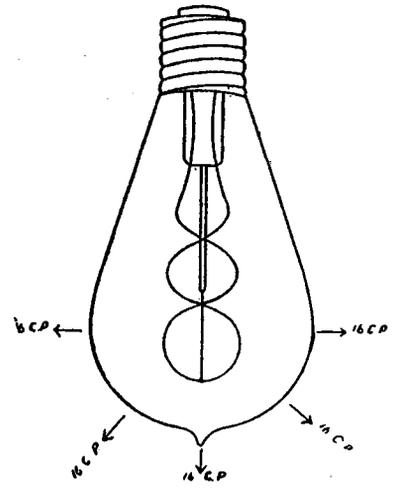
Фиг. 12.

и другихъ тормозныхъ колодокъ и обуславливаетъ остановку вагона. Кроме того, тормозная и начальная (для пуска въ ходъ) токи примѣняются по минованіи надобности въ ходное время года для отопленія вагоновъ, такъ что послѣднее обходится весьма дешево. На фиг. 12 представлена общая схема расположенія проводовъ.

(Electr. Review, 1901).

Новая лампочка накаливанія. Какъ извѣстно, равномерное распространеніе свѣта по всѣмъ направленіямъ представляетъ собою пока еще трудно достижимый идеалъ. Выпущенныя недавно одной американской фирмой въ г. Огайо (Sterling Electrical Company) въ продажу лампочки накаливанія, по отзывамъ, удовлетворяютъ сказанному требованію, давая во всѣхъ направленіяхъ какъ въ вертикальной

плоскости, такъ и въ горизонтальной, одинаковой силы свѣтъ, за исключеніемъ, конечно, той части пространства, куда обращено основаніе лампочки.



Фиг. 13.

Подобное свойство лампочки обуславливается особою формою накаливающагося волоска и даетъ возможность устанавливать ее въ извѣстныхъ предѣлахъ подъ любымъ угломъ къ освѣщаемымъ предметамъ. На прилагаемомъ рисункѣ (фиг. 13) показана схематически равномерность распределенія силы свѣта.
(Electr. World, 1901).

Проектъ переустройства желѣзныхъ дорогъ въ Швеціи. Въ настоящее время разработанъ проектъ переустройства всѣхъ шведскихъ желѣзныхъ дорогъ, общимъ протяженіемъ до 12000 км., на электрическія. Необходимую силу предполагается получить отъ водопадовъ, которые легко могутъ доставить потребную энергію; количество послѣдней опредѣлено въ 32000 л. с. Число станцій средней мощности въ 3000 л. с. опредѣлено въ 12. Связанные съ проектируемой перестройкой расходы достигнуть 56,000,000 франковъ.
(Schweiz. Bauzeit. 1901. № 8).