

Analysis I**Arbeitsblatt 26****Übungsaufgaben**

AUFGABE 26.1. Bestimme die Partialbruchzerlegung von

$$\frac{1}{X(X-1)}$$

über einem Körper K .

AUFGABE 26.2. Bestimme die Partialbruchzerlegung von

$$\frac{3X^5 + 4X^4 - 2X^2 + 5X - 6}{X^3}.$$

AUFGABE 26.3. Bestimme die Koeffizienten in der Partialbruchzerlegung in Beispiel 26.6 durch Einsetzen von einigen Zahlen für X .

AUFGABE 26.4. Bestimme die komplexe und die reelle Partialbruchzerlegung von

$$\frac{1}{X^2(X^2+1)}.$$

AUFGABE 26.5. Bestimme die komplexe Partialbruchzerlegung von

$$\frac{1}{X^3-1}.$$

AUFGABE 26.6. Bestimme die komplexe und die reelle Partialbruchzerlegung von

$$\frac{1}{X^3(X-1)^3}.$$

AUFGABE 26.7. Bestimme die komplexe und die reelle Partialbruchzerlegung von

$$\frac{X^3 + 4X^2 + 7}{X^2 - X - 2}.$$

2

AUFGABE 26.8. Bestimme die komplexe und die reelle Partialbruchzerlegung von

$$\frac{1}{X(X-1)(X-2)(X-3)}.$$

AUFGABE 26.9.*

Bestimme die reelle Partialbruchzerlegung von

$$\frac{1}{x^4 + 1}$$

unter Verwendung der Zerlegung

$$x^4 + 1 = (x^2 + \sqrt{2}x + 1)(x^2 - \sqrt{2}x + 1).$$

AUFGABE 26.10.*

Es sei

$$f(x) = \frac{x^3 + 7x^2 - 5x + 4}{x^2 - 3}.$$

- Bestimme die reelle Partialbruchzerlegung von $f(x)$.
- Bestimme eine Stammfunktion von $f(x)$.

AUFGABE 26.11.*

Wir betrachten die Funktion

$$f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{x^5 + 3x^3 - 2x^2 + x - 1}{(x-1)^2(x^2+1)}.$$

- Bestimme die reelle Partialbruchzerlegung von f .
- Bestimme eine Stammfunktion von f für $x > 1$.

AUFGABE 26.12.*

Bestimme eine Stammfunktion von

$$\frac{5x^3 + 4x - 3}{x^2 + 1}$$

mittels Partialbruchzerlegung.

AUFGABE 26.13.*

Bestimme eine Stammfunktion von

$$\frac{x^2 + 1}{x(x-1)(x-2)}$$

für $x > 2$.

AUFGABE 26.14.*

Bestimme eine Stammfunktion für die Funktion

$$\frac{1}{x^2 + 5}.$$

AUFGABE 26.15. Bestimme eine Stammfunktion für die Funktion

$$\frac{1}{x^2 - 5}.$$

AUFGABE 26.16. Bestimme eine Stammfunktion für die Funktion

$$\frac{1}{2x^2 + x - 1}.$$

AUFGABE 26.17. Bestimme eine Stammfunktion für die Funktion

$$\frac{1}{1 + x^4}.$$

AUFGABE 26.18. Bestimme eine Stammfunktion für die Funktion

$$\frac{7x^6 - 18x^5 + 8x^3 - 9x^2 + 2}{x^7 - 3x^6 + 2x^4 - 3x^3 + 2x - 5}.$$

AUFGABE 26.19. Beweise die Eindeutigkeit der reellen Partialbruchzerlegung.

Aufgaben zum Abgeben

AUFGABE 26.20. (2 Punkte)

Es sei K ein Körper. Zeige, dass im Funktionenkörper $K(X)$ die Gleichheit

$$\frac{X^r - 1}{X^r} = \frac{X - 1}{X} + \frac{X - 1}{X^2} + \cdots + \frac{X - 1}{X^{r-1}} + \frac{X - 1}{X^r}$$

gilt.

AUFGABE 26.21. (4 Punkte)

Schreibe die rationale Funktion

$$\frac{2x^3 - 4x^2 + 5x - 1}{4x + 3}$$

in der neuen Variablen $u = 4x + 3$. Berechne die Stammfunktion über die reelle Partialbruchzerlegung und über die Substitution $u = 4x + 3$.

4

AUFGABE 26.22. (4 Punkte)

Bestimme die komplexe und die reelle Partialbruchzerlegung von

$$\frac{1}{X^4 - 1}.$$

AUFGABE 26.23. (5 Punkte)

Bestimme die komplexe und die reelle Partialbruchzerlegung von

$$\frac{X}{(X + 2)(X + 1)(X - 1)(X - 2)}.$$

AUFGABE 26.24. (4 Punkte)

Bestimme die komplexe und die reelle Partialbruchzerlegung von

$$\frac{X^7 + X^4 - 5X + 3}{X^8 + X^6 - X^4 - X^2}.$$

AUFGABE 26.25. (5 Punkte)

Bestimme eine Stammfunktion für die Funktion

$$\frac{3x - 5}{(x^2 + 2x + 7)^2}.$$

Abbildungsverzeichnis

- Erläuterung: Die in diesem Text verwendeten Bilder stammen aus Commons (also von <http://commons.wikimedia.org>) und haben eine Lizenz, die die Verwendung hier erlaubt. Die Bilder werden mit ihren Dateinamen auf Commons angeführt zusammen mit ihrem Autor bzw. Hochlader und der Lizenz. 5
- Lizenzklärung: Diese Seite wurde von Holger Brenner alias Bocardodarapti auf der deutschsprachigen Wikiversity erstellt und unter die Lizenz CC-by-sa 3.0 gestellt. 5