

DIDÁCTICA MATEMÁTICA BASADA EN LA SEMIÓTICA

CONSIDERACIONES CONVERSACIONALES

ALEJANDRO MATURANA LORCA

CHILE – 2021

**ÍNDICE****RAZONAMIENTO Y SEMIÓTICA****2****Percepción – verbalización**

Observación 1.1	De la secuencia
Definición1.1	De la cosa (sujeto)
Definición1.2	De la imagen mental del objeto
Observación 1.2	De la imagen mental

**Situación1 Observador con objeto a la vista****3**

Definición1.3	De la fonetización, término verbal y referencia
Definición1.4	Del reconocimiento visual del objeto
Definición1.5	Del constructo visual – fonológico
Definición1.6	Del desconocimiento visual del objeto
Definición1.7	Del grado de reconocimiento visual
Definición1.8	Del porcentaje de reconocimiento visual
Acuerdo Fonetización – Verbalización	

**Situación2 Observador sin objeto a la vista****6**

Definición1.9	Del reconocimiento auditivo del objeto
Definición1.10	Del desconocimiento auditivo del objeto
Definición1.11	Del grado de reconocimiento auditivo
Definición1.12	Del porcentaje de reconocimiento auditivo
Definición1.13	Del constructo auditivo – verbal
Definición1.14	De los conectores
Definición1.15	De la frase
Definición1.16	De la conversación

Definición1.17	De la explicación
Definición1.18	De la comprensión
Consideración bi – didáctica del objeto	
Relación entre reconocimientos visual y auditivo	
Relación entre reconocimientos auditivo y visual	
Definición1.19	De la articulación
Definición1.20	De la definición y los términos base
Definición1.21	De la caracterización

**Objeto, fonetización y notación****11**

Complemento al concepto de razonamiento	
Definición1.22	De la notación
Propiedad notación – fonetización	
Primer principio de notación (equivalencia)	
Segundo principio de notación (frase – término base)	
Definición1.23	Del contexto
Tercer principio de notación (notación – término base)	
Cuarto principio de notación (modificación de la frase)	
Consideración tri – didáctica del objeto	
Definición1.24	Del sentido
Definición1.25	Del acto noético
Observación 1.3	De la secuencia de actos noéticos
Definición1.26	Del aprendizaje

**REFLEXIÓN CONSIDERACIONES CONVERSACIONALES** **14****BIBLIOGRAFÍA** **15**

## CONSIDERACIONES CONVERSACIONALES

Antes de empezar, es necesario advertir al lector que lo que se tratará a lo largo de este texto, es proponer una forma de enseñar a aprender matemática a través de la conversación, lo que exige considerar las expresiones que se emiten para ser comprendidas por la audiencia y de cómo estas expresiones se relacionan para generar conocimiento, siendo entonces la premisa básica, comprender lo que se observa, dice y/o escucha entre quienes conversan.

### Razonamiento y Semiótica

Reconoceremos dos cosas, la primera, que razonamiento es el “ejercicio mental que permite formular juicios, siendo un juicio la relación que la mente establece entre tres conceptos: una cosa (sujeto), otra cosa (objeto predicado) y una fórmula verbal copulativa que los une” (Lavados, 2012) [1] y la segunda, que matemática, inicialmente para esta didáctica, trata respecto de la demostración de fórmulas verbales (expresiones) que corresponden a las relaciones que cumplen o no, objetos previamente definidos, que además pueden contextualizar hechos cotidianos.

Al basarse esta didáctica en el análisis de la decodificación y comprensión de la relación que subyace entre la notación o signos que componen expresiones lingüísticas que conforman expresiones matemáticas, es que se le ha llamado Didáctica Matemática Basada en la Semiótica.

### Percepción – Verbalización

Llevaremos a cabo conversaciones que estarán referidas a algo, siendo importante que ese algo que llamaremos objeto, quede claramente percibido, por lo que reconoceremos de la Gestalt su concepto de percepción como “proceso de extracción y selección de información relevante encargado de generar un estado de claridad y lucidez consciente que permita el desempeño

dentro del mayor grado de racionalidad y coherencia posibles con el mundo circundante” (Oviedo, 2004).

#### Observación 1.1 De la secuencia

Al definir la percepción como un proceso, existen etapas que deben transcurrir para que este proceso ocurra, lo que nos obligará a considerar en todo momento, el orden o secuencia en que sucedan dichas etapas.

A continuación, se presentan las primeras definiciones que construyen esta didáctica.

#### Definición 1.1 De la cosa (sujeto)

La cosa (sujeto) a que hace referencia el concepto de razonamiento lo llamaremos objeto.

**Notación 1.1** La notación del objeto será  $O_b$ .

#### Definición 1.2 De la imagen mental del objeto

Llamaremos imagen mental del objeto a la representación que hace en su cerebro el observador<sup>1</sup> del objeto.

**Notación 1.2** La notación para la imagen mental del objeto  $i$  será  $I_{m i}$

#### Observación 1.2 De la imagen mental

Se debe aclarar que la imagen mental no es necesariamente el mismo objeto, ya sea porque las características de cada observador pueden impedir que así sea, porque el observador puede distorsionarlo al fijarse en determinados elementos o características del objeto por sobre otros, porque agrega elementos imaginados al no recordarlo completamente, etc.

Hasta este momento tenemos tres elementos, al observador, la cosa observada u objeto y la imagen mental que construye el observador del objeto.

<sup>1</sup> Usaremos indistintamente “observador” o “quien participa de la conversación”.

A continuación, distinguiremos dos situaciones, la primera, cuando el observador tiene el objeto a la vista y la segunda, cuando el observador no lo tiene a la vista.

**Situación1 Observador con objeto a la vista**

Si a un observador le colocamos un objeto *i* para que diga qué ve, podrá hacer tres cosas; buscar en su mente imágenes que asocie de manera exacta con el objeto *i* y nombrarlo, buscar imágenes parecidas y decir lo que pareciera ser, o definitivamente decir que no sabe qué es porque no tiene imágenes (en su mente) con las que pueda hacer asociación alguna.

Como estamos interesados en la relación que hace el observador del objeto en su mente y la verbalización que construye para describirlo, diremos que:

**Definición1.3 De la fonetización, término verbal y referencia**

Fonetización, término verbal o nombre, serán sinónimos para el sonido emitido a través de la voz con el cual el observador define fonológicamente al objeto para nombrarlo o referirse a él.

**Notación1.3** La notación de la fonetización o término verbal es  $f_o$ .

El observador inicia mirando el objeto, continua haciendo relaciones y comparaciones en su mente con imágenes que ha adquirido con anterioridad hasta construir una imagen mental y finaliza con una fonetización que nombra al objeto.

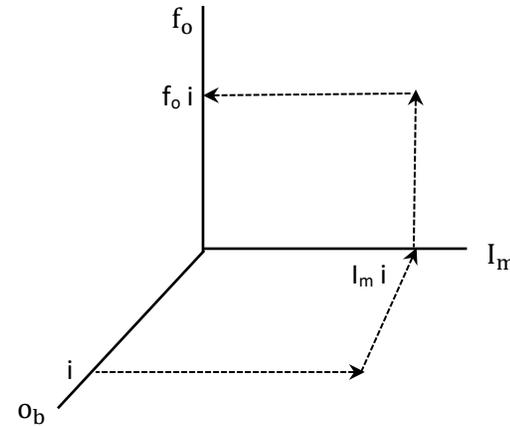
Interesados en el análisis que hace el observador, descompondremos esta secuencia.

**Definición1.4 Del reconocimiento visual del objeto**

Reconocimiento visual del objeto es la relación que establece el observador entre el objeto, la imagen que forma en su mente y la fonetización con que la exterioriza.

**Notación1.4** La notación del reconocimiento visual del objeto es  $r_{vi}$  Figura1.1 muestra cómo construye el observador el reconocimiento visual.

**Figura1.1**  $r_{vi}(O_b) : O_b \times I_m \rightarrow f_o$



Podemos darnos cuenta que se trata de una definición circular en el sentido que, para que exista reconocimiento visual, debe haber una visualización anterior del objeto, de ahí que complementaremos la Notación1.4 de la siguiente manera:

$$r_{vi_t}(O_b) = f_{o(t-1)}$$

En un momento inicial, cuando el observador visualiza por primera vez el objeto y aprende su fonetización, se tendrá:

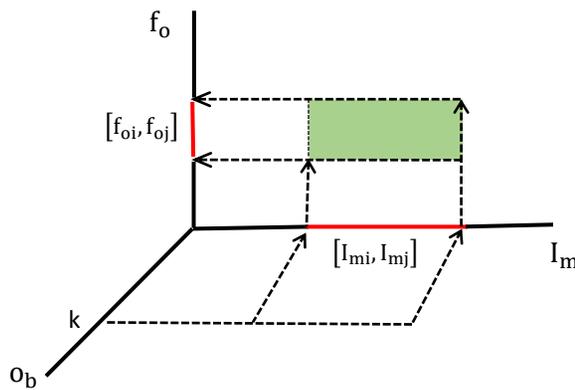
$$r_{vi_1}(O_b) = f_{o_0}$$

Transcurrido el tiempo, el observador debe recordar, por lo que corregiremos la Figura1 considerando intervalos para los ejes  $I_m$  y  $f_o$  que contemplen un

rango de movilidad para las acciones mentales del observador y el rango de fonetizaciones que se considera que podría emitir.

Dichos rangos quieren decir que el observador contrasta el objeto observado con imágenes  $i$  a  $j$  y sus respectivas fonetizaciones, quedando expresado en la Figura1.2.

**Figura1.2**  $r_{vi}(O_b) : O_b \times [I_{mi}, I_{mj}] \rightarrow [f_{oi}, f_{oj}]$



Los segmentos marcados en rojo para  $I_m$  y  $f_o$ , constituyen los rangos (visual y auditivo) a que acudiría la mente del observador para nombrar al objeto  $k$ .

Note que hemos dispuesto imágenes mentales de objetos  $i$  a  $j$  dentro de las cuales buscará el observador, esto, porque asumimos que, a menos que fonetice desconocer al objeto, lo asociará dentro de un rango de parecidos con otros objetos que sí conoce.

**Definición1.5 Del constructo visual – fonológico**

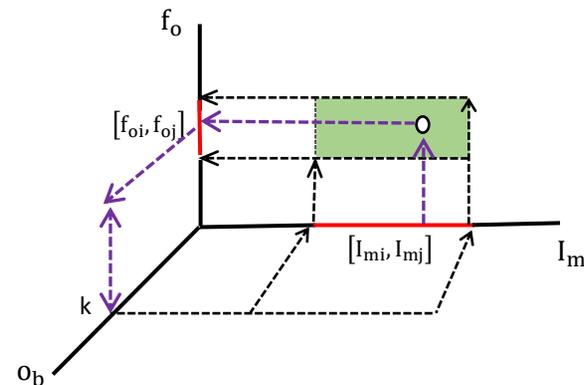
Llamaremos constructo visual – fonológico del objeto observado, la relación  $O_b \times [I_{mi}, I_{mj}] \times [f_{oi}, f_{oj}]$  entre el objeto visualizado, imágenes mentales y fonetizaciones asociadas a ellas que posee el observador para nombrar al objeto observado.

**Notación1.5** La notación del constructo visual – fonológico es  $C_{vi/fo}$ .

Tratándose de un proceso de aprendizaje, nos encargaremos de implementar los rangos de constructo visual – fonológico con quienes conversamos, de manera que estaremos atentos no solo a que los intervalos  $[I_{mi}, I_{mj}]$ ,  $[f_{oi}, f_{oj}]$  existan para cualquier objeto  $k$ , sino que además, sean lo más precisos posibles.

Finalmente, si el observador ha podido hacer la asociación entre el objeto que observa, la imagen mental con que lo ha asociado y la fonetización que dispone para dicha imagen mental, verbalizará  $k$ , como muestra Figura1.3.

**Figura1.3** Análisis gráfico de  $C_{vi/fo}$



Diremos que para un observador,  $r_{vit}(m) = z$ , si en un instante  $t$ , de  $m$  objetos que visualiza, fonetiza  $z$  imágenes mentales de ellos.

Figura1.4 siguiente, presenta las asociaciones que hace un observador respecto de cuatro imágenes mentales, en donde fonetiza de una misma manera a dos de ellas como  $g$ , a otra como  $h$ , y una cuarta imagen  $s$  a la que no le asocia fonetización, en cuyo caso hablaremos de desconocimiento visual.

**Figura1.4 Resultados de  $C_{vi/f_o}$  de cuatro objetos**

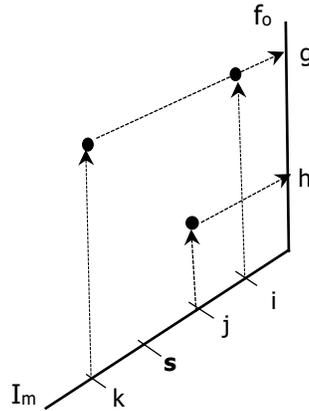


Figura1.4 muestra que imágenes mentales distintas pueden fonetizarse de una misma manera, como por ejemplo cuando usted observa dos gatos distintos, mentalmente los asocia con un gato y aunque sean gatos distintos, al verlos, dirá gato.

**Definición1.6 Del desconocimiento visual del objeto**

Llamaremos desconocimiento visual del objeto, al conjunto de imágenes mentales que, aunque construidas por observación directa del objeto, no tienen fonetización por parte del observador.

**Notación1.6** La notación del desconocimiento visual es  $d_{vi}$ .

**Definición1.7 Del grado de reconocimiento visual**

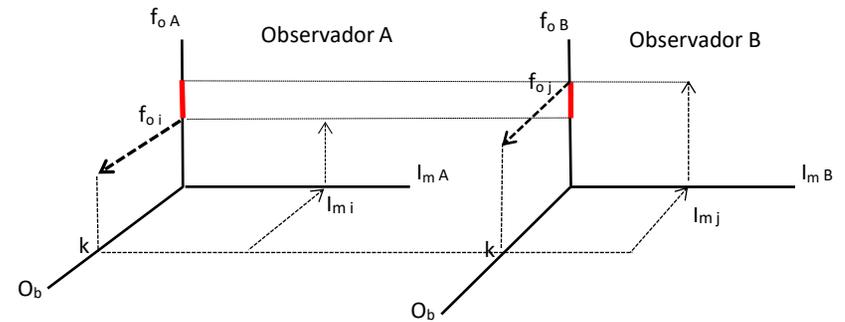
Si para  $m$  objetos, un observador presenta un desconocimiento visual  $z$ , al resultado de la diferencia  $m - z$ , lo llamaremos grado de reconocimiento visual del observador.

**Definición1.8 Del porcentaje de reconocimiento visual**

Si un observador presenta un grado de reconocimiento visual  $m - z$ , llamaremos porcentaje de reconocimiento visual del observador a  $\frac{m-z}{m} \cdot 100\%$

Supongamos ahora que interviene un segundo observador, hecho que representamos a través de la Figura1.5.

**Figura1.5 Diferencia en la fonetización de lo observado**



La figura muestra que ante un mismo objeto ( $k$ ), dos observadores lo nombran de manera distinta, por lo que deben seguir una estrategia que dilucide los  $[I_{mi}, I_{mj}] \times [f_{oi}, f_{oj}]$  de cada uno si quieren acordar cómo nombrar al objeto que observan, y que los llevaron a fonetizar al objeto  $k$  en la forma que lo hicieron.

**Acuerdo Fonetización – Verbalización**

En lo que sigue, acordaremos que, lo que nombra correctamente al objeto es fonetizado y denotado  $f_o$ , y lo que nombre la imagen mental del observador, es verbalizado y denotado  $v_e$ .

Diremos entonces que, el observador reconoce al objeto, cuando su verbalización del objeto, coincide con la fonetización del objeto.

**Situación2 Observador sin objeto a la vista**

Estando el objeto a la vista de quienes participan de la conversación, por supuesto que es más fácil acordar cómo nombrarlo, sin embargo muchas conversaciones tratan de objetos que no están presentes o son abstractos, de ahí la importancia de analizar esta situación que, en forma análoga a la anterior, pasamos a detallar.

El observador inicia escuchando una fonetización que nombra a un objeto que no se encuentra presente, continua haciendo relaciones y comparaciones en su mente con sonidos que ha adquirido con anterioridad hasta construir una imagen mental asociada al sonido escuchado para finalizar con la descripción o caracterización de un objeto específico, o diciendo desconocer qué objeto se nombró.

**Definición1.9 Del reconocimiento auditivo del objeto**

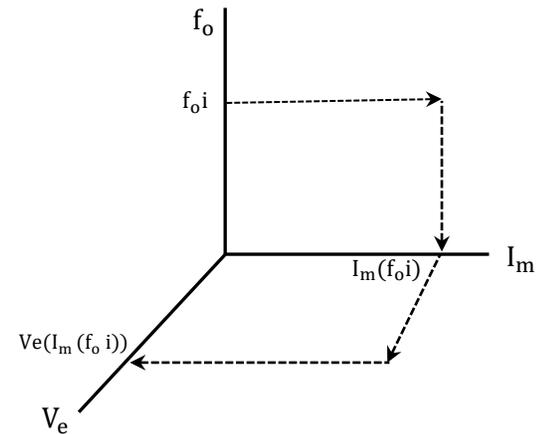
Reconocimiento auditivo del objeto es la relación que establece el observador entre la fonetización que escucha, la imagen mental que forma asociada a lo escuchado, y la verbalización que exterioriza para describir o caracterizar al objeto que considera corresponde a la fonetización escuchada.

**Notación1.9** La notación del reconocimiento auditivo del objeto es  $r_{au}$ . Por ahora asumiremos que la exteriorización es verbal, sin embargo como veremos posteriormente, podrá ser también, escrita.

**Nota.** Al igual que en la situación1, en este apartado no nos referiremos al por qué de los fallos o errores de parte del observador en cuanto a la verbalización equivocada que pueda emitir para nombrar al objeto o de las verbalizaciones para describirlo, solo estamos presentando elementos constituyentes que permitan en una etapa posterior, tratar dichos fallos.

Figura1.6, muestra cómo construye el observador el reconocimiento auditivo. Inicia escuchando la fonetización que caracteriza a un objeto, asocia imágenes mentales y termina verbalizando a qué objeto corresponde dicha fonetización, siendo  $V_e$  el eje de las verbalizaciones.

**Figura1.6**  $r_{au}(O_b) : f_o \times I_m \rightarrow V_e$



Es importante darnos cuenta que el reconocimiento auditivo es más que nombrar al objeto, es cómo relaciona el observador (en este caso oyente) lo que escucha, con la imagen o imágenes mentales que construye y que traduce en verbalizaciones.

Al igual que en el caso del reconocimiento visual, hay un sentido de circularidad en la definición puesto que, para que el observador relacione la fonetización con alguna imagen mental, debe haberla escuchado con anterioridad y hecho un constructo mental, de ahí que en un instante  $t$ , se cumpla:

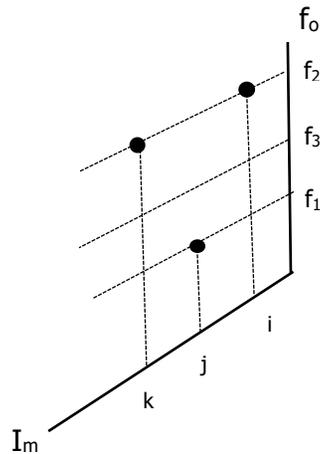
$$r_{au_t}(f_o) = Ve(I_m)_{t-1}$$

En un primer momento, cuando el observador escucha por primera vez la fonetización del objeto y forma la imagen mental, se tendrá:

$$r_{au_1}(f_o) = Ve_o$$

Para complementar uno de los aspectos que más nos interesará, esto es, qué sucede en la mente del observador al escuchar fonetizaciones que se refieren a determinados objetos, analicemos  $f_o \times I_m$  como muestra Figura1.7, en la que el observador construye dos imágenes mentales distintas para  $f_2$  (lo que puede darse al escuchar una misma fonetización referida a figuras diferentes pero que cumplen un mismo concepto) y, que  $f_3$  no la asocia con imagen mental alguna, es decir que la escucha pero nada imagina.

**Figura1.7**  $f_o \times I_m$  para un observador



**Definición1.10 Del desconocimiento auditivo del objeto**

Desconocimiento auditivo del objeto será el conjunto de fonetizaciones que, siendo escuchadas, el observador no logra asociarlas con alguna imagen mental.

**Notación1.10** La notación del desconocimiento auditivo es  $d_{au}$ .

**Definición1.11 Del grado del reconocimiento auditivo**

Si para  $n$  fonetizaciones, un observador presenta un desconocimiento auditivo  $w$ , al resultado de la diferencia  $n - w$ , lo llamaremos grado de reconocimiento auditivo del observador.

**Definición1.12 Del porcentaje de reconocimiento auditivo**

Si un observador presenta un grado de reconocimiento auditivo  $n - w$ , llamaremos porcentaje de reconocimiento auditivo a  $\frac{n-w}{n} \cdot 100\%$

Cuando analizamos la Situación1, definimos el constructo visual – fonológico para un objeto  $k$ , el que describimos a partir de  $O_b \times [I_{mi}, I_{mj}] \times [f_{oi}, f_{oj}]$ , teniendo su equivalente que veremos a continuación.

**Definición1.13 Del constructo auditivo – verbal**

Llamaremos constructo auditivo – verbal la relación que hace el observador (oyente en este caso) entre la fonetización que escucha y determinadas imágenes mentales que eventualmente pudiera poseer con las cuales asociarla, y las verbalizaciones que emite para referirse al objeto fonetizado.

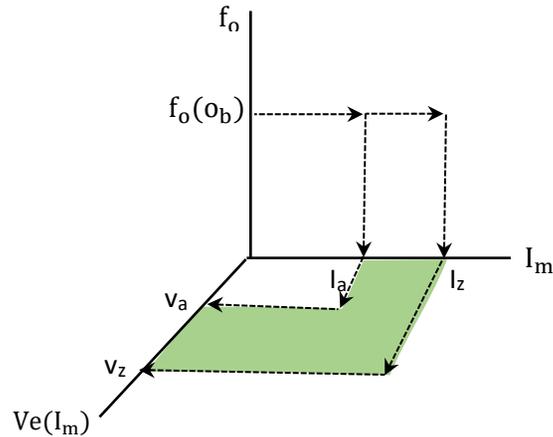
Lo representaremos como:

$$f_o \times [I_{mi}, I_{mj}] \times [Ve(I_{mi}), Ve(I_{mj})]$$

**Notación1.13** La notación del constructo auditivo – verbal es  $C_{au/ve}$ .

A continuación representaremos un análisis gráfico para este constructo.

**Figura1.8 Análisis gráfico de  $C_{au/ve}$**



Se observa una banda verde que corresponde a una serie de asociaciones entre imágenes mentales y expresiones verbales que realiza el observador al escuchar la fonetización, provocando diversas posibilidades de verbalizaciones para el objeto.

Como para hablar el observador ocupa variadas expresiones, distinguiremos entre ellas acuñando las siguientes definiciones.

**Definición1.14 De los conectores**

Hay palabras que ayudan a construir fonetizaciones o verbalizaciones, a dichas palabras las llamaremos conectores.

**Definición1.15 De la frase**

Llamaremos frase a cualquier fonetización o verbalización acompañada de conectores.

**Definición1.16 De la conversación**

Conjunto de frases que comparten dos o más personas.

Lo hasta aquí dicho, se refiere a algo que hemos llamado objeto, cuya característica es que, visualizado o no, puede nombrarse a través de una fonetización (expresión en palabras que coincide con el objeto) o una verbalización (expresión en palabras de imágenes mentales que lo describen) de manera que si por ejemplo, usted está con un grupo de personas que saben qué es un gato, y escuchan que alguien dice la palabra gato, usted y todos imaginan un gato, y si observan un gato, cada uno dice gato, coincidiendo en este caso fonetización y verbalización, pero debemos todavía aclarar dos cosas, la primera, cómo hacer que se correspondan fonetizaciones con verbalizaciones y cómo reconocer que el observador ha comprendido que lo que llama gato, es efectivamente un gato y no otro objeto.

Para ello, acuñaremos algunas definiciones adicionales.

**Definición1.17 De la explicación**

Quien dirige una conversación respecto de un objeto, la transforma en una explicación, si intenciona<sup>2</sup> conciliar sus reconocimientos visuales y verbales con los de quien conversa.

**Definición1.18 De la comprensión**

Quien escucha a otro, comprenderá lo que se le explica de un objeto, si concilia sus reconocimientos auditivos y visuales con los de quien explica.

**Consideración bi – didáctica del objeto**

Para explicar cualquier objeto, deben considerarse sus componentes visual y fonológica.

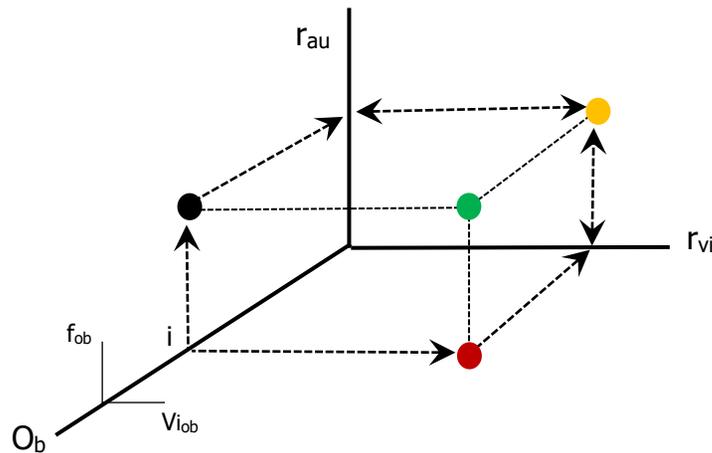
Estas definiciones nos llevan a explicitar lo dicho anteriormente en forma separada, esto es que en las representaciones gráficas, el eje destinado al

<sup>2</sup> Existe la intencionalidad.

objeto tenga dos componentes, una visual cuando se presenta o muestra físicamente, y otra auditiva, cuando se nombra o habla de él.

De esta manera, se han dispuesto en la Figura 1.9 dichos ejes adicionales, que pasamos a analizar.

**Figura 1.9 Reconocimientos visual, auditivo y visual ↔ auditivo**



● Se presenta la imagen de un objeto  $i$ , y se dirige la conversación de manera que el observador al mirarlo, lo asocie con alguna imagen mental que ha almacenado con anterioridad y lo nombre (o diga desconocerlo en caso contrario)

● Se presenta la fonetización de un objeto  $i$ , y se dirige la conversación de manera que el observador asocie dicho sonido con alguno anterior que haya escuchado y además, con alguna imagen mental que le corresponda, haciéndolo verbalizar las imágenes mentales que construye referidas a la fonetización que escucha.

● Habiendo abarcado los puntos anteriores, quien dirige la conversación encamina al observador a asegurar que las verbalizaciones que asigne a las imágenes mentales que posee para justificar cómo nombrar al objeto, sean coincidentes con el objeto y fonetización verdaderos.

● Tanto quien dirige la conversación como el observador están de acuerdo respecto de lo visto y nombrado.

Daremos un poco más de énfasis a lo ya planteado con los últimos análisis.

**Relación entre reconocimientos visual y auditivo**

Si un grupo de personas observa un objeto, acuerdan asignar ( $\rightarrow$ ) un mismo término o palabra para nombrarlo, estableciéndose que para un objeto conocido, el reconocimiento visual implica asignar un mismo reconocimiento auditivo, es decir:

$$r_{vi} \rightarrow r_{au}$$

La implicancia se debe a que todos observan lo mismo.

**Relación entre reconocimientos auditivo y visual**

Si en un grupo de personas se escucha una palabra que nombra un objeto conocido por todos, pero que no se encuentra visible, lo más probable es que cada persona le asigne una imagen mental distinta pero semejante ( $\sim$ ) a la imagen que tiene del objeto quien lo nombra, a menos que el objeto sea único, es decir:

$$r_{au} \sim r_{vi}$$

Como hemos hecho una diferencia entre lo fonetizado y lo verbalizado, es necesario distinguir entre lo que define a un objeto, de lo que lo caracteriza.

**Definición 1.19 De la articulación**

Una frase está articulada si sus términos y conectores presentan un orden posicional que al verbalizarse permiten distinguir qué sucede al objeto. (No hay una única secuencia para articular palabras, por ejemplo, en inglés, un adjetivo antecede a un sustantivo, no así en español).

**Definición1.20 De la definición y los términos base**

Una frase define un objeto si en su serie articulada de verbalizaciones contiene términos (que no son conectores) que llamaremos términos base, que no se encuentran en la definición de ningún otro objeto.

A modo de ejemplo, considere la definición de cuadrado como paralelogramo equilátero y equiangular, reconociendo como términos base:

Paralelogramo – Equilátero – Equiangular

Puesto que un rombo comparte solo dos términos base con el cuadrado al definirse como un paralelogramo equilátero, cuadrado y rombo son definiciones distintas. A los términos base que caracterizan al objeto, los llamaremos características del objeto.

**Definición1.21 De la caracterización**

Diremos que un término base caracteriza a un grupo de objetos, si dicho término base participa en la definición de todos ellos.

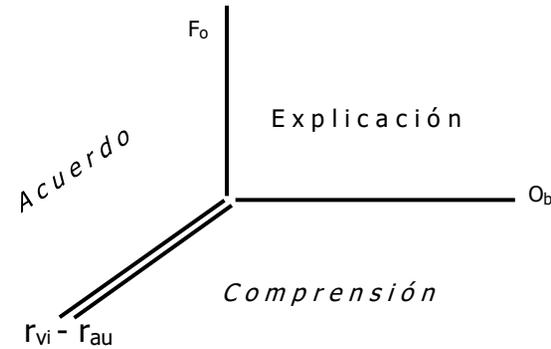
En el ejemplo que vimos de los cuadrados y rombos en la definición anterior, paralelogramo es un término base que se halla en la definición de ambos, por lo tanto los caracteriza.

En el caso de cuadrados y rombos, diremos que una característica de ellos, es ser paralelogramos.

Si traducimos las definiciones anteriores a un formato gráfico, tendremos un esquema como el de la figura1.10, que muestra la conformación de tres planos al momento de conversar.

- Plano del proceso de la explicación  $\Pi_{PE}$
- Plano del proceso de la comprensión  $\Pi_{PC}$
- Plano del proceso de los acuerdos  $\Pi_{PA}$

**Figura1.10 De los tres planos generales**



$\Pi_{PE}$  se llama plano del proceso de la explicación porque quien dirige la conversación presenta el objeto y ejecuta fonetizaciones para identificarlo.

$\Pi_{PC}$  se llama plano del proceso de la comprensión porque quien observa lo presentado y fonetizado, debe conciliar lo que ve y escucha con sus reconocimientos visuales y auditivos.

$\Pi_{PA}$  se llama plano del proceso de los acuerdos porque quienes hablan deben conciliar entre sus reconocimientos visuales y auditivos.

**Objeto, fonetización y notación**

Hasta aquí, hemos hablado de manera general del objeto como algo concreto que el observador puede tocar, ejemplificándose con un gato, y si el observador no tiene el objeto a la vista, acude a imágenes mentales formadas con anterioridad para nombrarlo o describirlo a través de alguna frase.

Mantendremos por un momento esta visión de objeto e incorporaremos además de un sonido para identificarlo, un signo escrito que lo represente, y así, el observador pueda reconocerlo a través de dicho signo.

**Complemento al concepto de razonamiento**

Al iniciar esta Parte I, se reconoció al razonamiento como el ejercicio mental que permite formular juicios, sin embargo es necesario complementar este concepto con los aportes de Charles Peirce, quien a través de su lógica crítica, consideró que el pensamiento es de naturaleza sígnico, que el símbolo (notación) se corresponde con el objeto, que existe una relación ilativa entre signos e inferencias, y que las relaciones ilativas convergen a una realización o consecuencia inferencial comprobable<sup>3</sup>.

**Definición1.22 De la notación**

Notación del objeto será el signo o conjunto de signos que, observados, permiten identificar o reconocer al objeto.

A modo de ejemplo, si deseamos decir que la notación de un objeto Q es ::, significará que cada vez que veamos ::, sabremos que nos referimos a Q, y que cuando deseemos expresarnos en forma escrita respecto de Q, podremos usar el signo ::.

Abreviaremos la palabra notación del objeto por No ( $O_b$ ).

<sup>3</sup> Collected Papers, Vol I – VIII, Harvard University Press, Cambridge, 1931 – 1958.

**Propiedad notación – fonetización**

La notación del objeto puede ser fonetizada y la fonetización del objeto puede ser denotada.

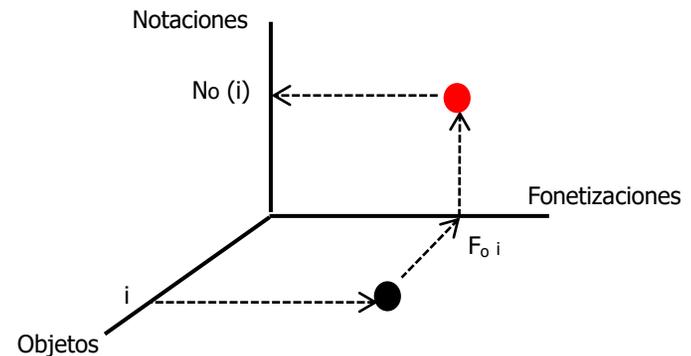
**Nota.** Generalmente la notación de un objeto se fonetiza como se ha fonetizado al objeto, aunque no necesariamente sea así.

Consideremos por ejemplo que el observador desea referirse a una cantidad desconocida, como los años de una persona. Si se trata de Juan, dirá “sea J la cantidad de años de Juan”, en cuyo caso J no hace referencia a la persona Juan sino que a la cantidad de años que tiene dicha persona, pudiendo también denotar dicha cantidad con cualquier otro signo.

De esta manera, hemos construido la secuencia que permite contar con tres elementos relacionados entre sí porque representan lo mismo; al objeto, su fonetización y su notación.

Figura1.11 muestra la secuencia que sigue quien dirige la conversación; inicia presentando al objeto i, lo fonetiza y escribe su notación.

**Figura1.11 Secuencia objeto – fonetización – notación**



- Se establece la relación objeto – fonetización.
- Se establece la relación fonetización – notación

### Primer principio de notación (equivalencia)

Observar la notación que representa a un objeto, equivale a observar al objeto.

### Segundo principio de notación (frase – término base)

Si dos o más frases pueden construirse a partir de un mismo término base, pueden eventualmente, compartir la misma notación.

A modo de ejemplo, las palabras la, ese, al, aquel, otra, un, una, tendrán la misma notación porque todas cuantifican uno, cuya notación es 1, de manera que para referirnos a la gata, ese gato, al gato, aquel gato, otra gata, un gato o una gata, podemos escribir 1 gato o 1 gata. Esta propiedad de la notación nos obliga analizar no solo cómo son descritos los objetos sino también el contexto en que se describen o participan en la conversación.

### Definición 1.23 Del contexto

Conjunto de consideraciones y/o limitaciones en que participa o desenvuelve el objeto de la conversación y que deben tenerse en cuenta para su fonetización y notación.

### Tercer principio de notación (notación – término base)

Si dos o más notaciones distintas corresponden a frases distintas pero cuentan con un término base común que las define, todas ellas pueden eventualmente, llevarse a la notación del término base común.

A modo de ejemplo, consideremos las verbalizaciones cuadrado y rectángulo.

Puesto que un rectángulo puede considerarse una agregación de cuadrados o partes de cuadrados, aunque la notación que se disponga para el rectángulo sea distinta a la del cuadrado, puede transformarse a la del cuadrado.

En efecto, si decimos que  $\bullet$  denota “rectángulo”, y  $\square$  “cuadrado”, ambas notaciones pueden llevarse a una notación común, la del cuadrado.

Otro ejemplo es considerar las notaciones para los números, aunque son distintas, todas ellas pueden llevarse a una común, la del número uno por ser todos los números agregaciones de uno.

### Cuarto principio de notación (modificación de la frase)

Si una frase se ve modificada por la incorporación de nuevos términos, la notación que permanezca, al ser reverbalizada no cambiará su sentido original.

Supongamos que usted tiene la siguiente frase:  $\frac{1 \bullet 4}{1 \bullet 2}$

Aceptemos que podemos leerla como: “cantidad de rectángulos de lados con medidas uno y dos, que caben en un rectángulo de lados con medidas uno y cuatro”.

Ahora bien, suponga la siguiente modificación a la frase original:  $\frac{1 \bullet 4}{1 \bullet 2} = 2$

La lectura de la nueva frase será: “la cantidad de rectángulos de lados con medidas uno y dos que caben en un rectángulo de lados con medidas uno y cuatro, es dos”.

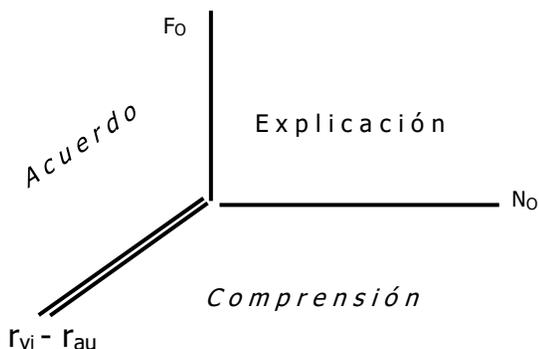
Vemos que se ha modificado la frase, sin embargo la notación inicial se ha leído manteniendo su sentido original.

### Consideración tri – didáctica del objeto

Para explicar cualquier objeto, deben considerarse sus componentes visual, fonológica y notacional.

Contando ahora con notación para los objetos y haciendo uso del primer principio de la notación, podemos modificar la Figura 1.10.

**Figura1.12 De los tres planos particulares<sup>4</sup>**



Habiendo incorporado la notación, los planos de que hablamos anteriormente se ven modificados de la siguiente manera:

$\Pi_{PE}$  se llama plano del proceso de la explicación, porque quien dirige la conversación, presenta el objeto y fonetiza la notación que escribe para identificarlo.

$\Pi_{PC}$  se llama plano del proceso de la comprensión, porque quien observa el objeto presentado, denotado y fonetizado, debe conciliar lo que ve y escucha, con sus reconocimientos visuales y auditivos.

$\Pi_{PA}$  se llama plano del proceso de los acuerdos, porque quienes conversan deben conciliar entre sus reconocimientos visuales del objeto, de la notación y auditivos.

Si bien el primer interés es enseñar, también es importante lograr que el individuo intencione una forma de pensar, por lo que requeriremos de las siguientes definiciones.

<sup>4</sup> Lo que el eje de la notación represente, dependerá de cada objeto en particular.

<sup>5</sup> Definición1.18

**Definición1.24 Del sentido**

Diremos que una expresión verbal o escrita tiene sentido, si quien la escucha o lee, comprende<sup>5</sup> las fonetizaciones y/o notaciones que la construyen, su redacción se corresponde con lo que plantea bajo el contexto en que se encuentre, es comprobable y permite poder orientarse en la vida práctica<sup>6</sup>.

**Definición1.25 Del acto noético**

Llamaremos acto noético a la conciliación temporal que realiza un individuo entre su percepción (Gestalt) y cada uno de los tres planos particulares.

**Observación 1.3 De la secuencia de actos noéticos**

La secuencia de actos noéticos es:

- Construir la explicación considerando  $\Pi_{PE}$
- Clarificar lo percibido considerando  $\Pi_{PA}$
- Cotejar lo comprendido considerando  $\Pi_{PC}$

Podemos finalmente definir lo que esta didáctica reconoce como aprendizaje.

**Definición1.26 Del aprendizaje**

Llamaremos aprendizaje a la manifestación de actos noéticos con sentido. Diremos que un individuo aprendió respecto de un objeto, porque es capaz de exteriorizar todos y cada uno de los actos noéticos referidos a dicho objeto, en caso contrario, se encuentra en proceso de aprendizaje, siendo el estado de aprendizaje, el respectivo plano particular en que se encuentre.

<sup>6</sup> Aspecto de utilidad del sentido de Henri Bergson (Deleuze G., 1977, Henri Bergson/ Memoria y Vida , Alianza Editorial)

## REFLEXIÓN CONSIDERACIONES CONVERSACIONALES

Hemos referido una primera etapa [2] del proceso de aprendizaje a través de la conversación como son la presentación y ejecución [3] de fonetizaciones, notaciones específicas para los objetos que se dan a conocer, refuerzo o modificación de conductas [4] verbales y discriminación [5] entre ellas, y presentado también tres aspectos claves del constructo metodológico de esta didáctica, a saber:

- Se trata de un mecanismo de aprendizaje por imitación e identificación [6] llamado aprendizaje de conductas de réplica, emulación o emparejamiento (matching responses) [7] de tipo social, también llamado por Bandura modelamiento participativo [8] que se condice con el hecho que el pensamiento no duplica la realidad sino que la representa [9], que cumple su ciclo perceptual (ciclo del conocimiento) [10] en el que hay asimilación y acomodación piagetiana [11], que busca producir la generación de un insight o toma de conciencia [12] que lleve al observador a un proceso constructivo deliberado [13], que trata de evitar el error de comprensión “que sólo le ocurre, principalmente al individuo, y aun, dentro del individuo, como accidente casual y aislado, como una rotura o interrupción momentánea del hilo psicoidiomático entre hablante oyente” [14] y por último, en que cada sonido cumpla una función formal o significativa [15].
- Aborda el razonamiento del oyente bajo lo que H.P Grice llamó comunicación intencional “... un hablante al decir X, desea comunicar una intención comunicativa concreta y logra su objetivo cuando esa intención es reconocida (y aceptada) por el oyente, transformándose así en conocimiento común” [16].
- Conduce a acuerdos conversacionales, significando con ello que sus participantes deben compartir razonamientos sintéticos que pueden estar equivocados, quedando implícito en el planteamiento que se ha hecho la posibilidad de modificar o negar proposiciones lógicas hasta consensuar opiniones, lo que lleva a caracterizarlo como un método falibilista, entendido como aquel que permite la posibilidad de mejorarse de manera progresiva [17].

Es necesario aclarar que existe una cantidad importante de autores que abordan el análisis del aprendizaje a través de la semiótica como Raymond Duval [18] pero que se diferencian de este trabajo (como podrá distinguir) porque sus consideraciones son eminentemente epistemológicas, a diferencia de este trabajo que además de plantear argumentaciones epistemológicas, entrega la implementación práctica de lo que propone.

Presentados los primeros elementos y consideraciones a tener en cuenta al momento de conversar, a continuación abordaremos objetos y actos específicos que llamaremos matemáticos.

**BIBLIOGRAFÍA**

Apel, K-O. (1991). *Teoría de la verdad y ética del discurso*. Barcelona, España: Ediciones Paidós Ibérica S.A.

- [17] páginas 23, 41, 45

Bermeosolo, J. (2019). *Cómo aprenden los seres humanos*. Santiago, Chile: Ediciones UC.

- [2] página 27
- [3] página 19
- [4] página 18
- [5] página 29
- [6] página 26
- [7] página 84
- [8] página 86
- [9] página 134
- [10] página 143
- [11] página 145
- [12] página 118
- [13] página 120

D'Amore, B. et al. (2015). *Análisis de los antecedentes histórico – filosóficos de la "paradoja cognitiva de Duval"*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa.

- [18] páginas 177 a 212

Lavados, J. (2012). *El cerebro y la educación*. Santiago, Chile; Editorial Taurus.

- [1] página 185

van Dijk, T. compilador (2000). *El discurso como interacción social*. Barcelona, España: Editorial Gedisa.

- [16] página 68

Vossler, K. (1943). *Filosofía del lenguaje*. Buenos Aires, Argentina: Editorial Losada.

- [14] página 198
- [15] página 157

C O N S I D E R A C I O N E S   C O N V E R S A C I O N A L E S