算法須知

幼梅題簽

算法須知

總引

算法之事、不獨日用飲食米鹽零雜有無相易子母互權、必藉算法為用也、即如度土田而推積步、計道里而定均輸、因高廣而立商工、凡可尺量寸計而得者、皆有算法存焉、若夫樓臺山嶽之高、濠壍坑谷之深、河梁海口之遠且闊、雖不能身履其地、茍可望而測之者、亦可算得其數、至于仰觀天文、俯察地理、尤以算法為大用焉、故深于算法者、可以析至紛之數、窮至賾之理、造至精至奇之器、奪造化之權輿、洩天人之祕奧、國家因此以富強、天下俱得其

便利、其功豈淺鮮哉、或以數理淵深、每致望之而卻步、殊不知算法之事、由淺入深、節節可以致用、習其淺而未習其深、則其淺者已有淺者之用、且淺者之用處、比深者更多、必不至學成而無用也、此書專為初學算法之人而作、但取極淺之算法、設題演數、務使人易于通曉、惟因限于卷帙、故于稍深之法、稍繁之題、概弗及焉、書中共分為四章、第一章、論整數之加減乘除、及求公度數公倍數之法、第二章、論命分約分通分加分減分乘分除分之法、第三章、論小數加減乘除之法、第四章論開方之法、而以比例終焉、此皆為算學中最淺而最要之事、習之易成、思之易

明而其用則無窮焉是猶文人之紙筆武士之戈矛農夫之耒耜漁者之網罟不能一日無之者也學者苟能于此書之各法習之純熟則心中必自有領悟再取他種詳備之算學書觀之如幾何代數微分積分等術必能漸通其義蓋其術雖極精深仍不外乎加減乘除開方等法所積累變化而成故可漸得其解也若于加減乘除開方之法習之未熟或其理未能了然于心而遽欲觀各種深算術以冀捷獲是猶未能步履于平地而欲登山也能乎不能乎

光緒八年歲次壬午金匱華蘅芳自敘

是書為華君若汀所輯於尋常算法已幾賅備設題演數尤甚簡明余讀之喜爰付剞劂以便廣其傳焉傅蘭雅識

目錄

算法須知

金匱　華蘅芳輯

第一章　記數之法

無論何種數目。皆可用一二三四五六七八九各數記之。因每數若必立一名。則不勝其繁。且不便于記。故有進位之法。每位之數。以九為限。滿十則進為上位之數。仍以自一至九之各字記之。滿百又進其位。仍以自一至九之各字記之。如是以至千萬以上。皆以此法進位。則所用數目之字。不多。而不至紊亂無序矣。

凡寫各數。有用直行者。有用橫列者。其直行之數。便于文理。橫列之數。便于布算。各隨其便而用之。所以算法之書。其論說及題目中。宜用直行之數。其算式必用橫列之數。非如此則閱者不易明也。

凡直行之數。必用十百千萬等字。以記其位數。否則易于混淆。如幾萬幾千幾百幾十幾之類是也。

凡橫列之數。不必用十百千萬等字記之。惟恆以最右之一字。為單位之數。其左則為當十之位。再左則為當百之位。當千之位。如是以至幾萬幾十萬幾百萬。皆向左計之。

如一二三四五即一萬二千三百四十五也。

凡遇無數之位。不可將下位之有數者。徑接上位之有數者書之。必于其無數之位。作圈以記之。其圈即無之意也。

如二千零十六。必作二〇一六不可作二一六如二千零零六。必作二〇〇六不可作二六如二千。必作二〇〇〇不可但作二字也。

加法

有幾箇數目。而欲總計之。則必用加法。故加法者即求各數相和之數也。

凡學加法。須先取任兩箇單位之數。和而數之。記其總數若干。及一一記熟。便能將任何單位之數相加。而多位之數相加者。亦可從此推廣而得。

學習兩箇單位之數相加。有一簡易之表名曰加法表。

加法表

	一	二	三	四	五	六	七	八	九
一	二	三	四	五	六	七	八	九	一〇
二	三	四	五	六	七	八	九	一〇	一一
三	四	五	六	七	八	九	一〇	一一	一二
四	五	六	七	八	九	一〇	一一	一二	一三
五	六	七	八	九	一〇	一一	一二	一三	一四
六	七	八	九	一〇	一一	一二	一三	一四	一五
七	八	九	一〇	一一	一二	一三	一四	一五	一六
八	九	一〇	一一	一二	一三	一四	一五	一六	一七
九	一〇	一一	一二	一三	一四	一五	一六	一七	一八

此表之用法。如欲求八與七之和。則于左之縱行。從八向右橫看。亦于上之橫行。從七向下直看。至縱橫相遇之格。其數為一五。即知八與七相加。必得十五也。

此表記之甚熟。則遇任兩箇不大于九之數。能不假思索而得其和。則可依下法。將任兩數相加。

凡欲將任兩數相加者。可先將兩數橫列之。無論何數在上。何數在下俱可。惟須齊其位數。令上下相對。單位與單位對。十位與十位對。百位與百位對。千位萬位亦然。向左計之。為十百千萬。而單位為最右之一數。　寫畢各數。即于其下作一橫線界之。　乃從單位之數起。將此位之兩數相加。而書其所得之單位數。于本位橫線之下。如有加得之進一位數。則不可寫出。須默記于心。　又將左一位之數相加而得其和。又加入心中所記之數。將其總數之單位者。書于本位橫線之下。而心中又默記其所得之進一位數。自右向左。每位皆如是算之。至其左更無他數。則將所記者亦書之。則橫線下所書之數即為所求之和數也。

一題　設有數五千六百七十八。又有數七千六百二十九。求將兩數相加。

則先橫列兩數。各齊其位。下作橫界線。乃以八與九相加。得一七。書其七于本位橫線之下。而心中記其一為左一位之數。乃將左一位之數。七與二相加。得九。又將心中所記之一加

	五六七八
	七六二九
一	三三〇七

之得一〇。書其〇于此位之下。而心中又記其一。為再左一位之數。乃將再左之一位。六與六相加。得一二。加入所記之一。得一三。書其三于此位之下。心中又記其一。為再左一位之數。乃將再左一位之數。五與七相加。得一二。加入所記之一。得一三。書其三于此位之下。其一為再左一位之數。因更無他數與之相加。故即書于再左一位之下。則共得五位之數。為一萬三千三百零七。即加得之數也。

多數相加者。其法亦同此例。

二題　設有數一百二十三。又有數四百五十六。又有數七百八十九。求總數若干。

則將三先與六相加。得九。又將九與九相加。得一八。乃書其八。而心中記其一。為左一位之數。乃以左一位之數二與五相加。得七。又以七與八相加。得一五。又加入心中所記之一。得一六。乃書其六。而心中又記其一。為左一位之數。乃將左一位之數一與四相加。得五。又以五與七相加。得一二。又加于心中所記之一。得一三。乃書其三。因其左一位更無他數可加。故書其一于三之左。則共得一千三百六十八。即加成之總數也。

	一二三
	四五六
	七八九
	一三六八

三題　設有數一百二十。又有數三十四。又有數五百零

六、又有數七百八十九、求總數若干、則將其單位之四數〇四六九相加、得一九、乃書其九、而心中記其一、為十位之數、又將十位之數、二三〇八相

	一	二	〇
		三	四
	五	〇	六
	七	八	九
一	四	四	九

加、得一三、加入心中所記之一、得一四、乃書其四、而心中記其一、為百位之數、

又將百位之數、一五七相加、得一三、加入所記之一、得一四、即于百位下書四、又于千位下書一、則共得一千四百四十九、為所求之總數、

四題　求一千八百零五、與三十六、與一萬九千七百二十七、與三、與一千四百七十四、與二千零零八之和、

則如法列齊各數、下作橫界線、乃將單位之各數相加、得三三、即為三箇十、與三箇一、將三箇一、書于本位之下、為三、而將三箇十記于心中、以與十位之各數相加、得

	一	八	〇	五
			三	六
一	九	七	二	七
				三
	一	四	七	四
	二	〇	〇	八
二	五	〇	五	三

一五、即一箇百、五箇十、將五箇十書于本位之下為五、而心中又記其一箇百、以與百位之各數相加、得二〇、即二十箇百、亦即二千而無百、故在本位下作〇、若不作〇、看差一位、誤將當千之位為當百之位也、再將二千與千位之各數相加、得一五、即十五箇千、亦即一箇萬、五箇千、書五于千位之下、再將其一萬與萬

位之數相加。得二萬。書于其位之下。則全數已得。共為二萬五千零五十三。為所求之和數。

減法

凡有一數。以他數減之。其所得之數。謂之餘數。亦謂之較數。求此較數之法。名曰減法。尋常之算法中。其減之之數必小于本數。否則不能減也。

凡欲于大數內減去小數者。先列大數于上。小數于下。各齊其位。又于其下作橫線為界。乃將各位之數。上下相對者。自右而左。每位以下數減上數。書其減餘之數于本位之下。即得。 如遇其上下相對之數。上數為小。下數為大。

則必將上數加十。而以下數減之。而將其左一位之下一數加一算之。乃可減其上一數。否則不合也。

一題 設有數五萬六千七百八十九。以四萬三千六百四十二減之。其餘數若干。

則列大數于上。小數于下。作橫線界之。乃從單位起。以

五	六	七	八	九
四	三	六	四	二
一	三	一	四	七

二減九。餘七。書之于本位之下。乃將其十位之數。以四減八。餘四。則書四于其位之下。又將百位之數。以六減七。餘一。則于其下書一。又將千位之數。以三減六。餘三。則于其下書三。又將萬位之數。以四減五。餘一。而于其下書一。則共減

得一萬三千一百四十七即所求之餘數也

二題　設有數二萬三千六百七十二以一萬六千四百八十一減之其餘數若干

則單位之二以一減之餘一故于其下書一其十位之七以八減之上數小下數大為不足減則必將上數當

二三六七二
一六四八一
七一九一

作一七而以八減之餘九故于其下書九因此而百位之六本應以四減之者今必作以五減之得其餘數一故于其下書一其千位之三以六減之亦不足必作為以六減一三餘七故于其下書七而萬位之一因此必作二算以二減二為適盡則不必書〇共減得七千一百九十一即所求之餘數也

乘法

將一數連加若干次其所得之總數謂之積即本數之若干倍也若其倍數甚多則累加不易故另有簡法以求其積其法名曰乘法

如有數一千三百六十七欲知其四百二十九倍之數若用加法推之必將一千三百六十七連書四百二十九次再將其各數相加方可得其積若用乘法則為一千三百六十七以四百二十九乘之可以頃刻而得所求之數也

凡學乘法。必先熟記各單數相乘之數。可將乘法表習之。

乘法表

一	二	三	四	五	六	七	八	九
二	四	六	八	一〇	一二	一四	一六	一八
三	六	九	一二	一五	一八	二一	二四	二七
四	八	一二	一六	二〇	二四	二八	三二	三六
五	一〇	一五	二〇	二五	三〇	三五	四〇	四五
六	一二	一八	二四	三〇	三六	四二	四八	五四
七	一四	二一	二八	三五	四二	四九	五六	六三
八	一六	二四	三二	四〇	四八	五六	六四	七二
九	一八	二七	三六	四五	五四	六三	七二	八一

用此表之法。如欲知六與七相乘之數。則查其左邊縱行之六。與其上橫行之七。相交之格。得四二。即知其乘得之數為四十二。

此表所列之數。即中法之小九九也。學者如已熟記九九歌訣者。則可不必用此表矣。

凡欲將兩數相乘者。以原數為實。倍數為法。列實于上。列法于下。各齊其位。下作橫線為界。

若其法為單位之數。則將法先與實之單位相乘。書其乘得之單位數于其位之下。其乘得之數。有進一位者。則記于心中。又將法與實之十位數相乘。將所記之數加入。亦書其乘得之本位數。而記其進一位之數。自右向左。每位皆如此乘之。乘訖書訖。則橫線下所書之數。即為乘得之數。

如實內有〇位者。必將〇字用之。與數目之字無異。切不可遺忘。

凡以〇與他數相乘者。其乘得之數亦為〇。因有數以無倍之。則其數亦無也。

一題　設有數為十二．欲求其四倍之數．則以十二為實．列于上．四為法．列于下．作橫線于下為界．先以四乘二．得八．書于本位之下．又以四乘一．得四．書于上一位之下．即得四十八．為乘得之數．

```
一二
　四
————
四八
```

二題　設有數十二．以五乘之．得數若干．

```
一二
　五
————
六○
```

先以五乘二．得一○．則本位為無數．故于其下作○．而心中記其一．為上位之數．又以五乘上位之一．得五．加入所記之一．得六．書其六于其位之下．即得六十．為乘得之數．

三題　設有數六百零七．問以六乘之．當得若干．則以六乘七．得四二．書其二于下．而心中記其四．為左一位之數．又以六乘○．得○．加入所記之四．得四．則于其下書四．又以六乘六．得三六．因已乘畢．故于本位下書六．而其左書三．即為乘得三千六百四十二．

```
　六○七
　　　六
————
三六四二
```

若法為多位之數．則從法之單位起．每位與實之各位相乘．至一一乘遍之後．于其下再作一橫線．乃將兩橫線內之各數相加．書其所得于每位之下．即為乘得數．

四題　設有數二十四．若以三十六乘之．則得若干．

則先以六乘四。得二四。書其四。而記其二。又以六乘二。得

二四
三六
一四四
七二
八六四

一二。加入所記之二。得一四。書其四于本位。書其一于其左一位。是為法之單位已與實乘訖。乃將法之十位數與實之各位相乘。三乘四。得一二。書其二而記其一。又以三乘二。得六。加入所記之一。得七。書于二之左一位。則為俱已乘遍。乃于其下作橫線。而將乘得之兩層數相加。得八百六十四。即為乘得之數。

五題　設有數一百二十三。以四百五十六乘之。當得何數。

一二三
四五六
七三八
六一五
四九二
五六〇八八

則先以六與實之各位相乘。得七三八。又以五與實之各位相相乘。得六一五。又以四與實之各位相乘。得四九二。乃將乘得之各數相加。得五萬六千零八十八。為所求之數。

若法實之末數位為〇者。可列法之有數之位。使與實之有數之位相齊。但將有數之各位如法相乘。于得數之後。加其法實末數位之〇于尾。即得。

六題　設有數四百二十。以六百乘之。當得若干。

則可列法之六。使與實之二齊。以六乘二。得一二。書二記一。又以六乘四。得二四。以一加之。得二五。亦書之。乃于共乘

　四二〇
　　六〇〇
―――――
二五二〇〇〇

得之數二五二之右。加實之一圈。法之兩圈。則為二十五萬二千。即求得之數也。

乘法中常遇法之各數中有空位。則此空位之圈。可不必與實相乘。但將法之有數之位。乘實之各數。惟書其所得之數。必使末一數與所用法數之位相齊。即不致混淆。

七題　設有數三百六十五。以十萬零一千零零一乘之。當得何數。

　　　　三六五
一〇一〇〇一
――――――
　　　　三六五
　　三六五
三六五
――――――
三六八六五三六五

以單位之一。乘實所得之三六五。書時必將五字。與法之單位一字相齊。以千位之一。乘實所得之三六五。書時必將五字。與法之千位相齊。以十萬乘實所得之三六五。書時必將五字。與法之十萬之位相齊。故將各數相加。得三千六百八十六萬五千三百六十五。為乘得之數。

算法中有一種數名曰自乘數。謂以本數乘本數。亦即法實相同之數。其乘法與法實不同者無異。

八題　設有數十二。欲求其自乘之數。

則列十二于上為實。又列十二于下為法。以法乘實。得

一二
一二
――
二四
一二
――
一四四

一百四十四。即十二自乘之數也。

約法

凡以本數為實。他數為法。以法累減實。至若干次而盡。則其減之之次數。即為約得之數。惟因累減為繁。故別設簡法以求之。其法謂之約法。亦謂之除法。

凡約法可分為五事。 一于實之左右各作一反括弧。而書其法于實之左。 二從實之左邊起。分其若干位至能得一大于法之數而止。再試此若干位之數。能容法數若干次。而將次數書于實右之括弧外。為約得數之首位。三將法數與約得之數相乘。將其乘得之數。書于實數左邊若干位之下。再將此數與上相減。而書其減餘之數于此數之下。 四在餘數之右邊書其實之左邊近于分得

數之數目字。此數目字與餘數相連。能得一大于法之數。試其能容法數若干次。而將其次數書于約得數首位之右。依第三事之法為之。若不能容法數。則必在餘數之右添實數內之次一箇數目字。而依上法為之。儻再不能容法數。必再添實內之次一箇數目字于右。至大于法而止。然其餘數之右。每添數目字多于一箇。必在約得數之右。加一〇字。 五依前各事。作至實之各數目字減盡即成。

一題 設有數十三萬二千九百七十六。以四約之。則得若干。

則先列實數于左右各作反括弧。而書法四于左弧之

外。乃觀實之左邊兩位數一二。能容四之三倍。則于右弧之外書三。以三乘法之四。得一二。書于一三之下。以下減上餘一。則于橫線下書一。其右則書實之第三位數二。共

```
四)一三二九七六(三三二四四
   一二
   ────
    一二
    一二
    ────
      九
      八
    ────
     一七
     一六
     ────
      一六
      一六
      ────
       ○
```

得一二。此數能容法三次。則于右弧三字之右再作三。以三與法乘得一二。書于一二之下。下減上適盡。則于橫線下書實之第四數九。此數能容法二次。故于右弧外三之右書二。以二與法乘得八。書于九字之下。以八減九。餘一。故作橫線而下書一。右書

實之第五數七。為一七。此數能容法四次。故右弧外二字之右書四。以四乘法得一六。書于一七之下。以一六減一七。餘一。作橫線而下書一。于其右添實之末位數六。為一六。此數能容法四次。故于右弧外四字之右書四。以四乘法得一六。書于一六之下。以下減上適盡。故于橫線下作○。則觀右弧外所書之各數。即為約得之數三萬三千二百四十四也。

二題　設有數三十一萬五千三百六十五。以三百六十五約之。則得若干。

其實之左四位數三一五三。能容法八次。故于右弧外書八。以

八乘法。得二九二〇。書于實之左四位下。以下減上。得餘數二三三
書于橫線之下。于其右添實之六字。為二三三六。此數能容法
六次。故于右弧外八字之右作六。以六乘法。得二一九〇。書于

三六五)三一五三六〇(八六四
　　　二九二〇
　　　二三三六
　　　二一九〇
　　　　一四六〇
　　　　一四六〇
　　　　　　〇

二三三六之下。以下減上。得餘數一四六。書于橫線之下。其右添以實之單位數〇。此一四六〇能容法四次。則于右弧外六字之右作四。以四乘法。得一四六〇。書于下。以下減上。適盡。故于橫線下作〇。則右弧外之數。八百六十四。即為約得之數。

三題。設有數七萬六千九百三十六。以二百三十六約之。當得何數。

則觀實左之七六九。能容法三次。故于右弧外作三。以三乘

二三六)七六九三六(三二六
　　　七〇八
　　　　六一三
　　　　四七二
　　　　一四一六
　　　　一四一六
　　　　　　〇

法。得七〇八。以減七六九。得餘數六一。右添實中之三字。得六一三。此數能容法二次。故于右弧外三字之右作二字。以二乘法。得四七二。以減六一三。餘數為一四一。右添實中之六字為一四一六。此數能容法六次。書六于右弧外二字之右。以六乘法。得一四一六。以減上數適盡。故右弧外之數三百二十六。即為

約得之數

凡法數或有多位。而其首一位之數爲一。其右之各位皆爲〇者。則觀其〇位有若干。可在實之右邊截去若干位。即爲約得之數。其截去者爲餘數。

四題　設有數三萬三千四百二十九以一百約之。當得若干。

一〇〇)三三四二九(三三四
三〇〇
三四二
三〇〇
四二九
四〇〇
二九

則觀法之左邊只有一。爲有數之位。其右有二圈。故于實之右邊截去二位。其截得之三三四即爲約得之數。其所截去之二九爲其餘數。如不用截法。而如常法約之。則其所得之數。與截得者無異。觀上式自明。

若法之有數之位。其右有若干圈者。亦可截其法實之尾位。如其法尾之圈數。則算時可省作多圈。而得數無異。

如

一七八二〇〇〇)六四二四七〇〇〇〇〇(三六〇五
五三四六〇〇〇
一〇七八七〇〇〇
一〇六九二〇〇〇
九五〇〇〇〇〇
八九一〇〇〇〇
五九〇〇〇〇

可作

一七八二)六四二四七〇〇(三六〇五
五三四六
一〇七八七
一〇六九二
九五〇〇
八九一〇
五九〇〇〇〇

如

一二三〇〇〇〇〇)四二一七六一八九三〇〇(三四二八
三六九〇〇〇〇〇

五二七六一八九三
四九二〇〇〇〇〇

三五六一八九三〇
二四六〇〇〇〇〇

一一〇一八九三〇〇
九八四〇〇〇〇〇

一一七八九三〇〇

可作

一二三)四二一七六一(三四二八
三六九

五二七
四九二

三五六
二四六

一一〇一
九八四

一一七八九三〇〇

觀以上數式可知其算畢之後必仍將所截去之數位加入餘數中否則約得之數雖合而餘數必致不合學者不可不知

公度數

此數能約彼數而無餘則彼數中能容此數若干次而此數即為彼數之度數謂其能量度彼數也所以有此數能度盡彼兩數則此數即為彼兩數之公度數三數四數以至多數亦然

公度數亦名公約數其約即度之意亦名等數故有任幾數而有大于一之公度數者其各數為有等之數若無大于一之公度數則為無等之數

有時兩數能有數箇公度數即如三百六十與一百六十八此兩數之公度數為二為三為四為六為二十四則有

五箇公度數惟二十四為最大謂之最大之公度數。有彼此二數欲求其最大之公度數其法可分為三事。一將兩數中之大數以小數約之。二將其餘數為法而以前法為實約之又得餘數。三依同法作之至無餘數則末次為法之數即為所求之最大公度數。

一題 設有兩數其一為三百六十其一為一百十二欲求其最大公度數。

則以一一二約其三六〇得餘數為二四以二四約其一一二得餘數一六以一六約其二四得餘數八以八約其一六則適盡無餘即知八為其所求之最大公度數。

一一二)三六〇(三
三三六
二四)一一二(四
九六
一六)二四(一
一六
八)一六(二
一六
〇

學者既明約法則觀此算草之寫法自能明最大公度數之求法矣

二題 設有數一千九百零八與九百三十六求其最大之公度數。

則以九三六約其一九〇八得餘數三六以三六約其九三六則適盡而無餘

數故知所求之最大公度數為三十六

九三六)一九〇八(二
一八七二
三六)九三六(二六
九三六
〇

或問曰如所用之兩數本無公度數者則用此法能指出其無公度數乎答曰無公度數之兩箇數未之有也因凡數必能以一度之即必容一若干次所以凡兩數必以一為公度數若無他公度數則其末次之法必為一故即以一為最大之公度數

三題 設有數八十七與二十五求其最大之公度數

二五)八七(三
七五
一二)二五(二
二四
一)一二(一二
一二
〇

則以二五約八七得餘數一二以一二約二五得餘數一以一約一二則適可度盡則知此兩數之公度數更無大于一者故一即為其最大之公度數

凡有三數而欲求其最大之公度數者則先將第一數與第二數求得其最大之公度數又以此最大之公度數與第三數求其最大之公度數即得 三數以上仿此

四題 設有三數其第一數為十八第二數為十二第三數為九求其最大之公度數

則以十八與十二求其最大之公度數得六又以六與九求其最大之公度數得三則三可度盡十八亦可度盡十二又可度盡九故即為各數之公度數

公倍數

凡將各數累以本數加之皆能得此數者則此數即為各數之公倍數亦謂之公乘數因各以他數乘之皆能得此數也 如九十六為八與十二與二十四與四十八四數之公倍數是也

凡任將兩數相乘或任將多數連乘其乘得之積必為各數之公倍數惟其各數之公倍數更有小于其積者故能

得其最小之公倍數為最便也

凡有兩數欲求其最小之公倍數必先求其最大之公度數將其兩數中之任一數以最大公度數約之以約得之數與其又一數相乘則其乘得之數即為兩數之最小公倍數

一題 設有兩數其第一數為十四第二數為二十一欲求其最小之公倍數

則先求得兩數之最大公度數為七以七約其第一數得二以二乘其第二數得四十二即為其最小之公倍數

所以凡兩數之最大公度數若為一則其最小之公倍數即為兩數相乘之積

二題 設有兩數其第一數為十一第二數為九求其最小之公倍數

則兩數之最大公度數為一以一任約何數皆仍為本數故其最小之公倍數即為其兩數相乘之積即九十九是也

如欲求三數之最小公倍數則先將其任兩數求得最小之公倍數再將此兩數之最小公倍數與又一數求其最小之公倍數即為三數之最小公倍數

三題 設有三數其第一數為五第二數為十六第三數為二十四求其最小之公倍數

則先將第一數與第二數求得其最小之公倍數為八十又以八十與第三數求其最小之公倍數得二百四十則此二百四十即為三數之最小公倍數

第二章 命分法

凡以法約實而可恰盡無餘者其所得之數亦無奇零若約至單位而仍有餘數者其餘數若畧去不論則乘之不能復還其原數此命分之法所由立也

命分之法恆以法為分母實之不滿法者為分子其寫法

在文理中則曰幾分之幾其幾分即分母之數也其幾即分子之數也在算式中恆列分母于上分子于下其母子之間作一橫線界之以明上數為法下數為實之意如有式$\frac{\text{三}}{\text{二}}$其三即分母其二為分子讀此式則曰三分之二

一題　設有數四百五十三以十七約之當得若干

一七)四五三(二六
三四
一一三
一〇二
一一

則以法約實得二六其餘數一一小于法數一七若再約之則其所得之數必在單位以下且任約至若干位終不能盡故以分數命之謂約得二十六又十七分之十一

二題　設有數十一以三約之則得何數

三)一一(三
九
二

則以三約十一先得單位之數三其餘實之數為二已比法三為小則命法為分母餘實為分子與約得之單位數合而言之則為三又三分之二即所求之數也

三題　設有法實兩數其法為十七實為十三問以法約實當得何數

此題之數法大于實其約得之數必為分數故可命法為分母實為分子謂之十七分之十三如以算式書之則為$\frac{\text{一七}}{\text{一三}}$

約分法

命分之時隨其法與不滿法之實信手記之然其母子之數有時更可簡易者故又有法以約之使其母子皆為最小之數則一覽易明而入算亦便

約分之法以母子兩數求得其最大之公度數以約其母子二數即得最簡之分數而其值仍與未約者無異

一題 設有數二百八十八分之二百一十六求其最簡之分數

則將其分母分子求得其最大之公度數七十二以約其母得四其子得三即為約得四分之三即所求之最簡之分數也

二題 設有數七百八十分之一百九十五求其最簡之分數

則將母子二數求得最大之公度數一百九十五以此數約其母子得四分之一

三題 設有數二百零四分之一百三十六求其最簡之分數

其母子二數之最大公度數為六十八故約得最簡之分數為三分之二

若母子二數之最大公度數為一則分數不能再簡故其

所設之分數即為最簡之分數也

四題　設有數七百三十六分之二百四十五問可求得更簡之分數否

則其母子之最大公度數為一以一約原數仍得原數故知所設之數已為最簡之分數不能約得比此再簡之分數也

通分法

有幾箇分數其分母之數各不相同則有法可將異母之各分數化為同母之各分數其化之之法名曰通分法

通分之法將各分母求得其最小之公倍數以各分母各約之將其約得之數各乘其分子而俱以公倍數為其分母

一題　設有三分之二又有五分之一又有六分之一欲將此三箇分數化為同母之分數

則以三與五與六求得其最小之公倍數為三十以三約其三十得十以乘其分子二得二十即得第一箇分數為三十分之二十　以五約三十得六以乘其分子一得六即得第二箇分數為三十分之六　以六約三十得五以乘其分子一得五即得第三箇分數為三十分之五

二題 設有五箇分數其第一數為三分之一第二數為七分之二第三數為十四分之三第四數為二十一分之一十二第五數為四分之三求將此五箇異母之分數化為同母之分數

則將各分母求得其最小之公倍數為八十四即為所求之公分母 以三約八十四得二十八 以七約八十四得十二 以十四約八十四得六 以二十一約八十四得四 以四約八十四得二十一 乃以二十八與一相乘得二十八為化得第一數之分子 以十二與二相乘得二十四為化得第二數之分子 以六與三相乘得十八為化得第三數之分子 以四與十二相乘得四十八為化得第四數之分子 以二十一與三相乘得六十三為化得第五數之分子 此五箇化得之分子其分母皆為八十四

從此法可將帶分之數化為兩箇同母之分數

三題 設有數三又三分之二欲將其整數三化為同母之分數以便與分數相加

則因無論何整數皆可以一為其分母故其整數三可作為一分之三則其一分之三與三分之二為異母之分數故可用通分之法化為同母之兩箇分數即三分

之九。與三分之二也。

分數加法

凡欲將幾箇分數相加者。必先觀其分母相同與否。如分母相同。則可將其分子之數相加。為加得之分子。而仍以相同之原分母為其分母。

一題　設有兩箇分數。其一為七分之二。其二為七分之三。求將兩分數相加。

則因其兩箇分數之分母相同。故可將其分子二與三相加。得五。其加得之數。即為七分之五。

若其各分數中。有不同之分母。則必先化之為同母之分數。然後將其同母之分子相加。而以化得之公分母為其分母。

二題　設有數二分之一。又有數三分之二。欲將其兩箇分數相加。

則必將其兩箇異母之分數。先用通分之法。化為六分之三。與六分之四。則三與四相加。得七。故其加得之分數為六分之七。即一又六分之一。

三題　設有三箇分數。其一為二分之一。其二為七分之一。其三為七分之三。求其和數若何。

則因其七分之一。與七分之三為同母。故可相加。得七

分之四。惟七分之四。與二分之一。為異母。故必將此兩箇異母之分數。化為同母之分數。為十四分之八。與十四分之七。則可相加得十四分之十五。即一又十四分之一。為所求之數。

分數減法

凡欲將兩箇分數相減者。必先觀其分母相同否。如分母之數相同。則可將分子之小者。減其分子之大者。其減餘之數。為減得之分子。仍以原分母為其分母。

一題　設有兩箇分數。其一為七分之五。其二為七分之三。求其相減之分數。

則因兩箇分數。其分母為相同。則可將分子三。減其分子五。得二。故得所求之分數。為七分之二。

若兩箇分數之分母不同。則必先用通分之法。化為兩箇同母之分數。乃將其化得之分子。相減之數為分子。而以化得之公分母為其分母。

二題　設有兩箇分數。其一為二分之一。其二為三分之二。求其相減之分數。

則必將兩箇異母之分數。化之為同母之分數。六分之三。與六分之四。乃將其分子三與四相減。得一。為分子。而以六為其分母。即得減餘之數。為六分之一。

分數乘法

凡將任幾箇分數相乘者。法以分母之數連乘為分母。以分子之數連乘為分子。

一題　設有兩箇分數。其一為七分之三。其二為五分之二。求將兩分數相乘。

則以分母之數。五與七相乘。分子之數。二與三相乘。即得所求之數為三十五分之六。

二題　設有三箇分數。其一為二分之一。其二為三分之二。其三為五分之三。求其相乘之數。

則以分母之數。二與三與五連乘得三十。以分子之數。一與二與三連乘得六。即其乘得之分數為三十分之六。可用約分法約之為五分之一。

三題　設有整數三。分數三分之一。求將兩數相乘。

則因三可作一分之三。故可將其分母之數。一與三相乘得三。其分子三與一相乘。亦得三。則其乘得之分數為三分之三。以母為法。子為實。則約得一。即所求之數也。

分數除法

凡法實俱為分數。而欲以法約實者。可將實之分數為主。以法之分子乘其母。以法之分母乘其子。即為約得之分

數若其法實兩數中有一數為整者則可將一為其整數之分母然後用分數之除法求其約得之數

一題　設有八分之三以三分之一約之求得何數

則以法之分子一乘實之分母八以法之分母三乘實之分子三即得八分之九乃命之為一又八分之一即所求之數也

二題　設有五分之三欲以八約之求得何數

則將其八作為一分之八以八乘五為母以一乘三為子即得四十分之三為所求之數

三題　設有整數六欲以三分之二約之求得何數

則其六可作一分之六故以二乘一為母以三乘六為子即得二分之十八以母約子得整數九即所求之數也

第三章　記小數法

凡數之小于一者則謂之小數亦謂之十分數即單位以下之數也原小數之所由生則從分數而出因分母之數必大于分子之數故以母約子必得小數也

凡整數而帶小數為尾者其記之之法可于單位與單位之右一位之間稍上之處作點以誌之則觀之即知其點右之各位為小數

如一又十分之七。則可作一·七。如一又百分之七。則可作一·〇七。其餘依此類推。

若但有小數而無整數者。則必于其首位之左。作點以誌之。如$\frac{一〇}{七}$則作·七。如$\frac{一〇〇}{七}$則作·〇七。

凡作點以誌小數。必用心其作點之方位。不可在兩字之中間。必稍高而在字之肩上。其故因各種最深之數學有作點于兩字之間。以明相乘之意者。故此點不可與之混淆也。

點右所加之圈。同于整數右邊所加之圈。其用處不過為補滿其位數耳。

小數加法

凡將各小數相加。或將整數與小數相加。必先列其各數。使齊其位。則其誌位之各點。上下必在一直線。然後如常法相加。仍作點以誌其位。

一題 設有數四二·六三四。與四五·二八〇六。與二·〇〇一。與五四。相加。當得何數。

四二·	六三四
四五·	二八〇六
二·	〇〇一
五四	
一四三·	九一五六

則列其各數。使其誌位之點。在一直線。其末一數五四。因四為單位之數。而其右不帶小數。故可不必作點。乃將各位之數。如常法相加。得一四三·九

一五六.即加得之數也.

小數減法

凡將兩小數相減.或將小數與整數相減者.法將數之小者.書于數之大者之下.令其點在一直線內.然後如常法以下數減其上數.仍作點以誌其位.即得. 若遇上下有缺少位數之處.心中須以為其空處有圈補之.

一題 設有九一.七三以二.一三八減之.當得何數.

```
九一.七三
 二.一三八
―――――――
八九.五九二
```

則列九一.七三于上.二.一三八于下.以下減上.得八九.五九二.即減得之數也.

小數乘法

凡將小數相乘者.其以法之各位數遍乘實.亦與常法無異.惟得數之後.必作誌位之點.則視法實點右.共有幾位小數.亦于乘得之數.從右向左數去幾位.而于其左作點以誌之.即得. 若位數不滿.必補圈以足之.誌點于左.

一題 設有數.一三六八.以.六四乘之.當得何數.

```
 .一三六八
    .六四
―――――――
   五四七二
 八二〇八
―――――――
.〇八七五五二
```

則以法乘實.得八七五五二.因實之點右有四位小數.法之點右有二位小數.其乘得之數.當有六位小數.今所得者.自二數至八.只有五位.則尚少一位.故于其左

作一圈以補其位而于圈左作點即為乘得〇八七五
五二為所求之數

小數除法

小數之除法亦與尋常之約法同惟作誌位之點則將實之點右之位以法之點右之位減之以減餘之位數為除得小數之位

一式

一·三一)四八·一二九四(三六·七四
三九三
八八二
七八六
九六九
九一七
五二四
五二四
〇

則因法之小數二位實之小數四位以二減四得二故其除得之數當有二位小數

若法之小數與實之小數其位數相等者則約得之數俱為整數

二式

六·三二一)八五六五·八二五(一三五五·
六三二一
二二四四八
一八九六三
三四八五二
三一六〇五
三二四七五
三一六〇五
八七〇

則因法有三位小數實亦三位小數以三減三為適盡故其約得之數俱為整數

若實之小數之位少于法之小數之位則以多減少為不足減故于實數之右加若干圈以足之而所得者為整數

一題　設有數一六七以四一七五約之當得何數
則法之小數有三位實之小數只有二位故必于實右
加兩圈以足之而其約得之數四必為單
位之整數

四一七五)一六七〇〇(四
一六七〇〇
〇

若其約得之數其位數不滿應得之位者則須補圈于左
以存其位而于圈左作點誌之

二題　設有數〇一二三二以八八約之當得何數
則實之小數為五位法之小數為二位故其約得之小
數當有三位今所得之一四只有兩位
故必補〇于左以存其位而于〇之
左邊作誌位之點則不至與一四相混
矣

八八)〇一二三二(〇一四
八八
三五二
三五二
〇

諸乘方

凡本數自乘之積謂之平方再乘之積為立方三乘之積
為三乘方由此以上每以本數多乘一次則為多一乘之
方

假如四為二之平方八為二之立方十六為二之三
乘方三十二為二之四乘方六十四為二之五乘方一百
二十八為二之六乘方是也其本數二謂之方根

第四章　開方

凡將自乘之積。還求其乘得此積之根。名曰開平方。將再乘之積。還求其根。名曰開立方。三乘以上亦然。總而言之。則曰開方。

開方之法。畧與除法相同。惟除則有法有實。開方則但有實而無法。其法須從商摧而得。故比除法更繁。

開平方之公法。可分為九事如下。

一從實數之右邊起向左邊每二位則作一點。至所餘不多于二位為止。

二將左邊點外之第一幅數目。求其下最近平方數之

平方根。此根為所求之根之首位。將其平方數與第一幅之數相減。即得第一箇餘數。

三于餘數之右邊。添第二幅之數目。則成第一箇實數。

四將根之首位數目字倍之。而觀其第一箇實數。不計其右邊之一位。則能容根之首位數之倍若干次。又必記得第九事之說。再將商得之數。為根之第二位。而書于根之首位之倍之右邊。命所得之數為第一箇法數。

五將第一箇法數。與根之第二位數相乘。如乘得之積。大于第一箇實數。則根之第二位數目太大。必商一

更小之數易之。而法數之右邊。亦必易同數。至相乘得積。不大于第一箇實數。則可相減而得第二箇餘數。

六將第三幅之數目。添于第二箇餘數之右邊。則成第二箇實數。

七將根之首位及第二位之數倍之。而將第二箇實數。不計其右邊之一位。觀其能容根之首兩位之倍若干次。其商得之數。為根之第三位。將此數書于根之首位第二位倍數之右邊。為第二箇法數。

八再求餘數如第五事之法。而以各事類推。至各幅數目減盡而無餘。則得所求之平方根。如有餘數。則所設之數無平方根。此所得之數。為本數減去餘數所得之數之平方根。

九凡遇根之各位之倍數。不能為實數所容。或能容一次。或用其一而得大于實數之數。則根數必加一圈位。而法數亦必加一圈。再將次一幅之數目字添之。若再如是。則根數與法數各再加一圈。再將一幅數添之。其餘類推。

一題　設有平方積七萬六千一百七十六。求其平方之根。

則用開平方法求之。先將實之每二位作點。則從右向左作二點。得其左不多于二位之數七。為點外第一幅數目。乃求其最近之平方數為四。其根為二。故書二于右弧之右。為根

七六一七。六(二七六
四
四七)三六一
三二九
五四六)三二七六
三二七六
〇

之首位數。書四于七之下。以減之。得三。為第一餘數。書之于橫線下。其右添以實之第二幅數一六。則成第一箇實數三六一。將根之首位數倍之為四。書于左弧之左。其三六能容四七次。故于左弧外四字之右。添以七字。右弧外二字之右。亦添七字。成二七。以七與四七相乘。得三二九。以減三六一。得三二。為第二箇餘數。添以第三幅之數七六。則成第二箇實數三二七六。將右弧之數二七。倍之為五四。書于此行左弧之左。其三二七能容五四之數六次。則于左之五四之右。添六字。右弧二七之右。亦添六字。以六乘五四六。得三二七六。以減上數適盡。則于橫線下作圈。而觀右弧之數二七六。即為開得之平方根二百七十六。

二題 設有平方積三四八六七八四四〇一。求其平方之根數。

則如法開平方。得其平方之根數為五九〇四九。其算草之式如左。

三四八六七八四四〇一(五九〇四九
二五
一〇九) 九八六
九八一
一一八〇四) 五七八四四
四七二一六
一一八〇八九) 一〇六二八〇一
一〇六二八〇一
〇

尋常算法書內所有開立方及以上各乘方其法甚繁非初學所易曉故亦不及

比例法

將題中已有之數彼此相比而用乘約之法以求其未有之數謂之比例法

比例之法有多種其名各不相同有正比例有轉比例有合率比例有按分遞折比例有遞加遞減比例有超位加減比例有和較比例然比例之名雖多而其理則無大異也故總而言之則祇有四率比例三率比例連比例三者而已

尋常日用之事惟四率正比例最適于用恆以原有之兩數為第一率第二率而以今有之數為第三率又必令第一率與第三率為同類之數則其第四率必為所求之數

比例之法以一率與二率比若三率與四率比其乘除之法恆以第二率與第三率相乘而以第一率約之即得第四率之數

一題　設有銀賞人每三人賞銀一兩八錢今有二百四十人問共需銀若干

一率	原人數三
二率	原銀數一八
三率	共人數二四〇
四率	共銀數一四四

則以三人為一率一兩八錢為二率二百四十人為三率以二三兩率相乘一率除之得一百四十四為四率蓋以三人與一兩八錢之比即同于二百四十人與一百四十四兩之比也以下各題並同此理

二題　設有銀買米每米一石用銀八錢今買米二百四十石問共需銀若干　答曰一百九十二兩

三題　設有銀買米每銀一兩買米一石三斗今有銀三百二十兩問共買米若干　答曰四百一十六石

四題　設有穀換米每穀一石四斗換米八斗四升今有穀三十二石六斗八升問可換米若干　答曰一十九石六斗零八合

五題　設有羊四百六十隻共賣銀八十二兩八錢問每羊一隻價銀幾何　答曰一錢八分

六題　設天上二度當地面四百里則天上七度當地面多少里　答曰一千四百里