始

中學
代數教科書

卷上

理學士
千本福隆
著

東京
光風館藏版

緒言

本書は曩に發行せる中學算術教科書に連絡して中學校教科用に充つるの目的を以て編纂したるものなり.

今や數學教科は改新を要すべきもの尠なからず. 嚮に吾が文部省が新主義數學を出版して世の參考に供したるに見ても明かなり. 本書は數學教授最近の發達に鑑みて前版を改訂して發行したるものなり.

〔一〕 代數學の根柢は學生の算術によりて得たる知識に其基礎を置かざるもの少なし,之を以て本書は代數計算を授くるに際して先づ四則の原理を綜合概括して基本的知識を確立すると共に負の數の説明及びその計算の意義を徹底せしむることを謀れり. 彼の有名なる「メラン」の要目も亦是なり,此方法は極めて妥當なるものと信ずるものなり.

代數學の目的は生徒の數量に關する既得の知識を繼續發展せしむるものに外ならず,然りと雖

ども其方法は稍もすれば形式的に流れ內容の之に伴ふことなく,本科教授の効果を收め難きことあり,之を以て本書は各篇の教授に際して常に算術との融合を謀り,代數式と數の概念とを連繫せしめ,數量的知識の啓發に努めたり.

〔二〕 新事項を授くるには努めて適切なる具象的の實例より入り,漸次に一般の法則に說き及ぼすこととし,以て生徒の豫習復習の便利を謀れり.例題を解說するに解法と說明とに分ち,解法に於ては生徒をして恒に要點を簡明に記することに慣れしめんとせり,此習慣は綜合的解法を誘發する扶けあるものなり.

〔三〕 總て數量は之を幾何學的量を以て直觀的に表さしむれば其觀念を明確ならしむるに便利なり,之を以て本書は機會ある每に圖形を挿入して其數量に關する觀念を開發せしむることを圖れり.

數の開方,無理數に關する計算並に其應用は數學教科の主腦にして本書第六篇は之が根柢を成すものなり. 本書は生徒の心力發育に留意し所論の事項をして具象的觀念を伴はしめんとし,其理論的に說き得べき所にありても之を避け,幾何學圖形を稽査せしめて平易に原理を直觀せしむることを謀れり. 代數學と幾何學との連絡を謀ることは數學教授に於ける最も有利の方法なりと信ずるものなり.

〔四〕 本書は學科內部的連絡に對して周到なる注意を致し,その組織を整然たらしめたり. 各篇の事項を授くるには先づその內容の總量を精選し,之を適當に分類して夫夫法則を授け,一篇の公式法則には通じたる番號を附することとし,各篇の要點を概括し易からしめたり. 之によりて生徒の記憶を練習發達せしめ代數學知識を統一せしむることを得るものなり. 餘りに廣汎なる法則のみの記憶にては其意識の內容を擴充せしむる所以にあらざるなり.

〔五〕 本書載する所の節の數は56にして何れも代數教科の段階的組織の幹系たらざるはなし. 教授者は恒に生徒をして之を精讀せしめ數量的知識の幹本を涵養せしむべし.

教材の取捨に就ては所定の時間數に按配したる細目により詮考の上に成れるものなり．本文に採集せる公式法則86,問題1320とす．但し一學年の教授日數を34週と見積れるものなり．

本書は代數教科の全般に亘りて峻嚴なる吟味を加へ,新解釋を與へたること尠なからず．然りと雖ども急激なる進歩改良は方法に熟せざらん事あるを恐れ從來の習慣を尊重して極めて妥當ならんことを期せるものなり．

大正五年十月

著者識す

中學
代數教科書
卷上

目次

卷上內容一覽表

篇	節	例	公式法則	問題	頁數	授業時數
第一篇	8	30	19	116	44	19
第二篇	4	14	8	117	33	20
第三篇	5	24	6	107	44	25
第四篇	7	23	15	204	50	36
第五篇	6	25	3	158	55	36
計	**30**	**116**	**51**	**702**	**226**	**136**

中學

代數教科書

第一篇

四則の原理,負の數

四則の原理

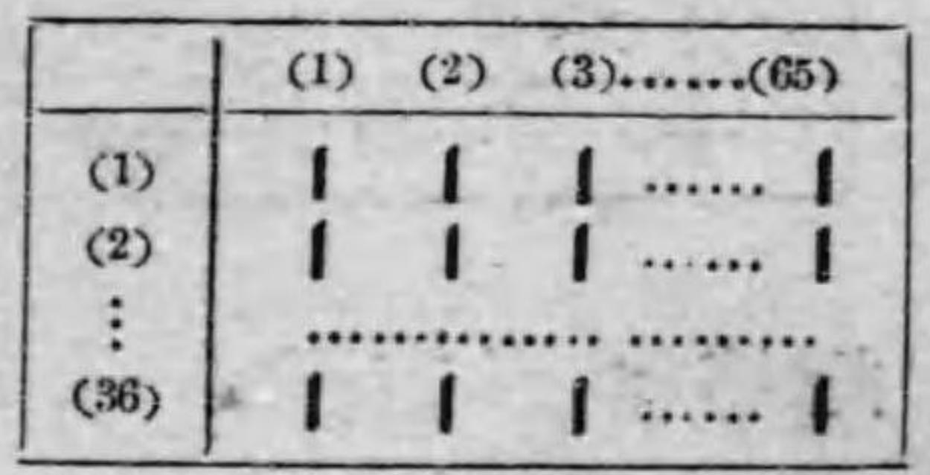
1. 代數式の例

〔例一〕 二ツノ數ノ積ハ,其實ト法トヲ交換シテ掛ケテ得ベキ積ニ等シキコト（乗法交換定則）ヲ次ノ等式ニテ表ス.

乗法

$$ab=ba \quad 或ハ \quad a.b=b.a \ldots\ldots(1)$$

ab ハ a ニテ表シタル數ニ b ニテ表シタル數ヲ掛ケタル積 $a\times b$ ヲ表ス**代數式**ナリ,乗號 ×, ・ は略さるること多し.



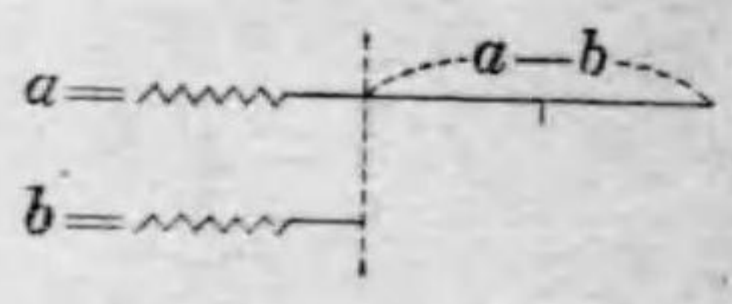
例ヘバ 65×36 ヨリ得ベキ結果ガ, 36×65 ヨリ得ベキ結果ニ等シキコトヲ次ノ等式ニテ表ス.

$$65\times36=36\times65 \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

斯様ナル事柄ハ65ト36トノ積ニ限ラズ,如何ナル二數ノ積ニ就テモ成リ立ツモノナリ. 或事柄ガ,如何ナル數ニ就テモ成リ立ツモノナルコトヲ表スニ,其唯一ツノ場合[等式(2)ノ如キモノ]ヲ示シタルダケニテハ,其意味ヲ表スニ足ラザル感アリ. カカル場合ニハ數ヲ表スニa, b, c等ノ羅馬文字ヲ用ヒテ其事柄ヲ表セバ[等式(1)ノ如ク]便利ナリ.

因數 積の式に於て掛け合せられたる數を各其積の因數といふ.

〔**例二**〕 二ツノ數ノ平均ハ其二ツノ數ノ差ノ半ヲ小ナル方ヘ加ヘタルモノニ等シク,又之ヲ大ナル方ヨリ引キタルモノニ等シキコト(**差額平分算**)ヲ次ノ如ク等式ニテ表ス.



$$\frac{a+b}{2}=b+\frac{a-b}{2} \qquad \frac{a+b}{2}=a-\frac{a-b}{2}$$

此等ノ等式ヲ各公式トイフ.

公式とは或法則を等式にて表したるものなり.

517^{點}ト617^{點}トノ平均ヲ求ム.

〔**例三**〕 或容器ノ目方a匁,之ニ水ヲ充シテ計レル目方b匁ナルトキ,此容器ノ容量vヲ表ス式ヲ求ム. 但シ水一升ノ目方ヲ480匁トス.

解 充サレタル水ノ目方ハ$(b-a)$匁,一升ノ水ノ目方ハ480匁ナリ. 故ニ求ムル容量vハ

$$v=\frac{b-a}{480}(升) \quad 答$$

例ヘバaヲ360, bヲ1080トスレバ

$$v=\frac{1080-360}{480}=\frac{720}{480}=\mathbf{1.5}(升)$$

1.5ヲ$a=360$, $b=1080$ナルトキノ代數式$\frac{b-a}{480}$ノ**數値**トイフ. $a=32$, $b=128$ナラバv幾許.

(一) $a\times3\times b$ハ$3ab$, $y\times5\times x$ハ$5xy$, $\frac{2}{3}\times x$ハ$\frac{2}{3}x$或ハ$\frac{2x}{3}$, $(a-b+c)\times3$ハ$3(a-b+c)$ト書カルルガ普通ナリ.

式の整頓 積ノ因數ハ$a, b, c,$………ノ順序ニ列記シ,數字因數ハ初メニ置クベシ.

（二） $a+a$ $a+a+a$ $a+a+a+a$ ヲ

$2a$ $3a$ $4a$ ト記ス.

2, 3, 4 ハ此等ノ式ニ於ケル a ノ**係數**ナリ.

（三） $a.a$ $a.a.a$ $a.a.a.a$ $a.a.a.a.a$ ヲ

a^2 a^3 a^4 a^5 ト記シ,

之ヲ a ノ**二乘**(二乘羃), a ノ**三乘**(三乘羃), a ノ**四乘**(四乘羃)…… ト讀ム, 而シテ **2, 3, 4, 5** ヲ此等ノ羃ノ式ニ於ケル a ノ**指數**トイヒ, a ヲ羃ノ**底數**トイフ.

二乘羃ヲ**平方**,三乘羃ヲ**立方**トイフコト多シ.

乘羃 乘羃(羃)とは同じ數を幾つか取りて次第に掛けたる積を表す式なり.

（四） 504 ヲ素因數ニ分解スレバ

$$\mathbf{504=2^3.3^2.7}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 504 \\ 2 & 252 \\ 2 & 126 \\ 3 & 63 \\ 3 & 21 \\ & 7 \end{array}$$

108 ヲ素因數ニ分解セヨ.

（五） $\mathbf{5a+3a=8a}$ ナリ. 之ハ或數 a ノ 5 倍ト,其數ノ 3 倍トノ和ナレバナリ. 即チ

$$5a+3a=(a+a+a+a+a)+(a+a+a)=a\times8=\mathbf{8a}$$

例ヘバ a ヲ任意ニ 5 トスレバ

$$5a+3a=5\times5+3\times5=\mathbf{40} \qquad 8a=8\times5=\mathbf{40}$$

$5a+3a$ ト $8a$ トハ**同値の代數式**ニシテ,

$5a+3a=8a$ ハ**恒等式**ナリトイフ.

同樣ニ $5x+6x-7x$ ハ $(5+6-7)x$ ニ等シ,

$$\therefore \quad 5x+6x-7x=\mathbf{4x}$$

代數式 代數式(或は單に式)とは數字にて書きたる數及び代數文字を演算記號,括弧等にて結び付けたるものにして或數を表すものなり.

+, −, ×, ÷ 等ヲ**演算記號**トイフ.

問題 第一集

次ノ各式ヲ整頓セヨ. 先ヅ式ヲ寫シ取リテ,其右ニ等號ト結果トヲ記セ(**1−6, 9** モ同ジ).

1. $x\times9$ $x+x$ $x\times x$ $x\times x\times x\times x\times x\times x$

2. $x\times a\times c\times2$ $y\times3\times a$ $x\times c+a\times x$ $2x\times c$

3. $x^2\times3$ $(3x)\times(3x)$ $x\times a\times3$ $a+(b\times3)$

4. $x.a.b.3$ $y.5.a.b$ $x.x.3.a-a.x+2.b.c$

5. $a\times(9-4)$ $9x-4x$ $x\times x\times3-x\times a+a\times b$

6. $7a+3a$ $2ab+3ab$ $8a-5a$ $6a+2a-7a$

2|120
2|60
2|30
3|15
5

7. 120, 156 ヲ素因數ニ分解セヨ.

$2^3 \cdot 15$

8. a ガ 2 ナルトキ,次ノ各式ノ數値ヲ求ム(諳算).

$2a,\ 3a,\ 4a,\ 5a,\ a^2,\ a^3,\ a^4,\ a^5$

〔**例一**〕 (一) $a+2a=3a$ $2a+3a=5a$

(二) $a\times a^2=a^3$ ~~$a^2\times a^3=a^5$~~ $\boxed{a^{2+3}.}$

係數ト指數トヲ混ズベカラズ

9. $a+5a$ $a+3a+7a$ $a+a+b+b+a$

$a\times a^5$ $a\times a^3\times a^7$ $a\times a\times b\times b\times a$

〔**例二**〕 a, b, c ガ 1, 2, 3 ナルトキノ $5bc+4ac-3ab$ ノ數値如何.

解 $5bc+4ac-3ab=(5.2.3)+(4.1.3)-(3.1.2)$

$=30+12-6=\mathbf{36}$………答

數及ビ文字ガ乘法ニテ結ビ付ケラレタル部分ハ,其部分ガ括弧ニテ括（クク）ラレタルモノト思フベシ.

此代數式ハ三ツノ項 $5bc,\ 4ac,\ 3ab$ ヨリ成ル,即チ三項式ナリ.

10. a ガ 4, b ガ 3, x ガ 2, y ガ 1 ナレバ,次ノ各式ノ數値如何.

$5a^2x$ $7(2x-3y)$ $6a^2+7b^2-13ab$

11. 次ノ各式ノ値ヲ求ム(諳算).

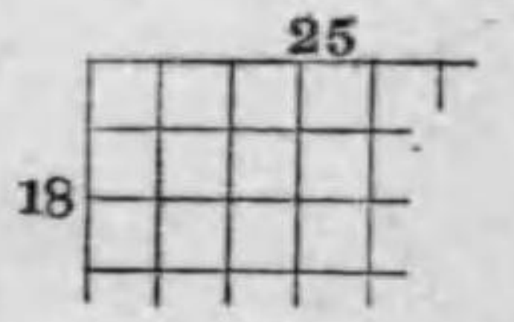
10^3+10^2+10+1 $(2\times10^3)+(3\times10^2)+(6\times10)+5$

12. x ガ 10 ノトキノ,次ノ各式ノ數値如何(諳算).

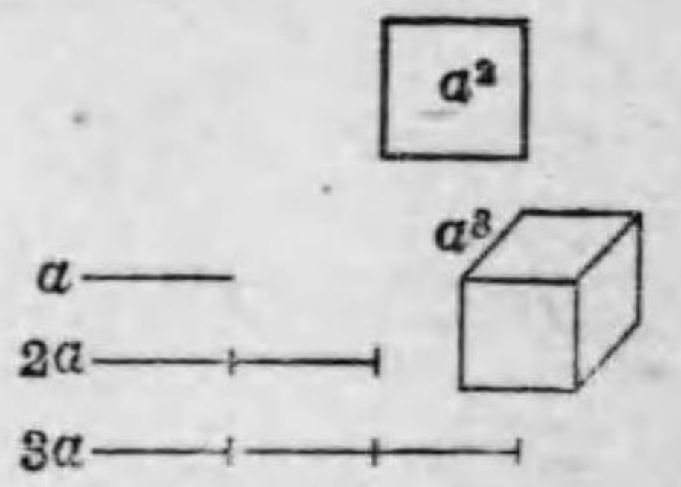
(一) x^3+x^2+x+1 $2x^3+3x^2+6x+5$

(二) $8+6x+3x^2+7x^3$ $3+\frac{6}{x}+\frac{4}{x^2}+\frac{5}{x^3}$

13. 矩形ノ横ト縦ガ 25(間) ト 18(間) ナラバソノ坪數如何.



14. 或直線ノ長サヲ表ス數(不名數)ガ a ナルトキ, $2a,\ 3a,\ a^2,\ a^3$ ハ何ヲ表スカ.



△ **15.** 代數式ノ定義ヲ述ベヨ(5頁).

【**註**】 定義トハ術語ノ意義ヲ説明スルモノナリ.

2. 加法減法に關する原則

$$(a+b)+c=(a+c)+b=(c+b)+a\ldots.[1]$$

a, b, c ニ如何ナル數ヲ代入スルモ,コノ等式ノ各邊ノ式ヨリ得ベキ數値ハ相等シ. 即チ,

數多ノ數ノ和ノ式ト共等ノ數ノ順序ヲ變ヘテ加ヘタル和ノ式トハ同値ナリ(**加法交換定則**).

$$a+b+c+d=(a+b)+(c+d)=(a+c)+(b+d)$$
$$=(a+d)+(b+c)=a+(b+c+d)$$
$$=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ \textbf{[2]}$$

a, b, c, d ニ如何ナル數ヲ代入スルモ,コノ等式ノ各邊ノ式ヨリ得ベキ數値ハ相等シ. 卽チ,

數多ノ數ノ和ノ式ハ,其等ノ數ヲ幾ツヅツカノ組ニ分チ,各組內ノ數ヲ加ヘテ後,其等ノ和ヲ加ヘタル式ト同値ナリ（**加法結合定則甲**）. 或數ニ幾ツカノ數ノ和ヲ加ヘタル式ハ,和ノ各項ヲ次次ニ加ヘタル式ト同値ナリ（**加法結合定則乙**）.

〔**例題**〕 **1.** $693+356+7$　$783+993+7$　$3a+4b+5a$

2. 或小學校ニ於テ男生ハ尋常科 277 人, 高等科 123 人, 女生ハ尋常科 288 人, 高等科 62 人ナリトイフ. 生徒總數ヲ求ム.

3. $(3a+2b)$ ト $(2a+3b)$ トノ和ヲ求ム（驗 a ヲ 7, b ヲ 3）.

代數計算とは或代數式を,之と同値なる他の代數式に變形することなり.

減法　減法とは A, B 二數を知りて, B

と如何なる數との和が A に等しくなるべきかを求むる計算なり.

卽チ減法トハ A, B ヲ知リテ

$$B+x=A$$

ニ適合スベキ x ノ値ヲ求ムルコトナリ.

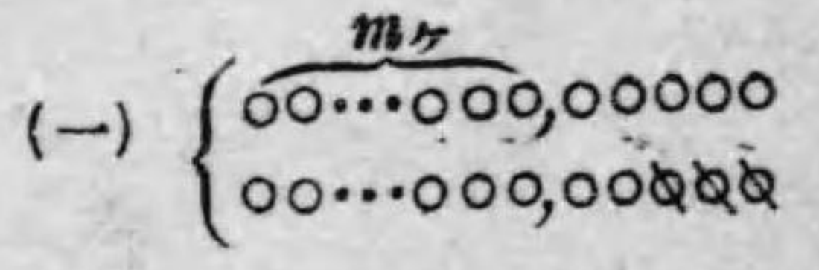
〔**例一**〕 農夫アリ,米一俵ヲ賣リタル代金 m 圓ニテ,反物一反 a 圓,石油一鑵 b 圓ノ買物ヲナセリ,其殘金（殘金ヲ表ス式）ヲ求ム.　答 $m-(a+b)$ 圓

m 圓ヨリ, a 圓ト b 圓トヲ支拂ヒテ得ベキ殘金ハ,纏メテ $(a+b)$ 圓支拂ヒテ得ベキ殘金ニ等シ.

$$m-a-b=m-b-a=m-(a+b)\ldots.\textbf{[3]}$$

〔**例二**〕 （一） 或數 m ニ 5 ヲ加ヘテ 3 ヲ引ケバ m ハ $(5-3)$ ダケ增シ, （二） m ニ 3 ヲ加ヘテ 5 ヲ引ケバ m ハ $(5-3)$ ダケ減ル. 卽チ

$$\left.\begin{array}{ll}(一) & m+5-3=m+(5-3)\\ (二) & m+3-5=m-(5-3)\end{array}\right\}$$



$$\left.\begin{array}{l}m+a-b=m+(a-b)\\ m+b-a=m-(a-b)\end{array}\right\}\cdot\cdot(a>b)\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\textbf{[4]}$$

不等號 $a>b$ ハ a ハ b ヨリ大, $b<a$ ハ b ハ a ヨリ小ナルコトヲ表ス. >, < ヲ各不等號トイフ,等シカラズトイフ記號 ≠ モ不等號ナリ.

〔**注意**〕 **A=B なれば B=A なり.**

スベテ公式ハ其儘ニ讀ミ且記憶スル外,ソノ等號ノ左右兩邊ノ式ヲ取リ換ヘテ讀ミ,且記憶スルコト肝要ナリ. 〔4〕ノ兩邊ヲ交迭スレバ

$$m+(a-b)=m+a-b \qquad m-(a-b)=m+b-a$$

〔**例三**〕 $\mathbf{7^{\text{圓}}-6^{\text{圓}}+9^{\text{圓}}-3^{\text{圓}}}=1^{\text{圓}}+9^{\text{圓}}-3^{\text{圓}}$

$=10^{\text{圓}}-3^{\text{圓}}=\mathbf{7^{\text{圓}}}$……答

或ハ 〔原式〕$=(\mathbf{7^{\text{圓}}+9^{\text{圓}}})-(\mathbf{6^{\text{圓}}+3^{\text{圓}}})$

$=16^{\text{圓}}-9^{\text{圓}}=\mathbf{7^{\text{圓}}}$………… …..答

之ニヨリテ次ノコトガ分ル.

$$\begin{aligned}\boldsymbol{(a-b)+(c-d)}&\boldsymbol{=a-b+c-d}\\&\boldsymbol{=a-d+c-b}\\&\boldsymbol{=(a+c)-(b+d)}\text{....} \quad [\mathbf{5}]\end{aligned}$$

問題第二集

次ノ各題ノ式ノ計算ヲ行へ.

1. $15-3.7-1.3$ $a-b-b$ $a+b-(b+c)$

2. $93+(7+89)$ $1985+786+15$ $3a+7b+5a$
3. $7a-3a+a-5a$ $(2a+5x)+(7a+3x)$
4. $8x-(40+x)$ $190-(8x+5x)$ $(30+x)-(40+x)$
5. $3x-(x-2)$ $8a-7-(7a-9)$ $15m-7n-(7m-5n)$
6. $8a-7b+5b$ $(8x-5)+(3x-7)+(9x-11)$
7. $(2^{\text{里}}3^{\text{町}}4^{\text{間}})+(3^{\text{里}}4^{\text{町}}5^{\text{間}})$ $(2a+3b+4c)+(3a+4b+5c)$
8. 次ノ各式ノ値ハ x ノ値ヨリ何程大ナルカ, 或ハ何程小ナルカ.

(一) $x+3-7+9-2$ $x-47+64-62+54$

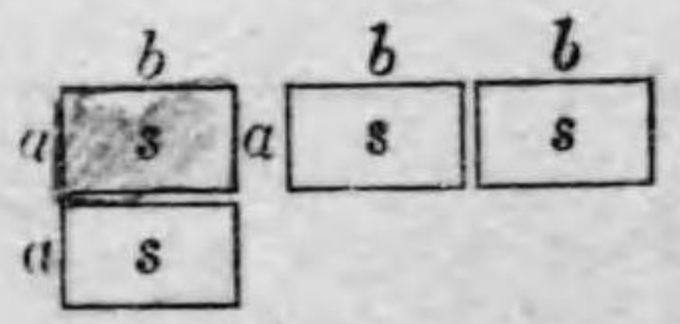
(二) $x+7-18+3-15$ $x+38-54+35-64$

3. 乘法の原則

$$\boldsymbol{ab=ba}\text{........(乘法交換定則)....}[\mathbf{6}]$$

此公式ヲ言葉ニ翻譯セヨ(第1節例一).

縱横ガ a 間, b 間ナル矩形ノ面積(s 坪)ノ二倍ヲ表ス次ノ三ツノ式ハ互ニ同値ナリ.



$$(a\times b)\times 2, \qquad (a\times 2)\times b, \qquad a\times(b\times 2)$$

$$\boldsymbol{(ab).n=(a.n)b=a(b.n)}\text{.........}[\mathbf{7}]$$

即チ,積(積ノ式)ニ或數ヲ掛ケタル式ハ,因數ノ中ノ何レカ一ツニ其乘數ヲ掛ケタルモノト,殘リノ因數トノ積ト同値ナリ. 或數ニ二ツノ數ヲ次次ニ掛ケタル式ハ,初メノ數ニ其二ツノ數ノ積ヲ掛ケタルモノト同値ナリ. 或數ニ二ツノ數ノ積ヲ掛ケタル式ハ,初メノ數ニ其二ツノ數ヲ次次ニ掛ケタルモノト同値ナリ(**乘法結合定則**)

a(a×a)

〔例題〕 **1.** $3ab\times 2a=6a^2b$ 答　$3ab.4a$　$3a.2b$

2. $13\times 15\times 4$　$2a\times 3+3a\times 2$　$3ab.2ac$　$3x^2.2xy$

單項式 數字にて表されたる數と,代數文字との積の式を單項式といふ.

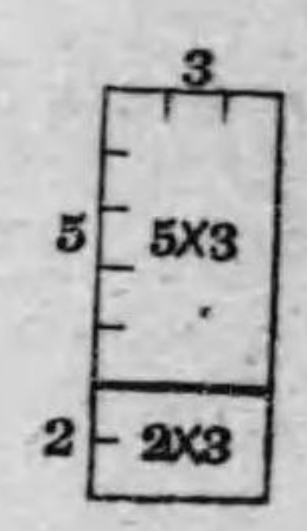
~~$6ab$~~, ~~$3x^2$~~ ヲ各二次ノ單項式, $6abc$, ~~ax^2~~, $5x^3$ ヲ各三~~次ノ單項式トイフ~~,即チ單項式ノ次數トハ~~其文字~~因數ノ數ノコトナリ.

〔例一〕 (一) $(5+2)\times 3=5\times 3+2\times 3$

(二) $(a+b)\times 3=3a+3b$

ab×c=

(三) $(a-b)\times 3=3a-3b$



說明 (三) $(a-b)\times 3=(a-b)+(a-b)+(a-b)$

$=a-b+a-b+a-b$

$=(a+a+a)-(b+b+b)$

$=3a-3b$

$$\left.\begin{aligned}(a+b).n&=an+bn\\(a-b).n&=an-bn\\n.(a+b)&=na+nb\\n.(a-b)&=na-nb\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(\text{乘法配分定則})\cdots[8]$$

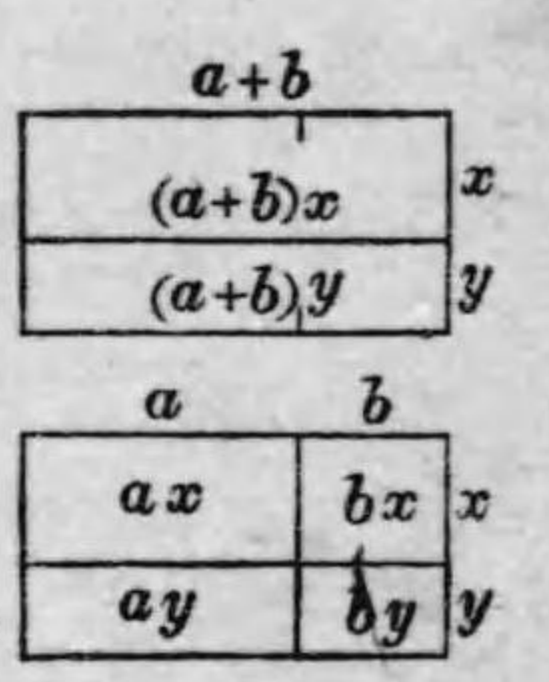
此等ノ公式ノ各ハ a, b, n ガ整數ナル場合ニ就テ(三)ノ說明ト同樣ニ說明セラル,而シテ a, b, n ノ値ガ分數或ハ小數ナル時ニモ成リ立ツモノナリ.

$an+bn=(a+b)n$ ニ於テ $(a+b)n$ ヲ**括られたる式**或ハ積ノ式ト稱シ, $an+bn$ ヲ**展開せられたる式**ト稱ス.

〔例二〕 (一) $(a+b)(x+y)$

$=(a+b)x+(a+b)y$

$=ax+bx+ay+by$



(二) $(a+b)(x-y)=(a+b)x-(a+b)y$

$=ax+bx-(ay+by)$

$=ax+bx-ay-by$

(三) $(a-b)(x-y)=(a-b)x-(a-b)y$

$=ax-bx-(ay-by)$

$=ax-bx+by-ay$

問題第三集

次ノ各題ノ式ノ計算ヲ行ヘ(1—7).

1. $7a.3$　$2a.5b$　$5ax.8ay$　$\frac{6}{7}m.\frac{8}{9}n.\frac{21}{16}b$

2. $2(x+5)$　$5(x-4)$　$2(x+5)-5(x-4)$

3. $2(3n+7)+4(n+2)$　$3(50-x)-4(7x-10)$

4. $2(y-2)-4(x-5)$　$7(3x-6)+5(x-3)+4(17-x)$

5. $8(3y-2)-3(3y-2)$　$3(3z-5)-2(11-2z)$

6. $(m+n)(x+y)$　$(3x+2)(2x-3)$　$(3a-5)(3a+5)$

7. $(a+b)\times 2$　$(a\times b)\times 2$　$(a+b)^2$　$(a\times b)^2$

8. 35ノ9倍ト35トノ和ハ35ノ何倍ナルカ.

$\left.\begin{matrix}35\\35\\\vdots\\35\\35\end{matrix}\right\}=35\times 9$

多項式

$9a+a$, $na+a$ ヲ積ノ式ニ直セ.

〔例〕 一碼ノ價 a 圓ノ羅紗ヲ n 碼仕入レタル中,一碼ダケ賣ラバ殘リノモノノ總價幾許.

答 $a(n-1)$ 圓 或ハ $an-a$ 圓

斯樣ナル場合ニハ積ノ式ニテ答フルガ普通ナリ.

9. 次ノ各式ヲ積ノ式ニ直セ.

$am+an$　$ax-bx$　$ab-b$　$5(x-3)+2(x-3)$

10. 或數 x ノ5倍ニ12ヲ加ヘタルモノ Y ト,其數ノ8倍ヨリ35ヲ引キタルモノ Z トノ差ヲ求ム. 又 $Z>Y$ ナレバ此差如何.

11. 108, 180, 108×180 ヲ各素因數ニ分解セヨ.

12. 次ハ何レモ式ヲ二タ通リ求ム.

(一) 軍馬一頭一週間ノ糧秣費ハ麥 a 錢,乾草 b 錢ナリトイフ,一頭 n 週間ノ糧秣費幾許.

(二) 一尺ノ原價 a 錢ナル絹地ヲ,一尺ニ付 b 錢ニ小賣スレバ n 尺ニ付利益幾許.

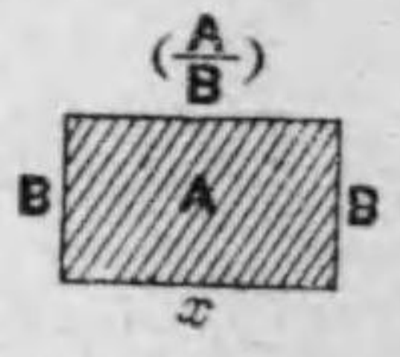
(三) 一分間ノ平均速度 n 哩ナル汽車アリ,甲乙兩驛間ヲ行クニ a 分,乙丙兩驛間ヲ行クニ b 分要ストイフ,甲驛ヨリ乙驛ヲ經テ丙驛マデノ距離幾許.

(四) 半紙 a 帖（一帖ハ n 枚)求メタル中ヨリ b 帖費サバ殘リ幾枚トナルカ.

13. 〔$(2x)^2$ ト $4x$ ト〕,〔$3a^2$ ト $(3a)^2$ ト〕ハ各同値ノ式ナルカ(驗 $x=a=5$).

4. 除法及び乘除法に關する原則

除法 除法とはA,B二數を知りて,Bと如何なる數との積がAに等しくなるべきかを求むる計算なり.



即チ,除法トハA,Bヲ知リテ

$$Bx=A$$

ニ適合スベキxノ値ヲ求ムルコトナリ.

除法ハ二數ノ積ト,其一數トヲ知リテ,他ノ一數ヲ求ムル時ニ用ヒラル,即チ,除法ハ乘法ノ逆ナリ.

$$(m\times n)\div n=m$$

法ト商トノ積ハ實ニ等シ,即チ,乘法ハ除法ノ逆ナリ.

$$B\times\frac{A}{B}=A$$

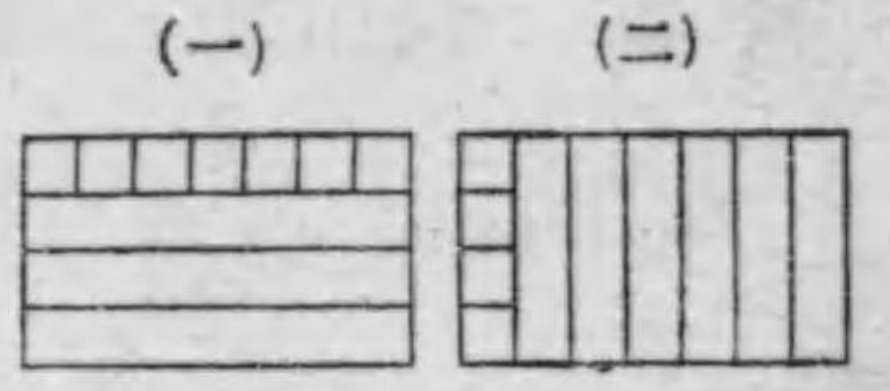
本書ニ於テハ商ヲ分數ノ形ノ式ニ$\frac{A}{B}$ト記シ,且ツ剩餘ヲ考ヘザル場合多シ,此場合ノ商ヲ「AのBに對する比」トイフコトアリ(A,Bガ同種類ノ量ヲ表ス數ナルトキ).

〔**例一**〕 10220坪÷28ヲ短除法ニテ求ム.

(一)
$$\begin{array}{r} 4\,\underline{)\,10220}\text{坪} \\ 7\,\underline{)\,2555}\phantom{\text{坪}} \\ \underline{\underline{365}}\text{坪答} \end{array}$$

(二)
$$\begin{array}{r} 7\,\underline{)\,10220}\text{坪} \\ 4\,\underline{)\,1460}\phantom{\text{坪}} \\ \underline{\underline{365}}\text{坪答} \end{array}$$

28ハ4×7ナルコトニヨリテ,(一) 4ト7トニテ次次ニ割リ,(二) 或ハ7ト4トニテ次次ニ割リタルナリ.何レニシテモ(4×7)ニ等分セラル. 之ニヨリテ次ノコトガ分ル.



$$\left.\begin{aligned} m\div a\div b=m\div b\div a=m\div(ab) \\ \frac{m}{a}\div b=\frac{m}{b}\div a=\frac{m}{ab} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots[9]$$

之ヲ言葉ニテ言ヘバ

或數ヲ二ツノ數ニテ次次ニ割リタル商(商ノ式)ハ除法ノ順序ヲ變ヘテ割リタル商ト同値ナリ.
或數ヲ二ツノ數ニテ次次ニ割リタル商ハ,初メノ數ヲ其二ツノ數ノ積ニテ割リタル商ト同値ナリ.
或數ヲ二ツノ數ノ積ニテ割リタル商ハ,初メノ數ヲ其二ツノ數ニテ次次ニ割リタル商ト同値ナリ.
分數ヲ或數ニテ割リタル商ハ,其分數ノ分母ニ其除數ヲ掛ケタルモノヲ分母トシ,元ノ分子ヲ分子トスル分數ト同値ナリ.

〔**例二**〕 (一) 疊30枚ノ表換ノ費用ガ,表代13.2圓,緣代2.4圓,手間代3.6圓ナルトキ,疊1枚ニ付其費用ヲ表ス次ノ二ツノ式ハ互ニ同値ナリ.

$$\frac{13.2+2.4+3.6}{30}, \qquad \frac{13.2}{30}+\frac{2.4}{30}+\frac{3.6}{30}$$

(二) 砂糖25包ノ總量2635斤ニシテ,其內風袋185斤ナルトキ,1包ノ平均純量ヲ表ス次ノ二ツノ式ハ互ニ同値ナリ.

$$\frac{2635-185}{25}, \qquad \frac{2635}{25}-\frac{185}{25}$$

$$\frac{a+b-c}{n}=\frac{a}{n}+\frac{b}{n}-\frac{c}{n}\cdots\text{(除法配分定則)}\ [10]$$

〔例三〕 或汽車ガ京阪間27哩ヲ42分間ニテ走ル割合ヲ以テスレバ,其三分ノ一ノ距離9哩ヲ三分ノ一ノ時間14分ニテ走リ,其二倍ノ距離54哩ヲ二倍ノ時間84分ニテ走ル, 此等ノ場合ニ $\frac{27}{42}$, $\frac{9}{14}$, $\frac{54}{84}$(哩) ハ何レモ一分間ノ速サヲ表スヲ以テ相等シ.

$$\frac{a}{b}=\frac{a\div n}{b\div n}=\frac{a\times n}{b\times n}\cdots\cdots\cdots\cdots\ [11]$$

比例式 比例式 15 : 10=6 : 4 或ハ $\frac{15}{10}=\frac{6}{4}$ ノ二ツノ比ノ值ヲ, 10×4 ヲ公分母トシテ通分シタルトキノ分子 **4×15** ト **6×10** トハ相等シ. 卽チ,

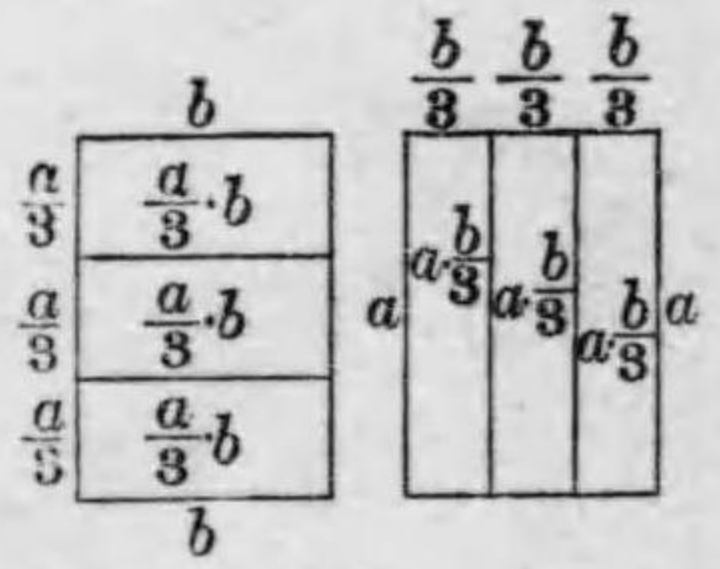
比例の外項の積と內項の積とは相等し.

$x : y=a : b$ 或ハ $\frac{x}{y}=\frac{a}{b}$ ナレバ

$$bx=ay$$

〔例四〕 (一) 一合ニ付2.5錢ノ石油ヲ每夜7.5錢ダケ燈ストキノ30日間ノ石油ノ量ヲ表ス二ツノ式 (7.5錢×30)÷2.5錢 ト (7.5錢÷2.5錢)×30 トハ互ニ同値ナリ.

(二) 相隣レル二邊ガ a 間, b 間ナル矩形 s ヲ,等積ナル三ツノ矩形ニ分テバ(圖ノ如ク)其一ツノ面積 $\frac{s}{3}$ ヲ表ス三ツノ式 $\frac{a.b}{3}$, $\frac{a}{3}.b$, $a.\frac{b}{3}$ ハ互ニ同値ナリ.



$$\frac{a.b}{n}=\frac{a}{n}.b=a.\frac{b}{n}\cdots\cdots\cdots\cdots\ [12]$$

乘除ノ順序ヲ變ヘタル式ハ元ノ式ト同値ナリ **(乘除交換定則)**. 積ヲ或數ニテ割リタル商ハ,積ノ因數ノ中何レカ一ツヲ此除數ニテ割リタルモノト,殘リノ因數トノ積ト同値ナリ. 分數ト或數トノ積ハ,其數ト分子トノ積ヲ分母ニテ割リタル式ト同値ナリ.

〔例五〕 (一) $\frac{5}{36}$町ハ何間ナルカ.

$\frac{5}{36}$町ハ一町ノ三十六分ノ五ナルヲ以テ, 其何間ナルカハ,一町ノ間數60ヲ三十六等分シタルモノヲ五倍スルコトニヨリテ求メラル.

答　$8\frac{1}{3}$間

此計算ヲ60間ニ$\frac{5}{36}$ヲ掛ケルトイフ,町數ガ整數ナルトキニ掛クレバナリ.　卽チ

$$60\times\frac{5}{36}=60\div36\times5=\frac{60\times5}{36}$$

(二)　或汽車ガ18哩ヲ$\frac{7}{15}$時間ニテ走レリ, 其1時間ノ速サ幾許.

$\frac{7}{15}$時間ノ行程(18哩)ハ1時間ノ速サ(x哩)ニ$\frac{7}{15}$ヲ掛ケタルモノナリ.

卽チ, xヲ15等分シタルモノノ7倍ガ18ナリ.

故ニxハ　$18\div7\times15$, 卽チ$\frac{18\times15}{7}$ニヨリテ求メラル.

答　$38\frac{4}{7}$哩

此計算ハ18ヲ$\frac{7}{15}$ニテ割リタルナリ.　何トナレバ何哩ニ$\frac{7}{15}$ヲ掛クレバ18哩トナルベキカト考ヘテ計算シタレバナリ.　卽チ,

$$18\div\frac{7}{15}=\frac{18\times15}{7}$$

逆數　$\left(\frac{15}{7}\right.$ト$\frac{7}{15}$ト$\left.\right)$ノ如ク, 積が1となる二つの數は互に逆數なりといふ.

$$n\times\frac{a}{b}=\frac{n.a}{b}\qquad n\div\frac{a}{b}=\frac{n.b}{a}\ldots\ldots[13]$$

或數ニテ割ルニハ其逆數ヲ掛クレバヨシ.

問題　第四集

次ノ各題ノ式ヲ計算セヨ(1—11).

1. $\frac{a}{3}\div a$　　$560\div35\div2$　　$\frac{a}{b}\div b$　　$an\div bn$
2. $\frac{an+n}{n}$　　$\frac{25}{3}+\frac{5}{3}$　　$(3a-3b)\div3$　　$(3a.3b)\div3$
3. $24a^2\div8$　　$3a^2\div a$　　$8lm\div2l\{=8lm\div(2l)\}$
4. $ab\div b$　　$mx\div x$　　$\frac{m}{x-1}(x-1)$　　$\frac{3a}{4b}\times16b$　　$\frac{a}{b}\times b^2$
5. $(9a-9b)\div9$　　$\frac{ax+bx}{x}$　　$\{(x+32)\times77-14\}\div49$
6. 次ノ比例式ヲ解ケ.

$x:10=17:68$　　$\frac{182}{x}=\frac{7}{14}$　　$8^{疋}:5^{疋}=x^{円}:4^{円}.5$

380

方程式　未知數ヲ表ス文字ヲ含ム等式ヲ方程式トイフ.　此等ノ比例式モ其一例ナリ.

〔**例**〕　$x+\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)x=\frac{11}{6}x$　答

7.　$x+\frac{2}{3}x-\frac{3}{2}x$　　$\frac{8x}{42}-\frac{7x}{48}=\frac{x}{56}$　　$\frac{9x+3}{4}-\frac{5x-12}{3}$

8.　$\frac{7}{8}\div1\frac{3}{25}\times\frac{4}{5}$　　$\frac{42abx}{12by}$　　$\frac{21np}{10qx}\div\frac{3p}{5x}$

9.　$\frac{2a}{3x}\div\frac{5y}{6b}\times\frac{x}{b}$　　$\frac{13x+5}{2}-\frac{16x+5}{3}$

10.　$\left(x-\frac{x}{10}\right)\div9$　　$(x+4)+(x-4)+(x\times4)+(x\div4)$

11.　$[\{(x\times3+7)\times6-6\}\div9+7]\times5-55$

12.　x枚ノ繪葉書ヲy人ニ一人ニ付キ35枚宛分配セントスレバ28枚餘ルト云フ，繪葉書ノ總數幾許．此總數（x枚）ヲ一人ニ付キ7枚ヅツ分配スレバ幾人ニ分タルベキカ．

13.　或數xヲ$3\frac{1}{2}$ニテ割リタル商（即チ$\frac{2}{7}x$）ト，其數xヲ$5\frac{1}{4}$ニテ割リタル商トノ差ハxノ幾分ナルカ．

14.　或人ノ所有地（x町歩）ノ五分ノ三ハ田地，其殘リノ八分ノ七ハ山林ニシテ，殘リハ宅地ナリ．宅地ハ幾町步ナルカ．

15.　x人ノ生徒共同シテ新聞及ビ雜誌ヲ購讀シ，

其一年分ノ費用トシテ新聞代yハ一人ニ付，8錢ヅツ出セバ60錢不足シ，雜誌代zハ12錢ヅツ出セバ20錢餘ルトイフ．新聞代yト，雜誌代zトノ差ヲ求ム．$y>z$ト，$y<z$トノ場合ニ分ケテ求メヨ．

〔**注意**〕既ニ知レルガ如ク，（abト，baト），（$a+b$ト，$b+a$ト），（$m-a-b$ト，$m-b-a$ト），（$m\div a\div b$ト，$m\div b\div a$ト）ハ各互ニ同値ノ式ナリ．

對稱式　a, bを含む代數式が，其中のa, bを互に置き換へて得る式と同値なるとき，之をa, bに就て對稱式なりといふ．ab，$a+b$，$m-a-b$，$m\div a\div b$ハ何レモa, bニ就テ對稱式ナリ．

5.　四則應用の例

〔**例一**〕　或數ニ**6**ヲ加ヘタル和ヨリ**5**ヲ引キ，其殘リニ**3**ヲ加フルコト．

例ヘバ

（1）　初メノ數ヲ15トシテ計算スレバ，結果ハ19トナル．

	或數	6加ヘタル時	5引キタル時	3加ヘタル時
(1)	15 ……	21 ……	16 ……	19
(2)	(　) ……	(　) ……	(　) ……	25

19ヨリ逆ニ15ヲ求ムルニハ 19−3+5−6=15

(2) 若シ又結果ガ**25**ナレバ元數ハ

$$25-3+5-6=21$$ 答

$x+a-b+c=m$ ナレバ $x=m-c+b-a$

〔例二〕 $x+38-54+35-64=15$ ナル時 x ノ値幾許.

解 $x=15+64-35+54-38=60$ 答

或ハ原方程式ノ左邊ヲ變形シテ(二8)

$$\mathbf{x-45=15} \qquad \therefore\ x=15+45=60$$ 答

(二8)トアラバ問題第二集8ヲ參照スベシ.

〔例三〕 某數アリ,之ニ32ヲ加ヘ,77ヲ掛ケ,14ヲ引キ,49ニテ割リタル商325ナリ,元數幾許.

解 求ムル數ヲ x トスレバ

$$\{(x+32)\times77-14\}\div49=325 \quad\cdots\cdots(1)$$

$$\therefore\ x=\{(325\times49)+14\}\div77-32$$

$$=15939\div77-32=207-32=175$$ 答

325ノ代リニ**72**ヲ用フレバ原數如何.

此等ノ解法ヲ**還元法**トイフ.

〔14〕 還元法の規則

$$[(x+a)\times b-c]\div d=m$$ なれば

$$x=(m\times d+c)\div b-a$$

方程式(1)ハ左邊ヲ變形スレバ(四5)

$$\frac{11}{7}x+50=325 \quad\cdots\cdots(2)$$

故ニ $x=(325-50)\times\frac{7}{11}=\frac{275\times7}{11}=175$ 答

例ヘバ一學級45人ノ學生ノ各ガ,例三ノ某數ノ處ヘ任意ノ數ヲ入レテ,所定ノ計算ヲ行ヒタリトスレバ325ノ代リニ他ノ45種ノ場合ヲ得ベシ.

而シテ此等ノ結果ヲ m ニテ代表セシムレバ

$$\frac{11}{7}x+50=m \qquad \therefore\ x=\frac{7}{11}(m-50) \quad\cdots\cdots(3)$$

m ヲ 710, 1700 トスレバ x ハ幾許.

代數學 代數學とは代數文字を用ひて,數に關する事項を講述し,計算の道筋を明かにし,且つ其結果を廣く適用することを講ずる學科なり.

問題 第五集

次ノ各[illegible]方程式ヲ解ケ(1−5).

1. $x+3=7$ $x-3=8$ $2x+7=13$ $5x-3=12$

2. $3(x-2)=15$ $3(3x-2)-2=10$ $\frac{7}{8}\left(\frac{3}{4}x+5\right)-10=60$

3. $(3x\div5+5)\times\frac{7}{8}-10=60$ $\frac{2}{7}\left(\frac{5}{12}y+3\right)=8$

4. $20-6x=8$ $190-8x+5x=100$ $4x+5--x=8$

$20-6x=8$ ハ $6x+8=20$ トシテ解ケ.

5. $(x+4)+(x-4)+(x\times4)+(x\div4)=200$ (四 10)

6. (一) $3[3\{3(3x-2)-2\}-2]-2=1$

(二) $\frac{2}{7}\left[\frac{5}{12}\left\{\frac{7}{8}\left(\frac{3}{4}x+5\right)-10\right\}+3\right]=8$

7. 甲, 乙, 丙三ツノ土地ノ面積 $7x$ 坪, $6x$ 坪, $4x$ 坪ニシテ其和527坪ナリ, x ヲ求ム**(比例配分)**.

8. 某數アリ, 之ニ3ヲ加ヘテ, 3倍シタルモノヨリ, 3ヲ引キタル殘リノ $\frac{1}{3}$ ガ4ナリ, 元數如何.

若又結果ガ20ナラバ元數如何.

9. 兄弟三人ニ修學旅行費43圓ヲ分ツニ, 長男ニハ x 圓, 二男ニハ $(x-5)$ 圓, 三男ニハ $(x-5-7)$ 圓與ヘントス. x ヲ求メヨ(差分).

10. 甲, 乙ノ兩人相距ルコト950間ナル[illegible]地ヨリ同時ニ相向ヒテ出發シタルニ x 分[illegible]後ニ出會ヒタリ. 兩人ノソレマデニ歩ミタル道程ノ和ノ950間ニ等シキコトヲ方程式ニ作リテ x ヲ求メヨ. 兩人ノ毎分ノ速サヲ40間ト, 36間トス.

負の數

6. 貝の數, 正の數, 零

〔例一〕 (一) $\mathbf{3-7+9-2=(3+9)-(7+2)}$

$\mathbf{=12-9=3}$ 答

(二) $\mathbf{7-18+3-5=10-23=-13}$ 答

說明 (一) $3-7+9-2$ ヲ此ママニテ計算セントスレバ, $3-7$ ハ不可能ナリ. カカル場合ニハ第2節ノ公式 $\boldsymbol{a-b+c-d=(a+c)-(b+d)}$ ニヨリテ求ムルモノトス.

(二) 前例ノ如ク計算シテ **10−23** ヲ出シタルニ, 被減數ガ減數ヨリ13ダケ小ナリ. カカル場合ニハ答ヲ -13 トス, **−13**(まいなす十三)ヲ**負の數**トイフ.

負の數 小なる數より大なる數を引

きたる殘りを貟の數(貟數)と名づく.

12−150 ハ −138, $\frac{3}{6}-\frac{4}{6}$ ハ $-\frac{1}{6}$ ナリ.

〔**例二**〕 (一) 5 ヨリ 1, 或ハ 2, 或ハ 3, …… 或ハ 11 ヲ引ケバ,其殘リハ

$$\mathbf{4,\ 3,\ 2,\ 1,\ 0,\ -1,\ -2,\ -3,\ -4,\ -5,\ -6}\ \ldots\text{(A)}$$

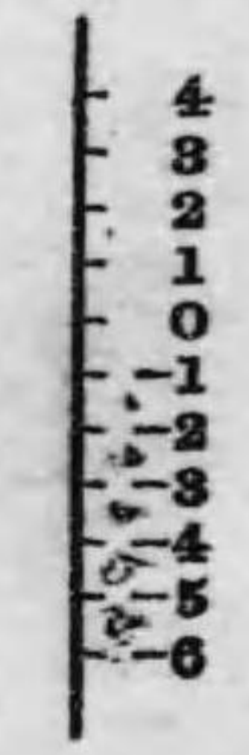
零 二つの相等しき數の差を零といふ.

$$a-a=0$$

(二) 寒暖計ノ水銀ガ初メ攝氏 5 度ノ所迄昇リ居リ,ソレヨリ降ルコト 1 度, 或ハ 2 度,或ハ 3 度, …… 或ハ 11 度ナレバ,何度トナルカト問ハバ答ハ

$$\mathbf{4}^{度},\ \mathbf{3}^{度},\ \mathbf{2}^{度},\ \mathbf{1}^{度},\ \mathbf{0}^{度},$$

零點下 1^{度}, 零點下 2^{度}, ……零點下 6^{度}



負ノ數ヲ應用スレバ,此答ハ

$$\mathbf{4}^{度},\ \mathbf{3}^{度},\ \mathbf{2}^{度},\ \mathbf{1}^{度},\ \mathbf{0}^{度},$$

$$\mathbf{-1}^{度},\ \mathbf{-2}^{度},\ \mathbf{-3}^{度},\ \mathbf{-4}^{度},\ \mathbf{-5}^{度},\ \mathbf{-6}^{度}\ldots\text{(B)}$$

例ヘバ零點下 5 度ハ零度ヨリ 5 度下リタル溫度ニシテ, −5 ハ 0 ヨリ 5 ヲ引キタルモノナレバ答ヲ (B) ノ如ク記スコトヲ得ルナリ.

正の數 貟の數と區別するために,是までの數を正の數(正數)と名づく.

負ノ數ノ書キ方ニ對應セシメンガタメ,正ノ數 a ヲ $+a$ ニテ表ス. 例ヘバ (B) ヲ次ノ如ク表ス.

$$\mathbf{+4^{\circ},\ +3^{\circ},\ +2^{\circ},\ +1^{\circ},\ 0^{\circ},}$$

$$\mathbf{-1^{\circ},\ -2^{\circ},\ -3^{\circ},\ -4^{\circ},\ -5^{\circ},\ -6^{\circ}}\ \ldots\ldots\text{(C)}$$

正ノ數ト,負ノ數トヲ別ツニ用フル **+, −** ヲ**正號,負號**ト稱シ,之ヲ通稱シテ**數の符號**或ハ**數の性質の符號**トイフ.

數の列 (C) ニ於テ右ノ方ニアル數ハ次第ニ 1° ダケ小ナリ.

正ノ數ハ負ノ數ヨリ大ナリ,正ノ數ハ 0 ヨリ大ナリ,負ノ數ハ 0 ヨリ小ナリ.

(負の數)<0<(正の數)

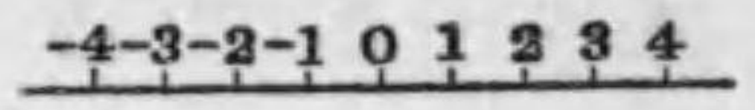
二ツノ負ノ數ノ大小ハ其ノ絕對値ノ大小ト相反ス.

符號ヲ有スル**數の絕對値**トハ其符號ヲ取リ去リテ得ル數ノ値ナリ.

〔**例三**〕 絕對値ガ 5 ヨリ小ナル正ノ整數ト,負ノ

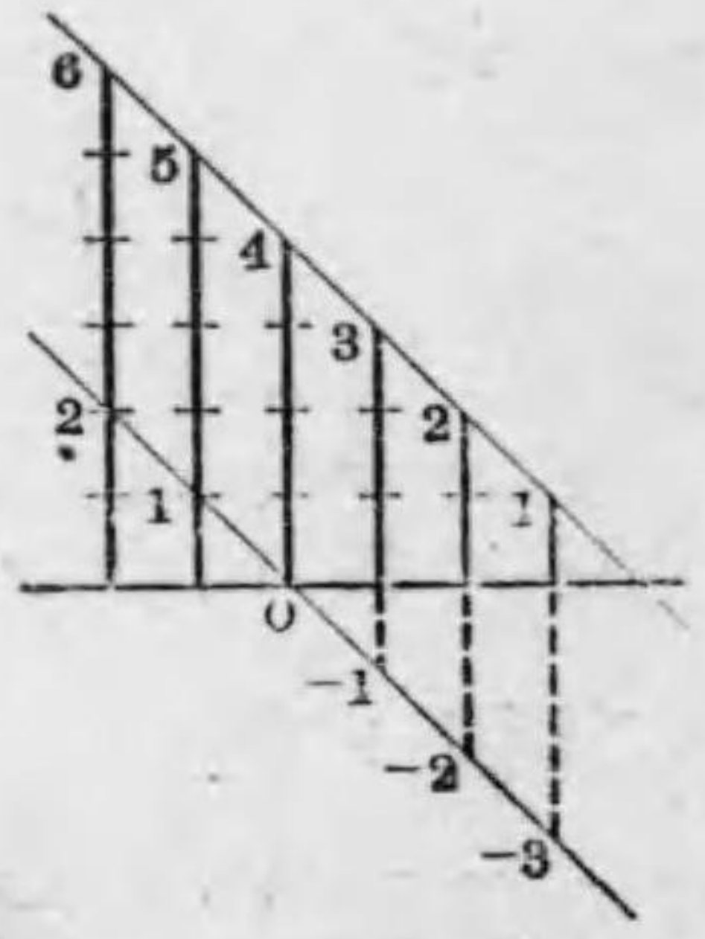
+5+(+3)　+5−(−3)
(7)−5+(−3)、−5−(+3)
+5+(−3)、
+5+(+5)、
+5−(+3)
−5−(−3)

整數ト0トヲ小ナルモノヨリ順ニ記セ.



答　**−4, −3, −2, −1, 0, +1, +2, +3, +4**

〔**例題**〕 **1.** 6, 5, 4, 3, 2, 1 ノ各ヨリ 4 ヲ引ケ.



2. $\frac{6}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{1}{7}$ ノ各ヲ $\frac{4}{7}$ ヨリ引ケ.

3. $3-7+9$　$7-6+9-8-3$

$13.5-67+23-18.5$

4. $5-80-45-20$　$27^{円}-79^{円}+67^{円}-29^{円}+38^{円}-46^{円}$

5−(80+45−20)=−140

5. $13-85+185$　$8-19+12-7$　$3-6+4.5-10.5$

6. 0, +1, −2, −3, +4, −5, +6, +7, −8 ヲ大サノ順ニ書ケ.

7 絶對値ガ5ト3トナル二ツノ數ヲ四對求ム.

8. $x-8=0$　$135-15x=0$　$39-5x-14=0$ 解ケ.

x=8,
−5x+39−14=0,
−5x+25=0
−5x=−25　x=5,

7. 符號を有する數の計算（加法,減法）

〔**1**〕 加法の規則　符號の同じ二數の和は,此等の數の絶對値の和に其同じ符號を附けたるものに等し．符號の相異なれる二數の和は,其二數の絶對値の差に絶對値の大なる方の符號を附けたるものに等し．

上ノ規則ハヨク諳誦スベシ.

$$\left.\begin{array}{l}(+a)+(+b)=+(a+b)\\(-a)+(-b)=-(a+b)\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(一)$$

$$\left.\begin{array}{l}(+a)+(-b)=+(a-b)\\(-a)+(+b)=-(a-b)\end{array}\right\}\cdots(a>b)\quad\cdots(二)$$

$$(+a)+(-a)=0\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(三)$$

〔**例一**〕 $(-4)+(-7)=-11$　$4+(-7)=-3$

$12+(-7)=+5$　$7+(-7)=0$

$-5+8-9+3=(8+3)-(5+9)$

$=11-14=-3$

12ト7トノ差5ヲ, 12ト(−7)トノ和（代數的ノ和）トイフコトヲ得. 符號ヲ有スル數ノ和ヲ其等ノ數ノ**代數和**（代數的ノ和）トイフコトアリ.

〔例題〕 次ノ各組ノ數ノ和ヲ求ム(1―4).

1. (+5, −13) (−9, −4) (−7, +8) (+8, +3)
−(13−5) −(9+4) +(8−7) +(8+3)

2. (−5, −6) (+9, −1) (−2, +8) (+3, −10)
−(5+6) +(9−1) +(8−2) −(10−3)

3. (+9, −7) (+3, −3) (−4, −2) (+8, −17)
+(9−7)

又此四ツノ答ノ合計幾許.

4. (−275, −125) (+27.5, −12.5) $\left(-17\frac{3}{4},\ +2.25\right)$

5. 符號ヲ有スル數ノ加法ノ規則ヲ復唱セヨ.

次ノ各題ノ式ヲ計算セヨ(6―8).

6. −3+7−5+4 −18+5+10−9 −17+13−8+2

7. (0−3)+(0−4)+(0−5) $(a-15)+(a-25)+(a-35)$

8. (3−53)+(16−6) (10−15)+(10−25)+(10−35)

此問題8ノ式ノ値ヲ上ノ規則〔1〕ニヨリテ計算シタル結果ハ前節例一ノ如ク四則ノ原理〔5〕ニヨリテ計算シタル結果ト一致ス. 之ニヨリテ見ルモ上ノ規則ハ當然ノモノナリ.

〔2〕 減法の規則 或數より,或他の數を引くには,減數の符號を變へて被減數に加ふべし.

$$m-(+a)=m+(-a)$$

$$m-(-a)=m+(+a)$$

〔例二〕 (一) −4ヨリ+3ヲ引クニハ,
−4−3ヲ計算シテ 答 −7

(二) −4ヨリ−7ヲ引クニハ,
−4+7ヲ計算シテ 答 +3

斯樣ニ計算スレバ,減法ノ定義(第2節)ニ適合ス. 例ヘバ(一)ノ答ハ−4−3ニ等シキユヱ,之ニ減數+3ヲ加フレバ−4−3+3=−4, 卽チ被減數トナルナリ.

〔例題〕 次ハ各,其左ノ數ヨリ,其右ノ數ヲ引ケ(1―3).

+5 −5 −19 −5 −100 −30
1. (+12, +7) (+6, +11) (−12, −7) (−65, −35)
−+5 +19 −100 +100
2. (−6, −11) (+12, −7) (−35, +65) (+6.5, −3.5)

3. $\left(-\frac{9}{4},\ -\frac{11}{6}\right)$ $\left(-9\frac{1}{2},\ +7.8\right)$ $\left(-17\frac{3}{4},\ -2.25\right)$

4. $m=50,\ a=3,\ b=15$ トシテ次ノ恒等式ヲ驗セ.

$$m-(a-b)=m+b-a \qquad \text{(第2節〔4〕)}$$

5. 上ノ二ツノ規則〔1〕,〔2〕ヲ復唱セヨ.

6. 或商人 x 圓ノ資本金ヲ以テ商業ヲ營ミタルニ初メノ一週間ハ46圓ノ仕入レヲナシテ38

圓ノ賣揚ゲヲナシ, 第二週ハ67圓仕入レニ費シ, 29圓ノ賣揚ゲヲナシ, 第三週ハ27圓仕入レ, 79圓賣揚ゲタリトイフ. 然ラバ現在ノ資本金ハ x 圓ヨリ何程增シオルカ, 或ハ何程減リオルカ.

〔例三〕 (四 15) ニ就テ, 再ビ一年分ノ新聞代 y ト. 雜誌代 z トノ差ヲ求ム. 又 x ガ **18, 20, 25** ナレバ此差幾許.

解　$y-z=(8x+60)-(12x-20)=\mathbf{80-4x}$ (錢)　答

(一)　$x=18$ ナレバ $80-18\times4=80-72=8$ (錢)　答

(二)　$x=20$ ナレバ $80-20\times4=80-80=0$ (錢)　答

(三)　$x=25$ ナレバ $80-25\times4=80-100$

$=\mathbf{-20}$ (錢)　答

卽チ(三)ノ場合ニハ雜誌代 z ノ方ガ新聞代 y ヨリ20錢多キコトヲ知ル.

本題ノ如キ場合ニハ是迄ハ $y>z$ ト $y<z$ トノ二ツノ場合ニ分チテ式ヲ作リタレドモ, 負ノ數ヲ用フレバ唯一ツノ式ヲ作リテ, 之ヲ二ツノ場合ニ活用スルコトヲ得テ便利ナリ.

---

〔3〕 二數の大さに關する規定

$$\begin{cases} y-z>0 & \text{なれば} \quad y>z \\ y-z=0 & \text{なれば} \quad y=z \\ y-z<0 & \text{なれば} \quad y<z \end{cases}$$

〔例題〕 $(x-20)$ ヲ y, $(25-4x)$ ヲ z, 從ツテ $y-z$ ヲ $(5x-45)$ トス. x ガ (一) 75, (二) 9, (三) 6 ノ各場合ニ於テ y, z ノ中何レガ何程大ナルカ.

〔注意〕 (一) 次ハ上ニ述ベタル代數學上ノ數ヲ分類シテ示セルモノナリ. 之ニ就テ整數ト正數(正ノ數)トノ別ヲ注意スベシ.

$$\text{代數學上の數}=\begin{cases} \text{負の數}=\begin{cases} -\frac{5}{8}\ \ -\frac{20}{7}\ \ -3.6\ \ -0.03\ \ (\text{負の分數, 小數}) \\ -1\ \ -5\ \ -365\ \ -34567\ \ (\text{負の整數}) \end{cases} \\ \text{零}\qquad =3-1-1-1,\ \ a-a,\ \ 0 \\ \text{正の數}=\begin{cases} \frac{5}{12}\ \ \frac{22}{7}\ \ 3.1416\ \ 0.05\ \ (\text{正の分數; 小數}) \\ 1\ \ 3\ \ 100\ \ 12345\ \ (\text{正の整數}) \end{cases} \end{cases}$$

(二) 二數ノ差ヲ言フ場合ニハ被減數ヨリ呼ビ初ムベシ. 例ヘバ a ト b トノ差ハ $a-b$, b ト a トノ差ハ $b-a$, 卽チ $-(a-b)$ ナリ (驗 a ヲ 5, b ヲ 3).

$a-b$ ハ a, b ニ就テ**交代式**ナリトイフ.

交代式 a, b を含む代數式の値が,其式中の a, b を互に置き換へて得る式の値と絕對値相等しくして符號が相反するものなるとき,之を a, b に就て交代式なりといふ(四注意).

8. 乘法及び除法

〔**4**〕 乘法の規則 符號の同じ二數の積は正の數にして,符號の相異なる二數の積は負の數なり(二因數の積の符號の定則).

而して積の絕對値は各因數の絕對値の積に等し.

零と或數との積の値は恒に零なり.

$$(+a).(+b)=+ab \qquad (-a).(-b)=+ab$$

$$(+a).(-b)=-ab \qquad (-a).(+b)=-ab$$

$$0\times a=a\times 0=0$$

〔例一〕 $(+7)\times(+4)=+28$ $(-7)\times(-4)=+28$

$(+7)\times(-4)=-28$ $(-7)\times(+4)=-28$

$0\times 5=0$ $5\times 0=0$ $0\times 0=0$

$$-2.(+3).(-5)=+(2.3.5)=+30$$

$$-\frac{1}{2}.\left(-\frac{2}{3}\right).\left(-\frac{3}{5}\right)=-\frac{1.2.3}{2.3.5}=-\frac{1}{5}$$

連乘積の符號 幾つかの數の連乘積の式に於て,負の數の因數が二つ,或は四つ,或は六つ(偶數箇)あらば積の値は正の數なり,負の數の因數が一つ,或は三つ,或は五つ(奇數箇)あらば積の値は負の數なり.

〔例題〕 1. $(-5)(-2)$ $(-15)(+8)$ $(-0.6)(+5)$

2. $+72(-18)$ $(1-5)(2-5)$ $(5-1)(2-5)$ $(3-5)(2-2)$

3. $(-7)(-8)(+5)$ $(-23)(-4)(-5)$ $(+4)(-12)(-5)$

4. $\left(+\frac{3}{14}\right)\left(-\frac{4}{15}\right)\left(+3\frac{1}{2}\right)$ $(-3)^2$ $\left(-\frac{2}{15}\right)(-5)^3(-4)$

5. 指定サレタル數ヲ入レテ次ノ恒等式ヲ驗セ.

(一) $5(a-3)=5a-15$ a ヲ 3 トシテ

(二) $7(a-4)=7a-28$ a ヲ 0 トシテ

(三) $m-7(a-4)=m-7a+28$

m ヲ 0, a ヲ 0 トシテ.

6. (一) -3 ニ $+3,\ +2,\ +1,\ 0,\ -1,\ -2$ ヲ一一掛クレバ結果各如何.

(二) $+3,\ +2,\ +1,\ 0,\ -1,\ -2$ ノ各ニ -3 ヲ掛ケヨ.

(三) $a,\ -b,\ a-b$ ノ各ニ $-n$ ヲ掛ケヨ.

7. a ガ -5, b ガ -4 ノトキ $-3a,\ -ab$ 幾許.

$-a$ ハ -1 ト a トノ積ナリ, 故ニ $-a$ ニ於テ a ノ係數ハ -1 ナリ.

〔5〕 除法の規則　或數を或他の數にて割りたる商の値は,此等の數の符號が同じければ正の數にして,相異なれば負の數なり（商の符號の定則）. 而して商の絕對値は被除數の絕對値を除數の絕對値にて割りたる商に等し.

零を或數にて割りたる商の値は恒に零なり.

異附号ノ時ハ —

同附号ノ時ハ +

$$\frac{+a}{+b}=+\frac{a}{b} \qquad \frac{-a}{-b}=+\frac{a}{b}$$

[illegible]

$$\frac{-a}{+b}=-\frac{a}{b} \qquad \frac{+a}{-b}=-\frac{a}{b}$$

$$\frac{0}{a}=0 \qquad (a \neq 0)$$

〔例二〕

$$\frac{+12}{+3}=+4 \qquad \frac{-12}{-3}=+4$$

$$\frac{-12}{+3}=-4 \qquad \frac{+12}{-3}=-4$$

$$0\div\left(-\frac{2}{15}\right)=0 \qquad \left(-\frac{2}{3}\right)\div\left(-\frac{2}{3}\right)=+1$$

$$\left(+\frac{5}{6}\right)\div\left(-\frac{3}{10}\right)=-\frac{5.10}{6.3}=-\frac{25}{9}$$

斯樣ニ計算シタル答ニ,其除數ヲ掛クレバ,其被除數ヲ得ルヲ以テ,此等ノ答ノ正シキコトヲ知ル.

問題 第六集

次ノ各題ノ式ノ計算ヲ行ヘ.

1. $\frac{-12}{-4}$　$\frac{-20}{+5}$　$\frac{+3}{-15}$　$\frac{-3}{+15}$　$\frac{6}{-8}$　$\frac{-8}{+12}$

2. $\left(+\frac{1}{5}\right)\div(-6)$　$\left(-\frac{7}{8}\right)\div\left(+\frac{5}{4}\right)$　$\left(-\frac{5}{12}\right)\div\left(-\frac{10}{3}\right)$

3. $\left(-3\frac{1}{3}\right)\div 10$　$\left(-2\frac{1}{2}\right)\div\left(+2\frac{1}{7}\right)$　$1\frac{5}{8}\div\left(-3\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\right)$

4. $(3-3)\div 5$　$(5-3)\div(3-5)$　$(p-q)\div(q-p)$

5. $+12=(+3)(\quad)$　$-12=(-3)(\quad)$　$-12=(-12)(\quad)$

6. 次ノ各ノ方程式ヲ解ケ.

$$-3x=+12 \qquad -\frac{3}{10}x=+\frac{5}{6} \qquad -\frac{2}{15}x=0$$

7. $+6,\ +4,\ +2,\ +1,\ 0,\ -2,\ -4,\ -6$ ノ各ヲ -2 ニテ除セ.

〔**注意**〕 (一) a, b ガ如何ナル數ニテモ,次ノコトハ眞ナリ.

$$\boldsymbol{a>b} \text{ なれば } \boldsymbol{-2.a<-2.b} \qquad \boldsymbol{\frac{a}{-2}<\frac{b}{-2}}$$

(二) $\frac{a}{0}$ を求むることは不可能とす,即チ零を除數として,或數を割ることを得ず.

$\frac{a}{0}$ ヲ x ニ等シトシテ驗セバ,$0\times x$ ハ 0 トナリテ,被除數トナラズ,故ニ $\frac{a}{0}$ ハ**不可能**ナリ $(a\neq 0)$.

若シ a モ 0 ナル場合ニ,$\frac{0}{0}$ ヲ x ニ等シトシテ驗セバ,x ハ如何ナル數ニテモ適合ス,故ニ $\frac{0}{0}$ ノ値ハ**不定**ナリト云フコトアリ.

8. $-\frac{3}{5}\times\frac{5}{2}\times\left(-\frac{2}{3}\right)$　$\left(-\frac{3}{2}-\frac{1}{3}\right)\times 12$　$10\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{2}\right)$

9. $\frac{10}{3}\div(-5)$　$3\frac{3}{8}\div(-3)$　$-3\frac{1}{8}\div\left(+2\frac{1}{2}\right)$

10. $\dfrac{(1-3)+(3-5)+(5-1)}{(1-3)(3-5)(5-1)}$　$x\{(a-b)+(b-c)+(c-a)\}$

〔**例一**〕 $a=1,\ b=-2$ ナルトキノ $24ab-21b^2-3b$ ノ數値ヲ求ム.

解

$$\begin{aligned}24ab-21b^2-3b&=24.1.(-2)-21.(-2)^2-3.(-2)\\&=-48-(21.4)-(-6)\\&=-48-84+6=\mathbf{-126}\quad\text{答}\end{aligned}$$

各項ノ數値ハ括弧ノ中ニ入ルルガヨシ.

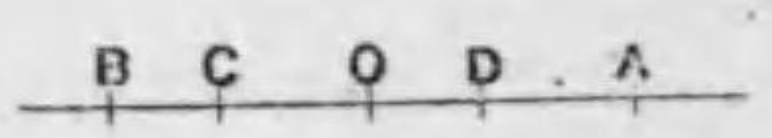
11. a, b, c ガ $-5,\ -4,\ +2$ ナルトキ,$-ab-bc+ac$ ノ數値如何.

12. a, x, y, z ガ夫夫 $-2,\ +3,\ -4,\ +5$ ナルトキ,

$ax+ay+az,\quad ax+yz,\quad (x-y)^2$ ノ數値如何.

13. 一分間ノ速度 v 町ナル汽車アリ,或驛(0)ヲ通過シタル後 t 分時ニ於ケル其驛ヨリノ距離ハ vt 町ナリ. 今汽車ガ0驛ヨリ右方ヘ進ムトキハ其速度ヲ正ノ數ニテ表シ,左方ヘ進ムトキハ負ノ數ニテ表スコトト定メ,且ツ t ガ負ノ數ナルトキハ今ヨリ何分間カノ過去ノ

時刻ヲ表スモノト定ムレバ,次ノ各場合ニ於ケル汽車ノ位置ハ O 驛ヨリ何レノ方ニ幾許ノ距離ノ所ニアルベキカ.



(A) $v=+7,\ t=+4$ (B) $v=+7,\ t=-4$

(C) $v=-6,\ t=+3$ (D) $v=-8,\ t=-1.5$

14. $f=c\times\frac{9}{5}+32$ ニ就テ, c ヲ $-11\frac{3}{7}$ トシテ f ヲ, 又 f ヲ -40 トシテ c ヲ求ム.

〔**例二**〕 次ノ方程式ニ適合スベキ x ノ値 (**方程式の根**) ヲ求ム.

(一) $3x=0$ ($x+x+x=0$ ト同ジ) 答 $x=0$

(二) $8x=5x$ 〃 $x=0$

(三) $5(x-3)=0$ 〃 $x=3$

(四) $8(x-3)=5(x-3)$ 〃 $x=3$

(五) $8(x-3)=x(x-3)$ 〃 $x=8$ 或ハ 3

(六) $(x-3)(x+3)=0$ 〃 $x=3$ 或ハ -3

說明 (一) 根ハ 0 ナリ,何トナレバ 3×0 ハ 0 トナレバナリ. 若シ x ヲ正ノ或數トシテ,之ヲ 3 ニ掛クレバ積 $3x$ モ又正ノ數トナリテ 0 トナラズ.又 x ヲ負ノ或數トモナスベカラズ,故ニ $x=0$ ヨリ外ノ數値ヲ與フルコト能ハズ.

(二) x ヲ 0 トスレバ兩邊ノ數値ハ共ニ 0 トナリテ相等シ. 故ニ $x=0$ ハ根ナリ. 而シテ左邊ト右邊トノ差ハ $3x$ ナルヲ以テ, 說明 (一) ニヨリテ其他ニ根ナキコトヲ知ル.

(三) (四) ハ何レモ $x-3$ ガ 0 トナル樣ニ $x=3$ トス.

(五) 先ヅ $x=8$ トスレバ兩邊ノ式ハ同値トナル, 故ニ $x=8$ ハ根ナリ. x ヲ 3 トスレバ兩邊ハ共ニ 0 トナル,故ニ $x=3$ モ根ナリ.

(六) $x=3$ ナレバ $x-3$ ガ 0 トナルヲ以テ左邊モ又零トナル,故ニ $x=3$ ハ根ナリ. 同樣ニ $x=-3$ トスレバ $x+3$ ガ 0 トナルヲ以テ,左邊モ又零トナル, 故ニ $x=-3$ モ根ナリ.

次ノ各題ノ方程式ヲ解ケ (15—17).

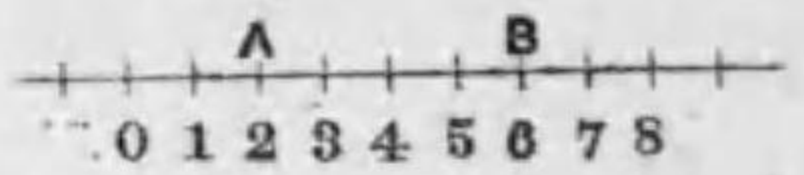
15. $5x=0$ $5(x-3)=2(x-3)$ $x(x+3)=0$

16. $x(x-6)=3(x-6)$ $16x-304=0$ $7x+91=0$

17. $\frac{x}{8}=\frac{x}{3}$ $\frac{x-5}{x-3}=0$ $\frac{x-3}{x}=\frac{x-3}{6}$ $\frac{24}{x}+6=0$

18. 0, 1, 2, 3, …… 8 ノ中何レガ次ノ不等式ニ適

合スル x ノ値トナリ得ルカ.



(一) $(x-2)(x-6)>0$ (二) $(x-2)(x-6)<0$

19. 絕對値ガ 5 ト 2 トナル二ツノ數ノ對ヲ四對求メテ,次ノ( )ノ中ヘ入レテ答ヘヨ.

( )( )=+10 ( )( )=+10

( )( )=−10 ( )( )=−10

20. 不等式 $2>\frac{x}{3}>-2$ ニ適合スル樣ニ分數 $\frac{x}{3}$ ノ種種ノ値ヲ順ニ記セ(x ハ正或ハ負ノ整數, 0 モ入レテ).

第 1 節ヨリ第 8 節ニ至ル本篇各節ノ標題ヲ復唱セヨ. 卷末附錄摘要ハ本篇ノ復習ニ便利ナルモノナリ.

未知數 係

第二篇

代數式の四則

9. 加法及び減法

單項式 數字にて表されたる數と代數文字との積の式を單項式といふ.

$\frac{2}{3}abx$, $-5a^2x$ ハ何レモ單項式ニシテ, $\frac{2}{3}$, -5 ハ其係數(**數係數**)ナリ. 次數

係數 積の式に於て因數の中,數字にて表されたる數を其係數(數係數)といふ.

單項式ノ前ニアル符號 $-$ ハ其係數ニ屬スルモノトス. $-a$ ノ係數ハ -1, a ノ係數ハ 1 ナリ.

$3axy$ ニ於テ $3a$ ヲ xy の係數トイフガ如ク,積ノ式ノ因數ヲ二部分ニ分チテ,其一部分ヲ他ノ部分ノ係數トイフコトアリ.

(一) $m+(3-10)=m+3-10=m-7$ (第 2 節)

故ニ $m+(-7)$ ト $m-7$ トハ同値ノ式ナリ.

(二) $+2a$ ト $-3b$ トノ和(和ノ式)ハ $2a-3b$

(三) $(m-a-b)$ ト $(n-c+d)$ トノ和ハ $+m, -a, -b, +n, -c, +d$ ノ和ニ等シクシテ

$$m-a-b+n-c+d$$

多項式 幾つかの單項式の代數和を表すものを多項式といふ. 多項式の項の中符號ーを前に有する項を負項といひ,其他の項を正項といふ.

$\mathbf{24ab-21b^2-3b}$ ハ一ツノ正項 $+24ab$ ト,二ツノ負項 $-21b^2$ ト, $-3b$ トノ和(代數和)ヲ表ス多項式ナリ.

$a=1, b=-2$ トスレバ(六例一,41頁)

$$\mathbf{24ab-21b^2-3b=-48-84+6}$$

卽チ正項,負項トハ其見掛ケノコトニシテ,其項ノ數値ノ正負ノコトニアラズ.

$$\left.\begin{array}{l}\mathrm{A+(+B)+(-C)=A+B-C}\\ \mathrm{A+B-C=A+(+B)+(-C)}\end{array}\right\}\ldots\ldots[\mathbf{1}]$$

卽チ,符號を有する幾つかの單項式の和(和の式)を書き表すには,此等の單項式を符號を其儘にして書き列ぬべし. 幾つかの單項式が+,ーにて結び附けられたる多項式は,其等の演算符號を其右にある項の係數の符號と看做し,其等の單項式の和(代數的の和)と考ふることを得.

$$\mathrm{M+(A-B+C)=M+A-B+C}\ldots\ldots[\mathbf{2}]$$

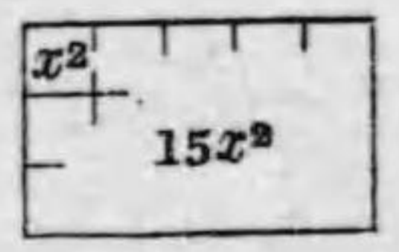
卽チ,多項式を加ふるには,其項を原の通り,正項は正項とし,負項は負項として次第に書き連ぬべし.

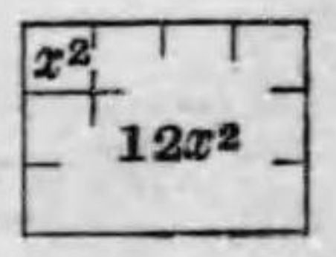
〔**例題**〕 次ノ各題ノ括弧ノ中ノ式ノ和ヲ求ム.

1. $(-3a, +5b)$ $(+3, n-2)$ $(-13a, +12b, -11c)$

2. $(m+x-y, n-u-v)$ $(a-l+m, b+n-p)$

3. 甲,乙二ツノ矩形アリ,其面積甲ハ $15x^2$, 乙ハ $12x^2$ ナリ. 合計幾許ナルカ.





同類項　係數だけ異なるか,或は全く相等しき幾つかの項を同類項といふ.同類項の中係數の1なるものを單位項といふ.

⑨〔**3**〕同類項加法の規則　幾つかの同類項の和を纒むるには,其等の係數の和と,單位項との積を作ればよし(第3節配分定則).

$$
\begin{aligned}
-a\mathrm{X}-b\mathrm{X}&=-(a+b)\mathrm{X}\\
a\mathrm{X}+b\mathrm{X}&=\ \ (a+b)\mathrm{X}\\
a\mathrm{X}-b\mathrm{X}&=\ \ (a-b)\mathrm{X}\\
-a\mathrm{X}+b\mathrm{X}&=-(a-b)\mathrm{X}
\end{aligned}
$$

〔**例一**〕(一)　$6ab-ab+5ab-9ab=\boldsymbol{ab}$　答

係數 $(6,\ -1,\ 5,\ -9)$ ノ和 1 ト, ab トノ積 $\boldsymbol{ab}$ ヲ答トス.

(二)　$3x-3y+5x-4y+8y-6x=\boldsymbol{2x+y}$　答

$(3+5-6)x+(-3-4+8)y$ ヲ計算シテ $2x+y$ ヲ得タルナリ.

⑨(三)　$2x^2+7x+3-2x+5x^2-8$

$$=\boldsymbol{7x^2+5x-5}\quad 答$$

$7x^2$ ト $5x$ トハ同類項ニアラズ,而シテ此和ヲ更ニ簡單ニスルコト能ハズ.例ヘバ x ヲ 10 トスレバ $7x^2$ ハ 700, $5x$ ハ 50 ニシテ,7 ト 5 トハ**桁違ひの數**トナル,故ニ 7 ト 5 トハ加フベカラズ.

但シ $7x^2+5x$ ハ $x(7x+5)$ ト變形セラル.

之ト同様ニ　$3axy+2xy=(3a+2)xy$

〔**例題**〕次ノ各題ノ式ヲ簡單ニセヨ.

1.　$5ab-3ab$　　$4ab-21ab-3ab$

2.　$5a-3x+12x-6a+2a$　　$3x+2x-3y+y$

3.　$5x^2+x-3x-x^2$　　$5x^2-3a+12a-16x+12x$

④**4.**　$\frac{3}{2}x+\frac{2}{3}x-\frac{3}{4}y+\frac{1}{2}y$　　$\frac{3}{2}a-\frac{7}{3}-\frac{7}{2}a+\frac{3}{2}$

⑨**5.**　$525\times7-25\times7$　　$74.5\times7.5+25.5\times7.5$

⑨**6.**　$x^2+3x+1-x+7x^2-6x^3$

多項式の整頓　多項式の項が,一つの文字の種種の冪の項より成るとき,其等の項を其文字の冪指數の大さの順に排列することを,其文字に就て**降冪の順に排列す**といひ,冪指數の大さの逆の順

に排列することを**昇冪の順**に排列すといふ. 例へバ前題 **6** ノ答ノ整頓法次ノ如シ.

$$-6x^3+8x^2+2x+1 \;\ldots\ldots\; x$$ **の降冪の順**

$$1+2x+8x^2-6x^3 \;\ldots\ldots\; x$$ **の昇冪の順**

$x^3-2x^2+3x-1+5x^3-6x^2+x$ ヲ x ノ降冪ノ順ニ整頓セヨ.

◎〔**例二**〕 $x^5-2x^3+x^2,\ -4x^4+8x^2-4x,\ -3x^3+6x-3$ ヲ加ヘヨ.

演算

$$\begin{array}{r} x^5 \qquad -2x^3+x^2 \qquad\quad \\ -4x^4 \qquad +8x^2-4x \quad \\ -3x^3 \qquad +6x-3 \\ \hline x^5-4x^4-5x^3+9x^2+2x-3 \end{array} (+ \;\ldots\ldots\; 答$$

$(x^5-2x^3+x^2)+(-4x^4+8x^2-4x)+(-3x^3+6x-3)$ ハ $+x^5,\ -2x^3,\ +x^2,\ -4x^4,\ +8x^2,\ -4x,\ -3x^3,\ +6x,\ -3$ ノ和ニ等シキユヱ,同類項ガ縦ニ列ブ様ニ重ネテ書キテ計算シタルナリ.

驗算

$$\begin{array}{r} 32-16+4= \ \ 20 \\ -64+32-8=-40 \\ -24+12-3=-15 \\ \hline \mathbf{-35} \end{array} \ldots\ldots\ldots\ldots(1) \qquad (x=2\ トス)$$

(答の式) $=32-64-40+36+4-3$

$=72-107=\mathbf{-35}$ …………(2)

元ノ各式ノ數値ノ和(1)ト,答ノ式ノ數値(2)ト一致ス.

〔**例題**〕 次ノ各題ノ多項式ノ和ヲ求ム.

1. $7x^2-4x+1 \qquad 6x^2+3x-5 \qquad 1-12x^2$

2. $7+2x^2-4x \qquad 5x^2+x-3 \qquad 3x^2-3x-4$ (驗算 $x=3$)

◎**3.** $7x-8y+5z \qquad 2x-3y-3z \qquad 3x-2y-4z \qquad 5x-6y+z$

4. $\frac{5}{6}x^2-\frac{3}{7}x+\frac{1}{2} \qquad \frac{1}{6}-\frac{3}{14}x \qquad \frac{9}{14}x-\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{3}$

[illegible]

5. $-2\frac{1}{4}x+1\frac{1}{3}y-1\frac{5}{6}z \qquad 1\frac{3}{4}x-3\frac{1}{5}y+2\frac{1}{2}z$

分母ヲとレバ

6. $5ax-by+cz \qquad 8ax+2by-3cz \qquad 5cz-2ax-8by$

7. $a^2b-ab^2+b^3 \qquad 2a^2b-3ab^2-6b^3 \qquad 5a^2b-ab^2+5b^3$

8. 或人四人ノ子供ニ修學旅行費ヲ分配スルニ,末子ニハ x 圓ヲ與ヘ,ソレヨリ年齡ノ多クナルニ從ヒ順次ニ 1.5圓ヅツ多ク與ヘタリトイフ. 四子ガ貰ヒタル金高合計何程.

x ヨリ 7 ヲ減ケ

◎〔**例三**〕 (一) $x-(-7)=x+7$ (第2節〔2〕)

(二) $m+a-b$ ヨリ $n-x+y$ ヲ引クコト.

$m+a-b-(n-x+y)=m+a-b-n+x-y$ 答

(三) $4x^3+x^2-x$ ヨリ $4x^2-3x-7$ ヲ引クコト.

演算

$$\begin{array}{r} 4x^3+x^2-x \\ +4x^2-3x-7 \\ \hline 4x^3-3x^2+2x+7 \end{array}\Big(- \text{…………答}$$

減數ノ各項ノ符號ヲ變ヘテ, $-4x^2$, $+3x$, $+7$ トシテ被減數ニ加ヘタルナリ.

驗算　減數ニ差ヲ加フレバ被減數ニ等シ.

或ハ $x=2$ トスレバ

(被減數)$=32+4-2=34$,　(減數)$=16-6-7=3$

$34-3=31$…………………(1)

(結果の式)$=32-12+4+7=31$……. (2)

$$\mathbf{M-(A-B+C)=M-A+B-C}\text{……}[4]$$

或式より或多項式を引くには,減數の各項の符號を變へたるものを被減數に加ふべし.

「項の符號を變ふ」トハ,正項ハ負項ニ,負項ハ正項ニ變フルコトナリ. 「多項式の符號を變ふ」トハ其式中ナル總テノ項ノ符號ヲ變フルコトナリ.

$32-12+4-17=+7$ ナレバ　$-32+12-4+17=-7$

$a-b+c-d=+x$ ナレバ　$-a+b-c+d=-x$

〔**例題**〕 次ノ各題ノ式ノ差ヲ求ム (1—5).

1. $2x^3-3x^2-4x+5$　　$-2x^3+2x^2+4x-5$

2. $9a-8b+7c-3d$　　$5a-6b-3c+2d$

3.

$$\begin{array}{r} 4x-3y+9z-8u \\ 5x+4y-3z-8u \\ \hline \end{array}\Big(- \qquad \begin{array}{r} x^4-3x^3+2x^2\quad-1 \\ x^3-2x^2+x-2 \\ \hline \end{array}\Big(-$$

4.

$$\begin{array}{r} 15.75\times5+12 \\ 15.75\times8-35 \\ \hline \end{array}\Big(- \qquad \begin{array}{r} 1\frac{1}{2}a-2\frac{1}{3}b+3\frac{1}{2}c \\ -3\frac{1}{2}a+1\frac{1}{2}b+4\frac{1}{4}c \\ \hline \end{array}\Big(-$$

5.

$$\begin{array}{r} 9.18\times1210+0.42 \\ 9.18\times1207+0.56 \\ \hline \end{array}\Big(- \qquad \begin{array}{r} -5\frac{2}{3}d-4\frac{1}{6}e+\frac{1}{2}f+\frac{1}{3}h \\ -3\frac{2}{3}d-3\frac{1}{2}e-\frac{1}{3}f+\frac{1}{2}h \\ \hline \end{array}\Big(-$$

6. $(6xy-4ax-7by)-(3ax-7by+8xy-cz)$

7. $\left(n^2-\frac{2}{3}np-\frac{1}{2}p^2-\frac{5}{8}\right)-\left(\frac{1}{2}n^2-\frac{1}{3}np+\frac{3}{4}p^2-\frac{7}{12}\right)$

8. 甲,乙ノ職工アリ,現在ノ貯金高甲ハ69.5圓, 乙ハ50圓ナリ. 今甲ハ毎月3.5圓ヅツ,乙ハ4.28圓ヅツ貯金スルトキハ x 月後ノ兩人ノ貯金高ノ差幾許.

公式〔2〕及ビ〔4〕ニヨリテ,次ノコトガ分ル.

〔**5**〕 (一) **括弧を取去ること**　＋を前置せる括弧は其儘之を取去りてよし,

－を前置せる括弧を取去るときは,其括弧內なる式の符號を變ふべし.

(二) 括弧にて括ること 一つの多項式中の幾つかの項を,＋を前置せる括弧の中に入るるには其儘入るべし,－を前置せる括弧內に入るるには,其等の項の符號を變へて入るべし.

@〔**例四**〕 (一) $1-\frac{3}{4}-5-\frac{5}{6}-\frac{1}{2}$

$$=(1-5)-\left(\frac{3}{4}+\frac{5}{6}+\frac{1}{2}\right)=-6\frac{1}{12} \quad 答$$

(二) $(8a+3b)-[3b-\{4c+(x-7a)\}]$

$=8a+3b-[3b-\{4c+x-7a\}]$

$=8a+3b-[3b-4c-x+7a]$

$=8a+3b-3b+4c+x-7a$

$=a+4c+x$………………答

$a,\ b,\ c,\ x$ ヲ皆 1 トシテ驗セバ

$11-[3-(4-6)]=11-[3+2]=6$……(1)　答モ 6……(2)

(三) $-a^2x-2x+a^2y-7y-ab+3$

$=-(a^2x+2x)+(a^2y-7y)-(ab-3)$

$=-(a^2+2)x+(a^2-7)y-(ab-3)$

ト整頓スルヲ得

問題 第七集

次ノ各題ノ式ノ括弧ヲ取去レ(1—3).

1. $(8x-5)+(3x-7)-(9x-11)$　　$(a+b-c)-(a-b+c)$

$8x-5+3x-7=9x+11$　　$a+b-c-a+b-c$

2. $2x-[2x-(2x-\overline{2x-y})]$　　$4p-[2q+r-\{4r-(3q+2p)\}]$

3. $\{(8x-3y)-5y+6\}-\{(5x-7y)-(3x-6)\}-(6x-y)$

4. $a-b+c-d=(a-d)-(\quad)$　　$2ac-(a^2+c^2-b^2)=b^2-(\quad)$

5. $ax^2-a^2x-bx^2+b^2x+cx^2-c^2x+abc$

$=(\quad)x^2-(\quad)x+abc$

6. 次ノ各式ヲ正項ノミヨリ成ル二ツノ多項式ノ差トシテ表セ.

$a-b+c-d+e$　　$3a^4-3a^3-4a^2+a-1$

$(a+c+e)-(b+d)$　　$(3a^4+a)-(3a^3+4a^2+1)$

7. 次ハ二項ヅツ＋(　)ノ中ニ入レヨ(各三通リニ).

$ax+ay+bx+by$　　$-mq-np+mp+nq$

8. 次ノ三ツノ多項式ノ和ヲ求ム(驗算 $x=10$).

$6x^4+9x^3+12x^2$　　$4x^3+6x^2+8x$　　$12x^2+18x+24$

9. $9x^4-x^2+16$ ヨリ $9x^4-15x^3+12x^2,\ 15x^3-25x^2+20x,$

$12x^2-20x+16$ ヲ次次減ジテ其都度得ル殘リヲ答ヘヨ.

10. $$\begin{array}{l} \frac{3}{2}a-\frac{3}{4}b+\frac{2}{3}c-\frac{5}{6}d+\frac{4}{3}e-\frac{5}{12}f+g \\ \underline{\frac{2}{3}a+\frac{1}{2}b-\frac{1}{6}c-\frac{1}{2}d-\frac{4}{3}e+\frac{1}{3}f-\frac{2}{5}g}(+ \end{array}$$

11. $$\begin{array}{r} 5m-3n+3p-\ q \\ -3m+\ n\qquad+7q \\ +2m-5n-8p+\ q \\ \underline{-3m+4n+7p-9q}(+ \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7a-\ b+\ c-\ d \\ -5a+4b-8c+4d \\ -2a+5b+3c-7d \\ \underline{a-8b+4c-4d}(+ \end{array}$$

12. $$\begin{array}{l} \frac{1}{4}y^2+\frac{1}{2}x^2 \\ \underline{\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}y^2}(- \end{array} \qquad \begin{array}{l} (b+c)x^2-(b^2+c^2)x\qquad+a^3-b^3 \\ \underline{(b-c)x^2-(b^2+2bc+c^2)x+a^3+b^3}(- \end{array}$$

13. 或生徒ノ第一學期點ト第二學期點トノ平均m點,第三學期點ハcナリ. 三ツノ學期點平均ハm點ヨリ何程多キカ.

次ノ各ノ場合ノ三ツノ學期點平均ヲ求ム.

($m=66$, $c=75$)　(72, 75)　(84, 75)　(72, 66)

14. 或家ニテ兩親ノ年齡41, 36ニシテ,五子ノ年齡ハ16, 14, 11, 9, 6ナリトイフ, x年後ニ於ケル兩親ノ年齡ノ和ト,五子ノ年齡ノ和トノ差ヲ求ム. 亦3年後, 7年後, 10年後ニ於ケル此差如何.

〔**例**〕 或年度本邦貿易輸入高總計a圓,輸出高b圓.翌年度ハ輸入ニ於テm圓増加シ,輸出ニ於テn圓増加セリ. 此二年間ノ輸入超過合計何程.

解　$(a-b)+\{(a+m)-(b+n)\}=(2a+m)-(2b+n)$　答

此種類ノ問題ノ答ハ正項ノミヨリ成ル二ツノ多項式ノ差トシテ表シ置クガ普通ナリ.

15. $112\overset{a}{6}95$ヨリ$87\overset{b}{2}4$ヲ引キタル殘リハ$76\overset{m}{4}96$ヨリ$18\overset{n}{7}46$ヲ引キタル殘リヨリ何程大ナルカ.

16. $X=5a^3+2a^2-3a+1$,　$Y=2a^3-a^2+a-2$, $Z=3a^3-4a^2+a-3$ トシテ,　(一) $X-(Y-Z)$, (二) $X+Z-Y$ ヲ計算セヨ.

10. 法が單項式なる乘法及び除法

乘冪(羃)とは同じ數を幾つか取りて,次第に掛けたる積を表す式なり.

aa aaa $aaaa$ $aaaaa$ ハ積ノ式

a^2 a^3 a^4 a^5 ハ冪ノ式

a ハ**冪の底數**, 2, 3, 4, 5 ハ**冪の指數**ナリ.

$\mathbf{a=a^1}$ 卽チ乘冪ノ意味ヲ擴メテ, a ハ a ノ一乘冪ト看做サル.

(一) 27, 72, 27×72 ヲ各素因數ニ分解スレバ

3)27
3)9
3

2)72
2)36
2)18
3)9
3

$27=\mathbf{3^3}$ 答　$72=\mathbf{2^3\times3^2}$ 答

$27\times72=(3^3)\times(2^3\times3^2)=\mathbf{2^3\times3^5}$ 答

(二) 冪ノ式ノ値ヲ計算スルニハ,次ノコトヲ注意スベシ.

$\mathbf{2^8}=(2.2.2.2)(2.2.2.2)=16\times16=256$ 答

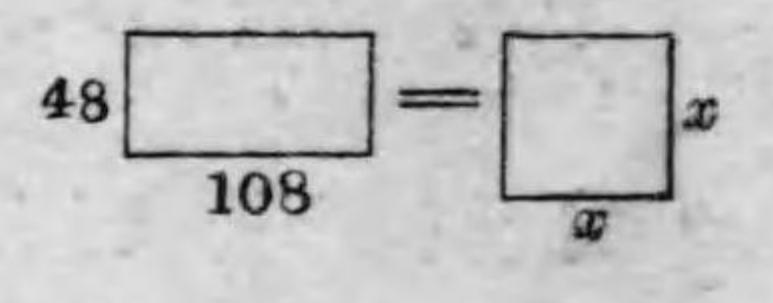
$\mathbf{2^8}=(2.2.2.2.2)(2.2.2)=32\times8=256$ 答

$\mathbf{6^3.5^3}=6.6.6.5.5.5=(6.5)^3=27000$ 答

$$\frac{\mathbf{18^3}}{\mathbf{6^3}}=\frac{18.18.18}{6.6.6}=\left(\frac{18}{6}\right)^3=27 \quad 答$$

〔**例題**〕 **1.** 36×16, 243×27 ヲ素因數ニ分解セヨ.

2. $48\times108=(\quad)^2$　$144=(\quad)^2$



次ノ各題ノ式ヲ計算セヨ (**3**—**5**)

3. $2.2.2.2.2.2.2.2.2.2.2.2(=2^{12})$　2^5-5^2

4. $12^2.5^2$　$4^3.15^3$　$\dfrac{12^2}{6^2}$　$\dfrac{15^3}{5^3}$

5. $2^7.3^2.7.5$　$(28^2+21^2)\div7^2$

〔**補習問題**〕 2^n ヲ, n ノ 1 ヨリ 24 ニ至ルマデ總テ求メ,ソレニヨリテ 4096×128, 1048576÷4096, 32×128×512, 128^2, $262144=(\quad)^2$ ヲ求メヨ.

n	2^n
1	2
2	4
3	8
⋮	....
10	1024
⋮	....
20	1048576
⋮	....

[6] 指數の定則 次ノ五ツノ公式ヲイフ.

$a^5.a^3=a^8$
$$\mathbf{a^m.a^n=a^{m+n}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (一)$$

$\dfrac{a^9}{a^4}=a^5$

$(a^5)(a^3)(a^3)(a^5)$

$\dfrac{a^4}{a^9}=\dfrac{1}{a^5}$

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{\frac{a^m}{a^n}}&\mathbf{=a^{m-n}}\\ \mathbf{\frac{a^n}{a^m}}&\mathbf{=\frac{1}{a^{m-n}}}\end{aligned}\right\}(m>n)\cdots\cdots(二)$$

$(ab)^4=a^4b^4$
$$\mathbf{(ab)^n=a^nb^n} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (三)$$

$\left(\dfrac{a}{b}\right)^4=\dfrac{a^4}{b^4}$
$$\mathbf{\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (四)$$

$(a^3)^4=a^{12}$
$$\mathbf{(a^m)^n=a^{mn}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (五)$$

例ヘバ $a^5.a^3=a.a.a.a.a.(a.a.a)=a^8$ ノ樣ニ, 冪ノ式ハ,之ヲ積ノ式ニ書キ變ヘテ,其算法ヲ見出サル.

此等ノ公式ハ,其左右ヲ取リ換ヘタルモノヲモ記憶スベシ.

〔**例題**〕 **1.** a^3, $3a$, $3a^3$, $(3[illegible])^3$ ノ數値如何 $(a=10)$.

2. $a^7.a^5$　$b^4.b^3$　$c^8.c$　$x^2.x^3.x^4$　$y^7.y^8.y$　$z^n.z^{m-n}$

3. $-2^3.2$　$-a.a^5$　$-3^3.3$　$(-3x)^2$　$a^{9-1}.a^2$　$x^{n-2}.x^5$

4. 1, −1, 2, −2, −3ノ各ノ一乗冪ヨリ五乗冪マデ求ム（表ニテ答ヘヨ）.

一乗冪	1	−1	2	−2	−3
二乗冪					
三乗冪					
四乗冪					
五乗冪					

負の數を底數とする乗冪の値は，指數が奇數なる時は負の數にして，指數が偶數なる時は，正の數なり（冪の符號の定則）.

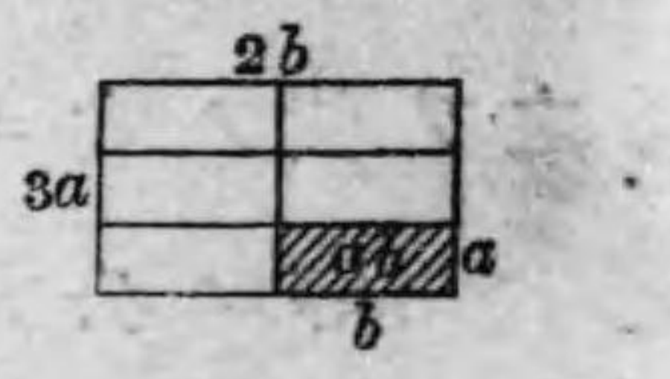
5. $(-a)^3.(-a)^4$　$(-a)^6.(+a)^5$　$(-a)^7.(+a)^3$　$(-a)^7\div(-a)^4$

6. $6^4.5^4$　$\left(1\frac{1}{2}\right)^3\left(1\frac{1}{3}\right)^3$　$\frac{15^2}{25^2}$　$6\left(\frac{1}{3}a\right)^2$　$24\left(\frac{10}{2}\right)^3$

7. 一ツノ正方形ノ一邊ノ長サガ 12×14 ナルトキ其面積ヲ表ス數ヲ素因數ニ分解セヨ.

8. $2^{12}=(\quad)^2=(\quad)^3=(\quad)^4=(\quad)^6$　$64=(\ \ )^3$　$4x^6=(\ \ )^2$

〔例一〕 （一）$3a\times 2b=\mathbf{6ab}$　答



（二）$5a^2b^4c\times(-2a^3b^2)=-10a^5b^6c$　答

（三）$(3ax^3-2a^2x^2-5a^3x)\times(-2a^3x)$

$$=-6a^4x^4+4a^5x^3+10a^6x^2\quad 答$$

被乗數ハ $3ax^3$, $-2a^2x^2$, $-5a^3x$ ノ代數和ナルヲ以テ，乗法配分定則ニヨリテ，此各項ニ，乗數 $-2a^3x$ ヲ掛ケタル部分積ノ和ヲ作レリ.

〔例二〕 （一）$a^8x^5\div a^3x^7=\frac{a^8x^5}{a^3x^7}=\frac{a^5}{x^2}$　答

（二）$(-12ax^3+15a^3x)\div(-3ax^2)$

$$=\frac{12ax^3}{3ax^2}-\frac{15a^3x}{3ax^2}=4x-\frac{5a^2}{x}\quad 答$$

（三）$\left(\frac{a^2x}{bc^2}-\frac{a}{b}\right)\div\frac{ax}{bc}=\frac{a^2x}{bc^2}\cdot\frac{bc}{ax}-\frac{a}{b}\cdot\frac{bc}{ax}=\frac{a}{c}-\frac{c}{x}$　答

2a3.3a2 = 6a5

問題　第八集

次ノ各題ノ式ヲ計算セヨ（1—11）.

1. $2a^3.3a^2$　$3a^4.2b^3.5a^2$　$3xy^2z^2\times x^3y^2z$

2. $b^8y^5=b^2y^3\times(\quad)$　$30a^2.2b^3\div 5a^2$　$2^2.3^2\div(2^2.3)$

3. $(2a^2-6ab-5b^2)\times(-5ab)$　$(60ax-5bx+3)\div 3x$

4. $20ab\left(\frac{3}{4a}-\frac{1}{2b}+\frac{1}{5b}\right)$　$30x^2y^2\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{3}x^2y-\frac{1}{5}y^3\right)$

5. $\frac{5}{24}a^2x^6\times(2ax)^3$　$(2x^3)^2.\left(\frac{3}{2}xy\right)^3$　$\frac{4a^5x^3}{5b^3cz}\div\frac{8a^6x}{3bc^2z^5}$

6. $(24ab-21b^2-3bc)\div 3b$　$(x^5+20x^4y-6x^3z^2)\div 4x^2$

7. $(-30x^5+15x^4y-9x^3y^2)\div(-6x^3y^2)$　$\left(\frac{n^2p}{xy^2}-\frac{n}{y}\right)\div\frac{np}{xy}$

8. $(a-b)x+(b-c)x+(c-a)x$　$2(x^2+z^2)+9\left(x^2-\frac{2}{3}z^2\right)$

9. $5x^2(5x^2-3xy)+3xy(5x^2-3xy)$　　$5\{3y-7(4y-8)\}$

10. $3(6x+15)-5(8x-10)-7(4x-7)$　　$3\{y+2(x-y)\}$

11. $\dfrac{16x-5}{3}-\dfrac{13x-5}{2}$　　$\dfrac{2x+3y}{3}+\dfrac{5x-5y}{6}+\dfrac{3x-7y}{8}$

12. 一時間ニv町ノ速サニテ歩ム人ノ一分間ノ速サハ幾間ナルカ.

13. 或人A,Bナル二軒ノ家屋ヲ有ス. 其敷ケル疊ノ數ハ,120疊,60疊ナリ. 或時此總テノ表換ヲナシタルニ一疊ニ付,表ノ代55錢,縁ノ代9錢,手間賃16錢カカリシトイフ. 其總費用何程ナルカ（表ヲ用ヒヨ).

疊ノ數 1枚ノ費用	A 120	B 60	計 180
表ノ代 55錢			
縁〃 9			
手間〃 16			
計 80			60

11. 多項式を掛くる例

〔例一〕 $(x+y+z)(n+p)$

$$=nx+ny+nz+px+py+pz \quad 答$$

或ハ　$(x+y+z)(n+p)$

$$=nx+px+ny+py+nz+pz \quad 答$$

初メハ$(x+y+z)n+(x+y+z)p$ヲ展開シ,次ハ$x(n+p)+y(n+p)+z(n+p)$ヲ展開セリ.

	n	p
x	nx	px
y	ny	py
z	nz	pz

〔注意1〕 積ノ式 $(x+y+z)(n+p)$ ヲ和ノ式 $nx+nx+\ldots\ldots pz$ ニ變形スルコトヲ原式ヲ**展開す**トイフ.

此場合ニ原式ハ一ツノ積ノ式ニシテ,展開セラレタル式ハ六ツノ積ノ式nx, ny, nz, px, py, pzノ和ナレバ,原式ニ比ベテ複雜ナリ. 例ヘバx, y, z, n, pヲ55, 9, 16, 120, 60トシタル時（八 13),原式ノ數値ハ原式ノ儘ニテ計算スル方ガ便利ナリ（**綜合法**). サレバ通ジテ云フ時ハ,代數計算ノ結果ハ積ノ式ニテ答フルコト多シ,第5節例三ノ答$\frac{7}{11}(m-50)$モ其一例ナリ. 但シ計算ノ目的ハ種種アリテ,一様ニ述ベ難シ,良ク其問題ニ適應セシメテ答ヲ整頓スルコト肝要ナリ. 多項式ノ積ヲ展開スルコトハ或他ノ計算ノ豫備トシテ必要アリ,又展開セラレタル式ノ方ガ簡便ナルコトアリ.

〔例題〕 例一ノ如ク次ノ各式ヲ展開セヨ.

1. $(x+y-z)(x+y)$　　$45\frac{3}{7}\times28\frac{7}{9}$(答 $1307\frac{1}{3}$)

2. $(1+x+x^2+x^3)(1-x)$　　$(2x^2+3x+4)(3x^2+2x+6)$

掛け算の排列法　實ト法トノ多項式ノ項ガ,共通ノ同一文字ノ種種ノ冪ヨリ成ル時,其積ノ展開式ヲ求ムルニハ,實ト法トヲ共ニ其文字ノ**降冪の順**或ハ共ニ**昇冪の順**ニ排列スベシ（例二）.

〔例二〕　$(2x^2+3x+4)(3x^2+2x+6)$

$$\begin{array}{rrrrrl}
2x^2+ & 3x & +4 & & & \\
3x^2+ & 2x & +6 & & & (\times \\
\hline
6x^4+ & 9x^3 & +12x^2 & & & \\
 & +\ 4x^3 & +\ 6x^2 & +8x & & \\
 & & +12x^2 & +18x & +24 & \\
\hline
6x^4 & +13x^3 & +30x^2 & +26x & +24 & \ldots\ldots\text{答}
\end{array}$$

$2x^2$	$3x$	4	
$6x^4$	$9x^3$	$12x^2$	$3x^2$
$4x^3$	$6x^2$	$8x$	$2x$
$12x^2$	$18x$	24	6

驗算　$x=10$ トスレバ

$$\begin{array}{rl}
234 & \ldots\text{被乘數} \\
\times 326 & \ldots\text{乘數} \\
\hline
1404 & \\
468 & \\
702 & \\
\hline
76284 & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)
\end{array}$$

$$\begin{array}{rl}
6 & \\
13 & \\
30 & \\
26 & \\
24 & (+ \\
\hline
76284 & \ldots\ldots\text{答ノ數値}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)
\end{array}$$

說明　此排列法ニ於テ

(一)　第一列ハ被乘數,第二列ハ乘數ニシテ,何レモ x ノ降冪ノ順ニ排列シタルモノ

(二)　横線ト横線トノ間ナル三ツノ列ハ,乘數ノ三ツノ項 $3x^2$, $+2x$, $+6$ ヲ被乘數ニ掛ケタル部分積ヲ,ソノ同類項ガ縱ニ並ブ樣ニ書キタルモノ

(三)　第二横線ノ下ナル式ハ此等部分積ノ和ニシテ,卽チ所要ノ展開式ナリ.

(四)　驗算ハ被乘數ノ數値 234 ト乘數ノ數値 326 トノ積(1)ガ,答ノ式ノ數値(2)ト等シキコトヲ驗セリ（七 8）.

〔注意2〕　二つの多項式の積の展開式は,二因數の初項の積を初項とし,末項の積を末項とす.

$(x^2+2x+1)^2=x^4+4x^3+6x^2+4x+1$　（問題第九集 6）…(1)

$(x^2+ax+a^2)(x-a)=x^3-a^3$　（問題第九集 5）…(2)

$(x^2-2x+1)(x^2+2x+1)=x^4-2x^2+1$　（問題第九集 5）…(3)

(1) ハ x ニ就テ完備多項式（四次ノ）ニシテ, (2), (3) ハ完備多項式ニアラズ.

多項式の整頓　x を含む多項式を, x に就て降冪の順に,或は昇冪の順に整頓するときは,いつも x に就て次數の同じ項は其係數を括弧にて纏め置くべし.

$$x^2-ax+bx+a^2-ab=x^2-(a-b)x+(a^2-ab)\ \ldots\ldots(4)$$

$$\boxed{x^4}+y^4+z^4-4\underline{y^2}z^2-\boxed{4z^2\underline{x^2}-4x^2y^2}$$

$$=x^4-4(y^2+z^2)x^2+(y^4-4y^2z^2+z^4)\text{………}(5)$$

多項式の次數 多項式の各項の次數の中,最大なるものを此多項式の次數といふ. 式ノ次數ハ特定文字ダケ=就テイフコトアリ.

x に就て**二**次の,及び**三**次**の**多項式の標準形

$$\boldsymbol{ax^2+bx+c} \qquad \boldsymbol{ax^3+bx^2+cx+d}$$

整式 單項式と多項式とを稱して整式といふ. 整式と整式との積,或は此等の積の和も整式なり.

問題 第九集

次ノ各題ノ積ノ式ヲ展開セヨ.

1. ○$(x-3)(x+4)$ $(3x+4)(2x+5)$ ○$(2x+3)^2$

2. $(x-2)(x+2)$ $(x-2)(x+3)$ ○$(x^2+2x+4)(x-2)$

3. $(z^2-z+1)(2z-5)$ ○$(y-3)(y-1)(2+y)$

4. ○$(2a+5b)^2$ $(12x-3y)(5x-11y)$ ○$(2x-3y)^2(3x+4y)$

5. ○$(x^2+ax+a^2)(x-a)$ $(x^2-2x+1)(x^2+2x+1)$

6. ○$(x^2-x+1)(x+1)$ $(x^2+2x+4)(x^2-2x+4)$ ○$(x^2+2x+1)^2$

7. ○$(x^2+2xy-y^2)(x^2-2xy+y^2)$ ○$(a^3+3a^2b+3ab^2+b^3)(a+b)$

○ **8.** 正

$$\begin{array}{l} x^3 \qquad -2x+1 \\ \underline{x^2-4x-3 \qquad\quad}(\times \end{array}$$

被乘數ノ x^2 ノ項ガ缺ケタルニヨリ,其位置ヲ明ケタルナリ. 昇降冪順

○ **9.** $(2x^3+3x+4)(x^2-3x+4)$ ○$(1+x+x^2+\dots+x^7)(1-x)$

× **10.** $(2x^3-7x+1)(x^3-x+1)$ $(1+4x-3x^2-x^3)(1-3x+x^2)$

11. 次ハ(一)ヲ應用シテ直ニ(二)ノ答ヲ書キ下セ.

(一) ○$(a+b)(a-b)$ ○$(a^2-ab+b^2)(a+b)$ ○$(a+b)^3$

(二) $(x+5)(x-5)$ $(a^2-2a+4)(a+2)$ $(y+z)^3$

12. $(x+y+z)(m+n)$ (11節例一) ○$(x-y+z)(-x+y-z)$

13. § $6\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}\right)(2x+3)$ $35\left(x-\frac{3}{7}\right)\left(x-\frac{2}{5}\right)$

14. $\left(\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}\right)$ $36\frac{3}{5}\times 15\frac{5}{9}$

15. $(7x^2+xy-6y^2)(6x^2-xy-5y^2)$ $\left(3x-\frac{1}{3}\right)^3$

16. $\left(\frac{3}{2}a^2-ab-\frac{2}{3}b^2\right)\left(\frac{3}{4}a^2-\frac{1}{2}ab+\frac{1}{3}b^2\right)$ (驗 $a=2,\ b=3$)

17. ○$(x^3-7ax^2+5a^2x+a^3)(a^2-4ax+2x^2)$ (驗 $x=a=1$)

18. ○ 次ノ各式ヲ x ノ降冪ノ順ニ整頓セヨ.

(一) $ax^2-bx^2+cx^2-bcx-cax+abx+abc$

(二) $2x^2-5xy+2y^2-ax-ay-a^2$

(三) $x^2(y-z)+y^2(z-x)+z^2(x-y)$

〔例一〕 $(x-a)(x-b)$ 及ビ $(x-a)(x-b)(x-c)$ ノ展開

$$\begin{array}{r} x-a \\ x-b \\ \hline x^2-ax \\ -bx+ab \\ \hline x^2-(a+b)x+ab \end{array}(\times \qquad \begin{array}{r} x^2-(a+b)x+ab \\ x-c \\ \hline x^3-(a+b)x^2+abx \\ -cx^2+(ac+bc)x-abc \\ \hline x^3-(a+b+c)x^2+(ab+ac+bc)x-abc \end{array}(\times$$

答　　　答

$x^3-(a-b+c)x^2$

19. $(x+a)(x-c)$　$(ax+by)(bx-ay)$　$(x+a)(x+b)(x+c)$

20. $\{(b-c)x-(b^2-bc)\}(x-c)$　$(ax^2+bx+c)(ax^2-bx+c)$

21. x ニ指定セラレタル數ヲ入レテ,次ノ各ノ恒等式ヲ驗セ.

(一) $(x+1)(x-3)=x^2-2x-3$　　$x=3$

(二) $(x-3)(x+5)=x^2+2x-15$　　$x=-5$

〔例二〕 $(x-2)(x+3)$ ノ展開式 x^2+x-6 ノ數値ハ, x ニ如何ナル値ヲ代入スレバ零トナルベキカ.

解 與式 $(x-2)(x+3)$ ノ二ツノ因數 $x-2$, 或ハ $x+3$ ヲ零ナラシムル x ノ値 2 或ハ -3 ガ答ナリ.

答 $x=2$, $x=-3$

例ヘバ x ガ -3 ナレバ $x^2+x-6=9-3-6=0$

〔7〕 展開式の性質 積の式の因數を零ならしむる文字の値は,其展開式の數値を零ならしむ. 積の展開式の數値を零ならしむる文字の値は,原の式の何れかの因數を零ならしむるものの外にあらず.

22. 次ノ各式ヲ展開セヨ. 又各展開式ノ數値ヲ零ナラシムル x ノ値ヲ求ム.

(一) $(x-2)(2x+3)$　(二) $(x-2)(2x+3)(x-3)$

23. $738\times572(=ab)=422136$ ノ各因數ヲ 1 ダケ增セバ積$[=(a+1)\times(b+1)]$ ハ何程增スベキカ.

24. $(x+1)(x+3)(x+4)(x+6)=(x^2+7x)^2+(\quad)(x^2+7x)+72$ ガ恒等式トナル樣ニ( )ノ中ニ入ルベキ數ヲ求ム（驗 $x=-2$).

12. 多項式にて割る例

〔例一〕 前節例二ノ積ヲ其被乘數ニテ割ルコト.

$$\begin{array}{rl} & 3x^2+2x+6 \cdots\cdots 答 \\ 2x^2+3x+4\,) & 6x^4+13x^3+30x^2+26x+24 \\ & 6x^4+9x^3+12x^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1) \\ \hline & 4x^3+18x^2+26x \\ & 4x^3+6x^2+8x \quad \cdots\cdots\cdots (2) \\ \hline & 12x^2+18x+24 \\ & 12x^2+18x+24 \cdots\cdots (3) \\ \hline \end{array}$$

驗算 $x=10$ トスレバ

被除數$=76284$, 除數$=234$, 商$=326$……(a)

$$\begin{array}{r|l} & \ \ \ 326\text{..........(b)} \\ \hline 234\,) & 76284 \\ & \underline{702\ \ \ } \\ & \ \ 608\ \ \\ & \ \ \underline{468\ \ } \\ & \ \ 1404 \\ & \ \ \underline{1404} \end{array}$$

說明 (一) 實ト法トヲ各 x ノ降冪ノ順ニ排列セリ.

(二) 斯樣ニ排列スレバ實ノ初項 $6x^4$ ヲ法ノ初項 $2x^2$ ニテ割リタルモノ $\frac{6x^4}{2x^2}$ 卽チ $3x^2$ ガ商ノ初項ナリ (65頁注意2). 此 $3x^2$ ヲ法ニ掛ケ, 其積(1)ヲ實ヨリ引ク.

(三) 殘リノ初項 $4x^3$ ヲ法ノ初項 $2x^2$ ニテ割リタルモノ $\frac{4x^3}{2x^2}$ 卽チ $+2x$ ガ商ノ第二項ナリ. 此 $2x$ ヲ法ニ掛ケ,其積(2)ヲ前ノ殘リヨリ引ク.

同法ヲ繰返シテ商ノ第三項 $+6$ ヲ求メテ殘リナシ,而シテ所要ノ商ハ $3x^2+2x+6$ ナリ.

(四) 實ヨリ(1), (2), (3)ナル三ツノ部分積ヲ次次ニ引キテ殘リガ無クナリタルヲ以テ(1), (2), (3)ノ和ハ $6x^4+13x^3+30x^2+26x+24$ ニ等シ.

然ルニ(1), (2), (3)ハ $2x^2+3x+4$ ニ $3x^2$, $+2x$, $+6$ ヲ掛ケタル部分積ナルユエ,ソレヲ集ムレバ

$(2x^2+3x+4)\times(3x^2+2x+6)$ ニ等シ.

故ニ $6x^4+13x^3+30x^2+26x+24$ ハ

$(2x^2+3x+4)\times(3x^2+2x+6)$ ニ等シ.

故ニ $3x^2+2x+6$ ガ所要ノ商トナルナリ.

〔例二〕 $9x^4-x^2+16=(3x^2-5x+4)\times(\ \ )$

$$\begin{array}{r|l} & 3x^2+5x+4\text{… ……答} \\ \hline 3x^2-5x+4\,) & 9x^4\qquad -x^2\qquad +16 \\ & \underline{9x^4-15x^3+12x^2}\ \text{……………………(1)} \\ & \qquad 15x^3-13x^2 \\ & \qquad \underline{15x^3-25x^2+20x}\ \text{……………(2)} \\ & \qquad\qquad 12x^2-20x+16 \\ & \qquad\qquad \underline{12x^2-20x+16}\ \text{………(3)} \end{array}$$

$9x^4-x^2+16=(3x^2-5x+4)(3x^2+5x+4)$ 答

實ト法トヲ x ノ降冪ノ順ニ排列スルニ,實ノ x^3 ノ項ト x ノ項ト缺ケタルニ因リテ,共位置ヲ空ケタルナリ (七9).

驗算

$$\begin{array}{r} 3x^2+5x+4 \\ 3x^2-5x+4 \\ \hline 9x^4+15x^3+12x^2\qquad\qquad\ \ (\times \\ -15x^3-25x^2-20x\qquad \\ +12x^2+20x+16 \\ \hline 9x^4\qquad -x^2\qquad\qquad +16 \end{array}$$

驗しは商に法を掛けよ,法ニ商ヲ掛ケテハ割リ算ノ時ト同ジ部分積ヲ得テ,驗シノ効力大,ナラズ. 例一ノ驗シノ如ク**各式の數値を驗して**

もよし.

倍數.約數 剩餘ナキ割リ算ハ**整除**セラレタリトイフ. 甲乙二つの整式ありて,甲が乙にて整除せらるる時は,乙を甲の**約數**,甲を乙の**倍數**といふ.

規則 (一) 多項式Aを多項式Bにて割るには,A, Bを其共通の一つの文字に就て,共に降冪或は共に昇冪の順に書き並べ

(二) Aの初項をBの初項にて割りて商の初項を求め,之とBとの積をAより引き

(三) 其殘りを新に實と看做し,前と同樣にして商の第二項以下を次次に求むべし.

〔**注意**〕 割リ切レヌ割リ算ニ於テハ排列ノ仕方ガ異ナレバ整商モ剩餘モ等シカラズ.

$\boldsymbol{x^2-ax+a^2}$ を $\boldsymbol{a+x}$ にて割ること.

$$\begin{array}{rlll}
x+a\,) & x^2-\ ax+a^2 & (\,x-2a & \\
 & \underline{x^2+\ ax} & \text{整商} & \\
 & -2ax+\ a^2 & & \\
 & \underline{-2ax-2a^2} & & \\
 & 3a^2\ldots & \text{剩餘} &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rlll}
a+x\,) & a^2-\ ax+\ x^2 & (\,a-2x & \\
 & \underline{a^2+\ ax} & \text{整商} & \\
 & -2ax+\ x^2 & & \\
 & \underline{-2ax-2x^2} & & \\
 & 3x^2\ldots & \text{剩餘} &
\end{array}$$

答 $\boldsymbol{x-2a+\dfrac{3a^2}{x+a}}\ldots\ldots(1)$　答 $\boldsymbol{a-2x+\dfrac{3x^2}{a+x}}\ldots\ldots(2)$

第一ハ x ノ降冪ノ順ニ,第二ハ a ノ降冪ノ順ニ

排列シタルモノナリ. ココニ整商モ,剩餘モ異ナレドモ**全商**(1)ト(2)トハ互ニ同値ナリ(驗 $x=10,\ a=2$).

卽チ

$$\boldsymbol{x-2a+\frac{3a^2}{x+a}=a-2x+\frac{3x^2}{a+x}}$$

本例ニ於テ,尙割リ續クレバ,商ニモ,剩餘ニモ,分數ヲ得テ,イツマデモ割リ切レヌモノナリ.

$$\begin{array}{rll}
x+a\,) & 3a^2 & \left(+\dfrac{3a^2}{x}-\dfrac{3a^3}{x^2}\right. \\
 & \underline{3a^2+\dfrac{3a^3}{x}} & \\
 & -\dfrac{3a^3}{x} & \\
 & \underline{-\dfrac{3a^3}{x}-\dfrac{3a^4}{x^2}} & \\
 & \phantom{3a^2-\dfrac{3a^3}{x}-}\dfrac{3a^4}{x^2} &
\end{array}$$

(1)ト(2)トノ各式ヲ**帶分數式**トイフ. $\dfrac{x^2-ax+a^2}{x+a}$ ハ**假分數式**ニシテ, $\dfrac{3a^2}{x+a}$ ハ x ニ就テハ**眞分數式**ナリ.

x^2-ax+a^2 ヲ $(x+a)(x-2a)+3a^2$ トスルコトヲ, x^2-ax+a^2 ヲ $x+a$ ヲ法トシテ**部分分解**スルトイフ.

問題 第十集

次ノ各題ノ割リ算ヲ行ヘ(1—8).

1. $\dfrac{15x^2+13x+2}{3x+2}$　$\dfrac{6x^2-31x+35}{2x-7}$　$\dfrac{21x^2-41x+10}{7x-2}$

2. $\dfrac{6am-9an-4bm+6bn}{3a-2b}$　$\dfrac{6x^4+9x^2-15x}{3x^2-3x}$

3. $(a^2+ab-2b^2)\div(a-b)$　$(9x^3+3x^2+x-1)\div(1-3x)$

4. $x^4+a^2x^2+a^4=(x^2-ax+a^2)(\quad)$

5. $(1-8x^2+9x^3-2x^4)=(1-3x+2x^2)(\quad)$

6. $\dfrac{9x^2+6xy-8y^2}{3x-2y}$　$\dfrac{0.4x^2+1.47x-8.5}{0.8x-2.5}$　$\dfrac{\frac{7}{5}a^2-\frac{5}{7}b^2}{7a-5b}$

7. $\dfrac{x^3-8}{x^2+2x+4}$　$\dfrac{x^4-4x^2y^2+4xy^3-y^4}{x^2-2xy+y^2}$　$\dfrac{\frac{2}{3}a^2-\frac{3}{2}b^2}{\frac{1}{3}a-\frac{1}{2}b}$

8. $\left(\frac{1}{4}x^3-\frac{5}{6}x^2+\frac{1}{12}x+\frac{1}{2}\right)\div\left(\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{3}{2}\right)$　(九 14)

9. $\left(\frac{3}{2}x^3+\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{6}x-\frac{5}{9}\right)=\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}\right)(\quad)$

10. $(35+4x-16x^2+19x^3-6x^4)=(7+5x-3x^2)(\quad)$

11. (一)　$(x^4+4x^3+6x^2+4x+1)\div(1+x)^2$

(二)　$(x^4+4x^3+6x^2+4x+1)\div(x+1)\div(x+1)$

12. $2y^3-7y^2z+8yz^2+4z^3=(y^2-yz+z^2)(\quad)+(\quad)$

13. 次ノ各ノ假分數式ヲ帶分數式ニ直セ（諳算）.

$\dfrac{x-3}{x-5}$　$\dfrac{3x-19}{x-13}$　$\dfrac{x}{x-1}$　$\dfrac{2x^2}{x^2-a^2}$　$\dfrac{x^2+xy+y^2}{x+y}$

14. 次ノ各式ヲ $x^2-3xy+5y^2$ ニテ割レ.

$x^3-4xy^2+15y^3$　$x^4+x^2y^2+25y^4$

15. 次ノ割リ算ヲ行ヘ.

$x^3+(a+b+c)x^2+(bc+ca+ab)x+abc$ ヲ $x+a$ ニテ

$x^3-(a+b+c)x^2+(bc+ca+ab)x-abc$ ヲ $x-b$ ニテ

$x^3+(a-b-c)x^2+(bc-ca-ab)x+abc$ ヲ $x-c$ ニテ

16. 次ハ x ノ昇冪ニシテ,商ヲ四項求ム（驗 $x=0.1$）.

$(4+8x-7x^2+2x^3)\div(1-x+x^2)$　（切捨テ）

17. 1 ヲ $1-x$ ニテ割リテ（x ノ昇冪ニシテ）商ヲ五項求ム（驗 $x=0.02$）.

〔注意〕 1 ヲ $1-x$ ニテ割リテ, 商ヲ第五項迄求ムルコトヲ, $\dfrac{1}{1-x}$ を第五項迄展開すトイフ.

18. 前題ノ結果ニヨリテ $\dfrac{2}{1-x}$（第五項迄）ヲ求ム.

19. x ニ指定セラレタル數ヲ入レテ次ノ恒等式ヲ驗セ.

(一)　$x^2-5x+13=(x-3)(x-2)+7$　　$x=3$

(二)　$x^2+x-6=(x+3)(x-2)$　　$x=-3$

(三)　$x^2+x+2=(x-2)(x+3)+8$　　$x=2$

(四)　$3x^2-4x-5=x(3x-4)-5$　　$x=0$

(五)　$x^3-2x^2+5x-6=(x-2)(x^2+5)+4$　　$x=2$

20. $2x^2-7x+10$ ヲ, $x-2$ ヲ法トシテ部分分解セヨ（驗 $x=2$）. 卽チ

$$2x^2-7x+10=(x-2)(\quad)+(\quad)$$

〔例〕 割リ算ヲ行ハズシテ,次ノ剩餘ヲ求ム.

$$(2x^2-7x+10)\div(x-2)$$

解　除數 $x-2$ ヲ 0 ナラシムベキ x ノ値 2 ヲ被除數ノ中ノ x ニ代入スレバ

$$(2x^2-7x+10)_{x=2}=8-14+10=4\text{......}$$ 所要ノ剩餘

說明　割リ算ヲ行ハズトモ,次ノコトガ分ル.

$$2x^2-7x+10=(x-2)(\text{整商})+(\text{剩餘})\text{.......(1)}$$

而シテ,x ニ 2 ヲ代入スレバコノ等式ノ左邊ノ數値ハ 4 トナルコトヲ知リ得タルヲ以テ,

x ヲ 2 トスレバ

$$4=0\times(\text{整商の數値})+(\text{剩餘})\text{...........(2)}$$

故ニ 4 ハ求ムル剩餘ナリ.

〔8〕 剩餘の定理

x の多項式を $x-a$ にて割りて得べき剩餘は,除數を零ならしむべき x の値 a を,被除數の中の x に代入して得べき數値に等し. x の多項式の數値を零ならしむべき x の値が a なれば,其多項式は $(x-a)$ を

因數とする積の式に分解せらる.

21. 割リ算ヲ行ハズシテ次ノ各ノ剩餘ヲ求ム.

(一)　$(2x^2-10x+7)\div(x-2)$

(二)　$(x^3+4x^2-3)\div(x-1)$

(三)　$(y^3-6y^2+5y+12)\div(y-4)$

x^3-6x^2+5x

(四)　$(2x^2-7x+12)\div(2x-3)$

(五)　$\{(x+1)(x+3)(x+5)+3\}\div(x+2)$

(六)　$(6x^3-7x+1)\div(2x-1)$

22. $x^3-6x^2+5x+12$ ハ $x-3$ ニテ整除セラルベキカ.

23. 次ノ各ガ整除セラレテ整式トナル樣ニ l, m, n ノ値ヲ定メヨ.

$$\frac{x^2-lx+12}{x-3}\qquad\frac{3x^2+6x+m}{x+1}\qquad\frac{2x^3+nx^2+x+2}{x-2}$$

24. 次ノ割リ算ヲ行ヘ.

$$\frac{a^2-b^2+2bc-c^2}{a-b+c}\qquad\frac{x^3-2ax^2+(a^2+ab-b^2)x-ab(a-b)}{x-(a-b)}$$

第三篇

一次方程式

13. 一元一次方程式の例

等式　等號＝を用ひて二つの式の値の相等しきことを書き表せるものを等式といふ. 例へバ

$$2x^2-7x+10=(x-2)(2x-3)+4 \quad \cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

$$\frac{11}{7}x+50=m \quad \cdots\cdots(第5節(2)).\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

(1)ハ恒等式ニシテ,(2)ハ方程式ナリ.

(1)ニ於テxニ任意ノ値,例ヘバ5ヲ代入スレバ,兩邊ノ數値ハ何レモ25トナリテ相等シ,即チ(1)ハ恒等式ニシテ,其ノ兩邊ハ互ニ同値ノ代數式ナリ.

同値の式,恒等式　二つの代數式ありて,同一の文字には兩式に於て同一の値を代入したるとき,兩式の値恒に相等しからば,其の二つの式は互に同値なりといふ. 等式の兩邊が同値の式なるとき,その等式を恒等式といふ.

方程式　方程式とは等式の中の未知數を表す文字（**未知元**）に如何なる値を代入すればその兩邊の値が相等しくなるべきかを求むるものなり.

未知元ニハ通例$x, y, z\ldots\ldots t, u, v\ldots$　等ヲ用フ.

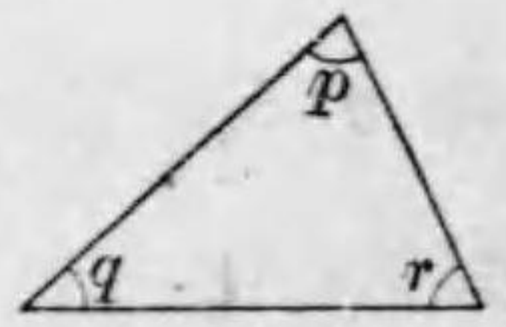
方程式ノ未知元ノ値ヲ共**根**トイフ. (2)ノxニ共根$\frac{7}{11}(m-50)$ヲ代入スレバ,次ノ如ク恒等式ヲ得.

$$\frac{11}{7}\times\frac{7}{11}(m-50)+50=m$$

xノ此値ハ方程式ノ要求ヲ「滿足せしむ」ト云フ.

此所ノmハ既知數ヲ表ス文字（**既知元**）ト看做サル.

p, q, rニテ一ツノ三角形ノ三ツノ角ノ度數ヲ表セバ,「其三つの角の和180°なること」ヲ次ノ等式ニテ表ス.



$$p+q+r=180 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

斯様ナル等式ヲ**關係式**トイフ.

〔**例一**〕 甲倉ニ米512俵,乙倉ニ米408俵アリ,甲ヨリ毎日8俵宛,乙ヨリ毎日12俵宛出ストキハ,幾

日ノ後,甲倉ノ殘米ノ俵數ガ,其時ノ乙倉ノ殘米ノ俵數ノ二倍ニ等シクナルベキカ.

解　求ムル日數ヲx日トス. x日ノ後ノ甲倉ノ殘米俵數ハ(512−8x)俵ニシテ,其時ノ乙倉ノ殘米俵數(408−12x)ノ二倍ニ等シ

卽チ　$512-8x=2(408-12x)$ …………(1)

$512-8x=816-24x$. …………(2)

$\underline{16x-304}=0$ …………………(3)

$\therefore\ x=19$　　答 19日

方程式(2)ノ兩邊ノ差ヲ零ニ等シトシテ(3)ヲ得タルナリ.

(3)ヲ**一元一次方程式**トイフ. 卽チ(1), (2)ハ其兩邊ノ差ヲ求メテ,之ヲ0ニ等シト置ケバ一元一次方程式ニ導カル,ヨリテ(1), (2)モ一元一次方程式ナリ.

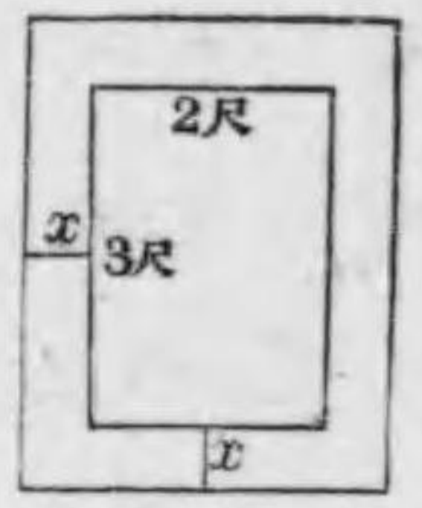
一元一次方程式とは,方程式の兩邊の差が一つの未知元(例へばx)に就て一次式となるものなり.

一元一次方程式の標準形

$ax=b$　　〔$a\neq0$〕

〔例二〕 縱三尺,橫二尺ノ額ニ,縱橫トモ同ジ幅ノ額緣ヲ附ケタルニ,額ノ面積ト緣ノ面積ト相等シクナレリトイフ. 緣ノ幅ヲ求ム.

說明　緣ノ幅ヲx尺トシ,額ノ表面積(緣共)ヲ表ス式ヲ比ベテ



$(3+2x)(2+2x)=2(3\times2)$ … (1)

兩邊ノ差ヲ求メテ

$\mathbf{4x^2+10x-6=0}$ ………………(2)

左邊ヲ因數ニ分解シテ

$(2x+6)(2x-1)=0$ …… ……… (3)

正根ノミ取レバ　$x=\frac{1}{2}$　　答 5寸

(2)ヲ**一元二次方程式**トイフ(第七篇)

〔注意〕 總テ方程式ノ兩邊ハ,或同ジ量ヲ二樣ノ式ニテ表シタルモノト看做サル. 例二(1)ノ兩邊ハ額ノ表面積(緣共)ヲ表シ,例一(1)ノ兩邊ハ甲倉ノ殘米ノ俵數ヲ表ス.

〔1〕 方程式解法の原則

(一)　A=B なれば B=A なり（交換法則）.

(二)　等式の兩邊を同數にて加減乘除するも等式は成立す（等式法則）.

之ニヨリテ次ノコトガ分ル.

(三)　等式の一邊の或項を其符號を變へて他の邊に移すことを得（移項法）.

(四)　$\{(x+a)\times b-c\}\div d=m$ なれば

$$x=(m\times d+c)\div b-a$$ （還元法）

〔例十二〕　$12x-10+8x=6-4x+2$ ヲ解クコト.

$$24x=18 \quad \therefore \ x=\frac{3}{4} \text{ 答}$$

之ハ左邊ノ $12x$ ト, $8x$ ト,右邊ノ $-4x$ トヲ左邊ニテ纒メテ $24x$ トシ,左邊ノ -10 ト,右邊ノ 6 ト,2 トヲ右邊ニテ纒メテ18トシタルナリ.

$5y-16=19-2y$ ヲ解キテ驗セ.

〔例十三〕　$\frac{1}{2}(3x+1)=\frac{2}{3}x+3$ ヲ解クコト.

2×3を公分母として通分したる分子を較べて

$$9x+3=4x+18 \quad \therefore \ 5x=15 \quad x=3 \text{ 答}$$

〔例五〕　$(y-1)(y-2)+5=(y+1)^2$ ヲ解クコト.

$$(y^2-\overset{-5}{3y}+2)+5=y^2+2y+1 \ \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$5y=6 \ldots\ldots\ldots (2) \qquad y=\frac{6}{5} \text{ 答}$$

(1)ノ右邊ノ $2y$ ト,其左邊ノ $-3y$ トヲ右邊ニテ纒

メテ $5y$ トシ,從ッテ(2)ヲ得タルナリ（交迭法則）.

〔例六〕　$2x-3\left(5+\frac{3}{4}x\right)+\frac{2}{3}(4-x)-\frac{1}{4}(3x-16)=0$ ヲ解クコト.

$$\left(2-\frac{9}{4}-\frac{2}{3}-\frac{3}{4}\right)x+\left(-15+\frac{8}{3}+4\right)=0$$

$$-\frac{5}{3}x=\frac{25}{3} \qquad x=-5 \text{ 答}$$

驗算　$-10-3\left(5-\frac{15}{4}\right)+\frac{2}{3}(9)-\frac{1}{4}(-31)$

$$=-10-\frac{15}{4}+6+\frac{31}{4}=0$$

方程式解法ノ段階ハ,イツモ斯様ニ主要ナル變化ヲ簡明ニ示シ,補助計算ハ其側ニ示スベシ.

問題　第十一集

1. $4x+10-x=16$　　$18-x=7x-6$
2. $3x+4=5(x-4)$　　$20-(2x-3)=2x+3$
3. $\frac{5}{6}=\frac{3x-2}{4}+\frac{1}{2}$　　$16x-14\times8=9x-14\times3$
4. $7(4x-3)+3(7-8x)=1$　　$\frac{3y+4}{10}=\frac{5y-16}{11}$
5. $100+2x-9x+15=10-7x+5-10x$
6. $1.5x-1.875=0.48x+1.185$

7. $2.25y-5-0.4y+2.6=2y-3$

8. $8(3x-2)-7x-5(12-3x)=13x$

9. $7(3x-6)+5(x-3)+4(17-x)=11$

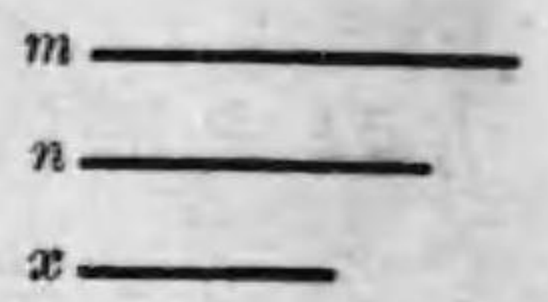
10. $4x-3(20-x)=6x-7(11-x)+11$

11. $\frac{5x-1}{7}=\frac{19-x}{8}$ 　{$(5x-1):7=(19-x):8$ トスルモ同ジ}

12. $(4x-1):(5x+1)=3:4$ 　$(z-1):(z-3)=(z-4):(z-5)$

13. $l+m+n=p+q+r$ ナレバ, $(l-p)+(m-q)=(r-n)$ ナルコトヲ驗證セヨ(文字ニ數ヲ入レテ).

14. m ト x トノ平均ガ n ニ等シキコトヲ知リテ x ヲ求ム(還元法).



15. $8(2y-7)=24$ 　$\frac{3}{2}(9-2x)+8=\frac{3}{2}(3x-5)-1$

16. $(2x+1)(2x-7)=4(x-3)^2+5$ 又此方程式中ノ $x=\frac{1}{2}y$ ヲ代入シタル方程式ヲ解ケ.

17. (一) 方程式ノ定義ヲ復唱セヨ(79頁).

(二) 6, 5, …… 1, 0, −1, ……−6 ナル整數ノ中, 次ノ方程式ヲ滿足セシムルモノヲ求ム(諳算).

$(x-3)(x+5)=0$ 　$5(y-2)=3(y-2)$ 　$\frac{z-3}{5}=\frac{z-3}{2}$

---

18. $\frac{x-3}{7}-\frac{x-25}{5}=7-\frac{2+x}{4}$ 　$(y-3)(2y-5)=0$

19. $\frac{5x-0.4}{0.3}+\frac{1.3-3x}{2}=\frac{1.8-8x}{1.2}$ 　$2.8(9z-12)=4.2$

20. $(2x+7)(x+3)=2(x+5)(x+2)$ 　$\frac{3+2y}{y-3}=\frac{2y-1}{y+1}$

21. $2.7(7x-12)=5.4$ 　$32(6z-8)+46=44(6z-8)-2$

22. $(2-x)(3-x)+(1-8x)(1-3x)=(1-5x)^2$

23. 次ハ x ノ値ヲ應用シテ, y ノ値ヲ求メヨ.

$$\begin{cases}4(5-2x)+5(2+x)=2(10+x)\\4(5+2y)+5(2-y)=2(10-y)\end{cases}\qquad\begin{cases}m+x=\frac{2m+c}{3}\\m-y=\frac{2m+c}{3}\end{cases}$$

24. 一元一次方程式(標準形ヲナセルモノ)ノ根ガ次ノ如キ場合ニ於ケル,其各ノ方程式ヲ求ム.

$$\frac{22}{7}\qquad -\frac{5}{3}\qquad -1\qquad 0\qquad 3\frac{1}{3}$$

25. $\frac{1}{6}x+\frac{80}{6}=m$ ニ就テ, m ニ次ノ値ヲ代入シテ, 其都度 x ノ値ヲ求ム.

$$16\qquad \frac{40}{3}\qquad 10\qquad \frac{1}{6}x+\frac{40}{3}\qquad \frac{1}{6}x+40\qquad x$$

〔注意〕 一元一次方程式ヲ其標準形ニ變形シタルトキ,方程式ガ

(一) $0.x=0$ 卽チ $0=0$ となれば,恒等式にして其根は不定なり.

（二）　$0.x=b$ 即ち $0=b$ となれば,其方程式を解くことは不可能なり（不可能方程式）.　$(b\neq 0)$.

斯様ナル場合ニハ,原方程式ノ兩邊ヲ別別ニ未知元ニ就テ整頓シタルモノヲ示シ置クベシ.

◎**26.**　$7(4x-3)+3(7-8x)=1+4x$

27.　$3(4x+5)+5x+1=4(x+4)+13x$

28.　$\frac{2}{7}\left[\frac{5}{12}\left\{\frac{7}{8}\left(\frac{3}{5}x+5\right)-10\right\}+3\right]-3=5$

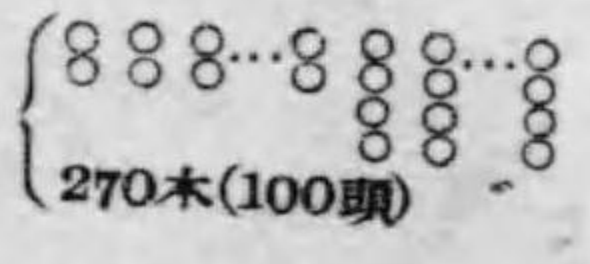
29.　（一）　鶴ト龜ト合セテ百頭,其足ノ數合セテ二百七十本ナルトキ,龜ハ幾頭カ（算術ニテ解ケ）.

（二）　$3(9-2x)+16$

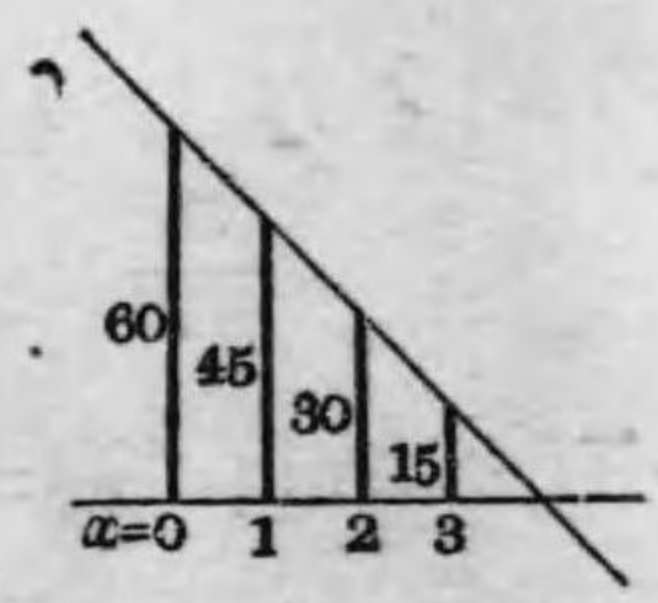
$=3(3x-5)-2$ ニ就テ,

x ヲ 0, 1, 2 トシタルトキノ兩邊ノ數値ノ差ヲ求ム.

（一）



（二）



x=0
左辺=3(9−2×0)+16=43
右辺=3(3×0−5)−2=−17
∴左辺−右辺=43−(−17)=60
x=1
左辺=3(9−2×1)+16=37
右辺=3(3×1−5)−2=−8
∴左辺−右辺=37−(−8)=45
x=2
左辺=3(9−2×2)+16=31
右辺=3(3×2−5)−2=1
∴左−右=31−1=30

〔**2**〕　x の一次方程式を解くには,$x=0$ としたる時の兩邊の數値の差 m と,$x=1$ としたる時の兩邊の數値の差

---

n とを求めて $x=\frac{m}{m-n}$ を求むべし（之を**整差法**,或は**挿入法**と稱す）.

30.　上ノ規則ニヨリテ次ノ各ノ方程式ヲ解ケ（各ハ一次トナル）.

（一）　$(2x-7)^2+24=(2x-7)(2x+1)$

（二）　$x^3+(x+1)^3+(x+2)^3=3x(x+1)(x+2)$

14.　一元一次方程式の應用問題

◎**〔例一〕**　一萬四百圓ノ賞與金ヲ甲,乙,丙ノ三等ニ區別シテ與ヘントスルニ,甲賞ヲ受クル者十人,乙賞ヲ受クル者三十人,丙賞ヲ受クル者五十人ニシテ,甲,乙,丙ノ賞ハ次第ニ百圓宛ノ差アル様ニナサントス.　各一人ノ取前幾許.

解　甲,乙,丙各一人ノ取前ヲ $(x+100)$ 圓, x 圓, $(x-100)$ 圓トシテ,賞與金總額ヲ比ベテ

$$10(x+100)+30x+50(x-100)=10400\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$\therefore\ 9x-400=1040 \qquad x=160\ldots\ldots\ldots(2)$$

答　甲 260 圓, 乙 160 圓, 丙 60 圓

次次ノ差百圓ヲ 55 圓トシテ解ケ.

@〔**例二**〕 或人所有金ヲ三子ニ分與セシニ,長子ノ分ハ全額ノ八分ノ三ヨリ二十五圓多ク,次子ノ分ハ其殘リノ五分ノ三ヨリ百六十圓少ク,末子ノ分ハ又其殘額ニシテ千四百圓ナリシト云フ,此人ノ最初ノ所有金ハ幾許ナリシカ（還元法）.

解 其人ノ最初ノ所有金ヲx圓トスレバ

(一) 其$\frac{3}{8}$ヨリ25圓多クヲ長子ニ與ヘタル殘リハ$\left(\frac{5}{8}x-25\right)^{\text{円}}$,

(二) 此$\left(\frac{5}{8}x-25\right)^{\text{円}}$ノ內,其$\frac{3}{5}$ヨリ160圓少ク乙ニ與ヘタル殘リハ$\frac{2}{5}\left(\frac{5}{8}x-25\right)^{\text{円}}+160^{\text{円}}$ニシテ,

之ガ丙ノ取前1400圓ニ等シキヲ以テ

$$\frac{2}{5}\left(\frac{5}{8}x-25\right)+160=1400 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$\therefore\ \frac{1}{4}x-10+160=1400 \qquad x=5000 \qquad \text{答 5000圓}$$

驗算 $(\text{甲の分})=5000\times\frac{3}{8}+25=1900\,(\text{圓})$

$$(\text{乙の分})=(5000-1900)\times\frac{3}{5}-160$$

$$=1860-160=1700\,(\text{圓})$$

$$1900+1700+1400=5000$$

〔**例題**〕 長子ノ分ハ全額ノ$\frac{3}{5}$ヨリ160圓少ナク,次子ノ分ハ其殘リノ$\frac{3}{8}$ヨリ25圓多ク,末子ノ分ハ其殘額ニシテ1400圓ナリトスレバ,各如何.

@〔**例三**〕 甲乙丙三種ノ職工アリ,甲種三人,乙種四人,丙種六人ノ賃錢同一ナリ. 今甲種四人ヲ十二日間,乙種六人ヲ十五日間,丙種十八人ヲ十日間働カセテ,總計百八十圓八十四錢ノ賃錢ヲ拂ヒタリトイフ,各一人ノ日給幾許（比例配分）.

解 甲種三人,乙種四人,丙種六人ノ賃錢同一ナリ,此相等シキモノヲx錢トシテ,賃錢總額ヲ表ス式ヲ作リテ

$$\left(\frac{x}{3}\times4\times12\right)+\left(\frac{x}{4}\times6\times15\right)+\left(\frac{x}{6}\times18\times10\right)=18084$$

$$\therefore\ 68.5x=18084 \qquad x=264$$

16200

答 甲88錢,乙66錢,丙44錢

驗算 (一) $88\times3=264 \quad 66\times4=264 \quad 44\times6=264$

(二) $(88\times4\times12)+(66\times6\times15)+(44\times18\times10)$

$$=4224+5940+7920=18084\,(\text{錢})$$

解法の段階〔第一〕方程式を作ること 方程式ヲ作ルニハ常ニ,(一)問題中ノ或數(又ハ量)ヲ二

様ノ仕方ニテ表スコトヲ工夫スベシ(第13節注意).

(二) 或ハ所要ノ數ヲ既ニ知リ得タリトシ, x ガ其數ナリト假定セヨ. 而シテ此數(x)ノ正否ヲ驗證スベキ處ノ關係式ヲ作レ. 然ル時ハ,其關係式ガ所要ノ方程式トナルモノナリ. (三) x ノ用ヒ方ヲ注意スベシ,イツモ所要ノ數ヲ直ニ x ニテ表スモノトノミ限ルベカラズ.

〔第二〕**方程式を解くこと** 演算中ノ主要ナル部分ヲ簡明ニ記スベシ.

〔第三〕**正しき答を作り,且驗算すること** 問題ヲ再讀シ,正シク答フベシ. 驗算ハ問題ニ合セテ算術通リニ行ヒ,ナルベク方程式トハ別途ニ考フベシ.

問題 第十二集

1. 或數ノ三倍ヨリ十三ヲ引キタル殘リハ,其數ノ五分ノ一ニ五十七ヲ加ヘタルモノニ等シ. 其數ヲ求ム.

◎2. 金130圓ヲ五人ノ子供ノ旅行費ニ分チテ,最幼者ニ若干圓ヲ與ヘ,ソレヨリ年齡ノ多クナ

ルニ從ヒ次次ニ5圓宛多クスルコトヲ求ム.

又5圓ヲ6圓トスレバ如何.

◎3. 甲,乙ノ職工アリ,現在ノ貯金高乙ハ甲(現在 m 圓)ヨリ19.5圓少ナシ. 今甲ハ毎月3.5圓ヅツ,乙ハ4.28圓ヅツ貯金スルトキハ幾月ノ後兩人ノ貯金ハ相等シクナルベキカ.

◎4. 西洋紙 x 帖ヲ三人ノ子供ニ與フルニ,甲ニハ全數ノ半分ヨリ10帖少ク與ヘ(殘リハ $\frac{1}{2}x+10$),乙ニハ殘リノ $\frac{1}{3}$ ヨリ10帖多ク與ヘ,丙ニハ其餘ノ30帖ヲ與ヘテ殘リ無シ. x ヲ求ム.

5. 甲乙二人ノ體重合セテ115瓩ニシテ,甲ノ目方ガ其 $\frac{1}{5}$ 減リ乙ノ目方ガ2瓩增ストキハ,兩人ノ目方相等シクナルベシトイフ,各ノ目方幾許.

◎6. 金1640圓ヲ甲,乙,丙三人ニ分配シテ,甲ハ乙ヨリ40圓多ク,丙ハ乙ノ二倍ナラシムルコト.

◎7. 或學生ノ言ヘルアリ,昨日ノ誕生日ニ兩親ヨリ三圓貰ヒ,今日ハ五十錢費シタルヲ以テ殘金ハ一昨日迄ノ所持金ヨリ其十一分ノ一多

クナレリト. 今日ノ所持金幾許ナルカ.

◎**8.** 或人金3000圓ト共所有ノ地所トヲ二人ノ子供ニ等額ニ分タントセシニ,兄ハ所望ニテ土地ノ方ヲ$\frac{3}{7}$ダケ貰ヒタルタメ金ノ方ヲ$\frac{3}{5}$ダケ貰ヒタリト. 土地ノ總價ヲ求ム.

9. 或工場ニテ賞與金二百圓ヲ男六人,女十人,子供八人ニ分配スルニ,男一人ノ所得ハ女一人ノヨリ2圓多ク,女ハ子供ノ二倍ナリト,各人ノ所得ヲ求ム.

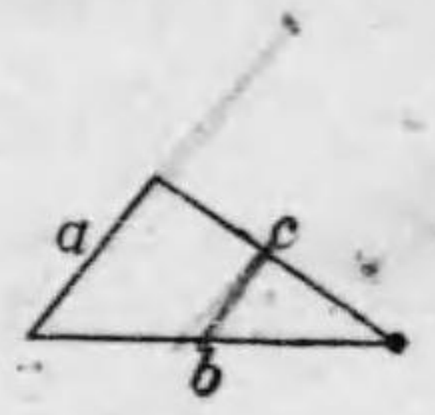
◎**10.** 或學校ノ入學試驗ニ受驗者總數ノ$\frac{2}{13}$ヨリ18人多ク合格セリ,而シテ合格者ノ數ハ不合格者ノ數ノ$\frac{1}{4}$ニ等シトイフ. 受驗者總數幾許.

◎**11.** 或級ノ寄宿生ト通學生トハ$7x$人ト$5x$人ナリシガ,通學生ノ内4人入舍シタルタメ,人數ノ割合5:3トナレリ. 此級生徒總數ヲ求ム. 又4人ヲ8人トスレバ如何.

◎**12.** A驛ヨリB驛迄行カントスルニ,第一列車ニ乘リ後レタルタメ,第二列車ノ發車迄53分間待タザルベカラズ. ヨリテA,B間ヲ徒歩シタルニ第二列車ト同時ニB驛ニ着セリ. 一分間ノ速サヲ汽車ハ6町,徒歩ハ42間トスレバ,A,B間ノ距離幾何.

◎**13.** 或人價2圓50錢ノ代數書ヲ購ヒ,其代金ヲ二十錢銀貨ト五錢白銅貨トヲ取リ交ゼ20箇ノ貨幣ヲ以テ支拂ヘリ. 各貨幣ノ數如何.

◎**14.** 或三角形ノ周圍ハ33尺,最モ短キ邊ノ2倍ト,最モ長キ邊ノ半分ト,中間ノ邊ヨリ五尺減ジタルモノトハ互ニ相等シ,各邊幾許.



15. (一) 或割リ算ニ於テ商ハ13,剩餘ハ26ニシテ,法ト實トノ和ハ404ナリ. 法及實幾許.

(二) 兄弟二人各若干金ヲ持チテ市ニ行キ,兄ハ小羊41頭ヲ買ヒシニ殘金18麻（マーク）アリ,弟ハ33頭ヲ買ハントセシニ6麻不足セリ,而シテ兄弟ノ最初ノ所持金合セテ900麻ナリシトイフ,各ノ所持金幾許ナリシカ.

16. 或人其所有金ノ$\frac{1}{4}$ヨリ15圓ダケ少ナク費シ,次ニ殘リノ$\frac{1}{3}$ヨリ20圓ダケ少ナク費シタル殘リヲ知リテ其人ノ最初ノ所持金ヲ求ムル方法如何.

✓17. 數學遊戲トシテ次ノ問題ヲ提出ス.

相手ノ者ニ任意ノ一數ヲ考ヘシメテ,之ヲ判定スル爲メニ,其數ニ3ヲ掛ケ,7ヲ加ヘ,6ヲ掛ケ,6ヲ引キ,9ニテ割リ,7ヲ加ヘ,5ヲ掛ケ,55ヲ引カセタル結果ヲ言ハシメタリ. 如何ニスレバ相手ノ者ノ初メニ考ヘタル數ヲ判定スルコトヲ得ベキカ.

18. 次ノ問題ノ不能ナルコトヲ說明セヨ.

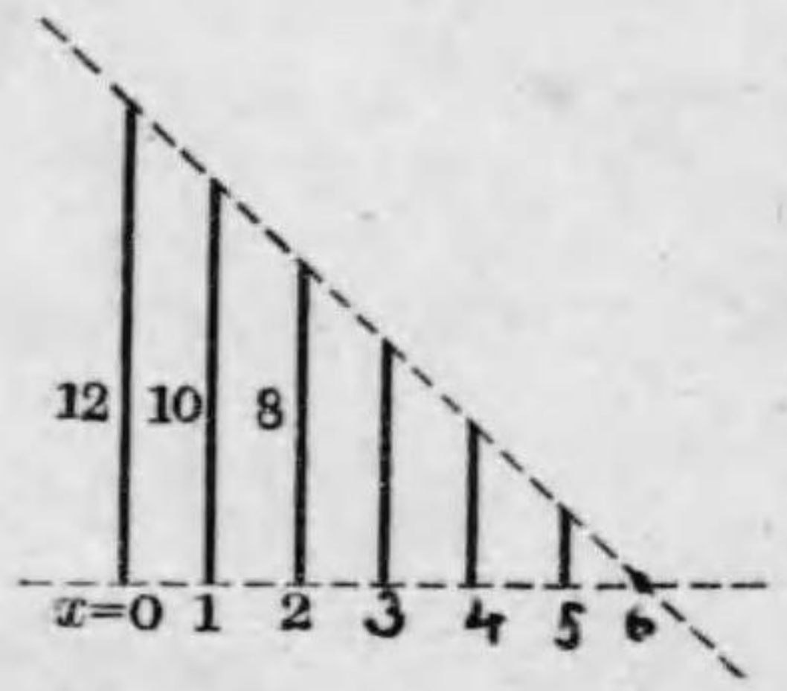
或人其所有地面ノ$\frac{1}{4}$ヨリモ150坪多ク賣リ,次ニ殘リノ$\frac{1}{3}$ヨリモ200坪少ク賃貸シタルニ,尙300坪殘レリ. 最初ノ所有地面積如何.

19. 甲乙二人ノ競走者アリ,甲ハ毎秒乙ノ$\frac{2}{3}$ヨリ1間多ク走ル,今若干距離ヲ競走スルニ甲ハ乙ノ2間後ニアリテ同時ニ出發シ,18秒ヲ經テ決勝線ニ達セシニ,其時乙ノ後レタルコト1間ナリ. 各1秒間ノ速サヲ求ム.

20. $12x^3+ax^2-7x+6$ヲ$x-2$ニテ割リテ得ベキ剩餘ヲ零ニ等シト置キタル方程式ニヨリテaヲ求ム(76頁〔8〕).

21. 父ハ43歲ニシテ三子ノ歲ハ8歲,10歲,13歲ナリ,三子ノ歲ノ和ガ父ノ歲ト等シクナルハ幾年ノ後ナルベキカ. 問題第十一集規則〔2〕ニヨリテ解ケ.

縱線はx年後の父の年齡と,其時の三子の年齡の和との差を表す.



22. 或學校ニテ遠足費用ヲ生徒ヨリ徵收スルニ一人分ヲ1.2圓トスレバ90錢不足シ,1.3圓トスレバ2.1圓餘ルトイフ. 人數幾何.

〔**例**〕 金500圓ヲA,B,Cノ三人ニ分配シ,Aノ取前ト,Bノ取前トノ比ヲ**5:6**ニ等シクナセリ. 而シテ其內Aハ100圓ヲ費シ,Bハ60圓ヲ費シタル時,其殘金ノ和ガCノ取前ニ等シクナレリトイフ. 各人ノ取前幾許(差分).

解 A, B ノ取前ノ比ハ **5:6** ナルヲ以テ,各ノ取前ハ $5x$ 圓, $6x$ 圓ニテ表サレ, C ノ取リ前ハ $\{(5x-100)+(6x-60)\}$ 圓ニテ表サル. 故ニ三人ノ取前ノ和ヲ作リテ

$$5x+6x+\{(5x-100)+(6x-60)\}=500\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$\therefore\quad 22x-160=500 \qquad\qquad x=30\cdots\cdots\cdots(2)$$

答 A 150 圓, B 180 圓, C 170 圓

500圓ヲ720圓トシテ解ケ.

23. 二人ノ年齢合セテ33歳ニシテ,六年後ニハ此二人ノ年齢ノ比ハ3:2トナルベシ. 現今ノ各ノ年齢ヲ求ム.

15. 聯立二元一次方程式の例

(一) 二ツノ數 x, y ノ和20ナルコトヲ

$$\boldsymbol{x+y=20}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

ト表シ,之ヲ**二元一次方程式**トイフ.

和ガ20トナルベキ數ノ組ハ無數ニアリ,故ニ此方程式ノ根ノ組ハ不定ナリ. (1) ハ x, y 間ノ**關係式**ナリ.

(二) 或人價2圓50錢ノ代數學原書ヲ購ヒ,其代金ヲ二十錢銀貨ト五錢白銅貨トヲ取リ交ゼテ支拂ヘリトイフトキ,二十錢銀貨ノ數ヲ x,白銅貨ノ數ヲ y トシ,支拂ヒタル金額ヲ表ス式ヲ比ベテ,

$$20x+5y=250 \qquad \therefore\quad 4x+y=50\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

此解答モ亦不定ナリ. 例ヘバ $x=1, 2, 3, \cdots\cdots$ ナル値ヲ與フレバ次ノ如キ答ノ組アリ.

$$\text{(A)}\ \begin{cases}x=1\\ y=46\end{cases} \begin{cases}2\\ 42\end{cases} \begin{cases}3\\ 38\end{cases} \begin{matrix}\cdots\cdots\\ \cdots\cdots\end{matrix} \begin{cases}9\\ 14\end{cases} \begin{cases}10\\ 10\end{cases} \begin{cases}11\\ 6\end{cases} \begin{cases}12\\ 2\end{cases}$$

唯一ツノ方程式ガ二ツノ未知元ヲ含ムトキハ,其方程式ハ未知數相互ノ關係ヲ定ムルニ止マリ,其値ヲ定ムルコト能ハズ.

(三) $(x-1)(y-2)=(x-2)(y-1)-2$ ハ兩邊ノ差ヲ作レバ

$$-x+y+2=0\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

故ニ亦二元一次方程式ナリ.

二元一次方程式とは,方程式の兩邊の差を求むれば二つの未知元(例へば x 及び y)に就て一次式となるものなり.

二元一次方程式の標準形

$$ax+by=c \qquad (a \neq 0,\ b \neq 0)$$

◎**〔例一〕** 次ノ二ツノ方程式ヲ聯立セシムル(同時ニ滿足セシムル) x, y ノ値ヲ求ムルコト.

$$\begin{cases} x+y=20 \text{.........................(1)} \\ 4x+y=50 \text{... ....(2)} \end{cases}$$

前ノ(二)ノ根ノ組ノ表(A)ニ就テ, x, y ノ和20トナルモノヲ求ムレバ　　答　$x=10$, $y=10$

之ハ通例次ノ如ク解カル.

解

$$\begin{cases} x+y=20 \text{ ....(1)} \\ 4x+y=50 \text{ ....(2)} \end{cases}$$

(2)−(1)　$3x=30$......(3)　　$x=10$　　$\therefore\ y=10$

(2)ト(1)トノ左邊ノ差ハ $3x$, 右邊ノ差ハ30ナリ. x ノミヲ含ム方程式(3)ヲ作ルコトヲ,(1)ト(2)トヨリ y を**消去**すトイヒ,此解法ヲ**加減消去法**トイフ.

本例ハ(十二(3)ヲ聯立方程式ニ表セルモノナリ. 白銅貨ノ數 y ヲ $(20-x)$ ニテ表シ,方程式(2)ノ代リニ,一元方程式ヲ作レバ

$$20x+5(20-x)=250 \quad \therefore\ 4x+(20-x)=50 \text{ .....(4)}$$

之ヲ解ケバ $x=10$ ヲ得. 例一ヲ(4)ニ導キテ解ク解法ヲ**代入消去法**トイフ.

聯立方程式とは共通の根を有すべき二つ以上の方程式の組のことなり.

聯立二元一次方程式の標準形

$$\begin{cases} ax+by=c \text{ ....(1)} \\ a'x+b'y=c' \text{ ....(2)} \end{cases}$$

◎**〔例二〕** (一) $\begin{cases} 3x+2y=19\text{..... ...(1)} \\ 4x-7y=6 \text{ ....(2)} \end{cases}$ ヲ解クコト.

解

$$\begin{array}{lrl} (1)\times 7 & 21x+14y= & 133 \\ (2)\times 2 & 8x-14y= & 12 \\ \hline & 29x \qquad = & 145 \end{array} (+ \qquad \therefore\ x=5$$

$x=\frac{145}{29}$

之ト(1)トニテ　$15+2y=19$　　$\therefore\ y=2$　　答

(1)ト(2)ノ y ノ係數ヲ見較ベテ,(1)ノ兩邊ニ7ヲ掛ケ,(2)ノ兩邊ニ2ヲ掛ケ, y ノ係數ヲ**14**ト**−14**トニナシテ邊邊相加ヘタルナリ.

(二) $\begin{cases} 11x+12y=100\text{.........(1)} \\ 9x+\ 8y=\ 80\text{.........(2)} \end{cases}$ ヲ解クコト.

解　(2)×3−(1)×2　　$5x \quad =40$　　$\therefore\ x=8$

之ト(2)トニテ　　$72+8y=80$　　$\therefore\ y=1$　　答

(1)ト(2)トノ y ノ係數12ト8トヲ見較ベテ,其最

$$4\,\underline{)\,12,\quad 8}$$
$$\quad 3,\quad 2$$

小公倍數24ニ等シクナル様ニ(1)×2, (2)×3トナシテ,邊邊相減ジタルナリ.

〔**注意**〕前例ニ於テ$x=8$ヲ(1)ト(2)トノ兩方程式ニ代入シテ,$y=1$ヲ二様ニ計算スレバ,$\begin{cases}x=8\\y=1\end{cases}$ナルコトヲ兩方ノ方程式ニ驗シタルコトニ當ル.

$$\boxed{\begin{array}{ll}11\times 8+12y=100 & \therefore\ y=1\\ 9\times 8+\ 8y=\ 80 & \therefore\ y=1\end{array}}$$

〔**例三**〕
$$\begin{cases}\dfrac{3x-2y}{5}+\dfrac{5x-3y}{3}=x+1 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(1)\\[2ex] \dfrac{2x-3y}{3}+\dfrac{4x-3y}{2}=y+1 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(2)\end{cases}$$

解
$$\begin{cases}9x-6y+(25x-15y)=15x+15\\ 4x-6y+(12x-\ 9y)=6y+6\end{cases}$$

$$\begin{cases}19x-21y=15 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)\\ 16x-21y=6 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)\end{cases}$$

(3)−(4)　$3x=9$　$x=3$

之ト(3)トニテ　$57-21y=15$　$\therefore\ y=2$　答

斯様ニ原ノ二ツノ方程式(1)ト(2)トヲ一緒ニ標準形(3)ト(4)トニ導ク代リニ,一ツヅツ考ヘテ,先ヅ(1)ヲ(3)ニ導キ,次ニ(2)ヲ(4)ニ導キテ後,(3)ト(4)トヲ

聯立セシメテモヨシ.

驗算　(1)　$\dfrac{9-4}{5}+\dfrac{15-6}{3}=1+3=4$　　$3+1=4$

(2)　$\dfrac{6-6}{3}+\dfrac{12-6}{2}=3$　　$2+1=3$

〔**3**〕規則（加減消去法）　方程式の各を$ax+by=c$の形に導きて,同じ未知元の係數を見較べ,適當なる數を二つの方程式の兩邊に掛けて,其元の係數の絕對値を等しくなし,邊邊相加へ,或は相引きて,其元を消去すべし.

問題　第十三集

1.　$\begin{cases}x+y=47\\ x-y=13\end{cases}$　　$\begin{cases}3x+y=73\\ 2x-y=32\end{cases}$

2.　$\begin{cases}3x-7y=8\\ 2x+3y=13\end{cases}$　　$\begin{cases}10x+7y+4=0\\ 6x+5y+2=0\end{cases}$

3.　$\begin{cases}5x+4z=58\\ 3x+7z=67\end{cases}$　　$\begin{cases}\dfrac{1}{3}x+\dfrac{1}{2}y=2n\\[2ex] 2x-\dfrac{1}{2}y=5n\end{cases}$

4. $\begin{cases}5x+6y=529\\3x+2y=431\end{cases}$ $\begin{cases}2x-11y=-95\\x-\ 3y=0\end{cases}$

◎5. $\begin{cases}18x-35y=-13\\15x+28y=275\end{cases}$ $\begin{cases}5y-4z=6\\8y=7z\end{cases}$

6. $\begin{cases}\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}y=6\\3x-4y=4\end{cases}$ $\begin{cases}\frac{3}{4}z-\frac{1}{2}(y+1)=1\\\frac{1}{3}(z+1)+\frac{3}{4}(y-1)=9\end{cases}$

7. ◎$\begin{cases}0.16x-0.04y=1\\0.19x-0.11y=1\end{cases}$ $\begin{cases}2.7x+2.6y=8.8\\0.9x+2.2y=4.4\end{cases}$

8. $\begin{cases}3x+1=\frac{5y+4}{2}\\\frac{7y-6}{2}=4x-3\end{cases}$ $\begin{cases}6x-3y+4(x-2y)=87\\6x-2y-3(x-y)=82\end{cases}$

9. $\begin{cases}(x+2y+1):(2x-y+1)=2:1\\(3x-y+1):(\ x-y+3)=5:1\end{cases}$

10. $\begin{cases}(x-4)(y+7)=(x-3)(y+4)\\(x+5)(y-2)=(x+2)(y-1)\end{cases}$ $\begin{cases}(x-3)(y-5)=0\\x+y=12\end{cases}$

11. $\left.\begin{array}{r}7x+2y=30\\y-3x=2\\2x+3y=8\end{array}\right\}$ ノ中ノ何レカ二ツヲ聯立セシムル根ノ組ガ,殘リノ一ツニ適合セザルコトヲ驗セ.

12. 相手ノ者ニ任意ノ二數ヲ考ヘシメテ,之ヲ判定スル爲メニ, (一) 第一數ノ三倍ト,第二ノ數ノ四倍トノ差(m)ヲ答ヘシメ, (二) 次ニ又第一ノ數ノ二倍ト,第二ノ數ノ三倍トノ差(n)ヲ答ヘシメタリ. 如何ニスレバ相手ノ者ノ初メニ考ヘタル數ヲ言ヒ當ツルコトヲ得ベキカ.

13. $ax^2+12x-b$ ガ $2x-3$ ニテ整除サルル樣ニ a, b ノ値ヲ整數ニテ一組求ム（剩餘ノ定理參照）.

◎〔**例一**〕 $\begin{cases}5x-3y=16\ldots\ldots(1)\\3x+5y=30\ldots\ldots(2)\end{cases}$ ヲ**代入法**（代入消去法）ニテ解クコト.

解 (2) ヨリ $x=10-\frac{5}{3}y\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$

之ヲ(1)ノ x ニ代入スレバ

$5\left(10-\frac{5}{3}y\right)-3y=16$ $50-\frac{34}{3}y=16$ $\therefore\ y=3$

之ト(3)トニテ $x=5$ 答

聯立方程式ノ解法ノ主要ナルモノハ**加減消去法**ト**代入消去法**トノ二ツナリ.

〔**4**〕 規則（代入消去法） 二つの方程式の中の一つを殘し,他の一つより, y を既

知數の如く取扱ひて，x を y にて表し，之を殘し置きたる方程式の中の x に代入し，y だけを含む一元方程式を作りて y の値を求め，其の値を用ひて，先に求めたる式より x の値を求むべし．最初既知數の如く取り扱ふ元は y に限らず．

14. 次ノ各ハ代入法ニテ解ケ．

$$\begin{cases}x=3y-19\\y=3x-23\end{cases}\quad\begin{cases}x-y=30\\x^2-y^2=840\end{cases}\quad\begin{cases}6y-1=4y+7\\5y-3(y-2)=x(2y-6)\end{cases}$$

15. 宮城前ノ楠公銅像ハ銅 x 貫，他ノ混合物 y 貫ヲ含ム，ソノ目方ニ關スル次ノ聯立方程式ニ就テ，x, y ヲ求ム．

$$〔x=115z \qquad y=19z \qquad x+y=2010〕$$

〔注意1〕 (一) 二十錢銀貨 5 箇ノ目方 ($5x$ 匁) ガ十錢銀貨 9 箇ノ目方 ($9y$ 匁) ニ等シケレバ其各 1 箇ノ目方 x, y ノ比ハ 9 : 5 ニシテ，$x=9z$, $y=5z$ ト置クコトヲ得 (z ハ x ト y ノ公度ニシテ 0.12)．

$$〔5x=9y \text{ なれば } \qquad x=9z,\quad y=5z〕\ldots\ldots(a)$$

$$〔x:y=9:5 \text{ なれば } x=9z,\quad y=5z〕\ldots\ldots(b)$$

(二) 二つの方程式より既知項(常數項)を消去すれば x と y との比が求めらる．

〔例二〕 $\begin{cases}25.9x-60.1y=2\ldots\ldots(1)\\24.1x-55.9y=2\ldots\ldots(2)\end{cases}$ ヲ解クコト．

(1)－(2)　$1.8x-4.2y=0$　$\therefore\ 3x-7y=0$

$$\therefore\ x=7z \qquad y=3z$$

(2) ニ代入シテ　$168.7z-167.7z=2$

$z=2$　　答 $\begin{cases}x=14\\y=6\end{cases}$

16. 前例ノ如ク，次ノ各ヲ解ケ．

$$\begin{cases}5x-4.9y=1 \text{ ---(i)}\\3x-2.9y=1 \text{ ---(ii)}\end{cases}\qquad\begin{cases}0.16x-0.04y=3\\0.19x-0.11y=3\end{cases}$$

(i－ii)　$2x-2y=0$

〔注意2〕 (一) $\begin{cases}3x=y\\6x-2y=15\end{cases}$ 卽チ $\begin{cases}3x-y=0\\2(3x-y)=15\end{cases}$

ハ**矛盾せる組**ニシテ，解ハ不可能ナリ．

(二) $\begin{cases}4x+y=50\\20x+5y=250\end{cases}$ 卽チ $\begin{cases}4x+y=50\\5(4x+y)=5(50)\end{cases}$

ハ**獨立せざる方程式の組**ニシテ，解ハ不定ナリ．

(三) $\begin{cases} x+y=3 \ldots\ldots\ldots\ldots (a) \\ x-y=1 \ldots\ldots\ldots\ldots (b) \\ 3x+2y=18 \ldots\ldots (c) \end{cases}$ ノ如ク**三つの獨立せる方程式は聯立すること能はず**,即チ解ハ不可能ナリ．例ヘバ〔(a) ト (b)〕ノ根ハ (c) ニ適合セズ,〔(a) ト (c)〕ノ根ハ (b) ニ適合セズ,〔(b) ト (c)〕ノ根ハ (a) ニ適合セズ(十三 II)．

(四) $\begin{cases} \mathrm{A}=\mathrm{B} \ldots\ldots\ldots\ldots (a) \\ \mathrm{B}=\mathrm{C} \ldots\ldots\ldots\ldots (b) \\ \mathrm{C}=\mathrm{A} \ldots\ldots\ldots\ldots (c) \end{cases}$ ノ中ニハ獨立セル關係式ハ唯二ツアルノミ,即チ此三ツノ中ノ一ツハ他ノ二ツヨリ導カル,故ニ此三ツハ聯立ス．之ヲ解クニハ何レカ一ツヲ除キテ他ノ二ツニテ解ケバヨシ．

(五) **A=B=C なれば獨立せる關係式は二つなり**(等號＝の數だけ)．

17. $\left(\frac{x}{13}-\frac{y}{7}=6x-10y-8=0\right)$ $\left(\frac{x+1}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{x+y}{5}\right)$

18. $x=3$ ガ次ノ聯立方程式ニ適合スルコトヲ驗セ．

$$[4x-6y-3=7x+2y-4=-2x+3y+24]$$

---

16. 聯立三元一次方程式の例

◎〔例一〕 $\begin{cases} 2x-5y+3z=7 \ldots\ldots\ldots\ldots (1) \\ 3x+y-2z=6 \ldots\ldots\ldots\ldots (2) \\ x-3y+z=2 \ldots\ldots\ldots\ldots (3) \end{cases}$ ヲ解クコト．

解 $(1)-(3)\times 2$ 　 $y+z=3 \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$

$(2)-(3)\times 3$ 　 $10y-5z=0 \ldots\ldots (5)$

之ヲ解キテ　$y=1,\ z=2$

之ヲ(3)ニ代入シテ　$x=3$　　答 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \\ z=2 \end{cases}$

$(1)-(3)\times 2$ 　 $y+z=3$ トナセルガ如ク,此等ノ解法ハ常ニ簡明ナルコト肝要ナリ．

$y=1,\ z=2$ ヲ (1), (2), (3) ノ三ツニ代入シテ,x ガ 3 ナルコトヲ三通リニ計算スレバ,驗算シタルコトニ當ル．

$$\boxed{\begin{array}{rl} 2x-5+6=7 & x=3 \\ 3x+1-4=6 & x=3 \\ x-3+2=2 & x=3 \end{array}}$$

〔5〕 **規則**(加減消去法)　(一) 三つの方程式の中,二つ宛見較べて,x を消去したるものを二つ作り,(二) その二つを聯立せしめて y, z の値を求め,(三) 之を元

の方程式に代入して,xの値を求むべし.（四）最初に消去する元はxに限らず.

次ノ聯立方程式ヲ解ケ(答 6, 4, 2).

〔$2x+3y-5z=14,\quad 3x-2y+z=12,\quad x+y-3z=4$〕

上ノ規則ハ能ク諳誦スベシ.

◎**〔例二〕**

$$\begin{cases} 2x-5y+3z=7 \quad\cdots\cdots\cdots(1) \\ 3x+y-2z=6 \quad\cdots\cdots\cdots(2) \\ x-3y+z=2 \quad\cdots\cdots\cdots(3) \end{cases}$$

ヲ代入法ニテ解クコト(例一).

解 zヲ既知數ノ如ク取扱ヒテ(2)ト(3)トニテ

$$\left.\begin{aligned} &(2)\times3+(3) &\quad x&=\frac{5z+20}{10}=\frac{z+4}{2}\cdots\cdots\cdots(4) \\ &(2)-(3)\times3 &\quad y&=\frac{5z}{10}=\frac{z}{2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5) \end{aligned}\right\}$$

之ヲ(1)ニ代入スレバ

$$(z+4)-\frac{5}{2}z+3z=7 \qquad \frac{3}{2}z=3 \qquad z=2 \cdots\cdots\cdots(6)$$

之ト(4)ト(5)トニテ　　答 $x=3,\ y=1,\ z=2$

〔注意1〕 三元方程式は聯立すべき方程式が三つより少なければ不定なり. 例ヘバ前ノ場合ニ於テ,方程式(1)ヲ無クシテ,唯(2)ト(3)トノ二ツダケトスレバ,(4)ト(5)トノ中ノzニ任意ノ値ヲ與フルコトヲ得,從ツテ問題ハ不定ナリ. 卽チzヲ任意ニ6トスレバ $x=5,\ y=3$ ヲ得,而シテ此組〔$x=5,\ y=3,\ z=6$〕ハ(2)ト(3)トニ適合スルガ如シ.

〔6〕 規則（代入消去法）（一）三つの方程式の中の一つを殘し,他の二つより,zを既知數の如く取扱ひて,$x,\ y$をzにて表し,（二）之を殘し置きたる方程式の中の$x,\ y$に代入し,zだけを含む一元方程式を作りてzの値を求め,（三）其値を用ひて,先に求めたる二つの式より,$x,\ y$の値を求むべし.（四）最初既知數の如く取り扱ふ元はzに限らず.

次ヲ代入法ニテ解ケ(答 3, 2, 2).

〔$x+y+3z=11,\quad x-y+7z=15,\quad 3x+5y-6z=7$〕

◎**〔注意2〕**（一）$x:y:z=3:5:4$ 或は $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z}{4}$

なれば　$x=3t,\ y=5t,\ z=4t$　〔104頁注意〕

（二）$x:y=5:6,\quad y:z=9:8$ なれば

$$\begin{cases} x:y \;\;=5:6 \;\;=15:18 \\ y:z=\;\;9:8= \;\;18:16 \end{cases}$$

$$\therefore\ x:y:z=\mathbf{15:18:16}$$

◎**〔例三〕** 甲,乙,丙ナル三人ノ職工アリ. 甲5日ノ賃金($5x$錢)ト乙1日ノ賃金(y錢)トノ和ハ丙4日ノ賃金($4z$錢)ニ等シク,又甲2日ノ賃金($2x$錢)ト,丙1日ノ賃金(z錢)トノ和ハ乙3日ノ賃金($3y$錢)ニ等シ. ヨリテ三人ノ日給ノ比ヲ求ム.

解 題意ニヨリテ次ノ二ツノ方程式ヲ得.

$$\begin{cases} 5x+y-4z=0 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1) \\ 2x-3y+z=0 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2) \end{cases}$$

而シテ之ニヨリテ $x:y:z$ ヲ求ムレバヨシ.

$(1)\times3+(2)$ $\qquad 17x-11z=0$

$$\therefore\ x:z=11:17 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

$(1)\times2-(2)\times5$ $\qquad 17y-13z=0$

$$\therefore\ y:z=13:17 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

(3)ト(4)トニヨリテ 答 $x:y:z=11:13:17$

即チ,常數項ノ消去サレタルモノガ二ツアレバ,ソレヨリ,$x:y:z$ ヲ求ムルコトヲ得.

◎**〔例四〕** $\begin{cases} 5x+y-4z=0 \ldots\ldots\ldots(1) \\ 2x-3y+z=0 \;\ldots\ldots\ldots(2) \\ 3x+2y+3z=220 \;\ldots(3) \end{cases}$ ヲ解クコト.

(1)ト(2)ニテ $\qquad x:y:z=11:13:17 \;\ldots\ldots(4)$

故ニ $\qquad x=11t,\quad y=13t,\quad z=17t$

(4)ヨリ $\qquad 3(11t)+2(13t)+3(17t)=220$

$$110t=220 \qquad t=2$$

答 $x=22,\quad y=26,\quad z=34$

問題 第十四集

◎ 1. $\begin{cases} y+z=14 \\ z+x=18 \\ x+y=24 \end{cases}$ $\qquad \begin{cases} y+z-x=14 \\ z+x-y=18 \\ x+y-z=24 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x+y+z=6 \\ 2x+y-z=1 \\ x+2y+z=8 \end{cases}$ $\qquad \begin{cases} x+2y+3z=32 \\ 2x+3y+z=42 \\ 3x+y+2z=40 \end{cases}$

◎3. $\begin{cases} x+y+z=100 \\ y=0.7x-4 \\ z=0.3x+4 \end{cases}$ $\qquad \begin{cases} x-2y+3z=6 \\ 2x+3y-4z=20 \\ 3x-2y+5z=26 \end{cases}$

◎**4.** $\begin{cases} x+y+z=9 \\ x+2y+4z=15 \\ x+3y+9z=23 \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} x+y+z=36 \\ 4x=3y \\ 2x=3z \end{cases}$

5. 次ハ先ヅ $x:y:z$ ヲ求メヨ.

$\begin{cases} x-2y+z=0 \\ 3x+y-2z=0 \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} x-2y+z=0 \\ 3x+y-2z=0 \\ 2x+5y-3z=40 \end{cases}$

6. ◎$\begin{cases} x+y+z=99 \\ x:y:z=5:3:1 \end{cases}$ $\qquad$ ◎$\begin{cases} x+y-2z=50 \\ x:y=6:5 \\ x:z=9:7 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 3x+2y+3z=110 \\ 5x+y-4z=0 \\ 2x-3y+z=0 \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} x:y:z:u=1:2:3:4 \\ 9x+7y+3z+2u=200 \end{cases}$

8. $\left(\frac{x+1}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{x+y}{5}=z\right)$ $\qquad$ $\left(\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{x+y-3}{5}\right)$

9. $\begin{cases} 1.3x-1.9y=1 \\ 1.7y-1.1z=2 \\ 2.9z-2.1x=3 \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} \frac{2x+y}{1}=\frac{3x+z}{2}=\frac{y+z}{3} \\ 21x+31y+42z=115 \end{cases}$

10. 〔$y+2z-x=10.1$ $\qquad$ $z+2x-y=5.7$ $\qquad$ $x+2y-z=4.6$〕

11. $\begin{cases} x+y+z=1128 \\ 3x=4y=5z \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} x+y+z=1128 \\ x:y:z=3:4:5 \end{cases}$

〔例〕 $\begin{cases} 3x-4y+4z+u=18 \ldots\ldots\ldots(1) \\ 4x+2y-z+u=17 \ldots\ldots\ldots(2) \\ 2x-2y+2z+u=13 \ldots\ldots\ldots(3) \\ x+y+z+u=11 \ldots\ldots\ldots(4) \end{cases}$ $\qquad$ 答 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \\ z=2 \\ u=5 \end{cases}$

解 $\left.\begin{array}{ll} (1)-(4) & 2x-5y+3z=7 \ldots\ldots(5) \\ (2)-(4) & 3x+y-2z=6 \ldots\ldots(6) \\ (3)-(4) & x-3y+z=2 \ldots\ldots(7) \end{array}\right\}$ (16節例一)

$$\therefore\ x=3, \qquad y=1, \qquad z=2$$

之ヲ(4)ニ代入スレバ $\qquad u=5$

12. 前例ノ方程式(1), (2), (3), (4)ト左邊ヲ同ジクシテ,其右邊ガ **15, 15, 11, 14** ナレバ如何.

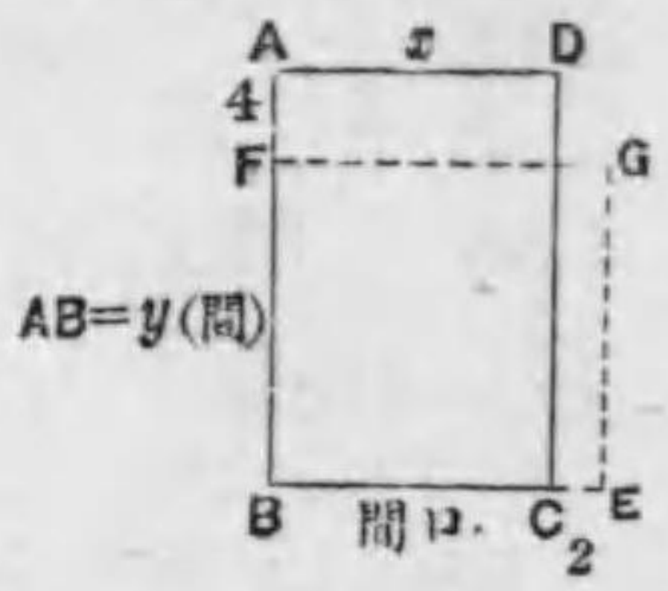
17. 聯立方程式の應用問題

◎〔**例一**〕 矩形ノ宅地アリ,間口ヲ二間長クシ,奥行ヲ四間短クスレバ正方形トナリ,其面積ハ原ノ面積ヨリ二十坪減小スベシ. 間口,奥行各幾許.

解 間口ヲ x 間,奥行ヲ y 間トスレバ

$$\begin{cases} x+2=y-4 \\ (x+2)(y-4)=xy-20 \end{cases}$$

1−2=−1



$$\therefore\begin{cases}x-y=-6\\2x-y=6\end{cases}\qquad\therefore\begin{cases}x=12\\y=18\end{cases}$$

答 間口12間, 奥口18間

驗算 (1) $12+2=14\qquad 18-4=14$

(2) $18\times12-14^2=2i6-196=20$

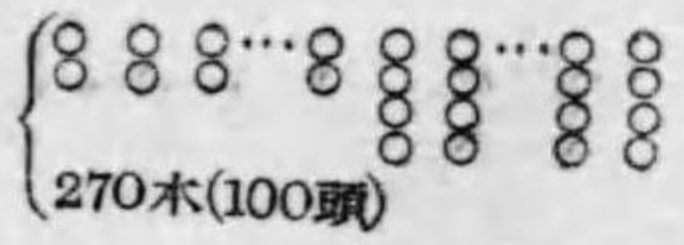
〔例二〕 鶴ト龜ト合セテ百頭アリ,其足ノ數合セテ270本ナルトキ,鶴龜各幾頭ナルカ.

解 鶴ヲx頭,龜ヲy頭トスレバ

$$\begin{cases}x+y=100 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; (1)\\2x+4y=270 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; (2)\end{cases}$$

(2)−(1)×2 $2y=70$ 答 龜35頭, 鶴65頭

〔注意1〕 (2)−(1)×2 ハ,足ノ總數ヨリ,百頭ヲ皆鶴ト看做シタル時ノ足ノ數ヲ引キタル殘リヲ表スモノナリ.



本問題ノ方程式解法ハ算術的解法ノ要點ヲ誘發スル抉ケアリ. 卽チ算術的解法ハ此等ノ分解的解法ヲ綜合シタルモノナリ.

生徒諸子ハ各自算術教科書中ノ問題ノ或者ヲ方程式ヲ應用シテ試ミヨ.

〔例三〕 三桁ノ整數アリ,其數ハ其數字ノ和ノ48

倍ニ等シク,其數ヨリ198ヲ引クトキハ同ジ數字ヲ逆ノ順ニ列ベタル數ヲ得ベク,且兩端ノ數字ノ和ハ中央ノ數字ノ二倍ニ等シ. 其數ヲ求ム.

解 百位ノ數字ヨリ順ニ,各位ノ數字ヲx, y, zトスレバ

	萬	千	百	十	一	…數の位
			x	y	z	…各位の數字
			z	y	x	…„ (逆の順)

$$\begin{cases}x.10^2+y.10+z=48(x+y+z) \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; (1)\\x.10^2+y.10+z-198=z.10^2+y.10+x \;\ldots\ldots (2)\\x+z=2y \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; (3)\end{cases}$$

故ニ
$$\begin{cases}52x-38y-47z=0 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; (4)\\x-z=2 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; (5)\\x+z=2y \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; (6)\end{cases}$$

(5)ト(6)トヨリ $x=y+1,\quad z=y-1 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; (7)$

(4)ニ代入シテ $52(y+1)-38y-47(y-1)=0$

$-33y+99=0\qquad y=3\qquad\therefore\ x=4,\ z=2$ 答 432

驗算
$$\begin{array}{r}432\\198\\\hline 234\end{array}(-\;\ldots\ldots(a)\qquad(4+3+2)\times48=9\times48=432\;(b)\qquad(4+2)\div3=2\;\ldots\ldots\ldots\ldots(c)$$

〔注意2〕 問題毎ニ獨立シタル方程式ヲ丁度未知元ノ數ダケ作ルコトヲ考フベシ. 上ニ示セル

例ハ多クノ同題ノ中ヨリソノ三ツヲ選出シ,之ニ就テ再ビ解法ノ段階ヲ示セルモノナリ（第14節）.

問題 第十五集

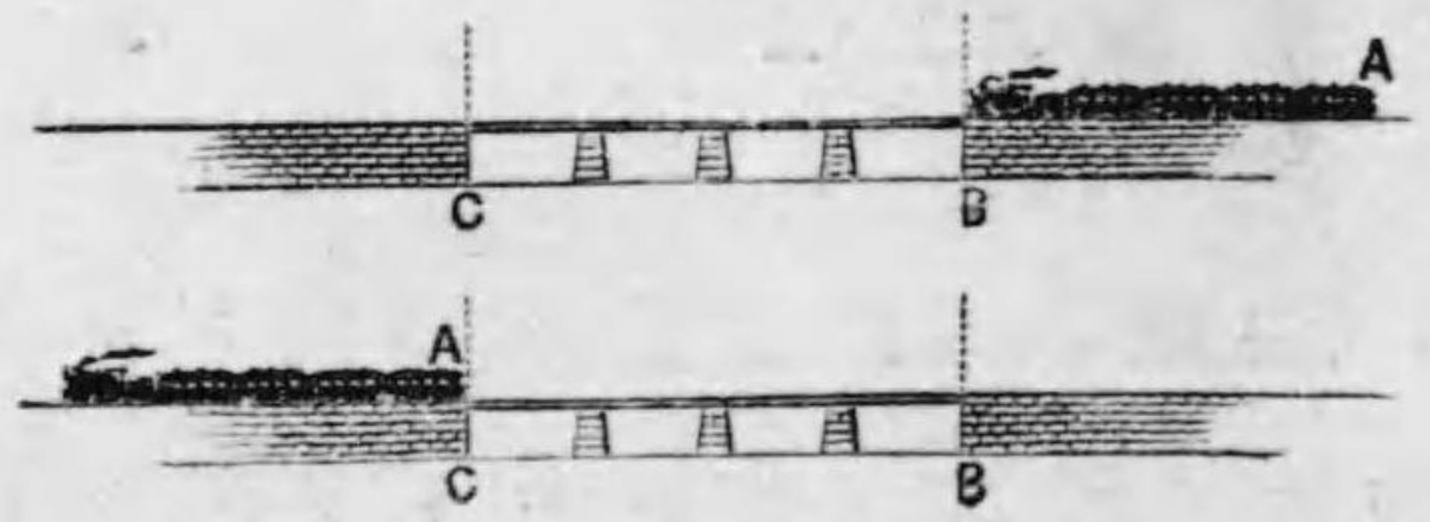
1. 甲乙二數アリ,甲ノ五倍ト,乙ノ七倍トノ和ハ100,甲ノ七倍ト乙ノ五倍トノ和ハ116ナリ.各數幾許.

2. 矩形ノ宅地アリ,間口ヲ3間,奥行ヲ2間廣ゲレバ面積108坪增シ,間口ヲ2間,奥行ヲ3間廣ゲレバ114坪增ストイフ.間口奥行各幾許.

3. 鶴ト龜ト合セテ100頭アリ,其足ノ數,龜ノハ鶴ノヨリ70本多シ.各幾頭カ.

4. 或小學校ニテ學年ノ始ニハ一年級ノ生徒數男女合計80人ナリシガ,一學年間ニ男ハ二割增加シ,女ハ一割減少シタルタメ,學年末ニハ87人トナレリ.學年末男女數各幾人ナルカ.

5. 長サx呎ノ列車Aガ282呎ノ橋(BC)ヲ全ク渡リ終ルニ10秒ノ時間ヲ要シ,長サ152呎ノ橋ヲ渡ルニ6.75秒ノ時間ヲ要ストイフ.列車一秒間ノ速サヲ求ム.



6. 二桁ノ正ノ整數アリ,其數ハ其數字ノ和ノ四倍ニ等シ.(一)十位ノ數字(x)ト一位ノ數字(y)トノ關係式ヲ求ム.(二)其關係式ニ適合スル樣ニ二桁ノ整數ヲ總テ求ム.

7. 一丈八寸ノ布ヲ二ツニ切リタルニ,其長キ方ノ四ツ折ノ長サト,短キ方ノ三ツ折ノ長サトノ和ハ長キ方ト短キ方トノ差ノ四倍ヨリ一尺七寸短シトイフ.各ノ長サヲ問フ.

8. 壯年者ハ男子一人一年ノ食糧1.8石,女子1.6石ト云フガ古來ノ定量ナリ.今吾國ノ壯年男女(15歲以上五十五歲マデ)ノ人數合計2650萬人ニシテ,之レダケノ人ノ一年ノ要米ノ量4510萬石トスレバ,此壯年男女各幾人ナルカ.

9. 或農家ニテ收獲後,米25俵,麥30俵(其當時ノ價241圓)ヲ擔保トシテ農工銀行ヨリ241圓ヲ借リ受ケ,穀價騰貴ノ時機ヲ見テ之ヲ272.8圓ニ賣リ拂ヒ10圓ヲ利息トシテ支拂ヘリ.米

ハ1割2分, 麥ハ1割5分ノ騰貴ニ當レリトイフ. 米麥各1俵ノ騰貴後ノ相場幾許(利息10圓ハ此問題ノ計算ニハ用ナキ數ナリ).

10. 三桁ノ正ノ整數アリ,其數ハ其數字ノ和ノ26倍ニ等シク,其數ニ198ヲ加フルトキハ,同ジ數字ヲ逆ノ順ニ列ベタル數ヲ得ベク,且ツ兩端ノ數字ノ和ハ中央ノ數字ノ二倍ニ等シ. 其數ヲ求ム.

11. 三ツノ數ノ和100ニシテ,第一數ヲ第二數ニテ割レバ,整商5,剩餘1,第二數ヲ第三數ニテ割ルモ又整商5,剩餘1ヲ得. 三數各幾許.

12. 五拾錢銀貨(1箇ノ目方2.7匁),貳拾錢銀貨(1.08匁),拾錢銀貨(0.6匁)取リ交ゼ31箇ノ銀貨アリ,此金高合計7.5圓,目方合計41.16匁ナリ,各幾箇宛カ.

13. 甲乙兩地ノ距離2160×5間ニシテ,或人此間ヲ往復スルニ,往（ユキ）ニハ275分,復（カヘリ）ニハ280分ヲ費セリ. 歩行ノ速度坂道ノ處ハイツモ,上リハ毎分36間,下リハ42間,平坦ナル路ハ39間ナリ. 兩地間ノ平坦ナル路ノ合計(x間),上リ坂合計(y間),下リ坂合計(z間)ヲ求ム(往ニ上リ坂ハ,復ニハ下リ坂トナル).

1 ------ 仕事
x日 ----- A
y日 ----- B
z日 ----- C
$12\times(\frac{1}{x}+\frac{1}{y})=1$
$20\times(\frac{1}{y}+\frac{1}{z})=1$
$15\times(\frac{1}{z}+\frac{1}{x})=1$

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{12}$ ---- 1
$\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{20}$ ---- 2
$\frac{1}{z}+\frac{1}{x}=\frac{1}{15}$ ---- 3

(1)+(2)+(3) 両辺ヲ2デ割ル
$\therefore \frac{2}{x}+\frac{2}{y}+\frac{2}{z}=\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{15}$
$\frac{2}{x}+\frac{2}{y}+\frac{2}{z}=\frac{1}{5}$
$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{10}$ ---- 4

14. 四ツノ數アリ,其中ノ三ツヅツノ和ハ625, 775, 736, 864ナリ. 其四ツノ數ヲ求ム.

◎**15.** A, B, C三人ノ左官アリ,或新築家屋ノ壁ヲ塗ルニ, AトBト共力スレバ12日, BトCトナラバ20日, AトCトナラバ15日ニ完成スベシトイフ. (一) 各一人ニテ完成スルニハ幾日ヲ要スベキカ. (二) 三人共力スレバ幾日ニテ完成スベキカ.

16. 五桁ノ整數ト一桁ノ整數トノ和15390ナルモノアリ. 其一桁ノ數ヲ其五桁ノ數ノ左端ヘ置キタル數ハ,其一桁ノ數ヲ其五桁ノ數ノ右端ヘ置キタル數ノ四倍ナリ. 二數如何.

17. 或中學校ノ現在生徒數(通學生,寄宿生)合セテ385人ニシテ,昨年ヨリ$\frac{3}{80}$減ジタリ,而シテ共中通學生ハ$\frac{1}{20}$増シ,寄宿生ハ$\frac{3}{10}$減ゼリ. 現在通學生,寄宿生各幾人ナルカ.

又385人ヲ770人トスレバ如何.

(4)−(1) $\therefore \frac{1}{z}=\frac{1}{10}-\frac{1}{12}$
$\therefore \frac{1}{z}=\frac{1}{60}$
$\therefore z=60$(日) ---- C

(4)−(2) $\therefore \frac{1}{x}=\frac{1}{10}-\frac{1}{20}$
$\therefore \frac{1}{x}=\frac{1}{20}$
$\therefore x=20$(日) ---- A

(4)−(3) $\therefore \frac{1}{y}=\frac{1}{10}-\frac{1}{15}$
$\therefore \frac{1}{y}=\frac{1}{30}$
$\therefore y=30$(日) B.

〔例〕 x人ノ生徒協同シテ,新聞及ビ雜誌ヲ購讀シ,其一年分ノ費用トシテ新聞代y(錢)ハ一人ニ付8錢ヅツ出セバ60錢不足シ,雜誌代z(錢)ハ12錢ヅツ出セバ20錢餘ルトイフ. yトzトハ何レガ大ナルカ.

解 $y-z=(8x+60)-(12x-20)$

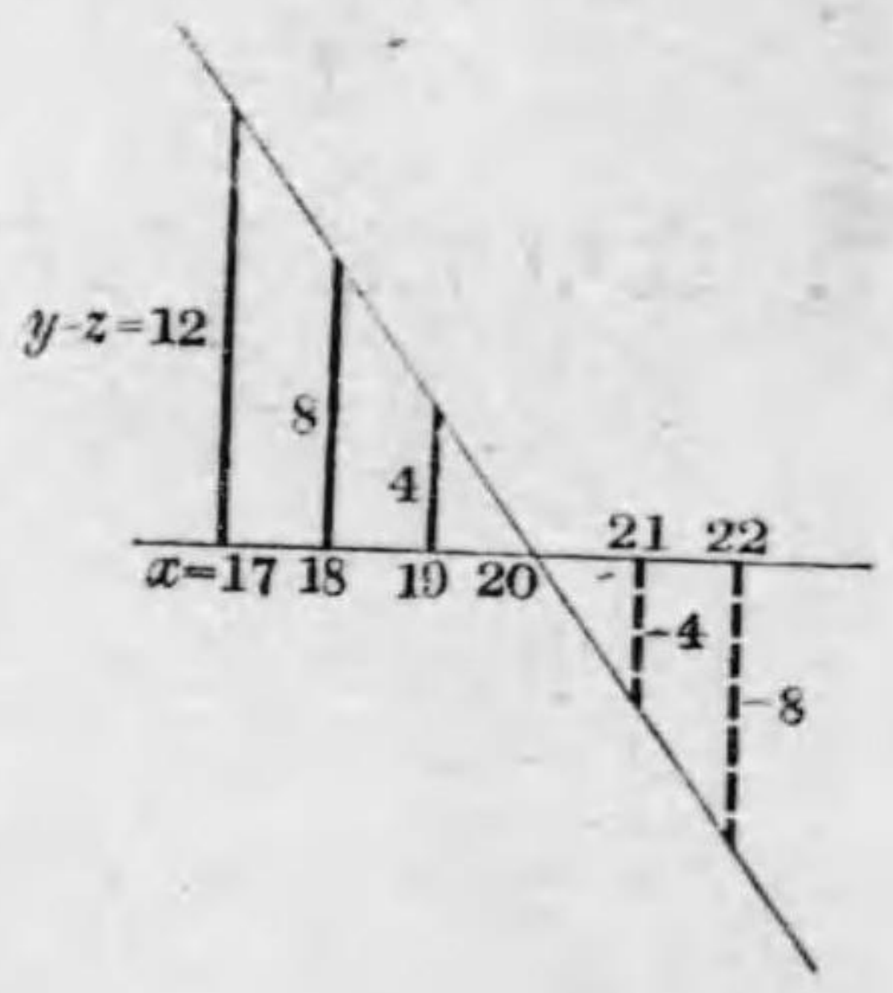
$$=80-4x=\mathbf{4(20-x)}$$

答 人數ガ20人ヨリ少ナケレバ $y>z$
人數ガ20人ナレバ $y=z$
人數ガ20人ヨリ多ケレバ $y<z$

xガ幾許ナレバ$(8x+60)$ガ$(12x-20)$ヨリ大トナリ,或ハ等シクナリ,或ハ小トナルカトイフコトヲ次ノ不等式ニテ表ス.

$$\mathbf{8x+60>=<12x-20}$$

x	y	z	$y-z$
17人	196錢	184錢	12錢
18	204	196	8
19	212	208	4
20	220	220	0
21	228	232	-4
22	236	244	-8



18. $7x-56>=<4x+13$

19. 或學校ニテ遠足費用ヲ生徒(x人)ヨリ徵收スルニ,昨年(總費y)ハ一人分ヲ一圓二十錢トシタルニ九十錢不足シ,本年(總費z)ハ一人分(人數ハ前ト同ジ)ヲ一圓三拾錢トシタルニ二圓十錢餘レリ. yトzトハ何レガ大ナルカ.

20. 次ノ不等式ノ組ヲ聯立セシムルxノ値ヲ,$-6, -5, \ldots\ldots -1, 0, 1, 2 \ldots\ldots 6$ナル整數ノ中ニテ求ム(0モ整數ノ中ニ入ル).

(一) $\begin{cases} x+2>0 \\ x-3>0 \end{cases}$ (二) $\begin{cases} x+2<0 \\ x-3<0 \end{cases}$

(三) $\begin{cases} x+2>0 \\ x-3<0 \end{cases}$ (四) $\begin{cases} x+2<0 \\ x-3>0 \end{cases}$

21. 次ノ不等式ニ適合スルxノ値ヲ,$-6, -5, \ldots\ldots -1, 0, 1, 2, \ldots\ldots 5, 6$ナル整數ノ中ニテ求ム.

(一) $(x+2)(x-3)>0$ (二) $(x+2)(x-3)<0$

22. 次ノ二ツノ不等式ヲ聯立セシムルxノ値ノ限界如何.

$$16x-112>2x-42 \qquad 3x+4>5(x-4)$$

23. $px^3-qx^2+2x+12$ガ$x-2$, $x-3$ノ各ニテ整除セラルル樣ニp, qノ値ヲ定メヨ(76頁〔**8**〕).

第四篇

因數分解法,公約數及公倍數

因數分解法

18. 整數の因數分解法

整數とは1の集まれるものなり. 即チ整數ハ1ノ倍數ニシテ1ハ總テノ整數ノ約數ナリ.

又例ヘバ12ハ4ノ倍數,4ハ12ノ約數ナリ.

約數,倍數　甲乙二つの整數ありて,甲が乙にて整除せらるるときは,乙を甲の約數,甲を乙の倍數と云ふ.

約數,倍數ノ語ハ二ツノ整式(整代數式)ノ間ニモ同様ニ用ヒラル(第12節).

因數(第1節)トハモト乘法ノ用語ニシテ,約數トハ除法ノ用語ナリ. 例ヘバ7ガ91ノ約數ナルコトガ分レバ,割リ算ニテ,91ハ7ヲ因數トスル積ノ式7×13ニ直サルトイフガ如シ. サレド區別ナク用ヒラルルコトアリ.

素數,非素數　一つの整數が1及びその數自身の外に約數を有せざる時,之を素數と云ふ. 素數に非ざる整數を**非素數**といふ. 例ヘバ11ハ素數ニシテ,10(=2×5)ハ非素數ナリ.

百未滿の素數ハ次ノ26箇ナリ(附錄參照).

1　2　3　5　7　11　13　17　19　23　29　31　37
41　43　47　53　59　61　67　71　73　79　83　89　97

〔**例一**〕 120, 156, 120×156ヲ各素因數ニ分解セヨ.

$$\begin{array}{r|r}2&120\\\hline 2&60\\\hline 2&30\\\hline 3&15\\\hline &5\end{array}\qquad\begin{array}{r|r}2&156\\\hline 2&78\\\hline 3&39\\\hline &13\end{array}$$

$$120\times156$$
$$=(2^3.3.5).(2^2.3.13)$$
$$=2^5.3^2.5.13\ \text{答}$$

$120=2^3.3.5$ 答　$156=2^2.3.13$ 答

120ハ10×12ニシテ,12ハ2.2.3ナレバ此答ハ諳算ニテ求メラル. 簡單ナルモノハ,イツモ,諳算ニテ迅速ニ求ムベシ.

素因數　積の式に於て因數の中,素數なるものを素因數と云ふ.

或整數を素因數に分解すとは,其整

數を素因數のみの積の式にて表すことなり. 1ハ素因數ノ仲間ニ入レズ.

或整數ガ餘リニ大ナラザレバ,直ニ如何ナル約數ヲ有スルカ,或ハ如何ナル素因數ノ積ノ式ニ分解セラルベキカヲ知ルコトハ,各種ノ計算ニ熟達スル基本トナルモノナリ.

〔例二〕 次ノ各數ニ就テ,ソノ「總ての約數」ヲ求ム.

(一) a^5, (二) **16** (三) **27** (四) **16×27** (五) **180**

(一) a^5 ノ總テノ約數ハ $1,\ a,\ a^2,\ a^3,\ a^4,\ a^5$

(二) $16=2^4$ 〃 $1,\ 2,\ 2^2,\ 2^3,\ 2^4$

(三) $27=3^3$ 〃 $1,\ 3,\ 3^2,\ 3^3$

(四) $16\times27=2^4\times3^3$ 故ニ $(1,\ 2,\ 2^2,\ 2^3,\ 2^4)$ ト $(1,\ 3,\ 3^2,\ 3^3)$ トノ一ツノ組ノ數ト,他ノ組ノ數トヲ掛ケテ

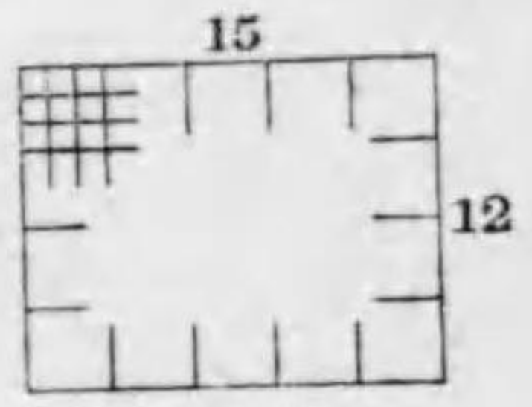
答
$1\quad 2\quad 2^2\quad 2^3\quad 2^4;\quad 3\quad 2.3\quad 2^2.3\quad 2^3.3\quad 2^4.3;$
$3^2\quad 2.3^2\quad 2^2.3^2\quad 2^3.3^2\quad 2^4.3^2;\quad 3^3\quad 2.5^3\quad 2^2.3^3\quad 2^3.3^3\quad 2^4.3^3$

(五) $180=2^2.3^2.5\quad\therefore\ (1,\ 2,\ 2^2)$ ト $(1,\ 3,\ 3^2)$ ト $(1,\ 5)$ トノ一ツノ組ノ數ト他ノ二組ノ數トヲ掛ケテ

答
$1\quad 2\quad 2^2;\quad 3\quad 2.3\quad 2^2.3;\quad 3^2\quad 2.3^2\quad 2^2.3^2$
$5\quad 2.5\quad 2^2.5;\quad 3.5\quad 2.3.5\quad 2^2.3.5;\quad 3^2.5\quad 2.3^2.5\quad 2^2.3^2.5$

$(1+a+a^2+a^3)\times(1+b+b^2)\times(1+c)$ ノ展開式ノ項ハ a^3b^2c ノ總テノ約數ナリ.

〔例三〕 一邊ガ一寸ナル正方形ノ板ヲ如何ニ列ベ合スレバ,其面積ガ 180 平方寸ナル矩形トナルベキカ.



解 180 ノ總テノ約數ノ中,積ガ 180 トナルモノヲ二ツヅツ組ミテ

答
(橫ト縱ト)ノ數ハ (1, 180) (2, 90) (4, 45)
(3, 60) (6, 30) (12, 15) (9, 20) (18, 10) (36, 5)

〔例題〕 **1.** 次ノ各數ヲ素因數ニ分解セヨ.

54　84×105　252^2　1323　5313

2. 次ノ各ヲ簡單ニセヨ.

$\frac{52}{65}$　$\frac{51}{119}$　$135^{間}:81^{間}$　$5^{円}92^{錢}:3^{円}70^{錢}$

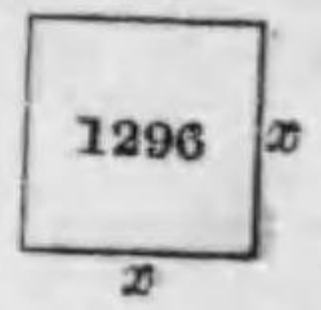
3. 次ノ各數ニ就テ,其總テノ約數ヲ求ム.

(一) 2^5　(二) 100　(三) 144

4. 二ツノ正ノ整數ノ積ガ次ノ如キ場合ニ於テ其二ツノ整數ノ組ヲ求ム(例三).

(一) 48　(二) 54　(三) 84

5. 正方形ノ面積ヲ表ス數ガ次ノ如キ各場合ニ，其一邊ノ長サヲ表ス數ヲ求ム.



$36=(\quad)^2$ 144 1024 1296

6. 二ツノ正ノ數ノ積ヲ p，和ヲ s，差ヲ d トス，次ノ場合ニ於テ，其二ツノ數ヲ求ム.

(一) $(p=14,\ s=9)$ (45, 18) (72, 27) (96, 22)

(二) $(p=24,\ d=10)$ (36, 9) (96, 29) $\left(\frac{16}{3},\ \frac{22}{3}\right)$

19. 乘法の公式

本節ニ於ケル練習ハ因數分解法(代數式ノ)ノ豫備トシテ必要ナリ.

〔**復習**〕次ノ各題ノ計算(乘法或ハ除法)ヲ行ヘ.

1. $a^5.a^3$ $a^5\div a^3$ $(ab)^3$ $\left(\frac{a}{b}\right)^3$ $(a^5)^3$

2. $a^m.a^n$ $a^m\div a^n$ $(ab)^n$ $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ $(a^m)^n$ $6^3.$[illegible]^3

3. $(3x^3)^2$ $(-5y^5)^2$ $(-2z^2)^3$ $64x^{12}y^6=(\quad)^2=(\quad)^3$

4. $ab^2c(ab+2c^2)$ $3xy^2\left(2xy-\frac{5}{3}z\right)$ $\frac{14}{3}a^3b\left(\frac{3}{2}ab^3-\frac{6}{7}a^2b^2\right)$

5. $\frac{56x^3}{8x}$ $\frac{-25a^3b^2+35a^2b^3}{-15a^2b^2}$ $\frac{3xy(6xy^2-4y^3)}{6xy^2}$

6. $(m+n)(x+y)$ $6\frac{2}{7}\times 35\frac{5}{6}$ $8^3.5^3$ $(1-x)^2(1+x)^2$

7. $(x^2-2x+1)(x^2-4x-3)$ $(x-1)(x-2)(x+3)$ (驗 $x=1$).

8. 次ノ各式ヲ $x^2-3xy+7y^2$ ニテ割レ.

$x^3-4x^2y+10xy^2-7y^3$ $x^4+3x^2y^2+6xy^3+35y^4$

9. $x-1$, $x-2$ ノ中何レガ x^3-x^2-3x+2 ノ約數ナルカ (78頁〔**8**〕).

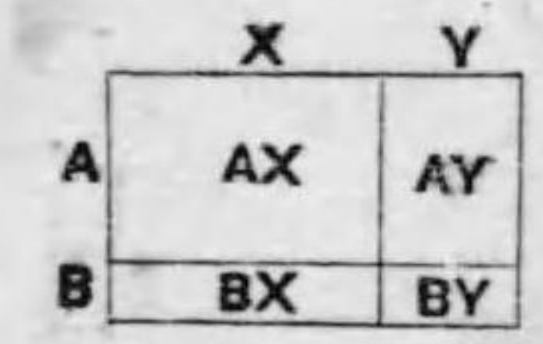
$a+b$
$x+y$
$ax+bx$
$+ay+by$
$ax+bx+ay+by$

$$(A+B)(X+Y)=AX+(AY+BX)+BY \quad \ldots[\mathbf{1}]$$

$(a+b)(x-y)=ax-ay+bx-by$

$(a-b)(x+y)=ax+ay-bx-by$

$(a-b)(x-y)=ax-ay-bx+by$



二つの二項式の積の展開式は，二因數の初項の積を初項とし，末項の積を末項とす，展開式の中間項 (AY+BX) は，外項の積 (AY) と中項の積 (BX) との和なり (第11節注意).

〔**例題**〕上ノ規則ヲ應用シテ次ノ各題ノ式ヲ展開セヨ.

1. $(a+b)(x+y)$ $(m+n)(x-y)$ $(4x+3)(3x-2)$

2. $(2x-3)(3x+4)$ $(2x+3)(3x-4)$ $(3a^2+5)(3a^2+5)$

$x+a$
$x+b$
x^2+ax
$+bx+ab$

3. $(7x-3)(5x-4)$ $(x+3)(x-3)$ $(ap-bq)(ap-bq)$

4. $(a-5n)(a+3n)$ $(2x^2-3y)(4x^2-5y)$ $(2n-3p)(4m-5q)$

5. $(7a^2-5b^2)(7a^2+5b^2)$ $(7ax-3by)(5ax-6by)$

6. $(2-7n)(5-7n)$ $(ax+y\ (ax-y)$ $(2a^2-5ab)(2a^2-5ab)$

7. $(ax+by)(cx+dy)$ $(ax+m)(ax-n)$ $(ax+cy)(bx+dy)$

8. $(bx+p)(nx-q)$ $6\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}\right)(2x+3)$

上ノ1ヨリ8マデノ中,展開式ノ中間項ノ零トナルモノヲアゲヨ. 又兩因數ノ外項ノ積ト中項ノ積トノ相等シキモノヲアゲヨ.

$$(X+A)(X+B)=X^2+(A+B)X+AB \quad ..[2]$$

$$(x+a)(x-b)=x^2+(a-b)x-ab$$

$$(x-a)(x+b)=x^2-(a-b)x-ab$$

$$(x-a)(x-b)=x^2-(a+b)x+ab$$

此場合ノ展開式ノ中間項ノ係數ハ二ツノ因數ノ第二項ノ代數和ナリ.

〔例題〕 公式ヲ應用シテ次ノ各題ノ式ヲ展開セヨ.

1. $(x+5)(x+2)$ $(x+5)(x-2)$ $(x-5)(x+2)$

$x^2+x(a+b)+ab$

2. $(x-5)(x-8)$ $(-x+5)(-x+8)$ $(7x+6)(7x+4)$

3. $(5x+2)(5x+3)$ $(5x+2)(5x-3)$ $(5y-6)(5y+3)$

4. 次ノ各ノ展開式ノ一次ノ項ノ係數ヲ呼べ.

$(x+2)(x+8)$ $(x+3)(x+7)$ $(x+4)(x+6)$

5. 次ノ計算ヲ行ヘ.

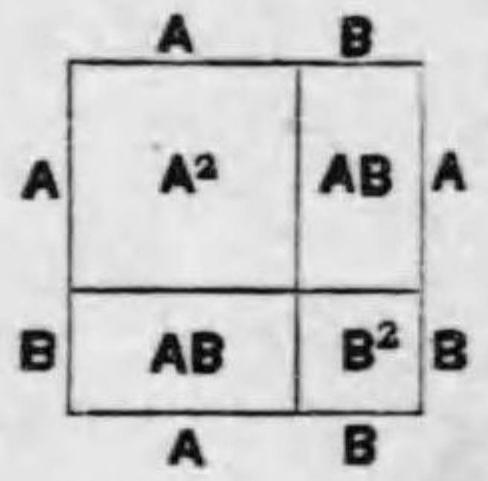
$(100-1)(100-2)$ $(50-2)(50-3)$ $(50+4)(50-2)$

6. $(x+3)(x+3)+(3x-5)(3x+5)+(2x-3)(2x-3)$

7. $(A-5)(A+3)$ $(9x^2-7x)(9x^2-7x)$ $(2y^3+5)(2y^3-5)$

$$\left.\begin{aligned}(A+B)^2&=(A+B)(A+B)=A^2+2AB+B^2\\(A-B)^2&=(A-B)(A-B)=A^2-2AB+B^2\end{aligned}\right\}\ldots[3]$$

二つの項の和の平方の展開式は各項の平方と,其二項の積の二倍とより成る(二項定理).



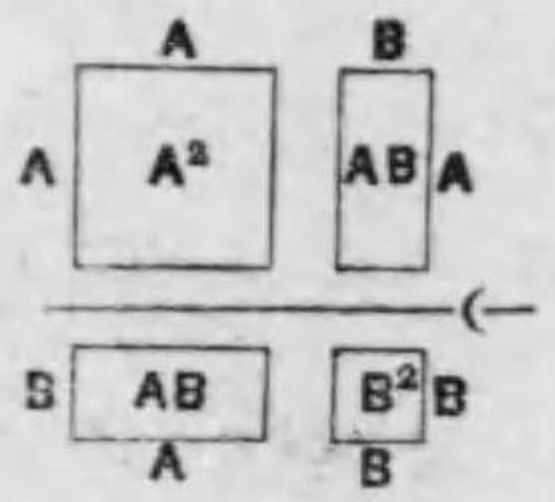
$$(A+B)(A-B)=A^2-B^2 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots [4]$$

二つの項の和と其差との積は,各項の平方の差に等し.

$(A+B)(A-B)$ ハ其ノ展開式ノ中間項ガ零トナ

ルモノナリ.

$$(A+B)(A-B)=(A+B)A-(A+B)B$$
$$=(A^2+AB)-(AB+B^2)$$
$$=A^2-B^2$$

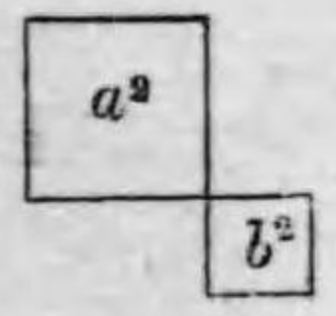


例題〕上ノ公式ニヨリテ次ノ各題ノ式ヲ展開セヨ.

1. $(x+3)^2$　$(7x+5)^2$　$(3a+2b)^2$　$(x+0.5)^2$
2. $(a-b)^2$　$(x-7)^2$　$(6x-5y)^2$　$(1-x)^2$　$(50-1)^2$
3. $(m-n)(m+n)$　$(a+b)(a-b)$　$(2x-9)(2x+9)$
4. $(100-1)^2$　53^2　65^2　$(50+3)(50-3)$　57×43
5. $(ab)^2$　$(ab)\times 2$　$2(a+b)$　$(a+b)^2$　$(-a+b)^2$
6. $(-a+b)(a+b)$　$(-a-b)(+a-b)$　$(-x-2)(-x+2)$

6 $=(b-a)(b+a)=b^2-a^2$

7. $(-2a-1)(2a-1)$　$(a-b)(b-a)$　$(-x+y)(x-y)$
8. $(A-5)(A+3)$　又 $A=(x^2+4x)$ ヲ入レヨ.
   $(B+2)(B-3)$　又 $B=(a^2+a)$ ヲ入レヨ.
9. $6^2.5^2$　$(a-b)^2(a+b)^2$　$(a-b)(a+b)(a^2+b^2)$
10. $a^2+b^2=(a+b)^2-(\quad)$　$64^2+36^2=100^2-(\quad)$



〔例〕　$(a-b+c-d)(a+b-c-d)$

$$=\{(a-d)-(b-c)\}\{(a-d)+(b-c)\}$$

$(x+y+z)^2=\{x+(y+z)\}^2=x^2+2x(y+z)+(y+z)^2$
$=x^2+2xy+2xz+y^2+2yz+z^2=$ —— ⑤

$$=(a-d)^2-(b-c)^2$$
$$=a^2-2ad+d^2-b^2+2bc-c^2$$ 答

$(x+y-z+5)(x+y+z-5)$ ヲ展開スレバ如何.

多項式の平方

$(7+8)^2=7^2+2.7.8+8^2$,　8 ヲ $(5+3)$ トスレバ

$$(7+5+3)^2=7^2+2.7.(5+3)+(5+3)^2$$
$$=7^2+2.7.5+2.7.3+5^2+2.5.3+3^2$$

此中ノ 7, 5, 3 ヲ x, y, z ニテ置キ代フレバ

$$\boldsymbol{(x+y+z)^2=x^2+2xy+2xz}$$
$$\boldsymbol{+y^2+2yz+z^2} \quad \ldots\ldots\ldots[5]$$

即チ,原式ヲ $x^2+2x(y+z)+(y+z)^2$ トシテ展開シタルモノナリ.

三つの一次式の積

$(x+a)(x+b)$ ノ展開式ニ $x+c$ ヲ掛クレバ

$$\begin{array}{l}
x^2+(a+b)x+ab \ldots\ldots\ldots\ldots=(x+a)(x+b)\\
\underline{x\ +c\qquad\qquad\qquad\quad}(\times\\
x^3+(a+b)x^2+abx\\
\underline{\qquad\qquad cx^2+(ac+bc)x+abc}\\
x^3+(a+b+c)x^2+(ab+ac+bc)x+abc
\end{array}$$

$$\boldsymbol{(x+a)(x+b)(x+c)}$$
$$\boldsymbol{=x^3+(a+b+c)x^2+(ab+ac+bc)x+abc}\ldots[6]$$

$$(x+a)^3=(x+a)(x+a)(x+a)$$

$$=x^3+3ax^2+3a^2x+a^3 \text{..............} [7]$$

〔7〕ニヨレバ　$(1+1)^3=1+3+3+1$

問題　第十六集

公式ヲ應用シテ次ノ各題ノ式ヲ計算セヨ.

1. $(x+y+z)(x-y-z)$　$(x-y+z)(x+y-z)$

2. $(a+b+c+d)(a-b-c+d)$　$(-a-b+c+d)(a+b+c+d)$

3. $(x-y+z)(-x-y+z)$　$(3x^2-xy+2y^2)(3x^2+xy+2y^2)$

$((x+z)-y)(-x+z)-y)$

4. $(a+b+c)^2$　$(a+b-c)^2$　$(a-b-c)^2$

5. $(2a-5b+3c)^2$　$(x^2-2x+5)^2$　$(x+y-z-u)^2$

6. $6^2.15^2$　$(x+1)^2(x-2)^2$　$(2x+3)^2(3x-2)^2$

7. $(x+1)(x+2)(x+5)=x^3+8x^2+17x+(\quad)$　(驗　$x=-1$)

8. $(x-1)(x-3)(x-4)=x^3-(\quad)x^2+19x-(\quad)$

9. $(x-a)(x-b)(x-c)$　$(x-2)(x-2)(x-3)$

10. $(x-1)(x-2)(x-a)=x^3-5x^2+8x-4$, a ヲ求ム.

11. $(x+y)^3$　$(x-y)^3$　$(x-2)^3$　$(a+3)^3+(a-3)^3$

12. $a^3+b^3=(a+b)^3-(\quad)$　(驗　$a=7$, $b=3$).

13. $\{(2x-1)^2\}^2$　$(x-2)^4$　$(x^3-x^2+x-1)^2$

14. (一)　$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$

$=(x^2+5x)^2+(\quad)(x^2+5x)+24$　(驗　$x=-1$).

(二)　$(x-1)(x-2)(x-2)(x-3)$ ヲ展開セヨ (驗 $x=2$).

乗法ノ公式〔1〕—〔7〕ヲ能ク復誦スベシ.

15. $(ab+7c)(ab-11c)$　$(60+3)^2$　$(90-1)^2$

16. $(x^2+x-1)(x^2-x+1)$　$(x^2+x-2)(x^2+x-3)$

17. $6^3\times5^3$　$(a+b)^3+(a-b)^3$　$(x-1)^3(x+1)^3$

18. 次ノ各式ヲ展開シ,且ツ $x=1$ トシテ驗セ.

$(x-2)(x-1)(x+1)(x+2)$　$(x-1)(x+5)(x+1)(x+3)$

19. $(2x^2-3x-4)^2$　$(x^2+2x-4)(x^2+2x-3)$　$(-a+b)^2$

20. $(x-y+z)(-x+y-z)$　$(x-y)^2(x^2+2xy+y^2)$

21. (一)　$xy=\left(\frac{x+y}{2}\right)^2-\left(x-\frac{x+y}{2}\right)^2$ ヲ驗證セヨ.

(二)　上ノ公式ヲ應用シテ次ヲ計算セヨ.

45×35　63×57　105×95　312×288

22. $8034\times7508=60319272$ ナルコトニヨリテ

8035×7509, 8033×7507 ヲ算計セヨ.

23. $(a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)$

24. $(a-b)(x+a)(x+b)+(b-c)(x+b)(x+c)$

$+(c-a)(x+c)(x+a)$

20. 因數分解法（其一）

因數分解法 幾つかの項の代數和を表せる式を,一つの積の式に變形することを因數分解法といふ.

例ヘバ $\frac{65}{481}$, $\frac{3a-6b}{(5a-6b)(a-2b)}$

ノ分子ヲ因數ニ分解スレバ,

$$65=\mathbf{5\times13},\qquad 3a-6b=\mathbf{3(a-2b)}$$

之ヲ應用シテ 13 ト, $a-2b$ トガ其分子,分母ノ公約數ナルコトヲ確メテ約分スレバ

$$\frac{5}{37},\qquad \frac{3}{5a-6b}$$

$AN-BN+CN=N(A-B+C)$（因數分解公式）‥**〔1〕**

$AN-BN+CN$ ハ $A\times N$ ト $-B\times N$ ト $C\times N$ トノ三ツノ部分積ノ和ナルユヱ, N ニテ括リテ, $N(A-B+C)$ トシタルナリ. 答ハ N ヲ第一因數トシテ最初ニ置クガ普通ナリ. 公式ノ左邊ハ N ニ就テ同類項トモ考ヘラルルユヱ, 其係數ノ和 $(A-B+C)$ ニ N ヲ掛ケタルモノヲ答トス.

公式ニ於テ A, B, C, N ハ各一ツノ單項式或ハ一ツノ多項式ニテモ可ナリ.

例ヘバ $4a-4b=4(a-b)$ ノ 4 ヲ $(7-3)$ トスレバ

$$(7-3)a-(7-3)b=(7-3)(a-b)$$

同樣ニ $(x-y)a-(x-y)b=(x-y)(a-b)$

〔例一〕 （一） $3a^2b^3c-6ab^2c^3=3ab^2c(ab-2c^2)$ 答

（二） $ax^2-x^2=x^2(a-1)$ 答

（三） $3a^2(\overset{(N)}{x^2-xy})-b^2(\overset{(N)}{x^2-xy})=(\overset{(N)}{x^2-xy})(3a^2-b^2)$

$=x(x-y)(3a^2-b^2)$ 答

（四） $m(x-y)-x+y=m(x-y)-(x-y)$

$=(x-y)(m-1)$ 答

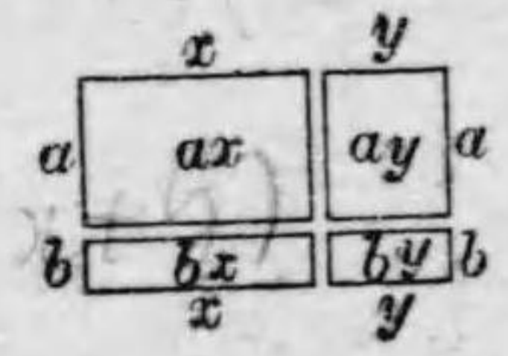
（五） $4(a^2b-ab^2)^2=4[ab(a-b)]^2=4a^2b^2(a-b)^2$ 答

○**〔例二〕** $\boldsymbol{ax+by+bx+ay}$ ヲ因數ニ分解スルコト.

x(a+b)+y(a+b)

解 （一） $\boldsymbol{(ax+by)+(bx+ay)}$

此纏メ方ハ宜シカラズ.



(a+b)(x+y)

（二） $\boldsymbol{(ax+bx)+(by+ay)}$

$=x(a+b)+y(a+b)=\boldsymbol{(a+b)(x+y)}$ 答

（三） $\boldsymbol{(ax+ay)+(by+bx)}$

$=a(x+y)+b(x+y)=\boldsymbol{(x+y)(a+b)}$ 答

a(x+y)+b(y+x)

與式ヲ二項ヅツ二組ニ分チテ,次次因數ニ分解シタルナリ. 此分解法ヲ**部分分解法**トイフ.

驗算 因數分解法の結果は,展開して原式に比較し,或は文字に適宜の數値を代入して驗すべし.

〔**例題**〕 次ノ各題ノ式ヲ因數ニ分解セヨ.

1. $6a+6b$　$12a-18b$　$3x-3$　$(2x-6)^2$

=(3)(

2. $ax-a$　a^2-a　$ax-2ay+3az$　$(x^2-3x)^2$

3. $8acx-6acy-10az$　$14anx-21bny-7n$　$63xy-84y^2$

4. $2x\mathrm{A}-\mathrm{A}$　$m\mathrm{A}-\mathrm{A}$　$n\mathrm{B}-\mathrm{B}$

$2x(3p-q)-(3p-q)$　$m(3p-q)-3p+q$　$n(x+y)-x-y$

5. $x^2+ab+ax+bx$　$x^2+xy-yz-xz$　$6x^2-9ax+2bx-3ab$

6. $6x^2y^3z-3xy^2z^2$　$(12x^2y-8xy^2)^2$　$x^2(a^2-ab)-xy(a^2-ab)$

7. $(\overset{(A)}{x-y})(3a+4b)-(4a-5b)(\overset{(A)}{x-y})+(\overset{(A)}{x-y})(2a-8b)$

8. $36x-48y$　$60a+90b-135$　$87n+232$　$357x-391$

9. $\overset{(A)}{65}\times\overset{(X)}{37}+\overset{(B)}{35}\times\overset{(Y)}{63}+\overset{(B)}{35}\times\overset{(X)}{37}+\overset{(A)}{65}\times\overset{(Y)}{63}$ ヲ計算セヨ.

10. $12a(p-2q)+5b(2q-p)$　$ax^2+by^2+(a+b)xy$

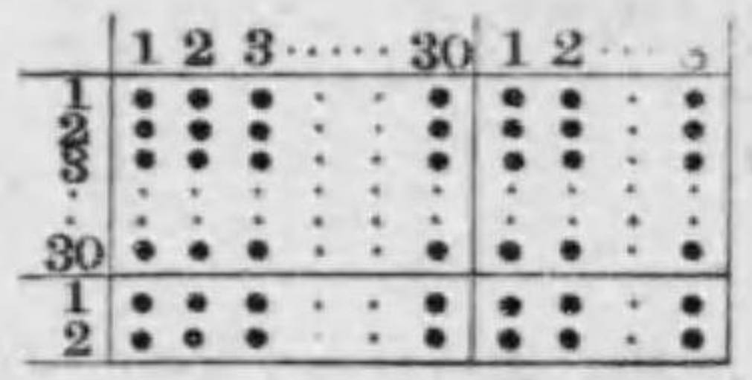
11. $85ab+30a-34b^2-12b$　$nx^2-px^2-mx+px+m-n$

12. (一) $32\times38=30\times(\quad)+2\times8=1216$

(二) $(x+a)(x+b)$

$=x\{(x+b)+a\}+ab$

ヲ驗證セヨ.



(三) 23×27　43×47　55×55　58×52　85×85

$$\mathbf{X^2+(A+B)X+AB}$$

$$\mathbf{=(X+A)(X+B)}\ \text{(因數分解公式)}\cdots\cdots[\mathbf{2}]$$

$$x^2+(a-b)x-ab=(x+a)(x-b)$$

$$x^2-(a-b)x-ab=(x-a)(x+b)$$

$$x^2-(a+b)x+ab=(x-a)(x-b)$$

例ヘバ $x^2+mx+12$ ガ $(x+2)(x+6)$ ト括ラルルニハ m ガ 8 ナレバヨシ, $(x+3)(x+4)$ ト括ラルルニハ m ガ 7 ナレバヨシ, $(x+1)(x+12)$ ト括ラルルニハ m ガ 13 ナレバヨシ.

又 $x^2+nx-12$ ガ $(x-2)(x+6)$ ト括ラルルニハ n ガ 4 ナレバヨシ, $(x+2)(x-6)$ ト括ラルルニハ n ガ -4 ナレバヨシ, $(x-3)(x+4)$ ト括ラルルニハ n ガ 1 ナレバヨシ, $(x+1)(x-12)$ ト括ラルルニハ n ガ -11 ナレバヨシ.

〔例三〕 （一）　$x^2+5x+6=(x+2\,(x+3)$　答

（二）　$x^2+4xy-12y^2=(x-2y)(x+6y)$　答

（三）　$x^2-8xz-20z^2=(x+2z)(x-10z)$　答

（四）　$x^2-(c+5)x+5c=(x-c)(x-5)$　答

答トセル積ノ式ハ,其ノ展開式ガ原式ト一致スル様ニシタルナリ.

次ノ各式ヲ因數ニ分解セヨ.

$x^2+11x+30$　　$x^2-4x-45$　　$x^2+12x-45$

〔例四〕 （一）　$\mathbf{8x^2+22x+15}=(2x+3)(4x+5)$　答

（二）　$\mathbf{15x^2+x-6}\ =(3x+2)(5x-3)$　答

答ノ式ヲ展開スレバ何レモ原式ト一致ス.

（一）ハ先ヅ $(\mathbf{2x+a})(\mathbf{4x+b})$ ヲ考ヘ, a ト b トノ積ガ 15 トナリ,中項ノ積ト外項ノ積トノ和 $4a+2b$ ガ 22 トナル様ニ求メテ $(2x+3)(4x+5)$ ヲ得タルナリ.

（二）ハ先ヅ $(\mathbf{3x}\ \ a)(\mathbf{5x}\ \ b)$ ヲ考ヘ, $a\times b$ ト 6 ト, $(5a\sim3b)$ ト 1 トヲ見較ベテ $(3x+2)(5x-3)$ ヲ得タルナリ.

〔例題〕 次ノ各題ノ式ヲ因數ニ分解セヨ.

1. x^2+6x+8　　x^2-6x+8　　$a^2-7ab+10b^2$

2. $x^2+6x-16$　　$x^2-6xz-27z^2$　　$x^2-(p+q)x+pq$

$x^2+6x+9=x^2+2\times x\times3+3^2=(x+3)^2$

$4x^2+12x+9=(2x)^2+2(2x)\times3+3^2$

$=(2x+3)^2$

3. $x^2-cx-6c^2$　　x^2+2x-3　　$(x+10)x+24$

4. $x^2+\frac{7}{5}x+\frac{12}{25}$　　$x^2-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$　　$x^2+(y-5)x-5y$

5. $2x^2+5x+3$　　$3x^2+11x-20$　　x^2+36y^2-12xy

6. $4x^2+x-3$　　$a^2x^2+144-24ax$　　$10x^2+3x-1$

(2x+1)(5x−1)

7. $8x^2+34x+15$　　$8x^2+23x+15$　　$8x^2+26x+15$

8. $15x^2-x-6$　　$15x^2+13x-6$　　$15x^2-9x-6$

9. $3x^2+3-10x$　　$4x^2+a^2-4ax$　　$\frac{1}{4}x^2-3xy+9y^2$

10. $4x^2+16x+15$　　$3x^2-5x+2$　　$6p^2+19p+15$

11. $24x^2-29x-4$　　$4y^2+20y+21$　　$2z^2+3z+1$

12. $6x^2-13x+6$　　$4r^2+17r+15$　　$3n^2+19n+20$

例ヘバ次ノ如キ分解法ノ便利ナルコトアリ.

$6x^2-13x+6$ ヲ A トスレバ

$$6A=(6x)^2-13(6x)+36$$

$$=(6x-4)(6x-9)=2(3x-2).3(2x-3)$$

$$\therefore\ A=(3x-2)(2x-3)$$

$$\left.\begin{array}{l}\mathbf{A^2+2AB+B^2=(A+B)^2}\\ \mathbf{A^2-2AB+B^2=(A-B)^2}\end{array}\right\}\text{(因數分解法公式)}\cdot\cdot[\mathbf{3}]$$

三項式が二つの平方項 $(A^2,\ B^2)$ と,其

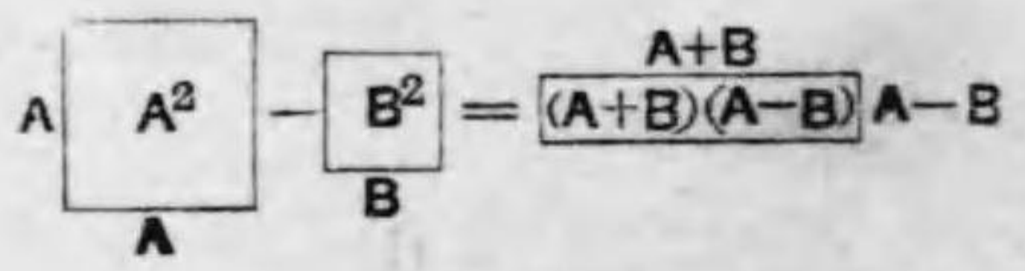
等の底數 (A, B) の積の二倍とより成るときは,之を其等の底數の和の平方に括ることを得.

$$A^2-B^2=(A+B)(A-B) \ldots\ldots \text{〃} \ldots\ldots [4]$$

二つの平方項の差は,其等の底數の和と差との積に括らる.

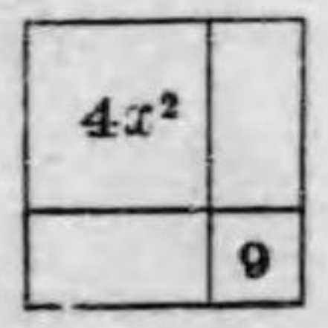
A, B ハ一ツノ單項式又ハ多項式ニテモ可ナリ.

〔4〕ニヨレバ A², B² ナル二ツノ正方形ノ面積ノ差ハ横縦ガ A+B, A−B ナル一ツノ矩形ノ面積ニ等シ. A ヲ 63, B ヲ 37 トシテ驗セ.



〔例五〕 (一) $4x^2+12x+9=(2x+3)^2$

$\because\ (2x\times 3)\times 2=12x$



(二) $4x^2+25y^2-20xy=(2x-5y)^2$

$\because\ (2x\times 5y)\times 2=20xy$

(三) $36x^2-25y^2=(6x+5y)(6x-5y)$

分解セントスル式ハ,ソノ一ツノ文字ノ降冪(或ハ昇冪)ノ順ニ整頓シ,且ツ最初ノ項ガ正項トナル様ニスルガヨシ.

$-ay^4+16ax^4=16ax^4-ay^4=a(16x^4-y^4)=a\{(4x^2)^2-(y^2)^2\}=a(4x^2-y^2)(4x^2+y^2)=a\{(2x)^2-y^2\}(4x^2+y^2)$
$=a(2x$

(四) $-ay^4+16ax^4=a(16x^4-y^4)=a(4x^2+y^2)(4x^2-y^2)$

$=a(4x^2+y^2)(2x+y)(2x-y)$

(五) $12x-4x^2-9=-(4x^2-12x+9)=-(2x-3)^2$

(六) $12xy+25-4x^2-9y^2=-(4x^2-12xy+9y^2-25)$

$=-\{(2x-3y)^2-5^2\}=-(2x-3y+5)(2x-3y-5)$

或ハ $12xy+25-4x^2-9y^2=25-(4x^2-12xy+9y^2)$

$=5^2-(2x-3y)^2=(5+2x-3y)(5-2x+3y)$

問題 第十七集

次ノ各題ノ式ヲ因數ニ分解セヨ.

1. $9x^2+12x+4$ $4-20z+25z^2$ $9a^2-16b^2$

2. $4x^2-9y^2$ $a^2x^2-4y^2$ $5x^2-20$ x^4-16

3. $5a^2+5b^2-10ab$ $12p-3p^2-12$ $\dfrac{a^2+b^2}{2}-ab$

4. $36x^4+60x^2y^2+25y^4$ $80y^2-120by^3+45b^2y^4$

5. $(4n-5p)^2-9p^2$ $(4x^2-9a^2)^2$ $81x^4-72x^2y^2+16y^4$

6. $a^2-b^2+5a-5b$ $3+6ab-3a^2-3b^2$ $\dfrac{3}{2}x^2-\dfrac{2}{3}a^2$

7. $a^2+2ab+b^2+3a+3b$ $(2x-5)^2-9$ $1-16(3x-2)^2$

8. $(a+b)^2-4ab$ $(3a-2)^2+24a$ $(4x-10)^2-36$

9. 73^2-72^2 73^2-27^2 173^2-73^2 9^4-3^4 (計算)

10. 因數分解ノ公式ヲ〔1〕ヨリ〔4〕マデ復誦セヨ.

11. $x^2-mx+54$ ガ因數ニ分解セラルル樣ニ m ノ値ヲ求ム(m ハ正ノ整數).

次ノ各題ノ式ヲ因數ニ分解セヨ.

12. $x^2-6x-72$ $x^2-14x-72$ $4x+48-(20x-x^2)$

13. $x^5-cx^3+bx^2-bc$ $ab(x^2+y^2)+xy(a^2+b^2)$

14. $3x^2-25x+28$ — $28-25x+3x^2$ $x^2+(m-n)x-mn$

15. $x^2-(m-n)x-mn$ $(p-q)r^2-(p^2-q^2)r+p^2q-pq^2$

16. $2x^2+11x+5-(2a^2+11a+5)$ $z^2-9+2(z+3)$

17. $ax^2+bx-(a+b)$ $2x^2-3ax+2bx-3ab$

本題ノ如ク,與式ノ中ニ或文字ガ唯一乘冪ニテ現ハルルトキハ(其文字ノ二次以上ノ項ヲ含マズシテ,其部分ヲ一ツニ纏ムベシ(部分分解法).

18. x^2-yz-y^2+xz $(n-p)x^2+(p-m)x+m-n$

19. $a-b$ ノ數値ガ 6 ナルトキ,次ノ各式ノ値幾許.

$5b-5a$ $\frac{2}{3}a-\frac{2}{3}b$ $9ax-9bx$ a^2+b^2-2ab

20. 次ノ各式ノ値ヲ求ム.

632^2-368^2 $64^2+73^2-36^2-27^2$ $77^2+66^2-34^2-23^2$

---

21. $75^2+25^2=100^2-(\quad)$ $128^2+28^2=100^2+(\quad)$

次ノ各題ノ式ヲ因數ニ分解セヨ.

22. $444x-259y+185$ $4a^4b^2-8a^3b^3+4a^2b^4$

23. $4ax^2-12ax+9a$ $95p^2q-203pq^2-5p+11q$

24. $a(1-x)+b(1-x^2)$ $a^2+2ab+b^2-9c^2$ $c^2-a^2-2ab-b^2$

25. $r^2(p+q)+p^2(q+r)+q^2(r+p)+2pqr$ 〔先ツ r ノ降冪ノ順ニ整頓シテ〕.

26. $x^4+z^4-2x^2z^2$ $x^2-\frac{5}{2}x+\frac{3}{2}$ $x^2+xy+\frac{1}{4}y^2$

27. $a(x^2+5x+6)-b(x^2-3x-18)$ $a^2-4+3(a+2)$

28. $9a^2+6ab+b^2-121x^2$ $121x^2-9a^2-6ab-b^2$

29. $15x^2+x-6$ $15x^2-13x-6$ $15x^2+27x-6$

30. (復習) 次ノ三元一次聯立方程式ヲ解ケ.

〔$5x-3y+4z=27,\quad 2x+z=3y,\quad 2x+3y=3z$〕

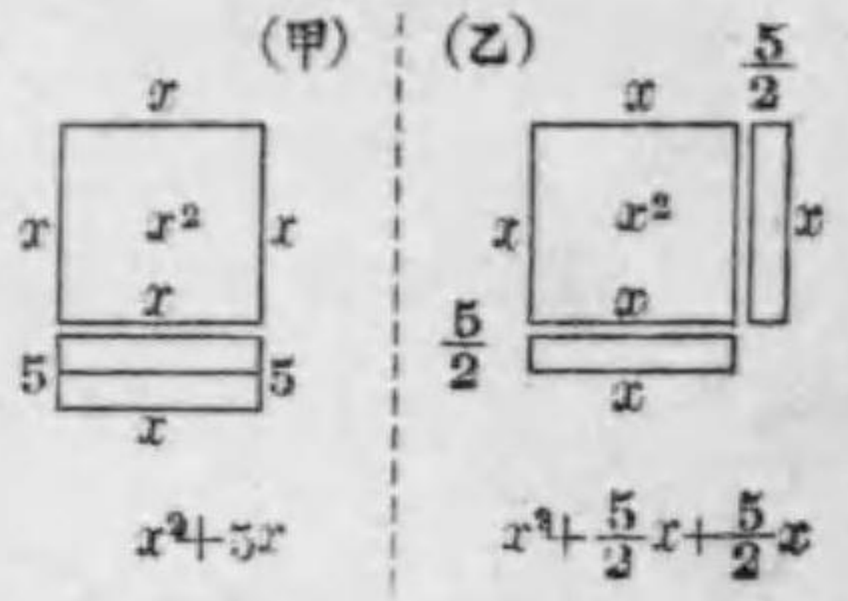
答 3, 4, 6

21. 因數分解法(其二)

〔例一〕 x^2+5x+6 ヲ平方ニ括ルコト.

$$x^2+5x+6=\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\frac{25}{4}+6$$

$$=\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\frac{1}{4} \quad 答$$



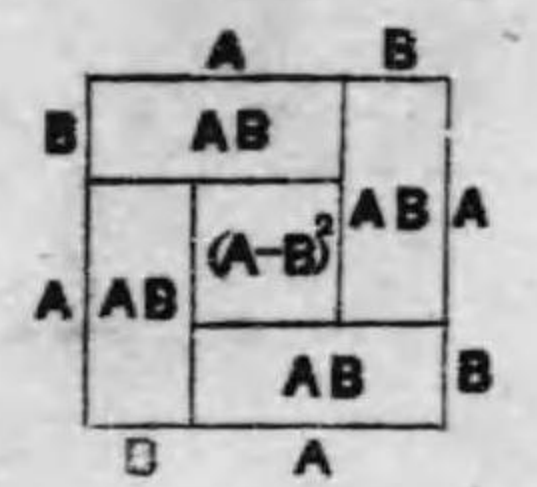
說明　x^2+5x ニ着眼シテ，之ニ $\left(\frac{5}{2}\right)^2$ ヲ加フレバ $\left(x+\frac{5}{2}\right)^2$ トナル（乙圖參照），而シテ原式ノ値ガ變ラヌ樣ニ $-\left(\frac{5}{2}\right)^2$ ヲツケ加ヘ，次ニ $-\left(\frac{5}{2}\right)^2+6$ ヲ計算シテ $-\frac{1}{4}$ トナセリ．

與ヘラレタル式ヲ斯樣ニ變形スルコトヲ，**平方に括る**トイフ．答ノ式ノ $-\frac{1}{4}$ ハ平方剩餘ナリ．

〔**十七3**〕ノ諸式ノ如ク，答ガ $5(a-b)^2$，$-3(p-2)^2$，$\frac{1}{2}(a+b)^2$ トナリテ剩餘ナキモノヲ**完全平方式**ト呼ビテ，剩餘アル場合ト區別ス．卽チ此時ハ係數ノ何タルヲ顧ミザルモノトス．

$x^2-3x-108$ ヲ平方ニ括レ．

$$(A+B)^2-4AB=(A-B)^2 \cdots\cdots\cdots [5]$$



此公式ハ兩邊ヲ更迭シ，或ハ移項スル等ニヨリテ都合六通リニ書キ表シ，且ツ其各ヲ言葉ニ翻譯シタルモノヲモ記憶スベシ（驗　A＋B＝10，A.B＝16）．

次ノ各ヲ因數ニ分解セヨ．

$(x+2y)^2-8xy$,　　$(p-3q)^2+12pq$

$$a^4+a^2b^2+b^4=(a^2+b^2)^2-a^2b^2$$
$$=(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2) \cdots [6]$$

〔**例二**〕　$a^4-5a^2b^2+4b^4=(a^2-2b^2)^2-a^2b^2$

$=(a^2+ab-2b^2)(a^2-ab-2b^2)$

$=(a+2b)(a-b)(a-2b)(a+b)$　答

$a^4-5a^2b^2+4b^4=(a^2-b^2)(a^2-4b^2)$

$=(a+b)(a-b)(a+2b)(a-2b)$　答

$x^4-10x^2y^2+9y^4$,　a^4-3a^2+1　ヲ因數ニ分解セヨ．

〔**例題**〕　次ノ各題ノ式ヲ平方ニ括レ（**1**—**2**）．

1.　x^2+4x+7　　x^2-6x-9　　$x^2-20x-20$

2.　$3x^2-10x+2$　　$9x^2-15x+2$　　$3x^2-8xy-2y^2$

次ノ各題ノ式ヲ因數ニ分解セヨ（**3**—**8**）．

3.　$(2a+b)^2-(2a-b)^2$　　$(x^2-x+1)^2-(x^2+x-1)^2$

4.　$(x^2+y^2)^2-4x^2y^2$　　$(5n-4p)^2+4.5n.4p$　　$4pq-(p+q)^2$

5.　$x^4+a^2x^2+a^4$　　$x^4-3x^2y^2+9y^4$　　$a^4+4a^2x^2+16x^4$

6.　x^4-13x^2+36　　x^4-15x^2+36　　x^4+4

7.　$x^4-3x^2y^2+y^4$　　x^4-34x^2+64　　$(a+x)^4-(a-x)^4$

8. 二數ノ和ガ 100 ニシテ,其積 2304 ナレバ,其差幾許（公式〔5〕ニヨル）.

a^3 ヲ $a-b$ ニテ割レバ剰餘ハ b^3, a^3 ヲ $a+b$ ニテ割レバ剰餘ハ $-b^3$ ナリ（十一〔8〕）.

$$
\begin{array}{rl}
 & a^2+ab+b^2 \\ \cline{2-2}
a-b\,) & a^3 \\
 & a^3-a^2b \\ \cline{2-2}
 & a^2b \\
 & a^2b-ab^2 \\ \cline{2-2}
 & ab^2 \\
 & ab^2-b^3 \\ \cline{2-2}
 & b^3
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rl}
 & a^2-ab+b^2 \\ \cline{2-2}
a+b\,) & a^3 \\
 & a^3+a^2b \\ \cline{2-2}
 & -a^2b \\
 & -a^2b-ab^2 \\ \cline{2-2}
 & ab^2 \\
 & ab^2+b^3 \\ \cline{2-2}
 & -b^3
\end{array}
$$

$$
\left.\begin{aligned}
\boldsymbol{a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)} \\
\boldsymbol{a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)}
\end{aligned}\right\}\ldots\ldots[\mathbf{7}]
$$

二つの立方項の和(或は差)は,底數の和(或は差)を因數とする積の式に變形せらる.

例ヘバ　$x^3-8=(x-2)(x^2+2x+4)$　答

$x^3+8a^3=(x+2a)(x^2-2a+4a^2)$　答

x^3-27, a^3+8 ノ各ヲ因數ニ分解セヨ.

〔例三〕 $\boldsymbol{x^3+3x^2-x-3}$ ノ約數ヲ求メテ括リ出セ.

解　與式ノ末項 **−3 の總ての約數**ハ 1, −1, 3, −3 ナリ, $x=1$ ヲ代入スレバ $\mathbf{1+3-1-3=0}$

故ニ $x-1$ ハ原式ノ約數ナルコトヲ知ル.

$$
\begin{array}{rl}
 & x^2+4x+3 \\ \cline{2-2}
x-1\,) & x^3+3x^2-x-3 \\
 & x^3-x^2 \\ \cline{2-2}
 & 4x^2-x \\
 & 4x^2-4x \\ \cline{2-2}
 & 3x-3 \\
 & 3x-3 \\ \cline{2-2}
\end{array}
$$

(與式)$=(x-1)(x^2+4x+3)$

$=(x-1)(x+1)(x+3)$　答

〔8〕 $\boldsymbol{x+a}$ が $\boldsymbol{x^3+px^2+qx+r}$ の約數なれば, $\boldsymbol{a}$ は $\boldsymbol{r}$ の約數なり. 但し p, q, r, a は皆整數なりとす.

x^3-7x+6 ヲ因數ニ分解セヨ.

〔例題〕 次ノ各題ノ式ヲ因數ニ分解セヨ（1—10）.

1. x^3+y^3　$8-x^3$　$8x^3+y^3$　x^3-27y^3

2. $2y^3-2z^3$　x^4-x　$3x^4-24x$　$4x^3y+32y^4$

3. $ax^3+lx^2+cx+d-(a+b+c+d)$　（76頁〔8〕）

4. x^3+n ガ因數ニ分解セラルル樣ニ n ノ値ヲ二百未滿ノ正ノ整數ニテ求ム（$n<6^3$）.

5. x^6-y^6　a^6-64　x^6+y^6　$\frac{4}{3}x^6-\frac{9}{2}y^6$

6. x^3-2x+1　x^3+4x^2-5　$x^3+4x^2-7x-10$

7. $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$　$(a+b)^3-a^3$　$(a-b)^3+b^3$

8. $a^3-(a-b)^3$ $(x+y)^3-(x^3+y^3)$ $(n+2)^3-n^3-8$

9. $(a^3-b^3)+(a-b)$ $(a^3-b^3)-(a-b)^3$ $(a+b)^3-(a-b)^3$

10. $a^3+8+6a(a+2)$ $x^3-1-3x(x-1)$ $a^3-a+b-b^3$

因數分解法法則ヲ〔1〕ヨリ〔8〕マデ復誦セヨ.

〔注意〕 與式ヲ因數ニ分解セントスルニハ,上ノ八ツノ法則ニ熟達シテ,問題每ニ其何レノ方法ニヨルベキカヲ迅速ニ見分ケザルベカラズ.

(一) イツモ先ヅ與式ノ各項ヲ見テ,共通因數ノ有無ヲ檢シ,若シ之アラバ,之ヲ括リ出シ,而シテ後,其括弧內ヲ更ニ因數ニ分解スルコトヲ考フベシ(分數ハ通分シテ). 例 $3a^2b^3-12a^2b$ $\frac{4}{3}x^3-\frac{9}{2}y^3$

與式ガ四ツ以上ノ項ヨリ成ルトキハ,其項ヲ二項宛ニ,或ハ三項宛ニ集メテ,共通因數ヲ作リ得ルカヲ試ムベシ. 與式ノ中ニ或文字ガ唯一乘冪ニテ現ハルルトキハ其部分ヲ一ツニ纏ムベシ.

例 $a^2-3b+3a-b^2$ $ax^2+1+ax+x$

$nx^2-px^2+px-mx+m-n$

(二) 若シ因數ニ分解セントスル式ヲ,其中ノ或文字ニ就テ整頓シタルトキ,其文字ニ就テ**二次式**

ナラバ公式〔2〕,〔3〕,〔4〕(或ハ平方ニ括ルコト)ヲ應用スベシ. 例 $a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$

(三) 〔6〕,〔7〕,〔8〕ハ二次ヨリモ高次ノ式ヲ分解スル公式ナリ.

問題 第十八集

次ノ各題ノ式ヲ因數ニ分解セヨ.

1. $20ax-35bx-40x^2$ $12px-15q-36qx+5p$

$=5x(4a-7b-8x)$

2. $(2a^2b-2b^3)^2$ $m(3p-q)+2q-6p$ $(6a-3b)^2+36a-18b$

3. $4x^2+10x+4$ $9y^2+30y+9$ $4z^2+22z+24$

$=2(2x^2+5x+2)$

$=2(x+2)(2x+1)$

4. $4x^2+xy-3y^2$ $2x^4-11x^2+12$ $9y^2+21y-18$

$=(4x-3y)(x+y)$

$=3(3y-2)\times(y+3)$

5. $(m-n)^2+4mn$ $(x^2+1)^2-4x^2$ $4a^2b^2+(a^2-b^2)^2$

$(m+n)^2$

6. x^4+9x^2+81 m^3-27 p^6-q^6 75^3+25^3（計算）

7. $A(A+8)+15$ $(x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+15$

8. $(x+2)(x-1)(x+4)(x-3)=(x^2+x)^2-(\quad)(x^2+x)+24$

9. $(x+7)^2-(x+2)^2$ $(2a+b)^2-(2a-b+c)^2$

10. $a^2+2ab+b^2-c^2$ $9x^2-6xy+y^2-z^2$ $x^2-y^2+(x-y)^2$

11. $2(a^2+b^2)(a+b)^2-(a^2-b^2)^2$ $53^2+72^2-28^2-47^2$（計算）

12. $4a^2-(1+a^2-b^2)^2$ $4p^2q^2-(p^2+q^2-r^2)^2$ $3p^3+4-p^6$

13. x^5-5x^3+4x x^6+7x^3-8 $2x^3+3x^2+3x+2$

14. $(x-1)(x-2)^2-(x-1)^3$

$(a+b)^2+(a+c)^2-(c+d)^2-(b+d)^2$

15. $2x-x^3-1$　x^3-2x^2+2x-1　$(x^2-x)^2-8(x^2-x)+12$

16. x^4+4x^2+16　$9x^4-10x^2y^2+y^4$　$4x^4+3x^2y^2+9y^4$

17. 次ノ各式ヲ平方ニ括レ（第三ハaニ就テ）.

$x^2-20x+96$　$6x^2-x-77$　$(a+c)^2+(b^2-4ac)$

18. 三桁ノ整數ト其數字ヲ逆ノ順ニ列ベタル數トノ差ヲ求ム（113頁例三）.

〔注意〕 代數式ハ之ヲ因數ニ分解スレバ其性質ガヨク分ル,故ニ代數計算ノ結果ハ積ノ式ニテ答フベキコト多シ.

（一） 分數式$\dfrac{3x+3}{x^2+5x+6}$ハ,ソノ分子,分母ヲ因數ニ分解シ置キテ$\dfrac{3(x+1)}{(x+2)(x+3)}$トスレバ,一見シテ既約分數式ナルコトガ分ル.

（二） 不等式$8x+60>=<12x-20$ハ其兩邊ノ差ヲ因數ニ分解シ$4(20-x)$トシテ解カル（十五例）.

（三） xガ1, 3, 4, 8, 10, 12, 13, 15ナルトキ,$4x+48(=y)$ト,$20x-x^2(=z)$トノ數値ハ何レガ大ナルカト問フニ,yトzトノ差$x^2-16x+48$ヲ平方ニ

括リ,或ハ因數ニ分解シテ

$$(x-8)^2-16 \quad 或ハ \quad (x-4)(x-12)$$

トスレバ,xガ4或ハ12ナレバ$y=z$; xガ8, 或ハ10ナレバ$y<z$; xガ1, 3, 13, 15ナレバ$y>z$ナルコトガ分ル（十五21）. 而シテ$x=8$ノトキ,yトzトノ差極小ナリ. 本例ハ不等式 $4x+48>=<20x-x^2$ ノ解法ニ外ナラズ.

次ノ各題ノ式ヲ因數ニ分解セヨ.

19. $3x^2-2x-12(x+2)$　$(2x-5)^2-(x-6)^2-80$

20. $(x+1)(x+3)(x+5)+3=(x+2)(\quad)$　（驗 $x=-4$）.

21. $ax^2+by^2+(a+b)xy$　$a^2+b^2-c^2-d^2-2(ab+cd)$

22. $(a-2b)a^3-(b-2a)b^3$　$a^3-b^3-b(a^2-b^2)+b(a-b)^2$

23. $(x^3+3x)^2-(3x^2+1)^2$　$(x-1)^3-(x-8)^3-7^3$

24. a^5ヲ$a\pm b$ニテ割リテ得ベキ剩餘如何.

25. xガ$-8, -7, -5, 0, 1, 7, 9, 10$ノトキ,$2x^2-63$ト,$x^2+2x$トノ數値ハ何レガ大ナルカ.

26. $(2n-101)^2+9999$ニ就テ,nガ10ナルトキノ數値ト,nガ50ナルトキノ數値トノ差ヲ求ム.

27. 次ノ各式ヲ展開セヨ.

$(7x^3-8x-5)^2$ $(y^3+2y^2+2y+1)(y^3-2y^2+2y-1)$

28. 次ノ各式ヲ a ノ降冪ノ順ニ整頓セヨ.

$$(b-c)^3+(c-a)^3+(a-b)^3$$

$$ab(a-b)+bc(b-c)+ca(c-a)$$

29. $x^4-2(y^2+z^2)x^2+y^4-2y^2z^2+z^4$ ヲ平方ニ括レ.

次ニ之ヲ因數ニ分解セヨ. (十八 12)

30. (一) $A^3+B^3=(A+B)^3-(\ \ )$ $A^3-B^3=(A-B)^3+(\ \ )$

(二) $65^3+35^3=100^3-(\ \ )$ $x^3-\dfrac{1}{x^3}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^3+(\ \ )$

(三) $(m-x)^3+(n-x)^3-(m+n-2x)^3$ 因數分解

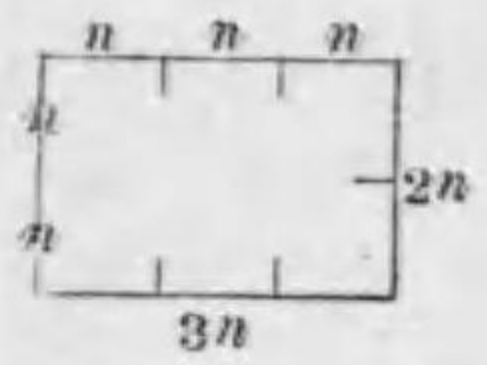
公約數及公倍數

22. 最大公約數の例

(一) 18人ノ學生ニテ12臺ノ自轉車ヲ使用スベキトキハ,3人ニ付2臺ノ割リ當トナル. 卽チ18人ト,12臺トヲ各6組ニ分チタルコトニ當ル,6ハ18ト,12トノ最大公約數ナリ.

(二) 矩形ノ縦18間ト,横12間トノ比ハ**3:2**ナリ.

此場合ニ18間ト,12間トノ最大公度ハ6間ニシテ,之ヲ n ニテ表セバ,縦ト横トハ **3n** ト **2n** トニテ表サル.



最大公約數とは二つ以上の數に共通せる約數(**公約數**)の中最大なるものなり. 公約數が名數(量)なる時は,之を**公度**といふ.

(三) 1冊ガ27錢ナル書物二冊ノ價ハ54錢ニシテ,27錢ハ27錢ト54錢トノ最大公度ナリ.

二つの數甲,乙ありて,甲が乙の倍數なる時は,乙は此二つの數の最大公約數なり.

27)135

〔例一〕 次ノ各組ノ數ノ最大公約數ヲ求ム.

(一) 26, 247 (二) 135, 180, 225

5

解 (一) $26=2\times 13$ $247\div 13=19$

13) 26, 247
2, 19

答 13

(二) 135=3.3.3.5 此中他ノ二ツニ共通ナル素因

27)35

65
95

數ヲ求ムレバ

$$\begin{array}{r|rrr} 3 & 135 & 180 & 225 \\ \hline 3 & 45 & 60 & 75 \\ \hline 5 & 15 & 20 & 25 \\ \hline & 3 & 4 & 5 \end{array} \qquad 驗算\quad \begin{array}{r|rrr} 45 & 135, & 180, & 225 \\ \hline & 3, & 4, & 5 \end{array}$$

$3.3.5=45$ 答　　45 ヲ u トスレバ各數ハ $3u, 4u, 5u$ ナリ.

各數に共通なる素因數の積が其等の最大公約數なり.

與ヘラレタル數ノ中ニ負ノ數ガアルトキニモ,公約數ニハ正ノ數ヲ採用ス. 例ヘバ -18 ト, 12 トノ最大公約數ハ 6 ナリ.

分數ノ最大公約數ハ通分シテ求メラル.

〔**例二**〕 次ノ各組ノ數ノ最大公約數ヲ求ム.

(一) $\frac{7}{6}, -\frac{7}{4}$　　(二) 13.5寸, 18寸, 22.5寸

(一) ハ通分スレバ $\frac{14}{12}, -\frac{21}{12}$　　答 $\frac{7}{12}$

(二) ハ分ヲ單位トスレバ 135, 180, 225 ニテ表サレ,此等ノ最大公約數ハ45ナリ.　　答 4寸5分

(三) $2^3, 2^4, 2^5$ ノ最大公約數ハ 2^3 ナリ.

同じ底數の種種の羃の最大公約數は,其等の中の最低次の羃なり.

代數式の最大公約數とは,二つ以上の整式の公約數の中次數の最大なる式をいふ. 但し其等の式の係數の最大公約數を係數とす.

〔**例三**〕 次ノ各組ノ式ノ最大公約數ヲ求ム.

(一) $\frac{7}{6}ab^2c^3, \quad -\frac{7}{4}a^2b^3c$　　$\begin{array}{r|rr} \frac{7}{12}ab^2c & A, & B \\ \hline & 2c^2, & -3ab \end{array}$

答 $\frac{7}{12}ab^2c$

(二) $ac(a-b), \quad bc(b-a)$　　答 $c(a-b)$

$bc(b-a)$ ハ $bc[-(a-b)]$, 卽チ $-bc(a-b)$

(三) $A=1-x^2 \quad B=3x^2-7x+4$

$A=-1(x+1)(x-1)$

$B=(x-1)(3x-4)$　　答 $x-1$

(四) $A=3x^2-4x+1 \quad B=4x^2-5x+1$

$B-A=x^2-x=x(x-1)$

$A=(x-1)(3x-1) \quad B=(x-1)(4x-1)$　　答 $x-1$

(五) $\begin{cases} A=x^2+5x+6 \\ B=x^3+x^2-3x-2 \end{cases}$　　$\begin{array}{r|rr} x+2 & A, & B \\ \hline & x+3, & x^2-x-1 \end{array}$

$A=(x+2)(x+3), \quad B\div(x+2)=x^2-x-1$　　答 $x+2$

〔注意〕 公約數ガ $b-a$, 或ハ $1-x$ ナル時ニモ, $a-b$ 或ハ $x-1$ トシテ,答ヘテヨシ.

A, B ノ最大公約數ヲ G トスレバ, A, B ハ共ニ G ノ倍數ナリ. ∴ $\mathbf{A=G.}a$, $\mathbf{B=G.}b$, ト置クヲ得, 故ニ A+B, A−B, mA±nB モ G ノ倍數ナリ.

いつも先づ簡單なる式の方を因數に分解して後,其等の因數の中の何れが公約數なるかを驗すべし〔例三(五)〕.

〔例題〕 次ノ各組ノ最大公約數ヲ求ム(**1—7**).

1. (34, 85)　(54, −90, 126)　(42, 126, 210)

2. $(3^5.2,\ 2^3.3^2)$　$(3^3.5^2.7,\ -3^2.5^3.7^5)$　$(9ab^3,\ 6a^2b)$

3. $(ab^3,\ a^2bc,\ abc^2)$　$(x^2-y^2,\ y^3-x^3)$　$(x^3y^3+xy^5,\ x^6-x^2y^4)$

4. $\{6ab(a+b)^2,\ 4a^2(a^2-b^2)\}$　$\{bc(b-a)(b-c),\ ac(a-b)(a-c)\}$

5. $(x^2+x-6,\ x^2-5x+6)$　$(x^2-4x+3,\ 4x^3-8x^2-19x+21)$

6. (36.8 粍, 9.2 粍)　$(3x^3+2x^2-x,\ 5x^4+3x^3-2x^2)$

7. $\left(3\frac{15}{16},\ 2\frac{5}{8}\right)$　$\{6(x^2-9),\ 9(x+3),\ 10(x^2-x-12)\}$

8. 次ノ各式ヲ因數ニ分解セヨ.

$147a^2c^2-245b^2c^2$　$p^2q(p^2-q^2)+pq^2(p+q)^2$

23. 連除法,分離係數法

〔例一〕 87 ト 232 トノ最大公約數ヲ求ム.

演算

	87		232
		2	174
	58	1	58 ……(a)
最大公約數…	**29**	2	58

$$29\,)\,\underline{87,\ 232}\quad \begin{matrix}3, & 8\end{matrix}$$

答 **29**

說明 上ノ演算ハ次ノ演算(甲)ヲ簡單ニセルモノナリ.

(甲)
```
                 2
        87 ) 232
             174     1
    (a)…58 )  87
              58     2
最大公約數……29 )  58
                    58
```

(乙)

1 册 …	29 錢
2 ……	58
3 ……	87
4 ……	116
5 .. …	145
6 ……	174
7 ……	203
8 ……	232
……………	

計算の理由 87 ト 232 トハ何レモ其最大公約數 g ノ倍數ナルユエ, 232 ヨリ 87×2 ヲ引キタル殘リ 58 モ g ノ倍數ナリ.

次ニ 87 ト 58 トハ何レモ g ノ倍數ナルユエ, 87 ヨリ 58 ヲ引キタル殘リ 29 モ g ノ倍數ナリ. 因テ

g は **29** より大ならず. ……………(1)

然ルニ 29 ハ 58 ノ約數ナルユエ, 87(=58+29) ノ約

數ナリ,従テ 232(=87×2+58) ノ約數ナリ. 卽チ

29は87と232との公約數なり ……(2)

而シテ29ヨリ大ナル公約數ナシ(1). 故ニ29ガ最大公約數(g)ナリ.

〔**注意**〕87錢ト, 2圓32錢トノ最大公度ハ29錢ニシテ, 1冊ノ價29錢ノ書物3冊ノ價ハ87錢, 8冊ノ價ハ2圓32錢ナリ. 今此書物ヲ1冊ヨリ8冊迄ノ次次ノ價ノ表(乙)ヲ作レバ,オノヅト演算(甲)ノ說明ヲ諳示スルコトトナル.

$$\begin{array}{r}
2\\
87\,\overline{)\,232}\\
\underline{174}\\
2\,)\,58\quad 3\\
\mathbf{29}\,)\,\overline{87}\\
\underline{87}
\end{array}$$

演算(甲)ノ途中(a)ノ列ビノ二數58ト87トノ中**58(=2×29)ヨリ因數2を取捨てて**29ト87トシテ,連除法ヲ續ケテヨシ. 此事ハ代數式ノ連除法ニテハ屢其必要アルモノナリ. **取捨つる因數が双方に共通ならざれば何にてもよし**, 最初ヨリ232ヲ2ニテ約シテモヨシ〔153頁例一(一)〕.

34ト221トノ最大公約數ヲ求ム.

二つの數を共最大公約數にて割りたる商の間には1より外に公約數なし.

〔**例二**〕次ノ組ノ二ツノ式ノ最大公約數ヲ求ム.

$$\begin{cases}\mathbf{A}=x^3+3ax^2-a^2x-3a^3\\ \mathbf{B}=x^4+4ax^3-12a^3x-9a^4\end{cases}$$

$$\begin{array}{rr|c|rl}
(\mathbf{A}) & x^3+3ax^2-a^2x-3a^3 & & x^4+4ax^3\qquad -12a^3x-9a^4 & (\mathbf{B})\\
(\mathbf{G}.x)\,. & \underline{x^3+4ax^2+3a^2x} & x & \underline{x^4+3ax^3-a^2x^2-3a^3x} & \ldots\ldots(\mathbf{A}.x)\,(-\\
 & -ax^2-4a^2x-3a^3 & & ax^3+a^2x^2-9a^3x-9a^4 & \\
(-a.\mathbf{G})\ldots & \underline{-ax^2-4a^2x-3a^3} & a & \underline{ax^3+3a^2x^2-a^3x-3a^4} & \ldots(\mathbf{A}.a)\,(-\\
 & & x & -2a^2\,)\,\underline{-2a^2x^2-8a^3x-6a^4} & \\
 & & -a & x^2+4ax+3a^2\ldots & \\
 & & & \ldots\ldots\textbf{最大公約數}(\mathbf{G}) &
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
x^2+4ax+3a^2\,)\;\underline{\mathrm{A},\qquad\quad \mathrm{B}\quad}\\
\qquad\qquad\qquad\; x-a,\quad x^2-3a^2
\end{array}$$

答 $\boldsymbol{x^2+4ax+3a^2}$

x^3-3x^2-x+3, $x^4-4x^3+12x-9$ ノ最大公約數如何.

〔**例三**〕
$$\begin{cases}\mathbf{A}=3x^4+15x^3+5x^2+10x+2\\ \mathbf{B}=2x^4+9x^3+14x+3\end{cases}$$

$$\begin{array}{rr|c|rl}
(\mathbf{A}) & 3x^4+15x^3+5x^2+10x+2 & & 2x^4+9x^3\qquad +14x+3 & (\mathbf{B})\\
(-x.\mathrm{C})\ldots & \underline{3x^4+10x^3-22x^2-5x} & 2 & 6x^4+27x^3\qquad +42x+9 & \ldots\ldots(\mathrm{B}\times 3)\\
(\mathrm{D})\ldots\ldots & 5x^3+27x^2+15x+2 & -x & \underline{6x^4+30x^3+10x^2+20x+4} & \ldots\ldots(\mathrm{A}\times 2)\,(-\\
(\mathrm{D}\times 3)\ldots\ldots & 15x^3+81x^2+45x+6 & -5 & -3x^3-10x^2+22x+5 & \ldots\ldots(\mathrm{C})\\
(-5.\mathrm{C})\ldots\ldots & \underline{15x^3+50x^2-110x-25} & 5 & \underline{-3x^3-15x^2-3x} & \ldots\ldots(-3x.\mathrm{G})\\
 & 31\,)\,\underline{31x^2+155x+31} & -3x & 5x^2+25x+5 & \\
\textbf{最大公約數}(\mathrm{G})\ldots\ldots & x^2+5x+1 & 5 & \underline{5x^2+25x+5} & (\mathrm{G}\times 5)
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
x^2+5x+1\,)\;\underline{\mathrm{A},\qquad\quad \mathrm{B}\quad}\\
\qquad\qquad\quad 3x^2+2,\quad 2x^2-x+3
\end{array}$$

$$\therefore\ \begin{cases}\mathrm{A}=(x^2+5x+1)(3x^2+2)\\ \mathrm{B}=(x^2+5x+1)(2x^2-x+3)\end{cases}$$

答 $\boldsymbol{x^2+5x+1}$

說明　先ヅB×3ヲ作リ,之ヲAニテ割リタリ.

次ニ其殘リCニテ,Aヲ割リタル殘リDニ3ヲ掛ケテ,割リ續ケタル剩餘ヲ31ニテ約シテ得タル式Gニテ,Cガ割リ切レタレバ,之ガ答ナリ.

最初A×2ヲBニテ割リテモヨシ.

分離係數記法　$3x^4+15x^3+5x^2+10x+2$ ヲ記スニ,次次ノ項ノ係數ヲ分離シタルモノヲ,其符號ノママツヅケテ書キテ **3+15+5+10+2** トスルコトアリ.　此略記法ヲ**分離係數記法**トイフ.

x ニ就テ三次ノ多項式ヲ其降冪ノ順ニ排列シタルモノノ分離係數記法ガ **1+4+0−5** ナルトキハ其多項式ハ x^3+4x^2-5, **1−3a+3a^2−a^3** ナルトキハ其多項式ハ $x^3-3ax^2+3a^2x-a^3$ ナリ.　後者ハ a ニ就テ昇冪ノ順ニ排列セラレタル式ナレバ,一層簡單ニ **1−3+3−1** ト記スコトヲ得.

次ノ各ヲ分離係數法ニヨリテ計算セヨ.

$(x^2-4xy-3y^2)(x^2-2xy+y^2)$

$(9x^4-x^2+16)\div(3x^2-5x+4)$　　(70頁)

(一)　**分離係數法**ニヨレバ例三ノ演算ハ次ノ如シ.

```
      (A)  3+15+ 5+ 10+2     |    | 2+ 9+ 0+14+3  (B)
 (−1.C) . 3+10−22−  5        |  2 | 6+27+ 0+42+9......(B×3)
     (D).........5+27+ 15+2  | −1 | 6+30+10+20+4......(A×2)
  (D×3)......  15+81+ 45+6   | −5 | ─────────────────(−
 (−5.C)......  15+50−110−25  |  5 |  − 3−10+22+5 .....(C)
           31 ) 31+155+31    | −3 |  − 3−15−3.......... (−3.G)
最大公約數(G) ..1+   5+1     |  5 |       5+25+5
                             |    |       5+25+5 .....(G×  )
```

答　x^2+5x+1

ツマリ例三ノ排置ニ於テ,x ノ處ヲ總テ1トシ,項ノ缺ケタル處ニ **+0** ヲ入レタルナリ.

(二)　$A=4x^2-5x+1$, $B=3x^3-3x^2+x-1$ ノ場合

$$\begin{cases} A=(x-1)(4x-1) \\ B=(x-1)(3x^2+1) \end{cases}$$

```
          3+0+1
1−1 ) 3−3+1−1..... (B)
      3−3
      ─────
          1−1
          1−1
```

答　$x-1$

本例ノ場合ニ於テ,先ヅ

$A+B=3x^3+x^2-4x=x(\mathbf{3x^2+x-4})$ ヲ作リテ,Bノ代リニ $3x^2+x-4$ ヲ用フレバ便利ナリ.

一般ニA, Bノ最大公約數ヲGトスレバ

$$\begin{cases} \mathrm{A=M.G} \cdots\cdots\cdots\cdots(1) \\ \mathrm{B=N.G} \cdots\cdots\cdots\cdots(2) \end{cases}$$

ト置カル,而シテAトBトヲ見較ベテ,其初項ヲ消

去スルモ,或ハ其末項ヲ消去スルモ任意ニシテ演算ノ目的ハ**Gの簡單なる倍數**ヲ見出スニアリ.

問題 第十九集

次ノ各組ノ數ノ最大公約數ヲ求ム(1—4).

1. (3円57錢, 3円91錢)　　(462, 714, 798)

2. $\{3x^3+x^2-3x-1,\quad 9x^4+12x^3-4x-1\}$

3. $\{12x^3+13x^2+6x+1,\quad 1+7x+16x^2+16x^3\}$

4. $\{z^3+z^2-z-1,\quad z^3+3z^2-z-3,\quad z^3+z^2-2\}$

5. x ヲ 10 トシタルトキ,前題 **3** ノ各式ノ數値ノ最大公約數如何. 又答ノ式ノ數値如何.

次ノ各式(6—8)ヲ因數ニ分解セヨ(公約數ヲ有ス).

6. $\{x^3-4xy^2+15y^3,\qquad x^4+x^2y^2+25y^4\}$

7. $\{y^3+y^2-2,\qquad y^3+2y^2-3\}$

8. $\{3x^3+5x^2-15x+4,\qquad 6x^3+27x^2+21x-9\}$

9. 次ノ各式ノ計算ヲ行ヘ,但シ何レモ x ノ降冪ノ順ニ排列セラレタル多項式ヲ分離係數法ニヨリテ表シタルモノトス.

(一)　$(4-3-7+1)(2-4+5)$

(二)　$(3-11+22-21+9)\div(3-5+3)$

10. (**復習**) 次ノ聯立方程式ヲ解ケ(答 3, 2, 1).

$[x+2y+5z=12,\quad -2x+3y+7z=7,\quad 3x-5y+2z=1]$

24. 最小公倍數の例

20米ハ11間ニ等シク,共ニ660寸ナリ.

此場合ニ 660寸ハ 33寸(=1米) ト 60寸(=1間) トノ最小公倍量, 660ハ33ト60トノ最小公倍數ナリ.

最小公倍數とは二つ以上の數に共通せる倍數(**公倍數**)の中最小なるものなり. 公倍數が名數(量)なる時は,之を**公倍量**といふ.

(一) 11ト20トノ最小公倍數ハ 11×20ナル如ク,

互に素なる二つの數の最小公倍數は其二つの數の積なり(巻末附錄整數の性質).

二) 2米ト1米トノ最小公倍量ハ 2米ナルガ如ク,

甲乙二つの數ありて,甲が乙の倍數なる時は,甲は此等の最小公倍數なり.

(三) $2,\ 2^2,\ 2^3,\ 2^4,\ 2^5$ ノ最小公倍數ハ 2^5 ナルガ如ク,

同じ底數の種種の冪の最小公倍數は,其中の最高次の冪なり.

〔例一〕 40, 60, 84 ノ最小公倍數ヲ求ム.

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 40, & 60, & 84 \\ \hline 2 & 20, & 30, & 42 \\ \hline 3 & 10, & 15, & 21 \\ \hline & 10 & 5 & 7 \end{array}$$

$\therefore\ 2^2.3.10.7=840$ 答

驗算　$840\div40=21$

$840\div60=14$

$840\div84=10$

説明　各數ニ共通ナル素因數ト,共通ナラザル素因數トヲ,取リ落シ無ク,又餘分ニ取ラヌ様ニ取リテ,其連乘積ヲ求メタルナリ.

$$\left\{\begin{array}{l} 40=2.2.2.5=2^3.5 \\ 60=2.2.3.5=2^2.3.5 \\ 84=2.2.3.7=2^2.3.7 \end{array}\right.$$

5 ハ 10 ノ約數ナルユヱ,之ヲ省キテ考フ.

驗算ニ於テ,最小公倍數ヲ各數ニテ割リタル商ノ間ニハ公約數ナシ.

若シ最小公倍數トシテ 840 ノ代リニ $840n$ ヲ採リテ驗算スレバ,次ニ示セルガ如ク,商ノ間ニ公約數 n ガ現レ,公倍數トシタル數 $840n$ ノ中ニ餘分ノ因數 n ノアルコトガ分ル.

$$\left\{\begin{array}{l} 840n\div40=21n \\ 840n\div60=14n \\ 840n\div84=10n \end{array}\right.$$

〔例二〕 87 ト 232 トノ最小公倍數ヲ求ム（前節例）.

$$\begin{array}{r|rr} 29 & 87, & 232 \\ \hline & 3, & 8 \end{array}$$

$29.3.8=696$ 答

驗算　$696=87\times8$

$696=232\times3$

(四) 二つの數 A, B を其最大公約數 G にて割りたる商を a, b, 最小公倍數を L とすれば

$$\begin{array}{r|rr} \mathrm{G} & \mathrm{A}, & \mathrm{B} \\ \hline & a, & b \end{array} \qquad \mathrm{L}=\mathrm{G}.a.b.=\mathrm{A}.b=\mathrm{B}.a=\frac{\mathrm{A.B}}{\mathrm{G}}$$

今後最小公倍數ヲ L, 最大公約數ヲ G ニテ表スコトトス.

〔例三〕 276, 805, 560 ノ最小公倍數(L)ヲ求ム.

```
23 ) 276  805  560        276 | 2 | 805        23 | 2 | 560
   2 ) 12   35  560       253 |   | 552           |   |  46
   2 ) 6    35  280        23 | 1 | 253           |   | 100
   5 ) 3    35  140           | 1 | 23
       3     7   28           | 1 |  23        (∴ 23 ト 560 トハ
                              |   |  23           互ニ素ナリ)
```

$L=23.2.2.5.3.28=38640$ 答

驗算　$L=276\times140$　　$L=805\times48$　　$L=560\times69$

```
       140               48                69
276 ) 38640      805 ) 38640      560 ) 38640
      276              3220             3360
      1104              6440             5040
      1104              6440             5040
```

(五)　幾つかの數の最小公倍數を求むるには,此等の數に共通なる素因數と,共通ならざる素因數とを,取落しなく,又餘分に取らぬ樣に取りて,其等の連乘積を作るべし．一つの數が他の數の約數なることを見付け次第約數の方を消すべし．

−18 ト, **+12** トノ最小公倍數ハ **+36** ナリトス.

又分數ノ最小公倍數ハ通分シテ求ムベシ.

〔例四〕 次ノ各組ノ數ノ最小公倍數ヲ求ム.

(一)　$\frac{7}{6}$, $-\frac{7}{4}$　　　(二)　2.76寸, 8.05寸, 5.6寸

(一)　ハ通分スレバ $\frac{14}{12}$, $-\frac{21}{12}$　∴　$\frac{7.2.3}{12}=\frac{7}{2}$ 答

(二)　ハ厘ヲ單位トスレバ, 276, 805, 560 ニシテ其最小公倍數ハ 38640 ナルヲ以テ（例三）.

答　38尺6寸4分

〔例題〕 1. 次ノ各組ノ最小公倍數ヲ求ム.

(21, 30, 35)　(232, 348, 145)　(209, 323, 221)

2. 次ノ各組ノ最小公倍量ヲ求ム.

(一)　自轉車每分ノ速サ264間ト,圓形ノとらつくノ周圍1980間ト

(二)　拾錢銀貨一個ノ目方(0.6匁)ト,貳拾錢銀貨一個ノ目方(1.08匁)ト

代數式の最小公倍數とは二つ以上の整式の公倍數の中,次數の最小なるものなり．但し其等の式の係數の最小公倍數を係數とす．

〔例五〕 次ノ各組ノ式ノ最小公倍數ヲ求ム.

（一） $A=\mathbf{\frac{7}{6}ab^2c^3}$ $B=\mathbf{-\frac{7}{4}a^2b^2c}$ 答 $L=\frac{7}{2}a^2b^2c^3$

$$L=A.3a \qquad L=B.(-2c^2)$$

（二） $A=\mathbf{ac(a-b)}$ $B=\mathbf{bc(b-a)}$ 答 $L=abc(a-b)$

$$L=A.b \qquad L=B.(-a)$$

（三） $A=\mathbf{1-x^2}$ $B=\mathbf{3x^2-7x+4}$ (第 22 節 例)

$$\begin{array}{r|ll} x-1 & A, & B \\ \hline & -(x+1), & 3x-4 \end{array} \qquad L=(x-1)(x+1)(3x-4) \text{ 答}$$

$$L=A.\{-(3x-4)\} \qquad L=B.(x+1)$$

代數式ノ最小公倍數ハ積ノ式ニテ答フベシ,之ヲ展開シ置クニ及バズ.

$(z^2+2z-15,\ z^2-4z+3)$ ノ最小公倍數如何.

（四） $\begin{cases} A=\mathbf{3x^4+15x^3+5x^2+10x+2} \\ B=\mathbf{2x^4+9x^3+14x+3} \end{cases}$ (前節例)

$$\begin{array}{r|ll} x^2+5x+1 & A, & B \\ \hline & 3x^2+2, & 2x^2-x+3 \end{array}$$

$$L=(x^2+5x+1)(3x^2+2)(2x^2-x+3) \text{ 答}$$

$$L=A.(2x^2-x+3) \qquad L=B.(3x^2+2)$$

（五） $A=\mathbf{x^3-x^2-4x+4}$ $B=\mathbf{x^3-2x^2-x+2}$

$C=\mathbf{x^3+2x^2-x-2}$

$$\begin{array}{r|lll} x-1 & A & B & C \\ \hline x-2 & x^2-4 & x^2-x-2 & x^2+3x+2 \\ \hline x+2 & x+2 & x+1 & x^2+3x+2 \ldots\ldots(a) \\ \hline x+1 & 1 & x+1 & x+1 \\ \hline & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

$$L=(x-1)(x-2)(x+2)(x+1) \text{ 答}$$

$$L=A.(x+1) \qquad L=B.(x+2) \qquad L=C.(x-2)$$

先ヅ (A, B) ノ間ノ最大公約數 x^2-3x+2 トCトヲ比ベ其間ノ最大公約數ヲ求メテ $x-1$ ヲ得タルナリ.

(a) ノ段ニ於テ, $x+2$, $x+1$ ハ x^2+3x+2 ノ約數ナルユエ,約數ノ方ヲ省ケバ

$$L=(x-1)(x-2)(x^2+3x+2) \text{ 答}$$

問題 第二十集

次ノ各組ノ最小公倍數ヲ求ム.

1. (16, 24) (27, 55, 99, 15, 45) (357匁, 561匁)

2. (−54, 126) $\left(\frac{2}{5},\ -2\frac{2}{3}\right)$ $\left(-4\frac{2}{5},\ -3\frac{2}{3}\right)$

3. (16時30分, 8時48分) (13.2糎, 23.4糎, 15.6糎) $(9ab^3,\ 6a^2b)$

4. $(2^4.5,\ 2^3.3^2)$ $(18ax^2,\ 72ay^2,\ 12xy)$ (627, 663, 969)

5. $(a-b,\ b-a)$ $(2x-2,\ 1-x^2)$ $(a^2-b^2,\ b^3-a^3)$

6. $\{(x-y)(x-z),\quad (y-x)(y-z),\quad (z-x)(z-y)\}$

7. $\{4(x+y),\quad 6(x^2-y^2),\quad 8(x^3+y^3)\}$

8. $\{6(x^2-9),\quad 9(x+3),\quad 10(x^2-x-12)\}$

9. $\{x^2+3x+2,\quad x^2+4x+3,\quad x^2+5x+6\}$

10. $\{x^3+x^2-2,\quad x^3+2x^2-x-2\}$

又 x ヲ10トシタルトキノ此二ツノ式ノ數値ノ最小公倍數ヲ求ム.

11. $[x^3+x^2-x-1,\quad x^3+3x^2-x-3,\quad x^3+x^2-2]$

12. $[y^3+y^2-4y-4,\quad y^3+2y^2-y-2,\quad y^3-2y^2-y+2]$

13. 次ノ各ニ就テ, x ト y ト, 或ハ x ト y ト z トヲ求ム.

(一) $48x=72y$　(二) $36x=30y=24z$

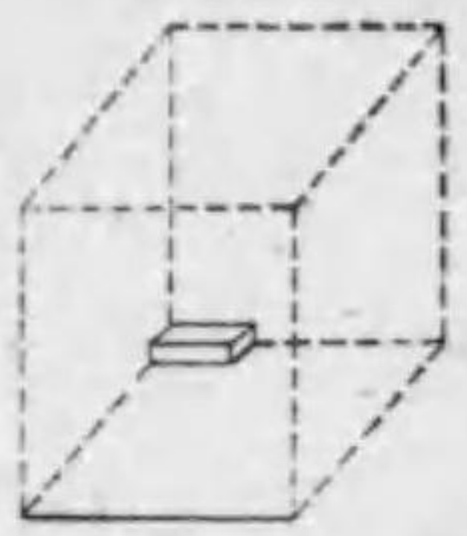
14. A, B 二數ノ最大公約數 G ト, 其最小公倍數 L トノ組 (G, L) ガ次ノ如キ場合ニ於ケル A, B ヲ求ム.

$$\mathrm{G}\,\underline{)\ \mathrm{A},\quad \mathrm{B}}$$
$$\qquad a,\quad b$$
$$\mathrm{L}=\mathrm{G}.a.b$$

(一) $(4,\ 24)$　(二) $(22,\ 660)$　(三) $(xy^2,\ bx^2y^3)$

15. $x^2+8x+15$ ト x^2+ax+6 トガ x ノ一次式ノ公約數ヲ有スル様ニ a ノ値ヲ定メヨ.

16. 長サ6寸3分,幅3寸5分,厚サ2寸1分ノ煉瓦ヲ積ミ重ネテ最小立方體ヲ作リタルトキノ煉瓦ノ總數ヲ求ム.



17. (一) 因數分解法ノ公式ヲ〔1〕ヨリ〔8〕マデ復誦セヨ.

(二) 次ノ各式ヲ因數ニ分解セヨ.

$9x^2+54x-144$　　$(x^2-4x)^2-2(x^2-4x)-15$

18. **(復習)** 次ノ二元一次聯立方程式ヲ解ケ (答 5, 13).

$$\left\{\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}(y-1)+1\frac{1}{2}=0 \qquad \frac{1}{3}(x+1)-\frac{1}{2}y+4\frac{1}{2}=0\right\}$$

第18節ヨリ第24節ニ至ル本篇各節ノ標題ヲ復唱セヨ. 巻末ノ摘要ハ復習ニ便利ナルモノナリ.

第五篇

分數式, 分數方程式

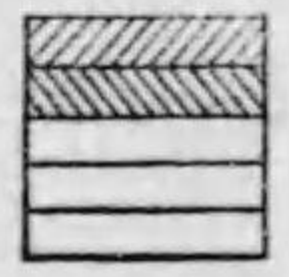
分數式

25. 分數式の基本の性質, 約分

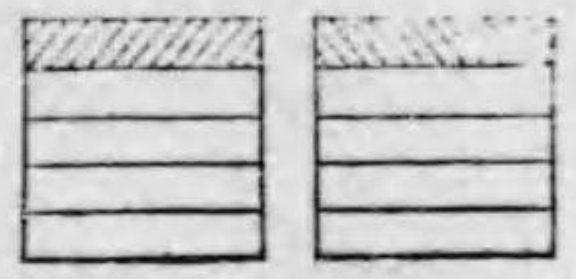
或學校ノ入學試驗ニ於テ合格者人數(a)ハ志願者人數(b)ノ五分ノ二ニ當ルトイフトキノ $\frac{2}{5}$ ハ眞分數, 一貫目ノ重サハ目方ノ原器ノ重サノ四分ノ十五ナリトイフトキノ $\frac{15}{4}$ ハ假分數, スベテ圓周(p)ハ其直徑(d)ノ三倍ト七分ノ一ナリ(大約)トイフトキノ $3\frac{1}{7}$ ハ帶分數ナリ.

分數　分數とは, 一と看做したる量を幾つかに等分したるものの幾倍かに等しきものを表す所の數なり.

(一)



(二)



$\frac{2}{5}$ ハ 1 ヲ 5 等分シタルモノノ二倍 $(1\div5\times2)$ ヲ示セドモ, 乘除ノ順序ヲ交換シテ考フレバ $(1\times2\div5)$ 卽チ 2 ヲ 5 ニテ割リタル商 $2\div5$ トモ考ヘラル（第4節）.

代數式ノ分數ノ意義ハ斯樣ニ考ヘラル.

分數式　整數を以て, 或他の整式(或は數)を除したる商の式を除號を用ひずして, 分數の形に表したるものを分數式といふ. $\frac{3a^2}{x+a}$, $\frac{1}{1-x}$ ハ分數式ナリ.

$$A\div B=\frac{A}{B}\qquad B\times\frac{A}{B}=A\ldots\ldots[1]$$

分數式と其分母との積は其分子に等し.

(一)　355÷113 ハ割リ算ニテ $3\frac{16}{113}$

$$3\times113+16=355\qquad\therefore\ 3\frac{16}{113}=\frac{355}{113}$$

(二)　$\frac{x^2-ax+a^2}{x+a}$

$$\begin{array}{r} x\ -2a \\ x+a\ \overline{)\ x^2-\ ax+\ a^2} \\ \underline{x^2+\ ax} \\ -2ax+\ a^2 \\ \underline{-2ax-2a^2} \\ 3a^2 \end{array}$$

$$=x-2a+\frac{3a^2}{x+a}.$$

$$(x-2a)(x+a)+3a^2$$

$$=x^2-ax+a^2\ldots\ldots\text{(元の分子)}.$$

眞分數式,假分數式,帶分數式 一つの分數式が其中の或一つの文字に就て,分子の次數が分母の次數より低ければ之を眞分數式,分子の次數が分母の次數より低からざれば之を假分數式と稱し,整式と分數式との和を帶分數式と稱す.

x ニ就テ考フレバ $\frac{3a^2}{x+a}$ ハ眞分數式, $\frac{x}{x-a}$, $\frac{x^2-ax+a^2}{x+a}$ ハ假分數式, $x-2a+\frac{3a^2}{x+a}$ ハ帶分數式ナリ. 分數式トイフベキヲ略シテ單ニ分數トイフコトアリ.

〔2〕 假分數と帶分數との變換

$$\frac{\mathrm{Q.B+R}}{\mathrm{B}}=\mathrm{Q}+\frac{\mathrm{R}}{\mathrm{B}},\qquad \mathrm{Q}=\frac{\mathrm{Q.B}}{\mathrm{B}}$$

假分數 $\frac{\mathrm{Q.B+R}}{\mathrm{B}}$ ハ除法ニヨリテ,帶分數 $\mathrm{Q}+\frac{\mathrm{R}}{\mathrm{B}}$ ニ直スコトヲ得. 帶分數 $\mathrm{Q}+\frac{\mathrm{R}}{\mathrm{B}}$ ハ割リ算ノ驗算ノ時ト同樣ニシテ,之ヲ假分數 $\frac{\mathrm{Q.B+R}}{\mathrm{B}}$ ニ直スコトヲ得. 整式Qハ之ヲ任意ノ式Bヲ分母トスル分數式 $\frac{\mathrm{Q.B}}{\mathrm{B}}$ ニ直スコトヲ得.

〔**例題**〕 **1.** $\frac{3}{7}\times 7\quad \left(3+\frac{58}{99}\right)\times 99\quad \left(1+\frac{b}{a-b}\right)(a-b)$

2. 次ノ各ヲ帶分數ニ直セ.

$$\frac{22}{7}\qquad \frac{a^2}{a-b}\qquad \frac{x^3-1}{x+1}\qquad \frac{5x^2+x-3}{5x-4}$$

3. 次ノ各ヲ假分數ニ直セ.

$$3\frac{25}{99}\qquad a^2+ab+b^2+\frac{b^3}{a-b}\qquad 1-x+x^2=\frac{(\quad)}{1+x}$$

因數分解法ノ法則〔1〕--〔2〕ヲ能ク復習スベシ.

第4節例三ニヨリテ

$$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}}=\frac{\mathrm{NA}}{\mathrm{NB}}\qquad \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}}=\frac{\mathrm{A\div N}}{\mathrm{B\div N}}\cdots\cdots\cdots\cdots[\mathbf{3}]$$

本節ノ初メノ說明ノ合格者人數 a ト志願者人數 b トニ就テ, $\frac{a}{b}=\frac{2}{5}=0.4$ ナルトキ, 0.4 ヲ r ニテ表セバ

$$a=br,\ 2=5r \text{ ト置クコトヲ得.}$$

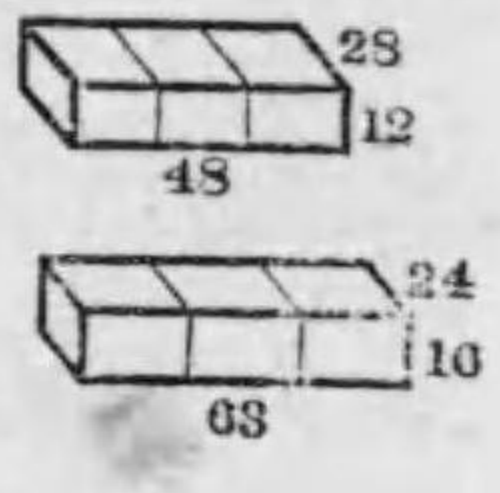
$\frac{a}{b}=\frac{2}{5}$ ナルトキ, a ト b トノ公度ヲ u ニテ表セバ

$$a=2u,\ b=5u \text{ ト置クコトヲ得}$$ (105頁).

〔**例一**〕 二ツノ直六面體A, Bアリ,其橫,縱,高サ,Aハ48, 28, 12(糎), Bハ63, 24, 16(糎)ナリ. 共體積

A ハ B ノ幾分ノ幾ツナルカ.

$$\frac{A}{B}=\frac{48\times 28\times 12}{63\times 24\times 16}=\frac{2}{3}\quad 答$$



先ヅ48ト63トヲ其公約數3ニテ約セバ $\frac{16\times 28\times 12}{21\times 24\times 16}$ トナル. 此事ハ二ツノ直六面體A, Bヲ各其横ノ長サヲ三等分シ, 從ッテ元ノ體積ノ三分ノ一ニ當レル體積ヲ比ベタルコトニ當ル. ツマリ積ノ式ノ一ツノ因數ヲ約セバ,其式ノ値ガ約セラレタルコトニ當ル. 故ニ斯樣ニ分母子ノ公約數ヲ見付ケ次第,次次約シテ答 $\frac{2}{3}$ ヲ得タルナリ（對消法）. $\frac{2}{3}$ ヲ既約分數トイフ.

$u=8064$ トスレバ　$A=2u,\ B=3u$

約分　約分とは,分數の値を變へずして,其二項を簡單にすることなり.

既約分數　分數の分母,分子が公約數を有せざれば,之を既約分數といふ.

〔**例二**〕

$$\frac{65}{91}=\frac{5\times 13}{91}=\frac{5}{7}\quad 答$$

$$\frac{a^2-5a}{a^2-4a-5}=\frac{a(a-5)}{a^2-4a-5}=\frac{a}{a+1}\quad 答$$

分子 $3x^3-3x^2+x-1=3x^2\times x-3x^2\times 1+(x-1)=3x^2(x-1)+(x-1)\times 1=(x-1)(3x^2+1)$

分母 $4x^2-5x+1=(x-1)(4x-1)$

$\therefore \frac{(x-1)(3x^2+1)}{(x-1)(4x-1)}=\frac{3x^2+1}{4x-1}$

$$\frac{3x^3-3x^2+x-1}{4x^2-5x+1}=\frac{3x^3-3x^2+x-1}{(4x-1)(x-1)}=\frac{3x^2+1}{4x-1}\quad 答$$

上ノ三ツハ分子分母ノ中,先ヅ簡單ナル方ヲ因數ニ分解シテ公約數ヲ求メテ約分シタルナリ

(156頁注意).

$$\frac{x^3+3ax^2-a^2x-3a^3}{x^4+4ax^3-12a^3x-9a^4}$$

$$=\frac{(x^2+4ax+3a^2)(x-a)}{(x^2+4ax+3a^2)(x^2-3a^2)}=\frac{x-a}{x^2-3a^2}\quad 答$$

(159頁例二)

$$\frac{494}{481}=1\frac{13}{481}=1\frac{1}{37}\quad 答$$

$$\frac{x^2-7x+12}{x^2-8x+15}=1+\frac{x-3}{x^2-8x+15}=1+\frac{1}{x-5}\quad 答$$

上ノ二ツハ假分數ヲ帶分數ニ直シテ後,約分シタルナリ（第三ナ $x=10$ トシテ驗セ）.

〔**注意**〕算術ニ於ケル分數ノ兩項ハ正ノ整數ナレドモ,代數式ノ分數 $\frac{A}{B}$ ノ兩項A, Bハ整式ナルガ故ニ,正若クハ負ノ整數,分數ヲ表ス. 此差違アルニ拘ラズ分數式 $\frac{A}{B}$ ニ係ル計算ハ $\frac{A}{B}$ ガ尋常ノ分數ナル時ト同樣ナリ.

算術ニアリテハ普通假分數ハ帶分數ニ直シテ答フ. 代數式ニアリテハ一定シ難シ,然レドモ帶

分數式ヲ假分數式ニ直シ,且其分母子ヲ因數ニ分解シ置キテ答フルコト多シ. 分母子ヲ因數ニ分解シ置ケバ一見シテ其既約分數式ナルコトヲ見分クルニ便利ナリ.

$\mathrm{A}-\mathrm{A}=0$ ト **$\dfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{A}}=1$** トヲ混同スベカラズ.

分子,分母ノ相等シキ分數ノ値ハ1ナリ.

$$\frac{-x+y}{-5} \text{ ハ } \frac{x-y}{5}, \qquad \frac{2}{-(x+1)} \text{ ハ } -\frac{2}{x+1}$$

ト整頓セラル.

次ノ各式ヲ計算セヨ.

$(3-3)\div n \qquad (p-q)\div(q-p) \qquad (q-p)^2\div(p-q)$

問題 第二十一集

次ノ各ヲ既約分數ニ直セ.

1. $\dfrac{225}{300} \qquad 0.875 \qquad \dfrac{287}{369} \qquad \dfrac{6\times42\times72}{36\times32\times18}$

2. $\dfrac{a^2b^2}{a^2+ab} \qquad \dfrac{x-x^2}{x-1} \qquad \dfrac{(a-b)^2}{a^2-b^2} \qquad \dfrac{a^2x-ax^2}{x^2-a^2}$

3. $\dfrac{7a^2b-7ab^2}{7a^2c-7ac^2} \qquad \dfrac{3x^2-12ax}{48a^2-3x^2} \qquad \dfrac{3a^2x-2ax^2}{2a^2x-3ax^2}$

4. $\dfrac{(16+23)\times12}{65} \qquad \dfrac{16^3}{24^3} \qquad \dfrac{128^2-28^2}{64^2-36^2} \qquad \dfrac{a^2-(b-c)^2}{b^2-(a-c)^2}$

次ノ5,6ハ帶分數ニテ答ヘヨ.

5. $\dfrac{133}{126} \qquad \dfrac{148}{111} \qquad \dfrac{x^2-x-20}{x^2+x-30} \qquad \dfrac{2a^2-ab-3b^2}{2a^2-5ab+3b^2}$

6. $3-\dfrac{19(x+7)}{5x^2+33x-14} \qquad \dfrac{ax+a-x-1}{ax-a-x+1} \qquad \dfrac{a^2-b^2+c^2+2ac}{a^2-b^2-c^2+2bc}$

7. $\dfrac{x^2-y^2}{(x+y)^2(x-y)^2} \qquad \dfrac{a^3-b^3}{a^4+a^2b^2+b^4} \qquad \dfrac{(x^3-y^3)(x+y)}{(x^3+y^3)(x-y)}$

8. $\dfrac{x^3-6x^2+14x-15}{x^3-2x^2+2x+5} \qquad \dfrac{n^4+2n^3+2n^2+2n+1}{2n^3+3n^2-1}$ (驗 $n=10$).

9. $\dfrac{3x-6}{x^3-4x^2-6x+20} \qquad \dfrac{xy(a^2-b^2)+ab(x^2-y^2)}{ab(x^2+y^2)+xy(a^2+b^2)}$

〔**例**〕 $x=3$ ナルトキ, $\dfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}}=\dfrac{x^2+5x-24}{x^2+2x-15}$ ノ數値ヲ求ム.

解 $\dfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}}=\dfrac{9+15-24}{9+6-15}=\dfrac{0}{0}$

故ニ A, B ハ $x-3$ ナル公約數ヲ有ス(76頁〔**8**〕).

$$\therefore \quad \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}}=\frac{(x-3)(x+8)}{(x-3)(x+5)}=\frac{x+8}{x+5}$$

之ニ x ヲ 3 ト代入スレバ $\dfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}}=\dfrac{\mathbf{11}}{\mathbf{8}}$ 答

分數式の數値は之を既約分數に直して求むべし. 其時も猶分母が0となる時は問題は不可能なり(40頁注意).

10. $x=3$ ナルトキ $\dfrac{x^2-4x+3}{4x^3-9x^2-15x+18}$ ノ數値如何.

11. 次ノ各式ヲ二ツノ眞分數ノ項ニテ表セ.

(一) $\dfrac{22}{7}-\dfrac{355}{113}$　(二) $\dfrac{7x-4}{x-1}-\dfrac{7x-26}{x-3}$

(三) $\dfrac{3x-19}{x-13}+\dfrac{5x-25}{x+7}-8$

12. 次ノ各ハ其和ヲ求ム.

$\dfrac{5}{12}$呎(=5 吋) ト $\dfrac{3}{12}$呎(=3 吋),　$\dfrac{x+y}{a}$ ト $\dfrac{x-y}{a}$

〔**注意1**〕 分母の同じ分數の中,分子の1なるものを,其等の**部分單位**(或は**分數單位**)といふ.

13. 次ノ各式ヲ整頓セヨ.

$1\div a$　$1\div a\times b$　$\dfrac{1}{a}\times b\times c$　$\dfrac{1}{a}\times bc$　$\dfrac{b}{a}\times c$

〔**注意2**〕 分數に掛くるには,分子に掛くべし.

14. (一) $\dfrac{6}{6}$間, $\dfrac{4}{6}$間, $\dfrac{2}{6}$間ノ各ハ $\dfrac{2}{6}$間ノ何倍カ.

(二) $\dfrac{a}{x}$, $\dfrac{b}{x}$, $\dfrac{c}{x}$ ノ各ハ $\dfrac{n}{x}$ ノ何倍カ.

〔**注意3**〕 同分母の分數の比は分子の比に等し. 二つの量の比は其等の量を同一の單位にて表したる二つの數の比に等し.

15. m分ハ幾時ナルカ, 又幾日ナルカ.

〔**注意4**〕 分數を割るには分母に掛くべし.

16. 次ノ各ヲ假分數ニ直セ.

$37\dfrac{43}{100}$　$37\dfrac{43}{99}$　$1-x+\dfrac{x^2}{1+x}$　$a-b+\dfrac{2b^3}{a^2+ab+b^2}$

次ノ各ヲ整式ト眞分數式トノ,或ハ二ツノ眞分數式ノ項ニテ表セ(17, 18). 11. ヲ參照セヨ.

17. $x-5+\dfrac{4x-5}{x-3}$　$a+x-\dfrac{a^2+x^2}{a+x}$　$\dfrac{x-y}{x+y}-\dfrac{x^3-y^3}{x^3+y^3}$

18. $\dfrac{5x+3}{x-1}+\dfrac{2x-3}{2x-2}-6$　$\dfrac{2x-3a}{x-2a}-\dfrac{2x-a}{x-a}$

19. 約分ニヨリテ次ノ等式ヲ驗證セヨ(加比の理).

$$\frac{6}{9}=\frac{4}{6}=\frac{6+4}{9+6}=\frac{6-4}{9-6}=\frac{6m+4n}{9m+6n}=\frac{6p-4q}{9p-6q}$$

20. 分子ガ何レモ $ab-cd$ ナル甲,乙,丙,丁四ツノ分數アリ,其分母ハ夫々 ac, ad, bc, bd ナリ. 各分數ヲ二ツノ既約分數ノ差トシテ表セ.

26. 通分,分數式の加法及び減法

通分とは,二つ以上の分數の値を變へずして,其等を同じ分母の分數に直すことなり.

〔**例一**〕 三種ノ書物アリ,其價甲ハ8冊ニ付7圓,

乙ハ 6 冊ニ付 5 圓,丙ハ 12 冊ニ付 11 圓ナリ. 各 1 冊ノ價ヲ通分スルコト.

解 $\frac{7}{8}$圓, $\frac{5}{6}$圓, $\frac{11}{12}$圓ハ各 1 冊ノ價ナリ.

各分母ノ最小公倍數 24 ヲ各分母ニテ割レバ,

3, 4, 2, 之ヲ各分數ノ兩項ニカケテ.

答 $\frac{21}{24}$圓, $\frac{20}{24}$圓, $\frac{22}{24}$圓

一般ニ公分母トスベキ數ハ **24*n*** ニシテ,卽チ幾通リモアリ, 24 ハ最小公分母ナリ.

21 圓, 20 圓, 22 圓ハ甲,乙,丙ノ各ノ 24 冊ノ價ナリ.

$\frac{1}{24}$ ヲ r ニテ表セバ答ノ各ノ分數ハ $21r$, $20r$, $22r$ ニテ表サレ,此等ノ數ニ關スル計算ハ總テ整式ノ時通リニ行ハルルモノナリ.

通分ハ加法減法ノ準備トシテ肝要ナレドモ,幾ツカアル分數ノ比ヲ求メ,或ハ其等ノ間ノ最大公約數,最小公倍數ヲ求ムルニモ應用セラル.

前ノ結果ニヨレバ,一冊ノ價ノ順ハ

$$\frac{11}{12}\text{圓}>\frac{7}{8}\text{圓}>\frac{5}{6}\text{圓}$$

又各 1 冊ノ價ノ和ハ

$$\frac{21+20+22}{24}=\frac{63}{24}=2\frac{5}{8}(\text{圓})$$

$\frac{21}{24}$ ハ $\frac{7}{8}$ ヲ 3 ニテ**倍分**シタルモノナリ.

〔例二〕 $\dfrac{\mathrm{A}}{a^2b(x+a)}$, $\dfrac{\mathrm{B}}{ab^2(x-a)}$, $\dfrac{\mathrm{C}}{ab(x^2-a^2)}$ ヲ通分スルコト.

解 公分母 $\mathrm{L}=a^2b^2(x^2-a^2)$

之ヲ各分母ニテ割レバ $b(x-a)$, $a(x+a)$, ab

答 $\dfrac{b(x-a)\mathrm{A}}{\mathrm{L}}$, $\dfrac{a(x+a)\mathrm{B}}{\mathrm{L}}$, $\dfrac{ab\mathrm{C}}{\mathrm{L}}$ 但シ $\mathrm{L}=a^2b^2(x^2-a^2)$

通分ハイツモ亂雜ニナラヌ樣ニ注意スベシ.

公分母ヲ L ト略記セズシテ,一一書クモ可ナリ.

〔例題〕 次ノ各組ノ分數ヲ通分セヨ.

1. $\left(\frac{a}{b}, \frac{c}{d}\right)$ $\left(\frac{a}{c}, \frac{b}{d}\right)$ $\left(\frac{d}{b}, \frac{c}{a}\right)$ $\left(\frac{d}{c}, \frac{b}{a}\right)$

2. $\left(\frac{1}{20}, \frac{1}{18}, \frac{1}{45}, \frac{1}{48}\right)$ $\left(\frac{1}{x}, \frac{1}{x^3}, \frac{1}{x^5}\right)$

3. $\left\{\frac{1}{x+y}, \frac{3xy}{x^3+y^3}, \frac{x-y}{x^2-xy+y^2}\right\}$ $\left\{\frac{1}{(p-q)x}, \frac{1}{(q-p)y}\right\}$

4. $\left\{\frac{y+z}{(x-y)(x-z)}, \frac{z+x}{(y-z)(y-x)}, \frac{x+y}{(z-x)(z-y)}\right\}$

5. $\left(x+3, \frac{3x+1}{x-3}\right)$ $\left\{\frac{\mathrm{A}}{2a-3}, \frac{\mathrm{B}}{6a+9}, \frac{\mathrm{C}}{3(4a^2-9)}\right\}$

$3(2a+3)$ $3(2a-3)$

6. $\left(n-3,\ \dfrac{m+2}{n+3}\right)$ $\left\{\dfrac{A}{2x^2-2a^2},\ \dfrac{B}{3x^3-3a^2x},\ \dfrac{C}{4x^3+4ax^2}\right\}$

7. $\left(\dfrac{a}{2x-2},\ \dfrac{b}{1-x^2}\right)$ $\left\{\dfrac{l}{x^2-3x+2},\ \dfrac{m}{x^2+2x-3},\ \dfrac{n}{x^2+x-6}\right\}$

8. $2\frac{11}{12}$分, $1\frac{1}{48}$分, $2\frac{13}{32}$分ノ最小公倍量ハ何時何分ナルカ.

9. $\frac{5}{6}=\frac{10}{21-x}=\frac{15}{16+y}$ ノ各分數ヲ倍分シテ(分子,分母ニ同ジ數ヲ掛ケテ)分子ヲ等シクセヨ.

10. 次ノ各ノ分數ヲ倍分シテ,既約分數ニ直セ.

$$\frac{10.5}{16} \qquad \frac{13}{15\frac{1}{6}} \qquad \frac{1-\frac{x}{a}}{a+x} \qquad \frac{1-\frac{a}{a+b}}{a-b}$$

〔例三〕 (一) $16\frac{1}{12}+4\frac{5}{12}-17\frac{17}{18}$

$$=3\frac{3+15-34}{36}=2\frac{20}{36}=2\frac{5}{9} \quad 答$$

(二) $\mathrm{F}=\dfrac{a^3+a^2b}{a^3-ab^2}-\dfrac{ab}{a^2+ab}-\dfrac{ab^3}{a^3b-ab^3}$

各分母ハ $a(a^2-b^2)$, $a(a+b)$, $ab(a^2-b^2)$

公分母 $\mathrm{L}=ab(a^2-b^2)$ 之ヲ各分母ニテ割レバ

b, $b(a-b)$, 1

$$\therefore\ \mathrm{F}=\frac{(a^3b+a^2b^2)-(a^2b^2-ab^3)-ab^3}{ab(a^2-b^2)}$$

$$=\frac{a^3b}{ab(a^2-b^2)}=\frac{a^2}{a^2-b^2} \quad 答$$

〔注意〕 幾ツカノ分數項ノ和(代數和)ノ式ヲ計算スルニハ,之ヲ盡ク一度ニ通分シテ加フル代リニ

次次に加ふるが便利なることあり〔例四(一),(二)〕.

組組に分ちて加ふるが便利なることあり〔(三),(四)〕.

帶分數に化して加ふるが便利なることあり〔(五)〕.

〔例四〕 (一) $\dfrac{a}{a+b}+\dfrac{ab}{a^2-b^2}-\dfrac{a^2}{a^2+b^2}$

$$=\frac{a^2}{a^2-b^2}-\frac{a^2}{a^2+b^2}$$

$$=\frac{a^2\{a^2+b^2-(a^2-b^2)\}}{a^4-b^4}=\frac{2a^2b^2}{a^4-b^4} \quad 答$$

(二) $\dfrac{1}{1-x}+\dfrac{1}{1+x}+\dfrac{2}{1+x^2}+\dfrac{4}{1+x^4}$

$$=\frac{2}{1-x^2}+\frac{2}{1+x^2}+\frac{4}{1+x^4}$$

$$=\frac{4}{1-x^4}+\frac{4}{1+x^4}=\frac{8}{1-x^8} \quad 答$$