

俞子夷著

筆算珠算混合教學法

上海中華書局印行



民國二十六年二月印刷  
民國二十六年二月發行

筆算珠算混合教學法（全一冊）



實價國幣一角六分

（郵運匯費另加）

著者 俞子夷

發行者 中華書局有限公司  
代表人 路錫三

印刷者 中華書局印刷所  
上海澳門路

上海福州路 中華書局發行所

各埠 中華書局

## 自序

這是個大膽的嘗試，想把一向來當作截然兩事，一向來用絕對不同的兩種方法教學的珠算和筆算，打成一體！這嘗試的動因是爲了短期小學算術課程。到結局，覺得普通小學裏也同樣的可以混合教學。我還記得，初級中學裏混合數學，混合自然，曾經熱鬧過一陣子；後來因爲混得不妥當，多數教師反而覺得混糊塗了，所以現在仍通行分的。珠算筆算的混合，要是混來不澈底，恐怕也會得使教者感覺糊塗。這嘗試，是想使筆算和珠算，永遠結合在一起。初學時，拿算盤作計數器；到後來，一切演算都用算盤。希望將來不再有分別的名稱——珠算筆算；凡是算術，總是用筆記，用算盤算。拿吃飯做比喻，儘管按照食物化學營養學支配原料，儘管分食，但是吃時我們總是用筷子。這嘗試才開始。這裏所寫的，恐怕還有好多地方要修正。拋磚引玉，願同好指教。

這小冊，我獻給耘！耘是第一位鼓勵我這新的嘗試。

二十五年九月一日 俞子夷在浙大

# 筆算珠算混合教學法

## 目次

頁數

一	和不滿十的基本九九	二
二	滿十到十九	一〇
三	滿二十到九十九	一六
四	和十一以上的基本九九	二七
五	百以上的加法和減法	三三
六	乘法九九	三六
七	被乘數二位以上乘數一位的乘法	四一
八	乘數二位的乘法	四五
九	除數一位的除法	五〇

- 十 除數二位的除法……………五四
- 十一 小數、斤兩法、一掌經……………五八
- 十二 練習珠算的方法……………六三
- 十三 手指和算盤……………六八

## 筆算珠算混合教學法

小學算術課程標準教學要點第十一條說，『筆算珠算都是幫助心算的工具，各校當然可以兼教。珠算因有五進關係，比十進的筆算，較爲難學，教學時應當與筆算充分聯絡……』從這一條看來，好像珠算的進程應當比筆算稍後。一年制短期小學課程標準算術課程內容的括弧裏卻規定，『筆算珠算混合教學。』混合與聯絡是不同的。『混合』似乎應當混在一起；就是說筆算與珠算用同一教材，同時學習。『聯絡』不妨先後；先筆算，後珠算，學到珠算時再聯絡到前面已經學過的筆算。兩個標準，小學的標準和短期小學的標準，關於這一點，似乎有些出入。究竟五進關係是不是較難？難在什麼地方？這難處有什麼方法可以解除？這是很值得研究的問題。一年制的短期小學，時期實在太匆促，應學的教材實在太豐富。要是真的能把筆算珠算打成一體，混合教學，恐怕



不但是短期小學受到實惠，將來連小學算術也可以改成一個人新面目；不必延到第四學年才開始學習珠算，或者竟可以不必再有什麼珠算和筆算的分別。

短期小學算術教學法內教材的組織，仍是算術在前，珠筆在後。上下兩冊九十課，二十七課以前是筆算加法減法；二十八到三十五的八課是珠算加法減法；三十六課以後是筆算乘法除法；四十六到五十的五課是筆算加法減法，五十一，五十二課是珠算加法減法，五十三課才是筆算珠算混合復習；五十四到六十課是筆算乘法除法；六十一到六十七的七課是珠算乘法除法；六十八課以後是小數等，才是筆算珠算混合教學。嚴密的說，這樣組織，不能算是完全混合；教學時並未混合，復習或練習時才混合。

### 一 和不满十的基本九九

要完全混合教學，最難的問題，或者在開始的若干教材；不在教了相當時期以後。初學和不過九的加法基本九九，兼顧珠算的五進關係，可以分成下列

的六步：

第一步有 1 1—, 1 2—, 1 3—, 2 1—, 2 2—, 3 1—等六式。這等加法，非常簡單，心算極容易，可以和認識 1 2 3 4 等數目字，合成一個單元。同時認定算盤上珠的地位，珠的放法，撥法。這時只要用下珠，上珠可以不必提及。識數，加法，寫數，撥珠，都在同時。出題目用數目字如 3 1—, 2 1—等。計算用算盤，例如做第一題時，先放三珠如  $\overline{1000000}$ ，再加一珠如  $\overline{100100000}$ ；結果，用數目字 4 記錄。或先抄式 3 1—, 用算盤算好後，加寫 4 字在橫線下，成 3 1—<sup>4</sup>。

第二步有 3 2—, 2 3—, 4 1—, 1 4—等四式。這是和滿五的，心算也很容易，連帶認識數目字 5，併認定算盤的上珠。學這一單元時，仍可照上法，出示式題 3 2—, 4 1—等；用算盤計算，例如第一題，先放三珠如  $\overline{100100000}$ ，加 2 時撥下上珠，再撥去三下珠，如  $\overline{5000000}$ ，結果用數目字 5 寫出，第一式的 3 2—, 便成 3 2—<sup>5</sup>。做第二步時，應當拿第一步的六式攪和練習。出題不能

呆照某種次序，宜混和，如第一例。若怕練習單調，可以化成連加法，如第二例。

第 一 例

$\frac{2}{-}, \frac{2}{-}, \frac{3}{-}, \frac{1}{-}, \frac{3}{-}, \frac{4}{-}, \frac{1}{-}, \frac{2}{-}, \frac{1}{-}, \frac{1}{-}$   
 $\frac{3}{-}, \frac{2}{-}, \frac{2}{-}, \frac{1}{-}, \frac{1}{-}, \frac{1}{-}, \frac{3}{-}, \frac{1}{-}, \frac{4}{-}, \frac{2}{-}$

$\frac{3}{-}, \frac{4}{-}, \frac{2}{-}, \frac{3}{-}, \frac{1}{-}, \frac{2}{-}, \frac{2}{-}, \frac{1}{-}, \frac{1}{-}, \frac{1}{-}$   
 $\frac{2}{-}, \frac{1}{-}, \frac{2}{-}, \frac{1}{-}, \frac{4}{-}, \frac{1}{-}, \frac{3}{-}, \frac{1}{-}, \frac{2}{-}, \frac{3}{-}$

第 二 例

$\frac{1}{-}, \frac{2}{-}, \frac{1}{-}, \frac{1}{-}, \frac{2}{-}, \frac{3}{-}, \frac{2}{-}, \frac{1}{-}, \frac{1}{-}, \frac{1}{-}$   
 $\frac{1}{-}, \frac{1}{-}, \frac{1}{-}, \frac{2}{-}, \frac{1}{-}, \frac{1}{-}, \frac{2}{-}, \frac{1}{-}, \frac{3}{-}, \frac{2}{-}$   
 $\frac{1}{-}, \frac{1}{-}, \frac{2}{-}, \frac{1}{-}, \frac{2}{-}, \frac{1}{-}, \frac{1}{-}, \frac{3}{-}, \frac{1}{-}, \frac{2}{-}$

$\frac{1}{-}, \frac{2}{-}, \frac{1}{-}, \frac{1}{-}, \frac{1}{-}$   
 $\frac{1}{-}, \frac{1}{-}, \frac{2}{-}, \frac{1}{-}, \frac{1}{-}$   
 $\frac{1}{-}, \frac{1}{-}, \frac{1}{-}, \frac{2}{-}, \frac{1}{-}$   
 $\frac{2}{-}, \frac{1}{-}, \frac{1}{-}, \frac{1}{-}, \frac{1}{-}$

第 三 例

$\frac{2}{-}, \frac{4}{-}, \frac{2}{-}, \frac{4}{-}, \frac{3}{-}, \frac{3}{-}, \frac{2}{-}, \frac{2}{-}, \frac{3}{-}, \frac{3}{-}$   
 $\frac{3}{-}, \frac{1}{-}, \frac{3}{-}, \frac{1}{-}, \frac{2}{-}, \frac{2}{-}, \frac{3}{-}, \frac{3}{-}, \frac{2}{-}, \frac{2}{-}$   
 $\frac{1}{-}, \frac{4}{-}, \frac{2}{-}, \frac{3}{-}, \frac{2}{-}, \frac{3}{-}, \frac{3}{-}, \frac{4}{-}, \frac{1}{-}, \frac{4}{-}$

$\frac{1}{-}, \frac{2}{-}, \frac{1}{-}, \frac{1}{-}, \frac{4}{-}, \frac{1}{-}, \frac{4}{-}, \frac{2}{-}, \frac{1}{-}, \frac{3}{-}$   
 $\frac{4}{-}, \frac{2}{-}, \frac{4}{-}, \frac{1}{-}, \frac{1}{-}, \frac{4}{-}, \frac{1}{-}, \frac{1}{-}, \frac{4}{-}, \frac{1}{-}$   
 $\frac{4}{-}, \frac{5}{-}, \frac{3}{-}, \frac{5}{-}, \frac{2}{-}, \frac{2}{-}, \frac{1}{-}, \frac{5}{-}, \frac{1}{-}, \frac{1}{-}$

例 四 第

5	5	2	1	5	5	1	1	2	5
1	2	5	5	2	1	5	5	5	3
1	1	2	1	2	2	2	3	1	1
—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,
5	3	4	3	2	2	1			
1	5	1	2	3	2	1			
3	1	2	1	1	1	1			
—,	—,	1	2	1	1	2	.....	.....	.....
		—,	—,	—,	3	3			
					—,	1			

加法的樣子；一來可以避免練習時的單調，二來練習容易純熟並且多一種變化應用。

第三步有 5 1 —, 5 2 —, 5 3 —,  
 5 4 —, 1 5 —, 2 5 —, 3 5 —, 4 5 —

等八式。這單元中可以包括 6 7 8 9 等數目字的認識。珠算方面，上珠下珠都要用到。這實在是前二步的結合，並沒有什麼新的。不過指法要開始注意。在前二步，撥珠的動作非常簡單，只用一指已可應付。現在上下珠連續用，宜開始養成使用兩指的習慣。學習方法，仍可以照前二步。如第三例是化成連

第四步有  $6\ 1$ —,  $6\ 2$ —,  $6\ 3$ —,  $7\ 1$ —,  $7\ 2$ —,  $8\ 1$ —等六式。這步比第三步稍難。第一個數目是  $6, 7, 8$ , 要同時用到上下珠, 並且用兩指同時撥珠。除此以外, 加的方法, 並沒有什麼重大困難。學習方法, 仍可以同第一、第二步。變化練習用的連加法, 如第四例。

第五步有  $1\ 6$ —,  $2\ 6$ —,  $3\ 6$ —,  $1\ 7$ —,  $2\ 7$ —,  $1\ 8$ —等六式。這步比第四步略難。難的地方並不是完全在算法, 要同時撥動上下珠, 也要多多練習。學習方法, 仍可同前。變化練習用的連加法, 如第五例, 花色並不如第四步那般多, 宜攙和第四例混合練習。

第六步有  $4\ 2$ —,  $2\ 4$ —,  $3\ 3$ —,  $4\ 3$ —,  $3\ 4$ —,  $4\ 4$ —等六式。這是不進位中最難的一步。以前五步, 不進十, 也不進五; 這第六步進五不進十。老式要念熟「上五去一」, 「上五去三」等口訣, 實在是徒勞的。只有這六式, 難道怕來不及練習純熟單獨練習, 當然乏味, 容易招致厭倦。一方面和以前各步混合練

習，又一方面化成連加法，如第六例。學習方法，仍可同前。算盤上珠的動法，例如

3 3，先放成  $\overline{000000}$  式，再改成  $\overline{000000}$  式即得。用心算做基礎，最忌

叫學生機械式的死背口訣。

多練習，自然容易成功習慣。

上面六步學會以後，可

以開始學些減法。減法基本

九九，只須把上面六步還原

即得。仍可分作六步進行如

下。不過減法的變化練習較

少。雖可參用連減法，但實地

應用，連減法遠不如連加法

繁。

### 第五例

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ 6 \end{array}, \begin{array}{r} 2 \\ 1 \\ 6 \end{array}, \begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ 6 \end{array}, \begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ 7 \end{array}, \begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 6 \end{array}$$

### 第六例

$$\begin{array}{r} 2 \\ 1 \\ 3 \end{array}, \begin{array}{r} 1 \\ 3 \\ 4 \end{array}, \begin{array}{r} 1 \\ 3 \\ 2 \end{array}, \begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ 4 \end{array}, \begin{array}{r} 2 \\ 2 \\ 3 \end{array}, \begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array}, \begin{array}{r} 1 \\ 3 \\ 3 \end{array}, \begin{array}{r} 2 \\ 2 \\ 2 \end{array}, \begin{array}{r} 3 \\ 1 \\ 3 \end{array}, \begin{array}{r} 3 \\ 1 \\ 2 \end{array},$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 2 \\ 4 \end{array}, \begin{array}{r} 3 \\ 1 \\ 4 \end{array}, \begin{array}{r} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{array}, \begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 3 \end{array}, \begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \end{array}, \begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{array}, \begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{array}, \begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \end{array}, \begin{array}{r} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \end{array}, \begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 4 \end{array}$$

第一步： $2\ 1$ —， $3\ 1$ —， $4\ 1$ —， $3\ 2$ —， $4\ 2$ —， $4\ 3$ —六式。

第二步： $5\ 1$ —， $5\ 2$ —， $5\ 3$ —， $5\ 4$ —四式。

第三步： $6\ 1$ —， $7\ 2$ —， $8\ 3$ —， $9\ 4$ —， $6\ 5$ —， $7\ 5$ —， $8\ 5$ —， $9\ 5$ —八式。

第四步： $7\ 1$ —， $8\ 1$ —， $8\ 2$ —， $9\ 1$ —， $9\ 2$ —， $9\ 3$ —六式。

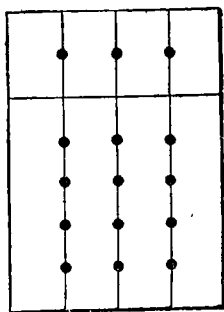
第五步： $7\ 6$ —， $8\ 6$ —， $9\ 6$ —， $8\ 7$ —， $9\ 7$ —， $9\ 8$ —六式。

第六步： $6\ 2$ —， $6\ 3$ —， $6\ 4$ —， $7\ 3$ —， $7\ 4$ —， $8\ 4$ —六式。

以上六步中，第二步是一個難關；第六步又是一個難關。如學生學習能力較強，可以把第一、第二步合成一個單元，其餘四步（第三到第六）合成一個單元，較容易的幾步練習可以減少些；進行可以快些。

在年幼的學生，開始就用算盤，怕得珠太多，容易使他們分心，可以做一種簡單的教具，作為準備。用狹長的馬口鐵或厚紙，長約四寸，闊約三寸，如第一圖，划一橫檔，三條直線。仿照算盤上地位，在每條直線上，橫檔上方做一個凸起，下

第一圖



第二圖



方做四個凸起，如第一圖中黑點。凸起做法如第二圖，先畫一圓，再畫一小圓，兩圓同心，畫一狹長等腳三角形，划開兩腳，向上摺起即得。某種圖畫釘的腳，就是如此做法。再用厚紙做象棋子大小的圓形十五個；十二個塗紅色，三個塗白色，中心穿孔。這一種教具，每生一份；再放大尺寸做一份共同示教用的。不但初步可用，以後千以內的計算，都可以用。

用法舉一例如下：在認識數目字時，可以板示 4 字，叫學生拿四個紅圓套在橫檔下的凸起上。反過來，用共同示教的大教具，教師拿三個紅圓套在橫檔下的凸起上，叫學生寫數目字『3』。『凡逢』5『時，下檔凸起不夠，改用白



圓，套在橫檔上的凸起上。照上述加法分作六步，學生計算，用這教具代算盤。白色代『5』，紅色代『1』；白色在橫檔上，紅色在橫檔下，這是一定的規律。這種準備工作，如做來純熟，極容易過渡到算盤上。圓形套牢在凸起上，檢答時，可以叫學生用手把教具舉起來，向着教師；一看即知正誤。這一點，比算盤更便利。

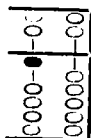
## 二 滿十到十九

滿十是一個重要的關鍵；筆算如此，珠算也如此。加法基本九九，有91一，82一，73一，64一，55一，46一，37一，28一，19一，等九式。這當然也要練熟；單念口訣，不如直接在撥珠的技術上養成習慣。一個新的數目字10，是必須認清楚的。位子的關係，當然不必多講空論，但是算盤上卻要認定最右一檔放九以下數，滿十時，在較左的一檔上放一。用前述教具時，這關係也同。例如

8 2 一，先放成



式，再改作



式。學習方法，仍可先看式或

抄式，次用算盤或教具計算，末寫答數或在抄的算式 8 2 一的下面寫答，成爲 8 2 一。練習時宜把以前和在九以下的攙雜進去，並且也可變成各式連加法如第七例；練習連加法時，也要攙和不满十的，如 2 4 1 1 一。四個以上的

### 第 七 例

1 1 8 —,	1 2 7 —,	2 1 7 —,	2 2 6 —,	1 3 6 —,	3 1 6 —,	1 4 5 —,	4 1 5 —,	2 3 5 —,
3 2 5 —,	3 3 4 —,	4 2 4 —,	2 4 4 —,	1 5 4 —,	5 1 4 —,	4 3 3 —,	3 4 3 —,	2 5 3 —,
5 2 3 —,	6 1 3 —,	1 6 3 —,	4 4 2 —,	3 5 2 —,	5 3 2 —,	2 6 2 —,	6 2 2 —,	7 1 2 —,
1 7 2 —,	4 5 1 —,	5 4 1 —,	6 3 1 —,	3 6 1 —,	7 2 1 —,	2 7 1 —,	8 1 1 —,	1 8 1 —

連加法，可以拿第七例變化應用，例如 1 2 7 一，化作 1 1 1 7 一； 5 3 2 一，化作 3 2 1 2 2 一等等。滿十到十九爲止，不進位的加法，有第八例的各式。這九十式可以細分作爲四步。第八例甲的一步，最容易，不過是一種認

數寫數的練習罷了。乙是甲的逆，略為難些。丙和丁差不多；丁比丙略難。甲乙兩步可以同時學習；丙丁也可以同學。化作連加法，式子更多；單單甲的一步，三數連加，已得八十一式如第九例。四數以上連加，當然更多。丙步，三數連加如第十

例									
				八			第		
				甲			乙		
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—
				乙			丙		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—
				丙			丁		
11	11	11	11	11	11	11	11	11	12
1	2	3	4	5	6	7	8	1	1
—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—
12	12	12	12	12	12	13	13	13	13
2	3	4	5	6	7	1	2	3	3
—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—
13	13	13	14	14	14	14	14	15	15
4	5	6	1	2	3	4	5	1	1
—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—
15	15	15	16	16	16	17	17	18	18
2	3	4	1	2	3	1	2	1	1
—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—
				丁			五		
1	1	1	1	1	1	1	1	2	2
11	12	13	14	15	16	17	18	11	11
—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—
2	2	2	2	2	2	3	3	3	3
12	13	14	15	16	17	11	12	13	13
—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—
3	3	3	4	4	4	4	4	5	5
14	15	16	11	12	13	14	15	11	11
—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—
5	5	5	6	6	6	7	7	8	8
12	13	14	11	12	13	11	12	11	11
—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—

例。四數以上連加，以及丁步化成的連加法，可以參酌類推，不再詳列。

上面的練習，到將要結束，預備進一步開始教二十以上的加法時，可以在練習題中，攙雜若干 16 4，或 10 6 4 一等題目，使學生遇到新的困難，作為新

例		九		第		九		第	
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	9
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
1	2	3	4	5	6	7	8	9	9
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
1	2	3	4	5	6	7	8	9	9
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
1	2	3	4	5	6	7	8	9	9
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
1	2	3	4	5	6	7	8	9	9
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
1	2	3	4	5	6	7	8	9	9
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
1	2	3	4	5	6	7	8	9	9
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
1	2	3	4	5	6	7	8	9	9
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	9

第十例

10	10	10	10	10	10	10	10	10
1	1	1	1	1	1	1	1	1
1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	8,
10	10	10	10	10	10	10	10	10
1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	8,
10	10	10	10	10	10	10	2	10
2	2	2	2	2	2	2	2	10
1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	7,	1,
10	10	10	10	10	10	10	10	10
2	2	2	2	2	2	2	10	10
10	10	10	10	10	10	10	3	3
2,	3,	4,	5,	6,	7,	7,	1,	2,
10	10	10	10	3	3	3	3	3
3	3	3	3	10	10	10	10	10
3,	4,	5,	6,	1,	2,	3,	4,	4,
10	10	10	10	10	10	10	4	10
3	3	4	4	4	4	4	4	10
10	10	1	2,	3,	4,	5,	5,	1,
5,	6,	1,	2,	3,	4,	5,	5,	1,
10	10	10	10	10	10	10	10	10
4	4	4	4	10	10	10	5	5
10	10	10	10	5	5	5	5	5
2,	3,	4,	5,	1,	2,	3,	4,	4,
10	10	10	10	10	10	10	6	10
5	5	5	5	6	6	6	6	10
10	10	10	10	1	2,	3,	3,	1,
1,	2,	3,	4,	1,	2,	3,	3,	1,
10	10	10	10	7	7	10	8	10
6	6	7	7	10	10	8	8	10
10	10	1	2,	1,	2,	1,	1,	1
2,	3,	1,	2,	1,	2,	1,	1,	1

教材的學習動機。或者到上面止，改學減法；等十九以下不退位減法學過之後，再擴充到二十以上。那末，可在減法學完後，混合復習加法減法時，再把 17<sub>3</sub> 一

7<sub>10</sub> 3 一等滿二十的加法夾雜在內，用來引起動機。

減法是加法的還原。十以上十九以下不退位的減法，大約可分成各步如

下：

第一步： $10 \begin{array}{r} 1 \\ - \\ 10 \end{array} 2$ ， $10 \begin{array}{r} 2 \\ - \\ 10 \end{array} 3$ ， $10 \begin{array}{r} 3 \\ - \\ 10 \end{array} 4$ ， $10 \begin{array}{r} 4 \\ - \\ 10 \end{array} 5$ ， $10 \begin{array}{r} 5 \\ - \\ 10 \end{array} 6$ ， $10 \begin{array}{r} 6 \\ - \\ 10 \end{array} 7$ ， $10 \begin{array}{r} 7 \\ - \\ 10 \end{array} 8$ ， $10 \begin{array}{r} 8 \\ - \\ 10 \end{array} 9$ 一等；可以附帶

學  $10 \begin{array}{r} 10 \\ - \\ 10 \end{array}$  結果是零的減法。

第二步： $11 \begin{array}{r} 1 \\ - \\ 12 \end{array} 2$ ， $13 \begin{array}{r} 3 \\ - \\ 14 \end{array} 4$ ， $15 \begin{array}{r} 5 \\ - \\ 16 \end{array} 6$ ， $17 \begin{array}{r} 7 \\ - \\ 18 \end{array} 8$ ， $19 \begin{array}{r} 9 \\ - \\ 10 \end{array}$ 一等。

第三步： $11 \begin{array}{r} 10 \\ - \\ 12 \end{array} 10$ ， $13 \begin{array}{r} 10 \\ - \\ 13 \end{array} 10$ ， $14 \begin{array}{r} 10 \\ - \\ 15 \end{array} 10$ ， $17 \begin{array}{r} 10 \\ - \\ 19 \end{array} 10$ ， $19 \begin{array}{r} 10 \\ - \\ 10 \end{array}$ 一等。

第四步： $12 \begin{array}{r} 1 \\ - \\ 13 \end{array} 1$ ， $13 \begin{array}{r} 1 \\ - \\ 13 \end{array} 2$ ， $14 \begin{array}{r} 1 \\ - \\ 14 \end{array} 2$ ， $15 \begin{array}{r} 2 \\ - \\ 16 \end{array} 3$ ， $17 \begin{array}{r} 3 \\ - \\ 19 \end{array} 1$ ， $19 \begin{array}{r} 2 \\ - \\ 19 \end{array} 3$ ， $19 \begin{array}{r} 3 \\ - \\ 19 \end{array} 4$ ，

$19 \begin{array}{r} 5 \\ - \\ 19 \end{array} 6$ ， $19 \begin{array}{r} 7 \\ - \\ 19 \end{array} 8$ 一等。

第五步： $12 \begin{array}{r} 11 \\ - \\ 13 \end{array} 11$ ， $13 \begin{array}{r} 11 \\ - \\ 13 \end{array} 12$ ， $14 \begin{array}{r} 11 \\ - \\ 14 \end{array} 13$ ， $\dots$ 到  $19 \begin{array}{r} 11 \\ - \\ 19 \end{array} 12$ ， $19 \begin{array}{r} 12 \\ - \\ 19 \end{array} 13$ ， $19 \begin{array}{r} 13 \\ - \\ 19 \end{array} 14$ ，

$19 \begin{array}{r} 15 \\ - \\ 19 \end{array} 16$ ， $19 \begin{array}{r} 17 \\ - \\ 19 \end{array} 18$ 一等；可以附帶學  $11 \begin{array}{r} 11 \\ - \\ 12 \end{array} 12$ ， $\dots$ 到  $19 \begin{array}{r} 19 \\ - \\ 19 \end{array}$  結果是零

的減法。

以上第二、三步可以合作一個單元；第四、五步也可以合。在混合復習時，除加法題減法題分別列式外，還可以做些連加法與減法混在一起的題目；例如



4 6—, 3 7—, 2 8—, 1 9—等,不過十位上多一個數目。倒過來,還有 1 19—, 2 18—, 3 17—, 4 16—, 5 15—, 6 14—, 7 13—, 8 12—, 9 11—等。這類教材雖沒有特別困難,不過仍宜相當練習,不可疏忽。練習可以增加技能的純熟,同時在認識數目,位子等有直接影響。從練習中認識的,比了空講要確實得多。

二十以上到九十九各數範圍內,不進位的加法,花色很多,大概可分下列六式。

第一式,如第十一例。這等實在不是加法;功用重在二十到二十九各數的認識和算盤上位子的認識。

第二式,如第十二例。這是二十到九十各數的認識,兼復習前面的基本九九。

第三式,如第十三例。這和第一式相似,重在數的認識;數目範圍擴充到三十以上,九十九爲止。



第四式，如第十四例。這是前面所學基本九九的應用練習；範圍擴充到三十以上，九十九爲止。

這例可分兩部。一部是 21 1 一等，又一部是 1 21 一等。練習時宜雙方兼顧。

第十 一 例

20 20 20 20 20 20 20 20 20  
 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,

1 2 3 4 5 6 7 8 9  
 20 20 20 20 20 20 20 20 20

第十 二 例

10 20 30 40 50 60 70 80 10  
 10 10 10 10 10 10 10 10 20,

20 30 40 50 60 70 10 20 30  
 20 20 20 20 20 20 30 30 30,

40 50 60 10 20 30 40 50 10  
 30 30 30 40 40 40 40 40 50,

20 30 40 10 20 30 10 20 10  
 50 50 50 60 60 60 70 70 80

第 十 三 例

30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,
40	40	40	40	40	40	40	40	40	40
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,
50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,
60	60	60	60	60	60	60	60	60	60
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,
70	70	70	70	70	70	70	70	70	70
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,
80	80	80	80	80	80	80	80	80	80
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,
90	90	90	90	90	90	90	90	90	90
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,
1	2	3	4						9
30	30	30	30	.....					30
1	2	3	4						9
40	40	40	40	.....					40
1	2	3	4						9
50	50	50	50	.....					50
⋮	⋮	⋮	⋮						⋮
1	2	3	4						9
90	90	90	90	.....					90
—,	—,	—,	—,						—

第五式，如第十五例情形和前式彷彿。前式加法在個位，十位不必計算；這式加法在十位，個位不必計算。也分兩部。一部是 10 11 一等，又一部是 11 10 一等。練習時仍宜雙方兼顧。

第六式，如第十六例。兩位加法。教材很多，例中分列甲，乙，丙，丁，戊，己，庚，辛，八部。如許材料，當然不必個個式子都練習到。選用時可以看學習時間，學生能力而定。多練習，只要時間允許，學生不覺得苦痛，總比少練習好。一面可使手法純

第 十 四 例

甲

$$\begin{array}{cccccccc} 21 & 21 & 21 & 21 & 21 & 21 & 21 & 21 & 21 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} 31 & 31 & 31 & 31 & 31 & 31 & 31 & 31 & 31 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} & & & & \vdots & & & & \\ 91 & 91 & 91 & 91 & 91 & 91 & 91 & 91 & \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} 22 & 22 & 22 & 22 & 22 & 22 & 22 & 22 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} 32 & 32 & 32 & 32 & 32 & 32 & 32 & 32 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} 92 & 92 & 92 & 92 & 92 & 92 & 92 & \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & & \\ 28 & 28 & 38 & 38 & 48 & 48 & & & 98 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & & & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} 29 & 39 & 49 & 59 & 69 & 79 & 89 & \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \\ \hline \end{array}$$

# 例 五 十 第

甲

10	10	10	....	10
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>		<u>19</u>
20	20	20		20
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	....	<u>19</u>
		⋮		
80	80	80		80
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	....	<u>19</u>
~~~~~				
10	10	10		10
<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	....	<u>29</u>
20	20	20		20
<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	....	<u>29</u>
		⋮		
70	70	70		70
<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	....	<u>29</u>
~~~~~				
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
10	10	10		10
<u>71</u>	<u>72</u>	<u>73</u>	..	<u>79</u>
20	20	20		20
<u>71</u>	<u>72</u>	<u>73</u>	....	<u>79</u>
~~~~~				
10	10	10		10
<u>81</u>	<u>82</u>	<u>83</u>	....	<u>89</u>

乙

1	2	3	....	9
<u>21</u>	<u>21</u>	<u>21</u>		<u>21</u>
1	2	3		9
<u>31</u>	<u>31</u>	<u>31</u>	....	<u>31</u>
		⋮		
1	2	3		8
<u>91</u>	<u>91</u>	<u>91</u>	....	<u>91</u>
~~~~~				
1	2	3		8
<u>22</u>	<u>22</u>	<u>22</u>	....	<u>22</u>
1	2	3		8
<u>32</u>	<u>32</u>	<u>32</u>	....	<u>32</u>
		⋮		
1	2	3		7
<u>92</u>	<u>92</u>	<u>92</u>	....	<u>92</u>
~~~~~				
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1	2	1	2	
<u>28</u>	<u>28</u>	<u>38</u>	<u>38</u>	
1	2		1	
<u>48</u>	<u>48</u>	....	<u>98</u>	
1	1	7		1
<u>29</u>	<u>39</u>	<u>49</u>	....	<u>89</u>

筆算珠算混合教學法

乙

11	11	11		11
$\frac{10}{-}$ ,	$\frac{20}{-}$ ,	$\frac{30}{-}$ ,	...	$\frac{80}{-}$
12	12	12		12
$\frac{10}{-}$ ,	$\frac{20}{-}$ ,	$\frac{30}{-}$ ,	...	$\frac{80}{-}$
		...		
19	19	19		19
$\frac{10}{-}$ ,	$\frac{20}{-}$ ,	$\frac{30}{-}$ ,	...	$\frac{80}{-}$ ;
~~~~~				
21	21	21		21
$\frac{10}{-}$ ,	$\frac{20}{-}$ ,	$\frac{30}{-}$ ,	...	$\frac{70}{-}$
22	22	22		22
$\frac{10}{-}$ ,	$\frac{20}{-}$ ,	$\frac{30}{-}$ ,	...	$\frac{70}{-}$
		...		
29	29	29		29
$\frac{10}{-}$ ,	$\frac{20}{-}$ ,	$\frac{30}{-}$ ,	...	$\frac{70}{-}$ ;
~~~~~				
...	...	...	...	...
71	71			
$\frac{10}{-}$ ,	$\frac{20}{-}$			
72	72			
$\frac{10}{-}$ ,	$\frac{20}{-}$			
...	...			
79	79			
$\frac{10}{-}$ ,	$\frac{20}{-}$ ;			
~~~~~				
81	82	83		89
$\frac{10}{-}$ ,	$\frac{10}{-}$ ,	$\frac{10}{-}$ ,	...	$\frac{10}{-}$

熟；一面可以增進心算的效力。

以上六式，連同滿二十的加法，都可化作連加法，如下：

一、	二、	三、	四、
10	10	10	20
9	10	10	10
1	7	10	2
$\frac{1}{-}$ ,	$\frac{1}{-}$ ,	$\frac{1}{-}$ ,	$\frac{1}{-}$ ,
10	18	20	10
3	2	20	20
7	7	30	30
$\frac{1}{-}$ ,	$\frac{1}{-}$ ,	$\frac{1}{-}$ ,	9
7	4	10	3
10	16	50	3
3	7	30	2
$\frac{1}{-}$ ,	$\frac{1}{-}$ ,	$\frac{1}{-}$ ,	50
2	4	1	1
10	20	20	1
8	1	1	1
$\frac{1}{-}$ ,	$\frac{1}{-}$ ,	$\frac{1}{-}$ ,	$\frac{1}{-}$
1	1	1	1
1	1	1	1
1	1	1	1

# 第 十 六 例

甲

筆算珠算混合教學法

11	11	11	11	11	11	11	11	11
11,	12,	13,	14,	15,	16,	17,	18,	19,
—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—
12	12	12	12	12	12	12	12	12
11,	12,	13,	14,	15,	16,	17,	18,	18,
—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—
13	13	13	13	13	13	13	13	13
11,	12,	13,	14,	15,	16,	17,	17,	17,
—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—,	—
		⋮		⋮				
18	18	19						
11,	12,	11,						
—,	—,	—,						

---

21	21	21	⋯	21
11,	12,	13,		19,
—,	—,	—,		—
22	22	22	⋯	22
11,	12,	13,		18,
—,	—,	—,		—
23	23	23	⋯	23
11,	12,	13,		17,
—,	—,	—,		—
	⋮	⋮		
28	28	29		
11,	12,	11,		
—,	—,	—,		

---

⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
81	81	81	⋯	81
11,	12,	13,		18,
—,	—,	—,		—
82	82	82	⋯	82
11,	12,	13,		17,
—,	—,	—,		—
	⋮			
87	87	88		
11,	12,	11,		
—,	—,	—,		

六、五、  
 等。 5 20  
       5 2  
       11, 5,  
       —, —,  
       10 2  
       30 20  
       21, 5,  
       —, —,  
       25 10  
       5 20  
       16 4  
       —, 3  
       5 —,  
       25 5  
       16 2  
       —, 33,  
       10 —,  
       9 2  
       20, 2  
       —, 3  
       6 91,  
       4 一等,  
       9 二等,  
       20, 三等。  
       —,  
       7  
       3  
       6  
       3  
       20,  
       一等

## 乙

11	11	11		11
21	22	23	...	29
—,	—,	—,		—
12	12	12		12
21	22	23	...	28
—,	—,	—,		—
13	13	13		13
21	22	23	...	27
—,	—,	—,		—
				∴
18	18	19		
21	22	21		
—,	—,	—,		

21	21	21		21
21	22	23	...	29
—,	—,	—,		—
22	22	22		22
21	22	23	...	28
—,	—,	—,		—
23	23	23		23
21	22	23	...	27
—,	—,	—,		—
				∴
28	28	29		
21	22	21		
—,	—,	—,		

∴	∴	∴	∴	∴
71	71	71		71
21	22	23	...	28
—,	—,	—,		—
72	72	72		72
21	22	23	...	27
—,	—,	—,		—
				∴
77	77	78		
21	22	21		
—,	—,	—,		

## 丙

11	11	11		11
31	32	33	...	39
—,	—,	—,		—
12	12	12		12
31	32	33	...	38
—,	—,	—,		—
				∴
18	18	19		
31	32	31		
—,	—,	—,		

21	21	21		21
31	32	33	...	39
—,	—,	—,		—
22	22	22		22
31	32	33	...	38
—,	—,	—,		—
				∴
28	28	29		
31	32	31		
—,	—,	—,		

∴	∴	∴	∴	∴
61	61	61		61
31	32	33	...	38
—,	—,	—,		—
62	62	62		62
31	32	33	...	37
—,	—,	—,		—
				∴
67	67	68		
31	32	31		
—,	—,	—,		

戊

11 11 11 11  
 $\frac{51}{-}, \frac{52}{-}, \frac{53}{-}, \dots \frac{59}{-}$

12 12 12 12  
 $\frac{51}{-}, \frac{52}{-}, \frac{53}{-}, \dots \frac{58}{-}$

⋮

18 18 19  
 $\frac{51}{-}, \frac{52}{-}, \frac{51}{-};$

21 21 21 21  
 $\frac{51}{-}, \frac{52}{-}, \frac{53}{-}, \dots \frac{59}{-}$

22 22 22 22  
 $\frac{51}{-}, \frac{52}{-}, \frac{53}{-}, \dots \frac{58}{-}$

⋮

28 28 29  
 $\frac{51}{-}, \frac{52}{-}, \frac{51}{-};$

⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮

41 41 41 41  
 $\frac{51}{-}, \frac{52}{-}, \frac{53}{-}, \dots \frac{58}{-}$

42 42 42 42  
 $\frac{51}{-}, \frac{52}{-}, \frac{53}{-}, \dots \frac{57}{-}$

⋮

47 47 48  
 $\frac{51}{-}, \frac{52}{-}, \frac{51}{-};$

丁

11 11 11 11  
 $\frac{41}{-}, \frac{42}{-}, \frac{43}{-}, \dots \frac{49}{-}$

12 12 12 12  
 $\frac{41}{-}, \frac{42}{-}, \frac{43}{-}, \dots \frac{48}{-}$

⋮

18 18 19  
 $\frac{41}{-}, \frac{42}{-}, \frac{41}{-};$

21 21 21 21  
 $\frac{41}{-}, \frac{42}{-}, \frac{43}{-}, \dots \frac{49}{-}$

22 22 22 22  
 $\frac{41}{-}, \frac{42}{-}, \frac{43}{-}, \dots \frac{48}{-}$

⋮

28 28 29  
 $\frac{41}{-}, \frac{42}{-}, \frac{41}{-};$

⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮

51 51 51 51  
 $\frac{41}{-}, \frac{42}{-}, \frac{43}{-}, \dots \frac{48}{-}$

52 52 52 52  
 $\frac{41}{-}, \frac{42}{-}, \frac{43}{-}, \dots \frac{47}{-}$

⋮

57 57 58  
 $\frac{41}{-}, \frac{42}{-}, \frac{41}{-};$



## 庚

11	11	11		11
$\frac{71}{-}$ ,	$\frac{72}{-}$ ,	$\frac{73}{-}$ ,	∴	$\frac{79}{-}$
12	12	12		12
$\frac{71}{-}$ ,	$\frac{72}{-}$ ,	$\frac{73}{-}$ ,	∴	$\frac{78}{-}$
			∴	
18	18	19		
$\frac{71}{-}$ ,	$\frac{72}{-}$ ,	$\frac{71}{-}$ ;		

21	21	21		21
$\frac{71}{-}$ ,	$\frac{72}{-}$ ,	$\frac{73}{-}$ ,	∴	$\frac{78}{-}$
22	22	22		22
$\frac{71}{-}$ ,	$\frac{72}{-}$ ,	$\frac{73}{-}$ ,	∴	$\frac{77}{-}$
			∴	
27	27	28		
$\frac{71}{-}$ ,	$\frac{72}{-}$ ,	$\frac{71}{-}$ ;		

## 辛

11	11	11		11
$\frac{81}{-}$ ,	$\frac{82}{-}$ ,	$\frac{83}{-}$ ,	∴	$\frac{88}{-}$
12	12	12		12
$\frac{81}{-}$ ,	$\frac{82}{-}$ ,	$\frac{83}{-}$ ,	∴	$\frac{87}{-}$
			∴	
17	17	18		
$\frac{81}{-}$ ,	$\frac{82}{-}$ ,	$\frac{81}{-}$ .		

## 己

11	11	11		11
$\frac{61}{-}$ ,	$\frac{62}{-}$ ,	$\frac{63}{-}$ ,	∴	$\frac{69}{-}$
12	12	12		12
$\frac{61}{-}$ ,	$\frac{62}{-}$ ,	$\frac{63}{-}$ ,	∴	$\frac{68}{-}$
			∴	
18	18	19		
$\frac{61}{-}$ ,	$\frac{62}{-}$ ,	$\frac{61}{-}$ ;		

21	21	21		21
$\frac{61}{-}$ ,	$\frac{62}{-}$ ,	$\frac{63}{-}$ ,	∴	$\frac{69}{-}$
22	22	22		22
$\frac{61}{-}$ ,	$\frac{62}{-}$ ,	$\frac{63}{-}$ ,	∴	$\frac{68}{-}$
			∴	
28	28	29		
$\frac{61}{-}$ ,	$\frac{62}{-}$ ,	$\frac{61}{-}$ ;		

31	31	31		31
$\frac{61}{-}$ ,	$\frac{62}{-}$ ,	$\frac{63}{-}$ ,	∴	$\frac{68}{-}$
32	32	32		32
$\frac{61}{-}$ ,	$\frac{62}{-}$ ,	$\frac{63}{-}$ ,	∴	$\frac{67}{-}$
			∴	
37	37	38		
$\frac{61}{-}$ ,	$\frac{62}{-}$ ,	$\frac{61}{-}$ ;		

七、 $\begin{array}{r} 10 \\ 8 \\ 11 \end{array}$ ， $\begin{array}{r} 7 \\ 3 \\ 8 \\ 11 \end{array}$ ， $\begin{array}{r} 20 \\ 21 \\ 11 \end{array}$ ， $\begin{array}{r} 15 \\ 5 \\ 21 \\ 11 \end{array}$ ， $\begin{array}{r} 10 \\ 4 \\ 4 \\ 10 \\ 11 \end{array}$ ， $\begin{array}{r} 4 \\ 4 \\ 10 \\ 10 \\ 11 \end{array}$ ，等等。

反過來，當然也有好多花式的減法，例如下：

一、 $\begin{array}{r} 20 \\ 9 \\ 20 \\ 18 \end{array}$ ，等等。

二、 $\begin{array}{r} 25 \\ 5 \\ 25 \\ 20 \end{array}$ ，等等。

三、 $\begin{array}{r} 40 \\ 30 \\ 40 \\ 10 \end{array}$ ，等等。

四、 $\begin{array}{r} 64 \\ 4 \\ 64 \\ 60 \end{array}$ ，等等。

五、 $\begin{array}{r} 33 \\ 2 \\ 33 \\ 32 \end{array}$ ，等等。

六、 $\begin{array}{r} 92 \\ 12 \\ 92 \\ 80 \end{array}$ ，等等。

七、 $\begin{array}{r} 44 \\ 21 \\ 50 \\ 29 \end{array}$ ，等等。

第二節結末所說加減法混合復習，仍舊可以照行。只須把題目內容，包括本節各式，即得。

#### 四 和十一以上的基本九九

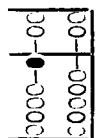


如第四圖借重算盤珠，可以省便不少。

第三圖

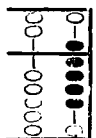


乙

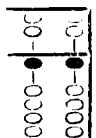


第四圖

甲



乙

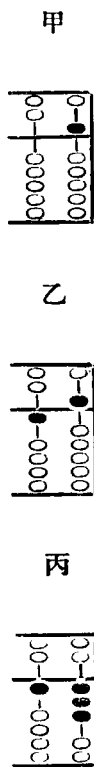


這三十六個九九中，二十六個都可以利用第二節滿十的算法。還有十個，却是珠算中特別困難的，就是要進一去五。這十個，在第十七例中，特別划出，如

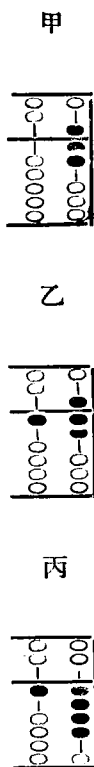
5 6 —, 5 7 —, …… 到 8 6 — 等。老式口訣，有『六上一去五進一』、『七上二去五進一』、『八上三去五進一』、『九上四去五進一』等等。詞句冗長，呆板的念熟，有時反而使年幼的學生弄得眼花頭昏。其實仍不外進一減四，進一減三，進一減二，進一減一。從前減法要在加法學完以後才學，所以不得不造這等冗長的歌訣。現在加法減法，相間學習；5 1 —, 5 2 —, 5 3 —, 5 4 — 等減法，早已在第一節減法第二步學過，6 2 —, 6 3 —, 6 4 —, 7 3 —, 7 4 —, 8 4 — 等也已第一節減法第六步學過。這裏不過應用此等減法，和進一到十位上便

是了。例如 58 一的加法，如第五圖，甲，個位放五；乙，十位進一；丙，個位 5 減 2，就是第一節第二步。又如 77 一的加法，如第六圖，甲，個位放七；乙，十位進一；丙，個位 7 減 3，就是第一節第六步。

第五圖



第六圖



單練九九，生趣毫無。到此加法九九已經完全，不滿百的各種加法，都可以做。最重要的是連加法。這又不比筆算，不論多少，連下去都可以。筆算中連加法全憑心算。因為心算連加法時要暗記相當的數目，還要計算加法，極易紛亂，所以連加法的長短，便不得不有些限制。初學者不過四五個連加；加十個以上連

加，非有相當練習不可。珠算不必暗記，一步一步的結果，完全有算盤珠代記，所以做十個八個連加和做二十個三十個連加，情形是相同的。

加法以後，可以學減法。連加法和減法的混合練習，也很重要。格式像第二節，計算當然可以比較的複雜，如第十八例。

例 十 第	80	96
	5	14
	7	6
	9	8
	12	17
	8	23
	10	9
	+ 50	+ 7
	-( )	-( )
	99	84
	8	16
	28	7
	17	5
	9	6
	35	10
	+ 2	17
	-( )	-( )
	75	90
	4	27
	7	8
	6	7
	8	15
	20	8
	10	10
	5	+ 12
	4	-( )
	+ 9	
	-( )	

下面第十九例，是加法九九的總表。左上角六式是第一步。用粗線划出的斜的四式是第二步。第三步成一曲尺形，計有八式。第四步在左下角，有六式。第五步在右上角，也有六式。第六步的六式包圍在第二第三步間。以上是第一節裏所說的，和不滿十的九九。第二節所說，可算是第七步，成一對角斜線，如例中

第十 九 例

	第一步	第二步	第三步	第五步	第七步			
	1 1	1 2	1 3	1 4	1 5	1 6	1 7	1 8
第一步	2 1	2 2	2 3	2 4	2 5	2 6	2 7	2 8
	3 1	3 2	3 3	3 4	3 5	3 6	3 7	3 8
第二步	4 1	4 2	4 3	4 4	4 5	4 6	4 7	4 8
	5 1	5 2	5 3	5 4	5 5	5 6	5 7	5 8
第三步	6 1	6 2	6 3	6 4	6 5	6 6	6 7	6 8
	7 1	7 2	7 3	7 4	7 5	7 6	7 7	7 8
第四步	8 1	8 2	8 3	8 4	8 5	8 6	8 7	8 8
	9 1	9 2	9 3	9 4	9 5	9 6	9 7	9 8
第七步								

第六步  
 第七步  
 第八步  
 第九步

粗線划出的部份。這是滿十的。本節所說滿十一以上的在右下角。可分兩步；用點線划出的是第九步，另外都是第八步。

### 五 百以上的加法和減法

百的學習，可以在加法，連加法復習時，引起動機。例如第十四例中可夾雜

91 9—, 92 8—, 98 2—, 99 1—, 9 91—, 8 92—, 2 98—, 1 99—等；第十五例中夾雜

80 20—, 70 30—, 20 80—, 10 90—等；第十六例中夾雜 81 19—, 82 18—, 88 12—, 71 29—, 78 22—等。最好在學過本節的加法減法後，復習加法減法時，引起學百以上數目的動機。中間要插入乘法除法，那末延到學過乘除後再復習加減乘除，再在加法題目中夾雜滿百的題目。

百以上，數目大約擴充到千萬，日常應用已很足夠。加法宜多練習連加法。連加法不宜太整齊；一位數，二位數，三位數，四位數相間。這是使適合日常遇到的情形。個數多少，可以不拘。舉例如下：



25	7	47
64	55	6
300	108	26
4	4	113
12	420	94
3	684	4
2	791	323
345	85	2
16	3	200
24	12	31
42	7	1400
56	9	88
76	99	96
4	80	256
90	205	840
112	13	2200
256	1045	36
24	40	18
6	13	502
28	62	35
5	205	50
43	400	550
2	5	4
80	84	42
108	58	240
17	2	48
328	73	80
2	1	8
586	525	800
7	68	95
26	64	88

退位的減法，在筆算中，可以分作好多步驟，用算盤計算，不必暗記，所以要便利得多。筆算的步驟，大略如下：

一、 $\begin{array}{r} 484 \\ \underline{\quad} 8 \end{array}$ ， $\begin{array}{r} 630 \\ \underline{\quad} 6 \end{array}$ ， $\begin{array}{r} 604 \\ \underline{\quad} 7 \end{array}$ ， $\begin{array}{r} 900 \\ \underline{\quad} 5 \end{array}$ ，等，減數一位。四式還可以分四步，第一式最容易，第

三四式最難。

二、 $\begin{array}{r} 954 \\ \underline{\quad} 46 \end{array}$ ， $\begin{array}{r} 534 \\ \underline{\quad} 48 \end{array}$ ， $\begin{array}{r} 570 \\ \underline{\quad} 64 \end{array}$ ， $\begin{array}{r} 830 \\ \underline{\quad} 36 \end{array}$ ， $\begin{array}{r} 720 \\ \underline{\quad} 38 \end{array}$ ， $\begin{array}{r} 508 \\ \underline{\quad} 39 \end{array}$ ， $\begin{array}{r} 705 \\ \underline{\quad} 97 \end{array}$ ， $\begin{array}{r} 600 \\ \underline{\quad} 35 \end{array}$ ，等，減數二位。細分起

來，也可以每式代表一步，共得八步。

三、  

$$\begin{array}{r} 572 \\ \underline{80} \\ 540 \\ \underline{60} \\ 401 \\ \underline{70} \\ 200 \\ \underline{30} \end{array}$$
 等，減數是幾十。細分起來，每式一步，共得四步。

四、  

$$\begin{array}{r} 234 \\ \underline{118} \\ 744 \\ \underline{482} \\ 482 \\ \underline{197} \\ 422 \\ \underline{368} \\ 620 \\ \underline{123} \\ 620 \\ \underline{528} \\ 505 \\ \underline{227} \\ 306 \\ \underline{218} \\ 400 \\ \underline{245} \\ 300 \\ \underline{288} \\ 447 \\ \underline{250} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 720 \\ \underline{380} \\ 540 \\ \underline{450} \\ 804 \\ \underline{140} \\ 600 \\ \underline{580} \\ 456 \\ \underline{308} \\ 170 \\ \underline{108} \\ 302 \\ \underline{208} \end{array}$$
 等等，減數三位。細分起來，也

可以每式代表一步。

千以上的退位減法，花色更多。用了算盤，這許多紛雜的困難，都可解決。筆算和珠算混合了學習，珠算可以幫助筆算。算盤上減法也從右起。以上許多式子，只有難易兩類。難的像

$$\begin{array}{r} 604 \\ \underline{7} \\ 900 \\ \underline{5} \\ 830 \\ \underline{36} \\ 620 \\ \underline{123} \\ 620 \\ \underline{528} \\ 302 \\ \underline{208} \end{array}$$

等；另外的都差不多。這等所謂難的，關鍵是在

$$\begin{array}{r} 100 \\ \underline{1} \\ 99, \\ 100 \\ \underline{2} \\ 98, \\ 100 \\ \underline{3} \\ 97, \\ 100 \\ \underline{4} \\ 96, \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ \underline{5} \\ 95, \\ 100 \\ \underline{6} \\ 94, \\ 100 \\ \underline{7} \\ 93, \\ 100 \\ \underline{8} \\ 92, \\ 100 \\ \underline{9} \\ 91 \end{array}$$
 等九個關係的熟習。這應當

在開始學百時，注意練習，務使  $\begin{array}{r} 94 \\ \underline{6} \\ 100 \end{array}$ ， $\begin{array}{r} 100 \\ \underline{6} \\ 94 \end{array}$  的關係和  $\begin{array}{r} 4 \\ \underline{6} \\ 10 \end{array}$ ， $\begin{array}{r} 10 \\ \underline{6} \\ 4 \end{array}$

同樣的純熟。千以上，也有  $\begin{array}{r} 1000 \\ \underline{4} \\ 996 \end{array}$  等九個關係，要練習純熟。

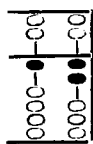
練習百以上加法減法時，宜介紹度量衡貨幣中的十進關係。再進一步，介紹名數小數的加減法和記帳算帳等。這是加減法的實地應用。

## 六 乘法九九

加法和減法，珠算比筆算容易。筆算先要心算做準備。心算不會，筆和紙，只能幫助寫數目字，不能幫助計算。例如 75 的加法，若是不會得心算得到十二，一支筆便無從寫起。平常教筆算，實在是練習心算。珠算加法和減法，只須懂得第五節第十八例第二步第七步，關於五的分合和十的分合，不必先熟心算，算盤珠可以幫助我們計算。算盤實在是一種幫助初學用的計數器。我們混合教學，就是利用珠算這一方面的長處，使學生用算盤計算，因練習純熟而增

加心算的效力。心算好時，筆算就容易學會。在乘法除法，珠算和筆算一樣。譬如 4 3 一的乘法，筆算不能幫助我們算出十二來；只能等我們算出是十二以後，才幫助我們寫出『12』。珠算也是這樣；要懂得 4 3 一的結果是十二的人，才能搬動算珠。這是和加法減法不同的地方。所以學乘法時，無論用筆記『12』

或者用算盤珠記



都不過在練習心算。乘法九九，筆算和珠算，可以說完全相等，沒有難易。換一句話說，都不過是記數日用，計算都在心算。

呆念口訣，未必能增加心算的效力。順流而下，從二二得四，一口氣背到九八十一很熟的人，未必能計算乘法很迅速而正確。有時，單單提一個 7 9 一，還要從二九十八念起，三九二十七，四九三十六……然後能到七九六十三呢。最妥善的方法是做熟。把九九全部分作幾部份，每份不必過多，各部化相當時

間變化練習，使得學生一見 7 9 一，便會寫『63』或在算盤上改成



純粹依照九九表的次序，太呆板，如上述。完全沒有系統，像 4 4 一，3 7 一，8 6 一，等合組在一個單元裏，也不是最妥善的辦法。現在通例，把全部九九分作二大部份；第一部份是 2, 3, 4, 5, 的九九，第二部份是 6, 7, 8, 9, 的九九。每部份中再各分四個單元，例如 2 的九九作一個單元等。每單元分三步。

第一步是同數連加法，如 2 2 2 2 一，2 2 2 一，2 2 2 2 2 一，2 2 一，2 2 2 2 2 2 一，2 2 一。

第二步是從連加法引導到乘的形式，像 2 4 一 8，2 3 一 6，2 5 一 10，

2 2 一 4，2 7 一 14，等。一面用筆寫，同時也用算盤記數。一時很不容易練熟，不

可求速效。方法多變化，練習的次數愈多愈好。或者叫學生在練習簿後面把九

九表 2 2 一 4，2 3 一 6，2 4 一 8，2 5 一 10，2 6 一 12，2 7 一 14，2 8 一 16，

29—18等抄錄，同樣在教室內相當地位把九九表揭示，凡是逢到算不出時，由他們查對。除查對外，只有教師或別位知道的同學告他。叫他想想想不出的。人是貪便利的。查熟以後，決不再查。所以不怕養成依賴性。最怕的是練習得不充分。等二的九九完全熟了，再學三的九九，是不必的，因為教三的九九時，仍舊可以連帶練習二的九九。有時混和了練習，效果反而好些。只要注意，新單元的學習不過早就是了。

第三步是一種變化練習的方法，用  $\begin{array}{r} 3 \\ 3 \end{array} \overline{1}$ ， $\begin{array}{r} ( ) \\ ( ) \end{array} \overline{4}$ ， $\begin{array}{r} 3 \\ 3 \end{array} \overline{12}$ ， $\begin{array}{r} 3 \\ ( ) \end{array} \overline{6}$  等題目，叫學生填空。只須心算，筆寫，有時可叫學生迅速口答。乘法九九要心算熟習，這種練習方法最經濟。

2, 3, 4, 5 四個單元學過後，在練習時，宜把  $\begin{array}{r} 2 \\ 3 \end{array} \overline{1}$ ，和  $\begin{array}{r} 3 \\ 2 \end{array} \overline{1}$ ；  
2, 5, 1 組織在一起練習。

關於1及0的九九，不過是一種筆算形式的問題。在筆算中0的九九，關

係很大，以後做乘法時，常常用到。在算盤上，這問題比較簡單。最好在乘法九九兩大部份學完以後，做一次總整理，由  $9 \begin{smallmatrix} 3 \\ 1 \end{smallmatrix}$ ， $9 \begin{smallmatrix} 2 \\ 1 \end{smallmatrix}$ ，推到  $9 \begin{smallmatrix} 1 \\ 1 \end{smallmatrix}$ ；由  $3 \begin{smallmatrix} 9 \\ 1 \end{smallmatrix}$ ，

第 二 十 例

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

2 9 一，推到 1 9 一。再由 3 1 一，2 1 一，1 3 一，1 2 一，推到 1 1 一。結果，作成第二十例形式的表。有人主張，再推廣到十的九九。

通例第一部份四個單元完後，便學些關於二，三，四，五的除法，然後再進行學習六，七，八，九的九九。有的，在二，三，四，五除九九以前，先學些被乘數二位，不進位的乘法。這樣可以避免單調；實在仍不過是延長乘九九的練習時間，同時學些乘法的形式。

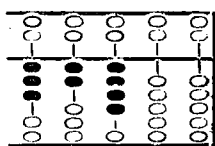
### 七 被乘數二位以上乘數一位的乘法

筆算進位乘法，所進數目，要暗記。珠算乘法，不論進位或不進位，一律不必暗記。這又是珠算比較省力。筆算乘法，各數目單位的地位有一定，右邊排齊，向左進。珠算乘法卻要把單位移動。這是一個容易招致錯誤的缺點。例如三乘三百二十四，從來用慣的方式有二種，第一種如第七圖，從右邊起，三乘四得十二，十放在原來四的一檔，二放在更右的一檔。這樣，單位向右移了一位。第二種如

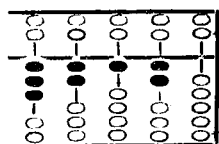


第八圖，從右邊起，三乘四得十二，在四的右面放十二，再撥去四。這樣，單位向右移了二位。

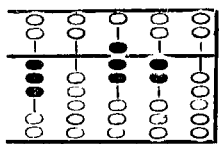
第七圖 甲



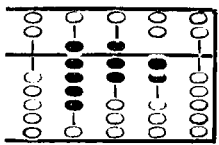
乙



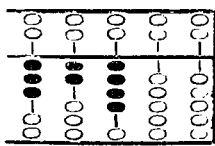
丙



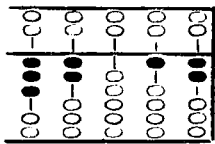
丁



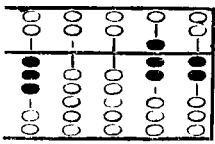
第八圖 甲



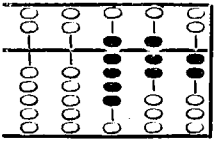
乙



丙



丁

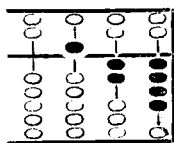


珠算加法減法除法都從左起，乘法也可以改從左起，從左起，單位可以不

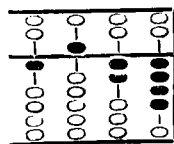
必移動，如第九圖，拿三乘五百二十四做例。三乘五得十五；五可以不動，十放在左面一檔，表示進一位的意思。三乘二得六；撥去二，放六。三乘四得十二；撥去四，放二，十放在左面一檔，進位。

第九圖

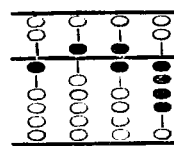
甲



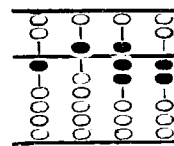
乙



丙



丁



練習宜從容易的開始，由漸而難。分步的情形，大體如下：

- 一、40 3，一等，和基本九九差不多，只進了一位。
- 二、42 3，一等，54 2，一等，只是十位進。
- 三、24 4，一等，18 5，一等，只是個位進。
- 四、37 3，一等，35 3，一等，十位原可不進，因個位進而連同亦須進位。

五、 $\begin{array}{r} 76 \\ 3 \end{array}$ ， $\begin{array}{r} 72 \\ 5 \end{array}$ ，等，十位個位都進。

六、 $\begin{array}{r} 79 \\ 9 \end{array}$ ， $\begin{array}{r} 67 \\ 9 \end{array}$ ，等，十位個位都進；十位所進數目，因個位進而擴大。

以上是被乘數二位的；以下是被乘數三位的。

一、 $\begin{array}{r} 163 \\ 3 \end{array}$ ，等，只是十位進。

二、 $\begin{array}{r} 372 \\ 3 \end{array}$ ，等，百位原可不進，因十位進而連同亦須進位。

三、 $\begin{array}{r} 324 \\ 3 \end{array}$ ，等，只是個位進。

四、 $\begin{array}{r} 237 \\ 3 \end{array}$ ，等，十位原可不進，因個位進而連同亦須進位。

五、 $\begin{array}{r} 337 \\ 3 \end{array}$ ，等，似四，百位也連同進位。

六、 $\begin{array}{r} 264 \\ 3 \end{array}$ ，等，個位十位都進。

七、 $\begin{array}{r} 374 \\ 3 \end{array}$ ，等，個位十位都進，百位原可不進，因十位進而連同亦須進位。

八、 $\begin{array}{r} 374 \\ 4 \end{array}$ ，等，百位，十位，個位都進。

九、 $\begin{array}{r} 400 \\ 3 \end{array}$ ， $\begin{array}{r} 420 \\ 3 \end{array}$ ， $\begin{array}{r} 240 \\ 3 \end{array}$ ， $\begin{array}{r} 370 \\ 3 \end{array}$ ， $\begin{array}{r} 760 \\ 3 \end{array}$ ， $\begin{array}{r} 660 \\ 9 \end{array}$ ，等，被乘數末有一個 0 或二個 0。

十、 $108\overset{6}{\text{—}}$ 、 $307\overset{5}{\text{—}}$ 等，被乘數十位是0。

被乘數四位的，照此類推。但練習的步驟，不必十分細密；因為已經熟習，彷彿是一種應用練習。用十或幾十乘時，只須照上面方法算，位子一律移左一位。用百或幾百乘時，一律移左二位。

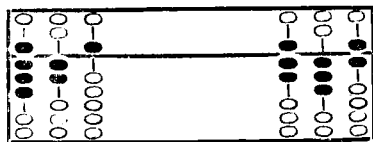
## 八 乘數三位的乘法

乘數二位的乘法，算盤上放珠的地位，比較複雜。若要和前節一致，仍從左邊乘起，單位可以不必移動，如第十圖。右邊放被乘數，左邊放乘數，例如  $736$   $825$ ，先從百位7起，七五，35；七二，14；七八，56；見乙。同樣十位3，三五，15；三二，6；三八，24；見丙。再算個位6，六五，30；六二，12；六八，48；見丁。

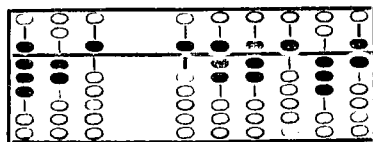
要從左起，筆算也可以改。例如前節  $524$   $3$ ，筆算形式，亦可改如第二十一例。不過寫法累贅不便。我們既經把珠算筆算混合起來，計算的進行，改用算盤筆算，不過寫記數目罷了。上例改從左起，如第二十二例。

第十圖

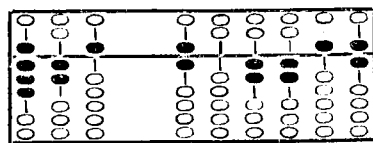
甲



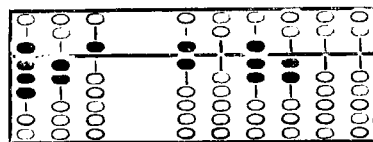
乙



丙



丁



例一十二第

$$\begin{array}{r} 524 \\ \underline{3} \\ 15 \\ \underline{6} \\ 12 \\ \hline 1572 \end{array}$$

例二十二第

$$\begin{array}{r} 736 \\ \underline{825} \\ 5775 \\ \underline{2475} \\ 4950 \\ \hline 607200 \end{array}$$

例三十二第

$$\begin{array}{r} 736 \\ \underline{825} \\ 5888 \\ \underline{1472} \\ 3680 \\ \hline 607200 \end{array}$$

式，再用算盤分別算部份積，從左邊起，8 乘 7 3 6 得 5 8 8 8，寫在 8 的下面。在短期小學裏，時期短促，多位乘法，可以照第二十三例，先寫 736 825 的形

再用 2 乘 7 3 6 得 1 4 7 2，寫在 2 的下面。再用 5 乘 7 3 6 得 3 6 8 0，寫在 5 的下面。三個部份積，用算盤加起來。會了這一種迂遠的方法，即使來不及練習純熟，也可以臨時應用。乘數一位的乘法，宜練熟。最怕的是方法教得多，練習來不及純熟，結果，不論乘數一位或是二位，都不會算，算來都容易錯誤。

若嫌上述從左邊起的計算方法，改革得過激，那末仍可保留一向來從右邊起的習慣，把算盤上的地位改革一下。重要的改革，在單位的確定，如第十一圖。甲，拿十一檔算盤作例，左邊四檔放被乘數，中央三檔放乘數，右邊四檔放積。橫檔各做一記號如圖中黑點。這是一例，不是一定如此；要看所用算盤檔數而定。仍拿  $736 \times 825$  作例，先拿 5 乘 7 3 6，得 3 6 8 0，見乙。再拿 2 乘 7 3 6，積最右從十位放起，見丙。再拿 8 乘 7 3 6，積最右從百位放起，見丁。

法一位的乘法，也可以照這辦法。例如  $524 \times 3$ ，可照第十二圖的算法。

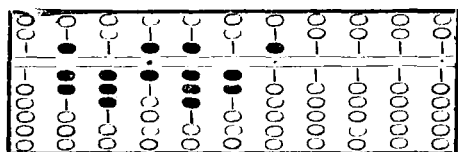
這幾種改革的方法，當然不能算是定論，希望大家研究，或可找到更好的

方法。

練習仍宜分步，大體如下：  
一、3223，等，不進位。

第十圖

甲

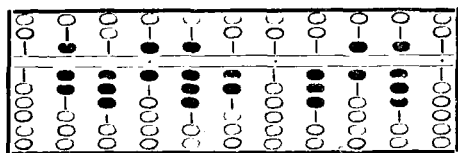


被乘數

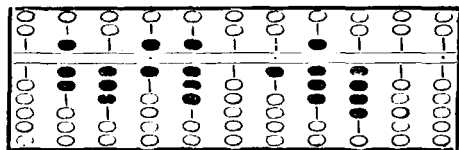
乘數

積

乙



丙



丁

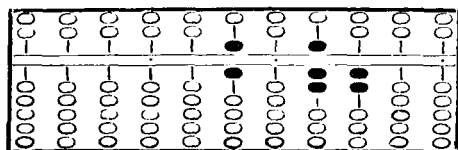
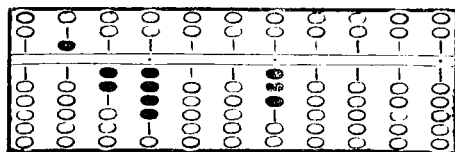


圖 二 十 第

甲

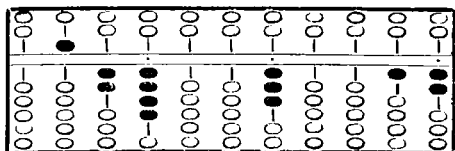


被乘數

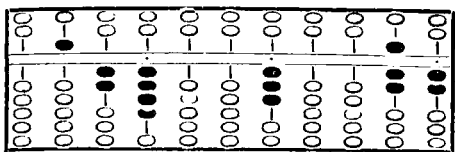
乘數

積

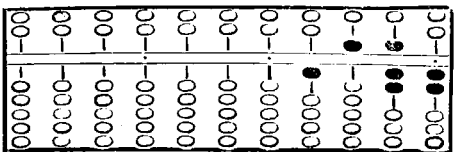
乙



丙



丁



- 二、 43 一， 21 45， 等， 個位乘十位時進。
- 三、 24 24， 35 12， 等， 個位乘個位時進。
- 四、 47 15， 等， 個位乘個位十位都進。



五、41 72 一, 54 21 一, 等, 十位乘十位時進。

六、24 32 一, 45 21 一, 等, 十位乘個位時進。

七、44 32 一, 42 52 一, 等, 十位乘個位十位都進。

八、71 45 一, 52 24 一, 等, 個位乘十位, 十位乘十位都進。

九、29 24 一, 25 24 一, 等, 個位乘個位, 十位乘個位都進。

十、49 38 一, 55 46 一, 等, 各位乘都進。

被乘數三位以上的照此類推。

像 30 33 一, 20 35 一, 20 52 一, 20 85 一, 等, 當作 33 30 一, 35 20 一, 52 20 一, 85 20 一, 等,

算法見前節末段。

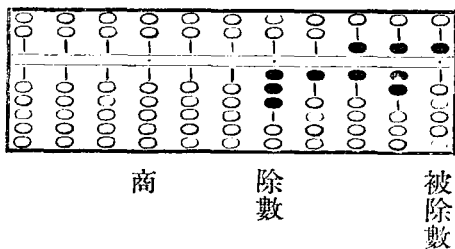
乘數末位有另, 是幾百幾十時, 算法仍舊照上述, 位子移左一位。

## 九 除數一位的除法

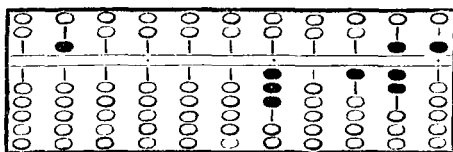
除法舊有特種口訣, 詞句很多。一一念熟, 恐非半年功夫, 不能成功。筆算除

圖 三十 第

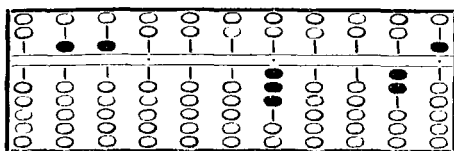
甲



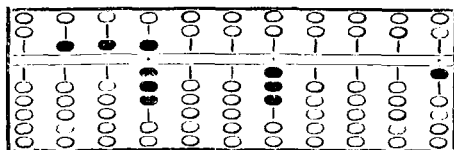
乙



丙



丁



法，利用乘法和減法，這是一種特別的優點，舊來珠算及不來的。我們要珠算筆算混合教學，第一須先打破這特殊口訣的難關。若要打破這難關，須先改革算盤上計算的方法。舊來的算法，逢一進一，除數一位的除法，單位統統向左移了

一位；除數二位的移左二位，除數三位的移左三位。這也是一種招致紛亂的辦法。改革的方式，和上述乘法一致；右邊放被除數，中央放除數，商放在左邊。如此放法，用乘法還原檢答時，地位不必動，非常省便。拿三除一千六百七十五作例，放法如第十三圖甲。千位，不能除。百位三個5，是十五，商的百位放5，被除數百位減十五，餘一，見乙。十位三個5，是十五，商的十位放5，被除數十位減十五，餘二，見丙。個位三個8，是二十四，商的個位放8，被除數個位減二十四，餘一，見丁。做完，記出商558餘1；再如前節用乘法還原檢答。

除九九沒有什麼練習的價值，開始便宜練習下列的除法。分步的情形，大體如下：

一、 $\overline{2)66}$ ，等，不退位，末沒有餘。

$\overline{2)268}$ ，

等，不退位，末沒有餘。

二、

$\overline{2)67}$ ，

$\overline{2)267}$ ，

等，不退位。末有餘。

九、 八、 七、 六、 五、 四、 三、

$5 \overline{)705}$ ,  $4 \overline{)892}$ ,  $5 \overline{)165}$ ,  $5 \overline{)255}$ ,  $4 \overline{)40}$ ,  $4 \overline{)51}$ ,  $4 \overline{)56}$ ,

$5 \overline{)708}$ ,  $4 \overline{)895}$ ,  $6 \overline{)197}$ ,  $5 \overline{)258}$ ,  $4 \overline{)43}$ ,  $5 \overline{)84}$ ,  $5 \overline{)80}$ ,

$4 \overline{)968}$ ,  $4 \overline{)450}$ ,  $2 \overline{)130}$ ,

$4 \overline{)967}$ ,  $4 \overline{)453}$ ,  $8 \overline{)522}$ ,

等, 首位退, 十位不退。

等, 首位不退, 十位退。

等, 同上, 退位。

等, 被除數首一數不夠除, 不退位。

等, 商個位是另, 末有餘或沒有餘。

等, 退位, 末有餘,

等, 退位, 末沒有餘。

$$\begin{array}{r} \text{十、} \\ 3 \overline{)567}, \\ 3 \overline{)566}, \end{array} \text{等, 首位退, 十位也退。}$$

$$\begin{array}{r} \text{十一、} \\ 4 \overline{)400}, \\ 4 \overline{)402}, \\ 7 \overline{)910}, \\ 7 \overline{)915}, \\ 4 \overline{)600}, \\ 4 \overline{)603}, \\ 9 \overline{)360}, \\ 9 \overline{)365}, \\ 4 \overline{)480}, \\ 4 \overline{)481}, \end{array} \text{等, 商末有一個另或二個另。}$$

$$\begin{array}{r} \text{十二、} \\ 5 \overline{)525}, \\ 5 \overline{)527}, \\ 4 \overline{)836}, \\ 4 \overline{)833}, \end{array} \text{等, 商的十位是另。}$$

被除數千以上的，照此類推。練習時，常常做除不完的題目。

除數是十或幾十，百或幾百時，算法仍舊，只須認定商的位子。例如 5 除 525，首商在百位；50 除 525，首商應在十位。

### 十 除數二位的除法

除數二位以上的除法，若要照老式念熟歸除口訣，在短期小學裏，更來不及。每一單元草草講一遍，做九十分或一百二十分鐘的練習，練習又不分步，全

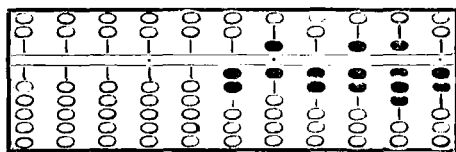
是半生不熟，效果和不學相等。時間來不及，二位除法還是省去不學的較好。另外，我們也應當在方法上用些功夫，使得珠算和筆算真正混合起來，雙方能彼此幫助，免去無謂的重複。這樣，一切時間精力都較經濟，或者還能抽出四五個星期的時間來學二位的除法。

不用歸除口訣，計算方法，和前節一致。比前節更進一步；試商方法和筆算相同，仍利用乘法減法，如下例。用二十六除 $2782$ ，放法如第十四圖甲。百位 $27$ ，試商得 $1$ ，商百位放 $1$ ；被除數百位減 $26$ ，餘 $1$ ，見乙。十位 $18$ ，用 $26$ 除不夠。個位 $182$ ，試商得 $7$ ，商個位放 $7$ ； $7$ 乘 $20$ 得 $140$ ， $7$ 乘 $6$ 得 $42$ ，一一從被除數中減去，恰完，見丙。如要檢答，只須抄錄商 $107$ ，再做乘法。

練習分步，先就試商的難易，分作三大部。第一部除數是 $21, 31$ 等，試商時除數可當作 $20, 30$ 看。第二部除數是 $29, 39$ 等，試商時除數可當作 $30, 40$ 看。第三部除

圖 四 十 第

甲

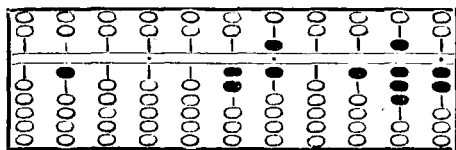


商

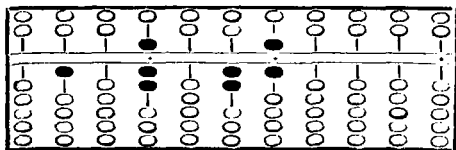
除數

被除數

乙



丙



- 一、  
 $11 \overline{)11}$ ,  
 $12 \overline{)36}$ ,  
 等，不退位，無餘。

數是 15, 26, 37, 44 等，試商最難的，各部更可細分八步如下：

六、	五、	四、	三、	二、
$22 \overline{) 4620}$ ,	$22 \overline{) 484}$ ,	$21 \overline{) 4263}$ ,	$21 \overline{) 840}$ ,	$21 \overline{) 88}$ ,
$42 \overline{) 5048}$ ,	$31 \overline{) 997}$ ,	$21 \overline{) 4268}$ ,	$11 \overline{) 772}$ ,	$31 \overline{) 97}$ ,
等，退位，商末位是另。	等，退位。	等，不退位，商十位是另。	$31 \overline{) 640}$ ， 等，不退位，商末位是另。	等，不退位，有餘。



七、

$$33 \overline{) 6864},$$

$$53 \overline{) 5785},$$

等，退位，商十位是另。

八、

$$42 \overline{) 252},$$

$$43 \overline{) 1806},$$

$$63 \overline{) 445},$$

$$92 \overline{) 8025},$$

等，被除數百位不够除，從十位開始試商。

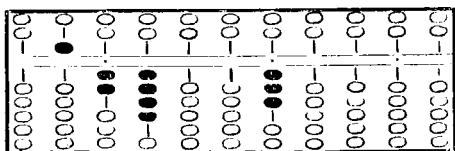
第二、第三部也可以照此分步。被除數萬以上的，照此類推。用 420 250 等除，算法仍舊一樣，只須認定商的位子。

### 十一 小數、斤兩法、一掌經

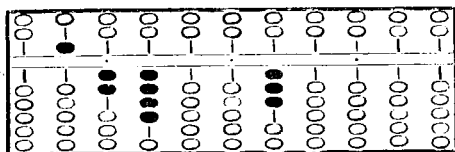
小數加法減法，計算時只須在算盤上揀定相當的一檔作爲個位，用一厚紙或錫片做的馬放在這位的橫檔上。右邊是小數，左邊是整數。算法還是和整數一樣。

圖 五 十 第

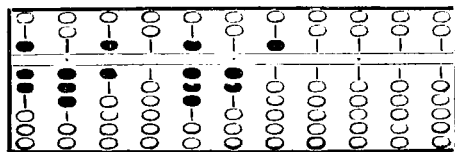
甲



乙



丙



小數乘法，在計算前先決定積應有幾位小數，然後用上述的馬，放在相當的一檔上作為個位。例如

$$\begin{array}{r} 73.6 \\ 82.5 \\ \hline \end{array}$$

如丙；餘照此類推。

$$\begin{array}{r} 52.4 \\ 3 \\ \hline \end{array}$$

算盤上單位的地位如第十五圖甲；

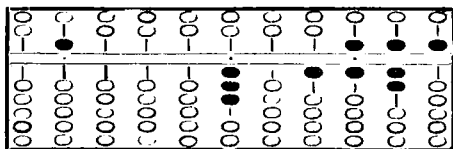
$$\begin{array}{r} 52.4 \\ 3 \\ \hline \end{array}$$

如

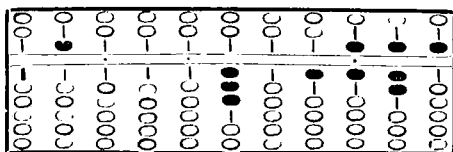
同樣，小數除法，應在計算前，先決定商應在那一位，用上述的馬，在左邊相當的一檔上放定單位，再放第一個商；以後照前法計算，小數位子決不會再有錯誤，例如三除  $16.75$ ，第一商決定是在個位，所以馬放的地位，如第十六

圖 六 十 第

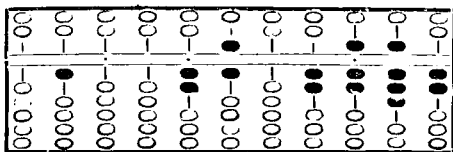
甲



乙



丙



圖甲。又如  $\cdot 3$  除  $16 \cdot 75$ ，第一商決定在十位，馬的地位如乙。又如  $2 \cdot 6$  除  $27 \cdot 82$ ，第一商決定在十位，馬的地位如丙。餘照此類推。

如數目的位數較多，算盤的檔數不夠，可把乘數或除數記在紙上；算盤上只放被乘數和積，或被除數和商。好在平常用的數目，位子不會很多；商業上計算，當然要用檔數多的算盤。

因為斤和兩的關係，不是十進，算盤上不能算分數，所以舊來應用斤兩法，把兩數化成斤的小數，如下例。若逢每斤二角五分六釐的東西，買了二斤十一兩等的題目，用  $\cdot 256$  乘  $2 \cdot 6875$ ；數目的位子很多，算盤上放起來，往

### 第二十四例

1兩	= .0625 斤
2兩	= .125 斤
3兩	= .1875 斤
4兩	= .25 斤
5兩	= .3125 斤
6兩	= .375 斤
7兩	= .4375 斤
8兩	= .5 斤
9兩	= .5625 斤
10兩	= .625 斤
11兩	= .6875 斤
12兩	= .75 斤
13兩	= .8125 斤
14兩	= .875 斤
15兩	= .9375 斤

往地位不夠。普通商家，也覺得如此算法太周折，所以他們在規定物價時想了個補救辦法，就是每斤定價，常和十六發生相當關係。像一角四分四釐一斤，就是九釐一兩；二角五分六釐一斤，就是一分六釐一兩。上例題目，商店裏並不用斤兩法，算位子很多的小數乘法。他們用二乘  $\cdot 256$ ，得二斤的價五角一分二釐；再用十一乘一分六釐，得十一兩的價一角七分六釐，然後加起來得六角八分八釐。這樣，心算也可以算，即使用算盤，位數不多，方法也很省便。若逢每斤定價不和十六發生關係時，才需要用斤兩法。例如三角五分一斤的東西，三斤十三兩，便應當用斤兩法算。

怎樣知道每斤定價是否和十六有關係，向來是用所謂『一掌經』求的。其實就是連續心算，用二除。例如二角五分六釐一斤；二除，半斤是一角二分八釐；再二除，四兩是六分四釐；再二除，二兩是三分二釐；再二除，一兩是一分六釐。有人，求十一兩價時，不用乘法，用加法。半斤一角二分八釐，加二兩三分二釐，再

加一兩一分六釐，共得一角七分六釐。這等算法，未必比十一乘一分六釐省便。又如每斤三角五分，二除，半斤是一角七分五釐；再二除，四兩是八分七釐半；……再除下去，小數更多；反而囁嚅了。這可見三角五分和十六沒有什麼關係，還是用斤兩法，做乘法便利。若是每斤三角六分，二除，半斤是一角八分；再二除，四兩是九分；再二除，二兩是四分五釐；再二除，一兩是二分二釐半。求十一兩價，十一乘二分二釐半，得二角四分七釐半。求二斤價是七角二分，合共九角六分七釐半。這樣算法，比用斤兩法做小數乘法省便。

## 十二 練習珠算的方法

舊來珠算練習，大多由學者自動，教者並不像現在教師，隨時提出題目。商店裏教徒弟，沒有規定的學習時間，沒有負教導專責的人，所以想出許多自動練習的方法來，貪圖省便。最通行的有小九九，大九九，百子，歸除等。

小九九是練習加法用的。在算盤上放九檔，從左起第一檔放一，第二檔放

二……依次到最右的第九檔放九爲止。練習時在最左一檔加一，向右一檔加二，再右一檔加三……依次最右的第九檔加九；加完，再從左起，仍是加一，加二，加三……到加九。一遍一遍的加，最後加成一 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 1，或者再加一遍，到算盤上成功 1 2 3 4 5 6 7 8 9，位子比開始時向左移進一位。

大九九是練習乘法口訣兼做連加法用的。從一一得一起，到九九八十一爲止，把積連加起來。結果得 1 1 5 5。九九中有 3 9 27，沒有 9 3 27；所以只有四十五句。

百子也是練習加法用的。從 1 起，加 2，加 3，加 4，連續加到一百爲止，結果是五千另五十。

一位除法，二位除法的練習，和小九九彷彿，都在算盤上放 1 2 3 4 5 6 7 8 9 九檔，用 2 除，3 除……或用 1 1 除，1 2 除，2 1 除，2 2 除等。

這等練習方法，看來都很合理；就是說某種方法所有的基本九九，都可普

遍練到。所以有人說，用這等方法練習，種種變化一起在內，將來做無論那種加法（或乘法，除法）都沒有什麼困難。其實並不如此。曾經化了不少時間，把這等練習方法細細分析。小九九的分析比較精細，從算盤放1, 2, 3, ……9起，一遍一遍的加1, 2, 3, ……9，在各檔上，每加一數，查對所遇的基本九九。連0 1，到0 9一在內，基本九九，共有九十個。照上述，小九九，加到算盤上重又成功1 2 3 4 5 6 7 8 9，而位子移左一位時止，九十個基本九九中，始終沒有遇到的，有1 9一，2 3一，2 6一，2 7一，3 2一，3 5一，4 7一，5 1一，5 2一，5 3一，5 4一，5 6一，6 5一，6 7一，8 3一，8 6一，8 7一，9 3一，9 6一，9 8一，等二十個。全體中有九份之二沒有機會練習。若照向來辦法，只到結果1 1 1 1 1 1 1 1 0 1爲止時，還有幾個九九像1 3一，1 6一，1 8一，等也沒有機會練到。我們可以斷定，小九九的練習，並不是完全普遍。

大九九練習，關於乘九九只有四十五個；所以有 $3 \begin{smallmatrix} 9 \\ 27 \end{smallmatrix}$ ，而沒有 $9 \begin{smallmatrix} 3 \\ 27 \end{smallmatrix}$ ，



這也是一種不普遍。連加法方面的分析，拿向來珠算慣用的口訣做標準。口訣比基本九九少。基本九九有九十個，而口訣只有二十六句。無論 5 6 一，6 6 一，7 6 一，8 6 一，都只用『六上一去五進一』的一句口訣，所以口訣所包範圍較廣，因此分析較粗，標準降低。但是大九九中的連加法，始終用不到『二下五去三』、『七去三進一』、『八上三去五進一』、『九上四去五進一』、『七上七』、『八上八』、『九上九』等七句。二十六句中有七句練不到，占了四分之一多，所以大九九的練習也不普遍。

降格以求，小九九也拿口訣做標準，分析結果，到第九遍，才遇到『六去四進一』，這樣才勉強使二十六句口訣完全練到。百子共有一百個數的連加法，當然，口訣的全部可以練到。但是不知道難的口訣像『六上一去五進一』等練到的次數是不是比容易的口訣『三上三』等多。這要等進一步的分析統計，才得明白。要是化了好多時間練習百子，難的口訣不過練到一次二次，不又

是一種浪費！

除法練習，只分析了除數一位的，仍拿口訣做標準，二歸（除數二）口訣五句，句句練到。三歸口訣五句，『三二六十二』練不到。四歸五歸口訣各五句，都能一一練到。六歸口訣七句，『六二三十二』、『六五八十二』兩句練不到。七歸口訣八句，『七三四十二』、『七六八十四』兩句練不到。八歸口訣八句，句句練到。九歸口訣九句，『九四下加四』、『九五下加五』、『九七下加七』、『九八下加八』四句沒有練到。二歸到九歸口訣共計五十二句，練不到的共有九句，占六分之一多。所以除法練習，也不普遍。

自動練習的方法是需要的。但是方法不合，自動差不多等於『白動』。無論方法怎樣，最重要的練習宜普遍；難的地方要特別練習得多。這是要經過科學的研究，才能成功。在練習測驗一類的材料沒有造成以前，最便易，最可靠的方法，就是揀學生最容易錯誤的地方，練習得特別多。

### 十三 手指和算盤

初學算術的孩子，往往用手計數。有人主張應當禁止，理由是恐怕要養成依賴性。其實手指是我們天然生成的計數器。我們用人造的計數器和算盤來幫助計算，爲什麼捨近圖遠，禁止用手心算不熟，當然只得依賴某種工具。計數器，算盤，手指，都是工具。要脫離工具，唯一的方法，是練習到純熟。人是貪便利的。能够省去工具不用，決不肯再要用的。要純熟，須練習。練習時，儘不妨允許借用工具；等到極熟時，自然會得厭棄工具。當然，一方面我們要領導，要鼓勵學生，早日脫離工具。

手指，實在可以利用作兩檔的算盤。右手記個位數，從一到九；左手記十位數，從十到九十。一雙手合起來，可以計算百以下的各種算法。拇指代表上珠作五，另外四指各代表下珠，作一。窮苦的短期小學，鄉村小學，學生買不起算盤；學校又沒有如許金錢爲學生每人備一把算盤。叫學生家裏去借來用，也決不能

每家拿出一把算盤來。有的地方，搜羅全村鎮的算盤，也不夠小學生一級的用。這是阻礙珠算筆算打成一體的重大阻力。單靠學校的一把大算盤，練習決不夠分配，那裏還能希望個個學生練得純熟。這實在是一個很急切，又很嚴重的問題。所以我們應當多方面的設法，創造各式各樣的算盤代用品來。前述計數器就是一種；我們的手指又是一種。

運用手指的方法，很值得研究。伸指代表記數，和普通的習慣相近。拳是代表另。一到九各數的伸法如第十七圖；十到九十的伸法如第十八圖。

計算法，完全和算盤一樣。伸指等於算盤上放珠或撥近橫檔；屈指等於算盤上去珠或從橫檔附近撥開。這當然只能在初學時用。經過相當練習以後，百以下的計算，應用完全會得心算；什麼工具都不要依賴。短期小學的時期短，算術科教材特別多，恐怕有一部份學生，來不及把百以下的算法練到極熟。會用了手指的算盤以後，萬一畢業後心算不熟，算盤又找不到時，便可以用自己

圖 七 十 第

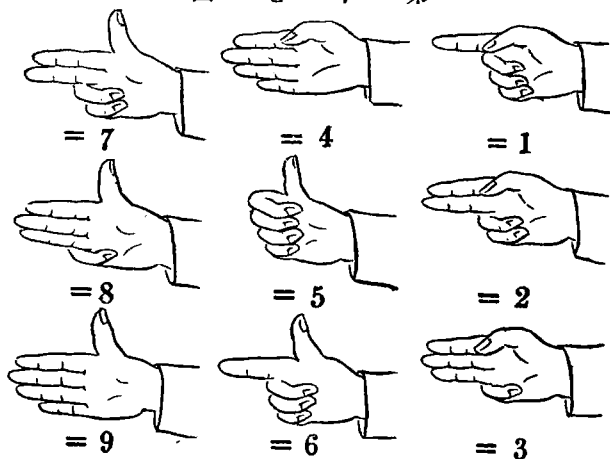
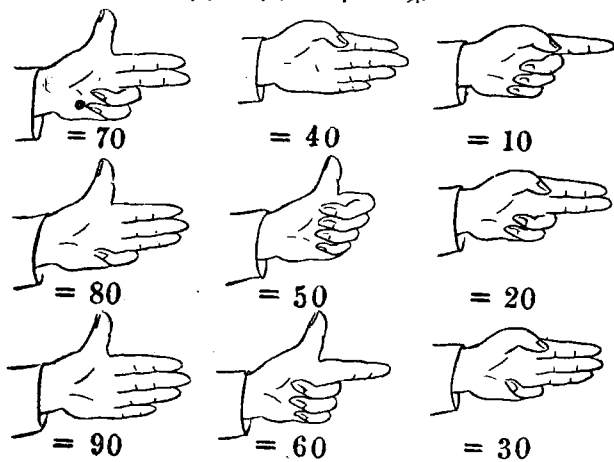


圖 八 十 第



手指來算。基本九九忘記了，筆算是無能爲力的；結果，還是用手指。不過和在十以上的加九九如 68 一等，若照普通辦法，一雙手便要不夠。所以有許多小朋友在家裏做算術練習題，逢到這等困難時，要高喊：『媽媽快來，借隻手給我！』學會了手指算盤，這問題便解決了。從這一點推廣出去，沒有算盤時，我們可以用棋子，銅元，硬果，貝壳等代用。只要規定，滿五時，在上面稍離開些放一；滿十時，在左面放一。這是商人們常用的方法。其實我們算盤的上珠代五，也是從手的關係上推演得來的。一手又一指是六；一手又二指是七……等等，凡是有手的人，學習起來決不會有什麼大難。從手和指的關係引導到算盤的上珠下珠；再進一步，用拇指代算盤的上珠，一手代算盤的一位，實在是一種很自然，很順利的進展。