



Это цифровая копия книги, хранящейся для потомков на библиотечных полках, прежде чем ее отсканировали сотрудники компании Google в рамках проекта, цель которого - сделать книги со всего мира доступными через Интернет.

Прошло достаточно много времени для того, чтобы срок действия авторских прав на эту книгу истек, и она перешла в свободный доступ. Книга переходит в свободный доступ, если на нее не были поданы авторские права или срок действия авторских прав истек. Переход книги в свободный доступ в разных странах осуществляется по-разному. Книги, перешедшие в свободный доступ, это наш ключ к прошлому, к богатствам истории и культуры, а также к знаниям, которые часто трудно найти.

В этом файле сохранятся все пометки, примечания и другие записи, существующие в оригинальном издании, как минимум о том долгом пути, который книга прошла от издателя до библиотеки и в конечном итоге до Вас.

Правила использования

Компания Google гордится тем, что сотрудничает с библиотеками, чтобы перевести книги, перешедшие в свободный доступ, в цифровой формат и сделать их широкодоступными. Книги, перешедшие в свободный доступ, принадлежат обществу, а мы лишь хранители этого достояния. Тем не менее, эти книги достаточно дорого стоят, поэтому, чтобы и в дальнейшем предоставлять этот ресурс, мы предприняли некоторые действия, предотвращающие коммерческое использование книг, в том числе установив технические ограничения на автоматические запросы.

Мы также просим Вас о следующем.

- Не используйте файлы в коммерческих целях.
Мы разработали программу Поиск книг Google для всех пользователей, поэтому используйте эти файлы только в личных, некоммерческих целях.
- Не отправляйте автоматические запросы.
Не отправляйте в систему Google автоматические запросы любого вида. Если Вы занимаетесь изучением систем машинного перевода, оптического распознавания символов или других областей, где доступ к большому количеству текста может оказаться полезным, свяжитесь с нами. Для этих целей мы рекомендуем использовать материалы, перешедшие в свободный доступ.
- Не удаляйте атрибуты Google.
В каждом файле есть "водяной знак" Google. Он позволяет пользователям узнать об этом проекте и помогает им найти дополнительные материалы при помощи программы Поиск книг Google. Не удаляйте его.
- Делайте это законно.
Независимо от того, что Вы используете, не забудьте проверить законность своих действий, за которые Вы несете полную ответственность. Не думайте, что если книга перешла в свободный доступ в США, то ее на этом основании могут использовать читатели из других стран. Условия для перехода книги в свободный доступ в разных странах различны, поэтому нет единых правил, позволяющих определить, можно ли в определенном случае использовать определенную книгу. Не думайте, что если книга появилась в Поиске книг Google, то ее можно использовать как угодно и где угодно. Наказание за нарушение авторских прав может быть очень серьезным.

О программе Поиск книг Google

Миссия Google состоит в том, чтобы организовать мировую информацию и сделать ее всесторонне доступной и полезной. Программа Поиск книг Google помогает пользователям найти книги со всего мира, а авторам и издателям - новых читателей. Полнотекстовый поиск по этой книге можно выполнить на странице <http://books.google.com/>



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

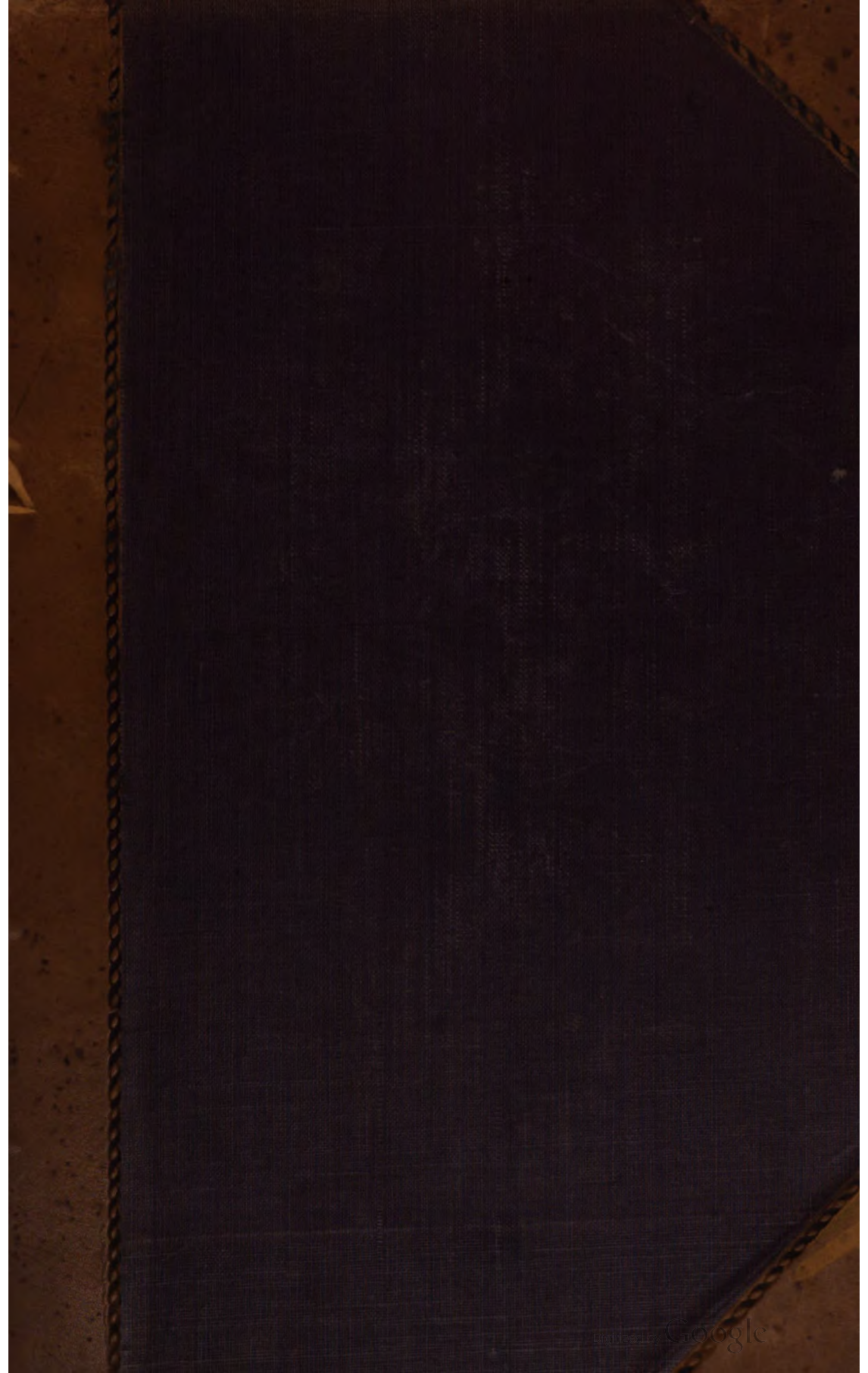
Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

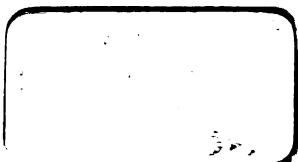
Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



1343.

Uncon. Prov.

Soc. 3974 d. $\frac{252}{1-2}$



**СБОРНИКЪ
УЧЕНЫХЪ СТАТЕЙ,**

НАПИСАННЫХЪ

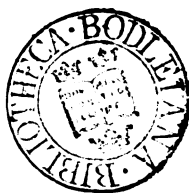
ПРОФЕССОРАМИ

**ИМПЕРАТОРСКАГО
КАЗАНСКАГО УНИВЕРСИТЕТА,**

ВЪ ПАМЯТЬ

ПЯТИДЕСЯТИЛѢТНЯГО ЕГО СУЩЕСТВОВАНІЯ.

ТОМЪ ПЕРВЫЙ.



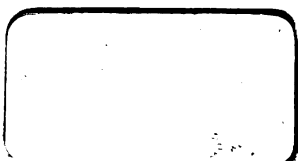
КАЗАНЬ.

1856.

1343.

Anna. P. ...

Loc. 3974 d. $\frac{252}{1-2}$



**СБОРНИКЪ
УЧЕНЫХЪ СТАТЕЙ,**

НАПИСАННЫХЪ

ПРОФЕССОРАМИ

**ИМПЕРАТОРСКАГО
КАЗАНСКАГО УНИВЕРСИТЕТА,**

ВЪ ПАМЯТЬ

ПЯТИДЕСЯТИЛѢТНЯГО ЕГО СУЩЕСТВОВАНІЯ.

—
ТОМЪ ПЕРВЫЙ.



КАЗАНЬ.

1856.

**Печатавъ по опредѣленію Совета Императорскаго Казанскаго Универс-
тета 12 Ноября 1884 года.**

Секретарь Совета В. Ожовъ.

Печатано въ Университетской Типографіи.

ОГЛАВЛЕНИЕ СТАТЕЙ 1-го ТОМА.

	Стран.
1. Основаніе варіаціоннаго исчисленія О. Профессора <i>А. Попова</i> ..	1.
2. Recherches sur les mouvements de Neptune suivies des tables de cette planète par le Professeur <i>M. Kowalski</i>	97.
3. Pangéométrie ou précis de géométrie fondée sur une théorie générale et rigoureuse des parallèles par le Professeur émérite <i>N. Lobatcheffsky</i>	277.
4. О затмѣніяхъ О. Профессора <i>М. Ковальскаю</i>	341.

I.

ОСНОВАНИЯ

ВАРІАЦІОННАГО ИСЧИСЛЕНІЯ

ИЗЪ ЛЕКЦІЙ

ОРДИНАРНАГО ПРОФЕССОРА

А. ПОПОВА.

ПРЕДИСЛОВІЕ.

Издавая это сочиненіе, я имѣлъ усердіе представить вниманію просвѣщенной публики образецъ преподаванія математики въ Императорскомъ Казанскомъ Университетѣ. Варіаціонное вычисленіе преподается студентамъ четвертаго курса въ теченіи втораго учебнаго семестра. Трудъ мой заключался собственно въ томъ, чтобы изложить всякую лекцію ясно и не спѣшно. При такомъ преподаваніи, молодые люди записываютъ самыя выраженія профессора, и съ удовольствіемъ составляютъ лекціи; мнѣ оставалось для печатанія сжать изложеніе живаго слова и раздѣлить курсъ на естественныя главы. Я не почелъ за необходимое пред-

ставить въ особенной главѣ исторію варіаціоннаго вычисленія, потому что въ этой исторіи нѣтъ спорныхъ предметовъ. Самъ Эйлеръ призналъ Лагранжа изобрѣтателемъ варіаціоннаго способа и содѣйствовалъ развитію новаго вычисленія. Пуассонъ и Остроградскій дополнили Лагранжеву теорію варіированіемъ въ кратныхъ интегралахъ; Лежандръ и Якоби въ задачѣ de maximis et minimis. Сарюсъ замѣчательнымъ образомъ представилъ сближеніе способа варіаціоннаго съ обыкновеннымъ измѣненіемъ произвольныхъ постоянныхъ въ опредѣленныхъ интегралахъ.

Всѣмъ извѣстно, что теоретическая астрономія составляетъ обширную задачу въ аналитической механикѣ, которую въ основаніи можно разсматривать какъ частную задачу въ теоріи de maximis et minimis. И такъ варіаціонное исчисленіе, по общности своихъ началъ, составляетъ самую изящную часть математическаго анализа. Оно предполагаетъ какъ бы извѣстнымъ интегрированіе всякаго дифференціальнаго уравненія и рѣшеніе всякаго алгебраическаго или трансцендентнаго уравненія.

**Обыкновенный дифференціальный способ срав-
ниваетъ только значенія всякой данной функціи;
между тѣмъ какъ варіаціонный способъ сравниваетъ
различныя функціи между собою, и опредѣляетъ ту
изъ нихъ, которая удовлетворетъ даннымъ услови-
ямъ самымъ выгоднымъ образомъ. Съ этой точки
взгляда, варіаціонное исчисленіе представляется
какъ теорія математической экономіи. Если въ усло-
віяхъ задачи нѣкоторыя величины даются прибли-
женно, напримѣръ изъ наблюдений, въ такомъ слу-
чаѣ варіаціонный способъ переходитъ въ теорію
вѣроятностей и опредѣляетъ элементы съ наимень-
шими погрѣшностями. Начальная геометрія, съ по-
мощію дифференціальнаго способа, переходитъ въ
высшую геометрію, въ общую теорію кривыхъ
линій и поверхностей, и развивается поступательно,
сохраняя строго въ своемъ ученіи первоначаль-
ныя опредѣленія прямой линіи, плоскости, сферы,
параллельныхъ линій и пр. Варіаціонное вычи-
сленіе, исходя отъ высшей теоріи приходитъ къ
начальнымъ положеніямъ геометріи, доказываетъ
кратчайшую длину прямой на плоскости, также дуги**

большаго круга на сферѣ, наибольшую вѣстность шара и пр. Такимъ образомъ соприкасаются начало и конецъ геометрическаго ученія, наука замыкается такимъ образомъ, что не остается входа вопросу о достовѣрности самыхъ началъ. Всѣ части геометрии равно достовѣрны, каждая теорема можетъ служить какъ начальное опредѣленіе, изъ котораго рядъ слѣдствій составитъ ту же геометрію, только въ новомъ порядкѣ предложеній.

ОСНОВАНИЯ

ВАРИАЦИОННАГО ИСЧИСЛЕНИЯ.

Задачи математического анализа разрѣшаемы непосредственно по способамъ интегральнаго вычисленія выражаются сначала дифференціальными уравненіями. Чтобы составить такое уравненіе, измѣняютъ независимое переменное x на бесконечно малое количество dx , и пользуясь какимъ нибудь даннымъ свойствомъ неизвѣстной функціи $f(x)$, выражаютъ аналитическое отношеніе между x , $f(x)$ и $d.f(x)$.

Есть задачи другаго рода, для рѣшенія которыхъ необходимо измѣнять произвольное постоянное, входящее въ составъ неизвѣстной функціи. Такъ, дифференцированіе подъ знакомъ опредѣленнаго интеграла, въ отношеніи произвольной постоянной, приводитъ не рѣдко къ значенію самаго интеграла. Переходъ отъ частнаго интеграла къ общему, при интегрированіи линейныхъ дифференціальныхъ уравненій, основывается также на способѣ измѣненій произвольныхъ постоянныхъ. Наконецъ въ математическомъ анализѣ есть рядъ задачъ, для рѣшенія которыхъ способъ бесконечно малыхъ измѣненій употребляется особеннымъ образомъ: измѣняютъ самый видъ функціи и сравниваютъ приращенія. Этотъ рядъ задачъ составляетъ предметъ Вариационнаго

вычисления. Мы покажемъ сначала на пѣкоторыхъ примѣрахъ природу и приемъ вариационнаго способа, а потомъ изложимъ общую теорію вариационнѣвъ.

§ I.

Выведемъ условія или признаки, по которымъ бы можно было узнать, что дифференціальное уравненіе n порядка, вида

$$F\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \dots, \frac{d^ny}{dx^n}\right) = 0,$$

есть точный и непосредственный дифференціалъ другаго уравненія.

Эйлеръ нашелъ, что таковая функція F должна удовлетворить условію

$$F'(y) - \frac{d F'(y')}{dx} + \frac{d^2 F'(y'')}{dx^2} - \dots \pm \frac{d^n F'(y^n)}{dx^n} = 0,$$

гдѣ означаемъ по Лагранжу

$$y' = \frac{dy}{dx}, y'' = \frac{d^2y}{dx^2}, \dots, F'(y) = \frac{dF}{dy}, F'(y'') = \frac{dF}{dy''}, \dots$$

Пуассонъ прибавилъ, что условіе Эйлера не только необходимо, но и достаточно для интегрированія функціи F . Чтобы доказать эту важную теорему интегральнаго вычисления, означимъ нашу функцію выраженіемъ

$$F(x, y, y', y'', \dots, y^n),$$

или просто буквою F , и замѣтимъ, что каково бы ни было отношеніе между y и x , всегда можно полагать

$$y = u + \alpha v,$$

разсматривая u и v неопредѣленными функціями и α неопредѣленнымъ постояннымъ. Мы получимъ

$$y' = u' + \alpha v', \quad y'' = u'' + \alpha v'', \dots \quad y^n = u^n + \alpha v^n,$$

и съ тѣмъ вмѣстѣ

$$F(x, u + \alpha v, u' + \alpha v', \dots, u^n + \alpha v^n).$$

Но такое выраженіе функціи F можно разсматривать какъ функцію произвольной постоянной α , напримѣръ какъ $f(\alpha)$; затѣмъ можно α измѣнять на бесконечно малое количество и взять разность значеній $f(\alpha)$; но такимъ образомъ получимъ

$$df(\alpha) = d\alpha [v F'(\alpha v) + v' F'(\alpha v') + \dots + v^n F'(\alpha v^n)],$$

означая чрезъ $F(\alpha v)$, $F'(\alpha v)$, .. производныя отъ функций F взятыхъ въ отношеніи количества $u + \alpha v$, $u' + \alpha v'$, ..

Если интегрируемъ это уравненіе между границами $\alpha = 0$ и $\alpha = 1$, то будетъ

$$f(1) - f(0) = \int_0^1 d\alpha [v F'(\alpha v) + v' F'(\alpha v') + \dots v^n F'(\alpha v^n)]$$

Но мы знаемъ что,

$$f(1) = F(x, u + v, u' + v', \dots u^n + v^n)$$

$$f(0) = F(x, u, u', \dots u^n),$$

слѣдовательно будетъ

$$F(x, u + v, u' + v', \dots u^n + v^n) = F(x, u, u', \dots u^n)$$

$$+ \int_0^1 d\alpha [v F'(\alpha v) + v' F'(\alpha v') + \dots v^n F'(\alpha v^n)].$$

Эта формула предполагаетъ функции $F'(\alpha v)$, $F'(\alpha v')$, .. $F'(\alpha v^n)$ конечными и непрерывными въ отношеніи α , между границами $\alpha = 0$ и $\alpha = 1$, а съ такимъ условіемъ можно интегрировать обѣ части уравненія въ отношеніи x и перемѣнить въ послѣднемъ членѣ порядокъ дѣйствій по α и x , то есть получимъ

$$\int dx F(x, u + v, u' + v', \dots u^n + v^n) = \int dx F(x, u, u', \dots u^n)$$

$$+ \int_0^1 d\alpha \int dx [v F'(\alpha v) + v' F'(\alpha v') + \dots v^n F'(\alpha v^n)]$$

и какъ здѣсь интегрированіе по частямъ даетъ

$$\int dx v F'(\alpha v) = \int F'(\alpha v) dv = v F'(\alpha v) - \int v dx \frac{dF'(\alpha v)}{dx},$$

$$\int dx v' F'(\alpha v') = \int F'(\alpha v') dv' = v' F'(\alpha v') - v \frac{dF'(\alpha v')}{dx}$$

$$+ \int v dx \frac{d^2 F'(\alpha v')}{dx^2},$$

$$\int dx v''' F'(\alpha v''') = \int F'(\alpha v''') dv''' = v''' F'(\alpha v''') - v' \frac{dF'(\alpha v''')}{dx}$$

$$+ v \frac{d^2 F'(\alpha v''')}{dx^2} - \int v dx \frac{d^3 F'(\alpha v''')}{dx^3}, \dots$$

$$\int dx v^n F'(\alpha v^n) = \int F'(\alpha v^n) dv^n = v^{n-1} F'(\alpha v^n)$$

$$- v^{n-2} \frac{dF'(\alpha v^n)}{dx} + \dots \pm \int v dx \frac{d^n F'(\alpha v^n)}{dx^n},$$

1

то окончательно найдемъ

$$\begin{aligned} \int F(x, u + v, u' + v', \dots, u^n + v^n) dx &= \int F(x, u, u', \dots, u^n) dx \\ + \int_0^1 d\alpha \int v dx &\left[F'(\alpha v) - \frac{d.F'(\alpha v')}{dx} + \frac{d^2.F'(\alpha v'')}{dx^2} \dots \pm \frac{d^{n-1}.F'(\alpha v^n)}{dx^{n-1}} \right] \\ + v \int_0^1 d\alpha &\left[F'(\alpha v') - \frac{d.F'(\alpha v'')}{dx} + \dots \pm \frac{d^{n-2}.F'(\alpha v^{n-1})}{dx^{n-2}} \right] \\ + v' \int_0^1 d\alpha &\left[F'(\alpha v'') - \frac{d.F'(\alpha v''')}{dx} + \dots \pm \frac{d^{n-3}.F'(\alpha v^{n-2})}{dx^{n-3}} \right] \\ &+ \dots + v^{n-1} \int_0^1 F'(\alpha v^n) d\alpha \end{aligned}$$

Въ этомъ уравненіи функцій u, v, F не имѣютъ какого нибудь опредѣленнаго значенія. Но если полагаемъ $u = 0, u' = 0, \dots$ и слѣдственно $v = y, v' = y', \dots$; и если функцію F подчиняемъ Эйлерову условию

$$F'(y) - \frac{d.F'(y')}{dx} + \frac{d^2.F'(y'')}{dx^2} - \dots \pm \frac{d^{n-1}.F'(y^n)}{dx^{n-1}} = 0,$$

то получимъ формулу Пуассона:

$$\begin{aligned} \int F(x, y, y', \dots, y^n) dx &= \int F(x, 0, 0, \dots, 0) dx \\ + y \int_0^1 &\left[F'(\alpha v') - \frac{d.F'(\alpha v'')}{dx} + \dots \pm \frac{d^{n-1}.F'(\alpha v^n)}{dx^{n-1}} \right] d\alpha \\ + y' \int_0^1 &\left[F'(\alpha v'') \dots \mp \frac{d^{n-2}.F'(\alpha v^{n-1})}{dx^{n-2}} \right] d\alpha + \dots y^{n-1} \int_0^1 F'(\alpha v^n) d\alpha, \end{aligned}$$

гдѣ по интегрированіи въ отношеніи α должно вставить y, y', y'', \dots на мѣсто v, v', v'', \dots, v^n . Должно замѣтить, что предыдущая формула общиѣ Пуассоновой, потому что послѣдняя перестаетъ служить въ тѣхъ случаяхъ, когда формула $F'(x, 0, 0, \dots, 0)$ получаетъ безконечное или неопредѣленное значеніе. Обѣ формулы приводятъ интегрированіе уравненій

$$F(x, y, y', y'', \dots, y^n) = 0$$

къ обыкновенному интегрированію функцій съ одною переменною.

Докажемъ теперь, что если функція F будетъ точная производная другой функцій φ , то есть

$$F(x, y, y', \dots, y^n) dx = d.\varphi(x, y, y', \dots, y^{n-1}),$$

то условіе

$$F'(y) - \frac{d \cdot F'(y')}{dx} + \frac{d^2 F'(y'')}{dx^2} - \dots \pm \frac{d^n F'(y^n)}{dx^n} = 0$$

непрѣмѣнно будетъ удовлетворено.

Поставимъ въ предыдущее уравненіе $y + \alpha v$ на мѣсто y , предполагая α переменнымъ независимымъ отъ x , и v нѣкоторою функціею отъ x ; будетъ

$$F(x, y + \alpha v, y' + \alpha v', \dots, y^n + \alpha v^n) dx = d \cdot \varphi(x, y + \alpha v, \dots, y^n + \alpha v^n)$$

Если дифференцируемъ это уравненіе въ отношеніи α , замѣчая что

$$\frac{d}{d\alpha} \left(\frac{d\varphi}{dx} \right) = \frac{d}{dx} \left(\frac{d\varphi}{d\alpha} \right),$$

то получимъ

$$v F'(y + \alpha v) + v' F'(y' + \alpha v') + \dots + v^n F'(y^n + \alpha v^n) = \frac{d}{dx} [v \varphi'(y + \alpha v) + v' \varphi'(y' + \alpha v') + \dots + v^{n-1} F'(y^{n-1} + \alpha v^{n-1})],$$

гдѣ производныя функціи имѣютъ по прежнему сокращенное означеніе. Полагая $\alpha = 0$, будетъ

$$v F'(y) + v' F'(y') + \dots + v^n F'(y^n) = \frac{d}{dx} [v \varphi'(y) + v' \varphi'(y') + \dots + v^{n-1} \varphi'(y^n)],$$

откуда заключаемъ, что сумма

$$v F'(y) + v' F'(y') + \dots + v^n F'(y^n)$$

должна быть точною производною функціей. Но въ этой суммѣ входятся члены, которые сами по себѣ представляютъ точную производную; отдѣливъ ихъ, должно остальную часть уравнять нулю. Въ самомъ дѣлѣ,

$$v' F'(y') = \frac{d}{dx} \int F'(y') dv = \frac{d}{dx} [v F'(y')] - v \frac{d}{dx} F'(y'),$$

$$v^n F'(y^n) = \frac{d}{dx} \int F'(y^n) dv = \frac{d}{dx} [v^n F'(y^n) - v \frac{d}{dx} F'(y^n)] + v \frac{d^2}{dx^2} F'(y^n).$$

и такъ далѣе; слѣдовательно по предыдущему условію получимъ

$$F'(y) - \frac{d}{dx} F'(y') + \frac{d^2}{dx^2} F'(y'') - \dots \pm \frac{d^n}{dx^n} F'(y^n) = 0$$

Пусть для прѣмѣра

$$F dx = M dx + N dy = (M + y' N) dx,$$

разсматривая M и N данными функціями отъ x и y .

По условію интегрируемости будетъ

$$F'(y) - \frac{d}{dx} F'(y') = 0,$$

что даетъ

$$\frac{dM}{dy} + y' \frac{dN}{dy} - \frac{dN}{dx} - y' \frac{dN}{dy} = 0,$$

или по сокращеніи $\frac{dM}{dy} - \frac{dN}{dx} = 0$.

Но мы знаемъ, что интегрируемость уравненія

$$M dx + N dy = 0$$

дѣйствительно зависитъ отъ предъидущаго условія.

§ II.

Если вникнемъ въ самый пріемъ употребленный для рѣшенія предъидущей задачи, то замѣтимъ что рѣшеніе основывается на измѣненіи функціи y въ другую $y + \alpha v$, или, что все равно, на измѣненіи самаго вида функціи y . Такого рода приращенія функцій существенно отличны отъ дифференціальныхъ, которыя происходятъ въ слѣдствіе приращенія независимой перемѣнной величины.

Чтобы представить способъ въ видѣ болѣе общемъ, выведемъ условія интегрируемости функціи

$$F(x, y, y', y'', \dots, y^n; z, z', z'', \dots, z^m)$$

содержащей перемѣнное x , двѣ функціи y и z , съ ихъ производными

$$y' = \frac{dy}{dx}, y'' = \frac{d^2 y}{dx^2}, \dots, y^n = \frac{d^n y}{dx^n};$$

$$z' = \frac{dz}{dx}, z'' = \frac{d^2 z}{dx^2}, \dots, z^m = \frac{d^m z}{dx^m}.$$

Поставимъ въ выраженіе F , $u + \alpha v$ на мѣсто y и въ то же время $p + \alpha q$ на мѣсто z , разсматривая u, v, p, q какъ неопредѣленные функціи отъ x , и α какъ перемѣнное независимое

отъ x . За тѣмъ, рассматривая выраженіе F какъ функцію переменнаго α , дифференцируемъ эту функцію и потомъ интегрируемъ между границами $\alpha = 0, \alpha = 1$; будетъ

$$F(x, u + v, u' + v', \dots, u^n + v^n; p + q, p' + q', \dots, p^m + q^m) \\ - F(x, u, u', \dots, u^n; p, p', p'', \dots, p^m) = \\ \int_0^1 d\alpha [v F'(\alpha v) + v' F'(\alpha v') + v'' F'(\alpha v'') + \dots + v^n F'(\alpha v^n)] \\ + \int_0^1 d\alpha [q F'(\alpha q) + q' F'(\alpha q') + q'' F'(\alpha q'') \dots + q^m F'(\alpha q^m)],$$

гдѣ $F'(\alpha v), F'(\alpha v') \dots F'(\alpha q), F'(\alpha q') \dots$ означаютъ производныя функціи отъ F взятыя въ отношеніи количествъ $u + \alpha v, u' + \alpha v', \dots, p + \alpha q, p' + \alpha q', \dots, p^m + \alpha q^m$.

Если интегрируемъ предыдущее уравненіе, по умноженіи на dx , то получимъ

$$\int F(x, u + v, u' + v', \dots, u^n + v^n; p + q, p' + q', p^m + q^m) dx \\ = \int F(x, u, u', \dots, u^n; p, p', \dots, p^m) dx \\ + \int_0^1 d\alpha \int dx [v F'(\alpha v) + v' F'(\alpha v') + \dots + v^n F'(\alpha v^n)] \\ + \int_0^1 d\alpha \int dx [q F'(\alpha q) + q' F'(\alpha q') + \dots + q^m F'(\alpha q^m)],$$

и если интегрируемъ по частямъ члены

$$\int F'(\alpha v) v dx, \dots, \int F'(\alpha v^n) v^n dx; \int F'(\alpha q') q' dx, \dots, \int F'(\alpha q^m) q^m dx$$

то найдемъ

$$\int F(x, u + v, u' + v', \dots, p + q, p' + q', \dots) dx \\ = \int F(x, u, u', \dots, p, p', \dots) dx + P + Q \\ + \int_0^1 d\alpha \int v dx \left[F'(\alpha v) - \frac{d}{dx} F'(\alpha v) + \frac{d^2}{dx^2} F'(\alpha v) \dots \right. \\ \left. \pm \frac{d^n}{dx^n} F'(\alpha v^n) \right] \\ + \int_0^1 d\alpha \int q dx \left[F'(\alpha q) - \frac{d}{dx} F'(\alpha q) + \frac{d^2}{dx^2} F'(\alpha q) \dots \right. \\ \left. \pm \frac{d^m}{dx^m} F'(\alpha q^m) \right]$$

полагая для сокращенія

$$\begin{aligned}
 P &= v \int_0^1 d\alpha \left[F'(\alpha v') - \frac{d}{dx} F'(\alpha v'') + \dots \pm \frac{d^{n-1}}{dx^{n-1}} F'(\alpha v^n) \right] \\
 &+ v' \int_0^1 d\alpha \left[F'(\alpha v') - \frac{d}{dx} F'(\alpha v''') + \dots \pm \frac{d^{n-2}}{dx^{n-2}} F'(\alpha v^n) \right] \\
 &+ \dots + v^{n-1} \int_0^1 F'(\alpha v^n) d\alpha \\
 Q &= q \int_0^1 d\alpha \left[F'(\alpha q') - \frac{d}{dx} F'(\alpha q'') \dots \pm \frac{d^{m-1}}{dx^{m-1}} F'(\alpha q^m) \right] \\
 &+ q' \int_0^1 d\alpha \left[F'(\alpha q') - \frac{d}{dx} F'(\alpha q''') \dots \pm \frac{d^{m-2}}{dx^{m-2}} F'(\alpha q^m) \right] \\
 &+ \dots + q^{m-1} \int_0^1 F'(\alpha q^m) d\alpha
 \end{aligned}$$

Положимъ теперь, что функція $F(x, y, y', y'', \dots; z, z', z'', \dots)$ удовлетворяетъ вдругъ двумъ условіямъ

$$\begin{aligned}
 F'(y) - \frac{d}{dx} F'(y') + \frac{d^2}{dx^2} F'(y'') - \dots \pm \frac{d^n}{dx^n} F'(y^n) &= 0, \\
 F'(z) - \frac{d}{dx} F'(z') + \frac{d^2}{dx^2} F'(z'') - \dots \pm \frac{d^m}{dx^m} F'(z^m) &= 0;
 \end{aligned}$$

тогда по предъидущему уравненію будетъ

$$\begin{aligned}
 \int F(x, u + v, u' + v', \dots; p + q, p' + q', \dots) dx &= \\
 \int F(x, u, u', \dots; p, p', \dots) dx + P + Q
 \end{aligned}$$

и если вмѣсто функцій u и p возьмемъ постоянныя величины, полагая $u = a, p = b$, то будетъ

$$\begin{aligned}
 v &= y - a, q = z - b, \\
 u' &= 0, u'' = 0, \dots p' = 0, p'' = 0 \\
 v' &= y', v'' = y'', \dots q' = z', q'' = z'', \dots
 \end{aligned}$$

и слѣдственно

$$\int F(x, y, y', \dots; z, z', z'', \dots) dx = \int F(x, a, 0, \dots; b, 0, 0, \dots) dx + P + Q.$$

Но P и Q не содержатъ интегрированія въ отношеніи переменной x , слѣдовательно интегрированіе формулы

$$\int F(x, y, y', \dots; z, z', \dots) dx$$

приводится къ обыкновенному интегралу функции съ одною переменною, то есть

$$\int F(x, a, o, o \dots; b, o, o \dots) dx$$

Если, вмѣсто того чтобы предполагать u и p постоянными величинами, оставимъ ихъ произвольными функциями, и сдѣлаемъ при томъ $v = y - u$, $q = z - p$, то получимъ

$$\int F(x, y, y', \dots z, z', \dots) dx = \int F(x, u, u', \dots p, p' \dots) dx + P + Q$$

Эту весьма замѣчательную формулу можно распространить на какое угодно число функций y, z, \dots

Найдемъ для примѣра условіе интегрируемости уравненія

$$M dx + N dy + P dz = 0,$$

въ которомъ M, N, P данныя функции отъ x, y, z .

Но въ этомъ случаѣ будетъ

$$F = M + y' N + z' P,$$

слѣдовательно по условіямъ интегрируемости

$$\frac{dM}{dy} - \frac{dN}{dx} + z' \left(\frac{dP}{dy} - \frac{dN}{dz} \right) = 0$$

$$\frac{dM}{dz} - \frac{dP}{dx} + y' \left(\frac{dN}{dz} - \frac{dP}{dy} \right) = 0$$

откуда получимъ три уравненія

$$\frac{dM}{dy} - \frac{dN}{dx} = 0, \quad \frac{dM}{dz} - \frac{dP}{dx} = 0, \quad \frac{dN}{dz} - \frac{dP}{dy} = 0,$$

или одно слѣдующее

$$P \left(\frac{dM}{dy} - \frac{dN}{dx} \right) + N \left(\frac{dP}{dx} - \frac{dM}{dz} \right) + M \left(\frac{dN}{dz} - \frac{dP}{dy} \right) = 0,$$

что доказываютъ и по другому способу въ интегральномъ вычисленіи.

§ III.

Между двумя перпендикулярами къ третьей прямой линіи, провести кривую, такую свойства, чтобы произведеніе перпендикуляровъ отъсѣченныхъ касательною къ той кривой было постоянно для всѣхъ точекъ кривой?

Относимъ искомую кривую къ прямоугольнымъ осямъ координатъ X, Y параллельнымъ даннымъ перпендикулярамъ и основанію ихъ. Пусть будутъ x, y координаты точки m приспособе-

ція прямої $N'M'$, отрѣзки перпендикулярів означимъ $MM' = m'$, $NN' = n'$; условіе задачи выразится

$$n' m' = \text{Const.} = C$$

Но если означимъ m и n абсциссы точекъ M' и N' и положимъ

$$\frac{dy}{dx} = y', \text{ то получимъ}$$

$$m' = y + (m - x) y'$$

$$n' = y + (n - x) y'$$

и слѣдовательно по предъидущему условію

$$(1) \quad [y + (m - x) y'] [y + (n - x) y'] = C.$$

Дифференцируя это уравненіе въ отношеніи x и также y, y' , какъ функций отъ x , будетъ

$$y' (m - x) [y + (n - x) y'] + y' (n - x) [y + (m - x) y'] = 0,$$

чему можно удовлетворить, полагая

$$(2) \quad y' = 0 \text{ или } (m - x)[y + (n - x) y'] + (n - x)[y + (m - x) y'] = 0.$$

Если интегрируемъ уравненіе $y' = 0$, то получимъ

$$y = Ax + B,$$

означая чрезъ A и B произвольныя постоянныя.

Итакъ прямая линия удовлетворяетъ требуемому условію задачи, что весьма естественно, потому что прямая сливается съ своею постоянною касательною, и произведеніе отрѣзковъ будетъ постоянно.

Если возьмемъ первый интегралъ уравненія $y' = 0$, то есть $y' = A$ и поставимъ это значеніе въ уравненіе (1), то получимъ

$$(y - Ax)^2 + (y - Ax)(An + Am) + mnA^2 = C,$$

откуда снова имѣемъ

$$y = Ax + B$$

Но если возьмемъ второе уравненіе (2) и значеніе y' , то есть

$$(3) \quad y' = \frac{2x - m - n}{(m - x)(n - x)} \cdot \frac{y}{2},$$

вставимъ въ уравненіе (1), то будетъ

$$y^2 \left(1 + \frac{2x - m - n}{2(n - x)}\right) \left(1 + \frac{2x - m - n}{2(m - x)}\right) = C,$$

откуда получаемъ

$$y^2 + \frac{4C(m-x)(n-x)}{(m-n)^2} = 0 \quad (4)$$

Итакъ, по второму рѣшенію, условію задачи удовлетворяютъ эллипсъ и гипербола, смотря потому будетъ ли C положительная или отрицательная величина. Замѣчательно, что этого рѣшенія можно достигнуть еще другимъ путемъ, непосредственно изъ уравненія (3). Въ самомъ дѣлѣ, напишемъ это уравненіе подъ видомъ

$$\frac{dy}{y} = \frac{(2x - m - n) dx}{2(m-x)(n-x)},$$

или разбивая на частныя дроби

$$\frac{dy}{y} = \frac{1}{2} \frac{dx}{x-m} + \frac{1}{2} \frac{dx}{x-n},$$

отсюда по интегрированіи получимъ

$$y^2 = C_1(x-m)(x-n),$$

что и будетъ тождественно съ уравненіемъ (4), если дѣлаемъ

$$-C_1 = \frac{4C}{(m-n)^2}$$

Положеніе кривыхъ совершенно опредѣляется уравненіемъ (4).

Случай $C > 0$ принадлежитъ эллипсу. Изъ уравненія (4) имѣемъ

$$y = 0 \text{ при } x = m \text{ и } x = n;$$

а если вставимъ въ (3) значеніе y изъ (4), то получимъ

$$\frac{dy}{dx} = \infty \text{ при } x = m \text{ и } x = n,$$

$$\frac{dy}{dx} = 0 \text{ при } x = \frac{m+n}{2}.$$

Это значитъ, эллипсъ помѣщается между данными перпендикулярами NN' , MM' , имѣя вершины одной изъ осей своихъ въ точкахъ N и M .

Случай $C < 0$ принадлежитъ гиперболѣ. Значенія y воображаемы внутри предѣловъ $x > n$ и $x < m$; и по прежнему

$$\frac{dy}{dx} = \infty \text{ при } x = m, x = n.$$

Вершины дѣйствительной оси гиперболы лежатъ въ точкахъ M и N .

Не трудно видѣть, что рѣшеніе

$$y = Ax + B$$

есть общій интегралъ уравненія

$$y''(m-x)[y+(n-x)y'] + y''(n-x)[y+(m-x)y'] = 0,$$

между тѣмъ какъ

$$y'' = C_1(x-m)(x-n)$$

представляетъ особенное рѣшеніе того же уравненія, но мы не будемъ останавливаться на этомъ замѣчаніи.

Полный дифференціалъ уравненія (1) имѣетъ такой видъ какъ бы дифференцирование относилось только къ величинѣ y' . Это обстоятельство случайно въ смыслѣ общаго дифференціального способа, но въ способѣ варіаціонномъ составляетъ самую сущность. Въ самомъ дѣлѣ, рѣшая предъидущую задачу, мы утверждаемся на какой нибудь точкѣ кривой (x, y) и сообразно вопросу измѣняемъ положеніе касательной линіи, то есть величину y' .

Положимъ, что произведеніе отрѣзковъ на перпендикулярахъ касательною, вмѣсто постояннаго, должно быть максимумъ или минимумъ. Но теперь ясно, что по самой сущности задачи должно полагать

$$\frac{dM}{dy'} = 0, \text{ дѣлая } M = [y + (m-x)y'] [y + (n-x)y'].$$

Такимъ образомъ получимъ извѣстное уже намъ уравненіе

$$(m-x)[y+(n-x)y'] + (n-x)[y+(m-x)y'] = 0,$$

И какъ въ случаѣ максимумъ должно быть

$$\frac{d^2 M}{d y'^2} = 2(m-x)(n-x) < 0,$$

таже величина должна быть положительна въ случаѣ минимумъ. то заключаемъ, что первому условію удовлетворяетъ кривая линія эллипсъ, въ которомъ

$$x > n, m > x;$$

второму же условію удовлетворяетъ гипербола, въ которой для обѣихъ полъ постоянно

$$(m-x)(n-x) > 0.$$

Эти свойства коническихъ сѣченій были открыты еще греческомъ Геометромъ Аполлоніемъ; мы изложили аналитическое доказательство Лагранжа, которому принадлежитъ то преимуще-

ство, что конические сѣченія представляются какъ единственныя кривыя, которымъ принадлежитъ свойство предложенное въ задачѣ.

ТЕОРІЯ ВАРИАЦІОНОВЪ.

§ IV.

Величина x называется независимой переменною, если она можетъ проходить рядъ послѣдовательныхъ значеній, то есть измѣняться въ $x + \Delta x$, гдѣ Δx есть величина произвольная, которая можетъ быть велика или мала какъ угодно. Величина Δx вообще называется приращеніемъ переменной x , и когда это приращеніе предполагается безконечно малымъ, то его называютъ дифференціаломъ и означаютъ чрезъ dx . Безконечно малое приращеніе неизмѣняетъ численнаго значенія величины x , а только даетъ знать, что x способно измѣняться; слѣдовательно знакъ d поставленный предъ независимымъ переменнымъ x не требуетъ ни какаго аналитическаго дѣйствія, а представляетъ только символъ переменной величины. Если d должно служить къ уменьшенію x , тогда прибавляютъ впереди знакъ минусъ и пишутъ $-dx$.

Совсѣмъ иначе должно разсматривать приращеніе функций. Если дана, напримѣръ $y = f(x)$, то функция y измѣняется въ слѣдствіе приращенія независимой переменной x , то есть

$$y + \Delta y = f(x + \Delta x),$$

и если Δx безконечно мало, то пишутъ

$$dy = f'(x) dx$$

Знакъ d поставленный предъ y требуетъ того аналитическаго дѣйствія, по которому вычисляется функция $f'(x)$, то есть

$$f'(x) = \lim. \left[\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \right],$$

между тѣмъ какъ dx остается произвольною величиною, только въ порядкѣ безконечно малыхъ.

Общее понятіе объ аналитической зависимости представляеть еще другой способъ измѣнить значеніе данной функции $f(x)$, а именно: измѣнить самую зависимость между y и x , то есть выбрать новую функцию F вмѣсто f . Если измѣненіе или приращеніе такого рода предполагается безконечно малымъ, то его называютъ вариациономъ, выражаютъ знакомъ δ и пишутъ

$$\delta y = F(x) - f(x)$$

Вариационъ данной функціи можно получить различнымъ образомъ: можно обратить нѣкоторыя постоянныя величины въ переменныя, умножить данную функцію на другую произвольную, придать къ данной функціи другую произвольную; но разность функцій измѣненной съ первоначальною должна быть всегда мала.

Пояснимъ это примѣромъ: пусть данъ эллипсъ уравненіемъ

$$y = \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}.$$

Если поставить сюда $b + \Delta b$ намѣсто b , то перейдемъ къ другому эллипсу, въ которомъ ось b длиннѣе прежней на величину Δb . Приращеніе Δb можно еще разсматривать какъ нѣкоторую функцію $\omega(x)$, тогда мы переходимъ отъ даннаго эллипса къ другой кривой линіи, которой уравненіе будетъ

$$Y = \frac{b + \omega(x)}{a} \sqrt{a^2 - x^2},$$

за тѣмъ, полагая $\omega(x)$ бесконечно малымъ, получимъ

$$\delta y = \frac{\omega(x)}{a} \sqrt{a^2 - x^2}$$

Если умножимъ радикалъ въ уравненіи эллипса на функцію показательную $e^{-\beta x}$ и придадимъ произвольную функцію $\omega(x)$, предполагая постоянное β и функцію $\omega(x)$ бесконечно малыми, то получимъ другое выраженіе вариациона:

$$\delta y = e^{-\beta x} \cdot \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2} + \omega(x) - y$$

Но различные способы ведущіе къ вариационному измѣненію функцій можно подвести подъ общій взглядъ, разсматривая данную функцію $f(x)$ какъ предѣлъ другой произвольной функціи $F(x, t)$, въ которой полагаетъ $t = 0$. Вспомогательное переменное t представляется здѣсь какъ причина, отъ которой зависятъ значенія функціи $F(x, t)$, и въ опредѣленный моментъ $t = 0$, даетъ

$$\lim. F(x, t) = f(x)$$

Если значеніе t не предполагается нулемъ, а только весьма малымъ, то будетъ

$$F(x, t) = F(x, 0) + t F'(x, \theta t), \text{ гдѣ } \theta < 1$$

И если полагаетъ

$$\lim. F(x, t) = F(x, 0) = f(x),$$

$$\lim. F'(x, \theta t) = F'(x, 0) = \omega(x)$$

то получимъ

$$\delta. f(x) = F(x, t) - f(x) = t \omega(x)$$

Но величина t , какъ независимая отъ x , можетъ быть опущена въ характеристикѣ функціи $F(x, t)$; также величина, умножая произвольную функцію $\omega(x)$, опредѣляетъ содержаніе въ которомъ значеніе $\omega(x)$ должно быть уменьшено, что можемъ подразрѣвать въ самой характеристикѣ функціи ω ; слѣдовательно можно написать предъидущее уравненіе въ слѣдующемъ видѣ:

$$\delta. f(x) = F(x) - f(x) = \omega(x)$$

Итакъ *вариаціонъ функціи есть безконечно малая разность произвольной функціи съ данною.*

§ V.

Вариаціонное вычисленіе основывается на нѣкоторыхъ теоремахъ, которыми пользуются во всякой частной задачѣ.

1. *Вариаціонъ отъ суммы функцій равенъ суммѣ вариаціоновъ отъ каждой функціи порознь.*

Для доказательства этой теоремы положимъ

$$y = \lim. F(x, t), \quad z = \lim. \Phi(x, t),$$

будетъ

$$\begin{aligned} \delta(y + z) &= [F(x, t) + \Phi(x, t)] - (y + z) \\ &= [F(x) - y] + [\Phi(x) - z] \end{aligned}$$

Но по опредѣленію нашему

$$F(x) - y = \delta y, \quad \Phi(x) - z = \delta z,$$

слѣдовательно получимъ

$$\delta(y + z) = \delta y + \delta z.$$

2. *Вариаціонъ отъ произведенія функцій равенъ дифференціалу отъ того же произведенія, съ переменною знака d на δ .*

Въ самомъ дѣлѣ,

$$\delta. yz = \lim. [(y + \Delta y)(z + \Delta z) - yz],$$

гдѣ знакъ $\lim.$ требуетъ по окончаніи счета поставить знакъ δ на мѣсто знака Δ . Но какъ будетъ

$$\delta. yz = \lim. [y \Delta z + z \Delta y + \Delta y \Delta z],$$

то, пренебрегая величиною безконечно малою втораго порядка $\delta y \delta z$, получимъ

$$\delta. yz = y \delta z + z \delta y.$$

3. *Вариационъ отъ полнаго дифференціала данной функціи равенъ полному дифференціалу отъ вариациона той же функціи.*

При доказательствѣ этой теоремы будемъ различать вариационы собственный и приданный. Вариационъ будемъ называть *собственнымъ*, если онъ происходитъ въ слѣдствіе измѣненія самой функціи. Такъ, если дана функція $y = f(x)$, то собственный вариационъ будетъ $\delta y = F(x) - f(x) = \omega(x)$.

Если же въ данной функціи, $y = f(x)$, величину x будемъ разсматривать какъ нѣкоторую функцію $\varphi(t)$ новаго переменнаго t , то въ слѣдствіе собственного вариациона δx произойдетъ *приданный вариационъ* δy , такъ что будетъ

$$\delta x = \Phi(t) - \varphi(t) = \omega(t),$$

$$\delta y = f(x + \delta x) - f(x) = f'(x) \cdot \delta x$$

Для вариациона собственного теорема справедлива. Въ самомъ дѣлѣ, по опредѣленію имѣемъ

$$y = f(x), \delta y = F(x) - f(x) = \omega(x);$$

или, измѣнивъ x на $x + dx$,

$$y + dy = f(x + dx), \delta(y + dy) = \omega(x + dx).$$

Но

$$\delta(y + dy) = \delta y + \delta dy,$$

$$\omega(x + dx) = \omega(x) + \omega'(x) \cdot dx,$$

слѣдовательно будетъ

$$\delta y + \delta dy = \omega(x) + \omega'(x) \cdot dx$$

или еще $\delta dy = \omega'(x) dx = d \cdot \omega(x)$,

и наконецъ $\delta dy = d \delta y$.

Теорема доказывается подобнымъ образомъ для функцій со многими переменными. Пусть

$$u = f(x, y, z),$$

$$\delta u = F(x, y, z) - f(x, y, z) = \omega(x, y, z)$$

Измѣняя x, y, z въ $x + dx, y + dy, z + dz$, получимъ

$$u + du = f(x + dx, y + dy, z + dz),$$

$$\delta(u + du) = \omega(x + dx, y + dy, z + dz),$$

отсюда по разложеніи функцій ω въ строку Тейлера находимъ

$$\delta u + \delta du = \omega(x, y, z) + \omega'(x) dx + \omega'(y) dy + \omega'(z) dz,$$

$$\text{или } \delta du = d \cdot \omega(x, y, z),$$

и наконецъ $\delta du = d \delta u$.

Теорема справедлива также для вариационныхъ приданныхъ. Возьмемъ $y = F(x)$ и положимъ, что переменное x способно имѣть собственный вариационъ δx , будетъ

$$dy = F(x + dx) - F(x) = F'(x) dx$$

$$\delta y = F(x + \delta x) - F(x) = F'(x) \delta x$$

Если первое уравненіе варируемъ, а второе дифференцируемъ, то получимъ

$$\delta dy = F'(x) \delta dx + dx F''(x) \delta x,$$

$$d\delta y = F'(x) d\delta x + \delta x F''(x) dx.$$

Но мы уже доказали, что $\delta dx = d\delta x$, слѣдовательно будетъ $d\delta y = \delta dy$.

Возьмемъ еще функцію со многими переменными. Пусть

$$u = F(x, y, z),$$

гдѣ переменныя x, y, z суть нѣкоторыя функціи новаго переменнаго t , и потому способны получить собственные вариационны $\delta x, \delta y, \delta z$; будетъ

$$\delta u = F(x + \delta x, y + \delta y, z + \delta z) - F(x, y, z)$$

Если разложимъ вторую часть уравненія въ строку Тейлора и напишемъ также выраженіе полного дифференціала du , то получимъ

$$\delta u = F'(x) \delta x + F'(y) \delta y + F'(z) \delta z,$$

$$du = F'(x) dx + F'(y) dy + F'(z) dz.$$

Полный дифференціалъ функціи δu будетъ

$$\begin{aligned} d\delta u &= d\delta x \cdot F'(x) + \delta x \{ F''(xx) dx + F''(xy) dy + F''(xz) dz \} \\ &+ d\delta y \cdot F'(y) + \delta y \{ F''(xy) dx + F''(yy) dy + F''(yz) dz \} \\ &+ d\delta z \cdot F'(z) + \delta z \{ F''(zx) dx + F''(zy) dy + F''(zz) dz \} \end{aligned}$$

съ другой стороны, вариационъ отъ дифференціала du будетъ

$$\begin{aligned} \delta du &= \delta dx \cdot F'(x) + dx [F''(xx) \delta x + F''(xy) \delta y + F''(xz) \delta z] \\ &+ \delta dy \cdot F'(y) + dy [F''(xy) \delta x + F''(yy) \delta y + F''(yz) \delta z] \\ &+ \delta dz \cdot F'(z) + dz [F''(zx) \delta x + F''(zy) \delta y + F''(zz) \delta z] \end{aligned}$$

Сравнивая вторыя части уравненій почленно, и замѣчая что $d\delta x = \delta dx, d\delta y = \delta dy, d\delta z = \delta dz$, получимъ

$$d\delta u = \delta du.$$

Итакъ теорема справедлива во всѣхъ случаяхъ, когда du предполагается полнымъ дифференціаломъ. Для дифференціаловъ

высшихъ порядковъ не нужно новаго доказательства, а стоитъ только замѣтить, что

$$\delta. d^2 u = \delta d. du = d\delta. du = d^2 \delta u,$$

$$\delta. d^3 u = d^3 \delta u,$$

и вообще

$$\delta. d^n u = d^n \delta u$$

4. Для частныхъ дифференціаловъ перемѣна порядка варіированія съ дифференцированиемъ вообще неизмѣтъ мѣста. Напримѣръ, если u будетъ функція двухъ перемѣнныхъ x, y , то уравненіе

$$\delta. \left(\frac{d u}{d x} \right) d x = \left(\frac{d \delta u}{d x} \right) d x$$

не будетъ вообще справедливо.

Чтобы найти варіаціонъ отъ частнаго дифференціала данной функціи $u = f(x, y)$, будемъ писать для сокращенія $d_x u$ вмѣсто $\left(\frac{d u}{d x} \right) d x$, чтобы имѣть

$$d_x u = f(x + d x, y) - f(x, y).$$

Если перемѣнные x, y получаютъ варіаціонныя приращенія $\delta x, \delta y$, то будетъ

$$\delta d_x u = f(x + \delta x + d x + d_x \delta x, y + \delta y) - f(x + \delta x, y + \delta y) - [f(x + d x, y) - f(x, y)]$$

Первая часть этого уравненія содержитъ величину бесконечно малую втораго порядка, а потому при разложеніи въ строку Тейлера членовъ второй части уравненія должно удержатъ члены втораго измѣренія приращеній.

Пользуясь означеніемъ на сей разъ весьма удобнымъ:

$$\frac{d u}{d x} = f'(x), \quad \frac{d^2 u}{d x^2} = f''(x x), \quad \frac{d^2 u}{d x d y} = f''(x y),$$

получимъ

$$\begin{aligned} \delta d_x u &= f(x, y) + f'(x) [\delta x + d x + d_x \delta x] + f'(y) \delta y \\ &\quad + \frac{1}{2} f''(x x) [\delta x + d x + d_x \delta x]^2 + \frac{1}{2} f''(y y) \delta y^2 \\ &\quad + f'(x, y) [\delta x + d x + d_x \delta x] \delta y - f(x, y) - f'(x) \delta x \\ &\quad - f'(y) \delta y - \frac{1}{2} f''(x x) \delta x^2 - \frac{1}{2} f''(y y) \delta y^2 - f''(x y) \delta x \delta y \\ &\quad - f(x, y) - f'(x) d x - \frac{1}{2} f''(x x) d x^2 + f(x, y), \end{aligned}$$

что по сокращеніи даетъ

$$\delta d_x u = f''(x) d_x \delta x + f''(x x) d x \delta x + f''(x y) d x \delta y.$$

Изменяя x въ $x + \delta x$, въ функція dx , мы писали

$$d(x + \delta x) = dx + d_x \delta x,$$

желая тѣмъ выразить, что δx и δy должно разсматривать функціями переменныхъ x и y . Чтобы доказать необходимость такого понятія, стоитъ замѣтить, что x и y можно разсматривать функціями двухъ другихъ переменныхъ p и q , то есть помогать

$$x = \varphi(p, q), \quad y = \psi(p, q),$$

затѣмъ δx и δy будутъ также функціями переменныхъ p и q , которыя можно выразить въ начальныхъ переменныхъ x, y .

Можно придти къ выраженію $\delta d_x u$ другимъ простѣйшимъ путемъ. Въ самомъ дѣлѣ, варьируя уравненіе $d_x u = \frac{df(x, y)}{dx} dx$,

и пользуясь предъидущимъ означеніемъ получимъ

$$\delta d_x u = f'(x) \delta dx + f''(xx) dx \delta x + f''(xy) dx \delta y,$$

и какъ $\delta dx = d(x + \delta x) - dx = d_x \delta x$, то будетъ

$$\delta d_x u = f'(x) d_x \delta x + f''(xx) dx \delta x + f''(xy) dx \delta y.$$

Съ другой стороны, если дифференцируемъ полный вариационъ функція u ,

$$\delta u = f'(x) \delta x + f'(y) \delta y,$$

то получимъ

$$d_x \delta u = f'(x) d_x \delta x + f''(xx) dx \delta x + f''(xy) dx \delta y + f'(y) d_x \delta y$$

Сравнивая это выраженіе съ предъидущимъ, находимъ

$$d_x \delta u - \delta d_x u = f'(y) d_x \delta y$$

или
$$\delta d_x u = d_x \delta u - \left(\frac{d u}{d y}\right) d_x \delta y.$$

Подобнымъ образомъ найдемъ

$$\delta d_y u = d_y \delta u - \left(\frac{d u}{d x}\right) d_y \delta x$$

Вообще для функцій со многими переменными будетъ

$$\delta d_x u = d_x \delta u - \frac{d u}{d y} d_x \delta y - \frac{d u}{d z} d_x \delta z - \dots$$

$$\delta d_y u = d_y \delta u - \frac{d u}{d x} d_y \delta x - \frac{d u}{d z} d_y \delta z \dots$$

Если же вариационъ будетъ собственный, то прежняя теорема

опять имѣть мѣсто. Въ самомъ дѣлѣ, пусть $u = f(x, y)$, $\delta u = \omega(x, y)$, будетъ

$$d_x \delta u = \omega'(x) dx,$$

$$\begin{aligned} \delta. d_x u &= \delta. [f(x + dx, y) - f(x, y)] = F(x + dx, y) - F(x, y) \\ &\quad - f(x + dx, y) + f(x, y) - F'(x) dx - f'(x) dx = \omega'(x) dx \\ &= d_x \omega(x) = d_x \delta u. \end{aligned}$$

Приложеніе. Изложенная теорія вариационовъ приводитъ простѣйшимъ путемъ къ нѣкоторымъ уравненіямъ, имѣющимъ значеніе въ прикладной математикѣ. Напримѣръ, условіе неразрывности массы находящейся въ движеніи выражается

$$\delta. (\rho dx dy dz) = 0,$$

гдѣ ρ означаетъ плотность массы въ точкѣ опредѣленной прямоугольными координатами x, y, z . Это условіе даетъ сначала

$$dx dy dz \left[\delta \rho + \rho \frac{\delta(dx dy dz)}{dx dy dz} \right] = 0,$$

но по изложенной теоріи вариационовъ будетъ

$$\delta(dx dy dz) = dy dz \delta dx + dx dz \delta dy + dx dy \delta dz,$$

$$\delta dx = d(x + \delta x) - dx = d_x \delta x = \left(\frac{d\delta x}{dx} \right) dx,$$

$$\delta dy = d(y + \delta y) - dy = d_y \delta y = \left(\frac{d\delta y}{dy} \right) dy,$$

$$\delta dz = d(z + \delta z) - dz = d_z \delta z = \left(\frac{d\delta z}{dz} \right) dz,$$

слѣдовательно

$$\delta(dx dy dz) = dx dy dz \left[\frac{d\delta x}{dx} + \frac{d\delta y}{dy} + \frac{d\delta z}{dz} \right],$$

что приводитъ условіе неразрывности массы къ виду

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{d\delta x}{dx} + \frac{d\delta y}{dy} + \frac{d\delta z}{dz} = 0.$$

ОБЩАЯ ЛАГРАНЖЕВА ЗАДАЧА.

§ VI.

Перейдемъ теперь къ изслѣдванію выраженія

$$\delta. \int_{x_0}^X U dx, \quad \text{гдѣ } U = f\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \dots, \frac{d^n y}{dx^n}\right),$$

и впервыхъ докажемъ, что

$$\delta \cdot \int_{x_0}^X U dx = \int_{x_0}^X \delta(U dx).$$

Въ самомъ дѣлѣ, если представимъ данный интегралъ сум-
мною элементовъ, то будетъ

$$\int_{x_0}^X U dx = U_0 dx_0 + U_1 dx_1 + U_2 dx_2 + \dots U_{n-1} dx_{n-1},$$

величины x_0, x_1, \dots, x_{n-1} берутся между границамя x_0, X и та-
кимъ образомъ, чтобы

$$x_0 + dx_0 = x_1, x_1 + dx_1 = x_2 \text{ и такъ далѣе,}$$

при томъ разности dx_0, dx_1, \dots бесконечно малы. Поставляя въ
этой суммѣ $x + \delta x$ на мѣсто x , получимъ

$$U'_0 dx'_0 + U'_1 dx'_1 + U'_2 dx'_2 + \dots U'_{n-1} dx'_{n-1},$$

при означеніи

$$dx'_0 = dx_0 + \delta dx_0, dx'_1 = dx_1 + \delta dx_1, \dots$$

$$U'_0 = U_0 + \delta U_0, U'_1 = U_1 + \delta U_1, \dots$$

Новая сумма можетъ быть представлена интеграломъ $\int_{x_0}^X U' dx'$, по-

тому что dx'_0, dx'_1 и проч. бесконечно малы и при томъ смеж-
ны, то есть

$$x'_1 = x_1 + \delta x_1 = x_0 + dx_0 + \delta(x_0 + dx_0) = x_0 + \delta x_0$$

$$+ d(x_0 + \delta x_0) = x'_0 + d x'_0, x'_2 = x'_1 + d x'_1 \text{ и проч.}$$

За тѣмъ будетъ

$$\begin{aligned} \int_{x_0}^X U' dx' - \int_{x_0}^X U dx &= (U'_0 dx'_0 - U_0 dx_0) + (U'_1 dx'_1 - U_1 dx_1) \\ &+ \dots [U'_{n-1} dx'_{n-1} - U_{n-1} dx_{n-1}] \\ &= \delta(U_0 dx_0) + \delta(U_1 dx_1) + \dots \delta(U_{n-1} dx_{n-1}). \end{aligned}$$

Здѣсь первая часть уравненія даетъ $\int_{x_0}^X \delta(U dx)$, вторая же

есть точное выраженіе для $\delta \cdot \int_{x_0}^X U dx$, слѣдовательно предложен-
ная теорема справедлива.

Тоже самое можно доказать еще другимъ образомъ.

Положимъ $X = \varphi(t)$, $\delta x = \delta \varphi(t) = \omega(t)$ и означимъ t_0 и T значенія новаго переменнаго t при $x = x_0$ и $x = X$; будетъ

$$\int_{x_0}^X U dx = \int_{t_0}^T U \varphi'(t) dt.$$

Если варіируемъ обѣ части этого уравненія, замѣчая что вариационъ не относится къ t , а только къ функціи φ , то получимъ

$$\delta \int_{x_0}^X U dx = \int_{t_0}^T dt \delta U \varphi'(t)$$

Но имѣемъ

$$\begin{aligned} \delta U \varphi'(t) &= \varphi'(t) \delta U + U \delta \varphi'(t), \\ \delta \varphi'(t) &= \delta \frac{\varphi(t+dt) - \varphi(t)}{dt} = \frac{\omega(t+dt) - \omega(t)}{dt} \\ &= \omega'(t) = \frac{d\delta x}{dt} = \frac{\delta dx}{dt}, \end{aligned}$$

слѣдовательно будетъ

$$\delta \int_{x_0}^X U dx = \int_{t_0}^T \left(\delta U \frac{dx}{dt} + U \frac{\delta dx}{dt} \right) dt = \int_{t_0}^T \frac{\delta (U dx)}{dt} dt$$

Наконецъ, возвращаясь къ начальному переменному x , будетъ

$$\int_{t_0}^T \frac{\delta (U dx)}{dt} dt = \int_{x_0}^X \delta (U dx) \cdot \frac{dt}{dx} \frac{dx}{dt} = \int_{x_0}^X \delta (U dx).$$

И такъ варіированіе въ опредѣленныхъ интегралахъ неизмѣняетъ границъ интегрированія, а только элементы интеграла. Въ этомъ заключается весьма важное различіе вариационнаго способа съ обыкновеннымъ измѣненіемъ произвольныхъ постоянныхъ, которое въ опредѣленныхъ интегралахъ происходитъ слѣдующимъ образомъ. Пусть $\int_a^b f(x, \alpha) dx = \varphi(\alpha)$, будетъ

$$\int_a^b f(x, \alpha) dx = \varphi(\alpha)$$

Дифференцируя это уравненіе въ отношеніи α , рассматривая b и a

функциями отъ α , получимъ

$$\frac{d}{d\alpha} \int_a^b f(x, \alpha) dx = \varphi'_b(b, \alpha) \frac{db}{d\alpha} - \varphi'_a(a, \alpha) \frac{da}{d\alpha} + \frac{\varphi(b, \alpha + d\alpha) - \varphi(a, \alpha + d\alpha) - \varphi(b, \alpha) + \varphi(a, \alpha)}{d\alpha}$$

и какъ

$$\varphi(b, \alpha + d\alpha) - \varphi(a, \alpha + d\alpha) = \int_a^b f(x, \alpha + d\alpha) dx,$$

то будетъ

$$\frac{d}{d\alpha} \int_a^b f(x, \alpha) dx = \int_a^b \frac{df(x, \alpha)}{d\alpha} dx + \frac{db}{d\alpha} f(b, \alpha) - \frac{da}{d\alpha} f(a, \alpha)$$

И такъ измѣненіе произвольнаго постояннаго въ опредѣленныхъ интегралахъ даетъ новыя границы интегрированія, то есть новое число элементовъ въ интегралѣ.

Теперь, чтобы вывести общее выраженіе для $\delta \int_{x_1}^{\infty} U dx$, гдѣ

$$U = f(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}), \quad y' = \frac{dy}{dx}, \quad y'' = \frac{d^2 y}{dx^2}, \dots$$

должно переменнѣй величинѣ x дать приращеніе δx , въ слѣдствіе чего функція y получитъ приданный варіаціонъ $y' \delta x$, и если собственный варіаціонъ функціи y означимъ $\omega(x)$ или просто ω , то полный варіаціонъ будетъ $\delta y = y' \delta x + \omega$.

За тѣмъ варіаціонъ функціи y' получимъ слѣдующимъ образомъ:

$$\delta y' = \delta \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{dx \delta dy - dy \delta dx}{dx^2} = \frac{d\delta y}{dx} - y' \frac{d\delta x}{dx},$$

съ другой стороны, дифференціалъ уравненія

$$\delta y = y' \delta x + \omega$$

дастъ

$$\frac{d\delta y}{dx} = y'' \delta x + y' \frac{d\delta x}{dx} + \omega',$$

слѣдовательно будетъ

$$\delta y' = y'' \delta x + \omega'.$$

Поступая подобнымъ образомъ при опредѣленіи $\delta y', \delta y'' \dots$ приходимъ къ уравненіямъ

$$\delta y'' = y''' \delta x + \omega''$$

$$\delta y''' = y'''' \delta x + \omega'''$$

⋮

$$\delta y^{(n)} = y^{(n+1)} \delta x + \omega^{(n)}$$

Но мы знаемъ, что

$$\delta \int_{x_1}^{x_2} U dx = \int_{x_1}^{x_2} \delta(U dx),$$

$$\delta(U dx) = dx \delta U + U \delta dx,$$

следовательно

$$\delta \int_{x_1}^{x_2} U dx = \int_{x_1}^{x_2} \delta U dx + \int_{x_1}^{x_2} U \delta dx,$$

и какъ $\int_{x_1}^{x_2} U \delta dx = \int_{x_1}^{x_2} U d\delta x = U_2 \delta x_2 - U_1 \delta x_1 - \int_{x_1}^{x_2} dU \delta x,$

то будетъ

$$\delta \int_{x_1}^{x_2} U dx = U_2 \delta x_2 - U_1 \delta x_1 + \int_{x_1}^{x_2} (\delta U dx - dU \delta x)$$

Положимъ теперь

$$dU = L dx + M dy + N dy' + P dy'' + \dots + Z dy^{(n)},$$

L, M, N, \dots означаютъ, какъ показываетъ самое выражение, частныя производныя функции U по переменнымъ x, y, y', \dots . Вместе съ этимъ точнымъ уравненіемъ, можно по строкъ Тайлера написать

$$\delta U = L \delta x + M \delta y + N \delta y' + P \delta y'' + \dots + Z \delta y^{(n)}.$$

Если въ выраженіе dU поставимъ значенія

$$dy = y' dx, \quad dy' = y'' dx, \quad \text{и проч.}$$

и въ выраженіе δU ,

$$\delta y = y' \delta x + \omega, \quad \delta y' = y'' \delta x + \omega' \quad \text{и проч.}$$

то получимъ еще

$$\delta U = (L + My' + Ny'' + Zy^{n+1}) \delta x + M\omega + N\omega' + \dots + Z\omega^{(n)},$$

$$dU = (L + My' + Ny'' + \dots + Zy^{n+1}) dx;$$

изъ этихъ двухъ уравненій имѣемъ

$$\delta U dx - dU \delta x = (M\omega + N\omega' + P\omega'' + \dots + Z\omega^n) dx$$

и слѣдовательно

$$\delta \int_{x_1}^{x_2} U dx = U_2 \delta x_2 - U_1 \delta x_1 + \int_{x_1}^{x_2} (M\omega + N\omega' + P\omega'' + \dots + Z\omega^n) dx$$

Далѣе, интегрированіе по частямъ даетъ

$$\int N\omega' dx = \int Nd\omega = \omega N - \int \frac{dN}{dx} \omega dx,$$

$$\int P\omega'' dx = \int Pd\omega' = \omega' P - \omega \frac{dP}{dx} + \int \omega \frac{d^2 P}{dx^2} dx,$$

$$\int Q\omega''' dx = \omega'' Q - \omega' \frac{dQ}{dx} + \omega \frac{d^2 Q}{dx^2} - \int \frac{d^3 Q}{dx^3} \omega dx, \text{ и проч.}$$

Если вставимъ эти значенія въ предъидущее уравненіе, то окончательно получимъ

$$\delta \int_{x_1}^{x_2} U dx = \Omega_2 - \Omega_1 + \int_{x_1}^{x_2} \left(M - \frac{dN}{dx} + \frac{d^2 P}{dx^2} - \dots \pm \frac{d^n Z}{dx^n} \right) \omega dx,$$

гдѣ означаемъ

$$\Omega = U \delta x + \omega \left(N - \frac{dP}{dx} + \frac{d^2 Q}{dx^2} + \dots \right)$$

$$+ \omega' \left(P - \frac{dQ}{dx} + \dots \right)$$

$$+ \omega'' \left(Q - \frac{dR}{dx} + \dots \right)$$

$$+ \omega^{(n-1)} \cdot Z$$

Еслибы функція U содержала x_1, x_2 и соотвѣтствующія имъ значенія функцій $y_1, y'_1, \dots, y_2, y'_2, \dots$, въ такомъ случаѣ выраженіе

$\delta \int_{x_1}^{x_2} U dx$ будетъ содержать еще члены зависящіе отъ приращеній $\delta x_1, \delta x_2, \delta y_1, \delta y_2$ и проч., то есть

$$\int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{dU}{dx_1} \delta x_1 + \frac{dU}{dx_2} \delta x_2 + \frac{dU}{dy_1} \delta y_1 + \frac{dU}{dy_2} \delta y_2 + \dots \right) dx,$$

и какъ величины $\delta x_1, \delta x_2, \delta y_1, \delta y_2$ и проч. должно разсматривать произвольными, то будетъ

$$\delta x_1 \int_{x_1}^{x_2} \frac{dU}{dx_1} dx + \delta x_2 \int_{x_1}^{x_2} \frac{dU}{dx_2} dx + \delta y_1 \int_{x_1}^{x_2} \frac{dU}{dy_1} dx + \delta y_2 \int_{x_1}^{x_2} \frac{dU}{dy_2} dx + \dots$$

Чтобы тотчасъ показать приложение общей формулы вариациона для интеграловъ, замѣтимъ, что изъ этой формулы непосредственно слѣдуетъ Эйлерово условіе интегрируемости функцій. Въ самомъ дѣлѣ, положимъ, что функція U есть точная производная, такъ что если слѣдаемъ $\int U dx = \varphi(x)$, то функція $\varphi(x)$ не содержитъ знака интегрированія. Затѣмъ получимъ

$$\int_{x_1}^{x_2} U dx = \varphi(x_2) - \varphi(x_1),$$

$$\delta \int_{x_1}^{x_2} U dx = \varphi'(x_2) \delta x_2 - \varphi'(x_1) \delta x_1,$$

Сравнивая послѣднее уравненіе съ общимъ выраженіемъ для

$\delta \int_{x_1}^{x_2} U dx$, необходимо принять

$$\varphi'(x) = \Omega, \int_{x_1}^{x_2} \left(M - \frac{dN}{dx} + \frac{d^2 P}{dx^2} - \dots \pm \frac{d^n Z}{dx^n} \right) \omega dx = 0$$

Но послѣднее уравненіе содержитъ подъ знакомъ интегрированія произвольную функцію ω , слѣдовательно интегралъ не иначе можно привести къ нулю, какъ полагая

$$M - \frac{dN}{dx} + \frac{d^2 P}{dx^2} - \dots \pm \frac{d^n Z}{dx^n} = 0,$$

что и есть Эйлерово условіе интегрируемости функцій.

Выраженіе вариациона для опредѣленнаго интеграла можно представить подъ видомъ болѣе общимъ. Пусть функція U содержитъ, кромѣ $x, y, y', y'', y^{(n)}$, еще z функцію отъ x и производныя $z', z'', \dots z^{(m)}$. Выраженіе полного дифференціала dU будетъ

$$dU = Ldx + Mdy + Ndy' + Pdy'' + \dots Zdy^{(n)} \\ + mdz + ndz' + pdz'' + \dots \zeta dz^{(m)}$$

и подобное выраженіе для δU ,

$$\delta U = L\delta x + M\delta y + N\delta y' + P\delta y'' + \dots Z\delta y^{(n)} \\ + m\delta z + n\delta z' + p\delta z'' + \dots \zeta\delta z^{(m)},$$

L, M, N и проч. m, n, p и проч. означаютъ, какъ показываетъ самое выраженіе, производныя функціи U по $x, y, y', \dots, z, z', \dots, z^{(m)}$. Если въ эти выраженія поставимъ значенія

$$\begin{aligned} dy &= y' dx, \quad dy' = y'' dx, \dots & dy^{(n)} &= y^{(n+1)} dx, \\ dz &= z' dx, \quad dz' = z'' dx, \dots & dz^{(m)} &= z^{(m+1)} dx, \end{aligned}$$

и въ тоже время слѣдующія значенія вариационновъ

$$\begin{aligned} \delta y &= y' \delta x + \omega, & \delta z &= z' \delta x + \varphi \\ \delta y' &= y'' \delta x + \omega', & \delta z' &= z'' \delta x + \varphi', \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta y^{(n)} &= y^{(n+1)} \delta x + \omega^{(n)}, & \delta z^{(m)} &= z^{(m+1)} \delta x + \varphi^{(m)}, \end{aligned}$$

то получимъ

$$\begin{aligned} dU &= (L + y' M + y'' N + \dots + y^{(n+1)} Z \\ &\quad + z' m + z'' n + \dots + z^{(m+1)} \zeta) dx, \\ \delta U &= (L + y' M + y'' N + \dots + y^{(n+1)} Z \\ &\quad + z' m + z'' n + \dots + z^{(m+1)} \zeta) \delta x \\ &\quad + \omega M + \omega' N + \omega'' P + \dots + \omega^{(n)} Z \\ &\quad + \varphi m + \varphi' n + \dots + \varphi^{(m)} \zeta \end{aligned}$$

откуда находимъ

$$\begin{aligned} \delta U dx - dU \delta x &= (\omega M + \omega' N + \dots + \omega^{(n)} Z) dx \\ &\quad + (\varphi m + \varphi' n + \dots + \varphi^{(m)} \zeta) dx \end{aligned}$$

Теперь по общей формулѣ

$$\delta \int_{x_1}^{x_2} U dx = U_2 \delta x_2 - U_1 \delta x_1 + \int_{x_1}^{x_2} (\delta U dx - dU \delta x)$$

будетъ

$$\begin{aligned} \delta \int_{x_1}^{x_2} U dx &= U_2 \delta x_2 - U_1 \delta x_1 + \int_{x_1}^{x_2} (\omega M + \omega' N + \dots + \omega^{(n)} Z) dx \\ &\quad + \int_{x_1}^{x_2} (\varphi m + \varphi' n + \dots + \varphi^{(m)} \zeta) dx \end{aligned}$$

и если интегрируемъ по частямъ члены

$$\int \omega' N dx, \quad \int \varphi' n dx$$

$$\int \omega' P dx, \quad \int \varphi' p dx$$

$$\vdots$$

$$\int \omega^{(n)} Z dx, \quad \int \varphi^{(m)} \zeta dx$$

то окончательно получимъ

$$\delta \int_{x_1}^{x_2} U dx = \Omega_2 - \Omega_1 + \int_{x_1}^{x_2} (\omega H + \varphi G) dx, \quad (2)$$

гдѣ означаемъ для сокращенія

$$H = M - \frac{dN}{dx} + \frac{d^2 P}{dx^2} - \dots \pm \frac{d^n Z}{dx^n},$$

$$G = m - \frac{dn}{dx} + \frac{d^2 p}{dx^2} - \dots \pm \frac{d^m \zeta}{dx^m},$$

$$\Omega = U \delta x + \omega \left(N - \frac{dP}{dx} + \frac{d^2 Q}{dx^2} - \dots \right) + \varphi \left(n - \frac{dp}{dx} + \dots \right)$$

$$+ \omega' \left(P - \frac{dQ}{dx} + \dots \right) + \varphi' \left(p - \frac{dq}{dx} + \dots \right)$$

$$+ \omega'' \left(Q - \frac{dR}{dx} + \dots \right) + \varphi'' \left(q - \frac{dr}{dx} + \dots \right)$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$+ \omega^{(n-1)} Z \quad + \varphi^{(m-1)} \zeta.$$

Если бы переменныя x, y, z должны были удовлетворить нѣкоторому условию, наприимѣръ уравненію

$$F(x, y, z) = 0,$$

то одну изъ произвольныхъ функций φ или ω можно исключить слѣдующимъ образомъ: варьируя условное уравненіе получимъ

$$\frac{dF}{dx} \delta x + \frac{dF}{dy} \delta y + \frac{dF}{dz} \delta z = 0,$$

и какъ $\delta y = y' \delta x + \omega$, $\delta z = z' \delta x + \varphi$, то будетъ

$$\left(\frac{dF}{dx} + y' \frac{dF}{dy} + z' \frac{dF}{dz} \right) \delta x$$

$$+ \omega \frac{dF}{dy} + \varphi \frac{dF}{dz} = 0.$$

Но непосредственное дифференцирование даетъ

$$\frac{dF}{dx} + y' \frac{dF}{dy} + z' \frac{dF}{dz} = 0,$$

следовательно останется

$$\omega \frac{dF}{dy} + \varphi \frac{dF}{dz} = 0,$$

откуда

$$\varphi = - \frac{\left(\frac{dF}{dy}\right)}{\left(\frac{dF}{dz}\right)} \cdot \omega$$

Итакъ общее выражение вариациона будетъ

$$\delta \int_{x_1}^{x_2} U dx = \Omega_2 - \Omega_1 + \int_{x_1}^{x_2} \left(H \frac{dF}{dz} - G \frac{dF}{dy} \right) \cdot \frac{\omega dx}{\left(\frac{dF}{dy}\right)} \quad (3).$$

§ VII.

Поводомъ къ изобрѣтенію вариационнаго вычисленія были задачи о самыхъ большихъ и самыхъ меньшихъ значеніяхъ опредѣленныхъ интеграловъ. Таковы: а) на данной поверхности и между двумя данными точками провести кривую кратчайшей длины; б) найти кривую линію, по которой скатъ тяжелой точки происходилъ бы въ кратчайшее время; в) опредѣлить поверхность твердаго тѣла, при которой сопротивление среды, въ которой движется тѣло, было бы наименьшимъ; и проч. Мы въ послѣдствіи изложимъ подробнѣе общую теорію о наибольшихъ и наименьшихъ значеніяхъ функций, а теперь заимствуемъ въ немногихъ словахъ теорію *de maximis et minimis* изъ дифференціального вычисленія. Возьмемъ функцию f независимыхъ переменныхъ $x, y, z \dots$ и положимъ $f(x, y, z \dots) = V$.

Если дадимъ переменнымъ x, y, z произвольныя, но весьма малыя приращенія $g, h, k \dots$, то функция V также получитъ приращеніе ΔV , такъ что будетъ

$$f(x + g, y + h, z + k, \dots) = V + \Delta V,$$

Теперь разлагая функцию f въ Тайлерову строку, получимъ

$$V + \delta V + \frac{1}{2} \delta^2 V + \frac{1}{3!} \delta^3 V + \dots = V + \Delta V,$$

гдѣ знаками δ , δ^2 , δ^3 и проч. выражаемъ суммы членовъ перваго, втораго, третьяго и проч. измѣреній въ отношеніи количествъ g , h , k и проч.

Положимъ теперь, что переменнымъ x , y , z . . приписано именно то значеніе, при которомъ функции V принадлежитъ самое большое или самое меньшее значеніе, тогда необходимо существовать условіе

$$V + \Delta V < V, \text{ въ случаѣ max.}$$

$$V + \Delta V > V, \text{ въ случаѣ min.}$$

Это условіе въ слѣдствіе предъидущаго уравненія даетъ

$$(a) \quad \delta V + \frac{1}{2} \delta^2 V + \frac{1}{2!} \delta^3 V + \dots < 0, \text{ для max.}$$

$$(b) \quad \delta V + \frac{1}{2} \delta^2 V + \frac{1}{2!} \delta^3 V + \dots > 0, \text{ для min.}$$

Но возможность значеній *maximum* или *minimum* предполагаетъ функцию V непрерывною, слѣдовательно съ безпредѣльнымъ уменьшеніемъ приращеній g , h , k можно сдѣлать сумму

$$\frac{1}{2} \delta^2 V + \frac{1}{2!} \delta^3 V + \dots$$

несравненно менѣе количества δV , то есть алгебраическій знакъ строкъ (a) и (b) будетъ тотъ же самый, что и предъ δV . Съ другой стороны, знакъ предъ δV , предполагая знаки количествъ g , h , k произвольными, не можетъ быть сдѣланъ ни постояннымъ +, ни постояннымъ —; отсюда заключаемъ, что необходимо полагать $\delta V = 0$.

Принявъ это условіе, знаки строкъ (a) и (b) приводятся къ знаку предъ членомъ $\frac{1}{2} \delta^2 V$; такъ что признаки для *maximum* и *minimum* функции V будутъ

$$\delta^2 V < 0, \text{ для max.}$$

$$\delta^2 V > 0, \text{ для min.}$$

Если бы случилось, что условіе $\delta V = 0$ даетъ въ тоже время $\delta^2 V = 0$, тогда строки (a) и (b) приводятся къ слѣдующимъ

$$\frac{1}{2!} \delta^2 V + \frac{1}{2!} \delta^3 V + \dots < 0, \text{ для max.}$$

$$\frac{1}{2!} \delta^2 V + \frac{1}{2!} \delta^3 V + \dots > 0, \text{ для min.}$$

и слѣдовательно, для бесконечно малыхъ g , h , k ,

$$\delta^3 V < 0, \text{ для max.}$$

$$\delta^3 V > 0, \text{ для min.}$$

Если бы вмѣсто функции V былъ заданъ интегралъ $\int_{x_1}^{x_2} U dx$, въ которомъ означаемъ $F(x, y, y', y'' \dots y^{(n)}) = U$,

я гдѣ y предполагается функциею отъ x , и если бы требовалось опредѣлить функцию y такимъ образомъ, чтобы значеніе предъидущаго интеграла было *maxim* или *minim*, въ такомъ случаѣ должно пользоваться общимъ выраженіемъ варіациона и полагать

$$\delta \int_{x_1}^{x_2} U dx = 0. \quad (1).$$

Но мы видѣли, что

$$\delta \int_{x_1}^{x_2} U dx = \Omega_2 - \Omega_1 + \int_{x_1}^{x_2} \omega \left(M - \frac{dN}{dx} + \frac{d^2P}{dx^2} \dots \pm \frac{d^n Z}{dx^n} \right) dx,$$

гдѣ для сокращенія полагаемъ

$$\begin{aligned} \Omega &= U \delta x + \omega \left(N - \frac{dP}{dx} + \frac{d^2Q}{dx^2} - \dots \right) \\ &+ \omega' \left(P - \frac{dQ}{dx} + \dots \right) \\ &+ \omega'' \left(Q - \frac{dR}{dx} + \dots \right) + \dots + \omega^{(n-1)} Z, \end{aligned}$$

и также

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \delta y - y' \delta x, \\ \omega' &= \delta y' - y'' \delta x, \\ \omega'' &= \delta y'' - y''' \delta x, \end{aligned} \right\} \quad (\omega)$$

я гдѣ количества $M, N, P, \dots Z$ означаютъ частныя производныя функций U , то есть опредѣляются уравненіемъ

$$dU = L dx + M dy + N dy' + P dy'' + \dots + Z dy^{(n)}$$

Здѣсь функция ω совершенно произвольная, слѣдовательно удовлетворяя условію (1) должно полагать отдѣльно

$$\Omega_2 - \Omega_1 = 0 \quad (2)$$

$$M - \frac{dN}{dx} + \frac{d^2P}{dx^2} - \dots \pm \frac{d^n Z}{dx^n} = 0 \quad (3).$$

Послѣднее уравненіе есть то самое, которое должно служить для опредѣленія функции y , то есть изъ него получимъ $y = \text{const.}(x)$.

Разсматривая уравненіе (3), замѣчаемъ, что оно содержитъ дифференціалы до n порядка; но въ выраженіе функции Z входитъ $\frac{d^n y}{dx^n}$, слѣдовательно это уравненіе $2n$ порядка въ отношеніи къ производнымъ функции y . Отсюда заключаемъ, что выраженіе функции y должно содержать $2n$ произвольныхъ постоянныхъ.

Посмотримъ теперь какимъ образомъ опредѣляются эти постоянныя. Для этого возьмемъ уравненіе (2), и въ выраженіе функціи Ω вставимъ значенія количествъ $\omega, \omega', \omega'' \dots$ изъ уравненій (ω); такимъ образомъ получимъ

$$\begin{aligned} \Omega = & U\delta x + (\delta y - y' \delta x) \left(N - \frac{dP}{dx} + \frac{d^2Q}{dx^2} - \dots \right) \\ & + (\delta y' - y'' \delta x) \left(P - \frac{dQ}{dx} + \dots \right) \\ & + (\delta y'' - y''' \delta x) \left(Q - \frac{dR}{dx} + \dots \right) \\ & + \dots + (\delta y^{(n-1)} - y^{(n)} \delta x) Z. \end{aligned} \quad (4)$$

Предположимъ во первыхъ, что между вариациями $\delta x_2, \delta y_1, \dots, \delta x_1, \delta y_1, \dots$ никакой зависимости не дано.

Толкуя геометрически, представимъ кривую отнесенную къ прямоугольнымъ осямъ координатъ x, y и положимъ, что абсциссы крайнихъ ея точекъ будутъ x_1 и x_2 . Если кривая имѣетъ свойство гибкой нити, то очевидно, что измѣняя положеніе ея крайнихъ точекъ, независимо одну отъ другой, сдѣлаемъ величины $\delta x_2, \delta y_1, \dots, \delta x_1, \delta y_1$ также независимыми одиѣ отъ другихъ. Но въ такомъ предположеніи уравненіе (2) разбивается на два слѣдующихъ

$$\Omega_2 = 0 \quad (m), \quad \Omega_1 = 0 \quad (n)$$

Такимъ образомъ мы получимъ два уравненія для опредѣленія постоянныхъ, входящихъ въ выраженіе функціи y , и какъ въ каждомъ уравненіи функцію Ω должно замѣнить выраженіемъ (4) и вставить въ оное x_1 и x_2 вмѣсто x , то предположивъ величины $\delta x_1, \delta y_1, \delta y_1', \dots, \delta x_2, \delta y_1, \delta y_1', \dots$ совершенно независимыми между собою, мы должны будемъ, удовлетворяя уравненіямъ (m) и (n), уравнять нулю коэффициенты при различныхъ вариацияхъ, для каждаго отдѣльно.

Но такимъ образомъ получаютъ $2n + 2$ уравненій, изъ которыхъ $2n$ достаточны для опредѣленія всѣхъ постоянныхъ, входящихъ въ выраженіе функціи y , два же остальныхъ назначаютъ условія для самыхъ границъ интеграла, то есть опредѣляютъ x_1, x_2 .

Во вторыхъ, если x_1, x_2 предполагаются данными постоянными, и слѣдовательно $\delta x_1 = 0, \delta x_2 = 0$, въ такомъ случаѣ уравненія (m) и (n) даютъ $2n$ условій для опредѣленія $2n$ произвольныхъ постоянныхъ.

Если между вариациями $\delta x_1, \delta x_2, \delta y_1, \delta y_1$ и пр. предполагается вѣкоторая зависимость, примѣримъ уравненіе

$$\Pi(\delta x_1, \delta x_2, \delta y_1, \delta y_1, \dots) = 0$$

то, опредѣливъ значеніе одного изъ варіаціонныхъ въ функціи прочихъ, должно вставить эту величину въ уравненіе $\Omega_2 - \Omega_1 = 0$ и потомъ уравнять нулю коэффициенты оставшихся произвольныхъ варіаціонныхъ. Вообще, если число условныхъ уравненій выражающихъ зависимость между варіаціонами при границахъ интеграла не болѣе $2n + 1$, то они въ совокупности съ уравненіемъ $\Omega_2 - \Omega_1 = 0$ достаточны для опредѣленія произвольныхъ постоянныхъ содержащихся въ выраженіи функціи y .

Если *максимум* или *минимум* опредѣленнаго интеграла,

$$\int_{x_1}^{x_2} U dx,$$

долженъ быть найденъ такимъ образомъ, чтобы въ то же время значеніе другаго интеграла давало постоянную величину, на примѣръ

$$\int_{x_1}^{x_2} V dx = a,$$

то неизвѣстная функція называется *изопериметрическою*, и говорить: задача относится къ *изопериметрамъ*.

По условію *максим.* или *миним.* должно полагать

$$\delta \int_{x_1}^{x_2} U dx = 0, \tag{A}$$

въ то же время, въ слѣдствіе постояннаго значенія a ,

$$\delta \int_{x_1}^{x_2} V dx = 0. \tag{B}$$

Если границы интеграловъ предполагаются постоянными, то по условію (A) будетъ

$$\int_{x_1}^{x_2} \omega H dx = 0, \tag{C}$$

$$\text{гдѣ } H = \left(\frac{dU}{dy} \right) - \frac{d \left(\frac{dU}{dy'} \right)}{dx} + \frac{d^2 \left(\frac{dU}{dy''} \right)}{dx^2} - \dots \pm \frac{d^n \left(\frac{dU}{dy^n} \right)}{dx^n}$$

Подобнымъ образомъ условіе (B) даетъ

$$\int_{x_1}^{x_2} \omega G dx = 0, \tag{D}$$

и функция G происходитъ изъ V такимъ же образомъ, какъ H изъ U . Но если положимъ

$$\int_{x_1}^x \omega G dx = \psi(x),$$

то функция $\psi(x)$ будетъ такого свойства, что $\psi(x_1) = 0$, въ слѣдствіе самыхъ границъ интегрированія; и также $\psi(x_2) = 0$, въ слѣдствіе уравненія (D). Если дифференцируемъ предыдущее уравненіе, то получимъ

$$\omega G = \frac{d\psi(x)}{dx} = \psi'(x),$$

откуда
$$\omega = \frac{1}{G} \cdot \psi'(x).$$

Если вставимъ это выраженіе ω въ уравненіе (C), потомъ интегрируемъ по частямъ, то получимъ

$$\int \psi'(x) \cdot \frac{H dx}{G} = \frac{H}{G} \psi(x) - \int \frac{d\left(\frac{H}{G}\right)}{dx} \cdot \psi(x) dx,$$

и по вставленіи границъ интегрированія

$$0 = \int_{x_1}^{x_2} \psi(x) \cdot d\left(\frac{H}{G}\right).$$

Чтобы удовлетворить этому уравненію, для произвольныхъ значеній функции $\psi(x)$, необходимо полагать

$$\frac{d\left(\frac{H}{G}\right)}{dx} = 0,$$

что по интегрированіи даетъ $H = aG$, означая чрезъ a произвольное постоянное, для опредѣленія котораго должно служить уравненіе

$$\int_{x_1}^{x_2} V dx = a.$$

И такъ задача объ *изопериметрахъ* приводится къ уравненіямъ

$$H - aG = 0, \quad \int_{x_1}^{x_2} V dx = a.$$

Того же результата достигаемъ по способу неопредѣленныхъ множителей. Въ самомъ дѣлѣ, если умножаемъ интегралъ $\int_{x_1}^{x_2} V dx$ на неопредѣленную величину λ и складываемъ съ интеграломъ $\int_{x_1}^{x_2} U dx$, то получимъ по условію maximum или minimum

$$\delta \cdot \int_{x_1}^{x_2} (U + \lambda V) dx = 0,$$

откуда выводимъ

$$\int_{x_1}^{x_2} (H + \lambda G) \omega dx = 0$$

и слѣдовательно $H + \lambda G = 0$, гдѣ означаемъ

$$H = \frac{dU}{dy} - \frac{d\left(\frac{dU}{dy'}\right)}{dx} + \frac{d^2\left(\frac{dU}{dy''}\right)}{dx^2} - \dots$$

$$G = \frac{dV}{dy} - \frac{d\left(\frac{dV}{dy'}\right)}{dx} + \frac{d^2\left(\frac{dV}{dy''}\right)}{dx^2} - \dots$$

Простота способа неопредѣленныхъ множителей въ особенности обнаруживается въ задачахъ объ изопериметрахъ со многими условными уравненіями и съ переменными границами интеграловъ.

Такъ, чтобы доставить интегралу $\int_{x_1}^{x_2} U dx$ значеніе maximum или minimum,

между тѣмъ какъ интегралы $\int V dx = a$,

$\int W dx = b$ сохраняли бы данное значеніе, предполагая U, V, W функциями независимой переменнѣй x и неизвѣстныхъ функций y, z ,

должно полагать $\delta \cdot \int (U + \lambda V + \mu W) dx = 0$, гдѣ λ и μ означаютъ неопредѣленные постоянныя, которыхъ значеніе находится по данной величинѣ интеграловъ a и b . Здѣсь выраженіе варіаціоновъ составляются по общимъ формуламъ (2) и (3) § VI.

§ VIII.

Задача. Провести линію кратчайшей длины, между двумя точками въ пространствѣ или на данной поверхности.

Пусть x, y, z означаютъ прямоугольныя координаты какой нибудь точки искомой кривой, въ отношеніи начала осей координатъ взятаго въ пространствѣ произвольно. Выраженіе для безконечно малаго элемента дуги s будетъ $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$, а для самой дуги

$$s = \int_{x_1}^{x_2} dx \sqrt{1 + y'^2 + z'^2}$$

гдѣ $y' = \frac{dy}{dx}$, $z' = \frac{dz}{dx}$; x_1 и x_2 границы интеграла данныя непосредственно или посредствомъ нѣкоторыхъ уравненій.

По условію *минимума* будетъ

$$\delta \int_{x_1}^{x_2} dx \sqrt{1 + y'^2 + z'^2} = 0.$$

Но мы должны различать здѣсь два случая: 1) искомая кривая свободна въ пространствѣ, и 2) кривая должна проходить на данной поверхности. Займемся сначала рѣшеніемъ перваго случая.

Возьмемъ общую формулу (2), § VI,

$$\begin{aligned} \delta \int_{x_1}^{x_2} U dx = & \Omega_2 - \Omega_1 + \int_{x_1}^{x_2} \left(M - \frac{dN}{dx} + \frac{d^2P}{dx^2} - \dots \right) \omega dx \\ & + \int_{x_1}^{x_2} \left(m - \frac{dn}{dx} + \frac{d^2p}{dx^2} - \dots \right) \varphi dx. \end{aligned}$$

Удовлетворяя условію нашей задачи, должно полагать

$$\begin{aligned} \Omega_2 - \Omega_1 &= 0, \\ M - \frac{dN}{dx} + \frac{d^2P}{dx^2} - \dots &= 0, \\ m - \frac{dn}{dx} + \frac{d^2p}{dx^2} - \dots &= 0, \end{aligned}$$

и какъ значеніе функций $M, m, N, n, P, p..$ берется изъ уравненія

$$dU = \left(\frac{dU}{dx}\right) dx + Mdy + Ndy' + Pdy'' + .. \\ + mdx + ndx' + pdx'' + ..$$

и въ настоящемъ случаѣ

$$U = \sqrt{1 + y'^2 + z'^2},$$

то получимъ

$$\Omega_2 - \Omega_1 = 0, \quad d\left(\frac{y'}{\sqrt{1 + y'^2 + z'^2}}\right) = 0, \quad d\left(\frac{z'}{\sqrt{1 + y'^2 + z'^2}}\right) = 0.$$

Интегрированіе послѣднихъ двухъ уравненій даетъ

$$\frac{y'}{\sqrt{1 + y'^2 + z'^2}} = \text{Const.}, \quad \frac{z'}{\sqrt{1 + y'^2 + z'^2}} = \text{Const.}$$

откуда получимъ

$$\frac{dy}{dx} = A, \quad \frac{dz}{dx} = B,$$

и по второмъ интегрированіи

$$y = Ax + A', \quad z = Bx + B'$$

означая чрезъ A, A', B, B' произвольныя постоянныя. И такъ вариационный способъ подтверждаетъ первое положеніе геометріи, что *время линія есть кратчайшее разстояніе между двумя точками, данными въ свободномъ пространствѣ.*

Постоянныя A, A', B, B' опредѣляются различно, смотря по условіямъ даннымъ для концевъ искомой кривой.

1) Если двѣ точки, между которыми должно провести кратчайшую линію, предполагаются неподвижными въ пространствѣ и опредѣленными посредствомъ координатъ $x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2$, то будетъ

$$\delta x_1 = 0, \quad \delta y_1 = 0, \quad \delta z_1 = 0 \\ \delta x_2 = 0, \quad \delta y_2 = 0, \quad \delta z_2 = 0$$

и условіе $\Omega_2 - \Omega_1 = 0$ удовлетворяется уничтоженіемъ каждаго члена отдѣльно.

2) Если который нибудь конецъ кривой долженъ оставаться на поверхности данной уравненіемъ $F(x, y, z) = 0$, въ такомъ случаѣ вариационы для этого конца $\delta y, \delta x, \delta z$ должны быть однозначительны съ дифференциалами координатъ точки взятой на данной поверхности dx, dy, dz ; слѣдовательно, по уравненію

$$\frac{\delta F}{\delta x} dx + \frac{\delta F}{\delta y} dy + \frac{\delta F}{\delta z} dz = 0,$$

будетъ

$$\frac{dF}{dx} \delta x + \frac{dF}{dy} \delta y + \frac{dF}{dz} \delta z = 0. \quad (f)$$

Съ другой стороны, общее выражение

$$\begin{aligned} \Omega = U \delta x + \omega \left(N - \frac{dP}{dx} + \frac{d^2 Q}{dx^2} - \dots \right) + \varphi \left(u - \frac{dp}{dx} + \dots \right) \\ + \omega' \left(P - \frac{dQ}{dx} + \dots \right) + \varphi' \left(p - \frac{dq}{dx} + \dots \right) \\ + \omega'' \left(Q - \frac{dR}{dx} + \dots \right) + \varphi'' \left(q - \frac{dr}{dx} \dots \right) + \text{etc} \end{aligned}$$

въ настоящемъ случаѣ даетъ

$$\Omega = \delta x \cdot \sqrt{1 + y'^2 + z'^2} + \frac{y'(\delta y - y' \delta x)}{\sqrt{1 + y'^2 + z'^2}} + \frac{z'(\delta z - z' \delta x)}{\sqrt{1 + y'^2 + z'^2}},$$

или короче

$$\Omega = \frac{\delta x + y' \delta y + z' \delta z}{\sqrt{1 + y'^2 + z'^2}},$$

слѣдовательно, по условію $\Omega = 0$, получимъ

$$\delta x + y' \delta y + z' \delta z = 0. \quad (g)$$

Если исключимъ δx изъ уравненій (f) и (g), и сравнимъ коэффициенты произвольныхъ варіаціонныхъ δy и δz , то получимъ два уравненія для опредѣленія постоянныхъ A и B,

$$\frac{dF}{dy} = \frac{dF}{dx} \frac{dy}{dx} = A \frac{dF}{dx}$$

$$\frac{dF}{dz} = \frac{dF}{dx} \frac{dz}{dx} = B \frac{dF}{dx}$$

Двѣ же остальные постоянныя опредѣляются изъ условій данныхъ для другаго конца кривой.

Уравненіе (g) содержитъ весьма замѣчательный геометрическій смыслъ, а именно: если представимъ это уравненіе подъ видомъ

$$\frac{dx}{ds} \frac{\delta x}{ds} + \frac{dy}{ds} \frac{\delta y}{ds} + \frac{dz}{ds} \frac{\delta z}{ds} = 0,$$

то величины $\frac{dx}{ds}$, $\frac{dy}{ds}$, $\frac{dz}{ds}$ будутъ представлять косинусы угловъ съ осями координатъ касательной линіи, проведенной къ кривой чрезъ точку ея пересѣченія съ данною поверхностію; также ве-

линии $\frac{\delta x}{ds}$, $\frac{\delta y}{ds}$, $\frac{\delta z}{ds}$ будут косинусы касательной къ поверхности; изъ предъидущаго уравненія слѣдуетъ, что линия кратчайшей длины встрѣчаетъ данную поверхность по направлению нормала.

3) Положимъ теперь, что кривая кратчайшей длины должна проходить всѣми точками на поверхности данной уравненіемъ $F(x, y, z) = 0$. Въ этомъ случаѣ должно пользоваться общимъ выраженіемъ вариациона (3), § VI, то есть

$$\delta \int_{x_1}^{x_2} U dx = \Omega_2 - \Omega_1 + \int_{x_1}^{x_2} \left(H \frac{dF}{dx} - G \frac{dF}{dy} \right) \cdot \frac{\omega dx}{\left(\frac{dF}{dy} \right)},$$

гдѣ означаютъ по прежнему

$$H = M - \frac{dN}{dx} + \frac{d^2P}{dx^2} \dots$$

$$G = m - \frac{dn}{dx} + \frac{d^2p}{dx^2} \dots$$

По условію

$$\delta \int_{x_1}^{x_2} dx \sqrt{1 + y'^2 + z'^2} = 0,$$

будетъ

$$\frac{dN}{dx} \left(\frac{dF}{dz} \right) = \frac{dn}{dx} \left(\frac{dF}{dy} \right),$$

и какъ здѣсь

$$N = \frac{y'}{\sqrt{1 + y'^2 + z'^2}} = \frac{dy}{ds},$$

$$n = \frac{z'}{\sqrt{1 + y'^2 + z'^2}} = \frac{dz}{ds},$$

то получимъ еще

$$\frac{d \frac{dy}{ds}}{dx} = \frac{d \frac{dz}{ds}}{dx} = \frac{\left(\frac{dF}{dy} \right)}{\left(\frac{dF}{dz} \right)}$$

Если будемъ разсматривать s какъ независимое переменное, то есть $d \cdot ds = 0$, то одно изъ уравненій кратчайшей линіи будетъ

$$\frac{\frac{d^2y}{ds^2}}{\left(\frac{dF}{dy}\right)} = \frac{\frac{d^2z}{ds^2}}{\left(\frac{dF}{dz}\right)},$$

Чтобы найти остальные уравненія этой кривой, напишемъ предыдущее подъ видомъ

$$\frac{\frac{dy}{ds} \cdot \frac{d^2y}{ds^2}}{\frac{dz}{ds} \cdot \frac{d^2z}{ds^2}} = \frac{\frac{dy}{ds} \left(\frac{dF}{dy}\right)}{\frac{dz}{ds} \left(\frac{dF}{dz}\right)},$$

или, придавая единицу къ обѣимъ частямъ уравненія,

$$\frac{\frac{dy}{ds} \cdot \frac{d^2y}{ds^2} + \frac{dz}{ds} \cdot \frac{d^2z}{ds^2}}{\frac{dy}{ds} \left(\frac{dF}{dy}\right) + \frac{dz}{ds} \left(\frac{dF}{dz}\right)} = \frac{d^2z}{ds^2} \left(\frac{dF}{dz}\right)$$

Но между переменными x, y, z и s предполагаются уравненія

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 = ds^2,$$

$$F(x, y, z) = 0,$$

следовательно будетъ

$$\frac{dy}{ds} \cdot \frac{d^2y}{ds^2} + \frac{dz}{ds} \cdot \frac{d^2z}{ds^2} = -\frac{dx}{ds} \cdot \frac{d^2x}{ds^2},$$

$$\frac{dy}{ds} \left(\frac{dF}{dy}\right) + \frac{dz}{ds} \left(\frac{dF}{dz}\right) = -\frac{dx}{ds} \left(\frac{dF}{dx}\right);$$

затѣмъ находимъ

$$\frac{d^2x}{ds^2} \left(\frac{dF}{dx}\right) = \frac{d^2z}{ds^2} \left(\frac{dF}{dz}\right)$$

И такъ три уравненія искомой кривой будутъ

$$\frac{\frac{d^2x}{ds^2}}{\left(\frac{dF}{dx}\right)} = \frac{\frac{d^2y}{ds^2}}{\left(\frac{dF}{dy}\right)} = \frac{\frac{d^2z}{ds^2}}{\left(\frac{dF}{dz}\right)}$$

Эта кривая называется *геодезическою линіею*, потому что разстояніе точекъ на поверхности земнаго сфероида опредѣляется посредствомъ этой линіи.

Испытаемъ общія свойства разсматриваемой кривой. Во первыхъ, если геодезическая линия должна проходить на поверхности сферы, данной уравненіемъ

$$x^2 + y^2 + z^2 - a^2 = 0,$$

для котораго будетъ

$$\frac{dF}{dx} = 2x, \quad \frac{dF}{dy} = 2y, \quad \frac{dF}{dz} = 2z,$$

то изъ общихъ уравненій кривой получимъ

$$zd^2y - yd^2z = 0 \quad (a)$$

$$xd^2z - zd^2x = 0 \quad (b)$$

$$yd^2x - xd^2y = 0 \quad (c)$$

Первые интегралы уравненій (a), (b), (c) дають

$$zdy - ydz = A,$$

$$xdx - zdx = B,$$

$$ydx - xdy = C,$$

означая чрезъ A, B, C произвольныя постоянныя. Затѣмъ умножая полученные интегралы, по порядку ихъ, на x, y, z и складывая получимъ

$$Ax + By + Cz = 0.$$

И такъ геодезическая линия проведенная на поверхности сферы лежитъ въ плоскости проходящей чрезъ центръ сферы, то есть всегда бываетъ дугою большаго круга.

Геодезической линіи принадлежитъ общее свойство, для всякой поверхности, которое состоитъ въ томъ, что плоскость кривизны ея бываетъ перпендикулярна къ плоскости касательной, для той же точки на поверхности. Въ самомъ дѣлѣ, уравненіе плоскости проходящей чрезъ данную на поверхности точку x, y, z напишется

$$Z - z = a(X - x) + b(Y - y),$$

гдѣ a, b неопредѣленныя постоянныя; X, Y, Z координаты общаго точки на плоскости. Если та же плоскость проходитъ еще чрезъ двѣ точки на поверхности, опредѣленныя координатами $x + dx, y + dy, z + dz$ и $x + dx + d(x + dx), y + dy + d(y + dy), z + dz + d(z + dz)$, то получимъ еще два уравненія

$$dz = adx + bdy$$

$$d^2z = ad^2x + bd^2y$$

Если значения a и b , взятые отсюда,

$$a = \frac{dx d^2y - dy d^2x}{dx d^2y - dy d^2x}$$

$$b = \frac{dx d^2z - dz d^2x}{dx d^2y - dy d^2x}$$

вставимъ въ общее уравненіе плоскости, то получимъ уравненіе плоскости кривизны

$$(X - x)(dx d^2y - dy d^2z) + (Y - y)(dx d^2z - dz d^2x) + (Z - z)(dy d^2x - dx d^2y) = 0$$

Съ другой стороны, уравненія плоскости касательной въ точкѣ x, y, z на поверхности данной уравненіемъ $F(x, y, z) = 0$, будутъ

$$(X - x) \frac{dF}{dx} + (Y - y) \frac{dF}{dy} + (Z - z) \frac{dF}{dz} = 0$$

Косинусъ наклоненія двухъ плоскостей будетъ пропорціоналенъ суммѣ

$$(dz d^2y - dy d^2z) \frac{dF}{dx} + (dx d^2z - dz d^2x) \frac{dF}{dy} + (dy d^2x - dx d^2y) \frac{dF}{dz},$$

которая въ слѣдствіе общихъ уравненій геодезической линіи, и будучи представлена подъ видомъ

$$\left[\frac{dF}{dx} d^2y - \frac{dF}{dy} d^2x \right] dz + \left[\frac{dF}{dz} d^2x - \frac{dF}{dx} d^2z \right] dy + \left[\frac{dF}{dy} d^2x - \frac{dF}{dz} d^2y \right] dx,$$

приводится къ нулю. И такъ плоскость кривизны геодезической линіи бываетъ во всякой точкѣ на данной поверхности перпендикулярна къ касательной плоскости. На этомъ свойствѣ основывается самый способъ проведенія геодезической линіи.

§ IX.

Задача. Найти плоскую и замкнутую кривую, которая бы при данной длинѣ ограничивала наибольшую площадь.

Сообразно съ содержаніемъ задачи, должно пользоваться по-

ными координатами r и θ , которыхъ начале будемъ предполагать внутри кривой; выраженіе данной длины l будетъ

$$\int_0^{2\pi} \sqrt{dr^2 + r^2 d\theta^2} = l$$

и выраженіе искомой площади $\frac{1}{2} \int_0^{2\pi} r^2 d\theta$; слѣдовательно по условию изопериметрической задачи имѣемъ уравненіе

$$\delta \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{2} r^2 + \lambda \sqrt{r^2 + r'^2} \right) d\theta = 0,$$

гдѣ λ означаетъ неопредѣленную постоянную и $r' = \frac{dr}{d\theta}$

Но если для сокращенія полагаемъ

$$\frac{1}{2} r^2 + \lambda \sqrt{r^2 + r'^2} = U,$$

то будетъ

$$\frac{dU}{dr} = r + \frac{\lambda r}{\sqrt{r^2 + r'^2}},$$

$$\frac{dU}{dr'} = \frac{\lambda r'}{\sqrt{r^2 + r'^2}},$$

$$dU = \frac{dU}{dr} dr + \frac{dU}{dr'} dr',$$

притомъ $dr = r' d\theta$; и какъ по общей теоріи изопериметрическихъ кривыхъ (§ VII) должно полагать

$$\frac{dU}{dr} - \frac{d}{d\theta} \frac{dU}{dr'} = 0,$$

то получимъ

$$dU = \frac{d}{d\theta} \frac{dU}{dr'} r' d\theta + \frac{dU}{dr'} dr' = d \left(r' \frac{dU}{dr'} \right),$$

откуда по интегрированіи

$$U = r' \frac{dU}{dr'} + \beta,$$

означая чрезъ β постоянное отъ интегрированія.

Если вставимъ значения U и $\frac{dU}{dr}$, то получимъ

$$\frac{1}{2} r^2 - \beta = -\frac{\lambda r^2}{\sqrt{r^2 + r'^2}}.$$

откуда

$$r'^2 = r^2 \left\{ \frac{\lambda^2 r^2}{(\frac{1}{2} r^2 - \beta)^2} - 1 \right\}$$

и слѣдовательно

$$d\theta = \frac{(r^2 - 2\beta) dr}{r \sqrt{4\lambda^2 r^2 - (r^2 - 2\beta)^2}}$$

Но функцію $4\lambda^2 r^2 - (r^2 - 2\beta)^2$ можно представить подъ видомъ $(h^2 - r^2)(r^2 - k^2)$, для этого стоитъ полагать

$$4(\lambda^2 + \beta) = h^2 + k^2, \quad 4\beta^2 = h^2 k^2$$

И такъ будетъ

$$d\theta = \frac{(r^2 + kh) dr}{r \sqrt{(h^2 - r^2)(r^2 - k^2)}},$$

принимая предъ kh знакъ плюсъ, чтобы значеніе $d\theta$ не дѣлалось нулемъ ни для какого значенія r . Теперь полагая $h^2 - r^2 = u^2 (r^2 - k^2)$, получимъ

$$r^2 (1 + u^2) = h^2 + k^2 u^2$$

$$dr = -\frac{(r^2 - k^2) u du}{r (r + u^2)}$$

и затѣмъ

$$d\theta = \frac{(r^2 + kh) du}{r^2 (1 + u^2)} = \frac{du}{1 + u^2} + \frac{kh \cdot du}{h^2 + k^2 u^2},$$

откуда по интегрированіи

$$\theta = \text{arc. tang.}(u) + \text{arc. tang.}\left(\frac{ku}{h}\right)$$

или уравненіе обратное

$$\text{tang. } \theta = \frac{h + ku}{h - ku^2},$$

и по вставленіи значенія u

$$\text{tang. } \theta = \frac{\sqrt{(h^2 - r^2)(k^2 - r^2)}}{hk - r^2}$$

Мы не пишемъ постоянной отъ интегрированія, предполагая

$\theta = \alpha = 0$ для $r = h$. Предыдущее уравнение можно еще написать подь видомъ

$$r^4 - 2hk.r^2 + h^2 k^2 = (h - k)^2 r^2 \cos^2 \theta$$

или еще

$$[r^2 - hk - (h - k)r \cos \theta][r^2 - hk + (h - k)r \cos \theta] = 0$$

или наконецъ

$$r^2 - (h - k)r \cos \theta + \frac{1}{4}(h - k)^2 = \frac{1}{4}(h + k)^2,$$

замѣчая что имѣемъ по условию $r = h$, при $\theta = 0$.

И такъ кривая ограничивающая самую большую площадь есть кругъ, котораго радиусъ равенъ $\frac{1}{2}(h + k)$ и центръ отстоитъ отъ начала координатъ на $\frac{1}{2}(h - k)$.

Если ту же задачу выражаемъ въ прямоугольныхъ координатахъ x, y , то выражение площади ограниченной осью абсциссъ, дугою кривой и двумя ординатами y_1, y_2 , соответствующими абс-

циссамъ x_1, x_2 , будетъ $\int_{x_1}^{x_2} y dx$, выражение дуги $\int_{x_1}^{x_2} dx \sqrt{1 + y'^2} = l$;

следовательно по условию для минимума получимъ

$$\delta \int_{x_1}^{x_2} (y + \lambda \sqrt{1 + y'^2}) dx = 0,$$

что даетъ общее уравнение

$$1 - \frac{d}{dx} \frac{\lambda y'}{\sqrt{1 + y'^2}} = 0,$$

откуда по первомъ интегрированіи

$$\begin{aligned} \lambda y' &= (x - \alpha) \sqrt{1 + y'^2}, \text{ или} \\ \frac{dy}{dx} &= \frac{(x - \alpha) dx}{\sqrt{\lambda^2 - (x - \alpha)^2}}, \end{aligned}$$

и по второмъ интегрированіи

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = \lambda^2.$$

Очевидно, что произвольныя постоянныя λ, α, β представляютъ радиусъ и координаты центра круга; значеніе ихъ опредѣляется изъ уравненій

$$(x, - \alpha)^2 + (y, - \beta)^2 = \lambda^2$$

$$(x_2 - \alpha)^2 + (y_2 - \beta)^2 = \lambda^2$$

$$\frac{1}{2} l = \lambda \operatorname{arc. sin.} \left\{ \frac{1}{2} \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \right\},$$

гдѣ x_1, x_2, y_1, y_2 и l предполагаются данными.

§ X.

Задача о Брахистохронѣ. Брахистохроною называется свободная въ пространствѣ, или проведенная на поверхности, такого свойства кривая, что движеніе матеріальной точки, подлежащей дѣйствию данныхъ силъ, совершается по этой кривой въ кратчайшее время. Напримѣръ, скорѣйшій скатъ тяжелаго тѣла изъ данной точки пространства въ другую данную точку совершается по брахистохронѣ. Рѣшеніемъ этой задачи занимались преимущественно Иванъ Бернулли и Эйлеръ.

1. Положимъ, что движеніе начинается изъ точки определенной координатами a, b, c въ отношеніи прямоугольныхъ осей x, y, z и пусть дѣйствіе тяжести g происходитъ по направленію оси x . Если означимъ s длину кривой описанной точкою въ движеніи, при концѣ времени t , то выраженіе пріобрѣтенной скорости будетъ

$$\frac{ds}{dt} = \sqrt{2g(x-a)},$$

откуда

$$dt = \frac{ds}{\sqrt{2g(x-a)}},$$

и по условію задачи должно полагать

$$\delta \int_a^{x_1} \frac{ds}{\sqrt{2g(x-a)}} = 0$$

или, что все равно,

$$\delta \int_a^{x_1} \frac{dx \sqrt{1 + y'^2 + z'^2}}{\sqrt{2g(x-a)}} = 0,$$

замѣчая что

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2, \quad y' = \frac{dy}{dx}, \quad z' = \frac{dz}{dx}$$

Такъ какъ подъ знакомъ интеграла входятъ y и z , двѣ функции отъ x , то получимъ два дифференціальныя уравненія

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{y'}{\sqrt{1+y'^2+z'^2} \cdot \sqrt{2g(x-a)}} \right) = 0,$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{z'}{\sqrt{1+y'^2+z'^2} \cdot \sqrt{2g(x-a)}} \right) = 0,$$

которыя можно написать еще такъ

$$d \cdot \frac{dy}{ds \sqrt{x-a}} = 0, \quad d \cdot \frac{dz}{ds \sqrt{x-a}} = 0$$

По интегрированіи получимъ

$$dy = Ads \sqrt{x-a},$$

$$dz = Bds \sqrt{x-a},$$

означая чрезъ A и B произвольныя постоянныя. Исключая изъ предыдущихъ уравненій ds , получимъ

$$Bdy - Adz = 0.$$

и по второмъ интегрированіи

$$By - Az = C$$

Это уравненіе показываетъ, что проэція искомой кривой на плоскость yz есть прямая; слѣдовательно свободная брахистохрона представляетъ линію въ плоскости. Относя кривую на плоскость координатъ x, y , будетъ

$$dy = Ads \sqrt{x-a}, \quad dx^2 + dy^2 = ds^2$$

откуда по исключеніи ds получимъ

$$\frac{dy}{dx} = \frac{A \sqrt{x-a}}{\sqrt{1-A^2(x-a)}}$$

что можно еще написать

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{(D - 2(x-a)) - D}{2 \sqrt{D(x-a) - (x-a)^2}},$$

гдѣ $\frac{1}{A} = \sqrt{D}$. По интегрированіи получимъ уравненіе циклоиды

$$y + \text{const.} = \frac{1}{2} D \arccos \left(1 - \frac{2(x-a)}{D} \right) - \sqrt{D(x-a) - (x-a)^2}$$

Дифференціальное уравненіе кривой приводится къ простѣйшему виду, полагая $a = 0$, что даетъ

$$\frac{dx}{dy} = \sqrt{\frac{D-x}{x}}$$

2. Рассмотримъ теперь задачу о брахистохронѣ въ общемъ видѣ, то есть движеніе точки будемъ предполагать на данной поверхности и при дѣйствіи на нее силъ изъ данныхъ центровъ. Пусть X, Y, Z представляютъ составныя отъ разложенія, по направленію прямоугольныхъ осей координатъ x, y, z , всѣхъ силъ дѣйствующихъ на матеріальную точку, которой положеніе въ пространствѣ, при концѣ времени t , опредѣляется координатами x, y, z . По предположенію нашему сумма $Xdx + Ydy + Zdz$ есть точный дифференціалъ нѣкоторой функціи $f(x, y, z)$; слѣдовательно по извѣстной теоремѣ Динамики будетъ

$$v^2 = 2 \int (Xdx + Ydy + Zdz) + C,$$

означая чрезъ v скорость приобретенную точкою въ движеніи, при концѣ времени t . Если вставимъ это значеніе v въ уравненіе

$$t = \int \frac{ds}{v}, \text{ гдѣ } ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2, \text{ то существенное условіе}$$

$$\text{задачи выразится уравненіемъ } \delta \int \frac{ds}{v} = 0.$$

Если точка въ движеніи предполагается свободною въ пространствѣ и координата x независимымъ переменнымъ, то варьируя предыдущій интегралъ приходимъ къ уравненіямъ

$$ds \frac{d}{dy} \frac{1}{v} - d \left(\frac{dy}{v ds} \right) = 0, \quad (a)$$

$$ds \frac{d}{dz} \frac{1}{v} - d \left(\frac{dz}{v ds} \right) = 0, \quad (b)$$

которыя представляютъ проэкціи кривой на двѣ плоскости координатъ. Уравненіе третьей проэкціи будетъ

$$ds \frac{d}{dx} \frac{1}{v} - d \left(\frac{dx}{v ds} \right) = 0. \quad (c)$$

Въ самомъ дѣлѣ, если складываемъ уравненія (c), (a), (b) по умноженіи ихъ на dx, dy, dz , то получимъ

$$\begin{aligned} ds \cdot d \frac{1}{v} &= dx \cdot d \left(\frac{dx}{vds} \right) + dy \cdot d \left(\frac{dy}{vds} \right) + dz \cdot d \left(\frac{dz}{vds} \right) \\ &= \frac{1}{vds} (dx d^2x + dy d^2y + dz d^2z) + ds^2 d \left(\frac{1}{vds} \right), \end{aligned}$$

и какъ $dx d^2x + dy d^2y + dz d^2z = ds d^2s$, то будетъ

$$d \frac{1}{v} = \frac{d^2s}{vds} + ds d \left(\frac{1}{vds} \right) = d \left(\frac{ds}{vds} \right),$$

уравненіе тождественное.

Если кривая должна проходить на поверхности данной уравненіемъ $F(x, y, z) = 0$, то уравненія кривой будутъ (§ VI)

$$F(x, y, z) = 0,$$

$$\frac{ds \frac{d \frac{1}{v}}{dy} - d \left(\frac{dy}{vds} \right)}{\frac{dF}{dy}} = \frac{ds \frac{d \frac{1}{v}}{dz} - d \left(\frac{dz}{vds} \right)}{\frac{dF}{dz}}.$$

Ко второму уравненію можно прибавить равенство содержанія

$$\frac{ds \frac{d \frac{1}{v}}{dx} - d \left(\frac{dx}{vds} \right)}{\frac{dF}{dx}}.$$

Въ самомъ дѣлѣ, если возьмемъ уравненія

$$ds \frac{d \frac{1}{v}}{dx} - d \left(\frac{dx}{vds} \right) = q \frac{dF}{dx}$$

$$ds \frac{d \frac{1}{v}}{dy} - d \left(\frac{dy}{vds} \right) = q \frac{dF}{dy}$$

$$ds \frac{d \frac{1}{v}}{dz} - d \left(\frac{dz}{vds} \right) = q \frac{dF}{dz}$$

и сложимъ ихъ по умноженіи перваго на dx , втораго на dy и третьяго на dz , то получимъ

$$ds d \frac{1}{v} = dx d \left(\frac{dx}{v ds} \right) + dy d \left(\frac{dy}{v ds} \right) + dz d \left(\frac{dz}{v ds} \right),$$

замѣчая что

$$\frac{dF}{dx} dx + \frac{dF}{dy} dy + \frac{dF}{dz} dz = 0.$$

Но мы уже видѣли, что предъидущее уравненіе тождественно вѣрно.

Если точка въ движеніи, получивъ начальную скорость k , не подлежитъ дѣйствию никакихъ силъ, тогда *брахистохрона* приводится къ *геодезической линіи*, которой уравненія будутъ

$$v = k, \quad F(x, y, z) = 0,$$

$$\frac{d \frac{dx}{ds}}{\frac{dF}{dx}} = \frac{d \frac{dy}{ds}}{\frac{dF}{dy}} = \frac{d \frac{dz}{ds}}{\frac{dF}{dz}}.$$

3. *Теорема.* Если на данной поверхности $F(x, y, z) = 0$ проведемъ множество брахистохронъ, исходящихъ изъ одной точки A , и отсѣчемъ на нихъ дуги AM, AM', \dots описанныя точкою въ движеніи въ равныя времена, при равной начальной скорости, то рядъ точекъ MM' образуетъ кривую пересѣкающую подъ прямымъ угломъ всѣ брахистохроны. Или обратно: прямоугольная траекторія отсѣкаетъ дуги, въ системѣ брахистохронъ на данной поверхности, соотвѣтственно движенію точки въ равныя времена.

Доказательство. Всякой точкѣ M взятой на поверхности принадлежитъ одна брахистохрона AM и одна траекторія MM' , которыя можно взять за оси координатъ. Но длина дуги AM есть опредѣленная функція времени t ; дуга MM' есть опредѣленная функція угла φ , который образуютъ касательныя въ точкѣ A къ дугамъ AM и AM' ; слѣдовательно координаты всякой точки на поверхности можно разсматривать какъ функціи двухъ независимыхъ перемѣнныхъ t и φ . Если означимъ ds и ds' бесконечно малыя дуги, Mm по направленію брахистохроны и Mm' по направленію траекторіи, то выраженіе косинуса угла между касательными проведенными къ этимъ дугамъ изъ точки M , будетъ

$$\frac{dx dx}{ds ds'} + \frac{dy dy}{ds ds'} + \frac{dz dz}{ds ds'}$$

и какъ

$$\frac{dx}{ds} = \frac{dx}{dt} \frac{dt}{ds}, \quad \frac{dy}{ds} = \frac{dy}{dt} \frac{dt}{ds}, \quad \frac{dz}{ds} = \frac{dz}{dt} \frac{dt}{ds}$$

$$\frac{dx}{ds'} = \frac{dx}{d\varphi} \frac{d\varphi}{ds'}, \quad \frac{dy}{ds'} = \frac{dy}{d\varphi} \frac{d\varphi}{ds'}, \quad \frac{dz}{ds'} = \frac{dz}{d\varphi} \frac{d\varphi}{ds'}$$

то получимъ

$$\left(\frac{dx}{dt} \frac{dx}{d\varphi} + \frac{dy}{dt} \frac{dy}{d\varphi} + \frac{dz}{dt} \frac{dz}{d\varphi} \right) \frac{dt}{ds} \frac{d\varphi}{ds'}$$

И такъ нужно доказать, что $S = 0$, означая

$$S = \frac{dx}{dt} \frac{dx}{d\varphi} + \frac{dy}{dt} \frac{dy}{d\varphi} + \frac{dz}{dt} \frac{dz}{d\varphi}$$

Дифференцируя это уравненіе въ отношеніи t , получимъ

$$\frac{dS}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \frac{dx}{d\varphi} + \frac{d^2y}{dt^2} \frac{dy}{d\varphi} + \frac{d^2z}{dt^2} \frac{dz}{d\varphi}$$

$$+ \frac{dx}{dt} \frac{d^2x}{d\varphi dt} + \frac{dy}{dt} \frac{d^2y}{d\varphi dt} + \frac{dz}{dt} \frac{d^2z}{d\varphi dt},$$

и если дифференцируемъ въ отношеніи φ уравненіе

$$\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 = v^2,$$

то будетъ еще

$$\frac{dx}{dt} \frac{d^2x}{d\varphi dt} + \frac{dy}{dt} \frac{d^2y}{d\varphi dt} + \frac{dz}{dt} \frac{d^2z}{d\varphi dt} = v \frac{dv}{d\varphi},$$

и слѣдовательно

$$\frac{dS}{dt} = v \frac{dv}{d\varphi} + \frac{d^2x}{dt^2} \frac{dx}{d\varphi} + \frac{d^2y}{dt^2} \frac{dy}{d\varphi} + \frac{d^2z}{dt^2} \frac{dz}{d\varphi}$$

Съ другой стороны, уравненіе брахистохроны,

$$d \left(\frac{dx}{v ds} \right) - ds \frac{d}{dx} \frac{1}{v} + q \frac{dF}{dx} = 0,$$

иначе напишется

$$d \left(\frac{dx}{v^2 dt} \right) + \frac{ds}{v^2} \frac{dv}{dx} + q \frac{dF}{dx} = 0,$$

или еще

$$\left(\frac{d^2x}{v^2 dt^2} - \frac{2}{v^3} \frac{dx}{dt} \frac{dv}{dt} + \frac{1}{v} \frac{dv}{dx} \right) dt + q \frac{dF}{dx} = 0;$$

и другія два уравненія брахистохроны подобнымъ образомъ даютъ

$$\left(\frac{d^2y}{v^2 dt^2} - \frac{2}{v^2} \frac{dy}{dt} \frac{dv}{dt} + \frac{1}{v} \frac{dv}{dy}\right) dt + q \frac{dF}{dy} = 0$$

$$\left(\frac{d^2z}{v^2 dt^2} - \frac{2}{v^2} \frac{dz}{dt} \frac{dv}{dt} + \frac{1}{v} \frac{dv}{dz}\right) dt + q \frac{dF}{dz} = 0$$

Если сложимъ эти уравненія, умноживъ по порядку ихъ на $\frac{dx}{d\varphi}$, $\frac{dy}{d\varphi}$, $\frac{dz}{d\varphi}$, то получимъ

$$\frac{d^2x}{dt^2} \frac{dx}{d\varphi} + \frac{d^2y}{dt^2} \frac{dy}{d\varphi} + \frac{d^2z}{dt^2} \frac{dz}{d\varphi}$$

$$- \frac{2dv}{v dt} \left(\frac{dx}{dt} \frac{dx}{d\varphi} + \frac{dy}{dt} \frac{dy}{d\varphi} + \frac{dz}{dt} \frac{dz}{d\varphi}\right)$$

$$+ v \left(\frac{dv}{dx} \frac{dx}{d\varphi} + \frac{dv}{dy} \frac{dy}{d\varphi} + \frac{dv}{dz} \frac{dz}{d\varphi}\right) = 0,$$

замѣчая что

$$\frac{dF}{dx} \frac{dx}{d\varphi} + \frac{dF}{dy} \frac{dy}{d\varphi} + \frac{dF}{dz} \frac{dz}{d\varphi} = 0.$$

Отсюда въ слѣдствіе предъидущихъ уравненій имѣемъ

$$\frac{dS}{dt} - \frac{2dv}{v dt} S = 0,$$

и по интегрированіи $S = Kv^2$, означая чрезъ K произвольное постоянное. Но если предположимъ, что изъ точки A движеніе исходитъ по всѣмъ направленіямъ съ равною скоростью v_0 , то безконечно малыя дуги AM , AM' , .. описанныя въ безконечно малое время dt будутъ равны между собою и будутъ представлять радіусы весьма малаго круга, котораго окружность будетъ мѣстомъ первой траекторіи. И какъ здѣсь необходимо $S = 0$, то будетъ $K = 0$, то есть вообще $S = 0$, каково бы нибыло значеніе t .

Задача. Ограничить на данной поверхности кривую данной длины наибольшую площадь.

Въ предъидущей задачѣ мы видѣли, какъ удобны криволинейныя координаты для выраженія разстояній и направленій на кривой поверхности, теперь покажемъ употребленіе криволинейныхъ координатъ для выраженія площади. Выведемъ сначала одну формулу весьма важную по своимъ приложеніямъ въ теоріи поверхностей и кривыхъ линій въ пространствѣ. Для этого, проведемъ на данной поверхности систему кривыхъ линій, подобныхъ

между собою, напริมѣръ геодезическихъ линій; и другую систему линій также подобныхъ между собою, напрімѣръ рядъ траекторій прямоугольныхъ къ системѣ геодезическихъ линій. Если возьмемъ одну изъ траекторій за начало счета геодезическихъ дугъ и одну изъ геодезическихъ линій за начало счета дугъ траекторій, то положеніе всякой точки данной на поверхности можно опредѣлить дугами проходящихъ чрезъ нее траекторій и геодезической кривой. Пусть будутъ s геодезическая дуга и b дуга траекторіи, соответствующія точкѣ опредѣленной прямоугольными координатами x, y, z . Переходя по геодезической дугѣ отъ точки x, y, z къ слѣдующей безконечно близкой, мы измѣняемъ прямоугольныя координаты въ $x + dx, y + dy, z + dz$, и соответственно дугу s въ $s + ds$; между тѣмъ какъ b остается безъ перемѣны. Если же переходимъ отъ точки x, y, z къ другой безконечно близкой, по дугѣ траекторіи, то прямоугольныя координаты измѣняются въ $x + \delta x, y + \delta y, z + \delta z$ и соответственно b въ $b + \delta b$.

Возьмемъ теперь выраженіе элемента дуги s и условіе перпендикулярности геодезической системы къ траекторіямъ,

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 = ds^2$$

$$\frac{dx}{ds} \delta x + \frac{dy}{ds} \delta y + \frac{dz}{ds} \delta z = 0.$$

Если величины x, y, z измѣнимъ въ первомъ уравненіи на $\delta x, \delta y, \delta z$ и во второмъ на dx, dy, dz , то получимъ

$$dx \delta dx + dy \delta dy + dz \delta dz = ds \delta ds,$$

$$0 = \delta x d. \frac{dx}{ds} + \delta y d. \frac{dy}{ds} + \delta z d. \frac{dz}{ds} + \frac{dx}{ds} d\delta x + \frac{dy}{ds} d\delta y + \frac{dz}{ds} d\delta z$$

Вычитая одно уравненіе изъ другаго и замѣчая, что

$$d\delta x = \delta dx, d\delta y = \delta dy, d\delta z = \delta dz,$$

находимъ

$$\delta ds = - \delta x d. \frac{dx}{ds} - \delta y d. \frac{dy}{ds} - \delta z d. \frac{dz}{ds}$$

Проведемъ еще чрезъ точку x, y, z касательную по продолженію дуги b и радіусъ кривизны подъ дугою s ; означимъ чрезъ λ, μ, ν углы первой линіи съ осями координатъ x, y, z и чрезъ α, β, γ углы радіуса кривизны съ тѣми же осями; по извѣстнымъ формуламъ аналитической геометріи получимъ

$$\cos \lambda = \frac{\delta x}{\delta b}, \cos \mu = \frac{\delta y}{\delta b}, \cos \nu = \frac{\delta z}{\delta b}$$

$$\cos \alpha = \rho \frac{d \frac{dx}{ds}}{ds}, \quad \cos \beta = \rho \frac{d \frac{dy}{ds}}{ds}, \quad \cos \gamma = \rho \frac{d \frac{dz}{ds}}{ds},$$

ρ означает длину радиуса кривизны. По вставленіи этихъ значенийъ предъидущее уравненіе даетъ

$$\delta ds = - \frac{ds \delta \sigma}{\rho} (\cos \alpha \cos \lambda + \cos \beta \cos \mu + \cos \gamma \cos \nu)$$

или короче

$$\delta ds = - ds \delta \sigma \cdot \frac{\cos \theta}{\rho},$$

означая чрезъ θ уголъ касательной по продолженію дуги b съ направленіемъ линіи ρ .

Положимъ теперь, что кривая данной длины l , ограничивающая на поверхности наибольшую площадь должна проходить чрезъ точки A и B данныя на другой кривой опредѣленнаго вида. Первое условіе задачи будетъ $\int ds = l$. Чтобы составить другое условіе, измѣнимъ безконечно мало положеніе дуги l , такъ чтобы криволинейныя и прямоугольныя между собою координаты s, σ точки M сдѣлались $s, \sigma + \delta \sigma$; значеніе площади получить также измѣненіе, которое выразится интеграломъ $\int \delta \sigma \cdot ds$; этотъ интегралъ по условію площади максимумъ должно полагать равнымъ нулю. И такъ будетъ

$$\delta \cdot \int ds = 0, \quad \delta \cdot \int_0^l \delta \sigma \cdot ds = 0$$

Первое условіе по доказанной формулѣ даетъ $\int_0^l \delta \sigma \cdot \frac{\cos \theta}{\rho} ds = 0$;

если же полагаемъ $\int_0^s \delta \sigma \cdot ds = \varphi(s)$, то необходимо будетъ

$\varphi(0) = 0, \quad \varphi(l) = 0$ и также $\delta \sigma = \frac{d\varphi(s)}{ds}$. Если вставимъ это значеніе $\delta \sigma$ во второе условіе, то получимъ

$$\int_0^l \frac{d\varphi(s)}{ds} \cdot \frac{\cos \theta}{\rho} ds = 0$$

или интегрируя по частямъ

$$\int_0^l \varphi(s) d \left(\frac{\cos \theta}{\rho} \right) = 0,$$

и какъ здѣсь функція $\varphi(s)$ остается произвольною, то должно полагать

$$d. \frac{\cos \theta}{\rho} = 0, \text{ или } \cos \theta = C\rho,$$

означая чрезъ C произвольное постоянное. И такъ кривой ограничивающей на данной поверхности площадь максимум принадлежит то свойство, что радиусъ кривизны, въ каждой точкѣ кривой, бываетъ пропорціоналенъ косинусу угла, который составляютъ между собою плоскость круга кривизны и плоскость касательная проведенная чрезъ ту же точку поверхности.

ИЗЛОЖЕНИЕ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ

DE MAXIMIS ET MINIMIS.

§ XI.

Лагранжъ разсмотрѣлъ задачу *de maximis et minimis* для функцій со многими переменными. И какъ случаю съ двумя независимыми переменными принадлежитъ геометрическое значеніе, то мы займемся этимъ случаемъ сначала, а потомъ изложимъ общую теорію. Пусть $z = f(x, y)$ представляетъ уравненіе кривой поверхности отнесенной къ прямоугольнымъ осямъ координатъ x, y, z . Чтобы найти значеніе z максимум или минимум, можно разсматривать сначала x даннымъ и предполагать переменнымъ только y . Въ геометрическомъ смыслѣ, это значитъ взять сѣченіе данной поверхности съ плоскостію перпендикулярною къ оси x . *Относительный* максимум или минимум z опредѣлится изъ условій

$$\left(\frac{dz}{dy}\right) = 0, \left(\frac{d^2z}{dy^2}\right) < 0, \text{ для максим.}$$

$$\left(\frac{d^2z}{dy^2}\right) > 0, \text{ для миним.}$$

Если изъ перваго опредѣлимъ y въ функціи отъ x , напримеръ $y = \varphi(x)$, и вставимъ это значеніе въ уравненіе поверхности, то получимъ $z = f(x, \varphi(x))$.

Остается сравнить относительное значеніе z при различныхъ x , чтобы получить совершенный максимум или минимум. Для этого должно дифференцировать послѣднее уравненіе, или что все равно, дифференцировать первоначальное выраженіе z въ отношеніи x , разсматривая y какъ функцію отъ x опредѣленную уравненіемъ $\frac{dz}{dy} = 0$. Это доставитъ намъ три слѣдующихъ условія

$$\left(\frac{dz}{dx}\right) + y' \left(\frac{dz}{dy}\right) = 0, \quad \left(\frac{dz}{dy}\right) = 0,$$

$$\left(\frac{d^2z}{dx^2}\right) + 2y' \left(\frac{d^2z}{dx dy}\right) + y'^2 \left(\frac{d^2z}{dy^2}\right) + y'' \left(\frac{dz}{dy}\right) < 0, \text{ для максим.}$$

$$> 0, \text{ для миним.}$$

въ которыхъ означаемъ y' и y'' первую и вторую производныя функціи $\varphi(x)$. Первое и второе уравненія, взятые въ совокупности, дають два независимыя между собою условія и общія для случаевъ максимум и минимум, то есть

$$\frac{dz}{dx} = 0, \quad \frac{dz}{dy} = 0;$$

последнее изъ нихъ по дифференцированіи дасть

$$y' = - \frac{\left(\frac{d^2z}{dx dy}\right)}{\left(\frac{d^2z}{dy^2}\right)}$$

Вставляя это значеніе y' въ третье изъ предыдущихъ условій, и отбрасывая членъ содержащій $\frac{dz}{dy}$, получимъ

$$\left(\frac{d^2z}{dx^2}\right) - 2 \frac{\left(\frac{d^2z}{dx dy}\right)^2}{\left(\frac{d^2z}{dy^2}\right)} + \frac{\left(\frac{d^2z}{dx dy}\right)^2}{\left(\frac{d^2z}{dy^2}\right)} < 0, \text{ для максим.}$$

$$> 0, \text{ для миним.}$$

Но мы имѣли также

$$\frac{d^2z}{dx^2} < 0, \text{ для макс.}$$

$$\frac{d^2z}{dy^2} > 0, \text{ для мин.}$$

Если умножимъ эти неравенства, одно на другое, то получимъ одно общее условіе для случаевъ максимум и минимум

$$\frac{d^2z}{dx^2} \cdot \frac{d^2z}{dy^2} - \left(\frac{d^2z}{dx dy}\right)^2 > 0$$

И такъ значеніе максимум или минимум функціи $z = f(x, y)$ опредѣляется по условіямъ

$$\frac{dz}{dx} = 0, \quad \frac{dz}{dy} = 0, \quad \frac{d^2z}{dy^2} > 0 \text{ для мин.}$$

$$\frac{d^2z}{dx^2} < 0 \text{ для макс.}$$

$$\frac{d^2z}{dx^2} \cdot \frac{d^2z}{dy^2} - \left(\frac{d^2z}{dx dy}\right)^2 > 0.$$

Если же последнее условие не будет выполнено, то есть выражение $\frac{d'z}{dx^2} \cdot \frac{d'z}{dy^2} - \left(\frac{d'z}{dx dy}\right)^2$ будет равно нулю или отрицательно, то функции не может принадлежать ни максимум, ни минимум. И въ самомъ дѣлѣ, уравненіе

$$\frac{d'z}{dx^2} \cdot \frac{d'z}{dy^2} - \left(\frac{d'z}{dx dy}\right)^2 = 0$$

принадлежитъ поверхностямъ разгибаемымъ въ плоскость, которыя по направленію производящей прямой не представляютъ ни вышуклости, ни вогнутости. И если плоское сѣченіе, проведенное чрезъ данную точку на кривой поверхности, дастъ кривую выпуклую при одномъ направленіи плоскости, и кривую вогнутую при другомъ направленіи плоскости, то ордината z данной точки не можетъ быть названа ни максимум, ни минимум.

Возьмемъ теперь функцию со многими независимыми переменными, какова напримѣръ

$$f(x, y, z, \dots, t) = U$$

Если величины x, y, z, \dots соотвѣтствуютъ значеніямъ максимум или минимум функции U , то необходимо

$$f(x + p, y + q, z + r, \dots) - f(x, y, z, \dots) \begin{cases} < 0 \text{ для максимума} \\ > 0 \text{ для минимума} \end{cases}$$

сколько бы малы ни были приращенія p, q, r, \dots переменныхъ x, y, z, \dots . И какъ условіе непрерывности функции существенно для случаевъ макс. или мин., то разложеніе перваго члена въ Тейлорову строку вообще имѣетъ мѣсто. Если осначимъ чрезъ R остатокъ строки, начиная съ членовъ третьяго измѣренія въ отношеніи p, q, r, \dots , то получимъ

$$\begin{aligned} & p \frac{dU}{dx} + q \frac{dU}{dy} + r \frac{dU}{dz} \dots \\ & + \frac{1}{2} p^2 \frac{d^2 U}{dx^2} + pq \frac{d^2 U}{dx dy} + \frac{1}{2} q^2 \frac{d^2 U}{dy^2} + pr \frac{d^2 U}{dx dz} + qr \frac{d^2 U}{dy dz} + \frac{1}{2} r^2 \frac{d^2 U}{dz^2} \dots \\ & + R \begin{cases} < 0, \text{ для макс.} \\ > 0, \text{ для мин.} \end{cases} \end{aligned}$$

Предполагая p, q, r, \dots бесконечно малыми, это условіе приводится сначала къ слѣдующему

$$p \frac{dU}{dx} + q \frac{dU}{dy} + r \frac{dU}{dz} \dots \begin{cases} < 0, \text{ для макс.} \\ > 0, \text{ для мин.} \end{cases}$$

которое для произвольныхъ, хотя и бесконечно малыхъ p, q, r .. не можетъ быть удовлетворено иначе, какъ полагая равными нулю коэффициенты при каждой произвольной, то есть

$$\frac{dU}{dx} = 0, \quad \frac{dU}{dy} = 0, \quad \frac{dU}{dz} = 0. \quad (1)$$

За тѣмъ, по условію задачи останется неравенство

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} p^2 \frac{d^2 U}{dx^2} + pq \frac{d^2 U}{dx dy} + \frac{1}{2} q^2 \frac{d^2 U}{dy^2} + pr \frac{d^2 U}{dx dz} + qr \frac{d^2 U}{dy dz} \\ + \frac{1}{2} r^2 \frac{d^2 U}{dz^2} < 0, \text{ max.} \\ > 0, \text{ min.} \end{aligned} \quad (2)$$

Еслибы вторыя производныя функціи U уничтожились вмѣстѣ съ первыми, тогда должно уравнивать нулю производныя третьяго порядка и различать случаи для maximum или minimum по знаку членовъ четвертаго порядка. Такимъ образомъ задача de maximis et minimis приводится къ тому, чтобы найти условія, когда функція вида

$$Ap^2 + Bpq + Cq^2 + Dpr + Eqr + Fr^2 + nr.$$

для данныхъ количествъ A, B, C .. и съ произвольными p, q, r .. бываетъ постоянно положительна, и когда отрицательна. Достаточно разсмотрѣть первый случай, потому что приписывая количествамъ A, B, C .. знакъ минусъ, мы переходимъ отъ перваго случая ко второму. Лагранжъ разрѣшилъ эту задачу слѣдующимъ образомъ.

Если предъидущій полиномъ никогда не долженъ имѣть отрицательнаго значенія, то значеніе его minimum будетъ положительно; и обратно, если найдемъ условія необходимыя для того чтобы значеніе minimum этого полинома было положительно, то отрицательныя значенія вообще не будутъ имѣть мѣста. Но условія для minimum, сначала по одной переменнй p , будутъ

$$2Ap + Bq + Dr + nr = 0, \quad A > 0.$$

Если значеніе p взятое отсюда поставимъ въ первоначальную функцію, то получимъ

$$Lq^2 + Mqr + Nr^2 + nr.$$

полагая для сокращенія

$$L = C - \frac{B^2}{4A}, \quad M = E - \frac{BD}{2A}, \quad N = F - \frac{D^2}{4A} \text{ и пр.}$$

Теперь условія minimum по переменнй q будутъ

$$2Lq + Mr + nr = 0, \quad L > 0;$$

если значение q вставимъ въ преобразованную функцію, то получимъ $Tr^2 + nr$. гдѣ $T = N - \frac{M^2}{4L}$, и условия для minimum

$$2Tr + nr = 0, \quad T > 0.$$

Поступая подобнымъ образомъ до послѣдней переменнѣй, получимъ всѣ условия доставляющія предъидущему полиному положительное значение minimum; онѣ будутъ

$$A > 0, \quad L > 0, \quad T > 0 \text{ и пр.}$$

замѣчая, что вмѣсто втораго неравенства можно писать

$$4AC - B^2 > 0$$

и вмѣсто третьаго будетъ

$$(4AC - B^2)(4AF - D^2) - (2AE - BD)^2 > 0.$$

Возвращаясь къ выраженію (2), должно вставить значенія

$$A = \frac{1}{2} \frac{d^2 U}{dx^2}, \quad B = \frac{d^2 U}{dx dy}, \quad C = \frac{1}{2} \frac{d^2 U}{dy^2}$$

$$D = \frac{d^2 U}{dx dz}, \quad E = \frac{d^2 U}{dy dz}, \quad F = \frac{1}{2} \frac{d^2 U}{dz^2}$$

и по предъидущимъ условіямъ получимъ

$$\frac{d^2 U}{dx^2} > 0, \quad \frac{d^2 U}{dx^2} \cdot \frac{d^2 U}{dy^2} - \left(\frac{d^2 U}{dx dy} \right)^2 > 0,$$

$$\left\{ \frac{d^2 U}{dx^2} \frac{d^2 U}{dy^2} - \left(\frac{d^2 U}{dx dy} \right)^2 \right\} \left\{ \frac{d^2 U}{dx^2} \frac{d^2 U}{dz^2} - \left(\frac{d^2 U}{dx dz} \right)^2 \right\}$$

$$- \left\{ \frac{d^2 U}{dx^2} \frac{d^2 U}{dy dz} - \frac{d^2 U}{dx dy} \cdot \frac{d^2 U}{dx dz} \right\}^2 > 0 \text{ и пр.}$$

Исслѣдованіе дѣлается еще сложнѣе, если члены втораго измѣренія уничтожаются, и должно судить по условіямъ для членовъ четвертаго порядка.

§ XII.

При рѣшеніи задачъ зависящихъ отъ maximum или minimum

интеграла $\int_{x_1}^{x_2} U dx$ пользуются уравненіемъ $\delta \int_{x_1}^{x_2} U dx = 0$, причемъ признакомъ max. или min. искомой функціи будетъ

$$\delta^2 \int_{x_1}^{x_2} U dx \begin{cases} < 0, \text{ для макс.} \\ > 0, \text{ для мин.} \end{cases}$$

Во всѣхъ задачахъ предложенныхъ выше, мы рассматривали измѣненіе опредѣленнаго интеграла въ самомъ общемъ видѣ, варьируя подѣ знакомъ интеграла, какъ функцію U по всѣмъ ея переменнымъ, такъ и dx . Но въ задачахъ собственно геометрическихъ такого полнаго измѣненія функціи не требуется, такъ что координату x можно оставить безъ варіаціи; потому что кривую можно выгнуть желаемымъ образомъ, варьируя только ординату ея. И такъ, чтобы по возможности упростить задачу *de maximis et minimis*, ограничимся предположеніемъ $\delta x = 0$. Слѣдовательно, признаки для макс. или мин. будутъ

$$\int_{x_1}^{x_2} \left\{ \frac{1}{2} \frac{d^2 U}{dy^2} \delta y^2 + \frac{d^2 U}{dy dy'} \delta y \delta y' + \frac{1}{2} \frac{d^2 U}{dy'^2} \delta y'^2 + \dots \frac{1}{2} \frac{d^2 U}{dy^{(n)^2}} \delta y^{(n)^2} \right\} dx$$

≥ 0 , для мин.
 < 0 , для макс.

Еслибы здѣсь $\delta y, \delta y', \delta y'' \dots$ были функціями совершенно независимыми одна отъ другой, то предъидущему неравенству можно бы удовлетворить такими же точно условіями, какія Лагранжъ нашелъ для функцій со многими переменными, не находящимися подѣ знакомъ интегрированія, то есть значеніями $\delta y, \delta y', \dots$ доставляющими полюному

$$\frac{d^2 U}{dy^2} \delta y^2 + 2 \frac{d^2 U}{dy dy'} \delta y \delta y' \dots \frac{d^2 U}{dy_n^2} \delta y_n^2$$

значеніе постоянно положительное или отрицательное. Но какъ функціи $\delta y, \delta y' \dots$ находятся во взаимной зависимости, то нѣкоторыя изъ найденныхъ показаннымъ образомъ условій могутъ не имѣть мѣста, и однако же интегралъ сохранить постоянно свой знакъ. Лежандръ первый замѣтилъ эту необходимость привести рѣшеніе къ самому меньшему числу условій. Способъ Лежандра заключается въ слѣдующемъ.

Если къ предъидущему интегралу придадимъ функцію

$$\lambda_1 \delta y^2 + \lambda_2 \delta y'^2 + \dots \lambda_n \delta y^{(n-1)^2} + 2(\lambda_{n+1} \delta y \delta y' + \lambda_{n+2} \delta y \delta y'' + \dots)$$

и введемъ ее подѣ знакъ интегрированія, то всегда можно для функцій $\lambda_1, \lambda_2, \dots$ найти такія значенія, при которыхъ элементъ интеграла напишется подѣ видомъ

$$\frac{d^2 U}{dy^{(n)^2}} P^2 dx,$$

а гѣмъ, условіе для макс. или min интеграла $\int_{x_1}^{x_2} U dx$ приводит-
ся къ простѣйшему виду

$$\frac{d^2 U}{dy^{(n)^2}} < 0 \text{ для макс.}, \quad \frac{d^2 U}{dy^{(n)^2}} > 0 \text{ для min.}$$

Въ самомъ дѣлѣ, значеніе интеграла

$$\int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{d^2 U}{dy^2} \delta y^2 + 2 \frac{d^2 U}{dy dy'} \delta y \delta y' + \frac{d^2 U}{dy'^2} \delta y'^2 \dots + \frac{d^2 U}{dy^{(n)^2}} \delta y^{(n)^2} \right) dx$$

неизмѣнится, если придадимъ къ нему

$$\int_{x_1}^{x_2} dR - R_2 + R_1,$$

гдѣ R_2 и R_1 представляютъ значеніе функціи R для $x = x_2$ и $x = x_1$. Но если R означаетъ предъидущую Лежандрову функцію, то получимъ

$$\int_{x_1}^{x_2} \left\{ \left(\frac{d^2 U}{dy^2} + \lambda'_1 \right) \delta y^2 + 2 \delta y \delta y' \left(\frac{d^2 U}{dy dy'} + \lambda_1 + \lambda'_{n+1} \right) \right. \\ \left. + \delta y'^2 \left(\frac{d^2 U}{dy'^2} + \lambda'_2 + 2\lambda_{n+1} \right) \right. \\ \left. + 2 \delta y \delta y'' \left(\frac{d^2 U}{dy dy''} + \lambda_{n+1} + \lambda'_{n+2} \right) \right. \\ \left. \dots + \frac{d^2 U}{dy^{(n)^2}} \delta y^{(n)^2} \right\} dx - [R_2 - R_1],$$

здѣсь означаютъ $\lambda' = \frac{d\lambda}{dx}$, $\lambda'_1 = \frac{d\lambda_1}{dx}$, ..

По предположенію Лежандра, функцію

$$\begin{aligned} & \left(\frac{d^2 U}{dy^2} + \lambda'_1 \right) \delta y^2 + 2 \delta y \delta y' \left(\frac{d^2 U}{dy dy'} + \lambda_1 + \lambda'_{n+1} \right) \\ & + \delta y'^2 \left(\frac{d^2 U}{dy'^2} + \lambda'_2 + 2 \lambda_{n+1} \right) \\ & + 2 \delta y \delta y'' \left(\frac{d^2 U}{dy dy''} + 2 \lambda_{n+1} + \lambda'_{n+2} \right) + n p. \end{aligned}$$

можно уравнять полному квадрату

$$(\alpha \delta y + \alpha_1 \delta y' + \alpha_2 \delta y'' \dots + \alpha_n \delta y^{(n)})^2$$

Такое предположеніе должно почитать возможнымъ, если оно содержитъ достаточное число уравненій для опредѣленія всѣхъ функций α и всѣхъ λ . Но число различныхъ α есть $n + 1$, число различныхъ λ есть

$$n + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} \text{ или } \frac{n(n+1)}{1 \cdot 2},$$

слѣдовательно число всѣхъ произвольныхъ функций будетъ

$$n + 1 + \frac{n(n+1)}{1 \cdot 2} = \frac{(n+1)(n+2)}{1 \cdot 2}$$

Съ другой стороны, число различныхъ условныхъ уравненій, которыя можно получить въ слѣдствіе нашего предположенія, должно быть равно числу различныхъ варіаціоновъ и произведеній ихъ по два; но первыхъ $n + 1$, вторыхъ $\frac{n(n+1)}{1 \cdot 2}$, слѣдовательно всѣхъ условныхъ уравненій снова будетъ

$$\frac{(n+2)(n+1)}{1 \cdot 2}$$

И такъ Лежандрово предположеніе справедливо. Что же касается до члена дополнительнаго $R_2 - R_1$, то мы ограничимся тѣмъ предположеніемъ, что функции $y, y', y'' \dots y^{(n-1)}$ должны быть постоянны для той и другой границъ интеграла, то есть примемъ

$$\begin{aligned} \delta y_1 &= 0, \delta y'_1 = 0, \delta y''_1 = 0 \dots \delta y^{(n-1)}_1 = 0 \\ \delta y_2 &= 0, \delta y'_2 = 0, \delta y''_2 = 0 \dots \delta y^{(n-1)}_2 = 0 \end{aligned}$$

и слѣдовательно $R_2 - R_1 = 0$. Теперь будетъ

$$\left(\frac{d^2 U}{dy^2} + \lambda'_1 \right) \delta y^2 + \dots \frac{d^2 U}{dy'^2} \delta y'^2 = (\alpha \delta y + \alpha_1 \delta y' + \dots + \alpha_n \delta y^{(n)})^2$$

Сравнивая въ этомъ уравненіи коэффициенты при δy^{n^2} , получимъ

$$\alpha_n = \frac{d^2 U}{dy^{(n)^2}},$$

и какъ вторая часть уравненія можетъ быть представлена подъ видомъ $\alpha_n P^2$, то и первой части можно доставить видъ $\frac{d^2 U}{dy^{n^2}} \cdot P^2$; за тѣмъ, условія для maximum и minimum будутъ

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{d^2 U}{dy^{(n)^2}} \cdot P^2 dx < 0 \text{ для max.} \\ > 0 \text{ для min.}$$

отсюда Лежандръ заключаетъ, что

$$\frac{d^2 U}{dy^{(n)^2}} < 0 \text{ для max.}, \quad \frac{d^2 U}{dy^{(n)^2}} > 0 \text{ для min.}$$

Заключение Лежандра объ одинаковости алгебраическаго зна-

ка интеграла $\int_{x_1}^{x_2} \frac{d^2 U}{dy^{(n)^2}} \cdot P^2 dx$ и функціи $\frac{d^2 U}{dy^{(n)^2}}$ подвергалось нѣ-

которымъ возраженіямъ. Лагранжъ замѣтилъ, что положительныя элементы не всегда даютъ положительный интегралъ, таковы, напримѣръ, интегралъ

$$\int_{-1}^{+1} \frac{dx}{x^2}.$$

Должно признаться, что въ этомъ возраженіи скрывается не точное понятіе объ опредѣленномъ интегралѣ. Лагранжъ подразумѣвалъ, что переходъ отъ неопредѣленнаго значенія интеграла къ опредѣленному вообще возможенъ, какъ скоро даются границы интегрированія. Но другіе геометры показали, что если элементъ интеграла получаетъ между границами интегрированія безконечное значеніе, то вычисленіе такихъ интеграловъ требуетъ особеннаго способа, и что противные знаки элемента съ значеніемъ самаго интеграла всегда указываютъ тотъ случай, когда имѣютъ мѣсто безконечныя элементы. И такъ, чтобы воспользоваться способомъ Лежандра, сначала нужно опредѣлить всѣ функціи λ , входящія въ составъ функціи P , и удостовѣриться въ томъ, что элементъ инте-

грала $\int_{x_1}^{x_2} \frac{d^2 U}{dy'^2} P^2 dx$ не дѣлается безконечнымъ между данными границаим x_1, x_2 . Но опредѣленіе функцій λ сопряжено съ большимъ затрудненіемъ, даже въ самыхъ обыкновенныхъ случаяхъ. Возьмемъ для примѣра интеграль

$$\int_{x_1}^{x_2} f(x, y, y') dx$$

и положимъ для краткости $f(x, y, y') = V$. Слѣдую способу Леканжандра, къ интегралу $\delta^2 \int V dx$ придаемъ интеграль $\int d(\lambda_1 \delta y^2)$, въ слѣдствіе чего функція подѣ знакомъ интегрированія приметъ видъ

$$\left(\frac{d^2 V}{dy^2} + \lambda'_1\right) \delta y^2 + 2\left(\frac{d^2 V}{dy dy'} + \lambda_1\right) \delta y \delta y' + \frac{d^2 V}{dy'^2} \delta y'^2,$$

за тѣмъ уравниваемъ эту функцію полному квадрату

$$\alpha^2 \delta y^2 + 2\alpha\alpha_1 \delta y \delta y' + \alpha_1^2 \delta y'^2,$$

откуда по сравненіи коэффиціентовъ при варіаціонахъ $\delta y^2, \delta y \delta y', \delta y'^2$ получимъ

$$\frac{d^2 V}{dy^2} + \lambda'_1 = \alpha^2,$$

$$\frac{d^2 V}{dy dy'} + \lambda_1 = \alpha\alpha_1,$$

$$\frac{d^2 V}{dy'^2} = \alpha_1^2$$

Если исключимъ величину α_1 изъ уравненій второго и третьяго, то будетъ

$$\alpha = \left(\frac{d^2 V}{dy dy'} + \lambda_1\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{d^2 V}{dy'^2}}};$$

и если вставимъ сюда значеніе α , взятое изъ уравненія перваго, то получимъ

$$\frac{d^2 V}{dy'^2} \left(\frac{d^2 V}{dy^2} + \lambda'_1\right) = \left(\frac{d^2 V}{dy dy'} + \lambda_1\right)^2$$

Но не трудно видѣть, что предъидущее уравненіе не способно къ обыкновенному интегрированію, слѣдовательно опредѣленіе функцій λ , весьма затруднительно.

§ XIII

Якоби успѣлъ привести условия для maximum и minimum къ такимъ дифференціальнымъ уравненіямъ, которыхъ рѣшеніе получается по известнымъ способамъ. Знаменитый геометръ не разсудилъ изложить самаго доказательства, а потому многіе ученые математики старались доказать и развить плодотворную мысль Якоби. Изъ русскихъ математиковъ, Харьковскій Профессоръ Г. Соколовъ отличился развитіемъ этой задачи. Но записка Профессора Соколова представляетъ столько сложное вычисленіе, что не можетъ составить члена въ нашемъ курсѣ лекцій; а потому ограничимся изложеніемъ способа Якоби на простѣйшихъ случаяхъ.

Пусть U представляетъ функцію $f(x, y, y')$. Условия для maximum или minimum интеграла $\int_{x_1}^{x_2} U dx$ будутъ

$$\delta \int_{x_1}^{x_2} U dx = 0, \quad \delta^2 \int_{x_1}^{x_2} U dx > 0 \text{ для min.}$$

$$< 0 \text{ для max.}$$

Если предположимъ x и y постоянными при границахъ интеграла, то по первому условию, общему для maximum и minimum, будетъ

$$\frac{dU}{dy} - \frac{d \left(\frac{dU}{dy'} \right)}{dx} = 0;$$

а по второму

$$\int_{x_1}^{x_2} \delta \left\{ \frac{dU}{dy} - \frac{d \left(\frac{dU}{dy'} \right)}{dx} \right\} \cdot \delta y dx \begin{matrix} > 0, & \text{для min.} \\ < 0, & \text{для max.} \end{matrix}$$

Если вставимъ сюда значенія

$$\delta \frac{dU}{dy} = \frac{\delta^2 U}{\delta y^2} \delta y + \frac{\delta^2 U}{\delta y \delta y'} \delta y'$$

$$\delta \frac{d \left(\frac{dU}{dy'} \right)}{dx} = \frac{d \left(\frac{\delta^2 U}{\delta y \delta y'} \right)}{dx} \delta y + \frac{\delta^2 U}{\delta y \delta y'} \delta y' + \frac{d \left(\frac{\delta^2 U}{\delta y'^2} \right)}{dx} \delta y'$$

то получимъ

$$\int_{x_1}^{x_2} \left(m \delta y + \frac{d. n \delta y'}{dx} \right) \delta y dx \begin{matrix} > 0, \text{ для min.} \\ < 0, \text{ для max.} \end{matrix}$$

дѣлая для сокращенія

$$m = \frac{d^2 U}{dy^2} - \frac{d. \frac{d^2 U}{dy dy'}}{dx}, \quad n = - \frac{d^2 U}{dy'^2}$$

Пусть теперь уравненіе $y = \varphi(x, a, b)$ представляетъ общій интегралъ уравненія

$$\frac{dU}{dy} - \frac{d. \frac{dU}{dy'}}{dx} = 0.$$

Если дифференцируемъ послѣднее изъ нихъ въ отношенія произвольной постоянной a , то получимъ

$$\frac{d^2 U}{dy^2} \frac{dy}{da} + \frac{d^2 U}{dy dy'} \frac{dy'}{da} - \frac{d. \left(\frac{d^2 U}{dy dy'} \cdot \frac{dy}{da} \right)}{dx} - \frac{d. \left(\frac{d^2 U}{dy'^2} \cdot \frac{dy'}{da} \right)}{dx} = 0,$$

и какъ

$$\frac{d. \left(\frac{d^2 U}{dy dy'} \cdot \frac{dy}{da} \right)}{dx} = \frac{d^2 U}{dy dy'} \cdot \frac{dy'}{da} + \frac{d. \frac{d^2 U}{dy dy'}}{dx} \cdot \frac{dy}{da},$$

то будетъ

$$m \frac{dy}{da} + \frac{d. n \frac{dy'}{da}}{dx} = 0,$$

и подобное уравненіе для произвольной постоянной b ,

$$m \frac{dy}{db} + \frac{d. n \frac{dy'}{db}}{dx} = 0$$

И такъ функція

$$u = A \frac{dy}{da} + B \frac{dy}{db},$$

съ новыми произвольными постоянными A и B представляетъ общій интегралъ уравненія

$$m \delta y + \frac{d. n \delta y'}{dx} = 0$$

Значеніе δy въ интегралѣ

$$\int_{x_1}^{x_2} \left(m \delta y + \frac{d. n \delta y'}{dx} \right) \delta y dx$$

совершенно произвольно; на примѣръ, можно полагать $\delta y = ut$, означая чрезъ t неопредѣленную функцію отъ x . Новое выраженіе интеграла будетъ

$$\int_{x_1}^{x_2} \left(m u t + \frac{d. \left(n \frac{d. tu}{dx} \right)}{dx} \right) \cdot tu dx,$$

и какъ

$$u \frac{d. \left(n \frac{d. tu}{dx} \right)}{dx} = ut \frac{d. \left(n \frac{du}{dx} \right)}{dx} + \frac{d. \left(nu^2 \frac{dt}{dx} \right)}{dx},$$

при томъ же

$$m u + \frac{d. \left(n \frac{du}{dx} \right)}{dx} = 0,$$

то будетъ

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{d. \left(nu^2 \frac{dt}{dx} \right)}{dx} dx$$

Интегрируя по частямъ, окончательно получимъ

$$\delta^2 \int_{x_1}^{x_2} U dx = - \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{dt}{dx} \right)^2 u^2 n dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{d^2 U}{dy'^2} u^2 \left(\frac{dt}{dx} \right)^2 dx$$

И такъ способъ Якоби приводитъ къ Лежандрову условію, но имѣетъ то преимущество, что элементъ интеграла можно испытать между границами x_1 , x_2 . Сравненіе двухъ способовъ приводитъ къ интегрированію дифференціальныхъ уравненій, для рѣшенія которыхъ до сего времени прямого способа не было извѣстно. Въ самомъ дѣлѣ, способъ Лежандра даетъ

$$\delta^2 \int_{x_1}^{x_2} U dx = \int_{x_1}^{x_2} (\alpha \delta y + \alpha_1 \delta y')^2 dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{d^2 U}{dy'^2} \left\{ \left(\frac{d^2 U}{dy dy'} + \lambda_1 \right) \frac{\delta y}{\frac{d^2 U}{dy'^2}} + \delta y' \right\}^2 dx$$

5*

Сравнивая это выражение съ предыдущимъ, получимъ

$$u^2 \left(\frac{dt}{dx} \right)^2 = \left\{ \left(\frac{d^2 U}{dy dy'} + \lambda_1 \right) \frac{\delta y}{\frac{d^2 U}{dy'^2}} + \delta y' \right\}^2,$$

и какъ
$$\frac{dt}{dx} = \frac{u \delta y' - \frac{du}{dx} \delta y}{u^2}, \quad \text{то будетъ}$$

$$\frac{u \delta y' - \frac{du}{dx} \delta y}{u} \cdot (1)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{d^2 U}{dy dy'} + \lambda_1 \right) \frac{\delta y}{\frac{d^2 U}{dy'^2}} + \delta y'$$

Это уравненіе существуетъ, каковы бы были вариационы δy , $\delta y'$; слѣдовательно можно сравнить коэффициенты при δy , что доставитъ намъ

$$\lambda_1 = - \frac{d^2 U}{dy dy'} - \frac{d^2 U}{dy'^2} \cdot \frac{du}{u},$$

то есть интегралъ уравненія

$$\frac{d^2 U}{dy'^2} \left(\frac{d^2 U}{dy^2} + \lambda'_1 \right) = \left(\frac{d^2 U}{dy dy'} + \lambda_1 \right)^2.$$

Если повѣряемъ послѣднее уравненіе предыдущимъ значеніемъ λ_1 , то получимъ сначала

$$\frac{d^2 U}{dy^2} - \frac{d}{dx} \frac{d^2 U}{dy dy'} - \frac{d}{dx} \left\{ \frac{d^2 U}{dy'^2} \frac{du}{u} \right\} - \frac{d^2 U}{dy'^2} \frac{\left(\frac{du}{dx} \right)^2}{u^2} = 0,$$

или по сокращеніи

$$\frac{d^2 U}{dy^2} - \frac{d}{dx} \frac{d^2 U}{dy dy'} - \frac{1}{u} \frac{d}{dx} \left(\frac{d^2 U}{dy'^2} \frac{du}{dx} \right) = 0,$$

что по прежнему означенію дастъ, какъ и должно быть,

$$m_1 + \frac{d \cdot n}{dx} \frac{du}{dx} = 0.$$

Общій способъ Якоби основывается на слѣдующихъ предположеніяхъ:

Первое. Посредствомъ интегрированія по частямъ, при постоянномъ значеніи количествъ при границахъ, интеграль

$$\int_{x_1}^{x_2} \left\{ \frac{d^2 U}{dy^2} \delta y^2 + 2 \frac{d^2 U}{dy dy'} \delta y \delta y' + \frac{d^2 U}{dy'^2} \delta y'^2 \dots + \frac{d^2 U}{dy^{(n)^2}} \delta y^{(n)^2} \right\} dx$$

приводится къ виду

$$\int_{x_1}^{x_2} \left\{ A \delta y + \frac{d. A_1 \delta y'}{dx} + \frac{d^2 A_2 \delta y''}{dx^2} \dots + \frac{d^n A_n \delta y^{(n)}}{dx^n} \right\} \delta y dx,$$

гдѣ $A, A_1 \dots A_n$ означаютъ извѣстныя выраженія, содержащія производныя функции U .

Второе. Если $y = \varphi(x, a_1, a_2, a_3 \dots a_{2n})$, съ произвольными постоянными $a_1, a_2, \dots a_{2n}$ представляетъ общій интеграль уравненія

$$\frac{dU}{dy} - \frac{d. dU}{dx dy'} + \frac{d^2 dU}{dx^2 dy''} \dots \pm \frac{d^n dU}{dx^n dy^{(n)}} = 0,$$

то интеграль уравненія

$$A \delta y + \frac{d. A_1 \delta y'}{dx} + \frac{d^2 A_2 \delta y''}{dx^2} \dots + \frac{d^n A_n \delta y^{(n)}}{dx^n} = 0$$

будеть $u = \alpha_1 \frac{d\varphi}{da_1} + \alpha_2 \frac{d\varphi}{da_2} + \dots + \alpha_{2n} \frac{d\varphi}{da_{2n}},$

съ новыми постоянными $\alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha_{2n}$

Третье. Если u представляетъ частное значеніе функции y , определенной уравненіемъ

$$Ay + \frac{d. A_1 y'}{dx} + \frac{d^2 A_2 y''}{dx^2} + \frac{d^n A_n y^{(n)}}{dx^n} = 0,$$

то выраженіе

$$\left\{ Auy + \frac{d. A_1 (uy)'}{dx} + \frac{d^2 A_2 (uy)''}{dx^2} + \dots + \frac{d^n A_n (uy)^{(n)}}{dx^n} \right\} u dx$$

будеть полный дифференціаль, и можетъ быть представленъ

$$d. \left[B_1 y' + \frac{d. B_2 y''}{dx} + \frac{d^2 B_3 y'''}{dx^2} + \dots + \frac{d^{n-1} B_n y^{(n)}}{dx^{n-1}} \right],$$

$B_1, B_2 \dots B_n$ выражаются посредствомъ функций $u, A, A_1, \dots A_n$.

Примѣры. Для поясненія теоріи, по которой различаются случаи *max.* или *min.* въ задачахъ варіаціоннаго вычисленія, возьмемъ нѣкоторые примѣры.

1. Условіе кратчайшей линіи между двумя точками на плоскости выражается уравненіемъ

$$\delta \int_{x_1}^{x_2} dx \sqrt{1 + y'^2} = 0$$

Чтобы рѣшить по способу Лежандра, принадлежитъ-ли этой задачѣ *maximum* или *minimum*, должно взять вторую производную отъ функціи $\sqrt{1 + y'^2}$, въ отношеніи къ y' , и опредѣлить алгебраическій знакъ этой производной. Но значеніе второй производной въ настоящемъ случаѣ будетъ

$$\frac{1}{(1 + y'^2)^{3/2}}$$

что очевидно представляетъ количество положительное, слѣдовательно рѣшенію принадлежитъ случай *minimum*. Чтобы испытать ту же задачу по способу Якоби, должно сначала составить функцію $u = A \frac{dy}{da} + B \frac{dy}{db}$, взявъ значеніе $y = ax + b$, то есть будетъ

$$u = Ax + B, \quad \frac{du}{dx} = A$$

Значеніе интеграла

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{d^2 U}{dy'^2} u^2 \left(\frac{dt}{dx} \right)^2 dx$$

или, что все равно,

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{d^2 U}{dy'^2} \left(\delta y' - \frac{du}{dx} \cdot \frac{\delta y}{u} \right)^2 dx$$

будетъ

$$\frac{1}{(1 + a^2)^{3/2}} \int_{x_1}^{x_2} \left(\delta y' - \frac{A \delta y}{Ax + B} \right)^2 dx$$

Чтобы элементъ этого интеграла не имѣлъ безконечнаго значенія, между данными границами интегрированія, достаточно приписать постояннымъ A и B такія значенія, чтобы уравненіе $Ax + B = 0$ дѣлалось невозможнымъ между границами $x = x_1$ и $x = x_2$. И такъ значеніе интеграла вообще положительное.

2. Условіе для кривой ограничивающей самую большую площадь было

$$\int_{x_1}^{x_2} \delta(y + \lambda \sqrt{1 + y'^2}) \cdot dx = 0,$$

и самое уравнение кривой

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = \lambda^2$$

Испытывая это рѣшеніе по способу Якоби, имѣемъ

$$\frac{d^2 U}{dy'^2} = \frac{\lambda}{(1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}},$$

$$\frac{dy}{da} = \frac{x - a}{y - b}, \quad \frac{dy}{db} = 1; \quad u = A \frac{x - a}{y - b} + B, \quad \frac{du}{dx} = \frac{A}{y - b}$$

и чтобы сократить наше разсужденіе по возможности, полагаемъ произвольное постоянное $A = 0$. Затѣмъ будетъ

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{d^2 U}{dy'^2} \left(\delta y' - \frac{du}{dx} \cdot \frac{\delta y}{u} \right)^2 dx = \lambda \int_{x_1}^{x_2} (\delta y')^2 \cdot \frac{dx}{(1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}};$$

сѣдовательно случаи максимум или минимум зависятъ отъ знака \pm предъ λ , то есть площадь съ выпуклою дугою круга будетъ максимум, и съ вогнутою дугою минимум.

ВАРИРОВАНИЕ ОПРЕДЕЛЕННЫХЪ ИНТЕГРАЛОВЪ

СЪ ДВУМЯ НЕЗАВИСИМЫМИ ПЕРЕМѢННЫМИ.

§ XIV.

Возьмемъ интегралъ $W = \iint U dx dy$, въ которомъ U означаетъ данную функцію независимыхъ переменныхъ x, y , нѣкоторой функціи z тѣхъ же переменныхъ и частныхъ производныхъ $\frac{dz}{dx}, \frac{dz}{dy}, \frac{d^2 z}{dx^2}, \frac{d^2 z}{dx dy}, \frac{d^2 z}{dy^2}$ и пр. Границы интегрированія

будемъ предполагать данными посредствомъ двухъ уравненій $A = 0$, $B = 0$, изъ коихъ каждое способно доставить два или вообще четное число значений y , въ функціяхъ отъ x .

Оставаясь вѣрными первоначальному опредѣленію варіаціона, мы будемъ разсматривать количества x, y нѣкоторыми функціями новыхъ переменныхъ u, v ; такъ чтобы варіаціоны, $\delta x, \delta y$ представлялись произвольными и безконечно малыми функціями переменныхъ u, v . Возвращаясь къ первоначальнымъ переменнымъ, можно количества $\delta x, \delta y$ разсматривать произвольными и безконечно малыми функціями отъ x, y . Варіаціонъ δz составляется изъ собственнаго варіаціона функціи z и двухъ приданныхъ, въ слѣдствіе приращеній $\delta x, \delta y$, такъ что будетъ

$$\delta z = \left(\frac{dz}{dx}\right) \delta x + \left(\frac{dz}{dy}\right) \delta y + \omega,$$

гдѣ ω означаетъ произвольную и безконечно малую функцію переменныхъ x, y .

Знакъ варіированія въ кратныхъ интегралахъ, также какъ и въ простыхъ, можетъ быть перенесенъ подъ знакъ интеграла, то есть

$$\delta. \iint U dx dy = \iint \delta (U dx dy).$$

Чтобы доказать эту основную теорему, введемъ новыя переменныя u, v намѣсто x, y . По извѣстной формулѣ преобразованія въ кратныхъ интегралахъ получимъ

$$\iint U dx dy = \iint U \left(\frac{dx dy}{du dv} - \frac{dx dy}{dv du}\right) du dv$$

Но варіаціонныя измѣненія приписываются количествамъ x и y , какъ функціямъ переменныхъ u, v ; простыя же переменныя u, v варіаціоновъ не имѣютъ; слѣдовательно будетъ

$$\begin{aligned} \delta. \iint U dx dy &= \iint du dv \left(\frac{dx dy}{du dv} - \frac{dx dy}{dv du}\right) \delta U \\ &+ \iint du dv. U \delta \left(\frac{dx dy}{du dv} - \frac{dx dy}{dv du}\right) \end{aligned}$$

Если означимъ чрезъ $\varphi(u, v)$ выраженіе функціи x и $\omega(u, v)$ выраженіе варіаціона функціи φ , то будетъ еще

$$\begin{aligned} \delta. \left(\frac{dx}{du}\right) &= \frac{\delta \varphi(u + du, v) - \delta \varphi(u, v)}{du} = \frac{\omega(u + du, v) - \omega(u, v)}{du} \\ &= \frac{d\omega(u, v)}{du} = \frac{d\delta x}{du} \end{aligned}$$

и подобнымъ образомъ

$$\delta \frac{dy}{du} = \frac{d\delta y}{du}, \quad \delta \frac{dx}{dv} = \frac{d\delta x}{dv}, \quad \delta \frac{dy}{dv} = \frac{d\delta y}{dv};$$

и какъ

$$\delta \left(\frac{dx}{du} \frac{dy}{dv} - \frac{dx}{dv} \frac{dy}{du} \right) = \frac{dx}{du} \frac{d\delta y}{dv} - \frac{dx}{dv} \frac{d\delta y}{du} \\ + \frac{dy}{dv} \frac{d\delta x}{du} - \frac{dy}{du} \frac{d\delta x}{dv}$$

и въ тоже время

$$\frac{d\delta y}{dv} = \frac{d\delta y}{dx} \frac{dx}{dv} + \frac{d\delta y}{dy} \frac{dy}{dv} \\ \frac{d\delta y}{du} = \frac{d\delta y}{dx} \frac{dx}{du} + \frac{d\delta y}{dy} \frac{dy}{du} \\ \frac{d\delta x}{du} = \frac{d\delta x}{dx} \frac{dx}{du} + \frac{d\delta x}{dy} \frac{dy}{du} \\ \frac{d\delta x}{dv} = \frac{d\delta x}{dx} \frac{dx}{dv} + \frac{d\delta x}{dy} \frac{dy}{dv},$$

то будетъ

$$\frac{dx}{du} \frac{d\delta y}{dv} - \frac{dx}{dv} \frac{d\delta y}{du} = \left(\frac{dx}{du} \frac{dy}{dv} - \frac{dx}{dv} \frac{dy}{du} \right) \frac{d\delta y}{dy} \\ \frac{dy}{dv} \frac{d\delta x}{du} - \frac{dy}{du} \frac{d\delta x}{dv} = \left(\frac{dx}{du} \frac{dy}{dv} - \frac{dx}{dv} \frac{dy}{du} \right) \frac{d\delta x}{dx}$$

По вставленіи этихъ значеній получимъ

$$\delta W = \iiint \left(\delta U + U \frac{d\delta x}{dx} + U \frac{d\delta y}{dy} \right) \left(\frac{dx}{du} \frac{dy}{dv} - \frac{dx}{dv} \frac{dy}{du} \right) du dv,$$

мы возвращаясь къ первоначальнымъ переменнымъ x, y ,

$$\delta W = \iiint \left(\delta U + U \frac{d\delta x}{dx} + U \frac{d\delta y}{dy} \right) dx dy$$

Наконецъ мы знаемъ, что

$$\left(\frac{d\delta x}{dx} + \frac{d\delta y}{dy} \right) dx dy = \delta (dx dy)$$

следовательно будетъ

$$\delta \cdot \iiint U dx dy = \iiint \delta (U dx dy).$$

Теперь развитие вариациона δW дѣлается очень просто. Если полный дифференциалъ функции U напишемъ

$$dU = Ldx + Mdy + Ndz \\ + Pdz' + Qdz_1 + Rdz'' + Sdz'_1 + Tdz_{11} \dots,$$

то есть означимъ чрезъ L, M, N, P и проч. частныя производныя по x, y, z, z', z_1 и пр. и чрезъ $z', z_1, z'', z'_1, z_{11}$ и пр. означимъ по Лагранжу частныя производныя $\frac{dz}{dx}, \frac{dz}{dy}, \frac{d^2z}{dx^2}, \frac{d^2z}{dx dy}$ и пр.; то

будеть

$$\delta U = L\delta x + M\delta y + N\delta z \\ + P\delta z' + Q\delta z_1 + R\delta z'' + S\delta z'_1 + T\delta z_{11} + \dots$$

Мы уже объяснили происхождение количества δz , то есть

$$\delta z = z'\delta x + z_1\delta y + \omega.$$

Значеніе количествъ $\delta z', \delta z_1$ и пр. находимъ слѣдующимъ образомъ. Пусть $z = f(x, y)$, будетъ

$$z' = \frac{dz}{dx} = f'_x(x, y)$$

$$\delta z' = z''\delta x + z'_{11}\delta y + \delta f'_x(x, y)$$

и какъ

$$\delta f'_x(x, y) = \frac{\delta f(x + dx, y) - \delta f(x, y)}{dx} = \frac{\omega(x + dx, y) - \omega(x, y)}{dx} \\ = \frac{d\omega(x, y)}{dx} = \omega'_{x1}(x, y) = \omega'_{11},$$

то получимъ

$$\delta z' = z''\delta x + z'_{11}\delta y + \omega'_{11};$$

Подобнымъ образомъ найдемъ

$$\delta z_1 = z'_{11}\delta x + z_{111}\delta y + \omega_{111},$$

и вообще

$$\delta z_{(n)} = z_{(n+1)}\delta x + z_{(n+1)1}\delta y + \omega_{(n+1)}$$

Если вставимъ эти значенія въ выраженія δU и положимъ еще

$$\delta U = (L + z'N + z''P + z'_{11}Q + z'''R + z''_{11}S + z'_{111}T \dots) \delta x \\ + (M + z_1N + z'_1P + z_{11}Q + z'_{111}R + z''_{111}S + z'_{1111}T \dots) \delta y \\ + \omega N + \omega'P + \omega''R + \omega'''S + \omega_{11}T \dots$$

то будетъ

$$\delta U = U'\delta x + U_1\delta y + \omega N + \omega'P + \omega''Q \\ + \omega'''R + \omega_{11}S + \omega_{111}T + \dots$$

Теперь возвращаясь къ выраженію δW и замѣчая, что

$$U' \delta x + U \frac{d\delta x}{dx} = \frac{d(U\delta x)}{dx}$$

$$U' \delta y + U \frac{d\delta y}{dy} = \frac{d(U\delta y)}{dy},$$

получимъ

$$\delta W = (\int U \delta x dy) + (\int U \delta y dx) + \int \int (\omega N + \omega' P + \omega'' R + \dots) dx dy$$

Интегралы заключенные въ скобки представляютъ разность двухъ значений, которыя получаетъ выраженіе ихъ при данныхъ границахъ интегрированія. Эти границы могутъ быть постоянными или данными посредствомъ уравненій между x и y .

Теперь можно подъ знакомъ двойнаго интеграла всѣ неопредѣленные функции привести къ одной ω . Это приведеніе совершается посредствомъ интегрированія по частямъ. Такимъ образомъ получимъ

$$\iint P \omega' dx dy = (\int P \omega dy) - \iint \frac{dP}{dx} \omega dx dy,$$

$$\iint Q \omega' dx dy = (\int Q \omega dx) - \iint \frac{dQ}{dy} \omega dx dy,$$

$$\iint R \omega'' dx dy = (\int R \omega' dy) - \left(\int \frac{dR}{dx} \omega dy \right) + \iint \frac{d^2 R}{dx^2} \omega dx dy,$$

$$\iint T \omega'' dx dy = (\int T \omega' dx) - \left(\int \frac{dT}{dy} \omega dx \right) + \iint \frac{d^2 T}{dy^2} \omega dx dy$$

Выраженіе слѣдующаго двойнаго интеграла зависитъ отъ порядка интегрированія въ отношеніи переменныхъ x и y , такъ что значащая интегрированіе по y будетъ

$$\iint S \omega' dx dy = (\int S \omega' dx) - \left(\int \frac{dS}{dy} \omega dy \right) + \iint \frac{d^2 S}{dx dy} \omega dx dy,$$

слѣдую обратному порядку получимъ

$$\iint S \omega' dx dy = (\int S \omega' dy) - \left(\int \frac{dS}{dx} \omega dx \right) + \iint \frac{d^2 S}{dx dy} \omega dx dy,$$

и слѣдовательно, взявъ для симетріи полусумму выраженій, получимъ

$$\begin{aligned} \iint S \omega' dx dy &= \frac{1}{2} (\int S \omega' dx) + \frac{1}{2} (\int S \omega' dy) - \frac{1}{2} \left(\int \frac{dS}{dy} \omega dy \right) \\ &\quad - \frac{1}{2} \left(\int \frac{dS}{dx} \omega dx \right) + \iint \frac{d^2 S}{dx dy} \omega dx dy \end{aligned}$$

Если разовьем подобнымъ образомъ всё прочіе члены въ выраженіи δW и вставимъ ихъ значеніе, то окончательная формула будетъ

$$\delta \iint U dx dy = \Omega + \iint H \omega dx dy,$$

гдѣ для сокращенія полагаемъ

$$H = N - \frac{dP}{dx} - \frac{dQ}{dy} + \frac{d^2 R}{dx^2} - \frac{d^2 S}{dx dy} + \frac{d^2 T}{dy^2} + \text{пр.}$$

$$\begin{aligned} \Omega &= (\int U \delta x dy) + (\int U \delta y dx) \\ &+ (\int P \omega dy) + (\int Q \omega dx) \\ &- \left(\int \frac{dR}{dx} \omega dy + \frac{1}{2} \int \frac{dS}{dy} \omega dy + \frac{1}{2} \int \frac{dS}{dx} \omega dx + \int \frac{dT}{dy} \omega dx \right) + \text{пр.} \\ &+ (\int R \omega' dy) + \frac{1}{2} (\int S \omega' dx) + \text{пр.} \\ &+ (\int T \omega, dx) + \frac{1}{2} (\int \omega, dy) + \text{пр.} \dots \end{aligned}$$

Формулы были бы удобнѣе, если бы члены входящіе въ составъ функціи Ω зависѣли отъ однѣхъ и тѣхъ же переменныхъ. Въ настоящемъ случаѣ, то есть для двойныхъ интеграловъ, не только возможно желаемое преобразование, но даже имѣетъ геометрическое основаніе. Для точнаго изложенія способа достаточно разсмотрѣть тотъ простой случай, когда границы интеграла W даются однимъ уравненіемъ $A = 0$. Положимъ, что это уравненіе даетъ для каждаго значенія x два различныя между собою и дѣйствительныя значенія для y . Если будемъ разсматривать переменное x какъ абсциссу и y какъ прямоугольную ординату, то получимъ на плоскости координатъ xu замкнутую кривую линію, на примѣръ $MmNn$. Пусть абсциссъ x соответствують двѣ точки m и n , ихъ ординаты будутъ большій и меньшій корни уравненія $A = 0$. Въ точкахъ M и N , соответствующихъ самой меньшей и самой большей абсциссамъ, двѣ ординаты дѣлаются равными и касательныя перпендикулярны къ оси абсциссъ. Кривая раздѣляется въ точкахъ M и N на двѣ части, MmN и NnM , которыя мы означимъ для сокращенія (m) и (n). Внѣшняя часть нормальной линіи проведенной чрезъ каждую точку дуги (m) образуетъ острый уголъ съ продолженіемъ ординаты y ; напротивъ того, этотъ уголъ бываетъ тупымъ для всякой точки на дугѣ (n). Длину дуги s можно считать отъ точки M_0 произвольно взятой на кривой $MmNn$, такъ чтобы переменное s непрерывно увеличилось отъ $s = 0$ до $s = l$, означая чрезъ l всю замкнутую ду-

гу M_0NM_0 . Теперь преобразование формулы Ω дѣлается слѣдующимъ образомъ: изъ уравненій $A = 0$, $dx^2 + dy^2 = ds^2$ должно найти выраженія для x и y въ функціяхъ отъ s , затѣмъ можно будетъ всякую данную функцію отъ x, y разсматривать извѣстною функціею отъ s , таковы напримѣръ функціи $\delta x, \delta y, \omega, \omega', \omega$, и пр. Означая чрезъ $\pi - \alpha$ и β углы внѣшней части нормала съ продолженіемъ координатъ x и y , имѣемъ

$$dx = \cos \beta. ds, \quad dy = \cos \alpha. ds.$$

Для всѣхъ точекъ на дугѣ (m) значеніе $\cos \beta$ положительно, для точекъ же на дугѣ (n) отрицательно. Съ другой стороны, разность двухъ интеграловъ составляющая выраженіе $(\int U \delta y dx)$ можетъ быть разсматриваема какъ сумма, если въ отрицательныхъ членахъ употребимъ $-dx$ вмѣсто dx ; слѣдовательно будетъ

$$(\int U \delta y dx) = \int_0^z U \cos \beta. \delta y ds$$

Подобнымъ образомъ находимъ

$$(\int U \delta x dy) = \int_0^z U \cos \alpha. \delta x ds$$

По вставленіи этихъ значеній выраженіе для Ω будетъ

$$\begin{aligned} \Omega &= \int_0^z U (\cos \alpha. \delta x + \cos \beta. \delta y) ds + \int_0^z (P \cos \alpha + Q \cos \beta) \omega ds \\ &\quad - \int_0^z \left(\frac{dR}{dx} \cos \alpha + \frac{1}{2} \frac{dS}{dy} \cos \alpha + \frac{1}{2} \frac{dS}{dx} \cos \beta + \frac{dT}{dy} \cos \beta \right) \omega ds \\ &\quad + \int_0^z \left(R \cos \alpha + \frac{1}{2} S \cos \beta + \dots \right) \omega' ds \\ &\quad + \int_0^z \left(T \cos \beta + \frac{1}{2} S \cos \alpha + \dots \right) \omega ds + nr. \end{aligned}$$

Изложенный способъ варіированія въ двойныхъ интегралахъ принадлежитъ Пуассону, и составляетъ важное мѣсто въ исторіи математическаго анализа.

О ВАРИИРОВАНИИ ОПРЕДЕЛЕННЫХЪ ИНТЕГРАЛОВЪ

СО МНОГИМИ ПЕРЕМѢННЫМИ.

§ XV.

Предъидущій способъ можно представить въ видѣ болѣе общемъ. Пусть U означаетъ данную функцію многихъ независимыхъ переменныхъ $x, y, z \dots s$ и количествъ $u, v, w \dots$ рассматриваемыхъ функциями тѣхъ же переменныхъ, напимѣръ

$$U = f(x, y, z \dots s; u, v, w \dots)$$

Границы интеграла

$$W = \iiint \dots U dx dy dz \dots ds$$

можно предполагать данными для каждаго независимаго переменнаго, или посредствомъ уравненія

$$\chi(x, y, z \dots s) = 0$$

Въ послѣднемъ случаѣ интегрированіе должно распространить на всѣ значенія $x, y, z \dots s$ удовлетворяющія условію

$$\chi(x, y, z \dots s) < 0$$

Напимѣръ, если производимъ интегрированіе въ слѣдующемъ порядкѣ

$$W = \int_{s_0}^S ds \dots \int_{x_0}^X dx \int_{y_0}^Y dy \int_{z_0}^Z dz,$$

то количества s_0, Z будутъ два корня z уравненія $\chi = 0$, и слѣдовательно нѣкоторыя функція переменныхъ $y, x \dots s$; y_0 и Y представляютъ самое меньшее и самое большое значенія y , и потому опредѣляются изъ совокупныхъ уравненій $\chi = 0, \frac{d\chi}{dz} = 0$;

подобнымъ образомъ x_0 и X представляютъ самое меньшее и самое большое значеніе x и потому опредѣляются изъ уравненій

$$\chi = 0, \frac{d\chi}{dz} = 0, \frac{d\chi}{dy} = 0 \text{ и такъ далѣе.}$$

Положимъ теперь, что переменныя $x, y, z \dots s$ получаютъ вариационныя приращенія $\delta x, \delta y, \delta z \dots \delta s$; каждое изъ нихъ должно рассматривать произвольную функцію всѣхъ переменныхъ $x, y, z \dots s$. Чтобы сдѣлать это яснымъ, стоитъ замѣнить переменныя $x, y, z \dots$ новыми $p, q, r \dots$ пользуясь для сего какими нибудь уравненіями

$$x = \psi_1(p, q, r \dots), y = \psi_2(p, q, r \dots), z = \psi_3(p, q, r \dots)$$

въ слѣдствіе чего количества $\delta x, \delta y, \delta z..$ будутъ произвольными функциями новыхъ переменныхъ $p, q, r..$, а по исключеніи ихъ получаются произвольныя функции начальныхъ переменныхъ $x, y, z.. s$. Приращенія количествъ $u, v, w..$ составляются изъ собственныхъ вариационновъ $\bar{\delta}u, \bar{\delta}v, \bar{\delta}w..$ какъ произвольныхъ функций отъ $x, y, z.. s$, и приданныхъ вариационновъ рождающихся въ слѣдствіе приращенія переменныхъ $x, y, z.. s$. Такъ будетъ

$$\delta u = \bar{\delta}u + \frac{du}{dx} \delta x + \frac{du}{dy} \delta y + \frac{du}{dz} \delta z + ..$$

$$\delta v = \bar{\delta}v + \frac{dv}{dx} \delta x + \frac{dv}{dy} \delta y + \frac{dv}{dz} \delta z + .. \text{ и пр.}$$

Въ слѣдствіе того приращеніе функции U будетъ

$$\begin{aligned} \delta U = & \left(\frac{dU}{dx}\right) \delta x + \left(\frac{dU}{dy}\right) \delta y + \left(\frac{dU}{dz}\right) \delta z + .. \\ & + \left(\frac{dU}{du}\right) \delta u + \left(\frac{dU}{dv}\right) \delta v + \left(\frac{dU}{dw}\right) \delta w + .. \end{aligned}$$

Мы пишемъ здѣсь частныя производныя функции U въ скобкахъ, потому что сей-часъ будемъ имѣть надобность въ означеніи другихъ подобныхъ количествъ.

Последнее уравненіе, по вставленіи значеній $\delta u, \delta v..$ и замѣчая что

$$\left(\frac{dU}{dx}\right) + \left(\frac{dU}{du}\right) \frac{du}{dx} + \left(\frac{dU}{dv}\right) \frac{dv}{dx} + \left(\frac{dU}{dw}\right) \frac{dw}{dx} + .. = \frac{dU}{dx}$$

$$\left(\frac{dU}{dy}\right) + \left(\frac{dU}{du}\right) \frac{du}{dy} + \left(\frac{dU}{dv}\right) \frac{dv}{dy} + \left(\frac{dU}{dw}\right) \frac{dw}{dy} + .. = \frac{dU}{dy}, \text{ и пр.}$$

дастъ

$$\delta U = \omega + \frac{dU}{dx} \delta x + \frac{dU}{dy} \delta y + \frac{dU}{dz} \delta z + ..$$

гдѣ означаемъ для сокращенія

$$\omega = \left(\frac{dU}{du}\right) \bar{\delta}u + \left(\frac{dU}{dv}\right) \bar{\delta}v + \left(\frac{dU}{dw}\right) \bar{\delta}w + ..$$

Теперь намъ слѣдовало бы, подражая способу Пуассона доказать уравненіе

$$\delta \cdot \iiint \dots U dx dy dz \dots ds = \iiint \dots \delta(U dx dy \dots ds),$$

что и не представляет особенной трудности, если пользуемся общими формулами для преобразования кратных интегралов, но мы примем здѣсь въ помощь другое начало теории безконечно малыхъ, а именно: все вариационное приращеніе интеграла W равно суммѣ безконечно малыхъ частныхъ приращеній, происходящихъ отъ измѣненія функции U безъ перемѣны въ $(dx dy dz \dots ds)$, и отъ измѣненій въ $dx, dy, \dots ds$ безъ приращенія въ U . Члены отъ измѣненія въ границахъ представляются здѣсь какъ безконечно малыя втораго порядка, а слѣдовательно будетъ

$$\delta W = \iiint \dots \left(\delta U + \frac{\delta(dx dy \dots ds)}{dx dy \dots ds} U \right) dx dy \dots ds$$

и какъ

$$\delta dx = \left(\frac{d(x + \delta x) - dx}{dx} \right) dx = \frac{d\delta x}{dx} dx$$

$$\delta dy = \left(\frac{d(y + \delta y) - dy}{dy} \right) dy = \frac{d\delta y}{dy} dy \text{ и пр.}$$

то будетъ

$$\delta W = \iiint \dots \left(\delta U + U \frac{d\delta x}{dx} + U \frac{d\delta y}{dy} + \dots U \frac{d\delta s}{ds} \right) dx dy \dots ds$$

Если вставимъ сюда общее значеніе δU , то получимъ еще

$$\begin{aligned} \delta W = \iiint \dots \left(\frac{d \cdot U \delta x}{dx} + \frac{d \cdot U \delta y}{dy} + \frac{d \cdot U \delta z}{dz} \dots \right) dx dy dz \dots \\ + \iiint \dots \left(\frac{dU}{du} \delta u + \frac{dU}{dv} \delta v + \frac{dU}{dw} \delta w \dots \right) dx dy dz \dots \end{aligned}$$

ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ БРАТНЫХЪ ИНТЕГРАЛОВЪ

ПО ПРОИЗВОЛЬНОЙ ПОСТОЯННОЙ.

§ XVI.

Пусть $f(x, t)$ означаетъ функцію независимаго переменнаго x и произвольной постоянной t . Значеніе интеграла $\int_{x_1}^{x_2} f(x, t) dx$ будетъ вообще функція отъ t ; если границы интегрированія x_1 и x_2 предполагаются также функціями t , то дифференціальное измѣненіе интеграла въ слѣдствіе приращенія dt будетъ

$$\frac{d}{dt} \int_{x_1}^{x_2} f(x, t) dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{df(x, t)}{dt} dx + \frac{dx_2}{dt} f(x_2, t) - \frac{dx_1}{dt} f(x_1, t)$$

Эту формулу можно обобщить для двойныхъ и вообще для кратныхъ интеграловъ, но для этого необходимо пользоваться особымъ знакомъ вычисленія, который Г. Сарюсъ называетъ *знакомъ подстановленія* и пишетъ

$$\gamma^y f(x, t) = f(y, t).$$

Полагая для краткости $f(x, t) = U$, получимъ

$$\frac{d}{dt} \int_{x_1}^{x_2} U dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dU}{dt} dx + \frac{dx_2}{dt} \gamma^{x_2} U - \frac{dx_1}{dt} \gamma^{x_1} U \quad (1)$$

Положимъ теперь, что функція U сама представляетъ определенный интегралъ по новому переменному y , для котораго границы интегрированія y_1 и y_2 рассматриваются данными функціями

отъ x , на примѣръ $U = \int_{y_1}^{y_2} V dy$.

Подобно уравненію (1) получимъ

$$\frac{d}{dt} \int_{y_1}^{y_2} V dy = \int_{y_1}^{y_2} \frac{dV}{dt} dy + \frac{dy_2}{dt} \gamma^y V - \frac{dy_1}{dt} \gamma^y V$$

и если вставимъ эти значенія въ уравненіе (1), то получимъ

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \iint V dx dy &= \iint \frac{dV}{dt} dx dy + \int dx \frac{dy_2}{dt} \gamma^{j''} V - \int dx \frac{dy_1}{dt} \gamma^{j'} V \\ &+ \frac{dx_2}{dt} \gamma^{a''} \int V dy - \frac{dx_1}{dt} \gamma^{a'} \int V dy \end{aligned}$$

Границы интегрированія подразумѣваются x_2 и x_1 для x , также y_2 и y_1 для y . Но количества x_2 и x_1 зависятъ только отъ t и не содержатъ ни x , ни y ; слѣдовательно будетъ

$$\frac{dx_2}{dt} \gamma^{a''} \int V dy = \gamma^{a''} \frac{dx_2}{dt} \int V dy = \gamma^{a''} \int V \frac{dx_2}{dt} dy;$$

количества y_2 , y_1 зависятъ отъ t и x , но не содержатъ самаго y , слѣдовательно

$$\int dx \frac{dy_2}{dt} \gamma^{j''} V = \int dx \gamma^{j''} V \frac{dy_2}{dt}.$$

И такъ будетъ

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \iint V dx dy &= \iint \frac{dV}{dt} dx dy + \int dx \gamma^{j''} V \frac{dy_2}{dt} - \int dx \gamma^{j'} V \frac{dy_1}{dt} \\ &+ \gamma^{a''} \int V \frac{dx_2}{dt} dy - \gamma^{a'} \int V \frac{dx_1}{dt} dy \quad (2) \end{aligned}$$

Пусть теперь U представляетъ функцію независимыхъ переменныхъ x, y, z и произвольнаго постояннаго t . Определенный интегралъ

$\iiint U dx dy dz$ предполагаетъ даннымъ уравненіе между x, y, z ,

изъ котораго получаютъ значенія z при границахъ интегрированія, z_2 и z_1 , въ функціяхъ отъ x, y ; затѣмъ значенія при границахъ y , то есть y_2 и y_1 , будутъ функціи отъ x ; наконецъ значенія при границахъ x , то есть x_2 и x_1 , постоянны или вообще функціи произвольной постоянной t . Такимъ образомъ количества x_2 и x_1 зависятъ только отъ t , количества y_2 и y_1 содержатъ только t и x , наконецъ количества z_2 и z_1 содержатъ t, x и y . Если вставимъ въ уравненіе (2) $\int U dz$ намѣсто V , то получимъ

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \iiint U dx dy dz &= \iiint \frac{dU}{dt} dx dy dz \\ &+ \iint dx dy \gamma_x^{z''} U \frac{dz_x}{dt} - \iint dx dy \gamma_x^{z'} U \frac{dz_x}{dt} \\ &+ \int dx \gamma_y^{z''} \int U \frac{dy_z}{dt} dz - \int dx \gamma_y^{z'} \int U \frac{dy_z}{dt} dz \\ &+ \gamma_z^{x''} \iint U \frac{dx_z}{dt} dy dz - \gamma_z^{x'} \iint U \frac{dx_z}{dt} dy dz \quad (3) \end{aligned}$$

По этой формулѣ не трудно написать значеніе

$$\frac{d}{dt} \iiint \dots U dx dy dz \dots ds$$

для какого угодно числа независимыхъ переменныхъ $x, y, z \dots s$.

Теорема Сарюса. Чтобы составить общее выраженіе вариация для опредѣленнаго интеграла

$$W = \iiint \dots f(x, y, z \dots s; u, v, w \dots) dx dy dz \dots ds,$$

мы приписывали вариационныя приращенія не только функціямъ u, v, w , но и всѣмъ независимымъ переменнымъ $x, y, z \dots s$, причѣмъ число элементовъ въ интегралѣ неизмѣнялось, то есть ни какихъ членовъ собственно отъ измѣненія границъ интегрированія не происходило. Въ сущности дѣла, границы интегрированія измѣняются, только не явно, а въ слѣдствіе приращенія количествъ $dx, dy \dots ds$; слѣдовательно выраженіе δW можно получить еще другимъ образомъ, то есть оставляя $dx, dy \dots ds$ постоянными и предполагая приращеніе въ самыхъ границахъ интегрированія.

Въ самомъ дѣлѣ, если будемъ разсматривать $x, y \dots s$ какъ функціи произвольнаго постояннаго t , то приращеніе $\frac{dW}{dt} dt$ будетъ содержать всѣ члены составляющіе полный вариационъ δW . Такое сравненіе двухъ способовъ привело Сарюса къ слѣдующей теоремѣ:

$$\delta \cdot \iiint U dx dy dz = \frac{d}{dt} \iiint U dx dy dz \cdot dt$$

Мы пишемъ только три переменныхъ, потому что большее число ихъ не представляетъ въ формулахъ ничего новаго. Чтобы доказать эту теорему, интегрируемъ уравненіе (2) въ отношеніи t , между границами t_1 и t_2 , получимъ

$$\begin{aligned} \iiint \frac{dV}{dt} dx dy dt &= \gamma_t'' \iint V dx dy - \gamma_t' \iint V dx dy \\ &\quad - \iint dt dx \gamma_y'' V \frac{dy'}{dt} + \iint dt dx \gamma_y' V \frac{dy_1}{dt} \\ &\quad - \int dt \gamma_x'' \int V \frac{dx_1}{dt} dy + \int dt \gamma_x' \int V \frac{dx'}{dt} dy \quad (4) \end{aligned}$$

Если въ уравненіи (4) поставимъ x, y, z намѣсто t, x, y и также $U \delta x$ на мѣсто V , то получимъ

$$\begin{aligned} \iiint \frac{d(U \delta x)}{dx} dx dy dz &= \gamma_x'' \iint U \delta x dy dz - \gamma_x' \iint U \delta x dy dz \\ &\quad - \int dx \gamma_y'' \int U \delta x \frac{dy_1}{dx} dz + \int dx \gamma_y' \int U \delta x \frac{dy_1}{dx} dz \\ &\quad - \iint dx dy \gamma_z'' U \delta x \frac{dz'}{dx} + \iint dx dy \gamma_z' U \delta x \frac{dz_1}{dx} \quad (5) \end{aligned}$$

Интегрируемъ также уравненіе (1) въ отношеніи t , между границами t , и t_1 , будетъ

$$\begin{aligned} \iint \frac{dU}{dt} dt dx &= \gamma_t'' \int U dx - \gamma_t' \int U dx \\ &\quad - \int dt \gamma_x'' U \frac{dx_1}{dt} + \int dt \gamma_x' U \frac{dx_1}{dt} \end{aligned}$$

и если поставимъ здѣсь y, z намѣсто t, x и $U \delta y$ намѣсто U , то получимъ

$$\begin{aligned} \iint \frac{d(U \delta y)}{dy} dy dz &= \gamma_y'' \int U \delta y dz - \gamma_y' \int U \delta y dz \\ &\quad - \int dy \gamma_x'' U \delta y \frac{dx_1}{dy} + \int dy \gamma_x' U \delta y \frac{dx_1}{dy} \quad (6) \end{aligned}$$

Наконецъ непосредственно имѣемъ

$$\int \frac{d(U \delta z)}{dz} dz = \gamma_z'' U \delta z - \gamma_z' U \delta z \quad (7)$$

Въ уравненіи (6), въ тѣхъ членахъ гдѣ требуется подстановленіе y , или y_1 намѣсто y , можно писать δy_1 или δy намѣсто δy , потому что интегрированіе по z не касается переменннй y . Замѣтивъ это, если складываемъ уравненія (5), (6), (7), по интегрированіи урав-

ленія (6) въ отношеніи x , и уравненія (7) въ отношеніи x и y , то получимъ во второй части

$$\begin{aligned} & \gamma_{z''} \iiint U \delta x \, dy \, dz - \gamma_{z'} \iiint U \delta x \, dy \, dz \\ & + \int dx \, \gamma_{y''} \int U \left(\delta y_1 - \frac{dy_1}{dx} \delta x \right) dz - \int dx \, \gamma_{y'} \int U \left(\delta y_1 - \frac{dy_1}{dx} \delta x \right) dz \\ & + \iint dx \, dy \, \gamma_{x''} U \left(\delta z_1 - \frac{dz_1}{dx} \delta x - \frac{dz_1}{dy} \delta y \right) \\ & - \iint dx \, dy \, \gamma_{x'} U \left(\delta z_1 - \frac{dz_1}{dx} \delta x - \frac{dz_1}{dy} \delta y \right) \end{aligned}$$

Но количества x_1 и x_2 не зависятъ отъ x, y, z ; y_1 и y_2 суть функціи отъ x ; z_1 и z_2 функціи отъ x и y ; слѣдовательно

$$\begin{aligned} \delta x_1 &= \overline{\delta x_1} \\ \delta y_1 &= \overline{\delta y_1} + \frac{dy_1}{dx} \delta x \\ \delta z_1 &= \overline{\delta z_1} + \frac{dz_1}{dx} \delta x + \frac{dz_1}{dy} \delta y; \\ \delta x_2 &= \overline{\delta x_2} \\ \delta y_2 &= \overline{\delta y_2} + \frac{dy_2}{dx} \delta x \\ \delta z_2 &= \overline{\delta z_2} + \frac{dz_2}{dx} \delta x + \frac{dz_2}{dy} \delta y \end{aligned}$$

Если вставимъ эти значенія въ предъидущую сумму, опустивъ черты надъ δy и δz , то для независимыхъ переменныхъ x, y, z получимъ

$$\begin{aligned} & \iiint \left(\frac{d. U \delta x}{dx} + \frac{d. U \delta y}{dy} + \frac{d. U \delta z}{dz} \right) dx \, dy \, dz \\ & = \gamma_{z''} \iiint U \delta x \, dy \, dz - \gamma_{z'} \iiint U \delta x \, dy \, dz \\ & + \int dx \, \gamma_{y''} \int U \delta y \, dz - \int dx \, \gamma_{y'} \int U \delta y \, dz \\ & + \iint dx \, dy \, \gamma_{x''} U \delta z - \iint dx \, dy \, \gamma_{x'} U \delta z \end{aligned}$$

Теперь выраженіе вариациона δW будетъ

$$\begin{aligned} \delta \cdot \iiint U dy dx dz = & \iiint \left(\frac{dU}{du} \bar{\delta} u + \frac{dU}{dv} \bar{\delta} v + \dots \right) dx dy dz \\ & + \gamma_{xx}'' \iiint U \delta x \cdot dy dz - \gamma_{xx}' \iiint U \delta x \cdot dy dz \\ & + \int dx \cdot \gamma_{yy}'' \int U \delta y \cdot dz - \int dx \cdot \gamma_{yy}' \int U \delta y \cdot dz \\ & + \iint dx dy \cdot \gamma_{zz}'' U \delta z - \iint dx dy \cdot \gamma_{zz}' U \delta z \quad (7) \end{aligned}$$

Чтобы сдѣлать это уравненіе тождественнымъ съ уравненіемъ (3), стоитъ только умножить послѣднее изъ нихъ на произвольное бесконечно малое количество dt и полагать

$$\begin{aligned} dt \cdot \frac{dU}{dt} = & \frac{dU}{du} \bar{\delta} u + \frac{dU}{dv} \bar{\delta} v + \frac{dU}{dw} \bar{\delta} w + \dots \\ \frac{dx}{dt} dt = & \delta x, \quad \frac{dy}{dt} dt = \delta y, \quad \frac{dz}{dt} dt = \delta z, \end{aligned}$$

что ни сколько не противорѣчитъ опредѣленію функцій называемыхъ вариационами.

Приведеніе въ общемъ членъ. Общій членъ въ уравненіи (7), то есть тройной интегралъ, можетъ получить приведеніе всякой разъ, когда нѣкоторыя изъ функцій u, v, \dots будутъ частными производными. Напримѣръ, если $v = \frac{du}{dx}$, то по свойству собственного вариациона будетъ

$$\bar{\delta} v = \bar{\delta} \cdot \frac{du}{dx} = \frac{d \cdot \bar{\delta} u}{dx}$$

загѣмъ интегрированіе по частямъ даетъ

$$\int \frac{dU}{dv} \bar{\delta} v \cdot dx = \left(\frac{dU}{dv} \bar{\delta} u \right) - \int \frac{d \left(\frac{dU}{dv} \right)}{dx} \bar{\delta} u$$

Подобное приведеніе можно употребить для всѣхъ членовъ, въ которыхъ входятъ производныя по x, y, z отъ функцій $\bar{\delta} u$. Мы

развилъ этотъ способъ для двойныхъ интеграловъ, гдѣ онъ имѣетъ геометрическое значеніе; для интеграла же со многими переменными должно предпочесть способъ основанный на новыхъ формулахъ, каковы (5) и (6). Вообще члены въ уравненіи (7) требующія приведенія можно представить подъ видомъ

$$\iiint R \frac{d^{l+m+n} \bar{\delta} u}{dx^l dy^m dz^n} dx dy dz$$

гдѣ коэффициентъ R есть извѣстная функція отъ x, y, z, u, v, w . Простѣйшій случай будетъ приведеніе интеграла

$$\iiint R \frac{d \bar{\delta} u}{dx} dx dy dz, \text{ который для сокращенія о начимъ чрезъ } X.$$

Затѣмъ что

$$R \frac{d \bar{\delta} u}{dx} = \frac{d(R \delta u)}{dx} - \frac{dR}{dx} \bar{\delta} u,$$

сначала получимъ

$$X = \iiint \frac{d(R \bar{\delta} u)}{dx} dx dy dz - \iiint \frac{dR}{dx} \bar{\delta} u dx dy dz$$

Но если въ уравненіи (5) поставимъ $R \delta u$ на мѣсто $U \delta x$, то получимъ значеніе интеграла $\iiint \frac{d(R \delta u)}{dx} dx dy dz$, затѣмъ выраженіе количества X будетъ

$$\begin{aligned} X &= \int_{y'}^{y''} \int_{z'}^{z''} R \bar{\delta} u. dy dz - \int_{y'}^{y''} \int_{z'}^{z''} R \delta u. dy dz - \iiint \frac{dR}{dx} \delta u. dx dy dz \\ &- \int dx. \int_{y'}^{y''} \int_{z'}^{z''} R \bar{\delta} u \frac{dy_1}{dx} dz + \int dx. \int_{y'}^{y''} \int_{z'}^{z''} R \delta u \frac{dy_1}{dx} dz \\ &- \iiint dx dy. \int_{z'}^{z''} R \bar{\delta} u \frac{dz_1}{dx} + \iiint dx dy. \int_{z'}^{z''} R \delta u \frac{dz_1}{dx} \end{aligned} \quad (8)$$

Теперь представляется членъ

$$\iiint R \frac{d \delta u}{dy} dx dy dz.$$

Замѣчая что

$$R \frac{d\bar{\delta}u}{dy} = \frac{d(R\bar{\delta}u)}{dy} - \frac{dR}{dy} \bar{\delta}u,$$

и полагая $\iint R \frac{d\bar{\delta}u}{dy} dy dz = Y$, сначала получимъ

$$Y = \iint \frac{d(R\bar{\delta}u)}{dy} dy dz - \iint \frac{dR}{dy} \bar{\delta}u dy dz$$

Если же въ уравненіи (6) поставимъ $R\bar{\delta}u$ на мѣсто $U\delta u$, то получимъ значеніе интеграла $\iint \frac{d(R\bar{\delta}u)}{dy} dy dz$, затѣмъ будетъ

$$\begin{aligned} Y &= \gamma_y^{\gamma''} \int R\bar{\delta}u dz - \gamma_y^{\gamma'} \int R\bar{\delta}u dz - \iint \frac{dR}{dy} \bar{\delta}u dy dz \\ &\quad - \int dy \cdot \gamma_x^{\gamma''} R\bar{\delta}u \frac{dz}{dy} + \int dy \cdot \gamma_x^{\gamma'} R\bar{\delta}u \frac{dz}{dy} \end{aligned}$$

и если интегрируемъ это уравненіе въ отношеніи x , между границами x_1 и x_2 , то получимъ

$$\begin{aligned} \iiint R \frac{d\bar{\delta}u}{dy} dx dy dz &= \int dx \cdot \gamma_y^{\gamma''} \int R\bar{\delta}u dz - \int dx \cdot \gamma_y^{\gamma'} \int R\bar{\delta}u dz \\ &\quad - \iint \int \frac{dR}{dy} \bar{\delta}u dx dy dz - \iint dx dy \cdot \gamma_x^{\gamma''} R\bar{\delta}u \frac{dz}{dy} \\ &\quad + \iint dx dy \cdot \gamma_x^{\gamma'} R\bar{\delta}u \frac{dz}{dy} \end{aligned} \quad (9)$$

Наконецъ изъ уравненія

$$\int_{x_1}^{x_2} R \frac{d\bar{\delta}u}{dz} dz = \int_{x_1}^{x_2} \frac{d(R\bar{\delta}u)}{dz} dz - \int_{x_1}^{x_2} \frac{dR}{dz} \bar{\delta}u dz,$$

по вставленіи въ него формулы

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{d(R\bar{\delta}u)}{dz} dz = \gamma_x^{\gamma''} R\bar{\delta}u - \gamma_x^{\gamma'} R\bar{\delta}u,$$

и по определенномъ интегрированіи въ отношеніи x и y , получимъ

$$\begin{aligned} \iiint R \frac{d\bar{\delta}u}{dz} dx dy dz &= \iint dx dy \cdot \gamma^{z..} R \bar{\delta}u - \iint dx dy \cdot \gamma^{z..} R \bar{\delta}u \\ &- \iiint \frac{dR}{dz} \bar{\delta}u dx dy dz \end{aligned} \quad (10)$$

Подобныя формулы не трудно составить для вторыхъ производныхъ отъ $\bar{\delta}u$.

§ XVII.

Задача. Составить уравненія для определенія функціи φ , которая бы доставила интегралу

$$\iiint \left\{ \left(\frac{d\varphi}{dx} \right)^2 + \left(\frac{d\varphi}{dy} \right)^2 + \left(\frac{d\varphi}{dz} \right)^2 \right\} dx dy dz,$$

взятому между границами для переменныхъ x, y, z , данными уравненіемъ $f(x, y, z) = 0$, значеніе максимум или минимум.

Рѣшеніе. Если функція φ доставляетъ предложенному интегралу значеніе максимум или минимум, то вставляя на мѣсто φ другую функцію, напримѣръ $\varphi + \delta\varphi$, мы лишимъ интегралъ этого значенія; а слѣдовательно по условію задачи первое варіаціонное приращеніе предложеннаго интеграла должно сдѣлать равнымъ нулю, то есть полагать $\delta W = 0$, дѣлая для сокращенія

$$W = \iiint \left\{ \left(\frac{d\varphi}{dx} \right)^2 + \left(\frac{d\varphi}{dy} \right)^2 + \left(\frac{d\varphi}{dz} \right)^2 \right\} dx dy dz.$$

Примѣняя формулу (7) къ настоящему случаю получимъ

$$\begin{aligned} \delta W &= 2 \iiint \left(\frac{d\varphi}{dx} \frac{d\delta\varphi}{dx} + \frac{d\varphi}{dy} \frac{d\delta\varphi}{dy} + \frac{d\varphi}{dz} \frac{d\delta\varphi}{dz} \right) dx dy dz \\ &+ \gamma^{z..} \iint U \delta x_{z..} dy dz - \gamma^{z..} \iint U \delta x_{z..} dy dz \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \int dx. \gamma_y^{\prime\prime} \int U \delta y_1. dz - \int dx. \gamma_y^{\prime} \int U \delta y_1. dz \\
 & + \iint dx dy. \gamma_x^{\prime\prime} U \delta z_1 - \iint dx dy. \gamma_x^{\prime} U \delta z_1,
 \end{aligned}$$

Здѣсь по прежнему z_1 и z_2 представляютъ значенія при границахъ интеграла для z , y_1 и y_2 для y , x_1 и x_2 для x ; также для сокращенія полагается

$$U = \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 + \left(\frac{d\varphi}{dy}\right)^2 + \left(\frac{d\varphi}{dz}\right)^2$$

Но по предположенію нашему границы интеграла опредѣляются уравненіемъ $f = 0$ и не подлежатъ измѣненію, то есть

$$\delta x_1 = 0, \delta y_1 = 0, \delta z_1 = 0; \delta x_2 = 0, \delta y_2 = 0, \delta z_2 = 0;$$

слѣдовательно условіе нашей задачи приводится къ уравненію

$$\iiint \left(\frac{d\varphi}{dx} \frac{d\delta\varphi}{dx} + \frac{d\varphi}{dy} \frac{d\delta\varphi}{dy} + \frac{d\varphi}{dz} \frac{d\delta\varphi}{dz} \right) dx dy dz = 0$$

Теперь, если поставимъ въ уравненіи (8) $\frac{d\varphi}{dx}$ и φ на мѣсто R и u , то получимъ

$$\begin{aligned}
 \iiint \frac{d\varphi}{dx} \frac{d\delta\varphi}{dx} dx dy dz &= - \iiint \frac{d^2\varphi}{dx^2} \delta\varphi dx dy dz \\
 &+ \gamma_x^{\prime\prime} \iint \frac{d\varphi}{dx} \delta\varphi dy dz - \gamma_x^{\prime} \iint \frac{d\varphi}{dx} \delta\varphi dy dz \\
 &- \int dx. \gamma_y^{\prime\prime} \int \frac{d\varphi}{dx} \frac{dy_1}{dx} \delta\varphi dz + \int dx. \gamma_y^{\prime} \int \frac{d\varphi}{dx} \frac{dy_1}{dx} \delta\varphi dz \\
 &- \iint dx dy. \gamma_x^{\prime\prime} \frac{d\varphi}{dx} \frac{dz_1}{dx} \delta\varphi + \iint dx dy. \gamma_x^{\prime} \frac{d\varphi}{dx} \frac{dz_1}{dx} \delta\varphi
 \end{aligned}$$

Подобнымъ образомъ изъ уравненій (9) и (10) находимъ

$$\begin{aligned}
 \iiint \frac{d\varphi}{dy} \frac{d\delta\varphi}{dy} dx dy dz &= \int dx. \gamma_y^{\prime\prime} \int \frac{d\varphi}{dy} \delta\varphi dz - \int dx. \gamma_y^{\prime} \int \frac{d\varphi}{dy} \delta\varphi dz \\
 &- \iint dx dy. \gamma_x^{\prime\prime} \frac{d\varphi}{dy} \frac{dz_1}{dy} \delta\varphi + \iint dx dy. \gamma_x^{\prime} \frac{d\varphi}{dy} \frac{dz_1}{dy} \delta\varphi \\
 &- \iiint \frac{d^2\varphi}{dy^2} \delta\varphi dx dy dz.
 \end{aligned}$$

$$\iiint \frac{d\varphi}{dz} \frac{d\overline{\delta\varphi}}{dz} dx dy dz = \iint dx dy. \gamma_x^{s..} \frac{d\varphi}{dz} \overline{\delta\varphi} - \iint dx dy. \gamma_x^{s'} \frac{d\varphi}{dz} \overline{\delta\varphi} - \iiint \frac{d^2\varphi}{dz^2} \overline{\delta\varphi} dx dy dz$$

И такъ, по условію задачи получимъ

$$\begin{aligned} 0 &= \iiint \left(\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{d^2\varphi}{dy^2} + \frac{d^2\varphi}{dz^2} \right) \overline{\delta\varphi} dx dy dz \\ &+ \iint dx dy. \gamma_x^{s..} \left(\frac{d\varphi}{dx} \frac{dz_s}{dx} + \frac{d\varphi}{dy} \frac{dz_s}{dy} - \frac{d\varphi}{dz} \right) \overline{\delta\varphi} \\ &- \iint dx dy. \gamma_x^{s'} \left(\frac{d\varphi}{dx} \frac{dz_i}{dx} + \frac{d\varphi}{dy} \frac{dz_i}{dy} - \frac{d\varphi}{dz} \right) \overline{\delta\varphi} \\ &+ \int dx. \gamma_y^{s..} \int dz \left(\frac{d\varphi}{dx} \frac{dy_s}{dx} - \frac{d\varphi}{dy} \right) \overline{\delta\varphi} \\ &- \int dx. \gamma_y^{s'} \int dz \left(\frac{d\varphi}{dx} \frac{dy_i}{dx} - \frac{d\varphi}{dy} \right) \overline{\delta\varphi} \\ &- \gamma_z^{s..} \iint dy dz. \frac{d\varphi}{dx} \overline{\delta\varphi} + \gamma_z^{s'} \iint dy dz. \frac{d\varphi}{dx} \overline{\delta\varphi} \end{aligned}$$

Каждый членъ въ этомъ уравненіи, какъ опредѣленный интегралъ, содержитъ сумму функцій подобныхъ между собою; но функціи одного интеграла не имѣютъ подобія съ функціями другого интеграла. Такимъ образомъ количество $\overline{\delta\varphi}$ въ тройномъ интегралѣ представляется произвольною функціею трехъ независимыхъ переменныхъ x, y, z ; тоже количество $\overline{\delta\varphi}$ въ двойномъ интегралѣ содержащемъ $dx dy$ представляется другою произвольною функціею переменныхъ x и y , которую получимъ вставляя вмѣсто z его значеніе z_s или z_i ; наконецъ въ интегралахъ содержащихъ $dx dz$ и $dy dz$ количество $\overline{\delta\varphi}$ представляетъ опять другія произвольныя функціи. Чтобы привести къ нулю сумму произвольныхъ и не подобныхъ между собою функцій, должно полагать равными нулю особенно каждую функцію.

И такъ уравненія опредѣляющія функцію φ будутъ слѣдующія

$$\begin{aligned} \frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{d^2\varphi}{dy^2} + \frac{d^2\varphi}{dz^2} &= 0; \\ \frac{d\varphi}{dx} \frac{dz_s}{dx} + \frac{d\varphi}{dy} \frac{dz_s}{dy} - \frac{d\varphi}{dz} &= 0, \text{ для } z = z_s, \end{aligned}$$

и другое подобное для $z = z_1$;

$$\frac{d\varphi}{dx} \frac{dy}{dx} - \frac{d\varphi}{dy} = 0, \text{ для } y = y_1;$$

и другое подобное для $y = y_1$;

$$\frac{d\varphi}{dx} = 0, \text{ для } x = x_1$$

и другое подобное для $x = x_1$. Первое из сихъ уравненій называется *общимъ*, а прочія *условіями при границахъ*.

Если границы интеграла образуютъ одну не прерывную поверхность $f = 0$, какъ мы предположили въ нашей задачѣ, то шесть уравненій при границахъ приводятся также къ одному

$$\frac{d\varphi}{dx} \frac{dz}{dx} + \frac{d\varphi}{dy} \frac{dz}{dy} - \frac{d\varphi}{dz} = 0,$$

въ которомъ должно вставить значеніе z изъ уравненія $f = 0$.

Въ самомъ дѣлѣ, если означимъ посредствомъ скобокъ частныя производныя функции z по x и y , то предъидущее уравненіе, по вставленіи въ него значенія $\frac{dz}{dx}$ изъ уравненія

$$dz = \left(\frac{dz}{dx}\right) dx + \left(\frac{dz}{dy}\right) dy,$$

напишется слѣдующимъ образомъ

$$\frac{d\varphi}{dx} \frac{dz}{dx} - \frac{d\varphi}{dx} \frac{dy}{dx} \left(\frac{dz}{dy}\right) + \frac{d\varphi}{dy} \left(\frac{dz}{dy}\right) - \frac{d\varphi}{dz} = 0$$

И какъ значенія $y = y_1$, $y = y_1$ предполагаютъ $\left(\frac{dy}{dz}\right) = 0$, то останется, какъ намъ и нужно,

$$\frac{d\varphi}{dx} \frac{dy}{dx} - \frac{d\varphi}{dy} = 0$$

Наконецъ, какъ значенія $x = x_1$, $x = x_1$ предполагаютъ $\frac{dx}{dy} = 0$,

то получимъ $\frac{d\varphi}{dx} = 0$.

§ XVIII.

Задача. Найти тѣло наибольшаго объема, ограниченное кривою поверхностью данной величины.

Выраженіе объема въ прямоугольныхъ координатахъ x, y, z будетъ $\iint z dx dy$, и выраженіе кривой площади

$$\iint dx dy \sqrt{1 + \frac{dz^2}{dx^2} + \frac{dz^2}{dy^2}}$$

границы интегрированія по переменнымъ x и y опредѣляются точками соприкосновенія къ кривой поверхности огибающаго цилиндра, у котораго ось параллельна оси координатъ z . По условію задачи должно полагать

$$\delta \iint dx dy \left\{ z - \mu \sqrt{1 + \frac{dz^2}{dx^2} + \frac{dz^2}{dy^2}} \right\} = 0,$$

гдѣ μ означаетъ произвольное постоянное. Если означимъ количество внутри скобки буквою K и частныя производныя $\frac{dz}{dx}, \frac{dz}{dy}$ чрезъ x' и z , то общее условіе для всѣхъ точекъ будетъ

$$\frac{dK}{dz} - \frac{d\left(\frac{dK}{dx'}\right)}{dx} - \frac{d\left(\frac{dK}{dy}\right)}{dy} = 0$$

и по вставленіи значенія K

$$\frac{d \frac{1}{v} \frac{dz}{dx}}{dx} + \frac{d \frac{1}{v} \frac{dz}{dy}}{dy} + \frac{1}{\mu} = 0,$$

$$\text{гдѣ } v^2 = 1 + \frac{dz^2}{dx^2} + \frac{dz^2}{dy^2};$$

наконецъ совершивъ показанныя дифференцированія получимъ

$$\begin{aligned} \frac{d^2z}{dx^2} \left[1 + \frac{dz^2}{dy^2} \right] + \frac{d^2z}{dy^2} \left[1 + \frac{dz^2}{dx^2} \right] - 2 \frac{dz}{dx} \frac{dz}{dy} \frac{d^2z}{dx dy} \\ + \frac{1}{\mu} \left\{ 1 + \frac{dz^2}{dx^2} + \frac{dz^2}{dy^2} \right\}^{\frac{3}{2}} = 0 \end{aligned}$$

Интегрирование этого уравнения въ общемъ видѣ не только затруднительно, но должно почитать не возможнымъ, потому что видъ поверхности измѣняется вмѣстѣ съ кривыми, чрезъ которыя она должна проходить по условію.

Безусловное рѣшеніе задачи получается очень просто. Очевидно, что тогда будетъ поверхность отъ обращенія, слѣдовательно полагая $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, получимъ

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dx} &= \frac{x}{r} \frac{dz}{dr}; \quad \frac{d^2z}{dx^2} = \frac{x^2}{r^2} \frac{d^2z}{dr^2} + \frac{y^2}{r^3} \frac{dz}{dr} \\ \frac{dz}{dy} &= \frac{y}{r} \frac{dz}{dr}, \quad \frac{d^2z}{dy^2} = \frac{y^2}{r^2} \frac{d^2z}{dr^2} + \frac{x^2}{r^3} \frac{dz}{dr} \\ \frac{d^2z}{dx dy} &= \frac{xy}{r^2} \frac{d^2z}{dr^2} - \frac{xy}{r^3} \frac{dz}{dr} \end{aligned}$$

и если вставимъ эти значенія въ предъидущее уравненіе, то будетъ

$$\frac{d^2z}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dz}{dr} \left(1 + \frac{dz^2}{dr^2}\right) + \frac{1}{\mu} \left\{1 + \frac{dz^2}{dr^2}\right\}^{\frac{3}{2}} = 0$$

Не трудно видѣть, что первый интегралъ этого уравненія будетъ

$$\frac{r \frac{dz}{dr}}{\sqrt{1 + \frac{dz^2}{dr^2}}} = \alpha - \frac{r^2}{2\mu},$$

означая чрезъ α произвольное постоянное. Но первая часть уравненія уничтожается для $r = 0$, каково бы ни было значеніе

производной $\frac{dz}{dr}$, въ чемъ не трудно убѣдиться, если представимъ это выраженіе подъ видомъ

$$\frac{r}{\sqrt{1 + \left(1 + \frac{dz^2}{dr^2}\right)}};$$

слѣдовательно, по сущности задачи, $\alpha = 0$. Затѣмъ будетъ

$$\frac{dz}{dr} = \pm \frac{r}{\sqrt{4\mu^2 - r^2}},$$

и по интегрированіи

$$(z - \beta)^2 + r^2 = 4 \mu^2$$

И такъ, меридіанъ поверхности ограничивающей наибольшій объёмъ есть кругъ, самая поверхность будетъ сфера. Постоянное 2μ представляетъ радіусъ сферы, котораго величина находится по данной поверхности ея, то есть по данному значенію интеграла

$$\iint dx dy. \sqrt{1 + \frac{dz^2}{dx^2} + \frac{dz^2}{dy^2}};$$

другое же постоянное β остается неопредѣленнымъ, что значитъ, объёмъ тѣла не зависитъ отъ положенія центра въ пространствѣ.



II.

RECHERCHES

SUR LES

MOUVEMENTS DE NEPTUNE

SUIVIES

DES TABLES DE CETTE PLANÈTE,

P A R

M. Bowalshi,

Professeur d'Astronomie à l'Université de Kasan.

AVANT - PROPOS.

Les recherches très remarquables de M. Walker sur l'orbite de Neptune doivent être regardées comme la première détermination exacte des mouvements de cette planète. Bientôt après la découverte de Neptune il a été fait une autre découverte très importante pour la théorie de cette planète: on a trouvé, qu'elle avait été observée deux fois par Lalande comme étoile fixe. Cette observation (1795 Mai 8 et 10) précisa le mouvement moyen et par cela même contribua beaucoup à la recherche des autres éléments. M. Walker en s'aidant de cette observation et des observations des deux premières années qui ont suivi la date de la découverte de la planète, et en prenant pour base de ses calculs les formules de M. Peirce pour les perturbations exercées par l'action troublante de Jupiter, Saturne et Uranus, détermina les éléments elliptiques de Neptune. Les résultats trouvés par M. Walker démontrent d'une manière incontestable, que la distance moyenne et l'excentricité de Neptune sortent de limites assignées par la théorie de M. Le Verrier. En laissant de côté la controverse qui s'engagea entre MM. Le Verrier et Peirce à la suite de ce résultat trouvé par M. Walker, je crois de mon devoir d'entrer dans quelques détails sur le but que j'ai poursuivi en m'occupant de la planète en question. La planète pendant le temps

des premières observations employées pour la détermination de son orbite, n'a parcouru qu'un arc fort petit de trois degrés, c'est sur cet arc et sur le point isolé déterminé par Lalande, qu'on a jugé possible d'obtenir quatre relations distinctes entre les variations du mouvement moyen, de l'époque, de la longitude du périhélie et de l'excentricité. Naturellement les observations des deux premières années ne suffisaient pas à former trois relations distinctes entre les variations mentionnées; il était à présumer, qu'elles ne pourraient même donner deux relations satisfaisantes; or, en y ajoutant l'observation ancienne, on doit parvenir au moins à une indéterminée, qui peut conduire à un système d'éléments renfermés dans les limites des erreurs probables des observations. D'un autre côté, les formules de M. Peirce pour les perturbations de Neptune ne contiennent pas les inégalités à longue période, ni celles de la latitude. Les inégalités à longue période causées par l'action perturbatrice d'Uranus étant très considérables, on doit naturellement s'attendre à des changements sensibles dans la valeur de l'excentricité et de la longitude du périhélie; quant à la distance moyenne, l'introduction de ces inégalités ne devra pas l'altérer beaucoup, vu l'extrême lenteur de ces inégalités.

Tout cela donnait à penser, que les éléments elliptiques trouvés par M. Walker subiraient des modifications notables, si l'on y ajoutait les inégalités à longue période, et surtout en prenant en considération les observations récentes, qui étendent l'arc parcouru par la planète jusqu'à seize degrés. Si d'une part j'étais loin d'attribuer un grand poids à l'opinion émise par M. Le Verrier, que l'orbite calculée par M. Walker au moyen d'un point isolé de 1795 et d'un arc très petit de trois degrés, pourrait devenir défectueuse de quelques degrés pour l'année 1757 ou 1887, d'autre part j'étais aussi fort éloigné d'accorder quelque valeur à l'assertion de M. Gould ¹⁾, que l'erreur

¹⁾ Report to the Smithsonian Institution on the history of the discovery of Neptune. By B. A. Gould. Washington 1850.

pour ces deux époques ne pourrait atteindre six secondes, la théorie des probabilités, qui l'a conduit à ce résultat n'étant pas exempte d'objections; c'est sur les observations des temps à venir, qu'on devra fonder les raisonnements propres à décider entre ces deux assertions dans ce problème, qui était alors presque indéterminé.

Dans mon premier mémoire sur Neptune ¹⁾ j'ai développé les inégalités de cette planète produites par l'action de Jupiter, Saturne et Uranus, en poussant l'approximation aux termes du troisième ordre des excentricités et du carré des inclinaisons; je ne me suis permis de négliger que les inégalités au dessous d'un dixième de seconde. Dans le mémoire actuel je donne les résultats que j'ai obtenus pour les éléments les plus probables de Neptune, en calculant l'orbite au moyen des toutes les observations connues jusqu'à la fin de l'année 1853. Ayant formé quarante quatre équations de condition entre les erreurs des longitudes héliocentriques et les variations des éléments, je suis arrivé aux corrections suivantes du mouvement moyen annuel, de l'excentricité, de la longitude du périhélie et de celle de l'époque, qui doivent être appliquées aux valeurs données par M. Walker, pour représenter l'observation ancienne de Lalande, celle de Lamont en 1845 et toutes les observations modernes de huit années avec la précision qu'elles comportent:

$$\begin{aligned}\delta n &= + 1,219 \\ \delta e &= + 0,0004545 \\ \delta \pi &= + 3^\circ 2' 1,81 \\ \delta \varepsilon &= - 0^\circ 32' 28,85\end{aligned}$$

La variation $\delta \varepsilon$ tient à ce que les perturbations produites par Uranus, qui sont à longue période n'ont pas été prises en considération par M. Walker. L'effet des perturbations de cette espèce, en les réduisant en série infinie par rapport au nombre d'années juliennes

¹⁾ Ce mémoire écrit en langue russe fut présenté à l'Académie Impériale des sciences qui l'année passée l'honora d'un demi-prix Demidoff.

écoulées depuis l'année 1850, et en n'y conservant que la première puissance du temps, s'exprime approximativement par la quantité

$$+ 0^{\circ}32'13,12 - 0,688 t.$$

Le terme constant de cette valeur réduit la variation de l'époque à la quantité $- 15,73$ et la variation du mouvement moyen à $+ 0,531$; cette dernière est fort petite; quant à la première, elle subira une modification assez grande, si l'on fait attention à ce que les formules données par moi et celles données par M. Peirce pour les perturbations produites par Uranus, diffèrent essentiellement les unes des autres. Je dois donc rendre toute justice à la sagacité pénétrante de M. Walker, qui sut arriver à une valeur si exacte du mouvement moyen de Neptune à l'aide d'un si petit nombre d'observations. Les valeurs assez grandes des variations de l'excentricité et de la longitude du périhélie rendent compte des irrégularités observées durant les dernières années dans le rayon-vecteur et la longitude héliocentrique de Neptune données par les éphémérides de M. Walker. Les variations de l'excentricité et de la longitude du périhélie donnent la variation suivante pour l'équation du centre

$$\begin{aligned} &+ 191,9 \sin \xi + 2,2 \sin 2 \xi \\ &- 200,6 \cos \xi - 2,3 \cos 2 \xi \end{aligned}$$

ξ étant l'anomalie moyenne de Neptune.

Si à l'aide des erreurs de l'éphéméride en ascension droite et en déclinaison géocentrique on calcule l'erreur du lieu héliocentrique, cette erreur se partagera en deux parties, dont la première affectera la latitude héliocentrique et la seconde la longitude et le rayon-vecteur. La première ne dépend pas des variations des quatre éléments mentionnés plus haut, il ne nous reste donc que la seconde. Soit δl la correction de l'éphéméride en longitude héliocentrique, $\frac{\delta r}{r}$ la correction du rayon-vecteur, la connaissance des erreurs des positions géocentriques fera connaître la fonction $\delta l + p \frac{\delta r}{r}$. Le coef-

ficient variable p est positif entre l'opposition et la conjonction, négatif pour l'autre partie du mouvement synodique de la planète, il devient maximum pour les quadratures et nul pour l'opposition et la conjonction; approximativement il désigne la distance entre le lieu géocentrique et le lieu héliocentrique de Neptune.

La table suivante donne la valeur de la quantité $\delta l + p \frac{\delta r}{r}$ qui se rapporte à l'éphéméride de M. Walker et aux tables de Neptune annexées au mémoire présent. Vers l'opposition cette quantité se réduit à la correction de la longitude héliocentrique calculée. La table qui suit donne aussi les corrections des Tables en latitude héliocentrique ou la quantité δb .

Années et mois.	$\delta l + p \frac{\delta r}{r}$		p	δb		Nombre d'observations.
	Ephém. de M. Walker.	Tables nouvelles.		Ephém. de M. Walker.	Tables nouvelles.	
1795 Mai	— 0,97	— 0,11	+ 1332'	+ 0,22	— 1,92	2
1846 Août	— 0,15	— 0,95	— 1335	+ 0,26	— 0,71	2
Septembre	— 1,41	— 0,15	+ 4343	+ 0,71	— 0,89	19
Octobre	— 0,05	— 0,13	+ 5856	+ 0,09	— 0,34	118
Novembre	+ 0,57	+ 0,22	+ 6769	+ 0,36	+ 0,07	134
Décembre	+ 0,62	+ 1,00	+ 5829	— 0,05	+ 0,06	57
1847 Janvier	+ 3,22	+ 3,59	+ 3463	+ 0,76	+ 1,51	19
Juin	— 0,41	+ 0,91	— 6540	+ 2,48	+ 1,41	8
Juillet	— 1,09	— 0,52	— 4143	+ 0,60	+ 0,68	10
Août	— 0,15	+ 0,45	— 756	+ 0,23	+ 0,26	88
Septembre	— 0,76	— 0,53	+ 2770	+ 1,32	+ 1,12	75
Octobre	— 0,31	— 0,34	+ 5527	+ 0,46	+ 0,48	48
Novembre	+ 0,25	— 0,07	+ 6768	+ 0,49	+ 0,51	40
Décembre	+ 0,26	+ 0,00	+ 6243	— 0,03	+ 0,14	12
1845 Janvier	— 0,72	— 0,47	+ 4088	+ 2,67	+ 4,43	3 (*)
Juillet	+ 0,64	+ 2,79	— 4410	— 0,55	+ 0,02	22
Août	— 1,37	— 0,67	— 927	+ 0,67	+ 0,18	31
Septembre	+ 0,07	+ 0,84	+ 2713	— 0,18	+ 0,40	57
Octobre	— 0,94	— 1,39	+ 5122	— 0,38	— 0,42	20
Novembre	— 0,75	— 1,39	+ 6753	+ 0,47	+ 1,50	22

Années et mois.	$\delta l + p \frac{\delta r}{r}$		p	$\delta \delta$		d'obser- vations.	
	Ephém. de M. Walker.	Tables nouvelles.		Ephém. de M. Walker.	Tables nouvelles.		
1849	Décembre	+ 0,32	+ 0,30	+ 6173''	- 2,64	- 2,49	3
	Juillet	- 1,73	+ 0,12	- 3384	+ 3,32	+ 3,56	4
	Août	- 0,40	+ 0,32	- 1114	+ 4,73	+ 4,74	10
	Septembre	- 1,33	- 0,58	+ 2379	+ 0,46	+ 2,55	26
	Octobre	- 0,72	- 1,70	+ 5248	- 0,37	+ 0,84	20
	Novembre	- 0,52	- 1,48	+ 6738	- 0,09	+ 1,35	35
1850	Août	- 3,28	- 1,04	- 1568	+ 0,26	+ 1,37	8
	Septembre	- 1,45	+ 0,07	+ 2048	- 1,73	- 0,55	12
1851	Août	- 7,47	- 1,52	- 878	- 1,28	- 0,04	10
	Septembre	- 6,33	- 1,12	+ 1752	- 1,56	0,00	19
	Octobre	- 2,85	+ 0,24	+ 4847	- 3,34	- 1,50	23
	Novembre	+ 2,02	+ 3,14	+ 6508	- 2,46	- 0,88	8
1852	Août	- 6,47	- 0,81	- 1886	- 0,66	+ 1,11	24
	Septembre	- 5,72	- 0,59	+ 1464	- 1,32	+ 0,46	25
	Octobre	- 1,69	+ 0,61	+ 4728	- 2,47	- 1,48	10
	Novembre	- 1,09	+ 1,77	+ 6554	- 3,62	- 1,04	14
	Décembre	- 0,20	+ 1,14	+ 6691	- 5,02	- 1,66	7
1853	Août	- 3,95	- 1,18	- 1128	- 0,38	- 1,40	4
	Septembre	- 4,15	- 0,59	+ 1398	- 0,60	- 1,65	14
	Octobre	- 3,47	+ 0,68	+ 4592	+ 2,73	+ 0,35	21
	Novembre	- 2,37	+ 1,26	+ 6450	+ 0,48	0,00	5
	Décembre	- 3,69	+ 0,10	+ 6753	+ 0,29	- 1,46	7

On voit par cette table, que les erreurs de l'éphéméride nouvelle en longitude et en latitude sont très petites; s'il se trouve quelques écarts un peu forts, ils répondent aux observations entachées d'erreurs constantes ou fortuites assez graves. Telles sont les observations relatives aux différences marquées d'un astérisque; la différence pour Janvier 1848 est déduite de trois observations, dont deux sont en désaccord de 6,2 en déclinaison et de 11,2 en ascension droite; les différences relatives aux mois Juillet et Août 1849 sont déduites des mesures micrométriques faites à Hambourg et en partie à Marbourg. Ces dernières sont basées sur une étoile du catalogue de Lalande, dont la position exacte est

inconnue ; quant à celles de Hambourg, on n'a donné aucun renseignement sur l'étoile de comparaison. Aussi il existe une différence constante entre les positions trouvées dans ces deux lieux d'observations, différence, qui s'élève à 9' en ascension droite et à 4' en déclinaison. Il serait à désirer, que les observateurs ne perdissent pas de vue, que l'abondance d'observations, qui sont affectées d'erreurs constantes, ne fait qu'aggraver l'influence fâcheuse des ces observations sur la détermination exacte des éléments de la planète qui rend déjà par la lenteur de son mouvement le problème difficile.

Dans les Additions au mémoire actuel je donne les Tables de Neptune, qui contiennent les lieux héliocentriques jusqu'à 1880, ainsi que les lieux géocentriques pour quelques années consécutives à partir de l'année 1846.



RECHERCHES

SUR

LES MOUVEMENTS DE LA PLANÈTE NEPTUNE.

1. PERTURBATIONS DE NEPTUNE.

1. Le calcul des perturbations du mouvement héliocentrique de la planète Neptune produites par les trois planètes principales Jupiter, Saturne et Uranus, repose sur les éléments suivants de cette planète.

Distance moyenne	$a = 30,03696$
Excentricité	$e = 0,008719$
Longitude du noeud	$\pi = 47^{\circ} 14' 37''$
Longitude du périhélie	$\omega = 130 \ 6 \ 52$
Inclinaison	$i = 146 \ 59$

Ces éléments, résultats des recherches de M. Walker, se rapportent à l'équinoxe vernal moyen du 1^{er} janvier 1850 midi moyen de Greenwich. La distance moyenne donnée ici suppose le mouvement moyen 7872,774, une année julienne étant prise pour unité. Les éléments des planètes troublantes, prises pour base des calculs, sont les mêmes, que ceux adoptés par M. Le Verrier, comme point de départ dans le calcul des variations séculaires. Ces éléments se trouvent insérés dans les Additions à la Connaissance

des Temps pour 1844. Pour les réduire à l'époque adoptée par moi, je me suis servi des variations annuelles suivantes :

	Jupiter	Saturne	Uranus
δe	+ 0',270	— 0',558	— 0',052
$\delta \pi$	+ 6',386	+ 16',718	+ 2',447
$\delta \omega$	— 13',772	— 18',971	— 32',368
δi	— 0',206	— 0',138	+ 0',031

Ces nombres comprennent déjà le mouvement séculaire de l'écliptique.

Pour les masses des quatre planètes en question j'adopte les nombres suivants :

$$\frac{1}{1049}, \quad \frac{1}{3501}, \quad \frac{1}{21000}, \quad \frac{1}{14446}.$$

Les deux premières masses, celles pour Jupiter et Saturne, peuvent être regardées comme certaines, au moins à une ou à deux unités du dernier chiffre au dénominateur près; quant à la masse d'Uranus, l'incertitude va beaucoup plus loin. M. Adams d'après la nouvelle réduction des observations de deux satellites intérieurs, faites par M. M. Lassel et Herschel, a trouvé les nombres

$$\frac{1}{20897} \quad \text{et} \quad \frac{1}{21165};$$

le premier nombre est déduit des observations de M. Lassel et le second de celles de M. Herschel. — La masse adoptée plus haut pour Neptune, a été trouvée par M. O. Struve, elle diffère beaucoup de la masse $\frac{1}{19400}$ trouvée par M. Bond. Au reste l'incertitude de cette masse n'a qu'une influence fort petite sur le mouvement de Neptune.

En adoptant les résultats trouvés par M. Le Verrier pour les variations séculaires de l'écliptique j'ai calculé les variations annuelles des inclinaisons, des longitudes des noeuds, rapportées à l'écliptique vraie, ainsi que celles des excentricités et des longitudes des périhélie des quatre planètes Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune. En voici les valeurs :

	Jupiter			
$2 \delta e$	= + 0',542	+ 0',54 μ ,	+ 0',00 μ ,	+ 0,00 μ ,
$\delta \pi$	= + 6',454	+ 0',01 μ ,	+ 6',27 μ ,	+ 0',12 μ ,
δi	= — 0',207	— 0',01 μ	— 0',12 μ ,	— 0,01 μ ,
			+ 0',00 μ ,	+ 0',00 μ ,
$\delta \omega$	= — 13',745	— 0',18 μ	— 11',92 μ ,	— 0,30 μ ,
			+ 5',81 μ ,	— 0',05 μ ,
				+ 0',01 μ ,

Saturne

$$\begin{aligned}
 2 \delta e &= - 1',113 - 1',14 \mu_s + 0',03 \mu_s + 0',00 \mu_s, \\
 \delta \pi &= + 16',765 + 16',38 \mu_s + 0',29 \mu_s + 0',08 \mu_s, \\
 \delta i &= - 0',138 - 0',01 \mu - 0',18 \mu' - 0',01 \mu'' + 0',06 \mu_s, \\
 &\quad + 0',00 \mu_s - 0',00 \mu_s, \\
 \delta \omega &= - 18',971 - 0',06 \mu - 5',47 \mu' - 0',11 \mu'' - 12',71 \mu_s, \\
 &\quad - 0',33 \mu_s - 0',25 \mu_s - 0',03 \mu_s,
 \end{aligned}$$

Uranus

$$\begin{aligned}
 2 \delta e &= - 0',111 - 0',01 \mu_s - 0',09 \mu_s - 0',01 \mu_s, \\
 \delta \pi &= + 3',056 + 1',25 \mu_s + 1',20 \mu_s + 0',60 \mu_s, \\
 \delta i &= + 0',016 - 0',01 \mu + 0',01 \mu' - 0',00 \mu'' + 0',06 \mu_s, \\
 &\quad - 0',03 \mu_s - 0',02 \mu_s, \\
 \delta \omega &= - 32',219 - 0',51 \mu - 22',06 \mu' - 0',73 \mu'' - 10',37 \mu_s, \\
 &\quad + 1',30 \mu_s + 0',15 \mu_s,
 \end{aligned}$$

Neptune

$$\begin{aligned}
 2 \delta e &= + 0',023 - 0',00 \mu_s + 0',01 \mu_s + 0',02 \mu_s, \\
 \delta \pi &= + 0',778 + 0',01 \mu_s - 0',02 \mu_s + 0',95 \mu_s, \\
 \delta i &= - 0',346 - 0',01 \mu - 0',25 \mu' - 0',01 \mu'' - 0',08 \mu_s, \\
 &\quad - 0',00 \mu_s + 0',00 \mu_s, \\
 \delta \omega &= - 10',621 + 0',00 \mu - 5',47 \mu' - 0',05 \mu'' - 4',51 \mu_s, \\
 &\quad - 0',37 \mu_s - 0',21 \mu_s.
 \end{aligned}$$

Dans ces expressions les quantités $\mu \mu' \dots \mu_s$, sont les corrections des masses adoptées pour Mercure, Venus... Neptune, l'indice en haut ou en bas désignant l'ordre qu'occupe la planète troublante dans la série procédant d'après les distances moyennes au soleil. Les premières corrections μ, μ', μ'' et μ''' pour Mercure, Venus, la terre et Mars correspondent aux masses adoptées par M. Le Verrier dans le mémoire cité plus haut, les corrections des masses de Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune, ou les quantités μ_s, μ_s, μ_s et μ_s , se rapportent aux masses adoptées par moi, et qui diffèrent de celles de M. Le Verrier. Le coefficient μ_s , désigne la correction de la masse de Neptune donnée par M. O Struve. Si l'on veut employer une masse différente de celle, qui a servi pour le calcul de ces variations, par exemple si l'on préfère pour Uranus la masse m , on doit calculer la valeur du coefficient μ_s de l'équation:

$$\frac{1}{21000} (1 + \mu_s) = m$$

et la substituer dans les expressions précédentes.

2. Les inégalités périodiques de Neptune produites par les trois planètes Jupiter, Saturne et Uranus ont été calculées en poussant

l'approximation jusqu'aux termes du troisième ordre des excentricités et du second des inclinaisons inclusivement; celles des inégalités négligées, qui sont dues à la première puissance de la force perturbatrice, n'excèdent pas un dixième de seconde pour la longitude héliocentrique.

Appelons ξ la longitude moyenne de Neptune, π la longitude du périhélie, ω celle du noeud, $\xi''\pi'$ et ω' les mêmes quantités pour Uranus, $\xi''\pi''$ et ω'' pour Saturne et $\xi'''\pi'''$ et ω''' pour Jupiter. Soient δv les perturbations de la longitude vraie comptée sur l'orbite primitive de Neptune, $\frac{\delta r}{a}$ le rapport des perturbations du rayon-vecteur, exprimées en secondes sexagésimales, à la distance moyenne de Neptune au soleil, on aura :

INÉGALITÉS DU PREMIER ORDRE DE LA FORCE PERTURBATRICE PRODUITES

a) par l'action de Jupiter :

$$\begin{array}{ll} \delta v = - 32,67 \sin (\xi - \xi''') & \frac{\delta r}{a} = + 66,78 + 32,46 \cos (\xi - \xi''') \\ + 0,03 \sin 2 (\xi - \xi''') & + 0,02 \cos 2 (\xi - \xi''') \\ - 0,14 \sin 3 (\xi - \xi''') & - 0,10 \cos 3 (\xi - \xi''') \\ - 0,48 \sin (2 \xi - \xi''') - \pi & + 6,39 \cos (2 \xi - \xi''') - \pi \\ - 0,15 \sin (\xi'' - \pi) & - 1,29 \cos (\xi'' - \pi) \\ + 0,19 \sin (2 \xi - \xi'' - \pi) & " \\ - 0,07 \sin (\xi'' - \pi''') & " \\ + 0,84 \sin (-\xi + 2 \xi'' - \pi''') & + 0,82 \cos (-\xi + 2 \xi'' - \pi''') \\ - 0,11 \sin (-2\xi + 2\xi'' + \pi - \pi''') & + 0,47 \cos (-2\xi + 2\xi'' + \pi - \pi''') \\ + 0,10 \sin (2 \xi'' - \pi - \pi''') & " \end{array}$$

b) par l'action de Saturne :

$$\begin{array}{ll} \delta v = - 18,12 \sin (\xi - \xi'') & \frac{\delta r}{a} = + 21,32 + 18,67 \cos (\xi - \xi'') \\ + 0,15 \sin 2 (\xi - \xi'') & - 0,01 \cos 2 (\xi - \xi'') \\ + 0,03 \sin 3 (\xi - \xi'') & + 0,02 \cos 3 (\xi - \xi'') \\ + 0,06 \sin 4 (\xi - \xi'') & - 0,03 \cos 4 (\xi - \xi'') \\ + 3,85 \sin (2 \xi - \xi'' - \pi) & + 2,22 \cos (2 \xi - \xi'' - \pi) \\ + 0,04 \sin (3 \xi - 2 \xi'' - \pi) & + 0,02 \cos (3 \xi - 2 \xi'' - \pi) \\ - 0,09 \sin (\xi'' - \pi) & - 0,16 \cos (\xi'' - \pi) \\ + 0,09 \sin (-\xi + 2 \xi'' - \pi) & " \\ + 1,09 \sin (2 \xi - \xi'' - \pi'') & - 0,97 \cos (2 \xi - \xi'' - \pi'') \\ + 0,17 \sin (3 \xi - 2 \xi'' - \pi'') & + 0,01 \cos (3 \xi - 2 \xi'' - \pi'') \\ - 0,16 \sin (\xi'' - \pi'') & + 0,06 \cos (4 \xi - 3 \xi'' - \pi'') \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 &+ 0,53 \sin(-\xi + 2\xi' - \pi') - 0,12 \cos(\xi' - \pi') \\
 &+ 0,10 \sin(-2\xi + 3\xi' - \pi') + 0,52 \cos(-\xi + 2\xi' - \pi') \\
 &+ 0,10 \sin(3\xi - \xi' - \pi - \pi') \quad " \\
 &- 0,75 \sin(3\xi - \xi' - 2\pi) \quad " \\
 &+ 0,13 \sin(3\xi - \xi' - 2\pi') \quad " \\
 &+ 0,10 \sin(\xi + \xi' - 2\pi') \quad " \\
 &- 0,16 \sin(-\xi + \xi' + \omega - \omega') \quad " \\
 &- 0,15 \sin(\xi + \xi' - \omega + \omega') \quad " \\
 &- 0,06 \sin(\xi + \xi' - 2\omega) \quad " \\
 &- 0,11 \sin(\xi + \xi' - 2\omega') \quad "
 \end{aligned}$$

c) par l'action d'Uranus:

$$\begin{aligned}
 \delta v &= -244,40 \sin(\xi - \xi') & \frac{\delta r}{a} &= +4,90 - 108,80 \cos(\xi - \xi') \\
 + 10,02 \sin 2(\xi - \xi') & & + 7,73 \cos 2(\xi - \xi') & \\
 + 2,02 \sin 3(\xi - \xi') & & + 3,26 \cos 3(\xi - \xi') & \\
 + 0,62 \sin 4(\xi - \xi') & & + 1,80 \cos 4(\xi - \xi') & \\
 + 0,27 \sin 5(\xi - \xi') & & + 1,08 \cos 5(\xi - \xi') & \\
 + 0,35 \sin 6(\xi - \xi') & & + 0,53 \cos 6(\xi - \xi') & \\
 + 0,27 \sin 7(\xi - \xi') & & + 0,45 \cos 7(\xi - \xi') & \\
 - 132,51 \sin(2\xi - \xi' - \pi) & & + 4,59 \cos(2\xi - \xi' - \pi) & \\
 - 18,37 \sin(3\xi - 2\xi' - \pi) & & - 8,74 \cos(3\xi - 2\xi' - \pi) & \\
 + 0,53 \sin(4\xi - 3\xi' - \pi) & & + 0,29 \cos(4\xi - 3\xi' - \pi) & \\
 + 0,07 \sin(5\xi - 4\xi' - \pi) & & + 0,05 \cos(5\xi - 4\xi' - \pi) & \\
 - 0,23 \sin(6\xi - 5\xi' - \pi) & & - 0,15 \cos(6\xi - 5\xi' - \pi) & \\
 + 2,65 \sin(\xi' - \pi') & & - 1,14 \cos(\xi' - \pi') & \\
 - 0,14 \sin(-\xi + 2\xi' - \pi) & & + 0,05 \cos(-\xi + 2\xi' - \pi) & \\
 + (1955,50 & & & \\
 - 0,011t) \sin(2\xi - \xi' - \pi' - 3,06t) & & - 53,55 \cos(2\xi - \xi' - \pi') & \\
 + 68,73 \sin(3\xi - 2\xi' - \pi') & & + 31,50 \cos(3\xi - 2\xi' - \pi') & \\
 - 1,78 \sin(4\xi - 3\xi' - \pi') & & - 1,30 \cos(4\xi - 3\xi' - \pi') & \\
 - 0,59 \sin(5\xi - 4\xi' - \pi') & & - 0,23 \cos(5\xi - 4\xi' - \pi') & \\
 - 0,29 \sin(6\xi - 5\xi' - \pi') & & - 0,07 \cos(6\xi - 5\xi' - \pi') & \\
 - 1,31 \sin(\xi' - \pi') & & + 0,53 \cos(\xi' - \pi') & \\
 + 0,19 \sin(-\xi + 2\xi' - \pi') & & + 0,09 \cos(-\xi + 2\xi' - \pi') & \\
 - 0,08 \sin(-2\xi + 3\xi' - \pi') & & & \\
 + 16,79 \sin(\xi - \xi' + \pi - \pi') & & + 8,62 \cos(\xi - \xi' + \pi - \pi') & \\
 + 0,73 \sin(2\xi - 2\xi' + \pi - \pi') & & + 0,30 \cos(2\xi - 2\xi' + \pi - \pi') & \\
 - 0,71 \sin(-\xi + \xi' + \pi - \pi') & & + 0,35 \cos(-\xi + \xi' + \pi - \pi') & \\
 + 17,01 \sin(3\xi - \xi' - \pi - \pi') & & - 8,37 \cos(3\xi - \xi' - \pi - \pi') & \\
 + 36,67 \sin(4\xi - 2\xi' - \pi - \pi') & & - 2,39 \cos(4\xi - 2\xi' - \pi - \pi') & \\
 + 3,35 \sin(5\xi - 3\xi' - \pi - \pi') & & + 1,59 \cos(5\xi - 3\xi' - \pi - \pi') & \\
 - 1,15 \sin(3\xi - \xi' - 2\pi) & & + 0,59 \cos(3\xi - \xi' - 2\pi) &
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll}
 - 4,79 \sin (4\xi - 2\xi' - 2\pi) & + 0,36 \cos (4\xi - 2\xi' - 2\pi) \\
 - 0,21 \sin (5\xi - 3\xi' - 2\pi) & - 0,13 \cos (5\xi - 3\xi' - 2\pi) \\
 + 0,75 \sin (3\xi - \xi' - 2\pi') & - 0,10 \cos (3\xi - \xi' - 2\pi') \\
 - 64,61 \sin (4\xi - 2\xi' - 2\pi') & + 3,84 \cos (4\xi - 2\xi' - 2\pi') \\
 - 5,62 \sin (5\xi - 3\xi' - 2\pi') & - 0,36 \cos (5\xi - 3\xi' - 2\pi') \\
 + 3,02 \sin (4\xi - 2\xi' - \omega - \omega) & - 0,19 \cos (4\xi - 2\xi' - \omega - \omega') \\
 - 3,47 \sin (4\xi - 2\xi' - 2\omega) & + 0,21 \cos (4\xi - 2\xi' - 2\omega) \\
 - 0,65 \sin (4\xi - 2\xi' - 2\omega') & " \\
 + 0,22 \sin (2\xi - \xi' - 2\pi + \pi') & " \\
 + 0,50 \sin (2\xi - \xi' + \pi - 2\pi') & " \\
 + 0,87 \sin (6\xi - 3\xi' - 2\pi - \pi') & " \\
 - 3,20 \sin (6\xi - 3\xi' - \pi - 2\pi') & " \\
 + 3,88 \sin (6\xi - 3\xi' - 3\pi') & " \\
 - 0,56 \sin (3\xi - 2\xi' + \pi - 2\pi') & - 0,28 \cos (3\xi - 2\xi' + \pi - 2\pi') \\
 - 0,56 \sin (5\xi - 2\xi' - \pi - 2\pi') & + 0,28 \cos (5\xi - 2\xi' - \pi - 2\pi') \\
 + 0,30 \sin (5\xi - 2\xi' - 2\pi - \pi') & - 0,15 \cos (5\xi - 2\xi' - 2\pi - \pi') \\
 + 0,19 \sin (4\xi - \xi' - 2\pi - \pi') & - 0,07 \cos (4\xi - \xi' - 2\pi - \pi') \\
 - 0,19 \sin (\xi' - 2\pi + \pi') & + 0,07 \cos (\xi' - 2\pi + \pi')
 \end{array}$$

Les inégalités de la longitude vraie, ayant pour argument l'anomalie moyenne de Neptune, ont été omises dans les tables précédentes, parceque la partie constante dans le coefficient de cet argument se joint à l'excentricité de Neptune dans son orbite elliptique; quant à la partie proportionnelle au temps, il est mieux de la calculer séparément.

Dans le calcul des inégalités périodiques de la longitude comptée sur l'écliptique vraie et de la latitude sur cette écliptique nous avons supposé, que la réduction de la longitude à l'écliptique vraie et la latitude sont calculées au moyen de la longitude comptée sur l'orbite primitive augmentée de ses perturbations. Dans ce cas, la réduction à l'écliptique ne contient qu'une inégalité provenant du mouvement séculaire de l'écliptique et de l'orbite de Neptune, elle est:

$$\delta v = + 0,0074 t \sin (2v + 123^\circ 48')$$

où v désigne la longitude vraie comptée sur l'orbite de Neptune dans son mouvement elliptique. De cette manière, si l'on désigne par ψ' la précession générale des équinoxes, par h le carré de la tangente de la demi-inclinaison de l'orbite de Neptune sur l'écliptique, par ω la longitude du noeud ascendant et par δv la somme de toutes les inégalités périodiques calculées d'après les tables précédentes, on aura l'expression suivante pour la valeur de la longitude héliocentrique de Neptune :

$$v + \delta v - h \sin 2(v + \delta v - \omega) + 0,0074 \sin (2v + 123^\circ 48') + \psi' t,$$

en comptant le temps à partir du 1^{er} janvier 1850.

On peut calculer cette longitude, si l'on préfère éviter l'inégalité de la réduction, par la formule suivante :

$$v + \delta v - i g^2 \left(\frac{i}{2} - 0,173 t \right) \sin 2 (v + \delta v - \omega + 10,621 t) + \psi' t$$

où i désigne l'inclinaison de l'orbite elliptique de Neptune sur l'écliptique de 1850.

Les inégalités de la latitude sur l'écliptique, en y omettant celles qui ont le même argument, que la latitude calculée dans l'orbite elliptique, sont les suivantes :

a) par l'action de Jupiter :

$$\begin{aligned} & - 1,05 \sin (\xi''' - \omega) \\ & + 0,78 \sin (\xi''' - \omega''') \end{aligned}$$

b) par l'action de Saturne :

$$\begin{aligned} & - 0,57 \sin (\xi'' - \omega) \\ & + 0,81 \sin (\xi'' - \omega'') \end{aligned}$$

c) par l'action d'Uranus :

$$\begin{aligned} & - 0,39 \sin (2\xi - \xi' - \omega) \\ & - 1,78 \sin (3\xi - 2\xi' - \omega) \\ & + 0,16 \sin (2\xi - \xi' - \omega') \\ & + 0,78 \sin (3\xi - 2\xi' - \omega') \end{aligned}$$

Si l'on nomme δs la somme de ces inégalités, et si l'on calcule la latitude de Neptune dans son mouvement elliptique par la formule suivante

$$\sin s = \sin (i - 0,346 t) \sin (v + \delta v - \omega + 10,621 t),$$

on aura la valeur $s + \delta s$ pour cette latitude dans l'orbite troublée.

3. Pour faciliter l'emploi des formules précédentes dans le calcul du lieu héliocentrique de Neptune, nous les transformerons en d'autres, en les réduisant à ne contenir que le temps et les termes constants. Or on a à partir du 1^{er} janvier 1850 les valeurs suivantes de la longitude moyenne de la longitude du périhélie et de celle du noeud ascendant :

Jupiter

$$\begin{aligned} \xi''' &= 160^\circ 1' 29'' + 109256,72 t \\ \pi''' &= 11^\circ 54' 51'' \\ \omega''' &= 98^\circ 56' 10'' \end{aligned}$$

Saturne

$$\begin{aligned} \xi'' &= 14^\circ 49' 47'' + 43996,13 t \\ \pi'' &= 90^\circ 4' 7'' \\ \omega'' &= 112^\circ 22' 12'' \end{aligned}$$

Uranus

$$\begin{aligned}\xi' &= 28^\circ 26' 50'' + 15425,65 t \\ \pi' &= 168^\circ 14' 45'' \\ \omega' &= 73^\circ 14' 21''\end{aligned}$$

Neptune

$$\begin{aligned}\xi &= 335^\circ 8' 59'' + 7872,77 t \\ \pi &= 47^\circ 14' 37'' \\ \omega &= 130^\circ 6' 52''\end{aligned}$$

Ces valeurs substituées dans les formules qui déterminent la quantité δv , donnent la valeur suivante des perturbations de la longitude vraie, du rayon-vecteur et de la latitude de Neptune.

Perturbations de la longitude vraie de Neptune.

a) Par l'action de Jupiter :

$$\begin{aligned}+ 32,67 \sin (184^\circ 52,5 + 28^\circ 9' 44,0 t) \\ + 0,13 \sin (309^\circ 6,0 - 56^\circ 19' 28,0 t) \\ + 0,14 \sin (194^\circ 37,5 + 84^\circ 29' 12,0 t) \\ + 0,34 \sin (264^\circ 22,5 - 25^\circ 58' 31,2 t) \\ + 0,21 \sin (304^\circ 47,5 + 30^\circ 20' 56,7 t) \\ + 0,84 \sin (332^\circ 59,1 + 58^\circ 30' 40,7 t)\end{aligned}$$

b) Par l'action de Saturne :

$$\begin{aligned}+ 17,97 \sin (140^\circ 35,0 - 10^\circ 2' 3,4 t) \\ + 0,15 \sin (280^\circ 38,4 - 20^\circ 4' 6,7 t) \\ + 4,71 \sin (239^\circ 9,7 - 7^\circ 50' 50,6 t) \\ + 0,20 \sin (173^\circ 33,7 - 17^\circ 52' 53,9 t) \\ + 0,23 \sin (119^\circ 57,3 + 12^\circ 13' 16,1 t) \\ + 0,60 \sin (330^\circ 16,0 + 22^\circ 15' 19,5 t) \\ + 0,10 \sin (4^\circ 7,3 + 32^\circ 17' 22,8 t) \\ + 0,70 \sin (12^\circ 38,4 - 5^\circ 39' 37,8 t) \\ + 0,27 \sin (272^\circ 10,0 + 14^\circ 24' 28,9 t) \\ + 0,21 \sin (126^\circ 2,4 - 30^\circ 6' 10,1 t)\end{aligned}$$

c) Par l'action d'Uranus :

$$\begin{aligned}+ (1955,50 - 0,011 t) \sin (113^\circ 36' 23'' + 0^\circ 5' 16,83 t) \\ + 132,87 \sin (54^\circ 20' 19'' + 0^\circ 5' 19,90 t) \\ + 89,57 \sin (25^\circ 4' 5'' + 0^\circ 10' 39,81 t) \\ + 6,20 \sin (306^\circ 25' 22'' + 0^\circ 15' 59,71 t) \\ + 253,78 \sin (129^\circ 48' 59'' - 2^\circ 5' 52,87 t) \\ + 9,67 \sin (249^\circ 42',6 - 4^\circ 11' 45,7 t) \\ + 2,02 \sin (200^\circ 6',4 - 6^\circ 17' 38,6 t) \\ + 0,62 \sin (146^\circ 48',6 - 8^\circ 23' 31,4 t)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ 0,27 \sin (93^{\circ}30',0 - 10^{\circ}29'24,4 t) \\
 &+ 0,35 \sin (40^{\circ}12',9 - 12^{\circ}35'17,2 t) \\
 &+ 0,27 \sin (346^{\circ}54',5 - 14^{\circ}41'10,0 t) \\
 &+ 79,95 \sin (49^{\circ}20',1 - 2^{\circ} 0'33,0 t) \\
 &+ 2,10 \sin (174^{\circ}37',1 - 4^{\circ} 6'25,8 t) \\
 &+ 0,62 \sin (128^{\circ}12',2 - 6^{\circ}12'18,7 t) \\
 &+ 0,27 \sin (130^{\circ} 3',2 - 8^{\circ}18'11,6 t) \\
 &+ 3,55 \sin (356^{\circ}56',3 + 4^{\circ}17' 5,6 t) \\
 &+ 0,28 \sin (248^{\circ}43',7 + 6^{\circ}22'58,5 t) \\
 &+ 17,28 \sin (36^{\circ} 2',6 + 2^{\circ}16'32,7 t) \\
 &+ 7,86 \sin (331^{\circ} 0',2 - 1^{\circ}55'13,1 t) \\
 &+ 0,77 \sin (315^{\circ} 9',2 + 2^{\circ}21'52,6 t) \\
 &+ 0,19 \sin (329^{\circ}25',1 + 4^{\circ}27'45,5 t).
 \end{aligned}$$

Perturbations du rayon-vecteur de Neptune exprimées en unités de la distance moyenne.

a) Par l'action de Jupiter:

$$\begin{aligned}
 &+ 66,78 + 32,46 \cos (4^{\circ}52',5 + 28^{\circ} 9'44,0 t) \\
 &+ 0,47 \cos (314^{\circ}55',0 - 56^{\circ}19'28,0 t) \\
 &+ 6,39 \cos (103^{\circ} 1',8 - 25^{\circ}58'31,2 t) \\
 &+ 1,29 \cos (292^{\circ}46',9 + 30^{\circ}20'56,7 t) \\
 &+ 0,82 \cos (332^{\circ}59',1 + 58^{\circ}30'40,7 t)
 \end{aligned}$$

b) Par l'action de Saturne:

$$\begin{aligned}
 &+ 21,32 + 18,67 \cos (320^{\circ} 19',2 - 10^{\circ} 2' 3,4 t) \\
 &+ 1,65 \cos (271^{\circ} 50',0 - 7^{\circ} 50'50,6 t)
 \end{aligned}$$

c) Par l'action d'Uranus:

$$\begin{aligned}
 &+ 4,90 + 56,13 \cos (289^{\circ} 25',8 + 0^{\circ} 5'19,9 t) \\
 &+ 5,59 \cos (202^{\circ} 51',8 + 0^{\circ}10'39,8 t) \\
 &+ 113,79 \cos (130^{\circ} 16',5 - 2^{\circ} 5'52,9 t) \\
 &+ 7,58 \cos (251^{\circ} 25',8 - 4^{\circ}11'45,7 t) \\
 &+ 3,27 \cos (200^{\circ} 6',4 - 6^{\circ}17'38,6 t) \\
 &+ 1,80 \cos (146^{\circ} 48',6 - 8^{\circ}23'31,4 t) \\
 &+ 1,08 \cos (93^{\circ} 30',0 - 10^{\circ}29'24,4 t) \\
 &+ 0,53 \cos (40^{\circ} 12',9 - 12^{\circ}35'17,2 t) \\
 &+ 0,46 \cos (346^{\circ} 54',5 - 14^{\circ}41'10,0 t) \\
 &+ 36,76 \cos (48^{\circ} 33',6 - 2^{\circ} 0'33,0 t) \\
 &+ 1,48 \cos (177^{\circ} 11',3 - 4^{\circ} 6'25,8 t) \\
 &+ 0,26 \cos (125^{\circ} 2',3 - 6^{\circ}12'18,7 t) \\
 &+ 1,49 \cos (179^{\circ} 15',8 + 4^{\circ}17' 5,7 t) \\
 &+ 8,64 \cos (217^{\circ} 29',9 + 2^{\circ}16'32,7 t) \\
 &+ 3,60 \cos (329^{\circ} 28',4 - 1^{\circ}55'13,1 t)
 \end{aligned}$$

Perturbations de la latitude de Neptune.

a) Par l'action de Jupiter:

$$+ 0,56 \sin (163^{\circ} 19,1 + 30^{\circ} 20' 56,7 t)$$

b) Par l'action de Saturne:

$$+ 0,32 \sin (295^{\circ} 30,3 + 13^{\circ} 36' 36,1 t)$$

c) Par l'action d'Uranus:

$$+ 0,25 \sin (316^{\circ} 9,1 + 0^{\circ} 5' 19,9 t)$$

$$+ 1,51 \sin (254^{\circ} 40,8 - 2^{\circ} 0' 32,9 t)$$

Dans l'état actuel du problème des mouvements de Neptune il est superflu de considérer les inégalités du carré des forces perturbatrices; parmi les inégalités de cet ordre il n'y a que celles, qui dépendent du carré de la masse d'Uranus et du produit de cette dernière par celle de Neptune qui peuvent être sensibles. En faisant attention à ce que les formules précédentes sont calculées sur les éléments de Neptune trouvés par M. Walker et que ces éléments avec les perturbations très petites données par M. Peirce satisfont assez bien et satisferont probablement encore long-temps aux observations, nous nous croyons dispensés de faire varier les éléments de Neptune. S'il pouvait exister quelques inégalités sensibles produites par la variation des éléments d'Uranus, elles répondraient aux arguments à longue période et par cela même n'influeraient que très peu sur la détermination des éléments elliptiques de Neptune.

A l'aide des formules précédentes on a calculé les perturbations de Neptune pour l'intervalle de 34 années depuis 1846 à 1880. Les perturbations du rayon-vecteur doivent être multipliées par $a \sin 1'$ pour les réduire à l'unité ordinaire.

Inégalités périodiques de Neptune.

TABLE I.

Inégalités à longue période

	de la longitude vrais.	du rayon-vec- teur.
1795 Mai 9	+ 1970,74	+ 8,69
1846 Janvier 1	+ 1936,38	+ 13,17
1850 Janvier 1	+ 1933,12	+ 13,52
1860 Janvier 1	+ 1924,73	+ 14,41
1870 Janvier 1	+ 1915,80	+ 15,31
1880 Janvier 1	+ 1906,43	+ 16,20

TABLE II.

Années, mois et jours.	Inégalités de la longitude vraie.	Diff.	Inégalités du rayon-vecteur.	Diff.	Inégalités de la latitude.
1795 Mai 9	— 170,82		— 103,19		— 0,84
1846 Janvier 1	+ 255,33	+ 3,29	— 75,56	+ 4,27	— 1,58
Avril 1	258,62	2,71	71,29	4,47	1,54
Juillet 2	261,33	2,15	66,82	4,60	1,50
Octobre 2	263,48	1,67	62,22	4,61	1,47
1847 Janvier 1	265,15	1,17	57,61	4,69	1,44
Avril 1	266,32	0,69	52,92	4,72	1,43
Juillet 2	267,01	+ 0,24	48,20	4,70	1,42
Octobre 2	267,25	— 0,19	43,50	4,57	1,42
1848 Janvier 1	267,06	0,54	38,93	4,34	1,42
Avril 1	266,52	0,88	34,59	4,21	1,44
Juillet 2	265,64	1,17	30,38	3,55	1,46
Octobre 2	264,47	1,41	26,83	3,37	1,49
1849 Janvier 1	263,06	1,59	23,46	3,02	1,53
Avril 1	261,47	1,70	20,44	2,25	1,57
Juillet 2	259,77	1,74	18,19	1,89	1,63
Octobre 2	258,03	1,87	16,30	1,27	1,68
1850 Janvier 1	256,16	1,81	15,03	0,73	1,74
Avril 1	254,35	1,68	14,30	+ 0,21	1,79
Juillet 2	252,67	1,49	14,09	— 0,50	1,85
Octobre 2	251,18	1,29	14,59	0,92	1,91
1851 Janvier 1	249,89	1,03	15,51	1,34	1,97
Avril 1	248,86	0,77	16,85	1,91	2,02
Juillet 2	248,09	0,52	18,76	2,43	2,07
Octobre 2	247,57	— 0,18	21,19	2,78	2,11
1852 Janvier 1	247,39	+ 0,12	23,97	3,03	2,15
Avril 1	247,51	0,50	27,00	3,27	2,17
Juillet 2	248,01	0,82	30,27	3,43	2,19
Octobre 2	248,83	1,19	33,70	3,50	2,22
1853 Janvier 1	250,02	1,56	37,20	3,54	2,24
Avril 1	251,58	1,96	40,74	3,50	2,23
Juillet 2	253,54	2,39	44,24	3,42	2,22
Octobre 2	255,93	2,76	47,66	3,35	2,19
1854 Janvier 1	258,69	3,13	51,01	3,18	2,16
Avril 1	261,82	3,54	54,19	2,97	2,12
Juillet 2	265,36	3,92	57,16	2,63	2,07
Octobre 2	+ 269,28	+ 4,18	— 59,79	— 2,32	— 2,01

Années, mois et jours.	Inégalités de la longitude vraie.	Diff.	Inégalités du rayon-vecteur.	Diff.	Inégalités de la latitude.
1855 Janvier 1	+ 273,46	+ 4,51	— 62,11	— 2,00	— 1,94
Avril 1	277,97	4,69	64,11	1,67	1,84
Juillet 2	282,66	4,93	65,78	1,32	1,74
Octobre 2	287,59	4,95	67,10	0,96	1,64
1856 Janvier 1	292,54	5,06	68,06	0,60	1,54
Avril 1	297,60	4,92	68,66	— 0,24	1,45
Juillet 2	302,52	4,85	68,90	+ 0,10	1,35
Octobre 2	307,37	4,58	68,80	0,50	1,25
1857 Janvier 1	311,95	4,36	68,30	1,02	1,15
Avril 1	316,31	3,94	67,28	1,45	1,06
Juillet 2	320,25	3,57	65,83	1,89	0,97
Octobre 2	323,82	3,09	63,94	2,30	0,89
1858 Janvier 1	326,91	2,64	61,64	2,69	0,81
Avril 1	329,55	2,10	58,95	3,08	0,74
Juillet 2	331,65	1,56	55,87	3,43	0,67
Octobre 2	333,21	1,00	52,44	3,76	0,62
1859 Janvier 1	334,21	+ 0,42	48,68	4,11	0,57
Avril 1	334,63	— 0,10	44,57	4,14	0,55
Juillet 2	334,53	0,65	40,43	4,37	0,53
Octobre 2	333,88	1,14	36,06	4,46	0,53
1860 Janvier 1	332,74	1,71	31,60	4,58	0,53
Avril 1	331,03	2,12	27,02	4,53	0,54
Juillet 2	328,91	2,55	22,49	4,41	0,56
Octobre 2	326,36	2,89	18,08	4,26	0,59
1861 Janvier 1	323,47	3,27	13,82	4,07	0,63
Avril 1	320,20	3,54	9,75	3,80	0,69
Juillet 2	316,66	3,82	5,95	3,42	0,75
Octobre 2	312,84	4,01	— 2,53	3,05	0,81
1862 Janvier 1	308,83	4,23	+ 0,52	2,67	0,88
Avril 1	304,60	4,28	3,19	2,19	0,95
Juillet 2	300,32	4,38	5,38	1,71	1,03
Octobre 2	295,94	4,32	7,09	1,23	1,10
1863 Janvier 1	291,62	4,31	8,32	0,74	1,16
Avril 1	287,31	4,14	9,06	+ 0,28	1,22
Juillet 2	283,17	3,93	9,34	— 0,16	1,29
Octobre 2	279,24	3,75	9,18	0,59	1,35
1864 Janvier 1	275,49	3,67	8,59	0,86	1,40
Avril 1	271,82	3,26	7,73	1,17	1,46
Juillet 2	+ 268,56	— 2,84	+ 6,56	— 1,49	— 1,51

Année, mois et jours.	Inégalités de la longitude vraie.	Diff.	Inégalités du rayon-vecteur.	Diff.	Inégalités de la latitude.
1865 Octobre 2	+ 265,72	- 2,50	+ 5,07	- 1,69	- 1,54
1865 Janvier 1	263,22	2,20	3,38	1,74	1,57
Avril 1	261,02	1,75	+ 1,64	1,83	1,58
Juillet 2	259,27	1,21	- 0,19	1,95	1,59
1866 Octobre 2	258,06	0,82	2,14	1,88	1,58
1866 Janvier 1	257,24	- 0,47	4,02	1,80	1,57
Avril 1	256,77	+ 0,03	5,82	1,67	1,54
Juillet 2	256,80	0,57	7,49	1,43	1,51
1867 Octobre 2	257,37	0,98	8,92	1,23	1,47
1867 Janvier 1	258,35	1,41	10,15	1,06	1,43
Avril 1	259,76	1,81	11,21	0,81	1,37
Juillet 2	261,57	2,28	12,02	0,44	1,32
1868 Octobre 2	263,85	2,56	12,46	- 0,12	1,26
1868 Janvier 1	266,41	2,93	12,58	+ 0,16	1,20
Avril 1	269,34	3,03	12,42	0,51	1,13
Juillet 2	272,37	3,18	11,91	0,91	1,07
1869 Octobre 2	275,55	3,21	11,00	1,27	1,01
1869 Janvier 1	278,76	3,37	9,73	1,61	0,95
Avril 1	282,13	3,18	8,12	1,96	0,89
Juillet 2	285,31	3,04	6,16	2,28	0,83
1870 Octobre 2	288,35	2,75	3,88	2,62	0,78
1870 Janvier 1	291,10	2,54	- 1,26	3,38	0,73
Avril 1	293,64	2,11	+ 2,12	3,68	0,70
Juillet 2	295,75	1,69	5,80	3,97	0,67
1871 Octobre 2	297,44	1,26	9,77	4,27	0,65
1871 Janvier 1	298,70	0,88	14,04	4,61	0,63
Avril 1	299,58	+ 0,37	18,65	4,91	0,61
Juillet 2	299,95	- 0,15	23,56	5,21	0,63
1872 Octobre 2	299,80	0,61	28,77	5,44	0,64
1872 Janvier 1	299,19	1,05	34,21	5,65	0,66
Avril 1	298,14	1,52	39,86	5,78	0,69
Juillet 2	296,62	2,04	45,64	5,76	0,72
1873 Octobre 2	294,58	2,42	51,40	5,70	0,76
1873 Janvier 1	292,16	2,82	57,10	5,66	0,81
Avril 1	289,34	3,18	62,76	5,49	0,87
Juillet 2	286,16	3,59	68,25	5,19	0,93
1874 Octobre 2	282,57	3,87	73,44	4,89	0,99
1874 Janvier 1	278,70	4,20	78,33	4,59	1,05
Avril 1	+ 274,50	- 4,40	+ 82,92	+ 4,16	- 1,11

Années mois et jours.		Inégalités de la longitude vraie.	Diff.	Inégalités du rayon-vecteur.	Diff.	Inégalités de la latitude.
	Juillet 2	+ 270,10	- 4,65	+ 87,08	+ 3,64	- 1,17
	Octobre 2	265,45	4,88	90,72	3,14	1,22
1875	Janvier 1	260,57	4,95	93,86	2,63	1,27
	Avril 1	255,62	4,89	96,49	2,14	1,31
	Juillet 2	250,73	4,84	98,63	1,59	1,34
	Octobre 2	245,89	4,81	100,22	1,11	1,37
1876	Janvier 1	241,08	4,77	101,33	0,67	1,40
	Avril 1	236,31	4,63	102,00	+ 0,20	1,42
	Juillet 2	231,68	4,36	102,20	- 0,23	1,43
	Octobre 2	227,32	4,07	101,97	0,65	1,43
1877	Janvier 1	223,25	3,83	101,32	0,91	1,43
	Avril 1	219,42	3,41	100,41	1,17	1,41
	Juillet 2	216,01	3,00	99,24	1,36	1,39
	Octobre 2	213,01	2,56	97,88	1,53	1,34
1878	Janvier 1	210,45	2,13	96,35	1,63	1,31
	Avril 1	208,32	1,67	94,72	1,68	1,25
	Juillet 2	206,65	1,22	93,04	1,58	1,19
	Octobre 2	205,43	0,70	91,46	1,52	1,12
1879	Janvier 1	204,73	- 0,15	89,94	1,47	1,04
	Avril 1	204,58	+ 0,33	88,47	1,38	0,96
	Juillet 2	204,91	0,82	87,09	1,24	0,87
	Octobre 2	205,73	+ 1,30	85,85	- 1,10	0,78
1880	Janvier 1	+ 207,03		+ 84,75		- 0,68

4. Dans la recherche des éléments de Neptune il est impossible de prendre, pour point de départ, les éléments trouvés par M. Walker, vu la forme particulière des perturbations déduites du calcul de M. Peirce. Pour satisfaire autant que possible aux observations des années 1846, 1847, 1848 et à l'observation de Lalande, sans toucher d'abord à l'excentricité et à la longitude du périhélie, nous diminuons le mouvement moyen de 7,723 et l'époque de 0° 36' 33,09. Le changement du mouvement moyen doit nécessairement produire des changements correspondants dans les autres éléments, et sur-tout dans l'excentricité et dans la longitude du périhélie. Mais comme il est impossible de juger a priori de la valeur des variations de ces deux éléments, nous les laisserons indéterminées, ainsi que les variations des autres éléments.

Soient δn , $\delta \varepsilon$, δe , $\delta \pi$, $\delta \omega$ et δi les corrections cherchées des éléments elliptiques de Neptune, on aura, à partir du 1^{er} janvier

1850 midi moyen de Greenwich, les valeurs suivantes pour les éléments de cette planète :

$$n = 7865,051 + \delta n$$

$$a = 30,05663 - \frac{2}{3} \frac{a}{n} \delta n$$

$$e = 0,00871946 + 0,0115 t + \delta e$$

$$\varepsilon = 334^{\circ}32'25,54 + \delta \varepsilon$$

$$\pi = 47^{\circ}14'37,27 + 0,778 t + \delta \pi$$

$$\omega = 130^{\circ}6'51,58 - 10,621 t + \delta \omega$$

$$i = 1^{\circ}46'58,97 - 0,346 t + \delta i$$

$$\text{Précession générale} = 50,2357 t + 0,00012215 t^2.$$

Soit v la longitude vraie par rapport à l'équinoxe moyen de 1850, on aura :

$$v = 334^{\circ}32'25,54 + 7865,051 t$$

$$\begin{aligned} &+ (3597,00 + 0,023 t) \sin (287^{\circ}17'48,27 + 7864,273 t) \\ &\quad + 19,60 \sin 2(287^{\circ}17'48,27 + 7864,273 t) \\ &\quad + 0,15 \sin 3(287^{\circ}17'48,27 + 7864,273 t) \\ &\quad + \text{perturbations données par les tables I et} \\ &\quad \text{II du numero précédent.} \end{aligned}$$

En posant l'anomalie moyenne

$$287^{\circ}17'48,27 + 7864,273 t = \xi$$

nous aurons pour la variation de la longitude vraie l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \delta v = & (t \delta n + \delta \varepsilon) \left(1 + 2e \cos \xi + \frac{5}{2} e^2 \cos 2 \xi \right) \\ & + \delta e \left(2 \sin \xi + \frac{5}{2} e \sin 2 \xi \right) \\ & - e \delta \pi \left(2 \cos \xi + \frac{5}{2} e \cos 2 \xi \right) \end{aligned}$$

Il est possible que la petitesse de l'excentricité de Neptune puisse rendre la variation de la longitude du périhélie dans l'équation du centre fort sensible, de sorte qu'il ne suffirait pas de ne tenir compte que du premier ordre des variations δe et $e \delta \pi$. Le carré de la variation de l'excentricité peut être négligé, mais on doit conserver le carré de la variation de la longitude du périhélie et le produit de cette dernière variation par celle de l'excentricité. Avec une telle approximation on aura la valeur suivante de la variation de l'équation du centre :

$$\begin{aligned} & \left(\delta e - \frac{1}{2} e \delta \pi^2 \right) \left(2 \sin \xi + \frac{5}{2} e \sin 2 \xi \right) \\ & - (e + \delta e) \delta \pi \left(2 \cos \xi + \frac{5}{2} e \cos 2 \xi \right). \end{aligned}$$

On verra plus loin, que les quantités du second ordre sont trop sensibles pour être négligées; sans cette précaution l'équation du centre deviendrait trop faible de quatre à cinq secondes.

Pour abrégé nous poserons

$$\begin{aligned} \delta e - \frac{1}{2} e \delta \pi &= \delta_1 e \\ (e + \delta e) \delta \pi &= e \delta_1 \pi. \end{aligned}$$

Dans le rayon-vecteur nous ajoutons la partie constante des perturbations ou la quantité

$$+ 92,28 a \sin 1' = 0,01345$$

à la distance moyenne et nous aurons

$$\begin{aligned} r = 30,07122 - (0,26207 + 0,0000017 t) \cos \xi - 0,00114 \cos 2 \xi \\ + \text{perturbations du rayon - vecteur données par les} \\ \text{tables I et II, en les multipliant par } 30,05663 \sin 1'. \end{aligned}$$

Dans ce qui va suivre nous aurons besoin de la quantité $\frac{\delta r}{r}$;

or on a :

$$\begin{aligned} \frac{\delta r}{r} = \delta n \sin 1' \left(-\frac{2}{3} \frac{1}{n \sin 1'} + e t \sin \xi \right) - \delta e \left(\cos \xi + \frac{3}{2} e \cos 2 \xi \right) \\ + (e \delta e - e \delta \pi) \left(\sin \xi + \frac{3}{2} e \sin 2 \xi \right) \sin 1'. \end{aligned}$$

La longitude héliocentrique de Neptune dans son orbite troublée par rapport à l'équinoxe apparent se calculera par la formule suivante :

$$\begin{aligned} l = v + \text{précession générale} + \text{nutaton} \\ - \text{tang}^2 (0^\circ 53' 29,5 - 0,173 t) \sin 2 (v - 130^\circ 6' 51,6 + 10,621 t) \end{aligned}$$

et on aura :

$$\delta l = \delta v.$$

Quant à la latitude de Neptune sur l'écliptique vraie, on doit remarquer, que les lieux calculés au moyen des éléments provisoires et des perturbations prises dans les tables I et II s'accordant assez bien avec l'observation de Lalande et les observations modernes des deux premières années, diffèrent sensiblement pour les années suivantes, de sorte que l'excès de l'observation sur le calcul va jusqu'à 30' pour 1853; d'où il suit que la quantité $\sin i \delta v$ devient sensible et ne peut être négligée. Ainsi en calculant la latitude par la formule :

$$\sin b = \sin (1^\circ 46' 58,97 - 0,346 t) \sin (v - 130^\circ 6' 51,6 + 10,621 t)$$

et en ajoutant à la quantité b les perturbations données dans les tables I et II du numero précédent, nous aurons la valeur suivante pour la variation de la latitude due aux variations des éléments :

$$\begin{aligned} \delta b = & \delta i \sin (\nu - 130^{\circ} 6' 51,6 + 10,621 t) \\ & - \sin i \delta \omega \cos (\nu - 130^{\circ} 6' 51,6 + 10,621 t) \\ & + \sin i \delta \nu \cos (\nu - 130^{\circ} 6' 51,6 + 10,621 t). \end{aligned}$$

A l'aide des formules exposées nous avons calculé les tables suivantes des longitudes, et des latitudes héliocentriques et les logarithmes du rayon-vecteur pour toute la série d'observations par des intervalles de 120 jours, ainsi que leurs variations δl , δb et $\frac{\delta r}{r}$, en faisant abstraction de la nutation, parcequ'elle varie irrégulièrement durant ce temps. Les positions intermédiaires se trouvent facilement par des formules d'interpolation.

a) *Table des longitudes, latitudes héliocentriques et des rayons - vecteurs de Neptune par rapport à l'équinoxe moyen de l'époque et pour le méridien moyen de Greenwich.*

Années, mois et jours.	l	b	$\log r$
1795 Mai 8	215° 5' 10,84	+ 1° 46' 57,84	1,4816229
10	5 53, 33	+ 1 46 57,94	1,4816231
1845 Sept. 24	324 45 34,06	— 0 27 10,67	1,4775036
1846 Janv. 22	325 29 4,70	28 28,59	1,4774664
Mai 22	326 12 34,72	29 46,26	1,4774308
Sept. 19	56 4, 15	31 3,69	1,4773966
1847 Janv. 17	327 39 33,31	32 20,81	1,4773621
Mai 17	328 23 2,04	33 37,65	1,4773286
Sept. 14	329 6 30,63	34 54,17	1,4772950
1848 Janv. 12	49 59,09	36 10,35	1,4772614
Mai 11	330 33 27,45	37 26,19	1,4772268
Sept. 8	331 16 55,90	38 41,70	1,4771911
1849 Janv. 6	332 0 24,48	39 56,85	1,4771544
Mai 6	43 53, 33	41 11,66	1,4771162
Sept. 3	333 27 22,59	42 26,08	1,4770765
1850 Janv. 1	334 10 52,25	43 40,12	1,4770344
Mai 1	54 22,51	44 53,74	1,4769906
Août 29	335° 37' 53,68	— 46' 6,97	1,4769449

Années, mois et jours.		<i>l</i>	<i>b</i>	log <i>r</i>
	Déc. 27	336° 21' 25",71	— 0° 47' 19",78	1,4768975
1851	Avril 26	337 4 58,73	— 0 48 32,15	1,4768486
	Août 24	48 32,79	49 44,09	1,4767979
	Déc. 22	338 32 7,93	50 55,55	1,4767459
1852	Avril 20	339 15 44,16	52 6,54	1,4766931
	Août 18	59 21,60	53 17,08	1,4766397
	Déc. 16	340 43 0,12	54 27,11	1,4765863
1853	Avril 15	341 26 39,93	55 36,62	1,4765327
	Août 13	342 10 20,94	56 45,62	1,4764796
	Déc. 11	342° 54' 3",17	— 0° 57' 54",08	1,4764273

b) Table de la valeur δl .

1795	Mai 9	$\delta l = -53,7251 \delta n + 0,9831 \delta \varepsilon + 1,9358 \varepsilon \delta \pi + 0,4097 \delta \varepsilon$
1845	Sept. 24	$- 4,2806 \delta n + 1,0022 \delta \varepsilon - 0,2562 \varepsilon \delta \pi - 1,9868 \delta \varepsilon$
1846	Janvier 22	$- 3,9522 \delta n + 1,0025 \delta \varepsilon - 0,2812 \varepsilon \delta \pi - 1,9837 \delta \varepsilon$
	Mai 22	$- 3,6236 \delta n + 1,0027 \delta \varepsilon - 0,3061 \varepsilon \delta \pi - 1,9802 \delta \varepsilon$
	Sept. 19	$- 3,2949 \delta n + 1,0029 \delta \varepsilon - 0,3310 \varepsilon \delta \pi - 1,9764 \delta \varepsilon$
1847	Janvier 17	$- 2,9661 \delta n + 1,0031 \delta \varepsilon - 0,3558 \varepsilon \delta \pi - 1,9724 \delta \varepsilon$
	Mai 17	$- 2,6371 \delta n + 1,0033 \delta \varepsilon - 0,3806 \varepsilon \delta \pi - 1,9681 \delta \varepsilon$
	Sept. 14	$- 2,3079 \delta n + 1,0035 \delta \varepsilon - 0,4053 \varepsilon \delta \pi - 1,9634 \delta \varepsilon$
1848	Janvier 12	$- 1,9786 \delta n + 1,0037 \delta \varepsilon - 0,4300 \varepsilon \delta \pi - 1,9584 \delta \varepsilon$
	Mai 11	$- 1,6492 \delta n + 1,0040 \delta \varepsilon - 0,4546 \varepsilon \delta \pi - 1,9531 \delta \varepsilon$
	Sept. 8	$- 1,3197 \delta n + 1,0042 \delta \varepsilon - 0,4792 \varepsilon \delta \pi - 1,9474 \delta \varepsilon$
1849	Janvier 6	$- 0,9900 \delta n + 1,0044 \delta \varepsilon - 0,5037 \varepsilon \delta \pi - 1,9415 \delta \varepsilon$
	Mai 6	$- 0,6601 \delta n + 1,0046 \delta \varepsilon - 0,5281 \varepsilon \delta \pi - 1,9358 \delta \varepsilon$

Sept. 3	$\delta l = -$	$0,3301 \delta n + 1,0048 \delta \varepsilon - 0,5524 e \delta \pi$	$- 1,9288 \delta e$
1850 Janvier 1	$+$	$0,0000 \delta n + 1,0050 \delta \varepsilon - 0,5767 e \delta \pi$	$- 1,9219 \delta e$
Mai 1	$+$	$0,3303 \delta n + 1,0052 \delta \varepsilon - 0,6009 e \delta \pi$	$- 1,9148 \delta e$
Août 29	$+$	$0,6607 \delta n + 1,0054 \delta \varepsilon - 0,6250 e \delta \pi$	$- 1,9073 \delta e$
Déc. 27	$+$	$0,9912 \delta n + 1,0057 \delta \varepsilon - 0,6490 e \delta \pi$	$- 1,8996 \delta e$
1851 Avril 26	$+$	$1,3219 \delta n + 1,0059 \delta \varepsilon - 0,6729 e \delta \pi$	$- 1,8915 \delta e$
Août 24	$+$	$1,6527 \delta n + 1,0061 \delta \varepsilon - 0,6967 e \delta \pi$	$- 1,8831 \delta e$
Déc. 22	$+$	$1,9836 \delta n + 1,0063 \delta \varepsilon - 0,7205 e \delta \pi$	$- 1,8744 \delta e$
1852 Avril 20	$+$	$2,3147 \delta n + 1,0065 \delta \varepsilon - 0,7441 e \delta \pi$	$- 1,8655 \delta e$
Août 18	$+$	$2,6459 \delta n + 1,0067 \delta \varepsilon - 0,7676 e \delta \pi$	$- 1,8562 \delta e$
Déc. 16	$+$	$2,9773 \delta n + 1,0069 \delta \varepsilon - 0,7910 e \delta \pi$	$- 1,8466 \delta e$
1853 Avril 15	$+$	$3,3088 \delta n + 1,0071 \delta \varepsilon - 0,8143 e \delta \pi$	$- 1,8367 \delta e$
Août 13	$+$	$3,6404 \delta n + 1,0073 \delta \varepsilon - 0,8374 e \delta \pi$	$- 1,8266 \delta e$
Déc. 11	$+$	$3,9721 \delta n + 1,0075 \delta \varepsilon - 0,8604 e \delta \pi$	$- 1,8161 \delta e$

c) *Table de la valeur* $\frac{\delta r}{r} \frac{1}{\sin 1'}$.

1795 Mai 9	$\frac{\delta r}{r} \frac{1}{\sin 1'}$	$= - 17,583 \delta n + 0,002 \delta \varepsilon - 0,204 e \delta \pi$	$+ 0,966 \delta e$
1845 Sept. 24		$- 17,447 \delta n - 0,009 \delta \varepsilon + 0,993 e \delta \pi$	$- 0,126 \delta e$
1846 Janv. 22		$- 17,450 \delta n - 0,009 \delta \varepsilon + 0,992 e \delta \pi$	$- 0,138 \delta e$
Mai 22		$- 17,452 \delta n - 0,009 \delta \varepsilon + 0,990 e \delta \pi$	$- 0,151 \delta e$
Sept. 19		$- 17,455 \delta n - 0,009 \delta \varepsilon + 0,989 e \delta \pi$	$- 0,164 \delta e$

1847	Janvier	7	$\frac{\delta r}{r} \frac{1}{\sin 1''} =$	$- 17,458 \delta n - 0,009 \delta \varepsilon + 0,987 e \delta \pi$	$- 0,176 \delta \varepsilon$
	Mai	17		$- 17,461 \delta n - 0,009 \delta \varepsilon + 0,985 e \delta \pi$	$- 0,189 \delta \varepsilon$
	Sept.	14		$- 17,464 \delta n - 0,009 \delta \varepsilon + 0,983 e \delta \pi$	$- 0,201 \delta \varepsilon$
1848	Janvier	12		$- 17,467 \delta n - 0,008 \delta \varepsilon + 0,981 e \delta \pi$	$- 0,213 \delta \varepsilon$
	Mai	11		$- 17,470 \delta n - 0,008 \delta \varepsilon + 0,978 e \delta \pi$	$- 0,225 \delta \varepsilon$
	Sept.	8		$- 17,473 \delta n - 0,008 \delta \varepsilon + 0,975 e \delta \pi$	$- 0,238 \delta \varepsilon$
1849	Janvier	6		$- 17,476 \delta n - 0,008 \delta \varepsilon + 0,972 e \delta \pi$	$- 0,250 \delta \varepsilon$
	Mai	6		$- 17,478 \delta n - 0,008 \delta \varepsilon + 0,969 e \delta \pi$	$- 0,262 \delta \varepsilon$
	Sept.	3		$- 17,481 \delta n - 0,008 \delta \varepsilon + 0,966 e \delta \pi$	$- 0,274 \delta \varepsilon$
1850	Janvier	1		$- 17,484 \delta n - 0,008 \delta \varepsilon + 0,962 e \delta \pi$	$- 0,287 \delta \varepsilon$
	Mai	1		$- 17,486 \delta n - 0,008 \delta \varepsilon + 0,959 e \delta \pi$	$- 0,299 \delta \varepsilon$
	Août	29		$- 17,488 \delta n - 0,008 \delta \varepsilon + 0,955 e \delta \pi$	$- 0,311 \delta \varepsilon$
	Déc.	27		$- 17,490 \delta n - 0,008 \delta \varepsilon + 0,951 e \delta \pi$	$- 0,323 \delta \varepsilon$
1851	Avril	26		$- 17,493 \delta n - 0,008 \delta \varepsilon + 0,947 e \delta \pi$	$- 0,335 \delta \varepsilon$
	Août	24		$- 17,495 \delta n - 0,008 \delta \varepsilon + 0,943 e \delta \pi$	$- 0,347 \delta \varepsilon$
	Déc.	22		$- 17,497 \delta n - 0,008 \delta \varepsilon + 0,939 e \delta \pi$	$- 0,359 \delta \varepsilon$
1852	Avril	20		$- 17,500 \delta n - 0,008 \delta \varepsilon + 0,934 e \delta \pi$	$- 0,370 \delta \varepsilon$
	Août	18		$- 17,502 \delta n - 0,008 \delta \varepsilon + 0,930 e \delta \pi$	$- 0,382 \delta \varepsilon$
	Déc.	16		$- 17,504 \delta n - 0,008 \delta \varepsilon + 0,925 e \delta \pi$	$- 0,394 \delta \varepsilon$
1853	Avril	15		$- 17,506 \delta n - 0,008 \delta \varepsilon + 0,920 e \delta \pi$	$- 0,406 \delta \varepsilon$
	Août	13		$- 17,509 \delta n - 0,008 \delta \varepsilon + 0,915 e \delta \pi$	$- 0,417 \delta \varepsilon$

$$\text{Déc. 11 } \frac{\delta r}{r} \frac{1}{\sin i'} = -17,511 \delta n - 0,008 \delta \varepsilon + 0,910 e \delta \pi - 0,429 \delta e$$

c) *Table de la valeur δb .*

1795	Mai	9	$\delta b = + 0,997 \delta i - 0,077 (\sin i \delta \omega - \sin i \delta l)$
1845	Sept.	24	$- 0,254 \delta i + 0,969 (\sin i \delta \omega - \sin i \delta l)$
1846	Janvier	22	$- 0,266 \delta i + 0,965 (\sin i \delta \omega - \sin i \delta l)$
	Mai	22	$- 0,278 \delta i + 0,961 (\sin i \delta \omega - \sin i \delta l)$
	Sept.	19	$- 0,290 \delta i + 0,957 (\sin i \delta \omega - \sin i \delta l)$
1847	Janvier	17	$- 0,302 \delta i + 0,953 (\sin i \delta \omega - \sin i \delta l)$
	Mai	17	$- 0,314 \delta i + 0,949 (\sin i \delta \omega - \sin i \delta l)$
	Sept.	14	$- 0,326 \delta i + 0,945 (\sin i \delta \omega - \sin i \delta l)$
1848	Janvier	12	$- 0,338 \delta i + 0,941 (\sin i \delta \omega - \sin i \delta l)$
	Mai	11	$- 0,350 \delta i + 0,937 (\sin i \delta \omega - \sin i \delta l)$
	Sept.	8	$- 0,362 \delta i + 0,932 (\sin i \delta \omega - \sin i \delta l)$
1849	Janvier	6	$- 0,374 \delta i + 0,928 (\sin i \delta \omega - \sin i \delta l)$
	Mai	6	$- 0,385 \delta i + 0,923 (\sin i \delta \omega - \sin i \delta l)$
	Sept.	3	$- 0,396 \delta i + 0,918 (\sin i \delta \omega - \sin i \delta l)$
1850	Janvier	1	$- 0,408 \delta i + 0,913 (\sin i \delta \omega - \sin i \delta l)$
	Mai	1	$- 0,419 \delta i + 0,908 (\sin i \delta \omega - \sin i \delta l)$
	Août	29	$- 0,431 \delta i + 0,902 (\sin i \delta \omega - \sin i \delta l)$
	Déc.	27	$- 0,442 \delta i + 0,897 (\sin i \delta \omega - \sin i \delta l)$
1851	Avril	26	$- 0,453 \delta i + 0,891 (\sin i \delta \omega - \sin i \delta l)$
	Août	24	$- 0,465 \delta i + 0,885 (\sin i \delta \omega - \sin i \delta l)$
	Déc.	22	$- 0,476 \delta i + 0,879 (\sin i \delta \omega - \sin i \delta l)$
1852	Avril	20	$- 0,487 \delta i + 0,873 (\sin i \delta \omega - \sin i \delta l)$
	Août	18	$- 0,498 \delta i + 0,867 (\sin i \delta \omega - \sin i \delta l)$
	Déc.	16	$- 0,509 \delta i + 0,861 (\sin i \delta \omega - \sin i \delta l)$
1853	Avril	15	$- 0,519 \delta i + 0,854 (\sin i \delta \omega - \sin i \delta l)$
	Août	13	$- 0,530 \delta i + 0,848 (\sin i \delta \omega - \sin i \delta l)$
	Déc.	11	$- 0,541 \delta i + 0,841 (\sin i \delta \omega - \sin i \delta l)$

2. LA CONSTRUCTION DE L'ÉPHÉMÉRIDE PROVISOIRE ET SA COMPARAISON AVEC LES OBSERVATIONS.

5. Soient comme auparavant l la longitude héliocentrique de la planète comptée sur écliptique vraie par rapport à l'équinoxe apparent, b la latitude, r le rayon-vecteur, V l'obliquité apparente de l'écliptique. Appelons α , δ et ϱ l'ascension droite, la déclinaison et la distance de la planète à la terre, on a les formules connues :

$$\begin{aligned} \varrho \cos \delta \cos \alpha &= r \cos l \cos b + X \\ \varrho \cos \delta \sin \alpha &= r (\sin l \cos b \cos V - \sin b \sin V) + Y \\ \varrho \sin \delta &= r (\sin l \cos b \sin V + \sin b \cos V) + Z \end{aligned}$$

Les coordonnées X, Y, Z du soleil sont comptées par rapport à l'équateur et à l'équinoxe vernal apparent et elles sont données immédiatement par le Nautical Almanac ou les Ephémérides de Berlin. Les quantités l, b, r sont contenues dans la table (a) du numero précédent en ajoutant la nutation à la longitude héliocentrique.

Si l'on pose
$$\frac{\text{tang } b}{\sin l} = \text{tang } \varphi$$

on trouvera

$$\begin{aligned} \varrho \cos \delta \cos \alpha &= r \cos l \cos b + X \\ \varrho \cos \delta \sin \alpha &= r \sin l \cos b \sec \varphi \cos (V + \varphi) + Y \\ \varrho \sin \delta &= r \sin l \cos b \sec \varphi \sin (V + \varphi) + Z. \end{aligned} \tag{1}$$

Pour la planète qui a le mouvement fort lent, comme Neptune, les coordonnées héliocentriques varient régulièrement, même dans un grand intervalle de temps si l'on fait abstraction de la nutation; en tenant compte de la nutation il suffira de calculer ces coordonnées de quinze à quinze jours. On tiendra compte de l'aberration par des règles connues, en diminuant le temps de l'observation de la quantité $0^{\text{h}} 8^{\text{m}} 17^{\text{s}} 8.$ ϱ et en interpolant l'ascension droite et la déclinaison pour ce temps.

Il y a encore une méthode plus avantageuse de calculer le lieu géocentrique de la planète: elle consiste en ce qui suit.

Soient λ et β l'ascension droite et la déclinaison héliocentrique de la planète par rapport à l'équinoxe moyen et au lieu de l'obliquité apparente de l'écliptique en employant l'obliquité moyenne. Les quantités λ et β se trouveront par les formules suivantes :

$$\begin{aligned} \cos \lambda \cos \beta &= \cos l \cos b \\ \sin \lambda \cos \beta &= \sin l \cos b \cos V - \sin b \sin V \\ \sin \beta &= \sin l \cos b \sin V + \sin b \cos V, \end{aligned}$$

ou par celles-ci :

$$\begin{aligned} \text{tang } \lambda &= \text{tang } l \sec \varphi \cos (V + \varphi) \\ \text{tang } \beta &= \text{tang } (V + \varphi) \sin \lambda, \end{aligned}$$

en posant
$$\text{tang } \varphi = \frac{\text{tang } b}{\sin l},$$

et en prenant les quantités l et b dans la table (a) sans aucun changement. Il est évident qu'il suffira de faire ces calculs par des intervalles de 120 jours et même par de plus grands. Les variations des coordonnées λ et β dues à la nutation et à la réduction de l'obliquité moyenne de l'écliptique à l'obliquité apparente se calculeront très facilement à l'aide des formules suivantes :

$$\begin{aligned} d\lambda &= N (\cos V + \text{tang } \beta \sin \lambda \sin V) - dV \text{tang } \beta \cos \lambda \\ d\beta &= N \sin V \cos \lambda + dV \sin \lambda, \end{aligned}$$

où N désigne la nutation de la longitude, dV la réduction de l'obliquité moyenne à l'obliquité apparente. En posant

$$\begin{aligned} \lambda + d\lambda &= \lambda' \\ \beta + d\beta &= \beta', \end{aligned}$$

on trouvera l'ascension droite et la déclinaison géocentrique par les formules

$$\begin{aligned} \rho \cos \delta \cos \alpha &= r \cos \lambda' \cos \beta' + X \\ \rho \cos \delta \sin \alpha &= r \sin \lambda' \cos \beta' + Y \\ \rho \sin \delta &= r \sin \beta' + Z, \end{aligned} \quad (2)$$

ou si l'on remarque que

$$\begin{aligned} X &= R \cos D \cos A \\ Y &= R \cos D \sin A \\ Z &= R \sin D, \end{aligned}$$

en appelant A l'ascension droite du soleil, D la déclinaison et R le rayon - vecteur, A et D étant délivrés de l'aberration, on aura

$$\begin{aligned} \rho \cos \delta \cos (\alpha - \lambda') &= r \cos \beta' + R \cos D \cos (A - \lambda') \\ \rho \cos \delta \sin (\alpha - \lambda') &= R \cos D \sin (A - \lambda') \\ \rho \sin \delta &= r \sin \beta' + Z. \end{aligned}$$

La méthode que nous venons d'exposer s'applique avec avantage dans le cas où l'on doit calculer l'éphéméride pour une ou quelques années consécutives. D'après cette méthode nous avons calculé la table suivante des ascensions droites héliocentriques λ et des déclinaisons β par des intervalles de 120 jours en prenant pour V la valeur constante $23^{\circ}27'30''$; les valeurs intermédiaires de trente à trente jours ont été trouvées par interpolation.

Années, mois et jours.	λ	Dir.	β	Dir.
1845 Sept. 24	327° 12' 31,73	10' 39,66	— 13° 42' 22,18	3' 20,28
Oct. 24	23 11,39	39,32	39 1,90	20,71
Nov. 23	33 50,71	38,99	35 41,19	21,15
Déc. 23	44 29,70	38,65	32 20,04	21,58
1846 Janv. 22	55 8,35	38,29	28 58,46	22,03
Févr. 21	328 5 46,64	37,97	25 36,43	22,46
Mars 23	16 24,61	37,64	22 13,97	22,89
Avril 22	27 2,25	37,30	18 51,08	23,30
Mai 22	37 39,55	36,92	15 27,78	23,74
Juin 21	48 16,47	36,62	12 4,04	24,15
Juill. 21	58 53,09	36,32	8 39,89	24,58
Août 20	329 9 29,41	36,01	5 15,31	25,00
Sept. 19	20 5,42	35,70	1 50,31	25,44
Oct. 19	30 41,12	35,38	— 12 58 24,87	25,84
Nov. 18	41 16,50	35,08	54 59,03	26,26
Déc. 18	51 51,58	34,76	51 32,77	26,65
1847 Janv. 17	330 2 26,34	34,43	48 6,12	27,06
Févr. 16	13 0,77	34,13	44 39,06	27,49
Mars 18	23 34,90	33,84	41 11,57	27,90
Avril 17	34 8,74	33,53	37 43,67	28,32
Mai 17	44 42,27	33,21	34 15,35	28,75
Juin 16	55 15,48	32,93	30 46,60	29,15
Juill. 16	331 5 48,41	32,65	27 17,45	29,55
Août 15	16 21,06	32,35	23 47,90	29,94
Sept. 14	26 53,41	32,04	20 17,96	30,35
Oct. 14	37 25,45	31,76	16 47,61	30,74
Nov. 13	47 57,21	31,49	13 16,87	31,14
Déc. 13	58 28,70	31,20	9 45,73	31,54
1848 Janv. 12	332 8 59,90	30,89	6 14,19	31,93
Févr. 11	19 30,79	30,63	2 42,26	32,33
Mars 12	30 1,42	30,37	— 11° 59 9,93	32,72
Avril 11	40 31,79	30,10	55 37,21	33,10
Mai 11	51 1,89	29,78	52 4,11	33,49
Juin 10	330° 1' 31,67	10' 29,53	48' 30,62	3' 33,87

$d\lambda$	$d\beta$
+ 0,9699 <i>N</i> + 0,2050 <i>dV</i>	+ 0,3346 <i>N</i> — 0,5416 <i>dV</i>
0,9695 <i>N</i> + 0,2046 <i>dV</i>	0,3353 <i>N</i> — 0,5390 <i>dV</i>
0,9690 <i>N</i> + 0,2041 <i>dV</i>	0,3360 <i>N</i> — 0,5364 <i>dV</i>
0,9685 <i>N</i> + 0,2037 <i>dV</i>	0,3367 <i>N</i> — 0,5337 <i>dV</i>
0,9680 <i>N</i> + 0,2032 <i>dV</i>	0,3373 <i>N</i> — 0,5311 <i>dV</i>
0,6676 <i>N</i> + 0,2027 <i>dV</i>	0,3380 <i>N</i> — 0,5285 <i>dV</i>
0,9671 <i>N</i> + 0,2022 <i>dV</i>	0,3386 <i>N</i> — 0,5258 <i>dV</i>
0,9666 <i>N</i> + 0,2017 <i>dV</i>	0,3393 <i>N</i> — 0,5232 <i>dV</i>
0,9662 <i>N</i> + 0,2012 <i>dV</i>	0,3399 <i>N</i> — 0,5206 <i>dV</i>
0,9657 <i>N</i> + 0,2007 <i>dV</i>	0,3405 <i>N</i> — 0,5180 <i>dV</i>
0,9653 <i>N</i> + 0,2002 <i>dV</i>	0,3412 <i>N</i> — 0,5153 <i>dV</i>
0,9648 <i>N</i> + 0,1997 <i>dV</i>	0,3418 <i>N</i> — 0,5127 <i>dV</i>
0,9643 <i>N</i> + 0,1991 <i>dV</i>	0,3424 <i>N</i> — 0,5100 <i>dV</i>
0,9638 <i>N</i> + 0,1986 <i>dV</i>	0,3431 <i>N</i> — 0,5074 <i>dV</i>
0,9634 <i>N</i> + 0,1980 <i>dV</i>	0,3437 <i>N</i> — 0,5047 <i>dV</i>
0,9630 <i>N</i> + 0,1975 <i>dV</i>	0,3443 <i>N</i> — 0,5021 <i>dV</i>
0,9625 <i>N</i> + 0,1969 <i>dV</i>	0,3449 <i>N</i> — 0,4914 <i>dV</i>
0,9621 <i>N</i> + 0,1964 <i>dV</i>	0,3455 <i>N</i> — 0,4967 <i>dV</i>
0,9616 <i>N</i> + 0,1958 <i>dV</i>	0,3461 <i>N</i> — 0,4941 <i>dV</i>
0,9611 <i>N</i> + 0,1952 <i>dV</i>	0,3467 <i>N</i> — 0,4914 <i>dV</i>
0,9607 <i>N</i> + 0,1946 <i>dV</i>	0,3473 <i>N</i> — 0,4887 <i>dV</i>
0,9602 <i>N</i> + 0,1940 <i>dV</i>	0,3479 <i>N</i> — 0,4860 <i>dV</i>
0,9598 <i>N</i> + 0,1934 <i>dV</i>	0,3485 <i>N</i> — 0,4833 <i>dV</i>
0,9594 <i>N</i> + 0,1927 <i>dV</i>	0,3491 <i>N</i> — 0,4807 <i>dV</i>
0,9590 <i>N</i> + 0,1921 <i>dV</i>	0,3497 <i>N</i> — 0,4780 <i>dV</i>
0,9586 <i>N</i> + 0,1915 <i>dV</i>	0,3503 <i>N</i> — 0,4754 <i>dV</i>
0,9581 <i>N</i> + 0,1909 <i>dV</i>	0,3509 <i>N</i> — 0,4727 <i>dV</i>
0,9577 <i>N</i> + 0,1902 <i>dV</i>	0,3515 <i>N</i> — 0,4700 <i>dV</i>
0,9572 <i>N</i> + 0,1896 <i>dV</i>	0,3520 <i>N</i> — 0,4672 <i>dV</i>
0,9568 <i>N</i> + 0,1890 <i>dV</i>	0,3526 <i>N</i> — 0,4645 <i>dV</i>
0,9564 <i>N</i> + 0,1883 <i>dV</i>	0,3531 <i>N</i> — 0,4617 <i>dV</i>
0,9560 <i>N</i> + 0,1877 <i>dV</i>	0,3537 <i>N</i> — 0,4590 <i>dV</i>
0,9555 <i>N</i> + 0,1870 <i>dV</i>	0,3542 <i>N</i> — 0,4563 <i>dV</i>
+ 0,9551 <i>N</i> + 0,1864 <i>dV</i>	+ 0,3547 <i>N</i> — 0,4536 <i>dV</i>

Années, mois et jours.	λ	Diff.	β	
1845 Sept. 24	327° 12' 31",73	10' 39",66		
Oct. 24	23 11,39	39,32		
Nov. 23	33 50,71	38,99		
Déc. 23	44 29,70	38,6		
1846 Janv. 22	55 8,35			
Févr. 21	328 5 46,64			
Mars 23	16 24,61			
Avril 22	27 2,25			
Mai 22	37 39,8			
Juin 21	48 16			
Juill. 21	58 8			
Août 20	329 0			
Sept. 19				38,38
Oct. 19			1 40,81	38,74
Nov. 18			— 10 58 2,07	39,10
Déc. 18		25,79	54 22,97	39,45
	53,83	25,58	50 43,52	39,81
1847 Janv.	59 19,41	25,38	47 3,71	40,18
Févr	336 9 44,79	25,14	43 23,53	40,53
Mar				
	20 9,93	24,90	39 43,00	40,89
	30 34,83	24,70	36 2,11	41,25
	40 59,53	24,51	32 20,86	41,60
	51 24,04	24,32	28 39,26	41,97
	337 1 48,36	24,11	24 57,29	42,32
	12 12,47	23,92	21 14,97	42,67
	22 36,39	23,74	17 32,30	43,02
	33 0,13	23,54	13 49,28	43,36
	43 23,67	23,32	10 5,92	43,71
	53 46,99	23,15	6 22,21	44,05
	338 4 10,14	22,97	2 38,16	44,40
	14 33,11	22,80	— 9 58 53,76	44,73
	24 55,91	22,59	55 9,03	45,08
1851 Janv. 26	35' 18",50	10' 22",43	51' 23",95	45,41

	$d\beta$
57 dV	+ 0,3553 N — 0,4508 dV
9 dV	0,3558 N — 0,4481 dV
dV	0,3564 N — 0,4454 dV
dV	0,3570 N — 0,4427 dV
	0,3575 N — 0,4400 dV
	0,3581 N — 0,4373 dV
	0,3586 N — 0,4345 dV
	0,3591 N — 0,4317 dV
	0,3596 N — 0,4290 dV
	0,3601 N — 0,4263 dV
	0,3606 N — 0,4235 dV
	0,3611 N — 0,4207 dV
0,1770 dV	0,3617 N — 0,4180 dV
+ 0,1763 dV	0,3622 N — 0,4152 dV
0,9490 N + 0,1755 dV	0,3627 N — 0,4125 dV
0,9486 N + 0,1747 dV	0,3632 N — 0,4097 dV
0,9482 N + 0,1740 dV	0,3637 N — 0,4070 dV
0,9478 N + 0,1732 dV	0,3641 N — 0,4042 dV
0,9474 N + 0,1724 dV	0,3646 N — 0,4014 dV
0,9470 N + 0,1716 dV	0,3651 N — 0,3986 dV
0,9467 N + 0,1707 dV	0,3656 N — 0,3958 dV
0,9463 N + 0,1700 dV	0,3661 N — 0,3931 dV
0,9459 N + 0,1693 dV	0,3665 N — 0,3903 dV
0,9455 N + 0,1685 dV	0,3670 N — 0,3875 dV
0,9451 N + 0,1677 dV	0,3675 N — 0,3847 dV
0,9448 N + 0,1668 dV	0,3680 N — 0,3819 dV
0,9444 N + 0,1660 dV	0,3684 N — 0,3791 dV
0,9441 N + 0,1652 dV	0,3688 N — 0,3763 dV
0,9437 N + 0,1643 dV	0,3693 N — 0,3735 dV
0,9434 N + 0,1635 dV	0,3697 N — 0,3707 dV
0,9430 N + 0,1626 dV	0,3702 N — 0,3679 dV
+ 0,9426 N + 0,1618 dV	+ 0,3707 N — 0,3651 dV

Années, mois et jours.	λ	Diff.	β	Diff.
Juill. 10	333° 12' 1",20	10' 29",28	—11° 44' 56",75	3' 34",25
Août 9	22 30,48	29,01	41 22,50	34,63
Sept. 8	32 59,49	28,73	37 47,87	35,02
Oct. 8	43 28,22	28,48	34 12,85	35,39
Nov. 7	53 56,70	28,24	30 37,46	35,76
Déc. 7	334 4' 24,94	27,99	27 1,70	36,15
1849 Janv. 6	14 52,93	27,72	23 25,55	36,52
Févr. 5	25 20,65	27,48	19 49,03	36,91
Mars 7	35 48,13	27,25	16 12,12	37,28
Avril 6	46 15,38	27,01	12 34,84	37,63
Mai 6	56 42,39	26,76	8 57,21	38,02
Juin 5	335 7 9,15	26,53	5 19,19	38,38
Juill. 5	17 35,68	26,30	1 40,81	38,74
Août 4	28 1,98	26,06	— 10 58 2,07	39,10
Sept. 3	38 28,04	25,79	54 22,97	39,45
Oct. 3	48 53,83	25,58	50 43,52	39,81
Nov. 2	59 19,41	25,38	47 3,74	40,18
Déc. 2	336 9 44,79	25,14	43 23,53	40,53
1850 Janv. 1	20 9,93	24,90	39 43,00	40,89
Févr. 30	30 34,83	24,70	36 2,11	41,25
Mars 2	40 59,53	24,51	32 20,86	41,60
Avril 1	51 24,04	24,32	28 39,26	41,97
Mai 1	337 1 48,36	24,11	24 57,29	42,32
Mai 31	12 12,47	23,92	21 14,97	42,67
Juin. 30	22 36,39	23,74	17 32,30	43,02
Juill. 30	33 0,13	23,54	13 49,28	43,36
Août 29	43 23,67	23,32	10 5,92	43,71
Sept. 28	53 46,99	23,15	6 22,21	44,05
Oct. 28	338 4 10,14	22,97	2 38,16	44,40
Nov. 27	14 33,11	22,80	— 9 58 53,76	44,73
Déc. 27	24 55,91	22,59	55 9,03	45,08
1851 Janv. 26	35' 18",50	10' 22",43	51' 23",95	3' 45",41

$d\lambda$	$d\beta$
$+ 0,9547 N + 0,1857 dV$	$+ 0,3553 N - 0,4508 dV$
$0,9543 N + 0,1850 dV$	$0,3558 N - 0,4481 dV$
$0,9538 N + 0,1843 dV$	$0,3564 N - 0,4454 dV$
$0,9534 N + 0,1836 dV$	$0,3570 N - 0,4427 dV$
$0,9530 N + 0,1829 dV$	$0,3575 N - 0,4400 dV$
$0,9526 N + 0,1822 dV$	$0,3581 N - 0,4373 dV$
$0,9522 N + 0,1815 dV$	$0,3586 N - 0,4345 dV$
$0,9518 N + 0,1807 dV$	$0,3591 N - 0,4317 dV$
$0,9514 N + 0,1800 dV$	$0,3596 N - 0,4290 dV$
$0,9510 N + 0,1794 dV$	$0,3601 N - 0,4263 dV$
$0,9506 N + 0,1785 dV$	$0,3606 N - 0,4235 dV$
$0,9502 N + 0,1777 dV$	$0,3611 N - 0,4207 dV$
$0,9498 N + 0,1770 dV$	$0,3617 N - 0,4180 dV$
$0,9494 N + 0,1763 dV$	$0,3622 N - 0,4152 dV$
$0,9490 N + 0,1755 dV$	$0,3627 N - 0,4125 dV$
$0,9486 N + 0,1747 dV$	$0,3632 N - 0,4097 dV$
$0,9482 N + 0,1740 dV$	$0,3637 N - 0,4070 dV$
$0,9478 N + 0,1732 dV$	$0,3641 N - 0,4042 dV$
$0,9474 N + 0,1724 dV$	$0,3646 N - 0,4014 dV$
$0,9470 N + 0,1716 dV$	$0,3651 N - 0,3986 dV$
$0,9467 N + 0,1707 dV$	$0,3656 N - 0,3958 dV$
$0,9463 N + 0,1700 dV$	$0,3661 N - 0,3931 dV$
$0,9459 N + 0,1693 dV$	$0,3665 N - 0,3903 dV$
$0,9455 N + 0,1685 dV$	$0,3670 N - 0,3875 dV$
$0,9451 N + 0,1677 dV$	$0,3675 N - 0,3847 dV$
$0,9448 N + 0,1668 dV$	$0,3680 N - 0,3819 dV$
$0,9444 N + 0,1660 dV$	$0,3684 N - 0,3791 dV$
$0,9441 N + 0,1652 dV$	$0,3688 N - 0,3763 dV$
$0,9437 N + 0,1643 dV$	$0,3693 N - 0,3735 dV$
$0,9434 N + 0,1635 dV$	$0,3697 N - 0,3707 dV$
$0,9430 N + 0,1626 dV$	$0,3702 N - 0,3679 dV$
$+ 0,9426 N + 0,1618 dV$	$+ 0,3707 N - 0,3651 dV$

Années, mois et jours.	λ	Diff.	β	Diff.
Févr. 25	338°45'40",93	10'22",26	— 9°47'38",54	3'45",74
Mars 27	— 56 3,19	22,08	— 43 52,80	46,09
Avril 26	339 6 25,27	21,89	— 40 6,71	46,43
Mai 26	— 16 47,16	21,73	— 36 20,28	46,74
Juin 25	— 27 8,89	21,57	— 32 33,54	47,08
Juill. 25	— 37 30,46	21,40	— 28 46,46	47,40
Août 24	47 51,86	21,22	— 24 59,06	47,74
Sept. 23	58 13,08	21,07	— 21 11,32	48,06
Oct. 23	340 8 34,15	20,91	— 17 23,26	48,38
Nov. 22	— 18 55,06	20,75	— 13 34,88	48,70
Déc. 22	— 29 15,81	20,57	— 9 46,18	49,03
1852 Janv. 21	— 39 36,38	20,43	— 5 57,15	49,34
Févr. 20	— 49 56,81	20,29	— 2 7,81	49,65
Mars 21	341 0 17,10	20,13	— 8 58 18,16	49,95
Avril 20	— 10 37,23	19,96	— 54 28,21	50,26
Mai 20	— 20 57,19	19,82	— 50 37,95	50,56
Juin 19	— 31 17,01	19,69	— 46 47,39	50,87
Juill. 19	— 41 36,70	19,54	— 42 56,52	51,17
Août 18	— 51 56,24	19,39	— 39 5,35	51,50
Sept. 17	342 2 15,63	19,25	— 35 13,85	51,79
Oct. 17	— 12 34,88	19,12	— 31 22,06	52,09
Nov. 16	— 22 54,00	18,99	— 28 29,97	52,39
Déc. 16	— 33 12,99	18,83	— 23 37,58	52,70
1853 Janv. 15	— 43 31,82	18,70	— 19 44,88	52,98
Févr. 14	— 53 50,52	18,58	— 15 51,90	53,26
Mars 16	343 4 9,10	18,44	— 11 58,64	53,55
Avril 15	— 14 27,54	18,29	— 8 5,09	53,84
Mai 15	— 24 45,83	18,17	— 4 11,25	54,12
Juin 14	— 35 4,00	18,06	— 0 17,13	54,42
Juill. 14	— 45 22,06	17,94	— 7 56 22,71	54,69
Août 13	— 55 40,00	17,81	— 52 28,02	54,97
Sept. 12	344 5 57,81	17,70	— 48 33,05	55,26
Oct. 12	— 16 15,51	17,60	— 44 37,79	55,54
Nov. 11	— 26 33,11	10'17",49	— 40 42,25	2'55",83
Déc. 11	344°36'50",60		— 7°36'46",42	

$d\lambda$	$d\beta$
+ 0,9422 N + 0,1609 dV	+ 0,3711 N — 0,3622 dV
0,9418 N + 0,1601 dV	0,3715 N — 0,3594 dV
0,9415 N + 0,1592 dV	0,3719 N — 0,3566 dV
0,9412 N + 0,1583 dV	0,3723 N — 0,3538 dV
0,9409 N + 0,1574 dV	0,3727 N — 0,3510 dV
0,9405 N + 0,1565 dV	0,3731 N — 0,3481 dV
0,9402 N + 0,1556 dV	0,3736 N — 0,3453 dV
0,9399 N + 0,1547 dV	0,3740 N — 0,3425 dV
0,9395 N + 0,1538 dV	0,3744 N — 0,3397 dV
0,9392 N + 0,1529 dV	0,3748 N — 0,3368 dV
0,9388 N + 0,1520 dV	0,3752 N — 0,3340 dV
0,9385 N + 0,1511 dV	0,3756 N — 0,3311 dV
0,9382 N + 0,1502 dV	0,3761 N — 0,3283 dV
0,9378 N + 0,1493 dV	0,3765 N — 0,3255 dV
0,9375 N + 0,1484 dV	0,3769 N — 0,3226 dV
0,9371 N + 0,1475 dV	0,3773 N — 0,3198 dV
0,9368 N + 0,1465 dV	0,3776 N — 0,3169 dV
0,9365 N + 0,1456 dV	0,3780 N — 0,3141 dV
0,9362 N + 0,1446 dV	0,3783 N — 0,3113 dV
0,9359 N + 0,1437 dV	0,3787 N — 0,3084 dV
0,9356 N + 0,1427 dV	0,3791 N — 0,3055 dV
0,9353 N + 0,1417 dV	0,3795 N — 0,3027 dV
0,9350 N + 0,1408 dV	0,3798 N — 0,2998 dV
0,9347 N + 0,1398 dV	0,3801 N — 0,2969 dV
0,9344 N + 0,1389 dV	0,3805 N — 0,2941 dV
0,9341 N + 0,1379 dV	0,3809 N — 0,2912 dV
0,9338 N + 0,1369 dV	0,3812 N — 0,2883 dV
0,9335 N + 0,1359 dV	0,3815 N — 0,2855 dV
0,9332 N + 0,1349 dV	0,3818 N — 0,2826 dV
0,9329 N + 0,1339 dV	0,3822 N — 0,2797 dV
0,9326 N + 0,1329 dV	0,3825 N — 0,2769 dV
0,9323 N + 0,1319 dV	0,3828 N — 0,2740 dV
0,9321 N + 0,1309 dV	0,3831 N — 0,2711 dV
0,9318 N + 0,1299 dV	0,3835 N — 0,2682 dV
+ 0,9315 N + 0,1289 dV.	+ 0,3838 N — 0,2653 dV.

C'est sur cette table qu'on a calculé les positions géocentriques en se servant de la constante de la nutation 9',22. Cette table qui suit plus loin, contient en outre les différences entre les lieux géocentriques observés et calculés.

6. Nous n'avons que trois observations antérieures à la découverte théorique de Neptune, deux observations de Lalande en 1795 et une de Lamont en 1845. Depuis le 4 Août 1846 nous trouvons une série continue d'observations de cette planète, abondante surtout pendant les deux premières années. Les observations ont été faites à l'aide des cercles méridiens et de mesures micrométriques par la comparaison avec des différentes étoiles. Pour éliminer l'erreur constante des catalogues dont se sont servis divers astronomes pour la réduction des observations de Neptune, nous prenons comme normales les positions suivantes des étoiles qui se rencontrent plus souvent, en prenant pour l'époque le 1 Janvier 1847.

N° de B. A. C.	Grandeur	Asc. dr. moyenne	Déclin. moyenne
7648	7	327° 32' 18,0	— 13° 23' 41,2
	5,7	328 12 31,1	18 45 18,8
	8	328 57 53,4	13 45 27,7
	8	330 5 40,7	12 21 34,1
	8,5	330 31 1,4	13 5 9,4
7747	7,5	331 18 50,7	12 40 49,3
	8	332 8 46,9	12 24 30,7
	7,5	332 41 30,2	12 19 19,5
	7,5	333 31 5,3	11 37 0,5
	9	327 57 42,2	13 25 57,7
	9	328 2 25,7	13 35 4,1
	9	329 38 56,8	13 15 16,4
7722	7	330 36 36,7	12 18 55,0
7740	7	331 1 51,9	11 49 8,5
		330 28 47,9	13 9 31,5
7840	5	335 38 9,8	11 27 32,3
7970	4	341 9 25,7	8 23 31,9
7897	7	338 0 48,9	— 10 9 24,0.

Les neuf premières étoiles ont été déterminées par Wichmann au moyen du cercle méridien de Königsberg (Astr. Nachr. N° 694), les six suivantes par divers astronomes au moyen de mesures micrométriques (Smithsonian Contribution to Knowledge Vol. II p. 34 et suiv.), et enfin les trois dernières sont déduites des observations de Greenwich.

La réduction de toutes les observations existantes a montré qu'on a observé sept fois, par méprise, l'étoile voisine au lieu de la planète, savoir

à Cambridge (E. U.)	1847 Janvier	19
Hambourg	1849 Septembre	19
—	— Décembre	11
—	— Décembre	13
Kasan	1846 Décembre	8
—	— Décembre	29
Cremsmunster	1847 Août	1.

Or on a rejeté ces sept observations. Il paraît que les deux dernières observations de Hambourg appartiennent à Neptune, mais qu'elles sont affectées d'erreurs très fortes.

Toutes les observations faites à Kasan par M. Lapanow pendant les années 1846 et 1847 et publiées dans les Nouvelles Astronomiques, ont été modifiées par la raison suivante: le dit astronome estima jusqu'au 13 Janvier la valeur d'un tour du vis micrométrique du refracteur à 15",19, depuis ce temps jusqu'au commencement de l'année 1848 il adopta le nombre 15",25, et enfin il trouva 15",50 pour la valeur définitive. D'après ces données qu'il a bien voulu me communiquer, j'ai calculé les corrections suivantes des déclinaisons de Neptune:

1846 Novembre	20	+ 2",3
Décembre	3	+ 6",1
	20	+ 3",3
	22	+ 1",4
1847 Janvier	6	+ 2",0
	9	+ 4",3
	11	+ 5",9
	12	— 5",5
Septembre	5	+ 8",4
	6	+ 7",8
	8	+ 6",7
	9	+ 6",1

Pour l'année 1850 je n'ai trouvé que fort peu d'observations de Neptune, parceque les numeros des Nouvelles Astronomiques de ce temps manquent à notre bibliothèque. Pour l'année 1853 je me suis servi entre autres de mes observations faites au cercle méridien de Repsold. N'ayant pas encore été publiées, j'ai trouvé convenable de les annexer ici.

		Asc. dr.	Décl.
1853 Août	28	22 ^h 57' 2,07	— 7° 46' 39,0
	30	56 49,83	47 54,4
Septembre	7	56 0,84	53 3,5
	23	54 25,27	— 8 2 54,8
	24	54 19,56	3 30,2
	27	54 2,64	5 12,0
	28	53 57,13	5 46,6
Octobre	2	53 35,64	7 58,1
	18	52 21,03	15 23,8
	19	52 16,75	15 48,1
Novembre	21	22 ^h 51' 6,92	— 8° 22' 12,6

Ces résultats corrigés de la parallaxe mais non de l'aberration se rapportent au temps de la culmination de la planète. Les étoiles de comparaison furent α , θ et φ *Aquarii*; la position de la première fut empruntée à l'Annuaire astronomique de Berlin, quant aux deux autres, je les ai déterminées à l'aide du cercle méridien; sept comparaisons avec α *Aquarii* ont donné pour 1853 1 Janvier la position moyenne suivante:

$$\theta \text{ Aquarii } 22^{\text{h}} 9' 4,39 \quad - 8^{\circ} 30' 50,0$$

$$\varphi \text{ Aquarii } 23 \text{ } 6 \text{ } 42,40 \quad - 6 \text{ } 50 \text{ } 29,1,$$

avec l'erreur probable 0,026 pour les ascensions droites, et 0,38 pour les déclinaisons.

Éphéméride provisoire de Neptune et sa comparaison avec les observations.

Années, mois et jours.	Ascension droite.	Déclinaison.	Log. de la distance à la terre.	Observ. — Éphém.		Nomb. d'obs.	
				AR.	Décl.		
1795 Mai	8	213° 0' 12,3	—11° 20' 51,6	1,46729	— 11,0	+ 3,7	1
	10	212 57 10,0	19 50,0	1,46741	— 8,1	+ 2,6	1
1845 Oct.	25	325 40 46,2	—14 14 22,2	1,47206	— 7,4	+ 0,2	1
1846 Août	4	329 34 18,2	—12 57 17,6	1,46385	— 1,6	— 1,1	1
	5	32 47,8	57 50,8	1,46296			
	12	22 2,2	—13 1 47,6	1,46277	+ 4,9	+ 2,9	1
	20	9 27,1	6 22,2	1,46271			
	Sept. 7	328 46 5,6	14 45,4	1,46311			
1846	7	41 36,1	16 21,4	1,46333	— 6,1	+ 7,5	1
	19	24 44,5	22 19,2	1,46459			
	23	19 37,9	24 6,8	1,46515	— 2,8	+ 1,6	1
	24	18 24,2	24 32,6	1,46530	— 3,5	+ 1,1	1

Années, mois et jours.	Ascension droite.	Déclinaison.	Log. de la distance à la terre.	Observ. — Éphém.		Nomb. d'obs.
				AR.	Décl.	
Sept. 25	328° 17' 11,7	—13° 24' 58,0	1,46545	— 0,4	+ 2,7	1
26	16 0,4	25 22,9	1,46560	— 0,3	+ 1,0	1
27	14 50,3	25 47,4	1,46576	+ 1,2	+ 0,4	4
28	13 41,6	26 11,4	1,46592	+ 1,5	— 0,5	5
29	12 34,1	26 34,9	1,46609	— 0,7	— 1,2	4
30	11 28,1	26 57,9	1,46626	+ 0,5	— 2,0	3
Oct. 1	10 23,4	27 20,4	1,46643	— 1,6	— 1,6	2
2	9 20,1	27 42,4	1,46660	0,0	+ 1,3	1
3	8 18,2	28 3,9	1,46678	— 1,2	+ 3,2	3
4	7 17,7	28 24,9	1,46696	+ 0,7	+ 0,3	3
5	6 18,2	28 45,3	1,46714	+ 1,1	+ 0,9	6
6	5 21,3	29 5,2	1,46732	— 0,4	+ 0,7	7
7	4 25,3	29 24,5	1,46751	— 0,4	— 0,7	2
8	3 30,8	29 43,4	1,46771	— 0,4	+ 1,7	5
9	2 37,9	30 1,6	1,46791	— 0,7	+ 0,7	5
10	1 46,6	30 19,3	1,46811	+ 1,4	+ 2,5	9
11	0 56,7	30 36,3	1,46832	— 0,6	+ 1,5	6
12	0 8,8	30 52,8	1,46852	— 8,3	— 0,2	2
13	327 59 22,3	31 8,7	1,46872	+ 1,7	+ 1,3	7
14	58 37,6	31 24,0	1,46893	+ 1,1	+ 1,0	2
15	57 54,5	31 38,7	1,46914	+ 0,5	+ 0,6	4
16	57 13,3	31 52,8	1,46935	+ 1,2	— 1,6	4
17	56 33,7	32 6,3	1,46956	+ 1,2	— 1,8	5
18	55 55,9	32 19,1	1,46978	+ 0,2	+ 0,3	5
19	55 19,9	32 31,3	1,47000	+ 0,1	+ 0,2	3
20	54 45,6	32 42,7	1,47022	+ 2,2	+ 0,7	6
21	54 13,3	32 53,6	1,47045	+ 1,3	+ 1,2	5
22	53 42,7	33 4,0	1,47068	+ 4,0	—	1
23	53 13,9	33 13,6	1,47091	— 1,8	+ 4,1	4
24	52 47,1	33 22,6	1,47114	0,0	+ 1,2	4
25	52 22,0	33 30,9	1,47137	+ 2,5	+ 1,6	3
26	51 58,9	33 38,5	1,47160	— 0,7	+ 2,0	5
27	51 37,6	33 45,9	1,47184	— 0,1	+ 1,6	5
28	51 18,3	33 52,2	1,47207	+ 0,6	+ 0,1	5
29	51 0,8	33 57,4	1,47231	— 0,1	+ 0,9	7
30	50 45,3	34 2,4	1,47255	+ 0,0	+ 0,6	4
31	50 31,7	34 6,6	1,47279			
Nov. 1	50 20,0	34 10,2	1,47303	+ 0,8	+ 0,6	4
2	50 10,3	34 13,1	1,47327	+ 0,9	— 0,2	8

Années, mois et jours.	Ascension droite.	Déclinaison.	Log. de la distance à la terre.	Observ. — Éphém.		Nomb. d'obs.
				AR.	Décl.	
Nov. 3	327°50' 2",6	—13°34'15",4	1,47352	+ 1,1	+ 1,1	12
4	49 56,8	34 16,9	1,47377	— 0,3	+ 1,9	6
5	49 53,0	34 17,6	1,47402	0,0	+ 0,9	7
6	49 51,0	34 17,9	1,47427	+ 2,2	+ 0,6	4
7	49 51,1	34 17,4	1,47452	— 0,7	+ 1,6	1
8	49 52,7	34 16,2	1,47476	+ 1,2	+ 1,2	3
9	49 57,2	34 14,3	1,47501	— 0,8	+ 0,8	4
10	50 3,2	34 11,7	1,47526	— 0,8	+ 0,9	5
11	50 11,2	34 8,4	1,47551	+ 0,2	+ 0,5	8
12	50 21,3	34 4,4	1,47576	— 0,2	+ 2,4	6
13	50 33,3	33 59,7	1,47600	+ 1,7	+ 3,7	5
14	50 47,3	33 54,4	1,47625	+ 1,6	+ 0,7	3
15	51 3,4	33 48,3	1,47650	+ 0,6	+ 0,5	3
16	51 21,5	33 41,5	1,47675	+ 0,8	+ 0,8	13
17	51 41,5	33 34,0	1,47700	+ 0,5	— 0,8	6
18	52 3,6	33 25,8	1,47725	+ 1,3	— 0,5	8
19	52 27,7	33 17,0	1,47750	+ 1,2	— 0,2	8
20	52 53,7	33 7,4	1,47775	— 0,2	— 0,2	4
21	53 21,8	32 57,2	1,47800	+ 2,6	+ 1,4	4
22	53 51,8	32 46,2	1,47825	— 3,0	+ 3,9	1
23	54 23,9	32 34,3	1,47851	— 1,5	+ 3,3	1
24	54 57,9	32 22,3	1,47876	+ 2,1	+ 1,8	2
25	55 33,9	32 9,3	1,47901	+ 0,8	+ 0,4	1
26	56 11,8	31 55,6	1,47926	— 1,2	+ 2,3	2
27	56 51,6	31 41,2	1,47950	+ 0,4	+ 1,2	2
28	57 33,4	31 26,2	1,47974	+ 0,6	+ 1,1	4
29	58 17,2	31 10,5	1,47998	+ 2,5	+ 2,3	3
30	59 2,8	30 54,2	1,48022			
Déc. 1	59 50,3	30 37,1	1,48046	+ 1,2	+ 0,6	6
2	328 0 39,8	30 19,5	1,48070	+ 0,5	+ 2,0	4
3	1 31,1	30 1,1	1,48094	— 0,5	+ 1,3	8
4	2 24,3	29 42,1	1,48118	— 1,9	+ 1,0	6
5	3 19,3	29 22,5	1,48142	— 1,2	— 1,3	1
6	4 16,2	29 2,0	1,48166			
7	5 14,9	28 41,4	1,48189	+ 0,3	+ 1,2	4
8	6 15,4	28 19,8	1,48212			
9	7 17,8	27 57,6	1,48235	+ 2,6	— 0,2	3
10	8 22,0	27 35,1	1,48258			
11	9 27,9	27 11,3	1,48281	+ 2,6	+ 1,7	2

Années, mois et jours.	Ascension droite.	Déclinaison.	Log. de la distance à la terre.	Observ. — Éphém.		Nomb. d'obs.
				AR.	Décl.	
Déc. 12	328° 10' 35,6	—13° 26' 47,2	1,48303	+ 3,6	+ 1,4	4
13	11 45,1	26 22,5	1,48325	+ 0,4	+ 2,1	3
14	12 56,3	25 57,3	1,48347	+ 6,3	— 2,2	2
15	14 9,3	25 31,4	1,48369	+ 2,5	+ 0,8	4
16	15 24,0	25 4,9	1,48391	+ 0,6	+ 0,1	2
17	16 40,4	24 36,9	1,48412			
18	17 58,6	24 10,2	1,48433	+ 2,2	+ 1,6	1
19	19 18,3	23 42,0	1,48454	+ 1,7	+ 1,2	2
20	20 39,7	23 13,2	1,48475	+ 0,8	+ 2,4	4
21	22 2,7	22 43,8	1,48496	+ 3,1	+ 2,6	2
22	23 27,2	22 13,9	1,48517	— 1,8	+ 1,2	1
23	24 53,3	21 43,4	1,48537			
24	26 21,0	21 12,5	1,48557			
25	27 50,2	20 40,9	1,48577			
26	29 20,9	20 8,9	1,48596	+ 3,2	+ 2,0	2
27	30 53,1	19 36,3	1,48615			
28	32 26,7	19 3,2	1,48634	+ 2,9	+ 1,8	1
29	34 1,8	18 29,5	1,48653			
30	35 38,2	17 55,4	1,48671	+ 1,3	+ 1,0	2
31	37 16,0	17 20,8	1,48689			
1848 Janv. 1	38 55,2	16 45,8	1,48707			
2	40 35,7	16 10,3	1,48725			
3	42 17,5	15 34,5	1,48743			
4	44 0,4	14 58,1	1,48760			
5	45 44,7	14 21,3	1,48777	+ 1,1	+ 2,9	4
6	47 30,3	13 44,0	1,48794	+ 2,1	+ 11,0	1
7	49 17,1	13 6,2	1,48810			
8	51 5,1	12 28,1	1,48826	+ 3,1	+ 2,3	4
9	52 54,2	11 49,5	1,48841	— 0,1	+ 13,5	1
10	54 44,5	11 10,6	1,48855			
11	56 35,9	10 31,2	1,48869	+ 3,1	+ 5,8	2
12	58 28,4	9 51,5	1,48882	+ 3,2	+ 4,0	3
13	329 0 21,9	9 11,4	1,48896	+ 0,8		1
14	2 16,5	8 30,9	1,48909	+ 3,9	— 1,3	1
15	4 12,1	7 50,3	1,48922	+ 11,4	+ 4,6	1
16	6 8,6	7 8,9	1,48935			
17	8 6,1	6 27,4	1,48948			
18	10' 4,5	5' 45,6	1,48960			

Années, mois et jours.	Ascension droite.	Déclinaison.	Log. de la distance à la terre.	Observ. — Éphém.		Nomb. d'obs
				AR.	Décl.	
Janv. 19	329° 12' 3,7	—13° 5' 3,5	1,48972			
20	14 3,9	4 21,0	1,48983			
21	16 4,8	3 38,3	1,48994			
22	18 6,6	2 55,2	1,49004	+ 3,6	+ 0,8	1
23	20 9,1	2 12,0	1,49014			
24	22 12,3	1 28,4	1,49024			
25	24 16,2	0 44,7	1,49033	+ 6,4	+ 3,4	1
26	26 20,8	0 0,6	1,49042			
27	28 26,1	—12 59 16,4	1,49051	+ 9,2	+ 2,6	1
28	30 31,7	58 31,9	1,49060			
29	32 38,1	57 47,3	1,49068			
30	34 45,1	57 2,4	1,49076			
31	36 52,6	56 17,3	1,49083			
Févr. 1	39 0,6	55' 32,0	1,49090			
16	330 11 39,7	48 59,1	1,49146			
Mars 3	44 20,3	32 24,0	1,49105			
18	331 15 23,4	21 24,1	1,48979			
Avr. 2	43 15,6	11 33,8	1,48774			
17	332 6 35,8	3 23,3	1,48501			
Mai 2	24 16,0	—11 57 18,5	1,48176			
17	35 30,5	53 37,7	1,47820			
22	37 43,2	52 58,1	1,47698			
27	39 9,1	52 35,7	1,47576			
Juin 1	39 48,1	52 30,7	1,47453	+ 10,8	+ 3,2	1
6	39 40,7	52 42,8	1,47331			
11	38 47,0	53 12,0	1,47212			
14				+ 4,1	+ 13,4	1
16	37 7,6	53 57,9	1,47096			
17				+ 14,3	+ 13,9	1
18				+ 5,6	+ 2,1	1
20				+ 1,0	— 1,7	1
21	34 44,0	55 0,0	1,46984			
23				+ 1,8	+ 3,6	1
24				+ 2,4	+ 4,4	1

Années, mois et jours.	Ascension droite.	Déclinaison.	Log. de la distance à la terre.	Observ. — Éphém.		Nomb. d'obs.
				AR.	Décl.	
Juin 26	332° 31' 37",7	— 11° 56' 17",7	1,46878			
28				+ 2,6	+ 4,7	1
Juill. 1	27 50,9	57 50,1	1,46778			
3				+ 2,6	+ 5,5	1
5				+ 6,1	+ 0,8	1
6	23 25,6	59 36,3	1,46686			
11	18 22,9	— 12 1 35,5	1,46602			
16	12 47,3	3 46,7	1,46526			
21	6 41,7	6 8,4	1,46456			
22	5 25,1	6 37,8	1,46443	+ 5,2	+ 3,4	2
23	4 7,6	7 7,7	1,46431			
24	2 49,0	7 37,9	1,46419			
25	1 29,5	8 8,4	1,46407			
26	0 9,0	8 39,3	1,46395	+ 6,5	+ 4,9	1
27	331 58 47,5	9 10,5	1,46384	+ 5,2		1
28	57 25,2	9 42,0	1,46373			
29	56 2,0	10 13,7	1,46363	+ 6,0	+ 4,0	1
30	54 38,0	10 45,7	1,46353	+ 4,7	+ 3,9	2
31	53 13,1	11 18,0	1,46344	+ 7,4	— 0,5	1
Août 1	51 47,6	11 50,6	1,46335	+ 6,0	+ 0,9	1
2	50 21,1	12 23,4	1,46326	+ 8,0	— 0,1	1
3	48 54,0	12 56,5	1,46318	+ 4,2	+ 1,5	3
4	47 26,2	13 29,8	1,46310	+ 5,7	+ 2,2	2
5	45 57,7	14 3,3	1,46303	+ 7,9	+ 2,9	1
6	44 28,6	14 37,0	1,46296	+ 5,6	+ 4,2	2
7	42 58,9	15 10,9	1,46290	+ 5,4	+ 4,3	2
8	41 28,6	15 44,9	1,46284	+ 4,4	+ 1,7	1
9	39 57,9	16 19,7	1,46279	+ 5,6	+ 3,3	3
10	38 26,6	16 53,5	1,46274	+ 3,9	+ 8,2	1
11	36 54,9	17 28,0	1,46269	+ 5,1	+ 3,8	4
12	35 22,8	18 2,6	1,46264	+ 5,3	+ 1,9	3
13	33 50,3	18 37,3	1,46260	+ 6,6	+ 3,9	6
14	32 17,4	19 12,0	1,46256	+ 4,8	+ 3,6	4
15	30 44,3	19 46,8	1,46252	+ 6,4	+ 4,2	3
16	29 10,8	20 21,8	1,46249	+ 4,3	+ 4,5	4
17	27 37,2	20 56,8	1,46246	+ 4,6	+ 1,2	4
18	26' 3",3	21' 31",8	1,46244	+ 5,9	+ 3,7	5

Années, mois et jours.	Ascension droite.	Déclinaison.	Log. de la distance à la terre.	Obsér.	el.	Nomb. d'obs.			
Janv. 19	329° 12' 3,7	—13° 5' 3,5	1,489		+	4,1	5		
20	14 3,9	4 21,0	1,48		+	3,1	4		
21	16 4,8	3 38,3	1		,7	+	5,0	4	
22	18 6,6	2 55,2			4,9	—	0,8	1	
23	20 9,1	2 12			4,2	+	5,1	3	
24	22 12,3	1 2			3,5	+	4,8	3	
25	24 16,2	0			+	6,5	+	2,3	1
26	26 20,8		45		+	2,8	+	2,4	2
27	28 26,1	—1°	46247		+	2,8	+	6,1	1
28	30 31,7		2 1,46250		+	7,6	+	1,2	3
29	32 38,1		55,8 1,46253		+	6,9	+	2,4	2
30	34 45,1	28 30,3	1,46256		+	7,1	+	1,9	3
31	36 52	29 4,6	1,46260		+	2,9	+	2,8	5
Févr. 1	37 58,4	29 38,8	1,46265		+	0,6	+	4,8	3
16	330 2 35,8	30 12,8	1,46270		+	4,0	+	3,8	3
	1 3,6	30 46,7	1,46275		+	6,0	+	4,3	2
Mars 3	330 59 32,0	31 20,4	1,46281		+	4,0	+	4,2	3
18	58 0,6	31 53,9	1,46287		—	1,3	+	6,2	2
	5 56 29,7	32 27,2	1,46294		+	3,3	+	2,7	3
Avr 7	54 59,3	33 0,3	1,46301		+	4,3	—	0,7	3
8	53 29,4	33 33,1	1,46308		+	5,3	+	5,4	5
9	52 0,2	34 5,7	1,46316		+	4,5	+	5,0	4
10	50 31,5	34 38,1	1,46324		+	1,7	+	3,4	5
11	49 3,6	35 10,1	1,46333		+	1,5	+	3,9	3
12	47 36,3	35 41,9	1,46342		+	2,6	+	4,9	2
13	46 9,8	36 13,4	1,46352		+	0,8	+	0,6	3
14	44 44,1	36 44,6	1,46362		+	1,9	+	3,5	3
15	43 19,1	37 15,3	1,46372		+	5,7	+	4,1	3
16	41 55,0	37 45,8	1,46383		+	4,2	+	2,4	2
17	40 31,8	38 16,0	1,46394		+	4,3	+	1,1	2
18	39 9,5	38 45,8	1,46405		+	4,4	+	2,7	3
19	37 48,1	39 15,3	1,46416		+	3,4	+	4,0	3
20	36 27,6	39 44,4	1,46428		+	3,4	+	1,6	3
21	35 8,3	40 13,0	1,46440		+	0,2	—	0,8	1
22	33 49,9	40 41,3	1,46453		+	2,1	+	4,6	2
23	32 32,5	41 9,2	1,46467		+	1,8	+	2,5	2
24	31 16,2	41 36,6	1,46481		+	3,8	+	3,2	1
25	330° 30' 1,1	—12° 42' 3,7	1,46495		+	3,7	+	3,1	1

Dimension droite.	Déclinaison.	Log. de la distance à la terre.	Observ. — Éphém.		Nomb. d'obs.
			AR.	Décl.	
7,1	-12°42'30,2	1,46510	+ 2,0	+ 3,0	1
2	42 56,3	1,46525	+ 4,0	+ 1,8	1
	43 22,0	1,46540	+ 2,7	+ 1,7	4
	43 47,2	1,46556	+ 2,6	+ 3,2	1
	44 11,9	1,46572	+ 0,4	+ 5,1	1
	44 36,2	1,46588	+ 2,9	+ 2,4	2
	44 59,9	1,46605	+ 1,7	- 0,8	1
	45 23,2	1,46622	+ 0,7	+ 2,3	3
43,4	45 45,9	1,46640	+ 4,3	+ 4,8	1
19 39,6	46 8,1	1,46658	+ 1,5	+ 2,1	1
18 37,2	46 29,7	1,46676	+ 2,0	+ 3,4	2
6	46 50,8	1,46694	+ 3,5	+ 1,9	2
7	47 11,4	1,46713	+ 4,6	+ 5,3	2
8	47 31,4	1,46732			
9	47 51,8	1,46751	+ 2,2	+ 2,1	1
10	48 8,7	1,46770	+ 1,6	+ 3,1	1
11	48 27,9	1,46790	+ 2,1	+ 1,2	3
12	48 45,6	1,46810	+ 2,7	+ 2,6	1
13	49 2,6	1,46831			
14	49 19,1	1,46852	+ 3,3	+ 3,3	2
15	49 34,9	1,46873	+ 2,8	+ 3,1	1
16	49 50,2	1,46894	+ 4,2	+ 3,1	1
17	50 4,7	1,46915	+ 0,7	+ 2,1	3
18	50 18,7	1,46937	+ 0,2	+ 2,7	2
19	50 32,0	1,46959	+ 2,0	+ 1,7	2
20	50 44,7	1,46980	+ 7,6	+ 4,8	1
21	50 56,7	1,47002	+ 3,4	+ 0,1	4
22	51 8,1	1,47023			
23	51 18,9	1,47045	+ 3,5	+ 3,0	2
24	51 28,9	1,47068	+ 2,5	- 0,2	2
25	51 38,1	1,47091	- 0,2	+ 1,0	3
26	51 47,1	1,47115	+ 2,2	+ 4,0	2
27	51 55,2	1,47139	+ 3,4	+ 1,3	2
28	52 2,6	1,47163			
29	52 9,6	1,47187	+ 2,7	+ 1,2	1
30	52 15,3	1,47210	+ 0,7	-	1
31					
Nov. 1	52°20',6	1,47234	+ 2,5	+ 2,6	2

Années, mois et jours.	Ascension droite.	Déclinaison.	Log. de la distance à la terre.	Observ. — Éphém.		Nomb. d'obs.
				AR.	Décl.	
Août 19	331° 24' 29,3	—12° 22' 6,9	1,46242	+ 5,7	+ 4,1	5
20	22 55,2	22 42,0	1,46241	+ 9,1	+ 3,1	4
21	21 20,9	23 17,0	1,46241	+ 3,7	+ 5,0	4
22	19 46,6	23 52,1	1,46241	+ 4,9	— 0,8	1
23	18 12,3	24 27,1	1,46242	+ 4,2	+ 5,1	3
24	16 38,0	25 2,0	1,46242	+ 3,5	+ 4,8	3
25	15 3,6	25 37,0	1,46243	+ 6,5	+ 2,3	1
26	13 29,6	26 11,8	1,46245	+ 2,8	+ 2,4	2
27	11 55,6	26 46,6	1,46247	+ 2,8	+ 6,1	1
28	10 21,7	27 21,2	1,46250	+ 7,6	+ 1,2	3
29	8 48,0	27 55,8	1,46253	+ 6,9	+ 2,4	2
30	7 14,5	28 30,3	1,46256	+ 7,1	+ 1,9	3
31	5 41,3	29 4,6	1,46260	+ 2,9	+ 2,8	5
Sept. 1	4 8,4	29 38,8	1,46265	+ 0,6	+ 4,8	3
2	2 35,8	30 12,8	1,46270	+ 4,0	+ 3,8	3
3	1 3,6	30 46,7	1,46275	+ 6,0	+ 4,3	2
4	330 59 32,0	31 20,4	1,46281	+ 4,0	+ 4,2	3
5	58 0,6	31 53,9	1,46287	— 1,3	+ 6,2	2
6	56 29,7	32 27,2	1,46294	+ 3,3	+ 2,7	3
7	54 59,3	33 0,3	1,46301	+ 4,3	— 0,7	3
8	53 29,4	33 33,1	1,46308	+ 5,3	+ 5,4	5
9	52 0,2	34 5,7	1,46316	+ 4,5	+ 5,0	4
10	50 31,5	34 38,1	1,46324	+ 1,7	+ 3,4	5
11	49 3,6	35 10,1	1,46333	+ 1,5	+ 3,9	3
12	47 36,3	35 41,9	1,46342	+ 2,6	+ 4,9	2
13	46 9,8	36 13,4	1,46352	+ 0,8	+ 0,6	3
14	44 44,1	36 44,6	1,46362	+ 1,9	+ 3,5	3
15	43 19,1	37 15,3	1,46372	+ 5,7	+ 4,1	3
16	41 55,0	37 45,8	1,46383	+ 4,2	+ 2,4	2
17	40 31,8	38 16,0	1,46394	+ 4,3	+ 1,1	2
18	39 9,5	38 45,8	1,46405	+ 4,4	+ 2,7	3
19	37 48,1	39 15,3	1,46416	+ 3,4	+ 4,0	3
20	36 27,6	39 44,4	1,46428	+ 3,4	+ 1,6	3
21	35 8,3	40 13,0	1,46440	+ 0,2	— 0,8	1
22	33 49,9	40 41,3	1,46453	+ 2,1	+ 4,6	2
23	32 32,5	41 9,2	1,46467	+ 1,8	+ 2,5	2
24	31 16,2	41 36,6	1,46481	+ 3,8	+ 3,2	1
25	330° 30' 1,1	—12° 42' 3,7	1,46495	+ 3,7	+ 3,1	1

Années, mois et jours.	Ascension droite.	Déclinaison.	Log. de la distance à la terre.	Observ. — Éphém.		Nomb. d'obs.
				AR.	Décl.	
Sept. 26	330°28'47",1	-12°42'30",2	1,46510	+ 2,0	+ 3,0	1
27	27 34,2	42 56,3	1,46525	+ 4,0	+ 1,8	1
28	26 22,6	43 22,0	1,46540	+ 2,7	+ 1,7	4
29	25 12,2	43 47,2	1,46556	+ 2,6	+ 3,2	1
30	24 3,0	44 11,9	1,46572	+ 0,4	+ 5,1	1
Oct. 1	22 55,2	44 36,2	1,46588	+ 2,9	+ 2,4	2
2	21 48,6	44 59,9	1,46605	+ 1,7	- 0,8	1
3	20 43,4	45 23,2	1,46622	+ 0,7	+ 2,3	3
4	19 39,6	45 45,9	1,46640	+ 4,3	+ 4,8	1
5	18 37,2	46 8,1	1,46658	+ 1,5	+ 2,1	1
6	17 36,2	46 29,7	1,46676	+ 2,0	+ 3,4	2
7	16 36,6	46 50,8	1,46694	+ 3,5	+ 1,9	2
8	15 38,6	47 11,4	1,46713	+ 4,6	+ 5,3	2
9	14 42,8	47 31,4	1,46732			
10	13 47,0	47 51,8	1,46751	+ 2,2	+ 2,1	1
11	12 53,5	48 8,7	1,46770	+ 1,6	+ 3,1	1
12	12 1,7	48 27,9	1,46790	+ 2,1	+ 1,2	3
13	11 11,4	48 45,6	1,46810	+ 2,7	+ 2,6	1
14	10 22,8	49 2,6	1,46831			
15	9 35,8	49 19,1	1,46852	+ 3,3	+ 3,3	2
16	8 50,5	49 34,9	1,46873	+ 2,8	+ 3,1	1
17	8 6,8	49 50,2	1,46894	+ 4,2	+ 3,1	1
18	7 25,0	50 4,7	1,46915	+ 0,7	+ 2,1	3
19	6 44,7	50 18,7	1,46937	+ 0,2	+ 2,7	2
20	6 6,3	50 32,0	1,46959	+ 2,0	+ 1,7	2
21	5 29,6	50 44,7	1,46980	+ 7,6	+ 4,8	1
22	4 54,7	50 56,7	1,47002	+ 3,4	+ 0,1	4
23	4 21,5	51 8,1	1,47023			
24	3 50,1	51 18,9	1,47045	+ 3,5	+ 3,0	2
25	3 20,5	51 28,9	1,47068	+ 2,5	- 0,2	2
26	2 52,8	51 38,1	1,47091	- 0,2	+ 1,0	3
27	2 26,8	51 47,1	1,47115	+ 2,2	+ 4,0	2
28	2 2,7	51 55,2	1,47139	+ 3,4	+ 1,3	2
29	1 40,5	52 2,6	1,47163			
30	1 20,3	52 9,6	1,47187	+ 2,7	+ 1,2	1
31	1 1,8	52 15,3	1,47210	+ 0,7	-	1
Nov. 1	0'45",4	52'20",6	1,47234	+ 2,5	+ 2,6	2

Années, mois et jours.	Ascension droite.	Déclinaison.	Log. de la distance à la terre.	Observ. — Éphém.		Nomb. d'obs.
				AB.	Décl.	
Nov. 2	330° 0'30,8	—12°52'25,2	1,47258	— 1,7	+ 1,8	3
3	0 18,1	52 29,1	1,47282	+ 1,7	+ 1,9	4
4	0 7,4	52 32,3	1,47306	+ 0,9	+ 3,5	2
5	329 59 58,6	52 34,9	1,47330	+ 2,0	+ 3,0	2
6	59 51,8	52 36,7	1,47354	+ 1,6	+ 3,3	2
7	59 47,0	52 37,8	1,47379	+ 7,3	+ 2,6	1
8	59 44,1	52 38,2	1,47404			
9	59 43,3	52 37,9	1,47428	+ 5,1	+ 0,1	3
10	59 44,4	52 36,9	1,47453	+ 2,2	+ 2,0	2
11	59 47,5	52 35,1	1,47478			
12	59 52,6	52 32,6	1,47503			
13	59 59,7	52 29,5	1,47528			
14	330 0 8,7	52 25,6	1,47553			
15	0 19,7	52 21,0	1,47578			
16	0 32,8	52 15,7	1,47603	+ 3,3	+ 3,5	2
17	0 47,8	52 9,6	1,47628	+ 1,5	+ 2,9	2
18	1 4,8	52 2,8	1,47654	+ 5,3	+ 0,9	2
19	1 23,8	51 55,4	1,47679	+ 3,2	+ 3,4	1
20	1 44,7	51 47,3	1,47704	+ 2,2	+ 0,9	1
21	2 7,6	51 38,4	1,47729	+ 1,0	+ 3,5	1
22	2 32,5	51 28,9	1,47754			
23	2 59,4	51 18,6	1,47780	— 1,5	+ 5,7	1
24	3 28,3	51 7,7	1,47805	+ 3,7	+ 1,3	3
25	3 59,1	50 56,0	1,47830			
26	4 31,8	50 43,6	1,47855	+ 2,3	+ 4,7	1
27	5 6,5	50 30,5	1,47880	+ 2,7	+ 2,4	3
28	5 43,2	50 16,7	1,47904	+ 1,9	+ 4,0	2
29	6 21,8	50 2,3	1,47929			
30	7 2,3	49 47,1	1,47953	+ 6,4	— 6,4	1
Déc. 1	7 44,8	49 31,3	1,47977			
2	8 29,2	49 14,7	1,48001			
3	9 15,6	48 57,5	1,48025			
4	10 3,9	48 39,6	1,48049	+ 3,5	+ 1,1	2
5	10 54,0	48 21,0	1,48073			
6	11 46,0	48 1,7	1,48097			
7	12 39,9	47 41,8	1,48121			
8	13 35,7	47 21,2	1,48144	+ 2,7	+ 1,4	1
9	14 33,3	46 59,9	1,48168	+ 2,6	+ 4,1	1

Années, mois et jours.	Ascension droite.	Déclinaison.	Log. de la distance à la terre.	Observ. — Éphém.		Nomb. d'obs.
				AR.	Décl.	
Déc. 10	330° 15' 32,7	—12° 46' 38,0	1,48191	+ 1,4	+ 1,0	1
11	16 33,9	46 15,5	1,48214			
12	17 37,0	45 52,3	1,48237	+ 2,6	+ 1,8	3
13	18 41,8	45 28,5	1,48260			
17	23 18,4	43 46,9	1,48350	+ 3,1	+ 0,8	2
18	24 31,9	43 20,0	1,48372			
19	25 47,1	42 52,5	1,48394	+ 5,7	+ 3,0	1
25	33 52,1	39 55,2	1,48513	+ 3,1	+ 3,1	1
1848 Janv. 9	57 58,0	31 8,3	1,48792	+ 6,0	+ 9,2	1
10	59 44,9	30 29,4	1,48807			
11	331 1 32,9	29 49,0	1,48822	+ 5,1	+ 6,1	1
12	3 22,1	29 10,3	1,48837			
13	8 56,1	27 8,8	1,48964			
16	10 49,6	26 27,5	1,48976	— 4,9	+ 3,1	1
27	32 36,5	18 32,2	1,49000			
Juill. 4	334 35 1,6	—11 14 36,4	1,46754	+ 12,3	— 1,2	1
5	34 9,5	14 57,9	1,46733			
6	33 15,9	15 20,0	1,46713	+ 13,5	— 3,8	1
7	32 20,9	15 42,5	1,46693	+ 12,0	+ 1,9	1
8	31 24,4	16 5,6	1,46674	+ 13,9	+ 6,2	2
9	30 26,5	16 29,2	1,46655			
10	29 27,2	16 53,3	1,46637	+ 11,0	+ 4,8	1
11	28 26,5	17 17,9	1,46619	+ 13,6	+ 4,9	1
12	27 24,5	17 43,0	1,46602	+ 11,4	+ 7,4	1
13	26 21,1	18 8,5	1,46585	+ 13,2	+ 5,2	1
14	25 16,4	18 34,6	1,46569	+ 13,6	+ 8,4	1
15	24 10,4	19 1,1	1,46553	+ 11,7	+ 6,0	1
16	23 3,1	19 28,1	1,46537			
17	21 54,6	19 55,5	1,46521	+ 13,0	+ 6,7	1
22	16 54,1	22 18,9	1,46452	+ 9,3	+ 6,3	1
23	14 38,6	22 48,8	1,46439	+ 11,4	+ 8,8	2
24	13 22,1	23 19,6	1,46426			
25	12 4,5	23 49,7	1,46412	+ 11,4	+ 6,7	2
26	10 45,9	24 20,8	1,46400	+ 10,8	+ 7,7	2
27	9 26,3	24 52,1	1,46389	+ 10,7	+ 3,2	1
28	8 5,6	25 23,8	1,46378	+ 8,2	+ 7,2	1
29	6' 44,0	25 55,8	1,46367	+ 8,7	+ 6,6	2

10*

Années, mois et jours.	Ascension droite.	Déclinaison.	Log. de la distance à la terre.	Observ. — Éphém.		Nomb. d'obs.
				AR.	Décl.	
1 0.1 Juill. 30	334° 5'21,6	—11°26'28,1	1,46357	+ 7,4	+ 5,1	1
2 8.1 Août 2	1 9,4	28 6,7	1,46330	+ 9,3	+ 5,7	1
3 8.1 7	333 53 54,2	30 55,9	1,46290	+ 6,8	+ 3,7	2
4 8.0 8	52 25,3	31 30,4	1,46282			
5 8.0 9	50 55,7	32 4,8	1,46276	+ 7,3	+ 5,6	2
6 0.2 10	49 25,7	32 39,8	1,46271			
7 1.2 11	47 55,2	33 14,8	1,46266	+ 6,2	+ 2,1	1
8 1.2 12	46 24,3	33 49,8	1,46261	+ 7,5	+ 4,4	2
9 2.0 13	44 53,0	34 25,0	1,46256	+ 10,1	+ 5,8	2
10 1.5 14	43 21,2	35 0,4	1,46251			
11 1.5 15	41 49,0	35 35,8	1,46247			
12 1.5 16	40 16,5	36 11,3	1,46244	+ 8,5	+ 4,5	1
13 1.5 17	38 43,6	36 46,9	1,46241			
14 1.2 18	37 10,5	37 22,5	1,46238	+ 7,9	—	1
15 1.2 19	35 37,2	37 58,3	1,46236			
16 2.1 22	30 56,3	39 45,4	1,46232	+ 4,5	+ 1,5	1
17 2.1 23	29 22,4	40 21,2	1,46231	+ 5,9	+ 4,0	2
18 2.1 24	27 48,5	40 56,9	1,46230	+ 6,3	+ 4,9	1
19 2.2 25	26 14,5	41 32,7	1,46231	+ 8,1	+ 4,5	2
20 2.0 26	24 40,7	42 8,4	1,46232	+ 7,6	+ 5,3	1
21 2.0 27	23 6,8	42 43,9	1,46233	+ 4,9	+ 7,5	1
22 2.0 28	21 33,1	43 19,5	1,46237	+ 6,0	+ 6,0	4
23 2.0 29	19 59,5	43 54,9	1,46239	+ 3,2	+ 3,7	1
24 2.0 30	18 26,0	44 30,3	1,46242	+ 7,7	+ 5,3	6
25 2.0 31	16 52,8	45 5,5	1,46246	+ 5,9	+ 3,2	1
26 2.0 Sept. 1	15 19,9	45 40,6	1,46250			
27 2.0 2	13 47,3	46 15,6	1,46254			
28 2.0 3	12 14,9	46 50,4	1,46258	+ 7,5	+ 4,1	1
29 2.0 4	10 42,9	47 25,0	1,46262	+ 10,0	+ 5,0	4
30 2.0 5	9 11,3	47 59,5	1,46267			
31 2.0 6	7 40,1	48 33,7	1,46273	+ 5,9	+ 6,5	3
32 2.0 7	6 9,4	49 7,7	1,46280	+ 7,4	+ 2,7	4
33 2.0 8	4 39,2	49 41,5	1,46288	+ 6,2	+ 2,6	2
34 2.0 9	3 9,5	50 15,1	1,46296	+ 5,4	+ 0,1	1
35 2.0 10	1 40,4	50 48,4	1,46304			
36 2.0 11	0 11,8	51 21,5	1,46312			
37 2.0 12	332°58'43,9	51 54,3	1,46320	+ 6,2	+ 4,3	2

Années, mois et jours.	Ascension droite.	Déclinaison.	Log. de la distance à la terre.	Observ. — Éphém.		Nomb. d'obs.
				AR.	Décl.	
Sept. 13	332° 57' 16",7	—11° 52' 26",8	1,46328	+ 6,2	+ 1,4	1
14	55 50,2	52 59,0	1,46337	+ 7,6	+ 1,7	2
15	54 24,5	53 30,9	1,46346	+ 6,1	+ 2,7	3
16	52 59,5	54 2,4	1,46356	+ 6,9	+ 2,6	1
17	51 35,3	54 33,7	1,46367	+ 7,9	+ 4,4	4
18	50 11,9	55 4,6	1,46378	+ 10,2	+ 3,2	2
19	48 49,5	55 35,1	1,46389	+ 12,1	+ 4,9	1
20	47 27,8	56 5,4	1,46400	+ 5,1	+ 3,0	3
21	46 7,2	56 35,2	1,46412	+ 5,5	+ 4,8	3
22	44 47,4	57 4,6	1,46425	+ 10,5	+ 5,2	3
23	43 28,7	57 33,6	1,46438	+ 5,6	+ 3,3	4
24	42 11,0	58 2,3	1,46451	+ 5,7	+ 4,9	3
25	40 54,4	58 30,5	1,46465	+ 7,9	+ 7,2	2
26	39 38,9	58 58,2	1,46479			
27	38 24,6	59 25,6	1,46494			
28	37 11,5	59 52,5	1,46510	+ 8,1	+ 7,8	2
29	35 59,6	—12 0 18,8	1,46525	+ 9,5	+ 2,9	1
30	34 48,9	0 44,7	1,46541	+ 7,9	+ 4,2	3
Oct. 1	33 39,4	1 10,2	1,46557	+ 6,3	+ 2,9	4
2	32 3 2	1 35,1	1,46573	+ 6,1	+ 4,7	3
3	31 24,6	1 59,4	1,46589	+ 6,2	+ 0,6	1
4	30 18,8	2 23,3	1,46605			
5	29 14,6	2 46,7	1,46622			
6	28 11,7	3 9,5	1,46639	+ 4,7	+ 0,3	1
7	27 10,3	3 31,8	1,46657	+ 4,4	+ 2,8	1
8	26 10,3	3 53,5	1,46676			
9	25 11,7	4 14,6	1,46695			
10	24 14,6	4 35,2	1,46714	+ 4,7	+ 1,0	2
11	23 19,0	4 55,3	1,46734			
25	13 12,0	8 31,2	1,47027	+ 3,2	+ 2,3	1
26	12 41,6	8 41,8	1,47050	+ 5,2	+ 1,1	2
30	10 58,6	9 17,0	1,47144	+ 4,5	+ 2,7	2
31	10 37,5	9 24,1	1,47168			
Nov. 5	9 20,6	9 48,7	1,47286	+ 2,7	—	1
6	9 11,0	9 51,5	1,47310			
7	9 3,4	9 53,6	1,47333			
8	8 57,5	9 55,0	1,47358	+ 5,3	+ 2,2	1

Années, mois et jours.	Ascension droite.	Déclinaison.	Log. de la distance à la terre.	Observ. — Éphém.		Nomb. d'obs.
				AR.	Décl.	
Nov. 9	332° 8' 53,6	—12° 9' 55,6	1,47383	+ 3,1	+ 5,7	3
10	8 51,7	9 55,5	1,47408	+ 4,4	+ 1,5	3
11	8 51,7	9 54,7	1,47433	+ 4,1	— 0,1	1
12	8 53,7	9 53,2	1,47458			
13	8 57,7	9 51,0	1,47483	+ 0,4	+ 1,8	1
14	9 3,6	9 48,0	1,47508	+ 2,5	—	1
15	9 11,5	9 44,3	1,47533	+ 0,8	+ 8,1	1
16	9 21,5	9 39,8	1,47558			
17	9 33,3	9 34,7	1,47582			
18	9 47,2	9 28,8	1,47607	+ 0,9	+ 3,8	1
19	10 3,0	9 22,1	1,47632	+ 3,3	+ 4,3	2
20	10 20,8	9 14,8	1,47657	+ 1,7	+ 2,1	2
21	10 40,6	9 6,7	1,47681	+ 6,0	+ 7,5	2
22	11 2,3	8 57,9	1,47705	+ 6,8	+ 3,2	2
23	11 26,1	8 48,3	1,47730	+ 5,8	+ 2,5	2
24	11 51,8	8 38,0	1,47755	+ 6,5	+ 2,1	1
25	12 19,6	8 27,0	1,47780	+ 7,8	+ 7,1	2
Déc. 5	18 44,2	5 57,7	1,48020	+ 5,7	+ 2,9	1
7	20 24,0	5 19,5	1,48072			
19	32 55,2	0 34,3	1,48349	+ 8,1	— 2,1	1
20	34 9,1	0 6,4	1,48372	+ 8,1	+ 1,2	1
1849 Juill. 25	336 23 12,3	—10 38 4,0	1,46435	+ 13,8	+ 11,5	1
26	21 56,6	38 34,7	1,46422			
27	20 39,9	39 5,7	1,46410			
28	19 22,2	39 37,0	1,46398	+ 13,1	+ 7,7	1
29	18 3,6	40 8,7	1,46386			
30	16 44,0	40 40,7	1,46374	+ 8,7	+ 10,4	1
31	15 23,4	41 13,1	1,46363	+ 7,7	+ 5,1	1
Août 1	14 1,9	41 46,0	1,46352	+ 9,4	+ 11,0	1
2	12 39,5	42 18,9	1,46342			
4	9 52,3	43 25,8	1,46323			
8	4 8,8	45 42,7	1,46290	+ 14,4	+ 10,0	1
9	2 41,2	46 17,5	1,46282			
10	1 13,0	46 52,5	1,46275			
11	335 59 44,1	47 27,7	1,46296	+ 5,9	+ 11,3	1
12	58' 14,6	48' 3,1	1,46263			

Années, mois et jours.	Ascension droite.	Déclinaison.	Log. de la distance à la terre.	Observ. — Éphém.		Nomb. d'obs.
				AR.	Décl.	
Août 13	335° 56' 44,8	—10° 48' 38,6	1,46257			
14	+ 53 14,5	49 14,3	1,46251	+ 11,8	+ 6,4	2
15	53 43,7	49 50,1	1,46247			
16	52 12,4	50 26,1	1,46243	+ 5,5	+ 10,8	1
17	+ 50 40,8	51 2,2	1,46239			
20	46 3,9	52 50,9	1,46229	+ 10,3	+ 10,1	1
21	44 31,1	53 27,3	1,46227			
22	+ 42 58,0	54 3,7	1,46225			
25	+ 38 18,0	55 53,0	1,46221	+ 13,9	+ 10,0	1
26	36 44,4	56 29,4	1,46221			
27	+ 35 10,0	57 5,8	1,46222			
30	30 30,8	58 54,7	1,46226	+ 10,8	+ 11,8	2
31	28 57,5	59 30,8	1,46229	+ 9,9	+ 5,6	1
Sept. 1	27 24,6	—11 0 6,8	1,46231			
2	+ 25 51,7	0 42,7	1,46233	+ 11,5	+ 8,2	1
3	24 19,0	1 18,5	1,46236	+ 7,4	+ 8,4	1
4	+ 22 46,6	1 54,2	1,46240	+ 11,7	+ 4,9	2
5	21 14,5	2 29,8	1,46245	+ 9,1	+ 5,1	3
6	+ 19 42,7	3 5,2	1,46250			
7	+ 18 11,3	3 40,4	1,46255	+ 12,8	+ 5,0	2
8	16 40,3	4 15,4	1,46260	+ 15,2	+ 6,7	1
9	15 9,7	4 50,2	1,46265	+ 7,2	+ 6,2	2
10	13 39,6	5 24,7	1,46271	+ 11,6	+ 6,2	2
11	+ 12 10,0	5 59,1	1,46278			
12	+ 10 40,9	6 33,2	1,46286	+ 4,7	— 7,8	1
13	9 12,4	7 7,0	1,46294	+ 7,8	+ 5,4	1
14	7 44,5	7 40,6	1,46302			
15	+ 6 17,3	8 14,0	1,46311	+ 8,4	+ 3,4	1
16	4 50,7	8 47,0	1,46320			
17	+ 3 24,9	9 19,7	1,46330	+ 7,5	+ 8,4	1
18	+ 1 59,9	9 52,1	1,46340			
19	0 35,6	10 24,1	1,46350	+ 5,0	+ 7,0	1
20	334 59 12,2	10 55,8	1,46361	+ 7,3	+ 8,6	1
21	+ 57 49,6	11 27,1	1,46372			
22	+ 56 27,9	11 57,9	1,46384			
23	55 7,2	12 28,5	1,46396			
24	+ 53 47,3	12 58,8	1,46408	+ 7,9	+ 4,1	1
25	+ 52 28,5	13 28,5	1,46421	+ 11,1	+ 7,1	1

Années, mois et jours.	Ascension droite.	Déclinaison.	Log. de la distance à la terre.	Observ. — Éphém.		Nomb. de jours.
				AR.	Décl.	
Sept. 26	334° 51' 10,6	— 11 13' 57,9	1,46434	+ 8,0	+ 8,0	1
27	49 53,8	14 26,8	1,46447	+ 6,5	+ 6,6	1
28	48 38,1	14 55,3	1,46461			
Oct. 1	44 57,8	16 17,8	1,46508	+ 10,5	+ 7,9	1
2	43 46,9	16 44,4	1,46522			
3	42 37,1	17 10,5	1,46537			
5	40 21,2	18 1,2	1,46570	+ 9,2	+ 4,1	1
6	39 15,2	18 25,7	1,46587	+ 5,2	+ 4,7	1
7	38 10,5	18 49,7	1,46604			
13	32 11,6	21 2,1	1,46712	+ 8,1	+ 5,6	3
14	31 17,0	21 22,1	1,46731	+ 8,3	+ 2,4	1
15	30 23,9	21 41,5	1,46751	+ 6,2	+ 3,1	2
16	29 32,3	22 0,3	1,46771	+ 5,2	+ 5,0	1
17	28 42,4	22 18,5	1,46792			
22	24 57,1	23 39,8	1,46895	+ 8,2	— 0,4	2
23	24 17,5	23 54,1	1,46916			
27	21 55,4	24 44,4	1,47004	+ 8,0	+ 4,8	1
28	21 24,2	24 55,3	1,47026	+ 6,6	+ 4,5	1
29	20 54,9	25 5,5	1,47049	+ 6,2	+ 4,2	2
30	20 27,4	25 15,0	1,47072	+ 8,2	+ 4,9	3
31	20 1,7	25 23,8	1,47095			
Nov. 1	19 38,0	25 31,8	1,47118			
2	19 16,0	25 39,2	1,47142	+ 4,6	+ 3,0	4
3	18 55,9	25 46,0	1,47166	+ 6,3	+ 4,5	1
4	18 37,6	25 52,0	1,47190			
5	18 21,3	25 57,3	1,47214			
6	18 6,9	26 2,8	1,47238	+ 8,3	+ 4,6	1
7	17 54,4	26 5,7	1,47261			
11	17 23,6	26 13,8	1,47359	+ 7,5	+ 5,8	1
12	17 20,7	26 13,9	1,47384	+ 6,7	+ 4,7	3
13	17 19,8	26 13,4	1,47409	+ 5,8	+ 6,7	2
14	17 20,9	26 12,1	1,47434	+ 7,6	+ 3,7	2
15	17 23,9	26 10,0	1,47459	+ 6,8	+ 4,7	1
16	17 28,9	26 7,2	1,47484	+ 4,8	+ 5,0	1
17	17 35,9	26 3,6	1,47509			
18	17 44,8	25 59,3	1,47534	+ 8,9	+ 3,3	3
19	17 55,7	25 54,3	1,47559	+ 6,6	+ 4,3	2

Années, mois et jours.	Ascension droite.	Déclinaison.	Log. de la distance à la terre.	Observ. — Éphém.		Nomb. d'obs.	
				AR.	Décl.		
Nov. 20	334° 18' 8,6	— 11° 25' 48,6	1,47584	+ 7,5	+ 5,3	2	
	21	18 23,4	25 42,0	1,47609	+ 6,4	+ 2,8	2
	22	18 40,2	25 34,8	1,47634			
	23	18 59,0	25 26,8	1,47659			
	24	19 19,7	25 18,1	1,47684	+ 6,1	+ 5,5	2
	25	19 42,5	25 8,6	1,47709			
	26	20 7,2	24 58,4	1,47734	+ 9,4	+ 3,0	2
	27	20 33,9	24 47,4	1,47758	+ 6,8	+ 4,3	1
	28	21 2,6	24 35,7	1,47783	+ 7,8	+ 5,2	2
	29	21 33,2	24 23,3	1,47808	— 7,8	+ 6,3	1
30	22 5,7	24 10,2	1,47833	+ 7,1	+ 4,5	2	
Déc. 1	22 40,2	23 56,3	1,47858				
	2	23 16,6	23 41,7	1,47883			
	4	24 35,0	23 10,2	1,47931	+ 8,7	+ 6,1	1
	5	25 17,1	22 53,4	1,47955			
	6	26 1,1	22 35,8	1,47980		+ 8,8	1
	11	30 9,4	20 57,5	1,48102			
	12	31 4,6	20 35,8	1,48125			
	13	32 1,6	20 13,3	1,48148			
15	34 0,6	19 26,0	1,48195				
1850 Juill. 30	338 27 25 40	— 9 54 0,4	1,46391				
	31	26 7,6	54 32,4	1,46379			
Août. 1	24 48,9	55 4,9	1,46367				
	2	23 29,1	55 37,6	1,46355			
	3	22 8,4	56 10,8	1,46344	+ 13,5	+ 6,5	1
	4	20 46,9	56 34,2	1,46333			
	5	19 24,5	57 17,9	1,46323	+ 17,6	+ 7,7	1
	6	18 1,2	57 51,9	1,46314	+ 14,8	+ 7,7	1
	7	16 37,2	58 26,3	1,46305			
	8	15 12,4	59 0,8	1,46296			
	9	13 46,9	59 35,7	1,46288			
	10	12 20,6	— 10 0 10,7	1,46280			
	11	10 53,7	0 45,9	1,46273			
	12	9 26,1	1 21,4	1,46266			
	13	7 58,0	1 57,1	1,46259			
	14	6 29,2	2 33,0	1,46252			

Années, mois et jours.	Ascension droite.	Déclinaison.	Log. de la distance à la terre.	Observ. — Éphém.		Nomb. d'obs.
				AR.	Décl.	
Août 15	338° 5' 0",0	—10° 3' 9",0	1,46246			
16	3 30,2	3 45,2	1,46240			
17	2 0,1	4 21,5	1,46235			
18	0 29,5	4 58,0	1,46230			
19	337 58 58,5	5 34,6	1,46226			
20	57 27,1	6 11,2	1,46222			
21	55 55,4	6 48,0	1,46219	+ 12,2	+ 6,9	1
22	54 23,3	7 24,8	1,46216			
23	52 51,0	8 1,7	1,46214			
24	51 18,5	8 38,7	1,46212	+ 13,2	+ 6,4	1
25	49 45,8	9 16,7	1,46211			
26	48 13,0	9 53,2	1,46210	+ 11,5	+ 8,2	1
27	46 40,1	10 29,7	1,46209			
28	45 7,1	11 6,7	1,46208			
29	43 34,0	11 43,6	1,46208			
30	42 1,0	12 20,6	1,46209			
31	40 27,9	12 57,5	1,46210			
Sept. 1	38 54,8	13 34,4	1,46211			
2	37 21,8	14 11,2	1,46213			
3	35 49,0	14 47,8	1,46215			
4	34 16,2	15 24,4	1,46218	+ 12,6	+ 7,3	1
5	32 43,7	16 0,9	1,46222	+ 13,3	+ 5,8	1
6	31 11,4	16 37,2	1,46226			
7	29 39,4	17 13,4	1,46230	+ 17,5	+ 3,5	1
8	28 7,8	17 49,4	1,46235			
9	26 36,5	18 25,2	1,46240			
10	25 5,6	19 0,9	1,46246	+ 14,8	+ 5,0	1
11	23 35,1	19 36,3	1,46252	+ 15,3	+ 3,9	1
12	22 5,0	20 11,6	1,46258	+ 15,9	+ 4,6	1
13	20 35,5	20 46,5	1,46264	+ 14,8	+ 4,9	1
14	19 6,4	21 21,3	1,46271	+ 13,5	+ 4,4	1
15	17 38,0	21 55,6	1,46278			
16	16 10,2	22 29,9	1,46286			
17	14 43,0	23 3,8	1,46294	+ 13,4	+ 5,3	1
18	13 16,5	23 37,5	1,46303			
19	11 50,7	24 10,8	1,46312			
20	10 25,6	24 43,8	1,46322			
21	9' 1,4	25' 16,4	1,46333			

Années, mois et jours.	Ascension droite.	Déclinaison.	Log. de la distance à la terre.	Observ. — Éphem.		Nomb. d'obs.
				AR.	Décl.	
Sept. 22	337° 7'37",8	—10°25'48",7	1,46344			
23	6 15,2	26 20,7	1,46355			
24	4 53,4	26 52,2	1,46366	+ 12,2	+ 4,8	1
25	3 32,5	27 23,4	1,46377			
26	2 12,5	27 54,3	1,46389			
27	0 53,4	28 24,7	1,46402			
28	336 59 35,3	28 54,6	1,46415	+ 17,5	+ 5,7	1
29	58 18,2	29 24,2	1,46428			
30	57 2,2	29 53,2	1,46442			
Oct. 1	55 47,2	30 23,3	1,46456			
2	54 43,4	30 50,2	1,46471			
3	53 20,8	31 17,9	1,46486			
4	52 9,4	31 45,1	1,46501			
5	50 59,1	32 11,9	1,46516			
6	49 50,0	32 38,1	1,46532			
7	48 42,3	33 3,9	1,46548			
8	47 25,8	33 30,1	1,46564			
9	46 30,7	33 53,7	1,46580	+ 13,1	+ 6,5	2
10	45 27,0	34 17,8	1,46597			
11	44 24,6	34 41,3	1,46615			
12	43 23,7	35 4,3	1,46633			
13	42 24,1	35 26,7	1,46652			
14	41 26,1	35 48,4	1,46671			
15	40 29,5	36 9,6	1,46690			
16	39 34,4	36 30,2	1,46709			
17	38 40,8	36 50,1	1,46728			
18	37 48,7	37 9,5	1,46747			
19	36 58,3	37 28,2	1,46767			
20	36 9,4	37 46,3	1,46787			
21	35 22,2	38 3,8	1,46808			
22	34 36,6	38 20,6	1,46829			
23	33 52,6	38 36,7	1,46851			
24	33 10,3	38 52,2	1,46872			
25	32 29,7	39 6,9	1,46894			
26	31 50,8	39 21,1	1,46915			
27	31 13,5	39 34,6	1,46936			
28	30 38,1	39 47,3	1,46958			
29	30 4,4	39 59,4	1,46980			

Années, mois et jours.	Ascension droite.	Déclinaison.	Log. de la distance à la terre.	Observ. — Éphem.		Nomb. d'obs.
				AR.	Décl.	
Oct. 30	336° 29' 32,5	— 10° 40' 10,8	1,47003			
31	29 2,3	41 21,5	1,47026			
1851 Août. 11	340 21 31,3	— 9 13 10,1	1,46279	+ 15,2	+ 10,3	1
12	20 5,8	13 45,6	1,46271			
13	18 39,6	14 21,3	1,46263			
14	17 12,8	14 57,3	1,46255			
15	15 45,4	15 33,4	1,46248	+ 18,2	+ 6,6	1
16	14 17,3	16 9,8	1,46241			
21	6 49,3	19 14,0	1,46216	+ 20,9	+ 4,5	1
22	5 18,3	19 51,2	1,46211			
23	3 47,0	20 28,6	1,46207			
24	2 15,4	21 6,0	1,46203			
25	0 43,5	21 43,4	1,46200	+ 18,5	+ 7,3	1
26	339 59 11,5	22 20,9	1,46198	+ 18,5	+ 5,6	1
27	57 39,2	22 58,4	1,46196	+ 16,7	+ 4,3	1
28	56 6,8	23 36,0	1,46195			
29	54 34,1	24 13,5	1,46194	+ 16,6	+ 11,2	1
30	53 1,4	24 51,1	1,46194	+ 18,7	+ 6,1	2
31	51 28,6	25 28,6	1,46194	+ 15,8	+ 8,2	1
Sept. 1	49 55,8	26 6,1	1,46195	+ 21,9	+ 0,8	1
2	48 23,1	26 43,6	1,46195	+ 17,1	+ 4,7	1
3	46 50,4	27 21,0	1,46196			
4	45 17,7	27 58,4	1,46197	+ 14,7	+ 8,8	1
5	43 45,2	28 35,6	1,46199			
6	42 12,8	29 12,7	1,46202	+ 19,2	+ 7,4	2
7	40 40,6	29 49,8	1,46205			
12	33 3,9	32 52,6	1,46228	+ 14,3	+ 7,5	1
13	31 33,5	33 28,7	1,46232			
14	30 3,6	34 4,5	1,46237			
15	28 34,1	34 40,1	1,46243	+ 16,1	+ 8,1	2
16	27 5,2	35 15,4	1,46250	+ 15,4	+ 8,8	1
17	25 36,8	35 50,5	1,46257	+ 22,2	+ 7,4	1
18	24 9,0	36 25,4	1,46266	+ 15,2	+ 8,8	2
19	22 41,7	37 0,0	1,46274			
20	21 15,1	37 34,3	1,46283	+ 16,8	+ 4,0	1
21	19 49,2	38 8,3	1,46292	+ 16,0	+ 8,0	1
22	18 24,0	38 42,0	1,46302			

Années, mois et jours.	Ascension droite.	Déclinaison.	Log. de la distance à la terre.	Observ. — Éphem.		Nomb. d'obs.
				AR.	Décl.	
Sept. 23	339° 16' 59,5	— 9° 39' 15,4	1,46312	+ 18,1	+ 7,0	1
24	15 35,9	39 48,3	1,46322			
25	14 13,0	40 20,9	1,46333			
26	12 51,0	40 53,2	1,46344	+ 20,0	+ 7,0	2
27	11 29,8	41 25,1	1,46356	+ 16,9	+ 5,1	1
28	10 9,6	41 56,5	1,46368			
29	8 49,3	42 27,6	1,46380	+ 13,9	+ 9,9	1
30	7 32,0	42 58,2	1,46392			
Oct. 1	6 14,5	43 28,3	1,46405	+ 17,4	+ 2,7	1
2	4 58,5	43 58,0	1,46419			
5	1 16,6	45 24,4	1,46464	+ 15,0	+ 4,8	1
6	0 5,9	45 52,2	1,46478			
7	338 58 54,5	46 19,5	1,46493	+ 19,4	+ 8,0	1
8	57 45,2	46 46,3	1,46508			
11	54 24,9	48 3,6	1,46559	+ 20,2	+ 4,1	1
12	53 20,7	48 28,2	1,46575	+ 22,1	+ 4,0	1
13	52 17,8	48 52,3	1,46592			
14	51 16,3	49 15,8	1,46610	+ 18,8	+ 2,6	1
15	50 16,2	49 38,7	1,46628	+ 20,6	+ 5,6	2
16	49 17,5	50 1,0	1,46646			
21	44 46,3	51 43,5	1,46743	+ 17,1	+ 6,0	2
22	43 56,7	52 2,3	1,46763	+ 17,0	+ 6,6	2
23	43 8,7	52 20,2	1,46783	+ 16,6	+ 6,2	2
24	42 22,3	52 37,5	1,46804	+ 16,3	+ 5,4	2
25	41 37,6	52 54,2	1,46825			
26	40 54,3	53 10,2	1,46846	+ 16,8	+ 6,9	1
27	40 13,2	53 25,4	1,46867			
28	39 33,5	53 40,0	1,46888	+ 19,5	+ 4,5	2
29	38 55,6	53 53,9	1,46910	+ 17,4	+ 6,0	3
30	38 19,4	54 7,1	1,46932			
Nov. 2	36 41,4	54 44,2	1,46999	+ 21,1	+ 9,6	1
3	36 12,3	54 54,4	1,47022	+ 21,4		1
4	35 45,1	55 3,9	1,47045			
7	34 34,3	55 26,9	1,47115	+ 19,0	+ 6,7	3
8	34 14,4	55 33,6	1,47139			
9	33 56,3	55 39,5	1,47163			
12	33' 13,4	55' 53,3	1,47235	+ 18,8	+ 4,7	1

Années, mois et jours.	Ascension droite.	Déclinaison.	Log. de la distance à la terre.	Observ. — Éphém.		Nomb. d'obs.
				AR.	Décl.	
Nov. 13	338°33' 2",8	— 9°55'56",1	1,47259			
20	32 43,0	55 54,9	1,47432	+ 19,9	+ 9,0	1
21	32 47,9	55 51,7	1,47457	+ 20,3	+ 4,7	1
22	32 54,8	55 47,7	1,47482			
Déc. 2	35 51,6	54 25,6	1,47733	+ 18,6	+ 15,2	1
3	36 20,1	54 13,1	1,47758			
22	51 18,5	47 57,2	1,48215			
23	52 23,9	47 30,4	1,48238			
24	53 31,0	47 2,8	1,48260	+ 15,7		1
25	54 39,9	46 34,6	1,48282	+ 19,3	+ 10,3	1
26	55 50,3	46 5,8	1,48304			
27	57 2,5	45 36,2	1,48326			
28	58 16,4	45 6,1	1,48347	+ 12,8		1
1852 Août 3	342 40 58,8	— 8 20 48,1	1,46372	+ 24,7	+ 10,0	1
4	39 41,8	21 21,0	1,46358	+ 21,0	+ 11,5	1
5	38 23,7	21 54,4	1,46344	+ 22,9	+ 9,9	1
6	37 4,7	22 28,0	1,46330	+ 21,4	+ 9,6	1
7	35 44,9	23 2,1	1,46317			
8	34 24,0	23 36,4	1,46305			
9	33 2,3	24 11,1	1,46294	+ 24,0	+ 9,4	1
10	31 39,8	24 46,1	1,46284	+ 22,0	+ 8,8	1
11	30 16,5	25 21,4	1,46275			
12	28 52,4	25 56,9	1,46266	+ 24,6	+ 11,5	1
13	27 27,6	26 32,7	1,46258	+ 24,6	+ 12,4	2
14	26 2,0	27 8,7	1,46250			
15	24 35,7	27 45,0	1,46242			
16	23 8,9	28 21,5	1,46235	+ 21,1	+ 10,2	1
17	21 41,4	28 58,2	1,46228			
18	20 13,4	29 35,1	1,46222			
19	18 44,8	30 12,1	1,46216	+ 22,4	+ 8,2	1
20	17 15,8	30 49,2	1,46210	+ 22,7	+ 13,0	1
21	15 46,3	31 26,5	1,46205	+ 20,8	+ 9,6	1
22	14 16,4	32 4,0	1,46200	+ 22,1	+ 11,6	1
23	12 46,1	32 41,5	1,46196	+ 22,8	+ 9,0	
24	11 15,4	33 19,2	1,46192			
25	9 44,4	33 57,0	1,46189	+ 25,2	+ 11,3	1
26	8 13,0	34 34,8	1,46186	+ 21,7	+ 10,5	2

Années, mois et jours.	Ascension droite.	Déclinaison.	Log. de la distance à la terre.	Observ. — Éphém.		Nomb. d'obs.
				AR.	Décl.	
Août 27	342° 6' 41,5	— 8° 35' 12,7	1,46183	+ 23,0	+ 10,6	3
28	5 9,7	35 50,7	1,46181	+ 19,9	+ 9,1	1
29	3 37,7	36 28,6	1,46179	+ 19,3	+ 10,1	1
30	2 5,6	37 6,6	1,46178	+ 24,8	+ 7,6	1
31	0 33,3	37 44,6	1,46177			
Sept. 1	341 59 1,0	38 22,5	1,46177	+ 17,2	+ 8,2	1
2	57 28,6	39 0,5	1,46177	+ 22,7	+ 12,0	1
3	55 56,2	39 38,5	1,46178			
4	54 23,8	40 16,5	1,46179	+ 24,0	+ 10,7	2
5	52 51,5	40 54,4	1,46180	+ 24,7	+ 9,7	2
6	51 19,2	41 32,2	1,46182	+ 23,8	+ 9,4	2
7	49 57,1	42 10,0	1,46184	+ 20,7	+ 10,0	2
8	48 15,1	42 47,7	1,46187	+ 23,2	+ 11,5	3
9	46 43,3	43 25,2	1,46190	+ 23,4	+ 10,7	1
10	45 11,7	44 2,6	1,46194	+ 21,6	+ 10,4	1
11	43 40,4	44 39,9	1,46198			
12	42 9,4	45 16,9	1,46203	+ 22,6	+ 15,1	1
13	40 38,7	45 53,8	1,46208	+ 24,1	+ 8,5	1
14	39 8,4	46 30,5	1,46213			
15	37 38,5	47 6,9	1,46219	+ 23,5	+ 11,0	2
16	36 9,0	47 43,1	1,46225	+ 22,6	+ 9,6	1
17	34 40,1	48 19,1	1,46232	+ 22,2	+ 15,3	1
18	33 11,6	48 54,8	1,46239			
19	31 43,8	49 30,3	1,46247	+ 18,8	+ 11,2	1
20	30 16,7	50 5,4	1,46255	+ 20,8	+ 6,8	1
21	28 50,1	50 40,2	1,46264			
22	27 24,1	51 14,7	1,46273			
23	25 58,9	51 48,9	1,46282	+ 20,6	+ 11,6	1
24	24 34,4	52 22,8	1,46292			
27	20 25,7	54 2,2	1,46323	+ 21,4	+ 12,6	1
29	19 4,4	54 34,5	1,46334			
Oct. 4	11 16,6	57 39,9	1,46411	+ 22,7	+ 10,6	1
5	10 2,2	58 9,3	1,46425			
6	8 48,8	58 38,2	1,46440			
7	7 36,7	59 6,6	1,46455	+ 19,2	+ 6,6	1
8	6 25,6	59 34,5	1,46470	+ 26,5	+ 8,8	1
9	5 15,8	— 9° 0' 2,0	1,46486	+ 27,5	+ 5,9	1

Années, mois et jours.	Ascension droite.	Déclinaison.	Log. de la distance à la terre.	Observ. — Éphém.		Nomb. d'obs.
				AR.	Décl.	
Oct. 10	341° 4' 7,2	— 9° 0' 28,9	1,46502			
11	340 59 45,8	2 11,1	1,46567	+ 22,2	+ 5,1	2
12	58 43,8	2 35,2	1,46585	+ 17,8	+ 5,4	2
13	57 43,2	2 58,7	1,46603	+ 10,8	+ 0,7	1
14	56 44,0	3 21,6	1,46622	+ 28,7	+ 12,3	1
15	55 46,3	3 43,9	1,46641			
16	54 50,1	4 5,5	1,46660	+ 26,5	+ 4,1	1
17	53 55,3	4 26,6	1,46679	+ 23,3	+ 7,0	1
18	53 2,1	4 47,0	1,46698	+ 23,0	+ 8,0	1
19	52 10,4	5 6,7	1,46718	+ 23,2	+ 10,7	1
20	51 20,3	5 25,8	1,46738	+ 21,6	+ 9,0	1
21	50 31,8	5 44,2	1,46758			
Nov. 2	41 29,1	7 59,6	1,46951	+ 19,2	+ 8,8	1
3	43 57,3	8 11,0	1,46973			
4	43 27,3	8 21,8	1,46996	+ 20,2	+ 8,6	1
5	42 59,1	8 31,8	1,47019			
6	42 32,6	8 41,1	1,47042			
7	42 8,1	8 49,6	1,47065	+ 20,9	+ 13,1	2
8	41 45,4	8 57,4	1,47089			
9	40 48,4	9 16,3	1,47160	+ 24,6	+ 15,0	2
10	40 33,2	9 21,1	1,47184			
11	40 19,8	9 25,0	1,47208	+ 23,5	+ 7,0	1
12	40 8,4	9 28,3	1,47232			
13	39 58,9	9 30,7	1,47256	+ 25,9	+ 4,3	1
14	39 51,3	9 32,3	1,47281	+ 31,6	+ 4,6	1
15	39 45,7	9 33,2	1,47306	+ 22,2	+ 7,7	2
16	39 41,9	9 33,4	1,47331	+ 25,9	+ 8,8	1
17	39 40,1	9 32,7	1,47356	+ 24,6	+ 7,0	1
18	39 40,3	9 31,3	1,47381			
19	40 21,9	9 6,3	1,47530	+ 21,8	+ 4,0	1
20	40 35,7	8 59,4	1,47555	+ 30,0	+ 4,2	1
21	40 51,4	8 51,8	1,47580			
Dec. 1	41 50,1	8 23,9	1,47656	+ 18,3	+ 7,8	1
2	42 13,5	8 13,2	1,47681			
3	42 38,9	8 1,6	1,47706	+ 24,9	+ 1,3	1
4	43 6,2	7 49,2	1,47731			
5	44 39,8	7 7,6	1,47806	+ 22,1	+ 4,9	1

Années, mois et jours.	Ascension droite.	Déclinaison.	Log. de la distance à la terre.	Observ. — Éphém.		Nomb. d'obs.
				AR.	Décl.	
Déc. 8	340° 45' 14",8	— 9° 6' 52",1	1,47831			
9	45 51,8	6 35,9	1,47856	+ 25,3	— 0,5	1
10	46 30,7	6 18,9	1,47881	+ 20,3	+ 10,7	1
11	47 11,5	6 1,3	1,47905			
12	47 54,1	5 42,9	1,47929	+ 22,0	+ 9,9	1
13	48 38,7	5 23,7	1,47953			
14	49 25,1	5 3,7	1,47977			
15	50 13,3	4 43,0	1,48002			
16	51 3,4	4 21,6	1,48026			
17	51 55,3	3 59,4	1,48050			
18	52 49,1	3 36,6	1,48074	+ 22,6	+ 4,4	1
1853 Août 8	344 44 2,4	— 7 34 27,0	1,46317			
13	37 17,1	37 21,6	1,46265			
18	30 12,5	40 23,2	1,46224			
22				+ 37,8	+ 7,9	1
23	22 52,9	43 30,0	1,46192	+ 30,6	+ 8,8	1
28	15 22,3	46 40,5	1,46172	+ 28,6	+ 9,8	1
30				+ 27,3	+ 11,1	1
Sept. 2	7 44,3	49 52,8	1,46174			
7	0 3,8	53 5,1	1,46164	+ 26,1	+ 8,8	1
9				+ 31,5	+ 8,8	1
11				+ 33,5	+ 10,2	1
12	343 52 25,0	56 15,5	1,46177			
13				+ 29,1	+ 9,6	1
15				+ 28,9	+ 8,8	1
17	44 52,4	59 22,0	1,46201	+ 31,7	+ 8,7	1
20				+ 28,2	+ 8,8	1
22	37 30,5	— 8 2 23,1	1,46235			
23				+ 28,0	+ 9,5	2
24				+ 27,9	+ 8,3	1
25				+ 32,8	+ 8,6	1
27	30 23,6	5 16,9	1,46280	+ 27,1	+ 9,5	1
28				+ 28,8	+ 7,7	2
Oct. 2	23 35,9	8 1,9	1,46335	+ 28,0	+ 7,6	1
4				+ 29,2	+ 9,4	1
5				+ 31,3	+ 9,4	1

Années, mois et jours.	Ascension droite.	Déclinaison.	Log. de la distance à la terre.	Observ. — Éphém.		Nomb. d'obs.
				AR.	Décl.	
Oct. 7	343° 17' 11,8	— 8° 10' 36,0	1,46402	+ 27,0	+ 9,4	2
11				+ 27,4	+ 12,0	1
12	11 15,2	12 58,1	1,46477	+ 26,6	+ 9,9	2
17	5 49,6	13 6,6	1,46561			
18				+ 31,4	+ 8,5	1
19				+ 29,6	+ 9,1	3
21				+ 23,8	+ 13,1	1
22	0 58,3	17 0,5	1,46653	+ 30,9	+ 11,7	1
23				+ 25,5	+ 11,8	1
24				+ 26,2	+ 11,4	1
25				+ 26,1	+ 12,9	2
26				+ 28,8	+ 12,2	2
27	342 56 44,2	18 38,5	1,46752	+ 27,4	+ 14,6	1
Nov. 1	53 10,0	19 59,3	2,46858			
2				+ 30,1	+ 10,5	1
6	50 19,2	21 2,3	1,46969			
11	48 13,0	21 46,7	1,47086	+ 31,4	+ 10,3	1
12				+ 32,0	+ 10,0	1
14				+ 32,6	+ 12,1	1
16	46 52,8	22 11,9	1,47203			
21	46 19,7	22 17,7	1,47328	+ 23,7	+ 5,1	1
26	46 34,8	22 3,7	1,47452			
Dec. 1	47 38,7	21 29,9	1,47578			
2				+ 30,9	+ 8,1	1
3				+ 29,3	+ 9,7	1
4				+ 27,7	+ 9,3	1
6	49 31,4	20 36,2	1,47703			
11	52 12,1	19 23,2	1,47828	+ 26,9	+ 8,5	1
12				+ 27,3	+ 8,5	1
13				+ 29,7	+ 8,0	1
15				+ 27,9	+ 6,3	1
16	55 40,2	17 50,9	1,47950			
21	59 54,4	16 0,0	1,48070			
26	343 4 53,3	13 51,2	1,48186			
31	343° 10' 34,8	— 8° 25' 25,2	1,48298			

3. ÉQUATIONS DE CONDITION ENTRE LES VARIATIONS DES ÉLÉMENTS DE NEPTUNE ET LES ERREURS DE L'ÉPHÉMÉRIDE PRÉCÉDENTE.

7. Soient dr , dl et db les variations du rayon - vecteur, de la longitude héliocentrique et de la latitude, dues aux variations des éléments de l'orbite elliptique de Neptune; par la différentiation des équations

$$\begin{aligned} \rho \cos \delta \cos \alpha &= r \cos l \cos b + X \\ \rho \cos \delta \sin \alpha &= r (\sin l \cos b \cos V - \sin b \sin V) + Y \\ \rho \sin \delta &= r (\sin l \cos b \sin V + \sin b \cos V) + Z \end{aligned}$$

et en posant pour abréger

$$\begin{aligned} \cos \lambda \cos \beta &= \cos l \cos b \\ \sin \lambda \cos \beta &= \sin l \cos b \cos V - \sin b \sin V \\ \sin \beta &= \sin l \cos b \sin V + \sin b \cos V \\ f \cos \varphi &= \sin l \cos b \\ f \sin \varphi &= -\cos l \cos b \cos V \\ k \cos \sigma &= \cos l \sin b \\ k \sin \sigma &= \sin l \sin b \cos V + \cos b \sin V \\ P &= \cos l \cos b \sin V \\ N &= -\sin l \sin b \sin V + \cos b \cos V \end{aligned}$$

nous trouverons

$$d(\rho \cos \delta \cos \alpha) = r \left(\cos \lambda \cos \beta \frac{dr}{r} - f \cos \varphi dl - k \cos \sigma db \right)$$

$$d(\rho \cos \delta \sin \alpha) = r \left(\sin \lambda \cos \beta \frac{dr}{r} - f \sin \varphi dl - k \sin \sigma db \right)$$

$$d(\rho \sin \delta) = r \left(\sin \beta \frac{dr}{r} + P dl + N db \right),$$

d'où l'on déduit

$$\begin{aligned} \cos \delta d\alpha &= -\frac{r}{\rho} \cos \beta \sin(\alpha - \lambda) \frac{dr}{r} \\ &+ \frac{r}{\rho} f \sin(\alpha - \varphi) dl \\ &+ \frac{r}{\rho} k \sin(\alpha - \sigma) db \\ d\delta &= -\frac{r}{\rho} [\sin \delta \cos \beta \cos(\alpha - \lambda) - \cos \delta \sin \beta] \frac{dr}{r} \\ &+ \frac{r}{\rho} [f \sin \delta \cos(\alpha - \varphi) + P \cos \delta] dl \\ &+ \frac{r}{\rho} [k \sin \delta \cos(\alpha - \sigma) + N \cos \delta] db. \end{aligned}$$

Il est superflu de remarquer que les quantités λ et β désignent l'ascension droite et la déclinaison héliocentrique, l'une et l'autre donnée plus haut au commencement du paragraphe précédent.

Les coefficients de $\frac{dr}{r}$ dans les expressions de $\cos \delta d\alpha$ et $d\delta$ peuvent être transformés en d'autres; en effet, appelons A l'ascension droite du soleil, D sa déclinaison, R le rayon-vecteur, alors

$$\begin{aligned} X &= R \cos D \cos A \\ Y &= R \cos D \sin A \\ Z &= R \sin D, \end{aligned}$$

et des formules (2) du paragraphe précédent on trouvera

$$\begin{aligned} \frac{r}{\rho} \cos \beta \sin (\alpha - \lambda) &= -\frac{R}{\rho} \cos D \sin (\alpha - A) \\ \frac{r}{\rho} [\sin \delta \cos (\alpha - \lambda) \cos \beta - \cos \delta \sin \beta] &= -\frac{R}{\rho} [\sin \delta \cos D \cos (\alpha - A) \\ &\quad - \cos \delta \sin D]. \end{aligned}$$

Pour abrégier autant que possible le calcul, nous donnons la table des valeurs $f, \varphi, k, \sigma \dots$ pour le commencement de chaque année.

Année	$\log f$	$\log k$	$\log P$	$\log N$	φ	σ
1846	9,9754	9,6047	9,5152	9,9616	233° 0',8	90° 57',8
1847	9,9740	9,6050	9,5263	9,9616	235 17,1 91	7,5
1848	9,9726	9,6053	9,5365	8,9615	237 34,3 91	17,3
1849	9,9713	9,6055	9,5458	9,9615	239 52,6 91	27,4
1850	9,9701	9,6056	9,5543	9,9615	242 11,6 91	37,5
1851	9,9690	9,6056	9,5620	9,9615	244 31,2 91	47,7
1852	9,9679	9,6056	9,5689	9,9615	246 51,8 91	57,8
1853	9,9669	9,6054	9,5751	9,9615	249 13,4 92	7,9
1854	9,9659	9,6052	9,5806	9,9615	251 35,9 92	18,0

Le calcul des coefficients de $d\lambda$ et $d\beta$ dans les formules pour $\cos \delta d\alpha$ et $d\delta$ peut être accompli à l'aide des formules très simples, si l'on se contente d'une certaine approximation fort suffisante pour le but qui nous occupe. Les formules approximatives suivantes

$$\begin{aligned} \cos \delta d\alpha &= -\frac{r}{\rho} \cos \beta \sin (\alpha - \lambda) \frac{dr}{r} \\ &\quad - \frac{r}{\rho} \sin V \cos \alpha db \\ &\quad + \frac{r}{\rho} (\sin \alpha \sin l + \cos \alpha \cos l \cos V) dl \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d\delta &= -\frac{r}{\rho} [\sin \delta \cos \beta \cos (\alpha - \lambda) - \cos \delta \sin \beta] \frac{dr}{r} \\
 &+ \frac{r}{\rho} (\sin \alpha \sin l + \cos \alpha \cos l \cos V) db \\
 &+ \frac{r}{\rho} \sin V \cos \alpha dl
 \end{aligned}$$

qui se déduisent facilement, donnent les coefficients de $d\lambda$ et $d\beta$ avec une approximation de deux unités du quatrième chiffre décimal.

On préfère ordinairement de calculer les erreurs du lieu héliocentrique d'après les erreurs de l'ascension droite et de la déclinaison géocentrique. Cette méthode jouit d'un avantage très marquant pour Neptune, parceque les relations entre les variations de la longitude du noeud et de l'inclinaison se détachent des variations des autres éléments. En faisant attention à la petitesse de l'arc héliocentrique parcouru par Neptune depuis sa découverte théorique, il suit que la méthode qui fait diminuer le nombre des inconnues, doit être préférée, car autrement les erreurs des observations et l'incertitude des positions des étoiles de comparaison conduiront à des résultats entièrement faux pour la valeur des ces inconnues. Malheureusement la plus grande partie des observations méridiennes de Neptune publiées dans les *Nouvelles astronomiques* ne renferme aucun renseignement sur les étoiles de comparaison et sur les éléments adoptés pour leur réduction aux positions apparentes, renseignement, qui est d'une grande importance, vu la lenteur du mouvement de la planète en question. On verra bientôt que les erreurs constantes des observations vont à trois secondes et même au-delà pour quelques observations; ce désaccord doit être attribué naturellement aux erreurs constantes des différents catalogues adoptés par différents astronomes.

Posons pour abréger

$$\begin{aligned}
 \sin \Delta \sin \psi &= -\cos \beta \sin (\alpha - \lambda) \\
 \sin \Delta \cos \psi &= -\sin \delta \cos \beta \cos (\alpha - \lambda) + \cos \delta \sin \beta \\
 \mu \sin N &= \cos \alpha \sin V \\
 \mu \cos N &= \sin \alpha \sin l + \cos \alpha \cos l \cos V.
 \end{aligned}$$

alors

$$\begin{aligned}
 \frac{\rho}{r} \cos \delta d\alpha &= \sin \Delta \sin \psi \frac{dr}{r} - \mu \sin N db + \mu \cos N dl \\
 \frac{\rho}{r} d\delta &= \sin \Delta \cos \psi \frac{dr}{r} + \mu \cos N db + \mu \sin N dl,
 \end{aligned}$$

d'où l'on trouve

$$\mu dl + \sin \Delta \sin (\psi + N) \frac{dr}{r} = \frac{Q}{r} \cos N \cos \delta da + \frac{Q}{r} \sin N d\delta$$

$$\mu db + \sin \Delta \cos (\psi + N) \frac{dr}{r} = -\frac{Q}{r} \sin N \cos \delta da + \frac{Q}{r} \cos N d\delta.$$

Il est facile de voir que Δ est la distance entre le lieu héliocentrique et le lieu géocentrique de la planète, ψ est l'angle entre le cercle de déclinaison géocentrique et l'arc Δ , qu'enfin la quantité N est très près de l'angle entre le cercle de la déclinaison et le cercle de la latitude; d'où il suit que $\psi + N$ est fort près de 90° ou de 270° . Dans l'opposition et la conjonction de la planète la quantité $\psi + N$ passe promptement par toutes les valeurs entre 90° et 270° ; mais dans ces deux cas $\sin \Delta$ devient fort petit; ainsi la variation du rayon - vecteur exerce une influence presque insensible dans la valeur de la variation de la latitude. Il est aisé de voir que la quantité μ est toujours fort près de l'unité.

La table suivante contient les logarithmes de $\sin \Delta$, μ , $\frac{Q}{r} \cos N$, $\frac{Q}{r} \sin N$ et les valeurs des N et $\psi + N$.

Années, mois et jours.	$\log \sin \Delta$	$\log \mu$	$\log \frac{Q}{r} \cos N$	$\log \frac{Q}{r} \sin N$	N	$N + \psi$
1795 Mai 9	7,814	9,9999	9,9601	9,5094n	340° 29'5	97° 17'0
1845 Oct. 25	8,489	9,9999	9,9697	9,5118	19 12,3	89 49,7
1846 Août 8	7,811	0,0000	9,9583	9,5206	20 3,0	272 31,6
Sept. 28	8,323	0,0000	9,9622	9,5181	19 47,1	89 17,6
Oct. 15	8,453	9,9999	9,9657	9,5212	19 43,8	90 15,8
Nov. 15	8,516	9,9999	9,9730	9,5271	19 42,3	89 58,6
Déc. 18	8,451	9,9999	9,9806	9,5370	19 48,1	90 18,0
1847 Janv. 16	8,225	0,0000	9,9852	9,5456	19 58,4	90 54,6
Juin. 12	8,501	0,0000	9,9656	9,5428	20 41,7	270 13,0
Juill. 16	8,306	9,9999	9,9592	9,5348	20 37,6	270 43,3
Août 16	7,566	0,0000	9,9568	9,5290	20 28,5	275 20,7
Sept. 15	8,128	9,9999	9,9585	9,5271	20 19,2	88 43,2
Oct. 15	8,428	9,9999	9,9636	9,5296	20 12,4	89 39,9
Nov. 15	8,516	9,9999	9,9710	9,5362	20 10,5	89 57,0
Déc. 12	8,483	9,9999	9,9774	9,5440	20 14,1	90 28,3
1848 Janv. 12	8,297	9,9999	9,9830	9,5531	20 23,3	90 45,0

Années, mois et jours.	$\log \sin \Delta$	$\log \mu$	$\log \frac{\rho}{r} \sin N$	$\log \frac{\rho}{r} \sin N$	N	$N + \psi$
Juill. 15	8,330	9,9999	9,9583	9,5436	20° 2',	269° 15',0
Août 16	7,682	0,0000	9,9557	9,5377	20 54,2	275 49,7
Sept. 16	8,120	0,0000	9,9572	9,5358	20 45,2	88 27,6
Oct. 11	8,395	9,9999	9,9613	9,5378	20 39,7	89 32,9
Nov. 15	8,515	9,9999	9,9694	9,5448	20 37,0	89 54,7
Déc. 15	8,476	9,9999	9,9765	9,5534	20 40,7	90 20,2
1849 Juill. 28	8,215	9,9999	9,9559	9,5488	21 23,2	270 55,8
Août 17	7,735	0,0000	9,9546	9,5455	21 18,0	274 9,3
Sept. 15	8,052	0,0000	9,9557	9,5436	21 10,0	87 56,3
Oct. 15	8,405	9,9999	9,9604	9,5460	21 3,7	89 20,4
Nov. 16	8,514	9,9999	9,9679	9,5526	21 1,5	90 1,4
1850 Août 15	7,888	9,9999	9,9537	9,5529	21 40,5	280 29,5
Sept. 15	7,997	0,0000	9,9544	9,5508	21 32,6	87 36,2
1851 Août 24	7,632	0,0000	9,9525	9,5583	21 58,5	276 37,5
Sept. 15	7,930	0,0000	9,9531	9,5571	21 53,3	86 33,8
Oct. 15	8,371	9,9999	9,9573	9,5592	21 47,7	89 10,4
Nov. 11	8,499	9,9999	9,9633	9,5643	21 45,2	89 35,2
Déc. 20	8,487	9,9999	9,9727	9,5747	21 47,7	90 19,3
1852 Août 17	7,962	0,0000	9,9519	9,5647	22 17,7	273 17,9
Sept. 14	7,852	0,0000	9,9521	9,5628	22 12,0	85 33,0
Oct. 15	8,360	9,9999	9,9561	9,5649	22 6,0	89 1,6
Nov. 14	8,502	9,9999	9,9627	9,5706	22 4,2	89 33,7
Déc. 10	8,511	9,9999	9,9691	9,5774	22 5,2	90 9,9
1853 Août 26	7,739	9,9999	9,9509	9,5689	22 32,2	275 53,5
Sept. 16	7,832	0,0000	9,9512	9,5678	22 28,4	84 53,7
Oct. 16	8,348	0,0000	9,9549	9,5699	22 23,6	88 51,3
Nov. 14	8,495	9,9999	9,9612	9,5754	22 21,6	89 39,6
Déc. 9	8,515	9,9999	9,9674	9,5817	22 21,8	90 3,3

8. Avant d'entrer dans la discussion des variations cherchées des éléments de Neptune, nous devons discuter les observations des deux dernières années parcequ'elles sont peu nombreuses, et par cela même les erreurs qu'elles pourraient contenir, troubleraient l'exactitude des résultats.

Pour 1853 il n'y a que trois séries d'observations: celles de Vienne, de Cremsmunster et de Kasan; par leur nombre, celles de Cremsmunster l'emportent sur celles des deux autres observatoires. En septembre 1852 les observations de Christiania dépassent les autres par leur nombre. Au mois d'octobre de cette année il n'y a que deux séries, savoir celles de Cremsmunster et de Cracovie. Or que les observations de Cremsmunster, de Christiania ou celles de Cracovie soient affectées de quelques erreurs constantes, elles influeront d'une manière fâcheuse sur l'exactitude des éléments cherchés. Comme les observations faites dans ces trois lieux et la plupart d'autres ne contiennent aucune indication sur les étoiles de comparaison, nous tâcherons de découvrir leurs erreurs constantes par une autre voie, savoir par la comparaison simultanée avec l'éphéméride. Pour ce but nous avons dressé la table suivante qui donne les corrections de chaque observation isolée, en 1852 par rapport à l'éphéméride de Walker publiéé dans le second volume des Smithsonian Contributions to Knowledge, et en 1853 par rapport à l'éphéméride de Berlin.

Année 1852

ÉPHEMÉRIDE — OBSERVATION.

en AR.

Mois.	Altona.	Padoue.	Christiania.	Cremsmunst.	Cracovie.	Durham.
Août	+ 7,6	+ 3,2	+ 6,0	+ 10,0		+ 4,1
	+ 6,3	+ 9,4	+ 2,9	+ 9,0		+ 7,7
	+ 7,8	+ 7,1		+ 3,5		+ 5,9
	+ 6,6	+ 6,4				+ 5,2
	+ 5,9					+ 4,8
	+ 5,1					+ 6,8
Septembre	+ 2,6	+ 11,0	+ 5,5	+ 5,3		
	+ 4,5	+ 3,4	+ 3,6	+ 4,2		
	+ 9,0		+ 4,0	+ 2,2		
	+ 4,4		+ 3,5	+ 6,2		
			+ 5,5			
			+ 4,3			

Mois.	Altona.	Padoue.	Christiania.	Cremsmunst.	Cracovie.	Durham.
Septembre			+ 6,7 + 5,4 + 5,3 + 4,8 + 5,1 + 8,3 + 6,1 + 4,8			
Octobre				+ 2,9 — 1,4 — 2,4 + 0,5 — 4,2 + 1,0 + 1,1 + 0,9 + 2,5	— 2,3 + 7,5 + 13,2 + 13,9 — 2,2	
Novembre				— 1,4 — 2,6 — 1,0 — 0,5 — 3,8 — 0,3 — 8,6	+ 4,1 + 2,9 + 4,9 — 1,5 — 3,6 + 0,7 + 0,1 — 2,6	

Année 1852

ÉPHÉMÉRIDE — OBSERVATION.
en Déclinaison.

Mois.	Altona.	Padoue.	Christiania.	Cremsmunst.	Cracovie.	Durham.
Août	+ 3,2 + 5,3 + 0,2	+ 1,7 + 4,3 + 1,3	+ 1,2 + 0,2	+ 4,1 + 2,7 + 5,1		+ 3,4 + 1,8 + 3,5

Mois.	Altona.	Padoue.	Christiania.	Cremsmunt.	Cracovie.	Darhan.
Août	+ 3,6 + 1,6 + 4,2 + 4,1	+ 3,5				+ 3,8 + 4,0 + 4,6 + 2,0 + 1,0
Septembre	+ 3,9 + 2,9 + 4,8 + 1,2	+ 4,4 + 3,7	+ 0,5 + 2,0 + 1,2 + 3,8 - 2,8 + 1,6 + 2,0 - 2,9 + 1,0 + 2,5 - 3,2 + 0,9 + 0,4 - 0,7	+ 3,1 + 0,1 + 4,4 + 1,1 + 5,2		
Octobre				+ 1,3 + 3,1 + 3,4 + 4,6 - 0,4 + 4,9 + 3,8 + 1,1 + 2,7	+ 6,1 + 10,1 + 8,4 + 11,2 + 7,8	
Novembre				+ 1,3 - 0,4 + 4,0 + 3,1 + 2,1 + 6,7 + 6,4	+ 2,7 + 2,8 - 4,9 - 7,4 + 6,6 + 6,2 + 3,3 + 3,8	

Année 1853

ÉPHÉMÉRIDE DE BERLIN — OBSERVATION.

Mois.	Vienne.		Kasan.		Grensmunster.	
	en AR.	en Décl.	en AR.	en Décl.	en AR.	en Décl.
Août			+ 2,8	+ 5,3	- 6,2	+ 7,2
			+ 4,1	+ 3,8	+ 0,7	+ 6,3
Septembre			+ 5,1	+ 5,9	- 0,4	+ 6,1
			+ 3,2	+ 6,1	- 2,4	+ 4,7
			+ 3,1	+ 7,4	+ 2,0	+ 5,2
			+ 3,8	+ 5,2	+ 2,1	+ 6,1
			+ 3,6	+ 6,1	- 0,7	+ 6,1
					+ 2,8	+ 5,9
				+ 0,2	+ 4,4	
				- 1,9	+ 6,2	
				+ 0,6	+ 6,7	
Octobre	+ 4,5	+ 3,8	+ 2,7	+ 7,0	+ 1,5	+ 5,0
	+ 3,2	+ 2,1	+ 0,9	+ 7,6	- 0,8	+ 5,2
	+ 5,8	+ 4,6	+ 3,7	+ 6,8	- 1,4	+ 6,2
	+ 3,6	+ 2,6			+ 2,3	+ 3,7
	+ 4,9	+ 2,4			- 3,5	+ 6,2
	+ 4,2	+ 2,8			+ 6,6	+ 1,1
	+ 3,8	+ 1,4			- 0,5	+ 2,5
	+ 3,5	+ 0,9			+ 4,6	+ 1,1
	+ 2,8	- 0,4			- 0,7	+ 2,9
Novembre					- 0,1	+ 3,7
					- 1,7	+ 3,6
					- 2,2	+ 3,9
					- 2,9	+ 1,7
Décembre					- 1,8	+ 5,3
					- 0,5	+ 3,7
					+ 1,3	+ 4,1
					+ 1,8	+ 4,7
					+ 1,4	+ 4,9
					- 1,2	+ 5,1
				+ 0,6	+ 6,8.	

Ces tables montrent que les ascensions droites trouvées à Altona, Padoue, Cremsmunster, Christiania et Durham pendant les mois d'Août et de Septembre 1852, sont d'un accord presque parfait. Aux mois d'Octobre et de Novembre de cette année il n'y a que deux séries, celle de Cremsmunster et celle de Cracovie. Toutes les cinq observations d'Octobre faites à Cracovie sont notées comme incertaines et évidemment elles sont affectées de grandes erreurs qui vont jusqu'à quinze secondes. Les ascensions droites de Novembre trouvées à Cremsmunster et à Cracovie, si l'on rejette la dernière de Cremsmunster qui est évidemment fautive, donnent la relation :

$$\text{Cremsmunster} - \text{Cracovie} = + 2,2.$$

Aux quelles de ces observations doit-on attribuer cette erreur constante? il y a des raisons pour et contre Cremsmunster où les observations de Septembre s'accordent assez bien avec les autres, tandis que l'abaissement trop brusque des corrections entre Octobre et Septembre est incompatible avec de tels changements des autres années et ne peut s'expliquer par les erreurs de l'éphéméride dues aux erreurs du rayon-vecteur de Neptune. Quoique cette différence de 2,2 soit assez petite pour pouvoir être négligée, cependant on doit en tenir compte, parce qu'elle entrera en entier dans les corrections moyennes d'Octobre, si l'on rejette les observations de ce mois faites à Cracovie, comme incertaines.

Quant aux déclinaisons trouvées en 1852, elles s'accordent entre elles assez bien, excepté celles de Christiania et toutes les déclinaisons trouvées à Cracovie en Octobre. Il paraît fort probable que les déclinaisons de Christiania exigent la correction $- 2,7$ dont on doit tenir compte si l'on remarque que les observations de Christiania en Septembre surpassent en nombre toutes les autres.

En 1853 le nombre d'observations faites à Cremsmunster dépasse de beaucoup celui de Vienne et de Kasan. Les déclinaisons s'accordent assez bien; entre les ascensions droites nous trouvons les relations suivantes :

$$\text{Cremsmunster} - \text{Kasan} = + 3,52 \text{ en Septembre}$$

$$\text{Cremsmunster} - \text{Vienne} = + 3,12 \text{ en Octobre,}$$

d'où il paraît que les ascensions droites trouvées à Cremsmunster pendant 1853 exigent la correction $- 3,3$. Si l'on fait la remarque, que les observations de ce dernier lieu emportent par leur nombre sur celles des autres lieux, il est nécessaire de constater cette correction d'une manière plus valable.

Soit δb la correction de la latitude héliocentrique calculée sur

les valeurs des corrections da et dd de l'ascension droite et de la déclinaison par rapport à l'éphéméride provisoire, on aura à-peu-près

$$db = -p \cos \delta da + q dd.$$

D'un autre côté la valeur db ne dépend que des variations δi et $\sin i \delta \omega$ ou des variations de l'inclinaison et de la longitude du noeud; en posant

$$db = -m \delta i + n \sin i \delta \omega,$$

nous aurons

$$db = -p \cos \delta da + q dd = -m \delta i + n \sin i \delta \omega.$$

Les coefficients m et n depuis 1846 jusqu'à 1853 varient à-peu-près proportionnellement au temps, la quantité m entre les limites 0,27 et 0,54 et la quantité n entre 0,97 et 0,84, d'où il suit que la quantité db ne doit pas donner des changements brusques. En calculant db pour 1853 au moyen des observations de Cremsmunster, pour 1852 au moyen des déclinaisons de Christiania, et enfin pour toutes les autres années au moyen de la totalité des observations qui existent, on trouvera la valeur db contenue dans la table suivante :

	1846	1847	1848	1849	1850	1851	1852	1853
Sept.	— 0,24	+ 1,93	+ 1,03	+ 2,79	— 0,59	+ 0,07	+ 1,74	— 2,71
Oct.	— 0,26	+ 1,27	+ 0,19	+ 1,28	—	— 1,47	—	— 0,55
Nov.	+ 1,01	+ 1,29	+ 2,10	+ 1,76	—	— 0,86	—	— 2,40
Déc.	+ 0,97	+ 0,90	—	—	—	—	—	— 3,13

On voit par cette table que les nombres relatifs aux années 1852 et 1853 sont incompatibles avec de pareils nombres des autres années. Si l'on tient compte des corrections des ascensions droites de Cremsmunster et des déclinaisons de Christiania telles qu'on les a trouvées par la comparaison exposée plus haut, on aura les nombres suivants pour les deux années en question :

	1852	1853
Septembre	+ 0,33	— 1,93
Octobre	—	— 0,03
Novembre	—	— 1,17
Décembre	—	— 1,88

qui évidemment répondent mieux aux nombres des autres années. Ainsi tout concourt à démontrer que les observations de Christiania en 1852 et celles de Cremsmunster en 1853 sont entachées d'erreurs constantes. Nous avons appliqué les corrections suivantes à ces observations :

en 1852 correction des déclinaisons trouvées à Christiania .. — 2,7
 en 1853 correction des ascensions droites trouvées à Cremsm. — 3,3

et nous avons rejeté deux ascensions droites déterminées à Cremsmunster, l'une en 1852 Novembre 27 et l'autre en 1853 Août 22, comme fort incertaines. Quant aux cinq observations de Cracovie faites en Octobre 1852, elles sont toutes rejetées par la raison exposée plus haut.

9. Au moyen de toutes les différences entre l'éphéméride et les observations nous avons formé quarante quatre différences normales dont chacune est la moyenne des différences de trente jours, excepté deux observations anciennes, celle de Lamont en 1845 et quelques autres qui sont déduites de peu d'observations; ces dernières et celle de Lamont sont marquées d'un astérisque.

			<i>dα</i>	<i>dδ</i>
1	1795	Mai 9	— 9,55	+ 3,15
2	1845	Octobre 25	— 7,40	+ 0,20 (*)
3	1846	Août 8	+ 1,66	+ 0,90
4		Septembre 28	+ 0,95	+ 0,06
5		Octobre 15	+ 0,30	+ 0,77
6		Novembre 15	+ 0,41	+ 1,21
7		Décembre 18	+ 1,66	+ 1,60
8	1847	Janvier 18	+ 4,56	+ 4,12
9		Juin 12	+ 6,71	+ 4,93
10		Juillet 16	+ 4,86	+ 3,46
11		Août 16	+ 5,26	+ 3,12
12		Septembre 15	+ 2,93	+ 3,18
13		Octobre 15	+ 2,54	+ 2,30
14		Novembre 15	+ 2,55	+ 2,29
15		Décembre 12	+ 3,09	+ 2,05
16	1848	Janvier 12	+ 2,13	+ 6,14 (*)
17		Juillet 15	+ 11,73	+ 5,17
18		Août 16	+ 6,87	+ 4,58
19		Septembre 16	+ 7,44	+ 3,90
20		Octobre 11	+ 5,02	+ 2,06
21		Novembre 15	+ 3,90	+ 3,69
22		Décembre 15	+ 7,34	+ 0,70
23	1849	Juillet 28	+ 10,83	+ 8,67 (*)
24		Août 17	+ 10,21	+ 9,68 (*)
25		Septembre 15	+ 8,92	+ 6,48
26		Octobre 15	+ 7,52	+ 4,24
27		Novembre 16	+ 7,13	+ 4,58
28	1850	Août 15	+ 13,80	+ 7,23
29		Septembre 15	+ 14,62	+ 5,02
30	1851	Août 24	+ 17,71	+ 7,13

			$d\alpha$	$d\delta$
31	Septembre	15	+ 17,19	+ 6,88
32	Octobre	15	+ 17,98	+ 5,46
33	Novembre	11	+ 19,82	+ 6,86
34	Décembre	20	+ 16,64	+ 12,75 (*)
35	1852 Août	17	+ 22,60	+ 10,30
36	Septembre	14	+ 21,92	+ 9,21
37	Octobre	15	+ 22,55	+ 7,24
38	Novembre	14	+ 22,68	+ 7,73
39	Décembre	10	+ 22,26	+ 6,92
40	1853 Août	26	+ 27,67	+ 9,41
41	Septembre	16	+ 27,38	+ 9,05
42	Octobre	16	+ 26,53	+ 10,79
43	Novembre	14	+ 26,70	+ 9,59
44	Décembre	9	+ 25,68	+ 8,43

Nous laisserons de côté tous les nombres de cette table qui sont accompagnés d'un astérisque par les raisons suivantes. Les nombres du numero (2) dérivent d'une observation et ils paraissent être entachés d'une erreur de trois à quatre secondes. L'équation (16) dérive de trois observations faites au mois Janvier 1848 dans des circonstances défavorables, la planète étant très près de l'horizon; la différence de ces trois observations va jusqu'à onze secondes. Les équations (23) et (24) sont déduites des mesures micrométriques faites à Hambourg et à Marbourg pendant les mois Juillet et Août 1849; mais les observations de Hambourg qui sont plus abondantes, ne contiennent aucun renseignement sur les étoiles de comparaison; les positions trouvées à Marbourg sont basées sur l'étoile 43900 H. C, mais le degré de la précision de la position adoptée pour cette étoile est inconnu. Il paraît que les déclinaisons déterminées à Hambourg pendant ces deux mois sont trop petites. L'équation (34) est trouvée par quatre ascensions droites et deux déclinaisons toutes observées à Christiania pendant le mois de Décembre 1851, mais il paraît que la moyenne des deux déclinaisons est trop forte de cinq à six secondes.

4. ÉQUATIONS DE CONDITION ENTRE LES CORRECTIONS

DES ÉLÉMENTS DU MOUVEMENT ELLIPTIQUE DE NEPTUNE ET LES ERREURS DE L'ÉPHÉMÉRIDE.

10. Au moyen des formules exposées plus haut nous avons déduit quarante quatre équations de condition entre les variations δn ,

$\delta\varepsilon$, $e\delta\pi$ et δe , et autant d'équations entre δi , et $\sin i\delta\omega$. Dans le dernier système d'équations les écarts de la latitude héliocentrique calculée dépendent de la variation du rayon-vecteur; le coefficient de la dernière variation étant fort petit, il s'ensuit que la variation du rayon-vecteur ou, ce qui est la même chose, les variations δn , $\delta\varepsilon$, $e\delta\pi$, δe des quelles dépend la variation $\frac{\delta r}{r}$, ne produit qu'une influence insensible sur la valeur de la variation de la latitude. Nous faisons en outre la remarque, que les coefficients de $\frac{\delta r}{r}$ dans la variation de la latitude ont les signes contraires pour les observations avant et après l'opposition de la planète, en sorte que si nous groupons les observations équidistantes avant et après l'opposition, la variation $\frac{\delta r}{r}$ s'annule à peu-près. Tout cela nous dispense de tenir compte de la variation du rayon-vecteur dans les équations entre δi et $\sin i\delta\omega$.

Dans les équations de condition entre les erreurs des longitudes héliocentriques calculées et les variations de quatre éléments δn , $\delta\varepsilon$, $e\delta\pi$ et δe on doit prendre en considération l'incertitude de la masse d'Uranus. La grande inégalité de Neptune introduira par cette incertitude deux erreurs, l'une dans le mouvement moyen et l'autre dans l'époque; à cause de la grandeur de la période de cette inégalité l'une et l'autre ne pourront être découvertes par les observations même pendant plusieurs siècles, et par cela même on peut être dispensé de les considérer. Ainsi restent les autres inégalités périodiques produites par Uranus; nous nommons $1 + \mu$, le coefficient par le quel on doit les multiplier pour obtenir la valeur exacte de ces inégalités; ce coefficient entre seulement dans le premier système d'équations qui suivent.

a) *Équations de condition entre les corrections des longitudes héliocentriques calculées et les variations δn , $\delta\varepsilon$, $e\delta\pi$ et δe .*

— 9,56	=	— 53,8386	δn	+ 0,9831	$\delta\varepsilon$	+ 1,9345	$e\delta\pi$	+ 0,4159	δe	— 197,9	μ	1
— 6,63	=	— 4,7341	δn	+ 1,0022	$\delta\varepsilon$	— 0,2321	$e\delta\pi$	— 1,9900	δe	+ 228,4	μ	2
+ 1,77	=	— 3,2970	δn	+ 1,0028	$\delta\varepsilon$	— 0,3283	$e\delta\pi$	— 1,9765	δe	+ 232,9	μ	3
+ 0,87	=	— 3,6377	δn	+ 1,0029	$\delta\varepsilon$	— 0,3122	$e\delta\pi$	— 1,9795	δe	+ 233,5	μ	4
+ 0,53	=	— 3,7193	δn	+ 1,0030	$\delta\varepsilon$	— 0,3083	$e\delta\pi$	— 1,9802	δe	+ 234,0	μ	5
+ 0,79	=	— 3,7116	δn	+ 1,0030	$\delta\varepsilon$	— 0,3103	$e\delta\pi$	— 1,9799	δe	+ 234,6	μ	6
+ 2,10	=	— 3,5415	δn	+ 1,0031	$\delta\varepsilon$	— 0,3217	$e\delta\pi$	— 1,9783	δe	+ 235,0	μ	7
+ 5,74	=	— 3,2619	δn	+ 1,0031	$\delta\varepsilon$	— 0,3390	$e\delta\pi$	— 1,9754	δe	+ 235,5	μ	8

+ 7,79 =	—	2,0124δn + 1,0034δε — 0,4172εδπ — 1,9609δe + 238,4μ	9
+ 5,51 =	—	2,1193δn + 1,0034δε — 0,4129εδπ — 1,9619δe + 238,8μ	10
+ 5,71 =	—	2,3250δn + 1,0035δε — 0,4028εδπ — 1,9639δe + 239,3μ	11
+ 3,67 =	—	2,5411δn + 1,0035δε — 0,3923εδπ — 1,9661δe + 239,7μ	12
+ 3,05 =	—	2,6907δn + 1,0035δε — 0,3854εδπ — 1,9676δe + 240,1μ	13
+ 3,12 =	—	2,7106δn + 1,0036δε — 0,3859εδπ — 1,9678δe + 240,6μ	14
+ 3,58 =	—	2,5945δn + 1,0037δε — 0,3939εδπ — 1,9660δe + 241,0μ	15
+ 4,20 =	—	2,3245δn + 1,0037δε — 0,4105εδπ — 1,9626δe + 241,5μ (*)	16
+ 12,26 =	—	1,0960δn + 1,0041δε — 0,4888εδπ — 1,9452δe + 244,6μ	17
+ 7,66 =	—	1,2992δn + 1,0042δε — 0,4802εδπ — 1,9473δe + 245,1μ	18
+ 7,94 =	—	1,5476δn + 1,0042δε — 0,4679εδπ — 1,9502δe + 245,5μ	19
+ 5,20 =	—	1,6626δn + 1,0043δε — 0,4617εδπ — 1,9519δe + 246,0μ	20
+ 4,84 =	—	1,7044δn + 1,0043δε — 0,4613εδπ — 1,9520δe + 246,5μ	21
+ 7,05 =	—	1,5728δn + 1,0044δε — 0,4701εδπ — 1,9500δe + 247,0μ	22
+ 12,68 =	—	0,1452δn + 1,0047δε — 0,5608εδπ — 1,9269δe + 250,3μ (*)	23
+ 12,43 =	—	0,2823δn + 1,0048δε — 0,5543εδπ — 1,9283δe + 250,7μ (*)	24
+ 10,17 =	—	0,4941δn + 1,0048δε — 0,5436εδπ — 1,9311δe + 251,1μ	25
+ 8,22 =	—	0,6587δn + 1,0049δε — 0,5356εδπ — 1,9334δe + 251,6μ	26
+ 8,13 =	—	0,6967δn + 1,0050δε — 0,5349εδπ — 1,9344δe + 252,0μ	27
+ 14,80 =	+	0,7573δn + 1,0054δε — 0,6296εδπ — 1,9058δe + 256,0μ	28
+ 14,73 =	+	0,5502δn + 1,0054δε — 0,6201εδπ — 1,9089δe + 256,4μ	29
+ 18,24 =	+	1,7275δn + 1,0061δε — 0,7007εδπ — 1,8816δe + 261,1μ	30
+ 17,70 =	+	1,5648δn + 1,0061δε — 0,6931εδπ — 1,8845δe + 261,5μ	31
+ 18,04 =	+	1,3960δn + 1,0062δε — 0,6857εδπ — 1,8872δe + 261,9μ	32
+ 20,47 =	+	1,3180δn + 1,0063δε — 0,6827εδπ — 1,8886δe + 262,3μ	33
+ 20,19 =	+	1,4411δn + 1,0063δε — 0,6913εδπ — 1,8855δe + 262,7μ (*)	34
+ 23,79 =	+	2,8031δn + 1,0067δε — 0,7759εδπ — 1,8527δe + 265,7μ	35
+ 22,77 =	+	2,5966δn + 1,0067δε — 0,7663εδπ — 1,8567δe + 266,1μ	36
+ 22,79 =	+	2,4052δn + 1,0068δε — 0,7577εδπ — 1,8605δe + 266,5μ	37
+ 23,43 =	+	2,3330δn + 1,0069δε — 0,7555εδπ — 1,8616δe + 266,9μ	38
+ 23,09 =	+	2,3931δn + 1,0069δε — 0,7598εδπ — 1,8599δe + 267,2μ	39
+ 27,98 =	+	3,7718δn + 1,0073δε — 0,8449εδπ — 1,8232δe + 270,0μ	40
+ 27,58 =	+	3,6161δn + 1,0073δε — 0,8378εδπ — 1,8265δe + 270,3μ	41
+ 27,68 =	+	3,4273δn + 1,0074δε — 0,8294εδπ — 1,8305δe + 270,7μ	42
+ 27,77 =	+	3,3505δn + 1,0075δε — 0,8268εδπ — 1,8317δe + 271,1μ	43
+ 26,79 =	+	3,3938δn + 1,0075δε — 0,8302εδπ — 1,8303δe + 271,4μ	44

b) *Équations de condition entre les corrections des latitudes héliocentriques calculées et les variations δi et sin i δω.*

$$\begin{aligned}
 1 & - 0,16 = + 0,997 \delta i - 0,077 \sin i (\delta \omega - \delta l) \\
 2 & + 2,52 = - 0,257 \delta i + 0,968 \sin i (\delta \omega - \delta l) (*) \\
 3 & + 0,28 = - 0,286 \delta i + 0,958 \sin i (\delta \omega - \delta l)
 \end{aligned}$$

4	— 0,24	==	— 0,291	δi	+	0,957	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
5	+ 0,61	==	— 0,293	δi	+	0,956	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
6	+ 1,01	==	— 0,296	δi	+	0,955	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
7	+ 0,97	==	— 0,299	δi	+	0,954	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
8	+ 2,42	==	— 0,302	δi	+	0,953	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
9	+ 2,26	==	— 0,317	δi	+	0,948	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
10	+ 1,52	==	— 0,320	δi	+	0,947	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
11	+ 1,09	==	— 0,323	δi	+	0,946	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
12	+ 1,93	==	— 0,326	δi	+	0,945	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
13	+ 1,27	==	— 0,329	δi	+	0,944	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
14	+ 1,29	==	— 0,332	δi	+	0,943	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
15	+ 0,90	==	— 0,335	δi	+	0,942	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
16	+ 5,17	==	— 0,338	δi	+	0,941	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$) (*)
17	+ 0,68	==	— 0,356	δi	+	0,934	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
18	+ 0,82	==	— 0,360	δi	+	0,933	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
19	+ 1,03	==	— 0,363	δi	+	0,932	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
20	+ 0,19	==	— 0,365	δi	+	0,931	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
21	+ 2,10	==	— 0,369	δi	+	0,930	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
22	— 1,91	==	— 0,372	δi	+	0,929	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
23	+ 4,06	==	— 0,393	δi	+	0,920	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$) (*)
24	+ 5,20	==	— 0,395	δi	+	0,919	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$) (*)
25	+ 2,79	==	— 0,397	δi	+	0,918	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
26	+ 1,28	==	— 0,400	δi	+	0,917	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
27	+ 1,76	==	— 0,403	δi	+	0,915	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
28	+ 1,66	==	— 0,430	δi	+	0,903	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
29	— 0,59	==	— 0,433	δi	+	0,901	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
30	+ 0,07	==	— 0,465	δi	+	0,885	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
31	+ 0,07	==	— 0,467	δi	+	0,884	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
32	— 1,47	==	— 0,470	δi	+	0,882	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
33	— 0,86	==	— 0,473	δi	+	0,881	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
34	+ 5,81	==	— 0,476	δi	+	0,879	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$) (*)
35	+ 1,02	==	— 0,498	δi	+	0,867	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
36	+ 0,33	==	— 0,501	δi	+	0,866	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
37	— 1,64	==	— 0,504	δi	+	0,864	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
38	— 1,22	==	— 0,507	δi	+	0,862	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
39	— 1,87	==	— 0,509	δi	+	0,861	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
40	— 1,75	==	— 0,531	δi	+	0,847	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
41	— 1,93	==	— 0,533	δi	+	0,846	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
42	— 0,03	==	— 0,536	δi	+	0,844	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
43	— 1,17	==	— 0,539	δi	+	0,842	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)
44	— 1,88	==	— 0,541	δi	+	0,841	$\sin i$	($\delta\omega - \delta l$)

11. Peut-on déterminer l'orbite de Neptune d'après les observations modernes seules, en faisant abstraction de l'observation de La-

lande? c'est là la question dont nous nous occuperons d'abord. Depuis la première observation de la planète au mois d'Août 1846 jusqu'au mois de Décembre 1853 la planète a décrit un arc de seize degrés, et c'est par cet arc que l'on doit faire la conclusion sur la valeur des éléments.

Les équations de condition (a) traitées par la méthode des moindres carrés, si l'on exclue les équations notées d'un astérisque comme incertaines de même que la première équation fournie par l'observation ancienne, conduisent aux équations finales suivantes:

$$\left. \begin{aligned} + 234,5507 \delta n - 11,4009 \delta \varepsilon - 10,4994 e \delta \pi + 26,9661 \delta e \\ = + 708,28 + 1685,5 \mu \\ - 11,4009 \delta n + 38,3784 \delta \varepsilon - 21,2661 e \delta \pi - 73,2702 \delta e \\ = + 474,49 - 9606,2 \mu \\ - 10,4994 \delta n - 21,2661 \delta \varepsilon + 13,0088 e \delta \pi + 40,2211 \delta e \\ = - 324,65 + 5408,6 \mu \\ + 26,9661 \delta n - 73,2702 \delta \varepsilon + 40,2211 e \delta \pi + 139,9967 \delta e \\ = - 886,63 + 18313,6 \mu. \end{aligned} \right\} (a)$$

En calculant δn et $\delta \varepsilon$ par les deux premières équations précédentes on trouvera

$$\begin{aligned} \delta n &= + 3,6737 - 5,05 \mu + 0,07275 e \delta \pi - 0,02250 \delta e \\ \delta \varepsilon &= + 13,4548 - 251,80 \mu + 0,57573 e \delta \pi + 1,90247 \delta e, \end{aligned}$$

d'où l'on déduit

$$\begin{aligned} - 10,4994 \delta n - 21,2661 \delta \varepsilon + 13,0073 e \delta \pi + 40,2219 \delta e \\ = - 324,50 + 5407,9 \mu \\ + 26,9661 \delta n - 73,2702 \delta \varepsilon + 40,2219 e \delta \pi + 140,0009 \delta e \\ = - 886,77 + 18313,4 \mu. \end{aligned}$$

Ces équations coïncident à-peu-près avec les deux dernières équations (a); d'où il suit que les équations (a) ne donnent que deux relations distinctes. Ainsi les observations modernes ne suffisent pas à déterminer complètement les éléments de Neptune, donnant seulement la valeur de deux variations en fonction de deux autres. En laissant de côté les deux premières équations (a), il nous reste deux relations fournies par les observations modernes et la troisième donnée par l'observation de Lalande; en sorte, les trois équations suivantes:

$$\begin{aligned} - 10,4994 \delta n - 21,2661 \delta \varepsilon + 13,0088 e \delta \pi + 40,2211 \delta e \\ = - 324,65 + 5408,6 \mu \\ + 26,9661 \delta n - 73,2702 \delta \varepsilon + 40,2211 e \delta \pi + 139,9967 \delta e \\ = - 886,63 + 18313,6 \mu \\ - 53,8386 \delta n + 0,9831 \delta \varepsilon + 1,9345 e \delta \pi + 0,4159 \delta e \\ = - 9,56 + 197,9 \mu \end{aligned}$$

déterminent trois variations en fonction de la quatrième et de la quantité μ . En laissant $\delta\varepsilon$ indéterminée, nous trouverons

$$\left. \begin{aligned} \delta n &= - 2,583 + 1,29 \mu + 0,0472 \delta\varepsilon \\ e\delta\pi &= - 80,541 + 117,44 \mu + 0,7412 \delta\varepsilon \\ \delta e &= + 17,304 + 96,82 \mu + 0,3013 \delta\varepsilon. \end{aligned} \right\} (1)$$

Les valeurs (1) des variations des éléments elliptiques de Neptune dérivent, comme on vient de voir, d'une méthode particulière de la résolution des équations entre les variations des longitudes héliocentriques dues aux variations des éléments et les erreurs des longitudes calculées. Cette méthode a l'inconvénient d'attribuer à l'observation faite par Lalande le même poids qu'à toutes les observations modernes.

Dans ce qui va suivre nous supposerons toutes les quarante quatre équations données plus haut du même poids, et comme l'observation ancienne est d'une grande importance pour la justesse des variations cherchées des éléments, nous calculerons l'influence de l'erreur de cette observation sur la valeur des éléments. Soit ξ la différence entre la longitude héliocentrique exacte et celle observée par Lalande: en considérant toutes les équations du même poids et en faisant abstraction des équations accompagnées d'un astérisque, nous aurons

$$\left. \begin{aligned} + 3133,1460 \delta n - 64,3296 \delta\varepsilon - 114,6502 e\delta\pi + 4,5746 \delta e \\ \quad + 53,839 \xi = + 1222,98 - 8969,2 \mu \\ - 64,3296 \delta n + 39,3449 \delta\varepsilon - 19,3643 e\delta\pi - 72,8613 \delta e \\ \quad - 0,983 \xi = + 465,09 - 9411,6 \mu \\ - 114,6502 \delta n - 19,3643 \delta\varepsilon + 16,7511 e\delta\pi + 41,0257 \delta e \\ \quad - 1,935 \xi = - 343,14 + 5791,4 \mu \\ + 4,5746 \delta n - 72,8613 \delta\varepsilon + 41,0257 e\delta\pi + 140,1697 \delta e \\ \quad - 0,416 \xi = - 890,61 + 18395,9 \mu \end{aligned} \right\} (b)$$

De la première et des deux dernières équations on trouve

$$\left. \begin{aligned} \delta n &= - 2,5763 + 1,30 \mu + 0,04716 \delta\varepsilon - 0,0321 \xi \\ e\delta\pi &= - 80,3823 + 117,72 \mu + 0,73973 \delta\varepsilon - 0,4027 \xi \\ \delta e &= + 17,2569 + 96,74 \mu + 0,30176 \delta\varepsilon + 0,1219 \xi \end{aligned} \right\} (2)$$

La presque-coïncidence des résultats (1) et (2) pour les variations des éléments elliptiques de Neptune trouvées par deux méthodes fort différentes dont une attribuée à l'observation ancienne un poids quarante fois plus grand que ne fait l'autre, permet à conclure que l'observation ancienne, du moins la longitude héliocentrique calculée sur cette observation, n'est affectée que d'une erreur fort petite. Néanmoins il est presque impossible de juger sur la grandeur de cette erreur, car les équations fournies par les observations modernes seules étant indéterminées, ne suffisent pas même à assigner les limites de cette erreur.

En portant les valeurs (2) dans la deuxième équation (b) on trouvera
 $+465,09 - 9411,6\mu + 0,983\xi - 39,3449\delta\varepsilon = +464,91 - 9412,2\mu$
 $+0,982\xi - 39,3448\delta\varepsilon.$

Cette équation se réduit à-peu-près à l'identité et par cette raison la variation $\delta\varepsilon$ devient indéterminée. Pour obvier à cet inconvénient nous mettons les valeurs (2) dans les équations de condition données plus haut et nous trouvons les relations suivantes entre les variations $\delta\varepsilon$ et les quantités μ et ξ :

1	+ 0,06	= + 0,0007	$\delta\varepsilon$	- 0,2	μ	- 0,0002	ξ	
2	- 3,15	= + 0,0066	$\delta\varepsilon$	+ 2,4	μ	+ 0,0029	ξ	(*)
3	+ 1,00	= + 0,0080	$\delta\varepsilon$	- 1,3	μ	- 0,0029	ξ	
4	+ 0,56	= + 0,0029	$\delta\varepsilon$	+ 0,5	μ	+ 0,0013	ξ	
5	+ 0,34	= + 0,0019	$\delta\varepsilon$	+ 1,3	μ	+ 0,0022	ξ	
6	+ 0,46	= + 0,0010	$\delta\varepsilon$	+ 1,7	μ	+ 0,0027	ξ	
7	+ 1,26	= + 0,0011	$\delta\varepsilon$	+ 1,1	μ	+ 0,0021	ξ	
8	+ 4,18	= + 0,0024	$\delta\varepsilon$	+ 0,2	μ	+ 0,0004	ξ	
9	+ 2,91	= + 0,0082	$\delta\varepsilon$	- 3,0	μ	- 0,0064	ξ	
10	+ 0,72	= + 0,0061	$\delta\varepsilon$	- 2,4	μ	- 0,0048	ξ	
11	+ 1,23	= + 0,0032	$\delta\varepsilon$	- 2,1	μ	- 0,0025	ξ	
12	- 0,48	= + 0,0002	$\delta\varepsilon$	+ 0,0	μ	- 0,0000	ξ	
13	- 0,90	= - 0,0023	$\delta\varepsilon$	+ 0,9	μ	+ 0,0026	ξ	
14	- 0,92	= - 0,0035	$\delta\varepsilon$	+ 1,3	μ	+ 0,0026	ξ	
15	- 0,83	= - 0,0034	$\delta\varepsilon$	+ 1,0	μ	+ 0,0023	ξ	
16	- 0,92	= - 0,0019	$\delta\varepsilon$	+ 0,3	μ	+ 0,0007	ξ	(*)
17	+ 3,72	= + 0,0038	$\delta\varepsilon$	- 2,5	μ	+ 0,0051	ξ	
18	- 0,69	= + 0,0001	$\delta\varepsilon$	- 1,5	μ	- 0,0022	ξ	
19	- 0,01	= - 0,0034	$\delta\varepsilon$	- 0,3	μ	+ 0,0004	ξ	
20	- 2,51	= - 0,0046	$\delta\varepsilon$	+ 0,6	μ	+ 0,0014	ξ	
21	- 2,95	= - 0,0064	$\delta\varepsilon$	+ 1,1	μ	+ 0,0025	ξ	
22	- 1,14	= - 0,0059	$\delta\varepsilon$	+ 1,0	μ	+ 0,0021	ξ	
23	+ 0,48	= + 0,0016	$\delta\varepsilon$	- 2,3	μ	- 0,0043	ξ	(*)
24	+ 0,42	= + 0,0004	$\delta\varepsilon$	- 1,5	μ	- 0,0027	ξ	(*)
25	- 1,48	= - 0,0033	$\delta\varepsilon$	- 0,4	μ	- 0,0006	ξ	
26	- 3,17	= - 0,0058	$\delta\varepsilon$	+ 0,6	μ	+ 0,0012	ξ	
27	- 3,29	= - 0,0074	$\delta\varepsilon$	+ 1,0	μ	+ 0,0020	ξ	
28	- 0,97	= + 0,0003	$\delta\varepsilon$	- 1,5	μ	+ 0,0031	ξ	
29	- 0,76	= - 0,0034	$\delta\varepsilon$	- 0,6	μ	- 0,0006	ξ	
30	- 1,16	= + 0,0015	$\delta\varepsilon$	- 1,2	μ	- 0,0026	ξ	
31	- 1,48	= - 0,0015	$\delta\varepsilon$	- 0,4	μ	- 0,0008	ξ	
32	- 0,91	= - 0,0047	$\delta\varepsilon$	+ 0,4	μ	+ 0,0013	ξ	
33	+ 1,58	= - 0,0064	$\delta\varepsilon$	+ 0,9	μ	+ 0,0024	ξ	
34	+ 0,87	= - 0,0061	$\delta\varepsilon$	- 0,8	μ	+ 0,0023	ξ	(*)

$$\begin{aligned}
 35 & + 0,61 = + 0,0058 \delta\varepsilon - 1,2 \mu - 0,0034 \xi \\
 36 & - 0,10 = + 0,0020 \delta\varepsilon - 0,3 \mu - 0,0010 \xi \\
 37 & + 0,19 = - 0,0017 \delta\varepsilon + 0,4 \mu + 0,0012 \xi \\
 38 & + 0,84 = - 0,0038 \delta\varepsilon + 0,9 \mu + 0,0024 \xi \\
 39 & + 0,27 = - 0,0036 \delta\varepsilon + 0,9 \mu + 0,0024 \xi \\
 40 & + 1,24 = + 0,0099 \delta\varepsilon - 0,9 \mu - 0,0031 \xi \\
 41 & + 1,07 = + 0,0068 \delta\varepsilon - 0,3 \mu - 0,0014 \xi \\
 42 & + 1,43 = + 0,0031 \delta\varepsilon + 0,4 \mu + 0,0009 \xi \\
 43 & + 1,55 = + 0,0012 \delta\varepsilon + 0,9 \mu + 0,0022 \xi \\
 44 & + 0,39 = + 0,0012 \delta\varepsilon + 1,0 \mu + 0,0023 \xi.
 \end{aligned}$$

Ces équations montrent qu'il est fort difficile d'obtenir la valeur assez juste de la variation $\delta\varepsilon$; néanmoins la permanence des signes des coefficients de cette variation et des premiers membres, permanence presque continue sauf quelques exceptions indique suffisamment la valeur positive de $\delta\varepsilon$. La méthode des moindres carrés appliquée à toutes ces équations, excepté celles qui sont marquées d'un astérisque, conduit à l'équation finale

$$+ 1844,74 = + 7,5529 \delta\varepsilon - 1234,8 \mu - 2,9425 \xi,$$

d'où l'on trouve

$$\delta\varepsilon = + 244,24 + 163,4 \mu + 0,3896 \xi.$$

Cette valeur substituée dans les équations (2) donne

$$\left. \begin{aligned}
 \delta n &= + 8,9419 + 9,01 \mu - 0,0137 \xi \\
 \delta \pi &= + 100,2900 + 238,65 \mu - 0,1145 \xi \\
 \delta e &= + 90,9603 + 146,07 \mu + 0,2395 \xi \\
 \delta \varepsilon &= + 244,24 + 163,49 \mu + 0,3896 \xi
 \end{aligned} \right\} \quad (A)$$

Au commencement du mémoire présent nous avons fait la remarque, qu'il faut diminuer le mouvement moyen trouvé par Walker de 7,723 et changer l'époque pour concilier l'éphéméride calculée au moyen de nouvelles perturbations avec l'observation de Lalande et les observations modernes des années 1846 et 1847 qui furent employées par Walker. En sorte la correction du mouvement moyen trouvé par Walker sera + 1,219, quantité assez petite vu la difficulté de la détermination exacte des éléments. Il est pourtant aisé de voir que les variations des éléments qu'on vient de trouver, peuvent être modifiées assez sensiblement en dérangeant un peu la variation $\delta\varepsilon$, sans sortir des limites de la probabilité des nouveaux éléments.

Les variations (A) donnent pour les erreurs restantes les valeurs suivantes:

	Longitude hél. calculée — observée.	
1	+ 0,11	- 0,1 μ + 0,0001 ξ
2	+ 4,76	+ 3,3 μ + 0,0054 ξ (*)

3	+	0,95	+	0,0	μ	+	0,0002	ξ
4	+	0,15	+	1,0	μ	+	0,0024	ξ
5	+	0,13	+	1,6	μ	+	0,0030	ξ
6	-	0,22	+	1,9	μ	+	0,0031	ξ
7	-	1,00	+	1,3	μ	+	0,0025	ξ
8	-	3,59	+	0,6	μ	+	0,0014	ξ
9	-	0,91	-	1,7	μ	-	0,0016	ξ
10	+	0,52	-	1,6	μ	-	0,6029	ξ
11	-	0,45	-	1,6	μ	-	0,0013	ξ
12	+	0,53	+	0,0	μ	+	0,0001	ξ
13	+	0,34	+	0,5	μ	+	0,0017	ξ
14	+	0,07	+	0,7	μ	+	0,0012	ξ
15		0,00	+	0,4	μ	+	0,0010	ξ
16	+	0,47	+	0,0	μ	-	0,0001	ξ (*)
17	-	2,79	-	1,8	μ	-	0,0035	ξ
18	+	0,67	-	1,5	μ	-	0,0022	ξ
19	-	0,84	-	0,9	μ	-	0,0009	ξ
20	+	1,39	-	0,2	μ	-	0,0004	ξ
21	+	1,39	-	0,2	μ	+	0,0004	ξ
22	-	0,30	+	0,0	μ	-	0,0002	ξ
23	-	0,12	-	2,1	μ	-	0,0037	ξ (*)
24	-	0,32	-	1,5	μ	+	0,0029	ξ (*)
25	+	0,68	-	1,0	μ	-	0,0018	ξ
26	+	1,76	-	0,4	μ	-	0,0010	ξ
27	+	1,48	+	0,0	μ	-	0,0009	ξ
28	+	1,04	-	1,5	μ	-	0,0006	ξ
29	-	0,07	-	1,2	μ	-	0,0020	ξ
30	+	1,52	-	1,0	μ	-	0,0020	ξ
31	+	1,12	-	0,6	μ	-	0,0014	ξ
32	-	0,24	-	0,4	μ	-	0,0005	ξ
33	-	3,14	+	0,0	μ	+	0,0002	ξ
34	-	2,11	-	1,6	μ	+	0,0000	ξ (*)
35	+	0,81	-	0,2	μ	-	0,0012	ξ
36	+	0,59	+	0,0	μ	-	0,0002	ξ
37	-	0,61	+	0,1	μ	+	0,0004	ξ
38	-	1,77	+	0,2	μ	+	0,0009	ξ
39	-	1,14	+	0,3	μ	+	0,0011	ξ
40	+	1,18	+	0,8	μ	+	0,0008	ξ
41	+	0,59	+	0,8	μ	+	0,0012	ξ
42	-	0,68	+	0,9	μ	+	0,0020	ξ
43	-	1,26	+	1,1	μ	+	0,0027	ξ
44	-	0,10	+	1,2	μ	+	0,0028	ξ

Nous passons à présent à la discussion des relations (b) entre les

erreurs des latitudes héliocentriques et les variations de la longitude du noeud ascendant et de l'inclinaison. Ces relations contiennent en outre la variation $\sin i \delta l$; au moyen des valeurs (A) nous trouvons les valeurs suivantes pour cette variation :

1795	Mai	9	— 0,30
1846	Janvier	22	+ 0,03
1847	Janvier	17	+ 0,10
1848	Janvier	12	+ 0,19
1849	Janvier	6	+ 0,29
1850	Janvier	1	+ 0,40
	Décembre	27	+ 0,52
1851	Décembre	22	+ 0,65
1852	Décembre	16	+ 0,79
1853	Décembre	11	+ 0,94

En mettant ces valeurs dans le deuxième système d'équations de condition, on aura

1	— 0,14	= + 0,997 δi	— 0,077 $\sin i \delta \omega$
2	+ 2,52	= — 0,257 δi	+ 0,968 $\sin i \delta \omega$ (*)
3	+ 0,35	= — 0,286 δi	+ 0,958 $\sin i \delta \omega$
4	— 0,16	= — 0,291 δi	+ 0,957 $\sin i \delta \omega$
5	+ 0,69	= — 0,293 δi	+ 0,956 $\sin i \delta \omega$
6	+ 1,10	= — 0,296 δi	+ 0,955 $\sin i \delta \omega$
7	+ 1,07	= — 0,299 δi	+ 0,954 $\sin i \delta \omega$
8	+ 2,52	= — 0,302 δi	+ 0,953 $\sin i \delta \omega$
9	+ 2,39	= — 0,317 δi	+ 0,948 $\sin i \delta \omega$
10	+ 1,65	= — 0,320 δi	+ 0,947 $\sin i \delta \omega$
11	+ 1,23	= — 0,323 δi	+ 0,946 $\sin i \delta \omega$
12	+ 2,07	= — 0,326 δi	+ 0,945 $\sin i \delta \omega$
13	+ 1,42	= — 0,329 δi	+ 0,944 $\sin i \delta \omega$
14	+ 1,45	= — 0,332 δi	+ 0,943 $\sin i \delta \omega$
15	+ 1,07	= — 0,335 δi	+ 0,942 $\sin i \delta \omega$
16	+ 5,35	= — 0,338 δi	+ 0,941 $\sin i \delta \omega$ (**)
17	+ 0,90	= — 0,356 δi	+ 0,934 $\sin i \delta \omega$
18	+ 1,05	= — 0,360 δi	+ 0,933 $\sin i \delta \omega$
19	+ 1,26	= — 0,363 δi	+ 0,932 $\sin i \delta \omega$
20	+ 0,43	= — 0,365 δi	+ 0,931 $\sin i \delta \omega$
21	+ 2,35	= — 0,369 δi	+ 0,930 $\sin i \delta \omega$
22	— 1,65	= — 0,372 δi	+ 0,929 $\sin i \delta \omega$
23	+ 4,37	= — 0,393 δi	+ 0,920 $\sin i \delta \omega$ (**)
24	+ 5,52	= — 0,395 δi	+ 0,919 $\sin i \delta \omega$ (**)
25	+ 3,12	= — 0,397 δi	+ 0,918 $\sin i \delta \omega$

26	+ 1,61	= - 0,400	δi	+ 0,917	$\sin i \delta \omega$
27	+ 2,11	= - 0,403	δi	+ 0,915	$\sin i \delta \omega$
28	+ 2,07	= - 0,430	δi	+ 0,903	$\sin i \delta \omega$
29	- 0,17	= - 0,433	δi	+ 0,901	$\sin i \delta \omega$
30	+ 0,58	= - 0,465	δi	+ 0,885	$\sin i \delta \omega$
31	+ 0,61	= - 0,467	δi	+ 0,884	$\sin i \delta \omega$
32	- 0,92	= - 0,470	δi	+ 0,882	$\sin i \delta \omega$
33	- 0,31	= - 0,473	δi	+ 0,881	$\sin i \delta \omega$
34	+ 6,37	= - 0,476	δi	+ 0,879	$\sin i \delta \omega$
35	+ 1,64	= - 0,496	δi	+ 0,867	$\sin i \delta \omega$
36	+ 0,99	= - 0,501	δi	+ 0,866	$\sin i \delta \omega$
37	- 1,00	= - 0,504	δi	+ 0,864	$\sin i \delta \omega$
38	- 0,57	= - 0,507	δi	+ 0,862	$\sin i \delta \omega$
39	- 1,20	= - 0,509	δi	+ 0,861	$\sin i \delta \omega$
40	- 1,00	= - 0,531	δi	+ 0,847	$\sin i \delta \omega$
41	- 1,16	= - 0,533	δi	+ 0,846	$\sin i \delta \omega$
42	+ 0,74	= - 0,536	δi	+ 0,844	$\sin i \delta \omega$
43	- 0,39	= - 0,539	δi	+ 0,842	$\sin i \delta \omega$
44	- 1,09	= - 0,541	δi	+ 0,841	$\sin i \delta \omega$

En faisant abstraction des quatre équations marquées d'un astérisque et en appliquant la méthode des moindres carrés aux équations restantes, nous trouverons

$$\begin{aligned} - 8,95 &= + 7,489 \delta i - 13,935 \sin i \delta \omega \\ + 25,97 &= - 13,935 \delta i + 31,500 \sin i \delta \omega, \end{aligned}$$

d'où l'on a

$$\begin{aligned} \delta i &= + 1,917 \\ \sin i \delta \omega &= + 1,672. \end{aligned}$$

Ces variations donnent les valeurs suivantes pour les erreurs restantes des latitudes héliocentriques:

1	- 1,92	13	+ 0,48
2	+ 1,39 (*)	14	+ 0,51
3	- 0,71	15	+ 0,14
4	- 0,89	16	+ 4,43 (*)
5	- 0,34	17	+ 0,02
6	+ 0,07	18	+ 0,18
7	+ 0,06	19	+ 0,40
8	+ 1,51	20	- 0,42
9	+ 1,41	21	+ 1,50
10	+ 0,68	22	- 2,49
11	+ 0,26	23	+ 3,58 (*)
12	+ 1,12	24	+ 4,74 (*)

25	+ 2,35	35	+ 1,11
26	+ 0,84	36	+ 0,46
27	+ 1,35	37	— 1,48
28	+ 1,37	38	— 1,04
29	— 0,86	39	— 1,66
30	— 0,04	40	— 1,40
31	+ 0,00	41	— 1,65
32	— 1,50	42	+ 0,35
33	— 0,88	43	+ 0,00
34	+ 5,81 (*)	44	— 1,46

La discussion de la masse d'Uranus permet à présumer que le coefficient μ est fort petit, au dessous même d'une centième, de sorte que l'incertitude de la masse d'Uranus n'a qu'une influence presque insensible sur la valeur des éléments de Neptune trouvés d'après les observations modernes de sept années et l'observation ancienne faite par Lalande. L'erreur de cette dernière observation ou la quantité ξ ne pas doit excéder deux secondes, et l'influence de cette erreur sur les observations modernes est tout-à-fait négligeable. On pourrait donner des valeurs arbitraires aux indéterminées μ et ξ pourvu que ces valeurs ne dépassent leurs limites probables, et l'on trouverait les variations des éléments elliptiques de Neptune qui seraient toutes d'un poids presque égal. En posant μ et ξ égal à zero nous aurons

$$\begin{aligned} \delta n &= + 8,942 \\ \delta e &= + 0,00044099 \\ \delta \pi &= + 3^{\circ} 2' 28,15 \\ \delta \varepsilon &= + 0^{\circ} 4' 4,24 \\ \delta i &= + 1,92 \\ \delta \omega &= + 53,72. \end{aligned}$$

Nous avons remarqué au commencement de ce mémoire que les valeurs $e\delta\pi$ et δe deviennent un peu différentes, si l'on tient compte des quantités du second ordre des variations de la longitude du périhélie et de l'excentricité. En posant

$$\begin{aligned} p &= + 100,2900 \\ q &= + 90,9603 \end{aligned}$$

on aura les relations suivantes pour déterminer δe et $e\delta\pi$:

$$\begin{aligned} q &= \delta e - \frac{1}{2} e \delta \pi^2 \\ p &= (e + \delta e) \delta \pi \end{aligned}$$

ou plus exactement

$$q = \delta e \cos \delta \pi - p \operatorname{tang} \frac{\delta \pi}{2}$$

$$p = (e + \delta e) \sin \delta \pi.$$

Ces équations donnent

$$\delta e = 0,00045450$$

$$\delta \pi = + 3^{\circ} 2' 1,81,$$

et les valeurs les plus probables des éléments de Neptune seront

$$n = 7873,993$$

$$a = 30,03386$$

$$e = 0,00917396$$

$$\varepsilon = 334^{\circ} 36' 29,78$$

$$\pi = 50 \ 16 \ 39,08$$

$$\omega = 130 \ 7 \ 45,30$$

$$i = 1^{\circ} 47 \ 0,89.$$

Les longitudes sont comptées par rapport à l'équinoxe moyen à midi moyen de Greenwich au 1^{er} de Janvier 1850 ; le mouvement moyen répond à une année julienne ou à 365,25 jours.

13. D'après les éléments précédents nous avons calculé les positions héliocentriques de Neptune formant les tables de cette planète jointes au mémoire présent. Pour qu'on puisse juger mieux de l'exactitude des nouvelles tables de cette planète, je les présente comparées avec les observations. Je regrette, que la plupart des observations anglaises et américaines, excepté celles qui ont été publiées dans les Nouvelles astronomiques et dans les Monthly Notices, m'étant inconnues, ne pouvaient être comparées avec les tables.

Je désigne les lieux d'observation de la manière suivante:

Altona	= A	Genève	= G ₁
Berlin	= B ₁	Goettingen	= G ₂
Bonn	= B ₂	Greenwich	= G ₃
Bruxelles	= B ₃	Gustau	= G ₄
Bude	= B ₄	Hambourg	= H
Cambridge (Angl.)	= C ₁	Kasan	= K ₁
Cambridge (E. U.)	= C ₂	Koenigsberg	= K ₂
Christiania	= C ₃	Liverpool	= L
Copenhague	= C ₄	Makerstoun	= M ₁
Cracovie	= C ₅	Marbourg	= M ₂
Cremsmunster	= C ₆	Markree	= M ₃
Dorpat	= D ₁	Moscou	= M ₄
Durham	= D ₂	Munich	= M ₅

Naples	=	<i>N</i>	Rome	=	<i>R</i>
Padoue	=	<i>P₁</i>	Turin	=	<i>T</i>
Paris	=	<i>P₂</i>	Venise	=	<i>V₁</i>
Pétersbourg	=	<i>P₃</i>	Vienne	=	<i>V₂</i>
Poukova	=	<i>P₄</i>	Washington	=	<i>W</i>

OBSERVATION — ÉPHÉMÉRIDE.

Années, mois, et jours.	Éphémér. de M. Walker.		Éphéméride nouvelle.		Nomb. d'obs.	Autorités.
	AR.	Décl.	AR.	Décl.		
1795 Mai 8			— 1,9	— 1,5	1	<i>P₂</i>
10			+ 0,9	— 2,6	1	<i>P₂</i>
1846 Août 4	— 3,7	— 1,5	— 4,3	— 1,8	1	<i>C₁</i>
12	+ 3,2	+ 1,9	+ 3,1	+ 1,6	1	<i>C₁</i>
Sept. 7	— 6,8	+ 6,3	— 6,9	+ 6,1	1	<i>C₁</i>
23	— 3,4	+ 0,6	— 3,2	+ 0,5	1	<i>B₁</i>
24	— 4,0	+ 0,1	— 3,8	0,0	1	<i>B₁</i>
25	— 0,8	+ 1,6	— 0,6	+ 1,6	1	<i>B₁</i>
26	— 0,7	+ 0,1	— 0,5	0,0	1	<i>B₁</i>
27	+ 0,7	— 0,5	+ 1,0	— 0,6	3	<i>B₁, G₂, K₂</i>
28	+ 1,1	— 1,4	+ 1,3	— 1,5	5	<i>A, B₁, G₂, H, K₂</i>
29	— 1,1	— 2,1	— 0,8	— 2,2	4	<i>A, B₁, G₂, K₂</i>
30	+ 0,1	— 2,9	+ 0,4	— 3,0	2	<i>B₂, K₂</i>
Oct. 1	— 2,0	— 2,5	— 1,7	— 2,6	2	<i>A, H</i>
2	— 0,4	+ 0,5	— 0,1	+ 0,4	1	<i>B₁</i>
3	— 1,6	+ 2,3	— 1,2	+ 2,2	3	<i>C₁, G₃, K₂</i>
4	+ 0,3	— 0,6	+ 0,7	— 0,5	3	<i>A, H, G₂</i>
5	+ 0,7	0,0	+ 1,1	— 0,1	5	<i>A, C₁, G₃, K₂, C₂</i>
6	— 0,6	— 0,2	— 0,2	— 0,3	7	<i>A, B₁, C₂, G₁, G₂, H, P₂</i>
7	— 0,6	— 1,5	— 0,2	— 1,6	2	<i>K₂, V₂</i>
8	— 0,6	+ 0,8	— 0,2	+ 0,7	4	<i>A, C₁, G₃, H</i>
9	— 0,9	+ 0,5	— 0,5	+ 0,4	5	<i>B₂, C₂, G₁, K₂, V₂</i>
10	+ 1,2	+ 1,6	+ 1,7	+ 1,5	9	<i>B₁, B₃, C₁, G₁, G₂, P₁, P₂, T, V₂</i>
11	— 1,0	+ 0,6	— 0,5	+ 0,5	6	<i>A, C₁, H, K₂, P₁, V₂</i>

Années, mois et jours.	Éphémér. de M. Walker.		Éphéméride nouvelle.		Nomb. d'obs.	Autorités.
	AR.	Décl.	AR.	Décl.		
Oct. 12	— 8,5	— 1,0	— 8,1	— 1,1	2 ¹⁾	B ₃ , P ₄
13	+ 1,4	+ 0,5	+ 1,9	+ 0,4	5	B ₃ , B ₃ , C ₁ , C ₂ , K ₂
14	+ 0,9	+ 0,2	+ 1,4	+ 0,1	2	C ₁ , V ₂
15	+ 0,3	— 0,2	+ 0,8	— 0,3	5	B ₁ , C ₁ , C ₂ , G ₂ , K ₂
16	+ 1,0	— 2,6	+ 1,5	— 2,7	4	C ₁ , C ₂ , N, V ₂
17	+ 1,1	— 2,7	+ 1,6	— 2,8	4	A, C ₁ , H, N
18	+ 0,1	— 0,5	+ 0,7	— 0,7	5	B ₁ , B ₂ , C ₂ , G ₂ , N
19	0,0	— 0,6	+ 0,6	— 0,7	3	C ₁ , N, P ₄
20	+ 2,0	0,0	+ 2,6	— 0,1	6	B ₃ , C ₁ , D ₁ , G ₂ , G ₃ , N
21	+ 1,2	— 0,5	+ 1,8	+ 0,4	6	A, D ₁ , G ₂ , G ₃ , H, N
22	+ 3,9	—	+ 4,5	—	1	G ₂
23	— 1,9	+ 3,4	— 1,3	+ 3,2	4	B ₃ , B ₂ , C, W
24	— 0,1	+ 0,4	+ 0,5	+ 0,7	3	B ₂ , C ₂ , W
25	+ 2,4	+ 0,8	+ 3,0	+ 0,3	4	D ₁ , G ₂ , V ₂ , W
26	— 0,8	+ 1,3	— 0,2	+ 1,2	4	D ₁ , P ₃ , P ₄ , W
27	— 0,2	+ 1,0	+ 0,4	+ 0,8	5	A, B ₁ , B ₂ , B ₃ , H
28	+ 0,5	— 0,1	+ 1,1	— 0,2	2	C ₂ , W
29	— 0,2	+ 0,2	+ 0,4	+ 0,1	4	B ₁ , C ₂ , V ₂ , W
30	— 0,1	— 0,2	+ 0,5	— 0,3	4	C ₁ , K ₁ , C ₂ , G ₂
Nov. 1	+ 0,7	— 0,1	+ 1,3	— 0,2	5	B ₁ , C ₁ , C ₂ , K ₂ , V ₂
2	+ 0,8	— 0,9	+ 1,4	— 0,9	8	A, B ₁ , B ₂ , B ₃ , C ₁ , G ₂ , H, K ₂
3	+ 1,1	+ 0,5	+ 1,7	+ 0,4	10	A, B ₂ , B ₃ , B ₄ , C ₁ , C ₂ , G ₂ , H, K ₂ , W
4	— 0,3	+ 1,2	+ 0,3	+ 1,2	6	B ₂ , B ₃ , B ₄ , C ₁ , P ₃ , P ₄
5	0,0	— 0,4	+ 0,6	+ 0,2	7	B ₂ , B ₃ , C ₂ , D ₁ , P ₃ , P ₄ , V ₂
6	+ 2,1	— 0,1	+ 2,7	— 0,1	4	B ₂ , B ₃ , C ₂ , P ₁
7	— 0,8	+ 1,0	— 0,2	+ 0,9	1	B ₄
8	+ 1,1	+ 0,6	+ 1,7	+ 0,5	3	B ₁ , P ₃ , P ₄
9	— 0,9	+ 0,2	— 0,3	+ 0,1	2	B ₄ , W
10	— 0,9	+ 0,3	— 0,3	+ 0,2	5	B ₂ , B ₃ , B ₄ , H ₁ , W
11	+ 0,1	— 0,1	+ 0,7	— 0,1	8	B ₂ , B ₃ , B ₄ , C ₁ , C ₂ , N P ₁ , V ₂
12	— 0,3	+ 1,9	+ 0,4	+ 1,8	6	B ₂ , B ₃ , D ₁ , K ₁ , P ₃ , P ₄

¹⁾ M. Walker donne pour cette différence en AR le nombre + 0,7, — désaccord inexplicable.

Années, mois et jours.	Éphémér. de M. Walker.		Éphéméride nouvelle.		Nomb. d'obs.	Autorités.
	AR.	Décl.	AR.	Décl.		
Nov. 13	+ 1,6	+ 3,1	+ 2,2	+ 3,1	5	B ₂ , B ₃ , B ₄ , C ₁ , V ₂
14	+ 1,5	+ 0,1	+ 2,1	0,0	3	C ₁ , P ₁ , V ₂
15	+ 0,5	- 0,1	+ 1,1	- 0,2	3	A, H, N
16	+ 0,7	+ 0,2	+ 1,3	+ 0,2	12	A, B, B ₁ , B ₂ , C ₁ , C ₂ , C ₃ , H, N, P ₁ , P ₂ , W
17	+ 0,3	- 1,4	+ 1,0	- 1,4	7	A, B ₁ , B ₂ , B ₃ , C ₁ , G ₂ , H
18	+ 1,1	- 1,1	+ 1,7	- 1,1	8	B ₁ , B ₂ , C ₁ , C ₂ , C ₃ , G ₃ , K ₂ , V ₂
19	+ 1,1	- 0,8	+ 1,7	- 0,9	8	B ₂ , B ₃ , C ₁ , C ₂ , G ₃ , K ₂ , M ₁ , V ₂
20	- 0,4	- 0,8	+ 0,2	- 0,8	4	B ₁ , C ₁ , K ₁ , C ₂
21	+ 2,5	+ 1,3	+ 3,1	+ 0,7	4	C ₁ , C ₂ , H, W
22	- 3,2	+ 3,3	- 2,6	+ 3,2	1	C ₁
23	- 1,6	+ 2,7	- 1,0	+ 2,6	1	W
24	+ 2,0	+ 1,1	+ 2,6	+ 1,0	2	C ₁ , C ₂
25	+ 0,7	- 0,4	+ 1,3	- 0,4	1	P ₁
26	- 1,3	+ 1,6	- 0,7	+ 1,5	1	C ₁
28	+ 0,2	+ 0,3	+ 0,8	- 0,3	2	C ₁ , W
29	+ 0,5	+ 0,3	+ 1,0	+ 0,3	4	B ₂ , C ₁ , H, W
30	+ 2,4	+ 1,5	+ 2,9	+ 1,4	3	C ₁ , G ₂ , W
Déc. 1	+ 1,0	- 0,2	+ 1,6	- 0,3	6	A, B ₁ , B ₂ , C ₁ , G ₂ , H
2	+ 0,4	+ 0,9	+ 0,9	+ 1,0	4	A, H, K ₁ , W
3	- 0,6	+ 0,5	- 0,1	+ 0,4	6	A, C ₁ , C ₂ , K ₁ , H, W
4	- 2,0	+ 0,2	- 1,5	+ 0,1	6	A, B ₂ , C ₁ , H, K ₂ , W
5	- 1,4	- 2,2	- 0,8	- 2,2	2	D ₂ , P ₃
7	0,0	+ 0,2	+ 0,4	+ 0,1	4	A, B ₂ , H, P ₄
8	- 27,4	- 7,6	- 26,9	- 7,7	1*)	K ₁
9	+ 2,2	- 1,2	+ 2,7	- 1,2	2	C ₂ , W
11	+ 2,1	+ 0,7	+ 2,6	+ 0,7	2	C ₁ , H
12	+ 3,0	+ 0,5	+ 3,5	+ 0,4	2	C ₁ , W
13	+ 0,2	+ 1,2	+ 0,3	+ 1,1	2	C ₁ , W
14	+ 5,6	- 3,2	+ 6,1	- 3,2	2	C ₁ , C ₂

*) Cette observation et les autres qui sont marquées d'un astérisque n'appartiennent pas évidemment à la planète. Les nombres de M. Walker y sont très médiocres.

Années, mois et jours.	Éphémér. de M. Walker.		Éphéméride nouvelle.		Nomb. d'obs.	Autorités.
	AR.	Décl.	AR.	Décl.		
Déc. 15	+ 1,9	— 0,2	+ 2,3	— 0,3	3	C_1, K_2, W
16	— 5,2	— 0,9	— 4,7	— 1,0	2	D_1, K_2
18	+ 1,2	+ 3,2	+ 1,7	+ 3,1	1	C_1
19	+ 0,9	+ 0,2	+ 1,4	0,0	2	C_2, W
20	+ 0,1	+ 1,4	+ 0,5	+ 1,3	2	K_1, W
21	+ 4,4	+ 1,6	+ 4,7	+ 1,5	2	C_2, V_2
22	— 2,6	+ 0,2	— 2,1	+ 0,1	1	K_1
26	+ 2,3	+ 0,9	+ 2,8	+ 0,9	1	W
28	+ 2,0	+ 0,7	+ 2,6	+ 0,7	1	K_2
29	+ 184,4	— 91,3	+ 184,8	— 91,3	1*	K_1
30	+ 0,3	0,0	+ 0,8	0,0	2	K_3, W
1847 Janv. 5	— 0,2	+ 1,6	+ 0,2	+ 1,8	2	C_2, W
6	+ 0,9	+ 9,7	+ 1,3	+ 9,8	1*	K_1
8	+ 1,7	+ 1,0	+ 2,1	+ 1,1	3	H, P_2, W
9	— 1,4	+ 11,2	— 1,2	+ 12,4	1	K_1
11	+ 1,5	+ 4,6	+ 2,0	+ 4,7	2	C_1, K_1
12	+ 1,6	+ 2,7	+ 2,0	+ 2,8	3	C_1, K_1, W
13	— 0,9	—	— 0,5	—	1	K_1
14	+ 2,2	— 2,6	+ 2,6	— 2,4	1	C_1
15	+ 9,4	+ 5,6	+ 9,8	+ 5,8	1	C_1
19	+ 11,8	— 55,6	+ 12,2	— 55,4	1*	C_2
22	+ 1,5	— 0,6	+ 2,0	— 0,4	1	W
25	+ 4,1	+ 1,8	+ 4,6	+ 2,0	1	C_2
27	+ 7,0	+ 1,0	+ 7,4	+ 1,2	1	W
Juin 1	+ 4,4	— 0,5	+ 5,7	— 0,9	1	C_1
14	— 2,6	+ 9,9	— 1,4	+ 9,8	1	H
17	+ 7,6	+ 10,4	+ 8,8	+ 10,4	1	H
18	— 1,2	— 1,4	— 0,0	— 1,3	1	H
20	— 5,7	— 5,2	— 4,5	— 5,1	1	H
23	— 4,9	0,0	— 3,7	+ 0,1	1	H
24	— 4,3	+ 1,0	— 3,2	+ 1,1	1	H
28	— 4,2	+ 1,3	— 3,0	+ 1,4	3	H

*) La remarque précédente se rapporte à toutes les observations marquées d'un astérisque. M. Walker obtient aussi pour elles des nombres assez petits.

Années, mois et jours.	Éphémér. de M. Walker.		Éphéméride nouvelle.		Nomb. d'obs.	Autorités.
	AR.	Décl.	AR.	Décl.		
Juill. 3	- 4,2	+ 2,1	- 3,1	+ 2,2	1	H
5	- 0,7	- 2,6	+ 0,4	- 2,9	1	H
22	- 1,5	+ 0,3	- 0,4	+ 0,8	2	C ₁ , D ₂
26	0,0	+ 1,8	+ 1,0	+ 2,3	1	C ₁
27	- 1,4	—	- 0,4	—	1	C ₁
29	- 0,4	+ 0,9	+ 0,6	+ 1,4	1	C ₁
30	- 1,7	- 0,9	- 0,6	- 0,4	2	C ₁ , H
31	+ 1,0	- 3,6	0,0	- 3,1	1	H
Août 1	- 0,3	- 2,1	+ 0,7	- 1,7	1	H
2	+ 1,8	- 3,1	+ 2,8	- 2,6	1	C ₁
3	- 2,1	- 1,5	- 1,1	- 1,1	3	A, C ₁ , H
4	- 0,5	- 0,8	+ 0,5	- 0,4	2	A, C ₁
5	+ 1,8	- 0,1	+ 2,8	+ 0,3	1	C ₁
6	- 0,5	+ 1,2	+ 0,5	+ 1,6	2	C ₁ , H
7	- 0,6	+ 1,3	+ 0,4	+ 1,7	2	C ₁ , D ₂
8	- 1,6	- 4,7	- 0,6	- 4,3	1	C ₁
9	- 0,3	+ 0,3	+ 0,7	+ 0,7	3	C ₁ , D ₂ , H
10	- 2,0	+ 3,2	- 1,0	+ 3,6	2	C ₁ , C ₁
11	- 0,8	+ 0,8	+ 0,2	+ 1,1	4	C ₁ , C ₂ , C ₁ , H
12	- 0,5	- 1,1	+ 0,6	- 0,8	3	C ₁ , G ₁ , H
13	+ 0,8	+ 1,9	+ 1,8	+ 2,2	6	C ₁ , C ₂ , C ₁ , D ₂ , G ₁ , P ₁
14	- 1,0	+ 0,6	0,0	+ 1,0	4	C ₁ , D ₂ , G ₁ , H
15	+ 0,7	+ 1,3	+ 1,7	+ 1,7	3	B ₂ , C ₁ , C ₁
16	- 1,4	+ 1,6	- 0,4	+ 1,9	4	B ₂ , C ₁ , H, P ₁
17	- 0,7	- 1,7	+ 0,3	- 1,4	4	C ₁ , C ₁ , G ₁ , H
18	0,0	+ 0,9	+ 0,9	+ 1,2	5	C ₁ , C ₁ , H, K ₂ , P ₁
19	+ 0,2	+ 1,3	+ 1,1	+ 1,5	5	C ₁ , D ₂ , H, K ₂ , P ₁
20	+ 3,7	+ 0,3	+ 4,6	+ 0,5	4	C ₁ , C ₁ , H, P ₁
21	- 1,7	+ 2,2	- 0,8	+ 2,5	4	C ₁ , C ₁ , H, P ₁
22	- 0,2	- 3,6	+ 0,6	- 3,3	1	K ₂
23	- 1,1	+ 2,3	- 0,3	+ 2,6	4	C ₁ , C ₁ , D ₂ , P ₁
24	- 1,8	+ 2,1	- 0,9	+ 2,4	3	C ₁ , C ₁ , D ₂
25	+ 1,1	- 0,4	+ 1,9	- 0,2	1	C ₁
26	- 2,4	- 0,3	- 1,6	0,0	1	C ₁
27	- 2,3	+ 3,4	- 1,5	+ 3,7	1	C ₁
28	+ 2,5	- 1,4	+ 3,3	- 1,2	3	A, C ₁ , K ₂
29	+ 1,8	- 0,2	+ 2,6	0,0	2	C ₁ , C ₁
30	+ 2,1	- 0,7	+ 2,8	- 0,5	3	C ₁ , C ₁ , P ₁
31	- 2,1	+ 0,3	- 1,3	+ 0,5	5	A, C ₁ , D ₂ , H, P ₁

Années, mois et jours.	Éphémér. de M. Walker.		Éphéméride nouvelle.		Nomb. d'obs.	Autorités.
	AR.	Décl.	AR.	Décl.		
Sept. 1	— 4,3	+ 2,3	— 3,6	+ 2,5	3	C ₁ , D ₂ , P ₃
2	— 0,9	+ 1,3	— 0,1	+ 1,5	3	C ₁ , D ₂ , K ₁
3	+ 1,2	+ 1,9	+ 1,9	+ 2,0	2	C ₂ , D ₁
4	— 0,6	+ 1,7	+ 0,1	+ 1,9	3	B ₁ , C ₁ , D ₂
5	— 5,9	+ 3,8	— 5,2	+ 3,9	2	H, K ₁
6	— 1,2	+ 0,3	— 0,6	+ 0,4	3	A, H, K
7	— 0,2	— 3,1	+ 0,4	— 3,0	3	A, C, H
8	+ 0,8	+ 3,0	+ 1,4	+ 3,1	5	A, C ₁ , C ₂ , K ₁ , P ₂
9	+ 0,1	+ 2,7	+ 0,7	+ 2,8	4	C ₁ , H, K ₁ , P ₂
10	— 2,7	+ 1,0	— 2,1	+ 1,1	5	C ₁ , D ₂ , G ₂ , H, P ₂
11	— 2,8	+ 1,6	— 2,3	+ 1,7	3	C ₂ , K ₂ , P ₁
12	— 1,7	+ 2,7	— 1,2	+ 2,7	1	C ₁
13	— 5,2	— 1,6	— 4,7	— 1,6	3	C ₁ , D ₂ , K ₂
14	— 2,2	+ 1,2	— 1,7	+ 1,3	3	H, K ₂ , P ₂
15	+ 1,5	+ 1,9	+ 2,1	+ 1,9	3	A, C ₂ , P ₁
16	+ 0,1	+ 0,3	+ 0,6	+ 0,4	2	D ₁ , K ₁
17	+ 0,2	— 1,0	+ 0,8	— 1,0	2	C ₁ , G ₁
18	+ 0,4	+ 0,6	+ 0,9	+ 0,7	3	A, C ₁ , H
19	— 0,6	+ 1,9	— 0,1	+ 2,0	3	B ₁ , C ₂ , G ₁ , K ₁
20	— 0,6	— 0,5	— 0,1	— 0,5	3	A, D ₂ , H
21	— 3,6	— 2,8	— 3,1	— 2,8	1	G ₁
22	— 1,6	+ 2,6	— 1,2	+ 2,6	2	C ₂ , G ₁
23	— 1,9	+ 0,5	— 1,5	+ 0,5	2	B ₂ , G ₁
24	+ 0,1	+ 1,2	+ 0,5	+ 1,2	1	C ₂
25	+ 0,1	+ 1,1	+ 0,5	+ 1,1	1	P ₂
26	— 1,6	+ 1,1	— 1,1	+ 1,1	1	H
27	+ 0,4	— 0,1	+ 0,8	— 0,1	1	H
28	— 0,8	— 0,2	— 0,4	— 0,2	4	C ₁ , D ₂ , G ₁ , H
29	— 0,8	+ 1,3	— 0,4	+ 1,3	1	C ₂
30	— 3,2	+ 3,2	— 2,6	+ 3,2	2	C ₂ , G ₁
Oct. 1	— 0,4	+ 0,5	0,0	+ 0,5	2	G ₁ , K ₂
2	— 1,6	— 2,6	— 1,2	— 2,6	1	G ₁
3	— 2,6	+ 0,4	— 2,2	+ 0,4	3	C ₂ , G ₁ , H
4	+ 1,1	+ 3,0	+ 1,5	+ 3,0	1	H
5	— 1,7	— 0,2	— 1,3	— 0,2	1	C ₁
6	— 1,1	+ 1,7	— 0,8	+ 1,7	2	C ₂ , P ₂
7	+ 0,4	+ 0,2	+ 0,7	+ 0,2	2	C ₂ , K ₂
8	+ 1,6	+ 3,6	+ 1,9	+ 3,5	2	D ₁ , K ₂

Années, mois et jours.	Éphémér. de M. Walker.		Éphéméride nouvelle.		Nomb. d'obj.	Autorités.
	AR.	Décl.	AR.	Décl.		
Juill. 3	— 4,2	+ 2,1	— 3,1	+ 2,2	1	H
5	— 0,7	— 2,6	+ 0,4	— 2,9	1	H
22	— 1,5	+ 0,3	— 0,4	+ 0,8	2	C ₁ , D ₂
26	0,0	+ 1,8	+ 1,0	+ 2,3	1	C ₁
27	— 1,4	—	— 0,4	—	1	C ₁
29	— 0,4	+ 0,9	+ 0,6	+ 1,4	1	C ₁
30	— 1,7	— 0,9	— 0,6	— 0,4	2	C ₁ , H
31	+ 1,0	— 3,6	0,0	— 3,1	1	H
Août 1	— 0,3	— 2,1	+ 0,7	— 1,7	1	H
2	+ 1,8	— 3,1	+ 2,8	— 2,6	1	C ₂
3	— 2,1	— 1,5	— 1,1	— 1,1	3	A, C ₁ , H
4	— 0,5	— 0,8	+ 0,5	— 0,4	2	A, C ₂
5	+ 1,8	— 0,1	+ 2,8	+ 0,3	1	C ₂
6	— 0,5	+ 1,2	+ 0,5	+ 1,6	2	C ₂ , H
7	— 0,6	+ 1,3	+ 0,4	+ 1,7	2	C ₂ , D ₂
8	— 1,6	— 4,7	— 0,6	— 4,3	1	C ₂
9	— 0,3	+ 0,3	+ 0,7	+ 0,7	3	C ₂ , D ₂ , H
10	— 2,0	+ 5,2	— 1,0	+ 5,6	2	C ₂ , C ₂
11	— 0,8	+ 0,8	+ 0,2	+ 1,1	4	C ₁ , C ₂ , C ₂ , H
12	— 0,5	— 1,1	+ 0,6	— 0,8	3	C ₂ , G ₂ , H
13	+ 0,8	+ 1,9	+ 1,8	+ 2,2	6	C ₁ , C ₂ , C ₂ , D ₂ , G ₂ , P ₂
14	— 1,0	+ 0,6	0,0	+ 1,0	4	C ₂ , D ₂ , G ₂ , H
15	+ 0,7	+ 1,3	+ 1,7	+ 1,7	3	B ₂ , C ₂ , C ₂
16	— 1,4	+ 1,6	— 0,4	+ 1,9	4	B ₂ , C ₂ , H, P ₂
17	— 0,7	— 1,7	+ 0,3	— 1,4	4	C ₂ , C ₂ , G ₂ , H
18	0,0	+ 0,9	+ 0,9	+ 1,2	5	C ₂ , C ₂ , H, K ₂ , P ₂
19	+ 0,2	+ 1,3	+ 1,1	+ 1,5	5	C ₂ , D ₂ , H, K ₂ , P ₂
20	+ 3,7	+ 0,3	+ 4,6	+ 0,5	4	C ₁ , C ₂ , H, P ₂
21	— 1,7	+ 2,2	— 0,8	+ 2,5	4	C ₁ , C ₂ , H, P ₂
22	— 0,2	— 3,6	+ 0,6	— 3,3	1	K ₂
23	— 1,1	+ 2,3	— 0,3	+ 2,6	4	C ₁ , C ₂ , D ₂ , P ₂
24	— 1,8	+ 2,1	— 0,9	+ 2,4	3	C ₁ , C ₂ , D ₂
25	+ 1,1	— 0,4	+ 1,9	— 0,2	1	C ₂
26	— 2,4	— 0,3	— 1,6	0,0	1	C ₂
27	— 2,3	+ 3,4	— 1,5	+ 3,7	1	C ₁
28	+ 2,5	— 1,4	+ 3,3	— 1,2	3	A, C ₂ , K ₂
29	+ 1,8	— 0,2	+ 2,6	0,0	2	C ₂ , G ₂
30	+ 2,1	— 0,7	+ 2,8	— 0,5	3	C ₂ , C ₂ , P ₂
31	— 2,1	+ 0,3	— 1,3	+ 0,5	5	A, C ₂ , D ₂ , H, P ₂

Années, mois et jours.	Éphémér. de H. Walker.		Éphéméride nouvelle.		Nomb. d'obs.	Autorités.
	AR.	Décl.	AR.	Décl.		
Sept. 1	— 4,3	+ 2,3	— 3,6	+ 2,5	3	C ₁ , D ₂ , P ₃
2	— 0,9	+ 1,3	— 0,1	+ 1,5	3	C ₁ , D ₂ , K ₁
3	+ 1,2	+ 1,9	+ 1,9	+ 2,0	2	C ₂ , D ₁
4	— 0,6	+ 1,7	+ 0,1	+ 1,9	3	B ₁ , C ₁ , D ₂
5	— 5,9	+ 3,8	— 5,2	+ 3,9	2	H, K ₁
6	— 1,2	+ 0,3	— 0,6	+ 0,4	3	A, H, K
7	— 0,2	— 3,1	+ 0,4	— 3,0	3	A, C, H
8	+ 0,8	+ 3,0	+ 1,4	+ 3,1	5	A, C ₁ , C ₂ , K ₁ , P ₂
9	+ 0,1	+ 2,7	+ 0,7	+ 2,8	4	C ₁ , H, K ₁ , P ₂
10	— 2,7	+ 1,0	— 2,1	+ 1,1	5	C ₂ , D ₂ , G ₃ , H, P ₂
11	— 2,8	+ 1,6	— 2,3	+ 1,7	3	C ₂ , K ₂ , P ₂
12	— 1,7	+ 2,7	— 1,2	+ 2,7	1	C ₂
13	— 5,2	— 1,6	— 4,7	— 1,6	3	C ₂ , D ₂ , K ₂
14	— 2,2	+ 1,2	— 1,7	+ 1,3	3	H, K ₂ , P ₂
15	+ 1,5	+ 1,9	+ 2,1	+ 1,9	3	A, C ₂ , P ₂
16	+ 0,1	+ 0,3	+ 0,6	+ 0,4	2	D ₂ , K ₁
17	+ 0,2	— 1,0	+ 0,8	— 1,0	2	C ₂ , G ₁
18	+ 0,4	+ 0,6	+ 0,9	+ 0,7	3	A, C ₂ , H
19	— 0,6	+ 1,9	— 0,1	+ 2,0	3	B ₂ , C ₂ , G ₁ , K ₁
20	— 0,6	— 0,5	— 0,1	— 0,5	3	A, D ₂ , H
21	— 3,6	— 2,8	— 3,1	— 2,8	1	G ₁
22	— 1,6	+ 2,6	— 1,2	+ 2,6	2	C ₂ , G ₁
23	— 1,9	+ 0,5	— 1,5	+ 0,5	2	B ₂ , G ₁
24	+ 0,1	+ 1,2	+ 0,5	+ 1,2	1	C ₂
25	+ 0,1	+ 1,1	+ 0,5	+ 1,1	1	P ₂
26	— 1,6	+ 1,1	— 1,1	+ 1,1	1	H
27	+ 0,4	— 0,1	+ 0,8	— 0,1	1	H
28	— 0,8	— 0,2	— 0,4	— 0,2	4	C ₂ , D ₂ , G ₁ , H
29	— 0,8	+ 1,3	— 0,4	+ 1,3	1	C ₂
30	— 3,2	+ 3,2	— 2,6	+ 3,2	2	C ₂ , G ₁
Oct. 1	— 0,4	+ 0,5	0,0	+ 0,5	2	G ₁ , K ₂
2	— 1,6	— 2,6	— 1,2	— 2,6	1	G ₁
3	— 2,6	+ 0,4	— 2,2	+ 0,4	3	C ₂ , G ₁ , H
4	+ 1,1	+ 3,0	+ 1,5	+ 3,0	1	H
5	— 1,7	— 0,2	— 1,3	— 0,2	1	C ₂
6	— 1,1	+ 1,7	— 0,8	+ 1,7	2	C ₂ , P ₂
7	+ 0,4	+ 0,2	+ 0,7	+ 0,2	2	C ₂ , K ₂
8	+ 1,6	+ 3,6	+ 1,9	+ 3,5	2	D ₂ , K ₂

Années, mois et jours.	Éphémér. de M. Walker.		Éphéméride nouvelle.		Nomb. d'obs.	Autorités.
	AR.	Décl.	AR.	Décl.		
Oct. 10	— 5,6	— 0,5	— 5,3	— 0,5	1	<i>C</i> ₂
11	— 1,4	— 0,6	— 1,1	— 0,7	1	<i>G</i> ₁
12	— 0,8	— 0,5	— 0,5	— 0,5	3	<i>C</i> ₂ , <i>G</i> ₁ , <i>H</i>
13	— 0,2	— 4,5	+ 0,1	— 4,5	1	<i>G</i> ₁
15	+ 0,5	+ 1,5	+ 0,7	+ 1,5	2	<i>C</i> ₂ , <i>C</i> ₁
16	0,0	+ 1,5	+ 0,3	+ 1,5	1	<i>C</i> ₂
17	+ 1,4	+ 1,4	+ 1,6	+ 1,4	1	<i>K</i> ₂
18	— 2,0	+ 0,5	— 1,8	+ 0,5	3	<i>C</i> ₂ , <i>D</i> ₂ , <i>K</i> ₂
19	— 2,6	+ 1,1	— 2,3	+ 1,0	2	<i>C</i> ₂ , <i>K</i> ₂
20	— 0,8	+ 0,1	— 0,5	0,0	2	<i>C</i> ₂ , <i>C</i> ₁
21	+ 5,0	+ 3,2	+ 5,2	+ 3,1	2	<i>D</i> ₂ , <i>P</i> ₂
22	+ 0,8	— 1,5	+ 1,1	— 1,5	4	<i>C</i> ₂ , <i>G</i> ₁ , <i>K</i> ₂ , <i>P</i> ₂
24	+ 0,9	+ 1,4	+ 1,2	+ 1,3	2	<i>C</i> ₂ , <i>H</i>
25	— 0,1	— 1,7	— 0,2	— 1,8	2	<i>C</i> ₂ , <i>H</i>
26	— 2,7	— 0,6	— 2,5	— 0,6	3	<i>C</i> ₂ , <i>G</i> ₁ , <i>H</i>
27	— 0,4	+ 2,4	— 0,2	+ 2,3	2	<i>D</i> ₂ , <i>K</i>
28	+ 0,8	— 0,3	+ 1,0	— 0,4	2	<i>C</i> ₂ , <i>D</i> ₂
30	+ 0,2	— 0,7	+ 0,4	— 0,8	1	<i>C</i> ₂
31	— 1,9	—	— 1,7	—	1	<i>C</i> ₂
Nov. 1	0,0	+ 1,0	+ 0,2	+ 0,9	2	<i>G</i> ₁ , <i>K</i> ₂
2	— 4,2	+ 0,2	— 3,9	+ 0,1	2	<i>A</i> , <i>D</i> ₂
3	— 0,8	+ 0,4	— 0,6	+ 0,2	4	<i>B</i> ₂ , <i>C</i> ₂ , <i>K</i> ₂ , <i>P</i> ₂
4	— 1,6	+ 2,0	— 1,4	+ 1,9	2	<i>C</i> ₂ , <i>P</i> ₂
5	— 0,5	+ 1,4	— 0,3	+ 1,3	2	<i>B</i> ₂ , <i>K</i> ₂
6	— 0,9	+ 1,8	— 0,7	+ 1,6	2	<i>B</i> ₂ , <i>K</i> ₂
7	+ 4,9	+ 1,3	+ 5,1	+ 1,2	1	<i>K</i> ₂
9	+ 2,7	— 1,4	+ 2,9	— 1,6	3	<i>D</i> ₂ , <i>G</i> ₁ , <i>K</i> ₂
10	— 0,4	+ 0,4	— 0,2	+ 0,3	2	<i>A</i> , <i>B</i> ₂
16	+ 0,9	+ 1,5	+ 1,1	+ 1,4	2	<i>C</i> ₂ , <i>C</i> ₁
17	— 0,9	+ 1,4	— 0,7	+ 1,3	3	<i>C</i> ₂ , <i>C</i> ₁ , <i>D</i> ₂
18	+ 2,8	— 0,6	+ 3,0	— 0,7	3	<i>A</i> , <i>C</i> ₂ , <i>H</i>
19	+ 0,8	+ 1,9	+ 1,0	+ 1,8	1	<i>D</i> ₂
20	— 0,2	— 0,8	— 0,1	— 0,8	1	<i>C</i> ₂
21	— 0,5	+ 2,0	— 0,3	+ 1,9	1	<i>H</i>
23	— 4,0	+ 4,1	— 3,8	+ 4,0	1	<i>C</i> ₂
24	+ 1,2	— 3,1	+ 1,4	— 3,2	3	<i>A</i> , <i>G</i> ₁ , <i>H</i>
26	— 0,2	+ 3,1	— 0,1	+ 3,0	1	<i>C</i> ₂
27	— 0,1	+ 0,8	+ 0,1	+ 0,7	2	<i>H</i> , <i>K</i> ₂

Années, mois et jours.	Éphémér. de M. Walker.		Éphéméride nouvelle.		Nomb. d'obs.	Autorités.
	AR.	Décl.	AR.	Décl.		
Nov. 28	— 0,6	+ 2,4	— 0,5	+ 2,3	2	H, K ₂
30	+ 3,8	— 8,1	+ 4,0	— 8,1	1	G ₁
Déc. 4	+ 0,9	— 0,6	+ 0,9	— 0,6	2	A, H
8	+ 0,1	— 0,4	+ 0,2	— 0,3	1	H
9	0,0	+ 1,0	+ 0,1	+ 1,0	1	K ₂
10	— 1,3	— 0,7	— 1,1	— 0,7	1	G ₁
12	— 0,1	0,0	+ 0,1	+ 0,1	3	A, H, K ₂
17	+ 0,1	— 1,1	+ 0,3	— 0,9	2	H, K ₂
19	+ 2,6	+ 1,2	+ 2,9	+ 1,3	1	K ₂
25	— 0,3	+ 1,1	+ 0,1	+ 1,2	1	K ₂
1848 Janv. 9	+ 2,0	+ 7,1	+ 2,6	+ 7,2	1	H
11	+ 1,0	+ 2,6	+ 1,6	+ 2,7	1	D ₂
16	— 9,2	+ 0,9	— 8,6	+ 1,0	1	H
Juill. 4	+ 0,9	— 6,5	+ 2,9	— 5,4	1	H
6	+ 2,2	— 9,2	+ 4,1	— 8,1	1	H
7	+ 0,8	— 3,4	+ 2,7	— 2,3	1	H
8	+ 2,7	+ 0,9	+ 4,6	+ 2,0	2	G ₁ , H
10	— 2,5	— 2,4	— 0,6	— 1,3	1	H
11	+ 0,2	— 2,3	+ 2,0	— 1,2	1	H
12	+ 0,5	+ 2,1	+ 2,3	+ 3,2	1	H
13	+ 2,3	0,0	+ 4,1	+ 1,1	1	G ₁
14	+ 2,8	+ 3,4	+ 4,6	+ 4,2	1	G ₁
15	+ 3,6	+ 0,9	+ 5,4	+ 1,9	1	G ₁
17	+ 2,5	+ 1,5	+ 4,1	+ 2,5	1	G ₁
22	— 1,0	— 1,3	+ 0,6	— 0,3	1	H
23	+ 1,1	+ 3,7	+ 2,7	+ 4,7	2	G ₁ , H
25	+ 1,2	+ 1,8	+ 2,7	+ 2,8	1	G ₁
26	+ 0,6	+ 2,6	+ 2,1	+ 3,6	1	G ₁
27	+ 0,7	— 1,7	+ 2,2	— 0,8	1	H
28	— 1,8	+ 2,3	— 0,3	+ 3,2	1	A
29	— 1,3	+ 1,7	+ 0,2	+ 2,6	2	A, H
30	+ 0,2	+ 0,2	+ 1,7	+ 1,1	1	H
Août 2	+ 2,9	+ 0,2	+ 4,2	+ 1,2	1	G ₁
7	— 2,6	— 1,3	— 1,2	— 0,4	2	A, H
9	— 2,0	+ 1,1	— 0,8	+ 1,8	2	A, H

13*

Années, mois et jours.	Éphémér. de M. Walker.		Éphéméride nouvelle.		Nomb. d'obs.	Autorités.
	AR.	Décl.	AR.	Décl.		
Août 11	— 3,0	— 2,6	— 1,9	— 1,8	1	H
12	— 1,6	— 0,2	— 0,5	+ 0,6	1	K ₂
13	+ 1,2	+ 1,2	+ 2,3	+ 2,0	2	H, K ₂
16	— 0,3	0,0	+ 0,7	+ 0,7	1	K ₂
18	— 0,9	—	+ 0,1	—	1	H
22	— 4,0	— 2,8	— 3,1	— 2,1	1	H
23	— 2,5	— 0,3	— 1,7	+ 0,4	2	K ₂ , P ₁
24	— 2,0	+ 0,7	— 1,2	+ 1,4	1	P ₁
25	— 0,3	+ 0,2	+ 0,6	+ 0,9	2	A, H
26	— 0,6	+ 1,0	+ 0,2	+ 1,7	1	P ₁
27	— 3,3	+ 3,4	— 2,6	+ 4,0	1	P ₁
28	— 2,2	+ 1,8	— 1,4	+ 2,5	4	A, G ₂ , H, P ₁
29	— 4,9	— 0,4	— 4,1	+ 0,2	1	P ₁
30	— 0,4	+ 1,2	+ 0,3	+ 1,8	6	A, G ₂ , H, K ₁ , K ₂ , P ₁
31	— 2,1	— 0,8	— 1,4	— 0,2	1	P ₁
Sept. 3	— 0,2	+ 0,1	+ 0,4	+ 0,7	1	P ₁
4	— 0,2	+ 1,1	+ 0,4	+ 1,7	4	A, G ₂ , H, P ₁
6	— 1,7	+ 2,6	— 1,1	+ 3,2	3	G ₂ , P ₁ , P ₂
7	— 0,1	— 1,1	+ 0,4	— 0,6	4	G ₂ , H, K ₂ , P ₁
8	— 1,2	— 1,2	— 0,7	— 0,6	2	K ₂ , P ₁
9	— 2,0	— 3,7	— 1,5	— 3,2	1	H
12	— 1,1	+ 0,6	— 0,7	+ 1,1	2	H, P ₁
13	— 0,1	— 2,2	+ 0,3	— 1,8	1	K ₂
14	+ 0,3	— 1,8	+ 0,7	— 1,4	2	H, P ₃
15	— 1,0	— 0,8	— 0,7	— 0,4	3	H, K ₁ , P ₁
16	— 0,2	— 0,8	+ 0,1	— 0,4	1	P ₃
17	+ 0,8	+ 1,0	+ 1,1	+ 1,4	4	G ₂ , K ₁ , K ₂ , P ₂
18	+ 3,1	— 0,1	+ 3,3	+ 0,2	2	C ₂ , K ₁
19	+ 5,2	+ 1,7	+ 5,3	+ 2,0	1	G ₁
20	— 1,9	— 0,3	— 1,8	0,0	3	A, C ₁ , H
21	— 1,4	+ 1,6	— 1,3	+ 1,9	3	A, H, K ₁
22	+ 3,6	+ 2,1	+ 3,6	+ 2,4	4	C ₃ , G ₂ , K ₁ , K ₂
23	— 1,2	+ 0,2	— 1,2	+ 0,5	4	A, G ₂ , H, K ₁
24	— 1,1	+ 1,8	— 1,1	+ 2,1	4	C ₃ , G ₂ , H, P ₃
25	+ 1,2	— 4,1	+ 1,2	— 4,4	2	P ₃ , K ₁
28	+ 1,6	+ 4,8	+ 1,4	+ 5,0	2	K ₁ , P ₃
29	+ 3,1	— 6,0	+ 2,9	— 5,8	1	G ₂
30	— 2,5	— 1,3	— 2,7	+ 1,5	3	H, P ₃ , K ₁

Années, mois, et jours.	Éphémér. de M. Walker.		Éphéméride nouvelle.		Nomb. d'obs.	Autorités.
	A.R.	Décl.	A.R.	Décl.		
Oct.	1	— 0,1	0,0	— 0,3	+ 0,2	4 A, G, H, P,
	2	— 0,3	+ 1,9	— 0,5	+ 2,0	3 H, P, K ₁
	3	+ 0,2	— 2,1	— 0,1	— 2,0	1 K ₂
	6	— 1,5	— 2,3	— 2,0	— 2,3	1 K ₂
	7	— 1,7	+ 0,2	— 2,2	+ 0,2	2 C, H
	10	— 1,3	— 1,5	— 1,8	— 1,5	2 A, H
	25	— 2,0	— 0,9	— 2,5	— 0,1	1 H
	26	0,0	— 1,6	— 0,5	— 1,5	3 A, C, H
	30	— 0,4	+ 0,1	— 0,9	+ 0,2	3 C, G, K,
	Nov.	5	— 2,0	—	— 2,5	—
8		+ 0,7	— 0,5	+ 0,2	— 0,4	1 H
9		— 1,5	+ 3,0	— 2,0	+ 3,2	2 A, C, H, P,
10		— 0,2	— 1,2	— 0,7	— 1,0	3 C, H, P,
11		— 0,6	— 2,8	— 1,1	— 2,6	1 H
13		— 4,4	— 1,0	— 4,8	— 0,8	1 C,
14		— 2,4	—	— 2,8	—	1 C,
15		— 6,3	+ 5,4	— 6,7	+ 5,5	1 C,
18		— 4,1	+ 1,0	— 4,5	+ 1,2	1 C,
19		— 1,7	+ 1,6	— 2,1	+ 1,7	2 A, C,
20		— 3,4	— 0,7	— 3,7	— 0,5	2 G, P,
21		+ 0,9	+ 4,7	+ 0,6	+ 4,9	1 C,
22		+ 1,6	+ 0,4	+ 1,3	+ 0,6	2 G, P,
23		+ 0,6	— 0,3	+ 0,3	— 0,1	2 G, K,
24		+ 1,3	— 0,7	+ 0,9	— 0,5	1 K,
25	+ 2,6	+ 4,3	+ 2,3	+ 4,5	1 C,	
Déc.	5	0,0	0,0	— 0,2	+ 0,3	1 K,
	19	+ 1,9	— 5,1	+ 1,9	— 4,9	1 C,
	20	+ 1,8	— 1,9	+ 1,9	— 1,6	1 C,
1849 Juill.	25	— 0,3	+ 5,2	+ 1,8	+ 6,7	1 H
	28	— 0,8	+ 1,5	+ 1,1	+ 2,9	1 H
	30	— 4,9	+ 4,3	— 3,0	+ 5,8	1 H
	31	— 5,8	— 0,9	— 3,9	+ 0,5	1 H
Août	1	— 4,0	+ 4,8	— 2,2	+ 6,3	1 H
	8	+ 1,3	+ 5,1	+ 2,9	+ 6,5	1 H
	11	— 7,0	+ 5,4	— 5,5	+ 6,8	1 M,
	14	— 0,8	+ 0,6	+ 0,6	+ 1,9	1 H
	16	— 7,1	+ 5,0	— 5,8	+ 6,3	1 M,
	20	— 1,9	+ 4,3	— 0,8	+ 5,6	1 M,
	25	+ 2,1	+ 4,3	+ 3,0	+ 5,5	1 H

Années, mois et jours.	Éphémér. de M. Walker.		Éphéméride nouvelle.		Nomb. d'obs.	Autorités.
	AR.	Décl.	AR.	Décl.		
Août 30	- 0,7	+ 6,1	+ 0,1	+ 7,2	2	C_6, H
31	- 1,7	- 0,1	- 0,9	+ 1,0	1	C_6
Sept. 2	+ 0,2	+ 2,6	+ 0,9	+ 3,7	1	C_6
3	- 3,8	+ 2,8	- 3,1	+ 3,9	1	C_6
4	+ 0,6	- 0,7	+ 1,2	+ 0,4	2	C_6, H
5	- 1,9	- 0,6	- 1,3	+ 0,5	3	C_6, H, P_2
7	+ 1,9	- 0,7	+ 2,5	+ 0,3	2	C_6, H
8	+ 4,4	+ 1,0	+ 4,9	+ 2,0	1	C_6
9	- 3,6	+ 0,5	- 3,1	+ 1,5	2	H, M_2
10	+ 0,9	+ 0,6	+ 1,4	+ 1,5	2	C, P_2
12	- 5,8	- 13,5	- 5,4	- 12,5	1	P_3
13	- 2,8	- 0,3	- 2,4	+ 0,7	1	H
15	- 1,9	- 2,3	- 1,5	- 1,3	1	H
17	- 2,7	+ 2,7	- 2,3	+ 3,6	1	P_3
19	- 5,0	+ 1,3	- 4,7	+ 2,2	1	P_3
20	- 2,6	+ 2,8	- 2,3	+ 3,8	1	P_3
24	- 1,7	- 1,7	- 1,6	- 0,8	1	H
25	+ 1,6	+ 1,4	+ 1,7	+ 2,3	1	H
26	- 1,5	+ 2,2	- 1,4	+ 3,1	1	H
27	- 2,9	+ 0,8	- 2,8	+ 1,7	1	H
Oct. 1	+ 1,4	+ 2,2	+ 1,3	+ 3,1	1	H
5	+ 0,5	- 1,6	+ 0,4	- 0,7	1	H
6	- 2,0	- 0,9	- 2,2	0,0	1	H
13	- 0,3	+ 0,2	- 0,7	+ 1,0	3	A, H, M_2
14	0,0	+ 0,4	- 0,5	+ 1,2	1	H
15	- 2,1	- 2,2	- 2,6	- 1,4	2	A, H
16	- 3,1	- 0,3	- 3,4	+ 0,5	2	A, H
22	- 0,1	- 5,4	- 0,6	- 4,6	2	H, M_2
27	0,0	+ 0,1	- 0,6	+ 0,9	1	A
28	- 1,5	- 0,1	- 2,1	+ 0,6	1	L
29	+ 0,2	- 0,4	- 0,4	+ 0,4	2	H, M_2
30	- 0,2	+ 0,4	+ 0,4	+ 1,1	3	H, M_2, M_3
Nov. 2	- 0,8	- 1,3	- 1,1	- 0,5	4	A, H, M_2, M_3
3	- 1,4	+ 0,1	- 2,0	+ 0,9	1	L
6	+ 0,6	- 0,7	0,0	0,0	1	M_2
11	- 0,1	+ 1,3	- 0,6	+ 2,1	1	P_3

Années, mois et jours.	Éphémér. de M. Walker.		Éphéméride nouvelle.		Nomb. d'Obs.	Autorités.
	AR.	Décl.	AR.	Décl.		
Nov. 12	— 0,9	+ 0,3	— 1,4	+ 1,1	3	A, H, L
13	— 1,8	+ 2,2	— 2,3	+ 3,0	2	L, M ₃
14	+ 0,1	— 0,8	— 0,4	— 0,0	2	A, H
15	— 0,7	+ 0,2	— 1,2	+ 1,0	1	L
16	— 2,7	+ 0,4	— 3,2	+ 1,2	1	L
18	+ 1,5	— 1,3	+ 1,0	— 0,5	3	H, M ₂ , P ₃
19	— 0,8	— 0,4	— 1,3	+ 0,5	2	A, M ₂
20	+ 0,1	+ 0,5	— 0,4	+ 1,4	2	A, H
21	— 1,0	— 2,0	— 1,5	— 1,1	2	A, H
24	— 1,4	+ 0,5	— 1,9	+ 1,3	2	L, P ₃
26	+ 2,1	— 2,1	+ 1,5	— 1,3	2	H, L
27	— 0,7	— 0,9	— 1,1	0,0	1	L
28	+ 0,3	0,0	0,0	+ 0,9	2	H, L
29	— 15,3	+ 1,0	— 15,7	+ 1,9	1 ^{*)}	H
30	— 0,4	— 0,9	— 0,9	0,0	2	H, L
Déc. 4	+ 1,1	+ 0,7	+ 0,7	+ 1,6	1	M ₃
6	—	+ 3,3	—	+ 4,2	1	H
11	+ 51,3	+ 80,0	+ 51,0	+ 80,9	1 ^{*)}	H
13	— 1,2	+ 1,5	— 1,5	+ 1,4	1	H
1850 Août 3	— 4,3	— 2,1	— 2,3	0,0	1	L
5	0,0	— 0,8	+ 2,0	+ 1,3	1	L
6	— 2,8	— 0,7	— 0,8	— 1,4	1	L
21	— 4,5	— 1,1	— 2,8	+ 0,8	1	L
24	— 3,3	— 1,6	— 1,7	+ 0,3	1	L
26	— 4,9	+ 0,3	— 3,3	+ 2,1	1	L
Sept. 4	— 3,3	— 0,4	— 1,9	+ 1,5	1	L
5	— 2,5	— 1,8	— 1,1	0,0	1	L
7	+ 1,8	— 4,1	+ 3,1	— 2,3	1	P ₃
10	— 0,7	— 2,5	+ 0,5	— 0,7	1	P ₃
11	+ 0,3	— 3,1	+ 1,4	— 1,3	2	D ₂ , P ₃
12	— 0,5	— 1,5	+ 1,7	+ 0,3	1	D ₂
13	— 0,5	— 2,6	+ 0,7	— 0,8	1	P ₃
14	— 1,8	— 3,0	— 0,7	— 1,3	1	P ₃
17	— 1,7	— 1,9	— 0,6	— 0,2	1	P ₃
24	— 2,4	— 2,2	— 1,5	— 0,5	1	D ₂
28	+ 3,2	— 1,2	+ 3,9	+ 0,4	1	D ₂

Années, mois et jours.	Éphémér. de M. Walker.		Éphéméride nouvelle.		Nomb. d'obs.	Autorités.
	AR.	Décl.	AR.	Décl.		
Oct. 9	— 0,6	— 0,3	0,0	+ 1,4	1	D ₂
1851 Août 11	— 9,2	— 0,8	— 3,0	+ 3,0	1	A
15	— 6,3	— 4,5	— 0,2	— 0,7	1	A
21	— 3,7	— 6,8	+ 2,1	— 3,0	1	C, M ₂
25	— 6,1	— 4,0	— 0,4	— 0,2	1	M ₂
26	— 6,0	— 5,7	— 0,4	— 1,9	1	M ₂
27	— 7,7	— 7,0	— 2,2	— 3,2	1	R
29	— 7,7	0,0	— 2,2	+ 3,8	1	M ₂
30	— 5,5	— 5,2	0,0	— 1,4	2	M ₂ , R
31	— 8,4	— 3,0	— 2,9	+ 0,8	1	M ₂
Sept. 1	— 2,2	— 10,3	+ 3,2	— 6,6	1	R
2	— 6,8	— 6,5	— 1,5	— 2,7	1	M ₂
4	— 9,1	— 2,4	— 3,9	+ 1,4	1	M ₂
6	— 4,4	— 3,6	+ 0,7	+ 0,2	2	C, M ₂
12	— 8,7	— 3,4	— 1,8	+ 0,3	1	M ₂
15	— 6,7	— 2,8	— 1,0	+ 0,9	2	A, M ₂
16	— 7,3	— 2,0	— 2,7	+ 1,7	1	M ₂
17	+ 0,4	— 3,4	+ 4,2	+ 0,3	1	C, M ₂
18	— 7,3	— 2,0	— 2,7	+ 1,7	2	A, M ₂
20	— 5,6	— 6,7	— 1,1	— 3,1	1	M ₂
21	— 6,3	— 2,7	— 1,9	+ 1,0	1	M ₂
23	— 4,0	— 3,7	+ 0,3	0,0	1	M ₂
26	— 1,7	— 3,5	+ 2,4	+ 0,1	2	C, V ₂
27	— 4,8	— 5,4	— 0,7	— 1,8	1	V ₂
29	— 8,6	— 0,5	— 4,5	+ 3,0	1	V ₂
Oct. 1	— 3,8	— 7,5	+ 0,1	— 4,0	1	C, V ₂
5	— 5,8	— 5,2	— 2,1	— 1,9	1	C, V ₂
7	— 1,1	— 1,9	+ 2,4	+ 1,3	1	C, V ₂
11	+ 0,1	— 5,7	+ 3,7	— 2,6	1	C, V ₂
12	+ 2,1	— 5,8	+ 5,3	— 2,6	1	C, V ₂
14	— 1,1	— 7,1	+ 2,0	— 4,0	1	C, V ₂
15	+ 0,8	— 4,0	+ 3,8	— 1,0	2	C, V ₂
21	— 2,0	— 3,2	+ 0,6	— 0,3	2	C, V ₂
22	— 2,0	— 2,7	+ 0,6	+ 0,1	2	C, V ₂
23	— 2,3	— 3,0	+ 0,2	— 0,2	2	C, V ₂
24	— 2,5	— 3,8	— 0,1	— 1,0	2	C, V ₂

Années, mois et jours.	Éphémér. de M. Walker.		Éphéméride nouvelle.		Nomb. d'obj.	Autorités.
	A.R.	Décl.	A.R.	Décl.		
Oct. 26	— 0,8	— 2,3	+ 1,4	+ 0,5	1	C_7
28	— 1,1	— 4,5	+ 3,2	— 1,9	2	C_7, V_2
29	— 1,0	— 3,0	+ 1,1	— 0,4	3	C_6, C_7, V_2
Nov. 2	+ 3,0	+ 0,7	+ 4,9	+ 3,2	1	C_6
3	+ 3,4	—	+ 5,2	—	1	C_6
7	+ 1,5	— 2,0	+ 2,9	+ 0,4	3	C_6, C_7, V_2
12	+ 1,7	— 3,8	+ 3,1	— 1,5	1	C_6
20	+ 3,5	+ 0,8	+ 4,1	+ 2,8	1	C_7
21	+ 4,0	— 3,5	+ 4,5	— 1,5	1	C_7
Déc. 2	+ 2,9	+ 7,3	+ 2,7	+ 8,7	1	C_6
24	+ 1,2	—	— 0,5	—	1	C_6
25	+ 4,9	+ 3,0	+ 3,1	+ 4,0	1	C_6
28	— 1,7	—	— 3,5	—	1	C_6
1852 Août 3	— 4,1	— 3,4	+ 1,0	+ 0,6	1	D_2
4	— 7,7	— 1,8	— 2,5	+ 2,2	1	D_2
5	— 5,9	— 3,5	— 0,7	+ 0,5	1	D_2
7	— 5,2	— 3,8	0,0	+ 0,2	1	D_2
9	— 4,8	— 4,0	+ 0,4	0,0	1	D_2
10	— 6,8	— 4,6	— 1,6	— 0,6	1	D_2
12	— 4,2	— 1,9	+ 1,0	+ 2,1	1	D_2
13	— 4,1	— 1,0	+ 1,0	+ 3,0	1	D_2
16	— 7,6	— 3,2	— 2,6	+ 0,8	1	A
19	— 6,3	— 5,3	— 1,3	— 1,3	1	A
20	— 6,0	— 2,0	— 0,9	+ 1,0	1	C_6
21	— 7,8	— 3,6	— 2,7	+ 0,3	1	A
22	— 6,6	— 1,6	— 1,5	+ 2,3	1	A
23	— 5,9	— 4,2	— 0,8	— 0,2	1	A
25	— 3,2	— 1,7	+ 1,0	+ 2,1	1	P_1
26	— 6,7	— 2,4	— 1,5	+ 1,4	2	D_2, P_1
27	— 5,4	— 3,2	— 0,2	+ 0,6	3	A, C_6, P_1
28	— 8,4	— 3,8	— 3,2	0,0	2	C_7, P_1
29	— 9,5	— 2,7	— 3,8	+ 1,1	1	C_7
30	— 3,5	— 5,1	+ 1,7	— 1,4	1	C_7
Sept. 1	— 11,0	— 4,4	— 5,9	— 0,7	1	P_1
2	— 5,5	— 3,2	— 0,3	+ 0,4	1	C_6

Années, mois et jours.	Éphémér. de M. Walkér.		Éphéméride nouvelle.		Nomb. d'obs.	Autorités.
	AR.	Décl.	AR.	Décl.		
Sept.	4	— 4,0	— 3,0	+ 1,1	+ 0,6	2 C ₂ , C ₇
	5	— 3,2	— 4,1	+ 1,9	— 0,5	2 A, C ₂ , C ₇
	6	— 4,1	— 4,3	+ 1,0	— 0,7	2 A, C ₂ , C ₇
	7	— 7,1	— 2,4	— 2,0	+ 1,2	2 A, C ₂ , C ₇
	8	— 4,6	— 1,8	+ 0,5	+ 1,7	3 A, C ₂ , C ₇
	9	— 4,3	— 4,3	+ 0,7	— 0,8	1 C ₂ , C ₇
	10	— 6,7	— 4,7	— 1,6	— 1,2	1 C ₂ , C ₇
	12	— 5,4	+ 0,2	— 0,4	+ 3,5	1 C ₂ , C ₇
	13	— 3,4	— 3,7	+ 1,6	— 0,3	1 P ₁ , C ₇
	15	— 4,0	— 2,4	+ 1,1	+ 0,9	2 C ₂ , C ₇
	16	— 4,8	— 5,2	+ 0,2	— 1,9	1 C ₂ , C ₇
	17	— 5,1	+ 0,5	— 0,1	+ 3,8	1 C ₂ , C ₇
	19	— 8,3	— 3,6	— 3,3	— 0,2	1 C ₂ , C ₇
	20	— 6,2	— 5,2	— 1,2	— 1,9	1 C ₂ , C ₇
23	— 6,1	— 3,1	— 1,1	+ 0,3	1 C ₂ , C ₇	
27	— 4,8	— 2,1	+ 0,1	+ 1,4	1 C ₂ , C ₇	
Oct.	4	— 2,9	— 1,3	+ 1,6	+ 2,4	1 C ₂ , C ₇
	7	— 6,1	— 5,4	— 1,8	— 1,6	1 D ₂ , C ₇
	8	+ 1,4	— 3,1	+ 5,7	+ 0,7	1 C ₂ , C ₇
	14	+ 2,4	— 3,4	+ 6,5	+ 0,4	1 C ₂ , C ₇
	15	— 0,6	— 4,6	+ 3,5	— 0,6	1 C ₂ , C ₇
	17	+ 4,2	+ 0,4	+ 8,2	+ 4,3	1 C ₂ , C ₇
	20	— 1,0	— 4,9	+ 2,9	— 1,0	1 C ₂ , C ₇
	21	— 1,1	— 3,9	+ 2,6	0,0	1 C ₂ , C ₇
	22	— 0,9	— 1,1	+ 2,8	+ 2,8	1 C ₂ , C ₇
	23	— 2,5	— 2,7	+ 1,2	+ 1,1	1 C ₂ , C ₇
Nov.	2	— 4,0	— 2,7	— 1,0	+ 0,9	1 C ₂ , C ₇
	4	— 2,9	— 2,8	+ 0,1	+ 0,7	1 C ₂ , C ₇
	7	— 2,0	— 1,4	+ 0,8	+ 2,0	1 C ₂ , C ₇
	11	+ 2,0	+ 0,4	+ 4,6	+ 3,8	2 C ₂ , C ₇
	13	+ 1,0	— 4,0	+ 3,4	— 0,7	1 C ₂ , C ₇
	15	+ 3,6	— 6,6	+ 5,9	— 3,5	1 C ₂ , C ₇
	16	— 0,7	— 6,2	+ 1,5	— 3,1	1 C ₂ , C ₇
	17	+ 0,1	— 3,1	+ 2,2	0,0	2 C ₂ , C ₇
	18	+ 3,8	— 2,1	+ 5,9	+ 1,0	1 C ₂ , C ₇
	19	+ 2,6	— 3,8	+ 4,6	— 0,7	1 C ₂ , C ₇
	26	+ 0,3	— 6,7	+ 1,8	— 3,8	1 C ₂ , C ₇
27	+ 8,7	— 6,3	+ 10,1	— 3,6	1 C ₂ , C ₇	

Années, mois et jours.	Éphémér. de M. Walker.		Éphéméride nouvelle.		Nomb. d'obs.	Autorités.
	AR.	Décl.	AR.	Décl.		
Déc.	1	— 2,7	— 2,6	— 1,6	+ 0,1	1 C ₁
	3	+ 4,0	— 9,1	+ 5,0	— 6,5	1 C ₁
	7	+ 1,5	— 5,4	+ 2,1	— 2,9	1 C ₁
	9	+ 4,8	— 10,7	+ 5,3	— 8,3	1 C ₁
	10	— 0,1	+ 0,7	+ 0,4	+ 3,1	1 C ₁
	12	+ 1,7	— 0,2	+ 2,0	+ 2,1	1 H
	18	+ 2,8	— 5,6	+ 2,6	— 3,4	1 H
1853 Août	22	+ 3,1	— 7,1	+ 6,1	— 4,1	1 C ₁
	23	— 4,1	— 6,2	— 1,1	— 3,1	1 C ₁
	28	— 2,8	— 5,2	+ 0,4	— 2,1	1 K ₁
	30	— 4,1	— 3,9	— 0,9	— 0,6	1 K ₁
Sept.	7	— 5,1	— 6,1	— 1,9	— 2,4	1 K ₁
	9	— 2,9	— 6,1	+ 0,4	— 2,4	1 C ₁
	11	— 0,9	— 4,7	+ 2,4	— 0,9	1 C ₁
	13	— 5,3	— 5,3	— 2,0	— 1,5	1 C ₁
	15	— 5,5	— 6,0	— 2,2	— 2,2	1 C ₁
	17	— 2,6	— 6,0	+ 0,8	— 2,2	1 C ₁
	20	— 6,1	— 6,0	— 2,6	— 2,2	1 C ₁
	23	— 4,7	— 5,3	— 1,2	— 1,4	2 C ₁ , K ₁
	24	— 3,1	— 6,5	+ 0,4	— 2,6	1 K ₁
	25	— 1,4	— 8,2	+ 2,1	— 4,3	1 C ₁
27	— 3,8	— 5,2	— 0,3	— 1,3	1 K ₁	
28	— 3,8	— 7,0	— 0,3	— 3,1	2 K ₁	
Oct.	2	— 2,7	— 7,1	+ 0,9	— 3,2	1 K ₁
	4	— 4,8	— 5,2	— 1,2	— 1,3	1 C ₁
	5	— 2,7	— 5,1	+ 0,9	— 1,2	1 C ₁
	7	— 5,5	— 5,1	— 1,9	— 1,2	2 C ₁ , V ₁
	11	— 3,2	— 2,5	+ 0,5	+ 1,4	1 V ₁
	12	— 5,7	— 4,6	— 2,0	— 0,7	2 C ₁ , V ₁
	18	+ 0,9	— 5,9	+ 4,7	— 2,0	1 K ₁
	19	— 2,0	— 5,3	+ 1,8	— 1,4	3 K ₁ , C ₁ , V ₁
	21	— 9,9	— 1,2	— 6,1	+ 2,7	1 C ₁
	22	— 2,8	— 2,6	+ 1,0	+ 1,3	1 C ₁
	23	— 4,9	— 2,5	— 1,1	+ 1,4	1 C ₁
	24	— 4,1	— 2,9	— 0,3	+ 1,0	1 V ₁
25	— 5,9	— 1,4	— 2,0	+ 2,5	2 C ₁ , V ₁	

Années, mois et jours.	Éphémér. de M. Walker.		Éphéméride nouvelle.		Nomb. d'obs.	Autorités.
	AR.	Décl.	AR.	Décl.		
Oct. 26	— 3,1	— 2,1	+ 0,8	+ 1,8	2	C, V.
27	— 2,8	+ 0,3	— 1,1	+ 4,2	1	
Nov. 2	— 3,2	— 3,7	+ 0,8	+ 0,2	1	C,
11	— 1,7	— 3,7	+ 2,3	+ 0,2	1	C,
12	— 1,1	— 4,0	+ 3,0	— 0,1	1	C,
14	— 0,4	— 1,8	+ 3,7	+ 2,1	1	C,
21	— 5,7	— 8,6	— 1,5	— 4,7	1	K,
Déc. 2	— 1,5	— 5,4	+ 2,9	— 1,6	1	C,
3	— 3,0	— 3,7	+ 1,4	+ 0,1	1	C,
4	— 4,5	— 4,0	— 0,1	— 0,2	1	C,
11	— 5,1	— 4,7	— 0,6	— 0,9	1	C,
12	— 4,7	— 4,7	— 0,2	— 0,9	1	C,
13	— 2,2	— 5,2	+ 2,3	— 1,4	1	C,
15	— 3,9	— 6,8	+ 0,6	— 3,0	1	C,

D'après cette table nous avons formé une autre qui donne pour chaque mois les différences moyennes entre l'observation et l'éphéméride.

OBSERVATION — CALCUL.

Années et mois.	Éphém. de M. Walker.		Éphéméride nouvelle.		Nomb. d'obs.
	AR.	Décl.	AR.	Décl.	
1795 Mai	+ 0,20	+ 0,55	— 0,50	— 2,05	2
1846 Août	— 0,25	+ 0,20	— 0,60	— 0,10	2
Sept.	— 1,66	+ 0,20	— 1,45	+ 0,10	19
Oct.	— 0,08	+ 0,06	+ 0,42	— 0,04	118
Nov.	+ 0,39	+ 0,52	+ 0,99	+ 0,45	134
Déc.	+ 0,72	+ 0,21	+ 1,24	+ 0,17	57
1847 Janv.	+ 2,79	+ 1,68	+ 3,22	+ 1,84	19
Juin	— 1,30	+ 2,20	— 0,16	+ 1,81	8
Juill.	— 1,11	— 0,25	+ 0,12	+ 0,04	10
Août	— 0,24	+ 0,17	+ 0,82	+ 0,43	88

Années et mois.	Éphém. de M. Walker.		Éphéméride nouvelle.		Nomb d'obs.
	AR.	Décl.	AR.	Décl.	
1847 Sept.	-1,23	+1,00	-0,71	+1,00	75
Oct.	-0,47	+0,33	-0,21	+0,29	48
Nov.	+0,10	+0,56	+0,30	+0,45	40
Déc.	+0,25	+0,06	+0,44	+0,14	12
1848 Janv.	-2,07	+3,53	-1,47	+3,63	3
Juill.	+0,83	-0,30	+2,53	+0,66	22
Août	-1,59	+0,14	-0,64	+0,86	31
Sept.	+0,13	-0,15	+0,35	+0,19	57
Oct.	-0,78	-0,70	-1,20	-0,97	20
Nov.	-1,18	+0,94	-1,58	+1,12	22
Déc.	+1,23	-2,33	+1,20	-2,07	3
1849 Juill.	-2,95	+2,53	-1,00	+3,97	4
Août	-2,20	+4,40	-0,98	+5,21	10
Sept.	-1,48	-0,06	-1,07	+0,93	26
Oct.	-0,60	-0,63	-0,88	-0,08	20
Nov.	-0,44	-0,27	-0,92	+0,55	35
Déc.	-0,05	+1,10	-0,40	+1,50	2
1850 Août	-3,30	-1,00	-1,48	+0,52	6
Sept.	-0,74	-2,21	+0,50	-0,45	12
1851 Août	-6,73	-4,11	-1,02	-0,31	10
Sept.	-5,54	-3,93	-0,73	-0,25	19
Oct.	-1,46	-4,26	+1,61	-1,21	23
Nov.	+2,85	-1,56	+3,12	+0,68	8
1852 Août	-5,99	-3,17	-0,86	+0,74	24
Sept.	-5,04	-3,43	-0,42	+0,23	25
Oct.	-0,66	-3,00	+3,32	+0,85	10
Nov.	+0,35	-3,80	+2,71	-0,58	14
Déc.	+1,71	-4,70	+2,26	+2,26	7
1853 Août	-3,67	-5,10	-0,20	-1,93	4
Sept.	-3,77	-6,02	-0,37	-2,21	14
Oct.	-4,01	-3,55	-0,33	+0,29	21
Nov.	-2,42	-4,36	+1,66	-0,46	5
Déc.	-3,56	-4,93	+0,90	-1,13	7

Si l'on compare cette table avec celle qui donne les différences entre l'observation et le calcul pour les longitudes héliocentriques de Neptune (page 182 et suiv.) on sera surpris de trouver que les longitudes héliocentriques calculées surpassent en exactitude les lieux géocentriques. En effet il est aisé de voir une certaine permanence des signes des erreurs en déclinaison de l'éphéméride calculée à l'aide des nouveaux éléments. Cette permanence dérive de celle des signes des erreurs en latitude héliocentrique; d'où il suit que l'inclinaison et la longitude du noeud calculées par l'ensemble de toutes les observations anciennes et modernes ne jouissent pas d'une grande exactitude. Si l'on rejette les deux observations de Lalande, on trouvera d'autres valeurs des variations de l'inclinaison et de la longitude du noeud, — valeurs qui donneront — $6''$ à-peu-près pour la correction de la latitude héliocentrique calculée par les observations de Lalande. Pourrait-on soupçonner une telle erreur de la latitude dans l'observation ancienne? à l'époque actuelle il est difficile de faire quelque supposition assez juste et je me borne seulement à remarquer qu'en présumant les deux déclinaisons observées par Lalande être entachées d'une erreur de cinq à six secondes, on trouverait l'accord plus parfait pour toutes les observations modernes entre les excès des observations sur le calcul. Cependant le doute qui concerne la valeur exacte de l'inclinaison de l'orbite de Neptune et de la longitude du noeud ascendant sera levé par les observations prochaines de quelques années; mais à-présent les deux déclinaisons de Lalande entrent avec un poids trop grand dans la recherche des variations des deux éléments en question, pour que l'on soit autorisé à admettre une conclusion plus précise.

T A B L E S

DU MOUVEMENT

DE LA PLANÈTE NEPTUNE.

(ADDITION.)

CONSTRUCTION DES TABLES

DU

MOUVEMENT DE LA PLANÈTE NEPTUNE.

Les tables du mouvement de Neptune contenues dans cette Addition ont été construites à l'aide des valeurs suivantes des éléments de cette planète:

Mouvement moyen	$n = 7873.993$
Distance moyenne	$a = 30.03386$
Excentricité	$e = 0,00917396$
Époque	$\varepsilon = 334^{\circ}36'29''.78$
Longitude du périhélie	$\pi = 50\ 16\ 39,08$
Longitude du noeud	$\omega = 130\ 7\ 45,30$
Inclinaison	$i = 1^{\circ}47' 0,89.$

Pour les variations annuelles de ces éléments on a adopté les nombres comme il suit:

$$\begin{aligned}\delta e &= + 0,0115 \sin 1'' \\ \delta \pi &= + 0,778 \\ \delta \omega &= - 10,621 \\ \delta i &= - 0,346\end{aligned}$$

Les éléments précédents se rapportent à l'équinoxe moyen du 1^{er} Janvier 1850 à midi moyen de Greenwich; les variations annuelles de la longitude du noeud et de l'inclinaison sont comptées par

rapport à l'écliptique vraie, le mouvement moyen répond à une année julienne ou à 365,25 jours moyens.

Pour la précession générale à partir du 1^{er} Janvier on a pris la quantité

$$\psi' = 50,2357 t + 0,00012215 t$$

t étant le nombre d'années juliennes écoulées depuis le 1^{er} Janvier 1850.

Le mouvement héliocentrique de Neptune étant fort lent, il est aisé de voir que si l'on fait abstraction de la nutation, il suffira de calculer les valeurs de l'équation du centre et du rayon-vecteur par des intervalles assez grands, par exemple de cent-vingt jours. Soit τ le temps écoulé depuis le 1^{er} Janvier 1850 exprimé en unités de cet intervalle, on aura pour la longitude vraie de Neptune comptée sur son orbite à partir de l'équinoxe moyen, et pour le rayon-vecteur les valeurs suivantes:

$$\begin{aligned} v = & 334^{\circ}36'29,78 + 0^{\circ}43'6,9382 \tau \\ & + (3784,49 + 0,00756 \tau) \sin (284^{\circ}19'50,70 + 0^{\circ}43'6,6826 \tau) \\ & + 21,70 \sin 2 (284^{\circ}19'50,70 + 0^{\circ}43'6,6826 \tau) \\ & + 0,17 \sin 3 (284^{\circ}19'50,70 + 0^{\circ}43'6,6826 \tau) \\ & + \text{perturbations de la longitude vraie,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r = & 30,04856 - (0,27553 + 0,00000055 \tau) \\ & \cos (284^{\circ}19'50,7 + 0^{\circ}43'6,6826 \tau) \\ & - 0,00126 \cos 2 (284^{\circ}19'50,7 + 0^{\circ}43'6,6826 \tau) \\ & + \text{perturbations du rayon-vecteur.} \end{aligned}$$

Ces expressions comprennent déjà les variations séculaires de l'excentricité et de la longitude du périhélie; on a ajouté aussi la partie constante des perturbations du rayon-vecteur à sa valeur dans l'orbite elliptique.

La longitude vraie comptée sur l'écliptique vraie prise par rapport à l'équinoxe moyen et la latitude de la planète sur cette écliptique se trouveront au moyen des formules

$$\begin{aligned} l = & v - \tan^2 (0^{\circ}53'30,45 - 0,0568 \tau) \sin 2 (v - 130^{\circ}7'45,3 + 3,489 \tau) \\ & + \text{précession générale} \\ \sin b = & \sin (1^{\circ}47'0,89 - 0,1137 \tau) \sin (v - 130^{\circ}7'45,3 + 3,489 \tau) \\ & + \text{perturbations de la latitude.} \end{aligned}$$

On peut calculer l et b avec facilité à l'aide des formules approximatives suivantes:

$$\begin{aligned} l = & v - (49,98 - 0,00177 \tau) \sin 2 (v - 130^{\circ}7'45,3 + 3,489 \tau) \\ & + \text{précession générale} \end{aligned}$$

$$b = (6419,85 - 0,1137 \tau) \sin (\nu - 130^{\circ}7'45,3 + 3,489 \tau) \\ + 1,04 \sin^2 n (\nu - 130^{\circ}7'45,3 + 3,489 \tau) \\ + \text{perturbations de la latitude.}$$

Les deux dernières formules comprennent déjà le mouvement séculaire de l'orbite de Neptune et de l'écliptique.

En ajoutant la nutation en longitude à la quantité l on obtiendra la longitude vraie comptée par rapport à l'équinoxe apparent.

Les perturbations de Neptune pour sa longitude vraie, le rayon-vecteur et la latitude doivent être prises dans les tables I et II (page 116 et suiv.) dont la première contient les perturbations à longue période. On doit multiplier les perturbations du rayon-vecteur par la quantité $30,03386 \sin 1''$.

Le calcul du lieu géocentrique de Neptune se fera aisément de la manière suivante: soient

- α l'ascension droite géocentrique
- δ la déclinaison géocentrique
- ρ la distance de la planète à la terre
- N la nutation en longitude
- V l'obliquité apparente de l'écliptique,

on aura

$$\rho \cos \delta \cos \alpha = r \cos b \cos (l + N) + X \\ \rho \cos \delta \sin \alpha = r \{ \cos b \sin (l + N) \cos V - \sin b \sin V \} + Y \\ \rho \sin \delta = r \{ \cos b \sin (l + N) \sin V + \sin b \cos V \} + Z,$$

ou si l'on calcule φ par la formule

$$\text{tang } \varphi = \frac{\text{tang } b}{\sin (l + N)}$$

on obtiendra

$$\rho \cos \delta \cos \alpha = r \cos b \cos (l + N) + X \\ \rho \cos \delta \sin \alpha = r \cos b \sin (l + N) \sec \varphi \cos (V + \varphi) + Y \\ \rho \sin \delta = r \cos b \sin (l + N) \sec \varphi \sin (V + \varphi) + Z.$$

On tiendra compte de l'aberration par les règles connues.

Les coordonnées X, Y, Z du soleil par rapport à l'équateur sont données immédiatement par le Nautical Almanac et ne subissent aucun changement.

Pour abrégé autant que possible le calcul du lieu géocentrique nous avons calculé les coordonnées héliocentriques de la planète avec la table auxiliaire servant à tenir compte de la nutation de la lon-

gitude et de l'obliquité de l'écliptique. Si l'on appelle x, y, z les coordonnées héliocentriques de la planète on aura

$$\begin{aligned} x &= r \cos b \cos (l + N) \\ y &= r \left\{ \cos b \sin (l + N) \cos V - \sin b \sin V \right\} \\ z &= r \left\{ \cos b \sin (l + N) \sin V + \sin b \cos V \right\}. \end{aligned}$$

Ces quantités x, y, z varient irrégulièrement même pendant un temps assez court à cause de la nutation N et des changements de la quantité V ; mais si l'on calcule x_1, y_1, z_1 et dx, dy, dz à l'aide des formules

$$\begin{aligned} x_1 &= r \cos b \cos l \\ y_1 &= r (\cos b \sin l \cos V_1 - \sin b \sin V_1) \\ z_1 &= r (\cos b \sin l \sin V_1 + \sin b \cos V_1) \\ dx &= - (y_1 \cos V_1 + z_1 \sin V_1) \sin 1'' N \\ dy &= x_1 \cos V_1 \sin 1'' N - z_1 \sin 1'' dV \\ dz &= x_1 \sin V_1 \sin 1'' N + y_1 \sin 1'' dV, \end{aligned}$$

où $dV = V - V_1 = V - 23^\circ 27' 30'',00,$

on aura

$$\begin{aligned} x &= x_1 + dx \\ y &= y_1 + dy \\ z &= z_1 + dz \end{aligned}$$

et les quantités x_1, y_1, z_1, dx, dy et dz peuvent être calculées par des intervalles assez grands.

Les variations dx, dy et dz des valeurs des quantités x, y et z , sont rapportées à la cinquième décimale prise pour unité; ainsi après avoir calculé dx, dy et dz on doit rejeter leurs décimales et ajouter les nombres restés aux dernières décimales des quantités x, y , et z .

Nous avons fait le calcul des quantités l, b et r formant la table I de cette Addition et les quantités $x_1, y_1, z_1, dx, dy, dz$ formant la table II par des intervalles de 120 jours; leurs valeurs de trente à trente jours ont été trouvées à l'aide de l'interpolation.

Pour expliquer le procédé qui vient d'être exposé nous présentons le calcul de l'ascension droite et de la déclinaison géocentrique de Neptune pour midi moyen de Greenwich 22 Décembre 1851.

La table II donne

$$\begin{aligned} x_1 &= + 27,87832 & dx &= + 5,31 N \\ y_1 &= - 9,87602 & dy &= + 12,40 N + 2,31 dV \\ z_1 &= - 4,76943 & dz &= + 5,38 N - 4,79 dV, \end{aligned}$$

on a de plus

$$\begin{aligned} N &= -16,51 \\ V &= 23^{\circ} 27' 27,69 \\ dV &= -2,31, \end{aligned}$$

d'où l'on trouve, en rejetant les décimales

$$dx = -88 \quad dy = -210 \quad dz = -78.$$

En ajoutant ces nombres respectivement aux quantités x_1 , y_1 , et z_1 , comme il est dit plus haut, on trouvera les coordonnées x , y , et z ;

savoir

$$\begin{array}{r r r} x_1 = +27,87832 & y_1 = -9,87602 & z_1 = -4,76943 \\ dx = -88 & dy = -210 & dz = -78 \\ \hline x = +27,87744 & y = -9,87812 & z = -4,77021. \end{array}$$

Les coordonnées du soleil pour la date en question ont les valeurs suivantes:

$$X = +0,00193 \quad Y = -0,90223 \quad Z = -0,39151,$$

d'où l'on a

$$x + X = +27,87937 \quad y + Y = -10,78035 \quad z + Z = -5,16172$$

et

$$\begin{aligned} \log (\rho \cos \delta \cos \alpha) &= 1,4452830 \\ \log (\rho \cos \delta \sin \alpha) &= 1,0326329 \text{ n} \\ \log (\rho \sin \delta) &= 1,7127945 \text{ n} \end{aligned}$$

et l'on trouve enfin

$$\begin{aligned} \alpha &= 338^{\circ} 51' 34,5 \\ \delta &= -9^{\circ} 47' 50,9 \\ \rho &= 1,48192. \end{aligned}$$

Si l'on préfère de calculer le lieu géocentrique à l'aide de la table I on doit ajouter auparavant la nutation en longitude à la longitude héliocentrique de la planète.

TABLE I.

Longitudes et latitudes héliocentriques et logarithmes des rayons-vecteurs de Neptune pour midi moyen de Greenwich.

Années, mois et jours.	Longitude héliocentrique.	Diff.	Latitude héliocentrique.	Diff.	Logarithme du rayon-vecteur.	Diff.
1795						
Mai 8	215° 5' 1,69		+ 1° 46' 59,62		1,4814247	
Mai 10	5 44,35		+ 1 46 59,72		1,4814249	
1846						
Mai 22	326 12 36,13	652,60	— 0 29 45,22	19,41	1,4772506	95
Juin 21	23 28,73	652,58	30 4,63	19,38	1,4772411	94
Juill. 21	34 21,31	652,56	30 24,01	19,36	1,4772317	94
Août 20	45 13,87	652,54	30 43,37	19,34	1,4772223	93
Sept. 19	56 6,41	652,53	31 2,71	19,32	1,4772130	93
Oct. 19	327 6 58,94	652,52	31 22,03	19,31	1,4772037	92
Nov. 18	17 51,46	652,50	31 41,34	19,28	1,4771945	92
Déc. 18	28 43,96	652,48	32 0,62	19,27	1,4771853	91
1847						
Janv. 17	39 36,44	652,45	32 19,89	19,25	1,4771762	91
Févr. 16	50 28,89	652,42	32 39,14	19,24	1,4771671	91
Mars 18	328 1 21,31	652,40	32 58,38	19,21	1,4771580	91
Avr. 17	12 13,71	652,39	33 17,59	19,20	1,4771489	90
Mai 17	328 23 6,10	652,39	33 36,79	19,17	1,4771399	90
Juin 16	33 58,49	652,39	33 55,96	19,16	1,4771309	91
Juill. 16	44 50,88	652,38	34 15,12	19,14	1,4771218	91
Août 15	55 43,26	652,38	34 34,26	19,11	1,4771127	92
Sept. 14	329 6 35,64	652,36	34 53,37	19,10	1,4771035	92
Oct. 14	17 28,00	652,36	35 12,47	19,07	1,4770943	92
Nov. 13	28 20,36	652,35	35 31,54	19,05	1,4770851	92
Déc. 13	39 12,71	652,35	35 50,59	19,03	1,4770759	93
1848						
Janv. 12	50 5,06	652,33	36 9,62	19,01	1,4770666	93
Févr. 11	330 0 57,39	652,32	36 28,63	18,98	1,4770573	94
Mars 12	11 49,71	652,33	36 47,61	18,96	1,4770479	94
Avr. 11	330° 22' 42,04	652,35	— 0° 37' 6,57	18,94	1,4770385	95

Années, mois et jours.	Longitude héliocen- trique.	Diff.	Latitude héliocen- trique.	Diff.	Logarithme du rayon-vecteur.	Diff.
Mai 11	330°33'34",39	652,37	—0°37'25",51	18,92	1,4770290	96
Juin 10	44 26,76	652,39	37 44,43	18,90	1,4770194	96
Juill. 10	55 19,15	652,39	38 3,33	18,88	1,4770098	97
Août 9	331 6 11,54	652,41	38 22,21	18,86	1,4770001	97
Sept. 8	17 3,95	652,40	38 41,07	18,84	1,4769904	98
Oct. 8	27 56,35	652,41	38 59,91	18,81	1,4769806	99
Nov. 7	38 48,76	652,41	39 18,72	18,79	1,4769707	100
Déc. 7	49 41,17	652,43	39 37,51	18,77	1,4769607	101
1849						
Janv. 6	332 0 33,60	652,45	39 56,28	18,75	1,4769506	102
Févr. 5	11 26,05	652,47	40 15,03	18,73	1,4769404	102
Mars 7	22 18,52	652,49	40 33,76	18,71	1,4769302	104
Avr. 6	33 11,01	652,53	40 52,47	18,68	1,4769198	105
Mai 6	44 3,54	652,57	41 11,15	18,66	1,4769093	106
Juin 5	54 56,11	652,60	41 29,81	18,63	1,4768987	107
Juill. 5	333 5 48,71	652,62	41 48,44	18,61	1,4768880	109
Août 4	16 41,33	652,65	42 7,05	18,58	1,4768771	109
Sept. 3	27 33,98	652,66	42 25,63	18,56	1,4768662	110
Oct. 3	38 26,64	652,68	42 44,19	18,55	1,4768552	112
Nov. 2	49 19,32	652,72	43 2,74	18,52	1,4768440	113
Déc. 2	334 0 12,04	652,78	43 21,26	18,48	1,4768327	115
1850						
Janv. 1	11 4,82	652,81	43 39,74	18,46	1,4768212	116
Janv. 31	21 57,63	652,85	43 58,20	18,43	1,4768096	117
Mars 2	32 50,48	652,89	44 16,63	18,41	1,4767979	118
Avr. 1	43 43,37	652,96	44 35,04	18,38	1,4767861	120
Mai 1	54 36,33	653,02	44 53,42	18,36	1,4767741	120
Mai 31	335 5 29,35	653,07	45 11,78	18,34	1,4767621	122
Juin 30	16 22,42	653,13	45 30,12	18,31	1,4767499	122
Juill. 30	27 15,55	653,20	45 48,43	18,29	1,4767377	124
Août 29	38 8,75	653,24	46 6,72	18,26	1,4767253	124
Sept. 28	49 1,99	653,29	46 24,98	18,23	1,4767129	126
Oct. 28	59 55,28	653,36	46 43,21	18,20	1,4767003	126
Nov. 27	336 10 48,64	653,43	47 1,41	18,18	1,4766877	128
Dcc. 27	21 42,07	653,49	47 19,59	18,15	1,4766749	128
1851						
Janv. 26	32 35,56	653,55	47 37,74	18,12	1,4766621	130
Févr. 25	43 29,11	653,63	47 55,86	18,10	1,4766491	130
Mars 27	336°54'22",74	653,70	—0°48'13",96	18,07	1,4766361	132

Années, mois et jours.	Longitude héliocen- trique.	Dis.	Latitude héliocen- trique.	Dis.	Logarithme du rayon-vecteur.	Dis.
Avr. 26	337° 5'16,44	653,77	—0°48'32,03	18,04	1,4766229	134
Mai 26	16 10,21	653,83	48 50,07	18,02	1,4766095	135
Join 25	27 4,04	653,90	49 8,09	17,99	1,4765960	135
Juill. 25	37 57,94	653,97	49 26,08	17,95	1,4765825	137
Août 24	48 51,91	654,04	49 44,03	17,93	1,4765688	137
Sept. 23	59 45,95	654,10	50 1,96	17,89	1,4765551	139
Oct. 23	338 10 40,05	654,18	50 19,85	17,86	1,4765412	139
Nov. 22	21 34,23	654,24	50 37,71	17,84	1,4765273	139
Déc. 22	32 28,47	654,32	50 55,55	17,81	1,4765134	140
1852						
Janv. 21	43 22,79	654,38	51 13,36	17,78	1,4764994	140
Févr. 20	54 17,17	654,46	51 31,14	17,75	1,4764854	140
Mars 21	339 5 11,63	654,53	51 48,89	17,72	1,4764714	141
Avr. 20	16 6,16	654,61	52 6,61	17,69	1,4764573	141
Mai 20	27 0,77	654,69	52 24,30	17,67	1,4764432	141
Juin 19	37 55,46	654,76	52 41,97	17,64	1,4764291	142
Juill. 19	48 50,22	654,84	52 59,61	17,61	1,4764149	142
Août 18	59 45,06	654,91	53 17,22	17,57	1,4764007	142
Sept. 17	340 10 39,97	654,99	53 34,79	17,54	1,4763865	143
Oct. 17	21 34,96	655,07	53 52,33	17,51	1,4763722	143
Nov. 16	32 30,03	655,14	54 9,84	17,48	1,4763579	143
Déc. 16	43 25,17	655,22	54 27,32	17,44	1,4763436	142
1853						
Janv. 15	54 20,39	655,31	54 44,76	17,41	1,4763294	143
Févr. 14	341 5 15,70	655,39	55 2,47	17,38	1,4763151	142
Mars 16	16 11,09	655,46	55 19,55	17,35	1,4763009	143
Avr. 15	27 6,53	655,54	55 36,90	17,32	1,4762866	141
Mai 15	28 2,09	655,63	55 54,22	17,28	1,4762725	142
Juin 14	48 57,72	655,70	56 11,50	17,25	1,4762583	141
Juill. 14	59 53,42	655,78	56 28,75	17,22	1,4762442	140
Août 13	342 10 49,20	655,86	56 45,97	17,19	1,4762302	140
Sept. 12	21 45,06	655,94	57 3,16	17,15	1,4762162	140
Oct. 12	32 41,00	656,01	57 20,31	17,11	1,4762022	139
Nov. 11	43 37,01	656,08	57 37,42	17,08	1,4761883	139
Déc. 11	54 33,09	656,16	57 54,50	17,05	1,4761744	139
1854						
Janv. 10	343 5 29,25	656,24	58 11,55	17,01	1,4761605	138
Févr. 9	16 25,49	656,33	58 28,56	16,97	1,4761467	138
Mars 11	343°27'21,82	656,40	—0°58'45,53	16,94	1,4761329	137

Années, mois et jours.	Longitude héliocen- trique.	Diff.	Latitude héliocen- trique.	Diff.	Logarithme du rayon-vecteur.	Diff.
Avr. 10	343°38'18",22	656,49	— 0°59' 2",47	16,91	1,4761192	137
Mai 10	49 14,71	656,57	59 19,38	16,88	1,4761055	136
Juin 9	344 0 11,28	656,64	59 36,26	16,85	1,4760919	135
Juill. 9	11 7,92	656,71	59 53,11	16,80	1,4760784	134
Août 8	22 4,63	656,78	— 1 0 9,91	16,77	1,4760650	133
Sept. 7	33 1,41	656,85	0 26,68	16,73	1,4760517	133
Oct. 7	43 58,26	656,92	0 43,41	16,70	1,4760384	131
Nov. 6	54 55,18	657,00	1 0,11	16,66	1,4760253	131
Déc. 6	345 5 52,18	657,08	1 16,77	16,62	1,4760122	130
1855						
Janv. 5	16 49,26	657,16	1 33,39	16,59	1,4759992	129
Févr. 4	27 46,42	657,22	1 49,98	16,56	1,4759863	127
Mars 6	38 43,64	657,29	2 6,54	16,51	1,4759736	127
Avr. 5	49 40,93	657,34	2 23,05	16,47	1,4759609	125
Mai 5	346 0 38,27	657,40	2 39,52	16,44	1,4759484	125
Juin 4	11 35,67	657,45	2 55,96	16,40	1,4759359	124
Juill. 4	22 33,12	657,50	3 12,36	16,37	1,4759235	123
Août 3	33 30,62	657,54	3 28,73	16,33	1,4759112	121
Sept. 2	44 28,16	657,58	3 45,06	16,29	1,4758991	121
Oct. 2	55 25,74	657,63	4 1,35	16,25	1,4758870	120
Nov. 1	347 6 23,37	657,67	4 17,60	16,21	1,4758750	119
Déc. 1	17 21,04	657,69	4 33,81	16,17	1,4758631	118
Déc. 31	28 18,73	657,73	4 49,98	16,14	1,4758513	117
1856						
Janv. 30	39 16,46	657,77	5 6,12	16,09	1,4758396	116
Févr. 29	51 14,23	657,82	5 22,21	16,06	1,4758280	116
Mars 30	348 1 12,05	657,88	5 38,27	16,02	1,4758164	114
Avr. 29	12 9,93	657,91	5 54,29	15,98	1,4758050	114
Mai 29	23 7,84	657,94	6 10,27	15,94	1,4757936	112
Juin 28	34 5,78	657,96	6 26,21	15,91	1,4757824	112
Juill. 28	45 3,74	657,95	6 42,12	15,86	1,4757712	110
Août 27	56 1,69	657,96	6 57,98	15,82	1,4757602	109
Sept. 26	349 6 59,65	657,97	7 13,80	15,78	1,4757493	108
Oct. 26	17 57,62	657,98	7 29,58	15,74	1,4757385	107
Nov. 25	28 55,60	657,97	7 45,32	15,70	1,4757278	105
Déc. 25	39 53,57	657,97	8 1,02	15,66	1,4757173	105
1857						
Janv. 24	50 51,54	657,97	8 16,68	15,62	1,4757068	104
Févr. 23	350° 1'49",51	657,97	— 1° 8'32",30	15,58	1,4756964	103

Années, mois et jours.	Longitude héliocen- trique.	Dist.	Latitude héliocen- trique.	Dist.	Logarithme du rayon-vecteur.	Dist.
Mars 25	350° 12' 47,49	657,98	— 1° 8' 47,88	15,54	1,4756861	101
Avr. 24	23 45,47	657,99	9 3,42	15,49	1,4756760	99
Mai 24	34 43,46	657,98	9 18,91	15,45	1,4756661	98
Juin 23	45 41,44	657,98	9 34,36	15,42	1,4756563	96
Juill. 23	56 39,42	657,95	9 49,78	15,37	1,4756467	95
Août 22	351 7 37,37	657,94	10 5,15	15,32	1,4756372	95
Sept. 21	18 35,31	657,93	10 20,47	15,28	1,4756277	94
Oct. 21	29 33,24	657,91	10 35,75	15,25	1,4756183	92
Nov. 20	40 31,15	657,91	10 51,00	15,20	1,4756091	91
Déc. 20	51 29,06	657,90	11 6,20	15,15	1,4756000	91
1858						
Janv. 19	352 2 26,96	657,88	11 21,35	15,11	1,4755909	89
Févr. 18	13 24,84	657,86	11 36,46	15,08	1,4755820	89
Mars 20	24 22,70	657,85	11 51,54	15,03	1,4755731	87
Avr. 19	35 20,55	657,82	12 6,57	14,98	1,4755644	86
Mai 19	46 18,37	657,80	12 21,55	14,94	1,4755558	85
Juin 18	57 16,17	657,77	12 36,49	14,89	1,4755473	84
Juill. 18	353 8 13,94	657,75	12 51,38	14,85	1,4755389	83
Août 17	19 11,69	657,73	13 6,23	14,80	1,4755306	81
Sept. 16	30 9,42	657,70	13 21,03	14,77	1,4755225	81
Oct. 16	41 7,12	657,66	13 35,80	14,73	1,4755144	79
Nov. 15	52 4,78	657,63	13 50,53	14,68	1,4755065	78
Déc. 15	354 3 2,41	657,59	14 5,21	18,63	1,4754987	77
1859						
Janv. 14	14 0,00	657,57	14 19,84	14,59	1,4754910	76
Févr. 13	24 57,57	657,53	14 34,43	14,54	1,4754834	76
Mars 15	35 55,10	657,50	14 48,97	14,50	1,4754758	77
Avr. 14	46 52,60	657,47	15 3,47	14,45	1,4754681	76
Mai 14	57 50,07	657,45	15 17,92	14,41	1,4754605	75
Juin 13	355 8 47,52	657,42	15 32,33	14,37	1,4754530	75
Juill. 13	19 44,94	657,41	15 46,70	14,32	1,4754455	74
Août 12	30 42,35	657,39	16 1,02	14,27	1,4754381	74
Sept. 11	41 39,74	657,36	16 15,29	14,23	1,4754307	73
Oct. 11	52 37,10	657,35	16 29,52	14,18	1,4754234	73
Nov. 10	356 3 34,45	657,33	16 43,70	14,14	1,4754161	72
Déc. 10	14 31,78	657,31	16 57,84	14,09	1,4754089	71
1860						
Janv. 9	25 29,09	657,29	17 11,93	14,05	1,4754018	70
Févr. 8	356° 36' 26,38	657,28	— 1° 17' 25,98	14,00	1,4753948	70

Année, mois et jours.	Longitude héliocen- trique.	Diff.	Latitude héliocen- trique.	Diff.	Logarithm edu rayon-vecteur.	Diff.
Mars 9	356° 47' 23",66	657,25	— 1° 17' 39",98	13,95	1,4753878	70
Avr. 8	58 20,91	657,24	17 53,93	13,91	1,4753808	69
Mai 8	357 9 18,15	657,21	18 7,84	13,86	1,4753739	70
Juin 7	20 15,36	657,21	18 21,70	13,81	1,4753669	69
Juill. 7	31 12,57	657,19	18 35,51	13,77	1,4753600	70
Août 6	42 9,76	657,18	18 49,28	13,72	1,4753530	69
Sept. 5	53 6,94	657,17	19 3,00	13,67	1,4753461	70
Oct. 5	358 4 4,11	657,17	19 16,67	13,63	1,4753391	69
Nov. 4	15 1,28	657,16	19 30,30	13 58	1,4753322	70
Déc. 4	25 58,44	657,16	19 43,88	13,53	1,4753252	70
1861						
Janv. 3	36 55,60	657,15	19 57,41	13,48	1,4753182	71
Févr. 2	47 52,75	657,15	20 10,89	13,44	1,4753111	71
Mars 4	58 49,90	657,15	20 24,33	13,39	1,4753040	71
Avr. 3	359 9 47,05	657,14	20 37,72	13,34	1,4752969	71
Mai 3	20 44,19	657,14	20 51,06	13,29	1,4752898	72
Juin 2	31 41,33	657,15	21 4,35	13,25	1,4752826	72
Juill. 2	42 38,48	657,14	21 17,60	13,19	1,4752754	74
Août 1	53 35,62	657,14	21 30,79	13,15	1,4752680	76
Août 31	0 4 32,76	657,15	21 43,94	13,10	1,4752604	76
Sept. 30	15 29,91	657,15	21 57,04	13,05	1,4752528	76
Oct. 30	26 27,06	657,16	22 10,09	13,00	1,4752452	76
Nov. 29	37 24,22	657,17	22 23,09	12,95	1,4752376	76
Déc. 29	48 21,39	657,18	22 36,04	12,90	1,4752300	76
1862						
Janv. 28	59 18,57	657,19	22 48,94	12,85	1,4752224	77
Févr. 27	1 10 15,76	657,20	23 1,79	12,80	1,4752147	77
Mars 29	21 12,96	657,21	23 14,59	12,75	1,4752070	79
Avr. 28	32 10,17	657,23	23 27,34	12,70	1,4751991	79
Mai 28	43 7,40	657,25	23 40,04	12,65	1,4751912	81
Juin 27	54 4,65	657,27	23 52,69	12,60	1,4751831	82
Juill. 27	2 5 1,92	657,30	24 5,29	12,55	1,4751749	83
Août 26	15 59,22	657,33	24 17,84	12,50	1,4751666	84
Sept. 25	26 56,55	657,38	24 30,34	12,45	1,4751582	84
Oct. 25	37 53,93	657,44	24 42,79	12,40	1,4751498	86
Nov. 24	48 51,37	657,49	24 55,19	12,35	1,4751412	86
Déc. 24	59 48,86	657,56	25 7,54	12,30	1,4751356	87
1863						
Janv. 23	3° 10' 56",42	657,59	— 1° 25' 19",84	12,24	1,4751239	88

Années, mois et jours.	Longitude héliocen- trique.	Diff.	Latitude héliocen- trique.	Diff.	Logarithme du rayon-vecteur.	Diff.
Févr. 22	3° 21' 44,01	657,61	—1° 25' 32,08	12,20	1,4751151	98
Mars 24	32 41,62	657,72	25 44,28	12,14	1,4751063	90
Avril 23	43 39,34	657,79	25 56,42	12,10	1,4750973	90
Mai 23	54 37,13	657,78	26 8,52	12,04	1,4750883	91
Juin 22	4 5 34,91	657,78	26 20,56	11,99	1,4750792	92
Juill. 22	16 32,69	657,81	26 32,55	11,93	1,4750700	92
Août 21	27 30,50	657,86	26 44,48	11,88	1,4750608	93
Sept. 20	38 28,36	657,89	26 56,36	11,83	1,4750515	93
Oct. 20	49 26,25	657,94	27 8,19	11,78	1,4750422	94
Nov. 19	5 0 24,19	658,00	27 19,97	11,73	1,4750328	94
Déc. 19	11 22,19	658,05	27 31,70	11,67	1,4750234	95
1864						
Janv. 18	22 20,24	658,12	27 43,37	11,62	1,4750139	96
Févr. 17	33 18,36	658,16	27 54,99	11,57	1,4750043	96
Mars 18	44 16,52	658,23	28 6,56	11,51	1,4749947	96
Avril 17	55 14,75	658,29	28 18,07	11,46	1,4749851	97
Mai 17	6 6 13,04	658,37	28 29,53	11,41	1,4749754	97
Juin 16	17 11,41	658,45	28 40,94	11,35	1,4749657	97
Juill. 16	28 9,86	658,52	28 52,29	11,30	1,4749560	97
Août 15	39 8,38	658,58	29 3,59	11,25	1,4749462	98
Sept. 14	50 6,96	658,65	29 14,84	11,19	1,4749364	99
Oct. 14	7 1 5,61	658,70	29 26,03	11,14	1,4749265	99
Nov. 13	12 4,31	658,76	29 37,17	11,08	1,4749166	100
Déc. 13	23 3,07	658,81	29 48,25	11,03	1,4749066	100
1865						
Janv. 12	34 1,88	658,90	29 59,28	10,98	1,4748966	99
Févr. 11	45 0,78	658,98	30 10,26	10,92	1,4748867	99
Mars 13	55 59,76	659,07	30 21,18	10,86	1,4748768	99
Avril 12	8 6 58,83	659,14	30 32,04	10,81	1,4748669	99
Mai 12	17 57,97	659,22	30 42,85	10,76	1,4748570	98
Juin 11	28 57,19	659,30	30 53,61	10,70	1,4748472	98
Juill. 11	39 56,49	659,38	31 4,31	10,64	1,4748374	98
Août 10	50 55,87	659,45	31 14,95	10,59	1,4748276	98
Sept. 9	9 1 55,32	659,53	31 25,54	10,53	1,4748178	97
Oct. 9	12 54,85	659,60	31 36,07	10,49	1,4748081	96
Nov. 8	23 54,45	659,67	31 46,56	10,41	1,4747985	96
Déc. 8	34 54,12	659,74	31 56,97	10,37	1,4747889	96
1866						
Janv. 7	9° 45' 53,86	659,82	—1° 32' 7,34	10,31	1,4748793	95

Années, mois et jours.	Longitude héliocen- trique.	Diff.	Latitude héliocen- trique.	Diff.	Logarithme du rayon-vecteur.	Diff.
Févr. 6	9° 56' 53,68	659,88	— 1° 32' 17,65	10,26	1,4747698	94
Mars 8	10 7 53,56	659,94	32 27,91	10,20	1,4747604	94
Avril 7	18 53,50	660,01	32 38,11	10,14	1,4747510	93
Mai 7	29 53,51	660,09	32 48,25	10,09	1,4747417	93
Juin 6	40 53,60	660,18	32 58,34	10,03	1,4747324	92
Juill. 6	51 53,78	660,26	33 8,37	9,98	1,4747232	91
Août 5	11 2 54,04	660,32	33 18,35	9,92	1,4747141	90
Sept. 4	13 54,36	660,43	33 28,27	9,87	1,4747051	90
Oct. 4	24 54,79	660,50	33 38,14	9,81	1,4746961	89
Nov. 3	35 55,29	660,57	33 47,95	9,75	1,4746872	88
Déc. 3	46 55,87	660,64	33 57,70	9,69	1,4746784	88
1867						
Janv. 2	57 56,51	660,73	34 7,39	9,64	1,4746696	87
Févr. 1	12 8 57,24	660,78	34 17,03	9,58	1,4746609	86
Mars 3	19 58,02	660,87	34 26,61	9,52	1,4746523	85
Avril 2	30 58,89	660,92	34 36,13	9,47	1,4746438	84
Mai 2	41 59,81	660,99	34 45,60	9,41	1,4746354	84
Juin 1	53 0,80	661,06	34 55,01	9,35	1,4746270	83
Juill. 1	13 4 1,86	661,12	35 4,36	9,29	1,4746187	82
Juill. 31	15 2,98	661,20	35 13,65	9,24	1,4746105	81
Août 30	26 4,18	661,26	35 22,89	9,18	1,4746024	80
Sept. 29	37 5,44	661,34	35 32,07	9,12	1,4745944	78
Oct. 29	48 6,78	661,41	35 41,19	9,06	1,4745866	78
Nov. 28	59 8,19	661,47	35 50,25	9,00	1,4745788	76
Déc. 28	14 10 9,66	661,52	35 59,25	8,95	1,4745712	76
1868						
Janv. 27	21 11,18	661,55	36 8,20	8,89	1,4745636	75
Févr. 26	32 12,73	661,60	36 17,09	8,83	1,4745561	73
Mars 27	43 14,33	661,64	36 25,92	8,77	1,4745488	72
Avril 26	54 15,97	661,67	36 34,69	8,71	1,4745416	71
Mai 26	15 5 17,64	661,70	36 43,40	8,66	1,4745345	69
Juin 25	16 19,34	661,73	36 52,06	8,59	1,4745276	68
Juill. 25	27 21,07	661,78	37 0,65	8,54	1,4745208	67
Août 24	38 22,85	661,83	37 9,19	8,47	1,4745141	66
Sept. 23	49 24,68	661,95	37 17,66	8,42	1,4745075	65
Oct. 23	16 0 26,63	662,02	37 26,08	8,35	1,4745010	63
Nov. 22	11 28,65	662,04	37 34,43	8,30	1,4744947	63
Déc. 22	16° 22' 30,69	662,02	— 1° 37' 42,73	8,24	1,4744884	61

Années, mois et jours.	Longitude héliocen- trique.	Diff.	Latitude héliocen- trique.	Diff.	Logarithme du rayon-vecteur.	Diff.
1869						
Janv. 21	16° 33' 32,71	661,95	—1° 37' 50,97	8,18	1,4744823	60
Févr. 20	44 34,66	661,94	37 59,15	8,12	1,4744763	59
Mars 22	55 36,60	661,94	38 7,27	8,06	1,4744704	58
Avril 21	17 6 38,54	661,95	38 15,33	8,00	1,4744646	57
Mai 21	17 40,49	662,00	38 23,33	7,94	1,4744589	57
Juin 20	28 42,49	662,02	38 31,27	7,88	1,4744532	55
Juill. 20	39 44,51	662,02	38 39,15	7,82	1,4744477	54
Août 19	50 46,53	662,03	38 46,97	7,76	1,4744423	53
Sept. 18	18 1 48,56	662,03	38 54,73	7,70	1,4744370	50
Oct. 18	12 50,59	662,04	39 2,43	7,64	1,4744320	49
Nov. 17	23 52,63	662,03	39 10,07	7,58	1,4744271	48
Déc. 17	34 54,66	662,03	39 17,65	7,53	1,4744223	46
1870						
Janv. 16	45 56,69	662,02	39 25,18	7,46	1,4744177	45
Févr. 15	56 58,71	662,00	39 32,64	7,40	1,4744132	44
Mars 17	19 8 0,71	661,98	39 40,04	7,34	1,4744088	43
Avril 16	19 2,69	661,97	39 47,38	7,28	1,4744045	41
Mai 16	30 4,66	661,93	39 54,66	7,22	1,4744004	41
Juin 15	41 6,59	661,90	40 1,88	7,16	1,4743963	39
Juill. 15	52 8,49	661,88	40 9,04	7,10	1,4743924	39
Août 14	20 3 10,37	661,86	40 16,14	7,03	1,4743885	37
Sept. 13	14 12,23	661,82	40 23,17	6,98	1,4743848	36
Oct. 13	25 14,05	661,81	40 30,15	6,91	1,4743812	25
Nov. 12	36 15,86	661,78	40 37,06	6,86	1,4743777	34
Déc. 12	47 17,64	661,77	40 43,92	6,79	1,4743743	33
1871						
Janv. 11	58 19,41	661,74	40 50,71	6,74	1,4743710	32
Févr. 10	21 9 21,15	661,72	40 57,45	6,67	1,4743678	30
Mars 12	20 22,87	661,69	41 4,12	6,61	1,4743648	29
Avril 11	31 24,56	661,65	41 10,73	6,55	1,4743619	28
Mai 11	42 26,21	661,59	41 17,28	6,49	1,4743591	27
Juin 10	53 27,80	661,56	41 23,77	6,43	1,4743564	26
Juill. 10	22 4 29,36	661,52	41 30,20	6,37	1,4743538	25
Août 9	15 30,88	661,49	41 36,57	6,30	1,4743513	24
Sept. 8	26 32,37	661,48	41 42,87	6,25	1,4743489	23
Oct. 8	37 33,85	661,45	41 49,12	6,18	1,4743466	22
Nov. 7	48 35,30	661,42	41 55,30	6,13	1,4743444	21
Déc. 7	22° 59' 36,72	661,40	—1° 42' 1,43	6,07	1,4743423	21

Années, mois et jours.	Longitude héliocen- trique.	Dif.	Latitude héliocen- trique.	Dif.	Logarithme du rayon-vecteur.	Dif.
1872						
Janv. 6	23° 10' 38", 12	661,35	— 1° 42' 7", 50	6,00	1,4743402	20
Févr. 5	21 39,47	661,31	42 13,50	5,93	1,4743382	19
Mars 6	32 40,78	661,28	42 19,43	5,87	1,4743363	18
Avril 5	43 42,06	661,25	42 25,30	5,80	1,4743345	18
Mai 5	54 43,31	661,22	42 31,10	5,74	1,4743327	18
Juin 4	24 5 44,53	661,19	42 36,84	5,68	1,4743309	17
Juill. 4	16 45,72	661,16	42 42,52	5,62	1,4743292	17
Août 3	27 46,88	661,13	42 48,14	5,56	1,4743275	16
Sept. 2	38 48,01	661,12	42 53,70	5,50	1,4743259	16
Oct. 2	49 49,13	661,08	42 59,20	5,43	1,4743243	16
Nov. 1	25 0 50,21	661,05	43 4,63	5,37	1,4743227	16
Déc. 1	11 51,26	661,02	43 10,00	5,31	1,4743211	16
Déc. 31	22 52,28	660,98	43 15,31	5,25	1,4743195	15
1873						
Janv. 30	33 53,26	660,95	43 20,56	5,19	1,4743180	15
Mars 1	44 54,21	660,93	43 25,75	5,14	1,4743165	15
Mars 31	55 55,14	660,90	43 30,89	5,07	1,4743150	16
Avril 30	26 6 56,04	660,88	43 35,96	5,00	1,4743134	15
Mai 30	17 56,92	660,86	43 40,96	4,93	1,4743119	16
Juin 29	28 57,78	660,85	43 45,89	4,88	1,4743103	15
Juill. 29	39 58,63	660,83	43 50,77	4,81	1,4743088	16
Août 28	50 59,46	660,84	43 55,58	4,74	1,4743072	15
Sept. 27	27 2 0,30	660,82	44 0,32	4,68	1,4743057	16
Oct. 27	13 1,12	660,80	44 5,00	4,61	1,4743041	16
Nov. 26	24 1,92	660,77	44 9,61	4,55	1,4743025	17
Déc. 26	35 2,69	660,72	44 14,16	4,49	1,4743008	17
1874						
Janv. 25	46 3,41	660,69	44 18,65	4,42	1,4742991	17
Févr. 24	57 4,10	660,68	44 23,07	4,36	1,4742974	18
Mars 26	28 8 4,78	660,68	44 27,43	4,30	1,4742956	19
Avril 25	19 5,46	660,70	44 31,73	4,23	1,4742937	20
Mai 25	30 6,16	660,70	44 35,96	4,17	1,4742917	20
Juin 24	41 6,86	660,70	44 40,13	4,10	1,4742897	21
Juill. 24	52 7,56	660,70	44 44,23	4,04	1,4742876	22
Août 23	29 3 8,26	660,69	44 48,27	3,98	1,4742854	23
Sept. 22	14 8,95	660,68	44 52,25	3,91	1,4742831	23
Oct. 22	25 9,63	660,67	44 56,16	3,85	1,4742808	24
Nov. 21	29° 36' 10", 30	660,66	— 1° 45' 0", 01	3,78	1,4742784	25

Années, mois et jours.	Longitude héliocen- trique.	Diff.	Latitude héliocen- trique.	Diff.	Logarithme du rayon-vecteur.	Diff.
Déc. 21 1875	29° 47' 10",96	660,62	—1° 45' 3",79	3,72	1,4742759	26
Janv. 20	58 11,58	660,61	45 7,51	3,65	1,4742733	27
Févr. 19	30 9 12,19	660,63	45 11,16	3,59	1,4742706	28
Mars 21	20 12,82	660,64	45 14,75	3,52	1,4742678	28
Avril 20	31 13,46	660,69	45 18,27	3,46	1,4742650	29
Mai 20	42 14,15	660,71	45 21,73	3,39	1,4742621	29
Juin 19	53 14,86	660,74	45 25,12	3,33	1,4742592	31
Juill. 19	31 4 15,60	660,76	45 28,45	3,27	1,4742561	32
Août 18	15 16,36	660,80	45 31,72	3,20	1,4742529	32
Sept. 17	26 17,16	660,83	45 34,92	3,13	1,4742497	33
Oct. 17	37 17,99	660,86	45 38,05	3,07	1,4742464	34
Nov. 16	48 18,85	660,85	45 41,12	3,00	1,4742430	34
Déc. 16 1876	59 19,70	660,86	45 44,12	2,94	1,4742396	35
Janv. 15	32 10 20,56	660,86	45 47,06	2,88	1,4742361	36
Févr. 14	21 21,42	660,89	45 49,94	2,81	1,4742325	36
Mars 15	32 22,31	660,93	45 52,75	2,75	1,4742289	37
Avril 14	43 23,24	660,96	45 55,50	2,68	1,4742252	38
Mai 14	54 24,20	661,00	45 58,18	2,62	1,4742214	39
Juin 13	33 5 25,20	661,05	46 0,80	2,55	1,4742175	39
Juill. 13	16 26,25	661,09	46 3,35	2,48	1,4742136	40
Août 12	27 27,34	661,11	46 5,83	2,42	1,4742096	40
Sept. 11	38 28,45	661,15	46 8,25	2,36	1,4742056	41
Oct. 11	49 29,60	661,18	46 10,61	2,29	1,4742015	41
Nov. 10	34 0 30,78	661,22	46 12,90	2,22	1,4741974	42
Déc. 10 1877	11 32,00	661,26	46 15,12	2,16	1,4741932	42
Janv. 9	22 33,26	661,30	46 17,28	2,09	1,4741890	42
Févr. 8	33 34,56	661,34	46 19,37	2,02	1,4741848	42
Mars 10	44 35,90	661,40	46 21,39	1,96	1,4741806	43
Avril 9	55 37,30	661,47	46 23,35	1,89	1,4741763	43
Mai 9	35 6 38,77	661,53	46 25,24	1,83	1,4741720	43
Juin 8	17 40,30	661,59	46 27,07	1,76	1,4741677	43
Juill. 8	28 41,89	661,64	46 28,83	1,69	1,4741634	44
Août 7	39 43,53	661,68	46 30,52	1,63	1,4741590	43
Sept. 6	50 45,21	661,73	46 32,15	1,56	1,4741547	43
Oct. 6	36 1 46,94	661,79	46 33,71	1,49	1,4741504	43
Nov. 5	36° 22' 48",73	661,85	—1° 46' 35",20	1,43	1,4741461	44

Années, mois et jours.	Longitude héliocen- trique.	Dist.	Latitude héliocen- trique.	Dist.	Logarithme du rayon-vecteur.	Dist.
Déc. 5 1878	36°23'50",58	661,91	— 1°46'36",63	1,36	1,4741417	42
Janv. 4	34 52,49	661,98	46 37,99	1,30	1,4741375	43
Févr. 3	45 54,47	662,04	46 39,29	1,23	1,4741332	43
Mars 5	56 56,51	662,09	46 40,52	1,17	1,4741289	43
Avr. 4	37 7 58,60	662,16	46 41,69	1,10	1,4741246	42
Mai 4	19 0,76	662,21	46 42,79	1,03	1,4741204	42
Juin 3	30 2,97	662,27	46 43,82	0,97	1,4741162	41
Juill. 3	41 5,24	662,33	46 44,79	0,90	1,4741121	41
Août 2	52 7,57	662,39	46 45,69	0,84	1,4741080	40
Sept. 1	38 3 9,96	662,46	46 46,53	0,77	1,4741040	40
Oct. 1	14 12,42	662,50	46 47,30	0,70	1,4741000	39
Oct. 31	25 14,92	662,59	46 48,00	0,64	1,4740961	39
Nov. 30	36 17,51	662,63	46 48,64	0,57	1,4740922	38
Déc. 30 1879	47 20,14	662,70	46 49,21	0,51	1,4740884	38
Janv. 29	58 22,84	662,76	46 49,72	0,44	1,4740846	37
Févr. 28	39 9 25,60	662,83	46 50,16	0,37	1,4740809	36
Mars 30	20 28,43	662,90	46 50,53	0,30	1,4740773	35
Avr. 29	31 31,33	662,98	46 50,83	0,24	1,4740738	35
Mai 29	42 34,31	663,04	46 51,07	0,17	1,4740703	34
Juin 28	53 37,35	663,11	46 51,24	0,11	1,4740669	34
Juill. 28	40 4 40,46	663,17	46 51,35	0,04	1,4740635	33
Août 27	15 43,63	663,24	46 51,39	0,02	1,4740602	32
Sept. 26	26 46,87	663,31	46 51,37	0,09	1,4740570	32
Oct. 26	37 50,18	663,38	46 51,28	0,15	1,4740538	31
Nov. 25	48 53,56	663,45	46 51,13	0,21	1,4740507	31
Déc. 25 1880	59 57,01	663,51	46 50,92	0,27	1,4740476	30
Janv. 24	41°11' 0",52		— 1°46'50",65		1,4740446	

TABLE II

Coordonnées héliocentriques de Neptune pour midi moyen de Greenwich.

L'ascension droite géocentrique α , la déclinaison δ et la distance de la planète à la terre ρ se trouveront des formules

$$\begin{aligned} \rho \cos \delta \cos \alpha &= x_1 + dx + X \\ \rho \cos \delta \sin \alpha &= y_1 + dy + Y \\ \rho \sin \delta &= z_1 + dz + Z, \end{aligned}$$

X , Y et Z étant les coordonnées du soleil données immédiatement par le Nautical Almanac.

Années, mois et jours.	x_1	Diff.	y_1	Diff.	z_1	Diff.
1850						
Janv. 1	+ 26,98524	4042	— 11,82359	7980	— 5,54588	3172
Janv. 31	+ 27,02566	4015	— 11,74379	7992	— 5,51416	3177
Mars 2	+ 27,06581	3988	— 11,66387	8005	— 5,48239	3183
Avril 1	+ 27,10569	3960	— 11,58382	8017	— 5,45056	3189
Mai 1	+ 27,14529	3932	— 11,50365	8028	— 5,41867	3194
Mai 31	+ 27,18461	3904	— 11,42337	8041	— 5,38673	3200
Juin 30	+ 27,22365	3877	— 11,34296	8053	— 5,35473	3206
Juill. 30	+ 27,26242	3848	— 11,26243	8064	— 5,32267	3211
Août 29	+ 27,30090	3819	— 11,18179	8076	— 5,29056	3217
Sept. 28	+ 27,33909	3792	— 11,10103	8088	— 5,25839	3222
Oct. 28	+ 27,37701	3764	— 11,02015	8099	— 5,22617	3228
Nov. 27	+ 27,41465	3736	— 10,93916	8111	— 5,19389	3233
Déc. 27	+ 27,45201	3709	— 10,85805	8122	— 5,16156	3238
1851						
Janv. 26	+ 27,48910	3680	— 10,77683	8134	— 5,12918	3244
Févr. 23	+ 27,52590	3652	— 10,69549	8145	— 5,09674	3249
Mars 27	+ 27,56242	3623	— 10,61404	8156	— 5,06425	3255
Avril 26	+ 27,59865	3594	— 10,53248	8168	— 5,03170	3260
Mai 26	+ 27,63459	3567	— 10,45080	8179	— 4,99910	3265
Juin 25	+ 27,67026	3539	— 10,36901	8189	— 4,96645	3271
Juill. 25	+ 27,70565	3510	— 10,28712	8201	— 4,93374	3276
Août 24	+ 27,74075	3482	— 10,20511	8211	— 4,90098	3281
Sept. 23	+ 27,77557	3453	— 10,12300	8222	— 4,86817	3286

TABLE II

Coordonnées héliocentriques de Neptune pour midi moyen de Greenwich.

Dans cette table N désigne la mutation en longitude et dV l'excès de l'obliquité apparente de l'écliptique sur l'obliquité constante $23^{\circ}27'30''$. — Les quantités dx , dy et dz sont rapportées à la cinquième décimale prise pour unité dans les valeurs des coordonnées x , y , et z .

Années, mois et jours.	dx	dy	dz
1850			
Janv. 1	+ 6,33 N	+ 12,00 N + 2,69 dV	+ 5,21 N — 5,73 dV
Janv. 31	+ 6,29 N	+ 12,02 N + 2,67 dV	+ 5,22 N — 5,69 dV
Mars 2	+ 6,24 N	+ 12,04 N + 2,65 dV	+ 5,22 N — 5,65 dV
Avril 1	+ 6,20 N	+ 12,06 N + 2,64 dV	+ 5,23 N — 5,62 dV
Mai 1	+ 6,16 N	+ 12,08 N + 2,62 dV	+ 5,24 N — 5,58 dV
Mai 31	+ 6,12 N	+ 12,09 N + 2,61 dV	+ 5,24 N — 5,54 dV
Juin 30	+ 6,08 N	+ 12,11 N + 2,60 dV	+ 5,25 N — 5,50 dV
Juill. 30	+ 6,04 N	+ 12,13 N + 2,58 dV	+ 5,26 N — 5,46 dV
Août 29	+ 6,00 N	+ 12,15 N + 2,57 dV	+ 5,27 N — 5,42 dV
Sept. 28	+ 5,96 N	+ 12,17 N + 2,55 dV	+ 5,28 N — 5,38 dV
Oct. 28	+ 5,92 N	+ 12,19 N + 2,53 dV	+ 5,29 N — 5,34 dV
Nov. 27	+ 5,88 N	+ 12,20 N + 5,51 dV	+ 5,29 N — 5,30 dV
Déc. 27	+ 5,83 N	+ 12,21 N + 2,50 dV	+ 5,30 N — 5,26 dV
1851			
Janv. 26	+ 5,79 N	+ 12,23 N + 2,49 dV	+ 5,31 N — 5,22 dV
Févr. 25	+ 5,74 N	+ 12,24 N + 2,47 dV	+ 5,31 N — 5,18 dV
Mars 27	+ 5,70 N	+ 12,26 N + 2,46 dV	+ 5,32 N — 5,14 dV
Avril 26	+ 5,66 N	+ 12,28 N + 2,44 dV	+ 5,33 N — 5,10 dV
Mai 26	+ 5,62 N	+ 12,29 N + 2,43 dV	+ 5,33 N — 5,07 dV
Juin 25	+ 5,57 N	+ 12,31 N + 2,41 dV	+ 5,34 N — 5,03 dV
Juill. 25	+ 5,53 N	+ 12,32 N + 2,39 dV	+ 5,35 N — 4,99 dV
Août 24	+ 5,48 N	+ 12,34 N + 2,38 dV	+ 5,35 N — 4,95 dV
Sept. 23	+ 5,44 N	+ 12,35 N + 2,36 dV	+ 5,36 N — 4,91 dV

Années, mois et jours.	x_1	Dir.	y_1	Dir.	z_1	Dir.
Oct. 23	+ 27,81010	3425	— 10,04078	8233	— 4,83531	3292
Nov. 22	+ 27,84435	3397	— 9,95845	8243	— 4,80239	3296
Déc. 22	+ 27,87832	3369	— 9,87602	8253	— 4,76943	3301
1852						
Janv. 21	+ 27,91201	3340	— 9,79349	8264	— 4,73642	3306
Févr. 20	+ 27,94541	3313	— 9,71085	8274	— 4,70336	3311
Mars 21	+ 27,97854	3285	— 9,62811	8284	— 4,67025	3316
Avr. 20	+ 28,01139	3256	— 9,54527	8295	— 4,63709	3320
Mai 20	+ 28,04395	3228	— 9,46232	8304	— 4,60389	3326
Juin 19	+ 28,07623	3199	— 9,37928	8314	— 4,57063	3330
Juill. 19	+ 28,10822	3171	— 9,29614	8324	— 4,53733	3335
Août 18	+ 28,13993	3142	— 9,21290	8334	— 4,50398	3340
Sept. 17	+ 28,17135	3113	— 9,12956	8344	— 4,47058	3345
Oct. 17	+ 28,20248	3085	— 9,04612	8353	— 4,43713	3350
Nov. 16	+ 28,23333	3058	— 8,96259	8362	— 4,40363	3354
Déc. 16	+ 28,26391	3029	— 8,87897	8372	— 4,37009	3359
1853						
Janv. 15	+ 28,29420	3001	— 8,79525	8381	— 4,33650	8363
Févr. 14	+ 28,32421	2973	— 8,71144	8390	— 4,30287	3367
Mars 16	+ 28,35394	2944	— 8,62754	8399	— 4,26920	3372
Avr. 15	+ 28,38338	2916	— 8,54355	8409	— 4,23548	3377
Mai 15	+ 28,41254	2887	— 8,45946	8417	— 4,20171	3381
Juin 14	+ 28,44141	2859	— 8,37529	8426	— 4,16790	3385
Juill. 14	+ 28,47000	2831	— 8,29103	8435	— 4,13405	3389
Août 13	+ 28,49831	2802	— 8,20668	8443	— 4,10016	3394
Sept. 12	+ 28,52633	2774	— 8,12225	8452	— 4,06622	3398
Oct. 12	+ 28,55407	2746	— 8,03773	8460	— 4,03224	3403
Nov. 11	+ 28,58153	2717	— 7,95313	8469	— 3,99821	3407
Déc. 11	+ 28,60870	2688	— 7,86844	8478	— 3,96414	3411
1854						
Janv. 10	+ 28,63558	2659	— 7,78366	8486	— 3,93003	3415
Févr. 9	+ 28,66217	2631	— 7,69880	8494	— 3,89588	3419
Mars 11	+ 28,68848	2603	— 7,61386	8502	— 3,86169	3423
Avr. 10	+ 28,71451	2574	— 7,52884	8510	— 3,82746	3427
Mai 10	+ 28,74025	2546	— 7,44374	8517	— 3,79319	3431
Juin 9	+ 28,76571	2517	— 7,35857	8525	— 3,75888	3435
Juill. 9	+ 28,79088	2489	— 7,27332	8533	— 3,72453	3439
Août 8	+ 28,81577	2460	— 7,18799	8540	— 3,69014	3443
Sept. 7	+ 28,84037	2431	— 7,10259	8548	— 3,65571	3446

Années, mois et jours.	dx	dy	dz
Oct. 23	+ 5,40 <i>N</i>	+ 12,37 <i>N</i> + 2,35 <i>dV</i>	+ 5,37 <i>N</i> — 4,87 <i>dV</i>
Nov. 22	+ 5,35 <i>N</i>	+ 12,38 <i>N</i> + 2,33 <i>dV</i>	+ 5,37 <i>N</i> — 4,83 <i>dV</i>
Déc. 22	+ 5,31 <i>N</i>	+ 12,40 <i>N</i> + 2,31 <i>dV</i>	+ 5,38 <i>N</i> — 4,79 <i>dV</i>
1852			
Janv. 21	+ 5,27 <i>N</i>	+ 12,41 <i>N</i> + 2,30 <i>dV</i>	+ 5,39 <i>N</i> — 4,75 <i>dV</i>
Févr. 20	+ 5,22 <i>N</i>	+ 12,43 <i>N</i> + 2,28 <i>dV</i>	+ 5,39 <i>N</i> — 4,71 <i>dV</i>
Mars 21	+ 5,18 <i>N</i>	+ 12,44 <i>N</i> + 2,27 <i>dV</i>	+ 5,40 <i>N</i> — 4,67 <i>dV</i>
Avr. 20	+ 5,13 <i>N</i>	+ 12,46 <i>N</i> + 2,25 <i>dV</i>	+ 5,40 <i>N</i> — 4,63 <i>dV</i>
Mai 20	+ 5,09 <i>N</i>	+ 12,47 <i>N</i> + 2,24 <i>dV</i>	+ 5,41 <i>N</i> — 4,59 <i>dV</i>
Juin 19	+ 5,05 <i>N</i>	+ 12,49 <i>N</i> + 2,22 <i>dV</i>	+ 5,42 <i>N</i> — 4,55 <i>dV</i>
Juill. 19	+ 5,01 <i>N</i>	+ 12,50 <i>N</i> + 2,20 <i>dV</i>	+ 5,42 <i>N</i> — 4,51 <i>dV</i>
Août 18	+ 4,96 <i>N</i>	+ 12,52 <i>N</i> + 2,19 <i>dV</i>	+ 5,43 <i>N</i> — 4,47 <i>dV</i>
Sept. 17	+ 4,92 <i>N</i>	+ 12,53 <i>N</i> + 2,17 <i>dV</i>	+ 5,43 <i>N</i> — 4,43 <i>dV</i>
Oct. 17	+ 4,88 <i>N</i>	+ 12,55 <i>N</i> + 2,15 <i>dV</i>	+ 5,44 <i>N</i> — 4,39 <i>dV</i>
Nov. 16	+ 4,83 <i>N</i>	+ 12,56 <i>N</i> + 2,13 <i>dV</i>	+ 5,44 <i>N</i> — 4,35 <i>dV</i>
Déc. 16	+ 4,79 <i>N</i>	+ 12,57 <i>N</i> + 2,12 <i>dV</i>	+ 5,45 <i>N</i> — 4,30 <i>dV</i>
1853			
Janv. 15	+ 4,75 <i>N</i>	+ 12,58 <i>N</i> + 2,11 <i>dV</i>	+ 5,45 <i>N</i> — 4,26 <i>dV</i>
Févr. 14	+ 4,70 <i>N</i>	+ 12,60 <i>N</i> + 2,09 <i>dV</i>	+ 5,46 <i>N</i> — 4,22 <i>dV</i>
Mars 16	+ 4,66 <i>N</i>	+ 12,61 <i>N</i> + 2,07 <i>dV</i>	+ 5,47 <i>N</i> — 4,18 <i>dV</i>
Avr. 15	+ 4,62 <i>N</i>	+ 12,63 <i>N</i> + 2,06 <i>dV</i>	+ 5,47 <i>N</i> — 4,14 <i>dV</i>
Mai 15	+ 4,57 <i>N</i>	+ 12,64 <i>N</i> + 2,04 <i>dV</i>	+ 5,48 <i>N</i> — 4,10 <i>dV</i>
Juin 14	+ 4,53 <i>N</i>	+ 12,65 <i>N</i> + 2,00 <i>dV</i>	+ 5,49 <i>N</i> — 4,06 <i>dV</i>
Juill. 14	+ 4,49 <i>N</i>	+ 12,66 <i>N</i> + 1,99 <i>dV</i>	+ 5,49 <i>N</i> — 4,02 <i>dV</i>
Août 13	+ 4,44 <i>N</i>	+ 12,67 <i>N</i> + 1,97 <i>dV</i>	+ 5,50 <i>N</i> — 3,98 <i>dV</i>
Sept. 12	+ 4,40 <i>N</i>	+ 12,68 <i>N</i> + 1,96 <i>dV</i>	+ 5,50 <i>N</i> — 3,94 <i>dV</i>
Oct. 12	+ 4,35 <i>N</i>	+ 12,69 <i>N</i> + 1,94 <i>dV</i>	+ 5,51 <i>N</i> — 3,90 <i>dV</i>
Nov. 11	+ 4,31 <i>N</i>	+ 12,70 <i>N</i> + 1,92 <i>dV</i>	+ 5,51 <i>N</i> — 3,86 <i>dV</i>
Déc. 11	+ 4,27 <i>N</i>	+ 12,72 <i>N</i> + 1,90 <i>dV</i>	+ 5,52 <i>N</i> — 3,81 <i>dV</i>
1854			
Janv. 10	+ 4,22 <i>N</i>	+ 12,74 <i>N</i> + 1,90 <i>dV</i>	+ 5,52 <i>N</i> — 3,77 <i>dV</i>
Févr. 9	+ 4,18 <i>N</i>	+ 12,75 <i>N</i> + 1,89 <i>dV</i>	+ 5,53 <i>N</i> — 3,73 <i>dV</i>
Mars 11	+ 4,13 <i>N</i>	+ 12,76 <i>N</i> + 1,87 <i>dV</i>	+ 5,54 <i>N</i> — 3,69 <i>dV</i>
Avril 10	+ 4,09 <i>N</i>	+ 12,77 <i>N</i> + 1,86 <i>dV</i>	+ 5,54 <i>N</i> — 3,65 <i>dV</i>
Mai 10	+ 4,04 <i>N</i>	+ 12,78 <i>N</i> + 1,84 <i>dV</i>	+ 5,55 <i>N</i> — 3,61 <i>dV</i>
Juin 9	+ 4,00 <i>N</i>	+ 12,79 <i>N</i> + 1,82 <i>dV</i>	+ 5,55 <i>N</i> — 3,57 <i>dV</i>
Juill. 9	+ 3,95 <i>N</i>	+ 12,80 <i>N</i> + 1,80 <i>dV</i>	+ 5,56 <i>N</i> — 3,53 <i>dV</i>
Août 8	+ 3,91 <i>N</i>	+ 12,81 <i>N</i> + 1,79 <i>dV</i>	+ 5,56 <i>N</i> — 3,49 <i>dV</i>
Sept. 7	+ 3,86 <i>N</i>	+ 12,82 <i>N</i> + 1,77 <i>dV</i>	+ 5,57 <i>N</i> — 3,44 <i>dV</i>

Années, mois et jours.	x_1	Dir.	y_1	Dir.	z_1	Dir.
Oct. 7	+ 28,86468	2403	— 7,01711	8555	— 3,62125	3450
Nov. 6	+ 28,88871	2375	— 6,93156	8563	— 3,58675	3454
Déc. 6	+ 28,91246	2346	— 6,84593	8570	— 3,55221	3458
1855						
Janv. 5	+ 28,93592	2317	— 6,76023	8577	— 3,51763	3461
Févr. 4	+ 28,95909	2288	— 6,67446	8584	— 3,48302	3465
Mars 6	+ 28,98197	2260	— 6,58862	8591	— 3,44837	3469
Avr. 5	+ 29,00457	2231	— 6,50271	8598	— 3,41368	3472
Mai 5	+ 29,02688	2202	— 6,41673	8604	— 3,37896	3475
Juin 4	+ 29,04890	2173	— 6,33069	8610	— 3,34421	3479
Juill. 4	+ 29,07063	2145	— 6,24459	8617	— 3,30942	3483
Août 3	+ 29,09208	2116	— 6,15842	8623	— 3,27459	3486
Sept. 2	+ 29,11324	2087	— 6,07219	8629	— 3,23973	3489
Oct. 2	+ 29,13411	2058	— 5,98590	8635	— 3,20484	3492
Nov. 1	+ 29,15469	2029	— 5,89955	8641	— 3,16992	3495
Déc. 1	+ 29,17498	2000	— 5,81314	8647	— 3,13497	3498
Déc. 31	+ 29,19498	1971	— 5,72667	8652	— 3,09999	3501
1856						
Janv. 30	+ 29,21469	1941	— 5,64015	8658	— 3,06498	3504
Févr. 29	+ 29,23410	1913	— 5,55357	8664	— 3,02994	3508
Mars 30	+ 29,25323	1883	— 5,46693	8669	— 2,99486	3510
Avr. 29	+ 29,27206	1854	— 5,38024	8675	— 2,95976	3514
Mai 29	+ 29,29060	1825	— 5,29349	8680	— 2,92462	3517
Juin 28	+ 29,30885	1796	— 5,20669	8685	— 2,88945	3519
Juill. 28	+ 29,32681	1767	— 5,11984	8689	— 2,85426	3522
Août 27	+ 29,34448	1738	— 5,03295	8694	— 2,81904	3524
Sept. 26	+ 29,36186	1709	— 4,94601	8699	— 2,78380	3527
Oct. 26	+ 29,37895	1679	— 4,85902	8703	— 2,74853	3529
Nov. 25	+ 29,39574	1650	— 4,77199	8707	— 2,71324	3532
Déc. 25	+ 29,41224	1620	— 4,68492	8712	— 2,67792	3535
1857						
Janv. 24	+ 29,42844	1592	— 4,59780	8716	— 2,64257	3537
Févr. 23	+ 29,44436	1562	— 4,51064	8720	— 2,60720	3539
Mars 25	+ 29,45998	1534	— 4,42344	8724	— 2,57181	3541
Avr. 24	+ 29,47532	1504	— 4,33620	8727	— 2,53640	3544
Mai 24	+ 29,49036	1475	— 4,24893	8731	— 2,50096	3546
Juin 23	+ 29,50511	1446	— 4,16162	8735	— 2,46550	3549
Juill. 23	+ 29,51957	1416	— 4,07427	8738	— 2,43001	3551
Août 22	+ 29,53373	1387	— 3,98689	8742	— 2,39450	3553

Années, mois et jours.	<i>dx</i>	<i>dy</i>	<i>dz</i>
Oct. 7	+ 3,82 <i>N</i>	+ 12,83 <i>N</i> + 1,76 <i>dV</i>	+ 5,57 <i>N</i> — 3,40 <i>dV</i>
Nov. 6	+ 3,77 <i>N</i>	+ 12,84 <i>N</i> + 1,74 <i>dV</i>	+ 5,58 <i>N</i> — 3,36 <i>dV</i>
Déc. 6	+ 3,73 <i>N</i>	+ 12,86 <i>N</i> + 1,72 <i>dV</i>	+ 5,58 <i>N</i> — 3,32 <i>dV</i>
1855			
Janv. 5	+ 3,68 <i>N</i>	+ 12,87 <i>N</i> + 1,71 <i>dV</i>	+ 5,59 <i>N</i> — 3,28 <i>dV</i>
Févr. 4	+ 3,64 <i>N</i>	+ 12,88 <i>N</i> + 1,09 <i>dV</i>	+ 5,59 <i>N</i> — 3,24 <i>dV</i>
Mars 6	+ 3,59 <i>N</i>	+ 12,89 <i>N</i> + 1,64 <i>dV</i>	+ 5,59 <i>N</i> — 3,19 <i>dV</i>
Avril 5	+ 3,55 <i>N</i>	+ 12,90 <i>N</i> + 1,66 <i>dV</i>	+ 5,60 <i>N</i> — 3,15 <i>dV</i>
Mai 5	+ 3,50 <i>N</i>	+ 12,91 <i>N</i> + 1,64 <i>dV</i>	+ 5,60 <i>N</i> — 3,11 <i>dV</i>
Juin 4	+ 3,46 <i>N</i>	+ 12,92 <i>N</i> + 1,62 <i>dV</i>	+ 5,61 <i>N</i> — 3,07 <i>dV</i>
Juill. 4	+ 3,41 <i>N</i>	+ 12,93 <i>N</i> + 1,60 <i>dV</i>	+ 5,61 <i>N</i> — 3,03 <i>dV</i>
Août 3	+ 3,37 <i>N</i>	+ 12,94 <i>N</i> + 1,59 <i>dV</i>	+ 5,62 <i>N</i> — 2,99 <i>dV</i>
Sept. 2	+ 3,32 <i>N</i>	+ 12,94 <i>N</i> + 1,57 <i>dV</i>	+ 5,62 <i>N</i> — 2,94 <i>dV</i>
Oct. 2	+ 3,28 <i>N</i>	+ 12,95 <i>N</i> + 1,55 <i>dV</i>	+ 5,63 <i>N</i> — 2,90 <i>dV</i>
Nov. 1	+ 3,23 <i>N</i>	+ 12,96 <i>N</i> + 1,54 <i>dV</i>	+ 5,63 <i>N</i> — 2,86 <i>dV</i>
Déc. 1	+ 3,19 <i>N</i>	+ 12,97 <i>N</i> + 1,52 <i>dV</i>	+ 5,63 <i>N</i> — 2,82 <i>dV</i>
Déc. 31	+ 3,14 <i>N</i>	+ 12,98 <i>N</i> + 1,50 <i>dV</i>	+ 5,64 <i>N</i> — 2,78 <i>dV</i>
1856			
Janv. 30	+ 3,10 <i>N</i>	+ 12,99 <i>N</i> + 1,49 <i>dV</i>	+ 5,64 <i>N</i> — 2,73 <i>dV</i>
Févr. 29	+ 3,05 <i>N</i>	+ 13,00 <i>N</i> + 1,47 <i>dV</i>	+ 5,64 <i>N</i> — 2,69 <i>dV</i>
Mars 30	+ 3,01 <i>N</i>	+ 13,01 <i>N</i> + 1,45 <i>dV</i>	+ 5,65 <i>N</i> — 2,65 <i>dV</i>
Avril 29	+ 2,96 <i>N</i>	+ 13,02 <i>N</i> + 1,44 <i>dV</i>	+ 5,65 <i>N</i> — 2,61 <i>dV</i>
Mai 29	+ 2,92 <i>N</i>	+ 13,03 <i>N</i> + 1,42 <i>dV</i>	+ 5,65 <i>N</i> — 2,57 <i>dV</i>
Juin 28	+ 2,87 <i>N</i>	+ 13,03 <i>N</i> + 1,40 <i>dV</i>	+ 5,66 <i>N</i> — 2,52 <i>dV</i>
Juill. 28	+ 2,83 <i>N</i>	+ 13,04 <i>N</i> + 1,38 <i>dV</i>	+ 5,66 <i>N</i> — 2,48 <i>dV</i>
Août 27	+ 2,78 <i>N</i>	+ 13,05 <i>N</i> + 1,36 <i>dV</i>	+ 5,67 <i>N</i> — 2,44 <i>dV</i>
Sept. 26	+ 2,74 <i>N</i>	+ 13,06 <i>N</i> + 1,35 <i>dV</i>	+ 5,67 <i>N</i> — 2,40 <i>dV</i>
Oct. 26	+ 2,69 <i>N</i>	+ 13,07 <i>N</i> + 1,33 <i>dV</i>	+ 5,67 <i>N</i> — 2,35 <i>dV</i>
Nov. 25	+ 2,65 <i>N</i>	+ 13,07 <i>N</i> + 1,31 <i>dV</i>	+ 5,67 <i>N</i> — 2,31 <i>dV</i>
Déc. 25	+ 2,60 <i>N</i>	+ 13,08 <i>N</i> + 1,30 <i>dV</i>	+ 5,68 <i>N</i> — 2,27 <i>dV</i>
1857			
Janv. 24	+ 2,55 <i>N</i>	+ 13,09 <i>N</i> + 1,28 <i>dV</i>	+ 5,68 <i>N</i> — 2,23 <i>dV</i>
Févr. 23	+ 2,50 <i>N</i>	+ 13,10 <i>N</i> + 1,27 <i>dV</i>	+ 5,68 <i>N</i> — 2,19 <i>dV</i>
Mars 25	+ 2,46 <i>N</i>	+ 13,10 <i>N</i> + 1,25 <i>dV</i>	+ 5,68 <i>N</i> — 2,14 <i>dV</i>
Avr. 24	+ 2,41 <i>N</i>	+ 13,11 <i>N</i> + 1,23 <i>dV</i>	+ 5,69 <i>N</i> — 2,10 <i>dV</i>
Mai 24	+ 2,37 <i>N</i>	+ 13,11 <i>N</i> + 1,21 <i>dV</i>	+ 5,69 <i>N</i> — 2,06 <i>dV</i>
Juin 23	+ 2,32 <i>N</i>	+ 13,12 <i>N</i> + 1,19 <i>dV</i>	+ 5,69 <i>N</i> — 2,02 <i>dV</i>
Juill. 23	+ 2,28 <i>N</i>	+ 13,13 <i>N</i> + 1,18 <i>dV</i>	+ 5,70 <i>N</i> — 1,97 <i>dV</i>
Août 22	+ 2,14 <i>N</i>	+ 13,13 <i>N</i> + 1,16 <i>dV</i>	+ 5,70 <i>N</i> — 1,93 <i>dV</i>

Années, mois et jours.	x_1	Dif.	y_1	Dif.	z_1	μ .
Sept. 21	+ 29,54760	1357	— 3,89947	8745	— 2,35897	3555
Oct. 21	+ 29,56117	1328	— 3,81202	8748	— 2,32342	3557
Nov. 20	+ 29,57445	1297	— 3,72454	8751	— 2,28785	3559
Déc. 20	+ 29,58742	1268	— 3,63703	8755	— 1,25226	3561
1858						
Janv. 19	+ 29,60010	1240	— 3,54948	8758	— 2,21665	3562
Févr. 18	+ 29,61250	1211	— 3,46190	8760	— 2,18103	3565
Mars 20	+ 29,62461	1181	— 3,37430	8763	— 2,14538	3566
Avril 19	+ 29,63642	1152	— 3,28667	8765	— 2,10972	3569
Mai 19	+ 29,64794	1122	— 3,19902	8768	— 2,07403	3571
Juin 18	+ 29,65916	1092	— 3,11134	8771	— 2,03832	3572
Juill. 18	+ 29,67008	1062	— 3,02363	8773	— 2,00260	3574
Août 17	+ 29,68070	1033	— 2,93590	8775	— 1,96686	3575
Sept. 16	+ 29,69103	1003	— 2,84815	8777	— 1,93111	3577
Oct. 16	+ 29,70106	974	— 2,76038	8779	— 1,89534	3578
Nov. 15	+ 29,71080	945	— 2,67259	8781	— 1,85956	3580
Déc. 15	+ 29,72025	915	— 2,58478	8782	— 1,82376	3581
1859						
Janv. 14	+ 29,72940	885	— 2,49696	8785	— 1,78795	3583
Févr. 13	+ 29,73825	855	— 2,40911	8786	— 1,75212	3584
Mars 15	+ 29,74680	824	— 2,32125	8788	— 1,71628	3586
Avril 14	+ 29,75504	795	— 2,23337	8789	— 1,68042	3587
Mai 14	+ 29,76299	764	— 2,14548	8791	— 1,64455	3589
Juin 13	+ 29,77063	735	— 2,05757	8792	— 1,60866	3590
Juill. 13	+ 29,77798	704	— 1,96965	8794	— 1,57276	3591
Août 12	+ 29,78502	675	— 1,88171	8795	— 1,53685	3593
Sept. 11	+ 29,79177	645	— 1,79376	8798	— 1,50092	3593
Oct. 11	+ 29,79822	615	— 1,70580	8797	— 1,46499	3595
Nov. 10	+ 29,80437	586	— 1,61783	8799	— 1,42904	3596
Déc. 10	+ 29,81023	556	— 1,52984	8799	— 1,39308	3597
1860						
Janv. 9	+ 29,81579	526	— 1,44185	8800	— 1,35711	3598
Févr. 8	+ 29,82105	495	— 1,35385	8801	— 1,32113	3600
Mars 9	+ 29,82600	466	— 1,26584	8802	— 1,28513	3600
Avril 8	+ 29,83066	435	— 1,17782	8802	— 1,24913	3601
Mai 8	+ 29,83501	405	— 1,08980	8803	— 1,21312	3602
Juin 7	+ 29,83906	374	— 1,00177	8804	— 1,17710	3604
Juill. 7	+ 29,84280	343	— 0,91373	8804	— 1,14106	3605
Août 6	+ 29,84625	314	— 0,82569	8804	— 1,10501	3605

Années, mois et jours.	<i>dx</i>	<i>dy</i>	<i>dz</i>
Sept. 21	+ 2,19 <i>N</i>	+ 13,14 <i>N</i> + 1,14 <i>dV</i>	+ 5,70 <i>N</i> — 1,89 <i>dV</i>
Oct. 21	+ 2,14 <i>N</i>	+ 13,15 <i>N</i> + 1,13 <i>dV</i>	+ 5,70 <i>N</i> — 1,85 <i>dV</i>
Nov. 20	+ 2,10 <i>N</i>	+ 13,15 <i>N</i> + 1,11 <i>dV</i>	+ 5,71 <i>N</i> — 1,80 <i>dV</i>
Déc. 20	+ 2,05 <i>N</i>	+ 13,16 <i>N</i> + 1,09 <i>dV</i>	+ 5,71 <i>N</i> — 1,76 <i>dV</i>
1858			
Janv. 19	+ 2,01 <i>N</i>	+ 13,16 <i>N</i> + 1,08 <i>dV</i>	+ 5,71 <i>N</i> — 1,72 <i>dV</i>
Févr. 18	+ 1,96 <i>N</i>	+ 13,17 <i>N</i> + 1,06 <i>dV</i>	+ 5,72 <i>N</i> — 1,68 <i>dV</i>
Mars 20	+ 1,91 <i>N</i>	+ 13,17 <i>N</i> + 1,04 <i>dV</i>	+ 5,72 <i>N</i> — 1,64 <i>dV</i>
Avr. 19	+ 1,87 <i>N</i>	+ 13,18 <i>N</i> + 1,02 <i>dV</i>	+ 5,72 <i>N</i> — 1,59 <i>dV</i>
Mai 19	+ 1,82 <i>N</i>	+ 13,18 <i>N</i> + 1,01 <i>dV</i>	+ 5,72 <i>N</i> — 1,55 <i>dV</i>
Juin 18	+ 1,77 <i>N</i>	+ 13,19 <i>N</i> + 0,99 <i>dV</i>	+ 5,72 <i>N</i> — 1,51 <i>dV</i>
Juill. 18	+ 1,73 <i>N</i>	+ 13,19 <i>N</i> + 0,97 <i>dV</i>	+ 5,73 <i>N</i> — 1,47 <i>dV</i>
Août 17	+ 1,68 <i>N</i>	+ 13,20 <i>N</i> + 0,95 <i>dV</i>	+ 5,73 <i>N</i> — 1,42 <i>dV</i>
Sept. 16	+ 1,64 <i>N</i>	+ 13,20 <i>N</i> + 0,94 <i>dV</i>	+ 5,73 <i>N</i> — 1,38 <i>dV</i>
Oct. 16	+ 1,59 <i>N</i>	+ 13,21 <i>N</i> + 0,92 <i>dV</i>	+ 5,73 <i>N</i> — 1,34 <i>dV</i>
Nov. 15	+ 1,55 <i>N</i>	+ 13,21 <i>N</i> + 0,90 <i>dV</i>	+ 5,73 <i>N</i> — 1,30 <i>dV</i>
Déc. 15	+ 1,50 <i>N</i>	+ 13,22 <i>N</i> + 0,89 <i>dV</i>	+ 5,74 <i>N</i> — 1,25 <i>dV</i>
1859			
Janv. 14	+ 1,46 <i>N</i>	+ 13,22 <i>N</i> + 0,87 <i>dV</i>	+ 5,74 <i>N</i> — 1,21 <i>dV</i>
Févr. 13	+ 1,41 <i>N</i>	+ 13,23 <i>N</i> + 0,85 <i>dV</i>	+ 5,74 <i>N</i> — 1,17 <i>dV</i>
Mars 15	+ 1,36 <i>N</i>	+ 13,23 <i>N</i> + 0,83 <i>dV</i>	+ 5,74 <i>N</i> — 1,13 <i>dV</i>
Avril 14	+ 1,31 <i>N</i>	+ 13,23 <i>N</i> + 0,81 <i>dV</i>	+ 5,74 <i>N</i> — 1,08 <i>dV</i>
Mai 14	+ 1,27 <i>N</i>	+ 13,24 <i>N</i> + 0,80 <i>dV</i>	+ 5,74 <i>N</i> — 1,04 <i>dV</i>
Juin 13	+ 1,22 <i>N</i>	+ 13,24 <i>N</i> + 0,78 <i>dV</i>	+ 5,75 <i>N</i> — 1,00 <i>dV</i>
Juill. 13	+ 1,18 <i>N</i>	+ 13,24 <i>N</i> + 0,76 <i>dV</i>	+ 5,75 <i>N</i> — 0,96 <i>dV</i>
Août 12	+ 1,13 <i>N</i>	+ 13,25 <i>N</i> + 0,75 <i>dV</i>	+ 5,75 <i>N</i> — 0,91 <i>dV</i>
Sept. 11	+ 1,09 <i>N</i>	+ 13,25 <i>N</i> + 0,73 <i>dV</i>	+ 5,75 <i>N</i> — 0,87 <i>dV</i>
Oct. 11	+ 1,04 <i>N</i>	+ 13,25 <i>N</i> + 0,71 <i>dV</i>	+ 5,75 <i>N</i> — 0,83 <i>dV</i>
Nov. 10	+ 1,00 <i>N</i>	+ 13,26 <i>N</i> + 0,69 <i>dV</i>	+ 5,75 <i>N</i> — 0,78 <i>dV</i>
Déc. 10	+ 0,95 <i>N</i>	+ 13,26 <i>N</i> + 0,67 <i>dV</i>	+ 5,75 <i>N</i> — 0,74 <i>dV</i>
1860			
Janv. 9	+ 0,90 <i>N</i>	+ 13,26 <i>N</i> + 0,66 <i>dV</i>	+ 5,75 <i>N</i> — 0,70 <i>dV</i>
Févr. 8	+ 0,86 <i>N</i>	+ 13,26 <i>N</i> + 0,64 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> — 0,66 <i>dV</i>
Mars 9	+ 0,81 <i>N</i>	+ 13,27 <i>N</i> + 0,62 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> — 0,61 <i>dV</i>
Avr. 8	+ 0,76 <i>N</i>	+ 13,27 <i>N</i> + 0,60 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> — 0,57 <i>dV</i>
Mai 8	+ 0,72 <i>N</i>	+ 13,27 <i>N</i> + 0,59 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> — 0,53 <i>dV</i>
Juin 7	+ 0,67 <i>N</i>	+ 13,27 <i>N</i> + 0,57 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> — 0,49 <i>dV</i>
Juill. 7	+ 0,63 <i>N</i>	+ 13,27 <i>N</i> + 0,55 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> — 0,44 <i>dV</i>
Août 6	+ 0,58 <i>N</i>	+ 13,27 <i>N</i> + 0,53 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> — 0,40 <i>dV</i>

Années, mois et jours.	x_1	Dif.	y_1	Dif.	z_1	Dif.
Sept. 5	+ 29,84939	284	— 0,73765	8805	— 1,06896	3606
Oct. 5	+ 29,85223	253	— 0,64960	8805	— 1,03290	3607
Nov. 4	+ 29,85476	223	— 0,56155	8805	— 0,99683	3608
Déc. 4	+ 29,87699	192	— 0,47350	8806	— 0,96075	3608
1861						
Janv. 3	+ 89,85891	162	— 0,38544	8805	— 0,92467	3610
Févr. 2	+ 29,86053	131	— 0,29739	8805	— 0,88857	3610
Mars 4	+ 29,86184	101	— 0,20934	8805	— 0,85247	3611
Avr. 3	+ 29,86285	70	— 0,12129	8805	— 0,81636	3612
Mai 3	+ 29,86355	39	— 0,03324	8805	— 0,78024	3612
Juin 2	+ 29,86394	9	+ 0,05481	8804	— 0,74412	3613
Juill. 2	+ 29,86403	23	+ 0,11285	8803	— 0,70799	3613
Août 1	+ 29,86380	54	+ 0,23088	8803	— 0,67186	3614
Août 31	+ 29,86326	84	+ 0,31891	8803	— 0,63572	3615
Sept. 30	+ 29,86242	115	+ 0,40694	8802	— 0,59957	3615
Oct. 30	+ 29,86127	145	+ 0,49496	8801	— 0,56342	3615
Nov. 29	+ 29,85982	175	+ 0,58297	8801	— 0,52727	3616
Déc. 29	+ 29,85807	206	+ 0,67098	8800	— 0,49111	3616
1862						
Janv. 28	+ 29,85601	237	+ 0,75898	8798	— 0,45495	3617
Févr. 27	+ 29,85364	268	+ 0,84696	8798	— 0,41878	3617
Mars 29	+ 29,85096	298	+ 0,93494	8796	— 0,38261	3617
Avr. 28	+ 29,84798	330	+ 1,02290	8795	— 0,34644	3618
Mai 28	+ 29,84468	360	+ 1,11085	8794	— 0,31026	3618
Juin 27	+ 29,84108	392	+ 1,19879	8793	— 0,27408	3618
Juill. 27	+ 29,83716	422	+ 1,28672	8791	— 0,23790	3618
Août 26	+ 29,83294	453	+ 1,37463	8790	— 0,20172	3619
Sept. 25	+ 29,82841	484	+ 1,46253	8788	— 0,16553	3619
Oct. 25	+ 29,82357	515	+ 1,55041	8788	— 0,12934	3619
Nov. 24	+ 29,81842	546	+ 1,63829	8786	— 0,09315	3620
Déc. 24	+ 29,81296	577	+ 1,72615	8785	— 0,05695	3620
1863						
Janv. 23	+ 29,80719	608	+ 1,81400	8783	— 0,02075	3620
Févr. 22	+ 29,80111	639	+ 1,90183	8781	+ 0,01545	3620
Mars 24	+ 29,79472	669	+ 1,98964	8780	+ 0,05165	3620
Avr. 23	+ 29,78803	700	+ 2,07744	8778	+ 0,08785	3620
Mai 23	+ 29,78103	731	+ 2,16522	8776	+ 0,12405	3620
Juin 22	+ 29,77372	762	+ 2,25298	8773	+ 0,16025	3620
Juill. 22	+ 29,76610	792	+ 2,34071	8771	+ 0,19645	3619

Années, mois et jours.	<i>dx</i>	<i>dy</i>	<i>dz</i>
Sept. 5	+ 0,54 <i>N</i>	+ 13,28 <i>N</i> + 0,52 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> — 0,36 <i>dV</i>
Oct. 5	+ 0,49 <i>N</i>	+ 13,28 <i>N</i> + 0,50 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> — 0,32 <i>dV</i>
Nov. 4	+ 0,44 <i>N</i>	+ 13,28 <i>N</i> + 0,48 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> — 0,27 <i>dV</i>
Déc. 4	+ 0,40 <i>N</i>	+ 13,28 <i>N</i> + 0,47 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> — 0,23 <i>dV</i>
1861			
Janv. 3	+ 0,35 <i>N</i>	+ 13,28 <i>N</i> + 0,45 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> — 0,19 <i>dV</i>
Févr. 2	+ 0,30 <i>N</i>	+ 13,28 <i>N</i> + 0,43 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> — 0,14 <i>dV</i>
Mars 4	+ 0,26 <i>N</i>	+ 13,28 <i>N</i> + 0,41 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> — 0,10 <i>dV</i>
Avril 3	+ 0,21 <i>N</i>	+ 13,28 <i>N</i> + 0,39 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> — 0,06 <i>dV</i>
Mai 3	+ 0,17 <i>N</i>	+ 13,28 <i>N</i> + 0,38 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> — 0,02 <i>dV</i>
Juin 2	+ 0,12 <i>N</i>	+ 13,28 <i>N</i> + 0,36 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> + 0,02 <i>dV</i>
Juill. 2	+ 0,07 <i>N</i>	+ 13,28 <i>N</i> + 0,34 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> + 0,07 <i>dV</i>
Août 1	+ 0,03 <i>N</i>	+ 13,28 <i>N</i> + 0,32 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> + 0,11 <i>dV</i>
Août 31	— 0,02 <i>N</i>	+ 13,28 <i>N</i> + 0,31 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> + 0,16 <i>dV</i>
Sept. 30	— 0,07 <i>N</i>	+ 13,28 <i>N</i> + 0,29 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> + 0,20 <i>dV</i>
Oct. 30	— 0,11 <i>N</i>	+ 13,28 <i>N</i> + 0,27 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> + 0,24 <i>dV</i>
Nov. 29	— 0,15 <i>N</i>	+ 13,28 <i>N</i> + 0,25 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> + 0,28 <i>dV</i>
Déc. 29	— 0,20 <i>N</i>	+ 13,28 <i>N</i> + 0,24 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> + 0,33 <i>dV</i>
1862			
Janv. 28	— 0,25 <i>N</i>	+ 13,28 <i>N</i> + 0,22 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> + 0,37 <i>dV</i>
Févr. 27	— 0,30 <i>N</i>	+ 13,28 <i>N</i> + 0,20 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> + 0,41 <i>dV</i>
Mars 29	— 0,34 <i>N</i>	+ 13,28 <i>N</i> + 0,18 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> + 0,46 <i>dV</i>
Avr. 28	— 0,38 <i>N</i>	+ 13,27 <i>N</i> + 0,17 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> + 0,50 <i>dV</i>
Mai 28	— 0,43 <i>N</i>	+ 13,27 <i>N</i> + 0,15 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> + 0,54 <i>dV</i>
Juin 27	— 0,48 <i>N</i>	+ 13,27 <i>N</i> + 0,13 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> + 0,58 <i>dV</i>
Juill. 27	— 0,53 <i>N</i>	+ 13,27 <i>N</i> + 0,12 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> + 0,62 <i>dV</i>
Août 26	— 0,57 <i>N</i>	+ 13,27 <i>N</i> + 0,10 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> + 0,67 <i>dV</i>
Sept. 25	— 0,62 <i>N</i>	+ 13,26 <i>N</i> + 0,08 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> + 0,71 <i>dV</i>
Oct. 25	— 0,66 <i>N</i>	+ 13,26 <i>N</i> + 0,06 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> + 0,75 <i>dV</i>
Nov. 24	— 0,71 <i>N</i>	+ 13,26 <i>N</i> + 0,05 <i>dV</i>	+ 5,76 <i>N</i> + 0,79 <i>dV</i>
Déc. 24	— 0,76 <i>N</i>	+ 13,26 <i>N</i> + 0,03 <i>dV</i>	+ 5,75 <i>N</i> + 0,84 <i>dV</i>
1863			
Janv. 23	— 0,80 <i>N</i>	+ 13,26 <i>N</i> + 0,01 <i>dV</i>	+ 5,75 <i>N</i> + 0,88 <i>dV</i>
Févr. 22	— 0,85 <i>N</i>	+ 13,25 <i>N</i> — 0,01 <i>dV</i>	+ 5,75 <i>N</i> + 0,92 <i>dV</i>
Mars 24	— 0,89 <i>N</i>	+ 13,25 <i>N</i> — 0,03 <i>dV</i>	+ 5,75 <i>N</i> + 0,96 <i>dV</i>
Avr. 23	— 0,94 <i>N</i>	+ 13,24 <i>N</i> — 0,04 <i>dV</i>	+ 5,75 <i>N</i> + 1,01 <i>dV</i>
Mai 23	— 0,98 <i>N</i>	+ 13,24 <i>N</i> — 0,06 <i>dV</i>	+ 5,75 <i>N</i> + 1,05 <i>dV</i>
Juin 22	— 1,03 <i>N</i>	+ 13,24 <i>N</i> — 0,08 <i>dV</i>	+ 5,75 <i>N</i> + 1,09 <i>dV</i>
Juill. 22	— 1,07 <i>N</i>	+ 13,24 <i>N</i> — 0,09 <i>dV</i>	+ 5,74 <i>N</i> + 1,13 <i>dV</i>

Années, mois et jours.	x_1	Dif.	y_1	Dif.	z_1	Dif.
Août 21	+ 29,75818	823	+ 2,42842	8768	+ 0,23264	3619
Sept. 20	+ 29,74995	854	+ 2,51610	8766	+ 0,26883	3619
Oct. 20	+ 29,74141	884	+ 2,60376	8763	+ 0,30502	3619
Nov. 19	+ 29,73257	915	+ 2,69139	8761	+ 0,34121	3618
Déc. 19	+ 29,72342	946	+ 2,77900	8758	+ 0,37739	3619
1864						
Janv. 18	+ 29,71396	976	+ 2,86658	8756	+ 0,41358	3618
Févr. 17	+ 29,70420	1007	+ 2,95414	8753	+ 0,44976	3618
Mars 18	+ 29,69413	1037	+ 3,04167	8750	+ 0,48594	3617
Avr. 17	+ 29,68376	1068	+ 3,12917	8748	+ 0,52211	3617
Mai 17	+ 29,67308	1098	+ 3,21665	8745	+ 0,55828	3617
Juin 16	+ 29,66210	1129	+ 3,30410	8742	+ 0,59445	3616
Juill. 16	+ 29,65081	1160	+ 3,39152	8739	+ 0,63061	3616
Août 15	+ 29,63921	1190	+ 3,47891	8736	+ 0,66677	3616
Sept. 14	+ 29,62731	1221	+ 3,56627	8732	+ 0,70293	3615
Oct. 14	+ 29,61510	1251	+ 3,65359	8729	+ 0,73908	3614
Nov. 13	+ 29,60259	1282	+ 3,74088	8726	+ 0,77522	3613
Déc. 13	+ 29,58977	1311	+ 3,82814	8722	+ 0,81135	3613
1865						
Janv. 12	+ 29,57666	1342	+ 3,91536	8719	+ 0,84748	3613
Févr. 11	+ 29,56324	1372	+ 4,00255	8716	+ 0,88361	3612
Mars 13	+ 29,54952	1402	+ 4,08971	3712	+ 0,91973	3611
Avr. 12	+ 29,53550	1432	+ 4,17683	8708	+ 0,95584	3611
Mai 12	+ 29,52118	1463	+ 4,26391	8705	+ 0,99195	3610
Juin 11	+ 29,50655	1492	+ 4,35096	8700	+ 1,02805	3609
Juill. 11	+ 29,49163	1523	+ 4,43796	8697	+ 1,06414	3608
Août 10	+ 29,47640	1552	+ 4,52493	8693	+ 1,10022	3607
Sept. 9	+ 29,46088	1583	+ 4,61186	8689	+ 1,13629	3606
Oct. 9	+ 29,44505	1613	+ 4,69875	8685	+ 1,17235	3605
Nov. 8	+ 29,42892	1642	+ 4,78560	8681	+ 1,20840	3605
Déc. 8	+ 29,41250	1671	+ 4,87241	8676	+ 1,24445	3604
1866						
Janv. 7	+ 29,39579	1702	+ 4,95917	8671	+ 1,28049	3602
Févr. 6	+ 29,37877	1731	+ 5,04588	8666	+ 1,31651	3601
Mars 8	+ 29,36146	1761	+ 5,13254	8662	+ 1,35252	3600
Avr. 7	+ 29,34385	1791	+ 5,21916	8658	+ 1,38852	3599
Mai 7	+ 29,32594	1820	+ 5,30574	8653	+ 1,42451	3598
Juin 6	+ 29,30774	1850	+ 5,39227	8648	+ 1,46049	3597
Juill. 6	+ 29,28924	1879	+ 5,47875	8643	+ 1,49646	3595

Années, mois et jours.	<i>dx</i>	<i>dy</i>	<i>dz</i>
Août 21	— 1,12 <i>N</i>	+ 13,23 <i>N</i> — 0,11 <i>dV</i>	+ 5,74 <i>N</i> + 1,18 <i>dV</i>
Sept. 20	— 1,17 <i>N</i>	+ 13,23 <i>N</i> — 0,13 <i>dV</i>	+ 5,74 <i>N</i> + 1,22 <i>dV</i>
Oct. 20	— 1,22 <i>N</i>	+ 13,23 <i>N</i> — 0,15 <i>dV</i>	+ 5,74 <i>N</i> + 1,26 <i>dV</i>
Nov. 19	— 1,27 <i>N</i>	+ 13,22 <i>N</i> — 0,16 <i>dV</i>	+ 5,74 <i>N</i> + 1,30 <i>dV</i>
Déc. 19	— 1,31 <i>N</i>	+ 13,22 <i>N</i> — 0,18 <i>dV</i>	+ 5,74 <i>N</i> + 1,35 <i>dV</i>
1864			
Janv. 18	— 1,36 <i>N</i>	+ 13,21 <i>N</i> — 0,20 <i>dV</i>	+ 5,73 <i>N</i> + 1,39 <i>dV</i>
Févr. 17	— 1,40 <i>N</i>	+ 13,21 <i>N</i> — 0,22 <i>dV</i>	+ 5,73 <i>N</i> + 1,13 <i>dV</i>
Mars 18	— 1,44 <i>N</i>	+ 13,21 <i>N</i> — 0,23 <i>dV</i>	+ 5,73 <i>N</i> + 1,47 <i>dV</i>
Avr. 17	— 1,49 <i>N</i>	+ 13,20 <i>N</i> — 0,25 <i>dV</i>	+ 5,73 <i>N</i> + 1,52 <i>dV</i>
Mai 17	— 1,53 <i>N</i>	+ 13,20 <i>N</i> — 0,27 <i>dV</i>	+ 5,73 <i>N</i> + 1,56 <i>dN</i>
Juin 16	— 1,58 <i>N</i>	+ 13,19 <i>N</i> — 0,29 <i>dV</i>	+ 5,72 <i>N</i> + 1,60 <i>dV</i>
Juill. 16	— 1,62 <i>N</i>	+ 13,19 <i>N</i> — 0,30 <i>dV</i>	+ 5,72 <i>N</i> + 1,64 <i>dV</i>
Août 15	— 1,67 <i>N</i>	+ 13,18 <i>N</i> — 0,32 <i>dV</i>	+ 5,72 <i>N</i> + 1,69 <i>dV</i>
Sept. 14	— 1,72 <i>N</i>	+ 13,18 <i>N</i> — 0,34 <i>dV</i>	+ 5,72 <i>N</i> + 1,73 <i>dV</i>
Oct. 14	— 1,77 <i>N</i>	+ 13,17 <i>N</i> — 0,36 <i>dV</i>	+ 5,72 <i>N</i> + 1,77 <i>dV</i>
Nov. 13	— 1,81 <i>N</i>	+ 13,16 <i>N</i> — 0,37 <i>dV</i>	+ 5,71 <i>N</i> + 1,81 <i>dV</i>
Déc. 13	— 1,86 <i>N</i>	+ 13,16 <i>N</i> — 0,39 <i>dV</i>	+ 5,71 <i>N</i> + 1,86 <i>dV</i>
1865			
Janv. 12	— 1,91 <i>N</i>	+ 13,15 <i>N</i> — 0,41 <i>dV</i>	+ 5,71 <i>N</i> + 1,90 <i>dV</i>
Févr. 11	— 1,95 <i>N</i>	+ 13,15 <i>N</i> — 0,43 <i>dV</i>	+ 5,71 <i>N</i> + 1,94 <i>dV</i>
Mars 13	— 2,00 <i>N</i>	+ 13,14 <i>N</i> — 0,45 <i>dV</i>	+ 5,70 <i>N</i> + 1,98 <i>dV</i>
Avr. 12	— 2,04 <i>N</i>	+ 13,14 <i>N</i> — 0,46 <i>dV</i>	+ 5,70 <i>N</i> + 2,02 <i>dV</i>
Mai 12	— 2,09 <i>N</i>	+ 13,13 <i>N</i> — 0,48 <i>dV</i>	+ 5,70 <i>N</i> + 2,06 <i>dV</i>
Juin 11	— 2,13 <i>N</i>	+ 13,12 <i>N</i> — 0,50 <i>dV</i>	+ 5,69 <i>N</i> + 2,11 <i>dV</i>
Juill. 11	— 2,18 <i>N</i>	+ 13,12 <i>N</i> — 0,51 <i>dV</i>	+ 5,69 <i>N</i> + 2,15 <i>dV</i>
Août 10	— 2,22 <i>N</i>	+ 13,11 <i>N</i> — 0,53 <i>dV</i>	+ 5,69 <i>N</i> + 2,19 <i>dV</i>
Sept. 9	— 2,27 <i>N</i>	+ 13,10 <i>N</i> — 0,55 <i>dV</i>	+ 5,69 <i>N</i> + 2,23 <i>dV</i>
Oct. 9	— 2,32 <i>N</i>	+ 13,10 <i>N</i> — 0,57 <i>dV</i>	+ 5,68 <i>N</i> + 2,28 <i>dV</i>
Nov. 8	— 2,37 <i>N</i>	+ 13,09 <i>N</i> — 0,58 <i>dV</i>	+ 5,68 <i>N</i> + 2,32 <i>dV</i>
Déc. 8	— 2,41 <i>N</i>	+ 13,08 <i>N</i> — 0,60 <i>dV</i>	+ 5,68 <i>N</i> + 2,36 <i>dV</i>
1866			
Janv. 7	— 2,45 <i>N</i>	+ 13,07 <i>N</i> — 0,62 <i>dV</i>	+ 5,67 <i>N</i> + 2,40 <i>dV</i>
Févr. 6	— 2,50 <i>N</i>	+ 13,07 <i>N</i> — 0,64 <i>dV</i>	+ 5,67 <i>N</i> + 2,45 <i>dV</i>
Mars 8	— 2,54 <i>N</i>	+ 13,06 <i>N</i> — 0,65 <i>dV</i>	+ 5,67 <i>N</i> + 2,49 <i>dV</i>
Avr. 7	— 2,59 <i>N</i>	+ 13,05 <i>N</i> — 0,67 <i>dV</i>	+ 5,66 <i>N</i> + 2,53 <i>dV</i>
Mai 7	— 2,64 <i>N</i>	+ 13,04 <i>N</i> — 0,69 <i>dV</i>	+ 5,66 <i>N</i> + 2,57 <i>dV</i>
Juin 6	— 2,68 <i>N</i>	+ 13,03 <i>N</i> — 0,71 <i>dV</i>	+ 5,66 <i>N</i> + 2,61 <i>dV</i>
Juill. 6	— 2,73 <i>N</i>	+ 13,02 <i>N</i> — 0,72 <i>dV</i>	+ 5,65 <i>N</i> + 2,66 <i>dV</i>

Années, mois et jours.	x_1	Dir.	y_1	Dir.	z_1	Dir.
Août 5	+ 29,27045	1909	+ 5,56518	8638	+ 1,53241	3594
Sept. 4	+ 29,25136	1939	+ 5,65156	8633	+ 1,56835	3592
Oct. 4	+ 29,23197	1969	+ 5,73789	8628	+ 1,60427	3591
Nov. 3	+ 29,21228	1999	+ 5,82417	8622	+ 1,64018	3590
Déc. 3	+ 29,19229	2028	+ 5,91039	8617	+ 1,67608	3589
1867						
Janv. 2	+ 29,17201	2058	+ 5,99656	8612	+ 1,71197	3587
Févr. 1	+ 29,15143	2087	+ 6,08268	8606	+ 1,74784	3585
Mars 3	+ 29,13056	2116	+ 6,16874	8601	+ 1,78369	3584
Avril 2	+ 29,10940	2146	+ 6,25475	8595	+ 1,81953	3582
Mai 2	+ 29,08794	2175	+ 6,34070	8589	+ 1,85535	3581
Juin 1	+ 29,06619	2205	+ 6,42659	8582	+ 1,89116	3579
Juill. 1	+ 29,04414	2234	+ 6,51241	8577	+ 1,92695	3577
Juill. 31	+ 29,02180	2263	+ 6,59818	8571	+ 1,96272	3575
Août 30	+ 28,99917	2292	+ 6,68389	8565	+ 1,99847	3574
Sept. 29	+ 28,97625	2321	+ 6,76954	8559	+ 2,03421	3572
Oct. 29	+ 28,95304	2351	+ 6,85513	8553	+ 2,06993	3570
Nov. 28	+ 28,92953	2380	+ 6,94066	8546	+ 2,10563	3568
Déc. 28	+ 28,90573	2409	+ 7,02612	8539	+ 2,14131	3566
1868						
Janv. 27	+ 28,88164	2438	+ 7,11151	8532	+ 2,17697	3564
Févr. 26	+ 28,85726	2468	+ 7,19683	8525	+ 2,21261	3562
Mars 27	+ 28,83258	2496	+ 7,28208	8518	+ 2,24823	3560
Avril 26	+ 28,80762	2525	+ 7,36726	8511	+ 2,28383	3558
Mai 26	+ 28,78237	2554	+ 7,45237	8503	+ 2,31941	3555
Juin 25	+ 28,75683	2582	+ 7,53740	8496	+ 2,35496	3553
Juill. 25	+ 28,73101	2611	+ 7,62236	8489	+ 2,39049	3551
Août 24	+ 28,70490	2640	+ 7,70725	8481	+ 2,42600	3548
Sept. 23	+ 28,67850	2669	+ 7,79206	8475	+ 2,46148	3546
Oct. 23	+ 28,65181	2698	+ 7,87681	8467	+ 2,49694	3544
Nov. 22	+ 28,62483	2726	+ 7,96148	8460	+ 2,53238	3542
Déc. 22	+ 28,59757	2755	+ 8,04608	8451	+ 2,56780	3539
1869						
Janv. 21	+ 28,57002	2784	+ 8,13059	8442	+ 2,60319	3536
Févr. 20	+ 28,54218	2812	+ 8,21501	8433	+ 2,63855	3533
Mars 22	+ 28,51406	2841	+ 8,29934	8424	+ 2,67388	3530
Avril 21	+ 28,48565	2870	+ 8,38358	8416	+ 2,70918	3527
Mai 21	+ 28,45695	2899	+ 8,46774	8408	+ 2,74445	3524
Juin 20	+ 28,42796	2927	+ 8,55182	8399	+ 2,77969	3522

Années, mois et jours.	dx	dy	dz
Août 5	— 2,77 <i>N</i>	+ 13,02 <i>N</i> — 0,74 <i>dV</i>	+ 5,65 <i>N</i> + 2,70 <i>dV</i>
Sept. 4	— 2,82 <i>N</i>	+ 13,01 <i>N</i> — 0,76 <i>dV</i>	+ 5,64 <i>N</i> + 2,74 <i>dV</i>
Oct. 4	— 2,86 <i>N</i>	+ 13,00 <i>N</i> — 0,78 <i>dV</i>	+ 5,64 <i>N</i> + 2,78 <i>dV</i>
Nov. 3	— 2,91 <i>N</i>	+ 12,99 <i>N</i> — 0,79 <i>dV</i>	+ 5,64 <i>N</i> + 2,82 <i>dV</i>
Déc. 3	— 2,95 <i>N</i>	+ 12,98 <i>N</i> — 0,81 <i>dV</i>	+ 5,63 <i>N</i> + 2,87 <i>dV</i>
1867			
Janv. 2	— 2,00 <i>N</i>	+ 12,97 <i>N</i> — 0,83 <i>dV</i>	+ 5,63 <i>N</i> + 2,91 <i>dV</i>
Févr. 1	— 3,04 <i>N</i>	+ 12,96 <i>N</i> — 0,85 <i>dV</i>	+ 5,63 <i>N</i> + 2,95 <i>dV</i>
Mars 3	— 3,09 <i>N</i>	+ 12,95 <i>N</i> — 0,86 <i>dV</i>	+ 5,62 <i>N</i> + 2,99 <i>dV</i>
Avril 2	— 3,13 <i>N</i>	+ 12,95 <i>N</i> — 0,88 <i>dV</i>	+ 5,62 <i>N</i> + 3,03 <i>dV</i>
Mai 2	— 3,18 <i>N</i>	+ 12,94 <i>N</i> — 0,90 <i>dV</i>	+ 5,61 <i>N</i> + 3,07 <i>dV</i>
Juin 1	— 3,22 <i>N</i>	+ 12,93 <i>N</i> — 0,92 <i>dV</i>	+ 5,61 <i>N</i> + 3,12 <i>dV</i>
Juill. 1	— 3,27 <i>N</i>	+ 12,92 <i>N</i> — 0,93 <i>dV</i>	+ 5,61 <i>N</i> + 3,16 <i>dV</i>
Juill. 31	— 3,31 <i>N</i>	+ 12,91 <i>N</i> — 0,95 <i>dV</i>	+ 5,60 <i>N</i> + 3,20 <i>dV</i>
Août 30	— 3,36 <i>N</i>	+ 12,90 <i>N</i> — 0,97 <i>dV</i>	+ 5,60 <i>N</i> + 3,24 <i>dV</i>
Sept. 29	— 3,40 <i>N</i>	+ 12,89 <i>N</i> — 0,99 <i>dV</i>	+ 5,59 <i>N</i> + 3,28 <i>dV</i>
Oct. 29	— 3,45 <i>N</i>	+ 12,88 <i>N</i> — 1,01 <i>dV</i>	+ 5,59 <i>N</i> + 3,32 <i>dV</i>
Nov. 28	— 3,49 <i>N</i>	+ 12,87 <i>N</i> — 1,02 <i>dV</i>	+ 5,58 <i>N</i> + 3,36 <i>dV</i>
Déc. 28	— 3,54 <i>N</i>	+ 12,86 <i>N</i> — 1,04 <i>dV</i>	+ 5,58 <i>N</i> + 3,41 <i>dV</i>
1868			
Janv. 27	— 3,58 <i>N</i>	+ 12,85 <i>N</i> — 1,06 <i>dV</i>	+ 5,57 <i>N</i> + 3,45 <i>dV</i>
Févr. 26	— 3,63 <i>N</i>	+ 12,83 <i>N</i> — 1,07 <i>dV</i>	+ 5,57 <i>N</i> + 3,49 <i>dV</i>
Mars 27	— 3,67 <i>N</i>	+ 12,82 <i>N</i> — 1,09 <i>dV</i>	+ 5,56 <i>N</i> + 3,53 <i>dV</i>
Avril 26	— 3,72 <i>N</i>	+ 12,81 <i>N</i> — 1,11 <i>dV</i>	+ 5,56 <i>N</i> + 3,57 <i>dV</i>
Mai 26	— 3,76 <i>N</i>	+ 12,80 <i>N</i> — 1,12 <i>dV</i>	+ 5,55 <i>N</i> + 3,61 <i>dV</i>
Juin 25	— 3,81 <i>N</i>	+ 12,79 <i>N</i> — 1,14 <i>dV</i>	+ 5,55 <i>N</i> + 3,65 <i>dV</i>
Juill. 25	— 3,85 <i>N</i>	+ 12,78 <i>N</i> — 1,15 <i>dV</i>	+ 5,54 <i>N</i> + 3,70 <i>dV</i>
Août 24	— 3,90 <i>N</i>	+ 12,77 <i>N</i> — 1,17 <i>dV</i>	+ 5,54 <i>N</i> + 3,74 <i>dV</i>
Sept. 23	— 3,94 <i>N</i>	+ 12,75 <i>N</i> — 1,19 <i>dV</i>	+ 5,53 <i>N</i> + 3,78 <i>dV</i>
Oct. 23	— 3,98 <i>N</i>	+ 12,74 <i>N</i> — 1,21 <i>dV</i>	+ 5,53 <i>N</i> + 3,82 <i>dV</i>
Nov. 22	— 4,03 <i>N</i>	+ 12,73 <i>N</i> — 1,23 <i>dV</i>	+ 5,52 <i>N</i> + 3,86 <i>dV</i>
Déc. 22	— 4,08 <i>N</i>	+ 12,72 <i>N</i> — 1,25 <i>dV</i>	+ 5,52 <i>N</i> + 3,90 <i>dV</i>
1869			
Janv. 21	— 4,12 <i>N</i>	+ 12,71 <i>N</i> — 1,26 <i>dV</i>	+ 5,51 <i>N</i> + 3,94 <i>dV</i>
Févr. 20	— 4,16 <i>N</i>	+ 12,69 <i>N</i> — 1,28 <i>dV</i>	+ 5,51 <i>N</i> + 3,98 <i>dV</i>
Mars 22	— 4,21 <i>N</i>	+ 12,68 <i>N</i> — 1,30 <i>dV</i>	+ 5,50 <i>N</i> + 4,02 <i>dV</i>
Avril 21	— 4,25 <i>N</i>	+ 12,67 <i>N</i> — 1,31 <i>dV</i>	+ 5,50 <i>N</i> + 4,06 <i>dV</i>
Mai 21	— 4,30 <i>N</i>	+ 12,66 <i>N</i> — 1,33 <i>dV</i>	+ 5,49 <i>N</i> + 4,10 <i>dV</i>
Juin 20	— 4,34 <i>N</i>	+ 12,64 <i>N</i> — 1,35 <i>dV</i>	+ 5,49 <i>N</i> + 4,14 <i>dV</i>

Années, mois et jours.	x_1	Diff.	y_1	Diff.	z_1	Diff.
Juill. 20	+ 28,39869	2955	+ 8,63581	8390	+ 2,81491	3519
Août 19	+ 28,36914	2983	+ 8,71971	8382	+ 2,85010	3516
Sept. 18	+ 28,33931	3011	+ 8,80353	8373	+ 2,88526	3513
Oct. 18	+ 28,30920	3039	+ 8,88726	8364	+ 2,92039	3510
Nov. 17	+ 28,27881	3067	+ 8,97090	8355	+ 2,95549	3507
Déc. 17	+ 28,24814	3096	+ 9,05445	8345	+ 2,99056	3504
1870						
Janv. 16	+ 28,21718	3124	+ 9,13790	8336	+ 3,02560	3501
Févr. 15	+ 28,18594	3152	+ 9,22126	8326	+ 3,06061	3498
Mars 17	+ 28,15442	3180	+ 9,30452	8316	+ 3,09559	3494
Avril 16	+ 28,12262	3208	+ 9,38768	8307	+ 3,13053	3491
Mai 16	+ 28,09054	3236	+ 9,47075	8297	+ 3,16544	3487
Juin 15	+ 28,05818	3264	+ 9,55372	8286	+ 3,20031	3484
Juill. 15	+ 28,02554	3292	+ 9,63658	8276	+ 3,23515	3481
Août 14	+ 27,99262	3320	+ 9,71934	8266	+ 3,26996	3477
Sept. 13	+ 27,95942	3348	+ 9,80200	8256	+ 3,30473	3473
Oct. 13	+ 27,92594	3376	+ 9,88456	8245	+ 3,33946	3470
Nov. 12	+ 27,89218	3403	+ 9,96701	8235	+ 3,37416	3466
Déc. 12	+ 27,85815	3431	+ 10,04936	8225	+ 3,40882	3463
1871						
Janv. 11	+ 27,82384	3459	+ 10,13161	8214	+ 3,44345	3459
Févr. 10	+ 27,78925	3486	+ 10,21375	8203	+ 3,47804	3455
Mars 12	+ 27,75439	3514	+ 10,29578	8193	+ 3,51259	3452
Avril 11	+ 27,71925	3542	+ 10,37771	8181	+ 3,54711	3448
Mai 11	+ 27,68383	3569	+ 10,45952	8169	+ 3,58159	3444
Juin 10	+ 27,64814	3596	+ 10,54121	8160	+ 3,61603	3440
Juill. 10	+ 27,61218	3624	+ 10,62281	8148	+ 3,65043	3436
Août 9	+ 27,57594	3651	+ 10,70429	8137	+ 3,68479	3433
Sept. 8	+ 27,53943	3679	+ 10,78566	8126	+ 3,71912	3428
Oct. 8	+ 27,50264	3707	+ 10,86692	8115	+ 3,75340	3424
Nov. 7	+ 27,46557	3734	+ 10,94807	8103	+ 3,78764	3420
Déc. 7	+ 27,42823	3761	+ 11,02910	8091	+ 3,82184	3416
1872						
Janv. 6	+ 27,39062	3789	+ 11,11001	8079	+ 3,85600	3412
Févr. 5	+ 27,35273	3816	+ 11,19080	8067	+ 3,89012	3408
Mars 6	+ 27,31457	3844	+ 11,27147	8055	+ 3,92420	3404
Avril 5	+ 27,27613	3871	+ 11,35202	8044	+ 3,95824	3399
Mai 5	+ 27,23742	3898	+ 11,43246	8031	+ 3,99223	3395
Juin 4	+ 27,19844	3926	+ 11,51277	8019	+ 4,02618	3391

Années, mois et jours.	dx	dy	dz
Juill. 20	— 4,38 <i>N</i>	+ 12,63 <i>N</i> — 1,36 <i>dV</i>	+ 5,48 <i>N</i> + 4,19 <i>dV</i>
Août 19	— 4,43 <i>N</i>	+ 12,62 <i>N</i> — 1,38 <i>dV</i>	+ 5,48 <i>N</i> + 4,23 <i>dV</i>
Sept. 18	— 4,47 <i>N</i>	+ 12,60 <i>N</i> — 1,40 <i>dV</i>	+ 5,47 <i>N</i> + 4,27 <i>dV</i>
Oct. 18	— 4,51 <i>N</i>	+ 12,59 <i>N</i> — 1,42 <i>dV</i>	+ 5,46 <i>N</i> + 4,31 <i>dV</i>
Nov. 17	— 4,56 <i>N</i>	+ 12,58 <i>N</i> — 1,43 <i>dV</i>	+ 5,46 <i>N</i> + 4,35 <i>dV</i>
Déc. 17	— 4,60 <i>N</i>	+ 12,56 <i>N</i> — 1,45 <i>dV</i>	+ 5,45 <i>N</i> + 4,39 <i>dV</i>
1870			
Janv. 16	— 4,65 <i>N</i>	+ 12,55 <i>N</i> — 1,47 <i>dV</i>	+ 5,45 <i>N</i> + 4,43 <i>dV</i>
Févr. 15	— 4,69 <i>N</i>	+ 12,53 <i>N</i> — 1,48 <i>dV</i>	+ 5,44 <i>N</i> + 4,47 <i>dV</i>
Mars 17	— 4,73 <i>N</i>	+ 12,52 <i>N</i> — 1,50 <i>dV</i>	+ 5,43 <i>N</i> + 4,51 <i>dV</i>
Avril 16	— 4,78 <i>N</i>	+ 12,51 <i>N</i> — 1,52 <i>dV</i>	+ 5,43 <i>N</i> + 4,55 <i>dV</i>
Mai 16	— 4,82 <i>N</i>	+ 12,49 <i>N</i> — 1,53 <i>dV</i>	+ 5,42 <i>N</i> + 4,59 <i>dV</i>
Juin 15	— 4,87 <i>N</i>	+ 12,48 <i>N</i> — 1,55 <i>dV</i>	+ 5,42 <i>N</i> + 4,63 <i>dV</i>
Juill. 15	— 4,91 <i>N</i>	+ 12,46 <i>N</i> — 1,57 <i>dV</i>	+ 5,41 <i>N</i> + 4,67 <i>dV</i>
Août 14	— 4,95 <i>N</i>	+ 12,45 <i>N</i> — 1,59 <i>dV</i>	+ 5,40 <i>N</i> + 4,71 <i>dV</i>
Sept. 13	— 5,00 <i>N</i>	+ 12,43 <i>N</i> — 1,60 <i>dV</i>	+ 5,40 <i>N</i> + 4,75 <i>dV</i>
Oct. 13	— 5,04 <i>N</i>	+ 12,42 <i>N</i> — 1,62 <i>dV</i>	+ 5,39 <i>N</i> + 4,79 <i>dV</i>
Nov. 12	— 5,08 <i>N</i>	+ 12,40 <i>N</i> — 1,64 <i>dV</i>	+ 5,38 <i>N</i> + 5,83 <i>dV</i>
Déc. 12	— 5,13 <i>N</i>	+ 12,39 <i>N</i> — 1,65 <i>dV</i>	+ 5,38 <i>N</i> + 4,87 <i>dV</i>
1871			
Janv. 11	— 5,17 <i>N</i>	+ 12,37 <i>N</i> — 1,67 <i>dV</i>	+ 5,37 <i>N</i> + 4,91 <i>dV</i>
Févr. 10	— 5,21 <i>N</i>	+ 12,36 <i>N</i> — 1,69 <i>dV</i>	+ 5,36 <i>N</i> + 4,95 <i>dV</i>
Mars 12	— 5,26 <i>N</i>	+ 12,34 <i>N</i> — 1,70 <i>dV</i>	+ 5,36 <i>N</i> + 4,99 <i>dV</i>
Avril 11	— 5,30 <i>N</i>	+ 12,33 <i>N</i> — 1,72 <i>dV</i>	+ 5,35 <i>N</i> + 5,03 <i>dV</i>
Mai 11	— 5,34 <i>N</i>	+ 12,31 <i>N</i> — 1,74 <i>dV</i>	+ 5,34 <i>N</i> + 5,07 <i>dV</i>
Juin 10	— 5,39 <i>N</i>	+ 12,30 <i>N</i> — 1,75 <i>dV</i>	+ 5,34 <i>N</i> + 5,11 <i>dV</i>
Juill. 10	— 5,43 <i>N</i>	+ 12,28 <i>N</i> — 1,77 <i>dV</i>	+ 5,33 <i>N</i> + 5,15 <i>dV</i>
Août 9	— 5,47 <i>N</i>	+ 12,26 <i>N</i> — 1,78 <i>dV</i>	+ 5,32 <i>N</i> + 5,19 <i>dV</i>
Sept. 8	— 5,51 <i>N</i>	+ 12,25 <i>N</i> — 1,80 <i>dV</i>	+ 5,32 <i>N</i> + 5,23 <i>dV</i>
Oct. 8	— 5,56 <i>N</i>	+ 12,23 <i>N</i> — 1,82 <i>dV</i>	+ 5,31 <i>N</i> + 5,27 <i>dV</i>
Nov. 7	— 5,60 <i>N</i>	+ 12,21 <i>N</i> — 1,83 <i>dV</i>	+ 5,30 <i>N</i> + 5,31 <i>dV</i>
Déc. 7	— 5,64 <i>N</i>	+ 12,20 <i>N</i> — 1,85 <i>dV</i>	+ 5,29 <i>N</i> + 5,35 <i>dV</i>
1872			
Janv. 6	— 5,68 <i>N</i>	+ 12,18 <i>N</i> — 1,87 <i>dV</i>	+ 5,29 <i>N</i> + 5,39 <i>dV</i>
Févr. 5	— 5,73 <i>N</i>	+ 12,17 <i>N</i> — 1,88 <i>dV</i>	+ 5,28 <i>N</i> + 5,43 <i>dV</i>
Mars 6	— 5,77 <i>N</i>	+ 12,15 <i>N</i> — 1,90 <i>dV</i>	+ 5,27 <i>N</i> + 5,46 <i>dV</i>
Avril 5	— 5,81 <i>N</i>	+ 12,13 <i>N</i> — 1,92 <i>dV</i>	+ 5,26 <i>N</i> + 5,50 <i>dV</i>
Mai 5	— 5,85 <i>N</i>	+ 12,11 <i>N</i> — 1,93 <i>dV</i>	+ 5,26 <i>N</i> + 5,54 <i>dV</i>
Juin 4	— 5,89 <i>N</i>	+ 12,10 <i>N</i> — 1,95 <i>dV</i>	+ 5,25 <i>N</i> + 5,58 <i>dV</i>

Années, mois et jours.	x_1	Diff.	y_1	Diff.	z_1	Diff.
Juill. 4	+ 27,15918	3954	+ 11,59296	8008	+ 4,06009	3387
Août 3	+ 27,11964	3981	+ 11,67304	7995	+ 4,09396	3382
Sept. 2	+ 27,07983	4009	+ 11,75299	7983	+ 4,12778	3378
Oct. 2	+ 27,03974	4036	+ 11,83282	7970	+ 4,16156	3373
Nov. 1	+ 26,99938	4063	+ 11,91252	7957	+ 4,19529	3369
Déc. 1	+ 26,95875	4091	+ 11,99209	7945	+ 4,22898	3365
Déc. 31	+ 26,91784	4117	+ 12,07154	7932	+ 4,26263	3360
1873						
Janv. 30	+ 26,87667	4145	+ 12,15086	7919	+ 4,29623	3355
Mars 1	+ 26,83522	4172	+ 12,23005	7906	+ 4,32978	3350
Mars 31	+ 26,79350	4200	+ 12,30911	7894	+ 4,36328	3346
Avr. 30	+ 26,75150	4227	+ 12,38805	7880	+ 4,39674	3341
Mai 30	+ 26,70923	4255	+ 12,46685	7867	+ 4,43015	3336
Juin 29	+ 26,66668	4282	+ 12,54552	7854	+ 4,46351	3332
Juill. 29	+ 26,62386	4309	+ 12,62406	7840	+ 4,49683	3327
Août 28	+ 26,58077	4336	+ 12,70246	7828	+ 4,53010	3322
Sept. 27	+ 26,53741	4363	+ 12,78074	7814	+ 4,56332	3318
Oct. 27	+ 26,49378	4390	+ 12,85888	7801	+ 4,59650	3313
Nov. 26	+ 26,44988	4418	+ 12,93689	7787	+ 4,62963	3308
Déc. 26	+ 26,40570	4444	+ 13,01476	7773	+ 4,66271	3303
1874						
Janv. 25	+ 26,36126	4472	+ 13,09249	7758	+ 4,69574	3298
Févr. 24	+ 26,31654	4499	+ 13,17007	7745	+ 4,72872	3293
Mars 26	+ 26,27155	4526	+ 13,24752	7731	+ 4,76165	3287
Avr. 25	+ 26,22629	4553	+ 13,32483	7717	+ 4,79452	3283
Mai 25	+ 26,18076	4581	+ 13,40200	7703	+ 4,82735	3277
Juin 24	+ 26,13495	4608	+ 13,47903	7689	+ 4,86012	3272
Juill. 24	+ 26,08887	4635	+ 13,55592	7675	+ 4,89284	3268
Août 23	+ 26,04252	4662	+ 18,63267	7660	+ 4,92552	3262
Sept. 22	+ 25,99590	4690	+ 13,70927	7646	+ 4,95814	3256
Oct. 22	+ 25,94900	4717	+ 13,78573	7631	+ 4,99070	3252
Nov. 21	+ 25,90183	4743	+ 13,86204	7617	+ 5,02322	3246
Déc. 21	+ 25,85440	4770	+ 13,93821	7601	+ 5,05568	3241
1875						
Janv. 20	+ 25,80670	4797	+ 14,01422	7587	+ 5,08809	3235
Févr. 19	+ 25,75873	4824	+ 14,09009	7572	+ 5,12044	3230
Mars 21	+ 25,71049	4850	+ 14,16581	7558	+ 5,15274	3225
Avr. 20	+ 25,66199	4878	+ 14,24139	7543	+ 5,18499	3219
Mai 20	+ 25,61321	4904	+ 14,31682	7528	+ 5,21718	3214

Années, mois et jours.	<i>dx</i>	<i>dy</i>	<i>dz</i>
Juill. 4	— 5,94 <i>N</i>	+ 12,08 <i>N</i> — 1,97 <i>dV</i>	+ 5,24 <i>N</i> + 5,62 <i>dV</i>
Août 3	— 5,98 <i>N</i>	+ 12,06 <i>N</i> — 1,99 <i>dV</i>	+ 5,23 <i>N</i> + 5,66 <i>dV</i>
Sept. 2	— 6,02 <i>N</i>	+ 12,04 <i>N</i> — 2,00 <i>dV</i>	+ 5,23 <i>N</i> + 5,70 <i>dV</i>
Oct. 2	— 6,07 <i>N</i>	+ 12,03 <i>N</i> — 2,02 <i>dV</i>	+ 5,22 <i>N</i> + 5,74 <i>dV</i>
Nov. 1	— 6,11 <i>N</i>	+ 12,01 <i>N</i> — 2,03 <i>dV</i>	+ 5,21 <i>N</i> + 5,78 <i>dV</i>
Déc. 1	— 6,15 <i>N</i>	+ 11,99 <i>N</i> — 2,05 <i>dV</i>	+ 5,20 <i>N</i> + 5,82 <i>dV</i>
Déc. 31	— 6,19 <i>N</i>	+ 11,97 <i>N</i> — 2,07 <i>dV</i>	+ 5,20 <i>N</i> + 5,85 <i>dV</i>
1873			
Janv. 30	— 6,23 <i>N</i>	+ 11,95 <i>N</i> — 2,08 <i>dV</i>	+ 5,19 <i>N</i> + 5,89 <i>dV</i>
Mars 1	— 6,27 <i>N</i>	+ 11,93 <i>N</i> — 2,10 <i>dV</i>	+ 5,18 <i>N</i> + 5,93 <i>dV</i>
Mars 31	— 6,31 <i>N</i>	+ 11,92 <i>N</i> — 2,12 <i>dV</i>	+ 5,17 <i>N</i> + 5,97 <i>dV</i>
Avr. 30	— 6,36 <i>N</i>	+ 11,90 <i>N</i> — 2,13 <i>dV</i>	+ 5,16 <i>N</i> + 6,01 <i>dV</i>
Mai 30	— 6,40 <i>N</i>	+ 11,88 <i>N</i> — 2,15 <i>dV</i>	+ 5,15 <i>N</i> + 6,04 <i>dV</i>
Juin 29	— 6,44 <i>N</i>	+ 11,86 <i>N</i> — 2,16 <i>dV</i>	+ 5,15 <i>N</i> + 6,08 <i>dV</i>
Juill. 29	— 6,48 <i>N</i>	+ 11,84 <i>N</i> — 2,18 <i>dV</i>	+ 5,14 <i>N</i> + 6,12 <i>dV</i>
Août 28	— 6,52 <i>N</i>	+ 11,82 <i>N</i> — 2,20 <i>dV</i>	+ 5,13 <i>N</i> + 6,16 <i>dV</i>
Sept. 27	— 6,56 <i>N</i>	+ 11,80 <i>N</i> — 2,21 <i>dV</i>	+ 5,12 <i>N</i> + 6,20 <i>dV</i>
Oct. 27	— 6,60 <i>N</i>	+ 11,78 <i>N</i> — 2,23 <i>dV</i>	+ 5,11 <i>N</i> + 6,23 <i>dV</i>
Nov. 26	— 6,64 <i>N</i>	+ 11,76 <i>N</i> — 2,25 <i>dV</i>	+ 5,10 <i>N</i> + 6,27 <i>dV</i>
Déc. 26	— 6,69 <i>N</i>	+ 11,74 <i>N</i> — 2,26 <i>dV</i>	+ 5,10 <i>N</i> + 6,31 <i>dV</i>
1874			
Janv. 25	— 6,73 <i>N</i>	+ 11,72 <i>N</i> — 2,28 <i>dV</i>	+ 5,09 <i>N</i> + 6,35 <i>dV</i>
Févr. 24	— 6,77 <i>N</i>	+ 11,70 <i>N</i> — 2,29 <i>dV</i>	+ 5,08 <i>N</i> + 6,38 <i>dV</i>
Mars 26	— 6,81 <i>N</i>	+ 11,68 <i>N</i> — 2,31 <i>dV</i>	+ 5,07 <i>N</i> + 6,42 <i>dV</i>
Avr. 25	— 6,85 <i>N</i>	+ 11,66 <i>N</i> — 2,32 <i>dV</i>	+ 5,06 <i>N</i> + 6,46 <i>dV</i>
Mai 25	— 6,89 <i>N</i>	+ 11,64 <i>N</i> — 2,33 <i>dV</i>	+ 5,05 <i>N</i> + 6,50 <i>dV</i>
Juin 24	— 6,93 <i>N</i>	+ 11,62 <i>N</i> — 2,35 <i>dV</i>	+ 5,04 <i>N</i> + 6,53 <i>dV</i>
Juill. 24	— 6,97 <i>N</i>	+ 11,60 <i>N</i> — 2,37 <i>dV</i>	+ 5,03 <i>N</i> + 6,57 <i>dV</i>
Août 23	— 7,01 <i>N</i>	+ 11,58 <i>N</i> — 2,39 <i>dV</i>	+ 5,03 <i>N</i> + 6,61 <i>dV</i>
Sept. 22	— 7,05 <i>N</i>	+ 11,56 <i>N</i> — 2,40 <i>dV</i>	+ 5,02 <i>N</i> + 6,64 <i>dV</i>
Oct. 22	— 7,09 <i>N</i>	+ 11,54 <i>N</i> — 2,42 <i>dV</i>	+ 5,01 <i>N</i> + 6,68 <i>dV</i>
Nov. 21	— 7,13 <i>N</i>	+ 11,52 <i>N</i> — 2,44 <i>dV</i>	+ 5,00 <i>N</i> + 6,72 <i>dV</i>
Déc. 21	— 7,17 <i>N</i>	+ 11,50 <i>N</i> — 2,45 <i>dV</i>	+ 4,99 <i>N</i> + 6,76 <i>dV</i>
1875			
Janv. 20	— 7,21 <i>N</i>	+ 11,48 <i>N</i> — 2,47 <i>dV</i>	+ 4,98 <i>N</i> + 6,79 <i>dV</i>
Févr. 19	— 7,25 <i>N</i>	+ 11,46 <i>N</i> — 2,48 <i>dV</i>	+ 4,97 <i>N</i> + 6,83 <i>dV</i>
Mars 21	— 7,29 <i>N</i>	+ 11,43 <i>N</i> — 2,50 <i>dV</i>	+ 4,96 <i>N</i> + 6,87 <i>dV</i>
Avr. 20	— 7,33 <i>N</i>	+ 11,41 <i>N</i> — 2,51 <i>dV</i>	+ 4,95 <i>N</i> + 6,90 <i>dV</i>
Mai 20	— 7,37 <i>N</i>	+ 11,39 <i>N</i> — 2,53 <i>dV</i>	+ 4,94 <i>N</i> + 6,94 <i>dV</i>

Anuées, mois et jours.	x_1	Diff.	y_1	Diff.	z_1	Diff.
Jun 19	+ 25,56417	4931	+ 14,39210	7513	+ 5,24932	3209
Juill. 19	+ 25,51486	4957	+ 14,46723	7498	+ 5,28141	3203
Août 18	+ 25,46529	4984	+ 14,54221	7483	+ 5,31344	3198
Sept. 17	+ 25,41545	5011	+ 14,61704	7469	+ 5,34542	3192
Oct. 17	+ 25,36534	5038	+ 14,69173	7454	+ 5,37734	3187
Nov. 16	+ 25,31496	5064	+ 14,76627	7438	+ 5,40921	3182
Déc. 16	+ 25,26432	5090	+ 14,84065	7422	+ 5,44103	3176
1876						
Janv. 15	+ 25,21342	5116	+ 14,91487	7407	+ 5,47279	3169
Févr. 14	+ 25,16226	5143	+ 14,98894	7391	+ 5,50448	3164
Mars 15	+ 25,11083	5169	+ 15,06285	7376	+ 5,53612	3158
Avr. 14	+ 25,05914	5196	+ 15,13661	7360	+ 5,56770	3152
Mai 14	+ 25,00718	5222	+ 15,21021	7345	+ 5,59922	3147
Juin 13	+ 24,95496	5249	+ 15,28366	7329	+ 5,63069	3141
Juill. 13	+ 24,90247	5274	+ 15,35695	7313	+ 5,66210	3136
Août 12	+ 24,84973	5300	+ 15,43008	7297	+ 5,69346	3130
Sept. 11	+ 24,79673	5325	+ 15,50305	7282	+ 5,72476	3124
Oct. 11	+ 24,74348	5352	+ 15,57587	7266	+ 5,75600	3118
Nov. 10	+ 24,68996	5377	+ 15,64853	7250	+ 5,78718	3112
Déc. 10	+ 24,63619	5403	+ 15,72103	7234	+ 5,81830	3107
1877						
Janv. 9	+ 24,58216	5429	+ 15,79337	7219	+ 5,84937	3100
Févr. 8	+ 24,52787	5454	+ 15,86556	7202	+ 3,88037	3094
Mars 10	+ 24,47333	5480	+ 15,93758	7186	+ 3,91131	3088
Avr. 9	+ 24,41853	5506	+ 16,00944	7170	+ 5,94219	3082
Mai 9	+ 24,36347	5531	+ 16,08114	7154	+ 5,97301	3077
Juin 8	+ 24,30816	5556	+ 16,15268	7138	+ 6,00378	3071
Juill. 8	+ 24,25260	5582	+ 16,22406	7121	+ 6,03449	3065
Août 7	+ 24,19678	5607	+ 16,29527	7105	+ 6,06514	3059
Sept. 6	+ 24,14071	5632	+ 16,36632	7088	+ 6,09573	3052
Oct. 6	+ 24,08439	5657	+ 16,43720	7072	+ 6,12625	3047
Nov. 5	+ 24,02782	5683	+ 16,50792	7056	+ 6,15672	3040
Déc. 5	+ 23,97099	5707	+ 16,57848	7039	+ 6,18712	3034
1878						
Janv. 4	+ 23,91392	5732	+ 16,64887	7023	+ 6,21746	3028
Févr. 3	+ 23,85660	5757	+ 16,71910	7006	+ 6,24774	3022
Mars 5	+ 23,79903	5782	+ 16,78916	6990	+ 6,27796	3016
Avr. 4	+ 23,74121	5806	+ 16,85906	6973	+ 6,30812	3010
Mai 4	+ 23,68315	5831	+ 16,92879	6956	+ 6,33822	3003

Années, mois et jours.	<i>dx</i>	<i>dy</i>	<i>dz</i>
Jun 19	— 7,41 N	+ 11,37 N — 2,54 dV	+ 4,93 N + 6,97 dV
Juill. 19	— 7,45 N	+ 11,35 N — 2,56 dV	+ 4,92 N + 7,01 dV
Août 18	— 7,49 N	+ 11,33 N — 2,58 dV	+ 4,91 N + 7,05 dV
Sept. 17	— 7,53 N	+ 11,30 N — 2,59 dV	+ 4,90 N + 7,09 dV
Oct. 17	— 7,57 N	+ 11,28 N — 2,61 dV	+ 4,90 N + 7,12 dV
Nov. 16	— 7,61 N	+ 11,26 N — 2,62 dV	+ 4,89 N + 7,16 dV
Déc. 16	— 7,65 N	+ 11,24 N — 2,64 dV	+ 4,88 N + 7,19 dV
1876			
Janv. 15	— 7,69 N	+ 11,21 N — 2,65 dV	+ 4,87 N + 7,23 dV
Févr. 14	— 7,73 N	+ 11,19 N — 2,67 dV	+ 4,86 N + 7,27 dV
Mars 13	— 7,77 N	+ 11,17 N — 2,68 dV	+ 4,85 N + 7,30 dV
Avr. 14	— 7,81 N	+ 11,14 N — 2,70 dV	+ 4,84 N + 7,34 dV
Mai 14	— 7,85 N	+ 11,12 N — 2,71 dV	+ 4,83 N + 7,37 dV
Juin 13	— 7,88 N	+ 11,10 N — 2,73 dV	+ 4,82 N + 7,41 dV
Juill. 13	— 7,92 N	+ 11,08 N — 2,75 dV	+ 4,81 N + 7,45 dV
Août 12	— 7,96 N	+ 11,05 N — 2,76 dV	+ 4,80 N + 7,48 dV
Sept. 11	— 8,00 N	+ 11,03 N — 2,78 dV	+ 4,79 N + 7,52 dV
Oct. 11	— 8,04 N	+ 11,00 N — 2,79 dV	+ 4,78 N + 7,55 dV
Nov. 10	— 8,08 N	+ 10,98 N — 2,81 dV	+ 4,77 N + 7,59 dV
Déc. 10	— 8,11 N	+ 10,96 N — 2,82 dV	+ 4,76 N + 7,62 dV
1877			
Janv. 9	— 8,15 N	+ 10,93 N — 2,83 dV	+ 4,74 N + 7,66 dV
Févr. 8	— 8,19 N	+ 10,91 N — 2,85 dV	+ 4,73 N + 7,69 dV
Mars 10	— 8,23 N	+ 10,88 N — 2,87 dV	+ 4,72 N + 7,73 dV
Avril 9	— 8,27 N	+ 10,86 N — 2,88 dV	+ 4,71 N + 7,76 dV
Mai 9	— 8,30 N	+ 10,84 N — 2,90 dV	+ 4,70 N + 7,80 dV
Juin 8	— 8,34 N	+ 10,81 N — 2,91 dV	+ 4,69 N + 7,83 dV
Juill. 8	— 8,38 N	+ 10,79 N — 2,92 dV	+ 4,68 N + 7,87 dV
Août 7	— 8,42 N	+ 10,76 N — 2,94 dV	+ 4,67 N + 7,90 dV
Sept. 6	— 8,46 N	+ 10,74 N — 2,95 dV	+ 4,66 N + 7,93 dV
Oct. 6	— 8,49 N	+ 10,71 N — 2,97 dV	+ 4,65 N + 7,97 dV
Nov. 5	— 8,53 N	+ 10,69 N — 2,98 dV	+ 4,64 N + 8,00 dV
Déc. 5	— 8,57 N	+ 10,66 N — 3,00 dV	+ 4,63 N + 8,04 dV
1878			
Janv. 4	— 8,60 N	+ 10,63 N — 3,01 dV	+ 4,61 N + 8,07 dV
Févr. 3	— 8,64 N	+ 10,61 N — 3,03 dV	+ 4,60 N + 8,11 dV
Mars 5	— 8,68 N	+ 10,58 N — 3,04 dV	+ 4,59 N + 8,14 dV
Avr. 4	— 8,71 N	+ 10,56 N — 3,06 dV	+ 4,58 N + 8,17 dV
Mai 4	— 8,75 N	+ 10,53 N — 3,07 dV	+ 4,57 N + 8,21 dV

Années, mois et jours.	x_i	Diff.	y_i	Diff.	z_i	Diff.
1879						
Jun 3	+ 23,62484	5856	+ 16,99835	6939	+ 6,36825	2997
Juill. 3	+ 23,56628	5880	+ 17,06774	6922	+ 6,39822	2990
Août 2	+ 23,50748	5904	+ 17,13696	6905	+ 6,42812	2984
Sept. 1	+ 23,44844	5929	+ 17,20601	6888	+ 6,45796	2978
Oct. 1	+ 23,38915	5953	+ 17,27489	6871	+ 6,48774	2972
Oct. 31	+ 23,32962	5978	+ 17,34360	6854	+ 6,51746	2965
Nov. 30	+ 23,26984	6001	+ 17,41214	6836	+ 6,54711	2959
Déc. 30	+ 23,20983	6025	+ 17,48050	6819	+ 6,57670	2952
1880						
Janv. 29	+ 23,14958	6050	+ 17,54869	6802	+ 6,60622	2945
Févr. 28	+ 23,08908	6073	+ 17,61671	6785	+ 6,63567	2939
Mars 30	+ 23,02835	6097	+ 17,68456	6768	+ 6,66506	2933
Avr. 29	+ 22,96738	6121	+ 17,75224	6750	+ 6,69439	2926
Mai 29	+ 22,90617	6145	+ 17,81974	6733	+ 6,72365	2920
Juin 28	+ 22,84472	6169	+ 17,88707	6715	+ 6,75285	2913
Juill. 28	+ 22,78303	6193	+ 17,95422	6697	+ 6,78198	2907
Août 27	+ 22,72110	6216	+ 18,02119	6679	+ 6,81105	2899
Sept. 26	+ 22,65894	6240	+ 18,08798	6661	+ 6,84004	2893
Oct. 26	+ 22,59654	6264	+ 18,15459	6644	+ 6,86897	2886
Nov. 25	+ 22,53390	6288	+ 18,22103	6626	+ 6,89783	2880
Déc. 25	+ 22,47102	6312	+ 18,28729	6607	+ 6,92663	2873
1880						
Janv. 24	+ 22,40790		+ 18,35336		+ 6,95536	

Années, mois et jours.	dx	dy	dz
Juin 3	— 8,79 <i>N</i>	+ 10,51 <i>N</i> — 3,09 <i>dV</i>	+ 4,56 <i>N</i> + 8,24 <i>dV</i>
Juill. 3	— 8,83 <i>N</i>	+ 10,48 <i>N</i> — 3,10 <i>dV</i>	+ 4,55 <i>N</i> + 8,27 <i>dV</i>
Août 2	— 8,86 <i>N</i>	+ 10,46 <i>N</i> — 3,12 <i>dV</i>	+ 4,54 <i>N</i> + 8,31 <i>dV</i>
Sept. 1	— 8,90 <i>N</i>	+ 10,43 <i>N</i> — 3,13 <i>dV</i>	+ 4,52 <i>N</i> + 8,34 <i>dV</i>
Oct. 1	— 8,93 <i>N</i>	+ 10,40 <i>N</i> — 3,14 <i>dV</i>	+ 4,51 <i>N</i> + 8,37 <i>dV</i>
Oct. 31	— 8,97 <i>N</i>	+ 10,37 <i>N</i> — 3,16 <i>dV</i>	+ 4,50 <i>N</i> + 8,41 <i>dV</i>
Nov. 30	— 9,01 <i>N</i>	+ 10,35 <i>N</i> — 3,17 <i>dV</i>	+ 4,49 <i>N</i> + 8,44 <i>dV</i>
Déc. 30	— 9,05 <i>N</i>	+ 10,32 <i>N</i> — 3,19 <i>dV</i>	+ 4,48 <i>N</i> + 8,47 <i>dV</i>
1879			
Janv. 29	— 9,08 <i>N</i>	+ 10,30 <i>N</i> — 3,20 <i>dV</i>	+ 4,47 <i>N</i> + 8,51 <i>dV</i>
Févr. 28	— 9,12 <i>N</i>	+ 10,27 <i>N</i> — 3,22 <i>dV</i>	+ 4,46 <i>N</i> + 8,54 <i>dV</i>
Mars 30	— 9,15 <i>N</i>	+ 10,24 <i>N</i> — 3,23 <i>dV</i>	+ 4,44 <i>N</i> + 8,57 <i>dV</i>
Avril 29	— 9,19 <i>N</i>	+ 10,21 <i>N</i> — 3,25 <i>dV</i>	+ 4,43 <i>N</i> + 8,61 <i>dV</i>
Mai 29	— 9,22 <i>N</i>	+ 10,19 <i>N</i> — 3,26 <i>dV</i>	+ 4,42 <i>N</i> + 8,64 <i>dV</i>
Juin 28	— 9,26 <i>N</i>	+ 10,16 <i>N</i> — 3,27 <i>dV</i>	+ 4,41 <i>N</i> + 8,67 <i>dV</i>
Juill. 28	— 9,29 <i>N</i>	+ 10,13 <i>N</i> — 3,29 <i>dV</i>	+ 4,40 <i>N</i> + 8,71 <i>dV</i>
Août 27	— 9,33 <i>N</i>	+ 10,10 <i>N</i> — 3,31 <i>dV</i>	+ 4,38 <i>N</i> + 8,74 <i>dV</i>
Sept. 26	— 9,36 <i>N</i>	+ 10,08 <i>N</i> — 3,32 <i>dV</i>	+ 4,37 <i>N</i> + 8,77 <i>dV</i>
Oct. 26	— 9,40 <i>N</i>	+ 10,05 <i>N</i> — 3,33 <i>dV</i>	+ 4,36 <i>N</i> + 8,80 <i>dV</i>
Nov. 25	— 9,44 <i>N</i>	+ 10,02 <i>N</i> — 3,34 <i>dV</i>	+ 4,35 <i>N</i> + 8,83 <i>dV</i>
Déc. 25	— 9,48 <i>N</i>	+ 9,99 <i>N</i> — 3,36 <i>dV</i>	+ 4,34 <i>N</i> + 8,87 <i>dV</i>
1880			
Janv. 24	— 9,51 <i>N</i>	+ 9,96 <i>N</i> — 3,37 <i>dV</i>	+ 4,33 <i>N</i> + 8,90 <i>dV</i> .

Positions géocentriques de Neptune à midi moyen de Greenwich.

Année, mois et jours.	Ascension droite géocentrique.	Déclinaison géocentrique.	Log. de la distance à la terre.
1795 Mai 8	213° 0' 3,2	— 11° 20' 46,4	1,46708
	10 212 57 1,0	19 44,8	1,46720
1846 Août 4	329 34 20,9	— 12 57 16,9	1,46287
	5 32 50,4	57 50,1	1,46280
	12 22 4,0	— 13 1 46,3	1,46261
	20 9 28,8	6 20,5	1,46233
Sept. 4	328 46 6,3	14 44,0	1,46293
	7 41 36,9	16 20,0	1,46315
	19 24 45,0	22 18,0	1,46440
	23 19 38,3	24 5,7	1,46496
	24 18 24,5	24 31,5	1,46511
	25 17 11,9	24 56,9	1,46526
	26 16 0,6	25 21,9	1,46541
	27 14 50,5	25 46,4	1,46557
	28 13 41,8	26 10,4	1,46573
	29 12 34,2	26 33,9	1,46590
	30 11 28,2	26 56,9	1,46607
	Oct. 1	10 23,5	27 19,4
2 9 20,2		27 41,4	1,46641
3 8 18,2		28 2,9	1,46659
4 7 17,7		28 23,9	1,46677
5 6 18,1		28 44,3	1,46695
6 5 21,1		29 4,2	1,46713
7 4 25,1		29 23,6	1,46732
8 3 30,6		29 42,4	1,46752
9 2 37,7		30 0,6	1,46772
10 1 46,3		30 18,3	1,46792
11 0 56,6		30 35,3	1,46813
12 0 8,6		30 51,9	1,46833
13 327 59 22,0		31 7,8	1,46853
14 58 37,3		31 23,1	1,46874
15 57 54,2		31 37,8	1,46895
16 57 12,9		31 51,8	1,46916
17 327° 56' 33,3		— 13° 32' 5,3	1,46937

Années, mois et jours.	Ascension droite géocentrique.	Déclinaison géocentrique.	Log. de la distance à la terre.
1898 Oct 18	327° 55' 55,4	— 13° 32' 18,1	1,46959
1898 Oct 19	55 19,4	32 30,4	1,46982
1898 Oct 20	54 45,2	32 41,9	1,47004
1898 Oct 21	54 12,8	32 52,8	1,47026
1898 Oct 22	53 42,2	33 3,1	1,47049
1898 Oct 23	53 13,4	33 12,7	1,47072
1898 Oct 24	52 46,6	33 21,7	1,47095
1898 Oct 25	52 21,5	33 30,0	1,47118
1898 Oct 26	51 58,4	33 37,7	1,47141
1898 Oct 27	51 37,1	33 44,7	1,47165
1898 Oct 28	51 17,8	33 51,0	1,47188
1898 Oct 29	51 0,3	33 56,6	1,47212
1898 Oct 30	50 44,8	34 1,5	1,47236
1898 Oct 31	50 31,2	34 5,8	1,47260
1898 Nov 1	50 19,5	34 9,4	1,47284
1898 Nov 2	50 9,8	34 12,4	1,47308
1898 Nov 3	50 2,0	34 14,7	1,47333
1898 Nov 4	49 56,2	34 16,2	1,47358
1898 Nov 5	49 52,4	34 16,9	1,47383
1898 Nov 6	49 50,5	34 17,2	1,47408
1898 Nov 7	49 50,6	34 16,7	1,47433
1898 Nov 8	49 52,2	34 15,5	1,47457
1898 Nov 9	49 56,7	34 13,6	1,47482
1898 Nov 10	50 2,7	34 11,0	1,47507
1898 Nov 11	50 10,7	34 7,8	1,47532
1898 Nov 12	50 20,7	34 3,8	1,47557
1898 Nov 13	50 32,8	33 59,1	1,47581
1898 Nov 14	50 46,8	33 53,7	1,47606
1898 Nov 15	51 2,9	33 47,6	1,47631
1898 Nov 16	51 21,0	33 40,9	1,47656
1898 Nov 17	51 41,0	33 33,4	1,47681
1898 Nov 18	52 3,1	33 25,2	1,47706
1898 Nov 19	52 27,2	33 16,3	1,47731
1898 Nov 20	52 53,3	33 6,8	1,47756
1898 Nov 21	53 21,3	32 56,5	1,47781
1898 Nov 22	53 51,4	32 45,5	1,47806
1898 Nov 23	54 23,4	32 33,6	1,47832
1898 Nov 24	327° 54' 57,4	— 13° 32' 21,5	1,47857

Années, mois et jours.	Ascension droite géocentrique.	Déclinaison géocentrique.	Log. de la distance à la terre.
Nov. 25	327° 55' 33,4	— 13° 32' 8,5	1,47882
26	56 11,3	31 54,8	1,47907
27	56 51,2	31 40,4	1,47931
28	57 33,0	31 25,4	1,47955
29	58 16,8	31 9,7	1,47979
30	59 2,4	30 53,3	1,48003
Déc. 1	59 49,9	30 36,2	1,48027
2	328 0 39,4	30 18,5	1,48051
3	1 30,7	30 0,2	1,48075
4	2 23,9	29 41,2	1,48099
5	3 18,9	29 21,6	1,48123
6	4 15,9	29 1,1	1,48147
7	5 14,7	28 40,3	1,48170
8	6 15,3	28 18,7	1,48193
9	7 17,7	27 56,6	1,48216
10	8 21,9	27 33,7	1,48239
11	9 27,9	27 10,3	1,48262
12	10 35,7	26 46,2	1,48285
13	11 45,2	26 21,5	1,48307
14	12 56,5	25 56,3	1,48329
15	14 9,5	25 30,3	1,48351
16	15 24,2	25 3,8	1,48373
17	16 40,7	24 36,8	1,48394
18	17 58,8	24 9,1	1,48415
19	19 18,6	23 40,8	1,48436
20	20 40,0	23 12,1	1,48457
21	22 3,0	22 42,7	1,48478
22	23 27,6	22 12,8	1,48499
23	24 53,7	21 42,4	1,48519
24	26 21,4	21 11,4	1,48539
25	27 50,6	20 39,8	1,48559
26	29 21,3	20 7,8	1,48578
27	30 53,5	19 35,2	1,48597
28	32 27,2	19 2,1	1,48616
29	34 2,3	18 28,4	1,48635
30	35 38,7	17 54,3	1,48653
31	37 16,6	17 19,8	1,48671
1847 Janv. 1	328° 38' 55,8	— 13° 16' 44,7	1,48689

Années, mois et jours.	Ascension droite géocentrique.	Déclinaison géocentrique.	Log de la distance à la terre.
Janv. 2	328° 40' 36,3	— 13° 16' 9,3	1,48707
3	42 18,1	15 33,4	1,48724
4	44 1,2	14 57,0	1,48741
5	45 45,6	14 20,2	1,48758
6	47 31,2	13 42,8	1,48775
7	49 18,0	13 5,1	1,48791
8	51 6,1	12 26,9	1,48807
9	52 55,3	11 48,4	1,48822
10	54 45,6	11 9,4	1,48836
11	56 37,0	10 30,1	1,48850
12	58 29,6	9 50,4	1,48863
13	329 0 23,2	9 10,2	1,48877
14	2 17,8	8 29,8	1,48890
15	4 13,4	7 48,9	1,48903
16	6 10,0	7 7,8	1,48916
17	8 7,5	6 26,3	1,48929
18	10 5,9	5 44,4	1,48941
19	12 5,3	5 2,3	1,48953
20	14 5,4	4 19,8	1,48964
21	16 6,4	3 37,1	1,48975
22	18 8,2	2 54,0	1,48985
23	20 10,7	2 10,7	1,48995
24	22 14,0	1 27,1	1,49005
25	24 18,0	0 43,3	1,49014
26	26 22,6	— 12 59 59,3	1,49023
27	28 27,9	59 15,0	1,49032
28	30 33,7	58 30,6	1,49041
29	32 40,2	57 45,9	1,49049
30	34 47,2	57 1,0	1,49057
31	36 54,7	56 15,9	1,49064
Juin 1	332 39 53,2	— 11 52 26,6	1,47439
6	39 46,0	52 38,9	1,47317
11	38 52,4	53 8,3	1,47198
16	37 13,2	53 54,4	1,47082
21	34 49,5	54 56,6	1,46969
26	31 43,3	56 14,4	1,46862
Juill. 1	332° 27' 56,6	— 11° 57' 46,9	1,46761

Années, mois et jours.	Ascension droite géocentrique.	Déclinaison géocentrique.	Log. de la distance à la terre.
Juill. 6	332° 23' 30,9	— 11° 59' 33,3	1,46668
11	18 28,9	— 12 1 32,7	1,46583
16	12 53,3	3 44,0	1,46506
21	6 47,3	6 5,9	1,46436
22	5 30,8	6 35,2	1,46423
23	4 13,2	7 5,1	1,46411
24	2 54,6	7 35,3	1,46399
25	1 35,0	8 5,8	1,46387
26	0 14,5	8 36,7	1,46375
27	331 58 53,0	9 7,9	1,46364
28	57 30,6	9 39,4	1,46353
29	56 7,4	10 11,1	1,46343
30	54 43,3	10 43,2	1,46333
31	53 18,4	11 15,5	1,46324
Août 1	51 52,9	11 48,0	1,46315
2	50 26,4	12 20,9	1,46306
3	48 59,2	12 53,9	1,46298
4	47 31,4	13 27,2	1,46290
5	46 2,8	14 0,7	1,46283
6	44 33,7	14 34,4	1,46276
7	43 3,9	15 8,3	1,46270
8	41 33,6	15 42,3	1,46264
9	40 2,8	16 16,5	1,46259
10	38 31,5	16 50,9	1,46254
11	36 59,8	17 25,3	1,46249
12	35 27,5	17 59,9	1,46244
13	33 55,1	18 34,6	1,46240
14	32 22,2	19 9,4	1,46236
15	30 49,0	19 44,3	1,46232
16	29 15,5	20 19,2	1,46229
17	27 41,8	20 54,2	1,46226
18	26 8,0	21 29,3	1,46224
19	24 33,9	22 4,3	1,46222
20	22 59,7	22 39,4	1,46221
21	21 25,4	23 14,5	1,46221
22	19 51,1	23 49,6	1,46221
23	18 16,8	24 24,6	1,46222
24	331° 16' 42,4	— 12° 24' 59,6	1,46222

Années, mois et jours.	Ascension droite géocentrique.	Déclinaison géocentrique.	Log. de la distance à la terre.
Août 25	331° 15' 8,2	—12° 25' 34,5	1,46223
26	13 34,0	26 9,4	1,46225
27	11 59,9	26 44,2	1,46227
28	10 26,0	27 18,8	1,46230
29	8 52,3	27 53,4	1,46233
30	7 18,8	28 27,9	1,46236
31	5 45,5	29 2,3	1,46240
Sept. 1	4 12,6	29 36,5	1,46245
2	2 39,9	30 10,5	1,46250
3	1 7,7	30 44,4	1,46255
4	330 59 35,9	31 18,1	1,46261
5	58 4,5	31 51,6	1,46267
6	56 33,6	32 24,9	1,46274
7	55 3,2	32 58,0	1,46281
8	53 33,3	33 30,8	1,46288
9	52 4,0	34 3,5	1,46296
10	50 35,3	34 35,8	1,46304
11	49 7,4	35 7,9	1,46313
12	47 40,1	35 39,7	1,46322
13	46 13,5	36 11,2	1,46332
14	44 47,7	36 42,4	1,46342
15	43 22,7	37 13,2	1,46352
16	41 58,6	37 43,8	1,46363
17	40 35,3	38 13,9	1,46374
18	39 13,0	38 43,8	1,46385
19	37 51,6	39 13,3	1,46396
20	36 31,1	39 42,3	1,46408
21	35 11,6	40 11,0	1,46420
22	33 53,2	40 39,3	1,46433
23	32 35,8	41 7,2	1,46447
24	31 19,5	41 34,6	1,46461
25	30 4,3	42 1,7	1,46475
26	28 50,2	42 28,3	1,46490
27	27 37,4	42 54,4	1,46505
28	26 25,7	43 20,1	1,46520
29	25 15,2	43 45,3	1,46536
30	24 6,0	44 10,0	1,46552
Oct. 1	330° 22' 58,1	—12° 44' 34,3	1,46568

Années, mois et jours.	Ascension droite géocentrique.	Déclinaison géocentrique.	Log. de la distance à la terre.
Oct. 2	330° 21' 51,5	—12° 44' 58,1	1,46585
3	20 46,3	45 21,3	1,46602
4	19 42,4	45 44,1	1,46620
5	18 40,0	46 6,3	1,46638
6	17 39,0	46 28,0	1,46656
7	16 39,4	46 49,1	1,46674
8	15 41,3	47 9,6	1,46693
9	14 44,7	47 29,6	1,46712
10	13 49,7	47 49,1	1,46731
11	12 4,3	48 7,9	1,46750
12	12 56,2	48 26,2	1,46770
13	11 14,0	48 43,9	1,46790
14	10 25,4	49 0,9	1,46812
15	9 38,4	49 17,4	1,46833
16	8 53,0	49 33,3	1,46854
17	8 9,4	49 48,5	1,46875
18	7 27,5	50 3,1	1,46896
19	6 47,2	50 17,0	1,46918
20	6 8,7	50 30,3	1,46940
21	5 32,0	50 43,0	1,46961
22	4 57,0	50 55,1	1,46983
23	4 23,8	51 6,4	1,47004
24	3 52,4	51 17,2	1,47026
25	3 22,8	51 27,2	1,47049
26	2 55,1	51 36,5	1,47072
27	2 29,2	51 45,4	1,47096
28	2 5,1	51 53,5	1,47120
29	1 42,9	52 0,9	1,47144
30	1 22,6	52 7,6	1,47168
31	1 4,2	52 13,6	1,47191
Nov. 1	0 47,7	52 18,9	1,47215
2	0 33,0	52 23,5	1,47239
3	0 20,4	52 27,4	1,47263
4	0 9,7	52 30,7	1,47287
5	0 0,9	52 33,2	1,47311
6	329 59 54,1	52 35,0	1,47335
7	59 49,2	52 36,2	1,47360
8	329° 59' 46,3	—12° 52' 36,6	1,47385

Années mois et jours.	Ascension droite géo- centrique.	Déclinaison géocentrique.	Log. de la distance à la terre.
Nov. 9	329° 59' 45,5	—12° 52' 36,2	1,47409
10	59 46,6	52 35,2	1,47434
11	59 49,7	52 33,4	1,47459
12	59 54,8	52 31,0	1,47484
13	330 0 1,8	52 27,8	1,47509
14	0 10,9	52 23,9	1,47534
15	0 21,9	52 19,3	1,47559
16	0 35,0	52 14,0	1,47584
17	0 50,0	52 8,0	1,47609
18	1 7,1	52 1,2	1,47635
19	1 26,0	51 53,8	1,47660
20	1 47,0	51 45,7	1,47685
21	2 9,9	51 36,8	1,47710
22	2 34,8	51 27,2	1,47735
23	3 1,7	51 16,9	1,47761
24	3 30,6	51 6,0	1,47786
25	4 1,4	50 54,3	1,47811
26	4 34,2	50 41,9	1,47836
27	5 8,9	50 28,8	1,47861
28	5 45,6	50 15,0	1,47885
29	6 24,2	50 0,6	1,47910
30	7 4,7	49 45,4	1,47934
Déc. 1	7 47,2	49 29,6	1,47958
2	8 31,6	49 13,0	1,47982
3	9 18,0	48 55,8	1,48006
4	10 6,3	48 37,9	1,48030
5	10 56,5	48 19,3	1,48054
6	11 48,5	48 0,0	1,48078
7	12 42,4	47 40,1	1,48102
8	13 38,2	47 19,5	1,48125
9	14 35,8	46 58,2	1,48149
10	15 35,2	46 36,3	1,48172
11	16 36,5	46 13,7	1,48195
12	17 39,5	45 50,6	1,48218
13	18 44,4	45 26,7	1,48241
17	23 21,2	43 45,2	1,48331
18	24 34,7	43 18,3	1,48353
19	25 49,9	42 50,8	1,48375
25	330° 33' 55,1	—12° 39' 53,3	1,48494

Années, mois et jours.	Ascension droite géocentrique.	Déclinaison géocentrique.	Log. de la distance à la terre.
1848 Janv. 9	330° 58' 1,4	—12° 31' 6,3	1,48773
10	59 48,4	30 27,2	1,48788
11	331 1 36,4	29 48,0	1,48803
12	3 25,6	29 8,3	1,48818
15	8 59,8	27 6,7	1,48945
16	10 53,3	26 25,4	1,48957
27	32 40,7	18 29,9	1,48981
Juill. 4	334 35 11,0	—11 14 32,2	1,46734
5	34 18,9	14 53,7	1,46713
6	33 25,3	15 15,7	1,46693
7	32 30,2	15 38,3	1,46673
8	31 33,7	16 1,4	1,46654
9	30 35,7	16 25,0	1,46635
10	29 36,4	16 49,1	1,46617
11	28 35,7	17 13,7	1,46599
12	27 33,6	17 38,8	1,46582
13	26 30,2	18 4,4	1,46565
14	25 25,4	18 30,4	1,46549
15	24 19,4	18 56,9	1,46533
16	23 12,1	19 23,9	1,46517
17	22 3,6	19 51,3	1,46501
22	16 2,8	22 14,9	1,46432
23	14 47,3	22 44,8	1,46419
24	13 30,7	23 15,1	1,46406
25	12 13,1	23 45,8	1,46392
26	10 54,4	24 16,8	1,46380
27	9 34,7	24 48,1	1,46369
28	8 14,1	25 19,8	1,46358
29	6 52,5	25 51,8	1,46347
30	5 30,0	26 24,1	1,46337
Août 2	1 17,7	28 2,8	1,46310
7	333 54 2,2	30 52,0	1,46270
8	52 33,2	31 26,5	1,46261
9	51 3,8	32 1,1	1,46255
10	49 33,8	32 35,9	1,46250
11	48 3,3	33 10,9	1,46245
12	333° 46' 32,3	—12° 33' 46,0	1,46240

Années, mois et jours.	Ascension droite géocentrique.	Déclinaison géocentrique.	Log. de la distance à la terre.
Août 13	333° 45' 0,9	—11° 34' 21,2	1,46235
14	43 29,1	34 56,6	1,46230
15	41 56,9	35 32,0	1,46226
16	40 24,3	36 7,5	1,46223
17	39 51,5	37 43,1	1,46220
18	37 18,3	37 18,8	1,46217
19	35 45,0	37 54,5	1,46215
22	31 3,9	39 41,8	1,46211
23	29 30,0	40 17,6	1,46210
24	27 56,0	40 53,4	1,46209
25	26 22,0	41 29,1	1,46210
26	24 48,1	42 4,8	1,46211
27	23 14,3	42 40,4	1,46212
28	21 40,5	43 16,0	1,46215
29	20 6,8	43 51,4	1,46218
30	18 33,4	44 26,8	1,46221
31	17 0,1	45 2,1	1,46225
Sept. 1	15 27,1	45 37,2	1,46229
2	13 54,4	46 12,2	1,46233
3	12 22,0	46 47,0	1,46237
4	10 50,0	47 21,7	1,46241
5	9 18,4	47 56,1	1,46246
6	7 47,1	48 30,4	1,46252
7	6 16,4	49 4,4	1,46259
8	4 46,1	49 38,3	1,46267
9	3 16,4	50 11,8	1,46275
10	1 47,3	50 45,2	1,46283
11	0 18,7	51 18,3	1,46291
12	332 58 50,8	51 51,1	1,46299
13	57 23,6	52 23,6	1,46307
14	55 57,1	52 55,9	1,46316
15	54 31,3	53 27,8	1,46325
16	53 6,3	53 59,4	1,46335
17	51 42,1	54 30,7	1,46346
18	50 18,8	55 1,6	1,46357
19	48 56,3	55 32,2	1,46368
20	47 34,7	56 2,4	1,46380
21	332° 46' 14,0	—11° 56' 32,3	1,46392

Années, mois et jours.	Ascension droite géocentrique.	Déclinaison géocentrique.	Log. de la distance à la terre.
Sept. 22	332° 44' 54,3	— 11° 57' 1,8	1,46405
23	43 35,5	57 30,8	1,46418
24	42 17,8	57 59,5	1,46431
25	41 1,1	58 27,7	1,46445
26	39 45,7	58 55,5	1,46459
27	38 31,3	59 22,8	1,46474
28	37 18,2	59 49,7	1,46490
29	36 6,2	— 12 0 16,1	1,46505
30	34 55,5	0 42,0	1,46521
Oct. 1	33 46,0	1 7,5	1,46537
2	32 37,8	1 32,4	1,46553
3	31 30,9	1 56,8	1,46569
4	30 25,4	2 20,7	1,46585
5	29 21,2	2 44,1	1,46602
6	28 18,4	3 6,9	1,46619
7	27 16,9	3 29,2	1,46637
8	26 16,8	3 50,9	1,46656
9	25 18,2	4 12,1	1,46675
10	24 21,1	4 32,7	1,46694
11	23 25,4	4 52,7	1,46714
25	13 17,7	8 28,8	1,47007
26	12 47,3	8 39,2	1,47030
30	11 4,0	9 14,5	1,47124
31	10 42,9	9 21,6	1,47148
Nov. 5	9 25,8	9 46,2	1,47266
6	9 16,1	9 49,0	1,47290
7	9 8,5	9 51,1	1,47313
8	9 2,6	9 52,4	1,47338
9	8 58,7	9 53,1	1,47363
10	8 56,8	9 53,0	1,47388
11	8 56,9	9 52,2	1,47413
12	8 58,9	9 50,6	1,47439
13	9 2,9	9 48,4	1,47464
14	9 8,9	9 45,4	1,47489
15	9 16,8	9 41,7	1,47514
16	9 26,8	9 37,3	1,47539
17	332° 9' 38,7	— 12° 9' 32,1	1,47563

Années, mois et jours.	Ascension droite géocentrique.	Déclinaison géocentrique.	Log. de la distance à la terre.
Nov. 18	332° 9'52",6	— 12° 9'26",2	1,47588
19	10 8,4	9 19,5	1,47613
20	10 26,2	9 12,2	1,47638
21	10 46,0	9 4,1	1,47662
22	11 7,8	8 55,3	1,47686
23	11 31,6	8 45,7	1,47711
24	11 57,4	8 35,4	1,47736
25	12 25,1	8 24,4	1,47761
Déc. 5	18 50,1	5 55,1	1,48004
7	20 29,9	5 16,8	1,48056
19	33 1,4	0 31,5	1,48333
20	34 15,3	0 3,6	1,48356
1849 Juill. 25	336 23 24,3	— 10 37 59,2	1,46414
26	22 8,6	38 29,8	1,46401
27	20 51,9	29 0,8	1,46389
28	19 34,2	39 32,2	1,46377
29	18 15,4	40 4,0	1,46365
30	16 55,7	40 36,1	1,46353
31	15 35,0	41 8,5	1,46342
Août 1	14 13,5	41 41,3	1,46331
2	12 51,1	42 14,3	1,46321
4	10 3,8	43 21,3	1,46301
8	4 20,3	45 38,2	1,46270
9	2 52,7	46 13,0	1,46262
10	1 24,4	46 48,0	1,46255
11	335 59 55,5	47 23,2	1,46249
12	58 26,1	47 58,6	1,46243
13	56 56,1	48 34,1	1,46237
14	55 25,7	49 9,8	1,46231
15	53 54,9	49 45,6	1,46227
16	52 23,7	50 21,6	1,46223
17	50 52,0	50 57,6	1,46219
20	46 15,0	52 46,4	1,46209
21	44 42,1	53 22,8	1,46207
22	43 9,0	53 59,2	1,46205
25	335° 38'28",9	— 10°55'48",5	1,46201

17

Années, mois et jours.	Ascension droite géocentrique.	Déclinaison géocentrique.	Log. de la distance à la terre.
Août 26	335° 36' 55,3	— 10° 56' 24,9	1,46201
27	35 21,8	57 1,3	1,46202
30	30 41,5	58 50,1	1,46206
31	29 8,3	59 26,2	1,46209
Sept. 1	27 35,2	— 11 0 2,3	1,46211
2	26 2,3	0 38,2	1,46213
3	24 29,5	1 14,0	1,46215
4	22 57,1	1 49,7	1,46219
5	21 24,9	2 25,2	1,46224
6	19 53,1	3 0,6	1,46229
7	18 21,6	3 35,7	1,46234
8	16 50,6	4 10,7	1,46239
9	15 20,0	4 45,5	1,46244
10	13 49,8	5 20,1	1,46250
11	12 20,2	5 54,4	1,46257
12	10 51,0	6 28,5	1,46265
13	9 22,5	7 2,3	1,46273
14	7 54,6	7 35,9	1,46281
15	6 27,2	8 9,3	1,46290
16	5 0,6	8 42,2	1,46299
17	3 34,7	9 14,9	1,46309
18	2 9,6	9 47,3	1,46319
19	0 45,3	10 19,3	1,46329
20	334 59 21,8	10 51,0	1,46340
21	57 59,2	11 22,3	1,46351
22	56 37,5	11 53,1	1,46363
23	55 16,7	12 23,7	1,46375
24	53 56,8	12 53,9	1,46387
25	52 37,9	13 23,7	1,46400
26	51 20,0	13 53,0	1,46415
27	50 3,1	14 21,9	1,46426
28	48 37,3	14 50,4	1,46440
Oct. 1	45 7,0	16 13,0	1,46487
2	43 55,9	16 39,6	1,46501
3	42 46,0	17 5,7	1,46515
5	40 30,4	17 56,4	1,46549
6	334° 39' 24,1	— 10° 18' 21,0	1,46586

Années, mois et jours.	Ascension droite géocentrique.	Déclinaison géocentrique.	Log. de la distance à la terre.
Oct. 7	834° 38' 19,4	— 11° 18' 45,0	1,46583
13	32 20,5	20 57,5	1,46691
14	31 25,9	21 17,6	1,46710
15	30 32,8	21 37,0	1,46730
16	29 41,2	21 55,8	1,46750
17	28 51,3	22 14,1	1,46771
22	25 6,2	23 35,6	1,46874
23	24 26,3	23 49,9	1,46895
27	22 4,0	24 40,5	1,46983
28	21 32,9	24 51,4	1,47005
29	21 3,5	25 1,7	1,47028
30	20 36,0	25 11,2	1,47051
31	20 10,2	25 20,1	1,47074
Nov. 1	19 46,4	25 28,2	1,47097
2	19 24,3	25 35,7	1,47121
3	19 4,2	25 42,4	1,47145
4	18 46,0	25 48,4	1,47169
5	18 29,6	25 53,7	1,47193
6	18 15,2	25 58,2	1,47217
7	18 2,6	26 2,0	1,47240
11	17 31,7	26 10,1	1,47338
12	17 28,8	26 10,3	1,47363
13	17 27,9	26 9,7	1,47388
14	17 28,9	26 8,4	1,47413
15	17 31,9	26 6,3	1,47438
16	17 36,9	26 3,4	1,47463
17	17 43,8	25 59,9	1,47488
18	17 52,7	25 55,5	1,47513
19	18 3,6	25 50,5	1,47538
20	18 16,5	25 44,7	1,47563
21	18 31,3	25 38,1	1,47588
22	18 48,1	25 30,8	1,47613
23	19 6,9	25 22,7	1,47638
24	19 27,7	25 13,9	1,47663
25	19 50,4	25 4,4	1,47688
26	20 15,1	24 54,1	1,47713
27	20 41,8	24 43,1	1,47737
28	334° 21' 10,5	— 11° 24' 31,4	1,47762

Années, mois et jours.	Ascension droite géocentrique.	Déclinaison géocentrique.	Log. de la distance à la terre.
Nov. 29	334° 21' 41",1	— 11° 24' 18",9	1,47787
30	22 13,7	24 5,7	1,47812
Déc. 1	22 48,1	23 51,8	1,47837
2	23 24,5	23 37,2	1,47862
4	24 43,0	23 5,7	1,47910
5	25 25,1	22 48,9	1,47934
6	26 9,1	22 31,4	1,47959
11	30 17,6	20 53,2	1,48081
12	31 12,8	20 31,5	1,48104
13	32 9,9	20 8,1	1,48127
15	34 9,4	19 21,9	1,48174
1850 Juill. 30	338 27 41,3	— 9 53 54,9	1,46369
31	26 23,5	54 26,0	1,46357
Août 1	25 4,6	54 58,4	1,46345
2	23 44,9	55 31,2	1,46333
3	22 24,2	56 4,3	1,46322
4	21 2,6	56 37,8	1,46311
5	19 40,1	57 11,5	1,46301
6	18 16,8	57 45,6	1,46292
7	16 52,8	58 19,9	1,46283
8	15 27,9	58 54,5	1,46274
9	14 2,3	59 29,3	1,46266
10	12 36,0	— 10 0 4,4	1,46258
11	11 9,1	0 39,7	1,46251
12	9 41,5	1 15,2	1,46244
13	8 13,3	1 50,9	1,46237
14	6 44,5	2 26,8	1,46230
15	5 15,2	3 2,8	1,46224
16	3 45,4	3 39,0	1,46218
17	2 15,2	4 15,4	1,46213
18	0 44,6	4 51,8	1,46208
19	337 59 13,6	5 28,4	1,46204
20	57 42,1	6 5,1	1,46200
21	56 10,4	6 41,9	1,46197
22	54 38,3	7 18,8	1,46194
23	337° 53' 5",9	— 10° 7' 55",7	1,46192

Années, mois et jours.	Ascension droite géocentrique.	Déclinaison géocentrique.	Log. de la distance à la terre.
Août 24	337° 51'33,4	—10° 8'32,6	1,46190
25	50 0,7	9 10,6	1,46189
26	48 27,8	9 47,1	1,46158
27	46 54,9	10 23,7	1,46187
28	45 21,8	11 0,7	1,46186
29	43 48,7	11 37,7	1,46185
30	42 15,6	12 14,6	1,46186
31	40 42,5	12 51,6	1,46187
Sept. 1	39 9,4	13 28,5	1,46188
2	37 36,4	14 5,3	1,46190
3	36 3,4	14 42,0	1,46192
4	34 30,7	15 18,6	1,46196
5	32 58,1	15 55,1	1,46199
6	31 25,8	16 31,4	1,46203
7	29 53,8	17 7,6	1,46207
8	28 22,1	17 43,6	1,46212
9	26 50,8	18 19,5	1,46217
10	25 19,9	18 55,2	1,46223
11	23 49,3	19 30,6	1,46229
12	22 19,2	20 5,9	1,46235
13	20 49,6	20 40,9	1,46241
14	19 20,6	21 15,6	1,46248
15	17 52,1	21 50,1	1,46255
16	16 24,2	22 24,4	1,46263
17	14 57,0	22 58,3	1,46271
18	13 30,4	23 31,9	1,46280
19	12 4,6	24 5,3	1,46289
20	10 39,6	24 38,3	1,46299
21	9 15,2	25 11,0	1,46310
22	7 51,7	25 43,3	1,46321
23	6 29,0	26 15,2	1,46332
24	5 7,1	26 46,9	1,46343
25	3 46,2	27 18,1	1,46354
26	2 26,1	27 48,9	1,46366
27	1 7,0	28 19,3	1,46379
28	336 59 48,9	28 49,3	1,46392
29	58 31,8	29 18,9	1,46405
30	336° 57'15,7	—10° 29'48,0	1,46419

Années, mois et jours.	Ascension droite géocentrique.	Déclinaison géocentrique.	Log. de la distance à la terre.
Oct. 1	336° 56' 0,7	— 10° 30' 16,7	1,46433
2	54 46,8	30 44,9	1,46448
3	53 34,1	31 12,7	1,46463
4	52 22,7	31 39,9	1,46478
5	50 12,4	32 6,7	1,46493
6	50 3,3	32 33,0	1,46509
7	48 55,5	32 58,7	1,46525
8	47 49,0	33 23,9	1,46541
9	46 43,8	33 48,6	1,46557
10	45 40,1	34 12,7	1,46574
11	44 37,6	34 36,3	1,46592
12	43 36,7	34 59,2	1,46610
13	42 37,1	35 21,6	1,46629
14	41 39,0	35 43,4	1,46648
15	40 42,3	36 4,6	1,46667
16	39 47,2	36 25,2	1,46686
17	38 53,5	36 45,2	1,46705
18	38 1,5	37 4,6	1,46724
19	37 11,0	37 23,3	1,46744
20	36 22,1	37 41,4	1,46764
21	35 34,8	37 58,9	1,46785
22	34 49,1	38 15,7	1,46806
23	34 5,1	38 31,8	1,46828
24	33 22,8	38 47,3	1,46849
25	32 42,1	39 2,2	1,46871
26	32 3,1	39 16,3	1,46892
27	31 25,9	39 29,8	1,46913
28	30 50,4	39 42,6	1,46935
29	30 16,6	39 54,7	1,46957
30	29 44,6	40 6,1	1,46980
31	29 14,4	40 16,8	1,47003
1851 Août 11	340 21 49,5	— 9 13 2,8	1,46255
12	20 24,0	13 38,3	1,46247
13	18 57,9	14 14,0	1,46239
14	17 31,1	14 49,9	1,46231
15	16 3,8	15 26,1	1,46224
16	14 35,8	16 2,4	1,46217
21	340° 7' 8,1	— 9° 19' 6,5	1,46192

Années, mois et jours.	Ascension droite géocentrique.	Déclinaison géocentrique.	Log. de la distance à la terre.
Août 22	340° 5'37,2	— 9°19'43,7	1,46187
23	4 5,9	20 21,0	1,46183
24	2 34,4	20 58,4	1,46179
25	1 2,5	21 35,9	1,46176
26	339 59 30,4	22 13,4	1,46174
27	57 58,1	22 50,9	1,46172
28	56 25,6	23 28,5	1,46171
29	54 52,9	24 6,1	1,46170
30	53 20,1	24 43,6	1,46170
31	51 47,3	25 21,2	1,46171
Sept. 1	50 14,5	25 58,7	1,46172
2	48 41,7	26 36,2	1,46172
3	47 9,0	27 13,7	1,46173
4	45 36,3	27 51,0	1,46174
5	44 3,7	28 28,3	1,46176
6	42 31,3	29 5,5	1,46179
7	40 59,0	29 42,5	1,46182
12	33 22,0	32 45,4	1,46205
13	31 51,6	33 21,5	1,46209
14	30 21,7	33 57,3	1,46214
15	28 51,2	34 32,9	1,46220
16	27 23,2	35 8,3	1,46227
17	25 54,8	35 43,4	1,46234
18	24 26,9	36 18,3	1,46243
19	22 59,6	36 52,9	1,46251
20	21 33,0	37 27,2	1,46260
21	20 7,1	38 1,3	1,46269
22	18 41,8	38 35,0	1,46279
23	17 17,3	39 8,4	1,46289
24	15 53,6	39 41,4	1,46299
25	14 30,6	40 14,0	1,46310
26	13 8,6	40 46,3	1,46321
27	11 47,4	41 18,2	1,46333
28	10 27,1	41 49,7	1,46345
29	9 7,7	42 20,7	1,46357
30	7 49,5	42 51,3	1,46369
Oct. 1	339° 6'32,1	— 9°43'21,6	1,46382

Années, mois et jours.	Ascension droite géocentrique.	Déclinaison géocentrique.	Log. de la distance à la terre.
Oct. 2	339° 5'15,9	— 9°43'51,3	1,46396
5	1 33,7	45 17,7	1,46441
6	0 23,0	45 45,5	1,46455
7	338 59 11,5	46 12,8	1,46470
8	58 2,1	46 39,7	1,46485
11	54 41,7	47 56,9	1,46536
12	53 37,5	48 21,6	1,46552
13	52 34,6	48 45,7	1,46569
14	51 33,0	49 9,2	1,46587
15	50 32,9	49 32,1	1,46605
16	49 34,2	49 54,8	1,46623
21	45 2,8	51 37,2	1,46720
22	44 13,1	51 55,8	1,46740
23	43 25,1	52 13,8	1,46760
24	42 38,7	52 31,1	1,46781
25	41 54,0	52 47,8	1,46802
26	41 10,9	53 3,8	1,46823
27	40 29,5	53 19,0	1,46844
28	39 49,8	53 33,6	1,46865
29	39 11,9	53 47,5	1,46887
30	38 35,7	54 0,7	1,46909
Nov. 2	36 57,6	54 37,8	1,46976
3	36 28,5	54 48,1	1,46999
4	36 1,2	54 57,5	1,47022
7	34 50,4	55 20,6	1,47092
8	34 30,4	55 27,3	1,47116
9	34 12,3	55 33,2	1,47140
12	33 29,1	55 47,1	1,47212
13	33 18,8	55 49,9	1,47236
20	32 58,8	55 48,7	1,47409
21	33 3,7	55 45,5	1,47434
22	33 10,6	55 41,5	1,47459
Déc. 2	36 7,5	54 19,1	1,47710
3	36 35,9	54 6,9	1,47735
22	51 34,5	47 50,9	1,48192
23	52 40,0	47 24,0	1,48215
24	338°53'47,2	— 9°46'56,5	1,48237

Années, mois et jours.	Ascension droite géocentrique.	Déclinaison géocentrique.	Log. de la distance à la terre.
Déc. 25	338°54'56",1	— 9°46'28",3	1,48259
26	56 6,6	45 59,4	1,48281
27	57 18,8	45 29,9	1,48303
28	58 32,7	44 59,7	1,48324
1852 Août 3	342 41 22,5	— 8 20 38,7	1,46347
4	40 5,3	21 11,7	1,46333
5	38 47,3	21 45,0	1,46319
6	37 28,2	22 18,7	1,46305
7	36 8,4	22 52,7	1,46292
8	34 47,7	23 27,1	1,46280
9	33 25,9	24 1,7	1,46269
10	32 3,4	24 36,7	1,46259
11	30 40,1	25 12,0	1,46250
12	29 16,0	25 47,5	1,46241
13	27 51,2	26 23,3	1,46233
14	26 25,7	26 59,3	1,46225
15	24 59,4	27 35,6	1,46217
16	23 32,6	28 12,1	1,46210
17	22 5,1	28 48,8	1,46203
18	20 37,0	29 25,7	1,46197
19	19 8,5	30 2,7	1,46191
20	17 39,4	30 39,9	1,46185
21	16 9,8	31 17,2	1,46180
22	14 39,9	31 54,7	1,46175
23	13 9,5	32 32,4	1,46171
24	11 38,8	33 10,0	1,46167
25	10 7,7	33 47,8	1,46164
26	8 36,3	34 25,7	1,46161
27	7 4,7	35 3,6	1,46158
28	5 32,9	35 41,6	1,46156
29	4 0,9	36 19,6	1,46154
30	2 28,7	36 57,6	1,46153
31	0 56,4	37 35,6	1,46152
Sept. 1	341 59 24,1	38 13,6	1,46152
2	57 51,6	38 51,6	1,46152
3	56 19,2	39 29,6	1,46153
4	341°54'46",7	— 8°40' 7",6	1,46154

Années, mois et jours.	Ascension droite géocentrique.	Déclinaison géocentrique.	Log. de la distance à la terre.
Sept. 5	341° 53' 14",3	— 8° 40' 45",5	1,46155
6	51 42,0	41 23,4	1,46157
7	50 9,8	42 1,2	1,46159
8	48 37,8	42 38,8	1,46162
9	47 6,0	43 16,4	1,46165
10	45 34,3	43 53,8	1,46169
11	44 3,0	44 31,1	1,46173
12	42 31,9	45 8,0	1,46178
13	41 1,2	45 45,0	1,46183
14	39 30,8	46 21,7	1,46188
15	38 0,8	46 58,1	1,46194
16	36 31,4	47 34,3	1,46200
17	35 2,3	48 10,3	1,46207
18	33 33,8	48 46,1	1,46214
19	32 5,9	49 21,6	1,46222
20	30 38,6	49 56,7	1,46230
21	29 12,0	50 21,6	1,46239
22	27 46,0	51 6,1	1,46248
23	26 20,6	51 40,3	1,46257
24	24 56,1	52 14,2	1,46267
27	20 47,0	53 53,6	1,46298
28	19 25,7	54 26,0	1,46309
Oct. 4	11 37,7	57 31,7	1,46386
5	10 23,3	58 1,1	1,46400
6	9 9,9	58 30,0	1,46415
7	7 57,7	58 58,4	1,46430
8	6 46,6	59 26,4	1,46445
9	5 36,7	59 53,8	1,46461
10	4 28,1	— 9 0 20,7	1,46477
14	0 6,4	2 3,0	1,46542
15	340 59 4,4	2 27,3	1,46560
16	58 3,8	2 50,8	1,46578
17	57 4,5	3 13,6	1,46597
18	56 6,8	3 35,9	1,46616
19	55 10,5	3 57,5	1,46635
20	54 15,7	4 18,6	1,46654
21	53 22,5	4 39,0	1,46673
22	340° 52' 30",8	— 9° 4' 58",8	1,46693

Années, mois et jours.	Ascension droite géocentrique.	Déclinaison géocentrique.	Log. de la distance à la terre.
Oct. 23	340°51'40,7	— 9° 5'17,9	1,46713
24	50 52,2	5 36,3	1,46733
Nov. 2	44 49,3	7 51,7	1,46926
3	44 17,5	8 3,2	1,46948
4	43 47,4	8 13,9	1,46971
5	43 19,2	8 24,0	1,46994
6	42 52,7	8 33,3	1,47017
7	42 28,2	8 41,8	1,47040
8	42 5,4	8 49,7	1,47064
11	41 8,4	9 8,6	1,47135
12	40 53,2	9 13,3	1,47159
13	40 39,9	9 17,3	1,47183
14	40 28,5	9 20,5	1,47207
15	40 18,9	9 22,9	1,47232
16	40 11,4	9 24,6	1,47257
17	40 5,7	9 25,5	1,47281
18	40 1,9	9 25,6	1,47306
19	40 0,1	9 25,0	1,47331
20	40 0,3	9 23,5	1,47356
26	40 41,9	8 58,5	1,47505
27	40 55,6	8 51,6	1,47530
28	41 11,3	8 43,9	1,47555
Déc. 1	42 10,0	8 16,2	1,47631
2	42 33,5	8 5,4	1,47656
3	42 58,9	7 53,8	1,47681
4	43 26,2	7 41,5	1,47706
7	44 59,8	6 59,8	1,47781
8	45 34,8	6 44,4	1,47806
9	46 11,8	6 28,2	1,47831
10	46 50,6	6 11,3	1,47856
11	47 31,4	5 53,6	1,47880
12	48 14,1	5 35,1	1,47904
13	48 58,7	5 15,9	1,47928
14	49 45,1	4 55,9	1,47952
15	50 33,3	4 35,2	1,47977
16	51 23,4	4 13,8	1,48001
17	52 15,3	3 51,7	1,48025
18	340°53' 9,1	— 9° 3'28,8	1,48049

Années, mois et jours.	Ascension droite géocentrique.	Déclinaison géocentrique.	Log de la distance à la terre.
1853 Août 8	344°44'31",2	— 7°34'14",4	1,46291
13	37 45,8	37 10,2	1,46239
18	30 41,1	40 11,0	1,46198
23	23 21,3	43 18,0	1,46166
28	15 50,5	46 28,7	1,46146
Sept. 2	8 12,5	49 41,3	1,46147
7	0 31,8	52 53,8	1,46137
12	343 52 52,8	56 4,4	1,46150
17	45 20,0	59 11,1	1,46174
22	37 58,1	— 8 2 12,2	1,46209
27	30 51,0	5 6,2	1,46254
Oct. 2	24 3,0	7 51,2	1,46309
7	17 38,9	10 25,4	1,46376
12	11 42,1	12 47,5	1,46451
17	6 16,3	14 56,1	1,46535
22	1 24,9	16 50,1	1,46627
27	342 57 10,5	18 28,1	1,46726
Nov. 1	53 36,1	19 49,0	1,46832
6	50 45,1	20 52,1	1,46943
11	48 38,7	21 36,6	1,47059
16	47 18,2	22 1,9	1,47177
21	46 44,9	22 7,9	1,47302
26	46 59,8	21 54,0	1,47426
Déc. 1	48 3,4	21 20,2	1,47536
6	49 55,9	20 26,7	1,47677
11	52 36,3	19 13,8	1,47803
16	56 4,1	17 41,6	1,47924
21	343 0 18,1	15 50,9	1,48044
26	5 16,7	13 42,1	1,48160
31	10 58,1	11 16,2	1,48272
1854 Janv. 1	12 12,0	10 45,1	1,48294
6	18 28,6	7 59,5	1,48399
11	25 51,5	4 58,9	1,48498
16	343°33'35",6	— 8° 1'44",3	1,48590

Années, mois et jours.	Ascension droite géocentrique.	Déclinaison géocentrique.	Log. de la distance à la terre.
Janv. 21	343°41'51,8	— 7°58'17,1	1,48675
26	50 38,1	54 38,2	1,48751
31	59 50,0	50 49,1	1,48819
Févr. 5	344 9 25,0	46 50,9	1,48878
10	19 19,3	42 45,3	1,48928
15	29 29,5	38 33,8	1,48968
20	39 51,6	34 17,9	1,48998
25	50 22,9	29 58,6	1,49018
Mars 2	345 0 59,1	25 38,0	1,49028
7	11 36,7	21 17,5	1,49029
12	22 11,8	16 58,5	1,49019
17	32 40,8	12 42,5	1,48999
22	43 0,8	8 31,2	1,48969
27	53 8,0	4 25,2	1,48930
Avr. 1	346 2 59,2	0 26,6	1,48881
6	12 30,8	— 6 56 36,7	1,48824
11	21 39,9	52 56,6	1,48758
16	30 23,7	49 27,6	1,48683
21	38 39,5	46 10,7	1,48602
26	46 24,8	43 7,3	1,48513
Mai 1	53 36,9	40 18,1	1,48417
6	347 0 12,7	37 44,6	1,48316
11	6 11,1	35 27,0	1,48209
16	11 30,2	33 26,3	1,48098
21	16 8,1	31 43,1	1,47983
26	20 3,5	30 17,8	1,47865
31	23 15,5	29 11,2	1,48745
Juin 5	25 42,3	28 23,6	1,47623
10	27 24,3	27 54,9	1,47501
15	28 20,0	27 45,3	1,47378
20	28 32,1	27 54,4	1,47257
25	27 57,8	28 22,6	1,47136
30	347°26'39,2	— 6°29' 9,1	1,47022

Années, mois et jours.	Ascension droite géocentrique.	Déclinaison géocentrique.	Log. de la distance à la terre.
Juill. 5	347°24'37,0	— 6°30'13,7	1,46909
10	21 53,0	31 35,3	1,46801
15	18 28,0	33 13,6	1,46698
20	14 25,0	35 7,3	1,46602
25	9 44,6	37 15,8	1,46512
30	4 31,0	39 37,9	1,46430
Août 4	346 58 46,0	42 11,9	1,46357
9	52 33,8	44 56,8	1,46292
14	45 57,0	47 50,6	1,46237
19	38 59,7	50 52,0	1,46192
24	31 45,3	53 59,6	1,46158
29	24 18,3	57 11,1	1,46134
Sept. 3	16 43,1	— 7 0 25,2	1,46121
8	9 4,0	3 39,6	1,46119
13	1 25,3	6 52,7	1,46129
18	345 53 51,2	10 2,5	1,46149
23	46 26,5	13 7,4	1,46181
28	39 15,3	16 5,4	1,46223
Oct. 3	32 22,5	18 54,6	1,46276
8	25 52,1	21 33,7	1,46339
13	19 47,3	24 1,0	1,46411
18	14 12,4	26 15,2	1,46493
23	9 10,7	28 14,6	1,46582
28	4 45,8	29 58,1	1,46680
Nov. 2	1 0,4	31 24,5	1,46784
7	344 57 56,5	32 33,3	1,46893
12	55 36,4	33 23,5	1,47008
17	54 1,7	34 54,6	1,47127
22	53 14,6	34 6,4	1,47250
27	53 15,4	33 57,1	1,47374
Déc. 2	54 4,6	33 28,2	1,47499
7	55 41,8	32 39,4	1,47625
12	58 7,3	31 30,8	1,47750
17	345° 1'20",2	— 7°30' 2",9	1,47874

Années, mois et jours.	Ascension droite géocentrique.	Déclinaison géocentrique.	Log. de la distance à la terre.
Déc. 22	345° 5'20,2	— 7°28'15,8	1,47995
27	10 5,0	26 10,3	1,48112
31	15 33,1	23 47,2	1,48225
1855 Janv. 4	19 9,7	22 13,2	1,48289
8	24 21,5	19 59,0	1,48374
12	29 57,3	17 35,1	1,48455
16	35 56,4	15 1,7	1,48530
20	42 17,2	12 19,5	1,48602
24	48 58,1	9 29,6	1,48668
28	55 57,5	6 32,8	1,48729
Févr. 1	346 3 13,8	3 28,8	1,48785
5	10 45,1	0 18,6	1,48835
9	18 30,0	— 6 57 3,2	1,48879
13	26 26,7	53 43,4	1,48917
17	34 33,3	50 20,0	1,48949
21	42 48,2	46 53,6	1,48975
25	51 9,0	43 25,1	1,48994
Mars 1	59 33,9	39 55,1	1,49007
5	347 8 1,4	36 24,6	1,49014
9	16 29,6	32 54,2	1,49020
13	24 56,7	29 24,7	1,49008
17	33 20,9	25 56,7	1,48995
21	41 40,2	22 31,3	1,48976
25	49 52,8	19 9,1	1,48950
29	57 57,0	15 50,8	1,48919
Avr. 2	348 5 51,1	12 37,2	1,48882
6	13 33,6	9 28,8	1,48839
10	21 3,0	6 26,4	1,48790
14	28 17,6	3 30,6	1,48736
18	35 16,0	0 42,0	1,48676
22	41 56,3	— 5 58 1,3	1,48612
26	48 17,5	55 28,9	1,48543
30	54 18,1	53 6,0	1,48470
Mai 4	348°59'57,2	— 5°50'52,9	1,48393

Années, mois et jours.	Ascension droite géocentrique.	Déclinaison géocentrique.	Log. de la distance à la terre.
Mai 8	349° 5'13,6	— 5°48'48,3	1,48312
12	10 6,3	46 54,8	1,48228
16	14 34,1	45 11,9	1,48140
20	18 35,9	43 40,3	1,48050
24	22 11,3	42 20,2	1,47957
28	25 19,6	41 11,9	1,47862
Juin 1	28 0,0	40 15,2	1,47766
5	30 12,4	39 30,5	1,47669
9	31 56,1	38 58,2	1,47572
13	33 11,0	38 38,2	1,47472
17	33 56,7	38 30,6	1,47376
21	34 13,3	38 35,1	1,47283
25	34 1,1	38 51,9	1,47183
29	33 20,5	39 20,6	1,47089
Juill. 3	32 14,5	40 1,1	1,46996
7	30 35,1	40 53,0	1,46906
11	28 31,2	41 56,2	1,46818
15	26 1,0	43 10,3	1,46734
19	23 5,4	44 34,9	1,46654
23	19 45,5	46 9,3	1,46578
27	16 2,5	47 53,0	1,46506
31	11 58,0	49 45,4	1,46439
Août 4	7 32,9	51 46,0	1,46378
8	2 49,0	53 54,0	1,46321
12	348 57 47,7	56 8,6	1,46271
16	52 31,2	58 29,1	1,46227
20	47 0,9	— 6 0 54,5	1,46190
24	41 19,5	3 23,9	1,46159
28	35 28,6	5 56,7	1,46134
Sept. 1	29 30,5	8 31,8	1,46117
5	23 27,1	11 8,4	1,46107
9	17 20,6	13 45,5	1,46104
13	11 13,6	16 21,9	1,46107
17	5 8,2	18 56,9	1,46119
21	347°59' 7,0	— 6°21'29,4	1,46137

Années, mois et jours	Ascension droite géocentrique.	Déclinaison géocentrique.	Log. de la distance à la terre.
Sept. 25	347° 53' 12,1	— 6° 23' 58,4	1,46162
29	47 25,6	26 23,1	1,46194
Oct. 3	41 49,6	28 42,6	1,46233
7	36 26,4	30 56,1	1,46279
11	31 18,0	33 2,7	1,46331
15	26 26,7	35 1,5	1,46389
19	21 54,4	36 51,6	1,46453
23	17 42,9	38 32,5	1,46522
27	13 53,6	40 3,6	1,46597
31	10 28,0	41 24,2	1,46675
Nov. 4	7 27,5	42 33,9	1,46758
8	4 53,8	43 32,0	1,46845
12	2 47,6	44 18,2	1,46935
16	1 10,5	44 52,1	1,47029
20	0 2,7	45 13,4	1,47125
24	349 59 25,1	45 21,9	1,47223
28	59 17,7	45 17,7	1,47323
Déc. 2	59 41,2	45 0,4	1,47423
6	347 0 35,5	44 30,2	1,47524
10	2 0,9	43 47,0	1,47624
14	3 57,3	42 51,1	1,47724
18	6 24,0	41 42,4	1,47823
22	9 20,5	40 21,5	1,47918
26	12 46,3	38 48,4	1,48011
30	347° 16' 40,4	— 6° 37' 3,9	1,48110

E R R A T A.

Page	129	ligno	33	au lieu de	dan-	lisez	dans
	129		35		suis		sui-
	136		18		5,7		7,5
	136		37		demesures		de mesures
	138		31		1,46385		1,46303
	138		34		1,46271		1,46249
	138		35		Sept. 7		Sept. 4
	148		17		1,42638		1,46238
	150		38		1,46296		1,46269
	192		1		nonvelle		nouvelle
	211		2		sin ³ n		sin °
	256		1		Déclinaison		Déclinaison
	256		39		— 12°		— 11°

III.

PANGÉOMÉTRIE

OU,

PRÉCIS DE GÉOMÉTRIE

FONDÉE

SUR UNE THÉORIE GÉNÉRALE ET RIGoureuse

DES

PARALLÈLES

PAR

N. Lobatcheffsky,

Professeur émérite de l'université de Kasan et membre honoraire de l'université
de Moscou.

PANGÉOMÉTRIE.

Les notions sur lesquelles on fonde la géométrie élémentaire sont insuffisantes pour en déduire une démonstration du théorème que la somme des trois angles de tout triangle rectiligne est égale à deux angles droits, théorème de la vérité duquel personne n'a douté jusqu'à présent, parcequ'on ne rencontre aucune contradiction dans les conséquences qu'on en a déduites et que les mesures directes des angles des triangles rectilignes s'accordent, dans les limites des erreurs des mesures les plus parfaites, avec ce théorème.

L'insuffisance des notions fondamentales pour la démonstration de ce théorème a forcé les géomètres d'admettre explicitement ou implicitement des suppositions auxiliaires, qui, quelque simples qu'elles paraissent n'en sont pas moins arbitraires et par conséquent inadmissibles. Ainsi par exemple on admet, qu'un cercle de rayon infini se confond avec une ligne droite et une sphère de rayon infini avec un plan, que les angles de tout triangle rectiligne ne dépendent que du rapport des côtés et non des côtés eux mêmes, ou enfin, comme cela se fait ordinairement dans les élémens de géométrie, que par un point donné d'un plan on ne peut mener qu'une seule droite parallèle à une autre droite donnée dans le plan tandis que toutes les autres droites menées par le même point et dans le même plan doivent nécessairement, étant prolongées suffisamment, couper la droite donnée. On entend sous le nom de droite parallèle à une autre droite donnée une droite qui, quelque loin qu'on la prolonge des deux côtés, ne coupe jamais celle à laquelle elle est parallèle. Cette définition est par elle même insuffisante, parcequ'elle ne caractérise pas assez une seule ligne droite. On peut dire la même chose de la plupart

des définitions données ordinairement dans les éléments de géométrie, car ces définitions non seulement n'indiquent pas la génération des grandeurs qu'on définit, mais ne montrent pas même que ces grandeurs peuvent exister. Ainsi on définit la ligne droite et le plan par une de leur propriétés; on dit que les lignes droites sont celles qui se confondent toujours dès qu'elles ont deux points communs, qu'un plan est une surface avec laquelle une ligne droite se confond toujours dès que la droite a deux points communs avec elle.

Au lieu de commencer la géométrie par le plan et la ligne droite, comme on le fait ordinairement, j'ai préféré de la commencer par la sphère et le cercle dont les définitions ne sont pas sujettes au reproche d'être incomplètes puisqu'elles contiennent la génération des grandeurs qu'on définit.

En suite je définis le plan comme le lieu géométrique des intersections de sphères égales décrites autour de deux points fixes comme centres. Enfin je définis la ligne droite comme le lieu géométrique des intersections de cercles égaux situés tous dans un même plan et décrits de deux points fixes de ce plan comme centres. Ces définitions du plan et de la ligne droite acceptées, toute la théorie des plans et des droites perpendiculaires peut être exposée et démontrée avec beaucoup de simplicité et de brièveté.

Étant donné une droite et un point dans un plan, j'appelle parallèle à la droite donnée menée par le point donné la droite limite entre celles des droites menées dans le même plan par le même point et prolongées d'un côté de la perpendiculaire abaissée de ce point sur la droite donnée, qui la coupent et de celles qui ne la coupent pas.

J'ai publié une théorie complète des parallèles sous le titre »Geometrische Untersuchungen zur Theorie der Parallellinien. Berlin 1840. In der Finckeschen Buchhandlung.« Dans ce travail j'ai exposé d'abord tous les théorèmes qui peuvent être démontrés sans le secours de la théorie des parallèles. Parmi ces théorèmes, le théorème qui donne le rapport de la surface de tout triangle sphérique à la surface de la sphère entière sur laquelle il est tracé est particulièrement remarquable (Geometrische Untersuchungen § 27). Si A, B, C désignent les angles d'un triangle sphérique et π deux angles droits, le rapport de la surface de ce triangle à la surface de la sphère à laquelle il appartient sera égal au rapport de

$$\frac{1}{2}(A + B + C - \pi)$$

à quatre angles droits.

Ensuite je démontre que la somme des trois angles de tout triangle rectiligne ne peut jamais surpasser deux angles droits (Geometr. Untersuchungen. § 19) et que, si cette somme est égale à deux angles droits dans un triangle rectiligne quelconque, elle le sera dans tous (Geometr. Untersuchungen § 20). Ainsi il n'y a que deux suppositions possibles: ou la somme des trois angles de tout triangle rectiligne est égale à deux angles droits, cette supposition donne la géométrie connue — ou dans tout triangle rectiligne cette somme est moindre que deux angles droits et cette supposition sert de base à une autre géométrie, à laquelle j'avais donné le nom de géométrie imaginaire, mais qu'il est peut être plus convenable de nommer Pangéométrie parceque ce nom désigne une théorie géométrique générale, qui comprend la géométrie ordinaire comme cas particulier. Il suit des principes adoptés dans la Pangéométrie, qu'une perpendiculaire p abaissée d'un point d'une droite sur une de ses parallèles fait avec la première, deux angles, dont l'un est aigu. J'appelle cet angle, angle de parallélisme et le coté de la première droite ou il se trouve, coté qui est le même pour tous les points de cette droite, coté du parallélisme. Je désigne cet angle par $\Pi(p)$, puisqu'il dépend de la longueur de la perpendiculaire. Dans la géométrie ordinaire on a toujours $\Pi(p) =$ un angle droit pour toute longueur de p . Dans la Pangéométrie l'angle $\Pi(p)$ passe par toutes les valeurs depuis zero qui repond à $p = \infty$, jusqu'à $\Pi(p) =$ un angle droit, pour $p = 0$. (Geometrische Untersuchungen § 23) Pour donner à la fonction $\Pi(p)$ une valeur analytique plus générale j'adopte, que la valeur de cette fonction pour p négatif, cas auquel la définition primitive ne s'étend pas, est fixé par l'équation suivante

$$\Pi(p) + \Pi(-p) = \pi$$

ainsi pour tout angle $A > 0$ et $< \pi$ on pourra trouver une ligne p telle que $\Pi(p) = A$, où la ligne p sera positive si $A < \frac{\pi}{2}$. Réciproquement il existe pour toute ligne p un angle A tel que $A = \Pi(p)$. J'appelle cercle limite le cercle dont le rayon est infini, il pourra être tracé par approximation en construisant de la manière suivante, autant de points qu'on voudra. Prenons un point sur une droite indéfinie, nommons ce point sommet et cette droite axe du cercle limite, construisons un angle $A > 0$ et $< \frac{\pi}{2}$, dont le sommet coïncide avec le sommet du cercle limite, et dont l'axe soit un des côtés, soit enfin a la ligne qui donne $\Pi(a) = A$ et construisons sur le second coté de l'angle, à partir du sommet une droite $2a$, le point qui termine cette droite se trouvera sur le cercle limite; pour contin-

ner le tracé du cercle limite de l'autre côté de l'axe il faudra répéter cette construction de ce côté. Il s'ensuit que toutes les droites parallèles à l'axe du cercle limite peuvent être prises pour axes. La révolution du cercle limite autour d'un de ses axes produit une surface que je nomme sphère limite, surface qui est par consequence la limite de laquelle la sphère s'approche si le rayon croit à l'infini. Nous nommerons l'axe de révolution, et par consequence aussi toutes les droites parallèles à l'axe de révolution, axes de la sphère limite et plan diamétral tout plan qui contient un ou plusieurs axes de la sphère limite. Les intersections de la sphère limite par ses plans diamétraux sont des cercles limites. Une partie de la surface de la sphère limite, limitée par trois arcs de cercle limite sera nommée triangle sphérique limite, les arcs de cercle limite seront appelés les côtés et les angles dièdres entre les plans des ces arcs angles du triangle sphérique limite. Deux droites parallèles à une troisième sont parallèles entre elles. (Geometrische Untersuchungen § 25). Il s'ensuit que tous les axes du cercle limite et de la sphère limite sont parallèles entre eux. Si trois plans se coupent deux à deux en trois droites parallèles et si l'on limite chaque plan à la partie qui est située entre ces parallèles la somme des trois angles dièdres que ces plans formeront sera égale à deux angles droits (Geometrische Untersuchungen § 28). Il suit de ce théorème que la somme des angles de tout triangle sphérique limite est égale à deux angles droits, et tout ce qu'on démontre dans la géométrie ordinaire de la proportionalité des côtés des triangles rectilignes peut par consequence être démontré de la même manière dans la Pangéométrie des triangles sphériques limites, en remplaçant seulement les droites parallèles à l'un des côtés du triangle rectiligne par des arcs de cercle limite menés par des points d'un des cotés du triangle sphérique limite et faisant tous le même angle avec ce côté. Ainsi par exemple si p, q, r sont les côtés d'un triangle sphérique limite rectangle et $P, Q, \frac{\pi}{2}$ les angles opposés à ces côtés il faut adopter, de même que pour les triangles rectilignes rectangles dans la géométrie ordinaire les équations suivantes

$$p = r \sin P = r \cos Q$$

$$q = r \cos P = r \sin Q$$

$$P + Q = \frac{\pi}{2}.$$

Dans la géométrie ordinaire on démontre que la distance de deux droites parallèles est constante.

Dans la Pangéométrie au contraire la distance p d'un point d'une

droite à la droite parallèle diminue du côté du parallélisme, c'est à dire du côté vers lequel est tourné l'angle de parallélisme $II(p)$.

Maintenant soient $s, s', s'' \dots$ une serie d'arcs de cercle limite compris entre deux droites parallèles, qui servent d'axes à tous ces cercles limites, et supposons que les parties de chaque parallèle comprises entre deux arcs consecutifs soient toutes égales entre elles et égales à x , nommons E le rapport de s à s'

$$\frac{s}{s'} = E$$

où E est un nombre plus grand que l'unité.

Supposons d'abord que $E = \frac{n}{m}$, m, n étant deux nombres entiers, divisons l'arc s en m parties égales. Par les points de division menons des droites parallèles à l'axe des cercles limites, ces parallèles diviseront chacun des arcs s', s'' etc. en m parties égales entre elles. Soit AB la première partie de s , $A'B'$ la première partie de s' , $A''B''$ la première partie de s'' etc. $A, A', A'' \dots$ les points situés sur l'une des parallèles données et posons $A'B'$ sur AB de manière que A et A' coïncident et que $A'B'$ tombe sur AB . Répétons cette superposition n fois de suite. Puisque par supposition $\frac{s}{s'} = \frac{n}{m}$ il faudra que $nA'B' = mAB$ et que par consequence la seconde extremité de $A'B'$ coïncide après la $n^{\text{ième}}$ superposition, avec la seconde extremité de s , qui sera divisé en n parties égales; $s', s'' \dots$ seront aussi divisé en m parties égales chacun par les droites parallèles aux deux parallèles données. Mais si l'on imagine, qu'en faisant la superposition indiquée ci dessus $A'B'$ emporte la partie du plan limité par cet arc et les deux parallèles menées par les extremités il est clair qu'en même temps que n fois $A'B'$ couvre tout l'arc s , $nA''B''$ couvrira tout l'arc s' et ainsi de suite parceque dans ce cas les parallèles doivent coïncider dans toute leur étendue de sorte que l'on aura

$$nA''B'' = mA'B'$$

ou ce qui est la même chose

$$\frac{s'}{s''} = \frac{n}{m} = E; \quad \frac{s'}{s''} = E \text{ etc.}$$

ce qu'il fallait démontrer.

Pour démontrer la même chose dans le cas que E est un nombre incommensurable, on pourra employer une des méthodes usitées

Années, mois et jours.	Ascension droite géocentrique.	Déclinaison géocentrique.	Log. de la distance à la terre.
Mai 8	349° 5'13,6	— 5°48'48,3	1,48312
12	10 6,3	46 54,8	1,48228
16	14 34,1	45 11,9	1,48140
20	18 35,9	43 40,3	1,48050
24	22 11,3	42 20,2	1,47957
28	25 19,6	41 11,9	1,47862
Juin 1	28 0,0	40 15,2	1,47766
5	30 12,4	39 30,5	1,47669
9	31 56,1	38 58,2	1,47572
13	33 11,0	38 38,2	1,47472
17	33 56,7	38 30,6	1,47376
21	34 13,3	38 35,1	1,47283
25	34 1,1	38 51,9	1,47183
29	33 20,5	39 20,6	1,47089
Juill. 3	32 11,5	40 1,1	1,46996
7	30 35,1	40 53,0	1,46906
11	28 31,2	41 56,2	1,46818
15	26 1,0	43 10,3	1,46734
19	23 5,4	44 34,9	1,46654
23	19 45,5	46 9,3	1,46578
27	16 2,5	47 53,0	1,46506
31	11 58,0	49 45,4	1,46439
Août 4	7 32,9	51 46,0	1,46378
8	2 49,0	53 54,0	1,46321
12	348 57 47,7	56 8,6	1,46271
16	52 31,2	58 29,1	1,46227
20	47 0,9	— 6 0 54,5	1,46190
24	41 19,5	3 23,9	1,46159
28	35 28,6	5 56,7	1,46134
Sept. 1	29 30,5	8 31,8	1,46117
5	23 27,1	11 8,4	1,46107
9	17 20,6	13 45,5	1,46104
13	11 13,6	16 21,9	1,46107
17	5 8,2	18 56,9	1,46119
21	347°59' 7,0	— 6°21'29,4	1,46137

Années, mois et jours	Ascension droite géocentrique.	Déclinaison géocentrique.	Log. de la distance à la terre.
Sept. 25	347° 53' 12,1	— 6° 23' 58,4	1,46162
29	47 25,6	26 23,1	1,46194
Oct. 3	41 49,6	28 42,6	1,46233
7	36 26,4	30 56,1	1,46279
11	31 18,0	33 2,7	1,46331
15	26 26,7	35 1,5	1,46389
19	21 54,4	36 51,6	1,46453
23	17 42,9	38 32,5	1,46522
27	13 53,6	40 3,6	1,46597
31	10 28,0	41 24,2	1,46675
Nov. 4	7 27,5	42 33,9	1,46758
8	4 53,8	43 32,0	1,46845
12	2 47,6	44 18,2	1,46935
16	1 10,5	44 52,1	1,47029
20	0 2,7	45 13,4	1,47125
24	349 59 25,1	45 21,9	1,47223
28	59 17,7	45 17,7	1,47323
Déc. 2	59 41,2	45 0,4	1,47423
6	347 0 35,5	44 30,2	1,47524
10	2 ^h 0,9	43 47,0	1,47624
14	3 57,3	42 51,1	1,47724
18	6 24,0	41 42,4	1,47823
22	9 20,5	40 21,5	1,47918
26	12 46,3	38 48,4	1,48011
30	347° 16' 40,4	— 6° 37' 3,9	1,48110

E R R A T A.

Page	129	ligne	33	au lieu de	dan-	lisez	dans
	129		35		suis		sui-
	136		18		5,7		7,5
	136		37		demesures		de mesures
	138		31		1,46385		1,46303
	138		34		1,46271		1,46249
	138		35		Sept. 7		Sept. 4
	148		17		1,42638		1,46238
	150		38		1,46296		1,46269
	192		1		nonvelle		nouvelle
	211		2		sin ³ n		sin ³
	256		1		Déclinaison		Déclinaison
	256		39		— 12°		— 11°

III.

PANGÉOMÉTRIE

OU,

PRÉCIS DE GÉOMÉTRIE

FONDÉE

SUR UNE THÉORIE GÉNÉRALE ET RIGoureuse

DES

PARALLÈLES

PAR

N. Lobatcheffsky,

Professeur émérite de l'université de Kasan et membre honoraire de l'université
de Moscou.

PANGÉOMÉTRIE.

Les notions sur lesquelles on fonde la géométrie élémentaire sont insuffisantes pour en déduire une démonstration du théorème que la somme des trois angles de tout triangle rectiligne est égale à deux angles droits, théorème de la vérité duquel personne n'a douté jusqu'à présent, parcequ'on ne rencontre aucune contradiction dans les conséquences qu'on en a déduites et que les mesures directes des angles des triangles rectilignes s'accordent, dans les limites des erreurs des mesures les plus parfaites, avec ce théorème.

L'insuffisance des notions fondamentales pour la démonstration de ce théorème a forcé les géomètres d'admettre explicitement ou implicitement des suppositions auxiliaires, qui, quelque simples qu'elles paraissent n'en sont pas moins arbitraires et par conséquent inadmissibles. Ainsi par exemple on admet, qu'un cercle de rayon infini se confond avec une ligne droite et une sphère de rayon infini avec un plan, que les angles de tout triangle rectiligne ne dépendent que du rapport des côtés et non des côtés eux mêmes, ou enfin, comme cela se fait ordinairement dans les élémens de géométrie, que par un point donné d'un plan on ne peut mener qu'une seule droite parallèle à une autre droite donnée dans le plan tandis que toutes les autres droites menées par le même point et dans le même plan doivent nécessairement, étant prolongées suffisamment, couper la droite donnée. On entend sous le nom de droite parallèle à une autre droite donnée une droite qui, quelque loin qu'on la prolonge des deux côtés, ne coupe jamais celle à laquelle elle est parallèle. Cette définition est par elle même insuffisante, parcequ'elle ne caractérise pas assez une seule ligne droite. On peut dire la même chose de la plupart

des définitions données ordinairement dans les éléments de géométrie, car ces définitions non seulement n'indiquent pas la génération des grandeurs qu'on définit, mais ne montrent pas même que ces grandeurs peuvent exister. Ainsi on définit la ligne droite et le plan par une de leur propriétés; on dit que les lignes droites sont celles qui se confondent toujours dès qu'elles ont deux points communs, qu'un plan est une surface avec laquelle une ligne droite se confond toujours dès que la droite a deux points communs avec elle.

Au lieu de commencer la géométrie par le plan et la ligne droite, comme on le fait ordinairement, j'ai préféré de la commencer par la sphère et le cercle dont les définitions ne sont pas sujettes au reproche d'être incomplètes puisqu'elles contiennent la génération des grandeurs qu'on définit.

En suite je définis le plan comme le lieu géométrique des intersections de sphères égales décrites autour de deux points fixes comme centres. Enfin je définis la ligne droite comme le lieu géométrique des intersections de cercles égaux situés tous dans un même plan et décrits de deux points fixes de ce plan comme centres. Ces définitions du plan et de la ligne droite acceptées, toute la théorie des plans et des droites perpendiculaires peut être exposée et démontrée avec beaucoup de simplicité et de brièveté.

Étant donné une droite et un point dans un plan, j'appelle parallèle à la droite donnée menée par le point donné la droite limite entre celles des droites menées dans le même plan par le même point et prolongées d'un côté de la perpendiculaire abaissée de ce point sur la droite donnée, qui la coupent et de celles qui ne la coupent pas.

J'ai publié une théorie complète des parallèles sous le titre »*Geometrische Untersuchungen zur Theorie der Parallellinien*. Berlin 1840. In der Finckeschen Buchhandlung.« Dans ce travail j'ai exposé d'abord tous les théorèmes qui peuvent être démontrés sans le secours de la théorie des parallèles. Parmi ces théorèmes, le théorème qui donne le rapport de la surface de tout triangle sphérique à la surface de la sphère entière sur laquelle il est tracé est particulièrement remarquable (*Geometrische Untersuchungen* § 27). Si A, B, C désignent les angles d'un triangle sphérique et π deux angles droits, le rapport de la surface de ce triangle à la surface de la sphère à laquelle il appartient sera égal au rapport de

$$\frac{1}{2}(A + B + C - \pi)$$

à quatre angles droits.

Ensuite je démontre que la somme des trois angles de tout triangle rectiligne ne peut jamais surpasser deux angles droits (Geometr. Untersuchungen. § 19) et que, si cette somme est égale à deux angles droits dans un triangle rectiligne quelconque, elle le sera dans tous (Geometr. Untersuchungen § 20). Ainsi il n'y a que deux suppositions possibles: ou la somme des trois angles de tout triangle rectiligne est égale à deux angles droits, cette supposition donne la géométrie connue — ou dans tout triangle rectiligne cette somme est moindre que deux angles droits et cette supposition sert de base à une autre géométrie, à laquelle j'avais donné le nom de géométrie imaginaire, mais qu'il est peut être plus convenable de nommer Pangéométrie parceque ce nom désigne une théorie géométrique générale, qui comprend la géométrie ordinaire comme cas particulier. Il suit des principes adoptés dans la Pangéométrie, qu'une perpendiculaire p abaissée d'un point d'une droite sur une de ses parallèles fait avec la première, deux angles, dont l'un est aigu. J'appelle cet angle, angle de parallélisme et le coté de la première droite ou il se trouve, coté qui est le même pour tous les points de cette droite, coté du parallélisme. Je désigne cet angle par $\Pi(p)$, puisqu'il dépend de la longueur de la perpendiculaire. Dans la géométrie ordinaire on a toujours $\Pi(p) =$ un angle droit pour toute longueur de p . Dans la Pangéométrie l'angle $\Pi(p)$ passe par toutes les valeurs depuis zero qui repond à $p = \infty$, jusqu'à $\Pi(p) =$ un angle droit, pour $p = 0$. (Geometrische Untersuchungen § 23) Pour donner à la fonction $\Pi(p)$ une valeur analytique plus générale j'adopte, que la valeur de cette fonction pour p négatif, cas auquel la définition primitive ne s'étend pas, est fixé par l'équation suivante

$$\Pi(p) + \Pi(-p) = \pi$$

ainsi pour tout angle $A > 0$ et $< \pi$ on pourra trouver une ligne p telle que $\Pi(p) = A$, où la ligne p sera positive si $A < \frac{\pi}{2}$. Réciproquement il existe pour toute ligne p un angle A tel que $A = \Pi(p)$. J'appelle cercle limite le cercle dont le rayon est infini, il pourra être tracé par approximation en en construisant de la manière suivante, autant de points qu'on voudra. Prenons un point sur une droite indéfinie, nommons ce point sommet et cette droite axe du cercle limite, construisons un angle $A > 0$ et $< \frac{\pi}{2}$, dont le sommet coïncide avec le sommet du cercle limite, et dont l'axe soit un des côtés, soit enfin a la ligne qui donne $\Pi(a) = A$ et construisons sur le second coté de l'angle, à partir du sommet une droite $2a$, le point qui termine cette droite se trouvera sur le cercle limite; pour contin-

ner le tracé du cercle limite de l'autre côté de l'axe il faudra répéter cette construction de ce côté. Il s'ensuit que toutes les droites parallèles à l'axe du cercle limite peuvent être prises pour axes. La révolution du cercle limite autour d'un de ses axes produit une surface que je nomme sphère limite, surface qui est par consequence la limite de laquelle la sphère s'approche si le rayon croit à l'infini. Nous nommerons l'axe de révolution, et par consequence aussi toutes les droites parallèles à l'axe de révolution, axes de la sphère limite et plan diamétral tout plan qui contient un ou plusieurs axes de la sphère limite. Les intersections de la sphère limite par ses plans diamétraux sont des cercles limites. Une partie de la surface de la sphère limite, limitée par trois arcs de cercle limite sera nommée triangle sphérique limite, les arcs de cercle limite seront appelés les côtés et les angles dièdres entre les plans des ces arcs angles du triangle sphérique limite. Deux droites parallèles à une troisième sont parallèles entre elles. (Geometrische Untersuchungen § 25). Il s'ensuit que tous les axes du cercle limite et de la sphère limite sont parallèles entre eux. Si trois plans se coupent deux à deux en trois droites parallèles et si l'on limite chaque plan à la partie qui est située entre ces parallèles la somme des trois angles dièdres que ces plans formeront sera égale à deux angles droits (Geometrische Untersuchungen § 28). Il suit de ce théorème que la somme des angles de tout triangle sphérique limite est égale à deux angles droits, et tout ce qu'on démontre dans la géométrie ordinaire de la proportionalité des côtés des triangles rectilignes peut par consequence être démontré de la même manière dans la Pangéométrie des triangles sphériques limites, en remplaçant seulement les droites parallèles à l'un des côtés du triangle rectiligne par des arcs de cercle limite menés par des points d'un des cotés du triangle sphérique limite et faisant tous le même angle avec ce côté. Ainsi par exemple si p, q, r sont les côtés d'un triangle sphérique limite rectangle et $P, Q, \frac{\pi}{2}$ les angles opposés à ces côtés il faut adopter, de même que pour les triangles rectilignes rectangles dans la géométrie ordinaire les équations suivantes

$$p = r \sin P = r \cos Q$$

$$q = r \cos P = r \sin Q$$

$$P + Q = \frac{\pi}{2}.$$

Dans la géométrie ordinaire on démontre que la distance de deux droites parallèles est constante.

Dans la Pangéométrie au contraire la distance p d'un point d'une

droite à la droite parallèle diminue du côté du parallélisme, c'est à dire du côté vers lequel est tourné l'angle de parallélisme $\Pi(p)$.

Maintenant soient $s, s', s'' \dots$ une serie d'arcs de cercle limite compris entre deux droites parallèles, qui servent d'axes à tous ces cercles limites, et supposons que les parties de chaque parallèle comprises entre deux arcs consecutifs soient toutes égales entre elles et égales à x , nommons E le rapport de s à s'

$$\frac{s}{s'} = E$$

où E est un nombre plus grand que l'unité.

Supposons d'abord que $E = \frac{n}{m}$, m, n étant deux nombres entiers, divisons l'arc s en m parties égales. Par les points de division menons des droites parallèles à l'axe des cercles limites, ces parallèles diviseront chacun des arcs s', s'' etc. en m parties égales entre elles. Soit AB la première partie de s , $A'B'$ la première partie de s' , $A''B''$ la première partie de s'' etc. $A, A', A'' \dots$ les points situés sur l'une des parallèles données et posons $A'B'$ sur AB de manière que A et A' coïncident et que $A'B'$ tombe sur AB . Répétons cette superposition n fois de suite. Puisque par supposition $\frac{s}{s'} = \frac{n}{m}$ il faudra que $nA'B' = mAB$ et que par consequence la seconde extremité de $A'B'$ coïncide après la $n^{\text{ème}}$ superposition, avec la seconde extremité de s , qui sera divisé en n parties égales; $s', s'' \dots$ seront aussi divisé en m parties égales chacun par les droites parallèles aux deux parallèles données. Mais si l'on imagine, qu'en faisant la superposition indiquée ci dessus $A'B'$ emporte la partie du plan limité par cet arc et les deux parallèles menées par les extremités il est clair qu'en même temps que n fois $A'B'$ couvre tout l'arc s , $nA'B'$ couvrira tout l'arc s' et ainsi de suite parceque dans ce cas les parallèles doivent coïncider dans toute leur étendue de sorte que l'on aura

$$nA'B' = mA'B'$$

ou ce qui est la même chose

$$\frac{s'}{s''} = \frac{n}{m} = E; \quad \frac{s'}{s'} = E \text{ etc.}$$

ce qu'il fallait démontrer.

Pour démontrer la même chose dans le cas que E est un nombre incommensurable, on pourra employer une des méthodes usitées

pour des cas semblables dans la géométrie ordinaire; j'ometts ces détails pour abrégé. Ainsi

$$\frac{s}{s'} = \frac{s'}{s''} = \frac{s''}{s'''} \dots \dots \dots = E$$

Après quoi il n'est pas difficile de conclure que

$$s' = s E^{-n}$$

où E est la valeur de $\frac{s}{s'}$, pour x , distance entre les arcs s, s' égale à l'unité.

Il faut remarquer que ce rapport E ne dépend pas de la longueur de l'arc s , et reste le même si les deux droites parallèles données s' éloignent ou se rapprochent l'une de l'autre. Le nombre E , qui est nécessairement plus grand que l'unité, ne dépend que de l'unité de longueur, qui est la distance entre deux arcs consecutifs et qui reste complètement arbitraire. La propriété que nous venons de démontrer par rapport aux arcs s, s', s'', \dots , subsiste pour les aires P, P', P'', \dots , limitées par deux arcs consecutifs et les deux parallèles. On a donc.

$$P' = P E^{-n}$$

Si nous réunissons n aires semblables $P, P', P'', \dots P^{(n-1)}$ la somme sera

$$P \cdot \frac{1 - E^{-ns}}{1 - E^{-n}}$$

Pour $n = \infty$ cette expression donne l'aire de la partie du plan entre deux droites parallèles, limitée d'un côté par l'arc s , et illimitée du côté du parallélisme, et la valeur de cette aire sera

$$\frac{P}{1 - E^{-n}}$$

Si nous choisissons pour unité des aires l'aire P qui répond à un arc s égal aussi à l'unité et à $x = 1$ elle deviendra généralement pour un arc s quelconque

$$\frac{E s}{E - 1}.$$

Dans la géométrie ordinaire le rapport désigné par E est constant et égal à l'unité; il s'ensuit que dans la géométrie ordinaire deux droites parallèles sont par-tout équidistantes et que l'aire de

la partie du plan située entre deux droites parallèles et limitée d'un côté seulement par une perpendiculaire commune à elles, est infinie.

Considérons à présent un triangle rectiligne rectangle dont a, b, c soient les côtés et $A, B, \frac{\pi}{2}$ les angles opposés à ces côtés. Les angles A, B peuvent être pris pour des angles de parallélisme $\Pi(\alpha), \Pi(\beta)$, correspondant à des droites de longueur α, β , positives. Convenons encore de désigner dorénavant par une lettre avec un accent une droite dont la longueur correspond à un angle de parallélisme qui est le complément à un angle droit de l'angle de parallélisme, correspondant à la droite dont la longueur est désignée par la même lettre sans accent, de manière à avoir toujours

$$\Pi(\alpha) + \Pi(\alpha') = \frac{1}{2} \pi$$

$$\Pi(b) + \Pi(b') = \frac{1}{2} \pi$$

Désignons par $f(a)$ la partie d'une parallèle à un axe de cercle limite interceptée entre la perpendiculaire à l'axe menée par le sommet du cercle limite et le cercle limite lui-même si cette parallèle passe par un point de la perpendiculaire dont la distance au sommet est a et soit enfin $L(a)$ la longueur de l'arc depuis le sommet jusqu'à cette parallèle.

Dans la géométrie ordinaire on a

$$\begin{aligned} f(a) &= 0 \\ L(a) &= a \end{aligned}$$

pour toute ligne a .

Menons une perpendiculaire AA' au plan du triangle rectangle dont les côtés ont été désignés a, b, c , perpendiculaire qui passe par le sommet A de l'angle $\Pi(\alpha)$. Faisons passer par cette perpendiculaire deux plans dont l'un, que nous appellerons le premier plan, passe aussi par le côté b , et l'autre, le second plan par le côté c . Construisons dans le second plan la droite BB' parallèle à AA' qui passe par le sommet B de l'angle $\Pi(\beta)$ et faisons passer un troisième plan par BB' et le côté a du triangle. Ce troisième plan coupera le premier en une droite CC' parallèle à AA' . Concevons maintenant une sphère décrite du point B comme centre avec un rayon arbitraire mais plus petit que a , sphère qui coupera conséquemment les deux côtés a, c du triangle et la droite BB' en trois points, que nous nommerons, le premier n ; le second m , et le troisième k . Les arcs de grands cercles, intersections de cette sphère par les trois plans passant par B , cercles qui réunissent deux à deux les points n, m, k , formeront un triangle sphérique rectangle en m , dont les

côtés seront $mn = \Pi(\beta)$, $km = \Pi(c)$, $kn = \Pi(a)$. L'angle sphérique $knm = \Pi(b)$ et l'angle kmn sera droit. Les trois droites étant parallèles entre elles la somme des trois angles dièdres, que les parties des plans $AA'BB'$, $AA'CC'$, $BB'CC'$ situées entre les droites AA' , BB' , CC' forment entre elles, sera égal à deux droits. Il s'ensuit que le troisième angle du triangle sphérique sera $mkn = \Pi(\alpha')$. On voit donc qu'à tout triangle rectiligne rectangle dont les côtés sont a, b, c et les angles opposés $\Pi(\alpha)$, $\Pi(\beta)$, $\frac{\pi}{2}$ correspond un triangle sphérique rectangle dont les côtés sont $\Pi(\beta)$, $\Pi(c)$, $\Pi(a)$ et les angles opposés $\Pi(\alpha')$, $\Pi(b)$, $\frac{\pi}{2}$. Construisons un autre triangle rectiligne rectangle dont les cotés perpendiculaires entre eux soient α', a , dont l'hypoténuse soit g , dont $\Pi(\lambda)$ soit l'angle opposé au côté a et $\Pi(\mu)$ l'angle opposé au côté α' . Passons de ce triangle au triangle sphérique qui lui correspond de la même manière que le triangle sphérique kmn correspond au triangle ABC . Les côtés de ce triangle sphérique seront conséquemment

$$\Pi(\mu), \Pi(g), \Pi(a)$$

et les angles opposés

$$\Pi(\lambda'), \Pi(\alpha'), \frac{\pi}{2}$$

et il aura ses parties égales aux parties correspondantes du triangle sphérique $k m n$, car les côtés de ce dernier étaient

$$\Pi(c) \Pi(\beta) \Pi(a)$$

et les angles opposés

$$\Pi(b), \Pi(\alpha'), \frac{\pi}{2}$$

ce qui montre, que ces triangles sphériques ont leurs hypoténuses égales et un angle adjacent égal.

Il s'ensuit que

$$\mu = c; g = \beta; b = \lambda'$$

et ainsi l'existence d'un triangle rectiligne rectangle avec les côtés

$$a \quad b \quad c \quad \text{et les angles opposés}$$

$$\Pi(\alpha) \Pi(\beta) \frac{\pi}{2}$$

suppose l'existence d'un autre triangle rectiligne rectangle avec les côtés

$$a \quad \alpha' \quad \beta \quad \text{et les angles opposés}$$

$$\Pi(b') \Pi(c) \frac{\pi}{2}.$$

On exprime la même chose en disant, que si

$$a, b, c, \alpha, \beta$$

sont les parties d'un triangle rectiligne rectangle

$$a, \alpha' \beta, b' c$$

seront les parties correspondantes d'un autre triangle rectiligne rectangle. Si nous construisons une sphère limite, dont la perpendiculaire AA' au plan du triangle rectiligne rectangle donné soit un axe et dont le point A soit le sommet, nous aurons un triangle situé sur la sphère limite et produit par son intersection avec les trois plans conduits par les trois côtés du triangle donné. Désignons les trois côtés de ce triangle sphérique limite par p, q, r de manière que p soit l'intersection de la sphère limite par le plan qui passe par a, q l'intersection de la sphère par le plan qui passe par b, r l'intersection de la sphère limite par le plan qui passe par c ; les angles opposés à ces côtés seront: $\Pi(\alpha)$ opposé à $p, \Pi(\alpha')$ opposé à q et un angle droit opposé à r . D'après les conventions adoptés ci dessus $q = L(b) r = L(c)$. La sphère limite coupera la droite CC' en un point, dont la distance à C sera, d'après ces mêmes conventions, $f(b)$; de la même manière nous aurons $f(c)$ pour la distance du point d'intersection de la sphère limite avec la droite BB' au point B .

Il est facile à voir qu'on aura

$$f(b) + f(a) = f(c)$$

Dans le triangle dont les côtés sont les arcs de cercle limite p, q, r nous aurons

$$p = r \sin \Pi(\alpha); q = r \cos \Pi(\alpha)$$

En multipliant la première de ces deux équations par $E^{f(b)}$ il viendra

$$p E^{f(b)} = r \sin \Pi(\alpha). E^{f(b)}.$$

Mais

$$p E^{f(b)} = L(a)$$

et par conséquence

$$L(a) = r \sin \Pi(\alpha). E^{f(b)}$$

De la même manière on a

$$L(b) = r \sin \Pi(\beta) E^{f(a)}$$

En même temps $q = r \cos \Pi(\alpha)$, ou ce qui est la même chose $L(b) = r \cos \Pi(\alpha)$. La comparaison des deux valeurs de $L(b)$ donne l'équation

$$\cos \Pi(\alpha) = \sin \Pi(\beta). E^{f(a)} \quad (1)$$

En substituant b' à α et c à β sans changer a , ce qui est permis d'après ce qui a été démontré plus haut, nous aurons.

$$\cos \Pi(b') = \sin \Pi(c) E^{f(\alpha)}$$

ou puisque $\Pi(b) + \Pi(b') = \frac{\pi}{2}$

$$\sin \Pi(b) = \sin \Pi(c) E^{f(\alpha)}$$

De la même manière on doit avoir

$$\sin \Pi(a) = \sin \Pi(c) E^{f(b)}$$

Multiplions la dernière équation par $E^{f(\alpha)}$ et substituons $f(c)$ à la place de $f(b) + f(a)$; cela donnera

$$\sin \Pi(a) E^{f(\alpha)} = \sin \Pi(c) E^{f(c)}$$

Mais comme dans un triangle rectiligne rectangle les côtés perpendiculaires peuvent varier de manière à laisser l'hypothénuse constante, nous pouvons poser dans cette équation $a = 0$ sans changer c , cela donnera, en remarquant que $f(0) = 0$ et $\Pi(0) = \frac{\pi}{2}$,

$$1 = \sin \Pi^{(c)} E^{f(c)} \quad \text{ou}$$

$$E^{f(c)} = \frac{1}{\sin \Pi(c)}$$

pour toute ligne c .

Prenons maintenant l'équation (1)

$$\cos \Pi(\alpha) = \sin \Pi(\beta) E^{f(\alpha)}$$

et substituons $y \frac{1}{\sin \Pi(a)}$ à la place de $E^{f(\alpha)}$, elle prendra la forme suivante

$$\cos \Pi(\alpha) \sin \Pi(a) = \sin \Pi(\beta) \tag{2}$$

En y changeant α, β , en b', c , sans changer a , nous trouvons

$$\sin \Pi(b) \sin \Pi(a) = \sin \Pi(c)$$

L'équation (2) donne en y changeant les lettres

$$\cos \Pi(\beta) \sin \Pi(b) = \sin \Pi(\alpha)$$

Si nous changeons dans cette équation β, b, α en c, a', b' il viendra

$$\cos \Pi(c) \cos \Pi(\alpha) = \cos \Pi(b) \tag{3}$$

De la même manière nous aurons

$$\cos \Pi(c) \cos \Pi(\beta) = \cos \Pi(a) \tag{4}$$

Les équations (2), (3), (4) se rapportent à un triangle sphérique rectangle, dont nous désignerons dans la suite les côtés par a, b, c et les angles A, B opposés aux côtés a, b et $\frac{\pi}{2}$ opposé à c . Dans les équations citées nous pouvons mettre a à la place de $\Pi(\beta)$, b à la place de $\Pi(c)$, c à la place de $\Pi(a)$, $\frac{\pi}{2} - A$ à la place $\Pi(\alpha)$, B à la place de $\Pi(b)$ de cette manière les équations citées deviennent.

$$\begin{aligned} \sin A \sin c &= \sin a. \\ \cos b \sin A &= \cos B. \\ \cos a \cos b &= \cos c. \end{aligned} \tag{5}$$

Les équations (5) se rapportent à un triangle sphérique rectangle, tel qu'il peut être déduit d'un triangle rectiligne rectangle, et dont les cotés ne peuvent par conséquence surpasser $\frac{\pi}{2}$. Ajoutons que, si nous menons un arc de grand cercle par le sommet de l'angle A perpendiculairement au côté b , cet arc coupera l'arc a ou son prolongement de manière que chacun des arcs, depuis le point d'intersection jusqu'à b sera $= \frac{\pi}{2}$ et l'angle de ces arcs sera b . Après cela il n'est pas difficile de conclure, que dans triangle sphérique rectangle si

$$c < \frac{\pi}{2} \text{ on devra avoir } a < \frac{\pi}{2}; A < \frac{\pi}{2}$$

$$\text{si } c = \frac{\pi}{2} \text{ on devra avoir } a = \frac{\pi}{2}; A = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{enfin si } c > \frac{\pi}{2} \text{ on devra avoir } a > \frac{\pi}{2}; A > \frac{\pi}{2}$$

Il s'ensuit que si nous supposons $a > \frac{\pi}{2}$, il faudra supposer en même temps $c > \frac{\pi}{2}$; $A > \frac{\pi}{2}$. Si nous prolongeons dans ce cas les cotés a, c au delà du côté b jusqu'à leur point d'intersection nous aurons un autre triangle sphérique rectangle dont les côtés seront $\pi - a, b, \pi - c$ et les angles opposés $\pi - A, B, \frac{\pi}{2}$, c'est à dire un triangle auquel les équations (5) seront applicables. Mais les équations (5) ne changent pas de forme si l'on y substitue $(\pi - a)$ à a ,

$(\pi - c)$ à c et $(\pi - A)$ à A , ce qui démontre que les équations (5) s'appliquent à tout triangle sphérique rectangle.

Passons à un triangle sphérique quelconque, dont les côtés soient a, b, c et les angles opposés A, B, C sans supposer qu'un des angles soit droit, parceque les équations (5) sont démontrées pour ce cas là.

Abaissons du sommet de l'angle C un arc de grand cercle p perpendiculaire au côté c . Il peut y avoir les cas suivants: ou la perpendiculaire p tombe dans l'intérieur du triangle, divise l'angle C en deux parties $D, C - D$, et le côté c en deux parties, x opposé à D , et $c - x$ opposé à $C - D$, ou cette perpendiculaire tombe hors du triangle et ajoute un angle D à l'angle C et un arc x au côté c .

Dans le premier cas le triangle sphérique donné sera la somme de deux triangles sphériques rectangles. Les côtés d'un de ces triangles seront p, x, a les angles opposés $B, D, \frac{\pi}{2}$; dans l'autre les côtés seront $p, c - x, b$ les angles opposés $A, C - D, \frac{\pi}{2}$. L'application des équations (5) au premier triangle donne

$$\begin{aligned} \sin p &= \sin a \sin B \\ \sin x &= \sin a \sin D \\ \cos p \sin D &= \cos B \\ \cos x \sin B &= \cos D \\ \cos a &= \cos p \cos x. \end{aligned} \tag{A}$$

Le second triangle fournit de la même manière

$$\begin{aligned} \sin p &= \sin b \sin A \\ \sin (c - x) &= \sin b \sin (C - D) \\ \cos p \sin (C - D) &= \cos A \\ \cos p \cos (c - x) &= \cos b. \end{aligned} \tag{B}$$

La comparaison des deux valeur de $\sin p$ en (A), (B) donne ensuite

$$\sin a \sin B = \sin b \sin A \tag{6}$$

La dernière des équations (B) étant divisée par la dernière des équations (A) donne

$$\text{tang } x = \frac{\cos b}{\cos a \cos c} - \text{cotg } c$$

mais la combinaison de la seconde, de la troisième et de la dernière des équations (A) donne

$$\text{tang } x = \text{tang } a \cos B.$$

La comparaison de ces deux valeurs de $\text{tang } x$ nous conduit à l'équation suivante

$$\cos b - \cos a \cos c = \sin a \sin c \cos B \quad (7)$$

Si la perpendiculaire p tombe hors du triangle et ajoute l'arc x , à l'arc c , et l'angle D à l'angle C il se formera de même deux triangles sphériques rectangles. Les côtés de l'un de ces deux triangles seront p, x, a et les angles opposés $\pi - B, D, \frac{\pi}{2}$, les côtés de l'autre seront $p, c + x, b$ les angles opposés $A, C + D, \frac{\pi}{2}$.

L'application des équations (5) au premier triangle donne

$$\begin{aligned} \sin p &= \sin a \sin B \\ \sin x &= \sin a \sin D \\ -\cos B &= \cos p \sin D \\ \cos D &= \cos x \sin B \\ \cos a &= \cos p \cos x. \end{aligned} \quad (C)$$

le second triangle, dont $p, c + x, b$ sont les côtés et $A, C + D, \frac{\pi}{2}$ les angles opposés, fournit de la même manière

$$\begin{aligned} \sin p &= \sin b \sin A \\ \sin (c + x) &= \sin b \sin (C + D) \\ \cos A &= \cos p \sin (C + D) \\ \cos (C + D) &= \cos (c + x) \sin A \\ \cos b &= \cos p \cos (c + x). \end{aligned} \quad (D)$$

La comparaison des deux valeurs de $\sin p$ en (C), (D) donne de nouveau l'équation (6); nous tirons des équations (C), (D)

$$\text{tang } x \cotg c = \frac{\cos b}{\cos a \cos c}$$

et des équations (C)

$$\text{tang } x = \text{tang } a \cos B.$$

La comparaison de ces deux valeurs de $\text{tang } x$ nous mène de nouveau à l'équat. (7) qui est ainsi démontrée de même que l'équation (6) l'a été ci dessus pour tous les triangles sphériques en général.

L'équation (7) donne par des changemens de lettres les deux suivantes

$$\begin{aligned} \cos a - \cos b \cos c &= \sin b \sin c \cos A \\ \cos c - \cos a \cos b &= \sin a \sin b \cos C. \end{aligned}$$

En multipliant la dernière par $\cos b$, en ajoutant le produit à la première et en divisant la somme par $\sin b$

$$\cos a \sin b = \sin c \cos A + \sin a \cos b \cos C;$$

en y substituant à la place de $\sin c$ sa valeur

$$\sin c = \frac{\sin C}{\sin A} \sin a$$

conformément à l'équat. (6) et en divisant ensuite par $\sin a$ il viendra

$$\cotang a \sin b = \cotang A \sin C + \cos b \cos C. \quad (8)$$

En y remplaçant $\sin b$ par sa valeur

$$\sin a \frac{\sin B}{\sin A},$$

et en multipliant ensuite l'équation par $\sin A$, il vient :

$$\cos a \sin B = \cos b \cos C \sin A + \sin C \cos A$$

d'où nous tirons par un changement de lettres

$$\cos b \sin A = \cos a \cos C \sin B + \sin C \cos B.$$

L'élimination de $\cos b$ des deux dernières équations nous conduit à l'équation suivante.

$$\cos a \sin B \sin C = \cos B \cos C + \cos A \quad (9)$$

Les équations (6), (7), (8), (9) sont les mêmes qu'on donne ordinairement dans la trigonométrie sphérique et qu'on démontre à l'aide de la géométrie ordinaire.

Il suit de ce qui précède que la trigonométrie sphérique reste la même, soit qu'on adopte la supposition que la somme des trois angles de tout triangle rectiligne est égale à deux angles droits, soit qu'on adopte la supposition contraire que cette somme est toujours moindre que 2 droits; ce qui est très remarquable et n'a pas lieu pour la trigonométrie rectiligne. Avant que de démontrer les équations qui expriment, dans la Pangéométrie, les relations entre les côtés et les angles de tout triangle rectiligne, nous allons chercher pour toute ligne x la forme de la fonction que nous avons désigné jusqu'à présent par $\Pi(x)$. Considérons pour cela un triangle rectiligne rectangle, dont les côtés sont a, b, c et les angles opposés $\Pi(\alpha), \Pi(\beta), \frac{\pi}{2}$; prolongeons c au de là du sommet de l'angle $\Pi(\beta)$

et faisons le prolongement égal à β . La perpendiculaire à β , élevée à l'extrémité de cette ligne et du côté de l'angle opposé par le sommet à $\Pi(\beta)$ sera parallèle à a et à son prolongement au delà du sommet de $\Pi(\beta)$. Menons encore par le sommet de $\Pi(\alpha)$ une droite parallèle à ce même prolongement de a .

L'angle que cette droite fera avec c sera $\Pi(c + \beta)$ et l'angle qu'elle fera avec b sera $\Pi(b)$ et on aura l'équation

$$\Pi(b) = \Pi(c + \beta) + \Pi(\alpha) \quad (II)$$

Si nous prenons la longueur β à partir du sommet de l'angle $\Pi(\beta)$ sur le côté c lui même et que nous élevons à l'extrémité de β une perpendiculaire à β du côté de l'angle $\Pi(\beta)$, cette droite sera parallèle au prolongement de a au delà du sommet de l'angle droit. Menons par le sommet de l'angle $\Pi(\alpha)$ une droite parallèle à cette dernière perpendiculaire, qui sera conséquemment aussi parallèle au second prolongement de a . L'angle de cette parallèle avec c sera dans tous les cas $\Pi(c - \beta)$ et l'angle qu'elle fait avec b sera $\Pi(b)$, par conséquent

$$\Pi(b) = \Pi(c - \beta) - \Pi(\alpha) \quad (III)$$

Il est facile de se convaincre que cette équation est vraie non seulement si $c > \beta$, mais aussi si $c = \beta$ et si $c < \beta$. En effet si $c = \beta$, on a d'un côté $\Pi(c - \beta) = \Pi(0) = \frac{\pi}{2}$, de l'autre côté la perpendiculaire à c menée par le sommet de l'angle $\Pi(\alpha)$ devient parallèle à a d'où il suit que $\Pi(b) = \frac{\pi}{2} - \Pi(\alpha)$, ce qui s'accorde avec notre équation.

Si $c < \beta$ l'extrémité de la ligne β tombera au delà du sommet de l'angle $\Pi(\alpha)$ à une distance égale à $\beta - c$. La perpendiculaire à β à cette extrémité de β sera parallèle à a et à la droite menée par le sommet de l'angle $\Pi(\alpha)$ parallèlement à a , d'où il suit que les deux angles adjacents que cette parallèle fait avec c seront, l'aigu égal à $\Pi(\beta - c)$, l'obtus égal à $\Pi(\alpha) + \Pi(b)$. Mais la somme de deux angles adjacents est toujours égale à deux droits ainsi

$$\Pi(\beta - c) + \Pi(\alpha) + \Pi(b) = \pi$$

ou
$$\Pi(b) = \pi - \Pi(\beta - c) - \Pi(\alpha)$$

Mais d'après la définition de la fonction $\Pi(x)$

$$\pi - \Pi(\beta - c) = \Pi(c - \beta)$$

ce qui donne

$$\Pi(b) = \Pi(c - \beta) - \Pi(\alpha)$$

c'est à dire l'équation trouvée plus haut, qui est ainsi démontrée pour tous les cas.

Les deux équations (Π), (Π') peuvent être remplacées par les deux suivantes

$$\begin{aligned}\Pi(b) &= \frac{1}{2} \Pi(c + \beta) + \frac{1}{2} \Pi(c - \beta) \\ \Pi(\alpha) &= \frac{1}{2} \Pi(c - \beta) - \frac{1}{2} \Pi(c + \beta)\end{aligned}$$

Mais l'équation (3) nous donne

$$\cos \Pi(c) = \frac{\cos \Pi(b)}{\cos \Pi(\alpha)};$$

en substituant dans cette équation à la place de $\Pi(b)$, $\Pi(\alpha)$ leurs valeurs, il vient

$$\cos \Pi(c) = \frac{\cos \left\{ \frac{1}{2} \Pi(c + \beta) + \frac{1}{2} \Pi(c - \beta) \right\}}{\cos \left\{ \frac{1}{2} \Pi(c - \beta) - \frac{1}{2} \Pi(c + \beta) \right\}}$$

De cette équation nous déduisons la suivante

$$\operatorname{tang}^2 \frac{1}{2} \Pi(c) = \operatorname{tang} \frac{1}{2} \Pi(c - \beta) \operatorname{tang} \frac{1}{2} \Pi(c + \beta)$$

Les lignes c et β pouvant varier indépendamment l'une de l'autre dans tout triangle rectiligne rectangle, nous pouvons poser successivement dans la dernière équation $c = \beta$, $c = 2\beta$, ... $c = n\beta$, et nous concluons des équations ainsi déduites, qu'en général pour toute ligne c et pour tout nombre entier positif n

$$\operatorname{tang}^n \frac{1}{2} \Pi(c) = \operatorname{tang} \frac{1}{2} \Pi(nc)$$

Il est facile de démontrer la vérité de cette équation pour n négatif ou fractionnaire, d'où il suit, qu'en choisissant l'unité de longueur telle qu'on ait

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} \Pi(1) = e^{-1}$$

où e est la base des logarithmes Népériens, on aura pour toute ligne x

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} \Pi(x) = e^{-x}$$

Cette expression donne $\Pi(x) = \frac{\pi}{2}$ pour $x = 0$ et $\Pi(x) = 0$ pour $x = \infty$, $\Pi(x) = \pi$ pour $x = -\infty$ conformément à ce que nous avons adopté et démontré plus haut.

La valeur trouvée pour $\operatorname{tang} \frac{1}{2} \Pi(x)$ donne pour toute ligne x .

$$\sin \Pi(x) = \frac{2}{e^x + e^{-x}}$$

$$\cos \Pi(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

et pour deux lignes arbitraires, x, y

$$\sin \Pi (x + y) = \frac{\sin \Pi (x) \sin \Pi (y)}{1 + \cos \Pi (x) \cos \Pi (y)}$$

$$\sin \Pi (x - y) = \frac{\sin \Pi (x) \sin \Pi (y)}{1 - \cos \Pi (x) \cos \Pi (y)}$$

$$\cos \Pi (x + y) = \frac{\cos \Pi (x) + \cos \Pi (y)}{1 + \cos \Pi (x) \cos \Pi (y)}$$

$$\cos \Pi (x - y) = \frac{\cos \Pi (x) - \cos \Pi (y)}{1 - \cos \Pi (x) \cos \Pi (y)}$$

$$\text{tang } \Pi (x + y) = \frac{\sin \Pi (x) \sin \Pi (y)}{\cos \Pi (x) + \cos \Pi (y)}.$$

Les équations (2), (3), (4) que nous avons trouvées pour un triangle sphérique rectangle se rapportent aussi à un triangle rectiligne rectangle dont les côtés sont a, b, c et les angles opposés $\Pi (\alpha)$, $\Pi (\beta)$ et $\frac{\pi}{2}$. Donc en remplaçant $\Pi (\alpha)$ par A , $\Pi (\beta)$ par B nous aurons pour tout triangle rectiligne rectangle, dont les côtés sont a, b, c et où A est l'angle opposé à a , B opposé à b et $\frac{\pi}{2}$ opposé à c , les équations suivantes:

$$\left. \begin{aligned} \sin \Pi (a) \cos A &= \sin B \\ \sin \Pi (c) \cos A &= \cos \Pi (b) \\ \cos \Pi (c) \cos B &= \cos \Pi (a) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

A ces équations nous ajoutons encore l'équation que voici et qui a été aussi démontrée plus haut

$$\sin \Pi (a) \sin \Pi (b) = \sin \Pi (c) \quad (11)$$

La première des équations (10) peut, en y échangeant les lettres entre elles, être écrite ainsi

$$\sin \Pi (b) \cos B = \sin A.$$

en y substituant la valeur de $\cos B$, tirée de la troisième des équations (10) il vient

$$\sin \Pi (b) \cos \Pi (a) = \sin A \cos \Pi (c)$$

en éliminant de cette équation $\sin \Pi (b)$ au moyen de l'équation (11) nous aurons

$$\text{tang } \Pi (c) = \sin A \text{ tang } \Pi (a). \quad (12)$$

(11) Soient maintenant a, b, c les côtés d'un triangle rectiligne quel-

quonque et A, B, C les angles opposés à ces côtés. Abaissons du sommet de l'angle C une perpendiculaire p sur le côté c . Si p tombe dans l'intérieur du triangle, de manière à diviser l'angle C en deux angles D et $C - D$ et le côté c en deux parties, x opposé à D , $c - x$ opposé à $C - D$, il se formera deux triangles rectilignes rectangles. Les côtés de l'un des ces triangles seront p, x, b , les angles opposés $A, D, \frac{\pi}{2}$, les côtés de l'autre seront $p, c - x, a$ et les angles opposés $B, C - D, \frac{\pi}{2}$.

L'application de l'équation (12) au premier de ces triangles donne

$$\text{tang } \Pi (b) = \sin A \text{ tang } \Pi (p)$$

du second de ces triangles nous tirons de la même manière

$$\text{tang } \Pi (a) = \sin B \text{ tang } \Pi (p)$$

d'où nous concluons

$$\sin A \text{ tang } \Pi (a) = \sin B \text{ tang } \Pi (b). \quad (13)$$

L'application des équations (10) et (11) au premier triangle fournit

$$\cos \Pi (b) \cos A = \cos \Pi (x)$$

$$\sin \Pi (x) \sin \Pi (p) = \sin \Pi (b)$$

le second triangle donne

$$\sin \Pi (p) \sin \Pi (c - x) = \sin \Pi (a).$$

En substituant dans cette dernière équation au lieu de $\sin \Pi (c - x)$ sa valeur tirée de la formule générale trouvée plus haut pour $\sin \Pi (x - y)$, il vient

$$\frac{\sin \Pi (a)}{\sin \Pi (p)} = \frac{\sin \Pi (c) \sin \Pi (x)}{1 - \cos \Pi (c) \cos \Pi (x)}$$

d'où nous déduisons en substituant

$$\sin \Pi (p) = \frac{\sin \Pi (b)}{\sin \Pi (x)}$$

$$\cos \Pi (x) = \cos \Pi (b) \cos A$$

l'équation suivante

$$1 - \cos \Pi (b) \cos \Pi (c) \cos A = \frac{\sin \Pi (b) \sin \Pi (c)}{\sin \Pi (a)} \quad (14)$$

Les équations (13), (14) se vérifient d'elles mêmes si $A = \frac{\pi}{2}$

où la perpendiculaire p se confond avec le côté b , car dans ce cas l'équation (13) se réduit à l'équation (12) et l'équation (14) à l'équation (11)

équations qui ont été démontrées pour tout triangle rectiligne rectangle. Si la perpendiculaire p tombe hors du triangle sur le prolongement de c , et ajoute une ligne x à la ligne c et un angle D à l'angle C , il se forme deux triangles rectangles, les côtés de l'un sont p, x, b et les angles opposés $(\pi - A), D, \frac{\pi}{2}$, les côtés de l'autre seront $p, c + x, a$ et les angles opposés $B, C + D, \frac{\pi}{2}$.

L'application de l'équation (12) au premier de ces triangles donne
 $\text{tang } II(b) = \sin A \text{ tang } II(p).$

Du second triangle nous tirons de la même manière

$$\text{tang } II(a) = \sin B \text{ tang } II(p).$$

En éliminant $\text{tang } II(p)$ des deux dernières équations on trouve de nouveau l'équation (13). L'application des équations (13), (11) au premier triangle fournit

$$-\cos II(b) \cos A = \cos II(x)$$

$$\sin II(b) = \sin II(x) \sin II(p);$$

du second triangle nous tirons de la même manière

$$\sin II(a) = \sin II(p) \sin II(c + x).$$

En remplaçant dans cette équation $\sin II(c + x)$ par sa valeur tirée de la formule générale trouvée plus haut pour $\sin II(x + y)$, on a

$$\frac{\sin II(a)}{\sin II(p)} = \frac{\sin II(c) \sin II(x)}{1 + \cos II(c) \cos II(x)}$$

En substituant dans cette équation

$$\sin II(p) = \frac{\sin II(b)}{\sin II(x)}; \quad \cos II(x) = -\cos II(b) \cos A.$$

il vient

$$\frac{\sin II(a)}{\sin II(b)} = \frac{\sin II(c)}{1 - \cos II(b) \cos II(c) \cos A}$$

équation identique à l'équation (14).

Les équations (13), (14) sont ainsi démontrées pour tout triangle rectiligne.

L'équation (14) donne par un changement de lettres

$$1 - \cos II(c) \cos II(a) \cos B = \frac{\sin II(c) \sin II(a)}{\sin II(b)}$$

En multipliant cette équation membre à membre avec l'équation (14) nous trouvons

$$1 - \cos II(c) \cos II(a) \cos B - \cos II(b) \cos II(c) \cos A \\ + \cos II(a) \cos II(b) \cos^2 II(c) \cos A \cos B = \sin^2 II(c) \\ \text{ou } \cos^2 II(c) - \cos II(c) \cos II(a) \cos B - \cos II(b) \cos II(c) \cos A \\ + \cos II(a) \cos II(b) \cos^2 II(c) \cos A \cos B = 0.$$

En supprimant dans cette équation le facteur commun $\cos II(c)$ nous avons

$$\cos II(c) + \cos II(a) \cos II(b) \cos II(c) \cos A \cos B - \cos II(a) \cos B \\ - \cos II(b) \cos A = 0.$$

De la même manière nous trouvons

$$\cos II(a) + \cos II(a) \cos II(b) \cos II(c) \cos B \cos C - \cos II(b) \cos C \\ - \cos II(c) \cos B = 0.$$

Multiplions cette équation par $\cos A$ et retranchons le produit du produit de l'équation précédente par $\cos C$ nous aurons:

$$\cos II(a) \{ \cos A + \cos B \cos C \} = \cos II(c) \{ \cos C + \cos A \cos B \}$$

Élevant les deux membres de cette équation au carré et divisant après par $\cos^2 II(c)$, elle prend la forme suivante

$$\frac{\cos^2 II(a)}{\cos^2 II(c)} \{ \cos A + \cos B \cos C \}^2 = \{ \cos C + \cos A \cos B \}^2$$

Mais l'équation (13) donne

$$\frac{1}{\cos^2 II(c)} = 1 + \frac{\sin^2 A}{\sin^2 C} \text{tang}^2 II(a)$$

Si nous substituons dans l'avant-dernière équation au lieu de $\frac{1}{\cos II(c)}$ sa valeur donnée par la dernière, il vient

$$\cos^2 II(a) + \frac{\sin^2 A}{\sin^2 C} \sin^2 II(a) = \left\{ \frac{\cos C + \cos B \cos A}{\cos A + \cos B \cos C} \right\}^2$$

et ensuite

$$\sin^2 II(a) \left\{ 1 - \frac{\sin^2 A}{\sin^2 C} \right\} = \frac{\sin^2 B (\sin^2 C - \sin^2 A)}{(\cos A + \cos B \cos C)^2}$$

Divisant les deux membres de cette équation par $\sin^2 C - \sin^2 A$ et extrayant la racine carrée il viendra

$$\sin II(a) = \frac{\sin B \sin C}{\cos A + \cos B \cos C}$$

sans ambiguïté de signe, parceque les deux membres de la dernière équation sont tous les deux positifs. En effet $\Pi(a) < \frac{\pi}{2}$, $B < \pi$, $C < \pi$, d'où il suit que les sinus de ces angles sont positifs; ensuite

$$\cos A + \cos(B + C) = 2 \cos \frac{1}{2}(A + B + C) \cos \frac{1}{2}(B + C - A)$$

Mais $A + B + C < \pi$, par conséquence

$$\cos \frac{1}{2}(A + B + C)$$

sera positif ainsi que

$$\cos \frac{1}{2}(B + C - A),$$

en ajoutant à chacun des deux membres de la dernière équation le nombre positif $\sin B \sin C$ nous trouvons

$$\cos A + \cos B \cos C > 0$$

Ainsi dans tout triangle rectiligne

$$\cos A + \cos B \cos C = \frac{\sin B \sin C}{\sin \Pi(a)} \quad (15)$$

La multiplication de l'équation (14) membre à membre par l'équation suivante, qui en résulte par un changement de lettres

$$1 - \cos \Pi(a) \cos \Pi(b) \cos C = \frac{\sin \Pi(a) \sin \Pi(b)}{\sin \Pi(c)} \quad (16)$$

donne

$\{1 - \cos \Pi(a) \cos \Pi(b) \cos C\} \{1 - \cos \Pi(b) \cos \Pi(c) \cos A\} = \sin^2 \Pi(b)$
à laquelle on peut après l'exécution de la multiplication indiquée dans le premier membre donner la forme suivante:

$$\begin{aligned} \cos^2 \Pi(b) - \cos \Pi(a) \cos \Pi(b) \cos C - \cos \Pi(b) \cos \Pi(c) \cos A \\ + \cos^2 \Pi(b) \cos \Pi(a) \cos \Pi(c) \cos A \cos C = 0. \end{aligned}$$

ou en divisant par $\cos \Pi(b)$

$$\begin{aligned} \cos \Pi(b) + \cos \Pi(a) \cos \Pi(b) \cos \Pi(c) \cos A \cos C - \cos \Pi(a) \cos C \\ - \cos \Pi(c) \cos A = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Mais nous trouvons d'après l'équation (13)

$$\cos \Pi(c) = \frac{\sin \Pi(c) \sin C}{\sin A} \cotang \Pi(a)$$

Dans cette équation nous pouvons substituer à $\sin \Pi(c)$ sa valeur tirée de l'équation (16); après quoi

$$\cos \Pi(c) = \frac{\sin \Pi(b) \cos \Pi(a) \sin C}{\{1 - \cos \Pi(a) \cos \Pi(b) \cos C\} \sin A}$$

La substitution de cette valeur de $\cos II(c)$ dans l'équation (17) nous donne

$$\cotang A \sin C \sin II(b) + \cos C = \frac{\cos II(b)}{\cos II(a)} \quad (18)$$

Réunissons les équations (13), (14), (15), (18) qui expriment les dépendances entre les côtés et les angles de tout triangle rectiligne, pour en faciliter l'application

$$\left. \begin{aligned} \sin A \tang II(a) &= \sin B \tang II(b) \\ 1 - \cos II(b) \cos II(c) \cos A &= \frac{\sin II(b) \sin II(c)}{\sin II(a)} \\ \cos A + \cos B \cos C &= \frac{\sin B \sin C}{\sin II(a)} \\ \cotang A \sin C \sin II(b) + \cos C &= \frac{\cos II(b)}{\cos II(a)} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

A commencer par ces équations la Pangéométrie devient géométrie analytique et forme de cette manière une théorie géométrique complète et distincte. Les équations (19) servent à représenter les lignes courbes par des équations entre les coordonnées de leurs points; à calculer la longueur et les aires des courbes, les surfaces et les volumes des corps, comme je l'ai montré dans les mémoires scientifiques de l'université de Kasan pour l'année 1829.

Il a été remarqué plus haut que la Pangéométrie donne la géométrie ordinaire si nous supposons les lignes infiniment petites. Nous pouvons maintenant vérifier cette assertion.

Pour toute ligne x infiniment petite nous pouvons admettre les valeurs approchées suivantes:

$$\begin{aligned} \cotang II(x) &= x \\ \sin II(x) &= 1 - \frac{1}{2}x^2 \\ \cos II(x) &= x. \end{aligned}$$

Si nous regardons les côtés du triangle comme des infiniment petits du premier ordre et que nous négligeons les infiniment petits d'un ordre supérieur au second, les équations (19) prendront, après la substitution des valeurs approchées de $\sin II(a)$, $\sin II(b)$ etc. la forme suivante:

$$\begin{aligned} b \sin A &= a \sin B \\ a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A \\ \cos A + \cos(B + C) &= 0 \\ a \sin(A + C) &= b \sin A. \end{aligned}$$

Les deux premières de ces équations sont les équations connues de la trigonometrie ordinaire. Les deux dernières donnent

$$A + B + C = \pi.$$

Nommons, pour donner un exemple de la représentation des lignes courbes par des équations entre les coordonnées de leur points, y la longueur de la perpendiculaire abaissée d'un point de la circonférence d'un cercle de rayon r sur un diamètre fixe de ce cercle, et x la partie de ce diamètre entre le centre et le pied de la perpendiculaire y . L'application de l'équation (11) au triangle rectangle dont les côtés sont x, y, r donne

$$\sin II(x) \sin II(y) = \sin II(r) \quad (20)$$

ce qui est l'équation d'un cercle entre les coordonnées rectanglées x, y . Si nous convenons de compter x à partir d'une extrémité du diamètre, l'équation (20) devient

$$\sin II(r - x) \sin II(y) = \sin II(r)$$

ou bien
$$2(e^{\frac{r}{r}} + e^{-\frac{r}{r}}) = (e^{\frac{r-x}{r}} + e^{-\frac{r-x}{r}})(e^{\frac{y}{r}} + e^{-\frac{y}{r}});$$

si nous divisons cette équation par $e^{\frac{r}{r}}$, et que nous posons après $r = \infty$, nous aurons l'équation suivante, qui est l'équation du cercle limite

$$2 = (e^{\frac{y}{r}} + e^{-\frac{y}{r}}) e^{-\frac{r}{r}}$$

ou
$$\sin II(y) = \text{tang } \frac{1}{2} II(x).$$

Il suit de la définition du cercle limite que deux axes du cercle menés par les deux extrémités d'une même corde, sont également inclinés sur cette corde, propriété qui pourrait servir de définition au cercle limite et de laquelle on peut aussi déduire l'équation de cette courbe en considérant le triangle dont les côtés sont x, y et la corde $2a$ du cercle limite; les angles de ce triangle seront

$II(a) - II(y)$ opposé à x , $II(a)$ opposé à y et $\frac{\pi}{2}$ opposé à $2a$.

Conformément aux équations (10), (11) on a dans ce triangle

$$\sin II(x) \sin II(y) = \sin II(2a)$$

$$\sin II(x) \cos \{ II(a) - II(y) \} = \sin II(a)$$

$$\sin II(y) \cos II(a) = \sin \{ II(a) - II(y) \}.$$

La dernière équation donne

$$2 \text{ tang } II(y) = \text{tang } II(a) \quad (21)$$

et la première peut être écrite ainsi

$$\sin \Pi(x) \sin \Pi(y) = \frac{\sin^2 \Pi(a)}{1 + \cos^2 \Pi(a)}$$

En substituant dans cette équation au lieu de $\sin^2 \Pi(a)$, $1 + \cos^2 \Pi(a)$ leurs valeurs en $\text{tang}^2 \Pi(a)$ et en introduisant la valeur de $\text{tang}^2 \Pi(a)$ tirée de l'équation (21) il vient

$$\sin \Pi(x) \sin \Pi(y) = \frac{2 \text{tang}^2 \Pi(y)}{1 + 2 \text{tang}^2 \Pi(y)}$$

et ensuite

$$\sin \Pi(x) = \frac{2 \sin \Pi(y)}{1 + \sin^2 \Pi(y)}$$

d'où nous déduisons

$$2 \cos^2 \frac{1}{2} \Pi(x') = \frac{\{1 + \sin \Pi(y)\}^2}{1 + \sin^2 \Pi(y)}$$

$$2 \sin^2 \frac{1}{2} \Pi(x') = \frac{\{1 - \sin \Pi(y)\}^2}{1 + \sin^2 \Pi(y)}$$

En divisant la dernière de ces équations par l'avant-dernière et extrayant la racine carrée, nous aurons

$$\text{tang} \frac{1}{2} \Pi(x') = \frac{1 - \sin \Pi(y)}{1 + \sin \Pi(y)}$$

d'où
$$\sin \Pi(y) = \frac{1 - \text{tang} \frac{1}{2} \Pi(x')}{1 + \text{tang} \frac{1}{2} \Pi(x')}$$

Le second membre de cette équation peut prendre la forme suivante :

$$\frac{\cos \frac{1}{2} \Pi(x') - \sin \frac{1}{2} \Pi(x')}{\cos \frac{1}{2} \Pi(x') + \sin \frac{1}{2} \Pi(x')}$$

ou
$$\frac{\sin \left\{ \frac{1}{2} \pi - \frac{1}{2} \Pi(x') \right\}}{\cos \left\{ \frac{1}{2} \pi - \frac{1}{2} \Pi(x') \right\}} = \frac{\sin \frac{1}{2} \Pi(x)}{\cos \frac{1}{2} \Pi(x)} = \text{tang} \frac{1}{2} \Pi(x)$$

et par conséquence

$$\sin \Pi(y) = \text{tang} \frac{1}{2} \Pi(x)$$

comme nous avons trouvé plus haut.

Pour donner un exemple de la rectification des courbes, cherchons l'expression de la longueur d'une circonférence de cercle de rayon r . Menons deux rayons, dont l'angle au centre soit $\frac{2\pi}{n}$, où n désigne un nombre entier. Abaissons de l'extrémité d'un de ces deux rayons une perpendiculaire p sur l'autre. Le produit np différera d'autant moins de la longueur de la circonférence du cercle que n est

plus grand. Le triangle rectangle, dont p est une cathète, r l'hypotenuse et $\frac{2\pi}{n}$ l'angle opposé à p donne (équat. 13).

$$\sin \frac{2\pi}{n} \operatorname{tang} II(p) = \operatorname{tang} II(r)$$

Mais il est connu que

$$\lim \left\{ n \sin \frac{2\pi}{n} \right\} = 2\pi$$

pour $n = \infty$, tandis que

$$\frac{1}{n} \operatorname{tang} II(p) = \frac{2}{n(e^p - e^{-p})}$$

et

$$n(e^p - e^{-p}) = 2np$$

avec une approximation d'autant plus grande, que n est plus grand et conséquemment p est plus petit. Après quoi

$$\text{circonférence } (r) = np = \frac{2\pi \operatorname{cotg} II(r)}{r}$$

c'est à dire $\text{circonférence } (r) = (e^r - e^{-r}) \pi$

cè qui donne pour r très petit

$$\text{circonférence } (r) = 2\pi r$$

comme dans la géométrie ordinaire.

Déterminons encore l'arc s de cercle limite au moyen des coordonnées: y perpendiculaire abaissée d'une extrémité de l'arc s sur l'axe menée par l'autre extrémité, x partie de cette axe comprise entre le sommet de l'arc et le pied de la perpendiculaire. Soit c la corde de l'arce s ; soient de même c_1, c_2, c_3, \dots les cordes des arcs $\frac{1}{2}s, \frac{1}{2^2}s, \frac{1}{2^3}s, \dots$. Nous avons démontré plus haut (équat. 21) que

$$\operatorname{cotg} II(y) = 2 \operatorname{cotg} II\left(\frac{1}{2}c\right).$$

semblablement on a

$$\operatorname{cotg} II\left(\frac{1}{2}c\right) = 2 \operatorname{cotg} II\left(\frac{1}{2}c_1\right)$$

$$\operatorname{cotg} II\left(\frac{1}{2}c_1\right) = 2 \operatorname{cotg} II\left(\frac{1}{2}c_2\right)$$

$$\operatorname{cotg} II\left(\frac{1}{2}c_2\right) = 2 \operatorname{cotg} II\left(\frac{1}{2}c_3\right)$$

et généralement pour tout nombre n entier positif

$$\operatorname{cotg} II\left(\frac{1}{2}c_{n-1}\right) = 2 \operatorname{cotg} II\left(\frac{1}{2}c_n\right)$$

d'où nous concluons

$$\operatorname{cotg} II(y) = 2^{n+1} \operatorname{cotg} II\left(\frac{1}{2}c_n\right)$$

si n est un nombre très grand et c_n par conséquent une ligne très petite nous aurons

$$2^{n+1} \operatorname{cotg} II\left(\frac{1}{2}c_n\right) = 2^n c_n$$

Mais $2^n c_n = s$ pour $n = \infty$
 d'où il suit que

$$s = \operatorname{cotg} \Pi(y) \quad (22)$$

Déterminons encore l'arc s de cercle limite au moyen de la partie t de la tangente au sommet de l'axe menée par une extrémité de l'arc s , comprise entre le point de contact et l'intersection de la tangente et de l'axe menée par l'autre extrémité de l'arc s , c'est-à-dire déterminons la fonction que nous avons auparavant désignée par $L(t)$. Dans le triangle dont les côtés sont $c, t, f(t)$ et les angles opposés $\Pi(t), \pi - \Pi(\frac{1}{2}c), \frac{\pi}{2} - \Pi(\frac{1}{2}c)$ nous trouvons en appliquant l'équation (13)

$$\sin \Pi(t) \operatorname{tang} \Pi(c) = \sin \Pi(\frac{1}{2}c) \operatorname{tang} \Pi(t).$$

Mais nous avons vu que (équation 21)

$$\operatorname{tang} \Pi(\frac{1}{2}c) = 2 \operatorname{tang} \Pi(y)$$

à quoi nous ajouterons la remarque que

$$\operatorname{tang} \Pi(c) = \frac{\sin^2 \Pi(\frac{1}{2}c)}{2 \cos \Pi(\frac{1}{2}c)}$$

et il vient

$$\cos \Pi(t) = 2 \operatorname{cotg} \Pi(\frac{1}{2}c)$$

c'est-à-dire, en vertu de l'équation (22)

$$\cos \Pi(t) = s = L(t).$$

L'équation de la ligne droite a une forme assez compliquée, si l'on veut qu'elle soit générale et qu'elle représente la ligne droite, quelle que soit sa position par rapport aux axes des coordonnées. Abaissons d'un point fixe de la droite donnée une perpendiculaire a sur l'axe des x et nommons L l'angle que cette perpendiculaire fait avec la droite. Nommons encore y la perpendiculaire abaissée sur l'axe des x d'un autre point de la droite donnée dont l soit la distance au premier point; soit enfin x la partie de l'axe des x comprise entre les deux perpendiculaires. Menons une ligne droite par le sommet de a et le pied de y et soit r la longueur de la partie de cette droite comprise entre ces deux points. Il se formera deux triangles l'un rectangle avec les côtés a, x, r et les angles opposés $A, X, \frac{\pi}{2}$ l'autre avec les côtés y, r, l et les angles opposés $L - X, C, \frac{\pi}{2} - A$.

L'application des équations (10), (11) au premier de ces triangles donne :

$$\begin{aligned}\sin \Pi(x) \sin \Pi(a) &= \sin \Pi(r) \\ \sin \Pi(x) \cos X &= \sin A \\ \sin \Pi(a) \cos A &= \sin X \\ \cos \Pi(r) \cos A &= \cos \Pi(x) \\ \cos \Pi(r) \cos X &= \cos \Pi(a).\end{aligned}$$

De ces équations nous tirons

$$\begin{aligned}\text{tang } A &= \text{tang } \Pi(x) \cos \Pi(a) \\ \text{tang } \Pi(r) &= \text{tang } \Pi(x) \sin \Pi(a) \cos A \\ \text{tang } X &= \text{tang } \Pi(a) \cos \Pi(x) \\ \cos \Pi(x) &= \cos \Pi(r) \cos A \\ \sin X &= \sin \Pi(a) \cos A.\end{aligned}$$

L'application de la dernière des équations (19) au second triangle fournit :

$$\text{cotg } (L - X) \cos A \sin \Pi(r) + \sin A = \frac{\cos \Pi(r)}{\cos \Pi(y)}$$

d'où il suit que

$$\begin{aligned}\cos \Pi(y) &= \frac{\cos \Pi(r)}{\text{cotg } (L - X) \cos A \sin \Pi(r) + \sin A} \\ &= \frac{\cos \Pi(r) \{ \text{tang } L - \text{tang } X \}}{\{ 1 + \text{tg } L \text{tg } X, \cos A \sin \Pi(a) \sin \Pi(x) + \sin A \} \text{tg } L - \text{tg } X}\end{aligned}$$

en substituant dans cette équation au lieu de $\text{tang } X$ sa valeur il vient

$$\begin{aligned}\cos \Pi(y) &= \frac{\cos \Pi(r) \{ \text{tang } L - \text{tang } \Pi(a) \cos \Pi(x) \}}{\{ 1 + \text{tg } L \text{tg } \Pi(a) \cos \Pi(x) \} \cos A \sin \Pi(a) \sin \Pi(x) + \sin A \{ \text{tg } L - \text{tg } \Pi(a) \cos \Pi(x) \}}\end{aligned}$$

Substituons dans cette équation au lieu de $\cos \Pi(r)$, sa valeur ; nous trouverons toute réduction faite que

$$\cos \Pi(y) = \frac{\cos \Pi(a)}{\sin \Pi(x)} - \sin \Pi(a) \text{cotg } \Pi(x) \text{cotg } L. \quad (23)$$

Si la droite donnée est parallèle à l'axe des x on aura $L = \Pi(a)$ et l'équation (23) prendra la forme suivante :

$$\cos \Pi(y) = \frac{\cos \Pi(a)}{\sin \Pi(x)} - \frac{\cos \Pi(a)}{\text{tang } \Pi(x)}$$

ou
$$\cos H(y) = \cos H(a) e^{-x} \tag{24}$$

Si nous désignons par s, s' les longueurs de deux arcs de cercle limite compris entre l'axe des x et la droite parallèle à cette axe et dont le premier s soit tangent à a au pied de a et le second tangent à y au pied de y nous aurons d'après ce que nous avons démontré

$$s = \cos H(a)$$

$$s' = \cos H(y)$$

après quoi

$$s' = s e^{-x}$$

où x est la distance entre les deux arcs s et s' . Cette équation montre que la constante E , introduite plus haut pour désigner le rapport constant de deux arcs de cercle limite compris entre deux parallèles, dont la distance est égale à l'unité, est égale à e , c'est-à-dire à la base des logarithmes Népériens.

Si nous posons dans l'équat. (23) $a = 0$ et si nous posons $\pi - L$ à la place de L nous aurons

$$\cos H(y) = \cotg H(x) \cotg L$$

ce qui est par conséquence l'équation d'une droite qui passe par l'origine des coordonnées x et fait un angle L avec l'axe des x , ce qui s'accorde avec l'équation (10).

Considérons maintenant un quadrilatère, dont deux côtés a, y sont perpendiculaires au troisième côté x . Soit c le quatrième côté et φ l'angle entre a et c tandis que l'angle entre c et y est droit. Menons la diagonale r qui passe par le sommet de l'angle φ et par le sommet de l'angle droit opposé. Cette diagonale divise le quadrilatère en deux triangles rectangles. Les côtés de l'un de ces deux triangles sont a, x, r et les angles opposés $A, X, \frac{\pi}{2}$; les côtés de l'autre

sont y, c, r et les angles opposés $\varphi - X, \frac{\pi}{2} - A, \frac{\pi}{2}$.

L'application des équations (10), (11), (13) au premier de ces triangles donne

$$\left. \begin{aligned} \sin H(r) &= \sin H(a) \sin H(x) \\ \sin A \operatorname{tang} H(a) &= \sin X \operatorname{tang} H(x) \\ \cos H(r) \cos A &= \cos H(x) \\ \cos H(r) \cos X &= \cos H(a) \end{aligned} \right\} \tag{G}$$

le second triangle fournit de la même manière les équations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} \sin II(y) \sin II(c) &= \sin II(r) \\ \sin II(y) \cos(\varphi - X) &= \cos A \\ \cos II(r) \cos(\varphi - X) &= \cos II(c) \\ \cos II(r) \sin A &= \cos II(y). \end{aligned} \right\} \quad (\text{H})$$

L'équation (12) appliquée au premier triangle donne

$$\left. \begin{aligned} \text{tang II}(r) &= \sin X \text{ tang II}(x) \\ \text{tang II}(r) &= \sin A \text{ tang II}(a) \end{aligned} \right\} \quad (\text{K})$$

tandis que l'application de la même équation au second triangle fournit

$$\left. \begin{aligned} \text{tang II}(r) &= \sin(\varphi - X) \text{ tang II}(y) \\ \text{tang II}(r) &= \cos A \text{ tang II}(c) \end{aligned} \right\} \quad (\text{L})$$

En substituant dans la seconde des équations (K) pour $\sin II(r)$ sa valeur tirée des équations (G) nous trouvons

$$\cos II(r) = \frac{\sin II(x) \cos II(a)}{\sin A}.$$

La substitution de cette valeur de $\cos II(r)$ dans la dernière des équations (H) donne

$$\cos II(y) = \sin II(x) \cos II(a). \quad (25)$$

En divisant membre à membre la dernière des équations (H) par la troisième des équations (G) il vient

$$\text{tang } A = \frac{\cos II(y)}{\cos II(x)}$$

substituons dans cette équation la valeur que nous venons de trouver pour $\cos II(y)$ à la place de $\cos II(y)$, nous aurons

$$\text{tang } A = \text{tang II}(x) \cos II(a).$$

La division membre à membre, de la seconde des équations (G) par la dernière de ces mêmes équations produit

$$\frac{\text{tang } X \text{ tang}(x)}{\cos II(r)} = \frac{\sin A \text{ tang II}(a)}{\cos II(a)}$$

En substituant dans cette équation à la place de $\sin A$ sa valeur tirée de la dernière des équations (H) on trouve

$$\text{tang } X = \frac{\cos II(y) \text{ tang II}(a)}{\cos II(a)} \text{ cotg II}(x)$$

Remplaçant enfin dans cette équation $\cos II(y)$ par sa valeur trouvée plus haut, il vient

$$\text{tang } X = \cos II(x) \text{ tang } II(a).$$

La combinaison de la seconde des équations (H) avec la première des équations (L) donne encore

$$\text{tang } (\varphi - X) \frac{\text{tang } II(y)}{\sin II(y)} = \frac{\text{tang } II(r)}{\cos A}$$

ou

$$\text{tang } (\varphi - X) = \frac{\cos II(y) \text{ tang } II(r)}{\cos A}$$

et si nous substituons la valeur de $\text{tang } II(r)$ donnée par la seconde des équations (K)

$$\text{tang } (\varphi - X) = \text{tang } A \text{ tang } II(a) \cos II(y).$$

Cette équation prend, en y substituant à la place de $\text{tang } A$, $\text{tang } X$, leurs valeurs trouvées plus haut, la forme suivante:

$$\text{tang } \varphi = \frac{\text{tang } II(a)}{\cos II(x)}. \quad (26)$$

Cette équation montre que x est toujours réelle si l'angle φ est plus grand que $II(a)$ et plus petit qu'un angle droit ou si $\pi - \varphi > II(a)$, $\pi - \varphi < \frac{\pi}{2}$. La valeur de $\cos II(x)$ est positive si

$\frac{\pi}{2} > \varphi > II(a)$ et la ligne x est par conséquence aussi positive;

mais si $\frac{\pi}{2} > \pi - \varphi > II(a)$, la valeur de $\cos II(x)$ devient négative et la ligne x est située de l'autre côté de la perpendiculaire a .

Cela démontre que si deux droites, situées dans un même plan, ne se rencontrent pas quelque loin qu'on les prolonge sans être pourtant parallèles, elles doivent être toutes les deux perpendiculaires à une même droite; toutes les paires de droites qui étant dans le même plan ne sont ni parallèles ni perpendiculaires à une même droite doivent nécessairement se couper. Les droites qui étant dans un même plan se coupent nécessairement après un prolongement suffisant ne seront donc que celles, pour chaque point desquelles l'angle, que la droite passant par ce point fait avec la perpendiculaire abaissée de ce point sur l'autre droite, est plus petit que l'angle de parallélisme correspondant à la longueur de cette perpendiculaire. A l'aide des résultats précédents il est possible de simplifier beaucoup l'équation générale de la ligne droite (23) dans le cas où la droite à laquelle l'équation appartient ne coupe pas l'axe des x .

Soit a la perpendiculaire abaissée sur l'axe des x d'un point fixe, mais arbitraire pris sur la droite donnée, L celui des deux angles entre cette perpendiculaire et la droite, qui est situé du côté des x positifs. Cherchons d'abord une ligne l telle que

$$\cos II(l) = \text{tang } II(a) \text{ cotg } L$$

ce qui est toujours possible tant que $L > II(a)$, c'est-à-dire tant que la droite ne coupe pas l'axe des x . Portons cette droite l sur l'axe des x à partir de l'origine des coordonnées du côté des x positifs ou négatifs selon le signe de l . Érigeons à l'extrémité de la ligne l une perpendiculaire à l'axe des x , prolongeons la jusque à ce qu'elle rencontre la ligne donnée et soit b la partie de cette perpendiculaire comprise entre la droite donnée et l'axe des x . L'angle sous lequel cette perpendiculaire rencontrera la droite donnée doit être droit d'après l'équation (26). Si nous convenons maintenant de prendre le pied de la perpendiculaire b pour origine des coordonnées, nous aurons d'après l'équation (25)

$$\cos II(b) = \cos II(y) \sin II(x) \quad (27)$$

ce qui est l'équation générale d'une droite qui ne coupe pas l'axe des x . Nous pouvons poser dans cette équation $y = a$ et en même temps $x = -l$ ce qui donne

$$\cos II(b) = \cos II(a) \sin II(l);$$

cette équation prend, si l'on y substitue à la place $\cos II(b)$, $\sin II(l)$, leurs valeurs, la forme suivante

$$\cos II(y) \sin II(x) = \cos II(a) \sqrt{1 - \text{tang}^2 II(a) \text{cotg}^2 L}.$$

Le second membre de cette équation devient imaginaire aussitôt que $\text{tang } II(a) \text{cotg } L > 1$, c'est-à-dire pour toute droite qui coupe l'axe des x . À l'aide de ce qui précède nous pouvons résoudre le problème de trouver la distance de deux points, dont la position dans le plan est déterminée par leurs coordonnées rectangulaires x, y et x', y' . Posons pour abrégé

$$\Delta x = x' - x, \quad \Delta y = y' - y.$$

Abaissons une perpendiculaire du sommet de y sur y' et désignons la longueur de cette perpendiculaire par q , tandis que y_1 désigne la partie de y' comprise entre l'axe des x et la perpendiculaire q .

En conséquence de l'équation (25) nous aurons

$$\cos II(y_1) = \cos II(y) \sin II(\Delta x)$$

$$\cos II(q) = \cos II(\Delta x) \sin II(y_1).$$

Après avoir déterminé les valeurs de y_1 , q à l'aide de ces équations, la distance cherchée des deux points, désignons la par r , sera donnée par l'équation suivante, qui se tire de l'équation (11).

$$\sin \Pi(r) = \sin \Pi(y' - y_1) \sin \Pi(q).$$

Si Δx et Δy et par conséquent q , r sont très petits de sorte qu'on puisse négliger les puissances supérieures de ces quantités devant les inférieures, r représentera l'élément ds d'une ligne courbe à l'expression duquel on parvient en prenant

$$\sin \Pi(q) = 1 - \frac{1}{2} q^2$$

$$\cos \Pi(q) = q - \frac{1}{3} q^3$$

$$\sin \Pi(r) = 1 - \frac{1}{2} r^2$$

$$\sin \Pi(y' - y_1) = 1 - \frac{1}{2} (y' - y_1)^2$$

après quoi il vient

$$q = \frac{\Delta x}{\sin \Pi(y)}$$

$$ds = \sqrt{dy^2 + \frac{dx^2}{\sin \Pi(y)^2}}$$

Pour le cercle limite on a

$$\sin \Pi(y) = e^{-x}$$

Des expressions générales qui déterminent $\sin \Pi(a)$ etc. en fonction de a et qui ont été données plus haut, on tire

$$d \Pi(a) = - \sin \Pi(a) da$$

après quoi on trouve en différentiant l'équation du cercle limite

$$\sin \Pi(y) \cos \Pi(y) dy = e^{-x}$$

et

$$ds = \frac{dx e^x}{\sqrt{1 - e^{-2x}}};$$

en intégrant par rapport à x depuis $x = 0$ on trouve

$$s = \sqrt{e^{2x} - 1}$$

ou autrement

$$s = \cotg \Pi(y)$$

comme nous l'avons trouvé plus haut. Si nous désignons par r la distance d'un point d'une ligne courbe à l'origine des coordonnées et par φ l'angle que cette distance r fait avec l'axe des x positifs, nous aurons dans le triangle, dont les côtés sont y, x, r d'après l'équation (12)

$$\text{tang } \Pi(r) = \sin \varphi \text{ tang } \Pi(y).$$

En prenant les logarithmes des deux membres de cette équation et en différentiant par rapport à y, φ, v , il vient

$$\frac{dr}{\cos \Pi(r)} = -\cotg \varphi d\varphi + \frac{dy}{\cos \Pi(y)}.$$

De cette équation nous tirons

$$dy = \left\{ \cotg \varphi d\varphi + \frac{dr}{\cos \Pi(r)} \right\} \cos \Pi(y)$$

ou en y substituant à la place de $\cos \Pi(y)$ sa valeur en r et φ

$$dy = \frac{\cos \varphi \cos \Pi(r) d\varphi + \sin \varphi dr}{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi \cos^2 \Pi(r)}}.$$

Pour exprimer dx en r et φ prenons (équat. 10)

$$\cos \Pi(r) \cos \varphi = \cos \Pi(x).$$

La différentiation par rapport à r, φ, x des logarithmes des deux membres de cette équation fournit

$$\frac{\sin^2 \Pi(r) dr}{\cos \Pi(r)} - \tang \varphi d\varphi = \frac{\sin^2 \Pi(x) dx}{\cos \Pi(x)}$$

d'où nous tirons, à l'aide des équations

$$\sin \Pi(x) \sin \Pi(y) = \sin \Pi(r)$$

$$\cos \Pi(r) \cos \varphi = \cos \Pi(x),$$

l'équation suivante, qui exprime la valeur cherchée

$$\frac{dx}{\sin \Pi(y)} = \frac{\cos \varphi \sin \Pi(r) dr - d\varphi \sin \varphi \cotg \Pi(r)}{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi \cos^2 \Pi(r)}}$$

après quoi

$$ds = \sqrt{dr^2 + d\varphi^2 \cotg^2 \Pi(r)}.$$

Pour le cercle, en supposant que l'origine des coordonnées est au centre nous trouvons, puisque $dr = 0$,

$$ds = d\varphi \cotg \Pi(r);$$

en intégrant depuis $\varphi = 0$ jusqu'à $\varphi = \frac{\pi}{2}$ et en multipliant le résultat par 4 nous trouvons l'expression suivante de la circonférence du cercle de rayon r

$$2\pi \cotg \Pi(r)$$

qui coïncide avec celle que nous avons trouvée plus haut.

Si nous appelons s un arc de cercle limite compté depuis l'axe des x , la révolution de s autour de l'axe des x produira une partie de

sphère limite et l'extrémité de cet arc décrira une circonférence de cercle, qui se détermine sur la sphère limite de la même manière qu'une circonférence de rayon s est déterminée dans son plan dans la géométrie ordinaire, d'où il suit que la circonférence doit être égale à $2\pi s$. De l'autre côté la circonférence du même cercle considérée dans son plan où la perpendiculaire y , abaissée d'une extrémité de l'arc s sur l'axe de cercle limite qui sert d'axe des x et passe par l'autre extrémité, est le rayon du cercle, sera donnée dans la Pangéométrie par la formule

$$2\pi \cotg \Pi (y)$$

d'où il suit que

$$s = \cotg \Pi (y)$$

comme il a été démontré auparavant.

Pour trouver l'élément des aires planes nous divisons le plan par des cercles limites qui tous ont pour axe l'axe des x de manière que la distance de chaque cercle limite au suivant soit infiniment petite et puisse être exprimée par dx . Soit s l'arc d'un de ces cercles limites compris entre l'axe des x et un point d'une ligne courbe donnée dont les coordonnées soient x, y . Soit encore s' l'arc d'un autre de ces cercles limites compris entre l'axe des x et un point de la courbe donnée, déterminé par les coordonnées $x + dx, y + dy$.

La partie infiniment petite du plan comprise entre s et s' d'un côté et entre la courbe et l'axe des x de l'autre côté aura pour expression

$$ds = \frac{es dx}{e - 1}$$

ou, en substituant $s = \cotg \Pi (y)$,

$$ds = \frac{e dx \cotg \Pi (y)}{e - 1}$$

Comme exemple déterminons l'aire du cercle limite pour lequel nous avons trouvé l'équation en coordonnées rectangulaires

$$\sin \Pi (y) = e^{-y}$$

à l'aide de laquelle nous trouvons l'expression suivante de la différentielle de l'aire cherchée

$$ds = \frac{e}{e - 1} dy \cos \Pi (y) \cotg \Pi (y).$$

En intégrant cette expression depuis $y = 0$, nous trouvons pour l'aire comprise entre l'arc de cercle limite l'axe des x et l'ordonnée y

$$s = \frac{e}{e-1} \left\{ \cotg II(y) - \frac{1}{2} \pi + II(y) \right\}.$$

Nous avons vu que la partie d'un plan comprise entre deux droites parallèles, prolongées indéfiniment du côté du parallélisme et limitée par un arc s de cercle limite auquel les deux parallèles servent d'axes, a pour expression

$$\frac{es}{e-1} = \frac{e \cotg II(y)}{e-1}.$$

Après quoi nous trouvons pour l'aire comprise entre deux droites parallèles, dont l'une perpendiculaire à y , menées par les deux extrémités de y et prolongées indéfiniment du côté du parallélisme, la formule

$$\frac{1}{2} \pi - II(y).$$

A l'aide de cette formule nous pouvons déterminer l'aire d'un triangle rectiligne en fonction des angles de ce triangle. Soient pour cela les côtés du triangle a, b, c et les angles opposés $A = II(\alpha)$, $B = II(\beta)$, $\frac{\pi}{2}$; prolongeons l'hypoténuse c au delà du sommet de l'angle $II(\beta)$ et faisons le prolongement égal à β . La perpendiculaire à β menée par l'extrémité de β sera parallèle au prolongement du côté a et l'aire de la partie du plan comprise entre ces deux parallèles prolongées indéfiniment du côté du parallélisme et limitée de l'autre côté par la ligne β aura pour valeur

$$\frac{1}{2} \pi - II(\beta)$$

Si nous menons maintenant par le sommet de l'angle A une parallèle à la perpendiculaire qui sera par conséquence inclinée sur c sous l'angle $II(c + \beta)$ et sera aussi parallèle au prolongement de a , la valeur de la partie du plan entre $c + \beta$ et les deux parallèles prolongées à l'infini du côté du parallélisme sera

$$\frac{1}{2} \pi - II(c + \beta).$$

De la même manière la partie du plan entre b , la droite menée par le sommet de A et le côté a avec son prolongement est

$$= \frac{1}{2} \pi - II(b).$$

Après quoi la somme de $\frac{\pi}{2} - II(\beta)$ et de $\frac{\pi}{2} - II(b)$ diminuée de $\frac{\pi}{2} - II(c + \beta)$ sera l'expression de l'aire du triangle, qui

aura ainsi pour valeur

$$\frac{1}{2} \pi - \Pi(b) - \Pi(\beta) + \Pi(c + \beta).$$

Mais nous avons démontré que

$$\Pi(b) = \Pi(\alpha) + \Pi(c + \beta).$$

En substituant dans l'expression de l'aire du triangle rectiligne rectangle cette valeur à la place de $\Pi(b)$, l'expression de cette aire prend la forme suivante

$$\frac{1}{2} \pi - \Pi(\alpha) - \Pi(\beta)$$

c'est-à-dire que l'aire d'un triangle rectiligne rectangle est égale à la différence entre deux angles droits et la somme des trois angles du triangle; d'où il suit encore que l'aire de tout triangle rectiligne est égale à l'excès de deux angles droits sur la somme des trois angles du triangle. Cela suit de ce que l'aire de tout triangle rectiligne est la somme des aires de deux triangles rectilignes rectangles.

Il est facile de déduire de ce qui précède, que l'aire de tout quadrilatère est égale à l'excès de quatre angles droits sur la somme des quatre angles du quadrilatère et en général que l'aire de tout polygone de n côtés est égale à l'excès de $(n - 2)\pi$ sur la somme des angles du polygone.

Considérons en particulier un quadrilatère, dont deux côtés a, y sont tous les deux perpendiculaires au troisième côté x , et dont le quatrième côté t est perpendiculaire au côté a et fait avec y un angle que nous désignons par ω . Nous avons démontré plus haut (équation 25) qu'entre les parties constituantes d'un tel quadrilatère il existe l'équation suivante

$$\cos \Pi(a) = \cos \Pi(y) \sin \Pi(x).$$

Si nous considérons x, y comme variables et a comme constante, l'aire de ce quadrilatère s'exprime, comme toute aire plane, d'après ce qui a été démontré plus haut, par l'intégrale

$$\int dx \cotg \Pi(y)$$

qui appliquée au cas qui nous occupe, donne, en substituant la valeur de $\cotg \Pi(y)$, la valeur suivante de l'aire

$$\int_0^a \frac{dx \cos \Pi(a)}{\sqrt{\sin^2 \Pi(x) - \cos^2 \Pi(a)}}$$

tandis que cette même aire est, en conséquence du théorème qui exprime l'aire de tout polygone plan en fonction des angles

$$= \frac{1}{2} \pi - \omega$$

ce qui donne

$$\frac{1}{2} \pi - \omega = \cos \Pi(a) \int_0^a \frac{dx}{\sqrt{\cos^2 \Pi(x) - \cos^2 \Pi(a)}} \quad (M)$$

L'angle ω , que le côté t fait avec le côté y , est donné par l'équation suivante (équation 26)

$$\text{tang } \omega = \frac{\text{tang } \Pi(y)}{\cos \Pi(x)};$$

nous écrivons dans l'équation (M) α au lieu de $\Pi(a)$ et ξ au lieu de $\Pi(x)$, elle deviendra :

$$\frac{\frac{1}{2} \pi - \omega}{\cos \alpha} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\xi}{\sin \xi \sqrt{\sin^2 \frac{1}{2} \alpha - \sin^2 \xi}}$$

où α est une quantité constante.

La justesse de la valeur trouvée pour cette intégrale peut être vérifiée par la différentiation. La Pangéométrie indique ainsi une nouvelle méthode pour trouver les valeurs approchées des intégrales définies.

Soit donnée l'intégrale

$$\int A dx$$

où A est une fonction donnée de x ; pour calculer la valeur de cette intégrale il faut poser $A = \text{cotg } \Pi(y)$ et déterminer les valeurs de y', y'', y''' etc. qui correspondent à $x', x'', x''' \dots$ prises arbitrairement dans les limites de l'intégration; après il faut calculer la longueur des cordes qui réunissent les sommets de y' à y'' , de y'' à y''' etc. et ainsi de suite, et les angles que chaque corde fait avec le prolongement de la corde suivante. La somme de ces angles donnera la valeur approchée de l'intégrale.

L'aire de la partie du plan, comprise entre une droite donnée et deux droites parallèles entre elles, menées par les extrémités de la droite donnée et prolongées indéfiniment du côté du parallélisme sera égal à π moins la somme des deux angles que les deux parallèles font avec la droite donnée, parce que cette figure peut-être regardée comme un triangle dont un des angles serait nul.

L'aire d'une courbe plane peut-être divisée en éléments par des droites toutes parallèles à une droite donnée par exemple à l'axe des y . Si nous menons par l'extrémité de l'abscisse x une droite parallèle à l'axe des y , cette droite fera avec l'axe des x un angle $= \Pi(x)$; la droite menée par l'extrémité de l'abscisse $x + dx$ fera de même avec l'axe des x un angle égal à $\Pi(x + dx)$, d'où il suit que l'aire

de la partie du plan comprise entre dx et ces deux parallèles sera égale à $-d\Pi(x)$. Soit maintenant u la longueur de la partie de la première parallèle comprise entre l'axe des x et la courbe, la partie de l'aire comprise entre les deux parallèles qui est hors de la courbe donnée sera d'après ce qui a été démontré plus haut:

$$-e^{-u} d\Pi(x)$$

d'où il suit que la partie de cette aire qui est située entre la courbe et l'axe des x , c'est-à-dire l'élément de l'aire de la courbe, aura pour expression:

$$dS = -(1 - e^{-u}) d\Pi(x).$$

Pour calculer l'aire d'un cercle de rayon r , il faut dans l'expression générale de l'élément de l'aire d'une courbe trouvée auparavant, expression qui était

$$dS = dx \cotg \Pi(y)$$

substituer la valeur de $\cotg \Pi(y)$ tirée de l'équation du cercle

$$\sin \Pi(x) \sin \Pi(y) = \sin \Pi(r)$$

où l'origine des coordonnées rectangulaire est au centre du cercle, cela donne

$$dS = dx \sqrt{\frac{\sin^2 \Pi(x)}{\sin^2 \Pi(r)} - 1};$$

en intégrant depuis $x = 0$, nous trouvons

$$S = \frac{1}{\sin \Pi(r)} \operatorname{arc} \sin \left(\frac{\cos \Pi(x)}{\cos \Pi(r)} \right) - \operatorname{arc} \sin \left(\frac{\cotg \Pi(x)}{\cotg \Pi(r)} \right).$$

Pour $x = r$, cela donne pour l'aire du quart du cercle

$$\frac{\pi}{2 \sin \Pi(r)} - \frac{1}{2} \pi;$$

en multipliant par 4 nous trouvons pour l'aire du cercle

$$2\pi \left\{ \frac{1}{\sin \Pi(r)} - 1 \right\} = \pi (e^{\frac{1}{2}r} - e^{-\frac{1}{2}r})^2.$$

Si r est extrêmement petit cette expression donne l'aire du cercle $= \pi r^2$, ce qui est la même expression que la géométrie ordinaire fournit pour l'aire du cercle.

L'expression précédente de l'aire du cercle nous permet de donner à l'élément de l'aire de toute ligne courbe encore l'expression suivante:

$$dS = d\varphi \left\{ \frac{1}{\sin \Pi(r)} - 1 \right\}$$

où r est le rayon vecteur mené de l'origine des coordonnées à un point de la courbe et φ l'angle que ce rayon vecteur fait avec une droite fixe, qui passe par l'origine des coordonnées.

L'application de cette formule à la détermination de l'aire d'un triangle rectiligne, dont les côtés sont a, b, c et les angles opposés A, B, C donne, si nous regardons les angles A, C et les côtés b, a comme variables

$$\text{l'aire du triangle} = \int_0^A dA \left\{ \frac{1}{\sin \Pi(b)} - 1 \right\}.$$

le côté b s'exprime en fonction de c, A, B à l'aide de la dernière des équations (19)

$$\cotg B \sin A \sin \Pi(c) + \cos A = \frac{\cos \Pi(c)}{\cos \Pi(b)}.$$

Tirons de cette équation la valeur de $\sin \Pi(b)$ et substituons la dans l'expression de l'aire du triangle, il viendra

$$\text{l'aire du triangle} = S = \int_0^A \frac{dA}{\sqrt{1 - \frac{\cos^2 \Pi(c)}{(\cotg^2 B \sin A \sin \Pi(c) + \cos A)^2}}} - A.$$

Mais il a été démontré que l'aire du triangle est

$$= \pi - A - B - C$$

où A et B sont des angles donnés et C est donné par l'équation (19)

$$\cos C + \cos A \cos B = \frac{\sin A \sin B}{\sin \Pi(c)}.$$

La comparaison de ces deux expressions de l'aire du triangle donne ensuite:

$$\pi - B - C = \int_0^A \frac{dA \left\{ \cotg B \sin A \sin \Pi(c) + \cos A \right\}}{\sqrt{(\cotg B \sin A \sin \Pi(c) + \cos A)^2 - \cos^2 \Pi(c)}}.$$

Si $B = \frac{\pi}{2}$ cette équation donne

$$\frac{\pi}{2} - C = \int_0^A \frac{dA}{\sqrt{\cos^2 A - \cos^2 \Pi(c)}}$$

équation qui, après l'intégration, prend la forme

$$\frac{\pi}{2} - C = \text{arc sin} \left(\frac{\sin A}{\sin \Pi(c)} \right)$$

ce qui est d'accord avec l'équation qui détermine C .

On peut déduire de ce qui précède deux expressions de la valeur de l'aire de tout polygone fermé, l'une exprimée par une intégrale définie, l'autre dépendant seulement de la somme des angles du polygone. Les deux valeurs de la même aire doivent être égales entre elles, on a de cette manière un nouveau moyen de trouver la valeur de beaucoup d'intégrales définies, valeurs qu'il serait souvent difficile de trouver d'une autre manière.

Pour en donner encore un exemple considérons un triangle rectiligne rectangle, qui a pour côtés de l'angle droit x, y et pour hypoténuse r . Soit A l'angle opposé à y et B l'angle opposé à x . Les équations (10), (11) donnent pour ce triangle

$$\begin{aligned} \sin \Pi(x) \sin \Pi(y) &= \sin \Pi(r) \\ \sin \Pi(x) \cos B &= \sin A \\ \cos \Pi(r) \cos A &= \cos \Pi(x) \\ \cos \Pi(r) \cos B &= \cos \Pi(y) \end{aligned}$$

De ces équations nous déduisons

$$\cos \Pi(r) = \frac{\cos \Pi(x)}{\cos A}$$

$$\sin \Pi(r) = \sqrt{1 - \left(\frac{\cos \Pi(x)}{\cos A} \right)^2}$$

$$\sin \Pi(y) = \frac{1}{\sin \Pi(x)} \sqrt{1 - \left(\frac{\cos \Pi(x)}{\cos A} \right)^2} = \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \Pi(x)} - \frac{\text{cotg}^2 \Pi(x)}{\cos^2 A}}$$

$$\text{ctg} \Pi(y) = \frac{\sin A \cos \Pi(x)}{\sqrt{\sin^2 A - \cos^2 \Pi(x)}}$$

En substituant dans cette dernière équation $\Pi(x) = \frac{\pi}{2} - \omega$, nous trouvons

$$\text{cotg} \Pi(y) = \frac{\sin A \sin \omega}{\sqrt{\sin^2 A - \sin^2 \omega}}$$

Mais nous avons vu que la différentielle de l'aire est $dx \cotg \Pi(y)$ ce qui donne, étant appliqué au cas actuel

$$dx \cotg \Pi(y) = \sin A \frac{d\omega \operatorname{tang} \omega}{\sqrt{\sin^2 A - \sin^2 \omega}}$$

d'où nous concluons, en intégrant depuis $\omega = 0$, ce qui correspond à $x = 0$, et en remarquant que l'aire exprimée par l'intégrale est aussi exprimée par $\frac{\pi}{2} - A - B$, que

$$\frac{\pi}{2} - A - B = \sin A \int_0^{\omega} \frac{\operatorname{tang} \omega d\omega}{\sqrt{\sin^2 A - \sin^2 \omega}}$$

où A est un angle constant tandis que B est déterminée par l'équation

$$\cos B = \frac{\sin A}{\cos \omega}.$$

Si $\omega = \frac{\pi}{2}$, l'hypothénuse devient parallèle au côté y et l'angle B sera égal à zero. On a donc dans ce cas

$$\frac{\pi}{2} - A = \sin A \int_0^{\frac{\pi}{2} - A} \frac{d\omega \operatorname{tang} \omega}{\sqrt{\sin^2 A - \sin^2 \omega}}.$$

On peut déterminer la valeur d'une intégrale plus générale, en considérant l'aire d'un triangle rectiligne quelconque, dont les côtés sont a, b, c et les angles opposés A, B, C et en divisant cette aire en éléments par des droites parallèles entre elles. Prenons le sommet de l'angle C pour origine des coordonnées et le côté a pour axe des abscisses x . Soit $B = \Pi(\beta)$ où β est une ligne positive si $B < \frac{\pi}{2}$ et négative si $B > \frac{\pi}{2}$. Menons par l'extrémité de l'abscisse x une droite u parallèle au côté c et prolongeons cette parallèle jusqu'à ce qu'elle coupe le côté b . L'angle que cette parallèle fait avec l'abscisse x sera $\Pi(\beta - a + x)$ d'où il suit que l'angle que cette parallèle fait avec le prolongement de x sera $\Pi(a - \beta - x)$.

Si nous prenons pour élément de l'aire du triangle la partie de cette aire qui est comprise entre deux parallèles u infiniment voisines nous aurons, d'après ce qui a été démontré plus haut, l'expression suivante pour cet élément

$$dS = -d\Pi(a - \beta - x)(1 - e^{-u}).$$

Regardons y, x et u comme variables et a et β comme constants. Les équations (19) appliquées au triangle dont les côtés sont x, u et l'angle entre ces deux côtés $\Pi(\beta - a + x)$ donnent

$$\cotg C \sin \Pi(\beta - a + x) \sin \Pi(x) + \cos \Pi(\beta - a + x) = \frac{\cos \Pi(x)}{\cos \Pi(u)};$$

de cette équation nous tirons en posant pour abrégé $\Pi(\beta - a + x) = \omega$

$$\cos \Pi(u) = \frac{\cos \Pi(x)}{\cotg C \sin \omega \sin \Pi(x) + \cos \omega}$$

puis

$$e^{2u} = \frac{\cotg C \sin \omega \sin \Pi(x) + \cos \omega + \cos \Pi(x)}{\cotg C \sin \omega \sin \Pi(x) + \cos \omega - \cos \Pi(x)}.$$

Mais

$$\sin \Pi(x) = \sin \Pi\{(\beta - a) - (\beta - a + x)\} = \frac{\sin \Pi(\beta - a) \sin \omega}{1 - \cos \Pi(\beta - a) \cos \omega};$$

de la même manière nous trouvons

$$\cos \Pi(x) = \frac{\cos \Pi(\beta - a) - \cos \omega}{1 - \cos \Pi(\beta - a) \cos \omega}.$$

La substitution de ces valeurs de $\sin \Pi(x), \cos \Pi(x)$ dans l'expression de e^{2u} donne

$e^{2u} =$

$$\frac{\cotg C \sin^2 \omega \sin \Pi(\beta - a) + \cos \omega \{1 - \cos \Pi(\beta - a) \cos \omega\} + \cos \Pi(\beta - a) - \cos \omega}{\cotg C \sin^2 \omega \sin \Pi(\beta - a) + \cos \omega \{1 - \cos \Pi(\beta - a) \cos \omega\} - \cos \Pi(\beta - a) + \cos \omega}$$

$$= \frac{\cotg C \sin^2 \omega \sin \Pi(\beta - a) + \cos \Pi(\beta - a) \sin^2 \omega}{\cotg C \sin^2 \omega \sin \Pi(\beta - a) + 2 \cos \omega - \{1 + \cos^2 \omega\} \cos \Pi(\beta - a)}$$

et nous trouvons ensuite

$$d \Pi(a - \beta - x) = -d \Pi(\beta - a + x) = -d \omega$$

après quoi la comparaison des deux expressions de l'aire du triangle donne l'équation

$$\pi - A - B - C = -\omega +$$

$$\int_{\omega=0}^{\omega=\alpha} d \omega \sqrt{\frac{\cotg C \sin \Pi(\beta - a) \sin^2 \omega + 2 \cos \omega - (1 + \cos^2 \omega) \cos \Pi(\beta - a)}{\cotg C \sin \Pi(\beta - a) \sin^2 \omega + \cos \Pi(\beta - a) \sin^2 \omega}}.$$

Si nous posons encore $\Pi(\beta - a) = \alpha$, cette équation prendra la forme

$$[\pi - A - B - C] [\cotg C \sin \alpha + \cos \alpha] = \int_{\omega=\alpha}^{\omega=\Pi(\beta)} \frac{d\omega}{\sin \omega} \sqrt{\cotg C \sin \alpha \sin^2 \omega + 2 \cos \omega - (1 + \cos^2 \omega) \cos \alpha}$$

où les angles A, B et la ligne β doivent être calculés au moyen des équations

$$\alpha = \Pi(\beta - a), \quad B = \Pi(\beta)$$

$$\cos A + \cos B \cos C = \frac{\sin B \sin C}{\sin \Pi(a)}$$

dont la dernière est la dernière des équations (19), appliquée au triangle que nous avons considéré.

On peut employer dans la Pangéométrie pour fixer la position d'un point, hormis les coordonnées rectilignes et polaires, des arcs de cercles limite et ce dernier système offre même beaucoup d'avantage sous le rapport de la simplicité des formules.

Déterminons la position d'un point dans un plan par des coordonnées rectangulaires x, y de manière que y soit la longueur de la perpendiculaire abaissée du point, dont on veut déterminer la position, sur l'axe des x et x la distance du pied de la perpendiculaire y de l'origine des coordonnées. Soit η la longueur de l'arc de cercle limite compris entre le sommet de la perpendiculaire y et l'axe des x , qui est en même temps l'axe du cercle limite et nommons ξ la distance du sommet du cercle limite, qui est situé sur l'axe des x , à l'origine des coordonnées. Nous avons vu que dans ce cas

$$\eta = \cotg \Pi(y)$$

ensuite l'équation du cercle limite donne

$$e^{-(x-\xi)} = \sin \Pi(y)$$

à l'aide de ces deux équations on peut exprimer ξ, η en fonction de x, y ou inversement x, y en fonction de ξ, η , ce qui permet de passer de l'équation d'une ligne exprimée en x, y à l'équation de cette même ligne exprimée en ξ, η ou inversement.

La différentielle des aires planes s'exprime en ξ, η par l'équation

$$d^2 S = d\xi d\eta$$

où S est l'aire.

Si nous regardons S comme fonction de x, y nous avons

$$\left(\frac{dS}{dx}\right) = \frac{dS}{d\xi}$$

puis en différentiant par rapport à y

$$\frac{d^2 S}{dx dy} = \frac{1}{\sin \Pi(y)} \frac{d^2 S}{d\xi d\eta} = \frac{1}{\sin \Pi(y)}$$

ce qui s'accorde avec ce que nous avons trouvé plus haut.

Abaissons d'un point dans l'espace une perpendiculaire z sur le plan des coordonnées x, y et menons par cette perpendiculaire un plan qui coupe le plan x, y en une droite parallèle à l'axe des x . Prenons cette intersection, dirigée du côté du parallélisme pour axe d'un cercle limite qui passe par le sommet de la perpendiculaire z et soit ζ la longueur de l'arc de ce cercle limite compris entre le sommet de z et cet axe. On a

$$\zeta = \cotg \Pi(z);$$

la partie q de la parallèle à l'axe des x menée par le pied de la perpendiculaire z et comprise entre le sommet de ζ et le pied de cette perpendiculaire, sera donné par l'équation

$$e^{-q} = \sin \Pi(z).$$

L'arc de cercle limite mené par le pied de z de manière à avoir l'axe des x dirigé du côté des \hat{x} positifs pour axe et compris entre ce point et cet axe aura pour longueur $\cotg \Pi(y)$ et l'arc η de cercle limite, mené par le point d'intersection de ζ avec le plan des x, y ayant l'axe des x dirigé du côté des x positifs pour axe et compris entre ce point et cet axe sera, en vertu de ce qui a été démontré, donné par l'équation

$$\eta = \frac{\cotg \Pi(y)}{\sin \Pi(z)}.$$

Si nous appelons encore ξ la partie de l'axe des x comprise entre l'origine des coordonnées et l'arc η , l'équation du cercle limite donne

$$e^{-\eta + \xi + q} = \sin \Pi(y).$$

De ces équations nous tirons en ne faisant varier d'abord que z et ζ qui en dépend

$$d\zeta = \frac{dz}{\sin \Pi(z)}.$$

En ne faisant varier que y et η , il vient

$$d\eta = \frac{dy}{\sin \Pi(y) \sin \Pi(x)}$$

Enfin en ne faisant varier que ξ et x , il vient

$$d\xi = dx.$$

Il ne reste, pour compléter la nouvelle théorie géométrique désignée Pangéométrie, et qui est basée sur des nouveaux principes plus généraux que ceux de la géométrie ordinaire, qu'à donner les valeurs des différentielles de l'aire d'une surface courbe et du volume d'un corps quelconque exprimées à l'aide de coordonnées qui déterminent la position d'un point dans l'espace.

Considérons dans ce but de nouveau le quadrilatère dont deux côtés a, y sont perpendiculaires au troisième x et dont le quatrième côté c est perpendiculaire à y et fait avec a l'angle φ .

Nous avons trouvé (équation 25)

$$\cos \Pi(y) = \cos \Pi(a) \sin \Pi(x).$$

Puis nous trouvons à l'aide des équations (10), (11) en nommant r la diagonale menée du sommet de l'angle φ au sommet de l'angle droit opposé et A l'angle entre x et r

$$\cos \Pi(r) \cos A = \cos \Pi(x)$$

$$\cos A \operatorname{tang} \Pi(c) = \operatorname{tang} \Pi(r).$$

De ces deux équations nous tirons

$$\cos \Pi(x) \operatorname{tang} \Pi(c) = \sin \Pi(r).$$

Mais

$$\sin \Pi(r) = \sin \Pi(a) \sin \Pi(x)$$

et par conséquence

$$\operatorname{tang} \Pi(c) = \sin \Pi(a) \operatorname{tang} \Pi(x).$$

Si c et x sont si petits qu'on puisse négliger les puissances supérieures devant les inférieures et prendre pour valeurs approchées de $\operatorname{tang} \Pi(c)$, $\operatorname{tang} \Pi(x)$ les suivantes

$$\operatorname{tang} \Pi(c) = \frac{c}{x}; \quad \operatorname{tang} \Pi(x) = \frac{x}{a}$$

on trouve

$$c = \frac{x^2}{\sin \Pi(a)}. \quad (27)$$

La droite c qui joint les sommet de a et de y ne sera pas perpendiculaire à y si $a = y$ dans le quadrilatère. Dans ce cas la droite p qui joint le milieu de c au milieu de x sera perpendiculaire à c

et à x . Nous pouvons donc remplacer dans l'équation (27) c par $\frac{1}{2}c$ et x par $\frac{1}{2}x$ ce qui ne change pas la forme de cette équation. Elle est ainsi démontrée même pour le cas $a = y$, cas auquel la démonstration donnée plus haut n'est pas immédiatement applicable.

Les aires des surfaces courbes ont pour mesure la somme des aires des triangles, qui forment un réseau continu dont tous les sommets sont situés sur la surface. Cette mesure sera d'autant plus exacte que les dimensions des triangles seront plus petites.

La limite de laquelle cette somme s'approche indéfiniment si les dimensions des triangles diminuent indéfiniment et de laquelle elle peut différer d'une grandeur moindre que toute grandeur donnée est dite la valeur mathématique de l'aire de la surface. Déterminons d'abord l'aire d'un triangle rectiligne rectangle en fonction des côtés, que nous désignerons par a, b, c , nommons les angles opposés à ces côtés respectivement $\Pi(\alpha), \Pi(\beta), \frac{\pi}{2}$.

Nous avons vu qu'on peut, dans un tel triangle, substituer à
 a, b, c, α, β
 les lignes
 a, a', β, b', c
 respectivement.

Outre cela nous avons trouvé que

$$2 \Pi(b) = \Pi(c + \beta) + \Pi(c - \beta);$$

substituons dans cette équation a' à b, β , à c et c à β , il viendra

$$\pi - 2 \Pi(\alpha) = \Pi(\beta + c) + \Pi(\beta - c)$$

ou

$$2 \Pi(\alpha) = \Pi(c - \beta) - \Pi(c + \beta).$$

De la même manière nous trouvons

$$2 \Pi(\beta) = \Pi(c - \alpha) - \Pi(c + \alpha).$$

En échangeant dans cette dernière équation les lettres comme il a été dit plus haut on aura

$$2 \Pi(c) = \Pi(\beta - b') - \Pi(\beta + b')$$

De la même manière on a

$$2 \Pi(c) = \Pi(\alpha - a') - \Pi(\alpha + a')$$

d'où nous déduisons par l'échange de lettres indiqué plus haut

$$2 \Pi(\beta) = \Pi(b' - a') - \Pi(b' + a')$$

De la même manière on a

$$2 \Pi(\alpha) = \Pi(a' - b') - \Pi(a' + b');$$

en ajoutant les deux dernières équations nous trouvons

$$2 \Pi(\alpha) + 2 \Pi(\beta) = \pi - 2 \Pi(a' + b'),$$

après quoi l'aire du triangle Δ est donnée par l'expression suivante :

$$\Delta = \frac{\pi}{2} - \Pi(\alpha) - \Pi(\beta) = \Pi(a' + b')$$

et en suite

$$\begin{aligned} \text{tang } \frac{1}{2} \Delta &= e^{-a'} e^{-b'} = \\ &= \text{tang} \left[\frac{1}{2} \pi - \frac{1}{2} \Pi(a) \right] \text{tang} \left[\frac{1}{2} \pi - \frac{1}{2} \Pi(b) \right] \end{aligned}$$

d'où nous tirons enfin

$$\text{tang } \frac{1}{2} \Delta = \frac{e^a - 1}{e^a + 1} \cdot \frac{e^b - 1}{e^b + 1}.$$

Si a et b sont très petits, de sorte qu'on puisse négliger les puissances supérieures de a , b et Δ cette formule donne

$$\Delta = \frac{1}{2} ab$$

comme dans la géométrie ordinaire. On sait qu'on peut toujours choisir dans un triangle rectiligne quelconque le côté c de manière, que la perpendiculaire abaissée du sommet de l'angle opposé C sur la direction de ce côté, tombe sur le côté c lui même et non pas sur son prolongement; cette perpendiculaire divise le côté c en deux parties, l'une x adjacente à l'angle A , l'autre $c - x$ adjacente à l'angle B . L'aire S de ce triangle sera égale à la somme des aires des deux triangles rectangles formés par cette perpendiculaire et sera donnée par l'équation

$$\text{tang } \frac{1}{2} S = \frac{\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \cdot \frac{e^h - 1}{e^h + 1} + \frac{e^{c-x} - 1}{e^{c-x} + 1} \cdot \frac{e^h - 1}{e^h + 1}}{1 - \frac{e^x - 1}{e^x + 1} \cdot \frac{e^{c-x} - 1}{e^{c-x} + 1} \cdot \left(\frac{e^h - 1}{e^h + 1} \right)^2}$$

équation à laquelle on peut donner la forme

$$\text{tang } \frac{1}{2} S = \frac{(e^{2b} - 1)(e^c - 1)}{(e^c + 1)(e^h + 1)^2 + 2e^h(e^x - 1)(e^{c-x} - 1)};$$

cette formule donne, si l'on néglige les puissances supérieures de s , h , c vis à vis des inférieures

$$S = \frac{1}{2} ch$$

comme dans la géométrie ordinaire. Nous avons vu que l'expression de l'aire d'un triangle en fonction des trois angles A, B, C du triangle était

$$S = \pi - A - B - C.$$

Tirons la valeur de A en fonction de a, b, c de la seconde des équations (19) Cela donne l'équation

$$\cos A = \frac{1 - \frac{\sin \Pi(b) \sin \Pi(c)}{\sin \Pi(a)}}{\cos \Pi(b) \cos \Pi(c)}$$

de laquelle il suit

$$2 \cos^2 \frac{1}{2} A = \frac{1 + \cos \Pi(b) \cos \Pi(c) - \frac{\sin \Pi(b) \sin \Pi(c)}{\sin \Pi(a)}}{\cos \Pi(b) \cos \Pi(c)}.$$

Si nous substituons dans cette formule à la place de

$$1 + \cos \Pi(b) \cos \Pi(c)$$

sa valeur

$$\frac{\sin \Pi(b) \sin \Pi(c)}{\sin \Pi(b+c)}$$

elle prend la forme

$$2 \cos^2 \frac{1}{2} A = \operatorname{tang} \Pi(b) \operatorname{tang} \Pi(c) \left\{ \frac{1}{\sin \Pi(b+c)} - \frac{1}{\sin \Pi(a)} \right\};$$

de la même manière on trouve

$$-2 \sin^2 \frac{1}{2} A = \operatorname{tang} \Pi(b) \operatorname{tang} \Pi(c) \left\{ \frac{1}{\sin \Pi(b-c)} - \frac{1}{\sin \Pi(a)} \right\};$$

de ces deux formules nous déduisons

$$\sin^2 A = \operatorname{tang}^2 \Pi(b) \operatorname{tang}^2 \Pi(c) \left\{ -\frac{1 - \cos^2 \Pi(b) \cos^2 \Pi(c)}{\sin^2 \Pi(b) \sin^2 \Pi(c)} + \frac{2}{\sin \Pi(a) \sin \Pi(b) \sin \Pi(c)} - \frac{1}{\sin^2 \Pi(a)} \right\}$$

ou

$$\sin^2 A = -\operatorname{tang}^2 \Pi(b) \operatorname{tang}^2 \Pi(c) \left\{ \frac{1}{\sin^2 \Pi(a)} + \frac{1}{\sin^2 \Pi(b)} + \frac{1}{\sin^2 \Pi(c)} - \frac{2}{\sin \Pi(a) \sin \Pi(b) \sin \Pi(c)} - 1 \right\}.$$

En posant pour abréger

$$P = \sqrt{\frac{-1}{\sin^2 \Pi(a)} - \frac{1}{\sin^2 \Pi(b)} - \frac{1}{\sin^2 \Pi(c)} + \frac{2}{\sin \Pi(a) \sin \Pi(b) \sin \Pi(c)} + 1}$$

on a $\sin A = \text{tang } \Pi(b) \text{ tang } \Pi(c) P.$ (28)

On peut aussi donner à P la forme suivante:

$$P^2 = 2 \left\{ 1 + \frac{1}{\sin \Pi(a)} \right\} \left\{ 1 + \frac{1}{\sin \Pi(b)} \right\} \left\{ 1 + \frac{1}{\sin \Pi(c)} \right\} - \left\{ 1 + \frac{1}{\sin \Pi(a)} + \frac{1}{\sin \Pi(b)} + \frac{1}{\sin \Pi(c)} \right\}^2$$

symétrique par rapport à a, b, c

En partant de l'équation (28) et en y regardant P comme une quantité indéterminée on peut prouver de la manière suivante que P doit être une fonction symétrique par rapport à a, b, c .

Multiplions l'équation (28) par $\text{tang } \Pi(a)$, substituons y à $\sin A \text{ tang } \Pi(a)$ sa valeur $\sin B \text{ tang } \Pi(b)$ tirée de l'équation (13) et divisons après par $\text{tang } \Pi(b)$, il viendra

$$\sin B = \text{tang } \Pi(a) \text{ tang } \Pi(c) P.$$

Multiplions cette dernière équation par $\text{tang } \Pi(b)$, substituons y à $\sin B \text{ tang } \Pi(b)$ sa valeur $\sin C \text{ tang } \Pi(c)$ tirée de l'équation (13) et divisons après par $\text{tang } \Pi(c)$, nous aurons

$$\sin C = \text{tang } \Pi(a) \text{ tang } \Pi(b) P,$$

cela démontre que P est une fonction symétrique des côtés a, b, c .

Nous avons déjà trouvé

$$\cos A = \frac{1 - \frac{\sin \Pi(b) \sin \Pi(c)}{\sin \Pi(a)}}{\cos \Pi(b) \cos \Pi(c)}$$

ou ce qui est la même chose

$$\cos A = \text{tang } \Pi(b) \text{ tang } \Pi(c) \left\{ \frac{1}{\sin \Pi(b) \sin \Pi(c)} - \frac{1}{\sin \Pi(a)} \right\};$$

de la même manière on trouve

$$\cos B = \text{tang } \Pi(c) \text{ tang } \Pi(a) \left\{ \frac{1}{\sin \Pi(c) \sin \Pi(a)} - \frac{1}{\sin \Pi(b)} \right\}$$

$$\cos C = \text{tang } \Pi(a) \text{ tang } \Pi(b) \left\{ \frac{1}{\sin \Pi(a) \sin \Pi(b)} - \frac{1}{\sin \Pi(c)} \right\}.$$

De ces valeurs de $\sin A$, $\cos A$, $\sin B$, $\cos B$ nous déduisons

$$\begin{aligned} \sin(A+B) &= \sin A \cos B + \cos A \sin B \\ &= \text{tang } II(b) \text{ tang}^2 II(c) \text{ tang } (a) P \left\{ \frac{1}{\sin II(c) \sin II(a)} - \frac{1}{\sin II(b)} \right\} \\ &+ \text{tang}^2 II(c) \text{ tang } II(a) \text{ tang } II(b) P \left\{ \frac{1}{\sin II(b) \sin II(c)} - \frac{1}{\sin II(a)} \right\} \\ &= \text{tang } II(a) \text{ tang } II(b) \text{ tang}^2 II(c) P \left\{ \frac{1}{\sin II(a)} + \frac{1}{\sin II(b)} \right\} \left\{ \frac{1}{\sin II(c)} - 1 \right\} \end{aligned}$$

et enfin

$$\sin(A+B) = \frac{\text{tang } II(a) \text{ tang } II(b) P}{\left\{ \frac{1}{\sin II(c)} + 1 \right\}} \left\{ \frac{1}{\sin II(a)} + \frac{1}{\sin II(b)} \right\}.$$

La troisième des équations (19) donne

$$\cos A + \cos(B+C) = \sin B \sin C \left\{ \frac{1}{\sin II(a)} - 1 \right\}$$

Substituons dans cette équation à la place de $\sin B$, $\sin C$ leurs valeurs tirées de l'équation (28), elle donnera

$$\cos(B+C) = -\cos A + \text{tang } II(c) \text{ tang}^2 II(a) \text{ tang } II(b) P^2 \left\{ \frac{1}{\sin II(a)} - 1 \right\}$$

ou ce qui est la même chose

$$\cos(B+C) = -\cos A + \frac{\text{tang } II(b) \text{ tang } II(c) P^2}{\frac{1}{\sin II(a)} + 1}.$$

A l'aide des formules précédentes nous trouvons

$$\begin{aligned} \cos(A+B+C) &= \cos A \cos(B+C) - \sin A \sin(B+C) \\ &= -\cos^2 A + \frac{\text{tang}^2 II(b) \text{ tang}^2 II(c) P^2}{\frac{1}{\sin II(a)} + 1} \left\{ \frac{1}{\sin II(b) \sin II(c)} - \frac{1}{\sin II(a)} \right\} \\ &- \frac{\text{tang}^2 II(b) \text{ tang}^2 II(c) P^2}{\frac{1}{\sin II(a)} + 1} \left\{ \frac{1}{\sin II(b)} + \frac{1}{\sin II(c)} \right\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2\cos^2(A+B+C) &= \sin^2 A + \frac{\text{tg}^2 II(b) \text{tg}^2 II(c) P^2}{\frac{1}{\sin II(a)} + 1} \left\{ \frac{1}{\sin II(b) \sin II(c)} - \frac{1}{\sin II(a)} \right\} \\ &- \frac{\text{tang}^2 II(b) \text{ tang}^2 II(c) P^2}{\frac{1}{\sin II(a)} + 1} \left\{ \frac{1}{\sin II(b)} + \frac{1}{\sin II(c)} \right\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2 \cos^2 \frac{1}{2}(A + B + C) &= \operatorname{tang}^2 \Pi(b) \operatorname{tang}^2 \Pi(c) P^2 \\
 + \frac{\operatorname{tang}^2 \Pi(b) \operatorname{tang}^2 \Pi(c) P^2}{\frac{1}{\sin \Pi(a)} + 1} &\left\{ \frac{1}{\sin \Pi(b) \sin \Pi(c)} - \frac{1}{\sin \Pi(a)} - \frac{1}{\sin \Pi(b)} - \frac{1}{\sin \Pi(c)} \right\} \\
 = \frac{\operatorname{tang}^2 \Pi(b) \operatorname{tang}^2 \Pi(c) P^2}{\frac{1}{\sin \Pi(a)} + 1} &\left\{ \frac{1}{\sin \Pi(b) \sin \Pi(c)} - \frac{1}{\sin \Pi(b)} - \frac{1}{\sin \Pi(c)} + 1 \right\} \\
 = \operatorname{tg}^2 \Pi(a) \operatorname{tg}^2 \Pi(b) \operatorname{tg}^2 \Pi(c) P^2 &\left(\frac{1}{\sin \Pi(a)} - 1 \right) \left(\frac{1}{\sin \Pi(b)} - 1 \right) \left(\frac{1}{\sin \Pi(c)} - 1 \right)
 \end{aligned}$$

Mais il a été démontré que l'aire du triangle $\Delta = \pi - A - B - C$, par conséquence

$$\begin{aligned}
 \sin \frac{\Delta}{2} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{tang} \Pi(a) \operatorname{tang} \Pi(b) \operatorname{tang} \Pi(c) P \times \\
 &\sqrt{\left(\frac{1}{\sin \Pi(a)} - 1 \right) \left(\frac{1}{\sin \Pi(b)} - 1 \right) \left(\frac{1}{\sin \Pi(c)} - 1 \right)}.
 \end{aligned}$$

Si a, b, c sont très petits de manière qu'on puisse poser avec une approximation suffisante

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\sin \Pi(a)} &= 1 + \frac{1}{2} a^2; \quad \frac{1}{\sin \Pi(b)} = 1 + \frac{1}{2} b^2 \\
 \frac{1}{\sin \Pi(c)} &= 1 + \frac{1}{2} c^2; \quad \operatorname{tang} \Pi(a) = \frac{1}{a} (1 - \frac{1}{2} a^2) \\
 \operatorname{tang} \Pi(b) &= \frac{1}{b} (1 - \frac{1}{2} b^2); \quad \operatorname{tang} \Pi(c) = \frac{1}{c} (1 - \frac{1}{2} c^2)
 \end{aligned}$$

il viendra

$$\sin \frac{1}{2} \Delta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}}$$

ou en rejetant les puissances de Δ supérieures à la première

$$\Delta = \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.$$

Déterminons la position d'un point dans l'espace par trois coordonnées rectangulaires: z perpendiculaire au plan de xy , y perpendiculaire abaissée du pied de z sur l'axe des x et x partie de l'axe des x comprise entre l'origine des coordonnées et le pied de y . Prenons sur la surface courbe, dont il s'agit de déterminer l'élément

de l'aire, trois points et soient les coordonnées du premier point x, y, z , les coordonnées du second point

$$x + dx, y, z + \left(\frac{dz}{dx}\right) dx$$

et les coordonnées du troisième point

$$x, y + dy, z + \left(\frac{dz}{dy}\right) dy.$$

Nommons t la distance entre les sommets de deux perpendiculaires à l'axe des x égales à y , qui interceptent entre elles une partie dx de cet axe. En supposant dx, dy infiniment petits nous aurons en vertu de l'équation (27)

$$t = \frac{dx}{\sin \Pi(y)}.$$

La distance des deux premiers points pris sur la surface courbe forme un triangle avec les droites dont les longueurs sont :

$$\frac{dx}{\sin \Pi(y) \sin \Pi(z)}, \left(\frac{dz}{dx}\right) dx.$$

Nous pouvons considérer ce triangle à cause de la petitesse de ses côtés comme un triangle dont l'hypoténuse est la distance entre les premiers deux points pris sur la surface. Nous aurons donc pour le carré de cette distance

$$dx^2 \left\{ \frac{1}{\sin^2 \Pi(y) \sin^2 \Pi(z)} + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 \right\}.$$

De la même manière nous trouvons pour le carré de la distance du premier point au troisième

$$dy^2 \left\{ \frac{1}{\sin^2 \Pi(z)} + \left(\frac{dz}{dy}\right)^2 \right\}$$

et pour la distance du second point au troisième

$$\frac{dx^2}{\sin^2 \Pi(y) \sin^2 \Pi(z)} + \frac{dy^2}{\sin^2 \Pi(z)} + \left\{ \left(\frac{dz}{dy}\right) dy - \left(\frac{dz}{dx}\right) dx \right\}^2.$$

L'aire du triangle, dont les côtés sont les distances du premier point pris sur la surface courbe au second, du second au troisième et du troisième au premier et la somme des trois angles duquel sera sensiblement égale à π , à raison de la petitesse des côtés, sera en vertu de la formule démontrée plus haut et des valeurs que nous avons trouvées pour les carrés de ses côtés

$$\frac{d^2 S}{dx dy} = \frac{1}{2 \sin \Pi(z)} \sqrt{\left(\frac{dz}{dx}\right)^2 + \frac{1}{\sin^2 \Pi(y)} \left(\frac{dz}{dy}\right)^2 + \frac{1}{\sin^2 \Pi(y) \sin^2 \Pi(x)}}$$

ce qui est l'élément de l'aire de la surface courbe dont l'équation est
 $z = f(x, y)$.

Appliquons cette expression à une sphère de rayon r . Si l'origine des coordonnées est au centre de la sphère, l'équation de la sphère donnera :

$$\left(\frac{dz}{dx}\right) = -\frac{\cos \Pi(x)}{\cos \Pi(z)}$$

$$\left(\frac{dz}{dy}\right) = -\frac{\cos \Pi(y)}{\cos \Pi(z)}$$

et ensuite

$$\frac{\cos \Pi(r)}{\sin^2 \Pi(r)} \cdot \frac{\sin \Pi(y) \sin^2 \Pi(x)}{\sqrt{\sin^2 \Pi(x) \sin^2 \Pi(y) - \sin^2 \Pi(r)}} = \frac{d^2 S}{d \Pi(x) d \Pi(y)}$$

Multiplions par $d \Pi(y)$ et intégrons depuis $\sin \Pi(y) = \frac{\sin \Pi(r)}{\sin \Pi(x)}$ jusqu'à $\Pi(y) = \frac{1}{2} \pi$, il viendra :

$$\frac{dS}{d \Pi(x)} = 2\pi \sin \Pi(x) \frac{\cos \Pi(r)}{\sin^2 \Pi(r)}$$

Multiplions encore par $d \Pi(x)$ et intégrons depuis $\Pi(x) = \frac{1}{2} \pi$ nous aurons :

$$S = \frac{2\pi \cos \Pi(r) \cos \Pi(x)}{\sin^2 \Pi(r)}$$

ce qui est l'aire de la surface du segment de sphère compris entre deux plans perpendiculaires à un même rayon, dont l'un passe par le centre de la sphère et l'autre à une distance x du centre. Pour avoir l'aire de la surface de la sphère entière il faut mettre dans cette formule $x = r$ et doubler le résultat. De cette manière on a pour l'aire de la surface de la sphère entière l'expression

$$4\pi \cotg^2 \Pi(r)$$

ou

$$\pi (e^r - e^{-r})^2 ;$$

si r est si petit qu'on puisse rejeter les puissances supérieures de r , cette expression se réduit à

$$4\pi r^2$$

comme dans la géométrie ordinaire.

Posons

$$\cos \psi = \text{tang } \Pi (r) \cotg \Pi (y)$$

$$\cos \Pi (x) = \cos \Pi (r) \sin \psi \sin \varphi$$

et introduisons les nouvelles variables ψ, φ au lieu de x, y dans l'expression de l'élément de la surface de la sphère de rayon r que nous avons en vue.

Nous trouvons

$$\frac{d^2 S}{d\varphi d\psi} = - \frac{\cos \Pi (r) \sin \psi \sqrt{1 - \cos^2 \Pi (r) \sin^2 \psi \sin^2 \varphi}}{\sin \Pi (r) (1 - \cos^2 \Pi (r) \sin^2 \psi)}$$

Multiplions cette équation par $8 d\psi d\varphi$ et intégrons depuis $\psi = 0$ jusqu'à $\psi = \frac{\pi}{2}$, depuis $\varphi = 0$, jusqu'à $\varphi = \frac{\pi}{2}$, ce qui nous donnera la surface de la sphère entière. En égalant cette expression de la surface de la sphère entière à l'expression de la même surface que nous avons trouvé plus haut, nous concluons que

$$\frac{\pi}{\sin \Pi (r)} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\psi \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \frac{\sin \psi \sqrt{1 - \cos^2 \Pi (r) \sin^2 \psi \sin^2 \varphi}}{1 - \cos^2 \Pi (r) \sin^2 \psi} \quad (30)$$

Si nous désignons par $E(\alpha)$ l'intégrale elliptique

$$E(\alpha) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \sqrt{1 - \alpha^2 \sin^2 \varphi}$$

où α est la constante qui se trouve sous le signe intégral nous avons

$$\frac{\pi \alpha}{\sin \Pi (r)} = \int_0^{\alpha} \frac{dx E(x)}{(1 - x^2) \sqrt{\alpha^2 - x^2}}$$

En posant dans l'intégrale (30) $\frac{1}{2} \pi - R$ à la place de $\Pi (r)$ il vient

$$\frac{1}{2} \pi R = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\psi d\varphi \sin \psi \sin R}{\sqrt{1 - \sin^2 \psi \sin^2 \varphi \sin^2 R}}$$

Effectuant l'intégration par rapport à ψ dans les limites indiquées nous trouvons

$$\pi R = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sin \varphi} \log \left(\frac{1 + \sin \varphi \sin R}{1 - \sin \varphi \sin R} \right)$$

ce qui, en mettant $\Pi(x)$ à la place de φ , prend la forme

$$\pi R = \int_0^{\infty} dx \log \left\{ \frac{e^{2x} + 1 + 2e^x \sin R}{e^{2x} + 1 - 2e^x \sin R} \right\}.$$

L'intégration par parties réduit cette équation à

$$\frac{1}{2} \pi \frac{R}{\sin R} = \int_0^{\infty} \frac{(e^{2x} - 1) e^x \cdot x \, dx}{e^{4x} + 2e^{2x} \cos 2R + 1}. \quad (31)$$

Pour $R = \frac{\pi}{2}$ cette équation donne

$$\frac{1}{2} \pi^2 = \int_0^{\infty} \frac{e^x x \, dx}{e^{2x} - 1}.$$

Il est facile de démontrer que l'équation (31) reste vraie quand même on met à la place de $\cos R$ un nombre plus grand que l'unité.

En effet on a

$$\int_0^{\pi} d\psi \log \cotg \frac{1}{2} \psi = 0$$

d'où il suit que pour tout nombre a

$$\int_0^{\pi} d\psi \log (e^a \cotg \frac{1}{2} \psi) = a \pi.$$

Transformons cette intégrale en posant $e^a \cotg \frac{1}{2} \psi = e^x$, il viendra

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \, dx}{e^{x-a} + e^{-x+a}} = \frac{1}{2} \pi a.$$

On peut donner facilement à cette équation la forme suivante

$$\int_0^{\infty} \frac{(e^x - e^{-x}) x \, dx}{e^{2x} + e^{2a} + e^{-2a} + e^{-2x}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi a}{e^a - e^{-a}} \right)$$

d'où l'on revient à l'équation (31) en remplaçant a par $a \sqrt{-1}$. Si nous prenons pour coordonnées des arcs de cercle limite, l'un ζ situé dans un plan passant par une perpendiculaire abaissée du point donnée sur le plan xy et par une parallèle à l'axe des x menée par le pied de cette perpendiculaire et ayant cette parallèle pour axe, l'autre η situé dans le plan xy ayant l'axe des x pour axe et passant par le pied de ζ et si nous prenons pour troisième coordonnée la partie ξ de l'axe des x comprise entre l'origine des coordonnées et le sommet du second arc, l'élément du volume P doit être $d\xi \, d\eta \, d\zeta$.

On a donc

$$d^2 P = d\xi d\eta dz.$$

Posons encore $\zeta = \cotg \Pi (z)$ où z est la perpendiculaire abaissée du point donné sur le plan xy , nous aurons

$$\frac{d^2 P}{d\zeta d\eta dz} = \frac{1}{\sin \Pi (z)}.$$

De l'équation du cercle limite nous tirons

$$e^{-p} = \sin \Pi (z)$$

où p désigne la distance du point d'intersection de l'arc ζ avec le plan xy au pied de la perpendiculaire z . En remarquant que, en conséquence de l'équation du cercle limite et de la valeur de l'arc de cercle limite en fonction de l'ordonnée, on a

$$\begin{aligned} \cotg \Pi (y) &= \eta e^{-p} \\ e^{\xi - p} &= \sin \Pi (z) \sin \Pi (y) \end{aligned}$$

on trouve

$$\frac{d\eta}{dy} = \frac{1}{\sin \Pi (y) \sin \Pi (z)}; \quad dx = d\xi;$$

d'où il suit que

$$\frac{d^2 P}{dx dy dz} = \frac{1}{\sin \Pi (y) \sin^2 \Pi (z)}.$$

En multipliant cette expression par dx et en intégrant par rapport à x depuis $x = 0$, nous trouvons

$$\frac{d^2 P}{dy dz} = \frac{x}{\sin \Pi (y) \sin^2 \Pi (z)};$$

en multipliant la même expression par dy et en intégrant par rapport à y depuis $y = 0$

$$\frac{d^2 P}{dx dz} = \frac{\cotg \Pi (y)}{\sin^2 \Pi (z)}$$

et enfin en multipliant par dz et en intégrant par rapport à z depuis $z = 0$

$$\frac{d^2 P}{dx dy} = \frac{1}{8 \sin \Pi (y)} \{ e^{2x} + e^{-2x} + 4x \}.$$

Si l'on multiplie l'avant dernière de ces expressions par $dx dz$ que l'on intègre d'abord par rapport à z jusqu'à la valeur de z tirée de l'équation

$$\sin \Pi (r) = \sin \Pi (x) \sin \Pi (z)$$

et puis par rapport à x depuis $x = 0$ jusqu'à $x = r$ et que l'on multiplie le resultat par 8 pour avoir le volume de la sphère entière, on trouvera le volume de la sphère entière $= \frac{1}{2} \pi \{ e^{2r} - e^{-2r} - 4r \}$ ce qui donne pour r très petit $\frac{4}{3} \pi r^3$, comme dans la géométrie ordinaire.

Soit pour exprimer l'élément de volume en coordonnées polaires, r la distance de l'origine des coordonnées à un point de l'espace, dont les coordonnées rectangulaires sont x, y, z . Nommons q la droite menée dans le plan xy de l'origine des coordonnées au pied de z , t l'angle entre r et q , ω l'angle de q et de l'axe des x positifs. Posons encore $\Pi(x) = X, \Pi(y) = Y, \Pi(z) = Z, \Pi(r) = R, \Pi(q) = Q$. Menons un plan perpendiculaire à l'axe des z et qui passe par le point donné. Soit r' la droite menée dans ce plan du point donné à l'axe des z et posons encore $\Pi(r') = R'$. Construisons enfin une sphère de rayon r dont le centre coïncide avec l'origine des coordonnées. Le plan xy coupera cette sphère dans un grand cercle dont la circonférence sera égale, d'après ce qui a été démontré plus haut, à

$$2\pi \cotg R$$

la partie de cette circonférence interceptée par deux plans qui passent tous les deux par l'axe des z et inclines l'un sur l'autre sous l'angle ω doit être

$$\omega \cotg R.$$

La circonférence de cercle, produite par l'intersection de la même sphère par le plan qui passe par le point donné et qui est perpendiculaire à l'axe des z sera égale à

$$2\pi \cotg R'$$

et la partie de cette circonférence, interceptée par les deux plans qui passent par l'axe des z et sont inclinés l'un sur l'autre sous l'angle ω doit être

$$\omega \cotg R'.$$

L'accroissement de ce dernier arc, produit par l'accroissement $d\omega$ de l'angle ω doit être

$$d\omega \cotg R'.$$

Le triangle, dont l'hypoténuse est r , l'un des côtés de l'angle droit r' et dont l'angle opposé à r' est $\frac{\pi}{2} - \theta$, donne (d'après l'équation 13)

$$\text{tang } R' \cos \theta = \text{tang } R$$

d'où il suit que

$$d\omega \cotg R' = d\omega \cos \theta \cotg R.$$

La circonférence du cercle qui est l'intersection de la même sphère par un plan mené par l'axe des z est égale à

$$2\pi \cotg R$$

et l'arc de ce cercle qui correspond à l'angle θ au centre doit être

$$\theta \cotg R$$

d'où il suit que l'accroissement de cet arc qui correspond à un accroissement $d\theta$ de l'angle θ doit être

$$d\theta \cotg R.$$

Si tous les accroissements sont infiniment petits l'élément du volume sera, comme dans la géométrie ordinaire, exprimé par le produit des trois lignes perpendiculaires entre elles

$$dr, d\omega \cos \theta \cotg R, d\theta \cotg R$$

par-ce qu'il peut être considéré comme un prisme; on aura donc l'expression suivante de l'élément de volume en coordonnées polaires

$$dr d\omega d\theta \cos \theta \cotg^2 R = d^3 P$$

ou en substituant pour $\cotg^2 R$ sa valeur en r

$$d^3 P = \frac{1}{2} dr d\omega d\theta \cos \theta (e^r - e^{-r})^2.$$

En intégrant d'abord par rapport à r depuis $r = 0$ il vient

$$d^2 P = \frac{1}{6} d\omega d\theta \cos \theta (e^{2r} - e^{-2r} - 4r).$$

Pour la sphère dont le centre est à l'origine des coordonnées r ne depend pas de θ et ω . En intégrant par rapport à ω depuis $\omega = 0$, jusqu'à $\omega = 2\pi$ et par rapport à θ depuis $\theta = 0$ jusqu'à $\theta = \frac{\pi}{2}$ et en doublant le résultat il vient pour le volume de la sphère entière $\frac{\pi}{2} (e^{2r} - e^{-2r} - 4r)$ comme plus haut.

Prenons maintenant une partie S de la d'une surface sphère limite terminée par un contour rentrant sur lui même, menons par les différents points de ce contour des droites parallèles à l'axe de la sphère, ils formeront une surface que nous nommerons par analogie conique et qui s'étend indéfiniment des deux côtés, mais dont nous ne considérons que la partie située du côté de parallélisme des axes de la sphère limite. Soit S' la partie d'une seconde sphère limite, dont les axes sont parallèles aux axes de la première et dirigés en même sens, partie qui est située dans l'intérieur de la surface conique. S, S' et la partie de la surface conique située entre les deux sphères limites renferment un volume fini en tout sens que nous nous proposons de déterminer. Nommons c la partie d'un axe des deux sphères interceptée entre elles, appliquons une longueur égale à c plusieurs fois sur un des axes de la première sphère qui passe par un des point

du contour de S à partir du point où cet axe perce S' et menons par les points de division des sphères limites, dont les axes soient parallèles aux axes des deux premières et dirigés en même sens. Soient S, S'' etc. les parties de ces sphères limites consécutives comprises dans la surface conique. Il suit facilement de ce qui a été démontré plus haut par rapport aux arcs de cercle limite située comme le sont les parties de sphère limite que nous considérons maintenant qu'on aura toujours

$$S' = S e^{-2c}$$

$$S'' = S e^{-4c}$$

$$S''' = S e^{-6c} \text{ et ainsi de suite.}$$

Nommons de même P, P', P'', P''' etc. les volumes interceptés par la surface conique entre S, S' ; entre S', S'' et ainsi de suite et faisons attention à ce que les volumes P, P', P'' etc. doivent être proportionnels aux surfaces S, S', S'' etc.

Nous devons donc avoir

$$P = CS$$

où C est une fonction de c seule; il suit de là que

$$P' = CS' = CS e^{-2c}$$

$$P'' = CS'' = CS e^{-4c} \text{ et ainsi de suite.}$$

La somme $\sum_c^{\infty} P^{(n)}$ sera donc le volume compris dans la surface conique, dont la base est S et qui est indéfiniment prolongée du côté du parallélisme des génératrices. Soit K ce volume, nous aurons

$$K = \frac{CS}{1 - e^{-2c}};$$

cette grandeur ne doit pas dépendre de c , ce qui exige qu'on ait

$$C = (1 - e^{-2c}) A$$

où A est un nombre absolu, et comme l'unité de volume est arbitraire nous prendrons

$$C = \frac{1}{2} (1 - e^{-2c})$$

dans le but que le volume P , étant

$$P = \frac{1}{2} S (1 - e^{-2c})$$

devienne $P = cS$ si c est infiniment petit, expression qui coïncide avec l'expression du volume d'un prisme de base S et de hauteur c dans la géométrie ordinaire. On peut encore prendre pour l'élément de volume le volume compris dans une surface conique formée par

les axes d'une surface de sphère limite, axes qui sont menés par tous les points du contour. d'une partie de cette surface infiniment petite dans tout sens.

Le grand nombre d'expressions différentes pour l'élément de la même grandeur géométrique donne des moyens pour la comparaison des intégrales, moyens qui sont surtout utiles dans la théorie des intégrales définies.

Ayant montré dans ce qui précède de quelle manière il faut calculer la longueur des lignes courbes, l'aire des surfaces et le volume des corps, il nous est permis d'affirmer que la Pangéométrie est une doctrine géométrique complète. Un simple coup d'oeil sur les équations (19) qui expriment la dépendance existante entre les côtés et les angles des triangles rectilignes est suffisant pour démontrer qu'à partir de là la Pangéométrie devient une méthode analytique qui remplace et généralise les méthodes analytiques de la géométrie ordinaire. On pourrait commencer l'exposition de la Pangéométrie par les équations (19) et même essayer de substituer à ces équations d'autres équations qui exprimeraient les dépendances entre les angles et les côtés de tout triangle rectiligne; mais dans ce dernier cas, il faudrait démontrer que ces nouvelles équations s'accordent avec les notions fondamentales de la géométrie. Les équations (19) ayant été déduites de ces notions fondamentales s'accordent donc nécessairement avec elles et toutes les équations qu'on pourrait vouloir leur substituer doivent, si ces équations ne sont pas une suite des équations (19), conduire à des résultats contraires à ces notions. Ainsi les équations (19) sont la base de la géométrie la plus générale puisqu'elles ne dépendent pas de la supposition que la somme des trois angles de tout triangle rectiligne est égale à deux angles droits.

La Pangéométrie, qui est fondée sur des principes certains et qui a été développée dans ce qui précède donne, comme on a vu, des méthodes propres à calculer la valeur des différentes grandeurs géométriques et démontre en même temps que la supposition, que la valeur de la somme des trois angles de tout triangle rectiligne est constante, supposition adoptée explicitement ou implicitement dans la géométrie ordinaire, n'est pas une conséquence nécessaire de nos notions sur l'espace. Il n'y a que l'expérience qui puisse confirmer la vérité de cette supposition, par exemple par la mesure effective des trois angles d'un triangle rectiligne, mesure qui peut être effectuée de différentes manières. On peut mesurer les trois angles d'un triangle rectiligne construit sur un plan artificiel ou les trois angles d'un triangle rectiligne dans l'espace. Dans ce dernier cas on devra préférer les triangles dont les côtés sont très grands, puisque d'après

la Pangéométrie, la différence entre deux angles droits et la somme des trois angles d'un triangle rectiligne est d'autant plus grande que les côtés sont plus grands.

Soit r le rayon d'un cercle, A un angle au centre dont les côtés comprennent un arc soutenu par une corde égale à r . Nommons p la perpendiculaire abaissée du centre du cercle sur cette corde, qui est divisée en deux parties égales par le pied de la perpendiculaire. Considérons un des deux triangles rectilignes rectangles formés par cette perpendiculaire, les rayons du cercle situés sur les côtés de l'angle A et la corde, triangle dont l'hypoténuse sera r et les côtés perpendiculaires entre eux $\frac{1}{2}r, p$.

D'après l'équation générale (13) on aura dans ce triangle

$$\sin \frac{1}{2} A \operatorname{tang} \Pi \left(\frac{1}{2} r \right) = \operatorname{tang} \Pi (r)$$

équation qui, combinée avec l'équation indentique

$$\operatorname{tang} \Pi (r) = \frac{\sin^2 \Pi \left(\frac{1}{2} r \right)}{2 \cos \Pi \left(\frac{1}{2} r \right)}$$

donne

$$\sin \frac{1}{2} A = \frac{1}{2} \sin \Pi \left(\frac{1}{2} r \right).$$

Dans la géométrie ordinaire on a

$$A = \frac{\pi}{3}.$$

Supposons que la mesure effective donne

$$A = \frac{2\pi}{6 + K}$$

où K est un nombre positif.

On devra donc avoir

$$\sin \left(\frac{\pi}{6 + K} \right) = \frac{1}{2} \sin \Pi \left(\frac{1}{2} r \right).$$

Si r et K sont donnés on peut tirer de cette équation la valeur de $\Pi \left(\frac{1}{2} r \right)$ à l'aide de quoi on peut trouver l'angle de parallélisme $\Pi(x)$ pour toute ligne x . Les distances entre les corps célestes nous fournissent le moyen d'observer les angles de triangles dont les côtés sont très grands. Soit α la latitude géocentrique d'une étoile fixe à une époque fixe et β une autre latitude géocentrique de la même étoile, latitude qui correspond à l'époque où la terre se trouve de nouveau dans le plan perpendiculaire à l'écliptique, mené par sa première position (c'est-à-dire la position où la latitude de l'étoile était α); soit $2a$ la distance entre ces deux positions de la terre et δ l'angle sous lequel est vu la distance $2a$ de l'étoile.

Si les angles α, β, δ ne satisfont pas à la relation

$$\alpha = \beta + \delta$$

ce sera un signe que la somme des trois angles de ce triangle diffère de deux angles droits

On peut choisir l'étoile de manière que δ soit égal à zéro et on pourra toujours supposer qu'il existe une ligne x telle que

$$\Pi(x) = \alpha.$$

Si $\delta = 0$ les droites menées des deux positions de la terre à l'étoile peuvent être censées parallèles et par conséquence on devra avoir

$$\beta = \Pi(x + 2a)$$

d'où il suit, d'après ce qui a été démontré plus haut que

$$\text{tang } \frac{1}{2} \alpha = e^{-a}$$

$$\text{tang } \frac{1}{2} \beta = e^{-a-2\alpha}.$$

Toutes les fois que l'observation aura donné pour une étoile par rapport à laquelle l'angle désigné par δ est zéro, deux angles α, β différents les deux dernières équations donneront x et a exprimés au moyen de la ligne prise pour unité dans la Pangéométrie. Ayant ainsi la ligne x qui correspond à un angle de parallélisme $\Pi(x)$ on pourra calculer l'angle de parallélisme $\Pi(y)$ pour toute ligne y donnée.



ERRATA.

- Page 291 ligne 4 en remontant au lieu de $\text{tang } a \cos B$ lisez $— \text{tang } a \cos B$
Page 291 ligne 6 en remontant au lieu de $\text{tg } x \cot c$ — lisez $\text{tg } x = \cot c$ —
Page 303 ligne 13 en remontant au lieu de $\frac{1}{2^2}$ lisez $\frac{1}{2^2} s$
Page 307 ligne 4 en remontant au lieu de $\text{tg } X \text{tg } (x)$ lisez $\text{tg } X \text{tg } \Pi(x)$
Page 310 ligne 15 en descendant au lieu de $\frac{dx^2}{\sin \Pi(y)}$ lisez $\frac{dx^2}{\sin^2 \Pi(y)}$
Page 310 ligne 11 en remontant au lieu de e^{-a} lisez $e^{-a} dx$
Page 315 ligne 2 en descendant au lieu de $\cos^2 \Pi(x)$ lisez $\sin^2 \Pi(x)$
Page 315 ligne 8 en descendant au lieu de $\sin \frac{1}{2} \alpha$ lisez $\sin^2 \alpha$
Page 333 ligne 4 en descendant au lieu de $\frac{1}{2} \pi$ lisez $\frac{1}{4} \pi$.
-

IV.

О ЗАТМѢНІЯХЪ

СОЧИНЕНІК

М. КОВАЛЬСКАГО,

Профессора Астрономіи въ Казанскомъ Университетѣ.

ОГЛАВЛЕНІЕ.

Изложеніе цѣли сочененія. Размѣры земнаго сфероида, его сжатіе; зависимость между географическою и геоцентрическою широтою.	№ 1 и 2.
Вліяніе паралакса на положеніе свѣтилъ отнесенныхъ къ сферѣ безконечнаго радіуса.	3.
Вліяніе паралакса на положеніе свѣтилъ отнесенныхъ къ сферѣ, которой радіусъ равенъ разстоянію центра солнца отъ центра земли. Вліяніе паралакса на радіусъ луны и планетъ Меркурія и Венеры.	4 и 5.
Вліяніе паралакса на положеніе свѣтилъ отнесенныхъ къ сферѣ, которой радіусъ равенъ разстоянію центра луны отъ центра земли. Проекція радіуса луны, солнца и планетъ на эту сферу.	6 и 7.
Солнечныя затмѣнія. Условія возможности образованія частныхъ, кольцеобразныхъ или полныхъ затмѣній. Предварительныя знанія о ходѣ затмѣнія вообще на поверхности земли.	8 и 9.
Самыя большія полныя и кольцеобразныя затмѣнія.	10.
Основныя уравненія солнечнаго затмѣнія, вліяніе погрѣшностей таблицъ луны и солнца.	11.
Преобразование общихъ уравненій солнечнаго затмѣнія для опредѣленія южной и сѣверной границы частнаго затмѣнія. Линіи одинаковыхъ фазъ и одинаковыхъ величинъ затмѣнія выраженныхъ въ дюймахъ.	12, 13 и 14.
Разборъ главныхъ точекъ линій границъ частнаго, полнаго или кольцеобразнаго затмѣнія; самыя ранныя и самыя поздныя средины затмѣнія.	15.
Приложеніе изложенныхъ формулъ къ вычисленію полно-кольцеобразнаго затмѣнія 19 Ноября 1854 года.	16.
Вычисленіе линіи центрального затмѣнія и величины затмѣнія на этой линіи.	17.
Вычисленіе границъ полнаго или кольцеобразнаго затмѣнія, ширина полосы полнаго или кольцеобразнаго затмѣнія. Скорость движенія тѣни на поверхности земнаго сфероида. Продолженіе полнаго или кольцеобразнаго затмѣнія.	18.

Опредѣленіе линій восточныхъ и западныхъ границъ частнаго, полнаго или кольцеобразнаго затмѣнія. Начало и конецъ частнаго затмѣнія на землѣ вообще. Определеніе линій видимости середины затмѣнія при восхожденіи и захожденіи солнца. Случай, когда восточныя и западныя линіи соединяются въ одну..... 19,20 и 21.

Покрытія звѣзд луною. Вліяніе погрѣшностей таблицъ луны на эти покрытія..... 22.

Опредѣленіе разности между астрономическою рефракціею луны и покрываемой звѣзды. Вліяніе рефракціи на покрытія звѣзд..... 23.

Опредѣленіе прямыхъ восхожденій и склоненій луны помощію наблюдаемыхъ покрытій..... 24.

Предсказаніе покрытій звѣзд помощію геометрическаго построенія. Геометрическое построеніе паралактическаго пути луны въ теченіе нѣсколькихъ часовъ..... 25.

Прибавленіе. Новый способъ вычислять покрытія..... 469.

ОПЕЧАТКИ.

Стран.	Строка.	Напечатано.	Должно быть.
356	10	Q_3	Q^3
357	22	Этотъ	4. Этотъ
365	4	Значеніе	5. Значеніе
454	26	$\sin \pi \sec(\delta + q') \sin(s - \alpha)$	$\sin \pi \sec(\delta + q') \cos \psi \sin(s - \alpha)$
456	2	$\xi \mu dD$	$-\xi \mu + dD$.
Отъ страницы 447 до страницы 462			вмѣсто $\xi \mu + dD$ надобно поставить вездѣ $-\xi \mu + dD$.

О ЗАТМВНІЯХЪ.

1. Затмвнїя зависящїя отъ паралакса, а именно солнечныя, прохожденїя низшихъ планетъ чрезъ солнце, покрытїя звѣздъ и планетъ луною составляютъ одну общую задачу, которая раздѣляется на двѣ части: а) опредѣленіе мѣстъ на поверхности земли, въ которыхъ данная фаза затмвнїя будетъ видна и б) вычисленіе наблюдаемыхъ затмвнїй. Первая часть задачи, служащая только для опредѣленїя хода затмвнїя на поверхности земли и назначенїя границъ, внѣ которыхъ затмвнїе не будетъ видно, обыкновенно рѣшалась по приближенію. Это приближеніе было то большее то меньшее, смотря по важности затмвнїя, и если мѣста, въ которыхъ оно было видно были трудно доступны, то это приближеніе иногда такъ далеко удалялось отъ истины, что оно совершенно измѣняло общїй характеръ затмвнїя. Какъ примѣръ такой несообразности указываемъ на солнечное затмвнїе 19 Ноября 1854 года видѣнное въ южныхъ широтахъ. Это затмвнїе Берлинскїй астрономическїй календарь называетъ малымъ кольцеобразнымъ затмвнїемъ видѣннымъ въ полюсъ, которой ширина составляетъ двѣ минуты; въ сущности же оно только на весьма маломъ пространствѣ было кольцеобразнымъ оставаясь преимущественно полнымъ; ширина полосы полного затмвнїя доходила до половины градуса и время продолженїя его до одной минуты. Это противорѣчіе объясняется тѣмъ только, что болѣе тщательное вычисленіе по извѣстнымъ методамъ занялобы слишкомъ много времени безъ существенной пользы. Имѣя въ виду сдѣлать рѣшеніе задачи о затмвнїяхъ самымъ простымъ, я отношу движеніе затмвнѣющаго тѣла къ сферѣ проходящей чрезъ другое тѣло; такъ какъ разстояніе этого послѣдняго тѣла не остается постояннымъ, то и радіусъ сферы проэкции тоже измѣняется. Употребляя такимъ образомъ только относительные паралаксы, мы избѣгаемъ двойнаго вычисленїя, которое упрощается еще тѣмъ, что относительный паралаксъ вычисляется для тѣла болѣе удаленнаго слѣдовательно и медленнѣе движущагося.

Чтобы придать разсматриваемой задачѣ болѣе общности я разсматриваю разныя разстоянїя, на которыхъ проведена сфера проэкции, къ которой относится движеніе небесныхъ свѣтилъ, именно на разстоянїи безконечнобольшомъ, на разстоянїи равномъ разстоянїю солнца отъ земли и наконецъ на разстоянїи равномъ разстоянїю центра луны отъ центра земли. Первая сфера есть та,

къ которой обыкновенно относятъ паралактическое движеніе и она даетъ абсолютныя паралаксы; двѣ прочіе даютъ относительныя паралаксы и третья изъ нихъ въ приложенияхъ самая удобная. При составленіи общихъ формулъ солнечнаго затмѣнія допущено приближеніе до $0,1$, то есть погрѣшности элементовъ движенія луны и солнца взятыхъ изъ таблицъ принимаются не болѣе $0,1$. Такое приближеніе значительно сокращаетъ вычисленіе и оно, даже въ томъ случаѣ, когда таблицы луны сравнились бы по точности съ таблицами солнца, болѣе нежели достаточно. Вѣроятно придется намъ еще долго ждать такихъ таблицъ луны и солнца, которыхъ погрѣшности не превосходили бы $0,1$ въ дугѣ и поэтому точное рѣшеніе вопроса о солнечныхъ затмѣніяхъ, или прохожденіяхъ планетъ чрезъ солнце, будетъ трудъ излишній, если онъ значительно усложняетъ вычисленіе мѣстъ видимости затмѣнія на поверхности земли, и разныхъ линій относящихся къ разнымъ его фазамъ.

Вычисленіе полосы полного или кольцеобразнаго солнечнаго затмѣнія по извѣстнымъ до сихъ поръ методамъ требуетъ столько же времени, сколько нужно для вычисленія линіи границъ наружнаго прикосновенія луны и солнца. Такъ какъ широта этой полосы измѣняется правильно и довольно медленно, то очевидно, вмѣсто вычисленія каждой отдѣльно границы сѣверной и южной, лучше вычислять ширину упомянутой полосы. По формуламъ предлагаемымъ въ этомъ сочиненіи опредѣленіе всѣхъ элементовъ полосы полного или кольцеобразнаго затмѣнія, когда линія центрального затмѣнія уже найдена, совершается въ два или три часа съ такою подробностію, какой могутъ требовать карты большаго масштаба.

Сущность предлагаемаго нами рѣшенія вопроса о затмѣніяхъ зависящихъ отъ паралакса состоитъ въ слѣдующемъ: если вообразимъ изъ центра земли шаръ, котораго радіусъ равняется разстоянію центра луны отъ центра земли, то мѣсто луны на поверхности шара усматриваемое изъ центра земли совпадаетъ съ мѣстомъ видѣннымъ изъ поверхности ея; видимое же мѣсто солнца на поверхности этого шара будетъ выше геоцентрическаго мѣста луны. Пересѣченіе конуса имѣющаго вершину въ центрѣ земли и касательнаго къ одному изъ этихъ свѣтилъ, на примѣръ къ лунѣ, съ поверхностію шара даетъ кругъ; пересѣченіе же подобнаго конуса но имѣющаго вершину на поверхности земли отстуетъ отъ круга. Отступленіе фигуры этого пересѣченія отъ круга для луны замѣтно, увеличивая или уменьшая радіусъ луны до $0,1$; для планетъ разность эта вовсе нечувствительна. Если пересѣченіе упомянутаго конуса, проведеннаго изъ точки лежа-

шей на поверхности земли, съ поверхностію шара условимся называть видимою проекціею, то для начала или конца частнаго полнаго или кольцеобразнаго затмѣнія видимыя проекціи должны касаться и для частнаго затмѣнія прикосновеніе это будетъ наружное. Принимая объ проекціи круговыми, или не обращая вниманія на дѣлаемую погрѣшность доходящую до 0,1, мы значительно упростимъ задачу, неотнимая достоинства ея рѣшенія въ отношеніи практики.

Прохожденіе Меркурія и Венеры черезъ солнце вычисляется по тѣмъ же формуламъ какъ и солнечныя затмѣнія, но точность ихъ будетъ тогда болѣе, ибо та и другая планета, находясь на гораздо большемъ разстояніи отъ земли, нежели луна, дасть для видимой ея проекціи фигуру незамѣтно отличающуюся отъ круга. Для вычясленія этихъ прохожденій надобно всѣ величины относящіяся къ лунѣ замѣнить соотвѣтствующими величинами проходящей планеты.

Вопросъ о затмѣніяхъ, если требовать точнаго его рѣшенія весьма сложный и это рѣшеніе даже невозможно; та степень приближенія, которая имѣетъ мѣсто въ теоріи затмѣній данной Бесселемъ излишняя, ибо его формулы *in extenso* едвали войдутъ въ употребленіе, и поэтому мы должны давать преимущество тѣмъ методамъ, которыя при своей достаточной точности имѣютъ свойство отличаться простотою численныхъ приложений — качествомъ столь важнымъ въ астрономическихъ задачахъ.

Наблюденія затмѣній зависящихъ отъ паралакса служатъ для изслѣдованій погрѣшностей таблицъ и луны солнца, также и для опредѣленія разности географическихъ долготъ. Наблюденія эти составляютъ одну изъ важнѣйшихъ частей практической астрономіи, ибо изслѣдованіе этихъ погрѣшностей даетъ результаты болѣе точные, нежели прямыя измѣренія угломѣрными инструментами. Что касается опредѣленія разности географическихъ долготъ, то наблюдаемая покрытія звѣздъ даютъ лучшее средство находить долготы такихъ мѣстъ, которыя по своей удаленности отъ другихъ мѣстъ хорошо опредѣленныхъ, не допускаютъ употребленія съ надлежащею пользою другихъ способовъ, какъ напримѣръ перевозки значительнаго числа хронометровъ, или употребленія электромагнитныхъ телеграфовъ.

Для вычисленія наблюдаемыхъ затмѣній есть два способа существенно отличающіеся между собою: первый изъ нихъ развѣтнѣй Лаландомъ, Боенбергеромъ и Карлини требуетъ приближеннаго знанія долготы до нѣсколькихъ минутъ и помощію извѣстныхъ паралаксовъ прямого восхожденія и склоненія находится время геоцентрическаго соединенія луны и покрываемаго

свѣтила по прямому восхожденію или по долготѣ въ функціи погрѣшностей таблицъ луны и долготы мѣста. Другой способъ развитый Лагранжемъ и усовершенствованный Бесселемъ не нуждается въ предварительномъ знаніи долготы мѣста съ такимъ приближеніемъ, какое нужно при первомъ способѣ, и онъ даетъ прямо разность географическихъ долготъ. Если второй способъ по своей общности имѣетъ преимущество передъ первымъ, то за то онъ требуетъ больше численныхъ выкладокъ. Въ дополненіи къ этому сочиненію я развиваю вопросъ этотъ по мысли Бесселя, но примѣняя сферу проэкція, проходящую чрезъ центръ луны, для вычисленія паралаксовъ. Примѣненіе это приводитъ насъ къ формуламъ, которыя по легкости ихъ вычисленія, превосходятъ всѣ до сихъ поръ извѣстныя методы.

Одну изъ важныхъ статей затмѣній составляетъ вопросъ о предсказаніи его, именно объ опредѣленіи временъ начала и конца затмѣнія и точекъ края луны, въ которыхъ произойдетъ наружное прикосновеніе. Въмѣсто аналитическихъ формулъ я даю геометрическое построеніе паралактическаго пути луны. Такое построеніе на практикѣ имѣетъ преимущество передъ вычисленіемъ, особенно при покрытіяхъ звѣздъ, ибо помощью него заразъ получаютъ результаты для всѣхъ звѣздъ, которыхъ покрытіе можетъ случиться въ теченіе одной ночи. Построеніе это исполняется въ теченіе нѣсколькихъ минутъ, слѣдовательно гораздо скорѣе, нежели вычисленіе. — Геометрическое построеніе затмѣній зависящихъ отъ паралакса для даннаго мѣста, не было до сихъ поръ показано, и единственнымъ облегченіемъ въ предсказаніи затмѣній служили формулы Бесселя и предварительно вычисленныя нѣкоторыя вспомогательныя величины, помѣщаемыя въ Берлинскомъ астрономическомъ календарѣ.

Надобно однакоже замѣтить, что покрытія звѣздъ, для которыхъ даны вспомогательныя величины въ этомъ календарѣ, преимущественно видны въ средней только Европѣ и для другихъ покрытій видныхъ вдали отъ Берлина, напримѣръ въ восточной Россіи, въ Сибири, въ Америкѣ, или въ южномъ полушаріи, мы должны посвятить довольно много времени на предварительныя вычисленія, не будучи увѣрены, что намъ удастся наблюдать вычисленное покрытіе. По этой причинѣ обладать легкимъ и удобнымъ средствомъ предсказывать покрытія звѣздъ вопросъ весьма важный, особенно для астрономовъ занимающихся опредѣленіемъ географическаго положенія мѣстъ. Показанное мною геометрическое построеніе не требуетъ знанія аналитическаго вычисленія и оно можетъ быть исполнено даже такими наблюдателями, которымъ знакомы только первоначальныя знанія практической астрономіи.

2. При вычисленіи солнечных затмѣній, покрытіи звѣздъ, прохожденіи низшихъ планетъ чрезъ солнце надобно обращать вниманіе на фигуру земли. Такъ какъ земля не есть шаръ а сфероидъ происходящій отъ вращенія эллипса около меньшей оси, то разстоянія разныхъ точекъ земной поверхности отъ центра земли возрастаютъ начиная отъ полюса къ экватору. Разность между большою и меньшою осью этого эллипса, или разность между діаметромъ экватора и осію вращенія земли выраженная въ единицахъ діаметра экватора называется *сжатіемъ земли*; эту величину будемъ означать постоянно буквою ϵ . Вѣроятнѣйшее значеніе сжатія по Бесселю составляетъ дробь $\frac{1}{299,153}$ съ среднею ошибкою 4,667 единицъ знаменателя. По Бесселю радіусъ экватора земли составляетъ 3272077,14 тоазовъ и радіусъ идущій къ полюсу 3261139,33, или выражая эти числа въ верстахъ получимъ для перваго 5978,17 и для втораго 5958,19 верстгъ; такъ что разность между обоими радіусами составляетъ почти 20 верстгъ.

Если вообразимъ радіусъ мѣста наблюденія на поверхности земли продолженнымъ до пересѣченія съ небесною сферою, то точка пересѣченія будетъ *геоцентрическойъ зенитъ*, который вообще всегда лежитъ южнѣе *географическаго зенита*. Уголъ между геоцентрическимъ зенитомъ и экваторомъ считая по меридіану называется *геоцентрическою широтою*; геоцентрическую широту мы постоянно будемъ означать буквою ψ и географическую буквою φ .

Геоцентрическая широта вычисляется помощію географической изъ формулы

$$\text{tang} (\psi - \varphi) = - \frac{m \sin 2 \varphi}{1 + m \cos 2 \varphi}$$

гдѣ
$$m = \frac{\epsilon (1 - \frac{\epsilon}{2})}{1 - \epsilon (1 - \frac{\epsilon}{2})} = 0,0033484.$$

Вычисленіе ψ помощію φ удобнѣе совершится помощію безконечной строки

$$\psi - \varphi = - \frac{m}{\sin 1'} \sin 2\varphi + \frac{m^2}{\sin 2'} \sin 4\varphi - \frac{m^3}{\sin 3'} \sin 6\varphi + \dots \quad (')$$

(') Уравненіе вида $\text{tang} x = \frac{m \sin z}{1 - m \cos z}$ весьма часто встрѣчается въ

теоріи паралаксовъ. Въ лучшихъ новѣйшихъ учебникахъ строку

$$x = m \sin z + \frac{m^2}{2} \sin 2z + \frac{m^3}{3} \sin 3z + \dots$$

или $\psi - \varphi = -690,65 \sin 2\varphi + 1,16 \sin 4\varphi - \dots$ (1)

Въ Берлинскомъ астрономическомъ календарѣ на 1852 годъ приложена таблица значеній $\psi - \varphi$ черезъ 10 минутъ широты и поэтому имѣя подъ рукою этотъ календаръ безъ вычисленія прямо получается геоцентрическая широта помощію географической. Здѣсь мы прилагаемъ эту таблицу только черезъ одинъ градусъ географической широты.

доказываютъ, слѣдую Деламбру, помощію неопредѣленныхъ коэффициентовъ. Эта строка можетъ быть выведена гораздо проще.

Въ самомъ дѣлѣ, уравненіе

$$\operatorname{tang} x = \frac{m \sin z}{1 - m \cos z}$$

дастъ $\frac{dx}{dm} \sec^2 x = \frac{\sin z}{(1 - m \cos z)^2},$

но $\sec^2 x = 1 + \operatorname{tang}^2 x = \frac{1 + m^2 - 2m \cos z}{(1 - m \cos z)^2},$

отсюда $\frac{dx}{dm} = \frac{\sin z}{1 + m^2 - 2m \cos z}.$

Пусть будетъ e основаніе Неперовыхъ логарифмовъ, $i = \sqrt{-1}$, то по биному Ньютона имѣемъ:

$$\frac{1}{1 - m e^{iz}} = 1 + m e^{iz} + m^2 e^{2iz} + m^3 e^{3iz} + \dots$$

$$\frac{1}{1 - m e^{-iz}} = 1 + m e^{-iz} + m^2 e^{-2iz} + m^3 e^{-3iz} + \dots$$

Вычитая второе уравненіе изъ перваго получимъ:

$$\frac{m(e^{iz} - e^{-iz})}{1 + m^2 - m(e^{iz} + e^{-iz})} = m(e^{iz} - e^{-iz}) + m^2(e^{2iz} - e^{-2iz}) + m^3(e^{3iz} - e^{-3iz}) + \dots,$$

но $e^{iz} + e^{-iz} = 2 \cos z$

$$e^{iz} - e^{-iz} = 2 \sin z \sqrt{-1}$$

$$e^{2iz} - e^{-2iz} = 2 \sin 2z \sqrt{-1} \quad \text{и т. д.}$$

слѣдовательно

$$\frac{m \sin z}{1 + m^2 - 2m \cos z} = m \sin z + m^3 \sin 2z + m^5 \sin 3z + \dots,$$

отсюда

$$\frac{dx}{dm} = \sin z + m \sin 2z + m^2 \sin 3z + \dots$$

φ	$\varphi - \psi$	Разн.	φ	$\varphi - \psi$	Разн.
0°	0' 0",00	24",02	23°	8' 15",66	+ 16",44
1	0 24,02	24,00	24	8 32,10	15,83
2	0 48,02	23,93	25	8 47,93	15,19
3	1 11,95	23,85	26	9 3,12	14,53
4	1 35,80	23,74	27	9 17,65	13,85
5	1 59,54	23,58	28	9 31,50	13,16
6	2 23,12	23,42	29	9 44,66	12,46
7	2 46,54	23,22	30	9 57,12	11,73
8	3 9,76	22,98	31	10 8,85	10,99
9	3 32,74	22,73	32	10 19,84	10,24
10	3 55,47	22,45	33	10 30,08	9,47
11	4 17,92	22,14	34	10 39,55	8,70
12	4 40,06	21,79	35	10 48,25	7,91
13	5 1,85	21,43	36	10 56,16	7,12
14	5 23,28	21,05	37	11 3,28	6,31
15	5 44,33	20,62	38	11 9,59	5,49
16	6 4,95	20,19	39	11 15,08	4,68
17	6 25,14	19,72	40	11 19,76	3,85
18	6 44,86	19,23	41	11 23,61	3,01
19	7 4,09	18,71	42	11 26,62	2,18
20	7 22,80	18,19	43	11 28,80	1,34
21	7 40,99	17,62	44	11 30,14	+ 0,51
22°	7' 58",61	17",05	45°	11' 30",65	— 0",34

и интегрированиемъ получимъ искомую строку

$$x = m \sin z + \frac{m^2}{2} \sin 2z + \frac{m^3}{3} \sin 3z + \dots$$

Чтобы выразить x въ секундахъ дуги надобно раздѣлить вторую часть на $\sin 1''$ и будетъ:

$$x = \frac{m}{\sin 1''} \sin z + \frac{m^2}{2 \sin 1''} \sin 2z + \frac{m^3}{3 \sin 1''} \sin 3z + \dots$$

Вмѣсто этой строки обыкновенно употребляютъ слѣдующую:

$$x = \frac{m}{\sin 1''} \sin z + \frac{m^2}{\sin 2''} \sin 2z + \frac{m^3}{\sin 3''} \sin 3z + \dots$$

Эта строка сходящаяся въ предѣлахъ $+1$ и -1 для m .

φ	$\varphi - \psi$	Разн.	φ	$\varphi - \psi$	Разн.
46°	11'30,31	— 1,19	69°	7'43,29	— 18,21
47	11 29,12	2,02	70	7 25,08	18,75
48	11 27,10	2,86	71	7 6,33	19,27
49	11 24,24	3,69	72	6 47,06	19,78
50	11 20,55	4,53	73	6 27,28	20,25
51	11 16,02	5,35	74	6 7,03	20,70
52	11 10,67	6,16	75	5 46,33	21,13
53	11 4,51	6,99	76	5 25,20	21,53
54	10 57,52	7,78	77	5 3,67	21,90
55	10 49,74	8,58	78	4 41,77	22,24
56	10 41,16	9,36	79	4 19,53	22,57
57	10 31,80	10,14	80	3 56,96	22,86
58	10 21,66	10,89	81	3 34,10	23,12
59	10 10,77	11,65	82	3 10,98	23,35
60	9 59,12	12,38	83	2 47,63	23,56
61	9 46,74	13,09	84	2 24,07	23,74
62	9 33,65	13,80	85	2 0,33	23,89
63	9 19,85	14,49	86	1 36,44	24,01
64	9 5,36	15,15	87	1 12,43	24,09
65	8 50,21	15,81	88	0 48,34	24,16
66	8 34,40	16,43	89	0 24,18	— 24,18
67	8 17,97	17,05	90°	0' 0,00	
68°	8 0,92	— 17,63			

Въ послѣдствіи будутъ намъ нужны радіусъ земли соответствующій данной широтѣ и разность зенитныхъ разстояній свѣтила считаемихъ отъ географическаго и отъ геоцентрическаго зенита, и поэтому мы здѣсь покажемъ какъ находится то и другое.

Въ уравненіе эллипса

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

вставивъ

$$x = r \cos \psi, \quad y = r \sin \psi,$$

гдѣ r есть искомый радіусъ, a полудіаметръ экватора, b половина оси вращенія земли, получимъ

$$\frac{r^2 \cos^2 \psi}{a^2} + \frac{r^2 \sin^2 \psi}{b^2} = 1,$$

но
$$\frac{a-b}{a} = \varepsilon$$

отсюда
$$b = a(1 - \varepsilon)$$

и
$$\frac{a^2}{r^2} = 1 + \frac{1 - (1 - \varepsilon)^2}{(1 - \varepsilon)^2} \sin^2 \psi;$$

и съ достаточнымъ приближеніемъ можно взять

$$\frac{a}{r} = 1 + \varepsilon \sin^2 \psi.$$

Пусть будетъ z зенитное разстояніе свѣтила считаемое отъ географическаго зенита, ζ зенитное разстояніе считаемое отъ геоцентрическаго зенита, A азимуть считаемый отъ сѣвера черезъ востокъ, то не трудно найти формулу

$$\zeta - z = (\varphi - \psi) \cos A. \quad (2)$$

3. При солнечныхъ затмѣніяхъ, покрытіяхъ звѣзд луною, прохожденіяхъ планетъ черезъ солнце принимаются во вниманіе только два свѣтила всегда находящіяся на разстояніи не слишкомъ большомъ отъ земли, и поэтому относить оба свѣтила къ сферѣ небесной, которой радіусъ безконечно большой, значить усложнить вычисленіе и дѣлать задачу болѣе трудною. Весьма естественно представляется здѣсь возможность избѣгнуть лишннихъ вычисленій, относя одно свѣтило къ сферѣ проходящей чрезъ другое свѣтило. При такомъ выборѣ сферы проэкции видимое и геоцентрическое мѣсто втораго свѣтила совпадаютъ и остается только опредѣлить паралаксъ на сферѣ проэкции для перваго свѣтила. Нижеслѣдующія изысканія покажутъ все преимущество приличнаго выбора сферы проэкции.

Мы рассмотримъ три случая: а) радіусъ сферы проэкции безконечно большой, б) радіусъ сферы проэкции равный разстоянію центра земли отъ центра солнца и с) радіусъ сферы проэкции равный разстоянію центра земли отъ центра луны.

а) *Радіусъ сферы проэкции безконечно большой.*

Пусть ABC означаетъ земной сфероидъ, A мѣсто наблюдателя, L мѣсто свѣтила, Z геоцентрическій зенитъ, P полюсь міра. Начертивъ сферу безконечно большимъ радіусомъ и проведя на этой сферѣ большіе круги ZP и ZL , то очевидно три точки Z зенитъ, L геоцентрическое мѣсто свѣтила и L_1 видимое мѣсто свѣтила на этой сферѣ будутъ находиться на одномъ большомъ кругѣ. Пусть z будетъ звѣздное время наблюденія, α и δ гео-

центрическое прямое восхождение и склонение, α' и δ' видимое прямое восхождение и склонение, ψ геоцентрическая широта, то будетъ

$$\begin{aligned} ZP &= 90^\circ - \psi \\ PL_1 &= 90 - \delta \\ PL_2 &= 90 - \delta' \\ ZPL_1 &= s - \alpha \\ ZPL_2 &= s - \alpha' \end{aligned}$$

Пусть z будетъ геоцентрическое зенитное разстояніе свѣтила, π его горизонтальный паралаксъ, ω паралаксъ высоты, то

$$\sin \omega = \frac{AT}{LT} \sin (z + \omega)$$

$$\sin \pi = \frac{AT}{LT},$$

отсюда $\sin \omega = \sin \pi \sin (z + \omega)$.

Съ другой стороны имѣемъ

$$ALT = L_1TL_2 + AL_2T,$$

такъ какъ разстояніе L_2T безконечно большое, то $AL_2T = 0$, следовательно

дуга $L_1L_2 = ALT = \omega$

и $ZL_2 = z + \omega$.

Положимъ для краткости

$$\alpha - \alpha' = \theta,$$

то изъ треугольника PL_1L_2 получимъ

$$\sin \theta = \sin \omega \sin L_2 \sec \delta \tag{x}$$

или $\sin \theta = \sin \pi \sin (z + \omega) \sin L_2 \sec \delta$.

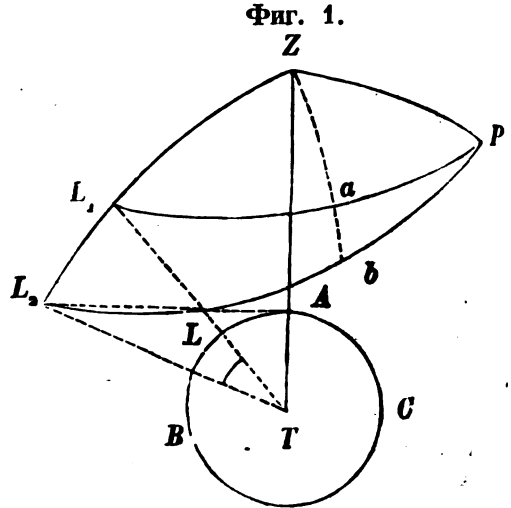
Въ треугольникѣ ZL_2P имѣемъ

$$\sin (z + \omega) \sin L_2 = \sin (s - \alpha') \cos \psi$$

отсюда $\sin \theta = \sin \pi \cos \psi \sec \delta \sin (s - \alpha')$. (a)

Если вмѣсто α' возьмемъ $\alpha - \theta$ и для краткости положимъ

$$\sin \pi \cos \psi \sec \delta = P, \tag{3}$$



то найдемъ

$$\operatorname{tang} \theta = \operatorname{tang} (\alpha - \alpha') = \frac{P \sin (s - \alpha)}{1 - P \cos (s - \alpha)}.$$

Последнюю формулу можно разложить въ бесконечную строку

$$\alpha - \alpha' = \frac{P}{\sin 1'} \sin (s - \alpha) + \frac{P^2}{\sin 2'} \sin 2 (s - \alpha) + \frac{P^3}{\sin 3'} \sin 3 (s - \alpha) + \dots, \quad (4)$$

по которой обыкновенно вычисляется паралаксъ прямого восхожденія.

Для опредѣленія паралакса склоненія изъ треугольника PL_1L_2 и ZPL_2 , имѣемъ

$$\sin \omega \cos L_2 = \sin \delta \cos \delta' - \cos \delta \sin \delta' \cos \theta$$

или
$$\sin \omega \cos L_2 = \sin (\delta - \delta') + 2 \cos \delta \sin \delta' \sin^2 \frac{\theta}{2};$$

но уравненіе (x) даетъ

$$2 \cos \delta \sin^2 \frac{\theta}{2} = \sin \omega \sin L_2 \operatorname{tang} \frac{\theta}{2},$$

слѣдовательно

$$\sin (\delta - \delta') = \sin \omega (\cos L_2 - \sin L_2 \sin \delta \operatorname{tang} \frac{\theta}{2}).$$

Вставивъ сюда значеніе $\sin \pi \sin (z + \omega)$ вмѣсто $\sin \omega$ и замѣчая, что

$$\sin L_2 \sin (z + \omega) = \cos \psi \sin (s - \alpha + \theta)$$

$$\cos L_2 \sin (z + \omega) = \sin \psi \cos \delta' - \cos \psi \sin \delta' \cos (s - \alpha + \theta),$$

получимъ

$$\sin (\delta - \delta') = \sin \pi \left\{ \sin \psi \cos \delta' - \cos \psi \sin \delta' \cos (s - \alpha - \frac{\theta}{2}) \sec \frac{\theta}{2} \right\}$$

или

$$\sin (\delta - \delta') = \sin \pi \left\{ \sin \psi \cos \delta' - \cos \psi \sin \delta' \cos (s - \frac{\alpha + \alpha'}{2}) \sec (\frac{\alpha - \alpha'}{2}) \right\}$$

Вычисливъ вспомоgetельный уголъ x по формулѣ

$$\cot x = \cot \psi \cos (s - \frac{\alpha + \alpha'}{2}) \sec (\frac{\alpha - \alpha'}{2}), \quad (5)$$

найдемъ
$$\sin (\delta - \delta') = \frac{\sin \pi \sin \psi \sin (x - \delta')}{\sin x}.$$

Если во второй части этого уравнения вмѣсто $x - \delta'$ возьмемъ $x - \delta + (\delta' - \delta')$ и вмѣсто $\sin(x - \delta')$ возьмемъ

$$\sin(x - \delta) \cos(\delta' - \delta') + \cos(x - \delta) \sin(\delta' - \delta'),$$

то получимъ

$$\text{tang}(\delta' - \delta') = \frac{Q \sin(x - \delta)}{1 - Q \cos(x - \delta)},$$

гдѣ для краткости положено

$$Q = \frac{\sin \pi \sin \psi}{\sin x}. \quad (6)$$

Вмѣсто точной формулы для паралакса склоненія можно взять безконечную строку

$$\delta - \delta' = \frac{Q}{\sin 1} \sin(x - \delta) + \frac{Q^2}{\sin 2} \sin 2(x - \delta) + \frac{Q^3}{\sin 3} \sin 3(x - \delta) + \dots \quad (7)$$

Если изъ геоцентрическаго зенита опустимъ дугу Zb перпендикулярную на кругъ склоненія раздѣляющій уголъ L, PL , по поламъ, то не трудно доказать, что склоненіе точки a равнымъ образомъ и точки b есть вспомогательная дуга x опредѣляемая уравненіемъ (5), и поэтому

$$L_2 b = x - \delta'$$

$$L_1 a = x - \delta.$$

Если чрезъ ρ означимъ геоцентрическій радіусъ свѣтила и чрезъ ρ' видимый то

$$\frac{\sin \rho}{\sin \rho'} = \frac{AL}{TL} = \frac{\sin z}{\sin(z + \omega)};$$

по изъ треугольниковъ $ZL_2 b$ и $ZL_1 a$, въ которыхъ углы b и a равны, имѣемъ:

$$\frac{\sin z}{\sin(z + \omega)} = \frac{\sin(x - \delta')}{\sin(x - \delta)},$$

отсюда

$$\sin \rho' = \sin \rho \frac{\sin(x - \delta')}{\sin(x - \delta)},$$

или съ достаточнымъ приближеніемъ:

$$\rho' = \rho \frac{\sin(x - \delta')}{\sin(x - \delta)}. \quad (8)$$

Паралаксы долготы и широты вычисляются по формуламъ (4) и (7) называя въ нихъ a геоцентрическою долготою, a' видимою долготою, δ геоцентрическою широтою, δ' видимою широтою, z долготою зенита и ψ его широтою; двѣ послѣднія величины предварительно должны быть вычислены помощію данныхъ пря-

мага восхожденія зенита или звѣзднаго времени и склоненія зенита или геоцентрической широты.

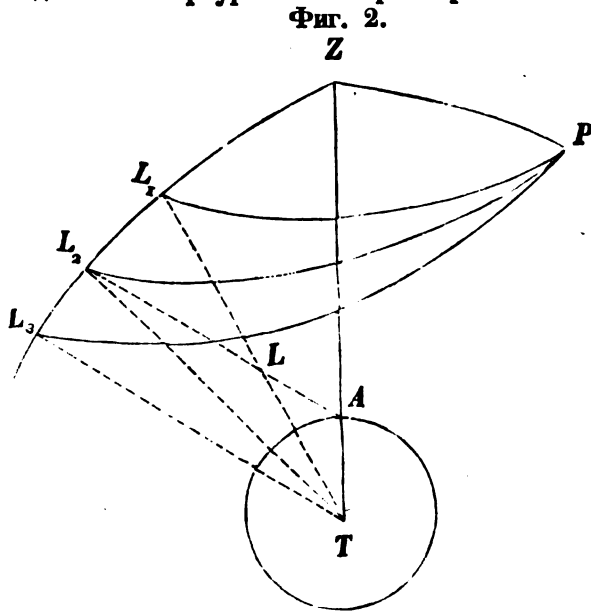
Выведенныя здѣсь формулы для паралаксовъ прямого восхожденія, склоненія и радиуса суть тѣ которыя теперь обыкновенно употребляются. Прежде въ астрономическихъ календаряхъ давались преимущественно долготы и широты луны солнца и планетъ и по этому для видимыхъ положеній надобно было вычислять паралаксы долготъ и широтъ. Формулы для этихъ паралаксовъ выведены были Лекселемъ (Berl. astr. Jahrb. 1777 года) и Ольберсомъ (Berl. astr. Jahrb. 1808 1811 года). Деламбръ изъ формулъ Лекселя вывелъ безконечныя строки. Такъ какъ употребленіе прямыхъ восхожденій и склоненій удобнѣе употребленія долготъ и широтъ при вычисленіи покрытій всякаго рода, то Бессель, имѣя въ виду облегченіе вычисленій вывелъ формулы (Monatl. Congress. v. Zach 1806) для перехода отъ геоцентрическихъ долготъ и широтъ прямо къ видимымъ прямымъ восхожденіямъ и склоненіямъ. При настоящемъ устройствѣ астрономическихъ календарей формулы Бесселя потеряли свое значеніе, какое онѣ имѣли прежде.

б) Радиусъ сферы проекціи равенъ разстоянію центровъ земли и солнца.

Этотъ случай можно съ пользою примѣнить къ солнечнымъ затмѣніямъ и прохожденіямъ Меркурія и Венеры чрезъ солнце.

Такъ какъ центръ солнца долженъ находится на сферѣ проекціи, то видимое положеніе центра солнца совпадаетъ съ геоцентрическимъ и въ слѣдствіе паралакса измѣняется только положеніе центра луны и двухъ вышеупомянутыхъ планетъ.

Пусть T означаетъ центръ земнаго сфероида, A мѣсто наблюдателя на поверхно-



Если во втором

$$x = \delta + (\delta) \sin$$

то получ

гдѣ

В.
С

... сферѣ проэк-
ции на сферѣ проэк-
ции изъ центра земли и изъ мѣста на-
ходящихся въ этихъ точкахъ L_1 и L_2 , находя-
щихся въ этихъ точкахъ L_1 и L_2 , проходящемъ чрезъ геоцен-
трическое зенитное Z_1, Z_2 горизонтальный паралаксъ
солнца, то π
... проведемъ линію TL_2 параллельную съ
... паралаксъ высоты свѣтила L чрезъ λ ,
... чрезъ μ и геоцентрическое зенитное
... L_2 и (именно) паралаксъ высоты точки L , чрезъ μ и геоцентрическое зенитное
... L чрезъ λ , будемъ имѣть
$$\sin \lambda = \sin \pi \sin (z + \lambda) \quad (a)$$

$$\sin \mu = \sin p \sin (z + \lambda).$$

Пусть будетъ α и δ геоцентрическое прямое восхождение и
склоненіе свѣтила L , α' и δ' его видимое прямое восхождение
и склоненіе на сферѣ проэкціи, α_1 и δ_1 прямое восхождение и
склоненіе точки L_1 ; если положимъ для краткости

$$\alpha - \alpha' = \theta$$

$$\alpha' - \alpha_1 = \gamma,$$

то изъ треугольниковъ PL_1L_2 , PL_1L_3 и PL_2L_3 получимъ

$$\sin \theta = \sin (\lambda - \mu) \sin L_2 \sec \delta$$

$$\sin (\theta + \gamma) = \sin \lambda \sin L_2 \sec \delta \quad (b)$$

$$\sin \gamma = \sin \mu \sin L_2 \sec \delta',$$

но

$$\frac{\sin L_2}{\sin L_3} = \frac{\sec \delta'}{\sec \delta_1},$$

слѣдовательно первое изъ предыдущихъ уравненій дастъ

$$\sin \theta = \sin (\lambda - \mu) \sin L_2 \sec \delta' \sec \delta_1 \cos \delta,$$

и раздѣляя третье уравненіе (b) на предыдущее получимъ

$$\frac{\sin \gamma}{\sin \theta} = \frac{\sin \mu \cos \delta_1}{\sin (\lambda - \mu) \cos \delta} = \frac{\sin p \cos \delta_1}{\sin (\pi - p) \cos \delta}. \quad (c)$$

Вычитая уравненія (a) одно изъ другаго имѣемъ

$$\sin \lambda - \sin \mu = (\sin \pi - \sin p) \sin (z + \lambda),$$

и такъ какъ p составляетъ менѣе 9° то вмѣсто предыдущаго
уравненія можно взять

$$\sin (\lambda - \mu) = \sin (\pi - p) \sin (z + \lambda),$$

слѣдовательно

$$\sin \theta = \sin (\pi - p) \sin (z + \lambda) \sin L_3 \sec \delta \sec \delta' \cos \delta_1.$$

Изъ треугольника PZL_3 имѣемъ

$$\sin (z + \lambda) \sin L_3 = \sin (s - \alpha + \theta + \gamma) \cos \psi,$$

отсюда

$$\sin \theta = \sin (\pi - p) \cos \psi \sin (s - \alpha + \theta + \gamma) \sec \delta \sec \delta' \cos \delta_1.$$

Склоненія δ_1 и δ' отличаются меньше $9''$ одно отъ другаго и по этому вмѣсто $\sec \delta \sec \delta' \cos \delta_1$ можно взять $\sec (\delta + \delta' - \delta_1)$, и положивъ для краткости

$$\delta' - \delta_1 = \Delta$$

получимъ

$$\sin \theta = \sin (\pi - p) \cos \psi \sin (s - \alpha + \theta + \gamma) \sec (\delta + \Delta)$$

и
$$\operatorname{tang} \theta = \frac{\sin (\pi - p) \cos \psi \sec (\delta + \Delta) \sin (s - \alpha + \gamma)}{1 - \sin (\pi - p) \cos \psi \sec (\delta + \Delta) \cos (s - \alpha + \gamma)}. \quad (9)$$

Для паралакса склоненія изъ треугольниковъ L_1PL_3 и L_2PL_3 имѣемъ

$$\sin \lambda \cos L_3 = \sin \delta \cos \delta_1 - \cos \delta \sin \delta_1 \cos (\theta + \gamma)$$

$$\sin \mu \cos L_3 = \sin \delta' \cos \delta_1 - \cos \delta' \sin \delta_1 \cos \gamma$$

или
$$\sin \lambda \cos L_3 = \sin (\delta - \delta_1) + 2 \cos \delta \sin \delta_1 \sin^2 \left(\frac{\theta + \gamma}{2} \right)$$

$$\sin \mu \cos L_3 = \sin (\delta' - \delta_1) + 2 \cos \delta' \sin \delta_1 \sin^2 \frac{\gamma}{2};$$

но два послѣднія уравненія (b) даютъ

$$2 \cos \delta \sin^2 \left(\frac{\theta + \gamma}{2} \right) = \sin \lambda \sin L_3 \operatorname{tang} \left(\frac{\theta + \gamma}{2} \right)$$

$$2 \cos \delta' \sin^2 \frac{\gamma}{2} = \sin \mu \sin L_3 \operatorname{tang} \frac{\gamma}{2},$$

слѣдовательно, по вставкѣ этихъ значеній въ два предъидущія уравненія, получимъ

$$\sin (\delta - \delta_1) = \sin \lambda \left\{ \cos L_3 - \sin L_3 \sin \delta_1 \operatorname{tang} \left(\frac{\theta + \gamma}{2} \right) \right\}$$

$$\sin (\delta' - \delta_1) = \sin \mu \left\{ \cos L_3 - \sin L_3 \sin \delta_1 \operatorname{tang} \frac{\gamma}{2} \right\}$$

Вставивъ сюда значенія (a) вмѣсто $\sin \lambda$ и $\sin \mu$ и замѣчая, что

$$\cos L_3 \sin (z + \lambda) = \sin \psi \cos \delta_1 - \cos \psi \sin \delta_1 \cos (s - \alpha_1)$$

$$\sin L_3 \sin (z + \lambda) = \cos \psi \sin (s - \alpha_1)$$

сти земли, Z геоцентрической зенитъ и P полюсь на сферѣ проэкции. Свѣтило L усматриваемое изъ центра земли и изъ мѣста наблюдателя проэкируется въ двухъ точкахъ L_1 и L_2 находящихся на большомъ кругѣ ZL_1L_2 проходящемъ чрезъ геоцентрической зенитъ. Означимъ чрезъ π горизонтальный паралаксъ этого свѣтила и чрезъ p горизонтальный паралаксъ солнца, то π всегда больше p .

Чрезъ центръ земли проведемъ линію TL_2 параллельную съ линіею AL_2 и означивъ паралаксъ высоты свѣтила L чрезъ λ , паралаксъ высоты точки L_2 чрезъ μ и геоцентрическое зенитное разстояніе свѣтила L чрезъ z , будемъ имѣть

$$\begin{aligned} \sin \lambda &= \sin \pi \sin (z + \lambda) \\ \sin \mu &= \sin p \sin (z + \lambda). \end{aligned} \quad (a)$$

Пусть будетъ α и δ геоцентрическое прямое восхожденіе и склоненіе свѣтила L , α' и δ' его видимое прямое восхожденіе и склоненіе на сферѣ проэкции, α_1 и δ_1 прямое восхожденіе и склоненіе точки L_2 ; если положимъ для краткости

$$\begin{aligned} \alpha - \alpha' &= \theta \\ \alpha' - \alpha_1 &= \gamma, \end{aligned}$$

то изъ треугольниковъ PL_1L_2 , PL_1L_3 и PL_2L_3 получимъ

$$\begin{aligned} \sin \theta &= \sin (\lambda - \mu) \sin L_2 \sec \delta \\ \sin (\theta + \gamma) &= \sin \lambda \sin L_3 \sec \delta \\ \sin \gamma &= \sin \mu \sin L_3 \sec \delta', \end{aligned} \quad (b)$$

но

$$\frac{\sin L_2}{\sin L_3} = \frac{\sec \delta'}{\sec \delta_1},$$

слѣдовательно первое изъ предъидущихъ уравненій дастъ

$$\sin \theta = \sin (\lambda - \mu) \sin L_3 \sec \delta' \sec \delta_1 \cos \delta_1,$$

и раздѣляя третье уравненіе (b) на предъидущее получимъ

$$\frac{\sin \gamma}{\sin \theta} = \frac{\sin \mu \cos \delta_1}{\sin (\lambda - \mu) \cos \delta'} = \frac{\sin p \cos \delta_1}{\sin (\pi - p) \cos \delta'}. \quad (c)$$

Вычитая уравненія (a) одно изъ другаго имѣемъ

$$\sin \lambda - \sin \mu = (\sin \pi - \sin p) \sin (z + \lambda),$$

и такъ какъ p составляетъ менѣе 9° то вмѣсто предъидущаго уравненія можно взять

$$\sin (\lambda - \mu) = \sin (\pi - p) \sin (z + \lambda),$$

слѣдовательно

$$\sin \theta = \sin (\pi - p) \sin (z + \lambda) \sin L_3 \sec \delta' \sec \delta' \cos \delta'_1.$$

Изъ треугольника PZL_3 имѣемъ

$$\sin (z + \lambda) \sin L_3 = \sin (s - \alpha + \theta + \gamma) \cos \psi,$$

отсюда

$$\sin \theta = \sin (\pi - p) \cos \psi \sin (s - \alpha + \theta + \gamma) \sec \delta' \sec \delta' \cos \delta'_1.$$

Склоненія δ'_1 и δ'' отличаются меньше $9''$ одно отъ другаго и по этому вмѣсто $\sec \delta' \sec \delta' \cos \delta'_1$ можно взять $\sec (\delta' + \delta'' - \delta'_1)$, и положивъ для краткости

$$\delta'' - \delta'_1 = \Delta$$

получимъ

$$\sin \theta = \sin (\pi - p) \cos \psi \sin (s - \alpha + \theta + \gamma) \sec (\delta' + \Delta)$$

$$\text{и } \operatorname{tang} \theta = \frac{\sin (\pi - p) \cos \psi \sec (\delta' + \Delta) \sin (s - \alpha + \gamma)}{1 - \sin (\pi - p) \cos \psi \sec (\delta' + \Delta) \cos (s - \alpha + \gamma)}. \quad (9)$$

Для паралакса склоненія изъ треугольниковъ L_1PL_3 и L_2PL_3 имѣемъ

$$\sin \lambda \cos L_3 = \sin \delta' \cos \delta'_1 - \cos \delta' \sin \delta'_1 \cos (\theta + \gamma)$$

$$\sin \mu \cos L_3 = \sin \delta'' \cos \delta'_1 - \cos \delta'' \sin \delta'_1 \cos \gamma$$

$$\text{или } \sin \lambda \cos L_3 = \sin (\delta' - \delta'_1) + 2 \cos \delta' \sin \delta'_1 \sin^2 \left(\frac{\theta + \gamma}{2} \right)$$

$$\sin \mu \cos L_3 = \sin (\delta'' - \delta'_1) + 2 \cos \delta'' \sin \delta'_1 \sin^2 \frac{\gamma}{2};$$

но два послѣднія уравненія (b) даютъ

$$2 \cos \delta' \sin^2 \left(\frac{\theta + \gamma}{2} \right) = \sin \lambda \sin L_3 \operatorname{tang} \left(\frac{\theta + \gamma}{2} \right)$$

$$2 \cos \delta'' \sin^2 \frac{\gamma}{2} = \sin \mu \sin L_3 \operatorname{tang} \frac{\gamma}{2},$$

слѣдовательно, по вставкѣ этихъ значеній въ два предъидущія уравненія, получимъ

$$\sin (\delta' - \delta'_1) = \sin \lambda \left\{ \cos L_3 - \sin L_3 \sin \delta'_1 \operatorname{tang} \left(\frac{\theta + \gamma}{2} \right) \right\}$$

$$\sin (\delta'' - \delta'_1) = \sin \mu \left\{ \cos L_3 - \sin L_3 \sin \delta'_1 \operatorname{tang} \frac{\gamma}{2} \right\}$$

Вставивъ сюда значенія (a) вмѣсто $\sin \lambda$ и $\sin \mu$ и замѣчая, что

$$\cos L_3 \sin (z + \lambda) = \sin \psi \cos \delta'_1 - \cos \psi \sin \delta'_1 \cos (s - \alpha_1)$$

$$\sin L_3 \sin (z + \lambda) = \cos \psi \sin (s - \alpha_1)$$

$$\frac{\theta + \gamma}{2} = \frac{\alpha - \alpha_1}{2},$$

$$\frac{\gamma}{2} = \frac{\alpha' - \alpha_1}{2},$$

получимъ

$$\sin (\delta - \delta_1) =$$

$$\sin \pi \left\{ \sin \psi \cos \delta_1 - \cos \psi \sin \delta_1 \cos \left(s - \frac{\alpha + \alpha_1}{2} \right) \sec \left(\frac{\alpha - \alpha_1}{2} \right) \right\}$$

$$\sin (\delta' - \delta_1) =$$

$$\sin p \left\{ \sin \psi \cos \delta_1 - \cos \psi \sin \delta_1 \cos \left(s - \frac{\alpha' + \alpha_1}{2} \right) \sec \left(\frac{\alpha' - \alpha_1}{2} \right) \right\}.$$

Если подъ знакомъ \cos вмѣсто α_1 возьмемъ въ первомъ уравненіи $\alpha' - \gamma$, и во второмъ $\alpha - (\theta + \gamma)$, то получимъ

$$\cos \left(s - \frac{\alpha + \alpha_1}{2} \right) =$$

$$\left\{ \cos \left(s - \frac{\alpha + \alpha'}{2} \right) - \sin \left(s - \frac{\alpha + \alpha'}{2} \right) \operatorname{tang} \frac{\gamma}{2} \right\} \cos \frac{\gamma}{2}$$

$$\cos \left(s - \frac{\alpha' + \alpha_1}{2} \right) =$$

$$\left\{ \cos \left(s - \frac{\alpha + \alpha'}{2} \right) - \sin \left(s - \frac{\alpha + \alpha'}{2} \right) \operatorname{tang} \left(\frac{\theta + \gamma}{2} \right) \right\} \cos \frac{\theta + \gamma}{2},$$

но $\sin \gamma = \sin \mu \sin L_3 \sec \delta' = \sin p \sin L_3 \sin (z + \lambda) \sec \delta'$,

слѣдовательно

$$\operatorname{tang} \frac{\gamma}{2} = \frac{1}{2} \sin p \sin L_3 \sin (z + \lambda) \sec \delta' \sec^2 \frac{\gamma}{2}.$$

Подобнымъ образомъ найдемъ

$$\operatorname{tang} \frac{\theta + \gamma}{2} = \frac{1}{2} \sin \pi \sin L_3 \sin (z + \lambda) \sec \delta' \sec^2 \frac{\theta + \gamma}{2}.$$

Вставивъ эти значенія въ выраженія для $\sin (\delta - \delta_1)$ и $\sin (\delta' - \delta_1)$ и положивъ для краткости

$$K = \frac{1}{2} \sin p \sin \pi \sin \left(s - \frac{\alpha + \alpha'}{2} \right) \sin L_3 \sin (z + \lambda) \sec \frac{\gamma}{2} \sec \left(\frac{\theta + \gamma}{2} \right),$$

получимъ

$$\sin (\delta' - \delta_1) =$$

$$\sin \pi \left\{ \sin \psi \cos \delta_1 - \cos \psi \sin \delta_1 \cos \left(s - \frac{\alpha + \alpha'}{2} \right) \cos \frac{\gamma}{2} \sec \frac{\theta + \gamma}{2} \right\} - K \sec \delta'$$

$$\sin (\delta' - \delta_1) =$$

$$\sin p \left\{ \sin \psi \cos \delta_1 - \cos \psi \sin \delta_1 \cos \left(s - \frac{\alpha + \alpha'}{2} \right) \cos \frac{\theta + \gamma}{2} \sec \frac{\gamma}{2} \right\} - K \sec \delta.$$

Уголъ γ здѣсь можно пренебречь, ибо онъ составляетъ небольшое число секундъ; сверхъ того во второмъ уравненіи вмѣсто $\cos \frac{\theta}{2}$ взявъ $\sec \frac{\theta}{2}$ мы сдѣлаемъ ошибку, въ выраженіи $\delta' - \delta_1$, менѣе величины

$$p \sin \frac{\theta}{2}$$

или менѣе 0,0009; и такъ

$$\sin (\delta' - \delta_1) =$$

$$\sin \pi \left\{ \sin \psi \cos \delta_1 - \cos \psi \sin \delta_1 \cos \left(s - \frac{\alpha + \alpha'}{2} \right) \sec \frac{\theta}{2} \right\} - K \sec \delta' \quad (d)$$

$$\sin (\delta' - \delta_1) =$$

$$\sin p \left\{ \sin \psi \cos \delta_1 - \cos \psi \sin \delta_1 \cos \left(s - \frac{\alpha + \alpha'}{2} \right) \sec \frac{\theta}{2} \right\} - K \sec \delta.$$

Разность

$$K \sec \delta' - K \sec \delta$$

всегда менѣе 0,002 и поэтому при вычитаніи двухъ предъидущихъ уравненій можно её пренебречь, и получимъ

$$\sin (\delta' - \delta_1) = \sin (\pi - p) \left\{ \sin \psi \cos \delta_1 - \cos \psi \sin \delta_1 \cos \left(s - \frac{\alpha + \alpha'}{2} \right) \sec \frac{\theta}{2} \right\}.$$

Положивъ

$$\cot \psi \cos \left(s - \frac{\alpha + \alpha'}{2} \right) \sec \frac{\theta}{2} = \cot \psi \cos \left(s - \frac{\alpha + \alpha'}{2} \right) \sec \left(\frac{\alpha - \alpha'}{2} \right) = \cot x,$$

будетъ

$$\sin (\delta' - \delta_1) = \sin (\pi - p) \frac{\sin \psi}{\sin x} \sin (x - \delta_1)$$

и во второй части поставивъ $\delta' - (\delta' - \delta_1)$ вмѣсто δ_1 , и полагая для краткости

$$\delta' - \delta_1 = \Delta,$$

найдемъ

$$\sin (\delta - \delta') = \sin (\pi - p) \frac{\sin \psi}{\sin x} \sin (x - \delta' + \Delta)$$

отсюда

$$\operatorname{tang}(\delta - \delta') = \frac{\sin (\pi - p) \frac{\sin \psi}{\sin x} \sin (x - \delta' + \Delta)}{1 - \sin (\pi - p) \frac{\sin \psi}{\sin x} \cos (x - \delta' + \Delta)} \quad (10)$$

Неизвестныя величины γ и Δ составляютъ небольшое число секундъ не болѣе $9''$ и для полученія ихъ имѣемъ уравненія (c) и (d). Раздѣляя уравненія (d) одно на другое съ достаточнымъ приближеніемъ найдемъ

$$\frac{\delta' - \delta_1}{\delta - \delta_1} = \frac{p}{\pi}$$

отсюда

$$\Delta = \frac{p}{\pi - p} (\delta - \delta').$$

Уравненіе (c) съ достаточнымъ приближеніемъ даетъ

$$\gamma = \frac{p}{\pi - p} (\alpha - \alpha').$$

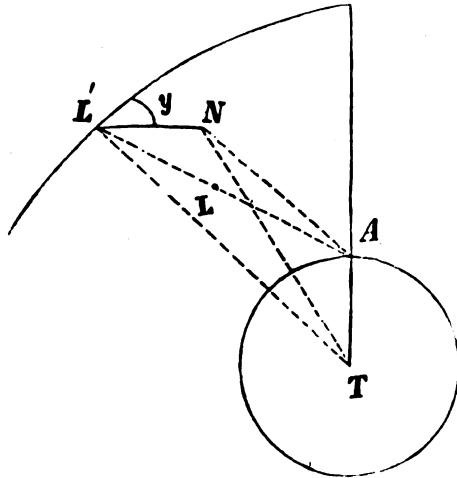
И такъ для вычисленія паралакса прямого восхожденія и склоненія на сферѣ проэкции, которой радиусъ равняется разстоянію центровъ солнца и земли имѣемъ слѣдующія формулы:

$$\begin{aligned} P &= \sin (\pi - p) \cos \psi \sec (\delta + \Delta) \\ \alpha - \alpha' &= \frac{P}{\sin 1'} \sin (s - \alpha + \gamma) + \frac{P^2}{\sin 2'} \sin 2 (s - \alpha + \gamma) \\ &+ \frac{P^3}{\sin 3'} \sin 3 (s - \alpha + \gamma) + \dots \\ \Delta &= \frac{p}{\pi - p} (\delta - \delta') \\ \gamma &= \frac{p}{\pi - p} (\alpha - \alpha') \\ \cot &= \cot \psi \cos \left(s - \frac{\alpha + \alpha'}{2} \right) \sec \left(\frac{\alpha - \alpha'}{2} \right) \\ Q &= \frac{\sin (\pi - p) \sin \psi}{\sin x} \\ \delta - \delta' &= \frac{Q}{\sin 1'} \sin (x - \delta + \Delta) + \frac{Q^2}{\sin 2'} \sin 2 (x - \delta + \Delta) \\ &+ \frac{Q^3}{\sin 3'} \sin 3 (x - \delta + \Delta) + \dots \end{aligned} \quad (11)$$

Для прохожденій планетъ Меркурія и Венеры чрезъ солнце можно пренебречь величины γ и Δ и ограничиться первымъ членомъ строкъ для $\alpha - \alpha'$ и $\delta - \delta'$.

Фиг. 3.
Z

Значеніе видимаго радіуса свѣтила L на сферѣ проэкции выражается иначе какъ въ предыдущемъ случаѣ. Въ самомъ дѣлѣ представимъ себѣ конусъ касательный къ тѣлу L имѣющій вершину въ точкѣ A или въ мѣстѣ наблюдателя на поверхности земли; этотъ конусъ пересѣчетъ сферу проэкции вообще не по кругу. Пусть AN будетъ одна изъ образующихъ этого конуса и точка N пересѣченіе ея со сферою проэкции; если проведемъ дугу $L'N$ большаго круга проходящаго чрезъ точку N и чрезъ пересѣченіе L' оси конуса или линію AL' съ сферою проэкции, то дуга NL' или уголъ NTL' будетъ то значеніе радіуса которое должно быть употреблено при вычисленіи въ настоящемъ случаѣ. Назовемъ этотъ искомый радіусъ чрезъ r' , геоцентрическій чрезъ r и видимый или уголъ NAL' чрезъ z' . Пусть z' будетъ видиме зенитное разстояніе свѣтила отъ геоцентрическаго зенита, ω паралаксъ высоты, то



у

$$\frac{\sin r'}{\sin r} = \frac{\sin z'}{\sin (z' - \omega)},$$

$$\sin \omega = \sin p \sin z'.$$

Означимъ чрезъ $z' - \xi$ видимое зенитное разстояніе точки N , паралаксъ высоты этой точки чрезъ ε и паралаксъ высоты проэкции высоты центра свѣтила L или точки L' чрезъ k , принимая радіусъ земли AT за единицу, будемъ имѣть

$$\sin \varepsilon = \sin p \sin (z - \xi)$$

$$\sin k = \sin p \sin z$$

$$AL' = \frac{\sin (z' - k)}{\sin k} = \frac{\sin (z' - k)}{\sin p \sin z'}$$

$$TN = TL' = \frac{1}{\sin p}$$

$$AN = \frac{\sin(z' - \xi - \epsilon)}{\sin \epsilon} = \frac{\sin(z' - \xi - \epsilon)}{\sin p \sin(z' - \xi)}$$

Такъ какъ k и ϵ суть величины весьма малыя, то вмѣсто $\cos k$ и $\cos \epsilon$ принявъ единицу, получимъ

$$AL' = \frac{1}{\sin p} (1 - \sin k \cot z') = \frac{1}{\sin p} (1 - \sin p \cos z')$$

$$\bullet AN = \frac{1}{\sin p} [1 - \sin \epsilon \cot(z' - \xi)] = \frac{1}{\sin p} [1 - \sin p \cos(z' - \xi)].$$

Два прямолинейные треугольника AL_1N и $TL'N$ даютъ

$$2TN^2 (1 - \cos r') = AN^2 + AL'^2 - 2ANAL' \cos r,$$

$$= (AN - AL')^2 + 4ANAL'SB^2 \sin^2 \frac{r_1}{2}$$

или

$$1 = \left(\frac{AN - AL'}{2TN \sin \frac{r_1}{2}} \right)^2 + \frac{AN \cdot AL'}{TN \cdot TN} \frac{\sin^2 \frac{r_1}{2}}{\sin^2 \frac{r_1}{2}}$$

Вставивъ сюда значенія TN , AN и AL' , получимъ

$$1 = \sin^2 p \left\{ \frac{\cos(z' - \xi) - \cos z'}{2 \sin \frac{r_1}{2}} \right\}^2$$

$$+ \left\{ 1 - \sin p \cos z' \right\} \left\{ 1 - \sin p \cos(z' - \xi) \right\} \frac{\sin^2 \frac{r_1}{2}}{\sin^2 \frac{r_1}{2}}$$

Пусть y означаетъ уголъ считаемый по окружности свѣтла L отъ верхней его точки до мѣста, въ которомъ образующая AN касается къ нему, то

$$\xi = r' \cos y.$$

Вставивъ это значеніе въ предъидущее уравненіе и принявъ единицу вмѣсто $\cos \xi$, найдемъ

$$1 - \sin^2 p \cos^2 y \sin^2 z' = (1 - \sin p \cos z')^2 \frac{\sin^2 \frac{r_1}{2}}{\sin^2 \frac{r_1}{2}}$$

отсюда приближенно имѣемъ

$$\frac{r_1}{r'} = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 p \cos^2 y \sin^2 z'}}{1 - \sin p \cos z'}$$

Это уравненіе показываетъ, что искомый радіусъ r' измѣняется для разныхъ точекъ периферіи свѣтила L и это измѣненіе опредѣляется величиною

$$\frac{1}{2} r' \sin^2 p \sin^2 z' \cos^2 y,$$

но такъ какъ оно не достигаетъ и одной миллионной доли секунды, то можно имъ пренебречь и будетъ

$$\frac{r_1}{r'} = \frac{1}{1 - \sin p \cos z'} = \frac{TL'}{AL'}$$

но
$$\frac{\sin r}{\sin r_1} = \frac{AL}{TL},$$

слѣдовательно

$$\frac{r'}{r} = \frac{AL'}{AL} \cdot \frac{TL}{TL'}$$

или
$$\frac{r'}{r} = \frac{\sin(z' - k)}{\sin z'} \frac{\sin z'}{\sin(z' - \omega)} = \frac{\sin(z' - k)}{\sin(z' - \omega)}$$

то есть искомый радіусъ свѣтила L относится къ геоцентрическому, какъ синусъ зенитнаго разстоянія проэкции этого свѣтила на сферу проэкции, къ синусу геоцентрическаго зенитнаго разстоянія.

Величину r' можно вычислить помощью видимаго и истиннаго склоненія и помощью вспомогательнаго угла x (форм. 11), и не трудно доказать, какъ и въ первомъ случаѣ, что

$$\frac{r'}{r} = \frac{\sin(x - \delta')}{\sin(x - \delta')} \quad (12)$$

Можно вычислять величину радіуса r' и по формулѣ

$$\frac{r'}{r} = \frac{\sin(z' - k)}{\sin(z' - \omega)},$$

гдѣ предварительно надобно найти k и ω по формуламъ

$$\begin{aligned} \sin k &= \sin p \sin z' \\ \sin \omega &= \sin \pi \sin z' \end{aligned}$$

Если же будутъ дапы геоцентрическія зенитныя разстоянія $z' - k$ и $z' - \omega$ вмѣсто видимаго z' , то

$$k = p \sin (z' - k) + \dots$$

$$\omega = \frac{\sin \pi}{\sin 1'} \sin (z' - \omega) + \frac{\sin^2 \pi}{\sin 2'} \sin 2 (z' - \omega) + \dots$$

Для прохожденій планетъ чрезъ солнце достаточно употребить формулу

$$\frac{r' - r}{r} = (\pi - p) \cos z'.$$

Выше приведенныя выкладки приводятъ къ слѣдующему правилу: Если положеніе луны или планетъ Венеры и Меркурія будемъ относить къ сферѣ имѣющей радіусъ равный разстоянію центра земли отъ центра солнца, то видимое положеніе солнца и его радіусъ совпадаютъ съ геоцентрическимъ и надобно вычислять только паралаксъ одного изъ трехъ упомянутыхъ небесныхъ тѣлъ, пользуясь формулами (11) и (12).

Формулы (11) и (12) справедливы для какого угодно углаваго разстоянія солнца отъ луны или отъ одной изъ двухъ вышеупомянутыхъ планетъ.

- c) Радіусъ сферы проэкции равенъ разстоянію центровъ земли и луны.

6. Въ этомъ случаѣ видимое положеніе центра луны совпадаетъ съ геоцентрическимъ, и такъ какъ вліяніе паралакса должно быть вычислено не для луны, то это вычисленіе во многихъ отношеніяхъ сокращается. Эта сфера проэкции съ большою пользою можетъ быть употреблена для солнечныхъ затмѣній и для покрытій звѣздъ и планетъ луною.

Пусть T будетъ центръ земнаго сфероида, S мѣсто свѣтила вѣ сферѣ проэкции, S_1 и S_2 геоцентрическое и видимое мѣсто этого свѣтила на сферѣ проэкции, z геоцентрическое зенитное разстояніе, λ паралаксъ высоты проэкции S_2 , μ паралаксъ высоты S_1 ; если означимъ чрезъ α и δ геоцентрическое прямое восхожденіе и склоненіе, чрезъ α' и δ' видимое прямое восхожденіе и склоненіе, чрезъ π горизонтальный паралаксъ луны и чрезъ p горизонтальный паралаксъ тѣла S , то два треугольника ATS и ATS_2 дадутъ

$$\sin \lambda = \sin S, S_2 = \sin \pi \sin (z + \mu)$$

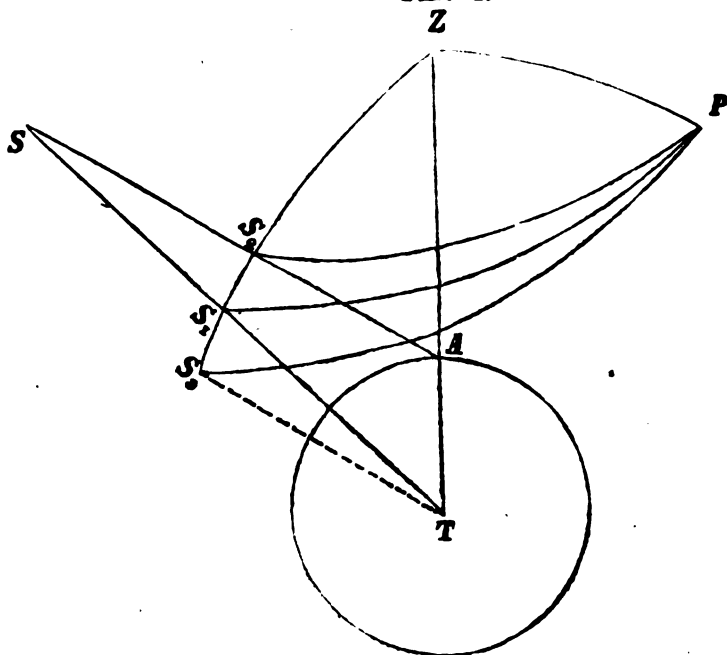
$$\sin \mu = \sin S, S_1 = \sin p \sin (z + \mu).$$

Назовем α , и δ , прямое восхождение и склонение точки S или пересѣченія большого круга ZS , съ линією TS , параллельною съ видимымъ направлениемъ AS , и положимъ для краткости

$$\alpha' - \alpha = \theta$$

$$\alpha - \alpha_1 = \gamma.$$

Фиг. 4.



Изъ треугольниковъ $PS_1 S_2$, $PS_2 S_3$ и $PS_3 S_1$ находимъ

$$\left. \begin{aligned} \sin \theta &= \sin (\lambda - \mu) \sin S_1 \sec \delta' \\ \sin (\theta + \gamma) &= \sin \lambda \sin S_2 \sec \delta' \\ \sin \gamma &= \sin \mu \sin S_3 \sec \delta' \end{aligned} \right\} \quad (f)$$

или

$$\left. \begin{aligned} \sin \theta &= \sin (\pi - p) \sin (z + \mu) \sin S_1 \sec \delta' \\ \sin (\theta + \gamma) &= \sin \pi \sin (z + \mu) \sin S_2 \sec \delta' \\ \sin \gamma &= \sin p \sin (z + \mu) \sin S_3 \sec \delta' \end{aligned} \right\}$$

но

$$\frac{\sin S_1}{\sin S_2} = \frac{\cos \delta'_1}{\cos \delta'}$$

следовательно первое уравнение даетъ

$$\sin \theta = \sin (\pi - p) \sin (z + \mu) \sin S_3 \cos \delta_1 \sec \delta' \sec \delta''.$$

Склоненіе δ_1 мало отличается отъ δ , для солнца разность $\delta - \delta_1$ не достигаетъ 9" для Венеры она менѣе 32" и для неподвижныхъ звѣздъ эта разность равна нулю, и поэтому вообще можно положить

$$\cos \delta_1 \sec \delta' \sec \delta'' = \sec (\delta'' + \delta - \delta_1);$$

съ другой стороны треугольникъ ZPS_3 даетъ

$$\sin (z + \mu) \sin S_3 = \cos \psi \sin (s - \alpha + \gamma)$$

и поэтому, если для краткости положимъ

$$\delta - \delta_1 = \Delta,$$

то будемъ имѣть

$$\sin \theta = \sin (\alpha' - \alpha) = \sin (\pi - p) \cos \psi \sec (\delta'' + \Delta) \sin (s - \alpha + \gamma).$$

Паралаксъ склоненія получается такимъ образомъ какъ и во второмъ случаѣ, а именно два треугольника S_2PS_3 и S_1PS_3 даютъ

$$\sin \lambda \cos S_3 = \sin \delta' \cos \delta_1 - \cos \delta' \sin \delta_1 \cos (\theta + \gamma)$$

$$\sin \mu \cos S_3 = \sin \delta \cos \delta_1 - \cos \delta \sin \delta_1 \cos \gamma,$$

или
$$\sin \lambda \cos S_3 = \sin (\delta'' - \delta_1) + 2 \cos \delta' \sin \delta_1 \sin^2 \left(\frac{\theta + \gamma}{2} \right)$$

$$\sin \mu \cos S_3 = \sin (\delta - \delta_1) + 2 \cos \delta \sin \delta_1 \sin^2 \frac{\gamma}{2}.$$

Два послѣднія уравненія (f) даютъ

$$2 \cos \delta' \sin^2 \left(\frac{\theta + \gamma}{2} \right) = \sin \lambda \sin S_3 \operatorname{tang} \left(\frac{\theta + \gamma}{2} \right)$$

$$2 \cos \delta \sin^2 \frac{\gamma}{2} = \sin \mu \sin S_3 \operatorname{tang} \frac{\gamma}{2},$$

следовательно

$$\sin (\delta'' - \delta_1) = \sin \lambda \left\{ \cos S_3 - \sin S_3 \operatorname{tang} \left(\frac{\theta + \gamma}{2} \right) \right\}$$

$$\sin (\delta - \delta_1) = \sin \mu \left\{ \cos S_3 - \sin S_3 \operatorname{tang} \frac{\gamma}{2} \right\}$$

Вставивъ сюда значенія

$$\sin \lambda \sin S_3 = \sin \pi \sin (z + \mu) \sin S_3$$

$$\sin \lambda \cos S_3 = \sin \pi \sin (z + \mu) \cos S_3$$

$$\sin \mu \sin S_3 = \sin p \sin (z + \mu) \sin S_3$$

$$\sin \mu \cos S_3 = \sin p \sin (z + \mu) \cos S_3$$

или
$$\sin \lambda \sin S_3 = \sin \pi \cos \psi \sin (s - \alpha_1)$$

$$\sin \lambda \cos S_3 = \sin \pi \left\{ \sin \psi \cos \delta_1 - \cos \psi \sin \delta_1 \cos (s - \alpha_1) \right\}$$

$$\sin \mu \sin S_3 = \sin p \cos \psi \sin (s - \alpha_1)$$

$$\sin \mu \cos S_3 = \sin p \left\{ \sin \psi \cos \delta_1 - \cos \psi \sin \delta_1 \cos (s - \alpha_1) \right\}$$

и замѣчая что

$$\frac{\theta + \gamma}{2} = \frac{\alpha' - \alpha_1}{2},$$

$$\frac{\gamma}{2} = \frac{\alpha - \alpha_1}{2},$$

получимъ

$$\sin(\delta' - \delta_1) =$$

$$\sin \pi \left\{ \sin \psi \cos \delta_1 - \cos \psi \sin \delta_1 \cos \left(s - \frac{\alpha' + \alpha_1}{2} \right) \sec \left(\frac{\alpha' - \alpha_1}{2} \right) \right\}$$

$$\sin(\delta - \delta_1) =$$

$$\sin p \left\{ \sin \psi \cos \delta_1 - \cos \psi \sin \delta_1 \cos \left(s - \frac{\alpha + \alpha_1}{2} \right) \sec \left(\frac{\alpha - \alpha_1}{2} \right) \right\},$$

но

$$\cos \left(s - \frac{\alpha' + \alpha_1}{2} \right) = \left\{ \cos \left(s - \frac{\alpha + \alpha_1}{2} \right) - \sin \left(s - \frac{\alpha + \alpha_1}{2} \right) \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} \right\} \cos \frac{\gamma}{2}$$

$$\cos \left(s - \frac{\alpha + \alpha_1}{2} \right) = \left\{ \cos \left(s - \frac{\alpha + \alpha_1}{2} \right) - \sin \left(s - \frac{\alpha + \alpha_1}{2} \right) \operatorname{tg} \left(\frac{\theta + \gamma}{2} \right) \right\} \cos \left(\frac{\theta + \gamma}{2} \right),$$

слѣдовательно будетъ

$$\sin(\delta' - \delta_1) =$$

$$\sin \pi \left\{ \sin \psi \cos \delta_1 - \cos \psi \sin \delta_1 \cos \left(s - \frac{\alpha + \alpha_1}{2} \right) \cos \frac{\gamma}{2} \sec \left(\frac{\theta + \gamma}{2} \right) \right\} + P$$

$$\sin(\delta - \delta_1) =$$

$$\sin p \left\{ \sin \psi \cos \delta_1 - \cos \psi \sin \delta_1 \cos \left(s - \frac{\alpha + \alpha_1}{2} \right) \cos \left(\frac{\theta + \gamma}{2} \right) \sec \frac{\gamma}{2} \right\} + Q,$$

гдѣ для краткости положено

$$P = \sin \pi \sin \frac{\gamma}{2} \cos \psi \sin \delta_1 \sin \left(s - \frac{\alpha + \alpha_1}{2} \right) \sec \frac{\theta + \gamma}{2}$$

$$Q = \sin p \sin \left(\frac{\theta + \gamma}{2} \right) \cos \psi \sin \delta_1 \sin \left(s - \frac{\alpha + \alpha_1}{2} \right) \sec \frac{\gamma}{2}.$$

Величины P и Q очень малы и почти равны между собою; въ самомъ дѣлѣ вставивъ въ нихъ значенія

$$\sin \frac{\gamma}{2} = \frac{1}{2} \sin p \sin(z + \mu) \sin S, \sec \frac{\gamma}{2} \sec \delta$$

$$\sin \frac{\theta + \gamma}{2} = \frac{1}{2} \sin \pi \sin(z + \mu) \sin S, \sec \frac{\theta + \gamma}{2} \sec \delta'$$

будетъ

$$P = \sin \pi s \sin p \sin(z + \mu) \sin S_2 \cos \psi \sin \delta' \sin \left(s - \frac{\alpha + \alpha'}{2} \right) \sec \frac{\gamma}{2} \sec \frac{\theta + \gamma}{2} \sec \delta$$

$$Q = \sin \pi s \sin p \sin(z + \mu) \sin S_2 \cos \psi \sin \delta' \sin \left(s - \frac{\alpha + \alpha'}{2} \right) \sec \frac{\gamma}{2} \sec \frac{\theta + \gamma}{2} \sec \delta'$$

и такъ разность $P - Q$ будетъ весьма ничтожная. Съ другой стороны въ выраженіи $\sin(\delta' - \delta)$ можно взять $\sec \frac{\theta}{2}$ вмѣсто $\cos \frac{\gamma}{2} \sec \frac{\theta + \gamma}{2}$ и въ выраженіи $\sin(\delta' - \delta')$ можно взять $\sec \frac{\theta}{2}$ вмѣсто $\cos \frac{\theta + \gamma}{2} \sec \frac{\gamma}{2}$; ошибки въ томъ и другомъ выраженіи будутъ всегда менѣе 0",002. Такимъ образомъ найдемъ

$$\sin(\delta' - \delta) = \sin(\pi - p) \left\{ \sin \psi \cos \delta' - \cos \psi \sin \delta' \cos \left(s - \frac{\alpha + \alpha'}{2} \right) \sec \frac{\theta}{2} \right\}.$$

Если вычислимъ вспомогательный уголъ x по формулѣ

$$\cot x = \cot \psi \cos \left(s - \frac{\alpha + \alpha'}{2} \right) \sec \left(\frac{\alpha + \alpha'}{2} \right)$$

и положимъ для краткости

$$\Delta = \delta' - \delta,$$

то будемъ имѣть

$$\sin(\delta' - \delta) = \sin(\pi - p) \frac{\sin \psi}{\sin x} \sin(x - \delta + \Delta).$$

И такъ влияніе паралакса свѣтила отнесеннаго къ сферѣ проэкціи имѣющей радіусъ равный разстоянію центровъ луны и солнца вычисляется по формуламъ

$$\left. \begin{aligned} \sin(\alpha' - \alpha) &= \sin(\pi - p) \cos \psi \sec(\delta' + \Delta) \sin(s - \alpha + \gamma) \\ \sin(\delta' - \delta) &= \sin(\pi - p) \frac{\sin \psi}{\sin x} \sin(x - \delta + \Delta) \\ \cot x &= \cot \psi \cos \left(s - \frac{\alpha + \alpha'}{2} \right) \sec \left(\frac{\alpha - \alpha'}{2} \right) \\ \gamma &= \frac{p}{\pi - p} (\alpha' - \alpha) \\ \Delta &= \frac{p}{\pi - p} (\delta' - \delta). \end{aligned} \right\} (13)$$

Эти формулы хотя приближены по погрѣшность вычислений далеко не достигаетъ одной сотой доли секунды для ближайшей планеты къ землѣ именно для Венеры, для другихъ планетъ погрѣшность уменьшается пропорціонально уменьшенію ихъ горизонтальныхъ паралаксовъ, такъ что для неподвижныхъ звѣздъ формулы (13) совершенно строги, и въ этомъ случаѣ p , γ и Δ равны нулю.

Въ приложеніи формулы (13) имѣютъ важное преимущество передъ обыкновенно употребляемыми формулами паралаксовъ, ибо онѣ относятся или къ неподвижнымъ звѣздамъ или къ тѣламъ, которыя движутся гораздо медленнѣе нежели луна, и поэтому возможность упрощеній вычисления, вводя упомянутую сферу проэкцій, не ускользнула отъ астрономовъ. Способъ Карляни вычислять покрытія звѣздъ есть слѣдствіе формулъ (13) и способъ Гаусса ⁽¹⁾ вычислять всѣ обстоятельства солнечныхъ затмѣній тоже слѣдуетъ изъ формулъ (13).

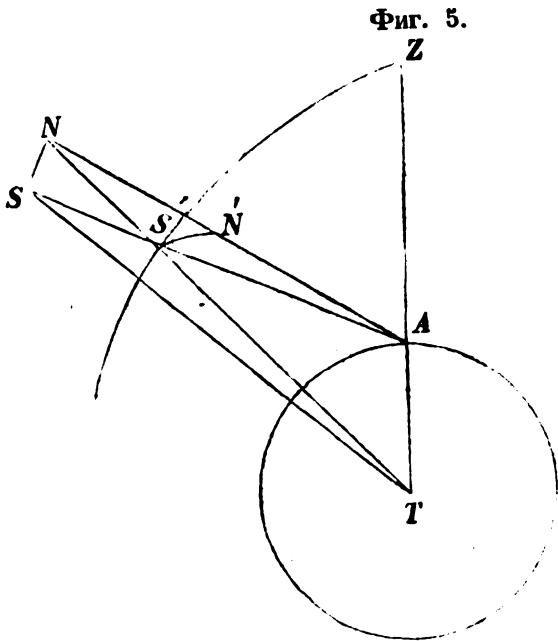
Для опредѣленія величины видимаго радіуса свѣтила S на сферѣ проэкціи представимъ себѣ конусъ касательный къ этому тѣлу S и имѣющій вершину въ точкѣ A на поверхности земли, котораго одна изъ образующихъ пересѣкаетъ сферу проэкціи въ точкѣ N' . Пусть S' будетъ видимое мѣсто центра свѣтила S на этой сферѣ то

$$S' T N' = r'$$

будетъ искомый радіусъ и

$$S' A N' = r_1$$

видимый радіусъ этого свѣтила.



(1) Способъ Гаусса для солнечныхъ затмѣній основанъ на проецированіи солнца на плоскость проходящую чрезъ центръ луны и перпендикулярную къ радіусу вектору луны и по этой причинѣ онъ только приближенный. Этотъ способъ изложенъ въ переводѣ прекраснаго сочиненія Профессора С. Петербургскаго университета А. Н. Савича на нѣмецкій языкъ »Abriss der practischen Astronomie. Hamburg 1850.«

Означимъ буквою r геоцентрической радиусъ, λ паралаксъ высоты проэкции S' , ω паралаксъ высоты проэкции N' , μ паралаксъ высоты S ; если для краткости положимъ

$$\begin{aligned} TS &= TN' = d \\ AS &= d_1, & TS &= D \\ AN' &= d_2, & AS &= D_1, \end{aligned}$$

то два треугольника $AN'S'$ и $TN'S'$ дадутъ

$$4d^2 \sin^2 \frac{r'}{2} = d_1^2 + d_2^2 - 2d_1 d_2 \cos r_1 = (d_1 - d_2)^2 + 4d_1 d_2 \sin^2 \frac{r_1}{2};$$

сверхъ того имѣемъ

$$\frac{\sin r}{\sin r_1} = \frac{D_1}{D}$$

отсюда

$$4 \sin^2 \frac{r_1}{2} = \left(\frac{D}{D_1}\right)^2 \sin^2 r \sec^2 \frac{r_1}{2}$$

слѣдовательно

$$4 \sin^2 \frac{r'}{2} \cos^2 \frac{r_1}{2} = \left(\frac{d_1 - d_2}{d}\right)^2 \cos^2 \frac{r_1}{2} + \frac{d_1 d_2}{d^2} \left(\frac{D}{D_1}\right)^2 \sin^2 r.$$

Величина r_1 отличается отъ r' только въ малыхъ доляхъ секунды и поэтому вмѣсто $\cos^2 \frac{r_1}{2}$ можно взять $\cos^2 \frac{r'}{2}$ и будетъ

$$\sin^2 r' = \left(\frac{d_1 - d_2}{d}\right)^2 \cos^2 \frac{r'}{2} + \frac{d_1 d_2}{d^2} \left(\frac{D}{D_1}\right)^2 \sin^2 r.$$

Положимъ

$$\sin R = \frac{d_1 D}{d D_1} \sin r,$$

слѣдовательно

$$\sin^2 r' = \left(\frac{d_1 - d_2}{d}\right)^2 \cos^2 \frac{r'}{2} + \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \sin^2 R.$$

Первый членъ второй части вообще весьма малъ; въ самомъ дѣлѣ изъ этого уравненія имѣемъ

$$\sin r' = \frac{d_2}{d_1} \sin R + \frac{1}{2} \frac{d_1}{d_1} \left(\frac{d_1 - d_2}{d}\right)^2 \frac{\cos^2 \frac{r'}{2}}{\sin R} + \dots$$

Если вставимъ сюда значенія

$$\frac{d_1}{d} = \frac{\sin(z_1 - \lambda)}{\sin z_1} = \cos \lambda - \sin \pi \cos z_1,$$

$$\frac{d_2}{d} = \frac{\sin(z_1 - \xi - \lambda)}{\sin(z_1 - \xi)} = \cos \lambda - \sin \pi \cos(z_1 - \lambda)$$

$$\sin \lambda = \sin \pi \sin z_1,$$

$$\sin \omega = \sin \pi \sin(z_1 - \xi),$$

гдѣ z_1 есть видимое зенитное разстояніе центра свѣтила S , $z_1 - \xi$ видимое зенитное разстояніе той точки края его, въ которой касается образующая конуса AN ; если при томъ означимъ чрезъ y угловое разстояніе этой точки касанія отъ верхней точки окружности свѣтила S , то

$$\xi = R \cos y,$$

и по вставкѣ этихъ значеній найдемъ

$$\frac{1}{2} \frac{d_1}{d_2} \left(\frac{d_1 - d_2}{d} \right)^2 \frac{\cos^2 r'_1}{\sin R} = \frac{R}{2} \sin^2 \pi \cos^2 y \sin^2 z_1 \sin 1''.$$

Для планетъ этотъ членъ ничтожный, для солнца онъ составляетъ

$$0,13 \cos^2 y \sin^2 z_1,$$

слѣдовательно этотъ членъ имѣетъ чувствительное значеніе для солнечныхъ затмѣній видимыхъ при горизонтѣ ибо тогда обыкновенно y близко къ нулю или 180° . Съ увеличеніемъ высоты солнца или съ уменьшеніемъ z_1 уголъ y удаляется отъ нуля или 180° , такъ что произведеніе $\cos^2 y \sin^2 z_1$ быстро уменьшается.

Если теперь въ выраженіе $\frac{d_2}{d_1}$ вставимъ значенія вмѣсто d_1

и d_2 , то получимъ

$$\sin r' = \sin R - R^2 \sin \pi \cos y \sin z_1 \sin^2 1'' + \frac{R}{2} \sin^2 \pi \cos^2 y \sin^2 z_1 \sin 1''$$

или

$$r' = R - R^2 \sin \pi \cos y \sin z_1 \sin 1'' + \frac{R}{2} \sin^2 \pi \cos^2 y \sin^2 z_1. \quad (e)$$

Для опредѣленія R имѣемъ уравненіе

$$\sin R = \frac{d_1 D}{d D_1} \sin r,$$

или, если вставимъ сюда значенія d , d_1 и замѣтимъ, что

$$\frac{D}{D_1} = \frac{\sin z_1}{\sin(z_1 - \mu)}$$

гдѣ μ есть паралаксъ высоты свѣтила S , то будемъ имѣть

$$\sin R = \frac{\sin(z_1 - \lambda)}{\sin(z_1 - \mu)} \sin r, \quad (f)$$

или синусъ величины R относится къ синусу геоцентрическаго радиуса свѣтила S , какъ синусъ зенитнаго разстоянія проэкции S' этого тѣла на данную сферу къ синусу геоцентрическаго зенитнаго разстоянія S .

Не трудно видѣть что отношеніе это можно выразить, какъ и въ первомъ случаѣ, вспомогательнымъ угломъ x (Форм. 13) и склоненіями δ и δ' помощію слѣдующей формулы

$$\frac{\sin R}{\sin r} = \frac{\sin(x - \delta')}{\sin(x - \delta)}. \quad (14)$$

Впрочемъ если пожелаемъ вычислить R помощію видимаго зенитнаго разстоянія z_1 свѣтила S , то величины λ и μ надобно вычислить по формуламъ

$$\sin \lambda = \sin \pi \sin z_1,$$

$$\sin \mu = \sin p \sin z_1.$$

Радиусъ луны тоже требуетъ поправки, ибо вершина конуса касательнаго къ лунѣ не находится въ центрѣ сферы проэкции а внѣ его. Если чрезъ ρ назовемъ геоцентрической радиусъ луны, чрезъ ρ' проэцію его на данную сферу, чрезъ y' уголъ отъ верхней точки луны до мѣста окружности, для которой берется ρ' , то

$$\rho' = \rho - \rho^2 \sin \pi \cos y' \sin z'_1 \sin 1'' + \frac{\rho}{2} \sin^2 \pi \cos^2 y' \sin^2 z'_1,$$

гдѣ z'_1 есть видимое зенитное разстояніе центра луны. Взявъ среднія значенія ρ и π получимъ

$$\rho' = \rho - 0,07 \cos y' \sin z'_1 + 0,13 \cos^2 y' \sin^2 z'_1. \quad (15)$$

И такъ при употребленіи предположной сферы проэкции надобно вычислять радиусъ луны по формулѣ (15), радиусъ солнца по формуламъ

$$\left. \begin{aligned} r' &= R - 0,07 \cos y \sin z_1 + 0,13 \cos^2 y \sin^2 z_1 \\ \sin R &= \frac{\sin(x - \delta')}{\sin(x - \delta)} \sin r \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

и радиусъ планетъ по формулѣ

$$r' = r \frac{\sin(x - \delta')}{\sin(x - \delta)}. \quad (17)$$

Для солнечных затмѣній, для наружныхъ прикосновеній разстояние центровъ луны и солнца равно $\varrho' + r'$ и такъ какъ при этомъ имѣемъ

$$\cos y = -\cos y'$$

то
$$\varrho' + r' = \varrho + r + 0",26 \cos^2 y \sin^2 z_1;$$

для внутреннихъ прикосновеній а именно для кольцеобразныхъ затмѣній будетъ

$$r' - \varrho' = R - \varrho + 0",14 \cos y \sin z, \quad (18)$$

для полныхъ затмѣній

$$\varrho' - r' = \varrho - R - 0",14 \cos y \sin z, \quad (19)$$

гдѣ
$$\sin R = \frac{\sin(x - \delta')}{\sin(x - \delta)} \sin r. \quad (20)$$

Если надобно будетъ вычислить R помощію геоцентрическаго зенитнаго разстоянія, которое мы означимъ буквою z , то эта величина найдется изъ формулы

$$\sin R = \sin r \frac{\sin(z - \lambda + \mu)}{\sin z},$$

но
$$\sin \lambda = \sin \pi \sin(z + \mu)$$

$$\sin \mu = \sin p \sin(z + \mu)$$

и по вставкѣ этихъ значеній получимъ

$$R = r - r \sin(\pi - p) \cos z - \frac{1}{2} r \sin^2(\pi - p) \sin^2 z.$$

Вставивъ это значеніе въ уравненіе (e), въ членахъ втораго порядка котораго вмѣсто R можно взять r и вмѣсто z_1 можно взять z , выйдетъ для проэкціи радіуса солнца слѣдующее значеніе:

$$r' = r - r \sin(\pi - p) \cos z - r^2 \sin \pi \cos y \sin z \sin 1'' - \frac{1}{2} r \sin^2(\pi - p) \sin^2 y \sin^2 z.$$

Принявъ среднія значенія r и π въ членахъ третьяго порядка будетъ

$$r' = r - r \sin(\pi - p) \cos z - 0",07 \cos y \sin z - 0",13 \sin^2 y \sin^2 z.$$

Для проэкціи радіуса луны мы имѣли выраженіе

$$\varrho' = \varrho - \varrho^2 \sin \pi \cos y \sin z', \sin 1'' + \frac{\varrho}{2} \sin^2 \pi \cos^2 y' \sin^2 z'.$$

Во время затмѣнія имѣемъ

$$\cos y' = -\cos y,$$

сверхъ того вмѣсто z' можно взять z и поэтому получимъ съ достаточною точностію

$$r' + \rho' = r + \rho - r \sin(\pi - p) \cos z + \frac{1}{2} \left(\frac{r + \rho}{2} \right) \sin^2(\pi - p) \sin^2 z \cos 2y$$

$$r' - \rho' = r - \rho - r \sin(\pi - p) \cos z - (r^2 + \rho^2) \sin(\pi - p) \cos y \sin z \sin 1'$$

$$- \frac{1}{2} \frac{r + \rho}{2} \sin^2(\pi - p) \sin^2 z.$$

Пусть V будет паралактической уголъ солнца, θ уголъ между кругомъ склоненія солнца и положеніемъ радіуса r' въ концѣ котораго происходитъ внутреннее или внѣшнее прикосновеніе солнца съ луною, то

$$y = V - \theta,$$

слѣдовательно

$$r' + \rho' = r + \rho - r \sin(\pi - p) \cos z + \frac{1}{2} \left(\frac{r + \rho}{2} \right) \sin^2(\pi - p) \sin^2 z \cos 2(V - \theta)$$

$$r' - \rho' = r - \rho - r \sin(\pi - p) \cos z - (r^2 + \rho^2) \sin(\pi - p) \sin z \cos(V - \theta) \sin 1'$$

$$- \frac{1}{2} \frac{r + \rho}{2} \sin^2(\pi - p) \sin^2 z.$$

Члены третьяго порядка этихъ выраженій весьма малы, около 0,1 такъ что при вычисленіи линій границъ полнаго, частнаго или кольцеобразнаго затмѣнія достаточно принять

$$r' + \rho' = r + \rho - r \sin(\pi - p) \cos z$$

$$r' - \rho' = r - \rho - r \sin(\pi - p) \cos z.$$

СОЛНЕЧНЫЯ ЗАТМѢНІЯ.

Частныя, полныя и кольцеобразныя затмѣнія. Условія возможности ихъ образованія. Линія центрального и полоса полнаго или кольцеобразнаго затмѣнія на поверхности земли. Наибольшія полныя и кольцеобразныя затмѣнія; періоды ихъ явленій. Общія уравненія солнечныхъ затмѣній и способы вычисленія линій разныхъ фазъ его. Солнечныя затмѣнія на данномъ мѣстѣ, вычисленіе времени начала и конца затмѣнія. Употребленіе наблюдаемыхъ затмѣній.

Вообразимъ конусъ касательный къ лунному и солнечному шару и имѣющій вершину между солнцемъ и луною. Часть этого конуса ближайшая къ землѣ будетъ двигаться отъ запада къ востоку, ибо движеніе луны въ отношеніи къ солнцу совершается по этому направленію. Если поверхность этого конуса коснется поверхности земли, то въ точкѣ прикосновенія произойдетъ на-

чало частнаго затмѣнія на земль вообще. Наблюдатель находящийся въ этой точкѣ увидитъ (не обращая вниманія на рефракцію) только верхній край солнца на горизонтѣ и въ одной вертикальной плоскости лунный дискъ касающийся низшимъ своимъ краемъ къ верхнему краю солнца и вмѣстѣ съ тѣмъ къ горизонту. Въ слѣдствіе рефракціи цѣлый солнечный дискъ будетъ тоже надъ горизонтомъ. Это первое явленіе солнечнаго затмѣнія будетъ видно почти сейчасъ послѣ восхожденія луны и солнца. Упомянутый конусъ двигаясь далѣе встрѣтитъ какую нибудь данную точку на поверхности земли съ начала предшествующею своею частию и послѣ слѣдующею въ два моменты времени, которые называются *началомъ и концемъ частнаго затмѣнія для этой точки.* Конусъ этотъ наконецъ пройдя всю землю оставляя ее опять будетъ касаться поверхности земли въ какой нибудь точкѣ, и тогда произойдетъ послѣднее явленіе солнечнаго затмѣнія, именно *конецъ частнаго затмѣнія на земль вообще.* Это явленіе будетъ видно изъ этой точки при захожденіи луны и солнца; луна будетъ еще надъ горизонтомъ и солнце уже подъ горизонтомъ, но въ слѣдствіе рефракціи оно будетъ видно еще до захожденія солнца. Начало и конецъ частнаго затмѣнія на землѣ вообще всегда показываются въ астрономическихъ календаряхъ. Промежутокъ времени между этими двумя моментами составляетъ время *продолженія затмѣнія на земль вообще*; это время не превосходитъ шести часовъ. Самыя продолжительныя затмѣнія бывають тогда, когда онѣ случаются въ Юнѣ мѣсяцѣ и когда при томъ экваторіальный паралаксъ луны достигнетъ наименьшей величины.

Вообразимъ теперь другой конусъ касательный къ лунному и солнечному шару по имѣющей вершину внѣ обоихъ свѣтилъ. Для отличія этого конуса отъ перваго мы будемъ называть его конусомъ полнаго или кольцеобразнаго затмѣнія, между тѣмъ первый конусомъ частнаго затмѣнія. Два прикосновенія втораго конуса съ поверхностію земли дадутъ *начало и конецъ полнаго или кольцеобразнаго затмѣнія на земль вообще.* Ось конуса на чертитъ *линію центральнаго затмѣнія* на земномъ шарѣ; наблюдатели находящіеся на разныхъ точкахъ этой линіи увидятъ совпаденіе центровъ луны и солнца. Въ моментъ центральнаго затмѣнія солнце можетъ быть совсемъ закрыто луною или только отчасти, въ первомъ случаѣ затмѣніе будетъ полнымъ, во второмъ кольцеобразнымъ. Полное затмѣніе будетъ тогда, когда въ моментъ соединенія центровъ луны и солнца видимый радіусъ луны будетъ болѣе видимаго радіуса солнца, въ противномъ случаѣ затмѣніе будетъ кольцеобразнымъ. При движеніи втораго конуса, если вершина его войдетъ внутрь земли,

то этотъ конусъ начертить на поверхности земли полосу полного затмѣнія, если же вершина не достигнетъ поверхности земли, то продолженіе этого конуса съ другой стороны вершины начертить полосу кольцеобразнаго затмѣнія. Наконецъ можетъ быть случай что разстояніе вершины отъ центра луны болѣе разстоянія луны отъ поверхности земли но менѣе разстоянія ея отъ центра земли; тогда можетъ случиться весьма интересное явленіе затмѣнія частью полного и частью кольцеобразнаго — явленіе всегда требующее тщательнаго вычисленія и по сложности его въ употребляемыхъ до сихъ поръ извѣстныхъ методахъ болѣею частью оно упукалось изъ виду.

Для различія всѣхъ родовъ солнечныхъ затмѣній мы можемъ воспользоваться слѣдующими правилами. Пусть π будетъ экваторіальный паралаксъ луны въ новолуніе, ρ ея геоцентрическій радіусъ, p экваторіальный паралаксъ солнца и r радіусъ солнца; возьмемъ рядъ величинъ

$$1 \dots \pi - p + \frac{1}{808} (\pi - p) + \rho + r + 7'3$$

$$2 \dots \pi - p + \frac{1}{808} (\pi - p) + \rho - r$$

$$3 \dots \pi - p + \frac{1}{808} (\pi - p) + r - \rho$$

$$4 \dots \pi - p + \frac{1}{808} (\pi - p) \quad ')$$

1) Если конусъ частнаго затмѣнія только коснется поверхности земли не входя внутрь, то въ этомъ случаѣ геоцентрическое разстояніе центровъ луны и солнца (оно будетъ и наименьшимъ) выразится величиною

$$\pi - p - \frac{(\pi - p)}{300} \sin^2 \psi + \rho + r$$

гдѣ ψ есть широта точки прикосновенія. Это разстояніе умноживъ на секансъ угла наклоненія дуги описанной луною къ эклиптикѣ, или, что почти все равно, на секансъ наклонности орбиты луны къ эклиптикѣ, получимъ широту луны. Пусть N будетъ эта наклонность, то предѣлъ широты луны для частнаго затмѣнія выразится величиною

$$\left\{ \pi - p - \frac{\pi - p}{300} \sin^2 \psi + \rho + r \right\} \sec N.$$

Для такихъ предѣльныхъ затмѣній прикосновеніе конуса къ поверхности земли происходитъ вообще весьма близко полярнаго круга

и если широта луны въ новолуніе болѣе первой величины слѣдовательно и болѣе трехъ остальныхъ, то солнечное затмѣніе не возможно; -если же широта луны содержится между первую и вторую величиною, или между первую и третью, принимая $\rho - r$ или $r - \rho$ положительнымъ, то затмѣніе будетъ частнымъ. Если же широта равна или менѣе второй или третьей величины, но болѣе четвертой, то затмѣніе будетъ полнымъ или кольцеобразнымъ, но не центральнымъ. Наконецъ если широта луны менѣе четвертой величины, слѣдовательно менѣе всѣхъ четырехъ, то затмѣніе будетъ центральнымъ, то есть ось конуса полнаго или кольцеобразнаго затмѣнія встрѣтитъ землю. Эти признаки не различаютъ еще полнаго затмѣнія отъ кольцеобразнаго; но легко и здѣсь отличить одно отъ другаго, именно: если радіусъ луны ρ будетъ равенъ или болѣе радіуса солнца r и при томъ широта луны въ новолуніе будетъ менѣе второй величины вышеприведеннаго ряда, то затмѣніе будетъ полное; если же ρ менѣе r и $\frac{\rho}{1 - \sin \pi}$ менѣе r и при томъ широта менѣе величины третьей то затмѣніе будетъ кольцеобразное. Наконецъ если ρ менѣе r , но $\frac{\rho}{1 - \sin \pi}$ болѣе r , то затмѣніе будетъ кольцеобразное съ узкимъ кольцемъ, но вмѣстѣ съ тѣмъ оно можетъ быть и полное. Этотъ послѣдній единственный сомнительный случай имѣетъ мѣсто тогда, когда вершина конуса не достаетъ центра, но можетъ достигнуть поверхности земли, и онъ показываетъ, что данное кольцеобразное затмѣніе при упомянутыхъ условіяхъ можетъ сдѣлаться полнымъ для тѣхъ мѣстъ на поверхности земли, которыя увидятъ среднюю затмѣнія при малыхъ зенитныхъ разстояніяхъ. Это сомнѣніе не трудно разрѣшить. Въ самомъ дѣлѣ если z означаетъ зенитное разстояніе луны, то видимый радіусъ луны будетъ

$$\rho + \rho \sin (\pi - p) \cos z.$$

На линіи центрального затмѣнія въ средину его наименьшее зенитное разстояніе найдется приближенно изъ слѣдующей формулы:

$$\sin z = \frac{\lambda}{\pi - p}$$

южнаго или сѣвернаго, по этому здѣсь надобно положить $\psi = 66^\circ 32'$; такъ какъ $N = 5^\circ 9'$, то предыдущее выраженіе представленное подъ видомъ

$$\pi - p + (\pi - p) (\sec N - 1 - \frac{\sec N}{300} \sin^2 \psi) + \rho + r + (\sec N - 1)(\rho - r)$$

дастъ первую формулу помѣщенную въ текстѣ. Прочія три получаютъ тѣмъ же путемъ.

гдѣ λ есть широта луны въ новолуніе. И такъ возможно наибольшее увеличеніе радіуса луны въ слѣдствіе паралакса въ полость полного или кольцеобразнаго затмѣнія будетъ

$$\rho \sin 1'' \sqrt{(\pi - p + \lambda)(\pi - p - \lambda)}$$

и возможно наибольшій видимый радіусъ луны будетъ

$$\rho + \rho \sin 1'' \sqrt{(\pi - p + \lambda)(\pi - p - \lambda)}.$$

Если эта величина болѣе r , то малое кольцеобразное затмѣніе видимое при малыхъ высотахъ солнца перейдетъ въ полное затмѣніе тогда, когда солнце будетъ приближаться къ возможной наибольшей высотѣ на линіи центральнаго затмѣнія.

Полоса полного или кольцеобразнаго затмѣнія на поверхности земли идетъ правильно, меркаторская ея проекція сходствуетъ съ параболою, она бываетъ обращена преимущественно выпуклою или вогнутою стороною къ сѣверному полюсу земли; выпуклою, если луна по склоненію приближается къ сѣверному полюсу, вогнутою въ противномъ случаѣ. Эта полоса проходитъ вообще по сѣверному полушарію земли, если широта луны сѣверная и тѣмъ далѣе къ сѣверу, чѣмъ больше широта; если же широта луны южная, то полоса полного или кольцеобразнаго затмѣнія преимущественно проходитъ страны южнаго полушарія.

Если при этихъ замѣчаніяхъ вычислимъ широту ψ мѣста, въ которомъ будетъ видно около полудня центральное затмѣніе по приближенной формулѣ

$$\sin(\psi - d) = \frac{\lambda}{\pi - p}$$

и восточную долготу L по формулѣ

$$L = 24^h - T,$$

гдѣ d есть склоненіе солнца и T истинное время новолунія считаемое на мѣстѣ, отъ котораго берется долгота, то всѣ эти данныя покажутъ страны земли, по которымъ пройдетъ полоса полного или кольцеобразнаго затмѣнія.

Изложенныя правила объяснимъ примѣромъ. Въ 1854 году въ новолуніе 19 Ноября широта луны была $\lambda = -0^\circ 30' 50''$. Такъ какъ эта широта менѣе всѣхъ величинъ (1), (2), (3) и (4), то затмѣніе было центральное полное или кольцеобразное и при томъ оно видно

въ южномъ полушаріи, ибо широта луны отрицательная. Сверхъ того, для этого новолунія имѣемъ

$$\begin{aligned}\pi - p &= 0^{\circ}59'18'',2 \\ \varrho &= 0\ 16\ 12,0 \\ r &= 0\ 16\ 13,0\end{aligned}$$

Такъ какъ r болѣе ϱ , то затмѣніе кольцеобразно, по крайней мѣрѣ въ тѣхъ мѣстахъ, въ которыхъ оно видно не при большихъ высотахъ. По причинѣ малости разности $r - \varrho$, которая менѣе величины

$$\frac{\varrho}{1 - \sin \pi},$$

или паралакса радіуса луны въ зенитѣ, мы должны ожидать, что это затмѣніе вмѣстѣ съ тѣмъ было и полное. Чтобы разрѣшить эту неопредѣленность, мы вычисляемъ наименьшее зенитное разстояніе на центральной линіи по формулѣ

$$\sin z = \frac{\lambda}{\pi - p}$$

и находимъ

$$z = -31^{\circ}20'$$

отсюда

$$\varrho \sin (\pi - p) \cos z = 14'',3.$$

И такъ наибольшій видимый радіусъ луны на центральной линіи будетъ $0^{\circ}16'26'',3$ и онъ превышаетъ радіусъ солнца величиною $13'',3$, слѣдовательно затмѣніе это было и полное и наибольшее время продолженія его составляло около 48 секундъ времени. Если прибавимъ къ этому еще то, что радіусъ луны увеличивался тогда въ одинъ часъ на $0'',38$ слѣдовательно въ началѣ центрального затмѣнія на землѣ вообще онъ составлялъ около $16'11'',4$ и въ концѣ около $16'12'',8$, то придемъ къ заключенію, что это затмѣніе въ началѣ центрального затмѣнія на землѣ вообще было кольцеобразное и ширина кольца составляла $1'',6$, послѣ оно вскорѣ перешло въ полное и въ концѣ затмѣнія на землѣ вообще оно перешло опять въ кольцеобразное и ширина кольца составляла $0'',2$. Числа $1'',6$, $0'',2$ и $13'',3$ показываютъ, что въ малой части своего пути затмѣніе было кольцеобразное, большая же часть видѣла полное затмѣніе.

Склоненіе солнца въ геоцентрическое соединеніе луны и солнца по прямому восхожденію было $-19^{\circ}41'$ и истинное время новолунія считаемое въ Берлинѣ было $T = 23^h 10'$, слѣдовательно центральное затмѣніе въ полдень видно было въ томъ мѣстѣ, котораго

широта — 51° и восточная долгота отъ Берлина 11° ¹⁾. Такъ какъ луна по склоненію съ теченіемъ времени удалялась отъ сѣвернаго полюса, то линія центральнаго затмѣнія должна быть обращена вогнутою стороною къ этому полюсу. Эти простыя соображенія показываютъ, что линія центральнаго затмѣнія должна начаться въ атлантическомъ океанѣ близъ Бразиліи, или въ самой Бразиліи, пройти южную часть Африки достигнувъ широты — 51° и вѣроятно болѣе южной и опять приблизиться къ экватору оканчиваясь въ Австраліи.

Затмѣніе это въ Берлинскомъ мѣсяцесловѣ названо малымъ кольцеобразнымъ и широта полосы оцѣнена въ двѣ минуты дуги большаго круга на поверхности земли. Разность нашихъ заключеній отъ результатовъ Берлинскаго мѣсяцеслова, разность весьма существенная, происходитъ отъ того, что при вычисленіяхъ этого мѣсяцеслова паралаксъ радіуса луны не принятъ во вниманіе.

9. Опредѣлимъ разстояніе вершины конуса полной или кольцеобразной тѣни отъ центра луны; пусть будетъ x это разстояніе, сверхъ того означимъ поудіаметръ солнца чрезъ K и поудіаметръ луны чрезъ k , радіусъ земнаго экватора чрезъ a , и угловое разстояніе луны отъ солнца чрезъ σ , то не трудно найти

$$x = \frac{k}{K - k} \frac{a}{\sin p} \sqrt{1 + \left(\frac{\sin p}{\sin \pi}\right)^2 - 2 \frac{\sin p}{\sin \pi} \cos \sigma}$$

или

$$x = \frac{k}{K - k} \frac{a}{\sin p} \left(1 - \frac{\sin p}{\sin \pi}\right) \sqrt{1 + \frac{4 \sin p}{\sin \pi} \frac{\sin^2 \frac{\sigma}{2}}{\left(1 - \frac{\sin p}{\sin \pi}\right)^2}}$$

Въ теченіе всего продолженія солнечнаго затмѣнія величина σ не значительная, такъ что съ достаточнымъ приближеніемъ можно принять

$$x = \frac{k}{K - k} a \left(\frac{1}{\sin p} - \frac{1}{\sin \pi}\right),$$

или

$$x = \frac{k}{K - k} \frac{a}{p \sin 1''} \frac{\pi - p}{\pi}.$$

¹⁾ Хотя результаты эти приближенны только до одного или до двухъ градусовъ, но такъ какъ они почти не требуютъ вычисленія, то для предварительнаго знанія хода затмѣнія они достаточны.

Если назовемъ d разстояніе центровъ луны и земли, то

$$d = \frac{a}{\sin \pi}.$$

Для полныхъ затмѣній всегда величина x равна или болѣе d , для кольцеобразныхъ же и вмѣстѣ полныхъ затмѣній величина x менѣе d .

По вычисленіямъ Адамса

$$k = 0,273114 a.$$

Что касается K , то принявъ вѣроятнѣйшія значенія экваторіальнаго паралакса солнца $8',57116$ и его радіуса $16'0,9''$ при среднемъ разстояніи солнца отъ земли, находимъ

$$K = 112,115 a,$$

отсюда

$$\frac{k}{K - k} = 0,00244197$$

и

$$x = \frac{503,692}{p} \frac{\pi - p}{\pi} a.$$

Такъ какъ величина $\frac{\pi - p}{\pi}$ весьма мало измѣняется при измѣненіи π и p , то значеніе x завися преимущественно отъ p бываетъ наибольшимъ въ Іюніѣ мѣсяцѣ и наименьшимъ въ Декабрѣ; по этой причинѣ полныя солнечныя затмѣнія чаще встрѣчаются лѣтомъ нежели зимою. Къ этому же заключенію приходимъ замѣчая, что радіусъ солнца лѣтомъ бываетъ менѣе, нежели зимою. Наибольшія кольцеобразныя затмѣнія могутъ случаться только въ Декабрѣ и вообще онѣ чаще происходятъ зимою, нежели лѣтомъ.

Величина $\frac{\pi - p}{\pi}$ измѣняется въ предѣлахъ $0,9973$ и $0,9977$, такъ что принявъ среднее значеніе $0,9975$ въ величинѣ x сдѣ-

¹⁾ Въ Nautical Almanac радіусъ солнца при среднемъ разстояніи солнца отъ земли припятъ въ $16'1,82''$; эта величина найдена изъ Греничскихъ двѣнадцатилѣтнихъ наблюденій (1836 — 1847). Въ Berliner Astronomisches Jahrbuch принято значеніе $16'0,93''$ найденное Бесселемъ изъ девятилѣтнихъ наблюденій солнца (1820 — 1828). Струве и Прейсъ въ Дерптѣ нашли горизонтальный радіусъ $16'0,90''$ и вертикальный $16'0,48''$. Леверрье изъ всѣхъ наблюдаемыхъ прохожденій Меркурія чрезъ солнце вывелъ радіусъ $16'0,01''$. По Лаланду этотъ радіусъ равенъ $16'1,36''$.

лаемъ ошибку, которая при своемъ максимумъ можетъ достигнуть около $\frac{1}{100}$ части радіуса земли. Такимъ образомъ среднее значеніе x будетъ

$$x = \frac{502,43}{p} a,$$

гдѣ p должно быть выражено въ секундахъ дуги.

Разность между разстояніемъ центра луны отъ вершины конуса полной тѣни и разстояніемъ центра луны отъ центра земли, или величина $x - d$, выражается формулою

$$x - d = \frac{k}{K - k} a \left(\frac{1}{\sin p} - \frac{K}{k \sin \pi} \right);$$

замѣтивъ что

$$K = \frac{\sin r}{\sin p} a$$

$$k = \frac{\sin \varrho}{\sin \pi} a,$$

будетъ
$$x - d = \frac{k}{K - k} \frac{a}{\sin p} \left(1 - \frac{\sin r}{\sin \varrho} \right)$$

или
$$x - d = \frac{503,692}{p} \left(1 - \frac{\sin r}{\sin \varrho} \right) a.$$

По формуламъ Лапласа постоянный членъ экваторіальнаго паралакса составляетъ $3424,2$ и сумма коэффициентовъ переменныхъ членовъ $263,0$; по Адамсу эти числа надобно замѣнить числами $3422,3$ и $269,8$. Принявъ послѣдній результатъ какъ болѣе вѣроятный и значеніе $0,273114 a$ для k , получимъ для постояннаго члена радіуса луны число $934,68$ и для суммы коэффициентовъ переменныхъ членовъ $73,69$. Число $934,68$ есть средній геоцентрический радіусъ луны и онъ менѣе средняго радіуса солнца на величину $26,25$. Эта разность болѣе наибольшаго паралакса радіуса луны. Изъ всего этого заключаемъ что въ періодѣ, въ теченіе котораго паралаксъ и радіусъ луны перейдутъ отъ наименьшаго до наибольшаго значенія разность $x - d$ будетъ чаще дѣлаться отрицательною, нежели положительною, или другими словами, кольцеобразныя затмѣнія случаются чаще, нежели полныя.

Надобно однакожъ замѣтить, что паралаксъ луны и ея радіусъ въ новолуніе никогда не могутъ достигнуть своихъ наименьшихъ значеній $3152,5$ для паралакса и $860,99$ для радіуса.

по причинѣ одного неравенства извѣстнаго подѣ названіемъ вариации. Такъ какъ аргументъ этого неравенства въ каждое новолуніе равенъ нулю, то неравенства паралакса зависящія отъ этого аргумента для каждаго новолунія приводятся къ постоянной величинѣ; эта величина составляетъ $+ 25,6$, слѣдовательно для разныхъ новолуній паралаксъ можетъ измѣняться только въ предѣлахъ

$$3422,3 + 269,8 = 61'32,1$$

$$3422,3 - 244,2 = 52'58,1$$

и радіусъ луны въ предѣлахъ

$$934,68 + 73,69 = 16'48,37$$

$$934,68 - 66,70 = 14'27,98$$

Радіусъ солнца измѣняется въ предѣлахъ $945,04$ и $977,31$, въ слѣдствіе чего паралаксъ солнца измѣняется въ предѣлахъ $8,4293$ и $8,7171$ и поэтому для максимум и минимум разности $x - d$ имѣемъ значенія $- 7,278 a$ и $+ 3,160 a$.

Уголъ при вершинѣ конуса полной тѣни между образующею этого конуса и его осью, подобно величинѣ x , тоже весьма мало зависитъ отъ разстоянія луны отъ земли и его радіуса, и этотъ уголъ преимущественно измѣняется только въ слѣдствіе измѣненія разстоянія солнца отъ земли. Назовемъ этотъ уголъ f и разстояніе луны отъ солнца D , то

$$\sin f = \frac{K - k}{D}$$

$$D = \frac{a}{\sin p} \left(1 - \frac{\sin p}{\sin \pi} \right) \sqrt{1 + 4 \frac{\sin p}{\sin \pi} \frac{\sin^2 \frac{\sigma}{2}}{\left(1 - \frac{\sin p}{\sin \pi} \right)^2}}$$

гдѣ b означаетъ угловое разстояніе луны отъ солнца.

Въ новолуніе величина b небольшая, сверхъ того коэффициентъ $\frac{\sin p}{\sin \pi}$ тоже весьма малъ, слѣдовательно для новолунія съ достаточнымъ приближеніемъ можно принять

$$D = \frac{a}{\sin p} \left(1 - \frac{\sin p}{\sin \pi} \right)$$

слѣдовательно

$$\sin f = \left(\frac{K - k}{a} \right) \sin p \left(1 - \frac{\sin p}{\sin \pi} \right)^{-1}$$

Такъ какъ

$$K = a \frac{\sin r}{\sin p}$$

$$k = a \frac{\sin \rho}{\sin \pi},$$

то

$$\sin f = \left(\sin r - \sin \rho \frac{\sin p}{\sin \pi} \right) \left(1 - \frac{\sin p}{\sin \pi} \right)^{-1}$$

или

$$\sin f = \sin r + (\sin r - \sin \rho) \frac{\sin p}{\sin \pi} \left(1 - \frac{\sin p}{\sin \pi} \right)^{-1}$$

и съ ошибкою около 0,0007 можно положить

$$\sin f = \sin r + (\sin r - \sin \rho) \frac{\sin p}{\sin \pi}.$$

Такъ какъ послѣдній членъ при своемъ наибольшемъ значеніи не превосходитъ 0,3, то можно принять

$$f = r + (r - \rho) \frac{p}{\pi}.$$

Наибольшая положительная разность $r - \rho$ составляетъ 116,4 и отрицательная — 63,4, слѣдовательно измѣненіе разстоянія луны отъ земли можетъ произвести измѣненіе въ уголъ f доходящее до 0,3 и вообще оно меньше, такъ что въ большой части случаевъ уголъ f въ новолуніе можно принять равнымъ радіусу солнца.

Для конуса имѣющаго вершину между солнцемъ и луною будетъ

$$f = r + (r + \rho) \frac{p}{\pi}.$$

10. Наибольшія полныя затмѣнія могутъ быть видимы только въ тропическихъ странахъ, то есть въ тѣхъ мѣстахъ, въ которыхъ солнце будетъ въ зенитѣ во время его затмѣнія. Наибольшее время продолженія полнаго затмѣнія будетъ тогда, когда радіусъ солнца будетъ наименьшій и радіусъ луны наибольшій и наконецъ, когда полное затмѣніе произойдетъ сейчасъ послѣ кульминаціи солнца близъ зенита. Пусть ρ , будетъ наибольшій геоцентрическій радіусъ луны, r , наименьшій радіусъ солнца; радіусъ луны отъ паралакса еще увеличится на $\frac{\rho \sin \pi}{1 - \sin \pi}$ или на 19,1, слѣдовательно наи-

большая разность между видимыми радиусами луны и солнца будет $\rho_1 - r_1 + 19,1$. При наименьшемъ разстояніи луны ея движеніе въ одну секунду средняго времени составляетъ $0,644$, отъ паралакса это движеніе уменьшится на величину $0,018$; движеніе солнца, при наибольшемъ его разстояніи, въ одну секунду времени составляетъ $0,040$, слѣдовательно относительная видимая скорость будетъ $0,586$ и время продолженія наибольшаго полнаго затмѣнія найдется изъ формулы

$$\frac{2(\rho_1 - r_1 + 19,1)}{0,586}$$

Такъ какъ $\rho_1 = 16'48,37$ $r_1 = 15'45,04$, то для этого времени находимъ 4 минуты 41 секундъ.

Подобнымъ образомъ для времени продолженія возможно наибольшаго кольцеобразнаго затмѣнія получимъ 8 минутъ 6 секундъ; такая продолжительность возможна только тогда, когда солнце въ моментъ центральнаго затмѣнія находится на горизонтѣ.

Вообще въ одномъ году бываютъ два солнечныхъ затмѣнія одно полное и другое кольцеобразное, но въ этомъ правилѣ бываютъ исключенія, впрочемъ довольно рѣдкія. Солнечныя затмѣнія слѣдуютъ одно за другимъ черезъ шесть синодическихъ мѣсяцевъ или чрезъ 177 дней.

11. Задача о солнечныхъ затмѣніяхъ состоитъ въ слѣдующемъ :

- а) Опредѣлить начало и конецъ частнаго, полнаго или кольцеобразнаго затмѣнія на землѣ вообще, и найти тѣ точки на поверхности земли, въ которыхъ будутъ видны эти явленія, и начертить линіи разныхъ фазъ при восхожденіи и захожденіи солнца.
- б) Опредѣлить на поверхности земли линію центральнаго затмѣнія и полосу полнаго или кольцеобразнаго затмѣнія.
- в) Найти время продолженія полнаго или кольцеобразнаго затмѣнія для разныхъ мѣстъ.
- г) Опредѣлить на поверхности земли предѣлы видимости частнаго затмѣнія, и начертить линіи, на которыхъ затмѣніе будетъ имѣть данную величину.
- е) Опредѣлить начало и конецъ частнаго, полнаго или кольцеобразнаго затмѣнія на одномъ мѣстѣ.

Представимъ себѣ сферу концентрическую съ землею и имѣющую радиусъ равный разстоянію центра земли отъ центра луны. На этой сферѣ положеніе центра луны усматриваемое изъ центра земли совпадаетъ съ положеніемъ видимымъ изъ ка-

койнибудь точки на поверхности ея. Проекція радиуса луны на эту сферу немного отличается отъ геоцентрическаго радиуса, но такъ какъ поправки суммы радиусовъ луны и солнца вычисляемыя по формуламъ (18), (19) и (20) зависящія отъ угла u , или отъ положенія точки прикосновенія краевъ обоихъ свѣтилъ, весьма ничтожны, то ими можно пренебречь, оставляя только поправку радиуса солнца не зависящую отъ этого угла.

На принятой нами сферѣ проекціи видимое положеніе солнца отличается отъ геоцентрическаго и вліяніе паралаксовъ на прямое восхожденіе и склоненіе получится изъ формулъ (13).

Означимъ чрезъ T_0 среднее время геоцентрическаго соединенія луны и солнца по прямому восхожденію. Это время будетъ относиться къ мѣсту, для меридіана котораго составленъ астрономическій календарь принятый въ помощь вычислений. Пусть будетъ τ время выраженное въ часахъ и доляхъ часа послѣ или до геоцентрическаго соединенія.

Для времени $T_0 + \tau$ означимъ

Геоцентр. прямое восхожденіе луны	α	солнца	A
— склоненіе	δ		d
Геоцентрической радиусъ	ρ		r

Горизонтальныя паралаксы луны и солнца соотвѣтствующіе какойнибудь широтѣ ψ означимъ соотвѣтственно буквами π и p .

Если A' и d' означаютъ видимое прямое восхожденіе и склоненіе солнца на какомънибудь мѣстѣ, s звѣздное время считаемое въ этомъ мѣстѣ въ данный моментъ, то величины A' и d' вычисляются по формуламъ (13) или также по формуламъ

$$A' = A + (\pi - p) \cos \psi \sec d' \sin (s - A)$$

$$d' = d + (\pi - p) \left\{ \sin \psi \cos d - \cos \psi \sin d \cos \left(s - \frac{A+A'}{2} \right) \sec \left(\frac{A'-A}{k} \right) \right\}.$$

Последній членъ во второй формулѣ можно замѣнить величиною

$$- (\pi - p) \cos \psi \sin d \left\{ \cos (s - A) + \tan g \left(\frac{A'-A}{2} \right) \sin (s - A) \right\}.$$

Такъ какъ $(\pi - p) \tan g \left(\frac{A'-A}{2} \right)$ составляетъ менѣе одной минуты, то вмѣсто $\tan g \left(\frac{A'-A}{2} \right)$ можно взять $\left(\frac{A'-A}{2} \right) \sin 1'$, и

предыдущее выражение, по вставкѣ въ него вмѣсто $A' - A$ значения изъ первой формулы, перейдетъ въ слѣдующее:

$$-(\pi - p) \cos \psi \sin d \left\{ \cos(s - a) + \frac{1}{2}(\pi - p) \sin 1'' \cos \psi \sec d' \sin^2(s - a) \right\}.$$

Означивъ буквою t истинное солнечное время считаемое на данномъ мѣстѣ, и замѣтивъ, что

$$t = s - A,$$

будемъ имѣть:

$$\begin{aligned} A' &= A + (\pi - p) \cos \psi \sec d' \sin t \\ d' &= d + (\pi - p) \left\{ \sin \psi \cos d - \cos \psi \sin d \cos t \right\} \\ &\quad - \frac{1}{2}(\pi - p)^2 \sin 1'' \cos^2 \psi \tan g d \sin^2 t. \end{aligned}$$

Мы здѣсь перемѣнили $\sin d \sec d'$ на $\tan g d$, что достаточно, ибо послѣдній членъ второй формулы, гдѣ эта перемѣна сдѣлана, не большой; ошибка всегда менѣе $0,1$.

Представимъ себѣ треугольникъ на принятой нами сферѣ проэкціи между полюсомъ экватора, видимымъ мѣстомъ солнца и мѣстомъ луны: если въ немъ разстояніе центровъ луны и солнца означимъ чрезъ F , то будемъ имѣть

$$\cos F = \sin d' \sin \delta + \cos d' \cos \delta \cos(\alpha - A'),$$

или
$$F^2 = (\delta - d')^2 + (\alpha - A')^2 \cos \delta \cos d'.$$

Положимъ

$$\begin{aligned} (\alpha - A') \sqrt{\cos \delta \cos d'} &= F \cos \theta \\ \delta - d' &= F \sin \theta, \end{aligned}$$

то предыдущее уравненіе будетъ удовлетворено и по вставкѣ значений вмѣсто A' и d' въ два послѣднія выраженія получимъ

$$F \cos \theta = (\alpha - A) \cos \delta \sqrt{\frac{\cos d'}{\cos \delta}} - (\pi - p) \cos \psi \sin t \sqrt{\frac{\cos \delta}{\cos d'}}$$

$$\begin{aligned} F \sin \theta &= \delta - d - (\pi - p) \left\{ \sin \psi \cos d - \cos \psi \sin d \cos t \right\} \\ &\quad + \frac{1}{2}(\pi - p)^2 \sin 1'' \cos^2 \psi \sin^2 t \tan g d. \end{aligned}$$

Въ моментъ геоцентрическаго соединенія луны и солнца по прямому восхожденію, или во время T_0 , величина $\alpha - A$ равна нулю и $\delta - d$ приводится къ нѣкоторой постоянной, которую мы означимъ буквою η ; черезъ τ часовъ послѣ этого соединенія, или до него, величины $(\alpha - a) \cos \delta$ и $\delta - d$ измѣняются почти пропорціонально этому времени τ . Но такъ какъ относительное движеніе луны и солнца по прямому восхожденію и склоненію не совершенно равномерно, то вообще мы положимъ:

$$(\alpha - A) \cos \delta = \tau n \cos N + \tau^2 \beta \quad (21)$$

$$\delta - d = \eta + \tau n \sin N + \tau^2 \gamma;$$

если притомъ замѣтимъ, что

$$\sin z \sin V = \cos \psi \sin t$$

$$\sin z \cos V = \sin \psi \cos d - \cos \psi \sin d \cos t,$$

гдѣ z есть геоцентрическое зенитное разстояніе солнца считаемое отъ геоцентрическаго зенита и V паралактической уголъ, то будемъ имѣть:

$$F \cos \theta = (\tau n \cos N + \tau^2 \beta) \sqrt{\frac{\cos d'}{\cos \delta}} - (\pi - p) \sin z \sin V \sqrt{\frac{\cos \delta}{\cos d'}}$$

$$F \sin \theta = (\eta + \tau n \sin N + \tau^2 \gamma) - (\pi - p) \sin z \cos V + \frac{1}{2} (\pi - p)^2 \sin 1'' \operatorname{tang} d \sin^2 z \sin^2 V.$$

Во время затмѣнія склоненіе луны δ мало отмѣчается отъ видимаго склоненія солнца или величины d' , и по этому можно положить

$$\sqrt{\frac{\cos \delta}{\cos d'}} = 1 - \frac{1}{2} (\delta - d') \sin 1'' \operatorname{tang} d = 1 - \frac{1}{2} F \sin \theta \sin 1'' \operatorname{tang} d$$

$$\sqrt{\frac{\cos d'}{\cos \delta}} = 1 + \frac{1}{2} (\delta - d') \sin 1'' \operatorname{tang} d = 1 + \frac{1}{2} F \sin \theta \sin 1'' \operatorname{tang} d.$$

Вставивъ эти значенія и пренебрегая произведенія

$$\tau^2 \beta F \sin \theta \sin 1'' \operatorname{tang} d$$

$$\tau^2 \gamma F \sin \theta \sin 1'' \operatorname{tang} d,$$

которыя вообще не достигаютъ 0,07, получимъ:

$$F \cos \theta = \tau n \cos N + \tau^2 \beta - (\pi - p) \sin z \sin V$$

$$+ \frac{1}{2} F \sin \theta \operatorname{tang} d \{ \tau n \cos N + (\pi - p) \sin z \sin V \} \sin 1'' \quad (22)$$

$$F \sin \theta = \eta + \tau n \sin N + \tau^2 \gamma - (\pi - p) \sin z \cos V$$

$$+ \frac{1}{2} (\pi - p)^2 \sin^2 z \sin^2 V \operatorname{tang} d \sin 1''.$$

Пусть L означаетъ восточную долготу мѣста считаемую отъ того мѣста, для котораго составленъ астрономическій календарь употребленный при вычисленіи, означимъ черезъ E уравненіе времени въ моментъ геоцентрическаго соединенія луны и солнца по прямому восхожденію, черезъ σ часовое измѣненіе уравненія времени, слѣдовательно истинное время t на данномъ мѣстѣ выразится такъ

$$t = T_0 + \tau + L + E + \sigma \tau.$$

Величина $T_0 + E$ означает истинное время геоцентрическаго соединенія; это время означимъ чрезъ T и будетъ

$$t = T + L + \tau + b\tau. \quad (23)$$

Уравненія (22) можно представить еще иначе; для этого первое изъ нихъ умножимъ на $\cos N$, второе на $\sin N$ и сложимъ, и послѣ первое умножимъ на $\sin N$, второе на $\cos N$ и вычтемъ; сверхъ того въ послѣднихъ членахъ второго порядка умноженныхъ на $\sin 1''$ вмѣсто $(\pi - p) \sin z \sin V$ взявъ близкое ему значеніе $-F \cos \theta + \tau n \cos N$, ибо та и другая величина отличаются только на малое число секундъ не болѣе пяти, получимъ

$$F \cos (\theta - N) = \eta \sin N + \tau n - (\pi - p) \sin z \sin (V + N) \\ + a\tau^2 + b\tau + c$$

$$F \sin (\theta - N) = \eta \cos N - (\pi - p) \sin z \cos (V + N) \\ + a'\tau^2 + b'\tau + c',$$

гдѣ для краткости положено

$$a = \beta \cos N + \gamma \sin N + \frac{1}{2} n^2 \cos^2 N \sin N \operatorname{tang} d \sin 1''$$

$$a' = -\beta \sin N + \gamma \cos N + \frac{1}{2} n^2 \cos^2 N \cos N \operatorname{tang} d \sin 1''$$

$$b = Fn \sin 1'' \operatorname{tang} d \cos N \sin (\theta - N)$$

$$b' = -Fn \sin 1'' \operatorname{tang} d \cos N \cos (\theta - N)$$

$$c = -\frac{1}{2} F^2 \sin 1'' \operatorname{tang} d \cos \theta \sin (\theta - N)$$

$$c' = \frac{1}{2} F^2 \sin 1'' \operatorname{tang} d \cos \theta \cos (\theta - N)$$

Вмѣсто предъидущихъ уравненій мы возьмемъ слѣдующія:

$$\left. \begin{aligned} F \cos (\theta - N + \mu) &= \eta \sin N + \tau n - (\pi - p) \sin z \sin (V + N) + a\tau^2 \\ F \sin (\theta - N + \mu) &= \eta \cos N - (\pi - p) \sin z \cos (V + N) + a'\tau^2 \end{aligned} \right\} (24)$$

въ которыхъ

$$a = \beta \cos N + \gamma \sin N + \frac{1}{2} n^2 \cos^2 N \sin N \operatorname{tang} d \sin 1''$$

$$a' = -\beta \sin N + \gamma \cos N + \frac{1}{2} n^2 \cos^2 N \cos N \operatorname{tang} d \sin 1''$$

$$\mu = -n \operatorname{tang} d \cos N + \frac{1}{2} F \operatorname{tang} d \cos \theta.$$

Эти уравненія составляютъ основаніе излагаемой нами теоріи солнечныхъ затмѣній.

Величины a и a' суть постоянныя для всего продолженія затмѣнія и вообще онѣ весьма малы не болѣе двухъ или трехъ секундъ; что касается величины μ , то она переменна, но тоже весьма мала.

При вычислении солнечнаго затмѣнія и при составленіи карты линій разныхъ фазъ задача раздѣляется на двѣ части: первая часть состоитъ въ опредѣленіи линій границъ, на которыхъ данная фаза затмѣнія будетъ видна при восхожденіи или захожденіи солнца, или при какой нибудь данной его высотѣ; вторая часть состоитъ въ опредѣленіи линій границъ, на которыхъ будетъ видно данное кратчайшее разстояніе центровъ луны и солнца въ средину затмѣнія. Линіи перваго рода суть сомкнутыя овальныя концентрическія; общій ихъ центръ лежитъ на линіи центральнаго затмѣнія, общее ихъ направленіе близко подходитъ къ направленію меридіановъ. Линіи втораго рода вообще слѣдуютъ ближе къ направленію параллелей и онѣ почти параллельны съ линіею центральнаго затмѣнія. Изъ линій перваго рода обыкновенно вычисляютъ только двѣ, именно линію видимости начала и конца частнаго затмѣнія при восхожденіи солнца и такую же линію для захожденія солнца. Центръ каждой изъ этихъ двухъ овальныхъ сомкнутыхъ кривыхъ есть та точка, въ которой ось конуса касается поверхности земли. Для вычисленія ихъ надобно положить $z = 90^\circ$, $F =$ суммѣ радиусовъ луны и солнца и давать разные значенія углу $\theta - N + \mu$ отъ 0° до 360° . Линіи втораго рода получаются иначе: въ послѣдствіи увидимъ, что величина $\theta - N + \mu$ для этихъ линій близка къ 90° или 270° будучи болѣе или менѣе этихъ значеній на нѣсколько градусовъ.

Если въ уравненіяхъ (24) величины τ , z и V будемъ считать переменными, то вычисляемыя точки будутъ относиться къ линіямъ втораго рода; если же величины τ , V и $\theta - N + \mu$ будемъ считать переменными, то опредѣлимъ линіи перваго рода. Въ томъ и другомъ случаѣ зная зенитное разстояніе z и паралактическій уголъ V , не трудно находится геоцентрическая широта ψ , восточная долгота L и истинное время t по формуламъ

$$\begin{aligned} \sin \psi &= \cos z \sin d + \sin z \cos d \cos V \\ \sin t &= \sin z \sin V \sec \psi \\ L &= t - T - \tau - b\tau. \end{aligned} \quad (25)$$

Погрѣбности таблицъ луны и солнца имѣютъ вліяніе на уравненія (24), слѣдовательно и на точность опредѣленія линій разныхъ фазъ затмѣнія. Ошибки въ прямомъ восхожденіи луны и солнца производятъ ошибку во времени T , ошибки въ склоненіяхъ луны и солнца даютъ ошибочнымъ количество η , наконецъ ошибки въ радиусахъ производятъ ошибку въ разстояніи центровъ F . Пусть будетъ ξ поправка разности прямыхъ восхожденій луны и солнца, ζ поправка разности склоненій, то $\frac{\xi}{n} = dT$

будетъ поправка времени T и $d\eta = \zeta$ будетъ поправка въ разности склоненій въ геоцентрическое соединеніе обоихъ свѣтилъ. Въ слѣдствіе ошибокъ dT , $d\eta$ и dF величины z , r , t найденныя изъ уравненій (24) будутъ ошибочны. Назвавъ искомыя поправки этихъ величинъ dz , dV , дифференцированіемъ уравненій (24) получимъ:

$$\begin{aligned} (\pi - p) dz &= d\eta \frac{\cos V}{\cos z} - dF \frac{\sin(\theta + V)}{\cos z} \\ (\pi - p) dV &= -d\eta \frac{\sin V}{\sin z} - dF \frac{\cos(\theta + V)}{\sin z} \end{aligned}$$

и наконецъ помощію уравненій (25) найдемъ соотвѣтствующія поправки широты ψ , истиннаго времени t и долготы L .

Легко видѣть, что ошибка въ одну секунду въ величинѣ η производитъ ошибку около одной минуты или болѣе въ зенитномъ разстояніи z и въ паралактическомъ углѣ V .

Такъ какъ сжатіе земли принято во вниманіе въ формулахъ (24) и (25), ибо зенитное разстояніе z считается по кругу проходящему чрезъ геоцентрической зенитъ и паралактической уголъ тоже считается въ отношеніи этого круга, то для $(\pi - p)$ надобно брать то значеніе относительнаго горизонтальнаго паралакса, которое соотвѣтствуетъ опредѣленной широтѣ мѣста. Принимая $\pi - p$ экваторіальнымъ относительнымъ паралаксомъ, надобно будетъ его умножить на отношеніе радіуса земли соотвѣтствующаго широтѣ ψ къ радіусу земнаго экватора. Такой приемъ обыкновенно употребляемый неудобенъ, ибо онъ не освобождаетъ отъ двойнаго вычисленія широты ψ и времени t . Можно употребить слѣдующій. Въ уравненіяхъ (24) вмѣсто $\pi - p$ надобно поставить

$$(\pi - p)(1 - \varepsilon \sin^2 \psi)$$

гдѣ ε есть сжатіе земли и въ дугѣ оно составляетъ $690''{,}7$; поэтому, если вычислимъ z по формуламъ (24), принявъ экваторіальный паралаксъ вмѣсто горизонтальнаго, то найденное зенитное разстояніе надобно будетъ увеличить количествомъ

$$dz = \varepsilon \sin^2 \psi \operatorname{tang} z.$$

Дифференцируя уравненія (25) относительно z , ψ и t оставляя V неизмѣннымъ, ибо значеніе $\pi - p$ не имѣетъ вліянія на паралактической уголъ V , получимъ:

$$\begin{aligned} d\psi &= -\cos Q dz \\ dt &= \sin Q \sec \psi dz, \end{aligned}$$

гдѣ Q есть сѣверо-западный азимутъ солнца.

Вставивъ сюда значеніе dz будемъ имѣть :

$$d\psi = -\varepsilon \sin^2 \psi \operatorname{tang} z \cos Q$$

$$dt = \varepsilon \sin^2 \psi \operatorname{tang} z \sin Q \sec \psi,$$

или, исключая неизвѣстный азимуть Q , найдемъ :

$$d\psi = -\varepsilon \sin^2 \psi \sec z (\sin d \cos \psi - \cos d \sin \psi \cos t)$$

$$dt = \varepsilon \sin^2 \psi \sec z \sec \psi \sin t \cos d \quad (26)$$

$$dL = dt.$$

И такъ вычисливъ широту ψ , долготу L и время t при помощи экваторіальнаго паралакса, надобно эти результаты увеличить значеніями $d\psi$, dt и dL найденными изъ уравненій (26). Эти выраженія дѣлаются безконечно-большими, когда солнце находится при горизонтѣ, что происходитъ отъ того, что мы не обращали вниманія на величины второго порядка. Для горизонта мы въ своемъ мѣстѣ покажемъ непосредственное вычисленіе разныхъ точекъ линіи первого рода, избѣгая неудобства формулъ. (26).

Для поясненія примѣненія общихъ формулъ (24), (25) и (26) и для дальнѣйшаго развитія этихъ формулъ мы представимъ здѣсь въ видѣ примѣра вычисленіе полно-кольцеобразнаго затмѣнія 19 Ноября 1854 года.

Помощію положеній луны и солнца данныхъ въ Берлинскомъ астрономическомъ календарѣ по правиламъ интерполированія находимъ среднее Берлинское время геоцентрическаго соединенія луны и солнца по прямому восхожденію

$$T_0 = 23^{\text{h}} 8' 21'', 0$$

и слѣдующія положенія обоихъ свѣтилъ для каждого часа за три часа и черезъ три часа послѣ времени T_0 .

Сред. Берлин. вр. = $T_0 + t$	Прямое восх. солнца = A	Склоненіе солнца = d	Прямое восх. луны = α	Склоненіе луны = δ
20 ^h 8' 21'', 0	15 ^h 41' 39'', 06	— 19° 39' 38'', 5	15 ^h 34' 56'', 83	— 19° 39' 28'', 8
21 8 21, 0	41 49, 52.	40 12, 8	37 20, 90	51 0, 8
22 8 21, 0	41 59, 98	40 47, 0	39 45, 44	— 20° 2' 26'', 0
23 8 21, 0	42 10, 44	41 21, 1	42 10, 44	13 44, 4
0 8 21, 0	42 20, 90	41 55, 2	44 35, 90	24 55, 8
1 8 21, 0	42 31, 36	42 29, 3	47 1, 82	36 0, 1
2 ^h 8' 21'', 0	42' 41'', 83	43' 3'', 4	49' 28'', 21	46' 57'', 2

Взявъ разности прямыхъ восхожденій луны и солнца, выразивъ ихъ въ дугѣ и послѣ умноживъ на косинусъ соответству-

ющаго склоненія луны, и послѣ взявъ разности склоненій, получимъ слѣдующую табличку:

Среднее Берлинское время	$(\alpha - A) \cos \delta$	$\delta - d$
20 ^h 8' 21,0	— 5681,7	+ 9,7
21 8 21,0	— 3789,9	— 648,0
22 8 21,0	— 1895,9	— 1299,0
23 8 21,0	— 0,0	— 1943,3
0 8 21,0	+ 1897,8	— 2580,6
1 8 21,0	+ 3797,4	— 3210,8
2 ^h 8' 21,0	+ 5699,0	— 3833,8

Отсюда вообще получаемъ

$$(\alpha - A) \cos \delta = 1896,81 \tau + 0,95 \tau^2$$

$$\delta - d = -640,66 \tau + 3,48 \tau^2 - 1943,3,$$

гдѣ τ , какъ говорено было выше, означаетъ число часовъ и долей часа до, или послѣ времени T_0 . Вычисляя $(\alpha - a) \cos \delta$ и $\delta - d$ по двумъ предъидущимъ формуламъ найдемъ согласіе до 0,1.

Сличая предъидущія выраженія съ формулами (21) имѣемъ:

$$n \cos N = 1896,81$$

$$n \sin N = -640,66$$

$$\eta = -1943,3$$

$$\beta = +0,95$$

$$\gamma = +3,48,$$

отсюда

$$n = 2002,1$$

$$N = 341^\circ 20' 14''$$

$$a = +0,78$$

$$a' = +0,65$$

$$\eta \cos N = -1841,11$$

$$\eta \sin N = +621,84.$$

Наконецъ изъ того же Берлинскаго календаря беремъ:

$$\text{Уравненіе времени} = +0^h 14' 14,1 - 0,60 \tau'$$

$$\text{Относительный экваторіальный паралаксъ} = 0^\circ 59' 18,5 + 1,38 \tau$$

$$\text{Геоцентрическій радіусъ луны} = 16' 12,1 + 0,38 \tau$$

$$\text{Геоцентрическій радіусъ солнца} = 16' 13,0$$

$$\sigma = -0,60,$$

слѣдовательно

$$T = 23^h 22' 35,2.$$

Определение линии центрального затмѣнія, полосы полного или кольцеобразнаго затмѣнія и линий разныхъ фазъ. Продолженіе полного или кольцеобразнаго затмѣнія. Скорость движенія тѣни и направленіе ея на поверхности земли.

12. Наименьшее разстояніе F проэкцій центровъ луны и солнца почти совпадаетъ съ серединою затмѣнія. Если это наименьшее разстояніе было равно нулю, то точка поверхности земли изъ которой оно было видимо, лежитъ на линіи центрального затмѣнія; если оно равнялось разности проэкцій радіусовъ луны и солнца, то точка упомянутая принадлежитъ къ линіи границъ полного или кольцеобразнаго затмѣнія; если наименьшее F равнялось суммѣ проэкцій радіусовъ, то точка эта принадлежитъ къ сѣверной или южной границѣ видимости частнаго затмѣнія. Такимъ образомъ, если для F дадимъ какое нибудь произвольное постоянное значеніе, то вычисливъ рядъ точекъ на поверхности земли, получимъ линію, на которой будетъ видно затмѣніе, которое при наименьшемъ разстояніи центровъ обоихъ свѣтилъ вездѣ имѣетъ одно разстояніе F ; по этой причинѣ наименьшее значеніе F можетъ служить мѣрою величины затмѣнія. Вычисленіе такихъ линій при постоянномъ F весьма удобно, ибо давая значенія для F равныя одной, двумъ, тремъ и т. д. минутамъ, получимъ рядъ линій, на которыхъ въ средину затмѣнія разстояніе проэкцій центровъ будетъ равно одной, двумъ, тремъ и т. д. минутамъ, не нуждаясь здѣсь въ вычисленіи проэкціи радіусовъ луны и солнца.

Надобно однакожь здѣсь замѣтить, что, если какая нибудь точка одной изъ этихъ линій находится на границѣ напримѣръ полного затмѣнія, то прочія точки будутъ уже уклоняться отъ этой границы, ибо на линіи границы полного затмѣнія разстояніе F въ средину затмѣнія измѣняется отъ того, что проэкція радіуса солнца въ слѣдствіе паралакса постоянно измѣняется. Для этихъ границъ надобно вычислять рядъ точекъ при разныхъ значеніяхъ F , принимая F равнымъ разности проэкцій радіусовъ для полного и кольцеобразнаго затмѣнія и ихъ суммѣ для частнаго.

На практикѣ при вычисленіи большаго солнечнаго затмѣнія достаточно вычислить сѣверный и южный предѣлъ для частнаго и тѣже предѣлы для полного или кольцеобразнаго затмѣнія и послѣ разные линіи для разныхъ значеній F .

Обыкновенно величину солнечнаго затмѣнія выражаютъ въ доляхъ закрытой части діаметра солнца, принимая этотъ діаметръ равнымъ 12 частямъ называемымъ дюймами. Пусть ξ выражаетъ

величину солнечнаго затмѣнія измѣраемую такимъ образомъ, α' и r' проэкціи радіусовъ луны и солнца на сферу проэкціи, то

$$\xi = 6 + 6 \left(\frac{Q' - F}{r'} \right).$$

Эта формула показываетъ, что величина ξ будетъ различная для разныхъ точекъ линіи соответствующей данному и постоянному разстоянію F проэкціи центровъ обоихъ свѣтилъ, ибо величина Q' измѣняется съ продолженіемъ затмѣнія и r' измѣняется для разныхъ высотъ солнца.

Спрашивается теперь какимъ условіямъ должны удовлетворять уравненія (24) для того, чтобы онѣ относились къ линіямъ сѣверной и южной границы затмѣнія, полнаго или кольцеобразнаго, частнаго и вообще затмѣнія данной величины ξ , или даннаго разстоянія центровъ F .

Для этихъ линій F должно быть minimum, и такъ какъ F на данномъ мѣстѣ поверхности земли измѣняется со временемъ, то должно быть:

$$\frac{dF}{dt} = 0.$$

Имѣемъ:

$$F^2 = \{ F \sin(\theta - N + \mu) \}^2 + \{ F \cos(\theta - N + \mu) \}^2$$

слѣдовательно

$$F \frac{dF}{dt} = 0 = F \sin(\theta - N + \mu) \frac{d \{ F \sin(\theta - N + \mu) \}}{dt} + F \cos(\theta - N + \mu) \frac{d \{ F \cos(\theta - N + \mu) \}}{dt}.$$

Дифференцируя уравненія (24) въ отношеніи времени получимъ:

$$\frac{d \{ F \cos(\theta - N + \mu) \}}{dt} = n \frac{d\tau}{dt} - (\pi - p) \frac{d \{ \sin z \sin(V + N) \}}{dt}$$

$$\frac{d \{ F \sin(\theta - N + \mu) \}}{dt} = -(\pi - p) \frac{d \{ \sin z \cos(V + N) \}}{dt},$$

пренебрегая величины a , и c' какъ весьма малыя.

Такъ какъ въ величинѣ τ единицу составляетъ одинъ средній часъ и въ величинѣ l радіусъ круга, то

$$\frac{d\tau}{dt} = \frac{1}{15} \frac{1}{3600'' \sin 1''}.$$

Сверхъ того имѣемъ

$$\sin z \sin (V+N) = \cos N \cos \psi \sin t + \sin N (\sin \psi \cos d - \cos \psi \sin d \cos t)$$

$$\sin z \cos (V+N) = -\sin N \cos \psi \sin t + \cos N (\sin \psi \cos d - \cos \psi \sin d \cos t),$$

слѣдовательно

$$\frac{d[\sin z \sin (V+N)]}{dt} = \cos \psi (\cos N \cos t + \sin N \sin t \sin d)$$

$$\frac{d[\sin z \cos (V+N)]}{dt} = -\cos \psi (\sin N \cos t - \cos N \sin t \sin d).$$

Положивъ для краткости

$$\lambda = 15 \frac{(\pi - p)}{n} 3600 \sin 1''$$

$$g \sin G = -\sin N \cos t + \cos N \sin t \sin d$$

$$g \cos G = \cos N \cos t + \sin N \sin t \sin d,$$

то условіе для minimum F на данномъ мѣстѣ будетъ

$$0 = -\lambda \cos \psi g \sin G \sin (\theta - N + \mu) + (1 - \lambda \cos \psi g \cos G) \cos (\theta - N + \mu),$$

отсюда

$$\cot (\theta - N + \mu) = \frac{\lambda g \sin G \cos \psi}{1 - \lambda g \cos G \cos \psi}.$$

Изъ этого уравненія имѣемъ два значенія для $\theta - N + \mu$, а именно :

$$\theta - N + \mu = 270^\circ - \lambda g \cos \psi \sin G - \frac{1}{2} \lambda^2 g^2 \cos^2 \psi \sin 2G - \dots$$

$$\theta - N + \mu = 90^\circ - \lambda g \cos \psi \sin G - \frac{1}{2} \lambda^2 g^2 \cos^2 \psi \sin 2G - \dots,$$

первое изъ нихъ относится къ линіямъ лежащимъ къ сѣверу отъ линіи центральнаго затмѣнія, второе къ южнымъ линіямъ.

Положивъ для краткости

$$\tan \omega = \frac{\lambda g \sin G \cos \psi}{1 - \lambda g \cos G \cos \psi},$$

или $\omega = \lambda g \cos \psi \sin G + \frac{1}{2} \lambda^2 g^2 \cos^2 \psi \sin 2G + \dots$

и въ уравненія (24) вставивъ значенія

$$\cos (\theta - N + \mu) = \mp \sin \omega$$

$$\sin (\theta - N + \mu) = \mp \cos \omega$$

получимъ

$$\left. \begin{aligned} \mp F \sin \omega &= \eta \sin N + \tau n - (\pi - p) \sin z \sin (V+N) + a\tau^2 \\ \mp F \cos \omega &= \eta \cos N - (\pi - p) \sin z \cos (V+N) + a'\tau^2. \end{aligned} \right\} (27)$$

Для опредѣленія ω не трудно найти формулы

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tang} \omega &= \frac{\lambda g \sin G \cos \psi}{1 - \lambda g \cos G \cos \psi} \\ \lambda &= 54000 \sin 1' \frac{\pi - p}{n} \\ g^2 &= 1 - \sin^2 t c s^2 d \\ g &= \cos t \sec (G + N) \\ \operatorname{tang} (G + N) &= \operatorname{tang} t \sin d. \end{aligned} \right\} (28)$$

Уравненія (27) содержатъ четыре переменныя величины, именно F, τ, z и V , или четыре слѣдующія F, τ, t и ψ , ибо ω есть функция отъ t и ψ ; такимъ образомъ эти уравненія для даннаго F , или для даннаго кратчайшаго разстоянія центровъ луны и солнца будутъ содержать три переменныя, слѣдовательно одна изъ нихъ будетъ произвольною. Давая этой произвольной разныя значенія, получимъ рядъ точекъ составляющихъ линію фазы F , и обратно для данной точки на поверхности земли первое изъ уравненій (27) дастъ время фазы F и второе величину это фазы. Время это покажетъ моментъ, когда видимое разстояніе луны и солнца на данной точкѣ сдѣлалось наименьшимъ и F дастъ значеніе этого наименьшаго разстоянія.

Надобно здѣсь замѣтить, что въ уравненіяхъ (27) верхній знакъ относится къ линіямъ сѣвернымъ и нижній къ линіямъ южнымъ въ отношеніи линіи центральнаго затмѣнія.

13. Разныя извѣстныя методы вычисленія солнечныхъ затмѣній основываются на предположеніи

$$\omega = 0,$$

этому предположенію придаютъ нѣкоторую справедливость разными доказательствами не идущими впрочемъ къ дѣлу. Такъ напримѣръ излагавшіе способъ Гаусса, Урзинъ и проф. Савичъ, основываютъ свое доказательство на рѣшеніи слѣдующей задачи: »найти ту точку на данной параллели земнаго сфероида, которая въ данное время t увидитъ наименьшее разстояніе центровъ луны и солнца.« До рѣшенія этой задачи доходятъ помощью извѣстныхъ правилъ о наименьшихъ и о наибольшихъ величинахъ дифференцированіемъ разстоянія F въ отношеніи долготы мѣста, или, что все равно, въ отношеніи времени τ , считая широту и истинное солнечное время t постоянными. Рѣшеніе это даетъ условіе

$$\omega = 0$$

и этимъ условіемъ пользуются для вычисленія линіи, на всѣхъ точкахъ которой, наименьшее разстояніе центровъ луны и солнца имѣеть постоянную величину; равнымъ образомъ употребляютъ это условіе для вычисленія границъ южной и сѣверной, частнаго полнаго и кольцеобразнаго затмѣнія.

Не дѣлая никакихъ возраженій противъ рѣшенія упомянутой задачи, рѣшенія совершенно справедливаго, я долженъ однакоже замѣтить, что оно не обусловливаетъ линіи равныхъ фазъ F , ибо въ сущности это рѣшеніе приводитъ насъ къ опредѣленію той точки параллели, въ которой при данномъ часовомъ углѣ солнца разстояніе F будетъ менше, нежели разстояніе видѣнное на всѣхъ другихъ точкахъ этой параллели при томъ же часовомъ углѣ солнца; но ничто не убѣждаетъ насъ, что это разстояніе было наименьшимъ на данной точкѣ, или что оно еще не уменьшится съ измѣненіемъ времени. Если обратимся къ второму изъ уравненій (24), то обращая вниманія на весьма малый членъ $a^2 \tau^2$, видимъ что при данномъ часовомъ углѣ солнца и широтѣ мѣста величина $\sin z \cos (V + N)$, будучи постоянною, должна давать, съ измѣненіемъ долготы или съ измѣненіемъ времени τ , отъ которой зависитъ эта долгота, значеніе постоянное для первой части этого уравненія, именно для $F \sin (\theta - N + \mu)$. При такомъ предположеніи очевидно F будетъ наименьшимъ тогда, когда $\sin (\theta - N + \mu)$ слѣдуетъ наибольшимъ, или когда

$$\theta - N + \mu = 90^\circ$$

или

$$\theta - N + \mu = 270^\circ,$$

слѣдовательно ω должно равняться нулю. Это разсужденіе, упрощенное рѣшеніе вышеупомянутой задачи, доказываетъ только то, что если на данной параллели земнаго сфероида вообразимъ рядъ наблюдателей измѣряющихъ, при данномъ часовомъ углѣ солнца, видимое разстояніе центровъ луны и солнца, то одинъ изъ нихъ найдетъ это разстояніе меньшимъ, нежели всѣ прочіе, но отнюдь не наименьшимъ на своемъ мѣстѣ.

Величина $\theta - N$ есть уголъ, который дѣлаетъ линія соединяющая видимыя положенія центровъ луны и солнца съ направлениемъ относительнаго геоцентрическаго движенія луны и солнца. Такъ какъ μ величина ничтожная, то полагая $\theta - N + \mu$ равнымъ 90° или 270° , уравненія (24) для даннаго F дадутъ на земномъ сфероидѣ рядъ точекъ, въ которыхъ видимое разстояніе центровъ обоихъ свѣтилъ въ то время, когда это разстояніе перпендикулярно къ направленію относительнаго геоцентрическаго движенія, имѣеть постоянную величину. Назовемъ это разстояніе

F_1 и буквою F означимъ кратчайшее разстояніе имѣющее мѣсто тогда, когда линия соединяющая центры луны и солнца нормальна къ направлению относительнаго паралактическаго движенія. Въ такомъ случаѣ величина F удовлетворяетъ уравненіямъ (27) и F_1 уравненіямъ

$$\left. \begin{aligned} o &= \eta \sin N + \tau n - (\pi - p) \sin z \sin (V + N) + a\tau^2 \\ \mp F_1 &= \eta \cos N - (\pi - p) \sin z \cos (V + N) + a'\tau^2. \end{aligned} \right\} (29)$$

Принимая относительное паралактическое движеніе луны и солнца въ небольшой промежутокъ времени отъ фазы F до фазы F_1 прямолинейнымъ, разстояніе F будетъ проекція разстоянія F_1 при наклонности равной углу ω . слѣдовательно

$$F = F_1 \cos \omega.$$

Уголъ ω измѣняется между нулемъ и нѣсколькими градусами и поэтому разность $F_1 - F$ измѣняется между нулемъ и нѣсколькими секундами для границъ частнаго затмѣнія. Только въ одномъ случаѣ значеніе $\omega = 0$ имѣетъ мѣсто, именно тогда когда

$$\operatorname{tang} t = \frac{\operatorname{tang} N}{\sin d}.$$

Въ послѣдствіи увидимъ, что это уравненіе имѣетъ мѣсто для наибольшей южной или сѣверной широты, до которой достигаетъ линия фазы F , изъ чего слѣдуетъ, что точка поворота линии фазы F обусловливается тѣмъ, что въ ней относительное паралактическое движеніе совпадаетъ съ геоцентрическимъ.

Спрашивается теперь въ какихъ предѣлахъ измѣняется величина ω и когда она достигаетъ своего максимум. Такъ какъ

$$\operatorname{tang} \omega = \frac{\lambda g \sin G \cos \psi}{1 - \lambda g \cos G \cos \psi},$$

то для максимумъ ω должно быть

$$\frac{d \operatorname{tang} \omega}{dt} = 0.$$

Произведя указанное дифференцированіе получимъ условное уравненіе

$$\sin N \sin t + \cos N \cos t \sin d - \lambda \sin d = 0.$$

Если положимъ

$$\left. \begin{aligned} \sin N &= q \cos Q \\ \sin d \cos N &= q \sin Q, \end{aligned} \right\} (a)$$

то
$$\cot Q = \frac{\operatorname{tang} N}{\sin d}$$

$$q^2 = 1 - \cos^2 N \cos^2 d$$

и условное уравненіе для maximum ω будетъ

$$q \sin (t + Q) = \lambda \sin d.$$

Такъ какъ вторая часть этого уравненія незначительная, то время t , при которомъ ω достигаетъ наибольшаго своего значенія, весьма мало отличается отъ Q , такъ что приближенно имѣемъ

$$t = - Q.$$

Съ другой стороны при значеніи $\omega = 0$ мы имѣли

$$\operatorname{tang} t = \frac{\operatorname{tang} N}{\sin d},$$

отсюда слѣдуетъ, что отъ $\omega = 0$ до $\omega = \text{maximum}$, часовой уголъ солнца измѣняется почти на 90° .

Вставивъ значенія (а) въ выраженіе для $g \sin G$ получимъ

$$g \sin G = - q \cos (t + Q).$$

Для вычисляемаго солнечнаго затмѣнія величина ω не болѣе 16° .

Вычисляя по уравненіямъ (29) линіи границъ частнаго затмѣнія, мы дѣлаемъ ошибки въ широтѣ, долготѣ мѣста и во времени. Ошибки въ широтѣ и времени не большія, но въ долготѣ онѣ могутъ достигать одного или двухъ градусовъ. Въ этомъ не трудно убѣдиться. Въ самомъ дѣлѣ если положимъ для краткости

$$\tau = x \mp \frac{F}{n} \sin \omega,$$

то уравненія (27) перейдутъ въ слѣдующія:

$$0 = \eta \sin N + xn - (\pi - p) \sin z \sin (V + N) + a\tau^2$$

$$\mp F \cos \omega = \eta \cos N - (\pi - p) \sin z \cos (V + N) + a'\tau^2.$$

Величины a и a' суть всегда весьма малыя, и если въ членахъ $a\tau^2$ и $a'\tau^2$ вмѣсто τ возьмемъ x , то ошибки отсюда происходящія составятъ малую долю секунды. Такъ какъ ω уголъ небольшой, то $F \cos \omega$ отличается отъ F на небольшое число секундъ, по этой причинѣ, если для данныхъ F и x найдемъ, изъ двухъ послѣднихъ уравненій, широту и истинное солнечное время, то эти величины не много будутъ отличаться отъ значеній для широты и времени получаемыхъ изъ уравненій (29) приви-

мая въ нихъ $F_1 = F$ и взявъ $\tau = x$. Такимъ образомъ въ долготѣ получится ошибка

$$\frac{F}{n} \sin \omega,$$

которая при своемъ максимумѣ для границъ частнаго затмѣнія будетъ болѣе 2° ; впрочемъ она вообще менѣе и для границъ полнаго или кольцеобразнаго затмѣнія составляетъ только небольшое число минутъ.

Для удобства вычисленія полезно составить предварительно таблицу для вліянія сжатія на паралаксъ и для величины ω . Если положимъ

$$k = 54000'' \sin 1'' \frac{\pi - p}{n} g,$$

то
$$\operatorname{tang} \omega = \frac{k \sin G \cos \psi}{1 - k \cos G \cos \psi}.$$

Положимъ $k \sin G = \sin \alpha$, $k \cos G = \sin \beta$.

Величины α и β зависятъ отъ переменнаго истиннаго солнечнаго времени и отъ другихъ постоянныхъ величинъ, и поэтому вычисливъ α и β по аргументу времени, напримѣръ чрезъ $7^\circ 30'$ или чрезъ 30 минутъ истиннаго времени, мы будемъ въ состояніи впередъ знать приближенно ω съ приближеніемъ до одного, или до двухъ градусовъ. Слѣдующая табличка содержитъ значенія α и β для вычисляемаго затмѣнія:

t	α	β	t
18 ^h 0'	+ 8 ^h 32,5	— 2 ^h 52,5	6 ^h 0'
15	9 5,3	— 1 11,8	15
30	9 35,7	+ 0 26,8	30
45	10 3,8	2 6,8	45
19 ^h 0'	10 29,2	3 45,9	7 ^h 0'
15	10 52,0	5 24,5	15
30	11 11,9	7 1,7	30
45	11 29,0	8 37,7	45
20 ^h 0'	11 43,0	10 11,6	8 ^h 0'
15	11 54,1	11 43,6	15
30	12 2,0	13 12,8	30
45	12 6,9	14 40,4	45
21 ^h 0'	12 8,6	16 2,1	9 ^h 0'
15	12 7,0	17 21,6	15
30	12 2,2	18 36,8	30
45	+ 11 ^h 54,4	+ 19 ^h 47,9	45

<i>t</i>	<i>α</i>	<i>β</i>	<i>t</i>
22 ^h 0'	+ 11°43,5	+ 20°53,9	10 ^h 0'
15	11 29,6	21 54,9	15
30	11 12,7	22 50,1	30
45	10 52,7	23 39,7	45
23 ^h 0'	10 30,1	24 22,9	11 ^h 0'
15	10 4,7	24 59,9	15
30	9 36,8	25 30,0	30
45	9 6,4	25 53,3	45
0 ^h 0'	8 33,8	26 9,5	12 ^h 0'
15	7 56,9	26 18,5	15
30	7 22,3	26 20,2	30
45	6 43,4	26 14,4	45
1 ^h 0'	6 3,0	26 1,6	13 ^h 0'
15	5 20,9	25 41,5	15
30	4 37,8	25 14,6	30
45	3 53,6	24 40,7	45
2 ^h 0'	3 8,4	24 0,5	14 ^h 0'
15	2 22,1	23 13,7	15
30	1 35,3	22 21,2	30
45	0 47,9	21 22,6	45
3 ^h 0	+ 0 0,6	20 19,0	15 ^h 0'
15	— 0 46,5	19 10,0	15
30	1 33,4	17 56,8	30
45	2 20,3	16 39,1	45
4 ^h 0'	3 6,4	15 18,0	16 ^h 0'
15	3 51,9	13 53,0	15
30	4 36,2	12 25,2	30
45	5 19,5	10 54,3	45
5 ^h 0'	6 1,4	9 21,4	17 ^h 0'
15	6 41,9	7 46,1	15
30	7 20,6	6 9,5	30
45	7 57,5	4 31,3	45
6 ^h 0'	— 8°32,5	+ 2°52,5	18 ^h 0'

Величины *α* и *β* данныя въ этой таблицѣ служатъ для аргумента *t* поставленнаго на лѣво, эти же значенія относятся и къ аргументамъ *t* поставленнымъ на право перемѣняя только знаки при *α* и *β*.

Помощію этой таблицы уголъ *ω* соответствующій данному истинному времени *t* и широтѣ *φ* найдется по формулѣ

$$\operatorname{tang} \omega = \frac{\sin \alpha \cos \psi}{1 - \sin \beta \cos \psi} . \quad (30)$$

Сжатые земли можно принять во внимание различными способами при вычислении солнечного затмения. По виду формулы (27) видно, что сжатие земли не имеет влияния на паралактический угол V , и изменяет только зенитное расстояние. Пусть ϵ означает сжатие земного сфероида, то горизонтальный паралакс $\pi - p$ получится из экваториального, умножая его на $\epsilon \sin^2 \psi$, и поэтому, если $\pi' - p'$ будет экваториальный паралакс, то

$$\pi - p = \pi' - p' - (\pi' - p') \epsilon \sin^2 \psi.$$

Можно составить таблицу для величины $(\pi' - p') \epsilon \sin^2 \psi$ по аргументу широты, или же взять значение этой величины из прилагаемой здесь таблицы дающей этот член для разных широт через десять градусов и для разных значений горизонтального паралакса через одну минуту.

Таблица значений $(\pi' - p') \epsilon \sin^2 \psi$

Арг. широт.	Аргумент экваториальный паралакс.							
	3240"	3300"	3360"	3420"	3480"	3540"	3600"	3660"
0°	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10	0,33	0,33	0,34	0,35	0,35	0,36	0,36	0,37
20	1,27	1,29	1,31	1,34	1,36	1,38	1,41	1,43
30	2,71	2,76	2,81	2,86	2,91	2,96	3,01	3,06
40	4,47	4,55	4,63	4,72	4,80	4,89	4,97	5,05
50	6,36	6,48	6,60	6,71	6,83	6,95	7,06	7,18
60	8,12	8,27	8,42	8,57	8,72	8,87	9,03	9,18
70	9,56	9,74	9,92	10,10	10,28	10,46	10,63	10,81
80	10,50	10,69	10,89	11,09	11,28	11,48	11,67	11,87
90	10,83	11,03	11,23	11,43	11,63	11,83	12,03	12,23

Гораздо проще принимается во внимание сжатие земли в формулах (27) следующим образом. Если вместо горизонтального паралакса $\pi - p$ в этих формулах примем экваториальный, то получим приближенное зенитное расстояние, которое назовем z' ; истинное зенитное расстояние найдется из формулы

$$z = z' + \epsilon \operatorname{tang} z' \sin^2 \psi,$$

где ϵ должно быть выражено в дуге, именно $\epsilon = 690,7$.

Если означимъ буквою m модуль обыкновенныхъ логарифмовъ и возьмемъ дифференціалъ обыкновеннаго логарифма отъ $\sin z$, то найдемъ

$$d(\log \sin z) = m \cot z,$$

слѣдовательно

$$\log \sin z = \log \sin z' + m \epsilon \sin^2 \psi,$$

или

$$\log \sin z = \log \sin z' + 0,0014517 \sin^2 \psi.$$

Полезно составить предварительно табличку для послѣдняго члена этой формулы, и такъ какъ этотъ членъ не зависитъ отъ экваторіальнаго паралакса, то составленная табличка будемъ служить для всякаго затмѣнія.

ТАБЛИЦА ЗНАЧЕНІЙ $0,0014516 \sin^2 \psi$.

ψ	$0,0014517 \sin^2 \psi$	Разн.
0°	0,0000000	0,0000110
5	0,0000110	0,0000328
10	0,0000438	0,0000534
15	0,0000972	0,0000726
20	0,0001698	0,0000895
25	0,0002593	0,0001036
30	0,0003629	0,0001147
35	0,0004776	0,0001222
40	0,0005998	0,0001261
45	0,0007259	0,0001260
50	0,0008519	0,0001222
55	0,0009741	0,0001147
60	0,0010888	0,0001037
65	0,0011925	0,0000894
70	0,0012819	0,0000726
75	0,0013545	0,0000535
80	0,0014080	0,0000327
85	0,0014407	0,0000110
90	0,0014517	

14. Пусть r будетъ геоцентрической радіусъ солнца, ρ геоцентрической радіусъ луны, r' проэція радіуса солнца на сферу проэціи, ρ' проэція радіуса луны на ту же сферу, то

$$r' = r - r \sin (\pi - p) \cos z$$

$$\rho' = \rho$$

и для границъ частнаго, полнаго или кольцеобразнаго затмѣнія будемъ имѣть

$$F = r' + \rho' = r + \rho - r \sin (\pi - p) \cos z$$

$$F = r' - \rho' = r - \rho - r \sin (\pi - p) \cos z.$$

Пока величина $r' - \rho'$ будетъ положительная, то вычисляемая границы будутъ относиться къ кольцеобразному затмѣнію, но когда эта разность сдѣлается отрицательною, то вычисляемая линія границъ, пересѣкая линію центральнаго затмѣнія и перейдя на другую ея сторону, будетъ ограничивать полное затмѣніе. По большей части случается, что разность $r' - \rho'$ сохраняетъ постоянно одинъ знакъ для всего продолженія затмѣнія, тогда каждая изъ линій границъ остается постоянно на одной сторонѣ въ отношеніи линій центральнаго затмѣнія.

Кромѣ границъ частнаго полнаго и кольцеобразнаго затмѣнія и линіи центральнаго затмѣнія полезно еще вычислять, особенно въ полосѣ полнаго или кольцеобразнаго затмѣнія, другія линіи соответствующія, или даннымъ разстояніямъ центровъ обоихъ свѣтилъ, или даннымъ величинамъ затмѣнія выраженнымъ въ дюймахъ, или наконецъ даннымъ разстояніемъ сѣверныхъ краевъ луны и солнца. Пусть ζ выражаетъ величину затмѣнія въ дюймахъ, ξ видимое разстояніе сѣверныхъ краевъ луны и солнца, то для вычисления линіи соответствующей данному ξ или данному ζ надобно предварительно опредѣлить F изъ уравненій

$$F = \rho' + r' \left(1 - \frac{\xi}{6}\right)$$

$$F = r' - \rho' + \zeta$$

и значеніе F вставить въ уравненія (27). Такъ какъ тѣ и другія линіи не имѣютъ большой важности, то вмѣсто ихъ лучше вычислить линіи соответствующія одинаковымъ видимымъ разстояніямъ центровъ. На этихъ линіяхъ величина затмѣнія и разстояніе сѣверныхъ краевъ луны и солнца не будутъ постоянными во всѣхъ точкахъ, но та и другая величина легко можетъ быть опредѣлена для каждой точки изъ уравненій

$$\zeta = \rho' - r' + F$$

$$\xi = 6 + 6 \left(\frac{\rho' - F}{r'}\right).$$

Уравненія (27) представляемъ въ слѣдующемъ видѣ:

$$\left. \begin{aligned} 0 &= \eta \sin N + xn - (\pi - p) \sin z \sin (V + N) + a\tau^2 \\ \mp F \cos \omega &= \eta \cos N - (\pi - p) \sin z \cos (V + N) + a'\tau^2 \\ \tau &= x \mp \frac{F}{n} \sin \omega. \end{aligned} \right\} (31)$$

При выводѣ этихъ формулъ мы ограничивались приближеніемъ до 0,1 и по этой причинѣ въ нихъ можно подозрѣвать ошибки въ 0,1. Спрашивается теперь съ какимъ приближеніемъ надобно предварительно знать ω и широту ψ для того, чтобы не сдѣлать ошибокъ выше 0,1. Не трудно видѣть, что ω должно быть извѣстно съ приближеніемъ до одной минуты и ψ съ приближеніемъ до половины градуса. Такое приближеніе будетъ достаточно для того, чтобы ошибка въ членѣ зависящемъ отъ сжатія земли въ значеніи горизонтальнаго паралакса не превышала десятую долю секунды.

Если обратимъ вниманіе на то, что и при усовершенствованныхъ таблицахъ луны можно было бы подозрѣвать еще ошибку въ одну секунду въ величинѣ η , или въ разности склоненій луны и солнца, то не трудно видѣть, что при такомъ приближеніи склоненіе солнца можно принять постояннымъ и равнымъ склоненію во время геоцентрическаго соединенія луны и солнца по прямому восхожденію. Величина ω можетъ быть тогда извѣстна только съ приближеніемъ до десяти минутъ и широта до пяти градусовъ.

Ошибка уравненій (31) равная напримѣръ величинѣ μ даетъ ошибочное положеніе опредѣляемымъ точкамъ ливніи фазы F на величину около 60μ , такъ что приравъ въ уравненіяхъ (31) ошибку равную одной секундѣ, мы должны подозрѣвать въ широтѣ, времени и долготѣ опредѣляемой точки ошибку около одной ми уты.

Еслибы требовалось произвести вычисленіе искомыхъ ливній съ точностію нѣсколькихъ секундъ, допуская разность склоненій луны и солнца или величину η точною до одной десятой доли секунды, то это вычисленіе должно произвести въ слѣдующемъ порядкѣ. Предварительно надобно повтореніемъ вычисленія опредѣлить нѣсколько точекъ по всей данной ливніи, распредѣляя ихъ чрезъ равныя промежутки величины x ; четыре, пять или шесть такихъ точекъ достаточно. Такимъ образомъ получимъ столько же значеній для зенитнаго расстоянія z широты ψ и времени t и τ соответствующихъ даннымъ значеніямъ x . Величина ω можетъ быть получена по аргументу t и по извѣстной

широтѣ ψ изъ таблицы данной выше. Составивъ табличку для найденныхъ значений z , ψ , τ , ω по аргументу x , мы будемъ имѣть возможность найти для другого значенія x величины z , ψ , τ и ω съ такимъ приближеніемъ, какое нужно для того, чтобы ошибка уравненій (31) не превосходила 0,1, и тогда давая для x значенія положительныя и отрицательныя черезъ одну или двѣ десятихъ, мы уже не будемъ нуждаться въ повтореніи вычисленія, ибо приближенныя значенія z , ψ , τ и ω будутъ достаточны для того, чтобы принять во вниманіе малые члены въ выраженіи F зависящіе отъ τ и отъ z и измѣненіе склоненія солнца и экваторіальнаго паралакса съ теченіемъ времени τ . Сжатье земли принимается во вниманіе по правилу объясненному выше, то есть помощью экваторіальнаго паралакса найдя $\log \sin z'$, къ этому логарифму надобно придать числа содержащіяся въ табличкѣ для $0,0014517 \sin^2 \psi$.

Истинное солнечное время, широта и долгота вычисляются помощью формулъ

$$\sin \psi = \cos z \sin d + \sin z \cos d \cos V$$

$$\sin t = \sin z \sin V \sec \psi$$

$$L = t - T - \tau - b\tau$$

При вычисленіи линій границъ частнаго затмѣнія вліяніе паралакса на разстояніе F или членъ

$$-r \sin(\pi - p) \cos z,$$

гдѣ r есть радіусъ солнца, довольно быстро измѣняется, ибо зенитное разстояніе можетъ измѣняться отъ 9° до 90° ; по этой причинѣ лучше поступить слѣдующимъ образомъ: найдя приближенно зенитное разстояніе z' и паралактическій уголъ V' пренебрегая сначала членъ $-r \sin(\pi - p) \cos z$ въ выраженіи F , тогда точныя значенія этихъ двухъ величинъ получимъ просто изъ формулъ

$$\left. \begin{aligned} z &= z' + r \cos \omega \cos (V' + N) \\ V &= V' - r \cos \omega \sin (V' + N) \cot z'. \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

15. На линіи данной фазы F есть нѣсколько точекъ имѣющихъ болѣе значенія, нежели всѣ прочія. Эти точки суть: а) начало и конецъ линіи, б) точка, изъ которой видно затмѣніе F при наименьшемъ зенитномъ разстояніи, в) двѣ или одна точка поворота линіи фазы F , то есть точка наиболѣе удаленная къ югу и сѣверу по широтѣ, д) точка, въ которой затмѣніе F видно въ истинный полдень и наконецъ е) точка, въ которой паралактическое относителное движеніе луны и солнца наиболѣе разнится отъ геоцентрическаго.

а) Для опредѣленія начальной и конечной точки линіи фазы F надобно въ уравненіяхъ (31) положить

$$z = 90^\circ + 690,7 \sin 2 \psi \cos Q,$$

гдѣ Q означаетъ сѣверо-западный азимутъ солнца. При горизонтѣ имѣемъ

$$\cos d = \cos \psi \cos Q,$$

слѣдовательно

$$z = 90^\circ + 1381,4 \sin \psi \cos d.$$

Такъ какъ z отличается отъ 90° не болѣе $690,7$ и вообще гораздо менѣе, то $\sin z$ можно принять равнымъ единицѣ ибо $(\pi - p) \sin z$ будетъ отличаться отъ $(\pi - p)$ только на $0,02$. Положивъ $\sin z = 1$, два уравненія (31) дадутъ

$$(\pi - p)^2 = (\eta \sin N + xn + a\tau^2)^2 + (\eta \cos N \pm F \cos \omega + a'\tau^2)^2;$$

отсюда

$$x = -\frac{\eta \sin N + a\tau^2}{n} \pm \frac{\pi - p}{n} \sqrt{1 - \left(\frac{\eta \cos N \pm F \cos \omega + a'\tau^2}{\pi - p}\right)^2}.$$

Вычисливъ вспомогательный уголъ f изъ формулы

$$\sin f = \frac{\eta \cos N \pm F \cos \omega + a'\tau^2}{\pi - p}, \quad (33)$$

получимъ

$$x = -\frac{\eta \sin N + a\tau^2}{n} \pm \frac{\pi - p}{n} \cos f. \quad (31)$$

Верхній знакъ во второмъ членѣ послѣдней формулы относится къ концу линіи, или къ самому позднему времени затмѣнія F и нижній къ началу линіи, или къ самому раннему времени затмѣнія F . Верхній знакъ при F относится къ сѣвернымъ линіямъ и нижній къ южнымъ.

Уголъ f опредѣляемый предъидущимъ уравненіемъ всегда возможенъ, иначе линія фазы F несуществуетъ. Объ этомъ послѣднемъ случаѣ мы будемъ говорить позже.

Вставивъ значенія (33) и (34) въ уравненія (31) получимъ

$$\pm \cos f = \sin (V + N)$$

$$\sin f = \cos (V + N),$$

слѣдовательно

$$V + N = 90^\circ - f$$

$$V + N = 270^\circ + f.$$

Первое изъ этихъ значеній имѣемъ мѣсто для верхняго знака уравненія (34), или для конца линіи, второе для нижняго знака, или для начала линіи фазы F .

Широты этихъ двухъ точекъ получатся, для начальной точки, изъ которой затмѣніе F будетъ видно при восхожденіи солнца, изъ формулы

$$\sin \psi = \cos d \sin (f - N) \quad (35)$$

и для конечной точки, изъ которой затмѣніе будетъ видно при захожденіи солнца, изъ формулы

$$\sin \psi = \cos d \sin (f + N). \quad (36)$$

Истинныя солнечныя времена найдутся изъ формулы

$$\cos t = - \operatorname{tang} \psi \operatorname{tang} d. \quad (37)$$

Величина ω должна быть вычислена по формулѣ

$$\operatorname{tang} \omega = \frac{\lambda \sin d \cos f}{1 + \lambda \sin d \sin f} \quad (38)$$

для конца линіи фазы F , и по формулѣ

$$\operatorname{tang} \omega = \frac{-\lambda \sin d \cos f}{1 + \lambda \sin d \sin f} \quad (38)$$

для начала линіи фазы F .

б) Точка, изъ которой видно затмѣніе F при наименьшемъ зенитномъ разстояніи обуславливается значеніемъ

$$V + N = 0^\circ$$

или

$$V + N = 180^\circ.$$

Наименьшее зенитное разстояніе и величина x найдутся изъ уравненій

$$\left. \begin{aligned} \sin z &= \frac{\eta \cos N \pm F \cos \omega + a \tau^2}{\pi - p} \\ x &= - \frac{\eta \sin N + a \tau^2}{n} \end{aligned} \right\} (39)$$

Изъ двухъ условій

$$V + N = 0^\circ,$$

$$\text{и } V + N = 180^\circ$$

надобно взять то, которое даетъ для $\sin z$ значеніе положительное, именно берется первое тогда, когда $\eta \cos N \pm F \cos \omega$ величина положительная и второе въ противномъ случаѣ. Наименьшее зенитное разстояніе, довольно близко, равно углу f опредѣляемому

уравненіємъ (33); паралактическій уголъ V и величина x получатся приближенно, взявъ арифметическую средину значенийъ ихъ для начала и конца линіи фазы F .

Величина ω находится помощію уравненія

$$\operatorname{tang} \omega = \frac{-\lambda \cos z \cos d \sin N}{1 + \lambda (\sin z \sin d - \cos z \cos d \cos N)} \quad (40)$$

и широта и истинное время по извѣстнымъ формуламъ.

с) Для точки или точекъ поворота линіи фазы F надобно дифференцировать уравненія (31) въ отношеніи ψ и t и послѣ положить

$$\frac{d\psi}{dt} = 0.$$

Это уравненіе дастъ условіе, помощію котораго получится одна или двѣ точки имѣющія наибольшую южную или сѣверную широту, или дастъ двѣ параллели, между которыми содержится вычисляемая линія фазы F . Можетъ случиться, что найдемъ только одну точку.

Дифференцируя второе изъ уравненій (31) въ отношеніи ψ и t , полагая послѣ $\frac{d\psi}{dt} = 0$ получимъ

$$-\sin N \cos t + \cos N \sin t \sin d = 0$$

или
$$\operatorname{tang} t = \frac{\operatorname{tang} N}{\sin d}. \quad (41)$$

Сличая это уравненіе съ формулою для опредѣленія ω , видимъ что въ точкѣ поворота $\omega = 0$, или что относительное паралактическое движеніе совпадаетъ съ геоцентрическимъ.

Изъ уравненія (41) имѣемъ

$$\cos t = \frac{\sin d \cos N}{\sqrt{1 - \cos^2 d \cos^2 N}}$$

$$\sin t = \frac{\sin N}{\sqrt{1 - \cos^2 d \cos^2 N}}$$

Вычисливъ вспомогательный уголъ h , помощію формулы

$$\cos h = \cos d \cos N \quad (42)$$

получимъ

$$\left. \begin{aligned} \cos t &= \frac{\sin d \cos N}{\sin h} \\ \sin t &= \frac{\sin N}{\sin h} \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

Такъ какъ

$$\sin z \cos(V+N) = \cos N(\sin \psi \cos d - \cos \psi \sin d \cos t) - \sin N \cos \psi \sin t,$$

то вставивъ сюда значенія (42) и (43) найдемъ

$$\sin z \cos(V+N) = \sin(\psi - h),$$

следовательно

$$\left. \begin{aligned} \sin(\psi - h) &= \frac{\eta \cos N \pm F + a'\tau^2}{\pi - p}; \\ \cos z &= \frac{\sin d}{\sin h} \cos(\psi - h). \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

Изъ формулы (41) получимъ два значенія истиннаго солнечнаго времени, къ каждому изъ этихъ значеній будетъ относиться особое значеніе величины h . Вычисливъ $\psi - h$ изъ формулы (44), надобно взять то значеніе h , которое даетъ для ψ дугу меньше 90° положительную или отрицательную. Здѣсь еще надобно обращать вниманіе на то условіе, что каждое изъ двухъ временъ найденныхъ изъ уравненія (41) должно соответствовать положенію солнца надъ горизонтомъ. Такъ какъ для восхожденія и захожденія солнца время t должно удовлетворять уравненію

$$\cos t = -\operatorname{tang} d \operatorname{tang} \psi,$$

то въ выборѣ значенія для h не будетъ затрудненія.

Помощію значеній (43) находимъ

$$\sin z \sin(V+N) = \operatorname{tang} N \cot h \cos(\psi - h)$$

$$\sin z \cos(V+N) = \sin(\psi - h),$$

следовательно $\tau = x$ найдется изъ уравненія

$$0 = \eta \sin N + n\tau - (\pi - p) \operatorname{tang} N \cot h \cos(\psi - h) + a\tau^2. \quad (45)$$

d) Точка, въ которой затмѣніе F будетъ видно въ полдень находится весьма просто. Въ самомъ дѣлѣ для полудня имѣемъ условія

$$t = 0.$$

$$V = 0$$

$$z = \psi - d,$$

слѣдовательно величина x , широта ψ и уголъ ω найдутся изъ уравненій

$$\left. \begin{aligned} 0 &= \eta \sin N + x\lambda - (\pi - p) \sin(\psi - d) \sin N + a\tau^2 \\ \mp F \cos \omega &= \eta \cos N - (\pi - p) \sin(\psi - d) \cos N + a'\tau^2 \\ \text{tang } \omega &= \frac{-\lambda \cos \psi \sin N}{1 - \lambda \cos \psi \cos N} \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

е) Наконецъ послѣдняя точка, въ которой затмѣнiе F будетъ видно при наибольшемъ значенiи ω , или при наибольшемъ уклоненiи паралактическаго относительнаго движенiя отъ геоцентрическаго, получится, полагая

$$\text{tang } t = -\cot N \sin d, \quad (47)$$

отсюда имѣемъ

$$\begin{aligned} \cos t &= \frac{\sin N}{\sqrt{1 - \cos^2 N \cos^2 d}} \\ \sin t &= -\frac{\cos N \sin d}{\sqrt{1 - \cos^2 N \cos^2 d}}, \end{aligned}$$

и вычисливъ уголъ h изъ формулы (42) будемъ имѣть

$$\begin{aligned} \cos t &= \frac{\sin N}{\sin h} \\ \sin t &= -\frac{\cos N \sin d}{\sin h}. \end{aligned}$$

Вставивъ эти значенiя въ выраженiя для $\sin z \sin(V + N)$, $\sin z \cos(V + N)$ и ω получимъ:

$$\sin z \sin(V + N) = \sin N \cos d \sin \psi - \frac{\sin d}{\sin h} \cos \psi$$

$$\sin z \cos(V + N) = \cos h \sin \psi$$

$$\text{tang } \omega = \frac{-\lambda \cos \psi \sin h}{1 - \lambda \sin N \cot h \cos d \cos \psi},$$

слѣдовательно

$$\left. \begin{aligned} 0 &= \eta \sin N + x\lambda - (\pi - p) \left\{ \sin N \cos d \sin \psi - \frac{\sin d}{\sin h} \cos \psi \right\} + a\tau^2 \\ \mp F \cos \omega &= \eta \cos N - (\pi - p) \cos h \sin \psi + a'\tau^2 \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

Вычисливъ уголъ h и найдя два времена t изъ формулы (47) мы опредѣлимъ широту ψ и величину x изъ формулъ (48). Такъ какъ для каждаго изъ двухъ значенiй t соотвѣтствуетъ особое

значение для h положительное и отрицательное, то вообще найдутся двѣ широты слѣдовательно и двѣ точки, въ которыхъ затмѣніе F будетъ видно при наибольшемъ уклоненіи паралактическаго движенія отъ геоцентрическаго. Можетъ случиться, что одна изъ этихъ точекъ соотвѣтствуетъ положенію солнца подъ горизонтомъ, и по этой причинѣ надобно для каждой найденной широты найти истинное время для восхожденія и захожденія солнца.

Опредѣливъ такимъ образомъ широты и времена разныхъ точекъ линіи фазы F , долготы получатся изъ формулъ

$$\tau = x \mp \frac{F}{n} \sin \omega$$

$$L = t - T - \tau - \beta\tau$$

Заключая изложеніе вычисленія линій относящихся къ разнымъ разстояніямъ центровъ луны и солнца, мы дѣлаемъ еще слѣдующія замѣчанія. Можетъ случиться, что въ вычисляемомъ затмѣніи только часть конуса тѣни имѣющаго вершину между солнцемъ и луною упадетъ на землю, въ такомъ случаѣ одна изъ двухъ линій границъ частнаго затмѣнія не существуетъ и первая возможная линія фазы F обратится въ точку. Можетъ также случиться, что ось конуса тѣни не встрѣчаетъ земнаго шара, тогда будетъ только частное затмѣніе.

Спрашивается теперь какъ различить эти случаи и какъ найти крайнюю точку видимости наименьшаго частнаго затмѣнія. Для этого обратимся ко второму изъ уравненій (31) и для большей ясности допустимъ, что затмѣніе видно преимущественно въ сѣверномъ полушаріи земли, или что широта луны въ новолуніе была сѣверная. Не трудно убѣдиться что величина $\eta \cos N$ близка къ широтѣ луны въ новолуніе, слѣдовательно эта величина по положенію будетъ положительная и въ уравненіи

$$0 = \pm F \cos \omega + \eta \cos N - (\pi - p) \sin z \cos (V + N) + a'\tau^2,$$

для возможности существованія обѣихъ внѣшнихъ границъ частнаго затмѣнія $\pm F \cos \omega + \eta \cos N$ не должно превосходить величины $\pi - p$ при наибольшемъ значеніи F равномъ суммѣ радиусовъ луны и солнца. Если

$$\eta \cos N < \pi - p$$

то центральное затмѣніе имѣетъ мѣсто, и такъ какъ вмѣстѣ съ тѣмъ имѣемъ

$$- F \cos \omega + \eta \cos N < \pi - p,$$

то всѣ линіи лежащія къ югу отъ линіи центрального затмѣнія будутъ существовать. Пусть F_1 будетъ нѣкоторое разстояніе центровъ луны и солнца содержащееся между нулемъ и суммою радіусовъ луны и солнца; если

$$+ F_1 \cos \omega + \eta \cos N + a'\tau^2 = \pi - p,$$

то всѣ линіи соотвѣтствующія значеніямъ фазы F между F_1 и суммою радіусовъ луны и солнца невозможны и послѣдняя линія соотвѣтствующая фазѣ F_1 дѣлается точкою. Для невозможныхъ значеній F уголъ f опредѣляемый уравненіемъ (33) невозможенъ.

Предѣльная точка относящаяся къ послѣдней возможной фазѣ F_1 найдется полагая

$$\sin z \cos (V + N) = 1,$$

если $\eta \cos N$ положительное, и полагая

$$\sin z \cos (V + N) = -1,$$

если $\eta \cos N$ отрицательное.

Тому и другому положенію соотвѣтствуютъ значенія

$$z = 90^\circ$$

$$V + N = 0$$

или

$$V + N = 180^\circ.$$

Первое изъ двухъ значеній $V + N$ берется тогда, когда $\eta \cos N$, слѣдовательно и η положительное, второе для η отрицательнаго.

Условіе $V + N = 180^\circ$ такое какое мы имѣли для точки, изъ которой видно солнечное затмѣніе данной величины при наименьшемъ зенитномъ разстояніи, слѣдовательно здѣсь наименьшее зенитное разстояніе будетъ 90° .

Вставивъ значенія z и $V + N$ въ уравненія (30) и (31) получимъ

$$\left. \begin{aligned} \omega &= 0 \\ 0 &= \eta \sin N + \tau n + a\tau^2 \\ \mp F_1 &= \eta \cos N \mp (\pi - p) + a'\tau^2. \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

Верхніе знаки въ послѣднемъ уравненіи относятся къ значенію η положительному, нижніе же къ значенію η отрицательному, или верхніе знаки относятся къ предѣльной точкѣ лежащей къ сѣверу отъ линіи центрального затмѣнія, нижніе относятся къ предѣльной точкѣ лежащей къ югу отъ линіи центрального затмѣнія.

Вычисливъ τ помощьюъ перваго изъ уравненій (49) найдемъ широту и время изъ уравненій

$$\left. \begin{aligned} \sin \psi &= \pm \cos d \cos N = \pm \cos h \\ \psi &= \pm (90^\circ - h) \\ \cos l &= -\operatorname{tang} \psi \operatorname{tang} d = \mp \operatorname{tang} d \cot h \\ \sin l &= \mp \sin N \sec \psi = -\sin N \omega \operatorname{cosec} h, \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

въ которыхъ верхній знакъ берется тогда, когда η положительное и низшій когда η отрицательное. Второе изъ уравненій (49) даетъ F_1 или возможно наибольшую фазу.

16. Примѣняя изложенныя формулы къ затмѣнью 19 Ноября 1854 года, мы выставляемъ

$$\begin{aligned} \tau - p &= 3558,5 + 1,38 \tau \\ r' + \rho' &= 1945,1 + 0,38 \tau - 16,79 \cos z \\ r' - \rho' &= 0,9 - 0,38 \tau - 16,76 \cos z \\ n &= 2002,10 \\ \eta \cos N &= -1841,11 \\ \eta \sin N &= + 621,84 \\ a &= 0,78 \\ a' &= 0,65 \\ N &= 341^\circ 20' 14'' \\ d &= - 19^\circ 41' 21,1'' - 34,15 \tau \\ T &= 23^h 22' 35,2'' \\ \sigma &= - 0,60. \end{aligned}$$

Въ значеніи горизонтальнаго паралакса мы пропустили членъ $- 11,89 \sin^2 \psi$ зависящій отъ сжатія земли, потому что будемъ вводить вліяніе сжатія помощьюъ таблицы данной на страницахъ (406).

Начнемъ съ вычисленія линии границъ частнаго затмѣнія. Если вставимъ въ уравненіе (33) числовыя значенія, то увидимъ, что при нижнемъ знакѣ при F величина $- F \cos \omega$ складываясь съ отрицательною величиною $\eta \cos N$ дастъ числитель болѣе знаменателя. Отсюда слѣдуетъ, что южная граница частнаго затмѣнія не существуетъ. Сообразно съ замѣчаніемъ изложеннымъ выше, предѣльная южная точка, въ которой видно возможно-наименьшее затмѣніе и величина этого затмѣнія получится изъ уравненій (49) и (50). Такъ какъ $\eta \cos N$ величина отрицательная, то въ этихъ уравненіяхъ надобно взять нижній знакъ.

Формула вторая изъ (49) даетъ

$$\tau = - 0^{\text{h}}3106.$$

Этому значенію соотвѣтствуетъ склоненіе солнца

$$d = - 19^{\circ}41'10,5$$

и помощью формулъ (50) найдемъ

$$\psi = - 63^{\circ}7'54''$$

$$t = 225^{\circ}4'27'' = 15^{\text{h}}0'18''$$

и для F_1 получимъ значеніе

$$F_1 = 1707,6.$$

Долгота найдется изъ формулы

$$L = t - T - \tau - \sigma.$$

Такимъ образомъ найдемъ, что наименьшее затмѣніе

$$F_1 = 1707,6$$

будетъ видно въ точкѣ

$$\psi = - 63^{\circ} 7'54''$$

$$L = 15^{\text{h}}56'21''$$

въ истинное время $15^{\text{h}}0'18''$.

Для концевъ линіи сѣверной границы частнаго затмѣнія въ значеніи $\sin f$ надобно взять верхній знакъ; пропуская неизвѣстные члены во второй части формулъ (33) и (34) приближенно получимъ

$$f = 1^{\circ}40',5$$

$$x = - 0,31 \pm 1,77,$$

въ слѣдствіе чего найдемъ помощью уравненій (35), (36) и (38)

при восхожденіи солнца

$$\psi = 19^{\circ} 6'$$

$$\omega = + 8 57$$

$$\tau = - 2,23$$

при захожденіи солнца

$$\psi = - 15^{\circ}58'$$

$$\omega = - 8 57$$

$$\tau = + 1,61.$$

Повторяя вычисленіе по тѣмъ же формуламъ получимъ

для восхожденія солнца

$$f = 1^{\circ}20'0''$$

$$x = - 2^{\text{h}}0872$$

$$\tau = - 2,2383$$

$$\psi = + 18^{\circ}46',8$$

$$t = 18^{\text{h}}27'55''$$

$$L = 21^{\text{h}}19'36''$$

для захожденія солнца

$$1^{\circ}19'48''$$

$$+ 1,4659$$

$$+ 1,6170$$

$$- 16^{\circ}17',6$$

$$6^{\text{h}}24'2''$$

$$5^{\text{h}}24'27''.$$

Для точки, изъ которой видно затмѣніе F при наименьшемъ зенитномъ разстояніи имѣемъ уравненія (39) и условіе

$$V + N = 0^\circ,$$

ибо числитель первой изъ формулъ (39) есть величина положительная. И такъ

$$V = -N = 18^\circ 39' 46''.$$

Приближенно наименьшее зенитное разстояніе $= f$, величина же τ получится, взявъ арифметическую среднюю значеній этой величины для начала и конца линіи фазы F ; такимъ образомъ будемъ имѣть

$$z = 1^\circ 20'$$

$$\tau = -0^h 31.$$

Формула (40) даетъ

$$\omega = 13^\circ 38'.$$

Вычисливъ теперь z и x по формуламъ (39) и найдя τ помощію x будемъ имѣть точныя значенія

$$z = 0^\circ 31' 49''$$

$$x = -0^h 31 07$$

$$\tau = -0,5397$$

$$\psi = -19^\circ 10' 56''$$

$$l = 0^\circ 10' 46''.$$

И такъ точка, изъ которой видно затмѣніе F при наименьшемъ зенитномъ разстояніи $z = 0^\circ 31' 49''$ имѣетъ положеніе

$$\psi = -19^\circ 10' 54''$$

$$L = 1^h 10' 31''$$

$$t = 0^h 0' 43''.$$

Точка поворота линіи фазы F находится помощію формулъ (41) и слѣдующихъ. Изъ формулы (42) вычисливъ h помощію склоненія $-19^\circ 41' 21'', 1 - 34'', 15$ τ найдемъ

$$h = \pm (26^\circ 52' 15'', 5 + 24'', 1 \tau).$$

Изъ формулы (41) имѣемъ

$$l = 45^\circ 4' 16'', 5 - 47'', 7 \tau$$

$$l = 225^\circ 4' 16'', 5 - 47'', 7 \tau.$$

Первое изъ этихъ значеній можетъ относиться къ сѣверной и южной широтѣ, второе только къ южной. Для перваго значе-

нія t величина h должна быть отрицательная и для второго положительная, следовательно первому значению t соответствует широта

$$\psi = h + f = -26^{\circ}52' + 1^{\circ}20' = -25^{\circ}28'$$

и второму

$$\psi = h + f = +26^{\circ}52' + 1^{\circ}20' = +28^{\circ}16'.$$

Второе значение широты и второе значение времени не совмѣстны между собою, ибо оно относится къ положенію солнца подъ горизонтомъ, следовательно для h надобно взять отрицательную дугу.

Помощію втораго изъ уравненій (44) найдя

$$z = 41^{\circ}49',$$

получимъ изъ уравненій (45) и перваго (44), значенія слѣдующія:

$$\tau = +0^{\text{h}}8729$$

$$\psi - h = 1^{\circ}29'12''$$

следовательно

$$\psi = -25^{\circ}23'24''$$

$$t = 45^{\circ}3'35'' = 3^{\text{h}}0'14'',3$$

$$L = 2^{\text{h}}45'17''.$$

Найденная точка лежитъ надалѣе къ югу на линіи сѣверной границы частнаго затмѣнія.

Для опредѣленія точки, изъ которой затмѣніе F видно въ истинный полдень имѣемъ уравненія (46), изъ которыхъ находимъ

$$\psi = -19^{\circ}7'59''$$

$$t = 0^{\text{h}}0'0''$$

$$\tau = -0^{\text{h}}5462$$

$$L = 1^{\text{h}}10'11''$$

$$\omega = 13^{\circ}42'.$$

Для опредѣленія точки, изъ которой видно затмѣніе F при наибольшемъ уклоненіи паралактическаго относительнаго движенія отъ геоцентрическаго имѣемъ уравненія (47), (42) и (48). Изъ уравненій (42) и (47) находимъ

$$h = \pm (26^{\circ}52'15'',5 + 24'',1 \tau)$$

$$t = 135^{\circ}4'17'',7 + 47'',6 \tau$$

$$t = 315^{\circ}4'17'',7 + 47'',6 \tau.$$

Первое изъ значеній t невозможно, ибо оно соответствуетъ большимъ южнымъ широтамъ, между тѣмъ линія фазы F къ югу опу-

скается только до широты — 25°23', следовательно надобно взять второе значение l . Этому l соответствует отрицательное значение h , и такъ имѣемъ

$$h = - 26^{\circ}52'15,5 - 24,1 \tau$$

$$l = 315 \ 4 \ 17,7 + 47,6 \tau.$$

Для ω имѣемъ значение 16°12',4, следовательно формулы (48) даютъ

$$\psi = + 0^{\circ}19'7$$

$$x = - 1,6383$$

$$\tau = - 1,9095$$

$$l = 315^{\circ}2'47,7 = 21^{\circ}0'11''$$

$$L = 23^{\circ}32'9''.$$

Шесть опредѣленныхъ точекъ даютъ уже нѣкоторое понятие о ходѣ линіи сѣверной границы частнаго затмѣнія и онѣ достаточны для того, чтобы вычислить всю линію по точкамъ. Выписавъ найденныя точки слѣдующимъ образомъ:

x	τ	ψ	l	ω
— 2 ^h 0872	— 2 ^h 2383	+ 18°46',8	18 ^h 27'55"	+ 8°57'
— 1,6383	— 1,9095	+ 0°19,1	21 0 11	+ 16 12
— 0,5462	— 0,5462	— 19° 8,0	0 0 0	+ 13 47
— 0,3107	— 0,5397	— 19°10',9	0 0 43	+ 13 38
+ 0,8729	+ 0,8729	— 25°23',4	3 0 14	0 0
+ 1 ^h 4659	+ 1 ^h 6170	— 16°17,6	6 ^h 24' 2"	— 8°57',

мы будемъ въ состояніи впередъ знать τ , ψ и ω для промежуточныхъ значений x съ достаточнымъ приближеніемъ для того, чтобы принять во вниманіе небольшіе члены формулъ (31). Въ этихъ формулахъ давая для x послѣдовательныя значения 0,1 0,2 0,3 и т. д. положительныя и отрицательныя въ найденныхъ предѣлахъ получимъ соответственныя значения зенитнаго разстоянія z и паралактическаго угла V , помощью которыхъ найдемъ широту, время и долготу изъ извѣстныхъ формулъ.

Вычисленіе упрощается пренебрегая сначала вліяніе сжатія земли на паралаксъ и членъ

$$r \sin (\pi - p) \cos z$$

въ выраженіи F ; если назовемъ z , и V , зенитное разстояніе и паралактическій уголъ соответствующіе такому приближенію, то

формулы (31), по вставкѣ въ нихъ числовыхъ значеній для сѣверной границы частнаго затмѣнія дадутъ:

$$(3558,5 + 1,38\tau)\sin z, \sin(V_1 + N) = + 621,84 + 2002,1x + 0,78\tau^2$$

$$(3558,5 + 1,38\tau)\sin z, \cos(V_1 + N) = -1841,11 + (1945,1 + 0,38\tau)\cos\omega + 0,65\tau^2.$$

Вычисливъ изъ этихъ уравненій для даннаго значенія x и для соответствующаго ему приближенно извѣстнаго значенія τ , уголъ V_1 и $\log \sin z$, надобно къ этой послѣдней величинѣ придать число взятое изъ таблички данной на страницѣ (406) соответствующее приближенно извѣстной широтѣ ψ ; на ошибку этой широты до половины градуса и немного болѣе можемъ не обращать вниманія. Точное зенитное разстоянiе z и паралактическiй уголъ V получимъ изъ формулъ

$$z = z_1 + r \cos(V_1 + N)$$

$$V = V_1 - r \sin(V_1 + N) \cot z_1,$$

въ которыхъ, какъ извѣстно, r означаетъ геоцентрическiй радиусъ солнца. Имѣя z и V не трудно найдется широта ψ и время t помощью формулъ

$$\sin \psi = \cos z \sin d + \sin z \cos d \cos V$$

$$\sin t = \sin z \sin V \sec \psi.$$

Совершивъ это послѣднее вычисленiе, надобно будетъ вычислить еще ω по изложеннымъ формуламъ (28), или помощью таблицы данной на страницѣ (403) и найти τ изъ формулы

$$x = \tau + \frac{F}{n} \sin \omega$$

или, для внѣшней сѣверной границы, изъ формулы

$$x = \tau + 0,9715 \sin \omega;$$

тогда долгота L опредѣляется уравненiемъ

$$L = t - T - \tau - 6\tau$$

или въ числахъ

$$L = t - 23^{\text{h}}22'35,2 - \tau + 0,6\tau.$$

Если вычисленiе точекъ внѣшнихъ границъ частнаго затмѣнiя производится чрезъ шесть или десять минутъ времени τ , или величины x , то предварительно принятое приближенное значенiе ω въ значенiи $F \cos \omega$ будетъ достаточно для того, чтобы знать $F \cos \omega$ съ точностiю 0,1.

17. Перейдемъ теперь къ вычисленію линіи центрального затмѣнія и полосы полнаго или кольцеобразнаго затмѣнія.

Для линіи центрального затмѣнія имѣемъ

$$F = 0$$

в уравненія (31) перейдутъ въ слѣдующія:

$$\begin{aligned} (\pi - p) \sin z \sin (V + N) &= \eta \sin N + \pi\tau + a\tau^2 \\ (\pi - p) \sin z \cos (V + N) &= \eta \cos N + a'\tau^2. \end{aligned}$$

Предварительно надобно вычислить главные точки этой линіи, о которыхъ было говорено выше. Вычисленіе этихъ точекъ совершится по формуламъ (33, 34...48) полагая въ нихъ $F = 0$. Что касается прочихъ точекъ, то онѣ находятся проще, нежели точки границы частнаго затмѣнія, ибо здѣсь не входитъ величина ω . Полагая $\tau = \frac{1}{10} \frac{1}{10} \frac{1}{10}$ и т. д. $-\frac{1}{10} - \frac{1}{10} - \frac{1}{10}$ и т. д., получимъ значенія $(\pi - p) \sin z \sin (V + N)$ и $(\pi - p) \sin z \cos (V + N)$, изъ которыхъ непосредственно находится точное значеніе паралактическаго угла V ; принимая же вмѣсто $(\pi - p)$ экваторіальный относительный паралаксъ, получимъ $\log \sin z$, къ которому надобно придать число взятое изъ таблички данной на страницѣ (406) и соответствующее приближенно извѣстной широтѣ, для того чтобы принять во вниманіе вліяніе сжатія земли на паралаксъ. Имѣя τ , z и V находится уже точная геоцентрическая широта истинное солнечное время и долгота по извѣстнымъ формуламъ.

Разстояніе сѣверныхъ краевъ луны и солнца, или величина, которую мы прежде означили буквою ζ , для линіи центрального затмѣнія будетъ означать ширину свѣтлаго кольца въ случаѣ кольцеобразнаго затмѣнія, и разность видимыхъ радіусовъ луны и солнца въ случаѣ полнаго затмѣнія. Пусть r означаетъ геоцентрической радіусъ солнца и ρ геоцентрической радіусъ луны, то

$$\zeta = \rho - r + r \sin (\pi - p) \cos z.$$

Для вычисляемаго здѣсь затмѣнія

$$\zeta = -0''9 + 0'38\tau + 16''79 \cos z.$$

Пока величина ζ будетъ положительная для соответствующихъ значеній τ и z , то до тѣхъ поръ затмѣніе будетъ полнымъ; когда же ζ будетъ отрицательнымъ, то затмѣніе кольцеобразно.

Въ слѣдующей таблицѣ содержатся результаты вычисленій положенія всей линіи центрального затмѣнія. Столбцы подъ названіями τ , z , V , ψ , l , L , ζ , дадутъ Берлинскія времена послѣ

геоцентрическаго соединенія, зенитныя разстоянія, паралактическіе углы солнца, геоцентрическія широты, истинныя солнечныя времена, восточныя долготы отъ Берлина и ширины свѣтлаго кольца. Положительныя значенія величинъ ζ относятся къ полному затмѣнію и отрицательныя къ кольцеобразному.

δ	τ	α	ν	ψ	l	L	ζ
1	— 1,6	63 2,5	253° 10,2	— 11° 44,6	17 ^h 42 ^m 57 ^s	20 ^h 10 ^m 15 ^s	— 1,60
2	— 1,6	63 2,5	253° 10,2	— 23 27,0	19 26 55	21 40 19	+ 6,10
3	— 1,4	53 22,6	248 29,6	— 28 32,9	20 7 12	22 8 36	+ 8,49
4	— 1,2	46 5,4	242 42,2	— 32 59,9	20 40 58	22 30 22	+ 10,29
5	— 1,0	40 20,7	235 30,9	— 36 59,9	21 12 18	22 49 42	+ 11,52
6	— 0,8	35 56,4	226 40,6	— 40 40,9	21 42 56	23 8 20	+ 12,39
7	— 0,6	32 54,6	216 7,6	— 44 6,3	22 14 1	23 27 26	+ 12,96
8	— 0,4	31 23,1	204 12,7	— 47 17,4	22 46 35	23 48 0	+ 13,28
9	— 0,3106	31 13,7		— 48 38,0	23 1 51	23 57 54	+ 13,35
10	— 0,2	31 28,7	191 48,2	— 50 13,5	23 21 33	0 10 58	+ 13,34
11	0,0	33 10,8	180 0,0	— 52 52,1	0 0 0	0 27 25	+ 13,15
12	+ 0,2	36 22,5	169 37,2	— 55 7,9	0 43 5	1 8 30	+ 12,70
13	+ 0,4	40 56,5	160 57,7	— 56 54,3	1 32 10	1 46 35	+ 11,93
14	+ 0,6	46 51,7	153 56,2	— 57 57,0	2 28 41	2 30 6	+ 10,81
15	+ 0,7000	50 23,5		— 58 6,0	3 0 15	2 55 40	+ 10,07
16	+ 0,8	54 22,0	148 17,3	— 57 55,3	3 34 14	3 23 39	+ 9,18
17	+ 1,0	64 29,9	143° 42' 1	— 56 5,8	4 53 2	4 30 27	+ 6,71
18	+ 1,29075	90° 0' 0		— 46° 1' 1	7 ^h 27 ^m 3 ^s	6 ^h 52 ^m 1 ^s	— 0,44

Положенія точекъ данныя подъ номерами 1 и 18 относятся къ началу и концу центрального затмѣнія на землѣ вообще; точка подъ номеромъ 9 есть та, изъ которой видно затмѣніе при на-

меньшемъ зенитномъ разстояніи; изъ точки 11 центральное затмѣніе видно въ истинный полдень; наконецъ точка (15) наиболѣе удалена къ югу на линіи центральнаго затмѣнія.

18. Вычисленіе сѣверной и южной границы полнаго или кольцеобразнаго затмѣнія можетъ быть произведено такимъ же способомъ, какъ и вычисленіе внѣшнихъ границъ видимости частнаго затмѣнія. Лучше однакоже вычислять полосу полнаго или кольцеобразнаго затмѣнія и линіи разныхъ фазъ F въ этой полосѣ по приближенію, употребляя дифференціальныя формулы вмѣсто точныхъ. Такое приближеніе всегда достаточно, ибо половина ширины этой полосы только въ рѣдкихъ случаяхъ можетъ достигнуть двухъ градусовъ и вообще она менѣе. Для вычисленія упомянутой ширины, мы выведемъ формулы для опредѣленія направленія линіи центральнаго затмѣнія въ отношеніи меридіановъ земли и найдемъ длину дуги перпендикулярной къ линіи центральнаго затмѣнія въ какойнибудь точкѣ ея, и содержащейся между этою линіею и линіею сѣверной или южной границы полнаго или кольцеобразнаго затмѣнія.

Положимъ, что изъ уравненій

$$\left. \begin{aligned} \mp F \sin \omega &= \eta \sin N + \tau N - (\pi - p) \sin z \sin (V + N) + a\tau^2 \\ \mp F \cos \omega &= \eta \cos N - (\pi - p) \sin z \cos (V + N) + a'\tau^2 \\ L &= t - T - \tau - b\tau, \end{aligned} \right\} (a)$$

для даннаго значенія времени τ и принимая $F = 0$, мы нашли геоцентрическую широту ψ восточную долготу L и истинное солнечное время t для одной изъ точекъ линіи центральнаго затмѣнія, то измѣняя время τ на $\tau + \delta\tau$ мы получимъ другую точку этой линіи смежную съ предыдущей, и элементы ея будутъ $\psi + \delta\psi$, $L + \delta L$, $t + \delta t$. Значенія $\delta\psi$ и $\cos \psi \delta L$ будутъ служить для опредѣленія направленія и скорости движенія тѣни въ полосѣ полнаго затмѣнія. Величины $\delta\psi$, δL и δt получимъ дифференцированіемъ предыдущихъ уравненій по знаку δ , принимая первыя части ихъ равными нулю.

Положимъ теперь, что мы получили дифференціалы вторыхъ частей двухъ первыхъ уравненій относительно τ , ψ и L и эти дифференціалы уравнили первымъ частямъ именно $\mp F \sin \omega$ и $\mp F \cos \omega$, то тогда мы перейдемъ отъ точки (ψ, L) къ точкѣ $(\psi + d\psi, L + dL)$ смежной съ первою, но совершенно неопредѣленной, ибо два найденныя дифференціальныя уравненія будутъ содержать три неизвѣстныя величины именно $d\psi$, dL и $d\tau$. Если мы приищемъ для $d\tau$ такое значеніе, чтобы дуга ds соединяющая

двѣ точки (ψ, L) и $(\psi + d\psi, L + dL)$ была перпендикулярная къ линіи центрального затмѣнія, то эта дуга ds выразитъ половину ширины полосы видимости затмѣнія фазы F съ достаточнымъ приближеніемъ, если F небольшая величина.

Чтобы дуга ds была перпендикулярная къ линіи центрального затмѣнія надобно, чтобы уравненіе

$$d\psi \cdot \delta\psi + \cos^2 \psi dL \cdot \delta L = 0 \quad (b)$$

имѣло мѣсто, ибо это уравненіе выражаетъ условіе перпендикулярности двухъ элементовъ

$$\delta s = \sqrt{(\delta\psi)^2 + (\cos \psi \delta L)^2}$$

$$ds = \sqrt{(d\psi)^2 + (\cos \psi dL)^2}.$$

Дифференцируя вторыя части уравненій (a) относительно времени, широты и долготы, пренебрегая въ нихъ члены весьма малые $a\tau^2$ и $a'\tau^2$ и принимая $\pi - p$ постояннымъ и уравнивая найденныя дифференціалы первымъ частямъ этихъ уравненій, получимъ

$$\mp F \sin \omega = nd\tau$$

$$\left. \begin{aligned} & -(\pi - p) \left\{ -m \cos(N + M) d\psi + g \cos G \cos \psi (dL + ad\tau) \right\} \sin 1'' \\ & \mp F \cos \omega = \\ & -(\pi - p) \left\{ +m \sin(N + M) d\psi + g \sin G \cos \psi (dL + ad\tau) \right\} \sin 1'', \end{aligned} \right\} (c)$$

гдѣ для краткости положено

$$- \sin N \cos t + \cos N \sin t \sin d = g \sin G$$

$$\cos N \cos t + \sin N \sin t \sin d = g \cos G$$

$$\cos d \cos \psi + \sin d \sin \psi \cos t = m \sin M$$

$$\sin \psi \sin t = m \cos M$$

$$54000'' = \alpha.$$

Величины g , G и α суть тѣ, которыя служили для опредѣленія угла ω , а именно

$$\alpha \sin 1'' = \lambda \frac{n}{\pi - p}$$

и замѣтивъ что

$$\sin \omega = \lambda g \cos \psi \sin(G + \omega),$$

будемъ имѣть

$$\alpha \cos \psi \sin 1'' = \frac{n}{\pi - p} \cdot \frac{\sin \omega}{g \sin(G + \omega)}. \quad (d)$$

Изъ уравненій (с) находимъ

$$m(\pi - p) \sin(N + G + M) d\psi \sin 1'' = -n \sin G d\tau \pm F \cos(G + \omega)$$

$$g(\pi - p) \sin(N + G + M) \cos \psi dL \sin 1'' =$$

$$\{n \sin(N + M) - g(\pi - p) \alpha \sin 1'' \cos \psi \sin(N + G + M)\} d\tau \pm F \cos(N + M - \omega);$$

но не трудно видѣть, что

$$gm \sin(N + G + M) = \sin \psi \sin d + \cos \psi \cos d \cos t$$

или $gm \sin(N + G + M) = \cos z,$ (e)

означая буквою z зенитное разстояніе солнца, слѣдовательно

$$(\pi - p) \cos z d\psi \sin 1'' = -ng \sin G d\tau \pm Fg \cos(G + \omega)$$

$$(\pi - p) \cos z \cos \psi dL \sin 1'' = \{nm \sin(N + M) - (\pi - p) \alpha \sin 1'' \cos \psi \cos z\} d\tau$$

$$\pm Fm \cos(N + M - \omega).$$

Коэффициентъ при $d\tau$ во второмъ изъ этихъ уравненій можно замѣнить выраженіемъ

$$nm \sin(N + M) - n \cos z \frac{\sin \omega}{g \sin(G + \omega)}.$$

Означимъ эту величину буквою nA' , полагая

$$A' = m \sin(N + M) - \cos z \frac{\sin \omega}{g \sin(G + \omega)}$$

или $A' = \frac{gm \sin(N + M) \sin(G + \omega) - \cos z \sin \omega}{g \sin(G + \omega)};$

во изъ уравненія (e) имѣемъ

$$gm \sin(N + M) \cos G - \cos z = -gm \cos(N + M) \sin G,$$

слѣдовательно

$$gm \sin(N + M) \sin(G + \omega) - \cos z \sin \omega =$$

$$= \sin \omega \{gm \sin(N + M) \cos G - \cos z\} + gm \cos \omega \sin(N + M) \sin G$$

$$= gm \sin G \} \sin(N + M) \cos \omega - \cos(N + M) \sin \omega \}$$

и $A' = m \sin(N + M - \omega) \frac{\sin G}{\sin(G + \omega)}.$

Положивъ для краткости писанія

$$A = g \sin G$$

$$A' = m \sin(N + M - \omega) \frac{\sin G}{\sin(G + \omega)} \quad (f)$$

$$B = g \cos(G + \omega)$$

$$B' = m \cos(N + M - \omega),$$

будемъ имѣть

$$\left. \begin{aligned} (\pi - p) \cos z \, d\psi \sin i' &= -An \, d\tau \pm FB \\ (\pi - p) \cos z \cos \psi dL \sin i' &= A'n \, d\tau \pm FB'. \end{aligned} \right\} \quad (g)$$

Для $F = 0$ имѣемъ

$$\begin{aligned} (\pi - p) \cos z \, \delta\psi \sin i' &= -An \, \delta\tau \\ (\pi - p) \cos z \cos \psi \delta L \sin i' &= A'n \, \delta\tau \end{aligned}$$

и условное уравненіе (b) даетъ

$$nd\tau (A^2 + A'^2) \pm F(A'B' - AB) = 0,$$

$$\text{изъ котораго имѣемъ } nd\tau = \pm F \left(\frac{AB - A'B'}{A^2 + A'^2} \right). \quad (h)$$

Вставивъ это значеніе $nd\tau$ въ формулы (g) получимъ

$$(\pi - p) \cos z \, d\psi \sin i' = \pm FA' \left(\frac{AB' + A'B}{A^2 + A'^2} \right)$$

$$(\pi - p) \cos z \cos \psi dL \sin i' = \pm FA \left(\frac{AB' + A'B}{A^2 + A'^2} \right).$$

Составивъ $AB' + A'B$, получимъ

$$AB' + A'B = \cos z \frac{\sin G}{\sin(G + \omega)},$$

слѣдовательно

$$\left. \begin{aligned} (\pi - p) \, d\psi \sin i' &= \pm F \frac{A'}{A^2 + A'^2} \frac{\sin G}{\sin(G + \omega)} \\ (\pi - p) \cos \psi dL \sin i' &= \pm F \frac{A}{A^2 + A'^2} \frac{\sin G}{\sin(G + \omega)} \end{aligned} \right\} \quad (i)$$

Вычисливъ изъ этихъ формулъ значеніе $d\psi$ и dL получимъ точку $(\psi + d\psi)$, $(L + dL)$, которая увидитъ затмѣніе F и которая будетъ имѣть то свойство, что дуга соединяющая эту точку (ψ, L) съ точкою $(\psi + d\psi)$, $(L + dL)$ будетъ перпендикулярная къ линіи центральнаго затмѣнія. Длина этого перпендикуляра, или

$$ds = \sqrt{(d\psi)^2 + (\cos \psi \, dL)^2}$$

выразитъ половину ширины полосы затмѣнія F , и если F будетъ взято для границы полнаго или кольцеобразнаго затмѣнія, то ds дастъ половину ширины полосы этого затмѣнія. Вставивъ значенія (i) въ выраженіе для ds получимъ

$$ds = \frac{F}{\pi - p} \frac{\sin G}{\sin(G + \omega)} \frac{1}{\sqrt{A^2 + A'^2}}. \quad (k)$$

Для $A^2 + A'^2$ мы имѣемъ значеніе

$$A^2 + A'^2 = \frac{\sin^2 G}{\sin^2 (G + \omega)} \{g^2 \sin^2 (G + \omega) + m^2 \sin^2 (N + M - \omega)\}$$

или

$$(A^2 + A'^2) \frac{\sin^2 (G + \omega)}{\sin^2 G} = \sin^2 \omega \{g^2 \cos^2 G + m^2 \cos^2 (N + M)\} \\ + \cos^2 \omega \{g^2 \sin^2 G + m^2 \sin^2 (N + M)\} \\ + 2 \sin \omega \cos \omega \{g^2 \sin G \cos G - m^2 \sin (N + M) \cos (N + M)\}.$$

Но не трудно найти, что

$$g^2 \cos^2 G + m^2 \cos^2 (N + M) = 1 - \sin^2 z \sin^2 (V + N)$$

$$g^2 \sin^2 G + m^2 \sin^2 (N + M) = 1 - \sin^2 z \cos^2 (V + N)$$

$$g^2 \sin G \cos G - m^2 \sin (N + M) \cos (N + M) = -\sin^2 z \sin (V + N) \cos (V + N),$$

слѣдовательно

$$(A^2 + A'^2) \frac{\sin^2 (G + \omega)}{\sin^2 G} = 1 - \sin^2 z \cos^2 (V + N - \omega).$$

Подобнымъ образомъ не трудно также найти

$$AB - A'B' = -\frac{1}{2} \frac{\sin G}{\sin (G + \omega)} \sin^2 z \sin 2 (V + N - \omega).$$

Вставивъ эти значенія въ формулы (h), (i), (k) будемъ имѣть

$$d\tau = \mp \frac{1}{2} \frac{F \sin (G + \omega)}{n \sin G} \frac{\sin^2 z \sin 2 (V + N - \omega)}{1 - \sin^2 z \cos^2 (V + N - \omega)}$$

$$d\psi = \pm \frac{F}{\pi - p \sin t'} \frac{1}{m \sin (N + M - \omega)} \cdot \frac{1}{1 - \sin^2 z \cos^2 (V + N - \omega)}$$

$$\cos \psi dL = \pm \frac{F}{\pi - p \sin t'} \frac{1}{g \sin (G + \omega)} \cdot \frac{1}{1 - \sin^2 z \cos^2 (V + N - \omega)}$$

$$ds = \frac{F}{\pi - p \sin t'} \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 z \cos^2 (V + N - \omega)}}.$$

Означимъ буквою Σ уголъ между меридіаномъ и линіею центральной затмѣнія, считая его отъ сѣвера къ востоку, если положимъ для краткости

$$Q = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 z \cos^2 (V + N - \omega)}},$$

то будемъ имѣть

$$ds = \frac{F}{\pi - p \sin t'} \frac{1}{Q} Q$$

$$d\psi = \pm ds \sin \Sigma$$

$$\cos \psi dL = \mp ds \cos \Sigma.$$

(51)

Уголъ Σ можетъ быть найденъ по известному измѣненію широты и долготы на линіи центральнаго затмѣнія, когда эта линія вычислена; ибо

$$\operatorname{tang} \Sigma = \frac{\cos \psi \delta L}{\delta \psi},$$

или помощію формулы

$$\cos \Sigma = -g \sin (G + \omega). \quad (52)$$

Если замѣтимъ, что

$$g \sin (G + \omega) = \frac{\sin \omega \sec \psi}{\lambda},$$

то придемъ къ заключенію, что пока ω величина положительная, то до тѣхъ поръ линія центральнаго затмѣнія постоянно удаляется отъ сѣвернаго полюса; линія центральнаго затмѣнія будетъ совпадать съ параллелью земнаго сфероида когда ω сдѣлается равнымъ нулю и наконецъ будетъ приближаться къ сѣверному полюсу когда ω отрицательное. Что касается величины $d\tau$, то положивъ для краткости

$$\frac{\sin^2 z \sin 2 (V + N - \omega)}{1 - \sin^2 z \cos^2 (V + N - \omega)} = R, \quad (53)$$

будемъ имѣть

$$d\tau = \mp \frac{1}{2} \frac{F}{n} \cdot R \frac{\sin (G + \omega)}{\sin G}. \quad (54)$$

Надобно здѣсь замѣтить, что верхній знакъ при F относится къ линіямъ лежащимъ къ сѣверу отъ линіи центральнаго затмѣнія и нижній къ линіямъ лежащимъ къ югу.

Формулы (53) и (54) дѣлаются неопредѣленными для $G = 0$ ибо тогда вмѣстѣ будетъ и $\omega = 0$; не трудно впрочемъ избѣгнуть этой неопредѣленности. Въ самомъ дѣлѣ мы имѣемъ

$$\sin \omega = \lambda g \cos \psi \sin (G + \omega)$$

$$\operatorname{tang} \omega = \frac{\lambda g \cos \psi \sin G}{1 - \lambda g \cos \psi \cos G};$$

отсюда

$$\frac{\sin \omega}{\lambda g \cos \psi \sin G} = \frac{\sin (G + \omega)}{\sin G} = \frac{\cos \omega}{1 - \lambda g \cos \psi \cos G}$$

и для $\omega = 0$ и $G = 0$ имѣемъ

$$\frac{\sin (G + \omega)}{\sin G} = \frac{1}{1 - \lambda g \cos \psi}$$

гдѣ g будетъ имѣть значеніе

$$g = \frac{\sin d}{\sqrt{1 - \cos^2 d \cos N}} = \frac{\sin d}{\sin h}. \quad (55)$$

Здѣсь не лишнимъ будетъ замѣтить, что вычисляя вспомогательный уголъ h изъ формулы

$$\cos h = \cos d \cos N,$$

надобно для h взять одинаковый знакъ со знакомъ склоненія солнца d , для того, чтобы величина g была положительная.

Величина Q , какъ это видно изъ уравненій (31), для линіи центральнаго затмѣнія измѣняется весьма мало, такъ что пять или шесть вычисленій этой величины будутъ достаточны для всей линіи центральнаго затмѣнія. Что касается величины $\sin^2 z \sin 2(V + N - \omega)$, то она измѣняется почти пропорціонально времени и по этой причинѣ пять или шесть вычисленій ея по всей длинѣ линіи центральнаго затмѣнія будутъ также достаточны. Такимъ образомъ вычисленіе формулъ (51), (52) и (54), то есть вычисленіе полосы полнаго и кольцеобразнаго затмѣнія значительно упрощается. Для вычисленія ω имѣемъ формулы (28).

Скорость распространенія тѣни въ полосѣ полнаго или кольцеобразнаго затмѣнія получится изъ формулы

$$\frac{\delta s}{\delta \tau} = \frac{\sqrt{(\delta \psi)^2 + (\cos \psi \delta L)^2}}{\delta \tau} = \frac{n \sec z}{\pi - p \sin 1''} \sqrt{A^2 + A'^2},$$

или изъ формулы

$$\frac{\delta s}{\delta \tau} = \frac{1}{Q} \cdot \frac{n \sec z \sin G}{\pi - p \sin 1'' \sin (G + \omega)} \quad (56)$$

Понятно, что формулы (51), (52) и (54), перемѣняя въ нихъ F на dF , будутъ служить для опредѣленія линіи фазы $F + dF$, когда линія фазы F уже вычислена. Подобнымъ же образомъ формула (56) выражаетъ скорость движенія тѣни не только въ полосѣ полнаго затмѣнія, но и на какой угодно точкѣ поверхности земли, гдѣ будетъ видно только частное затмѣніе, ибо эта скорость не зависитъ отъ величины фазы F .

18. Перейдемъ теперь къ опредѣленію времени продолженія полнаго или кольцеобразнаго затмѣнія. Такъ какъ такое затмѣніе продолжается только небольшое число минутъ, то въ теченіе этого времени можно принять паралактическое относительное движеніе луны и солнца прямолинейнымъ и равномернымъ, или принять уголъ ω постояннымъ и равнымъ значенію его соотвѣт-

ствующему срединѣ затмѣнія. При такомъ приближеніи, если назовемъ переменное разстояніе видимыхъ центровъ луны и солнца буквою F' , кратчайшее разстояніе буквою F , то F будетъ проэція линіи F' на линію перпендикулярную къ паралактическому относительному движенію, такъ что

$$F = F' \sin (\theta - N + \omega).$$

Если назовемъ φ проэцію линіи F' на направленіе паралактическаго относительнаго движенія, то

$$\varphi = F' \cos (\theta - N + \omega).$$

Значеніе угловъ θ и N намъ извѣстно, и $\theta - N$ есть уголъ между линією F' и направленіемъ относительнаго геоцентрическаго движенія. Если теперь въ уравненіяхъ (24) вмѣсто F поставимъ F' , и вставимъ значенія

$$F' \sin (\theta - N) = F \cos \omega - \varphi \sin \omega$$

$$F' \cos (\theta - N) = F \sin \omega + \varphi \cos \omega,$$

то пренебрегая малыя величины a , a' и μ , которыя въ предстоящей задачѣ имѣютъ ничтожное вліяніе, получимъ

$$F \sin \omega + \varphi \cos \omega = \eta \sin N + \tau n - (\pi - p) \sin z \sin (V + N)$$

$$F \cos \omega - \varphi \sin \omega = \eta \cos N - (\pi - p) \sin z \cos (V + N),$$

отсюда

$$F = \eta \cos (N - \omega) + \tau n \sin \omega - (\pi - p) \sin z \cos (V + N - \omega)$$

$$\varphi = \eta \sin (N - \omega) + \tau n \cos \omega - (\pi - p) \sin z \sin (V + N - \omega)$$

$$\varphi = F \sqrt{1 - \frac{F^2}{F'^2}}.$$

Въ средину затмѣнія имѣемъ $F' = F$ слѣдовательно $\varphi = a$. Если означимъ буквою τ_1 время средины затмѣнія и соответствующее зенитное разстояніе и паралактическій уголъ буквами z_1 и V_1 , то

$$0 = \eta \sin (N - \omega) + \tau_1 n \cos \omega - (\pi - p) \sin z_1 \sin (V_1 + N - \omega),$$

слѣдовательно

$$\varphi = (\tau - \tau_1) n \cos \omega - (\pi - p) \{ \sin z \sin (V + N - \omega) - \sin z_1 \sin (V_1 + N - \omega) \}.$$

Пусть t будетъ истинное солнечное время фазы φ и t_1 истинное солнечное время средины затмѣнія, то

$$\sin z \sin (V + N - \omega) - \sin z_1 \sin (V_1 + N - \omega) = (t - t_1) \sin 1'' g \cos (G + \omega) \cos \psi.$$

Но $t - t_1 = 15.3600'' (\tau - \tau_1),$

слѣдовательно

$$\varphi = (\tau - \tau_1) \{ n \cos \omega - (\pi - p) 15.3600'' \sin 1'' g \cos (G + \omega) \cos \psi \}.$$

На основаніи уравненій (28) имѣемъ

$$(\pi - p) 15.3600'' \sin 1'' = n\lambda = \frac{n \sin \omega}{g \cos \psi \sin (G + \omega)},$$

слѣдовательно

$$\varphi = (\tau - \tau_1) n \left\{ \cos \omega - \sin \omega \frac{\cos (G + \omega)}{\sin (G + \omega)} \right\},$$

отсюда
$$\tau - \tau_1 = \frac{\varphi \sin (G + \omega)}{n \sin G}. \quad (57)$$

Величина φ найдется изъ уравненія

$$\varphi = F' \sqrt{-1 \frac{F^2}{F'^2}}. \quad (58)$$

Для полного или кольцеобразнаго затмѣнія F' равняется разности проециій радиусовъ луны и солнца и величина F или кратчайшее разстояніе видимыхъ центровъ луны и солнца предполагается даннымъ. Въмѣсто отношенія $\frac{F'}{F}$ можно взять отношеніе разстоянія данной точки въ полосу полного или кольцеобразнаго затмѣнія къ половинѣ ширины полосы этого затмѣнія. Это отношеніе можетъ быть взято прямо на составленной уже картѣ. Время продолженія полного или кольцеобразнаго затмѣнія выраженное въ секундахъ средняго времени получится изъ формулы

$$2(\tau - \tau_1) = 7200'' \frac{\varphi \sin (G + \omega)}{n \sin G} \quad (59)$$

Для полного или кольцеобразнаго затмѣнія φ будетъ равняться величинѣ ζ данной въ таблицѣ линіи центральнаго затмѣнія.

Для предложеннаго въ примѣрѣ затмѣнія вычисливъ величины Q , R , Σ и $\frac{\sin (G + \omega)}{\sin G}$, найдемъ слѣдующія шесть значений для шести временъ распределенныхъ черезъ равныя промежутки по всей линіи центральнаго затмѣнія

τ	Q	R	Σ	$\frac{\sin (G + \omega)}{\sin G}$
$-1^{\text{h}} 8318$	1,2729	+ 1,5752	$110^{\circ} 9'$	0,9179
$-1,2$	1,2669	+ 0,7429	$134 36$	1,2309
$-0,6$	1,1881	+ 0,0922	$133 2$	1,3392
$0,0$	1,1497	- 0,3089	$119 51$	1,3526
$+0,6$	1,1613	- 0,7178	$95 12$	1,2541
$+1^{\text{h}} 2075$	1,2732	- 1,5759	$61^{\circ} 1'$	0,9202

Для границъ полнаго и кольцеобразнаго затмѣнія надобно для F взять разность проэкцій радиусовъ луны и солнца, или положить

$$F = \rho - r' = \rho - r + r \sin(\pi - p) \cos z,$$

слѣдовательно

$$\frac{F}{\pi - p} = \frac{\rho - r}{\pi - p} + r \cos z \sin 1'.$$

Вставивъ сюда соответствующія числа будетъ

$$\frac{F}{\pi - p} = \frac{-0,9 + 0,38 \tau}{3558,5 + 1,38 \tau - 11,895 \sin^2 \psi} + 973,0 \cos z \sin 1'.$$

Помощію этихъ чиселъ находимъ

τ	ds	$d\psi$	dL	$\delta\tau$	δs	$2(\tau - \tau_1)$
$-1^{\text{h}}8318$	$-118,2$	$+111,0$	$+41,6$	$-0,00058$		$5^{\text{s}}3$
$-1,20$	$+755,2$	$+537,7$	$+632,3$	$-0,00235$	$29,85$	$45,6$
$-0,6$	$+892,7$	$+652,8$	$+848,0$	$-0,00040$	$24,18$	$62,7$
$0,0$	$+876,1$	$+759,9$	$+722,2$	$+0,00137$	$24,82$	$62,5$
$+0,6$	$+727,3$	$+724,3$	$+124,0$	$+0,00243$	$32,45$	$48,8$
$+1^{\text{h}}2075$	$-32,8$	$+286,9$	$-228,9$	$+0,00006$		$1^{\text{s}}5$

Въ этой таблицѣ числа относящіяся къ аргументамъ $\tau = -1^{\text{h}}8318$ и $\tau = +1^{\text{h}}2075$ принадлежатъ къ кольцеобразному затмѣнію, всѣ прочія принадлежатъ къ полному затмѣнію. Первый столбецъ даетъ ds или половину широты полосы полнаго затмѣнія (ds отрицательное относится къ кольцеобразному затмѣнію). Второй столбецъ даетъ $d\psi$ или разность широтъ двухъ точекъ лежащихъ на линіи перпендикулярной къ линіи центральнаго затмѣнія, изъ которыхъ одна точка находится на линіи центральнаго затмѣнія и другая на сѣверной границѣ полосы полнаго или кольцеобразнаго затмѣнія. Если широта первой точки есть ψ , то широта другой точки будетъ $\psi + d\psi$ и широта точки лежащей на этомъ перпендикулярѣ и на южной границы будетъ $\psi - d\psi$. Третій столбецъ даетъ разность восточныхъ долготъ двухъ упомяну-

*) Пренебрегая вліяніе паралакса на радиусъ луны и солнца въ ширинѣ полосы полнаго или кольцеобразнаго затмѣнія дѣлается ошибка $\rho \cos z$; такъ что эта ошибка составитъ около половины градуса.

тыхъ точекъ, такъ что, если L была долгота точки находящейся на линіи центрального затмѣнія, то $L + dL$ будетъ долгота точки находящейся на перпендикулярѣ и на сѣверной границѣ и $L - dL$ будетъ долгота противоположной точки лежащей на южной границѣ полосы полного и кольцеобразнаго затмѣнія. Четвертый столбецъ даетъ $d\tau$, эти значенія $d\tau$ относятся къ сѣверной границѣ полосы полного и кольцеобразнаго затмѣнія, для южной границы надобно переимѣнить знакъ при $d\tau$ на противный. Такимъ образомъ $\tau + d\tau$ суть Берлинскія времена фазъ на сѣверной границѣ и $\tau - d\tau$ на южной границѣ полосы полного и кольцеобразнаго затмѣнія. Числа τ и $d\tau$ служатъ для опредѣленія истиннаго солнечнаго времени середины затмѣнія, и такъ, если t есть это время данное въ таблицѣ линіи центрального затмѣнія, то въ точкѣ лежащей на сѣверной границѣ это время будетъ $t + dL + d\tau$ и на южной оно будетъ $t - dL - d\tau$, выразивъ предварительно dL и $d\tau$ въ секундахъ времени раздѣляя dL на 15 и $d\tau$ умножая на 3600. Пятый столбецъ даетъ δs или пространство пройденное тѣнію въ полосу полного и кольцеобразнаго затмѣнія въ одну секунду средняго времени. Если это пространство выраженное въ секундахъ дуги захотимъ выразить въ линейныхъ мѣрахъ, то надобно его умножить на радіусъ кривизны земли соотвѣтствующій данной широтѣ ψ и сѣверовосточному азимуту равному углу Σ . Послѣдній столбецъ содержитъ время продолженія полного и кольцеобразнаго затмѣнія на линіи центрального затмѣнія. Для другой точки лежащей въ полосѣ полного и кольцеобразнаго затмѣнія это время получится умноживъ числа послѣдняго столбца на $\sqrt{1 - k^2}$, означая буквою k отношеніе разстоянія данной точки отъ линіи центрального затмѣнія къ половинѣ ширины всей полосы, какъ это было объяснено выше.

Опредѣленіе линій восточныхъ и западныхъ границъ частнаго, полного, или кольцеобразнаго затмѣнія. Начало и конецъ затмѣнія на землѣ вообще. Определеніе линій видимости середины затмѣнія при восхожденіи и захожденіи солнца.

19. Въ уравненіяхъ (24) а именно въ уравненіяхъ

$$\left. \begin{aligned} F \cos(\theta - N + \mu) &= \eta \sin N + \tau n - (\pi - p) \sin z \sin(V + N) + a\tau^2 \\ F \sin(\theta - N + \mu) &= \eta \cos N - (\pi - p) \sin z \cos(V + N) + a'\tau^2, \end{aligned} \right\} (24)$$

принимая z постояннымъ, кромѣ двухъ переменныхъ τ и V , надобно считать уголъ $(\theta - N + \mu)$ переменнымъ для того, чтобы опредѣлить рядъ точекъ для данной фазы F . Если примемъ

F равнымъ суммѣ проэкцій радіусовъ луны и солнца на сферу проэкціи, или, что все равно, суммѣ видимыхъ радіусовъ луны и солнца, то рядъ точекъ, или опредѣляемая кривая линія на земномъ сферидѣ будетъ относиться къ наружному видимому прикосновенію луны и солнца. Изъ каждой точки этой кривой будетъ видно это наружное прикосновеніе при одинаковомъ зенитномъ разстояніи солнца. Эти кривыя вообще суть овальныя сомкнутыя линіи и такихъ линій имѣемъ двѣ для каждого зенитнаго разстоянія, одна на востокъ другая на западъ; изъ первой линіи наружное прикосновеніе видно до полудня, изъ второй послѣ полудня. Каждая изъ этихъ линій упирается въ двухъ точкахъ на линіяхъ южной и сѣверной границы видимости частаго затмѣнія. Этимъ двумъ точкамъ соотвѣтствуетъ положеніе

$$\begin{aligned} \theta - N + \mu &= 90^\circ - \omega \\ \text{и } \theta - N + \mu &= 270^\circ - \omega. \end{aligned}$$

Для опредѣленія разсматриваемыхъ линій, давая для $\theta - N + \mu$ всѣ значенія отъ 0° до 360° , изъ второго уравненія (24) получимъ V и изъ перваго τ . Въ такихъ затмѣніяхъ, которыя не имѣютъ одной изъ двухъ линій границъ сѣверной или южной, разбираемыя овальныя кривыя сходятся въ одну, образуя кривую похожую на цифру 8, и уголъ $\theta - N + \mu$ не будетъ тогда измѣняться отъ 0° до 360° . Этотъ случай имѣетъ мѣсто тогда, когда сумма членовъ $F \sin(\theta - N + \mu)$ и $\eta \cos N$, не обращая вниманія на ихъ знаки, будетъ болѣе величины $(\pi - p) \sin z$.

Изъ всѣхъ разсматриваемыхъ линій относящихся къ разнымъ зенитнымъ разстояніямъ, важнѣйшія суть тѣ, которыя соотвѣтствуютъ положенію солнца на горизонтѣ, или значенію $z = 90^\circ$, и тогда онѣ называются линіями начала и конца частаго затмѣнія при восхожденіи и захожденіи солнца. Если $F + \eta \cos N$ болѣе $\pi - p$, или, если одна изъ линій границъ сѣверной или южной не существуетъ, то обѣ линіи видимости частаго затмѣнія, или простого прикосновенія краевъ луны и солнца, соединяются въ одну образуя фигуру похожую на цифру 8; вершина и основаніе этой фигуры упираются на концахъ одной (существующей) границы частаго затмѣнія, пересѣченіе же вѣтвей этой фигуры падаетъ обыкновенно на большія широты сѣверныя или южныя. Подобное соединеніе обѣихъ отдѣльныхъ разсматриваемыхъ кривыхъ имѣетъ мѣсто тогда, когда $\pi - p < \eta \cos N + F$ необращая вниманія на знакъ при $\eta \cos N$, или тогда, когда конусъ касательный къ лунѣ и солнцу имѣющій вершину между этими тѣлами падаетъ только отчасти на земной сферидѣ.

Меньшей важности суть *линии видимости середины затмѣнія* при *восхожденіи и захожденіи солнца*. Такихъ линій есть двѣ, одна проходитъ между началами сѣверной и южной границы частнаго затмѣнія, проходя вмѣстѣ съ тѣмъ черезъ начало линіи центральнаго затмѣнія, другая проходитъ черезъ концы линіи сѣверной и южной границы частнаго затмѣнія и черезъ конецъ линіи центральнаго затмѣнія. Каждая изъ этихъ линій составляетъ дугу сомкнутой восточной и западной кривой. Если одна изъ двухъ границъ сѣверной или южной не существуетъ, а двѣ линіи видимости частнаго затмѣнія при восхожденіи и захожденіи солнца сливаются въ одну, то и обѣ линіи видимости середины затмѣнія при восхожденіи и захожденіи солнца соединяются тоже въ одну и соединеніе происходитъ въ точкѣ определенной на стр. 416. Это имѣетъ мѣсто тогда, когда $\tau - p < \gamma \cos N + F$ не обращая вниманія на знакъ величины $\gamma \cos N$. Двѣ линіи видимости середины затмѣнія при восхожденіи и захожденіи солнца находятся изъ уравненій.

$$F \sin \omega = \gamma \sin N + \tau n - (\tau - p) \sin (V + N)$$

$$F \cos \omega = \gamma \cos N - (\tau - p) \cos (V + N),$$

принимая для F всѣ возможные значенія положительныя и отрицательныя отъ нуля до $F =$ суммѣ геоцентрическихъ радиусовъ луны и солнца и опредѣляя уголъ ω , или уголъ между направлениемъ паралактическаго относительнаго движенія луны и солнца и геоцентрическаго, номошію формулы

$$\operatorname{tang} \omega = \frac{\lambda \sin d \sin (V + N)}{1 + \lambda \sin d \cos (V + N)}.$$

20. Займемся сначала опредѣленіемъ линій видимости частнаго затмѣнія или наружнаго прикосновенія при восхожденіи и захожденіи солнца. Для этого имѣемъ уравненія (24) въ которыхъ пренебрегаемъ весьма малые члены $a\tau^2$ и $a\tau^2$:

$$\left. \begin{aligned} F \cos (\theta - N + \mu) &= \gamma \sin N + \tau n - (\tau - p) \sin (V + N) \\ F \sin (\theta - N + \mu) &= \gamma \cos N - (\tau - p) \cos (V + N). \end{aligned} \right\} (56)$$

Для большей удобности въ ходѣ вычисленія, будемъ давать для переменнаго угла $V + N$ значенія напримѣръ черезъ α градусовъ попарно α° и $360^\circ - \alpha^\circ$, $2\alpha^\circ$ и $360^\circ - 2\alpha^\circ$ и т. д. Такимъ образомъ каждая пара будетъ относиться къ той и другой линіи, ибо каждая пара значеній угла $V + N$ даетъ изъ втораго уравненія (56) одно значеніе $\sin (\theta - N + \mu)$ и два значенія дуги $\theta - N + \mu$. Значеніе V содержащееся между 180° и 360° относится къ восточной вѣтви или къ линіи видимости на-

ружного прикосновения при восхождении солнца, и значение V содержащееся между 0° и 180° къ западной вѣтви. Для каждого изъ двухъ значений угловъ $V+N$ и $\theta-N+\mu$ помощью первого уравненія (56) получимъ четыре значенія τ . Значенія меньшія для τ будутъ относиться къ восточной линіи и два большія къ концу линіи затмѣнія видѣннаго при горизонтѣ. Сжатые земли въ выраженіи горизонтальнаго паралакса принимаются весьма просто, ибо для положенія солнца на горизонтѣ имѣемъ

$$\sin \psi = \cos d \cos V. \quad (57)$$

Если сумма членовъ F и $\eta \cos N$, не обращая вниманія на знаки, будетъ болѣе $\pi - p$, то не всѣ значенія $V+N$ между 0° и 360° возможны и второе уравненіе (56) дастъ тѣ два значенія для $V+N$, между которыми всѣ прочія будутъ невозможны и поэтому должны быть исключены.

Спрашивается теперь между какими предѣлами измѣняется время τ . Дифференцированіемъ уравненій (56) относительно τ , V и θ , полагая послѣ $d\tau = 0$ найдемъ условия

$$\begin{aligned} \theta - N + \mu &= 90^\circ - (V + N) \\ \text{и } \theta - N + \mu &= 270^\circ - (V + N). \end{aligned}$$

Вставивъ эти значенія въ уравненія (56) получимъ

$$\left. \begin{aligned} (\pi - p \pm F) \sin (V + N) &= \eta \sin N + \tau n \\ (\pi - p \pm F) \cos (V + N) &= \eta \cos N. \end{aligned} \right\} \quad (58)$$

И такъ вообще получимъ четыре значенія для τ , если $\pi - p - F$ менѣе величины $\eta \cos N$; если же послѣднее условіе не выполняется, что имѣетъ мѣсто тогда, когда наружный конусъ тѣни не весь входитъ внутрь земли, то величина τ имѣетъ только два значенія, одно изъ нихъ даетъ время *начала частнаго затмѣнія на землѣ вообще и другое время конца*. Изъ предъидущихъ формулъ находимъ

$$\begin{aligned} (\pi - p \pm F) \sin V &= \tau n \cos N \\ (\pi - p \pm F) \cos V &= \eta + \tau n \sin N. \end{aligned}$$

Эти формулы не трудно найти изъ чертежа. Въ самомъ дѣлѣ начало частнаго затмѣнія на землѣ вообще будетъ тогда, когда наружный конусъ тѣни приближаясь къ землѣ коснется ея; въ моментъ этого прикосновения луна и солнце находятся на одномъ вертикалѣ и геоцентрическое растояние ихъ центровъ будетъ $\pi - p + F$. Проекція этого растоянія на кругъ склоненій будетъ $(\pi - p + F) \cos V$ и она будетъ равняться разности геоцентрическихъ склоненій или величинѣ $\eta + \tau n \sin N$. Величина

$(\pi - p + F) \sin V$ есть другая проэція по направлению перпендикулярному къ кругу склоненій и она равняется очевидно разности геоцентрическихъ прямыхъ восхожденій луны и солнца умноженныхъ на косинусъ склоненія, эта разность какъ извѣстно выражена величиною $\tau n \cos N$. Когда упомянутый конусъ тѣни имѣющій вершину между солнцемъ и луною весь входитъ внутрь земли и касается поверхности земли въ какой нибудь точкѣ ея, то въ этой точкѣ луна и солнце будетъ также на одномъ вертикалѣ, но геоцентрическое ихъ разстояніе равняется величинѣ $\pi - p - F$. Нижний знакъ при F или при суммѣ геоцентрическихъ радиусовъ луны и солнца относится къ самому раннему окончанію затмѣнія при восхожденіи солнца и къ самому раннему началу частнаго затмѣнія при захожденіи солнца. Продолженіе частнаго затмѣнія на землѣ вообще равняется величинѣ

$$2 \sqrt{\left(\frac{\pi - p + F^2}{n}\right)^2 - \frac{\eta^2}{n^2} \cos^2 N}.$$

Для уясненія изложенныхъ формулъ, приложимъ ихъ къ вычисленію нашего затмѣнія. Такъ какъ $\eta \cos N$ отрицательное, то не трудно видѣть по второму изъ уравненій (56), что не всѣ значенія $V + N$ отъ 0° до 360° возможны. Такъ какъ

$$\begin{aligned} \pi - p &= 3558',5 \\ \eta \cos N &= -1841,1 \\ F &= 1945,1, \end{aligned}$$

то легко видѣть что всѣ отрицательные косинусы дуги $V + N$ возможны; для положительныхъ должно быть

$$-1945',1 = -1841',1 - 3558',5 - \cos(V + N);$$

отсюда найдемъ, что всѣ дуги отъ 0° до $88^\circ 19',5$ и отъ $271^\circ 40',5$ до 360° не возможны; то есть для $V + N$ надобно брать дуги отъ $88^\circ 19',5$ до $271^\circ 40',5$. Чтобы принять во вниманіе сжатіе земли предварительно по данному $V + N$, слѣдовательно и по данному V находится широта изъ формулы (57) и истинное солнечное время изъ формулы

$$\left. \begin{aligned} \sin t &= \sin V \sec \psi \\ \cos t &= -\operatorname{tang} \psi \operatorname{tang} d. \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

Вторая формула можетъ служить только для указанія въ какой четверти окружности надобно брать дугу t . Вліяніе сжатія на горизонтальный паралаксъ $\pi - p$ найдется по извѣстному способу или помощію таблицы данной на страницѣ 405. Давая разныя значенія для $V + N$ содержащіяся въ найденныхъ предѣ-

лахъ, получимъ по второму уравненію (56) два значенія угл $\theta - N + \mu$ и по первому два значенія τ . Значенія τ относящіяся къ углу $\theta + \mu$ содержащемуся въ первой и четвертой четверти окружности относятся къ линіи, изъ которой виденъ конецъ затмѣнія при горизонтѣ; значенія же τ относящіяся къ углу $\theta + \mu$ содержащемуся во второй или третьей четверти окружности принадлежатъ линіи, изъ которой видно начало затмѣнія при горизонтѣ. По этимъ правиламъ составлена слѣдующая таблица видимости начала и конца при горизонтѣ:

$V + N$	V	ψ	i	$\theta - N + \mu$
88° 19',5	106° 59',3	—15° 1',1	95° 32',0	270° 0',0
90 0,0	108 39,8	—17 32,1	96 29,2	251 11,0 или 288° 49',0
105 0,0	123 39,8	—31 27,6	102 38,5	208 15,5 331 44,5
120 0,0	138 39,8	—44 59,2	110 57,0	181 54,5 358 5,5
135 0,0	153 39,8	—57 32,1	124 15,0	159 52,5 20 7,5
150 0,0	168 39,8	—67 23,6	149 14,6	140 42,0 39 18,0
161 20,2	180 0,0	—70 18,7	180 0,0	128 35,5 51 24,5
165 0,0	183 39,8	—69 59,2	190 45,5	125 0,0 55 0,0
180 0,0	198 39,8	—63 7,8	225 4,2	118 34,5 61 25,5
195 0,0	213 39,8	—51 36,0	243 10,6	125 13,0 54 47,0
210 0,0	228 39,8	—38 27,2	253 29,5	140 31,0 39 29,0
225 0,0	243 39,8	—24 41,3	260 31,5	159 44,0 20 16,0
240 0,0	258 39,8	—10 40,0	266 8,0	181 49,5 358 10,5
255 0,0	273 39,8	+ 3 27,0	271 14,1	208 14,0 331 46,0
270 0,0	288 39,9	+ 17 32,1	276 29,2	251 11,0 или 288° 49',0
271° 40',5	290° 20',3	+ 19° 6',2	277° 6',5	270° 0',0

Когда къ углу $\theta - N + \mu$ придадимъ $N = 341^{\circ} 20',2$, то увидимъ, что значенія $\theta + \mu$ содержащіяся въ первомъ столбцѣ суть во второй или третьей четверти окружности и поэтому всѣ онѣ принадлежатъ къ линіи начала затмѣнія видѣннаго при горизонтѣ; вторыя же числа для $\theta - N + \mu$ будутъ принадлежать къ линіи конца затмѣнія.

Помощію обоихъ значеній $\theta - N + \mu$ изъ первой формулы (56) находимъ два значенія τ заключающіяся въ слѣдующей таблицѣ, первое изъ нихъ принадлежитъ линіи начала затмѣнія видѣннаго при горизонтѣ, второе линіи конца. Помощію извѣст-

ныхъ двухъ τ и времени t находимъ долготы L изъ формулы

$$L = t - \tau - 23^{\circ}22'35''.$$

Первая долгота принадлежитъ линіи начала затмѣнія, вторая линіи конца затмѣнія видѣннаго при горизонтѣ. Затмѣніе было видно при восхожденіи для истиннаго солнечнаго времени t содержащагося отъ 180° до $277^{\circ}6',5$ и при захожденіи отъ $95^{\circ}32',0$ до 180° .

ψ	t	L	τ
$-15^{\circ} 1',1$	$6^{\text{h}}22' 8''$	$5^{\text{h}}31'37''$	$+ 1^{\text{h}}4656$
$-17 32,1$	$6 25 57$	$5 16 5 5^{\text{h}}34'12''$	$+ 1,7793 \quad + 1^{\text{h}}1530$
$-31 27,6$	$6 50 34$	$5 12 22 6 55 3$	$+ 2,2603 \quad + 0,5489$
$-44 59,2$	$7 23 48$	$5 49 23 7 45 54$	$+ 2,1972 \quad + 0,2552$
$-57 32,1$	$8 17 0$	$7 3 5 8 52 33$	$+ 1,8550 \quad + 0,0312$
$-67 23,6$	$9 56 58$	$9 14 45 10 44 57$	$+ 1,3273 \quad - 0,1762$
$-70 18,7$	$12 0 0$	$11 45 40 12 58 23$	$+ 0,8625 \quad - 0,3495$
$-69 59,2$	$12 43 2$	$12 38 8 13 45 0$	$+ 0,7053 \quad - 0,4092$
$-63 7,8$	$15 0 17$	$15 28 27 16 24 13$	$+ 0,1542 \quad - 0,7753$
$-51 36,0$	$16 12 42$	$17 2 41 18 9 54$	$- 0,2093 \quad - 1,3298$
$-38 27,2$	$16 53 58$	$17 58 17 19 28 16$	$- 0,4483 \quad - 1,9480$
$-24 41,3$	$17 22 6$	$18 38 50 20 28 12$	$- 0,6553 \quad - 2,4780$
$-10 40,0$	$17 44 32$	$19 14 40 21 11 11$	$- 0,8787 \quad - 2,8207$
$+ 3 27,0$	$18 4 56$	$19 52 42 21 35 20$	$- 1,1713 \quad - 2,8832$
$+17 32,1$	$18 25 57$	$20 49 48 21^{\text{h}}27'25''$	$- 1,7740 \quad - 2^{\text{h}}4008$
$+19^{\circ} 6',2$	$18^{\text{h}}28'26''$	$21^{\text{h}}11' 2''$	$- 2^{\text{h}}0865$

И такъ двѣ кривыя линіи видимости начала и конца затмѣнія при восхожденіи и захожденіи солнца для затмѣнія 19 Ноября 1854 года сливаются въ одну, образуя одну непрерывную кривую въ видѣ цифры 8. Полезнымъ будетъ замѣтить, что точка, въ которую обращается одна изъ недостающихъ границъ частнаго затмѣнія, или въ нашемъ примѣрѣ точка опредѣленная уравненіями (49) и (50) лежитъ посрединѣ двухъ точекъ линіи видимости начала и конца затмѣнія соответствующихъ положенію $V + N = 80$ или посрединѣ двухъ точекъ ($-63^{\circ}7',8$, $15^{\text{h}}28'27''$) и ($-63^{\circ}7',8$, $16^{\text{h}}24'13''$).

Къ опредѣленнымъ точкамъ содержащимся въ предъидущей таблицѣ надобно еще прибавить двѣ точки принадлежащія тоже

къ линіи видимости начала и конца затмѣнія при горизонтѣ, а именно точки служащія началомъ и концемъ линіи сѣверной границы частнаго затмѣнія. Эти двѣ точки, которыя мы уже выше опредѣлили помощью уравненій (33), (34), (35), (36) и (37) суть точки касанія сѣверной границы частнаго затмѣнія и кривой опредѣленной теперь.

Для опредѣленія начала и конца частнаго, полнаго или кольцеобразнаго затмѣнія на землѣ вообще имѣемъ формулы (58). Изъ второй формулы, не обращая сначала вниманія на сжатіе земли, находимъ

$$V + N = 180^\circ \pm 70^\circ 27',3$$

Для каждаго изъ двухъ значеній V получаемъ соответствующую широту, и помощью перваго изъ уравненій (58) время τ , а именно

$$\begin{array}{ll} V + N = 180^\circ - 70^\circ 27',3 & V + N = 180^\circ + 70^\circ 27',3 \\ \psi = - 0^\circ 49',8 & \psi = - 35^\circ 37',1 \\ \tau = - 2^h 90'12 & \tau = + 2^h 2799. \end{array}$$

Повторивъ теперь вычисленіе, принимая во вниманіе сжатіе земли и взявъ склоненіе солнца соответствующее приближенно извѣстному значенію τ , получимъ

для начала затмѣнія на землѣ вообще:

$$\begin{array}{l} \psi = - 0^\circ 42',5 \\ \tau = - 2^h 89'43 \\ t = 17^h 59'22'' \\ L = 21^h 30'26'' \end{array}$$

для конца затмѣнія на землѣ вообще:

$$\begin{array}{l} \psi = - 35^\circ 26',0 \\ \tau = + 2^h 2781 \\ t = 7^h 0'56'' \\ L = 5^h 21'40'' \end{array}$$

Положенія этихъ двухъ точекъ надобно присоединить къ линіи видимости начала и конца затмѣнія при восхожденіи и захожденіи солнца.

21. Опредѣленіе двухъ линій, изъ которыхъ видна середина затмѣнія при восхожденіи и захожденіи солнца, даютъ уравненія данныя на стр. (437). Удобнѣйшій способъ вычисленія этихъ линій будетъ слѣдующій:

Положивъ

$$F \cos \omega = F_1,$$

будемъ имѣть

$$\left. \begin{aligned} F_1 \operatorname{tang} \omega &= \eta \sin N + \tau n - (\pi - p) \sin (V + N) \\ F_1 &= \eta \cos N - (\pi - p) \cos (V + N) \\ \operatorname{tang} \omega &= \frac{\lambda \sin d \sin (V + N)}{1 + \lambda \sin d \cos (V - N)}. \end{aligned} \right\} (60)$$

Для $V + N$ надобно брать всѣ значенія содержащіяся въ найденныхъ въ предъидущемъ номерѣ предѣлахъ. Для даннаго V находится непосредственно широта; изъ таблицы данной на страницѣ 403 берется приведеніе экваторіальнаго паралакса къ горизонтальному и помощью уравненій (59) выводится истинное солнечное время; тогда второе уравненіе (60) дастъ F_1 и первое уравненіе (60) дастъ τ при помощи извѣстнаго F_1 и ω . Для $V + N$ надобно давать тѣ же значенія, какія мы давали при вычисленіи линій видимости начала и конца затмѣнія при горизонтѣ, тогда уже будутъ извѣстны широты и времена по прежнему вычисленію, равнымъ образомъ будутъ уже извѣстны величины $\eta \cos N - (\pi - p) \cos (V + N)$ и $\eta \sin N - (\pi - p) \sin (V + N)$. Такимъ образомъ все вычисленіе приведетъ къ опредѣленію ω для данныхъ ($V + N$) и опредѣленію τ . Слѣдующая таблица даетъ элементы разсматриваемой кривой.

$V + N$	$\log \operatorname{tg} \omega$	F_1	τ	ψ	t	L
88° 19' 5	9,1971n	— 1945,1	+ 1 ^h 37' 7"	— 15° 1' 1	6 ^h 22' 8"	5 ^h 22' 26"
90 0,0	9,1951n	— 1841,1	+ 1 36 37	— 17 32,1	6 25 57	5 26 45
105 0,0	9,1630n	— 920,9	+ 1 25 18	— 31 27,6	6 50 34	6 2 41
120 0,0	9,1000n	— 64,8	+ 1 13 49	— 44 59,2	7 23 48	6 47 24
135 0,0	8,9991n	+ 669,3	+ 0 54 36	— 57 32,1	8 17 0	7 59 49
150 0,0	8,8390n	+ 1231,9	+ 0 31 59	— 67 23,6	9 56 58	10 2 24
161 20,2	8,6403n	+ 1520,3	+ 0 13 24	— 70 18,7	12 0 0	12 24 1
165 0,0	8,5559n	+ 1585,9	+ 0 7 12	— 69 59,2	12 43 2	13 13 15
180 0,0		+ 1708,1	— 0 18 38	— 63 7,8	15 0 17	15 56 20
195 0,0	8,5559	+ 1589,1	— 0 44 28	— 51 36,0	16 12 42	17 34 35
210 0,0	8,8390	+ 1236,8	— 1 9 20	— 38 27,2	16 53 58	18 40 43
225 0,0	8,9991	+ 673,7	— 1 31 59	— 24 41,3	17 22 6	19 31 30
240 0,0	9,1000	— 62,0	— 1 51 13	— 10 40,0	17 44 32	20 13 10
255 0,0	9,1630	— 920,1	— 2 5 39	+ 3 27,0	18 4 56	20 48 0
270 0,0	9,1951	— 1841,1	— 2 13 52	+ 17 31,1	18 25 57	21 17 14
371° 19' 5	9,1971	— 1945,1	— 2 ^h 14' 22"	+ 19° 6' 2	18 ^h 28' 26"	21 ^h 20' 13"

Первую и последнюю изъ этихъ точекъ надобно исключить, ибо та и другая относится къ разстоянію большему, нежели сумма геоцентрическихъ радіусовъ луны и солнца; вмѣсто первой и последней точки надобно взять двѣ точки дающія начало и конецъ линіи сѣверной границы частнаго затмѣнія.

ПОКРЫТІЯ ЗВѢЗДЪ ЛУНОЮ.

22. Наблюденія покрытій звѣздъ луною весьма важны въ практической астрономіи: посредствомъ такихъ покрытій наблюдаемыхъ въ двухъ разныхъ мѣстахъ находится разность географическихъ долготъ точнѣе, нежели всѣми другими средствами, особенно тогда, когда оба мѣста удалены другъ отъ друга на довольно значительное разстояніе. Если наблюдатели снабжены довольно сильными зрительными трубами, для того чтобы можно было наблюдать покрытія звѣздъ до седьмой и осьмой величины, то въ течение одного мѣсяца наберется достаточное число покрытій способныхъ дать разность долготъ съ большою точностію. Другое употребленіе наблюдаемыхъ покрытій звѣздъ гораздо важнѣе предъидущаго состоитъ въ опредѣленіи положенія луны, и это опредѣленіе надежнѣе результатовъ полученныхъ посредствомъ наблюденій кульминаціи луны, въ которыхъ всегда скрывается ошибка, источникъ которой до сихъ поръ недостаточно объясненъ, и которая извѣстна подъ названіемъ инфлекціи. Изслѣдованіе и устройство таблицъ луны основанныхъ только на наблюдаемыхъ покрытіяхъ звѣздъ было бы весьма важнымъ шагомъ къ усовершенствованію теоріи луны; но къ несчастію астрономы на это мало обращаютъ вниманія, употребляя наблюдаемыя покрытія только для вывода разности географическихъ долготъ, слѣдовательно наблюдая эти покрытія только тогда, когда встрѣчается надобность въ опредѣленіи разности этихъ долготъ. Правда что предварительныя вычисленія моментовъ начала и конца покрытій отнимаютъ довольно времени, и это время будетъ потеряннымъ, если погода не дозволитъ произвести наблюденіе; правда и то что вычисленіе наблюдаемыхъ покрытій требуетъ болѣе времени, нежели вычисленіе кульминацій, при всемъ томъ не надобно упускать изъ виду то, что одно хорошее покрытіе надежнѣе нѣсколькихъ хорошихъ кульминацій.

Для вычисленія наблюдаемыхъ покрытій употребляютъ разные способы, въ Германіи преимущественно способъ Бесселя, не смотря на его длину. Не входя въ изложеніе всѣхъ извѣстныхъ способовъ, мы ограничимся однимъ самымъ краткимъ и вмѣ-

стѣ съ тѣмъ самымъ удобнымъ, принимая въ основаніе формулы (13) для сферы проэкции проходящей чрезъ центръ луны.

Пусть будетъ ψ геоцентрическая широта, $L + \xi$ восточная долгота, означая буквою ξ поправку не точно извѣстной долготы L мѣста наблюденія; означимъ звѣздное время начала открытія буквою s , и время конца буквою s_1 . Примемъ для примѣра, что долгота L считается отъ Гринича, и что Nautical almanac служить пособіемъ при вычисленіи. Для звѣздныхъ Гриничскихъ временъ $s - L$ и $s_1 - L$, находимъ въ Nautical almanac

	для $s - L$	и $s_1 - L$
прямое восхожденіе звѣзды	α	α
— склоненіе звѣзды	δ	δ
горизонтальный паралаксъ луны	π	π_1
геоцентрическій радіусъ луны	ρ	ρ_1
геоцентрическое склоненіе луны	D	D_1

Для часового угла звѣзды $s - \alpha$ при закрытіи и $s_1 - \alpha$ при открытіи вычисляемъ паралаксъ прямого восхожденія и склоненія звѣзды изъ формулъ

$$\sin p = \sin (\alpha' - \alpha) = \sin \pi \cos \psi \sec \delta' \sin (s - \alpha)$$

$$\sin q = \sin (\delta' - \delta) = \sin \pi \frac{\sin \psi}{\sin x} \sin (x - \delta)$$

$$\cot x = \cot \psi \cos \left(s - \frac{\alpha + \alpha'}{2} \right) \sec \left(\frac{\alpha - \alpha'}{2} \right);$$

именно изъ первой формулы, взявъ предварительно D вмѣсто δ' находится приближенно $\alpha' - \alpha$, изъ третьей находится x и послѣ изъ второй $\delta' - \delta$. Повтореніе вычисленія дастъ уже точныя значенія $\alpha' - \alpha$ и $\delta' - \delta$:

Вмѣсто показаннаго послѣдовательнаго вычисленія $\alpha' - \alpha$ и $\delta' - \delta$ лучше поступить слѣдующимъ образомъ. Формулы для $\alpha' - \alpha$ и $\delta' - \delta$ представляемъ въ слѣдующемъ видѣ:

$$\sin (\alpha' - \alpha) = \sin \pi \cos \psi \sec \delta' \sin (s - \alpha)$$

$$\sin (\delta' - \delta) = \left\{ \sin \psi \cos \delta - \cos \psi \sin \delta \cos \left(s - \frac{\alpha + \alpha'}{2} \right) \sec \left(\frac{\alpha' - \alpha}{2} \right) \right\}.$$

Положимъ для краткости

$$\alpha' - \alpha = p$$

$$\delta' - \delta = q$$

и предыдущія формулы напомнимъ такъ:

$$\begin{aligned} \sin (\alpha' - \alpha) &= \sin \pi \left\{ \cos \psi \sec (\delta + q) \sin (s - \alpha) \right\} \\ \sin (\delta' - \delta) &= \sin \pi \left\{ \sin \psi \cos \delta - \cos \psi \sin \delta \cos (s - \alpha) \right\} \\ &= \sin \pi \operatorname{tang} \frac{p}{2} \cos \psi \sin \delta \sin (s - \alpha). \end{aligned}$$

Вмѣсто послѣдняго члена второй формулы можно взять

$$- 2 \sin^2 \frac{p}{2} \sin \delta \cos (\delta + q).$$

Этотъ членъ въ своемъ maximum не превосходить 13", слѣдовательно если вычислимъ q' изъ формулы

$$\sin q' = \sin \pi \left\{ \sin \psi \cos \delta - \cos \psi \sin \delta \cos (s - \alpha) \right\},$$

то будемъ имѣть

$$q = \delta' - \delta = q' - \frac{1}{2} p^2 \sin 1'' \sin \delta \cos (\delta + q').$$

Что касается паралакса прямого восхожденія, то положивъ для краткости

$$\frac{1}{2} p^2 \sin 1'' \sin \delta \cos (\delta + q') = \varphi,$$

будемъ имѣть

$$\begin{aligned} \sin p &= \sin \pi \cos \psi \sec (\delta + q') \sin (s - \alpha) \\ &= \varphi \sin 1'' \sin \pi \operatorname{tang} (\delta + q') \sec (\delta + q') \cos \psi \sin (s - \alpha) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{или} \quad \sin p &= \sin \pi \cos \psi \sec (\delta + q') \sin (s - \alpha) \\ &= \frac{1}{2} p^2 \sin^2 1'' \sin \delta \sin (\delta + q'). \end{aligned}$$

Вычисливъ p' изъ формулы

$$\sin p' = \sin \pi \cos \psi \sec (\delta + q') \sin (s - \alpha),$$

будемъ имѣть

$$p = p' - \frac{1}{2} p'^2 \sin^2 1'' \sin \delta \sin (\delta + q')$$

или съ достаточнымъ приближеніемъ

$$p = p' - \frac{1}{2} p'^2 \sin^2 1'' \sin^2 \delta.$$

Найденныя выраженія для p и q хотя приближенны, но они весьма достаточны, ибо ошибка не превосходить 0,004. Вычисленіе p' и q' по приведеннымъ выше формуламъ хотя просто, но оно однакоже не столь удобно, ибо p' и q' выражены посредствомъ синусовъ. Если вмѣсто синусовъ p' , q' и π возьмемъ дуги, то получимъ приближенныя значенія p' и q' ; ошибка въ своемъ maximum не превосходить 0,07 и по большей части она менѣе

этой величины. Довольствуясь такимъ приближеніемъ вычисленіе значительно упрощается и будемъ имѣть

$$\begin{aligned} q' &= \pi \left\{ \sin \psi \cos \delta - \cos \psi \sin \delta \cos (s - \alpha) \right\} \\ p' &= \pi \cos \psi \sec (\delta + q') \sin (s - \alpha) \end{aligned}$$

$$p = \alpha' - \alpha = p' - \frac{1}{2} p'^2 \sin^2 1'' \sin^2 \delta$$

$$q = \delta' - \delta = q' - \frac{1}{2} p'^2 \sin 1'' \sin \delta \cos (\delta + q').$$

Пусть будутъ da , $d\delta$, $d\pi$, $d\rho$ и dD поправки величинъ, α , δ , π , ρ и D ; означимъ увеличеніе склоненія луны въ одну секунду звѣзднаго времени буквою μ , то $D + \xi\mu$ будетъ точное табличное склоненіе луны. Такимъ образомъ точныя значенія прямого восхожденія звѣзды, ея склоненія, горизонтальнаго паралакса луны, ея радіуса и склоненія будутъ, $\alpha + da$, $\delta + d\delta$, $\pi + d\pi$, $\rho + d\rho$ и $D + dD + \mu\xi$.

Вычисляя по предъидущимъ формуламъ $\alpha' - \alpha$ и $\delta' - \delta$ помощью табличнаго паралакса π , мы должны придать поправку происходящую отъ поправки $d\pi$. Означимъ приближенное значеніе паралакса прямого восхожденія буквою p и приближенное значеніе паралакса склоненія буквою q , то

$$\begin{aligned} \alpha' - \alpha &= p + \frac{d\pi}{\pi} p \\ \delta' - \delta &= q + \frac{d\pi}{\pi} q. \end{aligned}$$

Вообразимъ теперь на сферѣ проэкции проходящей чрезъ центръ луны сферическій треугольникъ между видимымъ мѣстомъ звѣзды при ея закрытіи, центромъ луны и полюсомъ экватора. Если проэцію радіуса луны на сферу проэкции назовемъ $\rho + \varepsilon$, то будемъ имѣть

$$\begin{aligned} \cos (\rho + \varepsilon + d\rho) &= \sin (\delta' + d\delta) \sin (D + dD + \xi\mu) \\ &+ \cos (\delta + d\delta) \cos (D + dD + \xi\mu) \cos a, \end{aligned}$$

гдѣ a есть уголъ при полюсѣ между кругами склоненій центра луны и видимаго мѣста звѣзды. Въмѣсто этой формулы можно взять съ достаточнымъ приближеніемъ слѣдующую:

$$(\rho + \varepsilon + d\rho)^2 = \left(\delta + q + \frac{d\pi}{\pi} q + d\delta - D - dD - \xi\mu \right)^2 + a^2 \cos^2 \left(\frac{\delta + q + D}{2} \right).$$

Вычислимъ вспомогательный уголъ θ изъ формулы

$$\sin \theta = \frac{\delta + q - D}{\rho}$$

и пропустимъ безъ вниманія квадраты весьма малыхъ величинъ ε , $d\rho$, $d\pi$, $d\delta$, dD и $\xi\mu$; тогда останется

$$\rho^2 \cos^2 \theta + 2\rho (\varepsilon + d\rho) = a^2 \cos^2 \left(\frac{\delta + q + D}{2} \right) + 2\rho \sin \theta \left(d\delta - dD - \xi\mu + \frac{d\pi}{\pi} q \right),$$

отсюда

$$a \cos \left(\frac{\delta + q + D}{2} \right) = \rho \cos \theta + (\varepsilon + d\rho) \sec \theta + \left(\xi\mu + dD - d\delta - \frac{d\pi}{\pi} q \right) \operatorname{tg} \theta.$$

Величина a означаетъ точную разность между видимымъ прямымъ восхожденіемъ звѣзды и геоцентрическимъ прямымъ восхожденіемъ луны, такъ что для закрытъя имѣемъ

$$a = \alpha + d\alpha + p + \frac{d\pi}{\pi} p - A,$$

означая буквою A геоцентрическое прямое восхожденіе центра луны въ моментъ наблюденія. Уголъ θ вычисляемый по формулѣ показанной выше надобно брать въ первой и четвертой четверти окружности для закрытъя и во второй и третьей четверти для открытъя.

Положивъ для краткости писанія

$$\frac{\delta + q + D}{2} = \Delta$$

будемъ имѣть

$$\begin{aligned} A = \alpha + d\alpha + p - \rho \cos \theta \sec \Delta - (\varepsilon + d\rho) \sec \theta \sec \Delta \\ - (\xi\mu + dD - d\delta) \operatorname{tang} \theta \sec \Delta \\ - \left(\frac{p}{\pi} \cos \Delta + \frac{q}{\pi} \operatorname{tang} \theta \right) \sec \Delta d\pi. \end{aligned}$$

Послѣдній членъ этой формулы можно выразить иначе; для этого приближенно можемъ взять

$$\begin{aligned} \frac{p}{\pi} \cos \Delta = \cos \psi \sin (s - \alpha) \\ \frac{q}{\pi} = \sin \psi \cos \delta - \cos \psi \sin \delta \cos (s - \alpha). \end{aligned}$$

Въ этихъ двухъ формулахъ вторыя части уже извѣстны по первому вычисленію и поэтому положивъ

$$\begin{aligned} \cos \psi \sin (s - \alpha) &= \sin z \sin V \\ \sin \psi \cos \delta - \cos \psi \sin \delta \cos (s - \alpha) &= \sin z \cos V; \end{aligned} \quad (a)$$

помощью этихъ выраженій послѣдній членъ вышеприведенной формулы для искомага прямого восхожденія луны перейдетъ въ слѣдующій:

$$\sin z \sin (V + \theta) \sec \theta \sec \Delta d\lambda.$$

Остается еще опредѣлить ϵ , или приведеніе геоцентрическаго радіуса луны къ его проэкции на сферу проэкции. Приведеніе это, какъ видно изъ формулы (15) данной на страницѣ 374 выражается такъ:

$$\epsilon = -0,07 \cos y' \sin z' + 0,13 \cos^2 y' \sin^2 z';$$

гдѣ y' означаетъ уголъ при центрѣ луны между направлениемъ къ видимому мѣсту звѣзды и кругомъ высотъ. вмѣсто z' , или видимаго зенитнаго разстоянія центра луны можно взять z найденное изъ уравненій (a) и не трудно видѣть, что $\cos y' = \sin (V + \theta)$. Такимъ образомъ имѣемъ

$$\epsilon = -0,07 \sin z \sin (V + \theta) + 0,13 \sin^2 z \sin^2 (V + \theta).$$

23. Для пополненія теоріи покрытій неподвижныхъ звѣздъ, планетъ и солнца луною, мы должны еще рассмотретьъ вліяніе астрономической рефракціи на покрытія вычисляемыя по вышеприведеннымъ формуламъ. Казалось бы съ перваго взгляда, что рефракція не имѣетъ никакого вліянія на моменты закрытія и открытія, но легко покажется понятнымъ это вліяніе, когда мы скажемъ, что *астрономическая рефракція небесныхъ свѣтилъ зависитъ отъ ихъ паралакса*. Если рефракція звѣзды другая, нежели рефракція той точки края луны, въ которой произошло закрытіе, не смотря на одинаковое видимое положеніе обѣихъ точекъ, то мѣсто звѣзды и та точка края луны, въ которой произошло закрытіе или открытіе разойдутся, когда мы исправимъ видимыя зенитныя разстоянія отъ рефракціи соответствующей тому и другому свѣтилу. И такъ остается намъ показать, что рефракція луны зависитъ отъ ея паралакса и вывести числовое значеніе ея ¹⁾.

¹⁾ Гансенъ первый обратилъ вниманіе на членъ зависящій отъ паралакса въ выраженіи астрономической рефракціи. Выводъ этого члена Гансеномъ (Astr. Nachr. N° 347) основанъ на формулахъ четвертаго тома небесной механики Лапласа. Я даю здѣсь другой выводъ этого члена совершенно точный безъ помощи высшаго анализа, допуская въ читателѣ знаніе только первоначальныхъ законовъ оптики и астрономіи.

Представимъ себѣ лучъ свѣта идущій отъ какой нибудь точки L края луны, или ея поверхности, падающій въ точкѣ B на верхній предѣлъ атмосферы, и пройдя всю атмосферу по кривой линіи называемой кривою рефракціи, достигающій глаза наблюдателя въ точкѣ A на поверхности земли. Направленіе AL покажетъ истинное мѣсто L исправленное отъ рефракціи луны, и линія BL истинное мѣсто покрываемой звѣзды исправленное отъ звѣздной рефракціи; такъ что звѣздная рефракція будетъ уголъ между касательными проведенными къ кривой рефракціи въ ея концахъ или точкахъ A и B . Рефракція луны будетъ уголъ между направлениемъ AL и касательною проведенною въ точкѣ A къ кривой рефракціи. Назовемъ уголъ $ALB = \omega$, астрономическую рефракцію соотвѣтствующую видимому зенитному разстоянію z звѣзды и той точки края луны, въ которой происходитъ покрываніе, означимъ буквою r и рефракцію луны назовемъ R , то очевидно

$$r = R + \omega.$$

И такъ рефракція звѣзды болѣе рефракціи луны на величину ω

Для опредѣленія ω вообразимъ перпендикуляръ опущенный изъ мѣста наблюденія A на лучъ LB , если длину этого перпендикуляра назовемъ ξ , то

$$\sin \omega = \frac{\xi}{AL} = \frac{\xi}{a} \cdot \frac{a}{AL}$$

означая буквою a радіусъ земнаго сфероида;

$$\text{но} \quad \frac{a}{AL} = \operatorname{tang} \pi + \operatorname{tang}^2 \pi \cos z + \dots$$

слѣдовательно

$$\sin \omega = \frac{\xi}{a} (\operatorname{tang} \pi + \operatorname{tang}^2 \pi \cos z + \dots).$$

Величина $\frac{\xi}{a}$ не трудно находится; въ самомъ дѣлѣ изъ центра земли опустивъ перпендикуляръ на направленіе луча LB и длину этого перпендикуляра назвавъ k , будемъ имѣть

$$\xi = k - a \sin z,$$

гдѣ z есть истинное зенитное разстояніе звѣзды, или уголъ между радіусомъ земли проходящимъ чрезъ мѣсто наблюденія A и направлениемъ LB . Опустимъ теперь перпендикуляръ изъ центра земли на направленіе къ видимому мѣсту звѣзды, слѣдовательно и къ видимому мѣсту той точки края луны, въ которой про-

исходитъ покрытѣ; длину этого перпендикуляра назовемъ k_1 . Пусть v означать скорость распространения свѣта въ безвоздушномъ пространствѣ, или въ томъ мѣстѣ, въ которомъ лучъ свѣта падаетъ въ B на верхній предѣлъ атмосферы, пусть v_1 означать скорость движенія этого луча въ тотъ моментъ, когда онъ достигаетъ глаза наблюдателя въ точкѣ A . Измѣненіе направленія и скорости движенія луча въ атмосферѣ происходитъ отъ вліянія этой атмосферы. Такъ какъ атмосферу можемъ принимать состоящею изъ концентрическихъ слоевъ одной плотности съ убывающею постепенно плотностію, то дѣйствіе этихъ слоевъ на свѣтъ приводится къ одной равнодѣйствующей проходящей чрезъ центръ земли, и поэтому кривая рефракціи, какъ происходящая отъ дѣйствія центральной силы, должна имѣть то свойство, что площади секторовъ описанныхъ радіусомъ-векторомъ въ единицу времени будутъ постоянны во всѣхъ ея элементахъ. Площадь сектора описаннаго радіусомъ-векторомъ въ единицу времени въ началѣ кривой рефракціи или въ точкѣ B будетъ $\frac{vk}{2}$; такая же площадь въ концѣ кривой рефракціи, или въ точкѣ A будетъ $\frac{v_1 k_1}{2}$; слѣдовательно

$$v_1 k_1 = vk.$$

Отношеніе $\frac{v_1}{v}$ или отношеніе скорости распространения свѣта въ безвоздушномъ пространствѣ, къ скорости распространения свѣта при поверхности земли, равняется указателю переломленія воздуха изъ пустаго пространства. Назовемъ этотъ указатель μ , слѣдовательно

$$\frac{v_1}{v} = \mu$$

и $k = k_1 \mu.$

Такъ какъ

$$k_1 = a \sin z' = a \sin (z - r),$$

гдѣ z' есть видимое зенитное разстояніе звѣзды, то

$$k = \mu a \sin z'$$

$$\frac{vk}{a} = \mu \sin z' - \sin z$$

и $\sin \omega = (\mu \sin z' - \sin z) (\text{tang } \pi + \text{tang}^2 \pi \cos z + \dots).$

Такъ какъ ω есть величина весьма малая, то можно вмѣсто $\sin \omega$ и $\operatorname{tang} \pi$ взять дуги и пренебречь $\operatorname{tang}^2 \pi \cos z$, слѣдовательно

$$\omega = \pi (\mu \sin z' - \sin z).$$

Эта формула даетъ разность между рефракціею звѣзды и рефракціею луны, или членъ зависящій отъ паралакса въ выраженіи рефракціи. Для вычисленія ω надобно знать μ ; по опытамъ Френеля и Араго эта величина различна для сухого и насыщеннаго парами воздуха при среднемъ давленіи 760 миллиметровъ, для сухого $\mu = 1,0002945$, для влажнаго $\mu = 1,0002936$; мы принимаемъ

$$\mu = 1,0002941$$

значеніе найденное Деламбромъ изъ астрономической рефракціи. Положивъ

$$\sigma = 0,0002941$$

$$z = z' + r,$$

будемъ имѣть

$$\omega = \pi \left\{ \sigma \sin z' - 2 \sin \frac{r}{2} \cos \left(z' + \frac{r}{2} \right) \right\}.$$

Слѣдующая табличка содержитъ ω для разныхъ видимыхъ зенитныхъ разстояній z' , принимая для r Беселеву астрономическую рефракцію и для π среднее значеніе экваторіальнаго паралакса луны, именно $3422''$.

z'	ω	(ω)	$((\omega))$
90°	1,183	1,226	1,15
89	0,669	0,651	0,56
88	0,423	0,389	0,31
87	0,292	0,253	0,19
86	0,216	0,176	0,13
85°	0,166	0,127	0,09.

Эта табличка показываетъ, что рефракція луны близъ горизонта чувствительно менѣе рефракціи неподвижныхъ звѣздъ; выше высоты пяти градусовъ разность обѣихъ рефракцій незначительная. Значенія этой разности данныя въ предпоследнемъ столбцѣ подъ названіемъ (ω) найдены Гансеномъ и онѣ отличаются отъ истинныхъ на $0,04$, исключая двухъ первыхъ. Значенія разностей обѣихъ рефракціи обозначенныя $((\omega))$ выведены изъ фор-

мулы данной въ выноскѣ, принимая въ основаніе гипотезу Кассини, именно постоянную плотность во всей атмосферѣ. ¹⁾

Вмѣсто значеній ω намъ будетъ нужно значеніе

$$\omega_1 = \frac{\omega}{\sin z} = \pi \left(\mu \frac{\sin z'}{\sin z} - 1 \right)$$

или
$$\omega_1 = \pi \left\{ \sigma \frac{\sin(z-r)}{\sin z} - 2 \sin \frac{r}{2} \frac{\cos\left(z - \frac{r}{2}\right)}{\sin z} \right\}.$$

Слѣдующая таблица содержитъ значенія ω_1 по аргументу истиннаго зенитнаго разстоянія звѣзды, или по аргументу z .

z	ω_1
90°34'54"	1,183
90 0 0	0,883
89 0 0	0,560
88 0 0	0,378
87 0 0	0,273
86° 0' 0"	0,204

¹⁾ Принимая всю атмосферу вездѣ одинаковой плотности, уголъ ω найдется весьма просто. Въ самомъ дѣлѣ при такомъ допущеніи кривая рефракціи AB перейдетъ въ прямую линію и изъ треугольника ABL будетъ

$$\sin \omega = \frac{AB}{AL} \sin r = \frac{AB}{a} \operatorname{tang} \pi \sin r.$$

Назовемъ φ уголъ при центрѣ земли между радіусами идущими къ точкамъ A и B , слѣдовательно будетъ

$$\frac{AB}{a} = \frac{\sin \varphi}{\sin(z' - \varphi)}$$

и
$$\sin \omega = \operatorname{tang} \pi \sin r \frac{\sin \varphi}{\sin(z' - \varphi)}$$

уголъ φ выражаетъ значеніе коэффициента qr въ извѣстной формулѣ рефракціи

$$r = m \operatorname{tang}(z' - qr)$$

гдѣ m есть коэффициентъ рефракціи. Положивъ $\varphi = qr$ и замѣтивъ, что наиболѣе вероятнѣйшее значеніе $q = 3,25$ будемъ имѣть

$$\omega = 3,25 \frac{\pi r^2 \sin^2 1''}{\sin(z' - 3,25 r)}$$

z	ω_1
85° 0' 0"	0,163
84 0 0	0,136
83 0 0	0,117
82 0 0	0,103
81 0 0	0,093
80° 0' 0"	0,085

Величина ω , дѣйствуетъ прямо на радіусъ луны, увеличивая или уменьшая его; увеличивая, когда покрытие происходитъ въ нижней половинѣ окружности луны и уменьшая въ верхней ея половинѣ. Если поправку радіуса луны отъ дѣйствія рефракціи назовемъ $\delta\rho$, то

$$\delta\rho = -\omega \cos y'$$

или

$$\delta\rho = -\omega_1 \sin z \cos y'$$

и замѣчая, что

$$\cos y' = \sin(V + \theta),$$

будетъ

$$\delta\rho = -\omega_1 \sin z \sin(V + \theta).$$

Эта поправка соединяется вмѣстѣ съ поправкою ϵ .

Такимъ образомъ полная поправка геоцентрическаго радіуса луны будетъ

$$\epsilon = -(\omega_1 + 0,07) \sin z \sin(V + \theta) + 0,13 \sin^2 z \sin^2(V + \theta).$$

24. Соберемъ теперь всѣ формулы касающіяся покрытия звѣздъ въ одно цѣлое.

Изъ формулъ

$$\sin p' = \sin \pi \sec(\delta + q') \sin(s - \alpha)$$

$$\sin q' = \sin \pi \left\{ \sin \psi \cos \delta - \cos \psi \sin \delta \cos(s - \alpha) \right\}$$

$$p = \alpha' - \alpha = p' - \frac{1}{2} p'^2 \sin^2 1'' \sin^2 \delta$$

$$q = \delta' - \delta = q' - \frac{1}{2} p'^2 \sin 1'' \sin \delta \cos(\delta + q')$$

(A)

надобно вычислить p и q , найти логарифмы величинъ

$$P = \cos \psi \sin(s - \alpha)$$

$$Q = \sin \psi \cos \delta - \cos \psi \sin \delta \cos(s - \alpha)$$

и найти z и V съ приближеніемъ нѣсколькихъ минутъ изъ формулъ

$$P = \sin z \sin V$$

$$Q = \sin z \cos V.$$

(B)

Изъ формулы

$$\sin \theta = \frac{\delta + q - D}{\rho} \quad (C)$$

надобно найти точное значеніе угла θ ; θ принимается въ первой или послѣдней четверти окружности для закрытъя звѣзды, и во второй или третьей для открытъя.

Изъ формулы

$$\varepsilon = -(\omega_1 + 0,07) \sin z \sin (V + \theta) + 0,13 \sin^2 z \sin^2 (V + \theta) \quad (D)$$

находится ε или приведеніе геоцентрическаго радіуса луны къ проэкции его на сферу проэкции. Вліяніе рефракціи или ω_1 берется изъ таблицы приведенной выше.

Изъ формулы

$$\Delta = \frac{\delta + q + D}{2} \quad \left. \vphantom{\Delta} \right\} \quad (E)$$

находится Δ . Тогда геоцентрическое прямое восхожденіе A центра луны въ моментъ наблюдаемаго закрытъя получится изъ формулы

$$\left. \begin{aligned} A = \alpha + d\alpha + p - \rho \cos \theta \sec \Delta - \varepsilon \sec \theta \sec \Delta \\ \quad - d\rho \sec \theta \sec \Delta \\ \quad + d\pi \sin z \sin (V + \theta) \sec \theta \sec \Delta \\ \quad - (\xi\mu + dD - d\delta) \operatorname{tang} \theta \sec \Delta. \end{aligned} \right\} \quad (F)$$

Наблюдаемое открытъя той же звѣзды доставитъ подобное уравненіе, а именно

$$\left. \begin{aligned} A_1 = \alpha + d\alpha + p_1 - \rho_1 \cos \theta_1 \sec \Delta_1 - \varepsilon_1 \sec \theta_1 \sec \Delta_1 \\ \quad - d\rho_1 \sec \theta_1 \sec \Delta_1 \\ \quad + d\pi \sin z_1 \sin (V_1 + \theta_1) \sec \theta_1 \sec \Delta_1 \\ \quad - (\xi\mu + dD - d\delta) \operatorname{tang} \theta_1 \sec \Delta_1. \end{aligned} \right\} \quad (G)$$

Формулы (F) и (G) показываютъ, что вліяніе ошибокъ $d\rho$, $d\pi$ и $(\xi\mu + dD - d\delta)$ возрастаетъ съ угломъ θ , но дѣйствіе этихъ ошибокъ съ противными знаками при закрытіи и открытіи звѣзды, ибо $\sec \theta_1$ и $\sec \theta$ имѣютъ знаки противные. Въ открытіяхъ такъ называемыхъ центральныхъ, то есть такихъ, для которыхъ θ близко къ нулю и θ_1 близко къ 180° , видимый путь звѣзды проходитъ черезъ центръ или весьма близко центра луны, и тогда вліяніе послѣдняго члена на опредѣляемыя прямыя восхожденія A и A_1 наименьшее. Если замѣтимъ, что разность $A_1 - A$ точно извѣстна изъ таблицъ луны, то помощію извѣстной раз-

ности A , — A не трудно исключить изъ уравненій (F) и (G) одну изъ неизвѣстныхъ dQ , $d\pi$ и $(\xi\mu dD - d\delta)$; обыкновенно исключаютъ послѣднюю.

Вмѣсто опредѣленія двухъ отдѣльныхъ геоцентрическихъ прямыхъ восхожденій луны относящихся къ моментамъ наблюдаемаго начала и конца покрытья, лучше опредѣлять моментъ геоцентрическаго соединенія центра луны и звѣзды по прямому восхожденію. Пусть это соединеніе происходитъ въ звѣздное время Σ , то прямое восхожденіе луны въ это время будетъ равно прямому восхожденію покрываемой звѣзды.

Для опредѣленія Σ изъ таблицъ луны беремъ среднее движеніе луны по прямому восхожденію въ одну секунду звѣзднаго времени между временемъ наблюдаемаго начала и какимъ нибудь временемъ близкимъ къ геоцентрическому соединенію луны и звѣзды по прямому восхожденію; пусть будетъ n это среднее движеніе. Подобное среднее движеніе n_1 находимъ между временемъ конца и вышеупомянутымъ временемъ близкимъ къ геоцентрическому соединенію. Для опредѣленія n и n_1 изъ таблицъ луны понадобится знаніе долготы мѣста, но понятно что приближенная долгота, въ которой можемъ допустить ошибку до пяти и болѣе минутъ времени будетъ достаточна для этой цѣли. Величины n и n_1 находятся слѣдующимъ образомъ: изъ звѣздныхъ временъ наблюденій s и s_1 , вычитается приближенная долгота L мѣста наблюденія, и звѣздныя Гриническія времена $s - L$ и $s_1 - L$ превращаются въ среднія t и t_1 . Во временахъ t и t_1 можно отбросить секунды оставляя часы и минуты. Далѣе находится среднее Гриническое время T геоцентрическаго соединенія луны и звѣзды съ приближеніемъ до одной минуты, или можно взять это время T изъ Nautical Almanac, если наблюдаемое покрытѣе приведено тамъ. Для временъ t , T и t_1 помощію строгаго интерполированія находятся прямые восхожденія луны α' α'' α''' то

$$n = \frac{\alpha'' - \alpha'}{T - t} 0,9973$$

$$n_1 = \frac{\alpha''' - \alpha''}{t_1 - T} 0,9973.$$

Величина $\frac{\alpha + d\alpha - A}{n}$ выражаетъ число звѣздныхъ секундъ отъ наблюдаемаго времени начала покрытья до геоцентрическаго соединенія, и $\frac{A_1 - (\alpha + d\alpha)}{n_1}$ покажетъ число звѣздныхъ секундъ отъ геоцентрическаго соединенія до конца покрытья, слѣдова-

тельно для звѣзднаго времени Σ геоцентрическаго соединенія получимъ два слѣдующія выраженія:

$$\begin{aligned} \Sigma &= s - \frac{p}{n} + \frac{Q}{n} \cos \theta \sec \Delta + \frac{\varepsilon}{n} \sec \theta \sec \Delta \\ &\quad + \frac{dQ}{n} \sec \theta \sec \Delta \\ &\quad - \frac{d\pi}{n} \sin z \sin (V + \theta) \sec \theta \sec \Delta \\ &\quad + \left(\xi \frac{\mu}{n} + \frac{dD - d\delta}{n} \right) \operatorname{tang} \theta \sec \Delta \\ \Sigma &= s_1 - \frac{p_1}{n_1} + \frac{Q_1}{n_1} \cos \theta_1 \sec \Delta_1 + \frac{\varepsilon_1}{n_1} \sec \theta_1 \sec \Delta_1, \\ &\quad + \frac{dQ_1}{n_1} \sec \theta_1 \sec \Delta_1, \\ &\quad - \frac{d\pi_1}{n_1} \sin z_1 \sin (V_1 + \theta_1) \sec \theta_1 \sec \Delta_1, \\ &\quad + \left(\xi \frac{\mu_1}{n_1} + \frac{dD_1 - d\delta_1}{n_1} \right) \operatorname{tang} \theta_1 \sec \Delta_1. \end{aligned} \quad (H)$$

Первая формула относится къ закрытыю, вторая къ открытыю звѣзды. Вычитая одно уравненіе изъ другого получимъ связь между поправками dQ , $d\pi$ и $(\mu + dD - d\delta)$; изъ этого уравненія находится значеніе $\xi\mu + dD - d\delta$ въ функции dQ и $d\pi$ и это значеніе вставляется въ одну изъ формулъ (H). По вставкѣ уже получимъ одно значеніе для Σ .

Условное уравненіе между $\xi\mu + dD - d\delta$, $d\pi$ и dQ даетъ значеніе $\xi\mu + dD - d\delta$ въ функции $d\pi$ и dQ ; если $\xi\mu$, $d\delta$, $d\pi$ и dQ ничтожны, то это уравненіе дастъ поправку dD склоненія луны взятаго изъ Nautical Almanac.

Если покрытие одной звѣзды было наблюдаемо въ разныхъ другихъ мѣстахъ хорошо извѣстныхъ по долготѣ, то предполагая эти мѣста значительно удаленными одно отъ другаго для того, чтобы коэффициенты при dQ и $d\pi$ значительно разнились, мы получимъ столько окончательныхъ уравненій, сколько было мѣстъ наблюдений. Изъ этихъ уравненій изслѣдуются ошибки $d\pi$ и dQ и ошибки принятыхъ долготъ въ тѣхъ мѣстахъ, въ которыхъ неизвѣстны точныя географическія долготы.

Объяснимъ изложенныя формулы примѣромъ. Въ мѣстѣ, котораго геоцентрическая широта $46^\circ 46' 54''$, восточная долгота отъ

Гринича $2^{\text{h}}38'35''$ наблюдаемо было покрытие τ^2 Aquarii 16 Ноября 1836 года.

Звѣздное время закрытыя $z = 22^{\text{h}}37'56,8$

открытыя $z_1 = 23^{\text{h}}39'41,9$.

Видимое положеніе этой звѣзды во время наблюденія было

$$\alpha = 22^{\text{h}}40'56,62$$

$$\delta = -14^{\circ}27'10,4.$$

Изъ Nautical Almanac заимствовано для начала и для конца покрытия, или для $19^{\text{h}}59'21,8$ и $21^{\text{h}}4'6,9$ звѣзднаго Гриничскаго времени

	для закрытыя	для открытыя
склопеніе луны	$D = -13^{\circ}35'57,3$	$-13^{\circ}21'29,4$
геоцентр. радіусъ луны	$\rho = 0\ 15\ 51,5$	$0\ 15\ 51,1$
экваторіальный паралаксъ	$0\ 58\ 11,9$	$0\ 58\ 10,4$
горизонтальный паралаксъ	$\pi = -0^{\circ}58' 5,7$	$0^{\circ}58' 4,2.$

Для опредѣленія паралаксовъ p и q имѣемъ формулы (A), изъ нихъ находимъ

$$\text{для закрытыя} \\ p = \alpha' - \alpha = -32,11$$

$$q = \delta' - \delta = +3055,51$$

$$\text{для открытыя} \\ p_1 = +622,47$$

$$q_1 = +3035,00.$$

Изъ формулъ (B) имѣемъ

$$z = 61^{\circ}14'$$

$$V = 359^{\circ}32'$$

$$z_1 = 62^{\circ}38'$$

$$V_1 = 11^{\circ}17'.$$

Изъ формулы (C) получаемъ

$$\theta = 358^{\circ}56'27''$$

$$\theta_1 = 252^{\circ}17'6''.$$

Изъ формулы (D) находимъ

$$\varepsilon = 0,00$$

$$\varepsilon_1 = +0,16.$$

Изъ формулы (E) имѣемъ

$$\Delta = -13^{\circ}36'6''$$

$$\Delta_1 = -13^{\circ}29'2''.$$

Изъ Nautical Almanac получается

$$n = 0,5322$$

$$n_1 = 0,5315.$$

И такъ будетъ по закрытыю

$$\Sigma = z + 0^{\text{h}}31'39,64 + 1,029 \frac{d\rho}{n} + 0,024 \frac{d\pi}{n} - 0,019 \left(\frac{\xi\mu + dD - d\delta}{n} \right),$$

по открытию

$$\Sigma = s_1 - 0^{\text{h}}28'52''.17 - 3,380 \frac{dQ}{n_1} - 2,983 \frac{d\pi}{n_1} + 3,219 \left(\frac{\xi\mu + dD - d\delta}{n_1} \right)$$

Взявъ въ малыхъ членахъ $\frac{n + n_1}{2} = n'$ вмѣсто n и n_1 и вставивъ значенія s и s_1 , получимъ

$$\Sigma = 23^{\text{h}}9'36''.44 + 1,029 \frac{dQ}{n'} + 0,024 \frac{d\pi}{n'} - 0,019 \left(\frac{\mu\xi + dD - d\delta}{n'} \right)$$

$$\Sigma = 23^{\text{h}}10'49''.73 - 3,380 \frac{dQ}{n'} - 2,983 \frac{d\pi}{n'} + 3,219 \left(\frac{\mu\xi + dD - d\delta}{n'} \right).$$

Оба времена для геоцентрическаго соединенія луны и звѣзды вышли не равны по причинѣ ошибокъ dQ , $d\pi$ и преимущественно $\mu\xi + dD - d\delta$, и поэтому лучше исключить эту послѣднюю ошибку какъ самую большую.

Для этого вычитая одно выраженіе изъ другаго имѣемъ

$$0 = 73''.29 - 4,409 \frac{dQ}{n'} - 3,007 \frac{d\pi}{n'} + 3,238 \left(\frac{\mu\xi + dD - d\delta}{n'} \right),$$

отсюда

$$\frac{\mu\xi + dD - d\delta}{n'} = -22''.63 + 1,362 \frac{dQ}{n'} + 0,929 \frac{d\pi}{n'}.$$

Вставивъ это значеніе въ одно изъ выраженій Σ , въ первое или второе, мы получимъ одно значеніе для Σ , именно

$$\Sigma = 23^{\text{h}}9'36''.87 + 1,003 \frac{dQ}{n'} + 0,006 \frac{d\pi}{n'}$$

Это покрытие наблюдаемое въ Николаевкѣ сопровождалось счастливыми обстоятельствами, именно закрытіе было центральное, ибо уголъ θ для закрытія близокъ къ нулю, сверхъ того закрытіе произошло тогда, когда луна была почти на меридіанѣ; по этимъ двумъ причинамъ на опредѣленіе прямого восхожденія луны, или долготы мѣста наблюденія по наблюдаемому закрытію ошибка въ склоненіяхъ луны и звѣзды и въ горизонтальномъ паралаксѣ не имѣетъ чувствительнаго вліянія. Открытіе произошло при обстоятельствахъ выгодныхъ для опредѣленія ошибки склоненія луны и звѣзды, но невыгодныхъ для опредѣленія прямого восхожденія луны или долготы мѣста, и по этому опредѣляя Σ исключеніемъ ошибки въ склоненіяхъ мы должны были получить результатъ почти независимый отъ ошибки въ горизонтальномъ паралаксѣ.

Замѣчая что

$$n' = 0,5318$$

будемъ имѣть

$$\mu\xi + dD - dd' = -12,02 + 1,362 dQ + 0,929 d\pi.$$

Еслибы это покрытие было наблюдаемо и въ другихъ мѣстахъ хорошо извѣстныхъ по долготѣ, то мы были бы въ состояніи опредѣлить хорошую долготу Николаевки, слѣдовательно и величину ξ , тогда послѣднее выраженіе далобы ошибку въ разности склоненій луны и звѣзды.

Вмѣсто показаннаго исключенія ошибки въ разности склоненій луны и звѣзды, лучше непосредственно составить окончательное уравненіе для Σ . Для этого положимъ для краткости писанія

$$s = \frac{p}{n} + \frac{Q}{n} \cos \theta \sec \Delta + \frac{\varepsilon}{n} \sec \theta \sec \Delta = \tau$$

$$s_1 = \frac{p_1}{n_1} + \frac{Q_1}{n_1} \cos \theta_1 \sec \Delta_1 + \frac{\varepsilon}{n_1} \sec \theta_1 \sec \Delta_1 = \tau_1,$$

то уравненія (H) представляются въ такомъ видѣ:

$$(\Sigma - \tau) n \cos \Delta \cot \theta = \frac{dQ}{\sin \theta} - \frac{d\pi}{\sin \theta} \sin z \sin (V + \theta) + (\xi\mu + dD - dd')$$

$$(\Sigma - \tau_1) n_1 \cos \Delta_1 \cot \theta_1 = \frac{dQ_1}{\sin \theta_1} - \frac{d\pi_1}{\sin \theta_1} \sin z_1 \sin (V_1 + \theta_1) + (\xi_1\mu_1 + dD_1 - dd'_1).$$

Разности $\Sigma - \tau$ и $\Sigma - \tau_1$, вообще весьма малы, ибо онѣ зависятъ только отъ погрѣшностей dQ , $d\pi$ и $\xi\mu + dD - dd'$ и поэтому вмѣсто n и n_1 можно взять среднее движеніе n' , полагая $n' = \frac{n + n_1}{2}$ и вмѣсто Δ и Δ_1 можно взять арифметическую средину Δ' , полагая

$$\Delta' = \frac{\Delta + \Delta_1}{2}.$$

Вычитая теперь два предъидущія уравненія одно изъ другого получимъ

$$\Sigma = \frac{\tau + \tau_1}{2} + \frac{\tau - \tau_1}{2} \frac{\sin (\theta_1 + \theta)}{\sin (\theta_1 - \theta)} + \frac{dQ}{n'} \sec \Delta' \frac{\cos \left(\frac{\theta_1 + \theta}{2} \right)}{\cos \left(\frac{\theta_1 - \theta}{2} \right)} - \frac{d\pi}{n'} \left\{ \frac{\sin z \sin (V + \theta) \sin \theta_1 - \sin z_1 \sin (V_1 + \theta_1) \sin \theta}{\sin (\theta_1 - \theta)} \right\} \sec \Delta'.$$

Последній членъ этого выраженія можно выразить иначе, вводя вычисленные уже паралаксы p , p_1 , q и q_1 ; въ самомъ дѣлѣ приближенно можемъ положить

$$\sin z \sin V = \frac{p}{\pi} \cos \Delta' \quad \sin z_1 \sin V_1 = \frac{p_1}{\pi} \cos \Delta'$$

$$\sin z \cos V = \frac{q}{\pi} \quad \sin z_1 \cos V_1 = \frac{q_1}{\pi},$$

слѣдовательно

$$\Sigma = \frac{\tau + \tau_1}{2} + \frac{\tau - \tau_1}{2} \frac{\sin(\theta_1 + \theta)}{\sin(\theta_1 - \theta)} + \frac{d\rho}{n'} \sec \Delta' \frac{\cos\left(\frac{\theta_1 + \theta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\theta_1 - \theta}{2}\right)} - \frac{d\pi}{n'} \left\{ \frac{p + p_1}{2\pi} + \frac{p - p_1}{2\pi} \frac{\sin(\theta_1 + \theta)}{\sin(\theta_1 - \theta)} + \frac{q - q_1}{\pi} \sec \Delta' \frac{\sin \theta_1 \sin \theta}{\sin(\theta_1 + \theta)} \right\}.$$

Въ примѣрѣ выше вычисленномъ имѣемъ

$$\tau = 23^h 9'36",44$$

$$\tau_1 = 23^h 10'49",73$$

слѣдовательно

$$\frac{\tau + \tau_1}{2} = 23^h 10'13",08$$

$$\frac{\tau - \tau_1}{2} = -73",29.$$

Далѣе

$$\theta = 358^\circ 56'27''$$

$$\theta_1 = 252^\circ 17' 6'',$$

отсюда

$$\theta_1 + \theta = 251^\circ 13'33''$$

$$\theta_1 - \theta = 253^\circ 20'39'';$$

сверхъ того имѣемъ

$$\Delta' = -13^\circ 33'$$

$$\frac{p + p_1}{2} = +295",2$$

$$\frac{p - p_1}{2} = -327,3$$

$$q - q_1 = +20",5.$$

По вставкѣ этихъ чиселъ въ выраженіе Σ найдемъ

$$\Sigma = 23^{\circ}9'36",87 + 1,003 \frac{dQ}{n'} + 0,008 \frac{d\pi}{n'}$$

результатъ почти согласный съ прежнимъ.

Если уравненія (H) вычтемъ одно изъ другого, взявъ въ малыхъ членахъ зависящихъ отъ погрѣшностей $dQ, d\pi$ и $\xi\mu + dD - dd$ вмѣсто n, n_1, Δ и Δ_1 среднія значенія n' и Δ' именно,

$$n' = \frac{n + n_1}{2}$$

$$\Delta' = \frac{\Delta + \Delta_1}{2},$$

то получимъ

$$0 = (\tau_1 - \tau) n' \cos \Delta' + dQ (\sec \theta - \sec \theta_1) \\ - d\pi \left\{ \sin z \sin (V + \theta) \sec \theta - \sin z_1 \sin (V_1 + \theta_1) \sec \theta_1 \right\} \\ + (\xi\mu + dD - dd) (\text{tang } \theta - \text{tang } \theta_1)$$

уравненіе содержащее три неизвѣстныя $dQ, d\pi$ и $\xi\mu + dD - dd$.

Если данное покрытие было наблюдаемо въ трехъ мѣстахъ значительно удаленныхъ одно отъ другого, и если долготы ихъ достаточно хорошо извѣстны, то мы получимъ три уравненія, которыя дадутъ значенія трехъ погрѣшностей $dQ, d\pi$ и $dD - dd$. Наибольшее измѣненіе геоцентрическаго склоненія луны доходитъ до 0,3 въ секунду средняго времени, и поэтому долготы мѣстъ должны быть извѣстны съ точностію по крайней мѣрѣ до третьей доли секунды во времени для того, чтобы величина $\xi\mu$ не превосходила 0,1. Измѣненіе склоненія луны вообще менѣе и поэтому можно допустить въ географическихъ долготахъ погрѣшность болѣе третьей доли секунды.

Для наблюдений покрытій звѣздъ съ цѣлю изслѣдованія погрѣшностей таблицъ луны и дѣйствительнаго поперечника луны весьма выгодны по положенію Казанская, Московская или С. Петербургская обсерваторія и одна изъ обсерваторій въ югозападной Европѣ. Весьма былобы полезнымъ для теорій луны предпринять рядъ систематическихъ наблюдений такихъ покрытій по крайней мѣрѣ въ трехъ обсерваторіяхъ. Казанская обсерваторія приняла за правило въ число другихъ ея работъ включить постоянныя наблюденія покрытій звѣздъ луною, и она надѣется, что С. Петербургская и Московская обсерваторія примутъ участіе въ этихъ работахъ. Наблюденія покрытій не отнимаютъ много времени и онѣ могутъ быть съ полнымъ успѣхомъ исполнены и студентами физико-математическаго факультета.

25. Главнѣйшее затрудненіе въ успѣшномъ наблюденіи покрытіи звѣзд луною состоитъ въ предсказаніи временъ закрытія и открытія звѣзды и мѣстъ края луны, въ которыхъ произойдутъ эти явленія. Таблицы составляемыя ежегодно въ Берлинскомъ мѣсяцесловѣ и формулы Бесселя, не могутъ у насъ служить большимъ пособіемъ, ибо эти таблицы составлены только для главнѣйшихъ звѣздъ, которыхъ покрытие возможно въ средней Европѣ; при томъ же и сами вычисленія не столь упрощены до того, чтобы ихъ можно съ полнымъ правомъ назвать соотвѣтствующими своему назначенію.

Имѣя въ виду сдѣлать предсказаніе покрытіи возможно легкимъ, вмѣсто аналитическаго вычисленія я предлагаю геометрическое построеніе. Оно имѣетъ то преимущество передъ аналитическимъ вычисленіемъ, что даетъ непосредственно паралактическое движеніе луны для цѣлой ночи, въ которую намѣреваются наблюдать покрытие. Геометрическое построеніе, сколько мнѣ извѣстно, досихъ поръ еще не было показано.

Сначала займемся вопросомъ о предсказаніи покрытия данной звѣзды при помощи *Nautical Almanac*. Въ этомъ мѣсяцесловѣ помѣщается ежегодно таблица подъ названіемъ »*Table containing elements for facilitating the computation of occultations of certain stars by the moon.*« Въ ней дается для разныхъ покрываемыхъ звѣздъ среднее Гриничское время геоцентрическаго соединенія луны и звѣзды по прямому восхожденію; это время назовемъ *T*. Кромѣ того помѣщается разность склоненій луны и звѣзды въ моментъ упомянутого соединенія; эту разность обозначимъ буквою η , принимая η положительнымъ когда склоненіе луны болѣе склоненія звѣзды и отрицательнымъ въ противномъ случаѣ. При этой разности поставлена или буква *S* или *N*; первая изъ нихъ значитъ, что луна была къ югу въ отношеніи звѣзды, вторая показываетъ, что луна была къ сѣверу въ отношеніи звѣзды; мы букву *S* замѣнимъ знакомъ — и букву *N* знакомъ +. Изъ таблицъ *Nautical Almanac* дающихъ положеніе луны, мы заимствуемъ экваторіальный паралаксъ луны, который помощію таблицы данной на страницѣ (405) этого сочиненія приводимъ къ горизонтальному; пусть π будетъ горизонтальный паралаксъ луны, ρ радіусъ ея. Означимъ буквою n часовое движеніе луны по прямому восхожденію, буквою μ часовое движеніе луны по склоненію около времени *T* или времени геоцентрическаго соединенія. Среднее Гриничское время *T* превращаемъ въ звѣздное и къ этому послѣднему придаемъ восточную долготу даннаго мѣста; такимъ образомъ получимъ звѣздное время геоцентрическаго соединенія считаемое на данномъ мѣстѣ. Пусть δ будетъ это звѣздное время.

Если ψ есть геоцентрическая широта, δ склонение звѣзды, α ея прямое восхождение, то представивъ себѣ двѣ оси координатъ проходящихъ чрезъ мѣсто звѣзды, и если ось y совпадаетъ съ кругомъ склоненія звѣзды, ось x проходитъ перпендикулярно къ кругу склоненія, то координаты x и y видимаго центра луны для времени τ послѣ геоцентрическаго соединенія будутъ.

$$x = \tau n \cos \delta - \pi \cos \psi \sin (\sigma - \alpha + \tau)$$

$$y = \eta + \tau \mu - \pi [\sin \psi \cos \delta - \cos \psi \sin \delta \cos (\sigma - \alpha + \tau)].$$

Геометрическое построение этихъ формулъ сопровождаемъ примѣромъ покрытія звѣзды τ^2 Argietis въ Казани 25 Июля 1856 года. Для этого покрытія изъ Nautical Almanac выписываемъ

$$T = 13^h 34' 4''$$

$$\pi = 58', 5$$

$$\rho = 15', 9$$

$$n = 30', 5$$

$$\mu = + 11', 6$$

$$\eta = + 40', 5$$

$$\alpha = 3^h 14' 30''$$

$$\delta = + 20^\circ 14'.$$

Преобразивъ среднее Гринвичское время T геоцентрическаго соединенія найдемъ оное $= 21^h 49' 45''$ и при известной долготѣ Казани $= 3^h 16' 29''$ имѣемъ

$$\sigma = 1^h 6' 14''$$

$$\sigma - \alpha = 21^h 51' 44'' = 327^\circ 56'.$$

Пусть будутъ (Фиг. 1) x и y двѣ оси прямоугльныхъ координатъ проходящихъ чрезъ мѣсто звѣзды z ; мы будемъ принимать координаты y положительными надъ осью x и отрицательными подъ этою осью.

Движеніе луны принимаемъ справа на лѣво по направленію стрѣлки. На оси y откладываемъ линію $sL_0 = \gamma$, слѣдовательно L_0 будетъ геоцентрическое мѣсто центра луны во время соединенія ея съ звѣздою. На приложенномъ чертежѣ одна полулунія принята за одну минуту въ дугѣ.

Для построения паралаксовъ прямого восхожденія и склоненія, проводимъ (Фиг. 2) прямую линію AC и прямую AB подъ угломъ BAC равнымъ склоненію звѣзды. Если склоненіе звѣзды южное то прямая AB проводится подъ AC . На линіи AB отклады-

вается $AB = \pi$; опустивъ перпендикуляръ BC на AC изъ точки A радиусомъ AC , проводится дуга CK и транспортиромъ наносится уголъ $KAC = \psi$ или геоцентрической широтѣ мѣста. Изъ точки K опускаемъ перпендикуляръ на AC ; этотъ перпендикуляръ пересѣчетъ AC въ точкѣ O и линію AB въ точкѣ N . Радиусами ON и $Oa = AN$ описываемъ окружности, на которыхъ часовые углы звѣзды откладываемъ по направленію стрѣлки начиная всегда отъ точки N , такъ что, если склоненіе звѣзды было южное, то точка N или начало часовыхъ угловъ будетъ внизу. Сначала откладывается транспортиромъ часовой уголъ звѣзды въ моментъ геоцентрическаго соединенія или уголъ $b - \alpha = Na' = N'a$ и начиная отъ точекъ a, a' или отъ линіи aa' O откладываются дуги $ab = a'b'$ и т. д. напримеръ черезъ 15° градусовъ или черезъ $7,5$. Если опустимъ перпендикуляръ $a'H$ то KH будетъ паралаксъ склоненія и ah или разстояніе точки a отъ линіи KO будетъ паралаксъ прямого восхожденія для часоваго угла $b - \alpha$, или для времени $\tau = 0$. Этихъ часовыхъ угловъ можно откладывать столько, сколько угодно и паралаксы прямого восхожденія и склоненія получаютъ непосредственно.

Не трудно видѣть что:

$$KH = \pi [\sin \psi \cos \delta - \cos \psi \sin \delta \cos (\sigma - \alpha)]$$

$$ah = \pi \cos \psi \sin (\sigma - \alpha).$$

Имѣя линію AB проведенною подъ угломъ δ къ линіи AC не трудно имѣть $n \cos \delta$, для чего на линіи AB начиная отъ A откладывается линія равная величинѣ n и проэція этой линіи на AC взятая экерромъ будетъ $n \cos \delta$.

Если теперь (фиг. 1) назначимъ геоцентрическое мѣсто луны L_1 черезъ часъ послѣ соединенія откладывая по направленію оси x длину $= n \cos \delta$ и по направленію y длину равную $\eta + \mu = 52', 1$, и если подобнымъ образомъ назначимъ геоцентрическое мѣсто луны L_{-1} за часъ до соединенія, откладывая по оси x на право линію равную $n \cos \delta$ и по оси y длину $= y - \mu = 28', 9$, то три точки L_{-1}, L_0 и L_1 будутъ лежать на прямой линіи и разстоянія L_0L_1 и L_0L_{-1} будутъ равны и означаютъ пространства пройденныя луною въ одинъ часъ. Раздѣляя эти линіи пополамъ, получимъ точки $L_{-\frac{1}{2}}, L_{\frac{1}{2}}$ дающія положенія центра луны за полъ часа до соединенія и черезъ полъ часа послѣ соединенія. Для облегченія назначенія геоцентрическаго пути луны, можно провести черезъ точку L_0 линію $x'x'$ параллельную съ xx , и отъ новой оси $x'x'$ откладывать координаты луны

$$x = \tau n \cos \delta$$

$$y - \eta = \tau \mu.$$

Соотвѣтствующія видимыя положенія центра луны получатся, откладывая по направленію оси y паралаксы склоненія, и по направленію оси x паралаксы прямого восхожденія. Такимъ образомъ видимое мѣсто λ_0 центра луны во время геоцентрическаго соединенія получимъ, если отъ точки L_0 отложимъ внизъ линію HK и по направленію оси x на право линію ah . Другія точки назначатся подобнымъ образомъ, такъ что рядъ точекъ $\lambda_{-\frac{1}{2}}$, λ_{-1} ,

$\lambda_{-\frac{1}{2}}$, покажетъ видимыя мѣста центра луны за $\frac{3^h}{2}$, 1^h , $\frac{1^h}{2}$ до геоцентрическаго соединенія. Соединяя эти точки непрерывною линіею получимъ видимый путь центра луны.

Не трудно теперь назначить видимыя мѣста центра луны, тогда когда звѣзда s касается края луны; для чего надобно изъ точки s начертить кругъ радіусомъ $s\lambda_N = s\lambda_K$ равнымъ геоцентрическому радіусу луны, этотъ кругъ пересѣчетъ видимый путь луны въ двухъ точкахъ λ_N и λ_K , изъ которыхъ первая дастъ видимое положеніе центра луны для закрытъя звѣзды и вторая покажетъ мѣсто этого центра въ моментъ открытъя. Такъ какъ точка λ_N лежитъ между λ_{-1} и $\lambda_{-\frac{1}{2}}$ то закрытъя произошло между $1^h30'$ и $1^h0'$ до момента геоцентрическаго соединенія луны и звѣзды по прямому восхожденію, измѣряя длины $\lambda_N \lambda_{-\frac{1}{2}}$ и $\lambda_0 \lambda_K$ найдемъ, что закрытъя произойдетъ за $1^h14'$ и открытъя за $0^h7'$ до времени геоцентрическаго соединенія и звѣзды и луны по прямому восхожденію, или закрытъя случится въ $15^h36'$ и открытъя въ $16^h43'$ средняго Казанскаго времени.

Когда видимое мѣсто центра луны было въ λ_N , то очевидно геоцентрическое мѣсто его въ тотъ же моментъ было въ точкѣ L_N , слѣдовательно $L_N \lambda_N$ показываетъ направленіе вертикальнаго круга въ моментъ закрытъя, и по этому держа чертежъ (1) въ рукъ такъ, чтобы линія $L_N \lambda_N$ была отвѣсная и точка L_N была выше, то этотъ чертежъ покажетъ мѣсто s звѣзды при ея закрытъя. Для удобства сравненія съ небомъ можно начертить кругъ изъ точки λ_N радіусомъ равнымъ радіусу луны. Подобнымъ образомъ для открытъя, имѣя направленіе $L_K \lambda_K$ вертикальнаго круга, мы будемъ знать, въ какомъ мѣстѣ края луны мы должны ожидать открытъя звѣзды.

Изложенное черченіе карандашемъ при помощи хорошаго транспортира и экерра можетъ быть сдѣлано въ нѣсколько минутъ; точность его зависитъ отъ величины масштаба, и формулы, на которыхъ оно основывается точнѣе формулъ Бесселя данныхъ для этой цѣли, по той причинѣ, что въ этихъ послѣднихъ для об-

легченія вычисленія пренебрегается паралаксъ радіуса луны. Это черченіе примѣняется также и къ солнечнымъ затмѣніямъ, съ тою только разницею, что при солнечныхъ затмѣніяхъ величина μ будетъ означать разность часовыхъ измѣненій прямого восхожденія луны и солнца и μ будетъ разность часовыхъ движеній луны и солнца по склоненію; сверхъ того вмѣсто π надобно взять разность горизонтальныхъ паралаксовъ обоихъ свѣтилъ; наконецъ часовые углы звѣзды будутъ выражать здѣсь истинныя солнечныя времена. Оба чертежа сдѣланы по масштабу двадцати минутъ въ дюймѣ, но для большей точности лучше употребить масштабъ, принимая одну линію за одну минуту.

Если кромѣ звѣзды z были другія звѣзды не очень удаленныя отъ первой и которыя будутъ въ этотъ же день покрываться луною, то назначивъ ихъ мѣсто на фигурѣ (1) весьма просто найдутся начало и конецъ покрытій для каждой отдѣльной звѣзды, ибо видимый путь луны уже обозначенъ.

Если мы пожелаемъ начертить паралактическій путь луны въ теченіе многихъ часовъ напримѣръ шести до десяти, то мы должны поступить слѣдующимъ образомъ: изъ Nautical Almanac берутся положенія луны для цѣлыхъ Гриничскихъ часовъ и на составленной картѣ, въ которой параллели и круги склоненій представлены прямыми линіями взаимно перпендикулярными, назначаются эти положенія. Если напримѣръ для Казани въ данный день мы пожелаемъ обозначить паралактическій путь луны отъ 5 часовъ вечера до 15 часовъ, то изъ Nautical Almanac берется прямое восхожденіе и склоненіе для цѣлыхъ часовъ начиная отъ 2^h до 12^h . Эти положенія будутъ относиться къ среднимъ Казанскимъ временамъ $5^h16',5$, $6^h16',5$ и т. д. до $15^h16',5$ (ибо долгота Казани = $3^h16',5$). Переменная крайнія среднія времена, именно $5^h16',5$ и $15^h16',5$ въ звѣздныя и изъ этихъ послѣднихъ вычитая первое и послѣднее прямое восхожденіе луны для 2^h и 12^h Гриничскаго средняго времени, получимъ два крайныя часовые углы луны въ Казани. Составивъ чертежъ (фиг. 2) для означенія паралаксовъ прямого восхожденія и склоненія луны, въ которомъ вмѣсто δ берется среднее склоненіе луны между 2^h и 12^h Гриничскаго средняго времени, и отложивъ послѣ отъ точки N два часовые углы луны для $5^h16',5$ и $15^h16',5$ средняго Казанскаго времени, то для опредѣленія паралаксовъ прямого восхожденія и склоненія соответствующихъ среднимъ Казанскимъ временамъ $5^h16',5$, $6^h16',5$, $7^h16',5$ и т. д. до $15^h16',5$ достаточно только откладывать дуги въ 15° между двумя точками окружностей aN' и $a'N$ обозначающими два вышеупомянутые часовые углы луны. Такимъ образомъ паралаксы луны по

кругу склоненій и по параллели просто найдутся; и съ помощію ихъ очень просто назначится видимое мѣсто луны для $5^{\frac{1}{2}}16',3$, $6^{\frac{1}{2}}16',5$ и т. д. до $15^{\frac{1}{2}}16',5$ средняго Казанскаго времени. Если на этой же картѣ обозначимъ мѣста звѣздъ, которыя могутъ быть покрыты, то моменты покрытій и мѣста края луны, въ которыхъ они произойдутъ найдутся такимъ же образомъ, какъ это выше было объяснено.

Надобно здѣсь замѣтить, что это черченіе паралактическаго пути луны въ теченіе многихъ часовъ основано на формулахъ менѣе точныхъ, нежели первое.

Полезно имѣть уже готовые карты по масштабу 30 линій въ одномъ градусѣ круговъ склоненій; удобнѣйшая карта для этой цѣли будетъ такая, въ которой круги склоненій и параллели представлены прямыми линіями. Для этого внизу карты чертится прямая горизонтальная линія представляющая часть экватора; черезъ средину карты проводится линія перпендикулярная къ первой и она представитъ средній кругъ склоненій. На этой послѣдней линіи откладываются разстоянія черезъ 30 линій и проводятся линіи параллельныя экватору, онѣ будутъ представлять параллели. На параллеляхъ начиная отъ средняго круга склоненія откладываются равныя части, а именно на первой параллели для 1° склоненія откладываются части $30 \cos 1^{\circ}$, для слѣдующей параллели $30 \cos 2^{\circ}$ и т. д. Соответствующія точки дѣленія параллелей соединяются непрерывными линіями представляющими круги склоненій. Если на приготовленной картѣ будемъ обозначать путь луны всегда карандашемъ, то она можетъ служить долгое время, принося большую пользу въ черченіи покрытій звѣздъ луною.



П Р И Б А В Л Е Н І Е .

Формулы, изложенныя для вычисленія наблюдаемыхъ покрытій звѣздъ, основываются на знаніи географической долготы мѣста наблюденія съ такимъ приближеніемъ, какое нужно, что бы имѣть точныя табличныя значенія горизонтальнаго паралакса луны, ея радіуса и движенія луны по прямому восхожденію и склоненію. Можно бы было въ эти формулы ввести и вліяніе погрѣшностей дѣлаемыхъ въ горизонтальномъ паралаксѣ и радіусѣ въ слѣдствіе неточности предварительно извѣстной долготы, но вліяніе это замѣтно только тогда, когда погрѣшность принятой долготы болѣе одной минуты во времени, и поэтому только въ тѣхъ случаяхъ, когда предварительная долгота ошибочна до одной минуты или болѣе, надобно въ формулахъ дающихъ время геоцентрическаго соединенія луны и звѣзды по прямому восхожденію въ членахъ умножаемыхъ на $d\pi$ и $d\rho$ принимать $d\pi$ и $d\rho$ состоящимъ изъ погрѣшностей величинъ π и ρ даваемыхъ таблицами и изъ погрѣшностей дѣлаемыхъ въ этихъ величинахъ по причинѣ неточной извѣстной долготы. Если напримѣръ a будетъ выражать измѣненіе горизонтальнаго паралакса въ одну секунду, то полная ошибка $d\pi$ будетъ состоять изъ ошибки таблицъ и изъ погрѣшности ξa . Такимъ образомъ найдя время геоцентрическаго соединенія по прямому восхожденію, и опредѣливъ чрезъ сравненіе съ наблюденіемъ этого покрытія на другомъ мѣстѣ извѣстномъ по долготѣ, мы будемъ имѣть болѣе точную долготу, слѣдовательно и погрѣшность ξ принятой прежде долготы. Это значеніе ξ послужитъ для того, чтобы весьма простымъ вычисленіемъ дойти до такой долготы которая, удовлетворяетъ наблюдаемому покрытію. Если предварительная долгота ошибочна до шести или болѣе минутъ во времени, то формулы (Н) параграфа 24 не всегда достаточны, ибо въ тѣхъ случаяхъ, когда движеніе луны по склоненію очень большое, надобно принять во вниманіе квадраты ошибки въ склоненіи луны зависящей отъ поправки ξ долготы. Если погрѣшность эта, или величина ξ , значительно превосходитъ шесть минутъ, то надобно былобы принять во вниманіе и высшія степени ошибки въ склоненіи луны, что дѣ-

даетъ формулу (H) болѣе сложную. Строка получаемая можетъ сдѣлаться даже невозможною, если величина ξ довольно значительна и если движеніе луны по склоненію довольно большое. Рѣдкіе бывають случаи, гдѣ долгота мѣста, въ которой покрытие было наблюдаемо, не была извѣстна до одной, двухъ или трехъ минутъ во времени, и поэтому формулы (H) вообще всегда достаточны. Чтобы однакожъ вопросъ о затмѣніяхъ наблюдаемыхъ въ такихъ мѣстахъ, долгота которыхъ не извѣстна или вовсе или весьма дурно, не оставить неразрѣшеннымъ, мы покажемъ ходъ вычисленія въ этомъ случаѣ.

Пусть L будетъ приближенная и $L + \xi$ точная восточная долгота мѣста, въ которомъ наблюдаемо было покрытие въ звѣздное время s . Принимая долготы отъ Гринича, для звѣзднаго Гриничскаго времени $s - L$ находимъ изъ Nautical almanac прямое восхожденіе луны, которое означимъ A , склоненіе луны D , экваторіальный паралаксъ, который приводимъ къ горизонтальному по таблицѣ данной на страницѣ (405) и который означимъ буквою π и наконецъ геоцентрической радіусъ луны ρ . Означимъ среднее движеніе луны въ одну секунду звѣзднаго времени между звѣздными Гриничскими временами $s - L$ и $s - L - \xi$ по прямому восхожденію и по склоненію соотвѣтственно буквами ν и μ ; если поправки таблицъ по прямому восхожденію луны назовемъ dA и по склоненію dD , то точное прямое восхожденіе и склоненіе луны въ моментъ наблюденія будетъ

$$A - \xi\nu + dA$$

$$D - \xi\mu + dD.$$

Точныя значенія горизонтальнаго паралакса луны и геоцентрическаго ея радіуса въ моментъ наблюдаемаго покрытия будутъ

$$\pi + d\pi - a\xi$$

$$\rho + d\rho - b\xi,$$

означая буквами a и b увеличеніе экваторіальнаго паралакса луны и ея радіуса въ одну секунду звѣзднаго времени, и чрезъ $d\pi$ и $d\rho$ выражая поправки этихъ величинъ π и ρ взятыхъ изъ таблицъ. Для краткости писанія положимъ

$$d\pi - a\xi = \delta\pi$$

$$d\rho - b\xi = \delta\rho.$$

Означимъ проэктию радіуса луны на сферу проэкции, проходящую чрезъ центръ луны, величиною $\rho + \varepsilon + \delta\rho$. Наконецъ пусть $\alpha + d\alpha$ будетъ видимое прямое восхожденіе и $\delta + d\delta$ видимое склоненіе покрываемой звѣзды, гдѣ $d\alpha$ и $d\delta$ суть поправки табличныхъ значеній α и δ .

Изъ формулъ (13) или изъ формулъ (А) номера 24 находимъ p и q , или паралаксъ по прямому восхожденію и склоненію для часоваго угла $= s - \alpha$, и помощію приближеннаго значенія горизонтальнаго паралакса, то точныя значенія p и q будутъ

$$p + \frac{\delta\pi}{\pi} p, \quad q + \frac{\delta\pi}{\pi} q.$$

Если положимъ

$$\Delta = \frac{D - \xi\mu + \delta + q}{2}, \quad (a)$$

то въ сферическомъ треугольникѣ между видимыми мѣстами центра луны, звѣзды и полюсомъ экватора будемъ имѣть

$$\begin{aligned} (\varrho + \varepsilon + \delta\varrho)^2 &= (\delta + d\delta + q + \frac{\delta\pi}{\pi} q - D + \xi\mu - dD)^2 \\ &+ (\alpha + d\alpha + p + \frac{\delta\pi}{\pi} p - A + \xi\nu - dA)^2 \cos^2 \Delta. \end{aligned}$$

Положимъ для краткости

$$\left. \begin{aligned} \delta\pi \frac{q}{\pi} + d\delta - dD &= \lambda \\ \cos \Delta (\delta\pi \frac{p}{\pi} + d\alpha - dA) &= \lambda' \end{aligned} \right\} \quad (b)$$

и вычислимъ вспомогательныя величины m , M , n и N изъ формулъ

$$\left. \begin{aligned} \delta + q - D &= \varrho m \sin M \\ (\alpha + p - A) \cos \Delta &= \varrho m \cos M \\ \mu &= n \sin N \\ \nu \cos \Delta &= n \cos N, \end{aligned} \right\} \quad (c)$$

то будетъ

$$\begin{aligned} (\varrho + \varepsilon + \delta\varrho)^2 &= (\varrho m \sin M + \xi n \sin N + \lambda)^2 \\ &+ (\varrho m \cos M + \xi n \cos N + \lambda')^2. \end{aligned}$$

Это выраженіе можно представить въ другомъ видѣ; въ самомъ дѣлѣ если положимъ для краткости

$$\begin{aligned} \varrho m \sin M + \lambda &= \varphi \\ \varrho m \cos M + \lambda' &= \varphi', \end{aligned}$$

то будетъ

$$(\varrho + \varepsilon + \delta\varrho)^2 = \xi^2 n^2 + 2\xi n (\varphi \sin N + \varphi' \cos N) + \varphi^2 + \varphi'^2,$$

или

$$(\rho + \varepsilon + \delta\rho)^2 = \xi^2 n^2 + 2\xi n (\varphi \sin N + \varphi' \cos N) + (\varphi \sin N + \varphi' \cos N)^2 + \varphi^2 + \varphi'^2 - (\varphi \sin N + \varphi' \cos N)^2.$$

Три первые члена составляют полный квадрат, и три вторые тоже, а именно

$$(\rho + \varepsilon + \delta\rho)^2 = (\xi n + \varphi \sin N + \varphi' \cos N)^2 + (\varphi \cos N - \varphi' \sin N)^2.$$

Вставивъ значенія φ и φ' , будемъ имѣть

$$(\rho + \varepsilon + \delta\rho)^2 = [\xi n + \rho m \cos (M - N) + (\lambda \sin N + \lambda' \cos N)]^2 + [\rho m \sin (M - N) + (\lambda \cos N - \lambda' \sin N)]^2.$$

Если вычислимъ вспомогательный уголъ Ω изъ формулы

$$\sin \Omega = m \sin (M - N), \quad (d)$$

то пренебрегая квадраты и высшія степени отъ $(\varepsilon + \delta\rho)$ и $\lambda \cos N - \lambda' \sin N$, получимъ

$$\xi = -\frac{\rho m}{n} \cos (M - N) \pm \frac{\rho}{n} \cos \Omega - \frac{\lambda \sin N + \lambda' \cos N}{n} \pm \left\{ \left(\frac{\varepsilon + \delta\rho}{n} \sec \Omega - \left(\frac{\lambda \cos N - \lambda' \sin N}{n} \right) \operatorname{tang} \Omega \right) \right\}.$$

Вмѣсто двойнаго знака можно поставить одинъ, положительный или отрицательный, ибо для даннаго значенія $M - N$ каждая изъ величинъ $\cos \Omega$, $\sec \Omega$ и $\operatorname{tang} \Omega$ имѣетъ два равныя значенія съ противными знаками. Мы возьмемъ верхній знакъ; если вмѣстѣ съ тѣмъ возьмемъ $\frac{\rho m}{n} \cot \Omega \sin (M - N)$ вмѣсто $\frac{\rho}{n} \cos \Omega$, то будемъ имѣть

$$\xi = \frac{\rho m \sin (M - N - \Omega)}{n \sin \Omega} + \left(\frac{\varepsilon + \delta\rho}{n} \right) \sec \Omega - \left(\frac{\lambda \sin N + \lambda' \cos N}{n} \right) - \left(\frac{\lambda \cos N - \lambda' \sin N}{n} \right) \operatorname{tang} \Omega,$$

или

$$\xi = \left. \begin{aligned} & \frac{\rho m \sin (M - N - \Omega)}{n \sin \Omega} + \frac{\varepsilon + \delta\rho}{n} \sec \Omega \\ & - \left[\frac{\lambda \sin (N + \Omega) + \lambda' \cos (N + \Omega)}{n} \right] \sec \Omega. \end{aligned} \right\} \quad (e)$$

Величина ξ получаемая из послѣдняго выраженія имѣеть два значенія, по причинѣ двухъ значеній угла Ω . Спрашивается какое изъ двухъ значеній Ω надобно принять въ формулѣ (e). Для этого мы положимъ

$$\begin{aligned} \rho \sin \theta &= \rho m \sin M + \xi n \sin N \\ \rho \cos \theta &= \rho m \cos M + \xi n \cos N, \end{aligned}$$

то не трудно видѣть, что для начала затмѣннiя уголъ θ долженъ быть въ первой или четвертой четверти окружности и для конца онъ долженъ быть во второй или третьей четверти.

Вставивъ значеніе ξn , въ которомъ пренебрегаемъ весьма малые члены $\varepsilon + \delta\rho$, λ и λ' , будемъ имѣть

$$\begin{aligned} \sin \theta &= \frac{m}{\sin \Omega} \left\{ \sin M \sin \Omega + \sin N \sin (M - N - \Omega) \right\} \\ \cos \theta &= \frac{m}{\sin \Omega} \left\{ \cos M \sin \Omega + \cos N \sin (M - N - \Omega) \right\}. \end{aligned}$$

Разлагая произведеніе двухъ синусовъ на разность двухъ косинусовъ будетъ

$$\sin \theta = \frac{m}{2 \sin \Omega} \left\{ \cos (M - 2N - \Omega) - \cos (M + \Omega) \right\},$$

или
$$\sin \theta = \frac{m \sin (M - N)}{\sin \Omega} \sin (N + \Omega)$$

и наконецъ
$$\sin \theta = \sin (N + \Omega).$$

Подобнымъ образомъ найдется

$$\cos \theta = \cos (N + \Omega),$$

слѣдовательно

$$\theta = N + \Omega.$$

И такъ изъ двухъ значеній угла Ω удовлетворяющихъ уравненію (d) надобно взять то, которое даетъ $N + \Omega$ въ первой или послѣдней четверти для начала затмѣннiя, и во второй или третьей четверти окружности для конца затмѣннiя.

Для опредѣленія ε надобно вычислить приближенно зенитное разстояніе z и паралактическій уголъ V изъ формулъ

$$\sin z \sin V = \frac{p}{\pi} \cos (\delta + q)$$

$$\sin z \cos V = \frac{q}{\pi},$$

тогда

$$\begin{aligned} \varepsilon = - (\omega_1 + 0',07) \sin z \sin (V + N + \Omega) \\ + 0',13 \sin^2 z \sin^2 (V + N + \Omega). \end{aligned} \quad (f)$$

Поправка ε радиуса луны производитъ измѣненіе въ долготѣ мѣста всегда менѣе 0,2 секунды во времени, если только покрытіе было наблюдаемо не близъ горизонта, ибо тогда ω_1 довольно чувствительная величина. Для ω_1 или для вліянія астрономической рефракціи дана таблица въ параграфѣ 23.

Формулы (a), (b), (c), (d), (e) и (f) употребляются слѣдующимъ образомъ. Если наблюденіе покрытія сдѣлано было на мѣстѣ, котораго долгота совершенно неизвѣстна, то для избѣжанія лишнихъ вычисленій, которыя надобно былобы произвести предполагая $L = 0$, мы не трудно можемъ найти приближенно L до получаса и даже менѣе, сравнивая только времена наблюденій покрытія съ Гриничскимъ временемъ геоцентрическаго соединенія звѣзды и луны по прямому восхожденію. Такимъ образомъ безъ всякихъ вычисленій мы будемъ знать L съ ошибкою не болѣе половины часа. Для этой приближенной долготы, по формуламъ (a), (b), (c) и (d), пренебрегая въ первой $\xi\mu$, находимъ всѣ данныя для опредѣленія ξ по формулѣ (e), въ которой сначала пренебрегаются величины $\varepsilon + \delta\rho$, λ и λ' . Найденная величина ξ вообще будетъ отличаться отъ истинной, даваемой этимъ покрытіемъ, только небольшимъ числомъ секундъ времени.

Имѣя приближенное значеніе ξ , другое окончательное вычисленіе можно исполнить двумя способами, а именно: найдя болѣе точное значеніе Δ изъ формулы (a) и взявъ точное значеніе μ и ν соответствующее промежутку между звѣздными Гриничскими временами $s - L$ и $s - L - \xi$, надобно повторить вычисленіе m , M и угла Ω и тогда найдется уже точное значеніе ξ . Если употребится этотъ способъ впрочемъ неудобный, то при первомъ вычисленіи надобно помощію точнаго интерполированія отыскать изъ Nautical almanac для звѣзднаго Гриничскаго времени $s - L$ прямое восхожденіе луны A и ея склоненіе D . Лучше употребить слѣдующій способъ: при первомъ вычисленіи находится по пропорціи приближенно прямое восхожденіе и склоненіе луны, горизонтальный паралаксъ и ея радиусъ и найдя приближенное значеніе ξ , мы придаемъ эту величину ξ къ долготѣ L принятой предварительно и для новой уже долготы, которую мы назовемъ L' , строгимъ интерполированіемъ находимъ A , D , π и ρ . Такъ какъ поправка долготы L' будетъ уже незначительная, то величины m , M и n , N и также движенія луны по пря-

тому восхождению и склонению достаточно знать приближенно. Все это составляет значительное облегчение вычисления.

Если покрытие звѣзды наблюдаемо было на мѣстѣ, котораго долгота точно извѣстна, то это наблюдение вычисленное по изложеннымъ формуламъ (а)... (f) дастъ связь между погрѣшностями таблицъ луны и звѣзды. Такъ какъ для такого наблюдения величина m весьма близка къ единицѣ, то въ членахъ умножаемыхъ на λ и λ' въ формулѣ (e) мы можемъ взять M вмѣсто $N + \Omega$, и полагая $\xi = 0$, будемъ имѣть

$$0 = m\varrho \frac{\sin(M - N - \Omega)}{\sin \Omega} + d\varrho \sec \Omega - (\lambda \sin M + \lambda' \cos M) \sec \Omega.$$

Вмѣсто этого уравненія можно взять слѣдующее:

$$0 = \frac{1}{2} \varrho (1 - m^2) + d\varrho - (\lambda \sin M + \lambda' \cos M).$$

Если наблюдаемо было закрытіе и открытіе, то получимъ два подобныя уравненія, изъ которыхъ найдется поправка разности прямыхъ восхождений и разности склоненій въ функціи поправки радіуса и горизонтальнаго паралакса.

Показанныя формулы объяснимъ примѣромъ. На геоцентрической широтѣ $\psi = 60^\circ 14' 18''$ наблюдаемо было покрытие α Таури 16 Января 1848 года. Закрытіе произошло въ $4^h 21' 6''.15$ и открытіе въ $4^h 50' 42''.9$ звѣзднаго времени. Спрашивается какая была долгота мѣста наблюдения?

По Nautical Almanac геоцентрическое соединеніе по прямому восхождению α Таури и луны произошло въ $3^h 10'$ средняго или въ $0^h 51'$ звѣзднаго времени; отсюда слѣдуетъ что покрытие это наблюдаемо было на востокѣ отъ Гринича на долготѣ около 4^h . Мы примемъ $L = 4^h 0' 0''$, слѣдовательно соотвѣтствующія Гриничскія звѣздныя времена наблюдения будутъ $0^h 21' 6''.15$ и $0^h 50' 42''.9$. Для этихъ временъ изъ Nautical Almanac беремъ

для закрытія	для открытія
$A = 4^h 26' 1''.1$	$A = 4^h 27' 12''.4$
$D = + 17^\circ 4' 57''$	$D = + 17^\circ 7' 1''$
$\pi = 0^\circ 58' 32''.75$	$\pi = 0^\circ 58' 32''.39$
$\varrho = 0^\circ 15' 59''.67$	$\varrho = 0^\circ 15' 59''.57$
$\delta\pi = d\pi + 0,01195 \xi$	
$\delta\varrho = d\varrho + 0,00333 \xi$	
$v = + 36,116$	

$$\begin{aligned}\mu &= + 4',188 \\ \alpha &= 4^{\text{h}}27'13'',52 \\ \delta &= + 16^{\circ}11'48'',40.\end{aligned}$$

Здѣсь ξ предполагается выраженнымъ въ минутахъ времени.

Помощію формуль (A) параграфа 24 находимъ

для закрытія	для открытія
$p = - 48'',68$	$p = + 186'',41$
$q = + 2442'',17$	$q = + 2444'',30$
$\Delta = + 16^{\circ}58'44'' - 2'',09 \xi$	$\Delta = + 16^{\circ}59'47'' - 2'',09 \xi.$

При интерполированіи прямого восхожденія и склоненія луны не обращено вниманія на вторыя разности, ибо мы употребимъ второй способъ вычисленія ξ .

Изъ формуль (c), (d) и (e) находимъ

для закрытія	для открытія
$m = 1,2935$	$m = 0,9273$
$M = 323^{\circ}3'$	$M = 282^{\circ}36',8$
	$n = 34'',794$
	$N = 6^{\circ}54',8$
$\Omega = 296^{\circ}16',8$	$\Omega = 247^{\circ}19',3$
$\xi = - 0^{\text{h}}13',52$	$\xi = - 0^{\text{h}}13',17.$

Взявъ среднее значеніе $\xi = - 0^{\text{h}}13',35 = - 0^{\text{h}}13'21'',0$ и придавъ къ прежней долготѣ, получимъ болѣе точную долготу

$$L = 3^{\text{h}}46'38'',0.$$

Повторяя теперь вычисленіе съ этою новою долготою, находимъ

для закрытія	для открытія
$A = 4^{\text{h}}26'33'',257$	$A = 4^{\text{h}}27'44'',549$
$D = 17^{\circ} 5'53'',89$	$D = 17^{\circ} 7'57'',37$

Вставивъ въ выраженія $\delta\pi$ и $\delta\rho$ значеніе $\xi = - 13',35$ найдемъ

$\rho = 0^{\circ}15'59'',63$	$\rho = 0^{\circ}15'59'',53$
$p = - 48'',68$	$p = + 186'',40$
$q = + 2442'',06$	$q = + 2444'',19$
$\Delta = 16^{\circ}59'12''$	$\Delta = 17^{\circ}0'15''.$

Повторивъ теперь вычисленіе m , M , Ω и оставляя прежнее значеніе n и N , найдемъ

для закрытія	для открытія
$m = 1,00357$	$m = 1,00310$
$M = 303^{\circ}27',7$	$M = 253^{\circ}54',3$
$\Omega = 296^{\circ} 8',2$	$\Omega = 247^{\circ}24',9,$

следовательно

$$\xi = -0^{\text{h}}0',2215 = -0^{\text{h}}0'13,28 \quad \xi = +0^{\text{h}}0',2209 = +0^{\text{h}}0'13,25.$$

Отсюда видимъ, что прежнія значенія ξ были весьма близки къ истинѣ, ибо двѣ новыя поправки ξ вышли почти равныя но съ противными знаками.

Для вычисленія ϵ имѣемъ уравненіе (f). Приближенныя зенитныя разстоянія и паралактическіе углы были

$$\begin{array}{ll} z = 45^{\circ}56' & z = 45^{\circ}46' \\ V = 358^{\circ}54' & V = 4^{\circ}11'; \end{array}$$

следовательно

$$\epsilon = +0',09 \qquad \epsilon = +0',11$$

отсюда

$$\frac{\epsilon}{n} = +0^{\text{h}}0',0022 = 0',13 \qquad \frac{0}{n} = 0^{\text{h}}0',0032 = 0',19.$$

Такимъ образомъ для точной поправки ξ долготы $L = 3^{\text{h}}46'38",0$ имѣемъ слѣдующія значенія:

по закрытію

$$\begin{aligned} \xi = & -0^{\text{h}}0',2193 + 2,27 \frac{dQ}{n} + 1,339 \frac{d\pi}{n} + 1,903 \left(\frac{d\delta - dD}{n} \right) \\ & - 1,184 \left(\frac{d\alpha - dA}{n} \right), \end{aligned}$$

по открытію

$$\begin{aligned} \xi = & +0^{\text{h}}0',2228 - 2,60 \frac{dQ}{n} - 1,781 \frac{d\pi}{n} - 2,507 \left(\frac{d\delta - dD}{n} \right) \\ & - 0,672 \left(\frac{d\alpha - dA}{n} \right). \end{aligned}$$

Если вычтемъ оба выраженія одно изъ другого, то для погрѣшности въ разности склоненій найдемъ

$$d\delta - dD = +3,49 + 0,1161(d\alpha - dA) - 1,104 dQ - 0,707 d\pi.$$

Вставивъ это значеніе въ то или другое выраженіе ξ получимъ одно значеніе для искомой поправки долготы, именно

$$\xi = -0',0285 + 0,17 \frac{dQ}{n} - 0,007 \frac{d\pi}{n} - 0,963 \frac{d\alpha - dA}{n}.$$

Наблюденія солнечныхъ затмѣній вычисляются по тѣмъ же формуламъ, съ тою разницею, что времена начала и конца зат-

мѣнія должны быть даны въ среднемъ солнечномъ времени, которыя надобно перемѣнить въ истинныя времена для вычисленія паралаксовъ. Для ν и μ надобно взять разность движеній луны и солнца по прямому восхожденію и склоненію. вмѣсто горизонтальнаго паралакса луны, берется разность горизонтальныхъ паралаксовъ луны и солнца. Паралаксы p и q по прямому восхожденію и склоненію вычисляются по формуламъ (13) стр. 370, вмѣсто которыхъ для перваго приближенія, можно употребить преобразование этихъ формулъ данное въ параграфѣ 24 для покрытій звѣздъ. Вычисливъ по формуламъ (A) этого параграфа величины $\alpha' - \alpha$ и $\delta' - \delta$, надобно будетъ повторить вычисленіе вновь по формуламъ (13). Кромѣ этого надобно по формулѣ (14) стр. 374 найти видимый радіусъ солнца R помощью геоцентрическаго r .

Если было наблюдаемо наружное прикосновеніе краевъ луны и солнца, то вмѣсто ρ въ формулахъ (a), (b)... (c) надобно взять $R + \rho$, если же наблюдаемо было внутреннее прикосновеніе, то сумму радіусовъ слѣдуетъ замѣнить ихъ разностію.

Величина ε имѣетъ здѣсь другое значеніе и оно различно для частныхъ или полныхъ и кольцеобразныхъ затмѣній. Для частныхъ затмѣній

$$\varepsilon = + 0,26 \sin^2 z \sin^2 (V + N + \Omega) - \omega_1 \sin z \sin (V + N + \Omega),$$

для полныхъ затмѣній величина ε имѣетъ значеніе

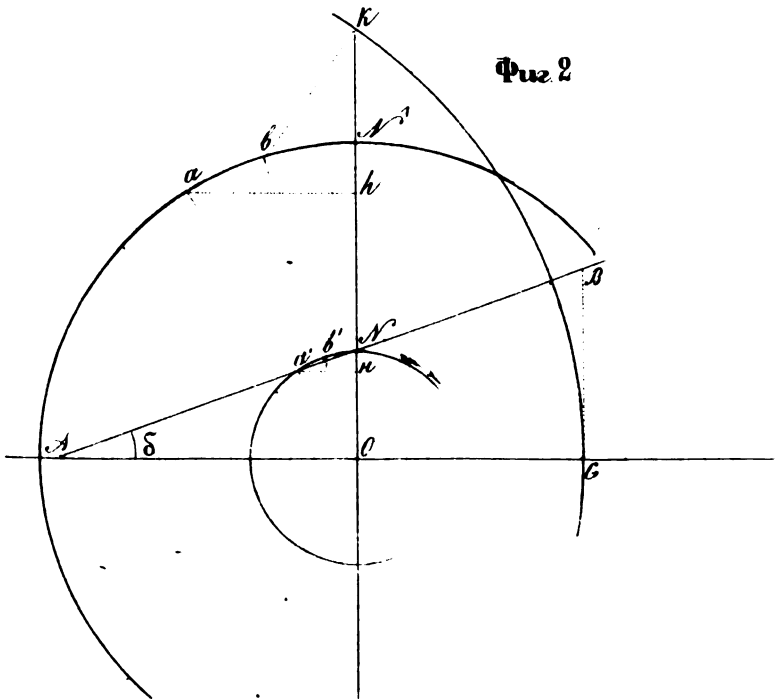
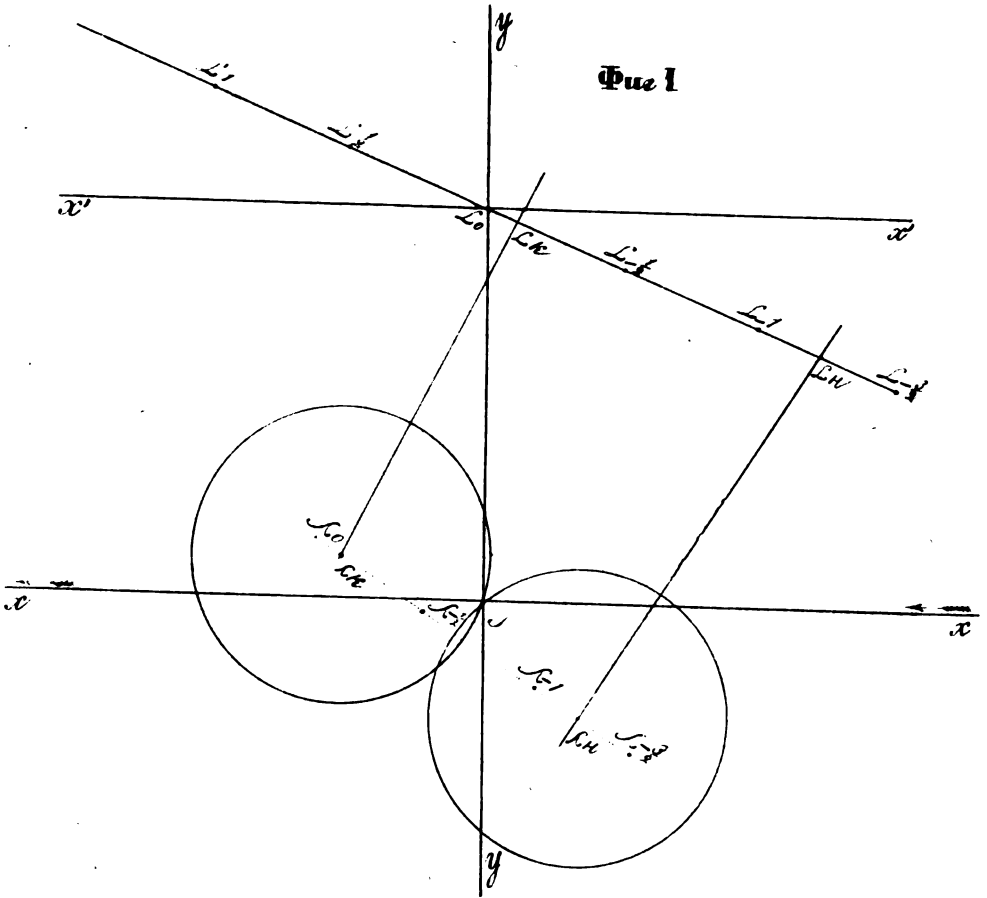
$$\varepsilon = - (\omega_1 + 0,13) \sin z \sin (V + N + \Omega)$$

и для кольцеобразныхъ

$$\varepsilon = - (\omega_1 - 0,13) \sin z \sin (V + N + \Omega).$$

Если предварительно принятая долгота L значительно отличалась отъ истинной, то при второмъ вычисленіи понадобится новое вычисленіе паралаксовъ, употребляя болѣе точныя значенія склоненія солнца. Другое вычисленіе для покрытій звѣздъ не было нужно, какъ мы это видѣли выше; впрочемъ повтореніе опредѣленія паралакса прямого восхожденія и склоненія очень просто совершится, ибо склоненіе солнца измѣняется медленно.





**СБОРНИКЪ
УЧЕНЫХЪ СТАТЕЙ,**

НАПИСАННЫХЪ

ПРОФЕССОРАМИ

**ИМПЕРАТОРСКАГО
КАЗАНСКАГО УНИВЕРСИТЕТА,**

ВЪ ПАМЯТЬ

ПЯТИДЕСЯТИЛѢТНЯГО ЕГО СУЩЕСТВОВАНІЯ.

ТОМЪ ВТОРЫЙ.

КАЗАНЬ.

1857.



**Печатавъ по опредѣленію Совѣта Императорскаго Казанскаго Универси-
тета 12 Нолбря 1884 года.**

Секретарь Совѣта В. Околовъ.

Печатано въ Университетской Типографіи.

ОГЛАВЛЕНИЕ СТАТЕЙ 2-го ТОМА.

	Стран.
1. О значеніи практики въ системѣ современнаго юридическаго образованія О. Профессора <i>Д. Мейера</i>	1.
2. Историческій очеркъ торговаго движенія по Дунаю и его притокамъ О. Профессора <i>И. Бабста</i>	51.
3. О понятіи промысловаго налога и объ историческомъ его развитіи въ Россіи О. Профессора <i>Е. Осокина</i>	97.
4. О правахъ утробныхъ и новорожденныхъ недоношенныхъ младенцевъ вообще и объ убійствѣ и умышленномъ изгнаніи плода въ особенности О. Профессора <i>Г. Блосфельда</i>	219.
5. Артыкулъ 135-й уголовного уложенія Императора Карла V-го О. Профессора <i>Г. Фомля</i>	307.

I.

О ЗНАЧЕНИИ

П Р А К Т И К И

ВЪ СИСТЕМѢ

СОВРЕМЕННАГО

ЮРИДИЧЕСКАГО ОБРАЗОВАНІЯ,

Ординарнаго Профессора

Д. МЕЙЕРА.

О ЗНАЧЕНІИ
П Р А К Т И К И
ВЪ СИСТЕМѢ
СОВРЕМЕННАГО
ЮРИДИЧЕСКАГО ОБРАЗОВАНІЯ.

Совершенно справедливо признается, что произведенное Общимъ Уставомъ Императорскихъ Россійскихъ Университетовъ преобразование бывшихъ Отдѣлений Нравственно - Политическихъ наукъ въ Юридическіе Факультеты составляетъ эпоху въ нашемъ общественномъ развитіи^{*)}, между прочимъ потому - что въ дѣлѣ семъ выражается мысль, что именно званіе юриста, къ которому ближайшимъ образомъ готовится юридическій факультетъ, преимущественно нуждается въ университетскомъ юридическомъ образованіи. Дѣйствительно, какъ существо дѣятельности, къ которой призванъ юристъ, такъ и чрезвычайная вліятельность ея въ обществѣ указываютъ на необходимость спеціальнаго, основательнаго приспособленія, возможнаго только въ высшемъ учебномъ заведеніи. Юристъ-практикъ является или служителемъ законодательной власти въ постоянномъ ея стремленіи приносить свои опредѣленія къ развитію и потребностямъ общества, или орудіемъ власти судебной, призванной примѣнять юридическія начала непосредственно къ самой жизни, постановлять о нарушенныхъ правахъ, или представителемъ гражданъ, о правахъ которыхъ именно идетъ рѣчь. Во всѣхъ трехъ случаяхъ требуется со стороны юриста-практика ясное сознаніе юридическихъ началъ, которыми управляется общественный бытъ: съ надлежащею пользою онъ не можетъ служить законодателю, если не въ состояніи уразумѣть,

^{*)} Какое общее образованіе требуется современностью отъ русскаго правовѣдца? Рѣчь П. Рѣдкина, 1846. Москва, стр. 1 — 3.

какъ происходятъ явленія въ юридическомъ быту, въ какомъ отношеніи къ нимъ существующее какое-либо опредѣленіе, какія начала скрываются въ учрежденіяхъ, въ какомъ видѣ и при какихъ условіяхъ допускаютъ они видоизмѣненія; судья и его сотрудники только при уразумѣннн началъ, лежащихъ въ основаніи законодательства, могутъ дать ему надлежащее примѣненіе къ представляющимъ ихъ разрѣшенію случаямъ, нерѣдко сложнымъ и запутаннымъ, недоступнымъ простому пониманію и потому именно требующимъ вмѣшательства судебной власти,—къ случаямъ, въ которыхъ повязка на глазахъ является самою нелѣпою эмблемою правосудія, а нужно утонченное взопреніе духа, употребленіе самыхъ точныхъ техническихъ приѣмовъ для того, чтобы обезпечить за правосудіемъ законное его господство, тѣмъ болѣе, что во множествѣ случаевъ рѣшеніе несправедливое имѣетъ также видъ справедливаго: есть многія обстоятельства, которыя говорятъ въ пользу неправаго дѣла, и легко ими увлечся и принять ихъ за существенныя: есть же практики, которые даже считаютъ возможнымъ льсколько правильныхъ рѣшеній по одному и тому же дѣлу, забывая, что юридическій случай есть подлежащая рѣшенію опредѣленная задача, въ которой при извѣстныхъ данныхъ только и возможенъ одинъ исходъ: но конечно скорѣе можно успокоить понудительный голосъ справедливости, если допустить, что и такъ и сякъ онъ удовлетворяется, и скорѣе отыщется одно изъ многихъ рѣшеній нежели рѣшеніе единственное; притомъ на всѣхъ безъ исключенія въ государствѣ распространяется дѣятельность и власть суда: на знатнаго и незнатнаго, богача и бѣдняка, на образованнаго и необразованнаго человѣка: но очевидно, ожиданіямъ и довѣрію всего общества можетъ исполнѣе соответствовать только судебное сословіе, въ которомъ самая образованность, знаніе дѣла таковы, что внушаютъ уваженіе и которое наукою приготовило себя къ высокому своему служенію. Наконецъ и добросовѣстный стряпчій не можетъ обойтись безъ науки права: онъ долженъ поставить въ распоряженіе кліента все что только говоритъ въ пользу его права и служить къ его разъясненію, но именно ученое воззрѣніе на юридическія отношенія открываетъ въ нихъ множество сторонъ, безъ него совершенно недоступныхъ; совѣсть стряпчаго только тогда можетъ быть спокойна, когда онъ сознаетъ, что имъ употреблены всѣ тѣ пособія, которыя представляетъ наука для ввѣреннаго его зашищенію права; притомъ стряпчество подчиняется въ экономическомъ отношеніи общему закону совмѣстивчества и потому наибольшее знаніе, образованіе, составляетъ, если не необходимое условіе успѣха, то по крайней мѣрѣ наибольшее его ручательство.

Но если юристъ-практикъ нуждается въ томъ образованіи, которое даетъ юридическій факультетъ, то съ другой стороны и сей послѣдній имѣетъ ближайшимъ образомъ назначеніе готовить юристовъ, хотя какъ извѣстно способы ихъ образованія могутъ быть различны^{*)}: а именно сверхъ учебнаго заведенія школою могутъ служить судебное мѣсто и домашняя контора стряпчаго; въ послѣднихъ двухъ случаяхъ образованіе происходитъ безъ правильной системы, безъ установленнаго плана, не представляетъ ручательства за полноту и заключается собственно лишь въ приловченіи къ производству дѣлъ, а не въ уразумѣніи началъ, проявляющихся въ юридическихъ опредѣленіяхъ и законахъ, по которымъ совершаются явленія юридическаго быта: этому образованію недостаетъ также литературной стороны, составляющей отличіе всякаго высшаго образованія; оно не пользуется вѣковымъ опытомъ для усовершенствованія и лишь безсознательно опирается на кое-какія преданія: оно совершенно сходно съ обычнымъ ученіемъ ремесленниковъ и лавочниковъ, недостаточность котораго впрочемъ въ наше время уже на столько ощутительна, что его стараются въ промышленныхъ странахъ вытѣснить рациональнымъ приготовленіемъ къ промысламъ: такъ торговыя училища распространяются все болѣе и болѣе, заводятся школы для образованія красильщиковъ и ткачей и т. п. Если юриспруденція наука, а не ремесло, то тѣмъ менѣе можно считать эту методу изученія для нея годною, хотя бы въ ученики поступали люди, усвоившіе себѣ высшее образованіе по другой какой-либо отрасли человѣческаго вѣдѣнія, въ особенности когда они даже не сознаютъ себя учениками, а руководствуются мыслию, что общее образованіе, которое они себѣ приписываютъ, достаточно вразумитъ ихъ относительно успешнаго исполненія новыхъ обязанностей. Притомъ же обыкновенно юристъ-практикъ до того обремененъ занятіями, что у него не хватаетъ ни досуга, ни охоты, чтобы обучать новичковъ: если законъ не возлагаетъ на него такой обязанности, то едва-ли можно допустить, что онъ приметъ ее добровольно; самыя скудныя, между дѣломъ и бездѣлемъ брошенные указанія выпадутъ на долю будущаго юриста и должны ему служить заимною правильнаго школьнаго руководства. А между тѣмъ отъ него требуется, чтобы онъ почти съ самаго вступленія на практическое поприще былъ уже полезнымъ дѣятелемъ и отнюдь не допускается предположеніе, что его начальное невѣжество можетъ принести ущербъ успѣху дѣлопроизводства; напротивъ имѣютъ въ виду, что

*) Энциклопедія Законовѣдѣнія К. Неволина, 1839, Кіевъ, т. I, стр. 126.

его медленная работа, его промахи парализуются знаніемъ и опытностію сотрудниковъ, отъ которыхъ впрочемъ не требуется, чтобы они работали не только за себя, но и за другихъ, и что въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ перевѣсь въ судебной дѣятельности будетъ на сторонѣ людей, съ нею уже освоившихся. Легко себѣ представить, какъ убійственно-затруднительно должно быть положеніе новобранца-практика: подобно Минервѣ юриспруденція должна родиться у него готовою изъ головы, а между тѣмъ очаровательный вѣкъ греческаго мѣа минулъ безвозвратно; онъ долженъ примѣнять знаніе, а оно еще имъ не пріобрѣтено.

Но представляется вопросъ: если въ самомъ дѣлѣ послѣдній способъ юридическаго образованія столь мало удовлетворяетъ рациональности и оказывается безуспѣшнымъ, то отъ чего же онъ былъ терпимъ въ теченіе столѣтій и отъ чего не вытѣсненъ онъ давнымъ-давно другимъ болѣе вѣрнымъ методомъ? Отвѣтъ заключается въ слѣдующихъ соображеніяхъ.

Право есть духовное достояніе цѣлой націи, неразрывно связанное со всѣмъ нравственнымъ ея существомъ, и вырабатывается изъ массы воззрѣній ея на отношенія людей между собою, къ вещамъ и обществу. Этимъ объясняется, почему первоначально право проявляется исключительно въ видѣ обычнаго права и высказываемыхъ судомъ юридическихъ понятій, почему оно находится первоначально въ тѣснѣйшей связи съ національнію и возмѣненіе одного права другимъ предпринимается для ея перерожденія; этимъ же объясняется, почему всякое почти законодательство признаетъ для себя необходимымъ опираться въ своихъ опредѣленіяхъ на историческую почву*), т. е. на тѣ представленія юридическія, которыя органически, въ теченіе вѣковъ, развились изъ народной жизни и почему даже апріорическаго направленія кодификація считаетъ свое дѣло возможнымъ, не предполагая по крайней мѣрѣ разлада между собою и тѣми воззрѣніями, которыя дала сама жизнь общественная; по связи наконецъ національности съ правомъ допущено въ образованномъ мірѣ положеніе, что невѣдѣніемъ закона гражданинъ не можетъ отговариваться, когда для него должны наступить его послѣдствія, ибо составляя единицу въ общемъ составѣ государства, онъ причастенъ къ общей его жизни, которой всѣ движенія должны конечно отзываться въ сознаніи отдѣльнаго члена. Въ первобытномъ состояніи общества согласно изложеннымъ выводамъ не

*) Обзорніе историческихъ свѣдѣній о Сводѣ Законовъ, 1833, Сиб. стран. 63.

можетъ быть рѣчи объ изученіи права: призваніе къ его примѣненію тамъ совершенно независимо отъ условія знать право, ибо всякій его знаетъ; задача заключается только въ томъ, чтобы опредѣлить, кому принадлежитъ власть, которая служитъ примѣненію права, — власть судить и приводить судъ въ исполненіе, и естественно, что какъ скоро не затрудняетъ знаніе и нѣтъ надобности ради его ввѣрить судъ технически образованному классу людей, задача рѣшается различно, и въ однихъ государствахъ судъ — дѣло государя, въ другихъ дѣло касты, въ третьихъ дѣло вѣча, въ четвертыхъ дѣло выборныхъ людей; принимается въ соображеніе отношеніе суда къ государству, происхожденіе государства, нравственные и другія качества судей, какъ довѣренныхъ напр. лицъ государя или какъ представителей общины („люди добрые“ въ нашемъ древнемъ быту). Далѣе: по національному характеру права каждое племя дорожить своимъ и отстаиваетъ его, сталкиваясь и смѣшиваясь съ другими племенами. Этимъ закономъ объясняется между прочимъ усматриваемый въ средніе вѣка обычай, что и варварскіе народы, лишаясь политической самобытности, сохраняютъ свои учрежденія. По этому же закону племя, перерождающееся въ сословіе, напр. племя завоевателей, которому соответствуетъ въ послѣдствіи дворянство, удерживаетъ свое право и судится по нему, а слѣдовательно и людьми, сознанію которыхъ присуще это право, т. е. своеплеменниками; образуется судъ *равныхъ*, въ которомъ конечно также нѣтъ рѣчи объ условіи, чтобъ судья зналъ право, хотя оно содержится въ самомъ существѣ дѣла.

При дальнѣйшемъ развитіи обществъ и при прекращеніи ихъ исключительно органическаго существованія характеръ права долженъ былъ нѣсколько измѣниться и юридическія воззрѣнія народа, въ особенности выражаемыя законодательствомъ и судебною практикою, подобно всѣмъ проявленіямъ жизни, должны были подпасть господству все испытующей, все разлагающей и все воспроизводящей науки. Не мѣсто здѣсь указать, какимъ образомъ неисповѣдимое Провидѣніе связало этотъ великій цивилизаціонный процесъ съ дивными судьбами римскаго права, но несомнѣнно, что оно первое прошло чрезъ очистительное горнило науки и что уже по его примѣру и образцу стали происходить усилія возвести юридическія понятія и отношенія къ опредѣленнымъ началамъ. При нѣкоторомъ успѣхѣ этихъ попытокъ конечно и самое отправленіе суда, какъ вращающееся въ тѣхъ понятіяхъ, должно было подчиниться ихъ вліянію и вслѣдствіе того прежнее самородное знаніе судей стало оказываться конечно недостаточнымъ, возникла потребность въ изученіи права и примѣ-

неніе его не могло уже быть регулируемо независимо отъ соображенія, приспособлено ли лицо къ судебной дѣятельности, тѣмъ болѣе, что нельзя не признать, что разработка права порождаетъ нерѣдко и въ житейскомъ отношеніи споры и недоразумѣнія, до нея неизвѣстныя: права сознаются въ большей точности и чистотѣ и возникаетъ желаніе отстоять ихъ въ такомъ видѣ; понятіе, прежде несомнѣнное, потому — что о немъ не размышляли, становится спорнымъ и вызываетъ попытку извлечь изъ придаваемого ему новаго смысла практическую пользу; точно также успѣхи врачебной науки увеличиваютъ потребность въ ея помощи. Знаніе уже не разумѣется само собою, а расходится съ тою непосредственною причастностью къ юридическимъ понятіямъ, которая конечно по-прежнему составляетъ достояніе каждого возрастнаго гражданина, предполагаетъ досугъ и усиліе, чтобъ быть приобретеннымъ, и должно вмѣстѣ съ тѣмъ, по непреложному для общественной жизни закону о раздѣленіи труда, пасть на долю особаго класса. Но будучи явленіемъ органическимъ въ сферѣ, въ которой развитіе допускаетъ періоды вѣковые, такое видоизмѣненіе въ свойствѣ судебной дѣятельности, разумѣется, происходитъ медленно, и долгое время конечно оно еще находится подъ вліяніемъ существующаго порядка и имъ задерживается, и даже, когда уже свершилось оно, прежнія понятія, переживши свое практическое значеніе, лишившись всякаго содержанія, продолжаютъ свое существованіе, собственно призрачное, но не чуждое всѣхъ притязаній дѣйствительной жизни^{*)}). Не забудемъ притомъ, что здѣсь идетъ рѣчь о привитіи новаго условія къ власти суда, о признаніи слѣдовательно недостаточными прежнихъ условій, при которыхъ она могла принадлежать значительнѣйшей массѣ народонаселенія; съ ограниченіями же общественное сознаніе свыкается ту же и медленно, чѣмъ съ другою новизною.

Присоединяется еще другое обстоятельство. Пробужденію юридической науки, предполагающему, какъ мы видѣли, нѣкоторый успѣхъ общественнаго развитія, предшествуетъ обыкновенно развитіе законодательной дѣятельности: потребность въ установленіи юридическаго быта такъ велика, что прежде чѣмъ наука беретъ за опредѣленія законовъ его явленій, сама обще-

^{*)} Припоминаемъ слова Игеринга въ *Geist des röm. Rechts* 1852, стр. 68, «Исторія всякаго права подтверждаетъ, что предѣстанки новой системы уже являются, когда старая держится еще во всей силѣ и что наоборотъ запоздалые слѣды послѣдней сохраняются, когда первая уже достигла полнаго господства».

ственная власть силится по возможности выполнить эту задачу. Вместе съ тѣмъ условію, чтобы судьи усвоили себѣ юридическое образованіе, предшествуетъ другое: чтобы они знали законы; но это знаніе само по себѣ не требуетъ въ такой степени предварительной систематической школы, какъ изученіе юридической науки: они легче заучиваются и не такъ скоро забываются при возможности примѣнять ихъ; это знаніе дѣйствительно даегъ жизнь гражданская съ своими тревогами, хлопотами и столкновениями каждому, не только судѣ, но оно не наука, какъ не наука напр. знахарство или крестьянское хозяйство. Между тѣмъ одно законодательство, именно римское, имѣвшее столь рѣшительное, отчасти благотѣльное, отчасти вредное вліяніе на установленіе юридическихъ понятій образованнаго міра, представляетъ по своеобразному его развитію объединеніе съ наукою, такъ что тутъ знаніе законовъ могло считаться и за знаніе науки права. Объясняется это, о чемъ здѣсь впрочемъ нечего распространяться, именно свойственнымъ римскому праву характеромъ интерпретаціи и включеніемъ въ Юстиніаново законодательство научныхъ трудовъ, отдѣльные результаты которыхъ обращены въ изрѣченія законодательной власти. Естественно, что съ легкой руки римскаго права и знаніе другихъ законодательствъ считали возможнымъ принимать за знаніе науки, хотя бы они и не содержали того счастливаго сочетанія элементовъ, которое обезпечило за римскимъ правомъ значеніе первенствующаго дѣятеля въ составѣ современнаго общественнаго образованія. Упускали притомъ изъ вида то различіе, вслѣдствіе котораго для изученія Юстиніанова законодательства зрѣлыхъ лѣтъ люди отрывались отъ семейныхъ и родственныхъ узъ, удалялись отъ общественныхъ дѣлъ и не жалѣя ни издержекъ, ни трудовъ, отправлялись въ дальнія страны, пріискивали себѣ годныхъ наставниковъ и, нашедши таковыхъ, нерѣдко на многіе годы связывали съ ними судьбы свои. Значитъ, было въ этомъ знаніи нѣчто такое, чего не могли и люди зрѣлые, немало извѣдавшіе, пріобрѣсти въ дѣловыхъ практическихъ занятіяхъ и, значитъ, есть знаніе, которое чрезъ нихъ не пріобрѣтается.

Наконецъ довѣренность къ чисто — практическому образованію несмотря на всю его недостаточность могла и можетъ быть поддерживаема неудовлетворительнымъ состояніемъ школьнаго приспособленія къ юридическому поприщу: не облегчая первыхъ шаговъ на немъ, не давая никакого умственнаго и нравственнаго перевѣса своимъ питомцамъ, школа могла казаться лишнею, даже вредною, въ особенности, когда по собственному же ихъ сознанію они должны были стараться забыть заученое и приступить съ - изнова къ ученію

въ практикѣ. Дѣйствительно, исторія просвѣщенія показываетъ намъ, что юридическія училища могутъ находиться въ такомъ состояніи, и разладъ между теоріею и практикою есть фактъ, который несомнѣнъ и тянется черезъ столѣтія. Знаніе самолюбиво и односторонне и человѣкъ нелегко убѣждается, что сверхъ знанія требуется еще умѣніе примѣнить его. Юридическое же знаніе всегда кажется прямо относящимся къ дѣйствительности, и потому требованіе, чтобы она ему непосредственно подчинялась, представляется совершенно основательнымъ. Упускаютъ при семъ изъ виду, что правовѣдѣніе почти постоянно находилось подъ вліяніемъ болѣе или менѣе апріорическихъ и отвлеченныхъ построеній юридическаго быта: то оно населяло его какими-то нормальными людьми, мыслящими, чувствующими и дѣйствующими по данной теоріи, то признавало надъ нимъ безусловное проникающее во всѣ сокровенные изгибы владычество положительнаго законодательства, то, считая его неподвижнымъ, опредѣляло его по начаткамъ.

Между тѣмъ и то правовѣдѣніе, которое поставляетъ себѣ исключительною задачею изученіе дѣйствительнаго юридическаго быта, должно признать недостаточнымъ одно знаніе его законовъ и считать необходимымъ дополненіемъ умѣніе прилагать это знаніе къ обсужденію возникающихъ въ дѣйствительности случаевъ. Правда, и одно знаніе, одно созерцаніе юридической жизни народа имѣетъ свою цѣну*) и удовлетворяетъ возвышенной любознательности мыслящаго человѣка. «Научаютъ насъ,» говоритъ Игерингъ,**) познавать Бога въ цвѣткѣ и деревѣ, указываютъ намъ на свѣтила и въ ихъ безчисленности и законахъ ихъ движенія усматриваютъ самый высокій примѣръ всемогущества Божія. Но на сколько духъ возвышается надъ веществомъ, на столько и порядокъ и величіе міра духовнаго выше, чѣмъ въ мірѣ вещественномъ. Движеніе нравственныхъ идей во времени чудеснѣе нежели движеніе міровыхъ тѣлъ въ пространствѣ, ибо онѣ не шествуютъ безпрепятственно какъ свѣтила небесныя, а встрѣчаютъ безпрестанно сопротивленіе, противопоставляемое человѣческимъ упрямствомъ и неразуміемъ и злобными силами человѣческаго сердца. И если все-таки идеи тѣ осуществляются, если нравственная планетная система являетъ тотъ же порядокъ и ту же стройность, какіе усматриваемъ въ планетахъ небесныхъ,

*) Энциклопедія Законовѣднія Неволіна, т. I, стр. 93. 94.

**) Ihering Geist des römischen Rechts auf den verschiedenen Stufen seiner Entwicklung, 1852, 1-ая ч. стр. 54. 55.

то представляется въ этомъ блистательнѣйшее доказательство божественнаго управленія міромъ нежели въ явленіяхъ внѣшней природы. Было говорено о поэзіи права и разумѣли подъ нею выраженіе задушевныхъ, отзывающихся чувствомъ и воображеніемъ юридическихъ воззрѣній, но эта поэзія свойства второстепеннаго и значеніе ея въ правѣ ничтожно, истинная же поэзія его заключается въ возвышенности его задачи, въ движеніи, которое по величію и правильности подобно теченію свѣтила».

Но обыкновенная цѣль юридическаго образованія практическое умѣнье производить дѣла, рѣшать случаи, и правительство имѣнно ее имѣетъ въ виду, когда учреждаетъ училища и ихъ поддерживаетъ, какъ большою частію бываетъ, ибо праведный и быстрый судъ составляетъ конечно одинъ изъ важнѣйшихъ и священнѣйшихъ атрибутовъ государственной власти, а обуславливается онъ надлежащимъ спеціальнымъ образованіемъ лицъ, призванныхъ служить правосудію. Правительство конечно преслѣдуетъ еще другую практическую цѣль — образованіе юристовъ — преподавателей: но если ученіе сихъ послѣднихъ должно быть действительно благотѣльнымъ для учащихся и сопутствовать имъ въ дальнѣйшемъ поприщѣ, а не быть броженнымъ на рубежѣ его, то и оно должно быть проникнуто знакомствомъ съ практикою, которая такимъ образомъ никакъ не можетъ считаться лишнею для учителя права. Слѣдовательно въ большей части случаевъ нельзя пренебрегать умѣніемъ примѣнять юридическое знаніе, а напротивъ должно дорожить имъ, такъ — какъ безъ него само знаніе считается для жизни безплоднымъ. Смѣло можно сказать, что при устраненіи практической стороны въ образованіи юридическомъ самая обширная и стройная чисто теоретическая система обращается въ великолѣпную фантазмагорію, которая именно тѣмъ опаснѣе для дѣла цивилизаціи, чѣмъ величавѣе размѣры системы, ибо съ одной стороны кажется, что все сдѣлано, чтобы просвѣтить будущаго юриста и создать изъ него надежное орудіе правосудія, дѣятельнаго вѣщателя непреложныхъ юридическихъ истинъ, съ другой стороны усматриваютъ, что всѣ умственные и нравственныя сокровища, которыми щедрою рукою надѣлила его наука въ напутствіе на практическое поприще, на первыхъ же порахъ разсыпаются и новобранецъ — практикъ остается развѣ притѣсьскими громкими фразами, при довольно высокомъ мнѣніи о себѣ и довольно низкомъ о другихъ и вынужденъ за самымъ скуднымъ руководствомъ и наученіемъ обращаться къ настоящей рутинѣ, и скрѣпя сердце принимать отъ нея милостыню. Истинно рутинѣ злорадно торжествуетъ и миритъ съ собою новаго адепта правосудія, и онъ заодно съ своими предшествен-

никами отрекается отъ общей имъ матеріи — науки, на дѣлѣ прерываетъ съ нею всякія сношенія, но считаетъ себя въ правѣ извлечь изъ нея по крайней мѣрѣ ту пользу, чтобы хранить за собою званіе образованнаго человѣка и прикрывать имъ нерѣдко воззрѣнія и дѣйствія, несомвѣстныя даже съ условіями общаго образованія, не говоря уже объ образованіи юридическомъ. Какъ не колебаться и тутъ довѣрять къ наукѣ, не усомниться въ пользѣ образованія, заключающагося въ ея изученіи? Единственное средство обезпечить подобающее ей значеніе въ юридическомъ быту, въ разрѣшеніи возникающихъ въ немъ вопросовъ и столкновеній и вмѣстѣ съ тѣмъ возстановить ея кредитъ, — пополненіе теоретическаго обученія практическимъ образованіемъ, которое является въ этомъ смыслѣ проводникомъ, посредствующимъ водвореніе науки въ жизни.

Мы разумѣемъ подъ этимъ образованіемъ, какъ сказано выше, умѣніе примѣнять знаніе къ подлежащимъ случаямъ. Положенія права исходятъ постоянно отъ извѣстныхъ фактическихъ предположеній, положительныхъ и отрицательныхъ, при наступленіи которыхъ только и воспринимаютъ силу и значеніе. Напр. право признаетъ собственника животнаго хозяйномъ приплода: чтобы опредѣленіе это получило примѣненіе, нуженъ во-первыхъ фактъ, что предметъ собственности лица есть животное и, во-вторыхъ, что у животнаго оказывается дѣтенышъ; право признаетъ преступленіемъ похищеніе чужого имущества: тутъ рядъ фактовъ, въ совокупности составляющихъ основаніе для приложенія опредѣленія юридическаго: 1) фактъ, что происходитъ похищеніе, 2) фактъ, что похищается имущество, не свободный человѣкъ, 3) что похититель не есть хозяинъ похищаемого имущества. Послѣдній фактъ, обуславливаясь закономъ о правѣ собственности, съ своей стороны содержитъ другой фактъ, что совершилось дѣйствіе, вслѣдствіе котораго другое лицо приобрѣло право собственности на похищенную вещь, и предполагать отсутствіе фактовъ, въ которыхъ бы заключалось прекращеніе сего права. Понятно, что юридическое положеніе можетъ быть до того сложно, что число и порядокъ обуславливающихъ его фактовъ окажутся чрезвычайно значительными. Притомъ рѣдко одно какое-либо положеніе само по себѣ получаетъ силу, а обыкновенно представляется сочетаніе нѣсколькихъ, такъ-какъ одно никогда почти не исчерпываетъ юридическаго учрежденія, а между-тѣмъ юридическая жизнь именно вращается и осаждается около учреждений, и отдѣльные факты, требующіе обсужденія, должны быть озаряемы цѣлымъ обнимающимъ ихъ учрежденіемъ. Фактическая же основа учрежденія можетъ быть чрезвычайно обширна и дробна.

Правильное рѣшеніе юридическаго случая заключается за-тѣмъ въ разложеніи его на входящія въ составъ его факты и опредѣленіи значенія, какое присвоивается каждому не въ отдѣльности, а въ надлежащей связи съ другими наличными, въ указаніи наконецъ юридическихъ опредѣленій, которыя имѣютъ въ такомъ видѣ факты тѣ своимъ предположеніемъ и въ вѣрномъ изъ того выводѣ*). Представимъ по возможности осязательный примѣръ. А нанялъ у Б землю и обязался заплатить кортомную плату за полгода впередъ, но вступивъ въ пользованіе землею, не исполнилъ сего обязательства, а чрезъ три мѣсяца послѣ найма купилъ ее: при совершеніи купчей Б сталъ требовать выговоренной кортомной платы, но А отказалъ въ ней, ссылаясь, что отреченіе отъ нея по обстоятельствамъ случая само-собой входитъ въ условія купли-продажи и что не болѣе трехъ мѣсяцевъ пользовался онъ землею, не будучи ея собственникомъ.

Здѣсь факты слѣдующіе:

- 1) А нанялъ землю у Б.
- 2) А вступилъ въ пользованіе землею.
- 3) А вопреки обязательству не внесъ кортомной платы за полгода впередъ.
- 4) А купилъ землю у Б, пользовавшись ею по найму три мѣсяца.
- 5) Б требуетъ полугодовой кортомной платы.
- 6) А въ ней отказывается, ссылаясь на отреченіе Б.

При соображеніи юридическихъ опредѣленій, которымъ эти факты служатъ основою, фактъ № 1 имѣетъ то значеніе, что для А возникаетъ обязательство, возложенное на него договоромъ; № 2 указываетъ на отсутствіе дѣйствительнаго препятствія со стороны Б къ осуществленію пріобрѣтеннаго лицомъ А права; № 3 въ связи съ № 1 рождаетъ право Б требовать платы за 6 мѣсяцевъ и убытки, происходящіе отъ правонарушенія. № 4 прекращаетъ это право по истеченіи трехъ мѣсяцевъ со времени найма, слѣдовательно видоизмѣняетъ значеніе предъидущаго факта, изъ котораго возникаетъ право требовать лишь платы по найму и вознагражденія соотвѣтственнаго ущерба за три мѣсяца; № 5 есть осуществленіе права, вытекающаго изъ N 3, но такъ какъ значеніе его модифицировано, то и притязаніе Б должно под-

*) Другими словами рѣшеніе есть силлогизмъ, въ которомъ юридическое опредѣленіе большая посылка, фактъ меньшая. Во множествѣ языковъ логическая дѣятельность и практико-юридическая обозначаются однимъ именемъ: судить, *judicare*, *juger*, *judge* (doom, думать, дума), *urtheilen*.

лежать видоизмѣненію, и возникаетъ право А настоять на немъ; № 6 сверхъ осуществленія этого права представляетъ указаніе на фактъ, котораго дѣйствіемъ было бы совершенное прекращеніе права Б, но существованіе котораго обуславливается наличностью принадлежностей скрытнаго дѣйствія; но ихъ нѣтъ и потому указаніе А лишено всякаго значенія.

И такъ съ одной стороны нужно сочетать NN° 1, 3, 5, съ другой стороны № 4 и 6, и послѣдними ограничивается дѣйствіе первыхъ, такъ - что получается право Б требовать трехмѣсячной платы и устраняется право А отказать въ ней. Въ опредѣленіи же правъ прикосновенныхъ лицъ заключается рѣшеніе гражданскаго случая.

Въ другихъ случаяхъ число фактовъ конечно можетъ быть гораздо значительнѣе, право интересента можетъ получиться не иначе какъ при гораздо обширнѣйшихъ сочетаніяхъ и повятно, что тогда рѣшеніе затруднительнѣе. Равнымъ образомъ юридическое значеніе факта познается не всегда изъ соображенія опредѣленнаго узаконенія либо обычая, а требуется раскрытіе и сознаніе начала, лежащаго въ основаніи того либо другого. Наконецъ и самая необходимость не выходить изъ правилъ и формъ судопроизводственныхъ порождаетъ затрудненія.

Но какъ ни важно умѣнье примѣнять юридическое знаніе, нѣтъ возможности дать для того опредѣленные и точныя правила, ибо примѣненіе есть именно операція надъ частными, отдѣльными данными, тогда-какъ правило есть нѣчто общее, отвлекающееся отъ индивидуальнаго случая. Притомъ это правило было бы опять только предметомъ знанія и снова долженъ бы возникнуть вопросъ о его примѣненіи. Умѣнье примѣнять знаніе юридическихъ наукъ не иначе можетъ быть усвоено какъ руководствомъ учащагося въ рациональномъ ихъ примѣненіи: на примѣрахъ онъ долженъ видѣть, какъ разбиваются случаи на факты, какъ и въ какой связи обсуживаются они, сопоставляются съ подлежащими юридическими опредѣленіями, какой такимъ образомъ получается матеріалъ для логическихъ посылокъ и какіе за тѣмъ представляются практическіе выводы; учащійся самъ долженъ быть въ томъ упражняемъ, и усвоенныхъ имъ приѣмовъ, направленія, которое получить его юридическое мышленіе, онъ будетъ тогда держаться въ послѣдствіи при дѣятельности самостоятельной. Учебная практика составляетъ такимъ образомъ посредствующее звено между теоретическимъ юридическимъ образованіемъ и практическою судебною дѣятельностію, къ которой учащійся правамъ предполагается призваннымъ. Она проводникъ науки въ юридическій бытъ и потому придаетъ ей не-

посредственный, живой интересъ, и обрашая случаи дѣйствительности въ предметъ рациональнаго труда, устраняетъ и исключаетъ всякія другія возможныя на нихъ воззрѣнія, дѣятельность механическую, ремесленную, совмѣстную съ соображеніями внѣшними и односторонними, нерѣдко корыстными и нечистыми.

Условія однакоже, существенныя для такого благодѣтельнаго вліянія учебной практики, заключаются во-первыхъ въ томъ, чтобы примѣняемая теорія отражала въ себѣ дѣйствительно юридическій бытъ и содержала истинныя начала дѣйствующихъ въ немъ опредѣленій: иначе въ соприкосновеніи съ нимъ она окажется несостоятельною; чтобы одолѣть его, практику придется ей измѣнить, и послѣ промаховъ и неудачъ избрать изъ двухъ золь меньшее, т. е. кинуться во всегда распроостертыя объятія коварнаго друга — рутины. Во-вторыхъ требуется, чтобы самое руководство учащагося въ практическихъ занятіяхъ производилось рациональнымъ образомъ и соотвѣтствовало предполагаемой цѣли: ибо возможна и такая учебная практика, которая окажется пустою игрою и праздною забавою или мнимымъ практическимъ занятіемъ и тогда конечно мнѣніе о бесплодности юридическаго образованія можетъ еще болѣе утвердиться и подорвать къ нему всякое довѣріе. Такъ практическія занятія не должны имѣть матеріаломъ иначе какъ по исключенію случаи вымышленные, а должны касаться происходящихъ или происходившихъ на дѣлѣ, подобно тому какъ будущій врачъ практикуется не надъ вымышленными болѣзнями. При вымысленіи случая обыкновенно принимается въ соображеніе отношеніе къ нему юридическихъ опредѣленій и сочинитель невольно подъ нихъ поддѣльвается, тогда какъ въ дѣйствительности случаи возникаютъ отъ нихъ независимо, къ нимъ непригнанные; съ такими случаями практиканту нужно пріучаться совладать, а выкроенные по лекалу закона рѣшаются безъ всякихъ почти затрудненій. Притомъ юридическая фантазія далеко не такъ находчива и разнообразна какъ дѣйствительность — этотъ самородный калейдоскопъ, въ которомъ, какъ нѣтъ двухъ листьевъ на деревѣ совершенно одинаковыхъ, нѣтъ и двухъ юридическихъ случаевъ, совершенно между собою схожихъ.

Равнымъ образомъ учащійся долженъ знакомиться именно съ тѣмъ, что ожидаетъ его на практическомъ поприщѣ: онъ долженъ видѣть производства, далеко необразцовыя, чтобы къ нимъ приноровиться и приглядѣться, на сколько они допускаютъ небросающееся въ глаза исправленіе и на сколько извѣстныя аномаліи должны быть терпимы. Такъ не всякій безукоризненный въ теоретическомъ отношеніи докладъ будетъ одобренъ практикомъ и имѣть шансъ быть пушеннымъ въ ходъ.

Практическія занятія недолжны также заключаться въ одномъ чтеніи и разборѣ производствъ или выписокъ изъ дѣлъ, ибо этого недостаточно, чтобы приучить практиканта къ самостоятельной работѣ надъ дѣлами. Оцѣнивая чужіе труды, онъ долженъ выражать лишь такія требованія, которыми болѣе или менѣе можетъ удовлетворить самъ, а безъ собственныхъ работъ онъ не въ состояніи себя повѣрить, на сколько они для него самого осуществимы и критика его легко обратится въ пустое резонерство. Такъ напр. чрезвычайно трудно вполне уяснить себѣ значеніе условій и затрудненій, при которыхъ обыкновенно работаетъ практикъ и чтобы достичь этого учащійся долженъ быть поставленъ въ подобныя условія: такъ пусть ему задано будетъ написать докладъ въ полчаса времени, какъ написанъ по всей вѣроятности находящійся у него подъ рукою дѣйствительный докладъ, сочинитель котораго совместно производилъ десятки дѣлъ и не имѣлъ возможности посвятить все свое вниманіе одному одѣльному предмету.

Такъ-какъ каждая изъ юридическихъ наукъ должна получить примѣненіе въ дѣйствительности, то и учебная практика должна относиться къ каждой изъ нихъ, но, разумѣется, въ судебной дѣятельности преимущественно важны Гражданское Право и Уголовное, Гражданское Судопроизводство и Уголовное. Но вмѣстѣ съ тѣмъ конечно каждое судное дѣло есть прежде всего дѣло государственное и потому въ производствѣ подчиняется опредѣленіямъ о производствѣ государственныхъ дѣлъ вообще: къ имѣемой нами въ виду юридической практикѣ относятся такимъ образомъ еще практика государственная, на сколько она касается суда: это т. н. канцелярская практика. Мы здѣсь будемъ имѣть въ виду только судебную практику, юридическую, которая именно составляетъ въ тѣсномъ смыслѣ практику; практики же административная и дипломатическая, имѣющія конечно также право на вниманіе со стороны воздѣльвателей соотвѣтственныхъ имъ наукъ, не входятъ въ кругъ нашего разсмотрѣнія.

1) Практика по Гражданскому Праву. Учебная практика въ отношеніи къ нему двоякая: или она заключается въ изложеніи юридическихъ сдѣлокъ, или въ рѣшеніи цивилистическихъ случаевъ. Что касается до перваго предмета, то наставникъ, давъ прочитать учащемуся рядъ договоровъ, завѣщательныхъ распоряженій, раздѣловъ, въ дѣйствительности совершенныхъ, можетъ требовать, чтобы онъ представилъ по крайней мѣрѣ по одному образчику для cadaго самостоятельнаго договора, по одному завѣщательному и раздѣльному акту своего сочиненія съ соблюденіемъ какъ законныхъ, такъ и обычныхъ формъ.

мальностей. Разумѣется, эти упражненія представляютъ непремѣнно поводъ къ замѣчаніямъ относительно важности паяточнѣйшаго изложенія актовыхъ условій и къ указаніямъ важныхъ затрудненій и недоразумѣній, которыя могутъ возникнуть отъ пренебреженія точностью и опущенія какихъ-либо оговорокъ. Содержаніе акта можетъ быть предоставлено фантазіи учащагося, но нехудо предложить нѣсколько задачъ съ готовымъ содержаніемъ, гдѣ вся заслуга должна заключаться только въ облеченіи его въ совершенную, даже тугу подходящую форму. Наприм. залогоприниматель покупаетъ часть залога у должника въ зачетъ долга, другая часть должна по-прежнему пребывать въ залогѣ: какъ заложить о семъ договоръ, чтобы можно было снять запрещеніе съ залога, а между тѣмъ должникъ не могъ воспользоваться снятіемъ въ ущербъ вѣрителю?— А даетъ лицу Б въ займы денегъ: какъ обезпечить перваго относительно удовольствованія его на случай неисправности по возможности домомъ послѣдняго, составляющимъ уже залогъ другого вѣрителя?— Или требуется лицу А обезпечить кого-либо относительно полученія капитала отъ наследника лица А. *)— Передается кому-либо право пользованія чужою землею, но лице передающее сохраняетъ для себя часть онаго и оставляетъ за собою часть обязательства относительно коалина земли.— Договоръ объ общемъ сооруженіи колодца на смежной землѣ съ установленіемъ неограниченнаго, но равномѣрнаго пользованія.

Рѣшеніе юридическихъ случаевъ по Гражданскому Праву должно быть изустное и письменное: первымъ учащійся занимается въ присутствіи наставника, но большей части ex tempore, послѣднее происходитъ на дому. Случай должны быть задаваемы съ соблюденіемъ постепенности относительно трудности и съ требованіемъ ссылокъ на существующія юридическія опредѣленія, и, разумѣется, легче рѣшаются случаи, при которыхъ слѣдуетъ принимать въ соображеніе одинъ какой-либо законъ, чѣмъ основанные на нѣсколькихъ или многихъ опредѣленіяхъ. Полезно также заимствовать иностранные гражданскіе случаи и рѣшать во-первыхъ вопросъ, могли ли бы они возникнуть у насъ безъ всякихъ видоизмѣненій или только при таковыхъ и именно какихъ, во-вторыхъ опредѣлять, совпадаетъ ли наше рѣшеніе съ такимъ-то иностраннымъ или расходится съ нимъ, въ чемъ и почему именно.**)

При обсужденіи рѣшеній должно въ точности соблюдать, чтобы они не выходили изъ предѣловъ тѣхъ фактическихъ пред-

*) Въ обоихъ случаяхъ предполагается, что обезпеченіе неустойкою недостаточно по невозможности взыскать ее.

**у Изъ новѣйшихъ печатныхъ сборниковъ иностранныхъ юридическихъ случаевъ можно рекомендовать: Archiv für Entscheidungen

положеній, которыя представляетъ задача, ничего не убавляя. Напр. задача содержитъ указаніе, что до увѣдомленія о принятіи дара даритель скончался, а рѣшеніе предполагаетъ на этомъ основаніи, что даръ принять по смерти дарителя. Можетъ случиться, что по недостаточности фактическихъ данныхъ рѣшеніе невозможно, и тогда результатъ работы долженъ именно заключаться въ раскрытіи этой невозможности и въ указаніи потребныхъ дополнительныхъ данныхъ или въ рѣшеніи условномъ, зависящемъ отъ того, въ такомъ ли видѣ представится недостающій фактъ или въ другомъ. Напр. спрашивается, каковымъ оказывается недвижимое имущество, обратно поступающее къ лицу, передавшему его безпотомственно умершему сыну: родовымъ или благопріобрѣтеннымъ? Очевидно, что для рѣшенія вопроса требуется знать, каковымъ оно было у отца, а безъ такого свѣдѣнія можно только сказать, что оно родовое, если прежде было таковымъ, въ противномъ же случаѣ должно быть признано благопріобрѣтеннымъ.

Рѣшеніе случаевъ должно представлять поводъ къ внимательному разсмотрѣнію отдѣльныхъ узаконеній, къ точнѣйшему изъясненію ихъ смысла, приучить къ опредѣленію случаевъ скрывающимися въ законахъ юридическими началами: однимъ словомъ все что составляетъ содержаніе науки Гражданскаго Права должно быть пушено въ ходъ для полученія правильнаго рѣшенія: упражняющійся долженъ постоянно приводить себѣ въ сознаніе, къ каковымъ научнымъ положеніямъ и выводамъ примыкаютъ тѣ юридическія опредѣленія, которыя служатъ основаніемъ тому либо другому рѣшенію. Представимъ нѣсколько примѣненій на примѣрахъ.

Къ А поступило по наслѣдству послѣ матери родовое имущество. А умираетъ безпотомственно: слѣдуетъ ли его отцу Б пожизненно владѣть тѣмъ имуществомъ? По статьѣ 960 Св. зак. гр. казалось бы, что слѣдуетъ, ибо оно пріобрѣтено сыномъ, т. е. досталось ему по одному изъ существующихъ у насъ законныхъ способовъ пріобрѣтенія. Но оказывается, что здѣсь идетъ рѣчь объ имуществѣ благопріобрѣтенномъ, ибо иначе и имущество, доставшееся сыну отъ живаго отца, должно бы было также

der obersten Gerichte in den deutschen Staaten. Herausgegeben von F. A. Seuffert. 5 томъ. 1848 — 1852. Въ Аугсбургѣ. Entscheidungen des Königlichen Geheimen Ober-Tribunals, herausgegeben in amtlichem Auftrage. 15 томъ 1830 — 1850. Въ Берлинѣ. Австрійскіе гражданскіе случаи безъ обозначенія именъ тяжущихся помещаются въ журналъ Гаймерля Magazin für Rechts- und Staatswissenschaft, издаваемомъ въ Вѣнѣ.

считаться за приобретённое сыномъ, такъ-какъ дареніе или выдѣлъ, посредствомъ конхъ имущество могло поступить безмездно къ сыну, суть также способы приобретёнія правъ. Недвижимое же имущество, поступившее къ сыну по наслѣдству отъ матери, не есть благопріобрѣтенное имущество.

По завѣщанію родовое имущество переходитъ мимо ближайшаго наслѣдника къ дальнѣйшему на осн. ст. 889 Св. зак. гр. обязательно ли для послѣдняго завѣщательное распоряженіе наслѣдодателя о денежной выдачѣ? Отвѣтъ утвердительный, ибо наслѣдникъ только и можетъ пріобрѣсти въ настоящемъ случаѣ имущество по завѣщанію, котораго распоряженіе о выдачѣ само по себѣ дѣйствительно и потому подлежитъ исполненію, тогда-какъ ближайшій родственникъ наслѣдуетъ и независимо отъ завѣщанія, которое по этому относительно родового имущества и связанной съ нимъ выдачи можетъ и не существовать. Право наслѣдованія, ближайшаго наслѣдника непосредственно не зависитъ отъ воли наслѣдодателя и потому не можетъ имъ быть обложено какимъ либо обязательствомъ: правда, косвенными средствами собственникъ родового имущества можетъ воспрепятствовать происхожденію права наслѣдованія для ближайшаго подлежащаго лицу: но существующее въ дѣйствительности возрѣніе на родовыя имущества тому не благопріятствуетъ. Право же наслѣдованія дальнѣйшаго наслѣдника именно обуславливается волею наслѣдодателя и потому можетъ быть связано съ обязательствами.

Лице А умерло прежде чѣмъ воспослѣдовало принятіе предложеннаго имъ лицу Б дара и не зная, воспослѣдовало ли оно, но въ завѣщаніи высказано, что назначенный имъ наслѣдникъ обязанъ уважить его волю относительно дара. Наслѣдникъ отрекся отъ наслѣдства, и возникаетъ вопросъ о правѣ лица Б. Оказывается, что даренія нѣтъ, такъ-какъ принятіе не совпадаетъ съ предложеніемъ дара, а когда есть первое, нѣтъ уже послѣдняго, что слѣдовательно по даренію нельзя пріобрѣсти имущества, что нѣтъ и пріобрѣтенія по завѣщанію, ибо нѣтъ воли завѣщателя назначить лице одаренное наслѣдникомъ; что есть только обязательство для наслѣдника подарить, связанное конечно неразрывно съ пріобрѣтеніемъ наслѣдства, тѣмъ болѣе, что онъ долженъ сперва содѣлаться хозяиномъ того имущества, чтобы быть въ правѣ исполнить обязательство подарить, но какъ нѣтъ пріобрѣтенія наслѣдства, то нѣтъ и обязательства совершить даръ, предположенный завѣщателемъ. Такимъ образомъ лицо Б не въ правѣ требовать имущества, ни чтобы оно было ему подарено.

Наслѣдникъ по крѣпостному духовному завѣщанію вступилъ въ наслѣдство, не предъявивъ завѣщанія къ засвидѣтельствованію и за тѣмъ прошелъ годовой срокъ со смерти завѣщателя; закон-

ный наследникъ сталъ требовать наследства; наследникъ по завѣщанію отозвался, что завѣщаніе, будучи крѣпостнымъ, не нуждалось въ засвидѣтельствovanіи. Но принимая въ соображеніе, что послѣднее есть *укрѣпленіе* права наследованія, крѣпостное же свойство завѣщанія есть только удостовѣреніе въ подлинности на предметъ устрaненія о ней споровъ, что укрѣпленіе права, приобретеннаго наследникомъ, одинаково существенно какъ для завѣщанія, по которому допускается споръ о подлинности, такъ и для такого, которое устраняетъ этотъ споръ, что отсутствіе спора есть только отсутствіе препятствія къ укрѣпленію права наследованія, почему и даже необходимое отсутствіе спора, представляющееся при крѣпостномъ завѣщаніи, нисколько не дѣлаетъ лишнимъ сего укрѣпленія, — мы приходимъ къ заключенію, что срокъ засвидѣтельствovanія пропущенъ наследникомъ по завѣщанію, что завѣщаніе за тѣмъ недействительно и искъ законнаго наследника основателенъ.

За безграмотныхъ свидѣтелей подписались на домашнемъ духовномъ завѣщаніи другія лица: будетъ ли засвидѣтельствованіе его совместно стт. 869 и 872 Св. зак. гражд., въ которыхъ говорится о подписи свидѣтелей? Статьи эти должны быть соображены съ ст. 875, опредѣляющею, кто не можетъ быть свидѣтелемъ не духовному завѣщанію и не упоминающею о людяхъ безграмотныхъ. Вообще безграмотность нисколько не ограничиваетъ гражданскихъ правъ, къ числу которыхъ конечно принадлежитъ и право быть свидѣтелемъ въ юридическомъ дѣйствіи; подпись есть притомъ дѣйствіе, допускающее совершеніе чрезъ повѣреннаго и отъ безграмотныхъ доверителей требуется лишь, чтобы оно возложено было ими на повѣренныхъ лично (2012 Св. зак. гр). Показаніе свидѣтеля на завѣщаніи подтверждается притомъ обыкновенно допросомъ и недействительно, когда съ нимъ несогласно, почему по самому существу дѣла собственноручная подпись не имѣетъ безусловнаго значенія, въ особенности когда безграмотность свидѣтеля оправдываетъ ея отсутствіе.

Рѣшеніе учащагося должно подвергаться возраженіямъ и опроверженіямъ со стороны несогласныхъ съ нимъ товарищей и самаго наставника съ тѣмъ, чтобы такимъ образомъ по возможности всѣ стороны вопроса могли быть достаточно обсуждены и правильное рѣшеніе сравнено съ противоположнымъ и ясно отличено отъ смежнаго неправильнаго рѣшенія. Такъ — какъ есть много случаевъ, въ которыхъ самое рѣшеніе не затрудняетъ, а легко попасть для полученія его на ложный путь, то упражненія между прочимъ должны быть именно направлены къ ознакомленію учащагося съ этою опасностью и онъ ириученъ избѣгать ея. Напримѣръ, нѣтъ сомнѣнія, что лице, получившее по ошибкѣ вмѣсто вышесказаннаго лотерейнаго билета другой, и не

возвратившее его продавцу, приобретает право на выигрышъ, выпадающій на билетъ, но не потому, что ошибка въ лотерейномъ номерѣ несущественна, какъ могло бы казаться а потому что оно оставило билетъ за собою и продавецъ не требовалъ его обратно, хотя бы это случилось по ошибкѣ, ибо именно тутъ ошибка ужъ несущественна. — Или лицо А вознаграждаетъ Б за причиненный его дѣйствіемъ убытокъ, но не потому, что за всякій убытокъ производится вознагражденіе, а потому что А считается нарушившимъ право лица Б и отвѣтственнымъ по всѣмъ за то послѣдствіямъ, если не докажетъ, что убытокъ причиненъ случайно, доказать же это болышею частью весьма трудно. — Или поручитель по векселю, не имѣющій права обязываться векселями, подлежитъ отвѣтственности не потому, что векселю присуще также значеніе общаго долгового обязательства, а потому что поручительство есть договоръ самъ по себѣ, на который не распространяются ограниченія, установленныя для вступленія въ вексельныя обязательства.

Можно даже умышленно при предложеніи задачъ вилетать ложныя разсужденія и ошибочно обосновывать права, о которыхъ идетъ рѣчь, чтобы заставить учащагося отыскивать погрѣшность и замѣнить ее правильнымъ изложеніемъ *).

*) Независимо отъ практической пользы упражненіе въ рѣшеніи юридическихъ случаевъ важно и въ томъ отношеніи, что основываетъ учащагося въ болышей степени съ наукою права нежели одно отвлеченное изученіе ея положеній. Игерингъ въ предисловіи къ напечатаннымъ имъ цивилистическимъ случаямъ, въ составъ которыхъ входятъ и задачи Пухты, отзываясь объ этомъ значеніи практическихъ занятій будущихъ правовѣдовъ слѣдующимъ образомъ: «Упражненія въ рѣшеніи случаевъ не только нисколько не отлекаютъ отъ теоретическихъ занятій, но напротивъ могущественно имъ содѣйствуютъ и подвигаютъ ихъ впередъ. Преподавателю они представляютъ удобный случай слѣдить за успѣхомъ теоретическихъ уроковъ, устранять недоразумѣнія, пополнять пропуски. Учащемуся разъясняютъ практическія упражненія степень его познаній, ихъ объемъ и твердость, принуждаютъ его осмѣжать въ памяти различныя части юридическихъ предметовъ, сдерживать ихъ въ сознаніи совмѣстно, соображать всю систему права, ибо въ одномъ случаѣ нерѣдко сходятся самыя разнообразныя юридическія опредѣленія; они вселяютъ въ учащагося болышее участіе къ теоріи, облегчаютъ пониманіе ея положеній, въ особенности же изошпрютъ глазъ для тончайшихъ отгѣнковъ юридическихъ поня-

II) По Уголовному Праву.

Учебная практика обнимает по отношенію къ нему рѣшеніе уголовныхъ случаевъ, которое производится, такъ сказать, въ

тій, укрѣпляютъ и обогащаютъ память, ибо конкретный случай наилучшимъ образомъ открываетъ уразумѣніе отвлеченныхъ юридическихъ положеній и впечатлѣваетъ ихъ созванію учащагосл. Для изученія же правовѣдѣнія это чрезвычайно важно, ибо оно затруднительно и сухо для начинающаго не столько по громадности подлежащаго разработкѣ матеріала и по недостатку привлекаемыхъ сторонъ, сколько потому что предполагаетъ для успѣшнаго хода соответствующую отвлеченному характеру науки умственную восприимчивость, въ началѣ рѣдко встрѣчающуюся даже у даровитыхъ питомцевъ. Начинающій какъ бы перенесенъ въ совершенно новый для него міръ понятій, чуждый на первый разъ всякой связи съ приобретеннымъ образованіемъ, онъ чувствуетъ себя въ неловкомъ положеніи: отъ него требуютъ, чтобы онъ твердо стоялъ и двигался на отвлеченной почвѣ, чтобы онъ смылся и обращался съ юридическими понятіями какъ — бы съ конкретными предметами; а между тѣмъ у него недостаетъ на первый разъ главнаго, существеннаго къ тому условія — недостаетъ взгляда, уловляющаго представляемые предметы, нѣтъ навыка въ отвлеченномъ мышленіи. По этому главная задача наставника прежде всего заключается въ томъ, чтобы усвоить учащемуся надлежащій способъ возрѣнія на юридическія понятія и для этого лучше всего представлять въ началѣ отвлеченное воплощеннымъ въ отдѣльномъ юридическомъ случаѣ, сводить неясные для него и расплывающіеся очерки къ осязательному содержанію. Въ скоромъ времени учащійся достигаетъ этимъ путемъ возможности обойтись безъ посредства конкретныхъ случаевъ и вращаться даже независимо отъ нихъ въ области юридическихъ понятій.» Вполнѣ можно вѣрить признанію Игеринга, что упражненія въ рѣшеніи юридическихъ случаевъ впервые вселили въ него любовь къ правовѣдѣнію, въ послѣдствіи блистательно имъ доказанную на дѣлѣ^{*)}. Въ самомъ дѣлѣ только при этихъ занятіяхъ въ рациональномъ рѣшеніи случаевъ учащійся удостовѣряется въ необходимости научнаго усвоенія права, въ немогущности одного законодательственнаго знанія, въ несостоятельности т. н. здраваго смысла (какъ будто здоровый смыслъ есть и образованный смыслъ) и въ сговорчивости совѣсти, которая нѣкими мудрецами чуть — ли не признается за природенную ученую степень по юридическому факультету, освобождающую отъ на-

^{*)} См. посвященіе сборника случаевъ цѣлности Тѣлю.

двухъ направлѣнiяхъ, фактическомъ и законномъ: учащемуся представляются данныя по какому-либо уголовному случаю и онъ долженъ опредѣлить достаточны ли онѣ для раскрытiя состава преступленiя, долженъ опредѣлить сей послѣднiй, если достаточны, иначе указать недостающее, равно какъ и значенiе факта въ настоящемъ видѣ; онъ долженъ опредѣлить по имѣющимся даннымъ степень вины преступника, при стеченiи нѣсколькихъ преступниковъ въ одномъ и томъ же преступленiи долженъ опредѣлить мѣру и видъ участiя для каждаго; долженъ взвѣснть значенiе побочныхъ обстоятельствъ, выбрать изъ нихъ усиливающiя и уменьшающiя вину. По отношенiю къ уголовнымъ законамъ отъ практиканта требуется, чтобы онъ опредѣлилъ мѣру наказанiя виновному какъ при простомъ, такъ и при сложномъ преступленiи, при стеченiи нѣсколькихъ преступленiй. Самый ходъ упражненiй въ рѣшенiи уголовныхъ случаевъ ничѣмъ не отличается отъ рѣшенiя случаевъ гражданскихъ.

Вотъ для примѣра рядъ задачъ:

1) А вздумалъ украсть вещь у Б и немедленно отправился къ нему въ домъ, чтобы совершить воровство — кражу, въ чемъ и успѣлъ и признанъ по суду виновнымъ: спрашивается, совершилъ онъ противузаконное дѣянiе по внезапному намѣренiю или по заранѣе обдуманному?

2) А, добывъ отраву чтобы умертвить Б, смѣшалъ ее съ водкою и поставилъ на мѣстѣ, гдѣ Б легко могъ ее выпить, если бы не былъ предваренъ участникомъ Б. Представляется ли тутъ покушенiе на отравленiе или покушенiе устраняется обстоятельствами и представляется приготовленiе къ преступленiю, влекущее за собою меньшее наказанiе?

3) Четыре крестьянина напали ночью на мельницу, отбили двери и открыто, не смотря на крикъ бывшихъ тамъ людей, забрали иѣшки съ хлѣбомъ, не причиняя никому насилiя, а три года спустя возвращаясь съ ярмарки напали на проѣзжей дорогѣ на двухъ крестьянъ, отняли у нихъ вещи и причинили побой, вслѣдствiе которыхъ, какъ полагаютъ мѣстные обыватели, одинъ изъ подвергшихся нападенiю умеръ. Можно ли изъ этихъ данныхъ вывести, что преступленiя совершены шайкою и подходятъ подъ ст. 1148 и 2135 Улож. о наказ.?

добности приобрѣсти трудомъ и ученiемъ другую, начинаетъ сознавать свою зависимость отъ науки и постигать ее цѣну, начинаетъ вмѣстѣ съ тѣмъ любить ее: такъ созданы челоуки, что любимый предметъ удовлетворяетъ его потребность и предметъ, удовлетворяющiй потребность, внушаетъ любовь.

4) Подсудимый доказывает, что найденный у него краденый тулупъ, оцененный менѣе чѣмъ въ 30 руб. сер., купленъ имъ на базарѣ, не будучи впрочемъ въ состояніи доказать такого пріобрѣтенія; вмѣстѣ съ тѣмъ поведение подсудимаго на повальномъ обыскѣ опорочено и онъ былъ подъ судомъ по воровству и оставленъ въ сильнѣйшемъ подозрѣніи; совокупно съ настоящимъ обвиненіемъ признается виновнымъ въ двухъ кражахъ, оставляется по одной въ сильномъ - подозрѣніи, еще по одной свободнымъ. Представляется ли преступленіе кражи тулупа или укравательство краденаго?

5) Совершено растлѣніе съ согласія шестилѣтней жертвы, чуждой половыхъ понятій: можно ли присвоить такому согласію юридическое значеніе и считать его исключющимъ насиліе, а совершенное преступленіе влекущимъ за собою менѣе строгое наказаніе? Или должно допустить растлѣніе съ насиліемъ подобно тому какъ принимается изнасилованіе и надъ жертвою, приведенною въ безпамятство?

6) Въ квартирѣ лица А, въ отсутствіи его, сдѣлана выемка контрабанды въ бытность малолѣтней дочери, показывающей, что контрабанда въ видѣ свертка неизвѣстнаго ей содержанія отдана на временное храненіе сосѣдкою, которая однакоже въ этомъ не созналась и ничѣмъ не уличена. Подлежитъ ли кто-либо отвѣтственности за контрабанду и если подлежитъ, то кто?

7) Виновные въ перевозкѣ контрабандныхъ товаровъ доказываютъ хозяина оныхъ, котораго однакожъ судъ оставляетъ только въ подозрѣніи. Примѣняется ли къ виновнымъ ст. 799 или ст. 810 п. 1. Ул. о нак.? (Ср. ст. 1167 Ул. о нак.)

8) А, двадцати лѣтъ, изъятый отъ тѣлеснаго наказанія, оказывается виновнымъ въ заранѣе обдуманномъ святотатствѣ: какое вліаніе въ правѣ онъ приписать несовершеннолѣтію какъ обстоятельству, уменьшающему вину и строгость наказанія, на опредѣленіе мѣры его наказанія?

9) Шестнадцатилѣтній преступникъ изъ крестьянъ отлучился самовольно изъ мѣста жительства, совершилъ потомъ у навѣщающаго его хозяина ночью кражу со взломомъ окна съ наведеннымъ сообщникомъ цѣною на 10 руб., совершилъ еще другую кражу ночью же суммою на 30 руб. и бѣжалъ изъ тюрьмы со взломомъ рѣшетки отъ ея окна: слѣдуетъ приговорить его къ наказанію, при соображеніи, что онъ сознался во всемъ на первомъ допросѣ и послѣ побѣга добровольно явился къ слѣдствию.

10) Тринадцати лѣтъ дѣвушка совершила поджогъ дома въ надеждѣ, что когда сгоритъ онъ, она переѣдетъ жить къ матери

своей. Слѣдуетъ опредѣлить мѣру наказанія при соображеніи статей 157. 158. 159. Ул. о наказ.)

Ш) Государственная или канцелярская практика по отношенію къ производству судебных дѣлъ. Упражненія обвиняютъ все то, что не составляетъ особенности производства гражданскихъ и уголовныхъ дѣлъ и приготавлиются отчасти къ обычному движенію бумаги, отчасти къ обыкновенному ходу занятій дѣлопроизводителей. Такимъ образомъ они могутъ быть производимы въ слѣдующей послѣдовательности и въ слѣдующемъ видѣ.

А. Вступленіе бумаги въ присутственное мѣсто: сюда относится росписка дежурнаго въ различныхъ книгахъ, получение пакетовъ съ почты, веденіе дежурной книги; при семъ упражняющійся долженъ быть ознакомленъ съ необходимыми при приѣмѣ бумагъ предосторожностями относительно могущихъ быть приложенными документовъ, времени полученія, передачи дежурства.

Б. Поступленіе бумаги въ присутствіе и въ регистратуру. Вниманіе учащагося обращается на отмѣтки, дѣлаемые на бумагахъ, на сохраненіе кувертовъ, на веденіе реэстра входящихъ бумагъ; для упражненія ему даются для внесенія въ таковой разныя бумаги съ приложениями и безъ нихъ и заставляютъ его обозначать содержаніе бумаги съ надлежащею краткостью и сжатостью.

В. Поступленіе бумаги въ производство. Учащійся вступаетъ въ дѣятельность дѣлопроизводителя, завѣдывающаго отдѣленіемъ, обыкновенно столomъ канцеляріи. Въ качествѣ такового онъ вноситъ бумагу въ настольный реэстръ бумагъ по формѣ, данной Высочайшимъ указомъ о сокращеніи дѣлопроизводства отъ 28 Января 1852 г. и такъ — какъ бумаги составляютъ у него дѣла, ведетъ настольный реэстръ дѣламъ по формѣ того же указа. Чтобы практикантъ могъ выполнить всѣ графы, ему даются цѣлыя производства съ тѣмъ, чтобы онъ имѣющимися въ нихъ данными выполнилъ графы реэстра бумагъ и реэстра дѣлъ, при чемъ обращаютъ его вниманіе на случай, когда всѣ графы не могутъ быть выполнены и на переносъ дѣлъ изъ реэстра одного года въ реэстръ слѣдующихъ лѣтъ. Разумѣется, наставникъ не преминетъ указать, что въ дѣйствительности графы выполняются не за — разъ, а собственно постепенно по мѣрѣ движенія бумаги и дѣла. Случай, затрудняющій при веденіи настольнаго реэстра дѣлъ, есть производство по

*) Въ 1834 г. вышло хорошо составленное собраніе задачъ (200) по Уголовному Праву подъ заглавіемъ: *Casustik des Criminalrechts. Von Dr. Ed. Osenbrüggen. Въ Шафгаузенѣ.*

дѣлу по рѣшеніи, напр. вслѣдствіе рѣшенія въ апелляціонной инстанціи и при уничтоженіи перваго производства и постановленіи новаго рѣшенія. Упражненіями должно уяснить его. Равнымъ образомъ слѣдуетъ показывать учащемуся дѣйствительно веденные реэстры и заставлять его употреблять сообразно цѣли ихъ установленія, т. е. опредѣлять по нимъ положеніе производствъ. По поводу имѣющихся на рукахъ у завѣдывающаго столомъ бумагъ, документовъ и дѣлъ могутъ быть потребны другія какія-либо вѣдомости, поэтому слѣдуетъ учащемуся задавать примѣрное составленіе таковыхъ, съ тѣмъ, чтобы онъ самъ сообразилъ, въ какихъ графахъ можетъ по предмету ихъ быть потребность. Такъ можно предложить, чтобы придумана была вѣдомость объ арстантахъ, о которыхъ производятся дѣла, объ имѣющихся въ производствѣ актахъ и т. п.

За тѣмъ слѣдуетъ перейти къ приготовленію бумаги къ докладу, къ упражненіямъ въ справкахъ и запросахъ; для первыхъ даются практиканту цѣли дѣла съ тѣмъ, чтобы онъ писалъ справки по имѣющимся въ нихъ даннымъ къ одной или нѣсколькимъ изъ входящихъ бумагъ, поступившихъ послѣ первыхъ въ дѣлѣ. Если оказывается, что справка должна выйти чрезвычайно обширная, то достаточно, если практикантъ отмѣтитъ, что изъ предшествующаго бумагѣ производства должно войти въ составъ справки. Должно приучаться излагать ее по возможности близко къ дѣлу, хотя, разумѣется, не въ ущербъ связности. Запросы въ судебной практикѣ почти стереотипны: прочитавъ нѣсколько готовыхъ, учащійся легко подъ нихъ поддѣлывается самъ; относительно запросовъ, посылаемыхъ въ чужія канцеляріи, слѣдуетъ обратить его вниманіе на надлежащую осторожность, чтобы помѣщать только то, что именно требуется для полученія какого-либо свѣдѣнія, безъ изъясненія, для чего оно нужно и что имѣется въ виду извлечь изъ него.

Приготовленіе бумаги къ докладу заключается составленіемъ проекта опредѣленія; относительно сего канцелярская практика должна имѣть въ виду: во-первыхъ приспособленіе учащагося къ изложенію какихъ бы то ни было опредѣленій, такъ-какъ канцеляристъ собственно только формулируетъ на письмѣ то что опредѣляетъ присутствіе; съ этою цѣлью можно задавать учащемуся темы для составленія опредѣленій, напр. о признаніи вѣрющаго письма недостаточнымъ въ подлежащемъ случаѣ, объ отводѣ судьи, объ отводѣ свидѣтеля, объ истребованіи обезпеченія и т. п.; во-вторыхъ ознакомленіе съ стереотипными опредѣленіями, безпрестанно встрѣчающимися въ производствѣ, точное приворвленіе къ которымъ требуется отъ служащаго. Сюда отно-

сятя по судебному вѣдомству опредѣленія о вызовѣ отвѣтчика къ суду и выдачѣ явившемуся отвѣтчику копія съ прошенія, объ истребованіи отзыва истца по объясненію отвѣтчика, вторичнаго объясненія сего послѣдняго, объ отсрочкахъ, объ истребованіи доказательствъ, о вызовѣ къ рукоприкладству по выпискѣ; сюда же относятся часть рѣшенія о вызовѣ тяжущихся къ выслушанію рѣшенія, опредѣленія о возвращеніи прошенія съ надписью, о неудовольствіи выслушавшей рѣшеніе тяжущейся стороны, опредѣленія о разсмотрѣніи уголовного слѣдствія, о подтвердительномъ допросѣ судимаго лица и подобныя опредѣленія. Полезно наставнику имѣть подъ рукою собраніе такихъ однообразныхъ или стереотипныхъ опредѣленій судебныхъ и даже вообще присутственныхъ мѣстъ или по крайней мѣрѣ судебныхъ мѣстъ по всѣмъ вообще дѣламъ: по спорнымъ гражданскимъ всѣхъ инстанцій, по укрѣпленію правъ, по опекунскимъ, уголовнымъ дѣламъ. Удобнѣе всего составлять такую коллекцію по столамъ присутственныхъ мѣстъ и хранить ее также въ такомъ видѣ, такъ-какъ чаще всего распределеніе дѣлъ по столамъ основано на различіи самыхъ предметовъ, которыхъ касаются дѣла, каждый же изъ нихъ можетъ обусловливать извѣстнаго рода однообразныя опредѣленія. Чтеніе этого собранія очевидно принесетъ пользу учащемуся, если онъ постарается усвоить себѣ что въ отдѣльныхъ опредѣленіяхъ есть основательнаго, послѣдовательнаго и избѣгать вкрадывающіяся въ нихъ неправильности изложенія.

Ознакомленный на дѣлѣ съ справками, запросами, проектами опредѣленій, учащійся, разумѣется, въ формальномъ отношеніи не затруднится изготовленіемъ какого бы ни было доклада, хотя бы таковой производился и независимо отъ вступившей бумаги, и можетъ приступить къ упражненіямъ по исполнительнымъ бумагамъ. Ему даются опредѣленія, требующія таковыхъ и предоставляютъ писать ихъ по даннымъ образцамъ, которые оказываются почти въ каждомъ дѣлѣ. Учащемуся конечно представится поводъ написать по нѣсколькимъ исполненіямъ каждаго почти вида: указовъ, предложеній, отношеній, рапортовъ, представленій, свидѣтельствъ съ соблюденіемъ относящихся до нихъ формальностей. Главнымъ образомъ вниманіе конечно должно быть обращено на самое изложеніе исполненій, т. е. чтобы оно вполне соотвѣтствовало опредѣленію и подходило подъ самый текстъ его, чтобы выборка изъ опредѣленій была сдѣлана какъ слѣдуетъ для подлежащихъ исполненій и каждое содержало именно то, что опредѣленіе имѣетъ въ виду сообщить исполнительною бумагою и въ томъ объемѣ, который имѣетъ оно въ виду (напр.

съ прописаніемъ справки или такого-то пункта справки или безъ сего, съ прописаніемъ всего доклада, съ изложеніемъ мнѣнія меньшинства и т. п.). Но не должны быть упущены изъ виду обстоятельства второстепенныя, каковы формы бумагъ, соотвѣтственныя исполненію отмѣтки въ производствѣ, веденіе реэстра исходящихъ бумагъ по регистратурѣ, умѣнье сложить бумагу, запечатать ее, адресовка, записка въ разносную книгу, отправленіе бумаги, отобраніе подписки и т. д.

За тѣмъ упражненія обращаются къ правильному составленію дѣлъ изъ бумагъ, къ составленію описей, алфавитовъ.

Г. Наконецъ къ канцелярской же практикѣ принадлежатъ упражненія по архивной части. Учащійся составляетъ надлежащія описи для сдачи дѣлъ, ведетъ соотвѣтственно описямъ архивныя книги, знакомится съ выдачею дѣлъ изъ архива, упражняется въ выборкѣ свѣдѣній, потребныхъ присутствію изъ хранящихся въ архивѣ дѣлъ. Незатруднительно конечно будетъ доставить учащемуся случай посѣтить какой-либо архивъ и выкнутъ въ его устройство.

IV) Гражданская практика. Она обнимаетъ во-первыхъ упражненія по Гражданскому Судопроизводству, соотвѣтствующія практическимъ работамъ по Гражданскому Праву, т. е. рѣшеніе судопроизводственныхъ случаевъ независимо отъ соображенія формъ и сочиненіе просительскихъ судопроизводственныхъ актовъ, не составляющихъ дальнѣйшаго звена въ самомъ процессѣ, собственно обуславливаемого имѣющимися въ немъ данными, каковы договоры, заключаемые по поводу процесса: довѣренность, уступка иска, договорное вступленіе въ мѣсто отвѣтчика, мировыя сдѣлки, прошенія.

При разсмотрѣніи случаевъ, письменномъ и словесномъ, только идетъ рѣчь о судопроизводственныхъ правахъ и обязательствахъ прикосновенныхъ лицъ. Примѣры такихъ случаевъ слѣдующіе:

А. По производству укрѣпленія правъ.

1) Судебное мѣсто отказываетъ въ свидѣтельствovanіи домашняго духовнаго завѣщанія, написаннаго, какъ на немъ законно значится, духовнымъ отцомъ завѣщателя и сверхъ того подписаннаго двумя свидѣтелями.

2) Также въ свидѣтельствovanіи завѣщанія, подписаннаго за неграмотныхъ свидѣтелей по просьбѣ ихъ другими лицами; въ обоихъ случаяхъ подлежащія душеприкащики приносятъ жалобу, основательность которой требуется взвѣсить.

3) Судебное мѣсто, свидѣтельствуя вѣрующее письмо, требуетъ пошлинъ за актъ: въ правѣ ли довѣритель уклониться отъ ихъ взноса?

4) Судебное мѣсто отказываетъ въ совершеніи данной на недвижимость, проданную конкурснымъ управленіемъ аукціоннымъ порядкомъ за несоблюденіе формальностей при публикаціи о продажѣ. Справедливъ ли отказъ?

5) Подлежитъ ли укрѣпленію мировая сдѣлка, по которой отвѣтчикъ предоставляетъ истцу отъискиваемое послѣднимъ недвижимое имущество, актуально числящееся за отвѣтчикомъ, безъ взысканія притомъ крѣпостныхъ пошлинъ?

6) Маклеръ противится засвидѣтельствовать контрактъ, по которому мастеръ нанимается обучить ученика ремеслу въ теченіи пяти лѣтъ съ обязательствомъ ученика находиться затѣмъ два года по найму у мастера, отзываясь, что тутъ прикрытъ семигодовой личный наемъ. Судъ оправдываетъ маклера: справедливо ли?

7) А даритъ крестьянъ безъ земли лицу Б, показывая по совѣсти цѣну ихъ менѣе 300 руб. сер., хотя указная цѣна со включеніемъ земли превышаетъ эту сумму, и ему же продаетъ землю за указную цѣну, не достигающую 300 руб.; могутъ ли акты отчужденія быть совершены въ Уѣздномъ Судѣ?

Б. По спорному производству.

8) Возникаетъ споръ по договору, по которому контрагенты обязались оканчивать всѣ недоразумѣнія миролюбиво: въ правѣ ли одинъ безъ согласія другого прибѣгнуть къ судебной защитѣ и предъявить искъ?

9) А, приобрѣтшій вещь у Б за отдачу своей вещи лицу В, находитъ, что она не соответствуетъ уговору: къ кому онъ въ правѣ обратиться за удовлетвореніемъ, къ Б или къ В?

10) Довѣренность дана на веденіе процесса: въ правѣ ли ходатай въ силу ея заключить выгодную для довѣрителя мировую сдѣлку?

11) Вѣритель обязался въ теченіе двухъ лѣтъ со времени просрочки не представлять обязательства ко взысканію: въ правѣ ли онъ предъявить искъ о взысканіи чрезъ девять лѣтъ по истеченіи двухлѣтія?

12) Взысканіе, производящееся исполнительнымъ порядкомъ, признается полиціею спорнымъ и дѣло о немъ помимо лица взыскивающего отсылается ею въ судъ, который подвергаетъ дѣло разсмотрѣнію: въ правѣ ли ищущая сторона отозваться недействительностью судебного производства, такъ-какъ она о немъ не просила и постановленіе полиціи не было ей вопреки просьбѣ объявлено, хотя могло бы быть обжаловано и измѣнено высшимъ исполнительнымъ мѣстомъ въ томъ смыслѣ, что взысканіе было бы признано безспорнымъ, въ каковомъ случаѣ оно не приостановилось бы и лице, которое ему подверглось, само должно бы было предъявить искъ въ судъ, если бы захотѣло вознаграждать себя за послѣдствія взысканія?

13) А отыскиваетъ вознагражденія за ущербъ, причиненный ему лицомъ Б, который однакоже отзывается, что такъ-какъ вознагражденіе должно быть произведено въ случаѣ злого умысла съ его стороны или неосторожности, А обязанъ доказать существованіе этихъ принадлежностей правонарушенія. А съ своей стороны возлагаетъ на Б доказательство ихъ отсутствія. Кто правъ?

14) А ищетъ извѣстной суммы на Б, какъ долговой, послѣдній признаетъ судебнымъ порядкомъ, что получилъ такую, но въ видѣ дара, въ настоящемъ случаѣ возврату не подлежащаго. Спрашивается, есть ли здѣсь признаніе въ смыслѣ совершеннаго доказательства?

15) Тяжущійся ссылается на свидѣтеля, съ которымъ состоить во враждѣ; противная сторона отводитъ его, утверждая, что вражда препятствуетъ дѣйствительному свидѣтельскому показанію: основательно ли такое заявленіе?

16) Рѣшеніе не объявляется тяжущейся стороной за непредставленіемъ ею гербовыхъ пошлинъ за копию съ рѣшенія, отъ полученія которой она отказывается, и за тѣмъ вступаетъ въ окончательную законную силу: основателенъ ли отказъ суда въ объявленіи рѣшенія?

17) Судебное мѣсто, рассматривая апелляціонное дѣло, уничтожаетъ производство низшей инстанціи на томъ основаніи, что прошеніе первоначальное истца - апеллятора представляется исковымъ, но подано безъ приложенія пошлинъ, хотя апелляторъ только просилъ объ измѣненіи обжалованнаго рѣшенія. Въ правѣ ли поступить такимъ образомъ судъ?

Въ упражненіяхъ по сочиненію судопроизводственныхъ бумагъ соблюдаются указанія, сдѣланныя относительно занятій по изложенію договоровъ; прошенія должно писать практикантамъ съ соблюденіемъ всѣхъ формальностей и согласно силлогистическому ихъ характеру; подлежавшіе разсмотрѣнію юридическіе случаи могутъ удобно служить темами для прошеній.

Другая часть гражданской практики обнимаетъ формальную сторону судопроизводства и притомъ во-первыхъ производство по укрѣпленію правъ и во-вторыхъ по спорнымъ разбирательствамъ.

Упражненія въ коробораціи актовъ обнимаютъ постановленія по поданнымъ о ней прошеніямъ и словеснымъ заявленіямъ, отобраніе подтвердительныхъ сказокъ, допросовъ, запросы о препятствіяхъ, расчисленіе подлежащихъ взысканію по данному акту пошлинъ, доклады съ постановленіемъ объ укрѣпленіи крѣпостныхъ — явочныхъ актовъ, изложеніе надлежащихъ надписей и отмѣтокъ на тѣхъ и другихъ, сочиненіе подлежащихъ объявленій, веденіе подлежащихъ книгъ, образцы конхъ должны быть

показываемы учащимся, постановленія объ отказѣ въ укрѣпленіи; далѣе маклерскія засвидѣтельствованія и нотаріальные протесты. При ограниченномъ времени слѣдуетъ стараться провести по крайней мѣрѣ чрезъ обычные фазисы короборацию купчей крѣпости, закладной и духовнаго завѣщанія.

Упражнения по спорнымъ дѣламъ ведутся слѣдующимъ образомъ, конечно если имъ уже предшествовала канцелярская практика, ознакомившая съ стереотипными опредѣленіями судопроизводства, какъ то вызовомъ къ суду, истребованіемъ объясненія и т. д.: по акту, содержащему предъявленіе иска, требуется сочиненіе объясненія, при чемъ выбираются случаи, въ которыхъ практикантъ по понятіямъ своимъ дѣйствительно сознаетъ себя противникомъ истца, ибо объясненіе можетъ собственно касаться однихъ юридическихъ основанийъ иска, а не фактическихъ, на устраненіе которыхъ въ упражненіяхъ нѣтъ данныхъ, опроверженіе же первыхъ не должно быть дѣломъ софистики, а вытекать изъ убѣжденій пишущаго. Конечно практикантъ долженъ умѣть писать и противъ убѣжденія, но не просительскія бумаги, а, по отношеніямъ служебной подчиненности, постановленія присутственнаго мѣста или должностнаго лица, но въ такомъ случаѣ участіе его является лишь механическимъ: данный ему матеріалъ онъ облакаетъ въ надлежащую форму. Сказанное объ объясненіи примѣняется и къ дальнѣйшимъ судопроизводственнымъ актамъ тяжущихся, т. е. доказательству истца и опроверженію отвѣтчика.

Когда совершенъ обмѣнъ объяснительныхъ актовъ, упражненія обращаются къ отдѣльному разсмотрѣнію вопроса о доказательствахъ, хотя въ дѣйствительности оно идетъ нерѣдко параллельно съ обмѣномъ объясненій: учащемуся предоставляется по даннымъ объясненіямъ тяжущихся сторонъ составить докладъ о доказательствахъ, въ которомъ онъ главнымъ образомъ выводитъ, что должно считаться не нуждающимся въ дальнѣйшемъ доказываніи въ дѣлѣ и что именно еще должно быть доказано для того, чтобы рѣшеніе не обусловливалось недоказанностью како-либо факта и на кого слѣдуетъ возложить доказательство. Равнымъ образомъ учащемуся слѣдуетъ писать вопросные пункты свидѣтелямъ, формулировать удовлетворительныя судебныя признанія; ему же предлагаются на разсмотрѣніе таковыя признанія, письменныя доказательства, свидѣтельскія показанія, и т. п. акты, съ тѣмъ, чтобы опредѣлить, что именно ими доказано и доказано ли что предполагалось доказать. Также предлагаются учащемуся доказательства съ ихъ опроверженіями и доказательствами противоположныхъ фактовъ съ тѣмъ чтобы онъ взвѣшивалъ тѣ

и другія и приучался къ выводамъ о силѣ тѣхъ и другихъ. Въ заключеніе полезно дать практиканту дѣло съ цѣлымъ производствомъ о доказательствахъ и поручить ему составленіе доклада, изъ котораго бы явствовало, въ какомъ положеніи находится дѣло, т. е. что должно въ немъ считаться надлежаще доказаннымъ. За тѣмъ возлагаютъ на него сочиненіе выписки по принятымъ въ судебномъ вѣдомствѣ правиламъ и по имѣющимся образцамъ. Чтобы не терять на нее много времени, можно допустить, чтобы учащійся прописывалъ только бумаги въ установленномъ порядкѣ, изъ которыхъ выписка должна быть составлена и за тѣмъ отмѣчать на самыхъ бумагахъ, что изъ нихъ должно войти въ составъ выписки, съ какими переменами и съ какими вставками, тѣмъ болѣе, что и въ практикѣ участіе дѣлопроизводителей въ составленіи выписки нерѣдко ограничивается такою дѣятельностью; но всегда должно требовать слѣдующаго за обстоятельствами дѣла краткаго его изложенія (исторіи дѣла, какъ называется оно въ нѣкоторыхъ выпискахъ Правительствующаго Сената, — *species facti*) и указанія приличныхъ законовъ, послѣдняго главнымъ образомъ для того, чтобы освоить учащагося съ приисканіемъ постановленій въ источникахъ дѣйствующаго законодательства и съ точною ссылкой на законы, при чемъ слѣдуетъ приучать его къ извѣстной умѣренности, чтобы онъ указывалъ лишь на законы, долженствующіе лежать въ основаніи рѣшенія, а не на всѣ обусловливавшіе самый ходъ процесса законы; напр. если имѣется въ виду признать искъ неосновательнымъ за недоказанность представленныхъ истцомъ и существенныхъ для дѣла заявленій, то слѣдуетъ конечно указать на статью Св. гр. зак., вмѣняющую истцу въ обязательство доказать искъ, но если это сдѣлано, такъ что самое рѣшеніе уже не въ зависимости отъ недоказанности, то нѣтъ и надобности представлять означенную цитату.

Для упражненія въ рукоприкладствѣ по выпискамъ даются дѣла съ изготовленными по нимъ выписками съ тѣмъ, чтобы учащійся опредѣлялъ правильно ли онѣ представляютъ заявленія тяжущихся сторонъ и самый ходъ дѣла, и указалъ бы въ противномъ случаѣ ихъ недостатки, преимущественно вникая въ тѣ, которые касаются интереса тяжущихся сторонъ, въ огражденіе котораго допускается рукоприкладство. Разумѣется, что при семъ учащійся можетъ быть ознакомленъ съ случаями, въ которыхъ рукоприкладство вызываетъ судъ на какое-либо особое опредѣленіе и отдаляетъ самое слушаніе выписки.

Рѣшенія пишетъ практикантъ по однимъ выпискамъ, облекая ихъ въ принятую въ Правительствующемъ Сенатѣ форму.

какъ пользующуюся наибольшимъ у насъ авторитетомъ, но, разумѣется, часть рѣшенія, слѣдующая за «приказали», содержащая повтореніе или сокращеніе краткаго изложенія дѣла, можетъ при семъ быть выпущена, такъ-какъ составленію рѣшеній уже предшествовали упражненія въ изображеніи исторіи дѣла. При изложеніи вопросовъ, представляющихся въ дѣлѣ по мнѣнію практиканта, должно соблюдать, чтобы онъ непременно рѣшалъ ихъ и указывалъ на такое разрѣшеніе, представляя какъ фактическія, такъ и юридическія основы, по которымъ оно происходитъ. За тѣмъ уже учащійся формулируетъ самое рѣшеніе съ соблюденіемъ, разумѣется, всѣхъ формальностей и, если есть данныя, съ приблизительнымъ по крайней мѣрѣ расчетомъ взысканій. Для большей разносторонности этихъ занятій полезно также излагать рѣшенія соотвѣтственно силогистической ихъ природѣ, т. е. чтобы законы и получаемые изъ нихъ выводы составляли большую посылку, существенныя обстоятельства дѣла меньшую, а самое рѣшеніе заключеніе, въ каковомъ случаѣ основанія рѣшенія могутъ быть изложены въ видѣ отдѣльныхъ соображеній (такимъ образомъ: судъ, принимая въ соображеніе во-первыхъ то-то, во-вторыхъ то-то и т. д., постановляетъ на основаніи такихъ-то статей признать то-то). Равнымъ образомъ можетъ быть допущено изложеніе основаній рѣшенія въ связи вслѣдъ за самымъ рѣшеніемъ въ видѣ оправданія его рациональности и можетъ также составлять упражненіе изложеніе основаній въ противоположность тѣмъ, которыя говорятъ въ пользу иного рѣшенія (*rationes decidendi et rationes dubitandi*).

Уже ознакомленный съ апелляціоннымъ обрядомъ, учащійся упражняется въ сочиненія частныхъ и апелляціонныхъ жалобъ, при чемъ соблюдается замѣченное относительно объясненій по прошеніямъ, т. е. чтобы вызывающій неудовольствіе судебный актъ представлялъ дѣйствительно по понятіямъ пишущаго основаніе жалобъ, иначе будетъ упражненіе въ ябеднической, а не въ юридической практикѣ. Объясненіе же суда по частной жалобѣ, будучи обыкновенно лишь простымъ изложеніемъ справки, разумѣется, можетъ быть писано всякимъ, безъ разбора убѣжденій. Опредѣленія по частнымъ жалобамъ и апелляціонныя рѣшенія пишутся практикантомъ по примѣру рѣшеній въ первой степени суда съ соблюденіемъ, разумѣется, законныхъ принадлежностей; онъ долженъ имѣть случай излагать рѣшенія, которыми утверждаются, сполна или отчасти, рѣшенія высшихъ мѣстъ, совершенно замѣняются и которыми уничтожаются производства, и при семъ онъ пріучается вращаться по возможности въ предѣлахъ жалобы, такъ-какъ значеніе производства въ высшей степени суда глав-

нымъ образомъ заключается въ томъ , чтобы призвать жалобу основательною, апелляцію правою или напротивъ. вмѣстѣ съ тѣмъ и для указанія противоположности производства учащемуся можетъ быть предоставлена разработка слѣдственнаго гражданскаго дѣла въ ревизіонной инстанціи. Для заключенія же этой части практики онъ долженъ написать нѣсколько бумагъ въ видѣ протестовъ Стряпчаго, Прокурора, предложеній Оберъ-Прокурора по гражданскимъ дѣламъ, разумѣется, по даннымъ, отчасти добытымъ изъ прежнихъ упражненій, отчасти новымъ. Сенатскія печатныя записки составляютъ въ семь случаевъ, равно какъ и для практики въ рѣшеніяхъ высшихъ степеней суда, превосходный матеріалъ.

V) Практика уголовная. Подобно гражданской она предполагаетъ во-первыхъ рѣшеніе слѣдо- и судопроизводственныхъ случаевъ, во-вторыхъ сочиненіе просительскихъ бумагъ, въ-третьихъ упражненіе какъ въ производствѣ слѣдствій, такъ и въ судѣ по уголовнымъ дѣламъ.

Представимъ для примѣра рядъ юридическихъ случаевъ.

A) По слѣдственной части.

1) Въ Москвѣ убитъ А, продавшій находящееся въ Казанской губерніи населенное имѣніе лицу Б, и оставленный у него для услугъ приписанный къ сему имѣнію дворовый человекъ В заподозрѣнъ въ совершеніи сего преступленія: возникаетъ вопросъ, должно ли слѣдствіе о немъ быть произведено Губернскимъ Предводителемъ дворянства и какимъ именно, или, на общемъ основаніи, полиціею.

2) Лицо обокраденное, зная вора, уклоняется отъ его указанія и чрезъ то затрудняется слѣдствіе: какъ поступить въ такомъ случаѣ слѣдователю?

3) По случаю ночной кражи, въ совершеніи которой обвиняются два лица, производится слѣдствіе: оба они успѣли скрыться, преслѣдуемые около берега рѣки лицомъ обокраденнымъ и его сосѣдомъ; въ правѣ ли слѣдователь обратиться на послѣднихъ и подвергнуть ихъ задержанію, по предположенію, что они вступили при преслѣдованіи въ драку съ обвиняемыми въ преступленіи, могли убить ихъ и бросить трупы въ рѣку?

4) А подаетъ начальнику губерніи прошеніе на простой бумагѣ, содержащее не подкрѣпленную никакими доказательствами жалобу на управляющаго имѣніемъ матери просителя въ захватѣ господскихъ и мірскихъ денегъ. Представляется ли поводъ къ формальному слѣдствію и можетъ ли начальникъ губерніи поручать его слѣдователю для совокушнаго производства съ слѣд-

ствіемъ, которое наряжено не начальникомъ губерніи, а Губернскимъ Правленіемъ ?

5) Производится слѣдствіе по дѣйствіямъ слѣдователя, оказавшимся при перенесеніи неправильными. Состоящій подъ слѣдствіемъ съ своей стороны указываетъ на пристрастные допросы переслѣдователя, который по этому также требуется къ допросу: въ правѣ ли онъ отъ него уклониться по уваженію, что слѣдствіе наряжено не надъ нимъ, а надъ первымъ слѣдователемъ ?

6) Чтобы привести въ исполненіе распоряженіе о снятіи ареста Становой Приставъ отправился въ вотчину лица А, но подвергся при семъ тяжкому оскорбленію со стороны его жены, о чемъ довелъ до свѣдѣнія Земскаго Суда, который поручилъ другому Приставу произвести о семъ происшествіи слѣдствіе, не стѣсняясь тѣмъ, что по постановленію Губернскаго Правленія командированъ чиновникъ для изслѣдованія по прошенію А о неправильномъ будто бы заключеніи договора. вслѣдствіе существованія котораго воспослѣдовало распоряженіе о снятіи ареста, наложеннаго этимъ слѣдователемъ. Основательно ли распоряженіе Земскаго Суда ?

7) Слѣдствіе начато по жалобѣ частнаго лица и прекращено по усмотрѣнію полицейскаго вѣдомства, не будучи приведено къ окончанію, будто бы по бездоказательности дѣла. Истецъ жалуется на такое дѣйствіе и требуетъ дальнѣйшаго производства слѣдствія и передачи его по окончаніи въ уголовный судъ. Основательно ли такое требованіе ?

8) Обязано ли начальствующее мѣсто устранить слѣдователя, котораго отводитъ находящееся подъ слѣдствіемъ лицо по одному изъ основаній, оправдывающихъ отводъ судьи ?

9) Обвиняемый доказываетъ, что имѣющій значеніе для слѣдствія документъ находится у сторонняго лица, которое на сдѣланный ему запросъ отзывается неимѣніемъ документа. Въ правѣ ли слѣдователь, по уклоненію того лица дать присягу предварительно показанія или послѣ онаго, произвести въ домѣ сего лица обыскъ ?

10) Отправленные подъ стражею къ Становому Приставу подсудимые учинили побѣгъ, по показанію стражниковъ употребивъ для того насиліе и причинивъ имъ побои, по показанію же въ послѣдствіи пойманныхъ подсудимыхъ по подкупу стражниковъ. Какимъ образомъ примѣняются къ настоящему случаю стт. 948, 1045, 1055, 1079, 1136, Св. з. у. и ст. 339 п. 2 Ул. о наказ. и какой результатъ ихъ примѣненія ?

Б) По уголовному суду.

1) Нѣкто А составилъ подложный указъ объ отставкѣ, будучи 20 л., и воспользовался имъ, имѣя 21 годъ отъ рода: подлежитъ ли онъ вѣдомству Совѣстнаго Суда или общей подсудности ?

2) Несовершеннолѣтній чиновникъ обвиняется въ преступленіи по должности: какому суду онъ подвѣдомственъ: Совѣстному Суду, вѣдающему дѣла несовершеннолѣтнихъ или Уголовной Палатѣ, вѣдающей преступленія по должностямъ?

3) По вступленіи приговора въ окончательную законную силу подсудимый совершилъ новое преступленіе; спрашивается: какое должно быть относительно онаго производство?

4) Отецъ жалуется на дочь за нанесенное ему вещественное оскорбленіе, при чемъ имѣется въ виду споръ ихъ по имѣнію, который однакоже, будучи подвергнутъ судебному разсмотрѣнію, прежде чѣмъ неблагопріятное отцу рѣшеніе вступило въ окончательную законную силу, прекращенъ мировымъ прошеніемъ, обнимающимъ и обиду. Спрашивается: можетъ ли быть прекращено дѣло по жалобѣ и если нѣтъ, то требуется ли изысканіе ея справедливости? Стг. 1598 Св. зак. уг. 162, 2084 Ул. о наказ.

5) По дѣлу о лѣсной порубкѣ падаетъ на А казенное взысканіе, на удовлетвореніе котораго оказывается спорное имуществъ, состоящее въ чужомъ владѣніи: въ правѣ ли судебное мѣсто обязать А своевременнымъ начатіемъ иска противъ владѣльца, съ тѣмъ, чтобы въ случаѣ отсужденія отъ него имущества оно было употреблено на исполненіе взысканія?

6) Подсудимый сознался въ совершеніи кражи по уговору и въ обществѣ съ двумя наведенными людьми, изъ которыхъ одинъ оказывается неизобличеннымъ, а другой не отысканъ: долженъ ли подсудимый быть приговоренъ къ наказанію согласно полному его признанію, или оно должно быть сведено къ признанію въ кражѣ безъ уговора и сообщества?

7) Изъ казеннаго казначейства пропали деньги и виновный въ похищеніи не открытъ: можетъ ли судебное мѣсто признать не преданнаго суду за упущеніе по должности казначея обязаннымъ вознаградить пропажу, не производя надъ нимъ суда за упущеніе по должности?

8) Постановивъ въ мѣстѣ по уголовному дѣлу, что представляются въ немъ упущенія слѣдователя, въ правѣ ли Уѣздный Судъ довести о нихъ до свѣденія подлежащаго начальства прежде обращенія мѣстнаго къ должному исполненію?

9) Подсудимый обвиняется въ грабежѣ нанятыхъ имъ лошадей, о которомъ объявлено было за два мѣсяца до его задержанія; ограбленный и отдавшій лошадей въ наймы и два достовѣрные лица признали подсудимаго нанимателемъ лошадей, а первый также похитителемъ; подсудимый же представилъ одно упорное заpiresательство и отрекся даже отъ бытности въ соотвѣтственное время въ подлежащей мѣстности, хотя уличается

въ томъ еще однимъ свидѣтелемъ. На повальномъ обыскѣ поведение подсудимаго опорочено: онъ показанъ занимающимся воровскими и грабежными дѣлами; онъ былъ подъ судомъ по обвиненію въ кражѣ изъ церкви денегъ, но рѣшеніемъ суда оставленъ свободнымъ; въ участіи въ кражѣ лошади оставленъ въ подозрѣніи; признанъ же виновнымъ въ самовольной отлучкѣ съ присвоеніемъ ложнаго имени и обвиняется еще въ преступленіи однородномъ съ подлежащимъ сужденію. Спрашивается: исключаетъ ли настоящій случай возможность недоумѣвать о виновности подсудимаго и слѣдуетъ ли признать его виновнымъ или оставить въ подозрѣніи?

Такъ-какъ Уложеніе о наказаніяхъ опредѣляетъ таковыя за одно и тоже преступленіе различно, смотря по мѣрѣ вины и обстоятельствамъ, ее увеличивающимъ и уменьшающимъ, и допускаетъ на извѣстныхъ основаніяхъ замѣну наказаній, то весьма полезны упражненія, освоивающія съ присужденіемъ опредѣленныхъ наказаній по соображенію всѣхъ обстоятельствъ, имѣющихъ вліяніе какъ на точнѣйшее ихъ установленіе, такъ и на замѣну. Само же Уложеніе можетъ представить матеріалъ для такихъ задачъ или почти безъ разбору могутъ быть для того употреблены уголовные случаи любого судебного мѣста, при чемъ достаточно пользоваться одними протоколами; или можно даже прибѣгать къ иностраннымъ случаямъ преступленій, предусмотрѣнныхъ нашимъ законодательствомъ *).

Просительскія бумаги по уголовной части: это объявленія о совершенныхъ преступленіяхъ, поручныя записки за подсудимыхъ, отзывы по уголовнымъ дѣламъ, простыя (нерѣдко имѣющіе видъ обыкновенныхъ прошеній или рукоприкладствъ) и апеліаціонныя. Такъ-какъ отзывы составляютъ у насъ защиту подсудимаго, то съ сочиненіемъ ихъ могутъ быть связаны вообще упражненія въ таковой защитѣ, возможной какъ при слѣдствіи, такъ и при судѣ, и заключающейся въ указаніи, что нѣтъ повода къ производству слѣдствія вообще или по крайней мѣрѣ подлежащимъ лицемъ, что нѣтъ потребныхъ признаковъ преступленія, что нѣтъ основаній къ подозрѣнію обвиняемаго и недостаточны приводимыя противъ него доказательства и улики, что есть доказательства его неви-

*) Сборники уголовныхъ случаевъ существуютъ въ достаточномъ количествѣ. Изъ новыхъ важнѣйшій: *Der neue Pitaval, eine Sammlung der interessantesten Criminalgeschichten aller Länder älterer und neuerer Zeit.* Herausgegeben von Hitzig und Häring; 12 Theile, 1842 — 7. Въ Лейпцигѣ. Изданіе продолжается.

ности или меньшей виновности или данныя, обезсиливашія приводимыя противъ него доказательства и улики, что есть основанія, освобождающія его отъ отвѣтственности или ослабляющія его виновность, что слѣдствіе не произведено съ надлежащею полнотою и правильною и требуетъ извѣстныхъ дополненій и исправленій или переслѣдованія или, по несправности упущеній, исключаетъ возможность признать подсудимаго виновнымъ, что наконецъ судъ произведенъ не на точномъ основаніи слѣдствія и съ соблюденіемъ установленныхъ правилъ и что нарушены законы въ опредѣленіи подсудимому болѣе тягостнаго наказанія. Матеріаломъ для такихъ упражненій могутъ служить сами по себѣ слѣдствія и цѣлья уголовнаго производства, именно чтобы опредѣлить имѣющіеся въ нихъ и могущіе клониться къ ущербу подсудимаго недостатки, или можно еще предположить извѣстные факты, на которые въ производствѣ нѣтъ указаній, съ тѣмъ, чтобы при помощи ихъ дѣлу дать видъ благопріятный для подсудимаго или по крайней мѣрѣ менѣе неблагопріятный нежели какъ представляется въ актахъ. Должно приучать практиканта, чтобы защита его не выходила изъ области фактовъ и юридическихъ доводовъ и не впадала въ общіе возгласы и въ декламацію, чтобы усердіе его къ пользамъ подсудимаго не увлекало его къ парадоксамъ и софизмамъ и чтобы требованія его соглашались съ законами и чуждались преувеличенія, нерѣдко компрометирующаго усильяхъ, ибо цѣль защиты только и должна состоять въ томъ, чтобы подсудимому обезпечить правосудіе на случай, что оно въ ущербъ ему могло бы быть нарушено органами общественной власти, потому ли что они увлекаются ревностью къ преслѣдованію представляющагося имъ преступленія или по какимъ-либо личнымъ соображеніямъ.

Самое изложеніе бумагъ конечно уже не затруднятъ практиканта, усильшаго пріобрѣсти нѣкоторую опытность на предшествовавшихъ упражненіяхъ.

Производство слѣдствій. Относящіяся сюда занятія касаются во-первыхъ пріобрѣтенія навыка производить слѣдствія, во-вторыхъ упражненій въ сочиненіи слѣдственныхъ актовъ. Первое можетъ быть достигнуто лишь въ весьма ограниченной мѣрѣ безъ участія въ дѣйствительномъ производствѣ слѣдствій подъ руководствомъ опытныхъ, образованныхъ и вполнѣ благонамѣренныхъ слѣдователей, которыхъ указанія и примѣры составляютъ конечно для надлежащимъ образомъ подготовленнаго ученика лучшую школу, точно также какъ съ другой стороны уроки дурного, замѣняющаго умѣнье пронырливостью и неразборчиваго на счетъ ведущихъ къ нерѣдко произвольной цѣли средствъ, положительно вредны практиканту, скрывая отъ него, такъ сказать, тѣсную

зависимость слѣдователя отъ данныхъ обстоятельствъ и необходимость разсчитывать главнымъ образомъ для успѣшнаго раскрытія истины на дѣятельность, терпѣніе и находчивость и приучая его добиваться результатовъ безъ этихъ качествъ болѣе грубыми приемами, внушая какую-то дерзкую самонадѣянность, нерѣдко способную до того ослѣпить слѣдователя, что онъ будетъ считать себя чуть-ли не всемогущимъ въ отношеніи къ подсудимому. Уже лучше ограничиться юристу однимъ теоретическимъ напутствіемъ чѣмъ пользоваться практическими уроками такого наставника: конечно первые опыты въ производствѣ слѣдствій не будутъ вполнѣ удачны и навѣкъ будетъ приобрѣтенъ не иначе какъ цѣною чувствительныхъ ошибокъ, но по крайней мѣрѣ дальнѣйшая дѣятельность юриста не будетъ заражена никакими грубыми воззрѣніями, и неумышленное упущеніе виновнаго въ одномъ случаѣ достаточно вознаградится отсутствіемъ умышленнаго или небрежнаго упущенія виновныхъ въ другихъ случаяхъ; довѣріе къ правосудію подрывается безнаказанностью уличеннаго, а не оставшагося дѣйствительно неизвѣстнымъ преступника, и примѣнительно къ мысли мудрой законодательницы можно сказать, что пусть лучше десятѣрнымъ преступникамъ удастся скрыть улики, чѣмъ одному уличенному остаться безъ заслуженнаго наказанія.

Участіе практиканта въ производствѣ слѣдствія возможно въ видѣ одного соприсутствованія при немъ или онъ можетъ замѣнить собою письмоводителя слѣдователя или наконецъ можетъ подъ руководствомъ и отвѣтственностію слѣдователя совершать извѣстныя относящіяся къ слѣдствію менѣе важныя дѣйствія, напр. допроситъ уличеннаго подсудимаго относительно стороннихъ обстоятельствъ преступленія, допроситъ свидѣтеля, произведетъ повальный обыскъ и т. п. Въ этомъ духѣ организовано обученіе будущихъ слѣдователей въ Пруссіи, гдѣ существуетъ особый разсадникъ ихъ подъ именемъ инквизиторіата.

Непосредственное участіе въ производствѣ слѣдствія отчасти однакожъ можетъ быть замѣнено извѣстными упражненіями. Такъ какъ существенно въ слѣдствіи только раскрытіе истины относительно какихъ-либо обстоятельствъ, большею частью случайно или умышленно скрытой, а не существенно, что они предполагаются въ связи съ нарушеніемъ уголовныхъ законовъ, то можно для упражненія подвергнуть изслѣдованію случай вовсе не предсудительный, съ тѣмъ, чтобы относящіяся до него обстоятельства были удовлетворительно разъяснены съ примѣнительнымъ употребленіемъ допускаемыхъ при слѣдствіяхъ приемовъ, при чемъ, разумѣется, слѣдуетъ избирать случаи, на раскрытіе которыхъ имѣются подъ рукою средства. Напр. практиканту можетъ быть

поручено изслѣдованіе, читаль-ли тогда-то товарищъ его такую-то книгу, застрѣлилъ ли другой его товарищъ на охотѣ звѣря, развѣдать въ точности всѣ обстоятельства какой-либо устроенной товарищами прогулки и т. п. Кромѣ того возможны упражненія относительно отдѣльныхъ частей слѣдствія, напр. могутъ быть устроены модели мѣстностей для производства осмотровъ; такъ модель внутренности дома, въ которомъ совершено оставившее какіе-либо слѣды убійство, кладовой, въ которой совершена кража со взломомъ, службъ, въ которыхъ произведенъ поджогъ и т. п. Равнымъ образомъ могутъ быть составлены вопросные пункты для предложенія подсудимому или свидѣтелю по приведеннымъ въ извѣстность обстоятельствамъ преступленія или могутъ изъ допроса быть извлечены дальнѣйшіе вопросные пункты.

Сочиненіе слѣдственныхъ актовъ должно происходить на заданныя темы, при чемъ одинъ предметъ можетъ быть проведенъ чрезъ всѣ акты слѣдствія съ тѣмъ, чтобы точнѣйшимъ образомъ содержаніе ихъ было установлено въ одномъ направленіи или темы могутъ мѣняться, смотря по удобству. Пусть слѣдствіе касается кражи, о которой обокраденнымъ подано объявленіе; практикантъ напишетъ актъ подтвердительнаго показанія объявителя, постановленіе о приглашеніи депутатовъ, актъ осмотра мѣстности, оцѣночный актъ, актъ выемки у подозрительныхъ людей, актъ заключенія подъ стражу, допроса подсудимаго, свидѣтелей, его обличающихъ, его оправдывающихъ, актъ сличенія почерковъ, актъ освобожденія на поручительство, повальный обыскъ, постановленіе о заключеніи слѣдствія.

Упражненія въ производствѣ уголовныхъ дѣлъ касаются главнымъ образомъ формальной стороны и слѣдуютъ ходу самаго процесса. Матеріаломъ служитъ данное слѣдствіе, которое и подвергается прежде всего разсмотрѣнію для удостовѣренія, произведено-ли оно съ надлежащею полнотою и правильностью, такъ что докладъ о переслѣдованіи или дополненіи слѣдствія можетъ составлять начало судебного производства. Предварительныя же упражненія составляютъ доклады объ отобраніи подтвердительнаго допроса отъ подсудимаго, о полученіи свѣдѣній о его лѣтахъ и состояніи, судимости и т. п. За тѣмъ составляется практикантомъ выписка изъ даннаго уголовного дѣла и представляютъ ему случай писать различнаго рода судебныя опредѣленія: приговоръ суда 1-й степени, обвиняющій подсудимаго, оставляющій его въ подозрѣніи, отъ суда его освобождающій, допускающій участіе нѣсколькихъ преступниковъ, виновныхъ въ различномъ видѣ и въ различной мѣрѣ, приговоръ, которымъ никто не признается виновнымъ (случай предается волѣ Божіей); въ такомъ же родѣ

учащійся составляет мнѣнія суда 1-й степени. За тѣмъ онъ свѣчается съ формализмомъ представленія мнѣній въ Палату уголовного суда и къ начальнику губерніи, на основаніи данныхъ матеріаловъ упражняется въ производствѣ дѣлъ въ средней степени суда, пишетъ протесты Прокурора, предложенія отъ имени начальника губерніи, утверждающія приговоры, мнѣнія начальника губерніи, представляемая Правительствующему Сенату, рапорты, при которыхъ препровождаются туда дѣла. Въ дальнѣйшемъ производствѣ дѣлъ требуетъ упражненія составленіе резолюцій и приговоровъ, предложенія Оберъ-Прокуроровъ, краткія записки, представляемая въ Государственный Совѣтъ и удовлетворяющіе условіямъ ст. 1318 Св. ул. зак. доклады.

Съ окончаніемъ этихъ занятій можно допустить, что учащимся усвоены существеннѣйшіе приемы для примѣненія отдѣльных частей права къ случаямъ дѣйствительности. Для довершенія юридическаго образованія, возможнаго въ школѣ, и чтобы пріучить учащагося держать въ распорядженіи весь запасъ свѣдѣній юридическихъ, какъ вещественныхъ, такъ и формальныхъ, представляются еще двоякаго рода занятія, изъ которыхъ одно неоднократно было включаемо въ составъ учебной юридической практики, какъ у насъ, такъ и въ чужихъ краяхъ и, сколько извѣстно, всегда съ успѣхомъ. Это юриспруденція въ лицахъ, драматизированіе юридическихъ случаевъ. Между практикантами раздаются роли просителей, тяжущихся, подсудимыхъ, повѣренныхъ, членовъ суда и канцеляріи, дѣлу какому-либо дается ходъ по возможности приблизительно къ законному производству въ настоящемъ судебномъ мѣстѣ, разумѣется, съ надлежащими сокращеніями и въ несравненно тѣснѣйшей рамѣ времени. Какъ резюме прежнихъ упражненій это занятіе конечно весьма полезно, но оно не должно притязать на пхъ замѣну, ни составлять способа для изученія самой науки права, какъ пытался его выставить профессоръ Московскаго Университета Сандуновъ, поправивъ такимъ образомъ совершенно теорію вмѣсто того, чтобы ее объединить съ рациональною практикою. Притомъ такая проба производства въ цѣлости предполагаетъ домашнія работы учащихся, собранія же въ учебномъ заведеніи должны главнымъ образомъ служить для разбора готовыхъ уже работъ и для тѣхъ частей производства, которыя по существу своему или для сокращенія времени должны заключаться въ словесномъ изложеніи; напр. объѣвъ объясненій, представленіе доказательствъ, рѣшеніе дѣла допускаютъ взустную форму. Слабую же сторону этихъ упражненій составляетъ ихъ театралный характеръ, не вполне совмѣстный съ серьезнымъ значеніемъ учебной юридической прак-

тики, хотя впрочемъ нельзя не признать, что подъ руководствомъ хорошаго наставника, при степенности нашихъ молодыхъ людей, переступающихъ уже чрезъ порогъ школы въ жизнь, этотъ недостатокъ можетъ утратить свою опутительность, точно также какъ незамѣтенъ онъ нисколько въ военныхъ маневрахъ, которые суть также не иное что какъ упражненія въ лицахъ.

За то конечно и тѣни драматизма нѣтъ въ другомъ занятіи, приличномъ для увѣнчанія юридической практики учащихся. Это присутствіе при юридическихъ консультаціяхъ и посредническомъ разбирательствѣ и въ нѣкоторой мѣрѣ участіе въ нихъ, нѣчто въ родѣ юридической *клиники* *). Въ самомъ дѣлѣ, званіе юриста какъ и званіе врача практическое, и потому какъ практическое приготовленіе учащагося врачебной наукѣ происходитъ въ школѣ, гочно также и практическое приготовленіе юриста должно совершаться тамъ же, подъ сѣнью науки, чтобы господство ея надъ практическою дѣятельностью питомца успѣло утвердиться: ибо, къ сожалѣнію, покаместъ только въ школѣ оно пользуется безусловнымъ признаніемъ и не вытѣсняется неблагоприятными или даже враждебными ему вліяніями; и если вредно допустить учившагося лишь теоретически медицинѣ къ врачебной практикѣ, то конечно для общества не меньшій вредъ, а только менѣе осозательный, менѣе бросающійся въ глаза, отъ допущенія къ служебной юридической практикѣ молодыхъ людей, знакомыхъ покаместъ съ одною теоріею и притомъ еще съ такою теоріею, въ которую преподаватели, сами большею частію чуждые практическихъ занятій, тѣмъ существенно разнясь отъ профессоровъ медицинскихъ наукъ, не въ состояніи были внести результаты рациональной практики. Однакоже для пракческаго образованія врачей есть въ учебныхъ заведеніяхъ обширныя коллекціи препаратовъ, хирургическихъ и акушерскихъ инструментовъ, бандажей, есть нѣскольکو клиникъ, учреждено званіе ассистентовъ. Заведенія располагаютъ правомъ для назиданія учащихся лишить множество лицъ обычнаго погребенія, вскрывать и изрѣзывать трупы, заведеніямъ ввѣ-

*) Я позволяю себѣ это выраженіе, имѣя въ виду, что клиника сама по себѣ означаетъ только примѣненіе знанія къ дѣлу. Ср. К. Kappstätt Handbuch der medicinischen Klinik, 1841, Эрлангенъ 1 томъ. Предисловіе: »Клиника есть наитѣснѣйшее сочетаніе наблюденія съ непосредственно примѣненною къ нему дѣятельностью; клиническое знаніе — это ядро, отыскиваемое практикомъ и сокрытое въ сложной оболочкѣ теоріи; подъ идеаломъ руководства *врачебной клиники* и разумію» и т. д. Правда, этимологія не оправдываетъ этого значенія клиники.

ряются тысячи больных, на которых студенты учатся принимать запасъ теоретическихъ свѣдѣній; женщины, нерѣдко честныя, рѣдко утратившія совершенно чувство стыда, разрѣшаются отъ бремени въ присутствіи чуждыхъ имъ студентовъ и представляютъ собою дополненіе къ занятіямъ будущаго акушера на фантомѣ. Наконецъ стороннія вѣдомства, сочувствуя просвѣщеннымъ усиліямъ къ образованію искусныхъ врачей, открываютъ учащимся свои больницы.

Между тѣмъ на сколько допускается участіе питомца врачебной науки въ дѣйствительномъ пользованіи больныхъ, на столько по крайней мѣрѣ можетъ быть допущено и участіе студента правъ съ ними уже ознакомленнаго и къ приложенію ихъ подготовленнаго, въ производствѣ суда дѣйствительнаго или въ дѣлахъ, болѣе или менѣе его касающихся. Въ этомъ занятіи молодой человекъ постигаетъ всю важность юридическаго образованія, усматриваетъ на дѣлѣ, какое значеніе имѣютъ интересы, къ обереженію которыхъ его призываетъ жизнь, какъ необходимы достойное къ тому приготовленіе и постоянное усиліе къ выполненію оставшихся или могущихъ образоваться пробѣловъ; чуть жизни шевелитъ страсть, которая съ перваго разу, когда еще не поздно, получаетъ благородное направленіе, нуждающееся за-тѣмъ въ одномъ лишь закалѣ; юридическое образованіе перестаетъ тутъ быть искрою, заброшенною въ душу молодого человѣка, раздуваемою благородными порывами, но тѣмъ не менѣе легко гаснущею, оно становится пламенемъ, которое жжетъ, истребляетъ неправду и котораго не задуть искушеніямъ міра. Самый упрекъ въ неопытности, въ которомъ такъ часто скрывается софизмъ или за-гробный голосъ совѣсти, уже не въ состояніи будетъ безусловно обезоружить молодого юриста и будетъ потому высказываемъ съ осторожностью и разборчивостью.

Устройство этой «клиники» весьма простое: бѣдные люди, нуждающіеся въ совѣтахъ и помощи по какимъ-либо касающимся ихъ въ присутственныхъ мѣстахъ дѣламъ, обращаются по усмотрѣнію своему къ завѣдывающему практикою, въ присутствіи его учениковъ сообщаютъ подлежащій случай, который и подвергается обсужденію, результатомъ чего должно быть, смотря по даннымъ, какое-либо одобряемое наставникомъ указаніе *); по желанію совѣтующагося тутъ же можетъ быть для

*) По свидѣтельству Профессора Морошкина Профессоръ Сандуновъ позволялъ студентамъ присутствовать при происходившихъ у него на дому юридическихъ консультаціяхъ. См. біографію Сандунова въ Біографическомъ Словарѣ Профессоровъ Императорскаго Московскаго Университета 1855, М.

него безмездно сочинена нужная бумага: прошение, докладная записка, объяснение, проект акта и т. п. Если дѣло таково, что интересентъ станетъ являться неоднократно, то оно можетъ быть для особеннаго къ нему вниманія поручено одному изъ практикантовъ, такъ — что такимъ образомъ на попеченіи каждаго изъ нихъ можетъ достаться по одному дѣлу или по нѣскольку, подъ руководствомъ, разумѣется, и отвѣтственностію наставника. Практическая дѣятельность эта отнюдь не должна доходить до хатайства по дѣлу, несомнѣннаго съ назначеніемъ учебнаго учрежденія, почему строго исключаются отъ этихъ занятій всякія сношенія съ присутственными мѣстами, какъ личныя, такъ и письменныя, и дѣйствія, основанныя на вѣрущихъ письмахъ. Понятно, что успѣхъ такой консультаціи обуславливается единственно довѣріемъ, которое она внушитъ основательностію и практичностью совѣтовъ, примирительнымъ направленіемъ и потому ея развитіе будетъ служить залогомъ ея пользы. По довѣрію же частныхъ лицъ эта юридическая клиника можетъ быть призываема къ посредническому разбирательству, которое конечно для практикантовъ еще гораздо поучительнѣе консультаціи, такъ какъ выслушиваются обѣ стороны. Каждая должна получить особаго представителя въ лицѣ одного изъ практикантовъ съ тѣмъ, чтобы все клонящееся къ пользѣ извѣстнаго притязанія было тщательно выставлено на видъ и основательно обсуждено. Самое же полюбовное рѣшеніе должно быть произнесено по общему совѣпанію. Но само собою разумѣется, что отзывъ по спору не долженъ имѣть официальнаго значенія суда третейскаго.

Потребность въ дополненіи академическихъ юридическихъ курсовъ практикою не новая, а была постоянно ощущаема и старались удовлетворить ей частію слѣдовавшимъ за теоретическимъ ученіемъ и предшествовавшимъ дѣйствительному отправленію должности новиціатомъ, частію учебною практикою въ школахъ. Усилія дать рациональное устройство юридическому преподаванію представляютъ намъ и попытки связать съ нимъ и практическія занятія учащихся. Такъ юридическіе факультеты Германіи издавна знакомы съ такъ-называемыми реляторіями и декреторіями, т. е. упражненіями въ изготовленіи правильныхъ докладовъ и судебныхъ опредѣленій, а со второй половины прошедшаго столѣтія являются тамъ и цѣлые курсы юридической практики, въ которыхъ однакожъ главное вниманіе обращено на изложеніе дѣловыхъ бумагъ, какъ видно изъ служившихъ руководствами сочиненій, въ числѣ которыхъ важнѣйшія принадлежатъ Мозеру

(Ив. Як.), Пюттеру, Юсти, Зонненфельсу, Шотту, Мери (Mereau). Въ 1797 году явилось сочиненіе извѣстнаго юриста, отличнаго теоретика и практика, Геннера (*Grundsätze der juristischen Praxis*), представляющее юридическую практику составною частью всей науки права и пытающееся систематизировать практику. Въ предисловіи онъ говоритъ: »юридическая практика до того признана въ нашъ вѣкъ отдѣльною частью правовѣдѣнія, что излишнимъ было бы приводить доказательства«; и далѣе: »практика признана наукою, преподаваемою во всѣхъ извѣстныхъ университетахъ«; »я ощущалъ однакожъ« (Геннеръ, прежде чѣмъ былъ обращенъ къ кодификаціоннымъ работамъ въ Баваріи, долгое время былъ профессоромъ) »недостатокъ въ учебникѣ, который бы совмѣщалъ общія начала практики и особенныя правила для каждаго изъ главныхъ видовъ дѣловыхъ бумагъ«.

Систему юридической практики Геннеръ обосновываетъ слѣдующимъ образомъ: она излагаетъ правила, по которымъ юристу слѣдуетъ говорить и писать для основательнаго и искуснаго примѣненія общихъ юридическихъ опредѣленій къ отдѣльнымъ случаямъ. Правила эти или общія, распространяющіяся на всѣ виды дѣловыхъ актовъ (бумагъ), или особенныя, свойственныя отдѣльнымъ видамъ. Общія правила касаются или подлежащаго разработкѣ матеріала или его формы. Въ первомъ случаѣ предметъ ихъ собраніе и распредѣленіе матеріала, въ послѣднемъ свойства и виды юридическаго изложенія, какъ-то: паузное и письменное изложеніе, повѣствовательное изложеніе, изложеніе доводовъ и изложеніе опредѣленій. Особыя правила предполагаютъ прежде всего раздѣленіе дѣловыхъ актовъ на безличныя, не обращенныя къ опредѣленному лицу, и на личныя и относятся къ тѣмъ и къ другимъ, и прежде всего къ ихъ формѣ, внутренней и внѣшней, за тѣмъ относятся специально къ видамъ актовъ личныхъ: грамотамъ, рескриптамъ, нотамъ; далѣе къ повѣствовательнымъ личнымъ актамъ и безличнымъ (протоколамъ, атестатамъ, засвидѣствованіямъ, выпискамъ, потомъ къ личнымъ актамъ, составляющимъ изложеніе доводовъ (прошеніямъ, объяснительнымъ процессуальнымъ актамъ и донесеніямъ), къ таковымъ же безличнымъ актамъ (докладамъ, заключеніямъ, запискамъ, деклараціямъ), наконецъ къ излагающимъ опредѣленіе актамъ личнымъ (предписаніямъ и предложеніямъ) и безличнымъ (законамъ и постановленіямъ, резолюціямъ и рѣшеніямъ, договорамъ и завѣщательнымъ актамъ).

Сочиненіе Геннера служило ему руководствомъ для разсчитаннаго на годъ преподаванія юридической практики, съ которымъ онъ соединялъ упражненія самихъ слушателей, начиная съ

извлеченій изъ дѣловыхъ бумагъ и перехода къ рѣшенію юридическихъ случаевъ въ видѣ доклада, къ сочиненію дѣловыхъ бумагъ, долженствовавшихъ для разнообразія касаться все различныхъ случаевъ и заключающа упражненія докладами изъ дѣлъ и сужденіемъ по докладамъ. Въ настоящемъ столѣтіи учебная юридическая практика сохранила свое значеніе въ Германіи, хотя въ университетахъ и не получила особеннаго развитія, обнимая тамъ главнымъ образомъ по-прежнему упражненія по составленію докладовъ, судебныхъ опредѣленій; но впрочемъ сверхъ того рѣшеніе юридическихъ случаевъ, въ особенности на основаніи Пандектъ, и практика гражданская судопроизводственная усвоены почти всѣми юридическими факультетами. Въ небольшой брошюрѣ, изданной въ 1834 г. (Ueber akademische Lehr- und Lernweise mit vorzüglicher Rücksicht auf die Rechtswissenschaft), профессоръ баронъ Левъ жалуется на ограниченное развитіе учебной юридической практики, которую признаетъ существенною стороною юридическаго образованія и предлагаетъ слѣдующіе виды практическихъ упражненій, оказавшіяся, по его свидѣтельству, на опытѣ удобоосуществимыми: 1) изъясненіе источниковъ дѣйствующаго права; 2) изложеніе выводовъ, получаемыхъ чрезъ сравненіе различныхъ опредѣленій дѣйствующаго права и чрезъ опредѣленіе отношенія ихъ между собою; 3) примѣненіе юридическихъ опредѣленій къ случаямъ; 4) сочиненіе актовъ, въ особенности договоровъ и зашщательныхъ распоряженій; 5) изложеніе судопроизводственныхъ актовъ. Въ наше время извѣстный, недавно умершій криминалистъ Геппъ (Herr) устроилъ въ Тюбингенскомъ университетѣ замѣчательныя практическія упражненія по уголовной части, заключавшіяся въ слѣдующемъ: между участниками распредѣлялись роли судей, обвинителя и зашщитника подсудимаго, за тѣмъ случай преступленія или проступка подвергался обстоятельному изустному обсужденію на основаніи дѣйствующаго законодательства, по выслушаніи судьями какъ обвиненія подсудимаго, такъ и его зашщиты. Упражненія эти долженствовали слѣдовать за курсомъ Уголовнаго Права и Судопроизводства и были рассчитаны на учебное полугодіе.

Въ нашемъ отечествѣ рано обращено было вниманіе на необходимость практическаго образованія будущихъ юристовъ. Такъ благоприятное ему направленіе господствовало въ Московскомъ Университетѣ до наступленія второй четверти текущаго столѣтія. Въ 1788 году онъ уже имѣлъ классъ практической юриспруденціи, для котораго и изданъ тогда Ф. Лангансомъ юридическій словарь, содѣлавшійся по словамъ извѣстнаго практика П. Хавскаго необходимымъ для каждаго учебнаго или присутственнаго

мѣста (Лекція, читанная при публичномъ преподаваніи Россійскаго Законовѣдѣнія, М. 1818, стр. 9). Извѣстный преподаватель Захарій Горюшкинъ, бывшій вмѣстѣ съ тѣмъ въ разное время и членомъ Московской Палаты Уголовнаго Суда, и членомъ тамошней Казенной Палаты, знакомилъ своихъ слушателей какъ съ правомъ, такъ и съ судопроизводствомъ, заставляя ихъ рѣшать юридическіе случаи, при чемъ, сколько можно судить по изданнымъ судебнымъ дѣйствіямъ 1807, 1808 и 1815 годовъ (описывающимъ публичныя испытанія, въ университетскомъ Пансіонѣ происходившія), разбирательство происходило въ лицахъ такимъ образомъ, что аудиторія представляла Уѣздный Судъ, роли членовъ котораго разданы были между учащимися. Но основная ошибка этихъ занятій заключалась въ томъ, что ими имѣлось въ виду замѣнить предварительное изученіе самой науки права: представляя себѣ дворянъ, впервые избранныхъ въ судейскія должности, Горюшкинъ пытается снабдить ихъ необходимымъ запасомъ юридическихъ свѣдѣній по мѣрѣ потребности, обнаруживающейя въ нихъ по ходу какого-либо дѣла, тогда-какъ учебное заведеніе именно пользуется тѣмъ преимуществомъ, что питомцы его не призываются немедленно къ примѣненію права, а имѣютъ возможность и обязанность предварительно и систематически къ тому приготовиться. Странно учащемуся, чтобы учиться, разыгрывать роль учащагося! Если знакомиться съ правомъ только чрезъ его приложеніе къ дѣйствительности, то конечно послѣднее довольно удобно можетъ быть усвоено, но самое познаніе перваго будетъ совершенно недостаточно. Учебная практика составляетъ лишь дополнительную сторону юридическаго образованія, безспорно весьма важную, въ особенности въ значеніи проводника, открывающаго ему господство въ дѣйствительности, но у Горюшкина практика служитъ къ ущербу сего образованія. Должно думать, что въ послѣдствіи и самъ онъ повялъ эту слабую сторону его «судебныхъ дѣйствій» и въ 1811 году онъ уже издаетъ догматическій курсъ положительнаго права для учащихся^{*)}. У преемника Горюшкина Сандунова практика получаетъ нѣсколько другой видъ: ей предшествуютъ два подготовительные курса, обнимающіе, одинъ, исторію законодательства, трактатъ о присутственныхъ мѣстахъ, должностныхъ лицахъ, о прошеніяхъ и жалобахъ, о производствѣ дѣлъ гражданскихъ, уголовныхъ, другой Частное Гражданское Право и Уголовные Законы. За тѣмъ ужъ слѣдуетъ практическое судопроизводство, въ которомъ слушатели, по доставляемымъ

^{*)} См. біографію Горюшкина, написанную Пр. Бѣляевымъ, въ Біографическомъ Слов. Профессоровъ Имп. Моск. Университета.

изъ Правительствующаго Сената запискамъ, сами производятъ дѣла, проводя ихъ чрезъ всѣ инстанціи и распредѣляя между собою роли тяжущихся и должностныхъ лицъ, при чемъ упражняются въ сочиненіи подлежащихъ бумагъ *). Уставъ Университета св. Владиміра, созидавъ Юридическій Институтъ, какъ разсадникъ образованныхъ практиковъ, не ограничился такими учебными практическими занятіями и открываетъ учащимся непосредственное участіе въ дѣйствительномъ производствѣ дѣлъ, конечно не судебныхъ, для которыхъ не предполагается случая въ стѣнахъ Университета **), а дѣлъ, встрѣчающихся въ университетскихъ канцеляріяхъ ***). Въ учрежденномъ въ 1835 году Императорскомъ Училищѣ Правовѣдѣнія руководство учащихся въ юридической практикѣ возложено на особаго преподавателя изъ лицъ судебного вѣдомства †). Въ 1843 году бывший Министръ Народнаго Просвѣщенія Графъ Уваровъ исходатайствовалъ предписаніе Министра Юстиціи Оберъ-Прокурорамъ, завѣдывающимъ Канцеляріями Общихъ Собраній Правительствующаго Сената, доставлять въ Университеты по требованіямъ Начальства печатныя записки по тѣмъ производившимся въ Сенатѣ дѣламъ, по которымъ со времени окончанія ихъ протекло пять лѣтъ, съ присовокупленіемъ и имѣющихся печатныхъ рѣшеній.

Въ Императорскомъ Казанскомъ Университетѣ потребность практическаго образованія учащихся правовѣдѣнію студентовъ вызывала различныя распоряженія. Такъ въ 1835 году Кандидату Савельеву поручено было упражнять студентовъ въ сочиненіи дѣловыхъ бумагъ, въ 1844 году съ Высочайшаго соизволенія Адъюнктъ Казанскаго Университета Магистръ Ратовскій командированъ въ Санктпетербургъ для практическихъ занятій какъ въ Правительствующемъ Сенатѣ, такъ и въ Департаментѣ Министерства Юстиціи, и возвратился въ 1845 году въ Казань съ правомъ доступа для учебно - практическихъ цѣлей въ судебныя мѣста Казанской губерніи. Практическія наставленія Ратовскаго въ Казанскомъ Университетѣ начались съ 1846 и продолжались до 1851 года, заключааясь главнымъ обра-

*) Конспекты Отдѣленія Нравственно-Политическихъ наукъ при Императорскомъ Московскомъ Университетѣ, 1826, М.

***) Рѣчь Пр. Неволіна о соединеніи теоріи съ практикою въ изученіи законовъ и въ дѣлопроизводствѣ, стр. 53.

****) Допущенное законодательствомъ требованіе заключеній университетовъ по спорамъ о литературной собственности встрѣчается чрезвычайно рѣдко; университетскія же судебныя мѣста составляютъ особенность Дерптскаго Университета.

†) Памятная книжка Императорскаго Училища Правовѣдѣнія, 1855, Спб.

зомъ въ чтеніи и рациональномъ разборѣ судныхъ дѣлъ, какъ гражданскихъ, такъ и уголовныхъ, но преимущественно послѣднихъ, безъ всякихъ письменныхъ работъ со стороны учащихся. Съ 1849 года съ преподаваніемъ Гражданскаго Права стали быть соединяемы упражненія слушателей въ словесномъ и письменномъ разрѣшеніи цивилистическихъ случаевъ по одному юридическому существу ихъ, безъ соображенія формъ, а въ 1851 году за выбытіемъ Адъюнкта Ратовскаго вся учебная практика Юридическаго Разряда причислена къ кафедрѣ Гражданскихъ Законовъ и стала обнимать четыре части: рѣшеніе гражданскихъ случаевъ, канцелярскую практику, гражданскую и уголовную, и подобно первой послѣднія три части стали заключаться преимущественно въ работахъ учащихся, т. е. въ сочиненіи ими бумагъ, въ совершеніи важнѣйшихъ по производству дѣйствій. Программа для этихъ частей, рассчитанная на 4 часа въ недѣлю въ теченіе учебнаго года, была слѣдующая.

1) Канцелярская практика.

- а) Дежурство, получение бумагъ и пакетовъ.
- б) Регистратура, записка во входящій реестръ.
- в) Дѣла, настольные реестры, вѣдомости, алфавиты.
- г) Справки, запросы.
- д) Доклады, проекты опредѣленій.
- е) Выписки изъ дѣлъ.
- ж) Исполнительныя бумаги. Выпускъ ихъ изъ канцеляріи.
- з) Поступленіе дѣлъ въ архивъ, храненіе ихъ въ архивѣ.

2) Практика гражданская.

- А) Производство по совершенію крѣпостныхъ и крѣпостныхъ-явочныхъ актовъ (упражненія въ сочиненіи актовъ отнесены къ курсу Гражданскаго Права).
- Б) Производство по дѣламъ спорнымъ.
 - а) Опредѣленія судебныя по докладамъ о прошеніяхъ, объясненіяхъ, доказательствахъ и рукоприкладствахъ.
 - б) Рѣшительныя опредѣленія.
 - в) Акты апелляціоннаго обряда.

3) Практика уголовная.

- А) Производство слѣдствій.
 - а) Постановленіе по открытію слѣдствія. Распоряженія о депутатахъ, о заключеніи подсудимаго подъ стражу, объ освобожденіи его изъ - подъ оной.
 - б) Акты осмотра. Сличеніе почерковъ.
 - в) Акты по выемкѣ.
 - г) Производство допроса, повального обыска.

д) Производство по очнымъ ставкамъ.

е) Заключение слѣдствія.

Б) Производство судебное по дѣламъ уголовнымъ.

Съ 185 $\frac{1}{2}$ учебнаго года, съ возвращеніемъ въ Казань Магистра Соколова, состоявшаго въ теченіе года при Правительствующемъ Сенатѣ для практическихъ занятій, практика уголовная отдѣлена отъ канцелярской и гражданской и передана въ завѣдываніе сего молодого ученаго, и сверхъ формальной части вошли тогда въ нее упражненія учащихъ въ рѣшеніи уголовныхъ случаевъ.

Такимъ образомъ въ настоящее время юридическая практика въ Казанскомъ Университетѣ производится въ теченіе одного учебнаго года въ 4 курсѣ Юридическаго разряда по семи часамъ въ недѣлю, изъ которыхъ часть удѣляется на рѣшеніе гражданскихъ случаевъ, два двочасія практикѣ канцелярской и формальной гражданской и одно уголовной.



II.

**ИСТОРИЧЕСКІЙ ОЧЕРКЪ
ТОРГОВАГО ДВИЖЕНІЯ ПО ДУНАЮ**

и

ЕГО ПРИТОКАМЪ.

Экстраординарнаго Профессора

И. БАБСТА.

ИСТОРИЧЕСКІЙ ОЧЕРКЪ ТОРГОВАГО ДВИЖЕНІЯ ПО ДУНАЮ

■

ЕГО ПРИТОКАМЪ.

Необыкновенное развитіе торговли по Дунаю въ послѣднее двадцатилѣтіе нынѣшняго столѣтія, и громадное усиленіе производительности въ странахъ, къ нему прилегающихъ, обращаютъ на себя невольно вниманіе промышленнаго міра, и служатъ новымъ доказательствомъ того благодѣтельнаго и живительнаго вліянія, которое оказываютъ на развитіе промышленныхъ силъ народныхъ улучшение путей сообщеній и устраненіе всѣхъ разнообразныхъ стѣснительныхъ мѣръ, лежащихъ тяжкимъ бременемъ на народной промышленности, и замедляющихъ ея успѣхи. Австрія можетъ служить намъ самымъ разительнымъ примѣромъ, самымъ убѣдительнымъ доказательствомъ этой ничѣмъ неоспоримой истины. Развитіе дунайскаго пароходства, устройство новыхъ линій желѣзныхъ дорогъ, уничтоженіе стѣснительныхъ таможенныхъ уставовъ, оживили, дали новыя силы народной промышленности, а съ оживленіемъ ея нашло и правительство новыя средства къ пополненію своей государственной казны, не перестававшей страдать безденежемъ чуть-ли не съ самаго воцаренія габсбургскаго дома. Что пользы для государства въ самомъ дѣлѣ, когда однѣ части его изобилуютъ запасомъ производительнаго труда, но за далью и за неудобствомъ сообщеній не могутъ достать себѣ по дешевой цѣнѣ суровья изъ тѣхъ мѣстъ, которыя въ свою очередь страдаютъ отъ другой крайности — отъ избытія суровья, не имѣя никакихъ средствъ для выгоднаго и правильнаго сбыта. Хорошіе пути сообщеній и устраненіе всякаго рода стѣсненій промышленности и торговли могутъ единственно помочь этому неудобству, способствуя дружному и правильному разбѣну производительныхъ силъ народныхъ. Очеркъ развитія промышленности и торговли въ придунайскихъ областяхъ въ слѣдствіе устраненія разнообразныхъ неудобствъ и стѣсненій составляетъ предметъ настоящей статьи.

Обширная рѣчная область Дуная, занимающая почти 15,000 кв. м. (14,630 по Берхгаузу) опоясывается почти со всѣхъ сторонъ высокими горными хребтами: съ Ю. Альпами и ихъ продолженіями въ Иллиріи и на балканскомъ полуостровѣ, съ С. Карпатами, богемскими горами и нѣмецкою Юрою, и по видимому совершенно отрѣзана отовсюду; но сама природа пробила въ этихъ громадныхъ стѣнахъ естественныя ворота, черезъ которые толпились съ незапамятныхъ временъ торговые караваны, орды и полчища завоевателей. Наибольше открытъ и доступенъ Дунай на устьяхъ и на истокахъ; отъ того то здѣсь и встрѣчаемъ мы постоянно самыя живыя и дѣятельныя сношенія между Западомъ и Востокомъ.

На своихъ истокахъ Дунай находится въ самой тѣсной связи съ Рейномъ. Эта часть Дуная, или такъ называемый Дунай Швабско-Баварскій окруженъ вплоть до самаго Регенсбурга рѣчною областью Рейна, и его притоки находятся въ самой тѣсной связи съ притоками послѣдняго.

Въ силу такого гидрографическаго сплетенія судьбы политическія и экономическія обѣихъ рѣкъ находились между собой постоянно въ самой тѣсной связи. Дунай у Регенсбурга, Рейнгъ, у Майнца расходятся окончательно, и принимаютъ совершенно противоположныя направленія. За Регенсбургомъ сѣверныя притоки Дуная соприкасаются съ рѣчною областью Эльбы, а южныя съ рѣками Аддою и Адикомъ, самъ же Дунай принимаетъ направленіе къ ЮВ. Рейнгъ разрываетъ также окончательно свою связь съ Дунаемъ, и за Франкфуртомъ на Майнгѣ соприкасается съ рѣчною областью Везера.

Регенсбургъ—это средоточіе Нѣмецкаго Дуная. Дунай врѣзывается здѣсь прямо въ центръ Германіи, и вмѣстѣ съ тѣмъ онъ становится несравненно удобнѣе для судоходства. На всемъ пространствѣ отъ Ульма и до Регенсбурга ходятъ суда, поднимающія грузу не болѣе 600 центнеровъ; суда, идущія внизъ отъ Регенсбурга поднимаютъ 2000 центи. Другое и несравненно важнѣйшее значеніе этой мѣстности, обуславливающее историческое и экономическое значеніе Регенсбурга — это то, что здѣсь Дунай образуетъ теченіемъ своимъ уголь, и поворачиваетъ прямо на В. Уголь, образуемый Дунаемъ при Регенсбургѣ, лежитъ подъ 49 с. ш. и нигдѣ не вдается Дунай глубже на Сѣверъ. Торговые караваны, путешественники, отправлявшіеся съ нижнихъ частей Дуная, съ Юга и Востока на Сѣверъ и на Западъ должны были останавливаться въ Регенсбургѣ и разгружаться, такъ что здѣсь образовалось складочное мѣсто для товаровъ Востока, отправлявшихся на Сѣверъ, и на оборотъ для всѣхъ товаровъ, шедшихъ съ Сѣвера, изъ центра Германіи, съ Майна и Рейна на Востокъ. Все

что только шло и идетъ изъ Лейпцига и Нюрнберга, изъ Бамберга и Франкфурта складывается въ Регенсбургъ, гдѣ открывается удобный водный путь по Дунаю на В. и на Югъ, У Бамберга Майнъ становится судоходною рѣкой. Бамбергъ это юго-восточный пунктъ рѣчной области Рейна; Регенсбургъ сѣверозападный пунктъ рѣчной области Дуная. Между ними тянется волокъ миль 18-ть въ ширину. Подобное сближеніе находимъ мы только между Ульмомъ на Дунаѣ и Каннштадтомъ на Неккарѣ. Посредникомъ между Бамбергомъ и Регенсбургомъ — это Нюрнбергъ. Понятно отъ чего съ давнихъ временъ мы встрѣчаемъ здѣсь богатый городъ, который всегда удерживалъ за собой свое торговое значеніе, какъ главный центральный пунктъ Германіи, лежащій почти въ равномъ разстояніи отъ Альповъ, охватывающихъ Италію, отъ Тюрингскаго лѣса, этого порога для перехода въ сѣв. Германію, отъ Венгріи и наконецъ отъ Богезскихъ горъ на Зап. Регенсбургъ сохранить безспорно свое значеніе доколѣ будетъ течь Дунай, и носить на своихъ струяхъ богатые караваны произведеній Запада и Востока. Онъ пострадалъ правда въ послѣднее время отъ того, что остался въ сторонѣ отъ сѣти желѣзныхъ дорогъ, покрывающихъ Германію, но теперь работаютъ уже надъ желѣзною дорогой, которая, пойдетъ по старинному вѣковому пути отъ Регенсбурга на Нюрнбергъ; тысячи рукъ заняты теперь также майнскою желѣзною дорогой изъ Бамберга во Франкфуртъ на Майнъ, и наконецъ еще недавно изготовленъ проэктъ желѣзной дороги изъ Вѣны въ Мюнхенъ, которая будетъ идти параллельно съ Дунаемъ, и коснется Регенсбурга *).

За Регенсбургомъ, далѣе на В. Дунай приближается къ рѣчной области Эльбы, которая соприкасается съ нимъ долиною Молдавы, и соединяетъ такимъ образомъ Дунай и прилежащія къ нему области съ сѣв. Германіей и Гамбургомъ. Область верхнихъ частей Эльбы (Богемія) окружена горами, которыя одинакожъ представляютъ болѣе удобныхъ проходовъ къ Дунаю нежели къ нижнимъ частямъ Эльбы и къ Одеру.

Желѣзныя дороги давно уже проложены отъ Дуная къ верхнимъ частямъ Эльбы, тогда какъ пражско-дрезденская дорога окончена весьма недавно, а къ Одеру и не начинали еще строить. Но за то Дунай самъ находится въ тѣсной связи съ Одеромъ благодаря Моравѣ и моравскимъ воротамъ, которыя издавна были однимъ изъ самыхъ важныхъ торговыхъ и военныхъ путей. Уже во времена римскія существовалъ на устьѣ Моравы богатый Карнунтъ; этимъ торговымъ путемъ шли съ Сѣвера мѣха и ян-

*) Allgem. Zeit. 1853. № 129.

тарь, въ настоящее время тянутся по этому же пути чрезъ моравскія ворота желѣзныя дороги къ Вѣнѣ и къ Одеру, и идетъ живой торгъ съ балтійскимъ побережьемъ.

Верхнія части Дуная отрѣзаны болѣе нежели гдѣ либо отъ сосѣднихъ южныхъ областей. Громадныя высоты Альповъ воздвигаютъ здѣсь повидимому непреодолимыя преграды. Удобныхъ проходовъ почти нѣтъ, но за то у подошвы Альповъ врѣзывается здѣсь глубоко въ европейскій материкъ длинный Адриатическій заливъ, образующій своимъ протяженіемъ отъ Запада къ Востоку удобный путь въ Грецію, Левантъ и Египеть, а въ соединеніи съ Средиземнымъ и Чернымъ моремъ часть всемірно-торговаго пути изъ Индіи въ Европу. Самый сѣверный конецъ Адриатическаго моря отстоитъ въ 12 — 30 миляхъ отъ притоковъ Дуная, который течетъ самъ не далѣе какъ въ 40 миляхъ отъ него. Вытѣсненіе Венеціанцевъ съ Чернаго моря Генуэзцами заставило первыхъ войти въ болѣе тѣсную связь съ придунайскими областями на верхнемъ и среднемъ Дунаѣ. Не имѣя болѣе возможности получать съ Чернаго моря продуктовъ сѣвера, которые они вымѣнивали въ Египтѣ на произведеніе Востока, Венеціане проложили себѣ путь черезъ Альпы въ Германію, въ Регенсбургъ и Вѣну. Нѣмцы являлись сами съ товарами въ Венецію, и по мѣрѣ того какъ заширалось для Западной Европы Черное море, возобновлялись старинныя римскія пути черезъ Альпы въ Германію къ Дунаю, и послѣдняя сближалась все болѣе и болѣе съ Адриатическимъ моремъ, не смотря на естественныя преграды, противопоставляемыя Альпами. Адрія, Аквилея, Венеція и Триестъ вотъ главные торговые пункты, за которыми оставалось попеременно первенство въ торговлѣ съ придунайскими областями. Главный морской портъ Дуная въ настоящее время это безспорно Триестъ. Желѣзная дорога, соединяющая его съ Вѣной и другими придунайскими городами, словно подтверждаетъ старинное греческое преданіе, что будто въ этихъ мѣстахъ бѣжитъ въ Адриатическое море рукавъ Дуная. Средоточіемъ всѣхъ торговыхъ сношеній по верхнему и отчасти среднему Дунаю служатъ Триестъ и Адриатическое море. Драва, Сава, главные притоки средняго Дуная, образуютъ удобныя естественныя пути отъ Адриатическаго моря къ Дунаю, а по многочисленнымъ ихъ притокамъ равно какъ вдоль ихъ, вдоль Кульпы, Уныи, Босны, Дринны, идутъ торговые пути къ Адриатическому морю, къ второстепеннымъ притокамъ его въ Фіуме, Цару, Спалатро, Рагузу и Каттаро.

Главнымъ своимъ притокомъ съ лѣвой стороны, Тиссою, Дунай захватываетъ въ свою область всю Венгрію, и вводитъ ее въ кругъ торговой и промышленной жизни, развивающейся по его

берегамъ, но этого мало — равнины Тиссы вдаются глубоко въ Карпаты, и почти касаются равнинъ, лежащихъ по Вислѣ и Днѣстру, по ту сторону Карпатъ. Карпаты здѣсь не высоки, и представляютъ самые удобные проходы, которыми часто пользовались завоеватели и торговые люди, и которыми Днѣстръ и Висла втягиваются также въ коммерческую жизнь Дуная *).

Отъ Бѣлграда Дунай поворачиваетъ на В, и здѣсь нѣсколько пониже впадаетъ въ него съ Юга Морава. Этотъ пунктъ имѣлъ всегда важное значеніе въ исторіи торговыхъ сношеній по отношенію своему къ двумъ торговымъ рынкамъ: Византіи и Солуню. Пороги, скалы на Дунаѣ у желѣзныхъ воротъ, затрудняли всегда плаваніе по Дунаю, и прежде еще въ большей степени нежели теперь, такъ что товары всегда почти здѣсь разгружались, и продолжали свой путь долиной Моравы, и потомъ долиной Марицы черезъ Софію въ Константинополь, а Вардаромъ и Карасу (Стримомомъ) въ Солунь, соединяя, слѣдовательно, Дунай съ эгейскимъ моремъ и съ Пропонтидой. Въ настоящее время здѣсь идетъ главный почтовый трактъ изъ областей придунайскихъ въ Константинополь и Малую Азію. Пароходное сообщеніе успѣло въ послѣднее время преодолѣть трудности, противопоставляемыя на Дунаѣ порогами, но тѣмъ не менѣе еще недавно поговаривали о сербскомъ каналѣ между Вардаромъ и Моравой, который долженъ былъ бы соединить съ Дунаемъ эгейское море, и открыть товарамъ Австріи и Германіи сбытъ въ Солунь **). Въ настоящее же время вмѣсто канала бродитъ уже проэктъ желѣзной дороги.

Намъ остается сказать еще нѣсколько словъ о нижнедунайскихъ равнинахъ, отрѣзанныхъ отъ среднихъ частей Дуная высокими горными массамаи, но за то открытыхъ со стороны нашихъ черноморскихъ степей и со стороны Чернаго моря. Вѣчное позорище и поле кровопролитныхъ войнъ, страдая отъ насильственного и дикаго управления, прекрасныя области этѣ до начала 30-хъ годовъ нынѣшняго столѣтія не принимали почти никакого участія въ коммерческомъ и промышленномъ движеніи Западной Европы. Благодаря нашимъ побѣдамъ надъ Турками уничтожены стѣснительныя мѣры, отъ которыхъ страдала Молдавія и Валахія; быстро начали онѣ богатѣть послѣ возстановленія ихъ внутренней самостоятельности подъ нашимъ покровительствомъ, но еще несравненно богѣе усилилась ихъ промышленность послѣ развитія дунайскаго пароходства, и облегченія стѣснительныхъ карантинныхъ

*) Die Donau in ihren natürlichen und culturgeschichtlichen Verhältnissen. Gegenwart, 3 Band.

***) Reise durch Rumelien und nach Brussa v. A. Grisebach 1 B. p. 9.

мѣръ. Торговля Молдавіи и Валахіи усилилась съ этого времени отчасти даже къ нашему ущербу, потому что ихъ пристани Браиловъ и Галацъ убили нашу торговлю въ Измаилѣ и въ Рени.

Улучшеніе путей сообщеній у насъ въ Бессарабіи и сближеніе посредствомъ желѣзной дороги нашихъ черноморскихъ и дунайскихъ портовъ съ центромъ Россіи, съ новороссійскимъ краемъ и съ Малороссіей — это дѣло величайшей важности. Наши мануфактурныя произведенія найдутъ себѣ обширный рынокъ въ придунайскихъ княжествахъ, наши сырыя произведенія, шерсть сало, кожи, воскъ, щетина найдутъ себѣ удобный путь по Дунаю въ мануфактурные округа Германіи *).

Географическое положеніе Дуная дало ему, значить, и средства и возможность занять одно изъ самыхъ важныхъ мѣстъ въ развитіи всемірной торговли. Онъ имѣлъ это значеніе въ средніе вѣки, и тогда берега его покрывались богатыми городами, и кишели судорабочими, тянувшими бичевой многочисленныя суда съ богатыми грузами; тогда Дунай былъ главнымъ путемъ торговли Востока съ Западомъ. Появленіе Турокъ въ Европѣ, на Дунаѣ, нанесло смертельный ударъ дунайской торговлѣ. Валахія, Молдавія, Трансильванія, Кроація, Славонія, Венгрія платили уже въ XV-мъ вѣкѣ и въ началѣ XVI-го дань Туркамъ. Не будь Турокъ, Дунайская торговля развилась бы несравненно болѣе, а съ нею вмѣстѣ развились бы дружно и цивилизація и образованность. Мы теперь знаемъ хорошо, какіе плоды принесло турецкое владычество на благословенныхъ берегахъ Савы, Дравы, Моравы и Дуная, на берегахъ Днѣстра, Днѣпра и Буга. Не будь Турки фанатики мусульмане, застоя бы такого вѣроятно не было. Они приняли бы точно также какъ Маджары, Куманы, наконецъ какъ мы Славяне, Христіанство, а съ нимъ вмѣстѣ и плоды цивилизаціи. Но они явились, и остались фанатиками, которыхъ остается только или выгнать или силою заставить войти въ среду Европейской цивилизаціи. Въ продолженіе 4-хъ слишкомъ столѣтій стоятъ они лагеремъ въ Европѣ, и только угрозами да пушками можно было ихъ втянуть, да и то отчасти въ среду Европейской жизни. Вездѣ въ придунайскихъ земляхъ, куда они ни заходили, города, села, поля обращались въ пустыни, уменьшалось быстро народонаселеніе, исчезали промышленность и земледѣліе, пустѣли дороги, оставались рѣчные пути. Они заперли Черное море, и запретили вывозъ хлѣба изъ придунайскихъ портовъ. Въ теченіе всего 16-го, 17-го и даже отчасти 18-го столѣтія Черное море носило

*) Скальковскій Опытъ статист. описанія Новороссійскаго края. Т. I. стр. 76.

по своимъ волнамъ только корабли Капуданъ-Паши, выѣзжавшаго для наказанія непокорныхъ прибрежныхъ племенъ, или для сбора податей; или же рыскали здѣсь для грабежа запорожскія ладьи; одни греческія суда продолжали и поддерживали здѣсь слабое каботажное судоходство. Въ такое то положеніе пришли благословенныя придунайскія земли подъ турецкимъ владычествомъ, и нѣкоторыя изъ нихъ, которымъ не удалось свергнуть съ себя иго полумѣсяца, находятся въ такомъ положеніи и до сихъ поръ. «Трудно выразить то тяжкое чувство, говоритъ Бланки, которое охватываетъ путешественника, когда онъ проѣзжаетъ великолѣпную дунайскую равнину подъ Виддиномъ, столь же богатую и плодородную какъ и равнина Роны у Авиньона, но обратившуюся подъ турецкимъ управленіемъ въ печальную пустыню, явное доказательство, до чего можетъ довести неразумное и произвольное управленіе мѣста, во всѣхъ отношеніяхъ благословенныя природою. Океанъ не могъ бы проложить такой рѣзкой грани между варварствомъ и образованностію, какую проложили въ силу турецкаго владычества рѣки Сава и Дунай. На лѣвомъ берегу все оживлено, земля воздѣлана, на правомъ всюду пустыня. Вездѣ, гдѣ мы только встрѣчаемъ минаретъ — вездѣ тамъ однѣ развалины. Въ глаза бросаются вамъ толпы полунагихъ цыганъ; вездѣ жители съ унылыми, поблекшими лицами, нагіе ребятишки, женщины, съ чертами лица, изображающими страданіе, и все это толчется между скотомъ и собаками, и живутъ въ бѣдныхъ хижинахъ, слѣпленныхъ изъ тростнику и грязи или въ землянкахъ! Кой гдѣ попадаются слѣды прежнихъ виноградниковъ, и остатки брошенныхъ садовъ *). Такъ говорятъ путешественники, еще недавно посѣтившіе эти страны, послѣ многихъ улучшеній и преобразованій въ Турціи. Что же было здѣсь въ 15-мъ 16-мъ 17-мъ ст. въ эпоху самаго разгара битвы съ Турками, въ эпоху торжества Мусульманскаго? Но обратимся къ дунайской торговлѣ.

Среднія его части и низовья опустѣли въ XVI-мъ вѣкѣ окончательно, но за то въ это же время разбогатѣли города на верховьяхъ Дуная, Аугсбургъ, Регенбургъ, Ульмъ, Пассау. Это было золотое для нихъ время. Они стали посредниками всей восточной торговли, получали изъ Аравіи и Египта черезъ Венецію произведенія Востока, и отправляли ихъ по Рейну, Майну на Эльбу, на Одеръ, и въ замѣнъ посылали черезъ Венецію въ Египетъ холстъ, сукна, мѣха, стальные издѣлія. Азія такъ привыкла съ этого времени къ нирнбергскимъ издѣліямъ, что во многихъ мѣстахъ для

*) Blanqui, voyage en Bulgarie en 1841. Koch Wander. im Orient.

болѣе удобнаго сбыта продають Англичане свои издѣлія подъ именемъ нирнбергскихъ. Золотое было это время для верхнедунайскихъ городовъ, когда аугсбургскіе куницы Фуггеры истопили въмецкому Императору комнату корицей и неуплаченными его векселями. Были и другія причины кромѣ Турковъ, заставившія торговое движеніе бросить Дунай, и избрать себѣ иные пути.

Открытіе Америки и перенесеніе торговаго пути въ Остъ-Индію вокругъ мыса доброй надежды, реформаціонныя войны, религіозныя войны, воздвигнувшія китайскую стѣну между католическими землями Германіи, Австріей, Баваріей и протестантскими ея частями, переселенія, въ слѣдствіе религіозныхъ гоненій, тяжкіе налоги, опасеніе и боязнь всякаго преобразованія, меркантильная система во всей своей безобразной крайности, съ ея стѣснительными мѣрами на границахъ и внутри, съ ея выѣзными и внутренними таможенными пошлинами — все это сковало дунайскую торговлю на протяженіи отъ Линца и до Бѣлграда, отъ Бѣлграда до устья. Дунай притихъ, и потерялъ, казалось, все свое значеніе. До 20-хъ годовъ нынѣшняго столѣтія онъ не выходилъ изъ своего оцѣпененія, несмотря на многія значительныя преобразованія при Маріи Терезіи и Іосифѣ II-мъ. Посмотримъ же въ какомъ положеніи была придунайская торговля и придунайскія земли въ началѣ 20-хъ годовъ.

Устья Дуная были въ рукахъ у Турокъ; они запрещали вывозъ хлѣба изъ придунайскихъ княжествъ, главной статьи ихъ отпуска; притѣсненія пашей Виддина, Рушукъ и Софіи были для торговыхъ людей невыносимы; они брали нерѣдко до 20% съ цѣны товаровъ, случалось что брали и болѣе. Рѣдко увидишь здѣсь по Дунаю, пишегъ Штюмеръ, *) судно, рѣдко услышимъ клики причаливающихъ судорабочихъ; на вась глядятъ вѣдые берега. Не взирая на то, что еще въ прошломъ году вышло султанское повелѣніе не чинить никакихъ препядствій европейскимъ судамъ по Дунаю, рѣдкое судно успѣетъ воспользоваться безпрепятственнымъ плаваніемъ.»

На пространствѣ почти 150 миль по турецко-австрійской границѣ шла карантинная линія (Pest und Contumaz-cordon). Всѣ дороги были покрыты засѣками, рвами, всѣ проселки и побочные пути отрѣзаны. Подъ опасеніемъ строгаго наказанія запрещалось открывать здѣсь фабрики, строить жилища, открывать базары *). Купецъ не въ то время и не тамъ долженъ былъ провозить товары,

*) Skizzen einer Reise nach Konstantinopel des Freiherrn von Stürmer im Jahre 1816. p. 107.

*) Handelsverkehr in den Donanländern seit 1815. Deutsche Vierteljahrsschr. 1849. 2 Heft. 2 Abth., p. 277. sqq.

гдѣ и когда ему это казалось выгоднѣе и удобнѣе, но онъ долженъ былъ во всемъ слѣдовать предписаніямъ начальства. Такое было положеніе на устьяхъ Дуная и вдоль австрійско-турецкой границы. Не лучше было положеніе и на остальныхъ частяхъ этого кормильца центральной Европы. На верховьяхъ стѣсняли промышленность и торговлю виртембергскія и баварскія таможенныя линіи; линія австрійскихъ таможенъ прорѣзывала также почти вездѣ область Дуная. Вездѣ были высокія пошлины, стѣснительныя запрещенія; въ границахъ Австріи ея собственныя области были отрѣзаны другъ отъ друга таможенными линіями; между Венгріей и Австріей шла двойная линія австрійская и венгерская; самыя разнообразныя монополіи стѣсняли промышленность; тутъ были и соляная и селитренная и табачная, наконецъ монополіи и привилегіи въ пользу городовъ, общинъ, цеховъ и монастырей.

Первыя значительныя попытки къ освобожденію торговли отъ всѣхъ стѣснительныхъ мѣръ произошли на устьѣ Дуная и на верхнихъ его частяхъ. На устьяхъ въ слѣдствіе нашихъ побѣдъ надъ Турками; на истокахъ послѣ уничтоженія таможенныхъ линій въ слѣдствіе учрежденія нѣмецкаго таможеннаго союза. Наши побѣды надъ Турками и адрианопольскій миръ открыли торговымъ націямъ Европы устья Дуная и Черное море, и непосредственно въ слѣдъ за тѣмъ идетъ цѣлый рядъ безпрестанныхъ улучшеній и преобразованій, цѣлый рядъ торговыхъ договоровъ между Россіей, Турціей и Австріей. Съ 1838-го года оттоманская порта въ слѣдствіе этихъ договоровъ отмѣнила многія монополіи, и понизила таможенныя пошлины до 3% съ цѣны товаровъ; запрещеніе вывоза хлѣба было также снято. Тѣже самыя преобразованія встрѣчаемъ мы въ Молдавіи, Валахіи и Сербіи. На всѣхъ границахъ австрійско-сербской, и сербско-турецкой сбавлены были пошлины, наконецъ съ 1847-го года Молдавія и Валахія составили между собой таможенный союзъ, уничтожившій всѣ преграды, стѣснявшія торговлю между двумя княжествами. Карантинныя были также улучшены, стѣснительныя мѣры отмѣнены со стороны Австріи, когда Турція приняла съ своей стороны предохранительныя мѣры отъ чумы, и тѣмъ позволила Австріи и другимъ пограничнымъ землямъ ослабить чрезъ мѣру строгія карантинныя учрежденія, что много облегчило торговья сношенія по Дунаю. Австрійское правительство, не смотря на все свое прежнее упорство, на всю не любовь къ преобразованіямъ должно было наконецъ уступить потребностямъ времени и обстоятельствамъ. Одна за другой падали и рушились преграды и таможенныя линіи между ея областями, такъ что за исключеніемъ Венгріи всѣ австрійскія коронныя земли составляли уже въ 40-хъ годахъ одинъ австрійскій

таможенный союзъ. Съ 40-хъ годовъ видимъ мы постепенное облегченіе заграничной торговли, и сбавку пошлинъ со многихъ статей привоза. Правительство отказалось также отъ многихъ монополій; въ 1829-мъ году дозволена свободная продажа соли въ предѣлахъ Государства, и облегчена табачная монополія. Наконецъ въ 1850-мъ году снята была двойная таможенная линия, отдѣлявшая Венгрію отъ остальныхъ провинцій, и 19 Февраля 1853-го года, подписанъ наконецъ знаменитый февральскій договоръ, который почти уже соединилъ австрійскія земли съ нѣмецкимъ таможеннымъ союзомъ, и почти осуществилъ планы и надежды нѣмецкаго промышленнаго міра и нѣмецкихъ экономовъ, планы о нѣмецко-австрійско-венгерскомъ таможенномъ союзѣ.

Таковы были преобразованія на Дунаѣ въ теченіе почти 35 лѣтъ. Какое онѣ имѣли вліяніе на развитіе матерьяльныхъ промышленныхъ силъ увидимъ мы ниже. Прежде позволимъ себѣ представить вкратцѣ развитіе улучшенія путей сообщеній и пароходства, въ тѣсной связи съ которыми находились и таможенные преобразованія, и благодаря которымъ торговля на Дунаѣ, достигла неожиданныхъ размѣровъ.

Дурныя дороги, затруднительные пути сообщенія вообще — дѣйствуютъ точно также, какъ и запретительные тарифы. Рѣчное судоходство, каналы, желѣзныя дороги и наконецъ моря вотъ ратники свободной торговли, къ которой вся Европа въ настоящее время, хотя и медленно — но приближается. Доказательствомъ тому служатъ безчисленные торговые договоры, безпрестанныя преобразованія тарифовъ. Дешевый, провозъ имѣетъ тоже самое вліяніе на развитіе торговли, какъ и пониженіе тарифа.

Первое австрійское общество пароходства *) по Дунаю возникло въ 1829-мъ году, и его первый пароходъ Францъ I-й совершилъ въ Сентябрѣ 1830-го года свой пробный рейсъ между Вѣной и Пестомъ. Онъ блестящимъ образомъ доказалъ возможность пароходства по Дунаю, такъ что уже въ 1832 году въ собраніи акціонеровъ поднялись голоса въ пользу самыхъ широкихъ размѣровъ дунайскаго пароходства по всему Дунаю до Чернаго моря.

Навсегда останется въ лѣтописяхъ развитія дунайскаго пароходства имя венгерскаго графа Стефана Сеченя, главнаго двигателя компаніи. Ни денегъ, ни трудовъ не щадилъ графъ. Онъ самъ ѣздилъ по Дунаю, чтобы изслѣдовать рѣку, препятствія и трудности, противопоставляемыя ею пароходству, и по возмож-

*) Свѣдѣнія о дунайскомъ пароходствѣ извлечены изъ статьи, помѣщенной въ *Deutsche Vierteljahrsschr.* 1853. 2 Heft, подъ заглавіемъ: *Geschichte der Entwicklung der österreichischen Dampfschiffahrt auf der Donau.*

ности устранить ихъ. Онъ уговорилъ венгерское правительство дать суммы на постройку шоссеиныхъ дорогъ по берегамъ тѣхъ частей Дуная, гдѣ судоходство почти невозможно, и гдѣ бы шоссе служило продолженіемъ и дополненіемъ къ пароходству, и далѣе на очищеніе многочисленныхъ мелей по Дунаю. До 1833-го года ходили параходы правда только между Цестомъ, Раабомъ и Землиннымъ, но успѣхъ предпріятія былъ до такой степени несомнѣненъ, что когда задумали выпустить еще 600 акцій по 500 флор. каждая, то ихъ расхватили наперерывъ. Австрійское правительство, смотрѣвшее сначала нѣсколько недовѣрчиво на предпріятіе, обратило теперь на него вниманіе. Кн. Меттернихъ понялъ, что это дѣло великой политической важности, и рѣшился оказать обществу всѣ возможные пособія, но съ условіемъ, чтобы оно начало свои дѣйствія на низовьяхъ Дуная и на Черномъ морѣ.

Къ 1835-му году общество имѣло уже 5 параходовъ которые провезли 17,700 пассажировъ. Одинъ изъ параходовъ, Марія Доротея, ходилъ между Константинополемъ и Смирною и кромѣ пассажировъ и товаровъ доставлялъ еще турецкую почту. Но все существовали большія неудобства. Каждый параходъ имѣлъ свой отдѣльный кругъ дѣйствія: одинъ ходилъ по Черному морю, другой по нижнимъ частямъ Дуная, отрѣзаннымъ желѣзными воротами отъ Венгріи, остальные по венгерскому отдѣлу Дуная, безъ всякой связи съ Вѣною и верхними частями Дуная. Венгерская линія вознаграждала одна можно сказать всѣ усилія общества, и погашала убытки, которые несло послѣднее на другихъ линіяхъ. Въ этомъ же году образовалось баварско-виртембергское пароходное общество, которое однакожъ долго билось съ различными трудностями на быстрой и мелководной рѣкѣ, прежде чѣмъ достигло успѣховъ. Наконецъ 1837-й годъ былъ ознаменованъ открытіемъ пароходнаго сообщенія по верхнимъ частямъ Дуная. Вѣна и Линцъ взошли въ цѣпь дунайскаго пароходства; съ баварско-виртембергскимъ обществомъ заключенъ былъ контрактъ, по которому австрійское общество уступило ему перевозъ пассажировъ отъ Пассау до Линца, предоставляя себѣ доставку товаровъ. Съ 1838-го года существовало уже пароходное сообщеніе отъ Регенсбурга, до устьевъ Дуная. Почти каждый годъ ознаменовывало себя дѣятельное общество какою нибудь новою смѣлою попыткою, какимъ нибудь новымъ улучшеніемъ. Такъ напр. въ этомъ же году построили первый буксирный параходъ, и отдѣлили перевозъ пассажировъ отъ перевоза товаровъ, и принялись далѣе за развѣдку побочныхъ рѣкъ Дуная, обративъ прежде всего вниманіе на Саву. Общество поняло, что въ дѣлѣ путей сообщенія одна главная линія не можетъ никогда держаться, и доставить

вполнѣ всѣхъ ожидаемыхъ выгодъ, не имѣя боковыхъ путей. Съ 1838-го года мы видимъ какъ ревностно и дѣятельно заботилось общество втянуть въ сѣть своихъ пароходныхъ сообщений побочныя рѣки и разные пути по Черному морю. Въ Трапезунтъ ходилъ уже въ это время англійскій пароходъ; австрійское общество купило его, снарядило еще два, и открыло самое дѣятельное и прямое сообщеніе между Трапезунтомъ и дунайскими устьями. Оно начало далѣе разсылать своихъ агентовъ въ малую Азію и Персію, для сбора свѣденій о потребностяхъ этихъ земель, и чѣмъможегъ выгоднѣе и удобнѣе всего снабжать ихъ австрійская промышленность. Такія развѣдки продолжаются съ этого времени постоянно. Агенты пароходнаго общества равно какъ и австрійскаго Ллойда явились даже въ Китаѣ, въ Африкѣ, на Нилѣ, въ Америкѣ, и много они принесли пользы нѣмецкой и австрійской промышленности и торговлѣ.

Успѣхи и выгоды дунайскаго пароходства были уже до такой степени очевидны, что всѣ прежнія опасенія смолкли, и въ одинъ голосъ требовали и администраторы и акціонеры увеличенія капитала до 3,000,000 фл, и постройки новыхъ пароходовъ. Въ 1838-мъ году перевезли пароходы 74,600 пассажировъ и 320,000 центн. товаровъ; въ 1839-мъ было на лицо 10 рѣчныхъ и 7 морскихъ пароходовъ, которые перевезли 105,000 пассажировъ и 348,000 центн. товаровъ, не считая скота крупнаго и мелкаго и свиней, весьма важной статьи дунайской торговли.

Но до 1845-го года дѣятельность общества обращена была несравненно болѣе на расширеніе морскихъ нежели рѣчныхъ путей; всѣ его усилія были обращены на соединеніе Дуная съ Левантомъ. Оно открыло правильныя и постоянныя сообщенія съ Солунемъ, и сдѣлало попытку добраться до Александріи, до Сиріи и его агенты дошли до Басры. Но уже въ 1846-мъ году общество убѣдилось, что главные свои барыши получаетъ оно съ своихъ пароходовъ, плавающихъ по венгерскому и нѣмецкому Дунаю, что морскіе рейсы равно какъ и рейсы по низовьямъ Дуная бывають нерѣдко въ убытокъ, частью отъ притѣсненій турецкаго правительства, частью же отъ невозможности услѣдить за предпріятіемъ, принявшимъ такіе громадныя размѣры. Оно взялось въ началѣ за морское пароходство потому, что при основаніи своемъ не встрѣтило ни одного подобнаго учрежденія, съ которымъ бы могло раздѣлить труды, потому далѣе, что ему было необходимо сблизиться съ Востокомъ, и проложить къ нему вѣрные пути, наконецъ отчасти и по настоянію австрійскаго правительства, желавшаго изъ политическихъ видовъ расширенія его дѣйствій на Черномъ морѣ и на Востокѣ. Австрійское правитель-

ство было очень радо найти такую готовность и такого безкорыстного сотрудника. Въ 1844-мъ году обстоятельства были уже не тѣ. Общество нашло достойнаго себѣ сотрудника и преемника въ обществѣ триестскаго Ллойда, которое успѣло къ этому времени утвердиться на прочныхъ основаніяхъ. Его пароходы перестали уже ограничиваться однимъ адриатическимъ моремъ, но захватывали въ сѣть своихъ рейсовъ весь балканскій полуостровъ, Грецію и малую Азію. Ллойдъ болѣе имѣлъ свѣдѣній въ коммерческихъ дѣлахъ съ Востокомъ, и стало быть съ несравненно большимъ успѣхомъ могъ принять на себя морскую отрасль дунайскаго пароходства. Вѣнскому обществу довольно было дѣла на Дунаѣ, и вотъ оно заключило контрактъ съ Ллойдомъ, передало ему всѣ морскіе пути, и оставило за собой рѣчные. Оно продало ему всѣ свои морскіе пароходы, верфи, магазины, и съ 1845-го года морскими путями управлялъ одинъ Ллойдъ. Отъ Вѣны до Галаца доставлялись съ этого времени и пассажиры и товары обществомъ вѣнскимъ; здѣсь у Галаца ожидаютъ ихъ, въ силу контракта, пароходы Ллойда, и доставляютъ далѣе по назначенію.

Тѣмъ съ большимъ рвеніемъ принялось вѣнское общество за расширение рѣчныхъ линій пароходства. И здѣсь графъ Сечени оказалъ великія услуги, доказавъ на дѣлѣ возможность пароходства по Тисѣ, этой главной артеріи Венгрии, которая находилась до сихъ поръ внѣ всякой связи съ развитіемъ дунайскаго пароходства.

Но въ какомъ положеніи находились матерьяльныя средства общества? Къ тому времени, когда оно передало свои морскіе пути Ллойдю, капиталъ общества простирался до 5,390,000 фл.; 50-тъ агентствъ существовало повсему протяженію Дуная; изъ 20-ти слишкомъ пароходовъ большая часть заняты были на нѣмецкомъ и венгерскомъ отдѣлахъ Дуная, остальные на нижнихъ частяхъ. Число пассажировъ простиралось въ 1842-мъ году до 22,000, въ 43-мъ до 278,594, въ 44-мъ до 555,864; товаровъ перевезено въ 42-мъ до 591,408 ц. въ 1844-мъ слишкомъ миллионъ центнеровъ, кромѣ скота и свиней, весьма важной статьи торговли по Дунаю, какъ мы уже замѣтили.

Еще въ 1840-мъ году пытались утвердить постоянное сообщеніе между Вѣной и Пестомъ, которое оказывалось до сихъ поръ неудобнымъ отъ песчаныхъ отмелей, находившихся между Раабомъ и Вѣной. Несмотря на всѣ возраженія, на долгіе споры это состоялось, и въ настоящее время тамъ, гдѣ по мнѣнію нѣкоторыхъ, учрежденіе одного постояннаго парохода принесло бы вѣрный убытокъ, ходятъ ежедневно нѣсколько пароходовъ, и доставляютъ огромные барыши, не смотря на умноженіе почтовыхъ каретъ, и паровозовъ.

Въ 1844-мъ году дошелъ по Тиссѣ до Сегедина первый пароходъ, и общество рѣшило завести здѣсь постоянный пароходъ для буксировки судовъ вверхъ по рѣкѣ; но уже черезъ два года графъ Сечени самъ лично поднялся на пароходѣ вверхъ по Тиссѣ до Токая и даже до Тиссауилакъ, до начала вообще всякаго судоходства по Тиссѣ. Такъ какъ это рѣка чрезвычайно измѣнчивая, и представляетъ или избытокъ воды или по временамъ совершенное обмеленіе, то почти въ одно время съ начатками пароходства обратили вниманіе на очистку русла и регулировку Тиссы. Лучшіе люди Венгріи приняли самое дѣятельное и патриотическое участіе въ этомъ дѣлѣ, жертвуя своими капиталами. Во главѣ всѣхъ работъ стоялъ венгерскій уроженецъ, инженеръ Беседесъ, имя котораго произносится съ уваженіемъ въ цѣлой Венгріи. По неразвитости промышленности въ Венгріи, она вмѣстѣ съ тѣмъ сравнительно бѣдна капиталами, и не имѣла средствъ предпринять гидротехническія работы въ тѣхъ размѣрахъ, какіе видимъ мы въ остальной Европѣ. Беседесъ придумалъ новое и дешевое средство прорывать каналы. Берега Дуная и Тиссы имѣютъ почву чрезвычайно рыхлую, а во многихъ мѣстахъ отъ большихъ болотъ сырую; рѣки замерзаютъ постоянно, весною же вскрываются они всегда внезапно, и ледоходъ происходитъ съ необыкновенною силою. Огромныя массы снѣжной и дождевой воды уносятъ съ собой льдины, и напоръ ледохода размываетъ безпреставно берега. Этою силою природы воспользовался Беседесъ при производствѣ своихъ работъ. Каждый разъ когда приходилось рыть каналъ для сокращенія изгибовъ и извилинъ Дуная или Тиссы, или для пополненія водой обмелевшаго русла послѣдней, Беседесъ начиналъ рыть въ направленіи предпринимаемаго канала ровъ, открывая его стремленію и напору ледохода, а въ то же время проводилъ вокругъ въ разныхъ разстояніяхъ поперечныя каналы, ослабляя такимъ способомъ окружающій грунтъ. Первый ледоходъ, врываясь съ страшною силою въ подготовленный ему путь, уносилъ съ собою цѣлыя глыбы надрѣзанныхъ и подкопанныхъ береговъ, и изъ меньшаго рва образовывался широкій и глубокій каналъ. Такимъ то способомъ устроенъ былъ каналъ между Бая (Вауа) и Могачемъ, сократившій на нѣсколько миль путь пароходовъ, и есть надежда, что вскорѣ главное теченіе Дуная перейдетъ въ этотъ каналъ. Поддержка каналовъ обходится также весьма дешево. Въ 1846-мъ году Беседесъ предложилъ венгерскимъ магнатамъ другой планъ, который однакожъ не состоялся, но отнюдь не по невозможности, а въ слѣдствіе бурныхъ событій 48-го и 49-го годовъ. Онъ доказалъ, что уровень Тиссы у Сегедина на 20-ть футовъ ниже уровня Дуная у Песта, что есть

слѣдовательно возможность прорыть каналъ, вышеозначеннымъ способомъ, для сообщенія мелководной Тиссы воды изъ Дуная. По его расчету выгоды такого предпріятія должны были непременно покрыть всѣ издержки самымъ легкимъ образомъ, и доставить еще въ добавокъ огромные барыши. Сооруженіе канала осушило бы до 600,000 моргеновъ *), продажа и воздѣлываніе которыхъ покрыло бы всѣ издержки, простирающіяся до 4 м. гульденовъ; выгоды же канала очевидны, потому что всѣ произведенія Баната пойдутъ этимъ путемъ въ Пестъ, и на оборотъ продукты верхняго Дуная будутъ доставляться новымъ же путемъ въ Банатъ. Новому проекту были однакожь враждебны, и замедлили приведеніе его въ исполненіе интересы многихъ придунайскихъ городовъ, а года 48-й и 49-й отбросили его на долго назадъ. Пивовья Тиссы въ настоящее время вездѣ удобны для пароходства, и вездѣ стараніями общества укрѣплены берега, въ особенности на болотистыхъ низменностяхъ Бачки. Благодаря такимъ патриотическимъ усиліямъ венгерскихъ магнатовъ и дѣятельности общества, Тисса вступила въ рядъ великихъ торговыхъ путей Европы **).

По Савѣ и Дравѣ началось съ 45-го года также правильное пароходное сообщеніе, послѣ преодоленія всѣхъ трудностей, представляемыхъ обѣими быстрыми, и во многихъ мѣстахъ мелководными рѣками. Обѣ служатъ главными путями для торговли Баната и центральной Венгрии съ Фиуме. Главныя статьи торговли лѣсъ, и преимущественно дубовые бочарные лады, матерьялъ для которыхъ доставляютъ обширныя дубовыя лѣса Славоніи. Пароходы начали съ 45-го года ходить по Савѣ до Сиссека, по Дравѣ до Эссега.

Съ 46-го года видимъ мы еще новое улучшеніе въ пароходныхъ сообщеніяхъ — учрежденіе пассажирныхъ легкихъ пароходовъ между ближайшими городами, и въ началѣ между Пестомъ и Офеномъ. Уже черезъ годъ послѣ своего основанія пароходы перевозили до 300,000 пассажировъ, число которыхъ въ настоящее время простирается далеко за миллионъ. Такія же точно сообщенія завели между Землинимъ, Бѣградомъ и Панчовой, между Раабомъ и Гоньо, между Сегединомъ и Сольнокомъ.

Наконецъ въ 1846-мъ же году пароходы преодолѣли одну изъ самыхъ важныхъ преградъ, *железные ворота*. Пароходъ Эростъ пробился первый, а за нимъ послѣдовали другіе, доказали на дѣлѣ

*) Моргенъ = 0,23370 десят.

**) Schütte, Ungarn. I. 31. sqq.

возможность плаванія черезъ опасные пороги и падуны, и соединили слѣдовательно навсегда верхнія части Дуная съ его низовьями. Конечно и здѣсь не щадили пароходное общество ни трудовъ ни пожертвованій для устраненія по возможности помѣхъ и опасныхъ преградъ. Оно и здѣсь доказало великую экономическую истину, какъ много могутъ сдѣлать частные люди отдѣльно или компаніями, потому что здѣсь дѣйствуетъ и говоритъ личный интересъ. Не далѣе какъ только въ Октябрѣ мѣсяцѣ 1853-го года обратило австрійское правительство свое вниманіе на желѣзныя ворота, и нарядило комиссію инженеровъ для изслѣдованія ихъ и для устраненія препятствій, противопоставляемыхъ до сихъ поръ ими судамъ и пароходству. На верховьяхъ Дуная произошли также большія преобразованія. Ульмъ былъ оставленъ внѣ пароходныхъ сообщеній, которыя начинались и оканчивались съ этого времени Донаувертомъ; рейсы учреждены ежедневные и постоянные, что доставило чрезвычайно много выгодъ и пажнедунайскому пароходству. Открытіе дунайскаго канала сблизило Дунай съ Рейномъ, съ центральной Германіей, и въ слѣдствіе этого вѣнское общество учредило немедленно свои агентствы во Франкфуртѣ и въ Лейпцигѣ; но этимъ оно не ограничилось, и въ 1847-мъ году мы встрѣчаемъ его агентовъ въ Лондонѣ, Парижѣ, Страсбургѣ Гамбургѣ, и Кельнѣ *).

*) Каналъ лудвигскій былъ открытъ въ 1843-мъ году, но не ближе 1846-го года началось по немъ свободное судоходство. Длина его 23½ нѣм. мили, ширина 54 фута, глубина 3 ф. На немъ 94 шлюза. Каждый шлюзъ имѣетъ въ ширину 16 ф. въ длину 120 ф. такъ что длинныя барки и плоты могутъ свободно черезъ нихъ проходить. Судя по отчетамъ, представленнымъ баварскимъ камерамъ въ 1852-мъ году, каналъ стоилъ около 16,000,000 флор., на наши деньги около 8½ милл. р. сер. Въ 1851-мъ году 19-го Мая Баварское правительство приобрѣло каналъ за 8,000,000 фл. въ 3½ процентныхъ облигаціяхъ. Движеніе судоходства было слѣдующее:

По каналу прошло въ 1851-мъ году	въ 1852-мъ году,
судовъ :	3142 3883.
плотовъ :	429 184.

Товаровъ провезено 2,243,395 ц. 2,398,181 ц.

Сборъ составлялъ въ 1852 году 160,671 фл.
расходы 94145 фл.

Прибыли было.....66526 фл.

До 1850-го года расходы превышали доходъ, но съ этого времени видимъ мы результаты все болѣе и болѣе благопріятные. См. Die Donau und ihre schiffbaren Nebenfüsse und Kanäle. von Heinrich Meidinger.

На низовьяхъ Дуная взошло общество въ сношенія съ новыми линиями пароходства, возникшими на Черномъ морѣ. Первое мѣсто занимаетъ здѣсь одесское пароходство. Одесса, торговое значеніе которой росло и растетъ не по днямъ а по часамъ не имѣла до 46-го года прямаго сообщенія съ придунайскими землями, съ Венгріей, Австріей, Баваріей и центральной Германіей. Давно уже ходили правда суда отъ Одессы къ устьямъ Дуная, по доставка на нихъ пассажировъ, простой и денежной корреспонденціи, сопряжена была съ такими неудобствами и трудностями, что большая часть сообщений шла окольными путями черезъ Константинополь, и сухимъ путемъ по сѣверному склону Карпатъ черезъ Галицію и Броды. Въ Константинополѣ и Бродахъ производились почти всѣ торговыя сдѣлки между Одессой и Вѣной, но давно уже были толки объ основаніи постоянного пароходнаго сообщенія между Одессой и Галацомъ. Въ 46-мъ году прибылъ къ Дунаю русскій пароходъ, и съ этого времени началось постоянное сообщеніе между Дунаемъ и Одессой, а вмѣстѣ съ тѣмъ встрѣчаемъ мы агентовъ вѣнскаго общества въ Одессѣ, Тифлисѣ и Радутѣ — кале.

Обратимся теперь къ другимъ улучшеніямъ, совершеннымъ вѣнскимъ обществомъ. До сихъ поръ буксирные пароходы отправлялись изъ пристаней не въ опредѣленное время, но только когда грузъ ихъ бывалъ полонъ, такъ что купецъ не могъ никогда рассчитывать, когда его товары будутъ отправлены, когда они придутъ къ мѣсту назначенія. Съ 1847-го года пароходы отправлялись уже постоянно въ извѣстные дни, изъ извѣстныхъ пристаней, не взирая на то полонъ ли ихъ грузъ или нѣтъ. Такая правильность въ отправкѣ придала болѣе вѣроятія въ успѣхъ спекуляцій, болѣе точности коммерческимъ оборотамъ, и привлекла несравненно болѣе товаровъ.

Общество обратило свое просвѣщенное вниманіе и на экипажъ своихъ пароходовъ, понимая, какъ много зависитъ удачное и благополучное плаваніе отъ хорошихъ кормчихъ. Оно брало молодыхъ людей въ службу безъ жалованья, на своемъ содержаніи, заставляя ихъ на практикѣ изучать навигацію, и по истеченіи извѣстнаго срока давало имъ мѣста кондукторовъ, машинистовъ и т. д. Довѣренность къ обществу привлекала къ нему много желающихъ, такъ что выборъ былъ для него легокъ. Оно учредило кромѣ того еще зимніе классы и курсы лекцій для своихъ служащихъ, гдѣ читали о пароходствѣ, дунайскомъ судоходствѣ, и преподавали другія науки, необходимыя въ ихъ службѣ.

Исчислимъ же теперь выгоды, доставленныя пароходствомъ торговлѣ и промышленности придунайскихъ областей. Дешевизна провоза

и скорость доставки — вотъ уже существенныя выгоды пароходовъ. Товары шли бывало прежде изъ Цеста въ Ульмъ 3 мѣсяца; отъ дунайскихъ же устьевъ нерѣдко 5, 8 мѣсяцевъ, а при неблагоприятныхъ обстоятельствахъ случалось что и годъ; внизъ же по Дунаю по крайней мѣрѣ два мѣсяца. Неудобство сообщенія доходило до того, что Дунай оставался пустымъ даже въ тѣ мѣсяцы, когда онъ бываетъ самымъ удобнымъ путемъ. Товары лейпцигскіе, вѣнскіе, штирскіе, предназначаемые въ придунайскіе и черноморскіе порты доставлялись нерѣдко черезъ Польшу, вокругъ Карпатъ. Еще хуже были сообщенія по Тиссѣ, Савѣ и Дравѣ. По вычисленіямъ одного негоціанта требовалось для провоза товаровъ отъ устья Савы, въ Банатъ, до Фіуме, на разстояніи, 80 миль, два мѣсяца, а въ случаѣ неблагоприятныхъ обстоятельствъ цѣлое лѣто, т. е. почти полгода. Съ развитіемъ пароходства товары поспѣваютъ изъ Цеста въ Ульмъ уже не въ три мѣсяца, какъ это бывало прежде, а въ 18-ть и 20-ть дней. Изъ Вѣны же къ устью Дуная идутъ они 8 дней, и на оборотъ отъ устья въ Вѣну 16 и 18 дней. Съ верховьевъ Дуная можно было теперь прибыть въ Трапезунтъ въ продолженіе столькихъ же дней, сколько прежде на это требовалось недѣль. Вмѣстѣ съ ускореніемъ провоза, понизился и фрахтъ. По старому пути вокругъ Карпатъ стоилъ провозъ въ 6 разъ дороже; фрахтъ отъ Вѣны по Дунаю и дагѣ до Одессы понизился до 4½ гульд. съ центнера; отъ Триеста къ устьямъ Дуная, и отсюда въ Одессу стоилъ фрахтъ въ слѣдствіе новыхъ улучшеній не болѣе гульдена съ центнера, а фрахтъ отъ Вѣны до Триеста упалъ съ 10-ти и 12-ти гульденовъ до 3½ г. съ ц. Пароходство осталось наконецъ не безъ вліянія и на остальные отрасли дунайскаго судоходства, находившіяся въ рукахъ необразованныхъ и бѣдныхъ судохозяевъ, работавшихъ каждый самъ по себѣ, не имѣвшихъ ни средствъ, ни свѣдѣній и энергіи для приведенія судоходства въ лучшее положеніе. Огромныя суда, самой грубой конструкціи (Hajos), ходили по среднимъ и нижнимъ частямъ Дуная, и верховой ходъ сопровождался неминуемыми трудностями. Суда эти строятся обыкновенно около Сегедина, на Тиссѣ, въ Панчовѣ, въ Землинѣ, въ Эссерѣ на Дравѣ и въ Сиссекѣ на Савѣ. Они поднимаютъ до 6000 ц. и отъ 10000 — 13000 метценовъ хлѣба. (Метценъ = 2½ четверика). Бичева, которою ихъ тянутъ имѣетъ до 1000 и до 2000 саженой длины, въ слѣдствіе ширины рѣки и ея болотистыхъ береговъ, гдѣ почти не встрѣтишь удобнаго бичевника. Бичеву поддерживаютъ лодки, плывущія по срединѣ въ косомъ направленіи къ судну, иначе бичева должна была бы упасть силою своей собственной тяжести въ воду. Отъ 50 до 60 лошадей тянутъ бичевую, и дюжинами

вязнуть несчастныя животныя въ болотахъ. Не мудрено, что при такомъ способѣ судоходства суда остаются на пути между Бѣлградомъ и Пестомъ 4 и 5 мѣсяцевъ. Прежде случалось нерѣдко, что судохозяева изъ Баната, изъ Панчовы и Землина отправлялись съ грузами хлѣба въ Браиловъ и Галацъ, и доставивши хлѣбъ продавали свои барки, что впрочемъ сопряжено было нерѣдко съ большими для нихъ убытками. Такъ на пр. въ 1847-мъ году отправилось 86 большихъ барокъ изъ Панчовы и Землина черезъ желѣзные ворота съ тѣмъ, чтобы взять въ Болгаріи и Валахіи накопившіеся запасы хлѣба, и доставить ихъ въ Браиловъ и Галацъ. Изъ числа этихъ барокъ 71 подняли грузу въ Валахіи 378,000 меценовъ хлѣба и 978,300 меценовъ въ Булгаріи. Нѣкоторые изъ нихъ дошли до Сулинскаго гирла, и сдали весь свой грузъ на корабли. Но такъ какъ всѣ этѣ барки могли итти вверхъ только лямочнымъ ходомъ, а хорошаго бичевника на низовьяхъ Дуная почти нигдѣ нѣтъ, то всѣ онѣ почти были проданы за безцѣнокъ въ Галацъ или Браиловъ. Не болѣе 16 воротились въ Венгрію назадъ. Но этого мало. Честные Сербы были обмануты хитрыми левантскими торговцами, ихъ подрядившими. *)

Дунайское пароходство имѣло и здѣсь благотѣльное вліяніе тѣмъ, что заставило судохозяевъ понять выгоду пароходовъ; вмѣсто лошадей и лямочниковъ стали они прибѣгать теперь къ буксирнымъ пароходамъ, исправили, улучшили и измѣнили постройку своихъ судовъ. Конечно и тутъ были голоса противъ благотѣльныхъ пововведеній, жалобы, подобныя тѣмъ, которые намъ приходилось не разъ слушать отъ помѣщиковъ и крестьянъ нашихъ прикамскихъ и приволжскихъ губерній. Жаловались, что пароходы отбиваютъ хлѣбъ, что некуда дѣвать лошадей, которыхъ сбывали такъ выгодно судохозяевамъ, что заработки судорабочихъ уменьшились, заработная плата понизилась. Но все это на время. Оживленіе торговли, судоходства, умноженіе количества провозимыхъ товаровъ вызвало потребность въ новыхъ рабочихъ, и руки, на время оставшіяся правдыми, нашли себѣ въ избыткѣ работу и богатое за нее вознагражденіе. Бурные года 1848-й и 1849-й много повредили дунайскому пароходству, но тѣмъ съ большею дѣятельностью продолжалось оно за то по окончаніи венгерскихъ смуть, и въ особенности послѣ уничтоженія таможенной линіи между австрійскими землями и Венгріей, когда послѣдняя получила возможность дѣлиться свободно и безпрепятственно съ ними и съ Германіей своими естественными богатствами, и когда съ другой стороны мануфактурнымъ произведеніямъ Гер-

*) Schütte ibid. Meidinger ibid. p. 83 — 85.

маніи и Вѣны открылись богатые рынки Венгріи. Коммерческая дѣятельность и потребность въ средствахъ провоза дошли до того, что дирекція вѣнскаго пароходнаго общества, полагавшая еще лѣтъ 10-тъ тому назадъ, что почти уже зарвалась, и перешла границы потребностей, убѣдилась, что теперь только настала пора процвѣтанія пароходства, и что оно съ своими средствами уже не можетъ болѣе удовлетворить коммерческимъ потребностямъ, но должно усилить ихъ, и съ 1850-го года дѣятельность общества принимаетъ размѣры все болѣе и болѣе обширные.

Я не буду здѣсь говорить подробно о всѣхъ улучшеніяхъ, какія были сдѣланы въ послѣдніе года, и ограничусь только одними краткими указаніями, и очеркомъ дѣятельности пароходства до 1853-го года.

Очищеніе русла Дуная, устраненіе препятствій судоходства по Дунаю и побочнымъ рѣкамъ, учрежденіе по всюду почти правльнаго и постояннаго судоходства, вотъ надъ чѣмъ трудилось по преимуществу вѣнское общество въ связи съ Ллойдомъ. Съ 1850-го года началось постоянное пароходное сообщеніе по Тиссѣ до Токая; между Пассау и Линцомъ начали ходить въ первый разъ большіе буксирные пароходы, а съ 1851-года были заведены на вѣнско-дунайскомъ каналѣ маленькіе пароходы, для доставки пассажировъ изъ Вѣны къ пристани на большіе пароходы, остававшіяся у Пратерэка; но такъ какъ и этого улучшенія было еще недостаточно, то уже въ томъ же году, при содѣйствіи министра Брука начали заботиться объ очисткѣ дунайскаго русла отъ самаго Кремса до границъ Венгріи, чтобы сдѣлать Дунай доступнымъ большимъ пароходамъ до самой Вѣны и далѣе. Одинакія усилія прилагались къ регулировкѣ Дуная между Пресбургомъ и Раабомъ, гдѣ пароходы встрѣчали часто большія затрудненія, и подвергались многимъ опасностямъ. Средства общества не позволяли ему употребить своихъ собственныхъ капиталовъ на расчистку русла и регулировку рѣки, но оно оказало уже тѣмъ услугу, что указало правительству на эти неудобства, пояснило ихъ ему, и поощрило къ дѣятельному содѣйствію. Общество ограничилось покуда тѣмъ, что употребляло всѣ усилія на постройку пароходовъ и судовъ такого свойства, какого требовали мелководье и другія неудобства, представляемая своевольною и капризною рѣкою, т. е. чтобы суда съ малой по возможности осадкой, сохраняли притомъ необходимую силу. Въ этомъ дѣлѣ усилія общества увѣнчались полнымъ успѣхомъ. Съ 1850-го года начали ходить между Раабомъ и Пресбургомъ буксирные пароходы въ 150 силъ, съ осадкой въ водѣ не болѣе какъ на 2 фута и 8 дюйм.

Число пароходовъ значительно въ послѣднее время умно-

жилося. Въ 1850-мъ году было 47 пароходовъ въ дѣйствиіи, въ 51-мъ 52, въ 52-мъ году 58, а въ 1853-мъ году общество насчитывало у себя 75 пароходовъ, представлявшихъ собой 10,000 силъ. Кромѣ умноженія пароходовъ прилагали также стараніе къ умноженію желѣзныхъ транспортныхъ судовъ. Къ 1850-му году ихъ было 85. Но число ихъ скоро оказалось недостаточнымъ, потому что одинъ Банатъ высылалъ въ Вѣну ежегодно до 3,000,000 мценевъ хлѣба, а сколько оставалось еще продуктовъ, нуждавшихся въ перевозѣ и доставкѣ изъ благословенныхъ и плодородныхъ равнинъ Венгріи. Явилась потребность въ умноженіи и классификаціи судовъ; одни изъ нихъ назначались для хлѣба, другія для каменнаго угля, инныя для доставки лѣса, инныя для свиней и для скота вообще. Въ 1851-мъ ихъ было 174, въ 1852-мъ году 195. Общество не успѣвало ихъ строить на своихъ собственныхъ верфяхъ, находящихся около Песта и Офена, и вынуждено было дѣлать непрерывно новые заказы за границую. Къ 1853-му году общество высылало на Дунай и на его вѣтви и приводило въ движеніе до 700 судовъ, пароходовъ, большихъ транспортныхъ и всякаго рода мелкихъ судовъ.

Число пассажировъ, отправлявшихся на пароходахъ, принадлежащихъ обществу, простиралось въ 1851-мъ году до 1,431,734 человекъ; изъ нихъ впрочемъ 800,000 приходилось на разстояніе между Офеномъ и Пестомъ; остальные 600,000 на другихъ частяхъ Дуная, и изъ нихъ почти $\frac{1}{2}$ на разстояніи между Вѣною и Пестомъ, $\frac{1}{4}$ между Вѣной и Линцомъ и $\frac{1}{4}$ между Пестомъ и Орсовой. Между Бѣлградомъ, Землинымъ и Папчовой проѣхало въ 1850-мъ году 33,000, въ 1851-мъ году 63,000 человекъ. На пространствѣ между Токаемъ и Сиссекомъ, между двумя самыми крайними точками пароходства, гдѣ въ 1847-мъ проѣхало еще не болѣе 4700 человекъ доставили пароходы въ 1850-мъ году 33,000, въ 1851-мъ 44,500 человекъ; на низовьяхъ Дуная или на его Валлахо-Турецкомъ отдѣлѣ 16,900 пассажировъ. Товаровъ доставило общество въ 1851-мъ году на пространствѣ отъ Вѣны вверхъ по Дунаю, или вообще на такъ называемомъ нѣмецко-австрійскомъ Дунаѣ 255,000 центн., на венгерскомъ Дунаѣ и на его побочныхъ рѣкахъ 6,600,000 центнеровъ, на валлахо-турецкомъ отдѣлѣ 290,000 центн. Торговое движеніе особенно оживилось по Тиссѣ и Савѣ. Въ 1845-мъ году провезено было по Савѣ отъ Землина и до Сиссека не болѣе 7,400 центнеровъ, по Тиссѣ только 49,000 центн., но въ 47-мъ число это возросло на обѣихъ рѣкахъ до 280,000 центн., въ 50-мъ до 539,000 ц., и въ 1851-мъ до 1,345,000 центн. Въ отчетахъ общества не отдѣляютъ, къ сожалѣнію, результатовъ торговаго движенія по двумъ

упомянутымъ рѣкамъ, но берутъ ихъ вмѣстѣ, не смотря на это можно однакожъ сказать съ достовѣрностію, что торговое движеніе по Тиссѣ превосходитъ обороты Савы почти въ 8 разъ. Пароходство по Тиссѣ увеличило ея торговое движеніе въ послѣдніе 7 лѣтъ почти въ 20-ть разъ.

Къ числу важныхъ улучшеній, которыя были сдѣланы въ послѣдніе года, мы можемъ указать еще на ускореніе рейсовъ, на точность и опредѣленность прихода и отхода пароходовъ. Такая правильность была возможна только теперь, когда для каждого отдѣла своенравной рѣки устроены были свойственныя ему суда, такъ что теперь товары приходятъ и доставляются несравненно скорѣе, и притомъ въ срокъ, за неисполненіе чего общество обязуется платить извѣстное взысканіе. Уже въ 1850-мъ году опредѣлено было доставлять товары изъ Вѣны въ Пестъ въ 3 дня, и обратно вверхъ по рѣкѣ въ 6 дней. Такіе же точно срочные рейсы установлены были по всему Дунаю до Галаца, потомъ до Одессы и наконецъ въ Редутъ-кале, такъ что товары, отправляемые обыкновенно изъ Вѣны въ понедѣльникъ приходятъ черезъ 16 дней въ Галацъ, черезъ 22 въ Одессу и черезъ 32 дня на Кавказъ. Точно такое же улучшеніе видимъ мы и на пассажирныхъ пароходахъ, и въ настоящее время постигаютъ пассажиры изъ Вѣны въ Константинополь въ 8 дней.

Въ заключеніе я позволю себѣ представить очеркъ матерьяльныхъ средствъ общества, начавшаго свою благодѣтельную для государства и для всей европейской торговли дѣятельность съ столь малыми и ничтожными средствами. Оно начало свое предпріятіе съ 100,000 фл. и обладало въ 1853-мъ году капиталомъ въ 17,000,000 гульд.; ему принадлежитъ до 700 судовъ разнаго рода, въ томъ числѣ и пароходы, представляющіе собою 10,000 силъ, и употребляющіе ежегодно болѣе двухъ милліоновъ центнеровъ каменнаго угля; оно доставляетъ ежегодно слишкомъ $1\frac{1}{2}$ милл. пассажировъ, и слишкомъ 9,000,000 центн. товаровъ, до 200,000 головъ скота и до 29,000,000 гульд. звонкой монеты, и буксируетъ ежегодно до 3500 судовъ. Въ службѣ его находится до 4000 человекъ, и 107 агенствъ и конторъ открыты имъ въ придунайскихъ областяхъ и за границей *).

*) Для поясненія развитія дунайскаго пароходства и торговаго движенія мы помѣщаемъ здѣсь таблицу, представляющую положеніе дѣлъ австрійскаго пароходнаго общества по Дунаю и его притокамъ, и заимствованную нами изъ статистическаго альманаха Гюбнера. *Jahrbuch für Volkswirtschaft und Statist. v. Otto Hübner*).

Года.	Капит. общест.	Парашо-ды.	Барян.	Число путннх.	Число пасажи-ровъ.	Число товар. въ цент.	нерахъ.	Число свищ.	Перезвонкой монетъ.	Доходы.	Расх.	Лини д. въ %
1831	100,000 г.	1	}	не	из	въ	38,529	ст	—	9086	7271	5
1832	—	1								17,727	12,000	7058
1833	—	2	20,203	12,446	6212	7						
1834	270,000	4	47,436	37,113	59,424	5						
1835	560,000	5	97,991	223,561	166,963	5						
1836	700,000	8	38,529	351,896	316,848	5						
1837	1,050,000	10	67,070	1,077,000г.	—	5						
1838	2,100,000	15	20,203	3,371,168	503,991	5						
1839	3,000,000	17	47,436	7,113,483	950,928	7						
1840	3,630,000	19	74,584	1,121,653	1,241,155	5						
1841	4,000,000	23	105,926	1,382,158	1,399,994	6						
1842	—	24	175,293	1,567,569	1,478,709	5						
1843	Тоже	28	170,078	1,664,425	1,774,759	5						
1844	Тоже	28	214,401	1,896,883	1,950,625	5						
1845	Тоже	28	278,594	17,511,876	1,774,759	5						
1846	Тоже	32	555,864	15,622,351	1,935,332	5						
1847	6,000,000	41	793,595	6,154,515	1,651,915	8						
1848	Тоже	47	1,083,354	2,135,376	2,066,851	10						
1849	Тоже	47	1,539,796	5,185,512	2,626,273	93						
1850	Тоже	47	1,909,287	5,185,512	2,066,851	5						
1851	7,276,150	52	1,909,287	7,498,792	1,600,020	5						
1852	10,306,425	58	3,184,778	12,169,637	1,720,573	7						
1853	16,745,225	75	2,592,624	2,751,724	1,406,769	7						
		253	1,246,831	5,527,129	1,406,769	7						
		174	4,690,886	17,041,380	2,233,465	7						
		195	7,220,626	156,586	3,456,679	84						
		253	10,655,574	243,268	4,200,638	12						
		253	9,026,474	163,055	4,640,497	5						

Кромѣ австрійскаго парохолнаго общества на Дунай дѣйствуетъ еще королевское баварское общество.

И не смотря на такое обширное развитіе матерьяльныхъ силъ общества ему можно смѣло обѣщать и можно ожидать отъ него несравненно еще большаго распространенія круга дѣйствій. Одно пароходное общество не удовлетворяетъ уже въ настоящее время потребностямъ торговли на Дунаѣ. Осенью 1851-го года цѣлыя груды товаровъ лежали въ магазинахъ, и не могли быть отправлены изъ Венгріи въ Австрію за недостаткомъ судовъ. Въ своемъ новомъ тарифѣ на 1852-й годъ дунайское пароходное общество говоритъ прямо, что оно можетъ впредь принимать грузы хлѣба, не иначе какъ соображаясь только съ находящимися въ ея распоряженіи средствами доставки и перевоза. Все громче и громче высказывается потребность въ другомъ обществѣ, и начинаютъ сильно поговаривать объ основаніи новаго общества исключительно только для буксирнаго пароходства. Вся трудность состоитъ только въ томъ, какъ согласить эту потребность торговли съ привилегіей, которою до сихъ поръ пользовалось австрійское привилегированное общество пароходства. Такимъ образомъ все неудобство происходитъ отъ монополіи, этой вѣчной и постоянной помѣхи всякаго успѣха и развитія матерьяльныхъ силъ народа. Со-всѣмъ иное встрѣчаемъ мы на Рейнѣ, гдѣ при свободномъ соперничествѣ пароходовъ пассажирныхъ и буксирныхъ нѣтъ никогда недостатка въ средствахъ доставки, и гдѣ господствуетъ постоянно дешевый фрахтъ. Но есть надежда что Дунай, разорвавшій уже большую часть своихъ оковъ слумѣетъ разорвать и послѣднія.

Вмѣстѣ съ развитіемъ пароходства по Дунаю шло дружно усовершенствованіе сухопутныхъ сообщеній, шоссе и желѣзныхъ дорогъ, вызванныхъ оживленіемъ торговли и промышленности въ придунайскихъ областяхъ. Въ 1832-мъ году, черезъ два года послѣ появленія на Дунаѣ перваго парохода, положены были и первые рельсы на дорогѣ, которая должна была соединить Дунай съ Богеміей; съ 1839-го года начинается самая дѣятельная постройка желѣзныхъ дорогъ, а къ 1848-му году были уже частью окончены, частью же начаты или проектированы же-

У баварскаго общества всего считается 11 пароходовъ, поднимающихъ каждый отъ 50 — 600 центнеровъ. Изъ нихъ ходятъ большіе между Регенсбургомъ и Донаувертомъ. Большіе берутъ кромѣ пассажировъ до 600 цент. груза; маленькіе не болѣе 40 и 50 цент. Пароходы этого общества перевозили въ 1842-мъ году между Донаувертомъ и Линцемъ 178,128 цент. товаровъ и 49,572 пассажира. Въ Линцѣ переходятъ и пассажиры и грузъ на пароходы и суда австрійскаго пароходнаго общества.

жѣзныя дороги по всѣмъ главнымъ направленіямъ. Дунайское общество пароходства нимаю не тревожилось быстрымъ развитіемъ новыхъ путей сообщеній; не соперниковъ видѣло оно въ нихъ, но напротивъ привѣтствовало ихъ какъ сотрудниковъ и помощниковъ въ общемъ дѣлѣ оживленія торговли и промышленности, понимая очень хорошо, что самыя разнообразныя пути сообщеній нимаю не вредятъ другъ другу, не исключаютъ взаимно другъ друга, но что торговое движеніе по Дунаю и въ прилежащихъ къ нему областяхъ тѣмъ шире должно развиваться, чѣмъ болѣе откроется для него рынковъ, дотолѣ отрѣзанныхъ отъ Дуная по недостатку удобныхъ путей сообщеній. Главныя исходныя пункты дунайскихъ желѣзныхъ дорогъ — это Ульмъ, Аугсбургъ, Донаувертъ, Линцъ, Вѣна и Пестъ; всѣ желѣзныя дороги представляли въ началѣ боковыя линіи Дуная, потому что Дунай былъ уже самъ по себѣ удобнымъ путемъ для сообщеній. Богемія, Моравія, Штирія, Венгрія, и большая часть Баварія съ Виртембергомъ пришли въ соприкосновеніе, и связь съ главнымъ путемъ — съ Дунаемъ. Но скоро уже задумали о центральной желѣзной дорогѣ, вдоль Дуная, и прежде всего торопились отдѣлать дорогу изъ Вѣны въ Пестъ, а въ 1848-мъ рѣшили вести и далѣе до Зальцбурга, гдѣ Баварское правительство брало на себя постройку до Мюнхена и до Аугсбурга. Гораздо дѣятельнѣе и быстрѣе шло сооруженіе дорогъ въ бассейнѣ Эльбы и Одера, сближая ихъ такимъ образомъ съ Дунаемъ. Въ Маѣ 1837-го года открыты были двѣ важныя дороги въ Гамбургъ и Штеттинъ черезъ Берлинъ, благодаря которымъ придунайскіе города сблизились скорѣе съ портами отдаленныхъ сѣвернаго и нѣмецкаго морей чѣмъ съ адриатическимъ моремъ, потому что трудности, сопровождавшія постройку желѣзной дороги изъ Вѣны въ Триестъ, должны были надолго еще задержать послѣднюю. Гамбургъ и Штеттинъ стали приморскими портами для Вѣны и придунайскихъ городовъ, и захватили въ свои торговыя операции дунайскія области. Баварія и Виртембергъ отстали отъ общаго движенія и дорого за это заплатились. Желѣзныя дороги, начатыя отъ Мюнхена, Аугсбурга, Ульма и Донауверта были совершенно отрѣзаны отъ главныхъ упомянутыхъ выше линій, а потому вся дунайская корреспонденція съ Англіей и Америкой, пассажиры, товары шли съ 1848-го года уже не прежнимъ путемъ, верхними частями Дуная, но черезъ Вѣну и Гамбургъ, съ Франціей же черезъ Берлинъ и Кельнъ, тогда какъ прежде корреспонденція шла черезъ Баварію и Виртембергъ, которыя и понесли слѣдовательно большой убытокъ отъ потери транзита. Въ послѣднее время оба правительства рѣшились горячо пристаться за желѣзныя дороги,

и работы производятся самымъ дѣятельнымъ образомъ между Мюнхеномъ и Зальцбургомъ, Ульмомъ и Аугсбургомъ. *)

Кому неизвѣстно положеніе дорогъ въ Венгріи. Стоитъ только раскрыть любое путешествіе, и на первыхъ же страницахъ найдешь самыя горькія жалобы на совершенную невозможность ѣзды по венгерскимъ равнинамъ, гдѣ нерѣдко сообщенія совершенно прекращались за непроходимую грязью, гдѣ обозы и путешественники вязли и топили, особенно въ мѣстахъ по Тиссѣ и по нижнимъ частямъ Дуная. Дороги, соединяющія главные города Венгріи, Пестъ, Кечкеметъ, Сегединъ, Сольнокъ, Дебrecинъ Гросвардеинъ, Темесваръ и Арадъ — это простыя степныя дороги, находящіяся еще ближе къ первобытному состоянію чѣмъ наши шоссеиныя дороги. Вотъ какъ описываютъ дорогу изъ Песта въ Сегединъ: »она идетъ то по волнамъ мелкаго летучаго песку, то по степи, по которой бѣгаютъ дрофы, то болотами, то дномъ высохшихъ озеръ, покрытымъ словно инеемъ, содами кристаллами, то наконецъ изрѣдка лугами. Кой гдѣ попадаются бѣдныя хижины, (салаши или чарды) да высокіе песты, означающіе колоды. Дорога состоитъ изъ безчисленнаго множества отдѣльныхъ тропинокъ, и колен ихъ то переплетаются то расходятся нерѣдко на двѣ и на три мили. Каждый выбираетъ себѣ любой путь; всадникъ ѣдетъ по одной тропѣ, извозчикъ по другой; каждый слѣдуетъ или опыту или инстинкту. То приходится ѣхать по безводной степи въ облакахъ мельчайшей пыли, то болотами и топями, по которымъ можетъ безопасно проѣхать только тотъ, кому хорошо извѣстна мѣстность и дорога. На пространствѣ 6000 миль было еще въ 1848-мъ году не болѣе какъ на протяженіи 400 миль шоссеиныхъ правильныхъ дорогъ.« **) Пароходство по Дунаю подало и здѣсь сигналъ къ улучшеніямъ. То чѣмъ былъ для Венгріи въ дѣлѣ пароходства Графъ Сечени тѣмъ самымъ былъ для нее въ отношеніи къ желѣзнымъ дорогамъ графъ Казиміръ Баттьяни. Подобно Австріи, обратившей все свое вниманіе на Триестъ, обратили его Венгры на Фиуме, на единственный свой приморскій портъ. Сначала хотѣли здѣсь прорыть каналъ, но потомъ проложили прекрасную шоссеиную дорогу черезъ тинарскія Альпы (Luisenstrasse) и далѣе отъ Кульпы и Савы Юзефинскую дорогу. По этому же направленію хотѣлъ графъ Казиміръ Баттьяни провести желѣзную дорогу, которая къ несчастію до сихъ поръ еще не состоялась. По характеру своей почвы Венгрія представляетъ гораздо болѣе удобствъ для желѣзныхъ

*) Allgem. Zeit. 1852. N 260.

**) Schütte Undarn. Allgem. Zeit. N 9. 1852. Beilage.

дорогъ, нежели для шоссе, и на это обстоятельство обратили все свое вниманіе просвѣщенные магнаты Венгріи, понимая какое громадное развитіе дастъ промышленнымъ силамъ родимой стороны проведеніе желѣзныхъ дорогъ по всѣмъ главнымъ направленіямъ. Въ 40-хъ годахъ пришла цѣлая Венгрія въ движеніе; все заговорило о желѣзныхъ дорогахъ. Въ Пресбургѣ, Пестѣ, въ Дебrecинѣ, Сегединѣ, Темешварѣ, Эссетѣ составились компаніи на акціяхъ, собраны большіе капиталы, начертаны проекты для главныхъ линій. Къ 1848-му году Венгрія имѣла уже желѣзную дорогу отъ Песта до Сольнока, которая служила продолженіемъ вѣнской. Изъ Песта хотѣли провести дорогу къ богатымъ и промышленнымъ округамъ сѣв. Венгріи, потомъ дорогу по долинѣ рѣки Вааги; Кечкеметской желѣзной дорогой хотѣли соединить Трансильванію съ остальными линіями. Сегединская желѣзная дорога должна была связать Тиссу съ Дунаемъ, наконецъ не забыли и Баната, куда должна была также идти желѣзная дорога. Весной 1848-го года начали уже постройку желѣзной дороги въ Фіуме, но послѣдовавшія вскорѣ затѣмъ событія въ Венгріи остановили всѣ благіе проекты. Въ настоящее время Венгрія имѣетъ одну только желѣзную дорогу изъ Песта въ Сольнокъ, которая должна въ скоромъ времени быть продолжена до Дебrecина. Желѣзная дорога въ Фіуме оставлена въ угожденіе Триесту, торговлѣ котораго могло бы повредить соперничество главнаго и единственнаго торговаго порта венгерскаго, Фіуме. На Триестъ обращено было все вниманіе, вся отеческая заботливость правительства, какъ на любимое балованное дитя. Не смотря на невѣроятныя трудности, желѣзная дорога изъ Вѣны въ Триестъ быстро приближается къ концу; работы на земмерингскомъ проходѣ уже окончены, и также быстро подвигается сооруженіе дороги изъ Триеста въ Лайбахъ. Эта гигантская дорога идетъ черезъ 13 туннелей и 25 виадуктовъ, изъ которыхъ одинъ до 150 футовъ вышины. Съ окончаніемъ вѣнско-триестской дороги моря балтійское и вѣмецкое соединятся окончательно съ адриатическимъ моремъ, и мы смѣло можемъ ожидать самаго быстраго развитія торговаго движенія въ центральной Европѣ, не говоря уже о значеніи этой сѣти желѣзныхъ дорогъ въ военномъ отношеніи. *) Въ числѣ важныхъ построекъ мы должны еще упомянуть недавно оконченную желѣзную дорогу изъ Праги къ саксонской границѣ, и о проектированной и кажется уже начатой дорогѣ изъ Богеміи въ Баварію черезъ Эгеръ. Въ слѣдствіе развитія про-

*) *Annuaire d'écon. polit.* 1853. chemins de fer continentaux et américains. p. 449 seqq.

мышленнаго и торговаго движенія на новыхъ и до такой степени удобныхъ сообщенияхъ родилась необходимость въ правильной и по возможности быстрой корреспонденціи, столь важной для удач и правильности коммерческихъ спекуляцій. Электромагнитные телеграфы должны были удовлетворить этой потребности, и благодаря заботливости австрійскаго правительства придунайскія области обладаютъ сѣтью телеграфическихъ проволокъ по всѣмъ важнѣйшимъ торговымъ путямъ. Изъ Вѣны идутъ телеграфы въ Прагу, Брюннъ, Триестъ и въ другіе важнѣйшіе города Имперіи, и далѣе до границъ, гдѣ они соединяются съ важнѣйшими иностранными линиями.

Не разъ приходится слушать жалобы, что быстрое развитіе сѣти желѣзныхъ дорогъ имѣетъ неблагоприятное и часто вредное вліяніе на систему прежнихъ дорогъ, что послѣднія, оставаясь безъ употребленія, не вознаграждаютъ капиталовъ, на нихъ затраченныхъ, что цѣлыя массы народонаселенія, находившія себѣ пропитаніе и выгодные заработки въ извозѣ, теряютъ свои доходы, и долгое время бѣдствуютъ прежде нежели успѣютъ найти себѣ новые промыслы. Нельзя не сознаться, что въ этихъ жалобахъ есть много истинны, но ихъ можно отнести, и то отчасти, только, къ тѣмъ желѣзнымъ дорогамъ, которыя сооружены параллельно съ прежними шоссейными дорогами. Тутъ вездѣ были онѣ опасными для послѣднихъ соперницами, но это парализирующее вліяніе умѣряется и вознаграждается стоицею тѣмъ, что желѣзныя дороги вызываютъ вездѣ куда онѣ только ни примыкаютъ новые шоссейные пути, которые служатъ имъ пополненіемъ и дружно содѣйствуютъ развитію торговаго и промышленнаго движенія. Сооруженіе желѣзныхъ дорогъ вызвало по всему протяженію Дуная и въ прилежащихъ къ нему областяхъ новыя шоссейныя дороги, или улучшение старыхъ. Моравскіе чины провели черезъ тропавскія горы превосходную дорогу, которая должна служить боковою линіей центральной желѣзной дороги, проходящей черезъ ихъ область. Тирольскіе чины перестроили заново бреннерскую дорогу, пустеррескую (Pusterthalstrasse) и амписонскую. Хорутане, заключенные словно въ стѣнахъ, въ высокихъ и непроходимыхъ горахъ своихъ, провели гигантскій туннель сквозь гору Лебль, считавшуюся доселѣ непреодолимымъ препятствіемъ, и пришли такимъ образомъ въ соприкосновеніе съ сѣтью непрерывно развивающихся желѣзныхъ дорогъ. Мы не будемъ исчислять здѣсь всѣхъ улучшеній и преобразованій, которыя были въ послѣдніе годы предприняты и приведены въ дѣйствіе, но должны помянуть имя одного изъ величайшихъ государственныхъ людей Австріи и современной Европы, Брука, который вступилъ въ

кабинетъ министровъ подобно знаменитому Кольберу изъ купеческой лавки, вопреки всѣмъ препятствіямъ кичливаго дворянства, и которому удалось вопреки враждѣ, зависти и презрѣнію послѣдняго удержаться на столько, чтобы успѣть ввести порядокъ въ хаосъ австрійскихъ финансовъ, и открыть новыя средства правительству въ слѣдствіе самого широкаго развитія производительныхъ силъ государства, устраненія по возможности стѣснительныхъ для промышленности учреждений и усовершенствованія путей сообщеній. Ему останутся вѣчно благодарны и придунайскія области Имперіи, которыя онъ связалъ неразрывными узами съ промышленнымъ центромъ Европы.

Въ общее движеніе вовлечены были даже турецкія придунайскія земли, гдѣ можетъ быть со времени римскаго владычества не было ничего предпринято для улучшенія путей сообщеній. Къ здѣшнимъ дорогамъ можно примѣнить все то, что мы сказали выше о Венгрии, и только недавно стали здѣсь заботиться о нихъ, о почтовыхъ сообщеніяхъ и тому подобныхъ улучшеніяхъ. Прежде всѣхъ выступила на сцену Молдавія и Валлахія, благодаря тому, что нѣсколько лѣтъ сряду находились подъ русскимъ управленіемъ, въ теченіе которыхъ брошены были здѣсь первые зачатки благоустройства и начато преобразование путей сообщеній. Съ этого времени господаи слѣдовали по пробитой уже разъ стезѣ, и начали проводить шоссе по непроходимымъ дотолѣ отъ грязи дорогамъ.

Гораздо слабѣе были попытки въ другихъ придунайскихъ областяхъ, въ Сербіи и Булгаріи, но все таки и здѣсь видно замѣтное улучшеніе, на сколько оно было возможно подъ гнетомъ турецкихъ пашей. И здѣсь обращено было прежде всего вниманіе на Дунай и ближайшіе къ нему пути, на дорогу изъ Константинополя въ Бѣлградъ. Болгарскіе крестьяне старались сами исправлять дороги по Дунаю, понимая ясно всю выгоду отъ нихъ, и дѣятельнѣе прежняго бросились на вновь открытый путь къ довольству. До 1839-го года въ Сербіи не было правильнаго почтоваго сообщенія; съ этого года мы видимъ въ Бѣлградѣ главную почтовую контору, а въ слѣдъ за тѣмъ учреждено 29 отдѣленій въ разныхъ мѣстахъ княжества.

Я не буду входить въ статистическія подробности каждой отдѣльной статьи народнаго хозяйства въ различныхъ придунайскихъ областяхъ, и ограничусь однимъ общимъ обзоромъ и указаніемъ на главные и самыя рѣзкія стороны развитія промышленнаго движенія. Умноженіе народонаселенія имѣло конечно большое вліяніе на умноженіе общей, абсолютной массы народнаго производства, и мы не можемъ брать послѣдняго за един-

ственную оцѣнку умноженія народнаго богатства, но увеличеніе его сравнительно съ умноженіемъ народонаселенія, должно служить явнымъ признакомъ возрастанія богатства и благосостоянія народнаго. Въ 1842-мъ году народонаселеніе Австрійской имперіи простиралось до 37,291,400 душъ; доходъ съ промышленности земледѣльческой до 650,000,000 талеровъ; на душу приходилось слѣдовательно слишкомъ 17 талер. Въ 1850-мъ году считалось 38,380,000 душъ, а доходъ съ той же промышленности простирался до 908,927,600, т. е. слишкомъ 23 тал. на душу. Богатство страны значитъ удвоилось. Усовершенствованіе земледѣлія, разработка пустопорожныхъ земель, основаніе многочисленныхъ обществъ сельскаго хозяйства, садоводства, обществъ коммерческихъ, развитіе мануфактурной промышленности — все это шло дружно впередъ рядомъ съ усовершенствованіемъ путей сообщеній, умножило массу доставляемыхъ на рынки продуктовъ, умножило потребности народонаселенія, развивая духъ предпріимчивости и народной дѣятельности. Между разнообразными отраслями народной промышленности существуетъ всегда самая тѣсная связь. Онѣ взаимно пополняютъ другъ друга, и развитіе и усиленіе одной ведетъ необходимо въ слѣдъ за собой процвѣтаніе остальныхъ, конечно ежели всѣ онѣ пользуются совершенною свободою, ежели не стараются искусственными мѣрами поддерживать нѣкоторыя изъ нихъ къ явному ущербу другихъ и цѣлаго народнаго благосостоянія. Такія попытки встрѣчаются къ счастью въ наше время все рѣже и рѣже. Все болѣе и болѣе замѣтно стараніе сбросить съ себя роль воспитателей и педагоговъ, дабы каждая промышленность перестала надѣяться на покровительство, и развивалась бы самостоятельно. При слишкомъ нѣжномъ попеченіи и заботливости мы встрѣтимъ одну слабость и хилость, обнаруживающуюся немедленно при каждомъ ви́шнемъ толчкѣ.

Всѣ отрасли народной промышленности, повторяемъ мы опять, связаны самыми тѣсными узами другъ съ другомъ. Быстрыми шагами развивается земледѣліе, когда рядомъ съ нимъ подвигается впередъ промышленность мануфактурная; устройство хорошихъ путей сообщеній вызываетъ къ жизни новые пути, требуетъ умноженія рабочихъ рукъ, вызываетъ къ жизни несуществовавшія дотолѣ потребности, шевелитъ народную дѣятельность, и вызываетъ коснѣвшія дотолѣ въ бездѣйствіи силы къ дружному дѣйствію и къ участію въ общемъ движеніи.

На верховьяхъ Дуная, въ Баваріи, въ Виртембергѣ осушены были дунайскія болота. Цѣлые огромные участки, лежавшіе невоздѣланными почти со времени 37-лѣтней войны, обратились въ пышные и богатыя нивы; лѣсное хозяйство было можно сказать

создано въ теченіе послѣднихъ 30-ти лѣтъ. *) Торговое движеніе достигло неслыханныхъ дотошъ цифръ, и Ульмъ, эта центральная верхнедунайская пристань, началъ быстро процвѣтать. Въ особенности увеличались торговыя сношенія съ Швейцаріей. Настали, правда, въ теченіе этого времени нѣкоторыя неблагопріятныя обстоятельства для торговли Ульма и Аугсбурга, но теперь стараются уже всѣми силами ихъ устранить. Недостатокъ желѣзныхъ дорогъ и окончаніе Дунайско-Майнскаго канала перевело торговое движеніе на иные пути. Большая часть торговыхъ транспортовъ начали идти во Францію, на Зап. и Сѣв. Зап. не прежнимъ трактомъ къ верховьямъ Дуная, но желѣзными дорогами черезъ рѣчную область Эльбы и Одера. Дунайско-Майнскій каналъ оказалъ пользу одному Регенсбургу, къ которому онъ примыкаетъ, да Нирнбергу, торговля котораго возрастаетъ съ каждымъ годомъ, тѣмъ болѣе, что онъ лежитъ на перепутьи отъ Дуная къ центральной Германіи. Вновь проектированныя и начатыя уже дороги, о которыхъ говоритъ я выше, возвращаютъ безъ сомнѣнія прежнюю живость Аугсбургу и Ульму. Торговые обороты верхнедунайскихъ областей съ Австріей и съ придунайскими землями увеличились замѣтно; цѣнность вымѣненныхъ товаровъ между Виртембергомъ, Баваріей и областями по разнымъ частямъ Дуная, со включеніемъ обоюднаго транзита простиралась въ 1846 году до 28,000,000, гульд.

Особенно замѣтно умноженіе производительныхъ силъ въ Австріи. Укажемъ только на нѣкоторые поразительные примѣры. Въ началѣ нынѣшняго столѣтія Штирія вовсе не производила каменнаго угля и не болѣе 400,000 центн. желѣза. Въ 1845 году добыто было 800,000 ц. желѣза и 700,000 ц. каменнаго угля. Съ 1819—21-й годъ добывалось въ Австріи, за исключеніемъ Венгріи и Трансильваніи, среднимъ числомъ ежегодно до 2,111,724 ц. каменнаго угля; въ 1837-мъ 5.055,949, ц. въ 1847-мъ 14.578,485, въ 1848-мъ 16,059,906 центнеровъ. Такое усиленіе производства вызвано было безъ сомнѣнія умноженіемъ потребленія каменнаго угля на пароходахъ, но и это количество оказалось скоро недостаточнымъ. Каменный уголь былъ въ добавокъ и хуже и дороже англійскаго, такъ что на пароходахъ Ллойда и по низовьямъ Дуная топили почти исключительно послѣднимъ. Тогда обратило австрійское общество пароходства вниманіе на мѣстечко Оравицу въ Банатѣ, гдѣ съ давнихъ временъ занимались разработкой каменнаго угля, превосходнаго качества, но добыча котораго равно какъ и доставка сопряжены были съ неимовѣрными труд-

*) Handelsverkehr in den Donauländern. D. V. Sch. 1849. 2. Heft.

ностями, происходящими отъ недостатка капиталовъ и непроходимости дорогъ, хотя мѣсто рожденія угля находится не болѣе какъ въ 5 миляхъ отъ Дуная. Австрійское общество пароходства снабдило владѣльцевъ копей капиталами для поощренія разработки; окрестнымъ поселянамъ дало денегъ на покупку и умноженіе рабочаго скота; австрійское же правительство, видя какую можно извлечь отсюда выгоду, обѣщало взять большую часть разработки на свой счетъ, и провести желѣзную дорогу къ Дунаю. Оравицкія копи доставляютъ ежегодно до 700,000 центн. каменнаго угля, и такимъ образомъ вызвана была къ жизни въ Венгріи совершенно новая и богатая отрасль промышленности*). И мало ли было подобныхъ улучшеній на благословенныхъ равнинахъ Венгріи съ тѣхъ поръ, какъ развилось пароходство и пѣлый край рѣшился дружно воспользоваться открывшимися средствами и источниками богатства. Земли, лежавшія можетъ быть со временъ Римлянъ въ заустѣнн, были вновь воздѣланы и обращены въ богатыя нивы; на забытыхъ и пустынныхъ холмахъ появилась снова виноградная лоза; горныя ущелія, гдѣ еще недавно гнѣздились одни орлы, оживились присутствіемъ людей, и въ бѣдныхъ ничтожныхъ деревушкахъ, хоть бы въ Скегъ-Кладовѣ, на венгерско—турецкой границѣ, толпились рабочіе извозчики, и стекалось нерѣдко до 200 паръ воловъ для перевоза товаровъ. Осушенные, въ слѣдствіе регулировки рѣкъ, болота продавались сначала за безцѣнокъ, но черезъ нѣсколько лѣтъ давали уже огромные барыши; такъ на пр. одинъ участокъ въ 8000 юховъ былъ купленъ за 3,500 гульд., и черезъ нѣсколько лѣтъ приносилъ владѣльцу 30,000 гульд. ежегоднаго дохода**). Цѣнность прибрежныхъ имѣній возвысилась, и дѣятельность, возникшая въ ближайшихъ къ Дунаю и Тиссѣ округахъ, передалась въ самые отдаленные концы Венгріи, откуда явились произведенія, о которыхъ прежде не знали, и которыя нашли себѣ большой кругъ потребителей. Я позволю себѣ привести здѣсь одинъ примѣръ въ доказательство до какой степени желѣзныя дороги и пароходство способствуютъ пробужденію новыхъ производительныхъ силъ, и разнообразятъ рынки новыми, дотолѣ незнакомыми продуктами. Кому неизвѣстна рыбность Тиссы? Старинный городъ Чанадъ на Тиссѣ славился издавна въ Венгріи своей превосходной рыбой. Весной 1853-го года явилась на вѣнскомъ рынкѣ въ первый разъ живая рыба съ Тиссы, и теперь этотъ продуктъ нашелъ себѣ большой кругъ потребителей между вѣнскими жителями, и пода-

*) Allg. Zeit. N° 36 1853.

***) Schütte, Ungarn.

рилъ цѣлый округъ чанадскій новою доходною промышленностью. Въ 1852-мъ году прибыло въ Вѣну по Дунаю изъ Венгрии 6,500,000 метценовъ *) хлѣба, и треть этого количества еще по желѣзной дорогѣ черезъ Сольнокъ и Пестъ. Дешевизна провоза и усиленіе вывоза естественныхъ произведеній оказываютъ уже благотворное вліяніе на развитіе промышленности въ Венгрии. Цѣны на продукты ея земледѣлія и скотоводства, заработная плата возвысились, или вѣрнѣе, достигли мало по малу уровня среднихъ цѣнъ на вѣнскомъ и другихъ главныхъ рынкахъ, конечно за вычетомъ провоза. Нашлись и здѣсь безъ сомнѣнія порицатели, которые жалѣютъ о старомъ золотомъ времени, когда курица стоила въ Венгрии крейцеръ, но такой взглядъ въ высшей степени близорукъ и невѣренъ. Когда цѣны на продукты земледѣлія возвышаются или когда онѣ, лучше сказать, приближаются къ среднимъ цѣнамъ на главныхъ торговыхъ рынкахъ — это вѣрный признакъ, что страна богатѣетъ, что увеличивается ея способность принять участіе во всемірной торговлѣ и возможность потреблять болѣе заграничныхъ продуктовъ. Отъ чего же находимъ мы часто застой въ промышленной дѣятельности, бѣдность въ нашихъ губерніяхъ, отдаленныхъ отъ главныхъ рынковъ? Гумны полны хлѣба — а денегъ нѣтъ, потому что нѣтъ обмѣна; хлѣба некуда дѣвать, а вмѣстѣ съ тѣмъ и наши фабрики теряютъ цѣлый обширный кругъ потребителей, которые, получая хорошія деньги за хлѣбъ, имѣли бы возможность покупать предметы, необходимые для удобства жизни даже въ крестьянскомъ быту. Тоже самое было съ Венгріей. Представимъ себѣ что она продавала бывало шеффель **) ржи за 1 фл., теперь же въ слѣдствіе улучшения путей сообщеній и усиленія сбыта продаетъ она его за два флорина, очевидно, что при такомъ возвышеніи цѣнъ венгерскій поселянинъ можетъ на цѣлый флоринъ купить себѣ разныхъ предметовъ, и разнообразить свои потребности и желанія. Лестъ произнести великое слово, сказавъ, что благосостояніе и богатство земледѣльческаго государства, можетъ измѣряться относительнымъ количествомъ потребляемыхъ имъ колоніальныхъ товаровъ. Пестъ сталъ самою живою и значительною Дунайскою пристанью послѣ Вѣны, центральнымъ пунктомъ венгерской торговли. Его ярмарки получили европейскую извѣстность. Цѣнность торговыхъ оборотовъ между венгерскими придунайскими областями и австрійскимъ таможеннымъ союзомъ простиралась въ 1831-мъ году до 61 мил. гульд. въ 1847-мъ до 120 милл. Мы не можемъ къ сожалѣнію

*) Metze = 2½ четвер.

**) Шеффель = 2,0948 четверика.

представить цифръ для послѣдующихъ годовъ и преимущественно для 50-хъ, когда уничтожена была таможенная линия между Венгріей и остальными областями имперіи, и скажемъ только на основаніи газетныхъ извѣстій, что со времени этого преобразованія, общество пароходства, удвоило число судовъ и пароходовъ и все таки ихъ не доставало — такъ великъ былъ приливъ товаровъ изъ Венгріи; центральная желѣзная дорога не успѣвала готовить вагоновъ для перевоза продуктовъ Венгріи, которые нерѣдко цѣлыя недѣли ждали своей очереди къ отправкѣ *).

Точно такіе же успѣхи встрѣчаемъ мы въ остальныхъ провинціяхъ Австріи. Города Вѣна, Прага, Брюннъ стали на ряду съ важнѣйшими мануфактурными центрами Европы. Въ Брюннѣ насчитывали еще въ 1839-мъ г. 82 фабрики и вообще всякаго рода торговыхъ и мануфактурныхъ учрежденій; въ 1848-мъ году было ихъ уже 153; съ 1823—29-й годъ употребляли всѣ бумагопрядильныя фабрики Австріи среднимъ числомъ не болѣе 80,000 центн. хлопчатой бумаги, въ 1837-мъ году 230,000 центнеровъ, въ 1845-мъ и 46-мъ 400,000 центн. Въ 1842-мъ году насчитывали въ Австріи 29,000 торговыхъ домовъ, въ 1847-мъ было ихъ уже 30,700.

Повторяемъ опять, что уже изъ этихъ отрывочныхъ очерковъ ясно видно, какъ быстро двинулась впередъ промышленность, какъ умножились производительныя силы въ слѣдствіе всѣхъ вышеупомянутыхъ преобразованій и улучшеній. Не одинъ Австрійскія земли воспользовались ими; торговля сношенія нѣмецкаго таможеннаго союза съ турецкими владѣніями увеличивались безпрестанно; цѣнность товаровъ, обращавшихся по Дунаю между турецкими землями и нѣмецкимъ таможеннымъ союзомъ, простиралась въ 1843 году до 9,400,000 гульд., въ 1844-мъ до 10,500,000. Въ 1847-мъ году одна Молдавія и Валахія купили на Лейпцигской ярмаркѣ на 3,000,000 гульд. товаровъ, которые были отправлены внизъ по Дунаю. Выгоды и безпрестанное усиленіе торговыхъ сношеній Германіи съ нижнедунайскими областями были такъ очевидны, что въ Берлинѣ образовалось общество (Zollvereinsländische Handelsgesellschaft) съ цѣлью учредить на низовьяхъ Дуная нѣчто въ родѣ постоянной ярмарки, гдѣ бы левантскіе купцы могли получать фабричныя продукты Германіи, не обращаясь за ними на лейпцигскую ярмарку. Цѣнность всѣхъ товаровъ, прошедшихъ границу Австріи и нѣмецкаго таможеннаго союза простиралась въ 1844-мъ году до 105 милл.

*) Allg. Zeit. 1852 Beilage. N 347.

гульд., суммы до того не слыханной. Въ теченіе 1846-го года увеличился ввозъ сухимъ путемъ въ Австрію на 8,000,000 гульд. сравнительно съ предыдущимъ годомъ, и большая часть этого избытка припала на долю придунайскихъ ея провинцій въ слѣдствіе усиленія торговаго въ нихъ движенія.

Говоря вообще объ умноженіи производительныхъ силъ и торговыхъ оборотовъ въ Австріи и въ придунайскихъ земляхъ мы обязаны упомянуть еще о Триестѣ, который лежитъ правда внѣ дунайской рѣчной области, но который связанъ съ нею самыми тѣсными узами. Триестъ въ настоящее время главный посредникъ торговли между придунайскими областями, Германіей и Востокомъ, и таблицы его ввоза и вывоза могутъ служить самымъ вѣрнымъ термометромъ процвѣтанія дунайской торговли. Въ 1758-мъ году было въ Триестѣ 6,400 душъ народонаселенія, въ 1792-мъ 22,900, въ 1810-мъ 29,900, въ 1820-мъ 33,500, въ 1830-мъ 44,200, въ 1837-мъ 57,900, въ 1845-мъ, 78,160, въ началѣ 1848-го года считалось въ немъ до 90,000 и въ 50-мъ году оно превосходило уже 100,000. Въ 1815-мъ прибыло въ Триестъ (за исключеніемъ каботажныхъ судовъ) 693 корабля, въ 1821-мъ 703, въ 1825-мъ 778, въ 1830-мъ 907, въ 1832-мъ 1063; въ 1835-мъ 1691, въ 1842-мъ году почти 2000, и слишкомъ 5000 каботажныхъ судовъ, всего около 436,000 тоннъ; въ 1845-мъ году всѣхъ судовъ вообще прибыло 8,530 въ 502,000 тоннъ, въ 1847-мъ году 8792 въ 519,000 тоннъ, въ 1851-мъ слишкомъ 17,000 судовъ въ 940,005 тоннъ *). Положеніе Триеста у моря и близкая связь съ главными сухопутными путями имперіи, для которой онъ служитъ главнымъ морскимъ портомъ, все это много способствовало его торговому развитію, для усиленія котораго не щадило ничего австрийское правительство. Но все же и здѣсь принадлежитъ первое мѣсто частной компаніи, знаменитому триестскому Ллойдъ, который умѣлъ воспользоваться выгоднымъ положеніемъ Триеста, и своими патріотическими жертвованіями, своею неутомимою дѣятельностью поставилъ его на ряду съ главными торговыми рынками Европы.

Триестскій Ллойдъ составляетъ безспорно эпоху въ исторіи австрийской и нѣмецкой торговли. Въ 1833-мъ году различныя страховыя триестскія общества согласились составить одно общество по образцу англійскаго Ллойда. Цѣль общества состояла въ томъ, чтобы дѣйствовать дружно изъ Триеста, какъ изъ главнаго центральнаго пункта на развитіе австрийской заграничной торговли и промышленности. Общество разсылало всюду своихъ агентовъ, выписало лучшіе жур-

*) *Annuaire d'écon polit.* 1854. p. 280.

налы и сочиненія, основало свой собственный журналъ, и собирало самыя обширныя свѣдѣнія о торговлѣ и судоходствѣ, главныхъ торговыхъ пунктахъ и вело самыя точныя списки судовъ.

Дѣятельность общества расширялась все болѣе потому, что основатели отказались заранѣе еще отъ всякихъ барышей, и обращали ихъ на усовершенствованіе благотѣтельнаго заведенія. Въ 1836-мъ году образовалось второе отдѣленіе австрійскаго Ллойда съ цѣлью поднять и распространить пароходство по адриатическому и средиземному морю. До 1837-го года послѣднее ограничивалось Триестомъ и Венеціей, при посредствѣ двухъ английскихъ пароходовъ по два раза въ недѣлю. Ллойдъ купилъ оба парохода, умножилъ число рейсовъ до 4-хъ въ недѣлю, а въ 1838-мъ году началъ правильныя сообщенія между Триестомъ и всѣми остальными приморскими городами адриатическаго моря и Константинополемъ, при чемъ его пароходы заходили въ Анкону, Корфу, Патрасъ, Пирей, Сиру и Смирну. Безпрерывно увеличивалось число пароходовъ Ллойда, и наконецъ съ 1844-го года, когда Ллойдъ скупилъ пароходы австрійскаго пароходнаго общества, и принялъ на себя морскіе рейсы, (см. выше) его дѣйствія расширились до устьевъ Дуная, и до Трапезунта. Съ этого времени видимъ мы все болѣе и болѣе правильности въ сообщеніяхъ на черномъ морѣ и въ Левантѣ. Четыре раза въ недѣлю ходятъ пароходы съ 1847-го года между Триестомъ и Венеціей; два раза въ недѣлю между Триестомъ и Истріей черезъ Пирано, Умаго, Читтануова, Паренцо, Ровино, Фазано, Пола, и разъ въ Фіуме; два раза въ мѣсяцъ въ Аѳины черезъ Корфу и Сиру, въ Навплию, Смирну, въ Дарданеллы, Солунь, Константинополь, Синопъ, Самсунъ, Трапезунтъ, Варну, Браиловъ, Галапъ, Тулджу, Родось, Кипръ, Бейрутъ и Александрію; два раза въ мѣсяцъ черезъ Анкону, Бриндизи, Корфу, Патрасъ, Востицу въ Лутраки, откуда пассажиры и товары идутъ уже сухимъ путемъ черезъ Коринѣскій перешеекъ въ Каламахи, и отсюда уже въ Аѳины и въ Сиру, и наконецъ два разъ въ мѣсяцъ изъ Триеста въ Каттаро черезъ Зару, Себенико, Спалато, Лезину, Курцолу и Рагузу.

Одна уже съѣтъ пароходныхъ рейсовъ доказываетъ какъ широко задумано предпріятіе, какъ велики потребности, которымъ удовлетворять стремится Ллойдъ. Нельзя не подивиться энергіи и глубоко обдуманному плану, съ которымъ общество постоянно дѣйствуетъ, оправдывая вполне то довѣріе, которымъ почтили его капиталисты, ввѣрившіе ему значительныя суммы. Конечно и здѣсь много пособли Ллойду устраненіе различныхъ стѣснительныхъ карантинныхъ мѣръ, въ силу котораго увеличилось число пассажировъ съ Востока и Юга, которые теперь все болѣе и

болѣе направляютъ свой путь въ Триестъ, и уничтоженіе препятствій въ почтовой корреспонденціи, ибо и ее взялъ на себя исключительно Ллойдъ. Прекрасно устроенная мастерская даетъ ему возможность производить на пароходахъ всѣ необходимыя исправленія, и возстановлять попорченныя части машинъ; служба на пароходахъ и въ агентствахъ производится чрезвычайно точно и въ величайшемъ порядкѣ, и еще недавно представили газеты самыя похвальные отзывы о его пароходахъ. Уже въ 1846-мъ году пароходы Ллойда совершили 717 рейсовъ, совершили 334,495 морскихъ миль, перевезли 124,985 пассажировъ, 277,152 письма, на 31,827,160 гульд. звонкой монеты и драгоценныхъ вещей, 238,873 центн. и 172,694 мѣстъ товаровъ. Въ 1836-мъ году капиталъ общества состоялъ изъ 1,000,000 гульденовъ, пароходовъ было всего 7, которые сдѣлали только 87 рейсовъ, и въ довершеніе всего общество понесло 3,190 гульд. убытку; въ 1846-мъ году капиталъ его простирался до 3,000,000 гульд.; оно имѣло на лицо 20 пароходовъ, которые совершили 717 рейсовъ и чистый барышъ общества составлялъ 407,800 гульд. Оно рѣшилось въ этомъ году построить еще 5 пароходовъ, въ 1847-мъ году также 5, на что общество уполномочило дирекцію сдѣлать заемъ въ 1½ милл. гульденовъ.

Общество триестскаго Ллойда раздѣляется въ настоящее время на 3 отдѣленія; первое отдѣленіе представляетъ средоточіе всѣхъ обществъ морскаго страхованія и вмѣстѣ съ тѣмъ средоточіе для всѣхъ торговыхъ и морскихъ извѣстій, получаемыхъ имъ отъ своихъ агентовъ. Второе отдѣленіе занимается пароходствомъ, по средиземному и черному морю; къ нему же принадлежатъ и упомянутая выше мастерская съ арсеналомъ. На верфяхъ триестскаго Ллойда строятся самыя большіе пароходы общества, и въ 1851-мъ году Ллойдъ имѣлъ уже 32 парохода въ 4510 силъ и 13,235 тоннъ. Въ этомъ году начата постройка двухъ новыхъ пароходовъ, и заказаны въ Англіи 3 винтовыхъ парохода. Число пассажировъ, простиралось до 221,118 человекъ, товаровъ провезено 473,027 ц. писемъ, 522,644. Валовой доходъ 2-го отдѣленія простирается до 2,992,515 фл. Въ 1852-мъ году было у него 34 парохода въ 5590 силъ, 16,095 тоннъ, перевезено было 239,565 пассажировъ и 452,217 центн. товаровъ.

Наконецъ третье отдѣленіе имѣетъ характеръ чисто литературный и ученый. Оно занимаетъ въ великолѣпномъ зданіи Тергестея, гдѣ помѣщаются всѣ конторы общества, 4 зала, гдѣ найдешь постоянно до 200 журналовъ и газетъ на всѣхъ почти европейскихъ языкахъ, далѣе списки приходящихъ и отходящихъ

кораблей въ Триестѣ, равно какъ и идущихъ сюда же изъ другихъ портовъ, такіе же точно списки грузовъ, всѣ морскія извѣстія, списки грузящихся товаровъ по разнымъ портамъ, списки всѣхъ рѣшительно австрійскихъ патентованныхъ судовъ съ означеніемъ имени капитана, владѣльца, съ подробнымъ формулярнымъ спискомъ каждаго корабля; здѣсь найдешь драгоцѣнныя собранія лучшихъ географическихъ и гидрографическихъ картъ, постановленій таможенныхъ и карантинныхъ, всѣхъ торговыхъ и мореплавательныхъ договоровъ, однимъ словомъ все что нужно знать купцу, мореходцу и члену страхового общества. Третье отдѣленіе насчитываетъ до 1800 членовъ. На верхнемъ этажѣ помѣщается гигантская типографія съ 5-ю скоропечатными машинами, съ гидравлическимъ прессомъ и 8-ю граверными прессами. До 30-ти гравировщиковъ занято здѣсь постоянно. Оно издаетъ 2 нѣмецкихъ и 7 итальянскихъ газетъ и въ числѣ ихъ извѣстный австрійскій Ллойдъ (Lloyd Austriaco). Журналъ этотъ сдѣлался въ настоящее время необходимымъ для каждаго образованнаго вегоціанта, для экономиста и для государственнаго человѣка по массѣ сообщаемыхъ имъ свѣдѣній. Столбцы журнала содержатъ въ себѣ обзоры и статистическія свѣдѣнія, касающіяся до всемирной торговли, мореплаванія, промышленности, и кромѣ того еще статьи изъ области политической экономіи, поясненія современныхъ торговыхъ отношеній и вопросовъ, статистическіе и этнографическіе очерки мало извѣстныхъ земель и городовъ, критическія статьи и обзоры всѣхъ вновь вышедшихъ сочиненій по статистикѣ, политической экономіи и торговлѣ, обширную корреспонденцію со всѣхъ странъ земнаго шара, и изъ всѣхъ почти значительныхъ городовъ и областей имперіи. Значеніе журнала и вліяніе его на современные экономическіе вопросы очевидно въ высшей степени, и смѣло можно сказать, что онъ главный виновникъ всѣхъ благодѣтельныхъ преобразованій народнаго хозяйства въ австрійской имперіи, что его вліянію должно приписать уничтоженіе многихъ стѣснительныхъ таможенныхъ учреждений, и ему обязанъ появленіемъ своимъ и договоръ 19-го Февраля, и распоряженія о снятіи таможенныхъ линій между отдѣльными областями имперіи. Кромѣ того издается альбомъ Ллойда, представляющій виды различныхъ мѣстностей, посѣщаемыхъ его пароходами. Цѣнность всего имущества, принадлежащаго обществу, простиралась 1-го Января 1851-го года до 6,718,951 фл. Въ 18-мъ общемъ собраніи 12-го Мая 1852-го года положено было увеличить акціонерный капиталъ до 4,000,000, гульд., а упомянутый выше заемъ въ 1½ гульд. до 3-хъ милл. гульд. Администрація находится въ рукахъ 5-ти директоровъ, избираемыхъ акціонерами, изъ которыхъ каж-

дый имѣетъ голосъ, кто подписался на 8 акцій. Директоры избираются на 5-ть лѣтъ. Акціонеры собираются ежегодно разъ въ Маѣ мѣсяцѣ, директоры же еженедѣльно; подъ ихъ вѣдомствомъ находятся всѣ служащіе, они управляютъ всѣми вообще дѣлами, строятъ новые пароходы, заключаютъ контракты и т. д., и въ вознагражденіе за свои заботы получаютъ 12½ съ чистаго барыша. Служащіе обезпечены также хорошимъ жалованьемъ и пенсіей, получаемой изъ нарочіо для того установленнаго капитала.

И здѣсь, говоря о Ллойдѣ, мы не можемъ не указать снова на Брука, которому и опъ обязанъ своимъ процвѣтаніемъ и своимъ великимъ значеніемъ во всемірной торговлѣ. Триестъ помнить бѣднаго странника, съ котомкой на плечахъ, прибывшаго въ его стѣны, съ цѣлью отправиться въ Грецію, чтобы стать въ ряды защитниковъ ея свободы, противъ варварства Османовъ. Случаю угодно было сохранить его для другаго поприща. Прусскій консулъ Бранденбургъ удержалъ его отъ задуманнаго предпріятія, и взялъ къ себѣ въ товарищи, прельщенный дарованіями, и свѣдѣніями молодаго человѣка. Вскорѣ за тѣмъ Брукъ вступилъ секретаремъ въ одно изъ страховыхъ обществъ, вошедшихъ въ составъ Ллойда, и былъ однимъ изъ главныхъ ежели не главнымъ начинателемъ великаго предпріятія. Отнынѣ его жизнь, его дѣятельность неразрывно связаны съ дѣятельностью и успѣхами Ллойда, потому что онъ былъ немедленно выбранъ однимъ изъ директоровъ. Его и здѣсь можетъ Австрія славить основателемъ Триеста, главнаго ея морскаго порта и перваго порта на средиземномъ, черномъ и адриатическомъ морѣ.

Вмѣстѣ съ Триестомъ, поднялась, конечно не въ такой степени, торговля портовъ венгерскихъ и далматскихъ, находящихся подобно Триесту въ самой тѣсной связи съ придунайскими областями, съ рѣчною областью Савы и другихъ побочныхъ рѣкъ. Цѣнность торговыхъ оборотовъ въ венгерскихъ гаваняхъ простиралась въ 30-хъ годахъ до 4,000,000 гульденовъ, а въ 1846-мъ году дошла она до 7,000,000.

Точно такіе же успѣхи замѣтны въ дунайскихъ пристаняхъ Булгаріи, Сербіи, Молдавіи и Валахіи. Еще въ началѣ нынѣшняго столѣтія статистика не упоминала о Рушукѣ, торговля котораго была въ совершенномъ ничтожествѣ, а въ 1847-мъ году торговые его обороты простирались до 3,000,000 гульд.

Подробныя и точныя свѣдѣнія о торговлѣ Сербіи съ Австріей начали собираться, благодаря Ллойду, только въ новѣйшее время, ясное доказательство, что она получила уже значительные размѣры, тогда какъ въ началѣ нынѣшняго столѣтія и даже еще въ 30-хъ годахъ здѣсь былъ совершенный застой. Съ 1840 — 47-й

годъ ежегодный оборотъ торговли по сербско-австрійской границѣ, простирается со включеніемъ транзита до 8,000,000 гульд. Большая часть австрійскаго ввоза въ Сербію идетъ далѣе на Югъ на македонскія ярмарки, и здѣсь приходится имъ соперничать уже съ англійскими товарами, доставляемыми изъ Солуны. О македонскихъ ярмаркахъ имѣеть Ллойдъ также положительныя свѣдѣнія, доказывающія безпрерывно увеличивающійся сюда приливъ товаровъ изъ придунайскихъ областей. Судя по извѣстіямъ, сообщаемымъ Ллойдомъ, однимъ этимъ путемъ, черезъ Бѣлградъ и Землинъ идетъ изъ дунайскихъ областей, изъ Германіи, Венгріи, Австріи въ Булгарію, Македонію и Эракію, долиной Моравы болѣе чѣмъ на 30,000,000 тур. піастровъ товаровъ австрійскихъ и нѣмецкихъ, и что въ этомъ оборотѣ одна Саксонія участвуетъ суммою въ 12,000,000 піастровъ. Въ Македоніи найдешь вездѣ саксонскія фабричныя издѣлія, и богатые люди Болгаріи, Македоніи одѣваются въ шубы, купленныя на лейпцигской ярмаркѣ.

По лѣвой сторонѣ Дуная идетъ постоянно торговый потокъ изъ Песта, черезъ рѣчную область Тиссы и черезъ Трансильванію въ Молдавію и Валахію. Главные пункты этой отрасли торговаго пути — города Сегединъ, Темесваръ, Кронштадтъ и Германштадтъ чрезвычайно какъ поднялись въ послѣднее время, особенно Кронштадтъ, откуда вывезено было въ 1847-мъ году въ Молдавію и Валахію на 5,100,000 фл. товаровъ, по преимуществу нѣмецкихъ и австрійскихъ. Такъ называемые *Lipsikani* составляютъ въ Молдавіи и Валахіи особенное сословіе купцевъ, занимающихся этою отраслью торговли и комиссіонерствомъ.

Значительнѣйшія гавани на устьяхъ Дуная это Браиловъ, Галацъ, Рени, Измаилъ. Изъ нихъ особенно возвысились и усилили свое торговое движеніе два первые города, опять таки благодаря быстрому развитію пароходства. О Рени и Измаилѣ говорили мы выше. Еще въ 1832-мъ году въ Браиловѣ было не болѣе 4—5000 жит. въ Галацѣ 10—12,000; въ 1847-мъ году считалось уже въ первомъ 20,000, во второмъ 30,000 жителей, и оба города начинаютъ принимать европейскую наружность. Число прибывшихъ кораблей простиралось въ 1845-мъ году въ Браиловѣ до 830, въ Галацѣ до 627 тогда какъ въ началѣ 30-хъ годовъ прибыло врядъ ли третья часть этаго числа. Цѣнность ввоза, вывоза и транзита обихъ гаваней составляла въ 1845-мъ году 25,000,000 фл. въ 1847-мъ году 59,000,000 фл. Въ началѣ 30-хъ годовъ приходило къ Дунайскимъ устьямъ не болѣе 600 судовъ, въ 1844-мъ прибыло ихъ 2030, а въ 1847-мъ до 3000. Вывозъ продуктовъ земледѣлія придунайскихъ областей изъ болгарскихъ, черномор-

скихъ портовъ начался не ранѣе 1840-го года. Въ 1844-мъ году посѣщали болгарскіе порты ежегодно среднимъ числомъ 300 кораблей, въ 1845-мъ было ихъ уже 503, въ 1846-мъ 532, въ 1847-мъ 628.

Развитіе торговаго движенія на Дунаѣ отразилось и на Солунѣ, главнымъ македонскомъ портѣ Эгейскаго моря, находящемся, какъ мы видѣли выше, въ весьма тѣсной связи съ рѣчною областью Дуная. Цѣнность вывоза изъ Солуня простиралась въ 1846-мъ году до 3,000,000 гульд.

Въ заключеніе мы можемъ еще указать на быстро возрасшее и безпрестанно увеличивающееся значеніе Одессы, этой новой парижы Понта, находящейся также въ тѣсныхъ связяхъ съ придунайскими землями и придунайской торговлей, современницы Триеста, ибо и тотъ и другой городъ возникли почти въ одно время, одинъ на краю негостеприимной, безводной скалы, другой въ пустынной степи, и тотъ и другой безпрерывно и дружно богатѣли и увеличивали свое торговое значеніе въ силу новыхъ обстоятельствъ и новыхъ торговыхъ потребностей; на возрастаніе наконецъ торговаго значенія Александріи, гдѣ уже въ 1846-мъ году встрѣчаемъ 4450 европейскихъ купцевъ, и гдѣ цѣнность торговыхъ оборотовъ простиралась въ 1847-мъ году до 38,000,000, фл. при чемъ на долю Австріи съ ея придунайскими областями приходилось 6,000,000 фл. Ея возрастающая торговая дѣятельность шла рядомъ съ развитіемъ дѣятельности Ллойда и вѣнскаго пароходнаго общества, и Александрія начинаетъ мало по малу возвращаться къ тому всемірноторговому значенію, которое указалъ ей великій Македонскій герой, которое она имѣла еще въ средніе вѣка, и потеряла въ силу историческихъ обстоятельствъ, и событій, и новыхъ путей, на которые бросилась ость — индская торговля.

Кому изъ насъ не памятна извѣстная ость-индскія почтовые гонки съ цѣлью добиться какой путь удобнѣе для доставки ость-индской почты? Кому не памятна полемическія статьи, наполнявшія всѣ журналы 40-хъ годовъ по поводу борьбы между путями черезъ Марсель и черезъ Триестъ, борьбы окончившейся блистательно въ пользу Триеста. Англія долго не хотѣла согласиться на этотъ кратчайшій и удобнѣйшій путь, понимая, что тогда триестскій Ллойдъ съ своимъ обширнымъ пароходствомъ вырветъ у нея изъ рукъ монополію ость-индской почты и ость-индской торговли. Англійское правительство не принимало ровно никакихъ мѣръ съ своей стороны, и только частная компанія, Peninsular and oriental Steam Navigation Company сдѣлала попытку оставить марсельскій трактъ, и хотѣла перенести почтовую

корреспонденцію въ Геную, все таки не въ Триестъ, въ слѣдствіе чего и заключила контрактъ съ Сардинскимъ правительствомъ. Но и она скоро должна была сознаться, что триестскій трактъ несравненно удобнѣе и выгоднѣе, тѣмъ болѣе, что Ллойдъ всѣми силами старался упрочить за собой новый трактъ. Его усиліямъ удалось склонить на свою сторону австрійское правительство; онъ удвоилъ свои рейсы въ Александрію, заключилъ контракты съ важнѣйшими компаніями желѣзныхъ дорогъ, съ компаніями пароходства, и успѣлъ наконецъ установить такое быстрое и правильное сообщеніе, что выгоды новаго тракта стали наконецъ всѣмъ очевидны, особенно въ настоящее время, когда линія желѣзныхъ дорогъ связываютъ Триестъ съ Гамбургомъ и съ другими важнѣйшими портами сѣвернаго моря. Одно открытіе, одинъ великій успѣхъ ведетъ за собой немедленно новыя открытія, гонитъ и толкаетъ впередъ къ новымъ предпріятіямъ. Неутомимый Вагторнъ настоялъ на учрежденіи прямого пароходнаго сообщенія съ Австраліей, и въ то же время рѣшено было провести желѣзную дорогу изъ Калькуты въ Бомбей и въ Дели. Первая линія уже начата, и быстро подвигается, вторая уже проектирована. Калькутта сдѣлается тогда центральнымъ торговымъ пунктомъ для Индійскаго архипелага, Австраліи и Китая; Бомбей для сношеній съ Европою.

Остается совершить еще одно великое дѣло чтобы рѣшить всемірноторговый вопросъ, занимающій въ настоящее время Европу, провести желѣзную дорогу или каналъ черезъ суэскій перешеекъ, но до сихъ поръ еще безчисленныя трудности не позволяютъ окончить великаго предпріятія, не смотря на всѣ усилія и старанія парижскаго *Société d'étude*, состоящаго изъ просвѣщенныхъ капиталистовъ и ученыхъ, Англіи, Франціи и Германіи, и обладающаго значительными капиталами. Съ рѣшеніемъ этого вопроса и проекта связанъ тѣсно переворотъ во всемірной торговлѣ, потому что желѣзная дорога черезъ суэскій перешеекъ сократитъ остъ-индскій торговый путь на цѣлыя 3, уничтожитъ монополію Англичанъ, въ рукахъ которыхъ онъ находится, и приблизитъ тотъ желанный моментъ, когда не будетъ уже возможно насильственное преобладаніе одного народа надъ остальными въ дѣлѣ всемірной торговли, когда моря и пути откроются для всѣхъ, когда соединяется всѣ въ одну торговую семью, торговую, повторяемъ мы, ибо торговля — это главный рычагъ народнаго благоденствія, образованія и народнаго развитія. Усиленіе торговаго движенія по средиземному и черному морю, преобразование моря чернаго въ великій всемірноторговый путь — вотъ главныя средетва встряхнуть коснѣющій Востокъ, и ввести

его въ среду европейской цивилизаціи, средства, оказавшія уже отчасти свое благодѣтельное вліяніе. Первые, главные шаги уже сдѣланы, и начало тому положило открытіе безпрепятственного свободного торговаго движенія по черному морю, и развитіе живой торговой дѣятельности по Дунаю и его областямъ послѣ улучшенія путей сообщеній и устраненія стѣснительныхъ для промышленности мѣръ и учрежденій.

Казань, 1854 года.



III.

О ПОНЯТИИ

ПРОМЫСЛОВАГО НАЛОГА

И ОБЪ

ИСТОРИЧЕСКОМЪ ЕГО РАЗВИТИИ

ВЪ РОССИИ.

Ординарнаго Профессора

Е. ОСОКИНА.

**О ПОНЯТИИ
ПРОМЫСЛОВАГО НАЛОГА
И ОБЪ
ИСТОРИЧЕСКОМЪ ЕГО РАЗВИТИИ
ВЪ РОССІИ.**

Никакого государства въ свѣтъ нѣтъ, которое бы
наложенную тягость снести не могло, ежели правда и
равенство и по достоинству въ податяхъ и расходахъ
осмотрѣно будетъ. . . . Регламентъ государственной Ка-
меръ - Коллегіи, 11 Декаб. 1719 г.

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ.

О ПОНЯТИИ ПРОМЫСЛОВАГО НАЛОГА.

Подъ промысломъ въ обширномъ смыслѣ обыкновенно понимаютъ всякое занятіе, котораго цѣль—приобрѣтеніе имущества. Такимъ образомъ занятія, имѣющія высшее, благороднѣйшее назначеніе и при которыхъ вознагражденіе не составляетъ главной побудительной причины¹⁾, прямо противопологаются промысловымъ работамъ. Въ тѣснѣйшемъ же значеніи, въ которомъ это слово почти всегда и употребляется въ Политической Экономіи, промыслами называются тѣ способы приобрѣтенія, для которыхъ необходимо содѣйствіе капиталовъ, такъ что простыя наемныя работы не могутъ быть обозначены этимъ понятіемъ. При ка-

ждомъ промыслѣ предполагается предприниматель, глава промышленнаго предпріятія, который завѣдываетъ всею операціею, располагаетъ капиталомъ для нея необходимымъ и имѣетъ у себя въ распоряженіи наемныхъ работниковъ. Промысловый налогъ есть подать, взимаемая съ промышленника, — какъ предпринимателя.

Обращая вниманіе на свойство получаемаго имъ дохода, мы находимъ въ этомъ послѣднемъ такую же самостоятельность и своеобразность, какими отличаются поземельная рента, капитальный доходъ и заработная плата. Дѣйствительно, уплативъ изъ вырученной за продажу своихъ издѣлій суммы всё промысловыя издержки, именно: на покупку продуктовъ, на ренту собственнику земли и капиталисту и на плату работникамъ, (если онъ самъ въ то же время не есть собственникъ земли, капиталистъ и по крайней мѣрѣ отчасти работникъ), предприниматель получаетъ еще въ остаткѣ доходъ, который долженъ вознаградить его за труды и опасности, соединяющіеся въ большей или меньшей степени съ каждымъ промышленнымъ занятіемъ. Поэтому несправедливо нѣкоторые писатели отказываютъ промысловому доходу въ характеръ самостоятельности, относя его одни — къ заработной платѣ, другіе къ капитальной рентѣ и наконецъ третіе соединяя понятіе промысловаго дохода вмѣстѣ съ процентнымъ въ одномъ общемъ понятіи капитальнаго дохода. Такъ Лотцъ замѣчаетъ, что промысловый доходъ, собственно говоря, есть ничто иное, какъ заработная плата за управление всею промышленною операціею³⁾. Напротивъ Адамъ Смитъ, Рикардо и Мэк-Коллохъ не отдѣляютъ понятіе промысловаго дохода отъ капитальной ренты⁴⁾. Наконецъ, по мнѣнію Сисмонди, въ капитальномъ доходѣ должно разлѣять двѣ составныя части, проценты, получаемые капиталистомъ (*interet du capitaliste*), составляющіе простую плату за наемъ капитала, при чемъ еще нѣтъ рѣчи о вознагражденіи за искусство и трудъ лица, имъ пользующагося, и доходъ промысловый (*profit mercantile*), въ которомъ заключается означенное вознагражденіе, соразмѣряющееся съ величиною употребленнаго капитала и имѣющее характеръ заработной платы, такъ что оно увеличивается съ большимъ искусствомъ промышленника и теряется при его небрежности⁵⁾. Такія воззрѣнія не могутъ быть признаны основательными. Гораздо справедливѣе смотрѣть на доходъ промышленника — предпринимателя, какъ на особый видъ доходовъ, происходящій изъ тѣснаго соединенія и взаимнодѣйствія работы и капитала, при чемъ нельзя точно показать, какая мѣра участія принадлежитъ каждому изъ этихъ двухъ дѣателей. Во всякомъ случаѣ разсматриваемый нами доходъ отличается отъ

капитальной ренты уже тѣмъ, что послѣдняя большею частію составляетъ чистый барышъ, а отъ заработной платы тѣмъ, что величина ея опредѣляется заранѣе договоромъ, чего не можетъ быть при промысловомъ доходѣ; притомъ же послѣдній зависитъ не отъ одного качества работы, но и отъ величины употребленнаго при ней капитала. — Отсюда вытекаетъ прямое слѣдствіе, что и промысловый налогъ долженъ быть рассматриваемъ въ ряду прямыхъ налоговъ, какъ особый самостоятельный ихъ видъ.

Въ такомъ значеніи промысловая подать является въ разныхъ европейскихъ государствахъ весьма поздно. Въ прежнія времена, въ 16-мъ и 17-мъ столѣтіяхъ, налоги были устанавливаемы не на отдѣльныя, различныя по своему экономическому характеру, вѣтви доходовъ, но падали на группы и роды ихъ, легко распознаваемые. Обыкновенно имѣли при этомъ въ виду обложеніе не отдѣльныхъ видовъ дохода, но разныхъ классовъ податныхъ лицъ. Весь доходъ, получаемый промышленникомъ, былъ рассматриваемъ, какъ одно цѣлое, и облагаемъ сначала имущественною податію, соразмѣрно величинѣ капитала, употребленнаго въ промышленности, при чемъ ремесленники и торговцы, занимающіеся своимъ промысломъ въ небольшихъ размѣрахъ, равно какъ и наемные работники были обязаны платить неизмѣнную, впрочемъ незначительную подать. Когда такой способъ установленія общаго налога съ имущества и дохода вышелъ изъ употребленія и замѣненъ многими отдѣльными податями, а въ городахъ прекратился отчасти вслѣдствіе введенія акцизовъ, — то правительства разныхъ государствъ начали взимать налоги въ постоянной, большею частію неизмѣнной величинѣ съ разныхъ промысловъ, за исключеніемъ тѣхъ изъ нихъ, при которыхъ можно было найти легкораспознаваемый масштабъ для болѣе равномернаго распредѣленія подати, гдѣ напр. представлялось удобнымъ по яснымъ признакамъ судить или о величинѣ капитала, затраченнаго въ промыслѣ или вообще о большемъ или меньшемъ его объемѣ. Промысловая подать, падающая въ надлежащей постепенности на всѣ виды промышленности, появилась въ финансовой системѣ европейскихъ государствъ не ранѣе 19-го столѣтія. Она была плодомъ новѣйшихъ успѣховъ финансовой науки⁴⁾.

Существуетъ весьма значительное различіе мнѣній какъ въ теоріи, такъ и въ практикѣ, относительно вопроса, какіе способы пріобрѣтенія доходовъ должны подлежать промысловому налогу. Нѣкоторые, принимая повятіе промысла въ общирнѣйшемъ значеніи, полагали даже возможнымъ подвергать промысловой подати, съ одной стороны, — занятія, для отправления которыхъ

нужны только личные способности, безъ особаго приготовленія для ихъ развитія, часто одна тѣлесная сила, съ другой, — занятія чиновниковъ государственной службы, художниковъ и ученыхъ, для которыхъ необходимо высшее артистическое или научное образование⁶⁾. Такъ по мнѣнію Бера⁷⁾, понятіе промысловой ренты (Arbeitsrente) заключаетъ въ себѣ всякаго рода дозволенные закономъ доходы, получаемые отъ труда какъ тѣлеснаго, такъ и духовнаго, какъ механическаго, такъ художническаго и ученаго, все равно при томъ предпринять ли онъ лицомъ для собственной его выгоды или за вознагражденіе, для цѣлей ему постороннихъ. Нельзя найти, замѣчаетъ этотъ писатель, никакого достаточнаго основанія ни юридическаго, ни экономическаго для того, чтобы, при установленіи подати, освободить отъ соотвѣстнаго обложенія чистый доходъ, получаемый отъ какого либо изъ означенныхъ видовъ человѣческой дѣятельности. Поэтому на одинаковомъ основаніи должны подлежать обложенію доходы поденщиковъ, врачей, хирурговъ, адвокатовъ, писателей и наконецъ чиновниковъ государственной службы, потому что для всѣхъ этихъ лицъ, если они граждане государства, существуетъ двойное основаніе къ платежу налога: участіе въ національномъ доходѣ и въ тѣхъ гарантіяхъ, которыми обезпечивается ихъ существованіе и дѣятельность. По мѣрѣ этаго участія налогъ долженъ быть платимъ каждымъ. — Но очевидно, что подъ понятіе промысла, съ финансовой точки зрѣнія, нельзя подвести означенныя занятія, потому что сущность промысловаго дохода состоитъ въ тѣсномъ сляніи двухъ составныхъ его частей, капитальнаго дохода и дохода, получаемаго отъ личной дѣятельности промышленника и слѣд. простые наемные работники уже по этому одному не могутъ подлежать промысловому налогу; услуги же, оказываемыя чиновниками государственной службы, художниками и учеными, и т. п. имѣя, независимо отъ справедливаго вознагражденія ихъ общеполовой дѣятельности, высшее, благороднѣйшее наванченіе, чѣмъ простое приобрѣтеніе дохода, также не могутъ быть отнесены къ одному классу съ занятіями лицъ, производящихъ техническіе промыслы и торговлю. Отказаться отъ этаго различія значитъ желать, чтобы разнородные виды доходовъ были облагаемы одинаковымъ налогомъ, значитъ желать замѣны почти всѣхъ прямыхъ податей и даже части косвенныхъ одною промысловою податью, неудобносполнимая мысль, къ которой впрочемъ дѣйствительно склонились нѣкоторые писатели.

Нельзя не замѣтить при этомъ, что даже тѣ изъ исследователей началъ финансовой теоріи, которые находили справедливымъ по идеѣ обложеніе означенныхъ классовъ народа промы-

слогово податю , сознавались въ большихъ , неустрашимыхъ затрудненіяхъ при опредѣленіи чистаго податнаго ихъ дохода.

Доходъ ученаго, чиновника государственной службы, художника и др. не можетъ не только всегда, даже большею частью, находиться въ полной соотвѣтственности съ услугами, ими оказываемыми, какъ это бываетъ, по крайней мѣрѣ обыкновенно, при промыслахъ, непосредственно производительныхъ, потому что польза, приносимая этими лицами, не можетъ быть такъ удобно оцѣнена на деньги, какъ издѣлія фабриканта и купца. Отъ того вознагражденіе, получаемое означенными классами, зависитъ гораздо болѣе, чѣмъ при другихъ занятіяхъ, отъ особенныхъ личныхъ отношеній каждаго отдѣльнаго лица, отъ потребностей, за появленіемъ и увеличеніемъ которыхъ невозможно слѣдить, словомъ сказать, отъ такихъ обстоятельствъ, которыя не могутъ дать твердой точки опоры для распредѣленія налога, безъ чего однакожъ невозможно избѣжать весьма значительной и притомъ весьма тягостной неравномѣрности въ обложеніи. Такимъ образомъ сословія ученыхъ, чиновниковъ, художниковъ, врачей и т. п. лицъ могутъ быть всего лучше облагаемы косвеннымъ образомъ, посредствомъ разныхъ пошлинъ, взимаемыхъ при повышеніи чинами, при выдачѣ дипломовъ на званія, при пожалованіи разныхъ достоинствъ и другихъ тому подобныхъ случаяхъ.

Также неравномѣрность и тяжесть прямаго (промысловаго) налога обнаруживается и при установленіи его на лица, приобретающія себѣ содержаніе простою ручною работою изъ найма. Чистый доходъ ихъ зависитъ отъ величины ихъ необходимыхъ потребностей и отношенія послѣднихъ къ получаемой ими заработной платѣ. Обѣ эти величины весьма непостоянны, подвержены непрерывнымъ колебаніямъ и невѣрны. Не только заработная плата, опредѣляемая всѣми обстоятельствами, имѣющими вліяніе на запросъ и предложеніе работы, измѣнчива, но и мѣра необходимыхъ потребностей работниковъ весьма неравна, смотря по величинѣ ихъ семействъ и ихъ положенію въ данное время, такъ что чистый доходъ каждаго отдѣльнаго работника очень различенъ и налогъ промысловый переходитъ въ поголовный; будетъ лучше и справедливѣе замѣнить его умѣренной, косвенною податю на предметы, потребляемые означеннымъ классомъ жителей.

Другіе писатели, держась болѣе тѣснаго значенія промысла, находятъ вездѣ возможность установленія промысловаго налога, гдѣ предполагается чистый доходъ, какъ результатъ совокупнаго вліянія личной дѣятельности и капитала, хотя бы промыселъ и не былъ производительнымъ въ національно-экономическомъ смыслѣ. Такимъ образомъ, по мнѣнію ихъ, могутъ подлежать про-

мысловому налогу: 1) Горные промыслы и сельское хозяйство въ его разнообразныхъ вѣтвяхъ. 2) Технические промыслы: ремесла, фабрики, строительныя предпріятія и т. п. 3) Торговля съ ея вспомогательными занятіями. 4) Промыслы, имѣющіе цѣлю доставленіе личныхъ услугъ или вещей во временное пользованіе, куда относятся напр. промыселъ извозчиковъ, содержателей театровъ, музыкантовъ и т. п. 5) Разные смѣшанные промыслы, состоящіе отчасти въ техническихъ занятіяхъ и отчасти въ предоставленіи личныхъ услугъ, напр. содержаніе гостинницъ, или же въ техническихъ занятіяхъ и торговлѣ, напр. аптеки; наконецъ 6) промыслы, при которыхъ извлекается содержателями ихъ доходъ, вслѣдствіе того, что они принимаютъ на свой страхъ извѣстную опасность, какъ это напр. дѣлается страховыми обществами отъ огня и морскихъ опасностей⁷⁾).

Но не трудно убѣдиться въ томъ, что не на всѣ изъ означенныхъ промысловъ, по крайней мѣрѣ съ практической пользою, можетъ быть распространена промысловая подать. Горные промыслы должны быть отъ нея свободны уже потому, что вслѣдствіе регальнаго права, предоставленнаго правительствамъ на эту вѣтвь производства, она подлежитъ обыкновенно особенному, весьма значительному налогу, который даже было бы полезно понизить въ видахъ поощренія промышленниковъ, а не налагать на нихъ новую подать.

Что же касается до сельскаго хозяйства, то при немъ должно различать собственника земли, занимающагося на свой счетъ сельско-хозяйственною промышленностію, отъ арендатора. Хотя первый, независимо отъ поземельной ренты, получаетъ обыкновенно и нѣкоторый промысловый доходъ и капитальную ренту, а при небольшихъ участкахъ, гдѣ онъ самъ является работникомъ, имѣетъ даже въ виду получить для себя вознагражденіе, соответствующее заработной платѣ, при всемъ томъ означенный классъ жителей, по крайней мѣрѣ въ тѣхъ государствахъ, гдѣ существуетъ поземельная подать, не долженъ подлежать особому, независимому отъ нея налогу, такъ какъ опытъ показываетъ, что другіе доходы, кромѣ поземельнаго, получаемые сельскимъ хозяиномъ, собственникомъ земли, обыкновенно бываютъ весьма незначительны. Притомъ же можно привести много другихъ основанийъ противъ установленія промысловаго налога въ разсматриваемомъ нами случаѣ. 1) Если большая или меньшая обширность фабричнаго или торговаго предпріятія зависитъ отъ величины капитала и условій сбыта и слѣдовательно можетъ служить мѣрою для опредѣленія дохода промышленника, то этаго нельзя сказать о сельско-хозяйственной производитель-

ности. Здѣсь размѣръ промысла вовсе не указываетъ на соответствующую ему доходность, потому что онъ опредѣляется величиною помѣстья. Земли должны быть обрабатываемы и при неблагоприятныхъ обстоятельствахъ и собственникъ, относительно пользованія ими, гораздо болѣе стѣсненъ въ своихъ предпріятіяхъ, чѣмъ фабрикантъ или купецъ. Естественныя событія и невыгодныя цѣны иногда значительно уменьшаютъ доходъ поземельныхъ собственниковъ, а между тѣмъ они не имѣютъ возможности прибѣгнуть къ другимъ средствамъ пріобрѣтенія и такимъ образомъ затрудняются уплатить и одну поземельную подать. 3) Часть поземельной ренты идетъ на уплату процентовъ долга, если имѣніе заложено, что бываетъ довольно часто. Это ставитъ сельскаго хозяина, собственника земли, въ невыгодное положеніе, сравнительно съ другими промышленниками. 4) Между тѣмъ, какъ въ другихъ промыслахъ предпріятія, производимыя въ большихъ размѣрахъ, доставляютъ обыкновенно не только высшіе проценты съ затраченныхъ на нихъ капиталовъ, но и болѣе значительный промысловый доходъ, — большія имѣнія, употребленныя для сельско-хозяйственныхъ цѣлей, почти всегда уступаютъ въ этомъ отношеніи помѣстьямъ средней величины и обыкновенно занимаютъ, сравнительно говоря, меньшій капиталъ; отъ того уже поземельная подать падаетъ съ большою тяжестью на первыя, чѣмъ на послѣднія. Собственники же не большихъ участковъ, за вычетомъ поземельной ренты, уже обложенной податью, едва получаютъ вознагражденіе, соответствующее обыкновенной заработной платѣ и слѣдовательно не имѣютъ возможности платить особый промысловый налогъ. 5) Разсматривая внимательно характеръ другихъ прямыхъ податей, падающихъ на иные виды промышленности, мы убѣдимся, что невозможно обложить капиталы вполне; поэтому необходимо упасть сельско-хозяйственную производительность, которой доходы не такъ легко могутъ уклониться отъ оцѣнки.

Арендаторы большихъ имѣній, по мнѣнію нѣкоторыхъ писателей^{а)}, еще болѣе способны платить особый промысловый налогъ, чѣмъ собственники земель, занимающіеся сельскимъ хозяйствомъ, потому что, относительно полученія капитальныхъ процентовъ и промысловаго барыша, арендаторы находятся въ одинаковыхъ обстоятельствахъ съ другими предпринимателями и получаютъ доходъ, не подлежащій никакой иной подати.

Но и въ этомъ случаѣ промысловая подать, если бы даже она удовлетворяла требованіямъ теоріи, практически оказывается неосуществимою. При ней предполагается совершенное отдѣленіе собственника земли, доставляющаго для сельскаго хозяйства одну землю (поземельный капиталъ), отъ арендатора, который долженъ

употребить весь необходимый для осуществления предприятия промышленный капитал. Но такія чистыя аренды почти нигдѣ не встрѣчаются. Обыкновенно собственникъ земли передаетъ арендатору, вмѣстѣ съ принадлежащею ему землею, разныя зданія, вещи, числящіяся по инвентарю, и даже права и преимущества, не находящіяся ни въ какой связи съ пользованіемъ землею; принимая участіе въ хозяйственныхъ издержкахъ, собственникъ долженъ, кромѣ поземельной ренты, получить еще часть капитальнаго дохода. Такимъ образомъ всю арендную плату нельзя разсматривать въ видѣ поземельной ренты; отношеніе между собственникомъ и арендаторомъ не можетъ быть строго разграничено и слѣдовательно правильно опредѣлена часть дохода, причитающаяся на долю послѣдняго. Поэтому нельзя ожидать правильности и при установленіи самаго налога. Даже при возможно-совершенномъ отдѣленіи того вліянія, которое собственникъ земли обнаруживаетъ на величину дохода, получаемого отъ сельско-хозяйственной дѣятельности, большая часть промышленной подати, уплачиваемой арендаторомъ, окончательно упала бы на поземельную ренту, что должно послужить, если только поземельная подать не обращена въ неизмѣняемую реальную повинность, излишнюю, добавочную тяжесть для собственника земли. При несовершенномъ же отдѣленіи промышленнаго капитала отъ земледѣльческаго будутъ крайне обременены арендаторы, въ особенности берущіе на откупъ небольшіе участки, такъ какъ они, уже по причинѣ весьма значительнаго соперничества небогатыхъ сельскихъ хозяевъ, едва ли получаютъ болѣе обыкновенной заработной платы.

Наконецъ промыслы страхованія гораздо легче и надежнѣе облагать умѣренной пошлиною съ капиталовъ, отдаваемыхъ на страхъ, чѣмъ особою промышленною податю; потому что доходъ, получаемый въ такихъ предпріятіяхъ, слишкомъ измѣнчивъ и зависитъ съ одной стороны отъ случайныхъ обстоятельствъ, которыя въ одинъ годъ причиняютъ болѣе потерь, чѣмъ въ другой, обществу или частному лицу, принимающему на свой страхъ обезпеченіе опасностей, съ другой отъ измѣняющагося числа лицъ, отдающихъ на страхъ свое имущество. И такъ только техническіе промыслы и торговля и однородныя съ ними предпріятія, по справедливости, могутъ подлежать промышленному налогу.

Чтобы убѣдиться въ способности къ платежу податей лицъ, занимающихся означенными промыслами, должно имѣть въ виду, что за уплатою всѣхъ необходимыхъ промышленныхъ издержекъ, предприниматель можетъ получить доходъ, состоящій изъ слѣдующихъ составныхъ частей:

А) изъ собственно — промысловаго дохода, заключающаго въ себѣ: 1) вознагражденіе промышленнику за собственную его дѣятельность и 2) страховую премію за опасность потери капитала, которую предприниматель, въ случаѣ неудачи, долженъ взять на себя. Та часть промысловаго дохода (въ тѣсномъ смыслѣ), которая составляетъ вознагражденіе за личную дѣятельность предпринимателя, опредѣляется тѣми же правилами, по которымъ устанавливается заработная плата; но по причинѣ высшаго его образованія и болѣе трудной и сложной его дѣятельности, она во всякомъ случаѣ значительнѣе, чѣмъ плата работнику въ томъ же промыслѣ. Что же касается до страховой преміи, то она должна соразмѣряться съ опасностію, которую принимаетъ на себя промышленникъ. Чѣмъ больше опасность, тѣмъ выше должна быть и премія. Самую незначительною является она при вѣрныхъ предпріятіяхъ, гдѣ отношенія между производствомъ и потребленіемъ давно и хорошо извѣстны. Напротивъ наибольшая премія должна быть взимаема при новыхъ, отважныхъ, отдаленныхъ предпріятіяхъ, требующихъ большаго капитала и долго его не возвращающихъ. — За удовлетвореніемъ расходовъ, необходимыхъ на содержаніе самаго предпринимателя и его семейства и за вычетомъ вознагражденія за потери капитала, всѣ остальные суммы, получаемыя промышленникомъ, составляютъ чистый и слѣдовательно податный доходъ; онъ представляетъ собою только меньшую часть промысловаго дохода. Такъ какъ правительству трудно опредѣлить издержки на необходимое содержаніе въ разныхъ промыслахъ, то поэтому обыкновенно принимается въ соображеніе, при установленіи налога, весь валовой доходъ предпринимателя; но нельзя забывать въ этомъ случаѣ, что изъ него должны быть покрыты расходы, столь же необходимые, какъ и промысловыя издержки.

Адамъ Смитъ, высказавъ ту мысль, что доходъ промышленника, независимо отъ процентовъ капитала, затраченнаго имъ въ предпріятіи, содержитъ въ себѣ большею частію только весьма умеренное вознагражденіе за опасность и труды, соединяющіеся съ употребленіемъ капиталовъ, выводитъ отсюда заключеніе, что эта часть дохода (собственно промысловый доходъ), получаемаго промышленникомъ, не должна быть облагаема, потому что въ противномъ случаѣ онъ переложитъ подать или на покупателей товаровъ въ ихъ цѣнѣ, или посредствомъ пониженія процентовъ на капиталистовъ. Къ этому мнѣнію склоняется и Рикардо^{*)}, который, принимая за аксіому, что, при равности всѣхъ другихъ обстоятельствъ, капиталы *всегда* обращаются къ промышленностямъ, приносящимъ наибольшій доходъ, утверждаетъ, что подати,

наложенныя на мануфактурную промышленность, *воплоть* уплачиваются потребителями товаровъ. Фабрикантъ, говорить онъ, обратилъ бы свои капиталы на другое производство, если бы цѣна товара не поднялась до суммы, достаточной для уплаты цѣлой подати.

Такой взглядъ на переложение податей не можетъ быть признанъ основательнымъ. Безъ сомнѣнія справедливо то, что капиталы стремятся помѣститься въ занятяхъ, приносящихъ наибольше дохода, но не менѣе справедливо и подтверждается опытомъ, что капиталы приносятъ весьма различные доходы. Промысловые доходы еще болѣе различны, хотя вообще говоря, каждый воленъ обратить свою дѣятельность на отрасль производства, наиболѣе доходную. Иногда естественныя, иногда искусственныя препятствія затрудняютъ для промышленниковъ переходъ къ другимъ отраслямъ производства. Къ естественнымъ препятствіямъ надобно отнести установленныя самою природою отношенія, дающія при производствѣ извѣстныхъ продуктовъ монополію нѣкоторымъ лицамъ предъ всѣми другими. Особенное плодородіе земли, добываніе рѣдкихъ минераловъ, производство лучшихъ винъ и т. п. независятъ отъ произвола людей. Къ искусственнымъ препятствіямъ можно отнести особенное, хозяйственное развитіе какого либо народа, или сословія народнаго, происходящее вслѣдствіе употребленія машинъ, сохраненія ремесленныхъ секретовъ и т. п. и не позволяющее другимъ народамъ или лицамъ состязаться съ нимъ въ извѣстной отрасли производства. Къ подобнымъ же препятствіямъ можно отнести въ нѣкоторыхъ случаяхъ монополіи, предоставляемыя отъ правительства частнымъ лицамъ или обществамъ, какъ то промысловыя и торговыя привиллегіи и т. под. — Независимо отъ этихъ обстоятельствъ, можетъ быть, исключительныхъ, есть многія другія причины, отчасти затрудняющія, отчасти даже дѣлающія, по крайней мѣрѣ въ извѣстныхъ случаяхъ, невозможнымъ переходъ промышленниковъ къ другимъ вѣтвямъ производства. Замѣтимъ между прочимъ, что безопасность помѣщенія капиталовъ имѣетъ весьма различныя степени. Многіе предприниматели предпочитаютъ довольствоваться меньшими, но вѣрными процентами, оставляя свои капиталы въ промыслахъ, обѣщающихъ надежный доходъ. Кромѣ того, при пережѣнѣ промысла, предприниматель во всякомъ случаѣ долженъ подвергнуться многимъ и весьма значительнымъ потерямъ, потому что часть его капитала (въ особенности постоянный капиталъ) не можетъ быть ни обращена на другое употребленіе, ни продана безъ большого убытка для ея собственника. Такимъ образомъ оставленія промысловъ и

полнаго переложенія промысловаго налога на потребителей товаровъ можно ожидать только въ такомъ случаѣ когда онъ уже слишкомъ значителенъ и поглощаетъ или весь чистый промысловый барышъ или наибольшую его часть, такъ что предпріятіе дѣлается для промышленника совершенно невыгоднымъ. Подобнымъ образомъ, предположивъ умѣренную величину налога, нельзя допустить его переложенія и на капиталистовъ. Условія конкуренціи, часто невыгодныя для отдѣльныхъ промышленниковъ, и возможность перевода денежныхъ капиталовъ въ иностранныя государства обыкновенно неблагопріятствуютъ пониженію процентовъ на капиталы и слѣдовательно сложенію промысловой подати.

Б) Вторая часть дохода, получаемого предпринимателемъ, состоитъ изъ процентовъ съ капитала. Они представляютъ собою чистый доходъ, такъ какъ издержки на поддержаніе капитала относятся къ числу промысловыхъ расходовъ. Если предприниматель занялъ часть капитала, то проценты должны быть раздѣлены между имъ и его заимодавцами. Трудно привести въ извѣстность такое, очень часто случающееся, раздѣленіе процентовъ между предпринимателемъ — промышленникомъ и капиталистомъ. Поэтому принимается за правило, что оба соединены въ одномъ и томъ же лицѣ. Впрочемъ, при установленіи налога, нужно брать въ соображеніе случаи этаго раздѣленія, если они положительно извѣстны, напр. при отдачѣ въ аренду фабрики, мельницы и т. п.

В) При промыслахъ, производимыхъ въ незначительныхъ размѣрахъ, напр. при большей части ремеслъ, встрѣчается въ доходѣ, получаемомъ промышленникомъ, еще третья составная часть. Предприниматель, участвуя въ нѣкоторыхъ промысловыхъ работахъ, сберегаетъ часть суммы, назначенной на наемъ работниковъ и слѣдовательно самъ получаетъ заработную плату. Относительно обложенія, заработная плата разсматривается какъ промысловый доходъ.

Только первая составная часть всего дохода, доставляемого промышленностію, принадлежитъ фабриканту или купцу, собственно какъ предпринимателю; остальные двѣ онъ получаетъ только въ такомъ случаѣ, когда является въ качествѣ капиталиста и вмѣстѣ работника.

И такъ нельзя ничего сказать вообще противъ справедливости или національно-экономической безвредности промысловаго налога. Переработка грубыхъ матеріаловъ въ предметы, способные къ удовлетворенію самыхъ разнообразныхъ потребностей, — техническая промышленность, точно также какъ и торговля, пе-

реносящая товары на мѣста, удобныя для ихъ сбыта и другіе однородные промыслы составляютъ не менѣе важный источникъ дохода, какъ и первообразное производство, доставляющее для нихъ сырые продукты. Налогъ, устанавливаемый на означенныя отрасли производительной дѣятельности, падаетъ на имущество, приносящее дѣйствительную ренту, изъ которой онъ и можетъ быть уплаченъ, безъ существеннаго нарушения какихъ либо вещественныхъ интересовъ, если только при этомъ не опущены изъ вида условія, отъ которыхъ зависитъ возможность дальнѣйшихъ успѣховъ и процвѣтанія всякаго рода промышленности. На этомъ основаніи обложеніе промысловыхъ доходовъ можетъ быть оправдано не только въ національно-экономическомъ, но и въ юридическомъ отношеніи; потому что лица, занимающіеся разными промыслами, для полученія своихъ доходовъ, имѣютъ нужду не только въ покровительствѣ государства вообще, но во многихъ случаяхъ требуютъ его особеннаго содѣйствія и пользуются выгодами разныхъ государственныхъ учреждений, которыя главнымъ образомъ для нихъ и устроены.

Но затрудненія встрѣчаются при практическомъ осуществленіи идеи промысловаго налога. Промыслы не такъ легко могутъ быть облагаемы, какъ земли и зданія; оттого промысловая подать обыкновенно приноситъ менѣе выгодъ казнѣ, чѣмъ сколько можно бы было ожидать, судя по объему и доходности разныхъ вѣтвей промышленности, ей подлежащимъ.

Трудности заключаются во первыхъ: въ разнородности промысловъ, облагаемыхъ податью, изъ которыхъ въ каждомъ капиталы и издержки находятся въ отношеніяхъ, ему одному свойственныхъ. Условія для производства дохода здѣсь запутаннѣе, силы и средства въ нихъ дѣйствующія разнообразнѣе, ихъ дѣятельность и взаимодѣйствіе сокровеннѣе; кромѣ того не только цѣны грубыхъ матеріаловъ, но также цѣна и внутренняя цѣнность самыхъ издѣлій зависятъ отъ вліянія весьма многихъ, отчасти случайныхъ обстоятельствъ, между прочимъ отъ величины употребленнаго на производство капитала¹⁰⁾. Не рѣдко мѣстныя и временныя событія производятъ значительное измѣненіе въ относительной доходности промысловъ. Трудности, заключающіяся уже въ природѣ означеннаго источника дохода, еще болѣе увеличиваются вслѣдствіе вліянія, которое обнаруживаетъ самая личность промышленника на количественные размѣры его ренты. Она при равной суммѣ матеріальныхъ средствъ и при одинаковомъ объемѣ промышленности, можетъ быть въ высшей степени неравна, единственно по причинѣ большихъ способностей предпринимателя и лучшаго устройства промысловой операціи; между тѣмъ

нельзя совершенно отдѣлить участія личности отъ дѣйствія, производимаго матеріальными средствами, потому что то и другое сливается въ одно цѣлое въ полученномъ доходѣ. Такимъ образомъ если уже вообще должно сказать, что признаки для приведенія въ извѣстность и оцѣнки доходовъ, доставляемыхъ промыслами, менѣе очевидны, чѣмъ при другихъ финансовыхъ источникахъ, то о многихъ изъ такихъ промысловъ прямо должно замѣтить, что для равномѣрнаго обложенія ихъ податью, нельзя найти легко распознаваемыхъ точекъ опоры.

На этомъ основаніи нѣкоторые писатели совершенно отвергали промысловый налогъ; другіе же требовали по крайней мѣрѣ болѣе умѣреннаго обложенія промысловъ, сравнительно съ другими источниками доходовъ.

Къ безусловнымъ противникамъ промысловой подати должно отнести изъ прежнихъ писателей Зонненфельса ¹¹⁾ и Сарторіуса ¹²⁾, а изъ новѣйшихъ Приттвица ¹³⁾. Этотъ послѣдній почитаетъ равномѣрное, сообразное съ доходомъ податныхъ лицъ, распредѣленіе промысловой подати дѣломъ невозможнымъ, призракомъ (*ein Unding*), если только лица богатыя не будутъ обложены столь тяжелымъ налогомъ, что сами сдѣлаются бѣдными. Остается только, говоритъ онъ, установить совершенно произвольное раздѣленіе промысловъ на извѣстные классы, при чемъ нельзя уяснить себѣ причины, по которой для различныхъ классовъ величина подати назначается въ такомъ, а не въ другомъ отношеніи. Основаніемъ классификаціи обыкновенно служитъ одно темное представленіе, что если извѣстный промышленникъ платитъ опредѣленную сумму въ видѣ подати, то другой предприниматель обязанъ вносить по крайней мѣрѣ столько же. Далѣе Приттвицъ находитъ промысловую подать уже потому несправедливою, что она въ послѣдствіи перелagается на потребителей, и отдаетъ поэтому поголовной подати рѣшительное передъ нею преимущество. Если несомнѣнно то, что этотъ налогъ, замѣчаетъ онъ, послѣ продолжительнаго существованія, распредѣляется, какъ и всѣ прочія подати, на потребителей способомъ заранѣе совершенно неопредѣлимымъ, то къ чему служатъ всѣ эти искусственно составленные классы, ихъ подраздѣленія и утонченныя формальности при взиманіи подати, только уменьшающія величину податной суммы, затрудняющія для промышленника обзаведеніе промысломъ, и во всякомъ случаѣ, во времена общаго промысловаго кризиса, не доставляющія болѣе надежнаго дохода, нежели какой можетъ дать общая, равно на всѣхъ установленная и вслѣдствіе долгаго существованія обратившаяся въ привычку личная или поголовная подать?

Такъ какъ мы уже говорили выше о трудности и даже, при известныхъ обстоятельствахъ, невозможности переложения промысловой подати, если она взимается въ умѣренной величинѣ, то здѣсь достаточно только замѣтить, что возраженіе Приттвица направлено не противъ одного промысловаго налога, но противъ всѣхъ податей вообще и это одно уже показываетъ всю его несообразность. Затрудненія, встрѣчающіеся при установленіи подати на промышленниковъ, не даютъ этому классу гражданъ права на свободу отъ прямыхъ налоговъ; въ противномъ случаѣ для государства былъ бы потерянъ одинъ изъ важныхъ источниковъ его дохода и недоборъ въ финансахъ упалъ бы добавочною тяжестью на прочіе классы жителей, къ явному ущербу для ихъ интересовъ и съ нарушеніемъ основныхъ началъ финансоваго управленія, требующихъ по возможности соблюденія общности и равномѣрности при распредѣленіи налоговъ. Все, что можно вывести на основаніи особенной природы и характера промысловыхъ доходовъ, состоитъ только въ томъ, что при обложеніи этаго источника, должно, по возможности, обращать вниманіе на всѣ отношенія и особенности, обнаруживающія вліяніе на тотъ или другой видъ промысловъ, чтобъ достигнуть по крайней мѣрѣ приблизительной равномѣрности; совершенно же правильное и точное распредѣленіе промысловаго дохода представляется задачею неразрѣшимую.

Монтіонъ ¹⁴⁾ и Сисмонди ¹⁴⁾ высказываютъ требованіе другого рода. По мнѣнію этихъ писателей, техническіе промыслы, въ особенности доходы простыхъ ремесленниковъ, ручною работою снимающихъ себѣ пропитаніе, должны быть облагаемы болѣе умѣреннымъ налогомъ, сравнительно съ другими финансовыми источниками. Тотъ же взглядъ высказалъ въ новѣйшее время и Гофманъ ¹⁵⁾, который замѣчаетъ, что промысловой доходъ можетъ доставить, говоря относительно, только меньшую часть всей податной суммы, получаемой важнѣйшими европейскими государствами. Мнѣніе совершенно справедливое. Невыгоды, происходящія отъ неточной оцѣнки чистаго дохода, получаемаго въ разныхъ промыслахъ и неравномѣрнаго паденія налога, должны быть хотя нѣсколько смягчены умѣренною его величиною. И дѣйствительно, убѣжденіе въ необходимости такого обложенія промысловъ распространилось во всѣхъ государствахъ. Двадцать пять лѣтъ тому назадъ ¹⁷⁾, промысловая подать доставляла во Франціи $\frac{1}{8}$ часть всѣхъ податныхъ суммъ; въ Великобританіи подать съ лиценцій почти $\frac{1}{5}$ всего дохода отъ податей; въ Россіи $\frac{1}{11}$; въ Австріи $\frac{1}{8}$; въ Пруссіи $\frac{1}{4}$ ¹⁸⁾ всей податной суммы. Новѣйшія данныя подтверждаютъ тоже самое ¹⁹⁾. Умѣренные про-

мысловые налоги тѣмъ необходимѣе, что значительная ихъ тяжесть можетъ обнаружить самое неблагоприятное вліяніе на народное богатство. Всегда можно опасаться, что обложенные податью капиталы перейдутъ въ чужіе края или будутъ извлечены изъ промысловыхъ предпріятій, что неминуемо должно отразиться на доходахъ предпринимателей и заработной платѣ. Большею частію вслѣдствіе тягостныхъ налоговъ, которымъ подвергалась испанская промышленность, она исчезла при Карлѣ V и его преемникахъ. Движимый капиталъ всего легче способенъ къ передвиженію; онъ, какъ справедливо замѣчаютъ, мировой гражданинъ. Многіе печальные опыты, сдѣланные разными европейскими государствами, доказали это. Въ истекшее столѣтіе, по словамъ Милля ¹⁰¹⁾, капиталы Голландіи, приносившіе въ то время наименьшій доходъ, перешли вслѣдствіе налоговъ, на нихъ падавшихъ, въ иностранные государства. Наконецъ Монтіонъ справедливо замѣтилъ, что подать, наложенная некогда во Франціи на хлопчатобумажныя фабрики, уничтожила въ этомъ государствѣ означенную вѣтвь промышленности, не смотря на то, что она начала здѣсь развиваться ранѣе, чѣмъ въ другихъ странахъ.

Такимъ образомъ въ настоящее время справедливо отвергнуто мнѣніе Эшенмайера ²⁰⁾, который еще въ началѣ нынѣшняго столѣтія высказалъ ту мысль, что промыслы представляютъ наилучшій предметъ для обложенія и что промысловая подать, вмѣстѣ съ поземельною, можетъ служить главнѣйшимъ источникомъ для покрытія государственныхъ потребностей, такъ какъ она распространяется на большую часть податныхъ предметовъ, на всѣ сословія и классы жителей государства, которые посредственно или непосредственно должны подлежать ей. Даже иностранцы, постоянно живущіе въ государствѣ и проживающіе чрезъ оное не могутъ отъ нея уклониться, потому что и эти лица пользуются услугами промышленниковъ, по крайней мѣрѣ содержателей гостинницъ. Всякая другая подать, говоритъ Эшенмайеръ, за исключеніемъ поголовнаго налога, или налоговъ на потребление, не столь всеобща, но обыкновенно распространяется только на отдѣльныя сословія, или классы жителей, или отдѣльные предметы. Даже подати на потребление не имѣютъ этаго характера всеобщности, если онѣ не налагаются безъ различія на всѣ предметы, удовлетворяющіе потребностямъ. Если необходимѣйшія жизненные средства подлежатъ налогу, то онъ становится тягостнѣе, чѣмъ промысловая подать, потому что падаетъ всюю тяжестію на самый бѣдный классъ гражданъ; между тѣмъ какъ отъ промысловаго налога частное лице всегда можетъ уклони-

ться, не покупая вовсе, или покупая небольшое количество тѣхъ товаровъ, которые составляютъ предметъ промышленности обложеннаго податю купца или ремесленника.—Очевидно, что, не смотря на кажущуюся основательность плана Эшенмайера, осуществленіе его должно встрѣтить на практикѣ непреодолимыя затрудненія. Высокій налогъ можетъ существовать только при возможно большей равномерности его распредѣленія; но этой равномерности не возможно достигнуть при обложеніи промысловъ.

Существуютъ два главныхъ способа установленія промышленнаго налога ²⁰⁾). Оба представляютъ свои выгоды и свои неудобства. Первый состоитъ въ томъ, что подать устанавливается на основаніи дѣйствительнаго вычисленія, или оцѣнки предполагаемаго чистаго дохода. Это система катастрированія промысловъ. Распредѣляемый такимъ образомъ налогъ можетъ быть названъ *промысловымъ* въ тѣсномъ смыслѣ слова. По второму способу подать взимается за предоставленіе самаго права, за дозволеніе заниматься извѣстною вѣтвью промышленности. Таковъ налогъ патентный во Франціи, такова подать со свидѣтельствъ на право торговли и промысловъ, существующая въ нашемъ отечествѣ. Всѣ другія методы представляютъ собою большія или меньшія видоизмѣненія одного изъ означенныхъ двухъ способовъ, или состоятъ въ разпородныхъ ихъ соединеніяхъ.

При дѣйствительной оцѣнкѣ чистаго дохода, получаемаго въ разныхъ отрасляхъ промышленности, по первому способу, обыкновенно наблюдаются слѣдующія правила ²¹⁾):

1) Предварительно должно изслѣдовать хозяйственныя отношенія всѣхъ промысловъ и опредѣлить съ возможною точностію количество работы и капитала, необходимое для извѣстнаго производства, способъ раздѣленія выручки между участниками въ промышленной дѣятельности и другія тому подобныя обстоятельства. Въ каждомъ промыслѣ можно принять извѣстный наименьшій чистый доходъ и обращать потомъ вниманіе на возможность постепеннаго увеличенія его, вслѣдствіе того или другаго обстоятельства. Вообще признаки, по которымъ можно обсуживать хозяйственныя отношенія извѣстной отрасли промышленности и опредѣлять чистый доходъ, отъ нея получаемый, весьма разнообразны; ихъ необходимо брать въ соображеніе при установленіи прословаго налога. Каждый изъ нихъ можетъ содѣйствовать къ правильному пониманію отношенія, существующаго между доходами многихъ предпринимателей въ томъ или другомъ промыслѣ. Но для того, чтобъ можно было сдѣлать вѣрное сравненіе разпородныхъ промысловыхъ предпріятій, необходимо обращать вниманіе на совокупность всѣхъ признаковъ и обстоятельствъ, отъ

которых может зависеть чистый доход предпринимателей. При известной отрасли промышленности одинъ признакъ служить болѣе очевиднымъ указателемъ дохода, чѣмъ всѣ другіе; при другой же лучше пользоваться для этой цѣли инымъ признакомъ. Для опредѣленія промысловаго дохода, должно обращать вниманіе:

а) на величину постояннаго капитала, по которой, смотря по тому, находится ли онъ въ теченіе года непрерывно и вполнѣ въ употребленіи, или нѣтъ, можно судить и о количествѣ произведеній. При многихъ промыслахъ этотъ признакъ въ особенности очень важенъ. Такъ по числу ткацкихъ станковъ, веретенъ въ прядильныхъ, печатальныхъ прессовъ, машинъ всякаго рода составляется понятіе о большемъ или меньшемъ объемѣ производства и предполагается опредѣленный доходъ. Подобнымъ образомъ обсуживаются промыслы: содержателя гостиницъ — по числу и качеству комнатъ въ его заведеніи, извозчика — по числу лошадей, корабельщика — по величинѣ корабля. Во многихъ случаяхъ служить хорошимъ признакомъ обширность помѣщеній, необходимыхъ для производства работы или для сохраненія товаровъ.

б) На величину оборотнаго капитала. Иногда для финансоваго вѣдомства представляется весьма удобный случай опредѣлить количество потребляемыхъ матеріаловъ, и слѣдовательно оборотный капиталъ производителя, именно: если съ нихъ взимается таможенная пошлина или акцизъ. Это напр. должно замѣтить о фабрикахъ, обрабатывающихъ одни, обложенные таможенною пошлиною, матеріалы, о виноторговляхъ, винокурняхъ, пивоварняхъ, мясныхъ рядахъ, мукомольныхъ мельницахъ и проч., гдѣ эти промыслы обложены акцизами. Въ нѣкоторыхъ отрасляхъ промышленности масса продажныхъ товаровъ сама по себѣ очевидна и безъ труда можетъ быть опредѣлена; напр. въ аптекахъ, лавкахъ и т. д. Число работниковъ также признакъ весьма важный и легко наблюдаемый. Соответственно этому числу увеличиваются или уменьшаются и другіе промысловые расходы, и чѣмъ значительнѣе эти послѣдніе, сравнительно съ издержками на работу, чѣмъ дороже машины и перерабатываемые матеріалы, тѣмъ въ большей степени, съ поступленіемъ на фабрику каждаго новаго работника, увеличивается весь доходъ, получаемый отъ промысла и та часть его, которая въ видѣ промысловаго дохода (въ тѣсномъ смыслѣ слова) приходится на долю предпринимателя. Само собою разумѣется, что при этомъ должно обращать вниманіе не на одно число работниковъ, занятыхъ производствомъ, но и на искусственность или простоту ихъ работъ и на соответствующую означеннымъ обстоятельствамъ плату. Въ этомъ случаѣ

достаточно себѣ представить постепенность работъ, начиная отъ занятія конторщиковъ въ большихъ банкирскихъ домахъ, до работъ, производимыхъ женщинами и дѣтьми на табачныхъ или бумажныхъ фабрикахъ. Разсматриваемый нами признакъ можетъ принести весьма значительную пользу, особенно если при немъ обращаютъ надлежащее вниманіе на всѣ обстоятельства, обнаруживающія вліяніе на извѣстную вѣтвь промышленности.

в) на величину сбыта, или количество услугъ, оказываемыхъ промышленникомъ за деньги, напр. массу перевозимыхъ товаровъ, число лицъ, помѣщенныхъ въ гостиницы и т. п. При многихъ промыслахъ представляется весьма удобнымъ опредѣлить это количество, по которому можно за тѣмъ судить и о цѣлой величинѣ дохода. Такая оцѣнка основывается на томъ предположеніи, что при каждомъ отдѣльномъ случаѣ продажи получается соотвѣтственный барышъ и что такимъ образомъ, по приведеніи всѣхъ ихъ въ извѣстность, можно опредѣлить общую сумму всего промыслового дохода. Но очевидно, что величина промыслового барыша не при всѣхъ обстоятельствахъ одинакова; она измѣняется, смотря по величинѣ капитала, употребленнаго въ производствѣ, также по скорости его обращенія или числу отдѣльныхъ случаевъ сбыта (въ данное время); наконецъ она бываетъ различна вслѣдствіе вліянія временныхъ и случайныхъ обстоятельствъ, между прочимъ и вслѣдствіе того, производится ли торговля на собственный или чужой счетъ. Вообще сбытъ зависитъ отъ содѣйствія столь разнообразныхъ обстоятельствъ и отношеній, что результатовъ, точно найденныхъ для отдѣльныхъ случаевъ и лицъ, никогда нельзя вполне примѣнять ко всѣмъ однороднымъ промысламъ. Притомъ же приведеніе въ извѣстность всѣхъ отдѣльныхъ случаевъ сбыта (въ извѣстной вѣтви производства) можетъ только служить точкою опоры для приблизительной оцѣнки дохода промышленника вообще, а не чистаго его дохода, для полученія котораго нужно еще вычесть всѣ личныя и матеріальныя издержки. И такъ разсматриваемый нами признакъ одинъ самъ по себѣ весьма рѣдко можетъ вести къ вѣрнымъ выводамъ.

Во многихъ государствахъ величину промыслового налога сообразовали съ мѣстнымъ народонаселеніемъ на томъ основаніи, что сбытъ промышленниковъ зависитъ отъ большей или меньшей населенности мѣста ихъ жительства. Но здѣсь должно различать разные роды промысловъ. 1) Величина мѣстнаго населенія не имѣетъ рѣшительнаго вліянія на промыслы, которыхъ издѣлія могутъ быть пересылаемы въ отдаленнѣйшія мѣста. Многія фабрики заводятся въ селахъ, по причинѣ дешевизны горю-

тихъ веществъ, близости грубаго матеріала, присутствія воды и др. благопріятныхъ для производства обстоятельствъ. 2) Есть промыслы, обыкновенно зависящіе отъ мѣстнаго сбыта, но для которыхъ могутъ явиться потребители и въ сосѣднихъ мѣстахъ; это напр. должно замѣтить о ремесленникахъ вблизи городовъ. Иногда промыслы, собственно мѣстные, по исключенію имѣютъ обширѣйшій сбытъ; напр. гончарное производство при существованіи отличнѣйшей глины въ извѣстной мѣстности и т. д. 3) Если промыселъ въ извѣстномъ случаѣ признанъ чисто мѣстнымъ, то по количеству потребляемаго жителями товара (предполагая, что его нельзя получить изъ другихъ мѣстъ), можно заключать о сбытѣ всѣхъ мѣстныхъ промышленниковъ и на этомъ основаніи вывести среднюю величину дохода, приходящуюся на каждого предпринимателя. 4) Многие ремесленники, хотя и работаютъ не исключительно для мѣстныхъ жителей, но въ многонаселенныхъ городахъ пріобрѣтаютъ значительнѣйшія выгоды, по причинѣ большаго удобства получать заказы и продавать издѣлія; притомъ же часть ихъ работъ, напр. починка старыхъ вещей, почти исключительно предназначается для жителей того мѣста. При такихъ вѣтвяхъ промышленности нужно повышать податный окладъ, смотря по величинѣ мѣстнаго народонаселенія, но не въ точной съ нимъ соразмѣрности, и также имѣть въ виду большее или меньшее разширеніе промысла у отдѣльныхъ лицъ, происходящее вслѣдствіе особенныхъ, индивидуальныхъ обстоятельствъ.

г) Должно далѣе принимать въ соображеніе явную степень зажиточности и благосостоянія извѣстнаго класса промышленниковъ и отдѣльныхъ между ними лицъ, обращая вмѣстѣ съ тѣмъ вниманіе на то, не имѣетъ ли промышленникъ другихъ источниковъ дохода. Высота заработной платы, указывающая предѣлъ, ниже котораго не можетъ упасть промысловый доходъ, равнымъ образомъ не должна быть упускаема изъ вида. Изъ самаго образа жизни семействъ промышленниковъ, изъ видимаго приращенія или уменьшенія ихъ имущества, можно не прибѣгая къ стѣснительному для податныхъ лицъ надзору за ихъ хозяйственными дѣлами, опредѣлить, превышаетъ ли доходъ, дѣйствительно получаемый промышленниками, низшій предѣлъ, указываемый заработной платою, и въ какой степени. Если для какого либо промысла найдено подобное правило, впрочемъ во всякомъ случаѣ соотвѣтствующее только извѣстному времени и мѣсту, то должно потомъ сравнивать отдѣльное лице съ большинствомъ гражданъ, принадлежащихъ къ одному съ нимъ классу; при этомъ лица, производящія промыселъ на чужой капиталъ, находясь въ менѣе выгодныхъ имущественныхъ отношеніяхъ, должны подле-

жать и меньшему налогу. Если промысел отдается въ аренду, напр. гостинница, пивоварня, то податный окладъ раздѣляется между арендаторомъ и собственникомъ заведенія.

2) Такъ какъ одни и тѣже признаки не могутъ служить для оцѣнки всѣхъ промысловъ, подлежащихъ налогу, то необходимо раздѣлить ихъ на многіе отдѣлы; для опредѣленія доходовъ въ каждомъ изъ нихъ должны быть найдены особенныя вспомогательныя средства. Такъ нужно отнести къ отдѣльнымъ группамъ ремесла, въ которыхъ затрачивается незначительный капиталъ и тѣ изъ нихъ, которые требуютъ большаго капитала. Равнымъ образомъ составятъ особыя отдѣлы: фабрики, — промыслы, имѣющіе предметомъ приготовленіе обыкновенныхъ жизненныхъ средствъ, — оптовая торговля и банковыя операціи, — мелочная торговля, — содержаніе гостинницъ и погребовъ, — промыслы извозчиковъ и корабельщиковъ, наконецъ разныя личныя услуги. Для каждаго изъ этихъ отдѣловъ должно обозначить особенныя, преимущественно характеризующіе его, признаки доходности; такимъ признакомъ для нѣкоторыхъ промысловъ служить величина мѣстнаго народоселенія, для другихъ — величина постояннаго капитала.

3) Въ каждомъ отдѣлѣ промысловъ должно, слѣдуя извѣстному, постоянно принятому правилу, увеличивать податный окладъ, соотвѣтственно числу и качеству работниковъ.

4) Для каждаго отдѣла или для нѣсколькихъ изъ нихъ назначается извѣстное число классовъ, изъ коихъ во всякомъ принимается особенный податный окладъ или оцѣночный доходъ. Различныя роды промысловыхъ предпріятій могутъ быть вообще подводимы подъ эти классы; но вмѣстѣ съ тѣмъ необходимо обращать надлежащее вниманіе и на индивидуальныя обстоятельства; а потому обыкновенно предоставляется промышленникамъ выборъ между многими главными или второстепенными классами, или по крайней мѣрѣ, при извѣстныхъ обстоятельствахъ и условіяхъ, касающихся отдѣльнаго лица, допускается отступленіе отъ оцѣночнаго дохода, назначаемаго для опредѣленнаго класса.

5) Оцѣнка имущественныхъ отношеній всѣхъ отдѣльныхъ податныхъ лицъ и подведеніе ихъ подъ классы, соотвѣтственно размѣру промысловыхъ доходовъ, должна быть поручена, при содѣйствіи чиновниковъ, служащихъ по катастру, коммиссіи, составленной изъ образованныхъ и заслуживающихъ довѣріе гражданъ каждаго мѣста, избранныхъ отчасти изъ среды самихъ промышленниковъ.

6) Если такимъ образомъ будетъ опредѣленъ справедливый и для практическихъ цѣлей достаточный оцѣночный доходъ, а

вмѣстѣ съ тѣмъ назначена общая величина налога для всѣхъ въ совокупности предпринимателей въ известной промышленности и въ известной мѣстности, то распределение суммы на отдѣльные податныя лица можетъ быть предоставлена самому ихъ обществу, такъ какъ граждане наилучшимъ образомъ знаютъ одинъ о другомъ всѣ промысловыя отношенія и обстоятельства. Конечно при этомъ легко могутъ возникнуть споры, для разрѣшенія которыхъ нужно содѣйствіе чиновниковъ финансоваго вѣдомства.

7) Такъ какъ признаки и обстоятельства, обуславливающія относительную доходность различныхъ промысловъ, весьма разнообразны, то нѣкоторые писатели²²⁾ почитали за наилучшее, при составленіи промысловаго катастра, во всемъ полагаться на избранныхъ для этой цѣли оцѣнщиковъ, предоставивъ имъ полную свободу въ установленіи податныхъ окладовъ. Дѣятельность финансовыхъ властей въ этомъ случаѣ ограничилась бы изданіемъ инструкціи, которая, будучи удобопонятною для оцѣнщиковъ, должна направлять ихъ дѣятельность къ желаемой цѣли, опредѣляя свойство облагаемыхъ налогомъ доходовъ и условія и признаки ихъ величины. Вмѣстѣ съ тѣмъ надлежало бы выбрать изъ гражданъ каждаго мѣста или округа способныхъ и надежныхъ оцѣнщиковъ, которые должны заниматься работами подъ руководствомъ чиновника. Такой способъ составленія катастра выгоденъ въ томъ отношеніи, что при немъ всегда есть возможность обратить вниманіе на всѣ частности, но за недостаткомъ фактическихъ точекъ опоры, онъ предоставляетъ весьма многое произволу оцѣнщиковъ и дѣлаетъ неизбѣжными важныя погрѣшности; при чемъ оказывается невозможнымъ и въ послѣдствіи чрезъ повѣрку и сравненіе податныхъ окладовъ ввести для цѣлаго государства необходимое въ распределеніи налога однообразіе. По этому гораздо лучше, посредствомъ изданія общихъ правилъ, ограничить нѣсколько произволъ оцѣнщиковъ, не лишая ихъ однакожъ права обсуживать и рѣшать отдѣльные случаи. Чистый доходъ предпринимателей зависитъ отъ разнообразныхъ причинъ, которыя нельзя подвести къ однимъ и тѣмъ же признакамъ и условіямъ, такъ что самая оцѣнка можетъ оказаться несправедливою, если уже ничего не будетъ предоставлено собственному соображенію оцѣнщиковъ.

8) Нельзя надѣяться обложить капиталъ, затраченный въ промыслахъ, соотвѣтственно оцѣнкѣ, близко подходящей къ его дѣйствительной величинѣ. Но было бы также несправедливо только по этой причинѣ отказаться вовсе отъ промысловаго налога. Такъ какъ погрѣшности, неизбѣжно соединяющіяся съ установленіемъ всякой подати, при обложеніи промысловъ значитель-

нѣе, чѣмъ при другихъ налогахъ, то уже по этой причинѣ величина промысловой подати должна быть умѣреннѣе другихъ податей.

9) Въ законодательствѣ необходимо точно разграничить подлежащіе налогу промыслы съ одной стороны отъ услугъ высшаго разряда (каковы напр. служба чиновниковъ, труды ученыхъ), съ другой, отъ простой, наемной работы и рентнаго дохода, получаемаго безъ обнаруженія промысловой дѣятельности.

10) Предприниматели, занимающіеся промысломъ въ небольшихъ размѣрахъ, съ малымъ капиталомъ и безъ работниковъ, должны быть облагаемы даже при самыхъ благоприятныхъ обстоятельствахъ не выше наемныхъ работниковъ; въ случаѣ же явной и доказанной бѣдности, они и вовсе освобождаются отъ налога.

11) Если предприниматель занимается одновременно многими промыслами, то при этомъ нужно различать два случая. А) Если промыслы находятся въ тѣсной, внутренней связи между собою, такъ что взаимно поддерживаютъ одинъ другой, то взятые вѣстѣ они могутъ быть разсматриваемы, какъ одно цѣлое. Для оцѣнки ожидаемаго отъ нихъ дохода, должно брать за основаніе главный промыселъ, или, если нельзя опредѣлить, который изъ нихъ имѣетъ перевѣсъ, то слѣдуетъ брать во вниманіе тотъ изъ нихъ, который обложенъ болѣе значительною податью, а для другаго промысла назначается дополненіе къ податной суммѣ, по соображенію употребленнаго въ немъ капитала, работниковъ и т. под. Б) Если промыслы совершенно чужды одинъ другому, то для каждаго изъ нихъ назначается отдѣльно полная промысловая подать.

12) Собственное показаніе податнаго лица о своемъ капиталѣ и промысловомъ доходѣ можетъ быть принимаемо въ соображеніе, въ особенности если промышленникъ, не опредѣляя прямо суммы своихъ доходовъ, долженъ только причислить себя къ одному изъ классовъ; но во всякомъ случаѣ съ такимъ показаніемъ должно соединяться со стороны оцѣнщиковъ заботливое и точное изслѣдованіе имущественныхъ отношеній податныхъ лицъ.

13) Для повѣрки и рѣшенія жалобъ, возникающихъ по поводу предварительной оцѣнки доходовъ, необходимо познакомиться съ мѣстными обстоятельствами и условіями. Для этой цѣли въ каждомъ значительномъ городѣ составляется особый комитетъ изъ образованныхъ и заслуживающихъ довѣріе гражданъ. Села и небольшіе города лучше подчинить одному окружному комитету, который въ такомъ случаѣ будетъ составленъ полнѣе.

14) Полезно сравнивать оцѣночные промысловые доходы раз-

ныхъ мѣстностей. Но сохранить при этомъ однообразіе для значительной части государства гораздо труднѣе, чѣмъ при поземельной подати. Однакожь и эта цѣль можетъ быть достигнута, но крайней мѣрѣ до нѣкоторой степени.

15) Промысловый катастръ сохраняетъ свою практическую примѣняемость только на весьма короткое время. Потому должно дѣлать въ катастровыхъ книгахъ необходимыя поправки и дополненія, означать въ нихъ измѣненіе въ лицахъ, вносить имена новыхъ предпринимателей и производить переоцѣнку доходовъ, когда промышленникъ проситъ, по уважительнымъ причинамъ, о пониженіи налога, или если чиновники катастрового вѣдомства находятъ нужнымъ его увеличеніе. Наконецъ, по истеченіи непродолжительнаго періода времени, является необходимымъ общій пересмотръ промысловаго катастра.

Б) Затрудненія, соединяющіеся съ непосредственною оцѣнкою промысловыхъ доходовъ, неточности и погрѣшности, неизбѣжны при составленіи катастра, побудили правительства многихъ европейскихъ государствъ взимать подать съ разныхъ промысловъ не по мѣрѣ ожидаемаго отъ нихъ чистаго дохода, но за самое право ихъ производства, при чемъ обращается вниманіе только на вѣроятный объемъ промышленности, измѣряемый обыкновенно или величиною мѣснаго народоселенія: таковъ напр. патентный сборъ во Франціи, или также величиною капитала, объявляемаго промышленникомъ; куда относится сборъ со свидѣтельствъ на право торговли по нынѣ дѣйствующему законодательству въ Россіи.

Патентная подать въ ея совершенной простотѣ существуетъ только во Франціи. Она введена здѣсь съ окончательнымъ уничтоженіемъ ремесленныхъ корпорацій во время революціи, когда промышленность была объявлена свободною, но съ тѣмъ, чтобы каждый, желающій заниматься какимъ либо ремесломъ или торговлею или завести фабрику, бралъ патентъ, котораго цѣна опредѣляется законодательствомъ различно, смотря по классу, къ которому отнесенъ промыселъ, соответственно его свойству и большому или меньшему значенію, и смотря по разряду, къ которому причислено мѣсто, гдѣ производится промышленность, на основанніи величины его народоселенія. Всѣ промыслы раздѣлены на 7-мь классовъ, а города и мѣстечки на 7-мь разрядовъ. Къ первому изъ нихъ отнесены имѣющіе 100,000 и болѣе жителей, а къ 7-му, тѣ, которыхъ народоселеніе составляетъ менѣе 5000 чел.²³⁾ Освобождены отъ взятія патента: чиновники государственной службы, землевладѣльцы, торгующіе собственными сельскими произведеніями, врачи, повивальныя бабки, живописцы, лица, не имѣющія

возможности платить подать, равняющуюся трехдневной заработной платѣ, подмастерья, ученики и работники на фабрикахъ, имѣющихъ патентъ, продавцы плодовъ, цвѣтовъ и рыбы на рынкахъ и улицахъ, когда они не имѣютъ особой лавки и нѣкоторые другіе. Для промысловъ, которыхъ доходность не зависитъ отъ величины мѣстнаго народоселенія, назначены постоянные, одинаковые въ цѣломъ государствѣ податные оклады; такъ банкиры платятъ 500 фр., маклера и хозяева дилижансовъ 200 фр. и т. д. — Новый законъ о патентной подати изданъ, на основаніи прежняго, 25 Апрѣля 1844 г. Итакъ французская патентная подать имѣетъ ту особенность, что при ней весьма мало обращается вниманіе на различіе въ положеніи отдѣльныхъ промышленниковъ. Для каждаго промысла назначается или одинаковый въ цѣломъ государствѣ окладъ, или нѣсколько окладовъ, смотря по величинѣ мѣстнаго народоселенія; всѣ промышленники, занимающіеся однимъ предпріятіемъ въ одной и той же мѣстности, платятъ равную подать, почему она и взыскивается ежегодно впередъ при самой выдачѣ дозволенія на производство промысла. Такимъ образомъ въ этомъ отношеніи патентный сборъ имѣетъ много общаго съ пошлинами въ тѣсномъ смыслѣ слова. Только такъ называемый пропорціональный налогъ (*droit proportionnel*), служащій дополненіемъ къ главной патентной подати (*droit fixe*) и составляющій 5 проц. съ наемной платы зданій и помѣщеній промышленника ²⁴), служитъ средствомъ къ достиженію нѣкоторой уравнительности при распредѣленіи налога на отдѣльныя лица. Предполагается, и не безъ основанія, что промышленники болѣе богатые помѣщаются лучше и имѣютъ обширнѣйшіе магазины и мастерскія, чѣмъ другіе ихъ товарищи, и что, устанавливая дополнительный налогъ на ихъ помѣщенія, законодательство обложитъ промышленность въ нѣкоторой соотвѣтственности съ различною величиною доходовъ, ею доставляемыхъ. Главная выгода разсматриваемаго нами налога состоитъ въ томъ, что съ устраненіемъ всякаго произвола, онъ взимается по неизмѣнному, однажды принятому правилу и безъ особаго труда. Формальности для раскладки подати проще и податныя лица менѣе стѣснены, чѣмъ при другихъ родахъ промысловыхъ налоговъ; потому что устранено всякое вмѣшательство со стороны чиновниковъ финансоваго вѣдомства во внутреннія, хозяйственныя дѣла промышленниковъ. Но если выставляютъ въ числѣ преимуществъ патентной подати то обстоятельство, что она поощряетъ къ расширенію промысловыхъ операцій, такъ какъ тѣмъ самымъ она дѣлается менѣе чувствительною для плательщика, то это очень двусмысленная похвала; промышленники, не имѣющіе возможности увеличить объемъ своего производства,

подвергнутся слишкомъ тяжелому налогу, сравнительно съ другими производителями. Вообще должно замѣтить, что патентный налогъ по необходимости долженъ падать съ большею тяжестью на промыслы, занимающіе незначительные капиталы и доступные для весьма многихъ лицъ; потому что въ противномъ случаѣ онъ оказался бы недостаточно производительнымъ, доставляя бы только маловажную сумму въ видѣ дохода казны. Чѣмъ значительнѣе по своимъ размѣрамъ, по затраченному въ немъ капиталу промыселъ, тѣмъ менѣе ощутителенъ для него патентный налогъ. Изъ ежегоднаго дохода различнаго купца государство беретъ въ видѣ подати, говоря сравнительно, болѣе значительную часть, чѣмъ та, которая доставляется ему банкиромъ или оптовымъ купцомъ. Эта неравномѣрность въ паденіи налога, столь очевидная относительно разныхъ классовъ промысловаго сословія, встрѣчается и въ одномъ и томъ же классѣ, гдѣ не рѣдко отдѣльныя лица, находящіеся въ различныхъ имущественныхъ отношеніяхъ, подвергаются одинаковой подати. Коренный недостатокъ патентнаго налога состоитъ такимъ образомъ въ его неуравновѣренности. Напрасны были бы мѣры къ совершенному ея устраненію. Подавляя мелкую промышленность, онъ поощряетъ производство въ большихъ размѣрахъ, что не можетъ быть названо ни справедливымъ, ни даже полезнымъ въ національно-экономическомъ отношеніи. Такое свойство промысловаго налога можетъ даже повести къ гораздо большей неравномѣрности, чѣмъ тѣ погрѣшности, которыя неизбежны, при распредѣленіи промышленниковъ на классы, соотвѣтственно ихъ оцѣночнымъ доходамъ²⁴).

Къ одному классу съ патентнымъ налогомъ должно отнести лиценціи, существующія исключительно въ Великобританіи. Подать, взимаемая на такомъ основаніи, также падаетъ на предоставленіе права заниматься промышленностію, но различается отъ патентной тѣмъ, что податная сумма соразмѣряется не съ народоселеніемъ мѣста производства, но съ объемомъ промысловъ и что при многихъ изъ нихъ, для полученія лиценціи, необходимо показать извѣстный доходъ, съ увеличеніемъ котораго возвышается и самый налогъ. Такъ оптовые и различныя продавцы напитковъ, желающіе получить лиценцію, должны доказать, что ихъ ежегодный доходъ не менѣе 10 фунт. стерл.; съ увеличеніемъ дохода до 15 фунт. лиценція стоитъ 4 фунт. 14 шилл.; при доходѣ въ 20 фунт. налогъ за лиценцію простирается до 5 фунт. 2 шилл. Для многихъ промысловъ, напр. для производства льняныхъ и бумажныхъ издѣлій, для мыловареннаго и красильнаго

производствъ, назначаются неизмѣнныя величины подати, каковы бы ни былъ объемъ промышленности²⁰⁾.

Въ нѣкоторыхъ государствахъ раздѣляли промысловый налогъ на двѣ отдѣльныя подати: 1) на подать съ вознагражденія, получаемого предпринимателемъ за труды, употребленные имъ на производство, съ увеличеніемъ податной суммы, соответственно числу помощниковъ и работниковъ и 2) на подать съ дохода, приносимаго капиталомъ, затраченнымъ въ промышленности. Такимъ образомъ въ этомъ случаѣ отдѣльно облагаются два источника промысловаго дохода, работа и капиталъ. — Но не должно при этомъ забывать, что вознагражденіе, получаемое промышленниковъ, какъ предпринимателемъ, также находится подъ вліяніемъ капитала и вмѣстѣ съ нимъ увеличивается или уменьшается. Раздѣляя промысловый налогъ на двѣ самостоятельныя части, во 1-хъ, теряютъ изъ вида обзоръ промысловаго предпріятія въ цѣлости, въ его совокупномъ явленіи, такъ что гораздо труднѣе при этомъ сравнивать положеніе одного предпринимателя съ состояніемъ другихъ лицъ, занимающихся тою же промышленностію; во 2-хъ, оставляютъ безъ примѣненія другіе хорошіе признаки доходности, обращая главнымъ образомъ все вниманіе на опредѣленіе величины капитала, которое весьма трудно, такъ какъ величина его въ разные періоды года очень измѣнява; притомъ же часть оборотнаго капитала иногда вовсе не можетъ подлежать наблюденію, если напр. затрачена во внѣшней торговлѣ, или употреблена на банковыя и страховыя операціи. Впрочемъ если по обстоятельствамъ найдено будетъ удобнымъ означенное раздробленіе промысловаго налога, то для устраненія, по возможности, невыгодъ, соединяющихся съ этимъ способомъ обложенія промысловъ, нужно по крайней мѣрѣ принять слѣдующія мѣры: а) вознагражденіе за трудъ промышленника должно быть измѣряемо не только степенью его личного участія въ производствѣ, но также и объемомъ промышленнаго предпріятія. При этомъ можно принять за масштабъ число помощниковъ и работниковъ, но должно различать многіе ихъ разряды, или классы, такъ чтобы извѣстное число работниковъ низшаго разряда менѣе увеличивало податный окладъ предпринимателя, чѣмъ такое же число помощниковъ высшаго класса. Кроме того лучше назначить добавочную сумму подати на каждого работника такимъ образомъ, чтобы она составляла извѣстную долю податнаго оклада предпринимателя. б) Нужно заранее опредѣлить, какія части промысловаго капитала будутъ взяты во вниманіе, и какимъ образомъ капиталъ, при содѣйствіи и участіи предпринимателя, долженъ быть оцѣниваемъ²¹⁾.

ЧАСТЬ ВТОРАЯ.

ОБЪ

ИСТОРИЧЕСКОМЪ РАЗВИТІИ ПРОМЫСЛОВАГО ПАЛОГА

ВЪ РОССІИ.

ГЛАВА I.

**ОБЪ ОБЛОЖЕНІИ ремеслъ и торговли съ древнѣйшихъ
временъ до Юанна III.**

Не только въ древнѣйшія времена существованія нашего отечества, но и гораздо позднѣе сборы, падавшіе на ремесла и торговлю, у насъ, какъ долгое время и въ другихъ европейскихъ государствахъ, еще не имѣли характера особаго, самостоятельнаго вида налоговъ. Но разные прямые, непосредственные платежи гражданъ правительству²⁸⁾, о которыхъ упоминается въ лѣтописяхъ и другихъ историческихъ источникахъ, были взимаемы не только съ земледѣльцевъ, но также и съ обитателей городовъ и торжковъ. Такимъ образомъ ремесла и торговля были облагаемы на томъ же основаніи, какъ и земледѣльская промышленность. Лѣтописи сообщаютъ намъ извѣстія: о даянхъ, объ оброкахъ, урокахъ, объ окупѣ, о дарахъ и поклоннахъ. Необходимо опредѣлить характеръ всѣхъ этихъ сборовъ; такъ какъ изъ нихъ по-

степенно, путем историческаго развитія, образовался собственно промысловый налогъ и такъ какъ имъ подлежали уже въ глубокой древности и городскіе жители. Вотъ мѣста источниковъ, подтверждающія послѣднее. Въ Лавр. лѣтоп. подѣ 1070 г. сказано: «Въ сеже время приключися прити отъ Святослава (на Бѣлоозеро) дань емлющю Яневи, сыну Вышатину...»²⁹⁾ — Олегъ, какъ выражается лѣтописецъ, въ 1093 году «перя всю землю Муромску и Ростовьску и посажа посадники по *городомъ* и *данн* поча брати.»³⁰⁾ Въ Ипатьевской лѣтоп. подѣ 1148 г. встрѣчаемъ слова: «сестрый мой Гюрги изъ Ростова обидитъ мой Новгородъ и дани отъ нихъ отоймалъ...»³¹⁾ Подѣ 1149 г. въ той же лѣтописи сказано: «Изяславъ же хотяше всяхъ даней къ Новугороду Новгородцкихъ, якоже есть и переже было...»³²⁾ И въ другомъ мѣстѣ, относящемся къ тому же году говорится: «Изяславъ съступи Дюргеви Кіева, а Дюрги възврати всѣ дани Новугородкын Изяславу...»³³⁾ — О взиманіи *оброковъ* упоминаетъ лѣтописецъ въ княженіе Ольги въ слѣдующихъ словахъ: «Въ лѣто 6455 иде Вольга Новугороду и уставн по Мѣстѣ повосты и дани и по Лузѣ оброки и дани.»³⁴⁾ Въ то же княженіе упоминается и объ *урокахъ*: «И иде Вольга по Деревьстѣй земли..., уставляючи уставы и уроки»³⁵⁾. Что уроки были дѣйствительно взимаемы съ городскихъ жителей, доказательствомъ этому можетъ служить слѣдующее мѣсто, сообщаемое лѣтописцемъ подѣ 1014 г.: «Ярославу же сущю Новѣгородѣ и *урокомъ* дающю Кіеву двѣ тысячи гривнѣ отъ года до года, а тысячу Новѣгородѣ гридемъ раздаваху, а тако даяху посадници Новѣгородьстн, а Ярославъ сего не даяше отцю своему.»³⁶⁾ *Окупъ* также падалъ на жителей городовъ, какъ это видно изъ словъ Варяговъ Владимиру Св.: «се градъ нашъ, и мы пріяхомъ е, да хочемъ имати окупъ на нихъ по 2 гривнѣ отъ челоука. И рече имъ Володимеръ: «пождѣте, да же вы куны сберуть, за мѣсяць.»³⁷⁾ Это въ особенности подтверждается слѣдующимъ мѣстомъ Ипатьевской лѣтописи (1150 г.), гдѣ говорится о Владимірѣ Галицкомъ: «И рече Мичаномъ: «дайте ми серебро, что Вы язъ хочю; паки ли я възму вы на шить»; они же не имѣяхуть дати чего у нихъ хотяше, они же емлюче серебро изъ ушью и съ шнѣ, сливаюче же серебро даяхуть Володимеру. Володимеръ же поймавъ серебро и поиде такоже *смя серебро по всимъ градомъ*, оли и до своей земли»³⁸⁾.

Добровольныя приношенія жителей, называемыя *дарами* и *поклонами*, были взимаемы съ нихъ по разнымъ поводамъ, по случаю пріѣзда князей въ свои владѣнія, при вступленіи ихъ на престолъ, также по поводу потребностей войны. Они состояли сначала въ естественныхъ произведеніяхъ, а потомъ и въ дене-

жныхъ взносахъ и падали преимущественно на городскихъ жителей, такъ какъ эти послѣдніе наиболѣе были способны по своимъ имущественнымъ отношеніямъ доставлять такіе сборы князьямъ. Когда Ярославъ былъ побѣжденъ Болеславомъ, то народъ сдѣлалъ пожертвованіе въ его пользу, такъ что онъ былъ въ состояніи нанять Варяговъ и составить ополченіе: «и начаша скотъ сбирати отъ мужа по 4 куны, а отъ старость по 10 гривенъ, а отъ бояръ по 18 гривенъ; и приведоша Варягы, вдаша имъ скотъ, и совокупи Ярославъ вой многы.»³⁹⁾ Изъ лѣтописныхъ извѣстій мы видимъ далѣе, что чаще поклоны и дары были доставляемы князьямъ по случаю пріѣзда ихъ въ городъ и принятія ими власти. «Изяславу же идущу къ граду (въ 1065 г.),» говоритъ лѣтописецъ, «изидоша люде противу съ *поклономъ*, и пріяша князь свой Кыяне; и сѣде Изяславъ на столѣ своемъ....»⁴⁰⁾ И въ другомъ мѣстѣ: «Приде Святополкъ Кыеву; изидоша противу ему Кыяне съ *поклономъ* ... сѣде на столѣ отца своего...»⁴¹⁾ Подъ 1176 г. въ Лавр. лѣтоп. сказано: «Михалко же ѣха въ Суждаль, и изъ Суждаля Ростову и створи людемъ весь нарядъ, утвердивъся крестнымъ цѣлованьемъ съ ними и честь возма у нихъ и *дары* многы у Ростовець...»⁴²⁾. Впрочемъ князя иногда и посылали за дарами. Извѣстно изъ одного мѣста Лавр. лѣтописи, что Ярополкъ въ 1133 г. послалъ Изяслава Мстиславича къ братьямъ въ Новгородъ и они дали ему печерскія дани и отъ «*Смолинська даръ*»⁴³⁾. Встрѣчаются примѣры, что жители волостей обязаны были доставлять въ опредѣленное время дары Вел. Князьямъ. По крайней мѣрѣ такъ было въ Новгородской области. Въ договорныхъ новгородскихъ грамотахъ встрѣчается выраженіе: «а *крукъ* (вѣроятно право объѣзда волостей и взиманія съ нихъ сборовъ) Вел. Княземъ по старинѣ на третей годъ, а отъ волостей *даръ* имати по старинѣ»⁴⁴⁾. Впрочемъ не только у Славянъ, но и у другихъ народовъ сборы съ жителей первоначально являются въ видѣ добровольныхъ приношеній. Тацитъ говоритъ о Германцахъ: «*neс tributis contempuntur exempti oneribus et collationibus.*» И въ другомъ мѣстѣ: «*Mos est civitatibus, ultro ac viritim, conferre principibus vel armentorum, vel frugum, quod pro honore acceptum, etiam necessitatibus subvenit.*»⁴⁵⁾ Монахъ Эмуанъ (Aimoin) говоритъ въ своей хроникѣ о франкскихъ государяхъ: *Francorum regibus mos erat calendis Mai praisidere coram tota gente et salutare et salutari, obsequia et dona accipere*⁴⁶⁾ Мацѣевскій, кажется справедливо, замѣчаетъ, что дары и поклоны сначала были у насъ данью добровольною, но со временемъ обратились въ постоянные поборы⁴⁷⁾; во всякомъ случаѣ даръ, взимаемый съ новгородскихъ областей и опредѣленный обычаями старины имѣлъ уже характеръ

болѣе постоянного сбора, чѣмъ другіе взносы подобнаго рода. Можетъ быть и дары, которыми князья взаимно одаряли другъ друга, собираемы были также съ подданныхъ ихъ княженій и преимущественно съ городскихъ жителей. Косвенное на это указаніе, по нашему мнѣнію, заключается въ слѣдующихъ словахъ Ипатьевской лѣтописи (1148 г.) «и ту даристася дарѣми многыми, Изяславъ да дары Ростиславу, что отъ Рускыи землѣ и отъ всихъ царьскихъ землѣ, а Ростиславъ да дары Изяславу что отъ верьхнихъ землѣ и отъ Варягъ...»⁴³⁾.

Не представляется никакой особенной трудности опредѣлить, по крайней мѣрѣ приблизительно, различіе между приведенными нами названіями прямыхъ сборовъ съ городскихъ и сельскихъ жителей, если мы обратимъ надлежащее вниманіе на мѣста источниковъ, въ которыхъ они упоминаются. Дань первоначально является сборомъ съ побѣжденныхъ племенъ, или народовъ. Цѣною ея они покупаютъ себѣ жизнь, или откупаются отъ рабства, освобождаются отъ службы своему побѣдителю. «А се суть инии язъци» говоритъ лѣтописецъ, «иже дань даютъ Руси: Чюдь, Меря, Вель, Муромъ, Черемисъ, Морьдва, Пермь, Печера, Ямъ, Литва, Зимигола, Корсь, Норова, Либь.»⁴⁴⁾ — Радимичи и Сѣверяне, до призванія Варягорусскихъ князей, платили дань Козарамъ. Первые наши князья ведутъ войны съ сосѣдними племенами и налагаютъ на нихъ дани. Вотъ мѣста лѣтописи, сюда относящіяся: «Въ лѣто 6391. Поча Олегъ воевати Деревляны, и примучивъ ѿ, змаше на нихъ дань по чернѣ кунѣ.» — Въ лѣто 6392. Иде Олегъ на Сѣверяне и побѣди Сѣверяны и възложи на нь дань легьку и не дасть имъ Козаромъ дани платити, рекъ: «азъ имъ противенъ, а вамъ нечему.» Подобнымъ образомъ въ 6393 году тотъ же князь требуетъ съ Радимичей дани, которую они платили Козарамъ. «Не дайте Козаромъ», говоритъ онъ, «во мнѣ дайте.»⁴⁵⁾ Побѣжденные Олегомъ Греки обязываются заплатить дань по числу воиновъ и кромѣ того дать уклады на русскіе города: «первое на Кіевъ, таже и на Черниговъ и на Переяславъ и на Полтескъ и на Ростовъ и на Любечъ и на прочая городы; по тѣмъ бо городомъ сѣдяху князья подъ Ольгомъ суще.»⁴⁶⁾ Что дань въ самыя древнѣйшія времена служила нѣкоторымъ образомъ выкупомъ жизни, или средствомъ освобождаться отъ рабства, это доказывается несомнѣнно дѣйствіями Ольги. Она, какъ говоритъ лѣтописъ, «старѣйшины града»⁴⁷⁾ изънима и прочая люди овыхъ изби, а другія работъ продасть мужемъ своимъ, а прокъ ихъ остави платити дань. И възложи на ня дань тяжку...»⁴⁸⁾. Въ послѣдствіи, когда связь, соединявшая покоренныя племена съ князьями, стала тѣснѣе, дань обратилась въ сборъ,

которымъ подвластныя племена начали выражать свою покорность и подчиненность князю. Изъ этаго слова въ болѣе позднѣйшія времена образовалось понятіе: подданные. Мало по малу дань принимала значеніе всякаго прямого сбора вообще, безъ различія лица или предмета, съ которыхъ онъ былъ взимаемъ, или вещи, которою былъ выплачиваемъ. Такимъ образомъ дань сдѣлалась родовымъ понятіемъ прямыхъ сборовъ, обратившихся потомъ въ прямыя подати, и въ этомъ смыслѣ противопоставалась съ одной стороны разнымъ косвеннымъ сборамъ, напр. внутреннимъ таможеннымъ пошлинамъ, а съ другой личнымъ повинностямъ, лежавшимъ на жителяхъ. Такъ въ ярлыкѣ капчакскаго царя Узбека Петру Митрополиту (ок. 1313 г.) объ освобожденіи духовенства отъ всякихъ повинностей и сборовъ встрѣчаются слѣдующія выраженія: «дань ли на насъ емлютъ, или иное что ни буди, тамга ли, поплужное ли, ямъ ли, мытъ ли, мостовщина ли, война ли, ловитва ли коя ни буди наша... которая дань наша будетъ, или запросы наши накинемъ, или поплужное, или подводы...»⁶⁴) — Сопоставляя все предыдущее, мы находимъ совершенно несправедливымъ мнѣніе графа Толстаго, который полагалъ, что данью называлась подать съ пахатной земли⁶⁵). Мы уже видѣли выше, что данямъ подлежали и городскіе жители, незапимавшіеся земледѣліемъ.

Оброкомъ, сколько можно усмотрѣть изъ источниковъ, называлась плата правительству за предоставленіе права частному лицу или установленію (напр. монастырю) пользоваться землею, или также заниматься какимъ либо промысломъ, принадлежащимъ по преимуществу казнѣ, даже вообще такъ назывался сборъ за предоставленіе какой либо привилегіи. Если въ славянскомъ переводѣ Библіи слово оброкъ всегда употребляется въ значеніи пищи, припасовъ (*δρακόνιον*) и во всѣхъ славянскихъ нарѣчіяхъ, кромѣ русскаго, и въ настоящее время оно означаетъ продовольствіе⁶⁶), то это указываетъ только на то, что оброчная плата чаще взималась натурою, чѣмъ деньгами. Вышеозначенное нами понятіе оброка вполне подтверждается мѣстами источниковъ, относящимися къ 15-му, 16-му и 17-му столѣтіямъ; между тѣмъ нѣтъ никакого достаточнаго основанія полагать, что это слово въ самыя древнѣйшія времена имѣло другое значеніе и въ послѣдствіи измѣнило его. Мы видимъ, что правительство предоставляло крестьянамъ изъ платежа оброка казенныя пустопорожныя земли въ пользованіе, и такіе крестьяне назывались оброчными, въ противоположность пашеннымъ, которые, поселяясь на казенной или государевой землѣ, за пользованіе своими участками, обязывались обрабатывать извѣстную часть земли въ пользу казны⁶⁷). Оброкъ былъ

платимъ въ казну кромѣ того за дозволеніе ловить рыбу въ рѣкахъ и озерахъ, составлявшихъ государственную собственность. Такъ изъ грамоты 1575 г., подтверждающей прежнюю, видно, что Іоаннъ III и IV изъ платежа оброка четырехъ гривенъ въ Большой Дворецъ и пошлинъ съ оброку по четыре деньги дозволили Троицкому Сергіеву монастырю ловить рыбу въ рѣкѣ Ворѣ.⁶⁰⁾ Объ оброкѣ за право ловли на Волгѣ, предоставленное Суздальскому Спасо-Евфиміеву монастырю и безоброчной ловлѣ, дозволенной тому же монастырю, упоминается въ двухъ документахъ 1581 и 1582 г.⁶¹⁾ Подобнымъ образомъ ловля рыбы въ моряхъ облагалась оброкомъ. Въ тарханной грамотѣ 1607 года идетъ рѣчь о морскомъ оброкѣ, о платежѣ съ монастырской ловли (Корѣльскаго Николаевскаго монастыря) полтины въ годъ⁶²⁾. За предоставленіе особой привилегіи, напр. свободы отъ даней и повинностей былъ также взимаемъ оброкъ, какъ это мы видимъ изъ жалованной грамоты 1434—1447 г. Углицкаго князя Димитрія Юрьевича Троицкому Сергіеву монастырю. Князь обязываетъ платить съ углицкихъ монастырскихъ деревень въ казну оброкъ, по 3 рубля въ годъ, освобождая вмѣстѣ съ тѣмъ монастырскихъ людей отъ всѣхъ прямыхъ и косвенныхъ сборовъ и личныхъ повинностей. Сверхъ того онъ даетъ игумену дозволеніе держать собственное пятно для клейменія лошадей⁶³⁾. — За право заниматься извѣстною, привилегированною промышленностію, напр. медовареніемъ, былъ взимаемъ равнымъ образомъ оброкъ. О медовыхъ оброкахъ упоминается въ собраніи государственныхъ грамотъ: «А оброкомъ медовымъ городскимъ Васильцева вѣданья подѣлятся сынове мои.»⁶⁴⁾ — Оброкъ былъ взыскиваемъ далѣе съ монастырскихъ соляныхъ промысловъ; отъ платежа его однакожь монастыри иногда и освобождались⁶⁵⁾. Оброкъ былъ также иногда замѣняемъ *запросными* деньгами съ соляныхъ монастырскихъ промысловъ, взимаемыми обыкновенно съ прѣновъ⁶⁶⁾. Посредствомъ соображенія всѣхъ предыдущихъ мѣстъ источниковъ, не трудно не только удостовѣриться въ правильности сдѣланнаго нами опредѣленія оброка, но и вывести заключеніе, что этотъ сборъ былъ взимаемъ не только съ земледѣльской промышленности, но и съ заводской и ремесленной. Вмѣстѣ съ тѣмъ нельзя не замѣтить, что понятіе, нами рассматриваемое, весьма неточно опредѣлено Гагемейстеромъ, который принимаетъ оброки за налоги, собираемые натурою, или доходы, получаемые съ извѣснаго предмета⁶⁷⁾. Этими словами нисколько не показывается отличительный характеръ оброковъ. Неточно и невѣрно опредѣленіе оброка и у графа Толстаго, по словамъ котораго оброкъ бы-
ла подать съ разныхъ угодій и вообще плата правительству, въ

замѣнѣ разнородныхъ повинностей, вносимая деньгами или какою либо другою однообразною цѣнностію ⁶⁶⁾.

Выраженіе *уроку* означаетъ въ первоначальномъ и собственномъ смыслѣ слова точно опредѣленное количество (или величину) чего либо. Такимъ образомъ можно говорить объ урокѣ не только относительно денежнаго или натурального сбора, но и примѣнительно къ извѣстному количеству работы ⁶⁷⁾. Въ источникахъ упоминается *о дани по уроку* ⁶⁸⁾. Въ послѣдствіи начали употреблять уже одно слово *уроку*, не соединяя его со словомъ *дань*, когда хотѣли обозначить сборъ, котораго количество было точно опредѣлено и для взноса котораго, по всей вѣроятности, даже назначался иногда постоянный срокъ. Ярославъ платилъ В. Князю двѣ тысячи гривенъ *отъ года до года*. Въ одной договорной грамотѣ встрѣчается выраженіе: «да дати ми опроче дани уроку 350 рублей.» ⁶⁹⁾ Паконецъ урокомъ называются точно опредѣленные сборы, идущіе не только въ казну, но и въ пользу монастырей и частныхъ лицъ. Въ Лавр. лѣтон. (1037 г.) сказано о Ярославѣ I: «и ины церкви ставляше по градомъ и по мѣстомъ, поставляя попы и дая имъ отъ имѣнья своего *уроку*.» ⁷⁰⁾ Въ Русской Правдѣ упоминается о судебныхъ урокахъ, объ урокахъ городнику, при чемъ точно обозначено ихъ количество ⁷¹⁾. — Отсюда видно, что дань относительно урока, была понятіемъ родовымъ. Она, безъ ближайшаго ея обозначенія урокомъ, могла быть неопредѣленнымъ сборомъ и по количеству его и по времени взиманія. Дань, ближе и точнѣе опредѣленная въ этихъ двухъ отношеніяхъ, принимала уже характеръ и названіе урока. Такъ и во время ига монгольскаго уроками назывались опредѣленные количества (доли) дани, которыя должны были вносить удѣльные князья В. Князю для уплаты выхода ордынскаго ⁷²⁾.

Существенно отличается отъ разсмотрѣнныхъ доселѣ сборовъ такъ называемый *окупъ*. Онъ былъ взимаемъ только въ весьма рѣдкихъ случаяхъ, даже рѣже, чѣмъ дары; потому что послѣдніе были доставляемы въ весьма многихъ случаяхъ. При взятіи какихъ либо мѣстъ, преимущественно городовъ, силою оружія, жители ихъ были иногда принуждены заплатить единовременно побѣдительно или его войскамъ, по ихъ востребованію, извѣстный сборъ, распределяемый обыкновенно въ равнокъ количествахъ на каждого гражданина. Варяги требуютъ отъ Кіевлянъ окупа по двѣ гривны отъ человѣка, на томъ основаніи, что городъ принадлежитъ имъ и что они взяли его: «се градъ нашъ и мы пріяхомъ ѣ.»—Впрочемъ Владиміръ успѣлъ освободить жителей столицы отъ этого значительнаго сбора, предложивъ Варягамъ сначала подождать мѣсяць, а потомъ и отказавъ имъ со-

вершенно въ уилатѣ. «Ждаша за мѣсяць, говоритъ лѣтописецъ, и не дасть имъ и рѣша Варязи: сольстилъ еси намъ, да покажи ны путь въ Греки. Онъ же рече имъ: идѣте.» Только нѣкоторые изъ нихъ въ вознагражденіе за оказанную Князю услугу получили въ управленіе города; прочіе же отправились въ Царьградъ⁷³⁾ Не всегда однакожь были такъ счастливы жители завоеванныхъ городовъ. Мичане, какъ мы видѣли выше, для того, чтобъ доставить Владиміру Галицкому количество серебра, которое онъ требовалъ, угрожая, въ случаѣ недоставленія взять ихъ снова на щитъ, («паки ли я възму вы на щитъ») были принуждены обращать въ слитки свои украшенія и отдавать оныя Князю. Окупъ слѣдовательно, сколько позволяютъ судить приведенныя мѣста источниковъ, былъ скорѣе особымъ видомъ военной добычи, чѣмъ обыкновеннымъ въ мирное время сборомъ. Такъ какъ объ немъ упоминается только въ немногихъ мѣстахъ лѣтописей, то изъ этого можно заключить что подобныя сборы не были употребительны въ нашемъ отечествѣ.

Существованіе даней и другихъ прямыхъ сборовъ необходимо предполагаетъ также существованіе извѣстныхъ предметовъ и лицъ, на которые они обращаются. Определить такіе предметы и лица необходимо уже потому, что мы тѣмъ самымъ покажемъ основаніе, по которому сборы были распределяемы въ древнѣйшій періодъ.

Касаясь означеннаго вопроса, гр. Толстой⁷⁴⁾ замѣчаетъ: «предметы, съ которыхъ подать взимается, измѣняются съ измѣненіемъ состоянія государственнаго: большее развитіе государственное влечетъ за собою и взиманіе подати съ предметовъ, болѣе для того удобныхъ. Когда государство находится на самой низкой степени образованности, подати платятся обыкновенно по числу дворовъ или дымовъ; ибо счесть дома легче, чѣмъ счесть жителей или измѣрить и оцѣнить землю и различныя угодыя. Подать поголовная слѣдуетъ за первую; ибо вычисленіе жителей сопряжено съ большими трудностями, чѣмъ исчисленіе домовъ; хотя самая подать не заключаетъ въ себѣ большей правомѣрности. Третья система финансоваго развитія означается введеніемъ поземельной подати; измѣреніе земли несравненно труднѣе исчисленія домовъ и жителей.» — Гагемейстеръ напротивъ полагалъ, что взиманіе подати съ *дыма* предшествуетъ взиманію подати съ домовъ или дворовъ. «Дворы, говоритъ онъ, находятся только у народовъ, достигшихъ уже нѣкоторой степени образованности; ибо, по словамъ Нестора, они заключали въ себѣ: голубницы, клѣты, вежи, одрины.»⁷⁴⁾ — На это мнѣніе гр. Толстой возражаетъ, что нельзя доказать, что Несторъ, исчисляя принадлежности двора, хочетъ показать его различіе отъ дыма. Подымное, продолжаетъ

онъ, существовало даже въ 16-мъ столѣтіи.⁷⁶⁾—Повѣримъ приведенныя нами мнѣнія лѣтописными извѣстіями.

Изъ лѣтописей видно, что Варяги вѣзали съ Чуди, Славянъ, Мери и Кривичей: «по бѣлѣ веверицѣ *отъ мужа.*»⁷⁷⁾ Въ 980 г. Варяги, помогавшіе Владиміру, требовали отъ Кіевлянъ: «по двѣ гривны отъ *человѣка.*»⁷⁸⁾ Въ 1018 г. Новгородцы собрали въ помощь Ярославу Влад.: «*отъ мужа по 4 куны и пр.*»⁷⁹⁾— Эти выраженія, по видимому, указываютъ на существованіе поголовныхъ даней въ нашемъ отечествѣ въ самыя древнѣйшія времена. — Далѣе, по словамъ лѣтописца, Поляне платили Козарамъ: «*отъ дыма мечь.*»⁸⁰⁾ Сѣверяне и Вятичи платили Козарамъ дань также отъ дыма⁸¹⁾. Ольга требовала отъ жителей Искоростеня дани *отъ дома*⁸²⁾. — Вотъ указанія на подать съ домовъ и дымовъ. — Кромѣ того, Святославъ бралъ съ Вятичей «по шьялгу *отъ рала.*»⁸³⁾ Владиміръ возложилъ на Козаровъ дань отъ плуга, какъ и отецъ его: «възложи нань дань *отъ плуга.*»⁸⁴⁾ Въ 946 г. Вятичи говорятъ Святославу, что они платятъ дань Козарамъ *отъ рала*⁸⁵⁾. — Изъ означенныхъ выраженій лѣтописца узнаемъ о существованіи на Руси въ самыя древнѣйшія времена даней съ плуга и рала. Наконецъ въ договорѣ Олега съ Греками 906-го года встрѣчаются слѣдующія слова: «зашовѣда Олегъ дати воемъ на 2000 кораблей по 12 гривнѣ на *ключь.*»⁸⁶⁾ Что означаютъ всѣ эти выраженія? — Кажется нельзя принимать слова: *дымъ*, *дворъ*, *человѣкъ* и *мужъ* иначе, какъ за тождественныя. Въмѣсто выраженій: *дымъ* и *дворъ*, употребляются въ источникахъ иногда ихъ владѣльцы. Такимъ образомъ всѣ они означаютъ одно и то же: хозяйство, т. е. дворъ съ его принадлежностями; слѣдовательно уже въ глубокой древности дани⁸⁷⁾ налагались въ нашемъ отечествѣ на дворы или семейства. Изъ словъ *мужъ* и *человѣкъ* нельзя заключать о существованіи поголовнаго сбора дани на Руси въ 9-мъ и 10-мъ столѣтіяхъ. Исторія всѣхъ народовъ показываетъ, что дани поголовной первоначально ни гдѣ не было и не могло быть. Перепись всѣхъ лицъ мужескаго пола предполагаетъ уже нѣкоторое финансовое развитіе народа; но тамъ, гдѣ народъ едва еще вышелъ изъ патріархальнаго быта, гдѣ общественныя учрежденія находятся еще въ зародышѣ, дѣйствительными гражданами почитаются только главы семейства. — Слова: *рало* и *плугъ* первоначально, по всей вѣроятности, означали земледѣльческія орудія, представлявшія собою часть земледѣльческаго капитала и служившія признакомъ извѣстнаго дохода, доставляемаго этою промышленностію⁸⁸⁾. Мы видимъ такимъ образомъ, что въ древнѣйшія времена существовали на Руси два рода прямыхъ сборовъ подворный или подыменный, или посемейный и поземельный; другими словами: личный и имущественный⁸⁹⁾. Первому, по всей

вѣроятности, подлежали городскіе промышленники, занимавшіеся ремеслами и торговлею. Это дѣйствительно и подтверждается лѣтописными сказаніями. Мы видимъ, что Ольга требуетъ отъ жителей Искоростеня дани отъ *дома*. Варяги, за содѣйствіе Владимиру, желали получать отъ Кіевлянъ по 2 гривны отъ *человѣка*. Новгородцы доставляютъ пособіе Ярославу Владиміровичу, собравъ отъ *мужа* по 4 куны... — Дань съ плуга и рала падала, по естественному порядку вещей, только на земледѣіе. Впрочемъ сельскіе жители, занимающіеся этою промышленностію, могли подлежать и подымной дани. Все это показываетъ намъ, что постепенность и послѣдовательность въ развитіи прямыхъ сборовъ, указываемая авторомъ исторіи финанс. учрежд. Россіи, не существовала въ нашемъ отечествѣ. Подворный и послужный сборы встрѣчаются одновременно уже въ глубокой древности; между тѣмъ поголовный прямой сборъ былъ введенъ у насъ не ранѣе Монголовъ.

Эверсъ ⁹⁰⁾ и Гагемейстеръ ⁹¹⁾ находятъ, что разные прямые сборы, падавшіе на городскихъ и сельскихъ жителей, уже въ самыя древнѣйшія времена имѣли природу налоговъ, настоящихъ податей, распределяемыхъ на твердомъ основаніи. «Въ княженіе Олега, говоритъ Гагемейстеръ, упоминается въ первый разъ о налогахъ, распределенныхъ на твердомъ основаніи.» Эти писатели основываютъ свое предположеніе на слѣдующемъ мѣстѣ лѣтописи: «се же Олегъ нача города ставити и устави дани Словѣномъ, Кривичемъ и Мери; и устави Варягомъ дань даяти отъ Новгорода гривенъ 300 на лѣто, мира дѣля, еже до смерти Ярослава дающе Варягомъ» ⁹²⁾). На опредѣленность налоговъ указываетъ, по мнѣнію этихъ писателей, выраженіе: «*устави дань даяти*», которое, какъ относящееся къ опредѣленной подати, падающей на совершенно подвластные народы, они противопоставляютъ словамъ: «*возложи дань*», употребляемымъ, когда говорится о вновь покоренныхъ народахъ.—Но противъ этаго справедливо можно замѣтить, что изъ приведенныхъ выше словъ лѣтописца, которыхъ отличіе одно отъ другаго совершенно неопредѣленно, нельзя съ значительною вѣроятностію выводить столь важныя заключенія, для которыхъ требуются гораздо болѣе твердыя основанія ⁹³⁾). Притомъ же и лѣтописи не подтверждаютъ это мнѣніе. Князья и послѣ Олега смотрѣли на дань, какъ на средство обогащенія, которымъ они могли произвольно располагать. «Въ се же лѣто, говоритъ лѣтописецъ, рекоша дружина Игоревн: отроци Свѣнъльжи изодѣлися суть оружіемъ и порты, а мы назн, и поиди Княже съ нами въ дань, да и ты добудеши и мы» ⁹⁴⁾). И Игорь взялъ съ Древлянъ болѣе той дани, которую они платили Олегу. Мнѣніе Гагемейстера, что дань, платимая подвластными народами,

опредѣлялась навсегда и увеличивалась только въ случаѣ неповиновенія или мятежа и что всякое исключеніе изъ сего правила считалось произвольнымъ притѣсненіемъ, не подтверждается источниками. Во всякомъ случаѣ изъ вышеприведеннаго мѣста лѣтописи объ Олегѣ можно вывести только то, что при этомъ князѣ дани были взимаемы не только съ покоренныхъ вновь племень, но и съ племень, участвовавшихъ въ призваніи варяго-русскихъ князей. О существованіи же при Олегѣ правильныхъ, постоянныхъ и опредѣленныхъ налоговъ, податей въ томъ смыслѣ слова, въ какомъ мы нынѣ принимаемъ это слово, во всякомъ случаѣ не можетъ быть рѣчи. Если даже въ смыслѣ слова *установить* и заключается большая опредѣленность, чѣмъ въ смыслѣ слова *возложить*, то слово *установить*, какъ справедливо замѣчаетъ гр. Толстой, не заключаетъ еще въ себѣ понятія о какомъ либо правильномъ распредѣленіи податей и тѣмъ менѣе о какой либо общей нормѣ для ихъ взиманія.

Подобнымъ образомъ нельзя видѣть начала податей въ истинномъ значеніи этого слова и при Ольгѣ. Лѣтопись говоритъ объ этой Княгинѣ, что она въ древлянской землѣ и по Мстѣ и Лугѣ устанавливала уставы и уроки.... оброки и дани. «И иде Вольга по Деревьстѣй земли съ сыномъ своимъ и дружиною, устанавлиючи уставы и уроки,» и въ друг. мѣстѣ: «Въ лѣто 6455, иде Вольга Новугороду и уставы по Мьстѣ повосты и дани и по Лузѣ оброки и дани»⁵⁴). Но изъ словъ лѣтописца можно вывести не болѣе, какъ только то, что Ольга въ древлянской землѣ и въ нѣкоторыхъ другихъ мѣстностяхъ сама производила раскладку разныхъ сборовъ (даней, оброковъ и уроковъ), опредѣляя при этомъ, по всей вѣроятности, количество и время платежа для каждой волости. О раскладкѣ даней въ другихъ областяхъ, именно покоренныхъ Олегомъ на югѣ, лѣтопись не упоминаетъ, слѣдовательно мѣра, безъ сомнѣнія, была частная. И притомъ и она не указываетъ еще на постоянство налоговъ и распредѣленіе ихъ по какому либо твердому основанію. Назначеніе и раскладка даней и оброковъ могли быть сдѣланы только на время, вызваны особенною чрезвычайною потребностію въ матеріальныхъ средствахъ. Можно также допустить, что Ольга принуждена была сама устанавливать количество и время платежа даней съ Древлянъ единственно потому, что они иногда вовсе отказывались платить ихъ. Во всякомъ случаѣ полученіе государственныхъ доходовъ было тогда еще исключительно результатомъ силы, а не сознательнаго выполненія закона. Только сила могла заставить Древлянъ платить Ольгѣ оброки, дани и уроки, точно такъ, какъ они платили по тому же побужденію Олегу и Игорю. Объ Олегѣ

говоритъ лѣтописецъ: «Поча Олегъ воевати Деревляны, и кри-мучизъ ѿ, имаше на нихъ дань по чернѣ кунѣ»⁹⁶) потомъ: «иде Игорь на Деревляны и побѣди я и возложи на ны дань больше Ольгови»⁹⁷). При первой возможности избавиться отъ этой зависимости, Деревляне не замедлили воспользоваться представившимся случаемъ; они убили Игоря и вѣроятно сами не предложили бы дани Ольгѣ, если бы не были покорены ею, не были побуждены къ тому силою. Сознаніе необходимости платить подати не можетъ быть уяснено въ жителяхъ, пока государство находится еще въ неразвитомъ положеніи. А въ такомъ положеніи находилась тогда Русь. Ни князья, ни народъ у насъ не имѣли еще ясныхъ понятій о цѣи гражданской жизни. Дань, за которою ходилъ самъ князь, какъ справедливо замѣчаетъ Проф. Соловьевъ⁹⁸), была первоначально видомъ подчиненности племени одной общей власти, но эта подчиненность была оказываема только вслѣдствіе крайности. Князья искали въ подвластныхъ имъ земляхъ только дани и дружину, не заботясь о внутреннемъ устройствѣ земель. Болѣе отдаленныя племена принуждены были платить дань русскому князю и платили ее тогда, когда тотъ приходилъ за нею съ войскомъ, но этимъ, какъ видно, и ограничивались всѣ отношенія; племена жили еще разрозненно, имѣли даже своихъ князей (старшинъ). Такъ у Деревлянъ были свои князья въ то время, когда они платили дань Кіевскому князю. Одного изъ нихъ Мала Деревляне готовили въ мужья Ольгѣ. Покоренные оружіемъ народы повиновались, пока видѣли невозможность сопротивленія и смотрѣли на господство князей, какъ на иго; при малѣйшей неудачѣ походовъ, слабости князей, или семейной распрѣ они возставали. И мы видимъ, что Деревляне едва не отложились отъ Кіева по смерти Игоря, какъ ту же попытку они дѣлали по смерти Олега. «И Деревляне, говоритъ лѣтописецъ, заратишася отъ Игоря по Ольговѣ смерти»⁹⁹). Полочане не признавали уже власти Святослава, Радимичи и Вятичи искали независимости во время междуусобій его дѣтей. При такомъ состояніи общества могутъ ли быть постоянныя подати, можетъ ли существовать прочное финансовое устройство? — Общая финансовая исторія показываетъ намъ, что и у другихъ народовъ постоянные налоги появляются довольно поздно. И на западѣ долгое время не видимъ прочности финансовыхъ установленій. Во Франціи прямые налоги (*la taille*) дѣлаются постоянными съ 1440 г., съ Карла VII, который назначилъ ихъ на содержаніе войска; потому что при немъ въ первый разъ постановлено выдавать жалованье войску¹⁰⁰). Въ Англіи и Германіи денежные налоги также являются сначала въ видѣ чрезвычайныхъ сборовъ, по поводу чрезвычайныхъ событій, преимущественно вой-

ны; такъ какъ въ обыкновенное время доходы, получаемые отъ собственныхъ земель государей и отъ казенныхъ промысловъ (*juga utilia fisci, regalia*) были достаточны для покрытія издержекъ.

По всей вѣроятности, о введеніи большаго постоянства при установленіи дани и вообще прямыхъ сборовъ на народы совершенно подвластные заботилось правительство при Св. Владимірѣ и Ярославѣ I. Владимірѣ, который, какъ мы видимъ, совѣтуется съ греческимъ духовенствомъ объ устройствѣ земскомъ и устанавливаетъ нѣкоторые косвенные сборы (виры), могъ обратить вниманіе и на прямые. О Ярославѣ извѣстно, что будучи обязанъ велико-княжескимъ престоломъ Новгородцамъ, онъ далъ имъ, въ первые годы своего княженія, финансовую льготную грамоту, на которую они ссылались въ послѣдствіи при столкновеніяхъ съ князьями. Грамота эта истреблена временемъ и содержаніе ея не дошло до насъ, но достоверно извѣстно, что въ продолженіе 4-хъ вѣковъ Новгородъ позволялъ управлять собою единственно тѣмъ князьямъ, которые клятвою подтверждали грамоты Ярославовы¹⁰¹⁾. Впрочемъ и въ это время, равно какъ и во весь періодъ такъ называемой удѣльной системы, мы напрасно будемъ искать правильности въ установленіи и распредѣленіи дани, и графъ Толстой несправедливо замѣчаетъ, что, безъ сомнѣнія, удѣльные князья, не чуждые своимъ подданнымъ, старались о введеніи большей правомѣрности въ назначеніи податей и установили поземельную подать¹⁰²⁾. По нашему мнѣнію, большей заботливости объ этомъ можно было ожидать во времена Владиміровы и Ярославовы, чѣмъ въ періодъ удѣловъ. Удѣльные князья, занятые своими расправами, не могли заботиться о внутреннемъ устройствѣ государства вообще и финансовомъ въ особенности. Притомъ же означенный писатель противорѣчитъ самъ себѣ, говоря непосредственно въ слѣдъ за приведенными выше словами, что правительственные распоряженія того времени лишены были порядка, единства и общности. Дѣйствительно, все заставляетъ думать, что раскладка дани въ это время была весьма произвольною, зависѣла отъ воли мѣстныхъ правителей и очень сомнительно, чтобы до 13-го столѣтія даже велись этой раскладкѣ особые списки, раскладочные реестры. Характерическою чертою удѣльной системы въ финансовомъ отношеніи можно назвать только то, что, вслѣдствіе ея, Русь раздробилась на нѣсколько отдѣльныхъ, самостоятельныхъ и во многихъ отношеніяхъ независимыхъ одна отъ другой территорій, съ своими княжескими родами и самостоятельными государственными учрежденіями и слѣдовательно съ особымъ финансовымъ управленіемъ. Впрочемъ, вообще говоря, до половины 13-го или даже до 14-го вѣка мы находимъ весьма ма-

ло извѣстій о финансахъ. Изъ первой половины 12-го столѣтія извѣстно одно мѣсто источниковъ, изъ котораго нѣкоторые выводятъ, что купцы подлежали особому, самостоятельному налогу (промысловому въ собственномъ смыслѣ), уже въ отдаленныя времена, во времена до-монгольскія: «А кто хочетъ въ купѣчество вложиться въ-Бѣланское дастъ купцомъ пошлымъ вкладу 50 гривенъ серебра, а тысяцкому сукно ипское. а не вложится.... ни то не пошлый купецъ»¹⁰²). Мѣсто это однакожь довольно неопредѣленно и еще неизвѣстно, идетъ ли здѣсь рѣчь о дани въ казну, или о сборѣ въ пользу городскихъ доходовъ. Недостатокъ историческихъ матеріаловъ финансоваго содержанія, относящихся къ означенному времени, легко объясняется тѣмъ, что лѣтописцы не обращали вниманія на общественныя учрежденія, а акты государственныя малочисленны; ихъ истребило время, при содѣйствіи Монголовъ. Притомъ же и самая письменность въ эти вѣка не могла быть распространена, какъ поздѣе; потому что не была столь необходимою, какъ въ слѣдующія столѣтія. Такимъ образомъ трудно рѣшить съ несомнѣнностію, на основаніи существующихъ источниковъ, и другой вопросъ, находящійся въ тѣсной связи съ разсматриваемымъ нами. Ни лѣтописи, ни другіе акты не сообщаютъ намъ извѣстія о томъ, былъ ли въ началѣ такъ называемаго періода удѣловъ введенъ одинъ какой либо способъ распредѣленія даней, общій для всей Руси, и какой именно, или въ различныхъ княжествахъ существовали различныя способы ихъ установленія и раскладки. Можно однакожь допустить, какъ наиболѣе вѣроятное, что если, вслѣдствіе удѣльной системы, княжества и сдѣлались до извѣстной степени независимыми одинъ отъ другихъ и въ финансовомъ отношеніи, но какъ связь между ними не была совершенно разорвана, то много между ними было общаго; а потому плугъ и соха, относительно земледѣльческаго класса, дворъ и дымъ, относительно городскихъ промышленниковъ, а также и сельскихъ жителей, по прежнему оставались мѣрою для распредѣленія прямыхъ сборовъ и въ это время. Въ самомъ дѣлѣ, мы видимъ существованіе пошлужнаго и посошныя и при Монголахъ и во весь періодъ до конца 15-го столѣтія; между тѣмъ не видно, чтобы когда нибудь эти сборы были уничтожаемы и вновь устанавливались. Но вѣроятно также, что единства и системы прямыхъ сборовъ не было, такъ что въ одномъ княженіи имѣла преимущество подымная раскладка, а въ другомъ посошная, тѣмъ болѣе, что соха мало по малу начинала принимать, какъ мы увидимъ ниже, значеніе капитала вообще, не одного земледѣльческаго. Установленіе и распредѣленіе прямыхъ сборовъ, по всей вѣроятности, не было слѣдствіемъ како-

го либо хозяйственного или финансового соображенія, точно такъ, какъ одинаковость другихъ государственныхъ установленій въ независимыхъ удѣлахъ не была сознательнымъ проявленіемъ какой либо идеи. — Къ особенностямъ удѣльнаго періода должно дагѣе отнести то, что дани съ покоренныхъ народовъ въ это время постоянно уменьшались и наконецъ прекратились; такъ какъ народы, обложенные данью, напр. Литва и другіе или вовсе отложились отъ Руси, пользуясь внутренними безпорядками, вслѣдствіе которыхъ русскимъ князьямъ не было времени обратить на это вниманіе, или слились въ одинъ народъ съ Русскими. Слѣдовательно дань во время удѣльной системы теряетъ уже значеніе платежа покореннаго народа своимъ побѣдителямъ и принимаетъ характеръ прямаго сбора съ народа, совершенно подвластнаго. Съ нашествіемъ Монголовъ появляются новыя дани, дани татарскія, обыкновенныя и чрезвычайныя, и слово дань получаетъ опять отчасти прежнее значеніе сбора съ покоренныхъ племенъ. Лучшимъ доказательствомъ тому, что и при Ярославѣ I и во время удѣльной системы средства для удовлетворенія общественнымъ потребностямъ были довольно случайны, служитъ то обстоятельство, что значительный доходъ князьямъ доставляли, какъ мы уже видѣли выше, добровольныя приношенія жителей, называемыя дарами и поклонами и доставляемыя по разнымъ случаямъ, по поводу войнъ, княжескихъ объѣздовъ и по случаю вступленія на престолъ. — Стремленіе къ единству, постоянству и общности прямыхъ сборовъ обнаруживается только въ исходѣ 15-го столѣтія, при Іоаннѣ III. Такимъ образомъ не ранѣе этого времени можно говорить о налогахъ или податяхъ въ собственномъ, настоящемъ смыслѣ этого слова.

Монголы ввели въ наше отечествѣ десятину и поголовныя сборы. Городскіе промышленники, купцы и ремесленники, подлежали имъ наравнѣ съ другими жителями. Особенной, самостоятельной дані, которая бы падала собственно на ремесла и торговлю не было также и теперь, какъ и въ предшествовавшіе вѣка. Въ Новгородской второй лѣтописи подъ 1238 годомъ мы находимъ о покореніи Батыемъ Руси слѣдующія слова: «и оттолѣ начаша дани даяти Князи Русіи»¹⁰⁴). Слѣдовательно, кромѣ сборовъ, существовавшихъ до того времени, которые, безъ сомнѣнія, не могли быть отменены и при Татарахъ, потому что составляли княжескій доходъ, являются съ этого времени новыя дани: татарскія, раздѣлявшіяся на обыкновенныя и чрезвычайныя. Іоаннъ Платоновъ Карпини, францисканскій монахъ, отправленный въ 1246 году Папою Иннокентіемъ IV въ качествѣ посла къ великому Хану, сообщаетъ между прочимъ о Монголахъ слѣдующія извѣстія¹⁰⁵):

«Побѣжденные, говоритъ онъ, обязаны давать Монголамъ десятую часть всего имѣнія, рабовъ, войска и служить орудіемъ для истребленія другихъ народовъ. Въ наше время Гаюкъ и Батый прислали въ Россію вельможу своего, съ тѣмъ, чтобы онъ брать вездѣ отъ двухъ сыновей третьяго; но этотъ человекъ нахваталъ множество людей безъ всякаго разбора, и перенисалъ всѣхъ жителей, какъ данниковъ, обложивъ каждаго изъ нихъ шкурою бѣлаго медвѣдя, бобра, куницы, хорька¹⁰⁶⁾ и черною лисьею; а не платящіе должны быть рабами Монголовъ»¹⁰⁷⁾. Слова путешественника о десятинахъ подтверждаются свидѣтельствомъ Троицкой лѣтописи, гдѣ подъ 1237 годомъ сказано, что Татары требуютъ десятины во всемъ: въ князьяхъ, въ людяхъ и въ коняхъ, десятое въ бѣлыхъ, десятое въ воронихъ и т. д.¹⁰⁸⁾. Но во всякомъ случаѣ десятина имѣла характеръ только временной военной добычи, взимаемой при самомъ покореніи княжествъ и даже еще можно сомнѣваться, дѣйствительно ли она всюду была введена у насъ, тѣмъ болѣе, что изъ лѣтописи мы видимъ, что князья Рязанскіе отказываютъ посламъ татарскимъ въ десятинахъ, говоря: «коли насъ не будетъ всѣхъ, то все то ваше будетъ»¹⁰⁹⁾. Обыкновенно Татары предпочитали брать поголовную дань. Такимъ образомъ въ первый разъ появляются на Руси переписи народа съ цѣлю установленія дани. Въ Лавр. лѣтоп. подъ 1257 годомъ сказано: «тое же зимы прѣхаша численицы, и счетоша всю землю Суждальскую и Рязанскую и Муромскую, ...»¹¹⁰⁾. А въ Троицкой подъ тѣмъ же годомъ говорится: «тое же зимы, бысть число и изочтоша всю землю Русьскую»¹¹¹⁾. Впрочемъ въ Кіевѣ такая перепись была сдѣлана еще въ 1245 году, что видно изъ повѣствованія лѣтописца о взятіи Кіева Батьемъ¹¹²⁾; но эта перепись не была общая, а частная. О народныхъ переписяхъ, производимыхъ Татарами, мы читаемъ въ 1-ой Новгородской лѣтописи подъ годомъ 1259 слѣдующія слова: «и оканни Татарове.... яшася по число....; и почаша ѣздити оканни по улицамъ, пишочече дома христьянскыя....»¹¹³⁾. Одно духовенство и церковный причтъ освобождались отъ числа и дани¹¹⁴⁾. Всѣ же прочіе жители, въ случаѣ неплатежа ими дани, были уводимы въ рабство, за исключеніемъ стариковъ и больныхъ. Бояре первоначально подлежали дани, наравнѣ съ прочими жителями. Карамзинъ сообщаетъ, что одинъ татарскій откупщикъ, извѣстный впрочемъ своими насильствами записалъ и бояръ въ подушный окладъ¹¹⁵⁾; можно однакожь полагать, и кажется не безъ основанія¹¹⁶⁾, что высшія сословія вскорѣ успѣли, посредствомъ даровъ, уклониться отъ постоянной дани. Дѣйствительно, на это указываютъ слова 1-й Новгородской лѣтописи: «творяху

бо бояре собѣ легко, а меншимъ зло»¹¹⁷). Тогда все бремя дани пало на низшія сословія, т. е. на земледѣльцевъ и городскихъ промышленниковъ. Для исправнаго полученія сбора съ тѣхъ и другихъ, Монголы назначали особья лица, которыя вели надзоръ за этимъ дѣломъ: «и ставиша десятники и сотники и тысячники и темники и идоша въ ворду»¹¹⁸). Всѣми этими лицами повелѣвали баскаки (намѣстники). Въ 1273 году была произведена новая народная перепись, имѣвшая цѣлю увеличеніе дани. «Бысть второе число изъ орды отъ царя», говоритъ лѣтописецъ¹¹⁹). Татищевъ полагалъ, что причиною этой новой переписи было то обстоятельство, что В. К. Василій Ярославовичъ (Костромскій) привезъ дань хану по полугривнѣ съ *сохи*, или съ *двухъ работниковъ* и что недовольный этою данью ханъ повелѣлъ снова переписать всѣхъ людей на Руси¹²⁰). Сборъ дани въ первый вѣкъ рабства Руси былъ отдаваемъ на откупъ купцамъ хивинскимъ, бухарскимъ, армянскимъ и жидамъ. Откупщики опредѣляли дани произвольно и угнетали народъ. Онъ обнаруживалъ иногда явное сопротивленіе поголовной переписи и взыскацію дани. Въ нѣкоторыхъ мѣстахъ открывались даже бунты. Это мы видимъ напр. въ Новгородѣ при Александрѣ Невскомъ въ 1259 г. Новгородская 1-я лѣтопись сообщаетъ это событіе въ слѣдующихъ словахъ: «и рѣша Татарове: дайте намъ число, или сбѣжимъ проче; и чернь не хотѣша дати числа, но реща: умремъ честно за Святую Софью и за дома ангелскыя»¹²¹). Послы татарскіе должны были уѣхать, получивъ только одни дары¹²²).

Переписи наконецъ прекратились, вѣроятно по явному сопротивленію жителей, которые не рѣдко изгоняли сборщиковъ за ихъ насиліе¹²³). Въ послѣдствіи Монголы уже не входятъ въ подробности раскладки дани, а опредѣляютъ только сумму, слѣдующую ко взыскацію съ княжествъ и областей, предоставляя самимъ князьямъ вносить сборы въ казну ханскую. Итакъ существовало значительное различіе между временемъ неограниченнаго владычества Монголовъ и временемъ Іоанна Даниловича Калиты, когда князья явились посредниками между своими подданными и Монголами въ доставленіи татарской дани. Она съ тѣхъ поръ начинаетъ раскладываться на томъ же основаніи, какъ и дани, шедшія въ пользу князей, т. е., какъ выражаются источники, по *сохамъ* и по *людемъ*¹²⁴). Означенная раскладка дани существовала на Руси, какъ до Монголовъ, такъ и во время ихъ владычества для собственныхъ княжескихъ прямыхъ сборовъ, впрочемъ такимъ образомъ, что въ одной мѣстности преобладало пососное распредѣленіе, а въ другой посемейное. Въ жалованной грамотѣ (между 1363 — 1389 г.) В. К. Дмитрія Іоанно-

вича Троицкому Сергіеву монастырю встрѣчается слѣдующее выраженіе: «ино не надобѣ дань впрокъ, ни явка, ни торговая пошлина, ни *посоха*, ни которая пошлина во всѣхъ городѣхъ»¹²⁶), въ которомъ *посоха*, какъ кажется, означала посошную дань, между тѣмъ, какъ слово дань могло указывать на личный (посемейный) сборъ. Замѣтимъ притомъ, что въ означенномъ мѣстѣ жалованной грамоты говорится о посохѣ, не какъ о нововведеніи, но какъ объ учрежденіи, получившемъ свое начало издавна. Самыя выраженія, встрѣчающіяся въ духов. грам. 1423 и 1424 г. «братъ дань на Московскихъ станахъ и на городѣ на Москвѣ и положить дань на волости по людемъ по силѣ»¹²⁶) также «по людемъ и по силѣ» уже показываютъ, что дань взымалась не поголовно¹²⁷). Но со 2-й половины 15-го столѣтія соха (какъ мы увидимъ ниже) измѣнила свое прежнее значеніе; а съ конца того же вѣка она сдѣлалась единственною, общемою мѣрою для распредѣленія — и притомъ, не только на земледѣльческое, но и на ремесленное и торговое сословіе, — даней, которыя уже принимаютъ характеръ податей. Поголовная подать исчезла и не появляется вновь ранѣе 18-го столѣтія. Дворъ, относительно измѣренія имущества податныхъ лицъ, сдѣлался единицею мѣры, подчиненною сохѣ. Іоаннъ III, соединивъ удѣлы въ одно Московское государство, распространилъ повсюду посошную подать. Даже Новгородцевъ онъ заставилъ «явить дань со всѣхъ волостей по одному въ годъ»¹²⁸).

Обыкновенная татарская дань, со времени Калиты, называется *ордынскимъ выходомъ*, иногда *ордынскою тягостію*¹²⁹). Когда В. Князья стали доставлять ханамъ дань, съ тѣхъ поръ ея количество становится извѣстнымъ. Оно зависѣло отъ соглашенія В. Князей съ ханами. Удѣльные князья Московской линіи собирали сами въ своихъ удѣлахъ причитающуюся на нихъ долю выхода: «дань... по уроку»¹³⁰) и передавали ее В. Князю, а онъ доставлялъ ее хану¹³¹). На основаніи договорныхъ грамотъ, удѣльные князья не имѣли права доставлять въ Орду дань съ своихъ удѣловъ сами, но чрезъ посредство В. Князя. На это указываетъ выраженіе договорныхъ грамотъ: «а орда знати тобѣ В. Князю, а мнѣ орды не знати»¹³²). Величина дани, слѣдующей съ удѣльныхъ княженій, опредѣлялась также договорными грамотами между князьями: «по давнымъ сверткамъ»¹³³), или по старымъ *дѣтеремъ*»¹³⁴). — О количествѣ ордынскаго выхода сохранились въ источникахъ слѣдующія извѣстія: Дмитрій Донской вносилъ въ Орду выхода 5000 руб.¹³⁴) Василій II вносилъ выходу 7000 рублей, по присоединеніи къ В. Княженію Нижняго Новгорода, Мурома и Мещеры, какъ это видно изъ 2-й догов. грам. его съ Кв.

Владиміромъ Андреевичемъ; потому что Нижегородское княжество платило выходу въ Орду 1500 рублей¹³⁸). — Столь незначительныя суммы обыкновенной татарской дани уже показываютъ на упадокъ могущества Татаръ въ означенное время. В. Князь приобрѣли столько силы, что могли отказаться отъ большей дани. Но прежде, въ особенности при самомъ началѣ посредничества В. Князей, ордынская тягость была, по всей вѣроятности, гораздо больше. Но и тогда разныя обстоятельства колебали величину ея. Такъ, иногда князья соперничествовали въ желаніи получить В. Княженіе и соглашались давать Татарамъ больше выхода¹³⁷). На измѣнчивость выхода указываютъ обыкновенно встрѣчающіяся въ договорныхъ грамотахъ князей выраженія: «а прибудетъ дани больше или меньше, взять ее по тому же расчету».

Незначительность ордынскаго выхода объясняется и тѣмъ, что, кромѣ этаго обыкновеннаго татарскаго сбора, существовали еще чрезвычайныя татарскія дани, которыя были гораздо значительнѣе перваго. Также были налагаемы разныя личныя повинности и платежи натурою¹³⁸). Къ этимъ послѣднимъ относились: ямъ, или повинность доставлять подводы монгольскимъ чиновникамъ, доставленіе содержанія татарскимъ посламъ¹³⁹), чиновникамъ и войску, обязанность итти на охоту для хановъ и т. д. Означенныя повинности исчислены въ ярлыкѣ капчакскаго царя Узбека Петру Митрополиту: «данъ ли на насъ емлютъ или иное что нибуди, тамга ли, поплужное ли, ямъ ли¹⁴⁰), мытъ ли, *мостоушима* ли, *воина* ли, *ловитва* ли *коя ни буди наша*. — Чрезвычайныя татарскія дани, требуемыя ханами при всякомъ удобномъ случаѣ, носили названіе *запросовъ царевыхъ*. Такъ Іоаннъ Калита требовалъ отъ Новгородцевъ: «а еще дадите ми запросъ царевъ, чего у мене царь запрашалъ»¹⁴¹). Подобныя запросы вызывали обыкновенно весьма значительныя сборы. Карамзинъ приводитъ одно мѣсто лѣтописи, относящееся ко времени Димитрія Донскаго (1384 г.) «бысть великая дань тяжелая по всему В. Княженію... со всякіе деревни по полтинѣ. Тогда же и златомъ давали въ орду»¹⁴²).

Въ періодъ ига монгольскаго упоминается о существованіи въ Новгородѣ такъ называемаго *чернаго бора*. Въ первый разъ встрѣчается это слово въ 1340 г., въ княженіе В. К. Семена Іоанновича¹⁴³). Вотъ поводъ, по которому черный боръ былъ взятъ съ Новоторжцевъ. В. Князь, прибывъ изъ Орды, послалъ въ Торжекъ брать дани. Тамошніе бояре призвали Новгородцевъ, которые, заключивъ намѣстниковъ В. Князя въ цѣпи, объявили Симеону, что Новгородъ избираетъ своихъ князей и не терпитъ насилія. Въ то же время, когда В. Князь и Новгородцы вооружались, чернъ

требовала мира. Сдѣлался бунтъ въ Торжкѣ; Новгородскіе чиновники и бояре Торжка были изгнаны, а намѣстники В. Князя освобождены. Между тѣмъ пришелъ В. Князь съ полками въ Торжекъ со всею Низовскою землею и Новгородцы принуждены были заключить миръ; «а Князю даша боръ по волости 1000 рублевъ на Новотръжцѣхъ.» Впрочемъ очень возможно, что общая (не поголовная) дань, шедшая съ Новгородцевъ отчасти (именно съ нѣкоторыхъ волостей), въ городскую казну, и отчасти (также съ нѣкоторыхъ волостей) въ пользу В. Князя, гораздо ранѣе 1340 года называлась чернымъ боромъ, хотя въ источникахъ нѣтъ прямого на то указанія. Черный боръ, называвшійся также черною куною¹⁴⁴), не былъ ни данью, собираемою съ черни, какъ думалъ Карамзинъ¹⁴⁵), ни податью съ лѣсовъ¹⁴⁶), ни данью, вносимою Новгородцами В. Князю, единственно для уплаты выхода ордынскаго, какъ полагаютъ нѣкоторые¹⁴⁷). Слова, встрѣчающіяся въ договорной грамотѣ (1456 г.) Новгорода съ В. Князьями Василюемъ Васильевичемъ и Иоанномъ Васильевичемъ «А коли придется взяти Княземъ Великимъ черной боръ по старинѣ» — не доказываютъ послѣдняго мнѣнія. Дань, которую Новгородцы доставляли В. Князю, для уплаты обыкновенной ордынской тягости, и въ Новгородѣ называлась выходомъ въ отличіе отъ чернаго бора¹⁴⁸). Можно согласиться съ тѣмъ, что уплата увеличеннаго ордынскаго выхода и въ особенности чрезвычайные запросы хановъ подавали иногда поводъ В. Князьямъ требовать отъ Новгородцевъ чернаго бора. На это напр. указываютъ слова лѣтописи: «Бысть дань великая... въ орду и на Новгородѣ черный боръ»¹⁴⁹). Когда, послѣ Тохтамышева нашествія, установлена была «великая дань, тяжкая по всему Княженію Великому — на всякаго безъ уступки»¹⁵⁰), то въ тоже самое время (въ 1384 г.) приѣхали отъ В. Князя Дмитрія съ Москвы бояре его *чернаго бору* брата¹⁵¹). Обыкновенно же черный боръ шелъ въ казну великокняжескую. Мы видѣли уже, что не требованія ханскія были поводомъ взятія чернаго бора съ Торжка В. К. Семеномъ. Тоже подтверждается и другими мѣстами источниковъ. Въ 1437 г. приѣхалъ въ Новгородъ изъ Москвы Князь Юрій Патрикѣевичъ отъ В. К. Василя Васильевича «чернаго бору прошати и Новгородци даша Князю черный боръ»¹⁵²). Въ другомъ мѣстѣ источниковъ сказано: «се дахомъ черный боръ на сей годъ В. Князю Василю Васильевичу»¹⁵³)— Не упоминается въ приведенныхъ нами, также и въ другихъ мѣстахъ историческихъ матеріаловъ, что черный боръ былъ платимъ для взноса ордынскаго выхода. Сборщики этой дани назывались черноборцами В. Князя¹⁵⁴). Наконецъ черный боръ былъ платимъ Новгородцами и по сверженіи ига монгольскаго¹⁵⁵).

Извѣстія источниковъ о черномъ борѣ Новгородскомъ осо-

бенно важны потому, что мы изъ нихъ въ первый разъ узнаемъ, по какому масштабу распредѣлялась (по крайней мѣрѣ въ Новгородѣ) дань, падавшая на ремесла и торговлю. Мѣсто, сюда относящееся и въ высшей степени любопытное, находится въ грамотѣ (относимой къ 1437 или 1456—1462 г.), В. К. Василя Васильевича на черный боръ по Новоторжскимъ волостямъ: «а брати Князя Великого черноторцемъ на Новоторжскихъ волостѣхъ на всѣхъ, куды пошло по старинѣ, съ сохи по гривнѣ по новой, а писцу Княжу мортка съ сохи; а въ соху два коня да третье припряжь, да тшанъ кожевнической за соху, неводъ за соху, лавка за соху, плугъ за двѣ сохи, кузнецъ за соху, четыре пѣшци за соху, лодья за двѣ сохи, прѣнь за двѣ сохи; а кто сидитъ на исполовьѣ¹⁶⁰⁾, на томъ взяти за полсохи; а гдѣ будетъ Ноугородецъ заѣхалъ лодьею, или лавкою торгуеть, или староста, на томъ не взяти; а кто будетъ одерноватый емлетъ мѣсячину, на томъ не взяти; а кто поверга свой дворъ, а вбѣжитъ въ боярскій дворъ, или кто иметь соху таити, а избличать, на томъ взяти вины вдвое за соху»¹⁶¹⁾. Это мѣсто показываетъ, что *соха* по прежнему была мѣрою имущества, и что подъ нею обыкновенно понимали въ Новгородѣ извѣстный капиталъ, служившій масштабомъ для распредѣленія прямыхъ сборовъ и съ которымъ также уравнивалось опредѣленное количество работы. Такъ въ земледѣльческой промышленности соха состояла изъ 3-хъ лошадей¹⁶²⁾; плугъ принимаемъ былъ за двѣ сохи, работа четырехъ работниковъ (безъ лошадей) обложена была наравнѣ съ сохою. Другіе промыслы были уравнены съ земледѣліемъ такимъ образомъ, что въ рыбной ловлѣ неводъ, въ кожевномъ производствѣ — чанъ кожевенный, въ солеваренномъ производствѣ — прѣнь или солеваренная сковорода платили столько же, сколько и земледѣлецъ, имѣющій 3-хъ лошадей; съ лоды бралось за двѣ сохи, съ кузнеца и съ имѣющаго одну лавку, какъ съ сохи. Занимающійся промысломъ изъ половины доходовъ — платилъ за полсохи. Заѣзжій новгородецъ, или торгующій лавкою, также староста, не подвергались посопному сбору, точно также, какъ отданные въ холопство¹⁶³⁾ и получающіе мѣсячное содержаніе. Бѣжавшій изъ своего двора и укрывавшійся во дворѣ боярскомъ, или утаившій соху, въ случаѣ избличенія, подвергались, въ видѣ штрафа, двойному платежу за соху. Собиралось въ разсматриваемое нами время съ сохи по новой гривнѣ и сверхъ того съ каждой сохи должно было заплатить княжескому писцу (вѣроятно производившему росписаніе сохъ) по морткѣ¹⁶⁴⁾. Что понимали подъ сохою въ монгольскій періодъ въ другихъ частяхъ Руси, неизвѣстно. По мнѣнію Татищева, въ 1273 году соха означала двухъ работниковъ¹⁶⁵⁾. Но мнѣніе его не подтве-

рждается другими источниками. Равнымъ образомъ, на основаніи существующихъ историческихъ матеріаловъ, нельзя съ точностію, показать время, когда соха для земледѣльческой промышленности, вмѣсто земледѣльческаго капитала, начала означать извѣстное пространство земли, или также и извѣстное число дворовъ; а для другихъ промысловъ (ремеслъ и торговли) опредѣленное число дворовъ. Но несомнѣнно то, что въ концѣ 15-го столѣтія соха уже имѣла такое значеніе. Около того же времени обнаружилось стремленіе къ общности прямыхъ сборовъ въ цѣлой Руси; начинаются во всѣхъ частяхъ ея, соединяющихся въ одно Московское государство, почти одновременно переписи, такъ называемое сошное письмо. Мысль объ этой важной правительственной мѣрѣ высказана уже въ духовной грамотѣ Василія Васильевича 1462 года: «а какъ почнуть дѣти мои жити по своимъ удѣломъ и моя княгини и мой сынъ Иванъ и мой сынъ Юрьи и мои дѣти пошлютъ писцевъ, да удѣлы свои писцы ихъ опишутъ по крестному цѣлованью, да по тому письму и обложатъ по сохамъ и по людемъ; да по тому окладу моя княгини и мои дѣти и въ выходъ учнутъ давати сыну моему Ивану съ своимъ удѣловъ»¹⁶²⁾. Она была приведена въ исполненіе Іоанномъ III-мъ. Прямые сборы приняли природу прямыхъ налоговъ. Съ того времени мало по малу входитъ въ употребленіе¹⁶³⁾ самое слово: подать, а выраженіе данъ постепенно вытѣсняется изъ государственныхъ актовъ, хотя оно изрѣдка встрѣчается въ 16-мъ¹⁶⁴⁾, и даже въ 17-мъ столѣтіи¹⁶⁵⁾.

ГЛАВА III.

ОБЪ ОБЛОЖЕНІИ ПРЯМЫМИ ПОДАТЯМИ ТЕХНИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ И ТОРГОВЛИ ОТЪ ІОАННА III ДО ВВЕДЕНІЯ ПЕТРОМЪ ВЕЛИКИМЪ ПОДУШНОЙ ПОДАТИ.

Настоящее государственное устройство Руси начинается съ Іоанна III. Свергнувъ его монгольское, тяготѣвшее надъ нашимъ отечествомъ болѣе 200 лѣтъ, покоривъ Новгородъ, уничтоживъ удѣльную систему, онъ образовалъ могущественную монархію, ко-

горая даже въѣшнимъ образомъ начинаетъ обнаруживать свое значеніе. Явился титулъ Царя¹⁶⁶⁾, образовался государственный гербъ, сношенія съ Европою сдѣлались болѣе тѣсными. Съ образованіемъ государственной территоріи и утвержденіемъ монархіи сдѣлалось возможнымъ всестороннее развитіе Россіи. Единство политическое, результатъ уничтоженія удѣловъ и прекращенія независимости Новгорода, отразилось и въ финансовой системѣ. Посошная подать въ теченіе самаго короткаго времени распространилась мало по малу почти на всѣ области тогдашней Руси. Подати сдѣлались постоянными. Соха, по прежнему, была единственною мѣрой для распределенія налога не только въ земледѣльской промышленности, но и въ ремеслахъ и торговлѣ. Отдѣльной промысловой подати еще не было. Извѣстно, что съ 1490 — 1504 г. сдѣлана была опись податныхъ предметовъ, — посошина, въ земляхъ Бѣлоозерскихъ¹⁶⁷⁾, въ 1491 въ Тверскихъ¹⁶⁸⁾, въ 1496 въ Новгородскихъ¹⁶⁹⁾, 1498 — 1505 въ Костромскихъ¹⁷⁰⁾, въ 1503 въ Вологодскихъ¹⁷¹⁾ и въ другихъ мѣстахъ. И хотя неизвѣстно, была ли эта перепись общею для государства, однакожь очень вѣроятно мнѣніе Карамзина, что въ теченіе государствованія Іоаннова всѣ земледѣльцы были расписаны въ сохи¹⁷²⁾. При Іоаннѣ IV сдѣланы были описанія едва ли не всѣхъ земель, хотя и не одновременно, но въ теченіе всего его царствованія. Переписи продолжались и при послѣдующихъ государяхъ. По повелѣнію Царя Теодора Іоанновича сдѣлано было описаніе земель на Двинѣ и по обѣимъ сторонамъ Волги и въ Угличѣ, (въ Москвѣ, Дмитровѣ, Суздальѣ, Мещовкѣ, Козельскѣ и пр.)¹⁷³⁾. При Годуновѣ на Вологдѣ и на Двинѣ, при Василіѣ Шуйскомъ въ Старой Русѣ и Рязани. Даже въ самое междуцарствіе были описаны нѣкоторыя земли¹⁷⁴⁾. Описаніе земель и городовъ и распределеніе податныхъ предметовъ по сохамъ называлось сошнымъ и вытнымъ письмомъ. Это дѣло ввѣрялось особымъ лицамъ: писцамъ. Самыя книги сошнаго письма назывались обыкновенно писцовыми; дополнительныя къ нимъ книги, или тѣ, которыя должны были, по случаю истребленія ихъ, замѣнить оныя, назывались приправочными¹⁷⁵⁾. Книги самаго древняго письма, къ крайнему сожалѣнію, не сохранились вполнѣ до нашего времени, исключая ~~некоторыхъ~~ и одной на городъ Тверь, составленной даже въ 1548¹⁷⁶⁾. Въ 1555 году изданъ былъ уже писцовый наказъ¹⁷⁷⁾. Съ восшествіемъ на престолъ Царя Михаила Теодоровича были посылаемы дозорщики въ мѣста, разоренныя Поляками и составляли такъ называемыя дозорныя книги¹⁷⁸⁾. Въ 1619-мъ году соборнымъ постановленіемъ опредѣлено было сдѣлать новую, общую перепись всѣмъ городамъ; потому что прежнія описанія и

основывающаяся на нихъ раскладка податей оказались несправедливыми. Въ царской окружной грамотѣ это высказано слѣдующимъ образомъ: «Московское государство отъ Полскихъ и Литовскихъ людей и отъ воровъ разорилось и запустѣло, а подати всякія и ямскія и охотниковъ подмоги емлютъ съ иныхъ по писцовымъ книгамъ, а съ иныхъ по дозорнымъ книгамъ, а инымъ тяжело, а инымъ легко; а дозорщики, которые послѣ Московскаго разоренья посланы, по городомъ будучи, дозирали и писали по дружбѣ и за иными легко, а за иными по недружбѣ тяжело, и отъ того Московскаго государства всякимъ людямъ скорбь конечная.» По этой причинѣ было постановлено: «во всѣ города, которые не были въ разореньѣ, послать писцовъ, а которые города отъ Литовскихъ людей и отъ Черкасъ были въ разореньѣ и въ тѣ города послати дозорщиковъ добрыхъ, приведчи къ крестному цѣлованью, давъ имъ полные наказы, чтобы они писали и дозирали всѣ города вправду, безъ посуловъ»¹⁷⁹). Въ послѣдствіи, и также въ царствованіе Михаила Феодоровича, сдѣланы были описанія земель: на Двинѣ въ 1622, 23 и 24 г.¹⁸⁰), въ Чердыни въ 1623 и 1624¹⁸¹); въ Казани и Курмышѣ въ 1625, 26, 27, 28 и 29¹⁸¹). Послѣ уничтоженія, во время Московскаго пожара въ 1626 году, прежнихъ писцовыхъ и дозорныхъ книгъ, были производимы переписи земель въ 1627 и 1628 годах¹⁸²). Встрѣчаются также писцовыя книги, относящіяся къ 1616, 1621, 1622 и 1639 годамъ¹⁸³). Извѣстно, что Земскій Приказъ горѣлъ дважды и многія книги его сгорѣли¹⁸⁴). Царь Алексѣй Михайловичъ повелѣлъ произвести новое описаніе земель, которое ограничилось частнымъ измѣреніемъ нѣкоторыхъ уѣздовъ, а особенно Московскаго, но за то при этомъ Государѣ были производимы переписи дворовъ¹⁸⁵). Размежеваніе впрочемъ уже происходило въ это время не съ финансовою цѣлю, но по жалобамъ владѣльцевъ. Кажется, уже съ 1680 г. оставлено было пососное распредѣленіе поземельной подати и введено подворное; поэтому для финансовой цѣли исчислялись только дворы. При царяхъ Юаннѣ и Петрѣ Алексѣевичахъ изданъ былъ писцовый наказъ 1684 года, по которому производилось размежеваніе, также съ цѣлю разграниченія частной собственности, а не съ финансовою, до 1719 года, когда изданъ полтѣйшій наказъ, составленный на основаніи правилъ геометріи¹⁸⁶).

Пососная подать или также подворная, падавшая не только на земледѣльцевъ, но и на классы ремесленниковъ и купцовъ, называлась въ началѣ разсматриваемаго нами періода иногда просто данью, въ послѣдствіи, особенно съ половины 16-го столѣтія, весьма нерѣдко податью, также очень часто тягломъ¹⁸⁷). Это

последнее слово встрѣчается въ смыслѣ прямого имущественнаго налога вообще уже въ духовной грамотѣ Іоанна III-го 1504 г.: «и тѣмъ численнымъ людемъ.... тянути по старинѣ *всякое тягло*»¹⁸⁸). Другія мѣста источниковъ подтверждаютъ тоже самое. Въ уставной Вязской гр. 1552 сказано: «и всякіе тягла тянути и подати давати по старинѣ»¹⁸⁹). — Въ уставной грам. 1555 г. переславскимъ рыболовамъ: «а собрати имъ тотъ оброкъ.... какъ у нихъ *тялы* межъ себя разводять; а лишка имъ, въ разводѣ того тягла, на дворы ни на чьи оброковъ не прибавивати»¹⁹⁰). Что *тяломъ* не называлась подать, исключительно падавшая на посадскихъ, доказательствомъ служатъ мѣста источниковъ, гдѣ говорится о тяглѣ рыболововъ¹⁹¹) и о тяглѣ крестьянскихъ волостей¹⁹²). Когда рѣчь шла объ имущественной, или посошной подати, падавшей собственно на ремесла и торговлю, иногда употреблялось выраженіе: *тягло посадское*¹⁹³). Въ указѣ 1702 мы читаемъ слова: «уѣзднымъ торговымъ людемъ быть въ посадскомъ тяглѣ»¹⁹⁴). «Посадскимъ тянуть тягло» сказано въ другомъ мѣстѣ источниковъ¹⁹⁵).

Упоминается въ исходѣ 15-го столѣтія и въ 16-мъ вѣкѣ въ разныхъ жалованныхъ грамотахъ о *поворотной дани* и *поворотномъ*¹⁹⁶); также о *дымномъ* и *подымномъ*¹⁹⁷). Эти названія, по всей вѣроятности, означали ту же посошную подать, которая, какъ мы увидимъ ниже, распредѣлялась по дворамъ, на что ворота и дымъ естественно могли указывать, если только подымное и поворотное не были одною изъ денежныхъ повинностей, тогда разнообразныхъ и замѣнявшихъ работы натурою¹⁹⁸).

Разсматривая значеніе сохи, относительно обложенія ремеслъ и торговли¹⁹⁹), прежде всего должно замѣтить, что сохою въ разсматриваемый нами періодъ времени называлось, примѣнительно къ означеннымъ промысламъ, извѣстное число дворовъ, между тѣмъ какъ въ земледѣліи въ соху полагалось отчасти определенное пространство земли извѣстнаго качества, отчасти также и извѣстное число дворовъ²⁰⁰). Ремесленный и торговый классы подлежали постоянному налогу съ сохи, ежегодно собираемому²⁰¹). Въ писцовыхъ книгахъ означалось только число дворовъ, заключающихся въ сохѣ, имена ихъ владѣльцевъ и ихъ состояніе, равнымъ образомъ и число всѣхъ жителей описываемаго мѣста. Соха, даже въ одно и тоже время, въ разныхъ мѣстахъ вмѣщала въ себѣ различное число дворовъ ремесленныхъ и торговыхъ людей. Такъ въ 1589 году въ Соли Вычегодской: «кладено въ соху по пятидесять по два двора и полполтreti двора»²⁰²). Въ книгѣ сошнаго письма города Камскаго мы читаемъ: «А всего у Соли Камскія.... сошнаго письма на посадѣ три сохи безъ полпол-

четверти сохи.... а въ соху кладено по 64 двора.... въ уѣздѣ же и на посадѣ положено въ соху по 60 дворовъ»²⁰³). Въ сотной же на Муромской посадѣ въ сохѣ безъ четверти полагалось 111 дворовъ; слѣдовательно въ цѣлой сохѣ 148 дворовъ²⁰⁴). Такое различіе зависѣло отъ того, что, при росписаніи на сохи, обращалось вниманіе на большую или меньшую зажиточность ремесленныхъ и торговыхъ людей. Въ бѣдныхъ городахъ и посадахъ, гдѣ не было значительнаго различія въ имущественныхъ отношеніяхъ означенныхъ лицъ, для всѣхъ ихъ расчисленіе въ сохи происходило на одинаковомъ основаніи и притомъ въ такихъ мѣстностяхъ въ соху клалось болѣе дворовъ, чѣмъ въ городахъ богатыхъ. Напротивъ тамъ, гдѣ оказывалось большое различіе между доходами жителей, промышленники, относительно сошнаго или двороваго росписанія, раздѣлялись на нѣсколько классовъ или категорій. Въ высшемъ классѣ полагалось въ соху меньшее число дворовъ, и слѣдовательно взымалась болѣе значительная подать съ отдѣльныхъ лицъ, говоря относительно, чѣмъ въ другихъ разрядахъ. Въ самомъ дѣлѣ, мы находимъ въ сошныхъ книгахъ, что въ соху полагалось дворовъ лучшихъ торговыхъ людей 40, дворовъ среднихъ людей 80, молодчихъ 160, слободскихъ 320, а бобыльскихъ избъ 960²⁰⁵). Дальнѣйшимъ доказательствомъ приведеннаго нами мнѣнія служить часто встречающееся въ источникахъ выраженіе: «по животомъ и промысловъ», когда рѣчь идетъ о распредѣленіи налога или платежа его жителями городовъ и посадовъ. Уже въ Судебникѣ Іоанна IV (1550 г.) сказано: «А по городомъ намѣстникомъ городскихъ посадскихъ людей промежь ихъ судити, обыскивая *по илѣ животомъ и по промысламъ* и по розмету: сколько рублевъ кто царевы и В. Князя подати даетъ, по тому ихъ обыскивая, судити и управа чинити.... И кто тѣхъ городовъ городскіе посадскіе люди учнутъ промежь себя искати много, не по своимъ животомъ, и про тѣхъ истцовъ сыскивати розметными книгами, сколько онъ рублевъ съ своего живота подати даетъ»²⁰⁶). Въ уставной Важской грамотѣ 1552 г. упоминается о распредѣленіи посадскихъ людей на три разряда, соответственно ихъ имуществу и доходу и о платежѣ ими подати на томъ же основаніи²⁰⁷). — Впрочемъ и въ земледѣльческой промышленности обыкновенно было обращено вниманіе не на одно количество и качество земли; но и на большую или меньшую зажиточность земледѣльца; потому что въ той же грамотѣ мы находимъ слова: «а крестьяномъ, которые живутъ въ ставѣхъ и въ волостѣхъ, лутчимъ людямъ и середнимъ и молодымъ, ровводитъ по томужъ, по пашнямъ и по *жмотомъ* и по сохамъ.» — Въ выпискѣ изъ окладныхъ книгъ

1681 года зашѣчено, что оклады на дворы посадскихъ людей полагались, смотря по тѣлу и по промысламъ²⁰⁰).

Мѣста и дворы, принадлежавшіе городскимъ промышленникамъ, обязаннымъ платить налогъ, носили названіе тяглыхъ или черныхъ дворовъ, въ противоположность дворамъ бѣлымъ или бѣломѣстцовымъ. Уже въ 1648 г. повелѣно было²⁰⁰ въ В. Новгородѣ и уѣздѣ: нетяглыхъ людей, занимающихся торговыми промыслами, облагать тягломъ и подвергать платежу повинностей наравнѣ съ посадскими людьми. Такъ были записываемы въ тягло: 1) митрополичьи крестьяне, живущіе на посадскихъ мѣстахъ и торгующіе всякими товарами. 2) Крестьяне, заложившіеся за митрополита и за монастыри, но незаписанные за ними, торгующіе и живущіе межъ посадскихъ людей, и разные закладчики, жившіе прежде въ Новгородѣ; 3) лица бѣлаго духовенства, если они торговали большими промыслами и сидѣли въ лавкахъ; 4) казаки, пушкарѣ и стрѣльцы, торгующіе большими торгами (напр. по 500 и 600 руб. и болѣе, или по 100 и 50 р.) — Велѣно было всѣ означенныя служилыя лица брать на посадъ въ тягло. — Не желающіе жить на посадѣ, но торгующіе суммою до 100 руб. и болѣе и до 50 руб., обязывались служить безъ денежнаго жалованья; торгующіе же на сумму менѣе 50 рублей должны служить съ денежнымъ жалованьемъ безъ хлѣбнаго. 5) Лица принадлежащія къ семействамъ пушкарей и занимающіяся торговлею. Сами пушкарѣ, если не торговали, были свободны отъ тягла. Гораздо подробнѣе и отчетливѣе опредѣлена обязанность всѣхъ бѣломѣстцевъ, живущихъ на тяглыхъ земляхъ, — платить тягло въ Уложеніи Царя Алексѣя Михайловича въ XIX главѣ²¹⁰ и въ царской грамотѣ 1649 г.²¹¹). Въ статьѣ 5. XIX гл. Уложенія сказано: «лавокъ и погребовъ и варницъ, опричь государевыхъ тяглыхъ людей никому не держати.» (Тоже въ гр. 1649 г.) Пашенные крестьяне и люди, принадлежавшіе духовенству, боярамъ, окольнымъ и другимъ лицамъ, купивъ или принявъ подъ залогъ въ Москвѣ и др. городахъ тяглые дворы, лавки, анбары, погребы и солянныя варницы, не могли въ нихъ заниматься промыслами, но должны были продать свои заведенія тяглымъ торговымъ и посадскимъ людямъ, [для чего иногда назначался срокъ (два мѣсяца или три)], или сами поступить на посадъ въ тягло (Ул. XIX. 5, 15 и гр. 1649 г.) Уложеніе запрещаетъ продавать или закладывать тяглые дворы бѣломѣстцамъ или бѣлымъ людямъ; за нарушеніе постановленія дворы были отбираемы безденежно въ сотни, а продавшіе подвергались наказанію кнутомъ. (Ул. XIX. 39. гр. 1649). Торговая казнь назначалась также и тѣмъ крестьянамъ и людямъ боярскимъ, монастырскимъ и другимъ,

которые покупали тяглыя заведенія и въ нихъ занимались промыслами. Самыя же заведенія были конфискуемы въ казну Государя (Ул. XIX 15 и 16). — Для того, чтобъ предупредить уклоненіе разныхъ торговыхъ и ремесленныхъ людей отъ лежащей на нихъ подати, предписаны Уложеніемъ слѣдующія мѣры: повелѣно было взять на Государя въ тягло: 1) всѣ слободы, принадлежавшія духовенству, боярамъ и др. лицамъ въ Москвѣ и около Москвы со всѣми торговыми и ремесленными людьми, въ нихъ находившимися, кромѣ вѣчно кабалныхъ, которыхъ отцы не были посадскими людьми. (Ул. XIX. гр. 1649). 2) Всѣ слободы означенныхъ лицъ въ городахъ, устроенныя, безъ указа Государя, на посадскихъ земляхъ и на бѣлыхъ мѣстахъ, какъ купленныхъ, такъ и некупленныхъ. За тѣмъ впредъ въ Москвѣ и др. городахъ запрещалось устраивать слободы, кромѣ государевыхъ (п. 1. 7). Если люди всякихъ чиновъ, узававъ, что въ городахъ торговымъ и промышленнымъ людямъ и откупщикамъ ни за кѣмъ не велѣно быть, развозили ихъ по своимъ помѣстьямъ и вотчинамъ, то такихъ предписывалось возвращать въ городъ, на посадъ, съ семействами и имуществами на подводахъ тѣхъ, кто ихъ вывезъ, подвергая виновныхъ пени (гр. 1649 г.) — Равнымъ образомъ должны быть взяты въ тягло: 3) вотчины и помѣстья разныхъ лицъ, находившіяся рядомъ съ городскими посадами или близко отъ нихъ, при чемъ владѣльцамъ въ вознагражденіе отводимы были вотчины и помѣстья въ другихъ мѣстахъ. Впрочемъ если слободы и села духовенства и другихъ лицъ находились отъ посадовъ и не близко, но въ нихъ жили торговые люди, бывшіе изстари посадскими, и имѣли въ городахъ лавки и др. промыслы, то всѣ они должны были возвратиться на прежнія свои тяглыя мѣста и подлежать тяглу посадскому. (Ул. XIX. п. 8 и 9). Если же въ селахъ и деревняхъ, находящихся отъ посада въ разстояніи версты или двухъ, искони жили вѣчно папешные крестьяне, обработывавшіе земли, принадлежавшія тѣмъ селамъ, а не городскія выгонныя, то такія села не записывались въ тягло (грам. 1649 г.) — Далѣе велѣно записывать въ тягло: 4) Московскихъ и городскихъ посадскихъ людей, кои сами, или ихъ отцы прежде платили тягло и жили въ наймитахъ у тяглыхъ людей, а потомъ поступили въ закладчики къ духовенству, боярамъ и др. лицамъ; при чемъ и впредъ, подъ опасеніемъ жестокаго тѣлеснаго наказанія и ссылки въ Сибирь на Лену, запрещалось такимъ людямъ записываться закладчиками (п. 13 и 20. срав. гр. 1649); 5) вольныхъ людей, женившихся на тяглыхъ посадскихъ вдовахъ, которыхъ мужья записаны на посадахъ въ тягло (п. 22, гр. 1649); 6) вольныхъ людей, принятыхъ у посадскихъ людей въ дома, съ обязанностію пропитывать ихъ

(п. 23, гр. 1649); 7) тяглыхъ людей и ихъ дѣтей (последнихъ, если ихъ было не болѣе одного или двухъ), охотою пошедшихъ въ стрѣльцы. Третій сынъ долженъ былъ оставаться въ стрѣльцахъ (п. 26 и 27, и гр. 1649); 8) псарей, взятыхъ изъ тяглыхъ людей съ ихъ дѣтьми (п. 25); 9) посадскихъ людей, поступившихъ въ зелейные мастера, въ пушкари, затинщики, воротники и казенные кузнецы и др. чины (п. 28, гр. 1649); 10) посадскихъ черныхъ людей, поступившихъ въ казаки послѣ Смоленской службы (п. 30, гр. 1649); 11) посадскихъ людей, ставшихъ въ солдаты, или въ ямщики или въ сторожа съѣзжихъ избъ (п. 31 и 32, гр. 1649 г.); 12) городовыхъ торговыхъ людей, записанныхъ въ гостинную и суконную сотни, съ тѣмъ, чтобъ жить въ Москвѣ, но продолжающихъ промыслять по городамъ безъ платежа тягла (п. 34, гр. 1649); 13) кабалныхъ людей, женившихся на убѣжавшихъ посадскихъ дочеряхъ и вдовахъ, по жалобѣ ихъ отца (п. 38, гр. 1649). 14) Усмотрѣнію Государя предоставляется записываніе въ тягло посадскихъ черныхъ мастеровыхъ людей, сошедшихъ съ тяглыхъ жеребьевъ и живущихъ въ Москвѣ во Дворцѣ и въ Оружейной Палатѣ и въ другихъ Приказахъ (п. 24). Кромѣ того, обязаны были платить тягло: 1) лица бѣлаго духовенства (дѣти священниковъ, дьячки и пономари), занимающіеся разными городскими промыслами (п. 3); 2) служилые люди: пушкари, затинщики, воротники, казенные плотники и кузнецы, также въ томъ случаѣ, когда промысляли въ городахъ и посадахъ (п. 12); 3) люди всякаго чина, получающіе жалованье отъ казны (кромѣ стрѣльцевъ) и занимавшіеся ремеслами и торговлею (п. 4). Также вѣроятно съ цѣлію, отвратить уклоненіе отъ платежа подати, запрещено Уложеніемъ переводить тяглыхъ посадскихъ людей изъ Москвы въ города и изъ городовъ въ Москву. — Не подлежали тяглу и тяглымъ службамъ: а) стрѣльцы, казаки и драгуны, промыслявшіе всякими торговыми промыслами; они были обязаны только платить однѣ таможенныя пошлины и лавочный оброкъ (п. 11); б) московскіе и городовые тяглые люди, поступившіе въ казаки, служащіе и сверстанные денежными и кормовыми окладами съ старопомѣстными казаками (п. 29); в) вольные люди, женившіеся на дочеряхъ посадскихъ людей, но не принятые въ домъ тестя (п. 21); г) тяглые люди, попавшіе въ плѣнъ и потомъ освободившіеся (п. 33); д) кабалные люди, въ бѣгахъ женившіеся на дочеряхъ или вдовахъ посадскихъ. Они возвращаемы были тому, отъ кого сбѣжали, а не приписывались въ тягло по своимъ женамъ (п. 37).

Законодательныя постановленія о посадскихъ людяхъ, высказанныя въ Уложеніи Царя Алексѣя Михайловича, по всей вѣ-

роятности, не были всюду строго соблюдаемы. Въ самомъ дѣлѣ, изъ царской грамоты 1667 года, видно, что и послѣ узаконеній 1649 и 1650 годовъ торговые люди, — прежде жившіе закладчиками у духовенства, бояръ и другихъ лицъ и означенными постановленіями возвращенные въ городское посадское состояніе, а въ Москвѣ въ черныя слободы, въ тягло, — снова удалялись изъ нихъ и закладывались за прежнихъ владѣльцевъ или другихъ помѣщиковъ и вотчинниковъ. Посему вновь предписано обратить такихъ закладчиковъ въ тягло, равнымъ образомъ ихъ дѣтей, братьевъ и племянниковъ. Помѣстья и вотчины тѣхъ лицъ, которые бы стали содержать и укрывать у себя означенныхъ тяглыхъ людей, повелѣно было отписывать на Государя. Въ 1669 году²¹³), по жалобѣ Костромичей, что вопреки Уложенію, монастырскіе, помѣщичьи и вотчинниковы крестьяне промышляли въ городѣ, торговали въ лавкахъ и занимались всякими ремеслами, не платя тягла вмѣстѣ съ посадскими людьми, къ ущербу послѣднихъ²¹⁴), постановлено: уѣзднымъ людямъ съ торговыхъ ихъ и ремесленныхъ промысловъ платить оброкъ, *по промысламъ ихъ смотря*.

Особый прямой налогъ съ посадскихъ людей (которому подвергались также и сельскіе жители и даже служилые люди) были взимаемы ежегодно при Царѣ Алексѣѣ Михайловичѣ на выкупъ плѣнныхъ. Онъ также распределялся по дворамъ: «съ посадскихъ дворовъ и съ ямщиковъ и со всякихъ жилецкихъ людей, которые живутъ въ городѣхъ на посадѣхъ.... съ двора по осьми денегъ.» Собранныя на основаніи новыхъ переписныхъ книгъ, а не по старому сошному письму, податная сумма должна была погодно поступать въ Посольскій Приказъ²¹⁵).

Кромѣ постоянныхъ податей, ежегодно падавшихъ на ремесла и торговлю, городскіе промышленники подвергались еще особымъ чрезвычайнымъ налогамъ, называвшимся иногда *запросными деньгами*²¹⁶) и взимаемымъ обыкновенно отъ времени до времени по поводу военныхъ потребностей, или въ случаѣ дѣйствительнаго похода, или при угрожающей войнѣ, на вооруженіе, на жалованье ратнымъ людямъ, на устройство укрѣпленій и т. под. Хотя эти сборы встрѣчаются еще во 2-й половинѣ 16-го столѣтія²¹⁷); но чаще они стали появляться съ начала 17-го столѣтія. Бѣдствія временъ самозванцевъ и междоусобствъ и войны съ Поляками дѣлали необходимымъ частое взиманіе чрезвычайныхъ податей²¹⁸); въ исходѣ же этаго вѣка и въ началѣ 18-го онѣ сдѣлались такъ обыкновенны, что приняли почти характеръ постоянныхъ налоговъ. Онѣ распределялись на посадскихъ (и уѣздныхъ) людей иногда по сохамъ или подворно, но чаще имѣли

видъ общаго процентнаго сбора съ имущества и дохода промышленниковъ. Такъ взимаема была, сверхъ окладныхъ доходовъ, съ животовъ и промысловъ иногда пятая деньга, иногда десятая, иногда 15-я, или двадцатая. Иногда усмотрѣнію Государя предоставлялось назначить величину сбора, или она опредѣлялась размѣромъ самой потребности. Промыслы Строгоновыхъ были облагаемы, сверхъ означенныхъ податей, еще особыми сборами, по поводу военныхъ обстоятельствъ; даже торговые иноземцы подвергались въ этомъ случаѣ чрезвычайнымъ податямъ.

О посошномъ распредѣленіи чрезвычайныхъ военныхъ потребностей упоминается въ 1609 г., когда повелѣно было собрать съ посаду и уѣзду, независимо отъ добровольныхъ пожертвованій, «для избавы крестьянскіа на наемъ Нѣмецкимъ и Крымскимъ людямъ, съ сохи по пятидесяти рублевъ.» Предписывалось эти деньги взыскать со всевозможною поспѣшностію и сверхъ обыкновенныхъ податей ²¹⁹⁾, — за чтó обѣщана была на будущее время льгота въ податяхъ на многіе годы ²⁰⁾. Въ самомъ началѣ документа 1609 года ²¹⁾ указана и причина, вызвавшая чрезвычайный налогъ: «за грѣхъ всего православнаго крестьянства собрались воры и Литовскіе люди, хотя разорити Московское государство и святую нашу крестьянскую вѣру погрѣть....» — О чрезвычайныхъ податяхъ, распредѣляемыхъ на промышленниковъ по дворамъ, мы находимъ въ источникахъ слѣдующія извѣстія. Въ царской жалованной грамотѣ въ Пермь Вел. 1615 г. повелѣно: «съ тѣхъ посадскихъ людей, съ которыхъ денегъ не имано (т. е. пятой деньги), взять по гривнѣ съ двора» ²²⁾. Въ 1638 и 1639 годахъ взымали на жалованье ратнымъ людямъ съ торговыхъ и ремесленныхъ людей по два рубля съ двора ²³⁾. Въ 1678 г. было взимаемо съ посадскихъ и съ тяглыхъ людей по рублю съ двора; съ гостей съ даннаго оклада съ гривны по пятидесяти рублей на человѣка; кромѣ того въ другой сборъ по полтинѣ съ двора ²⁴⁾. Въ 1679 году, по случаю войны съ Крымскимъ Ханомъ, было постановлено: съ посадскихъ и всякихъ тяглыхъ людей, которые не подвергнутся платежу 10-й деньга, собрать по полтинѣ съ двора ²⁵⁾. Въ 1686 году брали также по полтинѣ (съ двора) съ посадскихъ людей всѣхъ городовъ ²⁶⁾; но въ 1688 году предписано было, относительно сбора съ посадскихъ людей, сдѣлать выписку особо и не медля поднести на разсмотрѣніе ²⁷⁾.

Пятая деньга съ животовъ и промысловъ была взимаема въ 1614, 1615 и 1616 годахъ. Даже монастыри, производившіе торговлю и пользовавшіеся тарханами, не были свободны отъ этого налога ²⁸⁾. Туже подать мы встрѣчаемъ въ 1632 и 1634 годахъ. Съ духовныхъ властей и подчиненныхъ имъ лицъ въ то-

же время (1632 г.) были взимаемы особия запросныя деньги, смотря по пожиткамъ» замѣнявшія для нихъ пятинныя; о присылкѣ тѣхъ и другихъ въ Московской Приказъ упоминается отдѣльно; изъ чего можно заключить, что иногда было допускаемо между ними различіе. Для того, чтобы пятая деньга или пятинныя деньги были вносимы безъ всякой хитрости гостями и торговыми людьми съ ихъ промысловъ и пожитковъ повелѣно было (1634 г.) отправить къ гостямъ и другимъ торговымъ людямъ, для сбора, архимандритовъ и игуменовъ. Подать распространялась на торговыхъ людей, принадлежавшихъ митрополитамъ, архіепископамъ, епископамъ, монастырямъ и боярамъ²²⁰). Далѣе упоминается о сборѣ въ 1662 году пятой деньги мѣдною монетою, и притомъ со всевозможною поспѣшностію, съ гостей и съ гостиныя сотни и съ черныхъ слободъ, также въ городахъ съ посадскихъ людей²²⁰). Указомъ Окт. 1, того же года означенная подать распространена на многія другія сословія. Установленъ сборъ пятинныхъ денегъ со всякаго званія торговыхъ и промышленныхъ людей, въ томъ числѣ, съ именитыхъ людей Строгоновыхъ, съ московскихъ и городовыхъ людей, съ разныхъ служилыхъ людей, съ бояръ, окольныхчихъ, стольниковъ, съ торговыхъ людей, принадлежавшихъ духовенству и боярамъ, съ иноземцевъ, когда они занимались промышленностію, кромѣ тѣхъ стрѣльцевъ и пушкарей, которые состояли на службѣ Государя. Всѣ эти лица облагались по ихъ животамъ и промысламъ. Деньги предписано было собрать по окладу сполна и притомъ также «съ великимъ поспѣшеньемъ»²²¹). По извѣстію Котошихина пятая деньга была собираема и въ 1663 году²²²). Десятая деньга была также взимаема со всѣхъ торгующихъ и занимающихся техничекою промышленностію людей, не исключая стрѣльцевъ, и другихъ служилыхъ людей, ямщиковъ, людей и крестьянъ, принадлежавшихъ боярамъ и окольнымъ, крестьянъ властелинскихъ и монастырскихъ и торговыхъ Нѣмцевъ. Объ этомъ налогѣ мы находимъ извѣстія въ историческихъ документахъ, относящихся къ 1654²²³), 1673²²⁴), 1678²²⁴), 1679²²⁶), 1686 и 1687²²⁷) годамъ. Только въ случаѣ крайней бѣдности торговые люди имѣли право платить, вмѣсто десятой деньги, по полтинѣ съ человѣка наравнѣ съ пашенными крестьянами и бобылями²²⁸). Пятнадцатая деньга съ имущества и доходовъ торговыхъ и ремесленныхъ людей была собираема въ 1671 году²⁴⁰).

О сборѣ двадцатой деньги упоминаетъ Котошихинъ²⁴¹).

Въ 1654 году было постановлено взять съ торговыхъ людей, сколько Государь укажетъ²⁴²). Иногда мѣра потребности опредѣляла величину сбора²⁴³).

Независимо отъ разсмотрѣннаго нами процентнаго налога на чрезвычайныя потребности, падавшаго на ремесленную, заводскую и торговую промышленность, въ томъ числѣ иногда и на промыслы Строгоновыхъ, — эти послѣдніе, отъ времени до времени, подвергались еще особому платежу весьма значительныхъ суммъ, одновременно взимаемыхъ съ нихъ по поводу военныхъ издержекъ. Такъ въ 1615 г. положено было взять со Строгоновыхъ въ Государеву казну, по таможеннымъ записнымъ книгамъ, 13,810 рублей, сверхъ уплаченныхъ ими 3000 рублей²⁴⁴). Царскою грамотою 1616 года, Апр. 20, повелѣно было, по всемірному приговору, Строгоновымъ уплатить на жалованье ратнымъ людямъ 16 тысячъ рублей²⁴⁵). Грамотою того же года Апр. 29 на Соборѣ, составленномъ изъ духовенства, гостей и торговыхъ выборныхъ людей московскихъ и всѣхъ городовъ было постановлено взять съ вотчинъ Строгоновыхъ, ихъ промысловъ и имущества сорокъ тысячъ рублей²⁴⁶), а въ 1686 г. съ нихъ же запросныхъ денегъ 20,000 рублей²⁴⁷). Эти сборы падали, какъ мы видимъ, точно также какъ и процентныя подати, не исключительно на промысловые доходы означенныхъ лицъ, но и на доходы съ земель, вообще на все ихъ имущество. — Наконецъ нельзя не замѣтить, что въ процентныхъ и другихъ сборахъ на чрезвычайныя потребности участвовали и торгующіе иноземцы. Въ 1662 году они платили пятую деньгу съ своихъ пожитковъ и промысловъ²⁴⁸), а въ 1686 г. съ нихъ взыскано (со всѣхъ) 2000 рублей²⁴⁹).

Разсматриваемый нами способъ обложенія ремесленныхъ и торговыхъ людей не измѣнился и въ первые годы 18-го столѣтія. Посадскіе и другіе промышленные люди, по прежнему, подлежали платежу тягла и десятой деньги. Такъ именнымъ указомъ Петра В. 1702 г.²⁵⁰) повелѣно посадскимъ людямъ сольвычегодскимъ верстаться и окладываться, обще съ уѣздными и торговыми людьми, во всякихъ службахъ и податяхъ и десятой деньгѣ, по животамъ, торгамъ и промысламъ, а уѣзднымъ торговымъ людямъ быть въ посадскомъ тяглѣ, вмѣстѣ съ посадскими людьми. Отказано было въ льготѣ уѣзднымъ торговымъ людямъ предъ посадскими на томъ основаніи, что это подавало поводъ къ переходу послѣднихъ въ уѣзды. Что тягло не измѣнило своего прежняго значенія и распредѣлялось по дворамъ, это доказывается между прочимъ и тѣмъ, что оно иногда называется въ законодательствѣ прямо *дворовымъ тягломъ*²⁵¹). Указъ 1703 г. подтвердилъ мѣру, предписанную въ 1702 г. Вновь строго было предписано наблюдать, чтобы торговые люди и другіе промышленники не уклонялись отъ платежа податей: «Бурмистрамъ смотрѣть и беречь накрѣпко, которые купеческіе и торговые и про-

мышленные люди и чернослободцы и прежніе изъ городовъ, живучи въ слободахъ и у бѣломѣстцовъ, а податей не платятъ и тѣхъ податями обложить вновь»²⁶²). Десятая денѣга при Петрѣ В. обратилась, кажется, въ постоянный налогъ; потому что въ 1705 году было предписано въ переписныхъ книгахъ купцовъ, посадскихъ и слободскихъ людей означать: «кто въ какомъ окладѣ въ одинъ поборъ десятою денѣгою и иными всякими въ Его Государеву казну податями и всякими сборы въ слободскіе расходы порознь въ годъ бываетъ»²⁶³). — Правительство заботилось въ это время по возможности о равномерномъ распредѣленіи имущественныхъ податей. Узнавъ чрезъ Московскую Ратушу, что люди зажиточные почти во всѣхъ городахъ налагаютъ въ окладныхъ тяглахъ и въ неокладныхъ поборахъ тяжкіе платежи на бѣдныхъ и, не обращая вниманія на скудость ихъ торговыхъ промысловъ, «равняютъ ихъ въ равныя съ собою подати числомъ дворовымъ» Государь указомъ 1706 г.²⁶⁴) повелѣлъ уравнивать раскладку податей съ торговыхъ людей по промысламъ и достатку каждаго. Въ подтвержденіе прежнихъ указовъ было предписано: «всегдашнее во всякихъ поборахъ съ разсмотрѣніемъ промысловъ и торговъ и пожитковъ имѣти уравниеніе.» За излишніе поборы съ дворовъ купецкихъ и другихъ промышленныхъ людей назначались штрафы и наказанія²⁶⁵).

Даже временныя подати, доходъ съ которыхъ былъ обращаемъ на удовлетвореніе какъ чрезвычайнымъ, такъ и обыкновеннымъ, но непостояннымъ потребностямъ государства, распредѣлялись на промысловыя сословія на томъ же основаніи, какъ и обыкновенныя, постоянныя налоги, т. е. были взимаемы или съ дворовъ, или вообще съ капитальнаго имущества и дохода податныхъ лицъ, въ видѣ десятой денѣги. Такъ въ 1710 году повелѣно было собрать съ купечества (точно также, какъ и съ крестьянъ) на приготовленіе аммуниціи по 4 алтына съ двора. Налогъ установленъ былъ только на одинъ этотъ годъ²⁶⁶). Въ 1718 г., на устройство Ладожскаго канала, была взимаема десятая денѣга съ рубля; для той же цѣли въ 1720 году предписано было: взыскать особую подать «со всего государства съ крестьянства и съ купечества, съ однодворцевъ, разночинцевъ и ясачныхъ людей по 6 алтынъ и 4 денѣги съ двора, а съ купечества по тому жъ съ рубля»²⁶⁷). По указу изъ Каммеръ-Коллегіи (того же года), на поставку къ 1721 году провіанта въ С. Петербургъ, Ригу и прочіе завоеванныя города, постановлено было съ купецкихъ людей взять десятую денѣгу (а съ крестьянъ по рублю съ двора)²⁶⁸). Другимъ указомъ изъ Каммеръ-Коллегіи Окт. 5 того же года назначенъ такой же сборъ съ купечества, по поводу

предстоявшей морской кампаніи, на покупку провіанта и всякихъ морскихъ припасовъ, (съ крестьянъ же велѣно собрать по 13 алтынъ и 5 денегъ)²⁶⁹). Всѣ эти сборы съ купечества и другихъ сословій повелѣно было взымать съ особою заботливостію и раченіемъ²⁶⁰). — О десятой деньгѣ, какъ единицѣ для взиманія не только податей, но и рекрутской повинности съ купечества, упоминается въ указѣ 1721 г. Ноября 20²⁶¹). Наконецъ даже въ 1722 и 1723 годахъ, уже по введеніи подушной подати, мы находимъ взиманіе десятой подати съ купечества²⁶²), или взиманіе налога на провіантъ «съ окладу десятыя деньги»²⁶³). Бѣломѣстцы и торгующіе крестьяне обязаны были платить десятую деньгу на равахъ съ купечествомъ и посадскими людьми²⁶⁴).

Хотя при наложеніи тягла на промышленниковъ и процентныхъ податей съ ихъ имущества и доходовъ и не было производимо точной имъ оцѣнки, однакожъ распределеніе промышленниковъ на классы, по имущественнымъ отношеніямъ, и соответствующая ему раскладка податей — могли въ извѣстныхъ случаяхъ, по крайней мѣрѣ до нѣкоторой степени, приближаться къ истинѣ. Это потому, что установленіе окладовъ было предоставлено земскимъ старостамъ и гражданамъ, извѣстнымъ своею честностію и зажиточностію и выбраннымъ самими податными обществами изъ лучшихъ, среднихъ и молодшихъ людей. Нерѣдко гости назначались въ должность окладчиковъ²⁶⁵). Такой порядокъ распределенія податей существовалъ съ половины 16-го столѣтія, или даже и ранѣе²⁶⁶), продолжался во все 17-е столѣтіе и сохранился въ началѣ 18-го вѣка. Оклады въ 16-мъ столѣтіи записывались въ розметныя книги; въ послѣдствіи, въ 17 столѣт. составлялись особыя окладчиковы или окладныя книги. Въ уставной Важской грамотѣ 1552 г. мы встрѣчаемъ слова: «А разводить Шенкурцомъ и Вельского стану посадскимъ людемъ въ Шенкурѣ на посадѣ и въ Вельску на посадѣ посадскимъ людемъ лутчимъ и середнимъ и молодчимъ межъ собою самимъ по животомъ и промысломъ»²⁶⁷). Такимъ же образомъ раскладывались обыкновенныя и чрезвычайныя подати на промышленниковъ и въ 17-мъ столѣтіи. Выбранные окладчики приводились къ присягѣ. Они обязаны были объявлять безъ утайки о доходахъ и имуществѣ, принадлежащемъ какъ имъ самимъ, такъ и другимъ торговымъ и промышленнымъ людямъ²⁶⁸). Въ окладчики выбирали людей привычныхъ къ этому занятію, число ихъ опредѣлялось самою потребностію. Всѣ посадскіе люди, — лучшіе, средніе и молодшіе — участвовали въ выборѣ; документъ о немъ былъ подписываемъ всѣми. Выбранные должны были подать сказки о своемъ имуществѣ и промыслахъ. Кромѣ того, самихъ выборныхъ

людей велѣно было облагать, смотря по ихъ животамъ и промысламъ, земскимъ старостамъ и всѣмъ посадскимъ людямъ. Послѣ обложенія окладчиковъ, они обязаны были потребовать сказки отъ всѣхъ посадскихъ торговыхъ и промышленныхъ людей и окладывать ихъ по справедливости. Укрывшіе свое имущество посадскіе люди подвергались жестокому наказанію, ссылкѣ и конфискаціи имѣнія. Отсутствующіе были облагаемы заочно на томъ же основаніи ²⁶⁹). Окладныя книги, составленныя такимъ образомъ и подписанныя окладчиками, повелѣно было отсылать въ Приказъ денежнаго дѣла или прямо къ Государю ²⁷⁰). Иногда сами окладчики вмѣстѣ съ своими книгами отправлялись въ Москву ²⁷¹). Котошихинъ въ своемъ сочиненіи о Россіи въ царствованіе Алексѣя Михайловича ²⁷²) слѣдующимъ образомъ выражается о распредѣленіи подати на торговлю и ремесла: «ратнымъ людямъ, говоритъ онъ, денежное, годовое и мѣсячное жалованье собирается со всего Московскаго государства, съ посадскихъ торговыхъ и ремесленныхъ людей.... по указу, противъ торговли и промыслу, почему положить и почему сами межъ себя изверстаютъ, сколько съ кого взяти съ торговли и съ земл.» — Цѣль такого распредѣленія податей высказана весьма ясно во многихъ историческихъ документахъ. Такъ, въ выпискѣ изъ окладныхъ книгъ 1681 года замѣчено, что облагать и собирать деньги (податныя) велѣно посадскимъ людямъ самимъ, земскимъ старостамъ и выборнымъ лутчимъ людямъ «чтобъ полные люди передъ бѣдными въ льготѣ, а бѣдные передъ богатыми въ тягости и никто въ избытокъ не былъ» ²⁷³). Оклады измѣнялись ежегодно, или черезъ два и три года. Такъ, по крайней мѣрѣ, было въ 17-мъ столѣтіи ²⁷⁴). Даже въ началѣ 18-го столѣтія сохранило силу постановленіе о выборѣ окладчиковъ самими податными обществами. Именнымъ указомъ 1702 г. ²⁷⁵) повелѣно: окладчиковъ выбирать какъ съ посаду, такъ и съ уѣзду добрыхъ и пожиточныхъ людей, за крестнымъ цѣлованіемъ и велѣтъ имъ во всякихъ податяхъ окладываться вправду, на посадахъ и въ уѣздахъ, всѣхъ торговыхъ и промышленныхъ и ремесленныхъ пожиточныхъ людей....» Подобнымъ образомъ въ 1706 году было постановлено, чтобы промышленники выбирали сборщиковъ и расходчиковъ, по общему совѣту лучшихъ, торговыхъ и мало-пожиточныхъ посадскихъ людей ²⁷⁶).

Предоставленіе права раскладки налоговъ выборнымъ отъ сословія промышленниковъ было мѣрою весьма полезною какъ для самихъ податныхъ лицъ, такъ и для государственной казны. Если только выборъ окладчиковъ былъ сдѣланъ удачно, если внутренняя раскладка налоговъ предоставлена людямъ добросо-

вѣстнымъ и знающимъ свое дѣло, то они, будучи хорошо знакомы съ образомъ жизни и имущественными отношеніями своихъ согражданъ, могли распределять на нихъ подати, по крайней мѣрѣ во многихъ случаяхъ, довольно близко къ относительной величинѣ ихъ доходовъ. Притомъ же строгій надзоръ мѣстныхъ властей за составленіемъ окладныхъ книгъ и жестокія наказанія, назначаемыя окладчикамъ за несправедливое положеніе въ окладъ и вообще всѣмъ виновнымъ въ утайкѣ своего имущества и дохода, до известной степени, должны были устранять разныя злоупотребленія, неизбежныя при такой раскладкѣ. Но съ другой стороны, нужно замѣтить, что такихъ результатовъ нельзя было ожидать не только вездѣ и всегда, но даже въ большей части случаевъ уже потому, что при распределеніи податей весьма многое было предоставлено произволу окладчиковъ и мѣстныхъ начальствъ, на добросовѣстность и честность которыхъ не всегда можно было положиться. Въ самомъ народѣ въ это время еще не развилось ясное сознаніе неизбежной обязанности платить налоги и тѣмъ содѣйствовать къ удовлетворенію государственныхъ потребностей. Притомъ же изъ сказаній современниковъ и историческихъ актовъ мы легко усматриваемъ, что нравственный характеръ мѣстныхъ начальниковъ въ разсматриваемыя нами столѣтія не былъ довольно возвышенъ для того, чтобъ они могли не только всегда, даже большею частію, дѣйствовать неподкупно. Примѣры честности и безкорыстія принадлежали едва ли не исключеніямъ. Въ самомъ дѣлѣ запрещеніями требовать посулы и поминки наполнены почти всѣ административные памятники тѣхъ временъ. Самая жестокость наказаній, назначаемыхъ за утайку имущества и дохода, уже указываетъ на то, что подобное злоупотребленіе встрѣчалось довольно нерѣдко; потому что очевидно не было никакой необходимости часто угрожать казнями, еслибъ нарушеніе закона не было обыкновенно, почти неизбежно. Даже прискавъ добросовѣстныхъ окладчиковъ, трудно было выбрать между ними опытныхъ и знающихъ дѣло людей, тѣмъ болѣе, что въ технической промышленности и торговлѣ гораздо легче укрыть доходъ и капиталъ, чѣмъ при поземельномъ владѣніи. Итакъ во всякомъ случаѣ общинная раскладка податей не могла замѣнить дѣйствительнаго вычисленія чистаго дохода, доставляемаго тою или другою промышленностію.

Петръ В., желая достигнуть болѣе равномернаго распределенія податей, падавшихъ на разные промыслы и устранить произволъ окладчиковъ и мѣстныхъ начальствъ, предполагалъ ввести промысловый катастръ, т. е. такое вычисленіе чистаго дохода, которое бы основывалось на признакахъ и данныхъ, взятыхъ

изъ свойства и состоянія промышленности каждаго отдѣльнаго лица. Съ этою цѣлю указомъ 1705 г. Окт. 20²⁷⁷) повелѣно было сдѣлать въ Москвѣ и въ городахъ, слободахъ и селахъ, подвѣдомственныхъ Ратушѣ, перепись купцевъ, посадскихъ и слободскихъ людей. Обязанность составленія переписныхъ книгъ, — въ которыхъ надлежало показать имущества и промыслы каждаго отдѣльнаго лица, — возложена была въ Москвѣ на старостъ и сотскихъ, а въ другихъ городахъ, слободахъ и селахъ на земскихъ бурмистровъ. За подписью этихъ лицъ и съ удостовѣреніемъ самихъ облагаемыхъ податью гражданъ о своихъ промысловыхъ доходахъ, означенныя книги должны быть отсылаемы въ Ратушу къ назначенному сроку; именно изъ московскихъ слободъ къ 20 Сент. 1706 г., изъ ближнихъ городовъ къ 1-му Октября, а изъ дальнихъ къ 1-му Ноября того же года; при чемъ предписано было оставлять въ земскихъ избахъ копія съ тѣхъ книгъ, надлежащимъ образомъ подписанныя. За непредставленіе книгъ къ законному сроку назначалась весьма значительная пеня такъ называемая *пеня большаго опредѣленія*. За несправедливое показаніе имущественныхъ отношеній податныхъ лицъ и за утайку доходовъ, старосты, сотскіе и бурмистры подвергались жестокому наказанію, лишенію всего ихъ имѣнія и ссылкѣ съ ихъ семействами въ Азовъ, или даже въ вѣчную каторжную работу; доносившимъ же о такихъ злоупотребленіяхъ назначалась въ награду четвертая часть изъ конфискованнаго имущества виновныхъ.

Въ переписныхъ книгахъ надлежало обозначить слѣдующія обстоятельства, болѣе или менѣе указывающія на относительную доходность разныхъ промысловъ, и служащія точкою опоры для распределенія податей:

1) Въ каждой слободѣ число жителей, имѣвшихъ дворы и бездворныхъ, съ точнымъ показаніемъ (поимянно) ихъ семейства и родственниковъ, къ которымъ причислялись также приемыши и лавочныя сидѣльцы; при чемъ нужно было указать и возрастъ всѣхъ этихъ лицъ.

2) Далѣе, должно было показать, относительно каждаго отдѣльнаго лица, ремесло или промыселъ, которымъ оно получало доходы, а о торгующихъ въ рядахъ, товары, которыми они торговали съ обозначеніемъ того, въ своихъ или наемныхъ лавкахъ они провазываютъ торговлю и какую цѣну платятъ за каждое заведеніе порознь. Въ переписныхъ книгахъ должны были находиться также точныя извѣстія (поимянно) о лицахъ, производившихъ отъѣзжіе торги, о товарахъ ими продаваемыхъ, о мѣстѣ и времени ихъ торговли, объ ихъ числѣ въ каждомъ городѣ и наконецъ о государственныхъ повинностяхъ, на нихъ лежавшихъ.

3) Въ переписныхъ книгахъ надлежало далѣе обозначить для каждаго промышленника ежегодный податный окладъ десятой деньга и другихъ государственныхъ податей и ежегодные сборы съ каждаго на слободскіе расходы.

4) Относительно бездворныхъ нужно было показать о каждомъ порознь, живетъ ли онъ въ наемномъ дворѣ, вовсе не имѣя своего, или имѣетъ свой дворъ не въ той, а въ другой слободѣ и нанимаетъ у кого либо землю. О живущихъ на землѣ наемной слѣдовало обозначить, сколько подъ дворомъ его сажень земли въ длину и поперекъ, и сколько каждый наемщикъ платитъ найма.

5) Наконецъ промышленниковъ, вышедшихъ, для освобожденія отъ податей и повинностей, въ другія сословія или слободы и села повелѣно было записывать въ переписныя книги подъ именами отцевъ ихъ и родственниковъ, или, за неимѣніемъ ихъ, отдѣльно, съ указаніемъ времени, мѣста, или сословія, въ которое они перешли, и сборовъ, которые прежде были съ нихъ взимаемы.

По составленіи переписныхъ книгъ въ Москвѣ и городахъ, предписано было прочитывать ихъ передъ собраніемъ всѣхъ купеческихъ людей «чтобъ всякій зналъ, что всѣ написаны въ тѣхъ книгахъ безъ утаенія. Въ случаѣ какой либо неправильности или утайки каждый имѣлъ право объявлять объ этомъ старостамъ и бурмистрамъ. Книги, такимъ образомъ повѣренныя, скрѣплялись, независимо отъ подписи старостъ и бурмистровъ, лучшими людьми въ томъ, что написаны вѣрно²⁷⁹).

Къ сожалѣнію, означенное предположеніе о промысловомъ катастрѣ въ послѣдствіи было оставлено. Указомъ 1722 Апр. 27²⁸⁰) промыловія сословія обложены наравнѣ съ крестьянами подушнымъ окладомъ, хотя купечество продолжало платить сверхъ того еще десятую деньгу²⁸⁰). Но даже устанавливая подушную подать на промышленниковъ, Петръ В., кажется, не отказывался еще вовсе отъ обложенія ихъ, сообразно съ доходомъ каждаго; потому что указомъ 1722 Февр. 5²⁸¹), которымъ повелѣно переписать посадскихъ, предполагалось взимать съ нихъ подушную подать, независимо отъ промысловой. Кромѣ того, предписано было составить объ этомъ сословіи и налогахъ, на него установленныхъ, особое положеніе, пригнѣная къ учрежденіямъ, существующимъ въ другихъ образованныхъ государствахъ. Вскорѣ послѣдовавшая за тѣмъ смерть Государя остановила исполненіе мудрыхъ его предназначеній.

ГЛАВА III.

ОБЪ ОБОЖЕНІИ ПРОМЫСЛОВАГО КЛАССА ПОДУШНОЮ ПОДАТЮ ДО 1775 ГОДА.

Уже въ исходѣ 17-го вѣка мы находимъ, что въ нѣкоторыхъ мѣстностяхъ былъ взимаемъ съ промысловаго сословія (въ тѣсномъ смыслѣ слова) поголовный налогъ. Такъ съ прѣзвѣжающихъ въ Сибирь торговыхъ и промышленныхъ людей повелѣно было (въ 1697 и 1698 годахъ) взыскивать ежегодно по полтинѣ, а съ *гулящихъ* людей по 25 коп. серебромъ ежегодно²²²). Въ началѣ же 18-го столѣтія, не смотря на то, что промышленники по прежнему продолжали платить дворовое тягло, какъ бы въ дополненіе къ этому налогу, установлена была въ 1705 еще особая личная, или лучше сказать, поголовная подать, которой подвергались, и, по всей вѣроятности, во всѣхъ частяхъ государства, нѣкоторые классы промысловаго сословія: разные торговые люди, въ томъ числѣ лица, производящія различную торговлю, разношники, мастеровые и рабочіе люди, жившіе у торговыхъ людей изъ найма. Даже бѣломѣстцы, не подлежащіе другимъ налогамъ, обязаны были платить вновь установленную подать и притомъ вдвое противъ другихъ торговыхъ людей. Поголовный налогъ распредѣлялся на слѣдующемъ основаніи: повелѣно:

1) съ торговыхъ людей,—съ которыхъ не было взимаемо въ казну податей,—торгующихъ въ лавкахъ и отпускавшихъ товары въ Москвѣ, въ городахъ и селахъ, брать по 16 алтынъ и 4 деньги съ человѣка въ годъ, а съ людей всякихъ чиновъ, торгующихъ въ Москвѣ и другихъ городахъ безоброчно на торговыхъ безоброчныхъ площадяхъ всякими носящими товарами, по 7 алтынъ и двѣ деньги въ годъ.

2) Въ Москвѣ и другихъ городахъ съ торговыхъ людей мучнаго и житнаго ряда, торгующихъ въ лавкахъ и отпускающихъ свои продукты въ разные города, также съ хлѣбниковъ и калашниковъ, производящихъ торгъ съѣстными припасами, положено было взимать: съ лавочныхъ сидѣльцевъ по 16 алтынъ и 4 деньги; съ хлѣбниковъ и калашниковъ, съ хозяевъ по 10 алтынъ, съ работниковъ по 3 алтына и 2 деньги; такъ какъ послѣдніе получаютъ незначительную наемную плату, а хозяева ихъ производятъ большую торговлю и платятъ мало податей. Съ торговыхъ и работныхъ людей, продающихъ мясо въ разность, (по-

хода) съ лотковъ и платившихъ въ казну по рублю, велѣно брать по 10 алтынъ, наравнѣ съ лавочниками, а съ лавочныхъ сидѣльцевъ, съ которыхъ до тѣхъ поръ ничего не было взимаемо, — по 16 алтынъ и 4 деньги, «для того, что они промышленяютъ большими торгами, а лоточники люди маломочные и работаютъ изъ малыхъ наймовъ».

3) Съ мастеровъ всякаго ремесла положено брать по 10 алтынъ, а съ работниковъ по 3 алтына и двѣ деньги съ человѣка. Съ работныхъ людей разнаго чина (напр. гостей, гостиной сотни и т. д.) изъ найма, по записямъ и безъ записей, или нанимающихся у нихъ на урочные годы, было взимаемо по 5 алтынъ съ человѣка, а съ нанимающихся къ черной работѣ на всякихъ промыслахъ, pogodно или помѣсячно, по 3 алтына и двѣ деньги съ человѣка.

4) Съ бѣломѣстцевъ (людей всякаго чина), торгующихъ промыслами и не платящихъ десятой деньги и другихъ податей, наравнѣ съ другими торговыми людьми, и притомъ не подлежащихъ службамъ (новинностямъ), постановлено брать вдвое противъ торговыхъ людей, по рублю съ человѣка, а съ работниковъ ихъ по 5 алтынъ, наравнѣ съ работниками, живущими у торговыхъ людей. — Въ полученіи поголовной подати были выдаваемы плательщикамъ отписи за собственноручнымъ подписаніемъ лицъ, получившихъ сборъ. Съ промышленниковъ, переѣхавшихъ изъ Москвы въ другіе города и наоборотъ, по уплатѣ подати, она не была взимаема въ теченіе того же года въ другой разъ на новомъ мѣстѣ жительства, если только въ платежѣ налога была представлена ими отпись. Въ противномъ случаѣ означенныя лица непременно подвергались налогу²⁸³). Такъ какъ при вниманіи разсматриваемой нами поголовной подати было обращено вниманіе на различіе между отдѣльными классами промысловаго сословія и, по крайней мѣрѣ приблизительно, на различный доходъ, ими получаемый, то она имѣла нѣкоторымъ образомъ характеръ класнаго налога, существующаго въ настоящее время въ нѣкоторыхъ европейскихъ государствахъ (наприм. въ Пруссіи: Klassensteuer), и, несмотря на то, что по природѣ своей, принадлежала къ личнымъ налогамъ, нѣсколько приближалась, по способу своего распределенія и къ имущественнымъ податямъ. Она существовала недолго и мы не встрѣчаемъ въ законодательствѣ почти никакихъ о ней свѣдѣній, кромѣ извѣстій объ ея уничтоженіи въ 1724 году, когда эта поголовная подать приносила 5329 руб. 78½ копѣекъ, доходъ незначительный даже и для тогдашняго времени²⁸⁴). По всей вѣроятности, она послу-

жила переходомъ къ подушному окладу, который ввести предположено было, какъ мы видѣли, уже въ началѣ 1722 года.

Указъ Февр. 8, означеннаго года повелѣлъ переписать посадскихъ, которыхъ правительство имѣло въ виду обложить подушною податью, независимо отъ промысловаго налога. Тѣхъ изъ нихъ, которые, для уклоненія отъ подати, удалились въ деревни и другія мѣста, принадлежащія дворцовому вѣдомству и помѣщикамъ, предписано возвратить въ посады²⁸²). На основаніи этого предположенія, подушная подать съ посадскихъ дѣйствительно и была вскорѣ установлена. Указомъ 27 Апр. того же 1722 года положено: взимать съ нихъ съ души по сороку алтынъ; перепись ихъ была поручена тѣмъ же переписчикамъ, которые переписывали жителей уѣздовъ²⁸³). Теперь представляется вопросъ, подлежало ли купечество подушной подати наравнѣ съ посадскими? — Мы видимъ съ одной стороны, что и послѣ указа 27 Апр. 1722 года взимаются съ купечества сборы на провіантъ на прежнемъ основаніи. Такъ на 1723 годъ повелѣно было собрать деньги на провіантъ со всего государства «съ купечества съ окладу десятой деньга.» Даже другія податныя сословія, подлежащія подушной подати, какъ то крестьяне разныхъ наименованій, служилые люди и другія лица, должны были платить сборъ не подушно, но подворно, и притомъ въ слѣдующихъ размѣрахъ; на генеральный С. Петербургскій и Рижскій провіантъ по 20 алтынъ и 4 деньги; за отправленный въ 1722 г. въ низовый отпускъ провіантъ по 6 алтынъ и 4 деньги, на приготовленіе морскаго провіанта и припасовъ для флота на 1723 годъ по 8 алтынъ и 2 деньги съ двора и съ рубля²⁸⁴). Подобнымъ же образомъ указомъ 1723 Сент. 25²⁸⁵) предписывалось собрать на провіантъ и фуражъ на 1724-й годъ «съ купечества съ окладу десятой деньга по рублю по 37 копѣекъ, по полторы деньги съ двора и рубля, кромѣ Бѣлогородской провинціи, для которой назначенъ половинный окладъ, по 67 копѣекъ съ деньгою съ двора и рубля на томъ основаніи, что она поставляла провіантъ и работниковъ, а съ Азовской губерніи повелѣно было и вовсе не взимать этой подати (по той же причинѣ). Въ докладныхъ пунктахъ Магистратскихъ того же 1723 года сказано: десятую и всякія подати, чтобъ для наилучшаго купечеству способа и въ торгахъ распространенія брать съ оставшаго купечества, съ наличнаго числа годовой окладъ...»²⁸⁶).

Съ другой стороны, необходимость установленія для купцовъ и ремесленниковъ особаго промысловаго налога, совершенно отличнаго отъ подушной подати, высказывается нѣкоторымъ образомъ въ отдѣленіи промысловаго класса отъ другихъ сословій и въ самомъ устройствѣ гильдій и цеховъ. Уже регламентомъ Гла-

этого Магистрата (Янв. 16 1721 года) Петръ В. рѣзкою чертою разграничилъ собственно промысловое сословіе, такъ называемыхъ *регулярныхъ* гражданъ ²⁹⁰⁾ отъ другихъ городскихъ жителей: отъ дворянскаго сословія» — шляхетства, живущаго въ городахъ, или по близости городовъ, въ своихъ деревняхъ и усадьбахъ» — да еще отъ чиновниковъ государственной службы «служителей, у дѣлъ приставленныхъ», духовенства и иностранцевъ. Всѣ эти лица не числились между гражданами. Кромѣ того, отъ промысловаго класса въ тѣсномъ смыслѣ слова отличены наемные работники и чернорабочіе, «которые хотя и почитаются гражданами, но нигдѣ между знатными и регулярными гражданами не счисляются.» — Регулярные граждане раздѣлены на двѣ гильдіи. Къ первой отнесены: банкиры, знатные купцы, имѣющіе большіе отъѣзжіе торги и торгующіе разными товарами въ рядахъ, городскіе доктора, аптекари, лекари, шкиперы, купеческихъ кораблей, мастера золотыхъ и серебряныхъ дѣлъ, иконники, живописцы. Ко второй гильдіи причислены торгующіе мелочными товарами и всякими съѣстными припасами, да еще всѣ ремесленники: рѣпники, токари, столяры, портные, сапожники и другія имъ подобныя лица ²⁹¹⁾. Въ каждой гильдіи повелѣно было выбирать изъ первостатейныхъ гражданъ по вѣсколку человекъ въ старшины; изъ нихъ одинъ назначался въ старосты, и одинъ ему въ товарищи. Поставлено въ обязанность Магистрату совѣтоваться со старостами и старшинами во всѣхъ дѣлахъ, относящихся до пользы гражданъ ²⁹²⁾. Ремесленники, кромѣ того, были раздѣлены на цехи или цуфты, подъ начальствомъ альдерменовъ или старшинъ, избираемыхъ изъ цеховыхъ ремесленниковъ. — При всемъ томъ, хотя гильдейское устройство существовало уже при Петрѣ В., самая гильдейская подать съ купеческихъ и другихъ промысловыхъ капиталовъ еще не была введена и несомнѣнно то, что подушная подать наложена была и на купечество, одновременно съ другими сословіями, ей подлежащими. Изъ указа 1724 г. Сент. 16 ²⁹³⁾ видно, что на содержаніе войска повелѣно было взыскивать съ купечества уже въ 1722 году по 120 копѣекъ съ души; тотъ же окладъ назначался и для разночинцевъ, которые записаны въ цехи и приписаны къ посадамъ, а не положены въ раскладку на полки, кромѣ отставныхъ драгунъ и солдатъ, получившихъ отпуски изъ воинскихъ коллегій и необложенныхъ подушнымъ окладомъ на содержаніе войска. Тоже самое доказывается инструкціею Магистратамъ того же 1724 г. ²⁹⁴⁾, въ которой говорится (п. 20) о взыманіи подушной подати съ гражданъ вообще; гражданами же по регламенту Главнаго Магистрата назывались, какъ мы видѣли выше, торговые и ремесленные люди, причисленные

къ 2-мъ гильдіямъ. Кроме того, прямо сказано въ той же инструкціи (п. 18): «а которые по прежнимъ указамъ съ крестьянъ съ дворового числа и съ купечества сбираны были окладные и запросные денежныя и хлѣбныя доходы: тѣхъ сего 1724 года, *кроме вышеобъявленныхъ подушныхъ денегъ*, также подводъ и работныхъ людей, безъ собственнаго указа изъ Сената не брать. — Все это несомнѣнно удостовѣряетъ насъ, что, независимо отъ десятой денги и другихъ рублевыхъ окладовъ, отъ времени до времени налагаемыхъ на купечество, оно подлежало, наравнѣ съ посадскими, и подушной подати²⁹⁶»).

Внутренняя раскладка налоговъ, вздревле существовавшая въ нашемъ отечествѣ, удержана и относительно подушной подати. О распредѣленіи ея на посадскихъ постановлено было уже указомъ 27 Апр. 1722, что раскладка налога на города и отдѣльныя лица предоставляется самимъ обществамъ податныхъ сословій, которыя принимали въ соображеніе большую или меньшую степень зажиточности плательщиковъ («а имъ верстаться между собою городами по богатству») ²⁹⁷). Такимъ образомъ переписью и установленіемъ величины подушнаго оклада опредѣлялась только общая сумма сбора, слѣдующая ко взысканію съ известной мѣстности по числу ревизскихъ душъ ея промысловаго класса. Тотъ же самый способъ распредѣленія налога былъ принятъ и для купеческаго сословія. Старосты и старшины обязаны были, съ согласія всѣхъ гражданъ, уравнивать подушный сборъ «по разсмотрѣнію каждаго гражданина въ пожиткахъ состоянія, самую сущую правдою безъ лицемѣрія, чтобъ пожиточные и посемейные облегчены, а средніе и бѣдные семьянистыя отягчены не были, дабы въ томъ никому, а наипаче бѣднымъ людямъ, обиды и зависти и сверхъ возможности тягости не было» ²⁹⁷). Если бы Магистратъ замѣтилъ, что имущество нѣкоторыхъ изъ купцовъ значительно увеличилось, а другіе обѣднѣли, то онъ былъ долженъ, если находилъ это полезнымъ для гражданъ, призвать старостъ 2-хъ гильдій и представить имъ причины новаго верстанія. Послѣ совѣщанія старостъ со всѣми гражданами и въ случаѣ согласія послѣднихъ на поверстку, доносилось объ этомъ письменно Магистрату, который и разрѣшалъ произвести уравненіе въ окладѣ гражданъ ²⁹⁸).

Сборъ подушныхъ денегъ порученъ былъ Магистратамъ, а тамъ, гдѣ ихъ не было, бурмистрамъ съ товарищами. Собранныя суммы надлежало доставлять въ Рентерен въ три срока. Для бѣрности сбора переписчики должны были сообщить въ Магистратъ именныя росписи и перечневыя вѣдомости о числѣ податныхъ лицъ. О количествѣ сборовъ, полученныхъ въ губерніяхъ и провинціяхъ и отосланныхъ въ Рентерен, Магистраты или бурмистры обя-

заны были доставлять мѣсячные или годовые рапорты въ Главнѣйшій Магистратъ²⁹⁹). Предписано было каждой гильдіи имѣть особую книгу, скрѣпленную подписомъ всѣхъ членовъ Магистрата, для записыванія повсегодной подушной подати, взимаемой съ гражданъ. Въ этой книгѣ надлежало прежде всего обозначить указъ, которымъ установленъ сборъ, величину всей податной суммы и количество ея, приходящееся на каждаго гражданина, съ подушнаго числа, или по общему уравненію гражданъ между собою, оставляя подъ послѣднею статью пустое мѣсто, для подписки платежа. Въ случаѣ уплаты кѣмъ либо подати сполна или ея части, внесенная сумма записывалась въ книгу подъ именемъ плательщика, который самъ, или его повѣренный, своимъ подписомъ долженъ былъ засвидѣтельствовать уплату. Послѣ этого ему выдавалась росписка, также съ обозначеніемъ, по какому указу, въ какой платежъ, съ какого оклада или расположенія и въ какомъ количествѣ взята съ него податная сумма. Означенныя формальности введены для предупрежденія споровъ и требованія лишнихъ податей съ гражданъ. Сборныя окладныя съ нихъ подати надлежало отдавать или отсылать выборнымъ отъ Магистрата по общему согласію гражданъ, съ запискою въ установленныя книги и со взятіемъ отписей или росписокъ отъ принявшихъ деньги. — Было предписано подушную и другія подати съ гражданъ взыскивать по окладу, или по распоряженію, неослабно, чтобы не было нужды разлагать недоимку на другихъ, къ отягощенію излишними поборами гражданъ, особенно бѣдныхъ. Недоборъ подати по окладу былъ допускаемъ только въ случаѣ явной невозможности вскорѣ выплатить ее по бѣдности, или совершенному разоренію податнаго лица; но и такія недоимки предписывалось современемъ взыскивать по возможности, и записывать въ приходъ. Всѣхъ купеческихъ и ремесленныхъ людей, которые, для уклоненія отъ податей, вышли изъ слободъ подъ какимъ либо предлогомъ въ разные чины и въ крестьянство, повелѣно было возвратитъ изъ тѣхъ мѣстъ и написать въ посадъ и тягло, по прежнему, кромѣ людей, дѣйствительно находящихся въ военной и гражданской службахъ. Строго было запрещено, подъ опасеніемъ жестокой отвѣтственности и значительнаго штрафа, употреблять податныя суммы въ расходъ на какія либо потребности безъ указа. Незаконно издержанныя деньги не только зачитались, но и были доправляемы съ значительною пенею.

Сверхъ окладныхъ подушныхъ денегъ, были устанавливаемы особые временные прямые налоги съ гражданъ указами отъ Правительствующаго Сената. По полученіи о нихъ отъ Магистрата письменнаго сообщенія, старосты, собравъ всѣхъ старшинъ и про-

чихъ гражданъ обязаны были объявить имъ о новой подати и принять тѣже мѣры, для расположенія ея на жителей и взыска- ния съ нихъ установленныхъ суммъ, какія предписаны относитель- ностью подушной подати ³⁰⁰).

Если общій промысловый налогъ на купечество и ремеслен- никовъ и не былъ установленъ при Петрѣ В. и означенныя ли- ца подлежали, независимо отъ взимаемой отъ времени до време- ни десятой деньги, платежу подушной подати, то съ нѣкоторыхъ изъ нихъ кромѣ того взиmались еще особые окладные и слѣдователь- но постоянные сборы. Способъ распредѣленія ихъ неизвѣстенъ, но, по всей вѣроятности, они были платимы за самое право занима- ться извѣстною вѣтвью промышленности. Изъ таблицы окладныхъ и неокладныхъ сборовъ 1724 года ³⁰¹) мы видимъ, что поголо- вная подать съ мастеровыхъ и рабочихъ людей, съ лавочныхъ сидѣльцевъ и разнощиковъ, обложенныхъ оброкомъ, установлен- ная въ 1705 г., была въ это время отмѣнена ³⁰²); но оставлены сборы: съ торговыхъ бань, съ рыбныхъ ловель, съ мельницъ, съ постоянныхъ дворовъ, съ лавокъ, съ кузницъ, съ харчевенъ, съ жироваго откупа и съ продажи свѣчъ, съ продажи виноградъ, арбузовъ, яблоковъ, огурцовъ, орѣховъ и прочихъ огородныхъ овощей, съ квасныхъ и сусленыхъ промысловъ ³⁰³), съ воско- бойнъ ³⁰⁴), съ дегтя, съ кожевеннаго и мыльнаго промысловъ, съ стеклянныхъ заводовъ, и съ найма извозчиковъ (10-я доля). Нѣ- которые изъ нихъ доставляли весьма значительный для тогдѣшняго времени доходъ; напр. съ рыбныхъ ловель получалось 89,197 руб., съ мельницъ 73, 261 руб., съ лавокъ, полковъ, ку- зницъ и харчевенъ 47,344 руб. Кромѣ того, указомъ 1724 года 12 Авг. отмѣнена подать съ пчеловодства, приносящая до 29,110 рублей ³⁰⁵).

Обратимъ вниманіе на постановленія о подушной подати, из- данные при преемникахъ Петра В.

Всѣ лица промысловаго сословія, не исключая высшихъ его разрядовъ, должны были, по постановленіямъ Петра В., какъ мы видѣли, подлежать подушному налогу. Изъ Регламента Главнаго Магистрата 1721 года и Инструкціи Магистратамъ (19 Ноябр. 1724 г.) видно, что гости и гостиная сотня не пользовались ни- какимъ особымъ въ этомъ отношеніи преимуществомъ. Они та- кже были отнесены къ гильдіямъ и подвергались всѣмъ гильдей- скимъ обязанностямъ. Въ 15 п. Инструкціи Магистратамъ сказано: «*между гражданами учинить раздѣленіе на три части (3-ю соста- вляли всѣ подлые люди, т. е. наемные работники и чернорабочіе), не выключая гостей и гостиную сотню, жительство въ томъ горо- дѣ имѣющихъ, которые двумя гильдіями называтися имѣютъ.*» —

Но, по всей вѣроятности, гости и гостиная сотня нерѣдко или вовсе уклонялись отъ подушнаго оклада, или, по крайней мѣрѣ, производили особую раскладку податей между собою, отдѣльно отъ другихъ городскихъ промысловыхъ сословій. Поэтому указомъ Петра II 1728 г. Юня 30 было повелѣно: «гостямъ и гостиной сотнѣ быть въ подушномъ окладѣ во всѣхъ городахъ на ряду съ прочими посадскими и верстаться по богатству общѣ, а не особливо, такъ какъ прежде было опредѣлено въ Москвѣ, чтобъ одни предъ другими не были отягчены или облегчены.» Въ случаѣ несогласія гостей и гостиной сотни на совокупную раскладку подати съ прочимъ купечествомъ, губернаторы и воеводы имѣли право принудить ихъ къ тому силою. Ратуши обязаны были съ тѣхъ гостей или лицъ, принадлежавшихъ къ гостиной сотнѣ, которые не платили съ 1723 года податей по окладамъ, вмѣстѣ съ другими промышленниками, взыскать не внесенныя ими суммы, чтобы недоимка не послужила къ обремененію прочаго купечества³⁰⁶). Мы находимъ такимъ образомъ, что указъ 1728 г. не налагалъ въ первый разъ подушную подать на гостей и гостиную сотню; но служилъ только поясненіемъ и подтвержденіемъ прежнихъ постановленій, изданныхъ при Петрѣ В. — Императрица Елисавета Петровна обложила въ 1745 году подушною податю, наравнѣ съ прочими цеховыми и купцами, и церковнослужителей, записавшихся добровольно въ купечество и цехи³⁰⁷).

ГЛАВА IV.

О ПОДАТИ СО СВИДѢТЕЛЬСТВЪ НА ТОРГОВНЮ И ПРОМЫСЛЫ
СЪ 1775 Г. ДО НОВѢЙШАГО ВРЕМЕНИ.

Гильдейскій сборъ, какъ налогъ съ объявляемаго капитала, взимаемый съ купечества, фабрикантовъ и заводчиковъ, за исключеніемъ мѣщанъ и цеховыхъ, занимающихся ручною работою или употреблявшихъ въ своемъ промыслѣ весьма незначительный капиталъ, — въ первоначальномъ своемъ начертаніи установленъ Императрицею Екатериною II-ю манифестомъ 1775 г. Марта 17,

изданнымъ по поводу заключенія мира съ Турціею³⁰⁸). Но изъ этого самаго законодательнаго памятника и изъ другихъ предшествовавшихъ ему указовъ мы можемъ усмотрѣть, что и прежде означеннаго года существовали при Императрицѣ Екатеринѣ II-й нѣкоторыя частныя промысловыя подати, отчасти ею введенныя, отчасти сохранившіяся отъ прежняго времени и падшія на ту или другую вѣтвь технического производства, или даже на цѣлыя его классы, такимъ образомъ, что иногда налогъ былъ взимаемъ по величинѣ капитала, иногда по количеству доставляемыхъ имъ доходовъ. Впрочемъ такія подати не были общими не только для всего промысловаго сословія, но даже и для большей части его; притомъ же онѣ были взимаемы въ видѣ дополнительныхъ налоговъ, такъ какъ купцы, фабриканты и заводчики, по прежнему подлежали подушной подати. Иногда онѣ были временными налогами, взимаемыми по поводу чрезвычайныхъ обстоятельствъ. Манифестъ 1775 года въ первыхъ своихъ статьяхъ (11 — 36) опредѣляетъ уничтоженіе всѣхъ этихъ частныхъ промысловыхъ податей, которыя съ того времени замѣняются общемо гильдейскою податью съ капиталовъ. Отмѣненныя подати были слѣдующія:

1) Подать съ фабричныхъ становъ и съ употребляемаго на фабрикахъ и заводахъ капитала. Она была введена въ 1763 году³⁰⁹). Было постановлено: съ фабрикъ и заводовъ, состоящихъ въ вѣдомствѣ Мануфактуръ-Коллегіи и имѣющихъ станы, взимать, начиная съ 1764 года, съ cadaго стана по одному рублю, а на прочія фабрики, гдѣ становъ нѣтъ, наложить на употребляемый при ихъ производствѣ капиталъ по одному проценту. За тѣмъ было дозволено всѣмъ фабрикантамъ заводить ткацкіе станы, въ такомъ числѣ, въ какомъ они пожелаютъ, съ тѣмъ только, чтобъ каждый изъ нихъ предварительно объявлялъ о своемъ желаніи и числѣ становъ въ Мануфактуръ-Коллегіи и уплачивалъ впередъ за цѣлый годъ подать, наложенную на фабричныя станы. Квитанція, выдаваемая въ полученіи податной суммы, въ день самаго ея взноса, должна была служить фабриканту, въ теченіе цѣлаго года, вмѣсто дозволеннаго указа на право фабричнаго производства³¹⁰). По всей вѣроятности, процентный налогъ съ капиталовъ казался фабрикантамъ болѣе обременительнымъ, сравнительно съ налогомъ на станы, потому что мы видимъ стараніе заводчиковъ уклониться отъ перваго и замѣнить его послѣднимъ. Такъ въ 1772 г. Архангельскіе купцы и канатные заводчики просили, чтобы съ ихъ заводовъ была взимаема подать, по узаконенію 1763 года, со становъ, а не процентная съ капитала, на томъ основаніи, что товары на канатныхъ заводахъ производятся, на подобіе ткачества, на станахъ. Однакожъ Мануфактуръ - Коллегія нашла такое при-

тязаніе неосновательнымъ и опредѣлила брать налогъ не со становъ, а по прежнему исчисленію, такъ какъ въ законѣ подъ станами должны быть подразумѣваемы тѣ изъ нихъ, на которыхъ ткутся какія либо матеріи и работа производится дѣйствительнымъ ткачествомъ, а не пряжею и сученіемъ, какъ на канатныхъ заводахъ, гдѣ станы назначены не для ткачества, но «для подручи́йшаго дѣланія сихъ вещей потребными инструментами или машинами»³¹¹⁾. Когда, по случаю чрезвычайныхъ потребностей, являлась необходимость увеличить государственные доходы, то Правительство, съ возвышеніемъ другихъ податей, взимало дополнительный налогъ и со становъ. Это мы видимъ во время Турецкой войны въ 1770 г. Правительство замѣтивъ, что купцы, фабриканты и заводчики не только не участвовали, соотвѣтственно доходамъ, получаемымъ ими отъ промысловъ, въ чрезвычайныхъ тягостяхъ, наложенныхъ на другія сословія, для общей обороны и безопасности, но еще находили новые способы къ увеличенію своего имущества, вслѣдствіе умножающихся, по случаю войны, подрядовъ и другихъ промысловъ, — постановило взимать, для уравнианія въ платежѣ податей, съ 1 Января 1770 г., ежегодно во все продолженіе войны, сверхъ обыкновенныхъ налоговъ, чрезвычайныя подати: а) со всего купечества, съ каждой души, сверхъ прежняго сорока-алтыннаго оклада, по 80 коп. б) съ фабрикъ, состоящихъ въ вѣдомствѣ Мануфактуръ — Коллегіи и Мануфактуръ — Конторы, на которыхъ работа производится ткачествомъ, — съ каждаго стана по одному рублю; в) съ такихъ, гдѣ нѣтъ ткачества, по одному проценту съ капитала, употребляемаго на производствѣ товаровъ³¹²⁾. Подать со становъ и процентная, равнымъ образомъ дополнительная подушная уничтожены Манифестомъ 1775 г. Марта 17. (п. 11). Въ томъ же законодательномъ памятникѣ упоминается о слѣдующихъ промысловыхъ податяхъ, введенныхъ на время войны.

2) Положено было взимать: съ желѣзныхъ заводовъ, состоявшихъ въ вѣдомствѣ Бергъ — Коллегіи съ каждой домны (доменная печь) по 100 рублей, а съ выплавляемаго чугуна съ пуда по 4 коп.

3) Съ мѣдныхъ заводовъ, подвѣдомственныхъ Бергъ — Коллегіи, съ каждой печки взималось по 5 рублей въ годъ, а съ металла, вырабатываемаго въ теченіе года изъ выплавливаемаго мѣди, — натурою десятей пудъ.

4) Съ минеральныхъ заводовъ вѣдомства Бергъ — Коллегіи, съ количества добычи, сверхъ прежней десятины, десятую же долю. Всѣ этѣ новыя подати распространялись на всѣ фабрики и заводы, не исключая и казенныхъ. Никакія увольненія и льго-

ты, въ томъ числѣ и предоставляемыя вновь устроиваемымъ фабрикамъ и заводамъ, какъ относящіяся только до платежа обыкновенной подати, не допускались при чрезвычайныхъ налогахъ. Но собираніе ихъ должно было прекратиться съ заключеніемъ мира съ Турціею. Они дѣйствительно и отмѣнены манифестомъ 1775 года Марта 17 (п. 10).

Въ Финляндіи указомъ 1765 года Авг. 1 были установлены промысловыя подати:

5) Съ дѣсныхъ промысловъ: съ сиженія смолы, въ видѣ оброка, осьмая бочка, за вычетомъ проторей; отъ жженія угля — осьмая часть; то же съ дранія березовой коры; съ рубки топорныхъ досокъ и планковъ — 12 часть.

6) При рыбныхъ ловляхъ одна третья часть двухъ годовоі ловли была принимаема за ловлю одного года; съ нея взималась въ оброкъ $\frac{1}{4}$ часть. Съ каждаго тюленя отъ 4 — 5 фунтовъ сала въ годъ; съ звѣриной ловли также $\frac{1}{4}$ часть всей прибыли была обращена въ казну, въ видѣ оброка.

7) Съ хмелевыхъ садовъ положено брать въ казну $\frac{1}{4}$ часть прибыли, ими приносимой.

8) Съ пильныхъ мельницъ оброкъ равнялся $\frac{1}{12}$ долѣ всего количества досокъ, дозволеннаго къ распиловкѣ.

9) Съ мучныхъ мельницъ была взимаема въ казну $\frac{1}{4}$ прибыли, за вычетомъ доказанныхъ расходовъ заводчика.

10) Со жженія извести подать равнялась $\frac{1}{4}$ части прибыли.

11) Съ кирпичныхъ заводовъ взималась въ оброкъ $\frac{1}{10}$ дол., за вычетомъ расходовъ ³¹²).

Кромѣ того, упоминается въ Манифестѣ 1775 года объ уничтоженіи слѣдующихъ промысловыхъ податей:

12) Съ воскобойнаго промысла (п. 26).

13) Съ кожевенныхъ промысловъ (п. 27).

14) Съ красильнаго промысла (п. 25).

15) Съ салотопень (п. 31).

16) Съ кузницъ серебряныхъ вещей въ Верхотурѣ (п. 18).

17) Съ точильнаго брусянаго камня въ Илимскѣ (п. 19).

18) Съ бортеваго или пчелинаго угодья (п. 21).

19) Съ квасныхъ кадей (п. 22).

20) Съ соляныхъ варницъ вольнопромышленниковъ (п. 23).

21) Съ звѣриныхъ и птичьихъ промысловъ (п. 29).

22) Съ масличнаго промысла (п. 30).

23) Съ хмелеваго и солодовеннаго промысловъ (п. 32).

24) Съ разныхъ промысловыхъ и другихъ зданій: съ амбаровъ, амшениковъ, кирпичныхъ сараевъ, съ шалашей, съ балагановъ, съ харчевень, съ скамей, съ полковъ, съ кузницъ, съ

постоялыхъ дворовъ, съ уметовъ, зимовей, съ бритовныхъ избъ, съ избъ, отдаваемыхъ во время ярмарокъ и съ юртовъ (п. 32). и наконецъ:

25) Съ владѣльческихъ мельницъ (п. 36).

Въ замѣнъ всѣхъ частныхъ промысловыхъ податей, Екатерина II-я ввела единообразный процентный сборъ съ купцевъ и другихъ промышленниковъ съ объявляемаго ими капитала. Купечество было раздѣлено на 3 гильдіи и, будучи свободно отъ подушнаго оклада, обязывалось платить ежегодно по одному проценту съ объявляемаго имъ по совѣсти капитала. Записываться въ гильдію и носить званіе купца могли только тѣ лица, которыя объявили капитала не менѣе 500 рублей; не имѣвшіе столько лишались права называться купцами и должны были переименованы въ мѣщане. Равнымъ образомъ купцы, имѣвшіе капитала и свыше 500 руб., но слѣлавшіеся банкротами, также были записываемы въ мѣщане. Эти послѣдніе должны были подлежать, по прежнему, подушной подати²¹⁴). Въ указѣ 25 Мая 1775 года точно обозначены капиталы, ниже которыхъ не могли объявить купцы, записывающіеся въ ту или другую гильдію. Объявившіе капитала отъ 500 — 1000 руб. должны были записываться въ третью гильдію; отъ 1000 — 10000, во 2-ю; показавшіе же капиталъ выше 10000 были помѣщаемы въ первую гильдію. Объявленіе высшаго капитала предоставлялось на волю и совѣсть каждаго. Поэтому запрещено было принимать какіе либо доносы объ утайкѣ капитала или производить слѣдствія по сему предмету. За неотдѣленныхъ дѣтей своихъ купцы не обязаны были платить подать; но купеческіе дѣти, отдѣлившіеся отъ своихъ родителей, или раздѣлившіеся между собою, должны были платить гильдейскую подать каждый за себя. Вдовы, продолжающія купеческой промыселъ своихъ мужей или объявившія свой собственный капиталъ, платили подати наравнѣ съ купцами. Купцы, имѣющіе однѣ фабрики и заводы, безъ особенныхъ лавочныхъ торговъ и промысловъ, не подвергались платежу подати съ торговыхъ капиталовъ, но должны вносить только сборъ, положенный на фабрики и заводы; ежели же имѣли, сверхъ фабрикъ и заводовъ, особые торги и производили мелочную продажу своихъ фабричныхъ товаровъ, то, сверхъ означеннаго сбора, должны платить и подать съ капитала, объявленнаго по торговлѣ. Въ обоихъ случаяхъ повелѣно было верстать и записывать фабрикантовъ и заводчиковъ въ гильдіи купеческія или въ мѣщане, по мѣрѣ вышеозначенныхъ степеней платежа въ казну каждымъ съ фабрикъ, заводовъ и съ торговаго капитала²¹⁵). Отлучившимся по паспортамъ въ дальнія стороны, въ особенности заболѣвшимъ тамъ

купцамъ, было позволено, для объявленія по совѣсти своихъ капиталовъ, посылать къ другимъ лицамъ, на которыхъ они могли положиться, вѣрющія письма, съ написаніемъ въ нихъ своихъ капиталовъ и съ указнымъ свидѣтельствомъ ³¹⁶). Въ слѣдующемъ 1776 году было постановлено: 1) чтобы въ самыхъ объявленіяхъ, подаваемыхъ купцами о своихъ капиталахъ, обозначено было число душъ мужескаго пола, состоящихъ въ нераздѣльномъ семействѣ при одномъ капиталѣ; 2) дѣти, оставшіеся послѣ смерти отцовъ или матерей своихъ, хотя бы жили нераздѣльно между собою и съ своими дядями, дѣдами и прадѣдами, не могутъ оставаться при одномъ купеческомъ капиталѣ, но каждый должевъ объявить особый капиталъ, или записаться въ мѣщане. 3) Съ купцовъ и заводчиковъ, не бывшихъ прежде въ подушномъ окладѣ, и, кромѣ фабричнаго и заводскаго производства, незанимающихся никакими лавочными торгами, положено не взыскивать подати съ капиталовъ, взимаемой съ купцовъ, но собирать одинъ налогъ съ фабрикъ и заводовъ. Фабрикантовъ же и заводчиковъ, подлежавшихъ прежде подушному окладу, хотя бы они не производили никакихъ торговъ, а имѣли только фабрики и заводы, повелѣно не освобождать отъ податей, платимыхъ купцами или мѣщанами. 3) Магистраты или Ратуши, при полученіи процентовъ съ объявляемыхъ купцами капиталовъ, обязаны были выдавать каждому особый билетъ въ удостовѣреніе взысканія установленной подати. 4) Для объявленія капиталовъ въ городскихъ магистратахъ ³¹⁷) назначенъ былъ срокъ съ 1 Декаб. по 1 Января, что подтверждено въ послѣдствіи въ 1781 ³¹⁸). Объявленные капиталы надлежало представлять для контроля въ губернской магистратъ и казенную палату. 5) Для платежа гильдейской подати установлены два срока, за первую половину года: съ начала Января по 1 число Марта, а за вторую, съ Октября по 15-е число Декабря; 6) предписано было: процентный сборъ показывать особою статьею въ вѣдомостяхъ, посылаемыхъ въ Экспедицію о государственныхъ доходахъ, не смѣшивая съ другими сборами, «такъ какъ онъ есть родъ новаго сбора и совѣмъ особый отъ прочихъ доходовъ» ³¹⁹).

Однопроцентная подать съ купеческихъ капиталовъ распространялась на всѣхъ торгующихъ, безъ различія ихъ вѣроисповѣданія. Относительно же времени ея взиманія, найдено было въ 1781 году болѣе удобнымъ: взыскивать капитальную подать съ купцевъ, отпускаемыхъ съ годовыми паспортами, при самой выдачѣ ихъ, за все то время, на которое паспортъ данъ; въ другихъ же случаяхъ назначенъ для полученія налога Декабрь мѣсяць, какъ самое лучшее время, «ибо тутъ большею частію купечество,

по окончаніи лѣтныхъ ярманокъ, въ приморскихъ особливо городахъ и по закрытіи мореплаванія, возвращаются въ дома; у торгующихъ же внутри государства производятся закупки для портовъ всякихъ товаровъ, выпускаемыхъ внѣ государства»³²⁰). Купцы, поступившіе въ канцелярскіе служители и на этой должности получавшіе жалованье, если въ тоже время занимались и торговлею, обязаны были платить съ своихъ капиталовъ положенную подать³²¹). Сила манифеста 17 Марта 1775 г., относительно взиманія однопроцентной подати съ купеческихъ капиталовъ, по совѣсти объявляемыхъ, распространена въ 1783 году на малороссійскія губерніи, слободскоукраинскую, бѣлорусскія, остзейскія и выборгскую губерніи. Размѣръ капиталовъ, которые надлежало объявлять по гильдіямъ, оставленъ тотъ же, какъ и въ другихъ мѣстахъ Имперіи. Мѣщане въ означенныхъ губерніяхъ также подлежали подушному налогу, именно: съ каждой души мужескаго пола по рублю двадцати копѣекъ³²²).

Въ такомъ видѣ находилось наше законодательство о гильдейской подати до изданія въ 1785 году Апр. 21 грамоты на права и выгоды городамъ Россійской Имперіи. Этотъ важнѣйшій законодательный памятникъ Екатерины II-й имѣлъ цѣлю съ одной стороны, подтвердить права и преимущества городского состоянія, предоставленныя ему на основаніи прежнихъ узаконеній, съ другой, даровать ему новыя, сообразныя съ духомъ и требованіями времени, права и преимущества. Разсматривая финансовое значеніе грамоты 1785 г., мы находимъ такимъ образомъ въ ней много общаго съ прежними законодательными постановленіями. Мѣщане и цеховые (послѣдніе, если не объявили капиталовъ и не считались по нимъ въ гильдіяхъ), по прежнему подлежали подушной подати. Объявленіе капиталовъ также было предоставлено на совѣсть каждаго; не велѣно, какъ и прежде, принимать никакихъ доносовъ объ ихъ утайкѣ или производить по этому предмету какое либо слѣдствіе. Равнымъ образомъ срокъ для записки въ гильдіи и платежа гильдейской подати и величина ея остались тѣже³²³). Но размѣръ объявляемыхъ капиталовъ измѣненъ. Для того, чтобъ получить права купца 1-й гильдіи, надлежало объявить капиталъ 10,000 — 50,000; во второй гильдіи долженъ быть объявленъ капиталъ 5,000 — 10,000, въ 3-й 1,000 — 5,000³²⁴). Для поощренія къ показанію капиталовъ выше тѣхъ, ниже которыхъ не позволялось объявлять, постановлено, что во всѣхъ гильдіяхъ объявившему болѣе капитала дается преимущество предъ тѣмъ, кто объявитъ капитала менѣе³²⁵). Временемъ для расчисленія гильдій по капиталамъ, и слѣдовательно для подтвержденія или измѣненія размѣровъ, въ которыхъ прежде были объя-

вляемы гильдейскіе капиталы, назначено производство общей переписи въ государствѣ.

Постановленія, изданныя, послѣ обнаруженія жалованной грамоты городамъ, до новѣйшаго времени, имѣли въ виду отчасти: 1) подтвержденіе ея постановленій и прежнихъ указовъ, отчасти 2) ихъ поясненіе и 3) дополненіе, наконецъ 4) установленіе болѣе значительныхъ капиталовъ, для объявленія по гильдіямъ, и возвышеніе самаго гильдейскаго налога.

1) Именнымъ указомъ 1790 года Мая 15 было подтверждено, чтобы при записываніи купцовъ въ гильдіи, объявленіе отъ нихъ капитала было предоставлено на ихъ совѣсть. Никакіе доносы объ утайкѣ капиталовъ не могли быть допускаемы, на основаніи жалованной грамоты городамъ³²⁰). Въ подтвержденіе 93 ст. городского положенія, постановлено было (ук. 1796 г. Янв. 19)³²¹), чтобы желающіе записывались въ купечество, мѣщане и гости, одновременно, а не въ теченіе цѣлаго года. Предписано было въ 1799 г. (Юля 27, въ подтвержденіе указа 1781 Ноября 16)³²²) доставлять въ казенныя палаты изъ магистратовъ и градскихъ Думъ вѣрныя свѣдѣнія о купеческихъ капиталахъ и всѣхъ гильдейскихъ купцахъ³²³). Предписаніе было повторено въ послѣдствіи, въ 1816 году, вмѣстѣ съ повелѣніемъ взимать процентный сборъ съ купечества при самомъ объявленіи капиталовъ, такъ какъ, не смотря на мѣры принятыя правительствомъ³²⁰), подать гильдейская, по донесенію министра финансовъ, поступала медленно и въ неопредѣленные сроки³²¹).

Правила, опредѣленные городовымъ положеніемъ и предшествовавшими узаконеніями, относительно тѣхъ лицъ, которыя имѣли право записываться въ одномъ семейномъ капиталѣ, не всегда были въ точности выполняемы. Найдено было, что многіе мѣщане записывались въ гильдіи, для избѣжанія рекрутской повинности, болѣе чимъ душъ, нежели какое назначено Городовымъ Положеніемъ. Не только отецъ съ дѣтьми и внучатами, но братья съ племянниками, даже двоюродные братья числились въ одномъ семейномъ капиталѣ. Такимъ образомъ поступали не только записывающіеся вновь, но и постоянно остающіеся въ купечествѣ, такъ что составлялись семейства отъ 5 до 8 человекъ, причисленныхъ къ одному капиталу, но живущихъ между собою въ раздѣлѣ, особыми домами, и производящихъ промыслы отдѣльно. Все это дѣлалось для уклоненія отъ платежа подати съ капитала. Означенныя злоупотребленія вызвали подтвердительный указъ 1809 г. Февр. 28³²²), которымъ постановлено слѣдующее: 1) записываются въ гильдію въ одинъ капиталъ отецъ или мать вдова съ неотдѣленными дѣтьми (сыновьями и дочерьми дѣвками); братья же и племян-

ники не могутъ состоять въ одномъ капиталѣ, но должны съ своими дѣтьми объявить особый. 2) Сынь или дочь (дѣвица или замужняя), получившіе отъ отца, при жизни его, капиталъ, не могутъ по оному сообщить гильдейскаго права прочимъ братьямъ и сестрамъ, а дочь замужняя мужу своему, кромѣ дѣтей законно-прижитыхъ. 3) Послѣ смерти купца, неотдѣленные, состоящіе въ гильдейскомъ спискѣ, дѣти его, уплативъ процентныя единовременныя деньги ³³³), могутъ всѣ пользоваться гильдейскимъ правомъ по одному капиталу, доколѣ вносятъ ежегодную подать. 4) Неотдѣленный купеческій сынъ, если благопріобрѣтетъ для себя свой собственный капиталъ, можетъ объявить его особо. 5) Сынъ мѣщанина или поселянина, неотдѣленный отъ отца, пріобрѣтши капиталъ и записавшись въ гильдію, не можетъ включить въ гильдейскій списокъ и сообщить гильдейское право отцу, дядѣ, брату и племяннику, хотя бы въ мѣщанствѣ принадлежалъ къ ихъ семейству. 6) Мѣщане и поселяне, на семействахъ конхъ лежитъ рекрутская повинность, не могутъ быть записаны въ гильдію, не выполнивъ ее. Послѣднее постановленіе было подтверждено и въ послѣдствіи, въ 1824 году ³³⁴), когда лицамъ, перечисленнымъ отъ семейныхъ капиталовъ въ мѣщанство, было дозволено переходить въ купеческое званіе не иначе, какъ удовлетворивъ повинностямъ по мѣщанскому званію и съ соблюденіемъ установленныхъ на то правилъ. Тѣмъ же, вышеприведеннымъ указомъ 1809 г. Февр. 28 (въ подтвержденіе изданнаго въ 1781 г. Марта 10) ³³⁵), для устраненія недоимокъ при сборѣ гильдейской подати, повелѣно было, на случай отлучки купцовъ въ другіе города и губерніи, выдавать имъ паспорта со взысканіемъ процентныхъ денегъ съ объявленнаго ими капитала за всѣ годы, на которые данъ паспортъ, причемъ запрещалось принимать поручительства въ исправности платежа, прежде допускаемыя. Это было снова подтверждено въ 1820 году ³³⁶), когда правительство изыскивало средства къ отвращенію недоимокъ по сбору съ купеческихъ капиталовъ.

2) Въ разсматриваемый нами періодъ времени издашы были нѣкоторыя (впрочемъ весьма немногія) узаконенія, имѣвшія цѣлю поясненіе разныхъ статей Городоваго Положенія. Такъ, по вопросу объ обложеніи иногородныхъ купцовъ, было опредѣлено въ 1785 году ³³⁷), что они должны платить подать не вдвойнѣ, но въ одномъ мѣстѣ, именно тамъ, гдѣ они записаны въ гильдію. Это предписаніе вновь высказано въ указѣ 1796 г. ³³⁸), которымъ запрещалось взыскивать съ иногородныхъ гостей проценты съ капитала, объявленнаго ими въ томъ городѣ, гдѣ они въ купечество причислены. Подобнымъ образомъ указъ 1808 г. ³³⁹), ка-

сающіеся взиманія гильдейской подати съ иностранцевъ (прежде состоявшихъ въ гильдіяхъ, и, по принятіи ими подданства, записанныхъ въ число русскихъ купцовъ), объяснилъ 93-ю статью Городоваго Положенія, — по которой взносъ подати съ капиталовъ долженъ производиться въ Декабрѣ на слѣдующій годъ, — сравнительно со словами указа 17 Мая 1807, которыми предписывалось: «иностранцевъ, состоящихъ въ гильдіяхъ, по приведеніи на подданство къ присягѣ, записывать по надлежащему въ число вѣрныхъ подданныхъ російскихъ купцовъ со взятіемъ съ нихъ того года слѣдующихъ въ казну съ капиталовъ ихъ взносовъ» и на основаніи которыхъ иностранцы, по видимому, должны были подвергаться платежу двойной гильдейской пошлины. Постановлено было: не взимать съ нихъ подати вдвойнѣ за одинъ и тотъ же годъ, но «изъ сдѣланнаго уже впередъ за годъ вноса не вычитать за то время, пока иностранецъ учинитъ присягу, оставляя счетъ повинностей полными годами.» Въ 1823 году ³⁴⁰⁾ объяснено (на основаніи указа 1807 г.) ³⁴¹⁾ различіе семейнаго капитала отъ товарищества, основаннаго подъ общемою фирмою, относительно платежа гильдейской подати. По общему правилу каждый изъ товарищей долженъ быть записанъ въ равную гильдію и платить соотвѣтствующую подать; но отецъ съ сыномъ или внукомъ по сынѣ и братъ съ роднымъ братомъ могутъ открыть торговый домъ такъ, что одинъ старшій платитъ гильдейскую подать; прочіе же родственники могутъ быть товарищами въ такомъ только случаѣ, если каждый запишется въ равную гильдію съ платежемъ соотвѣтствующей подати.

3) Слѣдующія дополненія и измѣненія заключаются въ законахъ о гильдейской подати (о подати со свидѣтельствъ на торговлю и промыслы), изданныхъ послѣ 1785 года Апр. 21.

Указомъ 1793 г. Окт. 3 ³⁴²⁾ повелѣно съ ремесленниковъ, записанныхъ въ купечество, взимать подати по обоимъ состояніямъ. Равнымъ образомъ поставлено въ обязанность купцамъ и мѣщанамъ, пользующимся крестьянскими землями, платить подати по обоимъ состояніямъ, до тѣхъ поръ, пока они будутъ владѣть этими землями. Такое взысканіе съ нихъ назначено потому, что «они при выгодахъ по купечеству и мѣщанству, имъ опредѣленныхъ, пользуются и землями крестьянскими, въ разсужденіи чего, по всей справедливости, обязаны платить и подати крестьянскія» ³⁴³⁾. Это было подтверждено указомъ 1804 года ³⁴⁴⁾, которымъ запрещалось купцовъ и мѣщанъ, живущихъ въ казенныхъ селеніяхъ, приуждать къ переселенію въ города. Но оставаясь, по желанію своему, на прежнихъ своихъ жилищахъ и пользуясь чрезъ то въ годами двухъ состояній, они должны были платить и исправлять

всѣ подати и повинности, по обоимъ состояніямъ, исключая рекрутскаго набора. Новое подтвержденіе о вносѣ купцами, водворившимися въ казенныхъ или помѣщичьихъ селеніяхъ, податей по обоимъ состояніямъ было сдѣлано въ 1822 году ³⁴⁶) и въ 1823 годахъ ³⁴⁶). Относительно времени взиманія съ купцовъ и мѣщанъ, водворившихся въ казенныхъ селеніяхъ, податей по крестьянскому званію, предписано въ 1824 г. ³⁴⁷) «взыскивать съ начала той половины года, въ которую они перейдутъ въ казенное село и продолжать взысканіе по окончаніи той половины года, въ которую выселятся обратно въ города.»

Съ Евреевъ въ мѣстахъ, гдѣ имъ дозволено заниматься купеческими и мѣщанскими промыслами, именно въ губерніяхъ: минской, изяславской, брацлавской, полоцкой, могилевской, кievской, черниговской, новгород — сѣверской, екатеринославской и въ области таврической, постановлено было собирать, съ 1-го Іюля 1795 г., подати вдвое противъ тѣхъ, которыя назначены съ мѣщанъ и купцовъ христіанскаго закона разныхъ исповѣданій. Не желающіе подвергнуться налогу имѣли право, по уплатѣ трехлѣтней двойной подати, выѣхать изъ Имперіи ³⁴⁸). Это было подтверждено въ 1797 г. ³⁴⁹). Такимъ образомъ означеннымъ постановленіемъ законодательство наше уклонилось отъ правила, высказаннаго въ указѣ 1781 года Марта 10: ³⁵⁰) «въ разсужденіи платежа узаконеннаго для купечества одного процента съ капиталовъ, исповѣданіе торгующихъ не долженствуетъ служить поводомъ ни къ какому различію: слѣдовательно, кто бы какого закона ни былъ, ни больше ни меньше установленнаго платить не обязанъ.» Впрочемъ различіе между купцами христіанскими и евреями, относительно платежа гильдейской подати, вскорѣ было уничтожено, именно въ 1807 г. ³⁵¹), когда размѣръ объявляемыхъ капиталовъ былъ измѣненъ для тѣхъ и другихъ и когда вмѣстѣ съ тѣмъ было постановлено, что евреи въ тѣхъ губерніяхъ, гдѣ торгъ и водвореніе имъ позволены, вмѣсто процентнаго двойнаго оклада, платятъ одинакій, наравнѣ со всѣмъ купечествомъ.

Взиманіе однопроцентной подати съ объявляемаго капитала распространено: а) въ 1799 г. (Октяб. 28) на записывающихся въ купечество Армянъ дербентскихъ и маскурскихъ ³⁵²), Армянъ Григоріополя ³⁵³) и Стараго Крыма ³⁵⁴); всѣ они впрочемъ подвергались налогу только по истеченіи льготныхъ лѣтъ, начиная съ 1799 г. Мѣщане и цеховые должны были платить по 2 руб. съ двора; б) въ 1808 г. ³⁵⁵) на вновь приобрѣтенную бѣлостокскую область, подобно губерніямъ гродненской и виленской; в) въ 1825 г. на Персіанъ и другихъ Азіатцевъ, торгующихъ въ Рос-

сія, которые подвергались процентной подати, наравнѣ съ русскими подданными³⁶⁶⁾.

Указами 1823³⁶⁷⁾ и 1824 годовъ³⁶⁸⁾, предписано: первымъ, оставлять въ купеческомъ званіи купцовъ, выписанныхъ въ мѣщане, если они, по уважительнымъ причинамъ, не успѣли объявить капиталовъ своихъ въ узаконенный срокъ, а вторымъ, дозволить имъ объявить свои капиталы въ теченіе первой трети слѣдующаго года.

Купцы, вступающіе въ подряды и поставки, обязаны были платить гильдейскую подать соразмѣрно суммѣ, на которую подрядъ за ними состоялся³⁶⁹⁾.

Съ учрежденіемъ министерства финансовъ главное наблюденіе за собираніемъ гильдейской подати съ капиталовъ было вѣрено департаменту разныхъ податей и сборовъ, именно первому его отдѣленію³⁷⁰⁾.

4) Способность фабрикантовъ, купцовъ и другихъ имъ подобныхъ промышленниковъ къ платежу подати тѣмъ болѣе казалась очевидною для правительства, что эти лица всегда имѣли возможность переложить если не весь налогъ, на нихъ назначаемый, то по крайней мѣрѣ часть его, на покупателей своихъ товаровъ. Самое взиманіе капитальной подати не представляло никакихъ затрудненій и не было соединено съ особенными издержками. Поэтому правительство время отъ времени, особенно при затруднительныхъ финансовыхъ обстоятельствахъ, обращалось или къ увеличенію размѣра капиталовъ, которые подлежало объявлять по гильдіямъ, или вмѣстѣ съ тѣмъ взимало дополнительный налогъ съ самыхъ капиталовъ. Въ послѣдствіи величина процентной подати мало по малу значительно увеличена и осталась постоянной. Такъ уже въ 1794 году повелѣно было, въ пособіе необходимо нужнымъ государственнымъ издержкамъ, собрать съ купечества, записаннаго въ гильдіяхъ, одновременно по одному со ста съ объявленныхъ до этого времени по совѣсти капиталовъ. Вмѣстѣ съ тѣмъ, съ окончаніемъ новой переписи³⁷¹⁾ и для приведенія гильдейской подати въ соразмѣрность съ прочими, вновь установленными податями, найдено необходимымъ считать въ купечествѣ третьей гильдіи объявившихъ капиталъ отъ 2000 — 8000, во 2-й гильдіи отъ 8000 до 16,000 и въ 1-й гильдіи отъ 16,000 — 50,000 рублей³⁷²⁾. Вскорѣ (въ 1796 г.) сила означеннаго указа распространена и на купцовъ — евреевъ. Постановлено было съ нихъ собрать одновременно (не въ зачетъ обыкновенной подати) процентный налогъ, и притомъ вдвое, (по двѣ коп. съ рубля) противъ христіанъ. Въ то же самое время мѣщане евреи должны были уплатить двойную подушную подать, по 4 руб. съ каждой души мужскаго пола, вмѣсто 2 руб.:

кромѣ того, накладныхъ по 4 коп. на рубль, и на содержаніе почтъ, вмѣсто 12, по 24 коп. съ души ³⁶³).

Такъ какъ непрерывно продолжающіяся войны и другія неблагоприятныя обстоятельства были причиною постоянно затруднительнаго положенія финансовъ, увеличенія дефицита и умноженія долговъ внутреннихъ и внѣшнихъ, то уже въ слѣдующемъ 1797 году ³⁶⁴) правительство принуждено было увеличить прямые налоги, въ томъ числѣ и гильдейскую подать. Подушный окладъ съ крестьянъ былъ увеличенъ 26-ю копѣйками съ души, а съ мѣщанъ 50 - ю копѣйками. Съ купечества положено было взимать, сверхъ 1-го процента на 100, еще $\frac{1}{2}$ процента. Прибавочная подать была собираема единообразно со всѣхъ купцовъ и мѣщанъ, безъ различія народа или закона. Въ послѣдствіи, въ 1807 году ³⁶⁵), при болѣе благоприятныхъ обстоятельствахъ, правительство отказалось отъ взиманія въ казну прибавочной четверти процента съ капитала. Она была дарована городамъ съ тѣмъ, чтобы они «пріумножая сію сумму, для жалованья служащимъ по купеческимъ выборамъ, хранили оную особою статьею впредь до дальнѣйшаго по сему предмету распоряженія.» Въ 1809 г. ³⁶⁶) четверть-процентную подать, которую указомъ 22 Марта 1808 г. предписывалось вносить для приращенія въ кредитныя установленія, дозволено, не внося въ оныя, градскимъ Думамъ раздавать въ ссуду купечеству, за указные проценты съ надлежащими залогами или поручительствомъ, съ тѣмъ однакожъ, чтобъ цѣлость капитала съ процентами была на совершенной отвѣтственности градскихъ Думъ. И только въ 1812 году, при новыхъ неблагоприятныхъ финансовыхъ обстоятельствахъ, когда оказалось необходимымъ подкрѣпить государственное казначейство въ его оборотахъ на удовлетвореніе важнѣйшихъ государственныхъ потребностей, четверть-процентная подать съ купеческихъ капиталовъ снова была причислена къ общимъ государственнымъ доходамъ ³⁶⁷).

Въ манифестѣ 1807 года 1 Января высказывается необходимость, вслѣдствіе дарованія купечеству новыхъ правъ и преимуществъ, измѣнить прежнее опредѣленіе объявляемыхъ капиталовъ, соотвѣтственно настоящему его достоинству и тѣмъ выгодамъ и преимуществамъ, какія были ему предоставлены правительствомъ. Дѣйствительно, въ томъ же году ³⁶⁸) было постановлено, что 1) купечество 1-й гильдіи объявляетъ капиталъ отъ 50,000 руб. и выше, 2) купечество 2-й гильдіи должно объявить капиталъ отъ 20,000 и болѣе и 3) купечество 3-й гильдіи отъ 8,000 и болѣе. Въ 1810 г., когда правительство приняло мѣры къ уменьшенію государственныхъ долговъ и прекращенію выпуска въ оборотъ новыхъ суммъ ассигнацій, возвышены нѣкоторыя пошлины

и подати, въ томъ числѣ и падающія на промышленное сословіе. Положено было: 1) по причинѣ возвышенія цѣнъ на всѣ промыслы, въ томъ числѣ и на промыселъ мѣщанскій, до окончательнаго распоряженія, взимать съ мѣщанъ, состоящихъ въ окладѣ, съ каждой ревизской души по 5 рублей; 2) съ крестьянъ, производящихъ торгъ въ обѣихъ столицахъ и платящихъ подать въ городской доходъ, собирать съ лавочекъ № 1 и 4 по 100 рублей, № 2 и 5 по 50 и № 3 по 25 рублей. Такъ какъ первые два рода крестьянъ (торгующіе въ лавкахъ № 1 и 4, и 2 и 5), пользуются правами купцовъ первыхъ 2 гильдій; а второму классу ихъ (торгующимъ въ лавкахъ № 3) предоставлены права 3-й гильдіи, то поэтому и взимается съ первыхъ въ казну съ размѣра капиталовъ, положенныхъ въ тѣхъ гильдіяхъ, по $1\frac{1}{2}$ процен. ($\frac{1}{2}$ проц. оставляется въ пользу городовъ); съ послѣднихъ же положено взимать, сверхъ подати, ими платимой, по 25 руб. 3) съ иностранныхъ ремесленниковъ въ столицахъ повелѣно брать съ мастеровъ по 100 руб., подмастерьевъ по 20 р., предоставляя уравнительное расположеніе этаго дохода самимъ ремесленнымъ управамъ, подъ надзоромъ градскаго головы. 4) Такъ какъ внутренніе купеческіе промыслы усилились самыми потребностями войны, то, сверхъ подати платимой тогда съ купеческихъ капиталовъ, постановлено взимать еще по одному полупроценту съ рубля, возложивъ на самыя купеческія общества расположеніе сбора по соразмѣрности промысловъ и капитала каждого³⁷⁰). Манифестомъ 1812 года Февр. 11 о преобразованіи Коммисіи погашенія государственныхъ долговъ повелѣно было временно увеличить купеческую подать для уплаты государственнаго долга, именно, съ капиталовъ, объявляемыхъ купечествомъ, сверхъ прежняго налога, брать еще по три процента. Подушная двух-рублевая подать увеличена еще рублемъ.

Прибавочныя подати надлежало взыскивать въ сроки, установленныя для обыкновенныхъ налоговъ³⁷⁰).

Въ 1816 году³⁷¹) установленъ былъ дополнительный сборъ съ купцовъ на содержаніе большихъ государственныхъ дорогъ по $5\frac{1}{2}$ съ подати, платимой ими въ казну. Начало взиманія подати назначено съ 1817 года, такъ какъ уже указомъ 11 Февр. 1812 г. предположено было починку большихъ дорогъ не возлагать на обывателей въ видѣ натуральной повинности, а производить изъ общаго капитала. Лица, обложенныя подушною податью, должны были вносить для этой цѣли по 25 коп. асиги. съ души.

Въ дополнительныхъ правилахъ о гильдейскихъ податяхъ съ купцовъ и прочихъ торговыхъ сословій³⁷²) хотя размѣры ка-

питаловъ, объявляемыхъ по гильдіямъ, оставлены тѣже, именно для 1-й 50,000, для 2-й 20,000, для 3-й 8,000; но самая гильдейская подать значительно увеличена. Купцы первыхъ двухъ гильдій должны были платить 4 процента гильдейской подати, 10 процентовъ съ податнаго рубля на сухопутныя и водяныя сообщенія, на земскія повинности $\frac{1}{4}$ процента съ капитала и на городскія также $\frac{1}{4}$ процента. Купцы 3-й гильдіи обязаны вносить $2\frac{1}{2}$ процента съ капитала въ видѣ гильдейской подати, 10 процентовъ съ податнаго рубля на водяныя и сухопутныя сообщенія, $\frac{1}{4}$ процента съ капитала на земскія повинности и $\frac{1}{4}$ проц. на городскія. Такимъ образомъ цѣна свидѣтельства:

	составляла:
для купца 1-й гильдіи.....	2,200 руб. асс.
для купца 2-й гильдіи.....	880 —
для купца 3-й гильдіи.....	220 —

Взысканіе подати на этомъ основаніи должно было начаться съ 1825 г. (§ 35 — 37 дополнительныхъ правилъ). Уменьшена подать на время для нѣкоторыхъ привилегированныхъ мѣстностей, впрочемъ только для купцовъ 3-й гильдіи. Въ бѣлорусскихъ губерніяхъ, во 2-хъ литовскихъ, въ минской, вольнской, подольской, кievской, екатеринославской, херсонской, таврической и области бѣлостокской купцы 3-й гильдіи, кромѣ записанныхъ въ губернскихъ и портовыхъ городахъ, могли платить въ теченіе 10 лѣтъ по $1\frac{1}{2}$ процента гильдейской подати, по 10 проц. съ податнаго рубля на сухопутныя и водяныя сообщенія, $\frac{1}{4}$ проц. съ капитала на земскія повинности и $\frac{1}{4}$ проц. на городскія. Слѣдовательно цѣна свидѣтельства для купца 3-й гильдіи составляла въ означенныхъ губерніяхъ 132 рубли.

Торгующіе мѣщане должны были платить за свидѣтельства въ столицахъ 60 рублей, въ губернскихъ и портовыхъ и пограничныхъ городахъ 40 руб., въ такихъ же городахъ льготныхъ губерній 30 руб., въ уѣздныхъ и заштатныхъ городахъ 30 р., въ такихъ же городахъ льготныхъ губерній 20 руб. За крестьянскія свидѣтельства 4-го рода въ 1825 г. взымалось 100 руб.; за лавки, за особый билетъ 40 рублей, въ льготныхъ же губерніяхъ въ половину³⁷²⁾.

Размѣры капиталовъ, объявляемыхъ по гильдіямъ, равно какъ и подать, съ нихъ взимаемая въ настоящее время, опредѣлены узаконеніемъ 9 Ноября 1839 года³⁷⁴⁾. Величина ихъ мало отличается отъ той которая назначена уже въ 1824 году. Но нѣкоторое возвышеніе ея оказалось необходимымъ, для округле-

нія суммъ, при перемѣнѣ курса съ ассигнаціей на серебро. Такимъ образомъ по нынѣ дѣйствующему законодательству, купецъ 1-й гильдіи долженъ объявить капиталъ въ 15 тыс. руб. сер., купецъ 2-й гильдіи въ 6 тыс. руб., купецъ 3-й гильдіи въ 2 тыс. 400 руб. сер. Купцы первыхъ двухъ гильдій платятъ ежегодно 4 процента съ объявляемаго капитала и еще по 10 проц. на сухопутныя и водяныя сообщенія, такъ что вся годичная подать по 1-й гильдіи составитъ 660 руб. по 2-й 264 р. Подать уменьшена для городовъ енисейской и иркутской губерній, гдѣ съ купцовъ 1-й гильдіи взимается 600 руб. а съ купцовъ 2-й гильдіи 40 р. Кроме того, еврей купцы 1-й гильдіи платятъ только 540 руб. промысловой подати. Для купцовъ 3-й гильдіи подать назначена, въ различной величинѣ, смотря помѣсту ихъ записки въ гильдію. По 66 р. сер. (въ томъ числѣ 2½ проц. съ капит. и 10% съ податнаго рубля на сухопутныя и водяныя сообщенія) взимается въ столицахъ и губернскихъ городахъ и во всѣхъ городахъ портовыхъ, кромѣ льготныхъ. Въ уѣздныхъ городахъ Кронштадтѣ, Одессѣ, Рыбинскѣ, Козловѣ, Ельцѣ и Екатеринбургѣ взимается таже гильдейская подать, какъ въ губернскихъ городахъ. Во всѣхъ другихъ уѣздныхъ и заштатныхъ городахъ и мѣстечкахъ, кромѣ льготныхъ губерній, купецъ 3-й гильдіи платитъ 43 руб., въ уѣздныхъ и заштатныхъ городахъ льготныхъ губерній по 30 руб. Наконецъ въ Камчаткѣ купцы 3-й гильдіи, постоянно водворившіеся, платятъ 20 руб. Купеческіе прикащики 1-го класса, если не записаны сами въ гильдію или иностранные гости и не имѣютъ свидѣтельствъ на торговлю, должны брать особое свидѣтельство въ 15 руб. сереб. За крестьянскія свидѣтельства первыхъ трехъ родовъ опредѣляется таже подать, какая установлена для гильдій, которыхъ права вмѣстѣ съ ними предоставляются крестьянамъ. За свидѣтельства 4-го рода въ столицахъ, губернскихъ и портовыхъ городахъ взимается по 23 руб., въ уѣздныхъ и заштатныхъ городахъ нельготныхъ губерній по 18 р., въ льготныхъ по 12 р. сереб. ³⁷⁴). Мѣщане и цеховые платятъ подушную подать.

Вотъ основанія, на которыхъ существуетъ въ настоящее время промысловый налогъ въ нашемъ отечествѣ.

Историческій обзоръ постепеннаго развитія этой подати показалъ намъ, что она изъ личнаго (посемейнаго) сбора, первоначально у насъ существовавшаго, и только при Монголахъ на нѣкоторое время принявшаго характеръ поголовщины, мало по малу перешла при Іоаннѣ III въ общую подать съ имущества и дохода промышленниковъ, такъ какъ соха, относительно лицъ этого класса, означала дворъ и вообще все ихъ имущество и доходъ; хотя въ нѣкоторыхъ мѣстахъ, напр. въ Новгородѣ уже въ 15-мъ столѣтіи, она означала даже промысловый капиталъ, по размѣрамъ

котораго судили о величинѣ доходовъ. Самые чрезвычайные налоги съ промысловъ распредѣлялись также на все имущество и доходъ податныхъ лицъ (пятая, десятая, пятнадцатая деньга съ животовъ и промысловъ). Петръ В. первоначально удержалъ имущественную подать и даже имѣлъ въ виду обратить ее въ промысловый налогъ въ собственномъ смыслѣ, подвергнувъ доходы, получаемые въ разныхъ отрасляхъ технической промышленности и торговли, точной, по возможности, оцѣнкѣ или катастру. Но введенная имъ въ 1722 г. подушная подать остановила естественное развитіе понятія промысловаго налога и дала ему совсѣмъ другое, противоположное прежнему ходу дѣлъ, направленіе. Впрочемъ и въ это время нѣкоторые промышленники, независимо отъ платежа подушной подати, подлежали еще налогу, распредѣляемому не подушно, но взимаемому, вѣроятно, за самое право заниматься промышленностію. Несравненно большее число промысловъ было обложено податію или по величинѣ капиталовъ, или по величинѣ доходовъ въ началѣ царствованія Екатерины II. Наконецъ въ 1775 году положено начало подати со свидѣтельствъ на торговлю и промыслы, существующей въ настоящее время.



ПРИМѢЧАНІЯ И ССЫЛКИ.

- ¹⁾ Таковы напр. занятія ученаго, художника, чиновника государственной службы.
- ²⁾ Der Unternehmer-gevinн ist doch eigentlich weiter nichts, als Arbeitslohn für die Leitung des Geschäfts. Lotz, Handbuch der Staatswirthschaftslehre. 1837. I. 472.
- ³⁾ Къ этому же разряду писателей должно отнести Шлэцера: Anfangsgr. d. Staatsw. I. стр. 53, Флорес-д'Эстрада (Cours élect. d'Econ. polit. III. стр. 294), который говоритъ о доходѣ съ капитала, затраченнаго въ разныхъ отрасляхъ промышленности, и Проф. Горлова, который (см. Теор. финанс. 2 изд. 1843 г. стр. 112) рассматриваетъ дѣйствіе налога на доходы съ капиталовъ, затраченныхъ въ производство и нѣкоторыхъ другихъ писателей.
- ⁴⁾ Sismondi, Nouveaux principes, I. 359.
- ⁵⁾ Мысль объ установленіи налога, котораго распределеніе должно основываться на точномъ вычисленіи промысловыхъ доходовъ, въ первый разъ высказана нѣмецкимъ писателемъ Юсти. По его мнѣнію промыслы должны раздѣляться на три класса; къ первому изъ нихъ относятся лица, занимающіеся исключительно торговлею, ко второму, лица, соединяющія торговлю съ фабрикаціею и къ третьему лица, занимающіеся однимъ фабричнымъ промысломъ. Юсти принимаетъ при разныхъ вѣтвяхъ торговли промысловый доходъ въ 10 — 13 процент.; при другихъ же промыслахъ избытокъ выручки передъ издержками или заработный барышъ долженъ быть определенъ особымъ изслѣдованіемъ. Изъ всего дохода промышленника должно вычесть $\frac{2}{3}$ на содержаніе его семейства; остающаяся за тѣмъ одна треть можетъ быть рассматриваема, какъ чистый промысловый доходъ. Staatswirth. II. 373. Rau, Grunds. d. Finanz. 1851.
- ⁶⁾ V. Malchus Handb. d. Finanzw. I. стр. 247.
- ⁷⁾ Behr. Lehre von der Wirthschaft des Staats. 1822, стр. 102.

- ⁷⁾ Rau, Grunds. d. Finanzw. стр. 93.
- ⁸⁾ Fulda, Handb. d. Finanzwiss. § 191. Ero же Grundsätze d. Kameralwissenschaften 2 Aüsg. 1820, стр. 299.
- ⁹⁾ Principles of political economy and taxation. гл. 17.
- ¹⁰⁾ Lotz. III. стр. 279 — 280.
- ¹¹⁾ V. Sonnenfels, Grundsätze der Polizei, Handlung und Finanz. 1 изд. 1765. 7 изд. 1804. III. стр. 337.
- ¹²⁾ Sartorius, Ueber die gleiche Besteuerung der Landestheile des König. Hannover. Gött. 1815. стр. 310.
- ¹³⁾ V. Prittwitz., Theorie der Steuern und Zölle. Stuttg. 1842. стр. 158 и 167.
- ¹⁴⁾ Monthion: quelle influence ont les diverses espèces d'impôts sur la moralité, activité et l'industrie des peuples. стр. 119 и 344.
- ¹⁵⁾ II. 167.
- ¹⁶⁾ Die Lehre von der Steuern стр. 214.
- ¹⁷⁾ V. Malchus. I. стр. 243.
- ¹⁸⁾ По вычисленію Гофмана (отъ 1840 г.), менѣе $\frac{1}{5}$ части всего дохода отъ податей. Промысловой подати приходится менѣе 5 сер. грош. на cadaго изъ поданныхъ. Die Lehre v. d. Steuern стр. 214.
- ¹⁹⁾ Такъ напр. въ 1849 г. патентная подать во Франціи приносила 48 милл. фр., слѣд. не болѣе 11.² проц. прямыхъ податей. Rau, Finanzwiss. стр. 111. Въ настоящее время патентная подать приноситъ нѣсколько болѣе 50 миллионъ франковъ. Число патентовъ въ 1848 г. простиралось до 1,500,000. Du Puinode, De la monnaie, du crédit, et de l'impôt. 1853. II. p. 224.
- ^{19¹)} Principles of political economy, II.
- ²⁰⁾ Vorschlag zu einem einfachen Steuersysteme 1808. стр. 30 и слѣд.
- ^{20¹)} Hoffmann, Die verschiedenen Methoden der rationellen Gewerbebesteuerung. см. IV Band. Zeitsch. für die gesammte Staatswissenschaft. Tübingen.
- ²¹⁾ Правила эти изложены у Rau, Grunds. d. Finanzw. стр. 99 и слѣд. и у Мальхуса I. стр. 249 и слѣд.
- ²²⁾ Къ этой мысли склоняется между прочими писателями и Якобъ. Die Staatsfinanzwissenschaft II. § 1092.
- ²³⁾ V. Malchus. I. стр. 252. Проф. Горл. Теор. Фин. 2 изд. стр. 120.
- ²⁴⁾ Пропорціональный налогъ взимается только въ первыхъ 5 классахъ промысловъ.
- ²⁵⁾ Подать со свидѣтельствъ на торговлю и промышленность, установленная въ Россіи, разсмотрѣна нами во 2-й части сочиненія.
- ²⁶⁾ V. Malchus I. стр. 251.
- ²⁷⁾ Rau, Grunds. d. Finanz. стр. 108.
- ²⁸⁾ Мы съ намѣреніемъ постоянно избѣгаемъ выраженій: подать и на-

логъ, говоря о періодѣ до Іоанна III, потому что сборы, взимаемые въ это время правительствомъ, не имѣли еще характера податей въ собственномъ значеніи этого слова, какъ это показано нами въ своемъ мѣстѣ.

²⁹⁾ Лавр. лѣт. стр. 75.

³⁰⁾ Тамъ же, стр. 108.

³¹⁾ П. С. Лѣт. II. стр. 39.

³²⁾ Тамъ же, стр. 46.

³³⁾ Тамъ же, стр. 48.

³⁴⁾ Лавр. лѣт. стр. 25.

³⁵⁾ Тамъ же.

³⁶⁾ Лавр. лѣт. стр. 56.

³⁷⁾ Тамъ же, стр. 33.

³⁸⁾ П. С. Р. Лѣт. II. стр. 56.

³⁹⁾ Лавр. лѣт. стр. 62.

⁴⁰⁾ Тамъ же, стр. 74.

⁴¹⁾ Тамъ же, стр. 93.

⁴²⁾ Тамъ же, стр. 160.

⁴³⁾ Тамъ же, стр. 132.

⁴⁴⁾ Собр. госуд. грам. I. 28. Особый родъ даровъ, говоритъ Гагемейстеръ, подносимыхъ В. Князьямъ, при объѣздѣ ими новгородскихъ областей, назывался крюкомъ. Гагем. Розыск. о фин. дrev. Россіи. стр. 63.

⁴⁵⁾ Tacit. de moribus Germ. cap. 29 и cap. 15.

⁴⁶⁾ Bailly, Hist. Financ. de la France I. стр. 9.

⁴⁷⁾ Hist. praw Slow. T. I. стр. 18.

⁴⁸⁾ П. С. Р. Л. II. стр. 39. Независимо отъ названныхъ нами прямыхъ сборовъ, падавшихъ на ремесла и торговлю, городскіе жители подлежали еще косвенному обложенію: платежу штрафныхъ (пенныхъ) и судныхъ денегъ, взимаемыхъ при производствѣ суда и расправы, и внутреннихъ таможенныхъ пошлинъ; разсмотрѣніе тѣхъ и другихъ не входитъ въ область настоящаго изслѣдованія. На тяжесть *продажъ* и *сирь* для городовъ указываетъ лѣтописецъ подъ 1176 г. въ слѣдующихъ словахъ: «сѣдящема Ростиславичема въ княженьи земля Ростовьскыя, роздала баста по городомъ посадничество Русьскимъ дѣтьцкимъ; они же многу тяготу людемъ симъ створиша, продажами и вирами. А сама князя молада баста, слушающая бояръ, а бояре учаютъ я на многое имѣнье.» (Лавр. лѣт. стр. 159). Въ той же лѣтописи подъ 1093 г. мы читаемъ слова: «наша земля оскудѣла есть отъ рати и отъ продажъ.» (Тамъ же стр. 93). О внутреннихъ таможенныхъ пошлинахъ см. соч. Е. Осокина: Внутреннія таможенныя пошлины. Казань. 1850 г.

⁴⁹⁾ Лавр. лѣт. стр. 5.

- ⁶⁰⁾ Тамъ же, стр. 10.
- ⁶¹⁾ Тамъ же, стр. 13.
- ⁶²⁾ Искоростѣня; нынѣ существуетъ Искорость мѣстечко на рѣкѣ Унѣ, впадающей въ Днѣпръ у Чернобыля. Солов. Ист. Россіи съ древ. врем. I. примѣч. 205.
- ⁶³⁾ Лавр. лѣт. стр. 25.
- ⁶⁴⁾ Собр. госуд. грам. Ч. 2.
- ⁶⁵⁾ Ист. финан. учрежд. Россіи. 1848 г. стр. 20.
- ⁶⁶⁾ Гагем. стр. 93, прим. 18.
- ⁶⁷⁾ См. устав. грам. Звенигор. уѣзд. дворцов. Андреевскаго села крестьянамъ 1544 (А. А. Э. I.); о пашенныхъ и оброчныхъ крестьянахъ упоминается кромѣ того въ 1645 г. (А. Ист. IV. № 3 и 4). И по нынѣ дѣйствующему законодательству оброчная подля взимается за пользованіе казенною землею съ крестьянъ, на всѣ водворенныхъ. На томъ же основаніи частныя лица и монастыри, за пользованіе ихъ землями, брали съ крестьянъ оброкъ: «и кѣмъ всѣ крестьяне, которые въ томъ селѣ и въ деревняхъ и въ пустоши живутъ, игуменью Еупрасію съ сестрами слушали во всѣмъ пашню ихъ пахали и оброкъ ихъ помѣщиковъ платили» гр. 1557. (А. А. Э. I. № 251). Въ помѣстной грамотѣ новгор. Митрополита Исидора Софійскому сыну боярскому Деятому Саблину 1607, сказано: «и вы бы всѣ крестьяне и бобыли пашенные и не пашенные. . . . оброкъ его помѣщичей хлѣбной и денежной. . . . ему по старинѣ платили. (А. И. II. № 83).
- ⁶⁸⁾ А. Ист. I. № 192. стр. 355.
- ⁶⁹⁾ А. Ист. I. № 209.
- ⁶⁰⁰⁾ Тамъ же, II. № 77. стр. 103.
- ⁶⁰¹⁾ А. А. Э. I. № 28.
- ⁶⁰²⁾ Дух. грам. I. 1328, В. К. Ивана Даниловича Калиты; то же самое встрѣчается и въ 2 дух. гр. того же года. Собр. госуд. грам. ч. I. Въ духов. грам. В. К. Иоанна 1356 г. упоминается также «*омоль оброчномъ Васильцева стану*», о волостяхъ и оброкахъ. см. тамъ же.
- ⁶⁰³⁾ Гр. 1578 г. (А. А. Э. I. № 299) и 1595 г. (А. Ист. I. № 246).
- ⁶⁰⁴⁾ Царск. грам. 1615 г. А. А. Э. III. № 69.
- ⁶⁰⁵⁾ Гагем. розыск. о финан. стр. 22.
- ⁶⁰⁶⁾ Графа Толстаго Ист. фин. учр. стр. 20.
- ⁶⁰⁷⁾ Въ этомъ послѣднемъ смыслѣ принимается слово урокъ и въ нынѣ дѣйствующемъ у насъ законодательствѣ: «урокомъ называется то количество работы, которое долженъ отправить работникъ въ одинъ рабочій день.» Св. Зак. т. 8. Уст. о хоз. управ. казен. насел. мѣст. Прил. къ ст. 13, п. 187.
- ⁶⁰⁸⁾ Карамз. V, пр. 210 и Гагем. стр. 94.
- ⁶⁰⁹⁾ Собр. госуд. грам. и догов. I. 47.

- ⁷⁰⁾ Лавр. стр. 66.
- ⁷¹⁾ Гагем. стр. 94.
- ⁷²⁾ «А выйдетъ дань В. Князя на Ордѣ дати, и дѣти мои и княгини моя возмутъ дань. . . . по уроку, что въ сей грамотѣ писано.» С. г. гр. I. стр. 77.
- ⁷³⁾ «И избра отъ нихъ мужи добры, смыслены и храбры, и раздая имъ грады; прочіи же идоша царюграду въ Греки.» Лавр. лѣтоп. стр. 34.
- ⁷⁴⁾ Стр. 5. Ист. фин. учреждений.
- ⁷⁶⁾ Розыск. о финан. стр. 12.
- ⁷⁶⁾ Гр. Толст. стр. 5.
- ⁷⁷⁾ Лавр. лѣт. стр. 8.
- ⁷⁸⁾ Лавр. стр. 23.
- ⁷⁹⁾ Тамъ же, стр. 62.
- ⁸⁰⁾ Тамъ же, стр. 7. «И рѣша Козари: платите намъ дань. Съдумавше Поляне и влаша отъ дыма мечь, и несонша Козари ко Князю своему и къ старійшиномъ.»
- ⁸¹⁾ Лавр. стр. 8. Въ лѣто 6367. Имаху дань Варязи изъ за моря на Чуди, и на Словѣнехъ, на Мери и на всѣхъ Кривичѣхъ, а Козари имаху на Полянѣхъ и на Сѣверѣхъ и Ватичахъ, имаху по Бѣлѣ и Веверицѣ *отъ дыма*. (ср. Т. II. П. С. Р. I. стр. 235. Приб. къ Ипат. лѣт.)
- ⁸²⁾ Лавр. стр. 25.
- ⁸³⁾ Тамъ же, стр. 27. П. С. Р. I. II. стр. 245. Густ. лѣтоп.
- ⁸⁴⁾ Лавр. 35. П. С. Р. I. II. стр. 250.
- ⁸⁴⁾ Лавр. стр. 25.
- ⁸⁶⁾ Тамъ же, стр. 12.
- ⁸⁷⁾ Мы принимаемъ здѣсь *дань* въ общемъ значеніи этого слова, въ которомъ оно обыкновенно и принимается въ источникахъ, такъ что оброки, уроки и другіе прямые сборы будутъ видовыми его понятіями.
- ⁸⁸⁾ Разсмотрѣніе дани съ земледѣльческаго капитала не входитъ въ область избранной нами задачи. Впрочемъ не трудно убѣдиться, что принимать рало и плугъ уже въ самыя древнѣйшія времена за извѣстную мѣру земли было бы крайне ошибочно. Потому что во 1-хъ) операція измѣренія земли даже приблизительнаго, съ дѣлю установить дани, совершенно невозможна для народовъ еще полудикихъ. Побѣдители, облагая покоренные народы даями по плугамъ и раламъ, не имѣли ни времени, ни охоты заниматься измѣреніемъ земель, принадлежавшихъ подчиненнымъ имъ племенамъ, и притомъ не сознавали никакой необходимости въ этомъ для установленія даней. Они естественно должны были искать болѣе близкихъ и болѣе очевидныхъ признаковъ дохода. Сверхъ того, во 2-хъ)

нужно замѣтить, что и въ настоящее время, при обложеніи по-земельной собственности посредствомъ такъ называемыхъ катастро-выхъ операцій, величина земли, взятая сама по себѣ, служитъ еще весьма ненадежнымъ указаніемъ на величину дохода, безъ сообра-женія другихъ обстоятельствъ: качества и плодородія земли, вели-чины затраченнаго капитала, количества естественныхъ продуктовъ и ихъ цѣны и всѣхъ издержекъ, употребленныхъ на получение на-логоваго дохода. И нынѣ земли одинаковой величины могутъ прино-сить весьма различный доходъ; тѣмъ менѣ въ глубокой древности можно было судить по величинѣ земли, находящейся во владѣніи какого либо лица, о его зажиточности. Земля въ тѣ времена не имѣла почти никакой цѣны; обладаніе ею не могло быть призна-комъ богатства. Это потому, что первоначально у славянскихъ пле-менъ земли было такъ много, количество ея было столь несоразмѣ-рно съ народоселеніемъ, что земледѣлецъ могъ свободно присво-ивать себѣ пустую, необработанную землю; по этой причинѣ она и не цѣнилась почти вовсе. Чтобы получить доходъ, земледѣлецъ долженъ былъ употребить трудъ и обладать земледѣльческимъ ка-питаломъ: сохою, лошадыю, сѣменами и проч. Главными составными части имуществва въ тѣ времена состояли такимъ образомъ во 1-хъ, въ дождѣ, а потомъ во 2-хъ, въ земледѣльческомъ капиталѣ. Тотъ считался богатымъ, кто кромѣ жилища, имѣлъ значительный ка-питалъ въ стадахъ, въ земледѣльческихъ орудіяхъ, невольникахъ и такъ далѣе. Обладаніе же землею безъ капитала въ древнія време-на было бесполезно. И хотя уже въ Русской Правдѣ упоминается о межахъ и межсвѣхъ знакахъ, но изъ этого еще нельзя заклю-чить ни того, что земля сама по себѣ, безъ капитала, употребле-наго на ея воздѣлываніе, имѣла въ то время цѣнность, ни того, что уже въ то время было сдѣлано описаніе земель съ цѣлію уста-новленія налога, какъ несправедливо полагаетъ Г. Ивановъ (Системат. обзоръ помѣстныхъ правъ стр. 192). Изъ словъ Правды мы можемъ вывести только то, что земледѣлецъ, употребивъ капиталъ и трудъ на извѣстный участокъ земли, дорожилъ ими и для отвращенія за-хвата своей собственности ставилъ грани. Одинъ плугъ служилъ признакомъ опредѣленнаго дохода, два плуга указывали на двой-ный доходъ, предполагая вдвое обширную дѣятельность земледѣл-ца. Пошлужная или поральная дань слѣдовательно была данью по-земельною, съ тѣмъ только отличіемъ отъ нынѣшнихъ податей, уста-новляемыхъ на основаніи катастроновыхъ операцій, что при дани съ плуга и рала доходъ поземельный опредѣляется обыкновенно весь-ма неточно, по одному признаку: по числу земледѣльческихъ ору-дій; между тѣмъ какъ при катастроновыхъ операціяхъ опредѣляется прямо и непосредственно и притомъ съ возможною точностію чи-

стый поземельный доходъ. Установленіемъ дани на земледѣльцевъ, по числу употребляемыхъ ими плуговъ, поземельный доходъ подвергается обложенію еще болѣе неточному, еще менѣе равномерному, нежели какое обнаруживается при наложеніи подати, соразмѣрно одной величинѣ поземельнаго участка, или одному естественному его плодородію, хотя и эти способы оцѣнки доходовъ оказываются весьма ненадежными. Болѣе вѣрными, хотя также не вполне удовлетворительными указателями значительнаго или малаго поземельнаго дохода являются различная продажная цѣна земли, или ихъ арендная плата, или ихъ грубый доходъ. Такая оцѣнка встрѣчается въ государствахъ уже болѣе образованныхъ. Во времена же патріархальныя нельзя ожидать оцѣнки поземельнаго имущества и дохода болѣе приблизительной, болѣе правильной, нежели какую представляется распредѣленіе дани по плугамъ. Плугъ и рало измѣряли имущества собственно земледѣльческія; но летопись не говоритъ, по какому основанію распредѣлялись дани, падавшія на скотоводство, звѣриную или рыбную ловли. По всей вѣроятности, этѣ отрасли промышленности, какъ побочныя и второстепенныя, первоначально не подлежали особому обложенію. Способъ раскладки дани по плугамъ, или иногда по дымамъ (*rag feu*), представляется весьма древнимъ и у другихъ народовъ. Даже, въ послѣдствіи, когда облагалось уже извѣстное пространство земли, обработанное земледѣльцемъ, такой сборъ сохранилъ названіе, производное отъ слова соха или плугъ. Такъ поземельная подать у насъ называлась поплужнымъ, посощиною, сошнымъ сборомъ. О поплужномъ встрѣчается упоминаніе, едвали не въ первый разъ, въ ярлыкѣ кипчакскаго царя Узбека Петру Митрополиту (около 1313 г. 2-я Ч. Собр. госуд. грам.). Точно такая же система раскладки податей была въ употребленіи и у всѣхъ славянскихъ народовъ, по имуществу земледѣльческихъ. По свидѣтельству Гельмольда, у славянъ не было другой подати, какъ только отъ плуга, или сохи: (*Tributum de quolibet aratro, quod duobus bobus aut uno constat equo et caet*). Этимъ же объясняется, отъ чего въ славянскихъ нарѣчіяхъ слова *gadlo*, *gallo*, *gola*, рало употребляются въ значеніи то орудія, то обрабатываемой онымъ земли. Такъ напр. въ Силезіи древнѣйшая изъ податей, взимаемыхъ на князя, называлась *poradlne*, поплужное отъ *radlo*, орало. Кромѣ того, существовали еще *rodwovoce* и *dan*. (Сбор. Валуева стр. 13. «Юридическій бытъ Силезіи и Лужицъ.») Даже въ тѣ времена, когда, при установленіи налога, принималась въ соображеніе величина земли, она опредѣлялась долгое время не измѣреніемъ, а приблизительно. Подобнымъ образомъ и у Римлянъ пространство земли, обыкновенно запахищаемое въ день однимъ работникомъ, называлось плугомъ, или *jugum*. Два та-

кихъ пространства, подъ названіемъ jugega, составляли выдѣлъ, названный hogedium, на который устанавлились общественныя повинности. Почти во всѣхъ европейскихъ государствахъ: въ Германіи, Франціи, Швеціи и др. дневная запашка плугомъ или сохою служила единственною мѣрою при раздачѣ и раздѣленіи земель. Въ Даніи вся земля была раздѣлена на плуги и отъ нихъ король Ерикъ IV (вступившій на престолъ въ 1240 г.) названъ царемъ плуговъ. Тоже правило было соблюдаемо въ Исландіи и у всѣхъ Норманновъ. Въ Шотландіи подать, налагаемая на соху, даже называлась: sochagia (см. статью К. Веселовскаго въ Ж. М. Г. И. 1841, Ч. I. Начало и постепенное преобразование системы поземельныхъ налоговъ въ Россіи). Дѣйствительно, ничего не можетъ быть проще пошлужной, или подымной дани въ системѣ прямыхъ сборовъ; но такъ какъ дворы и плуги служили единственною мѣрою ихъ распредѣленія, и такъ какъ нѣтъ извѣстій, по которымъ бы можно было заключать, что одинъ дворъ или семейство или плугъ облагался большею данью, чѣмъ другой, по различію богатства или зажиточности ихъ владѣльцевъ, то можно себѣ представить, какъ неуравнительна была первоначальная раскладка давей.

⁸⁰⁾ Последнее мѣсто лѣтописей, приведенное нами, не подлежитъ нашему разсмотрѣнію. Здѣсь дань имѣетъ другой характеръ; она взята была съ Грековъ, въ видѣ единовременной добычи, безъ покоренія области побѣжденныхъ, а потому и распредѣляется по предметамъ не побѣжденныхъ, а побѣдителей. Достаточно замѣтить, что выраженіе *на ключъ* объясняется различно. Нѣкоторые полагаютъ, что оно означаетъ *на каждую человека*. (Карамз. Ист. Гос. Росс.); другіе нисатели слова: *ключъ* и *лодка* считаютъ въ разсуждаемомъ мѣстѣ лѣтописи тождественными. На *ключъ* т. е. на лодку, говоритъ Г. Соловьевъ (Ист. Росс. съ древ. врем. I. пр. 181); наконецъ, по мнѣнію нѣкоторыхъ, *ключъ* есть извѣстное число воиновъ, составлявшее отрядъ или отдѣленіе (Устр. Русск. Ист. I. стр. 68, 1 изд.) Последнее объясненіе вѣроятнѣе; слово *ключъ* употребляется и теперь въ Бѣлоруссіи въ смыслѣ извѣстнаго числа людей въ окологѣ живущихъ.

⁸⁰⁾ Древнѣйшее Право Русское стр. 41.

⁸¹⁾ Розыск. о финан. древ. Россіи 1833, стр. 13 и 14. Къ тому же мнѣнію склоняется и Веселовскій Ж. М. Г. И. 1841, Ч. I.

⁸²⁾ Лавр. лѣт. стр. 10.

⁸³⁾ Ср. Граф. Толст. Ист. финан. стр. 4.

⁸⁴⁾ Лавр. лѣт. стр. 23.

⁸⁵⁾ Тамъ же, стр. 25.

⁸⁶⁾ Тамъ же, стр. 10.

⁸⁷⁾ П. С. Р. I. II, стр. 241. Густ. лѣт.

- ⁹⁸⁾ Ист. Россіи съ древ. вр. I, стр. 214.
- ⁹⁹⁾ Лавр. глѣт. стр. 18. Проф. Соловьевъ читаетъ вмѣсто *заратишася* затворишася отъ Князя. I. пр. 189.
- ¹⁰⁰⁾ Bailly Hist. finan. de la France I. 174 и Bresson, Hist. fin. de la France.
- ¹⁰¹⁾ Дани съ покоренныхъ народовъ, даже при Св. Владимірѣ и Ярославѣ I, могли доставлять только незначительный доходъ отчасти уже потому, что и Ярославъ и Владиміръ, слѣдуя совѣту воеводы своего Добрыни, не любили воевать съ народами, ходящими въ сапогахъ, потому что они не будутъ охотно давать дань, но съ варварами: Чюдью, Литвою и Ягвягами, доставлявшими скудные сборы. «Иде Володимеръ, гов. лѣтоп., на Болгары съ Добрынею съ уемъ своимъ. . . . и побѣди Болгары. Рече Добрыня Володимеру: съгладяхъ володникъ, оже суть вси въ сапогѣхъ; симъ дани намъ не дати, поидемъ искать лавотниковъ.» Лавр. глѣт. стр. 36.
- ¹⁰²⁾ Стр. 7. Ист. фин. учр. гр. Толстаго.
- ¹⁰³⁾ Д. А. И. I. N^o 3. (1134 — 1135) ср. Русск. Достоп. I. 78.
- ¹⁰⁴⁾ П. С. Р. Лѣт. III, стр. 129.
- ¹⁰⁵⁾ Iohannis de Plano-Carpini, Antivariensis Archiepiscopi historia Mongalorum.
- ¹⁰⁶⁾ Звѣрка, называемаго *dochon*. Карамз. III, пр. 272.
- ¹⁰⁷⁾ Карамз. IV, стр. 55. 1 изд.
- ¹⁰⁸⁾ Троица. лѣтоп. П. С. Р. J. I, стр. 221. «И оттолѣ послаша послы своя ко Княземъ Разанскимъ, прося у нихъ десятины во всемъ: во князѣхъ и въ людѣхъ и въ конехъ, десятое въ бѣлыхъ, десятое въ бурыхъ, десятое въ рыжихъ, десятое въ пѣгихъ.»
- ¹⁰⁹⁾ Тамъ же.
- ¹¹⁰⁾ Лавр. стр. 203.
- ¹¹¹⁾ 1 Томъ П. С. Р. J. стр. 226.
- ¹¹²⁾ Соф. Врем. I. 261: «сочташа я въ число, и начаша на нихъ дань имати.» Гагем. пр. 135.
- ¹¹³⁾ П. С. Р. J. III, стр. 57. Почти въ тѣхъ же выраженіяхъ сообщается объ этомъ извѣстіе подъ г. 1259 и въ 4-й Новгородской лѣтописи: «и почаша зли ѣздити по улицамъ, писати домы крестьянскія, и отъѣхаша вземъ число.» П. С. Р. J. IV, стр. 39.
- ¹¹⁴⁾ «Только не чтоша, сказано въ Лавр. глѣт. (стр. 203), Игуменовъ, Черныцовъ, Пошовъ, Крилошанъ, кто зреть на Святую Богородицу и на Владыку»; а въ Троицкой подъ тѣмъ же 1257 г. находимъ выраженіе: «только не чтоша кто служить у церкви.» П. С. Р. J. I, стр. 226.
- ¹¹⁵⁾ Баскакомъ курской области, говоритъ Карамзинъ, былъ Ахматъ Хивинецъ; взявъ на откупъ дань татарскую, онъ угнеталъ народъ, не

- исключая ни Боларь, ни Князей. (Ист. Гос. Росс. IV, стр. 127. Изд. 1817 г.)
- ¹¹⁶⁾ Гагем. стр. 57.
- ¹¹⁷⁾ П. С. Р. J. III, стр. 57.
- ¹¹⁸⁾ Тамъ же, I. Лавр. ст. 203. Объясненіе слова *темникъ* у Пр. Соловьева; Ист. Россіи, III, пр. 281.
- ¹¹⁹⁾ Новгород. 4-я лѣтопись. П. С. Лѣт. IV, стр. 42.
- ¹²⁰⁾ Карамз. IV, стр. 112 и примѣч. 152. 1-е изд.
- ¹²¹⁾ П. С. Р. J. III, стр. 57. Почти въ тѣхъ же словахъ изображается это событіе и въ Новгородской 4-й лѣтописи: «и рѣша али: дайте намъ число, или паки да бѣжимъ прочь» и чернь не хотѣша дати числа, но рѣша: «умремъ чество...» П. С. Р. J. IV, стр. 39.
- ¹²²⁾ Карамз. IV, стр. 74. 1-е изд.
- ¹²³⁾ Въ Лавр. лѣтоп. (г. 1262) сказано: вложи (Богъ) ярость въ сердца крестьяномъ, не терпяще насилья поганыхъ, изволиша вѣчь и выгнаша изъ городовъ, изъ Ростова, изъ Володимеря, изъ Суждаля, изъ Ярославля; окупахуть бо ти оканьии бесурмене дани, и отъ того велику пагубу людемъ творяхуть, работаще рѣзы, и многы души крестьянскыя разаво ведоша. П. С. Р. J. I, стр. 204. Подъ тѣмъ же годомъ въ Троицкой лѣтописи (I, стр. 226): «изгнаша поганыхъ отъ всѣхъ градовъ, не терпя насилья ихъ.»
- ¹²⁴⁾ Собр. Госуд. грам. и Догов. I, № 8. стр. 205; документъ 1462 года.
- ¹²⁵⁾ А. А. Э. I. № 7, стр. 3.
- ¹²⁶⁾ Собр. Госуд. грам. и Догов.
- ¹²⁷⁾ Одни только люди численные продолжали и послѣ Калиты платить поголовную подать. Численными людьми или числяками Проф. Соловьевъ называетъ людей свободныхъ, но не земледѣльцевъ (смот. Сборникъ историч. и статист. свѣд. о Россіи Валуева; стр. 284). Миѣние это несправедливо. Такъ назывались свободные владѣльцы, свободные хлѣбопашцы, получившіе свое названіе оттого, что подлежали числу при Татарахъ и послѣ ихъ. Доказательствомъ служить слѣдующее мѣсто Собр. госуд. грам. и догов.: «А численыхъ людей блюсти ны съ одного, а земля ихъ не купити.» (I. 56). Ср. о численныхъ людяхъ Карамз. IV, пр. 325 и Гагем. стр. 166 и примѣч. 42. Но при В. К. Іоаннѣ В. упоминается уже о *тмляхъ*, которое обзавы были тянуть численные люди: «и тѣмъ численнымъ людемъ... тянути по старинѣ всякое тагло съ числяки в Ординцы къ сыну моему къ Василью...» (Собр. госуд. гр. I, № 138 — 142. Меж. грам.) Такимъ образомъ вѣроятно уже въ половинѣ 15-го вѣка и численные люди были облагаемы даними на общемъ основаніи, т. е. по величинѣ имущества. Это въ особен-

ности подтверждается тѣмъ, что самое названіе численныхъ людей скоро исчезаетъ; въ послѣдній разъ объ нихъ упоминается въ духовной грамотѣ В. К. Іоанна Васил. въ 1504 году.

¹²⁸⁾ Соф. врем. II. 194.

¹²⁹⁾ Такъ объ *ордынскомъ выходѣ* упоминается въ договорной грамотѣ 1388 г., заключенной между В. К. Димитріемъ Іоанновичемъ и дѣтьми его съ братомъ его княземъ Владиміромъ Андреевичемъ; равнымъ образомъ въ духовной грамотѣ 1410 г. князя Владиміра Андреевича. Объ *ордынской тлюстѣ* говорится въ договорной грам. 1362 года В. К. Димитрія Іоанновича съ двоюроднымъ братомъ его Влад. Андреевичемъ: «А ордынская тягость и проторъ дати ти ми брату своему старѣйшему.» (Собр. госуд. грам. и догов. ч. I.)

¹³⁰⁾ С. Г. гр. Ч. I, стр. 77.

¹³¹⁾ Въ договорныхъ грамотахъ встрѣчаются часто выраженія: «а коли ми будетъ слати свои данщики въ городъ и на перевары... и тобѣ свои данщики слати съ моими данщики вмѣстѣ. А въ твой ми удѣлъ данщиковъ своихъ, ни приставовъ не всылати, ни во все мое Великое Княженіе» «А въ вотчину ти, господине, въ мою и въ удѣлъ данщиковъ ти своихъ, ни приставовъ не всылати.»

¹³²⁾ Договор. грам. 1433 Боров. Князя Васил. Яросл. съ В. К. Васил. Васил. и др. князьями, ср. догов. грам. 1445 г.

¹³³⁾ Договор. грам. I-я, 1362 В. Кн. Димитрія Іоанновича съ К. Владиміромъ Андреевичемъ.

¹³⁴⁾ 2-я догов. грам. К. Юрія (Шемяки) съ В. К. Васил. Васил. 1434 и догов. гр. 1447 г.

¹⁴⁴⁾ Въ догов. гр. 1388 г. между В. К. Дмитр. Іоаннов. и братомъ его К. Владиміромъ Андреевичемъ сказано: А ордынская тягость, также и проторъ дати ти миѣ брату своему старѣйшему... съ своего удѣла и съ Книгинина удѣла... *въ пять тысячъ рублевъ* триста рублевъ и двадцать рублевъ. Тоже самое въ договор. грам. 1389 г.

¹³⁶⁾ Догов. грам. 1405: «а дати ми, господине, тебѣ (т. е. В. Князю) съ углича поля въ семь тысячъ рублевъ сто пять рублевъ.

¹³⁷⁾ Татищ. IV, стр. 86.

¹³⁸⁾ Самое выраженіе «личная повинность» еще не употребляется въ разсматриваемое нами время въ источникахъ, какъ и вообще оно не встрѣчается въ нашемъ древнемъ законодательствѣ. Вмѣсто его, въ значеніи личной повинности и платы за оную, мы находимъ часто слово: *проторъ*. Такъ въ А. И. I. N° 178, сказано: «И намѣстнича и волостелина двора не дѣлають, ни къ сотцкимъ, ни къ десятцкимъ, съ тяглыми людьми ни въ которые *проторы* не тя-

нугъ.» Въ А. А. Э. I. № 4: «не надобъ имъ потягнути къ городу ни въ которую дань, ни въ подводы, ни въ кормы, ни въ столъ, ни въ *который проторь*.» Разместомъ же назывались обыкновенно вещественныя подати. Впрочемъ и слово *проторь* часто принимало послѣднее значеніе. А. Ист. I. № 49.: «Ни тамга, ни осмьничее, ни явка, ни мытъ, ни косты, ни иные некоторые пошлины, никаковъ *проторь*.» Въ догов. грам. 1362, В. Кн. Дмитр. Иоанн. съ К. Влад. Андреев. «А ординская тягость и *проторь* дати ми брату своему старѣйшему. Ср. Граф. Толст. Ист. Фиван. учрежд. стр. 3.

- ¹³⁹) А что ординская тягость и Коломенский посоль, коли еси былъ въ своей отчинѣ, а то намъ по розочту, а Володимерский послы. . . . а тотъ ти проторъ не надобѣ. Догов. гр. 1389 г. В. К. Васил. Дмитр. съ Кн. Влад. Андреев. (I, стр. 64).
- ¹⁴⁰) О *ямь* догов. грам. 1423, 1424 и 1428 г.: «А дань я *ямь* давати ти мнѣ съ своею отчины съ Галича по давному.
- ¹⁴¹) Новгор. I-я лѣтоп. стр. 79.
- ¹⁴²) Карамз. V, примѣч. 103.
- ¹⁴³) Новгор. I-я лѣт. стр. 80. Проф. Соловьевъ замѣчаетъ (см. Сборникъ Валуева стр. 285) что въ 1259 г. Новгородцы уже обязались платитъ червѣный боръ въ Орду. Но подъ этимъ годомъ въ 1-й Новгород. лѣтоп. (на которую онъ ссылается) на стр. 57 сказано только: «и отъѣхаша оканьни, взяше число.» О черномъ борѣ ни слова. Впрочемъ самъ Г. Соловьевъ противорѣчитъ себѣ, говоря (Ист. Россіи Т. IV, стр. 218), что въ 1259 году наложена была на Новгородцевъ дань татарская: число.
- ¹⁴⁴) Догов. грам. Новгорода съ Польск. Корол. Казиміромъ IV, 1470 и 1471, см. А. А. Э. I. № 87.
- ¹⁴⁵) Карамз. IV, прим. 332. Напротивъ, мы видимъ, что этотъ сборъ падалъ и на промысловое сословіе, купцовъ и ремесленниковъ, которые въ Новгородѣ постоянно были отличаемы отъ черныхъ людей.
- ¹⁴⁶) Успенскаго опытъ повѣств. о древ. Русск. стр. 549.
- ¹⁴⁷) Соловьева Истор. Россіи IV, стр. 218.
- ¹⁴⁸) Такъ въ 1339 году Новгородцы послали В. Князю выходъ. «Князь же, говоритъ I-я Новгородская лѣтопись, присла послы свои, прося другаго выхода: а еще дайте ми запросъ царевъ, чего у мене Царь запрашалъ — и они ркоша: «того у насъ не бывало отъ начала міру; а ты цѣловалъ крестъ къ Новугороду, по старой пошлинѣ Новгородской и по Ярославинѣ грамотамъ.»
- ¹⁴⁹) Сузд. лѣт. II. 186.
- ¹⁵⁰) Со всякія деревни по полтинѣ. (Карамз. V, пр. 103).
- ¹⁵¹) Карамз. V, пр. 106.

- ¹⁶²⁾ Новгород. 1-я лѣт. стр. 112.
- ¹⁶³⁾ А. А. Э. I. № 32.
- ¹⁶⁴⁾ Тамъ же.
- ¹⁶⁵⁾ Собр. госуд. грам. I. № 142. Черный боръ впрочемъ не былъ необычайною, рѣдко доставляемою Князьямъ данью, но былъ взимаемъ почти постоянно съ Новгородцевъ, потому что въ 1386 г. Дмитрій Донской потребовалъ съ нихъ, кромѣ черного бора, ежегодно платимаго, еще 8000 рублей. (Кирамз. V, стр. 93. 1-е изд.
- ¹⁶⁶⁾ Отсюда вѣроятно произошло слово: *половникъ*, удержавшееся до сихъ поръ въ нашемъ законодательствѣ.
- ¹⁶⁷⁾ А. А. Э. I. № 32.
- ¹⁶⁸⁾ Нѣтъ никакого основанія объяснять выраженія: «а въ соху 2 коня, да третье припряжь» и «четыре пѣшцы за соху» такимъ образомъ, что сохою въ новгородской области называлось пространство земли, обрабатываемое тремя лошадьми, или четырьмя пѣшцами работниками. см. Гагем. Ровыск. о фин. стр. 74.
- ¹⁶⁹⁾ Въ 1213 г. въ Новгородѣ продавалась кадь ржи по 10 гривенъ, а овса по три гривны, а рѣпы возъ по двѣ гривны. Въ это время люди питались сосною корою, липовымъ листомъ и мохомъ «и дѣти своѣ даяхуть одерень» т. е. отдавали въ полное холопство. Новгород. 1-я лѣтоп. стр. 33. Ср. Лавіера о помѣст. и вотчин. стр. 143.
- ¹⁷⁰⁾ Бояре въ разсматриваемое нами время (отъ Іоанна Казиты до Іоанна III) обязаны были давать дань съ путей (о словѣ путь и боярахъ путныхъ см. Внутр. тамож. пошлины въ Россіи, Е. Осокина; стр. 167) и съ кормленій, раздаваемыхъ имъ, какъ для суда и расправы, такъ и для собственнаго прокормленія. (Ук. 1556, Сент. 20. «А по сіе время Князи, бояре и дѣти боярскіе, сидѣли по кормленіямъ по городамъ и по волостямъ, для расправы людемъ, и всякаго землямъ устроенія, и себѣ отъ службъ для покоя и прокормленія. . . .» см. Гагем. стр. 134). Такіе поборы опредѣлялись договорными грамотами между князьями: «а коли ми взяти дань на своихъ боярехъ на большихъ и на путныхъ, тогда ти взяти на своихъ также по кормленію и по путемъ, да дати ти миѣ.» Собр. госуд. грам. ч. I.
- ¹⁷¹⁾ Кирамз. IV, примѣч. 152.
- ¹⁷²⁾ Собр. госуд. гр. I, стр. 203.
- ¹⁷³⁾ Такъ напр. слово *подать* встрѣчается уже въ судебникѣ Іоанна IV. (А. И. I. № 234).
- ¹⁷⁴⁾ А. А. Э. I. № 242.
- ¹⁷⁵⁾ А. А. Э. IV. № 24.
- ¹⁷⁶⁾ Впрочемъ означенный титулъ былъ употребляемъ въ это время преимущественно въ сношеніяхъ съ иностранными державами. Слово

Царь, кажется, въ первый встрѣчается въ лѣтописи въ XII столѣтіи. По случаю смерти Изяслава Мстиславича, В. Князя кievскаго (1154 г.), лѣтописецъ говоритъ: «и плакася по немъ вся Руская земля и вси Чернiи Клобуци, яко по *цари* и господиѣ своемъ, . . .» (Ипатьев. стр. 74).

- ¹⁷⁷⁾ А. Юр. N° 3. 5. 6. 11. 20. 154.
- ¹⁷⁸⁾ Карамз. VI, ир. 286.
- ¹⁷⁹⁾ А. И. II, стр. 71.
- ¹⁸⁰⁾ А. Юр. N° 8.
- ¹⁸¹⁾ А. Юр. N° 9.
- ¹⁸²⁾ Карамз. VI, стр. 217.
- ¹⁸³⁾ Карамз. X, стр. 148 и 435.
- ¹⁸⁴⁾ Д. А. И. I, стр. 279. Докум. 1611 г.
- ¹⁸⁵⁾ Сохранились приправочныя книги 1571, 1574 и др. годовъ.
- ¹⁸⁶⁾ Иванова обзорніе помѣстныхъ правъ и обяв. 1836, ст. 193.
- ¹⁸⁷⁾ Тамъ же.
- ¹⁸⁸⁾ О дозорныхъ книгахъ упоминается впрочемъ гораздо ранѣе этого времени. Сохранившіеся въ цѣлости дозорныя книги относятся къ 1582, 1585 и 1588 годамъ. «Дозорными, говоритъ Г. Ивановъ, онѣ назывались потому, что такъ называемые дозорщики дозорили или повѣряли за писцами.» (Иван. стр. 196).
- ¹⁸⁹⁾ А. А. Э. III. N° 105, окр. грам. въ Галичъ 1619 г. Юля 3, сраб. Собр. госуд. грам. ч. III: окр. грам. въ Новгородъ воеводамъ о присылкѣ въ Москву выборныхъ, для составленія вновь окладныхъ книгъ и уравненія полатей.
- ¹⁹⁰⁾ А. И. III. N° 166. «А въ Двинскихъ книгахъ писма и мѣры Мирона Вельминова съ товарищи 130, 131 и 132 году, написано:»
- ¹⁹¹⁾ Тамъ же, N° 149: «А въ Чердынскихъ писцовыхъ книгахъ, писма и мѣры Михайла Кайсарова. . . . 131 и 132 году, написано. . . .»
- ¹⁹²⁾ А. Юрид. N° 164. Писцовая выпись 1631: «Курмышской писецъ. . . . далъ выпись съ Курмышскихъ книгъ писма и мѣры и межеванія. . . . 133, 134, 135, 136 и 137 годовъ. . . .»
- ¹⁹³⁾ П. Собр. Закон. N° 1157: статьи о чернослобод. и бѣлошѣстовыхъ дворахъ 1686, п. 3.
- ¹⁹⁴⁾ Тамъ же, ст. 1.
- ¹⁹⁵⁾ Иванова стр. 193 и 194.
- ¹⁹⁶⁾ Тамъ же.
- ¹⁹⁷⁾ Г. Плошинскій не совсѣмъ точно выражается, говоря: «гости не состояли въ тягѣ, т. е. не платили *поземельной подати*»; правильнѣе сказать: имущественной. См. Городское или среднее состояніе

русскаго народа 1852, стр. 119. Карамзинъ говоритъ: тягло и подать государственная приносили....; слѣдовало бы выразиться: тягло или подать государственная. См. Ист. Госуд. Россійск.

- ¹⁸⁸⁾ См. Собр. госуд. грам. ч. I. Что тягло было тождественно съ посолною податью и, относительно техническихъ промысловъ и торговли, распределялось по дворянъ, это доказывается между прочимъ и тѣмъ, что даже позднѣе, именно указомъ 1705 г. (П. С. Зак. 2081) было повелѣно съ работниковъ и учениковъ суконнаго дѣла не взимать никакихъ податей, кромѣ *дворяноу тлаа*.
- ¹⁸⁹⁾ А. А. Э. I. N° 234.
- ¹⁹⁰⁾ Тамъ же. I. N° 242. Подобное мѣсто находится въ царской жалов. грам. 1622. (А. А. Э. III. N° 126.
- ¹⁹¹⁾ А. А. Э. I. N° 242.
- ¹⁹²⁾ Тамъ же. III. N° 126. Здѣсь упоминается о тяглѣ крестьянъ Устьинскихъ волостей.
- ¹⁹³⁾ А. Юр. N° 195. Порядная 1628 г. «... не учну съ посадскими людьми посадского тягла тянути....»
- ¹⁹⁴⁾ П. С. З. IV. 1916.
- ¹⁹⁵⁾ А. А. Э. I. N° 242.
- ¹⁹⁶⁾ А. А. Э. I. N° 135. (Гр. 1498 г.); тамъ же N° 152 (1509 г.); тамъ же N° 164 (1517 г.)
- ¹⁹⁷⁾ Тамъ же N° 348 (1590 г.); А. Ист. I. N° 178 (г. 1567). Ср. А. Юрид. N° 65. 216: «взято въ казну поворотныхъ денегъ съ пятидесять трехъ дворовъ.» Тамъ же. N° 376.
- ¹⁹⁸⁾ Что касается до *четвертныхъ доходовъ*, о которыхъ упоминается въ источникахъ, то подъ этимъ названіемъ также должно понимать доходы, доставляемые посолною податью, но въ томъ случаѣ, когда она падала на земледѣльческую промышленность, потому что въ писцовыхъ книгахъ XVII вѣка, вмѣсто сохъ, означались уже четверти. Такъ въ грам. 1617 г. сказано: «а ямскія имѣ деньги и стрѣleckіе хлѣбные запасы.... давати по писцовымъ и по дозорнымъ книгамъ съ живущаго съ *четвертными* со крестьянскія пашни....» (П. С. З. II. N° 681).
- ¹⁹⁹⁾ Торговое и ремесленное сословія, во время изданія судебника Іоанна IV, были слѣдующія: 1) гости большіе, 2) торговые люди; 3) посадскіе средніе, подлежашіе подати по животамъ и промысламъ. Впрочемъ вѣроятно платили налогъ и торговые люди, хотя въ судебникѣ это прямо не высказано. 4) Черные младшіе городскіе люди. Права и обязанности всѣхъ означенныхъ сословій воишь образовались въ эпоху Уложенія Царя Алексѣя Михайловича 1649 г. Собственно промышленные люди по этому заководательству, т. е. торговые ремесленные, раздѣлялись на гостей, гостиныя и суконныя сотни (изъ коихъ въ тѣхъ и другихъ еще различа-

лась большая, средняя и меньшая статья), на казенные сотни и слободы и на посадских тяглых людей, — лучшей, средней и меньшей статьи. Кроме того, некоторые служилые люди, хотя не принадлежали собственно к промысловому сословию, но, живя постоянно в городах и занимаясь торговлею и другими промыслами, имели некоторые права горожан и подлежали исполнению одинаковых обязанностей. В финансовом отношении промысловый класс раздѣлялся на *бѣломѣстцовъ* или *бѣлыхъ* людей (XIX, ст. 39), живших на землѣ и во дворахъ, не подлежавших тяглу, и *тяглыхъ* людей, обязанныхъ платить тягло и исправлять повинности разнаго рода. (См. у Плюшнскаго Городское или среднее состояніе... стр. 87 и 113 о правахъ и обязанностяхъ всѣхъ этихъ промысловыхъ сословій). Къ бѣломѣстцамъ относились; 1) гости, которые были свободны отъ всякихъ сборовъ и службъ (попечностей) и жили въ царской милости, на льготѣ и покое. 2) Гостиная и суковная сотни, также не подлежавшія тяглу (прямой подати), но платившія опредѣленные пошлины (косвенныя подати) съ своихъ торговыхъ промысловъ. Мы не упоминаемъ здѣсь о тѣхъ бѣломѣстцахъ, городскихъ жителяхъ, которые по самому характеру своихъ занятій, не принадлежали къ промышленному классу городовъ. Тяглыми людьми, жившими на тяглыхъ или черныхъ земляхъ, считались казенныя и черныя сотни и слободы, посадскіе тяглые люди лучшей, средней и меньшей статьи и наконецъ некоторые изъ служилыхъ людей: пушкарни, затинщики, воротники, казенные мастеровые люди, занимавшіеся торговлею и разными другими промыслами. Многочислѣннѣйшимъ изъ всѣхъ промысловыхъ классовъ былъ разрядъ посадскихъ, промышленниковъ, живущихъ на посадахъ и занимавшихся мелочвою торговлею и ремеслами. Наибольшая часть законодательныхъ постановленій о торговлѣ и ремеслахъ, которыя сохранились до нашего времени и которыя мы должны рассмотреть, имѣетъ въ виду именно это сословіе.

200) Въ предметъ нашей задачи не входитъ рассмотрѣніе сохи, какъ земледѣльской мѣры; но достаточно замѣтить, что соха, относительно земель, раздѣлялась на московскую и новгородскую или сошку. Первая раздѣлялась на большую и малую. Большая московская соха содержала въ себѣ 800 четвертей хорошей земли, 1000 средняго качества и 1200 худой (Карамз. IX, пр. 816). Такъ измѣрялись земли помѣстныхъ и вотчинныхъ; митрополичьихъ же и монастырскихъ земель было кладево въ соху по 600 четвертей (А. И. III. N° 132, гр. 1624 г.: «а съ чети пашни имется съ помѣстныхъ и вотчинныхъ земель, которые по осми сотъ четьи въ соху, по четвернику ржи, по четвернику овса, а съ митрополичьихъ и съ мо-

настырскихъ земель, которыя кладены по шести сотъ четвертей въ годъ...» (Замѣтимъ при этомъ, что четь или четверть имѣла въ длину 40, а въ ширину 30 саж. и 1200 кв. саж.; 2 чети составляли десятину, равняющуюся какъ и вытѣ 2400 кв. саж. (Карамз. IX, пр. 803). Вышеозначенная величина сохи, относительно помѣстныхъ и вотчинныхъ земель, обозначена въ книгахъ о сошномъ и вытномъ письмѣ, но въ XVII столѣтіи мы встрѣчаемъ уклоненія отъ нея; иногда полагалось болѣе, иногда менѣе (Д. А. И. II. N° 39. 1615 г. А. И. III. N° 149, г. 1627). Московская малая соха равнялась 600 четвертямъ помѣстной земли. (Д. А. И. II. N° 39). Но величина ея также не вездѣ была постоянна (мы видимъ въ малой сохѣ 185 четей.: Д. А. И. II. N° 115. 1562 г.) Въ Новгородской сохѣ было только 30 четвертей, а иногда и 21 четь. Московская соха раздѣлялась на выти, а Новгородская на обжи. Величина выти не была постоянна. Въ сочиненіи графа Толстаго мы встрѣчаемъ слѣдующее извѣстіе о выти. Въ книгѣ о сошномъ и вытномъ письмѣ, принадлежавшей Карамзину, величина выти означена въ 12 четей хорошей земли, 14 средней и 16 худой; а въ рукописи Публичной Библіотеки 10 четей хорошей земли. Иногда въ выть полагалось по 7 десятинъ, или 14 четей худой земли, а также по 9 и 10 десятинъ такой же земли. Въ другихъ мѣстахъ источниковъ видимъ, что въ сохѣ помѣстной хорошей земли полагалось 67 вытей безъ трети, средней доброты земли 73 съ дробью, а худой 75 вытей. (Стр. 8). Въ Новгородской сохѣ считалось три обжи (А. А. Э. I. N° 181): уставная Овжская грам. 1536: «а въ сохѣ три обжи.» Эта мѣра (обжа) тоже не была постоянною и равнялась иногда 10 четвертямъ (А. И. III. N° 139. 1626 г.) иногда 7 четвертямъ (А. Ю. N° 160. 1611 г.) Количество дворовъ земледѣльческихъ, полагаемыхъ въ соху, не было также одинаково, не только въ различныя времена, но и въ одно и тоже время. (Карамз. IX, пр. 816, и А. А. Э. I. N° 343).

- ²⁰¹⁾ «Собираютъ съ гостей и съ торговыхъ людей, говорить Котошихинъ (стр. 77), «...тягло и подати... и нныя поборы ежегодно.»
- ²⁰²⁾ А. А. Э. I. N° 343, г. 1589.
- ²⁰³⁾ Карамз. IX, пр. 816.
- ²⁰⁴⁾ А. Юрид. N° 229. 1574 г. «И всего въ Муромѣ на посадѣ черныхъ тяглыхъ дворовъ, въ живущемъ, молодчихъ людей 111 дворовъ, а людей въ нихъ 149 человекъ, а сошного писма въ живущемъ соха безъ четверти.»
- ²⁰⁵⁾ Гр. Толст. Ист. фин. учр. стр. 26.
- ²⁰⁶⁾ А. И. I. N° 153. § 72.
- ²⁰⁷⁾ «А разводити Шенкурцомъ и Вельского стану посадскимъ людемъ,

въ Шенкурѣ на посадѣ и въ Вельску на посадѣ посадскимъ людемъ лутчимъ и середнимъ и молодьчимъ межъ себя самимъ по животомъ и по промысловъ.»

- ²⁰⁸⁾ А. А. Э. IV. № 250.
- ²⁰⁹⁾ Царская грам. въ В. Новгородъ.
- ²¹⁰⁾ Ср. П. С. З. № 1157.
- ²¹¹⁾ Царская грамота во Владимиръ, изданная въ началѣ 1649, объ отпискѣ на Государя слободъ, находящихся во владимирскомъ посадѣ и сего окрестностяхъ. А. Ист. IV, № 29.
- ²¹²⁾ Ц. гр. въ Свияжскъ А. А. Э. IV. № 158.
- ²¹³⁾ А. А. Э. IV. № 169.
- ²¹⁴⁾ Уѣздные люди, не платя тягла посадскаго, накладывали большую цѣну на товары торговыхъ людей, пріѣзжихъ изъ другихъ городовъ.
- ²¹⁵⁾ Улож. VIII. 1.
- ²¹⁶⁾ А. А. Э. III. № 45. П. С. З. II. 1210. А. А. Э. III. № 98 и 100, гдѣ говорится о допрашиваніи въ 1618 г. съ жителей Бѣлоозера запросныхъ денегъ великимъ правожемъ.
- ²¹⁷⁾ Упоминается о сбѣрахъ съ купцовъ на чрезвычайныя потребности въ 1581 и 1582 годахъ. Карамз. IX, стр. 250.
- ²¹⁸⁾ Даже означенныя подати оказывались иногда недостаточными; а потому правительство, при совершенномъ истощеніи казны, принуждено было дѣлать займы, (напр. въ 1609 у Соловецкаго монастыря [А. А. Э. II. № 136; послѣ побѣды Государь обѣщаетъ: «тою монастырскую казну исполнить вдвое»] въ 1613 г. у Строгоновыхъ [А. А. Э. III. № 3], въ Угличѣ также въ 1613 [тамъ же № 5] и въ 1618 у посадскихъ и торговыхъ людей. [С. гос. гр. № 41]) или прибѣгать къ добровольнымъ приношеніямъ всякаго рода.
- ²¹⁹⁾ «Государевы денги и съ сохъ въ прибавку отпустить тотчасъ.» А. А. Э. II. № 137.
- ²²⁰⁾ Тамъ же. № 136 и 137.
- ²²¹⁾ Отписки Князя Михаила Шуйскаго къ пермскимъ жителямъ. А. А. Э. II. № 136.
- ²²²⁾ А. А. Э. III. № 70.
- ²²³⁾ А. Ист. III. № 206. «Въ нынѣшнемъ во 147 году, указали есмь, для нашихъ службы нынѣшняго лѣта, собрати нашихъ ратныхъ людемъ на жалованье, денги съ городовъ, съ посадовъ и съ уѣздовъ, противъ прошлаго 146 году, съ двора по два рубли...» въ другомъ мѣстѣ той же грамоты: «собрати... съ торговыхъ людей по два рубли съ двора.»
- ²²⁴⁾ П. С. Зак. II. № 1210.
- ²²⁵⁾ А. Ист. № 42: «съ городовыхъ съ посадскихъ и со всякихъ ти-

глыхъ людей . . . съ которыхъ сбору десятой денги не будетъ
взять нашимъ Великого Государя ратнымъ коннымъ и пѣшимъ лю-
демъ на жалованье на нынѣшней на 187 годъ, сверхъ рублевыхъ
денегъ, по полтинѣ съ двора»

²²⁶⁾ П. С. Зак. II. N° 1210.

²²⁷⁾ П. С. Зак. II. 1319.

²²⁸⁾ А. А. Э. III. N° 45. 1614 годъ: «а правите съ промысловъ ихъ пя-
тыя доли» Тамъ же N° 70. 1615 годъ: «указали мы со-
брати ратнымъ людямъ на жалованье, со всѣхъ городовъ, съ по-
садовъ, съ гостей, и съ торговыхъ и съ черныхъ со всякихъ лю-
дей противъ сбору 122 года (1614 г.) пятую денгу.» Тамъ же
N° 68; годъ 1615: «по нашему указу и всей земли приговору
велѣно со всѣхъ городовъ Московскаго государства, со всякихъ лю-
дей съ животовъ сбирати, служивымъ людямъ на жалованье, ден-
ги, пятая доля.» Тамъ же N° 79. 1616 г. . . . со всего Москов-
скаго государства съ городовъ и съ посадовъ, съ гостей и
съ торговыхъ и со всякихъ съ посадскихъ людей и съ ка-
бацкихъ откупщиковъ, и со *лотчиковъ* и съ *тарханщиковъ* и съ
монастырей, которые торгуютъ, и со всякихъ слободъ съ торго-
выхъ людей, чѣмъ кто ни торгуетъ, чей кто ни буди, никого не
обхода, безо всякого вывету и отдачи, собрати съ животовъ слу-
живымъ людямъ на жалованье, пятая денга, денгами, а не това-
ромъ. Тамъ же, ср. N° 80. Тамъ же N° 81. 1616 г. «а съ го-
стей и съ торговыхъ со всякихъ людей, чей кто ни буди, и съ
монастырей, которые торгуютъ, съ животовъ пятую денгу.»

²²⁹⁾ А. А. Э. III. N° 211. 1632 г.: «а съ гостей и съ торговыхъ
съ Московскихъ людей и въ городѣхъ съ гостей и съ торговыхъ
лутчихъ и съ середнихъ и съ молотчихъ людей мы Вел. Государь
Царь и В. Кн. Михаилъ Феодоровичъ всеа Руси указали взя-
ти, ратнымъ людямъ на жалованье, *пятую денгу*»

²³⁰⁾ П. С. З. I. 322.

²³¹⁾ Тамъ же. I. N° 329.

²³²⁾ Котоших. о царств. Алек. Мих. стр. 108.

²³³⁾ П. С. З. I. N° 129. Грамота Боярину Кн. Провскому 1654 Ю-
ня 18: «велѣно нашимъ ратнымъ людямъ на жалованье, съ гостей
и съ гостинной и суконной съ сотенъ и черныхъ слободъ и въ
городѣхъ съ посадскихъ людей . . . съ ихъ животовъ и съ про-
мысловъ десятыя девьги, съ рубля по гривнѣ, имати и которые на
Москвѣ стрѣльцы и козаки и пушкари и затинщики и вла-
стелинскіе и монастырскіе и бояръ и окольныхчихъ люди и
крестьяне и торговые нѣмцы и всякіе служилые люди промышля-
ютъ большимъ торговымъ промысломъ; и съ тѣхъ людей, съ ихъ
животовъ и съ промысловъ десятая денга имати» Жены и дѣти

стрѣльцовъ и пушкарей, состоявшихъ на службѣ, не подлежали сбору десятой деньги; но стрѣльцы и пушкарѣ, жившіе въ Москвѣ и промышлявшіе торговыми промыслами, должны были платить означенный налогъ. Срав. Котоших. стр. 108 и А. И. IV. N° 93. Память новгородскаго воеводы Архимандриту ростовскаго Тихвинскаго монастыря о выборѣ въ монастырскомъ посадѣ окладчиковъ для сбора съ торговыхъ людей, русскихъ и иноземцевъ, десятой деньги на жалованье ратнымъ людямъ.

²³⁴⁾ П. С. Зак. I. 347: «а съ именитыхъ людей Строгановыхъ и съ гостей и съ гостинной и съ суконной и съ дворцовыхъ и съ черныхъ сотенъ и слободъ, и въ городѣхъ съ посадскихъ и съ торговыхъ и съ промышленныхъ и съ ремесленныхъ, со всякихъ чиновъ собрать десятая деньга.» Въ томъ же документѣ сказано: «а которые торговые всякихъ чиновъ самые скудные люди, и съ тѣхъ самыхъ скудныхъ людей десятая деньга взять, противъ нашенныхъ крестьянъ и бобылей, по полтинѣ съ человѣка, а меньше бы того числа во взятьѣ десятой деньги не было.»

²³⁵⁾ А. И. V. N° 23: «съ именитыхъ людей Строгановыхъ, и съ московскихъ и съ новгородскихъ гостей и съ гостинной и суконной сотенъ и съ дворцовыхъ и съ патриаршихъ слободъ, и въ городѣхъ съ посадскихъ и съ уѣздныхъ со всякихъ чиновъ съ торговыхъ и съ промышленныхъ и съ ремесленныхъ людей, съ ихъ животовъ и съ промысловъ, для нынѣшней службы, нашимъ В. Г. ратнымъ людямъ на жалованье, взять десятую денгу, по прежнему окладу и взятья десятой же деньги 181 (1673) года.»

²³⁶⁾ П. С. З. II. N° 750.

²³⁷⁾ «Съ именитыхъ людей Строгановыхъ и съ гостей... и въ городѣхъ съ посадскихъ и съ уѣздныхъ со всякихъ чиновъ людей, съ ихъ торговъ и со всякихъ промысловъ и съ заводовъ, ратнымъ людямъ на жалованье... собрать десятую денгу...» А. Ист. N° 144 и А. А. Э. IV. N° 293.

²³⁸⁾ См. прим. 234.

²⁴⁰⁾ П. С. З. I. N° 494. Повелѣно: со Строгановыхъ, и съ торговыхъ и другихъ промышленныхъ людей, которые въ 178 (1670 г.) не были разорены отъ воровскихъ казаковъ, взять съ торговъ ихъ и съ промысловъ пятнадцатую денгу.

²⁴¹⁾ Стр. 108.

²⁴²⁾ П. С. З. I. N° 56: «а съ гостей и съ торговыхъ людей гостинныхъ и суконныхъ сотни и съ черныхъ сотенъ, и въ городѣхъ съ гостей и съ торговыхъ со всякихъ чиновъ людей взять со двора на жалованье ратнымъ людямъ, доложу Государя, что Государь укажетъ.»

²⁴³⁾ «А будетъ ратнымъ людямъ на жалованье денегъ не останется, и боярину и воеводамъ.... велѣть собрать съ городовъ съ посадовъ и уѣздовъ съ торговыхъ людей, сверхъ окладныхъ доходовъ, что въ росписяхъ написаны деньги, что будетъ доведется, чѣмъ бы было ратныхъ людей на Государеву службу поднять.» С. госуд. гр. и дог. ч. III, стр. 180. Наказъ воеводамъ Лыкову и Колтовскому. Подобное мы находимъ и въ Уложеніи Царя Алексѣя Михайловича. (Гл. VII, ст. 1): «А будетъ которыми мѣрами съ которымъ государствомъ у Московскаго государства война зачнется.... и для тое службы велить Государь.... дати свое Государево жалованье, и на то Государево жалованье ратнымъ людямъ деньги собирать со всего Московскаго государства, а поборъ положить смотря по службѣ.»

²⁴⁴⁾ А. А. Э. III. N° 68.

²⁴⁵⁾ Тамъ же. N° 79 и 80.

²⁴⁶⁾ А. А. Э. III. N° 81.

²⁴⁷⁾ П. С. Зак. N° 1210 и 1319.

²⁴⁸⁾ П. С. З. I. N° 329. Котоших. стр. 108.

²⁴⁹⁾ Тамъ же. II. N° 1210 и 1319.

²⁵⁰⁾ Тамъ же. IV, 1916.

²⁵¹⁾ П. С. З. N° 2081, см. примѣч. 188.

²⁵²⁾ Тамъ же. IV, 1922.

²⁵³⁾ Тамъ же. IV, 2076.

²⁵⁴⁾ П. С. З. 2127.

²⁵⁵⁾ Тамъ же. V. 2707. 1713 г.

²⁵⁶⁾ Тамъ же. 2258.

²⁵⁷⁾ Тамъ же. VI. 3501. Эти сборы были повторены въ 1721. (П. С. З. 3735) и 1722 годахъ (3872): «съ купечества съ десятыя деньги по тому жъ съ рубля.»

²⁵⁸⁾ Тамъ же. 3640. Ук. Сент. 5. 1720.

²⁵⁹⁾ Тамъ же. 3651 г.

²⁶⁰⁾ Тамъ же. 3709.

²⁶¹⁾ Тамъ же. VI. 3856. «съ крестьянства изъ (и съ) разночинцевъ съ двороваго числа, а изъ купечества съ десятыя деньги....»

²⁶²⁾ Тамъ же. 4312: Высочайшія революціи на Магистратскіе докладные пункты, 1723 г.

²⁶³⁾ Тамъ же. VI. 4134. 1722 г. Дек. 14.

²⁶⁴⁾ Это видно изъ указа 1714 года. (V. 2770) «крестьянамъ.... (всѣхъ вѣдомствъ), которые на Москвѣ торгуютъ всякими товары въ лавкахъ, платить съ тѣхъ своихъ торговъ десятую деньгу и подати съ посадскими людьми въ рядъ ничѣмъ необходимо.» «А которые крестьяне десятой деньги и податей съ посадскими людьми

платить не похотятъ и имъ въ лавкахъ никакими товары торговать не велѣтъ.»

- ²⁶⁶⁾ И гости, примѣняясь къ окладу прошлаго 188 году, учинили съ тѣхъ . . . городовъ посадскимъ людямъ окладъ вновь. А. А. Э. IV. 250.
- ²⁶⁶⁾ Важная перемѣна въ управленіи, по которой производство суда и расправы и взиманіе государственныхъ податей были предоставлены малюбленнымъ головамъ и ихъ товарищамъ, въ первый разъ, можетъ быть, была предпринята при Царѣ Василіѣ Іоанновичѣ Ок. 1510. (Исков. 1-я лѣтоп. стр. 287); но древнѣйшая изъ уставныхъ грамотъ, касающихся этого предмета и до насъ дошедшихъ, относится къ 1552 году. Она дана Важскимъ жителямъ. См. Плом. Город. или сред. сост. стр. 92.
- ²⁶⁷⁾ «Учинить тѣмъ доходомъ окладныя книги.» А. А. Э. IV. N° 200. г. 1681, и др. мѣста.
- ²⁶⁸⁾ Въ царскомъ наказѣ 1632 г. (А. А. Э. III. N° 213) сказано: «а велѣти въ городѣхъ гостемъ и торговымъ лутчимъ и середнимъ и молодчимъ всякимъ людямъ vybrати межъ себя гостей и торговыхъ людей, чтобъ душами своими были прямы и тѣхъ выборныхъ людей, приведчи къ вѣрѣ, ихъ допрашивать про гости и про торговые люди и про ихъ пожитки, чтобъ другъ про друга сказывали правду и животовъ своихъ и промысловъ не таяли. . . . а однолично имъ межъ себя vybrати велѣтъ людей добрыхъ и душами прямыхъ и самибъ про свои животы сказали и про гостей и про торговые и про всякіе промышленные люди про ихъ пожитки въ правду.»
- ²⁶⁹⁾ Въ царской грамотѣ 1662 г. въ Сибирь въ туринской острогъ: «о сборѣ на жалованье войску съ людей всякаго званія пятой деньги съ объявляемаго ими подъ присягою имущества и дохода» находимъ слѣдующія извѣстія о раскладѣ подати: «А для того нашего денежнаго сбора указали мы, В. Государь, vybrать окладчиковъ на Москвѣ изъ гостей и изъ торговыхъ людей, также и въ городѣхъ изъ посадскихъ изъ лучшихъ людей, и изъ середнихъ и изъ молодчихъ добрыхъ и прожиточныхъ людей, кому въ такомъ нашемъ дѣлѣ мочно вѣрить. . . . сколько человекъ пригоже, да и которымъ бы такое окладное дѣло было за обычай и взять на нихъ у земскихъ старостъ выборы за руками всѣхъ посадскихъ людей. . . . А какъ на окладчиковъ выборъ дадутъ и тебѣ бѣ (воеводѣ) ихъ привести къ вѣрѣ и взять у тѣхъ окладчиковъ скаски за ихъ руками, что у кого животовъ и какихъ промысловъ, а въ скаскахъ своихъ велѣтъ имъ писать вправду. . . . чтобъ животовъ своихъ и промысловъ не таяли. . . . тѣхъ окладчиковъ выборныхъ людей, сверхъ ихъ сказокъ, велѣтъ бы обложить по ихъ животомъ»

и промысловъ земскимъ старостамъ и всѣмъ посадскимъ лучшимъ и середнимъ и молодчимъ людямъ прямо вправду.... а обложка ихъ окладчиковъ, велѣлъ имъ окладчикамъ имать скидки за руками у всѣхъ посадскихъ торговыхъ и промышленныхъ всякихъ чиновъ людей и велѣлъ ихъ всѣхъ.... окладывать пряможе вправду. А будетъ которыхъ посадскихъ и.... торговыхъ промышленныхъ людей на лицо не будетъ; и ты бѣ тѣхъ велѣлъ окладывать и за очи потому жѣ вправду.... чтобъ никто въ избылыхъ не былъ.... и говорити бѣ про то всѣмъ посадскимъ и уѣзднымъ людямъ съ большимъ подкрѣплениемъ не по одно время, чтобъ они животы своихъ и промысловъ отнюдь не таили; а будетъ кто животы свои и промыслы утаитъ, а послѣ сыщется, и тѣмъ людямъ.... быть въ жестокомъ наказаніи и ссылкѣ, и животы ихъ и промыслы, за утайку, велимъ имать на насъ, В. Государя, безповоротно.

²⁷⁰⁾ А. Ист. IV. № 93. 1654 г. «Окладные книги, за окладчицкими руками, велѣно подать въ Приказѣ денежнаго сбору.

²⁷¹⁾ А. А. Э. IV. № 293. 1687 г. «Окладные книги за руками съ окладчики прислать къ В. Государемъ....»

²⁷²⁾ Стр. 107 — 108.

²⁷³⁾ А. А. Э. IV. № 250. Подобное мѣсто находится въ томъ же документѣ: «чтобъ лутчіе и полные люди передъ середнею и меньшею статьями во лготѣ, а средней и меньшей статей люди передъ лутчими и полными людьми въ тягости, и никтобъ въ избылыхъ не былъ, и чтобъ по тому ихъ окладу и по разверсткѣ возможно было заплатить всякому человѣку свою долю безъ доимки. Срав. о выборѣ окладчиковъ. П. С. З. № 547. (1673 г.) А. А. Э. V. № 23. 1678.

²⁷⁴⁾ «Чпннлибъ въ городѣхъ межъ себя оклады, смотря по прожиткомъ и по промысловъ, погодно или въ два или въ три годы....» А. А. Э. IV. № 250. 1681 г.

²⁷⁵⁾ П. С. Зак. IV. № 1916.

²⁷⁶⁾ Тамъ же. IV. 2127.

²⁷⁷⁾ Тамъ же. 2076.

²⁷⁸⁾ Подобная мѣра была предполагаема и относительно поземельнаго имущества и дохода. Реглиментомъ Камеръ-Коллегіи предписано было этому высшему финансовому вѣдомству заботиться о составленіи земскихъ, или грунтовыхъ переписныхъ книгъ, которыя должны быть составлены, начиная съ отдѣльныхъ помѣстій или погостовъ, восходя отъ нихъ къ дистриктамъ (уѣздамъ) и наконецъ къ цѣлой провинціи, и служить основаніемъ для правильнаго распределенія податей на уѣздныхъ жителей. При установленіи налоговъ, повелѣно было обращать вниманіе на состояніе почвы, климата и особенныя отношенія провинціи, на цѣну полевыхъ плодовъ въ извѣстной мѣ-

стиности и другіе признаки, опредѣляющіе различіе поземельнаго дохода отдѣльныхъ владѣній. См. Кранихфельда: Взглядъ на финансовую систему и финансовыя учрежденія Петра Великаго. Жур. М. Н. Пр. 1845. Т. III.

²⁷⁹⁾ П. С. Зак. 3983.

²⁸⁰⁾ Тамъ же. VII. 4312.

²⁸¹⁾ «А платить сверхъ промысловъ; учинить анштальтъ, примѣняясь къ другимъ государствамъ, и свое мнѣніе предложить.» Пол. С. Зак. 3898.

²⁸²⁾ П. С. З. 1594. Наказъ Боярину Черкасскому, назначенному къ Тобольскъ воеводою, объ управленіи казенными, земскими и военными дѣлами, 1697 г. Сент. п. 21. «а которые промышленные и гулящіе люди изъ русскихъ городовъ поѣдутъ въ Сибирскіе города, и на тѣхъ имати оброку съ промышленныхъ по полтинѣ, а съ гулящихъ по полуполтинѣ на человѣка въ годъ; а буде въ томъ году платили гдѣ въ иныхъ Сибирскихъ городахъ положить въ томъ отписи, и тотъ оброкъ имъ зачитать въ тотъ годъ, а по два оброка на годъ не имать. Ср. 1654 п. 8. Обсирѣ пошлинъ въ Сибирскихъ городахъ. 1698 г. Нояб. 12.

²⁸³⁾ П. С. З. IV. 2084.

²⁸⁴⁾ П. С. З. 4548 и 4583.

²⁸⁵⁾ См. прим. 281.

²⁸⁶⁾ П. С. З. 3983, ср. 4312 и 4624.

²⁸⁷⁾ Тамъ же. VI. 4134, ук. 1722. Дек. 14.

²⁸⁸⁾ Тамъ же. VII. 4311.

²⁸⁹⁾ Сент. 27. П. С. З. VII. 4312, п. 5.

²⁹⁰⁾ Названіе заимствовано отъ того, что «каждое ремесло и художество свои книги имѣють, въ которыхъ *резулы* или уставы, права и привилегіи ремесленныхъ людей содержаны быть должны.» Регл. Глав. Магистр.

²⁹¹⁾ П. С. З. VI. 3708, ср. VII. 4624. Инструкція магистратамъ.

²⁹²⁾ Тамъ же. 4624, п. 16.

²⁹³⁾ Тамъ же. VII. 4565.

²⁹⁴⁾ Тамъ же. VII. 4624. Вѣроятно Инструкція издана 19 Ноября; это видно изъ П. С. З. 5300, гдѣ есть на то указаніе.

⁹⁶⁾ Итакъ несправедливо мнѣніе графа Толстаго (Ист. фин. учрежд. стр. 26), что купцы не ранѣ Петра II-го положены были въ подушный окладъ, а до того времени платили десятую деньгу. Петръ II, какъ мы увидимъ потомъ, только подтвердилъ указы Петра Великаго.

²⁹⁶⁾ См. прим. 286.

²⁹⁷⁾ П. С. З. VII. 4624, п. 18.

²⁹⁸⁾ Тамъ же. VII. 4624, п. 19.

- ²⁹⁹) Тамъ же. 4565.
- ³⁰⁰) Тамъ же. VII. 4624.
- ³⁰¹) Эта табель приложена при указѣ 12 Авг. того же года; VII. 4548.
- ³⁰²) Указомъ Ноября 6, 1724 г., подтверждено уничтоженіе этой подати. См. П. С. З. 4583.
- ³⁰³) Этотъ сборъ, вмѣстѣ съ укусунымъ, существовалъ еще въ 1405 г.: «на Москвѣ жъ и всего государства въ городахъ и въ пригородахъ и въ уѣздахъ на торжкахъ и на ярмаркахъ сусленые и квасныя и укусныя промыслы отдавать съ торговъ на откупъ всякаго чина охочимъ людемъ.» IV. 2084.
- ³⁰⁴) Сборъ съ воскобола существовалъ уже при Царѣ Θεодорѣ Алексѣевичѣ. О немъ и о сборѣ съ торговыхъ бань упоминается въ 1681 г. (П. С. З. II. 876, п. 2.) «а окромѣ воскобола, ледянаго и баннаго (сборовъ), на откупъ ничего отдавать не велѣно.» Опошляиѣ съ пробиванія воска въ Брянскѣ см. III. 1468. Этотъ сборъ уничтоженъ въ 1775 г. См. П. С. З. 14,275, п. 26.
- ³⁰⁵) Объ уничтоженіи ея подтверждено указомъ 6 Ноября 1724 г. (4583).
- ³⁰⁶) П. С. З. VIII. 5300.
- ³⁰⁷) Тамъ же. 9113.
- ³⁰⁸) Тамъ же. XX. 14,275.
- ³⁰⁹) Дек. 15. (XVI. 11,988. п. 8).
- ³¹⁰) Тамъ же. XVIII. 13,374. Ук. 1769, Окт. 30.
- ³¹¹) Тамъ же. XIX. 13,949. Ук. 1773, Февр. 20.
- ³¹²) Тамъ же. XVIII. 13,375. Ук. 1760 г. Окт. 30.
- ³¹³) Тамъ же. XVII. 12,445.
- ³¹⁴) П. С. З. 14,275, п. 47.
- ³¹⁵) Тамъ же. XX. 14,327.
- ³¹⁶) Тамъ же. XX. 14,351. Ук. 1775, Юня 28.
- ³¹⁷) Тамъ же. XX. 14,516. Ук. 1776, Окт. 10.
- ³¹⁸) Тамъ же. XXI. 15,277. Ук. Ноября 16: «о капиталахъ купеческихъ надлежащее освѣдомленіе по совѣсти каждаго, сходственно манифесту нашему, производить ежегодно въ исходѣ года въ городскомъ магистратѣ, въ присутствіи городского головы.»
- ³¹⁹) П. С. З. XX. 14,516 и 14,551. 1776 г. Дек. 21.
- ³²⁰) Тамъ же. XXI. 15,130. Ук. 1781 г. Марта 10.
- ³²¹) Тамъ же. XXI. 15,525. Ук. 1782 г. Сент. 28. Купечество, платя капитальную подать, пользовалось за то весьма важнымъ преимуществомъ: свободою отъ личной рекрутской повинности, обязываясь только вносить въ казну по 500 р. за каждаго рекрута. (П. С. З. 15,721. Ук. 1783. З. Мая).
- ³²²) П. С. З. XXI. 15,724 и 15,870. Ук. 1783 г. Мая 3 и Ноября 11.

- ³²³) Жал. гр. 1785, Апр. 21. п. 93 и 97.
³²⁴) Тамъ же, п. 92, 102, 108 и 114.
³²⁵) Тамъ же, п. 103, 109 и 115.
³²⁶) П. С. З. XXIII. 16,878.
³²⁷) Тамъ же, XXIII. 17,431.
³²⁸) См. пр. 318.
³²⁹) П. С. З. XXV. 19,053.
³³⁰) Въ 1800 году (XXVI. 19,683), когда надзоръ за бездомочными поступленіемъ процентныхъ денегъ съ купеческихъ капиталовъ возложенъ былъ на губернскія правленія.
³³¹) П. С. З. XXXIII. 26,066.
³³²) Тамъ же. XXX, 23,503.
³³³) Объ нихъ см. ниже прим. 362.
³³⁴) Авг. 31. П. С. З. XXXIX. 30,046.
³³⁵) Тамъ же. XXI. 15,130.
³³⁶) Авг. 19. XXXVII. 28,389.
³³⁷) Дек. 23. Высочайше утвержденная записка С. Петербургскаго губернскаго правленія. (XXII. 16,303).
³³⁸) Янв. 19. XXIII. 17,431.
³³⁹) Мая 30. XXX. 23,043.
³⁴⁰) Юня 30. XXXVIII. 29 528.
³⁴¹) 1 Янв. 1807 г. П. С. З. XXIX. 22,418, ст. 1, 2, 3 и 4.
³⁴²) П. С. З. XXIII. 17,157.
³⁴³) Ук. Дек. 19. 1796 г. XXIV. 17667.
³⁴⁴) Окт. 16. XXVIII. 21,479.
³⁴⁵) Ук. Юля 28. XXXVIII. 29,145.
³⁴⁶) Ук. Юня 30. Тамъ же 29,528.
³⁴⁷) Окт. 29. XXXIX. 30,100.
³⁴⁸) Ук. Юня 23. 1794. XXIII. 17,224.
³⁴⁹) Ук. Юня 23. 1797. XXIV. 18,015.
³⁵⁰) XXI. 15,130.
³⁵¹) Ноября 8. XXIX. 22,678.
³⁵²) XXV. 19,166, п. 6.
³⁵³) Тамъ же. 19,167, п. 7.
³⁵⁴) Тамъ же. 19,168, п. 6.
³⁵⁵) Юля 4. П. С. З. XXX. 23,139.
³⁵⁶) Юля 28. П. С. З. XL 30,434, п. 2 и 3.
³⁵⁷) Ноября 12. П. С. З. XXXVIII. 29,646.
³⁵⁸) Марта 13. П. С. З. XXXIX. 29,840.
³⁵⁹) 1823 г. Нояб. 10. XXXVIII. 29,645 и 1825 г. Янв. 16. XL. 30,195.
³⁶⁰) Учрежденіе Министерства Финансовъ. XXXI. 24,688. § 122.
³⁶¹) См. Город. полож. пр. къ ст. 64. XXIII. 17,223.

⁸⁶²⁾ Сверхъ того, означеннымъ указомъ 1794 года было постановлено, что каждый изъ купечества, получающій наследство, долженъ уплатить въ государственную казну одновременно одинъ процентъ съ капитала того лица, послѣ котораго онъ получаетъ наследство. Такимъ образомъ, это былъ косвенный налогъ въ дополненіе къ прямой подати, взимаемой съ промысловаго сословія, пошлина въ тѣсномъ смыслѣ слова, падающая на *переходѣ капитала по наследству*. Слѣдующія постановленія постепенно изданы, относительно этой пошлины. Ук. 1779 г. повелѣно было городничимъ доставлять въ казенныя палаты вѣрныя свѣдѣнія объ умершихъ купцахъ, которыхъ капиталы перешли въ другія руки. (П. С. Зак. XXV. 19,053). Однопроцентный сборъ съ наследниковъ купческаго имѣнія положено было взимать съ объявленнаго купцами при жизни ихъ капитала, а не съ остающагося по смерти ихъ имѣнія (1800 г. Окт. 22. XXVI. 19,617). Въ отвращеніе утайки капиталовъ, нерѣдко производимой купцами, по раздѣленіи ихъ семействъ, поставлено въ обязанность гражданскимъ палатамъ и другимъ мѣстамъ, гдѣ будутъ записаны раздѣльные акты купческихъ семействъ, давать объ нихъ знаніе магистратамъ и думаемъ, для надлежащаго наблюденія за взносомъ подати съ капиталовъ. (1804. Сент. 21. XXVIII. 21,461). Впрочемъ запрещено было требовать, (какъ объ этомъ распорядилось въ нѣкоторыхъ городахъ мѣстное начальство) отъ купцовъ подписокъ въ томъ, что они будутъ представлять въ гражданскія палаты отдѣльныя и раздѣльныя записи для утвержденія и записки ихъ, а потомъ для сообщенія о нихъ свѣдѣнія магистратамъ и думаемъ, такъ какъ эта мѣра найдена стѣснительною для купечества. (1805. Марта 27. XXVIII. 21,682). Не только торгующіе, но и непроизволяющіе торговли, всѣ безъ изъятія, при полученіи въ наследство купческихъ капиталовъ, обязаны были, (на основаніи указа Окт. 15. 1805 г. XXVIII. 21,937) уплатить съ нихъ единовременныя процентныя деньги. Эта мѣра была такимъ образомъ нѣкоторымъ отступленіемъ отъ указа 1794 г. Юня 23. Какъ кажется, однопроцентная пошлина съ наследственныхъ купческихъ капиталовъ не вездѣ была исправно взыскиваема, потому что, между прочимъ, въ Витебскѣ съ 1794 по 1806 г. не поступало никакого отъ нея дохода, хотя невозможно было предположить, чтобы въ теченіе цѣлыхъ 12 лѣтъ купческіе капиталы не переходили по наследству. Вслѣдствіе этого, по представленію витебскаго губернскаго прокурора, предписано взыскать въ Витебскѣ не собранныя однопроцентныя деньги и впредь повсюду взимать своевременно означенную пошлину. Отвѣтственность за это возложена на магистраты и думы. (1806 г. Сент. 26. XXIX.

22,290). Было замѣчено злоупотребленіе, вслѣдствіе котораго уменьшался доходъ, получаемый отъ однопроцентной подати. Многіе купцы пожилыхъ лѣтъ, всегда объявлявшіе капиталы отъ себя, приближаясь къ старости, уже не объявляли ихъ отъ себя, а объявляли ихъ старшіе сыновья съ братомъ или двумя и отцемъ ихъ, такъ что капиталъ переходилъ въ наслѣдство, при живомъ отцѣ, дѣтямъ, между тѣмъ и онъ съ ними оставался въ купечествѣ по смерти своей; по смерти же его, какъ онъ послѣдній годъ не объявлялъ капитала, то и однопроцентная единовременная пошлина не была взыскиваема. Для того, чтобъ отвратить такое уклоненіе отъ платежа пошлины, было позволено въ 1809 г. (Февр. 28. XXX. 23,503) передавать объявленный капиталъ, и при жизни объявившаго, кому либо изъ его дѣтей или родственниковъ, если капиталъ благопріобрѣтенный, а не наслѣдственный; но съ тѣмъ, что получающій платитъ, сверхъ ежегодной подати, и единовременные проценты за наслѣдство; послѣ чего капиталъ числится за нимъ, а передавшій поступаетъ въ мѣщанскій, или поселянскій окладъ, по его желанію.

- ²⁶³⁾ Дек. 29. XXIV. 17,694.
- ²⁶⁴⁾ Дек. 18. XXIV. 18,278.
- ²⁶⁵⁾ Янв. 1. Манифестъ о дарованныхъ купечеству новыхъ выгодахъ, отличіяхъ и преимуществахъ и новыхъ способахъ къ распространенію и усиленію торговыхъ предпріятій. XXIX. 22,418.
- ²⁶⁶⁾ Марта 12. XXX. 23,535.
- ²⁶⁷⁾ Дек. 29. XXXII. 25,304.
- ²⁶⁸⁾ Нояб. 8. XXIX. 22,678.
- ²⁶⁹⁾ Февр. 2. XXXI. 24,116. Гл. X, п. 5 и 8.
- ²⁷⁰⁾ XXXII. 24,992. § 25, п. 3, и § 26.
- ²⁷¹⁾ Окт. 25. XXXIII. 26,477.
- ²⁷²⁾ Правила эти изданы 14 Ноября 1824 г. XXXIX. 30,115.
- ²⁷³⁾ 1825 г. Авг. 31. Объ облегченіи торгующаго класса, а особливо мелочныхъ промышленниковъ въ платежѣ подати. XL. 30,468.
- ²⁷⁴⁾ 2-е П. С. 3. 12,867.
- ²⁷⁵⁾ 5 Т. Св. 3. уст. о пошл. 442 — 448 ст. 462 — 466 и 475 — 479. Независимо отъ подати со свидѣтельствъ на торговлю и промышленность, съ нихъ взимается еще (съ 1 Января 1853 г.) 15 процентовъ на государственныя повинности и 10% на губернскія съ той суммы, которая въ видѣ пошлины взимается въ государственную казну при самой выдачѣ свидѣтельствъ. Этими десятью и пятнадцатью процентами опредѣляется вообще только количество сбора на государственныя и мѣстныя повинности губерній съ торгующихъ

и другихъ промышленниковъ извѣстнаго мѣста. Но сумма сбора распредѣляется по городамъ, сообразно состоянію ихъ жителей и раздѣленію городовъ на разряды. Съ установленіемъ 10% и 15% сборовъ совершенно отмѣнены прежде существовавшія: четверть процентный сборъ съ купеческихъ капиталовъ на общія губерскія повинности и особые взносы на вспомогательный капиталъ. (Уст. о зем. пов. 1851, стр. 54).



IV.

О ПРАВАХЪ

УТРОБНЫХЪ И ПОВОРОЖДЕННЫХЪ ПЕДОПОШЕННЫХЪ

МЛАДЕНЦЕВЪ ВООБЩЕ,

И ОБЪ УМЕРЩВЛЕНИИ

И УМЫШЛЕННОМЪ ИЗГНАНИИ ПЛОДА ВЪ ОСОБЕННОСТИ.

Ординарнаго Профессора

Г. БЛОСФЕЛЬДА,

разн. учен. общ. члена.

О ПРАВАХЪ
УТРОБНЫХЪ И ПОВОРОЖДЕВНЫХЪ ПЕДОНОШЕННЫХЪ
МЛАДЕНЦЕВЪ ВООБЩЕ,
И ОБЪ УМЕРЩВЛЕННІИ
И УМЫШЛЕННОМЪ ИЗГНАНІИ ПЛОДА ВЪ ОСОБЕННОСТИ.

ВВЕДЕНІЕ.

Чѣмъ болѣе я убѣждаюсь въ томъ, что тщеславіе, неопытность въ своей должности, неполное знаніе литературы излагаемаго предмета и даже то обстоятельство, что нѣкоторыя книги пишутся въ наивномъ предположеніи, что никто ихъ не будетъ читать, а еще менѣе о нихъ говорить, бываютъ главными причинами къ обнаруженію множества сочиненій, тѣмъ болѣе вмѣняю себѣ въ священную обязанность дать самому себѣ и ученой публикѣ отчетъ въ издаваемой статьѣ и со всею строгостію разсмотрѣть вопросъ: можетъ ли сообщеніемъ ея быть выполнена какая либо цѣль и пополненъ вмѣстѣ съ тѣмъ недостатокъ въ литературѣ? Вотъ причины, заставляющія меня ожидать отъ этой статьи пользы:

1. Не подлежитъ сомнѣнію, что ученіе, относящееся къ умранію утробнаго плода (въ противоположность отчетливо обработанному и потому доступнѣйшему ученію о дѣтубійствѣ), въ судебной медицинѣ еще не достигло того современнаго совершенства, которое могли сообщить этой наукѣ прекрасныя открытія въ родовспомогательной наукѣ и эмбриологіи. Вслѣдствіе этого и дѣлопроизводство необходимо должно было лишиться основанія, пужнаго для точнаго опредѣленія этого предмета. Ибо хотя

и нельзя отвергать того, что правовѣдѣніе, побужденное необходимостью получить отъ свѣдущихъ людей поясненіе въ сущности нѣкоторыхъ преступленій, дало поводъ къ основанію судебной медицины; допуская даже и то, что цѣль для открытія и обсужденія частныхъ преступленій извѣстна одному только праву, которому судебная медицина безъ дальнѣйшаго должна покоряться; то тѣмъ не менѣе вѣрно и достаточно доказано самую исторію, что искони было призваніемъ судебной медицины проливать свѣтъ на означенную цѣль, потому что она только въ состояніи доставить надлежащее заключеніе о сущности тѣхъ преступленій, которыя входятъ въ составъ ея изслѣдованій. Изъ этого видно, что право, прежде чѣмъ могло имѣть точное понятіе о преступленіи умерщвленія и умышленнаго изгнанія плода, и на этомъ основаніи извлечь дальнѣйшіе выводы относительно гражданскаго и уголовного права, должно было обратить вниманіе на то, что врачебная наука въ этомъ отношеніи ему могла предоставить. И что это дѣйствительно было такъ, явствуетъ уже изъ того, что уголовное право прежнихъ временъ ссылалось на авторитеты Иппократа, Аристотеля и Галена. Съ другой стороны не правовѣдѣніе, а судебная медицина виновата въ томъ, что она до сихъ поръ не доставила праву достаточнаго матеріала, чтобы приложить его къ современному юридическому опредѣленію умерщвленія и умышленнаго изгнанія плода. Пополненіе этого недостатка составляетъ первую задачу для судебной медицины.

2. Должно согласиться и въ томъ, что между судебною медициною и родовспомогательною наукою нѣтъ еще надлежащаго равновѣсія и взаимодѣйствія. Но вина и здѣсь на сторонѣ судебной медицины, которая для своей цѣли не пользовалась, какъ слѣдуетъ, богатыми данными, пріобрѣтенными въ новѣйшее время блистательными открытіями родовспомогательной науки, и если здѣсь можно чѣмъ нибудь ее оправдать, такъ это тѣмъ, что въ самомъ дѣлѣ нелегко примѣнять результаты акушерства къ потребностямъ судебной медицины и самаго права. Неудобствомъ въ этомъ отношеніи должно считать то, что судебные врачи обыкновенно не столь опытные акушеры, чтобы могли приспособлять окончательные успѣхи акушерства къ своей наукѣ; и наоборотъ акушеры, за исключеніемъ весьма немногихъ, въ числѣ которыхъ опытный и благоразумный Менде занимаетъ первое мѣсто*), не такъ свѣдущи въ правилахъ судебной медицины, что—

*) По составленіи настоящей статьи я получилъ изданное въ Лейпцигѣ Големъ руководство: *Lehrbuch der Geburtshilfe mit Einschluss der geburtshülflichen Operationen und der gerichtlichen Geburtshilfe*,

бы ясно сознавать то, въ чемъ послѣднее нуждается. Поэтому надобно желать, чтобы наставники акушерства при своихъ преподаваніяхъ и практическихъ упражненіяхъ обращали также надлежащее вниманіе на судебно-медицинскіе вопросы; тѣмъ болѣе, что каждый акушерскій случай легко можетъ быть примѣняемъ къ судебно-медицинской казуистикѣ. Такое соображеніе тѣмъ нужнѣе, что многіе изъ слушателей акушерскихъ лекцій современемъ могутъ занимать мѣста въ врачебныхъ управахъ. Подобное отношеніе мы замѣтимъ въ преподаваніяхъ химіи, въ которыхъ профессоръ вѣроятно будетъ имѣть въ виду судебно-токсикологию. Нужно ли послѣ этого еще говорить, что здѣсь скрывается обширное поле для изслѣдованій?

3. Въ какой степени наше заботливое правительство убѣждено въ тѣснѣйшей связи судебной медицины съ родовспомогательною наукою, видно изъ «правилъ испытанія врачей и пр., Высочайше утвержденныхъ 18 Декабря 1845 г.», въ которыхъ касательно испытанія на званіе акушера, какъ члена врачебной управы, согласно съ § 38. 1 сказано: «Сверхъ того онъ (т. е. экзаменуемый) испытывается въ судебно-медицинскихъ изслѣдованіяхъ: а) правъ новорожденныхъ младенцевъ въ случаѣ ихъ сомнительности; б) пола и отправленій до него касающихся; в) дѣтубійства». Семнадцатилѣтній опытъ убѣдилъ меня вполне, сколько экзаменуемый и самъ экзаменаторъ затрудняется удовлетворить требованію закона; ибо перелистывая руководства, мы въ этомъ отношеніи вездѣ находимъ только одну недостаточность и отрывки. Очевидно значительная часть этихъ вопросовъ удобно можетъ быть разсмотрѣна въ настоящей статьѣ.

Изъ сказаннаго вполне понятна цѣль моего сочиненія; вкратцѣ она заключается въ слѣдующемъ: 1) доставить правовѣду матеріалъ для точнѣйшаго опредѣленія правъ утробныхъ и новорожденныхъ недоношенныхъ младенцевъ; 2) привести судебную медицину въ тѣснѣйшую связь и взаимодѣйствіе съ родовспомогательною наукою и 3) не говоря о моихъ слушателяхъ — медикахъ и юристахъ — снабдить экзаменуемыхъ на степень акушера краткимъ руководствомъ.

Имѣя въ виду означенную цѣль, мнѣ казалось главною задачею при составленіи настоящей статьи руководствоваться въ моихъ изслѣдованіяхъ юридическою потребностію, а послѣдней подчинить въ возможно сжатыхъ положеніяхъ выводы судебной

von Dr. A. F. Nohl. Leipzig 1855, въ которомъ съ удовольствіемъ замѣтилъ, что акушерская наука приведена въ тѣснѣйшее соединеніе съ судебною акушерскою наукою.

медицины и акушерства, распространяясь подробнѣе только въ тѣхъ пунктахъ, которые еще не такъ общеизвѣстны. Поэтому я почелъ неизлишнимъ предварительно изслѣдовать юридическое понятіе умерщвленія и умышленнаго изгнанія плода, какъ оно въ теченіи временъ исторически постепенно развивалось, и потомъ уже перейти къ рѣшенію тѣхъ вопросовъ, которые судья долженъ предлагать судебному врачу, чтобы получить вѣрнѣйшую опору къ открытію сущности дѣла (*imputatio facti*), дабы на такомъ основаніи опредѣлить вѣняемость и приговоръ (*imputatio juris*). Соблюдая такой ходъ изложешя, возможно будетъ узнать чего правовѣднѣе добивалось отъ врачей въ различныя времена; какъ эта потребность, по различной степени гражданственности и различнымъ понятіямъ права и нравственности, постепенно упрочилась, пока достигла состоянія нынѣшняго совершенства. Въ заключеніе останется показать, на сколько судебная медицина, по современному состоянію науки могла удовлетворить требованіямъ правовѣднѣя; изъ чего само собою откроется, что еще нужно для того, чтобы довести составъ разсматриваемаго преступленія до юридической точности.

Сообразно сказанному, издаваемое сочиненіе дѣлится на *юридическую* и *судбно-медицинскую* части, обнимающія слѣдовательно собою *субъективный* и *объективный* составъ преступленія, изъ которыхъ первый простирается на дѣйствующую причину, или самое преступленіе, второй на послѣдствія этого дѣянія, или вѣщный фактъ преступленія. Какъ-бы третьимъ (смѣшаннымъ) отдѣленіемъ можно еще почестъ предварительное и послѣдовательное слѣдствія, (*Vor- und Nachuntersuchung*), состоящія въ ближайшей связи съ двумя предъидущими.

Хотя я преимущественно имѣлъ въ виду умерщвленіе и умышленное изгнаніе плода, однакожъ по близкому отношенію этого преступленія къ умерщвленію зародыша (*embryocidium-foeticidium*) и дѣтоубійству (*infanticidium*), послѣднее не могло быть совершенно упущено изъ виду.

Для удобнѣйшаго обозрѣнія предметовъ, я ихъ излагалъ въ особенныхъ главахъ подъ продолжающимися параграфами, къ чему еще присовокуплено подробное оглавленіе этихъ статей.

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ — ЮРИДИЧЕСКАЯ.

ГЛАВА I.

ИСТОРИЧЕСКОЕ НАЧЕРТАНИЕ УЗАКОНЕНІЙ РАЗЛИЧНЫХЪ НАРОДОВЪ ОТНОСИТЕЛЬНО ПРАВЪ УТРОБНЫХЪ И НОВОРОЖДЕННЫХЪ МЛАДЕНЦЕВЪ.

§ 1.

Какъ ни запутана исторія законодательства касательно правъ утробныхъ и новорожденныхъ младенцевъ, за всѣмъ тѣмъ въ ней можно различить 5-ть періодовъ:

I. Въ первомъ — утробнымъ и новорожденнымъ младенцамъ не было дано никакихъ правъ.

II. Во второмъ — они считались собственностію однихъ только родителей, которые могли распоряжаться ими по произволу.

III. Въ третьемъ періодѣ власть родительская (*patria potestas*) болѣе ограничена въ томъ смыслѣ, что новорожденныя дѣти принадлежали родителямъ, вмѣстѣ съ тѣмъ и считались членами государства.

IV. Далѣе и церковь начала оказывать имъ свое покровительство, и наконецъ

V. Въ последнемъ только періодѣ новорожденные начали пользоваться общими правами человѣчества, такъ что гражданскіе, уголовные и церковные законы равнобѣрно стали защищать ихъ права.

При томъ пятый періодъ удобно подраздѣлить еще на два отдѣленія, изъ которыхъ а) первое обозначается научнымъ основаніемъ ученія касательно умерщвленія и умышленнаго изгнанія плода, побужденіемъ Каролины; б) второе же характеризуется развитіемъ

и усовершенствованіемъ тѣхъ правилъ, которыя и доселѣ считаются главнѣйшими.

Само собою разумѣется, что при этомъ дѣленіи нельзя ожидать рѣзкаго разграниченія отдѣльныхъ періодовъ, потому что нигдѣ, за исключеніемъ позднѣйшихъ временъ, не замѣчается еще основной идеи, которой должно бы быть руководимо правовѣдѣніе; напротивъ того, мы видимъ, что переходы отъ одного періода къ другому слѣдовали не замѣтно, такъ что результаты оныхъ только мало по малу дѣлались общимъ достояніемъ. Такъ напр. съ достовѣрностію нельзя опредѣлить: государство ли прежде или церковь первая начала усердно защищать права новорожденныхъ, и я не отдѣлилъ бы эти періоды, если бы вліяніе церкви не имѣло никакого отличительнаго характера. Ссылаться на авторитеты также ненадежно, потому что еще въ весьма раннее время однимъ знаменитымъ авторомъ, было высказано и подтверждено мнѣніе, которое только въ послѣдствіи времени сдѣлалось общимъ. Наконецъ нельзя брать въ расчетъ и того, что въ постановленіяхъ извѣстнаго государства существуютъ статьи относительно утробныхъ и новорожденныхъ младенцевъ, потому что очень часто случается, что многія постановленія, превосходныя сами по себѣ, оказываются существующими только на бумагѣ, а на самомъ — то дѣлѣ о нихъ почти слѣдовъ нѣтъ.

§ 2.

I. Въ глубокой древности утробнымъ и новорожденнымъ младенцамъ не было доставлено никакихъ правъ; даже Греки и Римляне не составляютъ исключенія изъ этого правила. Не говоря о повелѣніи, имѣвшемъ силу закона — умерщвлять еврейскихъ новорожденныхъ младенцевъ мужескаго пола, изданномъ въ Египтѣ, не говоря о подобномъ поступкѣ Ирода въ эпоху уже рожденія Спасителя — мы еще находимъ въ Спартѣ во время Ликурга и въ Римѣ во время Ромула варварскій взглядъ, вслѣдствіе котораго умерщвленіе слабыхъ и уродливыхъ дѣтей было дѣломъ законнымъ, и одни только Фиване и Аѳиняне, какъ болѣе гуманные и цивилизованные изъ всѣхъ народовъ древности, противились этому; что касается до Іудеевъ, то у нихъ, такъ какъ они дѣтей считали за благо Божіе, объ умышленномъ изгнаніи плодовъ и дѣтоубійствѣ и помину нѣтъ. Даже у Платона *) и Аристотеля **) читаемъ, что должны быть умерщвляемы не

*) Republ. t. V.

**) Polit. VII. 14.

только дѣти слабого и порочнаго тѣлосложенія, но и прочія дѣти, прежде чѣмъ начали жить и чувствовать, если число рожденныхъ младенцевъ превосходитъ извѣстную норму, опредѣляемую закономъ. Въ Римѣ находился особенный классъ женщинъ, занимавшихся изгнаніемъ плода (*abortio*), какъ своего рода публичнымъ ремесломъ, что между прочими свидѣлствуетъ Ювеналь *). Съ достовѣрностію можно предполагать, что этимъ женщинамъ извѣстны были такія плодоизгоняющія средства, какія не употребляются въ настоящее время. Вѣроятно часто у нихъ было въ употребленіи прободеніе головки зародыша чрезъ маточное рыльцо, посредствомъ иглаки, — средство, употребляемое для изгнанія плода, какъ говорятъ и по нынѣ во Франціи и Итали. Что касается до внутреннихъ средствъ, то не говоря о многихъ изъ нихъ, которыя также шли въ дѣло, укажемъ на страсть во время Птолемеевъ заниматься токсикологическими опытами, хотя всегда только съ преступною цѣлю.

Безъ сомнѣнія было бы несправедливо утверждать что низкая степень гражданственности различныхъ народовъ была единственною причиною такихъ варварскихъ обычаевъ; ибо никто не вздумаетъ смѣшивать Грековъ и Римлянъ, или Китайцевъ и Турокъ, у которыхъ изгнаніе плода, дѣтоубійство и чадоубійство и теперь еще совершается безнаказано, съ дикими народами Гудсова пролива, Канады и Цейлона, у которыхъ это преступленіе очень обыкновенное дѣло. Нѣтъ, не въ низкой степени гражданственности или образованія надобно искать причины такихъ поступковъ, а въ томъ, что всѣмъ этимъ народамъ не достаетъ того истиннаго направленія, которое дано было сперва христіанскою вѣрою и которое отличаетъ всѣхъ христіанскихъ народовъ отъ прочихъ: эта гуманность составляетъ исключительный характеръ только христіанской морали и нравственности. Ежели дикіе народы въ изгнаніи плода и подкидываніи дѣтей не видятъ ничего особеннаго, то по крайней мѣрѣ образованные народы древняго міра имѣли къ тому, можно предполагать, какой нибудь поводъ, а именно: они обходились такъ безцеремонно съ зародышами и новорожденными младенцами собственно потому, что они еще не считали ихъ человѣческими существами. Это понятіе было результатомъ ученія стоической школы, по которому человѣкъ пріобрѣтаетъ разумную душу только послѣ рожденія, когда всемірный духъ (*πνεῦμα — anima mundi*) сообщается ему въ видѣ вѣтра. Соответственно этому читаемъ въ Улпіанѣ **) «Partus ante-

*) Satyr 17.

**) L. 1. § 1. Dig. de ventre inspiciendo.

quam edatur mulieris portio vel viscerum est» и въ такомъ же смыслѣ говоритъ Папиніанъ *) «Partus nondum editus homo fuisse dicitur non recte.» Поэтому не понятно какое значеніе имѣлъ законъ, который приписывается римскому царю Нумѣ Помпидію (около 700 л. до Р. X.) «lex regia de mortuo inferendo», по которому было предписано: «mulier gravida mortua ne humator antequam partus eius excisus fuerit» — законъ, вошедшій въ послѣдствіи въ законы XII таблицъ и соблюдаемый до сихъ поръ во многихъ государствахъ.

§ 3.

II. Если предполагать что дѣйствительно общій характеръ всѣхъ государствъ древности заключается въ томъ, что идея гражданина исчезаетъ въ идеѣ государства, по крайней мѣрѣ въ Римѣ гражданину въ собственномъ домѣ и семействѣ была предоставлена большая власть (*patria potestas*), которая распространялась также на зародышей и на новорожденныхъ младенцевъ. Хотя послѣднихъ и считали уже человѣческими существами, но тѣмъ не менѣе ихъ еще не считали имѣющими какія нибудь права; исключеніе дѣлалось только въ тѣхъ случаяхъ, когда съ ними, или съ ихъ существованіемъ приходили въ соприкосновеніе права другихъ: тогда они дѣлались предметомъ слѣдствія. Покуда отецъ еще не дозналъ своего дитяти, онъ и мать могли разпоряжаться по произволу. Тяжбы по поводу изгнанія плода возникали только въ томъ случаѣ, когда самой матери причинено было чрезъ то поврежденіе, напр. когда ей былъ данъ ядъ, или если отецъ считалъ себя обиженнымъ. Въ первомъ случаѣ конечно и смерть младенца была принимаема въ расчетъ какъ видно въ «Exodus **): *Sin autem mors eius (sc. partus) fuerit subsequuta, reddit animam pro anima, oculum pro oculo, dentem pro dente, manum pro manu, pedem pro pede.*» Мимоходомъ скажемъ что слово «partus» употребляется болѣе для утробныхъ, слово «infans» для новорожденныхъ младенцевъ.

Приведенныя постановленія существовали до временъ Юстиніана; но вездѣ принимались въ соображеніе не права младенцевъ, но права взрослыхъ. Ежели поэтому у Цицерона ***) идетъ рѣчь о томъ, что какая-то Филезія была присуждена къ смертной казни за то, что она, подкупленная дальними наслѣдниками (he-

*) L. 9. § 1. ad. leg. Falcidiam.

**) XXI. 22. 25.

***) Oratio pro Cluentio avito.

gedibus secundis), изгнала свой утробный плодъ, то и тутъ, вниманіе было обращено не на умышленное изгнаніе плода, а на нарушеніе права наслѣдства. Поэтому наказаніе и пытки отлагались до разрѣшенія отъ беременности *); и по той же причинѣ, напр. послѣ смерти мужа для сохраненія наслѣдственныхъ правъ зародыша (bonorum possessio ventris nomine), имѣніе перваго поступало подъ управленіе опеку, называемыхъ попечителями утробы (curatores ventris). Если еще другія лица имѣли право на наслѣдство умершаго, то три части изъ наслѣдственного имущества выдѣлялись въ пользу зародыша, въ томъ предположеніи что мать могла родить тройней **). Кромѣ наслѣдственныхъ правъ принималось въ соображеніе и состояніе матери во время беременности, такъ что, если мать напр. лишилась въ это время свободы, то младенецъ все таки почитался свободнымъ. Но всѣ эти выгоды представлялись только тогда младенцамъ, когда они родились въ законномъ бракѣ, были способны жить, вышли въ свѣтъ живыми и не были уродами (monstra, ostenta, portenta, prodigia).

Въ этихъ учрежденіяхъ мы замѣчаемъ первое начало покровительства утробнымъ младенцамъ со стороны правительства; по опять повторяемъ, что причина этого покровительства не заключалась въ какихъ либо челоуѣколюбивыхъ видахъ, но имѣла цѣлью одно только сохраненіе наслѣдственныхъ правъ, предоставленныхъ зародышамъ на случай дѣйствительнаго рожденія ***).

§ 4.

III. Если въ предшествовавшемъ періодѣ младенцы еще были лишены правъ челоуѣческихъ, то въ послѣдующемъ имъ по крайней мѣрѣ условно предоставленъ былъ характеръ челоуѣчества. И вотъ то время когда убійство плода и дѣтоубійство начали считаться самостоятельными преступленіями и дѣлаться предметомъ уголовного права.

Теперь — то зародыши и новорожденные младенцы перестали быть исключительной собственностію своихъ родителей, но вошли въ опредѣленное отношеніе къ государству. Сообразно съ этимъ мы находимъ въ царствованіе Императоровъ Валентиціана, Валенса и Граціана первое запрещеніе дѣтоубійства. Весьма замѣчательно въ этомъ періодѣ кромѣ того то обстоятельство, что съ тѣхъ поръ начали чаще ссылаться на авторитетъ и опы-

*) L. 18. D. de statu hominum. L. 3. D. de poenis.

**) L. 3. D. si pars heredit. petatur.

***) См. L. 7. et 26. D. de statu homin.

ты знаменитыхъ врачей, и этотъ порядокъ былъ соблюдаетъ и въ послѣдующія времена. Впрочемъ не во всѣхъ отношеніяхъ, во только условно были предоставлены утробнымъ и новорожденнымъ младенцамъ права человѣчества, потому что они уже считались живыми и одушевленными, хотя и не съ самаго зачатія, то по крайней мѣрѣ значительное время съ рожденія (§ 2). И вотъ начало продолжительныхъ и самыхъ горячихъ преній и споровъ относительно срока, съ котораго будто бы начинается жизнь утробныхъ младенцевъ. Со времени Августина (430) начинаютъ различать развитый плодъ (*partus formatus*) (что заключаетъ въ себѣ и понятіе одушевленнаго — *animatus*), отъ неразвитаго и неодушевленнаго (*partus non formatus et non animatus*), съ толкованіемъ, будто-бы душа связана не съ твердыми частями, но съ кровію. Это сомнѣніе, какъ извѣстно, заимствовано изъ древняго завѣта и еще проглядываетъ въ «*Barthrecht — im Sandarilae.*» Особенно же ссылались на авторитетъ Аристотеля и еще болѣе Иппократа, опредѣлившаго время, въ теченіе коего части плода окончательно образуются: для младенцевъ мужскаго пола въ 30-й, а женскаго пола въ 42-й день. Умерщвленіе плода до означеннаго срока отнюдь не считалось преступленіемъ, и какъ извѣстно самъ Иппократъ нисколько не затруднился изгнать плодъ у одной танцовщицы въ первыхъ недѣляхъ беременности, не имѣя другаго повода къ совершенію этого поступка, кромѣ того, что беременность мѣшала этой женщинѣ заниматься ея ремесломъ. Движеніе и одушевленіе у младенцевъ мужскаго пола принимались съ 40-го а у младенцевъ женскаго пола съ 80-го дня послѣ зачатія; и этотъ 40 и 80-й дневной срокъ вошелъ въ позднѣйшее дѣлопроизводство, не смотря на то что Іеронимъ Флорентинскій *) доказалъ что жизнь обнаруживается уже при зачатіи и слѣдовательно крещеніе во всякое время можетъ быть допускаемо.

§ 5.

IV. Хотя многія изъ приведенныхъ постановленій безъ всякаго сомнѣнія распространялись и безъ вліянія церкви, но тѣмъ не менѣе вѣрно, что собственно христіанской церкви, проникнутой нравственнымъ элементомъ и тѣмъ убѣжденіемъ, что главное въ человѣкѣ есть именно нравственная его часть, было суждено рѣшить задачу — ввести новый до того не сознаваемый вплоть моментъ въ законодательство, имѣвшій благотѣльное вліяніе и на права утробныхъ и новорожденныхъ младенцевъ. Особенный

*) De hominibus dubiis, sive de baptismo abortivorum. Lyon. 1658.

вѣсь имѣло здѣсь убѣжденіе, что человекъ назначенъ не только для земли но и для блаженной будущности, и что для незрѣлаго и зрѣлаго плода представляется только одно средство, именно крещеніе, чтобы пользоваться безсмертіемъ будущей жизни. Только мощнымъ вліяніемъ церкви права утробныхъ и новорожденныхъ младенцевъ получили полную силу, вслѣдствіе чего и были назначены опредѣленные наказанія за убійство и подкидываніе зародышей; эти же наказанія, соотвѣтственно духу среднихъ вѣковъ, были гораздо строже, если младенецъ былъ некрещенъ. По этому еще въ первыя столѣтія христіанства мать, обвиненная въ умышленномъ изгнаніи плода, была исключается изъ христіанскаго общества и лишалась причащенія даже при самой смерти, или подвергалась 7 — 10 лѣтнему покаянію. Вообще изгнаніе плода ставилось наравнѣ съ смертоубійствомъ.

Между тѣмъ понятіе о «foetus animatus et non animatus» перешло и въ каноническое право, причемъ правиломъ служило изрѣченіе Августина *) «Non est homicida qui abortum procurat, antequam anima corpori infusa sit.» далѣе и то положеніе **) «Qui abortioni causam dat, homicida est, si conceptum erat vivificatum animal rationale.» Въ этомъ смыслѣ постановилъ и Папа Иннокентій III, употребляя въ первый разъ выраженіе «vivificatum» вмѣсто «formatum et animatum.» Однакожъ въ послѣдствіи мнѣніе относительно срока одушевленія зародыша у теологовъ вновь было оставлено. У Лигорія ***) мы читаемъ: «Notandum foetus abortivos semper ac non constet esse anima dessitutos, (ut indicari debent illi qui non habent aliquam organorum dispositionem), semper baptizandos esse, sub conditione tamen; potissimum cum inter peritos maternos hodie cum plausu recepta est opinio, quod foetus animetur aut in ipsa conceptione, aut saltem post paucos dies.»

§ 6.

V. а) Послѣдовавшій во время реформации переворотъ въ политическихъ и житейскихъ отношеніяхъ пролилъ новый свѣтъ и на науки. Открытіе книгопечатанія и основаніе университетовъ произвели то, что одностороннее знаніе, приобретенное въ тиши кабинета, вступило также въ общество, подвергалось тщательному испытанію, высказывалось, разсматривалось съ различныхъ точекъ зрѣнія и приходило въ гармоническое отношеніе съ прочи-

*) Lib. quaest. exod. quaest. 80.

**) Decret. summarium XX. de homicidio V.

***) Gomo apostolecus. t. II. p. 14.

ми науками. Этотъ благодѣтельный переворотъ въ физической и нравственной жизни человѣчества принесъ пользу и уголовному праву и былъ причиною того, что умышленное изгнание плода и дѣтоубійство также подвержены были разностороннему ученому изслѣдованію. Однакожъ безпристрастный и справедливый во всѣхъ отношеніяхъ взглядъ могъ образоваться только позже, потому что съ одной стороны, господствующіе еще предразсудки и педантизмъ времени затрудняли благотворный ходъ права, съ другой, естественныя науки и медицина находились еще въ колыбели; и потому понятно не были способны вполне удовлетворить требованіямъ права. За всѣмъ тѣмъ было выиграно то, что утробныя и новорожденные младенцы болѣе не были лишены обихихъ правъ человѣчества.

Германіи, преимущественно было предоставлено повсюду распространять свѣтъ просвѣщенія. Тогда какъ напр. во Франціи удерживались правила среднихъ вѣковъ, заимствованныя изъ каноническаго права, даже до революціи, въ Германіи еще въ древнихъ судебныхъ проглядываетъ большая снисходительность, именно въ томъ, что положенная смертная казнь, была превращена въ денежную пеню (виру), при чемъ сверхъ того принималось въ соображеніе: могъ ли быть уже различаема польза плода, жилъ ли онъ или нѣтъ?

Но не прежде какъ съ появленіемъ уголовного уложенія Карла V, (*constitutio criminalis Carolina* — сокращено: С. С. С.) представленнаго въ рукописи въ 1532 г. и напечатаннаго въ 1533 г. научное основаніе уголовного права приняло свое начало, хотя надобно сказать что еще до этого въ уложеніи города Бамберга (*vulgo Bambergensis*), сочиненномъ Барономъ Шварценбергомъ въ 1507 г. существенно уже были помѣщены главныя статьи уложенія Карла V и находились уже въ уложеніи области Бранденбургской (*Brandenburgensis 1516*) и во многихъ другихъ судебныхъ. Что касается до Каролины, то въ ней находятся ближайшія опредѣленія вышеозначеннаго преступленія; при томъ выраженія «*vivificatus et non vivificatus*» получаютъ здѣсь законную силу, хотя срокъ для того и другаго еще не обозначается. Далѣе присовокуплено выраженіе «*gliedmässig — articulatus*», т. е. имѣющій правильно образованные члены. Это значитъ, что младенецъ, принявъ въ соображеніе его члены, имѣлъ жизнь. Но близко тутъ и то предположеніе, что онъ не былъ уродомъ, а по этому также не способенъ жить. Упомянутое выраженіе тѣмъ достопримѣчательнѣе, что въ позднѣйшее время съ нимъ соединилось понятіе способности жить (§ 10, 14, 17, 31 и 37). Въ послѣдствіи еще принималось въ расчетъ: возможно ли было узнать поль-

зародыша, смотря по тому: появляется ли движение въ четвертомъ или въ началѣ пятаго мѣсяца. Тѣмъ не менѣе въ Каролинѣ еще не видно различія между зародышемъ (embryo), плодомъ (foetus) и младенцемъ (infans) и опущено выраженіе «ново-рожденный», но сказано только вообще (артикуль 131) «Tödtung des unschuldigen (lebendigen, gliedmässigen) Kindleins, daran sie vor, inn oder nach der Geburt schuldig wirt.» Въ артик. 35 и 36 требуется доказательство, что незамужная женщина въ убійствѣ своего дитяти дѣйствительно была беременна и рождала.

По уголовному уложенію Германскаго Императора Карла V дѣтоубійство принадлежитъ къ числу преступленій, за которыя опредѣлено было въ особенности строгое наказаніе. Замѣчательнъ въ этомъ отношеніи особенно пунктъ 133: «So jemand ein Weibsbild durch Unzwang, Essen oder Trinken ein lebendiges Kind abtreibt, so solches vorsätzlich und boshafter weise geschicht, soll der mann mit dem Schwert als ein Todschläger, und die frau, so sie es auch an ihr selbst thät, ertränkt, oder sonst zu Tode gestraft werden. So aber ein Kind, das noch nicht lebendig wäre, von einem Weibsbild getrieben wirt, sollen die Urtheiler der Strafe halber zu den Rechtsverständigen, oder sonst Raths pflegen.» Въ буллѣ 16 Ноября 1588 года Папа Сикстъ V подтвердилъ положенную казнь; съ тѣмъ и согласился и Григорій XIV. Даже въ шведскомъ плакатѣ Карла XI о дѣтоубійствѣ 1680 и 1684 г. перепедемъ въ литовскіе законы Стефана Баторія, преобладаетъ та же строгость, и для насъ особенно интересенъ тотъ фактъ, что въ лифляндскомъ судопроизводствѣ и послѣ покоренія Лифляндіи подъ Россійскій скипетръ, соблюдались тѣже законы, какіе были до покоренія; отъ чего возникло то странное противорѣчіе, что приговоръ дѣлался по шведскому закону, а наказаніе опредѣлялось по нисходительнѣйшимъ Русскимъ законамъ. Это снисхожденіе, именно устраненіе смертной казни, послѣдовало въ Остзейскихъ губерніяхъ еще въ 1753 и 1754 года, но не прежде какъ по объявленіи Высочайшаго манифеста 15 Августа 1845 г. и по изданіи уложенія о наказаніяхъ, прекратились означенные извѣстные законы, такъ что теперь только одни постановленія уложенія имѣютъ обязательную силу для всей Имперіи.

Впрочемъ объ отчетливомъ содѣйствіи судебной медицины при опредѣленіи состава дѣлопроизводства по поводу умышленнаго изгнанія плода и дѣтоубійства, въ то время и помину не было, какъ уже видно изъ того, что по Каролинѣ утаиваніе беременности и родовъ уже было достаточнымъ основаніемъ назначать полное наказаніе (poena extraordinaria) и отнюдь не требовалось врачебнаго освидѣтельствованія объективнаго состава дѣла,

такъ что отвѣтственность лежала на одной только матери; требовалось оправданіе въ преступленіи, и средствомъ къ этому употребляема была пытка, которая должна была дополнить, то, до чего другими путями, именно содѣйствіемъ врача, дойти было трудно, и вообще считалось излишнимъ. Но какъ гражданственность и народное сознание были уже на столько развиты, что чувствовали несправедливость закона, то плачевнымъ результатомъ такой ненормальности было то, что возможными софизмами и толкованіями старались оправдать, или по крайнѣй мѣрѣ снисходительно смотрѣть на эти варварскія постановленія.

§ 7.

V. б) Мы вступаемъ теперь въ тотъ періодъ, въ которомъ юридическія понятія относительно изгнанія плода и дѣтубійства, равно какъ и понятія о доставляемой зародышамъ и новорожденнымъ защитѣ со стороны государства болѣе и болѣе проявляются. Безъ сомнѣнія каждый по справедливости согласится, что судебная медицина во всемъ этомъ играла весьма важную роль. Взаимное сближеніе между правовѣдѣніемъ и медициною, бывшими доселѣ совершенно чуждыми другъ другу, было ускорено сперва тѣмъ, что правовѣдѣніе, требующее позитивныхъ положеній, мало по малу начало убѣждаться въ томъ, что медицина, безъ которой первое уже не могло болѣе обойтись, въ этомъ отношеніи ему вполне не могла удовлетворить, потому что медицина рѣдко только въ состояніи доставить вѣрныя и непоколебимыя заключенія изъ объектовъ безконечно измѣняющихся; и эта шаткость даже увеличивается въ той мѣрѣ, въ какой наука, взятая вообще въ ея цѣлости, усовершенствуется и дѣлается многостороннѣе, потому что въ каждомъ дѣйствіи кроется уже зародышъ новыхъ сомнѣній и открытій. Вслѣдствіе этого колебалось извѣстное: «*Hadrianus credidit et Justinianus dixit*» или «*Sic volo, sic iubeo, stet pro ratione voluntas.*» Допущены были и другія снисхожденія, потому что никакой человѣчскій законъ не въ состояніи распрямляться какимъ бы то ни было физическимъ, физиологическимъ или психическимъ процессомъ. Въ этомъ убѣждены всѣ просвѣщенные юристы: *Hitzig Bauer, Tittmann, Feuerbach, Stübel*, особенно *Mittermaier*; имъ также извѣстно что они, не смотря на отрицательные отзывы и многіе недостатки судебной медицины, все таки находятъ въ зависимости отъ ея изрѣченій. Съ этимъ находится въ связи то убѣжденіе, что для лучшаго уразумѣнія сущности дѣла обѣ стороны — объективный и субъективный составъ — играютъ одинаково важную роль; слѣдовательно положеніе: *dolus pro facto*

habetur теряетъ свое значеніе. Съ другой стороны и медицина мало по малу начала сбрасывать съ себя евой навязчивый духъ и страсть къ мелочнымъ преобразованіямъ и обращая взглядъ на цѣлое, убѣдилась въ томъ, что не правовѣдѣніе создано для судебной медицины, но судебная медицина для правовѣдѣнія. Кромѣ открытія малаго круга кровообращенія Гарвеемъ (1628), произвели переворотъ въ наукѣ легочная проба, введенная въ первый разъ въ дѣлопроизводство Д-ромъ Шрейеромъ въ 1682 г. и отличныя открытія въ области исторіи развитія зародыша (embryologia): все это вмѣстѣ дало поводъ къ соотвѣтственнымъ расширеніямъ и стѣсненіямъ права.

Впрочемъ мы прекращаемъ здѣсь общія замѣчанія, чтобы въ слѣдующей главѣ обстоятельно рассмотретьъ преступленіе убійства и умышеннаго изгнанія плода съ той точки зрѣнія, съ какой смотритъ на это законодательство нашего вѣка.

ГЛАВА II.

ПРЕСТУПЛЕНІЕ УБИЙСТВА И УМЫШЛЕННАГО ИЗГНАНІЯ ПЛОДА ПО НЫНѢШНЕМУ ВЗГЛЯДУ УГОЛОВНАГО ПРАВА.

§ 8.

Хотя мнѣніе, что зародыша нельзя считать человекомъ, находится приверженцевъ еще и въ наше время, но оно имѣло столь мало вліянія на законодательство, что послѣднее не обратило на это ни малѣйшаго вниманія. Такъ Эрнестъ Платнеръ *) отказываетъ утробному младенцу не только въ качествѣ человечества, но даже и въ жизни, потому что послѣднее однозначительно по его мнѣнію съ дыханіемъ, слѣдовательно по его словамъ движеніе и біеніе сердца не суть признаки жизни. Въ такомъ же духѣ разсуждаетъ Нассе **); по мнѣнію его одушевленіе плода послѣдуетъ лишь только съ вступленіемъ въ свѣтъ. Особенно же I. Хр. Іергъ ***) старается отнять у зародыша не только

*) Quaest. med. for. part. 19. de vita foetus non animata, quantum ad infanticidium.

**) Historisch-physiol. Unters. über den Ursprung d. menschl. Seele überhaupt u. die Beseelung d. Kindes insbes. Bonn 1834.

***) Die Zurechnungsfäh. d. Schwangeren u. Gebärenden. Leipz. 1837. Th. IV. § 87 — 96.

характеръ челоѳчества, но даже и чувственную жизнь, хотя и допускаетъ у него осязаніе и вкуть.

На опроверженіе такихъ парадоксовъ не нужно тратить времени. Если зародышу, изъ котораго по постепенному законному развитію образуется всегда челоѳкъ, а не другое какое либо животное, отказать въ челоѳческой природѣ, то по крайней мѣрѣ не понятно какимъ образомъ вдыханіе воздуха и вступленіе въ свѣтъ сообщаетъ зародышу характеръ челоѳчества и душу и не лучше ли отложить одушевленіе на нѣсколько недѣль или мѣсяцевъ по рожденіи. Если мнѣніе Іѳрга можетъ быть допущено какъ справедливое, тогда кретинъ, челоѳкъ въ обморокъ и мимой смерти; большой тифомъ, энцефалитъ и подверженный апоплексическому удару также не челоѳкъ. И такъ, если утробный плодъ съ минуты зачатія есть существо живое и одушевленное, то умышленное уничтоженіе и изгнаніе его, все равно въ какомъ бы періодѣ беременности это ни было, все таки останется преступленіемъ; и если законодательство, сообразуясь съ большимъ или меньшимъ развитіемъ плода, допускаетъ большее или меньшее спусхожденіе, то это не потому, что будто-бы государство отказываетъ зародышу въ правѣ общечелоѳческомъ и поэтому не удостоиваетъ его своего покровительства и попеченія, а совершенно по другимъ причинамъ, какъ мы усмотримъ ниже.

Но прежде чѣмъ приступимъ къ подробному изложенію убійства и выкидыванія плодовъ, мы предварительно должны изслѣдовать дѣтоубійство, потому что оба преступленія неездѣ строго отдѣлены другъ отъ друга и понятія о нихъ часто смѣшиваются. Сверхъ того отчетливое изслѣдованіе дѣтоубійства послужитъ намъ средствомъ основательнѣе рассмотреть излагаемое преступленіе.

§ 9.

Только въ новѣйшее время начали различать дѣтоубійство въ обширнѣйшемъ и тѣснѣйшемъ смыслѣ. По k. preuss. allg. Landrecht. изд. 1794, 1806 и 1817, подъ дѣтоубійствомъ разумѣется убійство новорожденныхъ младенцевъ вообще. Тоже мы находимъ и въ Code pénal art. 300. Но мало по малу возникли слѣдующія опредѣленія. Въ смыслѣ обширнѣйшемъ дѣтоубійство (т. е. убійство законнаго младенца — чадоубійство) есть умерщвленіе брачныхъ дѣтей, тогда какъ по юридическому опредѣленію дѣтоубійство въ тѣснѣйшемъ смыслѣ, согласно съ постановленіями всѣхъ просвѣщенныхъ государствъ, есть умышленное убійство, произведенное преступнымъ дѣйствіемъ (dolus), небрежностью (culpa)

незаконнорожденнаго, живаго и способнаго къ жизни, новорожденнаго младенца собственною матерью. Въ юридическомъ смыслѣ означенное преступленіе по Фейербаху *) обусловливается тѣмъ, чтобы убійство было совершено самою матерью, которая, утаивая свою беременность, тѣмъ самымъ уничтожила своего новорожденнаго, незаконнорожденнаго т. е. виѣбрачнаго, живаго и способнаго къ жизни младенца.

Между тѣмъ какъ чадоубійство въ обширнѣйшемъ смыслѣ, принимая значеніе родственническаго убійства (patricidium), наказывается гораздо строже, дѣтоубійство въ тѣснѣйшемъ смыслѣ (по русскимъ законамъ тремя степенями) наказывается значительно слабѣе, такъ что теперь, за это преступленіе, вездѣ отмѣнена смертная казнь. Причины, по которымъ дѣтоубійство въ тѣснѣйшемъ смыслѣ наказывается слабѣе нежели дѣтоубійство въ обширнѣйшемъ смыслѣ, объективно заключаются въ несовершенномъ развитіи и образованіи младенца, во многихъ отношеніяхъ, которымъ онъ можетъ подвергнуться отъ начала до конца беременности, даже въ возможности естественной смерти его до и послѣ рожденія. Далѣе должны быть принимаемы въ расчетъ: неожиданныя роды, которыя у незамужныхъ обыкновенно тяжелѣе нежели у замужныхъ женщинъ; враждебныя вліянія дѣйствуютъ у нихъ сильнѣе на тѣло и душу и причиняютъ большее соматико-психическое возмущеніе; наконецъ кровотеченіе, незнаніе какъ помочь себѣ въ этомъ случаѣ, боль, обморокъ, головокруженіе, обманы чувствъ и случающаеся безпамятство, судороги и даже незнаніе беременности. Субъективно принимается въ соображеніе безбрачность матери, въ пользу которой говорятъ многія уважительныя причины, к. п. сохраненіе чести женщины, избѣжаніе публичнаго стыда, опасеніе потерять житейскія выгоды, не говоря о сильномъ волненіи нервной системы и душевныхъ способностей у незамужныхъ роженицъ — обстоятельства, имѣющія мѣсто даже при вторичныхъ родахъ и у вдовъ, хотя роды для нихъ должны быть не новостію. Все это предполагается не существующимъ въ законномъ бракѣ и не должно бы браться во вниманіе въ отношеніи къ публичнымъ женщинамъ **).

Чтобы нѣкоторыми примѣрами показать видоизмѣненія существующихъ постановленій относительно дѣтоубійства, приводимъ то, что въ этомъ отношеніи представляютъ баденскіе и русскіе законы.

*) Lehrb. d. peinl. Rechts. § 236.

**) Ср. Anmerk. z. Strafgesb. f. d. K. Baiern V. 2. p. 32; тамъ же Th. 1. art. 171.

По «Badensch. Strafgesetzb. (§ 215) слѣдуетъ, если намереніе совершить убійство было принято передъ родами, тюремное наказаніе отъ 6 — 15 лѣтъ, а если было принято во время или послѣ родовъ — тоже наказаніе до 8 лѣтъ. По § 216 мѣра наказанія та же, если умерщвленіе дитяти послѣдовало по истеченіи 24 часовъ, обращая однакожь вниманіе на тѣлесное и душевное состояніе роженицы, какъ болѣе или менѣе уменьшающее вину. Въ § 218 сказано: если незамужняя беременная женщина пришла въ такое положеніе, въ которомъ она злоумышленно лишаетъ себя надлежащей помощи при родахъ, съ тѣмъ намереніемъ, чтобы этимъ причинить смерть младенцу, то слѣдуетъ заключеніе въ тюрьмѣ или рабочемъ домѣ: а) если смерть младенца послѣдовала по другимъ постороннимъ обстоятельствамъ, независимымъ отъ ея воли, и б) тюрьма и рабочий домъ до 6 лѣтъ, если младенецъ умеръ. По § 220 слѣдуетъ заключеніе или рабочий домъ до 2 лѣтъ, если незамужняя мать умышленно, но безъ намеренія умертвить младенца, не хотѣла прибѣгнуть къ надлежащему медицинскому пособию и чрезъ то причинила смерть младенцу, которая послѣдовала безъ содѣйствія другихъ лицъ, и безъ прямого умышленнаго дѣйствія или небрежности со стороны матери. § 221: если незамужняя, умышленно безъ помощи родившая мать спрятала или подкинула свое дитя, то, если возможно открыть: родился ли младенецъ живымъ или мертвымъ, или, если онъ жилъ и былъ способенъ жить, смотря по тому: умеръ ли онъ вслѣдствіе безпомощности при родахъ, или нѣтъ — наказывается соразмѣрнымъ винѣ заключеніемъ въ тюрьмѣ.

Въ русскихъ законахъ*), получившихъ свою силу 1-го Мая 1846 г. сказано относительно умышленнаго дѣтоубійства, при чемъ предполагается что мать первороженница, слѣдующее: дѣтоубійствомъ называется убійство незаконнорожденныхъ сына или дочери, совершенное матерью отъ стыда или страха, при самомъ рожденіи младенца; а въ отношеніи неумышленнаго убійства, по стат. 1931: когда женщина, отъ стыда или страха, хотя и не умертвить незаконнорожденнаго своего младенца, но оставить его безъ помощи, и младенецъ отъ того лишается жизни.

§ 10.

Не такъ опредѣлительно какъ понятіе о составѣ преступленія дѣтоубійства, у правовѣдовъ бываетъ понятіе объ убійствѣ

*) Уложеніе о наказаніяхъ уголовныхъ и исправит. ст. 1922.

и умышленномъ изгнаніи недоношеннаго плода. Хотя Savigny *) защищаетъ мнѣніе, что жизнь младенца, не допускаемое и непужное условіе къ его законности — изъ чего слѣдовало бы что во всякомъ возрастѣ уничтоженіе зародышевой жизни, начиная съ зачатія, до его зрѣлости, должно считать за дѣтоубійство: — тѣмъ не менѣе теперь сдѣлалось общимъ, мнѣніе, что способность жизни (въ смыслѣ Каролины — арт. 131 — относительно правильнаго образованія членовъ, соотвѣтственно слову «gliedmässig») (§ 6) есть необходимое условіе дѣтоубійства; другими словами: дѣтоубійство можетъ считаться таковымъ только тогда, когда въ зародышѣ образовались, если не окончательно, то по крайней мѣрѣ явственно и раздѣльно члены. Поэтому умерщвление тѣхъ плодовъ, которые еще не «gliedmässig» т. е. не способны къ жизни, называлось убійствомъ плода (foeticidium) и послѣдующіе послѣ того роды назывались выкидышемъ или изгнаніемъ плода (abortio — abortus procreatio — abortus violentus), или, какъ говорятъ русскіе простолюдины, заѣданіемъ плода. Изъ этого видно, что, согласно съ мнѣніемъ нѣкоторыхъ знаменитыхъ авторовъ, напр. Бергманна **) Шюрмайера ***) и др. многіе при подобныхъ случаяхъ принимаютъ умышленное изгнаніе плодовъ, которое учинено надъ утробными младенцами, имѣющими вообще возрастъ 30-ть недѣль, считая со дня зачатія. Между тѣмъ есть еще и третья категория, подъ которую подходитъ умерщвление эмбрионовъ, или такихъ зародышей (въ тѣснѣйшемъ смыслѣ), которые еще не обнаруживаются замѣтнымъ для беременныхъ и акушеровъ движеніемъ, слѣдовательно еще не перешли 18 — 20-ой недѣль утробной жизни. Эта категория также нашла себѣ защитниковъ во многіхъ извѣстныхъ писателяхъ. Такъ напр. Генке принимаетъ три періода утробной жизни: онъ различаетъ плоды *зрѣлые* (tempesitivi — отъ 30-ти недѣль до конца беременности), *незрѣлые* или *преждевременные* (imtempesitivi — отъ 18 до 30-ой недѣли) и *выкидыши* въ тѣснѣйшемъ значеніи (отъ зачатія до 18-ой недѣли). (§ 30) Означенные три періода принимаютъ и прусскіе законы †): *первый* простирается отъ зачатія до трехъ мѣсяцевъ (солнечныхъ или лунныхъ не сказано); *второй* отъ конца третьяго мѣсяца до 30 недѣли беременности; а *третій* отъ 30-й недѣли до естественна-

*) System. d. heutig. römisch. R. V. II, p. 385, 400 и 417.

**) Lehrb. d. med. for. Braunsch. 1846.

***) Руководство къ теоретич. и практич. науч. Судебн. Медц. С. П. 1851. § 384.

†) Koenigl. preuss. Landrecht. Th. II. Tit. XX. § 934, 939, 940 — 943 а. в. 958 и 959.

го конца. Другія же уложенія, напр. австрійское *) и баварское **) не принимаютъ въ расчетъ опредѣленный возрастъ плода при умышленномъ изгнаніи его; послѣднее упоминаетъ только о незрѣлыхъ и неспособныхъ къ жизни.

Хотя нѣтъ сомнѣній, что умышленное изгнаніе плода, (что предполагаетъ уже преднамѣренное убійство его, потому что такіе плоды, если даже и рождаются живыми, то по неспособности жить самостоятельно, должны умереть) вообще должно считаться преступленіемъ, потому именно что нельзя отказывать, оживленнымъ и одушевленнымъ существамъ въ правахъ человечества ***); однакожь въ мѣрѣ вмѣняемости, соответственно различаемымъ періодамъ утробной жизни, не всѣ согласны между собою. I. Хр. Іергъ напр. того мнѣнія, что умышленно совершенное въ 8, 9 и 10 мѣсяцѣ беременности убійство плода, должно считать менѣе преступнымъ, чѣмъ убійство въ раннихъ періодахъ, потому что въ первомъ случаѣ рождаются жизнеспособные младенцы, которые могутъ остаться живыми (?!); напротивъ Генке, согласно съ большею частію узаконеній полагаетъ, что умерщвленіе болѣе зрѣлыхъ плодовъ должно быть строже наказуемо, потому что у нихъ уничтожается болѣе вѣроятная возможность къ сохраненію жизни. Кромѣ того здѣсь къ усиленію вины присовокупляется еще то обстоятельство, что беременная въ позднѣйшемъ времени болѣе можетъ знать о своей беременности. Вообще, если дѣтоубійство менѣе наказуется особенно по той причинѣ, что младенецъ предполагаемо менѣе развитъ и потому менѣе надежды, что онъ останется живымъ, то послѣдовательно и вмѣняемость должна уменьшаться въ той мѣрѣ, какъ зародышъ моложе и менѣе развитъ, и слѣдовательно три вышеуказанные періода утробной жизни могутъ быть приняты какъ совершенно рacionales.

§ 11.

По постановленіямъ извѣстнѣйшихъ уложеній о наказаніяхъ убійство плода (foeticidium - abortus violentus) состоитъ въ противузаконномъ, умышленно направленномъ дѣяніи на плодъ беременной женщины, результатомъ котораго бываетъ преждевременные роды (выкидышъ — abortus) и смерть зародыша. По Фейербаху †) къ этому роду преступленія относится: 1) вредное меха-

*) Das K. K. österreich. Strafgesetzb. Hauptst. 17. § 128.

**) I. Art. 172. II. Кн. Глав. 1, арт. 159.

***) Landrecht. Th. I. Tit 1. § 10; Th. II. Tit XX. § 985 — 987.

†) у. м. § 392.

ническое или динамическое дѣяніе, предпринятое въ отношеніи къ плоду; 2) преждевременные роды, т. е. послѣдовавшіе еще прежде до исхода нормальной беременности; 3) если докажется, что плодъ вслѣдствіе раннихъ родовъ, или вслѣдствіе происшедшаго уже въ чревѣ матери насилія, родился мертвымъ, или же скоро умеръ послѣ родовъ; 4) противозаконное, хотя бы и несовершенно доказанное намѣреніе матери, произвести изгнаніе плода. Это преступленіе можетъ быть разсматриваемо 1) какъ поврежденіе, нанесенное будущему человѣку, имѣвшее слѣдствіемъ изгнаніе плода, которое учинило, или сама мать, или посторонній человѣкъ, съ ея вѣдома и согласія; 2) поврежденіе будущаго человѣка, а вмѣстѣ съ тѣмъ и матери, результатомъ котораго убійство и изгнаніе плода, учиненныя постороннимъ лицомъ безъ вѣдома и согласія матери. Родились ли плоды живыми или мертвыми, это все ровно. Сюда же относится совершенное съ вѣдома, или безъ вѣдома матери изгнаніе, имѣвшее слѣдствіемъ смерть плода и поврежденіе здоровья или даже смерть матери. По «Landrecht» *) опредѣлено заключеніе въ тюрьмѣ отъ 6 мѣсяцевъ до 1 года, если женщина вообще употребляла какое то ни было средство съ цѣлю изгнать плодъ, и присовокуплено еще: если отъ такихъ средствъ плодъ изгнанъ въ первые 30 недѣль беременности, то назначается заключеніе въ тюрьмѣ отъ 2 — 6 лѣтъ; послѣ 30 недѣль — 8 — 10 лѣтъ; при чемъ особенно обращается вниманіе на утаиваніе беременности и родовъ (§ 14). Въ новомъ уложеніи о наказаніяхъ Прусскаго Королевства **) сказано: беременная, которая наружными или внутренними средствами умышленно изгоняетъ свой плодъ, или умерщвляетъ его въ утробѣ матерней, наказывается заключеніемъ въ тюрьмѣ до 5 лѣтъ. Тотъ, кто съ согласія беременной употребилъ или снабдилъ этимъ средствомъ, подвергается тому же наказанію. Кто умышленно безъ вѣдома и воли беременной изгоняетъ или умерщвляетъ ее плодъ, наказывается заключеніемъ въ тюрьмѣ отъ 5 — 20 лѣтъ. Если этимъ причиняется смерть беременной, то слѣдуетъ заключеніе въ тюрьмѣ на всю жизнь.

Австрійское уложеніе ***) примѣчаетъ, что въ случаѣ сомнѣнія: родился ли младенецъ живымъ или мертвымъ, обыкновенно предполагается первое, какъ болѣе нормальное, и кто подтверждаетъ противное, обязанъ это доказать. Уложеніе о наказаніяхъ Ко-

*) Th. I. Tit. 1. § 20; Th. II. Tit. XX. § 985 — 987.

**) 14 Апрѣля 1851. § 181 и 182.

***) Bürgerl. Gesetzb. f. d. deutsch. Erblande. Th. I. H. 1. § 22.

ролевства Баварскаго *) говорить : если мать, которая разрѣшилась недоношеннымъ или мертвымъ младенцемъ, до этого употребляла съ противузаконнымъ намѣреніемъ наружныя или внутреннія средства, которыя могутъ имѣть слѣдствіемъ преждевременныя роды или смерть младенца въ утробѣ матерней, то подвергается заключенію въ рабочемъ домѣ отъ 4 — 8 лѣтъ.

Въ русскихъ законахъ **) рассматриваемое преступленіе точнѣе опредѣлено слѣдующими тремя ступенями: а) когда кто безъ вѣдома и согласія беременной женщины умышленно, какимъ бы то ни было средствомъ, произведетъ изгнаніе плода ея. Степень въ опредѣленіи наказанія возвышается, если вслѣдствіе сего преступленія причинится самой беременной женщинѣ сверхъ изгнанія плода ея, какое либо тяжелое поврежденіе въ здоровьѣ, и наказаніе еще увеличивается, когда отъ того послѣдуетъ даже смерть беременной женщины; б) кто съ вѣдома и по согласію беременной женщины употребитъ съ умысла какое либо средство для изгнанія плода ея; в) когда сама беременная женщина, по собственному произволу, или по согласію съ другимъ, употребитъ какое либо средство для изгнанія своего плода. Наказанія, опредѣляемыя въ 1932, 1933 и 1934 ст. усиливаются одною степенью, если въ употребленіи средствъ для изгнанія плода беременной женщины изобличены врачъ, акушеръ, повивальная бабка или аптекаръ, или когда дознано, что подсудимый былъ уже прежде виновенъ въ семь преступленій. Относительно истязаній и мученій, которыя по смыслу ст. 1950 и 1960 улож. о наказ. принимаются въ русскихъ законахъ особенными видами поврежденій, присовокупимъ еще, что наказанія назначаются всегда въ самой высшей оныхъ мѣрѣ за нанесеніе беременной женщинѣ, завѣдомо и съ умысломъ, увѣчья, раны или важнаго въ здоровьѣ вреда, или же побоевъ или истязаній, или иныхъ мученій, если послѣдствіемъ сего будетъ преждевременныя роды и смерть ея младенца. (См. ст. 1962.

§ 12.

Если убійство зародыша (*embryocidium*) должно считаться самостоятельнымъ, меньше наказуемымъ преступленіемъ, чѣмъ плодубійство, (*foeticidium*) то нѣкоторыя условія, напр. сомнѣнія о способности къ жизни, которыя здѣсь абсолютно не существуетъ и вопросы о новорожденности не находили бы здѣсь мѣста. Съ другой стороны вся тяжесть изслѣдованія должна бы сосредоточиваться въ

*) 1 Арт. 172; т. II, кн. II, гл. I, арт. 159.

**) Улож. о наказ. угод. и исправ. ст. 1932, 1933 и 1934.

опредѣленіи возраста, именно около времени начинающагося движенія зародыша, вмѣстѣ съ которымъ плодовая жизнь беретъ свое начало и характеръ. Далѣе само собою разумѣется, что разрѣшеніе сомнѣній относительно различныхъ фазовъ беременности, умышленнаго или неумышленнаго убійства и изгнанія плодовъ, здѣсь сопряжены съ большими затрудненіями, чѣмъ это бываетъ въ позднѣйшихъ періодахъ беременности.

ГЛАВА III.

КРИТИЧЕСКОЕ ИССЛѢДОВАНІЕ ПРЕСТУПЛЕНІЯ ДВУОУБІЙСТВА, ПЛОДОУБІЙСТВА И УБІЙСТВА ЗАРОДЫША.

§ 13.

Намѣреваясь рассмотреть критически различныя опредѣленія и постановленія плодубійства и этимъ самымъ сдѣлать переходъ изъ юридической въ медицинскую часть, мы предварительно должны сообразовать ихъ съ правилами судебной медицины. И первое, что мы находимъ, это то, что въ понятіи объ означенномъ преступленіи въ различныхъ юридическихъ руководствахъ и законныхъ постановленіяхъ еще очень много шаткаго и произвольнаго, тогда какъ медицина, какъ космополитическая наука, имѣющая своимъ предметомъ одну и ту же природу и одинъ и тотъ же человѣческій организмъ, представляясь округленнымъ цѣлымъ, довольно ясно сознаетъ свою цѣль, точно также сознаваясь и во многихъ своихъ недостаткахъ. Въ нѣкоторыхъ законахъ понятіе плодубійства изложено слишкомъ скудно и неопредѣленно; въ другихъ вносятся вещи, туда не принадлежащія. Далѣе нѣкоторыя задаютъ врачу такіе вопросы, которые, или какъ слишкомъ общіе, не возможно примѣнить къ данному случаю, или на которые вообще нѣтъ даже возможности отвѣтить. Вообще здѣсь дѣло зависитъ много отъ осмотрительности и умения врача, и если врачъ отчетливо рѣшитъ затруднительную задачу, то онъ этимъ обязанъ отличнымъ руководствамъ судебной медицины, составленнымъ людьми просвѣщенными, остроумными и пре-

дусмотрительными. Эти руководства, если они не слѣдуютъ рабски одностороннему направленію, основывающемуся на извѣстныхъ авторитетахъ или частныхъ положеніяхъ, почти всегда въ состояніи согласить *общія ршенія науки съ постановленіями* какого бы то ни было государства.

Чтобы плодубійство представить какъ самостоятельное преступленіе, нужно будетъ и тутъ принимать въ соображеніе зародышево и дѣтоубійство, потому что только этимъ способомъ возможно будетъ узнать отличіе и характеристическіе признаки оваго. Впрочемъ если нельзя не допустить различія въ томъ, былъ ли плодъ истинный или ложный, жизнеспособный или нежизнеспособный, то соотвѣтственно этимъ обстоятельствамъ, вмѣняемость и мѣра наказанія должны быть различны. Правда, въ томъ и другомъ случаѣ можетъ быть противозаконный умыселъ; за всѣмъ тѣмъ свойство изгнаннаго существа — *corpus delicti* весьма измѣняетъ дѣло. Совершенно другимъ представляется предметъ если существовалъ заносъ или уродъ, или если плодъ случайно или умшлено погибъ въ утробѣ матерней. По вышеизложеннымъ причинамъ (§ 9) плодубійство, дѣтоубійство и смертоубійство не могутъ принадлежать къ одной и той же категоріи.

§ 14.

Хотя преступленіе дѣтоубійства почти единогласно во всѣхъ узаконеніяхъ (§ 9) опредѣлено какъ убійство новорожденнаго, жизнеспособнаго и родившагося живымъ младенца, совершенное самою незамужною женщиною съ преступнымъ умысломъ или изъ небрежности, однакожъ не всѣ согласны между собою въ отношеніи количественныхъ и качественныхъ моментовъ или принадлежностей состава этого преступления. Нѣкоторыя изъ этихъ недоразумѣній должны быть здѣсь изслѣдованы ближе.

Что разумѣется подъ выраженіемъ новорожденнаго младенца? Чтобы съ медицинской точки зрѣнія признать младенца новорожденнымъ, на тѣлѣ его должны находиться такіе признаки, которые несомнительно доказываютъ бывшую связь его съ тѣломъ матери (присутствіе творожной слизи на тѣлѣ, слѣды послѣдовавшаго отдѣленія первороднаго каала, остатокъ пуповины, открытіе пупочныхъ сосудовъ Боталліева и Аранціева протоковъ, овальнаго отверстія сердца, головная опухоль и пр.) Въ «Landrecht *)» тотъ младенецъ называется новорожденнымъ, который еще не прожилъ 24 часовъ; въ баварскомъ уложеніи **) напротивъ тотъ, который не достигъ тре-

*) Th. II. Tit XX. § 913 и 947.

**) Art. 159.

тѣго дня жизни; въ австрійскихъ законахъ въ этомъ отношеніи ничего неопредѣлено. Въ русскихъ законахъ *) назначается самый кратчайшій срокъ выраженіемъ «при самомъ рожденіи.»

Что значитъ жизнеспособный? Съ тѣхъ поръ, какъ въ выраженіи «gliedmässig» употребленномъ въ Каролинѣ (§ 6 и 17, см. арт. 131) думали найти и смыслъ жизнеспособности, (§ 10, 31 и 43) послѣднее условіе, какъ принадлежность (requisitum) дѣтубійства, вошло почти во всѣ уложенія, будучи въ первый разъ употреблено въ баварскомъ уложеніи 1813 года **), впрочемъ съ позднѣйшимъ примѣчаніемъ, что не болѣзненные состоянія, но одна только зрѣлость должна быть принята въ расчетъ при опредѣленіи жизнеспособности. Между тѣмъ слово «gliedmässig» объясняется различно. Менде подъ этимъ выраженіемъ разумѣетъ совершенно образованные члены, слѣдовательно доношенныхъ младенцевъ; Зибенгаръ ***)) напротивъ не только зрѣлость, но и правильное отношеніе и нормальное образованіе отдѣльныхъ частей тѣла; въ чемъ и Фейстъ †) согласенъ, требуя для понятія жизнеспособности не только извѣстную степень зрѣлости, но и надлежащее развитіе необходимыхъ для жизни органовъ младенца и отсутствіе такихъ уродливостей, которыя дѣлаютъ жизнь невозможною. Хотя *уроды* еще въ древнія времена ††) были принимаемы въ соображеніе, но это болѣе относилось къ каноническому, чѣмъ къ уголовному праву, какъ уже видно изъ того, что уродливость въ юридическомъ отношеніи простиралась только на образованіе головы, какъ сѣдалища души. Безъ сомнѣнія мнѣніе Фейста справедливо. Ибо нельзя сдѣлать жизнеспособность зависимою отъ одной только зрѣлости, потому что болѣзненные состоянія и уродливости не менѣе могутъ дѣлать невозможнымъ продолженіе жизни, на что слово «gliedmässig» остроумно намекаетъ. Нѣкоторые конечно не соглашаются въ томъ, что болѣзни и уродливости, дѣлающія существованіе не возможнымъ, могутъ быть опредѣляющими условіями для жизнеспособности, буде только младенецъ родился живымъ; по ихъ мнѣнію умерщвленіе здѣсь живаго существа есть ничто иное, какъ убійство неизлечимаго больного (Брахъ); съ другой стороны говорятъ, что мать до рожденія не знала что носитъ уродливаго или неизлечимо-больнаго младенца (Французскіе законы). Но противъ этого можно во-

*) Улож. ст. 1922.

**)) Amtliche Anmerk. zum bairersch. Strafgesetzb II, стр. 34 и 35.

***)) Encyclop. Handb. d. ger. Arzk. Leipz. 1840.

†) Berliner encycl. Wörterb. d. med. Wiss. XXI, стр. 178.

††)) Römisch. R. L. 44. D. de religiosis. Landr. I. Tit. 1. § 17 и 8.

зразить что между жизнью умнаго существа, одареннаго самою-знаніемъ, и между лишь только инстинктивною жизнью, есть большое различіе, не говоря о томъ, что объективный составъ есть *conditio sine qua non* для субъективнаго. Поэтому — то жизнеспособность въ вышеозначенномъ смыслѣ вошла въ баденское уложение и переворотомъ назначено начало 7-го мѣсяца (по 28 дней), по Фейсту 26-я недѣля утробной жизни. Потому легко можетъ представиться тотъ непредвиденный въ узаконеніяхъ и руководствахъ случай, что зрѣлый и доношенный новорожденный младенецъ тѣмъ не менѣе не способенъ жить, такъ что по законамъ логики умерщвление такого младенца должно бы быть почитаемо не какъ дѣтоубійство, но какъ плодоубійство.

Не смотря на близкое отношеніе, въ которомъ находится утаиваніе беременности, особенно же утаиваніе родовъ (§ 11) съ дѣтоубійствомъ, это еще не есть поводъ считать его необходимымъ условіемъ означеннаго преступленія, какъ требуетъ Фейербахъ и нѣкоторыя узаконенія. Въ самомъ дѣлѣ, въ этомъ отвлеченномъ выраженіи отнюдь не заключается предположеніе злаго умысла совершить дѣтоубійство, напротивъ здѣсь ближе то предположеніе, что женщина скрываетъ беременность и роды, чтобы сохранить тѣлесную и моральную личность; и какъ извѣстно степень просвѣщенія, и вѣроисповѣданіе на это не оказываютъ не малѣйшаго вліянія; вѣрно только то что у самыхъ порочныхъ женщинъ по крайней мѣрѣ утаиваніе беременности встрѣчается гораздо рѣже, чѣмъ у болѣе нравственныхъ. Поэтому утаиваніе беременности и родовъ можетъ быть разсматриваемо какъ показаніе (*indicium*) или развѣ увеличивающій вину моментъ, такъ что въ новомъ уложеніи Прусскаго Королевства 1851 г. на это обстоятельство не обращено вниманія.

Что касается до понятій «*dolus et culpa*», то они такъ извѣстны, что объ нихъ излишне и говорить.

Въ заключеніе замѣчу что о дѣтоубійствѣ, совершенномъ надъ близнецами, какъ мнѣ недавно представился случай, весьма интересный по различнымъ свойственнымъ комбинаціямъ и послѣдствіямъ касательно объективнаго и субъективнаго состава дѣла и вмѣняемости, въ руководствахъ и уложеніяхъ ничего не упомянуто ***).

*) См. объ утаиваніи беременности и родовъ улож. о наказ. ст. 1932 и 1934. D. Schütz über heiml. Geburt — въ Verhandl.

**) Gesellsch. f. Geburtsh. zu Berlin IV Salrg 1851 и Cohen van Baren zur der. ärztl. d. verheiml. Schwang. u Geburt Berlin 1845.

***) Этотъ случай обнародованъ въ Henke Zeitsch. 1854.

§ 15.

Понятіе о плодубійствѣ (§ 10 и 11) заключаетъ въ себѣ убійство плода, состоящаго въ возрастѣ между предѣлами начинающагося движенія и началомъ зрѣлости и жизнеспособности, и обнимаетъ слѣдовательно пространство времени между 18-ой и концемъ 30-ой недѣли беременности. Такъ какъ убійство плода есть опредѣляющій моментъ, то выкидываніе или изгнаніе онаго, какъ необходимое послѣдствіе убійства, понятіе однозначущее, потому что рожденный въ этомъ возрастѣ плодъ не можетъ жить внѣ матки; слѣдовательно все равно, родился ли плодъ живымъ или мертвымъ. Но если въ «Landrecht» *) сказано, что наказаніе отмѣняется въ томъ случаѣ, когда плодъ остается живымъ, то сказанное относится къ дѣтоубійству, а не къ плодубійству. Поэтому въ разсужденіи о плодубійствѣ не имѣлъ бы мѣста столь важный въ дѣтоубійствѣ и весьма затруднительный вопросъ: родился ли плодъ живымъ или нѣтъ, если только доказано что младенецъ по незрѣлости не способенъ жить; и этимъ самымъ щекотливый вопросъ о новорожденности также былъ бы излишнимъ. Впрочемъ если плодубійство (какъ и слѣдуетъ) должно быть также принимаемо въ тѣснѣйшемъ и обширнѣйшемъ смыслѣ какъ и дѣтоубійство и чадоубійство; (§ 9) т. е. какъ убійство плода, зачатаго или внѣ брака, или въ бракѣ, то конечно при вопросахъ о правѣ наслѣдованія, отчества и законности (§ 39) требовалось бы также опредѣлить, кромѣ возраста, способность жить, жизнь послѣ рожденія и порочное образование (§ 45). Что касается до труднаго изслѣдованія сомнительныхъ причинъ смерти, какъ оно представляется при изслѣдованіяхъ новорожденныхъ зрѣлыхъ и жизнеспособныхъ младенцевъ, далѣе до изслѣдованій ошибокъ акушеровъ, повивальныхъ бабокъ при предпріятіи искусственныхъ родовъ, то первыя сосредоточиваются въ одномъ только изслѣдованіи предполагаемаго насилія, нанесеннаго утробному младенцу, послѣднія же ограничивались бы разысканіемъ о нужномъ или ненужномъ совершеніи искусственныхъ преждевременныхъ родовъ и мѣрахъ, предпріятыхъ при неспособности женщинъ родить естественнымъ образомъ. Вопросы о позднихъ родахъ тутъ вовсе не могутъ имѣть мѣста.

Но хотя многіе вопросы, весьма важные въ разсужденіи о дѣтоубійствѣ въ изслѣдованіи о плодубійствѣ не имѣютъ мѣста,

*) Тв. II. Tit XX. § 985 — 687.

ТО ЭТИМЪ МЫ ОТНЮДЪ НЕ ХОТИМЪ СКАЗАТЬ, ЧТО ДѢЛО ДЛЯ ВРАЧА ЧРЕЗВЫЧАЙНО ЛЕГКО, НО ОНО И НЕ ТАКЪ ЗАТРУДНИТЕЛЬНО, ЧТОБЫ, СОГЛАСИВШИСЬ СЪ МНѢНІЕМЪ МНОГИХЪ АВТОРОВЪ, ПРЕДПОЧИТАТЬ РАЗМАТРИВАНІЕ ПЛОДОУБІЙСТВА НЕ КАКЪ САМОСТОЯТЕЛЬНОЕ ПРЕСТУПЛЕНІЕ, НО КАКЪ ПОДХОДЯЩІЕ ПОДЪ ОБЩУЮ КАТЕГОРІЮ ВЫКИДЫВАНІЯ; ВЪ ТАКОМЪ СЛУЧАѢ, КОНЕЧНО ДОСТАТОЧНО БРАТЬ ВО ВНИМАНІЕ ТОЛЬКО ЖИЗНЕСПОСОБНОСТЬ И НЕЖИЗНЕСПОСОБНОСТЬ ПЛОДОВЪ И МЛАДЕНЦЕВЪ ТОЧНО ТАКЪ ЖЕ И ЗАРОДЫШЕЙ (embryones).

§ 16.

Три въ особенности условія придають убійству и изгнанію плода (§ 10 и 11) характеръ самостоятельнаго преступленія: 1) полное убѣжденіе о существованіи плода въ утробѣ матерней; 2) умышленное и противозаконное употребленіе такихъ средствъ, которыя непременно могутъ ускорить ходъ беременности до естественнаго ея конца и которыя изгнаніемъ плода его дѣйствительно умертвили; 3) умерщвленіе плода преждевременными родами, безъ участія какой бы то ни было другой дѣйствующей причины на смерть плода.

Кромѣ двухъ главныхъ вопросовъ: 1) существовала ли вообще беременность и преждевременные роды, 2) послѣдовали ли они случайно, или умышленно, вслѣдствіе употребленія наружныхъ или внутреннихъ плодоизгоняющихъ средствъ, или отъ пренебреженія надлежащаго вспомошествованія со стороны матери или постороннихъ лицъ, остается еще рѣшить слѣдующіе вопросы:

1) Могла ли беременная женщина, или посторонній человекъ, и именно въ какомъ періодѣ, быть убѣжденными въ беременности?

2) Есть ли такія средства, которыя навѣрно и во всякое время могутъ ускорить роды?

3) Въ какомъ случаѣ преждевременные роды могутъ быть единственною и исключительною причиною смерти плода?

Если плодъ не найдется, то и нѣтъ *corpus delicti*, даже если предпествовавшіе роды доказаны; а если послѣдніе не могутъ быть доказаны, то даже признаніе подсудимой, что она была беременна и рождала, въ юридическомъ смыслѣ не имѣетъ важности, буде не присутствовали повивальная бабка или достовѣрные свидѣтели. О существованіи заноса или истиннаго плода могутъ только свидѣтельствовать свѣдущіе.

§ 17.

Если подвергнемъ вышеприведенные вопросы предварительной критикѣ, то найдемъ, что рѣшеніе оныхъ сопряжено съ большими затрудненіями.

1) Что касается до вопроса о жизнеспособности, (§ 6, 10, 43 и 47) то тщательное взвѣшиваніе, въ какомъ періодѣ беременности учинено преступленіе, становится необходимымъ. Относительно начатія жизнеспособности, въ постановленіяхъ правовѣдовъ встрѣчаемъ многія противорѣчія. Перешедшее изъ римскаго права *) въ позднѣйшее дѣлопроизводство положеніе срока 180 дней, основанное на авторитетѣ Иппократа **), который однакожъ самъ колебался между 180-мъ и 204-мъ и даже 210-мъ днемъ по зачатіи, какъ точкой гдѣ начинается жизнеспособность — приводится болѣе въ пользу брака (*in favorem matrimonii*) и родовъ, при чемъ только, требуется что бы плодъ родился живымъ, но не требуется, чтобы онъ могъ продолжать самостоятельную жизнь. Но если даже правовѣдамъ извѣстно, что плодъ означеннаго возраста не можетъ остаться живымъ, то тѣмъ не менѣе придерживались этой явной несправедливости, по крайней мѣрѣ въ отношеніи отчества, законности и права наслѣдованія, не смотря на то, что въ уголовномъ правѣ признается законнымъ срокъ, съ котораго наступаетъ жизнеспособность (30-ть недѣль) или 210 дней. Ибо хотя и были примѣры, приведенные Радманномъ ***) *d'Outre-pont* †) и др. что младенцы, родившіеся на 175 — 189 день, немовѣрными стараніями, которыя у изгнанныхъ плодовъ никогда не могутъ принести благодѣтельнаго результата, остались живыми, то они какъ рѣдкія исключенія не могутъ служить нормою. За всѣмъ тѣмъ нужно сказать, что врачебное свидѣтельство не можетъ не упускать изъ виду таковаго колебанія, простирающіяся на мѣсяць и болѣе. Впрочемъ и тутъ врачъ долженъ слѣдовать основному правилу судебной медицины судить о случаѣ *non in abstracto, sed in concreto* ††) и не пускаться въ мелочные софизмы, а принимать въ соображеніе совокупность обстоятельствъ, чѣмъ по большей части и въ состояніи будетъ удовлетворительно рѣшить свою задачу.

*) *Digest L. 1. Tit V. L. 12.*

**) *De partu septimestri.*

***) *Salzburg med. chir. Zeit 1816. N° 13, p. 189.*

†) *Abhandl. u. Beitr. geburtshilf. Inhalts. Bamberg. 1822. I, p. 167.*

††) *Сводъ закон. Т. III, уставъ суд. мед. ст. 1427.*

2) Могут ли беременная женщина или постороннее лицо в первые мѣсяцы беременности быть убѣжденными въ существованіи оной? Landrecht *) послѣ 30-ти недѣль не допускаетъ предлога будто беременная не чувствовала своей беременності, такъ что ей вмѣняется въ вину, если пропустила срокъ, въ которомъ она обязана объявить полиціи о томъ. Здѣсь предполагаются два обстоятельства: 1) что женщина, которая допускала соитіе, возможнымъ образомъ можетъ быть убѣждена въ своей беременності и 2) что послѣ 30 недѣль должна быть въ состояніи чувствовать беременность. Но все это, какъ увидимъ, не безусловно справедливо; ибо не прежде какъ въ 6 и 7-мъ мѣсяцѣ и въ первой половинѣ 8-го мѣсяца признаки беременности становятся болѣе ощутительными. При такомъ затрудненіи распознавать беременность рѣдко только аподиктически достигается сущность дѣла; и тѣмъ болѣе плододубіево представляется самобытнымъ преступленіемъ, что кромѣ способа, предпринимаемаго весьма искуснымъ акушеромъ, для произведенія преждевременныхъ родовъ, нѣтъ вѣрнаго средства, производящаго выкидышъ. Поэтому умышенное изгнаніе плода оказывается только покушеніемъ на преступное дѣйствіе, которое сверхъ того только чрезъ соображеніе совокупности обстоятельствъ, можетъ быть доказаннымъ. Возраженіе, что плодогонимыя средства принимались по причинѣ прекратившагося мѣсячнаго очищенія и что женщина не знала о своей беременності, нелегко опровергнуть (§ 48 и 49). За всѣмъ тѣмъ самое покушеніе уже преступно, какъ это ясно изрѣчено въ Landrecht **) хотя тамъ и не замѣчается различія между плододгоняющими средствами и вообще не сказано, вредны они, или нѣтъ и дѣйствительно ли были въ состояніи изгнать плодъ?

§ 18.

3) Беременная женщина не знаетъ ни изгоняемаго объекта, ни его мѣстопробыванія. Она слѣдовательно не знаетъ, существуетъ ли истинная или ложная беременность, беременна ли она однимъ или нѣсколькими плодами, живы ли они, или мертвы, здоровы, правильно образованы, или болѣзненны и уродливы, способны жить, или нѣтъ; находится ли плодъ въ маткѣ, или внѣ ея? О беременності она должна заключить: изъ предшествовав-

*) Th. I. Tit. 1, art. 234.

**) Th. II. Tit. XX. § 985.

шаго сонтя, изъ остановленія мѣсячнаго очищенія, изъ опуханія брюха и груди, движенія плода и проч.; но все это весьма шатко (§ 23 и 26). Ко всему этому присоединяются грусть, страхъ, обманутая надежда, стыдъ, отчаянiе и другiе поводы къ изгнанiю плода. Задумчивая и полупомѣшанная, она болѣе по слѣпому побужденiю чѣмъ по намѣренiю совершить убiйство, приступаетъ къ дѣйствию, тѣмъ болѣе что по народному повѣрiю жизнь у плода наступаетъ не прежде какъ при явственномъ движенiи его (§ 9). Правда, каждое умышленное изгнанiе плода остается преступленiемъ, уже потому, что намѣренiе было устремлено на убiйство плода; но если объектъ былъ клубъ, заносъ или уродъ, (§ 13, 44 и 53), то объективный составъ не можетъ считаться полнымъ, потому что существо, лишенное возможности быть оживленнымъ и одушевленнымъ, не можетъ быть и умерщвленнымъ, слѣдовательно и не требуетъ попеченiя и защиты со стороны государства.

4) Далѣе не должно забывать, что плодоизгоняющiя средства дѣйствуютъ вдвойнѣ вредно, повреждая мать и плодъ и особенно мать (§ 48 и 50). Мы выше (§ 11) видѣли, что законы принимаютъ въ соображенiе: было ли только покушенiе, или уже совершено изгнанiе плода посторонними лицами безъ вѣдома и желанiя матери, что по австрiйскимъ законамъ влечетъ за собою 5 — 10 лѣтнее заключенiе въ тюремномъ замкѣ, и если мать подверглась опасности жизни, 16 — 20 лѣтнее заключенiе. Баварское уложенiе опредѣляетъ тоже наказанiе постороннимъ лицамъ, которое слѣдуетъ самой матери за подобное преступленiе. Мы увидимъ послѣ (§ 48 и 51), что вредъ, учиненный матери и плоду, трудно опредѣлять. Изъ этого слѣдуетъ:

5) Что упомянутое преступленiе юридически нелегко доказать. По баварскому уложенiю*) конечно даже не требуется достоверно знать, что средства, производящiя выкидышъ причинили смерть плода, достаточно уже того, что мать разрѣшилась незрѣлымъ и мертвымъ плодомъ и употребляла для этого наружныя и внутреннiя средства, которыя могутъ причинить смерть плода и его преждевременное рожденiе.

Кого интересуетъ исторiя разсматриваемаго предмета, тотъ можетъ обратиться къ самымъ источникамъ, именно къ историческимъ сочиненiямъ Куртъ Шпренгеля (*Geschichte d. Arzneiwiss.* Менцера (*Skizzen einer pragmatischen Literaturgesch. d. Medicin.* Koenigsberg 1792 и 1796). Коппа (*Jahrb. d. Staatsarzkn.* Frankf. a. M. 1808 и 1818 I. стр. 176; II, стр. 269); далѣе къ подробнымъ руководствамъ Менде (*Handb. d. gerichtl. Med.* Leipz.

*) Art. 172, und Anmerk. B. II, p. 45.

1819, ч. 1 и 2) и Фридрейха (Handb. d. gerichtärztl. Praxis. Regensb 1843) и основательнымъ монографіямъ Гюбнера (Die Kindstödlung in gerichtärztl. Beziehung. Erlangen 1846), проф. Вал-
бранда (über Leben, Gliedmässigkeit и Lebensf. d. menschl. Frucht —
въ vereinte deutsch. Zeitsch. f. d. Staatsarzk. 1848. 3 B. 1 и 2) и
Д-ра Юс. Вирбаума (Das Verbrechen d. gefässentl. Frühgeburt —
въ Henke 1 и 2 Zeitsch. f. d. Staatsarzk. 32. Jahrg. 1852. II.

ЧАСТЬ ВТОРАЯ — МЕДИЦИНСКАЯ.

ОТДѢЛЕНІЕ ПЕРВОЕ.

ОБЪЕКТИВНЫЙ СОСТАВЪ ПЛОДОУБИЙСТВА И О ПРАВАХЪ ПЛОДА ВООБЩЕ.

§ 19.

Если цѣль государственнаго союза состоитъ въ томъ, чтобы осуществить идею нравственности и правосудія, достигаемую сохраненіемъ общей безопасности гражданъ и развитіемъ тѣхъ силъ и способностей, которыя споспѣшествуютъ ихъ физическому и нравственному благу, то и покровительство жизни и общихъ правъ утробныхъ и новорожденныхъ младенцевъ дѣлается не послѣднею задачею правительства, тѣмъ болѣе что они по немощности своей не въ состояніи сами защищать свои права. Поэтому недостаточно оградить права человѣческаго плода и признавать преступленіемъ умышленное его уничтоженіе, но надобно также съ юридическою точностію опредѣлить самыя преступныя дѣйствія такого рода. Что касается до плодубійства, то для опредѣленія сущности этого преступленія необходимо: съ одной стороны, чтобы объективный и субъективный составъ согласовались вполне между собою, съ другой, чтобы отдѣльныя части преступленія были разъяснены и доказаны основательно. Не под-

лежить сомнѣнію, что судебная медицина въ этомъ отношеніи играетъ самую важную роль, въ чѣмъ убѣждены даже и юристы. По словамъ Ганса нѣтъ почти ни одного обстоятельства въ дѣтоубійствѣ (то самое можно сказать и о плодоубійствѣ), которое не могъ бы объяснить и рѣшить судебный врачъ, являющійся въ этомъ случаѣ настоящимъ судьей. И даже тогда, когда отзывы врачей неудовлетворительны, свидѣтельство врача тѣмъ не менѣе опредѣлительно для судьи, потому что послѣдній никакъ не въ состояніи разрѣшить возникающія здѣсь сомнѣнія.

Дѣятельность врача при опредѣленіи и изслѣдованіи сущности плодоубійства (о дѣтоубійствѣ болѣе не нужно говорить) простирается на изслѣдованіе *объективной* и *субъективной* части преступленія, значеніе которыхъ ему вполнѣ должны быть известны. Объективный составъ относится не только къ объекту изслѣдованія—къ самому плоду—но и къ нѣкоторымъ внѣшнимъ условіямъ преступленія, обнаруживающимся на учителяхъ онаго; субъективный составъ, напротивъ, единственно имѣетъ въ виду преступное дѣйствіе и его причины. Совершенно понятно, что положеніе: *de facto judicat medicus, de animo judex*—здѣсь встрѣчаетъ ограниченіе и одно только что можно требовать есть то, что врачебное освидѣтельство непременно должно основываться на внѣшнихъ, чувствами постигаемыхъ данныхъ. Составомъ смѣшаннаго рода можно бы еще считать третью категорію, находящуюся съ предъидущими въ ближайшей связи, именно изслѣдованіе тѣхъ обстоятельствъ, которыя касаются до предварительнаго и послѣдовательнаго изслѣдованія, напр. существованіе беременности, предшествовавшіе роды, изслѣдованіе плодогонаемыхъ средствъ, тѣлесное и душевное состояніе беременной и проч.

Соотвѣтственно вышеупомянутымъ (§ 11, 15 и 16) условіямъ плодоубійства, частное изслѣдованіе врача будетъ заключать въ себѣ:

- I. Опредѣленіе и доказательства беременности.
- II. Доказательства родовъ и тождества плода.
- III. Возрастъ плода.
- IV. Жизнеспособность его.
- V. Раскрытіе причины смерти плода и
- VI. Обстоятельства, относящіяся къ преступному дѣйствію или небрежности роженицы.

ГЛАВА I.

I. ОПРЕДѢЛЕНІЕ И ДОКАЗАТЕЛЬСТВА БЕРЕМЕННОСТИ.

§ 20.

Знаніе срока и признаковъ беременности равнобѣрно важно какъ для акушера такъ и для судебного врача, потому что на этомъ знаніи основывается опредѣленіе возраста и способность жизни младенцевъ, родовспомогательныя дѣйствія, вмѣняемость беременной и многія другія обстоятельства.

Очень естественно предполагать что явленіе, такъ часто повторяющееся какъ беременность, по крайней мѣрѣ акушерамъ должно быть извѣстно на столько, чтобы съ точностію знать срокъ ея продолженія. Однакожъ какъ ошибочно такое предположеніе видно уже изъ того, что каждый распространяетъ теченіе беременности на 40 недѣль или 280 дней, не смотря на то: началъ ли онъ счетъ со дня предполагаемаго плодотворнаго соитія, съ вступленія или прекращенія послѣдняго мѣсячнаго очищенія, или считалъ онъ по 9 солнечнымъ или 10 луннымъ мѣсяцамъ, между тѣмъ какъ въ послѣднемъ случаѣ выходитъ довольно большая разность; ибо считая по солнечнымъ мѣсяцамъ, каждый мѣсяць круглымъ числомъ по 30 дней 10¹/₂ часовъ, получимъ приблизительно 274 дня, при лунныхъ же — мѣсяць по 29 дней и 12¹/₂ часовъ — приходится около 295 дней. Неудача подобныхъ изчисленій имѣетъ свое основаніе въ томъ, что постояннаго срока беременности въ природѣ вообще не бываетъ; какъ это уже видно изъ наблюдений, сдѣланныхъ надъ женщинами, у которыхъ время плодотворнаго совокупленія возможно было съ точностію опредѣлить, потому именно что совокупленіе совершилось только одинъ разъ. Даже домашнія животныя, у которыхъ такія наблюденія могутъ быть сдѣланы еще вѣрнѣе, представляютъ въ этомъ отношеніи большія отклоненія. Бергманъ *) приводитъ примѣры, по которымъ срокъ носенія у коровъ колебался между 241 и 308 днями. По добросовѣстнымъ наблюденіямъ проф. Крамера **) обнимающимъ 1105 случаевъ, нормальное носеніе у коровъ простирается до 282 дней, съ отклоненіи-

*) Lehrb. d. medicina forensis. Braunsch. 1846 § 240 и 241.

**) Henke Zeitsch. 1849, стр. 98.

емь отъ 237 до 356 дней. У кобылъ разница отъ 311 — 360 дней (у одной даже 394 дня), у овецъ 143 — 153.

§ 21.

Важное открытіе Бишоффа *), по которому во время мѣсячнаго очищенія, подобнаго течки у звѣрей, изъ яичника отдѣляется зрѣлое, способное къ оплодотворенію яичко, не могло остаться для науки безъ благотворныхъ послѣдствій. Вполнѣ соглашаясь съ мнѣніемъ Бишоффа, что беременность совмѣщаетъ въ своемъ теченіи 10-ти періодовъ мѣсячнаго очищенія, Cederschjöld и Berthold пошли еще далѣе, утверждая, что сообразно больше долгому или краткому пространству времени, въ которое у различныхъ женщинъ повторяется очищеніе, продолжительность беременности также должна быть больше или меньше, такъ что ежели періоды очищенія возвращаются чрезъ 26 дней, то роды должны наступить на 260-й день (10×26), если же очищеніе приходитъ въ 30-й день, то роды бываютъ на 300-мъ днѣ (10×30). Поэтому періодъ очищенія долженъ быть въ тѣсномъ отношеніи съ производительною силою индивидуальнаго женскаго организма вообще и матки въ особенности, а слѣдовательно дитя, ношенное 260 дней можетъ достигать зрѣлости также точно, какъ дитя ношенное 300 дней. Этому же закону подлежатъ и звѣри, съ тою единственною разницею, что время наступленія течки и множитель періода ея—у различныхъ звѣрей различно. Такъ у коровъ течка наступаетъ на 22-ой день послѣ отелѣнія, а самое отелѣніе чрезъ 13 разъ 22 дня, слѣдовательно на 286-й день, у кобылъ на 336-й день (14×24) и проч.

Къ сожалѣнію однакожь это льстительное предположеніе не оправдалось, потому что продолженіе беременности у различныхъ женщинъ неровно, даже у одной и той же женщины оно не постоянно. Такъ у одной женщины десятиричный срокъ очищенія составилъ 303 дня, но не смотря на то роды наступили на 291-й день послѣ послѣдняго очищенія, второй разъ отношеніе было какъ 291: 279, въ третій разъ какъ 298: 286, въ четвертый какъ 301: 287; у другой отношеніе было въ первый разъ какъ 265: 272, а второй какъ 295: 284; у третьей какъ 303: 290.

Результатомъ приведеннаго доселѣ выходитъ, что, хотя про-

*) Beweis der von der Begattung unabhängigen periodischen Reifung und Loslösung der Eier der Säugethiere und des Menschen. Giessen 1844.

долженіе беременности обыкновенно простирается до 280 дней (28×10), однакожь могутъ встрѣтиться нормальныя отклоненія, даже до нѣсколькихъ недѣль: Чаше всего однакожь роды послѣдуютъ между 275 — 287 днями, считая съ вступленія послѣдняго мѣсячнаго очищенія, а не по прекращеніи его *).

§ 22.

Еще важнѣе для нашей цѣли результаты родовспомогательной науки относительно признаковъ беременности. Мы при этомъ должны различать *субъективныя* признаки, чувствуемые одною беременною, и *объективныя*, узнаваемые также посторонними, при посредствѣ внѣшнихъ чувствъ. По Кивишу **) физиологія беременности объемлетъ три ряда явленій: 1) измѣненія, относящіяся къ дѣтороднымъ органамъ и представляющіяся вообще въ видѣ гипертрофированнаго процесса матки, рукава, отчасти наружныхъ дѣтородныхъ частей и нѣкоторымъ образомъ также грудей; 2) вторая группа обнаруживается въ сосѣднихъ областяхъ дѣтородныхъ частей и происходитъ отъ механическаго вліянія возрастающей матки; 3) третій рядъ выражается свойственнымъ симпатическимъ раздраженіемъ нервной системы, слѣдствіемъ чего бываетъ разстроенная дѣятельность въ крови и нѣкоторыхъ отдѣляющихъ органовъ. Предварительно однакожь должно замѣтить, что врачъ (ибо надежнѣе не обращаться къ повивальной бабкѣ) при таковыхъ изслѣдованіяхъ долженъ поступать съ чрезвычайною осторожностію, безъ всякихъ предубѣжденій, избѣгая такихъ вопросовъ, изъ которыхъ хитрая женщина можетъ извлечь выгодныя для себя обстоятельства (Suggestivfragen) и опровергая ложность показаній подсудимой несходствомъ съ показаніями свидѣтелей и собственнаго наблюденія. Особенно врачъ при подобныхъ изслѣдованіяхъ долженъ пользоваться авторитетомъ и предполагаемую несвѣдущими безошибочностію въ своей науке.

Не стану пускаться въ подробности касательно изслѣдованія тѣхъ сомнѣній, которыя въ свою пользу часто приводитъ обвиняемый въ изнасилованія женщины, к. т. необыкновенное положеніе при соитіи, безсыліе, не существовавшее возникновеніе дѣтороднаго уда въ влагалище — въ этомъ случаѣ предшествовавшее

*) Nicol. Glasson. Dissert. de graviditatis tempore. Petropoli. 1854. Schuster über d. Gesetzmässigkeit d. Schwangerschaftsdauer — въ Henke Zeitsch. 1849, стр. 1 и 97.

**) Kiwisch. v. Rotterau. Die Geburtsk. и пр. Erlang. 1851.

соитіе и оплодотвореніе должны быть предполагаемы *). Первое что намъ представляется тутъ есть обстоятельство, что зачатіе, которое опытныя замужнія женщины обыкновенно скоро замѣчаютъ въ себѣ, опускается изъ вниманія незамужними, настолько опытными. Признаками начала беременности, считаются: возвышенное насладительное чувство, ослабленіе, чувство теплоты и полноты въ животѣ, сильная раздражительность, задержаніе стѣмени, непроизвольное перекрещиваніе бедръ, отвращеніе къ виновику беременности и къ соитію, иногда наоборотъ усиленіе похотливости, побужденіе къ моченспусканію и чрезъ нѣсколько дней проявленіе измѣнчивыхъ капризовъ, боль въ зубахъ и ушахъ, періодическая головная боль въ затылкѣ — въ Галевомъ органѣ распложенія (Vessagio), головокруженіе, обмороки, тошнота и рвота, запоръ на низъ, затруднительное дыханіе и различныя прихоти и позывы (alotriophagia) напр. на пиво, жженое кофе, огурцы, отвращеніе къ мясу и пр. У многихъ беременныхъ на лицѣ, шеѣ, груди, плечахъ и др. мѣстахъ проявляются такъ называемыя печеночныя пятна, также желтобурое окрашеніе бѣлой линіи (chloasmauterinum), что впрочемъ по Elsässer **) въ діагностическомъ и судебно-медицинскомъ отношеніяхъ не имѣетъ никакого значенія. Вообще всѣ упомянутые признаки весьма обманчивы, особенно при болѣзненномъ состояніи беременной.

§ 23.

Болѣе вѣрными признаками самой беременности могутъ считаться:

1) *Остановленіе мѣсячнаго очищенія*, особенно если оно до этого было правильно. Между тѣмъ извѣстно сколько тутъ бываетъ отклоненій. Такъ напр. регулы могутъ остановиться еще до зачатія. Кровотеченія во время беременности конечно болѣею частію происходятъ вслѣдствіе подлежащаго дѣтскаго мѣста (placenta praevia), узловъ въ кровеносныхъ сосудахъ матки, отъ ношенія клубней, именно пузырчатыхъ (§ 53). Часто вмѣсто регуловъ являются кровотеченіе изъ носа, кровохарканье, геморроидальныя кровотеченія, кровавый потъ, или кровотеченіе изъ грудей, поносъ, обильныя поты и частое отдѣленіе мочи. Рвоты или вовсе не бываетъ, или если бываетъ, то въ различныхъ эпохахъ, то въ первой, то въ другой половинѣ беременности.

2) *Движеніе плода*, наступающее между 18 — 22 недѣлями. Но движеніе плода, смотря по величинѣ плода, количеству дѣт-

*) Шюрмайеръ рук. § 397.

**) Henke Zeitsch. 1852. 4 p. 237.

скихъ водъ, далѣе у женщинъ вялаго тѣлосложенія или тупоумныхъ, иногда почти не замѣтно, или можетъ быть смѣшаннымъ съ вѣтрами въ животѣ, судорогами, истерическими припадками, такъ что часто предполагается плододвиженіе, хотя и беременностями вовсе нѣтъ.

3. *Растяженіе брюха.* Оно не всегда явственно у тучныхъ женщинъ, при небольшомъ плодѣ, объемистомъ тазѣ съ большимъ отстояніемъ чреслъ. Съ другой стороны органическія перерожденія въ брюшной полости, водянка матки, яичниковъ, скиръ, мозговой ракъ, полипы, опухоли въ сальникѣ и брыжейкѣ, весьма сходны съ беременностію, особенно если при нихъ дѣйствительно существуетъ беременность.

4. *Состояніе груди.* Извѣстно что у беременныхъ часто является щекотливая стрѣльба въ грудяхъ, зудъ сосковъ, опуханіе млечныхъ железъ, въ дальнѣйшемъ періодѣ даже съ отдѣленіемъ молока; около сосковъ образуется темный кружокъ, съ обильными жирными ворсовинами (papillae), который подъ конецъ беременности увеличивается и болѣе темнѣетъ; Редереръ, Гамильтонъ и др. признаютъ его весьма важнымъ признакомъ. Но всѣ эти признаки бывають и у небеременныхъ, особенно при болѣзняхъ матки и яичниковъ; иногда же они наступаютъ очень поздно. Ихъ замѣчали у дѣвицъ и женщинъ преклонныхъ лѣтъ; у слабыхъ же женщинъ, особенно при дурной пищѣ и съ неправильнымъ образованіемъ груди, часто они не обращаютъ на себя вниманія. Столько маловажно должно считать и отдѣленіе молока, тѣмъ болѣе что оно замѣчалось и у мужчинъ.

§ 24.

Еще большія заблужденія производятъ *неправильныя* и *смѣшанныя* беременности, особенно у худощавыхъ, истерическихъ женщинъ. Сюда принадлежитъ клубень и заносъ (mola), (§ 13 и 53) который въ первые мѣсяцы легко можетъ быть принятъ за дѣйствительную беременность, хотя послѣ 6—8 недѣль обыкновенно и представляетъ нѣчто особенное; ибо увеличеніе брюха послѣдуетъ быстро, особенно при существованіи пузырчатыхъ клубней, съ сопровожденіемъ сильныхъ болей, значительныхъ кровотеченій и отдѣленія слизи изъ рукава; большія губы и ноги опухаютъ и клубень предлежитъ какъ тяжелая масса; кожа желтѣетъ или блѣднѣетъ, лицо спадаетъ и при угнетенной воспроизводительности, мало по малу и весь организмъ принимаетъ участіе въ этомъ страданіи. Хотя клубни большею частію и отходятъ около 12—16 недѣли, однакожь бывають примѣры,

гдѣ они остаются долѣе, даже до нѣсколькихъ лѣтъ, если превратились въ твердыя каменистыя тѣла. Иногда при клубнѣ носитя также истинный плодъ. Въ такомъ случаѣ клубень обыкновенно выходитъ съ дѣтскимъ мѣстомъ послѣ рожденія младенца. Должно замѣтить что въ клубнѣ иногда заключенъ истинный плодъ или по крайней мѣрѣ заносъ (клубень—собственно), поэтому нужно всегда тщательно изслѣдовать послѣдъ. Спрашивается: былъ ли клубень слѣдствіемъ болѣзненнаго состоянія матки или соитія (заносъ)? Это рѣшается по извѣстнымъ правиламъ (§ 53).

И беременности внѣ матки, именно въ яичникѣ, въ трубахъ, въ брюшной полости сначала могутъ быть приняты за истинныя. Регулы и тутъ по большей части останавливаются, но скоро опять возвращаются. Груды опухаютъ и содержатъ даже молоко, но вскорѣ спадаютъ. Однакожъ ранѣе или позже обнаруживаются замѣтныя отклоненія отъ правильнаго теченія, именно являются колики, сопровождаемыя, по наблюденію Гейма, звономъ; наконецъ обнаруживается одностороннее опуханіе. По истеченіи нормальнаго срока наступаютъ даже потуги, которыя однакожъ скоро опять прекращаются. Въ счастливѣйшемъ случаѣ плоды или заносы такого рода всасываются, или они отдѣляются кусками чрезъ прямую кишку, рукавъ и проч., по сдѣлавшемся нагноеніи, или превращаются въ такъ назыв. каменистыя плоды (*lithorädon*) и въ такомъ случаѣ они при относительно хорошемъ здравіи беременной остаются иногда весьма долго.

Вторичное оплодотвореніе (*superfoetatio*) конечно значительно увеличило бы трудность распознаванія.

Ясно что беременная женщина при помянутыхъ обстоятельствахъ, относительно своей беременности, можетъ находиться въ большемъ заблужденіи, которое тѣмъ извинительнѣе, если беременная больна, подвержена глистамъ, особенно солитеру, или страдаетъ мѣстными болѣзнями матки (§ 23). Ежели регулы еще до этого были неправильны и даже сопровождались отхожденіемъ свертковъ; ежели соитіе совершалось долго безъ послѣдствій: то беременность легко просматривается. И дѣйствительно: были примѣры что беременность до конца не была узнана и что даже послѣдовали несознательные роды *). Къ этому далѣе относится доказанная возможность быть оплодотворену въ несознательномъ состояніи, въ опьяненіи, даже въ мнимой смерти, во снѣ, произведенномъ оглушающими средствами, у тупоумныхъ или невинныхъ дѣвицъ, которымъ значеніе соитія иногда вовсе не извѣстно (§ 56). Нельзя также упустить изъ виду, что у простолюдиновъ

*) Klien — въ Harless Jahrb. d. deutsch. Med. u Chir. III. N. 1, p. 48.

носятся то повѣрье, будто-бы первое соитіе не плодотворно, или что особенныя положенія во время этого акта, препятствованное изверженіе семени въ рукавъ, не благоприятствуютъ зачатію.

§ 25.

Вѣриѣ конечно ведутъ къ цѣли предпринимаемыя акушерами изслѣдованія, при чемъ однакожь не излишне замѣтить, что если акушеръ не приглашается полиціею къ изслѣдованію, послѣднее весьма рѣдко производится.

Кромѣ обыкновенныхъ признаковъ, ощущаемыхъ самою беременною, особенно вскорѣ послѣ обремененія, врачъ руководствуется еще слѣдующими: синеватымъ окрашеніемъ рукава (Клуге); замѣченнымъ Паллендеромъ *), особеннымъ запахомъ въ верхней части рукава, отзывающимся запахомъ сѣмени или послеродоваго очищенія; уменьшеніемъ известковыхъ началъ въ мочѣ, нужныхъ для образованія костей плода (Любанскій); присутствіемъ Кіестина въ мочѣ (Nauche); пульзаціею артерій впереди и поверхъ маточной шейки. Большая однакожь достовѣрность представляется при ощущеніи движенія плода, по выслушиваніи біенія сердца и журчанія дѣтскаго мѣста посредствомъ стетоскопа; что все однакожь менѣе опредѣлительно, нежели ощупываніе дѣтскихъ частей чрезъ брюха, рукавъ или задній проходъ. Особенно достопримѣчательно ощущаемое пальцемъ въ сводѣ рукава поднятіе и спусканіе плода (ballotement). Сюда же принадлежатъ извѣстныя измѣненія около шейки, рыльца и верхней части рукава. Что температурѣ въ рукавѣ не представляетъ ничего особеннаго, доказали Фрикке и Гирзе **).

Всѣ эти признаки однакожь до 30-й недѣли весьма обманчивы, потому что они могутъ быть слѣдствіемъ кровяныхъ заваловъ и брюшнаго полнокривія. Поэтому употребленіе различныхъ средствъ извинительно и злой умыслъ весьма трудно доказать, потому что эти средства столько же причисляются къ плододиагонающимъ сколько и менорагическимъ. Такъ шнурованіе тѣла не всегда употребляется съ дурнымъ намѣреніемъ. Что касается до движенія плода, то оно можетъ быть просмотрѣно 1) ежели обремененіе послѣдовало въ несознательномъ состояніи (§ 24 и 56); 2) у женщинъ которымъ не извѣстны слѣдствія соитія; 3) при продолженіи регулъ. Однакожь не смотря на то, для юридическаго доказательства сущности преступленія требуется: 1) убѣж-

*) Med. Correspondenzbl. rhein. u. westphäl. Aerzte IV N° 1845.

**) Joh. Müller Archiv. 1851. II, p. 125.

деніе въ предшествовавшемъ соитіи, 2) знаніе его послѣдствій, 3) усмотрѣніе, почему бывшіе до того времени правильные регулы остановились, 4) ощущеніе и понятіе значенія плоднаго движенія. Если однакожь всѣ эти требованія часто не выполняемы, то явствуется, что пропущенное объявленіе въ полиціи, по вступленіи 30 недѣль, (какъ требуютъ прусскіе законы), еще не можетъ считаться безусловно наказуемымъ преступленіемъ.

§ 26.

Заключеніе доселѣ изложеннаго сосредоточиваются въ слѣдующемъ:

1) Продолженіе, ходъ и признаки беременности съ точностію нельзя опредѣлить. Поэтому отзывы врачей и не всегда могутъ доставить абсолютную вѣрность, ожидаемую судьями.

2) Послѣ совершеннаго плодотворнаго соитія навѣрно нельзя расчитывать на послѣдовавшую беременность, потому что, съ одной стороны зачатіе можетъ случиться несознательно, съ другой признаки беременности либо вовсе не бываютъ, или же могутъ быть просмотрѣны беременными и даже свѣдущими людьми.

3) Признаки истинной и ложной беременности, именно клубнемъ или заносомъ, обыкновенно весьма обманчивы до и послѣ 30-ой недѣли, такъ что беременная можетъ быть сочтена небеременной, тогда какъ небеременная можетъ быть принята за дѣйствительно беременную.

4) Во многихъ случаяхъ отрицательныя подтвержденія подсудимой, врачомъ а еще менѣе судьей, не могутъ быть опровергнуты какъ-бы пустыя выдумки.

5) Но если нерѣдко изъ частныхъ показаній (*indicia*) нельзя открыть истины, однакожь тщательное взвѣшиваніе совокупныхъ обстоятельствъ и признаковъ, весьма часто ведетъ къ обличенію вины *).

*) О литературѣ родовспомогательной науки повѣйшаго времени см. о проф. А. Кирера: *Kritische Uebersicht d. Leist. in d. Geburtsh. während . letzten 15 J. St. Petersburg, 1850.*

ГЛАВА II.

II. ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ПРЕДШЕСТВОВАВШИХЪ РОДОВЪ И ТОЖДЕСТВА ПЛОДА.

§ 27.

Столь необходимое условіе, какъ доказанная беременность къ опредѣленію сущности плодубійства, есть доказательство предшествовавшихъ родовъ. Это особенно требуется при утанваніи беременности и родовъ (§ 11 и 14) и не признаніи въ этомъ, хотя бы беременность и была подозрѣваема другими, по явнымъ измѣненіямъ на тѣлѣ обвиняемой. Здѣсь-то судебно-врачебное изслѣдованіе дѣлается необходимымъ и если плодъ нельзя уже болѣе найти, то принимаются въ соображеніе кровотечение изъ дѣтородныхъ частей, остатки яича и дѣтскаго мѣста и пр. Правда, что изслѣдованіе, предпринятое врачомъ вскорѣ послѣ разрѣшенія отъ бремени, почти не допускаетъ сомнѣнія; но чѣмъ больше прошло времени, тѣмъ труднѣе распознаваніе, а спустя 3 — 4 недѣли, предшествовавшіе роды съ точностію доказать уже не возможно. При томъ не должно забывать, что признаки послѣ родовъ представляются, то весьма ясно, то неясно, смотря по объему таза, образованію дѣтородныхъ частей, возрасту плода и по тому обстоятельству, первороженница ли подсудимая или нѣтъ. Вообще признаки будутъ тѣмъ неопредѣленнѣе, чѣмъ не зрѣлѣе плодъ. Во всякомъ случаѣ о ходѣ беременности и родовъ нужно предварительно получить возможно вѣрныя свѣдѣнія, чтобы съ ними повѣрять наглядное и ручное изслѣдованіе.

§ 28.

Ежели изслѣдованіе предпринимается вскорѣ послѣ родовъ, то физиономія и самое состояніе роженицы представляютъ нѣчто особенное. Полнота (turgor) какъ слѣдствіе напряженія и напора крови къ периферіи скоро замѣняется спаденіемъ, блѣдностію лица и синеватými кругами вокругъ глазъ. Быть можетъ, что даже еще не отошло дѣтское мѣсто, или по крайней мѣрѣ еще возможно найти остатки его, въ которыхъ иногда находится еще зародышъ, (§ 24) главный предметъ (corpus delicti) слѣдствія. Даль-

нѣйшими показаніями были бы: разрывъ дѣвственной плевы, въ рѣдкихъ случаяхъ и срамной промежности; объемистый, влажный, гладкій рукавъ; спущенная, мягкая, губчатая вялая влагалитная часть и открытое маточное рыльцо. На ощупь подъ брюшными покровами представляется матка въ видѣ твердаго шара; на спавшемся вяломъ брюхѣ являются складки; періодически наступаютъ послѣдовательныя боли при умноженномъ отдѣленіи крови и кровяныхъ свертковъ; поэтому волосы дѣтородныхъ частей склеены слизью и запекшеюся кровью; груди напряжены; около сосковъ находятся объемистые темные кружки; отдѣляется первородное молоко (*colostrum*). Въ первые дни послѣ родовъ означенныя явленія, ослабвая постепенно, продолжаются; но груди еще болѣе напрягаются и болѣе болятъ: роженица находится въ лихорадочномъ состояніи (*febris lactea*). На животѣ, отъ пупа до лобной кости, усматривается темная тонкая полоса а на брюхѣ небольшія бѣловатыя пятна, какъ слѣдствія напряженія брюшныхъ покрововъ и разрывовъ клѣтчатки во время беременности. Родильное очищеніе (*lochia*), хотя уменьшается и дѣлается блѣднѣе и жиже, однакожъ еще имѣетъ особенный свойственный ему запахъ. Зарубки на маточномъ рыльцѣ, принятыя Редереромъ за «*signum indubiatum graviditatis praegressae*» теряютъ свою важность при небольшихъ незрѣлыхъ плодахъ, или если мать не первороженца. Ежели изслѣдованіе касается умершей, то крогѣ упомянутыхъ зарубокъ, желтое тѣльце (*corpus luteum*) въ одномъ личникѣ, которое замѣтно спустя даже полгода послѣ родовъ, можетъ служить доказательствомъ предшествовавшихъ родовъ. Это тѣльце сначала содержитъ желтую массу величиною въ горошину, за тѣмъ превращается въ звѣздообразный довольно значительный рубецъ, тогда какъ періодическое отдѣленіе яичекъ во время регулъ обнаруживается едва замѣтными рубцами въ Графиевыхъ пузырькахъ (*folliculus*). Родился ли плодъ или доношенный младенецъ или даже заносъ (§ 24 и 53) съ достовѣрностію можно опредѣлить только тогда, когда имѣется *corpus delicti*; въ отсутствіи же плода одно только основательное вывѣдованіе предшествовавшихъ обстоятельствъ, самыхъ родовъ, кровотеченія и состоянія здоровья роженицы, нѣсколько уясняетъ дѣло.

§ 29.

Открывъ беременность и предшествовавшіе роды, остается изслѣдовать плодъ и доказать его тождество (*identitas*). Нерѣдко зародыша болѣе уже не возможно найти, или онъ находится въ столь измѣненномъ состояніи, что по нему ничего нельзя заклю-

чить. Такъ плоды часто бываютъ истреблены или крайне безображены хищными животными или гниениемъ, о чемъ будетъ говорено ниже (§ 49 и 52). Если плодъ налицо и признанъ матерью, то врачъ можетъ основывать свое сужденіе на состояніи дѣтородныхъ частей и другихъ признаковъ, сопровождающихъ роды, соображая послѣднія данныя съ образованіемъ плода и днемъ его рожденія; далѣе должно сравнить утробный возрастъ плода съ отзывами подсудимой и при томъ изслѣдовать пуповину и послѣдъ.

ГЛАВА III.

III. ОПРЕДѢЛЕНІЕ ВОЗРАСТА ПЛОДОВЪ.

§ 30.

Если въ дѣтоубійствѣ исходною точкою изслѣдованія считается опредѣленіе: родился ли младенецъ живымъ или мертвымъ, то главное при слѣдствіяхъ убійства и умышленнаго изгнанія плодовъ сосредоточивается въ опредѣленіи ихъ возраста, потому что все тутъ вращается около вопроса: достигъ ли плодъ того возраста и соотвѣтственнаго ему развитія, которые нужны для самостоятельной жизни внѣ матки, или напротивъ его образованіе столько еще несвоевременно, что его нельзя почесть плодамъ (foetus) въ полномъ смыслѣ, но лишь только зародышемъ (embryo). Ибо если сочтется нужнымъ (какъ по справедливости и должно бы быть) принять три степени или категоріи дѣтоубійства (§ 10), то дѣтоубійство (infanticidium) въ тѣснѣйшемъ смыслѣ распространялось бы на младенцевъ, достигшихъ уже того возраста и образованія, при которомъ способность жить не подлежитъ никакому сомнѣнію; напротивъ плодубійство (foeticidium) заключало бы въ себѣ то время, въ которомъ плодъ, хотя вполне и не сдѣлался способнымъ жить самостоятельно, однакожъ уже столько развитъ, что движеніе объективно и субъективно замѣтно; наконецъ изслѣдованіе, простирающееся со времени зачатія, по вступленіи движенія плода — что совпадаетъ съ замѣтнымъ образованіемъ послѣда — имѣло бы предметомъ умышленный выкидышъ, или убій-

ство зародыша (embryocidium) въ тѣснѣйшемъ смыслѣ. По этимъ естественнымъ и возможнымъ отличіямъ вмѣняемость и мѣра наказанія подлежали бы различнымъ измѣненіямъ и опредѣленіямъ. Чтобы приблизительно означить срокъ каждой изъ этихъ трехъ степеней, то для совершенія дѣтубійства остался бы возрастъ отъ 28 или 30 — ой недѣли утробной жизни, по рожденіе доношеннаго младенца; плодубійство обьяло бы срокъ отъ 18 — ой по 30 — ю недѣлю плодовой жизни, умышленный выкидышъ отъ мгновенія зачатія, почти до 20 — й недѣли зародышевой жизни, что совпадаетъ съ наступленіемъ движенія плода. Изъ этого уже видно, что вся важность изслѣдованія должна пасть на опредѣленіе возраста седьмого и восьмого мѣсяцевъ (по 28 дней) плодовой жизни и далѣе на опредѣленіе возраста четвертаго и пятаго мѣсяца.

Безъ сомнѣнія было бы большимъ выигрышемъ для нашего ученія и устранялись бы всѣ сомнѣнія относительно сущности означенныхъ трехъ преступленій, если бы только было возможно опредѣлить границы оныхъ постоянными признаками; что однакожь сопряжено съ большими затрудненіями, потому что развитіе плода въ индивидуальныхъ случаяхъ подлежитъ многимъ измѣненіямъ, не говоря уже о томъ, что жизнеспособность обыкновенно проявляется еще до зрѣлости. Но нѣтъ основанія по одной шаткости означенныхъ признаковъ принимать только двѣ категоріи т. е. *доношенныхъ* и *недоношенныхъ* младенцевъ, или *способныхъ* и *неспособныхъ* жить. Если же допускать три категоріи, тогда конечно надобно будетъ, не *исключенія* (какъ это часто дѣлается) но *общее правило* принять за норму. Далѣе желательно было бы, чтобы опредѣленіе срока различныхъ возрастовъ не слишкомъ стѣснялось и допускалось нѣсколько недѣль болѣе или менѣе въ двухъ противоположныхъ терминахъ каждой категоріи.

§ 31.

Если по обыкновенному предположенію различаются только доношенные и недоношенные плоды, то конечно не такъ важно съ точностію опредѣлять степень ихъ развитія по каждому мѣсяцу утробной жизни, но достаточно будетъ сообразовать признаки нѣсколькихъ мѣсяцевъ въ совокупности. Вѣроятно со временемъ найдутся постоянные и вѣрнѣйшіе признаки. Во всякомъ случаѣ надобно будетъ обратить вниманіе болѣе на тѣ органы, которые уже въ весьма раннемъ возрастѣ начинаютъ свои отправленія, слѣдовательно преимущественно на сосудистую систему, менѣе уже на легкія. Но и развитіе другихъ органовъ и системъ наприм. костей (§ 41), представляя бы довольно положительныя

данныя. Понятно что вѣсь въ этомъ отношеніи менѣе можетъ служить мѣриломъ, нежели величина частей. Важны также отношенія головы къ туловищу, оконечностей къ цѣлому тѣлу, растолніе точки прикрѣпленія пуповины, которое у доношенныхъ плодовъ почти на срединѣ тѣла и чѣмъ болѣе склоняется къ незрѣлости тѣмъ болѣе спускается къ низу; далѣе плева на зрачкѣ (*membrana pupillaris*) и образованіе дѣтородныхъ частей. Менѣе значенія имѣютъ: объемъ родничковъ, плотность ушей и ногтей, состояніе кожи, пупокъ на ней, состояніе пуповины и дѣтскаго мѣста; наконецъ дыханіе, крикъ, принятіе пищи, испражненія и сонъ.

Обращаясь теперь къ описанію постепеннаго развитія плодовъ по различнымъ мѣсяцамъ, я преимущественно буду имѣть въ виду тѣ признаки, появленіемъ и исчезаніемъ которыхъ опредѣлительнѣе разграничиваются главные періоды утробной жизни плодовъ.

§ 32.

1-й мѣсяцъ. Яичко, которое по большей части отходитъ неповрежденнымъ, покрытымъ сгущенною кровью, на видъ кругловато, величиною въ грецкій орѣхъ и снаружи покрыто короткими ворсами. Если осторожно вскрыть эту наружную оболочку (*chorion*), то представляется другая, тонкая, прозрачная кожица (*amnios*) въ видѣ пузыря; въ ней видно много родовой воды и лежитъ самый зародышъ (*embryo*). Маленькій, подобный червячку зародышъ, прикрѣпленъ нижнимъ своимъ концемъ, или посредствомъ короткаго пупочнаго канатика къ внутренней поверхности яичка. На этомъ мѣстѣ также виденъ маленький пупочный пузырекъ, съ кровеносными сосудами на виѣшней сторонѣ зародыша (*vasa omphalo-meseraica*). Туловище представляется раздѣленнымъ на два неровныхъ тѣла, изъ которыхъ меньшее есть голова а большее самое туловище. На шеѣ съ каждой стороны четыре жаберныя щели, отдѣленные другъ отъ друга жаберною дугою.

§ 33.

2-й мѣсяцъ. Яичко величиною въ гусиное яйцо, овальнаго вида, и снаружи покрыто густыми длинными ворсами. Если на вышедшемъ яйцѣ есть разрывъ, то тонкая *amnios* выступаетъ въ видѣ пузыря. Если держать яйцо противъ свѣта, то на верхнемъ, соединенномъ съ маткою мѣстѣ яйца, подъ густыми ворсами виденъ на нижней части зародыша пупочный канатикъ и на мѣстѣ его впаденія пупочный пузырекъ. Если вскрыть наружную ткань;

то изъ значительнаго промежуточнаго пространства вытекает родовая вода. Въ пуповинѣ, кромѣ двухъ пупочныхъ артерій и пупочной вены, находятся еще нѣсколько петелокъ кишечнаго канала, мочева я ткань, *vasa omphalo-meseraica* и соединительный ходъ между пупочнымъ пузырькомъ и кишечнымъ каналомъ (*ductus vitello-intestinalis*). Длина зародыша 4 — 6". Голова по величинѣ составляетъ половину цѣлаго туловища и соединена съ нимъ подъ прямымъ угломъ, безъ шеи. Непокрытые глаза представляются въ видѣ двухъ синеватыхъ точекъ. Жабровыя щели имѣютъ видъ неглубокихъ бороздокъ, уши видъ малыхъ ямокъ, окруженныхъ двумя продолговатыми, трехъугольными возвышеніями. Оба носовыя отверстія ведутъ въ тоже время въ полость рта. Конечности представляются въ видѣ небольшихъ возвышеній, которыя въ концѣ мѣсяца на рукѣ, предплечіи, ногѣ и бедрѣ образуютъ разграничивающее углубленіе. Вишніе половые органы образуются. Брюшная полость больше нежели грудная; печень значительной величины, мягкая, полнокровная, свѣтло-сѣраго цвѣта и однороднаго сложенія. Селезенка также появляется. Вдоль позвоночнаго столба находится Вольфовы тѣла. Къ концу мѣсяца уже существуютъ раздѣленные на доли почки и придаточныя почки; мочево й пузырь представляется въ видѣ расширения мочеваго снурка. Въ грудной полости видны бѣло-красноватыя маленькія легкія; сердце, которое лежитъ прямо, относительно довольно велико; его венозная часть больше артеріальной; овальное отверстие пространно, въ концѣ желудочковъ (по Меккелю) всегда находится отверстие. Матка имѣетъ два рожка (*uterus bicornis*). Брюшная полость закрыта. Образуется лобная кость, которая однакоже еще у зрѣлаго плода раздѣлена лобнымъ швомъ. Ребра уже образованы и всѣ въ окостененномъ состояніи. Даже мошонка уже образуется, ключица велика и пряма. Образуются бедро, верхнее плечо, локтевая и лучевая кости. Каждая изъ костей ручной кисти имѣетъ въ себѣ костное зерно, и кости пятки также образуются. Берцовая кость образуется сначала изъ средняго костнаго зерна, а въ десятомъ мѣсяцѣ изъ верхняго костнаго зерна верхній отростокъ, тогда какъ нижній окостенѣваетъ только послѣ родовъ.

§ 34.

3-й мѣсяць. Яйцо, выходящее по большей части неповрежденнымъ, больше гусинаго яйца. Ворсы верхней части преобразованы въ послѣдъ въ 2 — 3" величиною; на нижней части ихъ вовсе нѣтъ. *Chorion* и *amnios* лежатъ другъ на другѣ и завивающійся пупочный канатикъ длинѣе самаго плода. Кишечный ка-

налъ поступилъ уже въ брюшную полость. Брюшина проходитъ мимо пупочнаго отверстія, пупочное кольцо уже, и кожа переходитъ въ влагалищѣ пуповины. Зародышъ длиною 2 — 3" и вѣситъ 1 — 1½ лота. Голова составляетъ $\frac{1}{4}$ длины тѣла. Вѣки представляются въ видѣ складочекъ кожи, зрачекъ закрытъ зрачковою плевою. Носъ образуется и въ концѣ мѣсяца дѣлается хрящеватымъ; полость рта и носа раздѣлены. Губы дѣлаются явственнѣе. Образуются пальцы и въ послѣдствіи, и ногти. Большія губы дѣтородныхъ частей отдѣлены отъ клитора, который внизу раздвоенъ и отдѣленъ отъ малыхъ губъ. Головка члена еще не покрыта кожею, самый членъ спереди и снизу раздвоенъ, мошонка закрыта. Образуются женскія груди и соски. Спинный мозгъ оттягивается назадъ; его отношеніе къ мозгу какъ 1: 18, онъ вѣситъ 2 грана, а мозгъ 36 гранъ. Оливчатыя тѣла образованы и имѣютъ въ себѣ маленькую пустоту. Появляется шишкообразная железа и передняя комиссура. Большой сальникъ представляется въ видѣ продолженія брюшины желудка. Толстая кишка начинаетъ изгибаться. Печень все еще очень велика, желчный пузырь и селезенка очень малы. Величина сердца, которое стоитъ прямо, относительно къ тѣлу какъ 1: 50; заслоночка овальнаго отверстія на краяхъ его растетъ вверхъ. Отверстіе между камерами закрыто; матка еще двурогая, яичники $1\frac{1}{2}$ " длиною и лежатъ глубже нежели мужескія яички, касающіяся почекъ. Начинается образованіе зубовъ и мышницъ шен. Въ клиновидной кости два костныхъ зерна; ключица искривляется.

§ 35.

4-й мѣсяцъ. Если яйцо отошло полностью, то внѣшняя поверхность представляется довольно гладкою до шѣста, гдѣ прикрѣпленъ послѣдъ, величиною въ 4 — 4½", въ видѣ мягкой, рыхлой массы. Зародышъ, который по образованіи послѣда называется плодомъ (foetus), имѣетъ въ длину отъ 5 — 8" и вѣситъ отъ 5 — 8 лотовъ. Голова составляетъ $\frac{1}{4}$ длины всего тѣла. Глаза совершенно закрыты; зрачковая пленка студениста и не имѣетъ сосудовъ. Носъ и уши дѣлаются явственны, развиваются волосы на головѣ. Мягкія части туловища и оконечности дѣлаются круглѣе и полнѣе. Ногти еще несовсѣмъ образованы. У дѣвочекъ кожа начинаетъ покрывать головку клитора, который, равно какъ и малыя губы, не выставляются болѣе такъ значительно впередъ. Въ рѣдкихъ случаяхъ яички уже лежатъ въ мошонкѣ; головка уда сзади и снизу покрыта кожею. Поверхность малаго мозга представляетъ бороздка; образуется мягкая комиссура зритель-

ныхъ бугорковъ. Желудокъ и двѣнадцатиперстная кишка не находятся болѣе въ отвѣсномъ положеніи, но получаютъ положеніе позднѣйшаго періода. Толстая кишка также получаетъ позднѣйшее образованіе и ворсы. Печень еще велика, почки и ихъ придаточки равной величины. Сердце имѣетъ косое положеніе и на концѣ раздвоено. Заслоночка овальнаго отверстія еще болѣе вырастаетъ снизу къ верху. Рожки матки исчезаютъ и образуется простая полость; но матка лежитъ еще внѣ малаго таза. Трубки еще не имѣютъ извивовъ. Маленькія яички удалены отъ почекъ. Кости головы гладкія, получаютъ на лобной темянной и затылочной кости точки окостенѣнія. Тазъ, состоящій у зрѣлаго плода изъ 8 косточекъ, начинаетъ образоваться на 4 — 7 мѣсяцѣ.

§ 36.

5-й мѣсяць. При выкидышахъ отходитъ обыкновенно одинъ только плодъ съ родовою водою, а послѣдъ спустя нѣсколько времени съ значительнымъ кровотеченіемъ. Яйцо длиною отъ 5 — 6", шириною 4", ворсы наружной оболочки (chorion) почти совершенно исчезли, послѣдъ сдѣлался плотнѣе. Плодъ 9 — 10" длиною и вѣситъ 12 — 20 лотовъ. Всѣ отношенія естественныя. На кожѣ появляются безцвѣтные волосы (lanugo) и зародышева нечистота (vernix caseosa); брюхо широко, бугровато, какъ у лягушки, лице походитъ на лице обезьяны; пуповина еще не прикрѣплена въ постоянномъ пунктѣ. Зрачковая оболочка получаетъ сосуды. На пальцахъ показываются ногти. Головка клитора покрыта кожей. Яички иногда уже находятся въ мошонкахъ.

Спинный мозгъ вѣситъ 6 драхмъ, мозгъ 19 скрупуловъ и 8 гранъ, слѣдовательно отношеніе какъ 1: 63. Печень меньше и темнокраснаго цвѣта. На толстой кишкѣ появляются придатки въ видѣ салника. Дѣтскій калъ (meconium), бывшій доселѣ бѣловатымъ, дѣлается желтовато-зеленымъ. Почки еще раздѣлены на доли. Легкія темнокрасны. Раздвоеніе оконечности сердца исчезаетъ и заслоночка овальнаго отверстія достигаетъ до верхняго края отверстія. Стѣнки матки толще и влагалищная часть длинѣе; въ самомъ влагалищѣ образуется продольная каемка и поперечныя складки; появляется hymen и трубы начинаютъ извиваться. Кругловатыя яички на 4''' удалены отъ почекъ. Gubernaculum отъ брюшнаго кольца подымается кверху и проходитъ черезъ кольцо къ придаточку яичка. Движеніе плода начинается въ 4-мъ, обыкновенно въ 5-мъ, иногда въ 6-мъ мѣсяцѣ — обстоятельство, зависящее отъ развитія плода, чувствительности матки, количества

родовой воды, истонченія маточныхъ стѣнокъ и отъ того: знаетъ ли беременная уже объ этомъ движеніи. Въ плодѣ обнаруживается способность движеній дыхательныхъ, глотанія и сокращенія мышечныхъ волоконъ кишечнаго канала. Образуется чешуйчатая часть височныхъ костей а въ кости клиновидной 5 паръ костныхъ зеренъ (исходныхъ точекъ окостенѣнія); образуется также *os ethmoideum* и *vomer*.

Съ этого мѣсяца плодъ начинаетъ принимать характеръ человѣческой, который принадлежитъ ему въ юридическомъ смыслѣ. Признакомъ появленія этого періода служитъ субъективно и объективно замѣтное движеніе плода, наступающее около 18—22 недѣли. Поэтому, кажется, болѣе соотвѣтствуетъ природѣ распространить періодъ плодовой жизни съ 18-ю по 30-ю недѣлю, слѣдовательно двумя недѣлями раньше, нежели требуетъ Бирбаумъ *), хотя и не такъ рано, какъ опредѣлено въ прусскихъ законахъ, считающихъ означенный періодъ съ 3-го мѣсяца, относящійся уже къ зародышевой жизни (*embryo sensu strictiori*) но и не позже 30-ой недѣли, потому что этотъ періодъ уже принадлежитъ къ младенческому.

§ 37.

6-и мѣсяць. Яйцо рѣдко отходитъ полностью; сначала вытекаетъ родовая вода, а послѣдъ выходитъ послѣ. Яйцо имѣетъ 6 — 6½" въ длину и 5" въ ширину; плодъ 10 — 14" длины и вѣсиль 3—4 фунта. По причинѣ умноженія жира члены дѣлаются круглѣе и плотнѣе; кожа теряетъ свои складки; ногти еще не совершенно образованы. Пушокъ покрываетъ все тѣло, но всего болѣе спину и лице. На кожѣ замѣтно является *verruca caseosa*, отдѣляемый самымъ плодомъ, но отнюдь не родою водою, ибо онъ образуется даже при вѣматочной беремености и по большей части бываетъ у крѣпкихъ младенцевъ. *Verruca caseosa* уже потому не можетъ почитаться признакомъ новорожденности, что половина дѣтей родится чистыми. Носенъ представляется въ видѣ полудушной складки, головка великаго клитора отдѣляется отъ малыхъ губъ углубленіемъ. Яички еще находятся въ брюшной полости, головка уда покрыта кожей, полость въ оливчатыхъ тѣлахъ уже не существуетъ. Вообще всѣ части увеличены, но не измѣнены значительно, и хотя рожденный въ это время плодъ уже дышитъ, но онъ вовсе еще не способенъ продолжать жизни. Слезныя косточки окостенѣваютъ, въ кости грудной первые слѣды окостенѣнія находятся *in situ*. Зрачковая плева совершенно обра-

*) У. М. II, стр. 226.

зована и довольно плотна; объём половины сердца одинаковаго объёма, овальное отверстие левствено и на серединѣ заслоночки его видно согну Halleri. Первородный калъ темнаго цвѣта, моча отдѣляется, костныя зерна на черепѣ въ нѣкоторыхъ мѣстахъ еще соединены посредствомъ плевистыхъ или хрящеватыхъ массъ, изъ которыхъ и состоятъ роднички. Мышцы уже развиты и выстланы зернистымъ жиромъ. Серозная жидкость, находящаяся между ребрами, грудною плевою и легкими уменьшается. Въ желчомъ пузырьѣ замѣчается желчь; почки (*renculi*) уже болѣе соединены, мочевоу пузырь продолговатъ, на *urachus* еще находится глухой каналъ, раздѣляющійся на мочевоу пузырь въ нѣсколько нитокъ. Все тѣло, именно лобъ, щеки, спина, тылъ руки и бедра покрыты пушкомъ. Плоды могутъ родиться живыми, но скоро умираютъ.

§ 38.

7-и мѣсяцъ. У семимѣсячныхъ плодовъ вѣсъ, величина, развитие черепныхъ костей, надкожица, волосы, образование дѣтородныхъ частей, особенно же развитие внутреннихъ органовъ заслуживаютъ еще большаго вниманія, нежели какъ у восьмимѣсячныхъ.

Плодь имѣетъ 14" въ длину и вѣситъ 1² — 2¹ фута. Меньшій поперечникъ головы (отъ одной темной пластинки до другой) 2" 6"; большой поперечникъ (отъ середины лба до задней пластинки) 3" 6 — 9"; расстояние плечей 4". Головныя кости удобосжимаемы; лобная кость отдѣлена хрящевымъ пространствомъ; роднички открыты, вѣки разщелены и покрыты мелкими волосами; зрачковая плева совершенно развита; ушки плевисты, прижаты къ головкѣ; отношеніе небольшого заостреннаго, морщинватаго, пушистаго и старообразнаго личика, къ соразмѣрно великой головкѣ непропорціональное. Руки лежатъ на груди и бедра притянуты къ брюху. Грудныя соски окружаются кольцомъ. Пушокъ покрываетъ все тѣло; волосы на головѣ принимаютъ опредѣленный цвѣтъ. Полныя большія дѣтородныя губы не покрываютъ, ни клитора, ни малыхъ, весьма развитыхъ губъ; дѣвственная плева образована вполне. Яички лежатъ непосредственно надъ брюшнымъ кольцомъ, или уже въ немъ; мошонка гладка.

Большой мозгъ значительно больше малаго, впрочемъ безъ извилокъ, студенистъ съ покровомъ кровяной сукровицы. Малый мозгъ представляется въ *лоскуткахъ*, продолговатый мозгъ широкъ, спинной мозгъ въ отношеніи къ черепному малъ. Гортань и дыхательное горло довольно плотны, отверстие гортани еще не закрыто надгортаннымъ хрящемъ; въ легкихъ появляются

ячейки. Брюшная полость протянута въ длину; печень соразмѣрно меньше. Въ брыжейкѣ и около почекъ *немного* жиру. Входъ въ червеобразный отростокъ *суженъ*; стѣнки толстыхъ кишекъ плотнѣе тонкихъ. Первородный калъ простирается въ *тонкія кишки*. Пуловища *толще*, нежели у доношенныхъ младенцевъ, значительно наполнена Вартоновою студенью. Въ клиновидной кости 7 костныхъ зеренъ.

Въ этомъ мѣсяцѣ достойно замѣчанія то, что сѣрое и бѣлое существо спиннаго мозга ясно отличаются другъ отъ друга; да-лѣе, что въ кишкахъ, особенно въ толстыхъ развиваются вѣрсы и что внутренняя поверхность желчнаго пузыря, доселѣ гладкая, представляетъ неправильныя клѣточки, и наконецъ, что яички лежатъ въ брюшномъ кольцѣ.

Если плодъ рождается въ этомъ мѣсяцѣ живымъ, то кожа бываетъ красна, вслѣдствіе просвѣчивающихъ кровеносныхъ сосудовъ; по охлажденіи же кожа синевата. Большая пластинка на черепѣ поднимается при дыханіи; глазки закрыты; младенецъ спитъ почти постоянно, стонетъ, издаетъ пискъ. Сосаніе невозможно, дыханіе слабое, перемежающееся, биеніе сердца едва замѣтное, съ значительными промежутками. Первородный калъ и моча скоро отдѣляются. Сохраненіе въ живыхъ плода принадлежитъ къ явленіямъ рѣдкимъ; обыкновенно младенецъ живетъ только нѣсколько часовъ. Абсолютная неспособность жить заимствуется особенно изъ признаковъ, обозначенныхъ выше курсивными литерами.

§ 39.

8-й мѣсяць. Яйцо 8 — 8½" длиною, послѣдъ плотнѣе и толще, *σχιον* и *αμπίος* лежатъ другъ на другѣ плотно. Плодъ имѣетъ 16 — 18" въ длину и вѣситъ 3 — 5½ фунтовъ. Головка въ отношеніи къ туловищу соразмѣрно еще велика и тѣло еще худощаво. Оконечности длинны, тонки, гладки, грудная клѣтка коротка; область печени замѣтно выдается, пушокъ исчезаетъ. Кожа вяла, сална, морщиновата, красна, надкожица весьма нѣжна. Волосы на головѣ дѣлаются длиннѣе и получаютъ постоянный цвѣтъ, брови и рѣсницы только что образуются, уши и ногти плевисты, послѣдніе еще не переходятъ чрезъ концы пальцевъ. Передній родничекъ широкъ, задній и боковые еще не закрыты. Лицо суровое, старообразное, продолговатое; зрачковая оболочка исчезаетъ изъ середины. Грудные соски начинаютъ образоваться и груди иногда содержать въ себѣ молочную жидкость. Одно изъ яичекъ, иногда оба, лежатъ въ брюшномъ коль-

цѣ или въ мононкѣ, очень красной. У дѣвочекъ большія дѣтородныя губы удалены и клиторъ значительно увеличенъ.

Въ непосредственной связи съ наружнымъ образованіемъ состоитъ и внутреннее развитіе. Спинный мозгъ занимаетъ свое пространство на всегда. Легкія среднимъ числомъ имѣютъ вѣсу 3 лота 29 гранъ (если не предшествовало дыханіе), печень вѣситъ 10 лот. 2 грана (у родившихся живыми 9 лот. 1 драхм. 26 гранъ). Въ толстыхъ кишкахъ ворсы исчезаютъ; образуются складочки въ тонней кишкѣ. Овальное отверстіе сердца представляетъ каналъ или шель, ибо заслоночки его поднимаются черезъ-верхній край. Стѣнки сердца получаютъ различную толщину. Utrachus на дупкѣ еще открытъ. Вышняя сторона влагалищной части представляется морщинюватою и какъ бы насѣченною. Складки влагалища дѣлаются естественнѣе. Въ срединѣ грудной кости появляются первое окостенѣніе.

Младенцы большею частію рождаются заключенными въ дѣтскихъ перепонкахъ. Постѣдъ трудно и медленно отдѣляется при значительныхъ кровотеченіяхъ. Дыханіе слабое, сосаніе затруднительное, младенецъ оказываетъ мало подвижности, но большую чувствительность къ вышнему воздуху, принимаетъ охотно то положеніе, которое имѣлъ въ маткѣ. Онъ большею частію спитъ, стонетъ и кричитъ на подобіе визгу мышей. Впрочемъ при соблюденіи приличной температуры и діеты сохраненіе жизни дѣлается возможнымъ.

Хотя *in abstracto* и нельзя отрицать что младенцы, родившіеся въ восьмомъ мѣсяцѣ и съ описаннымъ образованіемъ способны уже жить самостоятельно; но *in concreto* это не можетъ служить общимъ правиломъ, потому что развитіе утробныхъ младенцевъ подлежитъ тѣмъ же условіямъ, какъ и развитіе рожденныхъ, не говоря о томъ, что продолжительность беременности (§ 21) обманчива. Должно быть задачею науки открыть такіе физическіе признаки, съ появленія которыхъ, независимо даже отъ возраста, возможно будетъ въ частномъ случаѣ съ достовѣрностію опредѣлить жизнеспособность младенцевъ (§ 43). Болѣе надежды къ продолженію самостоятельной жизни обѣщаетъ младенецъ, родившійся въ девятомъ мѣсяцѣ, почему неизлишнимъ будетъ начертить главные признаки этого періода.

§ 40.

9-й мѣсяцъ. Яйцо 11 — 12'' длиною, 7 — 8'' шириною, послѣдъ 7 — 8'' длиною, 6'' шириною, часто на обращенной къ младенцу сторонѣ грязно-желтаго или сѣровато-зеленаго цвѣта, слизистый, какъ бы переходящій въ гніеніе, что бываетъ и съ

пуповиною, впрочемъ безъ всякихъ послѣдствій для младенца. Пуповина, хотя и выходитъ выше, но тѣмъ не менѣе ближе къ лонной дугѣ, нежели въ послѣдствіи, слѣдовательно еще несовершенно въ срединѣ тѣла. Она совершенно окружена брюшнымъ кольцомъ и справа покрыта складкою кожи. Пушокъ на кожѣ пропадаетъ, кожа становится бѣлою, лице приобретаетъ дѣтское выраженіе, роднички довольно закрытые, ногти почти достигаютъ концовъ пальцевъ. Ладони и ступени нерѣдко бѣлѣе прочей кожи и морщиноваты.

Весь кишечный каналъ наполненъ темнымъ дѣтскимъ каломъ, спускающимся мало по малу въ толстую кишку. Въ темнокрасной печени уже очевидно различіе существа, въ селезенкѣ видны бѣлыя тѣла. Доли почекъ суживаются. Легкія темнокраснаго цвѣта, лежатъ позади, малы, плотны, едва достигаютъ до сердечной сорочки и меньше занимаютъ мѣста нежели сердце. Самое сердце относится по величинѣ къ тѣлу какъ 1: 120. Спинной мозгъ вѣситъ 2 скрупуля и 5 гранъ, головной мозгъ 9 унцій и 4 драхмы и первый относится къ послѣднему какъ 1: 107. Въ маломъ мозгѣ можно различать ясно сѣрое и бѣлое существо. Матка еще выдается изъ малаго таза, шея еще длинѣе тѣла, влагалище длинно около 2". Копчиковая кость еще хрящевата, только при совершенной зрѣлости видны нѣкоторыя точки окостенѣнія. Суставныя головки нижней челюсти совершенно образованы; междучелюстная кость еще несовершенно слита съ верхнею челюстью. Грудная кость имѣетъ 3—4 костныя зерна. Полная зрѣлость обозначается съ обнаруженіемъ окостенѣнія нижняго конца бедренной кости, величиною въ глазокъ мухи. Сохраненіе младенца надежно.

§ 41.

Остается еще сказать нѣчто объ отношеніяхъ величины, объ окостенѣніяхъ и другихъ признакахъ на костяхъ, потому что съ этимъ связываются нѣкоторые вопросы, касающіеся не только опредѣленія возраста утробныхъ младенцевъ, но и многихъ другихъ обстоятельствъ.

Если мягкія части сгнили или истреблены хищными звѣрями (§ 29), то скелетъ представляетъ еще признаки, и особенно замѣчательны отношенія величины и длины костей, чтобы опредѣлить возрастъ плода и время смерти. Полъ надъ утробнымъ скелетомъ еще нельзя опредѣлить. Само собою разумѣется, что изслѣдованія такого рода, даже по истеченіи нѣсколькихъ мѣсяцевъ и лѣтъ, могутъ дѣлаться нужными при утаиваніи беременности и родовъ и умышленномъ подкидываніи плодовъ. Но и при опредѣленіи

возраста плодовъ вообще кости доставляютъ поясняющія дѣло данныя. Если въ одномъ мѣстѣ спрятаны кости нѣсколькихъ дѣтей, то сверхъ того нужно опредѣлить однотожество оныхъ, основывая сужденіе преимущественно на различной степени развитія костей и различномъ времени смерти плодовъ. Впрочемъ я здѣсь не могу распространяться объ обстоятельномъ изложеніи, потому что этотъ предметъ требовалъ бы обширной монографіи; ограничиваюсь поэтому указаніемъ на статьи Зенфа, Орфилы, Лесьера, Элессера, Кветелета, Менде, Фридрейха; далѣе Гюнца, Николая, Бокка, Сканцони, Вагеманна, Экла (anat. Atlas). Неудобство у различныхъ авторовъ къ сожалѣнію заключается въ томъ, что ихъ наблюденія не всегда согласны между собою и что не всѣ употребляли одинаковыя мѣры и даже упоминаютъ о нихъ только вообще.

По Бокку у плодовъ недышавшихъ, въ возрастѣ между 8—9 мѣсяц. при длинѣ 17—18" и тяжести 4½ фунта, размѣры головы и др. частей слѣдующія:

Объемъ головы.....	11 — 12 ^р .
Прямой поперечникъ (отъ корня носа до protuberantia occipit.).....	4 ^р — 4½ ^р .
Поперечный (отъ одного бугорка темян. кости до другаго).....	2½ ^р — 3¼ ^р .
Перпендикулярный (отъ верхушки до затыл. дыры).	3 ^р — 3½.

(что соответствуетъ 5-ти длинамъ всего тѣла).

Кривой (отъ подбородка до малаго родничка)...	5 ^р — 5½ ^р .
Ширина плечь.....	4 ^р .
Ширина груди поверхъ сосковъ.....	3 ^р .
Ширина груди отъ грудной кости до спины....	3 ^р .
Сердце вмѣстѣ съ зубною железю вѣсить.....	6 лот.
Сердце безъ зубной железы.....	4½ лот.
Легкія.....	2½ лот.

Отношеніе легкихъ къ тѣлу какъ 11: 672 = 1: 60½.

По Николаю (сл. также Шюрмайера рук. § 57).

	VI мес.	VII мес.	VIII мес.	ДОНОШЕНН.
Вышина скелета.....	11" — 11½"	11½" — 12½"	14" — 15"	16" — 18"
Отъ бугамен тапн. до верхушки.	2" — 2½"	28" — 30"	3½" — 3½"	4" — 4½"
Отъ одного бугорка темян. кости до друг.....	2½" — 2½"	2" — 2½"	3" — 3"	3½" — 3½"
Отъ корня носа до гребнев. осир.	2½" — 2½"	2" — 2 10"	3" — 3½"	3½" — 4"
Отъ последн. шейн. позв. до ос. сосуц.....	5" — 5½"	5½" — 6"	6" — 6½"	7½" — 8"
Длина верх. окочечн.....	3½" — 4½"	4½" — 5"	4½" — 5½"	7" — 7½"
Длина нижн. оконечн.....	3" — 3½"	4" — 4½"	4" — 5½"	7" — 7½"
Лобная кость.....	1½"	1½"	2"	1½" — 2"
Темян. кост. по стрѣлк. краю.	1½"	2"	2½"	3" — 3½"
Затыл. кость.....	1½"	1½"	2"	2½"
Ала magna sphenoid.....	8" — 9"	9" вис. 3—4 шир.	—	11" — 13"
Верхн. челюсть.....	7—8" вис. 9—10" шир.	8" вис. 9—10" ш.	—	11—12" вис. 13—14" ш.
Крестцовая кость.....	2" длин. 1½ вис.	16"	17"	—
Ключица.....	14" дл.	1" 9" ш.	15" дл. 10 ш.	20"
Лопатка.....	10" дл. 7 ш.	20" — 22"	20" — 22"	16" дл. 11" шир.
Плеча.....	16"	18"	2" — 2 3"	2" — 2 4"
Предплечье.....	17"	2"	—	2"
Грудная кость (окостен. въ ру- колякъ).....	16" — 18"	19" — 21"	—	2" — 3 4"
Tibia.....	17"	19"	21" — 23"	2" — 3 4"
Fibula.....	16" — 17"	19"	—	2" — 3 4"

По Гюнда стр. 60 и 82. (Сл. также Albinii icones и Эклъ anat Atlas.

	У дошошнн.	У 8 мѣсчнн.
Длина туловища отъ верх. спин. позвонка до задн. прохода	8" — 9"	5" — 4"
Ширина плечъ (у дѣвоч.)	4" — 6"	4½"
Плеч. кость	3" — 6"	2½"
Предплечіе	(2" 10") 3" — 1"	2½" (2½")
Radius	2" — 8"	2"
Вся рука до конца пальцевъ	8"	6"
Нога (отъ trochant. до tars.)	8"	6"
Бедро	3" — 9"	2½"
Crus	4" — 3"	3"
Planta pedis	3"	1½"
Объемъ груди около сосковъ	11" шир. 3" 6"	шир. 2½"
Объемъ предплечья	3" 4" 3" 1"	1½"
Объемъ бедра	6"	4½"
Объемъ ступиъ вокругъ икры	4" — 6"	2½"
Отъ верхушки (по лобной кости) до marg. orbit	2" — 9"	2"
Длина темян. костей	(3½) 3" 3"	2½"
Ширина	3" — 3"	2½"
Затылочная кость	2" 5" длин. 2½ шир.	2½"
Лопатка	1" 10" дл. 1" 6" ш.	1½"
Ключица	1" 9" (1" 7")	1½"
Длина реберъ	2½" — 3"	2" — 2½"

Ноги длинѣе ширины у дошошен. шире длины у восьмилѣт. въ обоихъ случаяхъ замѣтны impress digiti и juga ses-
gebr. также прос. ossis pit ext. Чѣмъ моложе плодъ, тѣмъ короче кости туловища и конечностей въ отношеніи къ головѣ.

§ 42.

Опредѣливъ періоды развитія плода въ каждомъ мѣсяцѣ отдѣльно, мы полагаемъ не лишнимъ для практической цѣли, еще разъ пройти признаки недоношенныхъ, незрѣлыхъ и неспособныхъ жить плодовъ вообще. При этомъ мы особенно обратимъ вниманіе на пространство времени между 28 и 36-ю недѣлю, объемлющее слѣдовательно около 8 мѣсяцевъ, частію потому, что это пространство важно по причинѣ способности плода къ продолженію самостоятельной жизни и показаній къ искусственнымъ преждевременнымъ родамъ, и частію потому что признаки до этого времени и по окончаніи его менѣе подлежатъ сомнѣнію. При этомъ должно замѣтить, что развитіе плода, особенно въ отношеніи величины и вѣса не всегда равномерно (§ 41).

Вообще недоношенный младенецъ меньше и легче, приблизительно 13 — 17" длиною и 2 — 5 фунтовъ вѣсомъ (въ 9-мъ мѣсяцѣ). Голова въ отношеніи къ туловищу больше, покрыта короткими безцвѣтными волосами (до 9-го мѣсяца). Кости головы мягче, роднички больше, швы шире, въ 9-мъ мѣсяцѣ зрачекъ открытъ и зрачковая оболочка не существуетъ совершенно. Лице морщиновато, скучное, старообразное. Кожа красная, жирноватая, сморщенная, до 9-го мѣсяца покрыта пушкомъ, все тѣло худощаво. Дитя, вынутое изъ ванны, имѣетъ синевато-красный цвѣтъ; даже по смерти кожа на передней поверхности остается красною. Ногти не достигаютъ до оконечностей пальцевъ, на ногахъ вообще не развиты. Пуповина всегда лежитъ ниже середины тѣла, ближе къ лонному соединенію, отнюдь не къ головѣ, какъ полагаетъ Chaussier. Дѣтородныя части весьма красны, не закрытыя, малыя губы поднимаются надъ большими. Въ верхней части красноватой мошонки, безъ морщинъ, опускается одно или два яйца. Движенія недоношеннаго младенца медленны, онъ не вытягивается, напротивъ бедра еще постоянно пригнуты къ тѣлу, рука съ трудомъ разгибается, большой палецъ вообще загнутъ въ ладонь. Дитя почти постоянно спитъ, поверхность тѣла холодна, не слышно крика, только одно пищаніе, даже не беретъ груди и малое количество наитка для него достаточно.

Абсолютная неспособность продолжать жизнь опредѣляется по слѣдующимъ признакамъ. Младенецъ меньше 16" и легче 2½ фунта. Кости черепа удобовжимыя. Пространство отъ пупа до верхушки головы съ 1 — 1½" больше нежели отъ пупа до ступни. Лобно-затылочный поперечникъ 3" 6 — 8"', подбородочно-затылочный поперечникъ 4" 3'''. Объемъ головы черезъ большой родничекъ и затылочное возвышеніе 10", расстояние плечъ

3" 8''' ; отъ середины грудной кости до спины 2" 1''' . Мочевой ходъ совершенно не закрытъ, зрачковая плева несовсѣмъ исчезла, гортанная щель не закрыта гортаннымъ хрящемъ , нѣтъ бровей и рѣсницъ , желудокъ въ отвѣсномъ положеніи , строеніе мочевого пузыря продолговатое ; тощая кишка безъ складокъ , нѣтъ еще ни желчи, ни мочи, послѣдъ длиною 5" , вѣсить менѣе 20 лотовъ ;

ГЛАВА IV.

IV. О ЖИЗНЕСПОСОБНОСТИ ПЛОДОВЪ.

§ 43.

Изъ предъидущаго видно, съ какими затрудненіями сопряжено отчетливое опредѣленіе зрѣлости плодовъ по ихъ росту, и какъ неосновательны заключенія , сдѣланныя законодателями и правовѣдами въ этомъ отношеніи. Положительнаго правила здѣсь ожидать и нельзя, потому что развитіе плода зависитъ отъ условій, подлежащихъ безконечнымъ измѣненіямъ. За всѣмъ тѣмъ задача судебной медицины въ частномъ случаѣ состоитъ въ несомнѣнномъ опредѣленіи срока, съ котораго начинается зрѣлость и жизнеспособ-

*) Albiini icones oss. foet. hum. Lugd. Batav 1737. Sömmerring icones embryon. human. Francof. 1779. — Senff. Nonnulla de incremento ossium embryonum. Halae 1802. Mende. Handb. Leipz. 1821. II. Velpeau. Embryologie. Paris 1833. Güntz. Der Leichnam d. Neugeborenen. Leipz. 1837. R. Wagner. Lehrb. d. Physiol. Leipz. 1839. Feist. Encyclop. Wörterb. d. med. Wiss. Berlin 1839, Artik. Lebensfähigk. d. Kindes. Bock. Gerichtl. Sect. d. menschl. Körper. Leipz. 1845 и 1852. Мое руководство: начертаніе общей судеб. врач. Некрологія — въ зап. по ч. врач. н. 1848. II, ст. Скелетонерпція. Scanzoni. Lehrb. d. Geburtsh. Wien 1849. Wagemann. Ueber Grössenverh. d. mensch. Kindes — въ deutsche Zeitsch. f. d. Staatsarz. 1852. XII. 2. I. B. Friedreich. Ueber d. Knochen in forens. Bezieh. Ansbach. 1853. Hohl. Lehrb. d. Geburtsh. Leipz. 1853. стр. 151 и 164.

ность плода, потому что этимъ основаніемъ рѣшается вопросъ : должно ли умышленное умерщвление и изгнаніе плода причислять къ плодубійству, (гдѣ жизнеспособность вообще не предполагается), или къ дѣтоубійству, гдѣ жизнеспособность считается главнымъ условіемъ (§ 14, 15, 16 и 19).

Въ гражданско-судебномъ отношеніи Иппократъ (§ 4) началъ первый въ книгахъ «de septimestri partu и de octimestri (не ему принадлежащихъ) ближе опредѣлять срокъ, съ котораго утробный младенецъ приобретаетъ способность жить самостоятельно и изрѣченное тамъ опредѣленіе перешло въ римское право: *Septimo mense nasci perfectum partum jam receptum est propter auctoritatem doctissimi viri Hippocratis, et ideo credendum est ei, qui ex justis nuptiis septimo mense natus est, justum filium esse* (Digest. Lib. I. Tit. V. L. 12). *De eo autem, qui centesimo octogesimo secundo die natus est, Hippocrates scripsit et divus Pius Pontificibus rescripsit, justo tempore videri natum, nec videri in servitute conceptum, cum mater ipsius ante centesimum octogesimum secundum diem esset manumissa.* (Digest. Lib. XXXVIII Tit. XVI. L. 3 § 12). Здѣсь не видно ни чего о способности продолжать жизнь и слова «*videri*» и «*nec videri*» заставляютъ видѣть сомнѣніе. Кромѣ того, въ книгѣ Иппократа «*de carnibus*» сказано: «*octavo mense natus, nullus unquam vixit*; почему ссылка на вышеприведенное мѣсто есть вещь неопредѣлительная, и поэтому срокъ 180 — 182 дней не допускаетъ возможности жить самостоятельно. Также трудно положиться на юристовъ и судебныхъ врачей, ибо здѣсь видны колебанія между 7-го, въ 7-мъ, въ 8-мъ мѣсяцахъ. Негеле принимаетъ способность жить послѣ 26-й недѣли; Кивиншъ «въ рѣдкихъ случаяхъ» въ 7-мъ и при «довольно благоприятныхъ обстоятельствахъ» въ 9-мъ мѣсяцѣ; Карусъ, Бушъ, Фрорипъ «подъ условіями» въ 8-мъ. Вотъ почему въ законахъ такъ много произвола. Такъ въ прусскомъ правѣ (Landrecht Th. II. Tit 2 § 2—5, § 19—23, § 1077—1178 принимается, что незаконное дитя, рожденное между 210—286-мъ днемъ послѣ соитія, должно быть разсматриваемо какъ послѣдствіе его, и расширяетъ этотъ срокъ для брачныхъ женъ до 302 дня. Впрочемъ, если и бываютъ поздне роды, то они встрѣчаются не у однихъ замужнихъ женъ. Притомъ замѣтимъ, что на 210-мъ днѣ плодъ не можетъ быть вполне зрѣлымъ, все равно, законнымъ ли, или незаконнымъ образомъ сдѣлалась беременною женщина. Плодъ семи мѣсяцевъ не можетъ быть зрѣлымъ и зрѣлый не можетъ быть семимѣсячнымъ плодомъ.

Въ уголовномъ отношеніи прусское уголовное уложеніе (§ 169) при изслѣдованіи дѣтоубійства требуетъ доказательства о способности или неспособности къ продолженію жизни; при чемъ су-

дебный врач обязанъ имѣть въ виду вышеприведенное (§ 42). См. улож. о наказ. уголовн. и исправ. ст. 1080, 1084 — 1092.

Выше (§ 14) было показано, что способность жить не зависитъ отъ одного только возраста, потому что продолженію жизни равнымъ образомъ могутъ препятствовать порочныя образованія и болѣзни, которыя по справедливости должны быть принимаемы не менѣе важными условіями неспособности жить какъ и незрѣлость, что убѣдительно доказывали Менде, Меккель, Вильдбергъ, Николай, Шниццеръ, Фейст и др. мнѣнія которыхъ вошли уже въ нѣкоторыя узаконенія, наприм. баденскія (§ 10); другія, напротивъ, какъ прусскія и баварскія, на это обстоятельство не обращаютъ никакого вниманія. При разсужденіи о плодубійствѣ, гдѣ неспособность жить заключается уже въ незрѣлости, доказательства о существованіи болѣзней и уродливаго образованія, конечно, только въ томъ отношеніи можетъ имѣть нѣкоторую важность, что этимъ рѣшеніемъ вина преступницы, то увеличивается, то уменьшается. За то, въ томъ случаѣ, если болѣзни или порочныя образованія положительно препятствуютъ продолженію жизни, убійство доношенныхъ младенцевъ, или по крайней мѣрѣ старше 8-ми мѣсяцевъ, послѣдовательно должно бы ниводиться на стезю плодубійства, или даже зародышеубійства (§ 12).

§ 44.

Не входя въ ближайшее изслѣдованіе того, что значитъ «monstrum, ostentum, portentum, prodigium» опредѣленіе, которое вышло болѣе отъ юристовъ, чѣмъ отъ медиковъ (§ 14), я ограничиваюсь замѣчаніемъ, что пороки перваго образованія (*vitia primae formationis*), основывающіеся большею частію на препятствіи къ развитію зародыша (при чемъ не стану рѣшать: можетъ ли къ тому также содѣйствовать такъ назыв. заглядываніе беременной женщины — *Versehen*) и зависящіе либо отъ врожденнаго расположенія, или происходящіе въ дальнѣйшемъ теченіи беременности, должны быть однакоже различаемы отъ болѣзненнаго состоянія правильно образованныхъ плодовъ, которому, какъ извѣстно, плодъ столько же подверженъ, какъ и взрослые. При судебно-врачебномъ изслѣдованіи все сосредоточивается въ возможно точномъ опредѣленіи: какія именно уродливости должны быть считаемы абсолютно прекращающими жизнеспособность, и какія нѣтъ. Вообще онѣ характеризуются недостаткомъ вида человѣческаго (ложные, нео-душевленные плоды — клубни, заносы), или недостаткомъ, или перерожденіемъ необходимаго для жизни органа, наприм. недо-

статкомъ внѣшнихъ покрововъ, важныхъ органовъ, излишествомъ частей и проч, къ задачѣ этой статьи не относится исчисленіе всѣхъ тѣхъ уродливостей и болѣзней, которыя дѣлаютъ невозможнымъ продолженіе жизни, потому что объ нихъ сообщается во всѣхъ руководствахъ, напр. Девержп, Фридрейха, Браха, Шюрмайера *); поэтому достаточно упомянуть только слѣдующія. Уродливости, препятствующія къ продолженію жизни, представляютъ дѣти безголовыя, безъ сердца, дѣти родившіяся въ образѣ сиренъ, циклоповъ, съ закрытымъ кишечнымъ каналомъ, *sim spina bifida* и раздвоеніемъ передней половины тѣла, неправильнымъ помѣщеніемъ сердца, многіе двойни-уроды и т. д. При совершенномъ отсутствіи головы по большей части не бываетъ и шеи, части груди и верхнихъ оконечностей. Иногда недостаетъ только одного мозга, при чемъ лице бываетъ безпорочно. *Acephali*, *hemicerphali*, *argosori* не могутъ жить, между тѣмъ какъ при одной головкѣ, лежащей на другой, жизнь можетъ продолжаться до двухъ лѣтъ. Головная водянка отнимаетъ жизне-способность только тогда, когда съ нею сопряжены другіе пороки образованія, а вмѣстѣ съ тѣмъ и уничтожены другія части мозга. Тоже бываетъ при грыжахъ мозга. Раздвоеніе спиннаго столба (*spina bifida*) исключаетъ жизнь въ томъ случаѣ, если съ нимъ сопряжена водянка или раздвоеніе всего спиннаго столба. Жизнь не можетъ существовать при совершенномъ отсутствіи твердаго и мягкаго неба, вмѣстѣ съ пороками черепныхъ костей; далѣе при срощеніи пищепріемника и кишекъ, при отсутствіи обоихъ легкихъ, незакрытіи мочевого протока и истеченіи мочи изъ пупка; при *fistula stercoralis*, *recto-vesicalis*, *recto-urethralis*, *recto-vaginalis* и при отсутствіи груднаго протока. При недостаткѣ или важныхъ порокахъ печени и желчнаго пузыря, селезенки и поджелудочной железы, жизнь можетъ продолжаться, что не возможно при недостаткѣ обѣихъ почекъ. Удвоенія и эктопіи дѣлаютъ жизнь возможною или невозможною, смотря по обстоятельствамъ. Срощіеся близнецы могутъ жить. Болѣзни должны быть обсуживаемы по правиламъ патологіи. Что же касается до *atelectasis pulmonum*, то на это болѣзненное состояніе легкихъ у плодовъ прежде всего обратили вниманіе Лежандръ, Байльи, за тѣмъ Іёрхъ **). Легкія въ этомъ случаѣ бываютъ спавшими, темнобураго, отчасти свѣтлоокраснаго цвѣта; бурая часть тверда, красная рыхлѣе и даже немного плаваетъ на водѣ. Если младенецъ

*) *Ger. med. Klinik. Karlsruhe 1846*, p. 180. Руководство § 40 и 350. *Hohl. Die Geburten missgebildeter Kinder. Halle 1850.*

**) *Die Foetuslunge im gebornen Kinde. Grimma 1835.*

дыпаль по рожденіи, то даже бурая часть оныхъ удобовалуема. Въ ateleclasis еще можно различать ячеечное строеніе и развѣтвленіе кровеносныхъ сосудовъ, что при опеченіи легкихъ не возможно, гдѣ строеніе одинаково, мясисто, безъ анатомическаго устройства; въ ateleclasis цвѣтъ фіолетоватый, красный, въ опеченіи желтоватъ, разрѣзъ зернистый. Впрочемъ ateleclasis безусловно не прекращаетъ способности жить. Вообще лишеніе жизни младенца уродливаго, по русскимъ законамъ подлежитъ строгому наказанію *).

§ 45.

Вопросы о законности, отчествѣ, правахъ наследованія съ предъидущимъ состоятъ въ столь близкой связи, что нужнымъ считая сказать объ этомъ нѣсколько словъ.

Какъ выше (§ 14) уже сказано, при плодობійствѣ, учинившемъ надъ плодами, зачавшимися въ законномъ бракѣ, можетъ имѣть юридическій интересъ вопросъ: можетъ ли плодъ по причинѣ порочнаго его образованія быть почитаемъ челоуѣкомъ, слѣдовательно пользоваться правами наследованія, законности, крещенія **); далѣе должно ли его почестъ за одну или за нѣсколько личностей (напр. если онъ уродъ съ двумя головами)? При рожденіи клубня или заноса спрашивается: были ли они слѣдствіемъ предшествовавшаго плодотворнаго соитія, или нѣтъ? Еще при беременности могутъ возникнуть сомнѣнія: истинная ли беременность, или ложная (клубень, заносъ)? и если предполагается послѣднее, то: можетъ ли беременная, учинившая преступленіе, пользоваться правами беременной женщины и какія предосторожности должно предпринимать относительно ожидаемыхъ родовъ?

Касательно права наследованія требуется, чтобъ плодъ былъ законнорожденный, родился совершенно и живымъ, (хотя и не требуется непременно способность продолжать жизнь внѣ матки), и имѣлъ характеръ челоуѣка. Плодъ называется законнымъ, если онъ зачался и родился въ законномъ бракѣ. Поэтому выкидышъ можетъ быть законнымъ, но лишенъ права наследованія. По гражданскому праву, какъ уже сказано (§ 17 и 43), принимается вообще 182-й день, съ котораго числятся начало жизнеспособности. Этотъ срокъ назначаетъ также Code Napoleon ***) и австрійское

*) Улож. о наказ. ст. 1940 и 1092.

**) Landrecht Th. 1. Tit 1. § 17 и 18. сл. Bergmann. § 353.

***) Lib. 1. Tit. VII. § 312.

уложение *). Въ русскихъ законахъ **) сказано: «всѣ дѣти, рожденные въ законномъ бракѣ, признаются законными: 1) по естественному порядку слишкомъ рано по совершении брака, если только родители не отрицаютъ законности ихъ рожденія; 2) по смерти отца, если только между днемъ ихъ рожденія и днемъ смерти отца не прошло времени, болѣе того, сколько обыкновенно проходитъ между днемъ зачатія и днемъ рожденія младенца.» Въ уголовномъ правѣ вообще опредѣленъ 210-й день періодомъ начинающейся жизнеспособности.

Соображая сказанное, судебному врачу нетрудно будетъ сколько возможно, удовлетворить требованіямъ закона. Само собою разумѣется, что рѣшеніе вопроса: жилъ ли младенецъ послѣ рожденія? — у недоношенныхъ плодовъ сопряжено съ болѣшими затрудненіями, нежели у доношенныхъ. Поэтому нужно разсмотрѣть обстоятельнѣе нѣкоторые менѣе извѣстные признаки, доказывающіе жизнь послѣ рожденія.

Кромѣ легочной пробы еще должно быть принимаемо въ соображеніе: лежаніе языка между челюстями, совершенное прилежаніе заслоночки къ овальной дырѣ въ преградѣ сердца, красноватая пузырчатая слизь на внутренней поверхности дыхательнаго горла, открытіе гортаннаго отверстія (которое у родившихся мертвыми всегда закрыто), отдѣленіе первороднаго кала, безкровное состояніе трупа. У родившихся мертвыми внутренняя поверхность duct. art. Botalli и duct. venos. Arantii гладка, у родившихся живыми — складочна. Если дыханіе было слабо и продолжалось недолго, то цвѣтъ легкихъ синегато-мраморный, по крайней мѣрѣ на поверхности лоскутовъ. У родившихся мертвыми вѣсъ легкихъ относится къ тѣлу какъ 1: 65 — 70; лѣвое легкое сдвинуто къ спинѣ. При совершенномъ дыханіи легкія розово-полосаго-мраморнаго цвѣта и выполняютъ грудную полость (§ 44).

При вопросѣ: пережила ли мать плодъ, или нѣтъ? принимается въ расчетъ слѣдующее. Если плодъ еще прикрѣпленъ къ пуповинѣ, то предполагается, что плодъ пережила мать, потому что мать была слишкомъ слаба, чтобы отдѣлнить пуповину или родила даже послѣ смерти. Но если плодъ не зрѣлъ и не доношенъ и сверхъ того сгнилъ, то вѣроятно мать пережила плодъ. Тоже самое предполагается, если пуповина перевязана. Замѣчу еще, что плоды, вынутые изъ матки посредствомъ цесарскаго сѣченія, при вышеупомянутыхъ условіяхъ, пользуются правами наслѣдства.

*) Тѣ. III. § 135.

**) Закон. гражд. т. III, ст. 121.

§ 46.

Благодаря превосходнымъ успѣхамъ физиологій, ученеіе объ уродахъ достигло такого совершенства, что законодатели и правовѣды необходимо должны руководиться имъ. Но чтобы доставить судѣ должное свидѣніе объ этомъ предметѣ, должно преимущественно отличить уродовъ (*Missgeburt*) отъ ложныхъ образованій (*Missgestalt*). О первыхъ положительно извѣстно, что они, по причинѣ ихъ неестественнаго образованія, а именно по причинѣ недостаточнаго процесса дыханія, никакъ не могутъ начать жизнь и, слѣдовательно, должны умереть. Совершенно другое дѣло ложныя образованія; они не только рождаются живыми, но даже могутъ продолжать жизнь. Поэтому если у первыхъ не можетъ быть рѣчи о правахъ, то послѣднія не только могутъ имѣть притязанія на права человѣческія, но могутъ даже переносить свои права на другихъ. Разумѣется неодоушевленные заносы (*molae*) здѣсь не принимаются въ соображеніе. Хотя въ наше время уже не почитаютъ болѣе уродовъ за продуктъ плотскаго соединенія людей, звѣрей и злыхъ духовъ, но у людей несвѣдущихъ все еще встрѣчаются нѣкоторыя ложныя взгляды. Такъ несомнѣнно ставить въ зависимости характеръ человѣчества отъ способности развитія разума—явленія вообще еще несуществующаго у новорожденнаго младенца, и производить эту способность отъ неестественнаго образованія головы. Уроды, находящіеся въ маткѣ, пользуются тѣми же правами, какъ и нормально образованные плоды и дѣло измѣняется только послѣ родовъ.

1) Каждое неестественно образованное, но родившееся живымъ существо, имѣетъ право на крещеніе — по изрѣченію римско-католической церкви: *Quod si contingat aliquod monstrum (ut nunquam ex congressu cum bestiis fieri solet) tunc antequam Baptismus conferatur, diligenter inspiciendum sit, an partes principales talis monstri, videlicet caput et pectus hominis figuram referant nec ne? Quod si non referunt, Baptismus quoque conferendus non erit; si autem aequaliter dubitetur, dilatio facienda est usque dum natura melius innotescat, vel certe, si periculum mortis instet Baptizandi conditio adjiciatur: si tu es homo, ego te baptizo.*

2) Каждое живое человѣческое существо имѣетъ право на сохраненіе и питаніе. Умерщвленіе урода (въ тѣснѣйшемъ значеніи слова) не можетъ быть разсматриваемо какъ убійство, но совершенно наоборотъ, если дѣло идетъ о ложномъ образованіи. Впрочемъ, должно ли почитать изгнаніе урода, или ложнаго образованія такимъ же

преступленіемъ, какъ изгнаіе плода совершенно правильно развито—это вопросъ, который должно предоставить рѣшенію ученыхъ юристовъ.

3) Чтобы пріобрѣсть семейныя и другія права необходимо имѣть, кромѣ законности происхожденія, способности продолжать жизнь — правильное образованіе тѣла. Большія уродливости, сопряженныя съ прекращеніемъ отправленія, исключаютъ тѣ права, которыя находятся въ связи съ отправленіемъ; — напр. педозволеніе брака при недостаткѣ дѣтородныхъ частей.

4) Право сопричисленія къ извѣстному полу. При сомнительномъ полѣ прусскіе законы предоставляютъ опредѣленіе пола младенца родителямъ, а самъ гермафродитъ опредѣляетъ полъ по достиженіи 18-ти лѣтняго возраста. Но если отъ пола мнимаго гермафродита зависятъ права третьяго, то этотъ можетъ просить объ изслѣдованіи посредствомъ экспертовъ. У безполыхъ права, относящія къ полу не существуютъ, равно опредѣленіе къ духовнымъ и свѣтскимъ должностямъ.

5) Относительно правъ сросшихся двойней представляются вопросы: должно ли ихъ разсматривать за одно или за два лица, одна ли часть наслѣдства, или двѣ имъ причитать, одно ли крещеніе, или два совершить? при чемъ Менде настаиваетъ, чтобы была не только двойная голова, но двойныя дыхательныя, пищеварительныя и половыя органы, а главное условіе личности самостоятельная жизнь; слѣдовательно главные органы не должны сливаться, и если одинъ зависитъ отъ другаго какъ паразитъ отъ аутозита, то считаются двойни за одно лице. Ежели оба самостоятельныя аутозиты, то они считаются за два лица. По смерти ихъ мать получаетъ двѣ части наслѣдства *).

§ 47.

Если плодъ имѣетъ право сдѣлаться человѣкомъ и достигнуть его натуральной способности къ пріобрѣтенію правъ, то онъ можетъ достигнуть этого права только совершеннымъ разлученіемъ съ организмомъ матери, все равно, достигается ли это разлученіе путемъ естественнымъ или искусственно. Поэтому плодъ имѣетъ право на удаленіе его по смерти матери цесарскимъ сѣченіемъ. На это обратили вниманіе древніе законы. Въ Marcelli

*) Dr. F. Bierbaum. Die Rechtsverhältnisse d. missgebildeten Neugeborenen — въ Henke, Zeitsch. 1854. 1, стр. 160.

digest. Lib. XXVIII digest. Lib. XI Tit. 8 de mortuo inferendo ex sepulchro aedificando читаемъ: Negat lex regia (во время Иумы Помпиля 715 — 673 по Р. X. — § 2) mulierem quae praegrans mortua sit, humari, antequam partus ei excidatur, qui contra fecerit, spem animantis cum gravida peremisse videtur (с.л. Hohl. Lehrb. стр. 408). Въ Lib 12 pr. de liberis. Quod dicitur filium natum rumpere testamentum, natum accipe et si exsecto ventre editus est, nam et hic rumpit testamentum, scilicet sic nascitur in potestate. Между новыми законоположеніями самая обширная суть гессенъ-кассельскія (1787) и виртембергскія (1828), въ которыхъ требуется способность къ жизни и cesарское сѣченіе допускается только тогда, если разрѣшеніе путемъ естественнымъ не возможно и смерть матери вѣрно опредѣлена. Въ Пруссіи, сообразно полицейскому уставу отъ 6-го Ноября 1811 г. хотя и должно предпринимать вскрытіе чрезъ 24 часа послѣ смерти, но тѣмъ не менѣе cesарское сѣченіе составляетъ исключеніе, которое достается на доли знающаго дѣло, въ такомъ случаѣ, если разрѣшеніе скоростижно умершей отъ младенца, способнаго продолжать жизнь, другимъ путемъ не возможно. Главное дѣло, что мать должна быть мертвою, прежде нежели можно думать о спасеніи способнаго къ жизни младенца. Вообще нынѣ соблюдаются правила: Если зародышъ развился внѣ матки и устраненіе его не происходитъ другимъ способомъ, наприм. нагноеніемъ, то непременно должно его удалить посредствомъ гастротоміи или лапаротоміи, все равно, живой ли онъ или мертвый, жизнеспособный или нежизнеспособный, съ тѣмъ конечно условіемъ, что мать отъ замедленнаго пребыванія его въ брюшной полости, подвергается жизнеопаснымъ припадкамъ *) Рамсботамъ требуетъ непремѣнное удаленіе зародыша, находящагося внѣ матки, даже въ томъ случаѣ, если акушеръ вполне убѣжденъ въ его смерти **). Какъ шатко распознаваніе внѣматочной беременности, можно видѣть изъ любопытныхъ примѣровъ, приводимыхъ Зантлусомъ ***).

Подобно cesарскому сѣченію дитя, родившееся внѣ матки или въ оболочкахъ, должно быть немедленно (въ продолженіе 5—10 минутъ) освобождено изъ него, дабы не задохнулся.

Не смотря на всѣ сопротивленія нашего вѣка противъ умерщвленія живаго плода посредствомъ перфорации и искусственнаго выкидыша, тѣмъ не менѣе наука принимаетъ эти дѣйствія, но конечно не иначе какъ при суженіи таза ниже 3". При иску-

*) Chelius Chir. B. II. § 1550.

***) Schmidt Jahrb. 78 B. (1853) p. 46.

***) Henke Zeitsch. 1854. 1, p. 236; 3, p. 70.

ственныхъ преждевременныхъ родахъ, имѣющихъ цѣлью сохраненіе жизни матери и младенца, необходимое условіе, чтобы дитя было способно къ жизни, и какъ мы видѣли (§ 31 и 42) это время не наступаетъ ранѣе 30-ой или 32-ой недѣли послѣ зачатія *).

ГЛАВА V.

О РАСКРЫТІИ ПРИЧИНЫ СМЕРТИ ПЛОДОВЪ.

§ 48.

V. Къ условіямъ, придающимъ плодубійству характеръ самобытнаго преступленія (§ 15 и 16), въ особенности принадлежатъ, съ одной стороны — умерщвленіе плода въ утробѣ матери съ непремѣннымъ послѣдствіемъ его изгнанія; съ другой — необходимая смерть плода по рожденіи, въ случаѣ неудачи умышленнаго его умерщвленія въ маткѣ; смерть плода не избѣжна потому, что онъ по незрѣлости не можетъ остаться живымъ. Изъ этого явствуетъ, что многіе вопросы, важные при разсужденіи о дѣтоубійствѣ, при изслѣдованіи плодубійства не имѣютъ мѣста (§ 15). Изслѣдованія перваго рода дѣлаются нужными только въ томъ случаѣ, если плодъ несомнѣнно былъ старше 8-ми мѣсяцевъ (§ 40), чѣмъ конечно и было бы опредѣлено что дѣло не идетъ о плодубійствѣ, но о дѣтоубійствѣ. Поэтому при изслѣдованіи о плодубійствѣ излишни изслѣдованія о жизни плода послѣ рожденія, о причинѣ и различныхъ видахъ его смерти, по причинѣ умышленнаго насильственнаго дѣйствія, о мѣрахъ его спасенія и проч. За то вся тяжесть изслѣдованія сосредоточивается въ открытіи причины смерти плода въ утробѣ матери и рѣшеніи вопроса: умеръ ли онъ случайно, или вслѣдствіе злаго

*) Объ искусственномъ выкидышѣ и искусственныхъ преждевременныхъ родахъ см. акушерскія руководства Зиболда, Гола и др. о гастротоміи вслѣдствіе беременности внѣ матки: Santlus — въ Henke Zeitsch. 1854, стр. 70.

умысла, или неизвинительной небрежности? Въ обширѣйшемъ смыслѣ всѣ причины, которыя умерщвляютъ плодъ, будутъ ли онѣ механическаго, динамическаго или патологическаго рода, быд ли онѣ наружныя или внутреннія, могутъ быть названы людогонными (abortifera).

Хотя слѣдующее изложеніе преимущественно имѣетъ въ виду опредѣлить означенный объективный составъ, однакоже нельзя будетъ совершенно обойтись и безъ субъективнаго состава, и этимъ самымъ сдѣлать переходъ къ подробнѣйшему изложенію послѣдняго.

§ 49.

При доказанномъ изгнаніи плода, недостижнаго возраста 8-ми мѣсяцевъ, но и не моложе 4-хъ мѣсяцевъ, и по признанномъ тождествѣ его со стороны матери, подозрѣваемой въ умышенномъ плодубійствѣ (§ 27 — 29), прежде всего нужно открыть: послѣдовало ли выкидываніе случайно, или отъ болѣзненныхъ причинъ. Предварительно должно замѣтить, что при нынѣшнемъ состояніи науки, по однимъ физическимъ признакамъ не возможно дѣлать заключеній о винѣ матери: требуются еще другія показанія, наприм. явное противорѣчіе подсудимой въ ея признаніяхъ, свидѣтельство постороннихъ лицъ и пр. При недостаткѣ послѣднихъ данныхъ, показанія обвиняемой, будто выкидышъ послѣдовалъ случайно, вслѣдствіе паденія, ушиба, испуга, или вслѣдствіе болѣзни; далѣе, что о своей беременности она не знала и употребляла извѣстныя средства по причинѣ задержанія мѣсячнаго очищенія, — едва ли возможно будетъ прямо отвергнуть, и въ такомъ случаѣ, по недостатку объективнаго состава, вѣняемость и приговоръ должны быть отмѣнены.

Уже сама природа обуславливаетъ многочисленныя опасности для жизни плода въ утробѣ матери, и не подлежитъ никакому сомнѣнію, что часто послѣдуютъ случайныя выкидыши. Они большею частію основываются на неправильномъ положеніи плода, на угнетенной жизненности матки вслѣдствіе неумѣренныхъ плотскихъ сонтій, чѣмъ нарушается питаніе плода; или же въ пассивномъ переполненіи сосудовъ матки, отъ чего легко происходитъ апоплексическій ударъ плода; наконецъ на увеличенной чувствительности матки, имѣющей слѣдствіемъ преждевременныя сокращенія, и на мѣстныхъ болѣзняхъ матки. Одинъ выкидышъ обыкновенно влечетъ за собою второй и третій, въ одномъ и томъ же періодѣ беременности. Располагающими причинами бываютъ необыкновенная молодость, раздражительный темпераментъ, горячіе напитки, бѣли, обильныя регулы, спазмы, душевныя возмущенія и привычная наклонность матки вслѣдствіе предшество-

вавшихъ выкидышей. Вообще причины преждевременнаго умира-
нія плодовъ можно искать въ самомъ плодѣ, въ пуповинѣ, въ дѣт-
скихъ перепонкахъ и водахъ, преимущественно же въ послѣдѣ,
который подвергается сильнымъ приливамъ, воспаленію, гипер-
трофіи и атрофіи, отвердѣнію, размягченію, пузырчатымъ переро-
жденіямъ, гнилости, бугоркамъ, съ послѣдствіемъ дурнаго пита-
нія плода, внутренней желтухѣ (kittou'sis) на серозныхъ перепон-
кахъ, или бываетъ прикрѣпленъ къ маточному рыльцу. И такъ дѣт-
ское мѣсто заслуживаетъ полнаго вниманія, потому что въ немъ
заключаются признаки, указывающіе на смерть плода еще въ
утробѣ матери. Отъ дѣтскаго мѣста причиняются смертельныя
кровотеченія плода, асфіксія, вслѣдствіе остановленнаго превра-
щенія венозной крови въ артеріальную.

Важны также обитіе пуповины вокругъ шеи или другихъ
частей плода, узлы и веревочныя сплетенія соразмѣрно длинной
пуповины; далѣе болѣзненные состоянія оболочекъ: утолщеніе,
размягченіе, ложныя образованія на нихъ, аномальное количество
дѣтскихъ водъ, сращеніе водной оболочки съ плодомъ; все
это по большей части бываетъ въ первой половинѣ беременно-
сти *). Слишкомъ толстая пуповина, обыкновенно безонасная для
плода, опасна для матери, потому что отъ того легко послѣду-
етъ выворачиваніе матки (inversio); слишкомъ тонкая и малокровная
пуповина бываетъ при маломъ, вяломъ дѣтскомъ мѣстѣ, съ послѣд-
ствіемъ скуднаго питанія плода; слишкомъ короткая можетъ ра-
зорваться или отдѣлнить дѣтское мѣсто. Истинныя дѣтскія воды
бываютъ немного мутны, желтоватаго цвѣта, клейковаты, смѣ-
шанны съ небольшими клочками, свойственнаго имъ запаха и оста-
вляютъ на рубашкѣ кровавыя пятна. Ежели вѣсъ оныхъ пре-
вышаетъ 2 фунта, то это указываетъ на болѣзнь и смерть пло-
да, и въ такомъ случаѣ цвѣтъ оныхъ кровавъ, зеленоватъ, бу-
роватъ а составъ гниловатъ.

Къ болѣзнямъ самаго плода относятся: наліяніе крови въ
мозгъ, размягченіе и водянка черепнаго и спиннаго мозга; размяг-
ченіе желудка (gastromalacia), воспаленіе, нагноеніе, опечененіе, ата-
лектазія легкихъ, воспаленіе грудной плевы, печени, селезенки, ки-
шекъ, почекъ, лимомы, саркомы, искривленіе костей, разрывы пупо-
вины и различныя уродливости. Со стороны матери принимаются
въ расчетъ душевныя волненія, испугъ, страхъ, гнѣвъ, нужда,
что однакожъ болѣе вредитъ беременности, нежели прямо дѣй-
ствуетъ на плодъ.

*) Neue Zeitsch. f. d. Geburtsh. v. Busch, d'Outrepoint u Ritzgen 1838,
VI. 1, Simpson — въ Schmidt Jahrb. 1838. VIII. 2, p. 83.

§ 50.

Если по предъидущему нельзя отвергать, что выкидыш часто может происходить без вины матери, то съ другой стороны не подлежит также сомнѣнію, что и мать и посторонніи лица умышленно или неумышленно вредными дѣйствіями также могут причинять плоду поврежденія и даже смерть. Подозрѣніе умышленнаго изгнанія плода имѣетъ мѣсто тогда, когда обвиняемая женщина приобрѣла средства, производящія выкидышъ и они были найдены у нея; когда она безъ совѣта и предписанія врача пустила себѣ много крови, съ злымъ умысломъ предпринимала сильныя тѣлесныя упражненія, скрывала беременность и под предлогомъ брюшныхъ заваловъ вдругъ занемогла, при чемъ отдѣлялось много крови и черты лица замѣтно измѣнялись; когда припадки: рвота, поносъ, колика, задержаніе мочи, воспаленіе желудка, брюшины и матки соотвѣтствуютъ предполагаемо—принятымъ средствамъ и не произошли отъ простуды, погрѣшности въ діетѣ и проч. Механически вредно дѣйствуютъ на плодъ: переутомленныя тѣлесныя упражненія, верховая ѣзда, поднятіе тяжелыхъ тѣлъ, потуги при испражненіи на низъ, толчки въ брюхо, штурмованіе, паденіе, напряженное соніе, напр. у публичныхъ дѣвокъ, чихательныя средства (ptarmica), вспрыскиваніе ѣдкихъ средствъ въ рукавъ, напр. мышьяка, сулемы, которыя впрочемъ болѣе вредягъ матери чѣмъ плоду. Проблематическое прободеніе маточнаго рыльца иголками, едва ли бываетъ въ употребленіи, потому что беременная отъ того слишкомъ страдаетъ. А что касается до искусственныхъ преждевременныхъ родовъ, предпринимаемыхъ свѣдущими послѣ 8-го мѣсяца беременности, при узкости таза отъ 3 — 3½ и даже 3", то все это не входитъ въ составъ настоящей статьи (§ 15 и 47). Легко понять что при изслѣдованіи плододубійства, по причинѣ незрѣлости, вопросъ объ узкости таза вообще не имѣетъ мѣста, напротивъ въ этомъ случаѣ ближе то предположеніе, что послѣдшіе роды были слѣдствіемъ слишкомъ большаго таза. Припомню, что при правильномъ тагѣ разстояніе чреслъ бываетъ 10", conjugata 4", поперечникъ входа 5", выхода 4", прямой поперечникъ выхода 3½". Но хотя объемистый тагъ, равно какъ низкое вялое тѣлосложеніе весьма располагаетъ къ быстрымъ родамъ, однакоже не должно забывать, что преждевременные роды вообще послѣдуютъ медленно, трудно, тяжело (§ 51). Весьма распространено также употребленіе ножныхъ ваннъ, паровъ, припусканія пѣвокъ къ дѣтороднымъ частямъ и кровопусканія въ ногахъ. Впрочемъ не смотря на то, что кровопусканія иногда бывають лучшими средствами къ предупрежденію преждевре-

менныхъ родовъ, часто прибѣгали къ нимъ безъ всякаго вреда. Морисо пользовалъ женщину, которая въ продолженіе беременности 48 разъ кидала кровь, у другой предприняты были 90 кровопусканій: Рушь упоминаетъ объ 11 и 13 и даже 16 кровопусканіяхъ въ продолженіе одной недѣли *).

Хотя число внутреннихъ средствъ, которыя прославились своимъ плодогоннымъ дѣйствіемъ, чрезвычайно велико, однакожъ нѣтъ ни одного, которое было бы въ состояніи непременно произвести роды во всякое время беременности. Ихъ дѣйствіе всегда только посредственное, чрезъ симпатическое перенесеніе раздраженія отъ другихъ системъ, напр. кишечнаго канала, мочевыхъ и кровеносныхъ сосудовъ — на матку. Между драстическими средствами извѣстны: aloe, jalappa, gratiola, helebogus, ol. crotonis, colocynthides, g. guttae, scammonium. Къ мочеговнымъ средствамъ принадлежатъ: cantharides, scilla, juniperus, ol. terebinthinae; къ смолисто-острымъ и эфирно-масленнымъ: asa foetida, myrrha, galbanum, ol. succin. Но они столь же невѣрны какъ и другія, приобрѣтшія большую славу какъ напр. sabina, crocus, borax, не исключая даже secale cornutum. Всѣ эти средства часто бываютъ недѣйствительны, не смотря на то, что мать отъ нихъ можетъ погибнуть. Опіумъ, хлороформъ, электричество, по видимому болѣе прямо дѣйствуютъ на плодъ, что можно сказать и о ртути и мышьякѣ. Должно также упомянуть о возбуждающихъ похоть средствахъ (aphrodisiaca) и такъ назыв. любовь возбуждающихъ напиткахъ (philtre). Между послѣдними особенно дурманъ (datura stramonium) почти у всѣхъ народовъ весьма употребителенъ.

Поэтому спрашивается: могли ли нѣкоторыя изъ этихъ средствъ, если употребленіе ихъ дознано, соответствовать своей цѣли, напр. если употреблена была таппа и magnesia и т. п. хотя бы выкидышъ въ такомъ случаѣ и не послѣдовалъ случайно? Далѣе спрашивается: какъ употреблены эти средства, въ какомъ приемѣ, какъ долго, какія вредныя вліянія дѣйствовали кроме того, какіе послѣдовали припадки, нужно ли химическое разложеніе этихъ средствъ? и проч.

§ 51.

Изъ предъидущаго видно, что плодогоныя средства всегда дѣйствуютъ на уничтоженіе плода не прямо, а только послѣдовательно, при содѣйствіи другихъ причинъ; наконецъ, онѣ вреднѣе для матери, нежели для плода. Даже привыч-

*) Krügelstein Promptuar. med. for. 1 p. 334.

ный (*habitualis*) выкидышъ опаснѣ рожденія доношеннаго младенца, именно потому, что маточное рыльце и дѣтское мѣсто въ такомъ случаѣ еще недостаточно приготовлены къ родамъ. Поэтому и можно предполагать, что вредъ для матери будетъ еще больше, если употреблены наружныя и внутреннія средства мѣстѣ. Ежели мать сама ихъ употребляла и этимъ сдѣлала вредъ для своего зародыша, или для своей жизни, то государство при томъ не можетъ остаться равнодушнымъ; но гораздо болыюю важность принимаетъ дѣло, если эти средства были употреблены безъ вѣдома и согласія матери (§ 17). Въ такомъ случаѣ врачебное изслѣдованіе должно распространяться на открытій частнаго вреда, учиненнаго матери. Этотъ вредъ естественно, по различію средствъ, по роду и продолженію ихъ употребленія, равно какъ по случайнымъ и индивидуальнымъ обстоятельствамъ весьма различенъ. Насильственные роды до истечения 6-го мѣсяца обыкновенно послѣдуютъ вмѣстѣ съ дѣтскими перепонками, болыюю частью сопровождаются сильными кровоточеніями, оставляютъ болѣзненность, выпаденіе матки, безплодіе, и проч. и даже нередко причиняютъ смерть *).

§ 52.

Дѣйствительно ли плодъ пострадалъ отъ насильственнаго дѣйствія, съ достовѣрностію опредѣлить нельзя, все равно, находится ли плодъ еще въ маткѣ или уже родился. При обсуживаніи такого рода, основывающемся всегда на одной только вѣроятности, всѣ обстоятельства тщательно должны быть взвѣшиваемы и соображаемы. Вообще тутъ принимается въ расчетъ всиліе, дѣйствовавшее на мать, степень и дѣйствіе онаго, послѣдствія въ здоровьѣ матери. О смерти утробнаго плода можно заключить, если перестаетъ движеніе, если мать жалуется на какое то чувство холода, тяжести въ брюхѣ и если подвержена припадкамъ озноба. Она при измѣненіи положенія чувствуетъ паденіе плода, то туда, то сюда, во рту отвратительный гнилой запахъ, изъ рукава истекаетъ вонючая грязная жидкость, плодъ давить на сводъ рукава, брюхо теряетъ свою упругость, ощущается холоднымъ; груди дѣлаются вальными. Въ такихъ случаяхъ плодъ можетъ представиться уже давно умершимъ, не смотря на то, что за сутки до этаго времени онъ еще жилъ. Изслѣдованіе должно быть принимаемо скоро послѣ рожденія, чтобы съ вѣкоторою достовѣрностію опредѣлить: послѣдовало ли весьма значительное разложеніе плода еще въ маткѣ, или позже, при посредствѣ различныхъ вліяній напр. лежанія въ навозѣ, въ нуж-

*) См. мое соч. судебная токсикологія. Казань 1856, второй примѣръ.

номъ мѣстѣ и пр. Девержи *) утверждаетъ, что, кто разъ уже видѣлъ плодъ, умершій за 8 дней до рожденія, тотъ никогда не смѣшаетъ состояніе его съ гніеніемъ, послѣдовавшимъ послѣ рожденія: свойственная мягкость и вялость тѣла, цвѣтъ и состояніе накожицы, покрытой творожистыми массами, склеиваніе волосъ, впаденіе родничковъ, по его мнѣнію здѣсь представляются характеристическими явленіями. Между тѣмъ разложеніе плода въ маткѣ останавливается иногда неизвѣстными причинами. И такъ кромѣ наружнаго размягченія частей вслѣдствіе смоченія его жидкостями, мы находимъ и внутреннее размягченіе, съ современнымъ разложеніемъ крови въ сосудахъ, проникающей всѣ ткани, и такимъ образомъ по большей части исчезающей изъ сосудовъ. Всего скорѣе размягчается кожа, которая уже черезъ 2 часа по смерти отдѣляется. Мозгъ мягокъ, въ клѣтчатки груди и брюшной полости усматривается кровавая жидкость; въ рѣдкихъ случаяхъ однакожь замѣчается также сухая гниль и превращеніе его въ жирную массу (adiposigē).

Родился ли плодъ живымъ, вообще трудно опредѣлить у плодовъ моложе 8-ми мѣсяцевъ, потому что легочная проба при слабомъ дыханіи довольно не вѣрна (§ 45). Сверхъ того жизнь и безъ дыханія можетъ продолжаться нѣсколько времени, какъ видно изъ движенія, бѣненія пульса и проч. Путеводителями здѣсь могутъ служить подкожныя кровоизліянія, отличающіяся отъ посмертныхъ пятенъ краснобурнымъ или синимъ цвѣтомъ, представляющимся въ серединѣ темнѣе; возвышеніемъ кожи и запекшеюся кровію въ клѣтчаткѣ. Сюда же относятся слѣды живой реакціи въ поврежденіяхъ, особенно въ костяхъ. Но если плоды долго лежали въ водѣ, то всѣ эти признаки теряютъ свою важность. Нѣкоторое объясненіе можетъ представить дѣтское мѣсто (§ 49). Относительно пуповины замѣтимъ, что положеніе Билляра, будто засыханіе пуповины есть признакъ жизненности, слѣдовательно и можетъ произойти только у младенцевъ родившихся живыми, по тщательнымъ опытамъ Элессера**), не оправдывается. Уже Гюнцъ показалъ, что засыханіе пуповины послѣдуетъ также у мертворожденныхъ плодовъ, если труны подвержены были высокой температурѣ; но это происходитъ и при низкой температурѣ. Увяданіе и гніеніе конечно послѣдуетъ только въ водѣ.

Впрочемъ весьма трудно доказать изъ одного вскрытія мертваго тѣла, что плодогоныя средства дѣйствительно причинили

*) Med. leg. t. 1, p. 556.

**) Henke Zeitsch. 1852. 4, p. 262.

смерть плода; вѣрнѣе будетъ рѣшеніе по наружнымъ механическимъ насліямъ на тѣлѣ матери, потому что они нерѣдко оставляютъ также слѣды на тѣлѣ плода. Всестороннее соображеніе оныхъ по правиламъ хирургіи, поведетъ къ тому опредѣленію: были ли они слѣдствіями предполагаемаго наслія, или аномальныхъ условий беременности. Синія пятна, подкожныя кровоизліянія, поврежденія въ рукавѣ, разрывы брюшины нерѣдко усматриваются на тѣлѣ изслѣдуемой женщины, а на тѣлѣ плода оказываются ушибы, пробитыя раны, переломы костей, особенно черепныхъ, что впрочемъ можетъ послѣдовать во время рожденія или вслѣдствіе паденія его на полъ, или же бывають врожденными пороками^{*)}.

§ 53.

Если вмѣсто плода изгоняется клубень, заносъ или уродъ (§ 14, 24 и 43), то субъективный составъ существенно тотъ же какъ и при рожденіи плода, потому что злой умыслъ во всякомъ случаѣ былъ направленъ на уничтоженіе плода; что же касается до объективнаго состава, то онъ непремѣнно ограничивается тѣмъ, что объектъ преступнаго дѣйствія, или *corpus delicti*, не-вполнѣ существуетъ. Если допустимъ различіе между уродомъ (*monstrum-Missgeburt*) и недородомъ *ostentum, portentum-Missbildung, Missgestalt* § 46), опредѣляя перваго существомъ, у котораго по чрезвычайно порочному образованію органовъ жизнь никакъ не можетъ возникнуть, тогда какъ у послѣдняго это еще возможно, то врачебное освидѣтельствованіе имѣло бы задачей рѣшить о «*quale* и «*quantum*» оныхъ. Но не смотря на то, что неодушевленные заносы и абсолютно нежизнеспособные уроды не пользуются правами человѣка и слѣдовательно не могутъ быть умеривляемы, тѣмъ не менѣе однакожъ употребленіе плодогонныхъ средствъ остается преступленіемъ. Впрочемъ наказаніе въ этомъ случаѣ должно быть уменьшено уже потому, что беременности такого рода еще менѣе обнаруживаются и беременная женщина при этомъ болѣе и сложнѣе страдаетъ, слѣдовательно и вѣроятнѣе, что средства, производящія выкидышъ, болѣе употреблены съ терапевтическою цѣлью. Съ другой стороны законы предоставляютъ беременнымъ съ заносами и ложными плодами ту же снисходительность, какъ и дѣйствительно беременнымъ. Была ли ложная беременность слѣдствіемъ предшествовавшаго совокупленія, или нѣтъ, зависитъ отъ качества объекта. Дѣло рѣшается на томъ основаніи, что между ложными заносами (клубнями) и

^{*)} Vierbaum у. м. стр. 260.

истинными есть различіе. Первые, какъ слѣдствія болѣзненнаго состоянія или увеличенной образовательной силы матки, большею частію состоятъ изъ полныхъ кровяныхъ свертковъ или изъ пузырьчатыхъ глѣзъ асperhalocystis gasemosa-Laennec) даже случаются и у престарѣлыхъ женщинъ, слѣдовательно образуются и безъ предшествовавшаго плодотворнаго соитія; истинные же, какъ перерожденія оплодотвореннаго яйца, могутъ встрѣчаться только у женщинъ оплодотворенныхъ. Заносы такого рода происходятъ въ 6, 10 и 12 недѣли по плодотворномъ соитіи, слѣдовательно въ то время когда образуется послѣдъ и начинается кровообращеніе въ маточныхъ сосудахъ. Если теперь послѣдуетъ разрывъ сосудовъ общихъ маткѣ съ послѣдомъ, то кровь точится между отпадающею и сосудистою оболочками и производитъ плоскіе послонные эксудаты, отъ чего зародышъ, плавающій въ крови, умираетъ. Но какъ кровь истекаетъ наружу (въ противномъ случаѣ послѣдовалъ бы выкиды), то беременность продолжается еще нѣскольکو недѣль — обыкновенно до 20 — 22, пока не выдетъ все. Поэтому — то оставленное развитіе изнуреннаго зародыша не соотвѣтствуетъ времени беременности, представляясь нѣсколькими недѣлями и даже мѣсяцами моложе *). И такъ предполагается плодотворное соитіе, если встрѣчаются перерожденія, которыя принадлежатъ оплодотворенному яйцу, к. т. перерожденія дѣтскихъ перепонокъ, частей зародыша, послѣда; другія же образованія, какъ продукты увеличенной пластической силы матки, къ которымъ относится и ложная отпадающая оболочка, происходятъ, какъ сказано, и безъ соитія и случаются также у дѣвицъ и престарѣлыхъ женщинъ.

*) См. интересную статью проф. А. Китера: Случаи беременности заносомъ — въ другѣ здрав. 1853. № 14 и 15.

ОТДѢЛЕНІЕ ВТОРОЕ.

VI. СУБЪЕКТИВНЫЙ СОСТАВЪ ДѢЛА, ИЛИ ОБСТОЯТЕЛЬСТВА, ОТНОСЯЩИЕСЯ КЪ ПРЕСТУПНОМУ ДѢЙСТВІЮ ИЛИ НЕБРЕЖНОСТИ.

ГЛАВА I.

УЧАСТІЕ СУДЕБНАГО ВРАЧА ПРИ ОТКРЫТИИ И ОПРЕДѢЛЕНІИ СУБЪЕКТИВНАГО СОСТАВА ДѢЛА.

§ 54.

Судебная медицина, заимствуя всѣ свои основныя данныя изъ всѣхъ отраслей естественныхъ и медицинскихъ наукъ, существенно не можетъ представить округленной системы, тѣмъ менѣе что она должна принаравливать результаты своихъ изслѣдованій къ правовѣдѣнію, наукѣ ей совершенно противоположной. И вотъ причина почему въ руководствахъ судебной медицины предметы изложены по произволу, безъ всякой послѣдовательности, такъ что частыя повторенія не избѣжны. При всемъ стараніи устранить такія неудобства въ предлагаемомъ сочиненіи дѣло однакожь оказалось неисполнимымъ и чтобы сгладить неровность изложенія и избѣжать повтореній, мы могли дѣлать только ссылки на предъидущія статьи. Потому обстоятельству остается теперь еще говорить о томъ, что большею частию уже сообщено было въ предшествовавшихъ параграфахъ, такъ что въ слѣдующемъ нужно представить только сокращенное обзорѣніе уже изложеннаго. Если бы во всемъ ученіи о плодубійствѣ судебная медицина не играла главную роль, то конечно субъективный составъ могъ бы предшествовать и за нимъ уже слѣдовалъ бы объективный какъ дополненіе. Впрочемъ каждый безпристрастный человѣкъ, владеющій вполнѣ предметомъ, согласится съ тѣмъ, что послѣ опредѣленія и рѣшенія объективнаго состава, для судьи остается мало дѣла, слѣдовательно, по крайней мѣрѣ въ слѣдствіяхъ о плодубійствѣ, ему не принесетъ пользы извѣстное положеніе: «*judicat de facto medicus de animo judex.*» Ибо сколько бы остроумно судья и не производилъ слѣдствіе, во всякомъ случаѣ отзывы и

показанія подсудимой должны быть подвергнуты контролю и справкѣ судебно-врачебнаго изслѣдованія.

§ 55.

Удерживая строго во вниманіи, что требуется для сущности преступленія плодубійства (§ 13 — 18), мы *mutatis mutandis* сосредоточили бы дѣйствіе врача въ рѣшеніи нижеслѣдующихъ вопросовъ, которые заключаютъ въ себѣ, съ одной стороны *соматическую*, съ другой — *психическую* сторону изслѣдованія. Судебный врачъ, подобно клиническому, можетъ двоякимъ образомъ выполнить свою задачу, руководясь по обстоятельствамъ *синтетическимъ* или *аналитическимъ* способомъ. Сообразно съ этимъ, онъ можетъ начинать изслѣдованіе сперва съ объекта, или *согрус delicti* т. е. изгнаннаго плода, и такъ возвратиться къ открытію предполагаемаго преступленія, или наоборотъ съ послѣдняго, возвращаясь къ *согрус delicti*. Хотя тотъ и другой принципъ удобно могутъ быть соблюдаемы въ свидѣтельствѣ (въ клиническомъ изложеніи — это исторія болѣзни); однакожъ въ практикѣ это правило едва ли возможно будетъ удержать, потому что матеріаль обывновенно не представляется въ такой полнотѣ, чтобы удалось сообразовать его съ законами логики. Сообщение упомянутыхъ вопросовъ излишне, чтобы указать на то, въ чемъ вообще сосредоточивается судебно-врачебное изслѣдованіе о плодубійствѣ и чтобы начертить планъ, которому долженъ слѣдовать судебный врачъ при этомъ предпріятіи.

§ 56.

Вотъ вопросы:

- I. 1) Была ли обвиняемая беременна и родила ли она? (§ 20, 26, 27 и 29).
- 2) Ей ли принадлежитъ плодъ, (§ 29) заносъ или уродъ? (§ 14, 24, 43, 44 и 53).
- 3) Въ какомъ возрастѣ плодъ? (§ 31 и 42).
- 4) Способенъ ли онъ жить (§ 17 и 31), или нѣтъ? а) по причинѣ незрѣлости (§ 42), или б) по болѣзнямъ или уродливостямъ (§ 43 и 44)?
- 5) Родился плодъ мертвымъ или живымъ? (§ 43 и 52).
- 6) Находятся ли признаки, что плодъ умеръ уже въ маткѣ, или послѣ рожденія? (§ 52).
- 7) Послѣдовали ли роды случайно (§ 48)? а) по расположенію матери (§ 49) б) по болѣзненному состоянію плода (§ 31 и 43).

8) Были предприняты мѣры предосторожности къ родамъ, или нѣтъ, присутствовали ли свидѣтели или нѣтъ? (§ 14).

II. 9) Могла ли обвиняемая знать о своей беременности (§ 24 и 26).

10) Какими объективными и субъективными признаками обнаружилась беременность? (§ 22 и 26).

11) Если обвиняемая не признается въ своей беременности, можно ли ее обличить, что ея беременность нельзя было смѣшивать съ болѣзненными состояніями? (§ 26).

III. 12) Чѣмъ доказывается умышленность или неумышленность утаиванія беременности и родовъ (§ 15).

13) Употребляла ли она средства, производящія выкидышъ (48, 50 и 51) а) подъ предлогомъ дѣйствовать противъ болѣзненнаго состоянія, именно задержанія мѣсячнаго очищенія, б) съ умысломъ — изгонять плодъ? (§ 16).

14) Какого рода эти средства? а) наружныя, б) внутреннія, в) имѣютъ ли они плодогонную силу, г) или нѣтъ? (§ 51).

15) Какъ, въ какомъ количествѣ и долго ли они употреблены? (§ 51).

16) Можно ли ихъ почесть единственными причинами смерти плода, или при этомъ имѣли участіе субъективныя и объективныя вліянія? (§ 52).

IV. 17) Можно ли по физическимъ доводамъ доказать, что плодъ и мать пострадали отъ насильственнаго дѣйствія постороннихъ лицъ? (§ 52).

18) Учиненъ ли этотъ вредъ случайно, или умышленно? (§ 50).

19) Зависитъ ли вредъ только отъ посторонняго дѣйствія, или также отъ другихъ вліяній? (§ 50).

20) Въ какой степени можно вѣнчать въ вину акушеру погрѣшности, въ случаѣ предпринятыхъ имъ преждевременныхъ искусственныхъ родовъ? (§ 16 и 47).

V. 21) Что можно привести въ пользу моральной, юридической и психической вѣняемости подсудимой? (§ 18, 48 и 58).

22) Была ли она при родахъ въ памяти и вообще въ состояніи моральной свободы и самоопредѣляемости? (§ 24 и 58).

ГЛАВА II.

ИЗСЛѢДОВАНІЯ СОМАТИЧЕСКИХЪ ОТНОШЕНІЙ МАТЕРИ.

§ 57.

Блѣжайшее изслѣдованіе этого предмета потому излишне, что все уже достаточно объяснено въ предъидущемъ. Поэтому я ограничился ссылками на тѣ параграфы, въ которыхъ спорные вопросы разсмотрѣны обстоятельно.

ГЛАВА III.

ИЗСЛѢДОВАНІЯ ПСИХИЧЕСКИХЪ ОТНОШЕНІЙ.

§ 58.

Рождала ли обвиняемая въ сильномъ душевномъ возмущеніи и была ли она при томъ лишена моральной свободы и самоопредѣляемости, или поражена судорогами (*ecclampsia parturientium*), обморокомъ, обильнымъ кровотеченіемъ въ такомъ состояніи, что не могла подать младенцу надлежащаго пособія, перевязать пуповину? послѣдовали ли роды неожиданно? были ли причинами смерти младенца паденіе или другія случайныя вліянія и проч.?—всѣ эти вопросы, по настоящему касаются только дѣтубійства; при плодубійствѣ напротивъ предполагается умерщвленіе плода въ утробѣ матери, слѣдовательно еще до рожденія. Съ другой стороны плодъ, какъ не способный жить самостоятельно, не обращаетъ на себя никакого попечительнаго вниманія. Такимъ образомъ всѣ вышеупомянутыя обстоятельства, смягчающія вину при совершеніи дѣтубійства, при плодубійствѣ не должны бы имѣть мѣста, даже и въ томъ періодѣ беременности, въ которомъ подсудимая рѣшилась употребить плодубивающія и плодогонныя средства. Поэтому поводъ, касающійся незнанія дѣла (*ignorantiae juris*) можно допустить въ томъ только случаѣ, когда она извиняется незнаніемъ зачатія, беременности и родовъ. Изслѣдованіе въ такомъ случаѣ должно быть тѣмъ основательнѣе, что нельзя отвергать возможности родить или быть оплодотворену во

снѣ, въ состояніи обморока, въ безпамятствѣ въ опьяненіи и пр. (§ 24) *).

Вообще неизлишне быть осмотрительнѣе, чтобы въ понятіе о плодубійствѣ не внести вещей, которыя вовсе не касаются состава его — заблужденіе, въ которомъ можно упрекнуть многихъ авторовъ.

*) *Dissertatio de partu mirabili in somno profundo matris facto.* Helmst. 1759. *Platner de lipothymia parturientium quantum ad excusat. infantidii.* Lips. 1801. *Wildberg Lehrb d. gerichtl. Arzw.* Erfurt 1824. *Frank System d. med. Polizei* 1. B. 3 Abth. 3 Absch.



ОБОЗРѢНІЕ ПРЕДМЕТОВЪ.

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ—ЮРИДИЧЕСКАЯ.

Г Л А В А I.

ИСТОРИЧЕСКОЕ НАЧЕРТАНІЕ УЗАКОНЕНІЙ РАЗЛИЧНЫХЪ НАРОДОВЪ ОТНОСИТЕЛЬНО ПРАВЪ УТРОБНЫХЪ И НЕДОНОШЕННЫХЪ НОВОРОЖДЕННЫХЪ МЛАДЕНЦЕВЪ § 1—7.

Раздѣленіе на 5-ть періодовъ; опредѣленіе § 1.—I. Младенцамъ не присвоено никакихъ правъ § 2.—II. Они считаются собственностію родителей § 3.—III. Они подчиняются покровительству государства § 4.—IV. За нихъ вступается церковь § 5.—V. а) имъ предоставлены общія права человѣчества; постановленіе уголовного уложенія Карла V; дѣтоубійство и плодоубійство самостоятельныя преступленія § 6 — V. б) приготовительные шаги къ нынѣшнему взгляду на означенныя преступленія.

Г Л А В А II.

ПРЕСТУПЛЕНІЕ УБИЙСТВА И УМЫШЛЕННОГО ИЗГНАНІЯ ПЛОДА ПО НЫНѢШНЕМУ ВЗГЛЯДУ УГОЛОВНАГО ПРАВА § 8—12.

Зародышъ оживленъ и одушевленъ со дня зачатія § 8.—Дѣтоубійство въ обширнѣйшемъ и тѣснѣйшемъ значеніи слова—чадоубійство, дѣтоубійство; поводъ слабѣйшаго наказанія дѣтоубійства; постановленія Баденскаго и Русскаго уложенія § 9.—Убийство жизнеспособныхъ и нежизнеспособныхъ плодовъ; слово *gliedmässig* въ Каролинѣ; зародышево-убійство, плодоубійство § 10.—Сущность

плодоубійства; постановленія относительно умышленнаго выкидыша — по прусскимъ, австрійскимъ и русскимъ законамъ § 11.— Зародыше-убійство § 12.

Г Л А В А III.

КРИТИЧЕСКІЙ РАЗБОРЪ ПРЕСТУПЛЕНІЙ ДѢТООУБІЙСТВА, УБІЙСТВА ПЛОДА И ЗАРОДЫША § 13—18.

Шаткія понятія относительно опредѣленія дѣтубійства, плодубійства и убійства зародыша; задача судебной медицины § 13.— Условія сущности дѣтубійства; новорожденность; способность и неспособность жить — вслѣдствіе незрѣлости, болѣзни или порочнаго образованія; утанваніе беременности и родовъ; убійство близнецовъ § 14.— Условія сущности плодубійства; излишество рѣшенія юпросовъ относительно новорожденности и рожденія плода живаго или мертваго; отличіе смерти плодовъ и доношенныхъ младенцевъ; утанваніе беременности и родовъ; самостоятельность преступленія плодубійства § 15.— Юридическій составъ преступленія плодубійства; убѣжденіе въ существованіи плода въ маткѣ; умышленное употребленіе средствъ, производящихъ выкидышъ; умерщвленіе плода преждевременными родами; возраженія § 16.— Оцѣнка жизнеспособности по возрасту; сомнѣнія въ существованіи беременности § 17.— Беременная женщина не имѣетъ свѣдѣній о свойствахъ изгоняемаго объекта; плодонгоняющія средства столько же вредны матери какъ и плоду; литература § 18.

ЧАСТЬ ВТОРАЯ—МЕДИЦИНСКАЯ.

ОТДѢЛЕНІЕ ПЕРВОЕ.

ОБЪЕКТИВНЫЙ СОСТАВЪ ПЛОДООУБІЙСТВА И О ПРАВАХЪ ПЛОДОВЪ ВООБЩЕ § 19—33.

Необходимость оградить права человѣческаго плода и признавать плодубійство самостоятельнымъ преступленіемъ; дѣятельность судебного врача при опредѣленіи и изслѣдованіи плодубійства; составныя части медицинскаго изслѣдованія § 19.

Г Л А В А I.

I. ОПРЕДѢЛЕНІЕ И ДОКАЗАТЕЛЬСТВА БЕРЕМЕННОСТИ § 20—26.

Неопредѣлимость продолженія беременности; численіе по солнечнымъ и луннымъ мѣсяцамъ, начиная до вступленія, или послѣ окончанія мѣсячнаго очищенія; отклоненія у людей и животныхъ

§ 20. — Открытія Бишофа о періодически возвращающемся озрѣваніи яичка въ яичникѣ; заключенія § 21. — Признаки зачатія и беременности — объективныя и субъективныя; правила соблюдаемыя врачомъ при изслѣдованіи; извасилованіе § 22. — Вѣрнѣйшіе признаки беременности: прекращеніе мѣсячнаго очищенія — движеніе плода — растаженіе живота — измѣненія груди § 23. — Неправильныя беременности: клубни и заносы, беременность внѣ матки, вторичное оплодотвореніе; критика § 24. — Акушерское изслѣдованіе; достоинство такого изслѣдованія § 25. — Заключенія § 26.

Г Л А В А II.

II. ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ПРЕДШЕСТВОВАВШИХЪ РОДОВЪ И ТОЖДЕСТВА ПЛОДА § 27 — 29.

Общія замѣчанія § 27. — Признаки объективныя и субъективныя § 28. — Изслѣдованіе плода; его тождество § 29.

Г Л А В А III.

III. ОПРЕДѢЛЕНІЕ ВОЗРАСТА ПЛОДОВЪ § 30 — 42.

Опредѣленіе; отношеніе возрастовъ къ тремъ степенямъ дѣтубійства § 30. — Плоды временныя и преждевременныя, способныя и неспособныя жить § 31. — Возрастъ утробныхъ младенцевъ 1-го мѣсяца § 32. — 2-го мѣсяца § 33. — 3-го мѣсяца § 34. — 4-го мѣсяца § 35. — 5-го мѣсяца § 36. — 6-го мѣсяца § 37. — 7-го мѣсяца § 38. — 8-го мѣсяца § 39. — 9-го мѣсяца § 40. — Определеніе по костямъ — скелетонекропсія § 41. — Общія выводы; литература § 42.

Г Л А В А IV.

IV. О ЖИЗНЕСПОСОБНОСТИ ПЛОДОВЪ § 43 — 47.

Затрудненіе точнаго опредѣленія жизнеспособности; неспособность продолженія жизни вслѣдствіе болѣзней и уродливостей § 43. — Уроды неспособныя жить — клубни § 44. — О правахъ плодовъ и уродовъ вообще; признаки совершившейся жизни послѣ рожденія; умеръ ли младенецъ до смерти матери или послѣ? § 45. — О правахъ плодовъ уродливаго образованія въ частности — на крещеніе — на сохраненіе и питаніе; — ихъ семейныя права — и сопричисленіе къ извѣстному полу; — права сросшихся двойней § 46. — Цесарское сѣченіе; искусственный выкидышъ и искусственныя преждевременныя роды; беременность внѣ матки § 47.

Г Л А В А V.

V. О РАСКРЫТИИ ПРИЧИНЫ СМЕРТИ ПЛОДОВЪ § 48—54.

Вопросы подлежащія рѣшенію; плодоизгоняющія средства § 48.—Рѣшеніе: не послѣдовалъ ли выкидышъ случайно, сопряжено съ большими затрудненіями; причины случайныхъ выкидышей—сосредоточивающіеся самой беременной—въ зародышѣ—въ послѣдѣ—въ пуповинѣ— § 49.—Обстоятельства, наводящія на подозрѣніе умышленного выкидыванія; употребленіе плодоизгоняющихъ средствъ—наружныхъ—внутреннихъ; aphrodisiaca; philtrea § 50.—Употребленіе плодоизгоняющихъ средствъ самою беременною, или посторонними лицами—съ вѣдома или безъ вѣдома матери; послѣдствія для матери § 51.—Оцѣнка явленій, заставляющихъ думать что младенецъ пострадалъ отъ насильственного дѣйствія; признаки послѣдовавшей смерти плода въ маткѣ; признаки жизни младенца послѣ рожденія—на младенцѣ—послѣдѣ—пуповинѣ; признаки механическаго насилія § 53.—Уроды, недороды, клубни и заносы § 53.

ОТДѢЛЕНІЕ ВТОРОЕ.

СУБЪЕКТИВНЫЙ СОСТАВЪ ДѢЛА, ИЛИ ОБСТОЯТЕЛЬСТВА, ОТНОСЯЩІЯСЯ КЪ ПРЕСТУПНОМУ ДѢЙСТВІЮ ИЛИ НЕБРЕЖНОСТИ § 54—58.

Г Л А В А I.

УЧАСТІЕ СУДЕБНАГО ВРАЧА ПРИ РАСКРЫТИИ И ОПРЕДѢЛЕНІИ СУБЪЕКТИВНАГО СОСТАВА ДѢЛА § 54—56.

Задача судебной медицины при объясненіи субъективнаго состава § 54.—Соматическая и психическая сторона изслѣдованія—синтетическимъ или аналитическимъ способомъ, начиная съ послѣдствія или съ причины преступленія § 55.—Обозрѣніе вопросовъ рѣшаемыхъ судебнымъ врачомъ § 56.

Г Л А В А II.

ИЗСЛѢДОВАНИЕ СОМАТИЧЕСКИХЪ ОТНОШЕНІЙ МАТЕРИ § 57.

Г Л А В А III.

ИЗСЛѢДОВАНИЕ ПСИХИЧЕСКИХЪ ОТНОШЕНІЙ МАТЕРИ § 58.

V.

АРТИКУЛЬ 135-й

**УГОЛОВНАГО УЛОЖЕНІЯ ИМПЕРАТОРА КАРЛА V-го,
ПОСТАНОВЛЕНІЯ ПОЗДНѢЙШИХЪ, ДО КОНЦА XVIII-го СТОЛѢ-
ТІЯ ГЕРМАНСКИХЪ МѢСТНЫХЪ ЗАКОНОДАТЕЛЬСТВЪ**

и

**ВОЗЗРѢНІЯ ПРАКТИКИ
КАСАТЕЛЬНО САМОУБИЙСТВА.**

СОЧИНЕНІЕ

Г. ФОГЕЛЯ,

Философіи и правъ Доктора, Профессора при Казанскомъ Университетѣ.

АРТИКУЛЬ 135-^а

УГОЛОВНАГО УЛОЖЕНІЯ ИМПЕРАТОРА КАРЛА V-го, ПОСТАНОВЛЕНІЯ ПОЗДНѢЙШИХЪ, ДО КОНЦА XVIII-го СТОЛѢ- ТІЯ ГЕРМАНСКИХЪ МѢСТНЫХЪ ЗАКОНОДАТЕЛЬСТВЪ

и

ВОЗВРЪНІЯ ПРАКТИКИ

КАСАТЕЛЬНО САМОУБИЙСТВА.

Изъ многихъ упрековъ, сдѣланныхъ отчасти справедливо¹⁾, отчасти несправедливо²⁾ уголовному уложенію императора Карла V-го, упрекъ въ чрезмѣрной жестокости и кровожадности при опредѣленіи наказаній, кажется самымъ неосновательнымъ.

Такой упрекъ, конечно, можетъ казаться справедливымъ если мы обратимъ вниманіе единственно на списокъ опредѣленныхъ въ немъ наказаній, каковы: сожженіе, четвертованіе, колесованіе, отсѣченіе головы, висѣлица, утопленіе, закопаніе живыхъ, влеченіе къ лобному мѣсту, разтерзаніе раскаленными щипцами и т. п.; но всматриваясь ближе и безпристрастно во время и въ

¹⁾ Сюда принадлежить, по нашему мнѣнію, то обстоятельство, что законодатель, не опредѣляя часто самъ ни рода, ни степени наказанія, предоставляет это опредѣленіе благоусмотрѣнію судей.

²⁾ См. напр. Leuser, meditt. ad Pand. sp. 633, med. 1. Boehmer, praef. ad Carz. IV. — Hommel, Rhampsod. obs. 893.

обстоятельства, при которыхъ Каролина была составлена, и тѣ безчисленные затрудненія, которые законодатель долженъ былъ преодолѣть, и наконецъ, въ цѣль, къ достиженію которой законодатель стремился¹⁾, мы не можемъ не сознаться, что такое сужденіе о Каролинѣ было бы весьма поверхностно.

Главное затрудненіе законодателя состояло въ томъ, что нужно было дополнить и смягчить недостаточныя и жестокія опредѣленія существующихъ законовъ и обычаевъ постановленіями римскаго права, часто не менѣе жестокими. Самодѣятельность законодателя была, или совершенно исключена, или, по крайней мѣрѣ, весьма ограничена, на что самъ законодатель сѣтуетъ въ арт. 104 и 105, содержащихъ въ себѣ, такъ сказать, апологію недостатковъ сочиненія.

Съ одной стороны имперскіе чины, сдѣлавшіеся независимы, настойчиво держались правъ и обычаевъ, издревле существовавшихъ въ ихъ земляхъ; — съ другой же иностранныя права, преимущественно римское, уже тогда приобрѣли такую силу, что законодатель едва ли могъ отступать отъ нихъ.

Не смотря на эти затрудненія, постановленія Каролины рѣзко отличаются отъ прежнихъ законовъ и обычаевъ точностью и возможно меньшею жестокостью²⁾ и потому упрекъ въ жесто-

¹⁾ Законодатель имѣлъ въ виду не столько составленіе новаго, полнаго уголовного уложенія, сколько опредѣленіе лучшихъ правъ для уголовного судопроизводства и постановленіе для судей и засѣдателей.

²⁾ Поэтому и по другимъ достоинствамъ своимъ, Каролина была введена въ нѣкоторыхъ негерманскихъ государствахъ. — Такъ напр. она имѣла большое, посредственное или непосредственное, вліяніе на артикулы Устава Воинскаго, какъ это видно изъ сравненія сихъ послѣднихъ съ постановленіями Каролины. Возьмемъ напр. слѣдующія:

А Р Т . У С Т А В А В О И Н С К .

въ подлинникѣ

въ переводѣ

арт. С. С. С. 106.

арт. 4.

Кто пресвятую Матерь Божію . . . ругательными словами поносить, оный имѣетъ, по состоянію его особъ и хуленія тѣлеснымъ

Wer die heilige Mutter Gottes, die Jungfrau Maria . . . lästert, der soll nach Beschaffenheit der Person und der Lästerung an Leib, Leben

So eyner Gotts heilige Mutter die Inngfrau Maria schändet . . . sollen . . . darum an leib, leben ader glidern, nach gelegenheyt und gestalt

кости ея наказаніи падаетъ не столько на нее, сколько на рим-

наказаніемъ отсѣченія
сустава наказанъ или
живота лишень будетъ.

Кто прямое оборо-
нительное сопротивле-
ніе для обороны жи-
вота своего учинить,
и онаго, кто его къ
сему принудилъ, убь-
етъ, оный отъ всякаго
наказанія свободенъ.

Ежели кто другога
отравкою погубить, она-
го надлежитъ колесо-
вать.

Кто... нарочно...
городъ, село и дере-
вню... зажжетъ, оный...
якозажигатель... смер-
тію имѣетъ быть каз-
ненъ и соженъ.

Кто живую прися-
гу учинить, ... оному
надлежитъ два пальца,
которыми онъ прися-
галъ, отсѣчь....

Ежели такой клятво-
преступникъ чрезъ свою
живую присягу кому
чинить вредъ на глѣ...
то онаго надлежитъ по

oder Gliedern gestraft
wer den.

156

Der aber eine rechte
Nothwehr zur Rettung
seiner Leibes und Le-
bens thut, und denjeni-
gen der ihn also nö-
thiget in solcher Noth-
wehr entleibet, der ist
von aller Strafe frey.

162

Wer einen andern
mit gift umbringt der
soll mit dem Rade vom
Leben zum Tode ge-
bracht werden.

178

Wer vorsaeztlicher
Weise... in Staedten,
Flecken oder Dörfern...
Feuer an'egt... der
soll... als ein Mord-
brenner am Leben ge-
strafft, enthauptet und
verbrennt werden.

196

Wer einen falschen
Eid schwöret... dem
sollen die zwei Finger,
mit denen er geschwo-
ren, abgehauen... wer-
den.

197

Schadet ein solcher
Meineidiger jemanden
durch seinen falchen Eid
an Leibe... so soll er
nach Beschaffenheit der

der person und lesterung
gestrafft werden.

139

...welcher eyn re-
chte notweer, zu ret-
tung seines leibs und
lebens thut, und denjhe-
nen, der jn also benö-
tigt inn solcher notweer
entleibt, der ist darumb
niemants nit schuldig.

130

...Wer iemandt
durch gift... an leib
oder leben beschedi-
get... der soll...
mit dem rath zu todt
gestrafft werden.

125

...Die boshaftigen
überwunden brenner sol-
len mit dem fewer vom
Leben zum Todt geri-
cht werden.

107

...Welcher... eyn
meyneydt schwert...
solchen falschscherern
sollen di ezwen Finger,
damit sie geschworen,
abgehauen werden.

107

Wo aber eyner durch
seinen falschen eydt
jemand zu peinlicher
straff schwüre, derselbig
soll mit der peen, die er

ское право, а преимущественно на древнее германское зако-

розыску жестоко нака-
зывать, а иногда и весь-
ма живота лишить.

Sache.. hart und ernst-
haft und wohl gar am
Leben gestraft werden.

fälschlich auf einen an-
dern schwüre, gestraft
werden.

199

Кто лживую монету
будет бить или дѣлать,
онъ имѣетъ живота
лишень, . . . сожженъ
быть.

Wer falsche Münze
schläget oder macht, der
soll am Leben gestraft....
verbrannt werden.

111

Welche falsche münz
machen . . . die sollen...
mit dem feuer vom Le-
ben zum todt gestraft
werden.

ТОЛКОВАНІЕ

Монета троякимъ об-
разомъ фальшиво дѣ-
лается: 1) когда кто
воровски чужимъ че-
каномъ напечатаетъ, 2)
когда не прямую руду
(металлъ) примѣшаетъ,
3) когда кто у моне-
ты надлежащій вѣсъ
отыметъ. . . .

Die Münze wird auf
dreyerlei Weise gefäl-
schet, 1) wenn einer
betrüglicher Weise eines
andern Stempel darauf
schläget; 2) wenn einer
unrechtes metall dazu
setzet; 3) wenn einer
der Münze ihre wahre
Schwere gefährlich be-
nimmt.

. . . .In dreyerley
weiss wird die münz
gefelscht. Erstlich wenn
eyner betrieglicher weis
eyns andern zeychen da-
rauf schlecht. Zum an-
dern wenn eyner un-
recht metall dazu setz;
Zum dritten, so eyner
der münz jre rechte
schwere geucrich be-
nimbt.

Такое сходство видно еще во многихъ другихъ артикулахъ Уст.
Воинскаго и Каролины. Такъ напр. находится большое сходство ме-
жду артикулами:

Устава В.	и	Каролины.
149	—	110
159 и толков.	—	146
165 и 166	—	116
186	—	172
193	—	170
195	—	164 и 166.

Мы ссылаемся еще на два артикула, которые намъ показываютъ,
что Петръ Великій при составленіи воинскаго устава пользовался не
только Каролиною, но и позднѣйшими законодательствами, а именно сак-
сонскимъ, и кромѣ того даже сочиненіями тогдашнихъ практиковъ. —
Такъ напр. между тѣмъ, какъ по Каролинѣ, арт. 119, изнасилованіе от-
носилось только къ честнымъ женщинамъ; въ Const. 31 Aug. Elect. Sax.

подательство, жестокое, въ самомъ дѣлѣ до крайности, даже незадолго до обнаруженія Каролины¹⁾.

оно распространено было на женщинъ вообще, все равно честныхъ или нечестныхъ. На это постановленіе вѣроятно ссылается Петръ Великій въ своемъ толкованіи арт. 167, гдѣ онъ говоритъ: «хотя « правда нѣкоторыя права насиліе надъ явномъ блудницею не жестоко наказывать повелѣваютъ, однакожь сіе все едино; ибо насиліе есть насиліе, хотя надъ блудницею или честною женою, и « надлежитъ судѣ не на особу но на дѣло и самое обстоятельство « смотрѣть, въ чемъ саксонскія права вѣло согласуются.»

Доказательствомъ того, что безсмертный преобразователь Россіи зналъ лучшія сочиненія тогдашнихъ германскихъ криминалистовъ и пользовался ими, можетъ служить намъ, изъ многихъ другихъ примѣровъ толкованіе арт. Уст. В. 1.— Между тѣмъ, какъ Каролина въ арт. 109 опредѣляетъ: «Item so jemandt den leuten « durch zauberey schaden oder nachtheyl zufügt, soll man straffen vom « leben zum todt, und man soll solche straff mit dem feuer thun. « Wo aber jemandt zauberey gebraucht, und damit niemant schaden « gethan hett, soll sunst gestrafft werden, nach gelegenheyt der « sach. . . .», назначая наказаніе смотря только потому, учиненъ ли чародѣйствомъ вредъ, или нѣтъ; по мнѣнію практиковъ, именно Карпцова (сл. его Practicae povae regum criminal. Pars. 1, 9 и 49, по: 13, 18, 23 и 27), мѣра наказанія зависитъ отъ того, имѣлъ ли чернокнижець дѣйствительно обязательство съ діаволомъ или нѣтъ; основываясь на этомъ мнѣніи практики, Петръ Великій востановилъ въ толкованіи арт. 1-го: «Наказаніе сожженія есть « обыкновенная казнь чернокнижцамъ, ежели оный своимъ чаро- « дѣйствомъ вредъ кому учинилъ, или дѣйствительно съ діаволомъ « обязательство имѣеть. А ежели жъ онъ чародѣйствомъ своимъ « никому никакова вреда не учинилъ и обязательства съ сатаномъ « никакова не имѣетъ» и т. п.

¹⁾ Длинный списокъ ужаснѣйшихъ наказаній, бывшихъ въ употребленіи въ Германіи еще въ началѣ 16-го столѣтія, намъ представляетъ сочиненіе Конрада Целтса. (Conrad. Celtes de origine, situ moribus et instit. Norimberg. c. 14, de poenis sontium). Онъ говоритъ: Eos, qui delicta committunt, levi etiam aliquando causa, diversis poenis et generibus tormentorum exquisitis afficiunt, aut quaestionibus subjectos damnant, ut sint reliquis documento, et magnitudo poenae alios perterreat; alios ad palum in foro vinctos, ferreo lupato circa collum adacto coram multitudine stare cogunt, publico foro vulgique ludibriis et ignominiiis exponentes. — Alios per urbem virgis ad cruorem caesos ante portas deducunt, et ab urbe et

Какъ несправедливъ упрекъ неумѣренной строгости и жестокости, сдѣланный уголовному уложенію императора Карла V-го, видно также изъ того, что позднѣйшимъ практикамъ и разнымъ партикулярнымъ германскимъ законодательствамъ казалось иногда эта жестокость недовольно суроюю.

Доказательствомъ того, (что суровость Каролины казалась недостаточною позднѣйшимъ законодателямъ и практикамъ), мо-

trans nemora et quatuor flumina proscribunt. Aliis oculorum orbem effodiunt, aut praesectis auribus et amputata manu urbe expellunt. Linguas Dei sanctorumque blasphematoribus praescindunt, digna tra-goediis materia et de Oedipo Theseoque decantata. — In nullos saevius graviusque quam in latrones, fures et patriae hostes animadvertentes. Falsarios mercium aut monetarum, sacrarumque aedium spoliatores et sacrilegos vivos rogo aut ad stipitem vinctos cremant, inserto subascellio, capiti inguinibusque nitri pulvere, ut flamma fomentum capiat. Latrones et parricidas non crucibus agunt, aut caeleis insuunt, sed aculeatis rotis tibias et lacertorum moras confringunt, contritisque omnibus ossibus carnifex cervicem, praecordia haemerosque ingentis rotae citato impetu pulsat: dein lacerum et deforme cadaver, spirantibus calentibusque adhuc venis, volucris exponunt. At quibuscum mitius agitur, vivos prius ense percutiunt, in mortuos et exanime corpus saevientes. Nec ad has poenas miseris proficisci datur, sed equo adligatos, supinos ad haec tormenta trahunt, per saxa, lacunas, voragine imbricesque platearum miserorum corpora lacerantes; obiter uncis flammatisque forcipibus carnulentiora corporis loca vellecantes, foedum illud ingermanicae severitatis triste spectaculum, nec ad coercenda latrocinia, caedes et rapinas perditissimorum hominum sufficiens et efficax exemplum dum lacera corpora et truncos artus et infecte tabe canibus et saevialitibus cadavera exponunt. Hostibus patriae et in eam conjurantibus exta rimantur, carnifex primum cor scrutatur, exsectis deinde caeteris intestinis corpus exenteratum in quatuor partes lancinat, aut manus et crura exseruntur. Has tanquam ex religione ante urbis portas palis et crucibus affixas ad quatuor mundi regiones et coeli cardines exponunt. Perjurii reis digitos, quibus illi, tactis sacris, coelestia numina in testes vocaverant, amputant. Falsariis monetae caetero frontibus aut genis indelibilem characterem inurunt. — Nec mulieribus, tantus severitatis et justitiae rigor est, parcitur. quae cum toxico aut amatorio poculo lymphaticos fecerint, aut fascinatione aut superstitione infamatae fuerint, vel quae partum necaverint, aut imaturum excusserint, diversis suppliciis afficiunt, aut caleo insutas submergunt, aut igne vitam adimunt, aut vivas humo defodiunt.

жетъ служить, вмѣсто многихъ другихъ, арт. 135 угол. улож. Карла V-го¹⁾). Въ немъ сказано:

«Item wann jemandt beklagt und inn recht erfordert oder bracht
«würde, von sachen wegen, so er der überwunden sein leib und gut
«verwürckt hett, und ausz forcht solcher verschuldter straff sich selbs
«ertödt, des erben sollen inn disem fall seins guts nit vehig oder
«empfangklich, sondern solch erb und gütter der oberkeyt, der die
«peinlichen straff, busz, und fell zustehen, heymgefallen sein. Wo sich
«aber eyn person ausserhalb obgemelter offenbaren ursachen auch in
«fellen, da er sein leib alleyn verwirckt, oder sunst ausz krankheyten
«des leibs melancolie, gebrechlicheyt jrer sinn oder ander dergleichen
«blödigkeyten selbs tödtet, derselben erben sollen desshalb an jrer
«erbschafft nit verhindert, werden, und darwider keyn alter gebra-
«uch, gewonheyт, oder satzung statt haben, sondern hiemit revocirt,
«cassirt und abgethan sein, und in disen und andern dergleichen fellen,
«unser Kayserlich geschriben recht gehalten werden.»

Смысль этого артикула ясенъ — Обвиняемый въ такихъ преступленіяхъ, которыя въ случаѣ изобличенія подсудимаго влекли бы за собою конфискацію имѣнія, не освобождается отъ этого наказанія самоубійствомъ. Самоубійство считалось безмолвнымъ признаніемъ вины. Но во всѣхъ другихъ случаяхъ самоубійцы должны быть судимы по постановленіямъ римскаго права.

Конечно законодатель могъ бы гораздо короче опредѣлить, что самоубійства вообще имѣютъ быть судимы по римскому праву, и отнюдь не по древнимъ отечественнымъ законамъ и обычаямъ, такъ какъ и первая часть этого артикула несомнѣнно содержитъ въ себѣ правило римскаго права, временъ Адріана²⁾). Но вѣроятно Карлъ имѣлъ въ виду указать судьямъ ту точку зрѣнія, съ которой они должны были смотрѣть на правила римскаго права, относящіяся къ самоубійству.

Извѣстно что уже въ 16-мъ столѣтіи вопросъ о настоящемъ смыслѣ постановленій римскаго права о самоубійствѣ былъ предметомъ многихъ преній, продолжавшихся до новѣйшихъ временъ, и этотъ вопросъ до сихъ поръ еще неокончательно рѣшенъ.

И такъ для лучшаго объясненія нашего артикула мы должны пуститься въ контроверсы о томъ: какія были воззрѣнія Римлянъ вообще на самоубійство. Для этого кажется намъ не излишнимъ, сперва бросить бѣглый взглядъ на мнѣнія главныхъ представителей римской народности, философовъ и дѣписате-

¹⁾ Этотъ артикулъ имѣетъ надпись: Straff eigner tödtung.

²⁾ О томъ ниже.

лей, а потомъ точнѣе разсмотрѣть мнѣнія правовѣдовъ и постановленія законодательства о самоубійствѣ.

Во первыхъ, что касается римскихъ философовъ, то не можетъ быть никакого сомнѣнія въ томъ, что они, всѣ почти безъ исключенія ¹⁾, считали самоубійство не только непротивуравственнымъ, преступнымъ, но даже похвальнымъ подвигомъ. И это неудивительно, потому что философы римскіе, почти всѣ безъ исключенія, принадлежали къ сектѣ стоиковъ а эта секта, особенно въ томъ искаженномъ видѣ, въ которомъ она является въ сочиненіяхъ римскихъ философовъ, не могла не одобрять самоубійства.

Разсмотримъ же съ какой точки зрѣнія философы смотрѣли на самоубійство, а именно старшій Плицій, Сенека и Антонинъ.

Плицій говоритъ ²⁾:

Ex omnibus bonis, quae homini tribuit natura, nullum est melius tempestiva morte, in eaque id optimum, quod illam sibi quisque praestare potest.

¹⁾ Сюда принадлежатъ нѣкоторыя мѣста Цицерона, который, какъ Элеттикъ, то одобряетъ, то не одобряетъ самоубійство. Такъ напр. *Quaest. Tusc. 1. 30*, онъ говоритъ: «*Vetat enim dominans ille in nobis Deus, injussu hinc nos suo demigrare.*» сл. *Somn. Scip. III*. Въ другомъ же мѣстѣ, гдѣ онъ разсуждаетъ какъ Стоикъ, онъ говоритъ: «*In his, (quae scilicet secundum naturam sunt), et excessus e vita, et in vita mansio. In quo enim plura sunt, quae secundum naturam sunt, hujus, officium est in vita manere; in quo autem sunt plura contraria, aut, fore videntur, hujus officium est e vita recedere.* Но противъ перваго изъ приведенныхъ нами мѣстъ уже Сенека (*Epist. 70*) говоритъ: *hoc qui dicit, non videt libertati se viam claudere. Nil melius aeterna lex fecit, quam quod unum introitum nobis ad vitam dedit, exitus multos. Ego expectem vel morbi crudelitatem, vel hominis, cum possim per media exire tormenta et adversa discutere. Hoc est unum cur de vita non possimus queri, neminem tenet.* Мы разсматриваемъ здѣсь мнѣнія философовъ особенно потому, что ученіе ихъ имѣло большое вліяніе на правовѣдовъ, какъ видно изъ многихъ мѣстъ римскаго права. Кроме того нельзя было ихъ обойти и потому, что и тѣ, по мнѣнію которыхъ у Римлянъ самоубійство считалось противуравственнымъ, преступнымъ, также ссылаются на оныхъ.

²⁾ *Epist. 12.*

Сенека же :

Malum est in necessitate vivere, sed in necessitate vivere, necessitas nulla est.

**Patent undique ad libertatem viae multae, breves, faciles. Agam-
mus Deo gratias, quod nemo in vita retineri potest¹⁾.**

**Cicuta magnum Socratem fecit.— Catoni gladium, assertorem
libertatis extorque, magnam partem detraxeris gloriae²⁾.**

**Quanta est animi magnitudo, ad id sua sponte descendere, quod
nec ad extrema redactis timendum sit.— Hoc est praevertere tela
fortunae³⁾.**

**Si quando res exiget, nihil nos detineat nec impediatur, quominus
parati simus, quod quandoque faciendum est, statim facere⁴⁾.**

**Meditare utrum commodius sit, vel mortem transire ad nos, vel
nos ad eam⁵⁾.**

**Etiam cum ratio suadet finire, non temere nec cum procurso
capiendus est impetus. Vir fortis ac sapiens non fugere debet e vita,
sed exire⁶⁾.**

**Corpus animi pondus ac poena est: premente illo urgetur, nisi
accessit philosophia. Contemptus corporis sui certa libertas est⁷⁾.**

**Si inutile ministeriis est corpus, quidni oporteat educere animum
laborantem⁸⁾.**

**Si senectus coeperit concutere mentem, si partes ejus convellere,
si mihi non vitam reliquerit, sed animum, prosilium ex aedificio pu-
trido ac ruenti⁹⁾.**

**Exerce te, ut mortem et excipias, et, si ita res suadebit, arcessas.
Interest nihil, an illa ad nos veniat, an ad illam nos¹⁰⁾.**

Vita, si moriendi virtus abest, servitus est¹¹⁾.

Sapiens vivit quantum debet, non quantum potest¹²⁾.

¹⁾ Epist. 70.

²⁾ Ep. 13, cf. Ep. 67.

³⁾ Ep. 18.

⁴⁾ Ep. 26.

⁵⁾ Тамъ же.

⁶⁾ Ep. 24.

⁷⁾ Ep. 65.

⁸⁾ Ep. 58, cf. Ep. 63.

⁹⁾ Ep. 58.

¹⁰⁾ Ep. 69.

¹¹⁾ Ep. 77.

¹²⁾ Ep. 70.

Non sumus in ullius potestate, cum mors in nostra potestate sit ¹⁾).

Nil obstat erumpere et exire cupienti ²⁾).

Ipse Deus cavet, ne quis in vita nos detineat ³⁾).

Nihil aeterna lex melius fecit, quam quod unum introitum nobis ad vitam dedit, exitus multos ⁴⁾).

Императоръ Антонинъ пишетъ:

Omnibus vita se private concessum, si ita vivere illis non licet ut φύσις τῆ λόγιῶν καὶ κοίνοισι ζῶν postulat.

Но чтобы не сказали намъ въ опроверженіе вышеназженныхъ мнѣній римскихъ философовъ, что философы были болѣе представителями какой либо известной школы, нежели народнаго образа мыслей, то рассмотримъ взглядъ и мнѣнія бытописателей, которые еще лучше докажутъ справедливость нашего мнѣнія, что у Римлянъ самоубійство въ самомъ дѣлѣ не считалось ни противунравственнымъ поступкомъ, ни преступленіемъ.

Такъ напр. рассказываетъ Плиній младшій:

Corellium quidem summa ratio, quae Sapientibus pro necessitate est ad hoc consilium, arcessendae scilicet mortis, compulsi, quamquam plurimas vivendi causas habentem, optimam famam, maximam auctoritatem ⁵⁾).

Nil est illo Aristone — gravius, sanctius, doctius. . . . Nupere paucosque mecum, quos maxime diligit, advocavit, rogavit ut medicos consuleremus de summa valetudine, ut, si esset insuperabilis, sponte exiret e vita; sin tantum difficilis et longa, resisteret maneretque. Id ego arduum imprimis et praecipua laude dignum puto. Nam impetu quidem et instinctu procurrere ad mortem, commune cum multis; deliberare vero et causas ejus expendere, utque suascrit ratio, vitae mortisque consilium suscipere vel ponere, ingentis est animi ⁶⁾).

Modo nuntiatum est Silicus Italicus in Neapolitano suo vitam inedia finisse ⁷⁾).

Arria marito et solatium mortis et exemplum fuit. Aegrotabat Caecina Paetus, maritus ejus, aegrotabat et filius, uterque mortifere ut videbatur. Filius decessit, eximia pulchritudine, pari verecundia, et parentibus non minus ob alia carus, quam quod filius erat. Huic illa

¹⁾ Epist. 70.

²⁾ Тамъ же.

³⁾ Тамъ же.

⁴⁾ Тамъ же.

⁵⁾ Epist. I. 12.

⁶⁾ Epist. I. 22, cf. Sen. Ep. 77.

⁷⁾ Epist. III. 7.

ita funus paravit, ita duxit exequias ut ignoraret maritus. Quinimmo quoties cubiculum ejus intraret, vivere filium atque etiam commodiorem esse simulabat. Deinde cum diu cohibitae lacrimae vincerent prorumperentque, egrediebatur. Tum se dolori dabat. Satiata, siccis oculis, composito vultu redibat, tanquam orbitatem foris reliquisset. Praeclarum quidem illud ejusdem, ferrum stringere, perfodere pectus, extrahere pugionem, porrigere marito, addere vocem immortalem ac paene divinam: Paete, non dolet¹⁾.

Самъ даже Тацитъ, этотъ строгій цензоръ своего вѣка, хотя и повѣствуетъ о многихъ случаяхъ самоубійства, нигдѣ и никогда не осуждаетъ его. Напр.

Silvanus — frustra tentato ferro, venas praebuit exsolvendas²⁾.

Cremutius Cordus, egressus senatu, vitam abstinentia finivit³⁾.

Agrestis quidam, cum ad quaestionem retraheretur, connisu proripuit se custodibus, saxoque caput adflixit, ut statim exanimaretur⁴⁾.

Silanus imminentem damnationem voluntario sine praevertit⁵⁾.

Sejanus gladio incubuit⁶⁾.

Clodius Quirinalis veneno damnationem antevertit⁷⁾.

Vitellius, petito per speciem studiorum scalpro, levem ictum venis intulit, vitamque finivit⁸⁾.

Vestilius venas resolvit⁹⁾.

Arruntius venas resolvit¹⁰⁾.

Coccejus Nerva, continuus Tiberii, omnis divini humanique juris sciens, integro statu, corpore inlaeso, moriendi consilium cepit. Quod ut Tiberio cognitum, causas requirere, addere preces, fateri postremo grave fore conscientiae, grave famae suae, si proximus amicorum nullis moriendi rationibus vitam fugeret. Aversatus sermonem Nerva abstinentiam cibi conjunxit¹¹⁾.

¹⁾ Ерр. III. 7. — сл. Тац. Анн. XV. 64. 65.

²⁾ App. IV. 22.

³⁾ Тамъ же. 34.

⁴⁾ Тамъ же. 45.

⁵⁾ Тамъ же. 20.

⁶⁾ Тамъ же. V. 7.

⁷⁾ Тамъ же. XIII. 30.

⁸⁾ Тамъ же. V. 8.

⁹⁾ Тамъ же. VI. 9.

¹⁰⁾ Тамъ же. — 48.

¹¹⁾ Тамъ же. — 26.

Pomponius Labeo per abruptas venas sanguinem effudit, aemulataque est uxor Paetae¹⁾.

Scaurus, ut *dignum* veteribus Aemiliis, damnationem anteit, hortante Sextia uxore, quae incitamentum mortis et particeps fuit²⁾.

C. Galba, consularis et duo Blaesi voluntario exitu cecidere³⁾.

Sextus Papinius repentinum et informem exitum delegit jacto in praesepe corpore⁴⁾.

Не смотря на удивительное и странное сходство воззрѣній римскихъ философовъ и бытописателей и не смотря на содержаніе всѣхъ вышеприведенныхъ нами мѣстъ, другіе ученые старались доказать будто бы по свидѣтельству тѣхъ же и иныхъ римскихъ историковъ, самоубійство у Римлянъ считалось противуправственнымъ, преступнымъ; что оно подвергалось наказанію, влекло за собою то лишеніе погребенія, то конфискацію имѣнія, то недѣйствительность духовныхъ завѣщаній, то запрещеніе носить трауръ по самоубійцамъ, и что эти наказанія только тогда не имѣли мѣста, когда намѣревавшійся учинить самоубійство предварительно испрашивалъ и получалъ на то дозволеніе начальства. Но нетрудно доказать, что всѣ эти мнѣнія очень неосновательны.

Такъ напр. въ доказательство того что, по свидѣтельству историковъ, самоубійцы у Римлянъ уже со временъ царей были лишаемы погребенія, ссылаются на Плинія старшаго, Сервія и Квинтиліана.

Плиній говоритъ :

Cum id opus (s'occas) Tarquinius Priscus plebis manibus faceret, essetque labor incertum longior an periculosior, passim conscita morte Quiritibus taedium fugientibus, novum et inexcogitatum antea posteaque remedium invenit ille rex, ut omnium ita defunctorum figeret crucibus corpora, spectanda civibus, simul et feris volucrisque laceranda⁵⁾.

Не говоря уже, что описаніе сообщаемого Плиніемъ происшествія теряется въ мракъ древнѣйшей римской исторіи, изъ этого разсказа ничего не слѣдуетъ въ пользу ихъ мнѣнія. Изъ него можно заключить только то, что Тарквиній для достиженія своей цѣли, окончанія клоаковъ, прибѣгъ къ терроризму; онъ страхомъ и употребленіемъ совершенно новыхъ какъ прежде, такъ и по-

¹⁾ Ann. VI. 29.

²⁾ Тамъ же. 29.

³⁾ Тамъ же. 40.

⁴⁾ Тамъ же. 49, cf. тамъ же. XV. 57. 63. 64.

⁵⁾ Hist. natur. 36. 24, cf. Servius ad Ann. XII. 603.

слѣ него неслыханныхъ, крайнихъ мѣръ, хотѣлъ дѣйствовать на умъ измученныхъ работниковъ.

Труднѣе, повидимому устранить мѣсто Сервія ¹⁾ къ Энеидѣ Виргилиевой, гдѣ сказано:

Sane sciendum, quod cautum *suorat* in pontificalibus libris, ut, qui laqueo vitam finisset, insepultus abjiceretur.

Но и оно вовсе не доказываетъ того, что обыкновенно въ немъ предполагаютъ. Ибо допуская даже, что такъ называемыя libri pontificales существовали, и что они содержали въ себѣ это постановленіе, изъ слова «*suorat*», можно заключить что это наказаніе уже давно вышло изъ употребленія.

Далѣе, это мѣсто говоритъ только о повѣсившихся, а отнюдь не о всѣхъ самоубійцахъ. А что и повѣсившіеся не лишались погребенія, даже торжественнаго, это ясно видно изъ Валерія Максима, который рассказываетъ, что Д. Силянъ, сынъ Т. Мавлія, повѣсившійся, былъ торжественно погребенъ ²⁾. Что касается всѣхъ другихъ самоубійцъ, то Непотъ ³⁾ и Тацитъ ⁴⁾ свидѣтельствуютъ, что они были не только погребаемы, но и со всѣми обрядами торжественными, при погребеніи вообще употреблявшимися. Тацитъ говоритъ: *promptas ejusmodi mortes metus carnificum faciebat, et quia damnati sepultura prohibebantur; eorum qui de se statuebant, humabantur corpora, pretium festinandi.* О томъ что въ приведенномъ мѣстѣ Тацита «*humari тождественно съ sepultura non prohiberi*», не можетъ быть никакого сомнѣнія, это видно изъ Плинія и Непота. По Плинію *sepultus* называется, *quoque modo conditus; humatus vero humo contactus*; а Корнелій Непотъ (про Аттика) говоритъ: *sepultus est juxta viam Appiam in monumento avunculi sui.*

Неосновательнѣе и то мнѣніе, хотя и столь же древнее, сколько и обще разпространенное, что у Римлянъ самоубійцы подвергались конфискаціи имѣнія.

Защитники этаго мнѣнія ссылаются на одно мѣсто Тита Ливія ⁵⁾ и на Валерія Максима ⁶⁾.

Ливій говоритъ: *Appius sibi mortem conscivit. . . . Oppius quoque ante judicii diem finem vitae fecit. Bona Appii Oppiique tribuni*

¹⁾ XII. 603.

²⁾ V. 8. 3.

³⁾ Vit. Att. 22.

⁴⁾ Ann. VI. 29.

⁵⁾ III. 58.

⁶⁾ IX. 12.

publicavere. Collegae eorum exilii causa solum verterunt; bona publicata sunt.

Валерія Максимъ разсказываетъ :

C. Licinius Macer, vir praetorius, Calvi pater, repetundarum reus, dum sententiae dicerentur, in Maenianum conscendit. Siquidem cum M. Ciceronem, qui id iudicium cogebat, praetextam ponentem videret, misit ad eum, qui diceret, se non damnatum. sed reum perisse, nec sua bona hastae posse subjici. Ac protinus poenam morte praecurrit. Qua cognita re, Cicero de eo nihil pronuntiavit. Igitur illustris ingenii orator et ab inopia rei familiaris et a crimine domesticae damnationis. inusitato paterni fati genere, vindicatus est.

Но приведенное мѣсто Ливія доказываетъ только то, что ни смерть, ни оставленіе отечества не могли освободить обвиняемаго въ такомъ преступленіи, которое влекло за собою конфискацію имѣнія, отъ этаго наказанія; а мѣсто Валерія служитъ яснымъ доказательствомъ того, что самоубійство считалось средствомъ освобожденія отъ конфискаціи имѣнія, даже въ томъ случаѣ, когда подсудимый былъ обвиненъ въ преступленіяхъ, влекущихъ за собою конфискацію имѣнія.

Что наше толкованіе этихъ мѣстъ непогрѣзительно, это видно изъ Діона Кассія¹⁾ и разныхъ мѣстъ Тацита. Первый говоритъ: οἱ δὲ δὴ πλείους αὐτοὶ ἑαυτοῖς πρὶν ἄλλῶναι διεφθεῖραν. ἐποίησαν δὲ τοῦτο μάστιγι μὲν, τῷ μῆτε τὴν ὑβρίν, μῆτε τὴν ἀλαίαν φέρειν. Ἡδε δὲ, καὶ ὅπως αἱ παῖδες τῶν οὐδεῶν αὐτοῦς κληρονομῶσιν. Последний же многими примѣрами объясняетъ, что самоубійство, даже подсудимыхъ, было самое лучшее средство избѣгать конфискаціи. Напр. Silius imminentem damnationem voluntario fine praeventit. Quia Cornutus sua manu ceciderat, actum de praemiis accusatorum abolendis, si quis Majestatis postulatus, ante perfectum iudicium se ipse vita privavisset.

Впрочемъ дѣйствительно были случаи, хотя и рѣдкіе, что имѣнія самоубійцъ конфисковались. Это видно изъ Ливія²⁾, Діона Кассія³⁾, Плинія⁴⁾ и Тацита⁴⁾. Особенно важенъ примѣръ Ци-

¹⁾ Dis Cas. LVIII. 15.

²⁾ См. примѣч. 50

³⁾ 1, с. сл. примѣч. 52. ὀλίγοι γὰρ πάντων τῶν ἐθελοντηδὲν πρὸ τῆς διωγῆς τελευτῶντων ἐδημεύοντο.

⁴⁾ Ерр. III. 9.

⁴⁾ Silius imminentem damnationem voluntario fine praeventit. Saevitum tamen in bona. Ann. IV. 19 20.

Libo vocare percussorem, prensare servorum dextras, irritare gladium. Accussatio tamen... parata; bona inter accusatores dividuntur. Ann. II. 31. 32.

ня: *Marius accusationem vel fortuita, vel voluntaria morte praevertit. Nihilominus Baetica etiam in defuncti accusatione perstabat. Provisum hoc legibus, intermissum tamen et post longam interjectionem tunc (во время Адриана) reductum.* Здѣсь легко соединить мѣсто Ливія съ вышеприведеннымъ мѣстомъ Валерія Максима¹⁾. Эти законы, о которыхъ говоритъ Плиніи, дѣйствовали уже во время Децемвировъ, но они вышли изъ употребленія, вновь же стали употребляться въ царствованіе Тиберія и, наконецъ, были окончательно введены и утверждены Адрианомъ. Впрочемъ, что въ царствованіе Тиберія было немного случаевъ конфискація имѣнія подсудимыхъ умершихъ, или лишившихъ себя жизни, или обратившихся въ бѣгство до окончательнаго рѣшенія дѣла, это можно заключить изъ слова Діона Кассія «*βλίυοι.*»

Въ опроверженіи мнѣнія тѣхъ, которые полагаютъ, что по возрѣнію Римлянъ духовныя завѣщанія самоубійцъ оставались недѣйствительными, довольно будетъ сослаться на слова Тацита: *Eorum, qui de se statuebant, manebant testamenta. Mella resolvit venas scriptis codicillis*²⁾. Seneca... sine ullo funeris sollenni crematur. Ita codicillis praescripserat³⁾.

Наконецъ что касается мнѣнія тѣхъ, которые полагаютъ, будто самоубійство тогда только оставалось безъ наказанія, когда намѣревавшійся учинить оное, предварительно излагалъ императору, или сенату побудительныя къ тому причины, то мы должны замѣтить слѣдующее:

Мнимыми доказательствами защитниковъ этаго мнѣнія, служатъ нѣкоторыя мѣста изъ декламаций Квинтиліановыхъ и изъ Діона Кассія.

Правда Квинтиліанъ говоритъ⁴⁾: *Qui causas voluntariae mortis non reddiderit, insepultus abjiciatur, u, qui causas voluntariae mortis in senatu non approbaverit, insepultus abjiciatur.*

Но, надежно ли свидѣтельство Квинтиліана?

¹⁾ См. примѣч. 50 и 51.

²⁾ Апп. XVI. 17.

³⁾ Тамъ же XV. 64. Сенека какъ училъ, такъ и скончался. — Seneca... durante tractu et lentitudine mortis, Statium Annaeum... orat, provisum jam pridem venenum... promeret, adlatumque hant... Postremo stagnum calidae aquae introit, respergens proximos servorum, addita voce: libare se liquorem illum Iovi Liberatori. Exin baleo inlatus et vapore ejus exanimatus, sine ullo funeris solenni crematur. Ita codicillis praescripserat.

⁴⁾ Declamatt. 4. 337.

Уже другими ясно доказано, что не Квинтиліанъ сочинитель этихъ декламаций, которыя по большой части суть ораторскія упражненія, наполненныя вымышленными законами, никогда въ Римѣ не дѣйствовавшими, и часто одни другимъ противорѣчащими.

Не въ правѣ ли мы поэтому считать выдуманнѣмъ содержаніе этихъ декламаций, на которыя ссылаются Винклеръ и Германъ, тѣмъ болѣе, что ни Тацитъ, ни другіе историки этой эпохи ни слова не упоминаютъ о томъ, что учинившіе самоубійство безъ одобренія начальства оставались непогребенными¹⁾.

Положимъ что эти декламации въ самомъ дѣлѣ Квинтиліановы, положимъ даже, что законы, на которые Квинтиліанъ ссылается, невымышлены; развѣ изъ этаго можно заключить, что всегда и вездѣ намѣревавшіеся учинить самоубійство должны были просить дозволенія начальства и объяснять причины, ихъ къ тому побуждавшія? Квинтиліанъ просто говоритъ: *lex placida, mitis, causas reddi voluit, non aestimari*²⁾.

Что касается до Діона Кассія, то въ самомъ дѣлѣ у него находится одинъ примѣръ, указывающій, кажется, на то, что требовалось со стороны начальства одобреніе причинъ, побуждающихъ къ самоубійству. Но всѣ ссылавшіеся на это мѣсто, не поняли хорошо смыслъ его, держась болѣе перевода Реймара, нежели самаго подлинника.

Въ подлинникѣ сказано: *ὁ Εὐφράτης ὁ φιλόσοφος ἀπέθανεν ἐθελούτως, ἐπιτρέψαντος αὐτῷ καὶ τοῦ Ἀδριανοῦ... πικρῶν.. πικρῶν.*

Эти слова переведены Реймаромъ такъ: *Euphrates philosophus obiit mortem voluntariam, quum ei concessisset Hadrianus*³⁾.

Съ перваго взгляда видно, что переводъ Реймара невѣренъ, какъ уже Фалькъ⁴⁾ замѣтилъ. Въ немъ пропущена частица «καὶ», которая здѣсь весьма важна.

По нашему мнѣнію надобно переводить: *ipso Hadriano ei cedente, или non repugnante, dissuadente.*

При такомъ толкованіи приведеннаго мѣста Діона Кассія нельзя не согласиться, что оно вовсе не доказываетъ, будто у Римлянъ самоубійство тогда только оставалось ненаказаннымъ, когда оно совершалось съ дозволенія начальства. Адрианъ, вѣроятно, присутствовавшій при кончинѣ Эвфрата вмѣстѣ съ другими друзьями, не какъ императоръ, а какъ и другіе, не могъ, или не хотѣлъ отговорить его отъ исполненія его намѣренія, точно

¹⁾ Wächter l. c. стр. 264.

²⁾ Winkler l. c. стр. 36.

³⁾ LXIX. 8.

⁴⁾ Сл. Neues Archiv des Criminalr. XI. 145.

такъ, какъ Тиберию не удалось отговорить Нерву отъ самоубійства. А что Евфратъ стоилъ того, чтобъ Адрианъ самъ старался отклонить его отъ исполненія его намѣренія, это видно изъ некролога Плинія ¹⁾).

Подтверженіемъ нашего мнѣнія служатъ наконецъ и слова Валерія Максима ²⁾: *Venenum cicuta temperatum in ea civitate (apud Massilienses) publice custoditur, quod datur ei, qui causas Sexcentis (id enim senatus ejus nomen est) exhibuit, propter quas mors illi sit expetenda. Cognitione virili benevolentia temperata, quae nec egredi vita temere patitur, et sapienter excedere cupienti celerem fati viam praebet, ut, vel adversa, vel prospera nimis usis fortuna comprobato exitu terminetur. Quam consuetudinem Massiliensium non in Gallia, ortam, sed e Graecia translata existimo.*

Могъ ли Валерій Максимъ говорить о семъ обычаяхъ, какъ о чуждомъ, если бы онъ соблюдался, или извѣстенъ былъ въ Римѣ? Если бы обычай этотъ употреблялся въ Римѣ, то онъ упомянулъ бы здѣсь о немъ просто, а не какъ о чемъ нибудь странномъ и чуждомъ. Не воспользовались ли бы симъ дозволеніемъ и Атикъ и Нерва и столько другихъ лицъ, самовольно лишившихъ себя жизни?

Доказавъ такимъ образомъ, что по единоголосному свидѣтельству римскихъ философовъ и историковъ, какъ представителей римской народности, самоубійство само по себѣ не считалось ни противонаравственнымъ, ни преступнымъ, мы постараемся теперь доказать, что оно и по постановленіямъ римскаго права не считалось преступленіемъ.

Хотя многіе криминалисты, какъ древнихъ, такъ и новыхъ временъ ³⁾ съ этимъ согласны; тѣмъ не менѣе есть и немало

¹⁾ Ер. I. 10.

²⁾ II. 6. exc. 7. 8.

³⁾ Напр. Schulting *jurisprud. antejust. ad Pauli sent. V. 31. not. 11.* Kress, *comm. in. C. C. C. ad art. 135*, Hoogverff, *de variis jur. rom. partibus Stoam redolentibus*, Traj. ad Rhen. 1760. C. 3. § 15; — Bochmer *obss. ad Carpzov. qu. 2, obs. 1*, и въ *ergo medd. in. C. C. C. ad art. 135. §§ 2. 6.* Meister, *princ. jur. crim. ed. 6. § 169*; Tittmann, *Handbuch der Strafrechtswissenschaft. Изд. 2-е. § 544.* Grolman, *Grundsätze der Strafr. Wiss. § 283*; Rosshirt, *Lehrbuch des. Cr. Recht стр. 75 и 560.* Scheidler, *de morte volunt. Ien. 1822.* Bauer, *Lehrbuch der Strafr. W. § 257.* Baumstark, *de morte voluntaria особливо* Waechter, *Revision der Lehre vom Selbstmorde въ Neues Archiv des Cr. Rechts. Bd. 10. IV. XI. XXIV.,* которымъ

разномыслящих¹⁾, по мнѣнію которыхъ самоубійство само по себѣ, по постановленіямъ римскаго права

I) Считалось преступленіемъ вообще и въ особенности влекло за собою:

II) Конфискацію имѣнія.

III) Недѣйствительность духовныхъ завѣщаній и другихъ предсмертныхъ распоряженій и

IV) Запрещеніе носить трауръ по самоубійцамъ.

Къ I:

Это воззрѣніе было защищаемо нѣкоторыми глосаторами и древними италіанскими юристами, и даже нашло себѣ доступъ у многихъ германскихъ криминалистовъ. Представителями сихъ послѣднихъ могутъ намъ служить Винклеръ и Германъ, кои подробно другихъ защищаютъ это мнѣніе.

Винклеръ и за нимъ Германъ утверждаютъ, что Римляне считали самоубійство само по себѣ, преступленіемъ и наказывали оно.

Винклеръ говоритъ²⁾:

- a) Римское право подвергаетъ извѣстному наказанію одинъ только класъ самоубійць, а именно тѣхъ, которые, схваченные при совершеніи такого преступленія или обвиняемые въ такомъ преступленіи, которое влекло за собою конфискацію имѣнія, лишали себя жизни *ob conscientiam criminis*. Это наказаніе, продолжаетъ онъ, опредѣлялось не за учиненное самоубійцею преступленіе, но за самоубійство.

Правда, римское право подвергаетъ наказанію только самоубійць, или пойманныхъ при совершеніи такого преступленія, или обвиняемыхъ въ преступленіи, которое влекло за собою конфискацію имѣнія; но мы никакъ не можемъ согласиться съ тѣмъ, что конфискація имѣнія въ этихъ случаяхъ считалась наказаніемъ самоубійства, а не преступленія, ему предшествовавшего.

мы преимущественно руководились. Rein, das Criminalrecht der Römer p. 883, слѣд. Morstadt, Commentar zu Feuerbach стр. 395.

¹⁾ Menochius, de arbitrariis judicium quaest. et causis. Venet. 1569, p. 62; Carerius, pract. rer. crimin. Venet. 1556 p. 62. Carpov, pract. rer. crimin. qu. 2, nro. 25, слѣд., qu. 131, nro. 48 и слѣд.; Matthaeus de crim. ad D. XLVIII. 5, c. 1, nro 9; Dabelow Lehrbuch des peinl. R. 137; Winkler de mortis volunt. prohibitione ae poenis. Lips. 1775.; Hermann de autochiria etc. Lips. 1819, и другіе.

²⁾ L. c. стр. 15, и слѣд.

Ибо спрашивается: если это такъ, почему зависѣла конфискація имѣнія отъ того обстоятельства, пойманъ ли былъ самоубійца на самомъ дѣлѣ, или обвинялся ли онъ уже до совершенія самоубійства въ преступленіи, влекшемъ за собою конфискацію имѣнія? Почему же не подвергался конфискаціи имѣнія самоубійца, хотя лишившій себя жизни *ob conscientiam criminis*, но до начатія слѣдствія и суда? Почему же, спрашивается далѣе, конфискація имѣнія не имѣла мѣста въ томъ случаѣ, когда лишившій себя жизни повидимому *sine causa*, оправдывался на слѣдникахъ.

Что этотъ взглядъ Винклера ложенъ, можно заключить изъ словъ fr. 3, pr. D. 48. 21. «*Conscientiae metum in geo velut confesso teneri placuit.*» Причиною конфискаціи не было самоубійство, но *conscientia criminis* или *metus conscientiae*.

Далѣе Винклеръ говоритъ, что

- b) По постановленіямъ римскаго права самоубійцы вообще считались преступниками и подвергались наказанію. Ибо, продолжаетъ онъ, всѣ тѣ мѣста свода римскихъ законовъ, въ которыхъ сказано, что имѣніе самоубійцъ лишившихъ себя жизни не *ob conscientiam criminis*, но по другой какой либо причинѣ, какъ то: *taedio vitae, impatientia doloris* и т. п. не подвергается конфискаціи, доказываютъ только то, что въ этихъ случаяхъ конфискація не имѣла мѣста, а вовсе не то, что они оставались вовсе безнаказанными.

Но, къ несчастію, Винклеръ не даетъ никакого отвѣта на вопросъ: какому наказанію именно подвергались такіе самоубійцы? Винклеръ продолжаетъ:

- c) А если въ этихъ (подъ b) упомянутыхъ случаяхъ самоубійцы иногда и не были подвергаемы никакому наказанію, то это случилось потому, что они считались душевно больными, слѣдственно подлежащими вмѣняемости въ вину.

Но это касалось бы только *insania* и *furor*; а намъ извѣстно, что, кромѣ ихъ, римскіе законы приводятъ еще многихъ другихъ разнообразныхъ причинъ самоубійства, какъ напр. *dolor corporis, pudor aeris alieni, jactatio (philosophorum)* и т. п., не состоящихъ ни въ малѣйшей связи ни съ душевными болѣзнями, ни съ уничтоженіемъ вмѣненія въ вину.

Наконецъ спрашивается: почему не принять что и самоубійцы *ob conscientiam criminis* находились подъ вліяніемъ такихъ душевныхъ болѣзней, и что и они лишали себя жизни не въ здравомъ умѣ?

Далѣ Винклеръ для защищенія своего мнѣнія, будто бы римское право считало самоубійство преступленіемъ вообще ссылается также на fr. 3, pr. D 48. 21, и на fr. 13, pr. D. 9. 2.

Въ первомъ изъ сихъ фрагментовъ сказано:

«*Qui rei postulati, vel qui in scelere deprehensi, metu criminis imminuentis, mortem sibi consciverunt, heredem non habent. Papinianus tamen, libro XVI reponsum ita rescripsit: qui rei criminis non postulati manus sibi intulerint, bona eorum fisco non vindicentur, non enim facti sceleritatem esse obnoxiam, sed conscientiae metum in reo, velut confesso, teneri placuit.*»

Но что же? При первомъ взглядѣ видно, что этимъ фрагментомъ болѣе опровергается, чѣмъ утверждается мнѣніе Винклера.

Изъ него видно только то, что

- а) Обвиняемый (въ такомъ преступленіи, которое влекло за собою конфискацію имѣнія) или пойманный при совершеніи такого преступленія, лишившій себя жизни во время уже производства надъ нимъ слѣдствія и суда, считался безмолвно признавшимся и изблнченнымъ, и подвергался, поэтому, законному наказанію;
- б) Тѣ же, которые, хотя и виновны въ такихъ преступленіяхъ, лишали себя жизни до начатія слѣдствія, не подвергались никакому наказанію.

Главною подпорою служили, кажется, Винклеру слова «*facti sceleritatem.*»

Но внѣшнія и внутреннія причины, какъ это уже Вехтеръ полагалъ, требуютъ другаго чтенія, а именно «*fati celeritatem*»¹⁾, какъ и читаютъ нѣкоторыя рукописи. Это чтеніе оправдывается выраженіемъ Валерія Максима²⁾ «*celerem fati viam* и С. un. 9. 17,

¹⁾ L. c. стр. 226.

²⁾ Кюжась и, послѣ него, многіе другіе оправдываютъ чтеніе «*facti sceleritatem*», относя эти слова къ самоубійству, въ Comm. ad fr. 6. § 7. D. 28. 3. Голоандръ и другіе читаютъ *facti celeritatem* въ Dig. 48. 21, стр. 252; еще другіе, какъ то Гроціи, приняли чтеніе *fati celeritatem*, въ *flores sparsi ad jus iustin. ad*

гдѣ говорится: «fata properaverit.» Fati celeritas то же, что самоубійство.

Во второмъ же фрагментѣ, на который Винклеръ ссылается, именно въ fr. 13, pr. D. 9 2, сказано: «Liber homo suo nomine utilem Aquiliae habet actionem; directam non habet, quoniam dominus membrorum suorum nemo videtur.»

Эти слова онъ толкуетъ такъ, что ни кто не имѣетъ права распоряжаться своимъ тѣломъ, а тѣмъ менѣе жизнью.

Разсматривая точнѣ эти слова Ульпiana въ естественной ихъ связи, легко можно убѣдиться не только въ ложности сего толкованія, но и доказать, что они имѣютъ совершенно другой смыслъ.

По закону Аквиліеу, въ первоначальномъ его видѣ, хозяинъ могъ только взыскать вознагражденіе за убытки, нанесенные собственнымъ его вещамъ кѣмъ либо постороннимъ. «Legis Aquiliae actio heri competit, hoc est domino»¹⁾.

Но какъ казалось несправедливымъ, что хозяинъ имѣлъ право взыскать вознагражденіе въ случаѣ поврежденія принадлежащихъ ему вещей, между тѣмъ, какъ люди свободнаго состоянія, тѣлесно поврежденные лишены были этаго права; то по образцу жалобы, такъ называемой *directa*, введена была actio ex lege Aquilia utilis, которою могли пользоваться люди свободнаго состоянія, потерпѣвшіе отъ посторонняго тѣлесное поврежденія.

И такъ слова: «directam non habet» значатъ единственно то, что эта жалоба присвоена только хозяину, имѣющему вещное право на поврежденную вещь. А какъ ни кто не можетъ имѣть вещное право, ни на свое тѣло, ни на члены его, то люди свободнаго состоянія не могли пользоваться этою первоначальною жалобою, ибо: nemo dominus membrorum suorum videtur²⁾.

Далѣе Винклеръ утверждаетъ, что, по крайней мѣрѣ, военные, за самоубійство, нима учиненное, подвергались наказанію.

Но и это не такъ, какъ видно изъ тѣхъ мѣстъ Дигестовъ, на которые онъ самъ ссылается (fr. 6. § 7. D. 28. 3, и fr. 6 § 7. D. 49. 16).

Въ fr. 6. § 7. D. 28. 3, сказано: . . . eorum, qui mori magis, quam damnari maluerint, ob conscientiam criminis, testamenta irrita. Quod si qui taedio vitae. . . in ea causa sunt, ut testamenta

leg. 3. D. de bonis eorum, стр. 280. Бинькерсгекъ, сохраняя чтеніе «facti sceleritatem», относитъ эти слова къ преступленію, въ которомъ самоубійца былъ обвиненъ, см. его Obs. jur. rom. IV. 4. 348.

¹⁾ Fr. 11. § 6. D. 9. 2.

²⁾ Wächter. I. с. стр. 229, сл. Hepp. N. Arch. des Cr. 11, стр. 72, слѣд.

eorum valeant. Quam distinctionem in militis quoque testamento dedit in epistola ad Pomponium Falconem, ut, si quidem ob conscientiam delicti militaris mori maluit, irritum sit ejus testamentum; quod si taedio vitae. . . . valere testamentum, aut, si intestato decessit, cognatis, aut, si non sint, legioni ista esse vindicanda.

Изъ этого видно только то, что у виновнаго, лишившаго себя жизни об conscientiam criminis militaris, за которое онъ подвергался бы конфискаціи имѣнія, конфисковалось имѣніе точно такъ какъ у невоеннаго. Въ томъ и въ другомъ случаѣ самоубійца считался безмолвно confessus. Самоубійство же война, по другой какой либо причинѣ, оставалось, какъ и у невоенныхъ, безнаказаннымъ — ибо: «quam distinctionem in militis quoque testamento «Divus Hadrianus dedit.»

Во фрагментѣ же 6. § 7. D. 49. 16, сказано:

«Qui se vulneravit vel alias mortem sibi conscivit, Imperator «Hadrianus rescripsit, ut modus ejus statutus sit, ut, si impatientia doloris aut vitae taedio. . . . mori maluit, non animadvertatur in eum «sed ignominia mittatur; si nihil tale praetendat, capite puniatur.»

Но ясно видно что здѣсь только говорится о покушении на самоубійство и о наказаніи за оное. Это явствуетъ:

1) Изъ сравненія сего фрагмента съ fr. 38. § 12. D. 48. 19, гдѣ постановляется общее правило: «Miles, qui sibi manus intulit, «pec factum peregit, nisi impatientia doloris aut morbi luctusve ali- «cujus, vel alia causa fecerit, capite puniendus est.»

2) Изъ словъ нашего фрагмента: «si nihil tale praetendat.»

Что же касается до слова «conscivit» въ fr. 6. § 7. D. 49. 16, то нѣтъ сомнѣнія въ томъ, что надобно читать: consciscere (conscire) voluit; ибо безъ этого вышла бы безсмыслица: воинъ, самоубійца об conscientiam criminis, (это значутъ слова nisi. . . . alia causa) имѣетъ быть казненнымъ, лишеннымъ жизни¹⁾.

¹⁾ Такъ какъ С. С. С. вовсе не упоминаетъ о покушеніи на самоубійство, то мы здѣсь и не изслѣдуемъ вопросъ: считалось ли у Римлянъ покушеніе на самоубійство преступленіемъ и поэтому достойнымъ наказанія? довольствуясь опроверженіемъ мнѣнія Баумстарка l. c. стр. 48, который напрасно старается доказать, что слова «capite puniatur» не значутъ «mortis poena afficiatur.» Онъ говоритъ: . . . «poena capitis afficiebatur. . . . Afficiebatur non poena mortis, ut interpretes, qui sicco pede hanc quaestionem transierunt, statuere solent, de qua poena nulla lex, neque in Digestis, «neque in Codice loquitur, sed capitis, quae poena, cum de summis «juris romani suppliciis, tum de summa (maxima) capitis deminutione

Настоящій смыслъ сего фрагмента, кажется, тотъ: солдатъ, покусившійся, *ob conscientiam criminis*, на самоубійство, подвергается смертной казни, если же онъ сдѣлалъ это по другой какой либо причинѣ, то онъ безчестно отставляется отъ военной службы.

Въ первомъ случаѣ солдатъ считался *tacite confessus* въ томъ преступленіи, которое по военному уставу влекло за собою смертную казнь; въ послѣднемъ же случаѣ онъ не подвергался никакому наказанію, «*non animadvertatur in eum*», за покушеніе на самоубійство, но какъ солдатъ «*detrectare militiam volens*», онъ подвергался безчестной отставкѣ, какъ недостойный военной службы, — онъ разсматривался какъ безмолвно *confessus* въ *detrectatio militiae*.

Опровергать здѣсь мнѣніе Винклера и Германа будто бы у Римлянъ даже покушеніе на самоубійство считалось преступленіемъ, мы считаемъ излишнимъ, потому что С. С. С. о покушеніи на самоубійство вовсе не говоритъ. Вехтеръ неопровержимо отвергаетъ это мнѣніе ¹⁾.

Ничтожность всѣхъ тѣхъ и другихъ попытокъ какъ Винклера, такъ и Германа оправдать свое мнѣніе будто бы у Римлянъ самоубійство само по себѣ считалось преступленіемъ, кромѣ вышесказаннаго, совершенно доказываютъ: С. 12. Cod. 9. 2, и fr. 9, § 7. D. 15. 1.

Въ С. 12, ясно сказано: *Factum sponte se praecipiantis innocenti criminis periculum afferre non potest.*

Въ fr. 9. § 7, cit. сказано: *licet etiam servis naturaliter in corpus suum saevire* ²⁾.

Что же значить здѣсь «*etiam*» если не предположеніе «*non solum liberis sed....*»

«*dicitur.... Poenam igitur capitis in nostro casu minime intelligerem de poena mortis.*»

Но его опровергаетъ:

Fr. 11. D. *ibid*, гдѣ сказано: «*ab omni militia servi prohibentur, alioquin capite puniuntur.*» Что здѣсь значить: *capite puniuntur*? *Capitis* ли *diminutio maxima*? — сл. также Wächter l. c. стр. 103 и Rein, l. c. стр. 886.

¹⁾ L. c. стр. 239, слѣд.

²⁾ Это мѣсто толкуютъ менѣе или болѣе превратно: Carpov l. c. qu. 2, pro. 27; Crell, l. c. ad l. 3. De bon. eorum.... § 3. Fabrotus de morte voluntaria и другіе; правильно же: Schulting l. c. not 11. Bynkershock l. c. obs. IV. 4. Wächter l. c. стр. 232.

Къ II:

Въ опроверженіи мнѣнія, утверждающаго будто *confiscatio bonorum*, по римскому праву, было законнымъ послѣдствіемъ самоубійства самого по себѣ, мы будемъ короче, потому, что главные защитники его, Винклеръ и Германъ¹⁾ сами соглашаются съ тѣмъ, что конфискація имѣнія была слѣдствіемъ только самоубійства *ob conscientiam criminis*.

Но этой уступкой нашихъ противниковъ мы не удовольствуемся; мы докажемъ что самоубійство, даже *ob conscientiam criminis*, имѣло своимъ послѣдствіемъ конфискацію имѣнія только при извѣстныхъ условіяхъ, и что конфискація имѣнія по римскому праву не можетъ быть считаема наказаніемъ самоубійства, самаго по себѣ.

Вышеприведенныя нами мѣста изъ Тацита, Плинія младшаго и Діо Кассія²⁾, равно какъ и совершенное молчаніе Юстинианаго собранія законовъ о самоубійствѣ и покушеніи на оное до времени Траяна и Адріана даютъ намъ полное право заключать, что до времени этихъ императоровъ самоубійство вовсе не считалось преступленіемъ. Отъ этаго возрѣнія не отступаетъ и позднѣйшее право. Только при Адрианѣ было принято правило, что самоубійство *ob conscientiam criminis* впредь не должно служить средствомъ избавленія отъ конфискаціи имѣнія заслуженной преступленіемъ, съ тѣмъ однакожъ чтобы буде нельзя было предполагать, что самоубійца лишилъ себя жизни по другой какой либо причинѣ.

Это видно изъ fr. 6. § 7. D. 28. 3, fr. 6. § 7. D. 49. 16³⁾ и fr. 3. § 5. D. 48. 21.

Въ этомъ послѣднемъ фрагментѣ сказано:

«Videri autem et patrem, qui sibi manus intulisset, quod diceretur filium suum occidisse, magis dolore filii amissi mortem sibi irrogasse; et ideo bona ejus non esse publicanda Divus Hadrianus rescripsit »

Это правило съ теченіемъ времени было точнѣе опредѣлено послѣдующими императорскими рескриптами и отвѣтами юристовъ, а именно такимъ образомъ: что самоубійство влекло за собою тогда только конфискацію имѣнія, когда:

1) Было учинено самоубійцею такого рода преступленіе, за которое положена была закономъ конфискація имѣнія;

¹⁾ L. с. стр. 22, слѣд.

²⁾ См. выше стр. 322.

³⁾ См. выше стр. 330.

2) Когда *conscientia criminis* было причиною самоубійства или покушенія на оное ;

3) Когда самоубійца былъ схваченъ при такомъ преступленіи, или уже обвиняемъ въ ономъ. Самоубійство, даже покушеніе на оное, въ этомъ случаѣ считалось *confessio tacita* и имѣніе самоубійцы конфисковалось, какъ бы онъ умеръ, или лишилъ себя жизни послѣ постановленія надъ нимъ приговора, по извѣстному правилу: *confessus in jure pro judicato habetur*.

4) Когда наслѣдники не могли доказать :

a) Что онъ лишилъ себя жизни не *ob conscientiam criminis*, или

b) Что онъ не былъ виновенъ въ томъ преступленіи, въ которомъ былъ обвиняемъ ¹⁾).

Это видно

a) изъ fr. 3. § 1. D. 48. 21, гдѣ сказано: *Ut autem Divus Pius rescripsit, ita demum bona ejus, qui in reatu mortem sibi conscivit, fisco confiscanda sunt, si ejus criminis reus fuit, ut si damnaretur, morte aut deportatione afficiendus esset.*

b) Изъ § 3, *ibid.* *Ergo ita demum dicendum est, bona ejus, qui manus sibi intulit, fisco confiscari, si eo crimine nexus fuit, ut, si convinceretur bonis careat* ²⁾).

c) *Idem (Divus Pius) rescripsit, eum, qui modici furti reus fuisset, licet vitam suspendio finierit, non videri in eadem causa esse, ut bona heredibus adimenda essent, sicuti neque ipsi adimerentur, si compertum in eo fuisset furtum. (fr. 3. § 2, *ibid.*).*

d) *Si quis autem tacdio vitae, vel impatientia doloris alicujus, vel alio modo vitam finierit, successorem habere Divus Antoninus rescripsit.*

¹⁾ Сл. Вехтеръ, I. с. р. 99, слѣд. и 250, слѣд. — Morstadt, I. с. стр. 395, примѣч. Rein I. с. стр. 883.

²⁾ Хотя во многихъ мѣстахъ свода римскихъ законовъ не съ такою точностію, какъ въ fr. 3. §§ 1 и 3, *citt* говорится: *ob metum, conscientiam criminis metu admitti, delati flagitii* или *criminis* и т. д. по смыслъ долженъ быть опредѣленъ по смыслу приведенныхъ §§ 1 и 3.

- e) *Sic autem hoc distinguitur, interesse qua ex causa quis sibi mortem conscivit, sicuti quum quaeritur, an is, qui sibi manus intulit et non perpetravit, debeat puniri, quasi de se sententiam tulit; nam omni modo puniendus est, nisi tacdio vitae, vel impatientia doloris coactus est hoc facere. Et merito, si sine causa sibi manus intulit, puniendus est; qui enim sibi non pepercit, multo minus alii parcat.*

Въ этомъ § предлагается вопросъ: можно ли считать безмолвно признающимъ того, кто, будучи обвиняемъ въ преступлении, влекущемъ за собою конфискацію имѣнія, (напр въ отцеубійствѣ) посягалъ *sine causa*, т. е. *ob conscientiam criminis*, на собственную свою жизнь, но не совершилъ самоубійство. Можно, отвѣчаетъ Марціанъ, если только доказано что обвиняемый учинилъ это *sine causa*; ибо, продолжаетъ онъ, кто не щадилъ собственную жизнь, тотъ вѣрно и не будетъ щадить жизнь предмета своего преступления; или другими словами: когда обвиняемый въ преступлении, влекущемъ за собою конфискацію имѣнія, до постановленія надъ нимъ приговора, *ob conscientiam criminis* посягаетъ на жизнь свою, а не добьется; то, по Марціану, можно полагать, что онъ, судя, будто бы, самого себя, этимъ самымъ признается безмолвно въ виновности своей въ томъ преступленіи, въ которомъ онъ былъ обвиняемъ, сл. Waechter l. c. 239, слѣд. и Morstadt 395, примѣч.

- f) изъ fr. 3 cit. pr. Тамъ сказано: *Qui rei postulati, vel qui in scelere deprehensi metu criminis imminentis mortem sibi consciverunt, heredem non habent. Papinianus tamen libro XVI responsorum ita scripsit, ut, qui rei criminis non postulati manus sibi intulerint, bona eorum fisco non vindicentur; non enim facti sceleritalem (fati celeritatem) esse ob noxiam, sed conscientiae metum in reo, velut confesso, teneri placuit. Ergo aut postulati esse debent, aut in scelere deprehensi, ut, si se interfecerint, bona eorum confiscentur.*
- g) § 8 *ibid.* «De illis videamus, si quis, conscita morte, nulla justa causa praecedente, in reatu decesserit, an, si parati fuerint heredes causam suscipere et innocentem defunctum ostendere, audiendi sint, nec prius bona in fiscum cogenda sint, quam si de crimine fuerit probatum; an vero omnino publicanda sint? Sed Divus Pius... rescripsit, si parati sint heredes defensionem suscipere, non esse bona publicanda, nisi de crimine fuerit probatum.

И это естественно; ибо *praesumptio cedit veritati*.

Этими ясными доказательствами обезсиливаются попытки Германа и Винклера оправдать противное мнѣніе.

Они ссылаются:

а) на С. 3. Cod. 3. 26 ¹⁾).

Но изъ этого рескрипта скорѣе можно доказывать противное, если мы не будемъ толковать его такъ превратно, какъ это дѣлаетъ Германъ ²⁾).

Истинный смыслъ этого рескрипта, какъ уже замѣтилъ Вехтеръ ³⁾ слѣдующій: если о томъ только рѣчь идетъ, лишалъ ли себя жизни твой отецъ *metu criminis*, и слѣдуетъ ли поэтому конфискація его имѣнія; то дѣло это подвѣдомственно прокуратору, а не презусу. Ибо въ такомъ случаѣ не требуется дальнѣйшаго изслѣдованія преступленія его и наказанія, самоубійство, учиненное *metu criminis* считается безмолвнымъ признаніемъ вины, а дѣло только въ томъ, чтобъ взять въ пользу казны имѣніе, котораго онъ лишается за безмолвно признанное преступленіе, влекущее за собою конфискацію.

б) Не съ большимъ успѣхомъ ссылается Германъ на fr. 3. § 2. D. 48. 21 ⁴⁾), какъ на доказательство того, что конфискація считалась наказаніемъ за самоубійство.

Какъ неясенъ смыслъ этого фрагмента при безпристрастномъ разсмотрѣніи его; но все таки, по мнѣнію Германа, онъ доказываетъ, что конфискація была наказаніемъ за самоубійство.

Изъ самаго вопроса, давшаго поводъ къ этому императорскому рескрипту, говоритъ онъ, ясно видно, что судебныя мѣста готовы были приговаривать къ конфискаціи и въ этомъ случаѣ, и притомъ за самое самоубійство, а не за предшествовавшее оному преступленіе, которое, по своей маловажности, не могло влечь за собою конфискацію имѣнія.

¹⁾ Non anim advertimus, eur causam ad officium procuratorum nostrorum pertinentem ad proconsulis rationem advocare velis; nam cum hoc quaeratur, an pater tuus mortem sibi consciverit metu alicujus poenae, ac propterea bona fisco vindicari debeant; jam non de crimine aut poena mortis, sed de bonis quaerendum est.

²⁾ L. c. стр. 27.

³⁾ L. c. стр. 254.

⁴⁾ См. выше стр. 333, с.

Мы не видимъ въ этомъ случаѣ такой готовности судей, взятой неизвѣстно отъ чего Германомъ; напротивъ представляется намъ здѣсь одно изъ яснѣйшихъ доказательствъ безнаказанности самоубійства, самого по себѣ, а именно, что оно не влекло за собою конфискаціи имѣнія. Императоръ рѣшаетъ, что, такъ какъ упоминаемое преступленіе не влекло за собою конфискаціи имѣнія, и имѣніе самоубійцы не должно подвергаться оной.

Поэтому самоубійство не могло быть причиною конфискаціи имѣнія.

- с) Кромѣ того Винклеръ пытается обосновать свое мнѣніе, что конфискація имѣнія наступала въ слѣдствіе самоубійства, слѣдующимъ образомъ:

Допуская, что только въ такомъ случаѣ имѣніе самоубійцы конфисковалось, когда онъ былъ схваченъ при совершеніи преступленія, влекшаго за собою конфискацію имѣнія, или обвиняемъ былъ въ такомъ (но были случаи въ которыхъ и не требовалось этаго, напр. въ случаѣ государственныхъ преступленій), Винклеръ¹⁾ говоритъ, что, для наложенія конфискаціи не требовалось при самоубійствѣ ни собственнаго признанія, ни уличенія, ни осужденія въ ономъ; а только то, что самоубійца былъ обвиняемъ въ такомъ преступленіи, за которое онъ лишился бы своего имѣнія, если бы онъ былъ изобличенъ въ ономъ, или схваченъ при совершеніи такого преступленія.

До самоубійства, продолжаетъ онъ, надъ обвиняемымъ или пойманнымъ нельзя было бы постановить никакого приговора; по воспослѣдованіи же самоубійства не возможно было бы присудить самоубійцу, къ наказанію, ниже выполнить оное надъ нимъ. Поэтому, при невозможности исполненія надъ нимъ главнаго наказанія, неумѣстны были бы всѣ послѣдствія его. А изъ этого, заключаетъ онъ, слѣдуетъ, что обвиняемый, избѣгая судейскаго рѣшенія самоубійствомъ, подвергался конфискаціи имѣнія за какое либо другое преступленіе, а именно за самое самоубійство.

Но нельзя согласиться съ Винклеромъ, что для наложенія конфискаціи, исключая случаевъ нѣкоторыхъ важнѣйшихъ преступленій, не требовалось ни собственнаго признанія, ни уличенія, ниже осужденія обвиняемаго. Скорѣе самоубійца разсматривался какъ *tacite confessus*, слѣдовательно какъ *convictus* или *contumax*

¹⁾ L. c. стр. 21.

или *in contumaciam* осужденный, или какъ такой, который самъ осудилъ себя, *qui de se sententiam tulit*.

Поэтому взгляду Винклера ¹⁾, конфискація имѣнія должна была бы слѣдовать непосредственно за самоубійствомъ. Но намъ извѣстно уже, что родственникамъ самоубійцы дозволялось доказывать, что онъ лишился жизни не *ob conscientiam criminis*, или что онъ не виновенъ въ преступленіи, влекущемъ за собою конфискацію имѣнія, и что наконецъ въ случаѣ успѣшнаго доказательства имѣніе самоубійцы не конфисковалось, не смотря на то, что онъ самъ себя лишилъ жизни ²⁾.

Если бы конфискація имѣнія была наказаніемъ за самоубійство, то можно ли было бы позволять наслѣдникамъ доказывать, что самоубійца невиненъ во взводимомъ на него преступленіи, когда одного факта самоубійства было бы уже достаточно, для наложенія конфискаціи?

Точно также нельзя согласиться съ Винклеромъ въ томъ, что при невозможности исполненія главнаго наказанія неумѣстны и всѣ послѣдствія его. Совершенно натурально напротивъ, что бы законы въ этомъ случаѣ, какъ и во многихъ другихъ случаяхъ, опредѣляли изъ наказанія, постановленнаго за преступленіе, приводить въ исполненіе по крайней мѣрѣ ту часть онаго, которая и по смерти удобоисполнима, какъ это до сихъ поръ еще дѣлается при важнѣйшихъ государственныхъ преступленіяхъ, за которыя опредѣляется смертная казнь и конфискація имѣнія, въ томъ случаѣ, когда виновный спасется бѣгствомъ отъ заслуженнаго наказанія.

Послѣ этого и дальнѣйшая попытка Винклера, къ защищенію своего мнѣнія безуспѣшна, и остается только сожалѣть о томъ, что истрачено столько остроумія на защищенія незащитаемаго мнѣнія.

Винклеръ говоритъ: если обвиняемый въ преступленіи, влекущимъ за собою конфискацію имѣнія, умретъ естественною смертію, то имѣніе его остается наслѣдникамъ; только имѣніе обвиняемаго, лишившаго себя жизни, подвергается конфискаціи и что поэтому конфискація есть наказаніе именно за самоубійство.

Не говоря уже о томъ, что были и есть случаи, въ коихъ можетъ быть конфисковано имѣніе обвиняемаго, умершаго своею смертію по объявленіи ему приговора, или до приговора, — во время слѣдствія и суда, между тѣмъ какъ преступленіе его, за ко-

¹⁾ L. с. стр. 19.

²⁾ L. с. стр. 29.

торое онъ подвергается конфискаціи имѣнія, можетъ быть доказано по смерти его, — замѣтимъ здѣсь слѣдующее.

Есть поразительное различіе между обвиняемымъ, умирающимъ естественною смертію, и обвиняемымъ, лишаящимъ себя жизни *ob conscientiam criminis*. Перваго исторгаетъ смерть отъ суда и наказанія; послѣдній же самъ уклоняется отъ суда и наказанія лишеніемъ себя жизни. Первый, по крайней мѣрѣ по общему правилу, спасается отъ конфискаціи имѣнія, если онъ еще не былъ осужденъ къ оной, или если не признался въ преступленіи; — послѣдній же напротивъ не освобождается отъ конфискаціи, когда уже началось слѣдствіе по учиненному имъ преступленію и наслѣдники не могутъ доказать его невинности. Перваго смерть лишила возможности оправдаться; послѣдній же дерзнулъ лишить самъ себя этой возможности и потому подлежитъ наказанію въ той мѣрѣ, въ какой оно и послѣ самоубійства удобоисполнимо.

Естественная смерть влекла за собою эти послѣдствія въ рѣдкихъ только случаяхъ ¹⁾, въ видѣ исключенія, напр. въ случаѣ обвиненія въ *perduellio* ²⁾, а самоубійца *ob conscientiam criminis* предполагался уже уличеннымъ, онъ самъ себя осудилъ и поэтому имѣніе его конфисковалось. Но все таки конфискація имѣнія не есть наказаніе за самоубійство.

Впрочемъ суровость этой мѣры, конфискаціи имѣнія, касающейся часто невинныхъ, смягчилась, въ теченія времени, во всѣхъ случаяхъ, кромѣ важнѣйшихъ государственныхъ преступленій, какъ это видно изъ:

a) С. 10. Cod. 9. 49. Тамъ определено:

Quando quis quolibet crimine damnatus capitalem poenam deportationemve sustineat, si quidem sine liberis mortuus sit, bona ejus ad fiscum perveniant, si vero filii, vel nepotes ex defunctis filiis relictii erunt, dimidia parte aerario vindicata, alia eis reservetur. Excepta sola majestatis quaestione; quam si quis sacrilego animo assumpserit, juste poenas ad suos etiam posteros mittet.

b) Нов. 134, с. 13, in f. Ut autem.... poenae.... etiam pe-

¹⁾ Si qui.... sub incerto causae eventu in vinculis, vel sub fidejussoribus decesserint, horum bona non esse confiscanda, mandatis cavetur. fr. 3. § 7. D. 48. 21.

²⁾ Eorum, qui in reatu diem suum funneti sunt, si non perductionis causas sustinuerunt nec ob metum criminis mortem sibi consciverunt, bona ad successores transmittuntur. C. 2. Cod. 9. 50.

cuniariae mediocriores fiant, sancimus. eos, qui in criminibus accusantur, in quibus leges mortem aut proscriptionem definiunt si convincantur aut condemnentur, eorum substantias non fieri lucrum iudicibus. . . . neque secundum veteres leges fisco eas applicari, sed, si quidem habeant descendentes et ascendentes usque ad tertium gradum, eos habere. Si vero mulieres habeant, qui condemnati sunt, omnibus modis jubemus istas et dotem et nuptialem donationem accipere; si vero et sine dote talibus personis conjunctae fuerint, a legibus definitam partem de tota substantia condemnati eas accipere, sive filios habeant, sive non. Si vero neminem praedictorum habeat, qui deliquit, tunc fisco sociari ejus substantiam. In majestatis vero crimine condemnatis veteres leges servari jubemus, c. l. Aulh. bona damnatorum. C. 10. Cod. 9. 49.

Къ III ¹⁾).

Защитники того мнѣнія, будто у Римлянъ самоубійство считалось преступленіемъ, утверждаютъ также, что какъ духовныя завѣщанія, такъ и всѣ предсмертныя распоряженія считались недѣйствительными, ссылаясь на fr. 6. § 7. D. 28. 3.; на C. 2. Cod. 6. 22, и на fr. 32. § 7. D. 24. 1.

Въ fr. 6. § 7, cit. сказано:

. . . eorum qui mori magis, quam damnari maluerint ob conscientiam criminis, testamenta irrita faciunt Constitutiones.

Въ C. 2. Cod. cit. опредѣлено:

Si is, qui te cum uxore tua heredem scripsit, quando testamentum ordinabat, sanae mentis fuit, . . . poenae metu voluntaria morte supplicium antevertit, ratam voluntatem ejus conservari leges vetant.

Въ фрагментѣ же 7 cit. постановлено:

Si maritus uxori donaverit, et mortem sibi ob sceleris conscientiam consciverit. . . . revocabitur donatio, quamvis ea, quae aliis donaverit, valeant, si non mortis causa donavit.

Но что же означаютъ всѣ эти постановленія римскаго права? Возстановленіе настоящаго смысла ихъ тѣмъ важнѣе, что лживое толкованіе ихъ перешло во многія законодательства.

Не взирая уже на то, что защитники противнаго мнѣнія все выпустили изъ виду что смыслъ fr. 6. § 7, cit. въ тѣсной связи съ §§ 5 и 6, тамъ же, опредѣляющими его точнѣе;

¹⁾ См. выше стр. 326.

²⁾ Irritum fit testamentum. . . . et si quis fuerit damnatus. . . . poena, quae vitam adimit.

не смотря и на то, что ни fr. 6. § 7, ни C. 2. Cod. citt. не приведены ими въ цѣлости¹⁾); никакого сомнѣнія не можетъ быть въ томъ, что выраженія «ob conscientiam criminis» и «alicujus sceleris conscientia» тамъ встрѣчающіяся, должны быть точнѣе опредѣлены по словамъ fr. 3. § 3. D. тамъ же «si eo crimine nexus fuit ut, si convinceretur, bonis careat.»

Когда же кто лишилъ себя жизни по другой какой либо причинѣ, кромѣ conscientia criminis, то духовныя завѣщанія и другія предсмертныя распоряженія самоубійцы оставались дѣйствительными²⁾.

Что же касается до fr. 32. § 7, cit., то весьма естественно, что donationes mortis causa со стороны обвиняемаго об conscientiam criminis были недѣйствительны. Самоубійство не должно было служить средствомъ миновать конфискацію имѣнія и обманывать казну.

Простое дареніе, до начатія слѣдствія сдѣланное, оставалось въ своей силѣ. Имѣніемъ самоубійцы считалось все то, что у него находилось во время осужденія его³⁾.

По всему этому настоящій смыслъ этихъ постановленій, взятыхъ въ естественной ихъ связи и въ цѣлости, можетъ быть только тотъ: духовныя завѣщанія и предсмертныя распоряженія самоубійць дѣйствительны, если они не лишили себя жизни об conscientiam criminis, влекшаго за собою конфискацію имѣнія. Или, другими словами: отъ самоубійства, самаго по себѣ, духовныя завѣщанія и другія предсмертныя распоряженія самоубійць не дѣлались недѣйствительными.

Къ IV⁴⁾.

Намъ предстоитъ еще опровергнуть мнѣніе тѣхъ, которые утверждаютъ, что по постановленіямъ римскаго права, самоубійство имѣло послѣдствіемъ luctus interdictio.

¹⁾ Въ fr. 6. § 7, пропущено послѣдующее предложеніе: quod si quis tacidio vitae. . . . in ea causa sunt ut testamenta eorum valent; въ C. же 3, cit. пропущены слова: sed aut impatiens doloris, aut aliqua furoris rabie constrictus se praecipitem dedit, ejusque innocentia liquidis probationibus commendari potest a te, adscitae mortis obtentu, postremum ejus judicium convelli non debet.

²⁾ См. прилѣжч. предыдущее. — Въ отношеніе военныхъ принято было тоже правило: Ejus militis, qui doloris impatientia. . . . mori maluit, testamentum valere. . . . D. Hadr. rescriptit.

³⁾ Non ut quis in carcerem deductus est, spoliari eum oportet, sed post condemnationem. fr. 2. D. 48. 20.

⁴⁾ См. выше стр. 326.

Это мнѣніе прямо опровергается fr. 11. § 3. D. 3. 2. Тамъ сказано:

Non solent autem lugeri.... qui manus sibi intulerunt, non tacdio vitae, sed mala conscientia.

Что эти слова значуть, если не то: не носится трауръ по самоубійцамъ *ob conscientiam criminis*, которые самоубійствомъ хотятъ предупредить заслуженное ими роена *capitalis*. И такъ причиною запрещенія носить трауръ по самоубійцамъ было не самоубійство, а заслуженное самоубійцею роена *capitalis*, которой онъ подвергся бы, если не лишилъ себя жизни.

Damnatio же *memoriae* наступало (*ignominia post mortem*, лишение торжественнаго погребенія, запрещеніе носить трауръ по осужденнымъ) въ важнѣйшихъ только случаяхъ государственныхъ преступленій¹⁾.

И такъ результатъ нашего изслѣдованія тотъ: что римское право не считаетъ преступленіемъ и, поэтому, не подвергаетъ никакому наказанію самоубійство, само по себѣ.

А если это такъ, то не можетъ быть и сомнѣнія въ томъ, что уголовное уложеніе императора Карла V, ссылаясь на римское право, усвоило себѣ и всѣ консеквенціи онаго о самоубійствѣ.

Соображаясь съ постановленіями римскаго права, оно постановляетъ, что самоубійство *ob conscientiam criminis* не должно освобождать отъ конфискаціи имѣнія, въ томъ только случаѣ, когда преступленіе, въ которомъ самоубійца былъ обвиняемъ, влекло за собою конфискацію имѣнія, какъ видно изъ словъ его: «*wenn jemandt.... so er der überwunden sein leib vnd gut verwürckt hett....*»

Какъ, при извѣстныхъ обстоятельствахъ, римское право, такъ и уголовное уложеніе императора Карла V признаетъ самоубійство безмолвнымъ признаніемъ виновности въ томъ преступленіи, въ которомъ самоубійца былъ обвиняемъ:

«*und aus forcht solcher verschuldter Straf sich selbs ertödt*»

и подобно римскому праву угол. улож. императ. Карла V, признаетъ правило: что самоубійство не должно служить средствомъ избѣгать конфискаціи имѣнія:

«*des erben sollen in disem fall seines guts nit vehig oder empfenglich, sondern solch erb und gütter der oberkeyt heymgefallen seyn.*»

¹⁾ Rein, l. c. стр. 916.

Согласно съ римскимъ правомъ С. С. С. требуетъ для наложенія конфискаціи, чтобы уже начато было слѣдствіе, по преступленію, влекшему за собою это наказаніе, или чтобы самоубійца схваченъ былъ при совершеніи такого преступленія:

«wenn jemandt beklagt und in recht erfordert oder bracht würde. . . .»

Однаково съ римскимъ правомъ С. С. С. постановляетъ, что самоубійство, учиненное по другой причинѣ, а не *ob conscientiam criminis*, не подвергается конфискаціи имѣнія:

«wo sich aber ein person ausserhalb obgemelter offebaren ursachen auch in fellen, da er seyn leib alleyn verwirkt, oder sonst ausz krankheyten des leibs, melancolei, gebrechlicheyt, jrer sinn oder ander dergleichen blödigkeiten, selbs tödt, derselben erben sollen desshalb an jrer erbschaft nit verhindert werden.»

Но уголовное уложеніе императора Карла V-го не имѣло въ виду только ввести хорошо понятыя правила римскаго права, о самоубійствѣ; но также хотѣло уничтожить всѣ злоупотребленія, вкравшіяся въ германское право отъ дурнаго толкованія римскаго и каноническаго права, или какимъ либо другимъ путемъ:

«und darwider keyn alter gebrauch, gewöhnheyt oder satzung statt haben, sonder hiemit revocirt, cassirt und abgethan seyn, und in disem und andern dergleichen fellen vuser Keyserlich geschriben recht gehalten werden»¹⁾.

Такъ изъ худопонятаго римскаго права, уже въ началѣ 13-го столѣтія, вкралась конфискація имѣнія самоубійцы, какъ это видно изъ Саксонскаго Зерцала. Томъ II. 31, сказано:

«sue von gerichtes halven sinen lief vorluset, oder dut he yme selven den dot, sin negeste gedeling nymt sin erve.»

Что это мѣсто относится къ злоупотребленіямъ, вкравшимся въ германское право, принимаетъ уже глосса къ оному.

¹⁾ Удивительно только то, что арт. 135, не обращаетъ никакого вниманія ни на С. 10. С. 9. 49, ни на Новеллу Юстин. 134, с. 13, ограничивающія конфискацію имѣнія. Разныя мѣстныя германскія законодательства, скоро послѣ изданія С. С. С. ниѣли ихъ въ виду. М. Leibniz, script. rerum Brunsvic. Томъ III, р. 487.

Такъ далѣе изъ дурно понятыхъ постановленій римско-каноническаго права (коего чисто церковныя опредѣленія, касательно самоубійства перешли въ капитуляріи, отъ чего самоубійство получило свойство свѣтскаго преступленія) принято было практикою безчестное погребеніе самоубійць, *sepultura asinina* или *canina*¹⁾.

Въ томъ, что христіанская вѣра не могла одобрять самоубійства, но напротивъ считала оное однимъ изъ важнѣйшихъ грѣховъ, не можетъ быть никакого сомнѣнія (хотя виды религиозныя не имѣли никакого вліянія на римское законодательство)²⁾,

¹⁾ Обряды при такомъ безчестномъ погребеніи, происхожденіе котораго неясно (одни производятъ его изъ Іерем. XXII. 18. 19, другіе изъ каноническаго права, намъ же кажется что оно введено практикою и получило названіе свое уже въ 9-мъ столѣтіи) — были различны по мѣстности и времени. Такъ напр. въ вендо-рюгенскихъ земскихъ обычаяхъ оно такъ описывается:

Die Olden hieldent also :

«Wo einer sick mothwilligen vam Leven thom Dode brachte, und «nicht uth Unschiek edder Krankheyt des Hövedes schach, so moste man «den doden Lichnam nicht mank andere Cbristen beerdigen, denne «na Gelagenheit der Daecht in ein Feld, dat neen sadich Aeker iss, «laten begraven. . . . Henget sick einer sülvest binnen Timmers, men «bouwet en loss und grefft en in terrorem aliorum under dem Sülle «edder under der Wandt uth, bindt das Tow an einem Sehlen «oder Schwengel, und leth en mit einem Perde henschleppen up den «nechsten Kreuzweg. . . . und grefft en in des edder der Hershop «Grund, dat he sick inue ummebracht hefft, men lechten dar dat «Hovet, dar de christlichen Doden de Fute hebben, dat Strick, dar «he sick an gehenget, teth men em overm Halse, und iss dat nicht «lang genug, so leget men dat binnen der Erden also, dat ein Ende «dre Seho lang haben der Erde kan liggen bliveu — cf. statuta «Goslar. II. A. 63. 64. . . . de seck sulven dodet, denne schall men «tho der rechte doren nicht uthbringen, mer under deme sülle schall «me ene uthbringen edder uth deu venstere, unde ene upe deme Felde «bernen dat schall de Voget don laten, с. также Narrenschiff 1520. «fol. 192. Selbstmörder zieht man unter der schwellen hinaus, «schlägt sie in ein Fass und wirft sie ins Wasser.

²⁾ Въ Юстин. Новеллахъ ни слова вѣтъ о томъ, что самоубійство само по себѣ преступленіе, ниже о томъ, что самоубійца лишается христіанскаго погребенія, хотя уже до Юстиніана прѣвіа о самоуб. и церковномъ его неодобрѣніи, стали предметомъ разныхъ собо-

и поэтому и не удивительно, что уже правила Святыхъ Апостоловъ и Святые Отцы — послѣдніе то безусловно, то условно, — считали самоубійство поступкомъ, достойнымъ отлученія отъ церкви. Эти воззрѣнія Св. Отець были одобренны въ разныхъ соборахъ ¹⁾ и оттуда перешли въ сводъ каноническаго права.

Но мѣры, принятыя противъ самоубійць со стороны церковнаго законодательства были весьма кроткія и состояли въ отлученія отъ церкви и, въ необходимо съ нимъ связанномъ, лишенія христіанскаго погребенія ²⁾.

Но лишались ли христіанскаго погребенія всѣ самоубійцы безъ различія?

Мы не раздѣляемъ ни чѣмъ недоказаннаго мнѣнія Шмальца ³⁾ и Гролмана ⁴⁾, будто бы и въ каноническомъ правѣ принято было основное правило римскаго права о самоубійствѣ, — различіе между самоубійствомъ *ob conscientiam criminis* и между самоубійствомъ учиненнымъ по другой какой либо причинѣ; а намъ кажется, что въ римско-каноническомъ правѣ было принято другое основное различіе, а именно то: съ намѣреніемъ ли учинено кѣмъ либо самоубійство, или безъ намѣренія.

Это можно заключить:

- а) Изъ декретальнаго письма Иннокентія III. X. III. 28. с. 11, и Вейстнера къ сему мѣсту.

ровъ. Въ кепитуларіяхъ же самоубійство не разсматривается какъ преступленіе, но какъ поступокъ неодобрительный.

¹⁾ Всѣ эти правила разныхъ соборовъ, почти одинаковыя, основываются на правилѣ, постановленномъ на Орлеанскомъ соборѣ (533) «*Oblationes defunctorum recipi debere censemus, si tamen non ipsi sibi mortem probantur propriis manibus intulisse.*» На Брарскомъ же соборѣ (563) постановлено: *Placuit ut, qui sibi ipsis aut per ferrum, aut per venenum . . . violentam inferunt mortem, nulla pro illis in oblatione commemoratio fiat, neque cum psalmis ad sepulturam eorum cadavera deducantur.* Почти тоже постановляютъ соборы Оксерскій (615) Толедскій, Тридентскій и другіе. — Касательно покушенія на самоубійство соборъ Толедскій опредѣляетъ: *qui . . . duorum mensium spatio a catholicorum collegio et a corpore ac Christi sanguine sacro manebit omnino alienus.*

²⁾ Въ чемъ состояло христ. погребеніе см. у Boehmer'a *jus eccl. Protest.* III. 28, § 22, слѣд.

³⁾ *Canon. Recht*, ed. 3. § 201.

⁴⁾ *Grundsätze des allg. Kirchenrechts* § 216. 244.

- b) Изъ толкованія итальянскихъ юристовъ, напр. Фаринація¹⁾, по которому не были лишены христіанскаго погребенія, всѣ тѣ, которые липали себя жизни не съ намѣреніемъ, а въ безуміи, въ безпамятствѣ.
- c) Изъ разныхъ мѣстныхъ законодательствъ²⁾ и возрѣній позднѣйшей практики³⁾, принявшей, хотя и не безъ исключенія⁴⁾, мнѣніе, что только тѣ самоубійцы могли быть лишены христіанскаго погребенія, которые лишили себя жизни съ намѣреніемъ.

И такъ, если мы не ошибаемся, по правиламъ рим. каноническаго права, лишеніе христіанскаго погребенія было только послѣдствіемъ самоубійства, учиненнаго съ намѣреніемъ и сознаніемъ.

Что каноническое право лишаетъ такихъ самоубійцъ христіанскаго погребенія, это весьма натурально, потому что они, посягая на свою жизнь, дерзнули возстать противъ ученія христіанской вѣры, о назначеніи и цѣли нашей жизни на землѣ, и этимъ самымъ признаютъ сами себя недостойными членами христіанской церкви.

Лишеніе христіанскаго погребенія основывается на извѣстномъ правилѣ каноническаго права: *quibus non communicamus vivos, iis nec communicamus mortuis*⁵⁾.

¹⁾ L. c. n. 17, слѣд.

²⁾ Напр. Statuta Goslar. l. c. *Dodede seck en von süke wegene, dar ne hefft dat gericht neen recht an, mer des doden recht iss an allen dingen also eines anderen doden.*, сл. кельнское уг. право арт. 131.

³⁾ Виртембергск. уложеніе (1621). Erhard, Handb. des Churs. peinl. R. I. 299, sqq.

⁴⁾ Сл. Дитмарское земское право. Schirach, Handb. des Schlesw. Holst. Crim. R. 331.

⁵⁾ Caus. XXIV, qu. 2, c. 3. Поэтому правилу всѣ, по какой либо причинѣ отлучаемые отъ церкви, лишаются христіанскаго погребенія, не только самоубійцы, но вообще всѣ акаеолики не могутъ быть погребаемы на ряду съ православными.

Съ тѣхъ поръ (кажется съ 9-го столѣтія) какъ введены освященныя, общія кладбища, всѣ усопшія члены церковнаго общества, по правилу, погребались на оныхъ, кромѣ отлученныхъ отъ церкви. Погребаемые на этихъ освященныхъ общихъ кладбищахъ, казалось, продолжали сообщеніе свое съ тѣмъ церковнымъ обществомъ, къ которому принадлежали при своей жизни. Можно ли бы-

Не смотря ни на ясное постановленіе уголовного уложенія императора Карла V ни на кроткія мѣры каноническаго права касательно самоубійства, мѣстныя законодательства и практика востановили не только прежнія злоупотребленія, но ввели даже новыя и считали самоубійство самостоятельнымъ преступленіемъ.

Это видно

- a) изъ геннебергскаго земскаго устава¹⁾, въ которомъ постановлено:
- «So ihm einer oder mehr den todt, nicht aus obligenden Schmerzten oder wehtagen, oder Sinnloser, sondern wohlbedechtigter weise, und furcht künftiger straffe und marter anthun, die sollen, wo kein Wasser, verbrennt, und do fliessende Wasser, in ein Fass geschlagen, und auff freyen Wege des Wassers verschickt werden, aber seine Habe und Güter, die uns derhalb gantzlich heimgefallen, wollen wir aus gnaden seinen Kindern, so er die hat, zu gantzem Theil, oder seinen Freunden zum halben Theil, zulassen stehen.»
- b) Изъ тирольского земскаго и полицейскаго устава²⁾:
- «Die, so jnen selbs den Todt bedechtlich, auss Forcht der straff jrer verschuldigung, thuen, oder Christlichen Glauben verleugnen, die sollen verbrennt, oder auf freyem weg des Wassers verschickt werden, und derselben verlassnen Hab und Guet.... soll uns, als Herren und Landesfürsten, haimgefallen sein, Daraus wir den dritten tail in unser Cammer zühen nnd nemmen, und die zwey tail derselben Personen Erben, aus sundern gnaden volgen und zusteem lassen wollen. Wo sich aber ein Person, nit aus forcht verschuldter straff, sonder aus Kranckheyten des Leibs, Melancoley, gebrechlichait jrer sinn, oder annderen dergleichen blödigkaiten, selbs ertödtet, deren erben sollen deshalb an jrer Erbschafft nicht verhindert.... werden.»
- c) Изъ постановленія дитмарскаго земскаго права:
- «Wo einer, de nicht pienlik beklaget were, ut mismode sik sulven umme brochte, de dode liechnam schall dorch den bödel

ло дозволить отлученнымъ отъ церкви быть погребаемыми вмѣстѣ съ вѣрными христіанами?

¹⁾ 1639 года.

²⁾ 1573 года. VIII. 43.

«este recker under den süllen, ut dem huse gebracht und int
«feld begraven werden.»¹⁾).

d) Изъ любекскаго гр. права:

«Wer sich selbst tödtet, der sal in das Feld begraben wer-
«den»²⁾).

e) Изъ ниже-австрийскаго земскаго права, которое опредѣ-
ляетъ:

«dass er (палачъ) des Verzweiffelten Körper aus dem Hauss
«schlaipffe oder herab lasse, hernacher wie ein Vieh auf den
«Karren lege und unter das Hochgericht vergrabe³⁾). Wir wol-
«len auch denen Land-Gerichts-Herren des Orts, wo die That
«beschehen, der Bosshafftigen Selbstmörder, in dero Land-Ge-
«richt sich befindend, ligend und fahrendes Gut, wie auch an-
«dern Gerichts-Herru, jedwedem dasjenige so sich in sei-
«nem Landgerichte befindet, . . . einzuziehen gnädigst zugeben;
«Doch dass hierunter nicht die Burger und Inwohner in un-
«sersn. . . . Städ und Märkten, wo wir das Landgericht selbst
«haben, nicht verstanden seyn; als deren Haab und Güter
«Wir in dergleichen Fällen unserer Cammer einzuziehen vor-
«behalten. Wenn der Selbst-Mörder ein oder mehr Kinder verlast
«so solle denenselben. . . . wenn 4 (vier) oder mehr, die Hälfte
«da aber unter vier seynd, das Drittel des völligen Gutes;
«und wären keine Kinder, sondern Blutsverwandten, dem nech-
«sten biss in den vierten Grad inclusive, der dritte Theil be-,
«sagten völligen Gutes, das übrige aber denen Landgerichtsherren,
«zufallen. Dieses alles ist aber nur von denjenigen zu verste-
«hen, welche sich. . . . entweder aus Foreht der Straff, oder
«bösen Vorsatz und Willen entleibt haben.»

f) Изъ саксонскаго права⁴⁾:

Въ рескриптѣ Фридриха Августа d. III. Id. Mart 1719
сказано:

«Dabingegen. . . . ihre Coerper mit der Hinausschaffung auf
«dem Schindkarren oder Schleife und der Verwerckung in
«die Erde unter den Galgen. . . .»

¹⁾ А. 131.

²⁾ Lib. 4. T. 9. A. 2.

³⁾ 1656 года арт. 69. §§ 1. 3. 4. 7.

⁴⁾ Cod. Aug. T. 1, стр. 1009.

- g) Изъ Codex juris bavar. crim. ¹⁾), который постановляетъ :
 «Fürsetzliche Selbst-Entleibung wird mit Confiscation des 3 ten
 «Theiles der Erbschaft gestraft, und soll der todte Körper
 «durch den Scharfrichter unter den Galgen vergraben werden.»
- h) Изъ Constitutio Crim. Theresiana ²⁾), которая, повторяя по-
 становление ниже-австрийскаго земскаго права, прибавляетъ :
 «dass des Gedächtniss das Selbstmörders, bey der Welt immerfort
 «für verächtlich und ehrlos solle gehalten werden.»

Въ нѣкоторыхъ странахъ вкралось еще злоупотребленіе, не-
 основанное ни на какомъ законѣ, именно палачъ, въ томъ случаѣ,
 когда находимъ былъ трупъ самоубійцы въ комнатѣ, могъ себѣ
 присвоить все движимое имущество, до котораго онъ могъ, про-
 стерши руки, достать своимъ мечемъ съ того мѣста, на которомъ
 лежалъ трупъ ³⁾).

Лишившіе же себя жизни безъ намѣренія, въ сумашествіи или
 временномъ отъ какихъ либо болѣзненныхъ припадковъ безпа-
 мятствъ, погребались то безчестно ⁴⁾), то менѣе обыкновеннаго,
 торжественно ⁵⁾), ночью или рано утромъ, въ углу кладбища.

¹⁾ Ч. 1, гл. 3. § 25.

²⁾ Art. 93. § 7.

³⁾ См. Carpruz I. c. I, qu. 2, pro 32. Ludovici, de jure carnif. in
 bona propr. Halae 1739, см. однакожъ Niederöst. Landesordnung
 I. c. § 10.

⁴⁾ См. выше примѣч.

⁵⁾ Сл. Виртембергскій законъ 1621 года. Wisberg I. c. стр. 42 и
 слѣд.—Въ Niederöster. Landgerichtsordnung I. c. § 7 и 9, опре-
 дѣлено:

«Wer sich auss Gebrechen seiner Vernunft, allzugrosen Melancholey
 «und Kranckheit umbs Leben bringt, mit demselben solle das Land-
 «gericht nichts zu thun. weniger jemand seine Güter einzuziehen ha-
 «ben, sondern er mag durch ehrliche Leute bestättet, und christli-
 «cher Ordnung nach auf ein geweychtes Erdreich, doch insgemein
 «nicht mit Gepräng, noch an vornehme Oerther begraben, und es
 «sowohl der Güter halben, als sonst in allen Fällen mit ihm
 «gehalten werden, als wenn er eines natürlichen Todes gestorben wäre.
 «Wann aber die Sachen also beschaffen, dass man vernünftig zweiffeln
 «kan, ist das bessere, nemblich dieses zu vermuthen, dass er aus
 «Unvernuunft, Unsinnigkeit, gählingen Fall oder von einem andern
 «umb das Leben kommen.» с. Iosephs I Halsgerichtsordnung (1708)
 art. 19. § 17. Const. criminalis Theresiana art. 93. §§ 7 и 8.—

Даже покушение на самоубійство подвергалось наказанію, то болѣе, то менѣе строгому¹⁾).

Саксонское право различало три категоріи самоубійства:

- a) по безумію
- b) по болѣзненнымъ какимъ либо припадкамъ,
- c) ob conscientiam criminis.

Въ первыхъ двухъ случаяхъ самоубійцы погребались, хотя честно, но неторжественно; въ послѣднемъ же случаѣ безчестно. Сл. Erhard, Handbuch des Churs. reinlichen Rechts т. 1, стр. 299, слѣд. Подобныя правила перешли и въ наше законодательство. Такъ напр. въ Уст. Воинскомъ опредѣлено: «Ежели кто самъ себя убь-«еть, то надлежитъ палачу тѣло его въ безчестное мѣсто отволочь «и закопать, волоча прежде по улицамъ или обозу.»

Толков. А ежели кто учинилъ въ безпамятствѣ, болѣзни, въ меланхоліи, то оно тѣло въ особливоу, но небезчестномъ мѣ-стѣ похоронить. И того ради должно, что пока такой самоубійца погребенъ будетъ, что судьи напередъ о обстоятельствѣ и причи-нахъ подлинно увѣдомились и чрезъ приговоръ опредѣлили бѣ, как-кимъ образомъ его погребсти.

- 1) Весьма неудивительно, что законодательства и практика, подвер-гавшія совершившееся самоубійство наказанію, не оставили безна-казаннымъ и покушение на оно. сл. Clarus l. c. qu. 68 pro 37. Farinacius l. c. qu. 128 pro 36. — Curtius junior, cons. 182 pro 3. Menochius; l. c. cod. 281 pro 22. Caregius l. c. pr. 33. 127. Даже Бёмеръ, принимавшій, что самоубійство, само по себѣ, ни по римскому праву, ни по постановленію уго-ловнаго уложенія императора Карла V-го не подвергалось ни-какому наказанію, все таки говоритъ: «sonatum facilius coërceri, «ut sensu mali de foeditate facti, quod recta ratio cum regulis chri-«stianismi reprobat, convincatur.» Но наказаніе за покушение на самоубійство, по Карпцову, смягчалось, особливо въ тѣхъ случа-яхъ, когда самоубійца лишилъ себя жизни по извѣстнымъ причи-намъ, исключаяющимъ вѣняемость въ вину или уменьшающихъ сте-пень наказуемости. Онъ говоритъ l. c. pro 37. 38. 39. 41. 44. 45. «Si quis tacdio vitae, vel impatientia doloris, vel ex desperatione, «furore aut alia animi impatientia seipsum occidere tentasset (hoc «autem, ab aliis detensus vel impeditus, efficere non potuit) tunc nulla «poena affici debet. At si quis extra ejusmodi casus. . . . vitam sibi. . . . «finire velit et. . . . impeditus fuerit, hunc eadem poena, ac si pro-«positum suum perficisset, afficiendum ac capite plectendum esse tra-«dunt DD. At contrarium, quod non eadem poena, nec poena ca-«pitis. sed mitiori arbitrio judicis puniri debeat is, qui seipsum occi-

Наконецъ въ Саксоніи въ случаѣ самоубійства *ob conscientiam criminis* наказаніе исполнялось надъ трупомъ самоубійцы¹⁾,

«dere volens ab aliis impeditus non occidit, defendit Carer. in pract. «sr. tract. 3. § 8, nro 9. Quae opinio de jure verissima est.» сл. «Niederöest. Landgerichtsordn. l. c. § 10. Halsgerichtsordn. Joseph's I «art. 19. § 17. Const. crim. Theres. art. 93. § 7. Quistorp Grundsaetze l. c. § 300.» Эти правила практики перешли и въ наше законодательство. Такъ напр. опредѣлено въ Уставѣ Войска. «Ежели солдатъ пойманъ будетъ въ самомъ дѣлѣ, что хотѣлъ себя самъ убить.... а учинитъ то отъ мученія и досады, чтобъ болѣе не жить, или въ безпамятствѣ и за стыдомъ, оный.... съ безчестіемъ отъ полку отогнанъ быть имѣеть; а ежели жъ кромѣ этихъ причинъ сіе учинилъ, онаго казнить смертью.» Въ Уставѣ же Морск. сказано: «кто захочетъ самъ себя убить и его въ томъ застагнуть: того повѣсить на раинѣ.

¹⁾ Cod. Aug. l. c. стр. 1009. «Da hingegen. . . ihre Körper.... auch oeffters uoch mit Galgen, Rad und Feuer bestrafft werden. сл. Carpzov l. c. pars III qu. 131, n. 27. 29. 40. 43....» in cadaver quoque reorum quandoque animadverti solet; quo nempe recordatione istius poenae a delinquendo caeteri facilius absterneant. Hancce rationem probe perpendens vix inficiari poterit, quin cadavera mortuorum recte quandoque suspendantur vel comburantur.... Fatcos equidem, ipsa cadavera non puniri, neque adversus eadem executioni sententiam mandari posse.... nihilominus tamen in terrorem et exemplum permitti potest, ut in cadavera aliquatenus animadvertatur.... Quin et denegationem sepulturae loco poenae esse, haud absurde quis affirmaverit.... Si reus de crimine confessus vel con victus, et ad supplicium mortis condemnatus, antequam sententia executioni mandetur, mortuus fuerit; hujus cadaver pro ratione criminis commissi non minus suspendendum, comburendum vel rotae affigendum esse, ac si reus adhuc viveret, non male forsан quis affirmaverit.... Attamen si crimen perpetratum non fuerit ex numero eorum, quae pro atrocissimis habentur, ut in cadavere rei defuneti animadvertatur, suavor esse nollem. Такія правила практики, которыя имѣли силу почти до конца прошедшаго столѣтія, приняты были Петромъ Великимъ въ наше законодательство, какъ видно изъ Уставовъ Воин. и Морск. Въ первомъ опредѣлено: «Ежели кто самъ себя убьетъ, то надлежитъ палачу тѣло его.... закопать, волоча прежде по улицамъ или обозу; въ последнемъ же сказано: ежели кто самъ себя убьетъ: тотъ и мертвой за ноги повѣшенъ быть имѣеть.»

въ чрезвычайныхъ по крайней мѣрѣ случаяхъ. Только въ концѣ прошедшаго столѣтія, по примѣру прусскаго законодательства¹⁾, постановленія, введенныя практикою, вышли изъ употребленія.

¹⁾ Сл. Klein, Grundsätze des gem. deutsch u. preuss. peinl. R. § 261. стр. 187. Preuss. Landrecht Th. II. T. 20. § 103.

