

# 彈道學實驗講義

570016

MG  
D315-33

2

# 彈道學實驗講義目錄

	頁數
實驗第一 極式測面儀測面常數之測定.....	1
實驗第二 求矩式測面儀之測面常數求積分 $I = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx$ 之值並由之以定 $\pi$ 值.....	14
實驗第三 (a) 利用三稜鏡以求曲線之切線及法線 (b) 微積分儀之調整 (c) 應用微積分儀由膛內彈速與經過時間之關係曲線以求膛內行程與經過時間之關係曲線及膛壓與經過時間之關係曲線.....	25
實驗第四 比長儀之應用.....	14
實驗第五 砲彈重心位置之測定.....	50
實驗第六 砲彈轉動慣量之測定.....	53
實驗第七 測高儀之用法——由中正式步槍之準星及表尺以測定其 X—E 曲線.....	57
實驗第八 利用重壓機以編製壓力表.....	54
實驗第九 最高膛壓測定法.....	70
實驗第十 希波氏鐘之校正(附標準鐘之校正).....	74
實驗第十一 秒擺時距曲線之求法.....	36
實驗第十二 布朗氏測速儀之用法.....	93
實驗第十三 初速測定法.....	102
實驗第十四 海姆霍茲氏擺時距曲線之求法.....	108
實驗第十五 火葯燃燒熱之測定.....	113
實驗第十六 槍彈彈形係數之測定.....	118
實驗第十七 高度風速之測定.....	127
實驗第十八 葯溫地面氣溫氣壓濕度及風速之測定.....	133
實驗第十九 裝葯量之配定法.....	149
實驗第二十 槍彈精度射擊試驗法.....	156



日期 \_\_\_\_\_

作實驗者：組 別 \_\_\_\_\_

地 點 \_\_\_\_\_

姓 名 \_\_\_\_\_

## 實驗第一 極式測面儀測面常數之測定

### 1. 實驗目的：學習極面儀之使用法

### 2. 實驗說明：

#### (a) 測面常數之測定：

設  $n$  表之轉動輪之轉動圈數，若極在密線之外，則密閉曲線之範圍之面積  $A$  可表之為

$$A = 1000n C_1 \dots\dots\dots (1.1)$$

$C_1$  稱為第一測面常數。由上式求得之  $A$  值係以  $mm^2$  為單位若極在密閉曲線之內，則  $A$  之值又應以下式表之

$$A = C_1 (1000n + C_2) \dots\dots\dots (1.2)$$

$C_2$  稱為第二測面常數。由 1.2 求得之  $A$  值，亦係以  $mm^2$  為單位

#### (b) 由膛壓與膛內行程之關係曲線以求彈之初速

設  $p$  表膛壓以  $kg/cm^2$  計， $x$  表膛內行程，以  $cm$  計。令  $D$  表彈徑以  $cm$  計， $P$  表彈重以  $kg$  計，則彈之速度當膛內行程為  $X$  時，其值可以下式求之

$$\frac{P}{2g} V^2 = \int_0^X \frac{\pi}{4} D^2 p dx = \frac{\pi}{4} D^2 \int_0^X p dx \dots\dots\dots (1.3)$$

式中  $g = 9.81m/Sec^2$  之值係以  $m/Sec$  為單位，當  $x = x_0$  時  $x_0$  表膛壓總行程，則彈之初速  $V_0$  可表之如次

$$V_0^2 = \frac{2g}{P} \cdot \frac{\pi}{4} D^2 \int_0^{x_0} p dx \dots\dots\dots (1.4)$$

若  $P$ 、 $D$  及  $x_0$  之值均為已知，又有  $p-x$  之關係曲線，則  $V_0$  之值不難求得。因  $\int_0^{x_0} p dx$  係等於  $p-x$  曲線，縱橫坐標軸及  $x=x_0$  諸線所範圍之面積，此面積之值乘  $\frac{\pi}{2P} D^2$  即為  $V_0^2$  之值也。設  $A$  表此面積之值以  $mm^2$  計， $u$  表  $mm^2$  所示之  $(kg/cm)$  值則 (1.4)

$$V_0^2 = \frac{2g}{2P} D^2 u A \dots\dots\dots (1.4)$$

### 3. 實驗步驟：

#### (a) 測面常數之測定：

令  $H I$  桿 (見後附之說明書) 所示之刻度先後為下列各值：  
(每組取一測面儀作此實驗)



570016



正方形邊長 = \_\_\_\_\_ cm      正方形面積 = \_\_\_\_\_ cm<sup>2</sup>

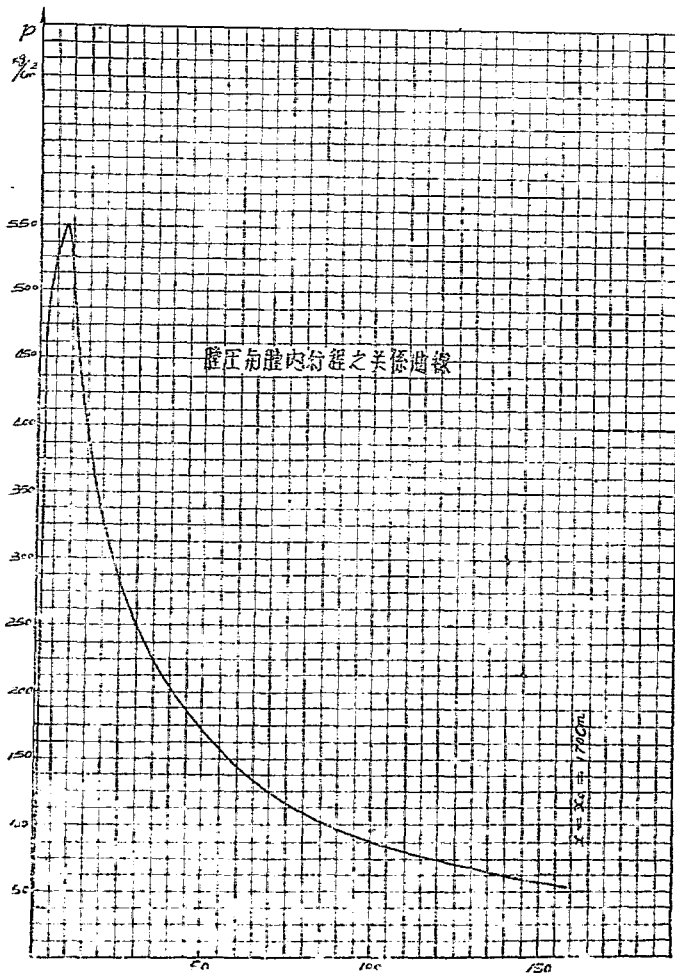
HI 桿之 刻 度	n 值					平均 值	C <sub>2</sub> 值		
	1	2	3	4	5		測出值	標準值	誤差%

(b) P = \_\_\_\_\_ kg      D = \_\_\_\_\_ mm      x<sub>0</sub> = \_\_\_\_\_ cm  
 p~x 之關係曲線 (見另紙)  
 n 值 = \_\_\_\_\_      HI 桿刻度 = \_\_\_\_\_      C<sub>1</sub> = \_\_\_\_\_  
 面積 = \_\_\_\_\_ mm<sup>2</sup>      u = \_\_\_\_\_      V<sub>0</sub> = \_\_\_\_\_ m/Sec

5. 問 題:

- (a) 問 HI 桿之刻度為 264.4 153.2 318.0 時 C<sub>1</sub> 之值各為若干? (註明所用之測面儀號碼)
- (b) 設將一頗大之面積, 縮小繪於紙上, 然後用測面儀測出紙上之面積若繪圖時係以 1 cm 表 λ m 測出面積為 A<sub>1</sub> 則實際面積為若干?





## 極式測面儀 (Polar Planimeter) 說明書

### 1. 原 理：

欲求一平面的密閉曲線所範圍之面積，可以此極式測面儀測知之。在未詳述此儀器之構造及用法之先，請先討論下述之問題：

A. 問題 (a) 設直線 AB 其長為 L，今令此直線之兩端沿兩曲線 P Q 及 CD 上行走，問 AB 自位置 P C 移至位置 Q D 所掃過之面積若干？

〔解〕 設直線 AB 位於位置 AB，今移至相鄰位置 A' B'，又設 AB 交 A' B' 於 O 點， $\angle AOA' = d\theta$ ，作 B'' B 及 A'' A 垂直於 A' B' 并交 A' B' 於 B'' 及 A'' 點。則面積  $ABB' A''$  應為面積  $ABB'' A'' + \triangle BB'' B'' - \triangle AA'' A''$

$$\text{但 } \triangle AA'' A'' = \frac{1}{2} \overline{AA''} \overline{A'' A''}$$

$$= \frac{1}{2} \overline{AO} d\theta (\overline{AO} d\theta \tan \angle AA'' A'')$$

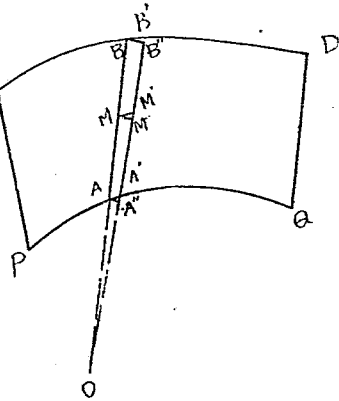
$$= \frac{1}{2} \overline{AO}^2 d\theta^2 \tan \angle AA'' A''$$

$$\triangle BB'' B'' = \frac{1}{2} \overline{BO}^2 d\theta^2 \tan \angle B'' B'' B''$$

$$\begin{aligned} \text{面積 } ABB' A'' &= \frac{1}{2} (\overline{OB}^2 - \overline{OA}^2) d\theta \\ &= \frac{1}{2} (\overline{OB} + \overline{OA})(\overline{OB} - \overline{OA}) d\theta \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} L (\overline{OB} + \overline{OA}) d\theta = L ds$$

式中  $L_0 = \overline{OB} - \overline{OA}$ ，即為 AB 之長，



(圖 1.1)

$\frac{1}{2} (\overline{OB} + \overline{OA}) d\theta = ds$  為  $MM''$  之長，M 及  $M''$  為 AB 及 A' B' 之中點，而  $MM''$  即為  $MM''$  在垂直於 AB 之方向上之投影也。

$$\therefore \text{面積 } ABB' A'' = L_0 ds + \frac{1}{2} (d\theta)^2 (\overline{BO}^2 \tan \angle B'' B'' B'' - \overline{AO}^2 \tan \angle A'' A'' A'') \cong L_0 ds$$

因  $d\theta$  為一無窮小， $L_0 ds$  為初級無窮小，而兩小三角形之面積為兩高級無窮小，可略之，於是得

$$\text{面積 } PCDQ = \int L_0 ds = L_0 S$$

當 AB 自 P C 移至 Q D 時，M 點亦作一曲線，S 即為此曲線之各甚小線段在 AB 之垂直方向上投影之總和。〔注意：S 並非 M 點所作曲線之長〕

B 問題 (b) 若 CD 及 P Q 均為密閉的曲線，問兩曲線所範圍之面積與 AB 所掃過之面積有何關係。

〔解〕 假定 AB 線沿 CRD 及 P N Q 行動所掃過之面積為正，沿 D S C 及 Q H P 行動所掃過之面積為負，如是得

$$\text{正面積} = \text{面積 } P C R D Q N P$$

$$= \text{面積 } C B R D S C + \text{面積 } P C S D Q N P = L_0 S_1$$

$$\text{負面積} = \text{面積 } P C S D Q H P$$

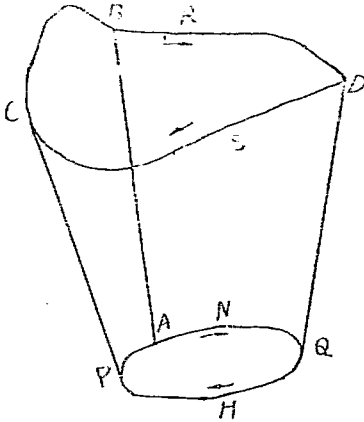


圖 (1.1)

2. 構造:

據上述之理，可製極式測面儀，茲示其全圖及各部份分圖如下：

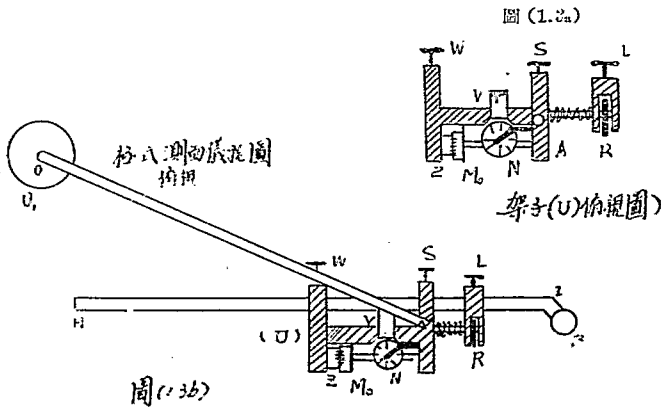


圖 (1.2a)

$$= \text{面積} PNQHP + \text{面積} PCSDQNP$$

$$= L \cdot S_2 \quad \therefore L_0 S_1 - L_0 S_2 = L_0 (S_1 - S_2)$$

$$= \text{面積} CRDSC - \text{面積} PNQHP.$$

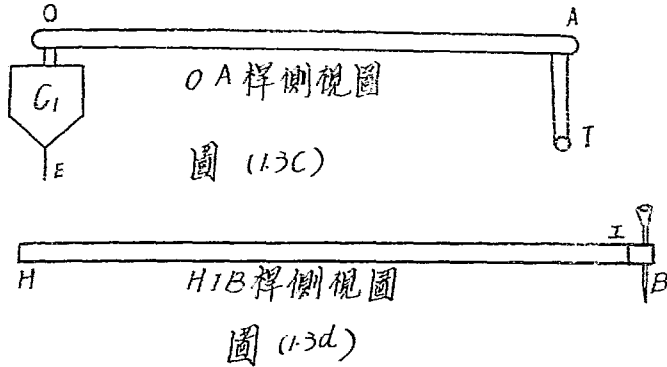
若在 AB 之中點，鑲一可轉動之輪，輪以 AB 為軸，r 為其半徑，輪上有刻度以示輪之轉數，注意 AB 沿方向 AB 移動時，此輪不生轉動，則當 AB 沿 CRD 及 PNQ 移至 QD 時，此輪轉動  $n_1$  次，當 AB 復由 DSC 及 QHP 移近 PC 時此輪作相反方向之轉動  $n_2$  次，而輪上之刻度示出  $n_1$  及  $n_2$  之差數 n，即  $n = n_1 - n_2$  是也。如是

$$\text{面積} CRDSC - \text{面積} PNQHP = L_0 (S_1 - S_2)$$

$$= 2\pi L r n, \text{ 今若令 A 點不作一密閉曲線僅在某一曲線線段上來往，則面積} PNQHP \text{ 為零，而面積}$$

$$CRDSC = 2\pi L r n \text{ 矣。}$$





OA 爲一桿，O 端有錘  $O_1$ ，錘下有一針 E，可使 O 端固定如桌上。吾人稱 O 爲極面 OA 稱爲極桿。他端 A 有一下錘之針 T，可以嵌入架子 U 之 A 洞內。U 架上有一可轉動之輪 M，輪上有刻度旁有遊標 Z，固定於架上。由 Z 及輪上之刻度，可讀出 M 轉動之圈數，準至  $\frac{1}{1000}$  圈。N 爲一可轉動之盤，亦嵌於架上。盤上有刻度，盤與 M 由齒輪連繫，每 M 轉動一週，此輪即轉過一分割。

HI 亦爲一桿，桿上有刻度，B 端有一針。此桿可套於 U 架上，架上有固定之遊標 V，由桿上之刻度及遊標之指示，可讀出 A 洞中心至 B 針之距離。注意 HI 桿及 AB 之聯線須與 M 之轉動軸平行，HI 桿之刻度，每一小分割爲  $\frac{1}{2}$  millimeter，每一大分割爲  $\frac{1}{2}$  Centimeter。欲定 AB 之距離可先將 U 架移至一相當位置，旋緊螺絲 L，然後旋動 R 以作精確之調整，使 AB 之距離準至 0.05 millimeter。再旋緊螺絲 S，使 U 架固定於 HI 上。

W 爲一轉動之輪，其軸係與 HI 垂直。有此 W 輪可使 U 架作與 AB 方向平行之移動較爲便利，與測面實無緊要也。

### 3. 用法：

極式測面儀，可簡化如右圖，O 點爲極。注意 B 點無論在何種曲線上移動時，A 點均在一圓弧上行走。在問題 b 中會涉及 A B 之中點與一轉動之輪，其轉動圈數可定所欲測之面積。

今此輪不嵌於 AB 之中點，而以 M 輪代之，作用實同也。茲述此測面儀用法如次：

A. 極在密閉曲線之外：

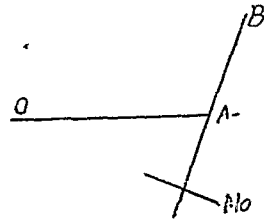


圖 (1.4)

設有密閉曲線CRDBC，欲測此曲線所範圍之面積，可使O點固定於曲線之外，而以B針在曲線上行走一週，注意當B點移動一週時A點僅在圓弧PQ上來往行動。

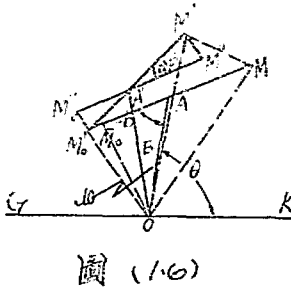
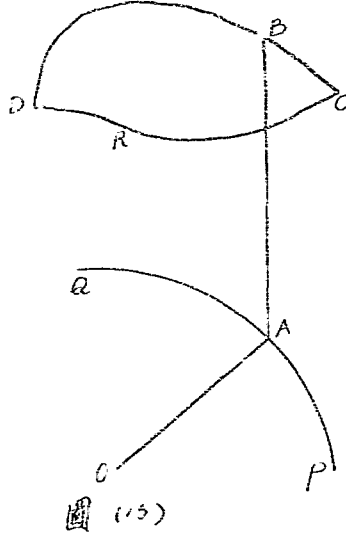
設M<sub>0</sub> 輪上指示之圈數為n，輪之半徑為r，AB之長度為L，若M<sub>0</sub> 位於AB之中點，根據問題b所述之原理

$$\text{面積CRDBC} = 2\pi L n r \dots\dots\dots (1)$$

今M<sub>0</sub> 不在AB之中點，(1)式是否仍為合適，尚待證明。

吾謂無論M<sub>0</sub> 所在之位置如何，(1)式均合適。

(証) 設OA之長=C，AB之長=L，M為AB之中點，則AM =  $\frac{1}{2}L$ ，又M<sub>0</sub> 與A之距離為b， $\angle M_0AO = \beta$ ，今令AB自AB位置移至一相鄰位置A'B'時A落在A'，M落在M'，而M<sub>0</sub> 落在M<sub>0</sub>'。此種移動吾人可視為由兩步合成：



a. 保持 $\beta$ 不變，使A落在A'於是M<sub>0</sub>M落在M<sub>0</sub>'M'，而 $\angle A \cap A' = d\theta$ ， $\theta = \angle AOK$ ，GK為一固定之線。

b. 縱令A'不動，而使M' M轉動 $d\beta$ 角，於是M<sub>0</sub>M落在M<sub>0</sub>'M'今欲求MM'在與M<sub>0</sub>M垂直方向上之投影。設此投影為 $ds_1$ ，則

$$\begin{aligned} ds_1 &= OM d\theta \cos \angle AMO - \frac{1}{2} L_0 d\beta \\ &= \left( \frac{1}{2} L_0 + OA \cos \beta \right) d\theta - \frac{1}{2} L_0 d\beta \\ &= \left( \frac{1}{2} L_0 + C \cos \beta \right) d\theta - \frac{1}{2} L_0 d\beta \\ &= \frac{1}{2} L_0 (d\theta - d\beta) + C \cos \beta d\theta \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

今 $ds_2$ 為M<sub>0</sub>M'在與M<sub>0</sub>M垂直方向上之投影，則

$$\begin{aligned} ds_2 &= OM_0 d\beta \cos \angle AM_0O - bd\beta \\ &= (b - C \cos \beta) d\beta - bd\beta \\ &= b (d\beta - d\beta) - C \cos \beta d\beta \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

當B移動一週， $\beta$ 由 $\beta_1$ 變至 $\beta_2$ ，復由 $\beta_2$ 變至 $\beta_1$ ， $\theta$ 亦由 $\theta_1$ 變至 $\theta_2$ ，復由 $\theta_2$ 變至 $\theta_1$ ，今舉各相類之 $ds_1$ 及 $ds_2$ 而加之，則得

$$\begin{aligned}
 S_1 = \phi ds_1 &= -\frac{1}{2} L_0 \left[ \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta + \int_{\theta_2}^{\theta_1} d\theta - \int_{\beta_1}^{\beta_2} d\beta - \int_{\beta_2}^{\beta_1} d\beta \right] \\
 &+ C \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos \beta_{(1)} d\theta + C \int_{\theta_2}^{\theta_1} \cos \beta_{(2)} d\theta \\
 &= C \left[ \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos \beta_{(1)} d\theta + \int_{\theta_2}^{\theta_1} \cos \beta_{(2)} d\theta \right] \dots\dots\dots (4a)
 \end{aligned}$$

注意  $\beta$  為  $\theta$  之函數，此函數因曲線 CRDBC 而異。又因曲線為密閉的， $\beta$  可有兩值與  $\theta$  值對應。蓋同一  $\theta$  值， $\beta$  之值因 B 對在曲線 CRD 部份上與在 DB 部份上而有不同也。換言之吾人作  $\beta$  與  $\theta$  之關係曲線，亦得一密閉曲線，而此密閉曲線可視為由二曲線  $\beta=f_1(\theta)$  及  $\beta=f_2(\theta)$  所合成。在 (4a) 式中吾人書  $\beta_{(1)}$  及  $\beta_{(2)}$  以表  $f_1(\theta)$  與  $f_2(\theta)$  而示區別。又

$$\begin{aligned}
 S_2 = \phi ds_2 &= b \left[ \int_{\theta_2}^{\theta_1} d\theta - \int_{\beta_1}^{\beta_2} d\beta \right] - C \left[ \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos \beta_{(1)} d\theta + \int_{\theta_2}^{\theta_1} \cos \beta_{(2)} d\theta \right] \\
 &= -C \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos \beta_{(1)} d\theta - C \int_{\theta_2}^{\theta_1} \cos \beta_{(2)} d\theta \dots\dots\dots (4b)
 \end{aligned}$$

由 (4a) 及 (4b)，吾人可知  $S_1$  與  $S_2$  同值而異號。苟吾人在 M 及  $M_0$  處，錄二同半徑之輪，二輪均以  $M_0M$  為軸，若  $\beta$  繞曲線一週，則因  $S_1$  及  $S_2$  同值，而兩輪所示之轉數相等。

設轉數為  $n$ ，令  $S$  表  $S_1$  與  $S_2$  之絕對值，吾人乃有  $S = 2\pi n$ ，而曲線所繞圍之面積乃為  $2\pi L_0 n$ ，是無論  $M_0$  輪之位置如何，而 (1) 式之結果果能適合也。

由 (2) 及 (3) 已將  $ds_1$  及  $ds_2$  之正向規定，M 及  $M_0$  二處之轉輪之轉動正向亦隨之以定。下圖示兩輪之轉動正向：

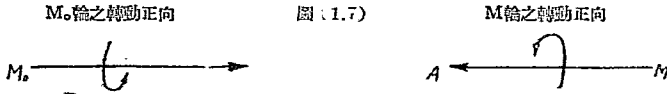


圖 (1.7)

本所有極式測面儀兩具，一為 Nr. 12748，一為 Nr 12724。兩儀之  $M_0$  輪轉動正向均與上述之規定一致。今吾人之問題，為 B 點在曲線上行走應為順鐘向抑為逆鐘向始可使  $M_0$  輪上所示之函數為正值。

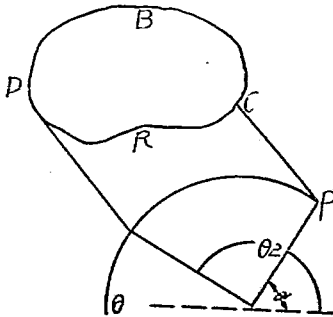


圖 (1.8)

設 B 點在曲線上行走為順鐘向。設 B 點在 C 時， $\theta$  值為最小 ( $=\theta_1$ )，B 點在 D 時， $\theta$  值最大 ( $=\theta_2$ )，相當於曲線 CRD 段之  $\beta-\theta$  關係為  $\beta_{(1)}=f_1(\theta)$  相當於曲線 DBC 段之  $\beta-\theta$  關係為  $\beta=f_2(\theta)$ 。當  $\theta$  值為一定時每有  $\cos f_1(\theta) < \cos f_2(\theta)$

故得

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos [f_1(\theta)] < \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos [f_2(\theta)]$$

令  $I_1$  及  $I_2$  各表上述二積分，則有

$$\begin{aligned}
 S_1 = \phi ds_1 &= \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos [f_1(\theta)] + \int_{\theta_2}^{\theta_1} \cos [f_2(\theta)] \\
 &= I_1 - I_2 < 0
 \end{aligned}$$

於是  $S_2 = -S_1 > 0$  而為正值。

吾人乃得結論：

欲測一曲線所範圍之面積，B點之移動方向應為順鐘向，始可使M<sub>0</sub>處之輪所示之圈數為正。

上述證明，係認為M<sub>1</sub>處及M<sub>2</sub>處之兩輪之軸是相疊合的。實M<sub>2</sub>處之輪，其軸係與M<sub>1</sub>處之輪之軸相平行而非正合。吾今假証，無論兩輪之軸平行抑或合，(1)式仍合用。

(a) 設N處有一輪，與NS平行M<sub>0</sub>A<sub>0</sub>，今使A點轉動dθ角，但保β角不變。是時，M<sub>0</sub>移至M<sub>0</sub>'點，N移至N'則

$$\angle M_0 O M' = \angle N O N' = d\theta$$

因dθ為甚小，吾人可視

$$M_0 M_0' \perp M_0 O \text{ 及 } NN' \perp NO$$

引長A M<sub>0</sub>至P，引長S N至Q。則∠P M<sub>0</sub> O + ∠A M<sub>0</sub> M<sub>0</sub>' = rt. ∠及∠Q N O + ∠S N N' = rt. ∠。設M<sub>0</sub> M<sub>0</sub>'在A M<sub>0</sub>之垂直方向上之投影為p<sub>1</sub>，NN'在S N之垂直方向上之投影為p<sub>2</sub>則

$$p_1 = OM_0 d\theta \sin \angle A M_0 M_0' = OM_0 d\theta \cos \angle P M_0 O$$

$$p_2 = ON d\theta \sin \angle S N N' = ON d\theta \cos \angle Q N O$$

$$\therefore p_1 = p_2$$

(b) 又設SNM<sub>0</sub>A繞A轉dβ角，吾人乃得SNM<sub>0</sub>A之新位置S'N'M<sub>0</sub>'A。

$$\widehat{M_0 M_0'} = AM_0 d\beta, \quad \widehat{N N'} = AN d\beta$$

設M<sub>0</sub>M<sub>0</sub>'在A M<sub>0</sub>垂直方向上之投影為p<sub>1</sub>'，NN'在A M<sub>0</sub>之垂直方向上之投影為p<sub>2</sub>'則

$$p_1' = AM_0 d\beta$$

$$p_2' = AN d\beta \sin \angle S N N' = AN d\beta \cos \angle A N S$$

但∠ANS = ∠M<sub>0</sub>AN， AN cos ∠ANS = AN cos ∠M<sub>0</sub>AN = AM<sub>0</sub>

$$\therefore p_2' = AN d\beta \cos \angle A N S = AM_0 d\beta = p_1'$$

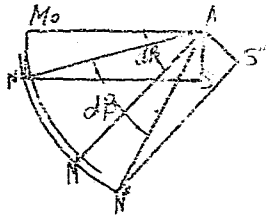


圖 (1.9)

圖 (1.10)

由(a)及(b)兩証明，可知M<sub>0</sub>輪之軸無論與M輪之軸疊合抑或為平行，而(1)式果能適用。茲尚有下述之問題須待解決：

(1) 問AB之長應為若干，可使n之值適以表示所測之面積。

$$\text{設 } A = \text{測得之面積} = 2\pi L_0 r n, \text{ 而 } \frac{A}{n} = 2\pi L_0 r$$

今欲使n之值適足以表A，則必須 $2\pi L_0 r = 1$ 或 $L_0 = \frac{1}{2\pi r}$ 。

今測面儀Nr 12748有 $2r = 19.1$  m.m.

$$\therefore L_0 = \frac{1}{2\pi r} = \frac{1}{19.1 \times 3.1416} = 0.0333 \times \frac{1}{2} \text{ m.m.}$$

是則當 $L_0 = \frac{1}{2} \times 0.0333$  m.m.時A之值為 $n \text{ mm}^2$

若 $L_0 = \frac{1}{2} \times 0.0333 \times 10000 = \frac{1}{2} \times 333$  m.m.則A之值為 $10000 n \text{ sq. m.m.} = 100 n \text{ cm}^2$

今HI桿之分割，每一寸4刻為 $\frac{1}{2}$  m.m.故遊標v上之起始分割應在桿HI之333處始可表

示  $L_0 = \frac{1}{2} \times 333 \text{ m}$  也。若  $AB$  之長為  $\frac{1}{2} \times 333 \text{ mm}$ ，則讀出之  $n$  以 100 乘之，即得所測得之面積以  $\text{cm}^2$  計。

(1) 若  $AB$  之長為任意值  $L_0$  時，問  $A$  與  $n$  之關係如何？

設  $AB = L_0$  時， $n$  之值適表所測之面積  $A$ ，即

$$2\pi L_0 r = 1$$

$$\therefore A = 2\pi r L_1 n \quad \text{或} \quad \frac{A}{n} = 2\pi r L_1$$

$$\therefore \frac{A}{n} = \frac{2\pi r L_1}{2\pi L_0} = \frac{L_1}{L_0}$$

$$\therefore A = \frac{L_1}{L_0} n \text{ (m.m)}^2 \dots (1.5)$$

B. 極在密閉曲線之內：—

設  $CRDBC$  為一密閉曲線，今欲測其所範圍面積，以極置於曲線之內，仍使  $B$  針繞曲線一週，讀出  $M$  所示之圈數，今求計算曲線所範圍之面積之公式如下：

由上述問題 (a) 之理，可知面積  $CRDBC$  為：

$$A = -\int L_0 ds_1 + \pi \overline{OA}^2$$

注意  $B$  點移動方向順鐘向，故上式積分之前有一負號。

令  $OA = C$ ，由 (2) 及 (3)

$$-dS_1 = -\left[ \frac{1}{2} L_0 (d\theta - d\beta) + C \cos \beta d\theta \right]$$

$$-dS_1 = b (d\theta - d\beta) - C \cos \beta d\theta$$

$$\therefore -dS_1 = -\frac{1}{2} L_0 (d\theta - d\beta) - b (d\theta - d\beta) + dS_2$$

$$\text{或} \quad -dS_1 = -\left(\frac{1}{2} L_0 + b\right) d\theta + \frac{1}{2} L_0 d\beta + b d\beta + dS_2$$

$$= -\left(\frac{1}{2} L_0 + b\right) (d\theta - d\beta) + dS_2$$

$$\therefore \text{面積 } CRDR'BC = -\left(\frac{1}{2} L_0^2 + bL_0\right) \left[ \int_0^{-2\pi} d\theta - \int_{\theta_2}^{\theta_1} d\beta \right] + \phi L_0 dS_2 + \pi C^2$$

$$= \left(-\frac{1}{2} L_0^2 + bL_0\right) 2\pi + 2\pi n L_0 + \pi C^2$$

$$= (L_0^2 + 2\pi L_0) \pi + C^2 \pi + 2\pi n L_0$$

$$= (L_0^2 + 2bL_0 + C^2) \pi + 2\pi n L_0$$

$$\text{令} \quad (L_0^2 + 2bL_0 + C^2) \pi = K_1 \quad 2\pi L_0 = K_2$$

$$\therefore \text{面積 } CRDR'BC = K_1 + K_2 n = K_2 \left[ \frac{K_1}{K_2} + n \right]$$

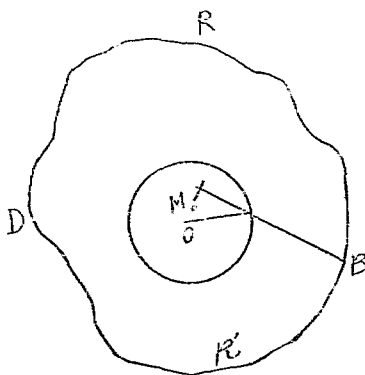


圖 (111)

因  $n$  能讀至  $\frac{1}{1000}$  吋，為避免小數起見，令  $\frac{K_2}{1000} = C_1$ ， $1000 \frac{K_1}{K_2} = C_2$ ，則得面積

$$CRDR'BC = C_1 (C_2 + 1000n) \dots\dots\dots (6)$$

若欲測一頗大之面積，可將此面積繪於紙上而縮小若干倍。然後以此極式測面積以測紙上面積。設實際長度與紙上長度之比為  $\lambda$ ，則應用公式 (6) 時或公式 (5) 時，均須乘以  $\lambda^2$ ，即

$$\text{實際面積} = C_1 \lambda^2 (C_2 + 1000n) \dots\dots\dots (7)$$

或由 (5) 而有

$$\text{實際面積} = \left(\frac{L}{L_0}\right) \lambda^2 n = \frac{2\pi r L}{2\pi r L_0} \lambda^2 n = 1000 n C_1 \lambda^2$$

4. 附 錄:

(1) 本所有極式測面儀兩具，一為 Nr 12743，一為 Nr 12724 分裝於兩盒內。各有一表，茲錄如下： Nr 12743

Verhältniss (1 : $\lambda$ )	Einstellung des Nonius am Fahrstab ( $2L_0$ )	Wert-der Nonius-Einheit ( $C_1\lambda^2$ ) ( $C_1$ )	Constante ( $C_2$ )
1 : 1000	331.7	10 sq. m. 10 m. m <sup>2</sup>	23615
1 : 1500	294.8	20 " 8 8/9 "	24095
1 : 500	265.2	2 " 8 "	24779
1 : 2500	211.9	40 " 6.4 "	/
1 : 3000	165.3	20 " 5 "	/
1 : 3000	146.8	40 " 4 4/3 "	/
1 : 5000	132.0	100 " 4 "	/

Nr. 12724

1 : $\lambda$	$2L_0$ m. m	$C_1\lambda^2$	$C_1$	$C_2$
1 : 1000	332.5	10 m <sup>2</sup>	10sq. mm.	23610
1 : 1500	295.6	20 " 8 8/9 "		24094
1 : 500	266.0	2 " 3 "		24779
1 : 2500	212.6	40 " 64 "		/
1 : 3000	166.0	20 " 5 "		/
1 : 3000	147.5	40 " 4 4/9 "		/
1 : 5000	132.6	100 " 4 "		/

(2) 盒內尚有一繪圓片，以其一端固之如紙上，將測面儀之B針嵌入片上之孔內以作圓。圓之半徑可為 2 cm. 4 cm. 及 6 cm. 自儀M。轉動圓數可計圓之面積，又自半徑可計圓面積。兩者相較，則知儀之精度如何也。

日期 \_\_\_\_\_

實驗者： 組 別 \_\_\_\_\_

地點 \_\_\_\_\_

姓 名 \_\_\_\_\_

## 實驗第二 求矩式測面儀之測面常數，求積分

### $I = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx$ 之值並由之以定 $\pi$ 值

1. 實驗目的： 學習矩式測面儀之使用法

2. 實驗說明：

(a) 測面儀測面常數之測定：

設C表圓柱體轉動之次數，A表測得之面積，則有

$$A = 100K_1 C \dots\dots\dots (2.1)$$

式中 $K_1$ 稱為測面常數。 $K_1$ 之值，因刻度桿所示之分劃而異。由(2.1)式而得之A值，其單位為 $mm^2$ 故 $K_1$ ，係表圓柱體轉動千分之一轉時所示之面積，以 $mm^2$ 計。

(d) 求積分  $I = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx$  之值並由之以定 $\pi$ 值：

積分 
$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx$$

在授課學上頗為重要。其值為 $\sqrt{\pi}$ 。今吾人可假定 $\pi$ 之值非為已知，先用測面儀以求積分之值，積分之值既知，則 $\pi$ 值亦可知矣。

先是作 $y = e^{-x^2}$ 曲線，作 $X = +a$ 及 $X = -a$ 兩直線則曲線 $y = e^{-x^2}$ 及此兩線與X-軸所範圍之面積，可表積分

$$I_a = \int_{-a}^{+a} e^{-x^2} dx。$$

設此面積之值為 $Aa$ ，以 $mm^2$ 計，又令 $\mu$ 表每 $mm^2$ 所示之積分值，

則  $I_a = \mu Aa$

$Aa$ 之值係由測面儀測出。令

$$\pi = \mu^2 A^2 \dots\dots\dots (2.2)$$

由此而得之 $\pi$ 值與真實之 $\pi$ 值(3.14159……)有差誤。但吾人可更變 $|a|$ 值，而再測諸線所範圍之面積，只須 $|a|$ 有相當大，則求得之 $\pi$ 值與真實之 $\pi$ 值之差，可為一任意已知之甚小值。(實際上因作圖及測面不能精確，兩者之差不能為任意甚小值。)

3. 實驗步驟：

(a) 測面儀測面常數之測定：

(1) 以已知半徑繪一圓，並計出其面積。





(b)  $y=e^{-x^2}$  值之算計

X	$x^2$	$x^2 \text{Log}_{10} e$	$-x^2 \text{Log}_{10} e$	$e^{-x^2}$
0				
0.2				
0.4				
0.6				
0.8				
1.0				
1.2				
1.4				
1.6				
1.8				
2.0				
2.4				
2.8				
3.2				
3.6				
4.0				
4.5				
5.0				

$y=e^{-x^2}$  曲線見另紙  $\mu = \underline{\hspace{2cm}}$  Per mm<sup>2</sup>

A	C						Aa	I = uAa	$\pi = u^2 A_a^2$
	1	2	3	4	5	平均值			
1.50									
1.75									
2.00									
2.25									
2.40									

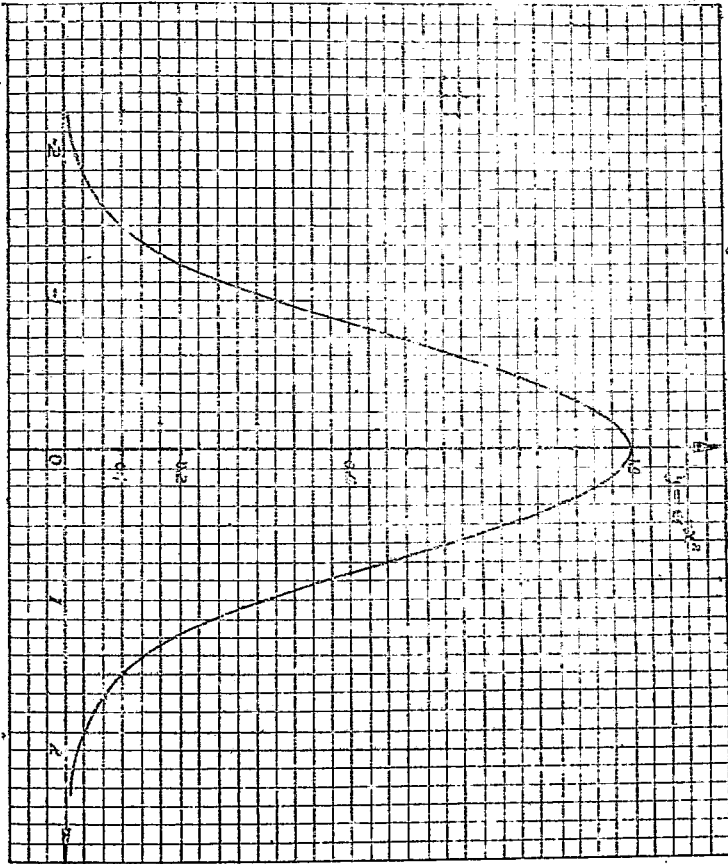
求得值與真值相差最少之  $\pi$  值 =  $\underline{\hspace{2cm}}$  誤差 =  $\underline{\hspace{2cm}}$  %

5. 問 題：

試討論由此實驗方法以求  $\pi$  值所產生之誤差。

# 彈道試驗

$y = c - x^2$  曲線圖



# 矩式測面儀說明書

## 1. 名 稱：

本文所論之儀器，德文原名為 KugelPlanimeter 若直譯為中文則應為球測面儀。球測面儀一詞，意義不甚明晰，頗易與「測量球面積之儀器」之義相混。今不以球測面儀名之，而名之為矩式測面儀，其意義述之如下：

設一圓線，其極坐標軸方程式為  $\rho=f(\theta)$ ， $\rho$  為向徑， $\theta$  為向角，(或作極角)。設 A 為圓線及  $\theta=\theta_1$ ，與  $\theta=\theta_2$  兩線所範圍之面積則 A 之值為次述之定積分：

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{1}{2} \rho^2 d\theta \dots\dots\dots (1)$$

$\frac{1}{2} \rho^2 d\theta$  稱為極坐標面積之素。若圓線以矩坐標表之為  $y=f(x)$  則限於圓線，X 軸及  $x=x_1$  與  $x=x_2$  兩線內之面積 A 之值為

$$\int_{x_1}^{x_2} y dx \dots\dots\dots (2)$$

y dx 稱為矩坐標面積元素。本所有測面儀兩種，其一為有極者(Pole)此儀器之作，係以

$$A = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{1}{2} \rho^2 d\theta$$

之理為根據，吾人因名之為矩式測面儀。其二則為本文所探討者。此儀器係依矩坐標求積之理而作，即

$$A = \int_{x_1}^{x_2} y dx$$

之理是也。吾人以矩式測面儀名之，蓋其所據原理之所自。

## 2. 構 造：

矩式測面儀含有 A 及 B 兩部份，A 部示如 Fig. 1. B 部示如 Fig. 3. A 部含有轉動輪(1)及(2)。二輪均置於輪架(3) 上，架(3)之上方，有一球面(4)。此球面與一圓桿(5)相聯，裝於架子(6)上，而架子(6)則又連接於輪架(3)上，吾人稱(5)為球面之軸。Fig. 2. 示(4)(5)及(6)三件配合情形之俯視圖。(5)上有一齒輪掛出蓋子(7)可以見之。架子(6)之下方有一釘(8)。旋轉(5)使其上之箭頭向下，則可使(5)上之齒輪與(2)輪上之齒輪(9)相吻合。若箭頭旋向上方，則兩輪分離。

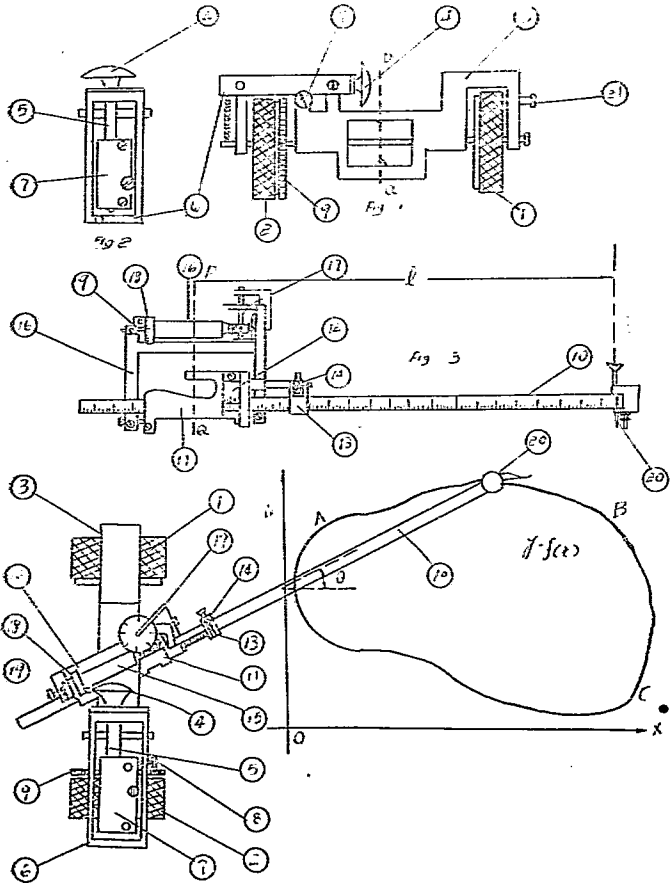


Fig 4

B部含有一刻度桿(10)，挿於架子(11)內。架上一標記(12)，由此標記以讀取刻度桿上之刻度。(13)係以存精細讀刻度之用，法將(13)固於刻度桿上，(可旋動(13)之後方一螺絲以固定之，此螺絲未在 Fig. 3 上表出)，然後旋動螺旋(14)使標記(12)對準刻度桿上所取之刻度。刻度桿上每分劃為 $\frac{1}{4}$  millimeter，標記(12)上亦有十分劃，係分刻度桿上之九分劃為十等分。讀取刻度時，係以標記(12)上直點之分割為準，例如。

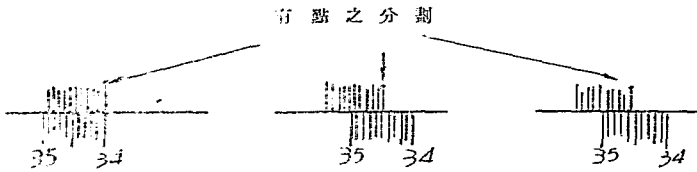


Fig 5

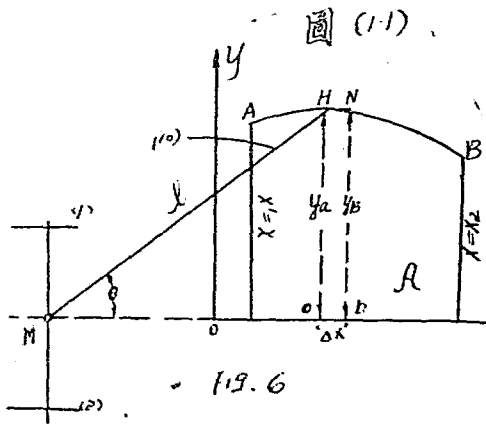
各讀如 34, 34.5, 及 34.54 (15) 為一圓柱體，裝於架子(16)上，架子(16)則固於(11)上。(17)為一轉此之盤，以記圓柱體之旋轉函數。若轉動函數非整數時，則由(18)(19)指標記出之。可準至  $\frac{1}{100}$  圈。

Fig. 4. 示A及B兩部裝置情形之概觀圖。B部裝於A部上，能繞PQ軸旋轉。如是則當應用時，刻度桿端之針(20)在一曲線之上行走，桿與(1)及(2)兩輪移動方向所成之角 $\theta$ 可以時大時小，時正時負，因針(20)之地位而異。A部則只能平移，不能側滑。球面與圓柱體之面均頗粗糙，若兩者相接觸時，球面轉動，則圓柱體亦隨之轉動。(16)之後方有一螺旋，旋動之可使球面與圓柱體分開或相接。

有一點應特別注意者，此儀器不用時，應使球面與圓柱體分開，並(5)上之齒輪不與齒輪(9)相吻合，以免損傷，螺旋(2)，須旋緊，以免轉動輪(1)及(2)活動。

### 3. 用法：

設吾人欲測曲線 ABCA (見 Fig. 4.) 所範圍之面積，可將針(20)在曲線上依順鐘向行走一週，



讀取(18)(17)及(19)上所示圓柱體轉動之函數。則由此函數之值可計算曲線所範圍之面積。按函數之值，吾人可証之係與面積成正比，至每圈表面積若干，則與PQ軸與針(20)之距離L有關。上述由標記(12)讀取刻度，則係定此L之值。由上所述，L之值可準至 0.005cm 例如 Fig. 5 所示，各表L之值為 17.000cm 17.250cm 及 17.270cm

欲証圓柱體(16)所轉動之函數，係與曲線所範圍之面積成正比，可分下述三種情形討論之：

(a) 設 AB 為一曲線，其方程式為  $y=f(x)$  試求此曲線與 X 軸及  $x=x_1$  與  $x=x_2$  所範圍之面積 A。 (見 Fig. 6.)

設令針(20)在 AB 曲線上行走，而使(1)及(2)兩轉輪平移方向係與 X 軸平行，且 PQ 軸線在 OX 上，如今令(20)自 H 依曲線移至相鄰之一點 R 吾人可視為由 H 先平行至 N 然後由 N 平行至 Y 輪移至 R。設當(20)由 H 時刻度桿與 OX 線所成之角為  $\theta$ ，HN 之長為  $\Delta x$ ，H 及 R 兩點之縱坐標各為  $y_1$  及  $y_2$ ，軸線 (PQ) 軸線通過 M 點，垂直於紙面) PQ 至(20)之距離為 L 則得

$$\text{面積 AHRb} = \Delta A = L \sin \theta \cdot \Delta x \text{---面積 HNR} \dots\dots\dots (3)$$

注意圓柱體 (15) 係常與刻度桿 (10) 平行，且其面常與球面 (4) 相接觸。設 (15) 之半徑為 r，(4) 之半徑為  $r'$  當 (15) 與 Ox 作角  $\theta$  之時，(4) 若轉動  $n'$  次，則 (15) 應轉動 n 次，而 n 及  $n'$  之關係可表之如下式：

$$2\pi r n = 2\pi r' \sin \theta n'$$

$$\text{或} \quad n = \frac{r'}{r} \sin \theta n'$$

設 (1) 及 (2) 兩輪之半徑為  $r''$ ，(9) 上之齒數，與 (5) 上齒輪齒數之比為 m，則當 (20) 由 H 移至 N 時，球面之轉數  $n'$  為

$$n' = \frac{\Delta x}{2\pi r''} m$$

$$\text{而} \quad n = \frac{n' r' \sin \theta}{r} = \frac{r'}{r} \sin \theta \frac{m \Delta x}{2\pi r''} = \frac{m r'}{2\pi r r''} \sin \theta \cdot \Delta x \dots\dots\dots (4)$$

惟當 (20) 由 N 至 R 時 (1) 及 (2) 兩輪尚須退後一距離  $\Delta x_1$ ， $\Delta x_1$  之值可求之如次：

$$\begin{aligned} \Delta x_1 &= L(\cos(\theta + \Delta \theta) - \cos \theta) \\ &= -L \sin \theta \Delta \theta \end{aligned}$$

注意由 N 至 R， $\Delta \theta$  為一負值而  $\Delta x_1$  為正值當兩輪退後此  $\Delta x_1$  距離時，圓柱體亦應逆轉  $n_1$  次，此  $n_1$  之值可以下式表之：

$$n_1 = \frac{-m r'}{2\pi r r''} L \sin \theta \Delta \theta \dots\dots\dots (5)$$

由上述，則知當 (20) 由 H 經 N 至 R 時，圓柱體 (15) 轉動之圈數  $\Delta C$  應為 n 與  $n_1$  之差，即

$$\Delta C = n - n_1 = \frac{m r'}{2\pi r r''} \sin \theta [\Delta x + L \sin \theta \Delta \theta]$$

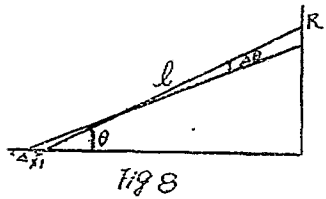
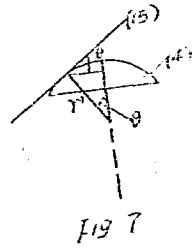
是也。如  $\Delta x$  無限趨於零，則 N 及 R 兩點無限趨於 H，而面積 HRN 為一高數無窮小，可以捨去，吾人乃得

$$dA = L \sin \theta dx = \frac{2\pi r' r}{m r''} L dc - L^2 \sin^2 \theta d\theta$$

故曲線 AB 與 X 軸及  $x=x_1$  與  $x=x_2$  所範圍之面積 A 為

$$A = \int_{x=x_1}^{x=x_2} dA = \frac{2\pi r' r}{m r''} L C + L^2 \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^2 \theta d\theta$$

$\theta_1$  及  $\theta_2$  為針(20)在 A 及 B 兩處之  $\theta$  角，而 C 即為 (15) 圓柱本所轉動之圈數，其值由 (17)(18) 及 (19)



表出之。

(b) 設有一密閉曲線 A' CDA，其所範圍之面積完全在 OX 軸之上，今欲求其面積之值，吾人可視此密閉曲線由 AEC 及 ADC 合成。由 (a) 所述之理，吾人知面積 TAECS 為

$$A_1 = \frac{2\pi r^2}{mr'} Lc_1 + L^2 \int_{\theta_C}^{\theta_A} \sin^2 \theta d\theta$$

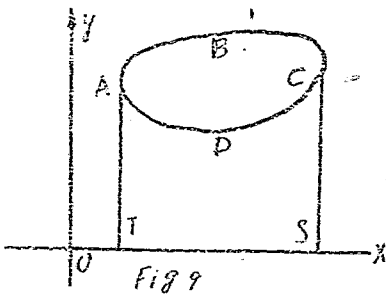
又面積 TADCST 為

$$A_2 = \frac{2\pi r^2}{mr'} Lc_2 + L^2 \int_{\theta_C}^{\theta_A} \sin^2 \theta d\theta$$

則吾人所求之面積 A 應可表之為

$$\begin{aligned} A &= A_1 - A_2 = \frac{2\pi r^2}{mr'} L(c_1 - c_2) \\ &= \frac{2\pi r^2}{mr'} Lc \dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

若針(20)在此線上行走，由 A 經 B 至 C，復由 C 經 D 至 A，則圓柱體(15)所轉動之圈數，其始為



圓柱體 C，繼而逆轉 C<sub>2</sub> 其結果為 C=C<sub>1</sub>-C<sub>2</sub>，此 C 值即由 (17) (18) 及 (19) 示出之。

若曲線所範圍面積，完全在 OX 軸之下，則 θ 常為負值。當針(20)由 A 至 C 無論經 ABC 或 ADC 均使圓柱體(15)逆轉。設針(20)由 ABC 線自 A 至 C，使圓柱體逆轉 C<sub>1</sub> 次，由 ADC 線自 A 至 C 逆轉 C<sub>2</sub> 次則得

$$\text{面積 T ABC S} = \frac{2\pi r^2}{mr'} Lc_1 - L^2 \int_{\theta_A}^{\theta_C} \sin^2 \theta d\theta$$

$$\text{面積 T ADC S} = \frac{2\pi r^2}{mr'} Lc_2 - L^2 \int_{\theta_A}^{\theta_C} \sin^2 \theta d\theta$$

$$\text{而面積 ABCDA} = \frac{2\pi r^2}{mr'} L(c_2 - c_1) \dots \dots \dots (8)$$

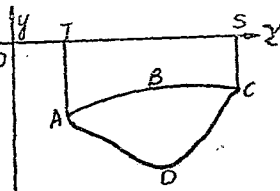


Fig 10

若針(20)由 A 依順鐘向在曲線上行走一週，則圓柱體先逆轉 C<sub>1</sub> 次，繼而順轉 C<sub>2</sub> 次，其終所示圈數即為 C<sub>2</sub>-C<sub>1</sub>=C 也。

(C) 設曲線所範圍面積，有一部份在 X 軸上，有一部份在 X 軸下，如左圖所示，吾人即分此面積為 A<sub>1</sub> 及 A<sub>2</sub> 兩部，A<sub>1</sub> 表面積 ABCA，A<sub>2</sub> 表面積 ACDA。

求 A<sub>1</sub> 及 A<sub>2</sub> 之法，顯然可化歸上述(a)及(b)兩例，設 C<sub>1</sub> 為針(20)經 ABCA 一週時，(15) 所轉圈數，C<sub>2</sub> 為 (20) 繞 ACDA 一週時，(15) 所轉圈數，則全面積為 A<sub>1</sub> 及 A<sub>2</sub>

之和，而為  $\frac{2\pi r^2}{mr'} L(C_1 + C_2)$ 。注意，吾人測 A<sub>1</sub> 時針由 C 至 A 與測 A<sub>2</sub> 時針由 A 至 C 使 (15) 所轉圈數適相等而方向相反。故 C<sub>1</sub> + C<sub>2</sub> 之值應與針(20)繞 ABCDA 一週時，使 (15) 所轉圈數之值 C 相等也。

由上所論，吾人可得結論如次：

若欲測一曲線所範圍之面積，吾人可使針(20)依順鐘向繞曲線一週，而無論(1)(2)兩輪移動之方向若何，讀取(17)(18)及(19)所示(15)圓柱體所轉動之圈數 C，

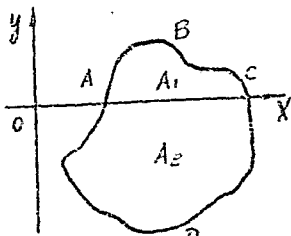


Fig 11



則面積為  $\frac{2\pi r^2 r}{mr'} = LC$ 。故面積與  $C$  成正比，比值為  $\frac{2\pi r^2 r}{mr'} = L$ 。

4. 測面儀之測面常數：

茲稱常數  $\frac{2\pi r^2 r}{mr'}$  為測面儀常數，蓋測面儀各部份之尺度既定，則此常數為一定值也。吾人又將

$\frac{2\pi r^2 r}{mr'} = L$  為測面常數，以  $K$  表之。測面常數之值，因  $L$  之值而異，要測柱體(15)每轉動一週時所示之面積。如圓柱體(15)轉動  $C$  次，則所示面積為

$$A = KC$$

注意， $C$  值可準至  $\frac{1}{1000}$  圈，茲為避免小數起見，令  $1000C = S$  及  $\frac{K}{1000} = K_1$ ，則有

$$A = K_1 S$$

若吾人欲測一甚大之面積時，可將面積縮小繪於紙上，然後用測面儀以測紙上之面積。設吾人以一公尺表實際長度  $\bar{m}$  公尺，則實際面積應為紙上面積之  $\bar{m}^2$  倍。設紙上面積為  $A = K_1 S$ ，則有

$$\text{實際面積} = \bar{m}^2 \times \text{紙上測出面積} = (\bar{m}^2 K_1) S$$

本所有短式測面儀一具裝於一匣中，匣內附有常數表，其式如下：

測面儀之測面常數表

1 : $\bar{m}^2$ (1)	刻度 毫 分 割 (2)	測 面 常 數	
		$\bar{m}^2 K_1$	$K_1$
1 : 500	853.5	0.4 m <sup>2</sup>	1.6 mm
1 : 2500	684.1	8 "	1.28 "
1 : 2000	668.3	5 "	1.25 "
1 : 1000	536.0	1 "	1.00 "
1 : 500	430.1	0.2 "	0.8 "
1 : 2500	345.4	4 "	0.64 "
1 : 2000	271.2	2 "	0.5 "
1 : 3000	241.8	4 "	4/9 "
1 : 5000	213.3	10 "	0.4 "
1 : 2500	174.6	2 "	0.32 "

表中第二行表所取之刻度毫分割，所載諸位為  $L$  之值之二倍以 mm 計。  $K_1$  表圓柱體轉動  $\frac{1}{1000}$  圈時所示之面積。

5. 附 錄：

儀器匣內備有附加刻度桿一支，挿入原有之刻度桿內可得頗大之L值，籍以測量甚大之面積。尚有繪圓片一條，其用途與極式測面儀中之繪圓片同，茲不贅。

日期 \_\_\_\_\_

實驗者：組 別 \_\_\_\_\_

地點 \_\_\_\_\_

姓名 \_\_\_\_\_

實驗第三 (a) 利用三稜鏡以求曲線之切線及法線

(b) 微積分儀之調整

(c) 應用微積分儀由膛內彈速與經過時間之關係

曲線以求膛內行程與經過時間之關係曲線及

膛壓與經過時間之關係曲線

(a) 應用三稜鏡以求曲線之切線及法線

1. 原 理：

設  $OO'$  為一直線。令置一三稜鏡  $SVDN$  於直線之上，自上方經稜鏡下視此直線，若鏡之稜  $VD$  在  $SN$  面上之投影不與此直線垂直，則見直線分為二段，而非一連續之直線如  $OR_1$  及  $OR'_1$  是（見圖 3.1）今  $VD'$  表  $VD$  在  $SN$  面上之投影，作  $OC$  垂直於  $VD'$ ，交  $VD'$  於  $C$ 。今取  $OO'$  上之任意一點  $P$  視之，設  $P$  點發出之光線，經  $SD$  面上之一點  $A$  取  $AB$  之路徑而入吾人之眼。引長  $AB$  交於  $SN$  面於  $Q$ ， $QB$  係與  $SN$  面垂直。吾人可視  $AB$  之光線，係由  $Q$  點發出，是即  $Q$  為  $P$  點之像也。在  $A$  點作  $An$  垂直平面  $SD$ ，則  $\angle nAB = \angle DTN$  以  $\alpha$  表之。 $An$  與  $PA$  所作之角以  $\gamma$  表之。 $OO'$  與  $OC$  之夾角為  $\theta$ ， $OR_1$  與  $OC$  之夾角為  $\phi$ 。（連  $O, Q$  兩點為一直線，並引長之交於  $VD'$  於  $R_1$ ，是即為吾人之  $OR_1$  也。）連  $PQ$  線並引長之交  $ST$  於  $K$  因  $AQ = KQ \tan \alpha$ ， $PQ = AQ \tan(\alpha - \gamma)$ ，（見  $Fig. 3.2$ ）及由三角形  $POQ$  得，

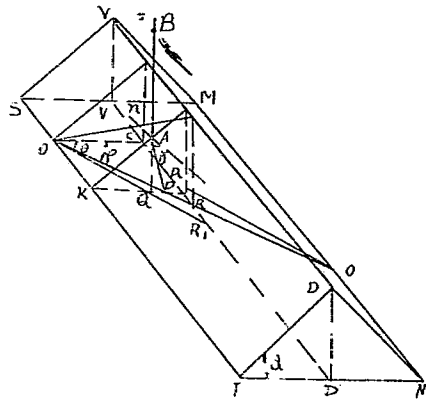


Fig. 3.1

$$\frac{OQ}{\sin \angle OPQ} = \frac{PQ}{\sin(\phi - \theta)} \quad (\text{見 } Fig. 3.1)$$

$$\therefore OQ = \frac{KQ}{\cos \phi} = \frac{AQ}{\tan \alpha \cos \phi}$$

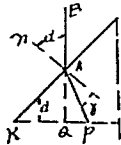


Fig 3.2

$$\text{則得 } \frac{\sin(\phi - \theta)}{\sin \angle OPQ} = \frac{PQ}{OQ} = \frac{AQ \tan(\alpha - \gamma)}{AQ / \tan \alpha \cos \phi} \dots\dots\dots (3.1)$$

惟  $\sin \angle OPQ = \sin \theta$  (見 Fig. 3.1)

$$\text{於是得 } \frac{\sin(\phi - \theta)}{\sin \theta \cos \phi} = \tan \alpha \tan(\alpha - \gamma)$$

令  $n$  為稜鏡之折光率，得  $\sin \alpha = n \sin \gamma$ ，上式又可書為

$$\frac{\sin \phi \cos \theta - \cos \phi \sin \theta}{\sin \theta \cos \phi} = \tan \alpha \frac{\tan \alpha - \tan \gamma}{1 + \tan \alpha \tan \gamma}$$

$$\tan \phi \cot \theta - 1 = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \cdot \frac{\sin \alpha \cos \gamma - \cos \alpha \sin \gamma}{\cos \alpha \cos \gamma + \sin \alpha \sin \gamma}$$

$$\tan \phi = \frac{1}{\cot \theta} \left[ \frac{(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) \cos \gamma}{\cos^2 \alpha \cos \gamma + \cos^2 \alpha \sin \gamma \sin \gamma} \right]$$

$$= \tan \theta \frac{\cos \gamma}{\cos^2 \alpha \cos \gamma + (\cos \alpha \sin^2 \alpha) \cdot \frac{1}{n}}$$

$$= \frac{\tan \theta \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{\cos^2 \alpha \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \cos \alpha \sin^2 \alpha} \dots\dots\dots (3.2)$$

由 3.2 式觀之， $\phi$  之值係與  $\alpha$ ， $\gamma$  及  $\theta$  有關而與 P 點之位置無關，故當 P 點在 OR 上移動時，(R 為 OO' 與 V'D' 之交點) P 點之像 Q 即在 OR<sub>1</sub> 上移動而知 OR<sub>1</sub> 為 OR 之像。同理 OO' 綫之 O'R 綫上之點，其發出之光線經 VN 面而入吾人之眼，當像 O'R<sub>1</sub>。若  $\theta$  為 0，是即謂 OO' 垂直 V'D'，則  $\phi$  亦為 0，而 OR<sub>1</sub> 與 OR 相合。同理，O'V<sub>1</sub> 亦與 O'R 相合。故此時吾人如由上方經稜鏡以視此直綫，即可得見一連續之直綫矣。

若置於稜鏡之下方者，非一直綫而為任意一曲綫如 EF，則吾人自上方經稜鏡下視，普通言之，亦見曲綫 EF 裂為不相連之兩段，如 Ee 及 fF 是。(Fig. 3.3) 若吾人轉動稜鏡，可使 Ee 與 fF 漸漸接近，最後兩者相接而得一連續之曲綫矣。設此時 V'D' 與曲綫之交點為 I，則過 I 點而與 V'D' 垂

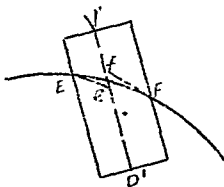


Fig. 3.3

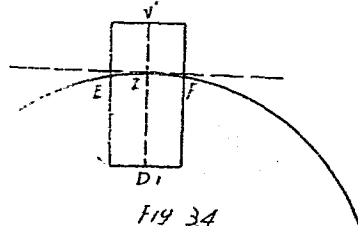
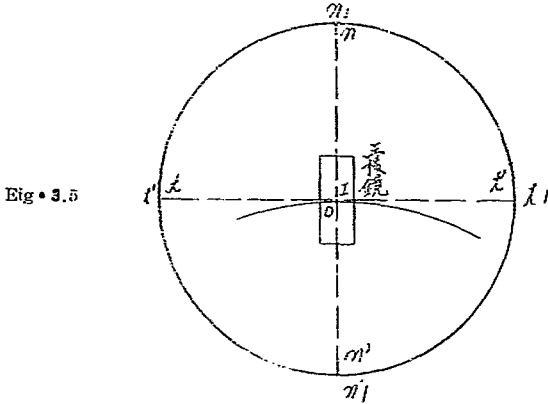


Fig. 3.4

直之直綫，必為曲綫在 I 處之切綫。(Fig. 3.4)。此結論自難以上述之理推得之。

置稜鏡於圓盤上，在圓盤上作兩直綫如 tt' 及 nn'，各與稜鏡之鏡稜垂直及平行。令兩綫之交點為 O，置稜鏡於曲綫上，如吾人欲求曲綫上一點 I 之切綫與法綫，可使 O 與 I 點相重，徐徐轉動圓盤直至吾人自上方下視之得連續曲綫時為止。在紙上記下 t, t', 及 n, n' 之位置如 t<sub>1</sub>, t'<sub>1</sub>, n<sub>1</sub> 及 n'<sub>1</sub>。

取去稜鏡蓋，速  $t_1 t_1'$  及  $n_1 n_1'$  則得 I 點之切線  $t_1 t_1'$  及法線  $n_1 n_1'$ 。見 Fig. 3.5



2. 實驗目的：

- (I) 學習應用三稜鏡以作曲線之切線及法線之方法。
- (II) 應用三稜鏡以作一真空之彈道之各點之彈道之切線，並由之以計算各點之彈道傾角。

3. 實驗說明：

設  $\phi$  表射角， $V_0$  表初速。令 O 為槍口，過 O 點在通過槍身軸線之鉛直平面內作一水面線 OX，又過 O 點作一鉛直線 Oy。令  $(x, y)$  為彈道各點對以 OX 及 Oy 為坐標軸之坐標系之位標，則有下述之關係

$$y = x \tan \phi - \frac{gx^2}{2V_0 \cos^2 \phi} \dots \dots \dots (3.3)$$

以  $\theta$  表彈道各點之彈道傾角，則  $\theta$  之值可由下式求之

$$\tan \theta = \frac{dy}{dx} = \tan \phi - \frac{gx}{V_0^2 \cos^2 \phi} \dots \dots \dots (3.4)$$

設  $\phi$  與  $V_0$  之值均為已知，則由 (3.3) 式可計算  $x$  與  $y$  之相應各值，吾人遂可繪出彈道曲線。應用三稜鏡，吾人可繪出彈道曲線上各點之彈道切線。設 PT 為 P 點之切線，作 PS 與 OX 平行，作 BQ 與 Oy 平行。PS 與 SQ 相交於 S，SQ 交 PT 於 Q。量 PS 及 SQ 之長，設各為  $a$  及  $b$  m.m.，若  $y$  向紙上每 m.m. 長表實際長度 Ym.， $x$  向每 m.m. 長表實際長度 Xm.，則彈道傾角  $\theta$  之值，可自下式求之，

$$\tan \theta = \tan \angle QPS = \frac{bY}{aX} \dots \dots \dots (3.5)$$

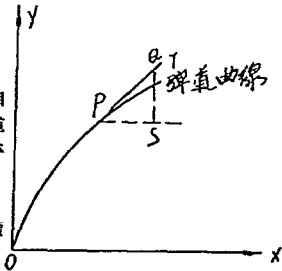


Fig 3.6

但自 (3.4) 亦可求得  $\theta$  值，可與實驗所測得者比較之。

#### 4. 實驗步驟：

- (I) 令  $V_0=100$  m/Sec. 及  $\phi=45^\circ$ ，計算下列諸  $x$  值之  $y$  之對應值。(由(3.3)式求之。)  
 $X=0, 400\text{m.}, 800\text{m.}, 1200\text{m.}, 1600\text{m.}, 2000\text{m.}, 2400\text{m.},$   
 $2800\text{m.}, 3200\text{m.}, 3600\text{m.}$
- (II) 令(3.3)式中之  $y$  爲零，計算  $x$  值，設爲  $X_m$ ，又令  $x = \frac{X_m}{2}$ ，代入(3.3)式計算  $y$  值，  
設爲  $Y_m = X_m$  爲射程， $Y_m$  爲彈道頂點高。
- (III) 由上述各  $x$  及  $y$  之對應值，繪製彈道曲線。
- (IV) 令  $X=0, 500\text{m.}, 1000\text{m.}, 1500\text{m.}, 2000\text{m.}, 3000\text{m.}$ ， $X_m$  及  $\frac{X_m}{2}$  由(3.4)式  
計算  $\tan \theta$  並查  $\theta$  值。
- (V) 令  $X$  爲(III)節內所述各值。在彈道曲線上取橫位標爲此數  $X$  值之各點，應用稜鏡作彈道  
曲線在此數點之切線，並依 3 節所述方法，應用 3.5 式以求各  $\tan \theta$  值及  $\theta$  值。
- (VI) 取相應之  $\theta$  之計得值及測得值，而求其差，並計算其誤差之百分率。(以由 3.4 式計算而  
得之值爲標準)

5. 實驗記錄：

$V_0 = \underline{\hspace{2cm}}$        $\phi = \underline{\hspace{2cm}}$        $\tan\phi = \underline{\hspace{2cm}}$   
 $\cos\phi = \underline{\hspace{2cm}}$        $\cos^2\phi = \underline{\hspace{2cm}}$        $2V_0^2\cos^2\phi = \underline{\hspace{2cm}}$   
 $\frac{g}{2V_0^2\cos^2\phi} = \underline{\hspace{2cm}}$        $X_m = \underline{\hspace{2cm}}$        $\frac{X_m}{\Sigma} = \underline{\hspace{2cm}}$

X	0	400	800	1200	1600	2000
X <sup>2</sup>						
Xtan φ						
$\frac{gx^2}{2V_0^2\cos^2\phi}$						
y	0	395.6	693.0	895	918.9	1.006

X	2400	2800	3200	3600	$\bar{X}_m$	$\bar{X}_m/2$
X <sup>2</sup>						
Xtan φ						
$\frac{gx^2}{2V_0^2\cos^2\phi}$						
y	915.2	727.4	441.6	59.8	0	1715

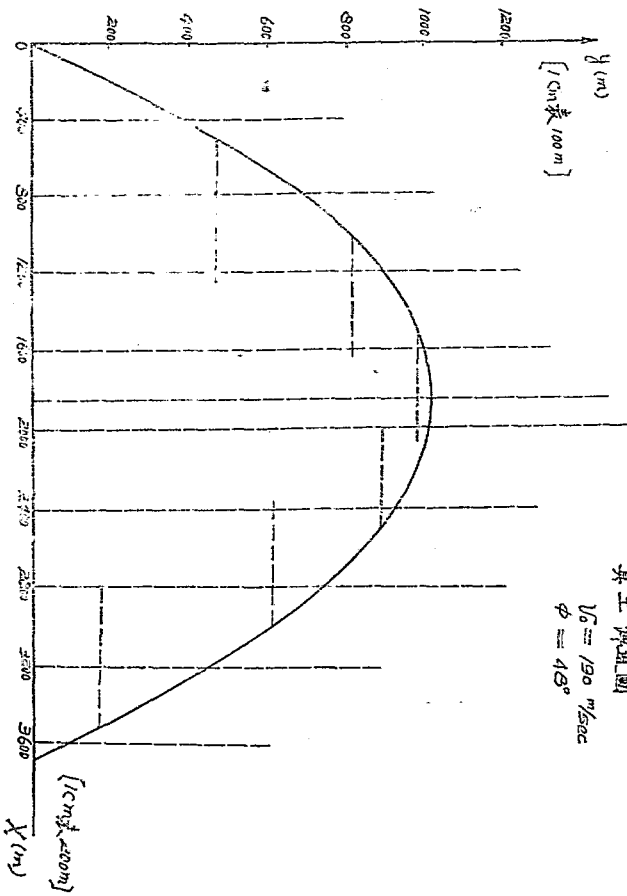
彈道曲線見另紙       $X = \quad$  m/m.m.       $Y = \quad$  m/m.m.

X	0	500	1000	1500	2000	3000	$\bar{X}_m$	$\bar{X}_m/2$	
$\frac{gx}{V_0^2\cos^2\phi}$									
a									
b									
tan θ	計得值	1.1106	0.8067	0.5029	0.1990	-0.1044	-0.7124	-1.1106	0
	測得值								
θ	計得值								= ω
	測得值								= ω
θ之計得值與測得值之差									
相對誤差									

ω 表示落角

真空彈道圖

$V_0 = 190 \text{ m/sec}$   
 $\phi = 43^\circ$





### (b) 微積分儀之調整

應用微積分儀以求一曲線之微分曲線或積分曲線時，其始應調整此儀器之各部份，以得準確之結果。調整之步驟如下：

- (I) 取水平儀置於固定之平面(1)上。(見說明)，旋轉此儀之下方之四個支腳，以使水平(1)水平。
  - (II) 旋緊平面(2)之支架(23)及(24)上諸螺絲，置水平儀於平面(2)上。(見說明書圖2)調整(2)之高低以適與分光儀(10)相合，但不發生摩擦，同時使(2)為水平然後旋緊螺絲。
  - (III) 置鉛筆於(21)使架子(7)不動，令平面(2)移動，鉛筆(21)在(2)上畫一直線，繼令(2)不動而令(7)移動，(21)又作另一直線，檢查此二直線是否垂直。如係垂直，即表(7)之移動方向係與(2)之移動方向垂直也。如兩者並不垂直，應旋鬆(23)及(24)之上方及下方諸螺絲，在(2)之移動槽之後方墊以薄片以糾正之，必使(7)與(2)之移動方向互相垂直始已。然後旋緊螺絲。
  - (IV) 使架子(7)不動，令(20)處之鉛筆作平行於平面(2)之移動方向之移動。鉛筆(20)在平面(1)上繪一直線。繼令架子(7)移動而鉛筆不與其與(7)之相對位置，則鉛筆(20)又在同一平面內繪出另一直線。檢視二直線是否垂直。如不垂直，必須將架子(7)之移動滾子沿其軸旋轉之，以糾正此弊。
  - (V) 尖銳滾子(8)與(9)之軸，應絕對與桿子(11)垂直。此項要求是否合適可由以下之實驗決定之，
- 設(8)與(9)兩滾子之軸，與平面(2)之移動方向平行時，桿子(11)有一偏斜角度 $\theta$ 〔見圖(3.7)〕，此時使(8)，(9)緊壓平面(2)，推動架子(7)，亦不能使(2)移動。此時，鉛筆(20)所在之位置為A。令B, C, D, E為平面(1)上之四點，而令 $AB = AC = a$ ， $EB = CD = c$ ，且BC與平面(2)之移動方向平行，BE及CD均垂直於BC。先是，令(20)移動至B，再推動(7)使(20)至E，此時平面(2)上，得鉛筆(21)所繪出之直線KF。繼又使(20)經原路返回至A，更移至C點，此時(21)仍止於K處。推動架子(7)使(20)至D，於是平面(2)上得另一直線KG。每 $\theta \neq 0$ ，則KG不與KF相等。吾人應調整(8)及(9)兩滾子，直至 $KG = KF$ 時始止。
- (VI) 分光儀(10)之十字紋中點，當分光儀轉動時應不更動其位置。吾人可在平面(2)上作一點，令十字紋中點對準此點，然後旋動(Ma)使分光儀轉動。吾人自上視，察十字紋中點是否常在平面(2)上所作之點之上。如有移動，須調整之。
  - (VII) 裝置三稜鏡於分光儀座上，特別注意一點，稜鏡之稜應與(8)及(9)兩滾子之平面垂直，裝置之法，可述之如下。
- 令(8)及(9)兩滾子之軸，與平面(2)之移動方向平行。此時D雖移動(7)，即使(8)及(9)緊壓平面(2)，亦不能使(2)移動。茲置鉛筆於(21)，推動(7)使鉛筆作一直線。置(10)上十字紋中點於直線上。置三稜鏡於玻片上，並旋轉此鏡直至吾人自上方經稜鏡下視直線能得一適當之曲線時為止，然後將此鏡於玻片上。



(c) 由膛內彈速與經過時間之關係曲線以求膛內行程與經過時間之關係曲線及膛壓與經過時間之關係曲線

1. 實驗說明：

設  $V$  表彈速， $t$  表膛內經過時間，因  $V$  為  $t$  之函數，故吾人可表之如次

$$V = f(t) \dots\dots\dots (3.6)$$

令  $X$  表膛內行程，則  $X = \int_0^t f(t) dt = F(t) \dots\dots\dots (3.7)$

設  $p$  表膛壓， $P$  表彈重， $q$  表彈之橫切面積，則有

$$\frac{P}{g} \frac{dv}{dt} = pq$$

或  $p = \frac{P}{gq} \frac{dv}{dt} = \frac{P}{gq} f'(x) \dots\dots\dots (3.8)$

$F(t)$  及  $f'(t)$  各表  $f(t)$  之積分及微分， $x$  及  $p$  均為  $t$  之函數。若 (3.6) 式之曲線為已知，則由積分法可得  $F(t)$  及  $f'(t)$  與  $t$  之關係曲線。若  $p, q$  及  $g=9.81 \text{ m/sec}^2$  均為已知，任給一  $t$  值由  $f'(x)$  曲線可得  $p$  之相應值，又由  $F(t)$  曲線亦可得相應之  $x$  值。

$v$  與  $t$  之關係及  $x$  與  $t$  之關係均為已知，給  $t$  以若干不同之值，可得  $v$  及  $x$  之各相應值。令  $v$  為縱坐標  $X$  為橫坐標，用  $v$  與  $x$  之各相應值繪製曲線，則得  $v$  與  $x$  之關係曲線。同法可得  $p$  與  $x$  之關係曲線。令  $X_e$  表膛內總行程，若  $X_e$  值為已知，則由  $F(t)$  曲線可得膛內經過時間又由  $v$  與  $x$  之關係曲線及  $p$  與  $x$  之關係曲線可得給速  $v_0$  及給口膛壓  $p_0$  之值。

2. 實驗步驟：

今舉製造 7.62mm. 史卡斯機槍彈用彈造 7.62mm. 9 輪發射之情形為例，其  $v$  與  $t$  之關係數值列舉如下。

$t_{10} \text{ } ^{-3}\text{sec.}$	0	.119	.250	.335	.370	.437	.476	.513	.580	.642	.701
$v \text{ m/sec.}$	0	107	191	317	406	472	523	563	624	667	690

$t_{10} \text{ } ^{-3}\text{sec.}$	.729	.757	.811	.865	.917	.981	1.044	1.106	1.167	1.228	1.264
$v \text{ m/sec.}$	712	724	744	760	774	783	790	800	817	824	828

- (I) 繪製  $v$  與  $t$  之關係曲線。
- (II) 由微積分法求  $x$  與  $t$  之關係曲線及  $f'(t)$  與  $t$  之關係曲線。
- (III) 繪  $x$  與  $t$  之關係曲線。
- (IV) 令  $p=9.6 \text{ grams}$ ， $q$  之值由彈徑求之，計算  $p$  與  $t$  之對應值若干對，並繪  $p$  與  $t$  之關係曲線。
- (V) 由  $x$  與  $t$  之曲線及  $p$  與  $t$  之曲線圖用對應上表中所列之  $t$  值之各  $x$  值及  $p$  值。
- (VI) 由  $x$  與  $v$  之相對應各值以繪  $v \sim x$  曲線，由  $x$  與  $p$  之相對應各值以繪  $p \sim x$  曲線。

(四) 令  $X_e = 68 \text{ cm}$ . 由  $x \sim t$ ,  $v \sim x$  及  $p \sim x$  等曲線上讀取撞內總經過時間  $t_0$ ,  $v_0$ , 及  $p_0$  諸值

**3. 實驗記錄:**

$g = 981 \text{ Cm/sec}^2$   $p = \underline{\hspace{2cm}} \text{ gr.}$   $q = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm.}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ Cm}^2$

彈徑  $D = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m.m.}$   $\frac{p}{gq} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ gr. sec} / \text{cm}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ kg. sec}^2 / \text{m.cm}^2$

$v \sim t$  曲線見 Fig  $\underline{\hspace{2cm}}$   $x \sim t$  曲線見 Fig  $\underline{\hspace{2cm}}$   $f'(t) \sim t$  曲線見 Fig  $\underline{\hspace{2cm}}$

微積分儀上之  $b$  值 =  $\underline{\hspace{2cm}}$

$t$  軸每  $\text{cm}$  表  $\underline{\hspace{2cm}} \text{ Sec.}$   $v$  軸每  $\text{cm}$  表  $\underline{\hspace{2cm}} \text{ m/sec}$   $X$  軸每  $\text{cm}$  表  $\underline{\hspace{2cm}} \text{ m.}$

$f'(t)$  軸每  $\text{cm}$  表  $\underline{\hspace{2cm}} \text{ m/sec}^2$ .

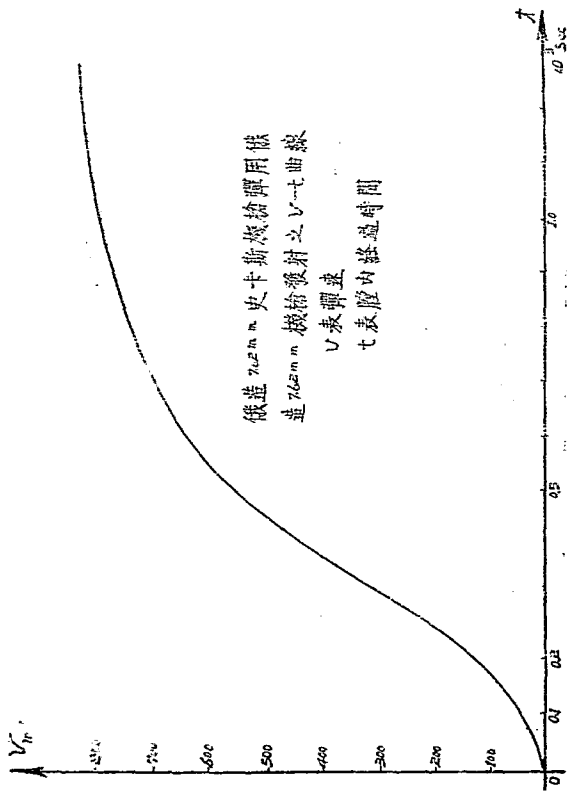
$t_{10}^{-5} \text{ sec.}$									
$f'(t) \text{ m/sec}^2$									
$p \text{ kg/cm}^2$									
$v \text{ m/sec.}$									
$X \text{ cm.}$									

$t_{10}^{-5} \text{ sec.}$									
$f'(t) \text{ m/sec}^2$									
$p \text{ kg/cm}^2$									
$v \text{ m/sec}$									
$X \text{ cm.}$									

$p \sim t$  曲線見 Fig  $\underline{\hspace{2cm}}$   $V \sim X$  曲線見 Fig  $\underline{\hspace{2cm}}$   $p \sim X$  曲線見 Fig  $\underline{\hspace{2cm}}$

當  $X = X_e = 68 \text{ cm}$  時,

$t_0 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ Sec.}$   $V_0 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m/sec.}$   $p_0 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ kg/cm}^2$



# 微積分儀說明書

## 1. 用途：

設有一函數  $y=F(x)$ ，可以一平面曲線表之，今求其紀數（或稱導函數（derivative））

$$F'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x+\Delta x) - F(x)}{\Delta x}$$

普通言之，此  $F'(x)$  亦為  $x$  之一函數，亦可以一平面曲線表之。今更求另一函數  $F_0(x)$ ，使  $F_0(x)$  之紀數為  $F(x)$ ，此  $F_0(x)$  稱為  $F(x)$  之原函數，或稱為  $F(x)$  之積分， $F_0(x)$  亦為  $x$  之一函數，可以一平面曲線表之。惟須注意者，能為  $F(x)$  之紀數的函數只有  $F'(x)$  一個，而能為  $F(x)$  之積分的函數卻不止一個。設  $F_0(x)$  為  $F(x)$  之積分，因任一常數之紀數為零，然則  $F_0(x)+C$  亦為  $F(x)$  之積分， $C$  為一常數，稱為積分常數。

設已知與一曲線  $F(x)$ ，今欲求表  $F(x)$  之紀數之曲線，或欲求表  $F(x)$  之積分之曲線。二者均可應用此微積分儀（differentie-integraph）以得之。此二曲線各稱為  $F(x)$  之微分曲線及積分曲線。惟積分常數一值，實與所給問題有關。向發坐標之反方向半移積分曲線之橫坐標軸至適當位置，則可使所求之積分曲線與所給問題之條件相合。

## 2. 構造：

下頁示微積分儀俯視及側視圖。(1)表一固定平面，在其下有一活動平面(2)，(7)為一架子，由滾子(5)及(6)支持於平面(1)上，並可在此平面之上方移動。但(7)之移動方向係與平面(2)之移動方向垂直。在架子(7)之下方，有一尖銳之滾子(8)與(9)用彈簧及緊壓於平面(2)上。(不用時可旋動(17)，使滾子與平面分離。)(10)為一三稜鏡分光儀。在稜鏡之下方玻璃片上。有一十字紋，紋為互相垂直之直線其中一直線常與滾子(8)，(9)之平面相平行。茲稱此直線為  $AB$  直線，(11)為一可繞  $P$  點轉動之桿，此桿由(12)以連於游碼(13)上。(15)為一可移動之板，板上有一柄子(14)及一附有刻劃之桿(13a)。旋動(16)可使(13)在(13a)上移動。  $P$  與(12)之距離在架子(7)之移動方向上之投影  $b$ ，能自(13a)之刻度上讀出。旋動(14a)可使(15)在架子(7)上移動。惟其移動方向係與(2)之移動方向平行。 $P$  點係固定(7)架子上。當(15)在(7)上移動時， $P$  與(12)之距離能自動更變。由(11)繞  $P$  之轉動，可使(8)(9)兩滾子之平面及分光儀亦發生轉動。此三者之轉動軸均與平面(2)垂直。

(18)為一直角三稜鏡，直角稜向上，與直角稜相對之平面，係平置於有十字紋之玻璃片上。此直角稜係與十字紋之  $AB$  線垂直。置一曲線於玻璃片下，若直角稜不與曲線之切線垂直，自稜鏡之上方下視，則見曲線成二支。若直角稜與曲線之切線垂直，始見曲線成一連續之曲線。注意直角稜係與  $AB$  線垂直，故當曲線之切線與直角稜垂直時切線即與十字紋之  $AB$  線相吻合也。由上方下視察曲線成一連續曲線與否，即知切線是否與  $AB$  線吻合也

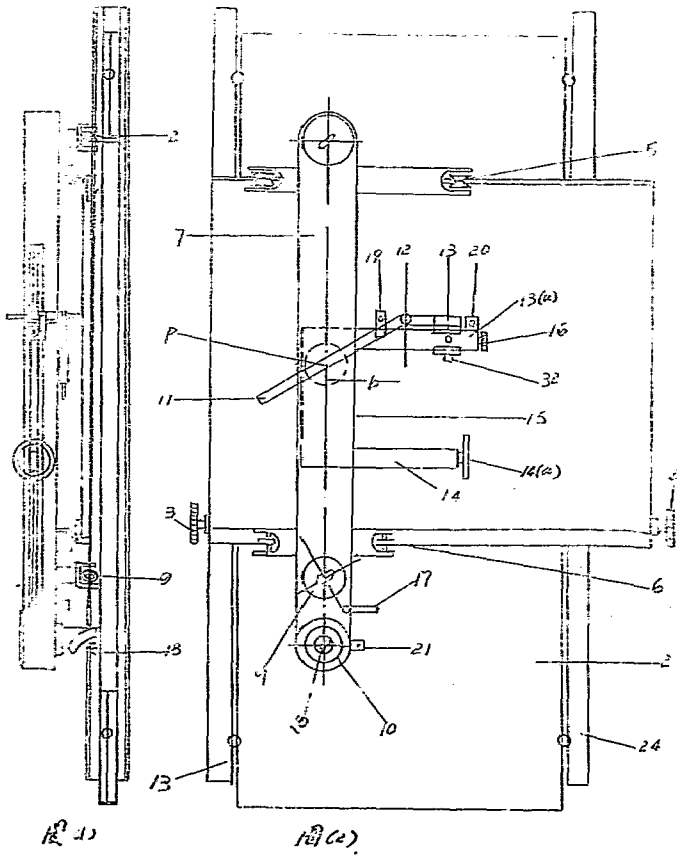
## 3. 用法：

1. 求積分曲線 已給一函數  $y=F(x)$  欲求其積分曲線，可依下步驟求之。

旋動(14a)使桿(11)與滾子(7)垂直，(即謂與平面(2)之運動方向垂直)次則置鉛筆於(20)及(21)。推動架子(7)使鉛筆(20)及(21)各在(1)及(2)平面之白紙上作直線。以平面(1)紙上之直線為  $X$  軸，作  $y=F(x)$  曲線於該紙上，〔或繪  $y=F(x)$  曲線於另一紙上，而以此紙鋪於平面(1)上，惟曲線之  $X$  軸應與平面(1)紙上之直線重合〕。同時旋動(14a)並推動架子(7)，使鉛筆(20)在曲線上描繪，更旋動(17)使(8)及(9)緊壓平面(2)，

後分儀側視圖

後積分儀側視圖



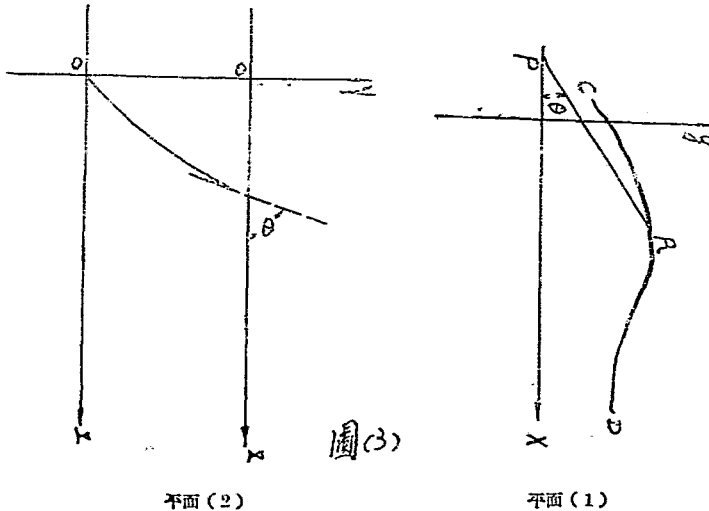
則見鉛筆(20)描畫曲線時，(2)亦在移動，而鉛筆(21)亦在平面(2)上作一曲線。此曲線即為  $F(x)$  之積分曲線。

2. 求微分曲線 已給一函數  $y=F(x)$ ，欲求其微分曲線，可依下步驟行之。

如上述法，先令桿(11)與架子(7)垂直，使鉛筆(20)及(21)各作直線於平面(1)及(2)上。以平面(2)紙上之直線為  $X$  軸，作  $y=F(x)$  曲線於該紙，(或作曲線  $y=F(x)$  於他紙而以之鋪於(2)上，但曲線之  $X$  軸應與平面(2)紙上之直線平行或重合。)推動架子(7)使(10)之玻璃片上十字紋之中點落在曲線上一點，旋動(11a)直至吾人自(10)之上方經稜鏡下視曲線能見曲線或連續曲線時為止。將鉛筆(20)在平面(1)上作一點，同法使十字紋中點落在曲線上另一點，吾人在平面(1)上又得一點，如是行之，吾人在平面(1)上可得若干點，連此諸點成一曲線，即為所求之微分曲線。

#### 4. 用法說明：

試注意桿(11)之方向常與(8)及(9)兩鏡子之平面平行，亦與(10)內玻璃片上十字紋之  $AB$  線平行。當桿子(11)與架(7)垂直時(亦即與平面(2)之運動方向垂直時)，(8)及(9)兩鏡子之平面亦與平面(2)之運動方向垂直。此時(8)及(9)兩稜鏡壓平面(2)，推動架子(7)亦不能使平面(2)發生移動也。茲設此時推動(7)而使(20)及(21)所作之兩直線為  $OX$  及  $O'X'$ ，作  $Oy$  及  $O'Y'$  垂直  $Ox$  及  $O'X'$ 。平面(2)之可移動方向係與  $Oy$  及  $O'Y'$  平行，自無疑義。



假設被積函數  $y=F(x)$  由曲線  $CRD$  表之。當鉛筆(20)沿  $CRD$  移至  $R$  時， $O'X'$  直線由  $O'X'$  位置移至  $OX$  蓋(8)及(9)兩鏡子壓平面(2)而與平面(2)之移動方向成一角度，當架子(7)向  $OX$  方向移動時，(8)(9)兩鏡子推平面(2)向  $L$  移動也。設此時桿子(11)〔即  $RP$  線〕與  $OX$  成角度  $\theta$ 。則(8)(9)兩鏡子之平面亦與  $O'X'$  成  $\theta$  角(十字紋之  $AB$  線與  $O'X'$  亦成  $\theta$  角)。令架子(7)向  $Ox$  方向移動  $dx$ ，則平面(2)被推向  $L$  方向移動  $dy$ 。



而  $dY = \tan \theta \, dX$   
 但  $dX = dx \quad \tan \theta = \frac{y}{b}$

$\therefore dY = \frac{y}{b} \, dx$

而得  $Y = \frac{1}{b} \int_0^x y \, dx = \frac{1}{b} \int_0^x y \, dx$

故在平面 (2) 上所得之曲線，即為  $F(x)$  之積分曲線，當  $X$  為零時  $Y$  之值為  $Y_0$ ，此  $Y_0$  之值由問題所給條件定之。式中之  $b$  值，係用以定單位者茲討論之如下：

若被積函數  $y = F(x)$  表速度與時間之關係，如

$V = F(t)$

則積分曲線表距離與時間關係。如  $OX$  方向每 1 cm 表時間  $t$  sec,  $Oy$  方向每 1 cm 表速度  $V$  m/sec。

若圖 (2) 中所示之距離  $b$  為  $b$  cm. 長，則當  $y = 1$  cm. 時， $\tan \theta = \frac{1}{b}$ 。若 (7) 向  $OX$  方向移 1 cm

則得  $y = \frac{1}{b}$  cm. 也。故得在  $OY$  上每  $\frac{1}{b}$  cm 表  $V \, t$  meter，於是得結論如下：

若  $OX$   $1 \text{ cm} = t \text{ sec}$   
 $Oy$   $1 \text{ cm} = V \text{ m/sec}$   
 $b$  之長 =  $b \text{ cm}$

則  $OY$   $\frac{1}{b} \text{ cm} = t \, V \text{ m.}$  或  $1 \text{ cm} = b \, t \, V \text{ m.}$

同理若  $y = F(x)$  表加速度與時間關係，則積分曲線表速度與時間關係。

上述為一函數求積情形。茲再述求積曲線情形如次：被求積函數之曲線係繪於平面 (2) 上，而積分曲線係繪於在平面 (1) 上得之。蓋由上述求積分曲線之方法可知平面 (2) 上之曲線之各點切線之線坡 (slope) 係與平面 (1) 曲線上同橫坐標之點之縱坐標成正比也。求積實求積之反演 (Reversd operation) 讀者對於由此儀以求積之理，不難自上述求積之理推知之。

關於兩曲線上縱橫坐標單位之厘定，亦可仿上述之如次：

若平面 (2) 上之曲線表距離與時間關係，則平面 (1) 上曲線表速度與時間關係。

若  $OY$  每 1 cm =  $y$  meter  
 $OX$  每 1 cm =  $t$  sec,  
 $b$  之長 =  $b \text{ cm.}$

則  $Oy$   $b \text{ cm} = \frac{V}{t} \text{ m/sec.}$  或  $1 \text{ cm} = \frac{Y}{bt} \text{ m/sec.}$

### 附 加 儀 器

b. 用 途：

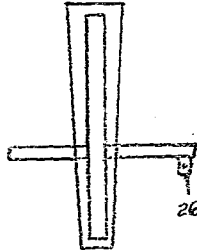
由此儀器可繪出  $\eta$  及  $\zeta$  兩曲線， $\eta$  曲線表  $y = \int_0^x F_1(x) \, dx + aF(x)$ ， $\zeta$  曲線表  $y = aF(x)$ ，

$F(x)$  即為所給之被積函數，式中之  $a$  為一常數，可為 0 與 1.5 間之任意數。

6. 構 造：

下頁圖 (4) 與圖 (5) 示此附加儀器之側視及俯視圖， $ABCD$  為一平板，在其上有二等長之

長條 EH' 及 FG，與一短條 GH，二長條之 E 點及 F 點均固於平板上，此二長條均可繞 E 及 F，而轉動，短條 GH 之二端則連於長條之端 G 及 H，M 爲一架子其形示如下圖



此架可在 ABCD 板上沿 AD 及 BC 邊移動。(26) 爲裝鉛筆之處，此架又與 TS 槓相聯，槓之 T 端 (25) 亦爲一置鉛筆之處，架之下方有一螺旋桿 LK，用遊標 (30) 以附於架子 M，並在 I 處固於 GH 短條之中點 I 上。M 架有刻劃 (31)。旋動 (32) 可使游標 (30) 在螺旋桿上移動。此游標在桿上位置，由 (31) 可以指示。當游標移至一相當位置時，旋緊螺旋 (33)。可使游標不再在螺旋桿上移動。旋桿下尚有一釘 (27) 可插入微積分儀架 (7) 之 (19) 孔內。〔見圖 (2)〕

用時可將此儀器置在架子 (7) 上，並用 (28) 及 (29) 兩螺旋使 ABCD 板固於架子 (7) 上更令釘 (27) 插入 (19) 孔中，於是此儀器與微積分儀器得一連繫。

7. 用法及說明：

使此附加儀器與微積分儀器得一連繫後，旋動 (14a) 使得 (11) 與架子 (7) 垂直，亦即與平面 (2) 移動方向垂直，〔見圖 (2)〕此時此附加儀器之螺旋桿連在架子 M 之中心，旋動 (32) 使游標 (30) 至一相當位置，此位置由刻劃 (31) 表出，此刻劃即示  $\eta$  及  $\zeta$  兩曲線所表函數

$$y = \int_0^x F(x) dx + aF(x) \dots\dots\dots \eta$$

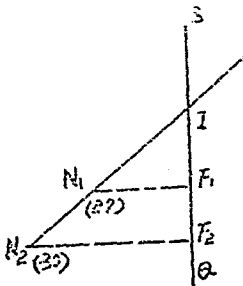
及  $y = a F(x) \dots\dots\dots \zeta$

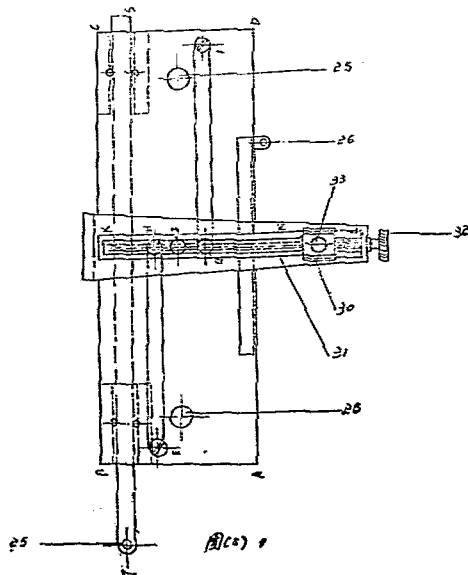
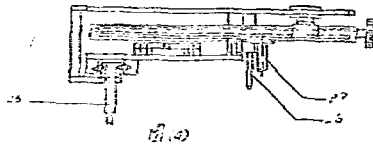
中之 a 值也。依上述方法求 F(x) 之積分曲線，則由鉛筆 (26) 所繪出之曲線 (在平面 (1) 上) 即爲

曲線  $\zeta$ ，由鉛筆 (25) 所出之曲線 (在平面 (2) 上) 即爲曲線  $\eta$ 。試注意若 BF 及 GH 爲甚長則當 EH 及 GF 作甚小角度之轉動時，GH 之中點 I 在一直線 QS 上行走，此 QS 直線係通過 EF 聯線之中點而與架子 (7) 之移動方向平行。(即是垂直於 BC 及 AD 兩邊) 下圖 N 與釘子 (27) 在螺旋桿 LK 上之位置， $N_1$  及游標 (30) 在該桿上之位置，作  $N_1F_1$  及  $N_2F_2$  垂直於 QS 則

$$\frac{N_1F_1}{N_2F_2} = \frac{N_1I}{N_2I} = \frac{1}{a} \quad \text{或} \quad N_2F_2 = a \cdot N_1F_1$$

此  $N_1F_1$  之長，即與  $F(x)$  之縱坐標同，蓋  $N_1$  與 (19a) 相連，鉛筆 (26) 在與架子 (7) 移動方向垂直之方向上移動若干距離，則  $N_1$  亦在該方向 移動若干距離也。此  $N_2F_2$  之長即與  $\zeta$  之縱坐標同，蓋鉛筆 (26) 與  $N_2$





相連繫，運動適同也。故 (26) 所指曲線為  $y=aF(x)$ ，

又鉛筆 (25) 之運動，亦與 (26) 同，但同時平面 (2) 亦在移動，故 (25) 在此平面上所描曲線之縱坐標實為平面 (2) 之移動距離及鉛筆 (25) 在平面 (2) 移動之方向所動之距離之和，故

$$Y=Y_1+Y_2$$

$$Y = \frac{1}{b} \int_0^x F(x) dx \quad Y_2 = aF(x)$$

而得  $y = \frac{1}{b} \int_0^x F(x) dx + aF(x)$  之曲線：名此曲線為  $\eta_1$  顯視之此曲線與  $\eta$  異，蓋  $\eta$

$$\text{曲線為 } y = \int_0^x F(x) dx + aF(x) \quad \text{也。}$$

實即  $\frac{1}{b}$  亦為一定單位之因子耳，茲述之於下：

例如  $y=F(x)$  表  $V$  與  $t$  之關係，如  $V=F(t)$ ，則  $\int_0^t F(t) dt$  實表距離  $S$ ， $F(t)$  既表速度，

若  $a$  僅為一數 (pure number)，則  $aF(t)$  與  $\int_0^t F(t) dt$  單位實不相同，而以兩者相加實無意義。

若  $a$  不僅為一數而為  $a$  sec. 平面 (1) 上之縱坐標每 1 cm 表  $L_1 m/sec$ ，橫坐標每  $k cm$  表 1 sec. 則令  $b=k cm$  而使遊標 (30) 如上述固於螺旋桿 LK 上之位置，(25) 所繪出之曲線，便能表

$$y = \int_0^x F(x) dx + aF(x)$$

$$\text{亦即 } S_a = S + S' = \int_0^t F(t) dt + aF(t)$$

平面 (2) 上曲線之橫坐標仍然每  $k cm$  表 1 sec 而縱坐標每 1 cm 表  $L m$ 。

### 應用微積分儀及其附加儀器時應注意之事項

應用微積分儀及其附加儀器時，欲求得頗大之精度，則應注意下述之事項：

- ① 此儀器應置於完全穩定及極為水平之桌上，否則此儀器稍有傾斜，亦是使平面 (2) 受影響而影響精度。
- ② 在平面 (2) 上常有兩尖銳之滾子 (8) 與 (9) 在移動，故此平面應甚為平坦，在此平面上所鋪之紙應為質料堅固之白紙。平面上簞條或支，可使此紙既平鋪於平面上，若所用之白紙不及平面 (2) 之大，此等簞條亦可壓之使平鋪於平面上。
- ③ 滾動 (17) [見圖 (1)] 與 (2) 可使兩尖銳之滾子 (8) 及 (9) 壓於平面 (2) 上，為保證此兩滾子起見，不用時應將滾子擲起，勿使壓於平面 (2) 上。
- ④ P 點與 (12) [見圖 (2)] 之垂直距離  $b$ ，稱為基距 (Basis)。基距之值，可由 0 至 100 mm。為保證此儀器起見，勿使基距之值為過小，通常基距之值不小於 8 mm。由刻度 (13a) 及游標 (13) 可讀出  $b$  之值準至 0.1 mm。  $b$  值既定後，則應旋緊 (22)，以使 (13) 固於 (13a) 上。
- ⑤ 滾子 (8) 及 (9) 之連繫可使架 (7) 及平面 (2) 作互相垂直之移動。惟 (8) 及 (9) 在某種位置之下常使此等連繫不佳。故有時應推動平面 (2) 而不推動滾子 (7) 可使此等連繫特好，有時即須推動滾子 (7) 而不推動 (2)。由實驗得知當滾子 (8) 及 (9) 之平面與滾子 (7) 移動之方向作  $65^\circ$  左右之角度時，推動平面 (2) 而得最良好之連繫。用

者可在平面(1)上作兩直線以與X軸平行，而在此軸之兩邊。兩線距離X軸各為兩倍基距，無論求紀或求積，當鉛筆(20)在此兩直線之間時，均可推動(7)及旋動(14a)以使分光儀(10)在被求紀曲線上或鉛筆(20)在被求積曲線上行走。若鉛筆(20)接近此兩直線或在兩線之外時，則應推動平面(2)而不推動架子(7)矣。

當推動架子(7)及旋動(14a)時，欲求卓良之精度，應使架子(7)及板(15)之移動分開。於是(20)在平面(1)上作甚小甚密如鋸齒形之線，而在平面(2)上所得之曲線則為折線(broken line)積分曲線則係與折線之各線段相切者。

- ⑥ 旋動(3)或(4)〔見圖(2)〕可使平面(2)移動。在(4)處有小柄，將柄旋向左方，則雖旋動(3)與(4)亦不能使平面(2)移動。如是可避免(2)之不必要移動。
- ⑦ 在各鉛筆上，有若干小圓塊，加上或減去若干圓塊，可使筆壓於平面(2)上之壓力變更。尚有骨針一枝，為求某一曲線上某一點之微分之用，遇必要時骨針與鉛筆之位置可任意更換。
- ⑧ 關於附加儀器如何與微積分儀器取得連繫，已經詳為陳述如前，茲不復贅。關於游標(30)如何固於螺旋桿上，在上面亦已述及。惟須注意者當游標(30)於螺旋桿上取得一相當位置，別忘記旋緊(33)以免此位置更易。

日期 \_\_\_\_\_

實驗者：組別 \_\_\_\_\_

地點 \_\_\_\_\_

姓名 \_\_\_\_\_

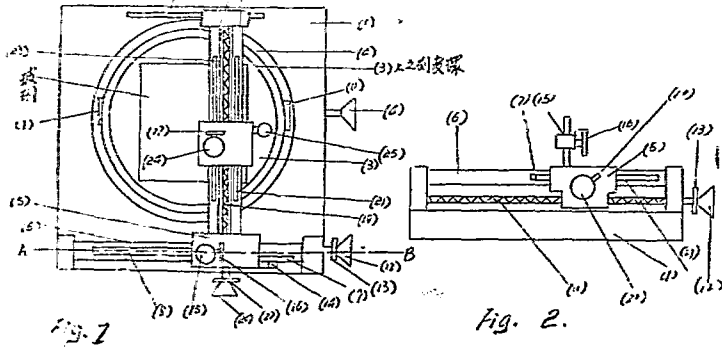
## 實驗第四 比長儀之應用

1. 實驗目的： 應用比長儀 1. 測量角度 2. 測量點與點之距離， 3. 測量點至線之垂直距離；

4. 測量兩平行線間之距離，

2. 比長儀之構造： 此比長儀用以測量縱橫兩方向之長度精確至  $\frac{1}{1000}$  釐 (millimeter) 又可用以測量一角度精確至一分 (One minute)，茲述其構造及用法如下：

此儀器有一頗重要之底板(1)。在其上裝有一環形之座，座上一有可轉動之角度盤(3)。茲稱此環形之座為角度盤座，以(2)表之。(3)上有角度之刻度凡720分劃，每分劃表示半度。(2)上有二固定之指標以(I)及(II)表示之。指標上作30分劃，每分劃表20分 (minutes)由(2)上之指標及(3)上之角度分劃可測量一角度精至一分。(4)為一把柄，旋動此柄可使(3)在(2)上轉動。



在角度盤之上方，有一顯微鏡座(5)座之一端支於一圓桿(6)上。圓桿上有橫線分劃二，一為粗分劃以(7)表，每一分劃為1mm每十分劃有一數字記出，如170, 180, 190,……是也；一為數字表明，如170, 171, 172……179, 180, 181……189, 190, 191,……是也。

顯微鏡座之另一端係支於三角形滾子上，此滾子可在橫條(9)上移動。若欲顯微鏡座在橫條方

向迅速移動，可將，扳手(10)舉向下向，然後移動此鏡座。若欲鏡座後移動，則扳手(10)仍須舉向上方，以便與此扳手相聯之母螺絲環，與螺旋桿(11)上之螺旋物吻合後轉動把柄(12)而使鏡座移動。螺旋之螺距為1.000m.m.(12)之上尚有細度(13)，(13)上有100分劃。當(12)轉動一週鏡座移動一螺距即為1m.m.而(13)轉動100分劃。如是則鏡座移動之距離，非螺距之整數倍數時，由(13)亦能量得之，可準至 $\frac{1}{100}$ m.m.。鏡座之旁尚有一指標(14)，其上有一刻劃。(13)之旁亦有一指針。當指標(14)上之刻劃對準(7)上各刻劃時，(13)旁之指針亦與(13)上之O'分劃相對。否則須旋下(13)而斜正之。顯微鏡座(5)上尚有螺旋顯微鏡一具，茲以(15)表之。用時以小電池2個(2Volts)點亮(15)旁之小燈泡。由(15)下視可見被放大之刻度(8)。(15)之鏡頭上有一刻度凡十分劃，若以此刻度之0'分劃對準(8)上之一分劃時，則此刻度之10'分劃對準(8)上之相鄰分劃，如下圖

自(15)下視之刻度(8)

所示。故鏡頭(15)之刻度，每一分劃表 $\frac{1}{10}$ m.m.

(15)之旁有一螺旋，其邊緣有一刻度(16)分此邊緣為100等分，旋動此螺旋能使(15)上之鏡頭刻度與刻度(8)作相對之移動。當螺旋轉動一週，(15)上之鏡

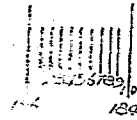


Fig. 3

頭分劃移動一分劃，是即移動 $\frac{1}{10}$ m.m.也。

若(16)轉動一分劃則相當於鏡頭刻度移動 $\frac{1}{100}$ 一分劃，即是 $\frac{1}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{1}{1000}$ 分劃也。

(Fig. 1爲此儀之俯視圖，Fig. 2爲此儀AB部份之側視圖)。

上述爲橫動方向各部份情形。縱動方向亦有相類似之各部份。鏡座(5)上有兩平行之圓桿(18)共有一粗分劃(21)與上述之(7)相同。另一上有一精細分劃(23)與上述之(8)相同，兩圓桿之下方有螺旋桿(19)與(11)相同。旋動把柄(2)可使顯微鏡(25)及螺旋顯微鏡(24)在(15)上行走。(20)上亦有刻度(22)與(13)相類。螺旋顯微鏡(24)與(15)完全相同，其旁有螺旋(17)上有刻劃與(16)相當。用時亦須以電池點亮(24)旁之小燈泡，以便窺視放大之(23)刻度。欲測之物係置於顯微鏡(25)之下方。(25)上有一螺旋，旋動之可使該鏡上下。看人須將該鏡旋至適宜之位置，以使所欲測之物，自該鏡下視，極爲明晰。

有一點極宜注意者：粗細分劃(8)及(23)設宜妥爲保護，切勿用粗糙之物擦之。蓋圓桿(6)及(18)上各鍍銀一條，而(8)及(23)係刻於銀條上。如用粗糙之物擦之，能使銀條去，致刻度不顯。

### 3. 比長儀之用法：

(a) 測量角度法：設有一角ABC吾人須欲測量之其法如下：

先於紙上作 $\angle ABC$ 置於比長儀之角度盤玻璃上，以彈簧條扣平之。旋動把柄(4)以使角度盤旋轉，直至 $\angle ABC$ 之一邊例如AB與圓桿(6)平行爲止，若欲AB與圓桿(6)平行，須依下述之步驟行之。

設O爲角度盤之中心，A及B爲PQ線上之兩點。當角度盤旋轉時，A及B兩點之軌跡各爲AA'及BB'二圓，如Fig4所示。NB直線係與圓桿(6)平行。M及L爲NB與圓BB'L之交點。起始，令顯微鏡(25)中之十字紋中點與B點相重。繼令角度盤不動而旋動(12)與(20)以使(25)中之十字紋中點與A點相重再次旋動(12)令(25)作與圓桿(6)平行之移動，同時旋轉角度盤以使B點移至B'適在(25)中之十字紋中點之下方。此時A點之位置在A'。又次令角度盤不動，而令(25)移動使十字紋中點又與A'點相合。復令(25)作平行於圓桿(6)之移動，同時旋轉角度盤以使B'點

移至  $B'$  點適在(25)中之十字紋中點之下方。此時  $A'$  點移至  $A''$  處。如是者數次可使  $AB$  直線與圓桿(6)平行。達此情況後，如令(25)中之十字紋中點與  $AB$  線上任意一點相吻合，再令(25)作平行於(6)之平移，十字紋中點即在直線  $AB$  上移動而不離開此直線。

吾今徑証經上之步驟可使  $AB$  平行圓桿(6)。設  $OA < OB$  令  $K$  表  $AB'$  線與  $AA'A'$  圓之交點。連  $OM$   $OL$   $OK$  及  $OA'$  諸線。因  $NB$  平行於  $AB'$  故  $LK$  弧與  $AM$  弧相等，而有  $\angle KOL = \angle AOM$ 。連  $Ob'$  線， $\angle LOB$  係與  $\angle AOA'$  相等，而  $\angle KOL$  大於  $\angle LOB$  故  $\angle AOM$  亦大於  $\angle AOA'$ 。由是可知  $A'$  點在劣弧  $AM$  上而間於  $A$  與  $M$  之間；同時  $B'$  點亦在  $B$  劣弧上，亦間於  $B'$  與  $B$  之間。同理  $A''$  點在  $AA'$  弧上而間於  $A$  及  $A'$  之間， $B''$  在  $B'B'$  弧上而間於  $B'$  及  $B''$  之間。由是而往， $AA'A''$ ……諸點漸漸接近而有一極限點設為  $A_1$ ，又  $BB'/B''$ ……諸點亦有一極限點  $B_1$ ，注意  $AE_1$ ， $A'B_1$ ， $A''B_1$ ……諸線均與圓桿(6)平行，則此諸線之極限  $A_1B_1$  亦必與(6)平行，而  $A_1B_1$  實  $AB$  之最終位置也。

今所欲測之角  $ABC$ ，其一邊  $AB$  既已與圓桿(6)平行矣，吾人可由(I)及(II)及角度盤上之刻度取盤上所示之分割，可得兩值，設為  $R_1$  及  $R_1'$ 。繼令他邊與圓桿(6)平行，吾人又得角度盤上兩分割，設為  $R_2$  及  $R_2'$ 。令  $R$  表  $R_1$  與  $R_2$  之差， $R'$  表  $R_1'$  與  $R_2'$  之差，則  $R$  與  $R'$  均為  $\angle ABC$  之值。實際上  $R$  及  $R'$  不必完全相等，吾人可取兩者之平均值為  $\angle ABC$  之值。 $\angle ABC$  之值可變為幾度幾分。

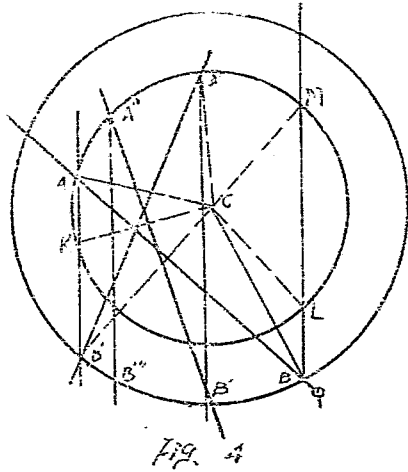
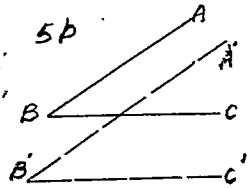
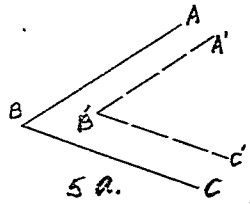


Fig. 4



$\angle ABC$  之頂點  
在  $B$  紙外而吾  
人所欲測者為  
 $AB$  及  $BC$  兩線  
引長後所作之  
角

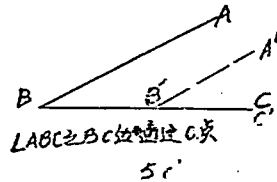
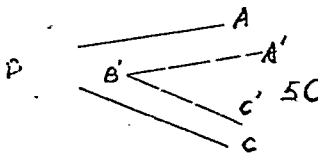


Fig. 5



設O為角度盤之中心。若上述之角AEC其頂點B係與O點相合由上述方法所得之角必為角ABC自無疑義。若B點並不在O，則由上述之方法所得測得者，是否仍為∠ABC之值，實是一問題。

吾人往證，無論B點在O點處與否，由上述法所得之R或R'或R與R'之平均值均可表∠ABC。蓋B如不與O點相合，∠AEC之位置在下述四種情形中必居其一。圖中∠ABC為所欲測之角，B'點係與O點相重，A'B'平行於AB，E'C'平行於BC，故∠ABC=∠A'B'C'由上述方法，吾人所測得者為∠A'E'C'之值，亦即為∠ABC之值也。

(b) 測量長度法：

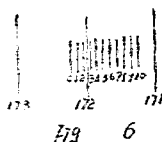
(1) 事前之準備：——旋動把柄(12)使(14)上之刻劃對準(7)上之一分割時，審視(13)旁之指針是否對準(13)上之O'分割。如不能對準必須去下把柄(12)旋開(12)與(13)然後將(13)對正，再旋緊裝上。同樣行之於刻劃(21)與(22)，旋動螺旋(16)使(16)旁之指針對準其上之O'分割。自顯微鏡(15)下視，細察刻劃(8)是否明晰。又當(14)對準(7)上之一分割時，審視(15)之鏡頭刻度之O'分割是否對準刻度(8)上之一分割。如不能適合要求，可旋鬆(15)旁之螺絲而將(15)上下及左右擺動之，以便適合要求。同法行之於螺旋顯微鏡(24)。

(II) 點與點之距離——欲測點與點間之距離，可依下述二法行之。

第一法——設有A與B兩點，今欲測AB之距離，先以(25)顯微鏡中之十字紋中點，對準A點，然後旋動(12)使(25)作平行於圓桿(6)之平移。若AB之聯線係與(6)平行。且(25)至一相當位置時，十字紋中點必能對準B點。否則須旋動角度盤直至A B之聯線平行於(6)為止。復以(25)對準A點，記(14)上之刻劃所在之位置。例如此時此刻劃適在(7)上之172'與173'分割之間而(13)分割之'23'分劃適對準其旁之指針，則記如172.23然後以(25)對準B點，再記(14)上之刻劃之位置，例如為168.75則得

$$AB = 172.23 - 168.75 = 3.48 \text{ mm}$$

如是，則AB之長準至 $\frac{1}{100}$  m. m. 若欲準至 $\frac{1}{1000}$  m. m



則須覓視(15)之刻度及精密刻度(8)。設當顯微鏡(25)之十字紋中點對準A點時自(15)

下視，所見刻度(8)及鏡頭刻度如Fig. 6. 所示。此時刻度(16)處在原則位置，此點最宜注意。旋動(16)使刻度(8)上之'172'分割與鏡頭刻度之'2'分劃相合，記下(16)所示之刻度，例如34，如欲測距則刻度之'O'分劃如Fig. 6. 所示，適在刻度(8)上之位置為172.23記之如前。旋回(16)至原則位置。(此點極重要)然後使(25)鏡中之十字紋中點又對準B點，如上方記讀(15)鏡頭之刻度之'O'分劃在(8)上之位置

$$\text{例如 } 168.751. \text{ 則 } AB = 172.234 - 168.751 = 3.483 \text{ m. m. 準至 } \frac{1}{1000} \text{ m. m}$$

第二法——最先無須使AB聯線平行圓桿(6)即以(25)顯微鏡中之十字紋中點對準A點，記下縱橫兩方向所示之刻度。(如AB僅須準至 $\frac{1}{100}$  m. m. 即可，吾人只須用粗刻度(7)，(22)及

(13)，(21)。若欲準至 $\frac{1}{1000}$  m. m. 即須用精細刻度(8)與(23)及螺旋顯微鏡(15)與(24)等。)然後又將十字紋中點對準B點，又記下縱橫兩方向所示之刻度。設A點所得之刻度為x<sub>1</sub>及y<sub>1</sub>，B點所得之刻度為x<sub>2</sub>及y<sub>2</sub>，則AB之長應為

$$AB = \sqrt{(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2}$$

(II) 點與線之距離：——設有直線 AB 及一點 C，吾人欲測 AB 與 C 之距離其法如下：

先如上述，旋動角度盤使 AB 平行圓桿 (6)。次以 (25) 顯微鏡中之十字紋中點對準 C 點，記下縱軸方向所示之刻度，再次旋動 (20) 使 (25) 中之十字紋中點對準 AB 線上之任一點，再記下縱軸方向所示之刻度，兩次刻度之差，即為所求之距離。

(III) 兩平行線間之距離——先使兩平行線平行於圓桿 (6) 次以 (25) 中之十字紋中點，次選對準各線上之任意一點，記下兩次所示之縱軸方向之刻度，此兩次所示之刻度之差，即為所求之距離。

#### 4. 實驗說明：

設有一三角形 ABC 吾人知之，三角之和必為  $180^\circ$ 。又若 A 角與 B 角及其夾邊 AB 均為已知，則 C 角及其他兩邊可由下式求之。

$$\angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B) \dots\dots\dots (4.1)$$

$$\frac{\sin \angle C}{AB} = \frac{\sin \angle B}{AC} = \frac{\sin \angle A}{BC} \dots\dots\dots (4.2)$$

又令  $h_A$ ,  $h_B$  及  $h_C$  表由頂點 A, B, 及 C 至對邊之高，由下述三式可得三高之值：

$$h_A = AC \sin \angle C \dots\dots\dots (4.3)$$

$$h_B = AB \sin \angle A \dots\dots\dots (4.4)$$

$$h_C = BC \sin \angle B \dots\dots\dots (4.5)$$

在本實驗中吾人測知三角形之三邊，三角，及三高。然後假定 A 角與 B 角及夾邊 AB 均為已知，由上述各式以計算他角，他兩邊及三高之值以與測得者相較。

#### 5. 實驗步驟：

- (I) 繪製三角形 ABC
- (II) 應用比長儀依照 2 節 a 段測量角度法所述測取三角之值。
- (III) 依照 2 節 b 段測量長度法中點與點之距離第一測定法，測量三邊之值，各準至  $\frac{1}{1000}$  mm
- (IV) 依照上述點與線之垂直距離測定法，測量三頂點各至對邊之高，各準至  $\frac{1}{1000}$  m.m.
- (V) 假定測出之 A 角，B 角及 AB 邊長諸值為已知，由上節所述諸式計算 C 角與 AC 邊，BC 邊及三高之長。
- (VI) 以計算值為準，計算各測值與其相當之計算值之相對誤差。

#### 6. 實驗記錄：

繪畫之三角形 ABC 見另紙

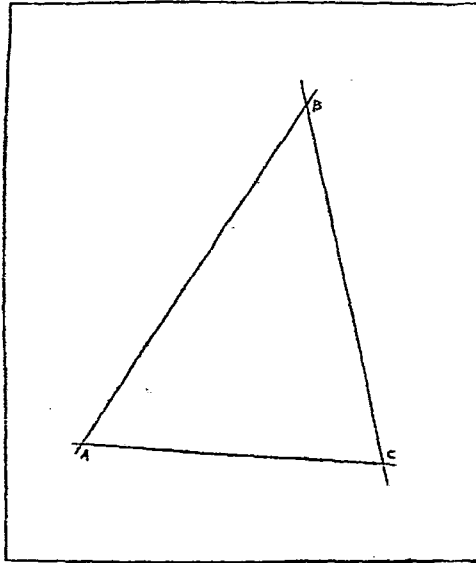
角	刻度盤第一次所示分劃	刻度盤第二次所示分劃	角度之值	角度之平均值
A	I			
	II			
B	I			
	II			
C	I			
	II			

$\angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B) =$  \_\_\_\_\_

$\angle C$ 之計得值與測得值之差= \_\_\_\_\_

相對誤差= \_\_\_\_\_ %

邊 與 高	AB	AC	BC	$h_a$	$h_b$	$h_c$
第 一 分 割						
第 二 分 割						
長 度 計 算 值						
長 度 測 得 值						
相 對 誤 差						

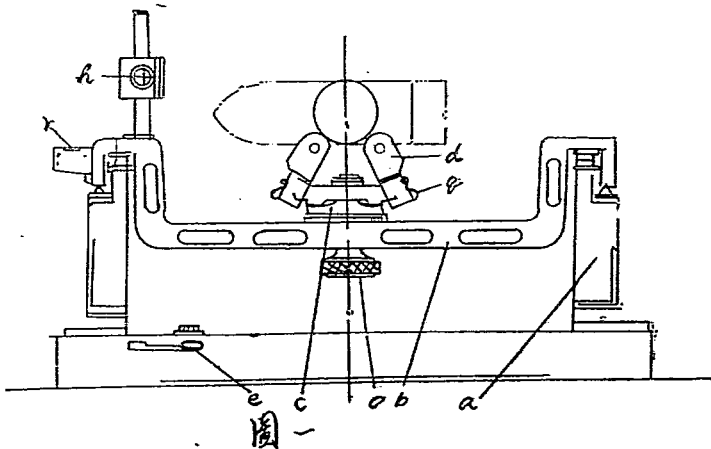


日期 \_\_\_\_\_  
地點 \_\_\_\_\_

實驗者：組別 \_\_\_\_\_  
姓名 \_\_\_\_\_

## 實驗第五 砲彈重心位置之測定

1. 實驗目的： 利用重心秤測定砲彈之重心位置，
2. 需要儀器： 重心秤，水平儀，馬表，天平，米尺，幾十字架、三角架，欲測重心位置之砲彈等。
3. 儀器構造與原理： 重心秤之構造略如圖一，由二大部份組成。



- 甲. 支架a. 即支持擺架之座，上有制動桿e外推內拉可使擺架能自由擺動或固定不動，其理與天平之開閉同。
- 乙. 擺架b. 即能自由擺動之架，由刃尖架於支座上，故摩擦甚小，擺架由下列各部組成之。
- A. 轉盤C 在擺架之中央，盤上有滑托二，可在盤上滑動滑托上各有軸承二，可上下移動由螺旋q固定之。每軸之上又附有滑輪d供放置所測砲彈之用，轉盤C可繞擺架中心旋轉，使彈軸與擺軸垂直或平行以測定砲彈重心縱向或橫向之位置，轉盤轉至適當位置後可以插釘p固定之。轉盤上立有一垂直取鋼片g其一邊之延長線經過擺軸，當擺架水平後此延長線與擺軸所成之面，即經過擺軸之鉛直面。
- B. 刻度尺r 橫在擺架之一端，其零點與擺軸在同一條線上，前後下有與其平行之圓棍三，其上各負游碼，可左右其居前者L重20gm居後者K重40gm居下者專供校正擺架水平之用，其重不知亦不必知，前二者移動之位置均可自刻度尺上讀取之。
- C. 制動桿h 附於擺架一端之直立柱上，可上下移動以升降全系之重心而改變擺動之周期如擺動周期大則感度小而操作易，反之則感度大而操作難，通常擺周期以4—5秒為最適宜。

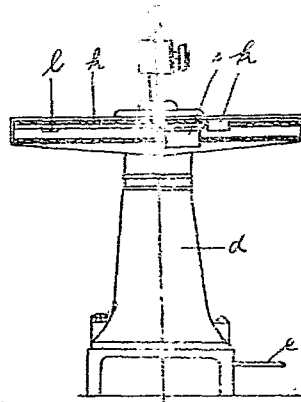
D. 水平儀W 在擺架之一端與刻度r 平行，以觀測擺架之水平與否。

通常砲彈重心之位置，得由二量決定之，其一為縱向的，即距彈底之距離，其一為橫向的，即距彈軸之距離，茲先述測量後者之方法與原理如下：

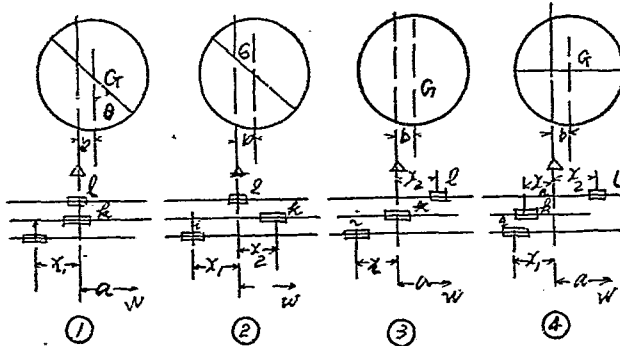
蓋重心秤本身並非為對稱的故刻度尺r(亦即擺架本身)水平時，擺架重心未必在通過擺軸(即通過二支點之線)之鉛直面內，命其距離為a，當砲彈架入四滑輪後，(轉盤之位置須令彈軸與擺軸平行)，砲彈之幾何重心(即彈軸)亦未必在通過擺軸之鉛直面內，且命其距離為b設彈丸重心至彈軸之距離為x，則當平衡獲得後，(見圖三③)游碼i及移動距離x<sub>1</sub>須合於條件：

$$ix_1 = G \cdot b + x \sin \theta + W a \dots\dots\dots (5.1)$$

式中G.W.各為彈丸及擺架之重量。



圖二



圖三

$\theta$  為彈丸重心與幾何重心之連線與鉛直線所成之角

次將彈丸旋轉 $-180^\circ$ 則重心G亦繞其幾何重心轉 $-180^\circ$ 此時移動k碼與之平衡(見圖三④)則

$$ix_1 = G \cdot (b - x \sin \theta) + W a + x_1 k \dots\dots\dots (5.2)$$

自(5.1)及(5.2)二式得

$$ix_1 = Gb + Wa + \frac{1}{2} kx_1 \dots\dots\dots (5.3)$$

將(5.2)及(5.3)二式比較觀之，如以L碼代k碼之位置，因 $L = \frac{1}{2} k$ ，故除非 $\sin \theta = 0$ 即 $\theta = 0^\circ$ 或 $180^\circ$ 亦即彈丸重心在經過幾何重心之鉛直線上。平衡不能復得。(見圖三④)

既得平衡後再轉 $-90^\circ$ 然後再移動 $k$ 碼使成不平衡(見圖三D)則

$$ix_1 + kx_2 = (b+x)G + \frac{k}{2}x_2 + Wa \quad (5.4)$$

故自(5.3)(5.4)得

$$kx_2 = xG \quad \text{或} \quad x = \frac{kx_2}{G} \quad (5.5)$$

式中 $k=40\text{gm}$ .  $x_2$ 可直接自尺上讀出,彈重 $G$ 可自天秤上稱取,代入上式即得 $x$ 值。

如求砲彈重心至彈尾之距離時,只須先調四滑輪 $d$ 使向同一方向傾斜,次移動游碼使成平衡,然後將砲彈放入(轉盤之位置使彈軸與擺軸垂直)徐徐轉動則砲彈可前後移動,至平衡時,沿 $g$ 尺在彈上劃線,則該線至彈底之距離,即所求之距離 $L$ 。

#### 4. 實驗步驟:

##### 甲. 測砲彈重心至彈軸之距離:

- 調整水準儀,命當擺架水平時,水泡恰在中央
- 固定轉盤 $C$ 之位置,使砲彈放入後彈軸與擺軸平行,同時調整滑輪 $d$ 使在同一之平面內及適宜之位置。
- 取欲測之砲彈來,稱其重量命為 $G$ 於其彈底劃一十字線放於滑輪上。
- 將鐵十字架固定於三腳架上,移近彈尾,使彈尾上所劃之十字線與十字架上之一象限恰相重合,以為彈丸轉動時之準繩。
- 將 $Lk$ 碼放置零點開閉 $e$ 稱,並升降制感錘 $h$ 使擺動周期為 $1-5$ 秒。
- 移動游碼 $i$ 至平衡狀態成立止。
- 將砲彈移轉 $180^\circ$ 移動游碼 $k$ 使成平衡狀態。
- 將 $L$ 碼移至 $k$ 碼之位置,並將 $k$ 碼退至零點,繼則徐徐轉動彈丸至成平衡狀態止。
- 取一鉛筆,沿十字架在彈底上劃一線,然後將砲彈移轉 $90^\circ$
- 移動 $k$ 碼使成平衡,讀取其位置為 $x_2$ 與 $Gk$ 諸值代入(5.5)式即得 $x$ 值。

##### 乙. 測砲彈之重心與彈尾之距離:

- 將轉盤轉 $-90^\circ$ 並固定之。使砲彈放入後,彈軸與擺軸垂直。
- 調整四滑輪使同在一平面內。並令其稍向同一方向傾斜
- 移動游碼至平衡狀態止。
- 將砲彈放入筒上,徐徐轉動,使砲彈在彈軸方向推進至平衡時為止。
- 拔 $f$ 尺使附彈身,沿尺劃一線。
- 取下砲彈量線至彈尾之距離,即所求之位。

注意:每一較重動作,如轉動轉盤,取放及轉動彈丸等均須閉稱:即拉制動桿 $e$ 使擺架不能擺動

#### 5. 實驗結果:

實驗 次數	砲彈種類		砲彈重量
	$X_2$ (Cm)	$X$ (Cm)	$Kg$ $L$ (Cm)
1			
2			
3			
4			
5			
平均			

日期 \_\_\_\_\_

實驗者：組別 \_\_\_\_\_

地點 \_\_\_\_\_

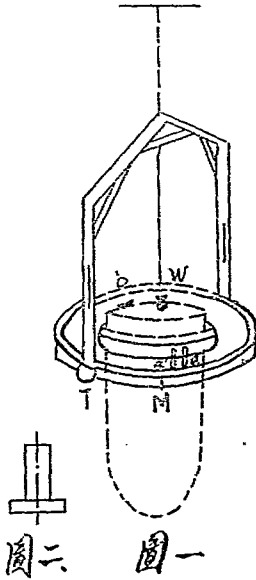
姓名 \_\_\_\_\_

## 實驗第六 砲彈轉動慣量之測定

**1. 實驗目的：** 利用汪氏迴轉儀測定砲彈之轉動慣量，並由已知數據計算其安定度。

**2. 需用儀器：** 汪氏迴轉儀，望遠鏡，馬錶，米尺，及欲測轉動慣量之砲彈等。

**3. 儀器構造與原理：** 汪氏迴轉儀專為測量砲彈之轉動慣量而設計其原理與普通物理實驗中之迴轉儀同，形如馬錶，如圖一所示。以鋼絲懸於橫樑上，扭轉該儀，則繞軸通過其重心之鉛直線（即懸線）往復轉動。盤之中央有一組內徑不同之套圈，其內徑與普通常見之彈徑等，以供支持欲測彈丸之用。盤之一邊有二支柱 a, a' 共另一邊有一架托 b，二者在同一直徑上，砲彈橫放其上，可免震動。架托 b 下有一螺旋，轉之可使其上下，使彈軸水平，盤與架托可以螺旋 T 固定之。架上有懸錘 W，以定彈丸之重心是否在懸線之延長線上。俟開始迴轉後，懸錘可以卸下。



迴轉儀尚附有標準體四，形如圖二，恰可套入套圈內，繞轉縱軸之轉動慣量，可由其尺寸及重量計算之（見附註一）

設  $I_1$  為迴轉儀繞轉懸線之轉動慣量

$I_2$  為標準體繞轉縱軸之轉動慣量

$I_3$  (或  $I_3'$ ) 為彈丸繞轉其縱軸 (或通過重心之橫軸) 之轉動慣量。

並命  $T_1$  為迴轉儀時之迴轉週期。

$T_2$  為放入標準體後之迴轉週期 (縱軸須與懸線在一條線上)

$T_3$  (或  $T_3'$ ) 為取去標準體將彈丸豎向 (或橫向) 放入後之迴轉週期 (縱軸 (或橫軸) 須與懸線在一鉛直線上)

則按力學理論 (見附註二) 得

$$\begin{cases} T_1 = \sqrt{\frac{I_1}{K}} \\ T_2 = \sqrt{\frac{I_1 + I_2}{K}} \\ T_3 = \sqrt{\frac{I_1 + I_3}{K}} \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} I_1 = K T_1^2 \\ I_1 + I_2 = K T_2^2 \\ I_1 + I_3 = K T_3^2 \end{cases}$$

式中  $K$  為一與懸線之性質，尺寸，有關之固定常數。解此三聯立方程式得

$$I_s = I_c \frac{T_2^2 - T_1^2}{T_3^2 - T_1^2}$$

$I_c$  為標準體繞縱軸之轉動慣量，為已知。 $T_3, T_2, T_1$  均實際測得代入上式即得  $I_s$  用此法可測定各種砲彈之轉動慣量。

4. 實驗步驟：

- (a) 調整迴轉儀使整水平，同時將望遠鏡置放距迴轉儀約四五公尺處，對準望遠鏡所計劃之白線  $M^{\circ}$
- (b) 扭轉迴轉儀；使往復轉動，隨即自望遠鏡中窺視白線，俟白線恰至鏡中十字線時，按表使走。因其迴轉週期甚長，此後則可自筒外計數至某週期將完時，再自鏡中注視，俾白線恰至十字線時按錶使停，如是可測得  $n$  週之時期平均之得  $T_1$ 。
- (c) 放入標準體，測得週期為  $T_2$ 。
- (d) 取去標準體，放入砲彈，測得迴轉週期為  $T_3$ 。

如測繞轉通過重心之橫軸之轉動慣量  $I_{s'}$  時，可將砲彈橫放於  $ab$  架托上，調整  $b$  使彈軸水平，並將懸錘掛上，以定彈丸重心之是否在懸錘之延長線上。

- (e) 查表得標準體繞縱軸之轉動慣量  $I_c$ ，代入上式即得  $I_s$  值。

5. 實驗結果：

彈 類 \_\_\_\_\_  $I_c =$  \_\_\_\_\_  $\text{Kg mSec}^2$

實 驗 次 數	$T_1$ (Sec)	$T_2$ (Sec)	$T_3$ (Sec)	$T_3'$ (Sec)	$I_s$ ( $\text{Kg mSec}^2$ )	$I_{s'}$ ( $\text{Kg mSec}^2$ )
1						
2						
3						
4						
5						
平 均						

6. 安定度試驗：

如欲轉動彈丸飛行安定，必須合乎下列三項條件

a. 第一條件： 安定因素  $a = \frac{(CV \tan \Delta)^2}{4AWLR^2} > 1$

b. 第二條件： 砲口因素  $u = \frac{2000C \tan \Delta}{L.H. (B - \frac{1}{2})} > 1$

c. 第三條件： 適應因素  $G = \frac{WsVsR}{CV \tan \Delta g} > 1$

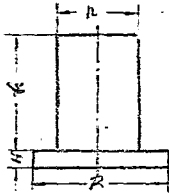
式中  $W$  為彈丸所受之空氣阻力 (kg) 可由各家阻力因數求得之。

$L$  為自彈丸重心至阻力心 (metacenter) 之距離 (m)，阻力心之位置須由風洞試驗決定，



- 通常以彈頭長中點代之。
- $2R$  為彈徑 (m)
- $V_0$  為砲口速度 (m/Sec)
- $V_s$  為彈丸在彈道頂點之速度 (m/Sec)
- $\Delta$  為砲口擾角
- $C$  為彈丸繞轉縱軸 (即彈軸) 之轉動慣量 (kgmSec<sup>2</sup>)
- $L$  為裝藥量 (kg)
- $H$  為彈丸長度 (m)
- $B$  為一帶數由砲口壓力決定之。通常在1.6至3.0間，計算時可採用其平均值2.5。
- $g$  為重力加速度 (9.81 m/Sec<sup>2</sup>)

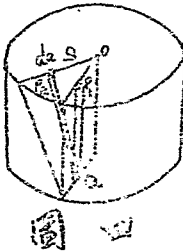
例 十年式七五山砲之砲口擾角 $\Delta=7^\circ$ ，所用榴彈 $L=0.265$ kg、 $V_0=335$ m/Sec  $i_0=0.75$ 並命  
 $V_s=250$ m/Sec試由此數據及由五、六二實驗實測其結果，代入上列三式驗其安定度如何。  
 附註一：各種標準體繞其縱軸之轉動慣量 (號碼依大小分)



圖三

號碼	$R$ (m)	$r$ (m)	$H$ (m)	$h$ (m)	$I_c$ (kg.m.Sec <sup>2</sup> )
1	0.16	0.15	0.05	0.25	0.012558
2	0.12	0.105	0.03	0.18	0.032215
3	0.0823	0.075	0.02	0.16	0.000471
4	0.0561	0.0452	0.02	0.09	0.000045

附註二： $T = \sqrt{\frac{1}{K}}$  公式之導證，



設一均質金屬絲，其下端保持固定而上端以中心軸繞轉一 $\theta$  角度，命此時所需之扭力矩為 $C$ 。今試先求 $\theta$ ， $C$ 之關係。

設金屬絲之半徑為 $r$ ，長為 $L$ ，金屬之剛性係數 (modulus of rigidity) 為 $n$ ，試觀察一厚度為 $dl$ ，上下兩面直於中軸之薄殼段，設 $P, Q$  為一在未變形前與中軸平行之一小圓柱元素 (cylindrical element) 則當其上面對下面作一 $d\theta$  角度之轉動時， $P, Q$  將變為  $P', Q'$  之位置設該圓柱素之橫截面為 $da$ 距中軸之距離為 $\delta$  則  $\delta da$  為  $da$  變形後之位移，因該圓柱元素未變形前之長為 $dl$ ，故其切變

(Shearing strain) 為  $\frac{\delta da}{dl}$

由 Hooke's Law 知每單位面積之應力為  $\frac{n \delta da}{dl}$ ，其相應之力矩矩 (moment of force) 為

$$n \frac{d\theta}{dl} \delta^2 da \text{ 故其扭力矩應為}$$

$$C = n \frac{d\theta}{dl} \int \delta^2 da$$

式  $\int \delta^2 da$  即一圓柱面積繞其垂直於圓心之軸之轉動慣量，由 Routh's rule 知其為  $\frac{\pi r^4}{2}$  且因

$$\frac{d\theta}{dL} = \frac{\theta}{L} \quad \text{故}$$

$$C = \frac{\pi r^4}{2L} \cdot \theta = \lambda \theta, \quad \lambda = \frac{\pi n r^4}{2L}$$

今設想懸線所繫之物體，對懸線之轉動慣量爲  $I$ ，則其角運動量 (angular momentum) 之時間變化率爲  $I \ddot{\theta}$

$$\left[ \text{角運動量} u = \int v \delta m = \int \omega^2 \delta m = I \dot{\theta} \right]$$

但角運動量之時間變化率等於力矩，故

$$I \ddot{\theta} = -\lambda \theta, \quad \text{或} \quad \ddot{\theta} = -\frac{\lambda}{I} \theta$$

此微分方程式之解爲  $\theta = \theta_0 \sin(\sqrt{\frac{I}{\lambda}} t)$  爲一簡諧運動之方程式，其周期

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\lambda}} = \sqrt{\frac{I}{K}}$$

式中  $K = \frac{\pi r^4}{8\pi L}$  可見常數  $K$  只與剛性係數  $n$ ，懸線之半徑  $r$ ，及懸線之長  $L$  有關也。

日期 \_\_\_\_\_

實驗者：姓名 \_\_\_\_\_

地點 \_\_\_\_\_

組別 \_\_\_\_\_

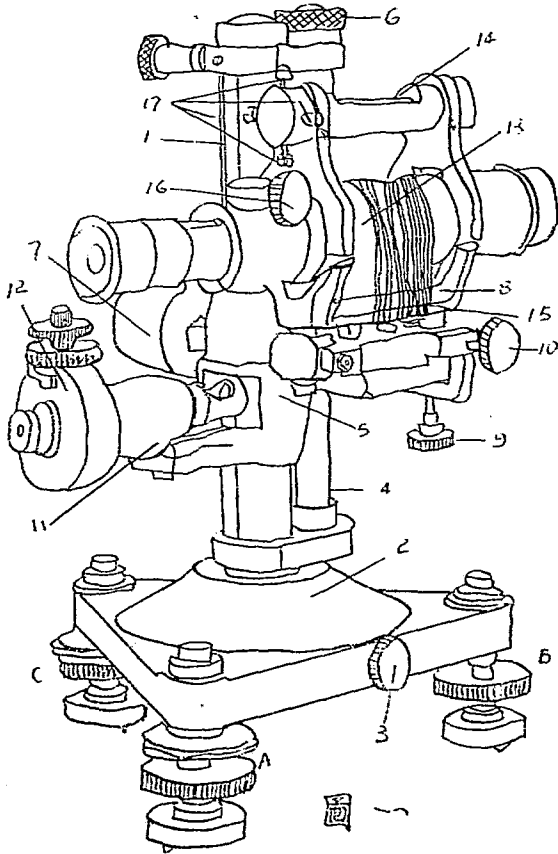
# 實驗第七 測高儀之用法—由中正式步槍之準星及表尺以測定其 X—E 曲線

1. 實驗目的：
- a. 使學者諳習測高儀之調整及用法
  - b. 利用測高儀由中正式步槍之準星，表尺以定 X—E 曲線

2. 需用儀器： 測高儀 (catheometer)，中正式步槍，槍架，三角木架，米尺等。

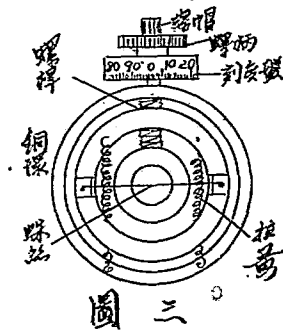
3. 儀器構造： 測高儀為求空中一點高度差之儀器，由測高桿，滑動架，望遠鏡，顯微鏡，測微計四大部合成，分述如下：

- a. 測高桿 測高桿
- (1) 為一與三脚底座
  - (2) 垂直之桿，可繞其縱軸旋轉，至相當位置可旋轉螺旋 (3) 以緊固之，桿之一端削成平條形，其上刻有尺度，精至 1m.m. 其旁附有平行滑桿 (4)，滑動架 (5) 即套於兩者之上，可上下沿其滑動，至相當位置時可旋轉架旁之緊固螺旋 (圖中不見)



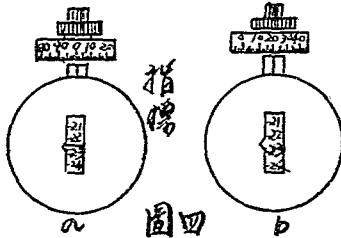
使架與滑桿緊固，旋轉螺帽⑥，可使滑桿上下徐徐移動。因而滑桿架亦將隨之滑測高桿移動，此於精細調整時用之。底座③之三角處，有螺旋支脚A、B、C。其下復各有一脚墊，旋轉支脚螺旋，可調整測高桿垂直

- b. 滑動架 滑動架(5)即可滑測高桿滑動之架，其旁有把柄(7)，當上下移動滑動架，或迴轉測高桿時，可握之作為把柄，其把柄相對之另一面有一呈Y字形之望遠鏡托(8)其上有高低校正螺(9)旋轉之可使鏡托之一端上下，俾使置於其上之望遠鏡鏡軸水平。其旁有方向調整螺(10)，旋轉之，可使鏡托之一端左右移動。用以調整望遠鏡之方向。滑動架之前復有一測微計托(11)，用以支持螺旋測微計(12)，可視測測高桿上之度刻至  $\frac{2}{100}$  m. m.
- c. 望遠鏡 望遠鏡(13)與普通望遠鏡之構造大致相同，惟鏡筒上有二環形銅帶，用以接觸望遠鏡托及支架水準器(14)，望遠鏡置於架托上後，恐操作時位置移動，恒以線帶(15)束緊之，(16)為目鏡伸縮調整螺用以調整物鏡(objective)，及目鏡(eye piece)間之距離以聚焦(focussing)於欲測之點上，目鏡伸縮之一定位置可旋轉其旁之螺旋(圖中未見)以緊固之，目鏡之前有十字線，以為肥取目標位置之標準。望遠鏡之水平與否，可視水準器(14)之氣泡以為斷，水準器形如長槽，可騎於望遠鏡之環形銅帶上，其本身之正線與否，可進退調整螺(17)加以調整。
- d. 顯微鏡測微計 顯微鏡測微計(micrometer microscope)



如圖二所示，為顯微鏡測微裝置及集光管三部合成。顯微鏡與平常所用者同。在物目二鏡間，目鏡之焦面 (focal plane) 處安裝測微裝置，集光管則為內壁為石膏之管，其旁有開口，以為光線進入照測高度刻之通路，測微裝置之內部構造如圖三，旋緊螺帽，可使螺桿，刻度整與螺桿緊固，此時旋轉螺桿則刻度盤及螺桿亦隨之而轉，同時銅環依旋轉之方向上下移動，銅環上沾有一螺絲，與螺桿垂直，以為銅環移動測測之準繩，其旁復有拉簧二與外筒連接以緊固其位置，此測微計之構造有一關係在即當對準測高桿上之分劃時，螺桿每轉一週，螺絲之像，在 m. m. 尺之像內，移動兩分劃，但刻度盤上共計有100度劃，故刻度盤每轉一度劃，則螺絲之像在 1 m. m. 之像內移動  $\frac{1}{50}$  利用此項關係，可精確至 0.02 m. m. 在應用測微計之先，可先將螺桿，調整刻度盤，使零點與指標相對時，螺絲恰與

與目鏡固定連結之矩形架旁缺口相重合，(見圖四 a) 使用時先旋轉螺絲使刻度盤上之零點與指標相對，因已調整妥善，故此時絲絲恰與矩形架旁



缺口重合，次將測微計在測微計架上前後移動，至微測測高桿上之度劃甚明折時止(遇必要時得用電燈照耀)此時讀取與絲絲相對之度劃，約在22與23m.m.間(見圖四 .a.) 然後以一目注視測高桿上度劃，同時以右手順時鐘方向旋轉螺絲，至絲絲與22mm之度劃相齊時為止。此時讀取刻度盤上與指標相對之分割，如為20(如圖四.b)則與矩形架旁缺口相齊之高等為  $22 + 0.02 \times 20 = 22.40m.m.$

**4. 儀器之調整：** 欲求空中兩點高度差之無誤，第一須測高桿鉛直，第二須望遠鏡軸水平，欲達上

項目的，必藉水準器以作調整，分述如下：

a. 水準器本身之調整

①將水準器兩頭對準於望遠鏡之環形箱帶上，旋轉望遠鏡之高低校正螺(9)令水泡恰在水準器中央時止。

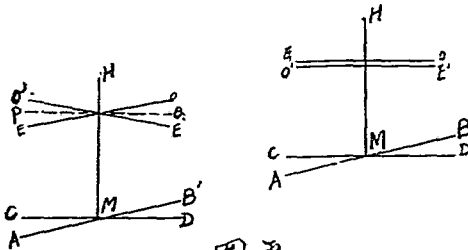
②將水準器兩頭對調，則因一望遠鏡未必水平，二、水準器未必正確，此時水泡未必仍在中央，設偏向左方n格。

③進退水準器之上下調整螺(17)使水泡偏向左方  $\frac{n}{2}$  格，並旋轉望遠鏡之高低校正螺(9)令水泡恰至中央。

④將水準器兩頭對調(即與(1)之位置同)如此時水泡仍在中央則證明一、望遠鏡已水平，二水準器已調整正確，否則須重複②步手續，直至水準器在兩位置，水泡仍在中央時止。

b. 望遠鏡鏡軸與測高桿垂直之調整。

由於儀器之構造，測高桿永遠與底座垂直。故測高桿無如何旋轉，其本身位置永遠不變，若望遠鏡與測高桿恰成垂直時，則望遠鏡繞測高桿轉180°(即測高桿轉180°)後，其本身斜度不改，換言之即望遠鏡如在第一位置 OE時(如圖五b)水泡偏向右方若干格，則測高桿轉180°望遠鏡在 O'E' 位置時，水泡亦偏向左方若干格，(人不隨望遠鏡旋轉)利用此項關係，即可調整望遠鏡軸與測高桿垂直。



AB...水平線  
CD...底座  
MH...測高桿  
EO...望遠鏡之原來位置  
E'O'...測高桿轉180°後望遠鏡之位置

a 望遠鏡與測高桿不垂直時之情形

b 望遠鏡與測高桿垂直時之情形

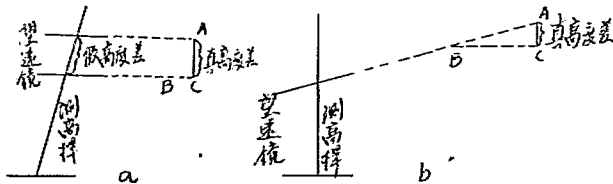
調整步驟如下：

- ① 旋轉測高桿，令望遠鏡與底座 AB 平行，記取水準器上水泡之位置，命為 m 格（命水泡偏向右方為十，偏向左方為一）
- ② 將測高桿旋轉 180°，記取水準器上水泡之位置，命為 n 格。（左右方向與前同）
- ③ 旋轉望遠鏡之高低調整螺（9）至水泡之位置為  $\frac{m+n}{2}$  時止。
- ④ 將測高桿再旋轉 180°（即與①之位置相同）如水泡之位置仍為  $\frac{m+n}{2}$  則證明望遠鏡已與測高桿垂直。惟因一水泡位置之偏斜並非與望遠鏡之斜度成直線函數，二、測高桿旋轉無一定標準，故調整一定每不易成功，須反復調整，至測高桿旋轉 180° 前後，水泡之位置相同時為止。

c. 測高桿鉛直之調整

- ① 既作 b 項調整後，令望遠鏡與底座 A B 邊平行，次則轉動螺旋支脚 B 使水泡恰至中央，此時測高桿必在經過 A B 中點與 C 支脚之鉛直面內。
- ② 旋轉測高桿令望遠鏡與底座之 B C 邊平行，轉動螺旋支脚 C，令水泡恰至中央時止。此時測高桿必復在經過 B C 中點與 A 支脚之鉛直面內，換言之，即測高桿在兩鉛直之交線內，故測高桿亦成鉛直。

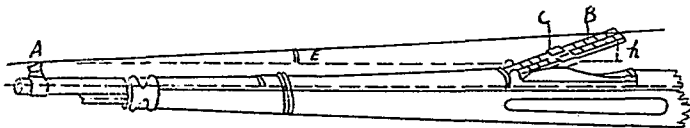
測高儀調整至關重要，因如測高桿不鉛直，則所測空間兩點之高度差，非真正之高度差。觀圖六 a. 可知非此也，如望遠鏡不與測高桿垂直，換言之即不水平，所測空間兩點之高度差亦非正確，因所謂空間兩點並不限在一鉛直線上，圖六 b. A B 兩點之高度雖不同，然自望遠鏡中觀之則同，其原因非他，乃望遠鏡不與測高桿成垂直也。



圖六

5. 由中正式步槍之準星，表尺以測繪 X—E 曲線之原理：

中正式步槍之瞄準裝置甚為簡單，如圖七所示，A 為準星，B 為表尺身，C 為表尺滑碼，移動滑碼 C 可使表尺與槍身之開度加減，使在瞄準不同距離之目標時，槍身仰度變更，與不同射距離相應之滑碼 C 之位置預先已根據彈道等數據計算妥當，實際瞄準時甚為方便。



圖七

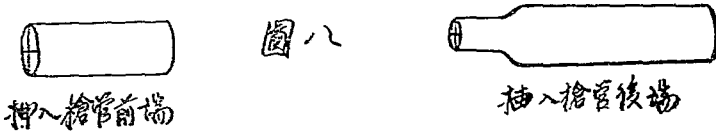
自上圖中，可見與某射距離相應之仰度

$$E = \arcsin \frac{h}{L} \dots\dots\dots 7.1$$

式中h為當槍管水平，滑碼在某射距離時之位置時，準星尖端與表尺缺口之高度差，L為其測之距離。如是變更滑碼之位置，亦即變更射距離，可測得許多相應之仰度，然後以射距離為橫生標，以仰度為縱生標，繪製X—E曲線。

6. 實驗步驟：

- ① 取中正式步槍一支，架於槍架上
- ② 取堅牢三脚木架，放於槍口前約一公尺處，將測高儀置於其上，調整槍架或三脚架使測高儀與槍口約同高
- ③ 調整水準器本身，望遠鏡與測高桿垂直，測高桿鉛直，其法見第四節，調整妥善後，水準器即可卸去。
- ④ 調整槍管軸線與望遠鏡軸相合，其法先令望遠鏡對準槍口，旋轉目鏡至十字線至甚清晰時止，次旋轉望遠鏡方向調整螺，使十字線恰與槍口圓心相合，次令望遠鏡之位置不變動，伸縮鏡頭筒，對準槍管後端（此時須將電燈泡置於彈袋槽處以照燈管內壁）如圓心不在十字線上時，則須移動槍身，至不論對準何處槍管中心均落於十字線上時為止，通常恆使槍管軸心無從捉摸，可作二張有十字線之小筒（如圖）插入槍管前後端以作觀察之準繩。



- ⑤ 移動測微計，並轉動目鏡至測高桿上度劃及計微計中之橫線所生之像均甚清晰且無相差時止，讀取槍管軸心之高度，法其前命為  $h_0$ 。
- ⑥ 上移望遠鏡命對準準星尖端，讀取其高度命為  $h_1$ 。
- ⑦ 同法移動望遠鏡，對準在 100 公尺射距離時之表尺缺口。讀取其高度命為  $h_2$ ，則準星尖端與表尺缺口之高度差。  $h = h_2 - h_1$ 。
- ⑧ 以米達尺量取準星尖端至表尺缺口之距離，命為  $L$ 。將  $h, L$  之值代入 7.1 式則得與 100 公尺射距離相應之仰度。
- ⑨ 變更滑碼之位置（亦即變更射距離）同法測定其相應之仰度。
- ⑩ 繪製 X—E 曲線

7. 實驗結果：

中正式步槍號碼 \_\_\_\_\_

槍管軸心高度  $h_0 =$  \_\_\_\_\_ m, m.

準星尖端高度  $h_1 =$  \_\_\_\_\_ m, m.

槍管軸心至準星尖端距離  $h_2 - h_0 =$  \_\_\_\_\_ m, m.





$Ldh = hdL$ , 或  $dL = \frac{Ldh}{h}$  通常  $L$  之值約為  $500m.m.$  用測高儀以量  $h$ , 可精確至

$0.01m.m.$  即  $dh=0.01m.m.$  故當

$h < 10m.m.$  即仰度較小時,  $dL > 0.5mm$

$h > 10m.m.$  即仰度較大時,  $dL < 0.5mm$

吾人量  $L$  所用之米尺, 最精確可至  $0.5mm$ , 即  $dL \geq 0.5mm$ .

故當  $h > 10mm$ , 即仰度較大時, 以普通米尺量  $L$  仍嫌過為粗略。惟本實驗之目的在熟習測高儀之應用, 此處暫不計及之也。



輪軸，附於承座上，搖轉之可使螺桿(7)上下，用以支架橫桿(5)為鐵鉗，為頂住鋼柱之用，可上下轉動，至相當位置時，可旋轉其上之螺環以固定之當稱盤加入法碼後，如無螺桿(7)支架，則橫桿長臂下降短臂壓壓桿(3)上升，壓縮鋼柱，通常支重距為支力短之20倍故稱盤加一Wkg重量鋼柱所受之壓力即為20Wkg也。

鋼柱為用純鋅錫(99.9%)所製成，最近於受範性物體(Plastic body)依大小及製成情況常有若干變或有靜電之高度直徑及內部組織盡同，當鋼柱受壓力後，有壓縮現象，因其為受範性故壓力雖去變形並不復原，壓縮之多少與壓力之大小有關，可以重壓後作實驗決定之，再加以修正計算後，製成壓力表如是則測定其高度時，只知壓縮量或重後高(因厚長一定)即可自表上查取壓力。

鋼柱受一定之壓力，其壓縮量恒因溫度而小有差異，蓋普通金屬多溫度愈高壓縮愈易此為習見之事實，通常言壓力與壓縮量之關係恒以15°C以為標準，如作實驗時溫度較高或較低，其縮量均應加以校正，由實驗結果，知校正後之壓縮量為

$$\Delta L_{15} = \Delta L_t [1 - 0.002(t - 15)] \dots\dots\dots (8.1)$$

式中 t 為作實驗時之溫度以攝氏表計

$\Delta L_t$  為在 t°C 時，測得之壓縮量。

通常氣體對氣壁之壓力，其單位為 kg/cm<sup>2</sup> 故當實驗時鋼柱所受之壓力與橫桿直徑大小有關，並有關係

$$f = A \cdot P \text{ 存在}$$

式中 f 為鋼柱所受之壓力 (kg) A 為橫桿之橫截面積 (cm<sup>2</sup>) P 為氣體之壓力 (kg/cm<sup>2</sup>) 故列表以示鋼柱所受壓力與壓縮量之關係，仍不能直接取氣體壓力必須加以換算，今設測壓器橫桿之直徑為 d (cm) 則

$$A = \frac{\pi d^2}{4} \text{ (cm}^2\text{)}$$

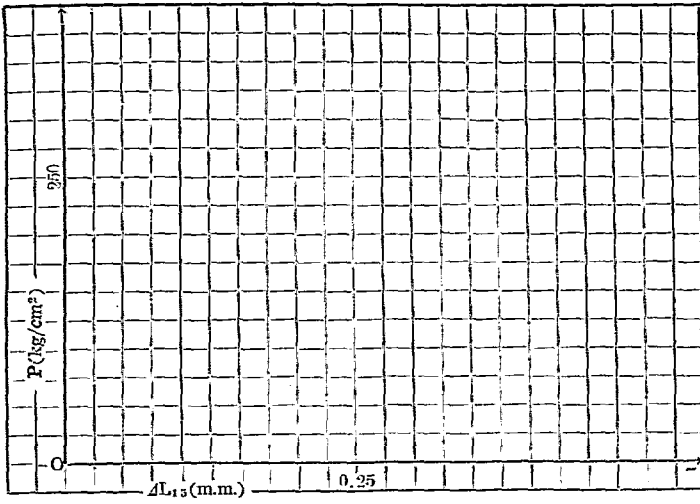
故  $f = \frac{\pi d^2}{4} \cdot P$  或  $P = \frac{4f}{\pi d^2} \dots\dots\dots (8.2)$

故有一壓縮量即有一壓力，亦即有一氣體壓力與之相對應，如是則可繪製  $\Delta L - P$  曲線，讀取數值而壓力表成。

#### 4. 實驗步驟：

- a. 查驗重壓機，看各部是否清潔，次搖轉螺旋輪軸(8)使螺桿(7)下降，令橫桿除支刃外不為任何物所支持，看橫桿是否水平，如否則移動平衡重，或校正重之位置以校正之，當橫桿水平後校正指標(10)使與天平準刃相齊。
- b. 橫桿既已水平，搖轉輪軸，上升螺桿至天平準刃高於指標一小距離。止(因鋼柱尺寸及所加之法碼之大小而異)然後取一鋼柱量其長度為  $L_0$  置於壓桿(3)之上面中央。
- c. 旋轉鐵鉗下降至鐵鉗，鋼柱，壓桿，橫桿等恰相接觸而不致使有所改變時止。次旋緊螺環使之固定。
- d. 取法碼 wkg 置於稱盤中央，
- e. 急轉輪軸，使長臂不為短臂所支架，自由下垂，此時鋼柱所受之壓力  $f = 20wkg$  至30秒後(即鋼柱壓縮後)看天平準刃是否與指標相齊。如否，則下次預備壓縮鋼柱時，加減 e 位，至鋼柱壓縮30秒鐘後，天平準刃與指標恰相齊或幾相齊為止，
- f. 急轉輪軸，使橫桿至原來位置(可由(1) (10)之距離決定)
- g. 取出鋼柱，量其長度為  $L_1$  與原長  $L_0$  相減，即為壓縮量  $\Delta L_1$  (經過 e 步調整後之壓縮鋼柱方算數)
- h. 改變法碼，同法求其相應之壓縮量  $\Delta L_2$
- i. 讀取溫度 t，由 8.1 式計算諸溫度修正後之壓縮量  $\Delta L_{15}$ ，







7. 討 論：

由於以上所言，吾人可知，每一壓力表即須想到壓力表適用於何種銅柱及何種撞桿，二者缺一不可無意義。然於每種銅柱對每一種壓力桿均製一壓力表，頗為繁索，事實上亦不須，設調壓時所用銅柱與壓力表上所載者同，而所用撞桿則異，只須自壓力表查出壓力後，再加以換算即可。設  $P'$  為自壓力表（適用於撞桿直徑  $d_1$ ）查取之壓力， $d$  為所用之撞桿之直徑，則茲舉例應為

$$P = P' \frac{\frac{\pi d_1^2}{4}}{\frac{\pi d^2}{4}} = P' \frac{d_1^2}{d^2} \dots \dots \dots (8.3)$$

通常所用之撞桿直徑與銅柱尺寸列入下表

撞桿種類	撞桿直徑 d (m.m)	d <sup>2</sup>	撞桿橫截面 A (cm <sup>2</sup> )
1	11.1	123.21	0.3677
2	7.98	63.68	0.5001
3	5.6	31.36	0.2463
4	5.0	25.00	0.1964
5	4.5	20.25	0.1590
6	3.91	15.29	0.1201
7	3.0	9.00	0.0707

銅柱種類	銅柱高 L <sub>15</sub> (m.m)	銅柱直徑 D (m.m)
1	15.0	10.0
2	10.5	7.0
3	7.0	5.0
4	4.9	3.0
5	4.0	2.0

日期 \_\_\_\_\_

實驗者：組 別 \_\_\_\_\_

地點 \_\_\_\_\_

姓名 \_\_\_\_\_

## 實驗第九 最高膛壓測定法

1. 實驗目的： 利用測壓槍，測壓蛋，測定槍砲之最高膛壓。

2. 需用儀器及材料： 測壓槍附工具，銅柱附壓力表，螺旋測微計，軟蠟(三比一的蜂蜡或凡士林) 凡士林，測溫計及欲測膛壓之彈藥等。

3. 儀器構造及原理： 通常測定最高膛壓，在槍則利用測壓槍，在砲則利用測壓蛋，其原理均根據銅柱受壓縮其壓縮量與所施壓力有一定之關係，茲分別述之。

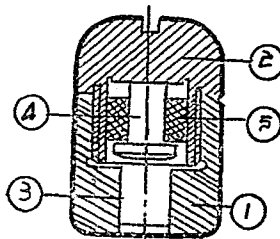
a. 測壓槍 測壓槍為槍身(甲)與測壓裝置(乙)二部合成，槍身與普通槍身構造大致相同，不過槍管較厚耳。管上穿有小孔其上安裝測壓裝置，測壓裝置之位置有位於燃室上方者，亦有位彈頭上方者，如前者則測定膛壓時，須於藥筒上槍對測壓裝置處穿一孔以為火藥氣體之通路，其構造大同小異，茲僅述七九測壓槍之構造(見圖一)

圖中(甲)為槍身(乙)為測壓裝置，由下列各部組成。(2)為撞桿套於撞桿套(5)內，二者相連甚密，氣體不能通過，然撞桿可在其中自由移動，所受阻力甚小。(6)為螺紋套可將撞桿套與槍身緊固，同時又為支持平底螺旋(5)之用，當銅柱(4)放於撞桿上端中央後，可於轉平底螺旋以頂住銅柱。

槍彈發火後，火藥氣體衝入撞桿下之空槽(1)內壓撞桿上昇，然後空槽之容積影響燃燒情形及氣體衝入測壓裝置內；通常以軟蜡填充之，撞桿被壓上昇，壓縮銅柱，由壓縮量之多少查表以得膛壓。

b. 測壓蛋 測壓蛋名稱為蛋，實呈圓柱狀，大小雖異，構造則同，圖中(2)為空心螺旋，其空心處可放置銅柱(4)安裝時恐其位置不正，恆以橡皮圈(5)固定之。(1)為撞桿套，與空心螺旋間，有雌雄螺旋，可旋轉甚緊，其中有撞桿(3)可前後移動，(1)(2)(3)均為鋼質，不因外部壓力而變其形，其外部鍍有軟銅一層，以防損壞塗蝕，當火藥氣體壓撞桿時，撞桿內移壓縮銅柱，由壓縮量之多少，查表即得膛壓。

測壓蛋



### 4. 使用步驟：

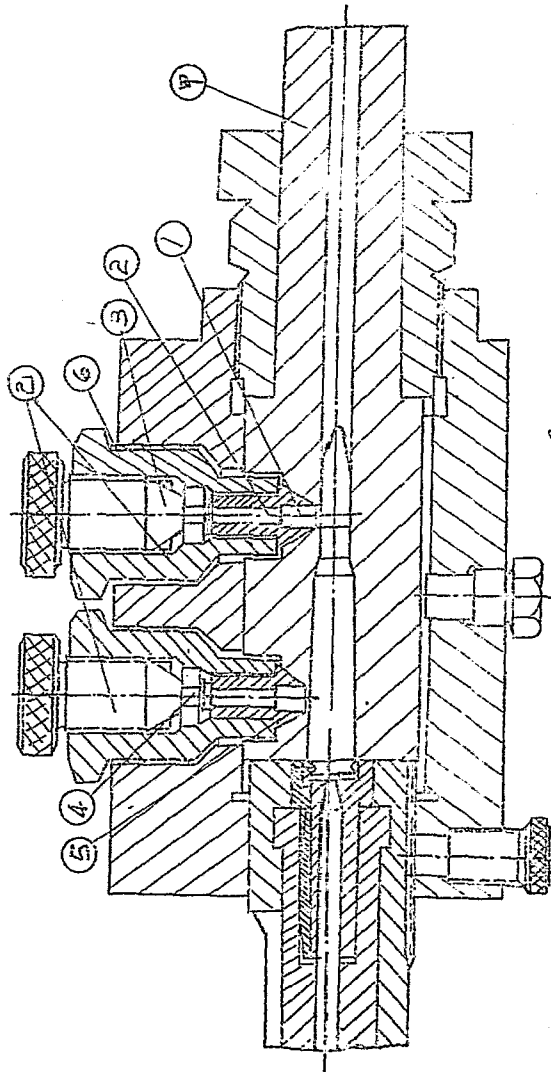
a. 測壓槍

① 取出撞桿套將軟蠟以特製之裝置器送入套內。然後將撞桿插入取出之軟蠟以指抹去，並塗於套外斜面部少許，以鐵夾放入原來槽穴中。

② 以扳手上緊螺紋套，使撞桿套緊不動。

③ 取一銅柱，量其長度為  $L_1$  以鐵夾放於撞桿上端中央。





圖一

- 甲. 袖身 1. 空槽 2. 插桿 3. 平底螺絲 4. 銷柱 5. 擋桿套 6. 螺絲套
- 乙. 卸壓裝置 7. 插桿

- ④ 上緊平底螺旋，至抵住鋼柱，以手不能轉動時止。
- ⑤ 裝入槍彈，使之發火。
- ⑥ 取出鋼柱，拭淨兩端量其長度為  $L'$ 。
- ⑦ 與原長相減得壓縮量  $\Delta L_t$ ，溫度修正後，自相應之壓力表查取壓強。

b. 測壓蛋

- ① 選擇測壓蛋。火藥之壓力與燃燒情形有關，而燃燒情形視燃燒室之容積異，故選用測壓蛋時須其體積與燃燒室之容積相比，甚小，不足影響壓強為甚。
- ② 安裝鋼柱
  - (a) 將撞桿轉開，檢在其內部是否清潔，否則擦淨之。
  - (b) 將橡皮圈裝入空心螺絲內，並將已量好長度為  $L_t$  之鋼柱放入，使鋼柱恰位中央不可偏斜。
  - (c) 將撞桿外部塗凡士林少許插入撞桿套內。並將撞桿套與空心螺絲轉緊。然後將撞桿展向內移使鋼柱一端與空心螺絲相接，一端與撞桿相接，使撞桿受壓力直接傳與鋼柱，如當中有一空隙，則撞桿受壓力後，對鋼柱有一衝量 (impulse)，誤差甚大。
  - (d) 取凡士林少許，塗於蛋外細隙處，以防火藥氣體衝入蛋內。
- ③ 測壓蛋之放置 測壓蛋之鋼柱既已安裝妥善，其後即為在燃燒室或彈筒內之測壓蛋放置問題，通常多將測壓蛋放於燃燒室或彈筒之後下方，以防火藥氣體將蛋射出。
- ④ 查取壓強 砲彈發火後，測壓蛋即落於砲管前或存留砲管約筒內。覓獲後轉開撞桿套，取出鋼柱，量其長度後，即可查取壓強，法同前。

5. 記 錄：

彈 類 \_\_\_\_\_ 藥 別 \_\_\_\_\_  
 裝藥量 \_\_\_\_\_ kg 測壓器 \_\_\_\_\_  
 鋼柱 No. \_\_\_\_\_ 高 \_\_\_\_\_ m.m. 溫度 \_\_\_\_\_ °C  
 直徑 \_\_\_\_\_ m.m.

發數	鋼柱原高 $L_t$ (m.m)	壓 後 高 $L'$ (m.m)	壓 縮 量 $\Delta L_t$ (m.m)	溫度修正後 之壓縮量 $\Delta L_{15}$ (m.m)	最高壓強 (kg/cm <sup>2</sup> )	附 註
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
平均						

6. 討 論：

a. 在第八，第九實驗中，吾人有一基本假定，即將火葯氣體及重壓機對銅柱所施之壓力認為係同性質的，實則火葯氣體對銅柱施壓過程，為時甚暫。（例如十年式七五山砲自火葯開始燃燒至達到最高膛壓時止，不過0.0032秒），而重壓機對銅柱施壓過程則達30秒，二者之作用情形既屬不同故用此法測得之膛壓與真實之膛壓容或稍有差異。

平常同一銅柱受同一壓力，因銅本身內部之粘性作用（Viscosity）如作用時間長，則壓縮量大，反之則小，火葯氣體既遠較重壓機對銅柱作用之時間為小。故同一壓力，銅柱在測壓器內宜較在重壓機上壓縮為小，換言之，真實膛壓宜較自壓力表所取之膛壓為大。但膛內壓力在開始壓縮銅柱時，遠較銅柱所呈之抵抗力為大，此多餘之壓力能使撞桿得一加速  $a$  在猛烈彈時尤甚，設撞桿之質量為  $m$ ，則此力  $f=ma$ ，可使銅柱之壓縮量加大，為免此弊，有將銅柱施行所謂預壓者，然結果並不算佳，已為各家所不採用，再者當撞桿開始移動時，因撞桿本身之粘性關係與壓力直接作用於銅柱時不同，至於撞桿與撞桿套間之摩擦，銅柱本身之粘性等，亦未嘗可以忽視，以上數因，有使銅柱之壓縮量加大者，有使銅柱之壓縮量減少者，惟并非彼此抵消。依 Zugot 之意見，真實膛壓  $P_m$  與自壓力表（利用重壓機編製者）所取之膛壓  $p_m$  有以下之關係

$$P_m = 1.12 p_m$$

Heydenreich 由實驗證明自壓力表（利用重壓機編製者）所取之  $p_m$  須加校正量  $\Delta p$ ，方為真實膛壓， $\Delta p$  之值列如下表：

$P_m$	1000	1200	1400	1600	1800	2000	2200	2400	2600	2800	3000
$\Delta p$	25	40	60	80	105	130	160	190	225	270	335

編製壓力表箱有利用落錘試驗者，銅柱同一壓縮量由其計算之壓力恆較重壓機所施之壓力為大，下表即示用活塞法（methode des piston libre）所測之真實膛壓與自利用重壓機及落錘所編製之壓力表中所取之膛壓之比較

原高 13m.m. 銅柱之壓後高	11.5	11.0	10.5	10.0	9.5	9.0	8.5	8.0	7.5	7.0	6.5	6.0 m.m.
真實膛壓（利用活塞法所測）	1220	1500	1780	2040	2300	2530	2800	3030	3300	3560	3830	4000 kg/cm <sup>2</sup>
自用重壓機所製之壓力表	1100	1400	1630	1840	2050	2270	2480	2710	2990	3200	3460	4000 kg/cm <sup>2</sup>
自用落錘所製之壓力表	1390	1720	2040	2330	2590	2850	3090	3320	3500	—	—	kg/cm <sup>2</sup>

總之普通依本實驗所述方法，測取之膛壓為概略的而非精密的。用之於比較檢驗則可，用之於精細研究則不可，學者欲知其詳，可參考下列各書：

- ① C.Cranz; Lehrbuch der Ballistik (II) P.192—225
- ② C.Cranz; Lehrbuch der Ballistik (I) P. 72—94
- ③ Ludwig Häuert; Geschütz und Schuss P. 45—54

b. 如測膛壓所用撞桿之直徑與壓力表所載者不符在得結果須加換算，其法見第八實驗第六節。

日期 \_\_\_\_\_

實驗者：組別 \_\_\_\_\_

地點 \_\_\_\_\_

姓名 \_\_\_\_\_

## 實驗第十 希波氏鐘之校正

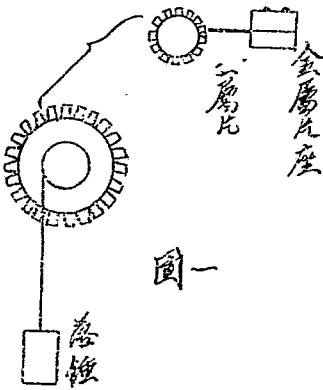
1. 實驗目的： a. 研究希波氏鐘之構造

b. 以標準鐘校正希波氏鐘

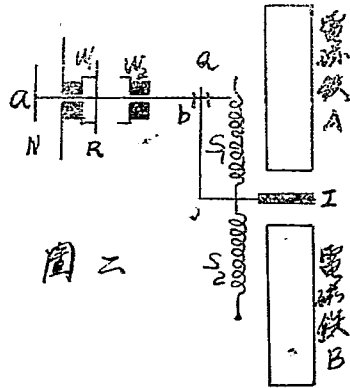
2. 希波氏鐘之構造及其用途：

希波氏鐘之結構與尋常之鐘相仿，惟利用一有自然週率之金屬片，以其一定之振動頻率，經齒輪組以管制落錘之下降，使之等速下落，因之齒輪組之旋轉，亦為等速，此與尋常之鐘以擺之頻率控制彈簧之伸長，而使齒輪組作等速之旋轉者相類似。（圖一）

兩齒輪由齒輪組連系



圖一



圖二

鐘之後方，有二電磁鐵 A 及 B。通以同大之電流，使吸銜鐵 (I) 之力平衡。此時轉針 (N) 軸 (ab) 上之銜釘 (R) 係與固定齒輪 ( $W_1$ ) 之齒相銜。若 A 之電路被割斷，則 (I) 被吸向下於是 OQ 拉動針軸 (ab) 以 R 與  $W_2$  之齒相銜。 $W_2$  為一轉動齒輪，挾 R 以俱轉，而 N 針亦旋轉矣。若 B 之電路亦被割斷，則 R 仍復原位，N 針之旋轉亦告停止。由 N 針之轉動，在鐘面上可讀出電路 A 及 B 先後被割斷時相距之時間。此鐘可用以量頗長之時間，約在 150 秒左右，測出時間可讀至  $\frac{1}{1000}$  秒。用以量時間引信之時間，最為適宜。（吾人可利用發炮之聲或光及砲彈爆炸光，以使 A 及 B 兩電路先後割斷，則此二電路先後被距之時間為時間引信之時間。）

3. 希波氏鐘之調整：

此鐘之調整係與其二主要部份有關，其一為金屬片，吾人必須調整使之依第二諧振頻率而振動，如是則所測時間，可由鐘面上之刻度直接讀出。（若金屬片以其基頻率而振動，如是則所測時間可由

鐘面上之刻度應以2乘之，始得所謂時間。)其二為銜鐵(I)相連之彈簧 $S_1$ 及 $S_2$ ，因其力量之大小，可影響電路被割斷時起至N針開始轉動時或停止時止之時間也，吾人如欲使此鐘所示之時間為正確，必須以之與標準鐘相校。使兩鐘同一時間，視兩鐘所示之時間是否相同。以標準鐘所示者為取，如不相同必須調整金屬片及 $S_1$ 與 $S_2$ 直至兩鐘所示之時間互相符合時為止。

#### 4. 實驗儀器之裝置：

欲用標準鐘以校正希波氏鐘，吾人須用繼電器一具。繼電器之線路示如下圖。器內含有三個電路： $\textcircled{1}$ 由a經電表 $A_1$ 再經電磁鐵b至c； $\textcircled{2}$ 此電路由 $V_1$ 電池組供給電流，經外路（接希波氏鐘電磁鐵A）以至 $A_2$ 。若e與g相接，m與h相接則此電路更由 $A_2$ 經電磁鐵B經r以返至 $V_1$ 完成閉路電路。 $\textcircled{3}$ 此電路由 $V_2$ 供給電流，經外路（接希波氏鐘電磁鐵B）以至 $A_3$ 。若j與p及k與q相接此電路更由閉路以返 $V_2$ 。若e與g及m與h不相接，更將d鬆開，則電路須經r以返 $V_2$ 。g, h, j, k, 及r均為鐵片。用時須將e, d及f關閉，更將F鈕向內推動以使 $\textcircled{2}$ 及 $\textcircled{3}$ 二電路關閉。由E及E'之引力可不至使g, h, j及k與e, m, p及q分離，若 $\textcircled{2}$ 電路內有電流通過，因p吸r, 可使r與s分開而將 $\textcircled{3}$ 電路割斷。此時g與e及m與h即不相接矣。次將d鬆開使 $\textcircled{2}$ 電路經過r。若令 $\textcircled{1}$ 再有電流，便可使電路 $\textcircled{2}$ 割斷。

在標準鐘鐘盤之下方，置一小銀槽。接水銀槽於電池組V經R以接繼電器於C，更接繼於繼電器於a。如是當標與水銀相遇，可使電路 $\textcircled{1}$ 中產生電流。以此電流經繼電器以希波氏鐘兩銜鐵中之電流割斷，希氏鐘遂可示出所謂之時間。

#### 5. 實驗步驟：——鐘之調整

裝置如圖，調整R，以使通過 $A_1$ 之電流約為0.2Amp.。調整時可將 $K_1$ 及 $K_2$ 兩接頭相接，調整後再將接線取去。將e, d, f. 三開關關閉，推動F鈕，以使電路 $\textcircled{2}$ 及 $\textcircled{3}$ 中，有電流通過。調整 $R_2$ 及 $R_3$ 以迄二電流為同值（約0.3Amp.）。開動電鐘K使電路 $\textcircled{1}$ 不通。開動希波氏鐘，再將K關閉。因鐘盤與水銀相接，可使希氏鐘之N針旋轉。鐘擺往返之次數（往返一次為2秒）待二十九次又半（59Sec）後，開電鐘 $d_0$ 至三十次時，因標與水銀相接而使N針停止。記下希氏鐘所示之時刻。記取實驗時溫度，（自希氏鐘之溫度計上記出之）

在標準鐘之溫度修正曲線上，讀取修正值 $k + \phi(T)$ 。則真實時間應為

$$60 - \frac{K + \phi(T)}{24 \times 60}$$

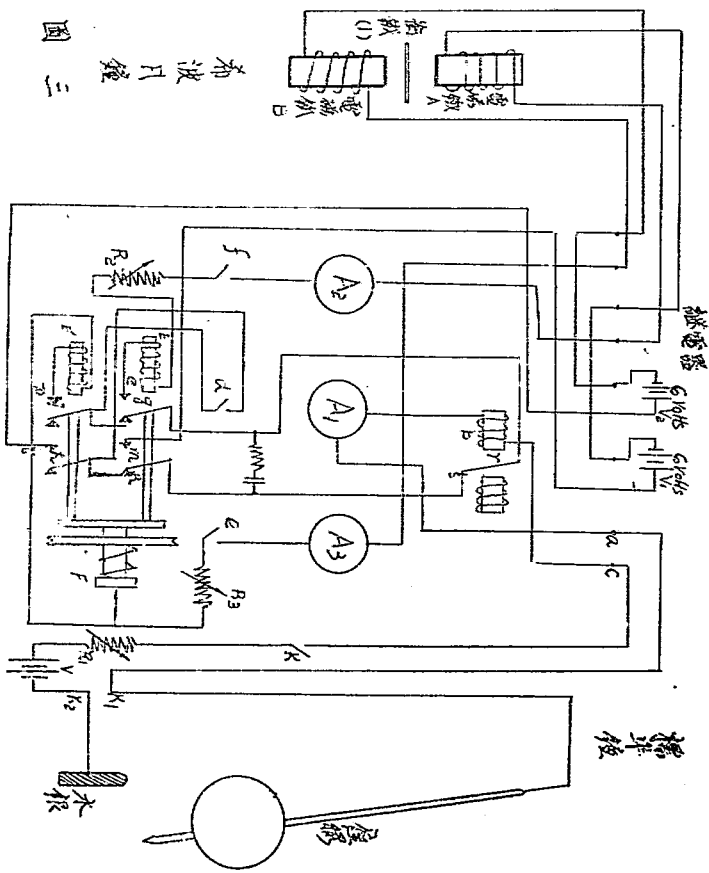
令此值為 $t_1$ ，令希氏鐘所示之時刻為 $t_2$ 。 $t_1$ 不必與 $t_2$ 相等，吾人應將希氏鐘調整之。

調整希波氏鐘分二步驟：先調整金屬片，可將金屬片前後推動，又將金屬片座上之螺絲旋上或旋下，以使金屬片與齒輪有適宜之接觸，而金屬片之振動頻率，乃得為其第二諧頻率矣。當金屬片以其第二諧頻率振動時，發出之音。清脆可聽。如振動中。其聲由鈍而銳。即標金屬片之振動頻率由其第二諧頻率變為基頻率矣。吾人必須調整金屬片。使其以第二諧頻率振動而不變。欲驗此項情況是否達到。吾人可如上述作實驗若干次，各次之 $t_1$ 之值均使相同。視所得 $t_2$ 之值是否相同。若 $t_2$ 值之最大者與最小者之差不過 $\frac{2}{1000}$ -Sec(註)則足証上述情況已達到矣。令 $\bar{t}_2$ 表 $t_2$ 之平均值。此平均值不必與 $t_1$ 同。

吾人更須調整 $S_1$ 與 $S_2$ 兩彈簧。直至 $\bar{t}_2$ 與 $t_1$ 相同時為止。（註：閱後面第7節）

#### 6. 修正曲線與溫度修正係數

設表金屬片之頻率。齒輪組之轉動速度當與 $t_1$ 成正比。希氏鐘所示之時刻 $\bar{t}_2$ 。若當N針開始振動時及停止時未有誤差發生。則應與 $t_1$ 相乘之積成正比， $t_1$ 表標準鐘讀出之時刻。推因開始時鐘針



希波日鏡三  
圖

R由W<sub>1</sub>至W<sub>2</sub>之時間與停止時R由W<sub>2</sub>返至W<sub>1</sub>之時間或有不等而生誤差ε，如是吾人可表

$$\bar{t}_2 = \varepsilon + Cf t_1$$

C為比例常數。由上實驗結果 $t_1 = (t_1)_0 = 60 - \frac{K + \phi(T)}{24 \times 60}$ 時， $\bar{t}_2 = (t_2)_0$ 。

則有  $(t_1)_0 = \varepsilon + Cf (t_1)_0$

故  $\varepsilon = (1 - Cf) (t_1)_0$

而有  $\bar{t}_2 = (t_1)_0 (1 - Cf) + Cf t_1 = Cf [t_1 - (t_1)_0] + (t_1)_0$

由上式觀之。易 $t_1$ 為他值時。 $\bar{t}_2$ 不必與 $t_1$ 等也。

易 $t_1$ 為不同之值若干個。對每一 $t_1$ 值作實驗若干次以求 $\bar{t}_2$ 之值。繪圖 $\bar{t}_2 \sim t_1$ 曲線。此曲線稱為修正曲線。此修正曲線當為一直線。

注意 $t_1$ 之值因溫度而異。設在不同溫度作上述實驗。則所得之修正曲線亦不同。設當 $t_1$ 等於某一定之值 $t$ 時。在溫度為 $T_1$ 及 $T_2$ 兩修正曲線上讀出之 $\bar{t}_2$ 之值為 $\bar{t}_2'$ 及 $\bar{t}_2''$ 。令

$$\beta = \frac{\bar{t}_2'' - \bar{t}_2'}{(T_2 - T_1)t}$$

此 $\beta$ 值表溫度改變一度時。每秒鐘希氏鐘之誤差。稱為溫度修正係數。此 $\beta$ 值可當為一常數視之。

#### 7. 希氏鐘之誤差：

當W<sub>2</sub>靜止時。W<sub>2</sub>之齒可能不與W<sub>1</sub>之齒相對如圖所示。如吾人將電路A割斷。錐釘R自W<sub>1</sub>之齒凹b跳至W<sub>2</sub>之齒凹2，繼令電路B割斷。R可能返至齒凹a。錐釘R或亦可

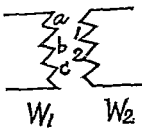


圖 四

由b至2返至C。如是則有可能誤差 $\pm \frac{1}{1000}$ Sec。此為儀器本身之誤差難以

避免。若當W<sub>2</sub>轉動時。情形亦然。可能之誤差亦為 $\pm \frac{1}{1000}$ Sec。有此誤差希氏鐘不能用以測量頗短時間。例如欲測時間為0.1Sec。則因此項誤差。可能之相當誤差已為1.0%矣。其他誤差尚未計及。故希氏鐘僅能於測量頗長之時間時用之。

8. 實驗記錄：

希波氏鐘經調整以後。籍標準鐘以求希氏鐘之修正曲線及溫度修正係數。以實驗數據如下：

① 實驗時溫度 \_\_\_\_\_

標準鐘所示 之秒數 ( $t_1$ )	希氏鐘所示之秒數 ( $t_2$ )					( $t_2$ ) 之平均值 ( $\bar{t}_2$ )
	60					

② 實驗時溫度 \_\_\_\_\_

標準鐘所示 之秒數 ( $t_1$ )	希氏鐘所示之秒數 ( $t_2$ )					( $t_2$ ) 之平均值 ( $\bar{t}_2$ )
	60					

③ 實驗時溫度 \_\_\_\_\_

標準鐘所示 之秒數 ( $t_1$ )	希氏鐘所示之秒數 ( $t_2$ )					( $t_2$ ) 之平均值 ( $\bar{t}_2$ )
	60					

$\epsilon$  值：① \_\_\_\_\_。 ② \_\_\_\_\_。 ③ \_\_\_\_\_。 平均值 \_\_\_\_\_

$\beta$  值：① \_\_\_\_\_。 ② \_\_\_\_\_。 ③ \_\_\_\_\_。 ④ \_\_\_\_\_

⑤ \_\_\_\_\_。 ⑥ \_\_\_\_\_。

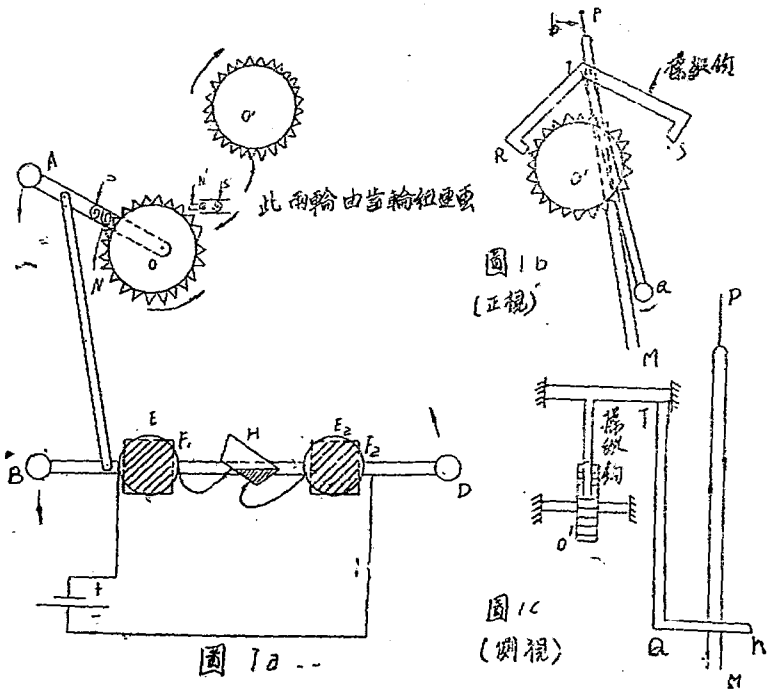
$\beta$  之平均值 = \_\_\_\_\_



## [ 實驗第十附錄 ] 標準鐘之校正

### 1. 標準鐘之構造：

本所有標準鐘一具。此鐘係由三主要部份構造而成一為齒輪機構，一為鐘擺，一為落下槓桿。齒輪機構係與尋常之鐘相仿，因落下槓桿之下降，迫使齒輪組旋轉，而旋轉之速率，係以鐘擺控制之。惟鐘擺之擺動往往因阻力而挫抑，最後必致終止運動。欲使鐘擺運動不已，必須時有衝擊 (impulse) 以作用之。下圖示此衝擊之作用情形：



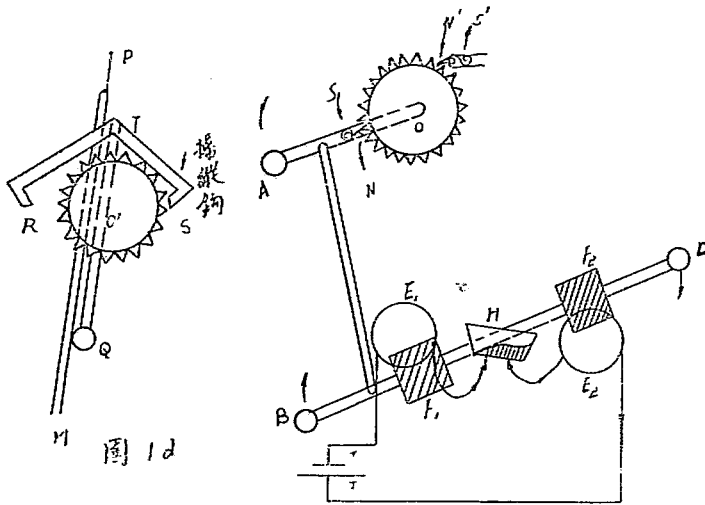


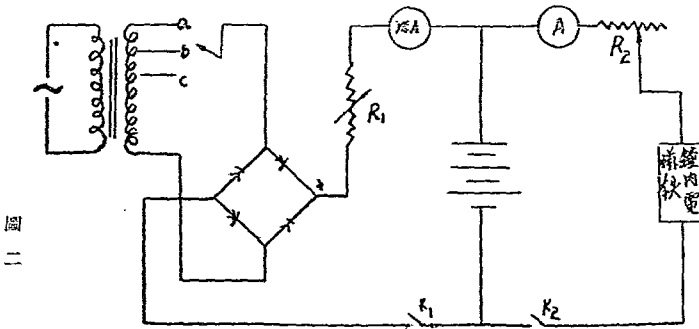
圖 1 e

OA 為落下槓桿 (圖 1e) 其上有一釘 N 被彈簧 S 壓入 O 輪之齒內。當 OA 桿下降時, N 釘迫使 O 輪作逆鐘向之旋轉。O' 輪係由齒輪組以與 O 輪連繫 O 輪旋轉時 O' 輪則作順鐘向之旋轉。O' 輪之旋轉, 常為操縱鈎 RT S 所控制於是 O' 輪產生一衝擊之力作用於操縱鈎。當撞錘與操縱鈎在圖 1b 所示之位置時, 此衝擊之力作用於 R 端迫使 T Q 桿之橫桿 Qh (圖 1c) 推鐘錘 PM 向左擺。此 T Q 桿係固於操縱鈎之軸上, 示如圖 1c。若 PM 與 RT S 在圖 1d 所示之位置時, O' 輪給予 RT S 之衝擊係作用於 S 端迫使 T Q 之橫桿 OK 與 PM 分離 PM 乃得自由向右擺動。如是則每次當 PM 向左擺動時均受 QK 之推力此推力足以維持鐘錘擺動不已。每當 PM 往來擺動一次, O' 輪滑過兩齒。如擺之週期為一定 (2 秒) 則 O' 輪於一定時間內滑過兩齒, 而齒輪組之旋轉速率亦為一定矣。

惟當 OA 桿降落至最低位置, 上述各種作用均告停止, 而鐘錘之擺動亦漸漸抑住, 最後亦必終止其運動。故吾人必須使 OA 桿復其原位, 上述各作用方能繼續進行。在此鐘內此項手續係利用磁鐵相引之作用以完成之。E<sub>1</sub> 與 E<sub>2</sub> 為兩電磁鐵; F<sub>1</sub> 及 F<sub>2</sub> 為兩鐵片, 鑲於 BD 桿上。BD 桿上尚有水銀槽 H。當 OA 降至最低位置時 (圖 1e) H 中水銀使電路關閉, 使 E<sub>1</sub> 及 E<sub>2</sub> 成磁性以吸 F<sub>1</sub> 及 F<sub>2</sub> 因而將 BD 舉平。OA 乃得復其原位。此時 H 中水銀已使電路高斷, E<sub>1</sub> 及 E<sub>2</sub> 又失其磁性矣。當 OA 上舉時有 N 釘及彈簧 S' 之作用, 不致使 O 輪作順鐘向之轉動。

### 2. 配電板：

當電路關閉時通入鐘之電磁鐵之電流通常為1 amp左右，此電流係由一組電池供給之，電池組之電壓為4 Volts 或 6 Volts。為使此鐘不致因更換電池而停擺起見，所用電池應為蓄電池且應不斷充電以補充所消耗之電能。如是則電池可不用更換。下圖示充電與放電之電路：



圖二

變壓器氧化銅整流器電阻  $R_1$  及  $R_2$  與電流表  $mA$  及  $A$  均裝置於配電板上，依照圖 2 連接之。a, b, c 三接頭用以變換整流器送出之電壓， $R_1$  用以調整充電之電流  $R_2$  用以調整放電之電流。設放電之電流為  $i$ ，充電之電流為  $i'$ ，電池電壓為  $E$ 。O A 桿自最高位置降至最低位置所需之時間  $t'$  放電時間為  $t$ ，吾人有

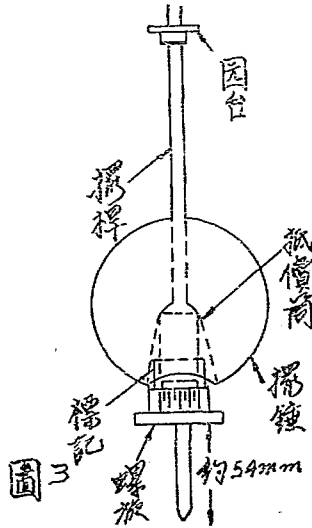
$$i'E t' = E \int_0^t i dt$$

$$\text{或 } i' = \frac{1}{t'} \int_0^t i dt \dots \dots \dots (1)$$

令  $i_1'$  表由 (1) 式求得之  $i'$  值則充電之電流  $i'$  不必小於  $i_1'$  通常稍較  $i_1'$  為大。

### 3. 溫度影響之修正：

鐘擺之擺桿每因溫度之昇降而伸縮，因之擺之週期亦有變更。本所標準鐘之擺為一抵償擺，溫度之影響能自動修正者。擺桿之下端，有一螺絲，可以上下。螺絲之上有一金屬圓筒，稱為抵償筒。擺鐘支於圓筒之上，示如下圖。擺桿因溫度之升高而伸長係使擺錘降低，但抵償筒之伸長，又是以抵償錘昇高。設擺桿長度為  $L$  膨脹係數為  $\lambda$  擺上簧片 b (圖 b) 之長度為  $L'$ ，膨脹係數為  $\lambda'$  抵償筒之長度為  $L$ 。膨脹係數為  $\beta$ 。若  $L\beta = \lambda L + \lambda' L'$  則擺錘之位置不致因溫度之昇高而更變，同理溫度降低亦不影響擺錘位置。如是，擺之週期可為一定不變之值。



### 鐘擺擺動週期之校正

將螺上螺旋旋至距下端的54m. m.之處，此時擺之搖動週期約為2 Sec用無線電收音機收取某一電台之報時記號 (time signal) 注意當報時記號發後一瞬發出時，視吾人之標準鐘所示之時刻為何，記之於紙。如是每兩日收取同一之報時記號一次 (或日日行之亦可) 記下標準鐘所示時刻 (設為  $t$ ) 並記收取報時記號之日期 (設以  $D$  表之)。如是者繼續一月之久。作出  $t \sim D$  之曲線。若電台報時記號為正確及標準鐘不受溫度變化之影響則所獲之  $t \sim D$  曲線應為一直線。此直線之斜率 (Slope) 表每日標準鐘所生之差誤。吾人可將擺桿上螺旋旋上或旋下以修正之。

螺旋上有刻度每轉分六十分劃。擺錘上有一標記，以指其刻度。螺旋每上下一轉時，可使標準鐘每日之差誤更變 60Sec 如轉動一分劃，則使差誤增減一秒/日。利用螺旋之上下吾人可使標準鐘之差誤每日不過二秒，甚至少於一秒。

鐘之差誤，決難為永久而久之與標準之時刻必有差異。吾人如欲將此差異修正，可直擺桿之圓台上 (見圖3) 置小重量如金屬片之類，以使吾之週期變更作此鐘及牙時刻為標準時刻然後取去。過若干時間之後，再行修正。注意金屬片加於圓台上時，有影響之重心增高，擺之週期變短。故置鐘之所示時刻後於標準時刻時，(例如標準時刻為8午鐘，鐘之所示時刻未及8點) 始可加金屬片於圓台上，反之若鐘之所示時刻先於標準時，則應使重心降低。通常於校對前，吾人必預置一金屬片於圓台上，以便於欲使用重心降低時取下。否則若鐘之所示時刻先於標準時刻時無法修正矣。

本所標準鐘附有此項金屬片五片，輕重相異。金屬片加於圓台上之後，於一定時間內能使鐘之所示時間修正若干，係與圓台之位置及金屬片之重量有關，吾人可作實驗定之。

#### 4. 溫度影響之修正曲線：

設抵償尚並不能將標所受之溫度影響，完全抵償，則上述之  $t \sim D$  曲線必非直線。吾人須另作溫度影響之修正曲線，以便修正溫度之影響，欲作此曲線每兩次收取報時記號所隔之時日應相同，（設每隔  $n$  日收取一次）。每次除記下標準鐘所示之時刻及日期外，尚須記下此  $n$  日之平均溫度，令每兩鄰兩次鐘之所示時刻之差為  $\Delta t$  則  $\frac{1}{n} \Delta t$  表每日之差誤。設  $T$  表平均溫度，作  $\frac{1}{n} \Delta t \sim T$  曲線，此曲線即稱為溫度影響之修正曲線。此曲線之方程式可以下式表之：

$$\frac{1}{n} \Delta t = k + L(T) \dots\dots\dots (2)$$

（ $\Delta t = t_2 - t_1$ ， $t_1$  及  $t_2$  表前後兩次對標準鐘所示之時刻）  
 $L(T)$  為  $T$  之函數， $k$  為一常數，表溫度影響為零時鐘之誤差（此值即為上述  $t \sim D$  曲線之斜率）。此曲線於用鐘以校正他種測時儀器時常用之。

若欲得平均溫度，吾人須將溫度自記器置於鐘內以記每日各時之溫度。

由此可記平均溫度。由上所述，欲得溫度修正曲線，吾人須繼續作此鐘之校正自容器以至嚴冬。為求方便起見，吾人可書（3）式如：

$$\frac{1}{n} \Delta t = k + C T \dots\dots\dots (3)$$

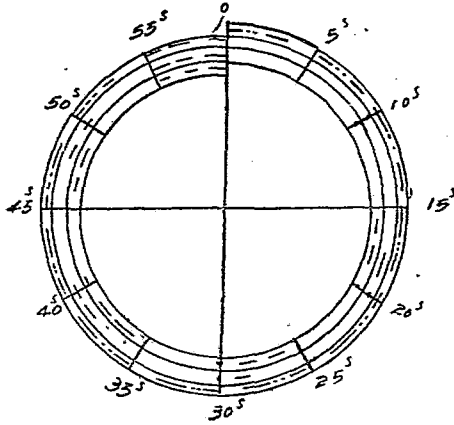
式中  $C$  可當作一常數，吾人稱為溫度修正係數。由不同之兩對  $\Delta t$  及  $T$  之值，可將  $C$  值及  $k$  值定出。在尋常應用中，將  $C$  當作常數，準確程度已可認為優良矣。

#### 5. 報時記號之收聽：

報時記號，各報時電台所用者各有不同，今舉 "ONOGO" 式 "新國際" 式及 "壹合" 式三種，述之如下：

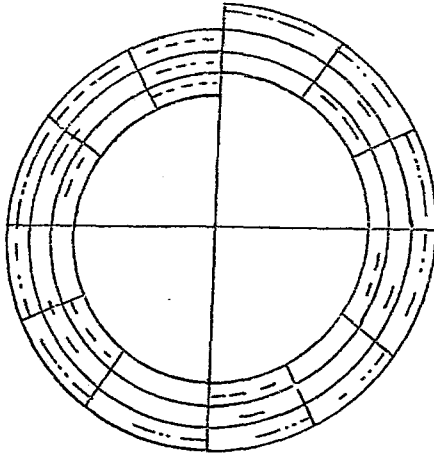
##### (I) ONOGO 式 (International or ONOGO System)

此報時記號內含有 O (---) N (---) O (---) G (---) O (---) 五字，故名。如一電台於每日 Greenwich mean time (簡稱 GMT) 16<sup>h</sup>00<sup>m</sup>00<sup>s</sup> 報時，報時記號將於 15<sup>h</sup>57<sup>m</sup>00<sup>s</sup> 開始，至 15<sup>h</sup>59<sup>m</sup>60<sup>s</sup> 止，先發 X 字母 (---) 五十秒鐘，然後放發 ONOGO 記號。茲以下圖表明之。



(I) New International System (新國際式)

新國際式之報時記號與“ONOGO”式所不同者僅55°至60°間隔內之O(---)改為六個點而已。其形式可以下圖表之：



(II) 重合式 (Coincidence method)

重合式報時記號，多始於00°00' (例如某電台訂於每日GMT 16°00'00'發送時刻記號則時刻記號將於16°00'00'開始而止於16°06'00')

放送完畢後再打SK (·····) 若干次以示放送完畢。

疊合式係將一分鐘分為61等分。於每分鐘之首放送一短音(歷時0.5 Sec) 然後再放90個點(每點歷時0.1Sec)

電台報時時間與記號表

呼 號	地 點	G M T	重慶時間	波 長	方 式
DFL/DFP/ DGM/DGN/	Nauen	0 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup>	7 <sup>h</sup> 00 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup>	37.89m.	ONOGO, coincidence
J J C	TOKYO	2 <sup>h</sup> 00 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup>	9 <sup>h</sup> 00 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup>	33.0	8 <sup>h</sup> 55 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup> 9 <sup>h</sup> 00 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup> coincidence
DFL/DFP/ DGM/DGN/	Nauen	12 <sup>h</sup> 00 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup>	19 <sup>h</sup> 00 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup>	23.1	CNOGO: coincidence
J J C	TOKYO	12 <sup>h</sup> 00 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup>	19 <sup>h</sup> 00 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup>	33.0	coincidence
RPK/RPT	(俄國)	15 <sup>h</sup> 00 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup>	22 <sup>h</sup> 00 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup>	約53.0	New International coincidence
RPK/RPT	(俄國)	17 <sup>h</sup> 00 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup>	24 <sup>h</sup> 00 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup>	約53.0	New International coincidence

每個電台於放送報時記號之前及放畢後均打其呼號若干次。

大陸電碼(contientalcode)

A ··	B ····	C ····	D ····
E ·	F ····	G ····	H ····
I ··	J ····	K ····	L ····
M ··	N ··	O ····	P ····
Q ····	R ····	S ····	T ··
U ····	V ····	W ····	X ····
Y ····	Z ····	1 ····	2 ····
3 ····	4 ····	5 ····	6 ····
7 ····	8 ····	9 ····	0 (zero) ····
; ····	· · · · ·	· · · · ·	! ····
? ····	/ ····	= ····	wait ····
括號之一面 ····	(Double Dash)		

[·為點之三倍。一字母中點與點。點與畫或畫與畫之間隔為一點；字母與字母間隔為三點。全字與全字之間隔為五點)

日期 \_\_\_\_\_

實驗者：組別 \_\_\_\_\_

地點 \_\_\_\_\_

姓名 \_\_\_\_\_

## 實驗第十一 秒擺時距曲線之求法

- 1. 實驗目的：**
- A. 利用希波氏鐘以校正秒擺之期週
  - B. 由擺之振動理論以求秒擺之時距曲線。
  - C. 應用希波氏鐘測秒擺經過兩障路器之弧長所需要之時間。並以之與由時距曲線求出者相較。

### 2. 擺之振動：

設O為擺之懸點，M為擺之重心（因擺桿亦有重量。故M點非擺錘之中點）m為擺之質量。I為擺之轉動慣性，L為OM之長， $\theta$ 為OM與鉛直線（Vertical Line）CQ所成之角。吾人可得運動之方程式：

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + K \frac{d\theta}{dt} + mgL \sin\theta = 0 \dots\dots\dots (1)$$

式中第二項表阻力，（例如空氣阻力摩擦阻力等）設與角速度  $\frac{d\theta}{dt}$  成正比，K為比例常數。若擺錘之質量頗大，阻力之項較他二項為甚小，可以捨去，吾人乃得較簡單之運動方程式如

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + mgL \sin\theta = 0 \dots\dots\dots (2)$$

欲解（2）式吾人可以  $\frac{d\theta}{dt}$  乘之則有

$$I \frac{d\theta}{dt} \frac{d^2\theta}{dt^2} + mgL \frac{d\theta}{dt} \sin\theta = 0$$

解之得  $\frac{1}{2} I \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 - mgL \cos\theta = C$

C為積分常數。設當  $\theta = \theta_0$  時， $\frac{d\theta}{dt} = 0$  則有  $C = -mgL \cos\theta_0$ 。

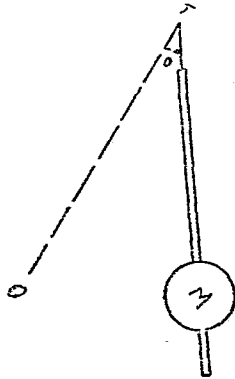
而得  $\frac{1}{2} I \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 + mgL (\cos\theta - \cos\theta_0) = 0$

或  $\theta'^2 = -\frac{2mgL}{I} (\cos\theta - \cos\theta_0) \dots\dots\dots (3)$

$\theta'$  表  $\frac{d\theta}{dt}$  即角速度是也。因  $\cos\theta = \cos^2 \frac{1}{2} \theta - \sin^2 \frac{1}{2} \theta = 1 - 2\sin^2 \frac{1}{2} \theta$ ，

（3）式尙可寫為

$$\theta'^2 = -\frac{2gmL}{I} \left[ 2\sin^2 \frac{\theta}{2} - 2\sin^2 \frac{\theta_0}{2} \right]$$



（圖一）



令  $\sin \frac{1}{2} \theta = \sin \frac{1}{2} \theta_0 \sin \phi$  則得

$$\theta'^2 = \frac{4mgL}{I} \sin^2 \frac{\theta_0}{2} (1 - \sin^2 \phi) = \frac{4mgL}{I} \sin^2 \frac{\theta_0}{2} \cos^2 \phi$$

$$\text{但 } \cos \frac{\theta}{2} \theta' = 2 \sin \frac{\theta_0}{2} \cos \phi \phi' \quad \therefore \phi'^2 \left( 1 - \sin^2 \frac{1}{2} \theta_0 \sin^2 \phi \right) = 4 \sin^2 \frac{\theta_0}{2} \cos^2 \phi \phi'^2$$

$$4 \sin^2 \frac{\theta_0}{2} \cos^2 \phi \phi'^2 = \frac{4mgL}{I} \sin^2 \frac{\theta_0}{2} \cos^2 \phi \left( 1 - \sin^2 \phi \sin^2 \frac{1}{2} \theta_0 \right)$$

$$\therefore \phi' = \sqrt{\frac{mgL}{I}} \sqrt{1 - \sin^2 \frac{1}{2} \theta_0 \sin^2 \phi} \dots\dots\dots (4)$$

查 (4) 式如  $dt = \sqrt{\frac{I}{mgL}} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \frac{1}{2} \theta_0 \sin^2 \phi}}$

然後求其積分。令  $p$  表積分

$$\sqrt{\frac{I}{mgL}} \int_0^{\pi/2} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi}}$$

$k = \sin \frac{1}{2} \theta_0 < 1$ 。則擺之週期為  $p$  之四倍。茲以  $T$  表之得。

$$T = 4 \sqrt{\frac{I}{mgL}} \int_0^{\pi/2} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi}} \dots\dots\dots (5)$$

$T$  值係因  $\sin \frac{1}{2} \theta_0$  之值而異。任與  $\theta_0$  之值， $k$  值以定。式 (5) 包含一橢圓積分，此積分之值可由數字積分法以求之。或在 Peirce's 積分表以得之。若  $\sqrt{\frac{I}{mgL}}$  之值為已知，吾人可計  $T$  值。或  $T$  值由實驗中求得，則由 (5) 式可求  $\sqrt{\frac{I}{mgL}}$ 。

若欲求擺由  $\theta$  為零擺至  $\theta$  為  $\theta$  所需之時間，吾人應先由  $\sin \frac{1}{2} \theta = \sin \frac{1}{2} \theta_0 \sin \phi$  之關係以計  $\phi$  值，再求積分

$$t_1 = \int_0^{\phi} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi}} \dots\dots\dots (6)$$

則所欲求之時間

$$t = \sqrt{\frac{I}{mgL}} t_1 = \sqrt{\frac{I}{mgL}} \int_0^{\phi} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi}} \dots\dots\dots (7)$$

### 3. 秒擺與斷路器之構造：

秒擺係由擺桿，鋼繩，及鋼殼裝所構成，支於樞架之上，其週期當振幅為某一定之位時常為 2

秒。若因溫度之昇降，致使擺桿伸縮而影響週期，吾人恒可調整其調整螺旋以使擺錘上下而糾正之。

擺之下方，有一圓弧 AB，圓弧係以擺之懸點為弧心。弧上有刻度尺，作若干相等之分割。設  $\theta$  表擺桿與地平面垂直線所成之角，則刻度尺上所示之分割，係與  $\theta$  成正比。圓弧之 B 端有一鉤 L 可以將擺之下端鉤住。若在 K 處施力壓縮彈簧則與鉤 L 分離，而作振動矣。

圓弧之上，置斷路器二具。斷路器在圓弧上之位置，可由圓弧上之刻度尺讀出之。斷路器之構造，示如圖三，Q 為一金屬桿，可支於金屬鉤 H 上如圖所示。若 H 與 Q 分離，則 Q 受彈簧 S 之力而下落，可使 K<sub>1</sub> 與 K<sub>2</sub> 相接故人如將 Q 與 H 連入一電路，則 S 與 Q 分離時，可使電路割斷；若將 Q 與 K<sub>2</sub> 連入一電路，則因 H 與 Q 分離，可使電路關閉。斷路器係裝於斷路器座之上。斷路器座之形示如圖四。斷路器由支柄支之如圖 a。則錘可與 H 鉤相遇。若將支柄向下，則斷路器因彈簧之力而斜靠於座上如圖 b。所示。此時錘之擺動不與 H 鉤相遇矣。

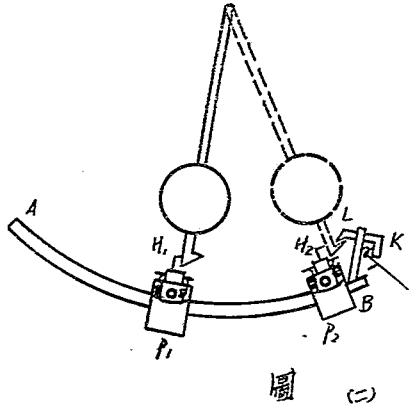
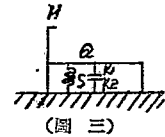


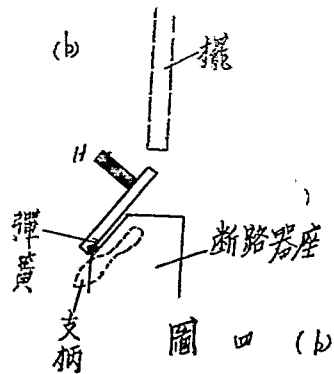
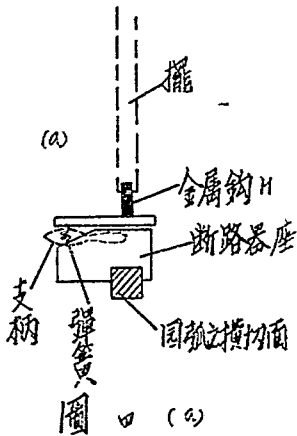
圖 (二)

4. 求擺之幅角  $\theta$  :

使錘靜止下垂，置一斷路器於位置 P<sub>1</sub> 使 H 鉤適與錘之下端相遇。記下斷路器之位置，(由圓弧之刻度尺上讀出之) 鉤器之下端於 L，移此斷路器於位置 P<sub>2</sub> 適使 H 鉤與錘之下端相遇。記下斷路器之位置。設前後兩次圓弧上之刻度各為 R<sub>1</sub> 及 R<sub>2</sub> 吾人書  $\theta = P(R_2 - R_1)$  P 為一常數。仍使錘回復至靜止下垂之位置。置第二斷路器於位置 P<sub>1</sub> 必須使圓弧上之刻度



(圖三)



圖四 (b)

爲 $R_1$ 此時觀H鈎與擺端相遇否。如不相遇，可調劑H旁之螺旋，直至H與擺端相遇爲止。量兩断路器之H鈎相距之距離 $\overline{H_1 H_2}$ ，量 $\overline{OH_1}$ 之長。則擺角 $\theta_0 = \angle H_1 OH_1$ 可由下式求之：

$$\overline{OH_1} \sin \frac{1}{2} \theta_0 = \overline{H_1 H_2} \times \frac{1}{2} \dots\dots\dots (8)$$

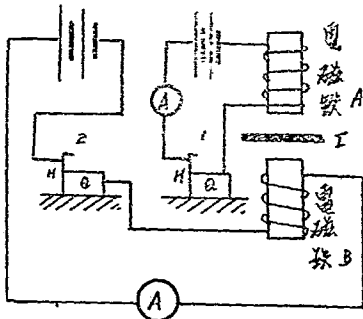
$$\therefore \theta_0 = 2 \arcsin \frac{1}{2} \frac{\overline{H_1 H_2}}{\overline{OH_1}} \dots\dots\dots (8')$$

$R_1$ 及 $R_2$ 均已知，由(8')又可求得 $\theta_0$ 之值，則由關係 $\theta_0 = p(R_2 - R_1)$ 可求得 $p$ 值。設第二断路器仍置於 $P_1$ 位置而置第一断路器於任意一位置，設刻度尺所示刻度爲 $R$ ，則 $\theta$ 角之值可表之爲

$$\theta = p(R - R_1)$$

5. 求擺之週期：

吾人可利用希波氏鐘以量擺之週期，並調整之使爲2秒。設1及2爲兩断路器，A及B爲希氏鐘內之兩電磁鐵，I爲銜鐵兩断路器各經電表A及電池組以串聯於兩電磁鐵，示如圖五。兩兩断路器均以H及Q連入電路。先置第一断路器於位置 $P_1$ ，次鈎擺之下端於L(圖二)施力於K，以使擺作擺動。當擺經過位置 $P_1$ 時，打去H鈎而使第一電路割斷此時希氏鐘上之針旋轉矣。移去断路器1而置断路器2於其位置2之支柄係向下，H鈎不致與擺相遇。當擺打去第一断路器之H鈎後，吾人即須記較擺之來回擺動次數。至第二十九次又半後(5.5 Sec)將2之支柄上舉，至第三十次時(60 Sec)擺與H鈎相遇，割斷第2電路，希氏鐘上之針停止矣。將希氏鐘所示之時刻以30除之，視其商是否爲2秒。如非2秒必須旋動擺上之調整螺旋使擺上下以糾正週期。再作實驗，視其週期如何。如是行之直至秒之週期爲2 Sec爲止。實驗時氣溫之值應記下。蓋希氏鐘所示之時刻應加溫度修正也。(見希氏鐘之校正實驗)。



圖五

6. 時距曲線之計算：

令(5)式中之  $\sqrt{\frac{l}{mgL}}$  爲 $\alpha$  至爲一常數。(5)式可書爲

$$T = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi}} \dots\dots\dots (9)$$

式中 $k = \sin \frac{1}{2} \theta_0$ ， $\theta_0$ 之值可由第4節所述之方法求得之。T值又可由上法求之，如是由(J)值可得至值。

置第二断路器於位置 $P_1$ (見圖二)，記下圓弧上所示之刻度 $R_1$ ，置第一断路器於 $P_1$  B弧上之任一位置，記上圓弧下所示之刻度 $R$ ，茲吾人欲求擺由L鈎處下落，自經過第一断路器時起至經過第二断路器時止所需之時間 $t$ 。由 $\theta = p(R - R_1)$ 之關係，吾人可得 $\theta$ 值又由  $\sin \frac{1}{2} \theta = \sin \frac{1}{2} \theta_0 \sin \phi$  之關係

可計 $\phi$ 值。於是 $t$ 之值由關係

$$t = \sqrt{\frac{l}{mgL}} \int_0^{\phi} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi}} = \frac{1}{\sqrt{g}} \int_0^{\phi} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \frac{\theta_0}{2} \sin^2 \phi}}$$

求之。更換第一斷路器之位置，吾人又可得另一 $t$ 值，故 $t$ 為 $R$ 之函數。或將第一斷路器置於位置 $P_1$ ，將第二斷路器置於 $A P_1$ 弧上之任一位置，記下圓弧所示之刻度 $R'$

則有 $\theta' = p(R' - R_1)$ 及 $\sin \frac{1}{2} \theta' = \sin \frac{1}{2} \theta_0 \sin \phi'$ 之關係，吾人可計 $\phi'$ 值令 $t'$ 表擺由 $L$ 鈎處下降，自經過斷路器1至經過斷路器2所需之時間 $t'$ 可由下式得之。

$$t' = \frac{1}{\sqrt{g}} \int_0^{\phi'} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \frac{\theta_0}{2} \sin^2 \phi}}$$

同理每易一 $R'$ 值，吾人另有一 $t'$ 對應之，故 $t'$ 為 $R'$ 之函數。

茲令 $OR$ 為 $R$ 軸，在 $O$ 點記刻度 $R_1$ 在 $R$ 軸上記 $R$ 之刻度。令 $ot$ 表 $t$ 軸，垂直 $OR$ 。吾人可繪 $t \sim R$ 之曲線如 $OQ$ ，同法令 $OR'$ 為 $R'$ 軸， $o't'$ 為 $t'$ 軸，作 $t' \sim R'$ 之曲線 $OQ'$ （ $R'/OR'$ 為一直線， $t'/ot$ 亦為一直線）。顯然 $OQ$ 與 $OQ'$ 係以原點 $O$ 為對稱。曲線 $QQQ'$ 稱為秒擺之時距曲線，蓋 $R - R'$ （或 $R' - R_1$ ）表 $R$ （或 $R'$ ）與 $R_1$ 之距離也。此距離係沿圓弧量出之。

置兩斷路器於任意二位置，令擺自 $L$ 鈎處落下，欲知擺自經過第一斷路器時起至經過第二斷路器時止之時間，吾人可由時距曲線上求得之，法至便也。應用秒擺及斷路器，可以校正布蘭氏鐘速儀。

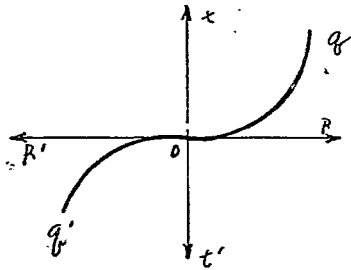


圖 六

### 7. 應用希波氏鐘以測秒擺經過兩斷路器間之弧長所需之時間：

聯接線路如圖五所示。置二斷路器於弧上任二位置，記下圓弧上所示之刻度。令擺自 $L$ 鈎處下降。當擺經過兩斷路器時，先後將兩電路割斷。希氏鐘乃示出時刻。此時刻即表擺由第一至第二斷路器所需要之時間。吾人可以此測出之時間與由時距曲線讀出者比較之。

注意希氏鐘有不可避免之誤差 $\frac{2}{1000}$ 秒，故測得之時間共可能誤差最小為 $\frac{2}{1000}$ 秒。換言之由希氏鐘測出之時間，共小數點後第三位已不可靠。吾人計算秒擺之時距曲線，必須精確至 $\frac{1}{1000}$ 秒是即謂由

希氏鐘測出之時間與由曲線讀出者，其差誤絕不過 $\pm \frac{1}{1000}$ 秒。非希氏鐘不精確即為計算之時距曲線有誤，應檢視而糾正之。

### 8. 實驗步驟：

(I) 依照第4節方法，以求幅角 $\theta_0$ ，並計算 $p$ 值。

(II) 令 $R$ 為不同之若干值，由公式 $\theta = p(R - R_1)$ 及 $\sin \frac{1}{2} \theta = \sin \frac{1}{2} \theta_0 \sin \phi$ 計算積分



$\phi$  爲  $\frac{\pi}{2}$  時之  $t_1$  值 = \_\_\_\_\_ 至 = \_\_\_\_\_

R	$t_1$	t	R	$t_1$	t	R	$t_1$	t

時距曲線見另紙。

(B) 秒徑週期之調整： 調整後之結果 氣溫 = \_\_\_\_\_

實驗次數	1	2	3	4
標之振數				
希氏鐘所示時刻				
標之週期				

(C) 應用希氏鐘以測秒標經過兩斷路器間之弧長所需之時間：

I			II		
$R_1 =$	$R_2 =$	時距曲線所示之時刻 =	$R_1 =$	$R_2 =$	時距曲線所示之時刻 =
希氏鐘所示之時間	差		希氏鐘所示之時間	差	
1			1		
2			2		
3			3		
4			4		
5			5		

III		IV		V	
$R_1 =$	$R_2 =$	$R_1 =$	$R_2 =$	$R_1 =$	$R_2 =$
時距曲線所示之時刻 =	時距曲線所示之時刻 =	時距曲線所示之時刻 =	時距曲線所示之時刻 =	時距曲線所示之時刻 =	時距曲線所示之時刻 =
希氏鐘所示之時間	差	希氏鐘所示之時間	差	希氏鐘所示之時間	差
1		1		1	
2		2		2	
3		3		3	
4		4		4	
5		5		5	

註：“差”表由希氏鐘所示之時間與由時距曲線讀出者之差，前者大於後者爲正，反之爲負。

日期 \_\_\_\_\_

實驗者：組別 \_\_\_\_\_

地點 \_\_\_\_\_

姓名 \_\_\_\_\_

## 實驗第十二 布朗氏測速儀之用法

1. 實驗目的： 研究布朗氏測速儀之構造，用法並利用秒鐘斷路器以定“g”值。

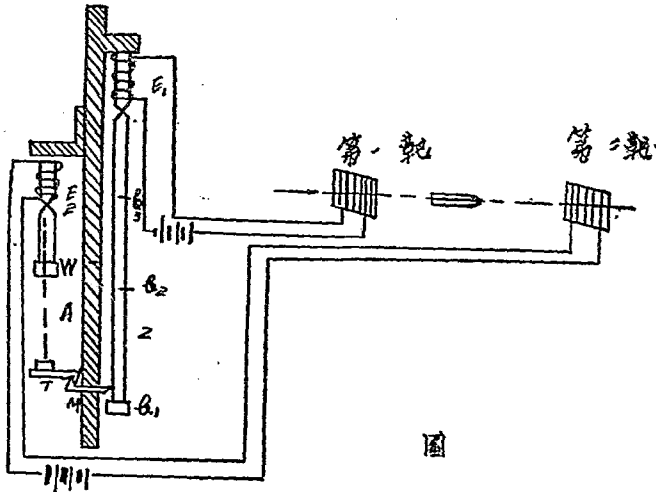
2. 需用儀器： 布朗氏測速儀，秒鐘斷路器，電池組(12Volts)水平儀等。

3. 儀器說明：

a. 構造與原理 布朗氏測速儀為測定初速時所常用。實則，布氏測速儀乃測定一極短小時間(約0-0.17Sec)之儀器也。設彈丸由A飛行至B所需之時間為t, A B間之距離為S, 則彈丸經過AB點之平均速度為 $\bar{V} = \frac{S}{t}$ 通常AB之距離甚小, 故平均速度 $\bar{V}$ 可視為彈丸AB中點時之速度, 以 $V_{\frac{1}{2}}$ 表之,

$$\text{即 } V_{\frac{1}{2}} = \frac{S}{t} \dots\dots\dots (12.1)$$

此極短小之時間t, 即用布氏測速儀以測量之, 既知  $V_{\frac{1}{2}}$ , 則依各種方法可換算至槍口速度  $V_0$ , 其法詳見實驗第十三。



布氏測速儀之構造，另如圖一所示，A 為金屬支柱，用以支持電磁石  $E_1, E_2$ ，通過  $E_1$  之電路稱為第一電路，通過  $E_2$  之電路稱為第二電路， $E_1$  係固定的，為吸附測時桿 Z 之用， $E_2$  為吸落錘 W (鐵卷質) 之用，可沿支柱上下移動。其位置有游標標明，通電流後則  $E_1, E_2$  可將 Z, W 吸附，當落錘下落，擊掛鈎 T 時，使刻痕刀 M 突出，刻痕於測時桿 Z 上，Z 為一中空之黃銅桿，一端鑲有鐵柱，以便被  $E_1$  吸附，一端鑲有鉛頭，中有洞可套於測速尺之彈頭上。外套錫筒以便刻痕過多時易於調換。作實驗時設 Z 被吸附僅 W 下落時所得之刻痕為  $K_1$ ，閉及開關使 Z, W 同時下落時所得之刻痕為  $K_2$  作射擊 (或秒擺斷路器) 試驗，即 Z 先落而 W 後落時所得之刻痕為  $K_3$ ，並設作射擊 (或秒擺斷路器) 實驗時，彈丸 (或擺子) 達第一靶 (或第一斷路器) 至第一電路斷之時間為  $f_1$ ，第一電路斷至測時桿 Z 下落之時間為  $m_1$ ，彈丸 (或擺子) 由第一靶 (或第一斷路器) 飛行至第二靶 (或第二斷路器) 之時間為  $t'$ ，彈丸 (或擺子) 達第二靶 (或第二斷路器) 至第二電路斷之時間為  $f_2$ ，第二電路斷至落錘 W 下落之時間為  $m_2$ ，落錘開始下落至擊掛鈎 T 之時間為  $t$ ，掛鈎被擊至刻刀刻痕之時間為  $m$ ，則吾人可得

$$f_1 + m_1 + \sqrt{\frac{2K_1K_3}{g}} = f_2 + m_2 + t + m + t', \text{ 或}$$

$$t' + t + m = \sqrt{\frac{2K_1K_3}{g}} + (f_1 - f_2) + (m_1 - m_2) \dots\dots\dots (12.2)$$

當作  $K_3$  刻痕時設及開關開至第一電路斷之時間為  $f_1'$  第一電路斷至測時桿下落之時間為  $m_1'$ ，及開關開至第二電路斷之時間為  $f_2'$  第二電路斷至落錘下落之時間為  $m_2'$  則

$$f_1' + m_1' + \sqrt{\frac{2K_1K_2}{g}} = f_2' + m_2' + t + m, \text{ 或}$$

$$t + m = \sqrt{\frac{2K_1K_2}{g}} + (f_1' - f_2') + (m_1' - m_2') \dots\dots\dots (12.3)$$

自 12.2, 12.3 二式得

$$t = \sqrt{\frac{2K_1K_2}{g}} - \sqrt{\frac{2K_1K_3}{g}} + (f_1 - f_2) + (m_1 - m_2) - (f_1' - f_2') - (m_1' - m_2') \dots\dots\dots (12.4)$$

如能調整儀器使上式諸括弧之值均為零則

$$t = \sqrt{\frac{2K_1K_3}{g}} - \sqrt{\frac{2K_1K_2}{g}} = \sqrt{\frac{2}{g}} \left( \sqrt{K_1K_3} - \sqrt{K_1K_2} \right) \dots\dots\dots (12.5)$$

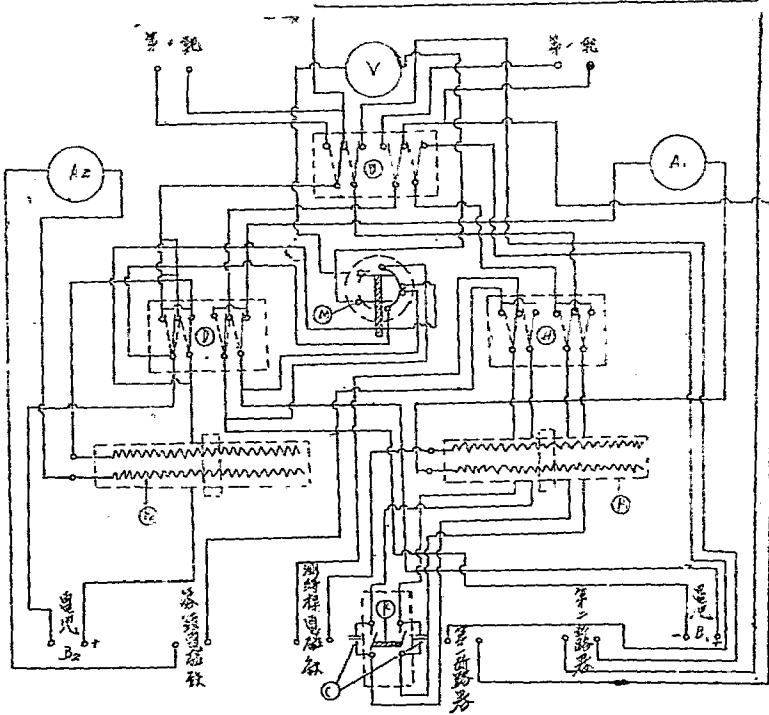
式恒可成立。



### b. 儀器裝置及配電板線路圖

- V 電壓表——M為其開關(可是B<sub>1</sub>又可是B<sub>2</sub>)
- U 斷路器與靶之交換器
- H 第一第二斷路器的電源互換器 5%
- D 變換磁極的開關

圖二



通常布氏測速儀多與秒斷路器安裝一室，因測速儀須時時利用秒斷路器以校準也。至於電流之調節電路之通斷，電流電壓之測量等等均非有特殊之裝置不為功，故有特製之配電板在，其線路圖如圖二。

圖中K為雙開關，閉開可使兩電路電流同時通斷，為避免閉開時發生火花，與開關並聯有電容器C，R<sub>1</sub>，R<sub>2</sub>為可變電阻，用以調節兩路中之電流，電流大小可由電流計A<sub>1</sub>，A<sub>2</sub>觀測之，D為雙路換向器左右移動(即在虛線或實線位置)可使電流之方向前後相反，H為雙開關交換器，左右移動，可使雙開關之二接觸點，先後交換，即某接觸點先為第一電路之接觸點，交換後即為第二電路之接觸點，U為

靶機交換器，左右移動可使測速儀與測速裝置(即第一、二靶)或秒鐘斷路器相連，M為測壓電錶將其柄左右移動可使弗打計V與第二或第一電路並連測其電壓，其他速電源，電磁石，斷路器及靶機之處均有文字註明，可見圖中。

通常測速間與射擊場相距至少須 500公尺，以免射擊時遭受振動，兩地有電話相通以通消息。

C. 儀器之調整 由公式12.4吾人已知如能使 $f_1 - f_2 = 0, m_1 - m_2 = 0, f_1' - f_2' = 0$ 及 $m_1' - m_2' = 0$

$$\text{則 } t = \sqrt{\frac{2}{g}} \left( \sqrt{K_1 K_2} - \sqrt{K_1' K_2'} \right) \text{ 恒可成立，欲達此項要求，可作下列調整}$$

①  $f_1 - f_2 = 0$ 之調整  $f_1 - f_2 = 0$ 或 $f_1 = f_2$  即子彈(或榴子)達第一靶(或第一斷路器)至第一電路斷之時間與子彈(或榴子)達第二靶(或第二斷路器)至第二電路斷之時間相等之意，欲達此目的，只須令二靶之斷路裝置(或斷路器)其斷路情形相同即可，通常測砲彈初速所用之鋼網靶，即合此種要求，但測槍丸初速時，第一靶為鋼絲，第二靶為鋼靶或木靶，其斷路情形則稍異，惟二者均甚小，可視為零耳。

②  $m_1 - m_2 = 0$ 及 $m_1' - m_2' = 0$ 之調整  $m_1 = m_2$ 或 $m_1' = m_2'$  即第一電路斷至測時桿下降之時間，與第二電路斷至落錘下降之時間相等之意，吾人已知Z、W之所以下落係由於電磁石之失掉磁性，但電磁石使用過久後，即電流斷時仍可保有少許磁性，謂之殘磁，對Z、W之降落不無影響，欲免此弊宜使電流方向常常變換，且當電流斷時，電流並非立即為零，故電磁石仍有暫餘磁性，因Z、W之重量約同(約230gm) E<sub>1</sub> E<sub>2</sub>之構造相同，故於兩電器中通以同大小之電流則可達成目的，為求降落靈敏，電流以愈小愈佳，通常可將特製之二銅環(約50gm.)套於Z、W上並吸附於E<sub>1</sub> E<sub>2</sub>上繼則增加電阻，徐徐減低電流，至自然下落時止，此時電流表中所示之電流即為最適宜電流，通常約在0.3ampere左右。

③  $f_1' - f_2' = 0$ 之調整  $f_1' = f_2'$  即雙開關閉至第一電路斷之時間與雙開關閉至第二電路斷之時間相等之意，換言之亦即開閉開關，二路電流同時斷絕之謂也。欲達此目的可利用雙開關交變器調整之。

如圖三 K為雙開關，p<sub>1</sub> p<sub>2</sub>為二接觸點，當開K時p<sub>1</sub> p<sub>2</sub>二接觸點之斷路情形，未必相同，H為雙開關交變器，設在實線位置時p<sub>1</sub>為第一電路之接觸點，p<sub>2</sub>為第二電路之接觸點，如雙開關交變器在虛線之位置，則p<sub>1</sub>變為第二電路之接觸點，p<sub>2</sub>變為第一電路之接觸點，與前相反。設H在實線之位置時，測得K<sub>1</sub>之位置為K<sub>1</sub>，H在虛線之位置時所得之K<sub>1</sub>位置為K<sub>2</sub>且命已作上列調整，即 $m_1' = m_2'$ 則做12.3式得

$$t + m = \sqrt{\frac{2 K_1 K_2}{g}} + (f_1' - f_2') \dots \dots \dots (12.6)$$

$$t + m = \sqrt{\frac{2 K_1' K_2'}{g}} + (f_1' - f_2') \dots \dots \dots (12.7)$$

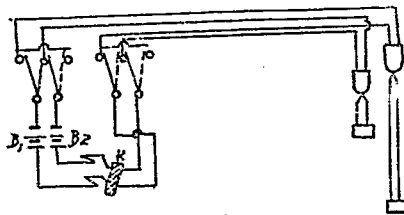


圖 三

由上列二式得

$$\sqrt{\frac{2k_1 k_2}{g}} - \sqrt{\frac{2k_1' k_2'}{g}} = 2(f_1' - f_2') \dots\dots\dots (12.8)$$

觀上式可知欲 $f_1' = f_2'$ 則非 $k_2$ 與 $k_2'$ 二刻痕相合不可，故調整之法，即校正 $P_1 P_2$ 兩接觸點，至所刻之 $k_2$ ， $k_2'$ 二痕相重合時為止。

d. 測速尺 儀器調整妥善後，則彈丸或（擺子）由第一靶（或第一斷路器）至第二靶（或第二斷路器）所需時間 $t$ 可表如12.5式，故如 $k_1, k_2$ 之值不變，則 $t$ 僅為 $k_1, k_2$ 之函數，因兩靶間之距離一定，則由公式12.1，可知 $V_{\frac{1}{2}}$ 亦為 $k_1, k_2$ 之函數，利用此項關係可預製成尺，知 $k_2$ 之位置即可直接讀取

$V_{\frac{1}{2}}$ ，通常命 $s=50m$ ， $k_1 k_2 = 110.37mm$ ，其構造如圖四

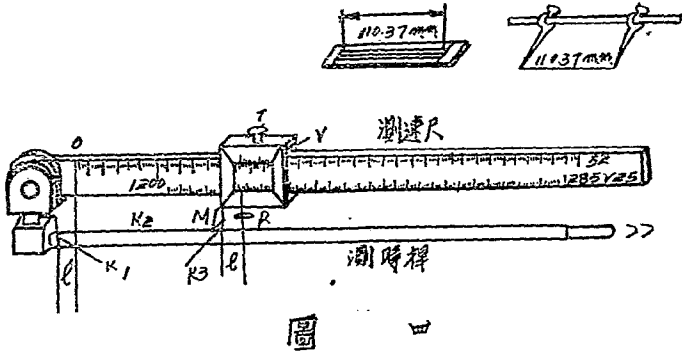


圖 四

尺長約 60cm，上有兩行刻度，居上者即普通之米尺，可量長至 52cm，居下者為相應 $V_{\frac{1}{2}}$ 之值，自 $1200''/_{100}$ 至 $285''/_{100}$ 尺上附有游標 $V$ 可沿尺左右移動至一相當位置可旋轉螺帽 $T$ 以固定之。標上有副尺可讀至 $\frac{1}{10}$ mm，並有刀刃 $M$ ，用時先將測時桿之底端套入尺之掉頭內，徐徐滑動游標至刀刃恰與刻度恰相吻合時止。因可調整刀刃與副尺原線之距離 $L$ ，與 $k_2$ 至測速尺零點之距離 $L'$ 相等，故自尺上所讀之數值，實即 $k_1 k_2$ 之距離，其相應之 $V_{\frac{1}{2}}$ 即所測之 $V_{\frac{1}{2}}$ 。因刻測速尺度時行一假使，即 $k_1 k_2 = 110.37mm$ ，故欲直接測速時，須先調整 $k_1 k_2 = 110.37mm$ ，通常在尺之 110.37mm 處行一長刻，另外有一特製之長 110.37mm 之長度以作標準。

4. 測速差誤之討論：

A.  $k_1, k_2$ 與差誤之關係，布氏測速儀測速所根據之公式有二，即12.1及12.5二式設 $s, g$ 及 $k_1, k_2$ 均為常數，並命 $k_1 k_2 = h$ ， $k_1 k_2 = h_1$ 則由12.5式得

$$\frac{dt}{t} = \frac{dh_1}{2\sqrt{h_1}(\sqrt{h_1} - \sqrt{h_0})} \dots\dots\dots (12.9)$$

由12.1式得 
$$\frac{dV_{2.5}}{V_{2.5}} = -\frac{dt}{t} \dots\dots\dots (12.10)$$

設測量之  $t$  為一定，並命量  $h_1$  時之可能誤差為  $dh_1$  自12.9式觀之可見  $h_1$  愈大，相對誤差  $\frac{dt}{t}$  愈小但自12.5式觀之因  $t$  為一定，故欲  $h_1$  大， $h_0$  之值亦必因之而大。

例  $t = 0.175 \text{ sec}$   $s = 50 \text{ m}$   $V_{2.5} = 235.7 \text{ "/sec}$   $dh_1 = 0.1 \text{ mm}$  則

當  $h_0 = 110.37 \text{ mm}$  時

$h_1 = 518.1 \text{ mm}$   $\frac{dt}{t} = 0.00018$   $dV_{2.5} = 0.051 \text{ "/sec}$

當  $h_0 = 430 \text{ mm}$  時：

$h_1 = 1040.5 \text{ mm}$   $\frac{dt}{t} = 0.00012$   $dV_{2.5} = 0.035 \text{ "/sec}$

但因①如  $h_0$  甚大，則同一範圍之  $t$ ，儀器必須甚高，操作甚為不便 ②如  $h_0$  甚大，則落錘及測時桿之降落速度可比較大，所受之空氣阻力不能略去不計，③由計算結果知測速尺增長一倍而誤差並不能減少一倍通常規定  $h_0 = 110.37 \text{ mm}$  者其原因即在此。

b. t 與誤差之關係

設  $h_0 = 110.37 \text{ mm}$  則12.9式可化為

$$\frac{dt}{t} = \frac{dh_1}{2\sqrt{h_1}(\sqrt{h_1} - \sqrt{110.37})} \dots\dots\dots (12.11)$$

如量  $h_1$  時之可能誤差為  $dh_1$ ，可見當測量  $t$  時所測之  $t$  愈大， $h_1$  亦愈大，其相對誤差  $\frac{dt}{t}$  亦愈小。

例  $S = 50 \text{ mm}$   $dh_1 = 0.1 \text{ mm}$

當  $h_1 = 196 \text{ mm}$  時  $\frac{dt}{t} = 0.001$   $dV_{2.5} = 1.0 \text{ "/sec}$

$h_1 = 484 \text{ mm}$  時  $\frac{dt}{t} = 0.0002$   $dV_{2.5} = 0.06 \text{ "/sec}$

C s 與誤差之關係

由  $V_{2.5} = \frac{s}{t}$  式得

$\text{Log } V_{2.5} = \text{Log } s - \text{Log } t$

$\frac{dV_{2.5}}{V_{2.5}} = \frac{ds}{s} - \frac{dt}{t}$ ， 設所測之時無誤，即  $dt = 0$ ，則

$\frac{dV_{2.5}}{V_{2.5}} = \frac{ds}{s} \dots\dots\dots (12.12)$

可見當  $s = 50 \text{ m}$   $ds = 0.1 \text{ m}$  時

則  $\frac{dV_{2.5}}{V_{2.5}} = 0.002$  如  $V_{2.5} = 340 \text{ "/sec}$

$dV_{2.5} = 0.002 \times 340 = 0.68 \text{ "/sec}$

d. "g"與誤差之關係

在以前諸討論中，均有一假設，即重力加速度 "g" 必須確知無誤，設其諸量均測知無誤，僅g有一dg之誤差則自12.5式得

$$\frac{dt}{t} = \frac{dg}{2g} \dots\dots\dots (12.13)$$

如  $g=9810^{m/s^2}$   $V_{zs}=840^{m/s}$   $dg=10^{m/s^2}$  則

$$\frac{dt}{t} = \frac{10}{19620} = 0.0005, \quad dV_{zs} = 0.42^{m/s}$$

e. 溫度與誤差之關係 吾人測定 $h_0, h_1$ 之值時，均以一固定一黃銅尺作為測量之標準，但此銅

尺恒因溫度之高低而漲縮，設某黃銅長度  $h'$  以溫度為 $\theta^\circ C$ 之尺量之，則其偽長度  $h = \frac{h'}{1+\alpha\theta}$  或 $h' = h(1+\alpha\theta)$  式中 $\alpha$ 為尺之線膨脹係數，將此式代入12.5式得

$$t = \sqrt{\frac{2}{g(1+\alpha\theta)}} (\sqrt{h_1} - \sqrt{h_0}) \text{ 故}$$
$$\frac{dt}{t} = \frac{\alpha d\theta}{2(1+\alpha\theta)} \dots\dots\dots (12.14)$$

黃銅之線膨脹係數 $\alpha=19 \times 10^{-6}$ ，例如 $h_0=110.37mm, h_1=484mm, \theta=0^\circ C$ 時  $t=0.164125sec$   
 $V_{zs}=304.65$  當 $d\theta=30^\circ C$ 時

$$\frac{dt}{t} = \frac{19 \times 10^{-6} \times 30}{2} = -0.000285$$

$$dt = -0.0000476sec, \quad dV_{zs} = 0.086^{m/s}$$

但當直接讀取 $V_{zs}$ 時，此種誤差可以不計，因速度尺度因隨米尺而漲縮也。

5. 利用秒擺斷路器以測定 "g" 值：

設 $g, h_0, h_1$ 為已知吾人恒利用12.5式以計算 $t$ 值，反之如 $t, h_0, t_1$ 為已知吾人亦可求 "g"

即  $g = \frac{2(h_1 + h_0 - 2\sqrt{h_1 h_0})}{t^2} \dots\dots\dots (12.15)$

欲求一甚小定量之  $t$ ，可利用秒擺斷路器（詳見實驗第十一）當秒擺斷路器校正妥善後知二斷路器在擺頭上之位置，則自時距曲線上可在出秒擺經過二斷路器間所需之時間，測知相應之 $h_0, h_1$ 則自12.15式可計算 "g"

6. 實驗步驟：

a. 調整儀器

① 取水準器置放於測速儀之中部平台上，以視測速儀是否鉛直，如否，可轉動三腳支架之螺旋以校正之。

② 接線如圖二，將 $u$ 推向右方使與秒擺斷路器相連。

③ 左右核對測速電錶M看電源 $B_1, B_2$ 是否足12 volt否則另加電池。

④ 關閉斷路器及雙開關及使兩電路關閉，利用小指南針，試驗 $E_1, E_2$ 吸附 $Z, W$ 之尖端，是否同極，如否須調換接頭。

⑤ 利用銅環以定好適宜電流，其法見第三節C段，當 $Z, W$ 吸附於 $E_1, E_2$ 尖端時，務用雙手使其徐徐滑下，萬勿相擊，以損兩接觸尖端。

⑥ 調節雙開關之二接觸點，使其在左右位置時所測得之 $k_2$ 恰相重合時止，法見第3節C段。

⑥ 作刻痕  $k_1$  量  $k_1 k_2$  之值是否為 110.37mm. 如否, 則上下  $E_2$  以調整之此步工作作測速試驗且欲直接量取  $V_{25}$  時尤為重要, 如自 12.5 式計算  $t$  值,  $k_1 k_2$  可取任何值。

⑦ 校正測速尺上刀刃  $M$  之位置, 使測量  $k_1 k_2$  或  $k_1 k_2$  時刀刃對準  $k_1$  副尺原線與尺上零點相合。

**B. 測時實驗**

① 將斷路器固定於彈簧上之二位置, 但不可相距過遠, 因恐彈子經過二斷路器之時間過大, 提出該儀所測之範圍, 將提掛起, 並閉二斷路器 (如測速時, 擊第一二靶線即可。)

② 閉雙開關, 並將測時桿及落錘使號碼向外被附  $E_1 E_2$  上, 縮刻痕刀。

③ 開雙開關, 得到痕  $k_2$

④ 同③

⑤ 按掛彈鈎, 使彈下落, 擊開二斷路器得到痕  $k_3$  (如測速時則扳槍機使發火)

⑥ 將測時桿套入測速尺彈頭內, 量取  $k_4 k_5, k_1 k_2$  之值。(如測速時可直接讀出  $V_{25}$ )

⑦ 代入 12.5 式即可計算彈子經過二斷路器 (或彈丸經過兩靶) 所需之時間  $t$ 。

註 a. 作測速試驗時  $k_1, k_2$  之值得必為 110.37mm, 以求直接讀出  $V_{25}$  如  $k_1 k_2$  之值為已知, 則③

④步手續可略去

b. 如作測 "g" 實驗, 須先由二斷路器之位置, 自時距曲線讀出值, 然後與測得之  $k_1 k_2, k_1 k_2$  值代入 12.15 式計算 "g" 值。

**7. 實驗結果:** ——利用秒擺斷路器以定 "g" 值

溫度 \_\_\_\_\_ °C

斷路器在擺 弧上之位置	自時距曲線上 讀取相應之 t	次數	$k_1 k_2$		$k_4 k_5$		g 值
			測得時	溫度修正後	測得時	溫度修正後	
		1					
右		2					
		3					
左		4					
		5					
		1					
右		2					
		3					
左		4					
		5					
		1					
右		2					
		3					
左		4					
		5					

		1					
右		2					
		3					
左		4					
		5					
		1					
右		2					
		3					
左		4					
		5					

平均\_\_\_\_\_

8. 問 題：

本測速儀能否測定0.3Sec左右之時間，如能，應如何調整？

日期 \_\_\_\_\_

實驗者：組別 \_\_\_\_\_

地點 \_\_\_\_\_

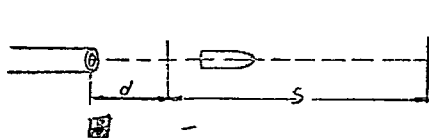
姓名 \_\_\_\_\_

## 實驗第十三 初速測定法

1. 實驗目的：利用布氏測速儀以測定砲口前某距離處之速度，並換算成初速 $V_0$

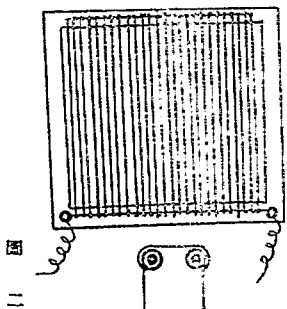
2. 需用儀器：布氏測速儀，槍口靶（第一靶），木靶（第二靶），接靶線中正式步槍，七九尖彈，溫度計，氣壓表等。

3. 儀器構造與原理：設彈丸由第一靶飛行至第二靶所需之時間為 $t$ ，則在兩靶中點之速度可視為



$\frac{s}{t}$ ，設砲口至第一靶之距離為 $d$ ，則兩靶中點至砲口之距離為 $d + \frac{s}{2}$ ，故該點之速度 $\frac{s}{t}$ 可以 $V_1 + \frac{s}{t}$ 表之即

$$V_1 + \frac{s}{t} = \frac{s}{t} \dots \dots \dots (13.1)$$



既得  $V_1 + \frac{s}{t}$  後，然後用各家方法，可將其換算至砲口，即所謂 $V_0$ 是；欲測彈丸經過兩靶所需之時間，首先須研究兩靶之斷路裝置，常用者有下列數種。

a. 鋼絲靶 如圖二所示，在一約一公尺見方之絕緣木框上，上下釘有兩排小釘，以接靶線（即細鋼絲）雙環往返纏繞於兩排小釘間，使兩鄰二線不相接觸，絲之兩端接於接線釘，以為串聯於電路之用。相鄰二釘之間隙，小於二分之一欲測初速之彈丸彈徑為宜，因如太稀則惟恐彈丸過而絲不斷，如太密，則彈丸過後毀線太多接線不易也。此種靶測初速時用之。

b. 槍口靶 測定槍彈初速時，如用鋼絲靶，則

兩線距離必須甚近操作甚為不易，通常多不用。其第一靶多以槍口靶代之，槍口靶之構造如圖三T為螺旋管機軸之可使兩木塊W緊夾於槍口處，W之兩旁固定兩長方形銅片P，片之前端中部有一鉗柱，靶線兩端以線旋R固定之。使其緊張，靶之背面有二接線釘或銅片接線為串聯於第一電路內之用（圖中不可見）

c. 鋼靶 鋼靶為測槍彈作第二靶之用，其構造為鋼板，由兩點懸於鐵架上，板後中部附有接測斷路器，構造如圖四所示。A為一三角架可固定於鋼靶背後，三脚之端，各有與腳架絕緣之接線

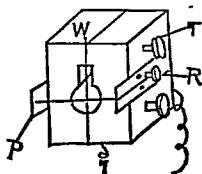
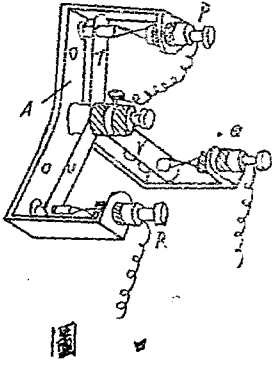
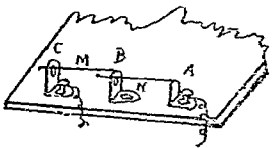


圖 三

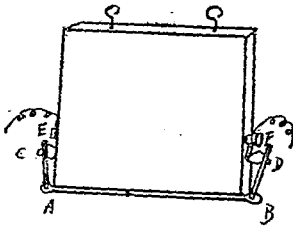




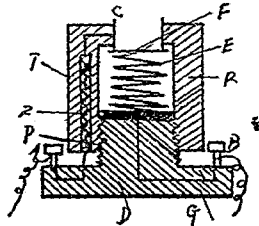
圖四



圖五



圖六



圖七

釘 P、Q、R、脚架中點，緊固了三銅片 T、U、V，V 與 T、U 絕緣，銅片首端各有一接銅釘其相且之接線釘接銅 V、P，首線相連，Q 及 R 則接於第二電路，通電流後，則電流按 RUTPVQ 之方向進行，設彈頭擊中銅靶則銅片振動，接銅釘之一或全躍離時其相對於接線釘關閉，電流隨時中斷落錘下落，銅片之所以有三者不外增加斷路之機會也。

銅心彈可穿入銅板，故此種靶在測銅心彈初速時，切莫使用。

d. 木靶 木靶亦為在測前彈初速時，作為第二靶之用，其構造原理與銅靶同，亦為振動斷路裝置，為避彈頭擊中，斷路器恒固定於靶之邊緣，通常有二形式，其一如圖五，於懸空木靶之後下方固定，三直角銅片 ABC，細銅絲 N 一端固定於 A 端，一端插入於 B 片孔中，並令與 B 接觸，同樣細銅絲 M 一端固定於 B 端一端插入於 C 片孔中，且與 C 接觸，AC 上有接線釘與第二電路串聯，NM 之端線有小鉛球以幫助振動，當槍彈擊中木靶時，MN 起一振動故電流隨時斷絕，據作者實驗木靶之尺寸為  $40 \times 48 \times 1.5$  Cm 振動銅絲長 10Cm 直徑為 0.4m.m. 斷路甚為靈敏，只須以  $200^{m/s}$  /sec 之 impulse 衝擊即可使其斷路

其二，如圖六，於木靶之下邊兩端有固定銅盤 AB，二者有導線相連，盤之上方各有一銅環，以接線釘固定於木靶上，盤之內各立一炭精棒斜依於銅環上，當彈頭擊中木靶時引起振動，可使炭精棒時脫離銅環，電路斷絕。

木靶彈孔過多後，可使斷路甚不靈敏，宜另換新靶

e. 汪氏靶 汪氏靶為本所汪所長所設計，按 Gossot 原理，利用彈丸在飛行中所生之彈頭波以作斷路之裝置，圖七為其橫截面圖。

D 為木座上嵌有金屬片 T，有導線與接線釘相連，E 為銅彈簧上彈連有薄銅片 F，下端固定於 T 上，G 為一銅環連於接線釘 A，R 為木質螺帽，可旋緊於木座上，上端嵌有銅環 C，有銅線穿至小

洞之上底(有三根, 圖中只見其一)洞內有小彈簧乙可聯繫小銅柱P當螺絲旋緊後可使F與C, P與G接觸, 故電路通, 設其前有彈丸飛過, 則彈道波可壓縮F使彈開C環而成斷路。

利用此種靶測出之初速恒因靶至磁準線之距離大小而稍有差異, 須加校正。  
在圖八中設第一靶至砲口之距離為 $d_1$ , 至磁準線之距離設為 $\delta_1$ , 則

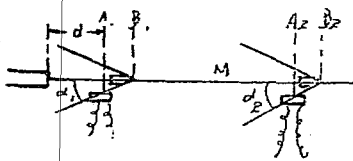


圖 八

Si:  $\alpha_1 = \frac{V_1}{V_s}$ , 式中 $V_s$ 為聲速,  $V_1$ 為彈在B點之速度

$$\therefore A_1 B_1 = \frac{\delta_1}{\tan \alpha_1} = \frac{\delta_1}{V_1} \sqrt{V_s^2 - V_1^2}$$

同理在第二靶  $A_2 B_2 = \frac{\delta_2}{V_2} \sqrt{V_s^2 - V_2^2}$

令兩靶間之距離為 $S$ , 則測得之時間 $t$ 為彈丸由 $B_1$ 至 $B_2$ 所需之時間則在 $B_1, B_2$ 中點之速度為

$$V_x = \frac{S + \frac{1}{V_s} (\delta_2 \sqrt{V_s^2 - V_2^2} - \delta_1 \sqrt{V_s^2 - V_1^2})}{t} \dots\dots\dots (13.2)$$

如調整兩靶之距離位置, 使 $\delta_1 = \delta_2 = \delta$  並命 $V_1 = V + \Delta V$ ,  $V_2 = V - \Delta V$ 則式化為

$$V_x = \frac{1}{t} \left( S - \frac{2\delta \Delta V V}{V_s \sqrt{V_s^2 - V_s^2}} \right) = \frac{1}{t} (S + \Delta S), \quad \text{式中}$$

$$\Delta S = -V_s \frac{2\delta \Delta V V}{\sqrt{V_s^2 - V_s^2}}$$

若 $S = 50m$ ,  $\delta = 0.1m$ ,  $V > 750m/sec$ ,  $\Delta V \approx 10m/sec$ , 則 $|\Delta S| < 0.006m$ , 與50公尺比可略去不計, 故式可作為

$$V_x = \frac{S}{t} \dots\dots\dots (13.3)$$

但 $B_1, B_2$ 中點距槍口之距離為

$$x = d + \frac{S}{2} + \frac{\delta_1 \sqrt{V_1^2 - V_s^2} + \delta_2 \sqrt{V_2^2 - V_s^2}}{2V_s}, \text{ 同上可得}$$

$$x = d + \frac{S}{2} + \frac{\delta \sqrt{V^2 - V_s^2}}{V_s} \dots\dots\dots (13.4)$$

若 $\delta = 0.1m$ ,  $V > 750m/sec$ , 則 $\frac{\delta \sqrt{V^2 - V_s^2}}{V_s} > 0.2m$ , 不可略去, 故吾人得以下結論: 即測量大初速時, 須對參照點(即M點)至槍口之距離加以修正。測小初速時(至小亦須大於400公尺)須對參照點之速度加以修正

4. 溫度修正及初速換算:

通常由13.1式計算所得之速度為在測速時之溫度 $t^\circ C$ 時, 砲口前某點之速度須加以溫度修正後, 再加換算方得 $V_0$ 。

設 $V_t$ 為在 $t^\circ C$ 時測得之速度, 由經驗式得在 $15^\circ C$ 時之速度為

$$V = [1 + 0.001(15 - t)] V_t \dots\dots\dots (13.5)$$

至如由砲口前 $x$ 公尺處之速度 $V_x$ , 換算成初速 $V_0$ 。常用者有下列三法, 茲分述之。

a. 普通方法 根據能量不減定律, 知由砲口至砲口前 $x$ 公尺處彈丸損失之動能, 與抵抗

空氣阻力所作之功相同，故得公式如下：

$$\frac{1}{2}m(V_0^2 - V_x^2) = xmf(V) \dots\dots\dots (13.6)$$

式中  $m$  為彈丸之重量， $f(V)$  為空氣阻力函數，如用 Siacei 氏之空氣阻力函數，可自 Cranz: *Lehrbuch der Ballistik*, Band I 查取， $C$  為彈道係數：

$$C_{(Siacei)} = \frac{1000^2 \delta (2R)^2}{1.206P}$$

式中  $i$  為彈形係數， $2R$  為彈徑（公尺）  $P$  為彈重（公斤）  
 $\delta$  為測速時，地之空氣密度（公斤/立方公尺）

故自式得

$$V_0 = \sqrt{V_x^2 + 2xf(V)} \dots\dots\dots (13.7)$$

實際言之  $f(V)$  之值應採取與  $\frac{V_0 + V_x}{2}$  相應之值，然影響  $V_0$  甚小，可以  $f(V_x)$  代之即

$$V_0 = \sqrt{V_x^2 + 2xf(V_x)} \dots\dots\dots (13.8)$$

b. 利用 Siacei 代原函數 由彈道學理論，吾人得

$$\frac{X}{C'} = D(U) - D(U_0) \dots\dots\dots (13.9)$$

式中  $D(U) = -\int_{u^0}^u \frac{udu}{F(u)}$  稱為 Siacei's primary function,  $F$  為 Siacei 氏之阻力函數

$C' = \frac{1}{CB} E$  為修正係數，如射距離甚小，彈道平伸  $B$  可認為 1，即  $C' = \frac{1}{C}$   $u = \frac{VCos\theta}{Cos\phi}$   
 為一校正函數，因  $\phi = \theta = 0$ ， $u$  可認為  $V$  故

$$D(V_0) = D(V_x) - \frac{X}{C'} \dots\dots\dots (13.10)$$

函數  $D$  可自 Cranz: *Lehrbuch der Ballistik*, Band I 第 I 表或本所在南京印刷之 Fasella's *Tables of secondary Ballistic Functions* 書中第 12 表查取， $C$  值與 13.6 式中之  $C$  同

c. 利用 Krupp 初速換算表，Krupp 命

$$\frac{X}{C'} = \frac{X 1000d^2 I}{P} \frac{A}{A_1} \dots\dots\dots (13.11)$$

式中  $X$  = 槍口至兩靶中點之距離，（公尺）  $P$  = 彈重（公斤）  
 $d$  = 彈徑（公尺）  $I$  = 彈形係數  
 $A$  = 射擊時地之空氣密度（公斤/立方公尺）  
 $A_1$  = 標準空氣密度（公斤/立方公尺）

$\frac{X}{C'}$  之值可直接算出，亦可藉 Cranz: *Lehrbuch der Ballistik*, Band I 第 19—23 諸

表計算，自該書第 24 表可查出  $\frac{X}{C'} = 1$  時與  $V_x$  相應之速度損失量，故

$$V_0 = V_x + \frac{X \times 1000d^2 I A}{P A_1} \times \left( \frac{X}{C'} = 1 \text{ 時與 } V_x \text{ 相應之速度損失量} \right)$$

### 5. 實驗步驟：

測定槍砲初速時至少須二人，一人司測速儀，命爲甲，一人司接靶線及射擊等命爲乙，今設測定七九尖彈之初速，其進行步驟如下：

- a. 甲、調整測速儀，法見實驗第十二
- b. 乙、將中正式步槍置於特製之槍架上，以通條擦槍管內部使通淨，繼則自槍口作一鉛直垂線，使槍落於架前之十字線上（因十字線至第二靶之距離已先測好爲50公尺）
- c. 乙、接聯導線使第二靶串聯於第二電路內
- d. 乙、瞄準第二靶之中點
- e. 乙、將槍口靶緊固於槍口處，以導線串聯於第一電路中，並連接靶線使成通路。
- f. 乙、以電話問甲兩路電流通否，如否，須重檢在各處接線頭及第二靶之斷路裝置等，如通即令預備。
- g. 甲、預備好後，（即吸附測時桿，落錘及鐫刻痕刀）電知乙，命其射擊。
- h. 乙、裝子彈裝入膛內，實行射擊，兩電路斷，作刻痕 $k_1$
- i. 甲、取出測時桿，量取 $k_1 k_2$ 之距離，並讀取 $V_{25}$ 。
- j. 甲、乙測九十一發加以溫度修正後，換算成初速 $V_0$ 。  
註：1 槍彈發射時，槍身有一後退能刀，使槍身後退，故每次發射後，須移槍架上部，令槍口與十字線並齊。  
2 測定槍彈速度，第一靶多用槍口靶，第二靶多用銅靶或木靶，如測砲彈初速時，一二兩靶多用銅絲靶，且第一靶須在砲口前十公尺，因恐火藥氣體噴出有損靶線，及彈丸出砲口後有一過度時期，過此時期後，彈丸速度始達最大也  
3 平常測定初速時，第一發因爲冷槍（cold gun）多略去不計

6. 實驗結果：

彈類 \_\_\_\_\_ 彈重 \_\_\_\_\_  
 藥別 \_\_\_\_\_ 裝藥量 \_\_\_\_\_  
 槍砲種類 \_\_\_\_\_ 氣壓 \_\_\_\_\_ m. m. Hg  
 氣溫 \_\_\_\_\_ °C 溫度 \_\_\_\_\_

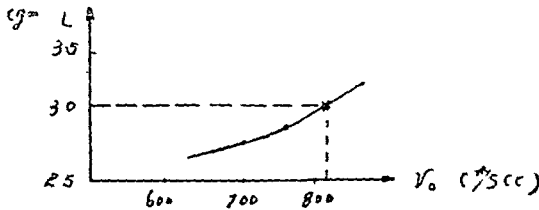
射擊發數	$k_1 k_s$	$k_2 k_s$	在砲口前一公尺處之速度 $V$ m/sec	溫度修正後之 $V$ m/sec	換算至砲口時之初速 $V_0$ m/sec.	備 考
1						第一發為冷槍可略去不計
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						

平均  $V_0 =$  \_\_\_\_\_ m/sec.

7. 附錄 裝藥量之決定法：

槍砲之初速每因裝藥量之多少而增減，每種槍砲均附有一射表（在槍多為表尺）與一固定之初速相對應，故不論何種發射藥，在不超過所規定之最高膛壓之條件下，可任意變更裝藥量，只要其初速相同，則可用同一射表，裝藥量之決定法如下：——

先裝成不同裝藥量之彈藥五六種（定砲彈之裝藥量，可用時再裝）使所要之初速不超出所裝彈藥之初速範圍，繼則測試其初速膛壓，設  $P_m$  均不超過所規定之最高膛壓，即以初速  $V_0$  為橫軸，以裝藥量  $L$  為縱軸，繪製  $V_0 - L$  曲線然後讀取與所要之  $V_0$  相應之  $L$  即為所求之裝藥量。



日期 \_\_\_\_\_  
地點 \_\_\_\_\_

實驗者組別 \_\_\_\_\_  
姓名 \_\_\_\_\_

## 實驗第十四 海姆霍茲氏擺時距曲線之求法

### 1. 實驗目的：

應用布朗氏測速儀以求海姆霍茲氏擺時距曲線。

### 2. 海姆霍茲氏 (Helmholtz) 擺之構造：

海姆霍茲氏擺之構造，可示如下圖 (Fig 1)。其主要部分有三

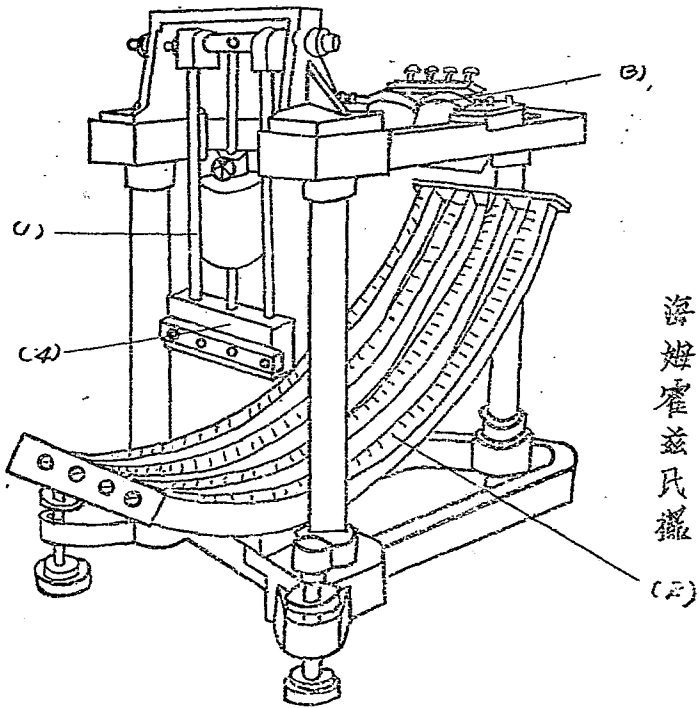


Fig 1

共一為擺，以 (1) 表之，其二為擺弧，以 (2) 表之，其三為擺鐵線，以 (3) 表之。擺座於擺架上，可以自由擺動。擺上有一錘，可以上下，以調整擺之週期。擺之下端，有一軟鐵，以 (4)

表之。用時通電流於電磁鐵(3)，然後學聖靠近電磁鐵，使吸軟鐵(4)。制斷電流遂可使擺錘動矣。擺之下方有擺弧a, b, c, 及d, 四條，其上各有刻度。另有斷路器四，(圖上未繪出)，可分置於擺弧之上。由弧上之刻度可示出斷路器在弧上之位置。斷路器之構造，與第十一實驗內所述者同，茲不復贅。

用此擺之前，應置一水平儀於擺架上，調該擺架之三足，直至水平儀指示擺架無傾斜始止，擺架達此情形後，擺之擺動軸方為水平。

S. 實驗說明：

斷路器可作接路與斷路之用，在第十一實驗中已陳述之。本實驗採用布氏測速儀以求海氏擺之時距曲線，其步驟因斷路器作接路或斷路用之不同而異，茲分別說明之。

(i) 斷路器作斷路用——取斷路器二，分置任意二擺弧上。斷路器均在擺弧上刻度"10"之處。接二斷路器於布氏儀電板之接線總處，通位於海氏擺之電磁鐵以吸擺之軟鐵，然後制斷電流使擺錘動。因擺錘過斷路器時，打去器上之鈎，若原先有電流通過斷路器，即電流將被制斷。又因斷路器均在刻度"10"之處，二電路內之電流之被制斷，應為同時。即以此二斷路器，作布氏儀電板上之叉開關用，應用布氏測速儀，以視電流之被制斷果為同時與否。如非同時也，調該任一斷路器上之螺絲，使其上之鈎之位置稍有改變，直至電流能同時制斷時為止。

電流通時制斷之調整手續既已完成之後，吾人乃可開始用布氏儀以定海氏擺時距曲線之實驗。吾人仍令兩斷路器中之一斷路器不變其位置，而以他一斷路器置於刻度"20"之處。以此兩斷路器作測速之兩電用，用布氏儀可測出海氏擺經過兩斷路器間弧長所需之時間設為 $t_1$ ，記於紙上。繼置第二斷路器於20, 30, 40, 50, 55 及 60。計刻度處皆作實驗，可得時間 $t_2, t_3, \dots$ 諸值，亦各記於紙。以所得時間之值為縱坐標，相對應之斷路器位置之刻度為橫坐標，繪製曲線，即得海氏擺之時距曲線。

惟有一點須注意者，布氏儀所能測出之時間，最大為0.17秒。若第二斷路器置於某一位置，已使海氏擺經過兩斷路器間弧長所需時間已大於0.17秒，則吾人應改變第一斷路器之位置，布氏儀方可應用。設第二斷路器置於刻度" $x$ "處時，吾人測得海氏擺經過兩器間所需之時間為 $t$ ，兩器變換位置後得時間 $t'$ ，則吾人所欲求之時間為 $(t+t')$ 。

由上法求得之時距曲線嚴格言之，實未必能通用於任意兩擺弧，蓋擺弧之各個情況，未必盡同也。惟果能通用與否，吾人實可作實驗測知之。

(ii) 斷路器作接路用——如斷路器作接路用，吾人須多用一繼電器，繼電器之線路，已示如第十實驗中之圖三。惟本實驗中所用之繼電器與第十實驗中所用者稍有不同。第十實驗中之繼電器之電鎗 $d$ 今係一自動裝置代之。(見Fig2)當電路"1"內有電流時，電磁鐵 $E$ 吸住 $f$ 而將 $W$ 上舉。 $C_2$ 得彈簧 $S$ 伸張之力以與 $C_1$ 相接。若電路"1"被制斷，則 $C_2$ 與 $C_1$ 分離矣。即以此項裝置，以代電鎗 $d$ ，因本實驗中所欲測之時間甚短，電鎗 $d$ 不合用也。又繼電器 $A$ 及 $B$ 兩端係接於一電池組，調整 $R$ 以使 $E_1$ 及 $E_2$ 中之電流適不足以使接觸點 $K$ 切斷。 $C$ 及 $D$ 兩端通於外來之脈搏電流(Pulsating Current)脈搏電流通於此電路時，可使 $K$ 點之接觸破壞。有脈搏電流為甚弱， $A, B$ 間之電池組乃為必要。布氏儀器已足破壞 $K$ 之接觸，則可僅將此脈搏電流通於 $A, B$ ，而將 $C$ 及 $D$ 兩端空出不用。其他部份及其作用，均與第十實驗中之繼電器相同，茲不贅。

用時繼電器中之 $P, Q, T, S$ ，諸端係接於布氏儀電板上之接線總處。 $C$ 及 $D$ 兩端可空出不用， $A$ 及 $B$ 兩端接斷路器，其線路之連接如下圖(Fig3)。 $a, b$ 及 $C$ 表三斷路器， $a$ 及 $b$ 係相當於(i)節中所用之兩斷路器， $C$ 當作一電鎗用，置於另一擺弧上，其位置在 $a$ 及 $b$ 之間， $a$ 及 $b$ 均作接路用， $C$ 作斷路用。當海氏擺下降時，先經 $a$ 器置一脈搏電流入繼電器，可使器中第一電路中電流制斷次經 $C$ 器時，使此脈搏電流制斷而使 $K$ 處接觸恢復。以便接受第二次之脈搏電流。最後經 $b$ 器時又經第二次之脈搏電流入繼電器而將器中第2電路制斷。

接續如上述，記下 $a$ 及 $b$ 兩斷路器所在之位置。應用希氏儀吾人可測得海氏擺經過兩斷路器間弧長所需之時間。假使繼電器之加入，並不增加測出時間之誤差，於是兩次輸送脈搏電流相隔之時間，

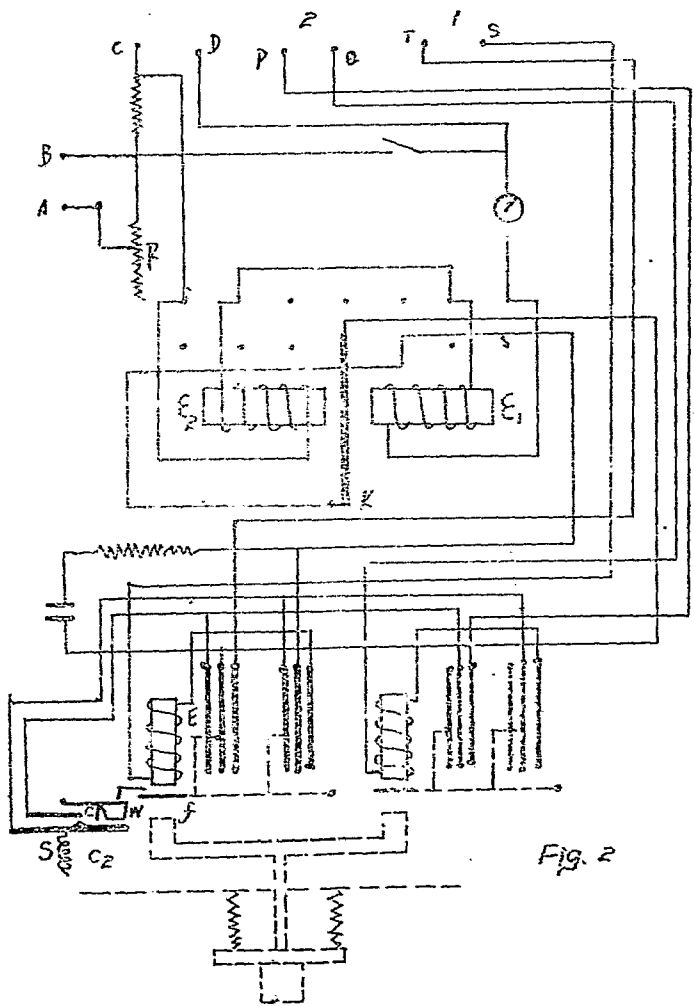


Fig. 2



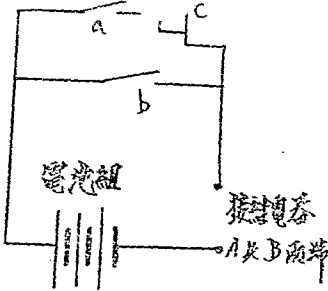


Fig 3

即為布氏儀所測出之時間。命此時間為  $t$ ，此即為擺經兩斷路器間之弧長所需之時間也。假設斷路器作接路用時，時距曲線已經求得，知  $a$  及  $b$  之位置，又可從此時距曲線上讀出時間  $U$ 。因斷路器之接路情況或有不同， $t$  與  $U$  之值不必相等。令  $T = t - U$  因  $T$  僅與斷路器本身之情況有關， $T$  之值應不因  $a$  及  $b$  所在之位置而異。苟  $T$  值已知，斷路時之時距曲線已得，則  $a$  及  $b$  作接路用時，在弧上之任意兩位置，擺經其間所需之時間（此時係指兩次輪邊接觸電流相隔之時間  $t$ ）可由公式  $t = T + U$  得之。

海氏擺係用校正他種測時儀器之用。每次用作校正他項儀器時，應先用布氏儀調整此擺，使測出之時距曲線能合用，如不合用，須上下擺之錘以調整之。苟作校正時，係以斷路器作接路用者，尤須定出  $T$  值。

4. 實驗步驟：

- (I) 以水平位置擺架上，調整擺架之三足以使擺架無傾斜。
- (II) 如第 3 節 (i) 段所述，調整斷路器，使各置於刻度 "10" 處時，當擺擺過，電流可以同時斷。
- (III) 如第 3 節 (i) 段所述，應用布氏儀以求海氏擺之時距曲線，並繪製此曲線。每點時與距之相應值，均須作實驗三次，由平均值定之。
- (IV) 取任意兩斷路器置於任意兩弧上之任意位置，應用布氏儀以定擺之經兩斷路器間所需之時間，並以之與由時距曲線讀出者相較。
- (V) 作 (IV) 節所述之實驗五次，所用之斷路器及擺弧以及斷路器在弧上之位置，均須任意變換。
- (VI) 如第 3 節 (ii) 段所述，聯接總路。以斷路器作接路用，置  $a$  及  $b$  兩斷路器於擺弧上任意兩處，由布氏儀以求擺經兩斷路器間所需之時間。並計算  $T$  值。（不使  $a$  及  $b$  之位置更換作實驗三次，而以所求得之時間及  $T$  值平均之）。
- (VII) 變換  $a$  及  $b$  之位置四次，每次變換均如 (VI) 節所述作實驗。視  $T$  值是否因  $a$  及  $b$  之位置而異。

5. 實驗記錄：

$g =$  \_\_\_\_\_ 擺弧  $a$  及  $b$

a) 之器 弧斷位 上階位	b) 之器 弧斷位 上階位	布氏儀之測時桿上刻度 $K_1, K_2$ 之高				布氏儀所 示之時間	時 間
		1	2	3	平均值		
	20	m.m.	m.m.	m.m.	m.m.	Sec.	Sec.
	30						
	40						
	50						
	55						
	60						

時距曲線見 \_\_\_\_\_



日期 \_\_\_\_\_  
地點 \_\_\_\_\_

實驗者：組別 \_\_\_\_\_  
姓名 \_\_\_\_\_

## 實驗第十五 火藥燃燒熱之測定

### 1. 實驗目的：

利用量熱計 (Calorimeter) 測定火藥之燃燒熱量 (Heat of Combustion)

### 2. 需用儀器及材料：

量熱計，精密溫度計，小型電動機，可變電阻二，安培計 (amp. meter) 淨水，電阻絲及欲測燃燒熱之火藥等。

### 3. 儀器構造及原理：

當火藥燃燒時每克 (gram) 火藥所放出熱量之小卡 (gram calorie) 數或每磅 (kilogram) 火藥所放出熱量之大卡 (kilocalorie) 數稱為該火藥之燃燒熱，此種熱量乃火藥燃燒後生成物之生成熱 (heat of formation) 之和，與該火藥生成熱之和，可依熱值公式計算之。

但各種火藥之熱值公式迄今尚不能完全決定且極難測力，溫度而變更，計算結果，未必與實際值相符合，遂不如直接測其之迅速可靠也，同一量熱計之略圖 (1) 為夾壁銅桶，

(4) 為鍍銀黃銅夾桶，內貯定量之水，(5) 為銅碗全部浸入水中，內有定量之火藥，可藉電力燃燒之，在碗之外包有提桿 (3)，由小電機帶動使其上下往復提動，(2) 為極精密之溫度計，可讀至  $\frac{1}{100}^{\circ}\text{C}$ ，其下部之水銀球浸入水中，實為測其溫度之變化，用瓷蓋鑲白石鑲縫中自另一室中取出之，蓋鑲縫生意外傷及實驗人也。在夾壁銅桶提桿之夾壁可由與電動機串聯之電阻以調節之，(6) 為木蓋用以遮絕外界之影響

銅碗之構造如圖二，由上下二部合成，其間有螺口，可使封甚緊，中央有銅環 C，可使接觸更行密合，上部下部有二電極 E, F，可以電阻絲 Z 連接之，當將 A, B 兩接頭接入電源後，可使 Z 絲紅熱，火藥因此燃燒，下部之壁甚厚，以防爆炸，其旁有洩氣嘴 D 裝設之，可使火藥氣體徐徐洩出，上下兩端均突出成 L 形，以便嵌入特製之工具中，易於觀察。

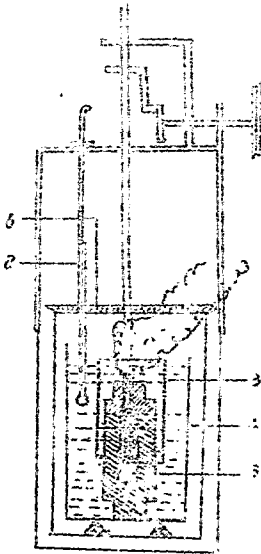
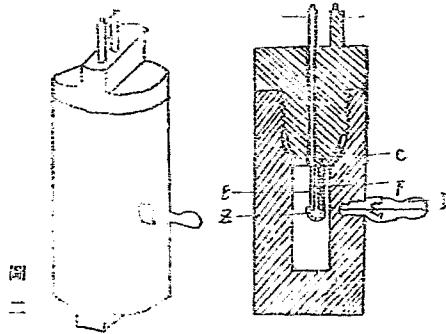
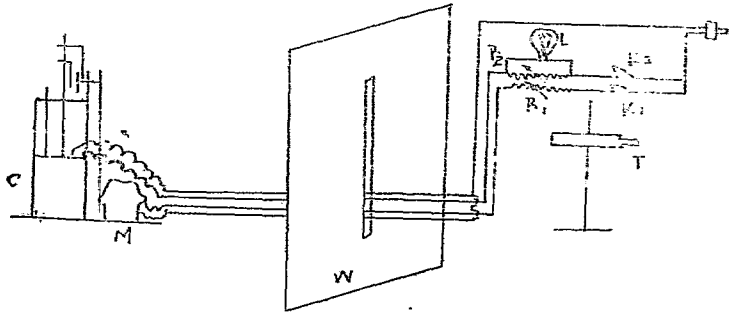


圖 一



圖二 實驗之全部裝置，如圖三所示，司燃點火藥之電路中，與可變電阻  $R_2$  並連一電燈泡  $L$ ，由其光亮之有無，可斷定銅絲  $Z$  之燒斷與否，亦即火藥之已否燃燒。



圖三 S 電源(20Votts) T 溫度計 R<sub>1</sub> R<sub>2</sub> 可變電阻 M 電動機  
K<sub>1</sub> K<sub>2</sub> 電鈴 C 量熱計 L 灯泡 W 石壁

4. 原 理：

當火藥燃燒後，由其所生之燃燒熱，可使量熱計內溫度上升由溫度計顯示之。設

$L$  為欲測火藥之質量 (gm)

$m$  為量熱計內水之質量 (gm)

$u$  為量熱計之水當量 (water equivalent) (gm)

$\alpha$  為每 gm 火藥燃燒後所生凝結之水 (gm)

$T$  為因火藥燃燒，溫度上升之量 (°C) 並命

水之凝結熱 (heat of condensation) 為  $531 \text{ cal/gm}$

則該火藥之燃燒熱

$$Q = \left\{ \frac{m+u+L}{L} T - 531 \alpha \right\} \frac{c_1 L}{g u} \dots \dots \dots (15.1)$$

在上式中吾人有一假設，即命火藥之比熱為 1，因  $L$  與  $m$ ， $u$  等量相較甚小，誤差可不計， $\alpha$

之值，宜由實驗結果，直接稱量，惟如L甚小，稱量甚不易，通常在硝化甘油約為0.20 gm，在硝化棉約為0.15。

在實驗進行中，使量熱器內溫度變化之原因有三，一為攪拌器與水分子間之摩擦，其熱之生成量為攪拌之直線函數，一為火藥之燃燒，一為儀器本身之輻射，其輻射率又為本身溫度之函數，（假設外界溫度不變）故求因火藥燃燒上升之溫度並非易事，茲為說明便利計，將實驗時溫度變化之過程分為三期，火藥燃燒前謂之前期，火藥燃燒後溫度變到最烈之時期謂之主期，主期之後，謂之後期，設在實驗過程中，每隔 50sec 讀取一溫度值，並命

前期之溫度為  $t_0', t_1', t_2', \dots, t_{10}'$

主期之溫度為  $t_0, t_1, t_2, \dots, t_{10}$

後期之溫度為  $t_0'', t_1'', t_2'', \dots, t_{10}''$

$$\text{前期之平均溫度 } t' = \frac{t_1' + t_2' + t_3' + \dots + t_{10}'}{10} \dots\dots\dots (15.2)$$

$$\text{後期之平均溫度 } t'' = \frac{t_1'' + t_2'' + t_3'' + \dots + t_{10}''}{10} \dots\dots\dots (15.3)$$

$$\text{前期溫度上升之平均速率 } d' = \frac{t_{10}' - t_0'}{10} \dots\dots\dots \frac{^\circ\text{C}}{30\text{sec}} \dots\dots\dots (15.4)$$

$$\text{後期溫度上升之平均速率 } d'' = \frac{t_{10}'' - t_0''}{10} \dots\dots\dots \frac{^\circ\text{C}}{30\text{sec}} \dots\dots\dots (15.5)$$

設在  $t_x$  溫度時，每隔 3 sec 溫度上升量為  $dt$ ，則按內差法，知為  $(t' - t) : (d' - d) = (t_x - t) : (dt - d')$

解之，得  $dt_x = d' + \frac{d'' - d'}{t'' - t'} (t_x - t')$

故在主期內，因攪拌器之衝動，及輻射作用，使溫度上升之量為

$$\sum (dt_x) = 10d' + \frac{d'' - d'}{t'' - t'} \left\{ \sum (t_x) - 10t' \right\}$$

但  $t_x$  之值為  $+\frac{t_0 + t_1}{2}, \frac{t_1 + t_2}{2}, \frac{t_2 + t_3}{2}, \dots, \frac{t_9 + t_{10}}{2}$

故  $\sum (dt_x) = 10d' + \frac{d'' - d'}{t'' - t'} \left\{ \frac{t_0 + t_{10}}{2} + t_1 + t_2 + \dots + t_9 - 10t' \right\} \dots\dots\dots (15.6)$

即因火藥燃燒上升之溫度為

$$T = t_{10} - t_0 - \sum (dt_x) \dots\dots\dots (15.7)$$

### 5. 水當量之測定：

某物體升高  $1^\circ\text{C}$ ，所需之熱量Q，為其比熱與質量之積，謂之該物體之熱容量(heat capacity) 因水之比熱為 1，故某物體升高  $1^\circ\text{C}$  所需之熱量，與Q克之水升高  $1^\circ\text{C}$  所需之熱量同，換言之，亦即某物體溫度變化，吸取或放出之熱量與Q克之水相當，Q即名為某物體之水當量。

在實驗過程中，量熱計本身亦有溫度之變化，故測定火藥之燃燒熱時，量熱計本身吸取之熱量，亦應計入，故該量熱計之水當量u必須先知。

決定量熱計水當量之方法有二，一為計算法，即將量熱器各部之質量與其比熱相乘，得各部之水當量，再相加即得量熱計之水當量，一為實驗法，即將一能發生定量熱量之物質或裝置（如已知燃燒熱之火藥及生熱之電阻絲等）放於量熱器內，由於已知之熱量及上升之溫度，可計算該儀器之水當量。

6. 實驗步驟：

- (1) 稱用量熱器內沒入水中各部之質量，與其比熱相乘，再相加，得量熱器之水當量 $u$ ，如該值已由其他方法精確測定，則此手續可以免去。
- (2) 稱取定量之淨水（約250.0gm.）置水桶(4)中如能先一日稱好放入，使實驗前水溫與氣溫相同更佳。
- (3) 取銅絲約3cm. 連於銅瓶上部之B, F兩極上。
- (4) 稱取火測器燒熟之火藥L gm. 大部放入瓶內，小部用薄紙包於兩極上，以為引火之用，機則用持表之工具，旋緊螺口，及洩氣嘴D。
- (5) 將銅瓶放入水桶中接裝如圖三。
- (6) 調平電磁鼓使對準溫度計，並插上插頭S以接電源。
- (7) 閉上電鍵 $K_1$ ，使攪拌器上下攪拌，加減阻力 $R_1$ ，以達適宜速率。
- (8) 攪拌約2.3分鐘後，自電磁鼓內注視溫度計，每隔30 sec. 讀取一值。其法，令另一人觀錶並記數，當秒針達25 sec. 或55 sec. 時，呼「預備」，使觀測者注意，至達30 sec. 或60 sec. 時呼「讀」則觀測者將溫度讀出，記錄者記入表中。先讀取前期諸值， $t_0', t_1', t_2' \dots t_{10}'$ 。
- (9) 讀取前期最後一值 $t_0'$ 後，再過25 sec. 記錄者呼「燃點預備」此時觀測者一方注視溫度計，一方將右手移近開關 $K_2$ ，及至期記錄者呼「開」則觀測者關閉電鍵 $K_2$ ，此時電燈由亮復黑，證明火藥已燃點，同時讀取主期首值 $t_0$ ，如觀測者無暇讀取 $t_0$ 時，可自前期諸值，用外推法求得之。如：讀取主期諸值 $t_1, t_2, t_3 \dots t_{10}$ 。
- (10) 讀取主期諸值後，繼續讀取後期諸值， $t_1'', t_2'', t_3'' \dots t_{10}''$ 。
- (11) 按下插頭S，取出銅瓶，用工具先將洩氣嘴時，使火藥氣體洩出，然後再將螺口，將瓶打開，取出瓶內，澀有水珠，設法稱量之以定 $Q$ 值，惟L甚小時此事甚不易。
- (12) 將讀諸值代入15.2, 3, 4, 5, 6, 7, 諸式中計算T值，再自15.1式以求讀火藥之燃燒熱 $Q$ 。

7. 記錄：

(1) 量熱計水當量之計算：

量熱器之各部份	構成之物質	比 熱	質 量 (gm.)	水當量 (gm.)
銅 瓶	銅	0.197		
空氣銅環墊	紫 銅	0.091		
攪拌器之浸水部份	鍍鎳黃銅	0.09		
$\frac{1}{2}$ 盛 水 桶	"	0.09		
溫度計之浸水部份	玻 璃	0.20		
溫度計內之水銀	水 銀	0.033		
總 計				$u =$

- 註：1. 計算水桶之質量時，僅取其三分之一，因水桶外壁與空氣接觸溫度保持不變也。  
 2. 本實驗所用之量熱計，(一小水桶及一小攪拌器)之水當量，由電熱法測定之結果為393。
- (2) 火藥燃燒熱之測定記錄。

藥 劑 \_\_\_\_\_ 藥 形 \_\_\_\_\_  
 燒燒室容積  $V = 31 \text{ C.C.}$  藥重  $L = \text{_____ gm.}$

氣溫 \_\_\_\_\_ °C      水重 = \_\_\_\_\_ gm.  
 量熱計水當量  $u =$  \_\_\_\_\_ gm.       $d =$  \_\_\_\_\_

前	期	主	期	後	期
$t_0'$		$t_0$		$t_0''$	
$t_1'$		$t_1$		$t_1''$	
$t_2'$		$t_2$		$t_2''$	
$t_3'$		$t_3$		$t_3''$	
$t_4'$		$t_4$		$t_4''$	
$t_5'$		$t_5$		$t_5''$	
$t_6'$		$t_6$		$t_6''$	
$t_7'$		$t_7$		$t_7''$	
$t_8'$		$t_8$		$t_8''$	
$t_9'$		$t_9$		$t_9''$	
$t_{10}'$		$t_{10}$		$t_{10}''$	

$$t' = \frac{t_1' + t_2' + t_3' + \dots + t_{10}'}{10} = \dots\dots\dots$$

$$t'' = \frac{t_1'' + t_2'' + t_3'' + \dots + t_{10}''}{10} = \dots\dots\dots$$

$$d' = \frac{t_{10}' - t_0'}{10} = \dots\dots\dots$$

$$d'' = \frac{t_{10}'' - t_0''}{10} = \dots\dots\dots$$

$$M(dt_c) = 10d' + \frac{d'' - d'}{t'' - t'} \left\{ \frac{t_0 + t_{10}}{2} + t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_9 - 10t' \right\}$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$\therefore T = t_{10} - t_0 - M(dt_c) = \dots\dots\dots$$

$$\therefore \text{燃燒熱} Q = \left\{ \frac{m + u + L}{L} T - 539.2 \right\} = \dots\dots\dots \frac{\text{Cal}}{\text{gm.}}$$

日期 \_\_\_\_\_  
地點 \_\_\_\_\_

實驗者：姓名 \_\_\_\_\_  
組別 \_\_\_\_\_

## 實驗第十六 槍彈彈形係數之測定

### 1. 實驗目的：

應用水花測速儀以測定槍彈之彈形係數。

### 2. 原 理：

(1) 彈形係數：彈在空氣中飛行，因受空氣阻力之作用，產生減速度，此減速度之大小係與彈重P，彈徑D，彈速V，及氣重δ諸值有關。但P，D，V及δ諸值雖定，實仍不足以定減速度之值，蓋尚有二彈，即使D及P兩值，均彼此相同，且以同一之彈速，在氣重相同之空氣中飛行，兩者所得減速度之值，實未必相等也。彈道學者，認爲此減速度之不同，係由於彈形之相異所致，乃取一*i*值以示彈形相異之程度，名之爲彈形係數。

取某種彈形爲標準，而稱標準彈形之彈爲標準彈。給標準彈之彈形係數以一確定值，設爲*i*<sub>0</sub>，任取一彈，若P，及D兩值與某標準彈之P及D兩值相同，且與標準彈以同一速度在氣重相同之空氣中飛行。設此彈之減速度爲R，而標準彈之減速度爲R<sub>0</sub>，令R與R<sub>0</sub>之比爲兩彈形係數之比：則此彈形係數*i*可由下式得之：

$$i = i_0 \cdot \frac{R}{R_0} \dots\dots\dots (1)$$

而*i*爲之R之值，非與P，D，V及δ，諸值有關，且因*i*值而異，是即謂R乃P，D，V，δ及*i*之函數也。彈道學者每表R如下形：

$$R = Cf(V) \dots\dots\dots (2)$$

式中之C稱爲彈道係數，包含P，D，δ及*i*諸值；*f*(V)爲V之一函數。C與*f*(V)之形，各彈道學家各有主張，要皆由實驗而得。今舉Siacchi氏所主張者爲例，其式如下：

$$C = \frac{D^2 i^2 1000}{P 1.276} \dots\dots\dots (a)$$

$$f(V) = 0.2032V - 48.05 + \sqrt{(0.1648V - 47.95)^2 + 9.6} \dots\dots\dots (b)$$

$$+ \frac{0.0442V(V-50)}{371 + (-\frac{V}{20})^{10}} \dots\dots\dots (3)$$

兩式中，D以m計，P以kg計，δ以g/cm<sup>3</sup>計，又V以m/s計。

由上所述，*i*之一值，對於每一種彈而言，似爲一常數，是即謂彈一定，則*i*值亦定也。最初彈道學者亦常認爲如此，實際上，*i*之值並非一常數，其值常因飛行之情況而異，其理當後述之。

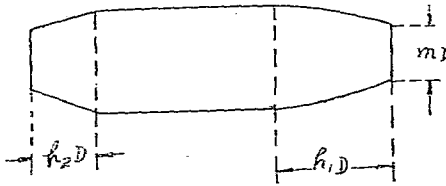
每*i*值爲一常數，吾人應可由彈之各部份尺寸以計*i*值，Siacchi氏，曾示此項公式，其式如下：

$$i = 1.04 \sqrt{\frac{i-m}{h_1+h_2}} + 0.92m \dots\dots\dots (4a)$$

式中h<sub>1</sub>及h<sub>2</sub>，爲彈頭部及彈尾部長以口徑之倍數計，m爲彈體之平坦部份之直徑，亦以口徑之倍數計。(1)式一彈中，彈之彈頭部及彈尾部長及彈體之平坦部份直徑之長各爲h<sub>1</sub>D，h<sub>2</sub>D，及mD，(D爲彈徑) (2)式亦如前)又Gavre之計算*i*值之公式與Siacchi氏所示者異，其式爲：

$$i = 0.72 \sqrt{\frac{i-m}{h_1+h_2}} + 0.70m \dots\dots\dots (4b)$$





圖一

式中  $h_1, h_2$  及  $m$  之意義，均與  $i$  之值同，今由 (4a) 求出之  $i$  值為  $i_1$ ，由 (4b) 求出之  $i$  值為  $i_2$ 。吾人於計算中，必須注意一點，吾人勿取某家所主張之  $C$  值，與  $f(V)$  之式，以計算減速度，則計算  $i$  值亦必取相應之計算公式，否則必出錯誤結果，同一彈形因各家所主張  $C$  值及  $f(V)$  之形各不同，相應之計算  $i$  值之公式亦異，由各公式計出之  $i$  值不必相等，此點不可不察。例如 Siacci 氏係以彈頭部為

蛋形，蛋形半徑為一倍口徑，且  $h_2=0$  及  $m=0$  之彈為標準彈，而令其彈形係數為 1，而彈之彈頭部乃為蛋形，蛋形半徑為二倍口徑，且  $h_2$  與  $m$  均各為零，則得彈形係數為  $i_1=0.82$ ，(Siacci 氏以此為 0.896，Crauz 氏作 0.865) 但此彈之彈形係數，如由 Gavre 公式計算則得  $i_2=0.63$  (其常數作 0.661)，雖係同一彈形，由 (4a) 及 (4b) 求出之  $i$  值，並不相等，而兩者之比為

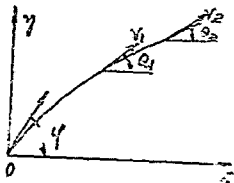
$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{0.82}{0.63} = 1.3 \dots\dots\dots (4c)$$

嚴格言之，(4c) 僅適用於  $m$  為零之時，但通常亦用作  $i_1$  與  $i_2$  之計算公式。

$i$  值之計算公式，僅可視為近似之公式，可作估計之用，而不得作為精確之計算，蓋  $i$  值實非一常數也，上述彈形，由公式計得彈形係數  $i_1=0.82$ ，及  $i_2=0.63$ ，與通常採用之值，實有不同。通常採用者為  $i_1=0.865$ ，及  $i_2=0.661$ ，此可見由公式計算而得者實非準確之值。又以  $i$  非常數，即要將  $i_1$  及  $i_2$  作為 0.865 及 0.661 亦不得視為可靠。至  $i$  非常數之理，可述之如下：

彈在飛行中，彈軸與彈道切線並不常一致，兩者夾角（稱切角）常在變更，因切角之改變，阻力作用於彈身之部份亦常在改變，而  $i$  值乃因彈在彈道上之位置而變易也。吾人時可求者為  $i$  之平均値，而  $i$  之平均値，實因彈道而異。又且  $f(V)$  之形之設定，係用某類彈或某類之操作實驗而得，由是而得  $f(V)$  之形，容或不適用於他種彈； $C$  之一值雖表為  $P, D, \delta$  諸值之函數，而  $\delta$  常受若干因素為吾人所未知者，亦足以影響彈之減速度之值。凡此種種，吾人均用  $C$  值式中之  $i$  值以代之，而表  $C$  為  $P, D, \delta$  及  $i$  之函數。由是言之， $i$  值雖名為彈形係數，實為一調整因數，已失去其為彈形係數之真義，故  $i$  值不能由公式計算而得當於實驗中求之。

(I)  $C-\phi$  之關係曲線：設  $C$  為彈道係數， $\phi$  為射角。吾人於製造彈表之前，必將彈道試驗，以定各不同初速 ( $V_0$ ) 下之  $C-\phi$  關係曲線，設初速先已測知，在射擊試驗中，可測各相應之  $\phi$  值，及射距離  $X$  之值。由已知之  $V_0, \phi$ ，及  $X$ ，應用彈道表以計  $C$  值。由氣阻，氣阻，及溫度之值，可計  $\delta$  之值，然後修正  $C$  值使為標準  $\delta$  值下之  $C$  值。初  $i$  值為常數，修正後之  $C$  值亦為常數。但此修正後之  $C$  值，實因  $\phi$  而異，吾人作  $C-\phi$  曲線。另易  $V_0$  值，即又得不同之  $C-\phi$  曲線。此表示  $i$  值因  $\phi$  及  $V_0$  而異也。由此計算，可知  $i$  實為一調整因數以調整射擊結果，使與彈道表之計算吻合，因無別種彈形係數也。



圖二

(II) 求彈形係數之目的及其方法：在測初速之實驗中，吾人所測得者，僅為槍口（或砲口）前某一點之彈速（兩靶中點之彈速）。欲由此彈速化初速，須知彈形係數  $i$  之值，故  $i$  之一值，在測速試驗中頗為重要。本實驗中，係求槍彈當初速為其規定值及  $\phi$  為零時之彈形係數，彈形係數  $i$  既知，在此後之測初速之實驗中，可資利用。惟有一點須注意者，初速之值切勿與求彈形係數時，槍彈之初速之值相差過遠，否則  $i$  值不堪利用矣。

設  $V_1$  及  $V_2$  爲給彈在彈道上 A 及 B 兩點之彈速,  $\theta_1$  及  $\theta_2$  爲 A 及 B 兩點之彈道傾角,  $Z$  表 A 及 B 之水平距離,  $\phi$  表傾角, 由 Siacci's 彈道算法吾人:

$$D(u_1) = D(u_2) + \frac{Z}{C} \quad (7a)$$

$$\text{式中 } u_1 = \frac{V_1 \cos \theta_1}{\cos \phi} \quad u_2 = \frac{V_2 \cos \theta_2}{\cos \phi} \quad C' = \frac{1}{Cg}$$

$$D(u) = \int_u^{\pi} \frac{u \, d\theta}{f(u)}$$

C 爲彈道係數, 示如(3a),  $\beta$  爲一調整因數, 其值因射程及傾角而異,  $f(u)$  即為(3b)式中之  $f(V)$ , 惟以  $u$  代  $V$  而已,  $u$  爲任意規定之一  $u$  值, 惟吾人現時規定者, 即當  $u$  爲 1000 m/sec 時, 所規定之  $u$  值能使  $D(u) = 1000$  也。若  $\phi = 0$ , 且 A 及 B 兩彈擊點均不甚遠 (約數十公尺), 而  $V_1$  及  $V_2$  之值均甚大, (約在五百公尺以上), 則吾人可略去  $\cos \theta_1 = \cos \theta_2 = \cos \phi = \cos 0 = 1$  及  $\beta = 1$  而有

$$u_1 = V_1, \quad u_2 = V_2, \quad C' = \frac{1}{C}$$

$$\text{及 } D(V_2) = D(V_1) + Cx \quad (5b)$$

若  $V_1, V_2$  及  $x$  均爲已知,  $D(V_1)$  及  $D(V_2)$  由 Fasella 氏表可查得其值, 則由(5b)式可計 C 值, C 值既知, 根據已知之  $D, \delta$ , 及 P 值由(3a)式可求  $i$  值矣。故求彈形係數之問題, 可化爲求彈速之問題。今吾人之問題, 即爲如何求  $V_1$  及  $V_2$  之值也。

### (3) 火花測速儀之構造及用法:

應用火花測速儀, 吾人可求給彈之速度。該係係由 (I) 馬達及轉盤, (II) 電路箱, (III) 接線櫃三部份構成。茲一一分述如下:

#### (I) 馬達及轉盤:

本儀器所用之馬達, 係一直流馬達, 通以 220 Volts 之直流電流, 即可使轉動。其線路可略示如下圖;  $R_1$  爲與磁場串聯之可變電阻,  $R_2$  爲與電樞串聯之可變電阻, 加電流於此馬達, 則電樞與磁場中均有電流  $I_a$  及  $I_m$  通過。設  $R$  表電樞本身之電阻,  $E$  表加入之電壓, 則有

$$E = I_a(R_a + R) + E_c \quad (6)$$



圖三

$E_c$  亦隨之增大, 由(6)式可知  $I_a$  之值因  $n$  之增大而減小。當馬達之負荷爲零, 則  $E_c$  之值終必達至  $E$  值, 而  $I_a$  爲零,  $I_m$  既爲零,  $n$  之值不再增加, 馬達之速度不再變更, 此爲一平衡狀態。由(7)式

$$E_c = \alpha I_m n = E$$

$$n = \frac{E}{\alpha I_m} \quad (8)$$

由(8)式可知, 馬達在平衡狀態時之  $n$  值, 係與  $I_m$  有關, 而與  $R_1$  或  $R_2$  及  $R$  無涉。故欲變更平衡狀態時馬達之轉速, 應改變  $R_1$  或  $I_m$  之值。若改變  $R_2$ , 實與馬達之平衡狀態時之負荷無作用也。使  $R_1$  增大, 始可使  $n$  值增大, 反之則  $n$  值變小, 此可由(8)式知之。但使  $I_m$  變小時, 可使  $I_a$  增大, 而使  $n$

式中  $E_c$  表反電勢。因磁場電路有電流通過發生磁場, 荷磁場線路中電流不變更 (或其平均值不變更) 則磁場強度 (或磁場之平均強度) 亦不變。電樞中既有電流通過, 可使電樞在磁場內旋轉, 且其旋轉速  $n$  係時在增大。但  $E_c$  之值, 係與磁場強度及  $n$  成正比, 而磁場強度又與  $I_m$  成正比, 吾人可書

$$E_c = \alpha I_m n \quad (7)$$

式中  $\alpha$  爲一比例常數。  $n$  之值既在增大,

值易達其平衡狀態時之值。實際上，馬達之負荷，絕對為零是不可能的，故馬達達其平衡狀態時，E<sub>0</sub>值較E為小，而電樞中常有電流通過。但在本實驗中所用之馬達，所用之電刷一轉盤，其負荷實甚小，馬達達平衡狀態時，I<sub>a</sub>之值幾近於零。馬達之轉速，由轉盤R<sub>0</sub>以測之。

馬達電樞之軸上，裝有一轉盤，電刷轉動，其速率以轉盤R<sub>0</sub>之速率而定。轉盤有一指針，其長為一公尺。以黑紙條（或一薄銅片之紙條）貼於內盤之周圍，當轉盤轉動時，其指針即於紙條上。指針之旁，有固定之四針，以電線分接於線路箱中四個感應圈之二次線圈上。此四針皆有電刷，且其速率n為已知，當針可二次線圈先後放電時放出火花，每次放出之火花，可將黑紙條穿，作一記號，（或將黑紙條去，留一白點以作記號）測量紙上之兩記號之距離，設為l，吾人即可由式  $t = \frac{l}{n}$  ..... (9)

以計算先後作此兩記號時相隔之時間t，式中l以公尺計，n為每轉盤動之周數，求出之t值係以秒計。

(I) 線路箱

線路箱內包含四個相同之電阻R<sub>1</sub>, R<sub>2</sub>, R<sub>3</sub>及R<sub>4</sub>, 四個相同之電容器C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>, C<sub>3</sub>及C<sub>4</sub>, 與四個相同之感應圈P<sub>1</sub>S<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>S<sub>1</sub>, P<sub>3</sub>S<sub>1</sub>及P<sub>4</sub>S<sub>1</sub>, 其線路之聯接情形，示如附圖一，K<sub>1</sub>, K<sub>2</sub>, K<sub>3</sub>及K<sub>4</sub>，為四個接路匙，其作用與電閘同，各感應圈中之各二次線圈之一端，均與四個一次線圈之一端相連，且其地相連，他端則各連於轉盤之四針N<sub>1</sub>, N<sub>2</sub>, N<sub>3</sub>及N<sub>4</sub>，馬達之外壳亦係與地相連。而馬達之外壳無與轉盤相連。如是則各二次線圈部份，亦自成一路路，由地經二次線圈再轉盤轉速而與之相連，小連於馬達之外壳，而連於地。當K<sub>1</sub>, K<sub>2</sub>, K<sub>3</sub>及K<sub>4</sub>，不閉閉時，如電流於此線路之A及B兩端，則C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>, C<sub>3</sub>及C<sub>4</sub>均被充電。若將四個接路匙之一接路匙關閉（如關閉K<sub>1</sub>）則其兩端所接之電容器（如C<sub>1</sub>）將立即放電，於是感應圈中之一次線圈（如P<sub>1</sub>S<sub>1</sub>）內突有電流通過，而其端點之電流，其速率隨轉盤之速率而變，因而相連之二次線圈內（如S<sub>1</sub>）發生一強大之電流，此電流之速率可使針與轉盤相連時發生火花，由針端（如N<sub>1</sub>）跳過轉盤。此放電之火花，可將轉盤之黑紙條穿一記號。同理在關閉各匙，在黑紙上又可畫另一記號，由兩記號在紙上之距離，可測轉盤之轉速，由(9)式可計算先後作此兩記號時相隔之時間，亦即兩匙先後關閉時相隔之時間也。

(II) 接路匙：

接路匙之構造，至為簡單，以一內圓外方之木框置於一金屬支架之上，木框之高度可上下支架以調整之，木框之前面裝錫箔兩片，以鐵條使之緊嵌於框內，如是即成接路匙。下二片各示接路匙之正面及剖面。錫箔兩片，彼此不相互連接，但各連於線路箱相連接路匙處之兩端。當指針彈過匙時，彈使兩錫箔相連，而接路匙關閉。

接路匙與電阻之作用同，以給彈使此電阻關閉也。

4. 儀器之裝置：

本實驗需用之儀器，除火花測速儀外，尚有指架，檢與指彈，海氏電阻器及電池器等。其裝置情形示如附圖五。指架置於木架上，用時指架應水平，各接路匙應與指架水平線同高。海氏電阻器作計時之用。當轉盤轉動時，發射指彈，同時亦使海氏電阻作動。當指彈經過各電阻時，指彈可使各電阻關閉，而使N<sub>1</sub>與N<sub>2</sub>兩針上之端發生火花，在黑紙上作出記號；又當海氏電阻斷路時，亦使K<sub>1</sub>, K<sub>2</sub> 關閉，在N<sub>1</sub>及N<sub>2</sub>之針端亦可發生火花，紙上亦得兩記號。此兩記號之時間為相同。海氏電阻之斷路時所發生之火花，在黑紙上所作記號之距離l，（以下簡稱此火花距離為l，其時間之距離為t）海氏電阻時距曲線上所示之時間為t，則n及t有下述之關係。

$t: l = 1: n \times 1$  (因轉盤每轉之周為1公尺)  
而  $n = l/t$  ..... (10)

式中之l以公尺計，t以秒計。由(10)式可得n之值。設接路匙第一及第二兩匙所作之火花距為l<sub>1</sub>，經第三及第四兩匙，之火花距為l<sub>2</sub>，則兩匙第一第二兩匙間所需之時間t<sub>1</sub>，及經第三第四兩匙間所需之時間t<sub>2</sub>，可自(9)式求之如次：



$$t_1 = \frac{l_1}{v_1} = \frac{l_1}{v} \quad t_2 = \frac{l_2}{v_2} = \frac{l_2}{v} \dots \dots \dots (11)$$

設第一第二兩靶相距為X<sub>1</sub>，兩靶之中點為M<sub>1</sub>，第三第四兩靶間距離為X<sub>2</sub>，兩靶之中點為M<sub>2</sub>，又M<sub>1</sub>及M<sub>2</sub>之距離為X；令V<sub>1</sub>及V<sub>2</sub>各表彈在前兩靶間及後兩靶間之平均彈速，則得

$$V_1 = \frac{X_1}{t_1} = \frac{X_1 v}{l_1 t} \quad V_2 = \frac{X_2 v}{l_2 t} \dots \dots \dots (12)$$

吾人即視V<sub>1</sub>及V<sub>2</sub>為彈在M<sub>1</sub>及M<sub>2</sub>處之速度。由(12)式可得C值，又由已知P, D及δ之值及公式(3a)可得i值。

5. 靶距與火花距之測定：

按槍彈之速度幾近1000<sup>m</sup>/sec。今吾人欲令測得之彈速其差誤不大於1<sup>m</sup>/sec。則各靶距與火花距之相對誤差，應各勿大於0.1%。欲達此目的，各火花距離利用比長儀以測量之。至靶距之精測，尚無甚完善之辦法，惟下述之辦法尚堪利用。

置一光具座 (Optical bench) 於兩靶之旁。光具座應為水平，由水平儀測定之。光具座與兩靶之支架，亦應相等。然後利用米尺沿光具座測量靶距。(如靶距為10公尺，吾人測量靶距應使準確至1 cm。) 此辦法雖未見甚善，惟較用鋼皮尺或長繩測量為佳，蓋用鋼皮尺或長繩測量時，尺與繩均下凹，難使距離準確也。

6. δ值之計算：

δ之值，係與氣壓P，氣溫T及濕度諸值有關，吾人已知當p=p<sub>0</sub>=760mm.Hg.，T=T<sub>0</sub>=27°C，及相對濕度為70%時，δ之值為δ<sub>0</sub>=1.29<sup>g</sup>/m<sup>3</sup>。在此溫度下，空氣中飽和水蒸氣重為0.00484<sup>g</sup>/m<sup>3</sup>飽和蒸氣壓力為4.58mm.Hg。設當氣壓為P，氣溫為T，相對濕度為h%，且知在此溫度下，水蒸氣飽和壓力為p<sub>w</sub>，及飽和水蒸氣重為δ<sub>w</sub>，此時之空氣氣重為δ，則P, T, h, p<sub>w</sub>, δ<sub>w</sub>及δ行下述之關係：

$$\frac{(P - p_w \times \frac{h}{100})}{T (\delta - \frac{h \delta_w}{100})} = \frac{(P_0 - \frac{70}{100} \times 4.58)}{273(1.29 - 0.00484 \times \frac{70}{100})} \dots \dots \dots (13)$$

若人亦可書

$$\delta = \frac{(P - p_w \times \frac{h}{100}) \times 273 \times (1.29 - 0.00484 \times \frac{70}{100})}{T (P_0 - \frac{70}{100} \times 4.58)} + \frac{h \delta_w}{100} \dots \dots \dots (14)$$

公式(14)吾人可視為已知，P, T, p<sub>w</sub>, δ<sub>w</sub>，及h諸值時計算δ之公式。令h為70，又因P<sub>0</sub>及δ<sub>w</sub>均為T之函數，則δ僅為P及T之函數。由公式(14)，吾人可計算各不同之T值及P值之相應δ值，列成一表，以備在測而免需要時計算之勞。在本所印製之 Fasella 氏之次彈道函數表內第199頁上印有此表。

將(14)公式對h值求紀，則得

$$\frac{d\delta}{dh} = \frac{-p_w \times \frac{1}{100} \times 273 \times (1.29 - 0.00484) \times \frac{70}{100}}{T (P_0 - \frac{70}{100} \times 4.58)} + \frac{\delta_w}{100}$$

或 
$$\delta \delta = \frac{-2.73 p_w \times (1.29 - 0.00484) \times \frac{70}{100}}{T (P_0 - \frac{70}{100} \times 4.58)} \Delta h + \frac{\delta_w \Delta h}{100} \dots \dots \dots (15)$$

公式 (15) 表  $h$  值變化時,  $\delta$  值之修正量,  $\delta$  值之修正量  $d\delta$  係與  $T$  及  $dh$  有關。吾人亦可製一表以示各不同之  $T$  值及  $dh$  值之  $d\delta$  值。在本所印製之 Fasella 氏彈道表內第 203 頁上印有此表, 以供查閱。

**7. 實驗步驟:**

本實驗係求 7.9mm. 尖彈在規定之初速 (用 Bofors 片狀硝化棉藥 3.15gr. 在申正式步槍內發射得  $V_{25} = 810^m / \text{sec.} \pm 1.1^m / \text{sec.}$ ) 及  $\phi$  為零之情況下之彈形係數; 尖彈彈徑為 8.12~8.15mm. (槍徑為 7.89mm.) 彈重為 10gr.  $\pm 0.1$ gr. 實驗步驟如下。

(I) 置槍於槍架上, 使槍桿水平, 置四接路綫於槍口前, 並使靶與槍口水平線同高。且同在此水平線上, 以使槍彈能穿過各靶。

(II) 精測各靶距離。

(III) 裝置於圖五所示, 並接馬達於電源。

(IV) 舉起轉盤旁之四針, 置黑紙於轉盤之背盤上, 關閉馬達電路, 俟轉盤轉動, 使乃緊貼於背盤上, 繼仍將馬達電路關閉, 使轉盤停止。

(V) 關閉馬達電路之總電鍵  $K$ , 將轉盤旁之針放下, 以電線接觸各靶之兩片錫箔, 視針端有無火花發生。如無火花, 須檢視線路, 去其弊病, 必使能發火花, 方為妥善。同樣行之於海氏斷路器, 針端既有火花, 尚須調整針與轉盤間之空隙, 使火花細而強烈。

(VI) 通電於海氏擺之電磁石, 使吸海氏擺, 置兩斷路器於圓弧上, 並記其位置, 舉起器上之鉤, 使電路不通, 如圖五所示。

(VII) 置槍彈入槍膛, (槍口前絕對禁止通行, 以免危險)。舉行轉盤旁之針, 然後開馬達, 俟馬達轉動頗速時, 再將針放下。

(VIII) 調整  $R_1 R_2$  (見圖三) 以使馬達轉速增大, 同時檢視 (A) 表所示電流之值, 俟其達平穩狀態時, 扳動槍機發射槍彈, 同時使海氏擺之電磁石中電流斷斷, 而使擺下降。

(IX) 關閉馬達中電流, 使馬達停止。取出黑紙, 精密測火花距。並由海氏擺時距曲線上讀出經兩斷路器間弧長所需之時間。

(X) 由公式 (12) 以計算  $V_1$  及  $V_2$  之值, 再由公式 (9b) 及公式 (9a) 以計  $C$  及  $i$  之值。

(XI) 重行調整各靶, 使槍彈所穿之孔不在槍口水平線上。如上述步驟繼續作實驗。

(XII) 發彈 10 發, 各求  $i$  之值以平均之。

**8. 實驗記數:**

彈徑 =  $D =$  \_\_\_\_\_ 彈重 =  $P =$  \_\_\_\_\_

氣溫 = \_\_\_\_\_ 氣壓 = \_\_\_\_\_

溫度 = \_\_\_\_\_ % 空氣密度 =  $\rho =$  \_\_\_\_\_

$$C = \frac{D^2 i \delta 1000}{P \cdot 1.205} = \frac{\quad \quad \quad}{\quad \quad \quad} i$$

第一靶至第二靶距離 = \_\_\_\_\_ 第二靶至第三靶距離 = \_\_\_\_\_

第三靶至第四靶距離 = \_\_\_\_\_

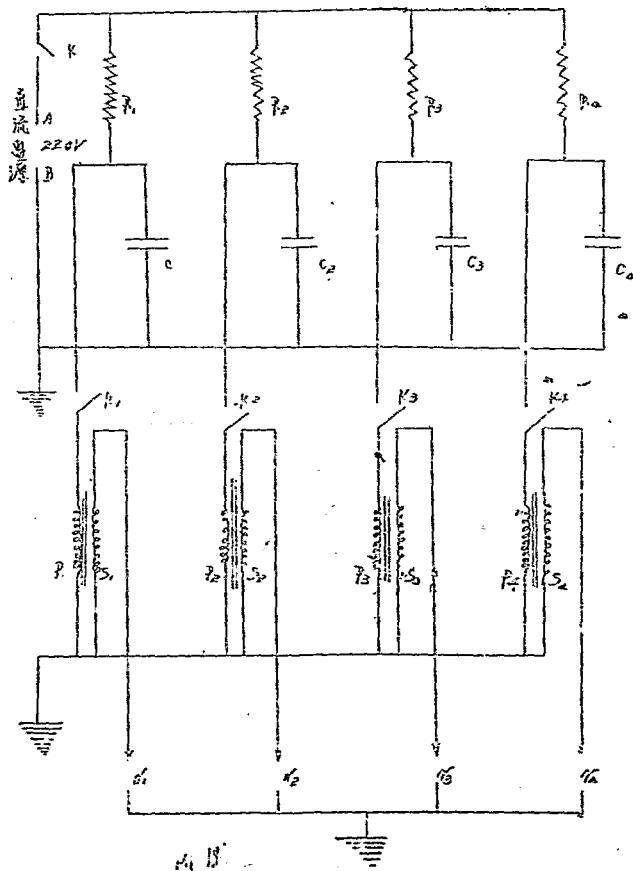
第一第二兩靶中點至第三第四兩靶中點之距離 =  $x =$  \_\_\_\_\_

海氏擺之第一斷路器位置為 = \_\_\_\_\_ 第二斷路器位置為 = \_\_\_\_\_

由時距曲線讀出之時間 = \_\_\_\_\_



# 火花测速仪线路图 15.7





日期 \_\_\_\_\_

實驗者：姓名 \_\_\_\_\_

地點 \_\_\_\_\_

組別 \_\_\_\_\_

## 實驗第十七 高度風速之測定

1. 實驗目的：觀測氣球高度以測高空風速

2. 實驗原理：

(I) 氣球高度之測定

設G為一氣球，在地面上A及B兩點，各置一經緯儀，兩儀之距 $b$ ，設為已知。此距離 $b$ 稱為基距。先以兩儀相互視準，讀取各儀所示之方位角，繼令兩儀同時瞄準氣球G，讀取各儀所示之高低角及方位角。如圖示，M為G對地面所作垂線之垂足， $\angle MAB$ 及 $\angle MBM$ 之值顯然為兩儀兩次所示之方位角之差。

設 $GM=h$ ， $\angle MAB=\alpha_1$ ， $\angle GAM=\beta_1$   
 $\angle MBA=\alpha_2$ ， $\angle GBM=\beta_2$

$$\text{則 } h = \frac{b \sin \alpha_1}{\sin \angle AMB} \tan \beta_2 \dots \dots \dots (1)$$

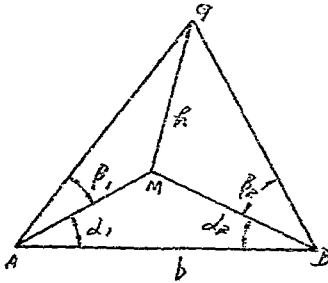
$$\text{或 } h = \frac{b \sin \alpha_2}{\sin \angle AMB} \tan \beta_1 \dots \dots \dots (2)$$

而  $\angle AMB = \pi - (\alpha_1 + \alpha_2)$

自上兩式均可計算 $h$ 之值，此 $h$ 之值即為氣球G距地面之高度也。

(II) 經緯儀與氣球聯線（以下簡稱球儀線）在地面上之投影。

球儀線AG(或BG)在地面上之投影AM(或BM)可用圖解法以得之，茲分述於下：

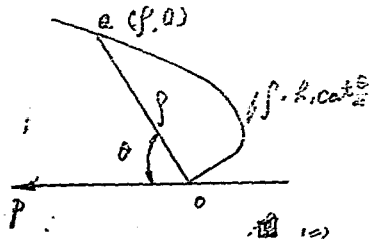


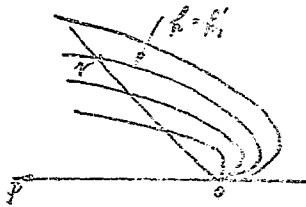
圖一

設高低角 $\beta_1$ 及 $h$ (氣球高度)為已知，則球儀線在地面上之投影AM與 $\beta_1$ 及 $h$ 有下述之關係。

$$AM = h \cot \beta_1 \dots \dots \dots (3)$$

取O為原點，OP為一定線，任一點 $\theta$ 之位置，吾人均可以 $(\rho, \theta)$ 表之， $\rho$ 表OQ之長， $\theta$ 為 $\angle qop$ 。若以 $\rho$ 表(3)式中之AM， $\theta$ 之半表 $\beta_1$ ，則當 $h$ 為某一定之值 $h_1$ 時，(3)式可以一曲線表之，其方程式為





圖三

方位角及高低角又各為  $\alpha_1'$  及  $\beta_1'$  如 Fig 4 所示，圖中 C 及 D 為地面之垂直線  $G_1C$  及  $G_2D$  之垂足。 $G_1G_2$  為氣球在  $t_2 - t_1$  之時間內之位置 (displacement) 此位置在地面上之投影為 CD  $\angle CAD$  為  $\alpha_1'$  及  $\alpha_2'$  之差以  $\gamma$  乘之。如  $h_1$  及  $h_2$  為已知，又  $\beta_1'$  及  $\beta_2'$  亦為已知，則 AD 及 AC 之長可由上述之高度曲線以得之，又  $\gamma$  既知為  $\alpha_1'$  及  $\alpha_2'$  之差，是  $\triangle ACD$  中兩邊 AC 及 AD 與一夾角  $\angle DAC$  為已知，則第三邊 CD 不難求矣。CD 之值表之如下式

$$CD = \sqrt{AC^2 + AD^2 + 2AC \cdot AD \cos \gamma} \quad \dots\dots\dots(4)$$

(四) 高空風速

嚴格言之，風之方向固不必與地面平行，惟風之垂直於地面之分速其影響頗小，可不重視，今但求其水平分速

設風之方向為水平的，如是氣球上升之速度，僅與氣球所處空氣之密度及空氣之密度有關，而與風速無涉。惟氣球之水平位置，則純受風之影響所致。若上述之兩時間  $t_1$  及  $t_2$  相差為一分鐘，則 CD 為此一分鐘內之平均水平分速以 m/min. 計，氣球高度既係自  $h_1$  變至  $h_2$  則 CD 可視  $\frac{1}{2} (h_1 + h_2)$  高度之水平風速。若吾人每分鐘測氣球高度一次，於是可得各高度之風之水平分速。

注意 CD 之方向，亦去  $\frac{1}{2} (h_1 + h_2)$  高度處之風向。吾人獲知氣球之位置，其發射之方向，

吾人稱為射向。因風之作用，可使彈道與其起見之多寡，則風速之大小，及其射向之夾角如何而定。故測風風速及風向對於射擊，實為一重要之事。茲將風之射向方向之分速再圖之，以  $W_p$  表之，稱風之垂直射向之分速為橫風速以  $W_e$  表之，若 CD 與射向所作之角為  $\phi$  則

$$\left. \begin{aligned} W_p &= \overline{CD} \cos \phi \\ W_e &= \overline{CD} \sin \phi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(5)$$

(V) 莫氏 (Moltschauoff) 風速計算器

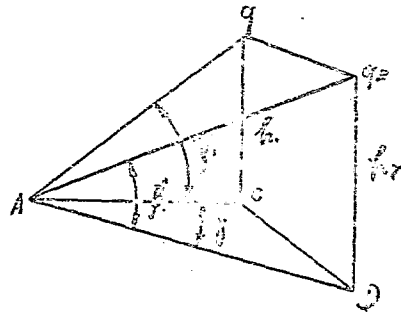
如氣球每分鐘末之高度均已測知，而各相當之高低角及方向亦已記出應用上述圖解方法，便

$$\rho = h_1 \cot \frac{\theta}{2}$$

若變換  $h_1$  之值，使為  $h_2, h_3, \dots$  則可得一組曲線。茲將此等曲線為高度曲線。Fig 3 示一組高度曲線。今若測得  $\beta_1 = \beta_1'$ ,  $h = h_1'$  在 Fig 3 上作一直線過 O 點，並與 OP 作一角為  $2\beta_1'$ ，則此線與  $h = h_1'$  之高度曲線之交點 N 至 O 點之距離，ON 即表 AM 之值。

(E) 氣球位置變在水平面上之投影

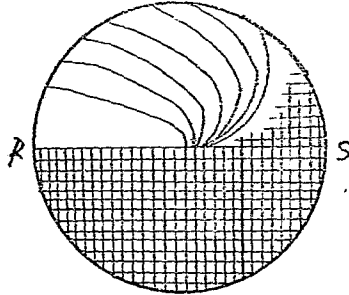
設  $G_1$  為氣球在時間  $t_1$  時之位置，某氣球經緯儀所示之方位角為  $\alpha_1'$ ，高低角為  $\beta_1'$ ；在時間  $t_2$ ，此儀測氣球得位置  $G_2$ ，而此儀所示之



圖四

可得風速之水平速度及其方向。又若 $\phi$ 角亦已得知則 $W_p$ 及 $W_e$ 亦不難算出，茲為便於求 $W_p$ 及 $W_e$ 之值起見，有莫氏風速計算盤可資利用，茲述其構造及用法如下：

(a) 構造：莫氏計算盤係一圓形之紙板，黏於金屬之底板上，紙板上部半圓之周，刻九十分劃。每分劃為2度，示高低角，又繪有高低曲線多條，下半部圓為風速分格線，示如右圖。紙板上覆以透明角度盤，以固定其中心於金屬板上。透明角度盤可自由轉動，上刻360°，表示方位角。紙板與透明角度盤間，有一短尺，以為量風速之值之用。



圖五

(b) 用法：設測得第一次氣球高度為 $h_1$ ，某經緯儀所示之方位角為 $\alpha_1$ ，高低角為 $\beta_1$ ，經一分鐘後，氣球高度為 $h_2$ ，而經緯儀之高低角及方位角之示數各為 $\beta_2$ 及 $\alpha_2$ 。 $h_1$ 與 $h_2$ 均可由兩儀同時觀測氣球法測得之，已如上述，應用莫氏計算盤可計風速，其步驟如下：

先以短尺對準紙板上高低角刻度之 $\beta_1$ 分劃，旋動透明角度盤，使方位角刻度之 $\alpha_1$ 分劃對準下面之 $\beta_1$ 分劃。取紙板上高度曲線中相當於 $h=h_1$ 之高度曲線與短尺之交點，在透明角度盤上作一點 $M'$ ，正與此交點相重合，此 $M'$ 至莫氏盤中心 $O$ 之距離為 $OM'$ ，即表球儀線 $AG_1$ 在地面上之投影 $AC$ 。

次以短尺對準高低角刻度之 $\beta_2$ 分劃，又使方位角刻度之 $\alpha_2$ 分劃對準下面之 $\beta_2$ 分劃。高度曲線中相當於 $h=h_2$ 之曲線與短尺有一交點，在透明盤上作 $M''$ 與此交點相重，則 $OM''$ 表球儀線 $AG_2$ 在地面上之投影 $AD$ 。

聯 $MM''$ 線，如是在透明盤上得三角形 $OM'M''$ 。此三角形中之 $\angle M'OM''$ 即表 $\tau$ 角，亦即 $\alpha_2$ 與 $\alpha_1$ 之差。 $M'M''$ 即表氣球位置在水平面上之投影 $CD$ 。

最後以莫氏盤中之紙板直徑 $RS$ （見Fig5）對準射向。設經緯儀沿射向方向觀準時所示之方位角為 $\alpha'$ ，茲乃以透明盤上方位角刻度之 $\alpha'$ 分劃與 $RS$ 相合，如Fig5所示。 $M'M''$ 在射向與在射向之垂直方向各作投影 $HM'$ 及 $M''H$ ，兩投影之長可由風速分格線讀出之。風速分格線每方格為2mm，x2mm。至若干長度表風速若干，則與高度曲線所用之比例尺有關。例如高度曲線上所書之數字以公尺計，每小格則表風速0.01m/sec即謂 $M'M''$ ， $M''H$ 或 $M'H$ 之長每2mm表風速0.01 m/sec 若高度曲線所書之數字以100公尺計，則分格線上每小格表風速1m/sec，餘類推。

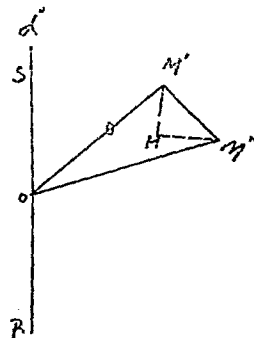
(V) 單儀觀測與雙儀觀測

上述測定氣球高度時須用兩儀觀測氣球，記下方位角及高低角，以計算氣球高度，氣球高度既得，計算風速時，則僅需二儀中任一儀所示各方位角各高低角之值。故雙儀觀測實為測定氣球高度計也。若氣球高度可以另法得之，則無需雙儀觀測矣。

如已知球重及浮舉力，可求氣球上升速度。已知氣球上升速度，亦可得各時間之高度。兩者均有表可在。既知時間與氣球高度之關係，則可用單儀觀測而不需雙儀矣。

雙儀觀測法較為準確，惟多用一儀不若單儀觀測法方便耳。

(VI) 各種上升速度之時間與高度對照表：



圖六

下表示各種上升速度之時間與高度之關係。表中上升速度係以m/min為單位，高度以m為單位，時間以min為單位，

高度 時間	上升 速度	1 4 0	1 6 0	1 8 0	2 0 0	2 2 0	2 4 0	2 6 0
1		138	192	216	240	264	288	312
2		328	376	414	460	506	552	598
3		476	544	612	680	746	816	884
4		622	712	801	890	979	1068	1157
5		770	880	990	1100	1210	1320	1430
10		1470	1680	1890	2000	2210	2520	2730
15		2170	2480	2790	3100	3410	3720	4030
20		2870	3280	3590	4100	4510	4920	5330
25		3570	4080	4590	5100	5610	6120	6630
30		4270	4880	5490	6100	6710	7320	7930
35		4970	5680	6390	7100	7810	8520	9230
40		5670	6480	7290	8100	8910	9720	10530

(Ⅱ) 由球重及上升速度以求淨舉力表

若已知球重及上升速度，吾人可藉下表以求淨舉力，若球重及淨舉力為已知，則上升速度亦可由表求得。表中球重及淨舉力均已克計，上升速度m/min以計

淨舉力 球重	上升 速度	1 4 0	1 6 0	1 8 0	2 0 0	2 2 0	2 4 0	2 6 0
15		43.8	68.6	106.0	161.1	204.1		
20		48.5	74.4	112.7	168.7	243.7		
25		52.8	79.7	119.0	175.9	256.6		
30		56.8	84.7	125.0	182.7	264.2	376.9	
35		60.6	89.4	130.7	189.3	271.5	394.9	
40		64.1	93.9	136.1	195.6	278.6	392.7	547.0
45		67.6	98.2	141.3	201.7	285.5	400.3	555.1
50		70.8	102.4	146.4	207.6	292.2	407.7	563.1
55		74.0	106.3	151.2	213.3	298.7	414.9	570.9
60		77.0	110.2	155.9	218.9	305.1	421.9	578.6

**3. 實驗步驟：**

- (I) 稱氣球之重，灌氫氣入氣球，求淨舉力。
- (II) 由表求得上升速度之值，及每分鐘末之氣球高度。
- (III) 釋放氣球。釋放時，先以經緯儀對準氣球，記下方位角及高低角之值，然後每分鐘末觀測氣球一次，記下方位角及高低角，至第三十分末止。
- (IV) 假設射向為正北。以經緯儀對準正北，記下經緯儀所示之方位角之值。
- (V) 應用莫氏計算盤，求各高度之縱橫風速之值。
- (VI) 以縱風速為縱坐標，高度為橫坐標，作縱風速與高度之關係曲線。同法作橫風速與高度之關係曲線。

**4. 實驗記錄：**

球 重 = \_\_\_\_\_ 克  
 淨舉力 = \_\_\_\_\_ 克  
 上升速度 = \_\_\_\_\_ m/min  
 正北之方位角 = \_\_\_\_\_

時間 min	高 度 m	方位角 度 分	高低角 度 分	高 度 m.	縱風速 m/sec	橫風速 m/sec
0						
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						



日期 \_\_\_\_\_

實驗者：姓名 \_\_\_\_\_

地點 \_\_\_\_\_

組別 \_\_\_\_\_

## 實驗第十八 葯溫地面氣溫氣壓濕度 及風速之測定

### 1. 實驗目的：

測量葯溫，地面氣溫、氣壓、濕度及風速，以作射擊距離之修正。

### 2. 射距離之修正量：

設以一砲，發射砲彈，以射擊某一目標，砲彈既定用同一之發射葯且以同一之發射葯量，用某一固定之仰度發射，實仍不足使射程之值固定不變。蓋外界因素如氣溫，氣壓，溫度，風速以及葯溫均足以影響射程也。換言之若吾人欲射擊某一距離，則所取之仰度又當與外界因素之影響有關。戰場射擊，係以射表為根據。欲射擊某一距離，所取之仰度當於射表中查出。仰度之值既與外界之因素有關，然則射表中將記載各種情況下之射距離與仰度相應之值乎？如是則不勝其煩矣。射表中所載實為某種特殊情況下各射距離與仰度之相應值，及其他彈道諸元之值。此種特殊情况稱為標準情況。製造射表之初，當先規定標準情況。今吾人所規定者，為葯溫及氣溫均為 $15^{\circ}\text{C}$ ，氣壓為 $760\text{mm.Hg}$ 。濕度為 $70\%$ ，風速為零，各種射表均為此標準情況之下編成。（如射表係由國外射表改繪者，標準情況或有出入。）當射擊之時其情況與標準狀況不同，於是射擊某一目標所取仰度之值，亦當與射表中所載者不同。惟射擊之時之情況與標準情況之差異常不過大，因而仰度之值之差異，亦不為多。射表中尚有各種及氣候影響修正表，係供修正仰度之用。

設 $X$ 為某目標至砲位之距離， $E$ 為射表中所載之相應仰角之值。設於射擊時，某項外界因素之值 $I_1$ 與標準狀態所規定者有 $\Delta I_1$ 之差異，此 $\Delta I_1$ 之差異，使射程變更 $\Delta X_1$ ，另有他項外界因素之值 $I_2, I_3, \dots$ 等，各與標準狀況所規定者 $\Delta I_2, \Delta I_3, \dots$ 等之差異，各使射程變更 $\Delta X_2, \Delta X_3, \dots$ 等。各 $\Delta X_1, \Delta X_2, \Delta X_3, \dots$ 或正或負，今舉各值而和之，令 $\Delta X$ 表 $\Delta X_1, \Delta X_2, \Delta X_3, \dots$ 等值之代數和。吾人稱 $\Delta X_1, \Delta X_2, \Delta X_3, \dots$ 等各為外界因素因該個變更時所產生之射程之偏差，而稱 $\Delta X$ 為為射程之總偏差。倘外界因素與標準狀況不同時，射程有 $\Delta X$ 之偏差，如吾人仍以 $E$ 之仰度發射則所得射程不為射距離 $X$ ，而為 $X + \Delta X$ 矣。如欲命中目標，必須改變仰度之值。吾人應取對應於射距離為 $X - \Delta X$ 之仰度之值為發射之仰度，庶可命中目標。“ $-\Delta X$ ”值，吾人稱之為射距離之修正量。

射距離與射程兩詞，似表同一之距離，然其所表示之意義，實各異，今借此機會，一陳述之。射距離者，吾人所欲射擊之距離也；射程者，彈着點距離砲口之距離也（假設彈着地之點與砲口同高）。發射砲彈，以射擊目標，此目標距砲位之距離即為射距離，吾人必須取一仰度，以使所得之射程與射距離相等，庶可命中目標。故在本所編之射表中，以令用射表內第一行之首，稱為「射距離」而不作「射程」實有其理由也。蓋戰場上射擊時，其目的並不在當仰度為若干時，欲知其射距離為若干，而係在射擊某一距離時，欲知其仰度為如何也。表內第一行所載，乃所欲射擊之距離之值，故曰射距離。又在本文之敘述中，曰射程之偏差，曰射距離之修正量，而不曰射距離之偏差，及射程之修正量，亦自有其理由也。吾人當細察之。以明射程與射距離之區別。

### 3. 修正公式及基本修正係數：

設某因素 $I$ 有改變量 $\Delta I$ ，其所生之射程偏差為 $\Delta X_1$ ，則射距離之修正量為 $-\Delta X_1$ 。吾人表 $-\Delta X_1$

如下式：

$$-dX_I = C_I dI \dots\dots\dots (1)$$

或作 
$$-\frac{dX_I}{X_I} = C_I' \frac{dI}{I} \dots\dots\dots (2)$$

(C<sub>I</sub>與C<sub>I</sub>'之關係可表之如次式：
$$C_I = -\frac{C_I' X_I}{I}$$
)

C<sub>I</sub>與C<sub>I</sub>'各稱爲絕對的或相對的修正係數。兩者均與距離之值有關，故不爲常數也。射表中常取C<sub>I</sub>之值，表各因素改變一單位量時，射距離應作之修正量，以作修正仰度之值之用。

風速一因數足以影響射擊者，非僅射程一端，且可使彈着點發生方向偏差。蓋風速可分爲橫風速與縱風速，後者之方向係與射向平行，可以影響射程，前者之方向係與射向垂直，可以影響彈着點之方向偏差。設橫風速爲Wt(由左向右吹爲正，反之爲負)設至表方向偏差，(右偏爲正，左偏爲負)，則：

$$-W = C_{Wt} W_t \dots\dots\dots (3)$$

式中C<sub>Wt</sub>稱爲橫風之修正係數。射擊時如橫風速爲正，吾人當向目標之左方瞄準，其瞄準方向與砲目線所作之角，爲|至|始可使彈命中目標。有橫風速爲負，則瞄準應偏向砲目線之右方

在真空中，吾人欲決定一彈道，只須固定初速及射角即可，但在空氣中吾人須固定初速，射角及彈道係數始可定一彈道，此爲吾人所熟知者，苟此三者稍有變動，均是使射程更易。設以V<sub>0</sub>, ϕ及C<sub>0</sub>各表初速，射角及地面彈道係數之值，又令ΔV<sub>0</sub>, Δϕ及ΔC<sub>0</sub>各表V<sub>0</sub>, ϕ及C<sub>0</sub>之增量，ΔX<sub>v</sub>, ΔX<sub>ϕ</sub>及ΔX<sub>c</sub>各表射程X之相應增量，吾人可將(1)及(2)兩式替如下列各式：

$$\begin{aligned} -\Delta X_\phi &= C_\phi \Delta\phi, & -\Delta X_{v_0} &= C_{v_0} \Delta V_0, & -\Delta X_c &= C_c \Delta C_0 \\ \text{或作} & -\frac{\Delta X_\phi}{X} = C_\phi' \frac{\Delta\phi}{\phi} & -\frac{\Delta X_{v_0}}{X} &= C_{v_0}' \frac{\Delta V_0}{V_0} & -\frac{\Delta X_c}{X} &= C_c' \frac{\Delta C_0}{C_0} \end{aligned} \dots\dots\dots (4)$$

式中各修正係數，可向彈道表中或彈道曲線方程式中，直接求出之。其求法，假設作試驗者爲巴乞之，茲不詳

其他因素之變異，對於射程產生之影響均可化歸ϕ, V<sub>0</sub>及C<sub>0</sub>三者獨個變異，或兩個或三個同時變異對於射程所產生之影響相等。例如，縱風速所生之影響，可化爲ϕ及V<sub>0</sub>變異所生之影響，藥溫所生之影響，可視與V<sub>0</sub>變異而生之影響相同，故諸因素之修正係數均可用ϕ, V<sub>0</sub>及C<sub>0</sub>各修正係數表出之，吾人乃稱ϕ, v<sub>0</sub>及C<sub>0</sub>之修正係數爲基本修正係數。

#### 4. 修正係數公式：

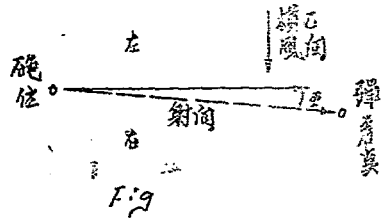
##### (I) 藥溫之修正係數

設C<sub>v</sub>表絕對的藥溫修正係數，Δt<sub>p</sub>表射擊時藥溫與標準藥溫之差，ΔX<sub>v</sub>表相應之射程增量，則有 
$$\Delta X_v = -C_{v_p} \Delta t_p \quad (\Delta t_p \text{以攝氏度計})$$

但根據經驗，藥溫增加一度(攝氏)可使初速增加  $\frac{0.1}{100}$ ，故ΔX<sub>v</sub>可表爲

$$-\frac{\Delta X_v}{X} = C_{v_p}' \frac{\Delta V_0}{V_0} = C_{v_p}' \times \frac{\Delta t_p}{1000}$$

或 
$$-\Delta X_v = 0.001 C_{v_p}' X \Delta t_p$$





而得  $C_p = 0.001 C_o / X$ ..... (5)

(I) 氣重的修正係數：

設C表彈道係數，因C中含有氣重δ一值，而δ因高度y而異，故C值亦為y之函數。但根據吾人可書δ如次式

$$\delta = \delta_o C^{-0.00110/y}$$

式中δ<sub>o</sub>為地面氣重，由是觀之，任意一高度之氣重δ，尚隨地面氣重而異。C值之形，各彈道學專家各有主張，然均可表如：

$$C = \lambda \frac{D^2 i}{P} \frac{\delta_o}{\delta_i} = \lambda \frac{D^2 i}{P} \frac{\delta_o}{\delta_i} C^{-0.00110/y} = C_o C^{-0.00110/y} \dots\dots\dots (6)$$

式中λ為一係數，其值因各彈道學專家所主張者而異。D表彈徑，P表彈重，i表彈形係數，δ<sub>o</sub>為一規定之氣重，(如Siacci彈道係數之式中δ<sub>o</sub>=1.293"/m<sup>3</sup>)，C<sub>o</sub>之一值可表為

$$C_o = \lambda \frac{D^2 i}{P} \frac{\delta_o}{\delta_a} \dots\dots\dots (7)$$

其值不因高度而異，吾人稱之為地面彈形係數。

上述V<sub>o</sub>, φ及C<sub>o</sub>三位如已固定，即可定一彈道。所謂定一彈道者，即謂水平距離x為一定值時，彈道高y有一定值也。普通言之，吾人可表y為x, V<sub>o</sub>, φ, C<sub>o</sub>之函數如下式。

$$y = \Psi(x, V_o, \phi, C_o)$$

但C為y與C<sub>o</sub>之函數，如C=u(C<sub>o</sub>, y)而有

$$y = \Psi(x, V_o, \phi, u(C_o, y)) \dots\dots\dots (7)$$

吾人可化為  $y = \Psi(x, V_o, \phi, C_o) \dots\dots\dots (8)$

由是觀之，吾人可知決定一彈道之三基本因素為V<sub>o</sub>, φ, C<sub>o</sub>而不為V<sub>o</sub>, φ, C也。

吾人規定δ<sub>o</sub>之標準值為1.2929"/m<sup>3</sup>(在氣溫為15°C氣壓為760m.m.Hg.溫度為70%情況下之氣重之值)。若δ<sub>o</sub>之值非為標準值，而有一變量Δδ<sub>o</sub>，同時C<sub>o</sub>即得一變量ΔC<sub>o</sub>。

由(6)式有  $\log C_o = \log \frac{\lambda D^2 i}{P} - \frac{1}{\delta_1} + \log \delta_o$

當δ<sub>o</sub>變更時， $\frac{\lambda D^2 i}{P \delta_1}$ 不因δ<sub>o</sub>而變，乃得ΔC<sub>o</sub>與Δδ<sub>o</sub>之關係如下：

$$\frac{\Delta C_o}{C_o} = \frac{\Delta \delta_o}{\delta_o} \dots\dots\dots (9)$$

δ<sub>o</sub>既有變更，射程亦當隨之而異，設ΔXδ<sub>o</sub>為射程之相應變量，故有

$$-\frac{\Delta X \delta_o}{X} = C_o' \frac{\Delta C}{C_o} = C_o' \frac{\Delta \delta_o}{\delta_o}$$

由(9)式得  $C_o' = C_o' \dots\dots\dots (10)$

若  $\frac{\Delta \delta_o}{\delta_o} = 1\%$ ，則  $-\Delta X \delta_o = C_o' X 0.01$ ，故-0.01C<sub>o</sub>'X表氣重增加1%時，射程之增量。

C<sub>o</sub>'表相對之氣重修正係數。

(II) 氣溫之修正係數

氣溫之影響射程，係兩方面的。其一為影響氣重，因而影響射程，另一方面為影響空氣之彈性，以致影響空氣阻力之值。因而影響射程，茲分別述之。

(a) 氣溫對氣重之影響：設B表氣壓以m.m.Hg.計，T表氣溫，以絕對溫度計，相對溫度為h%，又b表在溫度為T之情況下水蒸氣之飽和壓力，亦以m.m.Hg.計，δ<sub>o</sub>為飽和蒸氣壓力。由實驗第十六公式(14)，吾人可書

$$\delta_o = \frac{(B - \frac{h}{10} b) 350.8}{750.8T} + \frac{h \delta_w}{100}$$

或 
$$\delta_o = 0.4635 \frac{B - \frac{h}{100} b}{T} + \frac{h \delta_w}{100} \dots \dots \dots (11)$$

若B與h均未變更，而氣溫改變 $\Delta T$ ，則有

$$\begin{aligned} \Delta \delta_o &= 0.4635 \frac{-T \cdot \frac{h}{100} \frac{\Delta b}{\Delta T} - (B - \frac{hb}{100})}{T^2} \Delta T + \frac{h}{100} \frac{\Delta \delta_w}{\Delta T} \cdot \Delta T \\ &= -0.4635 \frac{B}{T^2} \Delta T + \frac{h}{100} \left[ \frac{\Delta \delta_w}{\Delta T} + 0.4635 \frac{b}{T^2} - 0.4635 \frac{1}{T} \frac{\Delta b}{\Delta T} \right] \Delta T \end{aligned}$$

惟 $T=273^\circ\text{A}$ 時飽和水蒸氣壓力為4.85mm.Hg.密度為0.00484 $\text{g}/\text{m}^3$ ，故氣溫為任意 $T$ 值時， $\delta_w$ 與 $b$ 應有下述關係：

$$\delta_w = 0.00484 \times \frac{273}{T} \times \frac{b}{4.58} = 0.2390 \frac{b}{T} \quad (\text{近似})$$

而 
$$\frac{\Delta \delta_w}{\Delta T} = 0.2390 \frac{1}{T} - \frac{\Delta b}{\Delta T} = 0.2390 \frac{b}{T^2}$$

於是 
$$\begin{aligned} \Delta \delta_o &= -0.4635 \frac{B}{T^2} \Delta T + \frac{h}{100} \left[ 0.2390 \frac{1}{T} \frac{\Delta b}{\Delta T} - 0.2390 \frac{b}{T^2} \right. \\ &\quad \left. + 0.4635 \frac{b}{T^2} - 0.4635 \frac{1}{T} \frac{\Delta b}{\Delta T} \right] \Delta T \\ &= -0.4635 \frac{B}{T^2} \Delta T + \frac{h}{100} \left[ -0.1745 \frac{1}{T} \frac{\Delta b}{\Delta T} + 0.1745 \frac{b}{T^2} \right] \Delta T \\ &= -0.4635 \frac{B}{T^2} \Delta T + 0.001745 h \left( \frac{b}{T^2} - \frac{1}{T} \frac{\Delta b}{\Delta T} \right) \Delta T \end{aligned}$$

或 
$$\Delta \delta_o = -0.4635 \frac{B}{T^2} \Delta T + 0.001745 \frac{h}{T} \left( \frac{b}{T} - \frac{\Delta b}{\Delta T} \right) \Delta T \dots \dots \dots (13)$$

(13) 式中等號右方之第二項約值為第一項之 $\frac{1}{20}$ ，而 $\Delta \delta_o$ 為一甚小值，故僅存其第一項即可，而得

$$\Delta \delta_o \approx -0.4635 \frac{B}{T^2} \Delta T$$

式之兩方以(11)式之兩方除之，則得

$$\frac{\Delta \delta_o}{\delta_o} = \frac{-0.4635 \frac{B}{T^2} \Delta T}{0.4635 \frac{B}{T} - \left( 0.4635 \frac{b}{T} - \delta_w \right) \times \frac{h}{100}}$$

分母中第二項數第一項為甚小，略之即得

$$\frac{\Delta \delta_o}{\delta_o} = -\frac{\Delta T}{T} \dots \dots \dots (14)$$

吾人欲以 $15^\circ\text{C}$ 為標準氣溫， $T$ 值應為 $288^\circ\text{A}$ ，故 $\Delta T$ 為氣溫與標準氣溫之差與值，故得

$$\frac{\Delta \delta_o}{\delta_o} = \frac{\Delta T}{288} \dots \dots \dots (14')$$

b 氣溫對空氣彈性之影響，彈在空中飛行，激動空氣使成波，彈所受之阻力，實與波動之情況有關。波動之情況又與空氣之彈性有密切之關係，而氣溫足以影響空氣之彈性，如氣溫更變，可使波速改變，此氣溫影響空氣之彈性之謂也。故氣溫更易，因空氣彈性有變更，可以影響空氣對彈之阻力，因而影響射程。

在阻力公式中，吾人恒表阻力R為R=Cf(V)，f(V)為V之一函數。此公式不足以表示氣流T因影響空氣彈性而影響阻力之事實。故空氣阻力新公式中，恒以 $\frac{V}{V_s}$ 代V，而表R為

$$R = CV^2 K \left( \frac{V}{V_s} \right) = CV^2 f \left( \frac{V}{V_s} \right) \dots\dots\dots (15)$$

式中Vs表聲速。令Vs<sub>0</sub>為標準氣溫Ts下之聲速，而聲速又係與氣溫T之平方根成正比，故吾人可書

$$R = CVs_0^2 \frac{T}{Ts} f \left( \frac{V}{Vs} \sqrt{\frac{Ts}{T}} \right) = CVs_0^2 \frac{T}{Ts} \Psi \left( \frac{V}{\sqrt{T}} \right) \dots\dots\dots (16)$$

(16)式表R為彈道係數C及 $\frac{V}{\sqrt{T}}$ 之函數。荷T有一增量dT，Ψ隨之亦有一增量dΨ，吾人可書如

$$d\Psi = \Psi' \left( \frac{V}{\sqrt{T}} \right) \cdot \left[ \frac{V}{2T^{\frac{3}{2}}} \right] dT$$

式中Ψ'  $\left( \frac{V}{\sqrt{T}} \right)$  為Ψ  $\left( \frac{V}{\sqrt{T}} \right)$  對 $\frac{V}{\sqrt{T}}$ 之導函數。今吾人可以設想，荷T值不變而V值變更ΔV，欲使Ψ有一增量ΔΨ，總與-dΨ相等，ΔV之值，果應如何。ΔV與ΔΨ之關係，可由下式表之

$$\Delta \Psi = \Psi' \left( \frac{V}{\sqrt{T}} \right) \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{T}} \right) \Delta V = -d\Psi$$

而得 
$$\frac{V dT}{2T^{\frac{3}{2}}} = \frac{\Delta V}{\sqrt{T}} \text{ 或 } \frac{dT}{T} = \frac{2\Delta V}{V} \dots\dots\dots (17)$$

故T之增量dT所生之影聲速與V之增量ΔV =  $\frac{1}{2} \frac{dT}{T} V$ 所生之影響相消

在分弧計算中，如吾人書R = CV<sup>n</sup>，又令u表彈之水平分速，即u = Vcosθ，則由彈道之微分方程式

$$-\frac{gdu}{u^{n+1}} = C \frac{d\theta}{\cos^{n+1}\theta}$$

得 
$$\frac{u_1}{u_0} = \left[ 1 - \frac{nC}{g} u_0^n \int_{\theta_0}^{\theta_1} \frac{d\theta}{\cos^{n+1}\theta} \right] \dots\dots\dots (18)$$

式中u<sub>1</sub>及u<sub>0</sub>為θ<sub>1</sub>及θ<sub>0</sub>時之u值。若n為不變，則由(18)式可知在θ<sub>1</sub>及θ<sub>0</sub>時之兩u值之比 $\frac{u_1}{u_0}$ 只與Cu<sub>0</sub><sup>n</sup>之值有關。換言之即 $\frac{u_1}{u_0}$ 值因阻力之值R而異也。設有兩彈其地面彈道係數各為C<sub>0</sub>'與C<sub>0</sub><sup>n</sup>，彈之初速各為V<sub>0</sub>'與V<sub>0</sub><sup>n</sup>，同以φ之射角發射，若兩者之阻力之值R<sub>0</sub>'與R<sub>0</sub><sup>n</sup>相等，則當彈道傾角同為θ<sub>1</sub>時，兩者水平分彈速u<sub>1</sub>'與u<sub>1</sub><sup>n</sup>各與其起始之水平分速之比應相等。如是得

$$\frac{u_1'}{u_0'} = \frac{u_1^n}{u_0^n} \text{ 或 } \frac{V_1' \cos \theta_1}{V_0' \cos \phi} = \frac{V_0^n \cos \theta_1}{V_0^n \cos \phi}$$

故 
$$\frac{V_1'}{V_0'} = \frac{V_1^n}{V_0^n} \text{ 或 } \frac{V_1'}{V_1^n} = \frac{V_0'}{V_0^n} \text{ 或 } \frac{V_1'^m}{V_1'^n} = \frac{V_0'^m}{V_0'^n} \dots\dots\dots (19)$$

式中V<sub>1</sub>'及V<sub>1</sub><sup>n</sup>各表θ = θ<sub>1</sub>時兩彈之彈速。由微分方程式

$$gd x = -V^2 d\theta$$

得  $g\Delta X_1' = -V_o'^2 \Delta \theta$  及  $g\Delta X_1'' = -V_o''^2 \Delta \theta$

則  $\frac{\Delta X_1'}{\Delta X_1''} = \frac{V_o'^2}{V_o''^2} = \text{—常數}$

$\Delta X_1'$  及  $\Delta X_1''$  各表兩彈道第一弧之水平距離，今令  $C_1'$  及  $C_1''$  各表  $\theta_1$  時兩彈之彈道係數，荷此兩彈道之彈道高相差無多，則有

$$C_1' : C_1'' = C_o' : C_o''$$

而得  $\frac{C_1' V_1'^n}{C_1'' V_1''^n} = \left( \frac{C_1'}{C_1''} \right) \cdot \left( \frac{V_1'}{V_1''} \right)^n = \frac{C_o'}{C_o''} \cdot \frac{V_o'^n}{V_o''^n}$

因  $C_o' V_o'^n = C_o'' V_o''^n$ ，可得  $C_1' V_1'^n = C_1'' V_1''^n$ ，如是，則  $\frac{\Delta X_2'}{\Delta X_2''} = \frac{V_1'^2}{V_1''^2}$  而與  $\frac{V_o'^2}{V_o''^2}$  相等，

$\Delta X_2'$  及  $\Delta X_2''$  各表兩彈道第二弧之水平距離。由是而往，則兩彈道之射程  $X'$  及  $X''$  之比應與初速之平方之比相等，（假設兩彈道落角相差無幾），即

$$\frac{X'}{X''} = \frac{V_o'^2}{V_o''^2} \text{ 或 } \frac{X' - X''}{X''} = \frac{V_o'^2 - V_o''^2}{V_o''^2} \dots\dots\dots (20)$$

今令氣溫為標準值時，彈有地面彈道係數  $C_o$  及初速  $V_o$ ，以  $\phi$  之射角發射，可得射程  $X$ 。荷氣溫與標準值有相差，令  $\Delta T$  表  $T$  之增量，吾人改變彈之初速使為  $V_o + \Delta V$  以使  $\phi \left( \frac{V}{\sqrt{T}} \right)$  之值不變，

又因  $T$  值變更，影響  $C_o \cdot \frac{T}{T_s}$  之值，吾人又令  $C_o$  值有增量  $\Delta C_o$ ，以抵消  $T$  值對  $C_o \cdot \frac{T}{T_s}$  之影響，如是，則  $R$  之值不變，由公式 (20) 可得。

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{(V_o + \Delta V)^2 - V_o^2}{V_o^2} = \frac{2\Delta V}{V} \dots\dots\dots (21)$$

式中  $\Delta X$  表  $X$  之增量。今因  $C_o$ ， $V_o$  及  $T$  均有變更，吾人應可書

$$-\frac{\Delta X}{X} = C_c o' \frac{\Delta C_o}{C_o} + C_v o' \frac{\Delta V}{V_o} + C_R' \frac{\Delta T}{T} \dots\dots\dots (22)$$

$C_R'$  表氣溫對空氣彈性發生影響因影響射程之相對的修正係數。由 (21) 式又得

$$-\frac{2\Delta V}{V} = C_c o' \frac{\Delta C_o}{C_o} + C_v o' \frac{\Delta V}{V_o} + C_R' \frac{\Delta T}{T}$$

而  $\frac{\Delta C_o}{C_o}$  與  $\frac{\Delta V}{V_o}$  各與  $\frac{\Delta T}{T}$  有下述之關係：

$$-\frac{\Delta C_o}{C_o} = \frac{\Delta T}{T} \quad \& \quad \frac{\Delta V}{V_o} = \frac{\Delta T}{T}$$

故有  $-\frac{2\Delta V}{V} = -\frac{\Delta T}{T} = -C_c o' \frac{\Delta T}{T} + C_v o' \frac{\Delta T}{T} + C_R' \frac{\Delta T}{T}$

得  $C_R' = C_c o' - \left( 1 + \frac{1}{2} C_v o' \right) \dots\dots\dots (23)$

今  $C_R'$  表氣溫之相對的修正係數，則由 (10)，(14) 及 (23) 諸式得

$$-C_R' \frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta X \delta_o}{X} + \frac{\Delta X_R}{X} = C_c o' \frac{\Delta T}{T} - C_R' \frac{\Delta T}{T}$$

而得  $C_R' = C_R' - C_c o' = C_c o' - \left( 1 + \frac{1}{2} C_v o' \right) - C_c o'$

$$= - \left( 1 + \frac{1}{2} C_v o' \right) \dots\dots\dots (24)$$

氣溫之絕對修正係數乃為

$$C = - \left( 1 + \frac{1}{2} C_v \right) \frac{X}{288} \dots \dots \dots (25)$$

(III) 氣壓之修正係數：吾人表  $\delta_0$  為

$$\delta_0 = 0.4635 \frac{B - 0.1hb}{T} + 0.01h\delta_w \dots \dots \dots (11)$$

若 T 與 h 均不變，而氣壓 B 有一增量  $\Delta B$ ，則得  $\delta_0$  之增量  $\Delta\delta_0$  為

$$\Delta\delta_0 = 0.4635 \frac{1}{T} \Delta B$$

$$\frac{\Delta\delta_0}{\delta_0} = \frac{0.4635 \frac{\Delta B}{T}}{0.4635 \frac{B}{T}} \left( 1 + \frac{0.4635 \times 0.01h \frac{b}{T} - 0.01h\delta_w}{0.4635 \frac{B}{T}} \right)$$

$$\therefore \frac{\Delta\delta_0}{\delta_0} \approx \frac{\Delta B}{B} \dots \dots \dots (26)$$

吾人乃有氣壓之絕對修正係數  $C_B = C_{c_0}' \times \frac{X}{760}$  表氣壓增加 1 m.m.Hg 射距離應行修正之數。

(V) 溫度的修正係數：由公式 (11)，可得當 T 與 B 不變而 h 獨變  $\Delta h$  時之  $\delta_0$  值之增量  $\Delta\delta_0$ 。

$$\Delta\delta_0 = -0.4635 \times 0.01 \frac{b}{T} \Delta h + 0.01\delta_w \Delta h$$

或 
$$\frac{\Delta\delta_0}{\delta_0} = \frac{-0.004635 \frac{b}{T} + 0.01\delta_w}{0.4635 \frac{B}{T}} \left( 1 + \frac{0.4635 \times 0.01h \frac{b}{T} - 0.01h\delta_w}{0.4635 \frac{B}{T}} \right) \Delta h$$

$$\therefore \frac{\Delta\delta_0}{\delta_0} \approx \left( -0.01 \frac{b}{B} + \frac{1}{46.35} \frac{T\delta_w}{B} \right) \Delta h$$

以  $T=288^\circ\text{A}$ ,  $B=760\text{m.m.Hg}$ ,  $b=12.78\text{m.m.Hg}$ ,  $\delta_w=0.0125\text{kg/m}^3$  代入，得

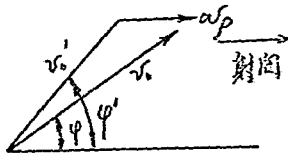
$$\frac{\Delta\delta_0}{\delta_0} \approx -6.4 \times 10^{-5} \Delta h$$

令  $C_1$  表氣壓之絕對的係數，因  $C_{c_0}' \frac{\Delta\delta_0}{\delta_0} = C_{c_0}' \times (-6.4 \times 10^{-5} \Delta h)$

故得 
$$C_1 = -6.4 \times 10^{-5} C_{c_0}' \dots \dots \dots (27)$$

此表溫度每增加 1% 時，射距離應行修正之值。

(VI) 縱風速之修正係數：設縱風速為  $w_p$ ，順射向方向吹送為正，反之為負。今彈如以  $V_0$  之初速發射，若  $w_p$  為不變之值，吾人可視此彈係以  $V_0'$  之初速及  $\phi'$  之射角在靜止空氣中飛行，而整個系統係以  $w_p$  之速度隨風之方向移動。  $V_0'$  與  $V_0$  之差及  $\phi'$  與  $\phi$  之差可求之如次：



圖二

由圖二可知

$$V_0'^2 = V_0^2 + w_p^2 - 2V_0 w_p \cos\phi$$

或 
$$V_0'^2 - V_0^2 = -2V_0 w_p \cos\phi + w_p^2$$

因  $V_0'$  與  $V_0$  相差甚小，故可書為

$$2V_0 \Delta V_0 = -2V_0 w_p \cos\phi + w_p^2$$

$$(\Delta V_0 = V_0' - V_0)$$

或 
$$\frac{\Delta V_0}{V_0} = -\frac{w_r}{V_0} \cos \phi + \frac{w_r^2}{V_0^2} \approx -\frac{w_r}{V_0} \cos \phi \dots\dots\dots (28)$$

又由  $V_0 \sin \phi' = V_0 \sin \phi$  得  $V_0' \sin \phi' - V_0 \sin \phi = 0$

或  $(V_0 + \Delta V_0) \sin \phi' - V_0 \sin \phi = 0$   
 $V_0 (\sin \phi' - \sin \phi) + \Delta V_0 \sin \phi' = 0$

令  $\Delta \phi = \phi' - \phi$ ，則

$$V_0 \cos \phi \cdot \Delta \phi + \Delta V_0 \sin \phi + \Delta \phi \cos \phi = 0$$

因  $\Delta V_0$  及  $\Delta \phi$  均甚小，式中包含  $\Delta V_0$  與  $\Delta \phi$  之積之項均可略去，即得

$$V_0 \cos \phi \Delta \phi + \Delta V_0 \sin \phi = 0$$

$$\Delta \phi = -\frac{\Delta V_0}{V_0} \tan \phi = +\frac{w_r}{V_0} \sin \phi \dots\dots\dots (29)$$

設 X 表無風時之射程，今彈以  $V_0'$  之初速及  $\phi'$  之射角在移動系統中飛行，則在此移動之系統中之射程應為

$$X - Cw_r \Delta V_0 - C\phi \Delta \phi = X + Cw_r \sin \phi \cos \phi - C\phi \frac{w_r \sin \phi}{V_0}$$

設 T 表無風時之經過時間，則有風時之真實射程為

$$X + Cw_r \sin \phi \cos \phi - C\phi \frac{w_r \sin \phi}{V_0} + Tw_r$$

而真實射程與 X 之差，吾人表之為  $\Delta X$ ，此  $\Delta X$  之值應為

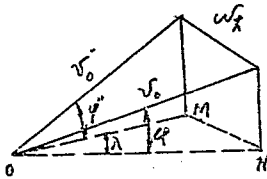
$$\Delta X = -Cw_r \sin \phi \cos \phi + Tw_r - C\phi \frac{w_r \sin \phi}{V_0} + Cw_r \sin \phi \cos \phi$$

故得 
$$Cw_r = \left[ T - C\phi \frac{\sin \phi}{V_0} + Cw_r \sin \phi \cos \phi \right] \dots\dots\dots (30)$$

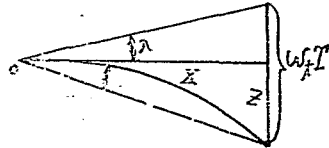
$Cw_r$  為縱風速之絕對修正係數表風速增加 1 m/sec 時射程應行修正之值。

(II) 橫風速之修正係數：設  $w_r$  為橫風速，彈以  $V_0$  之初速及  $\phi$  之射角發射，但吾人可視為彈以  $V_0$  之初速及  $\phi$  之射角發射，在靜止空氣中飛行，其飛行方向係與原射向作  $\lambda$  角，而整個系統係以

(a)



(a) 圖 三



(b)

$w_r$  之速度沿橫風向移動。由圖三(a)可求得

$$\tan \lambda = \frac{w_r}{V_0 \cos \phi}$$

設 Z 表方向偏差，以公尺計，則得

$$Z = w_r T - X \frac{w_r}{V_0 \cos \phi}$$

或 
$$\bar{\Phi} = \frac{Z}{X} = w_t \left( \frac{T}{X} - \frac{1}{V_0 \cos \phi} \right)$$

式中至表方向偏差以密位計。依據公式 (3) 得

$$-\bar{\Phi} = C_{wt} \quad C_{wt} = -w_t \left( \frac{T}{X} - \frac{1}{V_0 \cos \phi} \right)$$

故 
$$C_{wt} = - \left( \frac{T}{X} - \frac{1}{V_0 \cos \phi} \right) \dots \dots \dots (31)$$

(VII) 修正係數公式彙集

因素	標準情況	因素之變量	射距離應行修正之值
葯溫	15°C(288°A)	每增加 1°C	0.001C <sub>v0</sub> X
氣溫	15°C(288°A)	每增加 1°C	$-(1 + \frac{1}{2} C_c) \frac{X}{2 \times 8}$
氣壓	670m.m.Hg.	每增加 1 m.m.Hg.	$C_c' \cdot \frac{X}{760}$
濕度	70%	每增加 1%	$-6.4 \times 10^{-5} C_c' X$
縱風速	零 <sup>m/sec</sup>	每增加 1 <sup>m/sec</sup>	$-(T - C\phi \frac{\sin \phi}{V_0} + C_{v0} \cos \phi)$
橫風速	零 <sup>m/sec</sup>	每增加 1 <sup>m/sec</sup>	方向偏差增 $(\frac{T}{X} - \frac{1}{V_0 \cos \phi})$ 密位

5. 彈道風之計算：

在上述計算，縱橫風速對於射程之影響中，吾人假定縱橫風速  $w_p$  及  $w_t$  為不變之值，是即謂  $w_p$  及  $w_t$  不因高度而異也。實際情形並非如是， $w_p$  及  $w_t$  實因高度而異，故在實驗第十七中，吾人曾利用氣球高度之法以測各高度之縱橫風速。由觀測結果，可繪出  $w_p$  及  $w_t$  各與高度之關係曲線。風速既因高度而異，然則在上述之計算中，將以何值以代式中之  $w_p$  及  $w_t$ ；此乃吾人所欲解決之問題。

彈在全空中飛行，因風之作用而變易其彈道，各高度之風，其速度各不相同，對於彈道各有其影響，若舉各影響而和之，吾人可得一總影響。今吾人可以設想有某一定之風速，設各高度之風速均與此風速之值相同，而其對彈道之總影響，悉與實際之總影響相符合，具此速度之風，吾人稱之為彈道風。在計算中  $w_p$  及  $w_t$  之值，實應以彈道風之縱橫風代入之。

計算彈道風之縱橫風速實為一繁雜之問題。設某高度之縱風速為  $w_{pz}$ ，其對於彈道所生之影響，非獨與此風之大小及其作用於彈之時間有關，且與彈在該高度之彈速  $V_z$  及彈道傾角  $\theta_z$  有關，此可自公式 (28) 及 (29) 知之。橫風速  $w_{pt}$  所生之影響亦然。茲為簡便起見，吾人假定風對彈道之影響，係與風速及作用時間之乘積成正比，而略去彈速及彈道傾角之關係。在此假定之情況之下，吾人可表縱橫彈道風速  $\bar{w}_p$  及  $\bar{w}_t$  之值如下：

$$\bar{w}_p = \frac{1}{T} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_0^T w_{pz} \Delta t = \frac{1}{T} \int_0^T w_{pz} dt \dots \dots \dots (32)$$

$$\bar{w}_t = \frac{1}{T} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_0^T w_{pt} \Delta t = \frac{1}{T} \int_0^T w_{pt} dt \dots \dots \dots (33)$$

(式中之  $\Delta t$  表  $w_{pz}$  作用於彈之時間， $T$  表總射時間)

(32) 及 (33) 兩式之積分，殊難精確計算，惟可計算其近似之值。

設OAB表標準情況下之彈道曲線。吾人如已知初速 $V_0$ ，射角 $\phi$ ，及彈道係數 $C_0$ 之值，利用分算法或其他方法，不難將彈道曲線繪出。彈道上各點諸元之值，如彈速 $V$ ，彈道傾角 $\theta$ ，水平距離 $X$ ，彈道高

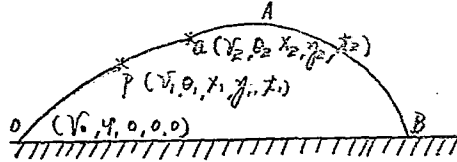


圖 四

$y$ ，及飛行時間 $t$ ，均可一一計得。吾人可分彈道為若干層，設 $Q$ 及 $P$ 兩點為某層之上下界，兩點之彈道諸元，均為已知，如Fig 4所示。而 $P$ 及 $Q$ 兩點之縱橫風速各為 $w_{p1}$ 與 $w_{p2}$ 及 $w_{q1}$ 與 $w_{q2}$ ，自可自風速與高度之關係曲線中得之。吾人表此層之縱橫風速之影響為：

$$\frac{w_{p1} + w_{p2}}{2} \Delta t \quad \text{及} \quad \frac{w_{q1} + w_{q2}}{2} \Delta t$$

而 $\Delta t$ 之值可由下式計算之

$$\Delta t = \frac{(y_2 - y_1) \times 2}{V_1 \sin \theta_1 + V_2 \sin \theta_2}$$

其他各層彈道所受之影響亦可由同法計算之，而得彈道風之縱橫風速之值為：

$$\bar{w}_y = \frac{1}{T} \sum (w_{p1} + w_{p2}) \frac{y_2 - y_1}{V_1 \sin \theta_1 + V_2 \sin \theta_2}$$

$$\bar{w}_x = \frac{1}{T} \sum \frac{(w_{q1} + w_{q2})(y_2 - y_1)}{V_1 \sin \theta_1 + V_2 \sin \theta_2}$$

若彈道之頂點高度為值頗小，（約在200公尺以下），吾人即可以地面之縱橫風速為彈道風之縱橫風速之值，而無須作彈道風之計算。

### 6. 實驗儀器之說明：

(I) 溫度計 本實驗所用溫度計有兩種，一為水銀溫度計一為自記溫度計，茲分別說明之。

(a) 水銀溫度計 水銀溫度計為吾人所常見者，無庸贅述，茲但示華氏計溫與攝氏計溫之換算公式。

設同一溫度，華氏表示 $F^\circ$ ，攝氏表示 $C^\circ$ ， $F$ 與 $C$ 之兩值之關係可由下二式表示之：

$$F = \frac{9}{5} C + 32 \quad (\text{由 } C^\circ \text{ 換算 } F^\circ)$$

$$C = (F - 32) \times \frac{5}{9} \quad (\text{由 } F^\circ \text{ 換算 } C)$$

(b) 自記溫度計 自記溫度計，係藉溫度所生之液體之膨脹與收縮以移動相當之橫桿，使在其末端所攜之筆尖，在轉動之圓紙上繪出曲線以指示各時之溫度。轉動之圓紙係置於一轉動之圓鼓上，而此鼓係用一橡皮之裝置以轉動之。圓紙上繪有等時曲線及等溫曲線。如吾人欲知某時間之溫度，先在圓紙上繪取該時間之等時曲線。覓此曲線與筆尖所繪之曲線之交點，這在何等溫線上。例如此交點在溫度為 $T$ 之等溫曲線上，即該時間之溫度為 $T$ 也。惟有一點須注意者吾人須測得筆尖之轉動速度及筆尖在圓紙上之位置也。設時間為 $t$ 及溫度為 $T$ 時，筆尖適在時間 $t$ 之等時曲線與溫度為 $T$ 之等溫曲線之交點上，且經過 $\Delta t$ 後，筆尖亦在時間為 $t + \Delta t$ 之等時曲線相合。欲測得 $\Delta t$ 之轉動速度，可將轉動上方圓孔之蓋揭開，視動圓孔下之轉動圓盤針以調整之欲測筆尖在圓紙上之位置，吾人可



轉動轉鼓以便筆尖適在適當之等時曲線上，並使動壓縮器旁接槓桿之螺旋以使筆尖適在適當之等溫曲線上。

脹縮器為一圓環，圓環之一端O，有固定之位置，另一端B與槓桿相接。設在某一溫度時，圓環之位置為OAB如圖五之實線所示，若溫度增加則OAC之弧為OAL'如虛線所示。反之若溫度降低，則圓環收縮，B端因脹縮而移動。同時推動槓桿，以使筆尖在圖紙上上下下以記溫度。

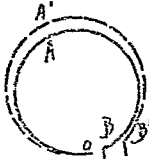


圖 五

(Ⅰ) 氣壓計：本實驗所用之氣壓計有『金屬圓氣壓計』及自記氣壓計兩種，茲述之如下：

(a) 金屬圓氣壓計：金屬圓氣壓計之重要部份為一金屬匣，上有一薄蓋，其中空氣則已抽出。如是，則大氣壓力之增減，可使匣蓋之曲度變更。曲度變更之多寡，經槓桿之後，以帶動一指針於一圓標度之旁，而自圓標度之刻度可讀出氣壓之值。惟此氣壓計需時與水銀氣壓計(Torricelli氏管)較正之。如此金屬氣壓計所示之氣壓，不與水銀氣壓計所示者同，可從動氣壓計外殼之背面孔內之螺旋以調整之。

(b) 自記氣壓計：自記氣壓計亦如金屬圓氣壓計，有一金屬匣。因氣壓之增減變更匣之薄蓋之曲度。但利用槓桿之作用，以放大薄蓋曲度之變更。惟於槓桿末端裝一筆尖，供給畫曲線於轉動圖紙上之用，與金屬圓氣壓計利用槓桿以推動指針者不同。自記之裝置，與自記溫度計同，茲不贅述。

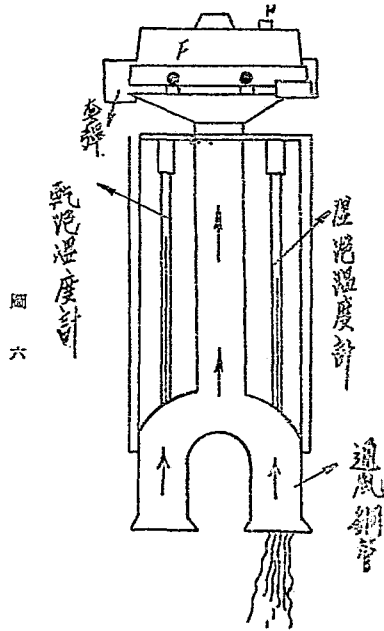
(Ⅱ) 溫度計：本實驗所用之溫度計為乾濕泡溫度計及自記溫度計兩種，茲述之如下：

(a) 乾濕泡溫度計 乾濕泡溫度計係包含兩個水銀溫度計。其一溫度計之泡，係以一濕布裹之是為濕泡。他一溫度計之泡未用濕布裹之，是為乾泡。濕泡因水之蒸發熱失熱量，溫度降低，乾泡無此現象。故兩溫度計所示之溫度不同，由兩者溫度之差異，及氣溫之值，可得相對溫度之值。

溫度計置於空氣中，一面接受空氣輸送來之熱量，一面又散熱於空氣中。有接收之熱與散出之熱相等，則溫度計與空氣達「熱之平衡狀態」。如乾泡溫度計與空氣達熱之平衡狀態時，溫度計不喪失熱量亦不吸收熱量。其溫度不再變更且與氣溫相等。若泡上裹以濕布，因水之蒸發，溫度計散出之熱增加。而蒸發速率，係與空氣中相對溫度有關。溫度之值如已一定，是時氣溫為某值，則蒸發速率亦為一定值，而每單位時間內，溫度計散出之熱量增加一定之值。是時溫度計散出之熱量增加，如是溫度逐漸下降。但因溫度計之溫度逐漸與氣溫相異，且低於氣溫，空氣輸送給溫度計之熱量亦逐漸增加。此增加之值，係與氣溫及兩者溫度差有關。溫度計輸出之熱量既增加一定之值，而空氣輸送溫度計之熱量，因溫度計之溫度逐漸降低而漸增，最後溫度計輸出之熱與由空氣送來之熱，每單位時間內所增加之值必能彼此相等，而達一新的平衡狀態。達此平衡狀態後，溫度計之溫度不再變更，而與氣溫之差有一定值，此定值即為乾泡與濕泡兩溫度計所示溫度之值之差也。由上述之理，可知氣溫為定值時，濕度之值如為一定，則濕泡溫度計降低之溫度亦為一定，換言之，則當氣溫為一定值時由濕泡溫度計降低之溫度，可定濕度之值。下表示氣溫為各值時，濕泡溫度計降低之溫度與濕度之相應值。此表所載各值，係由露點實驗得之。

惟空氣如不流通時，濕泡溫度計之濕泡附近，濕度較空氣中濕度為高，在此狀況下，則水不易蒸發，而溫度降低較少，於是濕泡與乾泡兩溫度計所示溫度之差非空氣中真實溫度之對應值。故乾濕泡溫度計以有通風之裝置為佳。本所有乾濕泡溫度計一具，係有通風之裝置者，如圖六所示。溫度計之上方有一金屬蓋F，在蓋內有一轉動之輪。揮輪進入耳洞中，開動蓋內之彈簧，可使轉動輪旋轉，蓋外向有一環，當轉輪旋轉時，可使空氣從通風銅管之下方，經通風銅管，由套環之開口處吹出。濕泡溫度計下方之濕布，因常與新空氣接觸，水氣易於蒸發，而濕布附近之溫度不致較空氣中溫度為高，乾泡溫度計其泡乾燥，與空氣流動不受影響。

湿度 气温	温度差																
	0.2°	0.5°	1.0°	1.5°	2.0°	2.5°	3.0°	3.5°	4.0°	4.5°	5.0°	6°	7°	8°	9°	10°	12°
-15°	90%	80%	53%	30%	7%												
-10°	95	84	67	50	54	18%											
-5°	95	88	75	63	52	40	29%	18%	8%								
0°	96	90	81	71	64	55	46	38	29	21%	13%						
5°	97	92	85	79	71	64	58	51	45	38	32	20%					
10°		94	88	82	76	71	66	60	55	49	44	34	25%	15%	6%		
15°		95	90	85	80	76	71	66	62	58	53	44	36	23	20	13%	
20°		96	91	87	83	79	75	70	66	63	59	52	45	37	30	24	14%
25°		96	92	89	85	81	77	74	70	67	64	57	51	44	38	32	25
30°		96	93	90	86	82	79	76	73	70	67	61	55	50	44	37	31
35°		97	93	90	87	83	80	78	75	72	69	63	58	53	49	44	38



(b) 自記溫度計：本所有自記溫度計一具。該溫度計係籍溫度對毛髮所生之伸縮以移動相度之槓桿，使其在末端所裝置之筆尖，在轉動之圖紙上繪畫曲線以記各時之相對溫度。自記之裝置，與上述自記溫度計及自記氣壓計所用者同，茲不復贅述。

該自記溫度計附有圓筒一具。筒之內壁有棉紙一層此圓筒係作校正之用，校正時可將該筒浸入水中，使有棉紙飽吸水份後取出，將外壁拭乾，套於溫度計之毛髮上，經30分鐘後，筒內之溫度甚高，約為 $\frac{96}{10}$ ，吾人輕敲器之底板則筆尖是否指出溫度為此數。如不為此數，可自圓筒上方孔內，旋動與毛髮相聯繫之螺旋，使筆尖指示溫度之值適為此數，然後取出圓筒，筆尖乃得指出空氣中之溫度矣。

上述校正之法，實不甚準確。欲得準確之值，此溫度計應利用他種溫度計（如乾濕泡溫度計）以校正之。

在吾人之想像中，毛髮之伸張，似應與絕對溫度有關。相對溫度，並不能由毛髮之伸張直接指出，惟實際上並非如此，其理可述之如次：

吾人可假定毛髮之伸張與毛髮內所含水粒之密度有關溫度所生熱膨脹之影響，可視為甚小，而可不計。設e表毛髮伸長之長與原長之比，則吾人可表 $e=f(\delta)$ ， $\delta$ 為毛髮中水粒密度， $f(\delta)$ 為 $\delta$ 之函數。設T表氣溫， $\delta'$ 表空氣中水蒸氣之密度， $\delta w$ 表溫度T時之飽和水蒸氣密度，h表相對濕度，則因 $\delta w$ 為T之函數，吾人可表

$$\delta' = h\delta w = \phi(h, T)$$

$\phi(h, T)$ 為h與T之函數，空氣中既有水蒸氣，而毛髮內又有水粒，空氣中水蒸氣常滲入毛髮中變成水粒，毛髮內之水粒常滲入空氣中而成水蒸氣。設V表每單位時間內水蒸氣變成水粒之量， $V'$ 表每單位時間內水粒滲入空氣中變為蒸氣之量，兩者各與 $\delta'$ 及 $\delta$ 之值有關，且均與T值有關，蓋 $\delta'$ 與 $\delta$ 影響空氣與毛髮之接觸而單位面積內水蒸氣之分子及水粒分子之數值，而T則影響分子之動能也。吾人可表

$$V = F_1(\delta, T) \quad V' = F_2(\delta', T) = \phi(h, T)$$

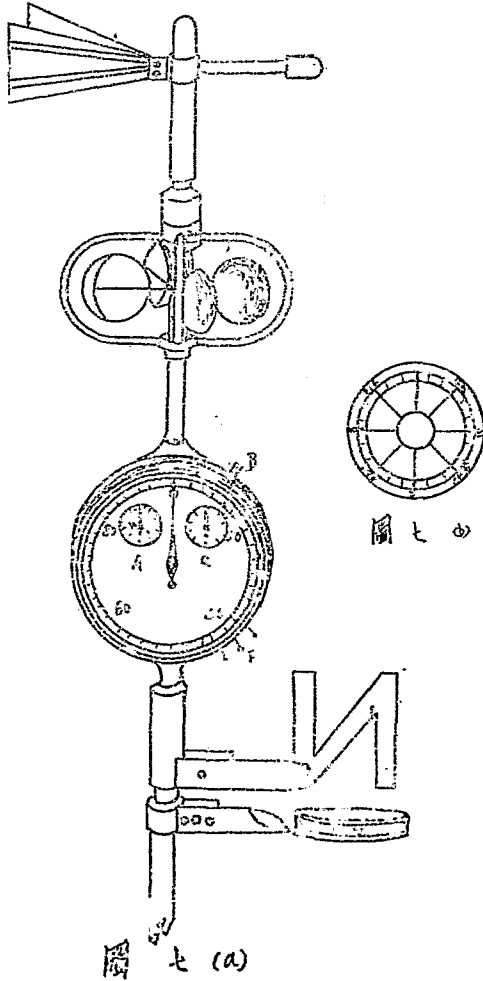
當平衡時， $V = V'$ ，吾人得 $F_1(\delta, T) = \phi(h, T)$ 。由此等式可化 $\delta$ 為h及T之函數，而 $e = \phi(h, T)$ 是即謂當平衡時，毛髮內水粒之密度 $\delta$ 為h及T之函數也。注意若合h之值不變， $V = V'$ 均為T之增函數，可能 $\delta$ 值變化甚小，是即謂在 $F_1(\delta, T) = \phi(h, T)$ 式中，或無合T之項或合T之項之值較合h之項之值甚小。換言之在實用範圍內， $\phi(h, T)$ 內含T之項可略不計，而可表 $\delta$ 為h之函數。由 $e = f(\delta)$ 而知e亦僅為h之函數也。證諸實驗，e之值確係與h之值有關，而與T無顯著之關係， $\phi(h, T)$ 內含T之項誠可忽略不計也。

(四) 風速儀 風速儀係由三部構成，其一為羅盤針，其二為風之速率指示器。其三為風向指標。用時先於地上立一竿以羅盤針之套圈套入竿上，然後旋轉羅盤，至羅針與羅盤上之N-S線相合，且羅針之黑色端指N時止，將套圈旋緊，使羅盤固於竿上。次置風之速率指示器於竿上。使器上之『N』字片與羅盤上之羅針相重，亦旋緊器上之套圈，使器固於竿上。再次置一角度盤於風之速率指示器之頂端；（使角度盤上之N-S線指南北向，且N線指北方）最後使風向指標於速率指示器之端。裝置情形如圖七（a）所示。（圖上未畫角度盤）

角度盤可隨時用硬紙製成，式樣如圖七（b）所示。風向指標，其形如箭。當風向指標在空中靜止時，風向桿與指標之桿平行，且係由尖端吹向尾翅，吾人由上方向下視可自角度盤上讀出風向。

風之速率指示器有風斗四個，各風斗均為半球形。風斗因風之吹動可繞其軸旋轉。指示器尚有銀一具，與風斗之軸相聯繫。當風斗繞其軸旋轉時，如將制動器F撥向上方，則器上之針可以旋轉。若將F向下撥動，器上之針立即停止。如欲指針復原，可按B鈕。器上長針轉動一週表100公尺。尚有A及a兩針，長針轉一週時，a針轉動一分割。a針轉動一週時，針轉動一分割，故a針轉動一週，或1000公尺。測風時須用馬錶一具。當吾人撥F向上時，立即按馬錶使動，經若干時後，按馬錶使停，並同時撥F向下。讀取兩表所示之數，設各為m公尺及t秒，則得風速為每秒 $\frac{m}{t}$ 一公尺。

風向倘可用另一方法得之，較為準確。吾人可將羅盤及風之速率指示器，繞竿旋轉，自上方向視，使風向指標之桿，『N』字片及羅盤上之N—S線同在一鉛直平面上，如圖七（a）所示。由羅盤上讀出磁針所示之分割，即可知風之方向。此法不需用角度盤，但常須使風之速率指示器及羅盤轉動。頗不方便耳。測風時射向之位須記出，以便求縱橫風速。



7. 實驗步驟：

本實驗分兩部份，第一部份為假定吾人在射擊場上射擊，讀取氣溫，地面氣溫氣壓，濕度及風速之值，以求射程之偏差。第二部份為調整自記溫度計，自記溫度計及自記氣壓計。

(a) 第一部份

(I) 將水銀溫度計入發射藥之藥包內，以測藥溫，記之於紙。(射擊之前數日，應置藥於一室中，室內溫度應利用室溫控制器使為不變之值。射擊時始將藥取出。藥之溫度與不變之室溫同。今用水銀溫度計插入藥包內，以測藥溫，未為妥善)

- (II) 用水銀溫度計，以測氣溫，記之於紙。
- (III) 用金鈎壓氣壓計，以測氣壓，亦記之於紙。
- (IV) 利用乾濕泡溫度計，以測濕度，亦記下其值。
- (V) 利用風速儀以測風速，記下風之速率及風向值。
- (VI) 假定射向為北偏東  $45^\circ$ ，求縱橫風速之值。

(VII) 假定射擊時，射角為  $\phi = 15^\circ 26'$ ，初速為  $V_0 = 253 \text{ m/sec}$ ，測得射程為  $X = 2849 \text{ m}$ 。計算彈道係數  $C$  值。(可利用 Fasselas 表計算之，並計算  $C\phi$ ,  $Cv_0$ , 及  $Cc$  諸值。

(VIII) 由  $C\phi$ ,  $Cv_0$  及  $Cc$  與  $\phi$ ,  $V_0$  及  $X$  諸值，利用諸修正係數公式，計算  $C_t$ ,  $C_r$ ,  $C_n$ ,  $C_w$ , 及  $C_w$  諸值。

(IX) 即以上測之氣溫，氣壓，濕度，藥溫，風速及風向諸值為射擊時之各值，計算射程之偏差。

(X) 計算標準情況下應得之射程。

(b) 第二部份

(I) 取自記溫度計，先將轉鼓之下方一金箔條，以使筆尖與轉鼓上之圓紙分開，然後將蓋揭開。

(II) 旋下轉鼓下方之螺絲，再將轉鼓取下。上舉鐘之彈簧，鐘便作響，如不作響，可稍鬆動之。

(III) 取下轉鼓上之舊圓紙，將新圓紙貼上。注意下方之邊緣須與轉鼓之邊緣相合。然後將彈簧插上，將圓紙緊緊。鋪圓紙於轉鼓，須使各處平貼於鼓面而不凹凸不平，且紙之白邊適在轉鼓表面而為彈簧所壓。

(IV) 置轉鼓於原處，轉鼓下方齒輪之齒，應與底板上固定之大齒輪之齒相合。然後仍將螺絲旋上。

(V) 撥動底板下方之金箔條，使筆尖靠於圓紙上，察筆尖在圓紙上所指之等時曲線是否與經驗時間相應之等時曲線。如非相應，應將轉鼓以調整之。

(VI) 轉鼓內之鐘已在動作，可令轉鼓轉動。待一小時或兩小時後，視筆尖所示等時曲線，是否為適當之曲線。如非適當之曲線，應調整鐘之快慢。

(VII) 轉鼓之轉速已調整後，自水銀溫度計上讀取溫度，並旋動記錄器旁之螺絲，使筆尖所示之溫度與水銀溫度計所示者同。

(VIII) 仍令筆尖與圓紙分開加墨水於筆尖，墨水裝在待覽之瓶內，其塞上有筆尖，可將墨水以滴入溫度計上之筆尖上。再使筆尖靠接圓紙，察紙上是否有墨跡，如無墨迹，應用塞上之筆尖將溫度計上筆尖內之墨水引向筆端潤濕。

(IX) 調整手續已告完畢，可將蓋子放下。有一點應特別注意；如欲將溫度計移動時，應先將筆尖移開圓紙。

(X) 依照 (I) 至 (IX) 諸步驟，並依據金鈎壓氣壓計所示氣壓之值以調整自記氣壓計。

(XI) 依照 (I) 至 (IX) 諸步驟，並依據乾濕泡溫度計所示之濕度之值以調整自記濕度計。濕度計之儀器不能揭開，與自記溫度計不同。如欲進行 (I) 至 (IX) 諸步驟應先將筆尖與圓紙分開，

再將底板下方之一簧片上舉，然後將整個儀器抽出。調整後仍置入匣內。

**S. 實驗記錄：**

藥溫 = \_\_\_\_\_ °C      氣溫 = \_\_\_\_\_ °C      氣壓 = \_\_\_\_\_ m.m.  
 濕度 = \_\_\_\_\_ %      風速 = \_\_\_\_\_ m/sec      風向 = \_\_\_\_\_  
 射向 = \_\_\_\_\_      縱風速 = \_\_\_\_\_ m/sec      橫風速 = \_\_\_\_\_ m/sec  
 計 算 表  
 $\phi =$  \_\_\_\_\_       $V_o =$  \_\_\_\_\_ m/sec       $X =$  \_\_\_\_\_ m       $T =$  \_\_\_\_\_ sec.  
 $C$  (計得值) = \_\_\_\_\_       $C\phi =$  \_\_\_\_\_       $Cv_o =$  \_\_\_\_\_  
 $Cc_o =$  \_\_\_\_\_

因 素	因素之修正係數	因 素 之 值	因素測得值 [與標準值Is之差(T-Is)]	射程之偏差
藥 溫				
氣 溫				
氣 壓				
濕 度				
縱 風 速				

射程之總偏差 = \_\_\_\_\_ m.

橫風之修正係數  $Cw_1 =$  \_\_\_\_\_

橫風速 = \_\_\_\_\_

方向之偏差 = \_\_\_\_\_

標準情況下之射程 = \_\_\_\_\_

**9. 問 題：**

設欲射擊之距離為 2840m。今以某彈置某砲中發射之，初速為 253m/sec。由射表所得之仰度為  $1.5^\circ$ ，跳角為  $3^\circ$ 。若射擊時測得藥溫，氣溫，氣壓，濕度及風速，風向為上述各值，問所取之仰度為若干？又問應向何方向發射？

# 實驗第十九 裝藥量之配定法

1. 實驗目的： a. 詳述各種裝藥之裝藥量配定方法

b. 已知中正式步槍，用S彈時之初速 $V_0=810\text{m/sec}$ 最高膛壓 $p_m=3200\text{kg/cm}^2$ 試配定其裝藥量

2. 需用儀器及材料：步槍槍藥，銅壳，. . . 尖彈彈頭，. . . 天秤，裝彈機附裝板，緊口機，卜氏測速儀，溫度計，溫度計，氣壓計，風速計，方格紙等。

3. 配定裝藥量之一般步驟：通常在膛外彈道學中所研討之問題，恒假定彈丸有一定之初速，至

於初速之來源則可不問且如其他條件相同只要有同一初速即可得同一彈道此一定之初速為編製射表（或製造表尺）時所依據，但如若藥用盡，另換新藥，或成分不同或製造情況各異，若裝等量之藥則初速膛壓未必一樣，因而舊射表不能應用，故非重新配定裝藥量不可本實驗之目的即知槍砲之初速及最高膛壓配定欲達此項條件之新藥裝藥量。

普通配定裝藥量之法，不外先由試驗結果，求出 $V_0-L$ （裝藥量）及 $p_m-L$ 關係曲線，然後由曲線讀取與已知初速相應之 $L$ 及 $p_m$ 如 $p_m$ 不超過已知之 $p_m$ ，則 $L$ 為所求之裝藥量，故若所測初速有误差所定之裝藥量亦不準確，故作試驗時必須注意下列三事，其一在槍砲本身方面，必須選擇一新造者，須毫無熱蝕(erosion)之痕跡，最好保存一砲管以備專作此項試驗之用其二在彈藥本身方面必須盡量使之合於標準情況，即藥溫 $15^\circ\text{C}$ 含水量及彈重正常，因初速恒因火藥之溫度及濕度（即所含水分）彈丸之重量等而變異如三者不合於標準，雖有經驗式可供換算之案，尤其前者避免之法，可於試驗前將彈筒置於溫度及濕度均保持正常狀況之室內至少達二十四小時之久彈丸一經稱量取其合乎標準者，其三在氣象方面，必須盡量選擇近於標準之天候，其理由與上同。

求 $V_0-L$ 關係曲線之普通步驟，述之如下

a. 測速試驗，測速試驗，宜用双儀行之，惟必令二對靶之中點相合，使測出者為砲口前同一點之速度如二儀測出結果相差達 $2\text{m/sec}$ 時，則除去之餘則取其平均值，不過因事實上之困難非常多用單儀試驗

在試驗過程中，每發彈重必須加以稱量氣象情況至少每五分鐘記取一次，即

- 彈重
- 火藥之溫度及濕度
- 空氣之溫度及濕度
- 氣壓
- 縱風

b. 初速換算 初速之換算方法甚多在實驗第十三已詳言再三通常多利用Siacci's primary function 惟均假定在試驗時縱風等於零如縱風不為零而為 $W_1\text{m/sec}$ （順射擊方向為正，反之為負）則13.10式可改為：

$$D(V_0 - W_1) = D(V_2 - W_1) - \frac{x}{C} \dots\dots\dots (19.1)$$

$$\text{式} C = \frac{D \times 1.206}{(2R)^2 \cdot i \cdot \delta \cdot 1000B}$$

2R 彈徑以厘米

P 彈重以kg計

i. 用Siacci氏阻力函數時之彈形係數，可由公式計算或自舊附表反求

B compensation factor 短測時等於 1

$$\delta (\text{氣重}) = \frac{0.465B}{\theta} - \frac{0.174 \cdot f \cdot E}{\theta}$$

$\theta$ .....絕對溫度= $t^{\circ}\text{C} + 273$

$f$ .....相對溫度以%計

$E$ .....在 $t^{\circ}\text{C}$ 時之飽和蒸氣壓以mm. mHg計

$B$ .....氣壓以mmHg計

據近世空氣力學 (airodynamics) 之研究知空氣阻力不但為彈丸速度之函數，抑且為空氣溫度之函數，即所謂空氣彈性作用 (elasticity of air) 故又有所謂新阻力定律如Dupuis 阻力定律是，讀者欲知其詳可參考他書茲不贅。

c. 對彈藥之校正。

① 藥溫之校正，通常多用下式。

$$\frac{\Delta V_0}{V_0} = \frac{t_0 - t}{1000} \dots\dots\dots (19.2)$$

式中 $V_0$ 為觀測之初速 $\Delta V_0$ 為校正至標準情況之校正量， $t_0$ 為標準藥溫( $15^{\circ}\text{C}$ ) $t$ 為觀測時之藥溫

② 藥溫度之校正通常多用下式

$$\frac{\Delta V_0}{V_0} = 0.045 (F - F_n) \dots\dots\dots (19.3)$$

式中 $F$ 為觀測時之溫度， $F_n$ 為標準溫度均以%計

③ 彈重之校正通常多用下式

$$\frac{\Delta V_0}{V_0} = 0.35 \frac{P - P_1}{P}$$

式中 $P$ 為觀測之彈重 $P_1$ 為標準彈重

b. 結果之核驗與非正常觀測之去留問題

將測得結果，換算成初速並校正標準情況後所得每組結果容或有不正常之觀測對此不正常之觀測宜除去之常用法則如下

① 自原理言之第一發觀測結果，例應不計，因係冷槍 (cold gun) 多不規則

② 計算各觀測之算術中值，即

$$V_0 \text{ mean} = \frac{\sum V_0}{n} \quad n \text{ 為觀測之總數 (第一次除外)}$$

③ 計算各觀測與平均值之差，命為 $\lambda$ 並求諸差之平方 $\lambda^2$

④ 利用下式計算諸觀測之或是誤差 (probable error)  $W$

$$W = 0.9745 \sqrt{\frac{\sum \lambda^2}{n-1}}$$

⑤ 依照Chauvenet法則除去不正常之觀測Chauvenet認為凡各觀測之誤差(即與算術中值之差)大於 $K$ 倍其或是誤差時即認為非正常者可除去之 $K$ 之值因 $n$ 而異，例如下列

n	K
4	2.27
5	2.43



6	2.56
7	2.66
8	2.77
9	2.83
10	2.92
12	3.02
20	3.27

除非非正常之觀測後，則依照前法重複計算又得一新或是模稜再依Chauvenet法則除去認為不正常之觀測如是反復行之直至各觀測與其平均值之差無一大於其倍或是保差時止，其平均值即為與該裝藥量相對應之初速。

e  $V_0-L$  曲線之調整

既測算不同裝藥量之初速後，然後以裝藥量L為橫座標以初速 $V_0$ 為縱座標於方格紙上畫出各點，如 $V_0$ 因L之變化甚規則時，則可穿過諸點以目測法描繪曲線，如諸點不甚規則時，則可利用最小二乘式調整之其法如下：

設將所求之曲線視為一二次曲線，可以 $V_0=AL+BL^2$ 表之AB為二待決定之常數，可使觀測值與計算值之差之平方之和為最小即

$S = \sum (V_0 - (AL + BL^2))^2$  將為最小，式中 $V_0$ 為觀測之初速則上式最小之條件為

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial A} = 2 \sum (V_0 - (AL + BL^2))L = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial B} = 2 \sum (V_0 - (AL + BL^2))L^2 = 0 \end{cases} \quad \text{或}$$

$$\begin{cases} \sum V_0 L - A \sum L^2 - B \sum L^3 = 0 \\ \sum V_0 L^2 - A \sum L^3 - B \sum L^4 = 0 \end{cases}$$

解上列二聯立方程式得AB二值 $V_0$ 與L之關係式即可確定。

4. 裝藥量之釐取： 既得 $V_0-L$ 之關係曲線或關係式後，不須讀出或算出與已知初速相應之裝藥量，如其最高膛壓，不超過已知值時，該藥量即為所求之裝藥量

在測定初速時，同時並測其膛壓惟繪製 $p_m-L$ 曲線時不必甚精確之調整且如故大裝藥量之 $p_m$ 不超過已知之 $p_m$ 時其餘裝藥量之 $p_m$ 即不必再測

5. 各種裝藥之裝藥量配定法：

a. 單一裝藥 設某火炮所用之彈藥只有一種裝藥量，如普通之榴彈者則須先由簡單計算法或已往經驗決定為達到已知初速之大概新裝藥量，平常可參攷舊裝藥量，並裝成與此裝藥量增減其微之不同裝藥量四五種，每種13發，然後測初速膛壓，如設備允許可於作試驗時隨時裝藥，並於試驗前將已知初速計算至砲口前X公尺處之速度（x為砲口至兩靶中點之距離），以便測得結果與已知初速立可比較增減裝藥量，使已知初速在諸新裝藥量之初速範圍內，然後以目測法繪製 $V_0-L$ 、 $p_m-L$ 曲線如

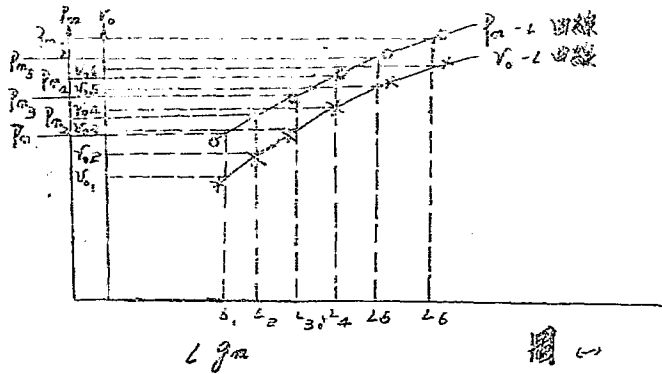
- I 與已知 $V_0$ 相應之L其容積超過燃燒室容積 $V_0$ 或
- II 與已知 $V_0$ 相應之 $p_m$ 超過已知之 $p_m$ 則該火藥不能應用。

b. 多種裝藥

1 野炮及榴彈炮，野炮及榴彈炮因彈匣上需要，有數種裝藥量，因藥量之多少，標以號數名曰裝藥號數，並將發射藥分成若干種分藥包每種之藥量相同，異種則否，以號碼或符號區別之發射時如用一號裝藥則只用一號藥包如用二號裝藥，則用（1+2）號藥包如用三號裝藥，則用（1+2+3）

號藥包，餘類推。

如各藥包之藥為同化學成分者，則裝藥號數之大小，表示裝藥量之多少，配定裝藥量時，可先將新藥裝成舊藥包相同藥量之藥包，然後以新藥包代舊藥包，測計各裝藥號數之初速壓力（如裝藥號數超過六時，僅測單號裝藥號數即可），繪製  $V_0-L$ ,  $P_m-L$  曲線後，自曲線取取諸與已知初速相應之  $L$  各  $L$  值即可計算各藥包之藥量，觀圖一可知

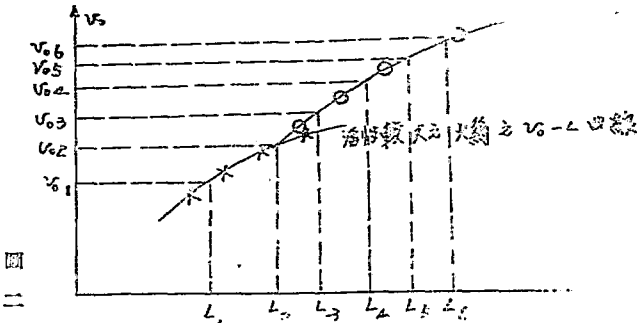


一號藥包藥重  $L_1$  gm

二號藥包藥重  $(L_2-L_1)$  gm

三號藥包藥重  $(L_3-L_2)$  gm 餘類推

以上情形係假定火藥均能燃總完全，但裝填密度甚小時燃總可能不完全，如有此種情形發生則初速變更甚劇，砲口火焰甚大，遇此情形時則小號裝藥宜改用活性 (Vivacity) 較大之火藥或全部改用他種大號裝藥之  $V_0-L$  曲線



同理如各號藥包，不但藥重不同，化學成分亦異，配定各號藥包藥重時，可由小號藥包起，依次進行。

Ⅰ 迫擊砲 迫擊砲之裝藥情形與普通野砲相同而等之裝藥情形不同之點即在各藥包之藥重藥劑均相等其底火與前述之一號藥包相當，僅用底火時曰 0 號裝藥底火加一藥包時曰一號裝藥，加二藥包時曰二號藥，餘類推。

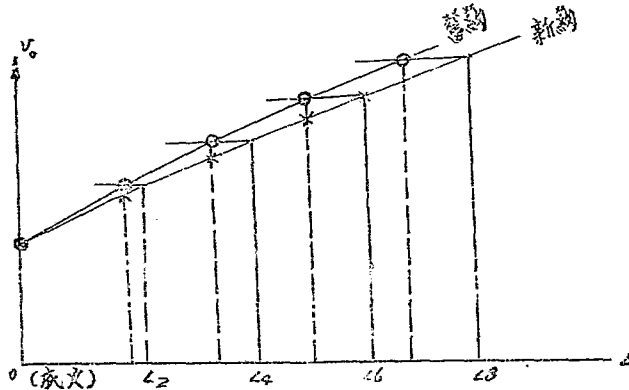
普通射擊表所用之初速直接測量但在迫擊砲有時因測量困難有時由射擊結果  $X, \phi, T$  反求之，但同一裝藥量，反算之值與直接測出之值為大，且其差甚為可觀，故吾人原定迫擊砲裝藥量時，先向已知之初速直接測出者，或自  $X, \phi, T$  反算者，如係前者，則固定裝藥量作測速試驗時亦應反算如不知，則作測速試驗時，須舊裝藥與新裝藥同時舉行，其進行步驟如下

I 先用 a 節所述之法決定底火之裝藥量，其所用之已知初速為用舊底火測出者，如用舊底火此步手續可略去

II 將舊裝藥裝若干分藥包，每包藥量可與舊藥包等測同底火加單或雙數新舊藥包之初速隨壓

III 繪製新舊藥之  $V_0-L$  曲線於同一方格紙上見圖三於新藥之  $V_0-L$  曲線上，讀取與用各不同舊藥包之相應之  $L$  各被其藥量除去，再求其平均值，即為新藥包每包之藥重

$$\text{新藥包每包之藥重} = \frac{L_2/a + L_3/a + L_6/a + L_8/a}{4}$$



### 5. 實驗步驟：

穩定中正式步槍尖彈 ( $D_m=3200' / \text{cm}^2, V_0=810' / \text{sec}$ ) 之裝藥量

a. 先裝成裝藥量為 2.8 2.9 3.0 3.1 3.2 gm 之七九尖彈各 12 發其法先稱取定量之槍藥，裝入鋼彈內次將選取之榴彈藥彈插入，插入之多少以子彈能否截過已裝之彈板為準，最後於緊後口上將彈口綫緊，緊口情形務求其相同

b. 用七九測速槍，測試初速隨壓，同時即取各項氣象情況，如槍彈在測速場所放出一相當時間後，則以當地之氣溫為初速  $V_0=810' / \text{sec}$  相應之  $V_{25}$ ， $790' / \text{sec}$  測試如發現  $V_{25}$  與此發相差甚遠或  $D_m$  超過  $3200' / \text{cm}^2$  可少測幾發或另換他種裝藥量者

c. 核算初速後，加以溫度修正，第一發除外

d. 依據 Chauvenet 法則除去不規則之觀測

e. 於方格紙上繪製  $V_0-L$  及  $D_m-L$  曲線

f. 自曲線上讀取  $V_0=810' / \text{sec}$  初速相應之  $L$  及  $D_m$  如  $D_m$  不超過  $3200' / \text{cm}^2$  時則  $L$  為所求之裝藥量，

### 7. 實驗結果：

槍砲種類 _____	發射彈筒 _____
火藥類別 _____	測速儀器 _____
測速儀器 _____	測試地點 _____
測試時間 _____ 年 月 日	射擊方向 _____



附註 縱橫風之求法

風向之記錄方法通常多以正北方向為基線，以風吹來之方向與基線所成之角度——向位數字與時針轉動方向相同者，為正——表示之，並將一圓周平分 6400 等分其一分即為角度之單位，稱為密位 (mie) 如言風向為 4800 分即為自西向東吹來之風。

欲求彈道縱橫風，除須知風速風向外更須求知火炮之射出方向射向亦用正北方向為基線惟以彈丸射去之方向與基線所成之角度表示之者

風速為  $W^m/sec$

風向為  $\alpha$

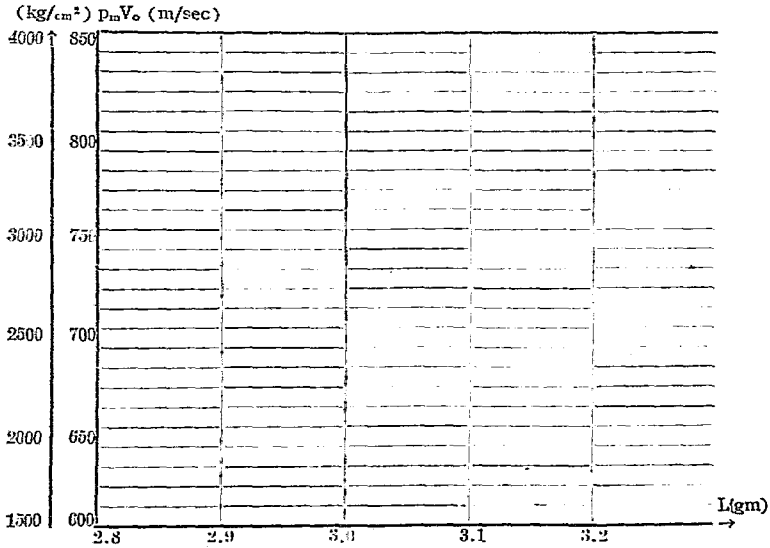
射向為  $\beta$  則

縱風  $W_1 = -W \cos(\alpha - \beta)$

橫風  $W_2 = -W \sin(\alpha - \beta)$

$\alpha, \beta$  均以密位計在普通三角函數表時須先換算成分

1 密位 =  $1.07625^\circ = 3.375'$



與  $V_0 = 810 m/sec$  相應之  $L = gm, pm = kg/m^2$

大小於已知膛壓  $200 kg/m^2$  故該種槍藥不能應用所求裝藥量  $L = gm$

日期 \_\_\_\_\_  
地點 \_\_\_\_\_

實驗者姓名 \_\_\_\_\_

組別 \_\_\_\_\_

## 實驗第二十 槍彈精度射擊試驗法

1. 實驗目的： ① 研究槍彈發生散布之原因

- ② 利用精度射擊槍架以作槍彈精度射擊試驗
- ③ 講習精度射擊靶紙之標準計量法

2. 需用儀器： 精度射擊槍架，中正式步槍，七九尖彈，發，靶紙12張透明膠質坐標板（可用透明方格紙代）  
透明膠質同心圓板，瞄準器，米尺等。

3. 概 述： 吾人對於槍彈之要求有二，一為散布（dispersion）減少一為射程增加，故散佈

少可增加命中機會，射程增加可發揮火器效能，蓋所謂彈丸之射擊精度，即彈丸射擊精度係度，與散佈相對應之一名辭也。晚近各國對彈丸之製造之改進，不遺餘力，因而射擊精度日增，例如1913年在吉爾特湖(Girte Sea)為選擇軍火舉行之國際競賽優勝者溫徹斯特自動兵器公司(Winchester repeating arms CO.) 在三百公尺之距離，作精度射擊試驗，以十張十發靶紙之平均半徑 (mean radius) 4.4 Cm獲勝，自1924年該公司復將其縮小為2.15Cm其進步頗為驚人。

考發生散佈之原因，不外下列四端，茲略述之：

- a. 初速之變化 初速變化為發生縱向偏差 (Vertical deviation) 原因之一，其發生因子有二
  - ① 藥物或藥形不均
  - ② 荷重及水份之變化
  - ③ 彈重，彈徑不均

當作精度射擊試驗時，為時甚著，荷重及水份之變化甚小，對初速之影響可略去不計①②兩項，則為製作時之不可避免者，蓋初速變化可以影響彈丸自出口至靶紙之飛行時間，因而影響在此時間內，彈丸受重力作用下降之距離，而生縱向偏差。

b. 仰角之變化 假定發射仰角 $\phi = E + J$ ，式中E為仰度 (angle of elevation) J為跳角或起角 (angle of jump) 跳角之起因由於槍管之振動 (Vibration) 如初速，仰度及槍管固定點均無甚變更時其振動情形相同，跳角亦無變化，射擊時容或仰角稍有變化亦應由於仰角變化所致。

但當作精度射擊試驗時，係將槍支放入精度射擊槍架上，此種槍架因構造之特殊，可使槍身後退時，僅能沿槍軸線 (axis of the bore) 後退仰度固定不變，故作精度射擊試驗時，此因子不能影響結果。

c. 彈道係數之變化 由此原因所生之偏差，或為橫向，或為縱向，或為二者之合，彈道係數C之公式通常多寫作 $C = K \frac{a \cdot i \cdot \bar{d}}{P}$  式中K為常數，a為彈重，i為彈形係數，P為彈重， $\bar{d}$ 為氣阻，在作精度射擊試驗時，氣阻之變化可略去不計，故影響C者僅a, i, P而已

在旋轉彈丸 (Rotating projectile) 中散佈與旋轉情形及穿過重心之橫軸之轉動慣量 (moment of inertia) 重心位置及開始俯仰角 (initial yaw) 等亦有關係，惟影響甚微，可計入彈道係數中。

- b. 風之影響 通常氣象報告狀況，如氣阻，氣壓，溫度，風向，風速等無時不在隨地變化，

此種因子均能影響彈丸之偏差，其中以風爲甚但在作精度射擊試驗時，決不選擇一暴風雨之天氣，且爲時甚暫，故此項影響甚微，可略去之。

總上以觀，當作精度射擊試驗影響偏差之主要因子有

- ① 裝藥或彈形不均
- ② 彈重，彈徑不均
- ③ 彈形之變化
- ④ 繞轉彈軸及通過重心之橫軸之轉動份量不等。
- ⑤ 重心位置不等

此等因子均由於製作之不精密，故由精度射擊結果，此比較出品之優劣，其理由在此

#### 4. 儀器構造：

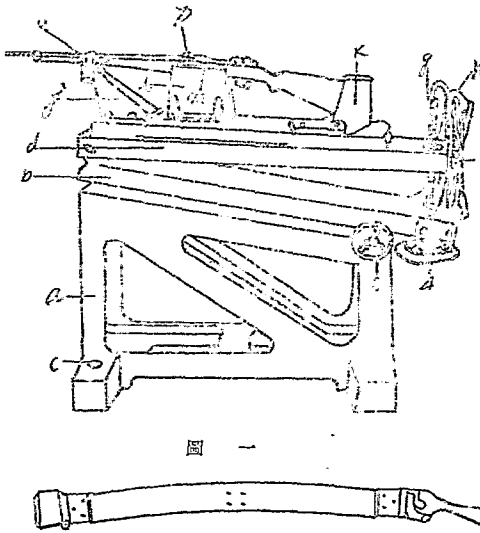


圖 一

圖 二

p 兩邊密接使槍身不能左右移動，K 爲後座托，可前後移動，由螺絲緊固，與槍托接觸處，有彈簧接觸棉，以緩衝後坐作用，並可使發火後槍身恢復原來位置，鋼夾 p 與槍身緊固之情形如圖三所示夾分上下二部，由圓桿頭 r (左右各一) 連繫之，拔去其一，可使鋼夾脫落，鋼夾上部與槍管密合，其夾底有銅片 v (左右各一) 稍形突出，使與槍托之銅片 m 密接 v 上有突出圓柱 w，槍自後退時，可沿銅片 m 滑動，使槍身在槍管膛線內移動，鋼夾下部中央有長桿端部 n，旋轉之可支頂彈殼 t 壓緊木壳使鋼夾與

#### 4. 精度射擊結果

如圖一所示，a 爲槍架，由螺絲 c 與槍架固，ef 方向調節槍的左右各一，旋轉之 (一進一退) 可使 b 架繞與 d 在前部固定之立軸，左右旋轉以調節方向，f 爲高低調節輪，旋轉之，可使 d 架繞與 b 在前部固定之立軸，沿螺絲 g 上下移動，以校正高低，至相當位置，可換於水平螺絲 i (校于左右，圖中不可見) 使 d 架繞與 b 架固，j 爲行程器，以排支時槍身之用手中指口，槍身均入後，可換銅片架 o (如圖二) 壓緊，使槍身微能前後動，不能上下左右移動 l 上有銅片 m，左右各一，居其左者與 i 接觸，其前端有一小方柱，以爲槍身位置之準的，居其右者可稍微左右移動，使其與螺絲在尺尺後之鋼夾

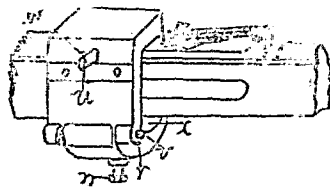


圖 三

檢身察固：

b. 透明膠質同心圓板

如圖四所示，為透明膠質所製，長寬各30Cm，厚約1mm，其上刻有一組同心圓，直徑間隔為2Cm，直徑大小於圓周旁註明之。

c. 透明膠質直線板，與同心圓板構造相同，不過其上所刻非同心圓乃直交直線耳，如圖五所示。

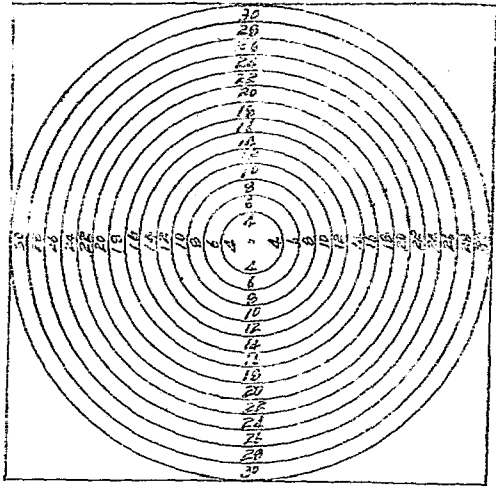


圖  
四

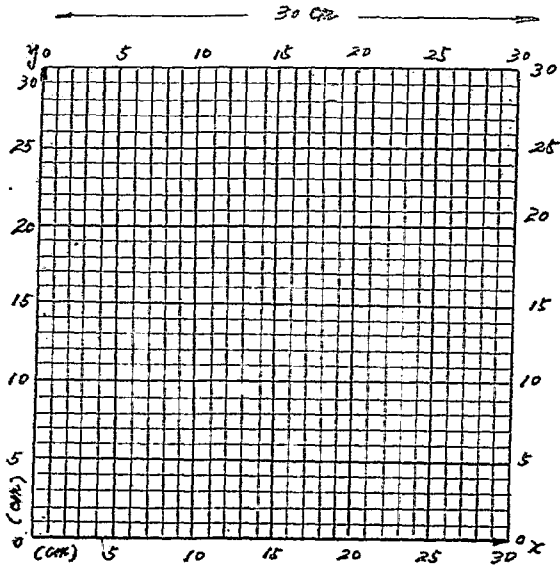


圖  
五



d. 瞄準器 瞄準器之構造如圖六所示：a 為瞄準桿，其直徑與槍之口徑同，可插入槍管中，桿之

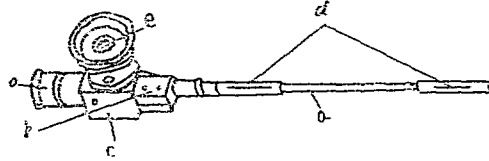


圖 六

兩端皆突出彈簧d，可使瞄準桿在槍管內之位置固定。b 為瞄準鏡，與瞄準桿緊固，由物鏡o，目鏡e及四面稜鏡（在方盒C內圖中不見）三部合成，物鏡之主軸（principal axis）與瞄準桿軸相合，目鏡之主軸則與瞄準桿軸垂直。由四面稜鏡之形狀，及物鏡與目鏡三者之相對位置，可使在物鏡主軸上之物體生像於目鏡中之十字線上，瞄準時先將瞄準桿插入槍管內，此時物鏡主軸即與槍管軸線相合，目鏡十字線上之像亦即槍管軸線上物體之像，利用此項關係，即可瞄準。

四面稜鏡，如圖七AECD所示，面角（face angle）C—BA—D及B—CD—A均為直角，且AB線與CAD面之夾角即∠BAO為45°。物鏡及目鏡之主軸各與CDB及CDA面垂直，設與物鏡主軸平行投射之線I B遇CDB面於E，因為正交，故方向不變而繼續前進遇ABC面於F依反射定律沿FH方向反射，又遇ABD面於H而依H J方向反射因與ADC面正交，故一直射出以入於目鏡入射線I E與出射線J T果不在一平面上，或則此二線果成直交乎；余曰「成」。證明之法雖多，莫如屏折法之簡而明。

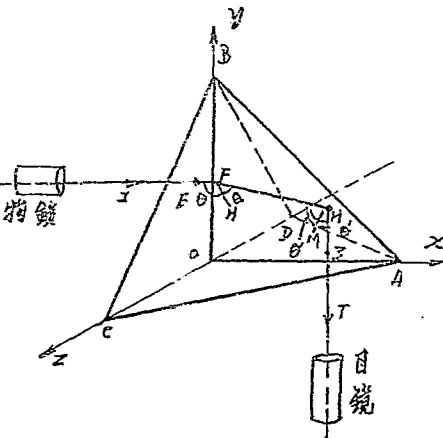


圖 七

命稜鏡之一直角稜與直交座標系Z軸相合，其中點與原點相合，且ACD面在X—O—Z面內，則其另一直角稜之兩端恰在x, y軸上，同時∠BAO = ∠ABO = 45°如命OB之長為1，則其四頂點之坐標為

$$A: (1, 0, 0), \quad B: (0, 1, 0), \quad C: (0, 0, \frac{\sqrt{2}}{2}), \quad D: (0, 0, -\frac{\sqrt{2}}{2})$$

由於立體屏折幾何可知：

$$ABC\text{面之方程式為：} x + y + \frac{\sqrt{2}Z}{2} = 1$$

$$\text{其垂線FN之方向餘弦 (direction cosine) 為 } -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$ABD\text{面之方程式為：} x + y - \frac{\sqrt{2}Z}{2} = 1$$

其垂線HM之方向餘弦爲： $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}$

設FH之方向餘弦爲：L, m, n. 因FE之方向餘弦爲：-1, 0, 0, 則由反射定律，及方向餘弦關係，得：

$$\begin{cases} \cos\theta = (-1) \cdot (-\frac{1}{2}) + 0 \cdot (-\frac{1}{2}) + 0 \cdot (\frac{1}{\sqrt{2}}) \\ \cos 2\theta = (-1) \cdot L + 0 \cdot m + 0 \cdot n \\ \cos \theta = (-\frac{1}{2}) \cdot L + (-\frac{1}{2}) \cdot m + (\frac{1}{\sqrt{2}}) \cdot n \\ 1 = L^2 + m^2 + n^2 \end{cases}$$

解此聯立方程式得

$$\begin{cases} L = \frac{1}{2} \\ m = -\frac{1}{2} \\ n = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \quad \text{即HF之方向餘弦爲：} -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$$

設HJ之方向餘弦爲L', m', n', 同上得

$$\begin{cases} \cos\theta' = (-\frac{1}{2}) \cdot (-\frac{1}{2}) + (-\frac{1}{2}) \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos 2\theta' = (-\frac{1}{2}) \cdot L' + (-\frac{1}{2}) \cdot m' + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot n' \\ \cos \theta' = (-\frac{1}{2}) \cdot L' + (-\frac{1}{2}) \cdot m' + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot n' \\ 1 = L'^2 + m'^2 + n'^2 \end{cases}$$

解此聯立方程式得，

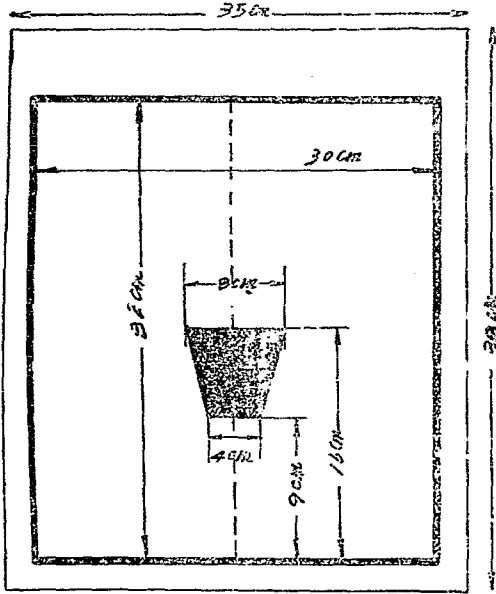
$$\begin{cases} L' = 0 \\ m' = -1 \\ n' = 0 \end{cases}$$

由此可見其與oy軸平行，亦即與ACD面垂直，故出稜鏡後，方向不變，但入射綫IE與oy軸垂直，故IE亦應與JT垂直，題得以證。

### c. 報紙

此即前在微角度射擊試驗時，顯示彈痕之報紙，通常多用報紙印製，以其纖維較長，質地堅韌，彈痕不致擴散過大，中央常有黑點，以爲標準之點。其尺寸如圖八所示。

槍彈精度射擊靶紙 第 號



註：如靶紙專為檢驗槍  
 彈之用另外不需計錄紙，頂  
 頭處須加印下列各項：  
 使用槍號：\_\_\_\_\_   
 射擊距離：\_\_\_\_\_ 公尺   
 射擊彈類：\_\_\_\_\_   
 共射彈數：\_\_\_\_\_ 發   
 試 射 處 \_\_\_\_\_   
 監 試 人 \_\_\_\_\_   
 包有全彈痕之   
 最小圓直徑 \_\_\_\_\_ Cm   
 合格與否 \_\_\_\_\_

圖 八

5. 靶紙測量法：作精度射擊試驗時，先須將一良好之槍架於精度射擊試驗槍架上，然後對一定距

離處之靶紙施行射擊，由於靶紙彈痕散佈之情形以決定槍彈之優劣，故必先有一測量彈痕之標準此種標準雖多，惟合乎科學原理者，則惟有平均半徑法，

蓋彈痕之偏差，為各向的而非單向的，其所以造成某種方向之偏差完全為一種機會，而非人力所能控制，故表示偏差之大小，不應為方向所限，所謂半徑，即一無向之量（Scalar也）。

表由槍彈射擊之精度莫如「近真誤差」(probable error)蓋所謂近真誤差即各彈痕自擊心 (Center of impact) 之可能偏差也，但用數學方法吾人可以證明各彈痕之近真誤差與其平均誤差 (mean error) 成比例 [W (probable error) = 0.84835E (mean error)] 因平均誤差即所以代表吾人測量靶紙之平均半徑，故用靶紙彈痕之平均半徑以表示各批槍彈之相對精度實為最科學最標準之方法，平常多射四靶，每靶10發，求其平均半徑之平均值即可，然計算較繁，或不適於普通檢驗耳。

吾國兵工署所定七九尖彈檢驗規格中，於精度射擊靶紙之測量，採用包圍法，即在 100 公尺距離，作檢驗試驗，每靶各射20發，共射四靶共包有諸彈痕最小圓之半徑，平均值不得超過14公分，否則認為不合格此法雖極簡單，然忽視值 (Weight) 之問題，用之於普通檢驗或可，用於嚴密比較則不可，例如圖九中之a,b二靶紙，其包有諸彈痕之最小直徑雖同，而其精度實a優而b劣，此顯而易見者也。

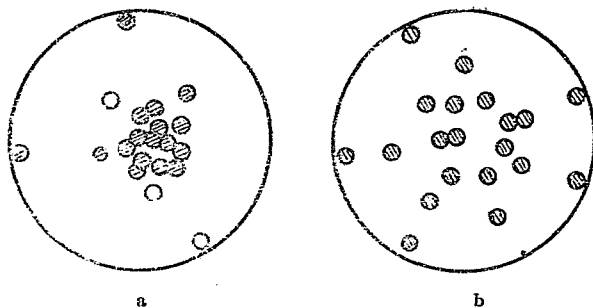


圖 九

**實驗步驟：**

**射擊步驟：**

- ① 取良好中正式步槍一支，置槍架上，將鋼夾P置於表尺後方，插入圓彈頭r使上下二部緊結，繼則旋傳螺絲n，使其支墊頂鋼墊t壓緊木殼，使鋼夾與槍身緊固。
  - ② 調整L架托上之銅片m使其恰觸鋼夾P上之V銅片，令槍身後退時，圓柱w支持槍身在m上滑動。
  - ③ 於L架托上鈎掛鋼片索o展緊槍管
  - ④ 安裝後座托K於適當位置，令恰抵槍托
  - ⑤ 於距槍口 100 公尺之木靶上，以圓釘懸掛靶紙三張相重。
  - ⑥ 利用瞄准鏡調整靶紙中央黑點，如不對，可旋轉e, f, 輪調整之
  - ⑦ 實行射擊十發
- ，裝彈基完時，動作可稍慢，以免槍身移動改變位置。

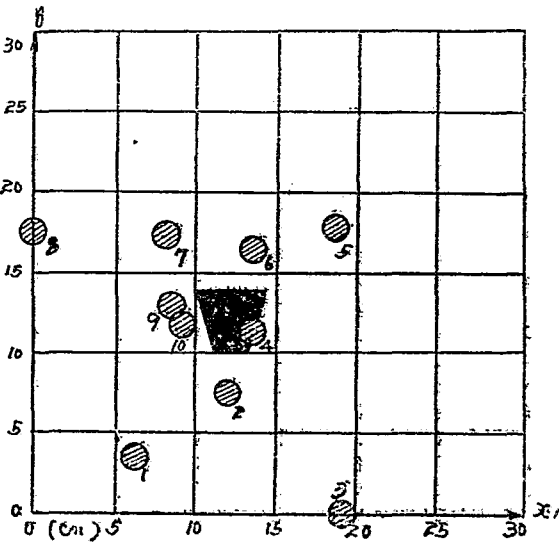
⑧ 取下舊紙，另換新紙，共射四靶。

**d. 靶紙測量步驟：**

① 將射擊十發之靶紙取回，平放桌上，逆時針方向標彈痕以號數。

② 將透明膠質標板覆於其上，命標板之邊與紙邊平行（射擊時靶紙須放正，即左右兩邊鉛直，上下兩邊水平）且令標板之縱向標線通過靶上最左之一彈痕，橫向標線經過靶上最下之一彈痕如圖十所示

圖 十



- ③ 依次讀取各彈痕之座標，平均之得擊心 (Center of impact) 之座標
  - ④ 自各彈痕之橫座標，減去擊心之橫座標，得各彈丸之橫向偏差 (horizontal deviation)，其絕對值之平均，名曰平均橫向偏差 (mean horizontal deviation) 其最大負值之絕對值與最大正值之和，名曰最遠橫向偏差 (Extreme horizontal deviation)；同法得各彈丸之縱向偏差 (Vertical deviation) 平均縱向偏差 (mean vertical deviation) 及最遠縱向偏差 (extreme vertical deviation)
  - ⑤ 用來達八依次量擊心之各彈痕之距離，(亦可自縱橫向偏差中計算之) 求其平均值即得所謂「平均半徑」(mean radius)
  - ⑥ 以試驗法求相距最遠二彈痕之距離，稱為最遠散開度 (extreme spread)
  - ⑦ 求最遠橫向偏差與最遠縱向偏差之平均值稱為評價值 (Figure of merit)
  - ⑧ 計算完畢後將計錄紙貼於靶紙上以便保存備查。餘三靶均仿此，最後求平均半徑及評價值之平均值，即評判槍彈之優劣之所是賴。
- 註：如檢驗槍彈作精度射擊試驗時，每靶須射20發，共射四靶取下靶紙後，以透明膠質同心圓板覆於其上，靶取包有諸彈痕最小圓之直徑，其平均值不得超過14Cm。

**7. 實驗結果：**

槍彈精度射擊試驗計錄紙

射擊地點 \_\_\_\_\_  
 射擊彈類 \_\_\_\_\_  
 使用槍號 \_\_\_\_\_  
 發射發數 \_\_\_\_\_ 發

射擊時間 年 月 日  
 出品廠名 \_\_\_\_\_  
 射擊距離 \_\_\_\_\_ 公尺  
 監視人 \_\_\_\_\_

以 以 點 為 基 準			以 擊 心 為 基 準		
彈痕號數	橫 座 標	縱 座 標	橫 偏 差	縱 偏 差	半 徑
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
平 均					

平均半徑 \_\_\_\_\_ Cm    平均橫向偏差 \_\_\_\_\_ Cm    平均縱向偏差 \_\_\_\_\_ Cm  
 最遠縱向偏差 \_\_\_\_\_    最遠橫向偏差 \_\_\_\_\_  
 最遠散開度 \_\_\_\_\_ 至 \_\_\_\_\_ Cm    評價值 \_\_\_\_\_ Cm

分類號

登記號

1953.1. 1—500

