國學基本叢書

數理精蘊

（上）

清聖祖敕編

商務印書館發行

國學基本叢書

數理精蘊

（上）

清聖祖敕編

商務印書館發行

數理精蘊目錄

上編

卷一……一一一六
數理本原……一
河圖……二
洛書……五
周髀經解……八
卷二……一七一七五
幾何原本一……一七
幾何原本二……二七
幾何原本三……三四
幾何原本四……四二
幾何原本五……五九
卷三……七七一一四〇
幾何原本六……七七

幾何原本七……九〇
幾何原本八……一〇一
幾何原本九……一一六
幾何原本十……一二五
卷四……一四一—一八一
幾何原本十一……一四一
幾何原本十二……一六一
卷五……一八三—二二八
算法原本一……一八三
算法原本二……一九九

下編

卷一……二二九—二六〇
首部一……二二九
度量權衡……二二九
命位……二三二

加減乘除……………………二三四
加法……………………二三五
減法……………………二四一
因乘……………………二四六
歸除……………………二五四
卷二……………………二六一—二九二
首部二……………………二六一
命分……………………二六一
約分……………………二六三
通分……………………二六五
卷三……………………二九三—三三七
線部一……………………二九三
比例……………………二九三
正比例……………………二九五
轉比例……………………三〇〇
合率比例……………………三〇六

正比例帶分……三二〇
轉比例帶分……三二五
卷四……三二九—三五八
線部二……三二九
按分遞折比例……三二九
卷五……三五九—三八六
線部三……三五九
按數加減比例……三五九
卷六……三八七—四一九
線部四……三八七
和數比例……三八七
較數比例……四〇五
卷七……四二一—四六二
線部五……四二一
和較比例……四二一
卷八……四六三—四九四

線部六……四六三
盈朒……四六三
卷九……四九五—五三三
線部七……四九五
借衰互徵……四九五
疊借互徵……五一〇
卷十……五三五—五七三
線部八……五三五
方程……五三五
卷十一……五七五—六〇八
面部一……五七五
平方……五七五
帶縱平方……五九一
卷十二……六〇九—六四五
面部二……六〇九
勾股……六〇九

卷十三……六四七—六七八
面部三……六四七
勾股……六四七
卷十四……六七九—六九三
面部四……六七九
三角形……六七九
卷十五……六九五—七一三
面部五……六九五
割圓……六九五
卷十六……七一五—七五三
面部六……七一五
割圓八線……七一五
卷十七……七五五—七九二
面部七……七五五
三角形邊線角度相求……七五五
卷十八……七九三—八三二

面部八……七九三
測量……七九三
卷十九……八三三—八七一
面部九……八三三
各面形總論……八三三
直線形……八三五
卷二十……八七三—九〇二
面部十……八七三
曲線形……八七三
卷二十一……九〇三—九四九
面部十一……九〇三
圜內容各等邊形……九〇三
圜外切各等邊形……九二八
卷二十二……九五一—九九二
面部十二……九五一
各等邊形……九五一

更面形……九八七
卷二十三……九九三—一〇一六
體部一……九九三
立方……九九三
卷二十四……一〇一七—一〇六六
體部二……一〇一七
帶縱較數立方……一〇一七
帶縱和數立方……一〇四六
卷二十五……一〇六七—一〇九〇
體部三……一〇六七
各體形總論……一〇六七
直線體……一〇六九
卷二十六……一〇九一—一一二二
體部四……一〇九一
曲線體……一〇九一
卷二十七……一一二三—一一四〇

體部五……一一一三
各等面體……一一一三
卷二十八……一一四一—一一六九
體部六……一一四一
球內容各等面體……一一四一
球外切各等面體……一一五六
卷二十九……一一七一—一一九四
體部七……一一七一
各等面體互容……一一七一
更體形……一一八九
卷三十……一一九五—一二三二
體部八……一一九五
各體權度比例……一一九五
堆垜……一二〇六
卷三十一……一二三三—一二六四
末部一……一二三三

借根方比例……一二三三
卷三十二……一二六五—一三二五
末部二……一二六五
借根方比例 開諸乘方法……一二六五
卷三十三……一三二七—一三五三
末部三……一三二七
借根方比例 帶縱平方……一三二七
卷三十四……一三五五—一四〇九
末部四……一三五五
借根方比例 線類……一三五五
卷三十五……一四一一—一四四三
末部五……一四一一
借根方比例 面類……一四一一
卷三十六……一四四五—一四七七
末部六……一四四五
借根方比例 體類……一四四五

卷三十七……一四七九—一五二六
末部七……一四七九
難題……一四七九
卷三十八……一五二七—一五九三
末部八……一五二七
對數比例……一五二七
卷三十九……一五九五—一六二五
末部九……一五九五
比例規解……一五九五
卷四十……一六二七—一六五九
末部十……一六二七
比例規解……一六二七

下編四十卷之後，尚有八線表，對數闡微，對數表，八線對數表四種，共八卷，删去未印。

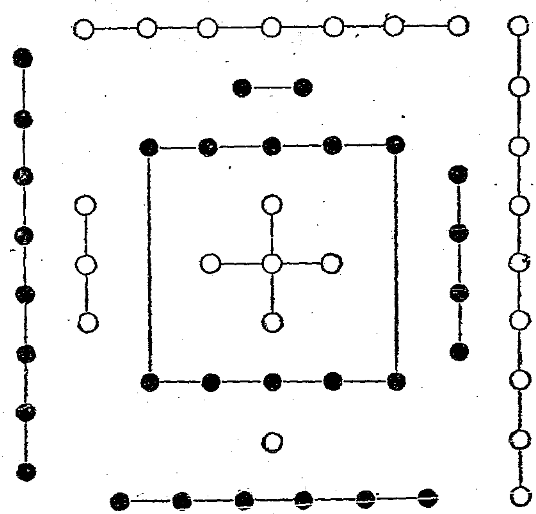
編者識

數理精蘊上編卷一

數理本原

粤稽上古。河出圖。洛出書。八卦是生。九疇是敍。數學亦於是乎肇焉。蓋圖書應天地之瑞。因聖人而始出數學窮萬物之理。自聖人而得明也。昔黃帝命隸首作算。九章之義已啓。堯命羲和治曆。敬授人時。而歲功以成。周官以六藝教士。數居其一。周髀商高之說可考也。秦漢而後。代不乏人。如洛下閎張衡劉焯祖冲之之徒。各有著述。唐宋設明經算學科。其書頒在學宮。令博士弟子肄習。是知算數之學。實格物致知之要務也。故論其數。設爲幾何之分。而立相求之法。加減乘除。凡多寡輕重貴賤盈朒。無遺數也。論其理。設爲幾何之形。而明所以立算之故。比例分合。凡方圓大小遠近高深。無遺理也。溯其本原。加減實出於河圖。乘除殆出於洛書。一奇一偶。對待相資。遞加遞減。而繁衍不窮焉。奇偶各分。縱横相配。互乘互除。而變通不滯焉。徵其實用。測天地之高深。審日月之交會。察四時之節候。較晝夜之短長。以至協律度。同量衡。通食貨。便營作。皆賴之以爲統紀焉。今滙集成編。以類相從。提點線面體以爲綱。分和較順逆以爲目。法無論巨細。惟擇其善者。由淺以及深。執簡以御繁。使理與數協。務有裨於天下國家。以傳於億萬世云爾。

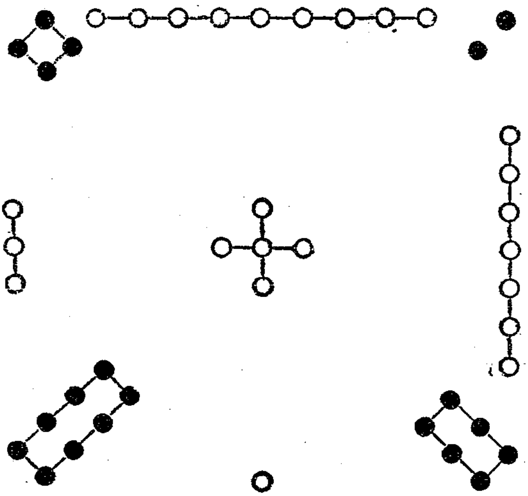
河圖



易繫辭曰。天一、地二、天三、地四、天五、地六、天七、地八、天九、地十。天數五。地數五。五位相得而各有合。朱子曰。河圖以五生數。統五成數。而同處其方。蓋揭其全以示人。而道其常。數之體也。考其數。始於一。中於五。終於十。陽奇陰偶。而數之加減。由是生焉。自一而二。自二而三。自三而四。自四而五。皆遞加一以相生。自五復加一而成六。六加一而七。七加一而八。八加一而九。九加一而十。十則仍歸於一。故至十而天地之數全矣。天數陽也。地數陰也。言天地。卽所以言陰陽也。五位相得而各有合。以五行之序而定位也。邵子曰。天之陽在南而陰在北。地之陰在南而陽在北。故河圖之數。一陽位於北。二陰位於南。其卽五行質具於地之義而言之歟。今以陰陽相生之數論之。一爲陽。天一生水而位北。一加一爲二爲陰。地二生火而位南。二加一爲三爲陽。天三生木而位東。三加一爲四爲陰。地四生金而位西。四加一爲五爲陽。天五生土而位中。至五而五行之數已周。此生數之極也。自一至五。則五又爲一體矣。於是以五爲中數、而復加一、則爲六。六、陰也。因五中數與一相加。故與一同位而屬之水焉。六加一爲七。以中數五計之。實加二。故與二同位而屬之火焉。七加一爲八。以中數五計之。實加三。故與三同位而屬之木焉。八加一爲九。以中數五計之。實加四。故與四同位而屬之金焉。九加一爲十。以中數五計之。復加五。故與五同位而屬之土焉。至十而五行之數再周。天地之數已備。此成數之極也。以陰陽運行之序論之。以五生數。統十成數。位居於中。而奇數則始於北一。次東三。次南七。次西九。偶數則始於南二。次西四。次北六。次東八。此數之陰與陰陽與陽。各從其類者也。以奇偶相得之數論之。一與六合。二與七合。三與八合。四與九合。五與十合。此又奇偶相得而各有合者也。邵子謂圓者河圖之數。又曰歷紀之數。其肇於此。然則所謂數者。卽一陰

一陽。一奇一偶。循環無間。表裏相維。百千萬億。總由此推之以成其變化。河圖者、豈非天地自然生成之數也哉。

洛書



洛書之數．戴九履一．左三右七．二四爲肩．八六爲足．五居其中．朱子謂以五奇數．統四偶數．而各居其所．蓋主於陽以統陰而肇其變數之用也．邵子曰．數學雖多．乘除盡之矣．夫洛書者．數之源也．乘除之所以生也．易說卦傳曰．參天兩地而倚數．三．天數也．二．地數也．天地相合而萬物育焉．一者太極之體．其數不行．故數行於二三．起於三．以三參之．則三九七一之數生焉．起於二．以二兩之．則二四八六之數生焉．其序列之位．則天居四正．取以陽統陰之義．地居四維．取以陰從陽之義．其三九七一乘數則旋而左．除數則返而右也．其二四八六乘數則旋而右．除數則返而左也．二三相合而爲五．五則無對．居中者．立其體也．二五相合而爲十．十仍歸一．洛書不用者．藏其用也．是故三始於東方發生之地．而位於左．自東而南．三而三之是爲九．故戴九．自南而西．九而三之爲二十七．去成數餘七．故右七．自西而北．七而三之爲二十一．去成數餘一．故履一．奇數左旋．以三參之．卽天道左行之說也．如轉而右行．以三除之．仍復其原數焉．二立於西南．二陰始生之地．而位於右肩．自西南而東南．二而二之是爲四．位於左肩．自東南而東北．四而二之爲八．位於左足．自東北而西北．八而二之爲十六．去十餘六．位於右足．偶數右旋．以二兩之．卽地道右行之說也．如轉而左行．以二除之．仍復其原數焉．此乘除之數．見於運行者如此．若以對待者觀之．一與九對．一爲數之始．九爲數之終．互乘互除．其數不變也．二與八對．二八互乘．俱得十六．二除十六得八．八除十六仍得二．此二與八之相倚也．三與七對．三七互乘．皆二十一．三除二十一得七．七除二十一仍得三．此三與七之相倚也．四與六對．四六互乘．皆二十四．四除二十四得六．六除二十四仍得四．此四與六之相倚也．至五爲二三之合．天地之交．陰陽之會．位於洛書之中．以建人極．配上下而爲三才．故

斜直四圍皆得十五合之得四十有五爲九五之數要之運行者其序也對待者其位也進退循環縱橫交錯總不外於乘除故曰乘除之本原自洛書生也

周髀經解

數學之失傳久矣漢晉以來所存幾如一綫其後祖冲之郭守敬輩殫心象數立密率消長之法以爲習算入門之規然其法以有盡度無盡止言天行未及地體是以測之有變更度之多盈縮蓋有未盡之餘蘊也明萬曆間西洋人始入中土其中一二習算數者如利瑪竇穆尼閣等著爲幾何原本同文算指諸書大體雖具實未闡明理數之精微及我朝定鼎以來遠人慕化至者漸多有湯若望南懷仁安多閔明我相繼治理曆法間明算學而度數之理漸加詳備然詢其所自皆云本中土所流傳粵稽古聖堯之欽明舜之濬哲曆象授時閏餘定歲璿璣玉衡以齊七政推步之學孰大於是至於三代盛時聲教四訖重譯向風則書籍流傳於海外者殆不一矣周末疇人子弟失官分散嗣經秦火中原之典章既多缺佚而海外之支流反得眞傳此西學之所以有本也古算書存者獨有周髀周公商高問答其本文也榮方陳子以下所推衍也而漢張衡蔡邕以爲術數雖存考驗天狀多所違失按榮方陳子始言晷度衡邕所疑或在於是若周髀本文辭簡而意該理精而用博實言數者所不能外其圜方矩度之規推測分合之用莫不與西法相爲表裏然則商高一篇誠成周六藝之遺文而非後人所能假託也舊註義多舛訛今悉詳正弁於算書之首以明數學之宗使學者知中外本無二理焉爾

昔者周公問於商高曰竊聞乎大夫善數也請問古者包犧立周天曆度

周天曆度者分周天三百六十度爲推求曆日之用也按通鑑載包犧作甲曆天干地支相配六甲一

轉天度一周。年以是紀而歲功成。月以是紀而朔望定。晝夜以是紀而時日分。易大傳言包犧仰以觀於天文。俯以察於地理。其觀察之時。必有度數以紀其法象。則曆度始於包犧無疑矣。

夫天不可階而升。地不可將尺寸而度。請問數從安出。

天之高明。地之博厚。非人力所能及。其曆度之數。不知從何而得也。

商高曰。數之法出於圓方。

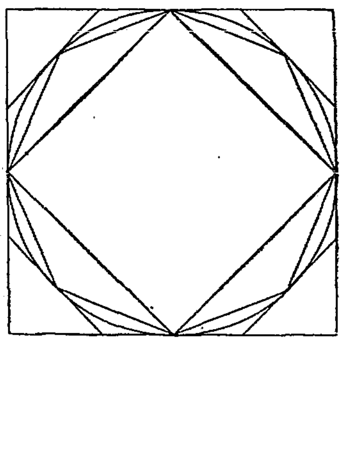
萬物之象。不出圓方。萬象之數。不離圓方。河圖者、方之象也。洛書者、圓之象也。太極者、圓之體、奇也。四象者、方之體、偶也。奇數、天也。偶數、地也。有天地而萬物於是乎生。有圓方而萬象於是乎定。有奇偶而萬數於是乎立矣。

圓出於方。

以數而論。出於圓方。以圓方而論。則圓出於方。蓋方易度而圓難測。方有盡而圓無盡。故推圓者以方度之。以有盡而度無盡也。是以圓周內弦外切。屢求勾股爲無數多邊形。以切近圓界。將合而爲一。而圓周始得。故曰圓出於方也。

方出於矩。

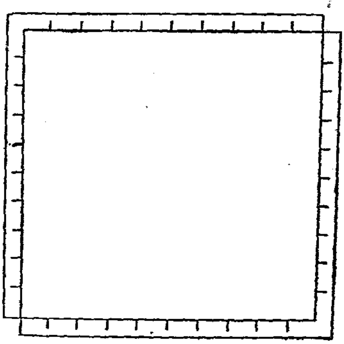
孟子曰。不以規矩。不能成方圓。夫規所以成圓。而矩所以成方也。故凡方形必出於二矩相合。如矩之二股均者合之。卽爲正



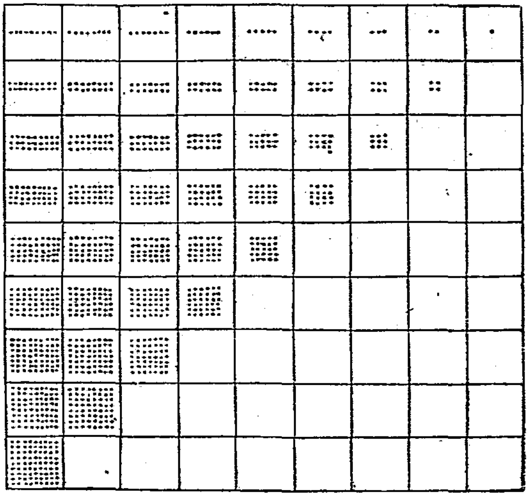
方。矩之二股一大一小者合之則爲長方。蓋因矩之爲形。其角直。其線正。所以能成方體。此又直內方外之理。故曰方出於矩也。

矩出於九九八十一。

度圓方者遞歸於矩。而矩之形總不外乎二數相乘。九九者數之終。而一一乃數之始。言九九而不及他數者。以九九之內。他數俱該也。是以一一爲一。二二爲四。三三爲九。四四爲一十六。五五爲二十五。六六爲三十六。七七爲四十九。八八爲六十四。九九爲八十一。乃矩之二股均平所成之正方也。一二爲二。一三爲三。一四爲四。一五爲五。一六爲六。一七爲七。一八爲八。一九爲九。形雖未方。而其理猶存也。二三爲六。二四爲八。二五一十。二六一十二。二七一十四。二八一十六。二九一十八。三四一十二。三五一十五。三六一十八。三七二十一。三八二十四。三九二十七。四五二十。四六二十四。四七二十八。四八三十二。四九三十六。五六三十。五七三十五。五八四十。五九四十五。六七四十二。六八四十八。六九五十四。七八五十六。七九六十三。八九七十二。乃矩之一股小一股大所成之長方也。至於一百之類。雖爲正方。乃十之相乘。十則仍歸於一也。又如八十四、九十六之類。乃六七四十二、六八四十八之倍。不得自立爲數之本。又或十一、十三、十七、十九之類。十一爲二五一十之奇。十三爲二六一十二之奇。十七爲

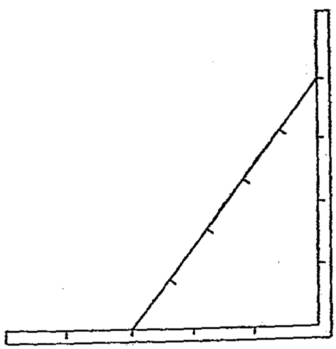


四四一十六之奇。不得成正方。亦不得成長方。故不入九九之數也。是以九九之數。爲方之本。而方之形。必合以矩。故曰矩出於九九八十一也。



故折矩以爲勾廣三、股修四、徑隅五。

前言圓方之形。此言勾股生成之正數也。以二矩合之。既爲方形。今以一矩折之。則爲一方之兩邊。是以折矩之橫者爲勾之廣。折矩之縱者爲股之長。於勾股之末。以斜弦連之。是爲徑隅。徑直也。隅角也。言自兩角相對直連之也。勾之廣必三。股之修必四。而徑隅始得五。此乃自然生成之正分也。易曰。參天兩地而倚數。天數一。參之則爲三。地數二。兩之則爲四。三二合之則爲五。此又勾三股四弦五之正義也。



既方其外。半其一矩。

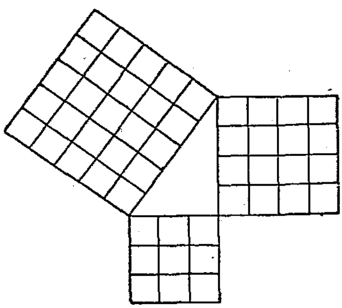
此言勾股之面積也。勾股以弦連之。不得爲方形。必再合一矩。乃爲一長方。所謂方其外者。言弦之外。復加一矩。以成方也。勾三股四相乘。得一十有二。即爲兩矩合成之數。半之得六。乃勾股之面積。所謂半其一矩者也。

環而共盤。得成三四五。

此言勾股弦相和之數也。環而共盤者。環繞盤旋於勾股弦之周圍。得成三四五。共之爲一十有二。乃三數相和之總數也。

兩矩共長二十有五。是爲積矩。

此言勾股相求之法也。兩矩者、勾與股也。其所以相求者。以勾股弦各面積。彼此加減以立法也。勾三自乘爲九。股四自乘爲一十有六。合而計之爲二十有五。是勾股各自乘之積相併而與弦自乘之積等。故曰積矩也。弦之自乘積內。減勾自乘之積。得股自乘之積。弦之自乘積內減股自乘之積得勾自乘之積故爲勾股弦相求之法也。



故禹之所以治天下者。此數之所由生也。

言禹之平成之功。昭垂萬古。揆厥所以奏績者。必藉勾股以審高下。始得順水之性而告厥成功也。然則禹之所以治水者。非此勾股之數所由生乎。

周公曰。大哉言數。請問用矩之道。

商高曰。平矩以正繩。

此言用矩立法。必以正且直也。平矩以正繩有兩義。平置其矩。使矩之角直。以此直角之一股。或橫或平。橫以度遠。平以度高。復自一股引繩以度其分。則此分爲我所知。故以所知推所不知。此繩引長時。必使與直角對正。不論其分之幾何。引之又必令直。方能得測度之準。故爲平矩以正繩。又平者均平整齊之謂。用矩之道。矩之角正。卽直角之說也。然後二股得直。以之測高測遠。乃得度其大小之分。此

矩既正。而所測之度亦正矣。孟子曰。規矩準繩。以爲方圓平直。繩者卽準之之意。規矩所以度圓方。而準繩所以考平直。故準之以平。繩之以直。始得立法之精微。故曰平矩以正繩也。

偃矩以望高。

此用矩測高之法也。偃者仰也。仰矩方可測高。矩之一股植立在前。一股定平在下。然後比例推之。蓋平股與立股之比。卽所知之遠與所測之高之比也。故仰測之而得高。

覆矩以測深。

此用矩測深之法也。覆者俯也。俯矩方可測深。矩之一股立者在前。一股平者在上。平股與立股之比。卽所知之遠與所測之深之比也。故俯測之而得深。

臥矩以知遠。

此用矩測遠之法也。臥者平也。平矩方可測遠。以矩之一股爲橫向內。一股爲縱向前。是以橫與縱之比。卽所知之度與所求之遠之比也。故平測之而得遠。

環矩以爲圓。

此用矩爲圓之法也。以矩之一端爲樞。一端旋轉爲圓。則成一圜。環矩者、卽旋規之說也。

合矩以爲方。

此用矩爲方之法也。矩、二股也。兩矩相合。乃成一方。卽前方出於矩之說也。

方屬地。圓屬天。天圓地方。

前言用矩以測高深廣遠。復用矩以爲圓方。此以圓方屬之天地者。非以形體言。蓋以陰陽動靜之理言也。樂記云。著不息者天也。著不動者地也。不息故運而不積。圓之象也。不動故靜而有常。方之理也。且圓之數無盡。而方之數有盡。天不可階而升。測天者恆於地上度之。是仍以方度圓也。凡數之不盡者必奇。數之可盡者必偶。是以陽爲奇。陰爲偶。此方圓之理數所以屬乎天地也。

方數爲典。以方出圓。

典。則也。言圓之數奇零不盡。不可爲則。故惟方數可爲典則。以方出圓者。以方之形度圓之分。從方數中生出圓數。卽前圜出於方之說也。如圓徑求積。則以徑自乘之爲正方形。而以方率圓率比例推之。卽得圓積。是皆以方出圓之理也。

笠以寫天。天青黑。地黃赤。天數之爲笠也。青黑爲表。丹黃爲裏。以象天地之位。

此卽儀象以表天地之形色也。笠形圓。故以象天。寫象也。青黑天之色。黃赤地之色。天數之爲笠形。則以青黑爲表。丹黃爲裏。以象天地之位。蓋取天包地之象也。

是故知地者智。知天者聖。智出於勾。勾出於矩。夫矩之於數。其裁制萬物。惟所爲耳。

天地之高深廣遠。非聖智不能知。然聖智非由理之自然。亦不能無所憑藉而知也。故明勾股之數。卽可以知地而爲智。知地之數。卽可因地以知天而爲聖矣。故曰智出於勾也。然勾股之形。又賴矩以成。故矩爲勾股之本。而天地之高深廣遠。皆賴矩以測。况萬物之大小巨細。豈能外於矩之度分乎。故矩之於數。其裁制萬物。惟其所爲而無不可也。

周公曰．善哉．

以周公之聖．而與之曰善哉．則其得數之本．立法之妙．可謂至矣．至是而周髀之義盡矣．

數理精蘊上編卷二

幾何原本一

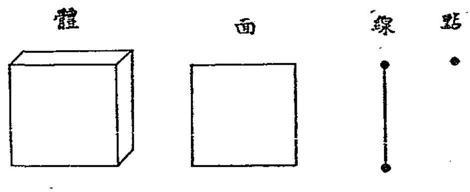
第一

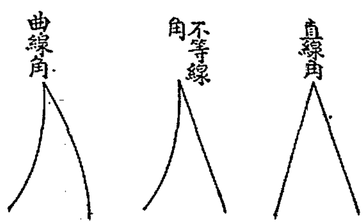
凡論數度。必始於一點。自點引之而爲線。自線廣之而爲面。自面積之而爲體。是名三大綱。是以有長而無闊者謂之線。有長與闊而無厚者謂之面。長與闊厚俱全者謂之體。惟點無長闊厚薄。其間不能容分。不可以數度。然線之兩端卽點。而線面體皆由此生。點雖不入於數。實爲衆數之本。

第二

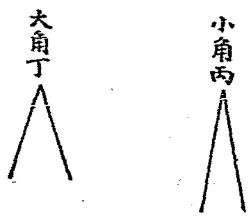
線有直曲兩種。其二線之一端相合。一端漸離。必成一角。二線若俱直者。謂之直線角。一線直一線曲者謂之不等線角。二線俱曲者謂之曲線角。

第三



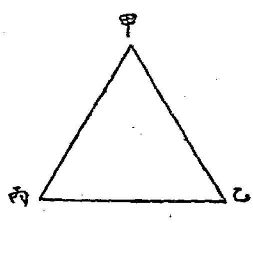


凡角之大小。皆在於角空之寬狹。出角之二線。即如規之兩股。漸漸張去。自然開寬。是以命角不論線之長短。止看角之大小。如丙角兩線雖長。其開股之空狹。遂爲小角。若丁角兩線雖短。其開股之空寬。遂成大角矣。



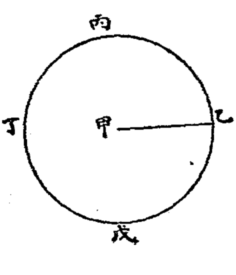
第四

凡命角必用三字爲記。如甲乙丙三角形。指甲角、則云乙甲丙角。指乙角、則云甲乙丙角。指丙角、則云甲丙乙角是也。亦有單舉一字者。則其所舉之一字。即是所指之角也。如單言甲角乙角丙角之類。



第五

凡有一線。以此線之一端爲樞。復以此線之一端爲界。旋轉一周。即成一圜。如甲乙一線。以甲端爲樞。乙端爲界。旋轉復至乙處。即成乙丙丁戊之圜。此圜線謂之圜界。圜界內所積之面度謂之圜面。

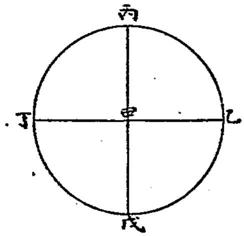


第六

凡圓界不拘長短。其分界之所。卽爲弧線。如乙丙丁戊之圓。丙至丁、丁至戊、俱爲弧線。因其形似弧。故名之。

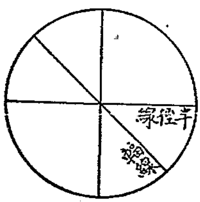
第七

凡圓。自一界過圓心。至相對之界。畫一直線。將一圓爲兩平分。則爲圓徑。如乙丙丁戊之圓。以甲爲心。自圓界乙處、過甲心至丁。或自圓界丙處、過甲心至戊。畫乙甲丁及丙甲戊線。皆爲圓徑也。



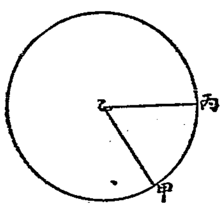
第八

凡自圓心至圓界。作幾何線。皆謂之輻線。其度俱相等。因平分全徑之半。故又謂之半徑線。



第九

凡圓界皆以所對之角而命其弧。而角又以所對之弧而命其度。蓋角度俱在圓界。而圓界爲角度之規也。如乙角爲心。甲丙爲界。則乙角相對之界。卽甲丙弧。而甲丙弧、卽乙角之度也。

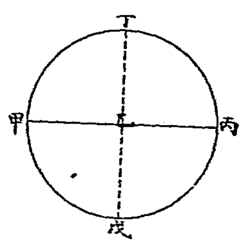


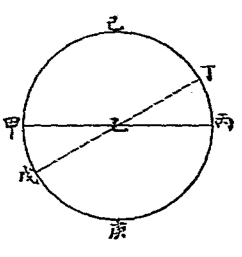
第十

凡角相對之弧。得圜界四分之一者。此角必直。故謂之直角。如甲丁丙戊之圜甲乙丙之徑自中心乙至圜界丁。畫一半徑將半圜界又分爲兩平分。則成甲乙丁、丙乙丁之二角。此二角各得圜界四分之一。則此二角爲直角也。若自丁界過乙心至圜界戊處。畫一直線。又成丁乙戊之徑。復得甲乙戊、丙乙戊、兩相等之直角矣。故凡畫一直線交於別線。其所成之角若直。此線謂之垂線。蓋因平分圜界爲四。其四弧相對之四角。必相等而皆爲直角。則其二徑相交。必互爲垂線可知矣。

第十一

凡角相對之弧。不足圜界四分之一者。謂之銳角。若過四分之一者。謂之鈍角。故自圜徑中心。復畫一輻線。而不平分半圜之界。則成一銳角一鈍角。如甲己丙庚之圜。於甲乙丙之徑。自乙心至甲己丙之半圜界。不兩平分。於丁處畫一輻線。遂成丙乙丁一銳角。甲乙丁一鈍角。再將丁乙線引於相對圜界戊處。畫一丁乙戊徑線。復成甲乙戊一銳角。丙乙戊一鈍角。合前二角。總爲四角矣。故凡二角兩尖相對。謂之對角。二角兩尖相並。謂之並角。如甲乙戊、丙乙丁、二角之兩尖相對。卽謂之對角。丙乙戊、甲乙丁、二角之兩尖亦相對。故亦謂之對角也。如丙乙戊、甲乙戊之二角。兩尖相並。而同出一線。則謂

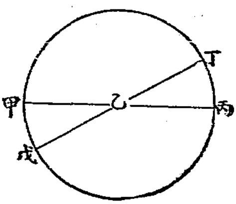




之並角矣.

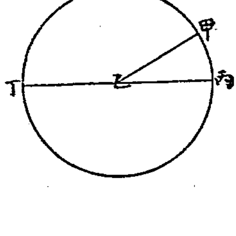
第十二

凡一圜內設兩角.此一角相對之弧.與彼一角相對之弧.其限若等.則此二角之度亦必相等.如甲丁丙戊之圜.丙乙丁角相對之丙丁弧.甲乙戊角相對之甲戊弧.其限相等.故丙乙丁角.甲乙戊角.其度亦相等也.



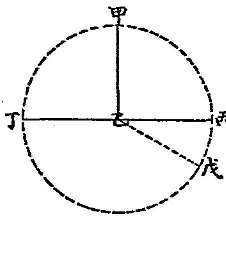
第十三

凡有一圜.其徑線之中心.作相並之二角.此二角之度必與二直角等.如甲丙丁之圜.自丁乙丙徑線之中心作甲乙丙、甲乙丁之相並二角.此二角之度.必與二直角相等也.



第十四

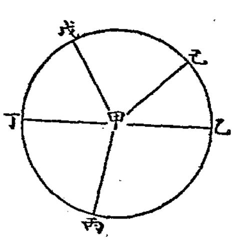
凡一直線.交於他直線.其所成之二角.或爲二直角.或與二直角等.如丙乙丁直線上.畫一甲乙直線.至於乙處.卽成甲乙丙、甲乙丁之二直角也.又或於丙乙丁直線上.畫一戊乙直線.亦至乙處.復成丙乙戊一銳角.丁乙戊一鈍角.此二角必與二直角相等也.再申明之.以乙爲心.丙爲界旋轉畫一圜.則丙乙丁線爲圜之徑線.必將圜界平分爲兩平分矣.此丙乙丁徑線之中心所畫之甲



乙線。又將半圜界平分爲兩平分。則此二角各相對之弧。皆爲一圜界四分之一。而各爲一直角可知矣。又如戊乙線將半圜界雖不兩平分而成一銳角一鈍角。然所成二角。仍在丙乙丁徑線所限半圜界度。爲全圜界四分之二。故與二直角相等也。

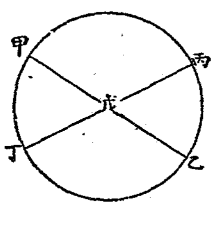
第十五

凡自一心畫爲衆線。其所成之角雖多。止與四直角相等。如自甲心至乙、至丙、至丁、至戊、至己、畫衆輻線。雖成衆角。其各角所函之度。必與四直角等。蓋因甲點爲心衆輻線皆立一圜之界。故衆角所對之弧。總不越一圜之全度。前言一圜之界僅有四直角之弧線。玆角雖多。亦未嘗出一圜之界。故曰衆角雖多。止與四直角等也。



第十六

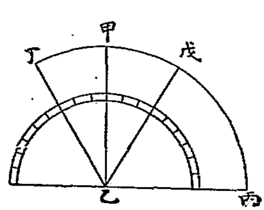
凡兩直線相交所成二對角之度。必俱相等。如甲乙、丙丁、二線。交於戊處。成甲戊丁、丙戊乙之二對角。斯二角之度必俱相等。今以二線相交之處爲心旋轉畫一全圜。則甲乙、丙丁、二線。俱爲此圜之徑線矣。惟其俱爲徑線。故將一圜爲兩平分而甲戊乙之徑線爲甲丙乙之半圜界。丙戊丁之徑線爲丙甲丁之半圜界。因兩半圜界俱係全圜徑線。故相交成對角。其度必等。玆將甲丙乙之半圜界減去甲丙弧。卽餘丙乙弧。丙甲丁之半圜界亦減去丙甲弧。又餘甲丁弧。



凡兩相等之弧。減去一段相等之弧。所餘之弧必相等。今甲丙乙、丙甲丁、二半圜之界內。減去甲丙、丙甲、同體之弧。則所餘丙乙、甲丁、相對之弧。亦必相等矣。此二弧之度既俱相等。則所對之甲戊丁、丙戊乙、二角之度。亦必相等可知矣。其餘甲戊丙、丁戊乙、亦與甲戊丁、丙戊乙、同理。故其所對之角度亦必相等也。

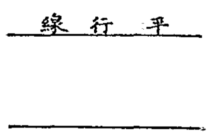
第十七

凡大小圜界俱定爲三百六十度。而一度定爲六十分。一分定爲六十秒。一秒定爲六十微。一微定爲六十纖。夫圜界定爲三百六十度者。取其數無奇零。便於布算。卽徵之經傳。亦皆符合也。易曰。凡三百有六十當期之日。邵子曰。三百六十。中分之得一百八十。爲二至二分相去之數。度下皆以六十起數者。以三百六十乃六六所成。以六十度之。可得整數也。凡有度之圜界可度角分之大小。如甲乙丙角。欲求其度。則以有度之圜心置於乙角。察乙丙、乙甲之相離。可以容圜界之幾度。如容九十度。卽是甲乙丙直角。何以知爲直角。因九十度爲全圜三百六十度之四分之一。前言凡角得圜界四分之一者爲直角。故知其爲直角也。若過九十度者。爲丁乙丙鈍角。不足九十度者。爲丙乙戊銳角。觀此三角之度。其餘可類推矣。



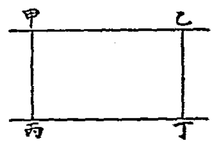
第十八

凡二線之間寬狹相離之分俱等。則此二線謂之平行線也。



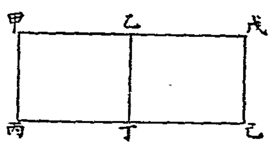
第十九

欲求平行線之間。相距幾何。則自上一線不拘何處至下一線。畫二縱線。則此二線爲相距度分也。如甲乙、丙丁、二線平行。自上線甲乙二處至下線丙丁二處。畫二縱線。則此二線爲相等線。其度必等。然則甲乙、丙丁、相對之間。其相距之遠近。不已見耶。



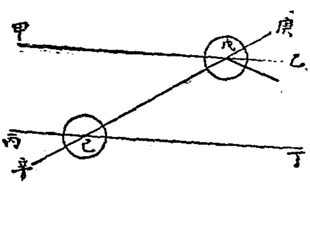
第二十

平行二線。雖引至於無窮。其端必不能相合。蓋二線相離之度。各處遠近俱爲相等故也。如甲乙、丙丁、平行二線。隨意引於戊己。又自戊至己。畫一縱線。其度亦等於甲丙、乙丁、二縱線。故曰平行線雖引至於無窮。其端終不能相合也。



第二十一

凡平行二線。或縱或斜。畫一直線。交加於上。則平行線上所成之二角。必俱相等。如甲乙、丙丁、二平行線上。畫一庚辛斜線。其甲乙線之庚戊乙角。丙丁線之戊己丁角。皆相等。假使庚戊乙角。大於戊己丁角。則戊乙線。必離於庚戊線而向丙丁線。甲乙、丙丁、二線不平行矣。若甲乙、丙丁、二線。豪無偏斜。又得庚辛直線。相交成二角。則此二角必然相等矣。



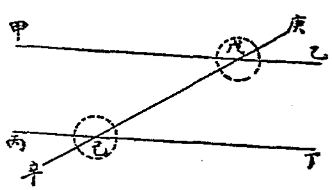
第二十二

凡平行二線上。畫一斜線。則成八角。此八角度有相等者。必是對角。或內外角。如庚戊乙、甲戊己二角。其度相等。因其兩尖相對。謂之對角。庚戊乙、戊己丁、二角。其度亦相等。因其在平行二線之內外。故謂之內外角。甲戊己戊己丁、二角。其度亦相等。因其俱在平行二線之內。而立斜線之左右。故又謂之相對錯角。又如甲戊庚、庚戊乙、二角。其度不等。因其立一線之界。謂之並角。庚戊甲、丁己辛、二角。其度亦相等。因其俱在平行二線之外。故謂之外角。乙戊己丙己戊、二角。其度亦相等。因其又俱在平行二線之內。故又謂之內角。總之二平行線上。交以斜線。所成八角。必兩兩相等也。

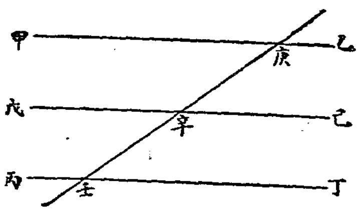
第二十三

平行線上一邊之二內角。或一邊之二外角。與二直角相等。如丁己戊角。與丙己戊角爲並角。則此二並角。與二直角等。前第十四節云。凡一直線。交於他直線。所成二角。必與二直角相等。則此二角同出於一直線。爲並角。故亦與二直角等矣。又如甲戊庚、庚戊乙、雖爲外角。而亦爲並角。此二並角。亦與二直角等也。他如甲戊己、乙戊己、二並角。丙己辛、丁己辛、二並角。亦與二直角等也。

第二十四



有平行二線。復與一線相平行者。此三線互相爲平行線也。如甲乙、丙丁、二線之間。有戊己線與之平行。則甲乙、丙丁、戊己、三線。互相爲平行線也。照前第二十一節。在此三線上。畫一庚辛壬斜線。則所成之庚辛二角必相等。而辛壬二角亦必等也。三線之與斜線相交所成之角。既各相等。則三線互爲平行可知矣。



幾何原本二

第一

凡各種界所成俱謂之形。其直界所成者爲直界形。曲界所成者爲曲界形。凡直界所成各形未有少於三角形界者故三角形爲諸形之首。

第二

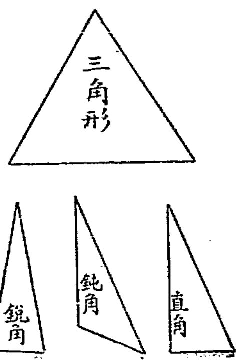
凡三角形一角直者爲直角三角形。一角鈍者爲鈍角三角形。三角俱銳者爲銳角三角形。

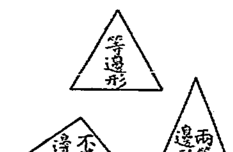
第三

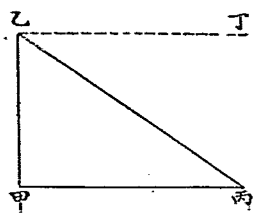
凡三角形其三邊線度等者。爲等邊三角形。兩邊線度等者。爲兩等邊三角形。三邊線度俱不等者。爲不等邊三角形。

第四

凡三角形之三角度相併。必與二直角度等。如甲乙丙三角形。自乙角與甲丙線平行畫一乙丁線。則成丙乙丁角與丙角爲二尖交錯之二角。其度必相等。見首卷第二十二節・而甲角與甲



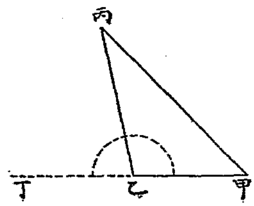




乙丁角。爲甲丙、乙丁、二平行線內一邊之二內角。與二直角等。見首卷第二十三節・今於甲乙丁直角內減丙。乙丁角所餘爲甲乙丙角丙乙丁角既與丙角度等則甲乙丙、丙乙丁、合成之一直角與甲角之一直角。非二直角之度耶。

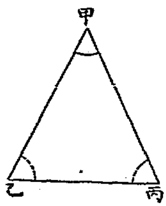
第五

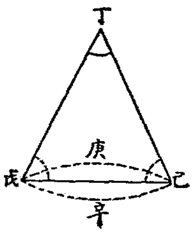
凡三角形。自一界線引長成一外角。此外角度、與三角形內所有之二銳角等。如甲乙丙三角形。自甲乙線引長至丁所成之丙乙丁角。卽爲外角。其度與三角形內甲丙二銳角之度等。蓋甲乙丙三角形之三角度。併之原與二直角等。如本卷第四節云・　而甲丁直線、與丙乙直線相交所成之甲乙丙、丁乙丙、內外角。亦與二直角等。如首卷第十四節云・則此內外二角所併之度。與三角形內三角所併之度。亦必相等。今於內外角所併之二直角內減去甲乙丙角。則所餘之丙乙丁一外角度。與甲角丙角所併之度。爲相等可知矣。



第六

凡兩三角形。其兩邊線之度相等。二線所合之角又等。則二形底線之度必等。二形之式亦等。其底線之二角亦皆等也。如甲乙丙一三角形。丁戊己一三角形。此二形之甲角丁角若等。甲丙、丁戊、二線。甲乙、丁己、二線。又互相等。則





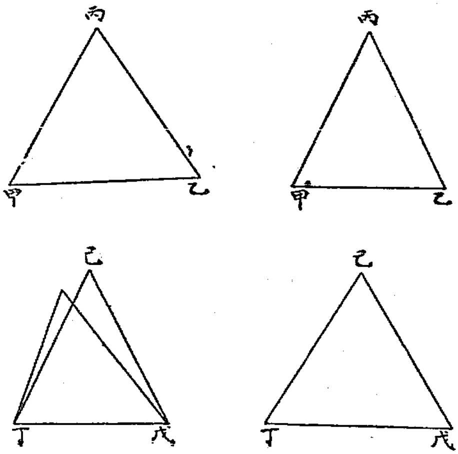
乙丙、戊己之二底線必等。其二形之三角式亦必等。而乙角己角相等。丙角戊角亦相等。若將二形之甲角丁角相合。則甲丙、丁戊、二線。甲乙、丁己、二線。各度必等。因其俱等。故丙乙線之二角與戊己線之二角。俱恰相符而無偏側矣。若謂乙丙底與戊己底不符。必是戊己線上斜於庚。或下斜於辛。不成直線形矣。

第七

兩三角形。其三邊線之度若等。則三角之度亦必相等。而此形內所函之分亦俱等也。如甲乙丙、丁戊己、兩三角形之甲乙線、丁戊線、甲丙線、丁己線、乙丙線、戊己線、兩兩相等。則甲角與丁角。乙角與戊角、丙角與己角、必各相等。而甲乙丙三界所函之分。丁戊己三界所函之分。亦俱相等。蓋因此兩三角形之各線。俱恰相符。故所函之分亦俱恰相符也。

第八

凡兩三角形。有一線相等。其相等線左右所生之二角又相等。則其他線他角俱相等。而二形之分亦相等也。如甲乙丙、丁戊己兩三角形之甲乙線丁戊線若等。而此二線左邊所成之甲角丁角、右邊所成之



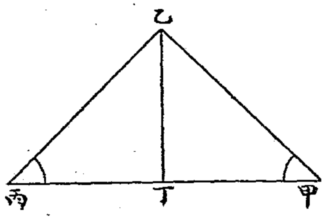
乙角戊角亦相等。則甲丙線度與丁己線度等。丙乙線度與己戊線度等。而丙角與己角亦等。甲丙乙形所函之分。與丁己戊形所函之分。自然相等矣。若將甲乙線與丁戊線相較。再將甲角與丁角、乙角與戊角相較。此二線二角之度。必俱相符。此二線二角既俱相符。其他線他角亦必各相符矣。若謂一線不符。則相等之角。亦必不符。必其一線斜出。或一線偏入。以致各角俱不相等。角既不相等。而形式亦必不同矣。

第九

三角形之兩邊線若等。其底線之兩角度亦必等。如甲乙丙三角形。其甲乙、丙乙、兩邊線之度等。則其甲丙底線之甲角丙角之度、亦俱等也。若以甲丙底平分於丁處。自丁至乙角畫一直線。遂成甲乙丁、丙乙丁、兩三角形。此兩形之甲乙線與丙乙線既相等。而甲丙底線平分之甲丁、丙丁、線度亦等。則乙丁為兩三角形所共用之各一邊線。然則此兩三角形之各三邊線度、必俱相等可知矣。三角形之三線既各相等。則其各角之度亦必相等。因其各角之度相等。故甲角丙角之度亦必等也。

第十

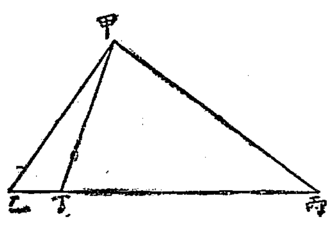
有兩邊相等之三角形。自上角至底線畫一直線。將底線為兩平分。則此線為上角之平分線又為底線之垂線也。如甲乙、丙乙、兩邊線度相等之甲乙丙三



角形。自上角乙、至底線丁、畫一直線將甲丙底線爲兩平分。則爲乙角之平分線。又爲甲丙底線之垂線也。蓋乙丁線將乙甲丙三角形平分爲甲乙丁、丙乙丁、兩三角形。此兩三角形之各界線度必各相等。而各角之度又俱相等。則甲乙丁角丙乙丁角、將乙角爲兩平分矣。而甲丁乙角丙丁乙角又爲相等之兩直角。因其爲兩直角。故乙丁線爲平分甲丙底線之垂線也。

第十一

凡三角形內、長界所對之角必大。短界所對之角必小。如甲乙丙三角形之乙丙界、長於甲丙界。故其相對之甲角、大於乙角。而甲乙界、短於甲丙界。故其所對之丙角小於乙角也。試依甲丙界度截乙丙於丁。復自甲至丁、作甲丁線。卽成甲丙丁兩界相等之三角形。夫甲丙、丁丙、兩界度既相等。則甲丁丙、丁甲丙、兩角亦相等。今甲丁丙角相等之丁甲丙角原自乙甲丙角所分。則乙甲丙角。必大於甲丁丙角矣。然此甲丁丙角。爲甲乙丁小三角形之外角與小三角形內之甲乙二角相併之度等。見本卷第五節。既與甲乙二角之度等。則大於乙角可知矣。夫甲丁丙角、既大於乙角。則乙甲丙角必更大於乙角矣。丙角之小於乙角。其理亦同。



第十二

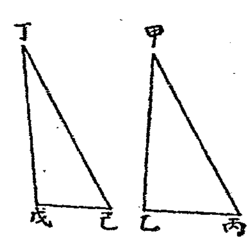
凡三角形內、必有二銳角。蓋三角形之三角、併之與二直角等。見本卷第四節。如甲乙丙三角形之乙角

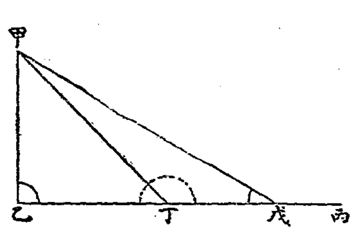
爲直角。則所餘甲角丙角、併之始與乙角相等。二角併之僅與一直角等。則此二角獨較之必小於直角矣。故此甲丙二角爲銳角也。又如丁戊己三角形之戊角爲鈍角則所餘之丁角己角愈小於直角而爲銳角矣。

第十三

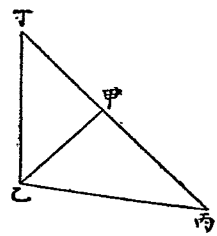
凡自一點至一橫線畫衆線。而衆線內有一垂線。必短於他線而他線與垂線相離愈遠則愈長也。如自甲點至乙丙線畫甲乙、甲丁、甲戊、幾線。此內甲乙爲垂線。較之甲丁、甲戊線。則其度最短。而甲戊線與甲乙線相離、既遠於甲丁。故更長於甲丁線也。蓋甲乙爲垂線。則乙角必爲直角。見首卷第十節。而甲乙丁三角形內。丁角甲角、必俱爲銳角、而小於乙角矣。因乙角大於丁角。故此乙角相對之甲丁線。必長於丁角相對之甲乙線。又甲丁戊外角原與甲乙丁、乙甲丁、二內角相併之度等。見本卷第五節。則此甲丁戊一外角。必大於甲乙丁一內角矣。甲丁戊之外角。既大於甲乙丁之內角。則甲丁戊角相對之甲戊線。必長於甲乙丁角相對之甲丁線可知矣。

第十四





凡三角形、將二界線相併。必長於所餘之一界線。如甲乙丙三角形。將甲乙、甲丙、二界線併之則長於所餘之乙丙界線也。試以丙甲線引之至丁、作丁甲線。與甲乙等則丁丙線、爲甲丙、甲乙、二界線之共度矣。復自丁至乙、作丁乙線成乙甲丁兩界相等之三角形。其丁乙甲角與丁角等見本卷第九節。則丁乙丙角必大於丁角。夫丁乙丙角既大於丁角。則其所對之丁丙線必長於丁角相對之乙丙線可知矣。見本卷第十一節。



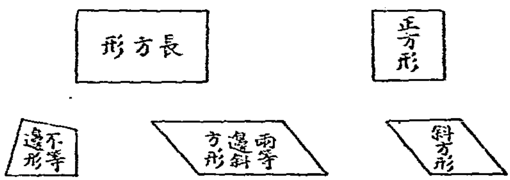
幾何原本二

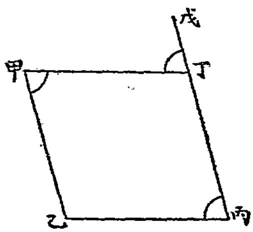
第一

凡四邊線函四角者。其形有五。四邊線度等、而角度亦等者。爲正方形。四角直、而兩邊線短、兩邊線長者。爲長方形。四邊線度等、而角度不等者。爲等邊斜方形。兩邊線長、兩邊線短而角度又不等者。爲兩等邊斜方形。以上四形。俱自平行線出。如四邊線不等、亦不平行、而四角度又不等者。爲不等邊斜方形。

第二

凡四平行線所成方形。其所函之角成兩對角。必兩兩相等。如甲乙丙丁平行線方形。其甲角度丙角度等。而乙角度丁角度亦等。若以丙丁線引長至戊作一線、成一丁外角與甲角爲二尖交錯之角。其度相等。見首卷第二十二節。而丁外角與丙角又爲一邊之內外角。其度亦等。見首卷第二十二節。夫甲丁二角既等。丁丙二角又等。則甲角與丙





角、必自相等。而丁乙兩對角之相等。不言可知矣。

第三

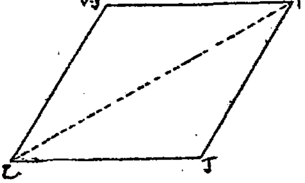
凡平行四邊形。自一角至相對之角、作一對角線。必平分四邊形爲兩三角形。如甲丙乙丁四邊形。作甲乙對角線。卽成丙甲乙、丁甲乙兩相等三角形。蓋此四邊形之丙丁二角爲對角。其度必等。見本卷第二節。而對角線所分之丙甲乙、丁乙甲二角。丙乙甲、丁甲乙、二角。俱爲二尖交錯之角。其度又兩兩相等。見首卷第二十二節。夫此兩三角形。原自一四邊形而分。各角又俱相等。則其所函之分必等。而四邊形平分爲兩平分無疑矣。

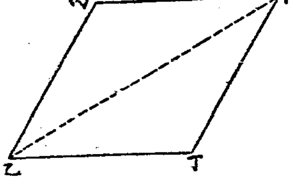
第四

凡平行線所成方形。其兩兩平行線度俱相等。如甲丙乙丁四邊形之丙甲線。與乙丁線度等丙乙線、與甲丁線度等。此卽如前節作一對角線、成兩三角形而兩形之各角、必俱相等。則丙甲、乙丁、二線丙乙、甲丁、二線俱爲各相等角所對之線。其度亦必相等矣。見二卷第八節。

第五

平行線方形內兩對角線。其相交處必平分二線之正中。如甲乙、丙丁、二

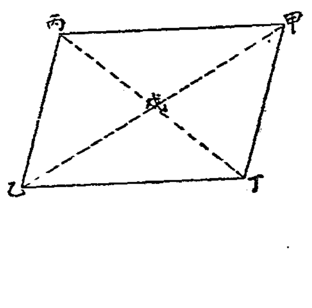


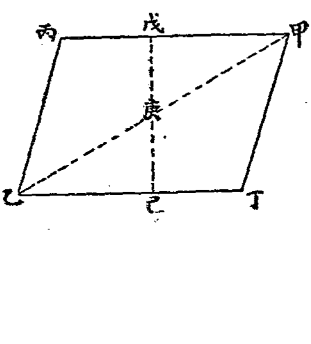


線相交於戊。則所成甲戊、戊乙、二線。丙戊、戊丁、二線俱等。蓋因丙戊乙、甲戊丁、兩三角形之丙乙、甲丁、二線爲平行線其度等。見本卷第四節。而丙乙戊、丁甲戊、二角乙丙戊、甲丁戊、二角皆爲平行線內相對之錯角其度俱等。見首卷第二十二節。夫丙乙、甲丁、二線既等各相對之錯角又等則丙乙戊、丁甲戊、二等角相對之戊丙、戊丁、二線度與甲丁戊、乙丙戊、二等角相對之戊甲、戊乙二線度必皆相等可知矣。見二卷第八節。

第六

凡平行線方形內。於對角線上。或縱或橫。正中截開。卽將此形爲兩平分。如甲丙乙丁之方形其甲乙對角線上、畫一戊己線。於庚處截開則平分甲丙乙丁方形、爲丙戊己乙一段。甲戊己丁一段。此二段內之戊甲庚、己乙庚、兩三角形之甲庚、乙庚、二線相等。而戊甲庚、己乙庚之兩角又爲平行線內二尖交錯之角其度相等而甲庚戊、乙庚己、二尖相對之角其度又等則此兩三角形度。亦必相等。又如甲乙對角線。將甲丙乙丁方形爲兩平分。則其甲丙乙、甲丁乙、兩三角形度必等。將此兩相等之三角形。以戊己線截開。於甲丙乙形內、減甲戊庚。於甲丁乙形內、減乙己庚。則所餘之甲庚己丁、乙庚戊丙、二形度必等。今所分各形。既俱兩兩相等。則甲丙乙丁之方形。爲戊己線所截。自爲兩平分可知



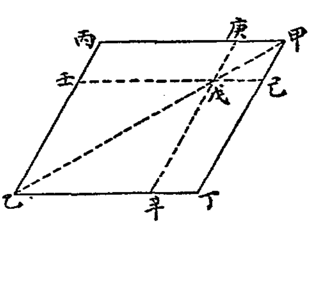


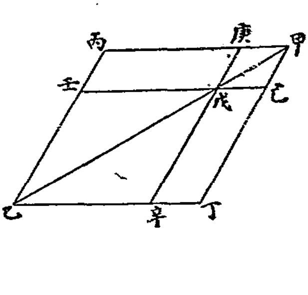
矣。

第七

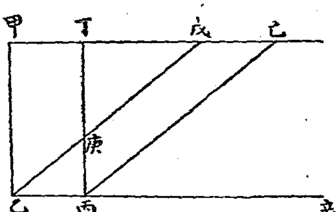
凡四邊形。於對角線、不拘何處。復作相交二平行線。卽成四四邊形。設如甲丙乙丁四邊形於對角線之戊處。復作一壬戊己、一辛戊庚、相交之二平行線。卽成甲戊、戊乙、丙戊、戊丁、四四邊形。此四形中之甲戊、戊乙、二形。爲對角線上所成之形。丙戊、戊丁、二形。爲對角線旁所成之形。此對角線旁所成兩形必俱相等。如丙壬戊庚、戊辛丁己、兩形之分是已。蓋甲丙乙丁之全形因甲乙對角線。平分爲兩平分。所成之甲丙乙、甲丁乙、兩大三角形之分必等。其對角線上所成之一小方形。復爲甲戊對角線、平分爲兩平分。成甲庚戊、甲己戊、兩小三角形。此兩小三角形之分亦必等。而對角線上所成之一大方形。又爲戊乙對角線、平分爲兩平分、成戊壬乙、戊辛乙兩中三角形。此兩中三角形之分亦必等。今將甲丙乙、甲丁乙、兩大三角形內。減去甲庚戊、甲己戊之兩相等小三角形。再減去戊壬乙、戊辛乙之兩相等中三角形。所餘對角線旁所成之丙壬戊庚、戊辛丁己兩四邊形。此兩四邊形、自然相等矣。

第八



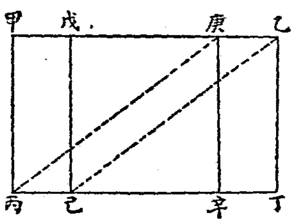


凡兩平行線內。同底所成之四邊形。其面積必等。如甲己、乙辛兩平行線內。於乙丙底作甲乙丙丁一長方四邊形。戊乙丙己一斜方四邊形。此兩形雖不同。而所容之分必相等。何也。試以兩三角形考之。如甲乙戊一三角形。丁丙己一三角形。此兩三角形之甲乙、丁丙二線等。甲戊、丁己二線亦等。甲丁、戊己、二線。俱與乙丙平行。而度分相等。若於甲丁、戊己、二線。各加一丁戊線。卽成甲戊、丁己線。其度自然相等。而戊甲乙、己丁丙、二角。爲甲乙、丁丙、平行線一邊之內外角。其度又等。則此兩三角形。自然相等可知矣。今於兩三角形內。各減去丁戊庚。則所餘之甲乙庚丁、戊庚丙己、二形之分必等。復於此二形內。每加一庚乙丙形。則成甲乙丙丁、戊乙丙己之兩四邊形。其面積必然相等也。



第九

兩平行線內。無論作幾四邊形。其底度若等。則面積必俱等。如甲乙、丙丁、二平行線內。作甲丙己戊、庚辛丁乙、兩平行線四邊形。其丙己、辛丁、兩底度相等。則其積亦等。試自丙己底至庚乙畫二直線。卽成一庚丙己乙斜四邊形。此斜四邊形。既與甲丙己戊四邊形。同出於丙己之底。卽同前節兩形面積俱等矣。至於庚辛丁乙。與庚丙己乙。又同出於庚乙之底。故此兩形面積亦俱等。觀此兩兩相等。則甲丙己戊、庚辛丁乙、兩形之面積相等明矣。

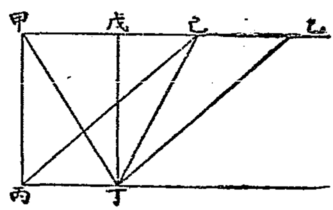


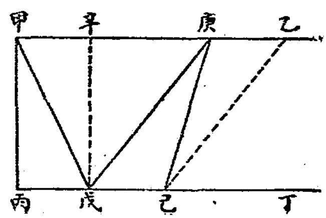
第十

凡兩平行線內同底所成之各種三角形。其面積俱等。如甲乙、丙丁、兩平行線內於丙丁底、作甲丙丁一三角形。己丙丁一三角形。此兩三角形之面積必等何也。自丁至戊、作一直線。與甲丙平行再自丁至乙、作一直線。與己丙平行。卽成甲丙丁戊、己丙丁乙、兩四邊形。此二形旣同出於丙丁底、其面積相等而甲丙丁、己丙丁、兩三角形爲平分兩四邊形之一半。其面積亦必相等矣。

第十一

兩平行線內。無論作幾三角形。其底度若等。其面積亦俱等。如甲乙、丙丁、二平行線內。作甲丙戊、庚戊己、兩三角形。其丙戊、戊己、兩底度相等。故其面積亦等。今自戊至辛、作一直線。與甲丙平行。又自己至乙、作一直線。與庚戊平行。卽同前節成面積相等之兩四邊形而此甲丙戊、庚戊己、兩三角形。爲面積相等兩四邊形之各一半。則此兩三角形之面積必等可知矣。





第十二

凡有幾三角形。其底若俱在一直線。而各底相對之角。又共遇於一處。則其衆三角形。必在二平行線之間。如甲乙丙、甲丙丁、甲丁戊、甲戊己四三角形。其乙丙、丙丁、丁戊、戊己各底。俱在一庚辛直線上。而各底相對之角。又皆遇於甲處。則此四三角形。俱同在庚辛、壬癸二平行線之間矣。

第十三

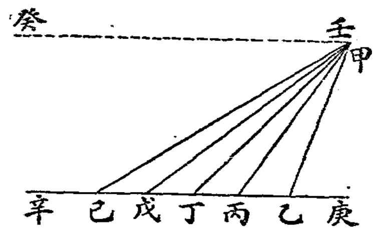
凡等邊等角各形內。五邊者爲五角形。六邊者爲六角形。邊愈多、角愈多者。俱隨其邊與角而名之焉。

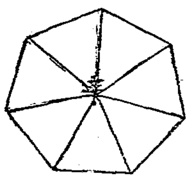
第十四

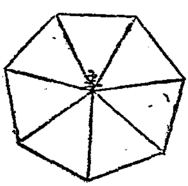
多邊多角形。自角至心作線。凡有幾界。卽成幾三角形。設如辛七邊形。自心至邊七角作七線。卽成七三角形。而此各三角形之分。俱相等也。

第十五

欲知衆邊形各邊角之度。將邊數加一倍。得數減四。其所餘之數。卽爲各邊角度也。如辛七邊形。以七邊數加一倍。共爲十四。





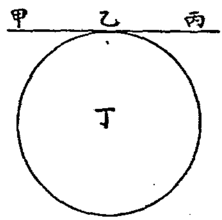


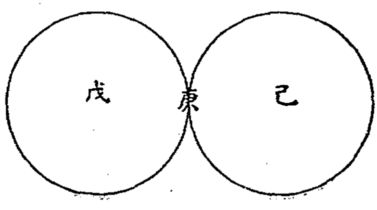
十四內減四。所餘之十。卽爲十直角數。爲此七邊形之各邊角之總度也。何也。假如辛形自心至七角作七線。成七三角形。凡三角形之三角與二直角等見二卷第四節則此七三角形之各三角度共與十四直角等。其七三角形之辛心所有之七角。又與四直角等。見首卷第十五節若將十四直角內減四直角。乃餘十直角。則此十直角與衆邊形之各邊角之總度相等可知矣。

幾何原本四

第一

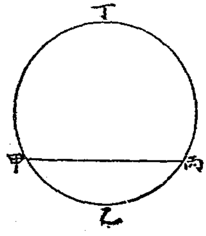
凡有直線。切於圜界、而不與圜界相交者。謂之切線。如甲乙丙線、切於丁圜乙界。其線雖自甲過乙至丙。而與圜界不出入相交。此甲乙丙線。即爲圜之切線也。又如一圜與一圜界相切而不相交。則謂之切圜。假如戊圜與己圜、於庚界相切。二界總未相交。故又謂之切圜也。





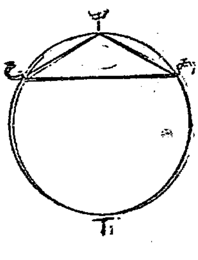
第二

凡一直線。横分圜之兩界。謂之弦線。其所分圜界之一段謂之弧。此弧與弦相交所成之二角。謂之弧分角。如甲丙線。横分甲乙丙丁圜界於甲丙。則甲丙線爲弦。其所分之甲丁丙一段、甲乙丙一段、皆謂之弧。而甲丙弦與甲乙丙弧相交所成之甲丙乙、丙甲乙二角。即謂之弧分之角焉。



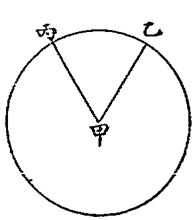
第三

凡自一圜弦線之兩頭。復作二直線。相遇於圜界之一處。其所成之角。謂之圜分內角。又謂之弧分相對之界角也。如甲乙丁丙圜之甲乙丙一段。自乙丙弦線之兩頭。各作一直線。於甲處相遇。其所成之乙甲丙角。卽圜分內角。然此甲角與乙丁丙弧相對。故又爲弧分相對之界角也。



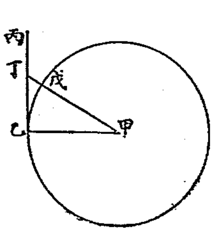
第四

凡一圜有二輻線截弧之一段。所成之三角形。謂之分圜面形。如甲圜自甲心至圜界乙丙二處。作甲乙甲丙二輻線。所成之甲丙乙三角形。卽爲分圜面形也。



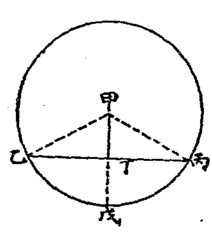
第五

凡自圜之輻線之末。與圜界相切。作一垂線。則此垂線與輻線之末。在圜界僅一點相切。其他全在圜外。卽如甲圜之甲乙輻線。於乙末作一丙乙垂線。則此丙乙垂線、與甲乙輻線。俱在圜界乙處之一點相切。而此垂線之丁等處。俱在圜外也。若自圜之甲心至丁、作一甲戊丁線。此線必長於甲乙輻線。如二卷第十三節云。因其長於輻線。必出於圜界之外。此甲戊丁線、旣出於圜界之外。則丙乙線全在圜外可知矣。



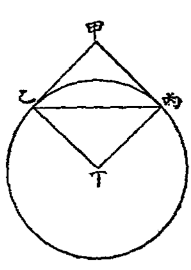
第六

圜弦線上。自圜心作一垂線。則將弦線爲兩平分。如乙丙弦。自圜心甲至弦線丁、作一垂線。必將乙丙弦爲兩平分。成乙丁、丁丙、二段。若自甲心至弦線乙丙二末、作二輻線。成一甲乙丙三角形。此三角形之甲乙、甲丙、二線。爲一圜之輻線。其度必等。此二輻線既等。則甲乙丙三角形內甲丁垂線所分之乙丁、丁丙、二段。亦必等矣。若將垂線引長至弧界戊作線。則又將乙丙弧界爲兩平分矣。



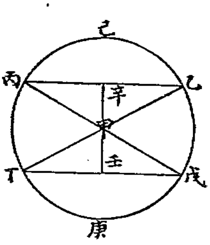
第七

凡自圜外一處。至圜界兩邊。作二切線。此二線之度必等。如自圜外甲至圜界乙丙兩邊、作甲乙、甲丙、二切線。此二線之度相等。今於圜心丁至圜界乙丙二切線之末。作二輻線。則此二輻線、爲甲乙甲丙之垂線矣。如本卷第五節云。因其爲垂線。則甲乙丁、甲丙丁之二角。必同爲直角。見首卷第十節。再自丙至乙作一弦線。卽成丁乙丙、甲乙丙、兩三角形。丁乙丙三角形之丁乙、丁丙、二線。同爲圜之輻線。其度必等。因其相等。故丁乙丙丁丙乙二角亦必等。夫甲乙丁、甲丙丁、二角原相等。此二角內減去丁乙丙、丁丙乙、二角。則所餘之甲乙丙、甲丙乙、二角。亦自相等。此二角既俱相等。則甲乙、甲丙、二切線。爲等角傍之兩界線。自然相等無疑矣。



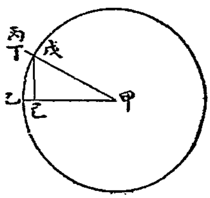
第八

凡圜內兩弦線若等。其分圜弧面之積必等。自心至兩弦所作垂線亦必等。如甲圜之丙乙、丁戊、二弦之度若等。則所分丙己乙辛、丁庚戊壬、二弧面積必等。自此圜之甲心至丙乙、丁戊、二弦各作甲壬、甲辛、垂線。其度亦必等。何也。如自甲心至丙乙、丁戊、二弦之末。各作輻線。卽成甲丙乙、甲丁戊兩三角形。此兩三角形之各界線。必兩兩相等。則此兩三角形內相等線所對之角。亦必相等。見二卷第七節。角旣相等。則等角相對弧界之丙己乙、丁庚戊、二段。亦必相等。見首卷第十二節。丙己乙、丁庚戊二弧線旣等。丙乙、丁戊、二弦線又等。則丁庚戊壬之弧面積與丙己乙辛之弧面積。自然相符矣。又甲辛、甲壬二垂線將丙乙、丁戊、二弦。爲兩平分則丙辛、乙辛、丁壬、戊壬之四線亦俱等。三角形之各界線。旣兩兩相等。而三角形內各角又兩兩相等。則平分丙乙、丁戊、二弦之甲辛、甲壬之度。自然相等矣。



第九

凡弦線之所屬、有三種。一爲弧之切線。一爲弧之割線。一爲弧之弦線。欲取弧界各角之度。用此三線求之必得也。如甲圜之甲乙輻線於乙末作丙乙垂線復自圜心甲至圜界戊割出至丙、乙垂線丁分作甲丁線又從圜界戊至甲乙輻線、作戊己垂線。則成三種線。此三線內丁乙線爲乙戊弧之切線、甲丁線爲



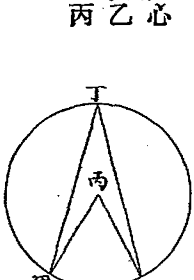
乙戊弧之割線、戊己線爲乙戊弧之正弦。凡欲得各角弧界之度。必於此三種線取之。如欲取乙甲戊角相對弧度。則自與甲角相對乙戊弧之丁乙切線取之。或自乙戊弧之甲丁割線取之。或自乙戊弧之戊己正弦取之。皆得乙戊弧之度數焉。

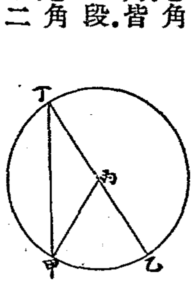
第十

一圜界內。在於圜界一段至圜心作二線。至圜界作二線。即成二角。在圜心者爲心角。在圜界者爲界角。設如甲乙丁圜。自甲乙一段至丙心作甲丙、乙丙二線。仍自甲乙至丁界作甲丁、乙丁二線。成甲丙乙甲丁乙二角。其甲丙乙角爲心角。甲丁乙角爲界角也。

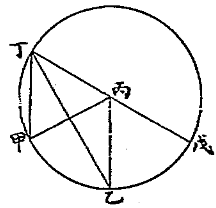
第十一

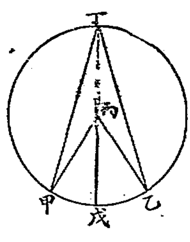
圜內之心角界角。同立圜界之一段。而各角之二線所成之式。又分爲三種。有界角心角同用一線者。有界角心角不同用一線者。有界角二線跨心角二線者。總之此三種心角。皆大於界角一倍。如有三圜。圜心之甲丙乙角。皆自圜界甲乙一段。作甲丙、乙丙二線。圜界之甲丁乙角。亦自圜界甲乙一段。作甲丁、乙丁二線。則第一圖之甲丁乙界角之乙丁線。同立於甲丙乙心角之乙丙線上。而甲丙乙心角。爲甲丙丁三角形之外角。與甲丁丙、丙甲丁二內角等。見二卷第五節。其甲丙、丙丁二線。又爲一圜之輻線。其度亦等。此二





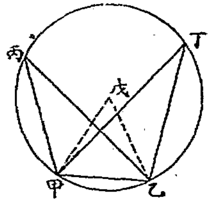
線既等。則甲丁丙、丙甲丁、二角亦必等。見二卷第九節・今甲丙乙之外角。既與甲丁丙、丙甲丁、二丙角等。則甲丙乙心角。大於甲丁乙界角一倍可知矣。如第二圖甲丁乙界角之乙丁線。不同立於甲丙乙心角之乙丙線上而甲丙乙心角在甲丁乙界角甲丁、丁乙、二直線之外。則自丁角過圜之丙心至對界作一丁丙戊全徑線。卽成甲丙戊一大心角。乙丙戊一小心角甲丁戊一大界角。乙丁戊一小界角其甲丙戊大心角卽如第一圖必倍於甲丁戊大界角而乙丙戊小心角亦必倍於乙丁戊小界角。於甲丙戊大心角內減去乙丙戊小心角甲丁戊大界角內減去乙丁戊小界角則所餘之甲丙乙心角。必大於所餘之甲丁乙界角一倍矣。如第三圖甲丁乙界角之二線。正跨於甲丙乙心角二線之上而甲丙乙心角在甲丁乙界角甲丁、丁乙、二直線之間。則自丁角過圜之丙心至對界。作丁丙戊全徑線。卽成甲丙戊、乙丙戊、二心角甲丁戊、乙丁戊、二界角。此甲丙戊心角必倍於甲丁戊界角。乙丙戊心角亦必倍於乙丁戊界角以甲丙戊、乙丙戊、二心角倂之。乃甲丙乙一心角。以甲丁戊、乙丁戊、二界角倂之。乃甲丁乙一界角。今所分之二心角既各倍於所分之界角。則此所倂之甲丙乙心角必倍於所倂之甲丁乙界角矣。





第十二

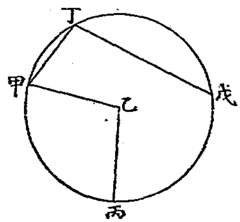
凡自圜之弧線一段。任作相切界角幾何。其度必俱相等。如甲乙丁丙之圜。自甲乙弧線一段。至圜界丙丁、作相切之甲丙乙、乙丁甲、二界角。此二角之度必俱相等。試自圜之戊心至圜界甲乙、作二輻線。卽成甲戊乙一心角。此甲戊乙之心角。與甲丙乙、乙丁甲界角。俱同一圜弧線之一段。則心角必倍於界角。然則甲丙乙、乙丁甲二界角。旣俱爲甲戊乙心角之一半。則此二角之度必等可知矣。

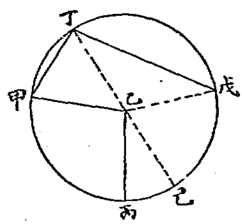


第十三

凡圜內心角所對弧線之度。比界角所對弧線之度少一半。則二角之度必等。如甲丙戊丁圜內。有甲乙丙一心角甲丁戊一界角。而甲乙丙心角相對甲丙弧線之度。比甲丁戊界角相對甲戊弧線之度少一半。則甲乙丙心角之度。必與甲丁戊界角之度相等。

試自丁角過圜之乙心至對界、作丁乙己全徑線。復自乙心至戊界、作乙戊半徑線。卽成甲乙己、己乙戊、二心角。甲丁己、己丁戊、二界角。其甲乙己心角。必倍於甲丁己界角。而己乙戊心角。亦必倍於己丁戊界角。今以甲乙己、己乙戊、二心角相併。甲丁己、己丁戊、二界角亦相併。則甲乙己、己乙戊、二心角所併之度。

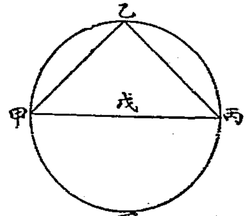


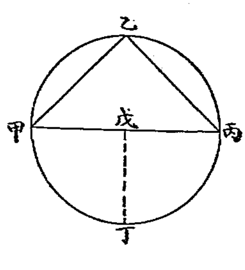


必倍於甲丁己、己丁戊、二界角所併之度矣。是以甲丁戊一界角。必得甲乙己己乙戊、二心角所併之一半。夫甲丙弧線既爲甲戊弧線之一半。而甲乙丙角又爲甲乙己己乙戊、二心角所併之一半。則甲乙丙心角度必與甲丁戊界角之度相等矣。

第十四

凡圜內界角。立於圜界之半者。必爲直角。如甲乙丙丁圜內之甲乙丙界角。立於甲丁丙圜界之正一半。則此甲乙丙角必然爲直角也自甲丁丙之半圜。於丁界爲兩平分。復自丁界至圜心戊作丁戊輻線。卽成甲戊丁角其相對之甲丁弧爲圜界四分之一既爲圜界四分之一。則必爲直角。如首卷第十節云。夫心角相對弧線。若爲界角相對弧線之一半。其二角之度相等矣如本卷第十三節云。今甲戊丁心角相對之甲丁弧線。既爲甲乙丙界角相對之甲丁丙弧線之一半。則甲戊丁心角度必與甲乙丙界角度相等。且甲丁弧線既爲圜界四分之一而甲丁丙弧線又爲圜界之正一半。則甲戊丁心角爲直角而甲乙丙界角亦必爲直角矣。

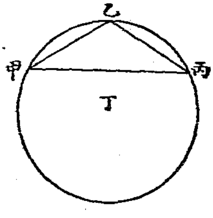


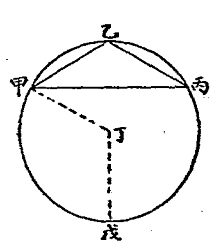


第十五

凡圜內界角其所對之弧。過於圜界之半者。必爲鈍角。如甲乙丙戊圜內之甲乙丙界角。其相對之甲戊

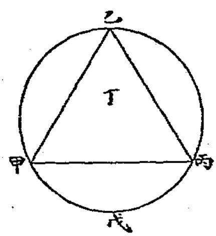
丙弧。大於圜界之一半。故其相對之甲乙丙角爲鈍角也。試將甲戊丙弧平分於戊。爲甲戊、戊丙兩段。復自圜心丁至甲、戊作二輻線。卽成甲丁戊一心角。其甲戊丙弧分旣大於半圜。則此甲戊弧線一段亦大於圜之四分之一矣。故此甲戊弧線相對之甲丁戊心角。必爲鈍角。見首卷第十一節。夫心角相對之弧線。比界角相對之弧線少一半。則二角之度必相等。如本卷第十三節云。今甲丁戊心角相對之甲戊弧線。正爲甲乙丙界角相對甲戊丙弧線之一半。則甲乙丙界角。自然與甲丁戊心角等矣。夫甲丁戊心角旣爲鈍角。則甲乙丙界角亦必爲鈍角矣。

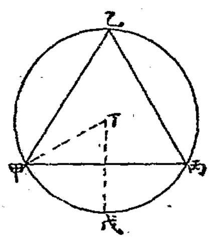




第十六

凡圜內界角。其所對之弧。不及圜界之半者。必爲銳角。如甲乙丙戊圜內之甲乙丙界角。其相對之甲戊丙弧。小於圜界之一半。故其相對之甲乙丙角爲銳角也。試將甲戊丙弧。平分於戊。爲甲戊、戊丙兩段。復自圜心丁至甲、戊作二輻線。卽成甲丁戊一心角。此心角所對之甲戊弧線。旣不足圜界四分之一。則此

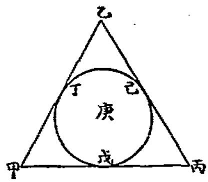


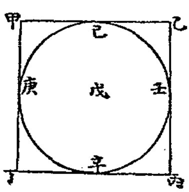


甲丁戊心角。必爲銳角矣。見首卷第十一節。此甲丁戊心角所對之弧。比之甲乙丙界角所對之弧爲一半。則此二角之度必等。夫甲丁戊心角既爲銳角。則甲乙丙界角亦必爲銳角矣。

第十七

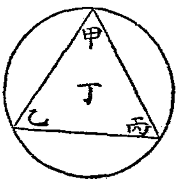
凡函圜各界形之各線。與圜界相切而不相交。則謂之函圜切界形。如甲乙丙三角形之甲乙、乙丙、丙甲、三界線。俱在庚圜界之丁己戊三處相切而不相交。故謂之函圜切界三角形。又若甲乙丙丁四方形之甲乙、乙丙、丙丁、丁甲、四界線。俱在戊圜界之己庚辛壬四處相切而不相交。則謂之函圜切界四邊形。觀此二圖。則知函圜各界形。必大於所函圜界形之分矣。

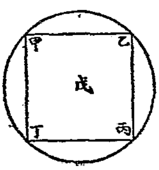




第十八

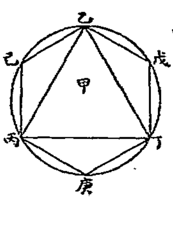
凡圜內直界形之各角。止抵圜界而不割出。則謂之圜內所函各邊形。如甲乙丙三角形之甲角乙角丙角。俱與丁圜界相抵、而不會割出。即謂之圜內所函三角形。又如甲乙丙丁四方形之甲角乙角丙角丁角俱與戊圜界相抵、而不割出。則謂之圜內所函四邊形。觀此二圖。則知函於圜界各界形。必小於圜界形之分矣。

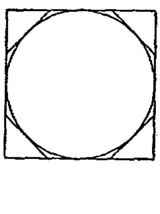




第十九

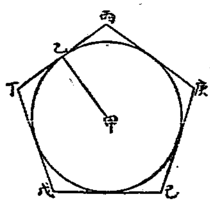
凡等邊衆界形或函圜或函於圜其界數愈多愈與圜界相近如甲圜形函乙丙丁等邊三角形又函乙己丙庚丁戊等邊六角形以三角形之三邊比之六角形之六邊則六角形之六邊與圜界相近矣設有十二角形之十二邊比此六角形之六邊則十二角之十二邊又與圜界爲近若有二十四角之二十四邊則又更近於十二角之十二邊矣蓋函衆界形之度必大於所函之衆界形度（見本卷第十七十八兩節）今甲圜既函等邊六角形自大於六角形而此六角形又函等邊三角形亦必大於三角形由此推之十二角函六角二十四角函十二角其邊愈多者其度愈大故與圜界愈近也又如復有一函圜等邊四角形內又作一函圜等邊八角形此四角形既函八角形必大於八角形可知矣若於八角形內復作十六角形十六角形內又作三十二角形其所函形愈小邊數愈多則與所函之圜界度愈近矣苟設一函於圜界之多邊形爲幾十萬邊（設函於圜界之多邊形一自六邊起算一自四邊起算）復設一函圜界之多邊形亦爲幾十萬邊（設函圜界之多邊形亦一自六邊起算一自四邊起算）使此函圜之多邊形自外與圜界相比而函於圜界之多邊形自內與圜界相比則此二多邊形之每邊直界線將與圜界曲線合而爲一故圜界曲線可得直線之度而多邊形之直線亦可得爲圜界度也

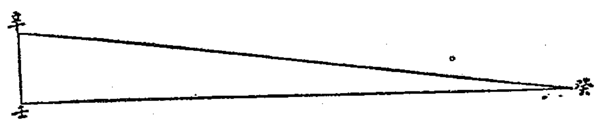


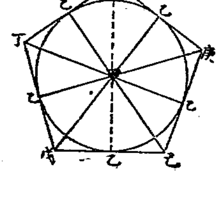


第二十

函圜切界等邊形。其所函圜之輻線度。與一直角三角形之小邊之度等。而等邊形之衆界共度。又與三角形之大邊之度等。則三角形之面積。與等邊形之面積等。如丙丁戊己庚等邊五角形。其所函甲圜之甲乙輻線。與辛壬癸直角三角形之辛壬小邊線度等。而五角形之丙丁戊己庚五邊線共度。又與三角形之壬癸大邊線度等。則此辛壬癸三角形面積。必與丙丁戊己庚等邊五角形面積等也。何以見之。若自五邊形之甲心至丙丁戊己庚之五角。作甲丙、甲丁、甲戊、甲己、甲庚五線。卽分成甲丙丁類五三角形。夫辛壬癸三角形之壬癸線度。旣與五角形之五邊共度等。今將壬癸線平分五分。以所分之每分爲底依前所分五三角形式。作甲壬丙類五正式三角形。復自所分



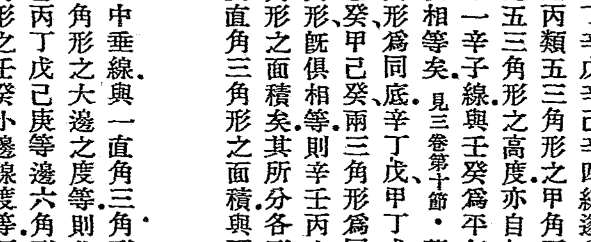




丙丁戊己四處。俱至三角形之辛角。作丙辛、丁辛、戊辛、己辛、四線。遂分辛壬癸一三角形。爲辛壬丙類五斜式三角形。再自甲壬丙類五三角形之甲角至底。各作一甲乙垂線。俱與圜之輻線等。則甲壬丙相等之五三角形之高度亦自相等矣。於是復自辛壬癸三角形之辛角。與五甲角相切。作一辛子線。與壬癸爲平行線。則此平行線內同底所成之各種三角形之面積。必俱相等矣。見三卷第十節。蓋辛壬丙、甲壬丙、兩三角形爲同底。辛丙丁、甲丙丁、兩三角形爲同底。辛丁戊、甲丁戊、兩三角形爲同底。辛戊己、甲戊己、兩三角形爲同底。辛己癸、甲己癸、兩三角形爲同底。故其面積俱相等也。且辛壬丙三角形、與甲壬丙三角形。既俱相等。則辛壬丙之類五斜式三角形之面積。卽如甲壬丙之類五正式三角形之面積矣。其所分各形之面積俱等。則其全形之面積。自然相等。此所以辛壬癸直角三角形之面積與丙丁戊己庚等邊五角形之面積相等也。

第二十一

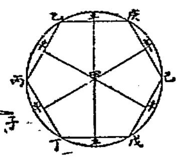
圜界內函等邊衆界形。其圜心至衆界所作中垂線。與一直角三角形之小邊之度等。而等邊衆界形之衆界共度。又與直角三角形之大邊之度等。則此三角形之面積。與等邊衆界形之面積等。如甲圜所函乙丙丁戊己庚等邊六角形。其圜之甲心至衆界所作甲辛垂線。與壬癸子直角三角形之壬癸小邊線度等。而六角形之乙

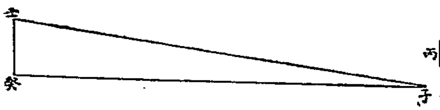


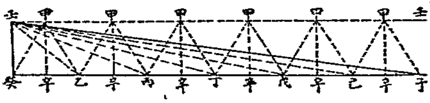
丙丁戊己庚六邊線共度。又與三角形之癸子大邊線度等。則此壬子癸三角形面積。必與乙丙丁戊己庚等邊六角形面積等也。若依前節法。將六邊形分為六三角形。復以三角形之癸子界。照六邊形度分為六分。又照六邊形所分六三角形。作六正式三角形。復自壬子癸三角形之壬角至乙丙丁戊己五處作五斜線。成六斜式三角形。此兩式三角形同底。又同在二平行線內。則其面積必兩兩相等。此兩式六三角形之垂線。既與壬癸子直角三角形之壬癸小邊線度等。而兩式六三角形之底線共度。又與壬子癸直角三角形之癸子大邊線度等。則壬癸子直角三角形之面積。必與乙丙丁戊己庚等邊六角形之面積相等矣。

第二十二

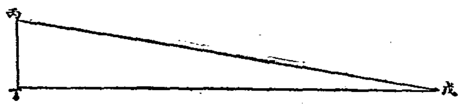
凡圜形之輻線。與一直角三角形之小邊線度等。而圜之周界。與三角形之大邊線度等。則此直角三角形之面積。與圜形之面積相等。如有一甲圜形。其甲乙輻線。與丙丁戊直角三角形之丙丁小邊線度等。而甲圜形之乙周界。又與丙丁戊三角形

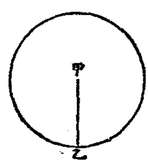


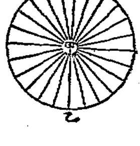




之丁戊大邊線度等。則此丙丁戊三角形之面積。即與甲圜形之面積相等也。何以見之。甲圜之輻線、與三角形之小邊等者。即如等邊衆界形之中垂線。與三角形之小邊等也。甲圜之周界、與三角形之大邊等者。即如等邊衆界形之各界共度。與三角形之大邊等也。若夫函圜衆界形相等之三角形。其小邊雖與圜之輻線等。其大邊則長於圜之周線。故其積分亦大於圜之積分。而函於圜衆界形相等之三角形。其小邊既短於圜之輻線。而大邊亦短於圜之周線。故其積分亦小於圜之積分。今此甲圜形相等之丙丁戊三角形。其小邊既與圜之輻線等。而三角形之大邊。又與圜之周線等。則其積分與圜形之積分相等無疑矣。然圜周界曲線也。等邊衆界形之界度直線也。觀之似難於相通者。如以圜之內外各設多邊衆界形。分為千萬邊如本卷第十九節云。則逼圜界最近。將合而為一。乃依所分之段。為千萬正式三角形。此千萬正式三角形之中垂線。亦將與圜之輻線合而為一。而千萬邊共界度。既與圜周合而為一。則圜周之曲線。亦變而為直線矣。夫千萬邊正式三角形之中垂線。既成圜之輻線。則與丙丁戊三角形之小邊等。而千萬邊正式三角形之底界共度。



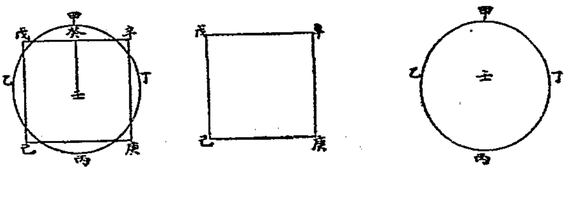


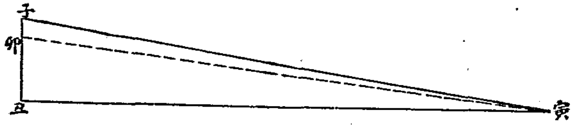


又成圜之周度。則又與丙丁戊三角形之大邊度等矣。復自丙丁戊三角形之丙角至千萬正式三角形之底界各作千萬斜式三角形。以比正式三角形因其底同其分自相等。故千萬斜式三角形之面積。比之千萬正式三角形之面積。千萬正式三角形之面積比之丙丁戊一直角三角形之面積。丙丁戊直角三角形之面積比之甲圜形之面積。俱相等也。

第二十三

有一圜形。又一衆界形。此圜界度。若與彼衆界總度等。則圜形之面積。必大於衆界形之面積也。如甲乙丙丁圜形之周界。與戊己庚辛等邊四角形之四邊總度等。則圜形之面積。必大於等邊四角形之面積矣。前言凡圜形之輻線。與一直角三角形之小邊線度等。而圜之周界與三角形之大邊線度等。則三角形之面積與圜形之面積相等矣。今試以甲乙丙丁圜形周界。爲三角形之大邊。以甲乙丙丁圜形之甲壬輻線。爲三角形之小邊。作一子丑寅直角三角形。則三角形之丑寅大邊線度。亦與戊己庚辛四角形之四邊總度等。而三角形之子丑小邊線度。雖與圜形甲壬輻線等。却比四角形之自壬心至癸邊所作垂線爲長。若將三角形之子丑小邊線照四角形之



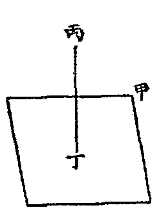


壬癸垂線度截開則分子丑線於卯復自卯至寅作一斜弦卽成卯丑寅一直角三角形而此卯丑寅三角形之分與戊己庚辛四角形相等也此卯丑寅三角形自子丑寅三角形分之則卯丑寅形必小於子丑寅形今甲乙丙丁圜形之面積旣與子丑寅三角形之面積等而戊己庚辛四角形之面積又與卯丑寅三角形之面積等則戊己庚辛四角形之面積必小於甲乙丙丁圜形之面積可知矣觀此凡界度相等之形圜界所函之分比衆界所函之分必大而衆界所函之分與圜界所函之分同者則衆界之總度復比圜界度大也

幾何原本五

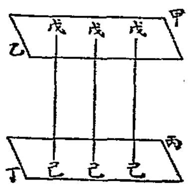
第一

平面之上所立直線。無少偏倚。其面上所生之角必俱直。則謂之平面上所立垂線也。如甲乙之平面。正立一丙丁線。不偏不倚。此卽爲平面上所立之垂線矣。



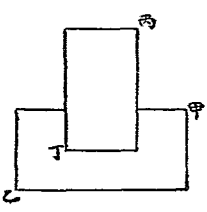
第二

凡兩平面相對。其所立衆垂線度。俱各相等。則此相對之平面。謂之平行面也。如甲乙、丙丁、二平面間所有戊己衆垂線之度俱相等。此甲乙、丙丁、二平面。卽爲平行面矣。



第三

平面上復立一平面。無少偏倚。其兩邊所成之角。必皆爲直角。則謂之平面上所立直面也。如甲乙平面上所立之丙丁平面。無偏無倚。兩邊亦俱成直角。此卽爲平面上所立之直面矣。



第四

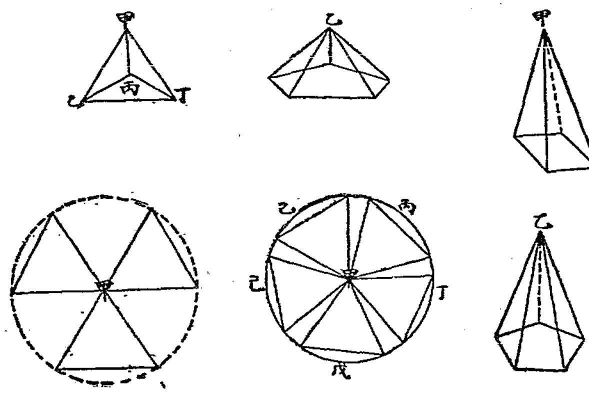
凡各面相合。其每面之角所合處。復成一種體角。則謂之厚角。夫厚角必自三面合之乃成。其面多者、爲各瓣相併而成之厚角也。如甲圖四面、爲四瓣相併所生之厚角。乙圖五面、爲五瓣相併所生之厚角是已。

第五

凡各面相併所成之厚角。如將各面計之。則其衆角所合之分。必不足於四直角度也。如甲圖五面合成之厚角。若將其五面展開使平。作乙丙丁戊己平面之五瓣。復以甲爲心作一甲圜。其乙丙丁戊己之五瓣相離處不能滿甲圜之周界矣。因其不滿於圜之周界。故比四直角爲不足也。或以四直角分。強欲作一厚角。則其瓣過於大。必不能成平面所合之厚角矣。

第六

凡等邊三面所合厚角。其三面內之兩面角併之。必大於一直角度也。如甲丙乙丁之等邊三面所合之甲厚角。將乙甲丙、丙甲丁、二面併之。必大於一直角度矣。依前節法將甲厚



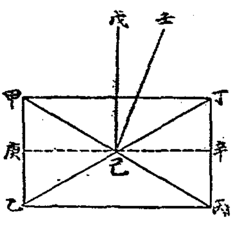
角展開使平雖不足四直角之度而乙甲丙、丙甲丁之二面併之則較之一直角度爲大焉何以見之夫三面展開其所離之虛分仍有三面之分以三面之實分合三面之虛分則爲六角之全形此六角之全形得四直角度矣六角而得四直角則三角必得二直角三角既得二直角則二角相併必大於一直角可知矣

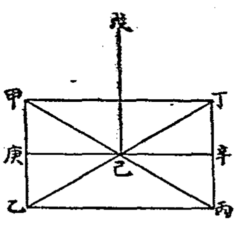
第七

凡平面二線交處作一垂線正立而無偏倚此線任在平面各處俱爲垂線如甲乙丙丁平面上甲丙、丁乙二線相交己處作一戊己垂線正立而不偏倚則此戊己線任在甲乙丙丁平面上某一處俱爲垂線也假使戊己垂線不能正立而有所偏倚則如壬己線近於辛而離於庚矣壬己線既近於辛而離於庚則偏向於丁丙而遠於甲乙而壬己丁、壬己丙之二角爲銳角壬己甲、壬己乙之二角爲鈍角矣戊己既如壬己則不得謂之甲丙、丁乙二線相交處正立之垂線矣

第八

衆線交處立一垂線其各角若俱直此所交各線必在一平面也如甲丙、乙丁、庚辛之三線相交處立一戊己垂線其與衆線相接各角若俱直則此相交之三線必在一平面也夫衆線之相交固在平面而垂線之所立正所以考面或





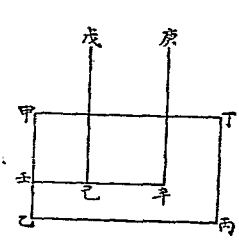
一角不直。則不得謂之平面矣。

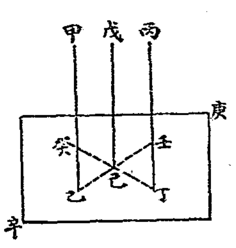
第九

平面上若立二垂線。必互爲平行線。如甲乙丙丁之平面上。立戊己、庚辛、二垂線。則此二線互爲平行線也。試自辛過己至壬、作一辛壬線。則戊己、庚辛、二垂線所立之分必正。其在甲乙丙丁平面上。任指何處所生之角俱是直角。見本卷首節。故戊己壬、庚辛己、二角俱爲直角。而相等也。且此二角又爲二線與一線相交所成之內外角。其度既等。則戊己、庚辛、二線。必爲平行線矣。如首卷第二十一節。

第十

有二線與一垂線平行。雖不在平面之一界。此三線亦互相爲平行線也。如甲乙、丙丁、二線。俱與戊己一垂線平行。不立於一直線上。雖不居平面之一界。此三線亦必互爲平行線也。試於甲乙、丙丁、戊己、三線之末作一庚辛平面。此平面上之戊己線爲垂線。其四圍平面所生之各角俱是直角矣。復自乙過己、自丁過己、作相交二線。則成甲乙己、戊己壬、二角。丙丁己、戊己癸、二角。此各二角。俱爲平行線一邊之內外角。俱爲相等角矣。見首卷第二十一節。而甲乙己、丙丁己、二角亦俱爲直角。夫甲乙、丙丁、二線。在庚辛平面上所生

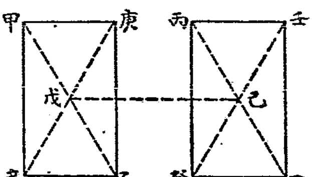


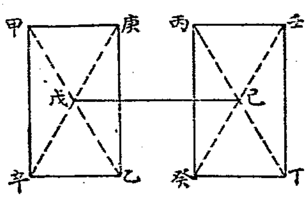


之角皆直。又皆與戊己垂線所生之角等。則甲乙、丙丁、二線。亦皆得爲垂線。其與戊己線爲互相平行之三線可知矣。

第十一

相對二平面之間。橫一直線。此線在二平面上。所生角若俱直。則此相對二面互相爲平行面也。如甲辛乙庚、丙癸丁壬、二平面之間。橫一戊己直線。此戊己線末所抵處。其四圍俱成直角。則此二平面。互相爲平行面矣。試將此二平面之戊己橫線所抵之處作甲乙、庚辛、相交二線。丙丁、壬癸、相交二線。則戊己橫線於二平面各界所生之角。俱爲直角。如甲乙、丙丁、二線。與戊己橫線相抵所生之甲戊己、戊己癸、二尖交錯之角相等。故甲乙、丙丁、相當之二線爲平行矣。又如辛戊己、戊己丙、二尖交錯之角亦相等。故庚辛、壬癸、相當二線亦爲平行矣。相對二平面之上。所有之相當各二線。既俱同爲平行線。則相對之二平面。自然互爲平行面矣。





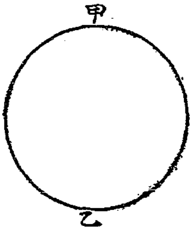
第十二

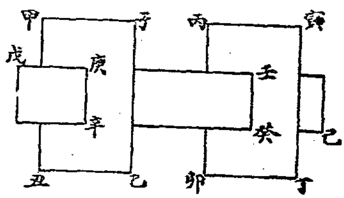
有二平行面橫交一面。其相交處所生二線必平行。如甲乙、丙丁、平行二面上。橫交一戊己平面。其庚辛、

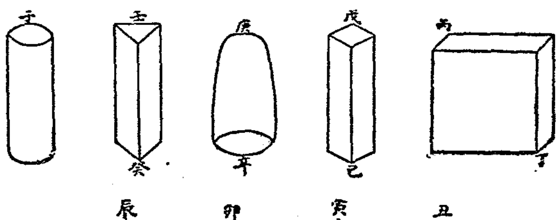
壬癸之相交處所生二線。亦俱平行也。何以言之。庚辛、壬癸平面相交處所生二縫。既在甲乙、丙丁、二平面之上。自然與甲乙、丙丁二面之甲丑、子乙、丙卯、寅丁之各線。同爲平行線。且又在戊己一平面內。其分自然相對。故此二平面與一平面相交之縫線。亦得爲平行也。

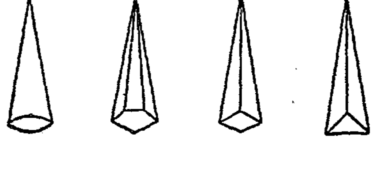
第十三

凡各種面內所積之實爲體。而皆因其面以名之焉。如全體不成角度。止現圓之圓面。則謂之圓體。甲乙圖是也。全體各面俱平。各邊相等。所成各角又等。則謂之平面正方體。丙丁圖是也。全體各面雖平。體長而面成兩式。其相對各面。仍兩兩相等。相對各邊。則又平行。角又相等。此謂之平行長方體。戊己圖是也。體有曲平兩面相雜、









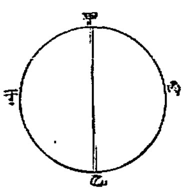
而不成等邊等面。則謂之底平半圓體。庚辛圖是也。全體相對之各面不平行。上下兩面平行。則謂之上下面平行體。壬癸圖是也。體圓而上下面俱平。則謂之長圓體。子圖是也。底爲平面。其各面俱合於一角而成厚角。則謂之尖瓣體。底三角者。謂之三瓣尖體。底四角者。謂之四瓣尖體。底衆角者。謂之衆瓣尖體。如丑寅卯三圖是也。又或底面圓而漸銳成形。則謂之尖圓體。辰圖是也。

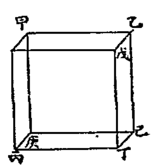
第十四

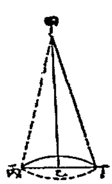
凡圓體、長圓體、尖圓體、俱生於圓面。故其外皮面積。亦生於圓界一旋轉之度分耳。如取甲乙丙丁之圓形。則以甲乙徑線爲樞心。將甲丙乙半圓作轉式。旋轉復還於原處。卽成甲丙乙丁一圓形體。如取甲乙戊己平行面之長圓形。則以甲乙中線爲樞心。將丙丁線界作轉式。旋轉復還於原處。卽成甲乙戊己一長圓體。如取甲丙丁平底尖圓形。則以甲乙中線爲樞心。將甲丁邊線作轉式旋轉。復還於原處。卽成甲乙丙丁一尖圓體矣。

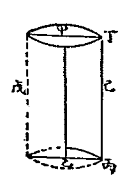
第十五

凡各體形。其各面平行相當。則相對兩邊面積俱相等。如甲乙丙丁之正方體其甲戊庚丁、甲己戊丙、甲丙乙丁、六面俱各平行。故相對二面之積俱兩兩相等也。









第十六

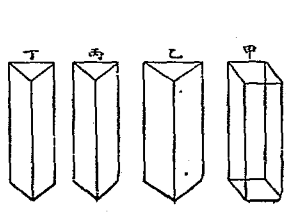
凡體面式不一而積等者。爲積數相等之體。面式既同而體積又等者。爲面式體積全等之體。如甲、乙二體。爲積數相等之體也。丙、丁二體。爲面式體積全等之體也。

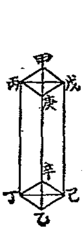
第十七

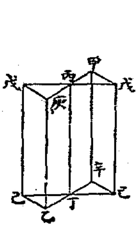
凡平行面之長方體。自一面之對角線。平分爲兩三稜體。此兩三稜體。必爲面式體積全等之體矣。如甲乙平行面長方體。自丙丁二角至相對戊己二角。分爲兩段。成戊丙乙丁、丁己甲、兩三稜體。爲面式體積全等體也。試以甲丙庚戊、辛丁乙己、兩平面形。自戊丙、丁己兩對角線。均分爲兩三角形面。則所分之戊庚丙、己乙丁、丙甲戊、丁辛己、四三角形面積俱相等。而丙乙、甲己、甲丁、戊乙、各面。又互爲平行。必兩兩相等。再對角線分成之丙丁己戊、戊己丁丙、二面。原在一界所分。必各相等。今所分二形之各面既各相等。則其積必等而爲面式體積全等體無疑矣。

第十八

凡平行二平面之間。若同底。立各平行體。其積必相等。設甲乙、丙丁、平行二平面之間。於戊己庚辛底。立壬庚、癸己二平行體。其積俱相等。何也。蓋因壬戊己



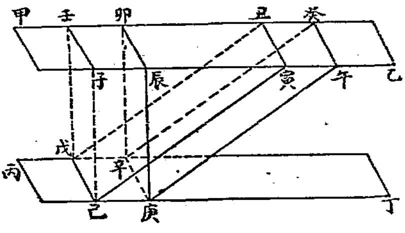


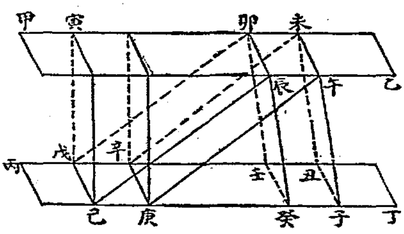


子丑寅平面三角形之壬戊己子面。與卯辛庚辰癸午平面三角形之卯庚辛辰面平行。而壬戊己子丑寅平面三角形之丑戊己寅面。與卯辛庚辰癸午平面三角形之癸辛庚午面平行。故其各面之度相等。其壬子辰卯之面。與丑寅午癸一面。俱與戊己庚辛一面平行。其度亦必相等。此二面之度既等。則壬子寅丑、卯辰午癸二面之度。亦必俱等。其上下各面度既等。而平面兩三角形之各面各邊度又俱等。則此壬庚、癸己二平行體之積。必然相等也可知矣。

第十九

凡平行平面之間。所有立於等積底之各平行體。其積必俱相等。設如甲乙、丙丁、平行二平面之間。有戊己庚辛、壬癸子丑、二等積之底。立一寅庚正面平行體、一卯子斜面平行體。此二體之積必相等。試自寅庚正面平行體之戊己庚辛底至卯子斜面平行體之卯辰午未面。復作一卯庚斜面平行體。則寅庚、卯庚、二體立於戊己庚辛之一底。其積相等矣。如前節所云。而卯子、卯庚、二體。又同立於卯辰午未之面。其積亦必相等。是以寅庚正面平行體卯子斜面平行體。俱與卯庚平行體相等。故云凡平行平面之間所

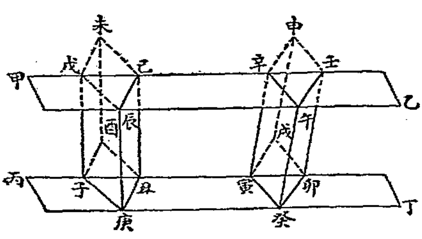




有立於等積底之各平行體。其積必俱相等也。

第二十

平行平面之間。有立於等積三角底之各三面體。其積必俱等。如甲乙、丙丁、平行二平面之間。有子庚丑、寅癸卯等積三角底。立戊庚己辛癸壬之兩三面體。此二體積必相等。何以見之。若以此二體之上邊二面之戊辰、辰己二界平行作戊未、己未二線。辛午、壬午二界平行作辛申、壬申二線。又於此二體之下邊二面之子庚、庚丑二界平行作子酉、酉丑二線。寅癸、癸卯二界平行作寅戌、戌卯二線。則二體所生酉子庚丑戌寅癸卯四邊平行二底。俱在子丑、寅卯二對角線。其度相等。見三卷第三節。其分比三角面各大一倍矣。復於所作二底邊酉戌二處作酉未一縱線。戌申一縱線。即成未庚申癸平行面二方體矣。其酉子庚丑戌寅癸卯二底既俱相等。則所生之未庚、申癸平行面之二方體。亦自相等。見本卷第十九節。此未庚、申癸平行面二方體。既各相等。則戊庚己、辛癸壬之三面體。爲未庚、申癸二方體之正一半。其積必等無疑矣。



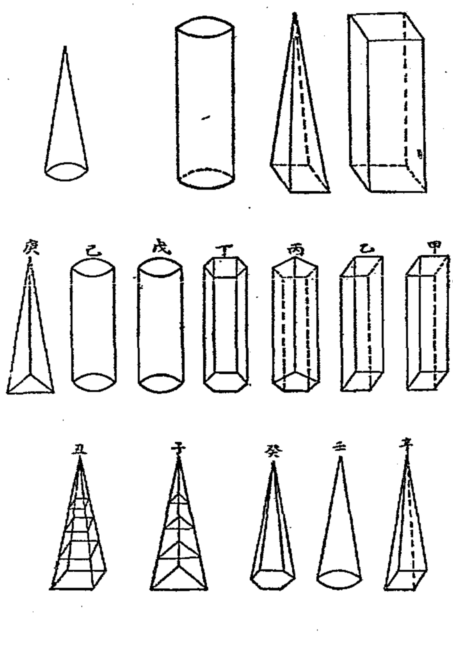
第二十一

凡各種體形。難以圖顯。蓋以圖止一面故也。必用木石製之始能相

肖。况此各種形體。又或有外實而內空者。必按其形以求其理。始可發明其精蘊矣。

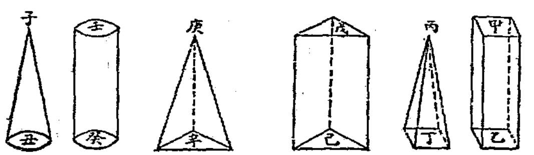
第二十二

凡各面所成體形內。其各面俱平行。或上下面為平行而立於等積之底。其體之高又等。則其體之積亦相等。如甲乙、體。其各面俱平行。又如丙、丁體。其上下面平行立於等積之底。其高又等。或又如戊、己體。其上下面平行圓面積又等。高又等。則其兩兩體積必相等矣。又如庚辛、壬、癸之類尖體形苟立於等積之底。其體之高若等。則其體之積亦相等。何以見之。若將衆尖體、分為平行底之衆小體。其所分衆小體之底度高度必俱相等。如子、丑圖。其所分小體之積俱等。故其全體之積亦相等也。



第二十三

凡上下面平行各體．與平底尖體、同底同高者．不論平面圓面．其平底尖體．皆得上下面平行體三分之一．如甲乙上下面平行之長方體．與丙丁四瓣尖體．其乙丁兩底積等．甲乙、丙丁、兩高度又等．則甲乙長方體．與丙丁尖體三形等．如戊己上下面平行之三稜體．與庚辛三瓣尖體．其己辛兩底積等．戊己、庚辛、兩高度又等．則戊己三稜體．與庚辛尖體三形等．又如壬癸上下面平行之長圓體．與子丑尖圓體．其癸丑兩底積等．壬癸、子丑、兩高度又等．則壬癸長圓體．與子丑尖圓體三形等．又如壬癸長圓體．與甲乙、戊己類體同底同高．則壬癸長圓體．亦與丙丁、庚辛類尖體三倍所合之數等．又或子丑尖圓體．與丙丁、庚辛類尖體同底同高．則子丑尖圓體三倍之．乃與甲乙一體．戊己一體等也．夫同底同高上下面平行體．既俱為尖體之三倍．則尖體為上下面平行體三分之一可知矣．蓋甲乙．戊己．壬癸．各體．其式雖不同．苟底積高度相等．其積必等．而丙丁．庚辛．子丑．各體式雖不同．苟底積高度相等．其積亦必等．故知丙丁．庚辛．子丑．平底尖體．互為甲乙．戊己．壬癸．上下面平行各體三分之一也．如將上下面平行各體．以木石為之．分作同底同高之各平底尖體．用權衡以較其分量．則各體之積分．自昭然可見矣．

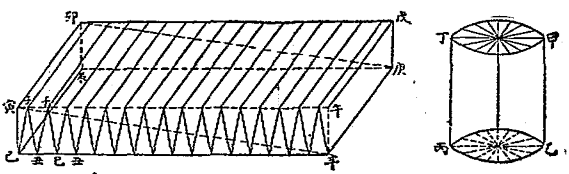


第二十四

凡長圓體外周面積。與長方體底面積相等。而長圓體半徑。又與長方體高度相等。則長圓體積。必得長方體積之半也。如甲乙丙丁長圓體。其周圍外面積與戊己長方體之庚己底面積等。而長圓體之壬丁半徑。又與長方體之戊庚高度等。則此甲乙丙丁長圓體積。必得戊己長方體積之一半也。試將甲乙丙丁長圓體。從壬癸中線。至周圍外面。分爲千萬分。則成子丑已類千萬長尖體。此千萬長尖體之高。與長圓體之壬子半徑等。而千萬長尖體之共底。卽長圓體之周圍外面積。則此千萬長尖體。必爲戊己長方體之一半矣。蓋寅己辛三角面。爲午己長方面之一半。見三卷第三節 而此子丑己類衆三角面。與寅己辛三角面等。見四卷第二十節 子丑己類衆三角面。旣與寅己辛三角面等。則子丑己類衆長尖體。亦必與卯辰庚辛己寅三角體等。此卯辰庚辛己寅三角體。固爲戊己長方體之一半。今長圓體所分之衆長尖體。旣與卯辰庚辛己寅三角體等。則亦必爲戊己長方體之一半。故甲乙丙丁長圓體。爲戊己長方體之一半也。

第二十五

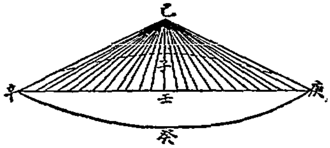
凡球體外面積。與尖圓體之底積等。而球體之半徑。與尖圓體之高度等。則此球體之積。與尖圓體之積

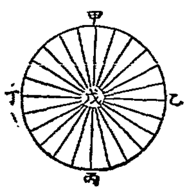


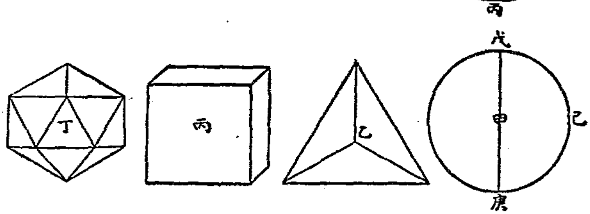
等也。如甲乙丙丁球體之外面積。與己庚辛尖圓體之庚子辛癸底積等。球體之甲戊半徑與尖圓體之己壬高度等。則此球體之積。爲與尖圓體之積等也。試將球體從中心分爲千萬尖體。復將尖圓體亦分爲千萬尖體。則球體所分尖體每一分。必皆與尖圓體所分尖體一分等。何也。蓋球體所分尖體皆以球體之外面爲底。而以球體之甲戊半徑爲高。其尖圓體所分尖體。皆以尖圓體之底爲底。而以尖圓體之己壬高爲高。夫尖圓體之底積。原與球體之外面積等。而尖圓體之高度。又與球體甲戊半徑等。故此兩種千萬尖體。皆爲同底同高。其積相等無疑矣。見本卷第十八節。然此兩種千萬尖體。卽球體尖圓體之所分。其所分之體既等。則原體亦必相等可知。故曰球體與尖圓體俱相等也。

第二十六

凡各形外皮面積相等之體。惟圓體所函之積數。大於他種各體所函之積。如甲、乙、丙、丁外皮面積相等。各形內甲圓體所函之積。必大於乙、丙、丁、直界體所函之積也。何也。大凡圓形。其半圓周一旋轉間。卽成圓體。此戊己庚半圓周一次旋轉。卽成甲圓體。見本







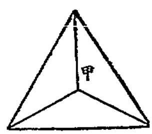
卷第十四節・又凡平面圜界所函之積。必大於等邊各形所函之積。見四卷第二十三節・平面圜界所函。猶大於各等邊所函之積。則圜體所函。必大於各直界體所函之積可知矣。

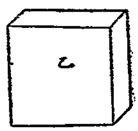
第二十七

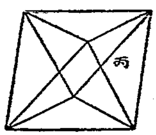
厚角所成等面體形有五種。各以面數而名之。其一爲四面體。每面有三角。各三角之各三界度俱等。如甲圖是也。二爲六面體。每面俱爲正方。其方面之四角俱爲直角。而各界互等。故又爲正方體。如乙圖是也。三爲八面體。每面有三角。各三角之各三界度俱等。如丙圖是也。四爲十二面體。每面有五角。各五角之五界度俱等。如丁圖是也。五爲二十面體。每面有三角。各三角之各三界度俱等。如戊圖是也。

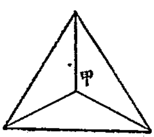
第二十八

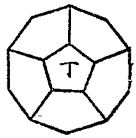
前節發明五種厚角所成等面體形之外。不能復生他形。蓋此五種厚角體俱是等邊三角四角五角之平面相合所成也。凡平面自三界以下。不能成面。見二卷首節・而厚角自三面以下。亦不能成角。故厚角自三面始。如甲四面體。其四厚角皆三平面三角形所合而成也。乙八面體。其六厚角皆四平面三角形所

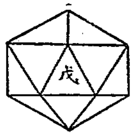




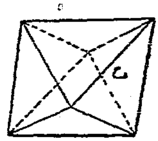


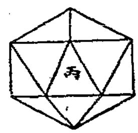


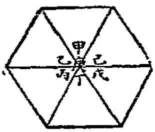


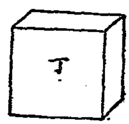


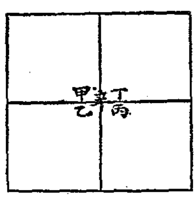
合而成也。丙二十面體。其十二厚角。皆五平面三角形所合而成也。然平面三角形所合。過於五形。則不能成厚角。故平面六三角形。合於一處。即成庚形。其甲乙丙丁戊己六角相合。與四直角等。見首卷第十五節。既與四直角等。則爲平面不成厚角矣。如本卷第五節。六形相合。尚不能成厚角。況多形乎。是故平面三角形所生厚角體。僅得四面八面二十面三種而已。若夫平面正方四角形所成厚角。如丁六面正方體。其八厚角皆三平面四角形所合而成。此外更無他形。若將四平面四角形合於一處。即成辛形。其甲乙丙丁四角。既俱爲直角。必不能成厚角矣。故四角形所生厚角。僅有一六面正方體而已。至於平面五角形所成厚角。如戊十二面體。其二十厚角。皆三平面五角形所合而成。此外更無他形也。或將四平面五角形。如癸子丑寅之四角。合於壬。此四角俱爲鈍角。必大於四直角。既大於四直角。在平面尚不能

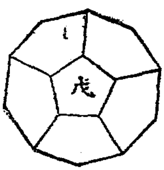




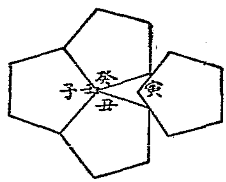


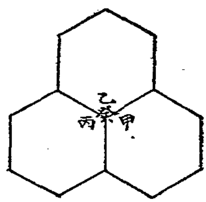






相合。厚角豈能成耶。是以平面五角形所成之厚角。僅有一十二面體而已。或將平面六角形之三形合於一處爲癸。其甲乙丙三角度。與四直角等。故不成厚角。六角平面相合。既不成厚角。其七角八角等形。愈不能成厚角矣。故曰四面六面八面十二面二十面五種體。只在三角四角五角三種平面形所生。此外不能復成他形也。





數理精蘊上編卷三

幾何原本六

第一

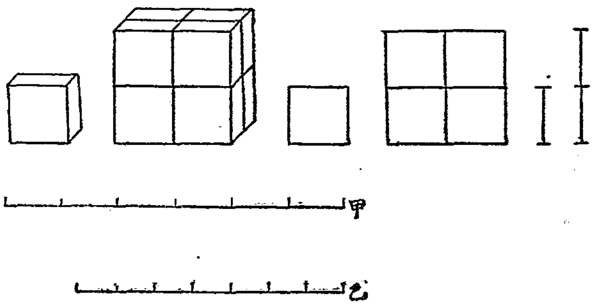
大凡欲論諸物之不齊。必借同類之物以比之。始可以得其不齊之度數。如一線與他線相比。其度之或長或短。其數之或多或少。自能見之。如一面與他面相比。其面度之或大或小。其積數之或多或少。自能見之。又如一體與他體相比。其體度之或厚或薄。其積數之或多或少。亦自能見之。若將一線與一面相比。或一面與一體相比。既不同類。又不同形。則線之長短面之大小體之厚薄俱不可辯矣。故曰欲論諸物之不齊。必借同類之物以比之也。

第二

將兩數相比。其度互爲大小。則謂之比例。其比者、與所比者、俱謂之率。

率者・法也・矩也・以數互相準之之謂也・

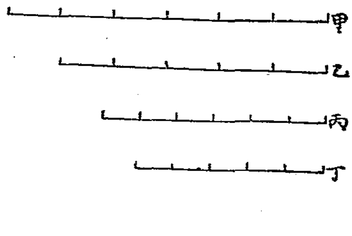
其比之數爲前率。其所比之數爲後率。如甲乙二數互相爲比。其相較之分。甲數之度爲長。其分爲多。



乙數之度爲短．其分爲少．如是以比之．故謂之二率．甲爲比之之數．故謂之前率．乙爲所比之數．故謂之後率焉．

第三

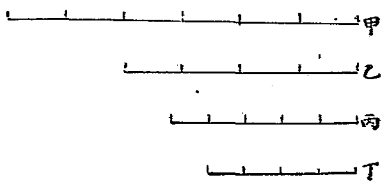
有四率兩兩相比．其一率與二率之比．同於三率與四率之比．則謂之同理比例也．如甲、乙、丙、丁、四數．甲與乙比．丙與丁比．苟乙爲甲六分之五．丁爲丙六分之五．則甲與乙之比例．丙與丁之比例．此兩比例相同．而乙有甲幾分之數．卽可知丁有丙幾分之數矣．故凡四率內將一率與三率分數、定爲相等．二率與四率分數、亦定爲相等．其度之長短．雖有不同．苟分數定準．則一率與二率之比．卽如三率與四率之比也．夫甲、乙、丙、丁、四線內．甲第一線、與丙第三線、俱各定爲六分．乙第二線、與丁第四線、俱各定爲五分．則甲度之長．雖大於丙度之長．其分數則俱爲六．而乙度之長雖大於丁度之長．其分數亦俱爲五．故知乙第二線度．與甲第一線度之六分之五分相等．丁第四線度．亦與丙第三線度之六分之五分相等．所以甲線之比乙線、卽如丙線之比丁線．而謂之同理比例也．



第四

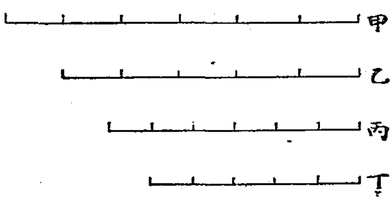
凡四率兩兩相比．其一率與二率相比之分．若大於三率與四率相比之分．則爲不同理之比例．而比例

不得行也.如有甲、乙、丙、丁、四數.甲與乙、丙與丁、各互相爲比.苟甲第一數與乙第二數相比之分爲六與四.其丙第三數與丁第四數相比之分爲五與四.則此甲與乙之比.大於彼丙與丁之比矣.故凡如此例者.以一率二率相比之分爲準.則三率四率相比之分爲小.若依三率四率相比之分爲準.則一率二率相比之分又大.故謂之不同理之比例.而比例四率不能行也.



第五

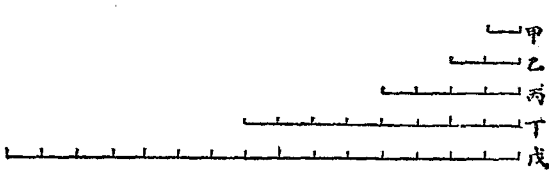
凡有四率.一率之度與二率之度相比分數.若同於三率之度與四率之度相比分數.則此四率又謂之相當比例四率焉.如甲、乙、丙、丁、四線.苟甲線與乙線相比之度.與丙線與丁線相比之度.其分數同.則此四線謂之各相當線.而每兩率相比.其每度之分數同.故又謂之相當比例四率也.



第六

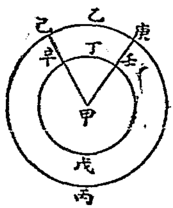
凡三率互相爲比.其一率與二率之比.同於二率與三率之比.則謂之相連比例率也.如甲、乙、丙、三數互

相爲比。苟甲數與乙數之比。同於乙數與丙數之比。則此甲、乙、丙、三數。謂之相連比例率矣。若相連比例率內將一率與三率比之。則爲隔一位加一倍之比例。或有相連比例四率。將一率與四率比之。則爲隔二位加二倍之比例。大凡有幾率隔幾位以比者。皆以隔幾位而爲加幾倍之比例也。如甲乙丙相連比例率內。其甲與丙之比。爲隔一位加一倍之比例。又或甲、乙、丙、丁、戊、五數。俱爲相連比例率。其甲與丁之比。即爲隔二位加二倍之比例。而甲與戊之比例。又爲隔三位加三倍之比例矣。



第七

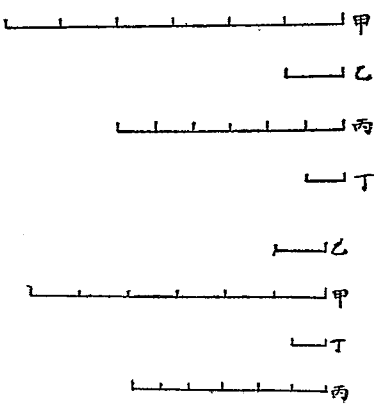
相當比例四率。爲數學之要。因其理之所該最廣。故設爲雙圜圖以申明之。立甲點爲心。作乙丙一大圜。丁戊一小圜。此二圜界各具三百六十度。故皆可以爲三百六十分（首卷第十七節云。凡圜無論大小。俱定爲三百六十度。）於是自圜之甲心過小圜界之辛壬二處。至大圜己庚二處。作二線。則大圜之己甲庚。小圜之辛甲壬。俱同一甲角。此甲角相對之己庚弧界。設爲六十度。則爲乙丙大圜三百六十分中之六十分矣。乙丙大圜之己庚弧界度。既爲六十分。則丁戊小圜之辛壬弧界度。亦爲六十分矣。大凡角度。俱定於相對之



圜界。見首卷第九節・今此大圜之己庚弧界。小圜之辛壬弧界。俱與一甲角相對。其度雖依圜之大小不同。而分數則等。分數既等。則大圜小圜大弧小弧兩兩互相爲比。即如四率之兩兩相比。爲同理比例矣。是以大圜之三百六十分爲一率。自大圜所分之己庚弧之六十分爲二率。小圜之三百六十分爲三率。自小圜所分之辛壬弧之六十分爲四率。其乙丙大全圜與本圜己庚分之比。即同於丁戊小全圜與本圜辛壬分之比也。故凡各率各度雖異。相當之分數若同。則一率與二率之比。必同於三率與四率之比。而俱謂之順推比例矣。要之分合加減各率之法。總不越此圖之互轉相較之理也。

第八

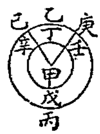
一種反推比例。將一率與二率之比。同於三率與四率之比者反推之。以二率與一率爲比。四率與三率爲比。其所比之例仍同。故亦謂之相當比例率也。如甲、乙、丙、丁、四數。將甲與乙之比。同於丙與丁之比。反推之以乙與甲爲比。丁與丙爲比。則所比之例。仍同於相當比例率焉。以前雙圜圖解之。蓋甲數與乙數之比例。即乙丙大圜全界、與所分己庚弧界之比例。丙數與丁數之比例。即丁戊小圜全界、與所分辛壬弧界之比例也。今反以乙與甲爲比。丁與丙爲比。即如以乙丙大圜所分之己庚弧界、與乙丙大圜全界爲比。丁戊小圜所



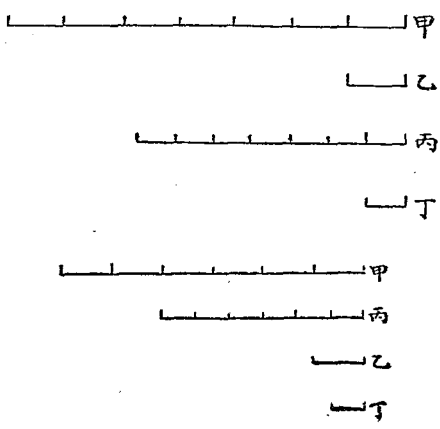
分之辛壬弧界、與丁戊小圜全界爲比也。因其以二率爲一率。以三率爲四率。前後互移。故謂之反推比例。然名雖爲反推比例而相當比例之率。仍與順推比例相同也。

第九

一種遞轉比例。將一率與二率之比、同於三率與四率之比者轉較之。以一率與三率爲比。二率與四率爲比。其所比之例。仍爲相當比例率也。如甲、乙、丙、丁、四數。將甲與乙之比、同於丙與丁之比轉較之。以甲與丙爲比。乙與丁爲比。則所比之例。仍同於相當比例率也。如前雙圜圖



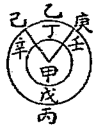
乙丙大圜全界一率、與所分己庚弧界二率之比。同於丁戊小圜全界三率、與所分辛壬弧界四率之比。若轉較之。以乙丙大圜之一率與丁戊小圜之三率爲比。大圜所分之己庚弧界二率與小圜所分之辛壬弧界四率爲比。其度雖依圜之大小有異。而分數則同。其比例仍同於原比例。故甲、乙、丙、丁之四數。亦如大小二圜。爲互相比例之率。而甲一率與丙三率之比。即大圜與小圜之比。乙二率與丁四率之比。即大圜所分弧界、與小圜所分弧界之比也。蓋以



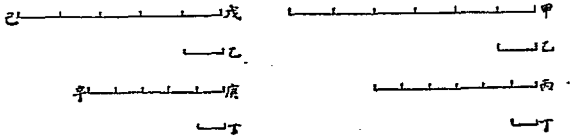
三率爲二率.以二率爲三率.遞轉相較.故謂之遞轉比例.其相當比例之四率.雖遞轉以較之.亦仍爲相當比例之四率也.

第十

一種分數比例.彼四率之中.以一率與二率之比.同於三率與四率之比矣.若將此相比之率所較之分截開.以一率與二率之較爲一率.與二率爲比.以三率與四率之較爲三率.與四率爲比.則其所比之例.仍爲相當比例率也.如甲、乙、丙、丁、四數.於甲數內減去乙數之分爲戊己.丙數內減去丁數之分爲庚辛.乃以戊己易甲與乙線爲比.以庚辛易丙與丁線爲比.則所比之例.仍同於相當比例率也.如前雙圜圖.



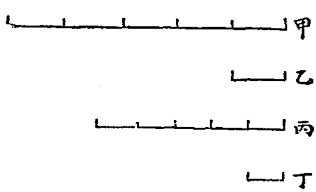
於乙丙大圜全界內.減去所分己庚弧界一段.仍與己庚弧界爲比.丁戊小圜全界內.減去所分辛壬弧界一段.仍與辛壬弧界爲比.亦與大圜全界與大圜所分弧界.小圜全界與小圜所分弧界相比之理同.故此甲線內截去乙所成戊己、仍與乙相比.即如乙丙大圜全分、截去己庚弧界一段、仍與己庚弧界相比.而丙線內、截去丁所成庚辛、仍與丁相比.即如丁戊小圜全分、截去辛壬弧界一段仍與辛壬弧界相比也.其比例仍同於相當比例四率.但因其各分內有分開相減之故.所以謂之分數比例也.



第十一

一種合數比例。有四率。以一率與二率之比。同於三率與四率之比矣。若將此相比之率併之。以一率與二率相加爲一率。仍與二率爲比。以三率與四率相加爲三率。仍與四率爲比。其所比之例。亦仍同於相當比例之四率也。如甲、乙、丙、丁、四數。以甲數與乙數相加共爲一率與乙數爲比。丙數與丁數相加共爲三率。與丁數爲比。則所比之例。仍同於相當比例四率也。此合數比例。與分數比例之理。互相對待。彼分數比例以變圜圖

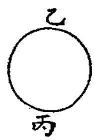
二圜全界內減去所分弧界一段。仍與所分弧界一段爲比。今此合數比例。卽如二圜全界內所分大段加入所分弧界一小段。卽是全界。而與所分弧界一段爲比也。其所比之理。仍同於相當比例四率。但因有相加之分。故謂之合數比例焉。



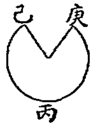
第十二

一種更數比例。以一率與二率之比。同於三率與四率之比者。更之。將一率與二率相減。用其餘分爲二率。仍與一率爲比。又將三率與四率相減。用其餘分爲四率。仍與三率爲比。則其比例之理。仍同於相當比例四率也。如甲、乙、丙、丁、四數。於甲第一率內減去乙第二率。所餘爲戊己。乃以戊己立乙第二率之位。而以甲與戊己爲比。復於丙第三率內、減去丁第四率。所餘爲庚辛。乃以庚辛立丁第四率之位。而以丙

與庚辛爲比。其所比之理。仍同於四率之比例。故亦爲相當比例之四率也。今以雙圜圖解之。乙丙大圜三百六十度之全界



仍爲一率。全界內減去所分之己庚弧界六十度一段。餘己丙庚三百度一大段

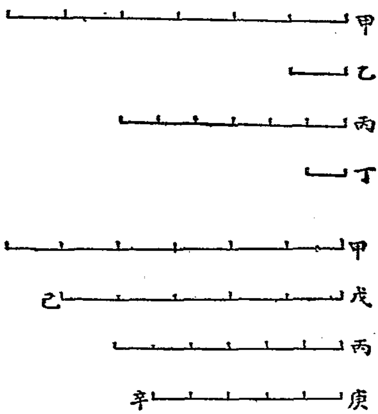


爲二率。丁戊小圜三百六十度之全界

仍爲三率。全界內減去所分之辛壬弧界六十度一段。餘辛戊壬三百度一大段

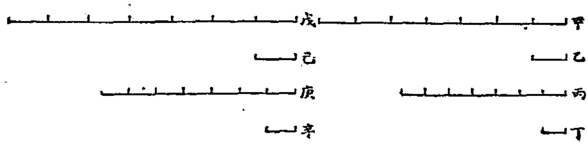
爲四率。則乙丙大圜三百六十度之全界如甲所更之己丙庚三百度如戊己而丁戊小圜三百六十度之全界如丙所更之辛戊壬三百度如庚辛。故其四率之兩相比例。亦同爲相當比例率也。凡四率之內前後之相差。雖更入比之。仍與相當比例之理同。但以其數有更入之故。所以謂之更數比例也。

第十三



一種隔位比例。有兩相比例四率。將此一邊四率內。一率與末率爲比。彼一邊四率內。一率與末率爲比。則其所比之例。仍同於相當比例四率也。如此一邊有甲、乙、丙、丁、四數。彼一邊有戊、己、庚、辛、四數。此甲與乙之比。同於彼戊與己之比。此乙與丙之比。同於彼己與庚之比。此丙與丁之比。同於彼庚與辛之比。若將此四率隔位比之。使此一邊之甲與丁爲比。以彼一邊之戊與辛爲比。則其比例。仍同於相當比例四率也。試以雙圜圖之大小圜所分各弧界之兩線引長。

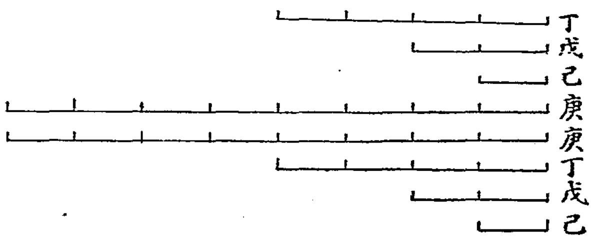
自庚壬過甲至癸丑、作一全徑線。復自己辛過甲至子寅、作一全徑線。則分大圜爲庚己、己丑、丑寅、寅庚、四段。分小圜爲壬辛、辛癸、癸子、子壬、四段。其大圜之庚己、己丑、丑寅、寅庚四段、爲相當四率。而小圜之壬辛、辛癸、癸子、子壬、四段、亦爲相當四率。此二圜之所分四段。既俱爲相當四率。則其各相比例度之大小雖異而分數相同。故大圜之庚己一段、與己丑一段之比。同於小圜之壬辛一段、與辛癸一段之比。大圜之己丑一段、與丑寅一段之比。同於小圜之辛癸一段、與癸子一段之比。大圜之丑寅一段、與寅庚一段之比。同於小圜之癸子一段、與子壬一段之比也。若以此各相當四率隔位以比之。其大圜之庚己一段、與寅庚一段爲比。而小圜之壬辛一段、與子壬一段爲比。其比例仍同於相當比例四率。但以其兩邊

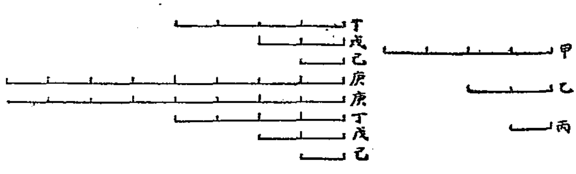


各相比例四率內。各取兩率隔位以比之。故謂之隔位比例耳。

第十四

一種錯綜比例。有兩連比例三率。此一邊三率內中率與末率之比。同於彼一邊三率內中率與末率之比。則爲相當比例之四率。苟錯綜其位分。以此一邊首率與末率隔位爲比。復取另一數與彼一邊中率爲比。而成同理之四率。則此另一數。必與彼邊三率、爲連比例四率矣。如此一邊有甲、乙、丙、連比例三數。彼一邊有丁、戊、己、連比例三數。將此一邊中率乙數、與末率丙數之比。同於彼一邊中率戊數與彼一邊末率己數之比。則其比例爲同理比例矣。今錯綜其位分。使此一邊所有之首率甲數、與所有之末率丙數隔位爲比。復另取一庚數、與彼一邊所有之中率戊數爲比。則其比例亦同於相當比例四率。而此庚數與彼邊丁、戊、己、三率、爲連比例之數矣。何也。試以庚數置於彼一邊丁首率之上。則庚爲首率。而丁移而爲中率。戊又易而爲末率。是故此一邊甲首率

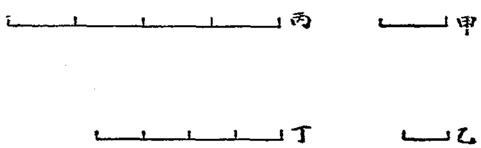




與丙末率之比。同於彼一邊所取庚首率與所易戊末率之比。但以兩連比例率互相易位增八比之之不同故名之爲錯綜比例耳。

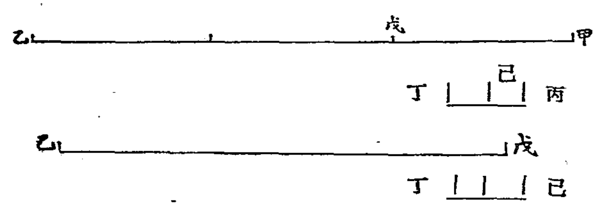
第十五

一種加分比例。凡有二率。依本度各加幾倍。所加之分數若等。則所成之二率互相爲比。仍同於原二率之互相爲比。謂之等倍相加之比例也。如甲、乙、二數。於甲數依本度加三倍爲丙。於乙數依本度加三倍爲丁。則此丙、丁、二數互相爲比。仍同於甲、乙、二數之互相爲比也。假若甲度爲一大分。乙度爲一小分。則甲加三倍成四大分之丙。乙加三倍成四小分之丁。以四大分之丙。比四小分之丁。以一大分之甲。比一小分之乙。其相當之分數既等。固爲同理比例可知矣。見本卷第三節。故凡二率依本度各加幾倍。其所加之分數若等。其加分之率互相爲比。必同於原率之互相爲比。因於原數有相加之分。故謂之加分比例也。



第十六

一種減分比例。凡有二率。依本度各減幾倍。所減之分數若俱等。則所成之二率

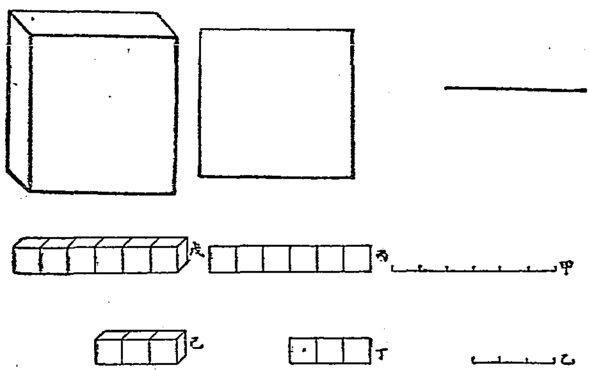


互相爲比。仍同於原二率之互相爲比。謂之等分相減之比例也。如有甲乙、丙丁、二數。其甲乙之三分內、減去甲戊一分。丙丁之三分內、減去丙己一分。則戊乙、己丁、互相爲比。仍同於原甲乙、丙丁、全數之互相爲比也。何也。夫甲乙度爲三尺。丙丁度爲三寸。自甲乙度內減去一尺、則爲戊乙。自丙丁度內減去一寸、則爲己丁。以所餘之戊乙二尺、與所餘之己丁二寸爲比。以甲乙之全三尺、與丙丁之全三寸爲比。其相度之分數必等。故亦爲同理比例矣。凡二率之內。無論減幾分。其所減之分數若等。則相比之理。必同於原數之比例。因於原數內減之。故又謂之減分比例也。

幾何原本七

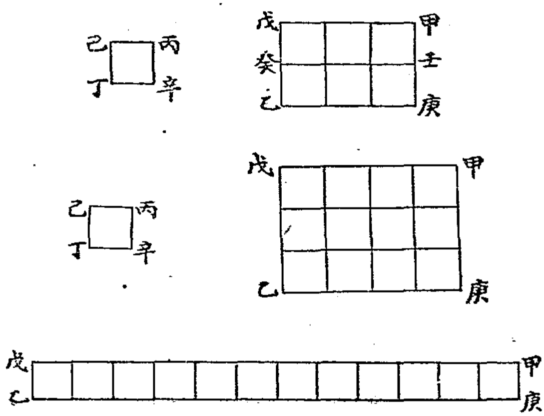
第一

前卷所論比例之法。凡一十有二。相當比例一種。相連比例一種。正比例一種。反比例一種。遞轉比例一種。分數比例一種。合數比例一種。更數比例一種。隔位比例一種。錯綜比例一種。加分比例一種。減分比例一種。雖種種變化不窮。其每相當分數所成之率。依然一理。故其相比之例俱同。而皆爲相當比例四率也。是故線與線爲比。面與面爲比。體與體爲比。依前各種比例之法。線之比例若同。則爲相當比例線。面之比例若同。則爲相當比例面。體之比例若同。則爲相當比例體矣。夫線面體爲類不同。雖不能互相爲比。假使線面體之每相當分數若等。則按其各類相當分數比之。亦爲同理比例率也。如甲之六分線、與乙之三分線相比。丙之六分面、與丁之三分面相比。戊之六分體、與己之三分體相比。此三種每相當分數既俱相等。故其比例亦俱相等。而六率互爲同理比例可知矣。

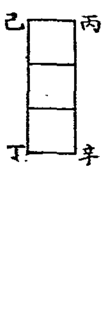


第二

大凡直角平方面積。皆生於二線之度。故欲知方面所生比例之分。將其二形之縱橫線分考之。卽可得而知矣。如甲乙、丙丁、直角平方之二面。欲知其所生比例之分。則視甲乙大形之甲戊橫線長度。得彼丙丁小形之丙己橫線長度爲三倍。而甲乙大形之甲庚縱線寬度。得彼丙丁小形之丙辛縱線寬度爲二倍。假若將甲乙大形、自中線平分爲甲癸、壬乙、二形。其甲癸形之甲壬寬度。丙丁形之丙辛寬度。必俱相等。其甲戊橫線長度。旣仍與丙己橫線長度爲三倍。其所分之甲癸形。必與丙丁三形相等。再彼壬乙形。亦與丙丁三形相等。則此二形相合之甲乙一全形。比之丙丁小形爲六分可知矣。又或甲乙大形之甲戊橫線長度。得丙丁小形之丙己橫線長度爲四倍。甲乙大形之甲庚縱線寬度。得丙丁小形之丙辛縱線寬度爲三倍。則大形與小形四倍者有三。而大形比小形爲十二分可知矣。再或甲乙大形之甲戊橫線。比丙丁小形之丙己橫線爲十二倍。丙丁小形之丙辛縱線。反比甲乙大形之甲庚縱線爲三倍。則甲乙大

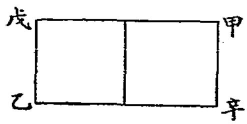


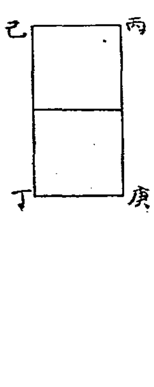
形之甲戊橫線之長。雖比丙丁小形之丙己橫線之長多十一倍。而甲乙大形之甲庚縱線之寬。又比丙丁小形之丙辛縱線之寬少二倍矣。將此縱橫二線之多少較之。甲乙大形比丙丁小形爲四倍。而丙丁小形。爲甲乙大形之四分之一。於是以二形之縱橫多少互相較對以比例之。始得知此形與彼形之比例焉。故凡直角平方面形與他一形相比。其比例有二。以此形之長與他形之長比之。爲一比例。以此形之寬與他形之寬比之。爲一比例。兩形相比之間。而兼兩比例者。正以平面之積。自二線之度生之之故也。



第三

有兩直角方面形。若將此方面橫界。與他方面橫界爲比。又將他方面縱界。與此方面縱界爲比。其比例若同。則此兩方面必相等也。如甲乙、丙丁、兩方面形。甲乙形之甲戊橫界。比丙丁形之丙己橫界大一倍。而丙丁形之丙庚縱界。比甲乙形之甲辛縱界亦大一倍。則甲乙、丙丁、兩形之分必相等。是知兩方面形縱橫之分。互相較對。則兩方面之積可知矣。

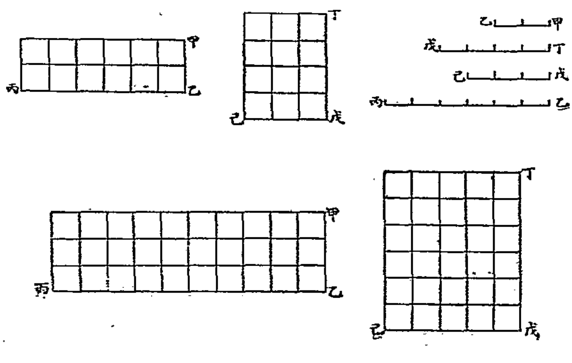




第四

凡有相比例四率。其二率與三率相乘。一率與四率相乘。則所得之分數俱相等也。如甲乙、丁戊、戊己、乙

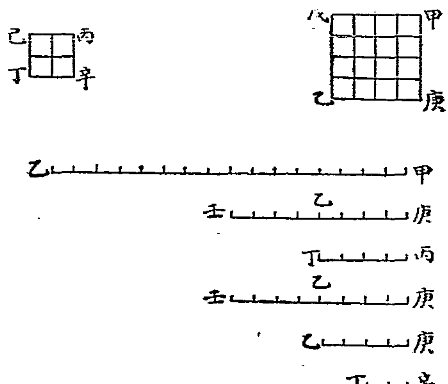
丙、相比例四率。甲乙一率爲二分。丁戊二率爲四分。戊己三率爲三分。乙丙四率爲六分。將丁戊二率爲縱線。戊己三率爲橫線。以之相乘。又將甲乙一率爲縱線。乙丙四率爲橫線。以之相乘。其所得之丁己一方面形。甲丙一方面形。其分數俱是十二。互相等矣。然則丁己形之丁戊縱度。雖比甲丙形之甲乙縱度大一半。而丁己形之戊己橫度。復比甲丙形之乙丙橫度少一半。故其縱橫互較之分相等。而其積亦等也。是故四率中凡有三率。欲求其不知之一率。將兩率之分相乘。所得之數。以一率之分除之。卽得其一率矣。設如甲乙三分爲一率。丁戊六分爲二率。戊己五分爲三率。乙丙十分爲四率。今只知一率二率三率之分。欲推四率。則以丁戊六分二率與戊己五分三率相乘。爲丁己三十分。乃以甲乙三分一率除之。卽得乙丙十分四率矣。此以小分爲首率者也。或知乙丙、戊己、丁戊之三率。而推甲乙之一率。則以乙丙十分爲一率。戊己五分爲二率。丁戊六分爲三率。二率與三率相乘。一率除之卽得甲乙之四率矣。此以大分爲首率者也。又或知甲乙、丁戊、乙丙之三率而推戊己之一率。則以丁戊爲一率。甲乙爲二率。乙丙



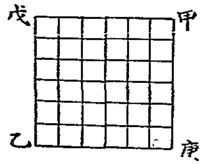
爲三率。二率與三率相乘。一率除之。卽得戊己之四率矣。此卽反推比例之理也。又或知戊己、乙丙、甲乙之三率。而推丁戊之一率。則以戊己爲一率。甲乙爲二率。乙丙爲三率。二率與三率相乘。一率除之。卽得丁戊之四率矣。此卽遞轉比例之理也。

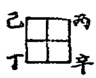
第五

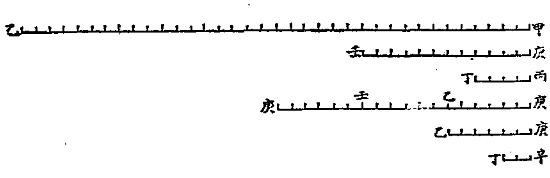
凡有兩直角方面形。此一方面之橫界。與他一方面橫界爲比。此一方面之縱界。與他一方面縱界爲比。其比例若等。則此兩方面之比例。比之兩界之比例。爲連比例隔一位相加之比例也。如甲乙、丙丁、同式二方面形。其甲乙形之甲戊橫界。爲丙丁形丙己橫界之二倍。而甲乙形之甲庚縱界。亦爲丙丁形丙辛縱界之二倍。則甲乙形面積。與丙丁形面積之比。比之甲乙形之一界。與丙丁形之一界之比者。卽如連比例三率隔一位相加之比例矣。蓋甲乙方面之縱橫界。旣爲丙丁方面縱橫界之二倍。則甲乙方面內、如丙丁方面之二倍者有二。二其二爲四。故甲乙方面積。比丙丁方面積爲四倍。今甲乙方面積爲一十六分。與丙丁方面積之四分相比。較之甲乙方界之四分、與丙丁方界之二分相比者不同。蓋



丙丁四、得甲乙十六之四分之一。而辛丁二、得庚乙四之二分之一。以四分比一分。較之二分比一分。不爲二倍乎。故欲求其比例相連之率。則於甲乙形之界二倍之。得八分。與丙丁方界二分爲比。卽如甲乙方面積十六、與丙丁方面積四分之比矣。夫八與十六。四與八。二與四。皆二分之一之比例。而十六隔八與四比。八隔四與二比。則皆成四分之一之比例。故十六與四較之四與二爲兩界上連比例隔一位相加之比例也。又如甲乙方面之縱橫界。爲丙丁方面縱橫界之三倍。則甲乙方面內。如丙丁方面之三倍者有三。三其三爲九。故甲乙之面積。比丙丁面積爲九倍。今甲乙之積爲三十六分。與丙丁方面積四分相比。較之甲乙方界之六分。與丙丁方界之二分相比者不同。蓋丙丁四、得甲乙三十六之九分之一。而辛丁二、得庚乙六之三分之一。以九分比一分。較之三分比一分。不爲三倍乎。故欲求其比例相連之率。則於甲乙形之界三倍之得十八。與丙丁方界二分爲比。卽如甲乙方面積三十六、與丙丁方面積四之比例矣。蓋十八與六。



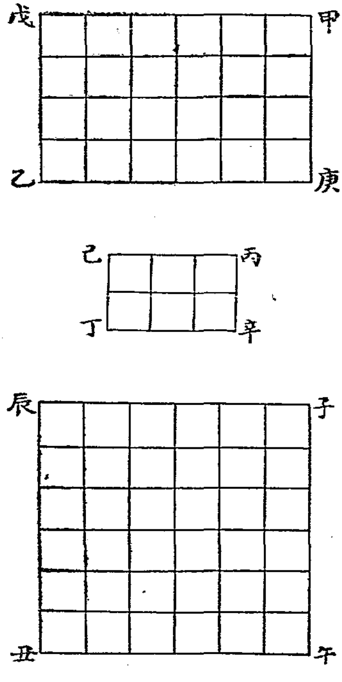




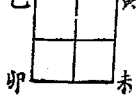
六與二皆三分之一之比例而三十六隔十二與四比十八隔六與二比則皆爲九分之一之比例故三十六與四較之六與二亦爲兩界上連比例隔一位相加之比例也

第六

凡直角方面形有二種一爲長方一爲正方因其縱橫界之比例各異故其所生之形不同而積不得互相爲比也如欲比之必以長方與長方爲比正方與正方爲比其比例始行如甲乙丙丁兩長方面形其甲乙形之甲戊橫界與丙丁形之丙己橫界爲大一倍甲乙形之甲庚縱界與丙丁形之丙辛縱界亦爲大一倍其比例相同若以甲乙形之甲戊橫界與丙丁形之丙辛縱界爲比則大三倍而甲乙形之甲庚縱界與丙丁形之丙己橫界爲比止大一分猶不得大一倍其比例則異故甲乙形所生之積爲二十四而丙丁形所生之積爲六俱爲長方形焉又如子丑寅卯兩正方形其子丑形之子辰橫界與寅卯形之寅己橫界之比子丑形之

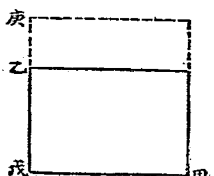


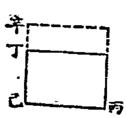
子午縱界與寅卯形之寅未縱界之比俱爲大三倍而比例相同復以子丑形之子辰橫界與寅卯形之寅未縱界爲比、子丑形之子午縱界與寅卯形之寅己橫界爲比亦各大三倍而比例相同故子丑形所生之積爲三十六而寅卯形所生之積爲四俱爲正方形焉以此四形兩兩相比則甲乙長方形與丙丁長方形爲比而子丑正方形與寅卯正方形爲比各爲相當比例之四方面也



第七

有兩同式長方面於兩形相當之二界各作兩正方面互相爲比卽同原兩長方面之互相爲比也如甲乙、丙丁、兩直角長方面在甲戊、丙己、相當二橫界各作甲庚、丙辛、兩正方面則所作甲庚、丙辛、兩正方面互相爲比卽同於原有之甲乙、丙丁、相同之兩長方面之互相爲比也夫甲乙、丙丁、同式之兩長方面積既爲隔一位相加之比例則所作甲庚、丙辛、同式之正方面積亦必爲隔一位相加之比例然則甲乙、丙丁、原有之兩面互相爲比與所作甲庚、丙辛之正方面之互相爲比其爲同理之比例無疑矣





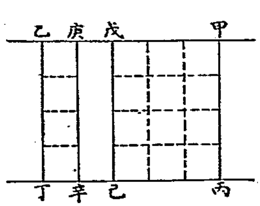
第八

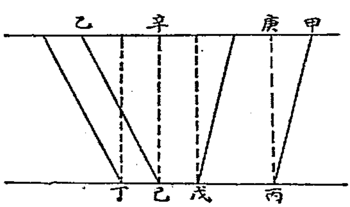
大凡二平行線內、所有直角方面互相爲比同於其底之互相爲比也如甲乙、丙丁、二平行線內有甲己、

庚丁、兩直角方面。其甲己面與庚丁面之比。卽同於甲己面之丙己底線、與庚丁面之辛丁底線之比也。蓋甲己面之丙己底線。與庚丁面之辛丁底線爲三倍。而甲己面之甲丙縱線與庚丁面之庚辛縱線。因同在二平行線內。其度固同。今以二面縱線俱依庚丁面之庚辛分數分之。皆爲四倍。則甲己面爲一十二分。而庚丁面爲四分矣。以甲己面之十二分與庚丁面之四分爲比。卽如甲己面之丙己底三分。與庚丁面之辛丁底一分之比。故其比例相同也。

第九

凡二平行線內、所有二界平行斜方面互相爲比。同於其底界度之互相爲比也。如甲乙、丙丁、二平行線內。有甲戊、乙丁、兩斜方面積。互相爲比。卽同於丙戊、己丁、兩底界之互相爲比也。試將甲戊、乙丁、兩斜方面之丙戊、己丁、兩底界上立庚戊、辛丁、兩直角面。則此兩直角面。因與兩斜方面同底同高。其積必等。見三卷第八節・前節言凡二平行線內所有直角方面互相爲比。同於其底之互相爲比。此甲戊、乙丁、兩斜方面。旣與同底所立庚戊、辛丁、兩直角面相等。則甲戊、乙丁、兩斜方面互相爲比。必同於丙戊、己丁、兩底界之互相爲比可知矣。故凡二平行線內所有面積相比之分數。必與底界相比之

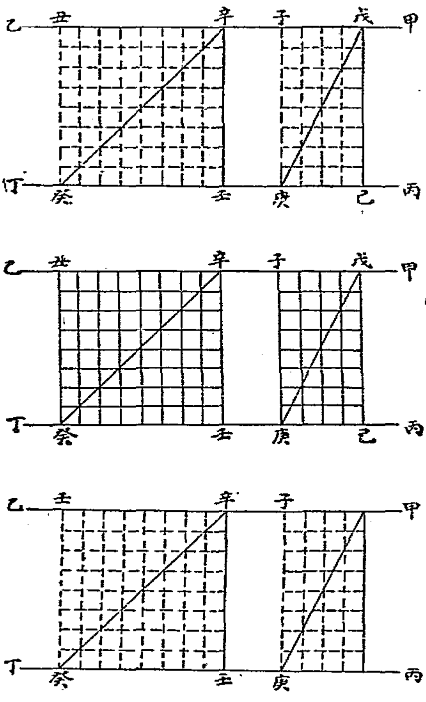




分數同也。

第十

凡二平行線內、所有三角形面積互相爲比。亦同於其底界度之互相爲比也。如甲乙、丙丁、二平行線內。有戊己庚、辛壬癸兩三角形。其內所函面積互相爲比。卽同於己庚、壬癸、兩底界之互相爲比也何也凡二平行線內所有三角形。得其同底所立四邊形之一半。今以甲乙、丙丁、二平行線內之戊己庚三角形。同底立一戊己庚子四邊形。辛壬癸三角形。同底立一辛壬癸丑四邊形。則戊己庚三角形。爲戊己庚子四邊形之一半。而辛壬癸三角形。爲辛壬癸丑四邊形之一半。如以兩三角形面積。互相爲比。卽同於兩四邊形面積之互相爲比。而爲相當比例四率矣。其面積旣互

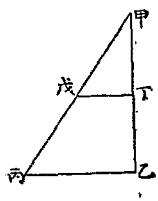


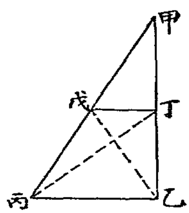
相爲比。則其兩三角形面積相比。同於兩三角形底之相比者。亦如兩四邊形相比。同於兩四邊形底之相比矣。然則戊己庚、辛壬癸兩三角形面積互相爲比。必同於己庚、壬癸兩底界互相爲比者可知也。今壬癸底界。既比己庚底界大一倍。故辛壬癸三角形面積。必比戊己庚三角形面積亦大一倍也。

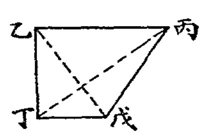
幾何原本八

第一

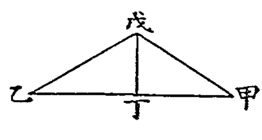
凡三角形內與其底線平行作一直線則所截三角形之兩邊線互相爲比例線其兩邊線所分各二段互相爲比爲相當比例四率而每邊所截之一段與本全線比之亦爲相當比例四率也如甲乙丙三角形內與乙丙底線平行作一丁戊線則分甲乙一邊爲甲丁、丁乙二段分甲丙一邊爲甲戊、戊丙二段其甲乙一邊之甲丁、丁乙二段互相爲比甲丙一邊之甲戊、戊丙二段互相爲比其比例俱同爲相當比例四率矣又如甲乙一邊之甲丁一段與本邊甲乙全線爲比甲丙一邊之甲戊一段與本邊甲丙全線爲比其比例亦俱同爲相當比例四率矣今以三角形按所截分分爲各式以各式面積互相比者考之自丁戊線之丁戊二端作丁丙、戊乙二線則甲乙丙一三角形分爲四三角形此四三角形內所有之乙戊丁、丙丁戊兩三角形既在乙丙、丁戊二平行線之間又共立於一丁戊之底其二

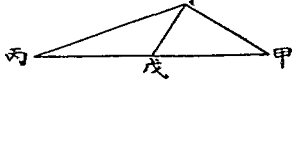






形之積必等。見三卷第十節。於此二形各加一所截甲丁戊小三角形。卽成甲戊乙、甲丁丙、兩三角形。其積亦必相等。又如甲丁戊、乙丁戊、兩三角形之底。俱在甲乙一直線上。而兩三角形之戊角。又共在一戊處。其兩形必在二平行線之間。而甲丁戊、丙丁戊、兩三角形之底。俱在甲丙一直線上。而兩三角形之丁角。又共在一丁處。其兩形亦在二平行線之間。見三卷第十二節。因各三角形兩兩俱爲二平行線所限。故其面積互相爲比。必同於其底界之互相爲比也。見七卷第十節。此所以甲丁戊、丙丁戊、兩三角形積互相爲比與其甲戊、戊丙、兩底線之互相爲比同。其甲丁戊、乙丁戊、兩三角形積互相爲比與其甲丁、丁乙、兩底線之互相爲比亦同也。再甲乙戊三角形之積。既與甲丙丁三角形之積相等。則以甲乙丙之全形與所分之甲乙戊三角形。或與所分之甲丙丁三角形相比。其比例必俱相同。而甲丙丁三角形之甲丁底與甲丙乙全形之甲乙底。互相爲比。甲乙戊三角形之甲戊底與甲乙丙全形之甲丙底。互相爲比。亦必俱相同矣。因其各三角形、得互相爲比例。故其所截兩邊線。兩兩爲相當比例率也。

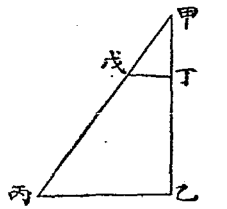


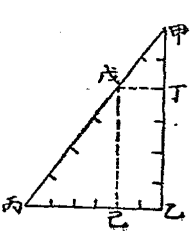


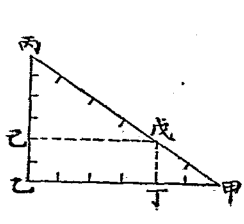
第二

凡三角形內、與底平行作一直線。其所截兩邊線之每一段。與各邊全線之比。卽同於所作線與底線之比也。如甲乙丙三角形內、與乙丙底平行作一丁戊線。此丁戊線所截甲丁一段與甲乙全線之比。甲戊

一段。與甲丙全線之比。皆如丁戊線與乙丙底線之相比也。假若將甲乙丙三角形之甲乙邊線爲底而與甲乙底線平行、作一戊己線。卽成戊己乙丁四邊長方形。其兩兩平行線之度。俱各相等。然三角形之兩邊與所截之每段既互相爲比。如前節所云。則此乙丙邊之乙己一段。與乙丙邊全線之比。卽同於彼甲丙邊之甲戊一段。與甲丙邊全線之比。而丁戊之平行線。旣與乙己平行線度相等。則此丁戊平行線與原底乙丙線之比。亦必同於彼甲丙邊之甲戊一段。與甲丙邊全線之比矣。故甲戊段爲一率。甲丙邊全線爲二率。丁戊平行線爲三率。乙丙底線爲四率。爲相當比例四率也。又如甲乙邊之甲丁一段。與甲乙邊全線之比。旣同於丁戊平行線與乙丙底線之比。則甲丁段爲一率。甲乙邊全線爲二率。丁戊平行線爲三率。乙丙底線爲四率。亦爲相當比例四率也。苟甲乙邊全線爲六分。則甲丁段得其六分之二分。乙丙邊全線爲六分。則丁戊段亦得其六分之二分。所以成兩兩相當比例之率也。

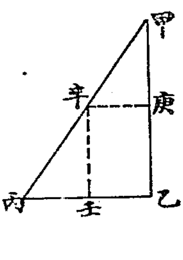


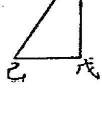




第三

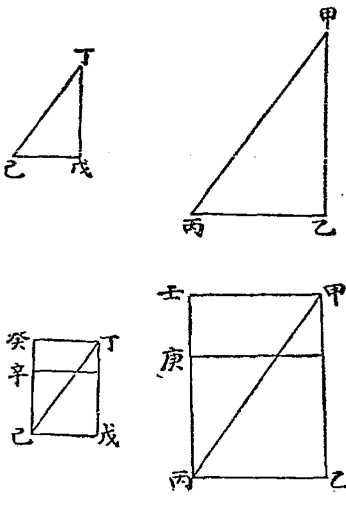
凡大小兩三角形。其相當之二角度。若兩兩相等。則其餘一角。亦必相等。如此類兩三角形。謂之同式三角形也。雖其內容積分不同。而其相當各界互相爲比。俱爲相當比例之率焉。如甲乙丙、丁戊己大小兩三角形。其甲角與丁角等。乙角與戊角等。則所餘丙角必與己角等。而爲同式三角形也。二卷第三節。言凡三角形之三角相併。與二直角等。則此大小兩三角形之各三角相併。亦俱爲二直角。於二直角中。減去大形之甲角乙角。餘爲丙角。減去小形之丁角戊角。餘爲己角。其所減之數既等。則所餘之數亦必等矣。若於大形內。與乙丙平行作庚辛線。與甲乙平行作辛壬線。則成甲庚辛、辛壬丙兩小三角形。此兩小形之相當角度。與大形之相當角度。亦必俱等。故皆謂之同式形也。凡同式之形。其容積雖不一。而其各界互相爲比。皆爲相當比例之四率。是故以大三角形之甲乙全線與所截甲庚一段之比。即如大三角形之甲乙一邊。與小三角形之相當丁戊一邊之比也。大三角形之甲丙全線與所截甲辛一段之比。即如大三角形之甲丙一邊。與小三角形之相當丁己一邊之比也。大三角形之乙丙底線。與所截庚辛底線之比。即如大三角形之乙丙底線與小三角形之戊己底線之比也。至於甲乙丙大三角形。與所截辛壬丙小三角形相當各界之比。亦如甲乙丙大三角形。與丁戊己小三角形相當各界之比也。由此推之。凡同式之形。其相當各界互相爲比。皆爲相當比例之率可知矣。



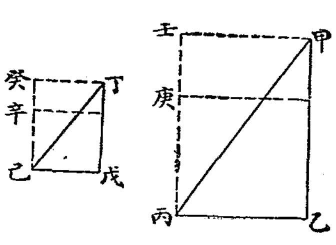


第四

同式直角三角形面積。互相爲比。同於三角形各相當界所作方形之互相爲比。而同式三角形面積互相爲比者。比之各相當界互相爲比則爲連比例內隔一位相加之比例也。如甲乙丙、丁戊己、兩同式直角三角形。其面積互相爲比。卽同於此兩三角形之乙丙、戊己、相當二界。所作庚乙、辛戊、兩方形互相爲比之比例。而此兩三角形之面積互相爲比比之乙丙、戊己、相當二界互相爲比之比例則爲連比例內隔一位相加之比例矣。蓋兩三角形之乙戊二角。俱爲直角若與乙丙、戊己、二線平行作甲壬丁癸、二線。又與甲乙、丁戊、二線平行作壬丙、癸己、二線卽成壬乙、癸戊、兩直角長方形。此甲乙丙、丁戊己、兩三角形。因與所作壬乙、癸戊、兩直角長方形。在二平行線內。同爲一底。其積爲一半。將半與半相比者。卽同於全與全之相比。故甲乙丙、丁戊己、兩三角形互相爲比。必同於壬乙、癸戊、兩直角長方形互相爲比之比例矣。夫依乙丙戊己、甲乙、丁戊、各相當二界所作壬乙、癸戊、兩長方形互相爲比之比例。旣與甲乙丙、丁戊己、兩三角形互相爲比之比例同。則依乙丙、戊己相當二界所作庚乙、辛戊、兩



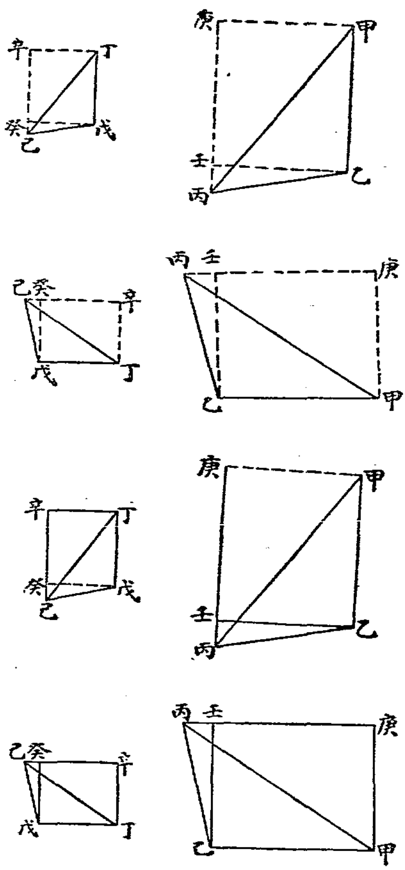
正方形互相爲比之比例。亦與壬乙、癸戊、兩長方形、與甲乙丙、丁戊己、兩三角形互相爲比之比例同矣。又凡直角兩方形。其兩界互相爲比之比例若俱同。則兩形面積互相爲比之比例。較之兩界互相爲比之比例。爲隔一位相加之比例。見七卷第五節。今甲乙丙丁戊己兩三角形之各依底線所作正方形互相爲比。較之二底線互相爲比之比例。卽爲隔一位相加之比例。夫甲乙丙、丁戊己、兩三角形之面積互相爲比者。旣與所作庚乙、辛戊、兩正方形面積互相爲比之比例同。則此所作兩正方形面積相比。較之兩底相比。爲隔一位相加之比例。而甲乙丙、丁戊己、兩三角形面積互相爲比。較之乙丙、戊己、相當二界互相爲比之比例。亦爲隔一位相加之比例可知矣。



第五

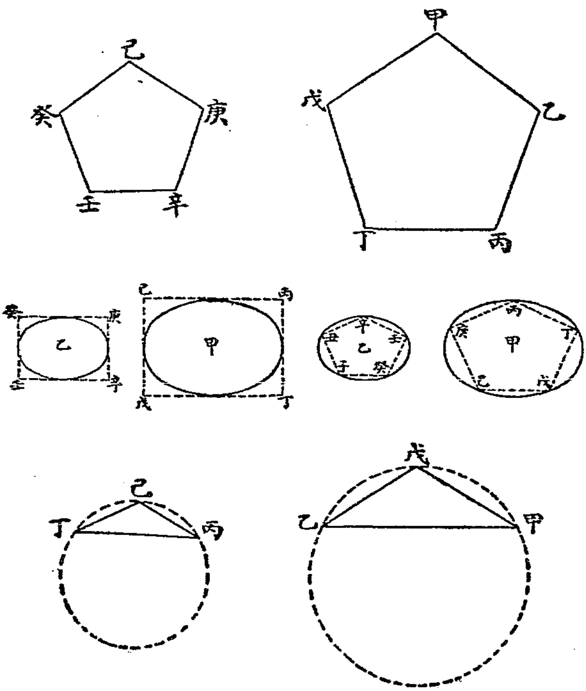
同式無直角三角形面積互相爲比。同於三角形各相當界所作方形之互相爲比。而三角形面積互相爲比者。比之各相當界互相爲比。則爲連比例內隔一位相加之比例也。如甲乙丙、丁戊己、兩同式三角形。雖無直角。然其相當各角俱等。則此兩形面積互相爲比。同於在此兩形之甲乙、丁戊、相當二界所作方形互相爲比之比例。而兩形之面積互相爲比者。比之甲乙、丁戊、相當二界互相爲比之比例。則爲連比例內隔一位相加之比例矣。試自兩形之丙己二角。與甲乙、丁戊、二界平行作丙庚、己辛、各一線。又自甲丁二角。至庚辛二線之末。作甲庚、丁辛、二線。又與此二線平行。自乙戊二角至壬癸二處作乙壬、戊癸、

二線。成庚乙辛戊、兩直角長方形。此兩長方形。與甲乙丙、丁戊己、兩三角形。俱在兩平行線內。又同爲一底。則此兩三角形面積。爲彼庚乙辛戊、兩長方形之一半。將半與半相比者同於全與全之相比。故甲乙丙、丁戊己、兩三角形面積之比例。必同於庚乙辛戊、兩長方形之比例矣。夫同式兩長方形之比例。同於相當界所立正方形之比例。而同式正方形之比例。比之各相當界之比例。爲連比例隔一位相加之比例。今此兩三角形面積之比例。既同於庚乙、辛戊、兩長方之比例。亦必同於兩正方之比例。則兩三角形面積之比例。比之兩界之比例。爲連比例隔一位相加之比例可知矣。



第六

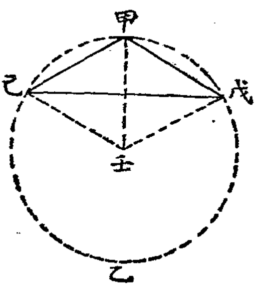
有衆多邊形。其邊數同相當各角俱等而相當界之比例又同。則謂之同式形也。如有甲乙丙丁戊、己庚辛壬癸大小兩多邊形。其邊數俱爲五。其相當甲己二角、乙庚二角、丙辛二角。丁壬二角。戊癸二角。各度俱等而甲乙邊與己庚邊之比。卽同於乙丙邊與庚辛邊之比。其相當邊互相比之俱同者。卽謂之同式多邊形也。又如衆曲線形。於其內外作各種直界形。其式若同。則謂之同式曲線形也。假如有甲、乙大小兩曲線形。在甲大形內。作一丙丁戊己庚五邊形。在

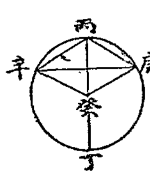


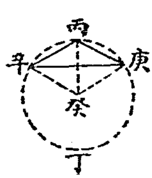
乙小形內、作一辛壬癸子丑五邊形．此所作兩五邊形之式若同．則曲線形之式必同．又如甲乙、大小兩曲線形．在甲大形外、作一丙丁戊己四邊形．在乙小形外、作一庚辛壬癸四邊形．此所作兩四邊形之式若同．其曲線形之式亦必同．故皆謂之同式曲線形也．或如甲乙、丙丁、大小兩圜分．於大圜分內、作一戊甲乙三角形．於小圜分內、作一己丙丁三角形．此所作兩三角形之式若同．則圜分之式亦必同．故謂之同式圜分也．

第七

大小各圜分之式若同．則其相對之圜心角度必俱等也．如甲乙、丙丁、大小兩圜之戊甲己、庚丙辛、兩分之式相同．其弧雖隨圜之大小各殊．而自圜所分之度必同．其各段所對二圜之壬癸心角度亦等矣．夫戊甲己與庚丙辛兩段式既同．則此內所函甲戊己、丙庚辛、兩三角形之甲丙相當兩界角之度必等．若自甲丙二角．過二圜心壬癸．至對界乙丁．作甲壬乙、丙癸丁、二線．則成兩界角與兩心角．蓋心角大於界角一倍．故甲乙大圜之戊壬乙心角．比戊甲乙界角大一倍．乙壬己心角．比乙甲己界角大一倍．今將戊壬乙、乙壬己、兩心角併之．戊甲乙、乙甲己、兩界角併



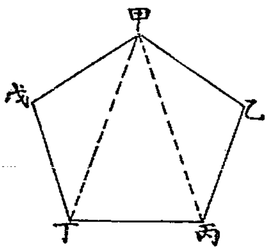


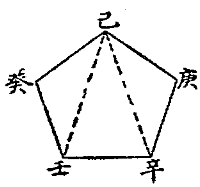


之。則所併之心角。亦必比所併之界角大一倍矣。而丙丁小圜之庚癸丁、丙丁、丁丙辛、所併之兩界角大一倍。夫兩圜之兩界角度既等。而兩圜之所併之心角度又等。則兩界角相對之戊乙己、庚丁辛兩弧段之分數亦必相等。界角所對之弧分既等。則心角所對之弧分亦必相等。心角所對之弧分。卽爲甲丙二界角相對之壬癸二心角之度也。

第八

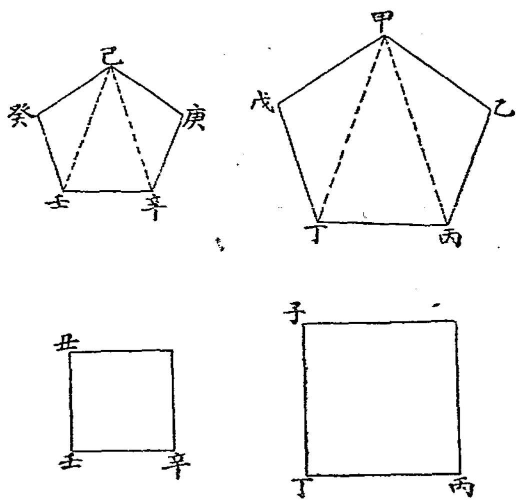
凡大小同式多邊形。分爲衆三角形。其相當三角形之式俱相同也。如甲乙丙丁戊、己庚辛壬癸、兩同式五邊形。自大形甲角至丙丁二角。自小形己角至辛壬二角。各作二線。則大形分爲甲乙丙、甲丙丁、甲丁戊、三三角形。小形分爲己庚辛、己辛壬、己壬癸、三三角形。而甲乙丙之形。與相當己庚辛之形同式。甲丙丁之形。與相當己辛壬之形同式。甲丁戊之形。與相當己壬癸之形同式。因其所分各三角形俱爲同式。故相當各角度必等。相當各角度既等。則其相當各界之比例。亦必俱同。自五邊形所分之各三角形之相當界互相爲比之比例既同。則五邊形之相當各界互相爲比之比例亦必同。相當各界之比例相同。則兩形之式相同可知矣。





第九

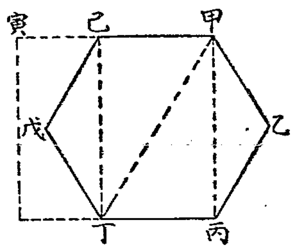
凡大小同式多邊形互相爲比。同於各形相當界所作方形之互相爲比而比之各面相當界互相爲比之比例。例爲連比例隔一位相加之比例也。如甲乙丙丁戊、己庚辛壬癸、兩同式五邊形。於大形之丙丁界。小形之辛壬界。各作子丙、丑辛、大小兩方形。其大小五邊形互相爲比。必同於所作子丙、丑辛、大小二方形之互相爲比。大小五邊形。既同於大小兩方形之互相爲比。則比之丙丁、辛壬、相當二界互相爲比之比例。爲連比例隔一位相加之比例矣。若將甲乙丙丁戊、己庚辛壬癸、兩形分爲衆三角形。則相當各三角形之式必同。相當各三角形之式既同。則相當各三角形互相爲比。卽同於在三角形各相當界所作方形之互相爲比。而各三角形面積之互相爲比。較之各相當界互相爲比之比例。亦爲連比例隔一位相加之比例。夫所分衆三角形互相爲比。既同於所作方形之互相

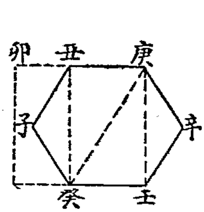


爲比。則衆三角形所合甲乙丙丁戊、己庚辛壬癸之大小五邊形互相爲比。亦必同於丙丁、辛壬、相當界所作子丙丑辛、大小兩方形之互相爲比。而比之丙丁、辛壬、相當界互相爲比之比例。爲連比例隔一位相加之比例可知矣。

第十

凡大小同式直界形互相爲比。同於在所比各形內外所有同式形之各相當界所作正方形之互相爲比也。如甲乙丙丁戊己、庚辛壬癸子丑、大小兩直界形。於此二形內所函之甲丙丁己、庚壬癸丑、二同式四邊形之甲丙、庚壬、相當二界。作寅丙、卯壬、正方形。則兩直界形互相爲比。卽同於兩正方形之互相爲比也。若將甲乙丙丁戊己、庚辛壬癸子丑、兩六邊形。俱分爲三角形。則其相當各三角形之式俱相同。而相當各三角形互相爲比。必同於甲丙、庚壬、相當二界所作寅丙、卯壬、正方形之互相爲比矣。此所分三角形之比例既同於所作正方形之比例。則大小兩



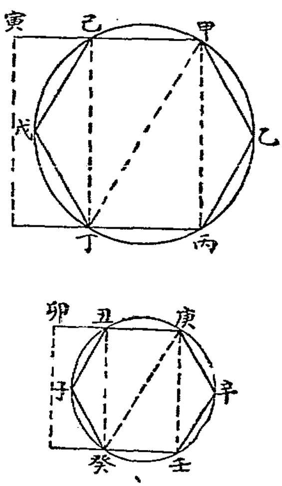


形內各三角形之甲丙、庚壬界。又爲兩四邊形之共界。而甲乙丙丁戊己、庚辛壬癸子丑、兩同式形、互相爲比。亦必同於其所函之甲丙丁己、庚壬癸丑、兩四邊形之甲丙、庚壬、兩相當界所作寅丙、卯壬、兩正方

形之互相爲比可知矣。

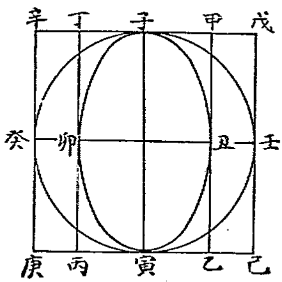
第十一

凡大小同式曲界形互相爲比。同於在所比各形內外所有同式形之各相當界所作正方形之互相爲比也。如甲乙丙丁戊己、庚辛壬癸子丑、大小二圜。此二圜之中。雖各函一同式六邊形。各函一同式四邊形。又各函衆同式三角形。此大小二圜之積互相爲比。必同於在圜內所函同式形之甲丙、庚壬、相當二界所作寅丙、卯壬、正方形之互相爲比也。大凡衆界形。或函圜。或函於圜。其界數愈多。愈與圜界相近。而圜界分爲千萬段。即成千萬直界形。見四卷第十九二十等節。則大小兩圜之比例固與內函相當直界形之比例等矣。夫相當直界形之比例。原同於兩形之相當界所作方形之比例。而圜界形之比例又同於相當直界形之比例。則此大小二圜互相爲比之比例同於此二圜之輻線或徑線所作正方形互相爲比之比例可知矣。



第十二

凡圓面徑與撱圓面（一名鴨蛋形）高度等者。其面積互相爲比之比例。卽同於函兩形各作切方形互相爲比之比例。而圓形面積、與撱圓形面積互相爲比之比例。又同於圓形徑、與撱圓形小徑互相爲比之比例也。如子壬寅癸之圓面。子丑寅卯之撱圓面。其子寅高度俱同。（圓徑卽撱圓大徑。）其面積互相爲比之比例。必同於圓面外所作切圓戊己庚辛正方形、與撱圓面外所作切圓甲乙丙丁長方形互相爲比之比例。而子壬寅癸圓面與子丑寅卯撱圓面互相爲比之比例。又同於圓面之壬癸徑、與撱圓面之丑卯小徑互相爲比之比例也。葢平行線內兩面形互相爲比之比例。同於其底界互相爲比之比例。（見七卷第八節。）今戊己庚辛正方形與甲乙丙丁長方形。皆在戊辛、己庚平行線內。故戊己庚辛正方形與甲乙丙丁長方形互相爲比之比例。同於己庚底與乙丙底互相爲比之比例。而子壬寅癸圓面與子丑寅卯撱圓面。亦在戊辛、己庚平行線內。則子壬寅癸圓面與子丑寅卯撱圓面互相爲比之比例。必同於戊己庚辛正方形、與甲乙丙丁長方形互相爲比之比例矣。然戊己庚辛正方形之己庚底。卽圓面壬癸徑度。而甲乙丙丁長方形之乙丙底。又卽撱圓面之丑卯徑度也。夫平圓與撱圓之比例。旣同於正方形與長方形之比例。而正方形與長方形之比例。又同於



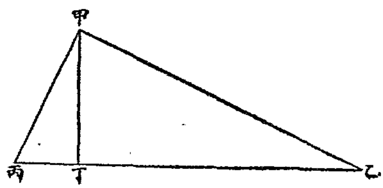
己庚底與乙丙底之比例．則圓面與橢圓面之比例．同於圓面之壬癸徑、與橢圓面之丑卯徑之比例可知矣．

幾何原本九

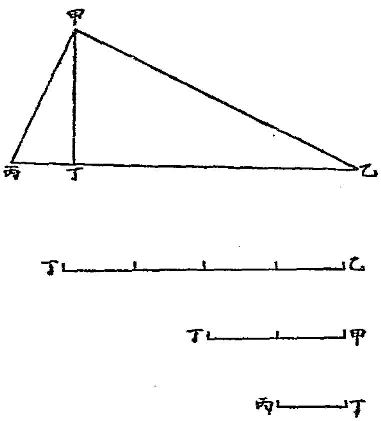
第一

凡直角三角形。自直角至相對界、作一垂線。則一形分為兩形。與原形共為三同式直角三角形。而其比例俱相同也。如甲乙丙直角三角形。自甲直角至相對乙丙界、作一甲丁垂線。則甲乙丙一形。分為甲丁乙、甲丁丙、兩形。此所分兩形。與原有甲乙丙形之式俱相同。而皆為直角三角形。其三形每相當各界之比例。亦俱相同也。蓋甲丁線既為垂線。則兩傍所分甲丁乙、甲丁丙、二角。必俱為直角。見首卷第十節。是故甲乙丙三角形之甲角。甲丁乙三角形之丁角。其度相等。而兩三角形。又共一乙角。其相當二角度既等。則所餘各一角度自等。見八卷第三節。故甲乙丙之丙角。與甲丁乙之甲角。其度相等也。而甲乙丙之甲角。亦與甲丁丙之丁角相等。此兩三角形。又共一丙角。故所餘之甲乙丙之乙角。與甲丁丙之甲角。其度亦等。三三角形之每相當各角之度既等。則三三角形之式必同。三三角形之式既同。則其每相當各界之比例亦俱相同可知矣。

第二



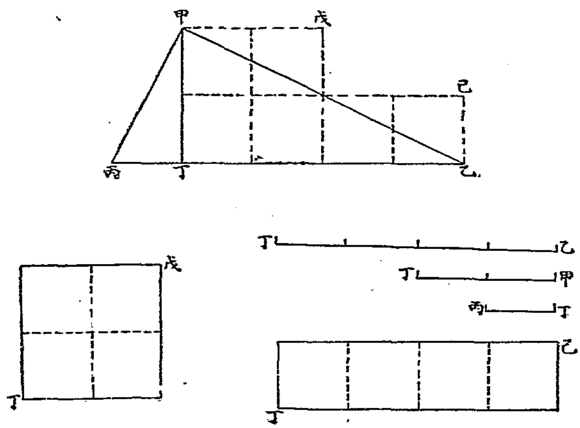
凡直角三角形。自直角至相對界、作一垂線。則所截之兩段。一爲一率。一爲三率。而所作之垂線爲中率。此三率卽爲相連比例率也。如甲乙丙直角三角形。自甲直角至相對乙丙界、作一甲丁垂線。則截乙丙界爲兩段。其所截之乙丁段爲一率。則丁丙段爲三率。若丁丙段爲一率。則乙丁段爲三率。而所作甲丁垂線總爲中率。故此乙丁、甲丁、丁丙、三線。互爲相連比例三率也。蓋甲乙丁、甲丁丙、兩三角形爲同式。故其相當之乙丁、甲丁、二界互相爲比。卽同於甲丁、丁丙、二界之互相爲比也。今以乙丁線爲四分。丁丙線爲一分。則甲丁線必得二分。因四分與二分之比。必同於二分與一分之比。故爲相連比例三率也。



第三

直角三角形。自直角至相對界所作垂線、與所分二段。固爲相連比例三率。如依垂線度作一方形。則與所分二段一爲寬度一爲長度所作長方形之積相等也。如甲乙丙直角三角形。自甲直角至相對乙丙界、作一甲丁垂線。截乙丙界爲兩段。遂成乙丁、甲丁、丁丙之連比例三率。今依甲丁垂線度。作一戊丁正

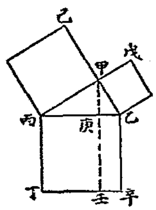
方形。即爲中率自乘之數。以甲丁垂線所截丁丙一段爲寬度。乙丁一段爲長度。作一己丁長方形。即爲首率末率相乘之數。其戊丁正方形之積。必與己丁長方形之積相等也。何也。蓋同式兩三角之相當界互相爲比之比例同。故此乙丁界與甲丁界之比。卽同於甲丁界與丙丁界之比。乙丁線既爲一率。則甲丁線爲二率。甲丁線復爲三率。則丙丁線爲四率。然則此相連比例三率。又爲相當比例四率矣。因其可爲相當比例四率。故二率與三率相乘。一率與四率相乘。所得之分數相同。見七卷第四節。今既以甲丁爲二率。又爲三率。則甲丁自乘之數。卽是二率三率相乘之數。而乙丁一率與丙丁三率相乘、所得己丁長方形。卽與甲丁二率三率自乘之正方相等可知矣。此乃首率末率求中率之法也。要之首率末率相乘。中率相乘。中率相乘者。中率自乘。或二率三率相乘。俱在首率末率之中。故云。其所成之二式雖異。因俱自相連比例四率而生。故其積相等而得以爲準

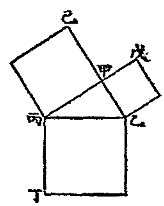


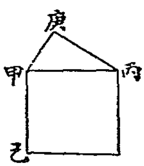
也。

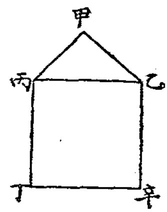
第四

凡有直角三角形。其直角相對界所作方形之積。必與兩傍界所作兩方形之積相等也。如甲乙丙直角三角形。其甲直角相對乙丙界、作一乙丁方形。其積必與甲乙、甲丙之兩傍線所作戊乙、己丙、兩方形之積相等也。試自甲直角過相對乙丙界至方形辛丁界。作一甲庚壬垂線。則甲乙丙三角形。分爲甲乙庚、甲庚丙、兩三角形。而乙丁正方形。分爲乙壬、庚丁、兩長方形。此所分甲乙庚、甲庚丙兩三角形。與甲乙丙原三角形爲同式。則其每相當界之互相比例必同矣。是以甲庚丙小三角形之庚丙小界、與丙甲大界之比。即同於甲乙丙大三角形之甲丙小界、與乙丙大界之比而爲相當比例四率也。然丙甲甲丙之二率三率原爲一線。則庚丙、丙甲、乙丙、又爲相連比例三率矣。故丙甲中率所作己丙方形之積。與庚丙一率爲寬乙丙三率爲長所作庚丁長





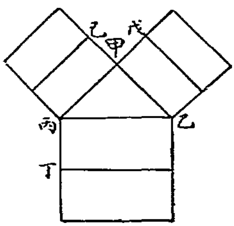


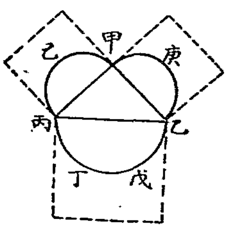


方形之積相等也。乙丁既爲正方形。則庚壬度必與方界乙丙各度等。故庚丁長方、卽同庚丙爲寬乙丙爲長所作之長方也。又如甲乙庚、甲乙丙兩三角之乙庚、甲乙、乙甲、乙丙、四界。爲相當比例四率。又爲相連比例三率。故甲乙中率所作戊乙方形之積。亦與乙庚一率爲寬乙丙三率爲長所作乙壬長方形之積相等也。今庚丁、乙壬之兩長方形既與己丙、戊乙、兩正方形等則兩形相合之乙丁正方形亦必與己丙、戊乙、兩正方形相等可知矣。

第五

凡直角三角形之三界。所作同式三形。其一大界所作一形之積。必與二小界所作二形之積等也。如在甲乙丙直角三角形之乙丙、甲乙、甲丙、三界。作乙丁戊乙、己丙、三同式長方形。則乙丙大界所作乙丁一形之積。必與甲乙、甲丙、二小界所作戊乙、己丙、二形之積等也。又或如甲乙丙直角三角形。於乙丙大界、作乙戊丁丙一半圜。於甲乙、甲丙、二小界。作甲庚乙、甲己丙二半圜。則乙丙大界所作乙戊丁丙一半圜之積。必與甲乙、甲丙、二小界所作甲庚乙、甲己丙、二半圜之積等也。蓋依三界所作三形之式既同。故同式衆形互相爲比。卽同於相當界所作正方形之互相爲比也。要之一大界所作一大形內。減一小界所





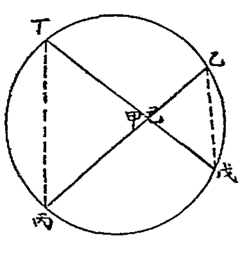
作一小形。卽餘一小界所作一小形。而一小界所作一小形內。再加八一小界所作一小形。則爲一大界所作一大形矣。

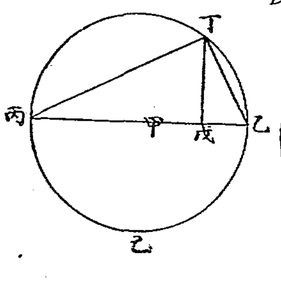
第六

一圜之內二絃線相交。所截之段。遞轉比之。其比例俱同。而爲相當比例四率也。如甲圜內乙丙、丁戊二絃線、相交於己。其所截之戊己一段、與己丙一段之比例。卽同於乙己一段與己丁一段之比例。故戊己、己丙、乙己、己丁、四段。爲相當比例之四率也。何以見之。若自乙至戊、自丁至丙。復作二絃線。卽成乙己戊、丁己丙、兩三角形。此兩三角形之乙角、丁角。俱切於甲圜之戊丙弧段。其度相等。見四卷第十二節。再乙己戊之己角。丁己丙之己角。又爲二尖相對之角。其度亦相等。今乙丁二角之度既等。而兩己角之度又等。則所餘戊丙二角亦自等。兩三角形之相當各角既等。則其式必同。其式既同。則每相當各二線。互相爲比之比例俱同。而戊己、己丙、乙己、己丁、四段。互相爲比例四率可知矣。

第七

圜之徑線。不拘何處作一垂線。則所截之兩段。一爲一率。一爲三率。而垂線爲中率。卽爲相連比例三率也。如甲圜自丁界至乙丙徑線戊處、作一丁戊垂線。將乙丙徑線截爲兩段。其所截乙戊一段爲一率。戊丙一段爲三率。而

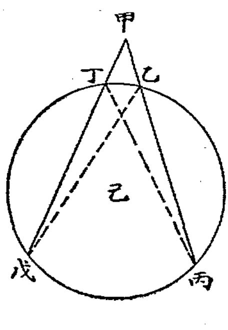




丁戊垂線爲中率。此乙戊、丁戊、戊丙、三線。爲相連比例三率也。試自圜界丁至乙、丙、二處、作丁乙、丁丙、二線。則成一乙丙丁三角形。其丁角旣立於圜之乙己丙半界。故爲直角見四卷第十四節。而丁戊垂線。乃自直角至相對乙丙底界所作之垂線。故所截乙戊一段爲一率。戊丙一段爲三率。而丁戊垂線爲中率。爲相連比例三率也。

第八

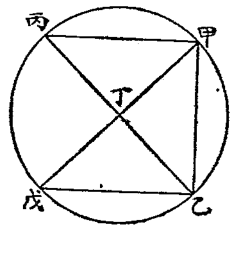
自圜外一點、過圜界二處至相對界作二線。以此兩全線互相爲比。卽同於圜界外所截之二段遞轉爲比之比例而爲相當比例四率也。如己圜、自圜外甲點過圜界乙、丁、二處、至相對界丙、戊、二處作二線。則甲丙、甲戊、兩全線互相爲比。必同於圜界外所截甲乙、甲丁、二段之遞轉相比而爲相當比例四率也。試自圜界乙、丁、二處、至相對界丙、戊、二處、作乙戊、丁丙、二線。則成甲丙丁、甲戊乙兩三角形。此兩三角形之丙戊二角。旣切於一圜之乙丁弧界。其二角之度必等。見四卷第十二節。再甲丙丁之甲角。甲戊乙之甲角。旣共爲一角。其度自等。兩三角形各二角度俱等。則兩三角形必爲同式矣。故甲丙、甲戊、相當二界、互相爲比之比例。卽同於甲丁、甲乙、相當二界互相爲比之比例。是以甲丙與甲戊之比。同於甲丁與甲乙之比。將甲丙全線爲一率。甲戊全線爲二率。甲乙、甲



丁、遞轉移之。而以甲丁一段爲三率。甲乙一段爲四率。爲相當比例之四率也。

第九

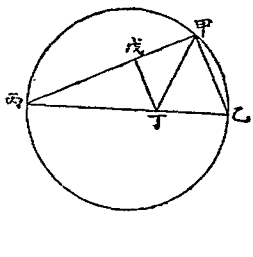
凡函於圜內之三角形。以其一角平分爲二。過相對底界至相對界、作一直線。則所分角之小邊線、與所作線之在三角形內一段之比。即同於所作線之全分、與所分角之大邊線之比也。如函於圜內有甲乙丙三角形。以甲角平分爲二分。過所對乙丙底界至相對界、作一直線。即成甲丁戊一全線。以三角形之甲乙小邊與所作甲丁戊線之甲丁一段之比。即同於所作甲丁戊全線、與三角形之甲丙大邊之比也。何以言之。若自圜界乙至戊、作乙戊弦線。即成甲乙戊、甲丁丙、兩三角形。此兩三角形之戊丙二角俱切於圜界甲乙弧之一段。其度必等。而甲乙戊三角形之甲角甲丁丙三角形之甲角。又爲一角所平分之兩角。其度亦必等。因此兩三角形各二角之度等。故兩形爲同式。兩三角形之式既同。則兩形之相當二界、互相爲比之比例俱同。是以甲乙小分、與甲丁小分之比。即同於甲戊大分、與甲丙大分之比也。



第十

凡函於圜內之三角形。以其一角爲兩平分。自角至底作一線。則所分底線兩段互相爲比。即同於所分角之兩傍兩邊線之互相爲比也。如函於圜內有甲乙丙三角形。以甲角平分爲二分至乙丙底、作甲丁

一線。則分乙丙底線爲乙丁、丁丙、兩段。以乙丁與丁丙之比。卽同於以甲乙小邊線與甲丙大邊線之比也。試自所分底線之丁至甲丙線與甲乙平行作丁戊一線。卽成戊丁丙一小三角形。蓋甲乙丙大三角形之乙角。戊丁丙小三角形之丁角。既爲乙甲、丁戊、平行線一邊之內外角。其度必等見首卷第二十三節。而甲乙丙、戊丁丙、兩三角形又共一丙角。故此兩三角形之各二角度等。爲同式兩三角形也。再甲丁戊之丁角。乙甲丁之甲角。因爲平行線內二尖交錯之角。其度亦等。然則乙甲丁之甲角既爲甲乙丙之甲角之兩平分。則甲丁戊之丁角。亦與甲丁戊之甲角度等矣。甲丁戊三角形之丁角甲角既等。則二角所對之丁戊、甲戊、二線。亦必等矣。甲乙丙、戊丁丙、兩三角形。既爲同式。而三角之度又俱等。則其甲乙丙大三角形之甲乙、甲丙、二線。互相爲比。卽同於戊丁丙小三角形之戊丁、戊丙、二線。互相爲比之比例也。今戊丁、甲戊、二線。其度既等。則甲乙線與甲丙線之比。又同於以甲戊線與戊丙線之比。至於丁戊平行線所截乙丁一段與丁丙一段之比。則又同於甲戊一段、與戊丙一段之比矣。是故甲乙線與甲丙線之比。爲同於乙丁線與丁丙線之比也。

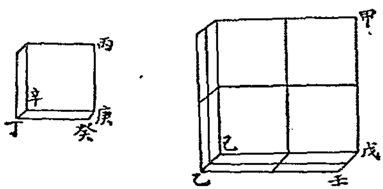


幾何原本十

第一

大凡直角立方體積．皆生於面線互乘之度．故欲知方體所生比例之分．將所比形之長寬與厚．詳較之．卽可得而知矣．如甲乙、丙丁、直角立方二體．其甲乙大形之戊己長．比丙丁小形之庚辛長．甲乙大形之戊壬寬．比丙丁小形之庚癸寬．甲乙大形之甲戊厚．比丙丁小形之丙庚厚．俱爲大一倍．其甲乙大形之戊乙底平面積．與丙丁小形之庚丁底平面積之比例．將縱橫二線之長寬度分考之卽得．見七卷第二節．既得二體底積之比例．乃以二形之厚度．復與底積比之．卽可知甲乙、丙丁、二體之比例矣．蓋甲乙大體之戊己、戊壬、長寬之度．既比丙丁小體之庚辛、庚癸、長寬之度大一倍．則戊乙平面底形之內．如庚丁平面底形二倍者有二矣．然則甲乙大形甲戊之厚度．既比丙丁小形丙庚之厚度大一倍．則甲乙體形之內．如丙丁體形四倍者有二．可知矣．是故欲知直角方體之比例．以本體之長寬與厚．互相比例．以較之．卽得直角方體互相爲比之比例也．

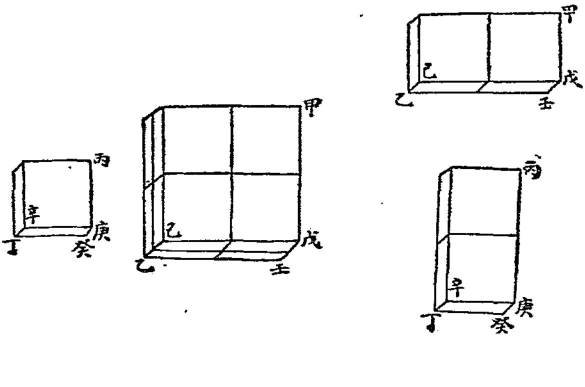
第二



有兩直角長方體。若將此一體之底度、與他一體之底度。又將他一體之厚度、與此一體之厚度爲比。其比例若同。則此二體之積必等也。如甲乙、丙丁、兩直角長方體。甲乙體之戊乙底度。比丙丁體之庚丁底度大一倍。而丙丁體之丙庚厚度。比甲乙體之甲戊厚度亦大一倍。則甲乙、丙丁、二體之積必相等。是故兩體之底積與厚度相較。則兩體之積可知矣。葢體積之比例。視其面線。今兩體之底面厚度交互相等如此。其體積不得不等也。

第三

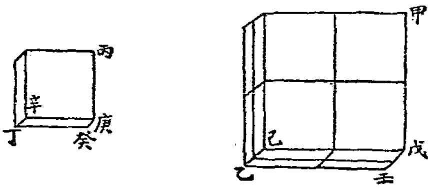
有兩直角方體。其底面積之縱橫二界相比之比例。與厚度面積之縱橫二界相比之比例若俱同。則此兩體爲直角正方同式體也。如甲乙、丙丁、兩直角方體。其甲乙體之戊乙底面之戊己橫界。比丙丁體之庚丁底面之庚辛橫界大一倍。甲乙體之戊乙底面之戊壬縱界比丙丁體之庚丁底面之庚癸縱界大一倍。甲乙體之甲己厚面之甲戊直界。比丙丁體之丙辛厚面之丙庚直界亦大一倍。則甲乙、丙丁、之兩體。俱爲直角正方同式體也。至於兩體所有之戊己、庚辛、二界。戊壬、庚癸、二界。甲戊、丙庚、二界。俱爲相當之界。而可互相爲比

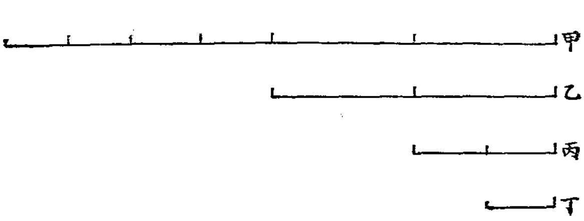


例矣.

第四

凡同式直角正方體.其體積之比例比之兩界線之比例.爲連比例隔二位相加之比例也.如甲乙、丙丁、兩同式直角正方體.其相當之戊己、庚辛、二界.戊壬、庚癸、二界.甲戊、丙庚、二界.互相爲比之比例.俱各大一倍.則此甲乙體積與丙丁體積之比.比之甲乙體之界線、與丙丁體之界線之比者.即如連比例四率內隔二位相加之比例矣.蓋甲乙體之各界.既爲丙丁體之各界之二倍.則甲乙體內.如丙丁體之二倍者有四.二其四爲八.故甲乙體積.比丙丁體積大八倍.夫以甲乙體積八.與丙丁體積一相比.爲八分之一.甲乙體界二.與丙丁體界一相比.爲二分之一.其比例不同.蓋以八分比一分.較之二分比一分.爲四倍也.如欲求其相連比例之率.則於甲乙體之界四倍之.得八分.與丙丁體界一分爲比.即如甲乙體積與丙丁體積之比例矣.夫八與四、四與二、二與一皆爲連比例二分之一之比例.今以八與一爲比.其間隔四





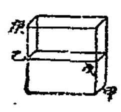
與二之兩位。故曰同式兩體積之比例。爲兩界上連比例隔二位相加之比例也。若邊爲三倍。則面爲九倍。體爲二十七倍。亦爲隔二位相加之比例也。

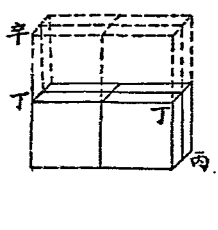
第五

有兩同式直角長方體。於兩體相當之二界。各作兩正方體。互相爲比。卽同於原兩長方體之互相爲比也。如甲乙、丙丁、兩直角長方體。在戊乙、已丁、相當二橫界。各作甲庚、丙辛、二正方體。則所作之甲庚、丙辛、兩正方體互相爲比之比例。仍同於原有之甲乙、丙丁、兩長方體互相爲比之比例也。夫甲乙、丙丁、同式之兩長方體。旣爲隔二位相加之比例。則所作甲庚、丙辛、同式之兩正方體。亦必爲隔二位相加之比例矣。然則原有之甲乙長方體。爲原有之丙丁長方體之八分之一。其所作甲庚正方體。亦爲所作丙辛正方體之八分之一可知矣。

第六

凡有大小平面體。其相當角度俱等。而相當界之比例又同。則謂之同式體也。如甲乙、大小兩平面體。其相當各角之度俱等。而相當各界之比例又同。則甲乙、二體。謂之同式平面正方體也。如丙、丁、大小兩四瓣

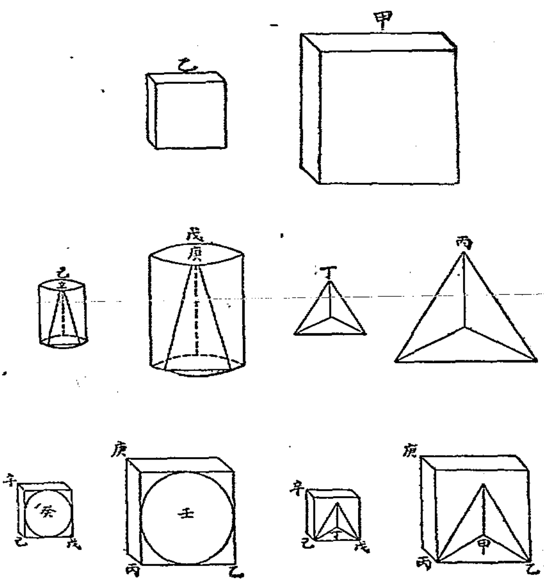




體。其相當各角之度俱等。而相當各界之比例又同。則丙、丁、二體。謂之同式四瓣體也。又如大小圓面體。於其內外作各種平面體。其平面體之式若同。則圓面體亦謂之同式體。如戊、己、大小兩圓體所函之庚、辛、尖瓣等體是也。

第七

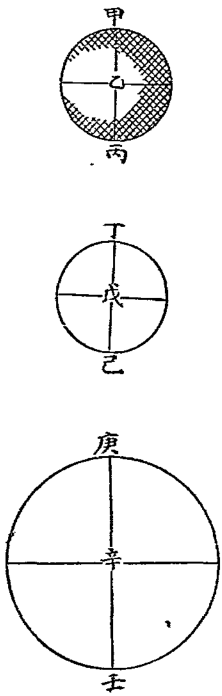
同式各種體之比例。同於在各體相當界所作正方體之比例也。如甲乙丙、丁戊己、大小兩三角尖瓣體。互相爲比。卽同於乙丙、戊己、相當二界所作庚乙、辛戊、兩正方體之互相爲比。又如壬、癸、兩圓球體。其互相爲比之比例。亦同於圓球徑相當之乙丙、戊己、二界、所作庚乙、辛戊、兩正方體互相爲比之比例也。葢同式平面形互相爲比之比例。同於各相當二界所作正方面形互相爲比之比例矣。今各種體之式旣同。故其相當面互相



爲比之比例必同。相當面互相爲比之比例同者。緣相當面之各相當界互相爲比之比例同也。故凡同類兩體。知此一體之度。而不知彼一體之度。欲求知之。則在同式兩體相當二界。各作一正方體。此所作之二體。一爲一率。一爲二率。所知之體爲三率。推得四率。即其未知之體矣。或有同類兩體。知此一體之界。而不知彼一體之界。則依所知一體之界、作一正方體。其兩體一爲一率一爲二率。所作正方體爲三率。推得四率。即是彼一體界數所作之正方體矣。故曰同式兩體之比例。與相當界所作正方體之比例相同也。

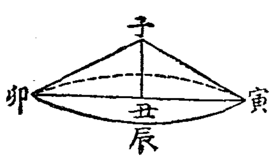
第八

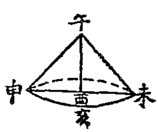
凡圓面半徑與球體半徑等者。其圓面積爲球體外面積之四分之一。而圓面半徑與球體全徑等者。其圓面積與球體外面積等也。如丁己圓面之丁戊半徑與甲丙球體之甲乙半徑等。則丁己圓面積爲甲丙球體外面積之四分之一。又如庚壬圓面之庚辛半徑。與甲丙球體之甲丙全徑等。則庚壬圓面積。與甲丙球體外面積等也。試作子寅卯一尖圓體。使其寅辰卯之底面積、與甲丙球體外面積等。其



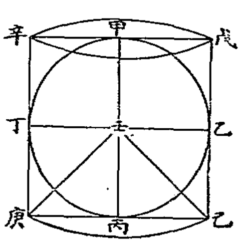
子丑高度、與甲丙球體之甲乙半徑等。則此尖圓體積、與球體積相等。見五卷第二十五節。又作午未申一小尖圓體。使其未申底徑、與甲丙球體之全徑等。亦與大尖圓體之寅丑半徑等。其午酉高度、與甲丙球體之甲乙半徑等。亦與大尖圓體之子丑高度等。則此小尖圓體積、爲球體積之四分之一。亦卽爲大尖圓體積之四分之一。何以見之。葢大小兩面之比例同於相當界所生連比例隔一位加一倍之比例。今大尖圓體之寅卯底徑。比小尖圓體之未申底徑大一倍。則大尖圓體底積比小尖圓體底積必又大一倍。而小尖圓體底積爲大尖圓體底積之四分之一矣。又兩體同高者。其體積之比例同於其底面之比例。今小尖圓體底積。既爲大尖圓體底積之四分之一。則其體積必爲大尖圓體積之四分之一。而亦爲球體之四分之一矣。球體原與大尖圓相等。夫大尖圓體之底積。原與球體之外面積等。小尖圓體底積。既爲大尖圓體底積之四分之一。亦必爲球體外面積之四分之一。而丁己圓面。固與小尖圓之底積等。則爲球體外面積之四分之一無疑矣。至於庚壬圓面之徑。原比丁己圓面之徑大一倍。則其面積必大四倍。今丁己圓面既爲甲丙球體外面積之四分之一。則庚壬圓面積比丁己圓面積大四倍者。安得不與球體外面積相等乎。

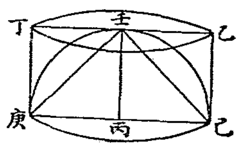
第九





凡球體全徑與上下面平行長圓體底徑高度相等則球體爲長圓體之三分之二也如甲乙丙丁一球體戊己庚辛一長圓體此球體之乙丁全徑與長圓體之己庚底徑度等而球體之甲丙全徑與長圓體之戊己高度等則球體積爲長圓體積之三分之二也蓋長圓體與尖圓體同底同高則其比例爲三分之一五卷第二十三節言平底尖體與上下面平行體同底同高則尖體爲平行體三分之一尖圓體之底徑與球之全徑等高與球之半徑等者尖圓體積爲球體積之四分之一而尖圓體又爲半球體之二分之一矣說見前節今於乙己庚丁半長圓體內作己壬庚半球體又作一壬己庚尖圓體則此尖圓體爲半球體之二分之一尖圓體既爲半球體之二分之一又爲半長圓體之三分之一則半球體豈非長圓體之三分之二乎夫全與全之比例卽若半與半之比例今半長圓與半球之比例爲三分之二則全長圓體與全球體之比例亦爲三分之二可知矣

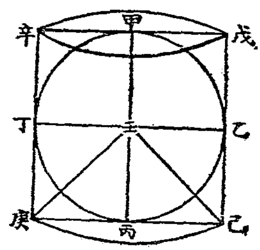




第十

凡球體全徑與長圓體底徑高度相等者其球體外面積與長圓體周圍面積等也如甲乙丙丁一球體戊己庚辛一長圓體其球體之乙丁全徑與長圓體之己庚底徑等而球體之甲丙全徑與長圓體之戊

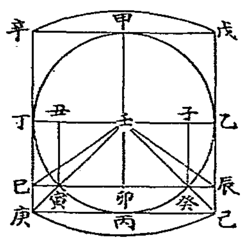
己高度等。則此球體外面積。必與長圓體之周圍面積等也。大凡體之面積相等者。其體積之比例。同於其高之比例。而體積之比例、與高之比例同者。其面積必相等。試將球體乙壬半徑分爲六分。取其三分爲高以長圓周圍面積爲底。所成之體積。必與長圓體積等。取半徑之二分爲高以球體外面積爲底。所成之體積。必與球體之積等。葢長圓體與球體之比例。原爲三與二之比例。此所成之二體。亦必爲三與二之比例。一體之高爲三分。一體之高爲二分。是積之比例與高之比例同矣。非因其面積相等之故乎。由是觀之。球體外面積、與長圓體周圍面積相等也明矣。



第十一

凡球體全徑。與上下面平行長圓體底徑高度相等者。其相當每段之外面積皆相等也。如甲乙丙丁一球體。戊己庚辛一長圓體。此球體之乙丁全徑、與長圓體之己庚底徑等。球體之甲丙全徑與長圓體之戊己高度等。則球體之癸丙寅一段凸面積。必與相當長圓體之辰己庚巳一段周圍外面積等也。夫乙辰巳丁一段長圓體內。分出子癸寅丑一小長圓體。餘癸子乙辰巳丁丑寅空心體。此空心體與子癸寅丑長圓體之積必等。何以知之。葢壬癸爲大圓面之半徑。而所截卯癸又爲小圓面之半徑。其壬卯與卯癸之度又等。故壬癸、壬卯、卯癸三線。成一壬癸卯直角三角形。而壬癸半徑所作圓面。必與壬卯、卯癸、兩

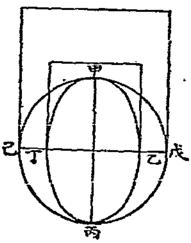
線爲半徑所作兩圓面等。見九卷第六節。又壬癸與壬乙皆一圜之輻線。其度必等。而卯辰原與壬乙相等。故卯辰爲半徑所作之圓面。卽壬癸爲半徑所作之圓面。於卯辰爲半徑所作圓面內減去卯癸爲半徑所作圓面。卽餘辰癸環面。而壬卯爲半徑所作之圓面等。而壬卯與卯癸原相等。然則辰癸環面。既與壬卯半徑所作之圓面等。亦必與卯癸爲半徑所作之圓面等矣。夫卯癸卽小長圓底之半徑。而辰癸又爲空心體底之環徑。其兩面積既等。則其兩體積必等無疑矣。又壬癸寅小尖圓體。原與癸乙辰巳丁寅曲凹體等。乙丙丁半球體。爲半長圓體三分之二。則癸乙巳丙庚丁寅曲凹體。爲長圓體三分之一。與壬巳庚尖圓體相等。故壬癸寅一段尖圓體。與相當癸乙辰巳丁寅一段曲門體。亦必相等也。而壬癸寅小尖圓體。爲子癸寅丑小長圓體三分之一。則癸乙辰巳丁寅曲凹體亦爲辰癸空心體之三分之一矣。於乙辰巳丁長圓體內減去壬癸寅小尖圓體。又減去癸乙辰巳丁寅曲凹體。則餘乙癸壬寅丁一段空心球體。必與乙辰壬巳丁一段空心長圓體等。如以乙辰巳丁一段長圓體作六分。則子癸寅丑小長圓爲三分。壬癸寅小尖圓體爲一分。與小尖圓體相等之癸乙辰巳丁寅曲凹體亦爲一分。今既減去小尖圓體及曲凹體。是於六分內減去二分。而存一段空心球體爲四分也。而壬辰巳大尖圓體。亦爲乙辰巳丁長圓體三分之一。於長圓體內減去大尖圓體。則餘乙辰壬巳丁空心長圓體爲三分之二也。三分之二之比例。固同於六分之四之比例。則此一段空心長圓體。與一段空心球體。相等無疑。若將此兩空心體從壬心至外面剖爲千萬尖體。俱以乙壬半徑爲高。以兩

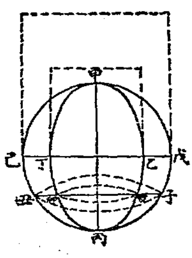


空心體外面爲底。則空心球體所分之各尖體與空心長圓體所分之各尖體。其積既等。其高又等。則其底不得不等。同底同高者。其積既等。則同高同積者。其底必等。此各尖體之底既等則兩空心體之外面積相等可知矣。千萬尖體之底。卽兩空心體之面也。夫乙丙丁半球體外面積原與乙己庚丁半長圓體周圍外面積等於半球體內減去乙癸寅丁一段。餘癸丙寅一段球體於半長圓體內減去乙辰巳丁一段。餘辰己庚巳一段長圓體。其減去之各段外面積既相等。則所餘之球體癸丙寅一段凸面與長圓體辰己庚巳一段周圍外面積相等也明矣。

第十二

凡橢圓體大徑、與圓球體徑相等者。其二體積之比例。卽同於橢圓體小徑所作方面與圓球體徑所作方面之比例也。如甲乙丙丁橢圓體之甲丙大徑。與甲戊丙己圓球徑等。則橢圓體積、與球體積之比例。卽同於橢圓乙丁小徑所作方面、與球體戊己徑所作方面之比例也。試將橢圓體與球體任意依徑線平行分之。其所分之大小平圓面。如子丑乃球體大圓面之徑。寅卯乃橢圓體小圓面之徑。此大小兩平圓面之比例同於其相當子丑、寅卯、二徑所作二方面之比例。見八卷第十一節。而子丑徑與寅卯徑之比例。又同於戊己徑與乙丁徑之比例。故此所分之大小圓面之比例亦必同於戊己方

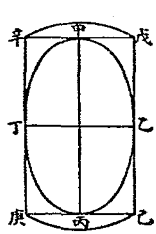


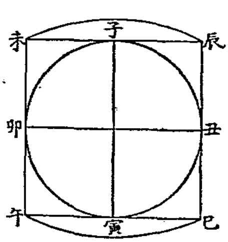


面與乙丁方面之比例矣。若將此兩體與戊己徑平行。任意分為幾何面。其相當大小兩面之比例。皆如戊己方面與乙丁方面之比例。此所分各面之比例。既皆同於乙丁與戊己所作方面之比例。則撱圓體與圓球體之比例。必同於乙丁所作方面、與戊己所作方面之比例可知矣。卽所分之寅丙卯撱圓體之一段。與子丙丑圓球體之一段。其比例亦必同於乙丁所作方面、與戊己所作方面之比例矣。

第十三

凡撱圓體大徑、與長圓體高度等。而撱圓體小徑、與長圓體底徑等。則撱圓體為長圓體之三分之二。亦如圓球體與同徑同高長圓體之比例也。如甲乙丙丁一撱圓體。戊己庚辛一長圓體。其撱圓體之甲丙大徑。與長圓體之戊己高度等。而撱圓體之乙丁小徑。亦與長圓體之己庚底徑等。則撱圓體為長圓體之三分之二。其比例卽如子丑寅卯球體、與辰巳午未長圓體之比例也。葢戊己庚辛長圓體之戊己高度。與辰巳午未長圓體之辰巳高度等。故兩長圓體之比例。卽同於己庚底積與巳午底積之比例。至於戊己庚辛長圓體之己庚底積。與撱圓體之乙丁小徑所作圓面積等。而辰巳午未長圓體之巳午底積又與球體丑卯全徑所作圓面積等。則戊己庚辛長圓體積。與辰巳午未長圓體積之比例。卽同於撱圓體之乙丁小徑所作圓面、與球體丑卯全徑所作圓面之比例矣。夫撱圓體與球體之比例。原同於撱圓體小徑所作圓面、與球體

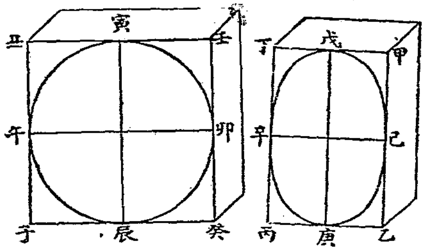




全徑所作圓面之比例。故撱圓體與球體之比例。亦同於撱圓體同徑同高之長圓體、與球體同徑同高之長圓體之比例也。若轉比之。即戊己庚辛長圓體與甲乙丙丁撱圓體之比例。亦同於辰巳午未長圓體、與子丑寅卯球體之比例矣。夫球體既爲同徑同高長圓體之三分之二。則撱圓體亦必爲同徑同高長圓體之三分之二可知矣。

第十四

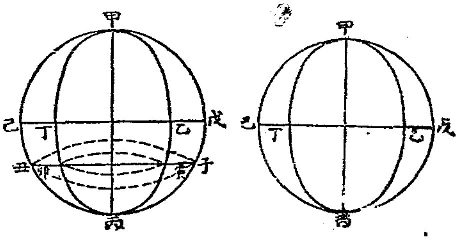
凡函撱圓之長方體。與所函撱圓體之比例。同於函球之正方體。與所函球體之比例也。如甲乙丙丁長方體。函一戊己庚辛撱圓體。其長方體之甲乙高度。與撱圓體之戊庚大徑等。長方體之乙丙底度。與撱圓體之己辛小徑等。則此甲乙丙丁長方體、與所函戊己庚辛撱圓體之比例。同於壬癸子丑正方體、與所函寅卯辰午球體之比例也。蓋甲乙丙丁長方體之甲乙高度。與壬癸子丑正方體之壬癸高度等。故長方體與正方體之比例同於兩體底積之比例。今此長方體之底積。與所函撱圓體之巳辛小徑所作方面等。而正方體之底積與所函球體之卯午全徑所作方面等矣。然則此長方體與正方體之比例。不同於撱圓體小徑所作方面、與球體全徑所作方面之比例乎。夫撱圓體與球體之比例。原同於撱圓體小徑所作方面、與球體全徑所作方面之比例則撱圓體與球體之比例同於函撱圓體之長方體、與函球體之正方體之比例可



知矣。若轉比之。則長方體與所函撱圓體之比例。亦必同於正方體與所函球體之比例矣。

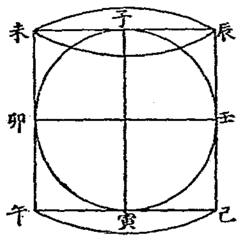
第十五

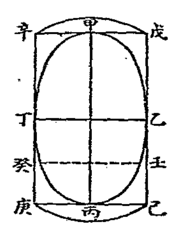
凡撱圓體大徑、與圓球體之徑等者。其撱圓體外面積、與球體外面積之比例。即同於撱圓體小徑、與球體全徑之比例。即任分一段。其相當一段外面積之比例。亦無不同也。如甲乙丙丁撱圓體之甲丙大徑、與甲戊丙己球體全徑等。則此撱圓體外面積、與球體外面積之比例。必同於撱圓體之乙丁小徑、與球體之戊己全徑之比例也。即任分寅丙卯一段撱圓體外面積、與子丙丑一段球體外面積之比例。亦仍同於乙丁小徑、與戊己全徑之比例也。蓋兩體所分寅卯、子丑平圓面皆與乙丁、戊己、徑線平行。故寅卯圓界、與子丑圓界之比。同於寅卯圓徑、與子丑圓徑之比。而寅卯徑與子丑徑之比又同於乙丁徑與戊己徑之比也。然此兩體依徑平分。可爲無數平圓界。其相當各圓界之比例。既皆同於乙丁徑與戊己徑之比例。則全體外面積之比例。豈不同於乙丁徑與戊己徑之比例乎。至於所分之寅丙卯一段撱圓體。與子丙丑一段球體。俱可分爲平圓以比之。則一段與一段之比例無異於全體與全體之比例也明矣。

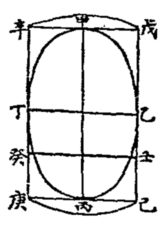


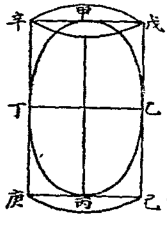
第十六

凡橢圓體大徑、與長圓體高度等、而橢圓體小徑與長圓體底徑等。則橢圓體外面積、與長圓體周圍外面積等。即任分一段。其相當一段之外面積。亦無不等也。如甲乙丙丁一橢圓體。戊己庚辛一長圓體。其橢圓體之甲丙大徑、與長圓體之戊己高度等。而橢圓體之乙丁小徑、與長圓體之己庚底徑等。則橢圓體之外面積、與長圓體周圍之面積等。即任分壬丙癸一段橢圓體外面積。亦與相當壬己庚癸一段長圓體之外面積等也。試依橢圓體甲丙大徑度。作子丑寅卯一球體。幷作與球體同高同徑辰巳午未一長圓體。則此兩長圓體之高度等。其二體周圍面積之比例。必同於二體底徑之比例。二長圓體底徑之比例。即是橢圓體之乙丁小徑、與球體之丑卯全徑之比例也。橢圓體外面積、與球體外面積之比例。原同於橢圓體乙丁徑、與球體丑卯徑之比例。則戊己庚辛長圓

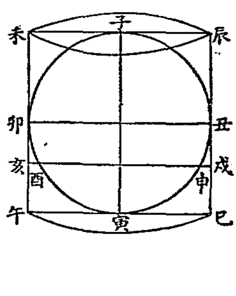








體外面積、與撱圓體外面積之比例。亦同於辰巳午未長圓體外面積、與球體外面積之比例也。夫球體外面積。原與辰巳午未長圓體外面積等。而撱圓體外面積與戊己庚辛長圓體外面積之比例。既與球體外面積與辰巳午未長圓體外面積之比例相同。則此撱圓體外面積。與戊己庚辛長圓體外面積相等無疑矣。至於撱圓體所分一段、與球體所分一段之比例。與其全體之比例亦相同。今撱圓體外面全積、與戊己庚辛長圓體周圍外面全積之比例。既同於球體外面全積、與辰巳午未長圓體周圍外面全積之比例。則所分撱圓體之壬丙癸一段外面積、與長圓體之壬己庚癸一段外面積之比例。亦必同於所分球體之申寅酉一段外面積、與長圓體之戊巳午亥一段外面積之比例矣。彼球體之申寅酉一段外面積。既與長圓體之戊巳午亥一段外面積相等。則此撱圓體之壬丙癸一段外面積。與長圓體之壬己庚癸一段外面積相等也明矣。

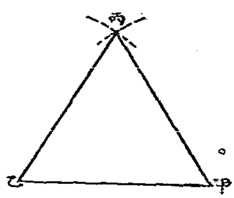


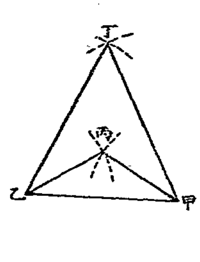
數理精蘊上編卷四

幾何原本十一

第一

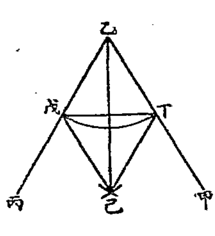
作三界度等之三角形。及兩界度等之三角形法。如欲作三界度等之三角形。則作一甲乙線。取甲乙之度爲準。以甲爲心自甲至丙作弧一段。又以乙爲心自乙至丙作弧一段。兩弧相交處至甲乙作二線。卽成三界度等之甲丙乙三角形矣。蓋甲乙丙三角形之甲乙、甲丙、丙乙三界。原係一圜之輻線。其度必等。度既等而線未有不等者也。若欲作兩界度等之三角形。仍作一甲乙線。比甲乙線之度或大或小取一度。以甲乙二處爲圜心。皆至丙作弧兩段。仍於兩弧相交處作二線。卽成兩界度等之甲丙乙三角形矣。蓋甲丙、丙乙二線。雖比甲乙線或大或小。然二線俱同爲一圜之輻線。其度自等。兩度既等。則兩界線亦必等也。





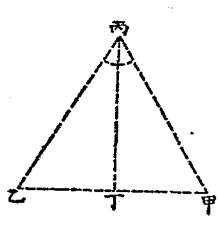
第二

平分直線角爲兩分法。如甲乙丙角。欲平分爲兩分。乃以乙角爲心。任意作弧線一段。則乙甲、乙丙二線。截於丁戊。卽成乙丁、乙戊等度二線。自弧兩端復作一丁戊線。照丁戊線度依前節法。作一三界度等之丁己戊三角形。則己角與乙角正相對。乃自乙角至己角、作一乙己直線。卽分甲乙丙角爲兩平分矣。何也。其乙丁己、乙戊己兩三角形之乙丁、乙戊二界。是一圜之輻線。其度等。而丁己戊己二界。是三界度等三角形之兩傍界。其度亦等。而乙己線既爲兩形之共界。其等無疑。此兩三角形之各界度。既各相等。則與丁己、戊己界相對之丁乙己、戊乙己二角。亦必相等可知矣。見二卷第七節。



第三

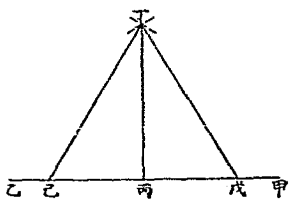
平分一直線爲兩分法。如有甲乙一直線。欲平分爲兩段。乃如第一節法、於甲乙線上、作一甲丙乙三界度等之三角形。又如第二節法、平分甲丙乙角爲二分。自丙角作垂線至甲乙線。卽平分甲乙線於丁。而甲丁、丁乙兩段必等也。蓋甲丙乙原爲三界度等之三角形。今作丙丁垂線。平分爲兩三角形。則兩三角形之相當各角各界必俱等。而甲丁、丁乙爲兩形相當之底界。其度安得不等乎。



第四

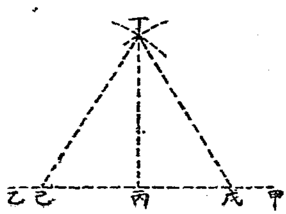
橫線上立縱線法。如有甲乙一橫線。欲於丙處立一縱線。則於丙之兩傍。任意取等度二分爲戊丙、己丙、

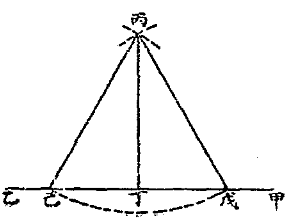
以戊爲心.於橫線上作弧一段.又以己爲心.於橫線上作弧一段.兩弧相交於丁.此丁處正與丙相對.自丁至丙作一直線.卽甲乙線上正立之縱線也.試自戊己至丁作二線.成一戊丁己三角形.此形之丁戊、丁己兩線.俱同一圜之輻線.其度必等.而丁丙線既將戊己底線爲兩平分.則丁丙線必爲甲乙線之垂線矣.見二卷第十節.



第五

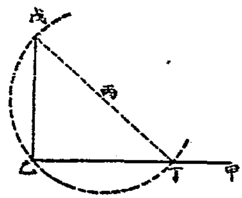
有一橫線.自此線上不拘何處立縱線法.如有甲乙一橫線.自此線上丙處至甲乙線.欲作一縱線.則以丙爲心作弧線一段.截甲乙線於戊己.乃自戊己至丙作二線.成一戊丙己三角形.又照第二節分角法平分丙角爲二分.自丙至甲乙線上作丙丁線.則此丙丁線.卽爲自丙至甲乙線之縱線也.蓋戊丙己三角形之丙戊、丙己兩界度等.故戊角與己角必等.而丙丁線又平分丙角爲二.則所分之戊丙丁、己丙丁兩角度亦等.而丙丁戊、丙丁己兩並角亦必等.此兩並角既等.則成兩直角.既成兩直角.則丙丁線必爲甲乙橫線之垂線矣.見一卷第十節.

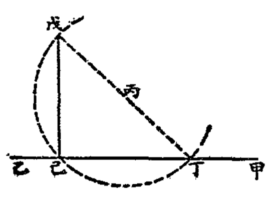




第六

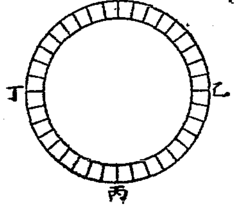
在橫線一邊立縱線法。如有甲乙橫線。在乙邊欲立一縱線。則於甲乙線上不拘何處立爲圓心。如以丙爲圓心。自丙至乙爲圓界旋轉作一圜。則於甲乙線丁處相交。卽自丁處過丙心至相對界、作一直線。交圜界於戊。乃自戊至乙作一戊乙直線。卽是乙邊所立之縱線也。蓋丁乙戊角因在半圜。必爲直角。見四卷第十四節。既爲直角。則戊乙線必爲甲乙線之垂線。既爲垂線。故爲橫線一邊所立之縱線也。若甲乙線一邊之上有一戊點。欲自戊至甲乙線一邊作一垂線。則自戊至甲乙線、任意作一戊丁斜線。遂將戊丁斜線平分於丙。於是以丙爲心。自戊旋轉作一圜。則截甲乙線於己。自戊至己作一直線。卽是欲作之垂線也。蓋戊己丁角既在半圜必爲直角既爲直角則戊己必爲垂線矣。





第七

一圜分爲三百六十度法。如甲乙丙丁一圜界。欲分爲三百六十度。則取圜之輻線度緣圜界比之。卽分圜界爲六段。將六段各平分爲二。則爲十二段。十二段各平分爲三。則爲三十六段。三十六段各平分爲十。卽成三百六十度矣。

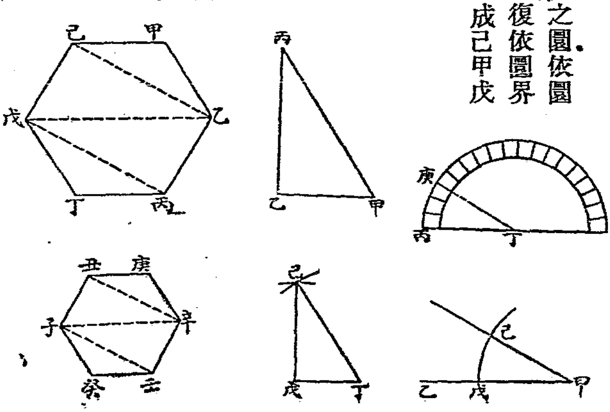


第八

一直線上作角度法。如甲乙線上、欲作三十度之角。則用有度之圜。依圜之丙丁輻線度。截甲乙線於戊。於是以甲爲心。自戊作弧一段。復依圜界之丙庚三十度之分。自戊截弧於己。乃自己至甲作一直線。卽成己甲戊三十度之角矣。

第九

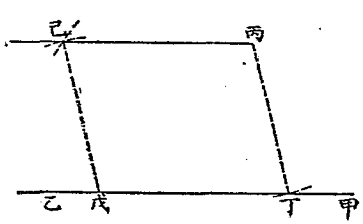
各種多界形。倣已有之形。或大或小。另作一同式形法。如有甲乙丙一三角形。欲倣此式另作一形。則考甲乙界度有幾分。如甲乙界度爲三分。今取其二分作一丁戊線。又以甲丙界度亦作三分而取其二分。以丁爲圜心作弧一段。又以乙丙界度亦作三分而取其二分。以戊爲圜心作弧一段。兩弧相交於己。乃自己至丁戊作二線。卽成丁戊己一小三角形。與原有甲乙丙大三角形爲同式也。蓋丁戊己三角形之三界。雖與甲乙丙三角形之三界不等。而其相當各角之度俱等。因其相當各角之度俱等。故其相當各界之比例皆同。相當各界之比例既同。則其二形之式不得不同也。若有一甲乙丙丁戊己六界形。欲倣



此式另作一形。則在此六界形作分角線。分爲四三角形。照前法倣作四三角形。卽成一庚辛壬癸子丑小六界形。其式與原有之甲乙丙丁戊己大六界形同也。

第十

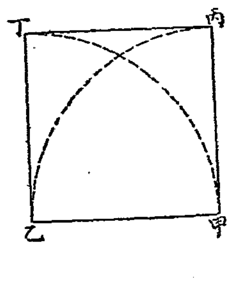
有一直線。或上或下一點。作與此線平行一線法。如甲乙線上有一丙點。欲自丙點作與甲乙線平行一線。則以丙爲圜心。任意取甲乙線之近甲邊一處作弧一段如丁。又取甲乙線之近乙邊一處爲心如戊。乃照丙丁原度。於丙點相對處作弧一段如己。復照丁戊度。以丙爲心。於丙點相對處作弧一段。則二弧相交於己。乃自丙至己交處作一丙己直線。卽爲甲乙線之平行線也。何則試自丁戊二處至丙己二處作二線。卽成丙丁戊己一四界形。此四界形之丙丁、己戊相對之兩縱線丙己、丁戊、相對之兩橫線。因依各度所取、必兩兩相等。既兩兩相等。則必爲平行線之四邊形。然則丙己、甲乙、爲平行線四邊形之二線。豈有不平行之理哉。



第十一

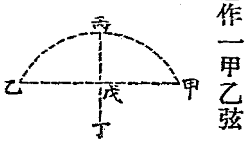
有一直線。上作一正方形法。如甲乙一直線。欲作一正方形。則以甲爲心。取甲乙度。自乙至丙作一弧線。又以乙爲心。依甲乙度。自甲至丁作一弧線。又於甲乙線之兩端。照本卷第六節。立甲丙、乙丁二縱線。則乙丙弧截於丙。甲丁弧截於丁。乃自丙至丁作一直線。卽成甲乙丁丙一正方形也。何則。丙甲、甲乙、乙丁、

三線。俱同爲一圜之輻線。其度必等。而丁丙、丙甲二線。又俱切一圜界。爲兩尖相合。其度亦必等。見四卷第七節。則四界俱等矣。且甲乙二角。又爲垂線所立之角。必成直角。則丙丁二角亦必爲直角。而四角又等矣。四角皆等。故甲乙丁丙形爲甲乙線上所立之正方形也。



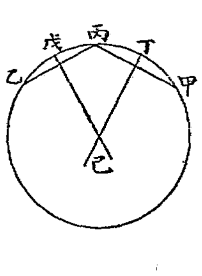
第十二

平分一弧爲兩段法。如有甲乙弧、欲平分爲兩段。則自甲至乙作一甲乙弦線。將此弦線照本卷第三節平分直線爲兩分法。作一戊丁縱線。復自戊引至弧界。截甲乙弧於丙。卽平分甲乙弧爲甲丙、丙乙兩段矣。蓋丙丁縱線。既平分甲乙弦線。則亦必平分甲乙弧之全圜。既平分甲乙弧之全圜。則必平分甲乙弧爲兩段可知矣。見四卷第六節。



第十三

有一段弧。欲繼此弧作一全圜法。如有甲乙一段弧。繼此弧欲作一全圜。則在此弧界任意指三處如甲、丙、乙。自甲乙二處至丙。作甲丙丙乙二線。照前節作平分甲丙丙乙兩弦之丁己戊己二線。引長則相交於己。乃以己爲心。繼甲乙弧界作一全圜。卽成甲乙弧之全圜也。蓋丁己戊己二線。既平分甲丙、丙乙二弦。則必平分甲丙、丙乙二弧。見四卷第六節。既平分甲丙、丙乙二弧。則其相交之處必爲圜心。故己爲繼



甲丙乙弧界所作全圜之圜心也。

第十四

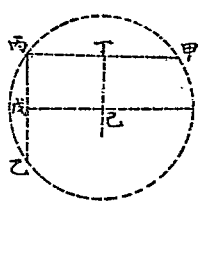
不拘何處有三點。求線此三點作一圜法。如甲、乙、丙三點。不在一直線上。欲線此三點作一圜。則依前節作甲丙、丙乙二線。又平分此二線正中作丁己、戊己二垂線。引長至己處相交。遂以己為心。以甲為界作一圜。則甲、乙、丙三點。俱在一圜之界矣。此節之理。與前節同。

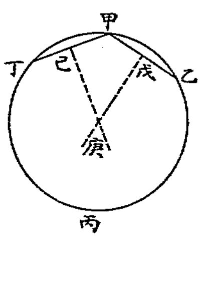
第十五

有圜不知中心。求知中心之法。如有一甲乙丙丁圜。不知其中心。欲求知之。則於此圜界隨便取甲、乙、丁三處。從甲至乙至丁作二弦線。將此二線平分正中為戊己二處。自戊己作戊庚、己庚兩垂線。則相交於庚。此庚卽是甲乙丙丁圜之中心也。此節之理。亦與前同。

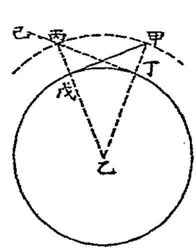
第十六

有圜外一點。將此點至圜界作切線法。如乙圜之外有一甲點。欲將此甲點與圜界相切、作一切線。則以此甲點至圜心作一甲乙直線。又以乙為心。以甲為界。作一甲丙圜界。又自甲乙線所截圜之丁處。作一丁己垂線。則此垂線卽截甲丙圜界於丙。乃自丙至乙心、作一丙乙直線。復自丙乙所截圜界戊處。作一戊甲線。卽是自甲點至圜



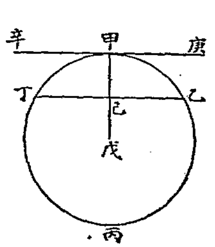


界所作之切線也、何則、此乙丁、乙戊、既同爲一圜之輻線、其乙甲、乙丙、亦同爲一圜之輻線、則甲乙戊與丙乙丁兩三角形之各兩邊線必等而兩三角形又同一乙角、然則兩三角形之每相當各角必俱等矣、見二卷第六節。夫丁丙線原爲甲乙輻線之垂線、則丁角必爲直角、而相當之戊角亦必爲直角矣、戊角既爲直角、則甲戊線亦必爲乙丙輻線之垂線、故甲戊與丙丁、皆爲圜界之切線也、見四卷第九節。



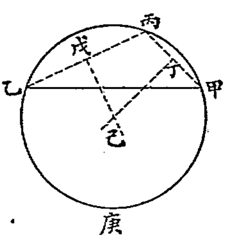
第十七

有圜內弦線、欲與此弦線平行、作圜外切線法、如有一甲乙丙丁圜之乙丁弦線、欲與此乙丁弦線平行、作切圜之切線、則從圜心戊至乙丁弦、作戊己垂線、平分乙丁弦線於己、引長截圜界於甲、爲甲戊線、又切甲處作庚辛線、爲甲戊之垂線、即是所求之切線也、何則、此庚辛線既爲甲戊線之垂線、其戊甲庚角必爲直角、又己戊線既爲乙丁線之垂線、其戊己乙角亦必爲直角、然則戊甲庚角與戊己乙角、既俱爲直角、其度必等、因其度等、故乙丁、庚辛兩線爲兩平行線也、又戊甲線爲圜之輻線、而庚辛既爲甲戊之垂線、則必爲甲乙丙丁圜之切線可知矣、見四卷第九節。



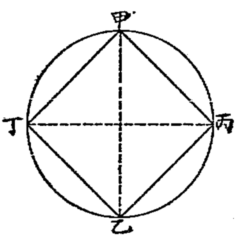
第十八

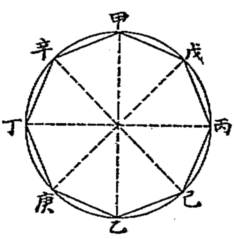
作函三角形之圜法。如甲乙丙三角形。欲作函此三角形之一圜。則平分甲丙邊於丁。平分丙乙邊於戊。自丁戊作二垂線。引長至己相交。即以己爲心。任以甲丙乙三角形之一角爲界。作一甲丙乙庚圜。即是函甲丙乙三角形之圜也。此節之理。與本卷第十三節同。



第十九

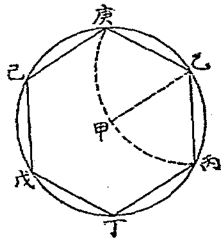
圜內作等度四角形及等度八角形法。如甲丙乙丁圜內。欲作一等度四角形。則以甲乙、丙丁二徑線交於圜心。皆作直角。復自甲、丙、乙、丁四處作甲丙、丙乙、乙丁、丁甲四弦線。即成甲丙乙丁等度之四角形也。何則。甲乙、丙丁二徑線在圜心作直角相交。則平分圜界爲四分矣。既平分圜界爲四分。則甲丙、丙乙、乙丁、丁甲四弦線度必等。而甲、丙、乙、丁四角既俱立在一圜之半界。亦必俱爲直角。見四卷第十四節。既俱爲直角。必爲正方形可知矣。苟欲作等度八角形。則照前平分圜界爲四分。將所分之每分。又各平分爲二分。即平分圜界爲八分。乃作八弦線。即成甲戊丙己乙庚丁辛一形。爲圜內等度八角形也。

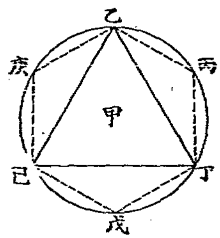


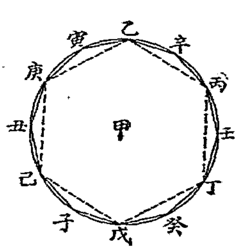


第二十

圜內作等度六角形三角形十二角形法。如甲圜內欲作等度六角形。則以圜之甲乙輻線爲度。將圜界分爲乙丙、丙丁、丁戊、戊己、己庚、庚乙、六段作六弦線。卽成一乙丙丁戊己庚等度之六角形也何則。苟以乙爲心以甲爲界。作一丙甲庚弧線。則乙丙、乙甲、二線。俱爲丙甲庚圜之輻線而度必等。夫乙丙丁戊己庚六界形之諸界。因俱照甲乙輻線度所作。故此形之六界俱相等也若欲作三角形。則照前法、將圜界分爲六段。以所分六段。兩兩相合爲三段。作乙丁、丁己、己乙、三弦線。卽成一乙丁己等度三角形也。若欲作十二角形。亦照前法、將圜界分爲六段以所分六段各平分爲二分作十二弦線。卽成一乙辛丙壬丁癸戊子己丑庚寅等度之十二角形也。



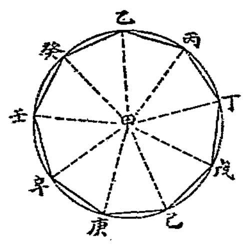




第二十一

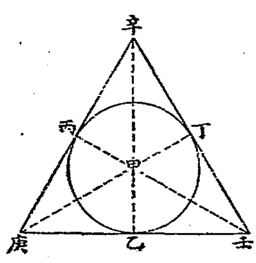
圜內作各種等度多界形總法。苟甲圜內。欲作等度多界各種形。則察各種形之各角度。見三卷第十七節。如等度三角形之三角、俱六十度。四角形之四角、俱九十度五角形之五角、俱一百零八度、六角形之六角俱一百二十度。七角形之七角、俱一百二十八度三十四分一十七秒八角形之八角俱一百三十五

度。九角形之九角、俱一百四十度。十角形之十角、俱一百四十四度。十一角形之十一角、俱一百四十七度一十六分二十二秒。十二角形之十二角、俱一百五十度。今甲圜內若欲作一等度九角形。則以九角形之每角一百四十度。與一百八十度相減。餘四十度。復以別有度之圜。取四十度之分以分甲圜界。卽平分爲乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬、癸之九分。再照平分度。作乙丙、丙丁、丁戊、戊己、己庚、庚辛、辛壬、壬癸、癸乙、九弦線。卽成甲圜內等度之九角形也。何也。從圜心甲作線至各角。分九角形爲九三角形。其每三角形之三角、共一百八十度內減去二界角一百四十度。餘心角四十度。卽每界所對之角。此九角形之每界。卽九心角之弦線。故以心角度分圜界度。卽得九角形之分也。凡圜內欲作等邊多界形。皆依此法作之。

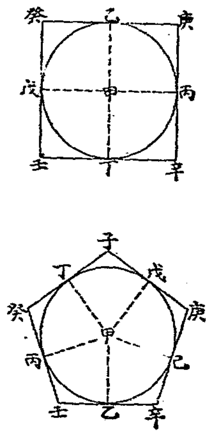


第二十二

作函圜等度多界形法。如欲作函圜之等度三角形、四角形、五角形、或多界形。則將圜界照欲作之幾界平分爲幾段。乃自圜心至所分各界。作幾輻線。於輻線之末。各作切界線。俱引長至合角。卽成函圜之等度多界形也。如第一圖。自甲心至庚、辛、壬、三角。作甲庚、甲辛、甲壬三線。卽成六三角形。其庚甲乙、庚甲丙、兩三角形之庚乙、庚丙二線。爲合尖切圜之線。其度必等。見四卷第七節。而庚甲乙、辛甲丁、兩形之庚甲乙、辛甲丁二角爲對角。其度又等。庚

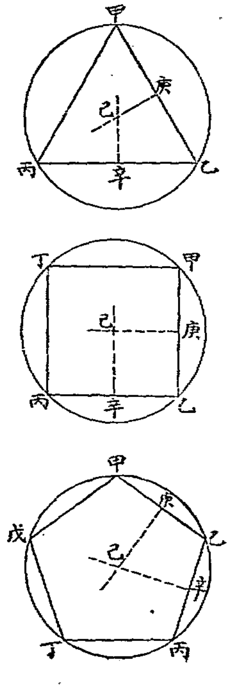


乙甲、辛丁甲之二角。爲輻線切線所成之角。其度又皆爲直角相等。見四卷第五節。則其餘一角亦必等。而其乙甲、甲丁、二界。又同爲一圜之輻線。其度必等。則其他界亦必俱等可知。再辛丙、辛丁、二線。壬丁、壬乙、二線。俱爲合尖切圜之線。其度相等。而辛甲丙與壬甲乙兩三角形。壬甲丁與庚甲丙兩三角形。必俱與前每相當之角等。則此六三角形俱相等矣。六三角形俱相等。則其庚乙、乙壬、壬丁、丁辛、辛丙、丙庚、相等之六界。兩兩相合。卽成庚壬、庚辛、辛壬之三界。其度安得不等乎。故庚辛壬三角形。爲函圜等界形也。其第二圖函圜四角形。第三圖函圜五角形。或更欲作多界形。其理皆同。



第二十三

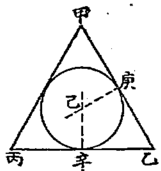
作函等度多界形之圜法。如甲乙丙三角形。或甲乙丙丁四角形。或甲乙丙丁戊五角形。欲作函此三形之圜。則任用此三形之甲乙、乙丙、二界。平分於庚、辛、二處。乃自庚、辛、二處。各作垂線。至各形中心相

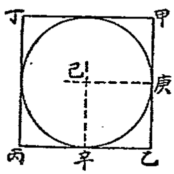


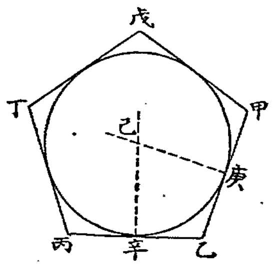
交爲己。卽以己爲心。以各形之角爲界作圜。卽成函此三形之圜也。何也。各形之界。皆爲圜之弦線。而弦線上所作之垂線。必皆交於圜心。今甲乙、乙丙二界上所作之庚己、辛己二線。旣平分二界而相交於己。則己必爲圜心。故以己爲心作圜。卽成函各等界形之圜也。

第二十四

作函於等度多界形之圜法。如甲乙丙三角形。或甲乙丙丁四角形。或甲乙丙丁戊五角形。欲在此三形內各作一圜。則照前節平分甲乙、乙丙二界。作己庚、己辛二垂線。引長相交於己。卽以己爲心以庚辛爲界作圜。卽成多界形內所函之圜也。何也。己庚、己辛二線。是平分甲乙、乙丙二線之垂線。引長之。必相交於各形之中心。今旣相交於己。則己必爲各形之心。凡形心作垂線至各界。其度必等。卽如圜之輻線。故以己爲心。庚辛爲界所作之圜。卽爲各等界形所函之圜也。







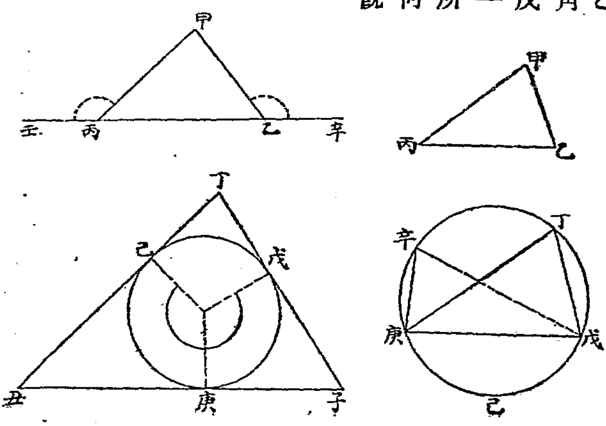
第二十五

有一三角形。一圜形。於此圜內作切圜界三角形。與原有之三角形同式法。如有甲乙丙一三角形。丁戊

己庚辛一圜形.欲於此圜內作一切界三角形.與原有之甲乙丙三角形同式.則於圜界任意作與甲角相等之辛角.將此角之兩邊線.俱引至圜界.作辛庚、辛戊、二線.再自戊至庚作一戊庚線.又於戊處作與乙角相等之庚戊丁角.爰自戊至丁作一丁戊線.復自庚至丁作一庚丁線.成一丁戊庚三角形.卽是所求之圜內切界三角形與原有之甲乙丙三角形爲同式也.何則.其庚辛戊三角形之辛角.與庚丁戊三角形之丁角.其尖既俱與圜界相切.而共立於戊己庚一段弧分.其度必等.見四卷第十二節. 此辛角原與甲角等.則丁角亦必與甲角等.又庚戊丁之戊角.原係依甲乙丙之乙角之度而作者.固相等.夫丁角與甲角、戊角與乙角既等.則所餘之庚角與丙角亦必等.其三角既俱等.其兩形必爲同式可知矣.

第二十六

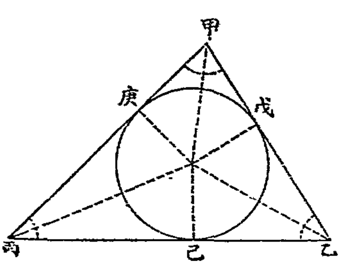
有一三角形.一圜形.於此圜外作切界三角形.與原有之三角形同式.法.如有甲乙丙一三角形.戊己庚一圜形.欲於此圜外作一切界三角形與原有之甲乙丙三角形同式.則將



原有之甲乙丙三角形之乙丙底線、引長至辛壬二處。此兩傍卽成辛乙甲、壬丙甲、二外角。乃於圜心丁處、作與辛乙甲角相等之戊丁庚角。又作與壬丙甲角相等之己丁庚角。則成丁戊、丁己、丁庚之三輻線。於三輻線之末作三垂線。引長相交成一癸子丑三角形。卽是所求之圜外切界三角形與原有之甲乙丙三角形爲同式也。何則。凡三角形之三角相併。必與二直角等。見二卷第四節。今戊丁庚子一四邊形。可分爲兩三角形。則此四邊形之四角相併。必與四直角等矣。四直角內減去子戊丁、子庚丁之兩直角。所餘戊丁庚、戊子庚兩角相併。亦必與兩直角等也。又辛乙甲外角與甲乙丙內角相併。亦與二直角等。見一卷第十四節。其戊丁庚角既係依辛乙甲角之度而作者。則戊子庚角必與甲乙丙角相等。其庚丑己角。亦必與甲丙乙角相等。而己癸戊角。又必與乙甲丙角相等。三角俱等。則兩形之式必相同也。

第二十七

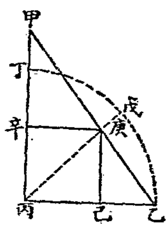
三角形內作切三界之圜法。如有一甲乙丙三角形。欲於此形內切三界作一圜。則依此卷第二節之法。將甲乙丙三角俱平分爲兩分。所分三角之三線。俱引長使相交於丁。自丁至甲乙、乙丙、丙甲、三界線。作丁戊、丁己、丁庚、三垂線。乃以丁爲心。以戊己庚爲界作一圜。卽是三角形內之切界圜也。何則。戊甲丁與庚甲丁兩小三角形之甲角。因自一角爲兩平分。其度必等。又丁戊、丁庚、既係兩垂線。則甲戊丁、甲庚丁、二角。俱爲直角而相等。此戊甲丁、庚



甲丁、兩小三角形內之二角既等。其各三角必俱相等。而又共用一甲丁線爲邊。則此兩三角形之各相當邊。亦必俱等。故丁戊線與丁庚線等者。即是丁己線與丁戊線丁庚線等也。此三線既等。以爲輻線作戊己庚圜。則必與三角形之甲乙、乙丙、丙甲三界相切矣。

第二十八

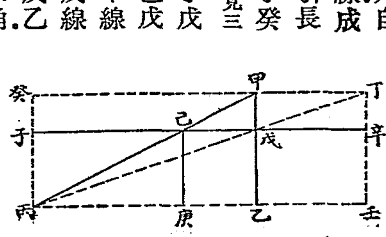
勾股形內作正方法。如有一甲乙丙勾股形。欲於此形內作一正方形。則以丙爲心。以乙爲界。作一乙丁弧線。將此弧線平分於戊。自戊至丙作一戊丙線。即平分丙角爲兩分。而截甲乙線於庚矣。乃自庚與甲丙線平行作庚己線。又自庚與乙丙線平行作庚辛線。即成庚己丙辛一正方形。爲所求甲乙丙勾股形內之正方也。何則。甲丙乙勾股形之丙角。原是直角。今庚辛、庚己二線。各與甲丙、乙丙平行。則庚、己、丙、辛之四角。必俱爲直角矣。而庚己丙三角形內。己庚丙角與己丙庚角。又俱是直角之一半。其度必等。則己丙線與庚己線相等。而庚辛線與己丙線。庚己線與辛丙線。皆爲平行線內之垂線。其度亦等。故庚己、己丙、丙辛、辛庚四線相等。而庚、己、丙、辛四角俱爲直角。是爲甲乙丙勾股形內之正方形也。



第二十九

勾股形內作正方第二法。如有一甲乙丙勾股形。欲於此形內作一正方。則將乙丙線引長。照甲乙線度。增於乙丙作一壬丙線。自此壬丙之兩末與甲乙線平行。作丁壬、癸丙兩垂線。使其度俱與甲乙線等。又

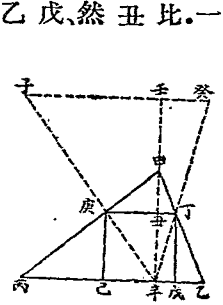
自丁至癸與壬丙線平行。作一丁癸線。自丁至丙作一對角線。截甲乙線於戊。乃自戊與乙丙線平行。作戊己線。截甲丙線於己。又自己與戊乙線平行。作己庚垂線。成一戊乙庚己正方形。卽爲甲乙丙勾股形內欲作之正方也。何則。試將戊己線引長成辛戊己子線。則此辛戊己子線、與甲乙線分丁壬丙癸爲四長方形。其甲戊子癸長方與辛壬乙戊長方。既爲丁壬丙癸大長方對角線傍所成兩形。其分必等。見三卷第七節。故子戊線與戊辛線之比例。同於乙戊線與戊甲線之比例也。然此子戊線與丙乙線等。而戊辛線又與甲乙線等。則丙乙線與甲乙線之比例。亦同於乙戊線與戊甲線之比例也。又甲乙丙與甲戊己兩三角形爲同式。故丙乙線與乙甲線之比例。同於己戊線與戊甲線之比例。而乙戊線與戊甲線之比例。又同於己戊線與戊甲線之比例也。乙戊線既與己戊線相等。而乙庚線與戊己線。己庚線與戊乙線。又爲兩平行線內之垂線。其度相等。故戊、乙、庚、己四角俱爲直角。戊、乙、庚、己四角。既俱爲直角。則戊乙庚己之方形。卽是甲乙丙勾股形內之正方矣。



第三十

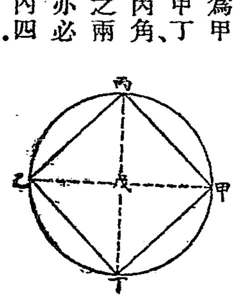
三角形內作正方法。如有甲乙丙三角形。欲於此形內作一正方。則自甲角至乙丙底線。作一甲辛垂線。將此垂線引長出甲角。如乙丙底線度。作一壬辛線。又自壬兩分。如乙丙線度與乙丙線平行作一子癸線。又自癸至辛作癸辛線。截甲乙線於丁。自子至辛作子辛線。截甲丙線於庚。乃自丁至庚作一庚丁線。

此線必與乙丙平行。又自庚丁二處作庚己、丁戊二垂線。即成丁戊己庚一正方形。卽爲甲乙丙三角形內欲作之正方也。何則。壬辛線與壬子線之比。同於辛丑線與丑庚線之比。而辛壬線與壬癸線之比。又同於辛丑線與丑丁線之比。故辛壬線與癸子線之比。亦必同於辛丑線與丁庚線之比也。然辛壬與癸子原相等。則辛丑與丁庚亦必相等矣。辛丑與丁庚旣等。則丁戊、戊己、己庚、庚丁四邊亦必俱等。丁戊、戊己、己庚、庚丁四邊旣俱等。則爲甲乙丙三角形內之正方無疑矣。



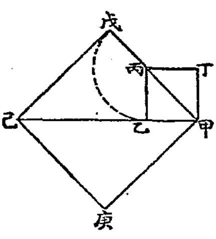
第三十一

有一直線。將此線爲正方對角線、作正方法。如有一甲乙直線。欲以此線爲對角線作一正方。則將甲乙線平分爲戊。以戊爲心。以甲乙爲界。作一圜。卽於此圜內作一丙丁徑線。爲甲乙線之垂線。乃自甲至丙、自丙至乙、自乙至丁、自丁至甲。作四直線。卽成甲丁乙丙一正方形。爲所求之正方也。蓋甲丙乙角、丙乙丁角、乙丁甲角、丁甲丙角、旣俱在半圜內。必俱爲直角。而甲戊丙、丙戊乙、乙戊丁、丁戊甲、四三角形之兩傍線。俱是半徑線。必相等。又此四三角形之兩傍線所合之角。俱爲直角。亦必相等。則甲丙、丙乙、乙丁、丁甲、四直線。必俱相等可知矣。甲丙乙丁四邊形內四角旣俱爲直角。而四邊線又俱相等。則必爲正方形。而甲乙線爲其對角線矣。



第三十二

有一直線。爲正方邊與對角線相較之餘。於此線求作其原正方法。如有一甲乙線。爲正方邊與對角線相較之餘。求作一正方。則先將此甲乙線爲一邊。作甲乙丙丁一小正方形。次自甲至丙作一小對角線。於是以丙爲心。以乙爲界作一圜。乃引甲丙線至圜界戊處。作一甲戊線。將此甲戊線爲度。作一甲戊巳庚大正方形。卽是所求之正方也。試引甲乙線至己作甲己一對角線。此對角線之乙己一段。必與戊己邊線相等。何也。其丙乙、丙戊、爲一圜之二輻線既等。則丙乙戊、丙戊乙、二角亦等。若於丙乙己直角內、減去丙乙戊角。又於所作丙戊己直角內、減去丙戊乙角。所餘戊乙己、乙戊己、二角。亦必相等。此二角既等。則乙己、戊己、兩線必等矣。因其相等。則所作甲戊己庚一大正方之甲己對角線。與戊己一邊線相較。則原有之甲乙線。爲其相較之餘可知矣。

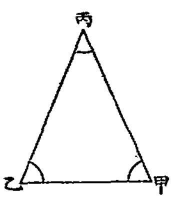


幾何原本十二

第一

有一直線．將此線爲底．作一兩邊度等三角形．使底之兩邊各一角．俱比上一角爲大一倍之三角形法．

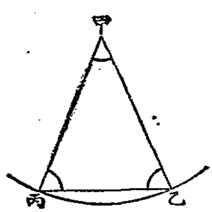
如有一甲乙直線．將此線爲底．欲作兩邊度等之三角形．而底之兩邊各一角．俱比上一角爲大一倍．則用十一卷第八節之法．於甲、乙線之兩頭各作一七十二度之角．將兩邊線俱引長相交於丙．卽成一甲乙丙三角形．爲所求之形也．何則．凡三角形之三角相併．爲一百八十度．與二直角等．今此所作甲乙丙三角形之甲、乙兩角既俱係七十二度．則於一百八十度內減去甲、乙二角共一百四十四度．餘三十六度．卽爲丙角之度．三十六度者七十二度之半．故甲、乙兩底角比丙角各大一倍也．



第二

有一直線．依此線度作兩邊度等三角形．使上一角小於兩底角一倍之三角形法．

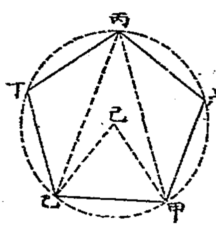
如有甲乙一直線．以此線爲一邊．復依此線度作一邊．使此兩邊線所合之上一角．小於兩底角一倍之三角形．則用十一卷第八節之法．以甲乙、甲丙二線之甲末相合．作一乙甲丙角爲三十六度．再自丙至乙作一乙丙直線爲底．卽得一甲乙丙三角形．爲所求之形也．何則．將甲角三十六度與全形三角之共數一百



八十度相減。餘一百四十四度。爲乙、丙、兩底角之共數。今甲丙線與甲乙線既等。則乙角與丙角必等。因其相等。將兩底角共數一百四十四度、折半得七十二度。即爲每一底角之數。七十二度者。三十六度之倍數。故甲角比乙、丙兩底角俱爲小一倍也。

第三

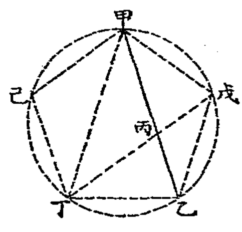
有一直線。以此直線爲一邊。作等邊等角之五界形法。如有甲乙一直線。以此直線爲一邊。作一等邊等角之五界形。則將此甲乙直線爲底。用此卷第一節法。作一兩邊度等甲丙乙三角形。其甲丙乙角。爲丙乙甲、丙甲乙、二角之各一半。又用十一卷第十五節法。於此三角形之週圍作一圜。此甲丙、丙乙、兩直線原係相等。其相對之兩弧。亦必相等。乃以此兩弧自戊丁二處爲兩平分。又自甲至戊、自戊至丙、自丙至丁、自丁至乙作四直線。即成甲乙丁丙戊五邊五角等度之五界形也。何則。其甲丙乙角。原爲丙乙甲角之一半。則甲丙乙角爲三十六度。試自甲乙二處至圜心作甲己、己乙、二線。成甲己乙一三角形。則此甲己乙角。比甲丙乙角亦爲大一倍。見四卷第十一節。故甲己乙角爲七十二度。而甲乙弧線亦爲七十二度矣。以七十二度於全圜界三百六十度內減之。餘二百八十八度。折半得一百四十四度。即爲甲戊丙一段弧線之數也。再將一百四十四度。折半得七十二度。即爲甲戊一段弧線之數也。既得甲戊弧線之數。則戊丙、丙丁、丁乙、各弧線度。俱各爲七十二度矣。甲乙、乙丁、丁丙、丙戊、戊甲五線。既俱係相等弧之弦線。則五線之度必俱等。五



線之度既等。則此形又在圜之內。而五角之度。豈有不相等者哉。

第四

有一直線。分大小兩分。爲相連比例線法。如甲乙直線爲全分。甲丙一段爲大分。丙乙一段爲小分。以甲乙全分與甲丙大分之比。同於甲丙大分與丙乙小分之比。則用此甲乙線爲一邊線。依此卷第二節法作兩邊等度之兩底角。比上一角各大一倍之甲乙丁三角形。又依此卷第三節法取乙丁線度。作邊角俱等之甲戊乙丁己五邊形。又自戊至丁作一直線。截甲乙線於丙。乃得甲丙一大段爲大分。丙乙一小段爲小分。卽是所欲作之相連比例線也。何則。甲戊、乙丁、兩弧線度等。則甲乙戊、乙戊丁、兩角度必等。又乙戊丁角與乙甲丁角。共立於乙丁弧。其度必等。再甲戊丁與甲乙丁二角。亦同立於甲己丁弧。其度亦必等也。至於甲乙丁角。原比乙甲丁角大一倍。故甲戊丁角比丙戊乙角丙乙戊角俱大一倍。其甲丙戊角。因爲戊丙乙三角形之外角。與丙乙戊、丙戊乙、兩內角等。故甲丙戊與甲戊丙兩角相等。此二角既等。則甲丙、甲戊、兩線必等矣。

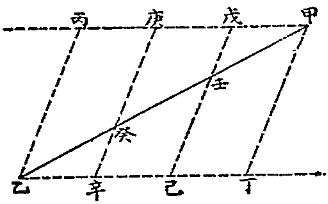


又甲戊、戊乙、兩線度原相等。其戊甲乙角。必與戊乙甲角等。而甲乙戊一大三角形。必與戊乙丙一小三角形爲同式形矣。蓋小三角形之丙戊乙角。與大三角形之戊甲乙角等。而小三角形之丙乙戊角與大三角形之甲乙戊角。爲共角而等。則小三角形之戊丙乙角。與大三角形之甲戊乙角。不得不等。三角俱等。非同式形而何。是故甲乙線與甲戊線之比。必同於乙戊線與丙乙線之比也。夫甲戊原與甲丙相等。

而乙戊原與甲戊相等。故乙戊亦與甲丙相等。然則甲乙全線與所分甲丙大分之比。必同於甲丙大分與丙乙小分之比可知矣。故曰甲乙與甲丙。甲丙與丙乙。爲相連比例之線也。

第五

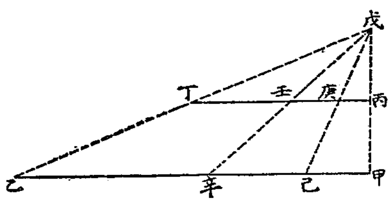
平分一直線爲數段法。如有甲乙一直線。欲平分爲三分。則自甲乙線之兩末。作甲丙、乙丁、二平行線。隨意取一甲戊度。將甲丙線分爲甲戊、戊庚、庚丙、三段。又依甲戊度將乙丁線亦分爲乙辛、辛己、己丁、三段。乃自二平行線之三段處。復作甲丁、戊己、庚辛、丙乙、四平行線。卽平分甲乙直線爲甲壬、壬癸、癸乙之三分矣。試觀甲乙丁三角形之甲乙、乙丁、兩傍線。爲與甲丁線平行之壬己、癸辛、二線所分。故俱爲相當率。今以甲乙全線與乙丁全線之比。同於丁己段與甲壬段之比。而己辛段與壬癸段之比。辛乙段與癸乙段之比。亦皆與甲乙全線與乙丁全線之比相同也。因其比例俱同。故丁乙線之丁己、己辛、辛乙、三段爲平分。而甲乙線之甲壬、壬癸、癸乙、三段亦爲平分也。



第六

有分數之直線。將別一直線。依此線分、分爲相當比例率法。

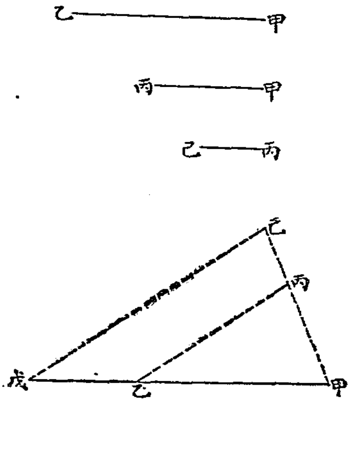
如有甲乙一直線。原分爲甲己、己辛、辛乙、三段。又有一丙丁



直線。欲依此甲乙線分、分作三分、爲相當比例之率。則齊二線之一端以爲平行線。自甲乙線之甲端。過丙丁線之丙端作一縱線。復自甲乙線之乙端。過丙丁線之丁端。作一斜線。則二線相交於戊。乃自戊至所分己、辛二處作戊己、戊辛二線。則丙丁線卽分爲丙庚、庚壬、壬丁、三段。與甲乙線之甲己、己辛、辛乙、三段。爲相當比例率也。試審戊甲乙全形內戊丙庚、戊甲己、戊庚壬、戊己辛、戊壬丁、戊辛乙之大小六三角形。其相當各式皆同。如戊丙庚與戊甲己爲同式。戊庚壬與戊己辛爲同式。戊壬丁與戊辛乙爲同式。故丙庚與甲己爲相當二界。庚壬與己辛爲相當二界。壬丁與辛乙爲相當二界。此六線既各爲相當界。故各爲相當比例率也。

第七

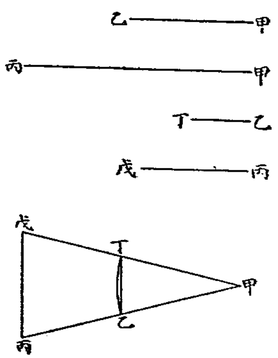
有二直線。作與此二線相連比例之第三線法。如有甲乙、甲丙、二直線。欲作與此二線相連比例之第三線。則將甲乙、甲丙二線之甲末合成一角。照甲丙線度。增於甲乙線。爲甲戊線。自乙末至丙末作一乙丙線。又與乙丙線平行。自戊末作一戊己線。將甲丙線引至己處。乃成一甲己線。其自丙末所分之丙己線。卽爲與甲乙、甲丙二線相連比例之第三線也。蓋己戊線既與丙乙線平行。故甲乙丙三角形與甲戊己三角形爲同式。而甲乙、甲丙、乙戊、丙己四段。必爲相當比例之

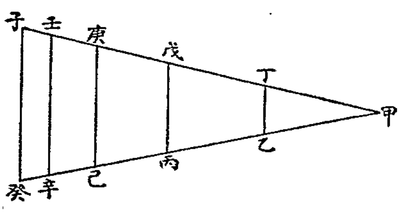


四率。是以甲乙第一率與甲丙第二率之比。卽同於乙戊第三率與丙己第四率之比也。夫乙戊之度。原與甲丙等。故甲乙與甲丙之比。卽甲乙與乙戊之比。而甲丙與丙己之比。卽乙戊與丙己之比。然則甲乙與甲丙。甲丙與丙己。豈非相連比例之三線乎。

第八

有三直線。作與此三線相當比例之第四線法。如有甲乙、甲丙、乙丁、三線。欲作與此三線相當比例之第四線。則取甲丙線度。另作一甲丙線。將此所作甲丙線。照甲乙線度紀於乙。於是以甲為心。自乙作弧一段。又取原有之乙丁線度。自乙截弧線於丁。卽自乙至丁作一乙丁線。再依甲丙線度。自甲過丁作一甲戊線。又與乙丁線平行。作一戊丙線。此戊丙線。卽為原三線相當比例之第四線也。蓋甲丙戊三角形與甲乙丁三角形為同式。故甲乙線與甲丙線之比。卽同於丁乙線與戊丙線之比。因其比例相同。故戊丙線為原有之甲乙、甲丙、乙丁、三線相當比

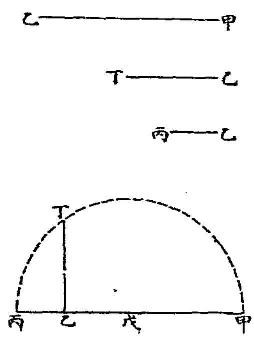




例之第四線也。或欲作相當比例之數線。則將甲角上下二線引長爲甲癸、甲子。凡相當各二處。任意截爲幾段。作幾平行線。即得相當比例之數線矣。如以甲角之甲子、甲癸二線截爲丁乙、戊丙、庚己、壬辛、子癸五段。於所截五處作五平行線。即得相當比例之十率矣。蓋以甲乙與甲丙之比。同於丁乙與戊丙之比。以甲丙與甲己之比。同於戊丙與庚己之比。以甲己與甲辛之比。同於庚己與壬辛之比。以甲辛與甲癸之比。同與壬辛與子癸之比。故將甲子甲癸二線。雖分爲無數段。作無數平行線。其比例亦無不相同也。

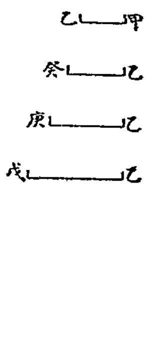
第九

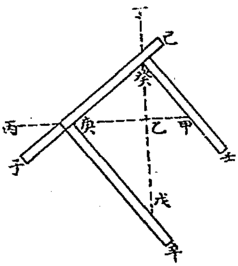
有二直線。欲另作一線。爲此二線之中率法。如有甲乙、乙丙、二線。欲另作一線。爲此二線之中率。則將甲乙、乙丙、二線相連爲一甲丙全線。乃平分全線於戊。以戊爲心。以甲丙兩末爲界。作一半圜。自二線相連乙處至圜界。作一丁乙垂線。即爲原有甲乙、乙丙、二線之中率線也。何也。丁乙線既爲圜徑上之垂線。則甲乙、丁乙、乙丙、爲相連比例之三率。見九卷第七節。故甲乙線與乙丁線之比。同於乙丁線與乙丙線之比也。比例既同。則所作乙丁線。爲原有甲乙、乙丙、二線之中率可知矣。

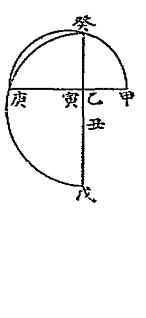


第十

有二直線。欲另作二線。爲此二線間之兩率法。如有甲乙、乙戊、二直線。欲另作二線。爲此二線間之兩率。則將甲乙、乙戊、二線之乙末相合爲直角。又自此二線所合乙角、引長爲甲乙丙、戊乙丁、二線。次將二矩尺之二角正置於丁戊、甲丙、二線上。如一矩尺爲己庚辛一矩尺爲壬癸子乃以己庚辛矩尺之一股切於丁戊線之戊末。又以壬癸子矩尺之一股切於甲丙線之甲末。仍使二矩尺之己庚、癸子、二股相合。則癸庚、二角亦爲直角而不離於所跨之線。其二矩尺之壬辛、二股亦使不離於所切之線末。乃自甲至癸、自戊至庚、自庚至癸、作三線。卽截丁乙線於癸截乙丙線於庚成乙癸、乙庚、二線。卽爲原有之甲乙、乙戊、二線間之兩率也。何也。如平分戊癸線於丑則丑爲心。戊爲界。成一戊庚癸半圜。若平分甲庚線於寅則寅爲心。甲爲界。成一甲癸庚半圜。今乙癸線爲甲癸庚半圜徑線上之垂線。故乙癸爲甲乙、乙庚、二線之中率。而乙庚線爲戊庚癸半圜徑線上之垂線。故乙庚又爲癸乙、乙戊、二線之中率。是以甲乙線與乙癸線之比。同於乙癸線與乙庚線之比。而乙癸線與乙庚線之比。亦同於乙庚線與乙戊線之比。因其比例相同。故乙癸乙庚二線爲甲乙、乙戊、二線間之兩率也。

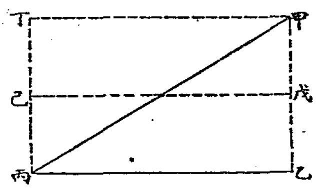


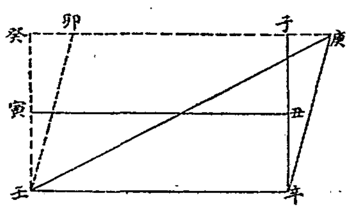




第十一

有三角形。依一界作等積之直角四界形法。如有甲乙丙一直角三角形。欲依其乙丙界作一直角四界形。與原三角形積等。則與乙丙平行。作一甲丁線。又與甲乙平行作一丁丙線。卽成一甲乙丙丁直角四界形。於是平分甲乙線於戊。平分丙丁線於己。作一戊己線。則平分甲乙丙丁四界形爲兩形。此所分甲戊己丁、與戊乙丙己兩直角四界形之積。俱與甲乙丙三角形之積相等也。蓋甲乙丙三角形。爲甲乙丙丁四界形之一半。今所分甲戊己丁、與戊乙丙己兩四界形。既俱爲甲乙丙丁四界形之一半。則必與甲乙丙三角形之積俱相等可知矣。又如庚辛壬無直角之三角形。依辛壬界作一直角四界形。與原三角形積等。則與辛壬平行作一庚癸線。又自辛壬至庚癸線。作子辛、癸壬、二垂線。卽成一子辛壬癸直角四界形。於是平分子辛線於丑。平分癸壬線於寅。作一丑寅線。則平分子辛壬癸四界形爲兩形。其所分子丑寅癸與丑辛壬寅兩直角四界形之積。俱與庚辛壬三角形之積相等也。試與庚辛線平行。作一卯壬線。卽成庚辛壬卯一斜方形。爲與子辛壬癸方形同底同高。故其積必等。見三卷第八節。今庚辛壬三角形爲庚辛壬卯形之一半。則亦必爲子辛壬癸方形





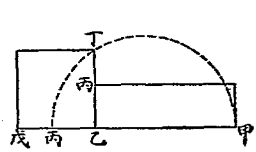
之一半矣。既爲一半。則所分子丑寅癸與丑辛壬寅直角四界形。必與庚辛壬三角形之積相等可知矣。

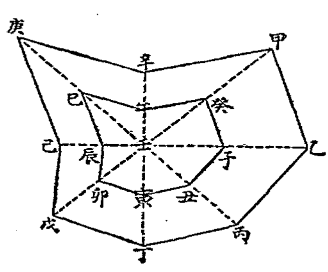
第十二

有一長方形。作與此積相等之正方形法。如有甲丙一長方形。欲作與此長方形相等之正方形則將甲丙形之甲乙縱線。合於甲乙橫線。照此卷第九節法。求得甲乙、丙乙、二線之中率爲丁乙線。即以丁乙線爲一邊。作一丁戊正方形。即與甲丙長方形之積相等也。何則。大凡相連比例三率內。中率所作之正方形積。與首率末率所作之長方形積相等。今丁乙線既爲甲乙、丙乙、二線之中率。則丁乙線所作之丁戊正方形積。焉得不與甲乙丙乙二線相合所作之甲丙長方形之積相等乎。

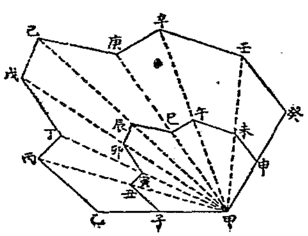
第十三

凡多界形。作與本形同式或大或小之形法。如有甲乙丙丁戊己庚辛之多界形。欲作比此形小一半之同式形。則目此形中心壬處。至各角作衆線。又取甲乙、乙丙、丙丁、丁戊、戊己、己庚、庚辛、辛甲、各界度之一半。與各界平行。置於對角各線之間。爲癸子、子丑、丑寅、寅卯、卯辰、辰巳、巳午、午癸之八線。即成癸子丑寅卯辰巳午之形。爲原形每界減半之同式形也。何也。如對角線間





所成之甲乙壬、癸子壬、大小兩三角形之甲乙、癸子、線旣平行。而又同一壬角。則其相當各角俱等。而兩形之式相同。倣此推之。其乙丙壬、子丑壬、二形。丙丁壬、丑寅壬、二形。丁戊壬、寅卯壬、二形。戊己壬、卯辰壬、二形。己庚壬、辰巳壬、二形。庚辛壬、巳午壬、二形。辛甲壬、午癸壬、二形。必俱爲同式形。此各相當大小兩形旣俱同式。則所作癸子丑寅卯辰巳午小形之各邊。爲甲乙丙丁戊己庚辛大形之各邊之一半。而爲同式形可知矣。又如甲乙丙丁戊己庚辛壬癸形。從甲角作線至各角。取乙丙度之一半。置於甲乙、甲丙、二線之間。與乙丙平行。如子丑。照此於諸對角線間作諸界之平行線。卽成甲子丑寅卯辰巳午未申小形。爲原形每界減半之同式形。其理亦與前同。若欲作比原形大幾倍之形。則以所作諸對角線。按分引長。而於本形外作諸界之平行線。卽成所欲作之大形也。



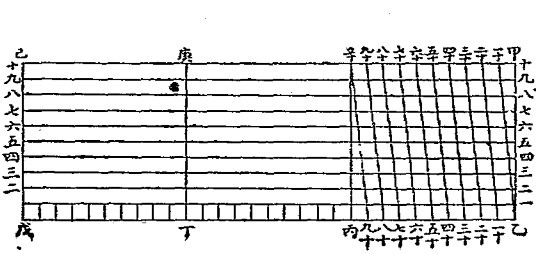
第十四

作分釐尺法。如甲戊尺三寸。每寸欲分爲百釐。則將甲乙邊平分作十分。將戊己邊亦平分爲十分。對所分之分作諸橫線。與乙戊平行。次將一寸之甲辛、乙丙、兩邊俱分爲十分。再於甲辛邊之第一分作斜線。至乙丙邊之乙處。如此作十斜線。俱與第一分斜線平行。卽分乙丙之一寸爲一百釐也。何也。甲辛乙丙皆爲一寸之度。俱平分爲十分。爲十分矣。若將每分又分爲十釐。卽每寸亦得百釐。然度狹線多。必致相淆。今作斜線橫線各十。其橫斜相交處。共有百分。此百分卽百釐也。如第一斜線、與第一橫線相交之點。卽爲一

釐.與第二橫線相交之點.卽爲二釐.以至第十橫線相交之點爲十釐.卽甲辛邊所分之第一分之十釐也.一斜線有十釐.則十斜線豈非百釐乎.由此推之.若作二十橫線.則一斜線得二十釐.每寸卽分爲二百釐.作百橫線.則一斜線得百釐.每寸卽分爲千釐.其法甚簡而其用尤甚便也.

第十五

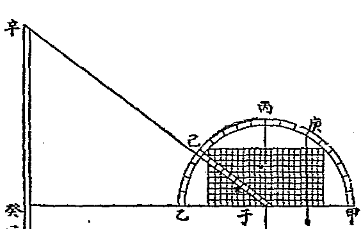
凡有三角形.知其一角之度.及此一角之兩傍界.或知其二角之度.及此二角之間一界.或不知角度.但知三界.欲求其餘角餘界法.如有一甲乙丙三角形.知丙角爲三十八度四十四分.及丙角兩傍之丙甲界長十四丈.丙乙界長十三丈.而欲知其餘角餘界.則依十一卷第八節法.作與丙角相等之三十八度四十四分之丁角.將丁角兩傍之丁戊界作十四分.丁己界作十三分.乃自戊至己作一戊己線.成一丁戊己小三角形.與甲乙丙大三角形同式.量其戊己邊得九分.卽大形之甲乙邊爲九丈也.再用有度之圜.量取小形戊角得六十四度三十七分.卽大形甲角之度也.小形己角得七十六度三十九分.卽大形乙角之度也.何也.夫甲乙丙、戊己丁、兩三角形之式旣同.其相當各角各界必俱相等.小形之丁角.卽與大形之丙角等.其餘兩角亦必等.小形之丁己邊.旣以十三分當大形丙乙邊之十三丈.則小形戊己邊之九分.必當大形甲乙邊

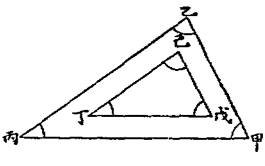


之九丈矣。又或知甲乙丙三角形之乙角為七十六度三十九分。丙角為三十八度四十四分。及乙丙界長十三丈。而欲知其餘角餘界。則作己丁界為十三分。照乙角丙角度作己角丁角。於是畫己戊、丁戊二界相交於戊。卽成戊己丁同式之小三角形。此小形之戊角必與甲角等。而小形之丁戊界十四分。與大形之甲丙界十四丈相當。小形之戊己界九分。與大形之甲乙界九丈相當矣。若知甲乙丙三角形之甲乙、甲丙、乙丙三界。而不知其角。則照前將三界之度作同式之小形。量其三角之度。卽知大形之角度矣。

第十六

作分數比例測量儀器法。以甲丙乙半圓界、分為一百八十度。每度作六十分。將此半圓之丁甲、丁乙、丁丙三半徑線。照所容方界分截開。分為一百分。於每分上俱與三半徑平行作縱橫線。於甲乙徑線之甲乙兩末作兩定表。以圓丁心為樞。作一遊表如丁己。將此遊表亦如前所分一百分度作二百分。復於此儀器後面作一垂線記號以掛墜線如庚。卽成一全儀器。用以測高深廣遠。可知其各角各界之度矣。如有一辛壬旗杆。欲測其高則將儀器按墜線立準。看甲乙徑線兩末之定表。與旗杆癸處相對。乃為地平。再將丁己遊表。與旗杆頂尖辛處相對。次量儀器中心所對處至旗杆癸處得幾何。如有四十丈。則看儀

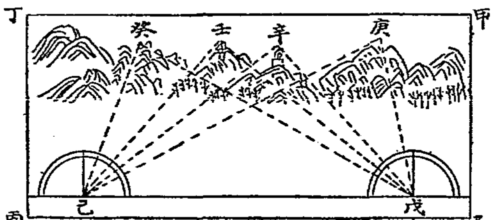




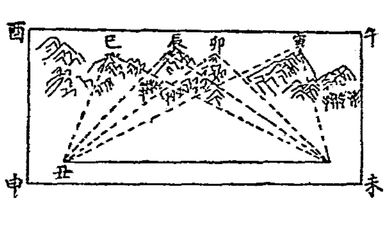
器丁乙線上自丁心至子得四十分。以當地平四十丈。即視與子相對垂線至遊表相交處有幾何。如丑子三十分。即爲旗杆自辛至癸相當數爲三十丈也。再加癸壬高。即得旗杆辛壬之共高度矣。蓋儀器上之丁子丑小三角形。與所測得丁癸辛大三角形。原爲同式。其相當各界之比例必俱相同。故以丁子四十分、與子丑三十分之比。即同於丁癸四十丈、與癸辛三十丈之比也。若欲知丁辛弦線數。即視遊表自丁至丑相交之處得幾何。如有五十分。其相當數即爲五十丈也。若欲知丁癸辛三角形之各角度。則視圜界與遊表相交處。如己其乙己弧度。即丁角三十五度一十三分。其餘己丙弧五十度四十七分。即辛角度。而癸辛線原與子丑垂線平行。爲平行線。故癸角必是直角而爲九十度也。

第十七

做各種地形畫圖法。如有甲乙丙丁地形。欲畫一圖。則選能見各地之二處。立儀器爲戊爲己。將戊與己對准定表。先自戊以遊表視庚辛壬癸等處。得諸角之度。皆細記之。如庚戊己角得八十一度。辛戊己角得五十度三十分。壬戊己角得四十五度八分。癸戊己角得三十三度二十分。次自己以遊表照前視庚辛壬癸等處。得諸角之度。亦細記之。如庚己戊角得三十五度四十分。辛己戊角得四十度十分。壬己戊角得四十七度二十五分。癸己戊角得七十度。於是

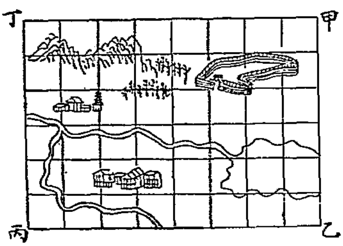


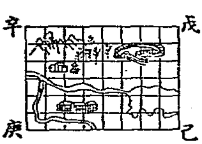
任意作一子丑線。爲戊己相當線。於此子丑線之兩末作諸角。與所記諸角相等。將所作諸角之各線俱引長使相交於寅卯辰巳等處。乃以庚辛壬癸所有之諸地形並其餘各處。凡目之所見俱畫於圖之相當各界。卽成一午未申酉之圖。卽甲乙丙丁地形之圖也。蓋午未申酉圖內所作寅子丑、卯子丑類諸三角形之角度皆與甲乙丙丁地形之庚戊己、辛戊己類諸三角形之角度相等而作。故其相當各三角形俱爲同式。此所以全圖與全地形爲同式也。



第十八

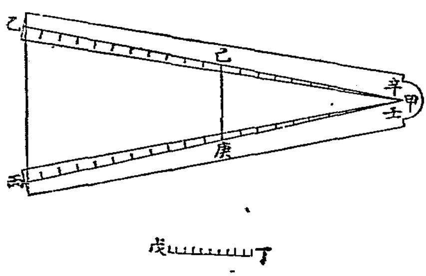
畫地理圖。欲約爲小圖。或欲廣爲大圖法。如有甲乙丙丁一地理圖。欲約爲小圖。爲原圖四分之一。則用甲乙丙丁形界之四分之一。畫一戊己庚辛形。將甲乙丙丁原形。任意分爲數正方形。而將小形亦分爲數正方形。視原圖中所有山川城郭村墅林園、函於大圖之某正方分者。約而畫入小圖某正方形內。則此所畫之戊己庚辛小圖。卽與原有甲乙丙丁大圖爲同式矣。





第十九

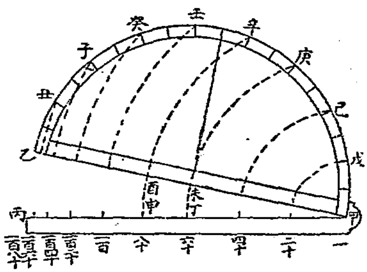
作比例尺平分線法。如於比例尺欲作平分線。則自甲樞心至乙、丙、二末。作甲乙、甲丙、二線。用本卷第五節法分之。各平分爲二百分。卽爲比例尺之平分線也。以用法明之。如有丁戊一直線。欲平分爲十分。則將比例尺一百分之己、庚、二點。照丁戊線度展開。勿令移動。次取比例尺之第十分之辛、壬、二點相離之度。卽是丁戊線之十分之一分也。何則。自乙至丙作一線。自己至庚作一線。自辛至壬復作一線。其甲乙丙三角形。與甲己庚三角形爲同式。而甲己庚三角形。又與甲辛壬三角形爲同式。是以所分甲己線與甲乙線之比。同於己庚線與乙丙線之比。而甲辛線與甲己線之比。亦同於辛壬線與己庚線之比也。然則十分之甲辛線。既爲百分之甲己線之十分之一。其辛壬線亦必爲己庚線之十分之一矣。丁戊線原與己庚線同度。則辛壬線亦爲丁戊線之十分之一可知矣。



第二十

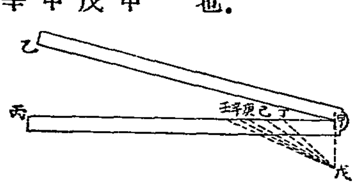
作比例尺分圜線法。如於比例尺欲作分圜線。則自甲樞心至乙、丙二末。作甲乙、甲丙、二線。乃平分甲乙線於末。以末爲心。以甲乙二末爲界。作一半圜。於是分圜界爲一百八十度。復以甲爲圜心至所分圜界戊己庚辛壬癸子丑等處。作各弦線。又將諸弦線度。移於尺之甲乙、甲丙、二線。則此二線。卽成一圜之諸弦之總線也。以用法明之。如寅卯、寅辰二線所合寅角。欲知其度。則以寅爲心作一辰卯弧。將比例尺六

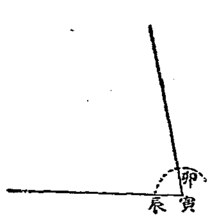
十度之丁、未、兩點相距之度。照寅辰或寅卯度展開。勿令移動。次取卯、辰、相距之度。於比例尺上尋至八十度之申、酉、處恰符。卽是寅角爲八十度也。何則。若自丁至未、自申至酉、作二線。成甲申酉、甲丁未、兩同式三角形。其相當各角各界。俱爲相當比例之率。故甲未線與甲酉線之比。同於丁未線與申酉線之比也。夫甲未線既爲比例尺所作甲庚六十度之弦線。而甲酉線又爲甲辛八十度之弦線。其丁未線既與小圜寅卯輻線等。而輻線原與六十度之弦線等。然則丁未線卽小圜六十度之弦線。而申酉線亦爲小圜八十度之弦線也。以此得知寅角之卯辰度爲八十度也。



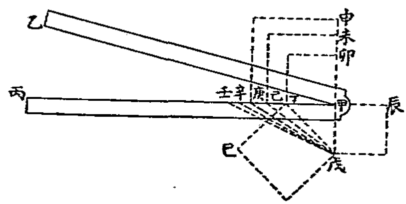
第二十一

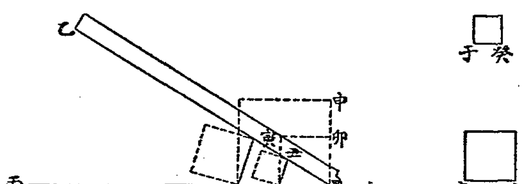
作比例尺分面線法。知於比例尺欲作分面線。則以甲樞心處至乙、丙、二末。作甲乙、甲丙、二線。自甲截甲丙線於丁。照所截甲丁度。於甲心作一甲戊垂線。自戊至丁。作一戊丁線。又照戊丁線度。自甲截甲丙線於己。自戊至己作一戊己線。又照戊己線度。自甲截甲丙線於庚。自戊至庚作一戊庚線。又照戊庚線度。自甲截甲丙線於辛。自戊至辛





作一戊辛線。又照戊辛線度。自甲截甲丙線於壬。自戊至壬作一戊壬線。照此累累截之。至丙末。又將甲丙線所截各度。移置甲乙線。即成比例尺之分面線也。何則。於甲丁戊直角三角形之三界。作卯丁、辰戊、戊巳、三正方形。其甲丁、甲戊、二線。因爲相等度所作。故卯丁、辰戊、二形必等。再於戊甲丁直角相對之戊丁界所作之戊巳一方形。亦必與直角兩旁界所作卯丁、辰戊、二方形相等也。見九卷第四節。次於甲己界作未己正方形。甲己界原與戊丁等。則甲己界所作未己方形。即與戊丁界所作之戊巳方形相等矣。未己方形。旣與戊巳方形等。則必與卯丁、辰戊、二形相等。而亦與卯丁之倍數相等矣。夫甲己界即大於卯丁形一倍。爲未己形之一界也。倣此論之。則甲庚界即爲比卯丁形大二倍形之界。而甲辛、甲壬、等界。即爲比卯丁形大三倍四倍形之界可知矣。以用法明之。如有一癸子正方形。欲作大二倍之正方形。則將比例尺展開。使其丁、丑相距之度與癸子界度等。次取比例尺寅、庚、相距之度。即是比癸子方形大二倍之方形之一面界度也。何則。自丁至丑、自庚至寅、作

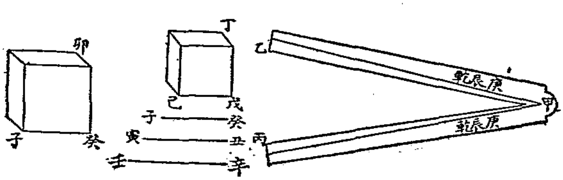


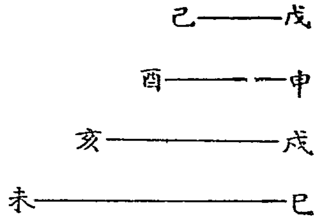


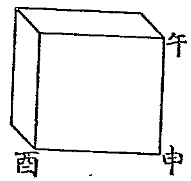
丁丑、庚寅、二線。成甲丁丑、甲庚寅、同式兩三角形。則甲丁線與甲庚線之比。卽同於丁丑線與庚寅線之比也。夫甲庚線所作方形原比甲丁線所作方形大二倍。則庚寅線所作方形必比丁丑線所作方形亦大二倍矣。丁丑之度。原與子癸等。則寅庚線豈非比子癸方形大二倍方形之一界乎。

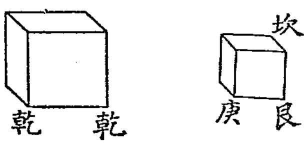
第二十二

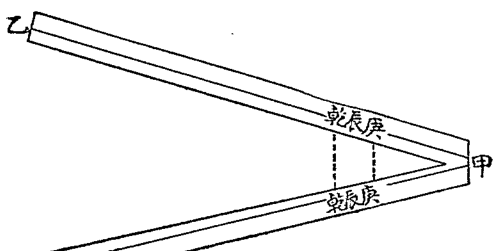
作比例尺分體線法。如於比例尺欲作分體線。則以甲樞心之甲乙、甲丙、二線。任作丁己一正方體。取其戊己一界之度。置於尺上。自甲截甲乙線於庚。次作比戊己界大一倍之辛壬線。又於戊己、辛壬、二線間。照本卷第十節法。作相連比例之癸子、丑寅、二率。乃取癸子線度置於尺上。仍自甲截甲乙線於辰。則甲辰所作卯子正方體。必比甲庚所作丁己正方體大一倍矣。何則。試將癸子線作卯子正方體。則與丁己正方體爲同式。其二體相比之比例。必同於戊己、癸子、二界所生連比例加二倍之比例。今辛壬線既爲戊己相連比例之第四率。則丁己、卯子、二體之比例。必同於戊己、辛壬二線之比例矣。辛壬線既比戊己線大一倍。則卯子體亦比丁己體大一倍可知矣。又作比戊己界大二倍之巳未線。仍照本卷第十節法。作戊己、巳未、二線間相連比例之申酉、戌亥、二率。乃取申酉線度置於尺上。自甲截甲乙線於乾。則甲乾所作午酉正方體。卽比甲庚所作丁己體大二倍矣。照此屢倍戊己界求相連比例











之四線。取其第二線度。置於尺之甲乙線上。又按甲乙線所截各度。移置甲丙線。即成比例尺之分體線也。以用法明之。如有一坎庚正方體。欲作大二倍之體。則將比例尺展開。使其庚與庚第一次所截之點。相距之度。與艮庚界度等。次取比例尺乾與乾第三次所截之點。相距之度。即是比坎庚正方體大二倍之正

方體之一界度也。何則。自比例尺之庚乾二處。作庚庚、乾乾、二線。卽成甲庚庚、甲乾乾、同式兩三角形。則甲庚線與甲乾線之比。同於庚庚線與乾乾線之比例矣。夫甲乾線所作方體。原大於甲庚線所作正方體之二倍。則乾乾線所作正方體。必大於庚庚線所作正方體之二倍可知矣。又捷法。設正方體界一百釐。其積數一百萬釐。以二因之。成二百萬釐。立方開之。得界一百二十五釐。又以三因之。成三百萬釐。立方開之。得界一百四十四釐。照此屢倍積數開立方。將所得之數。於分釐尺上取其度。截比例尺之甲乙、甲丙、二線。卽成分體線。與前求連比例之法無異也。

數理精蘊上編卷五

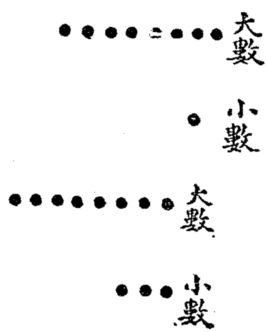
算法原本一

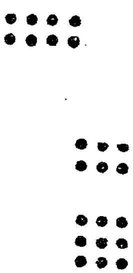
第一

一者、數之原也。衆一相合而數繁焉。不能無大小多寡之不齊。而欲知其所以分合之故。必有一定之法始可以得其準。若夫累積小數與大數等者。此小數卽度盡大數之準也。如大數有八。小數有二。四倍其二。與八必等。則二卽爲度盡八之準。苟累積小數不能與大數等者。此小數卽非度盡大數之準也。如大數有八。小數有三。二倍其三爲六。小於八矣。三倍其三爲九。又大於八矣。若此者卽爲非度盡大數之準。要之小數爲大數之平分者。卽能度盡大數。而小數非大數之平分者。卽不能度盡大數。是故以小度大以寡御多。求其恰符而毫無舛者。惟在得其平分之法而已。

第二

數之目雖廣。總不出奇偶二端。何謂偶。兩整平分數是也。何謂奇。不



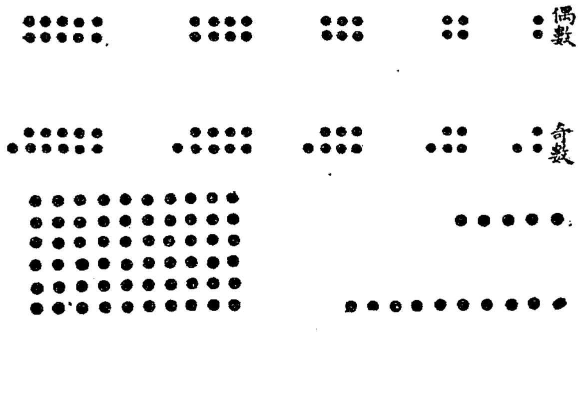


能兩整平分數是也。如二、四、六、八、十之類。平分之俱爲整數。斯謂之偶數矣。若三、五、七、九、十一之類。平分之俱不能爲整數。斯謂之奇數矣。又如小偶數分大偶數得偶分。則謂之偶分之偶數。如小偶數四・分大偶數三十二得八平分・是爲偶分・其三十二・即爲偶分之偶數・小偶數分大偶數得奇分。則謂之奇分之偶數。如小偶數六分・大偶數三十・得五平分・是爲奇分・其三十・即爲奇分之偶數・又如小奇數分大奇數得奇分。則謂之奇分之奇數矣。如小奇數五・分大奇數十五・得三平分・是爲奇分・其十五・即爲奇分之奇數・

第三

乘者。兩數相因而成也。蓋有兩數。視此一數有幾何。彼一數有幾何。將此一數照彼一數加幾倍。則兩數積而復成一數。故謂之相因而成。然不用加而用乘者何也。蓋加須層累而得。乘則一因即得。此立法之精而理則實相通也。如有六與十兩數。以十爲主而加六次得六十。以六爲主而加十次亦得六十。今以十爲主而以六乘之。或以六爲主而以十乘之。皆得六十。其數無異。而比加捷矣。

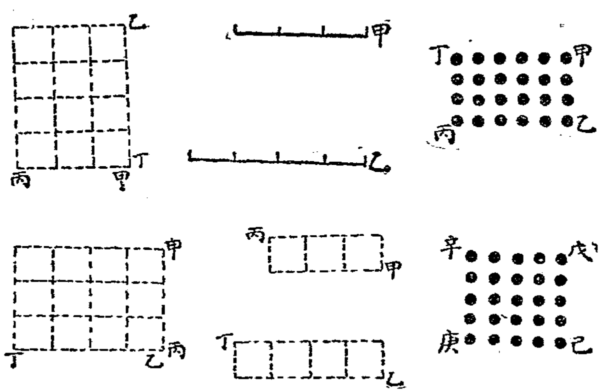
第四



凡兩數相乘。爲平方數。如四與六相乘得二十四是也。試將四六兩數作點排之。縱立四點爲甲乙。橫列六點爲甲丁。將此六點累四次。卽成甲乙丙丁平方數矣。又若相等兩數相乘。得數則爲正方數。如五與五乘得二十五是也。苟將五數縱橫各列五點。或依縱數。或依橫數。累五次。卽成戊己庚辛正方數矣。

第五

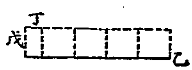
凡數之相乘。可用線以表之。然線雖無廣分。如依一線之長分廣爲小方面。看此線所有方面若干。將彼線所有方面。加作幾倍。或看彼線所有方面若干。將此線所有方面。加作幾倍。則二線相積而成面矣。設如有甲乙、甲丁二線。甲線之分爲三。乙線之分爲四。將此二線相乘。則依甲線三分之一分作廣分爲甲丙。依乙線四分之一分作廣分爲乙丁。其甲丙有三小方形。乙丁有四小方形。若依甲丙所有之數。將乙丁加爲三倍。或依乙丁所有之數。將甲丙加爲四倍。俱成函十二小方形之乙丙、甲丁之二直角形矣。蓋面爲線之積。以一線爲

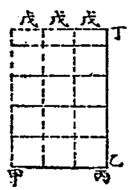


橫。一線爲縱。縱橫相因而成。故測面者必於線。知線卽可以知面也。

第六

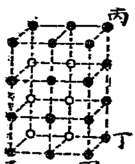
凡二線彼此各分不均而有零分者。其相乘所成方面。亦有零分也。設有甲乙二線。甲線爲三分。今將甲線依三分之一分作廣分爲三小方形。並無餘積。而乙線照甲線分。則爲四分有零。亦將乙線依甲線一分作廣分。則爲四小方形。而餘戊一小形。以所作甲丙爲橫。乙丁爲縱。則成一丁甲四方形。而此形之內。必有十二小方形。仍有三小戊形。附於十二方形。乃爲二線相乘之總積也。又如此類一線有零分者。其餘分在一邊。若二線俱有零分者。則其餘分亦在二邊矣。

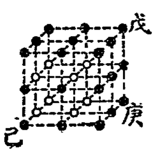




第七

凡三數遞乘。爲立方數。如二與三相乘得六。又以四乘之得二十四是也。試將二三四之三數作點排之。縱列二點爲甲丁。橫列三點爲甲乙。將此三點累二次成丁乙平方數。又直立四點爲丙丁。依丙丁數將丁乙平方數累四次。卽成丙乙立方數矣。又若相等三數遞乘得數。則爲正立方數。如三與三乘得九。再以三乘得二十七是也。試將三數縱橫各排三點。平列三次。成庚己平方數。又直立三點。將庚己平方數累三次。卽成戊己正立方數矣。



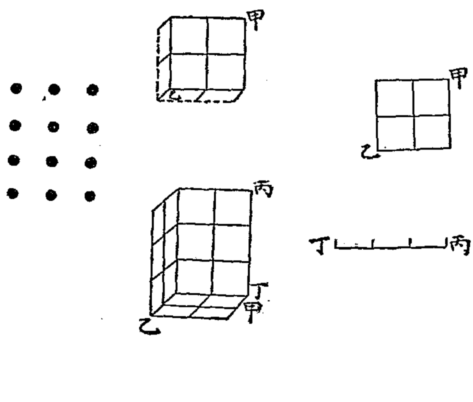


第八

凡數之遞乘爲體。可用面以表之。蓋面雖無厚分。如依一面之積分。廣爲小方體。看面所有積分。得線之長分若干。將面所有小方體。加作幾倍。則線面因之而成體矣。設如有甲乙面之分爲四。丙丁線之分爲三。將此面線相乘。則依甲乙面四分之一作厚分。爲四小方體。乃依丙丁線分數。將甲乙加爲三倍。卽成函十二小方體之丙乙直角立方體矣。蓋體爲面之積。而面爲線之積。故線可以測面。幷可以測體也。

第九

除者。兩數相較而分也。蓋視大數內有小數之幾倍。將大數照小數減幾次。則大數分而復爲一小數。故謂之相較而分。然不用減而用除者何也。蓋減必遞消其分。除則一歸而卽得。除之與減。卽猶乘之與加。正相對待者也。如有大數十二。小數四。若用十二以四減之。三次而盡。卽知十二爲四之三倍。若用除法。則三倍其四與十二較。其數適等。卽知十二爲四之三倍矣。此除之與減。理相通而用較捷也。

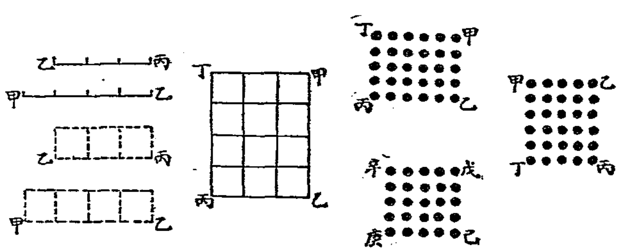


第十

凡兩數相乘之平方數。以一數除之。必得其又一數也。設如甲乙五。乙丙六。兩數相乘之甲乙丙丁平方數三十。若以甲乙五除之。卽得乙丙六。或以乙丙六除之。卽得甲乙五。蓋此三十中有五之六倍。六之五倍。如作點排之。五點爲橫。則縱排六次。六點爲橫。則縱排五次。皆成方數。故兩數不等平方面。知其一數。或知兩數相差之較。始能得其兩邊線也。又若正方數。則其縱橫皆同。如戊己庚辛之正方數二十五。其縱橫皆五是已。故凡正方面有積數。卽可得其每邊者。蓋因其縱橫兩邊皆等故也。

第十一

凡以線乘線。卽成面。而以線除面。亦復得線。故數之乘者可用線以表之。而除者亦可用線以表之也。設如有甲乙丙丁一方面積一十二。以甲乙線四分除之。得乙丙線之三分。或以乙丙線三分除之。亦得甲乙線之四分。試將甲乙、乙丙、二線作廣分。則甲乙線成四小方形。乙丙線成三小方形。若依甲乙線所有數。以分甲乙丙丁面。卽每分得三小方形。如乙丙線。依乙丙線所有數。以分甲乙丙丁面。卽每分得四小方形。如甲乙線。蓋除之與乘。猶分合之相對。以線合者。仍以線而分。返本還原之義。有不爽矣。

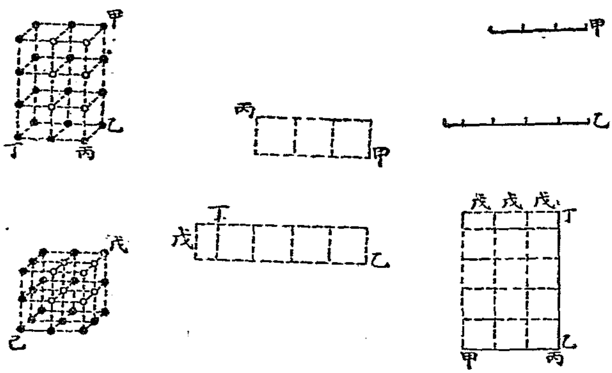


第十二

凡有零分不均二線相乘之方面。以整分線除之。必得零分線。以零分線除之。必得整分線也。設如甲線三分。乙線四分有零。相乘成丁甲面。若以甲線三分除之。即得乙線四分有零。或以乙線四分有零除之。亦得甲線三分。試將甲線作廣分。成三小方形。爲甲丙。乙線作廣分。則成四小方形。爲乙丁。餘戊一小形。若依甲丙線所有數。以分丁甲面。即每分得四小方形一戊小形。如乙丁線。或依乙丁線所有數。以分丁甲面。即每分得三小方形如甲丙線矣。此爲二線一整一零相乘之總積。故以整線除之得零。以零線除之得整。若二線俱有零分者。彼此除之。必俱得零分也。

第十三

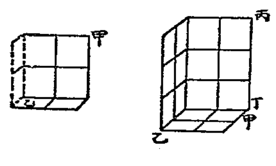
凡三數遞乘之立方數。以兩數遞除之。始得其又一數也。設如甲乙四、乙丙二、丙丁三、遞乘得甲丁立方數二十四。若以甲乙四除之。得乙丁平方數六。再以乙丙二除之。始得丙丁三。蓋乙丁平方中有三之二倍。而甲丁立方中有六之四倍。如作點排



之二點。爲縱。橫排三次。直累四次。即成方體。故三數不等立方體。知其兩數。或知其三數相差之較。始能得各邊也。又若正立方體。其縱橫厚度。皆爲一數。即以一數遞除二次。則其原數自得。如戊己正立方數二十七。其縱橫厚皆三是已。故凡正立方體有積數即可得其每邊者。正爲其縱橫厚度皆等故也。

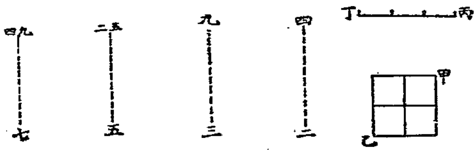
第十四

凡以線除體即得面。而以面除體亦復得線。故線可以除面。而面亦可以除體也。設如有丙乙體積一十二。以丙丁線三分除之。得甲乙面之四分。或以甲乙面四分除之。亦得丙丁線之三分。試將甲乙面作厚分。則成四小方體。若依丙丁線所有數。以分丙乙體。即每分得四小方體。如甲乙面。依甲乙面所有數。以分丙乙體。即每分得三分。如丙丁線。蓋體本以線面相乘而得。故可以線面相除也。



第十五

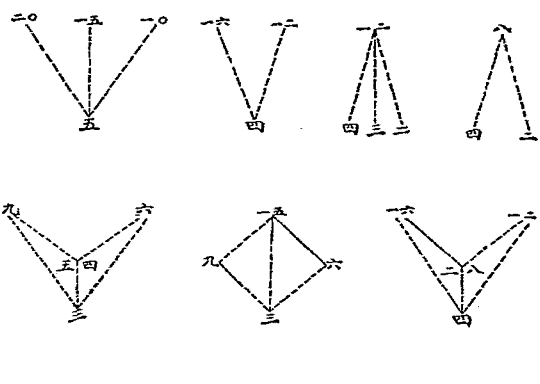
凡大數用小數可以度盡者。此大數必爲此小數之所積也。然所謂小數可以度盡大數者。復有幾種。有大數惟一數可以度盡者。如四、九、二十五、四十九之類。惟用二可以度四。三可以度九。五可以度二十五。七可以度四十九是也。有大數用兩數三數俱可以



度盡者。如八與十二之兩數。用二用四。俱可以度盡八。用二用三用四。俱可以度盡十二是也。有兩大數。或三大數。用一小數俱可以度盡者。如十二、十六之兩數。或一十、十五、二十之三數。用四可以度盡十二、十六之兩數。用五可以度盡一十、十五、二十之三數是也。又有一小數可以度盡幾大數。將此幾大數相加爲一總數。此小數亦可以度盡此總數。如四可以度盡十二、十六兩數。若將十二、十六相加爲二十八。則此四亦可以度盡此二十八也。又或一小數可以度盡幾大數。將此大數不拘幾分分之。此小數可以度盡一分。亦必可以度盡其餘幾分也。如三可以度盡十五。將十五分爲六、九兩數。此三可以度盡六。亦必可以度盡九也。又如六與九兩數。用三俱可以度盡。若將六與九相乘得五十四。此小數三仍可以度盡此五十四也。凡此類者。皆爲彼此有度盡之數也。

第十六

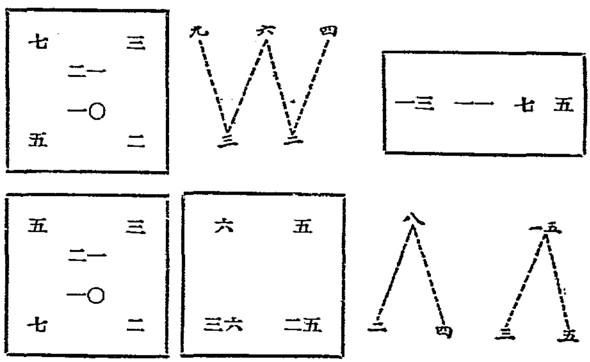
凡大數用小數不可以度盡者。此大數必非此小數之所積也。然用一以度之。無不可以度盡者。蓋一爲數之根。諸數皆自一而積之故也。所謂度不盡者。亦復有幾種。有大數無小數可以度盡者。



如五、七、十一、十三之類。任用二用三用四。俱不能度盡也。有兩大數。或三大數。用小數彼此不可以度盡者。如十五與八之兩數。用二用四。可以度盡八而不能度盡十五。用三用五可以度盡十五。而不能度盡八。又如四、六、九之三數。用二可以度盡四、六而不能度盡九。用三可以度盡六、九。而不能度盡四也。又有彼此不能度盡之數。或將一數自乘。或將兩數俱自乘。彼此仍俱不可以度盡也。如五與六之兩數。彼此不能度盡。亦無一小數可以度盡此兩數。即將五自乘爲二十五。或將六自乘爲三十六。則六仍不能度盡二十五。而五仍不能度盡三十六。即二十五亦不能度盡三十六也。又如三、七兩數與二、五、兩數。俱爲彼此不能度盡之數。或將三與七相乘得二十一。將二與五相乘得一十。此一十與二十一之兩數。仍爲彼此不能度盡之數也。凡此類者。皆爲彼此無度盡之數也。

第十七

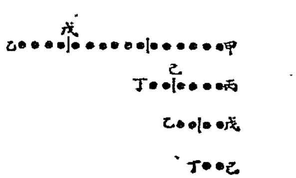
凡兩數互轉相減。未至於一而即可以減盡者。此減盡之最小數。即可以度盡此兩數也。設如有甲乙十六、丙丁六之兩數。將

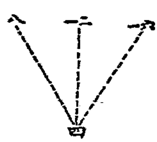


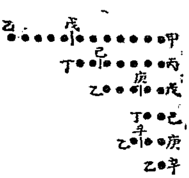
丙丁六與甲乙十六減二次。餘戊乙四。將此戊乙四轉與丙丁六相減。餘己丁二。又將此己丁二轉與戊乙四相減二次。卽無餘。則此己丁二。卽可以度盡甲乙十六及丙丁六矣。蓋八倍其二與十六等。三倍其二與六等也。又如十六與十二與八。此三數亦爲彼此有度盡之數。何也。蓋十六與十二相減餘四。以四轉與十二相減。三次而盡。則四可以度盡十六與十二矣。又二倍其四。卽與八等。則四又可以度盡八。然則十六、十二、與八之三數。爲彼此有度盡之數可知矣。

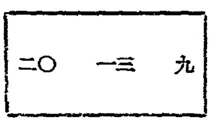
第十八

凡兩數互轉相減。至於一始可以減盡者。一之外別無他小數可以度盡此兩數也。設如有甲乙十二、丙丁七之兩數。將丙丁七與甲乙十二相減。餘戊乙五。將此戊乙五。轉與丙丁七相減。餘己丁二。將此己丁二。又轉與戊乙五相減。餘庚乙三。又將庚乙三。轉與己丁二相減。餘辛乙一。既至於一。始可以度盡甲乙、丙丁、兩數。而一之外如二、三、四。雖可以度盡十二而不能度盡七也。又如九與十三及二十之三數。亦爲彼此無度盡之數。何





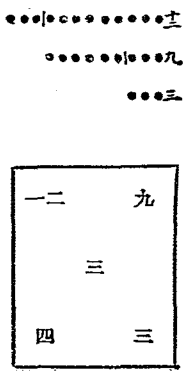




也.蓋將九與十三互轉相減.必至於一.即用十三與二十轉減.或用九與二十轉減.亦皆至於一.則除此一之外.皆無可以彼此度盡此三數之小數矣.

第十九

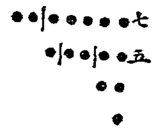
凡有大數.約爲相當比例之最小數.以從簡易.則爲約分法也.然數有可約不可約之分.可約者度盡之數.不可約者度不盡之數也.設如有九與十二之兩數.欲約爲相當比例之最小數.乃用求小數度盡大數法.以九與十二互轉相減.得減盡之數爲三.則三爲度盡九與十二之數矣.以三除九得三.以三除十二得四.此三、四兩數.即爲九與十二相當比例之最小數也.又如有六、四、八之三數.欲約爲相當比例之最小數.乃以六與四互轉相減.得減盡之數爲二.又以二與八相減.四次而盡.則二爲度盡六、四、八之小數矣.以二除六得三.以二除四得二.以二除八得四.此三、二、四.三數.即六、四、八相當比例之最小數也.此皆數之可約者也.若夫數之不可約者.互轉相減.必至於一而

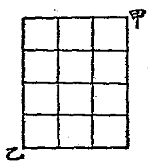


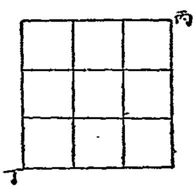
不可以度盡也。如有五、七兩數。以五減七餘二。復以二減五二次餘一。既餘一。則自一之外。必無可以度盡之數而不可約矣。

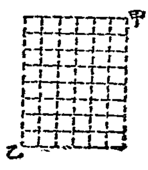
第二十

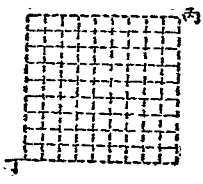
凡有大分。以分母乘之。通爲小分。則爲通分法也。然不曰乘而曰通者何也。蓋乘則積少成多。其得數溢於原數之外。通則變大爲小。其得數仍函於原數之中也。如有大分十二。其分母爲四。欲得其小分。則以分母四。乘大分十二。得小分四十八。是已。試作甲乙方形。以明之。其中所函方形十二。即大分也。若將中函之方形。每分俱分爲四小方。則十二方形。共分爲四十八小方形矣。其數雖比原大數加四倍。然其每分之分。只得原數之四分之一。故仍函於甲乙方形之內。而未嘗溢出原數之外也。又如有大分九。其分母爲九。欲得其小分。則以分母九乘大分九。得小分八十一。是已。試作丙丁方形以明之。其中所函方形九。即大分也。若將其中函之方形。每分俱分爲九小方。則九方











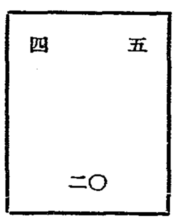
形共分爲八十一小方形矣。其數雖比原大數加九倍。而仍函於丙丁方形之內者。以其每分之分。只得原數之九分之一也。由此推之。其每分之母。或爲八。或爲十二。或爲數十。亦皆倣此通之。其所通之數。雖至千萬而要皆未有溢於所通原分之外者矣。

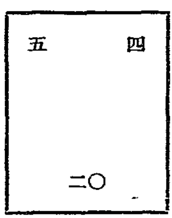
第二十一

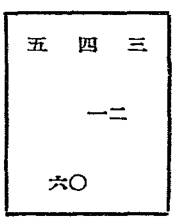
凡有幾小數。欲求俱可以度盡之大數。則以此幾小數連乘之。得數始爲此幾小數度盡之一大數也。設如有四、五兩小數。欲求用四用五俱可以度盡之一數。則以四與五相乘得二十。卽爲四、五兩數俱可度盡之一大數矣。又如有三、四、五之三小數。欲求用三用四用五俱可以度盡之一數。則以三與四相乘得十二。又以五乘十二得六十。卽爲三、四、五俱可度盡之一大數矣。蓋小數爲大數之根。始能度盡大數。如四、五可以度盡二十者。二十乃四之五倍。亦卽五之四倍也。三、四、五可以度盡六十者。六十乃十二之五倍。而十二乃三之四倍也。

第二十二

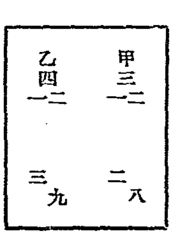
凡有兩數。彼此互乘所得之數。與原數比例必同也。蓋數有多寡。





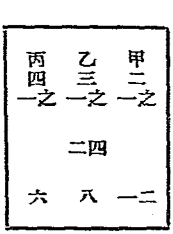


而分又有大小。則紛紜難御。故必依此數之分。將彼數加爲幾倍。又依彼數之分。將此數加爲幾倍。則兩分數既同。而比例亦同矣。如甲、乙二數。甲爲三分之二。乙爲四分之三。欲辨其孰大。則依甲數。將乙數加三倍。爲十二分之九。依乙數。將甲數加四倍。爲十二分之八。如是則所加之兩大分同爲十二。而所生之兩小分相比。即同於原甲數與乙數之相比矣。何也。甲數本三分之二。而爲十二分之八者。乃加四倍之比例。十二爲三之四倍。八爲二之四倍。而十二分之八之比例。仍同於三分之二之比例也。乙數本四分之三、而爲十二分之九者。乃加三倍之比例十二爲四之三倍。九爲三之三倍。而十二分之九之比例。仍同於四分之三之比例也。此即互乘同母之法。如甲爲三分之二者。三即母數。二即子數也。乙爲四分之三者。四即母數。三即子數也。因兩母數不同。故用互乘以同之。



第二十三

凡子母分有幾數。而子數同爲一者。先以各母求俱能度盡之一數。次以各母除之。則爲各子數也。如甲、乙、丙三數。甲爲二分之一。乙爲三分之一。丙爲四分之一。則先以三母數連乘得二十四。爲甲、乙、丙之共母數。又以二除共母數得十二。爲甲之子數。以三除共母數得八。爲乙之子數。以四除共母數得六。爲丙之子數。蓋甲本二分之一。子母各加十二倍。即爲二十四分之十二。而二十四與十二之比例。仍同於二與一之比例也。乙本三分之一。子母各加八倍。即爲



二十四分之八。而二十四與八之比例。仍同於三與一之比例也。丙本四分之一。子母各加六倍。卽爲二十四分之六。而二十四與六之比例。仍同於四與一之比例也。

第二十四

凡子母分有幾數。而子母數俱不等者。亦先以各母求俱能度盡之一數。次以各母除之。得數復以各子數乘之。卽爲各子數也。如有甲、乙、丙三數。甲爲三分之二。乙爲四分之三。丙爲五分之四。則先以三母數連乘得六十。爲甲、乙、丙之共母數。次以三除共母數。得二十。以乘子數二得四十。爲甲之子數。又以四除共母數得十五。以乘子數三得四十五。爲乙之子數。又以五除共母數得十二。以乘子數四得四十八。爲丙之子數。蓋甲本三分之二。子母各加二十倍。卽爲六十分之四十。而六十與四十之比例。仍同於三與二之比例也。乙本四分之三。子母各加十五倍。卽爲六十分之四十五。而六十與四十五之比例。仍同於四與三之比例也。丙本五分之四。子母各加十二倍卽爲六十分之四十八。而六十與四十八之比例。仍同於五與四之比例也。

甲	乙	丙
三之二	四之三	五之四
	六〇	
四〇	四五	四八

算法原本二

第一

凡有幾小數與幾大數相比。其比例若同。則小數相加所得之總數。與大數相加所得之總數相比。仍同於原數之比例也。設如有一小數六。一小數四。一大數十八。一大數十二。其小數六、為大數十八之三分之一。而小數四亦為大數十二之三分之一。將兩小數六、四相加。得一十。將兩大數十八、十二相加得三十。此一十與三十之比。即如六與十八、四與十二之比。皆為三分之一之比例也。又如三小數二、三、四與三大數六、九、十二相比。皆為三分之一。將二、三、四相加得九。將六、九、十二相加得二十七。其比例亦為三分之一也。又或四小數四大數相加。其總數之比例亦皆同。如三與十二、四與十六、五與二十、六與二十四。俱為四分之一。將三、四、五、六、四小數相加得十八。將十二、十六、二十、二十四四大數相加得七十二。其比例仍為四分之一矣。

六	一八
四	一二
一〇	三〇

二	六
三	九
四	一二
九	二七

三	一二
四	一六
五	二〇
六	二四
一八	七二

第二

凡有幾小數與幾大數之比例若同。則小數相減所得之餘數。與大數相

減所得之餘數相比。仍同於原數之比例也。設如有一小數十、一小數六、一大數三十、一大數十八。其小數十、爲大數三十之三分之一。而小數六、亦爲大數十八之三分之一。將兩小數十與六相減餘四。將兩大數三十與十八相減餘十二。此四與十二之比。卽如十與三十、六與十八之比。皆爲三分之一之比例也。又如三小數八、四、三。與三大數二十四、十二、九、相比。皆爲三分之一。將四、三、與八遞相減。餘一。將十二、九、與二十四遞相減。餘三。其比例亦爲三分之一也。又或四小數四大數相減。其餘數之比例亦皆同。如十八與七十二。爲四分之一。而三與十二、四與十六、五與二十、俱爲四分之一。將小數三、四、五、與十八遞相減。餘六。將大數十二、十六、二十、與七十二遞相減。餘二十四。其比例仍爲四分之一矣。

一〇	三〇
六	一八
四	一二

八	二四
四	一二
四	一二
三	九
一	三

第三

凡有一數乘兩數。其所得兩數相比。仍同於原兩數之相比也。設如一數六、與八與一十兩數相乘。以六乘八得四十八。以六乘一十得六十。此四十八與六十相比。卽同於原數八

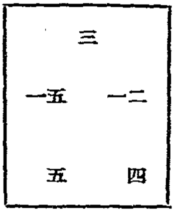
一八	七二
三	一二
一五	六〇
四	一六
一一	四四
五	二〇
六	二四

八	一〇
六	
四八	六〇

與一十之相比矣。夫八與四十八。一十與六十。皆爲六分之一。故一與六之比。同於八與四十八之比。而一與六之比亦同於十與六十之比也。然則八與四十八之比例。必同於十與六十之比例。而四十八與六十之比例。亦必同於八與一十之比例可知矣。

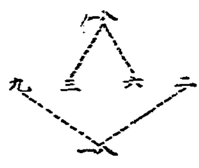
第四

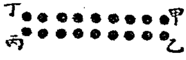
凡有一數除兩數。其所得兩數相比。仍同於原兩數之相比也。設如一數三除十二與十五之兩數。以三除十二得四。以三除十五得五。則此四與五相比。卽同於原數十二與十五之相比矣。夫十二與四、十五與五、皆爲三分之一。故一與三之比。同於四與十二之比。而一與三之比亦同於五與十五之比也。然則四與十二之比例。必同於五與十五之比例。而四與五之比例。亦必同於十二與十五之比例可知矣。

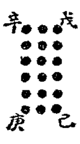


第五

凡相當比例四數。其第一數與第四數相乘。第二數與第三數相乘。所得之數等者何也。蓋兩方面以其縱橫界互相爲比之比例若等。則兩方積必等。見幾何原本七卷第三節。今以第一數與第四數相乘。卽如以第一數爲縱。第四數爲橫。成一方數而



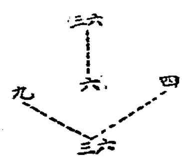


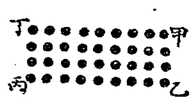


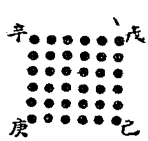
第二數與第三數相乘。即如以第二數爲縱。第三數爲橫。成一方數。其積必相等也。設如有二與六、三與九、相當比例四數。將第一數二爲縱。第四數九爲橫。相乘得十八。爲甲丙一方數。將第二數六爲縱。第三數三爲橫。相乘亦得十八。爲戊庚一方數。夫甲丙方之甲丁橫界。比戊庚方之戊辛橫界。大三分之二。而戊庚方之戊己縱界。比甲丙方之甲乙縱界。亦大三分之二。其比例相等。故兩方數亦等。此兩方數既等。則相當比例四數。其第一數與第四數相乘。第二數與第三數相乘。所得之數相等無疑矣。

第六

凡相連比例三數。其首數與末數相乘。與中一數自乘所得之數等者何也。蓋兩方面相等者。其縱橫界之互相比例必等。見幾何原本七卷第三節。今將首數與末數相乘。即如以首數爲縱。末數爲橫。成一方數。而中數自乘。即是以中數爲縱。復以中數爲橫。成一方數。其積必相等也。設如有四、六、九、相連比例三數。將首數四爲縱。末數九爲橫。相乘得三十六。爲甲丙一方數。將中數六爲縱。仍復爲橫。相乘即是自乘。亦得三十六。爲戊庚一方數。夫甲丙方之甲丁橫界。比戊庚方之戊辛橫界。大三分之一。而戊庚方之戊己縱界。比甲丙方之甲乙縱界。亦大三分之一。其比例相等。故兩方數亦等。此兩方數既等。則相連比例三數。其首末兩數相等其中數自乘所得之



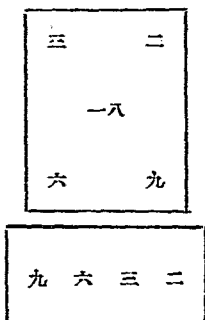


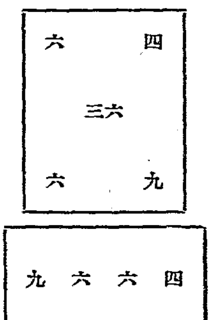


數相等無疑矣。

第七

凡有兩數除一數。其所得兩數之比例。卽同於原兩數之轉相比例也。設如有一數十八。以二、三兩數除之。二除十八得九。三除十八得六。以此九與六兩數相比。卽同於原兩數三與二之相比也。葢二與三、六與九。爲相當比例之四數。以第一數二與第四數九相乘。第二數三與第三數六相乘。皆得十八。故二除十八得九。卽如以第一數除第二數與第三數相乘之數而得第四數也。以三除十八得六。卽如以第二數除第一數與第四數相乘之數而得第三數也。夫相當比例數。其第二數與第四數之比。原同於第一數與第三數之比。故第一數二除十八所得之九。與第二數三除十八所得之六相比。卽同於第二數三與第一數二之相比也。





第八

凡有兩數除一數。其所得之兩數內有一數與原兩數內一數相等者。則所得之兩數與原兩數互轉相比。卽成相連比例之數也。設如有一數三十六。以四、六兩數除之。四除三十六得九。六除三十六仍得六。與原數六相等。則此九與六兩數之比。卽同於原數六與四之比也。蓋四與六、六與九。爲相連比例之四

數。以四爲首數。九爲末數相乘。以六爲中數自乘。皆得三十六。今以四除三十六得九。即如以首數除中數自乘之數而得末數也。以六除三十六復得六。即如以中數除首末兩數相乘之數而仍得中數也。夫相連比例數。其末數與中數之比。原同於中數與首數之比。則首數四除三十六所得九與中數六除三十六所得六相比。即同於中數六與首數四之相比也。

第九

凡相當比例四數。其第一數度盡第二數。則第三數亦必度盡第四數也。如有二、六、三、九、相當比例四數。其第一數二、可以度盡第二數六。則第三數三、亦可以度盡第四數九矣。夫相當比例四數。第一與第二之比。必同於第三與第四之比。今第一爲二。第二爲六。乃加三倍之比例。則第四與第三。亦必爲加三倍之比例。故三倍其二。可以度盡六者。三倍其三。即可以度盡九也。

二	六	三	九

第十

凡相連比例三數。其第一數度盡第二數。亦必度盡第三數也。如有二、四、八、相連比例三數。其第一數二。可以度盡第二數四。亦必可以度盡第三數八矣。夫相連比例三數。第一與第二之比。同於第二與第三之比。今第一數爲二。第二數爲四。乃加倍之比例。則第二與第三。亦必爲加倍之比例。而第一與第三。則爲再加一倍之比例。故一倍其二。可以度盡四者。再倍其二。即可以度盡八也。

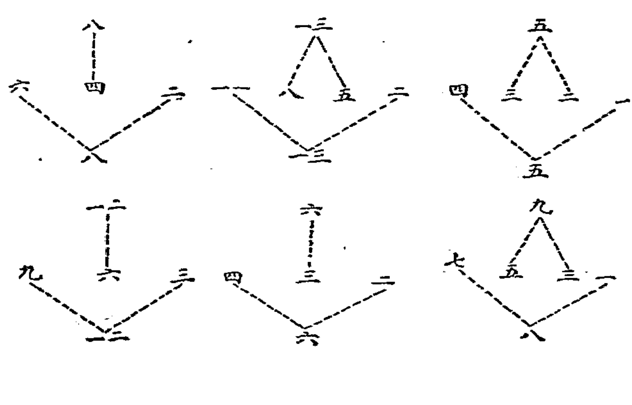
二	四	八

第十一

凡依次遞加取四數。其第一第四兩數相加，與第二第三兩數相加之數等也。如一、二、三、四遞加之四數。將第一數一與第四數四相加得五。以第二數二與第三數三相加，亦得五。又如一、三、五、七遞加之四數。一、三、五、七爲隔數以遞加者也。將第一數一與第四數七相加，得八。以第二數三與第三數五相加，亦得八也。又如二、五、八、十一遞加之四數。二、五、八、十一爲隔二數以遞加者也。將第一數二與第四數十一相加，得十三。以第二數五與第三數八相加，亦得十三。由此推之，或隔三數，或隔四數，或隔五六數，以至極多數。但依次遞加取四數，無有不如此也。

第十二

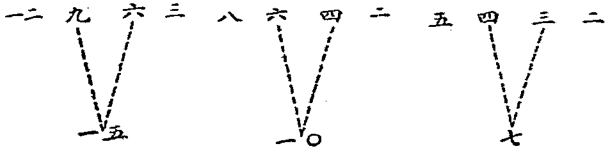
凡依次遞加取三數。其首末兩數相加，與中數加倍之數等也。如二、三、四遞加之三數。將首末二四相加，得六。以中數三倍之，亦得六。又如二、四、六遞加之三數。二、四、六隔一數以遞加者也。將首末二六相加，得八。以中數四倍之，亦得八也。又如三、六、九遞加之三數。三、六、九隔二數以遞加者也。將首末三九相加，得十二。以中數



六倍之、亦得十二。由此推之。或隔三數。或隔四數。或隔五六數。以至極多數。但依次遞加取三數。無有不合者也。

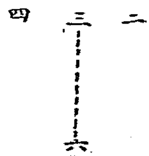
第十三

凡依次遞加三數。以第二第三兩數相加。減去第一數。即得挨次之第四數也。如二、三、四之三數。以第二數三第三數四相加、得七。內減去第一數二、得五。即是第四數。又如二、四、六隔一數遞加之三數。以第二數四第三數六相加、得一十。內減去第一數二、得八。即是第四數。亦爲隔一數。又如三、六、九隔二數遞加之三數。以第二數六第三數九相加。得十五。內減去第一數三、得十二。即是第四數。亦爲隔二數矣。蓋此即四率相當比例之理。四率中兩率相乘。與首末兩率相乘之數等。故中兩率相乘。以首率除之。即得末率。而此則中兩數相加。與首末兩數相加之數等。故以首一數減之。即得末一數。其義一也。



第十四

凡依次遞加兩數。以第二數倍之。減去第一數。即得挨次之第三數也。如二、三兩數。將第二數三、倍之、得六。內減去第一數二、餘四。即是第三數。又如二、四隔一數之兩數。將第二數四倍之、得八。內減去第一數二、餘六。即是第三數。四與六亦



爲隔一數也。又如三、六隔二數之兩數。將第二數六、倍之、得十二。內減去第一數三。餘九、卽是第三數。九與六亦爲隔二數也。蓋此卽三率相連比例之理。三率以中率自乘。與首末兩率相乘之數等。故中率自乘。以首率除之。卽得末率。而此則中數倍之。與首末兩數相加之數等。故以首數減之。卽得末數。於此見加減乘除之相對待。而加減可以代乘除之理。亦可從此推矣。

二　四　六

八

三　六　九

一二

第十五

凡有彼此可以度盡兩數。欲求相連比例之數。則以一數自乘。以一數除之。卽得相連比例之第三數也。如有四、八兩數。欲求第三數。如四與八之相連比例。乃以八自乘得六十四。以四除之、得十六。此十六卽爲四與八相連比例之第三數。蓋八者四之二倍。而十六又爲八之二倍。則八與十六之比例。必同於四與八之比例矣。如有三數。求第四數。仍如四與八之比例。則以第三數十六自乘。得二百五十六。以第二數八除之。得三十二。卽爲四、八、十六相連比例之第四數。蓋十六者四之四倍。而三十二者八之四倍。則十六與三十二之比例。必同於四與八、八與十六之比例矣。如欲求連比例之第五數。或第六數。卽以相近兩數依前法算之。由此遞生。可至於無窮焉。然此皆四與八之比例。或四與

四　八

四　八　一六

四　八　一六

四　八　一六　三二

十六、或三與六、五與十之類。凡有彼此度盡之數。欲求相連比例幾數者。亦皆如此求之。無不可得矣。

第十六

凡有彼此不可以度盡之兩數。欲依此兩數比例。求相連比例之數。則以一數自乘爲第一率。而以又一數自乘爲第三率。以兩數互乘爲第二率。即爲相連比例之三數也。如有三、五兩數。欲求相連比例三數。皆如三與五之比例。乃以三自乘得九。以五自乘得二十五。以三與五相乘得十五。此九與十五、十五與二十五之三數。即如三與五之相連比例三數。蓋九爲三之三倍。而十五爲五之三倍。則九與十五爲三與五之比例矣。而十五爲三之五倍。二十五爲五之五倍。則十五與二十五。亦爲三與五之比例矣。又或已有三數。欲求第四數。皆如三與五之連比例。則以三乘九得二十七。以三乘十五得四十五。以三乘二十五得七十五。復以五乘九得四十五。五乘十五得七十五。五乘二十五得一百二十五。此所得六數內。四十五、七十五、各得二。今止用其一。故二十七、四十五、七十五、一百二十五之四數。即如三與五之相連比例數也。蓋二十七者三之九倍。而四十五者五之九倍。則二十七與四十五之比例。同於三與五之比例矣。又四十五者三之十五倍。而七十五者五之十五倍。則四十五與七十五

三	五	
九	一五	二五

三	五		
九	一五	二五	
二七	四五	七五	一二五

之比例。同於三與五之比例矣。又七十五者三之二十五倍。而一百二十五者五之二十五倍。則七十五與一百二十五之比例。亦同於三與五之比例矣。如欲求連比例之第五數或第六數。以原一數遞乘先得之幾數。復以又一數遞乘先得之幾數。去其相同者。所餘即成相連比例之數。由此求之。亦可至於無窮也。然此皆三與五之比例。或三與七、四與九、五與八之類。凡彼此不可以度盡之數。欲求相連比例幾數者。亦皆倣此求之而即得矣。

第十七

凡相當比例四數。其前兩數之間。有相連比例二數。其後兩數之間。亦必有相連比例二數也。設如有甲二十四、乙八十一、丙三十二、丁一百零八、相當比例之四數。甲數二十四與乙數八十一之間。有戊三十六、己五十四之相連比例兩數。則丙數三十二與丁數一百零八之間。亦必有庚四十八、辛七十二之相連比例兩數也。試將甲、戊、己、乙四數。求其相當比例之至小數。則得壬八、癸十二、子十八、丑二十七之四數。其甲與乙之比。即同於壬與丑之比。而丙與丁之比原同於甲與乙之比。則丙與丁之比。亦必同於壬與丑之比矣。其比例既同。則壬可以度盡丙。丑亦可以度盡丁。而癸與子亦必可以度盡庚與辛。壬、癸、子、丑各四倍之。即與丙、庚、辛、丁等。是四次可以度盡也。是丙、庚、辛、丁四數之比。皆與壬、癸、子、丑四數之比相同也。夫壬、癸、子、丑原爲甲、戊、己、乙連比例相當

甲 二四	戊 三六	己 五四	乙 八一
壬 八	癸 一二	子 一八	丑 二七
丙 三二	庚 四八	辛 七二	丁 一〇八

之小數。今丙、庚、辛、丁之比。既與之相同。則丙、庚、辛、丁、亦爲相連比例之四數矣。既俱爲相連比例數。則戊、己爲甲、乙、兩數間之連比例數。庚、辛、爲丙、丁、兩數間之連比例數無疑矣。

第十八

凡相連比例三數。其第一數與第二數之間。有相連比例一數。則第二數與第三數之間。亦必有相連比例一數也。設如有甲二、乙十八、丙一百六十二、相連比例之三數。其甲數二與乙數十八之間。有相連比例之丁數六。則乙數十八與丙數一百六十二之間。亦必有相連比例之戊數五十四也。蓋甲與乙之比。同於乙與丙之比。今丁六爲甲二之三倍。戊五十四亦爲乙十八之三倍。則甲與丁之比。同於乙與戊之比。而丁六爲乙十八之三分之一。戊五十四亦爲丙一百六十二之三分之一。則丁與乙之比。亦同於戊與丙之比。因其比例皆同。故甲、丁、乙、戊、丙、爲相連比例之五數。而丁、戊、兩數。爲甲與乙、乙與丙、三數間之相連比例數可知矣。

甲二	乙一八	丙一六二
丁六	戊五四	

第十九

凡相連比例三數。其首數與末數。有用一數可以度盡者。有用一數不可以度盡者。如四、八、十六相連比例之三數。其首數四與末數十六、爲彼此有一數可以度盡之數也。如四、六、九相連比例之三數。其首數四與末數九、爲彼此無一數可以度盡之數也。然此兩種相連比例。雖有度盡度不盡之分。因其首數與

四	八	一六

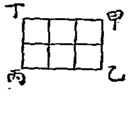
四	六	九

中數之比。同於中數與末數之比。故總謂之相連比例之數矣。蓋末數可用首數平分。即爲有度盡之連比例數。末數不可用首數平分。即爲無度盡之連比例數也。且首末兩數彼此有一數可以度盡者。此三數非相當比例之至小數。若首末兩數彼此無一數可以度盡者。此三數即爲相當比例之至小數也。如四、八、十六之三數。其首末兩數爲彼此有一數可以度盡之數。而中數亦必爲此一數可以度盡之數。試用二以度之。則得二、四、八之連比例三數。或用四以度之。則得一、二、四之連比例三數。皆與四、八、十六之比例相同。而比四、八、十六之數爲小。故四、八、十六非相當比例之至小數也。如四、六、九之三數。其首末兩數爲彼此無一數可以度盡之數。故中數亦爲無一數可以度盡之數。既無一數可以彼此度盡。則爲相當比例。數內之至小數也明矣。

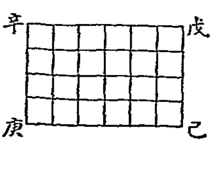
四	八	一六
二	四	八
一	二	四

第二十

凡同式兩平方數。其間必有相連比例一數也。如有甲乙丙丁六、戊己庚辛二十四、同式兩平方數。此兩數之間。必有壬十二爲相連比例之一數焉。蓋甲乙丙丁、戊己庚辛。既爲同式平方數。則其每邊皆可爲比例。如甲乙二與甲丁三之比。同於戊己四與戊辛六之比。而甲乙二與戊己四之比。亦同於甲丁三與戊辛六之比也。今以甲丁三與甲乙二相因得六。甲丁三與戊己四相因得十



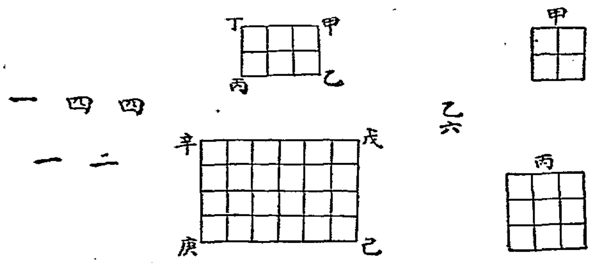
壬十二



二。則六與十二之比。同於甲乙二與戊己四之比矣。又戊己四與甲丁三相因得十二。戊辛六與戊己四相因得二十四。則十二與二十四之比。同於甲丁三與戊辛六之比矣。夫甲丁三與戊辛六之比。原同於甲乙二與戊己四之比。則六與十二之比。亦必同於十二與二十四之比矣。又若兩正方數之間。亦必有相連比例之一數也。如有甲四、丙九、兩正方數。此四與九兩數之間。必有乙六爲相連比例之一數焉。葢兩正方數其式既同、故必有相連比例一數、且兩正方數之比例。同於其兩邊所作連比例隔一位之比例。見幾何原本七卷第五節。今甲方邊爲二。丙方邊爲三。求其與二、三相當連比例之第三數。則以二自乘得四。以三自乘得九。以二乘三得六。此四與六、六與九之三數。卽爲與二、三相當之連比例數。而其首數四與末數九。既與甲丙兩方數等。則中數六亦必爲甲丙兩方數間之連比例數矣。

第二十一

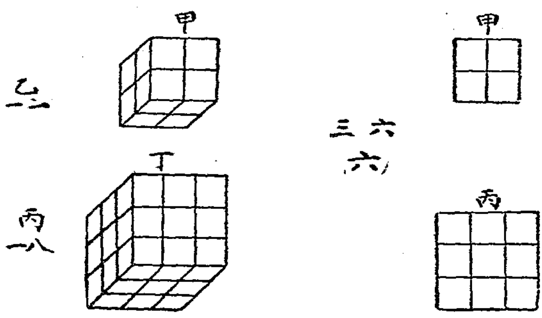
凡同式兩平方數相乘。得數爲正方數也。如有甲乙丙丁六。戊己庚辛二十四。爲同式兩平方數。相乘、得一百四十四。卽爲正方數矣。葢同式兩平方數之間。原有相連比例一數。今此六與二十四之間。必有十二之一數。



且連比例三率.以首末兩率相乘、與中率自乘之數等.則此六與二十四兩平方數相乘所得之一百四十四.卽爲中率十二自乘之數矣.又若兩正方數相乘得數亦仍爲正方數.其方根卽原兩方根相乘之數也.如有甲四、丙九兩正方數.此兩數相乘得三十六.仍爲正方數.其方根爲六.亦卽甲方根二與丙方根三相乘之數也.蓋此兩方數俱爲正方.卽爲同式兩平方數矣.因其式同.故相乘亦仍得正方數也.凡數有先各自乘而後相乘者.有先相乘而後自乘者.其理無異.故其得數皆等.今以二自乘得四.以三自乘得九.復以四九相乘得三十六.此先各自乘而後相乘也.以二與三相乘得六.復以六自乘得三十六.此先相乘而後自乘也.且四與九積也.積與積乘仍得積.二與三根也.根與根乘仍得根.此亦理之必然者也.

第二十二

凡兩正立方數之間.必有相連比例之兩數也.如有甲八、丁二十七、兩正立方數.此八與二十七之間.必有乙十二、丙十八、爲相連比例之兩數焉.蓋兩正立方之比例.同於其兩邊所作連比例隔二位之比例.見幾何原本十卷第四節.今甲方邊爲二.丁方邊爲三.求其與二三相當連

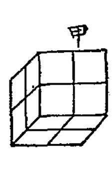


比例之第三第四數.則以二自乘得四.以三自乘得九.以二與三相乘得六.此四、六、九爲連比例三數.又以二遞乘此四、六、九三數得八、十二、十八之三連比例數.復以三遞乘四、六、九三數得十二、十八、二十七之三連比例數.除相同者不計.其二十七卽連比例之第四數.則八與十二、十二與十八、十八與二十七.皆爲與二、三相當之連比例數.而其首數八與末數二十七.旣與甲、丁、兩立方數等.則其中數之十二、十八.爲甲、丁、兩立方數間連比例之兩數可知矣.

第二十三

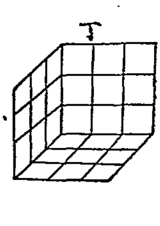
凡兩正立方數相乘.得數仍爲正方數.而其方根卽原兩立方根相乘之數也.

如有甲八、丁二十七、兩正立方數.此兩數相乘得二百一十六.仍爲正立方數.而其方根爲六.亦卽甲立方根二與丁立方根三相乘之數也.葢此兩立方數俱爲正方.卽爲同式兩立方數矣.因其式同.故相乘亦仍得正立方也.凡數有先自乘再乘.而後以所得之數相乘者.有先以兩數相乘而後以所得之數自乘再乘者.其得數皆等.故二自乘再乘得八.三自乘再乘得二十七.復以八與二十七相乘得二百一十六.此先各自乘再乘、而後以所得之數相乘也.以二與三相乘得六.復以六自乘再乘亦得二百一十六.此先以兩數相乘、而後以所得之數自乘再乘也.且八與二十七積也.以積乘積仍得積.二與三根也.以



二一六

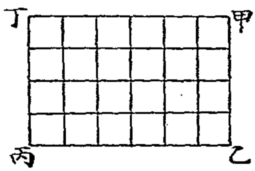
六

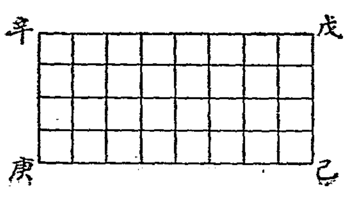


根乘根仍得根。此又理之自然者也。

第二十四

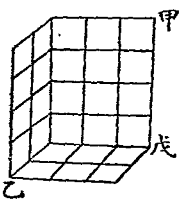
凡兩平方數若一邊相等。則此兩平方之比例同於其不等邊之比例也。如有甲丙、戊庚、兩平方數。其甲丙平方之甲乙邊爲四。而戊庚平方之戊己邊亦爲四。甲丙平方之乙丙邊爲六。而戊庚平方之己庚邊爲八。則此兩平方數二十四與三十二之比。卽同於其不等邊六與八之比也。蓋甲乙平方數二十四者。四之六倍。而戊庚平方數三十二者。四之八倍也。然則二十四與三十二之比。卽同於六與八之比矣。二十四與三十二之比。旣同於六與八之比。則兩平方數之比例同於其不等邊之比例可知矣。

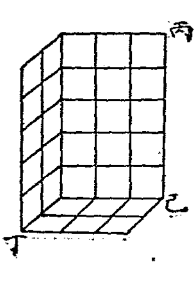




第二十五

凡兩立方數。其底積相等。則此兩立方之比例。同於其高之比例也。如有甲乙、丙丁、兩立方數。其甲乙立方之戊乙底爲六。而丙丁立方之己丁底亦爲六。甲乙立方之甲戊高爲四。而丙丁立方之丙己高爲五。則此兩立方數二十四與三十之比。卽同於其兩立



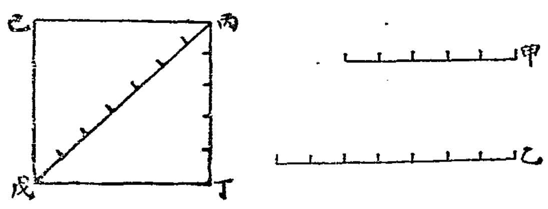


方之高四與五之比也。蓋甲乙立方數二十四者。六之四倍。而丙丁立方數三十者六之五倍也。然則二十四與三十之比。卽同於四與五之比矣。二十四與三十之比。旣同於四與五之比。則兩立方數之比例。同於其高之比例可知矣。

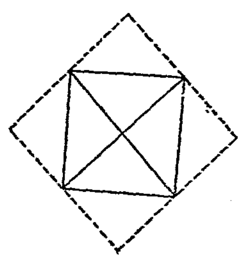
第二十六

凡兩線、兩面、兩體。用一度如尺寸之屬。可以度盡者。此類之線、面、體。皆爲有整分可以度盡者也。設如有甲、乙、兩線。甲線分爲五分。乙線如甲線度分之。得七分無餘。則此二線。卽爲一度彼此可以度盡者矣。若將此二線各爲正方面。各爲正方體。則其兩面、兩體。亦皆爲整分彼此可以度盡者也。至如兩線、兩面、兩體。不可以一度度盡者。此類之線、面、體。皆爲無整分可以度盡者也。如丙丁戊己方面。其丙丁邊線爲五分。而丙戊對角線則爲七分有餘。乃爲彼此無度盡之數矣。蓋以丙丁邊之五分爲度。則丙戊線得七分以得。或將丙戊線爲七分整。而以其分爲度。則丙丁線得五分不足。凡此類之線、面、體。皆爲無整分彼此可以度盡之數也。

第二十七

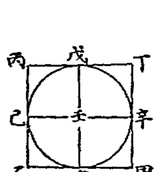


凡正方一邊線.與對角線.無一度可以彼此度盡者.蓋以本方積與對角線所成方積比之.必有一數非正方數也.夫對角線自乘所作之方數.爲本方積之二倍.如本方積一.則對角線所作之方爲二.本方積四.則對角線所作之方爲八.此一與二、四與八之間無相連比例之整數.故一爲正方數.則二非正方數.四爲正方數.而八亦非正方數.二與八既非正方數.則邊必有零餘而不能盡矣.或對角線所作方積爲四.則本方積爲二.對角線所作方積爲十六.則本方積爲八.此四與二、十六與八之間.亦無相連比例之整數.故四爲正方數.而二非正方數.十六爲正方數.而八又非正方數.然則對角線所作方積因爲正方數.而本方積復不能成正方數.其邊必有零餘而不能盡矣.故凡正方邊線與對角線.斷無一度可以彼此度盡之理也.



第二十八

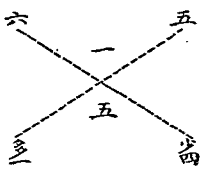
凡正方面與平圓面同徑者.其積之比例.同於其周圍邊線之比例也.如甲乙丙丁正方面.戊己庚辛平圓面.其戊壬庚之徑相等.則此方積與圓積之比例.同於方周於圓周之比例也.何以見之.以正方面之壬庚半徑爲高.甲乙、乙丙、丙丁、丁甲之全周爲底.作一子甲直角長方形.則此長方

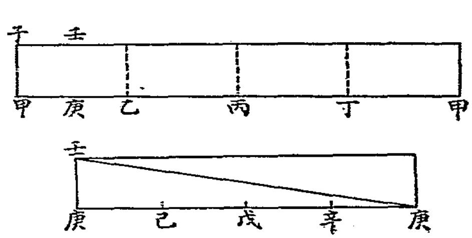


形之積。比正方形之積。必大一倍。又以壬庚半徑爲高。庚己、己戊、戊辛、辛庚、全周爲底。作一壬庚直角長方形。則此長方形之積。比平圓形之積。亦必大一倍。凡直角三角形之小邊與圓形之半徑等。而三角形之大邊與圓形之全周等者。三角形之積與圓形之積等也。今此長方形與三角形同底同高。其積比三角形必大一倍。然則壬庚長方形比圓形大一倍可知也。夫壬庚、子甲、兩長方形。既同以壬庚爲高。則一邊相等。一邊不等。則其積之比例。必同於其不等邊之比例。而全與全之比例。原同於半與半之比例。故兩長方形之比例。必同於庚庚與甲甲之比例。而方與圓之比例。亦必同於庚庚與甲甲之比例矣。甲甲即方周。而庚庚即圓周。然則方周與圓周之比例。豈非方積與圓積之比例乎。

第二十九

凡有不知之一大數。用兩小數度之不盡。而一有餘一不足者。其一多一少之數相併。以兩小數之較度之。即得其度戊次之分。與大數之幾何也。如有一大數。用小數五度之多一數。用小數六度之又少四數。則以多一與少四相加。得五。以六與五

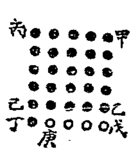


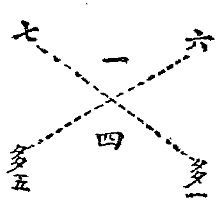


兩小數相減、餘一、爲較數除之。仍得五。卽知兩小數各度五次也。試排點以明之。其甲乙五卽小數五丙丁六卽小數六。以甲乙五累五次。則爲甲乙己丙正方二十五。多一爲丁。以丙丁六累五次則爲甲戊丁丙長方三十。少四爲戊庚。於甲戊丁丙長方三十內、減去少數戊庚四爲二十六。於甲乙己丙正方二十五、加入多數丁一亦爲二十六。是知大數有二十六。用此五六兩小數各度五次之分也。以丁一與戊庚四相加三丁戊五。以小數甲乙五與丙丁六相減餘一。以一除丁戊五仍得五。與甲丙相等。故甲丙爲甲庚數二十六之五次數也。若以比例言之。其小數五與六相減所餘一者。乃度一次之較。而一多一少相併之戊丁五者、又爲度五次之較。故以所餘一與度一次之比。卽同於戊丁五與度五次之比。其比例既同。故其數亦相等也。

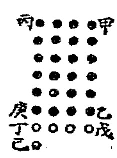
第三十

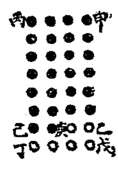
凡有不知之一大數。用兩小數度之不盡。而俱有餘、或俱不足者。其兩有餘或兩不足之數俱相減。以兩小數之較度之。卽得其度幾次之分、與大數之幾何也。如有一大數、用小數六度之多五數。用小數七度之仍多一數。則以兩多數相減、餘四。以六與七兩小數相減、餘一、爲較數除之。仍得四。卽知兩小數各度四次也。試排點以明之。其甲乙六卽小數六。丙丁七卽小數七。以甲乙六累四次。則爲甲乙

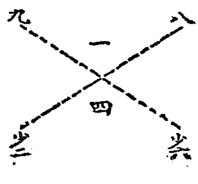




庚丙方二十四。多五爲戊丁己。以丙丁七累四次。則爲甲戊丁丙方二十八。多一爲己。於甲乙庚丙方二十四、加入多數戊丁己五得二十九。於甲戊丁丙方二十八、加入多數己一、亦得二十九。是知大數有二十九。用此六七兩小數各度四次之分也。以己一與戊丁己五相減餘戊丁四。以小數甲乙六與丙丁七相減餘一。以一除戊丁四仍得四。與甲丙相等。故甲丙爲度大數二十九之四次數也。若以比例言之。其兩小數相減所餘之一。乃度一次之較。兩多數相減所餘之戊丁四。乃度四次之較。故以一與度一次之比。即同於戊丁四與度四次之比也。又如有不知之一大數。用小數八度之少二數。用小數九度之少六數。則以兩少數相減、餘四。以八與九兩小數相減、餘一、爲較數除之。仍得四。即知兩小數各度四次也。今作點排之。其甲乙八即小數八。丙丁九即小數九。以甲乙八累四次。則爲甲乙己丙方三十二。內少二數爲乙庚。以丙丁九累四次。爲甲戊丁丙方三十六。內少六數爲乙庚丁戊。於甲乙己丙方三十二內減去少數乙庚二爲三十。於甲戊丁丙方三十六內、減去少數乙庚丁戊六亦爲三十。是知大數有三十。用此八、九兩小數各度四次之分也。以乙庚二、與乙庚丁戊六相減餘戊丁四。以小數甲乙八與丙丁九相減餘一。以一除戊丁四仍得四。與甲丙爲相等。故甲丙爲度大數三十之四次數也。其比例亦以兩小數相減所餘之較。比度一次之分。即同於兩少







數相減所餘之較。比度幾次之分也。復有不知之一大數。用兩小數度之。一小數度之而盡。一小數度之而不盡。（或有餘·或不足·）卽以不盡之數（或有餘之數·或不足之數·）用兩小數之較度之。卽得其度幾次之分。與大數之幾何。其理皆相同也。

第三十一

凡數自少至多。遞加之而各有定率者。謂之平加比例數也。夫平加之數。有每次遞加一者。爲挨次遞加之數。如一、二、三、四之類是也。有每次遞加二者。爲超位平加之數。如一、三、五、七之類是也。（或遞加三·或遞加四·或遞加五六·皆是一理·）有每次增一加者。爲按位相加之數。如一、三、六、十之類。其第二次加二、第三次加三、第四次加四是也。有每次增二加者。爲按位自乘之數。如一、四、九、十六之類。其第二次加三、第三次加五、第四次加七是也。復有一種倍加者。爲挨次倍加之數。如一、二、四、八之類。每次皆加二倍。又如一、三、九、二十七之類。每次皆加三倍是也。遞加之數雖多。按其條理求之。大抵不出此數端。今各列數分析於後。

第三十二

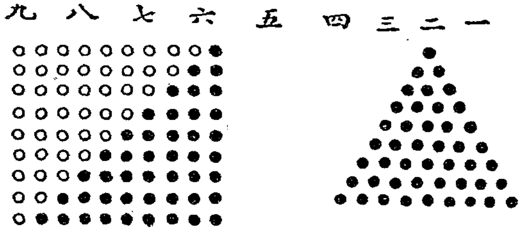
凡挨次遞加之數。將首數與末數相加。以位數乘之。所得之數折半。卽爲總數

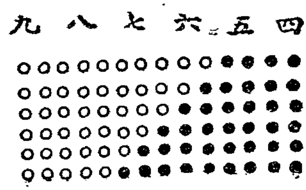
一	二	三	四
一	三	五	七

一	三	六	一〇
一	四	九	一六

一	二	四	八
一	三	九	二七

也。如一、二、三、四、五、六、七、八、九之九數。其每次所加之數爲一。將首數一與末數九相加得十。以位數九乘之得九十。折半得四十五。即是此九數之總數也。何也。夫挨次遞加之數、爲等邊三角平面形。而兩數相乘、即成四方形。今以位數九爲高。末數九爲底。相乘所得之正方形、其數八十一。較之總數則多。較之總數加倍之數又少。此所少即一行之數。爰知位數與底數相乘所得之數。比總數加倍之數少一行之數矣。既知挨次遞加之數爲三角形。而位數與底數相乘之數爲正方形。又知位數與底數相乘之數。幾等於總積加一倍之數。則合兩三角形之數。適當總積加一倍之方數矣。兩三角形所合。其底數必比高數大一數。故末數九爲底數者。加首數一。與高相乘。始成兩三角形所合之一方形焉。試將此九數作點排之。自上而下。上一下九。作爲直角三角形。復將此九數另作一直角三角形。合於原三角形之側。則成一長方形。其高即位數。其底即末數與首數相加之數。其積即爲總數加一倍之數也。

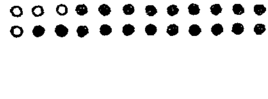




然則首數末數相加與位數相乘、爲總數之倍數可知矣．又如四、五、六、七、八、九之六數．欲知其總數．亦以首數四與末數九相加．得十三爲底．以位數六乘之、得七十八爲長方形．折半得三十九爲總數．其理與前同．若但知首數爲四．末數爲九不知位數．則視首數四以上至一虛幾位．今虛三位．故以三與末數九相減．餘六卽位數也．何也．凡自一遞加之數．其末數卽位數．今首數爲四．計自一是少三位矣．故用三卽爲所少之位數．於末數內減去所少之位．卽爲今之所有之位數也．

第三十三

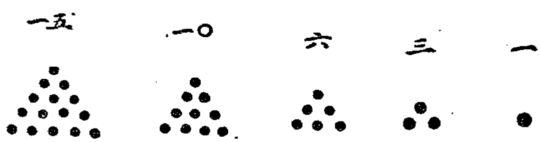
凡超位平加之數．亦將首數與末數相加．以位數乘之．得數折半爲總數也．如一、三、五、七、九、十一之六數．每次皆加二數． 將首數一與末數十一相加得十二．以位數六乘之得七十二．折半得三十六．爲此六位之總數也．蓋此超位平加之數．與挨次平加之理無異．其以首末兩數相加與位數相乘者．總欲得此總數之倍數．以便折半取之也．試將此六位之數作六層排之．上一下十一．以首末數相加得十二．而以位數乘之．則六層皆爲十二矣．上層本首數一加末數十一而成十二．下層本末數十一加首數一而成十二．是首數末數俱加倍矣．二層本第二數三加第五數九而成十二．五層本第五數九加第二數三而成十二．是第二數第五數俱加倍矣．三層本第三數五加第四數七而成十二．四層本第四數七加第三數五而成十二．是第三數第四數亦俱加倍矣．其每位之數皆倍．則相乘所得之數．豈非此總數之倍數乎．由此推之．每次加三



加四或加五加六以至加七加八加九之類。凡係超位平加之數。其理無不相同也。

第三十四

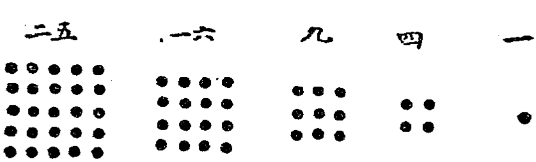
凡每次按位相加之數。將位數加二與末數相乘。取其三分之一。卽爲總數也。如一、三、六、十、十五之五數。其每次皆按位加之。如第二位於第一位一上加二爲三。第三位於第二位三上加三爲六是也。將位數五加二與末數十五相乘。得一百零五。以三除之得三十五。卽是此五數之總數也。如或止有位數。或止有每一邊數。求總數。則以位數加一與位數相乘得數。復以位數加二乘之。取其六分之一。卽得總數也。若止有每一邊數。卽以每一邊數加一與每邊數相乘。得數。復以邊數加以得之取其六分之一。得數亦同。葢每次按位相加之數。層疊排之。其式成等邊三角體。其末一數卽三角體底面數。而位數卽每一邊之數。今以位數加二爲高。末數爲底。相乘卽成平行面之三稜體。凡同底同高之平行面體。爲尖體之三倍。則此平行面三稜體內。必有等邊三角體之三倍。故以三除之卽得也。然必以位數加二爲高者何也。以三三角體相湊。乃成上下相等之平行面體。其高必比原有之位數多二層。兩三角面相合。比原位數多一層。今三三角體相合。故必比原位數多二得也。如止以位數爲高。卽少二層之數。而不足三三角體之分。故必以位數加二乘之也。其止有位數。或每一邊數。求總數。以位數加一與位數相乘。復以位數加二乘之。而用六除者何也。葢位數卽底面之每邊數。而



底面又爲等邊之三角面。今以邊數加一與邊數相乘。成長方面。爲三角體底面之倍數。即如前挨次遞加數之兩三角面相合所成之長方形也。凡等高之體。底數倍者積數亦倍。彼以位數加二乘三角體之底、所成之平行面三棱體既爲等邊三角體之三倍矣。今以位數加二、乘三角體之倍底所成之平行面長方體。又必爲等邊三角體之六倍矣。以兩三棱體相合。卽成長方體。一三棱體。爲三角體之三倍。則兩三棱體。必爲三角體之六倍矣。 故以六除平行面長方體之數。而得等邊三角體之數也。又或但知首數末數而不知位數。則以末數倍之用一爲較數開帶縱平方。卽得位數焉。蓋末數倍之者。卽兩三角面所合之長方也。其闊卽三角每邊數。其長比闊多一數。故用一爲較開帶縱平方。則得三角每邊之數。既得每邊數。卽得位數矣。

第三十五

凡每次按位自乘相加之數。將位數折半與末數相加。復以位數加一乘之。取其三分之一。卽爲總數也。如一、四、九、十六、二十五之五數。其每位之數。皆按位自乘之數。如第二位之四。卽二自乘數。第三位之九。卽三自乘數也。將位數五折半爲兩個半。與末數二十五相加得二十七個半。復以位數五加一爲六乘之。得一百六十五。以三除之。得五十五。卽爲此五數之總數也。如止有位數。或止有每一邊數。求總數。則以位數加半個。與位數相乘得數。復以位數加一乘之。取其三分之一。卽得總數也。 若只



有每一邊數。則以每一邊數加半個。以每二邊數相乘。得數。復以每邊數加一乘之。取其三分之一。得數亦同。蓋按位自乘相加之數層疊排之。其式成方底四角尖體。其末一數卽四角尖體底面數。而位數卽每一邊之數。今以位數折半與末數相加。則成長方面爲底。再以位數加一爲高乘之。卽成平行面之長方體。凡同底同高之平行面體爲尖體之三倍。則此平行面長方體內必有四角尖體之三倍。故以三除之卽得也。然必以位數折半與末數相加爲底。復以位數加一爲高者何也。蓋三四角尖體相湊。乃成上下相等之長方體。其底比正方面必多半行。其高必比原有之位數多一層。三等邊三角體相合。比三角體原位數多二層。今三方底四角尖體相合。比原位數止多一層。蓋因方底比三角底式大一倍。故四角體高。比三角體高所加之數減一半也。如止以末數爲底。則底必少半行之數。止以位數爲高。則高復少一層之數。必不足三四角尖體之分。故以末數加位數之半。而以位數加一乘之。適足三四角尖體之分也。其止有位數。或每一邊求總數。以位數加半個。與位數相乘。復以位數加一乘之。而用三除之者何也。蓋位數卽底面之每邊數。而底面又爲正方面。今以邊數加半個。與邊數相乘。成長方面。比正方止多半行之分。其理卽如求三角體總數。以邊數加一與邊數相乘。爲三角體底之倍數也。以位數加一與底面相乘。成長方體。比方底四角尖體大三倍。卽如求三角體總數。以位數加二與倍底相乘。爲三角體之六倍也。彼三角體底倍之爲長方。此四角體底數加半行卽爲長方。彼三角體總數六倍爲同邊長方體。此四角體總數三倍爲同邊長方體。故三角體以邊數加一與邊數相乘者。今四角體以邊數加半與邊數相乘。而三角體以位數加二爲高與倍底相乘者。今四角體以位數加一與本底加半行相乘。總之四角體底式比三角體底式大一倍。故立法

時三角體加數幾何。而此四角體皆用其半也。又或但知首數末數而不知位數。則以末數開平方。卽得位數焉。蓋末數本爲正方數。故開方卽得每邊數。既得每邊數。則得位數矣。

第三十六

凡每次倍加之數。將末數與加倍之數相乘。減去首數。復以所加之分數除之。卽得總數也。如二、四、八、十六四數。爲每次以二倍之之數。欲求其總數。則以末數十六用二乘之。（因以二倍之。故用二乘。）得三十二。減去首數二爲三十。復以其所加分數一除之。仍得三十。卽此四數之總數也。蓋以二加倍之數。其末一數。比前幾位之總數。止多一首數。故二乘末數。則比末數多一分。仍多一首數。故減去首數二。而以一除之。卽得總數也。又如三、九、二十七、八十一四數。爲每次以三倍之之數。欲求其總數。則以末數八十一用三乘之。（以三倍之。故用三。）得二百四十三。減去首數三。爲二百四十。復以其所加分數二除之。得一百二十。卽爲此四數之總數也。蓋以三加倍之數。其末一數爲前幾數之倍數。而仍多一首數。今三乘末數。則比末數多二分。仍多一首數。（三乘末數八十一。則爲八十一者有三。除本數八十一。仍爲多二分也。）故必減去首數三。而以二除之。卽得總數也。又如四、十六、六十四、二百五十六四數。爲每次以四倍之之數。欲求總

二	四	八	一六

三	九	二七	八一

四	一六	六四	二五六

數。則以末數二百五十六用四乘之。以四倍之。故用四。得一千零二十四。減去首數四。爲一千零二十。復以其所加分數三除之。得三百四十。爲此四數之總數也。蓋以四加倍之數。其末一數爲前幾數之三倍而仍多一首數。今四乘末數。則比末數多三分仍多一首數。四乘末數二百五十六。則爲二百五十六者有四。除本數二百五十六。仍爲多三分也。故必減去首數四。而以三除之。卽得總數也。凡此倍加之數。不論加倍幾何。皆爲相連比例之數。故其比例皆同。如遞加二倍之數。其四與八之比。同於二與四之比。卽八與十六之比。亦皆同於二與四之比也。又如遞加三倍之數。其九與二十七之比。同於三與九之比。卽二十七與八十一之比。亦皆同於三與九之比也。卽遞加四倍之數。其十六與六十四之比。同於四與十六之比。卽六十四與二百五十六之比。亦皆同於一與四之比也。總之以二倍加者。皆一與二之連比例。以三倍加者。皆一與三之連比例。以四倍加者。皆一與四之連比例。卽推之以五倍加六倍加者。其理亦無不相同也。

二	四		一六
三	九	二七	八一
四	一六	六四	二五六

數理精蘊下編卷一

首部一

度量權衡

虞書同律度量衡。蓋度量衡皆本於律。而律爲萬事之本也。漢志曰。度者分寸尺丈引。所以度長短也。本起於黃鐘之長。以子穀秬黍中者一黍之廣度之九十分黃鐘之長一爲一分。十分爲寸。十寸爲尺。十尺爲丈。十丈爲引。而五度審矣量者龠合升斗斛所以量多少也。本起於黃鐘之龠。以子穀秬黍中者千二百實其龠合龠爲合。十合爲升。十升爲斗。十斗爲斛。而五量嘉矣。權者銖兩斤鈞石。所以權輕重也。本起於黃鐘之重。一龠容千二百黍重十二銖。兩之爲兩。十六兩爲斤。三十斤爲鈞。四鈞爲石。而五權謹矣。通考曰。律度量衡並因秬黍散爲諸法。其率可通。外此則代不一名。度之異名者。如左傳注、方丈曰堵。三堵曰雉。長三丈・高一丈・易緯通卦驗、十馬尾爲一分。孫子算術曰。蠶所吐絲爲忽。十忽爲絲。十絲爲豪。十豪爲氂。十氂爲分。十分爲寸。十寸爲尺。十尺爲丈。小爾雅曰。跬、一舉足也。倍跬謂之步。四尺謂之仞。倍仞謂之尋。倍尋謂之常。五尺謂之墨。倍墨謂之丈。倍丈謂之端。倍端謂之兩。倍兩謂之疋。疋百謂之束。孔安國又以八尺爲仞。說文曰。人手却十分動脈爲寸口。十寸爲尺。周制寸咫尺尋常仞。皆以人體爲法。又曰。婦人手八寸謂之咫。周尺也。又曰。丈、丈夫也。周制以八寸爲尺。十尺爲丈。人長八尺。故曰丈夫。量之異名者。

如左傳齊舊四量豆區鬴鍾。四升曰豆。各自其四以登於鬴。六斗四升。鬴十則鍾。六十四斗。論語注、十六斗曰庾。十六斛曰秉。孫子算術曰六粟爲圭。十圭爲抄。十抄爲撮。十撮爲勺。十勺爲合。漢應劭又以四圭爲撮。孟康以六十四黍爲圭。小爾雅、一手之盛謂之溢。兩手謂之掬。掬四謂之豆。豆四謂之區。區四謂之釜。釜二有半謂之藪。藪二有半謂之缶。缶二謂之鍾。鍾二謂之秉。秉十六斛。衡之異名者。如漢志注、應劭曰十黍爲累。十累爲銖。小爾雅、二十四銖曰兩。兩有半曰捷。倍捷曰舉。倍舉曰鋝。鋝謂之鍰。二鍰四兩謂之斤。斤十謂之衡。衡有半謂之秤。秤二謂之鈞。鈞四謂之石。石四謂之鼓。通考、唐劉承珪以忽萬爲分。絲則千。豪則百。釐則十。轉以十倍倍之則爲一錢。黍以二千四百枚爲一兩。累以二百四十。銖以二十四。是則度量衡之名不一。故其爲制不同。而紛雜難用。然時易世殊。古今沿革。有必不可比而同者。故入算之際。不過取其大同者。以審不齊之物耳。要之度定於丈。量定於石。衡定於兩。大之而遞進於無窮。小之而遞析於不可測。爰悉其名目於左。以爲數學之所資焉。

度法丈以下曰尺。十寸。寸。十分。分。十釐。釐。十豪。豪。十絲。絲。十忽。忽。十微。微。十纖。纖。十沙。沙。十塵。塵。十埃。埃。十渺。渺。十漠。漠。以下皆以十析。模糊逡巡須臾瞬息彈指刹那六德虛空淸淨。

量法石以下曰斗。十升。升。十合。合。十勺。勺。十撮。撮。十抄。抄。十圭。圭。六粟。粟。

衡法兩以下曰錢。十分。分。十釐。釐。十豪。豪。十絲。絲。十忽。忽以下並與度法同。

凡度量衡自單位以上則曰十。百千。萬億。兆京。垓秭穰。溝澗正載極。恆河沙阿僧祇那由他。不可思議。無

量數.

自億以上有以十進者.如十萬曰億十億曰兆之類.有以萬進者.如萬萬曰億萬億曰兆之類.有以自乘之數進者.如萬萬曰億億億億曰兆之類.今立法從中數.

曆法則曰宮 三十度.度 六十分.分 六十秒.秒 六十微.微 六十纖.纖 六十忽.忽 六十芒.芒.六十塵.塵.

又有日 十二時.又爲二十四小時.時 八刻.又以小時爲四刻.刻 十五分.分以下與前同.

田法則曰頃 百畝.畝 積二百四十步.分 積二十四步.

里法則三百六十步計一百八十丈爲一里.古稱在天一度.在地二百五十里.今尺驗之.在天一度在地二百里.蓋古尺得今尺之十分之八.實緣縱黍橫黍之分也.

石法二千五百寸 按漢志曰.斛重二鈞.又曰四鈞爲石.是二斛爲一石也.古尺斛積一千六百二十寸.爲今尺之八百六十寸有奇.倍之.得古尺石積三千二百四十寸.爲今尺之一千七百二十寸有奇.以權法準之.石重一百二十斤.求其積.古尺應得三千一百一十寸.爲今尺之一千六百五十寸有奇.今之權法又加古一倍.則今尺石積應得三千三百寸有奇.今現行斛積爲一千五百八十寸.石積爲三千一百六十寸.舊算書所載.數各不同.而多以二千五百寸爲率.總之古今尺度不同.古今量法亦不一.須先求其斗斛之積數.然後用其積數以比例之.方得密合.今設例從舊數.

命位

凡數視所命單位爲本。如度法命丈爲單位。則尺寸分釐皆爲奇零。命尺爲單位。則寸以下爲奇零。而丈則進而爲十。若命寸爲單位。則分以下爲奇零。而尺則進而爲十。丈則進而爲百。量法命石爲單位。則斗升合勺皆爲奇零。命斗爲單位。則升以下爲奇零。而石則進而爲十。若命升爲單位。則合以下爲奇零。而斗則進而爲十。石則進而爲百。衡法命兩爲單位。則錢分釐毫皆爲奇零。命錢爲單位。則分以下爲奇零。而兩則進而爲十。若命分爲單位。則釐以下爲奇零。而錢則進而爲十。兩則進而爲百。故凡列數。單爲一位。十爲二位。百爲三位。千爲四位。萬爲五位。如有數一萬二千三百四十五。則以單位爲末。向前列之。共有五位。卽知此數首位是萬矣。至於曆法宮度分秒日時刻分之定位。則每項命兩位。如宮曰幾十幾宮。度曰幾十幾度。分曰幾十幾分之類。蓋因秒以六十而進分。分以六十而進度。度以三十而進宮。故常例一位卽命一等者。宮度時刻。則兩位命爲一等。而每一等有十單之別焉。此又命位之最要者也。

凡數未至單位者。必須作〇以存其位。如有數一萬二千三百四十丈。則補作〇以存單位。如下式。　又如有數一萬二千丈。則補作〇〇〇以存百十單之位。如下式。

一	二	三	四	〇
一	二	〇	〇	〇

凡數單位後有奇零者。必作點於單位上以誌之。如有金三百四十五兩六錢七

分。命兩爲單位。則於五上作點誌之。如下式。又如有米六石五斗四升三合。命石爲單位。則於六上作點誌之。如下式。

凡列衆數幾多位。中有空者。必作〇以存其位。如有數二萬零四百五十六。此中千位無數故必作〇於萬後百前以存其位。如下式。又如有數一萬零三十四此中千位百位俱無數。故補作兩〇於萬後十前以存其位。如下式。

凡宮度分秒。皆兩位列之。如有一十一宮二十度三十二分四十五秒。列位如下式。又如日時刻分列位。日時分則兩位。刻止一位列之。如二十一日一十八時三刻零二分。列位如下式。

三	四	五	六	七
	六	五	四	三

二	〇	四	五	六
一	〇	〇	三	四

十	宮	十	度	十	分	十	秒
一	一	二	〇	三	二	四	五

十	日	十	時	刻	十	分
二	一	一	八	三	〇	二

加減乘除

算法以加減乘除爲八門。然究其終。雖至於千變萬化。總不出乎此。但用法不同耳。或應取其相和之數則用加。或應取其相較之數則用減。或應聚而總其積則用乘。或應散而取其分則用除。又有先加而後減者。或先減而後加者。有先乘而後除者。或先除而後乘者。又有加減與乘除先後互用者。古稱九章命算。自方田以至勾股。數有繁簡。理有顯晦。法有淺深。算有難易。然何一不從加減乘除而得。故淺言之則算法之八門。究言之實算法之全體也。

加法

加者合衆數而成總也。葢數始於一。終於九。至十又復爲一。等而上之。十百千萬。以至億兆京垓。皆得名之爲一。卽皆自一而加者也。今自一位言之。有自一至九之數。合前後之位言之。有單十百千萬之等。先自單數加起。成十則進前一位。仍爲一。以單數紀本位下。挨次併之。卽得總數。若夫宮度時刻斤兩之類。則不以十進。必足其所命之分。始進一位。如宮度足六十分進一度・足三十度進一宮・如時刻足十五分進一刻・足四刻進一時・足二十四時進一日・如斤兩足十六兩進一斤之類・至於定位。則以原數列於上。加數列於下。或大數列於上。小數列於下。按法依次對位列之。加畢、所得之數。依原列之位定之。

設如有數一萬二千三百四十五。與六千七百八十九相加。

法以原數橫列於上。加數橫列於下。按位相對加之。如九與五相對・單從單・八與四相對・十從十・百千萬數・俱各從其類・單位之五九相加得十四。進十於前位。爲一誌之。作一點於前位爲誌・如進二十則作二點・如進三十則作三點・本位紀四。書於橫格下・次十位之四八相加得十二。併所進之一爲十三。復進十於前位爲一誌之。本位紀三。次百位之三七相加得十。併所進之一爲十一。復進十於前位爲一誌之。本位紀一。次千位之二六相加得八。併所進之一爲九。於是本位紀九。至於萬位獨有原數。無可加。則仍紀一。所加之數。共得一萬九千一百三十四。卽總數也。

一	二	三	四	五
	六	七	八	九
一	九	一	三	四

設如有數一萬四千五百四十五．與一萬七千三百五十相加．

法以原數橫列於上．加數橫列於下．加數內單位無數．故作〇以存其位．仍按位相對加之．單位之五對〇無可加．仍紀五．次十位之四五相加得九．本位紀九．次百位之五三相加得八．本位紀八．次千位之四七相加得十一．進十於前位爲一誌之．本位紀一．次萬位之一與一相加得二．併所進之一爲三．於是本位紀三．所加之數．共得三萬一千八百九十五．卽總數也．

一	四	五	四	五
一	七	三	五	〇
三	一	八	九	五

設如有二十三丈零五寸六分．與二丈八尺六寸二分相加．

法以原數橫列於上．加數橫列於下．原數內尺位無數．故作〇以存其位．仍按位相對加之．分位之六二相加得八．本位紀八．次寸位之五六相加得十一．進十於前位爲一誌之．本位紀一．次尺位之八對〇無可加．乃併所進之一爲九．本位紀九．次丈位之三二相加得五．本位紀五．至於十位獨有原數．無可加．則仍紀二．所加之數．共得二十五丈九尺一寸八分．卽總數也．

十	丈	尺	寸	分
二	三	〇	五	六
	二	八	六	二
二	五	九	一	八

設如有糧四萬五千零三十一石．與三千零九十石相加．

法以原數橫列於上．加數橫列於下．原數內百位無數．加數內百位單位俱無數．故各作〇以存其位．仍按位相對加之．石位

萬	千	百	十	石
四	五	〇	三	一
	三	〇	九	〇
四	八	一	二	一

之一對〇無可加仍紀一。次十位之三九相加得十二。進十於前位爲一誌之。本位紀二。次百位〇與〇無可加。則以所進之一爲本位數。故下紀一。次千位之五三相加得八。本位紀八。至於萬位獨有原數。無可加。則仍紀四。所加之數。共得四萬八千一百二十一石。卽總數也。

設如有銀八兩六錢五分四釐。與四兩零六分二釐相加。

法以原數橫列於上。加數橫列於下。加數內錢位無數。故作〇以存其位。仍按位相對加之。釐位之四二相加得六。本位紀六。次分位之五六相加得十一。進十於前位爲一誌之。本位紀一。次錢位之六對〇無可加。乃併所進之一爲七。本位紀七。次兩位之八四相加得十二。進十於前位爲一誌之。本位紀二。至於十位無數。則紀所進之一爲一。所加之數。共得十二兩七錢一分六釐。卽總數也。

設如有田三區。一區五百九十二畝三分。一區八百五十五畝九分。一區七百八十二畝五分。相加。

法以田三區按位橫列。相對加之。分位之三九五相加得十七。進十於前位爲一誌之。本位紀七。次畝位之二五二相加得九。併所進之一爲十。進十於前位爲一誌之。本位紀〇。次十位之九五八相加得二十二。併所進之一爲二十三。進二十於前位爲二誌之。本位紀三。次百位之五八七相加得二十。併所進之二爲二十二。進二十

十	兩	錢	分	釐
	八	六	五	四
	四	〇	六	二
一	二	七	一	六

千	百	十	畝	分
	五	九	二	三
	八	五	五	九
	七	八	二	五
二	二	三	〇	七

於前位爲二誌之本位紀二至於千位無數則紀所進之二爲二所加之數共得二千二百三十畝零七分即總數也

設如有銀九宗一宗八千八百五十二兩一宗三千二百一十一兩一宗五百二十兩一宗九百三十八兩一宗二千五百九十兩一宗一千二百一十五兩一宗二千五百一十八兩一宗五千三百六十六兩一宗四千三百七十二兩相加

法因九宗數繁難加故分爲三次三次復併爲一次則得共數其八千八百五十二兩三千二百一十一兩五百二十兩相併則得一萬二千五百八十三兩其九百三十八兩二千五百九十兩一千二百一十五兩相併則得四千七百四十三兩其二千五百一十八兩五千三百六十六兩四千三百七十二兩相併則得一萬二千二百五十六兩既得三總數又將三數併之得二萬九千五百八十二兩即九宗共數也

設如九宮二十度三十分二十六秒與六宮一十八度二十分五十秒相加

法以原數橫列於上加數橫列於下其每項各命兩位仍按各

	八	八	五	二
	三	二	一	一
		五	二	〇
一	二	五	八	三

		九	三	八
	二	五	九	〇
	一	二	一	五
	四	七	四	三

	二	五	一	八
	五	三	六	六
	四	三	七	二
一	二	二	五	六

一	二	五	八	三
	四	七	四	三
一	二	二	五	六
二	九	五	八	二

位相對加之秒之單位六對〇無可加仍紀六秒之十位二五相加得七十乃以六十秒進一分誌於分之本位秒之十位紀一次分之單位〇與〇無可加則以所進之一爲本位數故下紀一次分之十位三二相加得五故下紀五次度之單位八對〇無可加仍紀八次度之十位二一相加得三十乃以三十度進一宮誌於宮之本位度之十位紀〇次宮之本位九六相加得十五併所進之一爲十六因十二宮滿一周天故逢十二去之餘四故下紀四所加之數共得四宮八度五十一分一十六秒卽總數也

設如一日一十五時二刻八分與一日一十二時三刻九分相加

法以原數橫列於上加數橫列於下日時分則合兩位共加刻則仍命以單位蓋以四刻進一小時故也分位之八與九相加得十七十五分進一刻故於刻之本位下誌一餘二故單位下紀二十位下紀〇次刻位之二與三相加得五併所進之一爲六四刻進一時故於時之本位下誌一餘二故本位紀二次時之單位五二相加得七併所進之一得八時之十位一與一相加得二共爲二十八二十四時進一日故於日之本位下誌一餘四故時之單位下紀四十位下紀〇次日之單位一與一相加得二併所進之一爲三故下紀三所加之數共得三日四時二刻二分卽總數也

設如有物重三十四斤十五兩五錢與二十一斤十四兩三錢相加

宮	十	度	十	分	十	秒
九	二	〇	三	〇	二	六
六	一	八	二	〇	五	〇
四	〇	八	五	一	一	六

日	十	時	刻	十	分
一	一	五	二	〇	八
一	一	二	三	〇	九
三	〇	四	二	〇	二

法以原數橫列於上.加數橫列於下.其錢位斤位.與斤之十位.仍皆按位相對加之.兩位與兩之十位.則合其數共加之.兩以十六方進一斤.故合而加之.如列數有兩數無十數者.仍作〇以存十兩之位. 錢位之五三相加得八本位紀八.兩位之原數十五加數十四相加.共得二十九.則進十六兩於前斤位爲一誌之.其所餘十三兩.則於兩位紀三.十位紀一.次斤位之四一相加得五.併所進之一爲六.本位紀六.次十位之三二相加得五.本位紀五.所加之數.共得五十六斤十三兩八錢.即總數也.

十	觔	十	兩	錢
三	四	一	五	五
二	一	一	四	三
五	六	一	三	八

減法

減者。較衆數而得餘也。凡以少減多。以小減大。原有之數書於上。應減之數書於下。橫列必對其位。相減必從其類。如千減千百減百之類。如或下數大於上數不足減。則借前位之一以減本位。加法由後而進前。減法則借前而退後。其理一也。詳見設如中。前位作一點以誌之。既得本位。則前位所借之一。併於前數而爲減數。然兩數相減。必先辨其多寡。首位必大於減數始可。其定位亦照原列之次爲減餘位。

設如有數五萬六千七百八十九內減四萬三千六百四十二。

法自單位減起。單位之九減二餘七。故下紀七。十位之八減四餘四。故下紀四。百位之七減六餘一。故下紀一。千位之六減三餘三。故下紀三。萬位之五減四餘一。故下紀一。所減之數得一萬三千一百四十七。即餘數也。

五	六	七	八	九
四	三	六	四	二
一	三	一	四	七

設如有數二萬三千六百七十二內減一萬六千四百八十一。

法自單位減起。單位之二減一餘一。故下紀一。十位之七減八。爲下大於上。則借前位之一。前位下作一點爲誌。作本位之十。共十七。減八餘九。故下紀九。百位之六減四。併十位所借之一。則爲六減五。餘一。故下紀一。千位之三減六。爲下大於上。則借前位之一。前位亦作一點爲誌。作本位之十。共十三。減六餘七。故下紀七。萬位之

二	三	六	七	二
一	六	四	八	一
〇	七	一	九	一

二減一。併千位所借之一。則爲二減二。恰盡。故下紀○。所減之數。得七千一百九十一。卽餘數也。

設如有六丈七尺八寸九分一釐。內減三丈四尺五寸九分九釐。

法自釐位減起。釐位之一減九。爲下大於上。則借前位之一。前位下作一點爲誌。作本位之十。共十一。減九餘二。故下紀二。分位之九減九。併釐位所借之一。則爲九減十。亦爲下大於上。故復借前位之一。前位下作一點爲誌。作本位之十。共十九。減十餘九。故下紀九。寸位之八減五。併所借之一。則爲八減六。餘二。故下紀二。尺位之七。減四餘三。故下紀三。丈位之六減三餘三。故下紀三。所減之數。得三丈三尺二寸九分二釐。卽餘數也。

設如有米六十五石四斗三升二合。內減四十六石二斗七升三合。

法自合位減起。合位之二減三。爲下大於上。則借前位之一。前位下作一點爲誌。作本位之十。共十二。減三餘九。故下紀九。升位之三減七。併合位所借之一。則爲三減八。爲下大於上。則借前位之一。前位下作一點爲誌。作本位之十。共十三。減八餘五。故下紀五。斗位之四減二。併升位所借之一。則爲四減三。餘一。故下紀一。石位之五減六。爲下大於上。則借前位之一。前位下作一點爲誌。作本位之十。共十五。減六餘九。故下紀九。十位之六減四。併所借之一。則爲六減五。餘一。故下紀一。所減之數。得十九石

丈	尺	寸	分	釐
六	七	八	九	一
三	四	五·	九·	九
三	三	二	九	二

十	石	斗	升	合
六	五	四	三	二
四·	六	二·	七·	三
一	九	一	五	九

一斗五升九合.即餘數也.

設如有銀十五兩三錢六分七釐.內減九兩二錢三分四釐.

法自釐位減起.釐位之七.減四餘三.故下紀三.分位之六.減三餘三.故下紀三.錢位之三.減二餘一.故下紀一.兩位之五.減九.爲下大於上.則借前位之一(前位下作一點爲誌).作本位之十.共十五.減九餘六.故下紀六.十位之一.減兩位所借之一.恰盡.故下紀〇.所減之數.得六兩一錢三分三釐.即餘數也.

設如七宮一十八度二十七分五十二秒.內減九宮二十一度三十五分四十三秒.

法自秒位減起.秒之單位二.減三.爲下大於上.則借前位之一(前位下作一點爲誌).作本位之十.共十二.減三餘九.故下紀九.秒之十位五.減四.併所借之一.則爲五.減五.恰盡.故下紀〇.分之單位七.減五餘二.故下紀二.分之十位二.減三.爲下大於上.則借度位之一.爲六十分(度位下作一點爲誌).六十分與原二十分.共爲八十分.內減三十分.餘五十分.故下紀五.度之單位八.減一.併所借之一.則爲八.減二.餘六.故下紀六.度之十位一.減二.爲下大於上.則借宮位之一.爲三十度(宮位下作一點爲誌).三十度與原十度.共爲四十度.內減二十度.餘二十度.故下紀二.宮之單位七.減九.併所借之一.則爲七.減十.爲下大於上.則外借一周天.爲十二宮.十二宮與原七宮.共爲十九宮.內減十宮.餘九宮.故下紀九.所減之數.得九宮二十六度五十二分九秒.即

十	兩	錢	分	釐
一	五	三	六	七
	九	二	三	四
〇	六	一	三	三

十	宮	十	度	十	分	十	秒
	七	一	八	二	七	五	二
	九	二	一	三	五	四	三
	九	二	六	二	五	〇	九

餘數也。

設如一十二日二十二時三刻零九分。內減一十一日二十三時三刻十分。

法自分位減起。日位刻位俱各按單位相減。其分位時位則合兩位減之。分位之九減十。爲下大於上。則借刻位之一爲十五分。刻之本位下作一點爲誌。十五分與原九分共爲二十四分。內減十分。餘十四分。故分之單位紀四分之十位紀一。刻之本位三減三。併所借之一。則爲三減四。爲下大於上。則借時位之一爲四刻。時之單位下作一點爲誌。四刻與原三刻。共爲七刻。內減四刻。餘三刻。故本位下紀三。時位之二十二減二十三。併所借之一。則爲二十二減二十四。爲下大於上。則借日位之一爲二十四時。日之本位下作一點爲誌。二十四時與原二十二時。共爲四十六時。內減二十四時。餘二十二時。故時之單位下紀二。時之十位下亦紀二。日位之二減一。併所借之一。則爲二減二。恰盡。故下紀○。日之十位之一減一。恰盡。故亦紀○。所減之數得二十二時三刻一十四分。卽餘數也。

設如有物十五斤零四兩八錢。內減十二斤十二兩三錢。

法自錢位減起。錢位之八減三。餘五。故下紀五。兩位之四減二。似非下大於上。然原數兩之十位爲○。十六兩爲一斤。故作○於斤後兩前。以存十兩之位。而減數兩之十位爲一。則爲四兩減十二兩。亦爲下大於上。故借斤位之一爲十六兩。斤位下作一點爲

十	日	十	時	刻	十	分
一	二	二	二	三	○	九
一	一	二	三	三	一	○
○	○	二	二	三	一	四

十	觔	十	兩	錢
一	五	○	四	八
一	二	一	二	三
○	二	○	八	五

訣。十六兩與原四兩。共爲二十兩。內減十二兩。餘八兩。故兩之單位紀八。十位紀〇。斤位之五減二併所借之一。則爲五減三。餘二。故下紀二。十位之一減一。恰盡。故下紀〇。所減之數。得二斤零八兩五錢。卽餘數也。

因乘

因乘者生數也。以數生數。有生生不已之義焉。凡有幾數。彼此按次加之。爲得總數。然所加之次數多則必至於煩而無統。此因乘之所以立也。因者一位相因而得。如二因三而成六。四因二而成八也。乘者多位相乘而得。如兩位以上。則各以每位所因之數而又層累以積之也。其法以原數爲實。乘數爲法。實列於上。法列於下。必使法實相當。如千對千百對百十對十單對單之類。按法乘實。合而加之。爲所得數。定位之法。視其法實所命之單位後有奇零與否。如無奇零。則實中所命之單位相對。卽法尾之數。若有奇零。則法實相乘者。法實之一位。統得數之二位。如單位後奇零有一位。則截得數之二位。奇零有二位。則截得數之四位。向前爲單位計之。法實相乘再以法乘者。卽自乘再乘也。法實之一位。統得數之三位。如單位後奇零有一位。則截得數之三位。奇零有二位。則截得數之六位。向前爲單位計之。是故得數以一位論者。則爲單十百千之類。以兩位論者。則爲自乘之類。以三位論者。則爲自乘再乘之類。錯綜交互。用法不一。必須臨題詳審。求其無誤。始爲得之。具見設如於左。

設如有三人。每人賞緞二疋。問共得幾疋。

法以三人爲實。列於上。二疋爲法。列於下。以二因三得六。卽書於本位下。定位以實之三人卽是單位。而法又止一位。爲疋。今得數之六與實之單位相對。故知六是疋位。得共數爲六疋也。

三
二
——
六

設如有八人每人賞米六石。問共得幾石。

法以八人爲實列於上。六石爲法列於下。以六因八得四十八。將四書於前位下。前位爲十位。故十數紀前位下。八書於本位下。本位爲單位。故單數紀本位下。定位以實之八人。即是單位。而法亦止一位。爲石。今得數之八。與實之單位相對。即知八是石位。而四在石之前一位。故知四是十位。得共數爲四十八石也。

設如有一十二人每人賞銀五兩。問共得幾兩。

法以一十二人爲實列於上。五兩爲法列於下。命兩位與人之單位相齊。先以五乘二得一十。將十進前一位作一點誌之。紀○於本位下。此數無單。故下紀○。次以五乘一仍得五。併所進之一爲六。故書六於本位下。一雖爲十位。而以五乘一。則一下爲本位矣。共得六○。定位因實之單位對法之兩位。而得數之○與實之單位相對。故知○爲兩位。而六爲十位。得共數爲六十兩也。

設如有二十四人每人賞銀三兩六錢。問共得幾兩。

法以二十四人爲實列於上。三兩六錢爲法列於下。命錢位與人之單位相齊。乃以法之六遍乘實之二四。其所得之單位數。即對本法位下書之。六乘四得二十四。將二十進前一位作二點誌之。四書於本位下。次以六乘二得一十二。將十進前一位爲一書之。二併所進之二爲四。故書四於本位下。二雖爲十位。而以六乘二。則二下即爲

八
六
四八

一二
五
六○

二四
三六
一四四
七二
八六四

本位矣。法之六既與實乘畢。次以法之三遍乘實之二四。其所得之單位數。即對本法位下書之。三乘四得一十二。將十進前一位作一點誌之。二書於本位下。次以三乘二得六。併所進之一爲七。故書七於本位下。法之三又與實乘畢。乃用加法併之。共得八六四。總書於下。定位以實尾之四係四八爲單位。而法尾爲錢。今得數末位之四與實之單位相對。即知四是錢位。二位爲兩。三位爲十兩。得共數爲八十六兩四錢也。

設如有田三百六十畝。每畝納糧三升五合。問共得若干。

法以三百六十畝爲實。列於上。三升五合爲法。列於下。實之單位無數。則補〇以存其位。命合位與畝之單位相齊。乃以法之五遍乘實之三六〇。其所得之單位數。即對本法位下書之。五乘〇仍爲〇。故下紀〇。五乘六得三十。將三十進前一位作三點誌之。本位紀〇。五乘三得一十五。將十進前一位爲一書之。五併所進之三爲八。故書八於本位下。又以法之三遍乘實之三六〇。其所得之單位數。即對本法位下書之。三乘〇仍爲〇。故下紀〇。三乘六得一十八。將十進前一位作一點誌之。八書於本位下。三乘三得九。併所進之一爲十。故進前一位爲一書之。本位紀〇。乘畢用加法併之。共得一二六〇〇。總書於下。定位以實尾之〇係單位。法尾是合。今得數末位之〇與實之單位相對。即知末位之〇是合。前一位是升。向前數至首位得十石。因知共數爲一十二石六斗也。

```
    三六〇
     三五
  ――――――
   一八〇〇
  一〇八〇
  ――――――
  一二六〇〇
```

設如有田三頃五十畝。每頃納糧一石二斗三升。問共得若干。

法以三頃五十畝爲實列於上。因畝位無數。故作〇以存其位。一石二斗三升爲法列於下。命石位與頃之單位相齊。題中言每頃納一石。故石與頃對爲單位。乃以法之三遍乘實之三五〇。其所得之單位數。即對本法位下書之。三乘〇。仍得〇。故下紀〇。次以三乘五得一十五。將十進前一位作一點誌之。五書於本位下。次以三乘三得九。併所進之一爲十。故進前一位爲一。書之本位紀〇。又以法之二遍乘實之三五〇。其所得之單位數。即對本法位下書之。二乘〇仍得〇。故下紀〇。二乘五得一十。將十進前一位作一點誌之。本位紀〇。二乘三得六。併所進之一爲七。故書七於本位下。又以法之一遍乘實之三五〇。其所得之單位數。即對本法位下書之。一乘〇。仍得〇。一乘五仍得五。一乘三仍得三。俱各書於本位下。乘畢用加法併之。共得四三〇五〇。總書於下。定位因每頃納糧一石二斗三升。即命頃爲單位。而石亦爲單位。其後二位則爲奇零。凡法實之奇零有一位則統得數之兩位。今奇零既有二位。則統得數之四位。故從後截去四位。而第五位定爲石。因知共數爲四石三斗零五合也。

設如有金三十六兩。每兩價銀九兩九錢八分。問共價幾何。

法以三十六兩爲實列於上。九兩九錢八分爲法列於下。實中錢位分位俱無數。則補作〇〇以存其位。命分位與分位相齊。乃以法之八遍乘實之三六〇〇。先以八

```
    三五〇
    一二三
  一〇五〇
   七〇〇
  三五〇
四三〇五〇
```

```
    三六〇〇
     九九八
  二八八〇〇
 三二四〇〇
三二四〇〇
三五九二八〇〇
```

乘〇〇仍得〇〇故下紀〇〇次以八乘六得四十八將四十進前一位作四點誌之八書於本位下次以八乘三得二十四將二十進前一位爲二書之四併所進之四爲八故書八於本位下又以法之九遍乘實之三六〇〇先以九乘〇〇仍得〇〇故下紀〇〇次以九乘六得五十四將五十進前一位作五點誌之四書於本位下次以九乘三得二十七將二十進前一位作二點誌之七併所進之五爲十二十又進前一位爲一併所誌之二爲三故前位書三本位書二又以法之九遍乘實之三六〇〇先以九乘〇〇仍得〇〇故下紀〇〇次以九乘六得五十四將五十進前一位作五點誌之四書於本位下次以九乘三得二十七將二十進前一位作二點誌之七併所進之五爲十二十又進前一位爲一併所誌之二爲三故前位書三本位書二乘畢用加法併之共得三五九二八〇〇定位因題言每兩價銀九兩九錢八分爰以兩爲單位其後二位則爲奇零奇零既有二位則統得數之四位故從後截去四位而第五位定爲兩第六位爲十第七位爲百因知共數爲三百五十九兩二錢八分也

設如有物二十六斤求兩數

法以二十六斤爲實列於上以每斤十六兩爲法列於下乃以法之六遍乘實之二六其所得之單位數即對本法位下書之六乘六得三十六將三十進前一位作三點誌之六書於本位下次以六乘二得一十二將十進前一位爲一書之二併所進之三爲五故書五於本位下又以法之一遍乘實之二六其所得之單位數即對本法位下書之一乘六仍得六故下書六次以一乘二仍得二故下書二乘畢用加法併之得四一六定位

	二	六
	一	六
一	五	六
二	六	
四	一	六

因實尾是單位。而法尾又是兩位。故得數末位之六卽爲單位爲兩。而前一位爲十。又前一位爲百。因知得數爲四百一十六兩也。

又法。斤求兩身加六。名爲定身加法。蓋以十六兩之十爲一。乘之仍得原數。故以本身加六卽得。如二十六斤。則從首位加起。二六加一十二。將一對實之十位。二對實之單位下書之。又六六加三十六。則三對實之單位而六對實之單位後一位書之。用加法相併得四一六。定位以原斤數之後一位爲兩。今得數末位之六。在原斤數之後一位。卽知是兩。因知得數爲四百一十六兩也。

二	六	
一	二	
	三	六
四	一	六

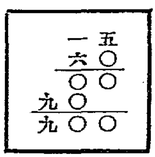
設如周天三百六十度。每度六十分。問共得若干分。

法以三百六十度爲實。列於上。以六十分爲法。列於下。因單位俱無數。故各作〇以存其位。乃以法之〇。遍乘實之三六〇。仍皆得〇。故各紀〇於各位下。又以法之六。遍乘實之三六〇。其所得之單位數。卽對本法位下書之。六乘〇仍得〇。故本位下紀〇。次以六乘六得三十六。將三十進前一位作三。點誌之。六書於本位下。次以六乘三得一十八。將十進前一位作一。點誌之。八併所進之三爲十一。十又進前一位爲一。併所誌之一爲二。故前位書二。本位書一。乘畢用加法併之。共得二一六〇〇。定位以實之末位是單位。法之末位是分。今求分數。故得數末位之〇。卽是分之單位。向前數至首位得萬。因知共數爲二萬一千六百分也。

		三	六	〇
			六	〇
		〇	〇	〇
二	一	六	〇	
二	一	六	〇	〇

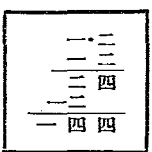
設如有驗時儀墜子。來一秒往一秒。今十五分。問共得來往幾秒。

法以十五分爲實列於上。以每分六十秒爲法列於下。乃以法之〇遍乘實之一五。仍皆得〇。故各紀〇於本位下。又以法之六遍乘實之一五。其所得之單位數。卽對本法位下書之。六乘五得三十。將三十進前一位作三點誌之。本位紀〇。次以六乘一。仍得六。倂所進之三爲九。故書九於本位下。定位以實之末位是單位。法之末位是秒。今求秒數。故得數末位之〇。卽是秒之單位。其前一位爲十。又前一位爲百。因知共數爲九百秒也。



設如一尺二寸自乘求積。以本數乘本數。故爲自乘。

法以一尺二寸互爲法實列於上下。乃以法之二遍乘實之一二。其所得之單位數。卽對本法位下書之。二乘二得四。故下書四。次以二乘一。仍得二。故下書二。又以法之一遍乘實之一二。其所得之單位數。卽對本法位下書之。一乘二。仍得二。故下書二。次以一乘一。仍得一。故下書一。乘畢用加法倂之。共得一四四。定位因自乘數成平方面。其每一尺正方面容積一百寸。故百寸爲尺。百尺爲丈。俱以兩位命之。今實之末位爲寸。卽命爲單位。法之末位是寸。得數末位之四與實之單位相對。卽知爲寸位。向前第二位爲十寸。第三位爲百寸。既以百寸爲尺。卽知得數爲一尺四十四寸也。若命尺爲單位。則於尺上命位。其後一位爲奇零。故於得數內從末截去二位。以第三位爲尺。蓋自乘乃兩數相乘。兩數既各有一位零數。故截去兩



位算也．今得數有三位．卽知首位爲一尺．首位旣爲尺．末位又旣爲寸．則中一位爲十寸可知矣．

設如一尺二寸自乘再乘求積．以本數乘本數．所得之數．又以本數乘之．故謂之自乘再乘．

法先以一尺二寸互爲法實．按法自乘得一尺四十四寸．又以一尺四十四寸爲實．復以一尺二寸爲法．按法乘之．共得一七二八．定位因自乘再乘數成立方體．其每一尺正方體容積一千寸．故以千寸爲尺．千尺爲丈．俱以三位命之．今實之末位爲寸．卽命爲單位．法之末位是寸．得數末位之八與實之單位相對．卽知爲寸．位向前第二位爲十寸．第三位爲百寸．第四位爲千寸．旣以千寸爲一尺．卽知得數爲一尺七百二十八寸也．若命尺爲單位．則於尺上命位．其後一位爲奇零．故於得數內從末截去三位．以第四位爲尺．蓋自乘再乘．乃以三數相乘．三數既各有一位零數．故截去三位算也．今得數有四位．卽知首位爲一尺．首位旣爲尺．末位又旣爲寸．則中二位爲十寸百寸可知矣．

		一	二
		一	二
		二	四
	一	二	
	一	四	四
		一	二
	二	八	八
一	四	四	
一	七	二	八

歸除

歸除者分數也。以數分數。有各得均齊之義焉。凡有兩數。以此數減彼數。減得幾次。卽爲所得。然所減之次數多。則益至於紛而難紀。此歸除之所以立也。歸者。一位歸之而得。如歸作幾分而均分之也。除者多位除之而得。蓋以所得之數與法相因。而於實內除去也。其法以原數爲實。橫列於下。除數爲法。橫列於上。法之小於實者。法之首位與實之首位列齊。法之大於實者。則法比實退一位。看實足法幾倍。卽爲得數。自法之末位上紀所得之數。既得數。乃以所得與法相因。書於實下。與實相減。餘者卽爲次商實。依次按法歸除。以恰盡爲度。減餘者。乃所得與法相因之數在實中所減者。其數每與法位相對。卽初商之餘實也。至於實位所餘之數。則每次取下一位。續於減餘之末。以爲每商之實。若實無餘位而歸除仍未盡者。則按位添〇以紀之。如實不足法之一倍者。則得數爲〇。定位之法。以法中所命單位。與原實相對之數。爲所得之首位數。若實之位數少於法者。則作幾〇位以補足法。然後位數一覽卽明。至於一位歸除捷法。則竟以原數書於上。就身用幾分分之。得數書於下。其定位仍照原列之位定之。具見設如於左。

設如有緞六疋。令三人分之。問每人得幾疋。

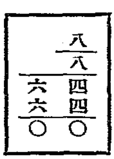
法以六疋爲實。列於下。三人爲法。列於上。今法與實俱爲單位。而法比實小。故列法與實相齊。爰看實足法幾倍。今足二倍。故書二於法上。乃以得數之二與法之三相因得六。書於實下。與實相減恰盡。卽得數爲二疋也。定位因法之三人。卽爲單位而

二
三六
六
〇

實亦止一位爲疋。是法之單位。與實之疋位相對。故得數爲二疋也。

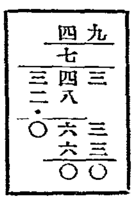
設如有米六十四石。令八人分之。問每人得幾石。

法以六十四石爲實。列於下。八人爲法。列於上。因法之八。大於實之首位之六。故將法退一位書之。爰看實足法幾倍。今足八倍。故書八於法上。乃以得數之八。與法之八相因。得六十四。書於實下。其所得單位數。即對得數之本位下書之。與實相減恰盡。即得數爲八石也。定位因法之八人。即爲單位。而與實之石位相對。故得數爲八石也。



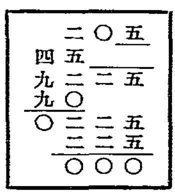
設如有銀三百四十三兩。令七人分之。問每人得幾兩。

法以三百四十三兩爲實。列於下。七人爲法。列於上。因法之七。大於實之首位之三。故將法退一位書之。爰看實足法幾倍。今實前兩位爲三四。足法之四倍。何以知其足法之四倍。蓋實之三十四內。足法之七之四倍。爲二十八。如法之七之五倍。則爲三十五。比實則大矣。故書四於法上。乃以得數之四。與法之七相因。得二十八。書於實下。其所得單位數。即對得數之本位下書之。後倣此。與實相減。餘六。次取實數所餘之三。書於減餘之後。共六三。爲次商實。爰看實之六三。足法幾倍。今足九倍。故書九於得數之次。乃以得數之九。與法之七相因。得六十三。書於次商實之下。與實相減恰盡。即得數爲四十九兩也。定位因法之七人。即爲單位。而與實中之兩之十位相對。故得數首位即爲十。而次位爲兩。是知每人得四十九兩也。



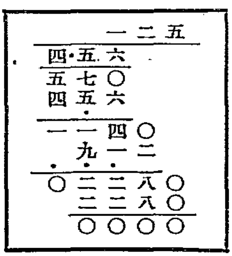
設如有絲四十五斤.共織得緞九十二丈二尺五寸.問每斤織得若干.

法以九十二丈二尺五寸爲實列於下.四十五斤爲法列於上.因法之首位四.小於實之首位九.故列法與實相齊.爰看實之九二.足法之二倍.故書二於法上.乃以得數之二與法之四五相因得九〇.書於實下.與實相減餘二.次取實數所餘之二.書於減餘之後.共二二爲次商實.今實之二二.不足法之四五之一分.故得數爲〇.乃紀〇於上.復取實數所餘之五.書於二二之後.共二二五爲三商實.次商實之二二.不足法之四五.故再取實之一位續書於下.謂之三商實者.〇位爲次商故也.爰看實之二二五.足法之五倍.故書五於上.乃以得數之五與法之四五相因得二二五.書於實下.與實相減恰盡.即得數爲二丈零五寸也.定位因法之五斤爲單位.而與實之丈位相對.故得數首位即爲丈.等而下之爲尺爲寸.是知每斤織得二丈零五寸也.



設如有田四十五畝六分.共納穀五十七石.問每畝納穀若干.

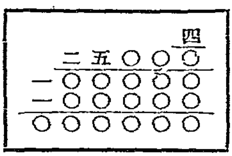
法以五十七石爲實列於下.四十五畝六分爲法列於上.因法之首位四.小於實之首位五.故列法與實相齊.又因實之位數少於法.故補作〇以足其位.爰看實之五七〇.足法之一倍.故書一於法上.乃以得數之一.與法之四五六相因.仍得四五六.書於實下.與實相減.餘一一四.此後實無餘位.故添書一〇於減餘之末.爲次商實.爰看一一四〇.足法之二倍.故



書二於上。乃以得數之二。與法之四五六相因得九一二。書於實下。與實相減。餘二二八。又添書一〇於減餘之末。爲三商實。爰看二二八〇足法之五倍。故書五於上。乃以得數之五與法之四五六相因得二二八〇。書於實下。與實相減恰盡。即得數爲一石二斗五升也。定位因法之五畝爲單位。而與實之石位相對。故得數首位爲石。是知每畝納穀一石二斗五升也。

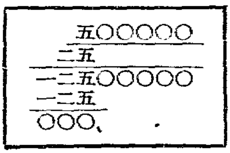
設如有丹砂一兩。價値錢二萬五千文。問每錢一文該得丹砂幾何。

法以丹砂一兩爲實。列於下。錢二萬五千爲法。列於上。因法之首位二。大於實之首位一。故將法退一位列之。又因法之百位十位單位俱無數。故各作〇以存其位。而實亦作五〇位以補足法。爰看實足法之四倍。故書四於法上。乃以得數之四與法之二五〇〇〇相因得一〇〇〇〇〇。書於實下。與實相減恰盡。即得數爲四絲也。定位因法之末位〇係單位。故從實之首位一兩數至法之單位相對之位爲絲。是知每錢一文得丹砂四絲也。



設如有銀一千二百五十兩。買果賞人。每果一枚。價二釐五毫。問買果若干。

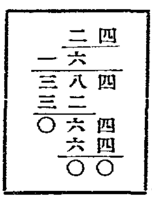
法以一千二百五十兩補五〇位爲實。列於下。因法之單位是毫。故補五〇位與法相對。蓋命實爲一千二百五十萬毫也。二釐五毫爲法。列於上。爰看實之一二五。足法之五倍。故書五於法上。乃以得數之五與法之二五相因得一二五。書於實下。與實相減恰盡。然實後尚有五〇位。故得數後亦添五〇位。爲五十萬也。定位因法實俱至毫位



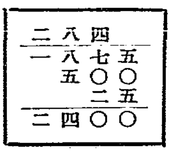
止。即命豪爲單位。爰從實之末位。數至法之單位相對之位爲十萬。是知得果爲五十萬枚也。

設如有物重三百八十四兩。問得斤數若干。

法以三百八十四兩爲實。列於下。每斤一十六兩爲法。列於上。爰看實之三八。足法之二倍。故書二於法上。乃以得數之二。與法之一六相因得三十二。書於實下。與實相減餘六。次取實數之四。書於減餘之後。共爲六四。因足法之四倍。故書四於上。乃以得數之四與法之一六相因得六十四。書於實下。與實相減恰盡。即得數爲二十四斤也。定位因法之兩數爲單位。而與實之十位相對。故知得數爲二十四斤也。

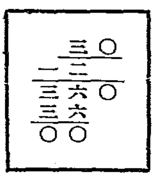


又法名爲斤秤流法。其法曰一退六二五。如一萬兩則爲六百二十五斤。一千兩則爲六十二斤半。一百兩則爲六斤二分半。皆以十遞析。退者退一位命之也。二一二五如二萬兩則爲一千二百五十斤。二千兩則爲一百二十五斤。二百兩則爲十二斤半。不言退者。對位命之也。餘倣此。三一八七五。四二五。五三一二五。六三七五。七四三七五。八五。九五六二五。如三百八十四兩。則列於上。先以三之一八七五通之。爰將一對三之本位。以下依次向後書之。次以八之五通之。將五對八之本位書之。次以四之二五通之。將二對四之本位書之。五則列於次位。三數書畢。乃以加法併之。得數爲二十四斤。定位因兩之前一位爲斤。今得數之四在兩之前一位。故四即爲斤位。而又前一位則爲十位。是知得數爲二十四斤也。



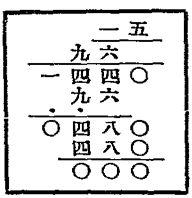
設如周天三百六十度。分十二宮。問每宮得若干度。

法以三百六十度爲實列於下。一十二宮爲法列於上。爰看實之三六。足法之三倍。故書三於法上。乃以得數之三。與法之一二相因得三六。書於實下。與實相減恰盡。然實後尚有〇位。故得數後亦添一〇位。即得數爲三十度也。定位因法之二爲單位而與實之十位相對。故得數首位爲十。而每宮爲三十度也。



設如一日之中得一千四百四十分。以九十六刻分之。問每刻得若干分。

法以一千四百四十分爲實列於下。以九十六刻爲法列於上。爰看實之一四四。僅足法之一倍。故書一於法上。乃以得數之一。與法之九六相因仍得九六。書於實下。與實相減。餘四八。次取實之〇位書於減餘之後。共爲四八〇。因足法之五倍。故書五於上。乃以得數之五。與法之九六相因得四八〇。書於實下。與實相減恰盡。即得數爲一十五分也。定位因法之六爲單位而與實之十位相對。故得數首位爲十。而每刻爲一十五分也。



一位歸除捷法

設如有銀三十四萬五千六百七十八兩。作二分分之。問每分若干。

法以三十四萬五千六百七十八兩爲實列於上。視首位之三。足二分之幾何。今足一倍。故下書一。一二除二餘一。乃移於下位爲十。下位作點爲誌。併下位之四。共爲十四。足二分之七倍。故下書七。二七除一十四恰盡。次五足二分之二倍。故下書二。二二除四

餘一。移於下位爲十。併下位之六共爲十六。足二分之八倍。故下書八。二八除一十六恰盡。次七足二分之三倍。故下書三。二三除六餘一。移於下位爲十。併下位之八共爲十八。足二分之九倍故下書九。二九除一十八恰盡。定位因得數仍原數之位。故知每分得一十七萬二千八百三十九兩也。

設如有銀一十二萬三千四百五十三兩。作九分分之。問每分若干。

法以一十二萬三千四百五十三兩爲實。列於上。因首位之一小於九分。故移於下位爲十。併下位之二共爲十二。足九分之一倍。故下書一。一九除九餘三。移於下位爲三十。併下位之三共爲三十三。足九分之三倍。故下書三。三九除二十七餘六。移於下位爲六十。併下位之四共爲六十四。足九分之七倍。故下書七。七九除六十三餘一。移於下位爲十。併下位之五共爲十五。足九分之一倍。故下書一。一九除九餘六移於下位爲六十。併下位之三共爲六十三。足九分之七倍。故下書七。七九除六十三恰盡。定位因得數比原數退一位。故知每分得一萬三千七百一十七兩也。

三	四	五	六	七	八
一	七	二	八	三	九

一	二	三	四	五	三
	一	三	七	一	七

數理精蘊下編卷二

首部二

命分

凡歸除分至最細而可以恰盡無餘者。謂之無奇零數。若分至最細而屢除不盡者。謂之有奇零數。其奇零若略去之。則不能復還原數。此命分之所以立也。其法命爲分母分子。分母者卽除數也。分子者卽除不盡之數也。凡不盡之數。得分母中之幾分者。卽命爲幾分之幾。是以命分之一法。正所以濟歸除之所不逮也。

設如有銀十一兩。命三人分之。問每人得若干。

法以三人分銀十一兩。每人得銀三兩。仍餘二兩。所餘二兩。再以三人分之。每人得六錢六分六釐六毫。如是每得六而仍餘二數不盡。故立命分法。以三人爲分母。所餘二兩爲分子。命爲每人得三兩又三分兩之二。蓋將每兩剖作三分。其所餘二兩則共剖作六分。三人分之。每人得二分。故命爲三分兩之二也。如因三分兩之二求知原銀數。則以三人與分子二分相乘得六分。蓋每人得二分。則三人共得六分也。以六分用分母三分歸之。得二兩。蓋初分一兩爲三分。故終收三分爲一兩也。再加入三人所得整數共九兩。一人三兩。三人共得九兩。則得十一兩以合原數也。

設如有銀一百八十七兩．命十八人分之．問每人得若干．

法以十八人分銀一百八十七兩．每人得銀十兩．仍餘七兩．分之不盡．則以十八人爲分母．所餘七兩爲分子．命爲每人得一十兩又十八分兩之七．蓋將每兩剖作十八分．其所餘七兩．則共剖作一百二十六分．十八人分之．每人得七分．故命爲十八分兩之七也．如因十八分兩之七．求知原銀數．則以十八人與分子七分相乘．得一百二十六分．蓋每人得七分．則十八人共得一百二十六分也．以一百二十六分．用分母十八分歸之．得七兩．蓋初分一兩爲十八分．故終收十八分爲一兩也．再加入十八人所得整數共一百八十兩．一人十兩．十八人共得一百八十兩．則得一百八十七兩．以合原數也．

約分。

約分者。以所命之分。約之以就整分也。蓋命分是隨其數之多寡。全而紀之。而約分則卽其多寡之數。從而約之以求簡易焉。其法以分子分母兩數輾轉相減。務期減餘兩數相同。是爲度盡兩數之一數。乃以此數爲一分。以除分母得幾分者。卽約分母爲幾分。又除分子得幾分者。卽約爲分母幾分中之幾。凡諸法中有帶分者。皆由約法而得。故設例於此。所以明帶分之根也。

設如古曆歲實命爲三百六十五日又一百分日之二十五。今以法約之。求相當最小數。

法置日分一百。以餘分二十五減之。餘七十五分。再以二十五減之。餘五十分。再以二十五減之。亦餘二十五分。兩數齊等。卽以相等之數二十五。轉除日分一百得四。卽爲四分。又以二十五除餘分二十五得一。卽爲一分。乃百分日之二十五約爲四分之一。是歲實共得三百六十五日又四分日之一也。蓋將一日剖作四分。而得其四分之一也。凡約分法。以分母分子相減。必得相等之數。然後用之。蓋因此數可以度盡分母又可以度盡分子故也。今以相等之數二十五爲一分。則日分一百有四倍二十五。故爲四分。而餘分二十五。又恰足一分之數。故爲一分。一百與二十五之比。卽同於四與一之比。是四與一。卽一百與二十五之相當最小數也。凡分母分子輾轉相減。不得相等之數。終減至於一。是分母分子俱無一數可以度盡之數。卽不用約分。用命分誌之可也。

設如有銀二百一十兩。命一百四十七人分之。每人得銀一兩。仍餘六十三兩不盡。以法約之。求相當最

小數。

法置一百四十七人。以餘銀六十三減之。餘八十四。再以六十三減之。餘二十一。又置六十三。轉以二十一減之。因減數大於原數。又不得兩數齊等。故以二十一轉減之。餘四十二。再以二十一減之。亦餘二十一。則兩數齊等。即以相等之數二十一。轉除一百四十七人。得七。即爲七分。又以二十一除銀六十三兩。得三。即爲三分。乃一百四十七人分餘銀六十三兩。約爲七分之三。是每人得銀一兩又七分兩之三也。蓋將每兩剖作七分。而得其七分之三也。此法以一百四十七人與六十三兩輾轉相減。得相等之數二十一。是二十一可以度盡一百四十七人。又可以度盡六十三兩故也。既以二十一爲一分。則一百四十七有七倍二十一。故爲七分。六十三有三倍二十一。故爲三分。一百四十七與六十三之比。即同於七與三之比。是七與三。即一百四十七與六十三之相當最小數也。

通分

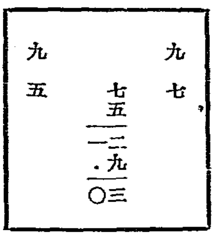
凡奇零數目．不以十遞析者．難以立算．則用通分．如斤通爲兩宮通爲度度通爲分之類是也．又有整數而帶零分者．則必通之以從其類．如化整爲零收零作整之類是也．或有零分而分母不同者．則必通之以同其母．如互乘之類是也．通分之法立．然後奇零數目得以歸有餘齊不足．而帶分之法皆根於此．故爲另設加減乘除之法以明其義焉．

加法

凡奇零數相加兩分母同者．即併兩分子爲得數．若相加之數大於母數．則於所得數內減去母數爲一整數．紀其餘爲零數．

設如有九分丈之七．一丈分爲九分．而得其七分也．與九分丈之五．一丈分爲九分．而得其五分也．相加求總數．

法以九分之七．與九分之五．左右列之．將兩分子七與五相加得一十二．因子數大於母數．乃於一十二內減去母數九爲一整數．餘三爲零數．即得整數一丈零九分丈之三．爲相加之數也．此法因兩分母同爲九分．而兩分子亦同爲九分中之零分．故徑併兩零分之七與五得一十二．又以母數九分收爲一丈．蓋初以一丈分爲九分．今滿九分即收爲一丈也．其所餘三亦仍爲九分

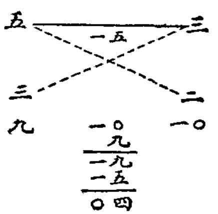


中之三分。故得一丈零九分丈之三。爲兩零分之共數。此分母相同之加法也。如以眞數明之・九分丈之七・是將一丈分爲九分・得其九分中之七分・一丈分爲九分・則每一分得一尺一寸一分一釐有餘・九分中之七分・則爲七尺七寸七分七釐有餘也・九分中之五分・則爲五尺五寸五分五釐有餘也・兩數相加・共得一丈三尺三寸三分三釐有餘・卽一丈零九分丈之三也・蓋一尺一寸一分一釐有餘・既爲九分中之一分・則三尺三寸三分三釐有餘・卽九分中之三分也・如以九分除三分・卽得三尺三寸三分三釐不盡之數・是九分與一丈之比・卽同於三分與三尺三寸三分有餘之比也・

凡奇零數相加。兩分母不同者。則用互乘法。以兩分母相乘爲共母數。再以前分母乘後分子。又以後分母乘前分子。以所得兩子數相加爲共子數。紀於共母數之下。爲共零數。

設如有三分丈之二一丈分爲三分・而得其二分也・與五分丈之三二丈分爲五分・而得其三分也・相加求總數。

法以兩分母三五相乘。得一十五。爲共母數。再以前分母三。乘後分子三。得九。又以後分母五。乘前分子二。得十。將兩得數相加。得十九。爲共子數。因子數大於母數。乃於十九內減去共母數十五。爲一整數。餘四爲零數。卽得整數一丈零十五分丈之四。爲相加之數也。此法用互乘者。本爲齊其分母也。夫以兩分母相乘得十五者。乃以兩分母俱變爲十五分也。因分母不同・難以相加・故變爲同等・以前分母三乘後分子三得九者。乃以後分子變爲十五分中之九也。又以後分母五乘前分子二得十者。是又以前分子亦變爲十

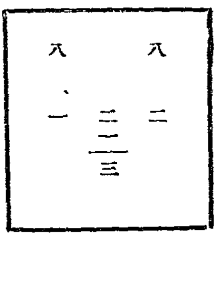


五分中之十也。蓋十五分之十與三分之二其比例等。俱爲五倍比例。而十五分之九與五分之三其比例亦等。俱爲三倍比例。兩分母既變爲同等則兩分子亦俱爲同分母之子矣故相加如第一法此分母不同之加法也。如以眞數明之。三分丈之二。既變爲十五分丈之十。則每一分爲六寸六分六釐有餘。今得十分。卽六尺六寸六分六釐有餘也。又五分丈之三。既變爲十五分丈之九。則每一分亦爲六寸六分六釐有餘。今得九分。卽六尺也。兩數相加。共得一丈二尺六寸六分六釐有餘。卽一丈零十五分丈之四也。蓋六寸六分六釐有餘。卽爲十五分中之一分。今二尺六寸六分六釐有餘。爲四倍六寸六分六釐有餘。卽十五分中之四分也。如以十五分除四分。卽得二尺六寸六分不盡之數。是十五分與一丈之比。卽同於四分與二尺六寸六分有餘之比也。

又或分母不同而可以加減之使同者則變而同之可省互乘。

設如有八分兩之一與十二分兩之三相加求總數。

法以十二分之三變爲八分之二則與八分之一兩分母相同故徑併兩分子二與一得三卽八分兩之三爲相加之數也此法將十二分之三變爲八分之二者乃分母分子各減三分之一也母數十二減三分之一餘八子數三減三分之一餘二蓋十二分之三與八分之二其比例相等故變從簡易如數有參差者則當用下節之法。如以眞數明之。八兩分之一。是將一兩分爲八分。其一分卽一錢二分五釐也。又十二分兩之三。是將一兩分爲十二分。其三分爲二錢五分。今變爲八分兩之二。是將一兩分爲八分。其二分亦爲二錢五分也。兩數相加。



共得三錢七分五釐。即八分兩之三也。蓋一錢二分五釐。爲八分中之一分。今三錢七分五釐。即八分中之三分也。如以八分除三分。即得三錢七分五釐。是八分與一兩之比。即同於三分與三錢七分五釐之比也。

設如有六分石之五與三分石之二相加求總數。

如依前法將六分之五折半爲三分之二分半則兩分母雖同而分子卻有奇零若將三分之二加一倍作六分之四變少從多則與六分之五兩分母相同乃徑併兩分子五與四得九因子數大於母數乃於九內減去母數六爲一整數餘三爲零數即得整數一石零六分石之三爲相加之數也此法三分之二變爲六分之四者乃分母分子各加一倍之比例也凡變分母分子或加或減務期所變之分數與原分數比例相同使其兩分母同而兩分子可併也此條與上條用加減雖各異而齊其分母以加之則同也。如以眞數明之。六分石之五。是將一石分爲六分。則每一分得一斗六升六合六勺六抄六撮有餘。今得五分。即八斗三升三合三勺三抄三撮有餘也。又三分石之二。是將一石分爲三分。其二分爲六斗六升六合六勺六抄六撮有餘。今變爲六分石之四。是將一石分爲六分。其四分亦爲六斗六升六合六勺六抄六撮有餘也。兩數相加共得一石四斗九升九合九勺九抄九撮有餘。收爲五斗即一石零六分石之三也。蓋六分爲一石。則三分即五斗也。

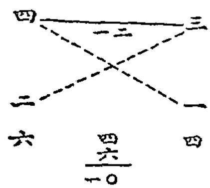
六		六
五	四五	四
	九六	
	三	

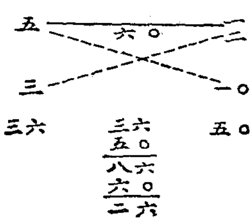
凡子母數有三四種相加者其分母分子俱不同則用互乘以齊其分母按前法加之。三種者。以第一數與第二數依前互乘法相加得數。又與第三數依前互乘法相加。四種者。以第一數第二數互乘相加得數。與第三數互乘相加

得數。復與第四數互乘相加。如兩分母相同者。卽倂其兩分子。而與所餘之分母不同者。用互乘以加之。又或有兩分母相乘後所得之數。與所餘之分母相同者。則直以所得之分子。與所餘之分子相加爲得數。卽不用互乘矣。

設如有三分斤之一。又四分斤之二。又五分斤之三。相加求總數。

法以前兩分子分母。按互乘法相加得十二分斤之十以兩分母三與四相乘得十二爲共母數。以前分母三乘後分子二得六。又以後分母四乘前分子一得四。相加得一十爲共子數。是爲十二分斤之十。乃以十二分斤之十。與第三子母分用互乘法相加得六十分斤之八十六。以第三分母五。與前兩分母互乘所得之十二相乘。得六十爲共母數。以前兩分母所得十二。乘第三分子三。得三十六。又以第三分母五。乘前兩分子所得十。得五十。相加得八十六。爲共子數。是爲六十分斤之八十六。因子數大於母數。乃於共子數八十六內減去共母數六十爲一整數餘二十六爲零數。卽得一斤零六十分斤之二十六爲總數也。凡子母分有四種五種相加者俱倣此。如以眞數明之。三分斤之一。是將一斤分爲三分。其一分卽五兩三錢三分三釐有餘也。四分斤之二。是將一斤分爲四分。則每一分爲四兩。今得二分。卽八兩也。五分斤之三。是將一斤分爲五分。則每一分爲三兩二錢。今得三分。卽九兩六錢也。三數相加。共

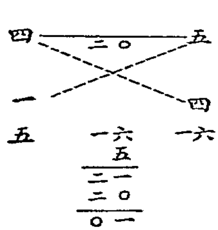




得二十二兩九錢三分三釐有餘。內收十六兩爲一斤。餘六兩九錢三分三釐有餘。即六十分斤之二十六也。蓋以十六兩分爲六十分。每分得二錢六分六釐有餘。今六兩九錢三分三釐有餘。有二十六倍二錢六分六釐有餘。即爲二十六分也。

設如有五分丈之三又四分丈之一又五分丈之一相加求總數。

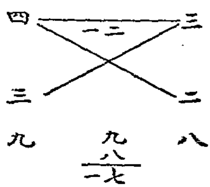
法因五分丈之三與五分丈之一兩分母相同故直併其兩分子三與一爲五分丈之四再以五分丈之四與四分丈之一依互乘法相加得二十分丈之二十一以前分母五與後分母四相乘。得二十爲共母數。以前分母五乘後分子一得五。又以後分母四乘前分子四得十六。相加得二十一。是爲二十分丈之二十一。因子數大於母數乃於共子數二十一內減去共母數二十爲一整數餘一爲零數即得一丈零二十分丈之一爲總數也。如以眞數明之。其五分丈之三。即六尺也。其四分丈之一。即二尺五寸也。其五分丈之一。即二尺也。三數相加得一丈零五寸。即一丈零二十分丈之一。蓋一丈分爲二十分。每分得五寸也。

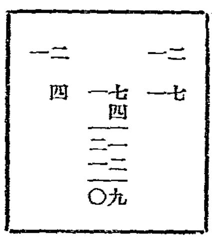


設如有三分兩之二又四分兩之三又十二分兩之四相加求總數。

法以三分之二與四分之三用互乘法相加得十二分兩之十七以前分母三與後分母四相乘。得十二爲共母數。以前分母三乘後分子三得九。又以後分母四乘前分子二得八。相加得十七。是爲十二分兩之十七。此所得之十二分兩之十七與第三分母相同。即以前兩分所得共子十七與後一分子四相加得二十一是爲十二分兩之二十一因子數大於母數乃於共子數二十一內減去共母數十二爲一整數餘九爲零數即得

一兩零十二分兩之九爲總數也。如以眞數明之。其三分兩之二。卽六錢六分六釐有餘也。其四分兩之三。卽七錢五分也。其十二分兩之四。卽三錢三分三釐有餘也。三數相加得一兩七錢四分九釐有餘。收作七錢五分。卽一兩零十二分兩之九。蓋十二分兩之九。卽七錢五分也。



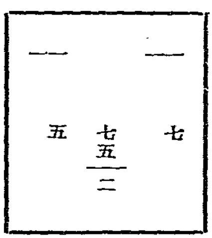


減法

凡奇零數相減兩分母同者。卽將兩分子相減爲餘數。

設如有十一分丈之七。減十一分丈之五。求餘數。

法以十一分丈之七與十一分丈之五。左右列之。將兩分子五與七相減餘二。卽得十一分丈之二爲餘數也。蓋因兩分母同爲十一分。則兩分子亦同爲十一分中之零分。故徑將兩分子相減餘二。亦仍爲十一分中之二分。是以定爲十一分丈之二。此分母相同之減法也。如以眞數明之。十一分丈之七。是將一丈分爲十一分。則每一分得九寸零九釐零九絲有餘。其中之七分。卽六尺三寸六分三釐六毫三絲有餘也。其中之五分。卽四尺五寸四分五釐四毫五絲有餘也。相減餘一尺八寸一分八釐一毫八絲有餘。卽十一分中之二分也。蓋九寸零九釐零九絲有餘爲一

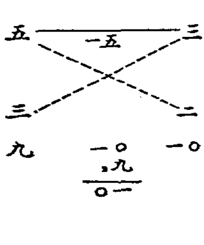


分。則一尺八寸一分八釐一毫八絲有餘卽爲二分也。如以十一分除二分。亦得一尺八寸一分八釐一毫八絲不盡之數。是十一分與一丈之比。卽同於二分與一尺八寸一分八釐一毫八絲有餘之比也。

凡奇零數相減兩分母不同者。則用互乘法。以兩分母相乘爲共母數。再以前分母乘後分子。又以後分母乘前分子。以所得兩子數相減爲餘數。

設如有三分丈之二。減五分丈之三。求餘數。

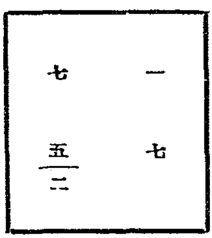
法以兩分母三五相乘得一十五。爲共母數。再以前分母三。乘後分子三。得九。又以後分母五。乘前分子二。得一十。將所得兩分子相減餘一。卽得十五分丈之一爲餘數也。此法用互乘齊其分母。將三分丈之二。變爲十五分丈之十。將五分丈之三。變爲十五分丈之九。兩分母既同爲十五分。故兩分子十與九相減餘一。爲十五分丈之一也。此分母不同之減法也。如兩分母不同。可以加減之。使其相同者。減之亦如加法中例。故不重設。如以眞數明之。其三分丈之二。卽六尺六寸六分六釐有餘也。其五分丈之三。卽六尺也。相減餘六寸六分六釐有餘。卽十五分丈之一也。蓋一丈分爲十五分。每一分得六寸六分六釐不盡也。



凡零數與整數相減者。卽以分子與分母相減爲餘數。

設如有米一石。內減七分石之五。求餘數。

法以整數一石。變爲七分。爲分母與分子五相減。餘二。卽得七分石之二爲

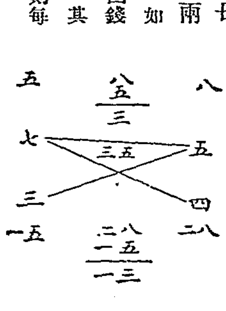


餘數也。蓋將一石分爲七分。而於此七分內減去五分。則所餘卽七分石之二。此整數中減零數法也。如以眞數明之。將一石分爲七分。則每一分得一斗四升二合八勺五抄七撮有餘。其五分卽七斗一升四合二勺八抄五撮有餘也。與一石相減。餘二斗八升五合七勺一抄四撮有餘。卽七分石之二也。蓋一斗四升一合八勺五抄七撮有餘爲一分。則二斗八升五合七勺一抄四撮有餘自爲二分也。

凡整數帶零分相減者。將兩零分用互乘法變爲同母。然後減之。

設如有銀八兩零五分兩之四內減五兩零七分兩之三。求餘數。

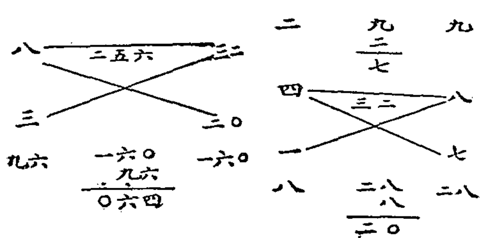
法以八兩之零數五分之四與五兩之零數七分之三。用互乘法兩分母七五相乘得三十五爲共母數。再以五兩之分母七乘八兩之分子四得二十八。爲八兩所變之子數。又以八兩之分母五乘五兩之分子三得十五。爲五兩所變之子數。乃以八兩五兩二整數相減餘三兩。以兩子數二十八與十五相減餘十三。卽得三兩又三十五分兩之十三。爲餘數也。蓋既將兩子數變爲同母。則八兩者爲八兩零三十五分兩之二十八。五兩者爲五兩零三十五分兩之十五。分母既同。故以子數相減而得餘數。此整數帶零分相減之法也。如以眞數明之。其八兩零五分兩之四。卽八兩八錢也。其五兩零七分兩之三。卽五兩四錢二分八釐五毫七絲有餘也。相減餘三兩三錢七分一釐四毫二絲有餘。其三兩爲整數。其三錢七分一釐四毫二絲有餘。卽三十五分中之六三分也。蓋將一兩分爲三十五分。則每一分得二分八釐五毫七絲有餘。其十三分卽三錢七分一釐四毫二絲有餘也。



凡子母數三四種相減者。其分母分子俱不同。則用互乘以齊其分母。按前法減之。如兩分母相同者。即將其兩分子相減。而與所餘之分母不同者。用互乘以減之。又或有兩分母相乘後所得之數與所餘之分母相同者。則直以所得之分子與所餘之分子相減。即得餘數。其理與加法同。

設如有銅九斤零八分斤之七。內減二斤零四分斤之一。又減八分斤之三。求餘數。

法以九斤內減去二斤。餘七斤爲整數。乃以八分斤之七與四分斤之一。用互乘法將八分斤之七變爲三十二分斤之二十八。將四分斤之一變爲三十二分斤之八。兩數相減。餘三十二分斤之二十。又以三十二分斤之二十與第三零數八分斤之三。用互乘法。將三十二分斤之二十。變爲二百五十六分斤之一百六十。將八分斤之三。變爲二百五十六分斤之九十六。兩數相減。餘二百五十六分斤之六十四。合前整數共得七斤又二百五十六分斤之六十四。爲餘數也。如用約法。則爲七斤零四分斤之一。蓋二百五十六爲四倍六十四。今以六十四爲一分。則二百五十六自得四分也。其餘幾種零分內有兩分母相同。或兩分母乘出之數與餘一分母相同。俱照同分母之例減之。故不再設。或零分有四種五種者。亦俱倣此。此幾種零分相減之法也。如以眞數明之。其九斤零八分斤之七。即九斤十四兩也。內減二斤零四分斤之



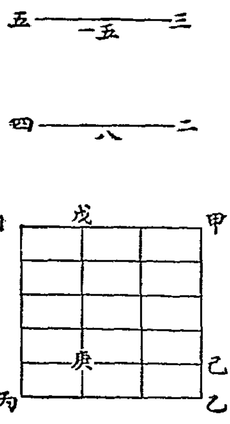
一・是減去二斤四兩・又減去八分斤之三・是又減去六兩也・餘七斤零四兩・卽七斤零四分斤之一也・蓋一斤分爲四分・則每一分得四兩・今七斤零四兩・故謂七斤零四分斤之一也・

乘法

零分與零分相乘者．兩分母兩分子各相乘．所得之數．卽乘出之分也．

設如有三分丈之二與五分丈之四相乘．問得幾何

法以兩分母三五相乘得十五分．爲乘出之分母．又以兩分子二四相乘得八分．爲乘出之分子．卽定爲十五分丈之八爲所得之數也．今以圖明之．如甲乙爲一丈而甲丁亦爲一丈．作一甲乙丙丁正方形．將甲丁分爲三分．甲乙分爲五分．內共容十五分．卽共母數．乃兩分母三與五乘出之數也．其甲丁之三分之二爲甲戊．甲乙之五分之四爲甲己．二數相乘．得甲己庚戊長方形．內容八分．卽共子數．乃兩分子二與四乘出之數也．甲乙丙丁正方與甲己庚戊長方相較．卽知甲己庚戊長方爲甲乙丙丁正方中之十五分之八矣．此零分乘零分之法也．如以眞數明之．其三分丈之二．卽六尺六寸六分六釐有餘也．其五分丈之四．卽八尺也．相乘得五十三尺三十三寸三十三分三十三釐有餘．卽十五分丈之八也．蓋一丈正方．內容百尺．分爲十五分．則每一分得六尺六十六寸六十六分六十六



盈有餘・今得其八分・即五十三尺三十三寸三十三分三十三盈有餘也・

零分與整數相乘者。分子乘整數而以分母歸之。即所得之數也。

設如有七人。每人賞銀五分兩之二。問共得若干。

法以分子二與七人相乘得十四。以分母五歸之得二兩八錢。即七人共得之數也。葢五分兩之二是一兩分爲五分而得其二分也。一人得二分。則七人必共得十四分。既以一兩分爲五分。今滿五分收爲一兩。故以五歸十四得二兩八錢爲共數。此零分與整數相乘之法也。

七　五
二
一四　一四
二八

整數帶零分與整數乘者。先將整數俱通爲零分。相乘得數。以分母自乘之數除之即得。

設如有整數二丈又四分丈之一。與八丈相乘。

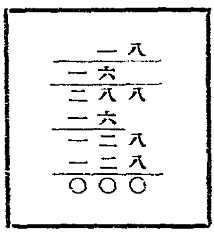
問得幾何。

法以整數二丈。用分母四通爲八分。加入分子一。共得九分。又以整數八丈。用分母四通爲三十二分。乃與九分相乘得二百八十八分。以分母四自乘之一十六除之。得一十八。即定爲一丈正方一十八。爲所得之數也。此法葢以一丈

二丈	八丈
四	○
一	○
九	三二

三二
九
二八八

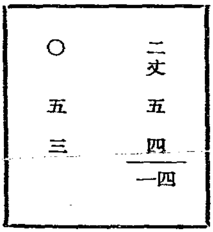
通爲四分。是四四自乘之數。始合一丈自乘之數。故一十六者卽分母四自乘之數。未乘之先。既以四通之。故相乘之後。必以四四自乘之數收之。乃得眞數。此整數帶零分與整數相乘之法也。如以眞數明之。其二丈又四分丈之一。卽二丈二尺五寸。與八丈相乘。卽得一十八丈也。

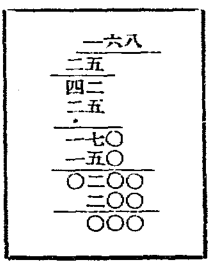


整數帶零分與零分乘者。先將整數通爲零分。相乘得數。以分母自乘之數除之卽得。

設如有整數二丈又五分丈之四。與零分五分丈之三相乘。問得幾何。

法以整數二丈。用分母五通爲十分。加入分子四得十四分。乃與零分分子三相乘得四十二。以分母五自乘之二十五除之。得一六八。卽定爲一丈正方一又一尺正方六十八。爲所得之數也。此法蓋以一丈通爲五分。是五五自乘之數。始合一丈自乘之數。故以二十五除之。又二丈之零分五分之四。與所乘之零分五分之三爲同母。故用此法。如兩零分分母不同。則先將兩零分用互乘法變爲同母。然後用所變之分母化



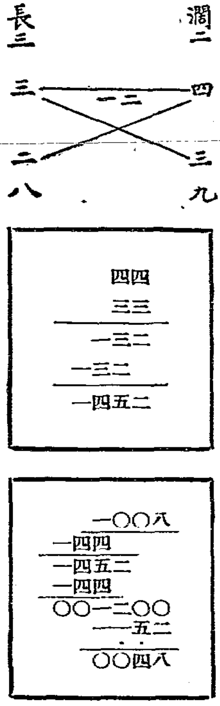


整爲零。再與彼一零分相乘得數。以所變之分母自乘之數除之。卽得乘出之數。法見下節。此整數帶零分與零分相乘之法也。如以眞數明之。其二丈又五分丈之四。卽二丈八尺也。其五分丈之三。卽六尺也。以六尺與二丈八尺相乘。卽得一丈六十八尺也。

整數帶零分與整數帶零分相乘。而零分之分母不同者。則以兩零分之分母。用互乘法齊其數。然後各以相同之分母化整爲零。兩數相乘。再以同母自乘之數除之。卽得。如所帶零分本爲同母者。可省互乘。

設如有長方田闊二丈又四分丈之三。長三丈又三分丈之二。求積。

法以兩分母四三相乘得一十二。爲共母數。以前分母四。乘後分子二。得八。以後分母三。乘前分子三。得九。爲兩分子數。乃以共母數十二化闊二丈爲二十四分。加入分子九。得三十三分。爲闊邊所變之分數。又以共母數十二化長三丈爲三十六分。加入分子八。得四十四分。爲長邊所變之分數。爰以闊三十三分與長四十四分相乘。得一千四百五十二。乃以共母數十二自乘之一百四十四除之。得一〇〇八。餘四八不盡。卽定爲一丈正方十。一尺正方八。零一百四十四分尺之四十八。約爲三分尺之一。爲所得之數也。此整

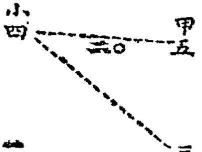


數帶零分與整數帶零分相乘之法也．如以度數明之．其闊二丈又四分丈之三．卽二丈七尺五寸也．其長三丈又三分丈之二．卽三丈六尺六寸六分六釐有餘也．以二丈七尺五寸與三丈六尺六寸六分六釐有餘相乘．卽得一十丈零八尺有餘也．

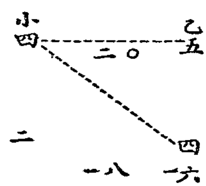
大分下又帶小分相乘者其例有四．所謂大分下帶小分者．是將大分之一分．又分爲幾分．如大分五分之三．又帶小分四分之一．是將大分五分之三之一分．又分爲四分而得其一分也．有大小分母俱同者．有大小分母俱不同者．有大分母同而小分母不同者．有大分母不同而小分母同者．今以一法馭之．總以小分母通大分母爲母數．又以小分母通大分子．加入小分子爲子數．然後以所變之兩母數兩子數對乘卽得．總以小分母通之者．蓋小分母又爲大分母之每一分之幾分．小分不能使大大分可以變小．使大分母大分子俱變爲小分母一體．然後可以相乘．乘之卽所以通之也．設法中以度數明之．其理自顯．

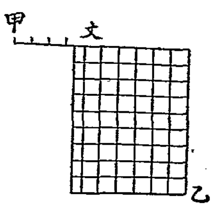
設如有甲數五分丈之三又帶此一分之四分之一．與乙數五分丈之四又帶此一分之四分之二相乘．問得幾何．此大小分母俱同者也．

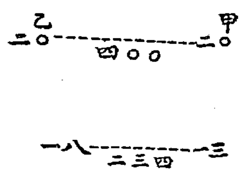
法以甲數小分母四通大分母五得二十．仍以小分母四通大分子三得一十二再加入小分子一得一十三．共得二十分之十三．爲甲大小分所變之數．又以乙數小分母四通大分母五得二十．仍以小分母四通大分子四得一十六．再加入小分子二得一十八．共得二十分之十八．爲乙大小分所變之數．然後以甲所變之分母二十．與乙所變之分母二十相乘得四百分爲乘出之分母．

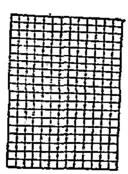


又以甲所變之分子十三・與乙所變之分子十八相乘・得二百三十四分・為乘出之分子・卽定為四百分丈之二百三十四・為所得之數也・此法甲乙之小分母俱為四・故將其大分母之每分・亦俱化為四分・又將大分子之每分亦俱化為四分・使大分與小分之子母一體・然後乘之・今以度數明之・甲之五分丈之三・乃一丈內之六尺・其所帶小分之四分之一・乃二尺內之五寸・是甲數共為六尺五寸・乙之五分丈之四・乃一丈內之八尺・其所帶小分之四分之二・乃二尺內之一尺・是乙數共為九尺・六尺五寸與九尺相乘・得五十八尺五十寸・是一丈正方・為一百尺而得其五十八尺・又小餘五十寸也・若以分母四乘一百尺得四百分・又乘得數五十八尺五十寸・得二百三十四分・故為四百分之二百三十四也・若以尺隨寸命之・則五十八尺五十寸・又為五千八百五十寸・以大分每一分通為小分四分・則每一千寸分為四分・每分得二百五十寸・以二百五十寸歸五千八百五十寸・得二十三寸四十分・乃四十分中之二十三・又小零分之四分・進而命為丈・則為四百分丈之二百三十四也・



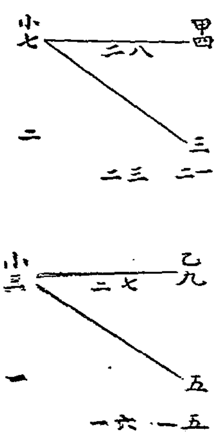


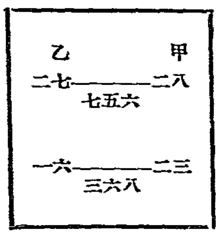




設如有甲數四分丈之三。又帶此一分之七分之二。與乙數九分丈之五。又帶此一分之三分之一相乘。問得幾何。此大小分母俱不同者也。

法以甲數小分母七通大分母四。得二十八。仍以小分母七通大分子三。得二十一。再加入小分子二。得二十三。共得二十八分之二十三。爲甲大小分所變之數。又以乙數小分母三通大分母九。得二十七。仍以小分母三通大分子五。得一十五。再加入小分子一。得一十六。共得二十七分之一十六。爲乙大小分所變之數。然後以甲所變之分母二十八。與乙所變之分母二十七相乘。得七百五十六分。爲乘出之分母。又以甲所變之分子二十三。與乙所變之分子一十六相乘。得三百六十八分。爲乘出之分子。卽定爲七百五十六分丈之三百六十八。爲所得之數也。如以眞數明之。甲四分丈之三。卽一丈內之七尺五寸。又帶小分七分之二。卽二尺五寸內之七寸一分四釐二毫有餘。是甲數共爲八尺二寸一分四釐二毫有餘也。乙九分丈之五。卽一

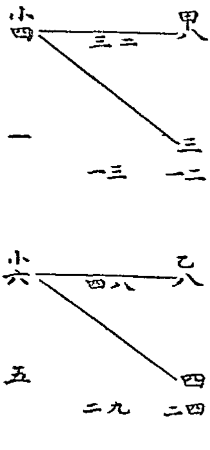




丈內之五尺五寸五分五釐五毫有餘。又帶小分三分之一。即一尺一寸一分一釐一毫有餘內之三寸七分零三毫有餘。是乙共爲五尺九寸二分五釐九毫有餘也。兩數相乘。得四十八尺六十七寸六十五分有餘。即七百五十六分丈之三百六十八也。如以七百五十六分。除三百六十八分。亦得四十八尺六十七寸六十五分不盡之數。蓋七百五十六分。爲一百尺。則三百六十八分。自得四十八尺六十七寸六十五分有餘也。

設如有甲數八分丈之三。又帶此一分之四分之一。與乙數八分丈之四。又帶此一分之六分之五相乘。問得幾何。此大分母同。而小分母不同者也。

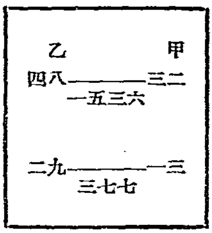
法以甲數小分母四。通大分母八得三十二。仍以小分母四通大分子三。得一十二。再加入小分子一。得一十三。共得三十二分之一十三。爲甲大小分所變之數。又以乙數小分母六通大分母八。得四十八。仍以小分母六通大分子四。得二十四。再加入小分子五。得二十九。共得四十八分之二十九。爲乙大小分所變之數。然後以甲所變之分母三十二與乙所變之分母四十八相乘。得一千五百三十六分。爲乘出之分母。又以甲所變之分子十三。與乙所變之分子二十九相乘。得三百七十七分。爲乘出之分子。即定爲一千五百三十六分丈之三百七十七。爲所得之數也。如以眞數明之。甲八分丈之三。即三尺七寸五分。又帶此一分之四分之一。即三寸一分二釐五毫。是甲數共爲四

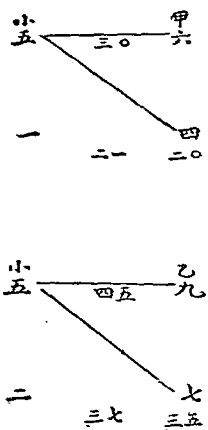


尺零六分二釐五豪也。乙八分丈之四。卽五尺。又帶此一分之六分之五。卽一尺零四分一釐六豪有餘。是乙數共爲六尺零四分一釐六豪有餘也。兩數相乘。得二十四尺五十四寸四十二分有餘。卽一千五百三十六分丈之三百七十七也。如以一千五百三十六分。除三百七十七分。亦得二十四尺五十四寸四十二分不盡之數。蓋一千五百三十六分。爲一百尺。則三百七十七分。自得二十四尺五十四寸四十二分有餘也。

設如有甲數六分丈之四。又帶此一分之五分之一。與乙數九分丈之七。又帶此一分之五分之二相乘。問得幾何。此大分母不同。而小分母同者也。

法以甲數小分母五通大分母六。得三十。仍以小分母五通大分子四。得二十。再加入小分子一。得二十一。共得三十分丈之二十一。爲甲大小分所變之數。又以乙數小分母五通大分母九。得四十五。仍以小分母五。通大分子七。得三十五。再加入小分子二。得三十七。共得四十五分之三十七。爲乙大小分所變之數。然後以甲所變之分母三十。與乙所變之分母四十五相乘。得一千三百五十分。爲乘出之分母。又以甲所變之分子二十一。與乙所變之分子三十七相乘。得七百七十七分。爲乘出之分子。卽定爲一千三百五十分之七百七十七。爲所得之數也。如以眞數





明之・甲六分丈之四・即六尺六寸六分六釐六豪有餘・又帶此一分之五分之一・即三寸三分三釐三豪有餘・是甲數共爲六尺九寸九分九釐九豪有餘也・乙九分丈之七・即七尺七寸七分七釐七豪有餘・又帶此一分之五分之二・即四寸四分四釐四豪有餘・是乙數共爲八尺二寸二分二釐二豪有餘也・兩數相乘・得五十七尺五十五寸五十五分有餘・即一千三百五十分丈之七百七十七也・如以一千三百五十分・除七百七十七分・亦得五十七尺五十五寸五十五分不盡之數・蓋一千三百五十分・爲一百尺・則七百七十七分・自得五十七尺五十五寸五十五分有餘也・

甲　乙
三〇——四五
一三五〇
二一——三七
七七七

除法

零分歸除零分者。兩分母兩分子各自除之。所得之數。即除出之分也。如有奇零不盡者。用互乘法齊之。即得分數。其比例與除出之法同。

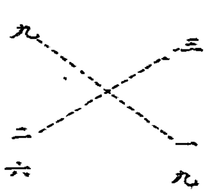
設如有九分丈之二。以三分丈之一除之。求得幾何。

法以九分丈之二爲實。三分丈之一爲法。以法分母三。除實分母九。得三。爲除出之分母。又以法分子一。除實分子二。仍得二。爲除出之分子。即定爲三分丈之二。爲所得之數也。此法即乘法內兩分母兩分子各相乘爲所得之數者轉用之耳。此零分除零分之法也。

三——三——九
一——二——二

又法以互乘代除。以實分母九。乘法分子一。得九。爲除出之分母。又以法分母三。乘

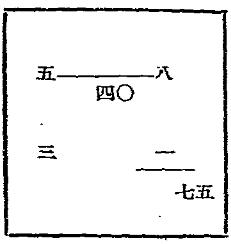
實分子二。得六。為除出之分子。共得九分丈之六。卽所求之數也。此法與前法所得之分母分子之數雖不同。而理則一。前法之三分之二。與此法之九分之六。其比例實同。蓋前法以法除實。其得數為減分之比例。此法以兩數互乘。其得數為加分之比例。故九分之六。卽三分之二也。但法中不用兩分母相乘之數。省去一層耳。如欲明晰其故。則以兩分母九與三相乘。得二十七。法分母三與實分子二相乘。得六。實分母九與法分子一相乘。得九。是將三分之一。變為二十七分之九。將九分之二。變為二十七分之六。其兩分母既等。則其兩分子自成比例。故九與六之比。卽同於三與二之比。九分之六。以三約之。非三分之二耶。如以眞數明之。實九分丈之二為面積。卽二十二尺二十二寸二十二分二十二釐有餘也。法三分丈之一為邊線。卽三尺三寸三分三釐有餘也。除之得六尺六寸六分六釐有餘。卽三分丈之二也。如以三分除二分。亦得六尺六寸六分六釐不盡之數。蓋三分為一丈。其二分自得六尺六寸六分六釐有餘也。



整數歸除零分者。分母通整數。以除分子。卽得所求之數。

設如有五分丈之三。以八丈除之。求得幾何。

法以分子三為實。以分母五通整數八丈。得四十為法。除之。得七寸五分。卽所求之數也。此法以五分乘八丈者。是分母通整數。將每丈俱通為五分也。八丈既通為四十分。則五分之三之每一分。卽與四十分中之每一分同等。然而零



數三分。以四十分除之。而得七寸五分者。則又爲變分爲尺寸之比例矣。四十分與一丈之比。即同於三分與七寸五分之比。此整數除零分之法也。

零分歸除整數者。分母通整數。而以分子除之。即得所求之數。

設如有六丈。以三分丈之二除之。求得幾何。

法以分母三通整數六丈。得一十八爲實。以分子二爲法除之。得九丈。即所求之數也。此法以三分乘六丈者。是將每丈俱通爲三分也。六丈既通爲十八分。則十八分中之每一分與三分之二之每一分同等。故以分子二除十八得九丈。此零分除整數之法也。

整數帶零分歸除整數者。先將法實之兩整數俱通爲零分。而於法中加入分子除之。即得。

設如有二十四丈。以二丈零三分丈之二除之。求得幾何。

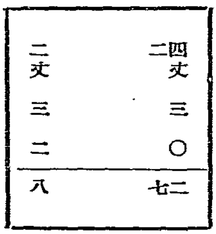
法以分母三。通二十四丈。得七十二爲實。又以分母三通二丈得六。加入分子二得八爲法除之。得九丈。即所求之數也。此法以分母三通實二十四丈。是將實之每丈俱化爲三分也。又以分母三通法二丈。是將法之每丈亦俱化爲三分也。兩整數俱化爲同等。則法實一體。故法除實而得所求之數也。此整數帶零分除整數之法也。

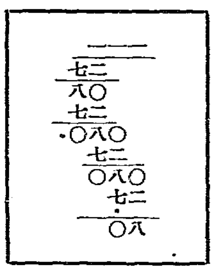
整數歸除整數帶零分者。先將法實之兩整數俱通爲零分。而於實中加入分子。以法除之。即得。

設如有二丈零三分丈之二。以二十四丈除之。求得幾何。即以前法數目作題者。取其易明也。

法以分母三。通二丈得六。加入分子二。得八爲實。又以分母三通二十四丈得七十二爲法除之。得一尺

一寸一分不盡。約爲九分丈之一。卽所求之數也。此法以分母三通法實之兩整數者。是將兩整數之每丈俱通爲三分也。一得七十二分。一得八分。以七十二與八之比。卽同於九與一之比。故約爲九分之一。且以七十二除八。得一一一不盡之數。定爲一尺一寸一分有餘者。蓋七十二分與一丈之比。卽同於八分與一尺一寸一分有餘之比也。此整數除整數帶零分之法也。

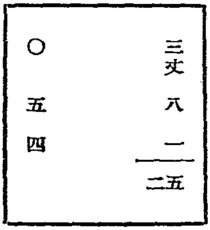




整數帶零分歸除零分者。先將整數通爲零分。加入分子除之卽得。

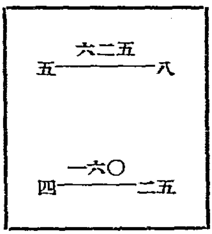
設如有五分丈之四。以三丈零八分丈之一除之。求得幾何

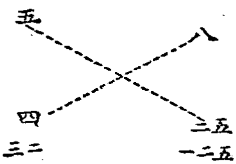
法以五分丈之四爲實。以法之分母八通三丈得二十四。加入分子一得二十五。共得八分丈之二十五爲法。用兩分母兩分子各自歸除之法。以法分母八除實分母五得六二五。爲除出之分母。以法分子二五除實分子四得一六〇。爲除出之分子。乃以所得之分母除所得之分子。得二尺五寸六分。卽所求之數也。蓋法之三丈又八分丈之一。乃三丈一尺二寸五分也。實之五分丈之四。乃八尺也。以三丈一尺二寸五分。歸除八尺。每丈得二尺五寸六分。是三丈一

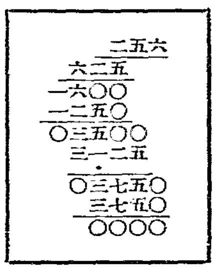


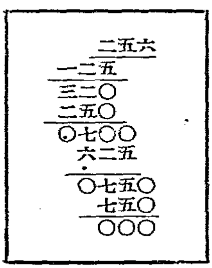
尺二寸五分與一丈之比。卽同於八尺與二尺五寸六分之比也。今以分母六二五。除分子一六〇。亦得二尺五寸六分。是六二五與一丈之比。卽同於一六〇與二尺五寸六分之比也。然六二五與三丈一尺二寸五分之比。又卽同於一六〇與八尺之比。而皆爲加倍之比例也。此整數帶零分除零分之法也。又或整數通爲零分加入分子之後。以法除實而數有奇零不盡者。則用互乘代除之法。如前數已將整數通爲八分丈之二十五爲法。乃以實分母五。乘法分子二十五。得一百二十五。爲除出之分母。又以法分母八。乘實分子四。得三十二。爲除出之分子。乃以所得之分母。除所得之分子。亦得二尺五寸六分。蓋一百二十五分與一丈之比。卽同於三十二分與二尺五寸六分之比也。後法之有奇零數而用互乘代除者。皆同此例。

零分歸除整數帶零分者。先將整數通爲零分。加入分子。以法除之卽得。

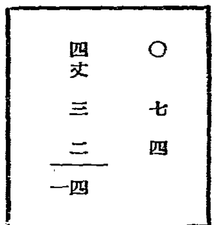




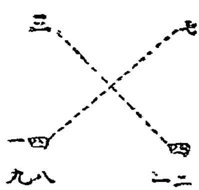


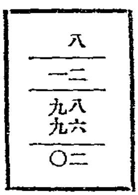


設如有四丈又三分丈之二。以七分丈之四除之。求得幾何。



法以實之分母三。通四丈。得十二。加入分子二。得十四。共得三分丈之十四爲實。以七分丈之四爲法。用互乘代除之法。以實分母三。乘法分子四。得十二。爲除出之分母。以法分母七乘實分子一十四。得九十八。爲除出之分子。乃以所得之分母除所得之分子。得八尺。仍餘二不盡。命爲十二分尺之二。以法約之爲六分尺之一。共得八尺零六分尺之一。卽所求之數也。蓋十二與一尺之比。卽同於九十八與八尺有餘之比也。此零分除整數帶零分之法也。

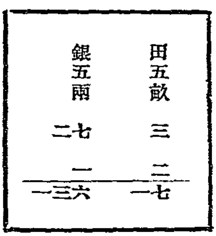




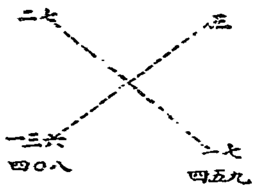
整數帶零分歸除整數帶零分者。先各以整數通爲零分。加入分子。而以法除實卽得。

設如有田五畝又三分畝之二。共租銀五兩又二十七分兩之一。求每畝得租銀幾何。

法以銀分母二十七。通五兩。得一百三十五。加入分子一。得一百三十六。共得二十七分兩之一百三十六爲實。又以田分母三。通五畝。得十五。加入分子二。



得十七。共得三分畝之十七。爲法。用互乘代除之法。以銀分母二十七。乘田分子一十七。得四百五十九。爲除出之分母。以田分母三。乘銀分子一百三十六。得四百零八。爲除出之分子。乃以所得之分母除所得之分子。得八錢八分八釐零四百五十九分釐之四百零八。即每畝所租之銀數也。蓋四五九與一兩之比。即同於四〇八與八錢八分八釐有餘之比也。此整數帶零分除整數帶零分之法也。

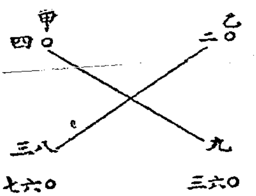


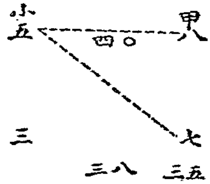
大零分下又帶小零分相除者。其例有四。有大小分母俱同者。有大小分母俱不同者。有大分母同而小分母不同者。有大分母不同而小分母同者。今以一法馭之。總以小分母通大分母爲母數。又以小分母通大分子。加入小分子爲子數。然後以所變之子母數。用互乘代除之法歸之即得。如用子母各自對除亦得。但恐數有奇零。故用此法。

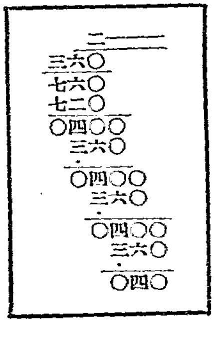
設如有甲八分丈之七。又帶此一分之五分之三。以乙五分丈之二。又帶此一分之四分之一除之。求得幾何。

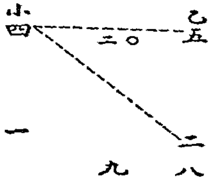
法以甲小分母五。通大分母八。得四十。仍以小分母五。通大分子七。得三十五。再加入小分子三。得三十

八．共得四十分丈之三十八．爲甲大小分所變之數．以之爲實．又以乙小分母四．通大分母五．得二十．仍以小分母四．通大分子二．得八．再加入小分子一．得九．共得二十分丈之九．爲乙大小分所變之數．以之爲法．然後用互乘代除之法．以甲所變之分母四十．乘乙所變之分子九．得三百六十．爲除出之分母．又以乙所變之分母二十．乘甲所變之分子三十八．得七百六十．爲除出之分子．乃以所得之分母三百六十．除所得之分子七百六十．得二尺一寸一分一釐零三百六十分釐之四十．約爲九分釐之一．卽所求之數也．葢三六〇與一尺之比．卽同於七六〇與二尺一寸一分一釐有餘之比也．此大零分下帶小零分相除之法也．其分母分子俱同．及分母同而分子不同．分母不同而









分子同者・皆用此例・故不重設・

數理精蘊下編卷三

線部一

比例

凡物彼此相形。並之而用加。較之而用減。聚之而用乘。散之而用除。觀之不過兩率。然乘除之間四率之理已默寓其中。如因乘命法曰人幾何每人得物幾何求總物幾何。則是每一人得物幾何與幾何人共得物幾何相比而成四率。乃自小而得大者也。如歸除命法曰有物幾何命幾何人分之每人得物幾何則是共人幾何共物幾何。與每一人得物幾何相比而成四率。乃自大而得小者也。蓋因命數以一人爲法。故乘與除各省其率耳。是雖名爲乘除。而實爲相比之四率也。至於比例正法。則所該甚廣。大而推步七政天行。測量高深廣遠。小而量功命事。度大移小。無一非由比例而得。蓋以兩數爲比例。用今有之數。卽可以得未有之數也。比例之理雖分相連相當二種。而相當比例之中實又兼相連比例相當比例。一率比二率、如三率比四率。而相連比例首率比中率、若中率比末率者。卽是中率爲二率而又爲三率也。盡人皆知線有線之比例。面有面之比例。體有體之比例。殊不知差分盈朒方程借衰疊借之類。正皆比例之屬也。然此類中有合數之比例。分數之比例。均數之比例。借數之比例。非條分縷析各項專論。則不備。故仍舊各自爲類。而獨於比例中最切者。詳明其理以列法焉。其法一名異乘同除。或名爲準測。或名爲

順單．以原有之兩件相除．故爲同除．以今有之一件乘之．故爲異乘．如先乘而後除亦同．而今則質言之曰正比例．蓋以原有之兩件爲一率二率．以今有之一件爲三率．而所求之一件則爲四率也．一名爲同乘異除．或名爲變測．或名爲互視．或名爲逆單．以原有之兩件相乘．故爲同乘．以今有之一件除之．故爲異除．而今則質言之曰轉比例．蓋以原有之兩件爲二率三率．以今有之一件爲一率．而所求之一件則爲四率也．然論其乘除之名雖異．究其比例之理則一而已．今以數明之．如原有之兩數爲二與四．今有之一數爲八．以原有之二作一率．原有之四作二率．今有之八作三率．即得今所求之四率爲十六．而一率二與二率四之比．即三率八與四率十六之比．爲相當之比例也．如原有之兩數爲八與四．今有之一數爲十六．以原有之八作二率．原有之四作三率．今有之十六作一率．即得今所求之四率爲二．而一率十六與二率八之比．即三率四與四率二之比．或以一率十六與三率四之比．即同於二率八與四率二之比．皆爲相當之比例也．總之乘除之名有異同．四率之列有更換．而既成比例之後．其理無不歸於大同．由此引伸觸類．推而廣之．有合幾四率而爲一四率者．則名爲同乘同除．或名爲重測．或名爲順較逆較．而今則質言之曰合率比例．蓋其理亦不過合幾乘而爲一乘．合幾除而爲一除．各按四率參互錯綜．豈能出於比例之外哉．凡此各種比例．俱設數例於後．以明立法之根．加之解說．以廣用法之意．

正比例

設如有銀買米每米一石．銀八錢．今買米二百四十石．問共該銀若干．

法以米一石爲一率．銀八錢爲二率．今買米二百四十石爲三率．二三率相乘．一率除之得四率一百九十二兩．卽共銀數也．蓋一石與二百四十石爲加二百四十倍．而八錢與一百九十二兩．亦爲加二百四十倍．見幾何原本六卷第十五節．故一石與八錢之比．卽同於二百四十石與一百九十二兩之比也．此法一率是一．止用八錢乘二百四十石亦得．但爲明正比例之理．故首設一二易法．使人好推尋也．

一率	一石
二率	八錢
三率	二百四十石
四率	一百九十二兩

設如有銀買米每銀一兩．買米一石三斗．今有銀三百二十兩．問共買米若干．

法以銀一兩爲一率．米一石三斗爲二率．今銀三百二十兩爲三率．二三率相乘．一率除之得四率四百一十六石．卽共米數也．蓋一兩與一石三斗之比．卽同於三百二十兩與四百一十六石之比也．

一率	一兩
二率	一石三斗
三率	三百二十兩
四率	四百一十六石

設如有銀賞人每三人賞銀一兩八錢．今有二百四十八人．問共該銀若干．

法以三人爲一率。一兩八錢爲二率。今有二百四十八人爲三率。二三率相乘。一率除之。得四率一百四十四兩。即共銀數也。蓋三人與一兩八錢之比。即同於二百四十人與一百四十四兩之比也。

一率	三人
二率	一兩八錢
三率	二百四十人
四率	一百四十四兩

設如有穀換米。每穀一石四斗。換米八斗四升。今有穀三十二石六斗八升。問換米若干。

法以穀一石四斗爲一率。米八斗四升爲二率。今有穀三十二石六斗八升爲三率。二三率相乘。一率除之。得四率一十九石六斗零八合。即所換共米數也。蓋穀一石四斗與米八斗四升之比。即同於穀三十二石六斗八升與米一十九石六斗零八合之比也。

一率	穀一石四斗
二率	米八斗四升
三率	穀三十二石六斗八升
四率	米一十九石六斗零八合

設如天上二度。當地面四百里。今七度。該里數若干。

法以原有之二度爲一率。四百里爲二率。今有之七度爲三率。二三率相乘。一率除之。得四率一千四百里。即七度之里數也。蓋一率二與二率四之比。爲加一倍。而三率七與四率十四之比。亦爲加一倍。故二率得一率中之幾分之幾。則四率亦得三率中之幾分之幾。而爲相當比例四率也。

一率	二度
二率	四百里
三率	七度
四率	一千四百里

設如一星一日內行一度三十分。今問八刻內應行若干。

法以原數一日變作九十六刻爲一率。一度三十分變作九十分一度作六十分・加入三十分・共九十分・爲二率。今星行八刻爲三率。二三率相乘。一率除之。得四率七分半。即八刻內所行之數。蓋九十六刻與九十分之比。即同於八刻與七分半之比也。然將日變爲刻者。因每日九十六刻。不以十進位。又今所有者爲八刻。故以刻數與刻數相比也。度變爲分者。因每度六十分。亦不以十進位。而今八刻內所行者必爲分。故以分數與分數相比也。

一率	九十六刻
二率	九十分
三率	八刻
四率	七分半

設如驗時儀算砲聲自烟起至聞聲。計七秒得五里。今得十四秒。問里數若干。

法以七秒爲一率。五里爲二率。今得十四秒爲三率。二三率相乘。一率除之。得四率十里。即十四秒之里數也。蓋七秒與五里之比。即同於十四秒與十里之比也。

一率	七秒
二率	五里
三率	十四秒
四率	十里

設如有羊四百六十隻。共賣銀八十二兩八錢。問每羊一隻。價銀幾何。

法以羊四百六十隻爲一率。銀八十二兩八錢爲二率。羊一隻爲三率。推得四率一錢八分。即每羊一隻之價也。此法三率是一・止用羊四百六十

一率	四百六十隻
二率	八十二兩八錢
三率	一隻
四率	一錢八分

隻歸除八十二兩八錢亦得。但列四率法中。不得不備其一體也。

設如有羊一羣共二百四十隻。又生羔七十二隻。問加羊羣內十分之幾。

法以羊二百四十隻爲一率。十分爲二率。今生羔七十二隻爲三率。推得四率三分。卽爲加羊羣內十分之三也。葢二百四十與十分之比。卽同於七十二與三分之比。若將二百四十作十分。每分得二十四。將羊羔七十二作三分。每分亦得二十四。總而約之。故爲十分之三也。

一率	二百四十隻
二率	十分
三率	七十二隻
四率	三分

設如有田科糧。每三畝科糧八斗四升。今有四千六百三十五畝。問得糧若干。

法以三畝爲一率。八斗四升爲二率。今有四千六百三十五畝爲三率。推得四率一千二百九十七石八斗。卽所得共糧數也。葢三畝與八斗四升之比。卽同於四千六百三十五畝與一千二百九十七石八斗之比也。

一率	三畝
二率	八斗四升
三率	四千六百三十五畝
四率	一千二百九十七石八斗

設如用古量法。豆區釜皆以四進。有八十豆。當二十區。有二十區。當釜若干。

法以八十豆爲一率。二十區爲二率。又爲三率。推得四率五釜。卽二十

一率	八十豆
二率	二十區
三率	二十區
四率	五釜

區所當釜數也。此正比例中相連比例法也。蓋因二十區與二十區相乘。得四百區。而八十豆與五釜相乘亦得四百區。二十區既爲二率又爲三率。故謂相連比例。是以八十豆與二十區之比。卽同於二十區與五釜之比也。

設如一商原有本銀三千兩。一年得利銀九百兩。今復將九百兩爲本。

問一年得利若干。

法以三千兩爲一率。九百兩爲二率。又爲三率。推得四率二百七十兩。卽九百兩所得之利也。此法以九百兩爲二率又爲三率。蓋三千兩與九百兩之比爲三與九之比例。而九百兩與二百七十兩之比。亦爲三與九之比例也。

一率	三千兩
二率	九百兩
三率	九百兩
四率	二百七十兩

轉比例

設如有田一畝。原闊八步。長三十步。今闊要十二步。問長得幾何。

法以今闊十二步爲一率。原長三十步爲二率。原闊八步爲三率。二三率相乘。一率除之得四率二十步。即今闊十二步之長也。此法以原有之兩數相乘。以今有之一數除之。而得今所求之數者。因乘出兩數相同故也。在正比例。原有之兩件爲一率二率。今有之一件爲三率。而今所求之一件爲四率。俱以原有之一件與今有之一件相乘。其積相同。在轉比例、則原有之兩件爲二率三率。今有之一件爲一率。而今所求之一件爲四率。是原有之兩件相乘。今有之兩件相乘。其積相同。此兩法異同之故也。雖今闊比原闊多。而今長卻比原長少。故原有之闊（八步）與長（三十步）相乘得二百四十步。而今有之闊（十二步）與長二十步。相乘亦得二百四十步。其積旣同。是以轉而比之。自成比例。蓋今闊比原闊多三分之一。今長比原長少三分之一。其比例相同。（見幾何原本七卷第三節）故今闊十二步與原闊八步之比。即同於原長三十步與今長二十步之比也。若借正比例論之。以原闊八步爲一率。原長三十步爲二率。今闊十二步爲三率。二三率相乘。一率除之。得四率四十五步。則是今闊比原闊多。今長亦比原長多。所容積數亦多。而與一畝之數不合矣。故轉以今闊十二步爲一率。原長三十步爲二率。原闊八步爲三率。而得四率二十步。

一率	今闊十二步
二率	原長三十步
三率	原闊八步
四率	今長二十步

是爲一率與三率之比同於二率與四率之比也。

設如有地寬二十丈長一百二十丈。今換地寬三十丈。問長得幾何。

法以今寬三十丈爲一率。原長一百二十丈爲二率。原寬二十丈爲三率。二三率相乘。一率除之。得八十丈。卽今寬三十丈之長也。此法原有之寬與長相乘。得二千四百丈。今有之寬與長相乘。亦得二千四百丈。其積既同。故轉而比之自成比例。以今寬比原寬。以原長比今長。俱三與二之比例。是以今寬三十丈與原寬二十丈之比。卽同於原長一百二十丈與今長八十丈之比也。

一率	今寬三十丈
二率	原長一百二十丈
三率	原寬二十丈、
四率	今長八十丈

設如傭工開渠八人開之二十日完。今加倍用十六人開之。問得幾日完。

法以今十六人爲一率。原二十日爲二率。原八人爲三率。二三率相乘。一率除之。得四率十日。卽十六人完工之日也。此法因工少而用日多。故加人使工多而用日少。蓋今十六人與原八人之比。卽今之工加一倍。而原二十日與今十日之比。則今所得之日亦必減一倍。故一率十六人與三率八人之比。卽同於二率二十日與四率十日之比也。

一率	今十六人
二率	原二十日
三率	原八人
四率	今十日

設如有地四百八十畝。八人耕之十二日完。今用六人耕之。問得幾日完。

法以今六人爲一率。原十二日爲二率。原八人爲三率。二三率相乘。一率除之。得四率十六日。卽六人耕

完之日也。此法人數日數不同。而所耕之田。則同爲四百八十畝。而所用之工。又同爲九十六。故以八人論。一日八工。十二日則用九十六工。以六人論。一日六工。十六日亦用九十六工也。故轉用四率自成比例。以一率六人與三率八人之比。卽同於二率十二日與四率十六日之比也。

一率	今六人
二率	原十二日
三率	原八人
四率	今十六日

設如衆軍支米。足用四年。則每人每月支米三斗。今欲將四年之米。足用十二年。問每人每月應支幾何。

法以今欲用十二年爲一率。原支米三斗爲二率。足用四年爲三率。二三率相乘。一率除之。得四率一斗。卽足用十二年每人每月應支之數也。此法支米多則足用年數少。今支米少則足用年數多。蓋四年與十二年之比。在年爲加三分之二。而三斗與一斗之比。在米又爲減三分之二。其比例固同也。

一率	今十二年
二率	原三斗
三率	原四年
四率	今一斗

設如木星十二年一周天。每年行三十度。土星則二十八年一周天。

問每年行幾度。

法以土星所行一周二十八年爲一率。木星每年所行三十度爲二率。木星所行一周十二年爲三率。二三率相乘。一率除之。得四率十二度五十一分二十五秒有餘。卽土星每年所行之度數也。蓋木星

一率	土一周二十八年
二率	木每年行三十度
三率	木一周十二年
四率	土每年行十二度餘

周天比土星年數少而行度卻多。土星周天比木星年數多而行度卻少。多得少而少反得多。故轉而比之以二十八年與十二年之比。卽同於三十度與十二度有餘之比也」

設如一人借人之絹寬三尺長二十四丈今還絹寬四尺問長該若干」

法以今絹寬四尺爲一率。原絹長二十四丈爲二率。原絹寬三尺爲三率。二三率相乘。一率除之。得四率十八丈。卽爲今所還寬四尺絹之長也。蓋原絹寬三尺長二十四丈相乘得七百二十尺。今絹寬四尺長十八丈相乘。亦得七百二十尺。因其積數相同。故今絹寬四尺與原絹寬三尺之比。卽同於原絹長二十四丈與今絹長十八丈之比也。

一率	今寬四尺
二率	原長二十四丈
三率	原寬三尺
四率	今長一十八丈

設如驗時儀墜子。其繩長四尺四寸八分一釐二毫八絲。四刻內來往共三千次。今造一墜。欲使來一秒往一秒。問繩長若干。

法以四刻化三千六百秒。爲今墜子往來次數。自乘得一千二百九十六萬次。爲一率。原墜繩長四尺四寸八分一釐二毫八絲爲二率。以原墜往來三千次自乘得九百萬次爲三率。二三率相乘。一率除之。得四率三尺一寸一分二釐。卽今所求墜繩之長也。夫以四刻化秒者。蓋以所求之墜子。欲其來一秒往一秒也。故秒數卽次數。四刻所化之秒。卽今墜子在四刻內往來之次數也。其比例以次數自

一率	今一千二百九十六萬次
二率	原四尺四寸八分一釐二毫八絲
三率	原九百萬次
四率	今三尺一寸一分二釐

乘者。因墜子往來之際。已成平面形。故以往來之方數相比爲面比面。而原墜與今墜之長數相比爲線比線。務使其類相當。而後可以相比也。是以今墜往來次數自乘與原墜往來次數自乘之比。卽同於原墜長數與今墜長數之比也。然原墜於四刻內往來之次數少。而墜卻長。今墜於四刻內往來之次數多而墜卻短。故以今墜之往來次數與原墜之往來次數爲比。卽同於原墜之長與今墜之長爲比。所以爲轉比例也。

設如有正方池一面。每邊十二丈。今欲作寬八丈之池。使其池面積數與方池等。問長得幾何。

法以今池寬八丈爲一率。原池長十二丈爲二率。原池寬十二丈爲三率。推得四率十八丈。卽今欲作池之長也。此轉比例中相連比例法也。蓋原池方面每邊十二丈。其積一百四十四丈。卽二率三率相乘之數。今所得四率長十八丈與一率寬八丈相乘。亦得一百四十四丈。兩數相等。故以一率今池寬八丈與三率原池寬十二丈之比。卽同於二率原池長十二丈與四率今池長十八丈之比也。

一率	今寬八丈
二率	原長十二丈
三率	原寬十二丈
四率	今長十八丈

設如原用金九兩。係九成。今用八成金折還。當加幾兩。

法以今金八成爲一率。原金九兩爲二率。原金九成爲三率。推得四率十兩零一錢二分五釐。內減九兩。餘一兩一錢二分五釐。卽八成金當加之數也。此法二率三率爲體雖不同。而數則一。故亦爲相連

一率	今八成
二率	原九兩
三率	原九成
四率	今十兩零一錢二分五釐

比例。蓋以原金九兩。又係九成。相乘得十成金八兩一錢。以今之八成與所得十兩零一錢二分五釐相乘。亦得十成金八兩一錢。是八成與九成之比。卽同於九兩與十兩零一錢二分五釐之比也。

合率比例

設如以夏布換棉布。但知每夏布三丈。價銀二錢。每棉布七丈。價銀七錢五分。今有夏布四十五丈。問換棉布若干。

法以夏布三丈。與棉布價銀七錢五分相乘。得二兩二錢五分。爲一率。夏布價銀二錢。與棉布七丈相乘。得一兩四錢。爲二率。夏布四十五丈爲三率。推得四率二十八丈。卽夏布四十五丈所換之棉布數也。此法乃兩比例合爲一比例也。如分作兩比例明之。每夏布三丈價銀二錢。今夏布四十五丈。則價銀應得三兩。此一比例也。棉布價銀七錢五分。得棉布七丈。今夏布四十五丈之價三兩。則應得棉布二十八丈。此又一比例也。夫銀三兩原爲夏布四十五丈之價。則夏布四十五丈所換之棉布二十八丈。價銀亦應三兩可知矣。蓋兩比例中、一以三丈作一率。一以七錢五分作一率。故三丈與七錢五分相乘。得二兩二錢五分而爲一率。是合兩一率而爲一一率也。一以二錢作二率。一以七丈作二率。故二錢與七丈相乘。得一

總

一率	二兩二錢五分
二率	一兩四錢
三率	夏布四十五丈
四率	棉布二十八丈

一

一率	夏布三丈
二率	銀二錢
三率	夏布四十五丈
四率	銀三兩

二

一率	銀七錢五分
二率	棉布七丈
三率	銀三兩
四率	棉布二十八丈

兩四錢而爲二率。是合兩二率而爲一二率也。而後比例之三率。卽前比例之四率。如以兩三率相乘爲三率。則所得四率。亦爲兩四率相乘之數。必須以前比例之四率除之。方得後比例之四率。故卽以夏布之四十五丈爲三率。而得棉布之二十八丈爲四率也。

設如以芝麻換黃米。但知每芝麻三石。換菉豆五石。每菉豆四石。換黃米三石。今有芝麻五十四石。問換黃米若干。

法以芝麻三石。與菉豆四石相乘。得十二石爲一率。又以菉豆五石。與黃米三石相乘。得十五石爲二率。芝麻五十四石爲三率。推得四率六十七石五斗。卽芝麻五十四石所換之黃米數也。此法亦兩比例合爲一比例也。如分作兩比例明之每芝麻三石。換菉豆五石。則芝麻五十四石。必換菉豆九十石。此一比例也。菉豆四石。換黃米三石。則菉豆九十石。必換黃米六十七石五斗。此又一比例也。夫菉豆九十石。原爲芝麻五十四石所換。則菉豆九十石所換之黃米。卽芝麻五十四石所換之黃米可知矣。蓋以兩比例之各一率相乘爲一率。兩比例之各二率相乘爲二率者。卽合兩次乘除爲一次乘除也。

總

一率	十二石
二率	十五石
三率	芝蔴五十四石
四率	黃米六十七石五斗

一

一率	芝蔴三石
二率	菉豆五石
三率	芝蔴五十四石
四率	菉豆九十石

二

一率	菉豆四石
二率	黃米三石
三率	菉豆九十石
四率	黃米六十七石五斗

設如養兵七百名。每年額餉一萬二千六百兩。內有新著伍兵三百名。已應役七個月。問該餉銀若干。

法以原養兵七百名與十二個月相乘。得八千四百為一率。額餉一萬二千六百兩為二率。新兵三百名。與七個月相乘得二千一百為三率。推得四率三千一百五十兩。即兵三百名七個月應得之餉銀數也。此法亦兩比例合為一比例也。如分作兩比例明之。兵七百名得一萬二千六百兩。則兵三百名應得五千四百兩。乃兵三百名十二個月應得之數。此一比例也。兵三百名十二個月應得五千四百兩。則七個月應得三千一百五十兩。此又一比例也。今以兩比例之各一率相乘為一率。兩比例之各三率相乘為三率者。亦如兩比例之各一率二率相乘合為一一率二率也。

一

一率	七百兵
二率	一萬二千六百兩
三率	三百兵
四率	五千四百兩

二

一率	十二個月
二率	五千四百兩
三率	七個月
四率	三千一百五十兩

總

一率	八千四百
二率	一萬二千六百兩
三率	二千一百
四率	三千一百五十兩

設如原有鵝八隻。換雞二十隻。又雞三十隻。換鴨九十隻。又鴨六十隻。換羊二隻。今有羊五隻。問換鵝幾何。

法以所換羊二隻。與所換鴨九十隻相乘。得一百八十隻。再以所換雞二十隻乘之。得三千六百隻為一率。又以原鴨六十隻。與原雞三十隻相乘。得一千八百隻。又以原鵝八隻乘之得一萬四千四百隻為二

率。今羊五隻爲三率。推得四率二十隻。即羊五隻所換之鵝數也。此法乃三比例合爲一比例也。如分作三比例明之。羊二隻換鴨六十隻。則羊五隻必換鴨一百五十隻。此一比例也。鴨九十隻換雞三十隻。則鴨一百五十隻必換雞五十隻。此二比例也。雞二十隻換鵝八隻。則雞五十隻必換鵝二十隻。此三比例也。夫雞五十隻。原爲鴨一百五十隻之所換。而鴨一百五十隻。又原爲羊五隻之所換。則雞五十隻所換之鵝二十隻。即爲羊五隻之所換可知矣。今以三比例之各一率連乘之爲一率。又以三比例之各二率連乘之爲二率者。正合三比例爲一比例也。

總

一率	三千六百隻
二率	一萬四千四百隻
三率	羊五隻
四率	鵝二十隻

一

一率	羊二隻
二率	鴨六十隻
三率	羊五隻
四率	鴨一百五十隻

二

一率	鴨九十隻
二率	雞三十隻
三率	鴨一百五十隻
四率	雞五十隻

三

一率	雞二十隻
二率	鵝八隻
三率	雞五十隻
四率	鵝二十隻

設如原有菽三斗。換黍二斗。又黍四斗。換稷三斗。又稷五斗。換稻四斗。又稻六斗。換麥五斗。今有麥七斗。

問換菽幾何。

法以所換麥五斗。與所換稻四斗相乘得二石。復以所換稷三斗乘之得六石。再以所換黍二斗乘之。得一十二石爲一率。又以原有稻六斗。與原有稷五斗相乘得三石。復以原有黍四斗乘之得一十二石再

以原有菽三斗乘之。得三十六石爲二率。今有麥七斗爲三率。推得四率二石一斗。卽麥七斗所換之菽數也。此合四比例爲一比例也。如分作四比例明之。麥五斗換稻六斗。則麥七斗必換稻八斗四升。此一比例也。稻四斗換稷五斗。則稻八斗四升必換稷一石零五升。此二比例也。稷三斗換黍四斗。則稷一石零五升必換黍一石四斗。此三比例也。黍二斗換菽三斗。則黍一石四斗必換菽二石一斗。此四比例也。夫黍一石四斗原爲稷一石零五升之所換。而稷一石零五升又爲稻八斗四升之所換。而稻八斗四升又爲麥七斗之所換。則黍一石四斗所換之菽二石一斗。卽爲麥七斗之所換可知矣。今以四比例之各一率連乘之爲一率。又以四比例之各二率連乘之爲二率者。正合四比例爲一比例也。

總

一率	一十二石
二率	三十六石
三率	麥七斗
四率	菽二石一斗

一

一率	麥五斗
二率	稻六斗
三率	麥七斗
四率	稻八斗四升

二

一率	稻四斗
二率	稷五斗
三率	稻八斗四升
四率	稷一石零五升

三

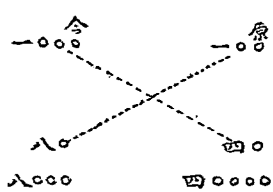
一率	稷三斗
二率	黍四斗
三率	稷一石零五升
四率	黍一石四斗

四

一率	黍二斗
二率	菽三斗
三率	黍一石四斗
四率	菽二石一斗

設如原有工人一百。開河四十丈。二十日工完。今有工人一千。開河八十丈。問得日數幾何。

法以今有工八一千與原開河四十丈相乘得四萬丈爲一率二十日爲二率以原有工人一百與今開河八十丈相乘得八千丈爲三率推得四率四日即一千人開河八十丈之日數也此法以原有今有兩數互乘以比例者所以齊其分也試將兩首位一千工與一百工互乘得十萬工然後互乘丈數原有一邊得四萬丈今有一邊得八千丈是原一百工開四十丈則十萬工開四萬丈其比例相同今一千工開八十丈則十萬工開八千丈其比例亦同也因兩工數相同故以四萬丈與二十日之比即同於八千丈與四日之比蓋原有十萬工開河四萬丈二十日可完今亦有十萬工開河八千丈則四日可完爲比例四率也然此法實係兩比例合爲一比例也如分作兩比例明之則先以人工爲比例原一百工開二十日今一千工即應開二日爲今一千工開河四十丈之日數此一轉比例也次用丈數爲比例原四十丈應開二日今八十丈則應開四日爲今一千工開河八十丈之日數此一正比例也法以



總

一率	四萬丈
二率	二十日
三率	八千丈
四率	四日

一

一率	今一千工
二率	原二十日
三率	原一百工
四率	今二日

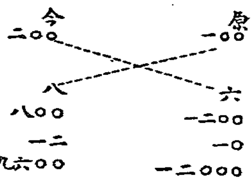
二

一率	原四十丈
二率	原二日
三率	今八十丈
四率	今四日

兩比例之一率相乘爲一率。兩比例之三率相乘爲三率者。正合兩比例爲一比例也。

設如原有書一百篇。六人寫之。十日完。每篇三百字。今有書二百篇。八人寫之。十二日完。問每篇得字若干。

法以今有二百篇。與原有六人相乘。得一千二百。又以原有十日乘之。得一萬二千。爲一率。每篇三百字爲二率。以原有一百篇。與今有八人相乘。得八百。又以今有十二日乘之。得九千六百爲三率。推得四率二百四十字。卽今八人寫十二日每篇之字數也。試將兩首位一百篇與二百篇互乘得二萬篇。然後互乘人工與日。原有一邊得一萬二千工。今有一邊得九千六百工。蓋原有二萬篇。用一萬二千工。每篇三百字。今亦有二萬篇。用九千六百工。其每篇必二百四十字。爲比例四率也。然此法實係三比例合爲一比例也。如分作三比例明之。則先以篇數爲比例。原一百篇每篇三百字。今勻



總

一率	一萬二千工
二率	三百字
三率	九千六百工
四率	二百四十字

一

一率	今二百篇
二率	原三百字
三率	原一百篇
四率	今一百五十字

二

一率	原六人
二率	原一百五十字
三率	今八人
四率	今二百字

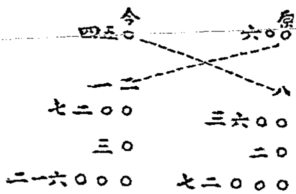
三

一率	原十日
二率	原二百字
三率	今十二日
四率	今二百四十字

爲二百篇。則每篇只應一百五十字。此一轉比例也。然人數不同。故次以人數爲比例。原六人寫之。每篇應一百五十字。今八人寫之。則每篇應二百字。此一正比例也。然日數又不同。故次以日數爲比例。原寫十日。每篇應二百字。今寫十二日。則每篇應二百四十字。此又一正比例也。法以三比例之各一率連乘之爲一率。三比例之各三率連乘之爲三率者。正合三比例爲一比例也。

設如原雇八人寫書。每篇六百字。八人寫二十日。得一百二十篇。今寫書每篇四百五十字。卻用十二人寫三十日。問得篇數幾何。

法以今有四百五十字。與原有八人相乘。得三千六百。又以原有二十日乘之。得七萬二千爲一率。一百二十篇爲二率。以原有六百字。與今有十二人相乘。得七千二百。又以今有三十日乘之。得二十一萬六千爲三率。推得四率三百六十篇。即今十二人寫三十日之篇數也。試將兩首位六百字與四百五十字互乘。得二十七萬字。然後互乘人工與日。原有一邊得七萬二千工。今有一邊得二十一萬六千工。蓋原有一邊二十七萬字。用七萬二千工。得一百二十篇。今一邊亦二十七萬字。用二十一



總

一率	七萬二千工
二率	一百二十篇
三率	二十一萬六千工
四率	三百六十篇

萬六千工。則得三百六十篇。爲比例四率也。然此法亦係三比例合爲一比例也。如分作三比例明之。則先以字數爲比例。原每篇六百字。爲一百二十篇。今每篇四百五十字。則必勻爲一百六十篇。此一轉比例也。

一

一率	今四百五十字
二率	原一百二十篇
三率	原六百字
四率	今一百六十篇

然人數不同。故次以人數爲比例。原八人寫之。應得一百六十篇。今十二人寫之。則應得二百四十篇。此一正比例也。然日數又不同。故次以日數爲比例。原寫二十日。應得二百四十篇。今寫三十日。則應得三百六十篇。此又一正比例也。法以三比例之各一率連乘之爲一率。三比例之各三率連乘之爲三率者。正合三比例爲一比例也。

二

一率	原八人
二率	原一百六十篇
三率	今十二人
四率	今二百四十篇

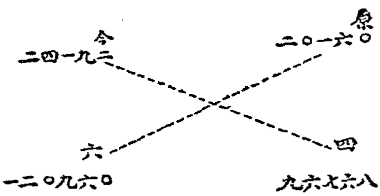
三

一率	原二十日
二率	原二百四十篇
三率	今三十日
四率	今三百六十篇

設如海船內原有甜水二萬零一百六十斤。每人每日用二斤。足用四個月。今又添四千零三十二斤。合前數共二萬四千一百九十二斤。欲用六個月。問每日每人應用幾何。

法以原有二萬零一百六十斤。與今六個月相乘。得一十二萬零九百六十個月爲一率。每人每日用水二斤通爲三十二兩爲二率。以今有二萬四千一百九十二斤。與原四個月相乘。得九萬六千七百六十八個月爲三率。推得四率二十五兩六錢。即今每人每日應用之數也。試將兩首位數互乘。得四億八千

七百七十一萬零七百斤。然後互乘月數。原有一邊得九萬六千七百六十八個月。今有一邊得一十二萬零九百六十個月。蓋原有水四億八千七百七十一萬零七百斤。足用九萬六千七百六十八個月。每人得三十二兩。今有水亦四億八千七百七十一萬零七百斤。欲用十二萬零九百六十個月。則每人得二十五兩六錢。爲轉比例四率也。然此法亦係兩比例合爲一比例也。如分作兩比例明之。則先以水數爲比例。原有水二萬零一百六十斤。每人每日用三十二兩。今水二萬四千一百九十二斤。則每人每日應用三十八兩四錢。此一正比例也。然月數不同。故次以月數爲比例。原用四個月。每日應用三十八兩四錢。今欲用六個月。則每日應用二十五兩六錢。此一轉比例也。法以



總

一率	今一十二萬零九百六十月
二率	原三十二兩
三率	原九萬六千七百六十八月
四率	今二十五兩六錢

一

一率	原二萬零一百六十斤
二率	原三十二兩
三率	今二萬四千一百九十二斤
四率	今三十八兩四錢

二

一率	今六個月
二率	原三十八兩四錢
三率	原四個月
四率	今二十五兩六錢

兩一率相乘爲一率。兩三率相乘爲三率者。正合兩比例爲一比例也。

設如原有米八萬石用車二十四輛日行四十里。二十日運完今有米十萬石。用車三十輛日行六十里。

問運完日數幾何。

法以原有八萬石與今用車三十輛相乘得二百四十萬輛。又以今行六十里乘之得一億四千四百萬里爲一率。二十日爲二率。以今有十萬石與原用車二十四輛相乘。亦得二百四十萬輛。又以原行四十里乘之得九千六百萬里爲三率。推得四率十三日又三分日之一。即今米十萬石運完之日數也。試將兩首位數互乘。得八十億石。然後互乘車數里數。原有一邊得九千六百萬里。今有一邊得一億四千四百萬里。蓋原有米八十

原	今
八〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇
二四	三〇
二四〇〇〇〇〇	二四〇〇〇〇〇
四〇	六〇
九六〇〇〇〇〇〇	一四四〇〇〇〇〇〇〇

總

一率	今一億四千四百萬里
二率	原二十日
三率	原九千六百萬里
四率	今十三日又三分日之一

一

一率	原八萬石
二率	原二十日
三率	今十萬石
四率	今二十五日

億石。用車二百四十萬輛。行九千六百萬里。得二十日運完。今有米亦八十億石。亦用車二百四十萬輛。行一億四千四百萬里。故十三日又三分日之一運完。爲轉比例四率也。然比法亦係三比例合爲一比例也。如分作三比例明之。則先以米數爲比例。原米八萬石運二十日。今米十萬石則應運二十五日。此一正比例也。然車數不同。故次以車數爲比例。原車二十四輛應運二十五日。今車三十輛則應運二十日。此一轉比例也。然日行里數又不同。故次以里數爲比例。原行四十里應運二十日。今行六十里則應運十三日又三分日之一。此又一轉比例也。法以三比例之各一率連乘之爲一率。三比例之各三率連乘之爲三率者。正合三比例爲一比例也。

二

一率	今三十車
二率	原二十五日
三率	原二十四車
四率	今二十日

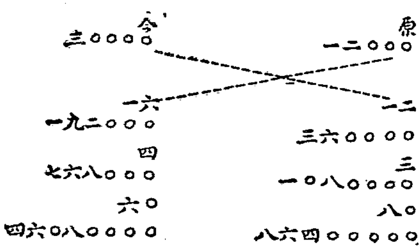
三

一率	今六十里
二率	原二十日
三率	原四十里
四率	今十三日又三分日之一

設如原有麥子一萬二千石。車十二輛。每車載三石。日行八十里。四十日運完。今有麥三萬石。車十六輛。每車載四石。日行六十里。問運完日數幾何。

法以原有麥子一萬二千石與今車十六輛相乘。得一十九萬二千輛。又以今每車載麥四石乘之。得七十六萬八千石。又以今行六十里乘之。得四千六百零八萬里爲一率。四十日爲二率。以今有麥子三萬石與原有車十二輛相乘。得三十六萬輛。又以原每車載麥三石乘之。得一百零八萬石。又以原行八十

里乘之。得八千六百四十萬里。爲三率。推得四率七十五日。卽今麥三萬石運完之日數也。試將兩首位數互乘。得三億六千萬石。然後互乘車數石數里數。原有一邊得八千六百四十萬里。今有一邊得四千六百零八萬里。葢原有麥三億六千萬石。用車三十六萬輛。載一百零八萬石。行八千六百四十萬里。得四十日運完。今有麥亦三億六千萬石。用車一十九萬二千輛。載七十六萬八千石。行四千六百零八萬里。得七十五日運完。爲轉比例四率也。然此法係四比例合爲一比例也。如分作四比例明之。則先以麥數爲比例。原麥一萬二千石運四十日。今麥三萬石則應運一百日。此一正比例也。然車數不同。故次以車數爲比例。原車十二輛應運一百日。今



總
一率 今四千六百零八萬里
二率 原四十日
三率 原八千六百四十萬里
四率 今七十五日

一
一率 原一萬二千石
二率 原四十日
三率 今三萬石
四率 今一百日

二
一率 今十六車
二率 原一百日
三率 原十二車
四率 今七十五日

車十六輛則應運七十五日。此一轉比例也。然每車所載石數不同。故次以石數爲比例、原每車載三石應運七十五日。今每車載四石。則應運五十六日二五。卽四分日之一・此又一轉比例也。然日行里數又不同。故次以里數爲比例。原日行八十里應運五十六日二五。今日行六十里。則應運七十五日。此又一轉比例也。法以四比例之各一率連乘之爲一率。四比例之各三率連乘之爲三率者。正合四比例爲一比例也。

三

一率	今四石
二率	原七十五日
三率	原三石
四率	今五十六日二五

四

一率	今六十里
二率	原五十六日二五
三率	原八十里
四率	今七十五日

正比例帶分

設如有銀買米。每米一石。價銀八錢四分。今買米三分石之二。問該銀若干。

法以米一石用分母三通爲三分爲一率。銀八錢四分爲二率。分子二分爲三率。二三率相乘。一率除之。得四率五錢六分。卽銀數也。葢米一石通爲三分。以三分與八錢四分之比。卽同於二分與五錢六分之比。皆爲三分之二之比例也。

一率	三分
二率	八錢四分
三率	二分
四率	五錢六分

設如有人行路。行過五分之二係八十里。問總里數幾何。

法以分子二分爲一率。分母五分爲二率。行過八十里爲三率。二三率相乘。一率除之。得四率二百里。卽總里數也。葢總里數之五分之二爲八十里。以二分與五分之比。卽同於八十里與二百里之比。皆爲五分之二之比例也。

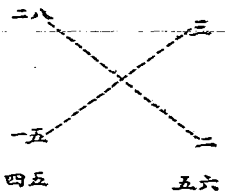
一率	二分
二率	五分
三率	八十里
四率	二百里

設如有銀買米。每米三分石之二。價銀七分兩之五。今買米四分石之三。問該銀若干。

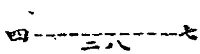
法以三分石之二爲一率。七分兩之五爲二率。四分石之三爲三率。用通分乘法以二率分母七與三率分母四相乘。得二十八爲乘出之分母。又以二率分子五與三率分子三相乘。得一十五爲乘出之分子。

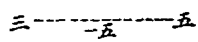
是爲二十八分之十五。爲二率三率相乘之數。以一率三分石之二除之。因分母除不盡。乃用通分互乘代除之法除之。以乘出之分母二十八。與一率之分子二相乘。得五十六。爲除出之分母。又以一率之分母三。與乘出之分子十五相乘。得四十五。爲除出之分子。卽得四率五十六分兩之四十五。爲所求之數也。如求眞數則變零分爲兩。以分母五十六爲一率。一兩爲二率。分子四十五爲三率。推得四率八錢餘二不盡。命爲五十六分錢之二。約爲二十八分錢之一。卽所求之眞數也。

一率	三分石之二
二率	七分兩之五
三率	四分石之三
四率	五十六分兩之四十五



一率	五十六分
二率	一兩
三率	四十五分
四率	八錢又二十八分錢之一





設如有銀買蠟。每銀二兩六錢。買蠟十斤零五分斤之二。又七兩零二分兩之一。今有銀九錢。問買蠟幾何。

法以銀二兩六錢爲一率。以蠟十斤通爲一百六十兩。又五分斤之二通爲六兩四錢。又七兩零二分兩

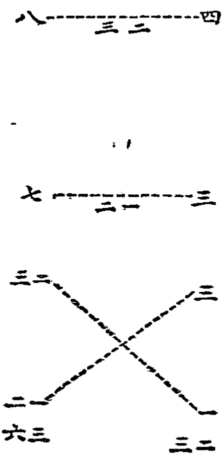
之一通爲七兩五錢。共得一百七十三兩九錢爲二率。今有銀九錢爲三率。推得四率六十兩零一錢九分。收爲三斤零十三兩一錢九分。即所求之蠟數也。此法雖有零分而分兩實可相通。故各相通以爲比例四率也。

一率	二兩六錢
二率	一百七十三兩九錢
三率	九錢
四率	六十兩零一錢九分

設如有銀買羽絨。每三分丈之一。價銀四分兩之三。今欲買八分丈之七。問該銀若干。

法以原羽絨三分丈之一爲一率。原銀四分兩之三爲二率。今羽絨八分丈之七爲三率。用通分乘法。以二率分母四與三率分母八相乘。得三十二爲乘出之分母。又以二率分子三與三率分子七相乘。得二十一爲乘出之分子。是爲三十二分之二十一爲二率三率相乘之數。乃以一率三分丈之一除之。因分母除不盡。乃用通分互乘代除之法除之。以乘出之分母三十二與一率之分子一相乘。仍得三十二爲除出

一率	三分丈之一
二率	四分兩之三
三率	八分丈之七
四率	一兩又三十二分兩之三十一



之分母。又以一率之分母三與乘出之分子二十一相乘得六十三爲除出之分子。卽得四率三十二分兩之六十三。爲所求之數也。滿分母三十二分收爲一兩。餘三十一。六十三分內減去三十二分。仍餘三十一。爲一兩又三十二分兩之三十一。如求眞數。則以分母三十二爲一率。一兩爲二率。分子三十一爲三率。推得四率九錢六分八釐七毫五絲。與整數一兩相加。得一兩九錢六分八釐七毫五絲。卽眞數也。

一率	三十二分
二率	一兩
三率	三十一分
四率	九錢六分八釐七毫五絲

設如有銀買緞。每緞二疋。共價八兩又五分兩之四。今欲買三十六疋。問共價若干。

法以二疋爲一率。共價八兩。用分母五通爲四十分。加分子四。得四十四分爲二率。今買三十六疋爲三率。推得四率七百九十二分。以每分母五分收爲一兩。得一百五十八兩又五分兩之二。以五分爲一率。一兩爲二率。七百九十二分爲三率。推得四率一百五十八兩。餘二分。卽命爲五分兩之二。

一率	二疋
二率	四十四分
三率	三十六疋
四率	七百九十二分

一率	五分
二率	一兩
三率	七百九十二分
四率	一百五十八兩又五分兩之二

一率	二疋
二率	八兩八錢
三率	三十六疋
四率	一百五十八兩四錢

卽所求之數也。如以五分兩之二收爲四錢。五分爲一兩。則二分爲四錢。則得一百五十八兩四錢。卽緞三十六疋之共價也。如以子母分變爲眞數求之。二疋共價八兩又五分兩之四。則五分爲一兩。四分爲八錢。是二疋共價爲八兩八錢。卽以二疋爲一率。八兩八錢爲二率。三十六疋爲三率。亦得四率一百五十八兩四錢。爲緞三十六疋之共價也。

轉比例帶分

設如一案。長九尺。寬一尺六寸。今欲將原長減三分之一。其面積仍與原案等。問寬幾何。

法以原長九尺用分母三歸之。得每分三尺。於原長九尺內減去一分之三尺。餘六尺爲今長。爲一率。原寬一尺六寸爲二率。原長九尺爲三率。二三率相乘。一率除之。得四率二尺四寸。卽今所求之寬也。此法因分母三。可以度盡原長。故變今長爲眞數。與他率爲比例也。

一率	今長六尺
二率	原寬一尺六寸
三率	原長九尺
四率	今寬二尺四寸

設如營造。原每日用五十六人。歷一月又九分月之三。可以完工。今每日用六十四人。問完工之日得幾何。

法以今用六十四人爲一率。以分母九通一月爲九分。加入分子三。共爲九分月之十二爲二率。原用五十六人爲三率。推得四率九分月之十分半。滿分母九分收爲一月。餘一分半。十分半內減去九分。餘一分半。約爲六分月之一。卽得一月又六分月之一。爲今用六十四人完工之日也。葢六十四人與一月又九分月之三之比。卽同於五十六人與一月又六分月之一之比也。

一率	今六十四人
二率	原九分月之十二
三率	原五十六人
四率	今九分月之十分五

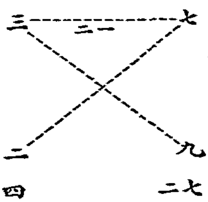
設如原有一門簾。用綾一丈二尺。其綾寬一尺五寸。今欲作一新簾。其綾比原綾寬七分尺之三。問應用長數幾何。

法以原寬一尺五寸。用分母七通爲十分半。加入分子三。得今寬一十三分半爲一率。原長一丈二尺爲二率。原寬十分半爲三率。推得四率九尺又一百三十五分尺之四十五。約爲三分尺之一。卽得九尺又三分尺之一。爲今應用之長數也。蓋今寬十三分半與原寬十分半之比。卽同於原長一丈二尺與今長九尺又三分尺之一之比也。

一率	今寬十三分五
二率	原長一丈二尺
三率	原寬十分五
四率	今長九尺又三分尺之一

設如城守兵一營。其糧可支一年又七分年之二。今汰去三分之一。問應支年數幾何。

法先以年分母七通一年爲七分。加入分子二。得七分年之九。又以兵分子一減分母三。得二。爲三分之二。爲現存兵數。汰去三分之一。則存者爲三分之二。因兩分母不同。故用互乘以齊之。以兩分母三七相乘得二十一。爲共母分。卽原兵分。以年分母七互乘兵分子二。得十四。爲今存兵分。以兵分母三互乘年分子九。得二十七。爲原年分。卽以所通今存兵十四分爲一率。原年數二十七分爲二率。原



一率	今存兵十四分
二率	原年數二十七分
三率	原兵二十一分
四率	今年數四十分五

兵二十一分爲三率。推得四率二十一分年之四十分半。滿分母二十一分收爲一年。餘十九分半。四十分半內減二十一分。餘十九分半。約爲七分年之六分半。即得一年又七分年之六分半。爲今應支之年數也。蓋今存兵比原兵少三分之一。則支糧年數必多三分之一。故今存兵十四分與原兵二十一分之比。即同於原年數二十七分與今年數四十分半之比也。

數理精蘊下編卷四

線部二

按分遞折比例

差分之款項雖多。按分遞折者。皆爲相連比例。故約之而歸一類。如二八三七四六差分。俱以十分爲總率。而按各分以分之者也。如遞折差分。亦以十分爲率。而按十分之幾以遞折之者也。如加倍減半差分。則以倍半爲率。按一定之分而加減之者也。今細分其目如左。

二八差分者。以總物平分十分。一得十分之二。一得十分之八。有三色者。則以二與八與三十二爲衰數。蓋八與三十二之比。卽如二與八之比也。有四色者。則以二與八與三十二與一百二十八爲衰數。蓋三十二與一百二十八之比。亦如二與八之比也。至於五色以上者。皆以相連比例求各衰數。總不越乎二八之比例。故曰二八差分。

三七差分者。以總物平分十分。一得十分之三。一得十分之七。有三色者。則以九與二十一及四十九爲衰數。以九爲第一衰數者。因三與七非彼此度盡之數。七作三分。必至奇零不盡。故以三因三得九爲三分。則以三因七得二十一爲七分。如二十一轉爲三分。則四十九又爲七分矣。蓋九與二十一。卽如二與七之比。而二十一與四十九。亦如二與七之比也。有四色者。則以二十七與六十三及一百四十七與三百四十三爲衰數。以

三因九得二十七爲三分・故以七因九得六十三爲七分・若六十三轉爲三分・則一百四十七爲七分・一百四十七轉爲三分・則三百四十三又爲七分矣・蓋二十七與六十三．六十三與一百四十七．一百四十七與三百四十三．皆如三與七之比也．五色以上者．皆以相連比例求各衰數．總不越乎三七之比例．故曰三七差分．

四六差分者．以總物平分十分．一得十分之四．一得十分之六．有三色者．則以四與六與九爲衰數．蓋六與九之比．卽如四與六之比也．有四色者．則以四與六與九與一三五爲衰數．蓋九與一三五之比．亦如四與六之比也．五色以上者．亦以相連比例求各衰數．總不越乎四六之比例．故曰四六差分．

遞折差分者．十分之中．得其幾分．卽爲幾折．如得其六分．卽爲六折．得其四分．卽爲四折．若夫五折則爲十分之半．故載於倍半法中．而別爲一類．

加倍差分．其數自少而多．皆以倍而加．減半差分．則數自多而少．皆以半而減．因加減有定分．故立衰有定例．總以加倍減半之數爲相連比例．設爲借數以求正數也．

二八差分

設如有銀三千兩．令二等人戶二八納之．問各該若干．

法以二分八分相併得十分爲一率．銀三千兩爲二率．二分爲三率．推得四率六百兩．爲下等人戶所納之數．仍以二分八分相併之十分爲一率．銀三千兩爲二率．以八分爲三率．推得四率二千四百兩．卽爲上等人戶所納之數也．此法兩用四率者．正爲明比例之理．蓋二分八分相併之十

一率	十分
二率	三千兩
三率	二分
四率	六百兩

分與總銀三千之比即如二分之與六百之比八分之與二千四百之比也

又捷法以二八所併之十分歸除總銀三千兩得每分三百兩以二分乘之得六百以八分乘之得二千四百蓋每一分得三百而二分得六百八分得二千四百也又或先得二分所納之數於總銀內減之即八分所納之數此又正法外之變法也

一率	十分
二率	三千兩
三率	八分
四率	二千四百兩

設如有人一千六百名二分賞銀八分賞米問賞銀人若干賞米人若干

法以二分八分相併得十分爲一率人一千六百名爲二率二分爲三率推得四率三百二十名爲應賞銀之人如以八分爲三率推得四率一千二百八十名即應賞米之人也蓋二分八分相併之十分與總人一千六百之比即如二分之與三百二十名之比八分之與一千二百八十名之比也

一率	十分
二率	一千六百名
三率	二分
四率	三百二十名

一率	十分
二率	一千六百名
三率	八分
四率	一千二百八十名

又捷法以二八所併之十分歸除總人數一千六百名得每分一百六十名以二分乘之得賞銀人三百二十名以八分乘之得賞米人一千二百八十名蓋每一分得一百六十名而二分得三百二十名八分得一千二百八十名也

設如有米五百八十八石。令甲乙丙三人二八分之。問每人應得幾何。

法以二分爲甲衰。八分爲乙衰。三十二分爲丙衰。相併得四十二分爲一率。總米五百八十八石爲二率。以甲二分爲三率。推得四率二十八石。即甲分米數。以乙八分爲三率。得四率一百一十二石。即乙分米數。以丙三十二分爲三率。得四率四百四十八石。即丙分米數也。此法用二與八。八與三十二者。即二八相連比例分。蓋總分數四十二分與總米五百八十八石之比。即二分與二十八石之比。八分與一百一十二石之比。即三十二分與四百四十八石之比也。

一率	四十二分
二率	五百八十八石
三率	二分
四率	二十八石

一率	四十二分
二率	五百八十八石
三率	八分
四率	一百一十二石

一率	四十二分
二率	五百八十八石
三率	三十二分
四率	四百四十八石

又捷法以總數四十二分。歸除總米五百八十八石。得每分一十四石以二分乘之。得甲米二十八石。以八分乘之。得乙米一百一十二石。以三十二分乘之。得丙米四百四十八石也。

設如有銅五百二十斤。鍊成精銅。每十分中去渣二分。餘精銅八分。問精銅與渣各得若干。

法以十分爲一率。銅五百二十斤爲二率。八分爲三率。推得四率四百一十六斤爲精銅之數。如以二分爲三率。推得四率一百零四斤。即銅渣之數也。蓋十分與五百二十斤之比。即如八分之與四百一十六

斤之比。二分之與一百零四斤之比也。
又捷法以十分歸除總銅五百二十斤。得每分五十二斤。以八分乘之得四百一十六斤。以二分乘之得一百零四斤。蓋每一分五十二斤。而二分得一百零四斤。八分得四百一十六斤也。
又或先得精銅八分數減總銅。餘卽銅渣二分數也。

一率	十分
二率	五百二十斤
三率	八分
四率	四百一十六斤

一率	十分
二率	五百二十斤
三率	二分
四率	一百零四斤

設如有田二千六百三十五畝。以麥穀豆麻四色遞次二八分種。問各田應得幾何。

法以二分爲麻衰。八分爲豆衰。三十二分爲穀衰。一百二十八分爲麥衰。併之得一百七十分爲一率。總田二千六百三十五畝爲二率。以麥一百二十八分爲三率。得四率一千九百八十四畝。卽麥田數。

一率	一百七十分
二率	二千六百三十五畝
三率	麥一百二十八分
四率	一千九百八十四畝

一率	一百七十分
二率	二千六百三十五畝
三率	穀三十二分
四率	四百九十六畝

一率	一百七十分
二率	二千六百三十五畝
三率	豆八分
四率	一百二十四畝

一率	一百七十分
二率	二千六百三十五畝
三率	麻二分
四率	三十一畝

如以穀三十二分爲三率。得四率四百九十六畝。即穀田數。如以豆八分或麻二分爲三率。所得四率。即豆一百二十四畝與麻三十一畝之田數也。

又捷法以總數一百七十分除總田數二千六百三十五畝。得每分一十五畝五分。乃以每色分數乘之。即得每色應種數也。

設如有銀三千四百一十兩。令五商遞次二八分出。問各出幾何。

法以一商爲二分。一商爲八分。一商爲三十二分。一商爲一百二十八分。一商爲五百一十二分。併之得六百八十二分爲一率。總銀三千四百一十兩爲二率。以五百一十二分爲三率。得四率二千五百六十兩。即五百一十二分應出之數。如以一百二十八分爲三率。得四率六百四十兩。即一百二十八分應出之數。如以三十二分爲三率。得四率一百六十

一率	六百八十二分
二率	三千四百一十兩
三率	五百一十二分
四率	二千五百六十兩

一率	六百八十二分
二率	三千四百一十兩
三率	一百二十八分
四率	六百四十兩

一率	六百八十二分
二率	三千四百一十兩
三率	三十二分
四率	一百六十兩

一率	六百八十二分
二率	三千四百一十兩
三率	八分
四率	四十兩

一率	六百八十二分
二率	三千四百一十兩
三率	二分
四率	十兩

兩。卽三十二分應出之數。如以八分或二分爲三率。所得四率四十兩。卽八分應出之數。一十兩卽二分應出之數也。

又捷法以總數六百八十二分除總銀三千四百一十兩。得每分五兩。再以每人分數乘之。卽得每人應出銀數也。

設如有糧二千六百五十五石九斗。令甲乙丙丁戊五等人戶。照二八遞減納之。甲三十戶。乙四十戶。丙五十戶。丁六十戶。戊七十戶。問各戶所納幾何。各等戶共納幾何。

法以五百一十二爲甲一戶分數。再以甲三十戶乘之。得一萬五千三百六十。爲甲三十戶共分數。以一百二十八爲乙一戶分數。再以乙四十戶乘之。得五千一百二十。爲乙四十戶共分數。又以三十二爲丙一戶分數。再以丙五十戶乘之。得一千六百。爲丙五十戶共分數。又以八爲丁一戶分數。再以丁六十戶乘之。得四百八十。爲丁六十戶共分數。又以二爲戊一戶分數。再以戊七十戶乘之。得一百四十。爲戊七十戶共分數。以所得五等共分數併之。得二萬二千七百爲總分數。爲一率。總糧二千六百五十五石九斗爲二率。以甲五百一十二分爲三率。得甲一戶納五十九石九斗零四合。又以甲三十戶乘之。得甲共納一千七百九十七石一斗二升。以乙一百二十八分爲三率。得乙一戶納

甲共分數一萬五千三百六十

乙共分數五千一百二十

丙共分數一千六百

丁共分數四百八十

戊共分數一百四十

十四石九斗七升六合。又以乙四十戶乘之。得乙共納五百九十九石零四升。以丙三十二分爲三率。得丙一戶納三石七斗四升四合。又以丙五十戶乘之。得丙共納一百八十七石二斗。以丁八分爲三率。得丁一戶納九斗三升六合。又以丁六十戶乘之。得丁共納五十六石一斗六升。以戊二分爲三率。得戊一戶納二斗三升四合。又以戊七十戶乘之。得戊共納十六石三斗八升也。

一率	二萬二千七百分
二率	二千六百五十五石九斗
三率	甲五百一十二分
四率	五十九石九斗零四合

一率	二萬二千七百分
二率	二千六百五十五石九斗
三率	丙三十二分
四率	三石七斗四升四合

一率	二萬二千七百分
二率	二千六百五十五石九斗
三率	乙一百二十八分
四率	十四石九斗七升六合

一率	二萬二千七百分
二率	二千六百五十五石九斗
三率	丁八分
四率	九斗三升六合

一率	二萬二千七百分
二率	二千六百五十五石九斗
三率	戊二分
四率	二斗三升四合。

又捷法以總分數除總糧數。得每一分一斗一升七合。以各等一戶分數乘之。得各等一戶納糧之數。以各等共戶分數乘之。得各等共戶納糧之數。蓋前法有各等戶而各等之中又有衆戶。故以定分數二八三十二。。一百二十八。五百一十二之數。爲各等分數。又以衆戶乘之。爲各等共戶之分數。此捷法以總分數除總糧。是得各等每一戶中之一分。故以每一戶分數乘之。得每一

戸之數。以每一等共分數乘之。得每一等之全數也。

三七差分

設如有銀五千兩。令東西二縣三七支銷。問各該幾何。

法以七分爲東縣衰數。三分爲西縣衰數。併之得十分爲一率。總銀五千兩爲二率。以七分爲三率。得四率三千五百兩。卽東縣應支之數。如以三分爲三率。得四率一千五百兩。卽西縣應支之數也。葢三七比例亦以總衰數與總銀數之比。卽若每縣衰數與每縣銀數之比。故十分與五千之比。卽若三分與一千五百之比。七分與三千五百之比也。

一率	十分
二率	五千兩
三率	七分
四率	三千五百兩

一率	十分
二率	五千兩
三率	三分
四率	一千五百兩

又捷法先以總衰十分除總銀五千兩。得每分五百兩。以七分乘之。卽東縣之數。以三分乘之。卽西縣之數。或得東縣數於總銀內減之。餘卽西縣數也。此法以總衰除總銀得每分五百兩。以七乘之。卽得七分。以三乘之。卽得三分也。前法先乘而後除。後法先除而後乘。其理一也。

設如有田二千五百畝。令上等戸七分種之。下等戸三分種之。問各該幾何。

法以七分三分相併得十分爲一率。二千五百畝爲二率。上戸七分爲三率。得四率一千七百五十畝。卽

上戶應種田數。如以三分爲三率。得四率七百五十畝。即下戶應種田數。蓋十分與二千五百畝之比。即七分與一千七百五十畝之比。三分與七百五十畝之比也。

又捷法以三七相併之十分。歸除總田二千五百畝。得每分二百五十畝。以三分乘之。得下戶七百五十畝。以七分乘之。得上戶一千七百五十畝。蓋一分爲二百五十畝。而三分得七百五十畝。七分得一千七百五十畝也。

一率	十分
二率	二千五百畝
三率	七分
四率	一千七百五十畝

一率	十分
二率	二千五百畝
三率	三分
四率	七百五十畝

設如以車運物。行十里。二十刻到。今已行七里。問尚得幾刻到。

法以十里爲一率。二十刻爲二率。以七里與十里相減餘三里爲三率。推得四率六刻。即運到刻數也。如以七里爲三率。推得四率十四刻。與總二十刻相減。餘六刻。亦即運到刻數也。蓋十里與二十刻之比。即三里與六刻之比。七里與十四刻之比也。

又捷法以十里歸除二十刻。得每里二刻。以三里乘之。得六刻。以七里乘之。得十四

一率	十里
二率	二十刻
三率	三里
四率	六刻

一率	十里
二率	二十刻
三率	七里
四率	十四刻

刻。蓋每一里爲二刻。則三里得六刻。七里得十四刻也。

設如種樹一千一百六十株。按松柏桃柳四色遞次三七分種。問各該幾何。

法以三百四十三分爲松衰。一百四十七分爲柏衰。六十三分爲桃衰。二十七分爲柳衰。併之得五百八十分爲一率。一千一百六十株爲二率。以三百四十三分爲三率。得四率六百八十六株。卽種松之數。以一百四十七分爲三率。得四率二百九十四株。卽種柏之數。以六十三分爲三率。得四率一百二十六株。卽種桃之數。以二十七分爲三率。得四率五十四株。卽種柳之數也。

一率	五百八十分
二率	一千一百六十株
三率	三百四十三分
四率	六百八十六株

一率	五百八十分
二率	一千一百六十株
三率	一百四十七分
四率	二百九十四株

一率	五百八十分
二率	一千一百六十株
三率	六十三分
四率	一百二十六株

一率	五百八十分
二率	一千一百六十株
三率	二十七分
四率	五十四株

又捷法以總衰數五百八十歸除總樹一千一百六十。得每分二株。以三百四十三分乘之。得種松之數。以一百四十七分乘之。得種柏之數。以六十三分乘之。得種桃之數。以二十七分乘之。得種柳之數也。此法有四位。故以三因九得二十七爲柳衰數。又遞用七因三歸爲桃柏松之衰數也。

設如有熟絲四百九十七兩七錢。按絹綾緞遞次三七分織。問各該絲幾何。

法以九分爲絹衰。二十一分爲綾衰。四十九分爲緞衰。併之得七十九分爲一率。絲四百九十七兩七錢爲二率。以緞四十九分爲三率。得四率三百零八兩七錢。卽緞絲數。如以綾二十一分爲三率。得四率一百三十二兩三錢。卽綾絲數。如以絹九分爲三率。得四率五十六兩七錢。卽絹絲數也。

一率	七十九分
二率	四百九十七兩七錢
三率	四十九分
四率	三百零八兩七錢

一率	七十九分
二率	四百九十七兩七錢
三率	二十一分
四率	一百三十二兩三錢

一率	七十九分
二率	四百九十七兩七錢
三率	九分
四率	五十六兩七錢

又捷法以總衰數七十九分。除總絲四百九十七兩七錢。得每分六兩三錢。以緞四十九分乘之。得緞絲之數。以綾二十一分乘之。得綾絲之數。以絹九分乘之。得絹絲之數也。此法有三位。故以三因三得九爲絹之衰數。又遞用七因三歸爲綾與緞之衰數。蓋九與二十一。二十一與四十九。爲相連比例三率。而九與二十一之比。卽二十一與四十九之比也。

設如編銀八百二十八兩二錢。令甲乙丙丁戊五等戶三七徵納。問各戶所納幾何。

法以八十一分爲甲衰。一百八十九分爲乙衰。四百四十一分爲丙衰。一千零二十九分爲丁衰。二千四

百零一分爲戊衰。併之得四千一百四十一分爲一率。總銀八百二十八兩二錢爲二率。以每人分數各爲三率。得四率之一十六兩二錢。即甲所納銀

一率	四千一百四十一分
二率	八百二十八兩二錢
三率	八十一分
四率	一十六兩二錢

數。得四率之三十七兩八錢。即乙所納銀

一率	四千一百四十一分
二率	八百二十八兩二錢
三率	一百八十九分
四率	三十七兩八錢

數。得四率之八十八兩二錢。即丙所納銀

一率	四千一百四十一分
二率	八百二十八兩二錢
三率	四百四十一分
四率	八十八兩二錢

數。得四率之二百零五兩八錢。即丁所納銀

一率	四千一百四十一分
二率	八百二十八兩二錢
三率	一千零二十九分
四率	二百零五兩八錢

數。得四率之四百八十兩二錢。即戊所納銀數也。

一率	四千一百四十一分
二率	八百二十八兩二錢
三率	二千四百零一分
四率	四百八十兩二錢

又捷法以總衰數四千一百四十一分。歸除總銀八百二十八兩二錢。得每分二錢。以甲乙丙丁戊各人分數乘之。即得各人所納銀數也。此法有五位。故以三因二十七得八十一分爲甲之衰數。又遞用七因三歸。即得乙丙丁戊各衰數矣。

設如有田一百三十八畝。每畝徵米二斗。今七分徵米。三分折絲。每米一石折絲一斤。問各該幾何。

法以七分爲米衰。三分爲絲衰。併之得十分爲一率。又以徵米二斗乘田一百三十八畝。得總米二十七石六斗爲二率。以米七分爲三率。得四率一十九石三斗二升。即徵米七分之數。與總米相減餘八石二斗八升。爲三分折絲之數。按米每石折絲一斤。則以八石二斗八升用十六兩乘之得一百三十二兩四錢八分。爲八斤四兩四錢八分。卽折絲三分之數也。此法以徵米二斗乘總田。是得總徵米數而三七分之也。總米分去七分。卽本色米數。餘者折爲絲。卽三分絲數也。折絲之法。每石既爲一斤。則八石二斗四升。自得八斤四兩四錢八分也。

又捷法以總衰十分歸除總米二十七石六斗。得每分二石七斗六升。以米七分乘之得米數。以絲三分乘之得折絲之米數。既得折絲之米數。而絲之斤兩亦得矣。

一率	十分
二率	二十七石六斗
三率	七分
四率	一十九石三斗二升

四六差分

設如有金四千兩。令上下二等金戶六四傾銷。問各該幾何。

法以六分爲上等衰數。四分爲下等衰數。併之得十分爲一率。共金四千兩爲二率。以六分爲三率。得四率二千四百兩。卽上等金戶傾銷之數。如以四分爲三率。得四率一千六百兩。卽下等金戶傾銷之數。此法以四分六分相併之十分與共金四千兩之比。卽如六分與二千四百兩之比。四分與一千六百兩之比也。

又捷法以總衰十分歸除共金四千兩.得每分四百兩.以六分乘之.得二千四百兩爲上等金戶傾銷之數.以四分乘之.得一千六百兩爲下等金戶傾銷之數.如先得上等六分金數.於共金數內減之.其餘卽下等四分金數也.

一率	十分
二率	四千兩
三率	六分
四率	二千四百兩

一率	十分
二率	四千兩
三率	四分
四率	一千六百兩

設如有水田三百畝.令上下二戶四六分灌.問各灌若干.

法以四分六分相併得十分爲一率.三百畝爲二率.六分爲三率.推得四率一百八十畝.卽上戶所灌之田.以四分爲三率.推得四率一百二十畝.卽下戶所灌之田也.蓋四六相併之十分與三百畝之比.卽六分與一百八十畝之比.四分與一百二十畝之比也.

一率	十分
二率	三百畝
三率	六分
四率	一百八十畝

一率	十分
二率	三百畝
三率	四分
四率	一百二十畝

又捷法以相併之十分歸除總田三百畝.得每分三十畝.以六分乘之.卽上戶田數.以四分乘之.卽下戶田數.蓋每一分得三十畝.而六分得一百八十畝.四分得一百二十畝也.如或先得六分田數.減總田.餘卽四分田數也.

設如有絲二百五十斤換米。每絲一斤。換米一石。今已換過六分。尚餘絲四分。問已換未換各若干。

法以四分六分相併得十分爲一率。將二百五十斤絲變作二百五十石米爲二率。每絲一斤換米一石故也。以六分爲三率。推得四率一百五十石爲已換之米數。以四分爲三率。推得四率一百石爲未換之米數。蓋四六相併之十分與二百五十石之比。卽六分與一百五十石之比。四分與一百石之比也。

一率	十分
二率	二百五十石
三率	六分
四率	一百五十石

一率	十分
二率	二百五十石
三率	四分
四率	一百石

又捷法以相併之十分歸除總米二百五十石。得每分二十五石。以六分乘之。得已換之一百五十石。以四分乘之。得未換之一百石。蓋每一分得二十五石。而四分得一百石。六分得一百五十石也。

設如有絲一千五百五十八斤令甲乙丙三家四六分織。問各該幾何。

法以四爲甲衰數。六爲乙衰數。九爲丙衰數。併之得十九爲一率。

一率	十九分
二率	一千五百五十八斤
三率	四分
四率	三百二十八斤

一率	十九分
二率	一千五百五十八斤
三率	六分
四率	四百九十二斤

一率	十九分
二率	一千五百五十八斤
三率	九分
四率	七百三十八斤

總絲一千五百五十八斤為二率。以甲四分為三率。卽得甲絲三百二十八斤。以乙六分為三率。卽得乙絲四百九十二斤。以丙九分為三率。卽得丙絲七百三十八斤。此法以總衰十九分與總絲一千五百五十八斤之比。卽甲四分與三百二十八斤之比。乙六分與四百九十二斤之比。丙九分與七百三十八斤之比也。

又捷法以總衰數十九分。除總絲一千五百五十八斤。得每分八十二斤。以甲四分乘之。得甲絲三百二十八斤。以乙六分乘之。得乙絲四百九十二斤。以丙九分乘之。得丙絲七百三十八斤也。

設如有田九百七十五畝。令甲乙丙丁四人四六分種。問每人各得幾何。

法以四分為甲衰。六分為乙衰。九分為丙衰。一十三分半為丁衰。併之得三十二分半為一率。總田九百七十五畝為二率。以甲四分為三率。卽得甲田一百二十畝。以乙六分為三率。卽得乙田一百八十畝。以丙九分。丁一十三分半。各為三率。卽得二百七十畝為丙田。得四百零五畝為丁田也。蓋三十二分半與

一率	三十二分五
二率	九百七十五畝
三率	四分
四率	一百二十畝

一率	三十二分五
二率	九百七十五畝
三率	六分
四率	一百八十畝

一率	三十二分五
二率	九百七十五畝
三率	九分
四率	二百七十畝

一率	三十二分五
二率	九百七十五畝
三率	一十三分五
四率	四百零五畝

九百七十五畝之比。即甲四分與一百二十畝之比。乙六分與一百八十畝之比。亦即丙九分與二百七十畝之比。丁十三分半與四百零五畝之比也。

又捷法以總衰數三十二分半。歸除總田九百七十五畝。得每分三十畝。以甲乙丙丁各衰數乘之。即得每人田數也。

設如有糧一千二百六十六石。令甲乙丙丁戊五舟按六分四分遞次運載。問各該幾何。

法以四分爲戊衰。六分爲丁衰。九分爲丙衰。一十三分半爲乙衰。二十分二五爲甲衰。併之得五十二分七五爲一率。總糧一千二百六十六石爲二率。以甲二十分二五爲三率。得甲運四百八十六石。以乙一十三分半爲三率。得乙運三百二十四石。以丙九分爲三率。得丙運二百一十六石。以丁六分爲三率。得丁運一百四十四石。以戊四分

一率　五十二分七五
二率　一千二百六十六石
三率　二十分二五
四率　四百八十六石

一率　五十二分七五
二率　一千二百六十六石
三率　一十三分五
四率　三百二十四石

一率　五十二分七五
二率　一千二百六十六石
三率　九分
四率　二百一十六石

一率　五十二分七五
二率　一千二百六十六石
三率　六分
四率　一百四十四石

一率　五十二分七五
二率　一千二百六十六石
三率　四分
四率　九十六石

爲三率。得戊運九十六石。此法總衰數與總糧之比。卽各人分數與各人糧數之比也。蓋六與九、九與一三五、一三五與二〇二五。皆同爲四六之比例也。

又捷法以總衰五十二分七五。歸除總糧一千二百六十六石。得每分二十四石。以甲乙丙丁戊各舟衰數乘之。卽得各舟運糧之數也。

設如有米三百八十五石五斗二升。令上等八戶六分。下等八戶四分交納。上等二十六戶。下等四十戶。問各等每戶各該幾何。

法以六爲上等衰數。以上戶二十六戶乘之。得一百五十六爲上等二十六戶共衰數。以四爲下等衰數。以下戶四十乘之。得一百六十。爲下等四十戶共衰數。併之得三百一十六爲一率。總米三百八十五石五斗二升爲二率。以上等六分爲三率。得四率七石三斗二升。爲上等一戶米數。以上等共分數一百五十六爲三率。得一百九十石三斗二升。爲上等二十六戶共米數。

一率	三百一十六分
二率	三百八十五石五斗二升
三率	六分
四率	七石三斗二升

如以下等四分爲三率。得四率四石八斗八升。爲下等一戶米數。以下等共分數一百六十爲三率。得一百九十五石二斗。卽下等四十戶共米數也。

一率	三百一十六分
二率	三百八十五石五斗二升
三率	四分
四率	四石八斗八升

又捷法以總衰三百一十六分。歸除總米三百八十五石五斗二升。得每分一石二斗二升。以六分乘之。

得上等一戶米數。以上等共分數乘之。得上等共米數。以四分乘之。得下等一戶米數。以下等共分數乘之。得下等共米數也。

遞折差分

設如有熟稻七百九十九畝六分八釐。令三人以十分之六收割。問每人得幾何。

法以一百爲第一人分數。六十爲第二人分數。三十六爲第三人分數。三分數相併得一百九十六分爲一率。總稻七百九十九畝六分八釐爲二率。第一人分數一百爲三率。得四率四百零八畝。卽第一人收割田數。

一率	一百九十六分
二率	七百九十九畝六分八釐
三率	一百分
四率	四百零八畝

如以第二人分數六十爲三率。得四率

一率	一百九十六分
二率	七百九十九畝六分八釐
三率	六十分
四率	二百四十四畝八分

一率	一百九十六分
二率	七百九十九畝六分八釐
三率	三十六分
四率	一百四十六畝八分八釐

二百四十四畝八分。卽第二人收割田數。如以第三人分數三十六爲三率。得四率一百四十六畝八分八釐。卽第三人收割田數。蓋十分之六。如彼得十分此得六分也。第二人得第一人十分之六。第三人又得第二人十分之六。故一百與六十之比。卽六十與三十六之比。遞次比例皆十分之六也。其得數四百零八畝與二百四十四畝八分之比。卽二百四十四畝八分與一百四十六畝八分八釐之比。亦皆爲十

分之六也。

又捷法以總分一百九十六。除總田七百九十九畝六分八釐。得每一分四畝零八釐。以一百分乘之。得第一人四百零八畝。以六十分乘之。得第二人二百四十四畝八分。以三十六分乘之。得第三人一百四十六畝八分八釐也。

設如有銀一千二百六十六兩五錢。令四商以十分之七遞次販貨出賣。問每人該銀幾何。

法以一千爲第一人分數。七百爲第二人分數。四百九十爲第三人分數。三百四十三爲第四人分數。相併得二千五百三十三分爲一率。總銀一千二百六十六兩五錢爲二率。以一千分爲三率。得四率五百兩。卽第一人銀數。以七百分爲三率。得四率三百五十兩。卽第二人銀數。以四百九十分爲三率。得四率二百四十五兩。卽第三人銀數。以三百四十三分爲三率。得四率一百七十一兩五錢。卽第四人銀數。蓋十分之七遞

一率	二千五百三十三分
二率	一千二百六十六兩五錢
三率	一千分
四率	五百兩

一率	二千五百三十三分
二率	一千二百六十六兩五錢
三率	七百分
四率	三百五十兩

一率	二千五百三十三分
二率	一千二百六十六兩五錢
三率	四百九十分
四率	二百四十五兩

一率	二千五百三十三分
二率	一千二百六十六兩五錢
三率	三百四十三分
四率	一百七十一兩五錢

折而下。第二人得第一人十分之七。則第三人亦得第二人十分之七。而第四人又得第三人之十分之七。其先立衰數一千分七百分四百九十分三百四十三分。皆十與七之比例也。

又捷法以總分二千五百三十三。除總銀一千二百六十六兩五錢。得每一分五錢。以一千分乘之。得第一人五百兩。以七百分乘之。得第二人三百五十兩。以四百九十分乘之。得第三人二百四十五兩。以三百四十三分乘之。得第四人一百七十一兩五錢也。

設如生銅入爐鎔化三次。每一次去渣十分之二。淨得上好熟銅二百四十八兩。問原銅幾何。

法卽以十分之八爲分數。十分之中。去渣二分。得淨銅八分。故以十分之八爲比例。以八分爲一率。十分爲二率。熟銅二百四十八兩爲三率。得四率三百一十兩。爲第三次入爐銅數。又以八分爲一率。十分爲二率。三百一十兩爲三率。得四率三百八十七兩五錢。爲第二次入爐銅數。再以八分爲一率。十分爲二率。三百八十七兩五錢爲三率。得四率四百八十四兩三錢七分五釐。卽第一次入爐生銅數也。此法因八折三次而轉求原數。故以八分爲一率。十分爲二率。轉求三

一率	八分
二率	十分
三率	二百四十八兩
四率	三百一十兩

一率	八分
二率	十分
三率	三百一十兩
四率	三百八十七兩五錢

一率	八分
二率	十分
三率	三百八十七兩五錢
四率	四百八十四兩三錢七分五釐

次而始得也。

又法以八分自乘再乘得五百一十二分爲一率。十分自乘再乘得一千分爲二率。熟銅二百四十八兩爲三率。得四率四百八十四兩三錢七分五釐。卽第一次入爐生銅數也。前法以三次三率各求四率。故必乘除三次。此法則以一率二率俱各自乘再乘。止以第三次熟銅數爲三率。卽得第一次生銅數。是合三次乘除而爲一次乘除也。

一率	五百一十二分
二率	一千分
三率	二百四十八兩
四率	四百八十四兩三錢七分五釐

設如有絲三百六十九斤。令甲乙丙丁四人照十分之八折分。問各得幾何。

法以一千爲甲分數。八百爲乙分數。六百四十爲丙分數五百一十二爲丁分數。相併得二千九百五十二分爲一率。總絲三百六十九斤爲二率。以每人分數各爲三率。所得各四率。一百二十五斤爲甲數。一百斤爲乙數。八十斤爲丙數。六十四斤爲丁數。蓋十分之八遞折而下。乙得甲十分之八。丙得乙亦十

一率	二千九百五十二分
二率	三百六十九斤
三率	一千分
四率	一百二十五斤

一率	二千九百五十二分
二率	三百六十九斤
三率	八百分
四率	一百斤

一率	二千九百五十二分
二率	三百六十九斤
三率	六百四十分
四率	八十斤

一率	二千九百五十二分
二率	三百六十九斤
三率	五百一十二分
四率	六十四斤

分之八。而丁得丙亦十分之八。其先立衰數一千分、八百分、六百四十分、五百一十二分。皆十與八之比例也。如捷法先除後乘須用通分。不然則斤數有奇零矣。

設如有絹四百七十丈一尺八寸四分。令三等人戶照十分之六出之。上等戶二十五。中等戶三十。下等戶四十八。問每戶該出幾何。

法以一百爲上等分數。用二十五乘之。得二千五百。爲上等戶共分數。以六十爲中等分數。用三十乘之。得一千八百爲中等戶共分數。以三十六爲下等分數。用四十八乘之。得一千七百二十八。爲下等戶共分數。併之共六千零二十八分爲一率。絹四百七十丈一尺八寸四分爲二率。以三等各分數各爲三率。所得各四率。上等每戶出七丈八尺。中等每戶出四丈六尺八寸。下等每戶出二丈八尺零八分。又以各等戶數乘各等每戶絹數。得上等二十五戶共出絹一百九十五丈。中等三十戶共出絹一百四十丈零四尺。下等四十八戶共出絹一百三十四丈七尺八寸四分也。

又捷法以總分數六千零二十八分除總絹四百七十丈一尺

一率	六千零二十八分
二率	四百七十丈一尺八寸四分
三率	一百分
四率	七丈八尺

一率	六千零二十八分
二率	四百七十丈一尺八寸四分
三率	六十分
四率	四丈六尺八寸

一率	六千零二十八分
二率	四百七十丈一尺八寸四分
三率	三十六分
四率	二丈八尺零八分

八寸四分。得每一分爲七寸八分。以各等分數乘之。得各等每一戶絹數。再以各等戶數乘之。卽得各等衆戶共出絹數也。

設如有官糧一百六十八石四斗八升八合。令四等人戶以十分之七依次遞折交納。一等二十二戶。二等三十六戶。三等四十二戶。四等四十八戶。問每等每戶各納幾何。

法以一千爲一等分數。用二十二戶乘之。得二萬二千。卽一等戶共分數。以七百爲二等分數。用三十六戶乘之。得二萬五千二百。卽二等戶共分數。以四百九十爲三等分數。用四十二戶乘之。得二萬零五百八十。爲三等戶共分數。以三百四十三爲四等分數。用四十八戶乘之。得一萬六千四百六十四。爲四等戶共分數。併之共八萬四千二百四十四分爲一率。總糧一百六十八石四斗八升八合爲二率。以一千分爲三率。得四率一等每戶二

一率　八萬四千二百四十四分
二率　一百六十八石四斗八升八合
三率　一千分
四率　二石

一率　八萬四千二百四十四分
二率　一百六十八石四斗八升八合
三率　七百分
四率　一石四斗

一率　八萬四千二百四十四分
二率　一百六十八石四斗八升八合
三率　四百九十分
四率　九斗八升

一率　八萬四千二百四十四分
二率　一百六十八石四斗八升八合
三率　三百四十三分
四率　六斗八升六合

石。以共戶數乘之。得共納四十四石。以七百分爲三率。得四率二等每戶一石四斗。以共戶數乘之。得共納五十石零四斗。以四百九十分爲三率。得四率三等每戶九斗八升。以共戶數乘之。得共納四十一石一斗六升。以三百四十三分爲三率。得四率四等每戶六斗八升六合。以共戶數乘之。得共納三十二石九斗二升八合也。

又捷法以總分數八萬四千二百四十四。除總糧一百六十八石四斗八升八合。得每一分爲二合。以各等分數乘之。得各等每一戶糧數。再以各等戶數乘之。即得各等衆戶共納糧數也。

加倍減半差分

設如一人讀書日加一倍。三日共讀三千四百六十五字。問每日所讀幾何。

法以一爲第一日分數。二爲第二日分數。四爲第三日分數。併之得七分爲一率。總字三千四百六十五爲二率。一分爲三率。得四率四百九十五字。即第一日所讀之數。倍之得九百九十字。即第二日所讀之數。又倍之得一千九百八十字。即第三日所讀之數也。蓋加倍者是第二日增於第一日一倍。第三日又增於第二日一倍。倍數多者由此遞加。如二與四、四與八、八與十六之類。皆爲加一倍之比例也。

一率	七分
二率	三千四百六十五字
三率	一分
四率	四百九十五字

設如一人織絹日加一倍。至第四日織成六丈七尺五寸。問每日織幾何。

法以一爲第一日分數。二爲第二日分數。四爲第三日分數。八爲第四日分數。併之得十五分爲一率。總

絹六丈七尺五寸爲二率。一分爲三率。得四率四尺五寸。即第一日之數。倍之得九尺。爲第二日之數。又倍之得一丈八尺。爲第三日之數。又倍之得三丈六尺。爲第四日之數。四數相加共得六丈七尺五寸以合原數也。

一率	十五分
二率	六丈七尺五寸
三率	一分
四率	四尺五寸

設如一人借銀爲商三次。每次得利銀比本銀加一倍。每次還人二百兩三次之後本利還盡。問原本銀若干。

法以一爲本銀分數。二爲第一次本利共分。四爲第二次本利共分。八爲第三次本利共分。即以八分爲一率。原本銀一分爲二率。又以一爲第三次還銀分。二爲第二次還銀分。四爲第一次還銀分。併之得七分。與每次還人二百兩相乘。得一千四百兩爲三率。得四率一百七十五兩。即原本銀數也。蓋每次得利銀比本銀加一倍。則原本銀爲一分。第一次必得二分。第二次必得四分。至第三次必得八分。此以未還人計也。然每次還人二百兩。三次之後本利還盡。若第三次不還。則得二百兩者一分。第二次不還。則至第三次必得二百兩者二分。第一次不還。則至第三次必得二百兩者四分。以第一次之一分。第二次加倍得二分。第三次加倍得四分。是第三次應得二百兩者七分。而爲一千四百兩矣。故以八分與一分之比。同於一千四百兩與一百七十五兩之比也。

一率	八分
二率	一分
三率	一千四百兩
四率	一百七十五兩

又法以二百兩用三次還銀共分七乘之得一千四百兩折半三次亦得本銀之數蓋折半三次即以八除也

設如一人賣酒每日比原數加一倍一日賣一斤六日賣盡問原酒若干

法以一爲原酒分數按六日加倍六次得六十四分爲一率原酒一分爲二率又以一爲第六次賣酒分二爲第五次賣酒分四爲第四次賣酒分八爲第三次賣酒分十六爲第二次賣酒分三十二爲第一次賣酒分併之得六十三分與每斤十六兩相乘得一千零八兩爲三率得四率十五兩七錢五分即原酒數也

一率	六十四分
二率	一分
三率	一千零八兩
四率	十五兩七錢五分

又法以每斤十六兩用六次賣酒共分六十三乘之得一千零八兩折半六次亦得原酒之數蓋折半六次即以六十四除也

設如有田一千二百畝分與甲乙丙丁四人種之自上以下遞減一半問各該若干

法以八爲甲分四爲乙分二爲丙分一爲丁分併之得十五分爲一率田一千

一率	十五分
二率	一千二百畝
三率	八分
四率	六百四十畝

一率	十五分
二率	一千二百畝
三率	四分
四率	三百二十畝

一率	十五分
二率	一千二百畝
三率	二分
四率	一百六十畝

二百畝爲二率。以甲八分爲三率。得四率六百四十畝。即甲田數。以乙四分爲三率。得四率三百二十畝。即乙田數。以丙二分爲三率。得四率一百六十畝。即丙田數。以丁一分爲三率。得四率八十畝。即丁田數。如以甲田六百四十畝折半。即乙田數。以乙田三百二十畝折半。即丙田數。以丙田一百六十畝折半。即丁田數也。

一率	十五分
二率	一千二百畝
三率	一分
四率	八十畝

設如有銀一萬八千零八十八兩。令甲乙丙三八減半分之。問各該幾何。

法以四爲甲分數。二爲乙分數。一爲丙分數。併之得七分爲一率。總銀一萬八千零八十八兩爲二率。以甲四分爲三率。得四率一萬零三百三十六兩。即甲所得銀數。以乙二分爲三率。得四率五千一百六十八兩。即乙所得銀數。以丙一分爲三率。得四率二千五百八十四兩。即丙所得銀數也。葢減半者。即自上而下折半減之也。如四折半爲二。二折半爲一是也。今以甲銀一萬零三百三十六兩折半。即得乙銀五

一率	七分
二率	一萬八千零八十八兩
三率	四分
四率	一萬零三百三十六兩

一率	七分
二率	一萬八千零八十八兩
三率	二分
四率	五千一百六十八兩

一率	七分
二率	一萬八千零八十八兩
三率	一分
四率	二千五百八十四兩

千一百六十八兩。將乙銀再折半。卽得丙銀二千五百八十四兩也。

設如有銀三千一百六十兩。分與三等人。第一等人二十名。第二等人二十四名。第三等人三十名。第二等比一等之銀減一倍。第三等比二等之銀減一倍。問各等每人分銀幾何。

法以四爲一等分數。二爲二等分數。一爲三等分數。以一分乘三等三十名。仍得三十分。以二分乘二等二十四名。得四十八分。以四分乘一等二十名。得八十分。三數相併。共得一百五十八分爲一率。總銀三千一百六十兩爲二率。四分爲三率。得四率八十兩。爲第一等每人所得銀數。減半得四十兩。爲二等每人所得銀數。又減半得二十兩。爲三等每人所得銀數。以各等人數。乘各等每人所得銀數。卽各等共人所得共銀數。併之以合原銀數也。

一率	一百五十八分
二率	三千一百六十兩
三率	四分
四率	八十兩

數理精蘊下編卷五

線部三

按數加減比例

差分之內又有按數遞加遞減。或互和折半者。皆爲相當比例。其法有四。一曰遞加遞減差分。蓋所加所減之中遞次數目皆同者也。一曰超位加減差分。乃加減之中彼此分數不同者也。一曰互和折半差分。蓋立法以首尾二數之較、互和折半以求中數、而遞加遞減者也。一曰首尾互準差分。乃以前幾分之數與後幾分之數互相比較。或以前幾分與後幾分定爲同數以立準則。然後立衰數以求之者也。然超位加減、卽遞加遞減之一類。而首尾互準、又爲互和折半之變體也。

遞加者。其數自少而多。以漸而加也。遞減者。其數自多而少。以漸而減也。加減之數遞次皆同。故以遞次名之。法中有三色者。以總法比總實。卽得中一數。凡單位者俱按此例。如五色七色九色之類是也。有四色者。以總法比總實。得中二數相和折半之數。凡雙位者皆按此例。如六色八色十色之類是也。既得中數。按定數加減。則各色之數可得矣。

超位加減者。加減之中遞次分數不同。卽如三人分銀若干。一得三分、一得五分、一得八分、而彼此分數之比例不同。又如三人買物。第一人比第二人多出二倍、第二人比第三人又多出一倍。而加倍之比例

不同。故謂之超位加減。然立衰分求之。與遞次加減無異。故次於遞次加減之後。

互和折半者。亦如遞次加減之理。但用法微異。遞次加減、知總物數、知總人數、併知遞加遞減之數、以求各數。互和折半、則亦知總物數、總人數、但知首一人比末一人之較數、而求遞加遞減之數以得各數。是以三色者。第一數第三數相和折半卽第二數。四色者第一數第四數相和折半卽第二數第三數之中數。既得中數。按較數之分加減之。卽得遞加之數。五色六色以至多位者。止分奇偶立法。總以三四爲例。俱可以相和折半而得。故名之曰互和折半也。

首尾互準者。卽互和折半之變體。蓋互和折半、知總物數、知總人數、又知首一人比末一人之較數、因此較數而得各人分數。首尾互準、則不知總物數、但知總人數、與首尾二人各分數。或但知首尾幾位共分數。由此互相準折而得各項分數與總數。要之但以互和折半之法逆推之而卽得。故次於互和折半之後焉。

遞加遞減差分

設如有金六十兩。令甲乙丙三人依次遞加五兩分之。問各得幾何。

法以三人爲一率。金六十兩爲二率。一人爲三率。推得四率二十兩。卽乙應得之數。自乙數加五兩得二十五兩。卽丙應得之數。自乙數減五兩得十五兩。卽甲應得之數也。此法因甲丙二人所得。較之乙所得加減之數皆同。故以總三人與總六十兩之比。卽若中一人與中一分二十兩之比

一率	三人
二率	六十兩
三率	一人
四率	二十兩

也。

設如有鉛三百五十斤。欲作四球。依次遞加二十五斤。問每球重數若干。

法以四球爲一率。鉛三百五十斤爲二率。一球爲三率。推得四率八十七斤半。即第二球第三球相和折半之數。乃以遞加二十五斤折半得十二斤半。與八十七斤半相加。得一百斤。即第三球之重。與八十七斤半相減。餘七十五斤。即第二球之重。於第三球重數內再加二十五斤。得一百二十五斤。即第四球之重。於第二球重數內再減二十五斤。餘五十斤。即第一球之重也。此法比例所得八十七斤半。較之第二球多十二斤半。較之第三球則少十二斤半。故爲二球相和折半之數。以遞加二十五斤之數折半加減之。即得中二球之重。再以二十五斤加減之。即得第一與第四球之重也。

一率	四球
二率	三百五十觔
三率	一球
四率	八十七觔半

設如有金七十五斤。分與公侯伯子男五等。自男以上遞加五斤。問各該幾何。

法以五人爲一率。金七十五斤爲二率。一人爲三率。推得四率十五斤。即伯所得之數。自伯十五斤而上加五斤。得二十斤。即侯所得之數。再加五斤。得二十五斤。即公所得之數。自伯十五斤而下減五斤。餘十斤。即子所得之數。再減五斤。餘五斤。即男所得之數也。

一率	五人
二率	七十五觔
三率	一人
四率	一十五觔

設如有俸糧三百零五石。令五等官依品級遞減十三石給之。問各得若干。

法以五分爲一率。即五等官五分也。糧三百零五石爲二率。一分爲三率。推得四率六十一石。即三等官俸。自六十一石遞加十三石得二等七十四石。一等八十七石。自六十一石遞減十三石。得四等四十八石。五等三十五石也。

一率	五分
二率	三百零五石
三率	一分
四率	六十一石

設如有銀九百九十六錠。分給八人。自末名以上。依次遞加十七錠。問首末兩人各該幾何。

法以八人爲一率。銀九百九十六錠爲二率。一人爲三率。推得四率一百二十四錠半。爲第四人第五人相和折半之數。乃以遞加十七錠折半得八錠半。與一百二十四錠半相加。得一百三十三錠。即第四人應得之數。再以十七錠遞加三次。得一百八十四錠。即第一人應得之數。以八錠半與一百二十四錠半相減。餘一百一十六錠。即第五人應得之數。再以十七錠遞減三次。餘六十五錠。即第八人應得之數也。

一率	八人
二率	九百九十六錠
三率	一人
四率	一百二十四錠半

設如一人有九子。不明說出各人歲數。但云共有二百零七歲。自長至少皆遞差三歲。問各歲幾何。

法以九分爲一率。即以九子爲九分也。二百零七歲爲二率。一分爲三率。推得四率二十三歲。即第五子之

年。自二十三歲遞加三歲。得四子二十六歲。三子二十九歲。二子三十二歲。長子三十五歲。自二十三歲遞減三歲。得六子二十歲。七子十七歲。八子十四歲。九子十一歲也。

一率	九分
二率	二百零七歲
三率	一分
四率	二十三歲

設如有敍功之二十八人。其末一人賞銀一百兩。以上遞加三十兩。問第一人賞銀幾何。共賞銀幾何。

一率	一分
二率	三十兩
三率	十九分
四率	五百七十兩

法以一分爲一率。遞加三十兩爲二率。十九分爲三率。推得四率五百七十兩。即第一人比末一人共多之數。於此數內加入末名之一百兩。共六百七十兩。即第一人應得之數。以第一人所得之數與末一人所得之數併之。共七百七十兩。復以二十八人乘之。得一萬五千四百兩。折半得七千七百兩。即二十八人共得之銀數也。此法蓋以第一人比第二十八人共多十九個三十兩。故以一分與遞加之三十兩相比。即如十九分與第一人共多於第二十八人之五百七十兩相比也。既得十九分共多之數。再加入末一人之一百兩。即得第一人應得之數矣。又首末二數相併以人數二十乘之折半得共銀數者。蓋以遞加之數。彼此均同。首一人得數至多。末一人得數至少。首末二人之數相併折半。即爲中數。以中數乘人數而得共數。今首末二人之數相併而未折半。即用人數乘之。故所得之數。爲應得共數之加倍數。是以半之而始得共銀數也。

設如有牛四十區。但云第一區是三十頭。餘遞加二十頭。問第四十區該幾何。總數幾何。

法以一分為一率。遞加二十頭為二率。三十九分為三率。推得四率七百八十。加入第一區之三十。共八百一十頭。卽第四十區之數。以首末二區數相併共八百四十頭。用四十區乘之。得三萬三千六百頭。折半得一萬六千八百頭。卽四十區之總數也。此法第二區比第一區加二十。由此遞加。則第四十區比第一區共多三十九個二十。故以一分與二十頭相比。卽如三十九分與第四十區共多於第一區之七百八十頭相比也。再加入第一區之三十頭。卽第四十區之數。繼而併首末兩數。以總區數四十乘之。折半卽得共數也。

一率	一分
二率	二十
三率	三十九分
四率	七百八十

設如有人一百名。第一人賞銀一百兩。以下遞減五錢。問共該銀幾何。

法以一分為一率。遞減五錢為二率。九十九分為三率。推得四率四十九兩五錢。卽第一名多於第一百名之數。於一百兩內減之。餘五十兩零五錢。卽第一百名應賞之數。又與第一名賞銀相併。得一百五十兩零五錢。以一百名乘之。得一萬五千零五十兩。折半得七千五百二十五兩。卽共賞銀數也。蓋賞銀遞減五錢。則第一名比第一百名多九十九個五錢。故以一分與五錢相比。卽如九十九分與第一名總多於第一百名之數相比也。爰以首尾兩數相併。以名數一百乘之。折半而得總銀數也。

一率	一分
二率	五錢
三率	九十九分
四率	四十九兩五錢

設如一人染絹初日染八尺日加一尺加至六十尺止問日與絹各幾何

法以初日之八尺與末日之六十尺相加得六十八尺爲首尾兩日共染之絹數又看八尺以前遞減至一尺有幾分今有七分即爲七尺乃於末日之六十尺減去七尺餘五十三尺即爲共日五十三日乃以二日爲一率六十八尺爲二率五十三日爲三率推得四率一千八百零二尺即五十三日共染之絹數也此法以二日爲一率者取其首末相合之共日爲準也以初日末日之尺數相併爲二率者取其首末尺數相合與首末兩日爲比也以八尺遞減至一尺而得日數爲三率者蓋以初日之八尺上數至一尺得數必爲七分即爲七尺理與一面尖堆法同而今有之末日六十尺內減去七尺餘五十三尺即爲五十三日故二日與首末相合之尺數相比即如共日五十三日與共絹之尺數相比也

一率	二日
二率	六十八尺
三率	五十三日
四率	一千八百零二尺

設如一人行路日增六里共行三百二十里但知初末兩日所行共一百六十里問共行幾日及初日末日各行幾里

法以初末兩日行數一百六十里折半得八十里乃共日之中數爲一率一日爲二率共行三百二十里爲三率推得四率四日即共行日數也又以日增六里折半得三里與六里相併得九里加於中數八十里得八十九里即第四日所行之數減於中數八十里餘七十一里即第一日所行

一率	八十里
二率	一日
三率	三百二十里
四率	四日

之數也。此法以第四日第一日行數相併折半者。爲得四日之中數。既得四日之中數與一日之比。即如共數與四日之比也。又以日增之數折半而與日增之數相併。加於中數而得末日所行之數。減於中數而得初日所行之數者。其所得之中數在第二日第三日之間。故此中數內加日增數之半。即得第三日所行之數。減日增數之半。即得第二日所行之數。故再加日增數之全而得末日所行之數。再減日增數之全而得初日所行之數也。

設如一人織布歷十三日。共織一千三百五十二寸。因日漸長。每日加功六寸。至末日比初日多織七十二寸。問初末二日各織幾何。

法以十三日爲一率。共織數一千三百五十二寸爲二率。一日爲三率。推得四率一百零四寸。乃初末二日之中數。爲第七日所織之數。以第七日上計初日。下計末日。俱得六分。於是以六分與日加六寸相乘。得三十六寸。乃以三十六寸於第七日之一百零四寸內減之。得六十八寸。即初日所織之數。於第七日之一百零四寸上加之。得一百四十寸。即末日所織之數也。此法雖求初末兩日之數。然以十三日與總織數之比。即一日與初末兩日中數之比。既得中數。按分加之。何所不得。此又遞次加減法中之又一例也。

一率	十三日
二率	一千三百五十二寸
三率	一日
四率	一百零四寸

設如有田七百二十畝。令甲乙丙三戶依次遞減分耕。問各該幾何。

法以三分爲甲衰數。二分爲乙衰數。一分爲丙衰數。相併得六分爲一率。總田七百二十畝爲二率。一分

爲三率。推得四率一百二十畝爲一分。卽丙所耕之數。以二分因之。得二百四十畝。卽乙所耕之數。以三分因之。得三百六十畝。卽甲所耕之數也。此法併總衰分爲一率。總田數爲二率。者。是將總衰分比總田數。故六分得七百二十畝。而一分得一百二十畝也。六分中甲得三分、乙得二分、丙得一分。自甲遞次至乙至丙。皆減一百二十畝。故爲遞減也。凡命法中不定所減分數者。卽以此法爲例。

一率	六分
二率	七百二十畝
三率	一分
四率	一百二十畝

設如有銀九十二兩。令伯仲叔季四人遞減分之。問各得幾何。

法以四分爲伯衰數。三分爲仲衰數。二分爲叔衰數。一分爲季衰數。相併得十分爲一率。總銀九十二兩爲二率。一分爲三率。推得四率九兩二錢。卽季所得之數。以二分因之。得一十八兩四錢。卽叔所得之數。以三分因之。得二十七兩六錢。卽仲所得之數。以四分因之。得三十六兩八錢。卽伯所得之數也。此法以十分比總銀。卽如總銀分爲十分也。是以十分中伯得四分、仲得三分、叔得二分、季得一分。自伯遞次至季皆減一分。故謂之遞減差分也。

一率	十分
二率	九十二兩
三率	一分
四率	九兩二錢

設如有金一十二兩六錢。欲挨次遞減。造套杯六個。問各重若干。

法以六五四三二一爲六杯衰分。併之得二十一分爲一率。共金數一十二兩六錢爲二率。一分爲三率。推得四率六錢。卽第六杯之重。以二分因之。得一兩二錢。卽第五杯之重。以三分因之。得一兩八錢。卽第

四杯之重。以四分因之。得二兩四錢。即第三杯之重。以五分因之。得三兩。即第二杯之重。以六分因之。得三兩六錢。即第一杯之重也。此法以總分比總銀。即如以一分比末一杯之重也。以上遞加一分。即各杯之重矣。

一率	二十一分
二率	一十二兩六錢
三率	一分
四率	六錢

設如有糧一千一百三十四石。令五等戶遞減納之。一等二十四戶。二等三十三戶。三等四十二戶。四等五十一戶。五等六十戶。問各等每戶應納若干。

法以五四三二一爲五等衰分。以五分因一等戶二十四。得一百二十分。以四分因二等戶三十三。得一百三十二分。以三分因三等戶四十二。得一百二十六分。以二分因四等戶五十一。得一百零二分。以一分因五等戶六十。仍得六十分。總併之。得五百四十分爲一率。總糧一千一百三十四石爲二率。一分爲三率。推得四率二石一斗。即五等每戶所納之數。以二分因之。得四石二斗。即四等每戶所納之數。以三分因之。得六石三斗。即三等每戶所納之數。以四因之。得八石四斗。即二等每戶所納之數。以五因之。得十石五斗。即一等每戶所納之數也。

一率	五百四十分
二率	一千一百三十四石
三率	一分
四率	二石一斗

超位加減差分

設如甲丙丁三人買房一所。共價八百一十兩。丙比甲出銀加一倍。丁比甲丙共出銀又加一倍。問每人各出幾何。

法以一分爲甲衰數。加一倍得二分爲丙衰數。又以甲一分丙二分相併爲三分、復加一倍得六分爲丁衰數。相併得九分爲一率。總銀八百一十兩爲二率。以甲一分爲三率得四率九十兩卽甲所出銀數。加一倍得一百八十兩卽丙所出銀數。將甲丙共銀復加一倍得五百四十兩。卽丁所出銀數也。此法以一分爲甲數加一倍爲丙數者。因丙比甲銀多一倍也。又共甲丙兩數加一倍爲丁數者。因丁比甲丙共銀又多一倍也。故以所命各人分數相併得共分數。以此共分數比共銀數。卽如各人分數比各人所出銀數也。

一率	九分
二率	八百一十兩
三率	一分
四率	九十兩

設如有銀五千兩。買馬四匹。園一區。宅一所。其園價比馬價多三倍。而宅價比園價又多四倍。問各價幾何。

法以一分爲馬衰數。加三倍爲三分。得四分爲園衰數。又將園四分加四倍爲十六分。得二十分爲宅衰數。相併得二十五分爲一率。總價五千兩爲二率。馬一分爲三率。推得四率二百兩。卽馬四匹之價。馬每匹價五十兩。加三分六百兩得八百兩。卽園一區之價。再將園價加四分三千二百兩得四千兩。卽宅一所之價也。此法將馬爲一分而加三分爲園價者。因園

一率	二十五分
二率	五千兩
三率	一分
四率	二百兩

價比馬價多三倍也。又將園價爲一分而加四分爲宅價者。因宅價比園價又多四倍也。是以共分之比共價。卽如馬四匹之一分比各色每一分之價也。

設如有糧七百六十石。以船三次運之。第一次運十分。二次運七分。三次運二分。問每次運糧幾何。

法以十分七分二分相併得十九分爲一率。共糧七百六十石爲二率。十分爲三率。得四率四百石。卽第一次所運之數。如以七分爲三率。得四率二百八十石。卽第二次所運之數。如以二分爲三率。得四率八十石。卽第三次所運之數也。此法第一次之十分。二次之七分。三次之二分。卽三次之衰數。分數已明。故卽以運分作衰分也。

一率	十九分
二率	七百六十石
三率	十分
四率	四百石

一率	十九分
二率	七百六十石
三率	七分
四率	二百八十石

一率	十九分
二率	七百六十石
三率	二分
四率	八十石

設如有銅一百八十兩。依次遞減造三等儀器。上等比中等加二倍。中等比下等加一倍。問三等儀器各得銅幾何。

法以一分爲下等衰數。二分爲中等衰數。二分加二倍得六分爲上等衰數。併之得九分爲一率。共銅一百八十兩爲二率。下等之一分爲三率。推

一率	九分
二率	一百八十兩
三率	一分
四率	二十兩

得四率二十兩。即下等儀器之重。加一倍得四十兩。即中等儀器之重。又加二倍得一百二十兩。即上等儀器之重也。此法命一分爲下等數。故加倍爲中等數而得二分。復以二分加二倍爲上等數。故上等數又爲六分也。

設如有銀七十兩。買騾駝馬驢各一匹。而價之多少不等。但知馬比駝價爲九分之四。驢比駝價爲九分之一。問各價幾何。

法以一分爲驢衰數。四分爲馬衰數。九分爲駝衰數。併之得十四分爲一率。銀七十兩爲二率。驢一分爲三率。推得四率五兩。即驢一匹之價。以四分因之得二十兩。即馬一匹之價。以九分因之得四十五兩。即駝一匹之價。此法因駝價爲九分。故即以九爲衰數。且兩分母俱同爲九分。而馬居九分之四。故即以四爲馬分。驢居九分之一。故即以一爲驢分也。既得驢價。取其四分即馬價。取其九分即駝價也。

一率	十四分
二率	七十兩
三率	一分
四率	五兩

設如一人爲商三次。初次獲利比原銀多二倍。二次獲利比初次本利共銀多四倍。三次獲利比二次本利共銀又多三倍。共計獲利併原銀得九百兩。問原銀幾何。

法以一分爲初商原銀衰數。加二倍得三分爲初次本利共分。又比三分加四倍得十五分爲二次本利共分。又比十五分加三倍得六十分爲三

一率	六十分
二率	九百兩
三率	一分
四率	十五兩

次本利共分。即以此六十分爲一率。三次本利共銀九百兩爲二率。一分爲三率。推得四率一十五兩。即原銀數也。此法初次加二倍。是原銀之外加二倍也。又加四倍。是比初次本利共銀之外又加四倍也。又加三倍。是比二次本利共銀之外又加三倍也。故以總分比總銀。即如一分之比原銀也。

設如有米二十四石。分與四人。甲四分。乙五分。丙七分。丁九分。問各該幾何。

法以甲之四分、乙之五分、丙之七分、丁之九分相併得二十五分爲一率。共米二十四石爲二率。一分爲三率。推得四率九斗六升。乃每一分之數。以甲四分因之。即得甲之三石八斗四升。以乙五分因之。即得乙之四石八斗。以丙七分因之。即得丙之六石七斗二升。以丁九分因之。即得丁之八石六斗四升也。此法以一分爲三率。故得每人一分之數。如以各人分數各爲三率。即得各人之全分矣。

一率	二十五分
二率	二十四石
三率	一分
四率	九斗六升

設如有銀九十二兩。賞二十八人。分上中下三等。上等四人。中等六人。下等十八人。其中等比下等賞加一倍。上等比中等賞加二倍。問各等每人得賞幾何。

法以一分爲下等衰數。乘下等十人得十分。又將一分加一倍得二分爲中等衰數。乘中等六人得十二分。又將二分加二倍得六分爲上等衰數。乘上等四人得二十四分。乃以十分十二分二十四分相併得四十六分

一率	四十六分
二率	九十二兩
三率	一分
四率	二兩

爲一率。總銀九十二兩爲二率。下等一分爲三率。推得四率二兩。卽下等每人應得之數。將二兩加一倍得四兩。卽中等每人應得之數。將四兩再加二倍得十二兩。卽上等每人應得之數。復以各等人數乘各等每人應得之數。卽得上等四人共得四十八兩。中等六人共得二十四兩。下等十人共得二十兩也。此法以下等一分爲三率。故得下等每人一分之數。按分倍加而得中等上等。如以各等衆人分數各爲三率。卽得各等之共數矣。

設如有米五百三十五石。賞與三等人。第一等二十名。第二等五十名。第三等一百一十名。一等比二等每名加七斗。二等比三等每名加五斗。問三等每名各得幾何。

法以二等比三等每名多五斗、與二等五十名相乘得二百五十斗。又以一等比二等每名多七斗、與二等比三等每名多五斗相加得十二斗與一等二十名相乘。得二百四十斗兩數相併得四百九十斗。乃於總米五百三十五石內減之。餘四百八十六石。乃以一等二十人、二等五十人、三等一百一十人、相併得一百八十人爲一率。四百八十六石爲二率。一人爲三率。推得四率二石七斗。卽三等每一人應得之數。加五斗得三石二斗。卽二等每一人應得之數。再加七斗得三石九斗。卽一等每一人應得之數也。此法以二等比三等每名多五斗與二等五十人相乘者。是求二等比三等共多之數。又以一等比二等每名多七斗、併二等比三等每名多五斗與一等二十人相乘者。是求一等比二等共多於三等之

一率	一百八十人
二率	四百八十六石
三率	一人
四率	二石七斗

數。於總數內減之所餘卽三等相併共一百八十八人均分之數。故以一百八十八人比總米四百八十六石。卽第三等每一人之比二石七斗也。由此加五斗卽得第二等每一人所得之數。於第二等每一人數內再加七斗卽得第一等每一人所得之數矣。

互和折半差分

設如有米一百八十石。令甲乙丙三人互和折半分之。但知甲多丙三十六石。問各該若干。

法以三人爲一率。總米一百八十石爲二率。一人爲三率。推得四率六十石。卽乙應得之數。次以甲多丙三十六石二分之。每分得一十八石。於乙數內加之得七十八石。卽甲應得之數。於乙數內減之得四十二石。卽丙應得之數也。此法蓋以三人共得之數。比一人所得之數。其一人所得之數卽中一人應得之數。甲多乙幾何。卽乙多丙幾何。而甲多丙之數。又爲甲多乙之倍數。故以甲多丙之數分爲二分。於中數內一加一減。則彼此相較之數。自得均平。故謂之互和折半也。

一率	三人
二率	一百八十石
三率	一人
四率	六十石

設如有銀二百四十兩。令趙錢孫李四人互和折半分之。但知趙多李一十八兩。問各該若干。

法以四人爲一率。總銀二百四十兩爲二率。一人爲三率。推得四率六十兩。卽錢孫中二人相和折半之數。次取趙多李十八兩之數。以三歸之。以三立法者用二歸。以四立法者用三歸。葢以之相比而得較也。得六兩。卽四人遞加之數。折半得三兩。乃中二人相和折半數與中二人應得數之較。以此三兩加於六十兩得

六十三兩.即錢銀數.減於六十兩餘五十七兩.即孫銀數.錢銀數內再加六兩得六十九兩.即趙銀數.孫銀數內再減六兩餘五十一兩.即李銀數也.此法蓋以四人共得之數.比一人應得之數.其一人應得之數.固非四人平分之數.故比例所得六十兩爲錢孫二人之中數.較之錢數少三兩.較之孫數多三兩.故於六十兩中加三兩.即錢數.減三兩.即孫數.既得錢孫中二人數.則首末二人.祇按分數加之而已.

一率	四人
二率	二百四十兩
三率	一人
四率	六十兩

設如有兵二萬三千八百.令甲乙丙丁戊五將互和折半領之.只云戊少甲三千三百六十.問各將所領若干.

法以五分爲一率.兵數二萬三千八百爲二率.一分爲三率.推得四率四千七百六十.即丙所領之數.又取戊少甲之三千三百六十.以四歸之.此有五人而較爲四・故用四歸也・得八百四十.爲平分如減之數.自丙數而上遞加之.得五千六百.即乙所領之數.得六千四百四十.即甲所領之數.由丙數而下遞減之.得三千九百二十.即丁所領之數.得三千零八十.即戊所領之數也.

一率	五分
二率	二萬三千八百
三率	一分
四率	四千七百六十

設如有稻一百九十八畝.令甲乙丙丁戊己六人收割.但知甲比己多收三十畝.問各該收稻幾何.

法以六人爲一率.總田一百九十八畝爲二率.一人爲三率.推得四率三十三畝.即丙丁中二人相和折

半之數。次取甲多己三十畝。以五歸之得六畝。折半得三畝。加於三十三畝得三十六畝。即丙收數。再加六畝得四十二畝。即乙收數。再加六畝得四十八畝。即甲收數。又以折半三畝減於三十三畝。餘三十畝。即丁收數。再減六畝餘二十四畝。即戊收數。再減六畝餘十八畝。即己收數。此法因三十三畝爲丙丁二人之中數。較之丙少三畝。較之丁多三畝。故以丙與丁總差六畝折半加減之即得也。

一率	六人
二率	一百九十八畝
三率	一人
四率	三十三畝

首尾互準差分

設如甲乙丙丁四人遞次分銀。但知甲得六十九兩。丁得五十一兩。問乙丙各得銀幾何。

法以三分爲甲多於丁之衰數。有四人故用三分。如或五人則用四分。六人則用五分。爲一率。甲六十九兩與丁五十一兩相減、餘一十八兩爲二率。一分爲三率。推得四率六兩。即四人所得遞加之數。將丁銀五十一兩、加六兩得五十七兩。即丙應得之數。再加六兩得六十三兩。即乙應得之數也。蓋甲數最多。丁數最少。相差一十八兩。由丁至丙至乙至甲相隔三位。則知有三差。故用三分比一十八兩。即如一分比六兩。而爲遞加數也。若三色者。以首尾兩數相加折半即中數。其法易求。故不設例。

一率	三分
二率	十八兩
三率	一分
四率	六兩

設如五人遞次絡絲。第一人絡絲四十兩。第五人絡絲二十四兩。問中三人各絡絲幾何。

法以四分爲第一人多於第五人之衰數爲一率。第一第五兩數相減餘一十六兩爲二率。一分爲三率。推得四率四兩。卽五人絡絲遞加之數。將第五人絡絲二十四兩加四兩得二十八兩。卽第四人所絡之數。再加四兩得三十二兩。卽第三人所絡之數。再加四兩得三十六兩。卽第二人所絡之數也。此法用四爲除法。蓋第五與第一相隔四位。則知有四差。故用四爲比例也。

一率	四分
二率	十六兩
三率	一分
四率	四兩

又捷法以第一第五兩數相加折半得三十二兩。卽第三人所絡之數。又以第一第三兩數相加折半得三十六兩。卽第二人所絡之數。復以第三第五兩數相加折半得二十八兩。卽第四人所絡之數。此法卽前互和折半之法。凡位數奇者俱可用。如三五七九是也。

設如七人運糧。不言總數。但知第一人第二人共運二十三石七斗。第五人第六人第七人共運二十六石一斗。其遞加之數俱相等。問第三人第四人與前後五人各運幾何。

法以第一第二兩人共運二十三石七斗。折半得十一石八斗五升。爲第一第二兩人相和折半之數。第五第六第七三人共運二十六石一斗三歸之得八石七斗。卽第六人應運之數。乃以第一分第二分之中數一分半與第六分相減。餘四分半爲一率。第一第二兩人相和折半之十一石八斗五升內減第六人之八石七斗。餘三石一斗五升爲二率。一分爲三

一率	四分五
二率	三石一斗五升
三率	一分
四率	七斗

率。推得四率七斗。即每人遞加之數。由第六人八石七斗而下減七斗得八石。即每七人應運之數。由第六人八石七斗而上遞加七斗得九石四斗。即第五人應運之數。得十石一斗。即第四人應運之數得十石八斗。即第三人應運之數。得十一石五斗。即第二人應運之數。得十二石二斗。即第一人應運之數也。此法葢因第一人第二人相和折半之數。至第二人差半分。至第三人差一分半。至第四人差二分半。至第五人差三分半。至第六人則差四分半。故先以第一第二之中數與第六相減得其四分半之差數。而以四分半與前二人相和折半多於第六人之六石三斗。即如一分比每人遞加之七斗也。

設如八人分銀。不言總數。但知第一第二第三三人共得四十五兩。第七第八二人共得八十五兩。其遞加之數俱相等。問各人應得若干。

法以前三人共得銀數四十五兩。用三歸之得十五兩。即第二人應得之數。後二人共得八十五兩。折半得四十二兩五錢。即第七第八兩人相和折半之數。乃以第二分與第七分第八分之中數七分半相減。餘五分半為一率。第二人應得之十五兩與後二人相和折半之四十二兩五錢相減。餘二十七兩五錢為二率。一分為三率。推得四率五兩。即每人遞加之數。於第二人十五兩內減五兩。即得第一人十兩。於第二人十五兩外遞加五兩。即得第三人二十兩。第四人二十五兩。第五人三十兩。第六人三十五兩。第七人四十兩。第八人四十五兩之數也。此法葢因第二人至第三人差一分。至第四人差二分。至第五人差三分。至第六人差

一率	五分五
二率	二十七兩五錢
三率	一分
四率	五兩

四分至第七人差五分至第七第八兩人相和折半之數則差五分半故先以第二與第七第八之中數相減得其五分半之差數而以五分半比後二人相和折半多於第二人之數即如每一分比每人遞加之數也

設如八人分米不言總數但知第一第二兩人共得一十一石九斗第七第八兩人共得八石三斗其遞加之數俱相等問每人應得若干

法以第一第二兩人共數一十一石九斗折半得五石九斗五升即第一第二兩人相和折半之數再以第七第八兩人共數八石三斗折半得四石一斗五升即第七第八兩人相和折半之數乃以第一分第二分之中數一分半與第七分第八分之中數七分半相減餘六分為一率第一第二兩人相和折半之五石九斗五升內減第七第八兩人相和折半之四石一斗五升餘一石八斗為二率一分為三率推得四率三斗即每人遞加之數折半得一斗五升加於第一第二兩人相和折半之五石九斗五升得六石一斗即第一人之數以次遞減三斗即得第二人五石八斗第三人五石五斗第四人五石二斗第五人四石九斗第六人四石六斗第七人四石三斗第八人四石之數也此法蓋因第一第二兩人相和折半之數至第二人差半分至第三人差一分半至第四人差二分半至第五人差三分半至第六人差四分半至第七人差五分半至第七第八兩人相和折半之數則差六分故先以第一第二之中數與第七第八之中數相減得其

一率	六分
二率	一石八斗
三率	一分
四率	三斗

六分之差數。而以六分比第一第二相和折半多於第七第八相和折半之數。即如每一分比每人遞加之數也。又以第一第二之中數比第一人差半分。故以一分之三斗折半得一斗五升。加於第一第二兩人相和折半之數。即得第一人之數也。

設如有竹九節截爲九筩盛米遞次長短不均。但知根底三節共盛米三升九合。梢上四節共盛米三升。問九節各盛米數幾何。

法以根底第一第二第三三節共盛米三升九合。用三歸之得一升三合。即第二節盛米之數。梢上第六第七第八第九四節共盛米三升。用四歸之得七合五勺。即第七第八兩節相和折半之數。乃以第二分與第七分第八分之中數七分半相減餘五分半爲一率。第二節盛米一升三合內減第七第八兩節相和折半之七合五勺。餘五合五勺爲二率。一分爲三率。推得四率一合。即每節遞加之數。自第二節盛米一升三合而上加一合。即得第一節盛米一升四合。自第二節盛米一升三合而下遞減一合。即得第三節盛一升二合。第四節盛一升一合。第五節盛一升。第六節盛九合。第七節盛八合。第八節盛七合。第九節盛六合也。

一率	五分五
二率	五合五勺
三率	一分
四率	一合

設如有竹九節截爲九筩盛米。但知根底二節盛米六升三合。梢上二節盛米二升一合。問各節所盛米數若干。

法以根底二節共盛米六升三合。折半得三升一合五勺。爲第一第二兩節相和折半之數。梢上二節共

盛米二升一合。折半得一升零五勺。爲第八第九兩節相和折半之數。乃以第一分第二分之中數一分半與第八分第九分之中數八分半相減。餘七分爲一率。第一第二兩節相和折半之三升。一合五勺。內減第八第九兩節相和折半之一升零五勺。餘二升一合爲二率。一分爲三率。推得四率三合。卽每節遞加之數。折半得一合五勺。加於第一第二兩節相和折半之三升一合五勺。得三升三合。卽第一節盛米之數。以次遞減三合。卽得第二節盛三升。第三節盛二升七合。第四節盛二升四合。第五節盛二升一合。第六節盛一升八合。第七節盛一升五合。第八節盛一升二合。第九節盛九合也。

一率	七分
二率	二升一合
三率	一分
四率	三合

設如十八人按數挨次納糧。前三人共納一十三石八斗。後四人共納一十三石二斗。問十八人各納糧數若干。

法以前三人共納一十三石八斗。用三歸之得四石六斗。爲第二人所納之數。後四人共納一十三石二斗。用四歸之得三石三斗。爲第八第九兩人相和折半之數。乃以第二分與第八分第九分之中數八分半相減。餘六分半爲一率。第二人之四石六斗內減第八第九兩人相和折半之三石三斗。餘一石三斗爲二率。一分爲三率。推得四率二斗。卽每人遞加之數。自第二人四石六斗以上加二斗。得四石八斗。卽第一人所納之數。自

一率	六分五
二率	一石三斗
三率	一分
四率	二斗

第二人四石六斗。以下遞減二斗。得四石四斗。卽第三人所納之數。得四石二斗。卽第四人所納之數。得四石。卽第五人所納之數。得三石八斗。卽第六人所納之數。得三石六斗。卽第七人所納之數。得三石四斗。卽第八人所納之數。得三石二斗。卽第九人所納之數。得三石。卽第十人所納之數也。

設如有米二百四十石。令甲乙丙丁戊五人遞減納之。定甲乙二人納數與丙丁戊三人納數相等。問五人各納幾何。

法以四分爲甲多於戊之衰數。自甲至乙至丙至丁至戊隔四位。故以四分爲衰數。三分爲乙多於戊之衰數。併之爲七分。以二分爲丙多於戊之衰數。一分爲丁多於戊之衰數。併之爲三分。乃以三分與七分相減。餘四分爲前二人多於後三人之較。又以前二人與後三人相減。餘一人。爲後三人多於前二人之較。夫前多四分。後多一人。而其數相等。則四分卽爲一人之數。乃以一人爲一率。四分爲二率。戊一人爲三率。推得四率仍得四分。卽定爲戊一人之分數。各加每人所多衰數。則甲得八分。乙得七分。併之得十五分。丙得六分。丁得五分。併戊之四分。亦得十五分。是前後分數已同矣。乃以兩總分相併得三十分爲一率。總米二百四十石爲二率。一分爲三率。推得四率八石。卽每一分之數。用甲之八分乘之。得甲之六十四石。用乙之七分乘之。得乙之五十六石。併之共得一百二十石。用丙之六

一率	一人
二率	四分
三率	一人
四率	四分

一率	三十分
二率	二百四十石
三率	一分
四率	八石

分乘之得丙之四十八石。用丁之五分乘之得丁之四十石。用戊之四分乘之得戊之三十二石。併之亦共得一百二十石。是甲乙二人納數與丙丁戊三人納數等也

設如有銀六百兩令甲乙丙丁戊己六人遞加分之定甲乙丙丁四人與戊己二人分數相等問六人各分幾何。

法以一分爲乙多於甲之衰數二分爲丙多於甲之衰數三分爲丁多於甲之衰數。併之爲六分四分爲戊多於甲之衰數五分爲己多於甲之衰數。併之爲九分乃以六分與九分相減餘三分爲後二人多於前四人之較。又以前四人與後二人相減餘二人。爲前四人多於後二人之較夫前多二人後多三分而其數相等。則三分卽爲二人之數。乃以二人爲一率。三分爲二率。甲一人爲三率推得四率一分五。卽一分半也。卽定爲甲一人之分數各加每人所多衰數則乙得二分半丙得三分半丁得四分半併甲乙丙丁四人數得十二分。戊得五分半己得六分半。併戊己二人數亦得十二分。是前後分數已同矣乃以兩總分相併得二十四分爲一率。總銀六百兩爲二率。一分爲三率推得四率二十五兩卽每一分之數。用甲一分半乘之。得甲三十七兩五錢。用乙二分半乘之得乙六十二兩五錢。用丙三分半乘之得丙八十七兩五錢用丁四分半乘之得丁一百一十二兩五錢。併四人數共得三

一率	二人
二率	三分
三率	一人
四率	一分五

一率	二十四分
二率	六百兩
三率	一分
四率	二十五兩

百兩。用戊五分半乘之。得戊一百三十七兩五錢。用己六分半乘之。得己一百六十二兩五錢。併二人數亦共得三百兩。是甲乙丙丁四人銀數與戊己二人銀數等也。

設如有麥一千零八畝。令七人遞減分收。定前三人與後四人所得共數相同。問七人各收麥幾何。

法以六分為第一人比第七人所多衰數自第一至第七隔六位。故以六為衰數。五分為第二人比第七人所多衰數。四分為第三人比第七人所多衰數。併之為十五分。三分為第四人比第七人所多衰數。二分為第五人比第七人所多衰數。一分為第六人比第七人所多衰數。併之為六分。乃以六分與十五分相減。餘九分。為前三人多於後四人之較。又以前二人與後四人相減。餘一人。為後四人多於前三人之較。夫前多九分。後多一人。而其數相等。則九分即為一人之數。乃以一人為一率。九分為二率。末一人為三率。推得四率仍為九分即定為第七人之分數。各加每人所多分數。則第一人得十五分。第二人得十四分。第三人得十三分。併之為四十二分。第四人得十二分。第五人得十一分。第六人得十分。第七人得九分。併之亦為四十二分。是前後分數已同矣。乃以兩總分相併。得八十四分為一率。麥一千零八畝為二率。一分為三率。推得四率十二畝。即每一分之數。用十五分乘之。即得第一人一百八十畝。用十四分乘之。即得第二人一百六十八畝。用十三分乘

一率	一人
二率	九分
三率	一人
四率	九分

一率	八十四分
二率	一千零八畝
三率	一分
四率	一十二畝

之。卽得第三人一百五十六畝。併三人數共得五百零四畝。用十二分乘之。卽得第四人一百四十四畝。用十一分乘之。卽得第五人一百三十二畝。用十分乘之。卽得第六人一百二十畝。用九分乘之。卽得第七人一百零八畝。併四人數亦共得五百零四畝。是前三人畝數與後四人畝數等也。

設如有糧一千零九十二石。令七次遞減運送。定前二次與後五次運送之數相等。問每次運送幾何。

法以十八分爲第一次比第七次所多之衰數。自第一次至第七次相隔六位。應以六分爲衰數。是爲每次遞加一分。今將六分用三因之爲十八分。是爲每一次遞加三分。故各衰五四三二一俱用三因其比例仍同也。十五分爲第二次比第七次所多之衰數。併之爲三十三分。十二分爲第三次比第七次所多之衰數。九分爲第四次比第七次所多之衰數。六分爲第五次比第七次所多之衰數。三分爲第六次比第七次所多之衰數。併之爲三十分。乃以三十分與三十三分相減餘三分。爲前兩次多於後五次之較。又以後五次與前兩次相減餘三次爲後五次多於前兩次之較。夫前多三分後多三次而其數相等。則三分卽爲三次之數。乃以三次爲一率。三分爲二率。一次爲三率。推得四率一分。卽爲第七次之分數。各加每次所多衰數。第一次得十九分。第二次得十六分。併之得三十五分。第三次得十三分。第四次得一十分。第五次得七分。第六次得四分。併第七次之一分。亦得三十五分。是前後分數已同矣。乃以兩總分相併得七十分爲一率。總糧一千零九十二石爲二率。一分爲三率。推得四率一十五石六斗。卽第七次一分所運之數。用十九分乘之。得二百九十六

一率	三次
二率	三分
三率	一次
四率	一分

石四斗。卽第一次所運之數。用十六分乘之。得二百四十九石六斗。卽第二次所運之數。併兩次共得五百四十六石。用十三分乘之。得二百零二石八斗。卽第三次所運之數。用一十分乘之。得一百五十六石。卽第四次所運之數。用七分乘之。得一百零九石二斗。卽第五次所運之數。用四分乘之。得六十二石四斗。卽第六次所運之數。併第七次所運之一十五石六斗。亦共得五百四十六石。是前二次運送糧數與後五次運送糧數等也。

一率	七十分
二率	一千零九十二石
三率	一分
四率	一十五石六斗

數理精蘊下編卷六

線部四

和數比例

比例之中有合率而復有和數者．將幾比例之率合為一比例．故謂之合率．至於有總數又有分數．以分數合而與總數相比．則謂之和數．其在九章總名差分．而其實總不越比例之理．故今質名之曰和數比例．其立法有以實數與實數比者．如合衆人數與總物數之比．即若每人數與每物數之比是也．有以所立衰數與實數比者．如合衆衰數與總物數之比．即若每人衰數與每物數之比是也．又或以加倍數成率者．其得數亦為加倍之數．或以兩數相乘而成率者．其得數亦為兩數相乘之數．要之皆以比例而得．故於各條詳加解說以明其故焉．

設如南北二商合本貿易．南出本銀一百五十兩．北出本銀二百五十兩．共得利銀一千兩．按各人所出本銀之分分之．問二人各得利銀幾何．

法以南出本銀一百五十兩與北出本銀二百五十兩相併．得四百兩為一率．利銀一千兩為二率．南出本銀一百五十兩為三率．推得四率三百七十五兩．即南所分利銀數．於共利一千兩內減三百七十五兩．餘六百

一率	四百兩
二率	一千兩
三率	一百五十兩
四率	三百七十五兩

二十五兩.即北所分利銀數也.如以二人本銀共四百兩爲一率.二人共利一千兩爲二率.北出本銀二百五十兩爲三率.推得四率六百二十五兩.即北所分利銀數也.此法蓋以二人共本比共利.即如每人各本比各利.而爲相當比例四率也.

又捷法以二人共出本銀四百兩.歸除二人共得利銀一千兩.得每一兩之利爲二兩五錢.乃與各人本銀數相乘.即得各人所分利銀數.此又以每一兩之利與各人所出本銀之利相比而得也.

一率	四百兩
二率	一千兩
三率	二百五十兩
四率	六百二十五兩

設如趙周馮三人合夥生理.趙出本銀一千兩.周出本銀八百兩.馮出本銀六百兩.共得利銀一千二百兩.按各人所出本銀之分分之.問三人各得利銀幾何.

法以三人各出本銀相併.得二千四百兩爲一率.三人共得利銀一千二百兩爲二率.三人所出本銀數各爲三率.推得各四率.趙五百兩.周四百兩.馮三百兩.即爲各人所得利銀數也.若用捷法.則以三人所併本銀二千四百兩.歸除共得利銀一千二百兩.得每一兩之利爲五錢.按各

一率	二千四百兩
二率	一千二百兩
三率	一千兩
四率	五百兩

一率	二千四百兩
二率	一千二百兩
三率	八百兩
四率	四百兩

一率	二千四百兩
二率	一千二百兩
三率	六百兩
四率	三百兩

人本銀數乘之。卽各人所得利銀數也。

設如甲乙丙三商共出本銀一千五百二十兩。得利銀一百九十兩。甲分一百二十兩。乙分四十兩。丙分三十兩。問各人原本銀若干。

法以共利銀一百九十兩爲一率。共本銀一千五百二十兩爲二率。每分利銀各爲三率。推得各四率。甲本銀爲九百六十兩。乙本銀爲三百二十兩。丙本銀爲二百四十兩。如用捷法。

一率	一百九十兩
二率	一千五百二十兩
三率	一百二十兩
四率	九百六十兩

一率	一百九十兩
二率	一千五百二十兩
三率	四十兩
四率	三百二十兩

一率	一百九十兩
二率	一千五百二十兩
三率	三十兩
四率	二百四十兩

則以共利銀一百九十兩歸除共本銀一千五百二十兩。得每一兩利銀之本銀爲八兩。乃以八兩乘各人利銀分數。卽得各人本銀之數矣。

設如甲丙戊三人合本貿易。共得利銀三千二百二十兩。甲本銀三千六百兩。丙本銀五百一十兩。戊本銀不知其數。但知該分利銀四百八十兩。問其本銀若干。

法以三人共得利銀三千二百二十兩。內減戊之利銀四百八十兩。餘二千七百四十兩爲一率。甲丙二人本銀相併得四千一百一十兩爲二率。

一率	二千七百四十兩
二率	四千一百一十兩
三率	四百八十兩
四率	七百二十兩

戊利銀四百八十兩。為三率。推得四率七百二十兩。即戊之本銀數也。此法於總利中減去戊利銀。所餘者即甲丙二人之利銀。故以甲丙二人之共利銀與甲丙二人之共本銀相比。即若戊一人之利銀與戊一人之本銀相比也。

設如甲乙丙三商共出本銀一千五百二十兩。今得本利共銀一千七百一十兩。甲分本利共銀一千零八十兩。乙分本利共銀三百六十兩。丙分本利共銀二百七十兩。問三人所分本利各若干。

法以三人所得本利共銀一千七百一十兩為一率。共出本銀一千五百二十兩為二率。各人所分本利共銀各為三率。

一率	一千七百一十兩
二率	一千五百二十兩
三率	一千零八十兩
四率	九百六十兩

一率	一千七百一十兩
二率	一千五百二十兩
三率	三百六十兩
四率	三百二十兩

一率	一千七百一十兩
二率	一千五百二十兩
三率	二百七十兩
四率	二百四十兩

推得各四率。甲本銀九百六十兩。乙本銀三百二十兩。丙本銀二百四十兩。即為各人本銀數。以各人本銀減各人共銀。甲得利銀一百二十兩。乙得利銀四十兩。丙得利銀三十兩。即各人利銀數也。

設如有三人合本貿易。第一人出本銀五百兩係七成。第二人出本銀一千兩係八成。第三人出本銀一千五百兩係九成。共得利銀二千兩皆係十成。問每人應得利銀若干。

法以各人所出本銀數與各銀成色相乘。第一人得三百五十兩。第二人得八百兩。第三人得一千三百

五十兩。三數相加。共得二千五百兩爲一率。共得利銀二千兩爲二率。每人所得相乘之數第一人三百五十兩。第二人八百兩。第三人一千三百五十兩。各爲三率。推得各四率。第一人得二百八十兩第二人得六百四十兩第三人得一千零八十兩。卽各人應得之利銀數也。此法以各銀成色乘各人銀數者。是將各銀成色俱變作十成銀也。如第一人七成銀五百兩。變作十成銀止得三百五十兩第二人八成銀一千兩變作十成銀止得八百兩第三人九成銀一千五百兩變作十成銀止得一千三百五十兩。併之得十成銀二千五百兩。故以總十成銀二千五百兩與共利銀二千兩之比。卽若每人十成本銀與每人應得利銀之比也。

一率	二千五百兩
二率	二千兩
三率	三百五十兩
四率	二百八十兩

一率	二千五百兩
二率	二千兩
三率	八百兩
四率	六百四十兩

一率	二千五百兩
二率	二千兩
三率	一千三百五十兩
四率	一千零八十兩

設如甲丙戊三人合本貿易。其所出本銀多寡不同。時日亦不同。甲出本銀六百兩係八個月。丙出本銀四百五十兩係六個月。戊出本銀五百兩係十個月共得利銀一千兩。問各人應分利銀幾何

法以各人本銀與各人月分相乘。甲得四千八百兩。丙得二千七百兩。戊得五千兩。三數相併得一萬二千五百兩爲一率。共利銀一千兩爲二率。

一率	一萬二千五百兩
二率	一千兩
三率	四千八百兩
四率	三百八十四兩

各人本銀乘各人月分之數為三率推得各四率甲得三百八十四兩丙得二百一十六兩戊得四百兩即為各人應得之利銀數也此法先以各人本銀乘各人月分者蓋以各人所出本銀按月分以加倍也三人本銀各有月分則行利亦按月加倍也

一率	一萬二千五百兩
二率	一千兩
三率	二千七百兩
四率	二百一十六兩

一率	一萬二千五百兩
二率	一千兩
三率	五千兩
四率	四百兩

設如乙丙丁三人合夥生利乙出本銀二百兩係八個月出本之兩月後又添本銀四十兩丙出本銀三百二十兩係六個月出本之一月後又添本銀八十兩丁出本銀一百六十兩係十個月共得利銀三百六十兩問每人各該利銀幾何

法以乙本銀二百兩與八個月相乘得一千六百兩又以後添四十兩與六個月相乘因出本之兩月後又添銀故用六月得二百四十兩此兩數相加得一千八百四十兩為乙之衰數以丙本銀三百二十兩與六個月相乘得一千九百二十兩又以後添八十兩與五個月相乘因出本之一

一率	五千七百六十兩
二率	三百六十兩
三率	一千八百四十兩
四率	一百一十五兩

一率	五千七百六十兩
二率	三百六十兩
三率	二千三百二十兩
四率	一百四十五兩

一率	五千七百六十兩
二率	三百六十兩
三率	一千六百兩
四率	一百兩

月後又添銀。故用五月。得四百兩。此兩數相加。得二千三百二十兩爲丙之衰數。以丁本銀一百六十兩與十個月相乘。得一千六百兩。卽丁之衰數。乃以三人衰數相加。得五千七百六十兩爲一率。三百六十兩爲二率。各人衰數各爲三率。推得各四率。乙得一百一十五兩。丙得一百四十五兩。丁得一百兩。卽各人應得之利銀數也。此法因出銀前後各不同。故以各人出銀依次乘各人月分而得各人衰數。既得各人衰數。則相加而與總利銀爲比。卽如各人衰數與各人利銀相比也。

設如甲乙丙三商合本貿易。共得利銀一千兩。甲本銀三百兩。係十個月。乙本銀六百兩。丙本銀四百兩。俱不知月分。其利銀則甲分五百兩。乙分三百兩。丙分二百兩。問乙丙二人出本銀月分各幾何。

法以甲之利銀五百兩爲一率。甲之本銀三百兩與十個月相乘。得三千兩爲二率。乙之利銀三百兩爲三率。推得四率一千八百兩。爲乙之本銀六百兩與月分相乘之數。以乙之本銀六百兩除之。得三個月。卽乙出銀之月分。如以丙之利銀二百兩爲三率。則得四率一千二百兩。爲丙之本銀四百兩與月分相乘之數。以丙之本銀四百兩除之。得三個月。卽丙出本銀之月分也。

一率	五百兩
二率	三千兩
三率	三百兩
四率	一千八百兩

一率	五百兩
二率	三千兩
三率	二百兩
四率	一千二百兩

設如乙丙丁三人合本貿易。共得利銀三百八十兩。丙得利銀爲乙三分之一。丁得利銀爲乙四分之一。乙之本銀爲八十兩。收利十二個月。丙丁二人本銀不知數。但知丙收利銀係八個月。丁收利銀係四

個月。問乙丙丁利銀各若干。丙與丁本銀各若干。

法以十二分爲乙之衰數（兩分母相乘之數）取其三分之一。得四分爲丙之衰數。又取其四分之一。得三分爲丁之衰數。將三衰數相併。得一十九分爲一率。共利三百八十兩爲二率。以各人衰數各爲三率。推得各四率。乙之利銀得二百四十兩。丙之利銀得八十兩。丁之利銀得六十兩。三宗利銀相併。共三百八十兩。以合前數。又用乙利銀二百四十兩爲一率。乙本銀八十兩與十二個月相乘。得九百六十兩爲二率。丙利銀八十兩爲三率。推得四率三百二十兩。爲丙本銀八個月之共分。以八個月除之。得四十兩。即丙之本銀數。復以乙利銀二百四十兩爲一率。乙本銀九百六十兩爲二率。丁利銀六十兩爲三率。推得四率二百四十兩。爲丁本銀四個月之共分。以四個月除之。得六十兩。即丁之本銀數也。

一率	十九分
二率	三百八十兩
三率	十二分
四率	二百四十兩

一率	十九分
二率	三百八十兩
三率	三分
四率	六十兩

一率	十九分
二率	三百八十兩
三率	四分
四率	八十兩

一率	二百四十兩
二率	九百六十兩
三率	八十兩
四率	三百二十兩

一率	二百四十兩
二率	九百六十兩
三率	六十兩
四率	二百四十兩

設如甲丙戊三家。每日派一人當差。論各家田數定日之多少。甲田八十

畝。丙田六十畝。戊田五十二畝。問各人一年內連閏月應該當差之日幾何。

法以甲丙戊三家田數（甲八十・丙六十・戊五十二・）相併得一百九十二畝爲一率。一年連閏月作三百八十四日爲二率。各家田數各爲三率。推得各四率。甲當差一百六十日。丙當差一百二十日。戊當差一百零四日。併之得三百八十四日。合一年連閏月之數也。

一率	一百九十二畝
二率	三百八十四日
三率	八十畝
四率	一百六十日

一率	一百九十二畝
二率	三百八十四日
三率	六十畝
四率	一百二十日

一率	一百九十二畝
二率	三百八十四日
三率	五十二畝
四率	一百零四日

設如二人居住相隔一千四百里。同日起身。一人日行八十里。一人日行六十里。問途中幾日相會。

法以八十里與六十里相併。得一百四十里爲一率。一日爲二率。一千四百里爲三率。推得四率十日。卽相會之日也。此法以八十里六十里相併爲一率者。每一日之內兩人共行一百四十里也。一百四十里行一日。則一千四百里行十日矣。蓋日行八十里者。十日行八百里。日行六十里者。十日行六百里。併之以合原數也。

一率	一百四十里
二率	一日
三率	一千四百里
四率	十日

設如有銀四百八十六兩。糴米麥豆三色。其石數相等。米每石價銀一兩二錢。麥每石價銀九錢。豆每石價銀六錢。問石數若干。

法以米價一兩二錢。麥價九錢。豆價六錢。相併。共得二兩七錢爲一率。一石爲二率。總銀四百八十六兩爲三率。推得四率一百八十石。卽各色之石數也。此法蓋因三色之石數既相等。故三色每石之共價與每一石之比。卽同於三分之共價四百八十六兩與每一分之一百八十石之比也。

一率	二兩七錢
二率	一石
三率	四百八十六兩
四率	一百八十石

設如有銀一千二百兩。買綾絹二色。絹一分。綾二分。綾每疋價銀三兩六錢。絹每疋價銀二兩四錢。問綾絹與價銀各幾何。

法以綾價三兩六錢二因之。綾二分。故用二因。得七兩二錢。與絹價二兩四錢相加。共得九兩六錢爲一率。絹一疋爲二率。總銀一千二百兩爲三率。推得四率一百二十五疋爲絹數。倍之得二百五十疋爲綾數。以絹每疋價銀二兩四錢與絹一百二十五疋相乘。得三百兩爲共絹價。以綾每疋價銀三兩六錢與綾二百五十疋相乘。得九百兩爲共綾價也。此法蓋因絹爲一分。綾爲二分。故將綾價二因之。與絹價相加。卽綾二疋絹一疋之共價。以綾二疋絹一疋之共價與絹一疋之比。卽同於綾一分絹一分之共價一千二百兩與絹一分一百二十五疋之比也。

一率	九兩六錢
二率	一疋
三率	一千二百兩
四率	一百二十五疋

設如有銀三百三十六兩。買羅八十疋。絹一百二十疋。羅每疋價比絹每疋價加一倍。問羅價絹價各幾何。

法以羅八十疋倍之。得一百六十疋。與絹一百二十疋相加。得二百八十疋爲一率。絹一疋爲二率。總銀三百三十六兩爲三率。推得四率一兩二錢。即絹每一疋之價。倍之得二兩四錢。即羅每一疋之價也。此法蓋因羅價比絹價加一倍。故將羅疋數倍之與絹疋數相加。爲羅二倍絹一倍之共數。而以羅二倍絹一倍之共數與絹一疋之比。即同於羅二倍絹一倍之共價三百三十六兩與絹一疋之價一兩二錢之比也。

一率	二百八十疋
二率	一疋
三率	三百三十六兩
四率	一兩二錢

設如有銀七百八十五兩。令甲乙丙丁四人分之。乙得甲銀十分之七。丙得乙銀十四分之三。丁得丙銀十二分之九。問各分銀幾何。

法以一千六百八十分（三分母連乘之數）。爲甲衰數。取甲十分之七。得一千一百七十六分。爲乙衰數。取乙十四分之三。得二百五十二分。爲丙衰數。取丙十二分之九。得一百八十九分。爲丁衰數。乃以四人衰數相併。得三千二百九十七分。爲一率。總銀七百八十五兩爲二率。以甲衰一千六百八十分爲三率。得四率四百兩。即甲所分之銀數。以乙衰一千一百七十六分爲三率。得四率二百八十兩。即乙所分之銀數。以丙衰二百五十二分爲

一率	三千二百九十七分
二率	七百八十五兩
三率	一千六百八十分
四率	四百兩

一率	三千二百九十七分
二率	七百八十五兩
三率	一千一百七十六分
四率	二百八十兩

三率。得四率六十兩。卽丙所分之銀數。以丁衰一百八十九分爲三率。得四率四十五兩。卽丁所分之銀數。四人所得銀數併之。得七百八十五兩。以合原數也。此法因各分母不同。恐難度盡。故以分母連乘爲甲衰數。次各按分取其衰數。乃併各衰數爲共衰數。以共衰數與總銀數之比。卽同於各人衰數與各銀數之比也。

一率	三千二百九十七分
二率	七百八十五兩
三率	二百五十二分
四率	六十兩

一率	三千二百九十七分
二率	七百八十五兩
三率	一百八十九分
四率	四十五兩

設如東西中三村。共納糧一千零三十六石。東村一百二十戶。每戶該納七分。西村八十戶。每戶該納五分。中村六十戶。每戶該納四分。問各村納糧若干。每戶納糧若干。

法以七分與東村一百二十戶相乘。得八百四十分。爲東村衰數。以五分與西村八十戶相乘。得四百分爲西村衰數。以四分與中村六十戶相乘。得二百四十分。爲中村衰數。乃以三村衰數相併。得

一率	一千四百八十分
二率	一千零三十六石
三率	八百四十分
四率	五百八十八石

一率	一千四百八十分
二率	一千零三十六石
三率	四百分
四率	二百八十石

一率	一千四百八十分
二率	一千零三十六石
三率	二百四十分
四率	一百六十八石

一千四百八十分爲一率。共納糧一千零三十六石爲二率。各村衰數各爲三率。推得各四率。東村共該納糧五百八十八石。西村共該納糧二百八十石。中村共該納糧一百六十八石。再以各村戶數歸除各村所納糧數。則東村每戶該納糧四石九斗。西村每戶該納糧三石五斗。中村每戶該納糧二石八斗。如以三村共衰分數歸除共納糧數。得每一分所納糧數。而以各村分數乘之。卽得各村共納糧數。以各戶分數乘之。卽得各村每戶所納之糧數也。

設如乙丙丁三人共納地租銀十一兩五錢。乙田長一百二十丈。寬四十丈。丙田長二百丈。寬六十丈。丁田長八十丈。寬二十丈。問每人該租銀若干。

法以乙田長一百二十丈與寬四十丈相乘。得四千八百丈。丙田長二百丈與寬六十丈相乘。得一萬二千丈。丁田長八十丈與寬二十丈相乘。得一千六百丈。三數相併。共得一萬八千四百丈爲一率。共地租銀十一兩五錢爲二率。各田長寬相乘之數各爲三率。推得各四率。乙該銀三兩。丙該銀七兩五錢。丁該銀一兩。併之爲十一兩五錢。以合原數也。

一率	一萬八千四百丈
二率	十一兩五錢
三率	四千八百丈
四率	三兩

一率	一萬八千四百丈
二率	十一兩五錢
三率	一萬二千丈
四率	七兩五錢

一率	一萬八千四百丈
二率	十一兩五錢
三率	一千六百丈
四率	一兩

設如孫鄭褚三家。買貨共載一船。遠近船價不同。孫家貨物九十五擔。每擔船價六分。鄭家貨物八十五擔。每担船價四分。褚家貨物五十六擔。每擔船價二分五釐。因中途撥淺。共貼銀二兩五錢二分。欲照船價分派。問各該若干。

法以孫貨九十五擔與每擔六分相乘。得五兩七錢。以鄭貨八十五擔與每擔四分相乘。得三兩四錢。以褚貨五十六擔與每擔二分五釐相乘。得一兩四錢。乃以三家船價相併。共得一十兩零五錢為一率。共貼銀二兩五錢二分為二率。一兩為三率。推得四率二錢四分。即為每一兩應貼之數。復以各家船價銀乘之。所得一兩三錢六分八釐。即孫應出之數。所得八錢一分六釐。即鄭應出之數。所得三錢三分六釐。即褚應出之數也。

一率	十兩零五錢
二率	二兩五錢二分
三率	一兩
四率	二錢四分

設如甲丙戊三縣。共納米四千石。論縣之大小米之貴賤運之遠近分之。甲縣有三千三百六十戶。每米一石價銀八錢。運至六十里。丙縣有一千二百戶。每米一石價銀一兩。運至三十里。戊縣有二千四百戶。每米一石價銀六錢。運至八十里。問每縣該米若干。

法以甲縣米價八錢與六十里相乘。得四百八十。用此數歸除甲縣三千三百六十戶。得七為甲縣之衰數。又以丙縣米價一兩與三十里相乘。得三百。用此數歸除丙縣一千二百戶。得四為丙縣之衰數。以戊縣米價六

一率	十六
二率	四千石
三率	七
四率	一千七百五十石

錢與八十里相乘、得四百八十、用此數歸除戊縣二千四百戶、得五爲戊縣之衰數。乃以此三衰數相併、得一十六爲一率。總米四千石爲二率。各縣衰數各爲三率。推得各四率。甲縣爲一千七百五十石。丙縣爲一千石。戊縣爲一千二百五十石。三數相併、共四千石以合原數也。

一率	十六
二率	四千石
三率	四
四率	一千石

一率	十六
二率	四千石
三率	五
四率	一千二百五十石

設如甲乙丙丁戊五處、共輸粟二千石。以田地之多寡、道里之遠近、粟價之貴賤均輸之。甲田一萬三千零六十畝、粟每石價銀二兩。自輸本處。乙田一萬二千三百一十二畝、粟每石價銀一兩、至輸所二百里。丙田七千一百八十二畝、粟每石價銀一兩二錢、至輸所一百五十里。丁田一萬三千三百三十八畝、粟每石價銀一兩七錢、至輸所二百五十里。戊田五千一百三十畝、粟每石價銀一兩三錢、至輸所一百五十里。每石每里車價四釐。問各處所輸若干。

法以甲粟每石價二兩歸除甲田一萬三千零六十畝、得六百五十三爲甲衰數。次以乙輸所二百里與每石車價四釐相乘、得八錢、併入乙粟每石價一兩、共一兩八錢、歸除乙田一萬二千三百一十二畝、得六百八十四爲乙衰數。次以丙輸所一百五十里與每石車價四釐相乘、得六錢、併入丙粟每石價一兩二錢、共一兩八錢、歸除丙田七千一百八十二畝、得三百九十九爲丙衰數。次又以丁輸所二百五十里

與每石車價四釐相乘得一兩。併入丁粟每石價一兩七錢。共二兩七錢。歸除丁田一萬三千三百三十八畝。得四百九十四爲丁衰數。次又以戊輸所一百五十里與每石車價四釐相乘得六錢。併入戊粟每石價一兩

一率	二千五百
二率	二千石
三率	六百五十三
四率	五百二十二石四斗

一率	二千五百
二率	二千石
三率	六百八十四
四率	五百四十七石二斗

一率	二千五百
二率	二千石
三率	三百九十九
四率	三百一十九石二斗

一率	二千五百
二率	二千石
三率	四百九十四
四率	三百九十五石二斗

一率	二千五百
二率	二千石
三率	二百七十
四率	二百一十六石

三錢。共一兩九錢。歸除戊田五千一百三十畝。得二百七十爲戊衰數。乃合五衰數共二千五百爲一率。共粟二千石爲二率。五處各衰數各爲三率。推得各四率。甲爲五百二十二石四斗。乙爲五百四十七石二斗。丙爲三百一十九石二斗。丁爲三百九十五石二斗。戊爲二百一十六石。五數相併。共二千石以合原數也。此法蓋因地畝以定粟數。故粟可以均。然粟之價既有貴賤。而道里又有遠近。故取粟價以除地

畝正所以均其貴賤。而取車價併入粟價以除地畝。又所以均其遠近也。

設如買米八十四石。每米一石價一兩四錢七分運價一錢三分。今欲抽米作運價與之問正米與運價米各幾何。

法以每石米價一兩四錢七分與每石運價一錢三分相加得一兩六錢爲一率。總米八十四石爲二率。每石米價一兩四錢七分爲三率。推得四率七十七石一斗七升五合。卽正米數。如先求運價米數。則仍以一兩六錢爲一率。總米八十四石爲二率。每石運價一錢三分爲三率。推得四率六石八斗二升五合。卽運價米數也。既得正米數與運價相乘得十兩零三分二釐七毫五絲爲共運價。而以運費米數與米價相乘。亦得十兩零三分二釐七毫五絲。其數適相當也。

一率	一兩六錢
二率	八十四石
三率	一兩四錢七分
四率	七十七石一斗七升五合

一率	一兩六錢
二率	八十四石
三率	一錢三分
四率	六石八斗二升五合

此法蓋因八十四石爲正米與運價米之總數。今抽米作運費。故以米價與運價相併。亦爲米價與運價之總數。以總價與總米之比。卽同於米價與正米之比。又以總價與總米之比。卽同於運價與運米之比也。此法卽和數差分之變體。舊算書名爲就物抽分。因其以總米內抽運價。故爲抽分。然要以米價運價之和與總米爲比例。故附於和數比例之後。

設如有絲四十三斤十二兩。每織絹一疋用絲一斤與織工絲四兩。問織絹絲與織工絲各幾何。

法以織絹絲一斤通爲十六兩。與織工絲四兩相加。得二十兩爲一率。總絲四十三斤十二兩通爲七百兩爲二率。織工絲四兩爲三率。得四率一百四十兩收爲八斤十二兩。卽織工絲與總絲相減。餘三十五斤卽織絹絲也。此亦就物抽分法也。以每疋織絹絲及織工絲之共數與總絲之比。卽同於每疋織工絲與總織工絲之比也。

一率	二十兩
二率	七百兩
三率	四兩
四率	一百四十兩

較數比例

比例之中有和數而復有較數者。以數相合而爲比例。故謂之和數。若夫因數之相較而成比例。則謂之較數。在九章謂之匿價差分。其立法蓋以每一物與較數之比。即若共物與共較之比。或以共物之較與每一物價之較爲比。即若共物與每一物價之比也。又或有以實數相比者。或有以各物分數相比者。雖未有一定之規。然而總不越以彼此相差之較數爲比例。故今賫名之曰較數比例焉。

設如有錢買綾羅二色。綾七尺。羅九尺。兩價相等。但知綾每尺價比羅每尺價多三十六文。問二色每尺價錢幾何。

法以綾一尺爲一率。綾比羅每尺價多三十六文爲二率。綾七尺爲三率。推得四率二百五十二文。即綾七尺共多之數。又以綾七尺與羅九尺相減。餘羅二尺爲一率。綾七尺共多二百五十二文爲二率。羅一尺爲三率。推得四率一百二十六文。即羅一尺之價。加多三十六文。得一百六十二文。即綾一尺之價。以一百二十六文乘羅九尺。得一千一百三十四文。以一百六十二文乘綾七尺。亦得一千一百三十四文。兩價相等也。此法蓋因綾一尺多三十六文。則綾七尺共多二百五十二文也。夫綾價多二百五十二文。羅多二尺。而其價相等。則二百五十二文即羅二尺之價。羅二尺價二百五十二文。則羅一尺價一百二十六文也。既得羅價。

一率	一尺
二率	三十六文
三率	七尺
四率	二百五十二文

則綾價亦可推矣。

一率	二尺
二率	二百五十二文
三率	一尺
四率	一百二十六文

又法以綾七尺與羅九尺相減餘二尺爲一率。綾比羅每尺價多三十六文爲二率。綾七尺爲三率。推得四率一百二十六文。卽羅每一尺之價加多三十六文得一百六十二文。卽綾每一尺之價。如以羅九尺爲三率推得四率一百六十二文。卽綾每一尺之價減多三十六文餘一百二十六文。卽羅每一尺之價也。此法共綾與共羅之較爲二尺。綾每尺與羅每尺之較爲三十六文。凡共物之較與共價之較相比。卽同於共物與共價之比。而共物之較與每一物價之較相比。亦必同於共物與每一物價之比。故以綾共少二尺與羅每尺價少三十六文之比。卽同於綾共七尺與羅每尺價一百二十六文之比也。又以羅共多二尺與綾每尺多三十六文之比。亦卽同於羅共九尺與綾每尺價一百六十二文之比也。

一率	二尺
二率	三十六文
三率	七尺
四率	一百二十六文

一率	二尺
二率	三十六文
三率	九尺
四率	一百六十二文

設如有銀買駝馬二色。馬十四匹。駝六匹。兩價相等。但知駝每匹比馬每匹價多八兩。問二色每匹價銀若干。

法以駝一匹爲一率。駝比馬每匹價多八兩爲二率。駝六匹爲三率。推得四率四十八兩。卽駝六匹共多

之數。又以馬十匹與駝六匹相減。餘馬四匹爲一率。駝六匹共多四十八兩爲二率。馬一匹爲三率。推得四率十二兩。卽馬一匹之價。加多八兩。得二十兩。卽駝一匹之價。以二十兩乘駝六匹。得一百二十兩。以十二兩乘馬十匹。亦得一百二十兩。兩價相等也。此法葢因駝一匹多八兩。則駝六匹共多四十八兩也。夫駝價多四十八兩。馬多四匹。而其價相等。則四十八兩卽馬四匹之價。馬四匹價四十八兩。則馬一匹價十二兩也。

一率	一匹
二率	八兩
三率	六匹
四率	四十八兩

一率	四匹
二率	四十八兩
三率	一匹
四率	十二兩

又法以駝六匹與馬十匹相減。餘四匹爲一率。駝比馬每匹價多八兩爲二率。駝六匹爲三率。推得四率十二兩。卽馬每匹之價。加多八兩。得二十兩。卽駝每匹之價。如以馬十匹爲三率。推得四率二十兩。卽駝每匹之價。減多八兩。餘十二兩。卽馬每匹之價也。葢駝共少四匹與馬每匹價少八兩之比。卽同於駝共六匹與馬每匹價十二兩之比。又馬共多四匹與駝每匹價多八兩之比。卽同於馬共十匹與駝每匹價二十兩之比也。

一率	四匹
二率	八兩
三率	六匹
四率	十二兩

一率	四匹
二率	八兩
三率	十匹
四率	二十兩

設如有稻一十八石．稷二十二石．兩價相等．如交換五石．則兩邊俱差銀一兩六錢．問每石價與共價各若干．

法以交換五石爲一率．相差一兩六錢爲二率．稻一十八石爲三率．推得四率五兩七錢六分．卽稻一十八石共多之數．又以稻一十八石與稷二十二石相減．餘稷四石爲一率．稻一十八石共多五兩七錢六分爲二率．稷一石爲三率．推得四率一兩四錢四分．卽稷一石之價．以稷二十二石乘之．得三十一兩六錢八分．卽稷之共價．亦卽稻之共價．以稻十八石除之．得一兩七錢六分．卽稻一石之價也．如交換五石．則一爲稻十三石稷五石．稻十三石價二十二兩八錢八分．稷五石價七兩二錢．相加得三十兩零八分．比共價三十一兩六錢八分少一兩六錢．一爲稷十七石稻五石．稷十七石價二十四兩四錢八分．稻五石價八兩八錢．相加得三十三兩二錢八分．比共價三十一兩六錢八分．則多一兩六錢．是兩邊俱差一兩六錢也．此法蓋因稻五石多一兩六錢．則稻十八石共多五兩七錢六分也．夫稻多五兩七錢六分．稷多四石．而其價相等．則五兩七錢六分卽稷四石之共價．稷四石價五兩七錢六分．則稷一石價必一兩四錢四分．五稷二十二石價必三十一兩六錢八分．與稻十八石之價相等．故以十八除之．得稻每一石之價也．

一率	五石
二率	一兩六錢
三率	十八石
四率	五兩七錢六分

一率	四石
二率	五兩七錢六分
三率	一石
四率	一兩四錢四分

設如有金球八。銀球十二。兩重相等。今移換三。則銀球邊多六十兩。問金球銀球各重幾何。

法以移換之三為一率。多六十兩折半得三十兩（卽三金球比三銀球所多之數）。為二率。金球八為三率。推得四率八十兩。卽金球八共多之數。又以金球八與銀球十二相減。餘銀球四為一率。共多八十兩為二率。銀球一為三率。推得四率二十兩。卽銀球一之重數。以十二乘之。得二百四十兩。卽銀球十二之共重數。亦卽金球八之共重數。以金球八除之。得三十兩。卽金球一之重數也。此法蓋因移換三而差六十兩。卽三金球比三銀球多三十兩。三銀球比三金球少三十兩。其總差為六十兩。故折半為三金球多於三銀球之重數也。三金球多三十兩。則八金球共多八十兩。夫金球多八十兩。銀球多四。而其重相等。則八十兩卽四銀球之重數。四銀球重八十兩。則一銀球重二十兩。而十二銀球必重二百四十兩。與八金球之重相等。故以八除之。卽得金球之重數也。

一率	三箇
二率	三十兩
三率	八箇
四率	八十兩

一率	四箇
二率	八十兩
三率	一箇
四率	二十兩

設如甲乙丙三人合本為商。共得利銀四百兩。乙比甲多分十二兩。丙比乙又多分十六兩。問各分利銀幾何。

法以共利銀四百兩內減乙比甲多十二兩。又減丙比甲多二十八兩。（丙比乙多十六兩。則比甲多二十八兩。）

餘三百六十兩。乃以甲乙丙共三人爲一率。三百六十兩爲二率。甲一人爲三率。推得四率一百二十兩。卽甲應得利銀數。加十二兩得一百三十二兩。爲乙應得利銀數。又加十六兩。得一百四十八兩爲丙應得利銀數也。此法減去乙丙共多於甲之數。所餘者卽三人均分之數。故以三人與三百六十兩之比。卽同於甲一人與一百二十兩之比也。

一率	三人
二率	三百六十兩
三率	一人
四率	一百二十兩

設如有銀七百四十兩。共買馬驢一百匹。馬八十匹。驢二十匹。其馬每匹價比驢每匹價多三兩。問馬驢每匹價各得幾何。

法以馬驢共一百匹爲一率。馬每匹多三兩與馬八十匹相等。得二百四十兩。於總銀內減之。餘五百兩爲二率。驢一匹爲三率。推得四率五兩。卽驢一匹之價。加馬每匹多三兩。得八兩。卽馬一匹之價。以馬價八兩。乘馬八十匹。得馬共價六百四十兩。以驢價五兩。乘驢二十匹。得驢共價一百兩也。此法蓋因馬每匹多三兩。則馬八十匹共多二百四十兩。於總銀內減去馬共多之價。則馬價皆同於驢價矣。故以總數一百匹與銀五百兩之比。卽同於驢一匹與銀五兩之比也。

一率	一百匹
二率	五百兩
三率	一匹
四率	五兩

設如有銀二千九百九十六兩二錢。買上等田一百六十畝。中等田三百畝。下等田四百六十畝。其上等田比中等田每畝價多四錢七分。中等田比下等田每畝價多一兩三錢五分。問三等田每畝價銀幾

何．

法以上中下三等田數相併．得九百二十畝爲一率．將中等田三百畝用中等比下等每畝多一兩三錢五分乘之得四百零五兩爲中等比下等共多之數．又以上等田一百六十畝用上等比下等每畝多一兩八錢二分乘之．上等比中等每畝多四錢七分．中等比下等每畝多一兩三錢五分．共爲一兩八錢二分．得二百九十一兩二錢．爲上等比下等共多之數．爰併兩數共六百九十六兩二錢．與總銀二千九百九十六兩二錢相減．餘二千三百兩爲二率．下等田一畝爲三率．推得四率二兩五錢．卽下等田每一畝之價．加多一兩三錢五分得三兩八錢五分．卽中等田每一畝之價．再加多四錢七分．得四兩三錢二分．卽上等田每一畝之價也．此法蓋因中等田比下等田每畝多一兩三錢五分．則三百畝共多四百零五兩．上等田比下等田每畝多一兩八錢二分．則一百六十畝共多二百九十一兩二錢．於總銀內減去兩等共多之數．則上等田價中等田價皆同於下等田價矣．故以三等田共九百二十畝與銀二千三百兩之比．卽同於下等田每一畝與銀二兩五錢之比也．

一率	九百二十畝
二率	二千三百兩
三率	一畝
四率	二兩五錢

設如二人行路．疾徐不等．疾行者日行九十五里．徐行者日行七十五里．今令徐行者先行八日．問疾行者追及之日數幾何．

法以徐行七十五里與疾行九十五里相減．餘二十里爲一率．一日爲二率．徐行七十五里與先行八日

相乘得六百里爲三率推得四率三十日即追及之日數也此法蓋因徐行者先行八日以日行七十五里計之則已多行六百里今疾行者日行九十五里則比徐行者每日多行二十里多二十里爲一日追行之數多六百里則爲三十日追行之數可知矣

一率	二十里
二率	一日
三率	六百里
四率	三十日

設如二人自鄉上城一人步行一人騎馬使步行者先行三十七里騎馬者追至一百五十四里尚不及二十三里問追及之里數幾何

法以不及二十三里與先行三十七里相減餘一十四里爲一率追至一百五十四里爲二率不及二十三里爲三率推得四率二百五十三里即追及之里數也此法蓋因步行者已先行三十七里今騎馬者追之止不及二十三里是已追過十四里也追過十四里必須一百五十四里今尚不及二十三里則必須二百五十三里方能追及也

一率	一十四里
二率	一百五十四里
三率	二十三里
四率	二百五十三里

設如一人行路步行則三十日可到騎行則二十日可到今行二十六日到問步行騎行日數各幾何

法以三十日與二十日相減餘十日爲一率步行三十日爲二率今行二十六日與騎行二十日相較多六日爲三率推得四率十八日爲步行之日數與共二十六日相減餘八日即騎行之日數也如以十日爲一率騎行二十日爲二率今行二十六日與步行三十日相較少四日爲三率推得四率八日即騎行

之日數也．此法蓋因步行三十日可到．騎行二十日可到．則步行比騎行遲十日．卽騎行比步行早十日也．步行比騎行遲十日．而步行爲三十日．今步行比騎行遲六日．則步行爲十八日可知矣．騎行比步行早十日．而騎行爲二十日．今騎行比步行早四日．則騎行爲八日可知矣．

一率	十日
二率	三十日
三率	六日
四率	十八日

一率	十日
二率	二十日
三率	四日
四率	八日

設如有上下二等酒．上等酒每斤價銀五分．下等酒每斤價銀三分．今以二等酒相合一處．共重一百二十斤．每斤價銀三分六釐．問二等酒各幾何．

法以上等酒價銀五分內減下等酒價銀三分．餘二分爲一率．二等酒共一百二十斤爲二率．二等酒相合每斤價銀三分六釐與下等酒價銀三分相較得多六釐爲三率．推得四率三十六斤．爲上等酒數．於二等酒共一百二十斤內減三十六斤．餘八十四斤．卽下等酒數也．如以二等酒相合每斤價銀三分六釐與上等酒價銀五分相較得少一分四

一率	二分
二率	一百二十斤
三率	六釐
四率	三十六斤

一率	二分
二率	一百二十斤
三率	一分四釐
四率	八十四斤

醆爲三率則得四率八十四斤即下等酒數也此法上等酒價五分下等酒價三分是上等比下等多二分即下等比上等少二分也若二等酒相合價比下等酒價多二分則一百二十斤皆上等酒矣因二等酒相合價比下等價多六醆故知上等酒有三十六斤也又二等酒相合價比上等酒價少二分則一百二十斤皆下等酒矣因二等酒相合價比上等價少一分四醆故知下等酒有八十四斤也

設如有布三百一十疋每疋長四十尺但知每疋扣運費二尺共扣去一十六疋復找回錢六百文問布每疋價錢幾何

法以每疋扣運費二尺與總布三百一十疋相乘得六百二十尺又以每疋長四十尺與共扣布一十六疋相乘得六百四十尺兩數相減餘二十尺爲一率找回錢六百文爲二率每疋長四十尺爲三率推得四率一千二百文即每一疋之價也此法蓋以每疋扣運費二尺計之則總布三百一十疋當扣六百二十尺今乃抽去十六疋則扣去六百四十尺是多扣去二十尺也多扣去二十尺而找回錢六百文是六百錢即二十尺之價二十尺價六百文則四十尺一疋之數價必一千二百文也

一率	二十尺
二率	六百文
三率	四十尺
四率	一千二百文

設如有銀一千零八兩買線一分絲二分綿三分共重三百六十斤俱不言價但知綿二兩當線一兩之價。線二兩當絲一兩六錢之價問三色各重若干三色每斤價銀若干

法以線一分絲二分綿三分相併得六分爲一率共重三百六十斤爲二率線一分爲三率推得四率六

十斤。即線一分之重數。二因之得一百二十斤。即絲二分之重數。三因之得一百八十斤。即綿三分之重數。既得各色之重數。即以線重六十斤爲線之衰分。綿二兩當線一兩之價。即將綿一百八十斤二歸之。得九十斤爲綿之衰分。絲一兩六錢當線一兩之價。即將絲一百二十斤用一六除之。得七十五斤爲絲之衰分。併三衰分共二百二十五斤爲一率。總銀一千零八兩爲二率。線一斤爲三率。推得四率四兩四錢八分。即線每斤之價。二歸之。得二兩二錢四分。即綿每斤之價。一六除之。得二兩八錢。即絲每斤之價也。此法先求各色之重數。以共分與共重數之比。即同於線一分與線重數之比。又以各分數因之。即得各重數也。次求各色之價數。既以線重六十斤爲線衰分。則絲價與綿價必俱變爲與線相當之數。而後可以爲比例。葢綿二兩當線一兩之價。則綿一百八十斤。必當線九十斤之價。故以九十爲綿之衰分。絲一兩六錢當線一兩之價。則絲一百二十斤。必當線七十五斤之價。故以七十五爲絲之衰分。既得各衰分。併之與總銀相比。即同於線每斤與每斤之價相比也。

一率	六分
二率	三百六十斤
三率	一分
四率	六十斤

一率	二百二十五斤
二率	一千零八兩
三率	一斤
四率	四兩四錢八分

既得線每斤之價。以二除之。得綿每斤之價者。綿價居線價二分之一也。既得線每斤之價。又以一六除之。得絲每斤之價者。絲價居線價十六分之十也。

設如李王二人合本生利。不知二人本銀之數。但知李本銀比王本銀多一倍零八兩。共得利銀二十二

兩。李分十六兩。王分六兩。問二人各出本銀若干。

法以王利銀六兩加一倍。因李本銀比王本銀多一倍。故加一倍也。得十二兩。與李利銀十六兩相減。餘四兩爲一率。所零八兩爲二率。王之利銀六兩爲三率。推得四率十二兩。卽王之本銀數。加一倍又加八兩。共三十二兩。爲李之本銀數也。蓋李之本銀比王之本銀多一倍又多八兩。李之利銀比王之利銀多一倍又多四兩。是四兩卽爲八兩所得之利銀數。利銀四兩知本銀爲八兩。則王之利銀六兩。卽知其本銀爲十二兩也。

一率	四兩
二率	八兩
三率	六兩
四率	十二兩

設如買緞一千疋。不言出銀之數。但知每疋賣價七兩二錢。則比原出銀少十分之一。問原出銀若干。

法以分母十與分子一相減。餘九分爲一率。以七兩二錢與一千疋相乘。得七千二百兩爲二率。十分爲三率。推得四率八千兩。卽原出銀之數也。此法蓋因每疋賣價七兩二錢比原出銀少十分之一。則今賣價止得原出銀十分之九。故以九分與今賣價之比。卽同於十分與原出銀之比也。

一率	九分
二率	七千二百兩
三率	十分
四率	八千兩

設如甲丙丁三人合本貿易。丙之本銀爲甲本銀五分之四。丁之本銀爲甲本銀三分之二。丙之本銀比丁之本銀多十兩。問三人本銀各若干。

法以十五分爲甲之衰數。兩分母相乘之數。取甲五分之四。得十二分爲丙之衰數。取甲三分之二。得十

分爲丁之衰數。乃以丁十分與丙十二分相減。餘二分爲一率。多十兩爲二率。甲十五分爲三率。推得四率七十五兩。爲甲本銀數。如以丙十二分爲三率。則得四率六十兩。爲丙本銀數。如以丁十分爲三率則得四率五十兩。爲丁本銀數。以丁銀與丙銀相減。餘十兩。卽丙多於丁之數也。

一率	二分
二率	十兩
三率	十五分
四率	七十五兩

一率	二分
二率	十兩
三率	十二分
四率	六十兩

一率	二分
二率	十兩
三率	十分
四率	五十兩

設如有銀賞三等人。一等八人。二等六人。三等九人。二等每人所得爲一等每人三分之二。三等每人所得爲二等每人四分之一。二等比三等共多得三百兩。問每等每人各得幾何。

法以十二分爲一等每人之衰數。兩分母相乘之數。取十二分中之三分之二。得八分爲二等每人之衰數。又取八分中之四分之一。得二分爲三等每人之衰數。乃以一等十二分與一等八人相乘。得九十六分爲一等八人共衰數。二等八分與二等六人相乘。得四十八分爲三等六人共衰數。三等二分與三等九人相乘。得十八分爲三等九人共衰數。乃以三等共衰十八分與二等共衰四十八分相減。餘三十分爲一率。二等比三等

一率	三十分
二率	三百兩
三率	十二分
四率	一百二十兩

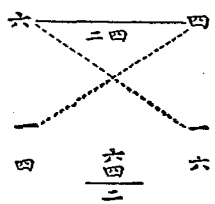
共多得三百兩爲二率。一等每人衰數十二分爲三率。推得四率一百二十兩。爲一等每人所得之數。以一等八人乘之。得九百六十兩。卽一等八人所得之共數。如以二等每人衰數八分爲三率。則得四率八十兩。爲二等每人所得之數。以二等六人乘之得四百八十兩。卽二等六人所得之共數。如以三等每人衰數二分爲三率。則得四率二十兩。爲三等每人所得之數。以三等九人乘之。得一百八十兩。卽三等九人所得之共數。以二等共得四百八十兩與三等共得一百八十兩相減。餘三百兩。卽二等共多於三等之銀數也。

一率	三十分
二率	三百兩
三率	八分
四率	八十兩

一率	三十分
二率	三百兩
三率	二分
四率	二十兩

設如有田一百二十畝。一人一日耕四畝。一人一日種六畝。欲令二人同日完工。問耕者該先起工幾何。

法以四畝與六畝相乘。得二十四畝。以四畝互乘一日。得四日。以六畝互乘一日。得六日。乃以二十四畝爲一率。四日六日相減餘二日爲二率。一百二十畝爲三率。推得四率十日。卽是耕者該先起工十日也。此法蓋因四畝與六畝不同。故用互乘以



一率	二十四畝
二率	二日
三率	一百二十畝
四率	十日

齊其分。一得二十四畝耕六日。一得二十四畝種四日。欲令同日完工。則耕者當先起工二日。然則田二十四畝。當先起工二日。今田一百二十畝。則當先起工十日也。

數理精蘊下編卷七

線部五

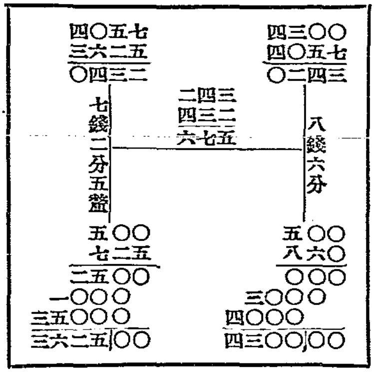
和較比例

比例之中有和數較數而復有和較者。用和數相比謂之和。用較數相比謂之較。至於設問中兩物相和。兩價相和。或每色中幾物相和。乃於和數中推求較數。因較數而成比例。是以和數爲體而較數爲用。故謂之和較比例。在九章一名貴賤差分。一名貴賤相和。其立法蓋於總物中求其相差之較。或於每物中求其相差之較。此貴賤差分法。或用互乘以齊其數。然後於互乘數中求其相差之較。作爲比例而得眞數。此貴賤相和法。按法立算。雖各不同。要之總以和數推出較數爲比。此和較之所以名也。

設如有銀四百零五兩七錢。共買米麥五百石。米每石價銀八錢六分。麥每石價銀七錢二分五釐。問米麥各該幾何。

法以米麥共五百石用米每石價銀八錢六分乘之。得四百三十兩。與總銀四百零五兩七錢相較。則總銀少二十四兩三錢。又以米麥共五百石用麥每石價銀七錢二分五釐乘之。得三百六十二兩五錢。與總銀相較。則總銀多四十三兩二錢。乃以多少兩數相併得六十七兩五錢爲一率。米麥共五百石爲二率。少二十四兩三錢爲三率。得四率一百八十石。卽麥數。於共五百石內減之。餘三百二十石。卽米數。如

以多四十三兩二錢爲三率。得四率三百二十石。亦即米數也。此法蓋以五百石俱爲米計之。則價應四百三十兩。與今總銀相較。則總銀少二十四兩三錢。如以五百石俱爲麥計之。則價應三百六十二兩五錢。與今總銀相較。則總銀多四十三兩二錢。是米五百石比麥五百石價多六十七兩五錢。即麥五百石比米五百石價少六十七兩五錢也。是知麥價比米價少六十七兩五錢而麥爲五百石。今總銀比米價少二十四兩三錢。則麥必爲一百八十石也。又米價比麥價多六十七兩五錢。而米爲五百石。今總銀比麥價多四十三兩二錢。則米必爲三百二十石也。

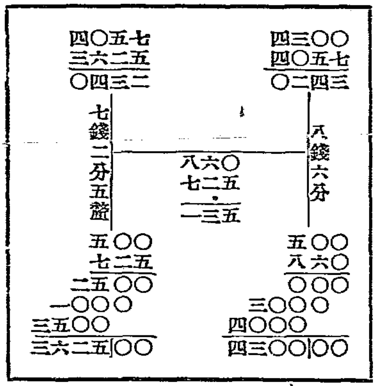


一率	六十七兩五錢
二率	五百石
三率	二十四兩三錢
四率	一百八十石

一率	六十七兩五錢
二率	五百石
三率	四十三兩二錢
四率	三百二十石

又法以米麥每石價銀相減。餘一錢三分五釐爲一率。一石爲二率。以米麥共五百石用米價乘之。得四百三十兩。與總銀四百零五兩七錢相減。餘二十四兩三錢爲三率。得四率一百八十石。即麥數於共五

百石內減之。餘三百二十石。卽米數。如以米麥共五百石用麥價乘之。得三百六十二兩五錢。與總銀四百零五兩七錢相減。餘四十三兩二錢爲三率。得四率三百二十石。亦卽米數也。此法葢因米一石比麥一石。其價相差一錢三分五釐。是知少一錢三分五釐而麥爲一石。今少二十四兩三錢。則麥必爲一百八十石也。又多一錢三分五釐而米爲一石。今多四十三兩二錢。則米必爲三百二十石也。前法以五百石總價之較。與五百石爲比。此法以每一石價之較與一石爲比。其理同也。



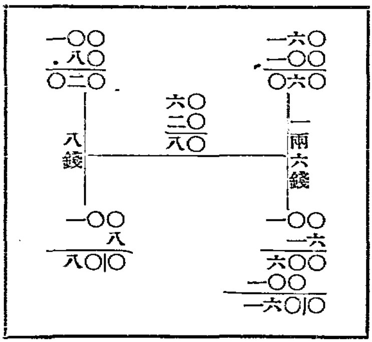
一率	一錢三分五釐
二率	一石
三率	二十四兩三錢
四率	一百八十石

一率	一錢三分五釐
二率	一石
三率	四十三兩二錢
四率	三百二十石

設如有銀一百兩。共買紬絹一百疋。紬每疋價銀一兩六錢。絹每疋價銀八錢。問紬絹各得幾何。

法以紬絹共一百疋用紬價一兩六錢乘之。得一百六十兩。與共銀一百兩相較。則共銀少六十兩。又以紬絹共一百疋用絹價八錢乘之。得八十兩。與共銀一百兩相較。則共銀多二十兩。乃以多少兩數相併

得八十兩爲一率。紬絹一百疋爲二率。少六十兩爲三率。得四率七十五疋。卽絹數。於共一百疋內減之。餘二十五疋卽紬數。如以多二十兩爲三率。得四率二十五疋。亦卽紬數也。此法蓋以一百疋俱爲紬計之。則價應一百六十兩。與共銀相較。則共銀少六十兩。如以一百疋俱爲絹計之。則價應八十兩。與共銀相較。則共銀多二十兩。是紬一百疋比絹一百疋價多八十兩。卽絹一百疋比紬一百疋價少八十兩也。是



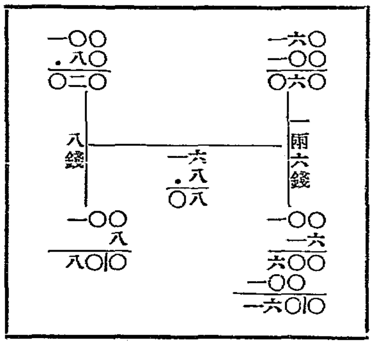
一率	八十兩
二率	一百疋
三率	六十兩
四率	七十五疋

一率	八十兩
二率	一百疋
三率	二十兩
四率	二十五疋

知絹價比紬價少八十兩。而絹爲一百疋。今共價比紬價少六十兩。則絹必爲七十五疋也。又紬價比絹價多八十兩而紬爲一百疋。今共價比絹價多二十兩。則紬必爲二十五疋也。

又法以紬絹每疋價銀相減。餘八錢爲一率。紬一疋爲二率。以紬絹共一百疋用紬價乘之。得一百六十兩。與共銀一百兩相減。餘六十兩爲三率。得四率七十五疋。卽絹數。於共一百疋內減之。餘二十五疋。卽

紬數。如以紬絹共一百疋用絹價乘之。得八十兩。與共銀一百兩相減。餘二十兩。爲三率。得四率二十五疋。亦即紬數也。此法葢因紬一疋比絹一疋。其價相差八錢。是知少八錢而絹爲一疋。今少六十兩。則絹必爲七十五疋也。又多八錢而紬爲一疋。今多二十兩。則紬必爲二十五疋也。



一率	八錢
二率	一疋
三率	六十兩
四率	七十五疋

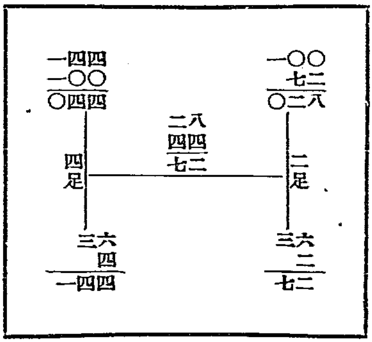
一率	八錢
二率	一疋
三率	二十兩
四率	二十五疋

設如雞兔同籠。但知頭共三十六。足共一百。問雞兔各幾何。

法以雞兔共三十六頭用雞二足乘之。得七十二足。與共足一百相較。則共足多二十八。又以雞兔共三十六頭用兔四足乘之。得一百四十四足。與共足一百相較。則共足少四十四。乃以多少兩數相併。得七十二足爲一率。共三十六頭爲二率。少四十四足爲三率。得四率二十二。即雞數。於共三十六隻內減之。餘十四。即兔數。如以多二十八足爲三率。得四率十四。亦即兔數也。此法葢以三十六俱爲雞計之。則應

七十二足。與今共足相較。則共足多二十八。若以三十六俱爲兔計之。則應一百四十四足。與今共足相較。則共足少四十四。是兔三十六比雞三十六多七十二足。卽雞三十六比兔三十六少七十二足也。是知雞少於兔七十二足而雞爲三十六隻。今雞少於兔四十四足。則雞必爲二十二隻也。又兔多於雞七十二足而兔爲三十六隻。今兔多於雞二十八足。則兔必爲十四隻也。

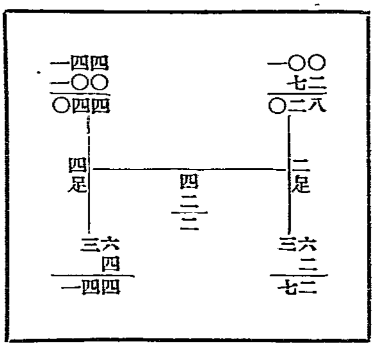
又法以雞二足兔四足相減餘二足爲一率。一隻爲二率。又以共三十六隻用兔四足乘之。得一百四十四足。與共足一百相減餘四十四爲三率。得四率二十二。卽雞數。於共三十六隻內減之。餘十四。卽兔數。如以共三十六隻用雞二足乘之。得七十二足。與共足一百相減餘二十八爲三率。得四率十四。亦卽兔



一率	七十二足
二率	三十六隻
三率	四十四足
四率	二十二隻

一率	七十二足
二率	三十六隻
三率	二十八足
四率	一十四隻

數也。此法蓋因雞一隻比兔一隻差二足。是知雞少於兔二足而雞爲一隻。今少於兔四十四足。則雞必爲二十二隻也。又兔多於雞二足而兔爲一隻。今多於雞二十八足。則兔必爲十四隻也。



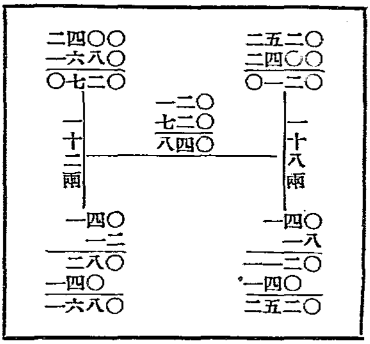
一率	二足
二率	一隻
三率	四十四足
四率	二十二隻

一率	二足
二率	一隻
三率	二十八足
四率	一十四隻

設如有羊一百四十隻。大小不等。共剪毛一百五十斤。大羊每隻剪毛一斤二兩。小羊每隻剪毛十二兩。問大小羊各幾何。

法以共羊一百四十隻用大羊剪毛十八兩乘之（一斤作十六兩。加二兩。即十八兩也。）得二千五百二十兩。與共剪毛二千四百兩相較（一百五十斤。變爲兩得二千四百兩。）則共剪毛數少一百二十兩。又以共羊一百四十隻用小羊剪毛十二兩乘之得一千六百八十兩。與共剪毛二千四百兩相較。則共剪毛數多七百二十兩。乃以多少兩數相併得八百四十兩爲一率。共羊一百四十隻爲二率。多七百二十兩爲三率。

得四率一百二十隻。卽大羊數。於共一百四十隻內減之。餘二十隻。卽小羊數。如以少一百二十兩爲三率。得四率二十隻。亦卽小羊數也。此法蓋以一百四十隻俱爲大羊計之。則應剪毛二千五百二十兩。與共剪毛數相較。則共剪毛數少一百二十兩。若以一百四十隻俱爲小羊計之。則應剪毛一千六百八十兩。與共剪毛數相較。則共剪毛數多七百二十兩。是大羊一百四十隻比小羊一百四十隻多八百四十兩。卽小羊一百四十隻比大羊一百四十隻少八百四十兩也。是知多八百四十兩而大羊爲一百四十隻。今少七百二十兩。則大羊必爲一百二十隻也。又少八百四十兩而小羊爲一百四十隻。今少一百二十兩。則小羊必爲二十隻也。

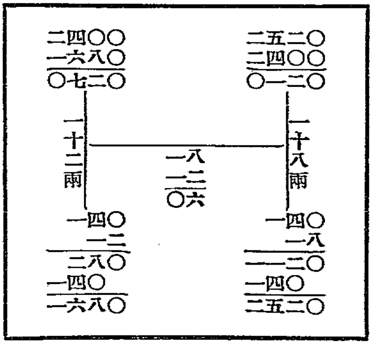


一率	八百四十兩
二率	一百四十隻
三率	七百二十兩
四率	一百二十隻

一率	八百四十兩
二率	一百四十隻
三率	一百二十兩
四率	二十隻

又法以大羊剪毛十八兩小羊剪毛十二兩相減。餘六兩爲一率。一隻爲二率。以共羊一百四十隻用小羊剪毛數乘之。得一千六百八十兩。與共剪毛二千四百兩相減。餘七百二十兩爲三率。得四率一百二

十隻。即大羊數。於共一百四十隻內減之。餘二十隻。即小羊數。如以共羊一百四十隻用大羊剪毛數乘之。得二千五百二十兩。與共剪毛二千四百兩相減。餘一百二十兩。爲三率。得四率二十隻。亦即小羊數也。此法葢以大羊一隻比小羊一隻所剪毛差六兩。是知多六兩而大羊爲一隻。今多七百二十兩。則大羊必爲一百二十隻也。又少六兩而小羊爲一隻。今少一百二十兩。則小羊必爲二十隻也。



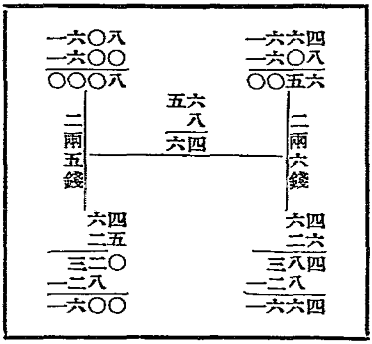
一率	六兩
二率	一隻
三率	七百二十兩
四率	一百二十隻

一率	六兩
二率	一隻
三率	一百二十兩
四率	二十隻

設如有玉在石中。但知正方每邊四寸。共重一百六十兩八錢。問玉有幾何。

法以方邊四寸自乘再乘。得六十四寸。爲正方體積。乃以六十四寸用玉寸方定率二兩六錢乘之。得一百六十六兩四錢。與共重一百六十兩八錢相較。則共重少五兩六錢。又以六十四寸用石寸方定率二兩五錢乘之。得一百六十兩。與共重一百六十兩八錢相較。則共重多八錢。乃以多少兩數相併。得六兩

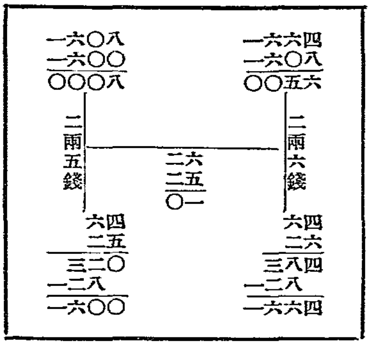
四錢爲一率。玉六十四寸爲二率。多八錢爲三率。得四率八寸。卽玉數。於共六十四寸內減之。餘五十六寸。卽石數。如以少五兩六錢爲三率得四率五十六寸。亦卽石數也。既得玉八寸。則以玉寸方定率二兩六錢乘之。得二十兩八錢。卽玉之重數。於共重一百六十兩八錢內減之。餘一百四十兩。卽石之重數。如以石五十六寸用石寸方定率二兩五錢乘之。得一百四十兩。亦卽石之重數也。此法蓋以六十四寸俱爲玉計之。則應重一百六十六兩四錢。與共重數相較。則共重數少五兩六錢。若以六十四寸俱爲石計之。則應重一百六十兩與共重數相較。則共重數多八錢。是石六十四寸比玉六十四寸少六兩四錢。卽玉六十四寸比石六十四寸多六兩四錢也。是知多六兩四錢而玉爲六十四寸。今多八錢。則玉必爲八寸也。又少六兩四錢而石爲六十四寸。今少五兩六錢。則石必爲五十六寸也。



一率	六兩四錢
二率	六十四寸
三率	八錢
四率	八寸

一率	六兩四錢
二率	六十四寸
三率	五兩六錢
四率	五十六寸

又法以玉寸方定率二兩六錢與石寸方定率二兩五錢相減。餘一錢爲一率。一寸爲二率。以共積六十四寸用石寸方定率二兩五錢乘之。得一百六十兩。與共重一百六十兩八錢相減。餘八錢爲三率。得四率八寸。卽玉數。於共六十四寸內減之。餘五十六寸。卽石數。如以共積六十四寸用玉寸方定率二兩六錢乘之。得一百六十六兩四錢。與共重一百六十兩八錢相減。餘五兩六錢爲三率。得四率五十六寸。亦卽石數也。此法蓋以玉一寸比石一寸。其重差一錢。是知多一錢而玉爲一寸。今多八錢。則玉必爲八寸也。又少一錢而石爲一寸。今少五兩六錢。則石必爲五十六寸也。



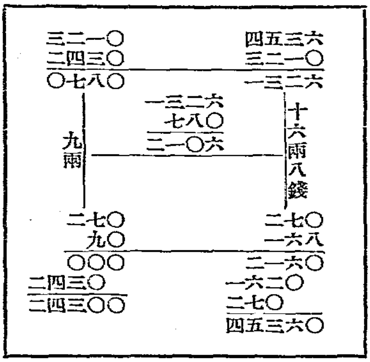
一率	一錢
二率	一寸
三率	八錢
四率	八寸

一率	一錢
二率	一寸
三率	五兩六錢
四率	五十六寸

設如有金銀共重三百二十一兩。鎔於一處作成一正方體。每邊三寸。問金銀各重幾何。

法以方邊三寸自乘再乘。得二十七寸爲正方體積。乃以二十七寸俱作金算用金寸方定率十六兩八

錢乘之得四百五十三兩六錢。與共重三百二十一兩相較。則共重少一百三十二兩六錢。又以二十七寸俱作銀算用銀寸方定率九兩乘之得二百四十三兩與共重三百二十一兩相較則共重多七十八兩。乃以多少兩數相併。得二百一十兩六錢爲一率。金二十七寸重四百五十三兩六錢爲二率。多七十八兩爲三率。得四率一百六十八兩。卽金數。於共重三百二十一兩內減之。餘一百五十三兩。卽銀數。如以銀二十七寸重二百四十三兩爲二率。少一百三十二兩六錢爲三率。得四率一百五十三兩。亦卽銀數



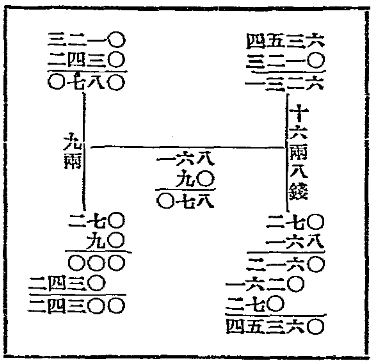
一率	二百一十兩六錢
二率	四百五十三兩六錢
三率	七十八兩
四率	一百六十八兩

一率	二百一十兩六錢
二率	二百四十三兩
三率	一百三十二兩六錢
四率	一百五十三兩

也。此法蓋因金二十七寸比銀二十七寸多二百一十兩六錢。卽銀二十七寸比金二十七寸少二百一十兩六錢也。是知金比銀多二百一十兩六錢。而金爲四百五十三兩六錢。今多七十八兩。則金必爲一百六十八兩也。又銀比金少二百一十兩六錢。而銀爲二百四十三兩。今少一百三十二兩六錢。則銀必

爲一百五十三兩也。

又法以銀寸方定率九兩與金寸方定率十六兩八錢相減餘七兩八錢爲一率。金一寸重十六兩八錢爲二率。以共積二十七寸用銀寸方定率九兩乘之。得二百四十三兩。與共重三百二十一兩相減。餘七十八兩爲三率。得四率一百六十八兩。卽金數。於共重三百二十一兩內減之。餘一百五十三兩。卽銀數。如以銀一寸重九兩爲二率。以共積二十七寸用金寸方定率十六兩八錢乘之。得四百五十三兩六錢。與共重三百二十一兩相減。餘一百三十二兩六錢爲三率。得四率一百五十三兩。亦卽銀數也。此法蓋以金一寸比銀一寸。其重相差七兩八錢。是知多七兩八錢而金爲十六兩八錢。今多七十八兩則金必爲一百六十八兩也。又少七兩八錢而銀爲九兩。今少一百三十二兩六錢。則銀必爲一百五十三兩也。

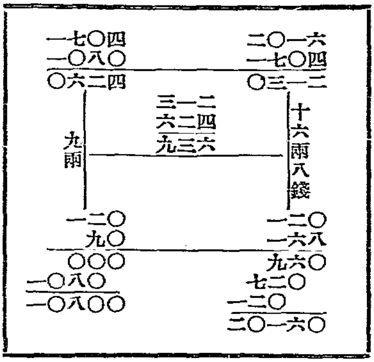


一率	七兩八錢
二率	十六兩八錢
三率	七十八兩
四率	一百六十八兩

一率	七兩八錢
二率	九兩
三率	一百三十二兩六錢
四率	一百五十三兩

設如有金器一件。內有銀相參合。共重一百七十兩四錢。問金銀各重若干。

法用一桶盛水令滿。將金器入內看溢出之水得正方寸數幾何假如得十二寸。即爲金銀共積。以金寸方定率十六兩八錢乘之得二百零一兩六錢。與共重一百七十兩四錢相較。則共重少三十一兩二錢。又以銀寸方定率九兩乘之。得一百零八兩。與共重一百七十兩四錢相較。則共重多六十二兩四錢。乃以多少兩數相併。得九十三兩六錢爲一率。金十二寸重二百零一兩六錢爲二率。多六十二兩四錢爲三率。得四率一百三十四兩四錢。即金數。於共重一百七十兩四錢內減之。餘三十六兩。即銀數。如以銀十二寸重一百零八兩爲二率。少三十一兩二錢爲三率。得四率三十六兩。亦卽銀數也。

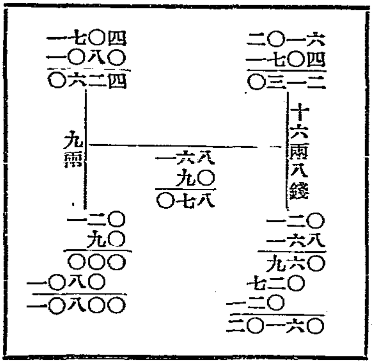


一率	九十三兩六錢
二率	二百零一兩六錢
三率	六十二兩四錢
四率	一百三十四兩四錢

一率	九十三兩六錢
二率	一百零八兩
三率	三十一兩二錢
四率	三十六兩

又法以金寸方定率十六兩八錢與銀寸方定率九兩相減。餘七兩八錢爲一率。金一寸重十六兩八錢

為二率以共積十二寸用銀寸方定率九兩乘之得一百零八兩與共重一百七十兩四錢相減餘六十二兩四錢為三率得四率一百三十四兩四錢即金數於共重一百七十兩四錢內減之餘三十六兩即銀數如以銀一寸重九兩為二率以共積十二寸用金寸方定率十六兩八錢乘之得二百零一兩六錢與共重一百七十兩四錢相減餘三十一兩二錢為三率得四率三十六兩亦即銀數也



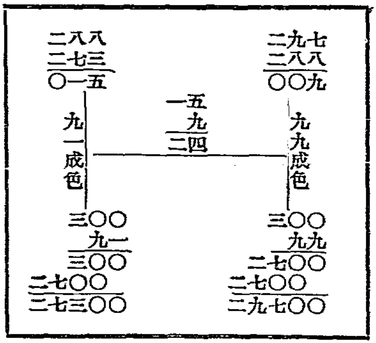
一率	七兩八錢
二率	十六兩八錢
三率	六十二兩四錢
四率	一百三十四兩四錢

一率	七兩八錢
二率	九兩
三率	三十一兩二錢
四率	三十六兩

設如有金鑄一器重三百兩俱係九六成色今用九九成色及九一成色二等金替換問各得幾何

法以九六成色與三百兩相乘得二百八十八兩為原金數乃以九九成色與三百兩相乘得二百九十七兩與原金二百八十八兩相較則原金少九兩又以九一成色與三百兩相乘得二百七十三兩與原金二百八十八兩相較則原金多十五兩爰以多少兩數相併得二十四兩為一率三百兩為二率原金

比九一成色多十五兩爲三率。得四率一百八十七兩五錢。即九九成色金數。於共重三百兩內減之。餘一百一十二兩五錢。即九一成色金數。如以原金比九九成色少九兩爲三率。得四率一百一十二兩五錢。亦即九一成色金數也。蓋九六成色金三百兩爲十成金二百八十八兩。而九九成色金三百兩爲十成金二百九十七兩。九一成色金三百兩爲十成金二百七十三兩。是知九九比九一多二十四兩。而九九成色金爲三百兩。今九六比九一多十五兩。則九九成色金必爲一百八十七兩五錢也。又九一比九九少二十四兩而九一成色金爲三百兩。今九六比九九少九兩。則九一成色金必爲一百一十二兩五錢也。



一率	二十四兩
二率	三百兩
三率	一十五兩
四率	一百八十七兩五錢

一率	二十四兩
二率	三百兩
三率	九兩
四率	一百一十二兩五錢

又法以九九與九一相減。餘八分爲一率。金三百兩爲二率。以九一與九六相減。餘五分爲三率。得四率

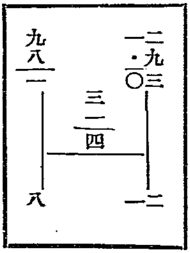
一百八十七兩五錢。即九九成色金數。於共重三百兩內減之。餘一百一十二兩五錢。即九一成色金數。如以九九與九六相減。餘三分爲三率。得四率一百一十二兩五錢。亦即九一成色金數也。蓋九九比九一多八分。而九九成色金爲三百兩。今九六比九一多五分。則九九成色金必爲一百八十七兩五錢也。又九一比九九少八分。而九一成色金爲三百兩。今九六比九九少三分。則九一成色金必爲一百一十二兩五錢也。

一率	八分
二率	三百兩
三率	五分
四率	一百八十七兩五錢

一率	八分
二率	三百兩
三率	三分
四率	一百一十二兩五錢

設如甲乙二人有金成色不等。甲金一兩可準銀一十二兩。乙金一兩可準銀八兩。今欲鎔爲一處。令金一兩準銀九兩。問甲乙二人於一兩金中各出金幾何。

法以準銀九兩爲中數。與甲金準銀十二兩相較少三兩。與乙金準銀八兩相較多一兩。乃以多少兩數併之。



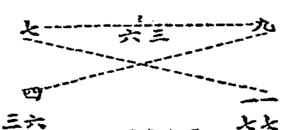
一率	四兩
二率	一兩
三率	三兩
四率	七錢五分

一率	四兩
二率	一兩
三率	一兩
四率	二錢五分

得四兩爲一率。金一兩爲二率。比甲少三兩爲三率。得四率七錢五分。卽乙所出金數。如以比乙多一兩爲三率。得四率二錢五分。卽甲所出金數也。此法因銀十二兩與八兩皆金一兩所準之數。雖相乘其數不動。故直以十二與八相減作一率。以十二與九。八與九之兩較相併得四。卽十二與八相減之餘數也。蓋乙比甲銀少四兩而乙金爲一兩。今比甲銀少三兩。則乙金必爲七錢五分也。又甲比乙銀多四兩而甲金爲一兩。今比乙銀多一兩。則甲金必爲二錢五分也。

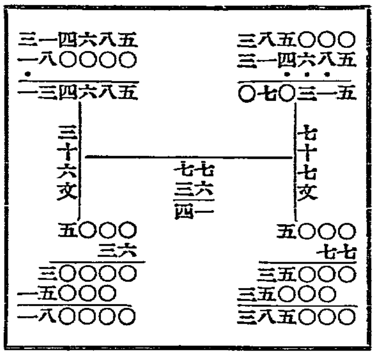
設如有錢四千九百九十五文。買粟棗共五千枚。只云粟九枚錢一十一文。棗七枚錢四文。問二色與價各得若干。

法先用互乘以齊其分。以粟九與棗七相乘。得六十三。爲乘出之總物分。卽以六十三乘總錢四千九百九十五文。得三十一萬四千六百八十五文。爲乘出之總錢數。又以棗七乘粟價十一文。得七十七文。爲乘出之粟價。以粟九乘棗價四文。得三十六文。爲乘出之棗價。然後以粟棗共五千枚用粟價七十七文乘之。得三十八萬五千文。與乘出之總錢三十一萬四千六百八十五文相較。則總錢少七萬零三百一十五文。又以粟棗共五千枚用棗價三十六文乘之。得一十八萬文。與乘出之總錢三十一萬四千六百八十五文相較。則總錢多一十三萬四千六百八十五文。乃以粟價七十七文與棗價三十六文相減。餘四十一文爲一率。一枚爲二率。多一十三萬四千六百八十五



四九九五
六三
一四九八五
二九九七〇
三一四六八五

文爲三率。得四率三千二百八十五枚。即栗數。於共五千枚內減之。餘一千七百一十五枚。即棗數。如以少七萬零三百一十五文爲三率。得四率一千七百一十五枚。亦即棗數也。既得栗數則以九枚爲一率。十一文爲二率。三千二百八十五枚爲三率。得四率四千零一十五文。即栗之共價。既得棗數。則以七枚爲一率。四文爲二率。一千七百一十五枚爲三率。得四率九百八十文。即棗之共價也。如欲先得各價。則以四十一文爲一率。栗價七十七文爲二率。多一十三萬四千六百八十五文



一率	四十一文
二率	一枚
三率	一十三萬四千六百八十五文
四率	三千二百八十五枚

一率	四十一文
二率	一枚
三率	七萬零三百一十五文
四率	一千七百一十五枚

爲三率。得四率二十五萬二千九百四十五文。以六十三除之。得四千零一十五文。即栗之共價。於共錢四千九百九十五文內減之。餘九百八十文。即棗之共價。如以四十一文爲一率。棗價三十六文爲二率。少七萬零三百一十五文爲三率。得四率六萬一千七百四十文。以六十三除之。得九百八十文。亦即棗

之共價也。此法九章名爲貴賤相和。蓋因栗九枚棗七枚其數不同。故用互乘以齊其分。得栗六十三枚價七十七文。棗六十三枚價三十六文。今以六十三枚當一枚則爲栗一枚價七十七文棗一枚價三十六文。是其價各加六十三倍。故將總錢亦加六十三倍。卽爲栗棗共五千枚共價三十一萬四千六百八十五文。而栗一枚比棗一枚其價相差四十一文。是知栗價比棗價多四十一文。而栗爲一枚。今共價比棗價多一十三萬四千六百八十五文。則栗必爲三千二百八十五枚也。又棗價比栗價少四十一文而棗爲一枚。今共價比栗價少七萬零三百一十五文。則棗必爲一千七百一十五枚也。其先求各價者。蓋因栗價比棗價多四十一文。而栗價爲七十七文。今共價比棗價多一十三萬四千六百八十五文。則栗價必爲二十五萬二千九百四

一率	九枚
二率	十一文
三率	三千二百八十五枚
四率	四千零十五文

一率	七枚
二率	四文
三率	一千七百一十五枚
四率	九百八十文

一率	四十一文
二率	七十七文
三率	一十三萬四千六百八十五文
四率	二十五萬二千九百四十五文

一率	四十一文
二率	三十六文
三率	七萬零三百一十五文
四率	六萬一千七百四十文

十五文。因各價皆爲加六十三倍。故以六十三除之。得四千零一十五文爲栗之共價也。又棗價比栗價少四十一文。而棗價爲三十六文。今共價比栗價少七萬零三百一十五文。則棗價必爲六萬一千七百四十文。亦以六十三除之。得九百八十文爲棗之共價也。

又法以棗七枚栗九枚共五千枚列於上。棗價四文栗價十一文共價四千九百九十五文列於下。乃以下棗價四文遍乘上棗七枚栗九枚共五千枚。得棗二十八枚栗三十六枚共二萬枚。又以上棗七枚遍乘下棗價四文。栗價十一文。共價四千九百九十五文。得棗價二十八文。栗價七十七文。共價三萬四千九百六十五文。兩下相較。則棗數與棗價同爲二十八。彼此減盡。棗價比栗數多四十一。共價比共數多一萬四千九百六十五。爰以多四十一爲一率。栗九枚爲二率。多一萬四千九百六十五爲三率。得四率三千二百八十五枚。卽栗數。於五千枚內減之。餘一千七百一十五枚。卽棗數。如以栗價

共	栗	棗
五〇〇〇	九	七
四九九五	一一	四
二〇〇〇〇	三六	二八
三四九六五	七七	二八
一四九六五	四一	〇〇

一率	四十一
二率	九枚
三率	一萬四千九百六十五
四率	三千二百八十五枚

一率	四十一
二率	十一文
三率	一萬四千九百六十五
四率	四千零一十五文

十一文爲二率得四率四千零一十五文即粟之共價於四千九百九十五文內減之餘九百八十文即棗之共價也若欲先得棗數則以粟九枚價十一文移於前棗七枚價四文移於後乃以下粟價十一文遍乘上粟九枚棗七枚共五千枚得粟九十九枚棗七十七枚共五萬五千枚又以上粟九枚遍乘下粟價十一文棗價四文共價四千九百九十五文得粟價九十九文棗價三十六文共價四萬四千九百五十五文兩下相較則粟數與粟價同爲九十九彼此減盡棗價比棗數少四十一共價比共數少一萬零四十五爰以少四十一爲一率棗七枚爲二率少一萬零四十五爲三率得四率一千七百一十五枚即棗數如以棗價四文爲二率得四率九百八十文即棗之共價也此法與方程互乘齊分之理同其先求粟數而以棗數列於前者蓋將棗數粟數共數皆加四倍棗價粟價共價皆加七倍則棗數與棗價相同是爲每棗一枚價一文夫棗數與棗價既相同而減盡無餘則棗粟共數內之共棗數與

粟	棗	共
九	七	五〇〇〇
一一	四	四九九五
九九	七七	五五〇〇〇
九九	三六	四四九五五
〇〇	四一	一〇〇四五

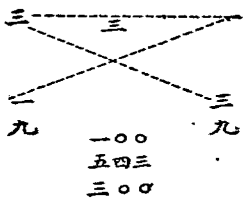
一率	四十一
二率	七枚
三率	一萬零四十五
四率	一千七百一十五枚

一率	四十一
二率	四文
三率	一萬零四十五
四率	九百八十文

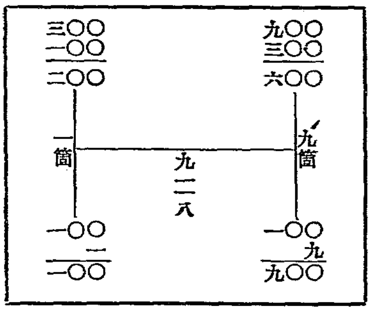
棗栗共價內之共棗價。亦必相同。而減盡無餘。所餘者卽爲共栗價多於共栗數之較。是比每栗一枚價一文所多之數。是知栗價比栗數多四十一文。而栗爲九枚栗價爲十一文。今共栗價比共栗數多一萬四千九百六十五文。則栗必爲三千二百八十五枚。栗價必爲四千零一十五文也。其先求棗數。而以栗數列於前者。蓋將栗數棗數共數皆加十一倍。栗價棗價共價皆加九倍。則栗數與栗價相同。是爲每栗一枚價一文。夫栗數與栗價既相同。而減盡無餘。則栗棗共數內之共栗數。與栗棗共價內之共栗價。亦必相同。而減盡無餘。所餘者卽爲共棗價少於共棗數之較。是比每棗一枚價一文所少之數。是知棗價比棗數少四十一文。而棗爲七枚棗價爲四文。今共棗價比共棗數少一萬零四十五文。則棗必爲一千七百一十五枚。棗價必爲九百八十文也。

設如有僧一百人。給饅首一百箇。大僧一人給三箇。小僧三人給一箇。問大小僧數及各得饅首若干。

法先用互乘以齊其分。以大僧一人與小僧三人相乘。得三人。爲乘出之總僧數。卽以三人乘饅首一百箇。得三百箇。爲乘出之共饅首數。又以小僧三人乘大僧饅首三箇。得九箇。爲乘出之大僧饅首數。以大僧一人乘小僧饅首一箇。仍得一箇。爲乘出之小僧饅首數。然後以共僧一百人與大僧饅首九箇相乘。得九百箇。與乘出之共饅首三百箇相較。則共饅首少六百箇。又以共僧一百人與小僧饅首一箇相乘。得一百箇。與乘出之共饅首三百箇相較。則共饅首多二百箇。乃以大僧饅首九箇與小僧饅



首一箇相減。餘八箇爲一率。一人爲二率。多二百箇爲三率。得四率二十五人。卽大僧數。於共僧一百人內減之。餘七十五人。卽小僧數。如以少六百箇爲三率。得四率七十五人。亦卽小僧數也。既得僧數。則以一人爲一率。三箇爲二率。大僧二十五人爲三率。得四率七十五箇。卽大僧饅首數。又以三人爲一率。一箇爲二率。小僧七十五人爲三率。得四率二十五箇。卽小僧饅首數也。如欲先得饅首數。則仍以八箇爲一率。大僧饅首九箇爲二率。今多二百箇爲三率。得四率二百二十五箇。三歸之。得七十五箇。卽大僧饅首數。於共饅首一百箇內減之。餘二十五箇。卽小僧饅首數。如以八箇爲一率。小僧饅首一箇爲二率。今少六百箇爲三率。得四率七十五箇。三歸之。得二十五箇。亦卽小僧饅首數也。此法用互乘。得大僧三人饅首九箇。小僧三人饅首一箇。今以三人當一人。則爲大僧一人饅首九箇。小僧一人饅首一箇。是饅首爲加三倍。故將共饅首亦加三倍。卽爲共僧一百人。共饅首三百箇。而大僧一人比小僧一人饅首差八箇。是知多八



一率	八箇
二率	一人
三率	二百箇
四率	二十五人

一率	八箇
二率	一人
三率	六百箇
四率	七十五人

箇而大僧爲一人。今多二百箇。則大僧必爲二十五人也。又少八箇而小僧爲一人。今少六百箇則小僧必爲七十五人也。其先求饅首者。因多八箇而大僧饅首爲九箇今多二百箇。則大僧饅首必爲二百二十五箇。因饅首爲加三倍。故以三歸之得七十五箇。爲大僧饅首數。又少八箇。而小僧饅首爲一箇。今少六百箇。則小僧饅首必爲七十五箇。亦以三歸之得二十五箇。爲小僧饅首數也。

一率	一人
二率	三箇
三率	二十五人
四率	七十五箇

一率	八箇
二率	九箇
三率	二百箇
四率	二百二十五箇

一率	三人
二率	一箇
三率	七十五人
四率	二十五箇

一率	八箇
二率	一箇
三率	六百箇
四率	七十五箇

又法以小僧三人大僧一人。共僧一百人列於上。小僧饅首一箇大僧饅首三箇。共饅首一百箇列於下。乃以下小僧饅首一箇遍乘上小僧三人。大僧一人。共僧一百人。仍得原數。又以上小僧三人遍乘下小僧饅首一箇大僧饅首三箇共饅首一百箇。得小僧饅首三箇。大僧饅首九箇。共饅首三百箇。兩下相較。則小僧人數與饅首數同爲三。彼此減盡。大僧饅首數比人數多八。共饅首數比共人數多二百。爰以多八爲一率。大僧一人爲二率。多二百

爲三率。得四率二十五人。卽大僧數。於共一百人內減之。餘七十五人。卽小僧數。如以大僧饅首三箇爲二率。得四率七十五箇。卽大僧饅首數。於共饅首一百箇內減之。餘二十五箇。卽小僧饅首數也。若欲先得小僧數。則以大僧一人饅首三箇移於前。小僧三人饅首一箇移於後。乃以下大僧饅首三箇遍乘上大僧一人。小僧三人。共僧一百人。得大僧三人。小僧九人。共僧三百人。又以上大僧一人遍乘下大僧饅首三箇。小僧饅首一箇。共饅首一百箇。仍得原數。兩下相較。則大僧與大僧饅首同爲三。彼此減盡。小僧饅首數比人數少八。共僧饅首數比共人數少二百。爰以少八爲一率。小僧三人爲二率。少二百爲三率。得四率七十五。卽小僧人數。如以小僧饅首一箇爲二率。得四率二十五箇。卽小僧饅首數也。此法先求大僧數而以小僧列於前者。蓋將小僧饅首大僧饅首。共僧饅首數。皆加三倍。則小僧人數與饅首數相同。是爲每小僧一人饅首一箇。夫小僧數與饅首數既相同。而減盡無餘。則共僧數內之共小僧數。與共饅首數內之

共	大	小
一〇〇	一	一
一〇〇	九	三
一〇〇	一	三
三〇〇	九	三
二〇〇	八	〇

一率	八
二率	一人
三率	二百
四率	二十五人

一率	八
二率	三箇
三率	二百
四率	七十五箇

共小僧饅首數亦必相同。而減盡無餘。所餘者卽爲大僧共饅首數多於共人數之較。是比每大僧一人饅首一箇所多之數。是知饅首比人數多八箇。而大僧爲一人。大僧饅首爲三箇。今饅首比人數多二百箇。則大僧必爲二十五人。大僧饅首必爲七十五箇也。其先求小僧數而以大僧列於前者。蓋將大僧小僧共僧數皆加三倍。則大僧數與饅首數相同。是爲每大僧一人饅首一箇。夫大僧數與饅首數既相同而減盡無餘。則共僧數內之共大僧數與共饅首數內之共大僧饅首數。亦必相同而減盡無餘。所餘者卽爲小僧饅首數少於小僧數之較。是比每小僧一人饅首一箇所少之數。是知少八箇而小僧爲三人。小僧饅首爲一箇。今少二百箇。則小僧必爲七十五人。小僧饅首必爲二十五箇也。

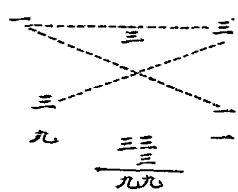
共	小	大
一〇〇	三	一
一〇〇	一	三
三〇〇	九	三
一〇〇	一	三
二〇〇	八	〇

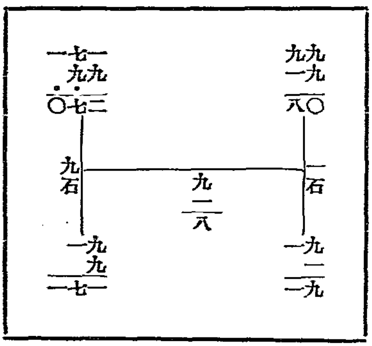
一率	八
二率	三人
三率	二百
四率	七十五人

一率	八
二率	一箇
三率	二百
四率	二十五箇

設如有豆三十三石。共換黃米京米一十九石。止云每黃米三石值豆一石。每京米一石值豆三石。問二色米各得幾何。

法先用互乘以齊其分。以黃米三石與京米一石相乘。得三石。爲乘出之共米數。卽以三石乘共豆三十三石。得九十九石。爲乘出之共豆數。以京米一石乘豆一石。仍得一石。爲乘出黃米所值之豆數以黃米三石乘豆三石得九石。爲乘出京米所值之豆數。然後以共米一十九石用黃米值豆一石乘之。仍得一十九石。與乘出之共豆九十九石相較。則共豆多八十石。又以共米一十九石用京米值豆九石乘之。得一百七十一石。與乘出之共豆九十九石相較。則共豆多七十二石。乃以黃米值豆一石與京米值豆九石相減。餘八石爲一率。一石爲二率。少七十二石爲三率。得四率九石。卽黃米數。於共米十九石內減之。餘十石。卽京米數。如以多八十石爲三率。得四率十石。亦卽京米數也。此法用互乘。得黃米三石值豆一石。京米三石值豆九石。今以米三石當一石。則爲黃米一石值豆一石。京米一石值豆九





一率	八石
二率	一石
三率	七十二石
四率	九石

一率	八石
二率	一石
三率	八十石
四率	十石

石。是豆爲加三倍。故將共豆亦加三倍。卽爲共米一十九石。共豆九十九石。而黃米一石比京米一石所値豆差八石。是知豆少八石而黃米爲一石。今少七十二石。則黃米必爲九石也。又豆多八石。而京米爲一石。今多八十石。則京米必爲十石也。

又法以黃米三石。京米一石。共米一十九石列於上。黃米値豆一石。京米値豆三石。共豆三十三石列於下。乃以下黃米値豆一石遍乘上黃米三石。京米一石。共米一十九石。仍得原數。又以上黃米三石遍乘下黃米値豆一石。京米値豆三石。共豆三十三石。得黃米値豆三石。京米値豆九石。共豆九十九石。兩下相較。則黃米與所値豆同爲三石。彼此減盡。京米所値豆比京米多八石。共豆比共米多八十石。爰以多八石爲一率。京米一石爲二率。多八十石爲三率。得四率十石。卽京米數。於共米一十九石內減之餘九石。卽黃米數也。如先求黃米數。則以京米一石値豆三石移於前。黃米三石値豆一石移於後。乃以京米値豆三石遍乘上京米一石。黃米三石。共米一十九石。得京米三石。黃米九石。共米五十七石。又以上京米一石遍乘下京米値豆三石。黃米値豆一石。豆共三十三石。仍得原數。兩下相較。則京米與所値豆俱爲三石。彼此減盡。黃米所値豆比黃米少

共	京	黃
一九	一	三
三三	三	一
一九	一	三
九九	九	三
八〇	八	〇

一率	八石
二率	一石
三率	八十石
四率	十石

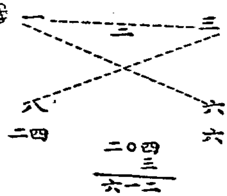
八石．共豆比共米少二十四石．爰以少八石爲一率．黃米三石爲二率．少二十四石爲三率．得四率九石．卽黃米數也．此法先求京米數．而以黃米列於前者．蓋將京米所值豆數．黃米所值豆數．共米所值豆數．皆加三倍．則黃米數與所值豆數相同．是爲每黃米一石值豆一石．夫黃米數與所值豆數既相同．而減盡無餘．則共米數內之共黃米數．與豆共數內之共黃米所值豆數．亦必相同．而減盡無餘．所餘者卽爲共京米所值豆數多於共京米之較．是比每京米一石值豆一石所多之數．是知豆比米多八石．而京米爲一石．今豆比米多八十石．則京米必爲十石也．其先求黃米數．而以京米列於前者．蓋將京米黃米共米皆加三倍．則京米數與所值豆數相同．是爲每京米一石值豆一石．夫京米數與所值豆數既相同．而減盡無餘．則共米數內之共京米數．與豆共數內之共京米所值豆數．亦必相同．而減盡無餘．所餘者卽爲黃米所值豆數比黃米所少之較．是比每黃米一石值豆一石所少之數．是知豆比米少八石．而黃米爲三石．今豆比米少二十四石．則黃米必爲九石也．

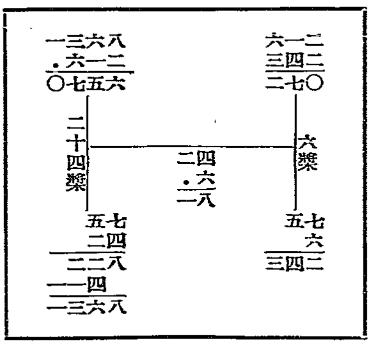
設如有船桅共五十七．槳共二百零四．但知大船每隻三桅六槳．小船每隻一桅八槳．問大小船數各若干．

共	黃	京
一九	三	一
三三	一	三
五七	九	三
三三	一	三
二四	八	〇

一率	八石
二率	三石
三率	二十四石
四率	九石

法先用互乘以齊其分。以大船三梔與小船一梔相乘。得三梔。爲乘出之共梔數。即以三梔乘共槳二百零四。得六百一十二。爲乘出之共槳數。以小船一梔乘大船六槳。仍得六槳。爲乘出大船之槳數。以大船三梔乘小船八槳。得二十四槳。爲乘出小船之槳數。然後以共梔五十七用大船六槳乘之。得三百四十二。與乘出之共槳六百一十二相較。則共槳多二百七十。又以共梔五十七用小船二十四槳乘之。得一千三百六十八。與乘出之共槳六百一十二相較。則共槳少七百五十六。乃以大船六槳與小船二十四槳相減。餘十八槳。爲一率。一梔爲二率。少七百五十六槳爲三率。得四率四十二。即大船梔數。三歸之。得十四。即大船數也。於共梔五十七內減大船梔數。餘十五。即小船梔數。亦即小船數。如以多二百七十槳爲三率。得四率十五。亦即小船梔數也。此法用互乘。得大船三梔六槳。小船三梔二十四槳。今





一率	一十八槳
二率	一梔
三率	七百五十六槳
四率	四十二梔

一率	一十八槳
二率	一梔
三率	二百七十槳
四率	一十五梔

以三梔當一梔。則爲大船一梔六槳。小船一梔二十四槳。是槳爲加三倍。故將共槳亦加三倍。卽爲共五十七梔。共六百一十二槳。而大船一梔比小船一梔差十八槳。是知少十八槳。而大船爲一梔。今少七百五十六槳。則大船必爲四十二梔也。多十八槳而小船爲一梔。今多二百七十槳則小船必爲十五梔也。

又法以小船一梔。大船三梔。共五十七梔列於上。小船八槳。大船六槳。共二百零四槳列於下。乃以下小船八槳遍乘上小船一梔。大船三梔。共五十七梔。得小船八梔。大船二十四梔。共四百五十六梔。又以上小船一梔遍乘下小船八槳。大船六槳。共二百零四槳。仍得原數。兩下相較則小船梔與槳同爲八。彼此減盡。大船梔比槳多十八。共梔比共槳多二百五十二。爰以多十八爲一率。大船三梔爲二率。多二百五十二爲三率。得四率四十二梔。卽大船梔數。三歸之。得十四。卽大船數。於五十七梔內減去大船四十二梔。餘十五梔。卽小船梔數。亦卽小船數也。如欲先得小船數。則以大船三梔六槳移於前。小船一梔八槳移於後。乃以下大船六槳遍乘上大船三梔。小船一梔。共五十七梔。得大船十八梔。小船六梔。共三百四十二梔。又以上大船三梔遍乘下大船六槳。小船八槳。共二百零四槳得

共	大	小
五七	三	一
二〇四	六	八
四五六	二四	八
二〇四	六	八
二五二	一八	〇

一率	十八
二率	三梔
三率	二百五十二
四率	四十二梔

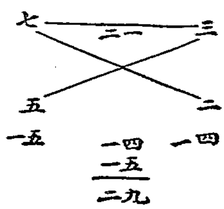
大船十八槳。小船二十四槳。共六百一十二槳。兩下相較。則大船桅與槳同爲十八。彼此減盡。小船桅比槳少十八。共桅比共槳少二百七十。爰以少十八爲一率。小船一桅爲二率。少二百七十爲三率。得四率十五桅。即小船桅數。亦即小船數也。此法先求大船桅數。而以小船列於前者。葢將小船桅數大船桅數共船桅數皆加八倍。則小船桅數與槳數相同。是爲每小船一桅一槳。夫小船桅數與槳數既相同。而減盡無餘。則共桅數內之小船共桅數與共槳數內之小船共槳數。亦必相同。而減盡無餘。所餘者。即爲大船共桅數多於大船共槳數之較。是比每大船一桅一槳所多之數。是知多十八桅。而大船爲三桅。今多二百五十二桅。則大船必爲四十二桅也。其先求小船桅數。而以大船桅數列於前者。葢將大船桅數。小船桅數。共船桅數。皆加六倍。槳數皆加三倍。則大船桅數與槳數相同。是爲大船一桅一槳。夫大船桅數與槳數既相同。而減盡無餘。則共桅數內之大船共桅數與共槳數內之大船共槳數。亦必相同。而減盡無餘。所餘者。即爲小船共桅數少於小船共槳數之較。是比每小船一桅一槳所少之數。是知少十八桅。而小船爲一桅。今少二百七十桅。則小船必爲十五桅也。

共	小	大
五七	一	三
二〇四	八	六
三四二	六	一八
六一二	二四	一八
二七〇	一八	〇〇

一率	十八
二率	一桅
三率	二百七十
四率	十五桅

設如有銀八十七兩。按飯銀馬銀二項分給衆人。但知三人共給二兩飯銀。七人共給五兩馬銀。問人數及二項銀數各若干。

法以三人與七人相乘。得二十一人。又以三人乘馬銀五兩。得一十五兩。七人乘飯銀二兩。得一十四兩。爰以十四兩與十五兩相併得二十九兩爲一率。二十一人爲二率。共銀八十七兩爲三率。得四率六十三人。卽共人數也。既得共人數。則以三人爲一率。飯銀二兩爲二率。共六十三人爲三率。得四率四十二兩爲飯銀數。於共銀八十七兩內減之。餘四十五兩。卽馬銀數。如以七人爲一率。馬銀五兩爲二率。共六十三人爲三率。得四率四十五兩。亦卽馬銀數也。蓋三人給飯銀二兩。則二十一人必給飯銀十四兩。七人給馬銀五兩。則二十一人必給馬銀十五兩。夫二十一人既給飯銀十四兩。馬銀十五兩。是二十一人共給銀二十九兩矣。是知有二十九兩爲二十一人。今



一率	二十九兩
二率	二十一人
三率	八十七兩
四率	六十三人

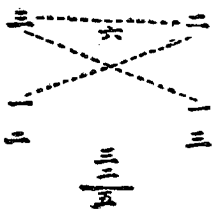
一率	三人
二率	二兩
三率	六十三人
四率	四十二兩

一率	七人
二率	五兩
三率	六十三人
四率	四十五兩

有八十七兩則必爲六十三人也又三人共給飯銀二兩則六十三人必共給飯銀四十二兩七人共給馬銀五兩則六十三人必共給馬銀四十五兩也

設如賞人飯肉共用碗一百但知二人共飯一碗三人共肉一碗問共人數及二項各用碗若干

法以二人與三人相乘得六人又以二人乘肉一碗得二碗三人乘飯一碗得三碗爰以三碗二碗相併得五碗爲一率六人爲二率共碗一百爲三率得四率一百二十人即共人數也既得共人數則以二人爲一率飯碗一爲二率共一百二十人爲三率得四率六十爲飯碗數於共碗一百內減之餘四十即肉碗數如以三人爲一率得四率四十亦即肉碗數也此法因二人共飯三人共肉其數不同故用互乘以齊其分蓋二人共飯一碗則六人必共飯三碗三人共肉一碗則六人必共肉二碗夫六人既共飯三碗共肉二碗是六人共用五碗矣是知有五碗爲六人今有一百碗則必爲一百二十人也又二人共飯一碗則一百



一率	五碗
二率	六人
三率	一百碗
四率	一百二十人

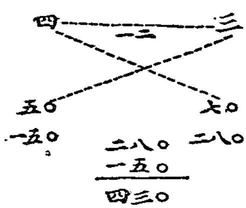
一率	二人
二率	一碗
三率	一百二十人
四率	六十碗

一率	三人
二率	一碗
三率	一百二十人
四率	四十碗

二十人必共飯六十碗。三人共肉一碗。則一百二十人必共肉四十碗也。

設如有兵三千四百七十四名。每三人給衫絹七十尺。每四人給褲絹五十尺。問總絹若干。

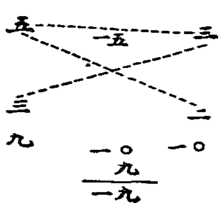
法以三人與四人相乘。得十二人。又以三人乘褲絹五十尺。得一百五十尺。四人乘衫絹七十尺。得二百八十尺。爰以十二人爲一率。二百八十尺與一百五十尺相併。得四百三十尺爲二率。兵三千四百七十四名爲三率。得四率一十二萬四千四百八十五尺。爲共絹數也。此法與前同。但前法以共銀數求共人數。故以銀數爲一率。人數爲二率。此法以共人數求共絹數。故以人數爲一率。絹數爲二率。其比例之理一也。



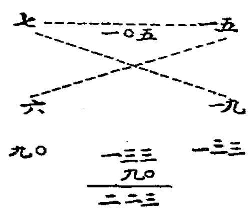
一率	十二人
二率	四百三十尺
三率	三千四百七十四人
四率	十二萬四千四百八十五尺

設如賞人茶飯酒。共用碗一千三百三十八。但知三人共茶二碗。五人共酒三碗。七人共飯六碗。問共人數及三項各用碗若干。

法先以三人茶二碗五人酒三碗互乘。以三人與五人相乘。得一十五人。又以三人乘酒三碗。得九碗。五人乘茶二碗。得十碗。是爲十五人共用茶酒十九碗。復與七人飯六碗互乘。以十五人與七人相乘。得一百零五人。



又以十五人乘飯六碗。得九十碗。七人乘茶酒共十九碗。得一百三十三碗。爰以一百三十三碗與九十碗相併。得二百二十三碗爲一率。一百零五人爲二率。共碗一千三百三十八爲三率。得四率六百三十人。卽共人數也。既得共人數。乃以三人爲一率。茶碗二爲二率。共六百三十人爲三率。得四率四百二十爲茶碗數。又以五人爲一率。酒碗三爲二率。共六百三十人爲三率。得四率三百七十八爲酒碗數。又以七人爲一率。飯碗六爲二率。共六百三十人爲三率。得四率五百四十爲飯碗數也。此法因用碗三項。故用兩次互乘以齊其分。得一百零五人應用三項碗共二百二十三。是知有二百二十三碗爲一百零五人。今有一千三百三十八碗。則必爲六百三十人也。既得共人數。則以各項分數比例求之。卽得各項碗之



一率	二百二十三碗
二率	一百零五人
三率	一千三百三十八碗
四率	六百三十人

一率	三人
二率	二碗
三率	六百三十人
四率	四百二十碗

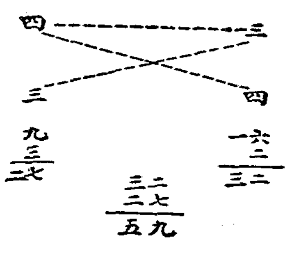
一率	五人
二率	三碗
三率	六百三十人
四率	三百七十八碗

一率	七人
二率	六碗
三率	六百三十人
四率	五百四十碗

共數矣。

設如有燈大小二等。大燈居小燈三分之二。但知大燈三盞用油四兩。小燈四盞用油三兩。共用油十八斤零七兩。問大小燈數各若干。

法以大燈三盞與小燈四盞相乘。得十二盞。又以小燈四盞乘大燈用油四兩。得大燈用油十六兩。以大燈三盞乘小燈用油三兩。得小燈用油九兩。又將大燈用油十六兩二因之（大燈二分。故用二因。）得三十二兩。將小燈用油九兩三因之（小燈三分。故用三因。）得二十七兩。二數相併。得五十九兩。爲一率。十二盞爲二率。共油十八斤七兩。通爲二百九十五兩爲三率。得四率六十盞。爲燈一分之數。二因之。得一百二十盞。即大燈數。三因之。得一百八十盞。即小燈數也。此法因有帶分而互乘所得之十二盞。爲一分之衰數。又因共油數爲大燈二分小燈三分之共數。故亦二因十六兩。三因九兩。併之爲五分之衰數。是知油五分之衰數五十九兩。與燈一分之衰數十二盞之比。即同於五分共油二百九十五兩。與一分燈數六十盞之比也。既得一分爲六十盞。故二因之得大燈數。三因之得小燈數也。

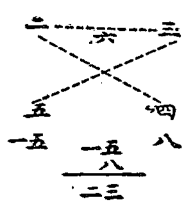


一率	五十九兩
二率	十二盞
三率	二百九十五兩
四率	六十盞

設如有銀二十五兩三錢。買銅鐵二色。其重相等。鐵三斤價四錢。銅二

斤價五錢。問斤數及各價幾何。

法以鐵三斤與銅二斤相乘。得六斤。又以銅二斤乘鐵價四錢。得八錢。以鐵三斤乘銅價五錢。得一兩五錢。乃以八錢與一兩五錢相併。得二兩三錢爲一率。六斤爲二率。總銀二十五兩三錢爲三率。得四率六十六斤。爲銅鐵相等之斤數。又以鐵三斤爲一率。價四錢爲二率。今鐵六十六斤爲三率。得四率八兩八錢。卽鐵價。於共銀二十五兩三錢內減之。餘十六兩五錢。卽銅價。如以銅二斤爲一率。價五錢爲二率。今銅六十六斤爲三率。得四率十六兩五錢。亦卽銅價也。蓋鐵三斤價四錢。則六斤價八錢。銅二斤價五錢。則六斤價一兩五錢。是銅鐵各六斤而共價爲二兩三錢。故以二兩三錢與各六斤之比。卽同於共價二十五兩三錢與各六十六斤之比也。既得各斤數。則以各價比例求之。卽得各價數矣。



一率	二兩三錢
二率	六斤
三率	二十五兩三錢
四率	六十六斤

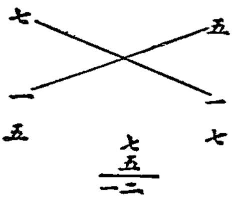
一率	三斤
二率	四錢
三率	六十六斤
四率	八兩八錢

一率	二斤
二率	五錢
三率	六十六斤
四率	十六兩五錢

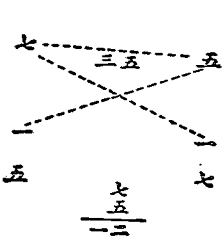
設如有米九百石。令甲乙二處各因米價貴賤納之。其所納之銀適相等。甲處米價每石五錢。乙處米價

每石七錢。問各米數及共價數幾何。

法以乙七錢乘甲一石。得七石。以甲五錢乘乙一石。得五石。乃以七石與五石相併。得十二石爲一率。以甲七石爲二率。總米九百石爲三率。得四率五百二十五石。卽甲處納米之數。於九百石內減之。餘三百七十五石。卽乙處納米之數。如以乙五石爲二率。得四率三百七十五石。亦卽乙處納米之數。以甲五百二十五石與每石價五錢相乘。得二百六十二兩五錢。以乙三百七十五石與每石價七錢相乘。亦得二百六十二兩五錢。是其所納之銀數適相等也。蓋甲處每石價五錢。則七石之價爲三兩五錢。乙處每石價七錢。則五石之價亦爲三兩五錢。其價相等。是十二石之中。甲應七石。乙應五石。故以十二石與甲七石之比。卽同於總米九百石與甲五百二十五石之比。又十二石與乙五石之比。卽同於總米九百



一率	十二石
二率	七石
三率	九百石
四率	五百二十五石

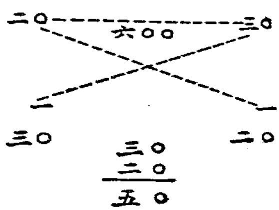


一率	十二石
二率	五石
三率	九百石
四率	三百七十五石

石與乙三百七十五石之比也。

設如空車一日行三十里。重車一日行二十里。今載米至倉往返足一日。問距倉路遠幾何。

法以空車行三十里與重車行二十里相乘。得六百里。又以重車行二十里乘空車一日。得二十日。以空車行三十里乘重車一日。得三十日。乃以二十日與三十日相併。得五十日爲一率。六百里爲二率。一日爲三率。得四率一十二里。卽距倉之里數也。蓋空車一日行三十里。則二十日行六百里。重車一日行二十里。則三十日亦行六百里。一往一返。共五十日。是知五十日往返六百里。則今一日必往返十二里也。

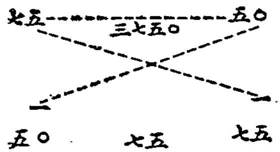


一率	五十日
二率	六百里
三率	一日
四率	十二里

設如重車一日行五十里。輕車一日行七十五里。今載米至倉五日往返三次。問距倉里數幾何。

法以重車行五十里與輕車行七十五里相乘。得三千七百五十里。又以輕車行七十五里乘重車一日。得七十五日。以重車行五十里乘輕車一日。得五十日。乃以七十五日與五十日相併。得一百二十五日爲一率。三千七百五十里爲二率。五日爲三率。得四率一百五十里。卽五日往返之里數。以三次除之。得五十里。卽距倉之里數也。此法與前法同。前法一日往返一次。故所得卽距倉之里數。此法五日往返三

次。故所得爲往返三次之里數。是以用三次除之。而得距倉之里數也。



七五
五〇
一二五

一率	一百二十五日
二率	三千七百五十里
三率	五日
四率	一百五十里

一率	三次
二率	一百五十里
三率	一次
四率	五十里

數理精蘊下編卷八

線部六

盈朒

盈、有餘也。朒、不足也。設有餘不足以求適中。亦爲因較而得正數之法。此固比例法也。但比例以實數求實數。而盈朒則以虛數求實數。然虛數皆與實數相較而生盈朒之差。則虛數亦實數也。比例以所有之三率求所餘之一率。而盈朒則所有爲兩數。且兩數之中各藏一數。其實亦三率也。其間有一盈一朒者。則以兩數相加爲相較之率。有兩盈或兩朒者。則以兩數相減爲相較之率。有一盈一適足或一朒一適足者。則無可加減。而或盈或朒之數。卽其較也。法不一致。惟在相較以得其差。理本一原。惟在互比以得其實。錯綜變幻。其用不窮。所謂以實御虛。和較互見者。庶幾盡於此矣。

一盈一朒

設如有人分銀。不知人數。亦不知銀數。只云每人七兩分之。則餘四兩。每人九兩分之。則少十二兩。問人數及銀數各若干。

法以七兩與九兩相減。餘二兩爲一率。一人爲二率。盈四兩與朒十二兩相加。共十六兩爲三率。推得四率八。卽爲人數。以八人與每人七兩相乘。得五

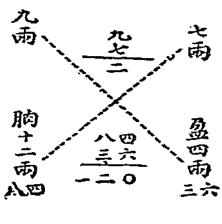
七兩	九七 — 二	九兩
盈四兩	一二四 — 一六	朒十二兩

十六兩.加盈四兩得六十兩.即爲銀數.或以八人與每人九兩相乘得七十二兩.減朒十二兩.餘六十兩.亦爲銀數也.此法葢因前設分七兩.後設分九兩.是每一人多分二兩也.然每人分七兩.則總銀盈四兩.每人分九兩.則總銀朒十二兩.是盈朒相差共十六兩矣.夫一人多分二兩.而總銀差十六兩.

一率	二兩
二率	一人
三率	十六兩
四率	八人

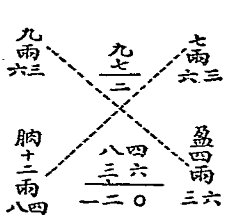
則二兩爲一人之所多.而十六兩爲八人之所多可知矣.故二兩與一人之比.同於十六兩與八人之比.而爲比例四率也.既得人數.以每人七兩計之.則八人應得五十六兩.因銀尚餘四兩.故加四兩得六十兩爲銀數也.若以每人九兩計之.則八人應得七十二兩.因銀少十二兩.故減十二兩餘六十兩爲銀數也.此先得人數之法也.

又先得銀數之法.用互乘以齊其分.以九兩乘盈四兩.爲加九倍.得盈三十六兩.以七兩乘朒十二兩.爲加七倍.得朒八十四兩.相加得一百二十兩.爲二率七倍與九倍相減.餘二倍爲一率.一倍爲三率.推得四率六十兩.即爲銀數.既得銀數.則於六十兩內減盈四兩.餘五十六兩.以每人七兩除之.得八爲人數.或於六十兩加朒十二兩.共七十二兩.以每人九兩除之.亦得八爲人數也.此法以九兩互乘盈四兩者.將盈四兩加九倍也.盈四兩加九倍.則爲盈三十六兩.既以盈數加九倍.則總銀數與所分七兩.亦皆當加九倍.七兩加九倍則爲六十三兩.是則九倍之總銀.每人六十三兩分之.盈三十六兩也.以七兩互乘朒十二兩者.將朒十二兩加七倍也.



朒十二兩加七倍。則爲朒八十四兩。既以朒數加七倍。則總銀數與所分九兩亦皆當加七倍。九兩加七倍。則亦爲六十三兩。是則七倍之總銀。每人六十三兩分之。朒八十四兩也。夫每人既皆分六十三兩。則是所分之加倍共銀數亦必相同。然九倍銀數則盈。七倍銀數則朒。因九倍比七倍多二倍。是盈朒相加之一百二十兩。卽此二倍之銀數也。知二倍爲一百二十兩。卽知一倍之爲幾何矣。故以二爲一率。一百二十兩爲二率。一爲三率。推得四率六十兩爲銀數也。既得銀數。則於六十兩內減盈四兩。餘五十六兩。卽爲分七兩者之共數。而以七兩除之。得八人。或於六十兩加朒十二兩。得七十二兩。卽爲分九兩者之共數。而以九兩除之。亦得八人也。此先得銀數之法也。

一率	二倍
二率	一百二十兩
三率	一倍
四率	六十兩



又法將盈四兩與朒十二兩相加得十六兩爲一率。七兩與九兩相減。餘二兩爲二率。盈四兩爲三率。得四率五錢。與所分七兩相加。得七兩五錢爲每人應得之數。又以五錢除盈四兩。得八爲人數。或仍以十六兩爲一率。二兩爲二率。以朒十二兩爲三率。得四率一兩五錢。與所分九兩相減。亦得七兩五錢爲每人應得之數。又以一兩五錢除朒十二兩。亦得八爲人數。以八人與每人七兩五錢相乘得六十兩爲銀數也。此法葢因九兩與七兩相較差二兩。盈四兩與朒十二兩相併爲十六

一率	二倍
二率	一百二十兩
三率	一倍
四率	六十兩

兩。是總銀盈朒共差十六兩。由於每人之多二兩也。今銀尙盈四兩。則每人分七兩者。其每一分應多五錢。而爲七兩五錢矣。故十六兩與二兩之比。同於四兩與五錢之比。而爲比例四率也。且一人多五錢而共多四兩。則其爲八人可知矣。故五錢與一人之比。同於四兩與八人之比。亦爲比例四率也。若以朒數論之。則總銀共差十六兩者。由於每人少二兩。今銀朒十二兩。則每人分九兩者。其每一分應少一兩五錢。而爲七兩五錢矣。且一人少一兩五錢而共少十二兩。則其爲八人又可知矣。既得人數。則以八人與每人七兩五錢相乘。得六十兩而爲總銀數也。此先得每一人所得銀數之法也。要之第一法先求人數。第二法先求物價。第三法先求適足之數。立法雖各不同。而各先得其一。一得而無不得者。實由於理之一貫者也。

七兩	盈四兩
九七—二	二四—一六
九兩	朒十二兩

一率	十六兩
二率	二兩
三率	四兩
四率	五錢

一率	十六兩
二率	二兩
三率	十二兩
四率	一兩五錢

設如衆人共出銀買物。不知人數。亦不知物價。只云每人出銀四兩。則不足四兩。每人出銀六兩。則多六兩。問人數及物價各若干。

法以出四兩與出六兩相減。餘二兩爲一率。一人爲二率。朒四兩與盈六兩相加共十兩爲三率。推得四率五。卽爲人數。以五人與每人四兩相乘。得二十兩。加朒四兩。共得二十四兩。卽爲物價。或以五人與每人六兩相乘。得三

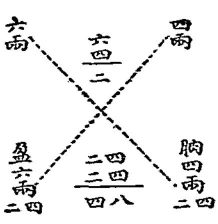
四兩	朒四兩
六四—二	六四—一〇
六兩	盈六兩

十兩減盈六兩。亦得二十四兩爲物價也。此法蓋因前設出四兩。後設出六兩。是每一人多出二兩也。然出四兩則朒四兩。出六兩則盈六兩。是盈朒相差共多十兩矣。夫一人多出二兩。而總價卽多十兩。則二兩爲一人之所多。而十兩爲幾人之所多可知矣。故以比例四率求之而得五人也。既得人數。

一率	二兩
二率	一人
三率	十兩
四率	五人

以每人出四兩計之。則五人應出二十兩。因於物價朒四兩。故加四兩得二十四兩爲物價。若以每人出六兩計之。則五人應出三十兩。因於物價盈六兩。故減六兩。亦得二十四兩爲物價也。此法與首題第一法盈朒之加減不同者。首題以共人所分共銀爲問。故分少則總銀必盈。分多則總銀必朒。其所謂盈朒者。乃銀數之盈朒。故得人數與分銀數相乘。加盈減朒而得銀數也。此以共人所出共銀爲問。故出少則比物價爲朒。出多則比物價爲盈。其所謂盈朒者。乃出數之盈朒。故得人數與出銀數相乘。減盈加朒而得物價也。法總一理。但加減盈朒之間少不同耳。

又先得銀數之法。以六兩乘朒四兩。爲加六倍得朒二十四兩。以四兩乘盈六兩。爲加四倍得盈二十四兩。相加得四十八兩。爲二率。四倍與六倍相減。餘二倍爲一率。一倍爲三率。推得四率二十四兩。卽爲物價。既得物價。則於二十四兩內減朒四兩。餘二十兩。以每人四兩除之得五。卽爲人數。或於二十四兩加盈六兩。共三十兩。以每人六兩除之。亦得五爲人數也。此法蓋將朒四兩加六倍爲二十四兩。則物價亦當加六倍。而出四兩者。亦必加六倍、



而爲出二十四兩矣。將盈六兩加四倍。爲二十四兩。則物價亦當加四倍。而出六兩者、亦必加四倍、而爲出二十四兩矣。夫每人同出二十四兩。則其加倍共出之數。亦必相同。然比六倍物價則朒。比四倍物價則盈者。因六倍比四倍多二倍。是盈朒相差之四十八兩。即二倍物價也。故以二爲一率。四十八兩爲二率。一爲三率。推得四率二十四兩爲物價也。既得物價。則於二十四兩減朒四兩。餘二十兩。即爲出四兩者所共出之數。而以四兩除之得五人。或於二十四兩加盈六兩。共三十兩。即爲出六兩者所共出之數。而以六兩除之。亦得五人也。

一率	二盈
二率	四十八兩
三率	一倍
四率	二十四兩

一率	二倍
二率	四十八兩
三率	一倍
四率	二十四兩

又法將朒四兩與盈六兩相加共十兩。爲一率。將出四兩與出六兩相減。餘二兩爲二率。朒四兩爲三率。得四率八錢。與出四兩相加得四兩八錢。爲每人應出之數。又以八錢除朒四兩。得五爲人數。或仍以十兩爲一率。二兩爲二率。盈六兩爲三率。得四率一兩二錢。於出六兩內減之。餘四兩八錢。亦爲每人應出之數。又以一兩二錢除盈六兩。亦得五爲人數。以五人與四兩八錢相乘。得二十四兩爲物價也。此法蓋因盈朒之相差十兩。由於每人之多二兩。今欲補足所朒之四兩。則每人應多八錢。若欲損所

四兩	朒四兩
六四—二	六四—一〇
六兩	盈六兩

一率	十兩
二率	二兩
三率	四兩
四率	八錢

一率	十兩
二率	二兩
三率	六兩
四率	一兩二錢

盈之六兩.則每人應少一兩二錢.故十兩與二兩之比.同於四兩與八錢之比.亦同於六兩與一兩二錢之比也.且一人多八錢.卽益所朒之四兩.一人減一兩二錢.卽損所盈之六兩.則其爲五人也可知矣.旣得人數.則以五人與每人四兩八錢相乘.得二十四兩.而爲物價之總銀也.

設如衆人乘船渡河.每一船載十三人.則餘十二人.若每一船載十八人.則餘一船.問共人數及船數各若干.

法以餘十二人爲盈十二人.餘一船爲朒十八人.乃以每船所載十三人與每船所載十八人相減.餘五人爲一率.一船爲二率.盈十二人與朒十八人相加共三十人爲三率.推得四率六.卽爲船數.以六船與每船載十三人相乘得七十八人.加盈十二人.得九十爲人數.或以六船與每船十八人相乘.得一百零八人.減朒十八人.亦餘九十爲人數也.蓋每一船多載五人.而盈朒相差爲三十人.故五人與一船之比.同於三十人與六船之比也.以每船十三人計之.六船共載七十八人.加無船之十二人.共九十人.以每船十八人計之.六船應載一百零八人.因一船無人.則減去十八人.餘九十人.或減一船.餘五船.與十八人相乘.亦得九十人也.

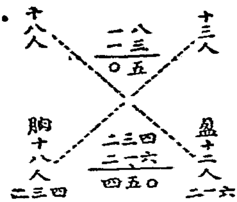
十三人	一八 一三 〇五	十八人
盈十二人	一八 一二 三〇	朒十八人

一率	五人
二率	一船
三率	三十人
四率	六船

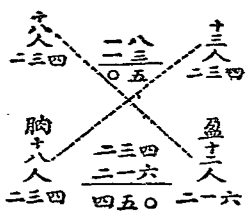
又先得人數之法.以每船載十八人乘盈十二人.爲加十八倍.得盈二百一十六人.又以每船載十三人乘朒十八人爲加十三倍.得朒二百三十四人.二數相加.得四百五十人.爲二率.以十三倍與十八倍相

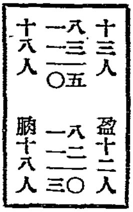
減。餘五倍爲一率。一倍爲三率。推得四率九十。即爲人數減盈十二人。餘七十八人。以每船十三人除之。得六爲船數。或於九十人加朒十八人。共一百零八人。以每船十八人除之。亦得六爲船數也。蓋十八人與十三人互乘。皆得二百三十四人。而十二人加十八倍。則共人數之加十八倍者。爲每船二百三十四人餘二百一十六人也。若以十八人加十三倍。則共人數之加十三倍者。爲每船二百三十四人又少二百三十四人也。二百三十四人。爲一船所載之人分。十八倍比十三倍多五倍。是盈朒相差之共四百五十人。即五倍人數。故五倍與四百五十人之比。即如一倍與九十人之比也。既得人數。減去所餘之十二人。以每船十三人除之。得船數。或加一船之十八人。以每船十八人除之。亦得船數焉。

又法將盈十二人與朒十八人相加。得三十人爲一率。十三人與十八人相減。餘五人爲二率。盈十二人爲三率。得四率二人。與每船十三人相加。得十五人。爲每船應載之數。又以二人除盈十二人。得六爲船數。或仍以三十人爲一率。五人爲二率。以朒十八人爲三率。得四率三人。與每船十八人相減。



一率	五倍
二率	四百五十人
三率	一倍
四率	九十人





餘十五人爲每船應載之數.又以三人除十八人.亦得六爲船數.以六船與每船十五人相乘.得九十爲人數也.蓋盈朒之相差三十人.由每船多五人.今欲合載所盈之十二人.則每船十三人者.應加二人而爲十五人.欲分載所朒之十八人.則每船十八人者.應減三人而爲十五人也.且一船加二人.卽合載十二人.一船減三人.卽分載十八人.則其爲六船也可知矣.

一率	三十人
二率	五人
三率	十二人
四率	二人

一率	三十人
二率	五人
三率	十八人
四率	三人

兩盈

設如有人分果.不知人數.亦不知果數.只云每人十二枚.盈十二枚.每人十三枚.盈六枚.問人數與果數各若干.

法以每人十二枚與十三枚相減.餘一枚爲一率.一人爲二率.以盈六枚與盈十二枚相減.餘六枚爲三率.推得四率六爲人數.以六人與十二枚相乘.得七十二枚.加盈十二枚.得八十四枚爲果數.若以六人與十三枚相乘.得七十八枚.加盈六枚.亦得八十四枚爲果數也.蓋一人多一枚.而兩盈相差六枚.其爲六人可知.故凡所分之數相減餘一者.其盈朒之差.卽人數也.

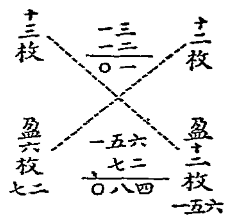
十二枚	三一 三一 一〇	十三枚
盈十二枚	二一 六 六〇	盈六枚

一率	一枚
二率	一人
三率	六枚
四率	六人

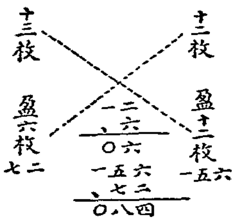
又先得果數之法.以十三枚乘盈十二枚.爲加十三倍得盈一百五十六枚.以十二枚乘盈六枚.爲加十

二倍。得盈七十二枚。相減餘八十四枚爲二率。十二倍與十三倍相減。餘一倍爲一率。仍以一倍爲三率。推得四率八十四枚爲果數。內減盈十二枚。餘七十二枚。以每人十二枚除之。得六爲人數。若於八十四枚減盈六枚。餘七十八枚。以每人十三枚除之。亦得六爲人數也。葢十二倍比十三倍差一倍。則盈朒相差八十四枚。卽一倍之果數。故凡互乘差一倍者。則互乘所得盈朒之差卽爲總數。既得人數。又得總數。則以人數除總數。卽得每人所分之數矣。

又法以兩盈數相減爲一率。互乘所得之兩盈數相減爲二率。一人爲三率。得四率。卽爲每人所應得之數也。此題前二法固以兩盈相減卽爲人數。互乘所得兩盈相減卽爲總數。葢因十二與十三相減餘一數故也。其或餘幾數者。亦卽爲幾倍人數。或爲幾倍總數。其以人數除總數。卽同於以幾倍人數除幾倍總數也。



一率	一倍
二率	八十四枚
三率	一倍
四率	八十四枚



一率	六人
二率	八十四枚
三率	一人
四率	十四枚

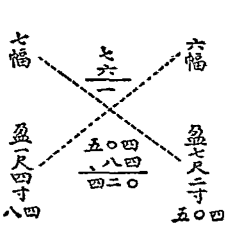
設如有緞一疋。欲作新帳幔一架。先摺作六幅。每幅比舊制長一尺二寸。後摺作七幅。每幅比舊制長二寸。問緞之長及舊帳之長各若干。

法以長一尺二寸用六幅因之。得盈七尺二寸。以長二寸用七幅因之。得盈一尺四寸。乃以六幅與七幅相減。餘一幅爲一率。一尺四寸與七尺二寸相減。餘五尺八寸爲二率。一幅爲三率。推得四率五尺八寸。爲舊帳之長。加盈一尺二寸共七尺。以六幅乘之。得四十二尺。爲緞之長也。若於五尺八寸加二寸得六尺。以七幅乘之。亦得四十二尺。蓋摺作六幅。每幅盈一尺二寸。是六幅共盈七尺二寸也。摺作七幅。每幅盈二寸。是七幅共盈一尺四寸也。七幅比六幅多一幅。而兩盈相差五尺八寸。且兩盈之數皆比舊帳爲盈。則五尺八寸爲舊帳之長可知矣。既得舊帳之數。則加一尺二寸。而以六幅乘之。卽得緞之長數也。或以六幅得五尺八寸相乘。加盈七尺二寸。亦得緞之長數。蓋七尺二寸者。原係六因一尺二寸所得之數。則加於舊帳而總乘之。與各乘其數而後加之一也。若以七幅算之。其理亦同。

又先得緞之長法。以七幅乘盈七尺二寸爲加七倍。得盈五十尺零四寸。以六幅乘盈一尺四寸爲加六倍。得盈八尺四寸。相減餘四十二尺。爲二率。六倍與七倍相減。餘一倍爲一率。仍以一倍爲三率。推得四率四十二尺。爲緞

六幅	盈七尺二寸
七六一一	七二一四五八
七幅	盈一尺四寸

一率	一幅
二率	五尺八寸
三率	一幅
四率	五尺八寸



之長。減盈七尺二寸以六幅除之。得五尺八寸。爲舊帳之長也。若減盈一尺四寸。以七幅除之。亦得五尺八寸。蓋將六幅加七倍。七幅加六倍。皆得四十二幅。是七倍緞之長比舊帳四十二幅長五十尺零四寸。六倍緞之長比舊帳四十二幅長八尺四寸。是兩盈相差四十二尺。卽一倍緞之長也。既得緞之長。則減其共盈數而以幅數除之。卽得舊帳之長。或先以幅數除之。而減其每幅之盈。亦得舊帳之長也。

一率	一倍
二率	四十二尺
三率	一倍
四率	四十二尺

兩朒

設如有銀買馬。不知銀數。亦不知馬數。但云每一匹十五兩。不足八十兩。每一匹十三兩。仍不足十六兩。問馬數及銀數各若干。

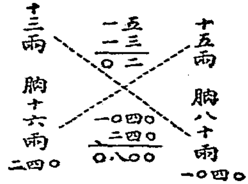
法以十三兩與十五兩相減。餘二兩爲一率。一馬爲二率。朒十六兩與朒八十兩相減。餘六十四兩爲三率。推得四率三十二爲馬數。以三十二匹與每匹十五兩相乘。得四百八十兩。減朒八十兩。得四百兩爲銀數。若以三十二匹與每匹十三兩相乘。得四百一十六兩。減朒十六兩。亦得四百兩爲銀數也。蓋一馬差二兩。則總銀差六十四兩。二兩與一馬之比。卽同於六十四兩與三十二馬之比也。既得馬數。則與每匹之價相乘。而減其所朒之數。卽得銀數矣。

十五兩	朒八十兩
一五	八〇
一三	一六
〇二	六四
十三兩	朒十六兩

一率	二兩
二率	一馬
三率	六十四兩
四率	三十二馬

又先得銀數之法。以十三兩乘朒八十兩。爲加十三倍。得朒一千零四十兩。

以十五兩乘朒十六兩。爲加十五倍。得朒二百四十兩。相減餘八百兩爲二率。十三倍與十五倍相減餘二倍爲一率。一倍爲三率。推得四率四百兩爲銀數。加朒八十兩共四百八十兩。以每匹十五兩除之。得三十二爲馬數。或於四百兩加朒十六兩共四百一十六兩。以每匹十三兩除之。亦得三十二爲馬數也。蓋將十五兩加十三倍。十三兩加十五倍。皆得一百九十五兩。馬價齊同。祇十三倍銀數則朒一千零四十兩。十五倍銀數則朒二百四十兩。是兩朒相差八百兩。卽二倍之銀數。故以四率求之而得銀數也。既得銀數。則加其所朒之數。以每匹之價除之。卽得馬數矣。



一率	二倍
二率	八百兩
三率	一倍
四率	四百兩

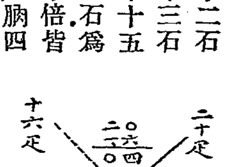
設如有米易布不知米數。亦不知布數。但云易布二十疋。則米少一石。易布十六疋。則米仍少二斗。問米數及布數各若干。

法以十六疋與二十疋相減。餘四疋爲一率。二斗與一石相減。餘八斗爲二率。一疋爲三率。推得四率二斗爲布每疋所值米數。以二斗與二十疋相乘得四石。減朒一石餘三石爲米數。若以二斗與十六疋相乘得三石二斗。減朒二斗。亦餘三石爲米數。既得米數。以每疋二斗除之。得十五疋爲布數也。

一率	四疋
二率	八斗
三率	一疋
四率	二斗

又先得米數之法。以十六疋乘朒一石。爲加十六

倍。得朒十六石。以二十疋乘朒二斗。爲加二十倍。得朒四石。相減餘十二石爲二率。十六倍與二十倍相減餘四倍爲一率。一倍爲三率。推得四率三石爲米數。加朒一石。共四石爲一率。二十疋爲二率。三石爲三率。得四率十五疋爲布數。或於三石加朒二斗。共三石二斗爲一率。十六疋爲二率。三石爲三率。亦得四率十五疋爲布數也。蓋二十疋加十六倍。十六疋加二十倍。皆爲易布三百二十疋。而十六倍其米數。則朒十六石。二十倍其米數。則朒四



石。是兩朒相差十二石。即相差四倍之米數。故以比例求之。得米數也。

一率	四倍
二率	十二石
三率	一倍
四率	三石

既得米數。則加朒一石爲四石。即足易布二十疋。故四石與二十疋之比。同於三石與十五疋之比也。

一率	四石
二率	二十疋
三率	三石
四率	十五疋

或加朒二斗。得三石二斗。即足易布十六疋。故三石二斗與十六疋之比。亦同於三石與十五疋之比也。

一率	三石二斗
二率	十六疋
三率	三石
四率	十五疋

又先得布數之法。以朒二斗與朒一石相減。餘八斗爲一率。二十疋與十六疋相減。餘四疋爲二率。朒一石爲三率。得四率五疋。與二十疋相減。餘十五疋爲布數。又以五疋爲一率。朒一石爲二率。十

二十疋	二〇 一六 〇四	一〇 〇二 〇八	朒一石
十六疋			朒二斗

一率	八斗
二率	四疋
三率	一石
四率	五疋

五疋爲三率。推得四率三石爲米數也。若仍以八斗爲一率。四疋爲二率。腑二斗爲三率。則得四率一疋。與十六疋相減。亦得十五疋爲布數。又以一疋爲一率。二斗爲二率。十五疋爲三率。亦得四率三石爲米數也。此法卽先求適足之理。蓋十五疋卽適足之數也。

一率	五疋
二率	一石
三率	十五疋
四率	三石

一率	八斗
二率	四疋
三率	二斗
四率	一疋

一率	一疋
二率	二斗
三率	十五疋
四率	三石

一盈一適足

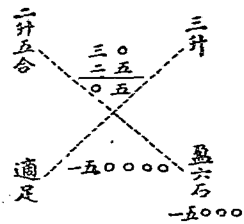
設如按戶納糧。不知戶數。亦不知糧數。只云每戶三升盈六石。每戶二升五合適足。問人戶及糧數各若干。

法以二升五合與三升相減。餘五合爲一率。盈六石變爲六千合爲二率。一戶爲三率。推得四率一千二百爲戶數。與每戶二升五合相乘。得三十石爲糧數也。蓋每戶多五合。而總糧多六石。其爲一千二百戶可知。故五合與六石之比。同於一與一千二百之比也。此以一戶爲三率者。二三率原可互易變之。以明比例之理也。既得戶數。則與二升五合相乘。適足三十石之數矣。若以一千二百戶與每戶三升相乘。得三十六石。減盈六石。亦得三十石爲糧數也。又先得糧數之法。以二升五合乘盈六石。爲加二十五倍以合爲單位。得盈

三升	盈六石
三〇 二五 〇五	六〇〇〇
二升五合	適足

一率	五合
二率	六千合
三率	一戶
四率	一千二百戶

一百五十石．以三升乘適足．爲加三十倍．仍得適足．蓋全糧一分．每戶二升五合而適足．若將全糧加三十倍．爲三十分．則二升五合．亦當加三十倍爲七斗五升．是全糧三十分．每戶七斗五升仍適足也．故卽以一百五十石爲二率．將二十五倍與三十倍相減．餘五倍爲一率．一倍爲三率．推得四率三十石爲糧數．以每戶二升五合除之．得一千二百爲戶數．或加盈六石爲三十六石．以每戶三升除之．亦得一千二百爲戶數也．



一率	五倍
二率	一百五十石
三率	一倍
四率	三十石

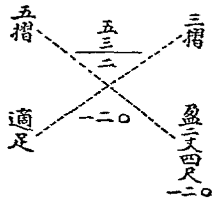
設如有井不知其深．有繩不知其長．只云將繩作三摺入井長八尺．將繩作五摺入井適足．問井深繩長各若干．

法以三摺與五摺相減．餘二摺爲一率．長八尺用三摺因之．得盈二丈四尺爲二率．一摺爲三率．推得四率一丈二尺爲井深．以五摺乘之．得六丈爲繩長．或以三摺乘之．加盈二丈四尺．亦得六丈爲繩長也．蓋摺作三摺．每摺盈八尺．是三摺共盈二丈四尺也．五摺比三摺多二摺．而盈與適足無可加減．則盈二丈四尺．卽爲二摺之數．其一摺爲一丈二尺矣．井深既爲五摺之一．故一摺之數卽爲井深之數

三摺	盈二丈四尺
五三 二	二四 二
五摺	適足

一率	二摺
二率	二丈四尺
三率	一摺
四率	一丈二尺

也。既得井深。則以五摺乘之。得繩長之數。或以三摺乘之。加盈二丈四尺。亦得繩長之數也。又先得繩長之法。以五摺乘盈二丈四尺。爲加五倍。得盈一十二丈。以三摺乘適足。爲加三倍。仍得適足。故卽以一十二丈爲二率。三倍與五倍相減。餘二倍爲一率。一倍爲三率。推得四率六丈爲繩長。以五摺除之。得一丈二尺。爲井深。或減盈二丈四尺。餘三丈六尺。以三摺除之。亦得一丈二尺爲井深也。

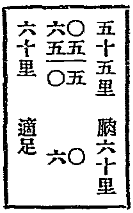


一率	二倍
二率	十二丈
三率	一倍
四率	六丈

一朒一適足

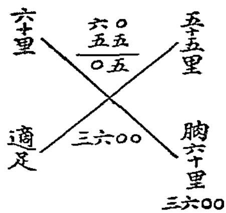
設如計日登程。不知日數。亦不知路程。只云每日行五十五里。則離所欲至之地。共差六十里。每日行六十里適足。問日數及路程各若干。

法以五十五里與六十里相減。餘五里爲一率。一日爲二率。朒六十里爲三率。推得四率十二爲日數。與每日六十里相乘。得七百二十里爲路數。若以日數十二與每日行五十五里相乘。得六百六十里。是不到六十里也。加朒六十里。亦得七百二十里也。



一率	五里
二率	一日
三率	六十里
四率	十二日

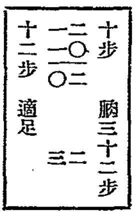
又先得路程之法．以六十里乘朒六十里．爲加六十倍．得朒三千六百里．以五十五里乘適足．爲加五十五倍．仍得適足．故卽以三千六百里爲二率．五十五倍與六十倍相減．餘五倍爲一率．一倍爲三率．推得四率七百二十里爲路程．以每日六十里除之．得十二爲日數．或於七百二十里內減朒六十里．餘六百六十里．以每日五十五里除之．亦得十二爲日數也．



一率	五倍
二率	三千六百里
三率	一倍
四率	七百二十里

設如有直田一段．欲截一頭作園．只云截長十步．不足三十二步．截長十二步適足．問截積及原闊各若干．

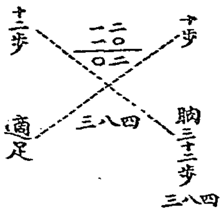
法以十步與十二步相減．餘二步爲一率．朒三十二步爲二率．一步爲三率．推得四率十六步爲原闊．與十二步相乘．得一百九十二步爲截積．或與十步相乘．加朒三十二步．亦得一百九十二步爲截積也．葢長十步則少三十二步．長十二步則適足．是三十二步者．卽長二步與原闊相乘之積．故以二步除之．得原闊也．既得原闊．則與截長十二步相乘．得截積．或與截長十步相乘．加朒三十二步．亦得截



一率	二步
二率	三十二步
三率	一步
四率	一十六步

積也。

又先得截積之法。以十二步乘朒三十二步。為加十二倍得朒三百八十四步。以十步乘適足。為加十倍。仍得適足。故即以三百八十四步為二率。以十倍與十二倍相減。餘二倍為一率。一倍為三率。推得四率一百九十二步為截積。以截長十二步除之。得十六步為原闊。或於一百九十二步內減朒三十二步。餘一百六十步。以截長十步除之。亦得十六步為原闊也。



一率	二倍
二率	三百八十四步
三率	一倍
四率	一百九十二步

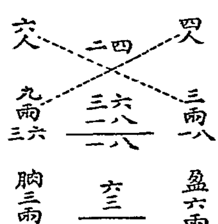
雙套盈朒

盈朒之法。皆以每人幾何而盈幾何。每人幾何而朒幾何為問。其首數皆為一。故以一人之較與共較為比例而得人數。即欲先求共數。不過用一互乘以齊其分而已。故為單法。若雙套則以幾人幾何而盈幾何。幾人幾何而朒幾何為問。其首數已不同。故必先用一互乘以齊之。而後可以為比。若欲先求共數。則用兩互乘。是以謂之雙套。至於比例相求之理。則仍與單法同也。

一盈一朒

設如有人分銀。不知人數。亦不知銀數。只云每四人分銀三兩。則盈六兩。每六人分銀九兩。則朒三兩。問人數與銀數各若干。

法以四人互乘九兩得三十六兩。以六人互乘三兩得十八兩。相減餘十八兩爲一率。四人六人互乘得二十四人爲二率。盈六兩與朒三兩相加得九兩爲三率。推得四率十二。卽爲人數。既得人數。乃以四人爲一率。三兩爲二率。十二人爲三率。推得四率九兩。加盈六兩得十五兩。卽爲銀數。或以六人爲一率。九兩爲二率。十二人爲三率。推得四率十八兩。減朒三兩。亦餘十五兩爲銀數也。此法必用互乘以齊其數者。蓋單法以所分數相減爲一率。一人爲二率。盈朒相加爲三率。今三兩爲四人之所分。九兩爲六人之所分。不可以相減而爲一率也。四人與六人人數不同。不可以爲二率也。所以必用互乘以齊之。一則爲二十四人分十八兩。雖爲加六倍。其比例仍同於四人分三兩也。一則爲二十四人分三十六兩。雖爲加四倍。其比例仍同於六人分九兩也。是以十八兩與三十六兩相減。餘十八兩爲二十四人之所差。而盈朒差九兩。卽知爲幾人之所差。故十八兩與二十四人之比。卽同於九兩與十二人之比也。既得人數之後。而仍用比例四率者何也。蓋單法所分之銀數。爲一人之所分。故以人數與所分之銀數相乘。加盈減朒而卽得總銀。今則所分之銀數。爲四人或六人之所分。故每幾人與所分幾何之比。卽如總人與總銀之比而得四率。加盈減朒。



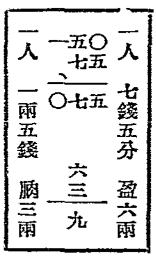
一率	一十八兩
二率	二十四人
三率	九兩
四率	一十二人

一率	四人
二率	三兩
三率	一十二人
四率	九兩

一率	六人
二率	九兩
三率	一十二人
四率	一十八兩

始得總銀數也。

又捷法以四人歸除三兩每一人應得七錢五分以六人歸除九兩每一人應得一兩五錢乃照盈朒單法列之為每人七錢五分分之盈六兩每人一兩五錢分之朒三兩是以七錢五分與一兩五錢相減餘七錢五分為一率一人為二率盈六兩與朒三兩相加得九兩為三率推得四率十二為人數既得人數則以一人為一率一兩五錢為二率十二人為三率推得四率十八兩減朒三兩餘十五兩為銀數也或以每人七錢五分為二率推得四率九兩加盈六兩亦得十五兩為銀數也此法以四人除三兩以六人除九兩皆為度盡之數若數有奇零度不盡者則必用互乘之法而後可

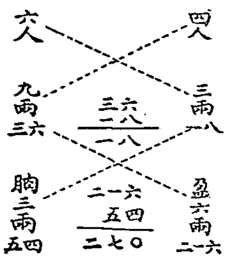


一率	一人
二率	一兩五錢
三率	十二人
四率	十八兩

一率	七錢五分
二率	一人
三率	九兩
四率	十二人

一率	一人
二率	七錢五分
三率	十二人
四率	九兩

又先得銀數之法以四人互乘九兩得三十六兩又以三十六兩互乘盈六兩為加三十六倍得盈二百一十六兩以六人互乘三兩得一十八兩又以一十八兩互乘朒三兩為加十八倍得朒五十四兩兩數相加得二百七十兩為二率十八倍與三十六倍相減餘十八倍為一率一倍為三率推得四



率十五兩爲銀數。既得銀數。乃以三兩爲一率。四人爲二率。十五兩減盈六兩。餘九兩爲三率。

一率	一十八倍
二率	二百七十兩
三率	一倍
四率	一十五兩

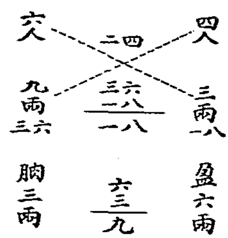
一率	三兩
二率	四人
三率	九兩
四率	一十二人

一率	九兩
二率	六人
三率	一十八兩
四率	一十二人

推得四率十二爲人數。或以九兩爲一率。六人爲二率。十五兩加朒三兩。共十八兩爲三率。亦得四率十二爲人數也。蓋單法以所分之數相減爲一率。以所分之數互乘盈朒之數相減爲二率。一倍爲三率。得四率爲銀數。今則三兩爲四人之所分。九兩爲六人之所分。其數不同。即三兩與九兩互乘。亦皆得二十七兩。而一則爲三十六人分二十七兩。加九倍也。一則爲十八人分二十七兩。加三倍也。其數亦仍不同。不可相爲比例。故必以四人六人互乘爲二十四人。以齊其人數。又必以十八與三十六互乘盈朒之數。以齊其所分銀數。然後人數與所分銀數俱同。可以設爲比例。是以十八兩加三十六倍。三十六兩加十八倍。皆爲六百四十八兩。即如三十六倍其銀數。則每二十四人分六百四十八兩。盈二百一十六兩。若十八倍其銀數。則每二十四人分六百四十八兩。朒五十四兩也。然則盈朒相差二百七十兩。即十八倍銀數之所差矣。故十八倍與二百七十兩之比。即同於一倍與十五兩之比。而爲比例四率也。既得銀數。而減盈加朒爲比例四率者。蓋以所分之銀數與幾何人之比。即如減盈加朒之總銀數與總人數之比也。

又先得銀數之法。以四人互乘九兩。得三十六兩。以六人互乘三兩。得十八兩。相減餘十八兩爲一率。以

互乘所得之十八兩爲二率。盈六兩與朒三兩相加得九兩爲三率。推得四率九兩。加盈六兩得十五兩爲銀數。若以三十六兩爲二率。則得四率十八兩。減朒三兩。亦得十五兩爲銀數。既得銀數。則以三兩爲一率。四人爲二率。十五兩內減盈六兩。餘九兩爲三率。推得四率十二爲人數也。若以九兩爲一率。六人爲二率。十五兩內加朒三兩。共十八兩爲三率。亦得四率十二爲人數。此法蓋合兩四率而爲一四率。原法以十八兩爲一率。二十四人爲二率。九兩爲三率。得四率十二爲人數。又如以二十四人爲一率。十八兩爲二率。與四人爲一率三兩爲二率者同。因其俱爲四與三之比例。十二人爲三率。則得四率九兩。加盈六兩得十五兩爲銀數。今將兩四率合爲一四率。則前四率中省以二十四乘。後四率中省以二十四除。故以十八兩爲一率。又爲二率。以九兩爲三率。而得四率九兩。加盈六兩爲銀數也。



一率	一十八兩
二率	一十八兩
三率	九兩
四率	九兩

一率	三兩
二率	四人
三率	九兩
四率	一十二人

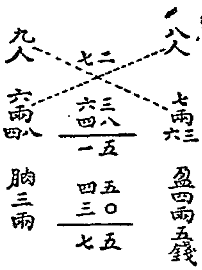
一率	一十八兩
二率	二十四人
三率	九兩
四率	一十二人

一率	二十四人
二率	一十八兩
三率	一十二人
四率	九兩

一率	一十八兩
二率	一十八兩
三率	九兩
四率	九兩

設如衆人共出銀買物。不知人數。亦不知物價。只云每八人出銀七兩。則盈四兩五錢。每九人出銀六兩。則朒三兩。問人數及物價各若干。

法以八人互乘六兩得四十八兩。以九人互乘七兩得六十三兩。相減餘十五兩爲一率。八人九人互乘得七十二人爲二率。盈四兩五錢與朒三兩相加得七兩五錢爲三率。推得四率三十六。卽爲人數。既得人數。乃以八人爲一率。七兩爲二率。三十六人爲三率。推得四率三十一兩五錢。減盈四兩五錢。餘二十七兩。卽爲物價。或以九人爲一率。六兩爲二率。三十六人爲三率。推得四率二十四兩。加朒三兩。亦得二十七兩爲物價也。此法用互乘以齊其數。一則變爲七十二人出六十三兩。一則變爲七十二人出四十八兩。其相差十五兩。是十五兩爲七十二人之所差。則盈朒相加之七兩五錢。卽知爲三十六人之所差。故十五兩與七十二人之比。卽同於七兩五錢與三十六人之比也。既得人數。仍用比例四率。以每幾人與所出幾何之比。卽如總人與總銀之比。而得數內減盈加朒。卽爲物價也。



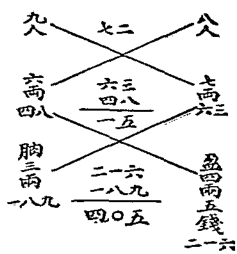
一率	一十五兩
二率	七十二人
三率	七兩五錢
四率	三十六人

一率	八人
二率	七兩
三率	三十六人
四率	三十一兩五錢

一率	九人
二率	六兩
三率	三十六人
四率	二十四兩

又先得銀數之法。以八人互乘六兩得四十八兩。又以四十八兩互乘盈四兩五錢。爲加四十八倍。得盈

二百一十六兩。以九人互乘七兩。得六十三兩。又以六十三兩互乘朒三兩。爲加六十三倍。得朒一百八十九兩。二數相加。得四百零五兩。爲二率。四十八倍與六十三倍相減。餘十五倍。爲一率。一倍爲三率。推得四率二十七兩。爲銀數。旣得銀數。乃以七兩爲一率。八人爲二率。二十七兩內加盈四兩五錢。共三十一兩五錢。爲三率。推得四率三十六。爲人數。或以六兩爲一率。九人爲二率。於二十七兩減朒三兩。餘二十四兩。爲三率。亦得四率三十六。爲人數也。此法用互乘以齊人數銀數而成比例。故八人與九人互乘。皆爲七十二人。以六十三兩與四十八兩互乘。皆爲出三千零二十四兩。此數比四十八倍之物價。則盈二百一十六兩。比六十三倍之物價。則朒一百八十九兩。其盈朒之相差爲四百零五兩。其四十八倍與六十三倍相差爲十五倍。以十五倍與四百零五兩之比。卽同於一倍與二十七兩之比也。旣得銀數。仍用比例四率。蓋以所出之銀數與幾何人之比。卽如加盈減朒之總銀數與總人數之比也。



一率	一十五倍
二率	四百零五兩
三率	一倍
四率	二十七兩

一率	七兩
二率	八人
三率	三十一兩五錢
四率	三十六人

一率	六兩
二率	九人
三率	二十四兩
四率	三十六人

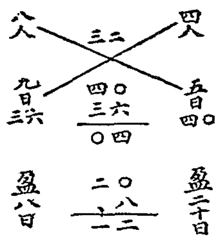
一率	一十五倍
二率	四百零五兩
三率	一倍
四率	二十七兩

兩盈

設如衆人輪班值日。不知人數。亦不知日數。只云每四人值五日。則盈二十日。每八人值九日。仍盈八日。

問人數及日數各若干。

法以四人互乘九日。得三十六日。以八人互乘五日。得四十日。相減餘四日爲一率。四人八人互乘。得三十二人爲二率。盈八日與盈二十日相減。餘十二日爲三率。推得四率九十六爲人數。既得人數。乃以四人爲一率。五日爲二率。九十六人爲三率。推得四率一百二十日。減盈二十日。餘一百爲日數。或以八人爲一率。九日爲二率。九十六人爲三率。推得四率一百零八日。減盈八日。亦餘一百爲日數也。此法用互乘以齊其分。一則變爲三十二人值四十日。二則變爲三十二人值三十六日。其相差爲四日。知四日爲三十二人之所差。則兩盈相減之十二日。卽知爲九十六人之所差矣。既得人數。則以每幾人與值幾日之比。卽同於總人與總日之比。而於得數之內減其所盈。卽爲日數也。又先得日數之法。以四人互乘九日。得三十六日。又以三十六日互乘盈二十日。爲加三十六倍得盈七

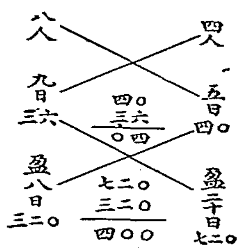


一率	四日
二率	三十二人
三率	一十二日
四率	九十六人

一率	四人
二率	五日
三率	九十六人
四率	一百二十日

一率	八人
二率	九日
三率	九十六人
四率	一百零八日

百二十日．以八人互乘五日．得四十日．又以四十日互乘盈八日．爲加四十倍．得盈三百二十日．相減．餘四百日．爲二率．三十六倍與四十倍相減．餘四倍爲一率．一倍爲三率．推得四率一百爲日數．既得日數．乃以五日爲一率．四人爲二率．一百日內加盈二十日．共一百二十日爲三率．推得四率九十六爲人數．或以九日爲一率．八人爲二率．一百日內加盈八日．共一百零八日爲三率．亦得四率九十六爲人數也．葢八人四人互乘．皆爲三十二人．三十六日四十日互乘．皆爲一千四百四十日．然比三十六倍日數．則盈七百二十日．比四十倍日數．則盈三百二十日．二數相差爲四百日．三十六倍與四十倍相差爲四倍．知四倍之爲四百日．即知一倍之爲一百日矣．既得日數．則以所值之幾日與幾人之比．即同於加盈之總日數與總人數之比也．



一率	五日
二率	四人
三率	一百二十日
四率	九十六人

一率	九日
二率	八人
三率	一百零八日
四率	九十六人

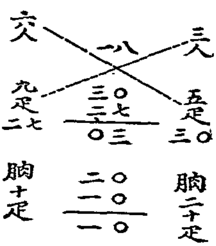
一率	四倍
二率	四百日
三率	一倍
四率	一百日

兩朒

設如有人分絹．分之不盡．只云每三人五疋．少二十疋．每六人九疋．少十疋．問人數及絹數各若干．

法以三人互乘九疋．得二十七疋．以六人互乘五疋．得三十疋．相減餘三疋爲一率．三人六人互乘得一

十八人爲二率。朒十疋與朒二十疋相減。餘十疋爲三率。推得四率六十爲人數。既得人數。則以三人爲一率。五疋爲二率。六十人爲三率。推得四率一百疋。減朒二十疋。餘八十疋爲絹數。若以六人爲一率。九疋爲二率。六十人爲三率。推得四率九十疋。減朒十疋。亦得八十疋爲絹數也。此法用互乘以齊其數。一則變爲十八人分三十疋朒二十疋。一則變爲十八人分二十七疋朒十疋。三十疋比二十七疋相差三疋。朒二十疋比朒十疋相差十疋。知三疋爲十八人之所差。即知十疋爲六十人之所差。故三疋與十八人之比。即同於十疋與六十人之比也。又先得絹數之法。以三人乘九疋。得二十七疋。六人乘五疋。得三十疋。相減餘三疋爲一率。三十疋爲二率。朒十疋與朒二十疋相減。餘十疋爲三率。推得四率一百疋。減朒二十疋。餘八十疋爲絹數也。 若以



一率	三人
二率	五疋
三率	六十人
四率	一百疋

一率	三疋
二率	十八人
三率	十疋
四率	六十人

一率	六人
二率	九疋
三率	六十人
四率	九十疋

一率	三疋
二率	三十疋
三率	十疋
四率	一百疋

二十七疋爲二率．則求得四率九十疋．減朒十疋．亦得八十疋爲絹數．既得絹數．則加朒二十疋．共一百疋爲三率．五疋爲一率．三人爲二率．推得四率六十爲人數也．此法亦合兩四率而爲一四率．蓋原法以三疋爲一率．十八人爲二率．十疋爲三率．得四率六十爲人數．又如以十八人爲一率．三十疋爲二率．（與三人爲一率．五疋爲二率者同．因其俱爲三與五之比例．）六十人爲三率．得四率一百疋．減朒二十疋．餘八十疋爲絹數．今合兩四率爲一四率．則前四率中省以一十八乘．後四率中省以一十八除也．

一率	五疋
二率	三人
三率	一百疋
四率	六十人

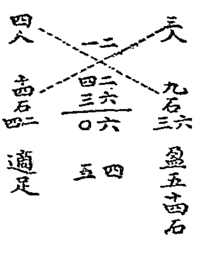
一率	三疋
二率	十八人
三率	十疋
四率	六十人

一率	十八人
二率	三十疋
三率	六十人
四率	一百疋

一盈一適足

設如衆人支糧．每三人支九石．盈五十四石．每四人支十四石．適足．問人數與糧數各若干．

法以三人互乘十四石．得四十二石．以四人互乘九石．得三十六石．相減餘六石爲一率．三人四人互乘得十二人爲二率．盈與適足無可加減．即以盈五十四石爲三率．推得四率一百零八人爲人數．既得人數．乃以四人爲一率．十四石爲二率．一百零八人爲三率．推得四率三百七十八石爲糧數．或以三人爲一率．九石爲二率．一百零八人爲三率．推得四率三百二十四石．加盈五十四石．亦得

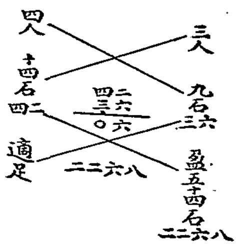


三百七十八石爲糧數也此法用互乘以齊其分一則變爲十二人支三十六石一則變爲十二人支四十二石其相差六石知六石爲十二人之所差即知五十四石爲一百零八人之所差矣既得人數則以每幾人與支幾石之比即同於總人數與總糧數之比也

一率	六石
二率	一十二人
三率	五十四石
四率	一百零八人

又先得糧數之法以三人互乘十四石得四十二石又以四十二石互乘盈五十四石爲加四十二倍得盈二千二百六十八石以四人互乘九石得三十六石又以三十六石互乘適足爲加三十六倍仍得適足故即以盈二千二百六十八石爲二率三十六倍與四十二倍相減餘六倍爲一率一倍爲三率推得四率三百七十八石爲糧數既得糧數乃以十四石爲一率四人爲二率三百七十八石爲三率推得四率一百零八爲人數或以九

一率	四人
二率	一十四石
三率	一百零八人
四率	三百七十八石



一率	十四石
二率	四人
三率	三百七十八石
四率	一百零八人

一率	三人
二率	九石
三率	一百零八人
四率	三百二十四石

一率	六倍
二率	二千二百六十八石
三率	一倍
四率	三百七十八石

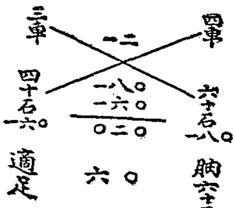
一率	九石
二率	三人
三率	三百二十四石
四率	一百零八人

石爲一率。三八爲二率。三百七十八石內減盈五十四石。餘三百二十四石爲三率。亦得四率一百零八爲人數也。蓋三十六石與四十二石互乘。皆爲支一千五百一十二石。然四十二倍其糧數。則盈二千二百六十八石。三十六倍其糧數。則適足。三十六倍與四十二倍差六倍。知六倍之爲二千二百六十八石。卽知一倍之爲三百七十八石矣。既得糧數。則以所支之幾石與幾人之比。卽同於總糧數與總人數之比也。

一朒一適足

設如以車運米。每四車載六十石。則米少六十石。每三車載四十石。則米適足。問車數與米數各若干。

法以四車互乘四十石。得一百六十石。以三車互乘六十石。得一百八十石。相減餘二十石爲一率。三車四車互乘。得十二車爲二率。朒與適足無可加減。卽以朒六十石爲三率。推得四率三十六爲車數。既得車數。則以十二車爲一率。以互乘所得之一百六十石爲二率。與三車爲一率四十石爲二率同。以其俱爲三與四十之比例也。三十六車爲三率。



一率	二十石
二率	一十二車
三率	六十石
四率	三十六車

一率	一十二車
二率	一百六十石
三率	三十六車
四率	四百八十石

一率	一十二車
二率	一百八十石
三率	三十六車
四率	五百四十石

推得四率四百八十石爲米數．若將互乘所得之一百八十石爲二率．則得四率五百四十石．減朒六十石．亦得四百八十石爲米數也．此法互乘後．一得十二車載一百八十石．一得十二車載一百六十石．其相差爲二十石．知二十石爲十二車之所差．卽知六十石爲三十六車之所差．故二十石與十二車之比．卽同於六十石與三十六車之比也．

又先得米數之法．欲省互乘．則將兩車數變爲同等．以四車載六十石．用四歸三因．爲三車載四十五石．則兩首數同矣．乃以四十石與四十五石相減．餘五石爲一率．四十石爲二率．朒六十石爲三率．推得四率四百八十石爲米數．既得米數．卽以四十石爲一率．三車爲二率．四百八十石爲三率．推得四率三十六．卽車數也．此法不用互乘．止將兩首數變爲同等．極爲簡捷．然必其數可以度盡爲同等者方可用之．若其數不能度盡．則必仍用互乘之法焉．

三車	四十五石	朒六十石
	五〇 四四〇 〇五	六〇
三車	四十石	適足

一率	五石
二率	四十石
三率	六十石
四率	四百八十石

一率	四十石
二率	三車
三率	四百八十石
四率	三十六車

數理精蘊下編卷九

線部七

借衰互徵

借衰互徵者。有總數而無分數。或有分數而無總數。或無總數分數之實率。而但有其虛率。則不得不別借一衰數以爲比例。然後可以得其眞數。故曰借衰。然而所借之衰。又各不同。有借於本數之中者。有借於本數之外者。借彼徵此。借虛徵實。故曰互徵。蓋先借各項衰數。合而爲總衰數。以總衰數與總眞數相比。即若各項衰數與各項眞數之比也。或先借總衰數。加減出各衰數之較。以各衰數之較與眞數之較相比。即若總衰數與總眞數之比也。或以各衰數之較與眞數之較相比。即若各項衰數與各項眞數之比也。要之皆就比例之法而推廣之耳。

設如有銀一千八百兩。命甲乙二人按分分之。甲分比乙分有五倍。問甲乙各得幾何。

法借一爲乙衰。五爲甲衰。併之得六爲一率。總銀一千八百兩爲二率。乙衰一爲三率。得四率三百兩。即乙所分之數。與一千八百兩相減。餘一千五百兩。即甲所分之數。以三百兩與一千五百兩相較。則甲有乙之五倍

一率	六衰
二率	一千八百兩
三率	一衰
四率	三百兩

也。此法既云甲有乙五倍。則是甲有五分。乙有一分。故借一爲乙衰。五爲甲衰。併之得六爲總衰。以總衰與總銀之比。卽若乙一衰與乙銀一分之比也。此法卽和數比例。因借衰之首。故設一最易者以發明其理云。

設如有三官接任共歷一百年。第二官比前官加一倍零六年。第三官比第二官加一倍少二年。問每官各該幾年。

法借一衰爲第一官年數。借二衰多六年爲第二官年數。借四衰多十年爲第三官年數。併三官衰數得七爲一率。併後二官共多十六年。於總年數內減之。餘八十四年爲二率。第一官一衰爲三率。得四率十二年。爲第一官年數。倍之加多六年得三十年。爲第二官年數。又倍第二官年數。減少二年得五十八年。爲第三官年數。合三數而共爲一百年也。此法第一官既借一衰。則第二官加一倍零六年者。當借二衰多六年。而第三官既比第二官又加一倍。則當借四衰多十二年。因少二年。故借四衰多十年。爲第三官衰數也。

一率	七衰
二率	八十四年
三率	一衰
四率	一十二年

設如有甲乙丙三人共銀四十四兩。乙比甲銀多一倍零四兩。丙比甲乙二人共數又多六兩。求各人銀數幾何。

法借一爲甲衰。借二多四兩爲乙衰。借三多十兩爲丙衰。併三衰得六爲一率。併乙丙二人多數爲十四兩。於總銀內減之。餘三十兩爲二率。甲衰一爲三率。得四率五兩。卽甲銀。倍之加多四兩得十四兩爲乙銀。併甲乙銀。又加多六兩。得二十五兩。卽丙銀也。此法既以一爲甲衰。乙比甲加一倍零四兩。故借二多

四兩爲乙衰也.丙併甲乙共數多六兩.故借三多十兩爲丙衰也.甲衰一.乙衰二.併之爲三.乙比甲多四兩.丙比甲乙共數又多六兩.併之爲十兩也.

一率	六衰
二率	三十兩
三率	一衰
四率	五兩

設如有甲乙二人入山採果.共得三百枚.但云甲數加六百枚.乙數加二百枚.則甲數比乙數多二倍.問甲乙各得幾何.

法借三爲甲衰.借一爲乙衰.併之得四爲一率.以三百枚與六百枚二百枚相加.得一千一百爲二率.乙衰一爲三率.得四率二百七十五.即乙一分之數.減加數二百、餘七十五.即乙數.以七十五與三百枚相減.餘二百二十五.即甲數.以乙七十五與甲二百二十五相較.則甲多二倍也.此法既云甲比乙多二倍.則甲爲三分.乙爲一分.故借三爲甲衰.一爲乙衰.併之爲總衰.作一率.又以原果與兩加數相併爲總數.作二率.葢總衰與總數之比.即乙一衰與乙果一分之比也.

一率	四衰
二率	一千一百枚
三率	一衰
四率	二百七十五枚

設如有銀一百九十六兩.買駝四匹.馬六匹.驢十頭.馬比驢價加一倍零二兩.駝比馬價加一倍零四兩.

問各價銀若干.

法借一衰爲驢價.以驢十因之得十.借二衰多二兩爲馬價.以馬六因之.得十二衰多十二兩.一馬多二兩・六馬故多十二兩・借四衰多八兩爲駝價.以駝四因之得十六衰多三十二兩.一駝多八兩・四駝故多三

十二兩。併三色衰數。驢十。馬十二。駝十六。共三十八為一率。又併駝馬多價。駝三十二兩。馬十二兩。共四十四兩。於總銀內減之。餘一百五十二兩為二率。驢一衰為三率。得四率四兩。即驢一頭之價。倍之加多二兩。得十兩。即馬一匹之價。又倍之加多四兩。得二十四兩。即駝一匹之價也。此法既借一衰為驢價。馬比驢加一倍零二兩。故借二衰多二兩為馬價也。駝比馬又加一倍。當借四衰多四兩。再加多馬四兩。則四衰多八兩為駝價也。乃以各數因之。驢十。馬六。駝四。故得各項總衰數也。

一率	三十八衰
二率	一百五十二兩
三率	一衰
四率	四兩

設如問一人歲數。答曰我比弟長二年。父年倍我。仍多兩歲。伯父兼我三人歲數。再加四年。整百歲。問四人各得年數幾何。

法借一衰為其弟歲數。借一衰零二年為本人歲數。倍之得二衰零四年。再加多兩歲。得二衰零六年。為其父歲數。總併之得四衰零八年。為其伯之歲數。即以四衰為一率。八年四年相併得十二年。與百歲相減。餘八十八年為二率。其弟一衰為三率。得四率二十二。即其弟之歲數。加長二年。得二十四。即本人之歲數。倍本人歲數。再加多兩歲。得五十。即其父之歲數。併三人歲數。得九十六。即其伯之歲數。再加四年。是為整百歲也。此法既借一衰為其弟歲數。本人較長二年。故借一衰零二年為本人歲數也。其父年比本人加倍又多兩歲。

一率	四衰
二率	八十八歲
三率	一衰
四率	二十二歲

故借二衰零六年爲其父歲數也。加倍爲二衰零四年・又加多兩歲・故爲二衰零六年也・將三八歲數相併得四衰零八年。爲其伯之歲數再加四年方整百歲則減四年又減所零之八年。餘八十八年。卽四衰相當之數也。

設如漏壺一具。上有渴烏注水。凡十二時而滿。下有一孔通天池洩水。凡十八時而盡。若上注下洩。問幾時可得水滿

法以十二時與十八時相乘。得二百一十六時。卽借二百一十六分爲壺水衰數。又以十二時與十八時相減。餘六時。卽借六分爲一時水滿分數。乃以六分爲一率。一時爲二率。二百一十六分爲三率。得四率三十六。卽是水滿一壺之時也。此法以十二時乘十八時者。卽借一壺水作二百一十六分算也。十二時滿二百一十六分。則一時滿十八分。十八時盡二百一十六分。則一時洩十二分。一時滿十八分而洩十二分。則壺中所存止得六分。故以十二減十八。餘六分爲一時所滿之水也。滿水六分旣得一時。則壺中滿二百一十六分而得三十六時矣。

一率	六分
二率	一時
三率	二百一十六分
四率	三十六時

設如漏壺一座。注水於內。下有三孔。大孔流水二時而盡。中孔流水三時而盡。小孔流水六時而盡。若三孔齊開。問水幾時可盡

法以大孔之二時。乘中孔之三時。得六時。又以小孔之六時乘之。得三十六時。卽借三十六分爲壺水總

衰數。以大孔二時除之。得十八分。以中孔三時除之。得十二分。以小孔六時除之。得六分。併三數得三十六爲一率。一時爲二率。借衰三十六爲三率。得四率一時。卽一時水可盡也。此法葢以三色之數連乘爲共分。其大孔二時流盡。則一時流十八分。中孔三時流盡。則一時流十二分。小孔六時流盡。則一時流六分。故併三數而爲一時所流者有三十六分。今壺水止有三十六分。故一時可以流盡也。

一率	三十六分
二率	一時
三率	三十六分
四率	一時

設如有人自鄉上城。共一百二十里。今行尚未到。若以行過路六分之一。與餘路三分之一相加。便是到城里數。問該若干。

法借十五衰爲一率。一百二十里爲二率。餘路三分。卽借三衰爲三率。得四率二十四里。卽到城里數也。此法借十五衰爲一率者。因餘路取三分之一。尚餘二分。又取行過路六分之一。補足餘路二分之數。是行過路之一分。卽抵餘路之二分也。今將餘路一分借一衰。則行過路一分當借二衰。六分則當借十二衰。再加餘路三衰。是共得十五衰。故十五衰與一百二十里之比。卽餘路三分與二十四里之比也。每分該八里。

一率	十五衰
二率	一百二十里
三率	三衰
四率	二十四里

設如有井深至底二丈六尺。不知水深若干。但云自水面向上取三分之一。從水面往下取四分之一相併。便是水深數。問該幾何。

法借十三衰爲一率。二丈六尺爲二率。自水面往下四分。卽借四衰爲三率。得四率八尺。卽水之深也。此法借十三衰爲一率者。因水面往下取四分之一。尙餘三分。又取水面向上三分之一。補足水面下三分之數。是水面上之一分。卽準水面下之三分也。今將水面下一分借一衰。則水面上一分當借三衰。一分借三衰。則三分必當借九衰。再加水面下四衰。是共得十三衰。故十三衰與二丈六尺之比。卽水面下四分與八尺之比也。

一率	一十三衰
二率	二丈六尺
三率	四衰
四率	八尺

設如有人問此時係何時刻。答曰。自子正到此時時刻折半。與自此時到午正三分之一相加。便是此時時刻。

法借二衰爲自子正到此時衰數。時折半者定爲一衰。今用全數。故借二衰。又借三衰爲自此時到午正衰數。三分故借三衰。因三分之一。與折半之數相等。故亦將一分借一衰。併之得五衰爲子正到午正之分爲一率。又計子正到午正得十二小時。因化爲七百二十分。爲二率。自子正到此時二衰爲三率。得四率二百八十八分。收爲四小時三刻三分。卽定爲寅正三刻三分也。此法因題言自子正到此時時刻折半。故以折半數借爲一衰。今用全數爲自子正起算。故借二衰。題又言到午正時刻三分之一。與折半之數相加。則是折半數卽與三分之一之數相等。故將三分亦借爲三衰。是子正到午正共爲五衰矣。計子正到午正時刻得七百二十分。

一率	五衰
二率	七百二十分
三率	二衰
四率	二百八十八分

故五衰與七百二十分之比。卽二衰與二百八十八分之比。既得二百八十八分。收爲四小時三刻三分。卽自子正到寅正三刻三分也。

設如有人問到日落得幾時。答曰。自日出到此時時刻。取四分之一。從此時到日落時刻折半。兩數相加。

卽是此時時分。

法借二衰爲自此時到日落時衰數。時折半者借一衰。今用全數。故借二衰。又借四衰爲自日出到此時衰數。四分故借四衰。因四分之一。與折半之數相等。故亦將一分借一衰。　併之得六衰。爲一率。又察晝夜長短。如自日出至日落止有十小時。卽化作六百分爲二率。自此時到日落二衰爲三率。得四率二百分。收爲三小時一刻五分。卽到日落之時分也。此法因題言自此時到日落時刻折半。故以折半數借爲一衰。今用全數。則當借爲二衰。

一率	六衰
二率	六百分
三率	二衰
四率	二百分

題又言自日出到此時四分之一。與折半之數相加。則是折半數卽與四分之一之數相等。故將四分亦借爲四衰。是日出到日落共爲六衰矣。如日出至日落時刻得六百分。則六衰與六百分之比。卽二衰與二百分之比。故以二百分收爲三時一刻五分也。

設如有羊一羣。不知數目。但云賣去三分之一。又分四分之一另爲一羣。下餘一千隻。問原共數幾何。

法以兩分母相乘。得十二爲總衰。內減三分之一餘八。又減四分之一餘五。爲一率。一千爲二率。總衰十二爲三率。得四率二千四百。卽共數也。此法因題言三分之一、四分之一、兩分子同。分母不同。故以兩分

母相乘爲總衰分內減三分之一又減四分之一所餘五卽如總數分十二分而一千爲其五分也故五衰與一千之比卽如十二衰與二千四百之比也

一率	五衰
二率	一千
三率	一十二衰
四率	二千四百

設如有羊一羣不知數目但云賞人七分之五又將所餘者賣五分之三尙餘八百隻問原共數若干

法以兩分母相乘得三十五爲總羊衰數內去七分之五餘一十（將三十五分爲七分每分得五今去五分爲二十五故仍餘一十也）又將一十爲所餘羊衰數內去五分之三餘四（將一十分爲五分每分得二今去三分爲六故仍餘四也）卽以四爲一率所餘羊八百隻爲二率總衰三十五爲三率得四率七千卽原羊共數也此法蓋因共數爲七千內去七分之五是去五千餘二千又將二千去五分之三是去一千二百仍餘八百故借總衰三十五內去七分之五所餘又去五分之三而得餘衰四以餘衰四與餘羊八百之比卽若總衰三十五與總羊七千之比也

一率	四衰
二率	八百
三率	三十五衰
四率	七千

此法與前法微異者前法雖有三分四分之不同是於總數中計分故其爲分則一此法賞人七分之五者是去總數內七分之五而賣五分之三者乃賞人後所餘之五分之三也立法少異故借衰中總分餘分相減亦別至減餘歸四率其比例仍同也

設如有田七百四十二畝內有耕者種者耘者種者比耕者得十分之七耘者比種者得五分之三問每

項各幾何。

法以兩分母兩分子互相連乘。共得一千零五十。為耕者衰數。此數十分之取其七分。得七百三十五。為種者衰數。此數五分之取其三分。得四百四十一。為耘者衰數。併三衰數。得二千二百二十六為一率。七百四十二畝為二率。以耕者衰數一千零五十為三率。得四率三百五十畝。即所耕之田。以種者衰數七百三十五為三率。得四率二百四十五畝。即所種之田。以耘者衰數四百四十一為三率。得四率一百四十七畝。即所耘之田也。此法因分母分子皆不同。恐借數有奇零。故即以本題分數連乘之得數。後仍依各項分之。則衰數無奇零。而各分各數。俱可比例而得矣。

一率	二千二百二十六衰
二率	七百四十二畝
三率	一千零五十衰
四率	三百五十畝

一率	二千二百二十六衰
二率	七百四十二畝
三率	七百三十五衰
四率	二百四十五畝

一率	二千二百二十六衰
二率	七百四十二畝
三率	四百四十一衰
四率	一百四十七畝

設如遠望一塔。上露三丈二尺。中有林木遮去三分之二。下尚露五分之一。問共高若干。

法先借一數可分為三分五分者。乃借三十為總衰。此數三分之二得二十。又五分之一得六。兩數相加得二十六。與總衰三十相減。餘四為一率。上露三丈二尺為二率。總衰三十為三率。得四率二十四丈。即

塔之高也。此法以減餘四衰與上露三丈二尺之比。卽總衰三十與塔總高二十四丈之比也。二十四丈三分之二得十六丈。五分之一得四丈八尺。相加得二十丈零八尺。又加上露三丈二尺。則共二十四丈也。

又法於借衰三十內減去三分之二。減去二十。又減五分之一。減去六。餘四衰。卽以四衰除塔露三丈二尺得八尺。是一衰爲八尺也。一衰爲八尺。則三十衰自得二百四十尺矣。

一率	四衰
二率	三丈二尺
三率	三十衰
四率	二十四丈

一率	一衰
二率	八尺
三率	三十衰
四率	二百四十尺

設如有木匠與瓦匠小工三項分工價。瓦匠得木匠五分之二。小工得木匠四分之一。瓦匠比小工多一兩二錢。問每項工價若干。

法以兩分母兩分子連乘。共得四十。爲木匠衰數。此數五分之二得十六。爲瓦匠衰數。四分之一得十。爲小工衰數。又將十六衰與十衰相減餘六爲一率。多一兩二錢爲二率。木匠衰數四十爲三率。得四率八兩。卽木匠價。取五分之二得二兩二錢。卽瓦匠價。取四分之一得二兩。卽小工價。以二兩與三兩二錢相減。餘一兩二錢。卽瓦匠多於小工之數也。此法亦以題中分母分子連乘作衰數。但用瓦匠比小工所多衰數銀數。與木匠衰數銀數爲比例。何也。蓋各項衰數與各項銀數之比皆同。今瓦匠衰數與小工衰數之比。卽瓦匠銀數與小工銀數之比也。又瓦匠衰數多於小工

一率	六衰
二率	一兩二錢
三率	四十衰
四率	八兩

衰數之六與瓦匠銀數多於小工銀數一兩二錢之比。即同於小工衰數與小工銀數之比。又即同於木匠衰數與木匠銀數之比。故直以六衰與多一兩二錢爲一率二率也。

設如有金不足色。欲煉成上等好金。第一次入爐煆去三分之一。第二次入爐煆去四分之一。第三次入爐煆去五分之一。第四次入爐煆去六分之一。方淨剩上等好金二十七兩。問原金幾何。

法借三分四分五分六分俱分得盡之六十、爲原金總衰。此數三分之一。得二十。四分之一得十五。五分之一得十二。六分之一得十。四數相併得五十七。與原借數六十相減。餘三爲一率。淨剩金二十七兩爲二率。總衰六十爲三率。得四率五百四十兩。即原金數也。此法因原金中鎔銷四次。所餘二十七兩。故借衰中亦減去四次之數。所餘爲三衰。以三衰與二十七兩之比。即六十衰與五百四十兩之比也。

一率	三衰
二率	二十七兩
三率	六十衰
四率	五百四十兩

設如有銅不知斤數。但云取七分之三作上等儀器。又取所餘之五分之二作中等儀器。又取所餘之四分之一作三等儀器。仍餘五十四斤。問原銅共數幾何。

法以三分母連乘得一百四十、爲總銅衰數。取其七分之三、餘八十爲二次餘銅衰數。一百四十分爲七分・每分二十・今去三分爲六十・仍餘八十也・又將所餘八十、取其五分之二、餘四十八爲三次餘銅衰數。八十分爲五分・每分十六・今去二分爲三十二・仍餘四十八也・又將所餘四十八、取其四分之一、餘三十六爲所餘衰數。四十八分爲四分・每分十二・今去一分十二・仍餘三十六也・即以三十六爲一率。餘銅五十四斤爲二率。

總衰一百四十爲三率。得四率二百一十斤。卽原銅共數也。蓋二百一十斤內去七分之三。是去九十斤。餘一百二十斤。又將一百二十斤內去五分之二。是去四十八斤。餘七十二斤。又將七十二斤內去四分之一。是去十八斤。餘五十四斤。而與原剩數合也。此法亦是按節次另定分數與均分者不同。故立衰數亦按節次減去。取其餘衰三十六與餘銅五十四斤之比。卽若總衰一百四十與總銅二百一十斤之比也。

一率	三十六衰
二率	五十四斤
三率	一百四十衰
四率	二百一十斤

設如問一老人歲數。但云加三分之二。減四分之一。得一百三十六歲。求其歲數幾何。

法借十二爲總衰數。此數三分之二爲八。四分之一爲三。於總衰十二內加八減三。得十七爲一率。一百三十六歲爲二率。總衰十二爲三率。得四率九十六歲。卽老人歲數也。此法借十二衰。卽三分與四分相乘之數。三分四分俱可以分盡也。於總衰十二內加八。卽加三分之二也。又減三。卽減四分之一也。所得十七。卽加減衰數也。以加減衰數與加減年數之比。卽若所借總衰與所得歲數之比也。

一率	一十七衰
二率	一百三十六歲
三率	一十二衰
四率	九十六歲

設如有一數。但云其數二分之一。三分之一。四分之一。五分之一。六分之一。共併爲五百二十二。問原數幾何。

法先借一數。可分爲二分三分四分五分六分者。乃借六十爲總衰數。此數依法剖之。其二分之一爲三

十其三分之一爲二十其四分之一爲十五其五分之一爲十二其六分之一爲十併之得八十七爲一率共併數五百二十二爲二率總衰六十爲三率得四率三百六十卽原數也此法借數六十與原數爲比者因原數隱而未露故虛借一數作比例以互徵之蓋併數八十七者原數爲六十併數五百二十二者原數爲三百六十其比例同也

一率	八十七衰
二率	五百二十二
三率	六十衰
四率	三百六十

設如有馬一羣但云加一倍又加二分之一又加三分之一又加四分之一又加一匹併原數共一百一十二匹問原數幾何

法先借一數可分爲二分三分四分者乃借十二爲衰數此數加一倍得二十四又加二分之一爲六又加三分之一爲四又加四分之一爲三共得三十七爲一率共數一百一十二減一餘一百一十一爲二率衰數十二爲三率得四率三十六卽原數也此法與前法同但題中又加一匹是眞數也故於總數內減去一匹爲比例蓋加分所得衰數三十七與加分所得共數一百一十一之比卽若所借原衰十二與原數三十六之比也

一率	三十七衰
二率	一百一十一匹
三率	一十二衰
四率	三十六匹

設如一人爲商三次第一次得利比本爲三分之二將利加入本銀第二次得利比本爲四分之三又將此利加入本銀第三次得利比本爲五分之三三次本利共銀一千四百兩問原本銀若干

法借六十爲本銀衰數取其三分之二得四十與六十相加得一百又將一百取其四分之三得七十五

與一百相加。得一百七十五。又將一百七十五取其五分之三。得一百零五。與一百七十五相加。得二百八十。爲一率。本利共銀一千四百兩爲二率。原借衰數六十爲三率。得四率三百兩。卽原本銀數也。葢三百兩三分之二得二百。與本銀相加得五百。於五百內取四分之三。得三百七十五。仍與五百相加。得八百七十五。於八百七十五內取五分之三。得五百二十五。仍與八百七十五相加。得一千四百。以合原數。其借六十爲本銀衰數。加三分之二得一百。卽第一次本利共衰也。又加四分之三得一百七十五。卽第二次本利共衰也。又加五分之三得二百八十。卽第三次本利共衰也。以本利共衰與本利共銀之比。卽如本銀借衰與原有本銀之比也。

一率	二百八十衰
二率	一千四百兩
三率	六十衰
四率	三百兩

疊借互徵

疊借互徵者。因原問內設數隱伏。一次借衰。尙不能得其眞數。故不得不借兩數以比較之。先借一數與原數相較。復借一數與原數相較。然後據兩較以立算。而眞數可得。故曰疊借。葢以疊借之數比原問之數或多或少。乃作盈朒法算之。以求兩借數之較也。故其較之一多一少者用加。或兩較俱多兩較俱少者用減。一如盈朒之例。以兩差數之較與兩借數之較爲比。而得借數與眞數之較。或以兩借數互乘兩差數。以兩差數之較與互乘所得兩差數之較爲比。而得所求之眞數。其法雖繁。實有條理。亦借數之巧也。

設如有銀一百兩。命甲丙丁三人分之。甲比丙多一倍。丙比丁多二倍。問每人應得幾何。

法先借十二兩爲甲銀衰數。則丙應得六兩。比甲少一倍。丁應得二兩。比丙少二倍。併三數得二十兩。與原銀一百兩相較。少八十兩。再借二十四兩爲甲銀衰數。則丙應得十二兩。比甲少一倍。丁應得四兩。比丙少二倍。併三數得四十兩。與原銀一百兩相較。仍少六十兩。乃以前借數十二兩少八十兩書於右。後借數二十四兩

一二	二四 一二 一二	二四
少八〇	八〇 六〇 二〇	少六〇

一率	二十兩
二率	十二兩
三率	八十兩
四率	四十八兩

少六十兩書於左作兩不足法算之。於是兩少數相減。餘二十兩爲一率。兩借數相減。餘十二兩爲二率。前借數與原數相較之少八十兩爲三率。得四率四十八兩。加入前借數十二兩共得六十兩。即甲銀數。或以後借數與原數相較之少六十兩爲三率。得四率三十六兩。加入後借數二十四兩。亦得六十兩爲甲銀數。既得甲銀數。減一倍得三十兩。即丙銀數。再取丙銀三分之一得十兩。即丁銀數也。因丙銀比丁銀多二倍。故於丙銀中取三分之一即丁銀。此法先借一人銀數加減出三人銀數。與原總銀相較。得其差數。又借一人銀數加減出

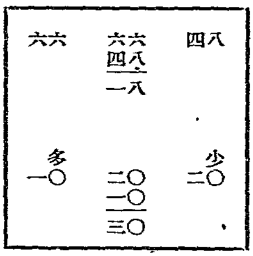
一率	二十兩
二率	十二兩
三率	六十兩
四率	三十六兩

三人銀數。又與原總銀相較。復得一差數。爰將兩借數相減。是得甲一人兩借數之較也。又將兩差數相減。因兩差俱少。故相減。如一多一少則相加。是得三人兩差數之較也。乃以比例求之。以三人兩差數之較、比一人兩借數之較。即同於三人共數與原總銀之差、比一人借數與本銀之差也。故以二十兩與十二兩之比。同於八十兩與四十八兩之比。爲借數十二兩少於甲本銀之差數。或以二十兩與十二兩之比。同於六十兩與三十六兩之比。爲借數二十四兩少於甲本銀之差數。各與借數相加。皆得甲本銀數也。因其爲少。故與借數相加。若差數爲多。則與借數相減。此即盈朒先求適足之法。蓋兩少數相差二十兩。由於兩借數之相差十二兩。如欲補足所少之八十兩。則應加四十八兩。或欲補足所少之六十兩。則應加三十六兩也。

又如欲借兩數。所得差數一多一少。用相加立算。則先借四十八兩爲甲銀衰數。丙應得二十四兩。丁應

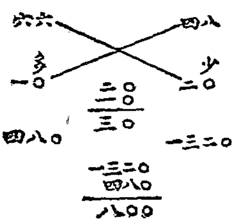
得八兩．併三數得八十兩．與原銀一百兩相較．少二十兩．再借六十六兩爲甲銀衰數．丙應得三十三兩．丁應得十一兩．併三數得一百一十兩．與原銀一百兩相較．則多十兩．乃以前借數四十八兩少二十兩書於右．後借數六十六兩多十兩書於左．作一盈一朒法算之．於是一多數一少數相加得三十兩爲一率．兩借數相減餘十八兩爲二率．前借數與原數相較之少二十兩爲三率．得四率十二兩．加入前借數四十八兩．共得六十兩．即甲銀數．如以後借數與原數相較之多十兩爲三率．得四率六兩．與後借數六十六兩相減．亦得六十兩．爲甲銀數．既得甲銀數．其丙丁銀數．按分遞減之即得矣．

又法既得兩借數之差．用互乘以齊其分．以前借數四十八兩．互乘後多十兩．爲加四十八倍．得多四百八十兩．以後借數六十六兩．互乘前



一率	三十兩
二率	十八兩
三率	十兩
四率	六兩

一率	三十兩
二率	十八兩
三率	二十兩
四率	十二兩



少二十兩。為加六十六倍得少一千三百二十兩。乃以互乘所得一多一少兩數相加得一千八百兩為二率。原一多一少兩數相加得三十兩為一率。一人為三率。得四率六十兩。卽甲銀數也。蓋所加四十八倍與六十六倍相差為十八倍。則互乘所得一多一少兩數相差之一千八百兩。卽十八倍總銀數也。見盈朒法。然甲銀為總銀之三十分之十八。蓋兩差數之較為三十。則兩借數之較為十八。少數為二十。則借數加一十二。多數為一十。則借數減六。皆三十與十八之比例也。必為十八倍總銀之三十分之一。蓋三十分之十八者。將總銀分為三十分。而得其十八分也。若十八倍總銀。則其一分卽十八也。故以三十分與一千八百兩之比。卽同於一分與六十兩之比。卽甲銀數也。

一率	三十兩
二率	一千八百兩
三率	一人
四率	六十兩

設如有香爐二座。不言重數。但知爐蓋一個重一百五十斤。如以蓋加甲爐。則重於乙爐二倍。以蓋加乙爐乃與甲爐相等。求甲乙二爐各重幾何。

法先借三十斤為甲爐衰數。加蓋一百五十斤、共一百八十斤。內取三分之一得六十斤為乙爐衰數。因甲爐加蓋比乙爐重二倍。故以乙爐衰數。定為甲爐衰數加蓋之三分之一。以乙爐衰數加蓋一百五十斤、共二百一十斤。比所借甲爐衰數三十斤、多一百八十斤。則是所借甲爐衰數三十斤。少一百八十斤。再借九十斤為甲爐衰數。加蓋一百五十斤共二百四十斤內取

三〇	少一八〇
九〇	少一四〇

三分之一。得八十斤。爲乙爐衰數。以乙爐衰數加蓋一百五十斤、共二百三十斤。比所借甲爐衰數九十斤、多一百四十斤。則是所借甲爐衰數九十斤。少一百四十斤。乃以前借甲爐衰數三十斤少一百八十斤書於右。後借甲爐衰數九十斤少一百四十斤書於左。作兩朒法算之。於是兩少數相減。餘四十斤爲一率。兩借數相減。餘六十斤爲二率。前借數與原數相較之少一百八十斤爲三率。得四率二百七十斤。加入前借數三十斤共三百斤。卽甲爐之重。加蓋一百五十斤。共四百五十斤。內取三分之一得一百五十斤。卽乙爐之重。加蓋一百五十斤。共三百斤。與甲爐相等也。

三〇	九〇 三〇 六〇	九〇
少八〇	一八〇 一四〇 〇四〇	少一四〇

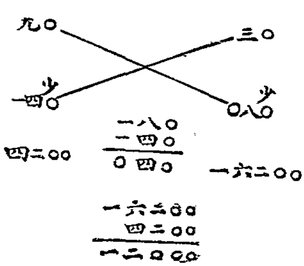
一率	四十斤
二率	六十斤
三率	一百八十斤
四率	二百七十斤

又法旣得兩借數之差。用互乘以齊其分。以前借數三十斤。互乘後少一百四十斤。爲加三十倍。得少四千二百斤。以後借數九十斤。互乘前少一百八十斤。爲加九十倍。得少一萬六千二百斤。乃以互乘所得兩少數相減。餘一萬二千斤爲二率。原兩少數相減。餘四十斤爲一率。甲爐一爲三率。得四率三百斤。卽甲爐之重數也。蓋所加三十倍、與九十倍相差、爲六十倍。則互乘所得兩少數相差之一萬二千斤。卽六

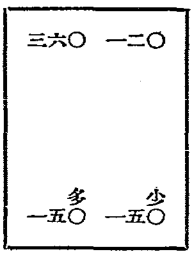
十倍總差數也。然甲爐重數。爲總差數之四十分之六十。蓋兩差數之較爲四十。則兩借數之較爲六十。少數爲一百八十。則借數加二百七十。皆四十與六十之比例也。必爲六十倍總差數之四十分之一。蓋四十分之六十者。將總差數分爲四十分。而得其六十分也。若六十倍總差數。則其一分即六十分也。故以四十分與一萬二千斤之比。即同於一分與三百斤之比也。

一率	四十斤
二率	一萬二千斤
三率	一爐
四率	三百斤

設如有銅鑄甲乙二鐘。未稱斤數。但云取乙鐘銅八十斤入甲鐘。則所餘得甲鐘四分之一。若取甲鐘銅八十斤入乙鐘。則所餘得乙鐘三分之二。問二鐘各得銅數若干。



法先借一百二十斤爲甲鐘衰數。取乙鐘銅八十斤加入甲鐘。則甲鐘得二百斤。此數四分之得五十斤。因取乙鐘銅八十斤入甲鐘。所餘得甲鐘之四分之一。故四分之爲乙鐘之一分。加八十斤得一百三十斤。爲乙鐘衰數。此乙鐘未取八十斤入甲鐘時。得一百三十斤也。若取甲鐘銅八十斤加入乙鐘。則乙鐘得二百一十斤。而甲鐘止餘四十斤。甲鐘一百二十斤中去八十斤。故餘四十



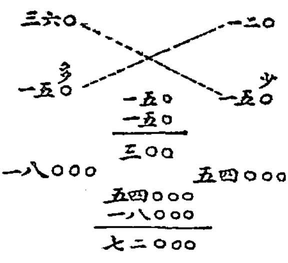
斤。加一半二十斤得六十斤。為乙鐘數。因取甲鐘銅八十斤入乙鐘。所餘得乙鐘三分之二。故四十斤為三分之二。而加一分為二十斤。共六十斤為乙鐘數。而與乙鐘二百一十斤相較。則少一百五十斤。再借三百六十斤為甲鐘衰數。取乙鐘銅八十斤。加入甲鐘。則甲鐘得四百四十斤。此數四分之得一百一十斤。因取乙鐘銅八十斤入甲鐘。所餘得甲鐘之四分之一。故四分之為乙鐘之一分。加八十斤得一百九十斤。為乙鐘衰數。此乙鐘未取八十斤入甲鐘時。得一百九十斤也。若取甲鐘銅八十斤。加入乙鐘。則乙鐘得二百七十斤。而甲鐘止餘二百八十斤。甲鐘三百六十斤中去八十斤。故餘二百八十斤。加一半一百四十斤。得四百二十斤。為乙鐘數。因取甲鐘銅八十斤入乙鐘。所餘得乙鐘三分之二。故二百八十斤為三分之二。而加一分為一百四十斤。共四百二十斤為乙鐘數。而與乙鐘二百七十斤相較。則多一百五十斤。乃將前借數一百二十斤少一百五十斤書於右。後借數三百六十斤多一百五十斤書於左。用盈朒法算之。於是以一多一少兩數相加得三百為一率。兩借數相減餘二百四十為二率。前借數與乙衰相較之少一百五十斤為三率。得四率一百二十斤。加前借數一百二十斤。共二百四十斤。為甲鐘斤數。加入乙鐘銅八十斤。為三百二十斤。四分之得八十斤。既取乙鐘銅八十斤入甲鐘。故餘此數。再加入甲鐘銅八十斤。得

一二〇	三六〇 一二〇 二四〇	三六〇
少 一五〇	一五〇 一五〇 三〇〇	多 一五〇

一率	三百斤
二率	二百四十斤
三率	一百五十斤
四率	一百二十斤

一百六十斤。為乙鐘斤數也。

又法既得兩借數之差。用互乘以齊其分。以前借數一百二十斤。互乘後多一百五十斤為加一百二十倍。得多一萬八千斤。以後借數三百六十斤。互乘前少一百五十斤。為加三百六十倍。得少五萬四千斤。乃以互乘所得一多一少兩數相加。得七萬二千斤為二率。原一多一少兩數相加。得三百斤為一率。甲鐘一為三率。得四率二百四十斤。即甲鐘重數也。蓋所加一百二十倍與三百六十倍相差為二百四十倍。則互乘所得一多一少兩數相加之七萬二千斤。即二百四十倍總差數也。然甲鐘重數為總差數之三百分之二百四十。必為二百四十倍總差數之三百分之一。故以三百分與七萬二千斤之比。即同於一分與二百四十斤之比也。



一率	三百斤
二率	七萬二千斤
三率	一鐘
四率	二百四十斤

設如甲丙二人入山採礦。皆不知所得之數。但云甲與丙二十四兩。則所餘得丙之四分之一。若丙與甲三十兩。則所餘得甲之六分之一。問兩人各得之數若干。

法先借四十兩為丙之衰數。加甲與二十四兩。得六十四兩。此數四分之。得十六兩。因甲得丙四分之一。故

將丙數四分也。加二十四兩得四十兩爲甲之衰數。因甲與丙二十四兩。所餘得丙四分之一。故仍以二十四兩加入爲甲衰數也。若丙與甲三十兩。則甲得七十兩。而丙止餘十兩。六因之得六十兩爲甲數。因丙與甲三十兩。所餘得甲六分之一。故將丙之十兩。六因之爲甲數。而與甲七十兩相較則少十兩。再借六十兩爲丙之衰數。加甲與二十四兩。得八十四兩。此數四分之得二十一兩。加二十四兩。得四十五兩爲甲之衰數。其所加所分之故同前。若丙與甲三十兩。則甲得七十五兩。而丙止餘三十兩。六因之得一百八十兩。而與甲七十五兩相較。又多一百零五兩。乃將前借數四十兩少十兩書於右。後借數六十兩多一百零五兩書於左。用盈朒法算之。於是以一多一少兩數相加得一百一十五爲一率。兩借數相減餘二十爲二率。前借數與甲相較之少十兩爲三率。得四率一兩七錢三分九釐一毫有餘。加前借數四十兩。共四十一兩七錢三分九釐一毫有餘。爲丙

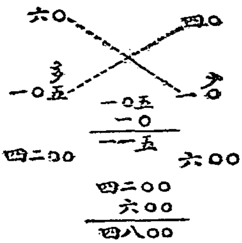
六〇	四〇
多一〇五	少一〇

六〇	六〇 四〇 二〇	四〇
多一〇五	一〇五 一〇 一一五	多一〇

一率	一百一十五兩
二率	二十兩
三率	十兩
四率	一兩七錢三分九釐一毫餘

所得之數。此數加二十四兩。得六十五兩七錢三分九釐一毫有餘。再四分之。得一十六兩四錢三分四釐七毫有餘因甲得丙銀四分之一・故四分之・加入二十四兩得四十兩四錢三分四釐七毫有餘。爲甲所得之數。甲既與丙二十四兩・故止剩一十六兩有餘・若未與丙二十四兩・其全數則四十兩有餘也・若將甲數加三十兩。得七十兩四錢三分四釐七毫有餘。將丙數減三十兩。得十一兩七錢三分九釐一毫有餘。此丙十一兩七錢三分九釐一毫有餘。卽爲甲七十兩四錢三分四釐七毫有餘之六分之一也。因丙與甲三十兩・則丙數居甲數之六分之一・故將四十兩有餘・再加入丙三十兩・得七十兩有餘・則丙數內減去三十兩・止得十一兩有餘・故爲甲數之六分之一也・

又法。既得兩借數之差。用互乘以齊其分。以前借數四十兩。互乘後多一百零五兩。爲加四十倍。得多四千二百兩。以後借數六十兩。互乘前少十兩。爲加六十倍得少六百兩。乃以互乘所得一多一少兩數相加。得四千八百兩爲二率。原一多一少兩數相加。得一百一十五兩爲一率。一人爲三率。得四率四十一兩七錢三分九釐一毫有餘。卽丙所得之數也。蓋所加四十倍。與六十倍相差。爲二



一率	一百一十五兩
二率	四千八百兩
三率	一人
四率	四十一兩七錢三分九釐一毫餘

十倍。則互乘所得一多一少兩數相加之四千八百兩。卽二十倍總差數也。然丙數爲總差數之一百一十五分之二十。必爲二十倍總差數之一百一十五分之一。故以一百一十五分與四千八百兩之比。卽同於一分與四十一兩七錢三分九釐一毫有餘之比也。

設如有銅缸磁缸二面。若於銅缸內添水五十斤。則比磁缸內水多二倍。若於磁缸內添水五十斤。則與銅缸內水數相等。問二缸各得水數若干。

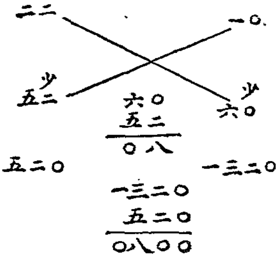
法先借十斤爲銅缸水之衰數。加五十斤得六十斤。此數三分之得二十斤爲磁缸水之衰數。因銅缸加五十斤。則比磁缸水多二倍。故三分之爲磁缸水衰數也。以磁缸水衰數加五十斤得七十斤。因磁缸加五十斤。與銅缸水相等。故亦加五十斤。比所借銅缸水之衰數十斤多六十斤。則是所借銅缸水之衰數十斤少六十斤。再借二十二斤爲銅缸水之衰數。加五十斤得七十二斤。此數三分之得二十四斤。爲磁缸水之衰數。以磁缸水衰數加五十斤得七十四斤。比所借銅缸水之衰數二十二斤多五十二斤。則是所借銅缸水之衰數二十二斤少五十二斤。乃以前借數十斤少六十斤書於右。後借數二十二斤少五十二斤書於左。作兩朒法算之。於是兩少數相減。餘八斤。爲一率。兩借數相減。餘十二斤爲二率。前借數與銅缸相較之少六十斤爲三率。得四率九十斤。加入前借數十斤。共一百斤。卽銅

二二	一〇
少五二	少六〇

二二	二二 一〇 一二	一〇
少五二	六〇 五二 〇八	少六〇

缸之水數加五十斤。得一百五十斤。三分之得五十斤。即磁缸之水數。以磁缸水數加五十斤。亦得一百斤。與銅缸水數相等也。

又法既得兩借數之差。用互乘以齊其分。以前借數十斤。互乘後少五十二斤。為加十倍。得少五百二十斤。以後借數二十二斤。互乘前少六十斤。為加二十二倍。得少一千三百二十斤。乃以互乘所得兩少數相減。餘八百斤為二率。原兩少數相減。餘八斤為一率。銅缸一為三率。得四率一百斤。即銅缸之水數也。葢所加十倍與二十二倍相差為十二倍。則互乘所得兩少數相差之八百斤。即十二倍總差數也。然銅缸水數為總差數之八分之十二。必為十二倍總差數之八分之一。故以八分與八百斤之比。即同於一分與一百斤之比也。



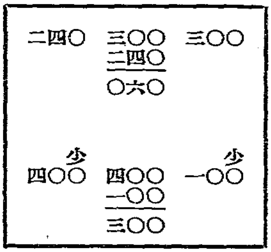
一率	八斤
二率	十二斤
三率	六十斤
四率	九十斤

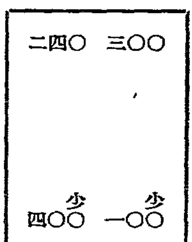
一率	八斤
二率	八百斤
三率	一缸
四率	一百斤

設如有羊三羣。甲羣四百隻。丙羣為甲丁兩羣二分之一。丁羣為甲丙兩羣三分之一。問丙丁兩羣羊數各若干。

法先借三百隻為丙羣衰數。丙羣既為甲丁兩羣二分之一。則甲丁兩羣當有六百隻。內減甲羣四百隻。

餘二百隻爲丁羣衰數.又併甲丙二羣得七百隻.丁羣既爲甲丙兩羣三分之一.則將丁羣二百隻三因之得六百隻.與甲丙兩羣七百隻相較.則少一百隻.再借二百四十隻爲丙羣衰數.丙羣既爲甲丁兩羣二分之一.則甲丁兩羣當有四百八十隻.內減甲羣四百隻.餘八十隻爲丁羣衰數.又併甲丙二羣得六百四十隻.丁羣既爲甲丙兩羣三分之一.則將丁羣八十隻三因之得二百四十隻.與甲丙兩羣六百四十隻相較.則少四百隻.乃將前借數三百隻少一百隻書於右.後借數二百四十隻少四百隻書於左.用兩不足法算之.於是以兩少數相減.餘三百隻爲一率.兩借數相減餘六十隻爲二率.前借數與甲丙兩羣相較之少一百隻爲三率.得四率二十隻.加前借數三百隻.共三百二十隻.即丙羣之羊數.加入甲羣四百隻得七百二十隻.三分之得二百四十隻.即丁羣之羊數也.若併甲丁兩羣得六百四十隻.折半得三百二十隻.即丙羣爲甲丁兩羣二分之一也.

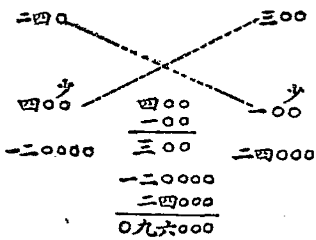




一率	三百隻
二率	六十隻
三率	一百隻
四率	二十隻

又法既得兩借數之差.用互乘以齊其分.以前借數三百隻互乘後少四百隻爲加三百倍.得少一十二

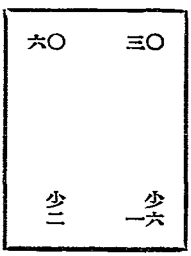
萬隻。以後借數二百四十隻。互乘前少一百隻。爲加二百四十倍。得少二萬四千隻。乃以互乘所得兩少數相減。餘九萬六千隻。爲二率。原兩少數相減。餘三百隻。爲一率。丙一羣。爲三率。得四率三百二十隻。卽丙羣之羊數也。葢所加三百倍與二百四十倍相差爲六十倍。則互乘所得兩少數相差之九萬六千隻。卽六十倍總差數也。然丙羣爲總差數之三百分之六十。必爲六十倍總差數之三百分之一。故以三百分與九萬六千隻之比。卽同於一分與三百二十隻之比也。



一率	三百隻
二率	九萬六千隻
三率	一羣
四率	三百二十隻

設如有田一百畝。令甲乙二人分耕。若以甲田三分之一與乙以乙田五分之一與甲。則各得五十畝。問甲乙原田數各若干。

法先借三十畝爲甲原田之衰數。此數與一百畝相減。餘七十畝爲乙原田之衰數。甲原田三十畝之三分之一爲十畝。乙原田七十畝之五分之一爲十四畝。若甲與乙十畝。乙與甲十四畝。則甲得田三十四畝。甲三十畝。與乙十畝。餘二十畝。又得乙所與十四畝。故爲三十四畝。與各五十畝相



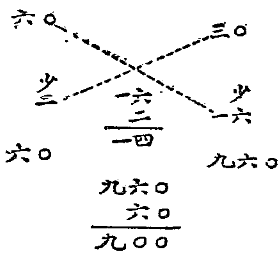
比．則甲少十六畝再借六十畝爲甲原田之衰數．此數與一百畝相減．餘四十畝爲乙原田之衰數．甲原田六十畝之三分之一爲二十畝．乙原田四十畝之五分之一爲八畝．若甲與乙二十畝．乙與甲八畝．則甲得田四十八畝甲六十畝．與乙二十畝．餘四十畝．又得乙所與八畝．故爲四十八畝．與各五十畝相比．則甲少二畝．乃將前借數三十畝少十六畝書於右．後借數六十畝少二畝書於左．用兩不足法算之．於是以兩少數相減．得十四畝爲一率．兩借數相減．餘三十畝爲二率．前借數與五十畝相較之少十六畝爲三率．得四率三十四畝二分八釐有餘．加前借數三十畝．共六十四畝二分八釐有餘．卽甲原田之數．與一百畝相減．餘三十五畝七分一釐有餘．卽乙原田之數也．若甲以其三分之一二十一畝四分二釐有餘與乙．而乙以其五分之一七畝一分四釐有餘與甲．則兩人各得五十畝矣．

左	中	右
六〇	六〇 三〇 三〇	三〇
少二	一六 二 一四	少一六

一率	十四畝
二率	三十畝
三率	十六畝
四率	三十四畝二分八釐餘

又法既得兩借數之差．用互乘以齊其分．以前借數三十畝．互乘後少二畝．爲加三十倍．得少六十畝．以後借數六十畝．互乘前少十六畝．爲加六十倍．得少九百六十畝．乃以互乘所得兩少數相減．餘九百畝爲二率．原兩少數相減餘十四畝爲一率．甲一人爲三率．得四率六十四畝二分八釐有餘．卽甲原田之

數也。蓋所加三十倍。與六十倍相差爲三十倍。則互乘所得兩少數相差之九百畝。即三十倍總差數也。然甲原田爲總差數之十四分之三十。必爲三十倍總差數之十四分之一。故以十四分與九百畝之比。即同於一分與六十四畝二分八釐有餘之比也。



一率	十四畝
二率	九百畝
三率	一人
四率	六十四畝二分八釐餘

設如甲丙丁三人。共有銀二百一十兩。只云甲與丙四分之一。丁與甲二分之一。丙與丁三分之一。則每人均得銀七十兩。問各人原有之銀數若干。

法先借十兩爲甲銀衰數。此數減四分之一二兩五錢。餘七兩五錢。與七十兩相減。餘六十二兩五錢。爲丁銀二分之一。加一倍得一百二十五兩。爲丁銀衰數。因甲與丙四分之一。丁與甲二分之一。成七十兩。故於甲衰十兩內。減四分之一。餘七兩五錢。再加六十二兩五錢。方湊成七十兩。故以六十二兩五錢。即爲丁銀二分之一。加一倍得丁銀全數也。又併甲丁兩衰數得一百三十五兩。與總銀二百一十兩相減。餘七十五兩。爲丙銀衰數。因三人共銀二百一十兩。減去甲銀十兩。丁銀一百二十五兩。所餘七十五兩。即丙之銀數也。又於丙衰七十五兩內。減三分之一二十五兩。餘五十兩。加甲衰四分之一二兩五錢。共得五十二兩五錢。因丙與丁三分

之一。甲與丙四分之一。成七十兩。故於丙衰七十五兩內。減與丁二十五兩。又加甲所與二兩五錢。共五十二兩五錢也。此數與七十兩相較則少十七兩五錢。再借二十八兩爲甲銀衰數此數減四分之一七兩餘二十一兩與七十兩相減餘四十九兩爲丁銀二分之一加一倍得九十八兩爲丁銀衰數甲銀減四分之一。餘四十九兩。既爲丁銀二分之一。故加一倍卽爲丁銀全數也。又併甲丁兩衰數得一百二十六兩與總銀二百一十兩相減餘八十四兩。爲丙銀衰數因三人共銀二百一十兩。減去甲銀二十八兩。丁銀九十八兩。其餘八十四兩。卽丙之銀數也。又於丙衰八十四兩內減三分之一二十八兩餘五十六兩加甲衰四分之一七兩共得六十三兩因丙與丁三分之一。甲與丙四分之一。成七十兩。故於丙衰八十四兩內。減與丁二十八兩。又加甲所與七兩。共得六十三兩也。此數與七十兩相較則少七兩。乃將前借數十兩少十七兩五錢書於右後借數二十八兩少七兩書於左用兩不足法算之。於是以兩少數相減餘十兩零五錢爲一率兩借數相減餘十八兩爲二率前借數與七十兩相較之少十七兩五錢爲三率得四率三十兩加前借十兩共四十兩卽甲之銀數減四分之一十兩餘三十兩。因去一分與丙也。與七十兩相減餘四十兩倍之得八十兩卽丁之銀數併甲丁銀數得一

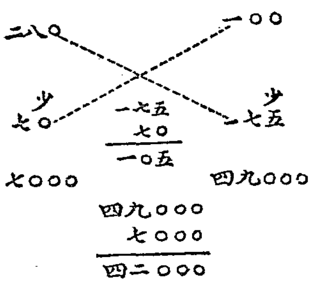
二八〇	一〇〇
少七〇	少一七五

二八〇	二八〇 一〇〇 一八〇	一〇〇
少七〇	一七五 七〇 一〇五	少一七五

百二十兩與總銀二百一十兩相減。餘九十兩。卽丙之銀數也。此疊借三色之法也。借衰時加減甚繁。然條理分明。自能了然。如此法前借數甲衰十兩。丙衰七十五兩。丁衰一百二十五兩。若於丁衰減去二分之一。減六十二兩五錢與甲。加丙衰三分之一。丙與丁二十五兩。得八十七兩五錢與七十兩相較。則多十七兩五錢。丙差與丁差。其數一也。至再借二十八兩爲甲衰。其加減亦與前借數同。惟甲成七十兩至丙則少七兩。丁則多七兩。其數相同。故但取丙差數。就其兩差之較數以比例之。得甲之原銀數也。

一率	十兩零五錢
二率	十八兩
三率	十七兩五錢
四率	三十兩

又法既得兩借數之差。用互乘以齊其分。以前借數十兩。互乘後少七兩。爲加十倍。得少七十兩。以後借數二十八兩。互乘前少十七兩五錢。爲加二十八倍。得少四百九十兩。乃以互乘所得兩少數相減。餘四百二十兩。爲二率。原兩少數相減。餘十兩零五錢爲一率。甲一人爲三率。得四率四十兩。卽甲銀數也。蓋所加十倍與二十八倍相差爲十八倍。則互乘所得兩少數相差之四百二十兩。卽十八倍之總差數也。然甲



一率	十兩零五錢
二率	四百二十兩
三率	一人
四率	四十兩

銀爲總差數之十分半之十八。必爲十八倍總差數之十分半之一。故以十分半與四百二十兩之比。卽同於一分與四十兩之比也。

設如甲丙兩果園。不知畝數。將甲園擴出五十畝。則比丙園大二倍。若將丙園擴出五十畝。則比甲園大一倍。問兩園原有之畝數若干。

法借四十畝爲甲園衰數。加五十畝。得九十畝。此數三分之。得三十畝。爲丙園衰數。因甲加五十畝比丙園大二倍。是丙園爲甲園三分之一也。故三分之。將丙園三十畝加五十畝。得八十畝。與甲園四十畝相較。適大一倍。此數已合。則不必再借。故凡疊借法中一借卽合原數者。皆如此例。不必再借也。

設如大小兩船雇夫。小船每人出銀爲大船每人五分之四。若大船八人小船五人出銀。則不足七兩。若大船六人小船八人出銀。則不足三兩。問共銀及每人各出銀幾何。

法以五分爲大船每人衰數。四分爲小船每人衰數。因小船每人爲大船每人五分之四也。以五分與大船八人相乘。得四十分。爲大船八人共衰數。以四分與小船五人相乘。得二十分。爲小船五人共衰數。相加得六十分。爲大船八人小船五人共出銀共分數。又將五分與大船六人相乘。得三十分。爲大船六人共衰數。以四分與小船八人相乘。得三十二分。爲小船八人共衰數。相加得六十二分。爲大船六人小船八人共出銀共分數。乃將六十分少七兩書於右。六十二分少三兩書於左。用兩朒求總銀法算之。於是以六十分與六十二分相

六二	六〇
少三	少七

減。餘二分爲一率。以兩少數相減。餘四兩爲二率。一分爲三率。得四率二兩。爲每分之銀數與六十分相乘得一百二十兩加少七兩。得一百二十七兩爲雇夫之總銀數。如與六十二分相乘．則得一百二十四兩．加少三兩．亦得一百二十七兩．爲雇夫之總銀數． 又以每分二兩。與大船每人衰數五分相乘得十兩。爲大船每人所出銀數。以每分二兩與小船每人衰數四分相乘得八兩。爲小船每人所出銀數也。此盈朒內兩朒之正法。但因有借分爲衰數之故。故附於此。以備疊借之一體云。

六〇	六二 六〇 〇二	六二
少七	七 三 四	少三

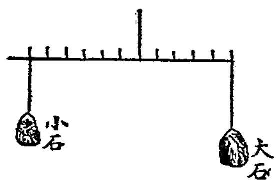
一率	二分
二率	四兩
三率	一分
四率	二兩

設如有石二塊。大小不等。俱不知重數。只有銅條一根。重十二兩。互換稱之而得二石之各重幾何。

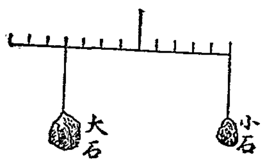
法先將銅條分作十二分。每分又作十分。用一繩繫於第五分之上。繫於五分者．隨便取一數也． 乃以五分加一倍與十二分相較餘二分折半得一分。與五分相加爲六分。乃以五分爲一率。六分爲二率。餘二分作二兩爲三率。因銅條重十二兩．分爲十二分．今二分故爲二兩也． 得四率二兩四錢。此四率是先將銅條之五分處取均平之法． 蓋提繫在五分上． 必於五分之端加二兩四

一率	五分
二率	六分
三率	二兩
四率	二兩四錢

錢乃與七分相平也。爰以銅條作秤杆。將大石掛在銅條一頭。離提繫五分。而以小石作錘稱之。今離提繫得六分始平。記之。如前圖。又將小石掛在銅條一頭。離提繫五分。而以大石作錘稱之。今離提繫得四分始平。亦記之。如後圖。乃先借二十六兩四錢爲大石衰數。與前所得二兩四錢相減餘二十四兩。內減二兩四錢者。因銅條之五分一邊。必加二兩四錢始平。今於借衰中減去者。所以補足均平之數。然後較物之輕重也。用六分爲一率。即小石在六分之數。五分爲二率。即大石在五分之數。二十四兩爲三率。即大石衰中減去二兩四錢所餘之數。得四率二十兩。爲小石之衰數。此四率是以大石衰數。求小石衰數。因以小石衰數二十兩與二兩四錢相減。餘十七兩六錢。此亦減去二兩四錢。因小石移在五分之一邊。補足均平之數也。用四分爲一率。即大石在四分之數。五分



一率	六分
二率	五分
三率	二十四兩
四率	二十兩



一率	四分
二率	五分
三率	一十七兩六錢
四率	二十二兩

為二率。即小石在五分之數・十七兩六錢為三率。即小石衰中減去二兩四錢所餘之數・得四率二十二兩。此第二四率・又以小石衰數・轉求大石衰數・試其合否也・與所借大石衰數二十六兩四錢相較。則少四兩四錢。再借三十二兩四錢為大石衰數。與二兩四錢相減。餘三十兩。用六分為一率。五分為二率。三十兩為三率。得四率二十五兩。為小石之衰數。因以小石衰數二十五兩與二兩四錢相減。餘二十二兩六錢。用四分為一率。五分為二率。二十二兩六錢為三率。得四率二十八兩二錢五分。與所借大石衰數三十二兩四錢相較。則少四兩一錢五分。乃將前借數二十六兩四錢少四兩四錢書於右。後借數三十二兩四錢少四兩一錢五分書於左。用兩不足法算之。於是以兩少數相減餘二錢五分為一率。

一率	六分
二率	五分
三率	三十兩
四率	二十五兩

一率	四分
二率	五分
三率	二十二兩六錢
四率	二十八兩二錢五分

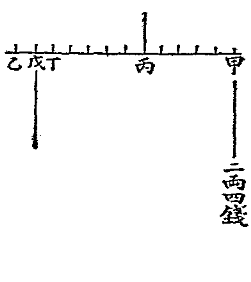
二六四〇	三二四〇 二六四〇 〇六〇〇	三二四〇
少 四四〇	四四〇 四一五 〇二五	少 四一五

兩借數相減。餘六兩爲二率。前借數與大石衰數相較之少四兩四錢爲三率。得四率一百零五兩六錢。加前借數二十六兩四錢。共一百三十二兩。卽大石之重數。又於大石重數內減去二兩四錢。餘一百二十九兩六錢。用六分爲一率。五分爲二率。卽前以大石衰數求小石衰數之法。既有大石眞數。故仍以前法求小石眞數。一百二十九兩六錢爲三率。得四率一百零八兩。爲小石之重數也。如以四分爲一率。五分爲二率。卽前以小石求大石之重法。於小石重數一百零八兩內減去二兩四錢。餘一百零五兩六錢爲三率。得四率一百三十二兩。爲大石之重數。亦合前數也。此法蓋因銅條重十二兩。而分作十二分。設如作一甲乙線爲銅條分作十二分每分重一兩。提繫在丙處。甲丙與丙丁等。則其重亦必等。如

一率	二錢五分
二率	六兩
三率	四兩四錢
四率	一百零五兩六錢

一率	四分
二率	五分
三率	一百零五兩六錢
四率	一百三十二兩

一率	六分
二率	五分
三率	一百二十九兩六錢
四率	一百零八兩



以甲丁與甲乙相減。則餘丁乙。即丙乙多於甲丙之二分也。既多二分。必重二兩。如以二兩重物掛於乙丁中間之戊處。則丙乙自重於甲丙也。今欲以物趁之使其兩平。則以甲丙五分為一率。丙戊六分為二率。二兩為三率。得四率二兩四錢。是將二兩四錢之物。加於甲處。始得兩平。其以丙戊六分為二率者何也。蓋丙丁與甲丙等而重者止在丁乙一段。而戊為丁乙之中。戊去丙遠。甲去丙近。惟近故加重而後可以勝遠之輕。若於甲接長二分。則於二分之中。施二兩之物。即稱平矣。故以二兩四錢加於甲處。始能趁平丁乙之二分也。此法數層加減。幾用比例頗覺繁瑣。而用方程算之。微覺簡明。但係疊借本法。故兩收之。收入疊借者。所以存其理。而收入方程者。所以取其簡也。

一率	五分
二率	六分
三率	二兩
四率	二兩四錢

數理精蘊下編卷十

線部八

方程

方者比也程者式也因設數齊其分以比方之定爲已成之式凡法皆如之故曰方程蓋用互乘者所以齊其分使其首數皆同減盡而餘一法一實以得一數也法雖有三色四色以至多色不過累乘累減亦歸於一法一實而已其二色者設二行三色者設三行有幾色者必設幾行若三色設二行四色設三行即不可算若二色設三行三色設四行則其一行又可以不用是故解方程者又謂凡設數必成方而後可算也然其要總在於分和較和數相比者則互乘而相減較數相比者古人定爲正負之名以辨加減異同之號正負異號則相加正負同號則相減其理與盈朒同蓋正者爲主之數負者虛比之數其始也任以首色爲正互乘衆色與首色同類者皆正也與首色異類者皆負也其繼也以互乘所得之數視正負之同異而加減之然加減之餘又有正變爲負負變爲正者總之因彼此而分正負由多少而成虛實互乘之後任以一層爲主凡異號相加者悉依本層其號皆不變也若同號相減者本層多其號亦不變本層少反減者則正變爲負負變爲正蓋此多則彼少彼少則此多也至於首色減盡則第二色即爲首色故加減之後首色爲負者悉變之以便互乘加減始不淆也今定爲例和數者不用正負之號較數者

則用正負之號。和較兼用者。和仍不用正負之號。而較則用之。和較交變者。則隨其法而辨別之。以定其號焉。或有非方程之本法。而可以方程算者。則又別爲設問以附其後。古人所謂以御錯糅正負者。庶乎盡於此矣。

和數類

設如馬四匹。牛六頭。共價四十八兩。馬三匹。牛五頭。共價三十八兩。問馬牛各價幾何。

法以馬四匹、牛六頭、共價四十八兩、列於上。馬三匹、牛五頭、共價三十八兩、列於下。乃以上馬四匹、遍乘下馬三匹牛五頭價銀三十八兩。得馬十二匹牛二十頭價銀一百五十二兩。又以下馬三匹、遍乘上馬四匹牛六頭價銀四十八兩。得馬十二匹牛十八頭價銀一百四十四兩。兩下相較。則馬各十二匹。彼此減盡。牛二十頭內減十八頭餘二頭。價銀一百五十二兩內減一百四十四兩餘八兩。爰以餘牛二頭除餘銀八兩得四兩。卽牛每頭之價。以牛五頭乘之得二十兩。爲牛五頭之共價。於馬牛共價三十八兩內減去二十兩餘十八兩。爲馬三匹之共價。以馬三匹除之得六兩。卽馬每匹之價也。此法蓋以首色二數遍乘各數。使其分數齊等。卽互乘齊分之理。故馬四匹遍乘馬三匹牛五頭價銀三十八兩。則爲各增四倍。馬三匹遍乘馬四匹牛六頭價銀四十八兩。則爲各增三倍。兩下各色既俱各增倍分。則其比例皆同。是故馬兩下相平而減盡無餘。牛兩下相減餘二頭。價銀兩下相減餘八兩。是爲相當之數。蓋

馬	牛	銀
四	六	四八
三	五	三八
一二	二〇	一五二
一二	一八	一四四
〇〇	〇二	〇〇八

一百五十二兩內減去一百四十四兩。卽減去馬十二匹牛十八頭之共價。而所餘之八兩。爲牛二頭之價也。

又如以牛數列於前。馬數列於後。則先得馬價。法以牛六頭馬四匹、共價四十八兩、列於上。牛五頭、馬三匹、共價三十八兩、列於下。乃以下牛五頭、遍乘上牛六頭馬四匹價銀四十八兩。得牛三十頭馬二十四匹價銀二百四十兩。又以上牛六頭、遍乘下牛五頭馬三匹價銀三十八兩。得牛三十頭馬十八匹價銀二百二十八兩。兩下相較。則牛各三十頭彼此減盡。馬二十四匹內減十八匹餘二匹。價銀二百四十兩內減二百二十八兩餘十二兩。爰以餘馬二匹除餘銀十二兩得六兩。卽馬每匹之價。以馬三匹乘之得十八兩。爲馬三匹之共價。於牛馬共價三十八兩內減去十八兩餘二十兩。爲牛五頭之共價。以牛五頭除之得四兩。卽牛每頭之價也。此法用互乘後。則牛兩下相平而減盡無餘。馬兩下相減餘二匹價銀兩下相減餘十二兩。卽爲相當之數。蓋二百四十兩內減去二百二十八兩。卽減去牛三十頭馬十八匹之共價。而所餘之十二兩。爲馬二匹之價也。大凡方程之法。各色俱可以更互相求者。皆如此類也。

牛	馬	銀
六	四	四八
五	三	三八
三〇	二〇	二四〇
三〇	一八	二二八
〇〇	〇二	〇一二

設如緞二疋。紗六疋。紬八疋。共價八十四兩。緞一疋。紗四疋。紬七疋。共價六十兩。緞三疋。紗五疋。紬九疋。共價九十兩。問緞紗紬各價幾何。

法先以緞二疋、紗六疋、紬八疋、共價八十四兩。列於上。緞一疋、紗四疋、紬七疋、共價六十兩、列於下。乃以

上緞二疋、遍乘下緞一疋紗四疋紬七疋價銀六十兩。得緞二疋紗八疋紬十四疋價銀一百二十兩。又以下緞一疋、遍乘上緞二疋紗六疋紬八疋價銀八十四兩。仍得原數。兩下相較。則緞各二疋。彼此減盡。紗八疋內減六疋餘二疋。紬十四疋內減八疋餘六疋。價銀一百二十兩內減八十四兩餘三十六兩。卽爲紗二疋紬六疋價銀三十六兩也。緞旣兩下相平而減盡無餘。則所餘紗二疋紬六疋價銀三十六兩。卽爲相當之數。蓋一百二十兩內減去八十四兩。卽減去緞二疋紗六疋紬八疋之共價。而所餘三十六兩爲紗二疋紬六疋之共價也。次以緞一疋、紗四疋、紬七疋、價銀六十兩、列於上。緞三疋、紗五疋、紬九疋、價銀九十兩、列於下。乃以下緞三疋遍乘上緞一疋紗四疋紬七疋價銀六十兩得緞三疋紗十二疋紬二十一疋價銀一百八十兩。又以上緞一疋、遍乘下緞三疋紗五疋紬九疋價銀九十兩。仍得原數。兩下相較。則緞各三疋。彼此減盡。紗十二疋內減五疋餘七疋。紬二十一疋內減九疋餘十二疋。價銀一百八十兩內減九十兩餘九十兩。卽爲紗七疋紬十二疋價銀九十兩也。緞旣兩下相平而減盡無餘。則所餘紗七疋紬十二疋價銀九十兩。卽爲相當之數。蓋一百八十兩內減九十兩卽減緞三疋紗五疋紬九疋之共價。而所餘九十兩。爲紗七疋紬十二疋之共價也。於是將兩次所得之餘。作二

緞	紗	紬	銀
二	六	八	八四
一	四	七	六〇
二	八	一四	一二〇
二	六	八	八四
〇	二	〇六	〇三六

緞	紗	紬	銀
三	四	七	六〇
三	五	九	九〇
三	一二	二一	一八〇
三	五	九	九〇
〇	〇七	一二	〇〇九〇

色方程算之。其紗二疋、紬六疋、價銀三十六兩、列於上。紗七疋、紬十二疋、價銀九十兩、列於下。以下紗七疋、遍乘上紗二疋紬六疋價銀三十六兩。得紗十四疋紬四十二疋價銀二百五十二兩。以上紗二疋、遍乘下紗七疋紬十二疋價銀九十兩。得紗十四疋紬二十四疋價銀一百八十兩。兩下相較。則紗各十四疋彼此減盡。紬四十二疋內減二十四疋餘十八疋。價銀二百五十二兩內減一百八十兩。餘七十二兩。爰以餘紬十八疋除餘銀七十二兩。得四兩。卽紬每疋之價。以紬六疋乘之。得二十四兩。爲紬六疋之共價。於紗紬共價三十六兩內減二十四兩。餘十二兩。爲紗二疋之共價。以紗二疋除之。得六兩。卽紗每疋之價也。以緞二疋紗六疋紬八疋共價八十四兩計之。則紗六疋共價三十六兩。紬八疋共價三十二兩。紗紬共價爲六十八兩。於共價八十四兩內減六十八兩。餘十六兩。爲緞二疋之共價。以緞二疋除之。得八兩。卽緞每疋之價也。

銀	紬	紗
三六	六	二
九〇	一二	七
二五二	四二	一四
一八〇	二四	一四
〇七二	一八	〇〇

設如有上中下三等人戶納糧。上等五戶。中等十二戶。下等三戶。共納糧一石二斗六升。又上等四戶。下等二戶。共納糧五斗二升。又中等二十戶。下等二十五戶。共納糧一石五斗。問上中下三等每戶各納糧幾何。

法先以上等五戶、中等十二戶、下等三戶、納糧一石二斗六升、列於上。上等四戶、因無中等。故作空位以存其分。餘仍對位列之。下等二戶、納糧五斗二升、列於下。乃以下層上等四戶遍乘上層上等五戶中等十

二戶下等三戶納糧一石二斗六升。得上等二十戶中等四十八戶下等十二戶納糧五石零四升。又以上層上等五戶遍乘下層上等四戶下等二戶納糧五斗二升。得上等二十戶下等十戶納糧二石六斗。兩下相較。則上等各二十戶彼此減盡。中等四十八戶無可減。仍得四十八戶。下等十二戶內減十戶餘二戶。納糧五石零四升內減二石六斗餘二石四斗四升。即爲中等四十八戶下等二戶共納糧二石四斗四升也。上等既兩下相平而減盡無餘。則所餘中等四十八戶下等二戶納糧二石四斗四升。即爲相當之數。蓋五石零四升內減二石六斗。即減去上等二十戶下等十戶之共糧數。而所餘二石四斗四升。爲中等四十八戶下等二戶之共糧數也。既得中等四十八戶下等二戶之二色。則中等二十戶下等二十五戶亦即爲二色。故即作二色方程算之。其中等四十八戶、下等二戶、納糧二石四斗四升、列於上。中等二十戶、下等二十五戶、納糧一石五斗、列於下。乃以上層中等四十八戶遍乘下層中等二十戶下等二十五戶納糧一石五斗。得中等九百六十戶下等一千二百戶納糧七十二石。又以下層中等二十戶遍乘上層中等四十八戶下等二戶納糧二石四斗四升。得中等九百六十戶下等四十戶納糧四十八石八斗。兩下相較。則中等各九百六十戶。彼此減盡。下等一千二百戶內減四十戶餘一千一百六十戶。納糧七十二石內減四十八石八斗餘二十三石二斗。爰以所餘下等一千一百六十戶除餘糧二十三石二斗。得二升。即下等每戶納糧之

上	中	下	糧
五	一二	三	一二六
四	○	二	五二
二○	四八	一二	五○四
二○	○	一○	二六○
○○	四八	○二	二四四

數。以下等二戶乘之得四升。爲下等二戶納糧之共數。於中等下等共納糧二石四斗四升內減四升餘二石四斗爲中等四十八戶納糧之共數。以中等四十八戶除之得五升。卽中等每戶納糧之數。以上等四戶下等二戶共納糧五斗二升計之。因無中戶。故省一次。則下等二戶共納糧四升。於五斗二升內減四升餘四斗八升。爲上等四戶納糧之共數以上等四戶除之得一斗二升。卽上等每戶納糧之數也。

糧	下	中
二四四	二	四八
一五〇	二五	二〇
七二〇〇	一二〇〇	九六〇
四八八〇	四〇	九六〇
二三二〇	一一六〇	〇〇〇

設如有銀賞四等人。各不知數。只云一等一人。二等二人。三等三人。四等四人共賞銀三十兩。又一等二人。二等三人。三等四人。四等五人。共賞銀四十四兩。又一等四人。二等五人。三等七人。四等八人共賞銀七十七兩。又一等六人。二等五人。三等四人。四等二人共賞銀六十六兩。問每等人各賞銀幾何。

法先以一等一人、二等二人、三等三人、四等四人、共銀三十兩。列於上。一等二人、二等三人、三等四人、四等五人、共銀四十四兩、列於下。乃以下一等二人遍乘上一等一人二等二人三等三人四等四人共銀三十兩。得一等二人二等四人三等六人四等八人共銀六十兩。又以上一等一人、遍乘下一等二人二等三人三等四人四等五人共銀四十四兩。仍得原數。兩下相較則一等各二人彼此減盡。二等兩下相減餘一人。三等兩下相減餘二人。四等兩下相減餘三人共銀兩下相減餘一十六兩。卽二等一人三等二人四等三人共銀十六兩也。盖六十兩內減四十四兩。卽減去一等二人二等二人三等四人四等五人之共銀數。故所

餘之十六兩·爲二等一人三等二人四等三人之共銀數也·次以一等二人、二等三人、三等四人、四等五人、共銀四十四兩、列於上。一等四人、二等五人、三等七人、四等八人、共銀七十七兩、列於下。乃以下一等四人、遍乘上一等二人、二等三人、三等四人、四等五人、共銀四十四兩。得一等八人、二等十二人、三等十六人、四等二十人、共銀一百七十六兩。又以上一等二人、遍乘下一等四人、二等五人、三等七人、四等八人、共銀七十七兩、得一等八人、二等十八人、三等十四人、四等十六人、共銀一百五十四兩。兩下相較、則一等各八人、彼此減盡。二等兩下相減餘二人。三等兩下相減餘二人。四等兩下相減餘四人。共銀兩下相減餘二十二兩。即二等二人、三等二人、四等四人、共銀二十二兩也。蓋一百七十六兩內減一百五十四兩·即減去一等八人二等十八人三等十四人四等十六人之共銀數·故所餘之二十二兩·爲二等二人三等二人四等四人之共銀數也·次以一等四人、二等五人、三等七人、四等八人、共銀七十七兩、列於上。一等六人、二等五人、三等四人、四等二人、共銀六十六兩、列於下。乃以下一等六人、遍乘上一等四人、二等五人、三等七人、四等八人、共銀七十

銀	四等	三等	二等	一等
三〇	四	三	二	一
四四	五	四	三	二
六〇	八	六	四	二
四四	五	四	三	二
一六	三	二	一	〇

銀	四等	三等	二等	一等
四四	五	四	三	二
七七	八	七	五	四
一七六	二〇	一六	一二	八
一五四	一六	一四	一〇	八
〇二二	〇四	〇二	〇二	〇

七兩。得一等二十四人、二等三十八人、三等四十二人、四等四十八人、共銀四百六十二兩。又以上一等四人、遍乘下一等六人、二等五人、三等四人、四等二人、共銀六十六兩。得一等二十四人、二等二十八人、三等十六人、四等八人、共銀二百六十四兩。兩下相較、則一等各二十四人、彼此減盡。二等兩下相減、餘十八人。三等兩下相減、餘二十六人。四等兩下相減、餘四十人。共銀兩下相減、餘一百九十八兩。即二等十八人、三等二十六人、四等四十人、共銀一百九十八兩也。蓋四百六十二兩內減二百六十四兩。即減去一等二十四人、二等二十八人、三等十六人、四等八人之共銀數。故所餘之一百九十八兩。爲二等十八人、三等二十六人、四等四十人之共銀數也。於是將三次所得之餘。作三色方程算之。先以二等一人、三等二人、四等三人、共銀十六兩、列於上。二等二人、三等二人、四等四人、共銀二十二兩、列於下。乃以下二等二人、遍乘上二等一人、三等二人、四等三人、共銀十六兩。得二等二人、三等四人、四等六人、共銀三十二兩。又以上二等一人、遍乘下二等二人、三等二人、四等四人、共銀二十二兩。仍得原數。兩下相較、則二等各二人、彼此減盡。三等兩下相減餘

銀	四等	三等	二等	一等
七七	八	七	五	四
六六	二	四	五	六
四六二	四八	四二	三〇	二四
二六四	八	一六	二〇	二四
一九八	四〇	二六	一〇	〇〇

銀	四等	三等	二等
一六	三	二	一
二二	四	二	二
三二	六	四	二
二二	四	二	二
一〇	二	二	〇

二人。四等兩下相減餘二人。共銀兩下相減餘十兩。即三等二人四等二人共銀十兩也。蓋三十二兩內減二十二兩。即減去二等二人三等二人四等四人之共銀數。故所餘之十兩。為三等二人四等二人之共銀數也。次以二等二人、三等二人、四等四人、共銀二十二兩、列於上。二等十人、三等二十六人、四等四十人、共銀一百九十八兩、列於下。乃以下二等十人。遍乘上二等二人三等二人四等四人共銀二十二兩。得二等二十人三等二十人四等四十人共銀二百二十兩。又以上二等二人、遍乘下二等十人三等二十六人四等四十人共銀一百九十八兩。得二等二十人三等五十二人四等八十人共銀三百九十六兩。兩下相較。則二等各二十人。彼此減盡。三等兩下相減餘三十二人。四等兩下相減餘四十人。共銀兩下相減餘一百七十六兩。即三等三十二人四等四十人共銀一百七十六兩也。蓋三百九十六兩內減二百二十兩。即減去二等二十人三等二十人四等四十人之共銀數。故所餘之一百七十六兩。為三等三十二人四等四十人之共銀數也。此間兩層相減。雖下層數多於上層。然俱係反減。故不用變號。於是又將兩次所得之餘。作二色方程算之。其三等二人、四等二人、共銀十兩、列於上。三等三十二人、四等四十人、共銀一百七十六兩、列於下。乃以下三等三十二人、遍乘上三等二人四等二人共銀十兩。得三等六十四人四等六十四人共銀三百二十兩。又以上三等二人、遍乘下三等三十二人四等四十人共銀一百七十六兩。得三等六十四人四等八十人共銀三百五十二兩。兩下相較。則三

銀	四等	三等	二等
二二	四	二	二
一九八	四〇	二六	一〇
二二〇	四〇	二〇	二〇
三九六	八〇	五二	二〇
一七六	四〇	三二	〇〇

等各六十四人。彼此減盡。四等兩下相減餘十六人。共銀兩下相減餘三十二兩。卽四等十六人之共銀數。以四等十六人除之得二兩。卽四等每一人所應得之數也。以四等二人因之得四兩。爲四等二人之共銀數。於三等二人四等二人共銀十兩內減之餘六兩。爲三等二人之共銀數。以三等二人除之得三兩。卽三等每一人所應得之數也。以二等一人三等二人四等三人共銀十六兩計之。則三等二人應得六兩。四等三人應得六兩。共十二兩。於共銀十六兩內減之餘四兩。卽二等每一人所應得之數也。再以一等一人二等二人三等三人四等四人共銀三十兩計之。則二等二人應得八兩。三等三人應得九兩。四等四人應得八兩。共二十五兩。於共銀三十兩內減之餘五兩。卽一等每一人所應得之數也。

銀	四等	三等
一〇	二	二
一七六	四〇	三二
三二〇	六四	六四
三五二	八〇	六四
〇三二	一六	〇〇

較數類

設如硯七方比筆三枝、價多四百八十文。又硯三方比筆九枝、價少一百八十文。問硯筆價各若干。

法以硯七爲正、筆三爲負、價多四百八十文爲正、多爲硯比筆之所多。與硯同類。故亦爲正。列於上。又以硯三爲正、筆九爲負、價少一百八十文爲負、少爲硯比筆之所少。卽爲筆比硯之所多。與筆同類。故亦爲負。列於下。乃以下硯三遍乘上硯七筆三價多四百八十文。得硯二十一爲正、筆九爲負、價多一千四百四十文爲正。又以上硯七遍乘下硯三筆九價少一百八十文。得硯二十一爲正、筆六十三爲負、價少一千二百

六十文爲負。兩下相較。則硯各二十一。彼此減盡。筆九枝與六十三枝兩層皆負。故相減餘五十四枝。價多一千四百四十文、與少一千二百六十文、一正一負。故相加得二千七百文。乃筆五十四枝之共價。以減餘筆五十四除之得五十文。卽筆每一枝之價。以三因之得一百五十文。爲筆三枝之共價。與硯多四百八十文相加得六百三十文。爲硯七方之共價。以硯七除之得九十文。卽硯每一方之價也。此法用互乘。則上層爲硯二十一方比筆九枝、價多一千四百四十文。下層爲硯二十一方比筆六十三枝、價少一千二百六十文。夫硯既皆二十一方。則其共價必相等。然比筆九枝之價則多。比筆六十三枝之價則少。是多與少相加之二千七百文。卽筆九枝與筆六十三枝相差之五十四枝之價也。筆五十四枝共價爲二千七百文。則筆一枝價五十文。而筆三枝價爲一百五十文矣。硯七方比筆三枝價既多四百八十文。則於一百五十文加四百八十文。共六百三十文。卽硯七方之共價。故以硯七除之得九十文。爲硯每一方之價也。

硯	筆	錢
七正	三負	四八〇正
三正	九負	一八〇負
二一正	九負	一四四〇正
二一正	六三負	一二六〇負
〇〇	五四	二七〇〇

設如有甲丙二馬羣。各不知數。只云甲三羣比丙二羣多一千五百三十匹。甲二羣與丙七羣相等。問甲丙每羣馬數各幾何。

法以甲三羣爲正、丙二羣爲負、多一千五百三十匹爲正、列於上。又以甲二羣爲正、丙七羣爲負、相等作一空位、相等無數可列。故作一〇以存其位。列於下。乃以下甲二羣、遍乘上甲三羣丙二羣多一千五百三

十匹。得甲六羣仍爲正、丙四羣仍爲負、多三千零六十匹亦仍爲正。又以上甲三羣、遍乘下甲二羣丙七羣。得甲六羣仍爲正丙二十一羣爲負、相等無可乘亦仍爲空位兩下相較則甲各六羣。彼此減盡丙四羣與丙二十一羣兩層皆負。故相減餘十七羣。多三千零六十匹與相等無可加減。仍得三千零六十匹。乃丙十七羣之共數。以減餘丙十七羣除之得一百八十匹爲丙每羣之數。七因之得一千二百六十匹爲丙七羣之共數甲二羣既與丙七羣相等。則一千二百六十匹亦卽爲甲二羣之共數。以甲二羣除之得六百三十匹。卽甲每羣之數也此法用互乘。則上層爲甲六羣比丙四羣多三千零六十匹。下層爲甲六羣與丙二十一羣相等。甲六羣既與丙二十一羣相等則丙二十一羣比丙四羣多三千零六十匹兩下各減丙四羣。則爲丙十七羣共馬三千零六十匹矣丙十七羣既爲共馬三千零六十匹。則丙一羣得馬一百八十匹。而丙七羣爲馬一千二百六十匹甲二羣既與丙七羣相等則一千二百六十匹。用甲二羣除之得六百三十匹。卽甲每羣之數也。

甲	丙	馬
三正	二負	一五三〇正
二正	七負	〇
六正	四負	三〇六〇正
六正	二一負	〇
〇	一七	三〇六〇

設如有錢買桃蘋果梨三色。各不知價。只云桃三個比蘋果二個梨二個、價多二十四文。桃二個梨三個比蘋果五個、價少十二文桃四個蘋果三個比梨八個價多一百零八文問桃蘋果梨各價幾何

法先以桃三爲正、蘋果二梨二爲負、價多二十四文爲正列於上又以桃二爲正蘋果五爲負梨三爲正、

價少十二文爲負、列於下。乃以下桃二。遍乘上桃三蘋果二梨二價多二十四文。得桃六仍爲正、蘋果四爲負、梨四爲負、價多四十八文爲正。即桃六比蘋果四梨四價多四十八文・比原數加二倍・又以上桃三、遍乘下桃二蘋果五梨三價少十二文。得桃六仍爲正、蘋果十五爲負、梨九爲正、價少三十六文爲負。即桃六梨九比蘋果十五價少三十六文・比原數加三倍・ 於是任以上層爲主。兩下相較。則桃各六。彼此減盡。蘋果兩層皆負。故相減餘十一。本層少。反減。故變負爲正。且爲首一色減盡。其次一色即轉而爲首。故亦變負爲正。梨一正一負。故相加得十三。仍依本層爲負。多四十八文與少三十六文相加。得八十四文。仍依本層爲正。即爲蘋果十一比梨十三價多八十四文也。 蓋桃彼此減盡・蘋果上層少四・下層少十五・是下層比上層所少爲十一・即上層比下層多十一也・梨上層少四・下層多九・下之所多・即上之所少・是上層比下層少十三也・錢上層多四十八文・下層少三十六文・下之所少・即上之所多・是上層比下層多八十四文也・蘋果多十一梨少十三・錢即多八十四文・故爲蘋果十一比梨十三價多八十四文也・ 復以桃二爲正、蘋果五爲負、梨三爲正、價少十二文爲負、列於上。又以桃四蘋果三爲正。梨八爲負、價多一百零八文爲正、列於下。乃以上桃二、遍乘下桃四蘋果三梨八價多一百零八文得桃八仍爲正、蘋果六亦仍爲正、梨十六爲負。價多二百一十六文爲正。即桃八蘋果六比梨十六價多二百一十六文・比原數加二倍・ 又以下桃四、遍乘上桃二蘋果五梨三價少十二文。得

桃	蘋	梨	錢
三正	二負	二負	二四正
二正	五負	三正	一二負
六正	四負	四負	四八正
六正	一五負	九正	三六負
○	一一正	一三負	八四正

桃八仍為正蘋果二十為負、梨十二為正、價少四十八文為負。即桃八梨十二比蘋果二十價少四十八文。比原數加四倍。於是仍以上層為主兩下相較則桃各八彼此減盡蘋果一正一負故相加得二十六仍依本層為正梨一正一負故相加得二十八仍依本層為負多二百一十六文與少四十八文相加得二百六十四文亦仍依本層為正即為蘋果二十六比梨二十八價多二百六十四文也。蓋桃彼此減盡。蘋果上層多六。下層少二十。下之所少。即上之所多。是上層比下層多二十六也。梨上層少十六。下層多十二。下之所多。即上之所少。是上層比下層少二十八也。錢上層多二百一十六文下層少四十八文。下之所少。即上之所多。是上層比下層多二百六十四文也。蘋果多二十六梨少二十八。錢即多二百六十四文。故為蘋果二十六比梨二十八價多二百六十四文也。爰將兩次所得之餘作二色方程算之其蘋果十一為正、梨十三為負、價多八十四文為正、列於上蘋果二十六為正梨二十八為負、價多二百六十四文為正、列於下乃以上蘋果十一遍乘下蘋果二十六梨二十八價多二百六十四文得蘋果二百八十六為正梨三百零八為負價多二千九百零四文為正。即蘋果二百八十六比梨三百零八價多二千九百零四文。比原數加十一倍。又以下蘋果二十六遍乘上蘋果十一梨十三價多八十四文得蘋果二百八十六為正梨三百三十八為負、價多二千一百八十四文為正。即蘋果二百八十六比梨三百三十八價多二千一百八十四文。比原數加二十六倍。兩

桃	蘋	梨	錢
二正	五負	三正	一二負
四正	三正	八負	一〇八正
八正	六正	一六負	二一六正
八正	二〇負	一二正	四八負
〇	二六正	二八負	二六四正

下相較。則蘋果各二百八十六。彼此減盡。梨兩層皆負。故相減餘三十。兩多數相同。故亦相減餘七百二十文。乃梨三十之共價。蓋蘋果皆二百八十六。則其共價必相等。然比梨三百三十八之價。則多二千一百八十四文。比梨三百零八之價。則多二千九百零四文。是兩多相差之七百二十文。卽梨相差三十之共價也。以梨三十除之。得二十四文。卽梨每個之價。以梨十三乘之。得三百一十二文。爲梨十三之共價。蘋果十一既比梨十三價多八十四文。則於三百一十二文加八十四文。得三百九十六文。爲蘋果十一之共價。以十一除之。得三十六文。卽蘋果每個之價。以桃三比蘋果二梨二價多二十四文計之。則梨二價四十八文。蘋果二價七十二文。共價一百二十文。加桃三多二十四文。共一百四十四文。卽爲桃三之共價。以三除之。得四十八文。卽桃每個之價也。

蘋	梨	錢
一一正	一三負	八四正
二六正	二八負	二六四正
二八六正	三〇八負	二九〇四正
二八六正	三三八負	二一八四正
〇〇〇	〇三〇	〇七二〇

設如有銀買銅錫鉛鐵。各不知價。只云銅三斤、比錫二斤鉛二斤鐵四斤。價多一錢。又銅二斤鉛一斤、比錫二斤鐵二斤。價多二錢。又銅一斤錫二斤、與鉛三斤鐵八斤價相等。又銅五斤鐵三十斤。比錫四斤鉛二十四斤。價少二錢。問銅錫鉛鐵各價幾何。

法先以銅三斤爲正、錫二斤鉛二斤鐵四斤俱爲負、價多一錢爲正。列於上。又銅二斤爲正。錫二斤爲負、鉛一斤爲正、鐵二斤爲負、價多二錢爲正、列於下。乃以下銅二斤遍乘上銅三斤錫二斤鉛二斤鐵四斤

價多一錢。得銅六斤爲正、錫四斤鉛四斤鐵八斤俱爲負、價多二錢爲正。又以上銅三斤遍乘下銅二斤錫二斤鉛一斤鐵二斤價多二錢。得銅六斤爲正、錫六斤爲負、鉛三斤爲正、鐵六斤爲負、價多六錢爲正。於是以上層爲主。兩下相較則銅各六斤。彼此減盡。錫兩層皆負故相減餘二斤。本層少。乃變負爲正。鉛一正一負故相加得七斤。仍依本層爲負。鐵兩層皆負故亦相減。餘二斤。仍依本層爲負價兩層皆正故亦相減。餘四錢。本層少。乃變正爲負。卽錫二片比鉛七斤鐵二斤價少四錢也。蓋銅彼此減盡。錫上層少四斤。下層少六斤。是下層比上層所少爲二斤。卽上層比下層多二斤也。鉛上層少四斤。下層多三斤。下之所多。卽上之所少。是上層比下層少七斤也。鐵上層少八斤。下層少六斤。是上層比下層所少爲二斤也。價上層多二錢。下層多六錢。是下層比上層所多爲四錢。卽上層比下層少四錢也。錫多二斤。鉛少七斤。鐵少二斤。價卽少四錢。故爲錫二斤比鉛七斤鐵二斤價少四錢也。次以銅二斤爲正、錫二斤爲負、鉛一斤爲正、鐵二斤爲負、價多二錢爲正、列於上。又銅一斤錫二斤爲正、鉛三斤鐵八斤爲負、相等作一空位。列於下。乃以下銅一斤遍乘上銅二斤錫二斤鉛一斤鐵二斤價多二錢。仍得原數。又以上銅二斤遍乘下銅一斤錫二斤鉛三斤鐵八斤。得銅二斤錫四斤仍爲正、鉛六斤鐵十六斤仍爲負、相等無可乘。仍爲空位。於是以上層爲主。兩下相較則銅各二斤。彼此減盡。錫一正一負故相加得六斤。仍依本層爲負。鉛一正一負。故亦

銅	錫	鉛	鐵	價
三正	二負	二負	四負	一正
二正	二負	一正	二負	二正
六正	四負	四負	八負	二正
六正	六負	三正	六負	六正
○	二正	七負	二負	四負

相加得七斤。仍依本層爲正。鐵兩層皆負。故相減餘十四斤。本層少乃變負爲正。價多二錢與相等無可加減。仍得二錢爲正。卽鉛七斤鐵十四斤比錫六斤價多二錢也。蓋銅彼此減盡。錫上層少二斤。下層多四斤。下之所多。卽上之所少。是上層比下層少六斤也。鉛上層多一斤。下層少六斤。下之所少。卽上之所多。是上層比下層多七斤也。鐵上層少二斤。下層少十六斤。是下層比上層所少爲十四斤。卽上層比下層多十四斤也。鉛多七斤。鐵多十四斤。錫少六斤。而價卽多二錢。故爲鉛七斤鐵十四斤比錫六斤價多二錢也。因首色銅數減盡。則錫卽轉而爲首。應爲正。今錫六斤爲負。則重列三色之際。不能一體。須俱變其號。然後爲順。故將錫六斤變負爲正。而以鉛七斤鐵十四斤價多二錢。俱變正爲負。蓋原鉛七斤鐵十四斤比錫六斤價多二錢。今變爲錫六斤比鉛七斤鐵十四斤價少二錢也。若以下層爲主。則相加應依下層爲正。卽不用變。

銅	錫	鉛	鐵	價
二正	二負	一正	二負	二正
一正	二正	三負	八負	○
二正	二負	一正	二負	二正
二正	四正	六負	一六負	○
○	六負	七正	一四正	二正

次以銅一斤、錫二斤爲正。鉛三斤鐵八斤爲負。相等作一空位。列於上。又銅五斤爲正、錫四斤鉛二十四斤爲負。鐵三十斤爲正。價少二錢爲負。列於下。乃以下銅五斤遍乘上銅一斤、錫二斤、鉛三斤、鐵八斤。得銅五斤錫十斤爲正。鉛十五斤鐵四十斤爲負。相等無可乘。仍爲空位。又以上銅一斤遍乘下銅五斤錫四斤鉛二十四斤鐵三十斤價少二錢。仍得原數。於是以上層爲主。兩下相較。則銅各五斤。彼此減盡。錫一正一負。故相加得十四斤。仍依本層爲正。鉛兩層皆負。故相減餘九斤。本層少乃變負爲正。鐵

一正一負。故相加得七十斤。仍依本層爲負價少二錢與相等無可加減。仍得二錢。本層無數。乃變負爲正。即錫十四斤鉛九斤比鐵七十斤價多二錢也。蓋銅彼此減盡。錫上層多十斤。下層少四斤。下之所少。即上之所多。是上層比下層多十四斤也。鉛上層少十五斤。下層少二十四斤。是下層比上層所少爲九斤。即上層比下層多九斤也。鐵上層少四十斤。下層多三十斤。下之所多。即上之所少。是上層比下層少七十斤也。價下層少二錢。即上層多二錢也。錫多十四斤。鉛多九斤。鐵少七十斤。價即多二錢。故爲錫十四斤鉛九斤比鐵七十斤價多二錢也。爰將三次所得之餘作三色方程算之。先以錫二斤爲正。鉛七斤鐵二斤價少四錢俱爲負。列於上。又錫六斤爲正。鉛七斤鐵十四斤價少二錢俱爲負。列於下。乃以下錫六斤遍乘上錫二斤鉛七斤鐵二斤價少四錢。得錫十二斤爲正。鉛四十二斤鐵十二斤價少二兩四錢俱爲負。又以上錫二斤遍乘下錫六斤鉛七斤鐵十四斤價少二錢。得錫十二斤爲正。鉛十四斤鐵二十八斤價少四錢俱爲負。於是以上層

銅	錫	鉛	鐵	價
一正	二正	三負	八負	○
五正	四負	二四負	三○正	二負
五正	一○正	一五負	四○負	○
五正	四負	二四負	三○正	二負
○	一四正	○九正	七○負	二正

錫	鉛	鐵	價
二正	七負	二負	四負
六正	七負	一四負	二負
一二正	四二負	一二負	二四負
一二正	一四負	二八負	四負
○○	二八負	一六正	二○負

爲主。兩下相較。則錫各十二斤。彼此減盡。鉛兩層皆負。故相減餘二十八斤。仍依本層爲負。鐵兩層皆負。故亦相減。餘十六斤。本層少乃變負爲正。價兩層皆負。故亦相減餘二兩。仍依本層爲負。卽鐵十六斤比鉛二十八斤價少二兩也。 蓋錫彼此減盡。鉛上層少四十二斤。下層少十四斤。是上層比下層所少爲二十八斤也。鐵上層少十二斤。下層少二十八斤。是下層比上層所少爲十六斤。卽上層比下層多十六斤也。價上層少二兩四錢。下層少四錢。是上層比下層所少爲二兩也。鐵多十六斤。鉛少二十八斤。價卽少二兩。故爲鐵十六斤比鉛二十八斤價少二兩也。

次以錫六斤爲正、鉛七斤鐵十四斤價少二錢俱爲負、列於上。又錫十四斤鉛九斤爲正、鐵七十斤爲負、價多二錢爲正、列於下。乃以下錫十四斤。遍乘上錫六斤鉛七斤鐵十四斤價少二錢。得錫八十四斤爲正、鉛九十八斤鐵一百九十六斤價少二兩八錢。俱爲負。又以上錫六斤。遍乘下錫十四斤鉛九斤鐵七十斤價多二錢。得錫八十四斤鉛五十四斤爲正、鐵四百二十斤爲負、價多一兩二錢爲正。於是以上層爲主。兩下相較。則錫各八十四斤。彼此減盡。鉛一正一負。故相加得一百五十二斤。仍依本層爲負。鐵兩層皆負。故相減餘二百二十四斤。本層少乃變負爲正。價一正一負。故相加得四兩。仍依本層爲負。卽鐵二百二十四斤比鉛一百五十二斤價少四兩也。 蓋錫彼此減盡。鉛上層少九十八斤。下層多五十四斤。下之所多。卽上之所少。是上層比下層少一百五十二斤也。鐵上層少一百九十六斤。下

錫	鉛	鐵	價
六正	七負	一四負	二負
一四正	九正	七〇負	二正
八四正	九八負	一九六負	二八負
八四正	五四正	四二〇負	一二正
〇〇	一五二負	二二四正	四〇負

層少四百二十斤。是下層比上層所少爲二百二十四斤。卽上層比下層多二百二十四斤也。價上層少二兩八錢。下層多一兩二錢。下之所多。卽上之所少。是上層比下層少四兩也。鐵多二百二十四斤。鉛少一百五十二斤。價卽少四兩。故爲鐵二百二十四斤比鉛一百五十二斤價少四兩也。爰將兩次所得之餘。作二色方程算之。其所餘鉛兩首色俱爲負。是爲同號。可以互乘減盡。故不變其號。卽將鉛二十八斤爲負、鐵十六斤爲正、價少二兩爲負、列於上。又鉛一百五十二斤爲負、鐵二百二十四斤爲正、價少四兩爲負、列於下。乃以下鉛一百五十二斤遍乘上鉛二十八斤鐵十六斤價少二兩。得鉛四千二百五十六斤爲負、鐵二千四百三十二斤爲正、價少三百零四兩爲負。又以上鉛二十八斤遍乘下鉛一百五十二斤鐵二百二十四斤價少四兩。得鉛四千二百五十六斤爲負、鐵六千二百七十二斤爲正、價少一百一十二兩爲負。兩下相較。則鉛各四千二百五十六斤。彼此減盡。鐵兩層皆正。故亦相減。餘三千八百四十斤。價兩層皆負。故亦相減。餘一百九十二兩。卽鐵三千八百四十斤之共價。以鐵三千八百四十斤除之。得五分。卽鐵每一斤之價也。以鐵十六斤乘之。得八錢。爲鐵十六斤之共價。鐵十六斤旣比鉛二十八斤價少二兩。則加二兩。得二兩八錢。爲鉛二十八斤之共價。以鉛二十八斤除之。得一錢。卽鉛每一斤之價也。以錫六斤比鉛七斤鐵十四斤價少二錢。計之。則鉛七斤價七錢。鐵十四斤價亦七錢。共一兩四錢。錫六斤旣比鉛

鉛	鐵	價
二八負	一六正	二〇負
一五二負	二二四正	四〇負
四二五六負	二四三二正	三〇四〇負
四二五六負	六二七二正	一一二〇負
〇〇〇〇	三八四〇	一九二〇

七斤鐵十四斤價少二錢。則減二錢餘一兩二錢爲錫六斤之共價。以錫六斤除之。得二錢。卽錫每一斤之價也。再以銅三斤比錫二斤鉛二斤鐵四斤價多一錢計之。則錫二斤價四錢。鉛二斤價二錢。鐵四斤價二錢。共八錢。銅三斤旣比錫二斤鉛二斤鐵四斤價多一錢。則加一錢共九錢爲銅三斤之共價。以銅三斤除之得三錢。卽銅每一斤之價也。

和較兼用類

設如有大小二石。不知其重。只云二大石比七小石少三十斤。三大石二小石共三百三十斤。問大小石各重幾何

法以大石二爲正、小石七爲負、少三十斤爲負、列於上。大石三小石二共重三百三十斤列於下。乃以上大石二遍乘下大石三小石二重三百三十斤。得大石六小石四共重六百六十斤。又以下大石三遍乘上大石二小石七少三十斤。得大石六仍爲正。小石二十一仍爲負、少九十斤亦仍爲負。兩下相較則大石各六彼此減盡。小石四加小石二十一。得小石二十五。六百六十斤加九十斤得七百五十斤。乃小石二十五之共數。以小石二十五除之。得三十斤。卽一小石之重數。以二因之得六十斤。爲二小石之共數。於大小石共重三百三十斤內減之。餘二百七十斤。爲三大石之共數。以三除之。得九十斤。卽一大石之重數也。此法蓋因三大石二小石共重三百三十斤爲和數皆

大	小	觔
二正	七負	三〇負
三	二	三三〇
六	四	六六〇
六正	二一負	九〇負
〇	二五	七五〇

一類爲正。故不用正負之號。遇正則爲同類相減。遇負則爲異類相加。相加之後。仍爲和數者。以其依本層之號故亦不用正號。蓋六大石四小石共重六百六十斤。而六大石比二十一小石少九十斤。則加九十斤。即六大石與二十一小石等矣。故小石二十五。共重七百五十斤。以二十五除之。而得一小石之重數也。既得小石之重數。則於和數共重三百三十斤內。減二小石重六十斤。餘爲三大石之共數。若於較數七小石之共重二百一十斤內。減少三十斤。所餘即爲二大石之共數。既得三大石或二大石之共數。乃以大石數除之。即得一大石之重數矣。

設如有米用牛馬騾三色載之。各不知數。只云牛二馬三騾四。共載八石。馬三騾三與牛三所載相等。牛四馬一比騾八所載多三石。問各載幾何。

法先以牛二、馬三、騾四、共米八石、列於上。次以牛三爲正、馬三騾三爲負、相等作一空位、列於下。題言馬三騾三比牛三。則馬騾應爲正。牛應爲負。因列法以牛爲首。故以牛爲正。馬騾爲負。即牛三比馬三騾三相等。其理一也。乃以上牛二遍乘下牛三馬三騾三。得牛六仍爲正。馬六騾六仍爲負。又以下牛三遍乘上牛二馬三騾四共載八石。得牛六馬九騾十二共載二十四石。於是以下層爲主兩下相較。若以上層爲主。則相加數皆爲負。況首色減盡。二色即轉而爲首。即變負爲正。故不若以下層爲主而皆爲正也。則牛各六。彼此減盡。馬九加馬六。得馬十五。因依本層爲和數。故不用號。騾十二加騾六得騾

牛	馬	騾	米
二	三	四	八
三正	三負	三負	〇
六正	六負	六負	〇
六	九	一二	二四
〇	一五	一八	二四

十八。二十四石無可加減。仍爲二十四石。卽馬十五騾十八共載二十四石也。蓋牛六馬九騾十二共載二十四石。而牛六與馬六騾六相等。則將本層牛六變爲馬六騾六矣。故爲馬十五騾十八共載二十四石也。次以牛三爲正、馬三騾三爲負。相等作一空位、列於上。牛四馬一爲正。騾八爲負、多三石爲正、列於下、乃以上牛三遍乘下牛四馬一騾八多三石。得牛十二爲正、馬三亦爲正、騾二十四爲負。多九石爲正。又以下牛四遍乘上牛三馬三騾三。得牛十二爲正、馬十二爲負、騾十二爲負。於是以上層爲主。兩下相較則牛各十二。彼此減盡。馬一正一負。故相加得十五。仍依本層爲正。騾兩層皆負。故相減餘十二。仍依本層爲負。九石無可加減。仍爲九石。依本層爲正。卽馬十五比騾十二所載多九石也。蓋牛彼此減盡。馬上層多三。下層少十二。是上層比下層多十五也。騾上層少二十四。下層少十二。是上層比下層所少爲十二也。馬多十五騾少十二。而米卽多九石。故爲馬十五比騾十二所載多九石也。爰將兩次所得之餘。如和較兼用二色方程法算之。其馬十五騾十八、共米二十四石。列於上。又馬十五爲正。騾十二爲負、多米九石爲正、列於下。因首色皆爲十五。兩數齊同。卽不用互乘。兩下相較。則馬各十五。彼此減盡。騾十八加騾十二。得三十。米二十四石減九石。餘十五石。乃騾三十共載之數。

牛	馬	騾	米
三正	三負	三負	〇
四正	一正	八負	三正
一二正	三正	二四負	九正
一二正	一二負	一二負	〇
〇〇	一五正	一二負	九正

馬	騾	米
一五	一八	二四
一五正	一二負	九正
〇〇	三〇	一五

以三十除之。得五斗。即爲每一騾所載之數。以騾十二乘之。得六石。爲騾十二共載之數。加馬十五之多九石。得十五石。即爲馬十五共載之數。以馬十五除之。得一石。爲每一馬所載之數。以牛三與馬三騾三相等計之。則馬三應載三石。騾三應載一石五斗。共四石五斗。以牛三除之。得一石五斗。即爲每一牛所載之數也。

設如有銀買綾羅絹三色。各不知價。只云綾一疋羅二疋絹四疋。共價七兩四錢。又綾二疋絹八疋。比羅四疋多六兩八錢。又綾三疋。比羅六疋絹七疋少一兩二錢。問各價幾何。

法先以綾一、羅二、絹四、共銀七兩四錢、列於上。和數皆爲正。不用號。又綾二爲正、羅四爲負、絹八爲正、多六兩八錢爲正、列於下。乃以下綾二遍乘上綾一羅二絹四共銀七兩四錢。得綾二羅四絹八共銀十四兩八錢。又以上綾一遍乘下綾二羅四絹八多六兩八錢。仍得原數。於是以上層爲主。兩下相較。則綾各二。彼此減盡。羅一正一負。故相加得羅八。依本層爲正。絹兩層皆正。故相減恰盡。價兩層皆正。亦相減餘八兩。乃羅八疋之共價。盖綾彼此減盡。絹亦減盡。惟羅上層多四疋。下層少四疋。是上層比下層多八疋。而價即多八兩。故爲羅八疋之共價也。以羅八除之。得一兩。即爲羅每一疋之價也。次以綾二爲正、羅四爲負、絹八爲正、多六兩八錢爲正、列於上。又綾三爲正、羅六爲負、絹七爲負、少一兩二錢爲負、列於下。乃以下綾三

銀	絹	羅	綾
七四	四	二	一
六八正	八正	四負	二正
一四八	八	四	二
六八正	八正	四負	二正
〇八〇正	〇	八正	〇

遍乘上綾二、羅四、絹八、多六兩八錢。得綾六為正、羅十二為負、絹二十四為正、多二十兩四錢為正。又以上綾二遍乘下綾三、羅六、絹七、少一兩二錢。得綾六為正、羅十二為負、絹十四為負、少二兩四錢為負。於是以上層為主。兩下相較。則綾各六。彼此減盡。羅兩層皆負。亦減盡。絹一正一負。故相加得三十八。銀一正一負。故相加得二十二兩八錢。乃絹三十八疋之共價。蓋綾彼此減盡・羅亦減盡・絹上層多二十四疋・下層少十四疋・是上層比下層多三十八疋也・銀上層多二十兩四錢・下層少二兩四錢・是上層比下層多二十二兩八錢也・絹多而銀亦多・故為絹之共價也・以絹三十八除之。得六錢。即絹每一疋之價也。以綾一、羅二、絹四、共價七兩四錢計之。則羅二疋應價二兩。絹四疋應價二兩四錢。共四兩四錢。於共價七兩四錢內減之。餘三兩。即綾每一疋之價也。此法互乘相減之後。即得一法一實。故省重列。二色若物與價俱各減盡者。則此層必為彼層之幾倍。與少一層者同。是為少一行不可算也。

綾	羅	絹	銀
二正	四負	八正	六八正
三正	六負	七負	一二負
六正	一二負	二四正	二〇四正
六正	一二負	一四負	二四負
〇	〇〇	三八	二二八

和較交變類

設如有琴、瑟、箏三種樂器。各不知價。但知琴一張、瑟三張、箏三張。共價九十兩。又琴一張、瑟二張、箏五張。共價八十八兩。又琴三張、瑟八張、箏五張。共價二百二十兩。問琴、瑟、箏每張各價幾何。

法先以琴一、瑟三、箏三、共銀九十兩。列於上。又琴一、瑟二、箏五、共銀八十八兩。列於下。因和數皆為正・故不

用號。因首色皆爲一。故省互乘。即以上層爲主。兩下相較。則琴各一。彼此減盡。瑟兩下相減餘一。本層多。仍爲正。箏兩下相減餘二。本層少變正爲負。銀九十兩減八十八兩餘二兩。本層多亦仍爲正。即瑟一比箏二價多二兩也。蓋兩層琴各一張。其價必相等。但上層多瑟一張。下層多箏二張。則上層多銀二兩。即瑟一比箏二所多之價也。次以琴一、瑟二、箏五、共銀八十八兩、列於上。又琴三、瑟八、箏五、共銀二百二十兩、列於下。乃以下琴三。遍乘上琴一瑟二箏五共銀八十八兩。得琴三瑟六箏十五共銀二百六十四兩。又以上琴一。遍乘下琴三瑟八箏五共銀二百二十兩。仍得原數。於是以上層爲主。兩下相較。則琴各三。彼此減盡。瑟兩下相減餘二。本層少變正爲負。箏兩下相減餘十。本層多。仍爲正。銀二百六十四兩。減二百二十兩餘四十四兩。本層多亦仍爲正。即箏十比瑟二價多四十四兩也。蓋兩層琴各三張。其價必相等。但上層多箏十張。下層多瑟二張。則上層多銀四十四兩。即箏十張比瑟二張所多之價也。因首色減盡。則瑟轉而爲首。應爲正。今瑟爲負。重列二色之際。不能一體。須俱變其號。然後爲順。故將瑟二變負爲正。而以箏十與價多四十四兩俱變正爲負。蓋原箏十比瑟二多四十四兩。今變爲瑟二比箏十少四十四兩也。若以下層爲主。則本層多。即

銀	箏	瑟	琴
九〇	三	三	一
八八	五	二	一
〇二正	二負	一正	〇

銀	箏	瑟	琴
八八	五	二	一
二二〇	五	八	三
二六四	一五	六	三
二二〇	五	八	三
〇四四正	一〇正	二負	〇

得瑟二爲正。不用變號。爰將兩次所得之餘。如較數二色方程算之。其瑟一爲正、箏二爲負、多二兩爲正、列於上。瑟二爲正、箏十爲負、少四十四兩爲負、列於下。乃以下瑟二遍乘上瑟一、箏二、多二兩、得瑟二仍爲正、箏四爲負、多四兩爲正。又以上瑟一遍乘下瑟二、箏十、少四十四兩。仍得原數。兩下相較則瑟各二彼此減盡。箏兩層皆負。故相減餘六。多四兩與少四十四兩相加得四十八兩。即箏六張之共價也。蓋瑟皆爲二張。則其共價必相等。然比箏四張之價則多。比箏十張之價則少。是多少相加之四十八兩。即箏十與箏四相差六張之價也。乃以箏六除銀四十八兩得八兩。爲箏每張之價。以箏十因之得八十兩。爲箏十張之共價。瑟二張既比箏十張少四十四兩。則於八十兩內減四十四兩。餘三十六兩。即爲瑟二張之共價。以瑟二除之得十八兩。爲瑟每張之價。以琴一瑟三箏三共銀九十兩計之。則瑟三價五十四兩。箏三價二十四兩。共七十八兩。於共銀九十兩內減之。餘十二兩。即琴每一張之價也。

瑟	箏	銀
一正	二負	二正
二正	一〇負	四四負
二正	四負	四正
二正	一〇負	四四負
〇	〇六	四八

設如有古量斛庚釜三種盛米各數不同。只云三斛二釜比二庚多一石零八升。又二斛比三庚五釜少六石。又一斛一庚比二釜多一石三斗二升。問斛庚釜各盛米若干。

法先以斛三爲正。庚二爲負。釜二爲正。多一石零八升爲正。列於上。又斛二爲正、庚三釜五爲負、少六石亦爲負。列於下。乃以下斛二遍乘上斛三、庚二、釜二、多一石零八升。得斛六仍爲正、庚四爲負、釜四爲正、多二石一斗六升亦爲正。又以上斛三遍乘下斛二、庚三、釜五、少六石。得斛六仍爲正、庚九釜十五俱爲

負少十八石亦爲負。於是以上層爲主。兩下相較。則斛各六彼此減盡。庚兩層皆負。故相減餘五。本層少。乃變負爲正。釜一正一負。故相加得十九。仍依本層爲正。多二石一斗六升與少十八石相加。得二十石一斗六升。仍依本層爲正。卽五庚十九釜共二十石一斗六升也。蓋斛彼此減盡・庚上層少四・下層少九・是下層比上層所少爲五・卽上層比下層多五也・釜上層多四・下層少十五・是上層比下層多十九也・米上層多二石一斗六升・下層少十八石・是上層比下層多二十石一斗六升也・庚釜多則米亦多・故爲五庚十九釜・共二十石一斗六升也・次以斛二爲正、庚三釜五與少六石俱爲負、列於上。又斛一庚一爲正、釜二爲負、多一石三斗二升爲正、列於下。乃以上斛二遍乘下斛一庚一釜二多一石三斗二升。得斛二庚二爲正、釜四爲負、多二石六斗四升爲正。又以下斛一遍乘上斛二庚三釜五少六石。仍得原數。於是以上層爲主。兩下相較。則斛各二。彼此減盡。庚一正一負。故相加得五。仍依本層爲正。釜兩層皆負。故相減餘一。本層少。乃變負爲正。多二石六斗四升與少六石相加。得八石六斗四升。仍依本層爲正。卽五庚一釜共八石六斗四升也。蓋斛彼此減盡・庚上層多二・下層少三是上層比下層多五也・釜上層少四・

斛	庚	釜	米
三正	二負	二正	一〇八正
二正	三負	五負	六〇〇負
六正	四負	四正	二一六正
六正	九負	一五負	一八〇〇負
〇	五正	一九正	二〇一六正

斛	庚	釜	米
二正	三負	五負	六〇〇負
一正	一正	二負	一三二正
二正	二正	四負	二六四正
二正	三負	五負	六〇〇負
〇	五正	一正	八六四正

下層少五。是下層比上層所少爲一。即上層比下層多一也。米上層多二石六斗四升。下層少六石是上層比下層多八石六斗四升也。庚釜多而米亦多。故爲五庚一釜。共八石六斗四升也。爰以兩次所得之餘如和數二色方程算之共庚五、釜十九、共二十石一斗六升、列於上。庚五、釜一、共八石六斗四升、列於下。變爲和數。故不用號。夫首數皆爲五、則省互乘。兩下相較庚各五。彼此減盡。釜十九減一餘十八。米二十石一斗六升減八石六斗四升餘十一石五斗二升。即爲釜十八所盛之共數。以十八除之。得六斗四升。爲每一釜所盛之數。於八石六斗四升內減之。餘八石。爲庚五所盛之共數。以五除之。得一石六斗。爲每一庚所盛之數。以斛三釜二比庚二多一石零八升計之。則庚二應三石二斗。加多一石零八升。得四石二斗八升。即爲斛三釜二之共數。減釜二之一石二斗八升。餘三石。爲斛三所盛之共數。以三除之。得一石。爲每一斛所盛之數也。

庚	釜	米
五	一九	二〇一六
五	一	八六四
〇	一八	一一五二

設如用船車駝運糧。各不知數。只云三船比七車一駝少三十三石六斗。二車比一船十二駝少二十一石六斗。八駝比一船三車少二十一石六斗。問船車駝各載幾何。

法先以船三爲正、車七駝一與少三十三石六斗俱爲負、列於上。又船一改爲正、車二改爲負、駝十二亦改爲正、少二十一石六斗、改爲多二十一石六斗亦爲正、列於下。蓋二車比一船十二駝少二十一石六斗。即一船十二駝比二車多二十一石六斗也。乃以上船三遍乘下船一車二駝十二多二十一石六斗得船三爲正、

車六爲負、駝三十六爲正、多六十四石八斗爲正。又以下船一遍乘上船三車七駝一少三十三石六斗。仍得原數。於是以上層爲主。兩下相較。則船各三。彼此減盡。車兩層皆負。故相減餘一。本層少。乃變負爲正。駝一正一負。故相加得三十七。仍依本層爲正。多六十四石八斗與少三十三石六斗相加。得九十八石四斗。亦依本層爲正。卽車一駝三十七共載九十八石四斗也。蓋船彼此減盡。車上層少六。下層少七。是下層比上層所少爲一。卽上層比下層多一也。駝上層多三十六。下層少一。是上層比下層多三十七也。糧上層多六十四石八斗。下層少三十三石六斗。是上層比下層多九十八石四斗也。車多駝多。則糧亦多。故九十八石四斗。爲車一駝三十七之共數也。

船	車	駝	糧
三正	七負	一負	三三六負
一正	二負	一二正	二一六正
三正	六負	三六正	六四八正
三正	七負	一負	三三六負
○	一正	三七正	九八四正

次以船一爲正、車二爲負、駝十二爲正、多二十一石六斗爲正、列於上。又船一車三俱改爲正、駝八改爲負、少二十一石六斗、改爲多二十一石六斗爲正、列於下。蓋八駝比一船三車少二十一石六斗。卽一船三車比八駝多二十一石六斗也。首數皆一。故省互乘。卽以上層爲主。兩下相較。則船各一。彼此減盡。車一正一負。故相加得五。仍依本層爲負。駝一正一負。故亦相加。得二十。仍依本層爲正。糧兩層

船	車	駝	糧
一正	二負	一二正	二一六正
一正	三正	八負	二一六正
○	五負	二○正	○○○

皆正。相減恰盡。即爲駝二十與車五相等。今車應轉爲首色爲正。故重列之際。須俱變其號。以車變負爲正。駝變正爲負。即爲車五與駝二十相等也。蓋兩下相較。船數相等上層少車二。下層多車三。上之所少。即下之所多。是下層多車五。上層多駝十二。下層少駝八。下之所少。即上之所多。是上層多駝二十。今既兩下糧數相等。則爲車五與駝二十相等矣。爰以兩次所得之餘。如和較兼用二色方程算之。其車一、駝三十七、共糧九十八石四斗。列於上。因爲和數。故不用號。又車五爲正。駝二十爲負。列於下。糧兩下相等。故無數可列。仍作空以存其位。乃以下車五。遍乘上車一駝三十七共糧九十八石四斗。得車五駝一百八十五共糧四百九十二石。又以上車一。遍乘下車五駝二十。仍得原數。兩下相較。則車各五。彼此減盡。駝一百八十五。加駝二十。得二百零五。糧止一層。無數可加減。仍得四百九十二石。即駝二百零五所載之共數也。以駝二百零五除之。得二石四斗。爲每一駝所載之數。以二十乘之。得四十八石。爲駝二十所載之共數。車五既與之相等。即以車五除之。得九石六斗。即爲每一車所載之數。以三船比七車一駝少三十三石六斗計之。則一駝應二石四斗。七車應六十七石二斗。共六十九石六斗。減三船少三十三石六斗。餘三十六石。爲三船所載之共數。以三除之。得十二石。爲每一船所載之數也。

車	駝	糧
一	三七	九八四
五正	二〇負	〇〇〇
五	一八五	四九二〇
五正	二〇負	〇〇〇
〇	二〇五	四九二〇

設如有錢買瓜桃榴梨四色。只云瓜二、桃四、共價一百五十六文。瓜一、梨八、共價一百二十六文。桃二、榴

七、共價一百六十文。榴四、梨七、共價一百四十八文。問瓜桃榴梨各價幾何。

法先以瓜二、桃四共價一百五十六文、列於上。因題有四色。而此行無榴梨。乃各作空位以存其分。餘俱照式對位列之。又以瓜一、梨八、共價一百二十六文、列於下。因爲和數。故不用號。乃以上瓜二遍乘下瓜一梨八共價一百二十六文得瓜二梨十六共價二百五十二文又以下瓜一遍乘上瓜二桃四共價一百五十六文。仍得原數於是以下層爲主。兩下相較則瓜各二彼此減盡。桃四無可減。仍爲四依本層爲正。榴仍爲空位。梨十六無可減。仍爲十六。本層無數。乃變正爲負價二百五十二文內減一百五十六文。餘九十六文。本層少。乃變正爲負。卽爲桃四比梨十六價少九十六文也。蓋瓜皆爲二。則其共價必相等。然上層有梨十六。則共價二百五十二文。下層有桃四。則共價一百五十六文。其相差之九十六文。卽桃四比梨十六所少之價也。至是瓜既已減盡。但餘三色。卽變四色爲三色。而以桃爲首。對位列之。是以桃四爲正、此行無榴數。故仍作空位以存其分。餘俱對位列之。梨十六爲負、少九十六文爲負、列於上。桃二、榴七、共價一百六十文、列於下。因爲和數故不用號。乃以上桃四遍乘下桃二榴七共價一百六十文得桃八榴二十八共價六百四十文又以下桃二遍乘上桃四梨十六少九十六文得桃八仍爲正梨三十二仍爲負少一百九十二文爲負。於是以上層爲主。兩下相較則桃各八彼此減盡。榴二十八無可減。仍爲

瓜	桃	榴	梨	錢
二	四	○	○	一五六
一	○	○	八	一二六
二	○	○	一六	二五二
二	四	○	○	一五六
○	四正	○	一六負	○九六負

二十八。依本層爲正。梨三十二無可加。仍爲三十二。本層無數。乃變負爲正。六百四十文與少一百九十二文相加得八百三十二文。仍依本層爲正。卽榴二十八梨三十二共價八百三十二文也。蓋桃彼此減盡。上層多榴二十八。下層少梨三十二。卽上層多梨三十二。故多與少相差之八百三十二文。卽榴二十八梨三十二之共價也。至是桃又減盡。但餘二色。卽變三色爲二色。而以榴爲首。對位列之。是以榴二十八、梨三十二、共價八百三十二文。列於上。榴四梨七、共價一百四十八文列於下。乃以上榴二十八遍乘下榴四梨七共價一百四十八文。得榴一百一十二、梨一百九十六、共價四千一百四十四文。又以下榴四遍乘上榴二十八梨三十二共價八百三十二文。得榴一百一十二、梨一百二十八、共價三千三百二十八文。兩下相較。則榴各一百一十二。彼此減盡。梨兩下相減。餘六十八。價兩下相減。餘八百一十六文。卽梨六十八之共價也。以梨六十八除之。得十二文。爲梨每個之價。以七因之。得八十四文。爲梨七之共價。於榴梨共價一百四十八文內減之。餘六十四文爲榴四之共價。以四除之。得十六文。卽榴每個之價。以桃二榴七共價一百六十文計之。則榴七應價一百一十二文。於桃榴共價一百六十文內減之。餘四十八文爲桃二之共價。以二除之。得二十四文爲桃每個之價。再以瓜二桃四共價一百五十六文計之。則桃四應價九十六文。於桃瓜共價一百五十六文內減之。餘六十文。爲瓜二之共價。以一

桃	榴	梨	錢
四正	○	一六負	九六負
二	七	○	一六○
八	二八	○	六四○
八正	○	三二負	一九二負
○	二八正	三二正	八三二正

除之得三十文。即瓜每個之價也。

附法

設如有石二塊。大小不等。不知重數。只有銅條一根。重十二兩。均分十二分。以繩繫於第五分之上。一頭五分。一頭七分。將大石掛於銅條一頭。離提繫五分。而以小石作砣稱之。離提繫得六分始平。又將小石掛在銅條一頭。離提繫五分。而以大石作砣稱之。離提繫得四分始平。問大小二石各重幾何。

法先以五分加一倍。與十二分相較。餘二分。折半得一分。與五分相加爲六分。乃以五分爲一率。六分爲二率。餘二分作二兩爲三率。得四率二兩四錢。卽五分之端加二兩四錢始與七分相平也。爰將二兩四錢以大石離提繫五分因之。得十二兩爲五大石比六小石所多之數。大石離提繫五分小石離提繫六分而平。是大石重六分。小石重五分也。若五大石六小石。則各得三十分。其重始等。然五分之一端。應加二兩四錢。是大石重六分。尚多二兩四錢也。若五大石則多十二兩矣。故爲五大石比六小石多十二兩也。又將二兩四錢以小石離提繫五分因之。亦得十二兩。爲四大石比五小石所少之數。小石離提繫五分大石離提繫四分而平。是小石重四分。大石重五分也。若五小石四大石。則各得二十分。其重始等。然五分之一端。應加二兩四錢。是小石重四分。尚多二兩四錢也。若五小石則多十二兩矣。故爲五小石比四大石多十二兩。因以大石爲首。故變爲四大石比五小石少十二兩也。因作較數方程法算之。以大石五爲正、小石六

錢	梨	榴
八三二	三二	二八
一四八	七	四
四一四四	一九六	一一二
三三二八	一二八	一一二
〇八一六	〇六八	〇〇〇

爲負、重多十二兩爲正、列於上。又大石四爲正、小石五爲負、重少十二兩爲負、列於下。乃以上大石五遍乘下大石四小石五少十二兩。得大石二十、小石二十五、少六十兩。又以下大石四遍乘上大石五小石六多十二兩。得大石二十。小石二十四、多四十八兩。兩下相較。則大石各二十。彼此減盡。小石兩層皆負。故相減餘一。重少六十兩與多四十八兩相加。得一百零八兩。即爲一小石之重數。以小石六因之。得六百四十八兩。爲六小石之共重數。加五大石所多十二兩。得六百六十兩。爲五大石之共重數。以五歸之。得一百三十二兩。即爲一大石之重數也。此本疊借互徵之法。而以方程算之。稍爲簡易焉。

設如有銀一千六百四十兩。兄弟二人分之。各不知數。只云兄之四分之一。弟之六分之一。共三百五十兩。問兄弟各分銀幾何。

法以一千六百四十兩爲兄四分弟六分之共銀數。以三百五十兩。爲兄一分弟一分之共銀數。如和數方程法算之。以兄四分、弟六分、共銀一千六百四十兩、列於上。兄一分、弟一分、共銀三百五十兩、列於下。乃以下兄一分。遍乘上兄四分弟六分共銀一千六百四十兩。仍得原數。又以上兄四分遍乘下兄一分弟一分共銀三百五十兩。得兄四分、弟四分、共銀一

一率	五分
二率	六分
三率	二兩
四率	二兩四錢

大	小	重
五正	六負	一二正
四正	五負	一二負
二〇正	二五負	六〇負
二〇正	二四負	四八正
〇〇	〇一	一〇八

千四百兩。兩下相較。則兄各四分。彼此減盡。弟兩下相減。餘二分。銀兩下相減。餘二百四十兩。卽弟二分之共銀數。以弟二分除之。得一百二十兩。爲弟一分之銀數。以弟六分乘之。得七百二十兩。卽弟所分之共銀數。於共銀一千六百四十兩內減之。餘九百二十兩。卽兄所分之共銀數也。此法用疊借互徵算之亦可。

設如甲乙二人分果。不知其數。只云甲予乙九枚。則乙與甲等。乙予甲九枚。則一甲與二乙等。問甲乙分果各幾何。

法將甲予乙九枚。以二因之。得一十八枚。爲一甲比一乙所多之數。蓋甲予乙九枚。則甲與乙等。若甲不予乙。則甲多九枚。乙少九枚。是甲比乙多十八枚也。又將乙予甲九枚。以三因之。得二十七枚。爲一甲比二乙所少之數。蓋乙予甲九枚。則一甲與二乙等。若乙不予甲。則乙多九枚。二乙必多十八枚。甲少九枚。是一甲比二乙少二十七枚也。因作較數方程法算之。以甲一爲正、乙一爲負、多十八枚爲正、列於上。又甲一爲正、乙二爲負、少二十七枚爲負、列於下。因甲首色皆爲一。故不用互乘。兩下相較。則甲各一。彼此減盡。乙兩層皆負。故相減餘一。果一正一負。故相加得四十五枚。卽爲乙之果數。如甲多十八枚。得六十三枚。卽爲甲之果數也。若甲予乙九枚。則甲餘五

兄	弟	銀
四	六	一六四〇
一	一	三五〇
四	六	一六四〇
四	四	一四〇〇
〇	二	〇二四〇

甲	乙	果
一正	一負	一八正
一正	二負	二七負
〇	一	四五

十四。乙亦得五十四。是甲與乙相等。若乙予甲九枚。則乙餘三十六。甲得七十二。是一甲與二乙相等也。

此法用疊借互徵算之亦可。

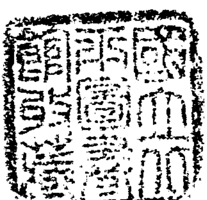
設如有田二千六百五十畝。令上中下三等農夫分耕。上等四十八人。中等五十八人。下等七十八人。上等比中等每人多七畝。中等比下等每人多五畝。問上中下三等每人各耕幾何。

法以二千六百五十畝爲和。以多七畝多五畝爲較。如和較兼用三色方程法算之。先以上等四十八人。中等五十八人、下等七十八人、共田二千六百五十畝、列於上。因爲和數。故不用號。又上等一人爲正、中等一人爲負、多七畝爲正、列於下。無下等。則作空以存其位。乃以下上等一人遍乘上上等四十八人中等五十八人下等七十八人共田二千六百五十畝。仍得原數。又以上上等四十八人遍乘下上等一人中等一人多七畝。得上等四十八人爲正、中等四十八人爲負、多二百八十畝爲正。於是以上層爲主。兩下相較則上等各四十八人彼此減盡中等五十八人加四十八人得九十八人。下等無可加減仍得七十八人。田二千六百五十畝減二百八十畝。餘二千三百七十畝。即中等九十八人下等七十八人共田二千三百七十畝也。因依本層。故仍爲和數。次以中等九十八人下等七十八人共田二千三百七十畝、列於上。因爲和數。故不用號。又中等一人爲正、下等一人爲負、多五畝爲正、列於下。乃以下中等一人遍乘上中等九十八人下

上	中	下	田
四〇	五〇	七〇	二六五〇
一正	一負	〇	七正
四〇	五〇	七〇	二六五〇
四〇正	四〇負	〇	二八〇正
〇〇	九〇	七〇	二三七〇

等七十八共田二千三百七十畝。仍得原數。又以上中等九十八人遍乘下中等一人下等一人多五畝。得中等九十八人爲正、下等九十八人爲負、多四百五十畝爲正。兩下相較。則中等各九十八人彼此減盡。下等七十八人加九十八人得一百六十八人田二千三百七十畝。減四百五十畝。餘一千九百二十畝。即下等一百六十八人之共數也。以下等一百六十八人除之。得十二畝。爲下等每人所耕之數。加五畝得十七畝。爲中等每人所耕之數。又加七畝。得二十四畝。爲上等每人所耕之數也。此去本和數比例。以方程算之亦可。

中	下	田
九〇	七〇	二三七〇
一正	一負	五正
九〇	七〇	二三七〇
九〇正	九〇負	四五〇正
〇〇	一六〇	一九二〇



該書店

借書到期表

Date Due
