Capítulo I

UN MATEMÁTICO EN LA CALLE.

Esa lámpara, cuya luz amarillenta y tenue alumbraba sus apuntes y parte de la habitación que abundaba en libros; sobre la cama, había hojas desparramadas; sobre el piso más papeles. Aquellas hojas estaban llenas de escrituras, algunas iban de un lugar a otro en su mesa, que servía para la ocasión como escritorio; desde luego él, muy concentrado, absorto en su problema, escribía y escribía una idea, estaba estudiando un tema matemático, así que garabateaba una y otra vez la hoja, luego escribió lo que tal vez le lleve a demostrar uno de esos tantos teoremas matemáticos; de pronto, la oscuridad reinó por el cuarto; él muy incómodo, agarró desesperado el interruptor de la lámpara, apretó y volvió apretar, para así obtener luz –era en vano-, miró por todos lados en la habitación y la oscuridad rodeaba todo, así a tientas se puso de pie, muy furioso, abrió la puerta, salió del lugar y sus ojos vieron la tenue luz azulada del amanecer; un viento muy fino le invadió, se agarró los hombros, luego parte de los brazos, y frotándose para contrarrestar el frio siguió contemplando el amanecer cuyas nubes grises, se perdían entre las celestes y blancas.

Se fue hacia el lavatorio, abrió el caño y muy rápidamente se lavó la cara, luego fue hacia su cuarto, la puerta abierta dejaba pasar un pequeño haz de luz. Se puso una vieja casaca, se amarró mejor los zapatos, y se sentó sobre unas hojas que estaban en la cama, se quedó meditando largo rato, iba a volver a escribir y continuar con sus apuntes –desde luego la oscuridad se lo impedía-, decidió salir, no sabía a dónde, lo único que interesaba era salir, y así fue hacia la calle –le quedaría en su recuerdo por muchos años, aquel amanecer que no se había percatado anteriormente-.

Ya caminando por la calle, vio las casas con esa frágil luz del amanecer, aunque la iluminación ámbar de los postes de las calles, contrastaba de modo ambiguo si estas casas estaban limpias o sucias; ¿tanto tiempo ha pasado? -se decía- que las cosas no eran lo que para él parecían, ya que las casas eran más grandes, de repente era una falsa percepción, meditó así que prosiguió.

Terminando la cuadra, en la otra esquina le llamó la atención ver a un grupo de personas que esperaban su turno en la panadería, -el hambre le invadió- estaba dudoso de esperar en la cola o seguir caminado, o tal vez seguir contemplando el amanecer y esas calles que desde luego parecían otras; avanzó lentamente, ya cerca a la panadería, se colocó detrás de un señor, y esperó su turno.

¿SE CUMPLE SIEMPRE LA REGLA DE TRES?

Mirando alrededor, veía el rostro de las distintas personas con sus particularidades, unas que todavía no se desperezaban mostraban su parsimonia, y otros por falta de tiempo tenían los cabellos algo desordenados, así mismo algunas se frotaban los brazos para aplacar el frio leve del amanecer; luego contempló las vitrinas y los estantes de la panadería, miró a la persona que atendía, de modo raudo acomodaba los panes en la vitrina, así notó que el precio del cierto tipo de pan estaba por unidad S/. 0.15 [1](quince céntimos de sol), mientras las personas pedían cierta cantidad de pan, contempló la escena:

-Deme 20 panes

Un joven luego pagó S/. 3.00 (tres soles)

-Deme 15 panes

La señora pagó S/. 2.20

Luego un señor con rostro adusto, le pió al panadero:

-¡Oiga! deme 100 panes rápido…

Luego el panadero le cobró S/. 14.00 (catorce soles).

De ahí, un vendedor de panes en carretilla le pide al panadero 300 panes de cierto tipo, este le paga S/.43.00 (cuarenta y tres soles).

Sacando cuentas, nuestro amigo, Fénix obtuvo para la primera persona 20 x S/.0.15 = S/. 3.00, luego para la

[1] Según la vigésima segunda edición del diccionario de la Real Academia Española (RAE), es aceptable, el uso del punto para separar la parte entera de la parte decimal en las expresiones numéricas escritas con cifras, así en lo que va del escrito sólo el precio y el tiempo, se usará punto; para otras medidas se usará la coma decimal.

segunda persona 15 × S/.0.15 = S/. 2.25 y para la tercera persona la siguiente cantidad 100 × S/.0.15 = S/. 15.00, ahora para el vendedor de panes en carretilla tenía lo siguiente 300 × S/.0.15 = S/. 45.00, esto lo dejo muy sorprendido; algo contrariado, Fénix, se dio cuenta que esto de comprar pan, **no siempre cumple cierta regla**; luego llegó su turno de comprar pan, pide cinco, y el panadero le cobra S/. 0.80 (ochenta céntimos de sol), él en tono inquirente le pregunta:

-Disculpe señor, tengo una duda ¿Por qué cuando el señor que compró 100 panes no le cobró S/. 15.00 (quince soles)? y además, este…al que le compró 300 panes, ¿por qué no le cobró S/. 45.00 (Cuarenta y cinco soles)?

El vendedor lo miró un poco desconfiado, se detuvo en sus quehaceres, y de modo muy cortante le dirigió la palabra:

-Mira, lo que pasa es que cuando uno compra por cantidad, se cobra menos, así es…

A lo que el matemático, le replica:

-¿Pero si estás perdiendo? ¿Por qué no sigues aplicando eso de que cuando se compra más productos se debe cobrar más según una regla?... ¡eso no entiendo!

El vendedor, muy apresurado, le dio a entender que esa era la forma de trabajar y que siempre había sido así, además si cobrara según la regla, no tendría clientes, ya que sería muy carero, luego le dijo que él sólo hacia su trabajo y que por favor, le dejara vender pan.

Fénix se retiró de la panadería un poco contrariado, cogió un pan y mordisqueando, pensó que tal vez la forma como había sacado las cuentas estaba mal, meditó y se dio cuenta que al dividir el precio pagado por los panes entre la cantidad de panes, siempre salía como resultado el precio del pan $(\frac{3.00}{20} = 0.15 \;\; o \;\; \frac{15.00}{100} = 0.15)$ desde luego esto se cumplía para cierta cantidad de panes -esto lo desconcertó- luego recordó, aquello de las magnitudes directamente proporcionales (entendiéndose como magnitud a algo que varíe), además esto se parecía a la famosa **regla de tres**; pero había algo raro, cuando se compraba más panes, la regla no se cumplía, se dijo que de repente "era una gran abstracción matemática que no tenía nada que ver con la realidad", o tal vez estaba mal la regla.

Siguió caminando, y se detuvo por un momento, pensó largo rato, y se dijo: cuando se trata de cantidades grandes como el caso de los panes, ya el precio deja de ser proporcional; pero… ¿cuál es dicha cantidad de panes para dejar de ser proporcional con el precio?, ¿será 50? ¿Quizá 55? ¿y por qué no 51?, después de meditar mucho, -muy reacio todavía- aceptó la idea, de que en la realidad, a veces no se cumple la regla de tres, y en especial cuando son ventas de ciertos productos -ya se había terminado de comer todos los panes- así Fénix llegó a la siguiente conclusión:

"La famosa regla de tres, tampoco se cumpliría cuando compramos manzanas, o paltas, u otras cosas que tienen un precio por unidad, y luego en cantidad es otro precio muy por debajo de haberlo calculado por la famosa regla, es decir, que sí hay una brecha entre la teoría matemática y la aplicación en la vida diaria.”

Era muy buena dicha conclusión –se dijo-, la aplicación de la regla de tres era correcta si es que se usa con ciertas magnitudes, como por ejemplo la cantidad de productos con el precio, la distancia con el tiempo, de repente el volumen de un río con la presión del mismo, etc., sólo hasta cierto límite, pasado este límite, allí entra a tallar una regla más complicada que modela el comportamiento de dichas magnitudes de modo más correcto; para el caso de la cantidad de pan con el precio, cuando se llega a cierta cantidad (eso lo determina arbitrariamente el vendedor), entra a tallar factores económicos –tal vez la oferta y la demanda- es por eso, que el precio es menor en cantidad; es decir que la regla de tres (aplicación de magnitudes proporcionales e inversamente proporcionales) es una aproximación de nuestra vida diaria, que se puede aplicar a muchos casos, y obtener resultados confiables, pero cuando se trata de cantidades mayores no siempre se cumple, y en especial cuando entra a tallar dinero, así que no abusemos de ella.

Nuestro amigo continuó caminando, le sorprendió comprender algo que hacía muchos años le habían enseñado en el colegio, que a veces el daba por hecho, y que en la vida diaria, nos arrojaba algo distinto, se alegró mucho el haber aprendido ese pequeño detalle; luego al caminar, encontró a dos personas de edad que casi discutían sobre un tema, él las contempló desde la otra orilla de la calle, y escuchó que hablaban del novio de una de sus nietas, una de la abuelitas decía:

-Mi hijita tan linda, tan bella, con ese sujeto, ¡si ese joven!, sabes le lleva en edad casi el doble, la niña tiene 16 y él tiene 30 años, ¡cómo puede ser posible! ¿te imaginas cuando cumpla 30 años ella?, ¡él tendrá 60 años! -¡válgame Dios!-.

Mientras el otro anciano le contestó:

-No es tan cierto esto, estás exagerando, tienes un prejuicio, con respecto a la comparación que haces en las edades... ¡no es tan cierto eso!

La anciana seguía insistiéndole, decía que ella tal vez toleraba 10 años, o algo por ahí de diferencia de edades, pero de ahí a 15 años o más, le parecía un abuso…su nieta no se merecía eso.

¿SIEMPRE SE DEBE COMPARAR EN FORMA MULTIPLICATIVA?

Se detuvieron los ancianos, mientras que uno de ellos le comenzó a explicar al otro:

-Bueno no es así,- le respondió señalándose la cabeza- lo que ocurre, es que ahora tu nieta tiene 16 años y él 30 años, la diferencia en edad es sólo de 30 – 16 =14 años -pongámoslo 15 años- ahora, tu lo tomas como si fuera el doble, ya que da la casualidad, que en este momento es así, 30 años es casi el doble de 16 años, pero cuando tu nieta tenga 30 años, él tendrá sólo 45 años ni más ni menos; y la diferencia en edades será igualmente de 15 años, y no como crees que cuando ella tenga 30 años el tendría algo como de 60 años, eso es una equivocación; todo esto desde luego si es que llegasen a casarse…además no encuentro nada de malo en la diferencia de 15 años, yo con mi esposa nos llevamos algo de doce o trece años…

Al escuchar Fénix, -esa muy buena explicación-, dejó a los ancianos que sigan conversando, le vino a la mente la idea de que a veces la comparaciones no siempre deben ser de modo multiplicativo (hablar del doble, del triple, cuádruple etc.) sino mas bien aditivas (tantas veces más); de ahí se dio cuenta que en la vida diaria, es muy común comparar de modo multiplicativo por ejemplo: - tengo el doble de dinero, trabajo el triple que tu, etc.-, cuando lo correcto sería comparar de modo aditivo (tengo tanto más de dinero, trabajo tantas horas más que tu); lo que ocurre, pensó él, es que la forma multiplicativa que mucha gente utiliza cuando habla de algo para referirse a otra cosa, genera mayor expectativa, más sorpresa, (por ejemplo, si te digo que tengo el doble de dinero que tu, suena más sorprendente que dijera, tengo diez soles más que tu) y desde luego la gente esta tan habituada a comparar de ese modo, que no lo medita debidamente. Bueno -se dijo- cuantas veces él, había comparado de esa manera; sin darse cuenta había dado justo en el punto de las comparaciones arbitrarias, ¡tenía razón el anciano!

Miró hacia su reloj, y se percató que ya eran las 7:12 am - era hora de ir al trabajo- se detuvo; pensó un largo rato, y con una sonrisa en su rostro se dijo:

-¡Al diablo con el trabajo! ¡Hoy he decidido caminar!

Desde luego, ese día en especial, le llamó la atención ciertos aspectos rutinarios, como el paradero de los microbuses, y por primera vez, se percató la desesperación de las personas por llegar a la hora a su destino –cuantas veces él no abría estado en esa situación- lo recordó con mucha gracia, al cabo de un momento siguió de largo.

Caminando, llegó a un colegio, donde el bullicio típico de los niños, ponían en evidencia el lugar, así miró hacia un grupo de chicos, que rodeaba a un vendedor, él se acercó, y se percató que el vendedor ofertaba cierto producto, además regalaba un producto más quien le adivinaba cuantas monedas, tenía en la mano, luego de sacar la mano del bolsillo. Así el vendedor se metió las manos al bolsillo, agito las monedas y saco el puño cerrado, y comenzó a preguntar:

-¿Cuántas monedas tengo?

Los chicos decían:

-Cuatro,

-¡Cinco!

-¿Una?,

-Dos…

Y luego el vendedor abría la mano, y no había ninguna moneda, algunos chicos se agarraban la cabeza, otros se increpaban, otros le decían a su compañero, ¡yo te dije ya ves! era un evento muy llamativo; el vendedor, repitió varias veces aquel juego, y desde luego no regalo ningún producto.

¿CUÁL DEBE SER LA MEJOR ESTRATEGIA PARA GANAR EN CIERTOS JUEGOS DE AZAR?

Sacó un papel, comenzó a escribir, se decía -esto es probabilidad- formó sus conjuntos, sacó la probabilidad para dos jugadores y tres eventos, borroneo, comenzó a examinar más casos, luego agregó más monedas, así se pasó casi una hora absorto frente al vendedor, luego se sentó, y seguía con el problema; al momento de tomar un respiro, no se había dado cuenta, que ya los niños no se encontraban afuera, además algunos vendedores de alrededor ya no estaban, otros estaban alistándose para irse, así que muy perplejo buscó al vendedor del juego con los niños, y justamente se estaba alistando para irse, se le acercó le preguntó:

-Disculpe maestro… ¿cuál su método para que los chicos no acierten la cantidad de monedas que tiene en su haber?...no sé si me lo podría explicar si fuera muy amable.

El vendedor, primero desconfiado, y luego de observarlo le respondió en un tono muy amable, el señor le explico de la siguiente manera:

-Mira joven, lo que uno tiene que hacer si es que quieres ganar, es siempre cambiar la jugada para cada caso; además uno debe escoger la mayor cantidad de monedas, y sólo en un caso, escoger tener en la mano una sola moneda. ¡Observa!

Así que el vendedor frente a él, realizo varias veces el juego, probando así a ver si nuestro amigo matemático, adivinaba la cantidad de monedas que tenía en la mano, desde luego el matemático, no dio con ninguna, -eso lo dejó sorprendido-, a lo que él respondió:

-¡Si es cierto!, cada jugada distinta usted cambia la cantidad de monedas, y por eso se me hace difícil responder exactamente; esto se debe a que la probabilidad de que yo acierte es más baja, ya que usted cambia constantemente la jugada por así decirlo.

El vendedor, soltó una breve carcajada, y le confesó, que en algunas ocasiones, se dejaba ganar para la clientela, es decir para los chibolos, pero si verdaderamente jugara a ganador, no perdería. Le hizo mucha gracia a Fénix lo contado por el señor, y lo que más le sorprendió, era que el vendedor había aprendido esa estrategia, sin ningún cálculo, y tal vez ni siquiera saber lo que es una probabilidad; de hecho la sabía aplicar de modo correcto. Nuestro amigo concluyó:

Primero, muchas de las cosas matemáticas, las personas pueden aprenderlo a partir de la experiencia, y otros estudiándola; segundo, lo que respecta a juegos, me parece que uno siempre debe cambiar la jugada, si es que pretende ganar –desde luego en la mayoría de casos- .

Así se despidió del vendedor, y fue con la idea de irse a una sala de tragamonedas o casinos, para poner en práctica lo aprendido hoy; le había entusiasmado dicha regla práctica, estaba tan ansioso, que quería comprobar su eficacia.

¿SE PUEDE GANAR DINERO EN LOS TRAGAMONEDAS SIEMPRE?

Así nuestro amigo, llegó a un tragamonedas, cerca al centro de la ciudad, era esos lugares con grandes paneles luminosos que anunciaban suerte, dinero, y mujeres exuberantes, así que decidió entrar; de inmediato cambió su dinero en monedas y se puso a intentar "probar suerte", así que se sentó frente a una máquina, echó una moneda, y apretó el botón, -las figuras giraban- y …¡Nada!, volvió a echar otra moneda, apretó el botón y…¡Nada!, así se quedó un buen rato echando y apretando el botón, tratando de cambiar la estrategia –aunque una vez ganó- pero fue algo simbólico; metía y metía una moneda tras otra, hasta el punto que ya le quedaba poco dinero, estaba algo enfadado, sudoroso, ansioso, a veces hasta golpeaba la máquina, y cuando ya le quedaba menos de S/.5.00 (cinco soles), sintió que alguien le golpeaba la espalda, el muy raudo volteó y encontró un rostro sonriente, que le dijo:

-¿qué haces por aquí?

Él muy sorprendido, se percató que era un amigo del colegio, el cual le dio la mano muy efusivamente -desde luego estaban los dos algo sorprendidos-, pero nuestro amigo matemático, dejó de jugar de modo inmediato, su amigo de la infancia le invitó a tomar algo - tal vez un desayuno-, así que salieron a un restaurante.

Ya en el restaurante frente al tragamonedas, el amigo de Fénix le inquirió:

-¿qué curioso encontrarte acá ?... y dime ¿a qué te dedicas?

-Bueno yo también me he sorprendido, la verdad es que estaba haciendo un poco de hora, bueno hoy no he ido al trabajo, sabrás que soy profesor universitario, ¡imagínate! enseño matemáticas, y estaba un poco saturado, así que decidí caminar y mira donde caí…y ¿qué hacías por allí tu?

-¡Matemático! Bueno, ya me imaginaba…cuando tu no, el calladito, aunque a veces el jodido eh…este, yo trabajo allí en el tragamonedas, soy técnico electrónico, y doy mantenimiento a las máquinas, ya sabes, esa es mi chamba…desde luego que me sorprendió verte, hace tiempo no te veía, pero estás igualito, desde el último reencuentro…oye no me digas que ibas a gastar tu plata en esa máquina…verdad

-La verdad, estaba tratando de comprobar una idea…y era que cuando uno cambia de opción tiene más chance de ganar, y por lo que veo, no resulta en esos tipos de juegos, ya que estaba perdiendo mucho dinero -no mucho- pero estaba perdiendo, si es que no me sacas de ahí…estaría sin ningún centavo.

Su amigo miró por todos lados, y bajó la cabeza un poco, y hablando con tono muy bajo le dijo:

-Pues bien, te diré que ya no juegues en esas máquinas, ya que como tú debes saber, estas no funcionan tal al azar como se dicen, ya que electrónicamente es difícil generar números aleatorios…tarde o temprano tendrán que repetir un patrón, una secuencia y es ahí donde radica la dificultad para los jugadores de esas máquinas; te explico, según el programa, cada máquina debería entregar cierta cantidad de dinero luego que haya entrado otro tanto de dinero, y eso se llama premio, es un programa, además según la ley de juegos, estos deben entregar ciertos premios, cuando la máquina tiene cierta cantidad de dinero…es un porcentaje del total que entra…pues bien, **esos programas se manipulan para que no entreguen premios**, ¡así la máquina este llena de dinero! a veces yo tengo que meter a las máquinas dichos programas modificados; ahora para no hacer tanto roche, dichos programas, manyas, entregan premios luego de jugar unas cuatrocientas o mil jugadas…¡imagínate! Si la máquina está llena de dinero, hasta el punto que no le entran más, y así sigue operando, y la gente sigue metiendo más dinero. Alucina, que hasta tiene que venir un operario para limpiarla, ¡es bien difícil que te saques un premio! de verdad te lo digo, la mayoría de gente se ilusiona con ganar –se envicia- y cuando lo pierde todo está tan triste y desesperada ¡ni te lo imaginas!, he visto esos rostros a diario, la avaricia es terrible en muchas personas, es decir…no gastes tu plata en eso, la verdad amigo, como mi pata, esto no vale la pena…

Fénix un poco contrariado, tomó un sorbo de su maca mezclado con leche, miró a su amigo y le dijo:

-Con los que me has dicho, me has dejado perplejo…y es cierto eso de que no se puede generar el azar por medios electrónicos, ya que hasta ahora no existe un algoritmo matemático que genere números totalmente aleatorios sin repetir una secuencia…pero de ahí a programarlas a que no den premios, o si los dan deben ser menor de los que tienen almacenados en los tragamonedas, eso sí que es una estafa…al menos eso creo. Ya me di cuenta porque es un negocio redondo eso de los tragamonedas; y porque han proliferado tantos en la ciudad.

Conversaron por más de media hora, Fénix y su amigo, luego el técnico se retiró a reparar más máquinas, él matemático estaba desde luego sorprendido de las estafas escandalosas, así que decidió volver a caminar por la calle y teniendo –claro está- que eso de las máquinas de la suerte no existen, y que ya no volvería a jugar –gastar dinero, mejor dicho- en los famosos tragamonedas. Aunque le quedó una duda, y era que siempre ha escuchado gente que asegura haber ganado dinero, en esos juegos ¡qué tan cierto será eso!

Caminó tanto por las calles, que ya se encontraba muy cansado, además estaba ya en el centro de la ciudad, justo cerca de un supermercado –esos pomposos, con grandes carteles, luces y productos variados para consumir-, así que se animó a comprar algo para su consumo, pero le invadió alguna esperanza de encontrar una nueva sorpresa.

¿LOS CENTAVITOS SE HACEN CENTAVOTES?

Luego que el matemático, cogió ciertos artículos, se distrajo con la gran cantidad de personas que estaban en la tienda, y eso le llamó la atención ya que hacía mucho tiempo no iba al supermercado, se dio cuenta que su vida era demasiada monótona, y desde luego eso iba a cambiar a partir de ese día se dijo.

Justo en la caja -ya para pagar-, una señora muy conversadora, le comentaba que ciertos productos estaban en oferta, y que de vez en cuanto ahorraba con dichas ofertas; Félix sólo le seguía la conversación, hasta que le llegó el turno de pagar, y la máquina arrojó la siguiente cuenta:

350g de pan………………. S/. 1.20

200g de jamonada…………..S/. 2.17

Un jugo de naranja 1L………S/. 3.55

1 kg de manzana…………….S/. 4.02

……………………………………………

TOTAL: …………………..S/. 10.94

Así que Fénix, pagó exactamente S/. 11.00 (once soles) y la cajera muy sonriente le envolvió los productos y le agradeció; a lo que la señora que estaba a su costado contemplando la escena, le recriminó:

-Oiga joven; porque no reclama su vuelto, no ve que está entregando demás…

A lo que nuestro amigo, sólo atinó a decirle a la señora:

-No se preocupe, señora, es sólo sencillo, que no vale…esos centavitos no valen.

Nuevamente, la señora en tono solemne le recriminó el hecho de no haber pedido el vuelto; así que Fénix, luego de coger sus cosas, por curiosidad, se quedó a esperar a la señora; dicha dama pago su cuenta, y al mirar al joven se puso a comentarle lo siguiente:

-Mire joven, me sorprende que usted, que parece tener ciertos estudios, no se haya percatado de semejante cosa que hacen estas tiendas, a lo que para usted parece que no le daña esos centavitos, "ellos" si se benefician. Solamente le pongo un ejemplo: mire usted, su cuenta le ha salido algo de S/. 10.94 y usted pagó con S/. 11.00, ha dejado de percibir exactamente como vuelto alrededor de 11.00 – 10.94 = S/. 0.06 (seis céntimos de sol), pero ahora póngase a pensar, que pasaría si fueran más personas, pongamos cien…el dinero que se ganan las tiendas es mayor…se da cuenta de ello, yo tengo una tiendita, y verdaderamente cuido los centavitos, y usted como no conoce esto, se deja estafar… ¡hay muchacho! Yo a tu edad cuidaría hasta los últimos centavitos, ya que la juventud pasa rápidamente, y hay que ahorrar para la vejez que es la que más dura…

El matemático, saco de su bolsillo muy rápido un celular marcó la opción de calculadora, y se puso a realizar el siguiente cálculo:

Haber, supongamos que cada persona deja de recibir de vuelto alrededor de S/. 0.06 (tres céntimos de sol), y que una cajera atienda en promedio a 300 personas, -aunque algunas puedan atender hasta 400 personas-, pongamos trescientas en promedio, entonces la tienda en una caja estaría llevándose 0.06 x 300 = S/. 18.00 (dieciocho soles) ¡y eso sólo en una caja! ahora si calculamos que la tienda tiene alrededor de 5 cajas de pagos funcionando, es decir la tienda se beneficia con 5 x 18 = S/. 90.00 (Noventa soles), en un solo día. Haber veamos en un mes –es decir 30 días- entonces tendremos 90 x 30 = S/. 2700.00 (Dos mil setecientos soles), ¡a su!, es decir, esos inocentes centavos, **se vuelven centavotes** ¡las tiendas lo obtienen de manera fácil! ¡Sin hacer, digámoslo así, nada!, ¡qué tan robo solapado!

Fénix se quedó boquiabierto, de la forma como la señora le había explicado sobre las ganancias ilícitas de algunas tiendas -hasta sentía vergüenza el no poder hacer nada al respecto-; así que se disculpó de la señora, le dio un fuerte abrazo agradeciéndole por tal explicación, y se despidió muy preocupado; al pensar en otros ejemplos; descubrió, que esto de los centavitos es una práctica muy habitual en los cobros de las grandes empresas, bancos, etc., y que se los cobrar a los usuarios, también al pensar más profundamente le sorprendió el caso de las tarjetas de teléfonos, los conocidos como “prepagos”, donde al gastar cierta cantidad de minutos en llamadas, a veces el saldo no completa un minuto, así que quedan sobrando centavitos, que al fin y al cabo uno lo ignora, ahora si sumamos por ejemplo 100 000 tarjetas telefónicas con ese saldo sobrante que no se usa ¡cuánto será la ganancia de la compañía de teléfonos en esa modalidad! ¡ni que decir en los recibos, o en otras modalidades!; la verdad esos centavitos cuanto se calcula por cientos o miles, si que arrojan ganancias elevadas. Y lo peor de todo es que la gente no conoce esta realidad, y lo deja pasar.

Él matemático, después de darse cuenta de una gama de ejemplo sobre los centavitos que se vuelven centavotes, decidió desde ahora, que iba a reclamar por el vuelto, es decir luchar por esos centavitos, así le llamen ridículo.

Fénix siguió caminando, ya se encontraba por las nuevas urbanizaciones -esas que se hallaban en construcción- así, junto a un edificio en construcción, se percató de la discusión entre tres obreros, sobre unas mediciones del marco de una puerta, uno de los obreros le increpaba al otro, que había medido muy mal el ancho de la puerta, ya que había fallado algo así de 3 cm, mientras que el otro obrero le decía que eso era imperceptible, ya que eso se podía contrarrestar cepillando la puerta; mientras que el otro obrero le dio a entender, que los errores en todas las puertas de la construcción, son de casi 1 o 2 cm y más de eso era ya una exageración.

¿EXISTE LA MEDIDA EXACTA DE UN OBJETO?

Nuestro amigo muy amablemente, se les unió a los obreros, estos inicialmente un poco desconfiados del extraño, se mostraron parcos y evasivos, luego uno de ellos le explicó a Fénix sobre el problema en cuestión:

-Mire, lo que pasa es que él (por uno de los obreros), no entiende que si hay errores de uno o más centímetros, estos se arrastraran en todas las medidas siguientes, por ejemplo, el marco de la puerta tiene un ancho de –saca y mide con la wincha- unos 83 cm (0,83 m), y la puerta con todo y marco debe ser a lo máximo de esa medida, pero mire usted, al medir la puerta nos arroja la medida de 86,2 cm…no le parece que ya es demasiado el error.

El otro obrero luego de escuchar al colega le replica:

-Lo que pasa, y es que mi amigo no entiende, es que esos centímetros demás podemos arreglarlo con el cepillo, y desde luego todos sabemos que siempre van haber errores, en cualquier de las medidas que hagamos, ya que somos humanos…no sé si me dejo entender.

Mientras el tercer obrero sólo contemplaba a los anteriores, Fénix, meditó un poco, y se recordó el curso de estadística y su implicancia, así que contestó a las inquietudes de los obreros de la siguiente manera:

-Las medidas hechas por cualquiera de nosotros sobre un objeto, siempre tienen que ser con un margen de error, por ejemplo –cogió la wincha y se le dio a uno de los obreros, para que midiera la puerta- luego apuntó el resultado, volvió a dar la wincha a los otros obreros, para que midieran, y así obtuvo estos datos:

1º obrero……………….83,2 cm

2º obrero...……………..83,5 cm

3º obrero………………..83,3 cm

A lo que luego él midió la puerta y obtuvo lo siguiente:

…………………………83,3 cm

Así preguntó:

-¿cuál es la medición verdadera o exacta?,

Los obreros un poco escépticos le pidieron, volver a medir la puerta, así hallaron:

1º obrero………………83,4 cm

2º obrero...……………..83,5 cm

3º obrero………………..83,4 cm

Fénix volvió a medir y escribió lo siguiente:

…..……………………….83,4 cm

Nuestro amigo tomó la palabra y explicó:

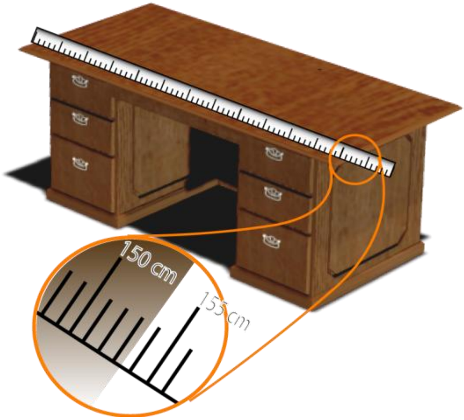
Vean, cada uno de nosotros ha obtenido resultados muy parecidos, ya que podemos decir que la medición de la puerta coincide con dos cifras exactas, y falla en el decimal, para todos los casos; lo que ocurre señores es que creemos que nuestra medida, es la única y verdadera para cualquier cosa que midamos de antemano, y eso no es cierto, ya que siempre estará el error. El error es debido a muchos factores, como por ejemplo el instrumento con que se realice la medida, el grado de visión del que mide o la consideración para tomar tal o cual valor del instrumento de medida con respecto al objeto, así señores, siempre va a ver diferencias, y esas diferencias se suelen colocar como un exceso o defecto del valor promedio, no habrán visto por ejemplo que a veces se coloca en las medidas 83,3 ± 0,2

Bien, si medimos con una regla un objeto, para ver su longitud, notamos que encontrar la medida exacta, no es tan sencillo como uno cree, por ejemplo, si cualquiera midiese el cuerpo mostrado –señalando un escritorio- desde luego cada uno encontrará la dificultad de colocar los decimales, en la medida del objeto.

Uno puede decir:

El objeto mide "153, *x* cm" donde " ***x*** " indicaría la parte decimal aproximada que debemos colocar, en otras palabras el tamaño del objeto medido;

Ahora surge la inquietud, ese decimal… ¿será 153,5 o 153,4 o 153,3? ¿Y por qué no 154 cm? ¿De qué depende ello?



¿Medir exactamente? hay algo extraño en la pregunta.

Bueno esto depende, del grado de aproximación que nosotros le demos, ya que el cuerpo en la medida que esté entre la tercera y cuarta franja, colocamos las cifras decimales; ahí radica la cuestión, ya que de la cantidad de divisiones que le dé a la franja en cuestión, ese será el grado de aproximación buscado; además la cantidad de divisiones puede ser infinita o tal vez muy grande, por tal motivo, es muy difícil que ustedes tres señores coincidan en la medida exactamente, siempre habrá un margen de error, además dependiendo del dicho error, se examina si se podrá tolerar o desechar.

Los científicos, aplicaron de modo muy coherente la estadística para representar mediante un número una medida de cierto objeto[2]; así nació la idea por ejemplo del promedio, que no es más que una **medida de tendencia central**, es decir un valor que representa a un conjunto de valores.

En nuestro caso práctico -que les hice medir la puerta- yo puedo escoger como promedio de los cuatro valores al valor 83,5 cm -desde luego la elección del valor a sido totalmente arbitraria-; como ya había dicho, la estadística, nos dota también de fórmulas más exactas para obtener dicho promedio o simplemente media, así existen varios promedios, como la media aritmética, la moda, la mediana, etc. El más conocido de estos promedios es la **media aritmética**, que se obtiene sumando las medidas y luego lo dividimos entre la cantidad de medidas que se ha realizado.

$$M.A = \frac{83{,}3 + 83{,}4 + 83{,}5 + 83{,}4}{4} = 83{,}4$$

Así podemos decir, que la medida de nuestro objeto en promedio es 83,4 cm. Ahora también sería bueno examinar acerca de los valores, exclusivamente que tan alejados están del valor promedio determinado, para ello, se utilizan las **medidas de dispersión**, entre las más famosas destacan, la desviación media, la desviación estándar, etc.

Ahí radica la forma como los científicos, ingenieros o cualquiera puede representa una medida de cierto objeto y es

[2] Según la mecánica cuántica, la medida de un observable físico ya no se representa mediante un número real, sino más bien por medio de una función de variable compleja. El análisis que sigue a continuación es visto desde el punto de vista de la física clásica.

por medio del error "±" por ejemplo, nuestro grupo de medida están entre los valores de 83,3 cm y 83,5 cm, así hay un error de 0,1, entonces puedo coger el promedio aritmético que es 83,4cm y colocar su error ± 0,1 cm, esto se representa de la siguiente forma:

El cuerpo mide **83,4 ± 0,1cm**, esto nos indica que la medida está entre los valores de 83,4 – 0,1= 83,3 cm y 83,4 + 0,1= 83,5 cm, esta son las famosas medidas por exceso y defecto, lo que también se podría entender que el cuerpo mide entre los valores de:

83,3 cm **83,5 cm**

Luego de esta explicación, los obreros quedaron un poco más confundidos que al inicio, ya que se complicaron más cuando le escucharon hablar al matemático sobre los promedios, la media, algo así como estándar, etc.; lo único que atinaron es darle las gracias por ayudarlos, y después que cada uno se despidió los obreros de la construcción se fueron a continuar sus labores.

Fénix estaba muy seguro, de que su explicación, había dado resultado, así que se marcho.

Llegó a un parque, donde muy sorprendido encontró a señores y jóvenes jugando ajedrez, en unas mesas especialmente acondicionadas para la ocasión, así se acercó y contempló diversos juegos de los señores, recordando, sus antiguas jugadas desde su época de estudiante; luego uno de los señores le invitó a sentarse y a jugar con él, aceptó de inmediato, y empezaron a jugar.

Después de dos partidas, el señor le ganó a Fénix –podíamos decirlo de modo muy peleado- El señor con cabello cano lo miraba serio, luego con gesto amble le dijo:

-No te debes sentir mal profesor de matemáticas, las cosas a veces no siempre salen como uno cree esperar, por lo visto, después de tiempo que juegas, además lo haces aceptablemente…

Fénix se quedó algo sorprendido, debido a que el señor le llamó “profesor”, de inmediato le respondió:

-Bueno, ¿cómo sabía que yo era profesor, y de matemáticas? primeramente, y segundo ¡la verdad nunca había visto ese tipo de jugadas!

El señor muy amablemente le comentó, que lo de profesor de matemáticas lo dedujo, por el estilo de jugar y por el lenguaje usado al hablar…además, el modo como escribía las jugadas no lo tiene cualquiera ¿quién escribe así nomas las jugadas?...entre otras cosas el señor le contó a nuestro amigo que él había estudiado en la universidad, y que lo había dejado por motivos económicos y porque no soportaba la pedantería de los profesores, le dijo también que conocía a algunos profesores, le nombro algunos –de los cuales inmediatamente los recordó Fénix- así que se instauró una amena conversación… luego de cierto momento el señor en tono solemne le hizo la siguiente pregunta:

¿HASTA QUÉ NÚEMRO PUEDES CONTAR?

Fénix se puso a pensar y trató de responder de modo inmediato, pero el señor lo detuvo, y casi como ordenándole, le dijo que medite y luego ensaye una respuesta coherente; a lo que el matemático, después de cierto momento decía un poco tímido:

-Tal vez un millón, o billón…

El señor, con rostro serio, pasó su mano por sus cabellos, miró hacia su alrededor y con voz solemne preguntó a algunos de los participantes que estaban alrededor de la mesa:

- ¿Haber señores hasta que número pueden contar?,

Al momento, por parte de los aludidos recibió respuestas como estas:

-Todos los números,

-infinitos,

-trescientos mil millones,

-miles de millones,

-hasta ¡uff! no lo sé,

-¿quién sabe?…

El señor de modo risueño, mirando a los sorprendidos espectadores, sacó un papel, colocó encima el lapicero, lo apartó de sus manos y ahora con voz fuerte comenzó hablar:

-Haber señores, sucede ahora que de repente no les han hecho esta pregunta, para responderla examinemos cuanto nos demora contar “un millón”. Sabemos que un millón, en numerales se escribe (1 000 000) un uno seguido de seis ceros, siguiendo la secuencia de los números naturales es decir para contar desde el uno, pasando por el dos, por el tres, cuatro, hasta el millón -si seguimos esa secuencia- y ahora si suponemos que por cada número contado nos demoremos, digámoslo así un segundo, entonces para contar hasta el millón se demorará “un millón de segundos” –desde luego que no hemos considerado que en la realidad hay números que nos podemos demorar más de un segundo en contarlos, por ejemplo 345 998 (trescientos cuarenta y cinco mil novecientos noventa y ocho)- bueno…y cuanto representa “un millón de segundos” en minutos o en horas, o en días, haciendo los cálculos pertinentes, por medio de la regla de tres veamos:

1 minuto es………………..60 segundos

1 hora es………………..…60 minutos,

Luego

1 hora también es……...60×60 = 3 600 segundos,

Ahora 24 horas es…………………1 día

Así 1 día es………..$24 \times 3\,600 = 86\,400$ segundos

X días..………………..1 000 000 segundos

Por lo tanto la cantidad de días requeridos para contar hasta un millón será:

$$x = \frac{1\,000\,000}{86\,400} \approx 11.5\ días$$

Es decir para contar desde el uno, hasta el millón de modo sucesivo se necesitarían alrededor de 11 días, -y eso sin comer, sin hacer las necesidades básicas, y desde luego sólo contando- ¡Qué opinan señores!

Los presentes se quedaron sorprendidos, de que ese número tan famoso como el millón, para llegar a contarlo desde el uno, hasta el millón, se necesitan varios días. El señor añadió nuevamente:

- Ahora, imagínese que ustedes se ganan un premio de un millón de soles (muchos sueñan con eso, aunque saben que es algo imposible de obtenerlo) y para peor te dan el premio en monedas de S/. 1.00 (Un sol); si quieres corroborar que te han dado un millón de soles, tendrías que contar todas las monedas, que como mínimo te demorarás algo así como 11 días… ¡y eso! Porque la verdad, es más. Ahora ese es el punto de partida de la notación exponencial -mirando al matemático continuó- desde la antigüedad, algunos hombres se percataron de estos números grandes, y la dificultad para llegar a contarlos, es así que la necesidad obligó a mejorar una forma de contarlos y de escribirlos de modo más rápido, así un millón se escribe también como 10^6, ahora si queremos contar más rápido las monedas, porque no agrupamos de diez en diez, o tal vez de cien en cien, ven, así se ahorrará tiempo…propongo otra pregunta, muy similar a la anterior ¿Y cuánto se van a demorar para contar hasta un “billón”?

El matemático, ya más cauto, comenzó hacer los cálculos en su hoja, mientras el señor explicaba lo que era en sí un billón[3]**,** es decir (1 000 000 000 000) -Un uno con doce ceros- también en notación exponencial o científica 10^{12}.

-Pongamos en una situación más realista –se decía el señor-, supongamos que una persona se demora en contar algo así como 5 segundo cada número, entonces para contar un billón se demorará:

$$\frac{10^{12}}{5} = \frac{10\,000\,000\,000\,000}{5} = 20\,000\,000\,000\,000$$

$$= 2 \times 10^{12} \qquad \text{segundos.}$$

Bueno eso si son varios días al parecer, entonces calculemos cuanto es un año en segundos:

[3] Para los anglosajones, el billón –billion en inglés- se entiende como mil millones 10^9, así en cuestiones de dinero, se habla de personas “billonarias” cuyas fortunas son de miles de millones de dólares; lo sorprendente no debe ser lo de las personas billonarias, sino mas bien que en el mundo hay millones de personas que sobreviven al día con sólo un dólar.

1 día tiene……………86 400 segundos,

1 año tendrá………$365 \times 86\,400 = 31\,536\,000$ segundos.

Ahora para determinar la cantidad de años que nos demoraríamos en contar un billón utilizaremos la regla de tres:

1 año es………..31 536 000 segundos

x años será...........2×10^{12} segundos

Operando nos da:

$$x = \frac{2\times 10^{12}}{31536000} \approx 63\,419.5\ años$$

Aproximadamente 634 siglos[4] ¡increíble!

¿Cuántos granos de arena hay en esta playa? Desde luego se puede determinar con aproximación, y es menor a 10^{18} granos de arena.

[4] Recordar que un siglo es igual a 100 años, lo que se ha hecho para obtener tal cifra es dividir 63 419.5 entre 100 así obtenemos aproximadamente 634 siglos.

Fénix sorprendido de lo hallado, nunca imaginó que contar números, era algo así, como que depende mucho del tiempo que uno dispone, se percató que en los cálculos mostrados se cumple la regla de tres, -el cual no le tomó mucha importancia- y a la respuesta de la pregunta del señor, esta debe ser: todo depende de el tiempo de vida de cada persona.

Miró a su reloj, ya era tarde, se despidió de las personas a su alrededor, el estómago mostraba sus estragos, el hambre le invadía; así que abordó el autobús que pasaba cerca a su casa –ya que andaba muy lejos- y emprendió el regreso. Ese día se llevó un bonito recuerdo sobre lo actuado, al llegar a casa, se acostó pensando en cómo le irá el día siguiente, y le causó mucha alegría haber aprendido cada cosa cotidiana que él no se había percatado.

Capítulo II

DE VUELTA A LA CALLE.

Al día siguiente se levantó raudamente, se vistió, se lavó la cara y salió de su casa casi corriendo; fue a la panadería, compró un par de panes, mordisqueó un poco, y siguió caminando. Pasó por muchos lugares contemplando, se encontró con cada persona y sus diferentes formas de vestir y andar –detalle que no se había percatado otros días- y así pasó gran parte del día, ya eran como las 10:00 am y eso –se decía- que había salido como a las 5:40 am en pleno amanecer, bueno no era lo que él esperaba, hoy estaba con tanto ánimo de encontrar una novedad, pero hasta ese momento no había ocurrido nada sorprendente; se reprochaba que de repente, lo de ayer era tan solo esos días que nunca volverán a pasar, o sea una simple casualidad.

Pasaba por un parque muy grande, cuyas bancas de concreto estaban derruidas, el pasto brillaba por su ausencia en ciertas zonas, las veredas se notaban desgastadas y muy sucias –hojas y polvo la cubrían- el descuido se notaba por donde se le miraba, pero contrastando la imagen, le llamó la atención ver un colegio –era de primaria- con su típico número en la puerta principal que lo diferenciaba de otros, y justo cerca de la puerta, le llamó aún más la atención ver a un niño que lloraba y cuya mamá a su costado lo trataba de consolar, -de hecho notó que no iba a entrar al colegio- se veía la indisposición por parte del niño, y la madre casi lo jaloneaba de la chompa, tratando de llevarlo; al contemplar la escena, Fénix se dio cuenta la razón por la cual, el niño no quería ir al colegio, ya que ese día, no se había aprendido la lección –el niño seguía gimoteando- en la calle había pocas personas, los demás niños seguramente estaba ya en sus salones, así que el matemático se acercó a la señora y con gesto un poco risueño, le preguntó por el llanto del niño, la señora un poco fastidiada por la escena atinó a decirle:

-Mire joven, no lo entiendo, ayer hemos estado practicando la tabla del nueve… ¡esa la de multiplicación!, y ahora resulta que se ha olvidado, toda la noche lo hemos repetido, y ahora me sale con el berrinche que no quiere ir al salón porque sus amigos se van a burlar…

Mientras el niño seguía llorando, Fénix se acercó buscó entre sus bolsillos, y sacó un caramelo, se lo mostró al niño, luego le dijo:

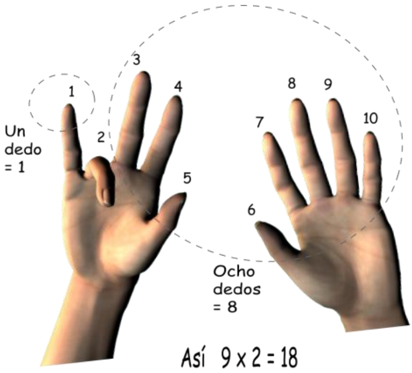
-Mira, yo sé un método muy fácil de aprender la tabla del nueve, mírame y si lo aprendemos juntos, te doy este caramelo…

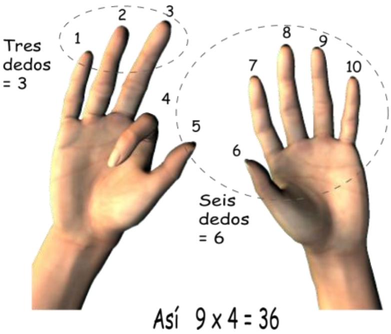
El niño sollozando, y un poco desconfiado, miró a nuestro amigo, así que el matemático prosiguió:

-Bueno, empecemos; nueve por diez es noventa…vez que fácil, ahora nueve por once noventa y nueve, luego repite nueve por dos dieciocho –el niño lo miraba- sigamos, nueve por tres…veintisiete, ¡vamos! Nuevamente, nueve por dos dieciocho, y por tres veintisiete, y ahora por cuatro es, treinta y seis…

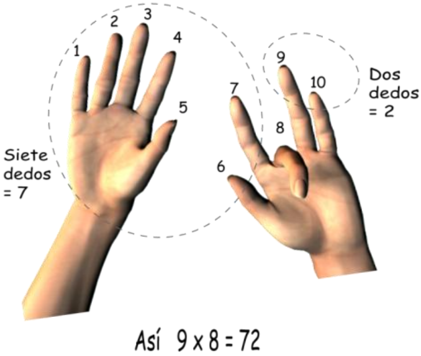
De pronto el niño comenzó nuevamente a llorar, las lágrimas brotaban incontrolablemente de sus ojos y chorreaban por sus mejías –pareciera que el método no dio resultado, se decía Fénix- así que nuestro amigo algo sorprendido trató de motivarlo, pero a esas alturas ya resultaba imposible, la señora miró al joven y como dando a entender que ya no era su culpa, se limitaba a dejarlo así; en esos precisos instantes un señor con poco cabello y barba, se acercó hacia ellos, muy amable saludo a la señora y lego a nuestro amigo; al momento mirando a la señora le dijo:

-Disculpe usted la impertinencia, linda dama, pero me fue imposible no escuchar la razón por la cual su hijo no quiere entrar al colegio, además me sorprendió la paciencia que tiene con su hijo, otras señoras, ¡ya le hubiese mandado su reverendo palmazo!, pero creo que puedo ayudar –acercándose al niño, le habló en un tono muy bajito- Mira –le dijo-, te voy a enseñar la tabla del nueve, ¡pero con los dedos!, mira nuevamente –el niño contempló con los ojos todavía llorosos al señor de barba-, aquí están mis dos manos abiertas, ahora vamos a multiplicar por ejemplo…nueve por dos; primero me olvido del nueve y sólo trabajo con el dos, veamos, cuento los dedos, uno y dos, y bajo este dedo…ahora nos queda un dedo por un lado y ocho dedos por el otro lado, así hijo, nueve por dos es …dieciocho..¡Ves!. Ahora vamos a multiplicar…¡nueve por cuatro!, me olvido del nueve y sólo utilizo el cuatro, entonces cuento con los dedos uno, dos, tres, cuatro y bajo este dedo, nos queda por aquí tres dedos, y por este lado seis dedos, así nueve por cuatro es treinta y seis. Ves el método es divertido, ahora prueba tu, primero el nueve por dos, -el señor de barba- cogió con sus manos los dedos del niño enseñándole como debía poner para el caso de nueve por dos, así que el niño, puedo atinar con vos entrecortada…”dieciocho”; al rato nuevamente el señor acomodo con mucha delicadeza los dedos del niño para que multiplicara, ahora nueve por cuatro, desde luego el niño al inicio algo confuso no podía colocar adecuadamente los dedos, al final logró a decir con una voz más aguda “treinta y seis” ahora el señor, le dijo con voz más complaciente que intentara por su cuenta multiplicar nueve por ocho, le decía -vamos tu si puedes-





Veamos, cómo se multiplica 9x2 y 9x4 con los dedos de las manos.



Un ejemplo más de multiplicar con los dedos de las manos. Nótese que el número a multiplicar es el dedo que se baja.

El niño, sacó de inmediato la respuesta de nueve por ocho, y dijo a viva voz: Setenta y dos. Muy alegre y sorprendido por el método, comenzó a probar con varios números -dejó de llorar-, y desde luego nuestro amigo el matemático comenzó también a probar y se percató que era una forma muy buena de aprender la tabla del nueve, le llamó poderosamente la atención si se cumplirá con otros números, no sólo con el nueve[5].

[5] Esta forma de multiplicar con las manos es muy antigua para el caso de la tabla del nueve, pero fue el matemático y astrónomo escocés John Neper (1550-1617), más conocido por la invención de los logaritmos,

El matemático se despidió muy efusivamente del señor de barba, también de la señora y desde luego del niño –de antemano le regaló otro caramelo- así se retiró jugando con los dedos, haber si se podía obtener el mismo método pero para otros números.

Ya eran algo así como las 3:30 pm, y nuestro amigo estaba ya cansado de caminar, así que se sentó en la banca de un concurrido parque; lo que más le sorprendió fue la cantidad de niños jugando y recordó que en un artículo de una revista reciente, decía que en otros países, la tasa de ancianos era tal, que si uno se sentaba en parque se observaba más ancianos que niños jugando…pues bien, aquí ocurre todo lo contrario, ese es nuestro país, con sus mil peculiaridades…aquí todo es posible, desde presidentes extranjeros, hasta las tonterías más creíbles.

De pronto un señor comenzó a hablar entre las personas, decía:

-Haber señores respóndame esta pregunta ¿quién fue primero el huevo o la gallina?, segunda pregunta ¿por qué lavó la rueda? , y la última ¿si alguien dice “yo miento” dice la verdad o la mentira?

¿QUÉ TAN IMPORTANTE ES LA CLARIDAD EN EL LENGUAJE DE LAS CIENCIAS?

quien mejoró el método de multiplicar usando las manos, el introdujo el método para los números seis, siete, ocho y nueve.

Fénix de inmediato volteó a ver al señor, que con mucha gracia hacía notar sus gestos inquirentes al público; algunas personas trataban de responder de una forma, por ejemplo a la primera pregunta, un señor bajo, gordo y de rostro alegre decía:

-Yo creo que fue la gallina, ya que ¿quién pondría el huevo?

A lo que de inmediato le respondieron:

-¿Y de dónde sale la gallina? No es acaso del huevo…

Otro señor razonaba:

-Lo que ocurre es que primero tenía que ser el huevo, después fue la gallina…eso creo…

El matemático se unió a la tertulia, y luego de escuchar algunas respuestas, ensayó una idea, el cual comentó:

-Disculpen, pero creo que desde luego ninguna de las dos ¡esto es una contradicción! ya que responder eso sería saber el origen de las cosas, más aún del universo…y eso es difícil, nunca nosotros podemos saberlo.

A lo que el señor –aquel que realizo las preguntas- pidió la palabra de modo respetuoso:

-Bueno señores, en mi opinión, yo creo que la respuesta depende de la filosofía que cada uno adopte, ahora la filosofía no deben de entenderlo como algo para "locos" o para personas que "pierden su tiempo", ni mucho menos para seres superiores, ¡No señores! La filosofía es una forma de pensar o ver las cosas, es un asumir la vida…y desde luego que cada uno tiene su filosofía de vida; así yo puedo decir que de acuerdo a mi filosofía de vida primero fue el huevo, ya que debido a la evolución que cuentan con una gran evidencia que lo respalda, los seres superiores tal como la gallina, vacas toros o humanos, no llegaron de ese modo, sino fue un proceso lento de evolución, que tuvo como sus inicios las moléculas replicantes, luego virus, células, bacterias, y si llevamos a nuestro problema, eso es el huevo una célula –pero desde luego no de la forma como la conocemos- ahora otra persona que de repente no crea en la evolución podrá decir que la gallina fue primero, ya que puede alegar que "Dios" creo a los seres completos, y no evolucionaron…¿qué opinan señores?

Fénix se quedo algo pensativo, ya que lo expuesto por el señor no era tan descabellado, además hacía mucho tiempo que no se había puesto a pensar sobre su filosofía de vida, recordó un altercado en la universidad donde unos alumnos le emplazaron a sumarse a un reclamo, pero él no entendía el obrar de sus compañeros, siempre pensó que eso de protestar era perder el tiempo, y que en la universidad se venía a estudiar, pero en el fondo no logró estudiar del todo ya que al salir a la calle se había topado con cada cosa que no había aprendido en la universidad, bueno eso era la filosofía, ahora ya entiendo –se dijo- ellos tenían un punto de vista distinto al mío, es decir su filosofía era obviamente diferente a la mía. Pero ¿tendrá razón el señor?

Luego pensó sobre el último problema –sobre el mentiroso- no sabía si era similar al anterior, tal vez había que tener una filosofía o tratar de responder de modo distinto, más matemático quizá, se comenzó hacer “bolas” sobre si decía o no la verdad la persona…algo confundido, escucho la explicación de uno de los señores presentes:

-Miren señores sobre si una persona que dice “yo miento” en verdad es un mentiroso, ni más vueltas que darle…

Otro señor agregó:

-Estás equivocado, lo que ocurre es que esa pregunta tiene “truco” como el de la “la-bola rueda”, ya que puede ser una bola o puede ser que sea “lavó la rueda”, es decir palabras para atarantar…

Del público salió una voz que no dejo ver el rostro del que hablaba, pero en tono burlesco decía:

-Que tanta cosa si una persona miento o no miente, esas son tonterías, lo real es que nadie en sus cabales habla así…sí o no… ¡no jodan…!

Luego de escuchar varias intervenciones, el señor que propuso la pregunta interrumpió a uno de los dialogantes:

-Señores, a ver si nos ordenamos, pido la palabra; aquí si hay que tener cuidado, ya que en las ciencias tenemos que ser muy cuidadosos con el lenguaje, la precisión es importante; lo que ocurre con la persona que dice “yo miento” se puede desdoblar en dos casos para analizarlo:

Primero, si esa persona siempre dice la verdad, entonces al decir “yo miento” ya estaría incurriendo en una mentira, por lo tanto no dice la verdad. Segundo, si la persona dice una mentira, entonces al decir “yo miento” quiere decir que en realidad está diciendo la verdad, pero lo dicho es una mentira; entonces lo anterior es incorrecto; ya que ahora hay dos posibilidades… ¡cuál de las dos posibilidades es correcta!…desde luego no hay una tercera, esa posibilidad está excluida, a este tipo de situaciones donde hay dos ideas que se contradicen, se les llama **paradoja**. En las ciencias ha habido muchas paradojas, claro con el pasar del tiempo y con el mayor entendimiento de las mismas se ha dilucidado estas paradojas, ahora en el lenguaje de la matemática –como sabemos es una ciencia- deben de estar excluidas las paradojas, ya que como mencioné, en toda ciencias, las afirmaciones deben ser muy claras, así si alguien dice “yo miento” ¿estoy diciendo la verdad o la mentira?[6] Es una pregunta que arrojará respuestas falsas...es una paradoja por lo tanto no se puede hablar en ciencias de ese modo.

Fénix, se sintió muy sorprendido, saber por primera vez, que era eso de las paradojas –tantas veces lo había escuchado- hasta las había estudiado de un modo muy superficial y no lo había comprendido; pero hoy lo dicho por el señor, resultaba muy complejo, así que se apartó del grupo, se fue caminando, desde luego seguía pensando en aquello,

[6] Ya antes del formalismo matemático, se conocía ideas que resultaban ser paradójicas, la mostrada es una versión similar de la paradoja matemática sobre el “barbero” de Bertrand Russell (1872-1970), que generó un amplio debate sobre las bases matemáticas modernas.

cada vez más detalles le inundaban en su cabeza – eso diría por mucho tiempo- hasta que lo dejó para una meditación posterior…

El hambre le había invadido, quería comerse un menú, buscó un restaurante por la calle, siguió caminando -tenía en los bolsillos algunas monedas- así que comenzó a ver varios carteles que mostraban a los comensales la carta y el precio de las comidas; de pronto un cartel le llamó poderosísimamente la atención, y era de un restaurante, que por la fachada parecía un poco lujoso, aunque a su costado había otro más sencillo. El cartel decía:

« LA BUEMA COMIDA NO ES BARATA…
LA COMIDA BARATA NO ES BUENA…»

Desde luego que Fénix entro al local tanto por curiosidad como para probar que tal era la sazón, aunque en el fondo, le intrigó más lo escrito en el cartel. Sacó rápidamente un lapicero, cogió una servilleta puesta en la mesa y apuntó la frase sobre la misma, luego comenzó a escribir varias combinaciones con las anteriores palabras; en ese momento una señorita que atendía se le acercó y le dijo con voz muy baja, si deseaba algo de comer; Fénix desde luego, parecía que estaba en otro mundo, casi por completo ignoró la presencia de la joven, al rato la señorita, volvió a preguntar pero ahora con voz más fuerte:
-Señor quiere algo.

Al momento Fénix volteó y un poco sorprendido, pidió disculpas por no haberle hecho caso hace un momento a la señorita; un poco sonrojado tomó la carta y pidió un lomo saltado; de inmediato la joven le dijo, si lo quería con entrada o con sopa; a lo que Fénix de modo titubeante, dijo sopa.

Luego de retirarse la señorita, comenzó a escribir otras palabras sacadas de la frase inicial, después de un momento de meditación, se percató que las frases, al parecer equivalían lo mismo, pero en el fondo hay una cuestión más, que hace que el significado pareciera otro. Así después de darle vueltas y vueltas al asuntó se acordó de frases muy parecidas como por ejemplo:

« Una tetera vigilada demora mucho en hervir, y una tetera demora poco en hervir si no se vigila »

Esto lo había leído en un libro de cuestiones lógicas, donde recordó de inmediato, que según el autor, daban de entender que aunque las dos frases en el fondo parecen decir lo mismo, psicológicamente sugieren cosas distintas; de ahí entendió que al leer el cartel en la entrada del restaurante, en la primera frase, uno se imagina unos platos de comida demasiados finos y desde luego caros, cuando se lee la segunda, uno tiene la idea de platos baratos pero de mala calidad.[7]

[7] Las propagandas, utilizan la confusión en sus frases, es así que las personas pueden interpretan de distintos modos o quedar completamente confundidos, pero el objetivo es que recuerdes la frase

Había acabado de comer, tomaba su infusión con mucha parsimonia; el restaurante estaba casi vacío –tal vez porque eran ya como las 4:40 p.m.- cuando se dio cuenta que casi imperceptible al lado en una mesa, uno de los mozos conversaba con la señorita que le atendió, se notaba muy sorprendido el chico, ya que decía que no entendía una cuestión que parecía que él iba a ganar, pero al final, lo ha dejado más confundido, que al inicio; así el joven se puso a contar a la chica:

¿ES CORRECTA LA FORMA EN QUE SACAMOS LAS CUENTAS SIEMPRE?

-Hace un momento, tres señores, se sentaron a comer -bueno pidieron ciertos platos a la carta- y al final me pidieron la cuenta, así que fui a la caja y su cuenta salía algo de S/. 28.00 (veintiocho soles), al saber que eran tres, pensé que de repente, no iban a tener sencillo, para pagar cada uno partes iguales, ya que salía un número no entero; así que me tomé la libertad de cambiar la cuenta a S/. 30.00 (treinta soles), luego los señores me pagaron cada uno con un billete de S/. 10.00 (diez soles); al ir a la caja, el cajero revisó la cuenta y me dijo que había un error –pensé que se había ganado que yo alteré el recibo- en cambio me dijo que la cuenta de la mesa de los

---

no del todo exacta; en cambio en la lógica matemática, las frases deben ser claras, y no sujetas a más de dos interpretaciones.

señores salía S/. 26.00 (veintiséis soles), así que me dio de vuelto S/. 4.00 (cuatro soles), con lo que al volver a alterar la cuenta –para los señores- pensé que estaba cogiendo demasiada plata, así que le puse en la cuenta S/. 27.00 (veintisiete soles), me cogí S/. 1.00 (un sol) y les devolví S/. 3.00 (tres soles) con lo cual cada señor se llevó un sol. Luego saqué mi cuenta en la mente –si cada señor en realidad pagó S/. 9.00 (nueve soles) ya que les devolví un sol a cada uno- entonces ellos dieron S/. 27.00 (veintisiete soles), mas el sol que me llevé, sumarian S/. 28.00 (veintiocho soles), entonces faltan S/. 2.00 (dos soles). ¿Qué ha ocurrido con los soles que falta?

La chica no había entendido nada –su rostro lo delataba- en tono más amable le dijo al chico que volviera a repetir, que se le había hecho muy confuso; así que el joven, volvió a relatar la experiencia. Fénix la entendió al toque, así que se puso a escribir los números de la cuenta de los señores en otra servilleta:

Cuenta 1: S/. 29.00 Mozo: S/. 30.00 (gana S/. 1.00)

Corrección: S/. 26.00 Mozo: S/. 27.00 (coge S/. 1.00 y devuelve S/. 3.00)

Por lo tanto no hay nada de extraño aquí, lo que ocurre es que el mozo saca las cuentas con respecto a lo que él cree correcto -sólo tomando en cuenta a los señores y a él- por eso cree que falta dos soles; veamos, la cuenta para el mozo es: 9x3 =S/. 27 más su moneda S/ 1.00 entonces suman S/.

28.00, como los señores le dieron S/. 30.00, entonces falta S/. 2.00 ¿?.

Lo correcto debe ser: la cuenta en realidad sale S/. 26.00 el mozo llevó S/. 30.00, por lo tanto le dan vuelto S/. 4.00, coge un sol (S/. 1.00), y devuelve S/ 3.00 –un sol a cada señor- así por lo tanto 26+4= S/. 30.00.

Fénix se acercó al confundido mozo, y les explicó muy detenidamente, lo que ocurría –lo anterior a muchos le habrá pasado- ya que a veces sacamos cuenta de una manera que no es correcta. Lo adecuado sería usar el método del "haber y debe" (términos muy usados en la contabilidad), que significa al así: cuanto pago y cuanto queda, por eso se debe hacer de modo práctico dos columnas.

Las cuentas de un modo correcto se pueden representar por medio del debe y el haber.

El mozo y la chica le agradecieron a Fénix por la aclaración, también por haberles explicado de modo claro eso de los porcentajes, ya que el dueño del restaurante -comentaba uno de los mozos- le descontaba demasiado, y les hacía creer a ellos que era el porcentaje de acuerdo a ley. Así que Fénix salió alegre del restaurante. Miró la hora en su celular, eran como las 5:10 p.m. al doblar por una calle, oyó a lo lejos, unos gritos, que como cómplices de los autos, enfilaban la multitud; cada vez los gritos eran más sonoros, él ya se estaba acercando al lugar de los gritos, la distancia que separaba a esa gran curiosidad de ver lo que era, se acortaba; pensó tal vez que era una muchedumbre, así al dobló por la esquina y encontró una manifestación.

¿DE CÓMO LAS EMPRESAS SE HAN HECHO CON TANTAS GANANCIAS EN NUESTRO PAÍS?

"¡Abajo el sistema explotador! ¡Fuera gobierno corrupto! ¡El pueblo no se rinde carajo!" decía las personas en la manifestación -le sorprendió la cantidad de personas que arengaban las consignas-, pero no entendió eso de "sistema" o lo de "gobierno corrupto", veía pasar a la gente cerca ce él, con el grito del reclamo, sonaban bombos, cláxones, petardos, era un marcha bulliciosa, se quedó absorto, contemplando a los hombres y mujeres que participaban en la marcha; algo que le llamó poderosamente la atención, fue que algunos manifestantes, tenían prendas, que estaban desgastadas, zapatos sucios, chompas roídas, camisas cuyo cuello deshilachado saltaba a la vista. Entre la multitud, logró divisar a un vecino suyo, que estaba entre los primeros de la marcha, desde luego parecía un dirigente, agitaba el brazo y con mucha energía gritaba las consignas ¡Abajo el gobierno vende patria!... se quedó mirándolo un largo rato y dudó -será él- recordó que su vecino trabajaba en una empresa de construcción, ¡era obrero! así que se acercó, pasó entre los manifestantes, que con grandes banderas agitaban y gritaban al unísono sus razones de la protesta; Fénix llegó hasta su vecino y entre el bullicio le saludo:

-¡O he como estás!..

De inmediato el vecino reconoció a Fénix y con gesto condecente le respondió:

-¡Oiga profe que gusto...! ¡Qué sorpresa verlo por aquí en estos vericuetos!

-¡Imagínate!, caminaba y me encontré con esta marcha, y mirando por ahí y por allá, te vi pues…

-No te escuché bien “me... ¿Qué?”

-¡Te vi y me acerqué!

-A ya, ¡bueno aquí la gente se ha reunido para reclamar, que el gobierno cumpla sus promesas, y cambie la política económica que genera más exclusión y pobreza!

Con rostro sorprendido, y haciendo un gran esfuerzo por escuchar, respondió Fénix:

-Desde luego, se que el gobierno no ha cumplido sus promesas, ¡pero qué es lo que quieren que cambie! A ver si me lo explicas, ya que tengo una idea –más o menos clara- de que los empresarios en la actualidad tienen demasiadas ganancias; mientras mucha gente está misia…

-¡Mira, la cuestión empieza por cambiar el modelo económico, y eso necesita de un análisis más profundo de la forma o el método, pero bajo las condiciones actuales, se puede presionar al gobierno para que modifique ciertas leyes que vulneran a los trabajadores. Sabes que en estos últimos años, la rentabilidad de las empresas en la bolsa de valores han subido en promedio –así nos han dicho- un 32%, mientras que los sueldos de los trabajadores, han sufrido una disminución de un 3%. Esto es una consecuencia de la política económica que favorece a unos cuantos, en sí, eso es el sistema económico imperante…que muy pocos lo entienden, pero que se plasma en que el sueldo de las personas, no alcanza…y desde luego mientras cientos de empresas, se llenan de millones, y se expanden; los obreros por otro lado, perciben sueldos bajísimos, no tienen derechos laborales como vacaciones, grati, seguro, etc.; por eso estamos en contra del maltrato a la clase trabajadora, estamos aquí para reivindicar ciertos derechos. Además te digo…que es una gran mentira que sólo la inversión va a traer desarrollo como tratan de engañar por medio de la radio, periódicos o la televisión los defensores de este sistema; el trabajo, es el que genera el desarrollo de un país, y no los empresarios abusivos, como nuestro presidente está empecinado en decir.

Fénix nuevamente se quedo sorprendido por lo explicado muy brevemente por su vecino –el dirigente sindical- se acordó, que él había leído hace algunos meses, sobre la explotación de los obreros, con el único fin “acumular más riquezas”; sin importar el bienestar social -entre gritos, en medio de la marcha- se dio cuenta Fénix, que la mayoría de empresas no reconoce derechos laborales a sus trabajadores, y se recordó cuando trabajaba hace mucho tiempo en cierto lugar -era un colegio particular-, allí laboraba más de ocho horas y le pagaban como si trabajaba siete horas, nunca conoció lo que es la “grati” no supo por varios años lo que son vacaciones, ni CTS, y en el fondo ni siquiera tenía un seguro de salud –el rostro de Fénix por un momento mostró desazón- por otro lado, ese centro de trabajo crecía, inauguraba locales, cambiaba mobiliarios, tenía más personal, etc. Su vecino le interrumpió en medio de nuevos gritos:

-¡La mayoría de las empresas privadas, obtiene parte de sus ganancias, ya sea por la especulación o, al no pagar ningún derecho laboral a sus trabajadores, a sabiendas que está prohibido por la ley; pero ellos les da igual ya que en las actuales condiciones debido a la política de flexibilización laboral, el estado no les exige, -en muchos casos prefieren pagar la multa que les pone el ministerio de trabajo- que cumplir con las leyes laborales que quedan –imagínate, ni eso quieren cumplir- peor aún, muchas de esas empresas no tienen sindicatos, y si los trabajadores forman uno, los botan a todos; simple y llana mente…Esto se debe Fénix, que en la actualidad en nuestro país, hay una carencia de empleos tal, que mucha gente está esperando afuera para ingresar cuando otro es despedido, es la política del “cholo barato”.

-Si tienes razón –mirando con ojos tristes Fénix, en medio de gritos- tanta gente que padece lo que tú has dicho, y lo peor, que muchas personas creen que esto es normal, que no se puede cambiar… Y el gobierno repite y repite por todos los medios ¡Estamos creciendo, prosperidad económica, cifras en azul, etc.!

Fénix continuó caminando, de cuando en cuando, acompañaba con las arengas al multitud, luego le dijo a su vecino:

-Gracias por conversar conmigo sobre esto… y desde luego yo estoy padeciendo lo mismo que tú has contado, en la universidad. ¡Estoy seguro que por allí en las aulas escuché un comentario de que se irían a la huelga por mejoras salariales!...la verdad es que si seguimos pensando sólo en cada uno –egoístamente- los empresarios, seguirán haciendo de las suyas con la venía del gobierno actual, por eso, yo te apoyo en tus reclamos… ¡Abajo las leyes antilaborales…!

La muchedumbre llegó hasta una plaza, donde gritaron con más fuerzas los reclamos, por uno de los lados, un grupo de jóvenes quemaba una rata simbolizando a uno de los políticos afines al gobierno; luego de contemplar Fénix toda la escena, se despidió con un fuerte abrazo de su vecino, -desde luego, estaba muy ocupado conversando con otras personas- así Fénix continuó caminando.

La tarde, con su tonalidad naranjosa, daba paso a la noche, invadía la ciudad, las casas parecerían como la de un cuento de insignificancia grosera, ya el matemático caminaba, viendo que la realidad no era tan simple, o tal vez tan complicada en ciertas circunstancias; pero al fin y al cabo todo era como siempre, una mezcla abigarrada de ciudad y espanto.

Ya la noche había ganado la batalla a la tarde, los postes de luz alumbraban casi con temor las calles sucias otros postes, apagados servían de escondites para uno que otro amante, que hiciese del delirio su ocasión. Nuestro amigo se detuvo junto en una esquina, donde un señor que vendía emolientes preparaba arduamente las bebidas para las personas presentes, así que se acercó y pidió un emoliente.

AL MEZCLAR SUSTANCIAS, ¿CÓMO CAMBIA LA RELACIÓN DE SUS PARTES?

Contemplando al joven vendedor, se percató que para preparar el emoliente, primero sacaba la cebada, de un balde enlozado, luego le echaba unas cuantas gotas de limón, para finalizar con la aplicación de los preparados según el cliente le pidiera; así el joven vendedor le dijo fénix:

-Dígame quiere con linasa y achicoria…

Entonces Fénix le respondió:

-Sí amigo con linasa y achicoria, pero sin limón…

En ese mismo instante el joven le estaba echando unas gotas de limón, cuando se percató de la respuesta de nuestro amigo, entonces agarró el vaso que estaba preparando y vertió la bebida al balde donde contenía la cebada; luego sacó nuevamente un vaso con cebada y le echo la linasa y la achicoria, y le sirvió a nuestro amigo.

Fénix un poco confuso –bebiendo su emoliente lentamente porque estaba caliente- comenzó a cavilar con respecto a lo ocurrido…Se decía:

“Si se tiene dos recipientes con líquidos diferentes, pero en cantidades iguales (por así decirlo “A y B”) y hago la siguiente mezcla, primero, cojo una gota del líquido “A” y le echo al “B”, luego remuevo este último, y cojo a continuación una gota del líquido “B” para ahora echarle al “A”, ahora si analizo cada recipiente ¿cómo será la relación de los líquidos?

Fénix no encontraba maneras para poder explicar, esa relación, miró a todos lados, -estaba por terminar al emoliente que para ese entonces se había enfriado ya- de repente encontró al lado junto al emolientero dos chicos, que jugaban muy emocionadamente con cartas, así que pensó un momento y un Eureka –por así decirlo- brilló en su mente, a continuación se dijo:

-Sean dos personas con cuatro cartas cada una, del modo siguiente: la primera persona sólo tiene cartas azules por un lado y todos sus reversos son blancos, y la otra persona sólo cartas rojas cuyo reverso también es blanco, entonces si ambas personas voltearan las cartas del modo que solamente se visualiza la parte blanca, y se le pidiera a cada una que cogiera una carta de otro, tendríamos que la relación entre las cartas rojas y azules de una persona y la relación de cartas azules y rojas de la otra persona, son iguales. Por ejemplo, se puede tener el siguiente caso:

3 cartas rojas y una azul para la primera persona, y para las otras 3 cartas azules y una roja. Así la relación de la primera será $\frac{3}{1}$ y para la otra persona será también $\frac{3}{1}$.

Para el otro caso si suponemos que la primera persona coge una carta azul, la mezcla entre sus cartas rojas y luego ofrece a la otra persona para que coja, y justamente esta última persona coge la carta azul que tenía la anterior persona, entonces la relación entre las cartas azules y rojas son iguales.

Esto nos enseña –decía Fénix- que cuando se tiene dos líquidos diferentes en las mismas cantidades, al hacer una mezcla de a pocos (es decir pasando primero un poco de un recipiente a otro), la relación de los líquidos en cada recipiente, son iguales.

Luego se preguntó si en su vaso de emoliente, se cumplirá la relación de igualdad con respecto al balde de cebada. Bueno –se dijo- lo dejaré para otra oportunidad, así se marchó a su casa.

Ya la oscuridad cubría por todos los rincones de la casa, prendió su lámpara, agarró cierto libro, y justo en ese momento, tocaron su puerta, se levantó lentamente, y al abrir, estaba una señora junto a un niño.

Fénix un poco sorprendido, saludó a la señora -el niño estaba agarrado fuertemente del brazo de su madre- así que ella con un gesto un poco nerviosa, le dijo a Fénix, que si le podía hacerle un favor, y justamente, dicho favor era desde luego, que si no le podía enseñar a su hijo, unas cuantas cosas de matemáticas.

Fénix miró a la señora y al niño, este último, lo miraba con gesto de ternura -no podía negarse-, así que aceptó, bueno la señora le mostró el libro de matemáticas, y este contenía operaciones de sumas y restas de fracciones; así que invitó a la señora y al niño que pasen a su cuarto, le brindó una silla a la señora, y otra al niño, junto a la mesa; ordenó unos cuantos papeles, y cogió otra silla, se sentó junto al chico, abrió el libro de matemáticas y comenzó a explicarle muy detalladamente sobre fracciones. Al cabo de media hora, el niño ya resolvía solo los ejercicios del libro; a Fénix le llamó la atención, un ejercicio del libro que decía:

2.- Usando cuatro cuatros, solamente con las operaciones de suma(+) o la resta(-), o la multiplicación(x) y la división(/) halle los números del cero al cinco.

El chico lo miró a Fénix con cara de asustado -haber si el matemático emprendía primero, la solución del problema planteado- Fénix, miró el problema, y con el lapicero en la mano, pensó un momento, y a continuación le dijo al niño:

-Bueno amiguito, yo resuelvo una parte, y tu otra, por ejemplo resolveré para el número uno y el cuatro, y tú haces el resto. ¿Qué dices?

El chico un poco temeroso, respondió con voz entrecortada que aceptaba.

Así que Fénix, escribió en la hoja del cuaderno lo siguiente:

$$\frac{44}{44} = 1$$

Luego garabateo, y debajo de la hoja reescribió:

$$\frac{4-4}{4} + 4 = 4$$

Así que Fénix dejó al chico a que acabara la tarea; ¿se podrá escribir con cuatro cuatros y siguiendo la misma consideración, los números del cero al diez?, ¿o tal vez cualquier número? [8] -se decía Fénix con gran curiosidad- en

[8] Fue el matemático y físico Inglés, Paul Dirac (1902 - 1984), quien se interesó por este problema en la *Universidad de Göttingen, donde los físicos y matemáticos de la época jugaban a escribir todos los números del 1 al 100 usando todo tipo de operaciones algebraicas*, su aporte fue la fórmula que permite escribir cualquier número natural N, usando la expresión: $N = -log_2(log_2(\sqrt{\sqrt{\ldots\sqrt{2}}}))$ donde (…) implica repetir N radicales. También se tiene la fórmula dada por Blanton Culver en 1954

ese mismo momento, el niño con gran rapidez había terminado la tarea, le mostró a Fénix lo siguiente:

$44 - 44 = 0 \qquad \frac{4}{4} + \frac{4}{4} = 2 \qquad \frac{4+4+4}{4} = 3 \qquad \frac{4\times4+4}{4} = 5$

Fénix, se despidió, del chico y de su mamá, la señora muy agradecida, le obsequio una bolsa repleta de ciertas cosas, bueno el matemático observó de reojo y volvió a despedirse, felicitando al niño por su habilidad. Al cerrar la puerta, Fénix se quedó con la intriga acerca de escribir con cuatro cuatros, se sentó frente a su escritorio, abrió la bolsa y con sorpresa encontró una hamburguesa y un néctar –que amable la señora, sabía que no había cenado- comiendo pensó Fénix en garabatear los papeles que estaban en su escritorio, para así tratar de resolver el problema de los cuatro cuatros; al cabo de unas horas llegó a escribir los números.

$N = -log_{\sqrt{4}}(log_{\sqrt{4}}(\sqrt{\sqrt{\ldots\sqrt{4\times4}}})\ )$ donde (…) implica repetir N+2 radicales.

Capítulo III

ALGUNOS DETALLES.

Ya en la mañana, Fénix se decidió a visitar a un colega, vivía lejos de su casa; su colega lo había llamado antes un poco preocupado por su falta en la facultad, Fénix le había explicado a grosso modo sus motivos, pero hoy se levantó con una duda que tenía que conversar con alguien, y era sobre el infinito matemático.

La casa donde vive su colega Quipoc era muy modesta, en su sala colgaban, algunos cuadros sobre paisajes andinos, por otro lado, en la vitrina estaban colocados con sumo cuidado muchos recuerdos de las distintas zonas del país, a Fénix le llamó la atención un recuerdo sobre los veinte años de servicio por la educación otorgados por un colegio, en dicho objeto estaba un carácter que rápidamente lo identifico “ ∞ ”; sí… era el símbolo de infinito. Al momento Quipoc salió a saludarlo, con un fuerte abrazo.

-¡Qué tal Fénix!, ¡Cómo te encuentras de salud!

-Hola...Sr Quipoc ¡cómo estás tú!

-Oye dime..estos días estas un poco filosófico, o algo así, me dijeron que has faltado como una semana por las aulas…

-La verdad que he estado investigando sobre temas diversos, para ello necesitaba un poco de paciencia y tiempo, y tu sabes que a veces las clases te quitan la ilación sobre algo que crees comprenderlo pero la verdad no bien del todo…

-Oye que bien, eso de estar tratando de entender alguna cosa me parece de alguna manera emocionante…ya sabes porque, al menos compartimos los conocimientos matemáticos… ¿dime?

-Ha bueno, sabes este…viendo uno de tus recuerdos que te dieron, me encontré con el símbolo del infinito…haber si podemos intercambiar algunas ideas, ¿qué me puedes decir sobre el infinito?

-Si claro –con gesto pensativo Quipoc respondió cogiéndose el mentón- hace mucho, recuerdo cuando estaba en un colegio, me preguntaron sobre conjuntos muy grandes, el chico que me lo preguntó tenía un gesto de preocupación, me decía que si un conjunto es infinito, a pesar que le agreguemos algo, seguirá siendo infinito…en ese mismo momento no pude responderle de modo adecuado sabes, más bien le respondí con evasiva, luego comencé a estudiar con mucha más profundidad sobre el tema…y así llegué a esta idea, mira, para comprender el infinito matemático, lo podemos entender a partir del estudio de los conjuntos infinitos; examinemos lo que ocurre por ejemplo con el conjunto de los números naturales…

Quipoc cogió una hoja que estaba en la mesa, comenzó a esbozar ciertos conjuntos, y le explicó a partir de los dibujos a Fénix lo siguiente:

-Entendamos básicamente como conjunto, a una colección de objetos que obedece ciertas reglas, entre ellas la más importante es la que todo conjunto, tiene elementos –con excepción del vacío-, y debemos de garantizar que dichos elementos están dentro del conjunto; ahora para determinar la cantidad de elementos de un conjunto, es importante examinar una manera matemática de verificar cuantos elemento hay, por ejemplo… si tenemos un grupo de sillas y a la vez un grupo de personas, si las considero como conjunto de sillas (S), y personas (P), una manera de verificar cual de los conjuntos es más grandes, es por ejemplo si les digo a las personas que se sienten; si encuentro que hay personas de pie, entonces hay más personas que sillas (P mayor que S); si por el contrario encuentro que todas las personas están sentadas, y hay sillas vacías, entonces hay más sillas que personas (P menor que S); también podemos tener el caso que todas las personas están sentadas en todas las sillas, eso implica que hay el mismo número de sillas y personas (P igual a S); es decir, con lo anterior, podemos tener solamente tres casos: Un conjunto, es mayor, menor o igual que otro, en relación a su cantidad de elementos[9].

[9] Fue el matemático alemán Georg Cantor (1845-1918), quien estableció la manera de examinar la cardinalidad (cantidad de elementos) de los conjuntos, usando una correspondencia biunívoca, entre conjuntos. A él

Fénix interrumpió mencionando lo siguiente:

-Si claro, sabemos que todo conjunto puede ser grande o pequeño con respecto a otro, eso es algo que ya se conocía desde a mediados de los ochocientos, ahora la correspondencia que tú me dices se puede utilizar –o sea para representarla- a las funciones; esto se entiende como colocar a los elemento de un conjunto una correspondencia, es decir si a un elemento del primer conjunto le hago corresponder sólo un elemento del otro conjunto, a esa correspondencia se le llama **biunívoca**…está bien hasta aquí, ahora yo quiero saber qué pasa si el conjunto es infinito, a ver explícamelo con palabras sencillas…

Quipoc respondió con gesto de preocupación, miró muy acuciosamente a Fénix y le dijo:

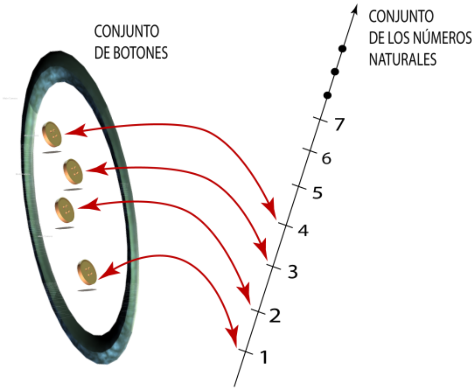
-Fénix, sabemos que con la matemática superior, podemos explicar a los que entienden la matemática superior muchas definiciones rigurosamente, ahora la idea de **cardinalidad** –es decir la cantidad de elementos de los conjuntos- tiene una explicación muy sencilla, y es justamente la relación biunívoca con otro conjunto, y el conjunto que se toma como referencia es el de los **números naturales**, podemos representarlo por $\mathbb{N} = \{1,2,3,4,5,\dots\}$,[10] hay que notar que

---

se debe la nueva teoría de conjuntos, que sirve de base para la matemática moderna.

[10] Se ha tenido en consideración que el "cero" (0), **no es natural**, y esto debido a que el símbolo para el cero, evolucionó mucho después que el de los otros números. Al respecto, hay un debate entre los matemáticos, de si cero es no, un número natural.

esos puntos suspensivos, implican que la serie de números crece –no pensemos hasta donde, todavía- el hecho es que todo conjunto lo podemos hacer corresponder con el de los



¿Cuántos elementos tiene el conjunto de botones? Haciendo la correspondencia biunívoca (representada por curvas de doble flecha) con el conjunto de los números naturales, nos da el número de elementos.

números naturales, para así conocer la cantidad de elementos de un conjunto. Por ejemplo, si tengo un conjunto de botones –no nos interesa el tamaño, ni las formas, ni el color de los botones, me concentraré sólo en la cantidad- así para saber la cardinalidad de dicho conjunto, nos fijamos el último elemento relacionado del conjunto ℕ, ese vendría hacer el cardinal del conjunto.

Quipoc dibujó sobre la hoja la representación de un conjunto de botones, luego dibujó la recta donde contenía los puntos que representarían a los números naturales, a continuación los hizo corresponder con los botones, así mostró a Fénix que el conjunto de botones tenía cuatro (4) elementos.

Quipoc continuó hablándole a Fénix:

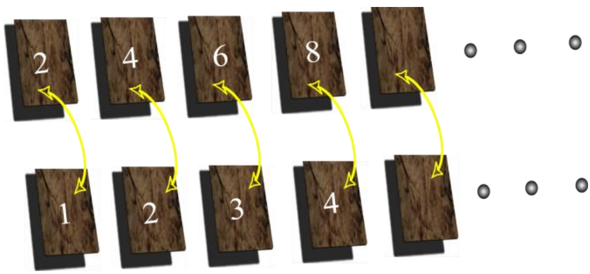
-Ahora a este tipo de conjuntos como el mostrado anteriormente se le dice **conjunto discreto** –separado, no juntos-, y a todo aquel que se le puede hacer corresponder con el conjunto $\mathbb{N}$ también se le denomina discreto. Vayamos ahora al detalle de los conjuntos infinitos de números, veamos el conjunto de los números pares: $\wp = \{2, 4, 6, 8, 10, \ldots\}$ y desde luego, esos puntos suspensivos representan una sucesión de números que crece, ¿hasta donde crece? ¿qué crees tú Fénix?

-La verdad, se puede decir que no tiene fin, al igual que la de los números naturales, es una sucesión infinita de números, ¡cierto…!

-Con respecto a lo que dices que no tiene fin, podemos coincidir, pero veamos algunas características de este conjunto; ¿quién tiene mayor número de elementos, $\mathbb{N}$ o $\wp$?

-Esa respuesta si la sé, ya que se le puede encontrar una función biyectiva, entre estos dos conjuntos, por lo tanto una correspondencia biunívoca, esto implica que ambos tienen la misma cardinalidad.

-Eso es correcto Fénix, pero podemos usar un ejemplo muy sencillo, mira, tomemos unas cartas de tal forma, que en cada una, estén escritas, por un lado los números pares, y por el otro lado, los números naturales; de inmediato te darás cuenta que al analizar recursivamente nos encontraremos que para cada número par, existe un natural, así sea indefinidamente; esto implica que el conjunto de los número pares $\wp$ tiene la misma cantidad de elementos que el conjunto de los números naturales $\mathbb{N}$.



La correspondencia biunívoca entre los conjuntos de los números pares, y los naturales se muestra en la figura, desde luego no es la única. Esto implica que ambos conjuntos tienen el mismo cardinal.

-En ese aspecto, tu ejemplo es muy claro Quipoc, se muestra que existe una correspondencia para cada número de un conjunto a otro, esto también nos invita a examinar el conjunto de los número impares $\mathbb{I} = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$, y nos daremos cuenta rápidamente que se le puede hacer corresponder biunívocamente con el conjunto de los números naturales, esto nos arroja que el conjunto $\mathbb{I}$ tiene el mismo cardinal que el conjunto $\mathbb{N}$.

-¡Exacto Fénix! y te puedes dar cuenta que tanto el conjunto de los números pares, como el conjunto de los números impares, son parte del conjunto $\mathbb{N}$, y tu sabes que se puede representar de la forma de subconjuntos, es decir tanto $\mathbb{P}$ como $\mathbb{I}$ están incluidos en $\mathbb{N}$ ($\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \supset \mathbb{I}$) es decir que son subconjuntos de los números naturales, y esta es una de las propiedades más importantes de los conjuntos infinitos, es decir, que se le puede hacer corresponder con una parte de ella que también es infinita[11]…aunque parezca contradictorio, ya que tal vez intuitivamente podrían decir que $\mathbb{N}$ tiene más elementos que $\mathbb{P}$ y a la vez más elementos que $\mathbb{I}$, pero lo mostrado anteriormente contradice nuestra intuición, ya que cuando hablamos de conjuntos infinitos las cosas son extrañas por así decirlo.

Fénix se quedó meditando un momento mientras Quipoc tomaba un respiro, se levanto este de la mesa y trajo de su cocina un refresco de lúcuma, le sirvió a Fénix a vaso lleno, luego prosiguió:

-Si llevamos esta idea a otros casos, nos daremos cuenta que el conjunto de todas las fracciones $\mathbb{Q}$ -llamado conjunto de los números racionales- se le puede hacer corresponder

[11] Se conocía desde hace mucho tiempo, que los conjuntos infinitos, tenían esta curiosa propiedad –es decir una parte de ellos, también son infinitos-, Galileo, Leibniz, Gauss, y otros científicos, la estudiaron, pero no pudieron llegar a conclusiones tan trascendentales como Cantor.

biunívocamente con el conjunto $\mathbb{N}$, esto nos da a entender que $\mathbb{Q}$ tiene el mismo cardinal que $\mathbb{N}$ -implica que la cantidad de fracciones y es igual al de los números naturales-.…pero hasta aquí termina la sencillez, y esto justamente empieza a complicarse cuando analizamos una pregunta que parece inocente ¿existe un conjunto infinito, de diferente cardinal que $\mathbb{N}$?

-Claro ese conjunto es el de los números reales $\mathbb{R}$, que vendría hacer un conjunto que contiene a todos los números conocidos…

-¡Ajá!, y aquí hay que notar que $\mathbb{R}$ es la unión de $\mathbb{Q}$ con otro conjunto infinito muy famoso, los irracionales $\mathbb{i}$; los reales se puede representa cómo $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{i}$, pero aquí quiero hondar sobre el conjunto $\mathbb{i}$; los irracionales contienen a los números que no pueden ser expresados como fracción, un ejemplo conocido es $\sqrt{2} \approx 1.4142135623731 \ldots$ (obtenida a partir de hallar la longitud, de la hipotenusa de un triángulo rectángulo de lados iguales)-la raíz cuadrada de dos- donde los puntos suspensivos implica que los decimales continúan al infinito, donde no hay repetición o recurrencia en los decimales…así como la raíz cuadrada de dos, existen infinitos irracionales cuyos decimales no se repiten y siguen infinitamente, por ejemplo conocerás Fénix el número pi $\pi \approx 3.1415926535898 \ldots$ (obtenida a partir de dividir la longitud de la circunferencia entre el diámetro), también el número $e \approx 2.7182818284591 \ldots$(base de los logaritmos neperianos, obtenida a partir de una expresión de la matemática superior), y desde luego otros números no muy famosos…Ahora, si al conjunto de las fracciones lo coloco en una recta –es decir cada fracción en un punto de la recta- matemáticamente se demuestra, que las fracciones no llenan toda la recta, quedarían huecos, y esos huecos vendrían hacer justamente los números irracionales; así el conjunto de los números reales llenarían toda la recta. Te pregunto Fénix ¿quién tiene mayor cardinalidad, los reales o los naturales?

-Aquí hay que notar que la cardinalidad de $\mathbb{R}$ no es la misma que la de $\mathbb{N}$, y esto se puede demostrar como tú lo sabes Quipoc, a partir de la famosa diagonal de Cantor. Esto nos da a entender que el conjunto de los números reales, son por así decirlo más grande que el de los números naturales…bueno tu sabes que a todo conjunto que tiene cardinalidad igual a $\mathbb{R}$, se le dice **no numerable**, en contraposición a la idea del cardinal $\mathbb{N}$ que se le denomina **numerable,** así tenemos dos tipos de infinitos, los numerables, y los no numerables[12]…Y aquí está la gran pregunta ¿existe otros infinitos que tengan un cardinal diferente a estos dos conjuntos?

-La verdad es que hasta el momento, nadie lo sabe; a lo dicho por ti Fénix, una variante se le denomina "la hipótesis de continuo", que sostiene: "no existe otro cardinal distinto entre $\aleph_0$ y el $\aleph_1$".

-Si tienes razón Quipoc, y hasta el momento nadie ha demostrado si la hipótesis es falsa o verdadera…

[12] Al cardinal numerable se le representa con la primera letra del alfabeto hebreo (alef) $\aleph_0$ y al cardinal no numerable con $\aleph_1$ o también con $\mathfrak{c}$ de continuo.

-Pero lo curioso Fénix, es que al llevar estas ideas a la geometría, por ejemplo a la idea de recta, si la consideramos como un conjunto de infinitos puntos –como te dije anteriormente-, este tendrá un cardinal igual al continuo "c", el cardinal de los números reales; si cortamos la recta en un segmento de recta, este conjunto tendrá también un cardinal igual a "c", más aún, la cantidad de puntos contenido en un plano, es decir el cardinal del conjunto de puntos del plano, es igual a "c", y todavía más el cardinal del conjunto de puntos de todo el espacio, también es igual a "c".[13]

Fénix se levantó de la mesa muy emocionado, acomodándose el cabello, le dijo a Quipoc:

-La verdad maestro, aquí podíamos estar horas de horas charlando, sobre este tema y otros más... ¡muchas gracias por compartir tus ideas y tu tiempo! ¡discúlpame la verdad por la molestia!...

-¡qué dices! ¡nada de eso! Aquí siempre tendrás a un colega para discutir sobre cualquier tema, y déjame decirte, pensé que eras una persona un poco cerrada, pero veo que he equivocado…bueno no te vayas, ¡quédate para almorzar!

Fénix se quedó un momento más con Quipoc, terminaron de establecer algunas conclusiones con respecto al infinito, surgió una discrepancia, y consistía en, si el infinito mostrado a través de conjuntos era potencial –es decir está siendo pero no es- en otro momento volvieron a discrepar con relación a si el infinito no se podría decir si era definido o indefinido, ya que carecía de sentido, hablar de fin; comieron, luego conversaron corto rato y Fénix se retiró.

[13] Georg Cantor, descubrió por primera vez esta implicancia; en una carta al matemático alemán Richard Dedekind (1831-1916) le comentaba con sorpresa "Lo veo pero no lo puede creer, aunque lo haya demostrado".

Caminaba ya por la calle, cuando escuchó a lo lejos un ritmo que le llamó la atención, sonaba a una grabación muy antigua, mientras se acercaba, el coro era más pegajoso, una parte de la canción decía: “...tu butifarra olorosa …échale salsita…échale salsita…”, y eso le hizo recordar de inmediato a Quipoc, un profesor un poco viejo, un poco solitario, que le gusta tal vez conversar con alguien, -bueno, espero que se haya alegrado un rato…le hará bien, pensaba-. Fénix, se detuvo cerca a la casa donde sonaba la canción; al término de la misma, se quedo maravillado, meditó sobre si el infinito era algo indefinido, o tal vez algo actual y dado; continuó caminando, sus zapatos resonaban por la vereda, por las calles vacías y asoleadas, se proyectaba una sombra apesadumbrada, Fénix seguía caminado y entonando: “…échale salsita…échale salsita…”

Capítulo IV

RETORNO A LA MONOTONÍA.

Ya estaba en el carro –aquel autobús que le llevaba a la universidad- ese día se había levantado muy temprano, había tomado su desayuno en casa, y no pensó en nada que le molestara o le requería curiosidad, así que llegó a la universidad un poco desganado, -no quería trabajar ese día- pero algo le motivaba camino hacia su facultad.

Pasando por un gran parque, había un grupo de jóvenes que rodeaba a unos altos paneles que contenían fotos de sitios arqueológicos, esas fotos mostraban grandes piedras, restos de ciudades descomunales, al lado un joven que explicaba, Fénix se sorprendió, al escuchar lo que sostenía aquel joven, y era de que en la antigüedad en nuestro país, había una raza de gigantes que se caracterizaba, por tener el doble de tamaño de una persona normal, por esa razón, hacían construcciones de piedra muy grandes, templos inmensos…

Al momento un señor de bigotes y cabello cano, se acercó a las personas, y miró con algo de curiosidad las fotos, luego dijo:

-¡Humanos del doble de tamaño! -con un poco de sorpresa, preguntó a unos de los jóvenes disertantes- Dígame, y… ¿esos antiguos peruanos, eran gigantes?

-Claro –respondió un chico de cabello largo, cara alargada y con gesto de entusiasmo- ya que ellos hicieron esas grandes construcciones, ves esta puerta en la fotografía tiene como cuatro metros de alto…

SI SE VARÍA UNA LONGITUD ¿CÓMO VARÍA EL CUERPO EN SU TOTALIDAD?

El señor interrumpió al momento:

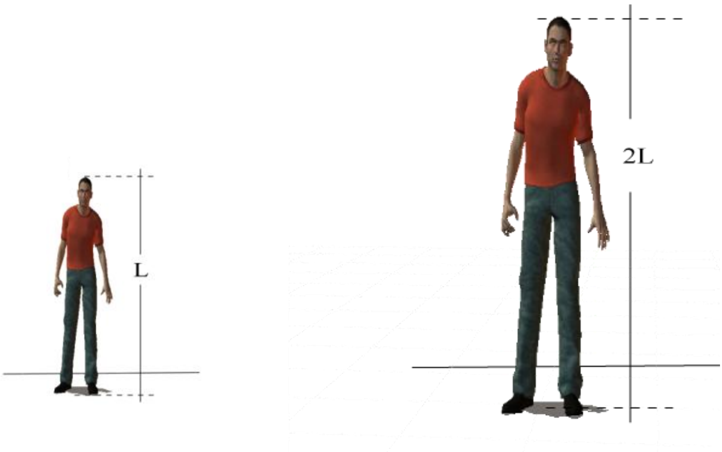
-Ah ya veo, es decir que tenían el doble de tamaño que cualquier persona –agarrándose la cabeza con ambas manos, hizo un gesto de meditación y luego prosiguió- dime ¿cómo eran esos gigantes, de igual contextura que nosotros?

-Aunque parezca increíble eran de la misma contextura física de una persona promedio, claro con más musculatura –el joven ahora miraba al grupo reunido, aclaraba los detalles con más entusiasmo- eran esos antiguos peruanos igualitos que tu, que yo pero en versión grande, mira el tamaño de esta casa, si es que le podríamos llamar casa, donde una puerta tiene como 4 metros de largo…

Fénix escuchó muy atentamente los comentarios del señor, pero al ver las fotografías, se quedó maravillado, se distrajo, volteó por un momento y siguió escuchando al señor que replicaba.

-Dígame joven, y esos antiguos peruanos eran de carne y hueso, o mejor dicho, sus huesos eran iguales a los nuestros, sus músculos, no sé, dígamelo…

-Claro, sus músculos eran similares a los nuestros, sus huesos son como los nuestros, pero no se ha encontrado evidencias al respecto, y claro, eso tiene su explicación…ya que los españoles, como bien sabemos, estuvieron más de quinientos años, y no sólo nos dejaron el idioma y la religión, sino también quemaron y destrozaron muchas cosas de nuestro pasado…ya me entiende, por eso hay pocas evidencias…recién estamos redescubriendo nuestro pasado…



Hipotética situación de un gigante del doble de tamaño que una persona común ¿Al cambiar la longitud, se mantendrá las demás medidas iguales?

El señor miró fijamente al joven, tomó una bocanada de aire, y le replicó:

-Bueno, si es que una persona normal fuera de 1.70m y su peso sea de 70kg, esos gigantes del doble de tamaño serían de 3.40m (muy grandes), ahora, si usted dice que tenían el mismo aspecto que nosotros, quiere decir, que sus huesos y carne son iguales al nuestro, pero he aquí el error que se comete, ya que el peso[14] de una persona no es proporcional a la longitud, sino más bien a su volumen; así se tiene una longitud (L) y volumen ($V = L^3$), al duplicar la longitud (2L), el volumen queda $(2L)^3 = 8L^3 = 8V$ es decir aumentado en ocho veces comparado con el anterior –las personas alrededor se quedaron mirándolo, hasta Fénix se quedó sorprendido, por el análisis y la relación matemática-

El señor siguió increpando, al joven:

-Vuelvo, para una persona normal, el grosor de sus huesos y el área que encierra sería $A = L^2$ pero para el gigante, el grosor de los huesos y el área que encierra sería $(2L)^2 = 4L^2$ ahora al examinar ese gigante que tiene dos veces la altura, ocho veces el volumen y cuatro veces el ancho de una persona, en nada se parecería a un ser humano, más bien sería algo como un elefante de pie. Más aún, si consideramos que ese gigante pueda existir, su peso sería: (8)(70) = 560 kg -si consideramos que este gigante tiene la misma densidad de los humanos y teniendo en cuenta que la densidad se determina como la masa entre el volumen- lo cual implicaría que debería tener huesos muy fuertes si osase a caminar [15]

[14] Para estos cálculos se tiene como aproximación considerar a un ser humano como un cubo. Además no discutiremos la diferencia entre masa y peso que aquí se tomo como similares (no iguales).

[15] Fue el famoso físico Italiano Galileo Galilei (1564-1642), quien en su libro "Diálogos referentes a las dos nuevas ciencias", trata sobre el problema de la escala, y es quien por primera vez explica mostrando sendos ejemplos, la situación de forma coherente.

El joven, cambió de color inmediatamente, miró para todos lados, en su rostro, se notó la dificultad de responder la inquietud, así que de inmediato otro joven, pero con aspecto de hippie, y gafas con montura muy notoria salió al choque, increpando de inmediato al señor de cabello cano:

¿Alguien asociaría esta imagen a un gigante?, si duplicamos el doble de la altura de una persona, el grosor aumenta en cuatro veces y su volumen en ocho; tal gigante será muy parecido al de la figura.

-Bueno esos antiguos gigantes, sus huesos no eran como nosotros, desde luego sus huesos eran más resistentes, así que de todas maneras se parecían a nosotros, eran muy atléticos, y por eso tendrían que hacer grandes construcciones…

-Entonces dígame –el señor en tono conciliador- eran o no iguales a nosotros pero en versión de tres metros, pero por lo visto eso es físicamente imposible…

-Lo que usted trata es de confundir –exclamó el joven de anteojos con marcos oscuros- esos antiguos peruanos, al comer más nutrientes, más alimentos eran grandes y de huesos resistentes, igualitos a nosotros, solo es que no sabemos reconocer nuestros antepasados, y más bien pasamos criticando, a los que sostiene teorías diferentes…

-No joven no se altere –el señor hizo gestos de paz con las manos en alto pero sin pasar de su cabeza- lo que digo es una cuestión física, y de hecho nuestros huesos son resistentes pero no tanto, para que el gigante, pueda tener las mismas características de nosotros, debería tener huesos de acero o de otro material…el cambio de escala no es tan simple como uno cree; y desde luego esos errores se arrastran de libros, o del cine que presentan gigantes sin ningún criterio físico…además yo no cuestiono el pasado vergonzoso de la conquista española, que masacraron y quemaron una cultura para implantar otra, es cierto, no cabe duda; sino yo doy precisión a su enfoque, ahí está el error…

Fénix, comenzó a pensar en lo referente, desde luego la conjetura mostrada por el señor era la correcta, y es que el cambio de escala de un cuerpo, es sencillo matemáticamente, pero en la práctica no tanto y esto tiene que ver con las cuestiones físicas como resistencia de materiales o algo por el estilo; la verdad, cuando aplicamos la matemática de modo muy simplista, no consideramos más factores, no me imagino –se decía- una pulga 50 veces su longitud, igualito a las pulga pequeñas. Si considero más detalles, esas pulgas no tendrían nada de parecido a una pulga…eso sí que es seguro…

Continuó caminado Fénix -ahora iba directo a su facultad- ya había dejado atrás la cuestión de los gigantes antiguos, cuando de pronto un joven, lo detuvo de improviso; era uno de sus estudiantes, acompañado de otros dos, a lo que escuchó de repente:

-¡Qué tal profesor! Hace tiempo que no viene por la clase…bueno profe, espero que este bien de salud…

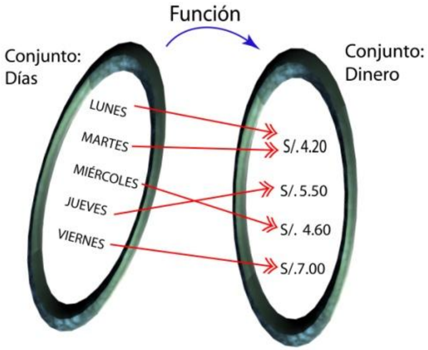
Fénix, respondió la cortesía de inmediato, y en tono muy sereno, inquirió a los jóvenes sobre cómo estaban ellos, así uno de los jóvenes un poco nervioso se animó a preguntarle:

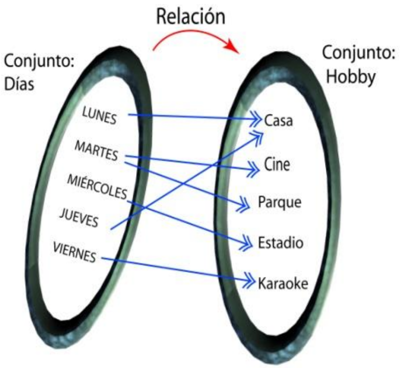
-Disculpe profe, la verdad, que aquí mis amigos y yo estábamos discutiendo sobre funciones, y parece que no lo tenemos muy claro, con eso de relación…no sé si nos podía aclarar, si es que tiene tiempo…

Fénix muy emocionado por la pregunta, miró hacia un lado y se decidió sentarse en una banca que estaba junto al jardín que adornaba los laterales de la facultad; Fénix se apresuró a contestar:

-Bueno chicos, me alegra esa pregunta, ya que vamos a examinar uno de los conceptos más importantes de la matemática; la idea intuitiva de función radica principalmente, en que ya establecido los conceptos de conjunto y elemento, ahora vamos a establecer una correspondencia entre los elementos de los conjuntos, por ejemplo…si tengo un conjunto que corresponde a los cinco días de la semana (lunes, martes, miércoles, jueves y viernes) y otro conjunto que corresponde a los gastos diarios de dinero en pasajes digamos movilidad (S/.4.20, S/.5.50, S/.4.60, S/.7.00) una función sería una correspondencia del primer conjunto (de inicio) al segundo conjunto (de llegada). No importa el orden de los elementos del conjunto, lo que si importa para definir una función (que ahora la llamaremos “ **f** ”), es la forma de la correspondencia, es decir, que a cada elemento del primer conjunto, le corresponde un elemento del segundo conjunto. Tener en cuenta, que no puede hacerse corresponder del primer conjunto, dos o más veces hacia elementos del segundo conjunto.

Luego Fénix cogió su cuaderno, y esbozó varios gráficos, dando la idea de conjunto y de función, prosiguió:





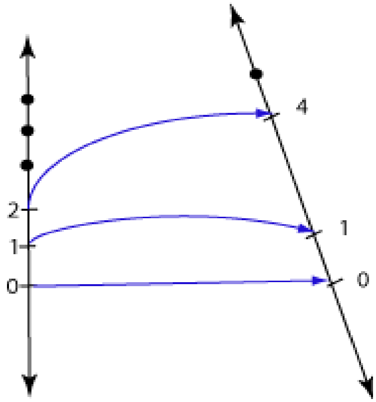
Una función, y una relación; la importancia del primer concepto radica en su correspondencia muy particular.

-Ahora puede haber ciertos casos en que la forma como se hace corresponder, no sea función, como por ejemplo si hago corresponder los días de la semana con mis pasatiempos (hobby), así tenemos que el conjunto de días (lunes, martes, miércoles, jueves y viernes) lo hago corresponder con el conjunto de las actividades de ocio, como ir al parque, al cine, al teatro o al estadio, al analizar ocurre que un día fui a dos sitios, el martes fui al parque y luego al cine; esto último no cumple lo dicho anteriormente para definir una función –es decir que a cada elemento del primer conjunto sólo se le hace corresponder una sola vez a los elementos del segundo conjunto- es así que esta correspondencia, más bien se le denomina Relación.

Los estudiantes miraban muy atentamente a Fénix, el cual seguía hablando sobre el tema de funciones:

-En las ciencias puras como en las aplicaciones prácticas, para las funciones se suele trabajar con conjuntos de números; los conjuntos que se utilizan son los ya conocidos, es decir de los números naturales $\mathbb{N}$, enteros $\mathbb{Z}$, racionales $\mathbb{Q}$ o tal vez reales $\mathbb{R}$, este último es justamente el caso más usado, su utilización se debe a que el conjunto es denso, esto significa que entre dos número reales cualesquiera, existe una infinidad de números. El conjunto de los reales se emplea, tanto de inicio como de llegada, más propiamente se les suele llamar al conjunto de inicio o partida: dominio y al conjunto de llegada o destino: rango.

$\mathbb{R}$ $\mathbb{R}$ $f(x) = x^2; \ \ x \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$

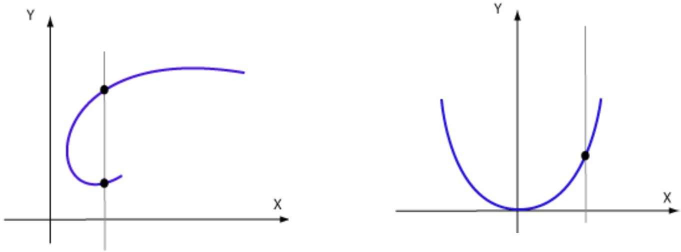


x	f(x) = x ^{2}
0	0
1	$(1)^2 = 1$
2	$(2)^2 = 4$
3	$(3)^2 = 9$

Se muestra la función cuadrática restringida, para valores reales mayores e iguales que cero. Esta gráfica no es muy común; más usual es representarlo en el plano cartesiano.

Los jóvenes comenzaron a poner algunos ejemplos de funciones, ya de manera más algebraica, por ejemplo mostraron las siguientes funciones $f(x) = 2x + 3$ la función lineal, $f(x) = x^2$ la función cuadrática, cuyas gráficas la esbozaron de inmediato, y comprobaron que existe una correspondencia muy clara, Fénix prosiguió:

-La manera más clara de visualizar las funciones, cuyos conjuntos son los número reales –aunque no siempre- es mediante una gráfica en el plano cartesiano, tal como les muestro aquí, con sólo trazar una línea vertical, se puede saber si una gráfica es o no función.[16] Además deben saber que el concepto fundamental de función es la correspondencia de un conjunto a otro de modo restringido…recuerden eso



Sólo el gráfico de la derecha es una función, se le denomina función cuadrática $f(x)= x^2$; la de la izquierda vendría a ser una relación.

Fénix, estaba ya despidiéndose de sus estudiantes, todos le agradecieron por su amabilidad, parece que al menos había disminuido la duda, y eso era bueno –aunque también había aumentado más incógnitas-

Le había quedado una grata sensación, al escuchar a sus estudiantes, así que prosiguió su camino hacia la facultad, y ya

[16] El propósito de esta parte, es sólo mostrar el concepto intuitivo de función. Para un mayor rigor, los interesados pueden hondar en el campo de la teoría de distribuciones.

estaba ahora en la entrada, se topó con una vitrina, donde mostraba ciertas actividades del mes, entre los afiches encontró una conferencia sobre la resolución de una EDP (Ecuaciones Diferenciales Parciales) de un colega suyo, miró su celular que fungía como reloj, y justo era la hora de comienzo de la conferencia, así que se acomodó el pantalón, se ajustó la correa y de inmediato fue hacia el auditorio.

Había un movimiento inusitado en el lugar –pocas veces su facultad, estaba visitado de tantas personas- y al parecer era por la conferencia de su colega que había venido del extranjero…Al entrar al auditorio, miró para todos lados en busca de alguien conocido, al momento atisbó una mano en alto y era la de su amigo Pepe –el especialista en topología-, por otro lado estaba Augusto , sí el rayado de –estructuras algebraicas [17]- Fénix saludaba, y caminaba hacia un asiento libre, cuando de pronto una mano lo detuvo, era la de su colega Eduardo su maestro.

Muy efusivo Fénix lo saludo con un abrazo, y de inmediato le interrogó sobre que había hecho todos estos años, se sentó a su lado, y conversaron muy amenamente. Luego de media hora, llegó el conferencista, de inmediato se iluminó una pantalla, donde se proyectaba el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\mathcal{L}_1\mu^2 = u[\lambda - a(x)u + b(x)v] \quad en\ \Omega$$

$$\mathcal{L}_2 v^2 = v[\mu - d(x)u + c(x)u] \quad en\ \Omega$$

[17] La topología es la rama de las matemáticas que estudia los conjuntos sin recurrir a la noción de distancia, y las estructuras algebraicas, es la parte de las matemáticas que estudia las propiedades de un conjunto en el cual se ha definido una o varias operaciones cumpliendo propiedades establecidas.

$$u = v = 0 \quad sobre \ \partial\Omega$$

Donde $\mathcal{L}_1$ y $\mathcal{L}_2$ son los operadores de la forma:

$$\mathcal{L}_k := -\sum_{i,j=1}^{N} a_{ij}^k(x)\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} + \sum_{i=1}^{N} a_i^k(x)\frac{\partial}{\partial x_i} + a^k(x); \quad k = 1,2,\ldots$$

$a, b, c, d \in v$ Satisfaciendo $a(x) > 0$; $d(x) > 0$ para

$x \in \overline{\Omega}\, y\, b > 0$; $c > 0 \ \ y\, \lambda, \mu \in \mathbb{R}$

¿MATEMÁTICA ABSTRACCIÓN O REALIDAD?

La abstrusa ecuación diferencial mostrada, parecía todo un reto para cualquier matemático, claro está que su colega, había estado estudiándolo para obtener su grado académico, empezó mostrando algunos resultados previos con respecto al sistema mostrado, luego continuó con los espacios (conjuntos) donde trabajar la hipótesis de las posibles soluciones, el conjunto donde podría tener soluciones débiles, probó uno que otro lema, pasó a un teorema fuerte y así continuo por casi una hora –desde luego estaba dando sólo esbozos de su trabajo-

Después de escucharlo muy atentamente, Fénix y su amigo, comenzaron a conversar sobre el tema; otros asistentes, sólo al comienzo ya estaban completamente perdidos, así que sus rostros se quedaban mirando la proyección. El expositor terminó su exposición, muy alegre y con una pedantería que no iba al ritmo del auditorio, inquirió al público presente a que le dirigiesen algunas preguntas; al momento uno de los asistentes del conferencista, se levantó y mirando al público azuzó a que le preguntasen –una mezcla heterogénea de jóvenes y mayores se encontraban en el auditorio- así comenzó la ronda de preguntas.

La mayoría de preguntas tenía que ver con los aspectos duros de la matemática pura, como si el teorema estaba bien demostrado, o porque no utilizó tal o cual lema, o cierta conjetura, o si la definición dada al inicio estaba correcta o no muy clara, o quiénes eran los que habían trabajado en el sistema de ecuaciones anteriormente; así se pasó casi cuarenta minutos, hasta que el maestro de Fénix, levantó la mano, y en un tono muy solemne lanzó la pregunta:

-Dígame profesor, este sistema de ecuaciones diferenciales parciales que usted muestra, con tanto ahínco… ¿qué modela? ¿De dónde proviene?

El auditorio mostró un silencio sepulcral, luego algunas voces no muy claras, daban una idea de la pregunta, el expositor, algo contrariado, se colocó una mano en el mentón, y volteó a mirar el sistema de ecuaciones, remiró y luego de ciertos minutos, y en medio del barullo de la sala, habló:

-La verdad señor, no sé qué modela, creo… que el fenómeno físico proviene del predador presa, la verdad lo único que me interesa es la cuestión matemática del asunto…no otra cosa, eso ya lo dejo para otras personas…- riendo muy nerviosamente- miraba hacia el público.

El maestro de Fénix, asistió con la cabeza, y lo miró con gesto humilde; al momento, uno de los panelistas, dio por terminado la conferencia. En ese mismo instante, Eduardo se levantó y se retiró –dirigiéndose a Fénix, le dijo que lo acompañe -y así salieron a beber un refresco o un café.

Ya en el restaurante, un lugar muy frecuentado por los profesores de la facultad, donde había unas mesas redondas, asientos muy cómodos, y grandes ventanas donde se entremezclaban los aromas de los eucaliptos del jardín, con los olores de las cocina; Fénix le intrigó la respuesta del colega conferencista –no saber que modela- bueno eso si que era la mayor tontería jamás escuchad decía. Su maestro Eduardo le comentó:

-Lo que acabamos de ver es el típico académico, que sólo investiga lo limitado, lo que otros quieren, en ese caso sólo investigó lo que sus asesores de tesis querían, pero no buscó más, no indagó mucho en el tema, a tal punto que la verdad, que no sabe porque hace lo que hace, es decir demostrando tantas cosas matemáticas si no tienen ninguna relación con la realidad…es muy penoso, que algunos matemáticos crean que están en las nubes, más allá de la realidad y todavía siguen pensando que las matemáticas es algo muy aparte de todo hecho real…es muy penoso –puntualizó Eduardo tomando un sorbo de café-[18]

-Creo profe, que lo cierto es que, en estos últimos años, la gente en la facultad está convencida que ellos son una élite que entiende matemática, y el resto unos pobres que leen o escriben incoherencias, y con esa aptitud la matemática para ellos es totalmente abstracta. En el fondo la matemática tiene tanto apego a la realidad, que es difícil concebir algo abstracto sin siquiera tocar algo de nuestro entorno…eso lo acabo de aprender estos últimos días…ni se imagina.

---

[18] Desde luego para los conocedores de las EDP, el sistema mostrado anteriormente, es una variación de las ecuaciones de **Volterra-Lotka,** modelando el problema predador-presa.

-Bueno eso si pasa, al menos, las ecuaciones diferenciales, al igual que las ecuaciones algebraicas buscan encontrar algo, en el caso de las algebraicas su solución nos arroja cantidades numéricas, en el caso de las diferenciales nos arrojan funciones, y estas últimas modelan un aspecto de la naturaleza, nos ayudan a comprender un fenómeno. Tal vez al hacer tanta abstracción se haya avanzado más de lo que se puede aplicar, pero eso no implica, que hagamos matemática por matemática, sin ningún contenido práctico, y peor aún al estudiar EDP, que justamente, muchos de ellos provienen de modelos físicos, del estudio de la naturaleza, y no invenciones de una mente genial que nada tuvo con la realidad. Entender ese aspecto, implica indagar en la física, en la filosofía en la historia, en muchos aspectos, y creo yo que muchos catedráticos (profesores universitarios), han contribuido a la barbarie del especialismo como decía Ortega y Gasset, es decir concentrarse en un solo tema.

Después de conversar muy amenamente con el profesor, Fénix se retiró y comenzó a caminar por los salones de la facultad, curioseando veía a los diferentes profesores impartiendo sus materias, se acordó de los días que él impartía las materias; logró recordar que hoy debía dictar un curso, desde luego que no fue, así que decidió seguir mirando por los salones.

No podía entender el método muy usual, de la clases dadas en la universidad –no había debates, no había preguntas, nadie intervenía- sólo el omnipotente profesor y los no iluminados “alumnos”, escribiendo y aprendiendo para que luego les pregunten sobre lo que han escrito…Fénix, movía la cabeza de lado en lado, al pasar por los salones, había comenzado a detestar esa forma de enseñar las materias –él era partícipe de eso- y recién hoy se daba cuenta. ¿He tenido que pasar tantas cosas para darme cuenta?... Y ellos que les tiene que pasar para que se den cuenta, de la situación…Fénix salió muy deprimido de los pasillos de su facultad, caminaba ahora por los jardines y de modo sorprendente, encontró a una maestra con un grupos de chicos de colegio que les mostraba un tema de matemáticas –así que se acercó muy cautelosamente-

¿El ÁREA DE UNA FIGURA ES TAL CÓMO SUPONEMOS?

La maestra estaba hablando de áreas, tenía unos papelógrafos, donde describía las áreas del cuadrado, del triángulo, rectángulo, de la circunferencia y del trapecio. La profesora –por cierto muy joven y con mucho entusiasmo- mostraba a sus estudiantes la manera de calcular por ejemplo, el área del jardín donde estaban, así que con "wincha" en la mano, les pidió a varios chicos que midieran, el largo del jardín –que era de forma rectangular-, a continuación el diámetro de un masetero que contenía una planta, y con ello, mirando las fórmulas de su papelógrafo, calcular el área de las figuras.

Después de varios cálculos, la maestra continuó con su clase, mostró un papel de cuaderno y dijo lo siguiente:

-Chicos, haber miren por aquí, todos saquen una hoja de su cuaderno, no importa si lo arrancan, -se escuchó un estruendo de varios hojas sacados del cuaderno- muy bien, ahora…todos sabemos que este papel tiene una cierta área que se puede calcular ¡si o no! -y los chicos repitieron ¡sí!-, muy bien, muy bien…ahora si yo rompo este papel en dos partes, cada parte tiene su área, ¿y será mayor o menor qué el área del papel original?..

Los chicos comenzaron a pensar, y de pronto cuatro estudiantes al unísono respondieron:

-¡Son menores que el área original profesora!

-Muy bien chicos; entonces, si yo calculo el área de cada parte, al sumar esas áreas, me debe dar el área del todo; está bien chicos, así se dice que las partes nunca superan al todo.

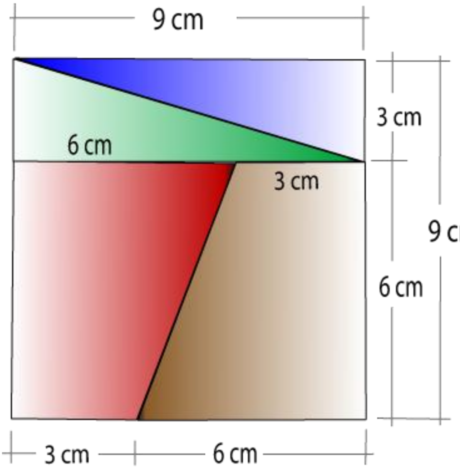
Los chicos midieron sus papeles y luego cortaron con las tijeras, a continuación, midieron las partes, y comprobaron ellos mismos, que al sumar el área de las partes, daba igual al área del todo.

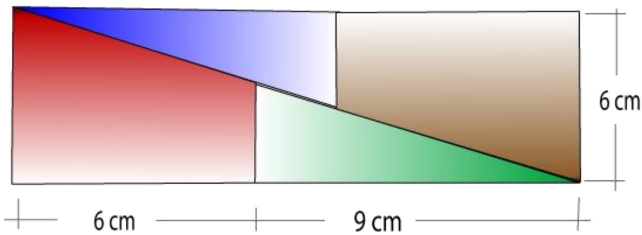
Ya para finalizar la clase, después que los chicos habían calculado muchas áreas –claro está, que no todos- la maestra –no cabía duda muy risueña- mostró una figura en su papelógrafo; pidió a los chicos, que sacaran hojas cuadriculadas y recorten el cuadrado mostrado en el papelógrafo siguiendo las medidas, a continuación pidió que calculen el área. Después que recortaron las partes del cuadrado, en dos trapecios y dos triángulos, tal como se mostraba en la figura; al cabo de diez minutos, mostró otra figura –era la anterior, pero ahora formando un rectángulo- calculen el área nuevamente decía.

La profesora, pidió luego a los chicos que comparen las áreas calculadas ¿serán iguales?

Los chicos comenzaron un alegre -por así decirlo- debate, unos encontraban que los datos del área del cuadrado, no coincidían con el del rectángulo, otros se percataron que al armar la figura con papel, en verdad no formaba un rectángulo y se preguntaron si eran correcto hallar el área de esa forma, otros por el contrario, no entendían la situación ya que la profesora había dicho que el todo era igual a las partes...así que se dedicaron a conversar

Fénix, se quedó mirando la situación muy pensativo, ya que al hacer cálculos mentales obtuvo para el área del cuadrado lo siguiente:





Si calculamos las áreas mostradas, nos encontramos que estas no son iguales, a pesar de que las partes son las mismas. ¿Hay algo de errado aquí?

Para el cuadrado $A_1 = 9x9 = 81$ cm

Y para el área del rectángulo $A_2 = (9+6)\ x6 = 90$ cm

Se sorprendió, al encontrar tales resultados, y así se dio cuenta de que tenía algo que ver con las formas de las figuras.

Ya la clase se había acabado, la maestra había traído a los chicos a la universidad, a ver los grandes jardines, y visitar el museo de ciencias –aprovechó el jardín para explicar un tema- en el momento, la maestra estaba caminando con las chicos por la vereda, Fénix observó que los estudiantes y la maestra se estaban retirando; así que no quiso quedarse con la duda del área, presuroso alcanzó a la maestra y sin ningún temor le dijo:

-Disculpe profesora, con el mayor respeto, la verdad es que no pude evitar verla como enseñaba la clase de áreas, me pareció muy buena la clase…si cabe el término, pero me ha dejado con la duda con respecto al último problema, la de las áreas del cuadrado y del rectángulo…no sé si me podría aclarar un poco…

La profesora entre sorprendida y nerviosa, al momento caminó dos pasos y se detuvo, mirando a Fénix le respondió:

-Bueno señor, gracias por su amabilidad, la verdad que me sorprendió un poco; como usted habrá notado, sólo he venido a la universidad de visita, no le entiendo…

-No profesora, no se sienta mal, mi pregunta radicaba en el hecho de las dos figuras que mandó a recortar a sus estudiantes, y corroborar porque no son iguales las áreas, se recuerda esa pregunta suya…

La profesora, mirando su reloj y a continuación a Fénix, le respondió muy pausadamente:

-Ya le entiendo señor, sobre la diferencia entre el área del cuadrado y del rectángulo…cierto, volviendo a su pregunta, trataré de ser muy puntual, lo que ocurre, es que la figura en verdad no es un rectángulo, y eso lo puede corroborar cortando en una hoja de papel las figuras que componen el cuadrado, luego arma la segunda figura, y se dará cuenta que no encaja exactamente como un rectángulo, es por eso que al calcular el área del rectángulo es mayor que la del cuadrado…no sé si me comprende…

Fénix un poco avergonzado, mirando a los chicos para esquivar la mirada de la profesora, no sabía cómo salir de la situación, se llevó la mano hacia la boca, y con un ademán de sorpresa atinó a decir:

-¡Claro, que tonto! No me puse a pensar sobre la última figura…desde luego no es un rectángulo, aunque parezca…bueno profesora, discúlpeme la molestia, mejor dicho la inoportunidad, pero déjeme decirle que su clase para los chicos estuvo muy interesante…

-Gracias nuevamente, dígame usted ¡es profesor universitario!…

-Sí profesora, enseño aquí en la facultad, soy del área de matemáticas –Fénix ahora con la mano en la cabeza respondía- en el momento de su clase en el jardín, estaba paseando en mi rato libre, y vaya que sorpresa…

-Bueno profesor un gusto conocerlo –estirando la mano para saludarlo- y nuevamente le agradezco su cortesía para con los chicos y conmigo…No sé si tiene otra inquietud…

Luego de cierto momento la profesora se despidió de Fénix, y este le devolvió la deferencia, aunque se quedó muy sorprendido por el tema de las áreas.

La profesora ya se había retirado con sus estudiantes; Fénix estaba sentado en una banca, sacó un papel, comenzó a calcular cada una de las áreas de las figuras que componían el cuadrado (dos triángulo, y dos trapecios), y con sorpresa se dio cuenta, que la suma de dichas áreas daban la del cuadrado; al recortar en un papelito, las figuras de los trapecios y de los triángulos se percató que no forman un rectángulo al unirlas, sino mas bien dejaban una pequeña abertura al centro de la figura…-ahí está el área que sobraba- la verdad este último problema, lo había sacado de todo lo parametrado de sus conceptos, años había hablado sobre área debajo de curvas, de figuras planas, de superficies -nada que ver con las superficies de Jordan, ni con los conjuntos medibles según Lebesgue, lo cierto era, que para formalizar la matemática está bien estos conceptos, pero para cuestiones más intuitivas, se debe ir a comprobar con la práctica- se decía. Para calcular las áreas no basta usar de frente las fórmulas, sino más bien comprobar la forma de la figura, y si no es de una forma ya establecida para el uso de las fórmulas, recién ahí se tiene que usar herramientas más elaboradas, por ejemplo las integrales.

…………………………………………

En el paradero, ya para irse a su casa, contempló los diferentes carros que pasaban a gran velocidad, también veía los buses de distintos colores que circulaban cerca a la universidad, así que abordó uno, lo encontró vacio –era raro subir a un bus con asientos disponibles- se sentó atrás, al lado de dos jóvenes que conversaban sobre su examen; Fénix se quedó mirando a la calle, al rato no pudo dejar de escuchar la conversación de los jóvenes, uno de ellos tenía una casaca azul y el otro una chompa marrón algo desteñida, ellos decían:

-¡Qué bruto eres! Si este límite era fácil de calcular, sólo aplicabas la regla y ya, al toque…

-Pucha, que tonto, nadies en el salón lo había resuelto de ese modo, yo estaba tratando por la definición…y me hice un bollo, mi pata lo sacó y yo lo dejé.

-Y el problema de la derivada, esa la de la función monstruosa, aplicaste algún criterio, la verdad a mi no me salía, esa maldita pregunta, ahí si el profesor se rayó…-decía el de chompa-

Fénix con cautela interrumpió a los jóvenes que estaban a su lado, y con vos ronca les preguntó:

-Disculpen la interrupción –tosió un poco-, supongo que ustedes están en la universidad estudiando ¿ingeniería o ciencias?

A lo que uno de los jóvenes –el de compa- de inmediato respondió:

-Ingeniería señor.

-Bueno chicos, mi curiosidad era que tanto están hablando de límites, de derivadas, quería compartir con ustedes lo que sé, por ejemplo –tomando la hoja del examen de uno de los jóvenes- esta pregunta sale más rápido por derivación implícita…no sé si les han enseñado…

Los jóvenes miraron la hoja y uno de ellos, agarrándose la cabeza atinó a decir:

-Otra vez… ¡que bruto!, si estaba cantado, la última clase fue ese tema…-se decía el de chompa marrón-

El otro joven sólo asistió con la cabeza. Fénix inquirió a sus interlocutores:

-Y díganme, ya que han visto ustedes funciones, límites y derivadas, no sé si me pueden decir que entienden ustedes por derivada de una función…

Los dos jóvenes se miraron, uno de ellos un poco nervioso intentó responder de la siguiente manera:

-Creo que es la tangente a la curva ¡no!

El de casaca asistía nuevamente con la cabeza, ahora mirando a Fénix.

-Creo que también la derivada es una razón de cambio…volvió a decir el de chompa-

-Yo creo que la derivada es cambio, en tangentes y sobre algo…creo –decía el muchacho de casaca azul-

Fénix les explicó a los dos universitarios, lo que se entendía por derivada de una función, en sus palabras:

-La derivada no era nada más ni nada menos, que otra función para empezar; que se podía utilizar como razón de cambio, o como tangente de una curva, u otros usos; en un papel graficó la idea de la tangente de una curva que caracteriza a la derivada, trazó una curva cualquiera representando una función, trazó la línea secante y uno de los puntos iba acercándose tanto al otro punto que la secante se transformaba en tangente.

Los jóvenes miraban a Fénix desconcertados, no tenía idea de lo que hablaba, sólo atinaron a decir ¡a... ya!, la cara de ellos lo decía todo, los ojos mirando a todos lados, y la boca de uno de ellos entreabierta.

Luego Fénix se percató que no le estaban atendiendo, por más esfuerzo que él hacía, los jóvenes estaban en otra cosa; así que de modo repentino Fénix terminó la explicación, les agradeció su atención y su tiempo. Luego continuó mirando por la ventana la calle –sólo les interesa saber una que otra cosa, lo que les pide el profesor, calcular y no indagar la parte conceptual; la verdad, en estos tiempos, es muy difícil encontrar personas que vean más allá de lo que otros opinen, sólo se conforman con una parte del conocimiento, a la gran mayoría la realidad poco les interesa; parece que va haber un largo y pesado trabajo por hacer-, pensaba con mucha preocupación Fénix.