

さ、及び邊位の名稱は追々に授けるがよい。

直観から始めて描くことに進み、更に製作に及ぼし、其の間に似て非なる形を鑑別すること、即ち、四つの邊から成り、相對應する二邊が等長で各角が直角なることの條件を明かにする。又直角の見分け方を明かにすることも肝要なる要點になる。先づ本なり、畫用紙なりを示して、斯る形狀をなすものは澤山あらう。皆の知れるだけ舉げて見よ、と若干の類例を舉げさせて、夫等の描き方や作り方が上手に出来るやうにならうと謂ふ理想の許に練習を進める。黑板上に出て數人に描かせ、それを共同して批判する間に條件に近いもの遠いものを區別し之を幾度か繰返して直観させるとその條件は自ら明かになる。定規を始めから使用させてもよいが、尺度だけで代用させてもよい。寧ろ始めは尺度と視覺で慣らすがよい。

元々長さの觀念を明かにすることが主となるのであるから、その教授に附帶して、手互にその縦横、周圍の長さを測らせ、且つ之を事實問題に構成して計算させること、併行的に練習を進める。作ることは夫を切取るだけで差したる困難もない。その間相對應する二

邊が等長なることは實際測定によつて吟味させる。又成るべく簡便にその周圍の長さを算出させたり、二種の形を與へ、各の周圍を比較したりさせるのである。

### (二) 三角形

名稱は三角で、種類は眞三角と然らざるものがある。直角三角、銳角三角、正三角、二等邊三角形、鈍角を含む三角形などもあるが、是等の名稱は二三年には無理で、唯斯謂ふ形のもあると謂ふ程度に止める。邊と、底邊及び高さだけは明かにして置きたい。

直観より描くこと製作に進み、長さの測定が主となり、色々の問題として練習すべきは前者と同様である。尙若干の問題を添へると

- (1) 底邊が八種、その中央の高さが五種の三角形を描け。
- (2) 底邊が七種、その中央の高さが六種の三角形を描け。
- (3) 前二つの三角形の周圍は何れが何れだけ長い。
- (4) 底邊が六種、高さが四種の三角形の中、如何なる形の三角形の周圍が最も短かく、



如何なる形の三角形の周囲が長くなるか。

(5) 眞三角形の描き方は如何にすればよいか。——コンパスを使用するのが普通であるが、目的子的に描くには目分量に先づ三點を配置して結ばばよい。

(6) 矩形と三角形を示し、その周囲を目測に依つて比較させる。

(7) 周囲の長さが二十纏位になる三角形が描けるか。

以上二三年を主としたものだけであるが、四五年になつたら角を測ることが加はるから是非相似三角形をも描くやうに導きたい。

### (三) 平行四邊形

平行四邊形の格段なるものに菱形があり、二邊だけが平するものに梯形がある。そこで平行線の觀念、その描き方が明らかでないとは是等は描けない。鑑別することも出来ない。平行線を自由に引き得る豫件としては定規が適當に使用出来なければならぬ。強いて仕事を急ぐ必要もないから、四年になつてからでよい。兎に角自由に描き得る程でなければ、

その形を想像したり、その形のもの計量したりすることは出来ない。

處で方法としては、先づ平行四邊形を示して始めは餘り説明を與へることなく、之を見取つて是に似た形——相似形——を描け。誰と誰と誰の數人は黒板上に、其の他は帳簿上にかけて命じ、その成績を批評しつゝ、何れが相似するかを比較し、その相似せざるものは如何なる點を如何に訂正すれば可なるかを見出させる。更に繰返して同様に描かせ、同様に批正を加へ、可なりに相似するものが描かれる様になつた頃、進んで前の矩形との異同を見させて、平行四邊形の特質なる、相對應する二邊が互に平行し、相對應する角の大きさが等しい事を見出させる。然る後二枚の定規を用ひ平行線の描き方を會得させ、改めて正しき平行四邊形を描せたり、與へたる平行四邊形の吟味をさせたりする。吟味は各自交換してやらせればよい。尙夫等が可なり自由に出来るやうになつてから、平行四邊形の邊及び高さの名稱と夫が如何なるものなるかを明かにする。次の如き問題も課す。

(1) 周囲及び高さを測らせる。

(2) 底邊及び高さを示して描かせる。又その周囲を測つて、同底、同高の平行四邊形



にも様々の形の存することを明かにする。

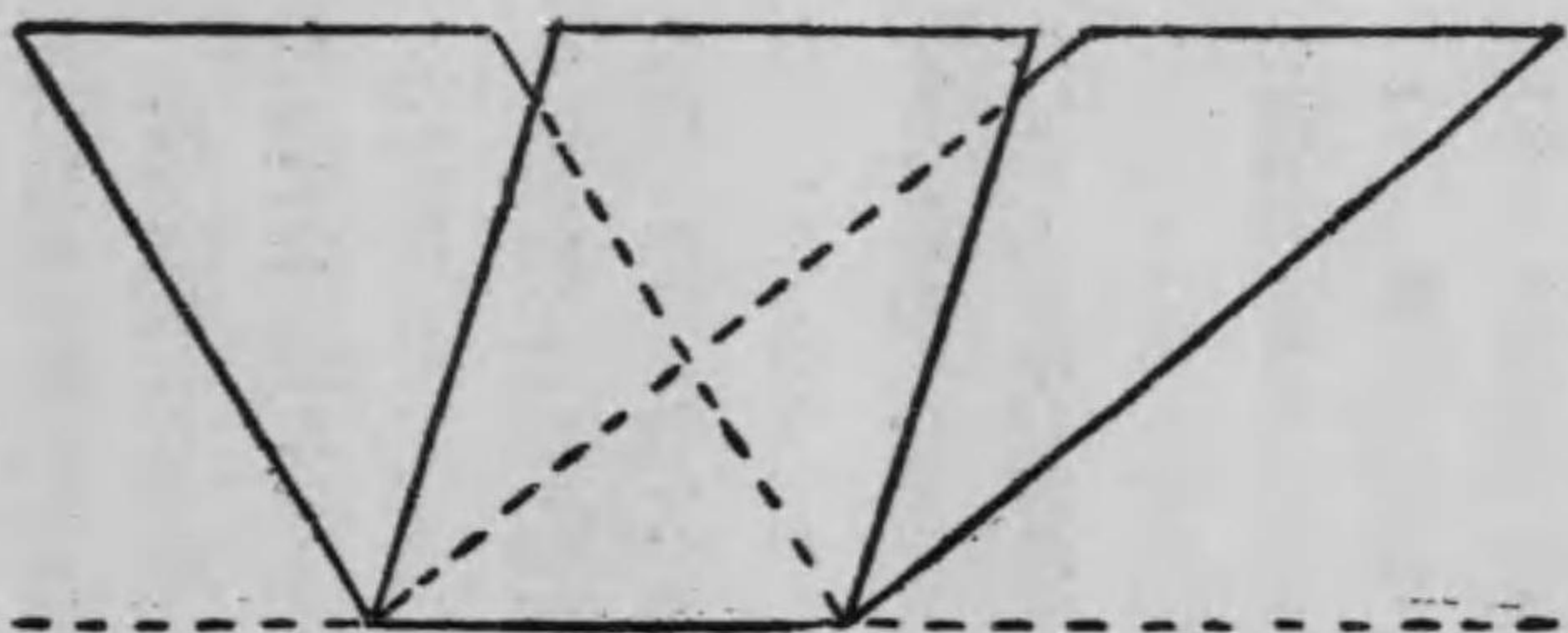
(3) 上下底邊と見做す場合だけでなく左右を底邊と見做した  
場合についても同様に描かせ、成るべく各種の場合を描かせ  
る。

(4) 上圖の如く共同なる底邊と同じ高とを有する平行四邊形  
などを描かせて、周圍の比較をさせるもよい。

(5) 一つの平行四邊形を任意に二等分してその周圍が半分にな  
るか否かを見出させることなもよい。  
菱形や梯形も略是に準じて扱へばよい。

#### (四) 圓の描き方

是はコンパスを要する。そして是まで高さか周圍とかの測  
定を練習して來たのであるから、此處では直徑や半徑、周圍の



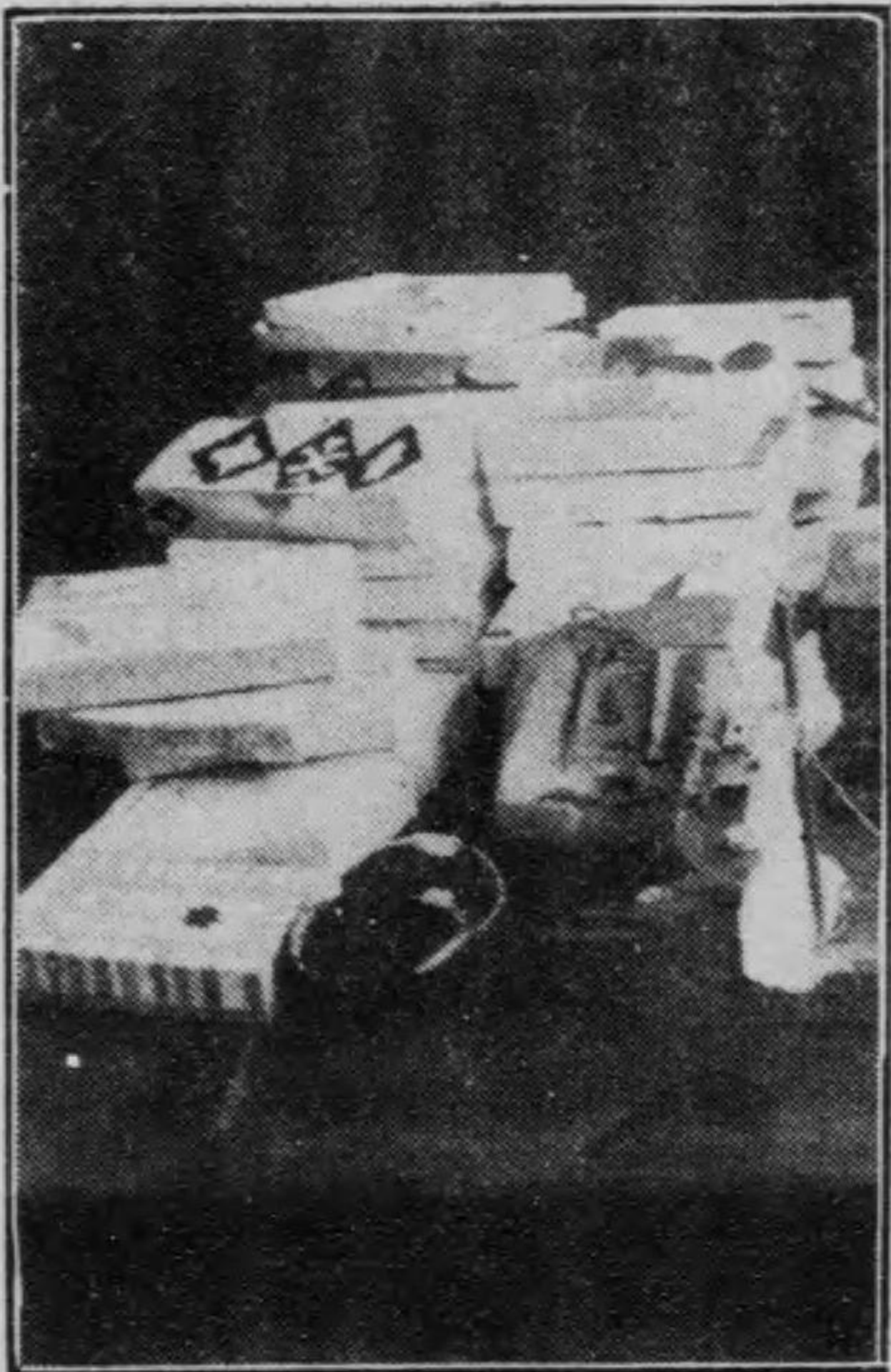
測り方こそその名稱を授けるがよい。必ずしも五年でなくてもよい。但し初めから圓周率を  
用ふることや、之を見出すことに早く引寄せないで、紙撚を用ひたり、圓形の器物などで  
測らせるのを多くするがよい。

圓圍の求方 を一般的に知らせるには色々の方法があるから、強いて何れに依らなければ  
ならぬと謂ふこともない。が初めその周圍を目測に依つて當つこをする。教師は勿論圓周  
率を用ひて直徑の目測を基準にする。然る時は近似數を得ることが容易になる。その秘傳  
のあることだけを告げて、之を明かさないうで各自に見出させるやうにする。そして結果を  
實測に依つて檢證する場合には何時も、直徑と圓圍とを並べて測つて板上に記載する。そ  
の幾つかは測れた頃で、生徒がその秘傳を知りたがる時機に、兩者の間に一定の割合があ  
ることだけを告げて、如何なる割合であるかを見出させる。夫から色々の作業を含む問題  
を提供して練習を重ねる。

#### (五) 立 體



立體の普通なるものは立方體、直方體である。その外平行六面體、圓筒、圓柱、角柱、錐體、球など様々ある。何れもその實物示して、之を何と謂ふかを教へるのは左程困難もない。けれども之を描く、その剖展を描いて、厚紙で製作する等の段になると平面形の如く簡單には行かない。尤も粘土の如きもので作らせ、面の數、角が直角か否か位を見



分けさせるのは別に困難もない。従つて此の程度の扱に依つて上述の如き各種の立體とその名稱に親しませ、その名稱を謂へば直にその實體の示す形状が想ひ起せるやうに練習して置けば足るのである。平面形の大部分は二三年より始める

案にしたから、その面積の計算法を練習するまでには一年以上の隔がある。けれども立體方面は圖畫手工との連絡を十分にしないでなければ、却々算術の時間だけで能く練習することは出来ない。著者は尋常三年生に手工を兼ねて立方體や、箱を畫用紙で製作させた。可なりの成績も收められた。(上圖はその成績)従つて熱心に實行せんとすれば勿論出来ないことはない。鉛筆とノートを用ひ数字の取扱が使命の如く考へられて来た頭に對しては、餘程熱心な人でないと却々實現が困難になる。寫眞は特に立方體の製作のみを眼目として製作したものではなくて、工夫製作の作業獎勵を主眼としたものを集めたのである。その前方のがそれ等の自由製作品で多くは課外に作られたのである。前方の箱が教科時間内に同時製作に依つたものに、模様を各自の工夫で貼せたのである。

### 第三節 面積の求方教授

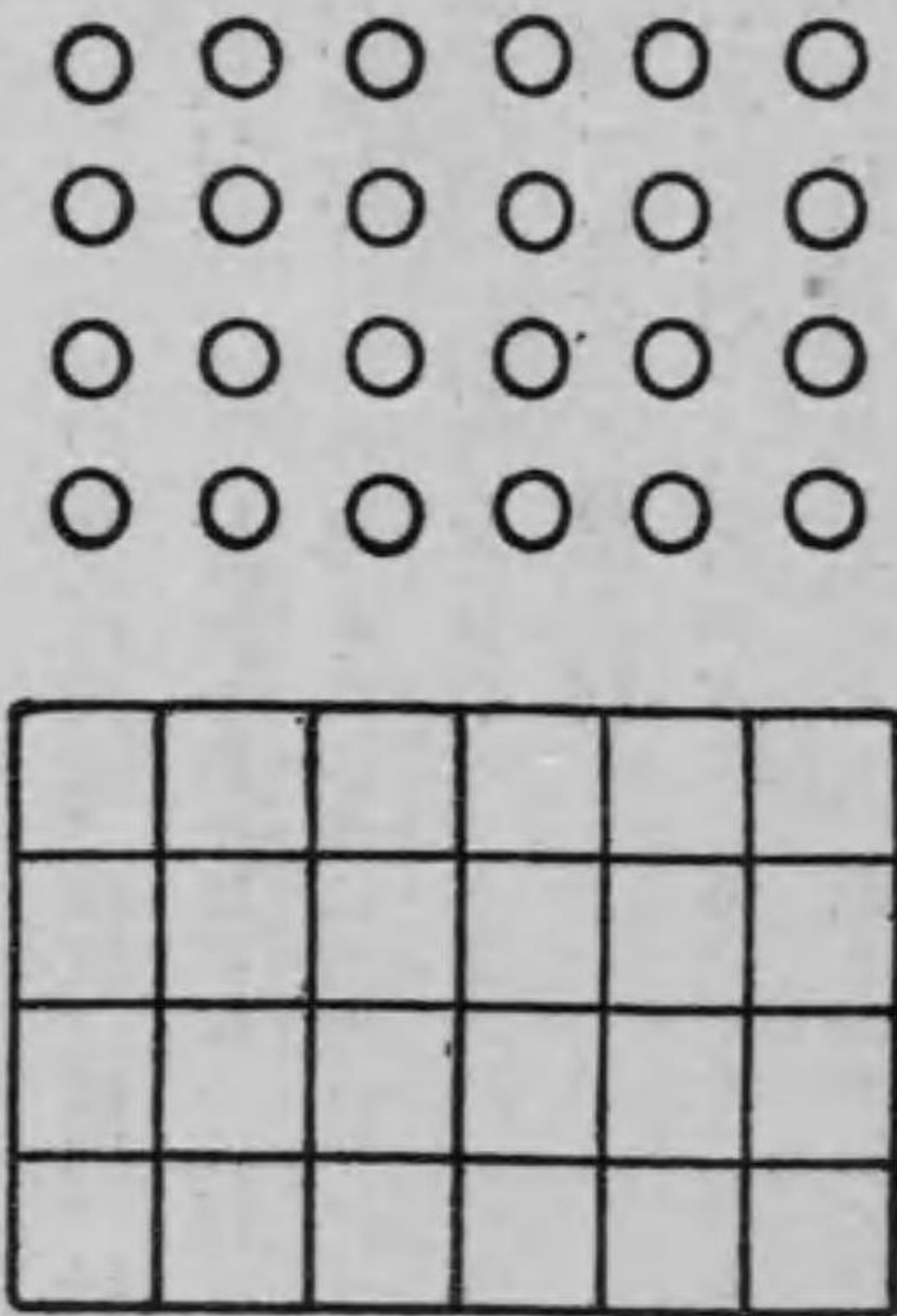
面積なり體積なり幾何學的教材の教授が案外不徹底なる状態にあつたことは否むべからざる事實であつた。その原因は色々あらう。單位名に於て、長さや面積、體積夫々對應す



る唱へ方があるのにそれ等を混同する。同様その理解が不確實であつた。形態觀念それ等の計算が兒童日常生活と交渉が薄い。従つて兒童も是等の材料に對する感興が起らない。加ふるに是等を教授する方法が妥當でなかつた。等が何れも關係する。果して然らば直接の計算法が困難であると謂ふよりも、基礎的理解の不確實が主因をなすものと謂ひ得る。そして基礎的方面の中、形に關する方面は時を隔て、早くから、直觀的作業的に十分明確になし置くべきことを前節に述べた。従つて其の他の方面を適當に扱ふのが本節の眼目になる。前節に於けるが如く夫々の形體に區分して略述する。

### 一 正方形と矩形

正方形は矩形の特別なる形で、面積の求め方から眺めたら全然同一である。然もその計算法は上圖の小圓の個數と、區劃された方眼の個數を算出するのと同じ關係になるのであるから、四年で扱ふとしても、決して困難はない。唯面積即廣さの觀念何等區劃も何も施されてないものを、その區劃が施されてあると想像して、區劃された單位が幾つ並ぶかを



考へることが稍困難なのである。又面積を表示する單位の名稱も多少六ヶ數く感ぜられる。そこで

第一 面積計算の必要感を起させる

一 大小の比較から

大きさが違つて、横縦の長さも異なる幾枚かの矩形紙片を示して、その何れが大で何れが小であるかを見別けさせらる。初めはその差の大なるものから、漸次その差の接近せるものに及んで行くと遂には目の子的の直觀だけでは鑑別が出来なくなる。斯る場合に比較を試みんとすれば、兩者を一層小なる單位に區切つてその個數を比較する外はない。是れだけで十分に學習動機が喚起されるなら、問題は簡單で済む。けれども多くの兒童中には、是れだけでは不十分なものあらう。依つて



## 二 經濟的の關係から

君達——兒童——は未だ自ら土地を所有して賣買や貸借をしたことはあるまい。然し此の學校君達の家の建て、ある土地も、田畑もその價は中々高價なもので、之を賣買するにも貸借するにも、夫々高價なる代を拂はなければならぬ。夫は廣さの大小に應ずるものであるから、是非とも廣さを計算しなければならぬ。家屋の壁を塗り屋根を葺くにもその料金は廣さに依つて定められる。従つて家を造る費用も廣さによつて相違する。その外廣さを有する物品の賣買は銅板、鐵板、織物、紙類まで廣さに依つて相場が違ふ。依つて廣さを計算することは人間生活上重要な關係を有するもので、夫々形に應じて、その計算法が考究されてある。それが皆に出来るかどうか。又自ら考へ出せるか、解るかどうか。是から共々に研究して見やう。と謂ふ具合に導き入れる。

## 第二 單位の名稱と直觀

單位の名稱と、計算の方法と何れが先になるかは取扱者の流儀に依つて多少の相違はあらう。が大體は是が先になる。然も是が特に困難な方面であることは最初に述べた通であ

る。長さでも、重さでも、凡そ物を測らんとすれば、單位を定めることが肝要で、是無くしては全く測ることが無意味になる。従つて廣さに就いても夫々の單位が定められてある。然も法律を以て定められ、全國總て共通になつて居る。且つメートル法であるから世界共通になつて居る。

夫は如何なるものと謂へば、元々長さを標準として縦横の長さを基準としたものであるから、一々長さに對應する様に規定されてゐる。即ち大小に依つて一樣でない。長さの單位には如何なるものがある。その纏は如何なるものを測るに用ひられ。米は如何なるものを測るに用ひられるか。大小に應ずることを答へ。それと同く面積も大小に應じて、平方纏、平方米、その他がある。此處でその他の平方耗やアル等の他の單位まで示してもよいが、徒らに煩鎖にしない方が教育方法としては便利である。

次には一平方纏とは何れ程に相當するものか、一平方米とは何れ程に相當するものなるかを、直觀に依つて明かにし、且つその十分なる理解を與へなければならぬ。是が爲め方眼紙なり方眼の黑板なりを與へて、何れだけが幾平方纏かの直觀を十分に練習する。決



して早くから、その計算方法に計り進みながらぬがよい。是等の直觀的練習をなし、小さな矩形や正方形に切られた方眼の數を數へたり、之を當てさせたりする間に、幾平方糧の言葉にも慣れその内容も知り、自らその計算方法が案出されて來るやうに導くのである。その時期を待ち、機會を與へて之を促す處に教育方法の研究がある。従つて以上は單なる豫備形式、教授段階の體裁を整へるのではなく、重要な教育法の實質内容、本論である。

### 第三 面積計算の一般方法

勿論、正方形や矩形だけに就いて考へるのであるか、その一般方法は如何にして會得させるか。之を導く方法如何

#### 一 方眼紙の如く區劃された方眼の數は如何に數へるが便か

今迄數へた實物を示して、斯く明瞭に區劃された方眼の數を一々數へることなしに知る方法は如何と尋ねるなら、恐らく百分の百の割合で總ての者が縦横の數を掛合せれば可なることを考へ付く、若しそれが出來ない位ミすれば、之を尋ねる時期が早いのであるから、も少し前項に述べた直觀的の練習を重ねる必要があるであらう。

#### 二 何等の區劃が施して無い物

矢張實物を示して、斯くの如く方眼の區劃が施して無いものに就いて、幾平方糧であるかを知るには如何にすればよいか。是は一寸躊躇するかも知れない。けれども出來ない筈はない。現に多くの先人はそれを甘く計算してゐる。など告げ、時を與へて待つて居る。斯くても考へ出されないなら、自ら方眼線を引いて見れば可なることを會得させる。又その若干を直接經驗させる。

次に此の線を引くことなしに知る方法がある考へ付くか。一々の線を引かなくても、横の長さを測れば、横が幾測に分かれるか々知れる。同様に縦の長さを測れば、縦が幾側に區劃されるか々考へ付く。従つてその方眼の數が算出來ることを發見なり、認識なりで十分に承認させる。實證法を用ひて一層その認識を確實にする。所謂歸納的方法の形式を踏むのである。然る上に多くの練習を重ねる。謂ふまでもなく實物に就いての練習が主で、記述された問題の練習は夫等が十分に爲し遂げられてから後の扱に屬する。

斯くて平方糧を單位とした場合に就いて認識が得られたなら、夫を演繹して、大きな場



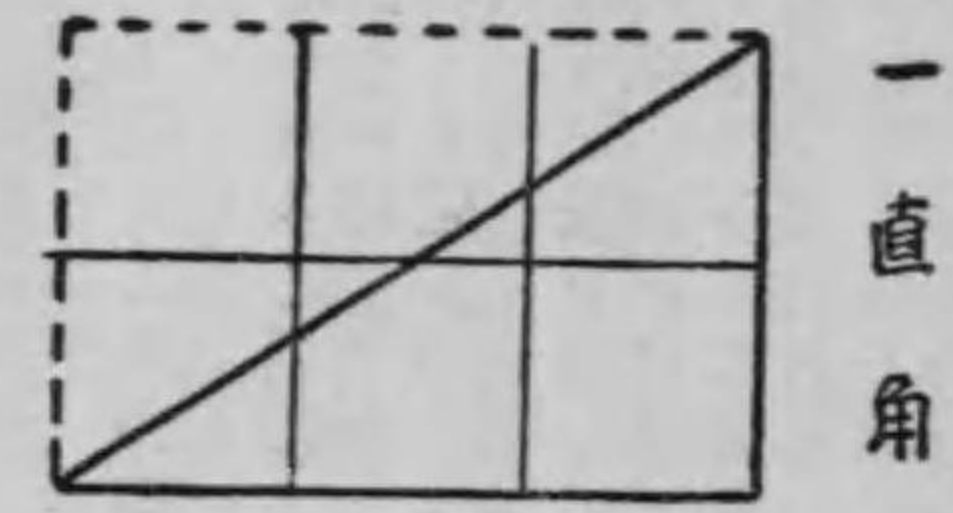
面、平方米を單位とする場合、或は平方耗を單位とする場合に押廣めて行くのである。尙是等が十分會得されてから、田畑、山林、水面等はアールなる單位を用ふること及び平方米との關係、その計算法に及ぼす。

### 二 三角形の面積

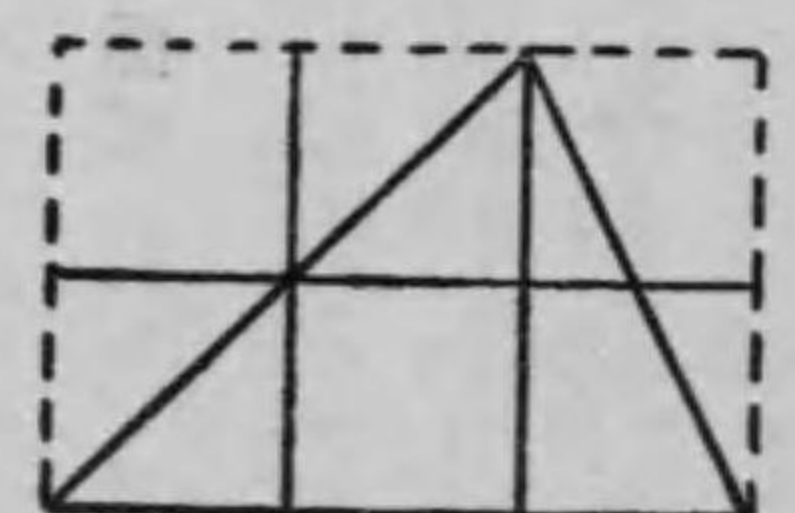
正方形や矩形に於て廣さを測るこゝ、即ち面積の求め方に就いての必要感が促されて居るなら、殊更三角形その他の場合について一々之を繰返す必要はない。

三角形の特質、種類その庭邊や高さが如何なるものであるか。等は既に教授も練習も済んでゐる。けれども夫を一應復習して確め、不十分な點があつたら十分に明確にして置くこゝが豫備條件となる。

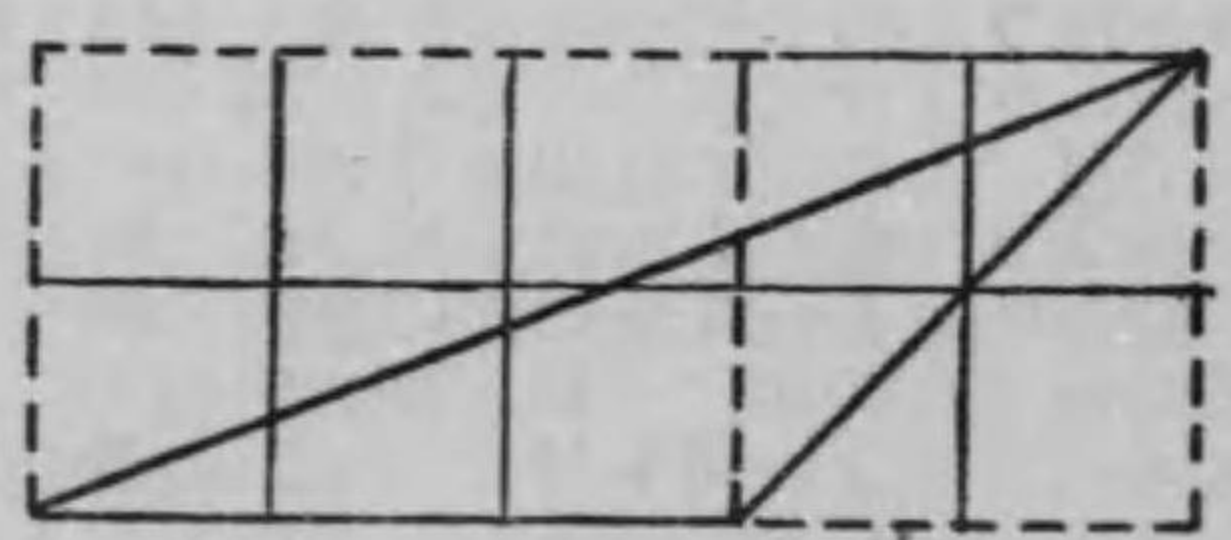
愈三角形の面積を求める方法を授けるとして、如何に扱ふかが研究を要するのであるが先づ三角形に圖の如く三種類ある。その何れから始めるか。三種とも續けて扱ふか。一種毎に時日を隔て、扱ふかは問題になる。殊に鈍角三角は平行四邊形の面積を求める方法を



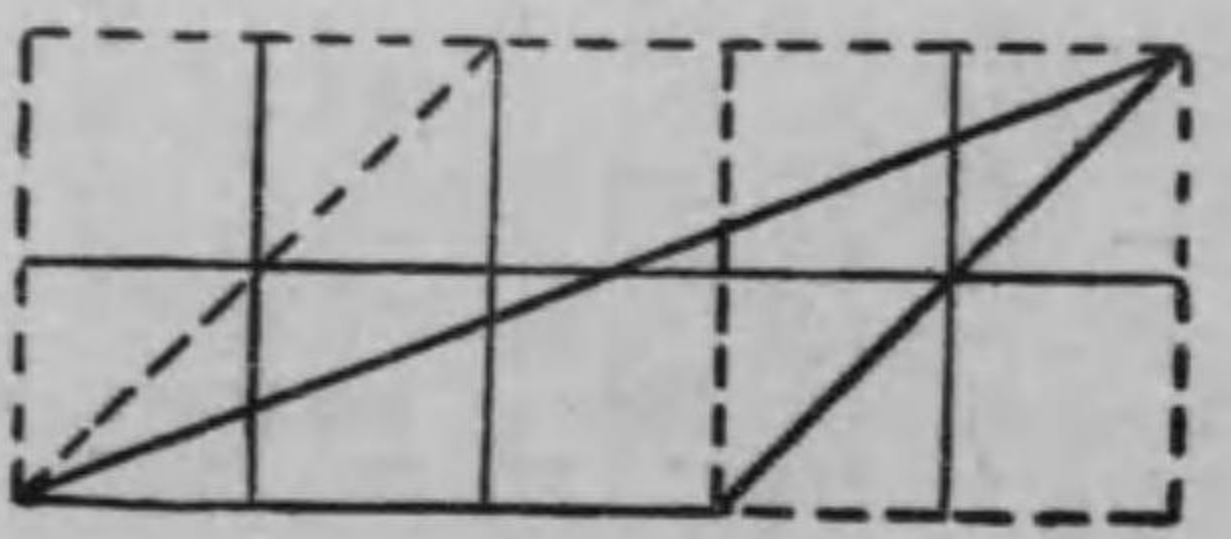
一 直角



二 鋭角



三 鈍角



四 鈍角

會得してから、夫に比較を求め、その半分と考へさせる方が便利とも見られる。然し一方既に兒童が三角形に三種類あるこゝを承知して居るのに、その中の一二を扱つて算法を一



般化したものとして會得させるのも如何と思はれる。

先づ算法の發見理解を助ける爲めに方眼紙を利用させることは何人も異論あるまい。又鋭角三角形と直角三角形で後者を先に扱ふことも同様であらう。三角形の代表的のものとして謂へば鋭角三角形のやうにも感ぜられる。けれども矩形の面積の後を受け、庭邊に垂直なる線即ち高さとな付けられ線の長さを使用する點から謂へば直角三角形を先にするのが至當である。又兒童の自由發見に任せるとすれば、最初から二種の實物——方眼に描きたるもの或は方眼紙を切つて作りしもの——を與へて、矩形の場合に於けるが如く、方眼を數へたり、數へる前に幾平方センチ位かを當つこさせて見たりして、可なりその練習を積む間に何ぞか早く知る方法は無いものだらうか。矩形の場合に都合のよい方法が見出されたけれども、是にはそれに類似する方法は無いものだらうか。暗示を與へて、誰かが考へ付くなり、教科書を下調べするなりして答へたら、夫を皆で批評吟味すると謂ふ態度で扱ふならば、必ずしも何れを先きと定めて置かないでよい。著者が自ら扱ふとすれば此の方法を探る。否初めから三種の三角形を提出して考へさせる。その中二つが分つても、それから

一般に三角形の面積を求めるには、底邊に高さを掛けて二分すると歸納するのは不完全歸納になる。が前の二つの場合だけについて暫く練習して居る。その練習とは方眼のあるものから漸次方眼の無い場合に移つて行くことで矩形の場合に述べたと同様であるから繰返さない。兒童には鈍角三角形が氣にかゝるので不満もあらう。然し平行四邊形まで待てば容易に分るのであるから、強いては教へない。けれども目の子的に方眼を數へれば前二種と同一に扱ひ得ることも略推定出来る。底邊を取換て計算すれば鋭角三角形の如く見做して算出来るから實證するのも難くない。又圖上の證明も出来る。即方眼の數を數へ、 $10 \times 10 = 100$ で容易に平方糎なることが承認される。そして夫は同底、同高の矩形の半分なることが分るのである。従つて之を兒童が見出すまで完全歸納の時期を強いて急がないのである。同時兒童が問題にすることを避けたい。三角形に三種があり、兒童も夫を知つて居る以上、初めから總てを提出するの自然とも謂へる。遇には此の類の扱があつても何等弊害はない。のみならず寧ろ教育的であると認める。

尚色々の邊を底邊と見做して、是に對應する高さを定めてその計算の結果を比較させる



がよい。

### 三 平行四邊形の面積

現算術書にある順序とは多少相違するが改める方が、便利のやうな氣もするから、變更

する。讀者は申すまで

もなく自己の信する順

を採られたい。

是も平行四邊形か如

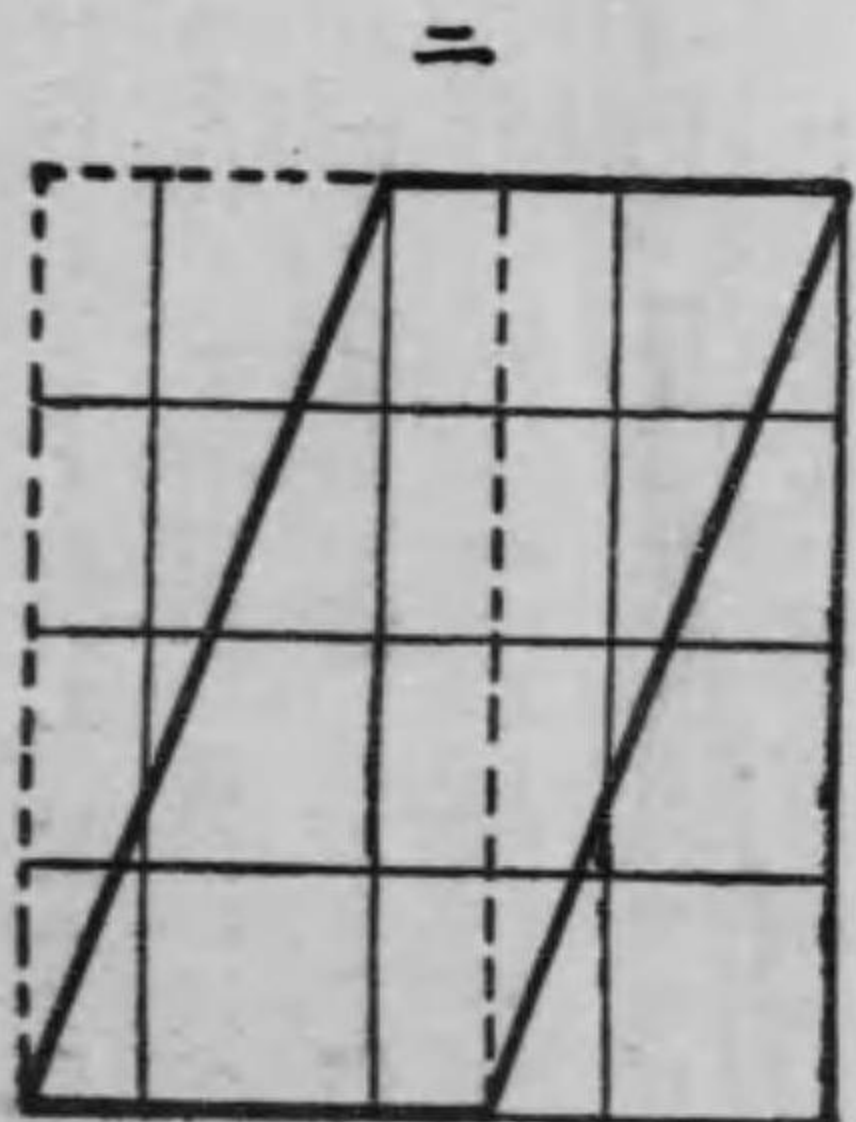
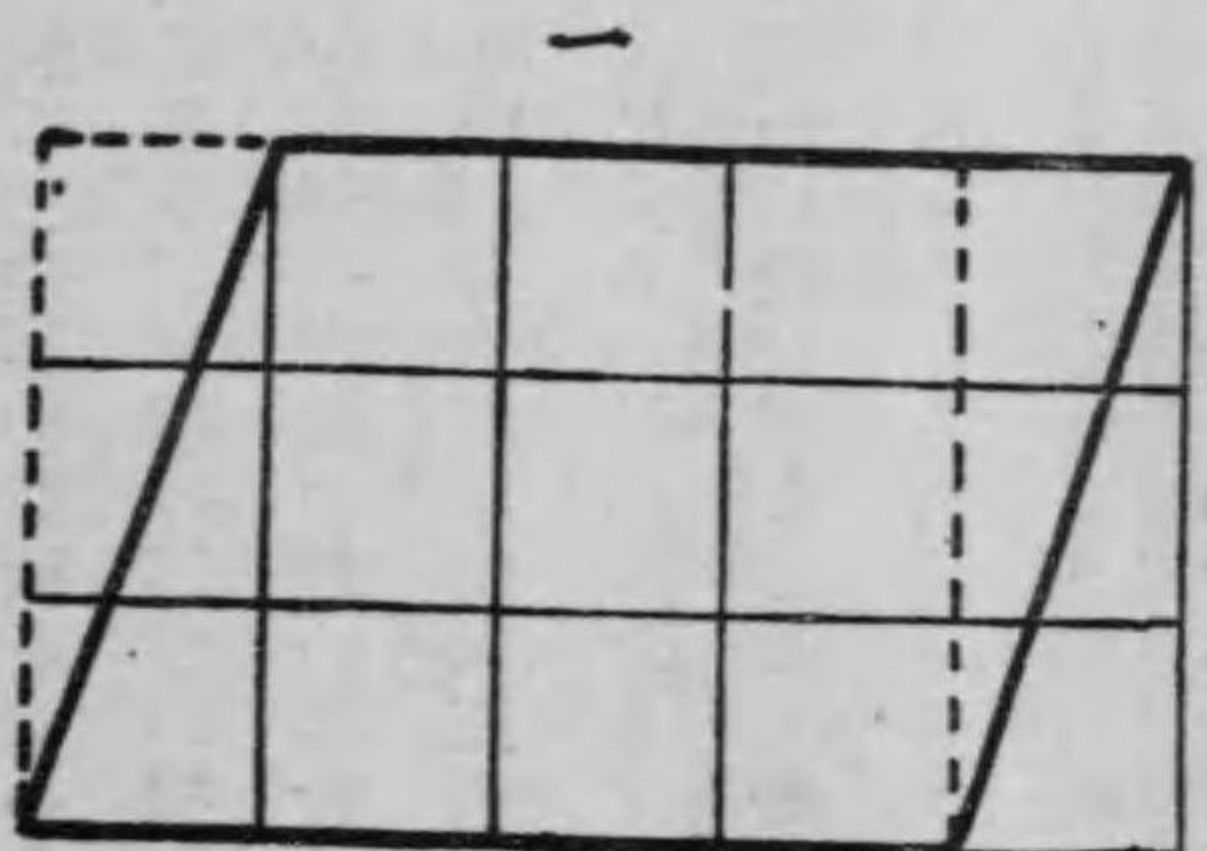
何なるものかその描き

方は勿論作り方で一

通練習してある。高さ

も知らせてある。然し

その何れをも復習して



から扱ふこと三角形の場合と同じである。

方眼紙に描きたるものを使用して、先づその方眼を數へることに出發し、方眼の無い場合などもあるから、別に方法があるか否か考究して見やうではないか。とやつて可なりな會得してから方眼なしの實物に移り、更に記述の問題に進むは是までと同じである。但し點線は最初から施して置くのではない。

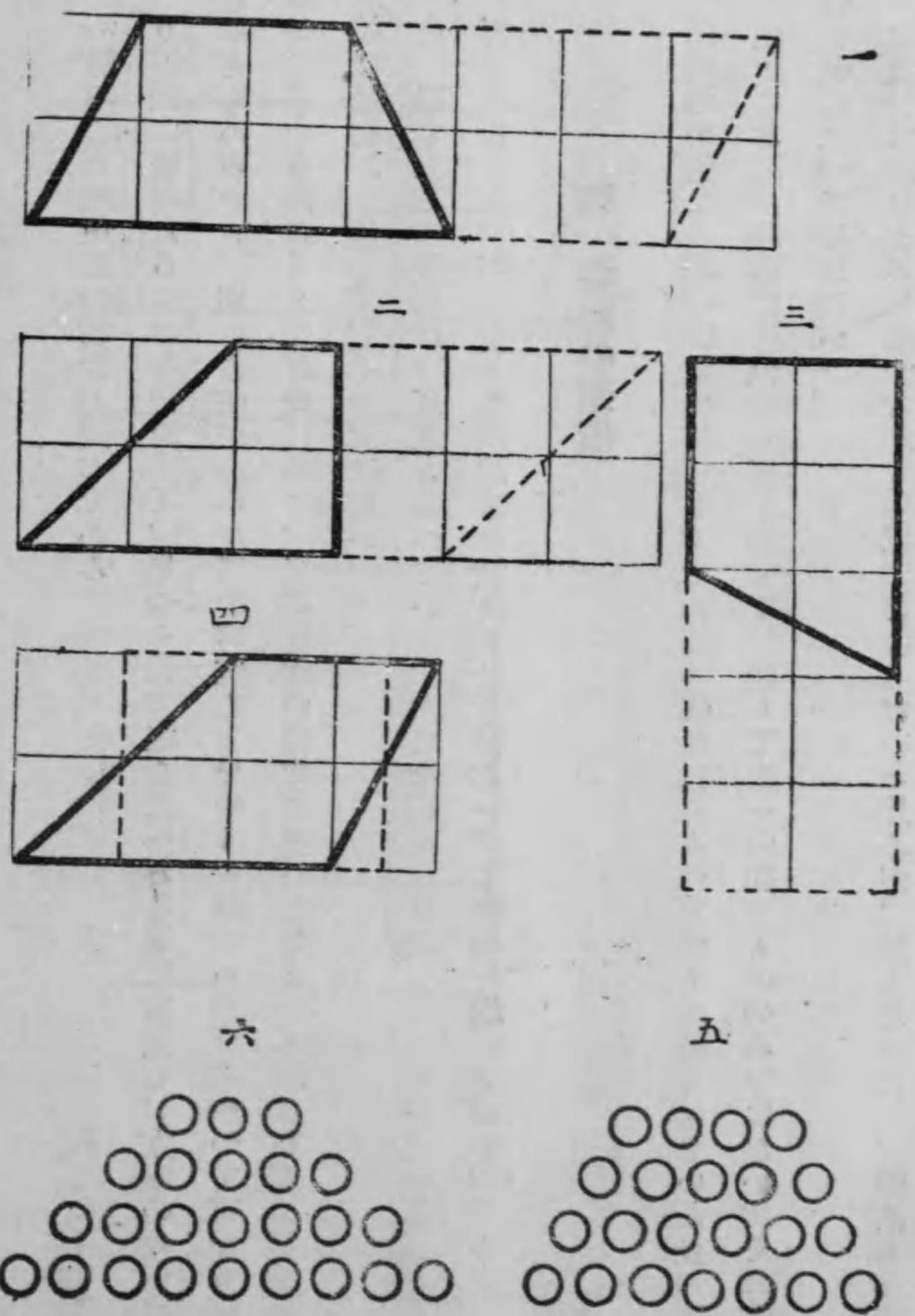
此際も上下の邊だけ底邊と考へないで、左右を底邊を見做して高さを定めることも肝要であるから、兩面から比較計算を試みさせるがよい。工夫の一端にもなる。

### 四 梯形の面積

梯形の普通なる場合は家の屋根などである。俵を積み重ねた數も面積ではないが此の類の應用になる。梯形にも色々の形があつて、決して第一の如きもののみではない。それ等の各種に亘つて扱ひたい。

取扱ひ方は是までに準ずるから繰返すまでもないと思ふが、形も色々あり、解法も必ず

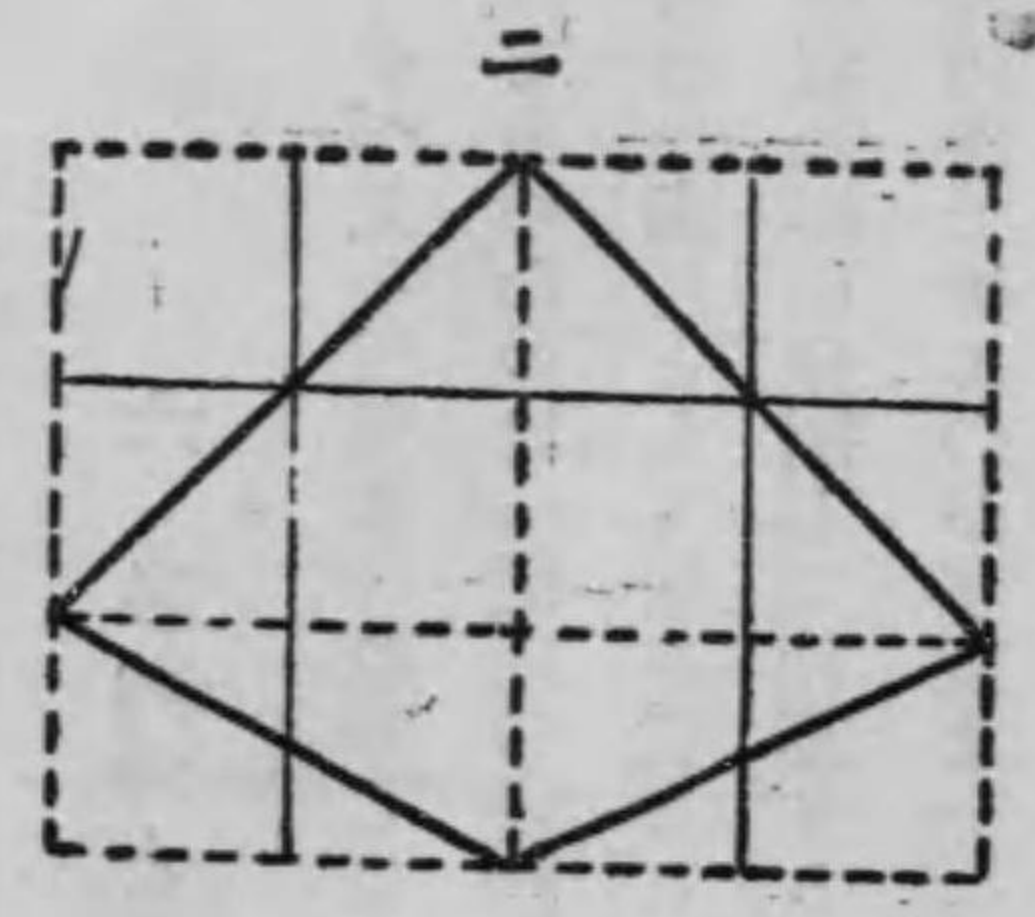




しも様一ではないから、強いて一つに統一しない方がよい。又兒童各自に方眼紙を興へて工夫させると、自然各種の方法が生れる。素よりそれは許さなければならぬ。3、4、の如きはその一例である。

五 菱形の面積

是も大體是までのに準じて扱へばよいのであり、既に幾つかの平面形を扱つた經驗から推して、一層容易に算法も發見されことであらう。



平行四邊形の中で總ての邊が等しいものを菱形と名付けるのであるから、第二の圖形は勿論菱形ではないけれども、同じ算法が適用出来るから應用として取扱ふがよいと思ふ。

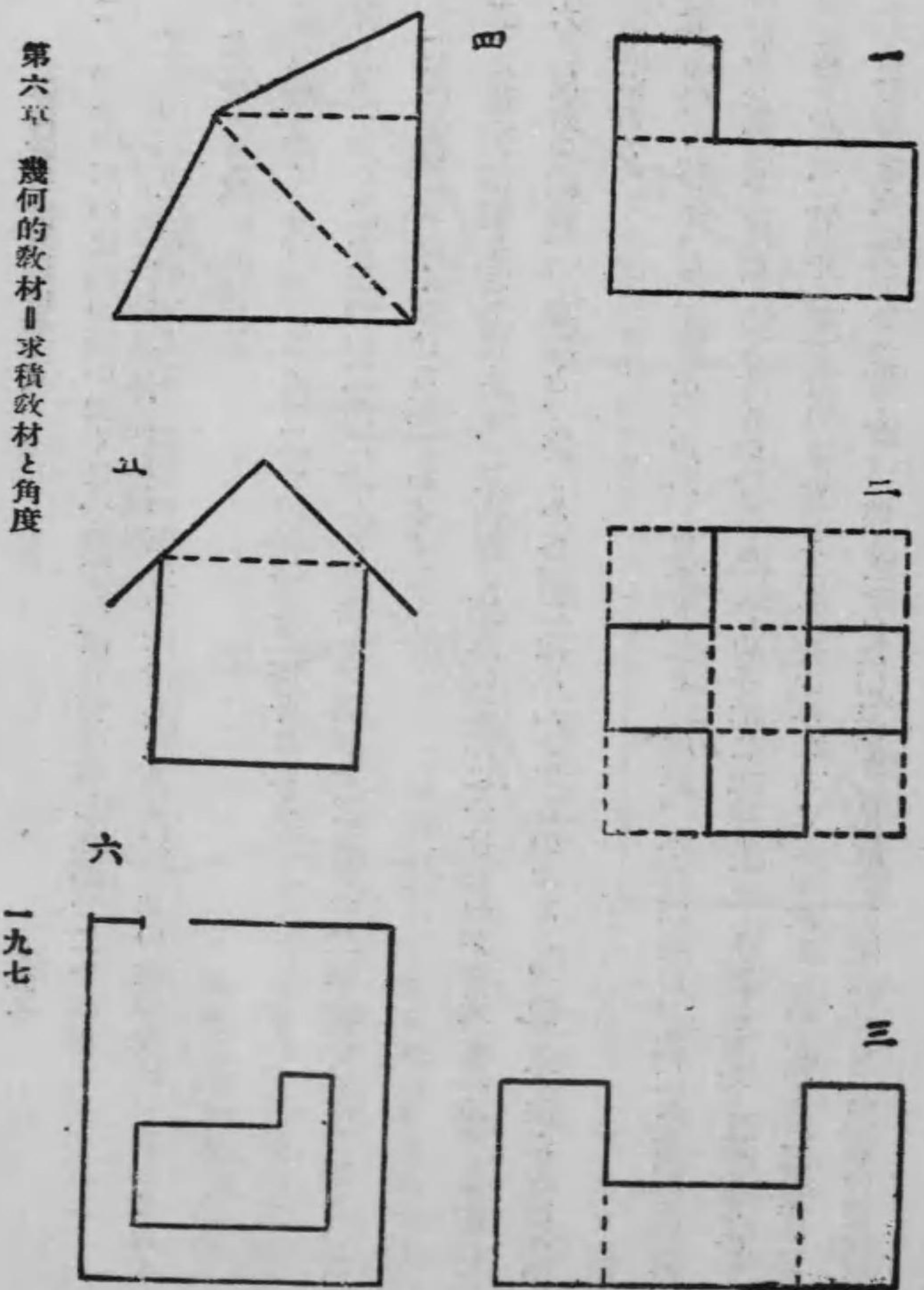


### 六 多角形と不定曲線形

先づ之を三角形の直後に置かないで、此處に移した精神を述べる。從來の教科書に示されてあつたのは一般的の多角形、即不定多角形は總て之を幾つかの三角形に分割して、三角形の應用として扱ふことに極られた感じがする。けれども強いてそうする必要もない。便宜な形に分割して計算することを工夫させる方が、より良い扱ひ方と認める。それには此の邊で扱ふのが丁度よい。一方には既習各形の面積の求め方を復習的、應用的に練習する意味を含み、他方には從來の案に比し一層自由の範圍に立つて、自ら比較工夫する能力の陶冶に都合よいと認めるからである。

以上の精神から此處には可なり多くの時間を配當し、成るくべ各種の場合について工夫し練習させるやうにしたものである。最近の幾何教材の重視説は要するに、面積體積の計算に移る前の扱と此點の活躍を要望するものと解したい。左に若干の具體例を示す。

- 一 色々の區分法があるが、圖の如へ區分するのが簡便であらう。



第六章 幾何的教材 求積教材と角度



二 赤十字形のは内を圖の如くに分割すれば五箇の等しき部分に分れる。  
又外の正方形を假定して、四隈の部分を除き去してもよい。其の他の方法のあることも勿論である。

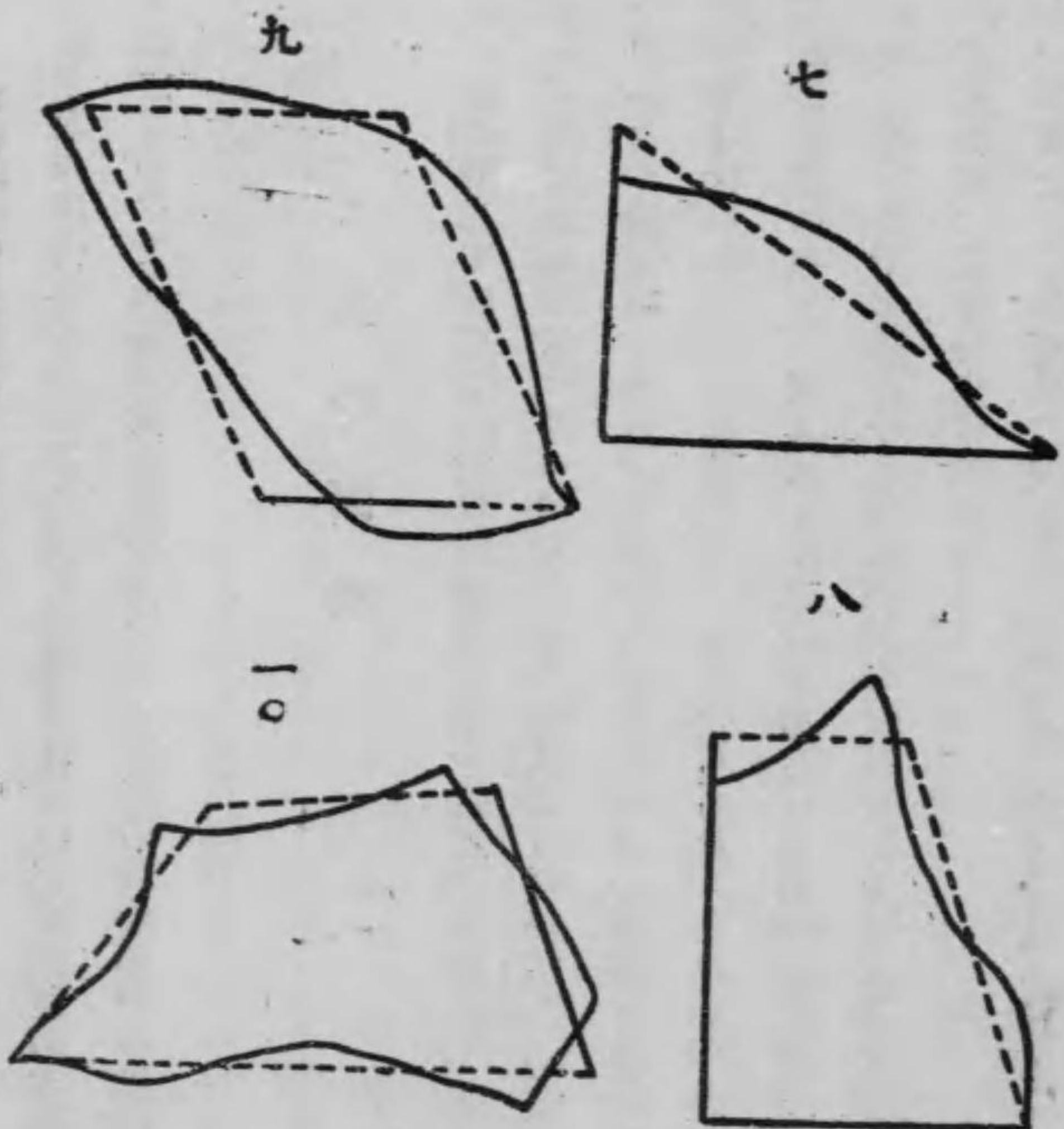
三 圖の如くに分割すると、三つの相等しき部分になる。

四 圖の如く之を三つの三角に考へる方法と、梯形と三角形の二部分に分ける案と、別に菱形應用の如く分ける案とある。

五 家屋の側面を示したものを、三角形と矩形の二部分に分けるのが普通と思ふ。

六 屋敷の縮圖で、建坪と、庭とを各別に求めんとするのである。此の方法にも色々の案がある。

七 八、九、十、不正形を三角形と見做したり、梯形、平行四邊形、或は多角形と見做しし概算を行はせんとするのである。目の子的に加除して、大體の平均を求めるのであるから、精密とは謂はれまい。その誤差の小なることを求めるのが勿論一要件になるけれども、大體を通覽して、簡單なる幾何形體に見積つて概算する。既習の幾何形



第六章 幾何的教材 II 求積教材と角度

體の面積を求める方法を、廣く活用せんとする態度と、その工夫力に大なる價值を認めたいのである。是が空間直觀力として重要な方面で、聽て立體的の物にまで基礎的理解を建設するからである。

此の種の練習價值が認められると、之を何學年頃から加味するかが問題になると思ふが



五年以上ならば何れの學年でも決して無理はない。唯誤差の方面に對して寛嚴の手加減を用ふればよいのである。尙上記の圖を夫々實際の何分の一の縮圖と見て、實際を計算させてもよい。

### 七圓の面積

是の扱に對しては二つの大なる研究問題がある。如何にしてその算法を説明するか。如何なる方法に扱ふかはその一つである。他は圓周率の三・一四を川ふるか、圓積率〇・七八五を用ふるかの問題である。後者から決定するのが順序と思ふから先づ之を考究する。

圓積率は實用を主とした舊法で、永く使用されてゐなかつたのであるけれども、最近の國定算術書修正に依つて採入れられたのである。圓周率を使用する方法はその以前に永く使用し來つたもので、現に今も中等學校の教科書などでは之を採用してゐる。何れ長短は共に存在するが、比較得失は如何なるものか。

- 1、計算上 半徑を二乗して三・一四倍するのと、直徑を二乗して、〇・七八五倍する

のこでは何れが簡單か。是は問題に依つて勿論一樣でないけれども、一般的には寧ろ前者が簡便と見られる。

2、記憶上 記憶は全然之を要求しないことすれば此の問題は消失する。けれども記憶を希望するなら、その容易なる方を扱ふがよい。圓周率は圓の周を求める方法として當然授けて之を記憶させることになつて居る。その上に圓積率まで記憶させるか。夫とも圓周率だけを兩方面に活用させるか。の問題になるが、著者は圓周率だけの方を好むのである。

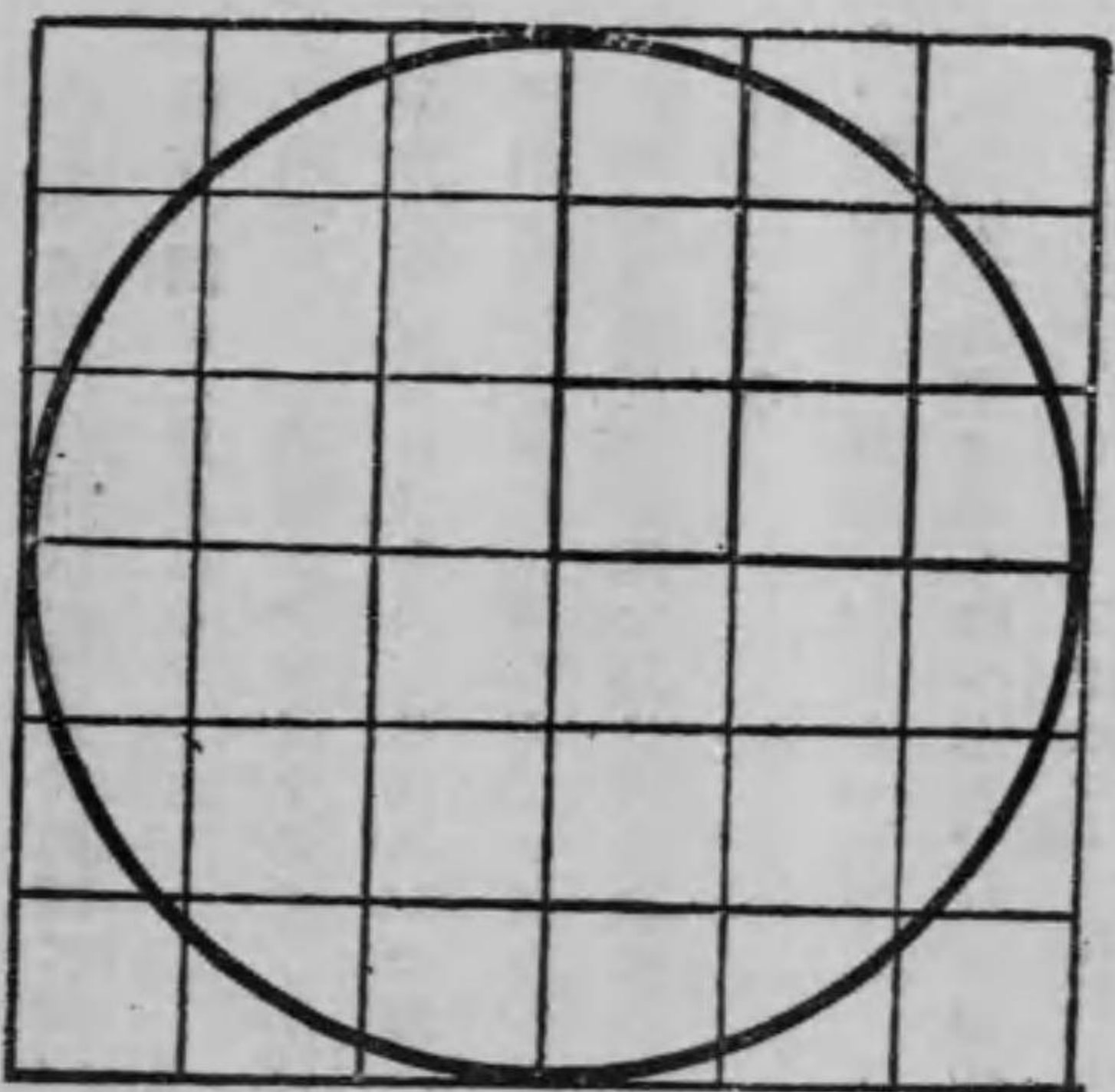
3、教授上 算法の理由を一切抜にして扱ふとすれば、是も問題にはならない。が多少なりその理解をも與へんとすれば先づ圓周率を用ふる方法を會得させて、圓積率〇・七八五については、圓周率三・一四の  $\frac{1}{4}$  なることを附加しなければならぬ。

4、中等學校との連絡上 是も全然中等學校に進む者が無い地方では問題にならない。けれども年と共に是は増加するだけである。然も中等學校の現状は上述の如くである。是等に依つて決定するとすれば、圓周率を使用する方法を本體として置いて、餘力ある



兒童だけに圓積率を用ひても可なること位を附加するのが、最も適當した扱かと思ふ。

次は方法の研究である。矢張り平纏の方眼紙を用ふるがよい。先づ夫に半徑の2纏、3纏、4纏等の圓を描かせる。その面積を求める方法を考へる目的を自覺させて、各の方眼



を數へさせる。その數へ方は勿論隨意にさせるのであるが、後で如何様に數へたかを尋ねて、半徑の平方に相應する1+の部分を數へて、それを4倍するのが便なることを自覺させる。此の類の數へ方指導は、事實問題計算法の一形式としても相當價値ある方法である。斯くて半徑の

2纏は約15平方纏、3纏は約22平方纏、4纏は約30平方纏なることを明かにして置く。

次いで半徑の平方なる正方形と、その全圓面積とを夫々の圓について比較させる。そして略一定の割合にあることを承認させる。然る後に實は丁度半徑の平方の、圓周率倍になるものなることを知らせる。是だけで兒童各自が十分に満足して置れば、打切つて他の練習に移つてもよいと思ふが、物足なく感ずる者がありさうな場合には、更に圓の周を底邊とする十六の三角形に切離して

$$\text{半徑} \times 2 \times 3.14 \times \text{半徑} \div 2$$

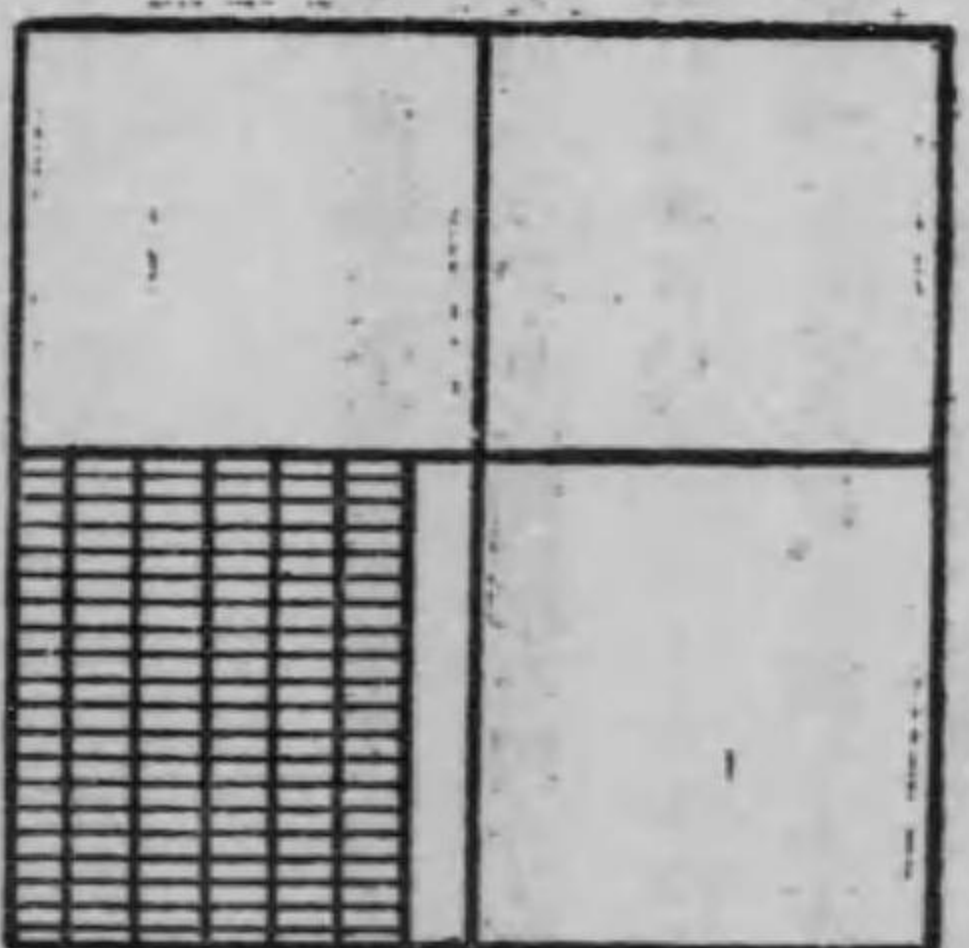
$$\text{例} \quad \text{半徑} \times \text{半徑} \times 3.14$$

なることの認識を得させる。

そして圓の面積を求める別法として、直徑の平方に圓積率、0.785を乗する法もあるが、それは半徑が各2倍された直徑を用ふるから、圓周率を四分した0.785を掛けるのであると極めてあつさり説明するに止めるがよい。

以上の外に厚紙を直徑四纏の圓形に切つたとすれば、四纏の正方形を切り、之を縦横に四等分し、その四分の一を更に七等分して、(左圖)丁度圓の面積は、半徑を一邊とする正方形





の  $\frac{3}{7}$  倍即ち 3.14 倍なることを重量から實證する方法等もある。

### 八 楕 圓 圖

楕圓形は圓の如く

に多く遭遇するものではない。けれども全然圓の場合と同一方法でその面積は求められる。即ち

$$\text{長半徑} \times \text{短半徑} \times 3.14 = \text{楕圓の面積}$$

になるのである。一度習した事は成るべく廣く活用させることが理想であることは謂ふまでもない。然も楕圓にまで擴充させることから生ずる弊割は何も認められない。前の各種幾何形體の面積計算法はそれを不定形にまで應用させたいと主張したのであるから、當

然圓の面積計算法は楕圓にまで及ぼしたいと思ふ。

## 第四節 角 度

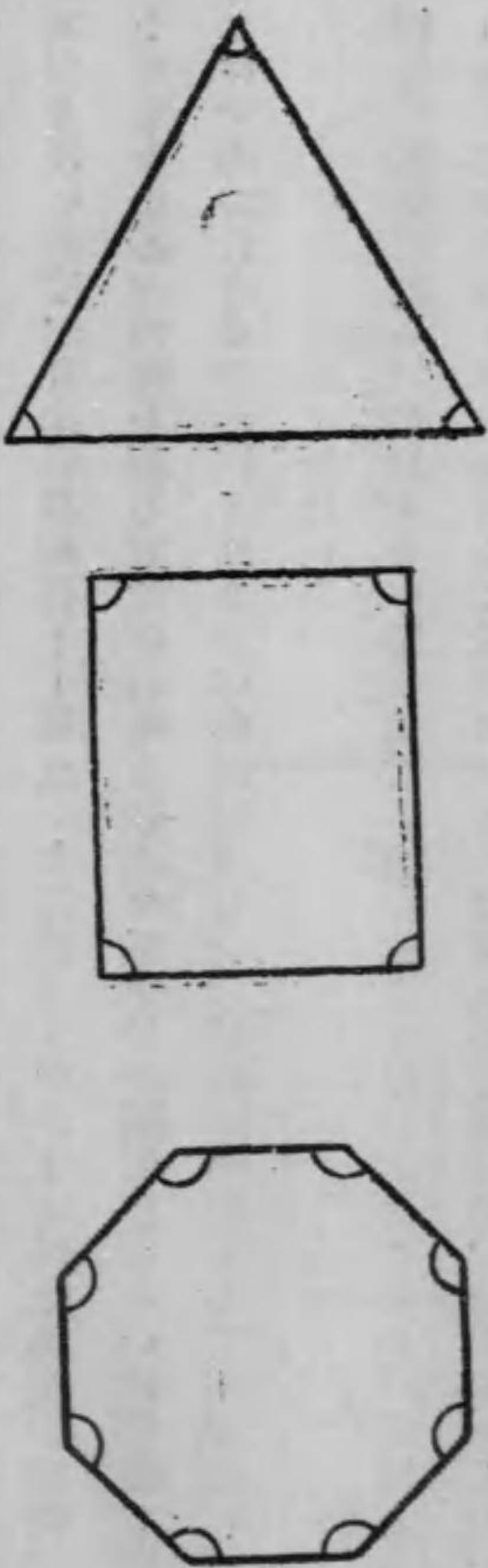
角度に關する教材として讀者の腦裡に映するものは何であらう。先づ之を問題としなければならぬ程で、從來の算術書——尋五 七二頁——の示す材料は角度の意義、直角が九十度なること、角度を測る單位の名稱と繰上り繰下りの關係、その諸等數としての計算だけであつた。その活用方面などは勿論何も無い。是だけの扱をして何が頭に残るのであらう。その陶冶價值が疑はれる。

輓近の數勢に鑑み、是非とも一層有効なる扱を施さなければならぬまい。單位としての分秒の如き想像的のものを無意味に計算させることは止めてまでも、他の扱をしたい。その取扱方は様々で、必しも此處に示すものに拘泥する必要もないが大體の案を述べて見る。

### 一 角度の意義



角度の事は是までの幾何形體を描くにも屢々關係があつたのであるが、特に之を對象として學ぶのは是が始めてであるから、聊か馴遠い感もするが之を問題にするのである。先づ左圖の如きものを黑板上に描くなり、實物を示すなりする。之を何と謂ふか。何故



に三角或は四角、八角と名付けたのであらう。恐らく角の数が三つ四つ八つであるからであらう。その角とは如何なる部分を指すのであらう。夫々の角を比較して各の如何なる點に相違があるのか分るか。角の大きさに違がある。然らば角とは如何なるものであるか

謂へるか。

相交る二つの線に挟まれた間を角と謂ふのである。

又相交る面の間をも角と稱する。

例へば鉋、小刀等の刃、楔、屋根、坂道の勾配、本を開いた間などは後者に屬し、東西南北の方位などは前者に屬することを明かにする。

斯くて大小様々の角を示して、その大小を比較させて如何なるものを角と稱するかを観念を一併明かにする。

## 二 角を測ることとその必要

各家庭に於て角の大小を測る必要があるとも謂はれないから、各自は之を測ることなどは是までの見聞しないかも知れない。けれども之を測る場合は決して少くない。

木片を組合せて箱類を造る時、又平の板を並べて圓い桶などを造る時、家屋を造るに屋根の勾配を定める時、磁石を用ひて方位を見る時、火事などの場所を知らんこする時、其



の他前に示した形と同形の物を描いたり。家屋器物を造る設計を立てたりする際は是非とも各の角を相等しく移さなければならぬ。斯る場合に目分量で測ることも出来るが、之を正しくするに形つて正確なるものか出来たり、確實な所を知つたりするので夫を正しく測ることが考へられてゐる。その尺度も出来てゐる。

吾等が日常便利に使用する地圖は全く角度を實地に就いて最も確實に測つて、それを應用して造られたものである。従つて皆にもその方法を十分に會得するなら、自ら或地方の地圖を描き得るのである。太陽、星等の天體につきその距離、位置、運行の状態なども之を利用してのみ知ることが出来るので、その結果として曆が作られる。日蝕が何月何日何時にあるかも計算出来る。その外角度から木の高さ、山の高さも測り得るのである。海上を航行したりする際も特に必要になる。

### 三 角度の測り方

先づ單位を設ける。角の大小を測るにも一定の量を單位として定めることはまで各種の

量を測る場合と同じである。單位はその分度器の示す通りで——謂ふまでもなく之を各自に與へて——一點の周圍を三百六十に等分した一つを一度と唱へる。直角は點の周圍を四等分した一つであるから、九十度に相當する。之を記憶すれば、萬一分度器を持合せない場合であつても、大體の所までは角度を測ることが出来る。

斯くて直角を、二等分したものが四十五度、三等分したものが三十度、更にそれを正しく二つに折れば十五度であり、正しく三つに折れば十度となることを、紙を與へて實演させ、分度器で測つて見させる。又三角定規の各角等を測らせる。

後日測に依つて角度の大體を測らせたり、帳簿や、黒板上に與へた角度を描かせたりする。初めは分度器を使用しないで、その結果を検證する目的で測らせる等の練習もする。

此處に至つて始めて角度の觀念が與られたことになる。尙前記の單位は度だけであるから、分秒を授けたりその計算法の練習をしたりする方面もあるが、夫は餘り重要な方面でもあるまい。

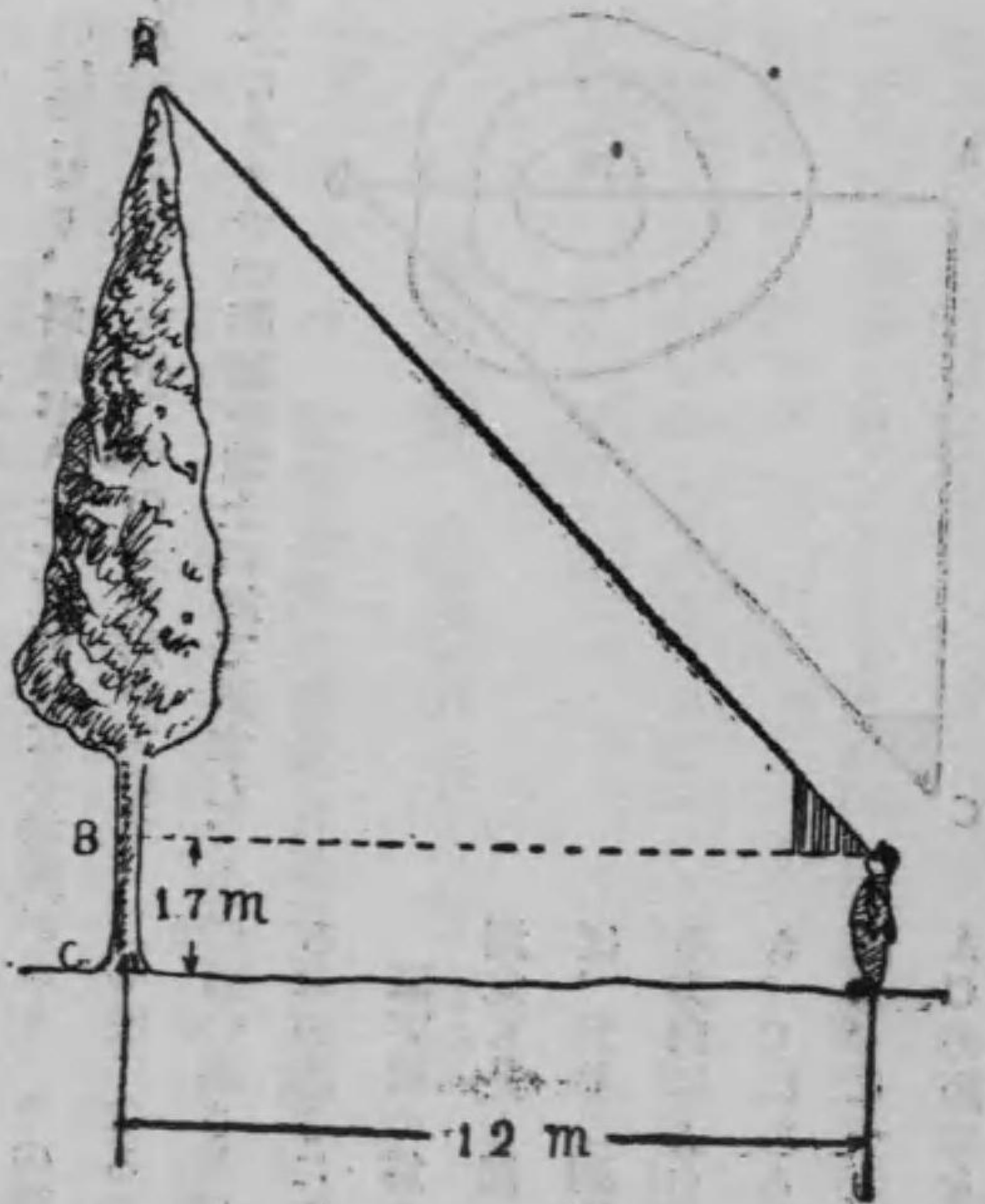


### 四 角度の應用

小學校の教材として角度の應用方面を如何なる程度まで發展させるかは、問題である。一般理想としては出来るだけ、廣く伸展させたいのが理想である。が他教材との交渉關係もある。勿論學年的にも相違がある。けれども次のものは五年以上とすれば決して困難はない。

- 1、角度の直觀想像として、  
幾何形體にせよ、扇形グラフの類にせよ、描かれたもの作られた實物を直觀して、その角度が何度位かを當てさせたり、或地點を基準として、東西南北、その中間の東北、東南等の間が何度になるか。夏至には日出の方面は眞東より、北に三十度寄り冬至には眞東より南へ二十八度寄る。何れの方角か。等の類
- 2、描く方面として、

幾何形態を視取つて相似形を描くことから出發して、敷地田畑、庭園等の視取圖を描く



こと。  
3、直接角度を測ることに  
依る測量、

直角か否かを検めたり、屋根坂道等の勾配その他の實際の場面を測ることは勿論練習したい。是に伴つて前の、多角形並びに不定形の面積などの測定も出来るのである。が  
尚進んで

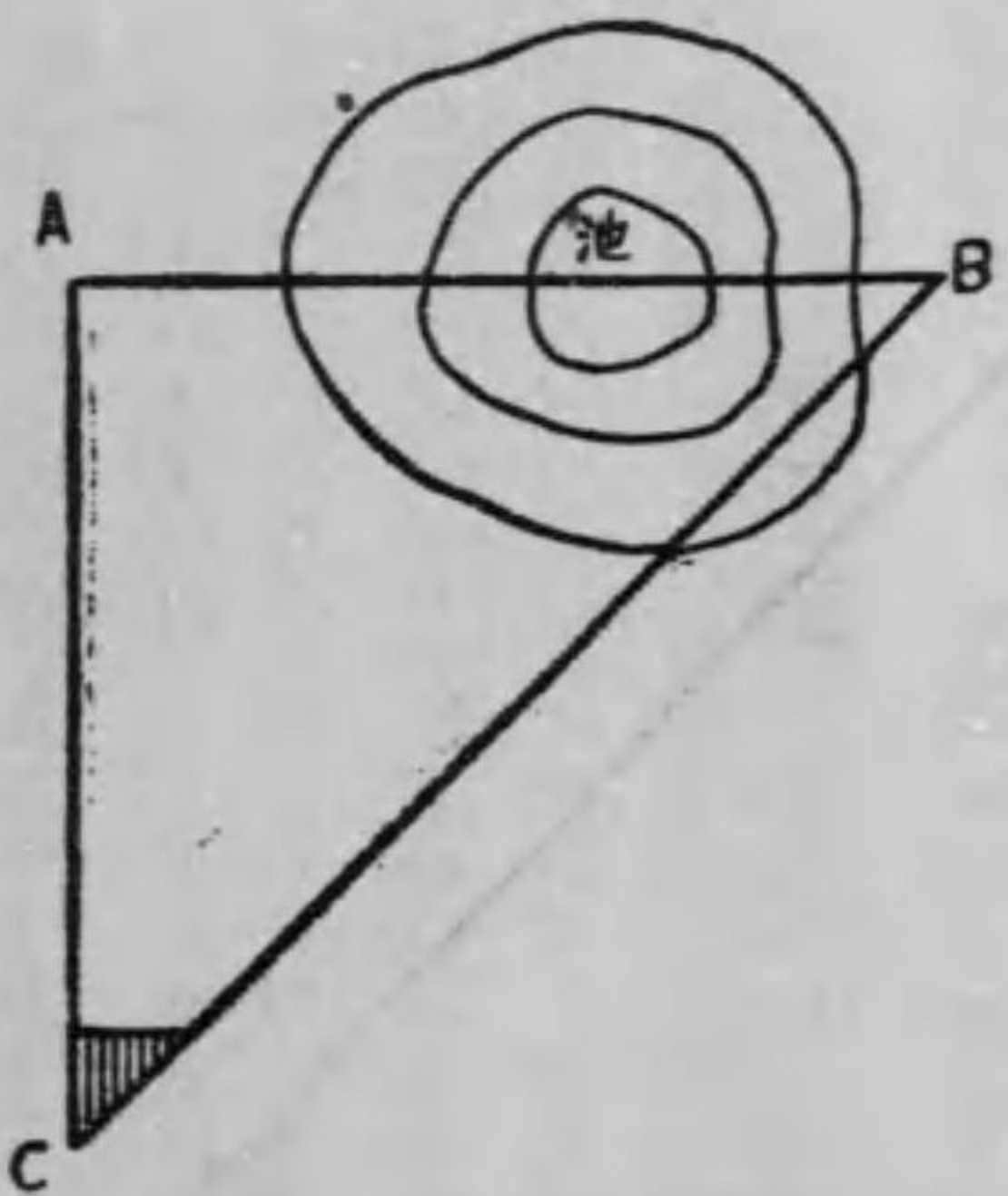
木、屋根などの高さを測る

こと、

厚紙で造つた正方形を對角線に沿ふて二つに折曲けて得る二等邊直角三角形の二角は四



十五度づゝになる。それを圖の如く水平に保つことは幾分困難であるが、臺でも用ふれば容易に出来る。そして測らんとする木の下から段々に遠ざかつて行くと、遂には底邊がBと一直線になり、斜邊がAと一直線になる場所がある。その際その地點からBまでと、BからAまでとは、大小二つの三角形が相似で、二等邊になるから、距離は相等しい。依つて目からBまでの距離を地上に於て測定し、夫に目の高さBCの間を加へれば、圖らんとする木の高さになる。



障害物の爲め一點に近づき得ぬ場所の距離測定も是と同一の理で、之を横にしたと見れば、容易に測定出来る。即ちABに略直角なる方向にACの方向を定め、任意の距離から、Cにある紙の如く置き、一邊はA、他邊はB、に一直線となるが如き地點を見出し、ACの距離を測定すれば、夫は直にABの距離

離を表はすことになる。

其の外相似形を劃くことまで進めば二點とも近づき得ぬ間の距離までも測量出来るがそれは略して置く。

實用上にも多少得る所があると思ふが、此等の作業に依つて幾分でも測量的の趣味が養はれるなら大なる獲物と思ふ。

## 第五節 體積の求め方教授

### 一 體積教授の使命と従來の缺陷

體積教材の重視すべき所以は本章前節と變らない。立體の形體に對する直觀力、想像力の養成と併せて夫々の幾何形體に就いての計量法を明かにすべきである。殊にメートル法度量衡制度の一特色は、度と量及び衡との相互間に連絡關係の存在する點にあつて、體積と比重さへ知れば秤に依らずして直にその重量をも知ることが出来る。又重量と比重が明かになれば、その體積が想像出来る。依つて此等各方面の材料と聯絡して、本教材の



扱を有効にしたい。尙體積即立體的形體、或はその量を直観したり、想像したりする能力が幾何學的知識の基礎をなし、機械工業的方面の發展に資すべきは明かなること、思ふ。

此種の材料に對する從來の取扱状態は——勿論悉くの者とは謂はれないが——兎角體積の計算方法、甚だしきは其の公式を授けることが急で、直觀的作業的の扱を十分に、形體觀念を明かにして、空間的の直觀力、その想像力等を十分に陶冶することを意識的に努力する者は少かつたと思はれる。果して然らば、將來は先づ此の缺陷を補ふことに努めたい。

## 二 體積の意義と單位

吾等は常に立體的のものを目撃しつゝあるに拘らず、その體積、形態の特徴などに注意して眺めることは少い。長さ、重さ、樹目、或は廣さなどは少いながらも多少ある。が體積何々立方寸なり立方米は稀になる。爲めに體積とか容積とかの言葉も左程耳慣れてゐない。立體的の個物について大小を比較することなどは可なり多いのであるが、之を嚴密

に比較することは少い。又その比較も重量などで比較される。特殊の職業的地位に在る者は格別であるが一般としては右の事情にあるかと思ふ。茲に於て特に體積の意義之を測り又比較する方法、その單位等について殊に注意した扱を必要とする。

吾等が書物を求めんとするのはその中の内容を求めんとするのであり、土地を求めんとするのは大抵その表面の廣さが欲しいのである。が味噌醬油、米、酒を求め、金類木材、罐詰の類等を求めるのはその實質中味を求めるのである。従つて實質の多少に依つて價も相違する。その實質の多少は樹や秤などで測るのが普通であるが、時には色々の事情からそれ等が使用出来ない事もある。空内の空氣等も樹を以て測ることは出来ない。船の大きさも樹では測れない。木材なども同様である。箱類は樹でその容量を知り得る場合もあるが、大なるものに至つては大層不便になる。斯る場合、その實質が場所を占める大きさ、夫を體積と唱へ、その體積を樹を使用せずして知る方法を研究したのである。地中にある石炭の量、川、池などの水量、地上に廣く散布される雨量、箱に如何程の分量を入れ得るか等も、同一の計算法に依つて容易に算出来るのである。などと説明する。



分量を測るのである以上單位——約束に依つて定められた——を使用すべきは是迄と變らない。面積を測ることを餘り注意しなかつた者はその單位なども知らないかも知らんが夫は面積の場合とよく類似してゐる。即ち長さを基準にして、立方米、立方デシメートル立方糶、立方糶などがある。之を面積の場合から推察するなら、夫々の大きさが何れ位のものを目指すのであるか。各自に考へ付くであらう。誰さんは何れ位と思ふか……と先づ想像させ發表させて見る。夫等を手掛りに直観物を示したり、具體的説明を施したりして、各單位の大きさを明かにし、一方その單位の唱へ方に慣れさせる。大小の比較なども加へてよいが、夫々の繰上り關係は計算法と聯絡しなければ無理である。

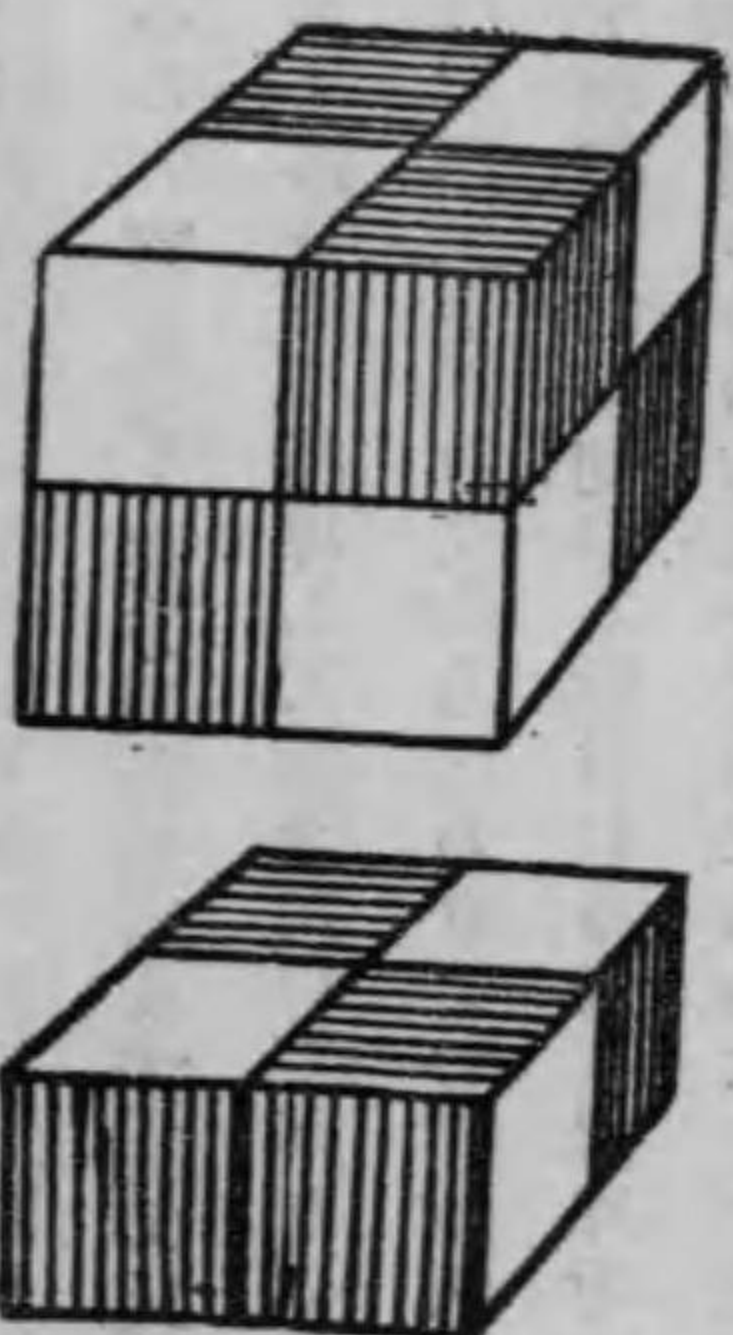
### 三 直方體と立方體の體積の求め方

體積を測る場合の單位は、長さを基にして、縦横高さ夫々一米、或は一糶等で、歪の無い場合の大きさを標準とするのであるから、其計算方も單位とする標準の大きさに分割され易いもの程容易である。角棒、同形の洋羔などは都合がよい。實際には分割出来ない

としても、それ等と同形のもの分割したと想像するのが容易になる。依つて他の形狀のものに就いても追々にその計算法を工夫して行きたいのであるが、先づ斯——箱——の如き形、縦横高さがあつて、夫々の六面が直角になつてゐる場合について考へやう。と告げ、序に直方體といふ名稱を授けて置いてよい。

直方體の概念を明かにする爲めには、勿論之を直観させなければならぬが、單なる直観だけでなく、似て非なる平行六面體や、圓筒形三角柱等の實物を示して、その異同を明かにすることが肝要である。又各面が直角になつて居る點については、同時に直角か否かを驗す方法まで知らせて置きたい。面の數なども一要件であるから明かにして置くべきである。直方體と立方體の異同も實物の比較に依つてのみ明かにされる。左圖の如き描き方も序を以て指導して置きたい。何かと此の先の仕事を進めるのに便利する。更に進んでは、厚紙を用ひて作らせるがよい。材料を與へ剖展圖を教授時間の一部分を割愛して指導すれば、之を切つて貼付ける位は課外でもよい。二糶か三糶の立方體として、それに色紙で一種つづの方眼を貼らせるもよい。是等を描いたり作つたりして居る間に、形體觀念は





勿論、單位觀念も體積の求め方を會得する基礎も築かれるのである。是等は一寸瞥見させ、簡単な説明や問答位で徹底するものではない。

愈算法の教授になるが、成るべく各自に考へさせるのが理想で、その爲め多少の暗示位は與へてもよい。面積の場合を基礎にして推究させるのである。面積の求め方に於ては、縦横の線が無いものを、長さの標準に應じて縦横の區劃線を引いて分割したと假想して、その單位數を數へたのである。體積の場合も全く同様に考へるのである。こゝ位を話して、一種位の厚さの板から始め、之を實際一立方體づゝに分割すれば凡そ幾立方體になるかを想像させる。又區劃をする眞似もする。太根なり粘土なりで實演もして見せる。是等の直觀的作業的の方面が十分になれば自ら方法も考へ出される。一寸指導すれば容易に會得出来る。最初から勞せずして何物かを得んとするは自然の理に合はない。斯くて箱類は計算

の結果が三十六立方體になつたとすれば、水を入れて實證するなり、一立方體のものを並べ既知の體積と比較するなり手豆に實證法を採るがよい。聽ては推理力に訴へて正確なるこゝを認知させるのであるが、その基礎な感覺的に扱ふ外はない。

練習問題も教科書に示すが如き記述の問題に移る前に、實物を示して此の體積は何程が先づ何處を測るべきか。夫々の部分を測つてその體積が見出されたら、實證法を加へる。之を幾つも繰返す。そして十分會得されて何等の不安を感じないやうになつてから、教科書の問題なり、その他の記述問題なりに移るのが順序である。尙是等記述された問題を扱ふ際には、その計算が出来るか否かと拘らず、實際の形や大きさを具體的に想像し、手眞似で示して見させる。そして已知のものと比較して見る態度や習慣を養ふやうに努めたい。又小形なもの即ち立方體單位の場合だけに就いて十分に練習したら、立方米や立方耗の單位に及ぼすのであるが、立方米のものとしては室の空氣、土坪、矩形の堀等で、可なり大きな場合を想像したり、計算したりすることも加へたい。尙單位の相互關係、立と瓦の關係、立方米と噸との關係等も此に至つて十分明かにすべきである。



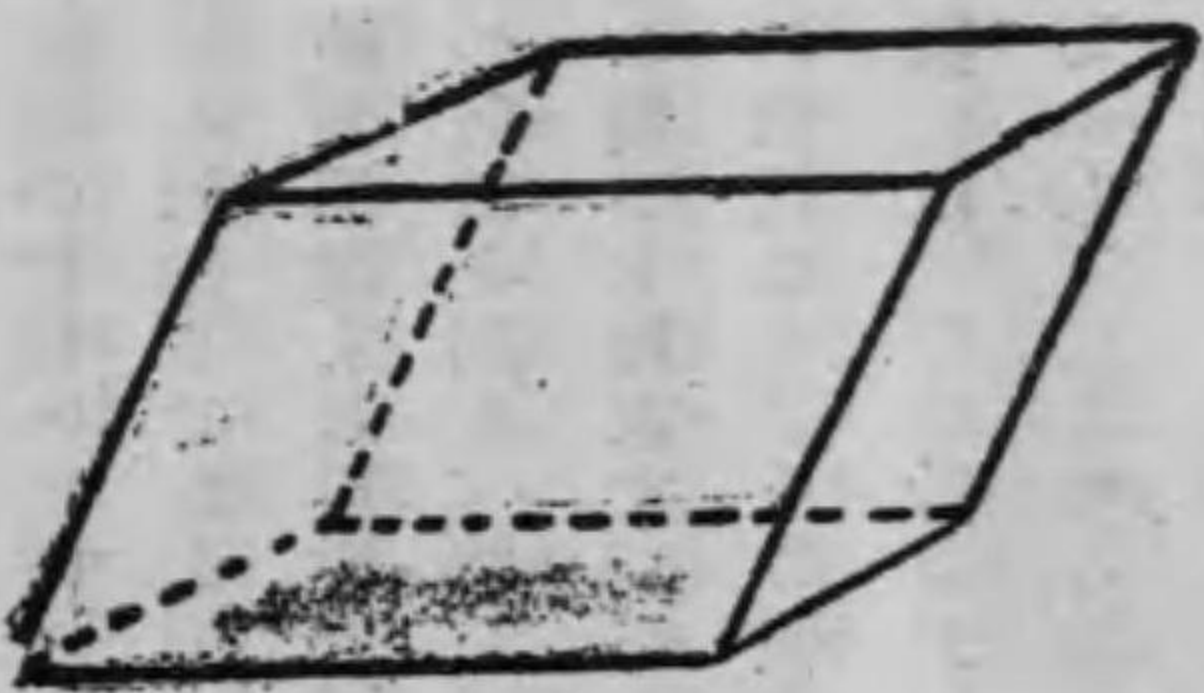
又體積の直観表示の練習をも加へたい。度量衡の方面で述べたと同様に、器物を示して此の體積は幾立方種位かを推量させる。その方法としては縦横高さを目測して概算することを練習するのである。同様に反對の方面から練習するものとして、五百立方種位はどれ位か。二千五百立方種位は何れ位かを手眞似なり、是に近い器物を使用するなりして表示させるもよい。此處まで倒達して略十分と認められるのであらう。

#### 四 其の他の場合

體積の求め方には直方體や立方體の外に多くの場合がある。その一々を詳細に述べることは今は出来ない。依つて要點だけを簡単に述べている。

##### 一 平行六方面體

是は餘り多く見る形態でないだけ、先づ形態について、直六



面體と比較してその異同を明かにしなければならぬ。マッチ箱を各自に與へて歪めさせてもよい。が作らせるに如くはない。

算法は底面に直角に一端を切断して反對の側に移せば容易に直方體に直し得る。こゝ平行四邊形を矩形に直すのと變らない。従つて算法の説明は前の教授が徹底して居ればさしたる困難もない。

此計術が實際生活と交渉する場合に勿論外にもあるが、呼吸作用に於て、肋間擧筋の働きて肋骨を引上げるに従ひ、胸腔の容積を増大して、多くの空氣を吸入することの出来る理由を説明するには最も便利なるものである。夫は人體の胸部を側面から眺めると、大體平行六面體と見做され、息を吸入する際は同底で高さを増したものと考へられ、呼出の場合はその反對に高さが低くなるのである。

##### 二 角塔及び圓塔

是は實物も屢々目撃するもの、算法も前二種の場合が十分に理解されて居るなら、推理力によつて方法を考へさせ得る。萬一出来ないとしても説明して理解させるとして餘り困



難はない。が更に推理力に基いたものは、何等かの方法に依つて實證することが、進んで他の推理力を進める爲めに好ましい。

その實證法としては粘土の如きもので先づ直方體を造り、夫を角壺・圓壺に直したものと計算の結果とを比較させるもよければ、先づ角壺・圓壺の體積を作つてその體積を測り略同積になる直六面體を作つて重さを比較するのもよい。又コップ、茶筒、リットル樹のメツスシリンダーの如きものとすれば、その中に水を入れて測つたものと計算の結果とを比較すれば一層容易に出来る。

### 三 球の體積

先づ球の各部の名稱——表面、中心、半徑、直徑等——や球としての要件などを明かにすべきことは謂ふまでもない。

球の體積を求めるには特別に球積率 $0.52$ を用ひ $\frac{4}{3}\pi r^3$ とする。是はゴム毬の如きものを水中に入れ、是が爲めに上つた水量なり、一杯に満した中に入れて溢れ出た分の水量なりと、ゴム毬の體積とが同一なるべきことを承認させ、それを直徑と同長の立方

體の水量と比較させれば容易に圓積率は見出される。

次に球積率の $0.52$ は圓周率の六分一を二桁だけ取つたものであるが、その關係は

$$\text{球の體積} = \frac{4}{3} \pi r^3 \times \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$\text{故に直徑}^3 \times \text{圓周率} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{即ち } \text{圓周率} \times \frac{1}{6} = 0.5236$$

となり、その初めの二桁だけを探つたのである。尙始めの式が如何にして生ずるかも問題となるが立體幾何の證明に依るので大分複雑になるから之を略す。

### 五 體積の應用方面

曩に面積の教授に關しても、基本的幾何形體の面積の求め方を一通り授けたら出来るだけ之を應用して、他の類似し接近する形に應用して、概算させることを奨励せよと述べた。是に依つて識の活用を圖る傍々工夫力を陶冶したいからである。同様の立場から、體積計



算に於ても出来るだけ他の多くの場合に活用を圖らせたい。殊に水を入れ得るものは容易に計測の結果が實證出来るので、是には最も適する。瓶類、茶碗類、を始めとして箱類等何れもよい。茶碗は半球と見做し、バケツ、セメント樽は中間の直径を求めて圓筒と做せばよい。石塊、玉子の如きは圓筒形の筒に水を入れたるものの中に沈め、是に依りて上つた水量を圓筒形の體積計算の應用として間接的に計算させればよい。一方復習が出来ると共に、他方學習して得た知識を廣く活用する傾向、その工夫力も陶冶される。陶冶の眞價値が發揮されるのである。

又水の重量を測ることから體積を算出する方法も、體積の求め方として重要な一案である。夫々の場合に應じて工夫して手豆に計量する態度が望ましいのである。

## 第七章 應用問題に關する諸問題

### 第一節 應用問題練習の目的

此處に應用問題と唱へるのは、所謂事物問題と謂はれるものが主で、日常生活上現はれる實際的問題を計算的立場から處理する——その目的は學術研究の爲めでも賣買の爲めでも、その他の利用を目的とするにせよ何たるを問はない。——能力を陶冶する爲めに提供する一切を抱括すると見てよいのである。然して強いて實在的の事物問題に限らんとするのではないから、従來の慣例に従つて應用問題として置く。

之等が如何なる目的を達成せんが爲めに練習されるのであるかは、自明のものとして不問に附してあるが、人々に依り多少見解が違ふ。勿論應用問題の材料は多種多様で、算術科で練習陶冶せんとする各種の目的を總合するやうにも思はれる。殊に新主義數學の主張としては、算術、幾何、代數の分科主義を排して、夫等を融合した練習法又は教授法が推



賞されてゐる。現に算術教材の全部を事實問題化せんとする要求もあつて、漸次有力にならんとしてゐる。固より結構なことである。従つて算術科の目的、則ち應用問題練習の目的と見てもよい。けれども第一章に述べたやうに算術として陶冶したい方面が大要五種もあつて、計算能力にせよ數概念にせよ特別の材料が選ばれ、夫々妥當なる練習が遂げられてゐる以上、所謂應用問題の練習目的もその材料でなければ出來ない方面の陶冶が主になるのが當然と思ふ。概括的に述べると計算的の立場から各種の事實物件に接して、之を數的に處理解決する能力の陶冶に相違ないが、夫を分けると、

第一 特に計算方法の明示されない場合に、その方法を見出す能力、その簡便なる方法を工夫する力の陶冶が主であらう。廣く各方面の目的を抱包して總合的に練習されるものとしても、主要なる目的第一目的は此の點にある。

第二 是と相俟つて特に重要なものは應用問題の練習によつて、其の種の事物を計量上の立場から注意して、手豆に夫等を計算する習慣の養成とその價値の自覺、その趣味の涵養にある。

第三 に副次的の方面として量觀念を明かにすることや計算方面の練習がある。

是も實際に此の種の材料を、此心して扱はなければ陶冶されないものと思はれる。そして前項の目的を果す爲め夫々難易を鹽梅して系統的に指導することが肝要であるが、第二の爲めには必らずしもその系統に従ふ計りでなく、常に手近な問題を材料として、斯る自覺の許に指導し兒童にもその意識を持たせることが必要になる。

## 第二節 應用問題の材料に對する軌近の趨勢

應用問題練習の目的は前述の如くであるが、その教材に對し軌近様々の要求がある。

- 一 事實問題の尊重
- 二 材料取扱の生活化
- 三 直接事物による問題の提出
- 四 直觀的作業的問題の取入
- 五 不完全問題を加へること



## 六 無數式應用問題を加へること

等である。何故是等の要求を生ずるに至つたかを考へるに、新主義練習學が唱へられ、論理主義、抽象嚴正主義より心理主義作業主義に依り、純正練習學より實用練習學に進まんとする主張が第一に與つて居る。心理學上形式的陶冶の效果轉移が考究されて從來期待された程でないことが明かにされた。従つて學校教育と實生活との接近を圖ることは一層必要の度を増した。その他兒童心理の研究一般教育思想の進歩から、兒童の現前生活、實經驗をより尊重せんとするが如き傾向が少からず影響して居る。以下順を追ふて述べて見やう。

## 一 事實問題の尊重

初歩の算術は勿論各學年の教材に對して事實問題の練習を從來に比し一層重視するに至つた。算術書について見るも計算練習の材料を軽減して應用問題を増して居る。中には計算練習の材料を悉く事物問題に依つて果さんとしてゐる人もある。第一節の算術問題の事實化はそれ等を指したのである。その極端なるものは、計算能力發達の爲め決して好まし

いものとのみは謂はれない。けれども一般として抽象的論理主義が、直觀的作業的に進み此の傾向を生じたのは誠に好ましい。私が計算能力の陶冶を重視せんとする理由の骨子はそれに依つて機敏に事實問題を處理し、算術教授の能率を一層高めんと欲するもので、必ずしも計算練習のみに多くの時間を配當せんとするのではない。一層經濟的の學習法を見出し、事實問題練習の機會を是非とも、從來に比しより多く設けなければならぬと考へるからである。

## 二 材料取扱の生活化

先づ生活化の言葉を吟味すると二様の意義を持つ。一は兒童の生活化で他は大人の生活化即ち實用化實際化である。その兒童化は兒童により多くの満足を與へつゝ、學習せしめんとする理想と、斯くすることに依つて、一層理解力数理認識力に對する基礎を鞏固にせんとするにある。ジョンデュー氏は文化の進歩に伴ひ兒童の生活即理解の範圍と、大人の生活との間には益々大なる懸隔溝渠が出來つゝある。社會成年者の關與、目的、知識技



能、實際生活を領得する爲めには、特に健實なる基礎の上に進められなければならない。即ち此の意味から兒童の環境より選ばれた問題が一層豊富にならなければならないのである。次の

- 1、各問題の取扱を一層直觀的にすること。
- 2、練習方法を遊戯化し、管理を寛にすること、(特に低學年)
- 3、材料も兒童の経験界より採るは勿論、特に親みあり、感興を喚くに足るものを選び漸次大人の生活にまで展開して行くのであるがそれを決して急がない。
- 4、兒童の自主的活動、自發的態度を鼓舞しつゝ、學習させて、數的の思考に興味を感じさせる。
- 5、言葉文章も兒童の言葉に従ふこと。徒らに簡潔のみ尊重しない。

次に大人の生活化即ち實用化である。中等學校の數學さへ實用主義に依らしめんとしてある。況んや小學校の算術が實用的のものであるべきは謂ふまでもない。勿論目前の實用

のみに囚はれることは誤りで、純正數學の基礎を築くことも肝要なる一面である。が結局眞に實用に役立つ陶冶、永久に力の伸びるやうな陶冶でなければならない。従來とても大體此の趣旨であつたと思ふが、是が特に力説される所以は、前述の如く兒童心理の研究、一般教育思想の進歩からである。先づ兒童化された材料で十分の基礎陶冶をなし、健實なる理解を與へ、やがて實社會に於て計算を必要として居る類の問題を精選し、是に依つて一般的の思考力まで陶冶せんとするのである。従來の傳統があり、入學試験問題も關係し、多忙なる教授者が夫等の問題を一々自ら選定し構成するは様々困難なる事情が存在するので實行は必ずしも容易ではない。けれども少しづつでも近づいて行かなければならない。

### 三 直接の事物に依る問題の提出

國定算術書を超越し、特殊の研究をされて居る方は格別として、多くは應用問題と謂へば記述的の問題が主であるかと思ふ。一二年は文章で提出することが出来ないから、自然言葉に依つて提出するのであるが、單に記述が言葉に代へられただけで、その材料たる事



物が直接兒童の面前に提供されるのは案外少い。殊に三年以上では尙更である。是に對し  
最近の要求としては計算せしめんとする實物、或は活動的の動作事實を直接兒童の面前に  
提供し——教室内に持來ることが困難なる場合は、その地點に至り——是に直面して十分  
數的關係の觀察を遂げさせ、必要なる基礎的數量をも直接測定に依つて得させ、夫に基い  
て計算を試みさせ。出來るだけ更に實測を以て計算の結果を實證させることを要求するの  
である。斯くすることに依り眞に活躍する能力も陶冶されるのである。尙平田華藏氏著  
「算術學習の心理」に依れば、

ソーンダイクは現今行はれる事實問題を、記述された問題 (Described problem) と、眞  
實なる應用問題 (Real problem) の二つに大別し、前者は教科書に記載された問題、後  
者は兒童の直面する眞實なる算術的地位から生ずる問題としてゐる。

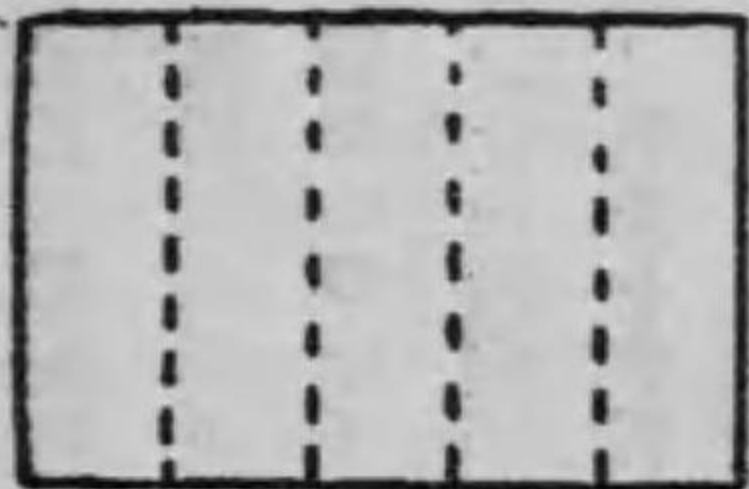
而して事實問題學習の最も有効なる方法として、先づ眞實なる應用問題、即ち生活が與  
ふる實際問題を學習せしめ、次に眞實なる應用問題と教科書中の應用問題との類似點を認  
識せしめ、最初に教科書に記述された應用問題を多く課して、之を練習し習慣化するがよ

い。然るに従來は此の反對の方法を採り、記述問題に多くの時間を費し過ぎてゐる。これ  
は最近學習心理學者の推理思考の心理に關する新研究の結果から見て當然のことであると  
同時に、従來の學習指導法に根本的革新を要求する基礎となるのである。

如何にも同感のことであるが、此の意味では基礎的練習として所謂眞實の問題を多くす  
べきことを述べて居るやうにも解される。果して然らば更に記述問題練習の後にも再び眞  
實の問題に歸り、進んでは交互に錯綜して練習さるべきものであらう。尙左に若干の例題  
を示して見やう。

- 1、此の黒板の周圍は如何程あらう。——目測より實測に、——是が二枚並んだらその  
周圍は何程となるか左右に並んだ場合、上下に並んだ場合、密接した場合、離れるる  
場合について考へる。
- 2、此の教室の周圍にある硝子は何枚か。又如何に數へるが便利と考へるか。
- 3、半紙を半切にしたものを與へ、其の紙を圖の如く縦に五分分し、五耗つつの繼合せ  
で貼付けたら、その長さは何程となるか。——先づ豫め計算し後實證、





- 4、又半紙を半切にしたものを與へ、夫に周圍が最も長くなる三角形と、最も短くなる三角形を描き、その長さを比較せよ。
  - 5、此の教室内の壁の面積は何程か。
  - 又一平方米で一圓の塗賃とすれば、此の教室だけで何程かゝるか。
  - 6、此の白墨箱と、此の茶筒の表面積は何程の差があるか。
  - 又體積の差は何程か。
  - 7、私——先生——の頭から天井までの長さを簡便に知るには如何にすればよいか。
- 是等の外に特殊の問題を新に練習せんとする場合には、特に直觀的の扱を多く要するから、其の際の問題を擧げると非常に多くなる。

#### 四 直觀的作業的問題の取入

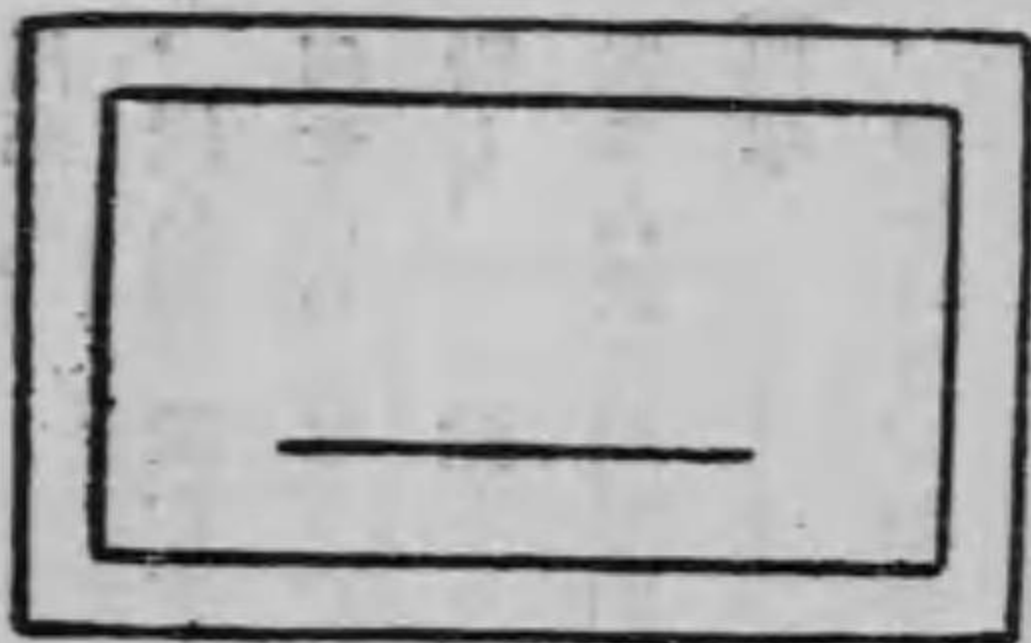
前記第二、第三と相俟つて要求されるものは直觀的作業的問題を取入れ、此の種の練習を多くせんとする要求である。所謂實驗實測の問題と見てもよいのであるが、夫だけで

は幾分意味が狭い。夫で直觀的、作業的問題と名づけたのである。その作業的とは謂ふまでもなく筋肉作業を伴ふものを意味する。整数、分数、小数等の數觀念養成に資すべきものはその方に屬し、度量衡、時間、角度等に關するものは其の章で述べたから、繰返すまでもない。が應用問題の解法を指導する立場から、その解法能力の増進を圖る爲めに加へんとするものに就いて考究しやうと思ふ。グラフ幾何教材なども別に章を設ける。そして直觀的扱は特に是等に屬するものが多く、然らざるものは前

節に述べてあるから、繰返すことを避けて、主として作業的問題、その扱について直接問題の具體例を述べると。

一二年

- 1、箱に若干の鉛筆なり、その他の個物を入れ置き、その中から、若干づつを取り出しては直觀させ、最後の残りを數へさせて、最初の數、即全體を當てさせる。その間に一二回戻して入れたり出したりすると一層複雑になる。變化が



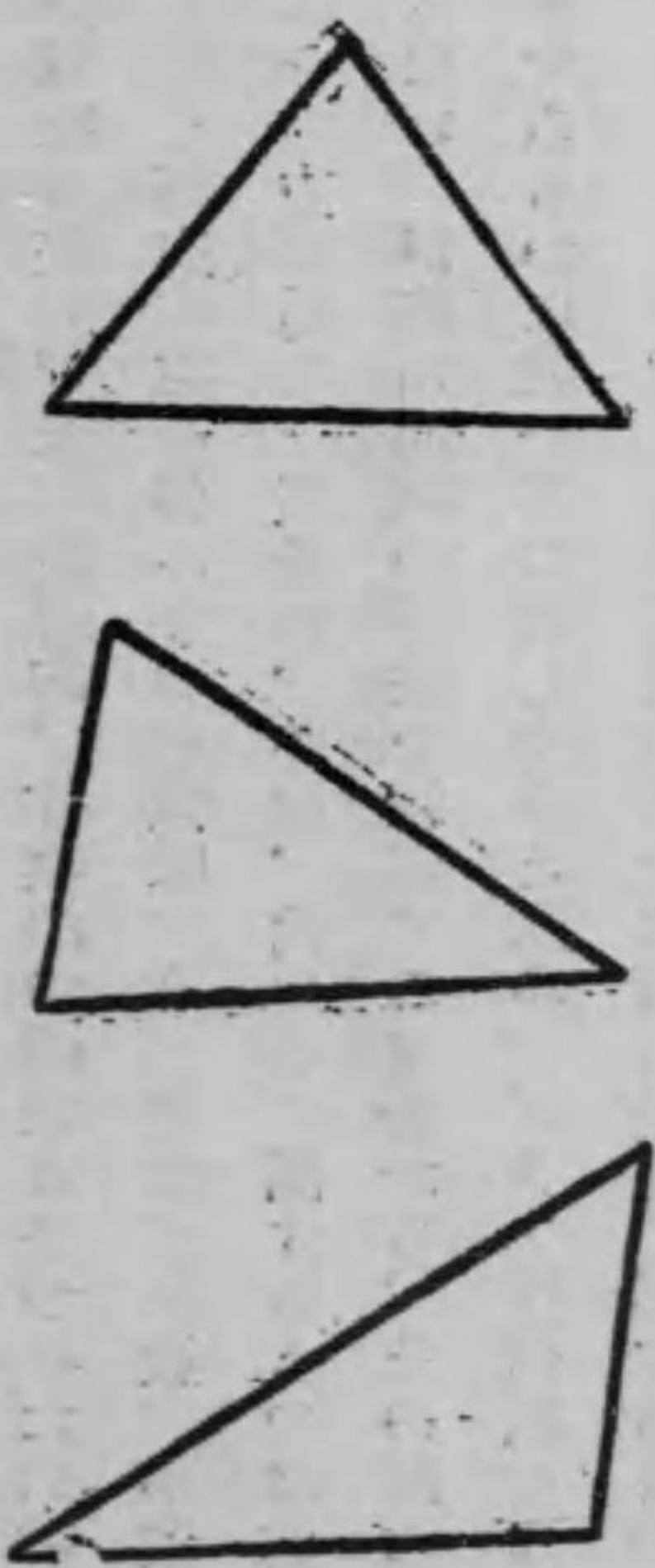


出来る。

2、縦八種、横が十二種の長方形を描け、そのまはりを前圖の如く二種つづ廣げると各何せんちになるか。實際に測らせる。此の黑板上に五種の線を引け。其の上の一点を附し、此の點から線までの間で一番短い線を引きたいと思ふ。如何に引けばよいか。誰さん此に來て引いてごらん。その線の長さは何程位か。誰さん來て測れ。

三四年

1、室外に出で距離の實測をなす、其の間に目測をなしつゝ、行ふ。又單一的の距離のみ



でなく、甲乙の二距離或は迂廻道路等の比較などをさせる。

2、底邊が十五種、高さが十種になる三角形を三種描け。そして各の

周圍を測り、その最も短いものから番號を付けよ。……但し三角形の如何なる部分を底邊と稱し、如何なる部分を高さと呼ぶかは十分明示しなければならぬ。

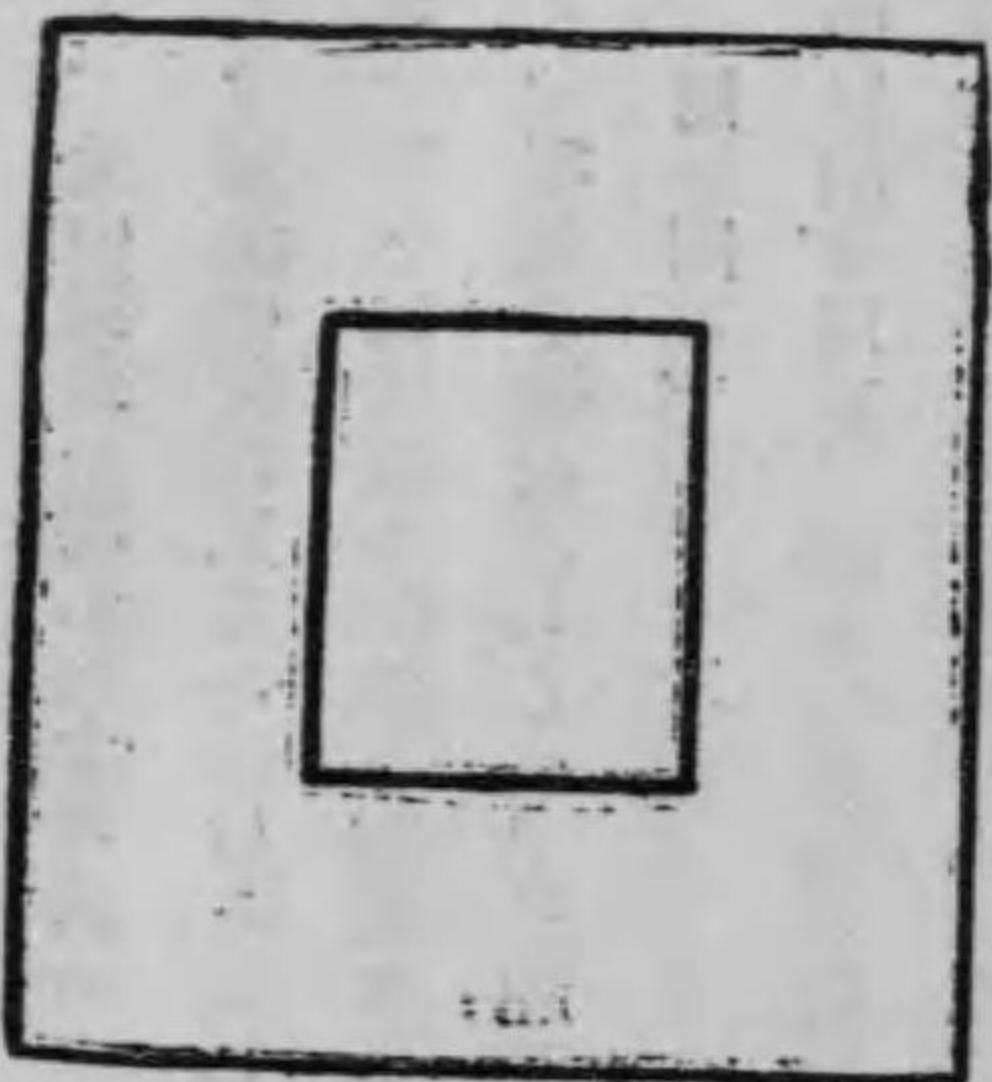
3、縦が五種、横が四種の矩形を描け。又その周圍に三種つづ離れた長方形を描き、その周圍を測り、圖解を用ひずしてその周圍の長さを知る方法を考へよ。それが分つたら、更に三種隔てたる長方形の矩形描くとせば、その周圍が何程になるかを計算し、

然る後にそれを實際にも試せ。

五六年

1、多くの幾何形態を描いたり、作製したり、測定したりする類。

2、縮圖なごを標準尺に基いて實測計算する類  
 以上は僅に一二の例を示したに過ぎない。要は度量衡の各計器、分度器、定規、コンパス、小刀鋏等の器具、方眼紙其他測られる方の器物等を使用し





て、

- 1、量の觀念を明かにする爲め
- 2、算法の會得思考を助ける爲め……圖解法等をも含む。
- 3、其の他特殊の能力を陶冶する爲め——例へばグラフ
- 4、學習を變化あらしめ、又趣味を増し、進んでは手豆に事物を計量し、學習能力の活用を図る。

等の目的を以て、從來の鉛筆と紙で數字の扱のみを作業として居たのに對し、筋肉の活動を加へつゝ思考を働かせんとする一切を意味するものである。従つてその材料となる種類も固より廣汎に亘るのである。

### 五 不完全問題と無數式應用問題を加ふる事

既に計算せんとする事物に直面した練習を多くすべきことを述べたのであるが、夫と記述された完成的の問題、即必要數量が悉く與へられた問題との中間的のものとして、記述

問題としても、又實物に依つて提出する場合でも、所要數量を悉く與へず、その一部を殊更缺きたるものを與へ、その缺如せる部分を見出させ、或は面前で測定するなり、協定によつて定めるなり、一層卒直に教師より指示するなりして計算に及ぼすのである。兒童の構成した問題を練習してゐる間には殊更斯るものを選ばないでも往々此の類のものが顯れる。先づ之を共同的に補充して完全問題となし、然る後に一般的の扱をする。是も不完全問題の扱であるは勿論である。是が實際的問題を處理する能力陶冶の一面であることも謂ふまでもあるまい。近時愈盛になりつゝある、兒童の應用問題構成などの一助ともなつて、次第に複雑なる問題までも構成出来るやうになるのである。

次は無數式應用問題である。一定の數量を與へてその計算を要求する多くの應用問題と異り、單に事實關係の間に存在する數關係に注意させて、其の計算方法や、數關係を推究吟味させる練習である。例へば

1、實物を示して、此のフラスコ（土瓶其の他の器物にても可）の容量が何程かを知らんとして、幾通の計算法があるかの類——必ずしも精確なることは要しなく。



- 2、生れた計りの赤子の體量を知らんとすれば如何にするが適當と思ふか。の類
  - 3、加減乗除の各を適用するのは如何なる場合か。
  - 4、地圖なり實物なりを示して、此の地圖に依つて臺灣までの距離を求めたり、その面積を求めることが出来るか。如何にすれば出来ると思ふか。
  - 5、一樹木の大きさと年數とは如何なる關係があるか。
- 比例する事實には如何なるものがあるか。又それ等が比例すると謂ふことは如何なる點で分るか。比例關係の成立する事物を幾つ示せ。
- 6、三角形の面積を求めるには如何にするか。

此の種の問題としては必ずしも數量が一定することを要しない。形さへ一定して居れば可なる場合もあれば、單に事實間の關係に一定のものがあれば可なる場合もある。それ等の數關係を認識させることに依つて、數理の認識の内容を充實させたり、その範圍を擴張させたりするのである。

然も從來教科書に示された問題の如く、殆んど總てが所與の數量に従つて答數を算出す

るものだけでは到底有効に前述の如き要求を果すことは出来ないのである。よし出来るとしても不經濟なる練習となるを逃れない。従つて一般的の應用問題練習と前後して前記の如き練習をさせることが、各學年夫々の程度に應じて必要である。

### 第三節 應用問題の難易

應用問題を課す場合、兒童は果して如何なる點に苦しむか。解法發見の難易は何を要件とするか。是れ應用問題の選擇排列上は勿論、その取扱に關する研究の根本である。併し此の研究は心理學的根據を要するもので、未だ十分なる資料も提供されてない。此處に述べんとするものも僅なる經驗を基礎に推定したに過ぎない。次の五項が主なる要件かと思はれる。

- 一 數量の繁簡
- 二 數關係の繁簡と明暗
- 三 事實の性質



## 四 用語の難易

## 五 問題の排列關係

## 六 精神状態の如何

が是である。便に個人的條件が加はるから、甲の困難とするものと乙の困難とするものが一致しないこともある。それは數理認識の進み方が各人多少異り、前記の何れかに通ずれば、夫には障碍を感じざるに至るは當然となるからであらう。兎に角各項についても少し述べて見やう。

## 一 數量の繁簡

兒童は問題の示す數量の如何に依つて眩惑されることが尠くない。同じ數關係の問題でも、直に暗算に依つて目の子的に計算出来るも程度のもの、然らざるも數量が單純なるものは算法を見出すことが早い。例へば二つの林檎が十五錢とすればそれを四箇ではいくらかは正比例に屬する問題である。然も二年三年で之を解く生徒が多い。必ずしも歸一算

的に考へるのではない。さればと謂ふて二年三年に正比例の他の問題が自由に會得されるでもない。全く數の簡單なる爲めに目の子的に計算するまでである。此の目の子的扱を適當に伸ばせばよいのであるが、其の過程が困難なのである。夫に分數や小數が加るゝか、整數としても數が大きくなつたり、名數關係が複雑となつたり、諸等數に時間が加つたりするに連れて困難を増し、思考力は妨げられるのである。

斯の傾向は低學年或は高學年でも力の弱い者程著しい。その中には計算を氣にしてゐるものもあらう。然し主なる點は數理の普遍性が十分會得されない結果であらう。分數小數にまで整數と同一の數理が適用されるものであることの會得が困難である計りでなく、同じ整數間に於てもその大小に差別なく同一理法が適用されることの認識が成立しないのであらう。この普遍性の認識こそは重要なもので、一度確實なる認識が成立すると、數の適用範圍が著しく擴大されるのである。従つて機會を設け常に之を伸すことが肝要なのである。

如何にして此の普遍性の認識を得させるかは後に述べるとして、此の認識は數概念の認



識或はその計算法會得の數範圍を如何なる關係があるのであらう。兩者は果して併行的に發展するであらうか。若し是が併行的に進むものでないとするならば、計算練習の數範圍と應用問題の數範圍とを併行的に置くは全く無意味のものとなるのではあるまいか。然も私の見る處では前述の如き數の普遍性を認識することは計算練習の數範圍とは必ずしも併行せず、多くは後れて——時には著しく後れて——躍進的に伸展するやうに思はれる。是應用問題の數範圍その大小繁簡を決定する上に特に注意しなければならぬ點と思ふ。

## 二 事實の性質(兒童生活との親疎)

應用問題の算法を發見するに當つて、初學者の特に苦しむ一つは問題の内容實質、即ちその事實の性質如何である。兒童の生活經驗を基標として考へた場合、それらの親疎懸隔の如何である。同一程度の數量或は數關係であつても、その材料に就いての知識が幾分でも曖昧であるなら十分の自信を以て算法を決定して行くことは出來ないもの、やうである。都會で下町に住む兒童は金錢の取扱賣買なごの問題は、可なり複雑なる數關係のもの

までよく解き得るが、度量衡、時間などに關する問題は中々考へられない。それで一般としては米相場の問題よりも蜜柑鉛筆などの賣買に關するものが容易であり、時間的問題よりも空間的問題が易い。又空間的材料中でも直線的のものから、平面的、立體的と漸次困難になるは謂ふまでもない。

第一項では數の大小繁簡に對する數理の普遍性を認識させることが算術指導の一理想であることを述べたのであるが、此處に述べた事實から眺めると、多くの異なる事實間、その夫々の場合に通ずる數理の普遍性を認識させることが第二の理想となるべきことが明かである。即ち應用問題の選擇排列の系統を定める要件として、單に數の大小繁簡や數關係の繁簡のみで規定することは出來ないもので、更に事實の性質、兒童の生活經驗を基礎としての親疎懸隔に依つて應酬されなければならないのである。曩に應用問題の材料に對する最近の要求を述べ、その第一に生活化特に兒童の生活化について述べたのは是が爲めと見てもよい。それで從來の如く一足飛びに大人生活にのみ現はれるやうな問題や、思考の遊戯とも見られる非實際的問題を與へて苦しめるよりも、先づ兒童の生活範圍、兒童の熟



知する事實、特に親しみを感ずる家庭的、遊戯的の材料に依つて構成された問題を以て十分なる基本的の陶冶をなしなければならぬのである。然る後に徐ろに事實の取材範圍に展開を求め、數理認識の範圍を伸展させて、漸次様々なる事實間に共通する、數理の普遍性を認識させて行くべきである。

私は應用問題に於ける解法決定の根據、その根本原理を、「計算せんとする數量が實際に變化した、或は常に變化すべき事實を認めて、算法は是と一致せしむるにある」と認めるのである。そして常に此の原理に基いて算法を發見するやうに導くことを理想とする。是が爲めには是非その材料は兒童の觀念界に親近せる事實、抽象的架空的の材料よりも直觀的具體的事實を以て上述の態度を養ひ、之を習慣化すべきものと考へる。その間に思考力は漸次伸展して、計算せんとする數量が直接的には何等の變化を生じない場合でも、變化したと見做したり、即ち變化したのと同じ關係に眺め得る等の理由で算法が決定されるのである。語換へて謂ふなら具體的變化の認識から出發して、假設的思考、抽象的計算を以て具體的變化の關係に代へて行くのである。

算法決定の基礎、を大體右の如く見る立場からも、事實問題の内容その實質が兒童の觀念界と如何に關係し、如何なる親しみを有するかが、問題の難易と大なる關係を有するので、決して數關係の繁簡、數量の大小のみに依つて、應用問題の難易は決定されるのではない數關係の單複順逆等のみで決定すると考へるは大なる誤と思ふ。

### 三 數關係の繁簡及び明暗

此處に數關係の繁簡とは計算手續が簡單であるか複雑かの意味で、加減乗除の幾つかを組合せたり、是に分數小數等の含まれたものはその繁雜なるもので、兒童がその解法を見出すに苦しむことは勿論で、今更之を問題とする必要さへも無い位である。従つて此處にも多くは述べない。

次は數關係の明暗である。言葉は多少妥當を缺くかも知れないが、その意味は算法を發見せんとして問題を眺めた際、題意中に含まれる言葉——特に術語などから——や、事實關係に基いて容易にその解法が多數の者に見される類のものは數關係の明かなるものと見



る。處が簡単に見ゆる問題で幾度か読み、題意を吟味しても容易にその解法が見出されな  
いやうなものがある。是等は算法が何かに依つて被はれて居るとも考へられる、隠されて居  
るとも思はれる、此の類を數關係の明かならざるものと謂ふ意味で斯く名付けたのである。  
左に示す問題は尋常三年で兒童が構成して練習したものであるが、何れが數關係の明か  
で、何れが明かならざるかは容易に區別出來やう。

1、砂糖が二千五百四十グラムある。これを二十四袋に分けたら一袋は何グラム入れこ  
なるか。

2、或人が一個六錢のみかんをいくつか買つて、一回札を渡して、四十六錢のお釣をも  
らつた。その人はいくつのみかんを買つたのか。

3、細長い箱があつて、その縦は十種で横は七種である。いま百二十五種の糸を巻いた  
ら、いくまはりあつて、いくら餘るか。

右の中第一問には幾袋に分けたらとあるので、割算になることが容易に分る。第二問は  
直接未知數を求めることが出來ないで、先づ蜜柑の代金を求めなければならぬのと、逆

思考になる爲め少しく困難になる。幸ひ數が簡單であり、事實も平易である爲め中間數が  
容易に見出される。けれども第一問の如く容易ではない。第三問になると斯る經驗が直接  
には少いと云ふ事もある。又中間數を求めるのに多くの手數を要することもある。が更  
に割算と謂ふ意味——包含——が明示されてゐないから、其所に困難がある。

概して加減乗の應用問題に比し、割算は明かでない。逆思考を含んだり、未知數が二つ  
も三つもあつたりするのも勿論明かでない。六十三日は何週間かの類、二百分は何時間  
かの如く七日とか六十分かが明記して無い者もそれだけ明かでない。是は必要數の省略  
から被はれた困難であるが、數關係に被はれること、事實關係に被はれること、語句や謂  
まはしに被はれること様々ある。解法の発見とは此の被はれたる間から算法を発見する修  
練に過ぎないとも見られる。

#### 四 用語の難易

語句に難解のものや、未知のものが含まれたり、その謂ひまはしが複雑になつたりする



と問題が六ヶ敷く感ぜられることは勿論である。是等の點で兒童が苦しめることは、多くの場合本質的の實力陶冶に關係の薄いもので餘り教育的とは認められない。けれども學年の進歩に従つて相當に六ヶ敷さを加へるのは當然になる。

### 五 問題排列上の關係

問題排列上の順序如何も、解決發見の難易に大なる關係を有するものである。勿論問題が兒童の力に比し、容易なる場合には認められないが、少しく困難なものなどになると明かに夫が認められる。似て非なる問題を連続して提供すると多くの兒童が迷ふ。之を個人的に見ると、低學年は一般に此の傾向が大で、尋常五六年になつても、力の弱い者程此の眩惑も多い。是れは兒童が應用問題に對した場合に働く心理、解決發見の心理が、多く類推に依るものである爲めであらう。類推は初歩の者を始めまして一般に働く傾向で、吾等が陶冶せんとする理想、指導の目標は寧ろ此の傾向から離れ、前に第三項に述べたやうな態度を採らせたのである。然し一足飛に其處に到達させることは出来ない。依つて兒童

に斯る傾向のあることを認めつゝ、時には是を利用して新な問題に導き、更に反省吟味を加へ、時には殊更迷ひ易いやうに排列せる者と與へて、斯の種の困難に打克つ修練を加へなければならぬ。兎に角排列上より來る難易は、問題の本質的標準ではないのであるから是非とも之を除去しなければならない。

### 六 精心状態の如何

吾人の精神状態は常に同一状態に在るのではない。日に依り時に應じて著しい變化がある。従つて昨日出來た程度の問題が今日課して見ると一向出來なかつたり、その反對の現象を呈することは決して尠くない。詰らぬ點を思ひ誤つたりするのは多く此の爲めかと思はれる。低學年程此の傾向が大であるが、上學年否大人に於ても之を逃れることは出來ない是は教師の見込違も關係するが夫ばかりではない。

尙應用問題の解法を發見し、その解答を得るまでには、勿論問題の難易に依つて一様にも謂はれないが、求めんとする數量の意識、即その計算目的を終りまで意識して、是に必



要なる關係要素を推究吟味して行くのであるが、その間に可なり長い間注意力の緊張持続を必要とする。其の間に注意の亂れ易い者には到底十分なことは出来ない。茲に於て算術に對する興味の涵養に努め、自發的の態度清新なる氣分、澄澗たる意氣を以て當らせ、且つ根氣強い努力心の習慣化が肝要になるのである。その具體方案は章を改めて述べる。

#### 第四節 應用問題の讀解力指導

應川問題の讀解力と謂へば記述された應用問題に限ることにさなる。他の實物に依つて提出する場合にも、題意の全體を與へられた關係に従つて理解し、夫々條件の吟味をして算法を決定すること、記述問題と異なる處はないけれども、讀解力と謂ふには妥當でない氣もする。それで記述された問題の讀解を主なる對象として述べるが、是に依り非記述の問題に對する理解力も陶冶されること勿論である。

も一つお断すると、所謂問題の讀解と次節の解法發見との關係である。此の兩者には判然たる區別があるものか否かの問題である。題意の吟味は何れに屬するか。國語的の吟味

は讀解の中で、算術的の題意吟味は解法吟味に屬するものか。是は約束の定め方で決するやうにも思はれる。けれども約束だけは定めた處で實際問題に接した場合には判然區別の認められる場合もあるけれども、その區別の認められない場合の方が多い。そこで解法發見まで、算式の成立するまでは様々なる精神活用を要するとしても、夫を一連續と見做したいのである。唯記述の便宜上二節に分けて述べるのであるから、その積で見えて貰ひたい。

先づ問題讀解の難易を考へて見やう。文章として記述された問題の練習は早くて二年普通は三年からと思ふ。處が二年三年で問題を讀解することは容易であるか否かに歸着するが、殆んど何人も之を容易なりとは斷言し得まい。文章に眩惑され、文章提出の問題、即應用問題とさへ謂へば難解のもの、霞を隔て、遠く物を眺めるが如き状態に感ぜられる児童も少なくないやうである。四年生でも容易と計りは謂はれない。五年六年でも夫だけ問題の程度が進むから、随分讀解を誤る児童もある。従つて應用問題取扱の研究上見逃すべからざる一方面で、妥當なる方案を見出さなければならぬものと思ふ。



一 先づ誰が読むかが問題になる。優等生や、教師や、順番にと、要するに自分で読むのではなくて、他人に読んで貰ふ類も尠くないからである。論者中は纏て自分で読むにせよ、慣れるまでは他の人に読んで貰はねばならぬと主張者もあるか知れない。けれども夫は誤りと思ふ。各自に読み得ない程難解の文章を用ふるは適當でない。教科書の問題では仕方が無いと謂ふかも知らんが、然らば最初からは是に當らせるのが無理なので、その前に一層平易な問題を相當多く練習して、各自に読ませる習慣を養成しなければならぬ。尋常二三年に於てさへさうであるから、四五年以上は尙更獨自的に読解させなければならぬ。

但し難解の語句が含まれた場合、その部分の説明指導を加へるのは當然である。又素讀するだけで、その意味が理解されないのは謂ふまでもないから、此處に讀解力の陶冶、その指導法が問題となるのである。けれども各自が——多くは同時に——讀むのが常である。

二 音讀か默讀か。既に他人に読んで貰ふのではないから、他人に讀聞かせる必要もない。特別の場合でその必要があつたらば教師が讀んで聞かせるがよい。従つて默讀が本體

で高聲を發して讀むことは有害無益であるが、低聲に發音しつゝ讀むことなどは、他に妨害をなさない限り許容してもよい。

三 讀む回数如何に定めるか。讀本教授の場合には何人も可なり多く讀ませ、家庭に歸つても相當繰返される。夫に比し一般に算術の問題を讀むのは尠過ぎるかと思はれる。けれども強いて繰返すことを要求すれば飽きる。遂にはいやにもなる。従つて問題にもなるのであるが、三四遍か四五遍は讀まなければならぬ。十分分つたと思ふた時、尙一度念を押して讀む習慣が好ましい。従つて一讀して理解したものも二回は讀むべきである、四五回讀んで分らないものが十遍讀んだからとて左程効も認められない。

四 國語的の讀み方と算術的の讀み方。問題を讀むのに國語的の讀み方——餘り妥當なる名稱ではないけれども更宜名ける——とも讀むべき素讀や、語句の國語的意を吟味しながら讀解して行く讀方のあることは勿論で、普通の問題讀解は是に屬するであらう。夫れだけで解法が発見される場合には事足るのであるから問題もない。けれども夫だけを果しても解法が発見されない場合が多い。斯る場合には更に算術的の讀解が必要になるから、豫



めその修練をして置くがよいと認めるのである。

算術的の讀解とは計算の立場から題意を吟味して行くことに對し著者が何宜名づけたのである。解法發見を目的として問題を眺め、幾回か讀むのであるから、出来るだけ便宜の手段を講じて、機敏にその解法を見ることが賢い方法である。その態度が好ましい。それ故算術的の讀解でも何でもやるがよいのである。實は國語的の讀解は算術的讀解の豫備過程に過ぎないと見てもよい。即ち是が讀解の本領になる。その讀解と謂ふのは問題に依つて——従つて亦學年に依つても——必ずしも一樣ではないから、之を簡單に述べ盡すことは出来ない。

1、問題を具體化して、實際上の事實關係を眺めるのは國語的讀解としても肝要なことである。

2、更に夫々計算に關係ある言葉を詮議して、之を計算上の關係に直して解釋して見るのも一案である。例へば皆で「謂ふ言葉は皆合せてと直し、「残り」と謂ふ言葉とすれば引いた残り直して方法を考へる類である。定價三圓の物を二割五分引に賣ればと謂

ふ類のものは、三四の七割五分倍に賣ればと置換へて題意の解釋をなし、その解法を見付けるのである。その他是に類するものは極めて多い。

3、所謂複合的の問題を讀解するに當り、中間の未知數を求め——勿論それが比較的容易に求め得られる場合に限るが——たり、その外分つた數量語句と置換へて吟味すること、即ち一步步々簡單化して吟味するのも一方である。

尙是等の外にもあるが、次の解法發見の手段と重複するから夫に譲る。結局問題の讀解と解法發見の努力は別々の仕事ではなくて、一仕事である。同じ連續の過程である。時に區別が明かに見られることがあつても、意識上には上らないことが寧ろ多い。従つて次の節に述べることに、本節に述べることも、便宜上の區分で實は判然と分れるものでないこと前に述べた通である。

## 第五節 解法發見の心理

### 一 心理的研究の必要



兒童が應用問題に接し、その解法を發見する心理過程、並にその發達は如何なる状態にあるのであらう。之を知ることが極めて肝要で、若しも是が不明にあるなら解法の指導は到底出來ない。やつても有効には行かない。然し極めて複雑なる問題で、之を知ることが至難である。算術學習の心理などの著書も續々現はれるに拘らず、此の方面の研究は至つて不十分である。然し至難なる故を以て何時までも不問に附して置くことは出來ない問題と思ふ。依つて固より不十分であり、獨斷的の部分が多けれども、之を述べて研究の一資料に供したいと思ふ。

## 二 諸家の説

先づ應用問題解法の心理過程は、記憶に依るか推理形式を踏むものか、聯想に基づくか。比論即類推か。夫とも無鐵砲なる試行錯誤法に従ふか。果して何れに依るか、是等の總てが抱括されるものか。推理に依るとすれば如何なる種類の推理作用か、問題になる。勿論各個人により、問題の難易に従ひ、又其時の精神状態に應じ、或は平素の指導振りに従つ

て、夫々相違があらう。或心理學者否多くの心理學者は推理力の發達は十二歳頃からで、その以前は他の心理即ち聯想又は類推に依るのであると謂ふてゐる。著者も或程度まで承認されないこともない。けれども三年以下でも推理力は働く。是に基いて解法を決定する者も居ることを認めるのである。但し記憶や聯想、比論の過程を進むものが多いことは勿論である。

一方指導者の意識が推理に従はせたいと希望して居るは謂ふまでもない。が實際の事實が明かにならなければ適切なる指導を施すことは出來ない。

## 三 著者の觀察

そこで私の見る處を述べるに、一年の始め頃は全く直接推理に依る者が多くて、何々であるから、など、間接推理は行はれないやうに思はれる。そして其頃は答だけは出來ても足して出したのか、引いて出したのかの計算意識も判然しない者が尠くない。加法の計算意識は早く判然するけれども、減法に依る計算意識が却々判然しない。夫は男女合せて十



二人居た。その中男が7人なら女は幾人か」の問題で5人に何を加へて十二人になるか  
計算して求める者が往々之を加法を行つたと考へるのである。引算即残を求める一手段と  
して行つた加法意識に妨げられるのであらう。漸次指導を加へることに依つて、追々に計  
算の意識も現はれるやうにはなる。

次いで「一所にしたのだから足す。」「退けてしまつたのであるから引く」といふやうに、  
前節にも述べた、「計算せんとする數量の實際に受ける變化を見て算法と之を一致させ  
る」ことを絶えず指導して居る間に次第に是が概念化されて来る。そこで平易なる問題に  
出會ふと演繹的の推理に依ることも出来るらしく見える。中には推理と見るよりも記憶と  
見られるやうなものもある。斯る状態で二年頃まで進んで行く。その中三年になると大部分  
つて来る。然し却々一般推理の形式に當て嵌るやうなものばかりではない。謎を與へて解か  
せると三年の中頃までは、殆んど全部が直接的の推理で、間接的の推理は至つて少い。け  
れども算術の問題を考へるのは略類似の問題——大抵加減の中の一方——が繰返されるの  
で、謎を暗中摸索するのと同じではない。も少し進んだ推理が出来る。

その推理の多くは間接推理ではあるが、演繹的の推理とか歸納的の推理とか名けられる  
ものよりも、比論即ち類推が多い。或問題で方法を知ると、減茶に之を適用せんとするも  
のも無いではないが、多くは前の問題と比較して、何か類似の部分が發見されるこゝ、直ち  
に同一の算法を適用するやうに見える。比論推理の不完全なるものが漸次正しく進むのら  
しい。然し容易なる問題に出逢ふと同一の者でも、演繹的の推理をやる。此の逆も見られ  
る。大抵の問題を推理に依る者でも新なる事實の問題、少しく困難なる問題に移ると、再  
び試考錯誤や比論に依るらしい。斯く謂ふと論者は新なる場合の判断を下すのが推理であ  
るから、新なる事實の問題、少しく困難なる問題に遭遇しての心理過程が推理に依らなけ  
れば、その他は記憶でやるのではないかと反問されるかも知れない。その記憶が概括的の  
意味で如何なる場合には、斯くすべきものとして記憶されるから之を推理に依つたものと  
見るのである。

三年の中頃からはも少し進んで吟味が加つて来る。勿論是の出来ない者もあるが、一層  
早くから出来るものもある。結局吟味の出来るものが多くなる。謂ふまでもなく態度習慣が



大なる關係を持つから、絶えずその習慣を訓練するやうに導かれた場合について見るのである。處でその吟味であるが、兒童の解法心理を見ると幼稚なるものは單なる聯想に始まり、進んだ者は先づ蓋然的の推理や比論に依つて大體の見當を付けらしく見える。全體の事實關係や數關係から吟味して見當を定めれば申分はないのであるが、夫は後のことである。この如く先づ見當を定め、一部分の類似點から推して、是も前同様に足算してから掛けのであらう。の如く先づ見當を定める。そして力に餘裕が幾分でもあるものは、確かにそれであるか否かを吟味する。その吟味法は、思辨的に既有概念——加減乗除の意義や、計算を規定し或は是に關係ある言葉の意義——から事實關係や數關係を吟味するのである。勿論是にも深淺の差異はあるが段々之を行ふやうになる。も一つの吟味法は實證法的方法で、目的の計算や、題意を具體化し、或は實物を用ひたり、直接その實物が無ければ代理の實物について調べたり、圖解法に依つたりするのである。更に目的の計算をしたり、足算とすれば結果は増さなければならぬが夫では合ひさうもない。掛算とすれば小數でないから答は大きくなるが夫では變である。根據は意識しないが大抵割算であらう。等の

如く様々の過程がある。是が完全に遂げられるまでには相當の修練を重ね、能力が發達してからでないといふ困難であるが、四年五年に進むに連れて追々出來て來る。解法發見の手順や、問題に對する着目點の指導などが徹底するに従つて吟味の方面も適確になる。そして吟味中の推理過程としては、演繹的推理も歸納的推理も乃至は一層單純なる蓋然的推理——是々の理由があるから確かに是でよいと確信を以てするのではなく、大抵前々の場合から推量して、是で間違はあるまい。まあさうやつて見やうの如く、多少疑ひの餘地を有しながら大抵正しいと信じて下す斷定——もある。更に單純に前の問題、過去の記憶との比較から、或る類似點を見て、確かに是でよいと、何の疑ひを起す餘裕もなく類推して信じ切るものもあるが、斯る者には吟味は行はれないのである。但是に依つて可なり多くの場合に正解が得られる。

#### 四 歸 結

要之、解法の發見乃至その決定までの心理過程は、或學級として眺めた場合に複雑なる



は勿論、一個人として觀察しても極めて複雑で、決して一樣に規定されるものではないと思ふ。それで推理は四年以上で無ければ行はれないとか、三年以下は總て類推にのみ従つて居るなどと意識して指導するのは誤りを見たいのである。同一の人でも時に依り問題に依つて、更に指導の如何に依つて可なりに高尚なる推理も働くものなることが認められるからである。尙上述の諸點の歸結を求めると、

第一步 單なる聯想に依つて算法を決定する場合

第二步 比論的に既習問題との或類似點を認めて決定する場合

第三步 第二步に多少の吟味が加はり、蓋然的推理に依つて算法を決定する場合

第四步 第二步に圖解其の他の一層適確なる吟味の伴ふ場合

第五步 概念化された理解に基き、演繹的に推理し、確信を以て計算を進める場合

とある。練習の過程として、第二第三が多く見られるのは當然である。之を學年的に大別すれば一二年は第一第二が主で第三第四も全く無いではない。斯くて三四年は第二第三が主であるが第一第四第五も見ると、五年は第三第四第五とあり、六年は第三以後が主とな

るが、力の弱い者は第二、第一もある。高等科も略是に準ずるものと思はれる。更に問題の種類から見ると、各種の材料、多種の問題について、第一步より第五步の過程を一步步と漸進せしめる間に、一段々と高く概念化され、内面的に發達して思惟の世界にまで進むのである。尙吟味法即解法發見の手段は第七節に述べる。その他は今後一層確實なる研究を得たいと思ふ。

## 第六節 解法の指導

應用問題の難易、並に之を解く心理過程を上述の如く見るのであるが、さてその直接の指導は如何になし、如何なる點に注意すべきかを考究しやう。前に述べた諸節は之を求めんが爲めである。處で此の指導案としては種々の方面があるから漸を追ふて列挙する。

### 一 問題即ち材料の選擇排列

がある 適當なる程度の問題、兒童の趣味に適合した問題の提供は極めて肝要で、指導の



骨子は此の點に存すると謂ふてもよい位である。その問題の展開して行く状態に——嚴密なる意味の區分でないことは勿論で、極大體から眺め次の種類がある。

一 計算本位

計算練習の系統を主として教材を排列し、應用問題は是に従屬し附帶的に排列されるもので、現教科書の選擇排列は大體此の部類に入るものであらう。

二 數關係本位

尋常一年は單一關係、尋常二年は單位關係が主で二種の計算を含む複合關係、尋常三年は二種の計算を含む複合關係が主で、三種の計算を含むものや、單一的關係のものを混ずると謂ふが如き類である。その間に順思考逆思考などを考慮する。

三 事物本位

金錢、長さ、重さ、樹目、面積、體積、何々と事實本位に問題を彙類し、此の間に難易の順序を定めて問題を選擇し排列しやうとする類である。

四 兒童本位作問中心主義

是も最近一部分の人には有力に唱へられるもので、兒童の構成した問題、それが自から自然的の順序に展開するのであるから、殊更なる順序は設けないと謂ふもの。

五 著者の案、融合案

私に第一に計算に従屬附帶するは不適當と認める。全然之を顧みない第四案の如きも無茶と思ふが、餘り窮窮に計算に拘束されたくないものである。例へば尋常三年で初めて足算の運算形式を學んだだけで引算を學ばない場合であつても、引算の部分は暗算で出来る程度にすれば現在教科書に掲げられてあるが如く極端なるものにはならない。元々計算練習と應用問題の練習とは共通する目的はあつても直接的の目的は同一ではない。従つて同じ算術の時間でも夫々別に系統を立て、導く方が有効で學習經濟の原理に適合すると認めるのである。

次に數關係本位の排列案であるが、是は餘りに論理主義に傾き、是では到底兒童の趣味に適しない。實際生活上には單一的の計算が可なりに多いのであるが、是は其の割合に數多く練習することを要しない。一二年でもその他でも單一關係のものだけでは餘りに單純



で兒童の興味は起らない。考へるとに對する興味を満足させることが、考へる力を練るには肝要である。三四年といへども同様で相當の六ヶ敷さはあるがよい。計算練習の手段として應用問題を取扱へば、夫だけ考へを練る方の價値は減少するのが一般である。例示するまでもあるまいが一を示すとある。

ある子供が菓子を兩手に一ぱい持つて居た。それを見ると右手には七つ、左手に五つあった。その中弟に三つやつて、兄にも三つやり、自分では二つ食べて残は紙に包み懐に入れた。その懐の中の菓子はいくつと思ふか。

の類は緩つくり提出すれば一年生の大部分に出来る。出来ないとするれば多くは提出の方法が適當でないのである。必ずしも數關係の繁雜なる爲めではない。その後で計算の徑路を尋ねても分つて居るのが多い。こんなものになると計算が出来たと云ふ興味よりも多少込入つた問題が考へられた興味が味合はれることになるから考へる力は伸びて来る。單一的のものが數から見れば多く提供されるのは當然としても、考へる力を練るのは加法と減法を混じたり、是等複合的のものを混じたりする場合が主になる。二年、三年でも同様であ

る。兒童も一年から考へることの興味は相當に持つて居る。夫は非常に謎などを好むことからも察せられ、直接算術教授の經驗からも明かである。之を適當に導くことを措いて算術的思考力、數物の認識力は導かれるものでない。事物本位の排列案に對しても同様のことが謂はれる。

曩に應用問題の難易について研究したのも、指導案なり、問題の選擇排列案なりの根本を明かにしたいからである。そして前述の如き六項が挙げられるのであるが、其中特に關係するのは、

- 1、計算關係
- 2、事實に對する理解の程度
- 3、之を表現する形式即ち言葉遣ひや言廻し振の明暗難易

と思はれる。従つて是等の條件を融合して、數が簡單で、事實の明晰、且つ成るべくは兒童に親しみあるものを、兒童の言葉、兒童の發表する程度の表現形式で提出することから漸次各方面に向つて發展して行くべきである。然もその發展は至つて徐々たるもので、決



して急速なる發展を求めてはならない。尙その發展は一進一退行きつ戻りつする間に、各個人から見れば漸進もあるが、僅つつ躍進するのが多いやうに見える。

以上は特に低學年三四年以下の四則解法の一般基礎を陶冶する時代に對する意見である。四五年以上にも多少共通するが、夫以上になると數關係を主とし解法發見の手順の類似するものを彙類して置きたい。現在の教科書に示すが如く單なる事實本位のみでなく、圖解法を適用することに依つて容易に解法の見出されるものとか、數關係を算式に現はすことに依つて容易に解法の決定出来ることを謂ふ類を集めたいのである。従つて解法本位數關係本位が主となるのである。勿論是のみに基いて全教材を排列することは出来ないから、他の事情に従ふ部分もあつてよいが、是等に基づく場合を一層多くしたいのである。尙解法發見の手段については更に節を改めて詳説する。

終りに兒童の作問であるが、是も詳しくは後に述べるとして、大體は教科書なり教師構成の問題の間に織込まれて進むが至當と思ふ。さうしないに徒らに優劣の差のみ大になつて、劣等生が激増し易い。又問題構成の能力と解答能力の進歩は決して平行的に比例する

ものとのみは見られないからである。

## 二 計算を規定する言葉と着眼點の指導

計算の本義は二以上の數量を與へて、夫々相互の關係に従つて第三の數量を求めることである。その第三數量が問題中の未知の數とか求めんとする數とか謂はれるもので、所與の數を必ず何等かの關係が存在する。若しその關係が無ければ問題は成立しない。そこで着眼點は問題に依り色々になるが、求めんとする數量は何か。如何なる種類——名數——の數か。何を現はす數か。——性質——を意識し、之を忘れざることが第一である。

第二は與へられたる數量と求めんとする數量との關係を見出すのである。是は第三節に述べた難易の條件に支配されるので、簡單にその着眼點を限定することは出来ないけれども、次の諸點は主なるものと思ふ。

一 所與の數と求めんとする數との間には必ず何等かの關係、共通する點が存在するに相違ない。是が無ければ問題は成立しないのであるから、是の豫想の下にその關係なり共



通點なりを見出すのである。

二 その関係は加減乗除の何れかの手續に抱括し得られるものであるから、其何れなるかを吟味する。一般的基礎的の原理としては、曾つても述べた通り「計算せんと思ふ數量が、實際には如何なる移動變化を受けるか。事實上何等の變化も起らない場合とすれば、如何なる變化を受けたと見做し得るかを認めて、算法を是と一致させればよい」のである。

三 その事實上の變化、或は如何なる變化を受けたと同一の關係になるかは大抵問題中の言葉に依つて指示される。勿論是に明暗種々の程度があつて、之を見出すのに能力の差、その段階は種々あるが、結局言葉、語句の吟味を嚴密にして、之を辿る外はない。それで應用問題中屢々現はれる語句、特に計算と密接なる關係を有するものは、左程多くもないのであるから、特に注意して、機會ある毎に繰返して、或は直觀的に、或は作業的に又推究的に説明吟味して、十分之を明かにし、是等の言葉を聞き又は見れば夫に相當する計算の意味が直に聯想されるやうに導いて置かなければならぬ。その言葉は。既に第一章にも大體は述べたが次の類がある。

◎ 日常生活上多く使用される方面

何々より多い。より少い、より高い、より低い、くれた、遣つた、取つた、元の數。渡した。失つた。引いた。まけた。残り、お釣。遠い。貰つた。留めた。戻つた。一所にする。まで(必ず何處からに對す)繰返した。皆で。儲けた。又、その上、進んだ。遅れた。(時空兩方)乗せた。合計。賣る。買ふ。損益。支拂ふ。いくらの平均。(三數の平均四數の平均等)速さ(單位時間の距離)。幾らの代金(幾つ集つた代金)何倍、等分、分ける。幾つづ。賃錢料金、正味、風體、單價と總額。全體。この其の、或數等各種代名詞がその問題に於て何を指すか、幾らの幾分の幾つ、幾らの何割何分等、利廻、株券、額面高、配當金、利子、期間元利合計……等の類。

尙此等から關聯して、足す意味の言葉に如何なるものがあるか。引く意味の言葉には如何なるものがあるか等を、乗除にまで亘つて纏めて見るもよい。分量を比べる時の言葉、動作、位置の變化を示す言葉に如何なるものがあるか。等の類も吟味してよい。勿論全部を纏め盡すことなどは望まれないが、その明瞭なものだけでもよい。掛算を行ふのは如何



なる場合か。割算を行ふのは加何なる場合か等謂ふ方面から概括すると兩々相俟つて進むのである。検査の際などの尋ね方から述べるなら、「皆は如何なる言葉、どんな點から割ればよいとか、掛ければよいと考へ付いたか。」を尋ね、成程それはよかつたとか。此の點、此の言葉に氣付さへすれば容易に算法は決定されるではないか。と謂ふ調子で導いて漸次上述の如き概念化にまで進めるのである。序に他の言葉としてその意義を明かにして置きたいものを挙げると、

◎特に本積の術語とも謂ふべき

加、減、乗除、和、差、積、商、約す、通分する、比、比例する、歩合、歩合高、元高割合、直角、垂線、比重、邊、稜、正數、負數、方程式、グラフ……の類

◎特に形體に關するもの

矩形、正方形、奥行、間口、三角形の高さ、圓、楕圓、周の周圍、圓周率、半徑、直徑、平行四邊形、梯形、平行四邊形の高さ、菱形、多角形、面、平面、球面、面積、體積、直方體、立方體、角柱、圓柱、圓筒形錐體……の類

◎其他諸制度を示す言葉

計量上の各單位と相互關係、午前、午後、一日、滿何歳、閏年、月の大小、寒暖計の目盛、地租、所得税、營業税、附加税、税率、郵便料、鐵道賃銀

以上が確に兒童の言葉と化するまでには餘上繰返されなければならない。且つその計算關係を意味の内容として伴はせるまでには可なり練習を要する。一通りや二通りでは中々總ての兒童に徹底するまでには至らない。殊に抽象的に謂へ換をした位では始めから明にしない。然も是等の言葉が基礎になつて算法が決定されたり、吟味されたりするので、此の言葉を明かに知る上に多くの精神活動を要求するのであるから、辛うじて想像來る程度などでは濟むものでない。結局多くの實際的經驗を結び、計算方面との關係までを含んで十分概念化して置かなければならないのである。従つてその中或物は法則まで進むのである。

### 三 考へることの興味と價值を感じさせる



問題を解くの爲めに色々考へること、それは結局趣味の爲めとは謂はれなかも知れない。全く趣味の爲めを謂ふことを含まないのであるが、之を直接の目的と見ることは出来ぬ。けれども學習指導の方案即ち手段としては、寧ろ夫を直接の眼目として導くことが理想的である。その方がより良く導き得るからである。活發なる精神活動は趣味と必要から促されるのであるが、幼少なる者に於ては特に趣味に基ひて促される方が多い。そして活發なる精神活動が起らなければ、よく陶冶されないことも明かである。

然らば如何にしてその趣味を養成するかが實際上の問題となる。是に色々條件が關係するけれども、その主要なる案は次の如くなる。

一 單一的の數關係のみでは低學年三四年は勿論二年以下といへども不適當である。餘り單純過ぎて手答がない。手答が無ければ勿論趣味は起らない。單一關係とすれ色々算法を混じたり、數多く與へたりする必要がある。一二年でも時々は複合關係——勿論事實關係は熟知のものでなければならぬ——を挿入したり、一見複雑なるが如に見えて、實は落付いて眺めると至つて平客なものと謂ふやうなのを加へる。要するに少しづつ手答の

あるものを加へなければならぬ。

二 兒童を得會の状態に置いて導くことが肝要である。従つて能く出来させなければならぬ。その爲めには程度は必要に応じて上下して、得會になつて氣乗のしてゐる時に乘じて進ませるのである。但し得會の状態とは徒らに、おだて上げるのではない。

三 力の進歩を自覺させることも肝要である。低學年とすれば主として他の權威者なる父母教師に認められることであるが、又自己の過去と比較したり、教科書の問題に標準を求めて是等の問題で苦しむものもあるか知れないなどがあつてもよい。

四 成るべく獨力で考へさせねばならぬ。人の力を借りることはあつても、獨でやつた心持にして名譽は十分各自に歸すのでなければならぬ。

五 反省の利用、時々兒童の實感を聞いて見て、好きか嫌ひか、何故嫌ひかとか。難易の感じはどうか、何れが好きで何れが嫌ひか。何れが困難で何れが容易か等を尋ねて、臨機の處置をとるのである。

六 材料の變化も一要件となる。變化を好む兒童に對しては相當之を顧慮すべきは勿論



で、兒童をして問題を構成させることは是の一案なる。

七 趣味的の問題を多くするは勿論必要である。兒童の生活化が叫ばれるは是が爲めと思ふ。時に假設的の問題などを加へるのも是が爲めである。

次は價値の自覺を促すことで稍高學年の問題となるが、低學年といへども、暗々には之を促したい。必要價値、利用價値を時々大人のの問題に發展させることなどから促がす。即ち此の種の問題が解き得られるややうになつた。然らば大人の代理計算も出来る。大人になつても重寶出來やうと謂ふ工合にしたり、時々は算術なり廣く數學なりが實社會で活用され尊重される場合を話して聞かせるもよい。趣味的價値は前に述べたやうにして導くのである。

要は是等に依つて自發的の精神活動を促すのである。

#### 四 問題の多教主義と少數主義

應用問題の練習指導上、問題を少くして、色々の方面から吟味を精細にして力を練る方

案、問題を多くして自然實に力を練る案とがある。何れも一長一短があつて俄かにその是非を決定することは出来ない。中庸を探るのが必要とも謂へる。けれど或る時期は小數のものを丁寧に各各方面から吟味して、十分考へ方なり吟味の方法なりを練ることも必要であり、その後は多數の問題を機敏に解かせることなども必要になる。従つて常に中庸のみを守つて居るよりも、時々變化ある方がよいかと思ふ。十分に理解出来るまでは勿論丁寧に練らなければならないから、自然少數主義となる。けれども常にその案にのみ従つて居るゝ生氣が失はれ易い。そこで著者は竹の如く謂ふか、年輪の如くと見るか、時々改める方が適當と認める。各自の個性を認める場合には尙更さうすることが自然的と思はれるのである。

#### 五 解法發見の手段に熟練させること

以上解法の指導について色々述べ來つたが、更に解法發見の直接手段として、從來先人の探り來つた方法がある。學習者が自ら之を見出すのが理想かも知れないが、時期を待つ



て之を會得させるやうに導くのが眞の教育であらう。是は次に節を改めて述べる。

### 第七節 解法發見の手段

問題が平易で題意、特に言葉の吟味を注意すれば容易に解法の決定出来る類のものは、殊更に解法發見の爲めに他の手段を講ずるまでもない。けれども少く困難なるものにあつては何等かの手段を必要とする。力の幼稚なる者は問題に接して何處から手を下せばよいのか見當も付かず、漠然と問題を眺めて居たり、無茶に計算などをして考へる風なきをしてゐるものもある。問題の程度が高過ぎるのなら之を引下げなければならぬ。が少く新な種類のものに遭遇すると何時も斯る態度を探るゝするものとすれば、夫は態度や手段に不十分の點があるものと察せられる。着眼點の指導や、言葉の吟味を忠實にするは第一歩で、既に之を述べた。更に解法發見の手段を會得させ、その適用に慣れさせることが必要になる。是に對して著者の探つて居る主要なるものは次の數種である。その適用には相當注意も必要になるが、先づその具體案を先にしやう。

#### 一 問題を具體化して吟味すること

算法判斷の根本原理として前に、「計算せんとする數量が受ける實際上の變化を認めて、特別の變化を生じないものに在つては、變化したと見做して——變化したと同一關係に見られるとして——算法を之と一致させるにある」を述べた。總ての問題を此の原理のみで解決することは出来ないが、四則應用問題の基礎的のものは大抵之を標準にすることが出来る。處がその實際上の變化、特に變化しないものにあつても實際上の關係に直面して之を吟味させたいのであるが、練習問題の多くが記述された問題である爲め、題意の示す實際上の場面に直接することは出来ないのが多い。そこで如實に具體化して眺めさせ、是に依つて分解綜合、比較等の考察を試みさせるのである。その方法として

一 直接その場面を想像に描かせる場合がある。皆は此の問題が示すやうな場合を経験したか。こんな場合が實際に在るか。一軒と謂へば實際此處から何處位隔つて居るのか。その間でどんなとが起つたのか。の如くするので以下述べるもの、基礎としても、問題



に接する一般態度として特に習慣付けたい點である。此の際は特に各數の示す具體量の想像を適切にすることに努めたい。又何等か代表物を使用することもある。

二 圖解法 各個體の存在を圓などで代表させるものから出發して、長方形や線、圓、點等様々ある。空間的のものは勿論、時間や金錢、勞力の如き無形のものまでも之を空間的關係に置き換へて眺めるのである。従つて種類に依つては餘程進んで來ないと自ら圖解することは出來ないが、他人の圖解したのを理解することは可なり早く一年から出來る。夫を一年から導いて——その頃は總て教師が示す——次第に自ら描き得るやうに導くのである。既に直觀的扱を多くすべきことを述べたのであるから、是が多くなることは決して憂ふるには及ばない。描かないで間に合ふものまで強て描かせる必要もないけれども、出來たと思ふものを更に圖解して吟味し、一層の自信を得させることなどは是に慣れさせる爲めにも好ましい。特に各種の圖形や、數關係を圖解する練習を系統的に導くのも一案と思ふ。尙圖解には夫々の形式がある。成るべく多くの場合に適用出来る線などが進んだものであるが、初めは矩形の方が便利である。

以上は一般の方針であるが、特に四年頃には可なり繼續した案を以て圖解法を指導したい。是が爲めには圖解に適當した問題を提供するのには勿論であるが、先づ教師が圖を用ひた問題を可なり多く與へて練習する。然る後に略同程度の問題を文章だけで提供して、兒童自ら題意に適應した圖解を考察して解法を吟味させるのである。

三 他の代表物を利用 する案である。例へば線を引いて幾分の幾つかを吟味する際とすれば鉛筆や、机の長さを以て直觀材料となし、枚數に關係するものは教科書なり、帳面なりをその代理のものとして實際の場合に準じて吟味し、形に關した場合はすれば自分の机、帳面を代りにする。又教師が説明するとすれば種々の動作などで現はす類は、同様に兒童自らをしてその動作を自ら演じて實際の場合に於ける關係を吟味させる類である。兎角空に考へたがるのが兒童、特に出來ない兒童の僻であるから、直に是等の手段を講じさせるやうに習慣付け、自覺なき計算を戒めたい。

## 二 置換法に慣れさせること



題意を吟味し算法を見出すに當り種々の置換を施して考へるものである。

一 語句の置換 國語的の讀解から進んで算術的の讀解に進んで、國語的の語句を計算關係の明かなる語句に置き換へるのが是である。

二 數の置換 分數、小數、諸等數の端數を含むが如きものは之を一層簡單なる整数——一般的には簡單なる數量と置換へ、假に是々とすれば如何になるかと、問題を簡單化して眺めさせるのである。謂ふまでもなく是は、數理數關係が、分數、小數、整数を通じて同一なることを前提として行はれるのである。従つて理解力が可なりに進んでからで無いと十分には活用されない。けれども進むに従ひ活用範圍は相等廣く、前の具體化に譲らない位である。否具體化を無視して置換されるのではないから、夫と比較するのは餘り適切ではないけれども、重要な手段たる點に於て譲らない。結局具體化せんとしても量の大なるものはその實際量を想像することが困難であるから、之を目的の小さな數量に置き換へるのである。

三 計算に依る置き換 本を讀み始めてから一時間と二十分で、 $\frac{2}{3}$ だけ讀んだ。同

じの割で讀むと、残りを讀むのに何時何分かゝるか。

此の問題の解法は色々あるが、一時間と二十分としてあるよりも八十分と同じであるから、是と置換へて考へる方が都合がよい。

例 或る子供が毎日學校に通ふのに、家から學校までに四十五分かゝる。或朝家を七時半に出掛けて十五分過ぎた時忘物があることに氣付いて直に家に戻り、家でそれを探すのに五分かゝつた。そして何時もの速さで行つた。此の日に學校に着いたのは何時か。學校の稽古は九時十五分に始まるとすればそれまで何分間あつたか。

此の問題の解法も色々あるから、如何に置換へなければならぬと謂ふ決りはないが、その朝忘物の爲め特別に分く費したのを氣付いて計算を行ひ、是が三十五分であるを見出し、夫を問題に置換へて考へると至つて簡單になる。此の類の場合は極めて多くある。但し是等を機敏に行はせるには暗算力の熟達を豫件とする。

度量衡制度がメートル法に改革されたが、是に依れば度と量と衡との間に一定の聯絡關係があるから、長さの十種立方と、一リットルと、一キログラムと任意に置きかへて求め



んとする數量と同種のものに直して、計算關係を考究することが出来る。換算なども一種の置換に過ぎない。如何なる場合には如何なる數量と置き換へることが都合よいかは、數多く經驗すると自然に分つて来る。そして是が分るやうにならないと十分なる活用は出来ないが、漸次指導を重ね經驗を積ませて自得するやうに導くのが健全である。

進んで代數幾何等を學ぶにも是等の置換法は非常に多く用ひられる。早くからは慣れさせることが有効である。但し上述の如き置換法は教師の慣れた頭を以て見れば至つて簡單であるけれども、兒童にはさう簡單に、何等の無駄もなく、直に必要な數量に置換をして數關係を簡單化することは出来ない。如何に便利なる術でも生れながらに自得するものではない以上、或期間は多少の犠牲を拂つて練習しなければならぬ。その便利を自覺させ、是に着眼するやうに導くのが指導者の使命である。そして先づ聯想なり推理なりに従つて一つの置換法を施したら、その適否を考察吟味して、時に依り場合に應じて、或は夫を捨て別の置換を行ふやうにして、一つにのみ囚はれないやうに注意させることが肝要である。そして何れの學年でも力相當には適用出来る手段である。

### 三 方程式の構成

最近代數解法を小學校の算術教材中に取り入れる傾向は漸次鮮かになりつゝある。著者の考へは強いて是れに依らんとするものでもないが、或種の問題、所謂還元算の如き逆關係の思考を要するもの、或數問題など謂はれるものや、分數の乗除に屬する問題、歩合算で元高や歩合などを求めるもの、その應用とも見られる、利息算の利率や期間を求める場合、並に求積に屬する問題中、全面積、全體積と是に關係ある一數が分らないで之を求めんとする際、圓の周から直徑や半徑を求めんとする場合等に適用される。所謂代數解法と稱して題意に従つて、未知數を  $x$  と定めて方程式を構成するのと同じ問題である。けれども一旦方程式が立てられた上は、必ずしも之を機械的に移項して、未知數と既數とを夫々兩邊に集めて之を解くのではない。矢張算術的に吟味して、未知數と既數とが如何なる關係にあるかを推究させるのである。例へば題意に従つて次の如き方程式が造られたとする。



$$x + 46 = 200$$

$$x - 19 = 1020$$

$$(52 - 38) \times x = 288$$

$$(x + 12) + 14 = 13$$

足して二百となり、引いて千二十となつたのであるから、足す前、引く以前はどんな数であるべきかと考へる。若し考へ付かなければ、前の置換法を適用して、夫々の既知数を極簡單なものに假定してその關係を吟味させるのである。常に斯る態度に誘導する。第三第四も全く同様である。夫にしても此類の練習として、此類の式題を與へて未知数を求めさせる練習を特に加へる必要はある。従つて代數解法を大分接近してゐる。且つ直接その基礎をなすのである。依つて此の意味からも此の種の解法手段を指導し置くは有意義と考へる。三年以下でも其の基礎——式題だけが主——は陶冶されるが、特に四年以上では多少系統的に指導するがよい。尙代數解法の一般は章を改めて述べる。

#### 四 概算並に設想的の吟味

應用問題に接して、題意の吟味から直に算法の見出されない場合には、色々の聯想を働かせて、様々と思ひ浮んだものゝ中から選擇して決定する場合が少くない。「下手な考、遊ぶに似たり」とか謂ふて、下らない聯想を働かせることは、勿論結構ではない。さればと謂ふて慢然と眺めて居るだけでは尙更捗らない。それで私は寧ろ何でも思ひ出せるだけのことを擧げ、是ではないか。是か知らと、活發に——多少合理的ではないにせよ——出来る限りの想像、聯想を働かせるやうに奨勵してゐる。

處でその中で適切なる算法を選擇するのであるが、その標準なるものは色々あつて、前記の各方法は皆是に役立つのであるが、更に此處に掲げたい案がある。

##### 一 設想法

是から述べるのが都合がよいと思ふ。是は總ての計算が、加減乗除の四則に包含されると云ふ豫想の下に、加法が知ら、夫たら同種の數のみでなければならぬ。且つ答へは増



す筈である。引算か知ら。それなら同種の数だけで、且つ答は少くなる譯である。夫では是に合さうもない。然らば乗除の中に相違ないが、掛算とすれば、答は増す譯である——小數分數をすれば小さくなる筈である。——同じ求めんとする数と同種の数があるに相違ない。是等に常儀らないものは割算に極つてゐる。割算とすれば等分と包含除の外にはない。是は何れになるだらう。の如く吟味を進めるのである。詰り割算かも知れないぞ。假定を設け、その場合の答を想像して、それが問題の要求に當儀るか否かを吟味して行くから之を設想的の吟味と名付けたのである。分數小數は勿論比例や歩合算などにも廣く適用されるは謂ふまでもない。

此の方法はその過程に於て、可なりに無駄が無いとも限らない。従つて理想的の方案とは認め難いが、實際には何れにも當儀るものであるから、廣く活用される。又慣れるに従つてその無駄も減じて来る。

## 二 概算法

所謂概算と稱し精算に對し、概略を暗算に依つて計算する類は、單なる計算能力の陶冶

に及ぼすがよい。早くから特殊の場合だけに適用されるものは、よし便利なものとしても成るべく出さないで、廣く適用出来るものを十分に會得させ、且つ是に慣れさせるがよい。尙前記の四法は何れかその一つを用ふればよいのではなくて、幾つかが大抵併用される。夫が望ましいところで、第一の案で見されなければ第二、第三第四の手段と各方面を適用するやうに習慣付けたのである。それで自發的態度と相俟つて活發なる聯想や論理意識が働くやうに導かれなければ有効にはならない。

## 第八節 應用問題の算式について

應用問題の算式についても幾多の研究すべき問題がある。殊に發達の過程を考へるこそれが一層多い。以下順を追ふて略説する。

### 一 算式要求の時期

應用問題とか事物問題とか名付ける問題の練習は尋常一年より始まる。然し一年でその



としても必要なることである。がそれは計算方面の練習としての必要である。此處に挙げたのは之を算法を見出す一手段として用ひんとするのである。數の置換法の一種とも見られる。殊更置換を意識しないで前記設想法に導かれて概算を試み、答の想像を多少具體化して、妥當か否かを吟味するのである。

謂ふまでもなく設想法なり概算法なりで、算法を見出しただけでは未だその算法の理由は意識ここにある。後から進んで之を見出さなければならぬ。初めから算法の理由までも意識されて居るのは理想であるけれども、夫は教授者の心理と兒童の心理の特に相違する點で、兒童の普通は餘程容易なる問題に出會つた時でない中々望まれまい。後から吟味に依つて考へ出すことが常のやうである。即ち學習の過程としては當然之を許さなければならぬ。

以上具體化、置換法、方程式法、概算並に設想的吟味法の四種を挙げた。此の外にも特殊の問題に對しては特殊の考へ方がある。決して前記の四法だけで盡るものではない。けれども是等が最も主要なる手段で、先づ是等の方法に可なり熟達してから他の細かい場合

算式を立てさせることは六ヶ敷い。けれども一年であつても單に答數を得るだけでは十分でない。勿論最初はそれだけとしても、漸次計算意識を明かに自覺させなければ十分でない。足したか引いたかの意識は往々誤られたり漠然としたりする。和  $(+)$  ミ一數  $(-)$  を知つて他の補數を求める計算は當然引算であるのに、他を足して和になるかを考へる處から足算に依つて求めたと思ふてゐるのが少くない。同様に割算をするのに掛算九々を用ふる爲め、割算を掛算に依つて得たと思ひ誤ることが尠くない。従つて一年から始めて二年でも三常にその意識を鮮明に導くことを努めなければならぬ。算式を要する以前に先づ是に努力を要する。そこで兒童には算式は要求しないとしても、教師は時々板上には算式までも書き、主として計算徑路に對する意識をかにすることが第一歩である。二年時代も大體是に準ずるが、一年の終り頃から二年にかけては少しづつ兒童にも式を書かせて見るがよい。少くとも二年になつてはその機會を多くして、練習問題の半分なり三分の一なりは式まで要求するやうにしたい。そして一方三年以上になつては總て算式を要求するのを本體とするが、時には省略もするのが自然的と思ふ。



## 二 算式の完全

解答は得られたが、算式は出来ないと謂ふものは可なり多くある。低学年と劣等者には殊に多い。既に算式を要求する以上その完全を求めたいのは人情である。處で児童にはその完全が却々得られない。是に對する教師の態度を如何に定めるかが本問題の研究要點である。是に對し著者の考へは次の如くである。

一 勿論完全を求めるのが理想である。

二 けれども決して早くから之を強めない。勿論誤は格別で許せない。

それを強いて求めんとすると憶病になり易く、大成を期すことが却つて妨げられるからである。それは綴方の指導に文字や語句の形式上の誤りのみを強く責めることを綴る能力は伸びないのに似てゐると思ふ。極端なる厳正を要求して自ら熱心なる教師と任じ、本科の特質と考へる時代は過ぎた。「鹿を追ふ者は山を見ず」の例もある。算式完全なることよりも一層重要なことは題意の要求する未知数を正しく知り得る事である。その重要方面を

伸すことが先で、その餘裕を以て算式を完全に書かせるのである。決して算式の完全が先立つて解答が正しく得られるのではない。斯る場合も全く無いとは限らないが、それは少い。此の事は低学年の指導者は特に注意すべき點である。上学年でも少しく力の弱い者などに對しては餘程此の意味から手加減を加へる必要がある。

同じ理由で算式の省略も許容することがあつてよい。省略しないのが理想であることは勿論であるが、前述の考へる方面をつつと伸さんとする場合などには特に之を許容するが得策である。極めて容易なる部分で、暗算で計算した部分などは特に省略され易い。然も正か否かを決定する標準としては省略は正の部類に屬する。唯良否の判断上完全なるものが、より良いと扱はれるが至當と思ふ。唯名數關係は一部分の式を省略する問題よりも重視したい。之を誤れば直に正否の標準に抵觸して否の部類に加へざるを得ないからである。全然省略や主要部分の省略は勿論それが主要部分であるだけに宜敷くないから固より注意させなければならぬ。



### 三 解式と説明

「解式と説明」を題するだけではその意味が不完全で、算式を各自説明させる意味にも採れるし、又算式に説明を附記させる意味にもなる。實際その兩者を要求したのであるが特に後者を力説したい。尙細かく分けると言葉で説明することを要求する前に、算式に説明部分計算の結果が何を表はす數かを簡明に附記させることを要求したのである。その理由は、

算式に就いて口頭を以て一々之を説明したることは全兒童に要求することは出来ない。それで時々は之を加味するにしても、常に要求するものとしては寧ろ算式に説明を附記させることがよい。勿論簡單でよい。是は次の節に於て述べんとする檢答の際に於ける吟味の要點とも關係するのであるが——是等に最も肝要なることば一計算毎に——複合的の問題とすれば幾つもの計算が組合せられる。その各部の計算を指すのである。——夫々の數が何を表はすものなるかを考へ、之を明かに意識することである。従つてその意識を明かに

する爲めには、その説明即ちその數が何を現はすものなるかを簡明に附記させることが最も有効である。此の態度と習慣が出来ることに依つて、問題解答の能力は十分に伸びるのである。優等生だけが教壇上に出し得意に説明を試みても、それはその人だけに有効なので、他の多くは方便犠牲となつて居るに過ぎないことが多い。

斯く算式に説明を附記させることは、直接實用的の見地からの要求ではない。否直接自己に必要な計算をなさんとする場合には算式を構成することさへ不必要なのである。是等は全く教育の手段で、兒童の側から見れば自己の意識を表示して益その意識を明かにし、教師の側から見れば、是等を檢閲して適切なる指導を施さんが爲めである。果して然らば算式に説明 附記させることは、同様の理由を以て主張されるのである。そして是は尋常三年頃から始めてそれ以上の學年は總てに亘つて要求してよい。口頭を以て説明することは先づ四年頃から時々加へて行けば足るかと思ふ。

### 四 分解式と總合式



應用問題の算式を分解式に依らせるか、總合式を採用させるかは可なり古くから論争されてゐる。けれども未だ決定されたいやうである。謂ふまでもなく分解式は平易で何人も理解され易い。従つて低學年で之を採用することに對しては何人も異論のある筈はない。唯問題は上學年までも分解式だけで一貫するか、上學年では總合式を理想として採入れるかにある。

是に對して著者は上學年では總合式を奨励したいと考へる。

その理由は

- 一 分解のみでは問題の全體を見通して、計算徑路を考へる力が十分に修練されない。全くされないとは謂はないが、その指導上には總合式の方が便利である。然も計算に着手するに先立つて先々まで見通を付けて見る態度と、その力とは極めて肝要なるものである。従つて是だけの理由で十分に總合式を採用する價值はある。
- 二 計算上便利することが少くない。勿論問題によつては、否多くの問題では此の點に大なる甲乙はない。けれども問題に依つては、計算の順序を變便する方が便利なることも可

なりにある。分數に關するものや、之を適用することの出来るやうな場合は尙更である。

- 三 進みたる數學の基礎の陶冶並に公式に概括して記憶を助けるにも便利である。此處で進んたる數學とは主として代數を意味するが、その方程式を構成したり、式の分解總合を任意にしてその間に於ける數の性質を吟味したりするには是非總合式に依らなければならぬ。殊に輓近は小學校に於てさへ代數解法が導入されてゐるし、より多く採入れんとする意向もある。進んだ數學の基礎陶冶を直接の目的として、現在大なる犠牲を拂ふことは固より戒めなければならぬ。けれども自然にその基礎ともなることは常に考へ置くべきであらう。

然らば具體案として何の學年から如何なる態度で導くかと謂へば四年頃から多少導いて五年では分解式と總合式が半々位になるかも知れない。力の弱い者には當然分解式を許すべきで、困難なる問題も亦分解式に従ふ方がよいからである。それで六年以上は總合式を主にしたいものである。



## 第九節 應用問題檢答の要點

應用問題の檢答に當つては如何なる點の吟味をなすか。尋常一二年時代のこゝは既に述べた。夫以上では答の正否を算式を檢することは謂ふまでもない。然しそれだけでは十分でない。元來計算問題でも同様であるが算術に於ける指導なり教授なりは主として檢答の際に施される。その前の指導は例外と見なければならぬ。それで第六節の解法指導も寧ろ檢答の際に施されるのが多い。先づ試みさせてから、如何に考へて如何に扱つたかを吟味し、その足らざる點を補ひ、次の問題に於て特に是に注意して扱はせるのである。之を以て指導の要點は大部分は前に述べた諸點に歸着するが尙重要な諸點を擧げると、

### 一 算法の理由と着眼點の檢査

算法の理由と着眼點の檢査 問題中の如何なる言葉に基いて算法を見つけたか尋ねるのが着眼點の吟味で、取もなほさず理由の吟味に相違ない。然し「何故に割つたか」と尋ね

ると、「割ればよいと謂ふことは何處で分つたか」「問題中の何の點から夫を氣付いたか」と尋ねるのでは當り具合に多少の相違がある。「何故割つたか」と尋ねるに如何にも裨を付けたやう感じがして、先づ四年以下にはちと當りが強過ぎる。容易には受答が出來ない。それだけ効果が薄い。五年以上になればそれでもよい。けれども力の弱い者には、軟かな態度で接する方がよく發表もする。眞の意識を述べる。是に依つて着眼點の適否を指導して、此の點に氣付けば容易に算法も見出されるし、又その理由も述べられるではないかと謂ふ具合に指導する方が適當である。徒らに言葉尻を捕いて、嚴正の美名に囚はれないのが心理的であり教育的である。

### 二 數の性質吟味

前節にも述べた通り、複合的問題とすれば計算の各部について、又單一的の問題とすれば算式中に現はれる夫々の數について、それが何を現はす數量であるかを究明して、解法を考へ算式を構成する際にも、常にその意識を明かにして置くことが最も肝要なる點であ



る。算法の理由などよりも一層肝要である。是が明かになつてから、次にその算法の理由に及ぼすのが順序と思ふ。従つて解法吟味の要點としては、如何なる算法を探つたか。問題中の如何なる部分に基いてその算法を決定したか。その意識の程度如何、夫々の數の性質と各計算に依つて生ずる數の性質等を明かにしなければならぬのであるが、基礎的の理解が十分明かになるまでは——三四年以下は一般に、夫以上も劣等者に對して——特に夫々の數の性質を明かにすることが緊要なのである。從來兎もすれば解法の吟味として、何故足したか、何故割つたかと詰問的態度を以て責める類もあつたかと思ふが、態度を替へ、是は何數であるか。是倍して生ずる數は何々の數になるか。實際の場合を考へてそれで誤りがないだらうか。と確め、且つ夫を先生に尋ねられる前、その算式を決定する時から銘々が判然と氣付いて居つたか。判然と夫を氣付かなかつた者は無いか。等を吟味するのである。是が十分に意識されるやうになれば自ら他の方面に對する意識も進む。論者中には算法の理由を明かに意識させることに依つて是等も明かにするのであると主張する者もあるかも知れない。が夫は前項に述べた通で當り具合が違ふ。

### 三 解法の良否決定

以上述べた點は主として解然の正否を吟味する方面になる。が更に進んでその良否が吟味指導されなければならぬ。謂ふまでもなく解法を發見し工夫する能力の陶冶としては一人としても出来る限り多くの解法を考へさせて見たい。多少不便とは自覺しつつも、別に斯様々々の解法も成立する。最早此の外には有るまいと思ふ點まで調べさせるのが理想である。同時にそれ等多くの中最良なるものを選ばせたいのである。殊に學級としては出来る限り兒童に自由を與へ、強いて教師の流儀に寄引せないがよい。それであれば眞の能力は到底發揮出来ないものと信ずるからである。

斯の理想を以て解法の指導をなす爲めには、教授者が如何なる標準を以て解法の良否を批判するかが明かになつてゐて、常に一貫せる態度を持つる必要がある。著者は是に對して、

第一 兒童自身の理解に適したものを選ぶ。此の點からどうしても全級統一した解法を



求めることは許されない。

第二 出来るだけ多くの問題に適用出来る解法を以て優るものと見る。餘程簡便であつても、特例的のもので、特にその問題だけで正しい方法は優良なるものとは認められない常に應用力を陶冶する必要があるからである。

第三 簡便なること。是は謂ふまでもない點じ、寧ろ是のみが強く要求され、殆んど是の一點から解法の良否が決定される傾きがあるかとも思はれる。それで兒童心意の發達に鑑み、特に之を第三位にしたいのである。但し兒童の力が進むに従ひ、是が第一とその位置を轉換するに至るべきは勿論である。

#### 四 檢答の精粗

##### 第一 檢答の精粗

是は臨機應變にしなければならぬ。一般的には精しく吟味したいけれども變化は教育の手段として大なる價值がある。解法が十分會得されるまでは成るべく精細に吟味するがよ

いけれども、一通分つて來たら餘り各題に時間を費さないで、機敏に多くの問題を練習する方が力は伸る。又一時間内には一二種の解法が指導される位で十分である。従つて夫だけは丁寧に扱つても、その他は應用的のや復習のものにして簡單に扱つて進む方がよい。更に學年的に考へるに低學年は急ぐことは勿論禁物で緩つくり扱ふべきであるが、餘り詳しい嚴密の扱は適しない。要求を簡明にするがよい。三四年から上としても周期的に扱ふ方が心理的と思はれる。十分鍛え上げるには精細なる吟味だけで一貫する方がよいのであるが、夫では中等以下のものは苦しい。従つて程度を下けて、簡單な吟味だけで足るものを組合せるがよい。

要は力の程度、教師なり他生なりの追跡に對する反撥力の強弱と相俟つて加減しなければならぬのであるから、之を一般的に規定することは困難であるが、直接實力の進歩を助けない問答などが加はると教授は緊張を缺くことになる。従つて同一の時間内に要求するものは、大體單純にして、幾時か連続して、各方面が遺憾なく吟味されるのがよい。



## 第十節 其の他の重要問題

## 一 問題の反省と實證

各問題に就いて行ふ程のことでもないが、問題の適否、之を實際上の問題として眺めた場合、果して斯ることがあり得るか。あり得ないと思すれば、如何なる點が不合理か。在り得るとしても、世間の人々は果して今行ひたるが如き計算法を採るか。更に一層簡便なる實用的計算法はないか等を反省吟味させることが、實際的の陶冶を施す上に肝要である。兎角取扱ふ事物が眼前になくて、遠方の事實を假定した問題が多いのであるから、餘程この點に注意しないと、實際的の訓練を施し、實際上役立つ能力、數に關係した常識が陶冶されない結果に陥り易いのである。

是等の注意、斯る吟味は問題に接した始めに行はれるのが妥當である。けれども世事に迂遠勝は兒童には、中々それを最初からは期待は出来ない。全然不能なる問題を見出すこと位は出来るが數理の上から不能でない限り、先づ解答を得て一息してから反省するのが

普通であり、それが兒童の自然性かと思はれる。従つて解答を終つた時に斯る方面の反省吟味をも加へるのである。斯くして慣れるに従つて、最初から此の方面にまで注意が働くやうに進歩するのが常である。

尙反省の方面としては、皆は此の頃應用問題に對して六ヶ敷いと思ふか。易いと感じるか。自分の力は多少進んだと感ずるか。それとも餘り進んだ氣はしないか、面白い。苦しいか等を探ねるのが決して無意義ではない。之を十分に知つて眞に通切なる指導も施せるのである。

實證は謂ふまでもなく、計算上から得た解答を更に實地について檢證するものである。教師の行ふ檢答の前に、各自が檢算の意味で、自らは氣付いて實行するやうに習慣付けるのが理想であるが、是も最初から望んでも出来ないから、先づ教授者の指導に依つて一通りの他の吟味が終つてから之を扱ふのが適當である。

是か爲めには、最から問題に相當する事物を用意して置くことが當然であるが、他の事物で代表させたり、一層間接的な圖解法などを採用することもある。兎に角自己の採つ



た徑路、或は他人の行ふた徑路に對して、その適否を反省吟味する態度と、その能力とは解答能力の陶冶指導上、極めて重要な方面で、是なくしては全然陶冶は加へられないと謂ふてもよい。數學の主とすることは實證よりも、思惟の辯證法が常であるとしても、その基礎として、是が有力なる手段たるを否むことは出来ないからである。

## 二 解法の一般化

數理の普遍性は機會ある毎に之を承認させる必要がある。それで、或種の問題解答に於て、或る計算徑路が選ばれたとする。それは當然同一の數關係を有するあらゆる場合に適用されるべきである。之を多數の問題練習から導いて不知不識の間に會得させれば、所謂歸納的と唱へられてゐるのであるが、數學的歸納化、否科學的の歸納法でも眞の歸納法は、具體的の問題から、一般の法則を見出すことで、そこに數の多少が加はるのではない。一實驗から一般法則の導き出される場合は決して少くないのである。そこで之を應用問題の解答能力、その思考力陶冶について眺めると、一問題を十分に會得し、之をよく應用する力

さへあるならば、一つの新しい問題を経験し、その解法を自ら考案して會得することから直に一般的の認識に進むのであり、所謂一般化される場合もある。本質的には當にさうであるが、發達の段階を眺めるに必ずしもさう行かない場合が多い。特に之を助長させる手段を必要とする。特に低學年寧ろ尋常小學の大部分でさうである。

前記各節は述べ來つたことは、謂ふまでもなく是に對する案で、今更之を繰返すまでもない思ふ。が外に或問題を終つた際、その問題に部分修正改作を施して、斯うなつた場合には如何にするか。斯う變つたなら何う處置するか。然らば一般的には如何なる點に注意して、如何に考へればよいと考へるか等を追廻して見るもよい。又此の種の問題は數理——學年に依つては此の言葉は不適當で、如何なる規則、計算の如何なる意味等の言葉に改める——の如何なるものに基づくか考へるか。それが見付かるか。それを見付けることが出来れば、此の後は一層容易に解き得るに至るのである。と指導することなどもある。その數理の吟味は主として代數などに譲られて、小學校の算術では餘り丁寧に扱はなかつたのが普通と思はれるが、此の方面の吟味、その認識を確實にすることに。是と具體問題の解



法との結合を図ることなどが、一般化の方案である。是だけでは少しく抽象的説明に失するけれども、前記諸方面や次章に分説してあるから之を繰返さない。

尙最後に附記したいことは、數概念が構成される、即ちその認識が成立するのも、感用問題の解法が一般的に會得される、即ち數理の普遍性が體得され、それが實際問題に遭遇して、よく活用されるまでに達するにも永い時間的過程がある。その過程を見ると、大體漸進的階段的である。各段階に通ずる原理、その數理が、第一段の範圍では明確になつても第二段では薄暗い。進んで第二段まででは明確なる普遍的法則として、認識されても、第三階では分らない。分つたと思つても明暗の程度に大なる隔がある。斯るものに漸次明確なる普遍的認識を與へるのが教育の指導である。従つて前記各方面から間斷なく繼續して指導を加へその發達を待つ外はない。決して一つの流儀だけで押通せるものはない。

## 第八章 代數的解法の導入

### 第一節 導入の得失程度

新主義數學が高調されて以來、小學校の算術教材中に之を採入れんとする傾向と、是に對し反對説と謂ふ程でなくとも躊躇する説とがある。尙對岸の火災視して何等顧みない者も尠くないやうであるが、是は研究に忠實ならざるもので、既に高等二年には方程式なる項目が設けられ、着々その實行と活用とを促してゐる。依つて最早得失研究の時代よりも實行の期に達して、その程度と、取入の方法研究の時代に進んで居るものと思はれる。依つて是等についての卑見を陳べて見やう。

#### 一 代數解法導入の理想

小學校へ代數解法を導入せんとするは數學の實用化と、學術の通俗化との二つを基調と



するものと思はれる。即ち徒らに學術的の系統に囚はれ、算術的扱を略完了してから、中等學校に進んで代數解法を授くべきものと考へられてゐた、從來の論理主義分科主義に對し、斯る形式段階に盲従する必要はない。算術も代數も幾何も分科的に進むよりも、寧ろ融合的に進むがよい。容易に學習が出来て實際生活に貢獻する程のものであるなら、之を早くから兒童に授けて行くがよい。中等教育に進んだものが、一二年から代數を學ぶ程であるなら、初等教育だけで終る者にも、その一部は授ける方がよい。と謂ふのが大體論で一層具體論としては是の扱を加へることは結局

一、數理の一般的認識をより完全に導きたい。

二、解法上の便を得させたい。

と謂ふ二點に歸着するかと思はれる。

第一 數理の一般的認識をより完全に導くこと

數理の一般的認識をより完全に導くとは、算式上の變化、被加數、加數、及び和の關係や、被減數、減數及び差の關係、乗除に於ても、被乗除數と乗除數並に積商との關係を一

層明確に認識させて、その適用の基礎を確實にしたいと謂ふのである。算術的の扱だけでも是等が出来ないことはない。けれども、量を對象として扱ふのが主たる算術よりも、直接前述の如き數關係が承認され、その間に存在する數の特質、法則が導かれる。加法に關して

和は部分より大きい。二數の和から一數を減すれば、必ず他の一數が残りとして現はれる。二數の和を求めるのにその順序を變更してもその結果は變らなす。

$$a+b=b+a \dots\dots\dots (1)$$

又  $(a+b)+c=a+(b+c) \dots\dots\dots$  結合の法則……(2)

乘法

是等の法則はその特別計算なる乘法にも當嵌められる。

$$a \times b = b \times a \dots\dots\dots$$
 乗法の交換法則

$$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c \dots\dots\dots$$
 同 結合の法則

$$ab+ac = a \times (b+c) \dots\dots\dots$$
 同 分配の法則(3)



$ab - ac = a(b - c) \dots \dots \dots$  同 前

## 減法

減法は加法の逆である。

被減数と減数とを同時に同数だけ増減するもその差は變じない。

被減数を或数だけ増減すれば、差はその数だけ増減される。

減数を或数だけ増減すれば、差は反對にその数だけ増減される。

## 除法

除法は乗法の逆である。即ち甲乙二数の積と甲数とを知つて、乙数を求める計算が除法である。

除法に於て被除数と除数と、同一の数で乗除するもその結果は變らない。

等の性質、即ち数に關する法則をより完全に認識せしめんとするのである。謂ふまでもなく、是等は四則應用問題を解く根底である。從來も可なり程度までは扱はれて居つたと思ふ。が直接その活用を十分に爲す爲め、又他日代數的解法に導く豫想を以て、是等

の練習取扱をより完全に行はんとするのである。

## 第二 解法上の便を得させること

既に應用問題の解法指導に於て、題意の示す數關係を算式に表はして、その解法を見出す手段になすべきことを述べた。従つてそれと聯關し或は夫を助長する爲め題意の示す方程式を立てる修練は大いに奨勵したい。應用問題の解法能力が幾分でも、是に依つて助長されるなら、一層結構なことである。尙代數解法の長所は、方程式を立てるまでの間ではなく、之を解くのに極めて機械的なる扱に依つて未知數の値を見出し得る。謂はば能力經濟の原理に適合する。従つてその長所を發揮することに依つて益々代數解法の價値は大となるのである。

## 二 反對 說

是に對して代數解法の導入を躊躇せんとする者の意見も大體二様となる。

第一 代數解法の價値は大要前述の如くであつても、幼少なる兒童には、教師の期待す



るが如き價値を發揮出来るものでない。推理力の十分發達してからでないに、折角その解法を授けても、それが自由に應用される程度には至らない。

第二 算術的解法の能力が妨げられる憂はないか。代數的解法の長所が機械的なる點に存するだけ、その解法に慣れると却つて、算術的の解法を工夫し發見する力が鈍るやうに見える。是は幼弱なる者程一種の解法に囚はれ易い爲めかも知れない。又第一項の如く自由利用出来ないとするれば、斯るものに力を割愛するだけ能力の損失となるのである。と、此の事實は如何に見るが妥當であるか、未だ實際的の根據に基いて發表された意見はない。中等學校で代數を扱ふやうになると、全く算術を顧みないので、斯の問題を解決する材料にはならない。極端に走りさへしなければ差したる障礙は起らないやうに思はれるが、判然とはしない。

### 三 導入の程度

前述の如く區々の議論があつて、何れも實驗的の根據が與へられてゐないのであるから

今は試験的の時代である。その實驗濟の上で、一層多く採入れる結果になるか、更に輕減することになるか豫測出来ない。従つて人々に依り、目ざす度合も一樣であるまいが、著者は大體次の程度に考へて居る。

數學的の能力の發達には特に個人的の差異が顯著で、必ずしも學年的に區別されるものでないことは明かなる事實である。従つて之を強いて學年的に區別を設けるのは決して好ましい事は認められないが、學級教授の案としては止を得ないから、大體の標準を設ける。然る時は

#### 尋常小學

數理の一般的認識をより確實にすることに努力する。勿論多くの術語などを振翳して、兒童を感ずることは大の禁物であるから、交換の法則とか、結合の法則とかの名稱などを授けることは、勿論之を必要としない。又強いて早くから之を抽象的に扱つて行かうと思はない。算術的の具體量に關する問題を解く間に屢々之を繰返して、何時ともなしにその認識を得させる。逆思考の計算などは一年二年から加へられてゐるけれども、勿論そこで



は問題にならない。三年頃からは多少注意するが、主として四年五年で扱ふ。特に四年では現算術書にも還元算の問題が一頁餘りも纏めて扱はれるやうになつてゐるから、それに前後して一層丁寧に、他日方程式の性質を會得させる豫想の許に扱つて置く。

負數を用ふることは大體高等科に譲るとしても、未知數を含む等式即方程式から、その未知數を求めることは容易に尋常科で出来る。從來計算は尋常四年の第一學期頃まで指導をするとその後は餘り顧みられないやうな傾もあつた。が是は大なる誤りで當然第二學期以後、五年六年でも、機械的の計算能力を指導し陶冶しなければならぬ。依つて方程式を解くことを兼ねた練習を多くするがよい。唯その思考徑路か所謂代數的ではなくて、寧ろ算術的に終から考へて、割つて斯うなつたのであるから、その前は斯うに相違ないと考へさせるのである。その間に代數的に機械的に考へて處理するものが出来るのは、勿論制禦する必要もない。優等者の特權として許容されるが、強いて之を推賞したり獎勵したりするには及ばない。斯くて分數を含むものなども加へてよい。

斯くて方程式が算術的に考へて自由に解き得る頃になつたら、今度は方程式を自ら構成

すること。即ち題意を吟味して是に該當する算式を構成させるのである。事實關係の中から數關係、計算關係を導き出して、最も簡明なる算式關係に排置させるのである。是は決して易い仕事ではない。従つて是に對する十分なる指導は矢張之を高等科に譲り、中等學校に進むものは、その方に譲り尋常小學だけで終るものには、他の方面が十分に徹底すればそれで満足するのである。

けれども尋常小學の算術教材中、殊更に此の類のものだけを選ばないでも、斯る方法を選んで解法を見出すことが特に便利な場合は決して少くない。前に應用問題の解法發見の手段としても述べたのであるが、所謂還元算は勿論、求積に關する問題中、面積なり體積なりと、是に關係ある他の部分が示されて、或部分の未知のものを求めんとする場合に相當にある。分數でも加減乘にも多少あるが、特に割算で或數の幾分の幾つが幾らなる時、或數を求める場合は非常に多い。歩合算にも同一關係のものが尠くない。依つて是等を扱ふ際に、注意して前述の如き指導すればよいのである。既に方程の解き方が特別に多く指導されて、それに熟練してゐるなら、方程式を立てるまでに多少の困難はあつても、力が



此の點だけに集中出来るから、比較的容易に前記の算法 熟達することになる。

## 高等小學

従來のと違ひ高等一年から始める。特に指導を加へるのは負數を導入して、方程式の一般解法、機械的解法の熟練にある。尋常小學で可なりに苦しんで居れば、それと比較して一層容易に理解も出来、より多くの有難味と興味をも感ずることになる。そして一方、方程式の立て方について一層の指導を加へ、高等二年を終るまでには十分活用出来る程度に練習したい。現在では高等二年に僅あるだけで到底之を活用する程には達しない。従つて練習問題をも一層増すのである。

その程度としては、一元一次の場合だけでなく、一元二次のものをも加へ、聯立方程式の解法をも加へてよい。但し二次以上のものは之を加へるには及ぶまい。

## 第二節 代數解法の指導

## 一 方程式構成の指導

方程式を解くことに比し、之を構成することの困難なるは既に述べた。従つて第一節にも述べた通り、十分その解法に熟練してからにするがよい。けれども一般問題として方程式構成について先に述べる。丁度四年にある還元算——三〇頁——程度の問題から始めるのがよいと思ふ。是を扱ふにしても先づ解き方に熟練するのを待つてからがよい。爲めに提出の時期を繰延べて、先づ式を解く方面だけを一學期の中頃からでも始めるとすれば、此の問題の扱は第二學期の中頃でもよい。計算練習と事實問題解答とを接近させて、計算を無意義のものたらしめない事は一般原則として洵に當然のことである。けれども、個々の材料に應じて多少の鹽梅を必要とする。式を解くことはそれだけで十分思考を練るにも値するし、計算練習の手段としても値がある。従つて之を實際問題と結付けて進まないでも十分に意義がある。

そして愈々實際問題から方程式を構成させることになつたら、多少慣れるまで方程式を構成することだけを特に練習してもよい。一二時間は多少不自然にしても、是が爲め夫以後の問題がより良く處理出来るやうになれば、何等懸念するにも及ばない。そして現教科



書にあるだけでは如何にも問題数が貧弱であるから、是非とも之を數倍にしたい。所謂還元的の問題は可なり豊富に構成されるから、兒童にも問題まで構成させるがよい。斯くて成るべく中斷しないで、時々でも此の種の問題を加へて、引續きその練習を課すことが肝要である。求積に關する問題分數の問題などを取れる際も同様の注意で扱ふがよい。

尙代数解法を利用して、應用問題を解く一般的の順序を附記すると、

第一 未知數を定める。

未知の數は大抵それが直に求めんとする數であるから、簡単な問題にあつては、求めんとする數を $x$ とするのが普通であるが、未知數は常に一つのみとは定らない。是が二つの所謂一次二元の問題も尠くない。依つてその何れを $x$ と定めるのが便利かを考へたり。 $x$ が如何なる單位のもの、何を表はすかが十分に意識されてゐなければならぬ。

第二 方程式を立てる。

未知數が決定されると、題意の示す關係を吟味して、之を計算關係から眺め、式に移して整理し、題意に相當する等式即ち方程式を立てなければならぬ。是が特に困難で最も

多く思慮と吟味を費す部分である。一旦決定されてからも、更に題意と照合せて反省吟味する等の注意が必要になる。

第三 方程式を解く。

方程式が出来れば、それに基いて未知數即根を算出する。尋常科ミすれば算術的に考へ、高等科ミすれば、所謂方程式解法の原理と、その手順に従つて漸次式を簡約して未知數を求めるのである。

第四 根より答を作る。

方程式を解いて生ずる根の値は無名數になつてゐる。如何なる名稱を附すべきかも考へなければならぬし、單位を何に定めたかをも吟味しなければならない。殊に未知數が二つ以上ある場合には更に次の計算を必要とする場合なごもある。従つて一應式を解き終ると再び題意を吟味して、その要求に合致するやう適當なる處置を加へなければ答數は決定されない。此の際も慎重なる注意を要するのである。



## 二 方程式解法と原理

尋常小學で方程式を解く際の思考経路は算術的であれと主張した。斯くすれば殊更に問題とする程の事もないが、還元的の解法には十分慣れさせて置かなければならない。

$$\square + 15 = 60$$

$$\square \times 3 = 96$$

$$60 + \square = 92$$

$$12 \times \square = 60$$

$$\square - 18 = 25$$

$$450 + \square = 9$$

$$54 - \square = 22$$

$$\square + 40 = 9$$

是は著者が尋常三で扱つたものである。暗算に依つて先づ一題づつ答を求め、終つて全部が揃つた時、此の全體を眺めて□の部分を見付けらるる方法に、何か全體に通ずる「きまり」があるかと尋ねた。一人考へ二人考へ半數程は右の一團は逆にすれば可なることに氣付い

た。是等が土臺になつて、此の幾つか連続したものを、此の理に基いて、一步一步と簡單にして行けばよいのである。その外括弧などが加はつたり、複雑となるに従つて、交換法則や結合法則なども關係して來るが、それは大抵高等科の問題になる。

$$14 + 15 + x = 70$$

$$20 - x + 9 = 16$$

$$5 \times x + 12 = 47$$

$$x + 4 + 4 = 12$$

の如きを十分に練習し、進んではその數を大にし、分數小數まで擴張する位でよいのである。前記のものは左邊にのみあるが、勿論右邊に來た場合をも練習するのである。

算術的に考へて解くだけでは未だ代數解法の指導としての入口だけで、その長所を發揮するには不十分である。従つて高等小學となれば、或は尋常小學にしても十分力と時間に餘裕があるならば、機械的に解く方法を授ける。機械的に方程式を解く方法を會得させる爲めに用ひられる法則原理としては、次の四項がある。



- 一 兩邊に同一の數を加ふるもその値が變らない。
- 二 兩邊より同一の數を減ずるもその値が變らない。
- 三 兩邊に同一の數(零ならざる)を乗ずるも値が變らない。
- 四 兩邊を同一(零ならざる)の數で割るもその値は變らない。

之を應用して方程式の各項を夫々符號を變じて他の邊に移し、未知數と既知數とが夫々別々の邊に集るやうにし、分數のある場合の分母や、未知數に何かを掛けてあれば之を係數と稱して、それを消去して、次第に式を簡單に導き、逆に未知數を求めらるのである。此の原理は天秤の兩邊と考へることに依つて容易に直視化されるから、之を用ふるがよい。處で之を自由に活用する爲めには、更に負數の性質を明かにして置かなければならない。

### 三 負數の扱ひ

數の認識を零より小なるものまで擴張して、零より大なる數を正數、零より小なる數を負數と唱へる、勿論約束に過ぎない。が負數は正の數の反對を現はすものとして廣く應用

される。例へば、寒暖計の零度以上は正、零度以下は負とし、或地點より右に進んだのを正とすれば左に進んだのは負、又所有金の若干を正とすれば、負債は負數、水平面より上方を正とすれば、下方は負、人の生れたのを正とすれば、死者は負になる。物品の所有を正とすれば、授與は負になる。是等の具體例を以て示せば負數の約束、その意味は直觀的に理解される。

が難點は寧ろ正數負數の加減乗除に於ける扱ひ方、計算の意味である。正數に於ける加減乗除の意味を負數にまで擴張させる點にある。是も加法は容易である。減法も直觀的に説明出来る。がその乗除は洵に厄介である。

同じ符號の積は正で、異なる符號の積は負となること。  
同じ符號の商は正で、異なる符號の商は負となること。

の、所謂符號の法則を如何に授けるかが問題となるのである。尤も負の數を正の數で乗除する場合は、大體從來の考へ方で理解出来る。負の數を掛ける場合が特に困難なのである。之を次の如く考へるならば説明出来る。先づ(一)を掛ける意義を、反對の方向に引戻







がその以前に於ても機會ある毎に之を明かに會得させて置くがよい。殊に逆算法の場合などは一二年から始まるのであり、目的直観的に考へれば左程困難もない。唯之を普遍的法則として、一般的に認承させ、之に基いて算法を自由に考へさせるのは困難である。がそれまで練らなければ未だ數認の認識として、法則化されない。その他についても同様である。

是等は學習者が自ら會得することで、或形や言葉を記憶するのとは趣きが違ふ。第七章の終りに述べた歸納法が適用されるのでそれと同様の注意、同様の方法で扱はれるのである。決して代數的解法、方程式の扱だけで練られるのではない。算術の材料で練られた結果が此處まで進められ、一層その活用の手續を得て便利するのである。斯の豫想と、此の練習を以て十分に數理の認識を確實にするのである。

## 第九章 グラフの教材

### 第一節 グラフの種類

所謂グラフの意義に廣狹二様の解釋がある。狹義のものは函數關係を示すものだけについて謂ふのであるが、廣義には繪グラフまで加へる。そして此處に示すのも後者である。そのグラフの種類に屬するものは多々ある。けれども此處に示さんと欲するものは、極めて普通なるもの、即ち國定教科書にあるものが大體如何なる種類に分れて、如何のものであるかを通覽したのである。その性質上三種類に區別し得るかと思ふから、順を追ふて舉げて見る。

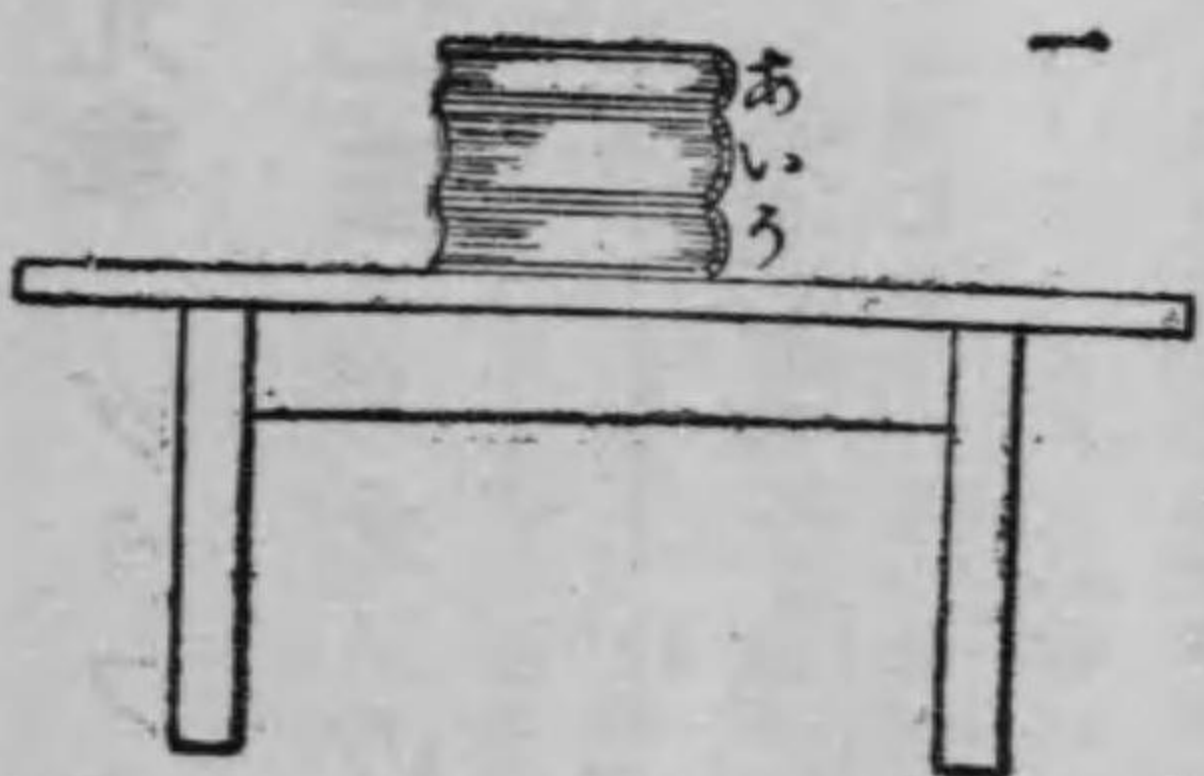
#### 第一類 固定數量の比較を示すもの

##### 一 ピクトグラム

第九章 グラフの教材



繪グラフも謂ふもので、軍艦、人、俵、ピラミッド、旗、その他多くは内容まで示す  
 實物の繪畫を一定の割合を以て描き、相互の比較關係などを、最も直觀的に最も通俗に表  
 示したものをいふ。大抵高さを以て相互の比を示すのであるが、平面的に描かれると、縦  
 横の相乘になるからその差が著しくなる。通俗的の廣告や何かの宣傳等に用ひられる。



第一圖は尋常四年に在つて、あを四百頁とし本の厚さから他の頁数を比較推定せんとす

るもの。

第二圖は全國に於ける醬

油産額の割合を、

第三圖は一年間の兩量比

較を示したものである。(中

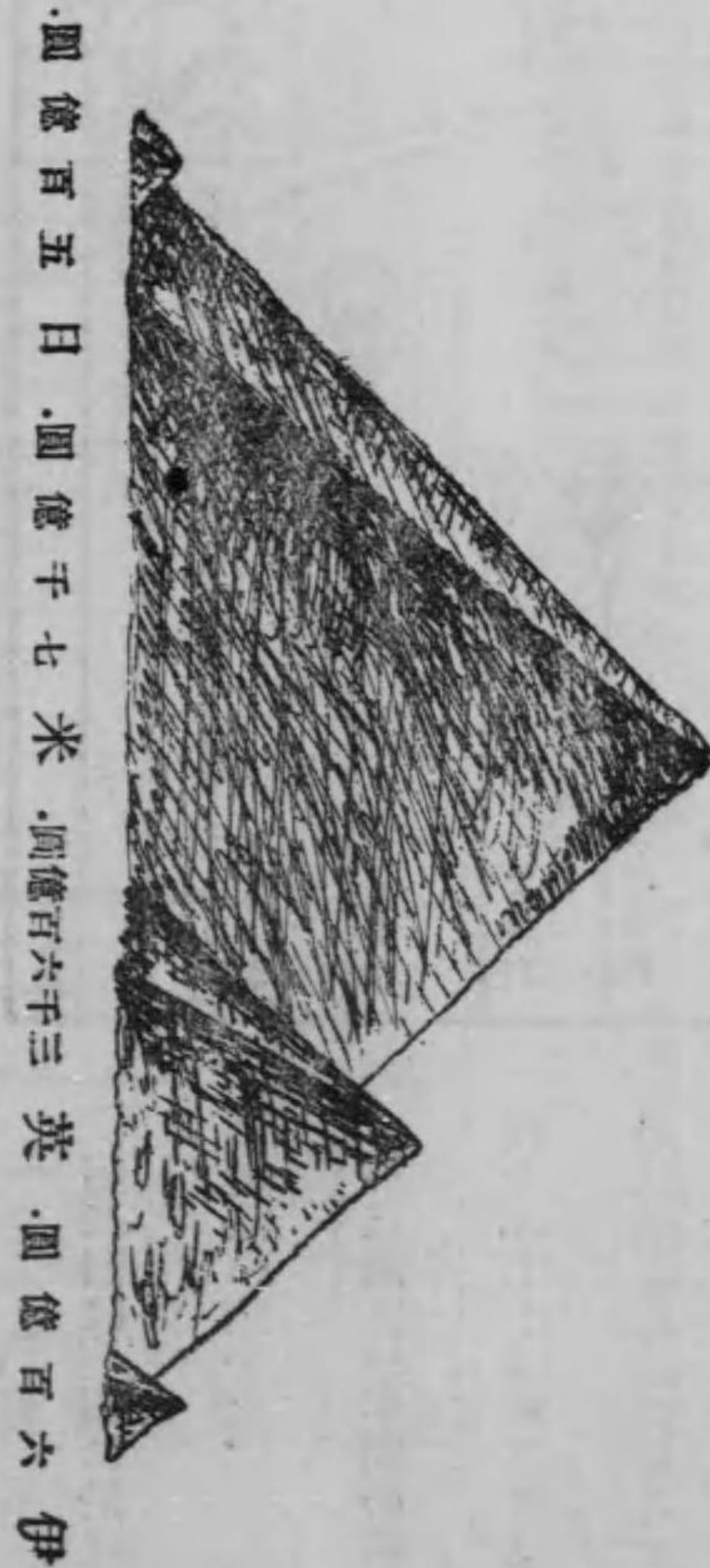
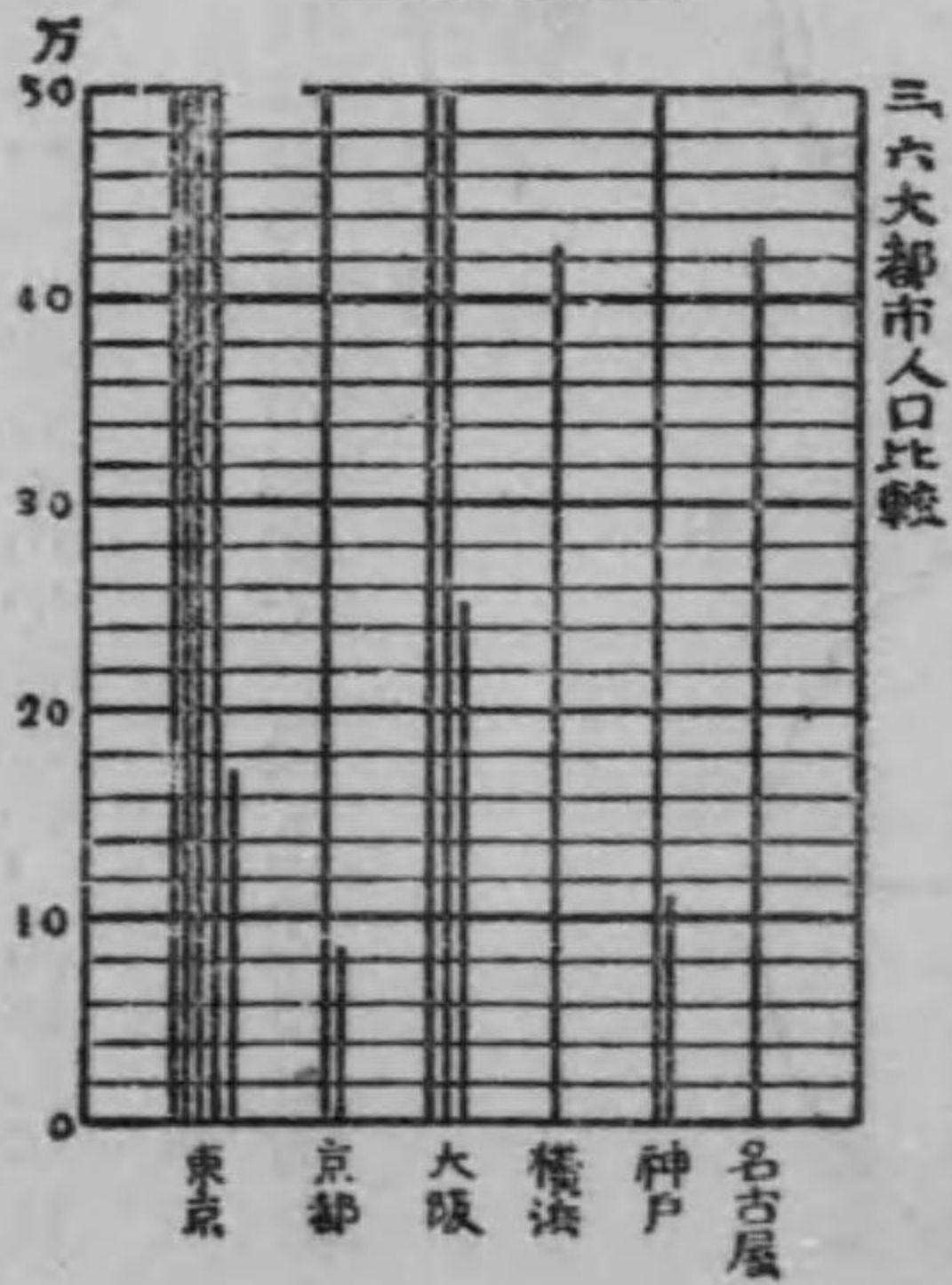
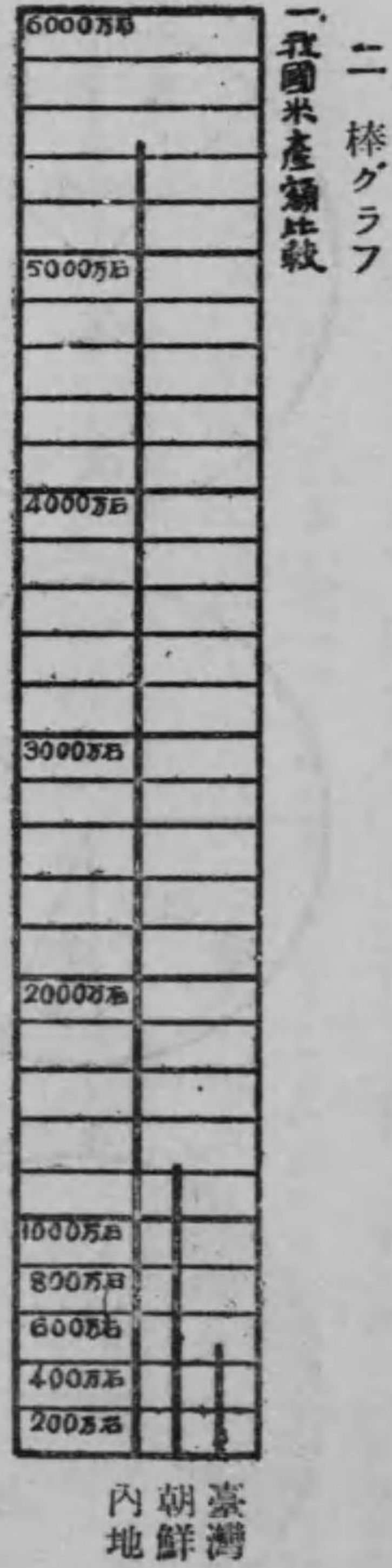
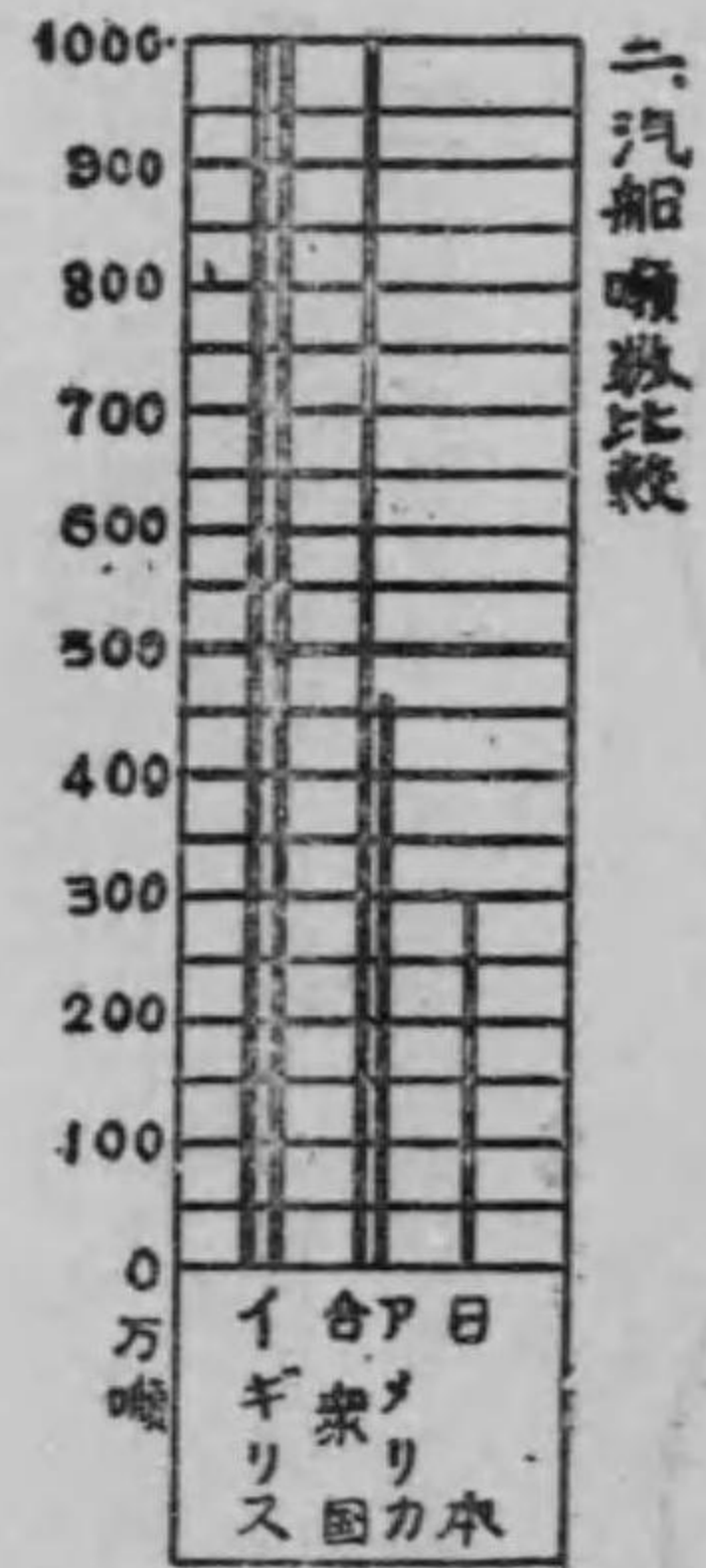
央氣象臺出品に依る)

第四圖は最近の世界各國



の富力を示したものでピラミッドの高さが富力を示したものである。







是等の内第一は五年に、第二は六年、第三は高等一年に在るものであるが、高等二年にも一つある。

棒グラフは割くにも、之を読むにも、最も簡便なる點がその特質で、最も廣く用ひられてゐる。地理書や展覽會出品物その他にも特に多く目に付く。

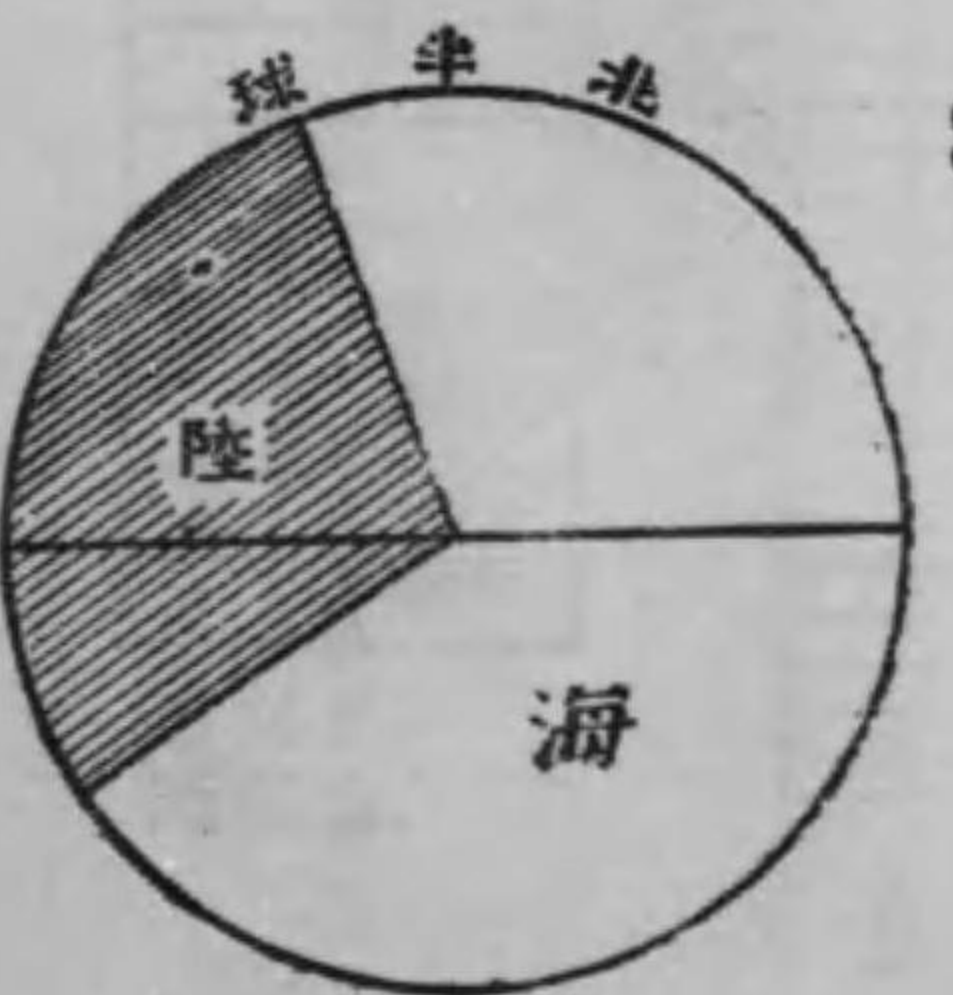
三 扇形グラフ



1



2



3

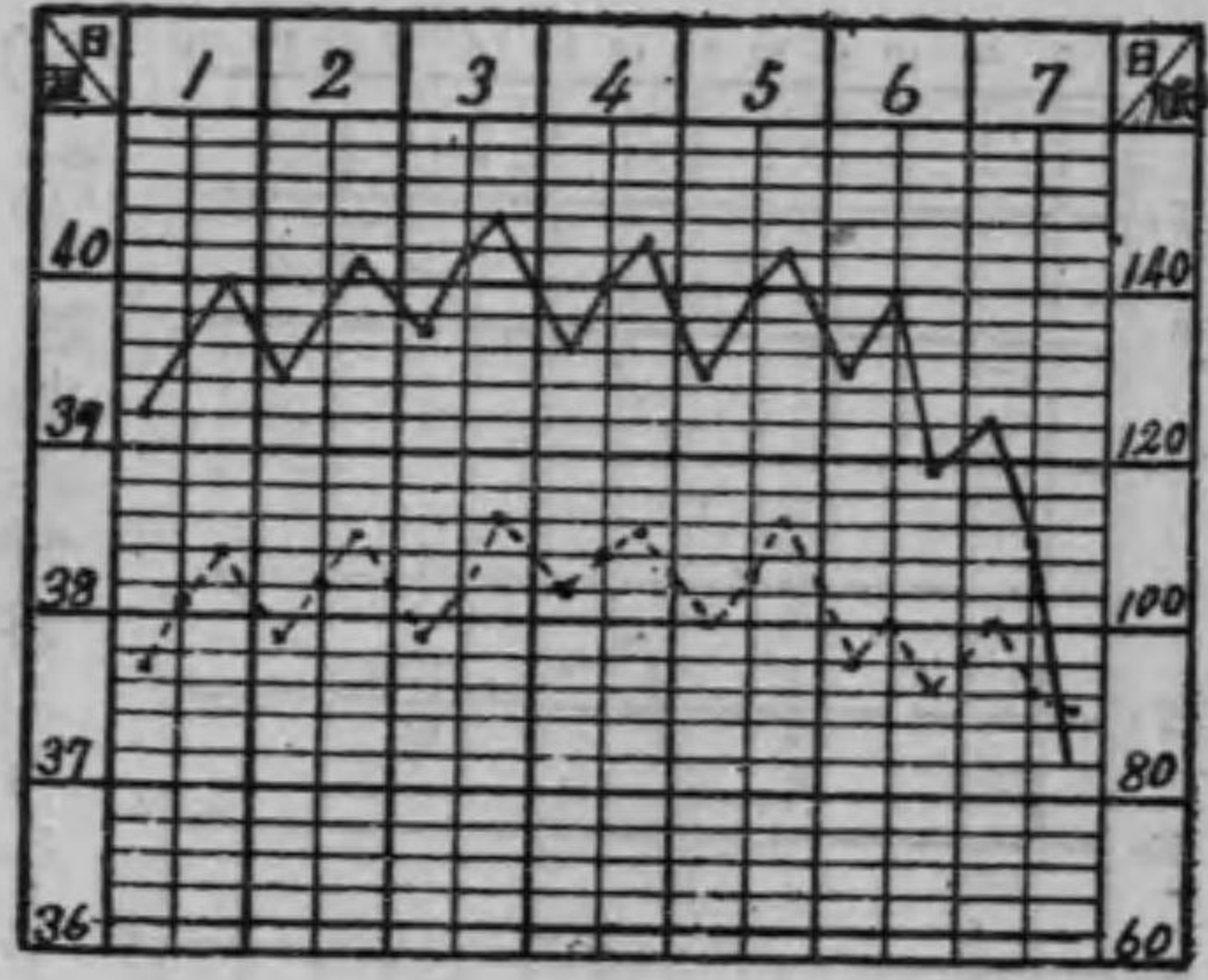
此の第一、第二は尋常六年に、第三は高等一年にある。全額に對する部分の關係的の地位を示しつゝ、それ／＼の量に就いても比較關係を示すことの出来るのが大なる特色である。それだけ割く上にも又之を読む上にも棒グラフの如く容易ではない。けれども場面を多く要しないで、色々の關係を示し、又割き方に依つては棒グラフよりも美的になる等の長所もあるので、棒グラフと並び廣く利用されてゐる。

尙此の類の一種として圓の代りに方形内に示されたものなどもあり、その形なごも一樣ではないが要するに以上述べたものは、或時期に於ける統計比較を示すもので、その數量は固定的である。

第二類 不定變量グラフ (折線グラフ)

左圖の (1)は五年、(2)は六年にあつて上が體重、下が身長を表はすもの、(3)は高一にあつて上が體温、下の線が脈搏の變化を示すのである。(4)は高二にあるもので我國に於ける最近七年間の米産額が、年々に依り如何に變化してゐるかを示すものである。





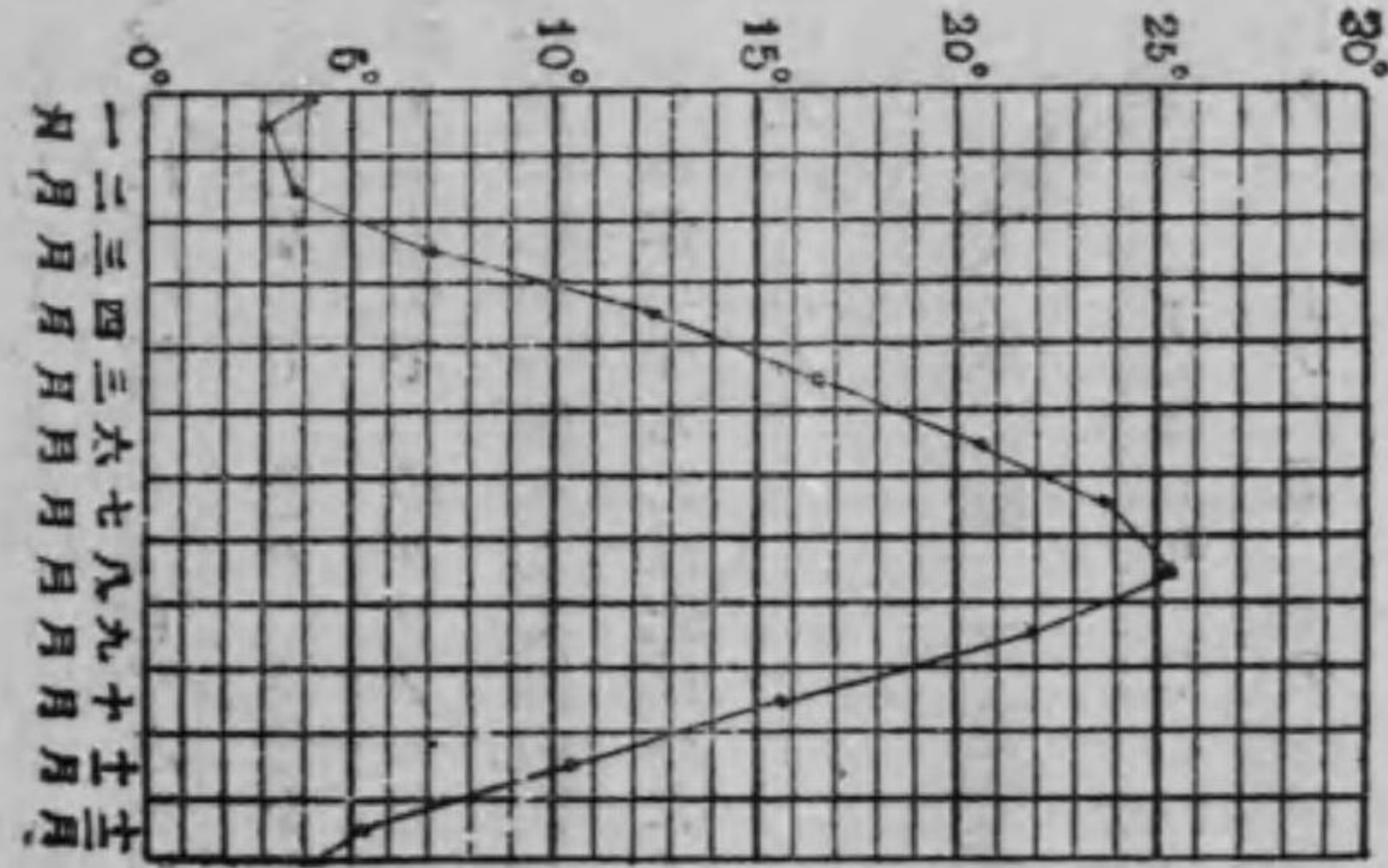
(3) 体温脈搏の診数表

大正5年 同6年 同7年 同8年 同9年 同10年 同11年  
58.5 54.6 54.7 60.8 63.2 55.2 60.7

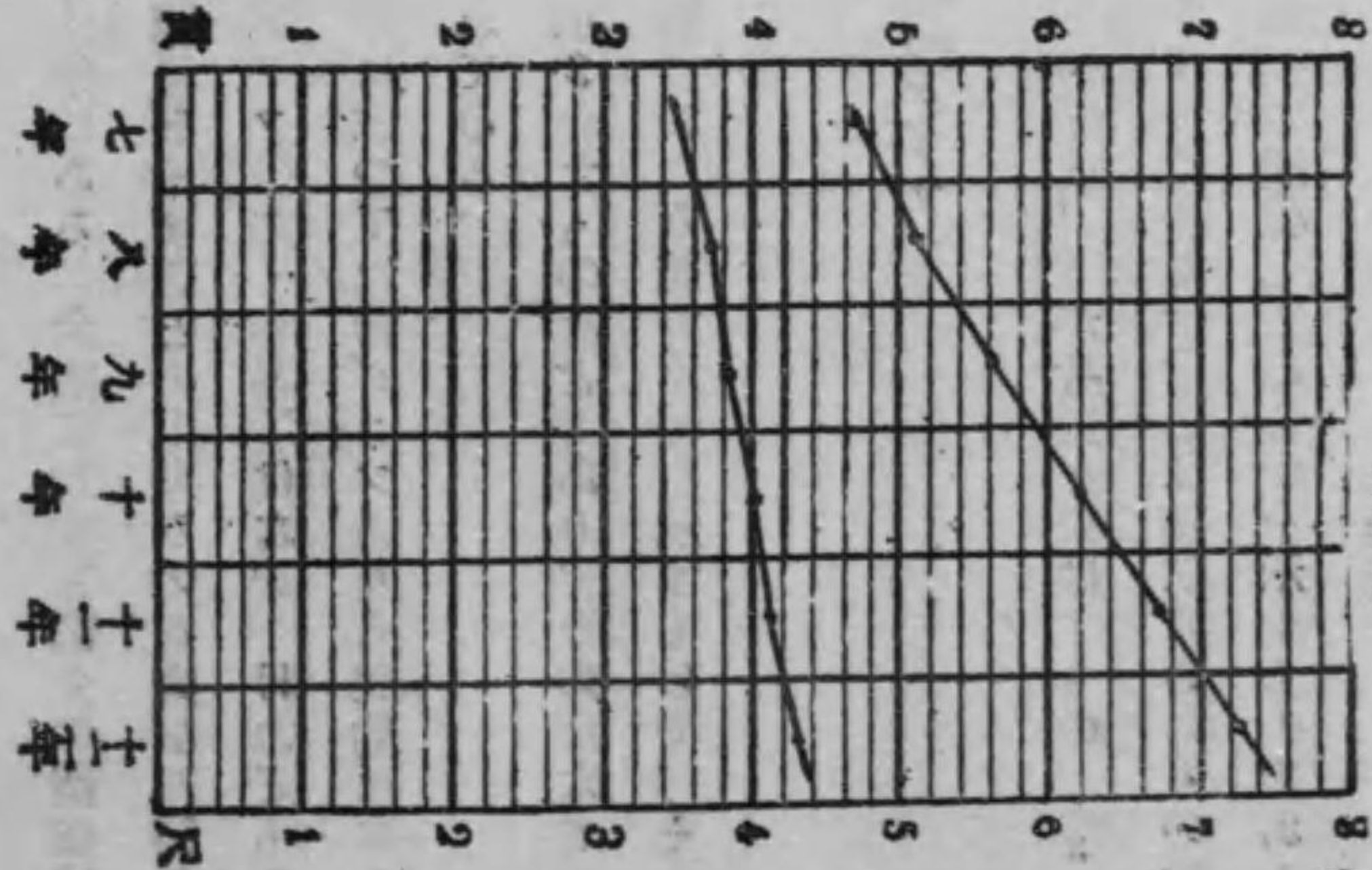


(4) 平均米産額

(5)は米國心理學者  
スメドレー氏の記憶  
力の發達に關する研  
究で、その點線は視  
覺に依るものを現は  
し、實線は聽覺に依  
るものを示したので  
ある。そして横に記  
されてあるのが年齢  
を示したのであるか  
ら、九歳以前に於て  
は聽覺的の記憶の方  
が少しく優つて居る



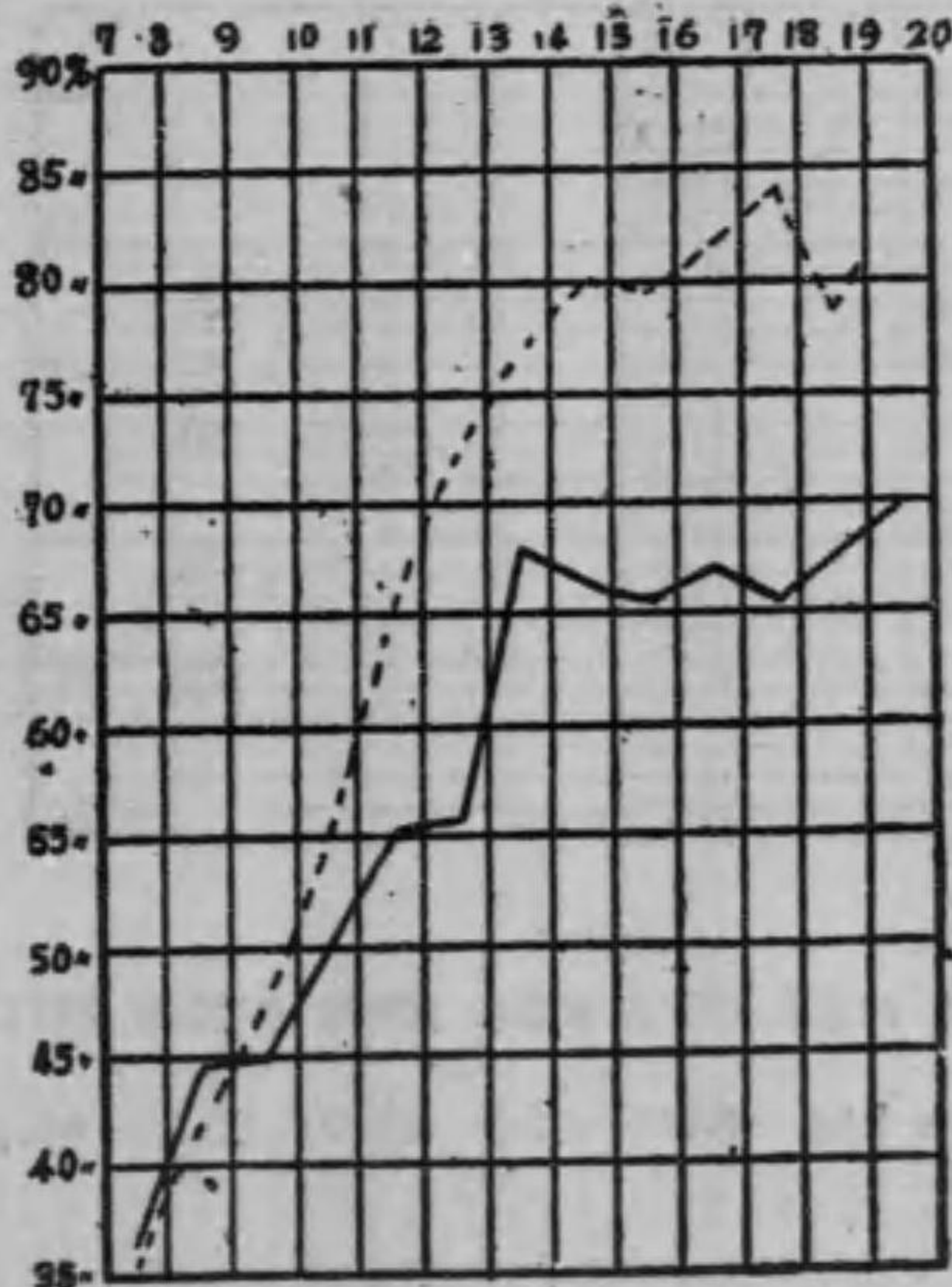
(1) 東京の月々平均温度



(2) 小學生の平均身長と体重



(5) 記憶能率の増加(スイトレー氏)



けれども、其の後になれば、遙に視覚的の記憶が優るもので、特に十四歳以後に於ては、教育上も視覚を多く用ふる。見學、グラフ、圖解等がより有効なることを示すのである。

要するに此の類のグラフ、不定に變化する數量が如何なる傾向を以て變化するか。そのカーブを直觀的に示すものである。一年間の温度の變化にせよ、人々の身長・體重の發達状態にせよ、記憶力の發達する有様にせよ、又病勢の推移せる有様にせよ、何れも時間的推移に従つて變化する。之を空間的直觀化するには斯うした方法に頼る外はないのであらう。それで第一類とは多少趣きを異にするけれども、夫等と相並んで可なり廣く利用されてゐる。或る事實を基礎に研究を進めんとする。各種の科學的研究上に於ては特に重要な方法として活用される。

### 第三類 函數グラフ

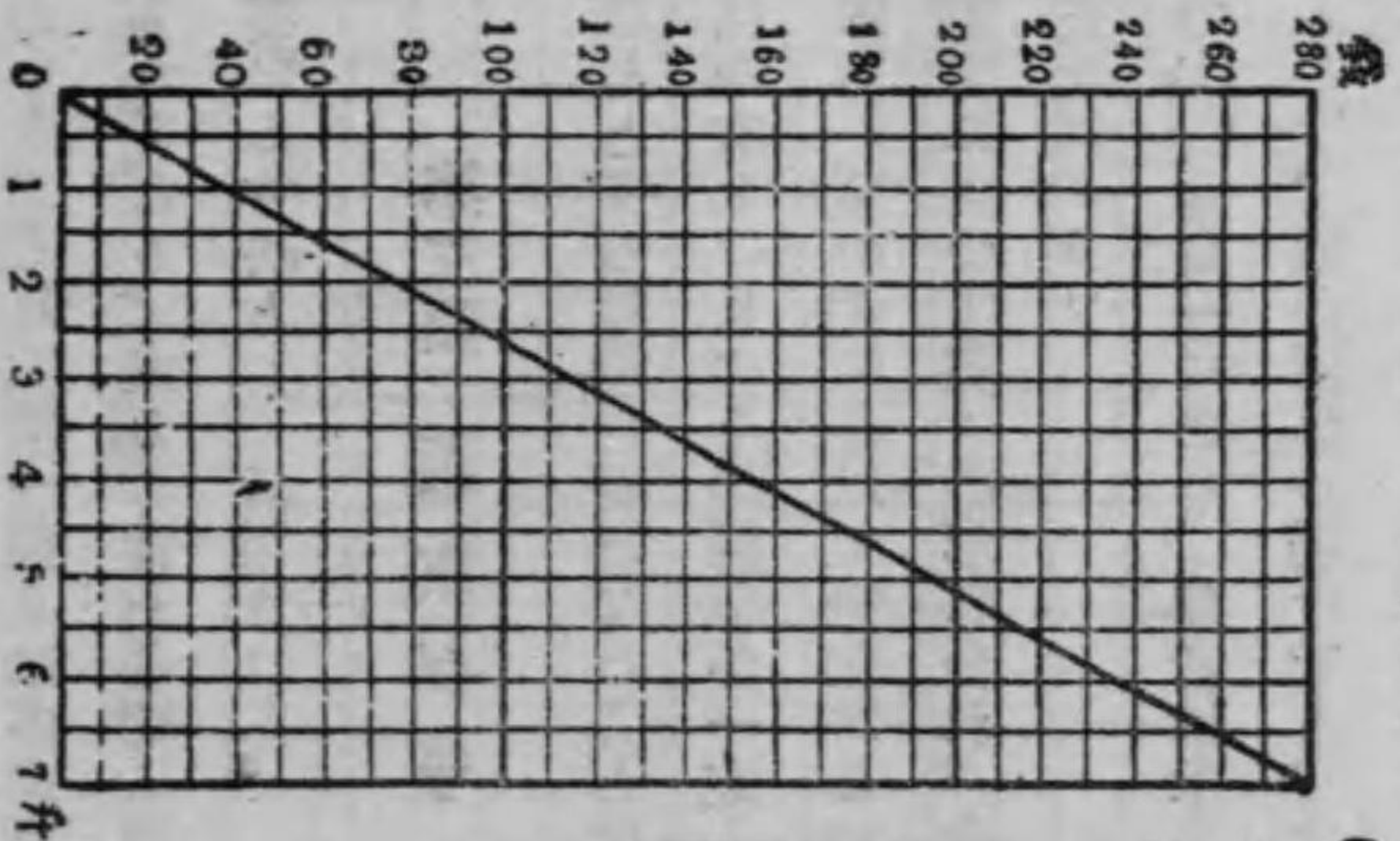
現はさんとする數量が變數なることは前者に似てゐる。けれどもその變化は必ず他の數量に關係を有し、且つその關係が一定して既に明かに知られてゐるものを表はすグラフである。即ち一定の關係を以て變化する數量に於て、相互の關係を示すグラフである。その關係の如何によつて種々の形に分れ。夫々の種類に區別される。

#### 一 正比例グラフ

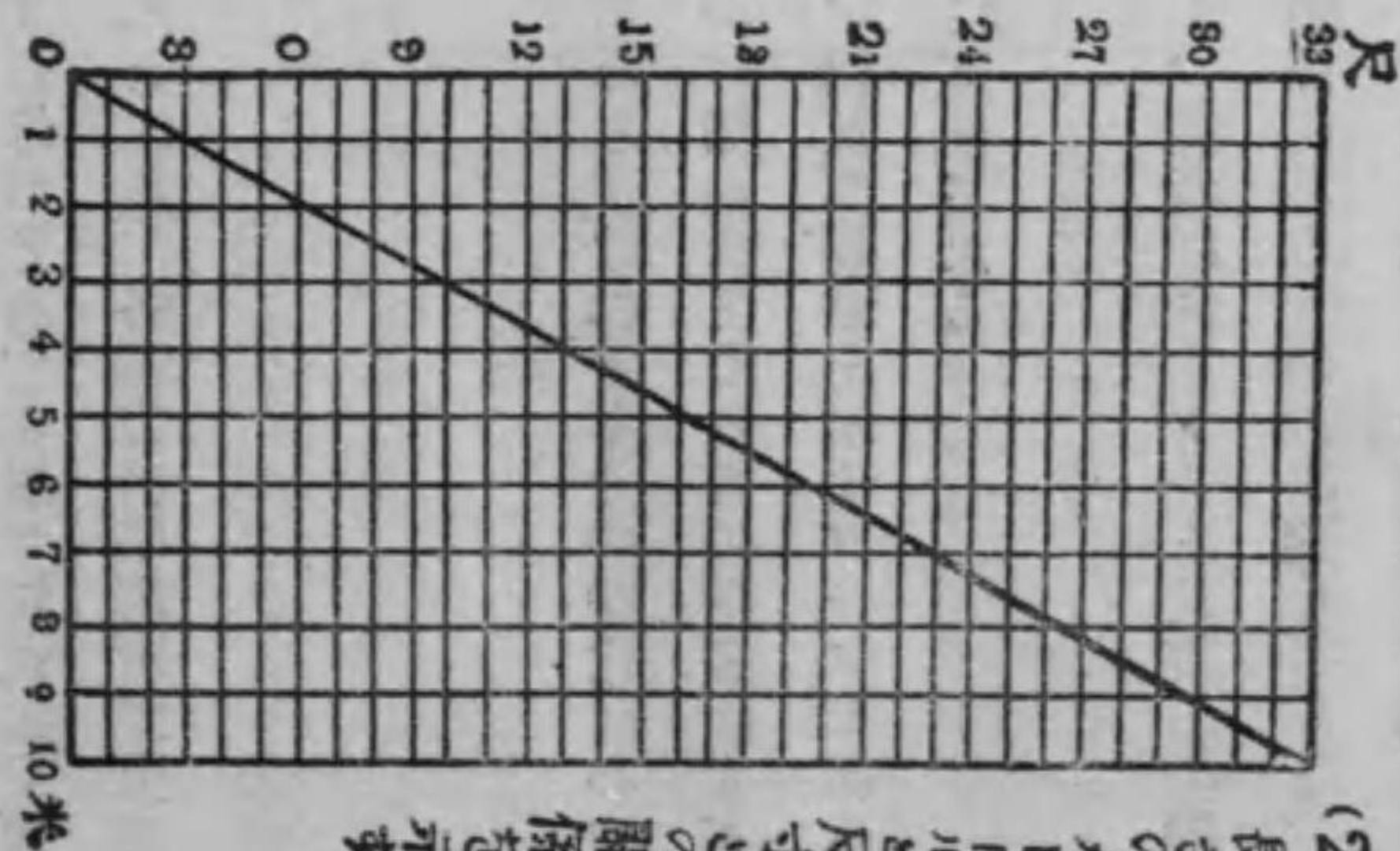
左圖の(1)は高一にあり、前者は米の相場を示し、後者はメートルと尺貫との換算關係を示すもので、他の何れの場合でも、之と類似の關係にあるものには適用される。

(3)は尋常六年にあつて、元金を一とした場合の、期間と利子との關係を、利率の年五分



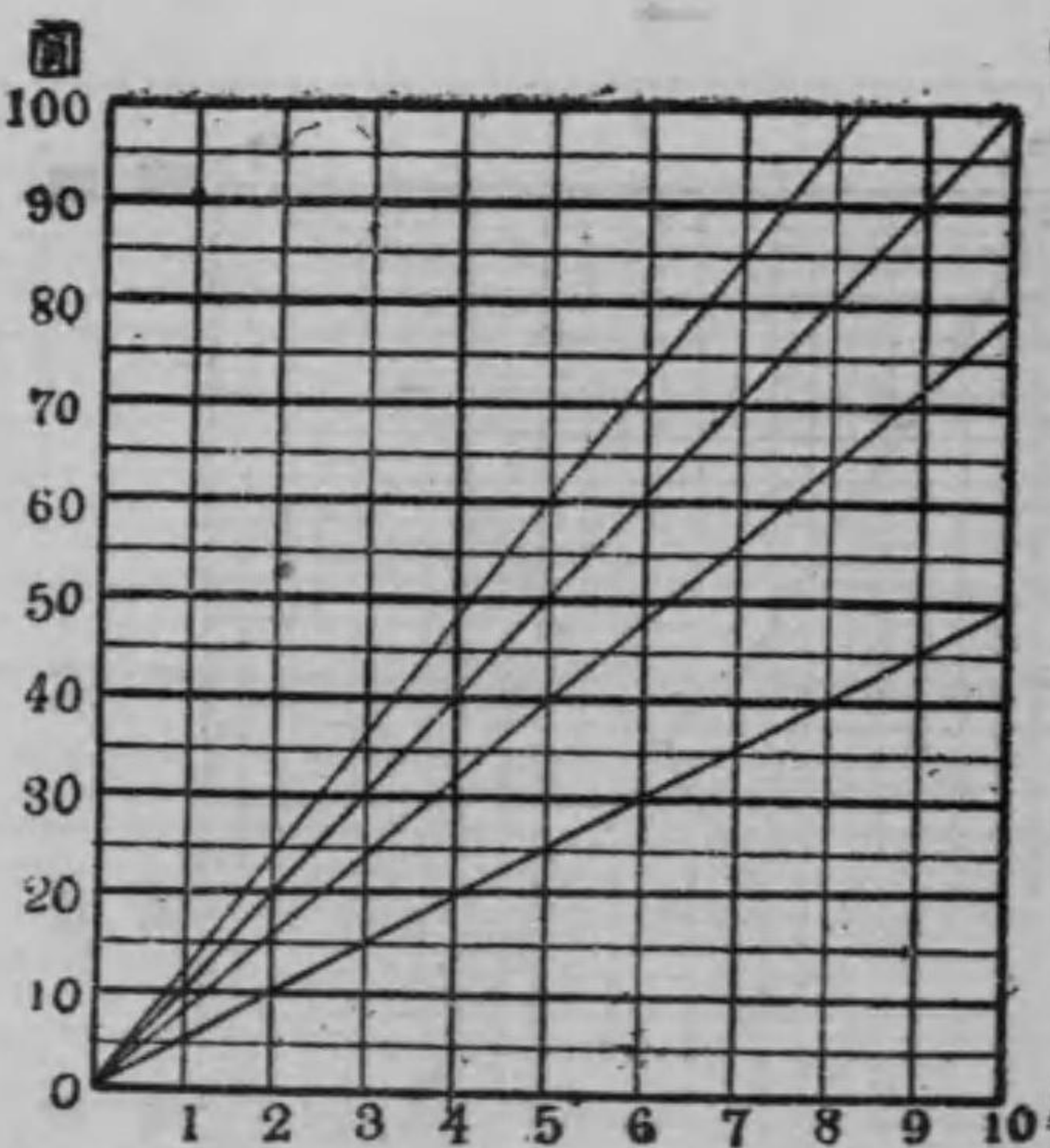


(1) 米の株目と金額との關係を示す



(2) 長さの尺と米との關係を示す

(3) 利息の利率期間、利子の關係を示す



距離との關係は一直線となつて現はれる。そして上り下りがあると上下の二方向から進むことになる。

八分、一割、一割二分の場合に就いて現はしたのであるから、任意の元金についてその倍率を用ふれば利息、期間利率が計算出来ることになる。

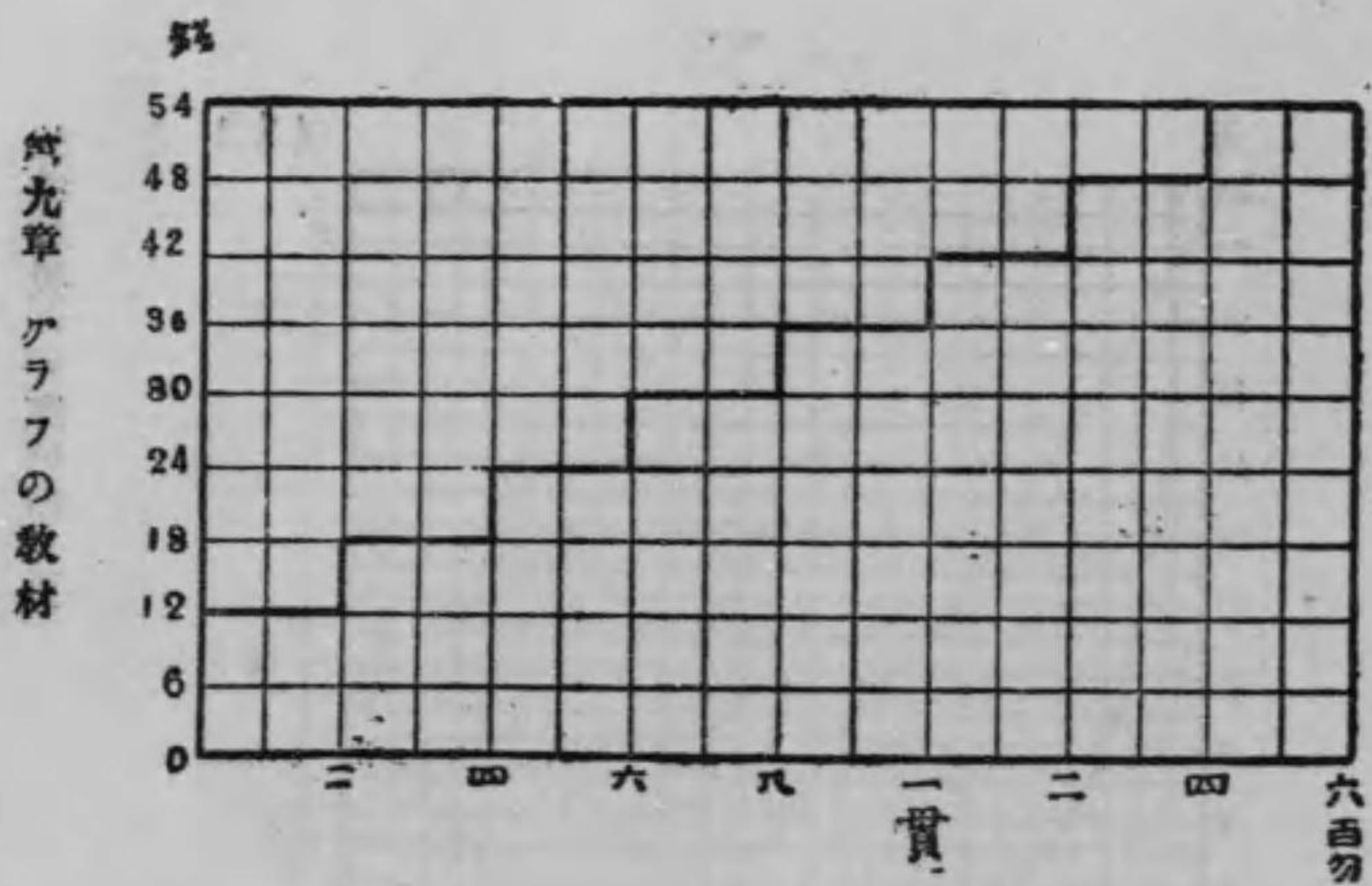
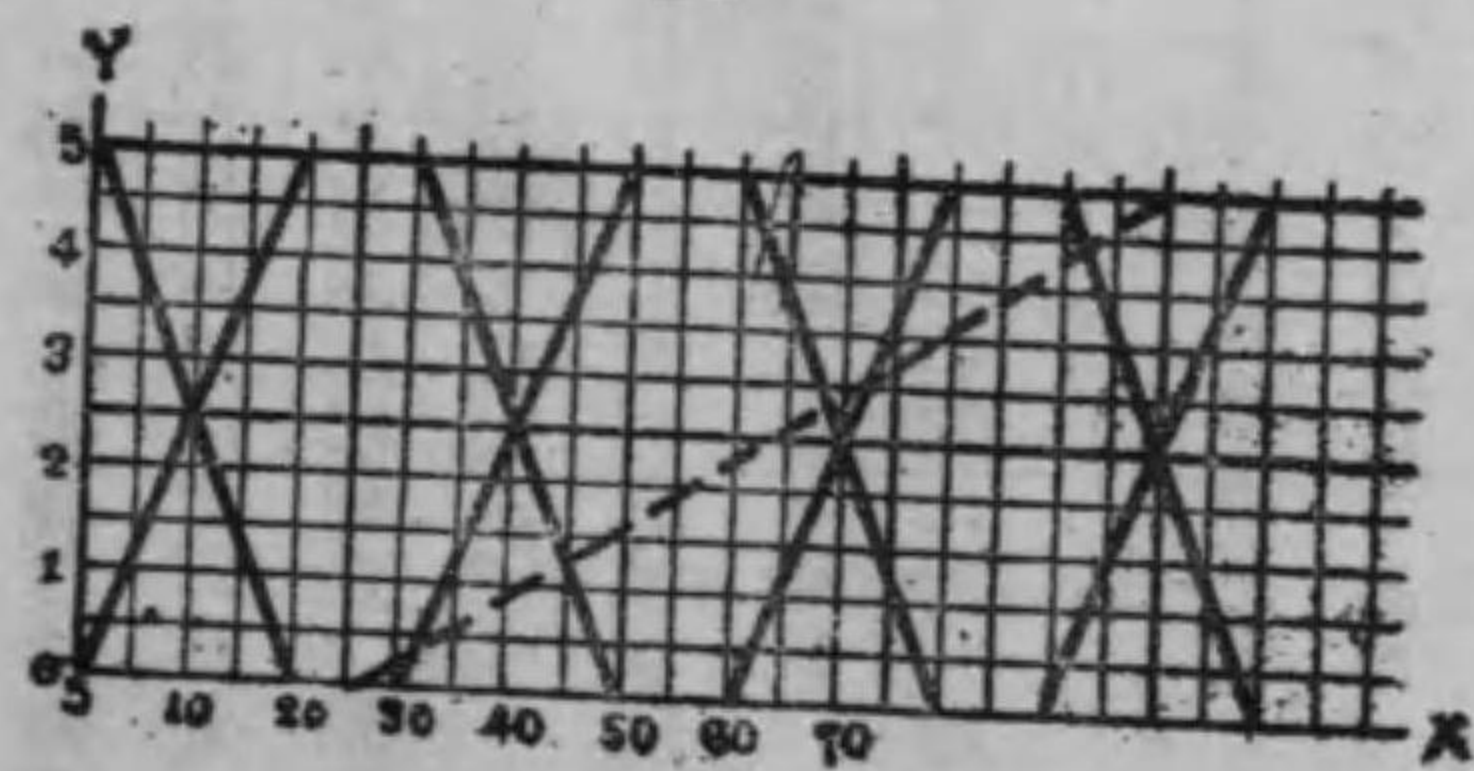
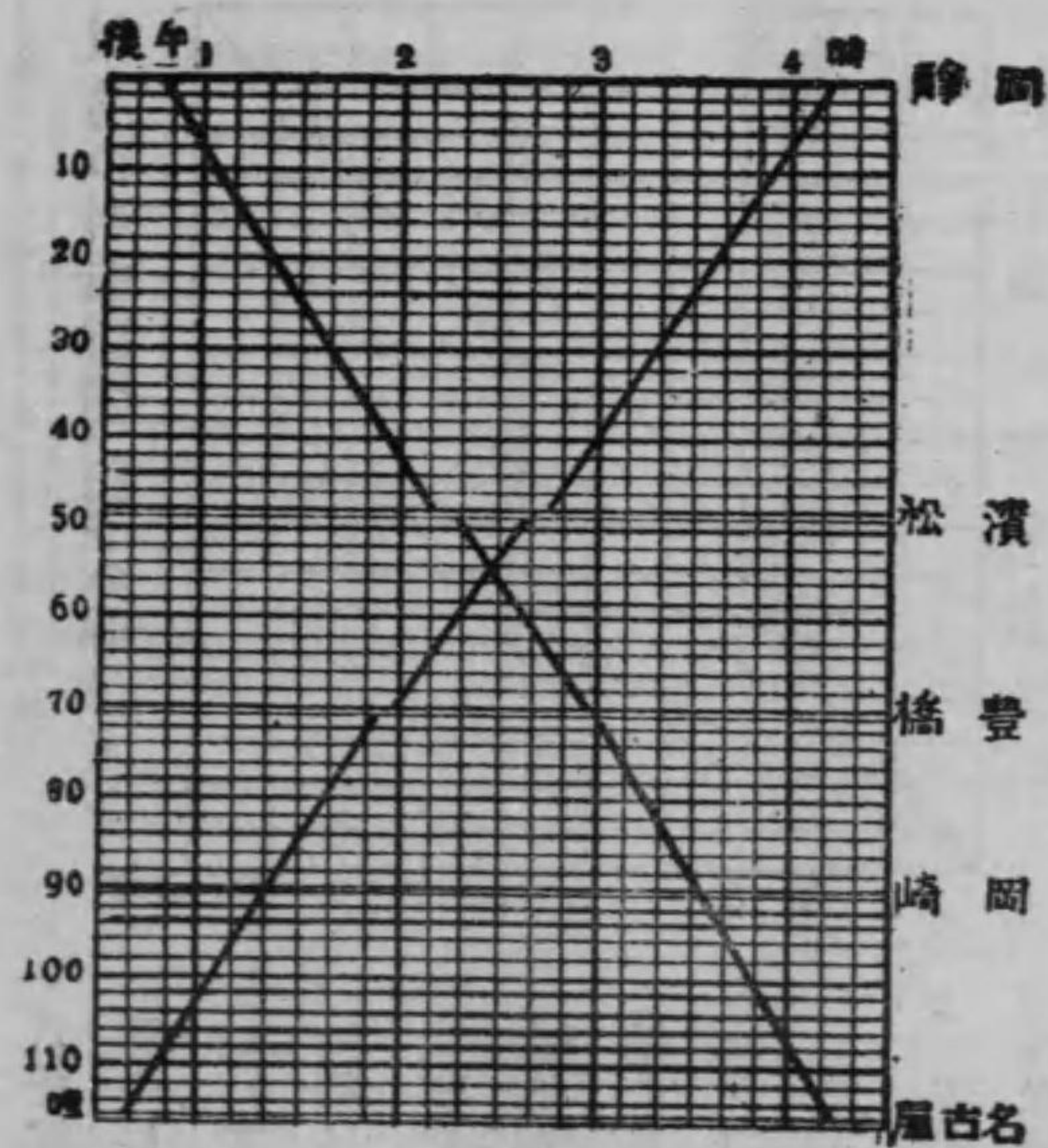
要するに何れも正比例の關係を以て變化するものだけに限られ、縦軸、横軸に二量を盛り、その中間に對角線の直線を以て示されるのである。

二 ダイアグラム(列車運行表)

是も正比例グラフの應用である。即列車の速度が一定である以上、時間と



圖の一は現に六年にあるもので静岡、名古屋、間を上下する二列車が中間各驛を發着する時間を示と共に、時刻と距離との關係が見られるのである。



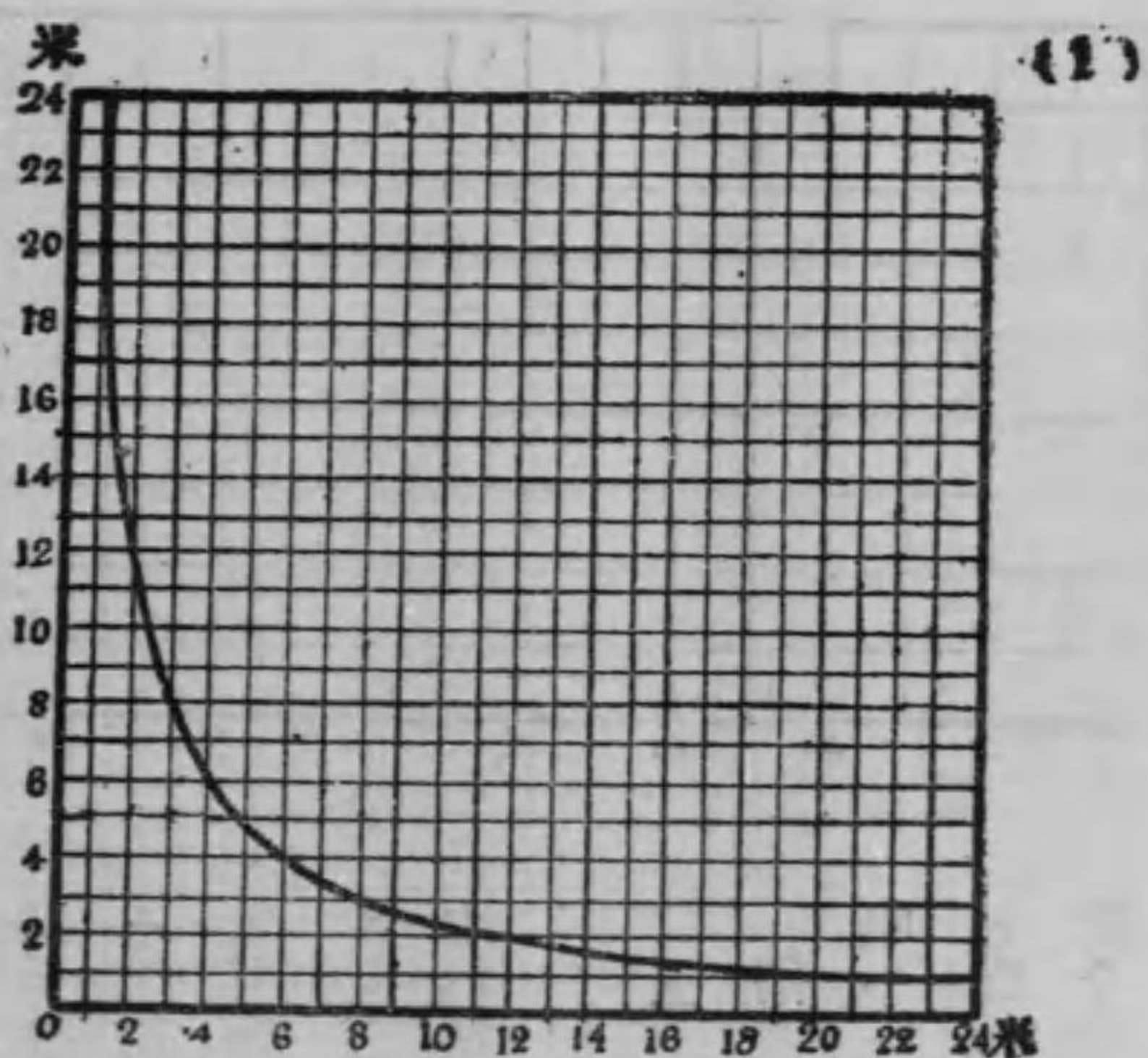
第九章 グラフの教材

二は高等二年にあつて5 軒の間、往復する電車の發着時刻や距離、時間の關係を示し、點線はその間を通行する人が、幾回電車に追越され、幾回何處で向ふから來る電車に出逢ふか等を示すのである。此の類を計算に依つて算出するとすれば非常に複雑になる。けれども之をグラフについて見れば極めて容易に直觀出来る。

三 スピュリアスグラフ

階段式になるグラフをスピュリアスグラフと唱へる。上圖はその一例で、高等一年にある。小包郵便金を現はすもので、二百匁までは十二錢その上は二百匁又はその端數を増す毎に6 錢づゝ増す關係になつて居るから、圖の如くなる





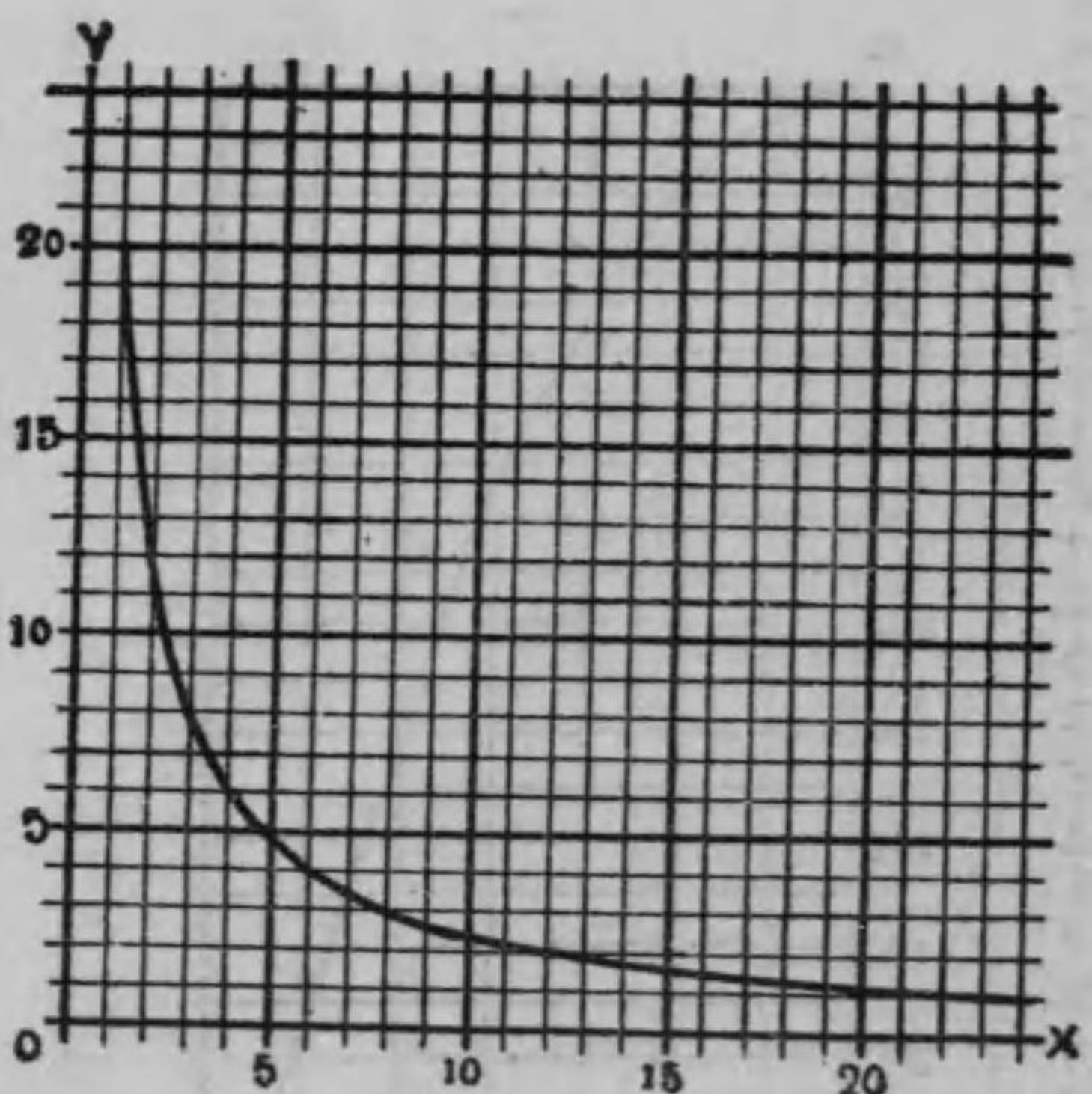
のである。正比例的關係に似てゐるけれども階段的に増進するのが特色である。

料金計算には此の類のものが少くないが何れも、是と同様に現はすことが出来る。

四 反比例グラフ

上圖の(1)は高一年にあつて、(2)は高二年にある。共に矩形の面と縦横の長さとの關係を表はすもの、面積が一定である以上、縦横の長さは互に反比例するこゝが明かである。そして其の關係を圖示すると曲線にな

二



るが、左右對象の關係になるのが特徴である。その形から直角双曲線グラフと名付けられる。

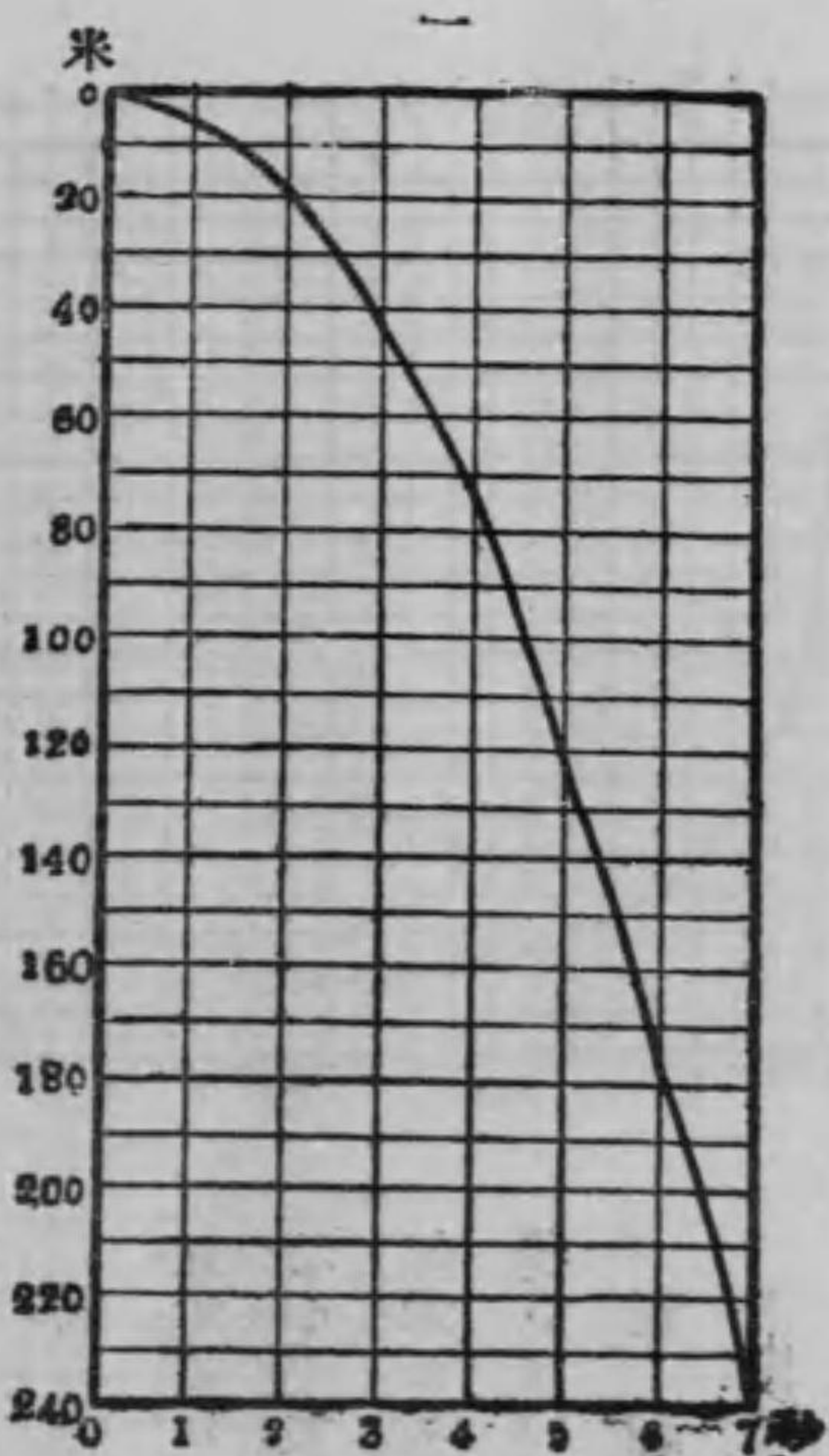
是について見れば、一邊の長さが五米とか六米とか丁度の場合だけでなく、七米七〇の時に他邊の長さは何米になればよいか等も餘り能力を費さないで直觀出来る。

五 拋物線グラフ

左圖の一は高等一年に在つて、高所から物體の落ちる際、その物體が如何なる時間内に如何なる距離まで落ちるかを示すものである。



二は高等二年にあつて、正方形の面積が邊の長さとならざる關係にあるかを示すのである。

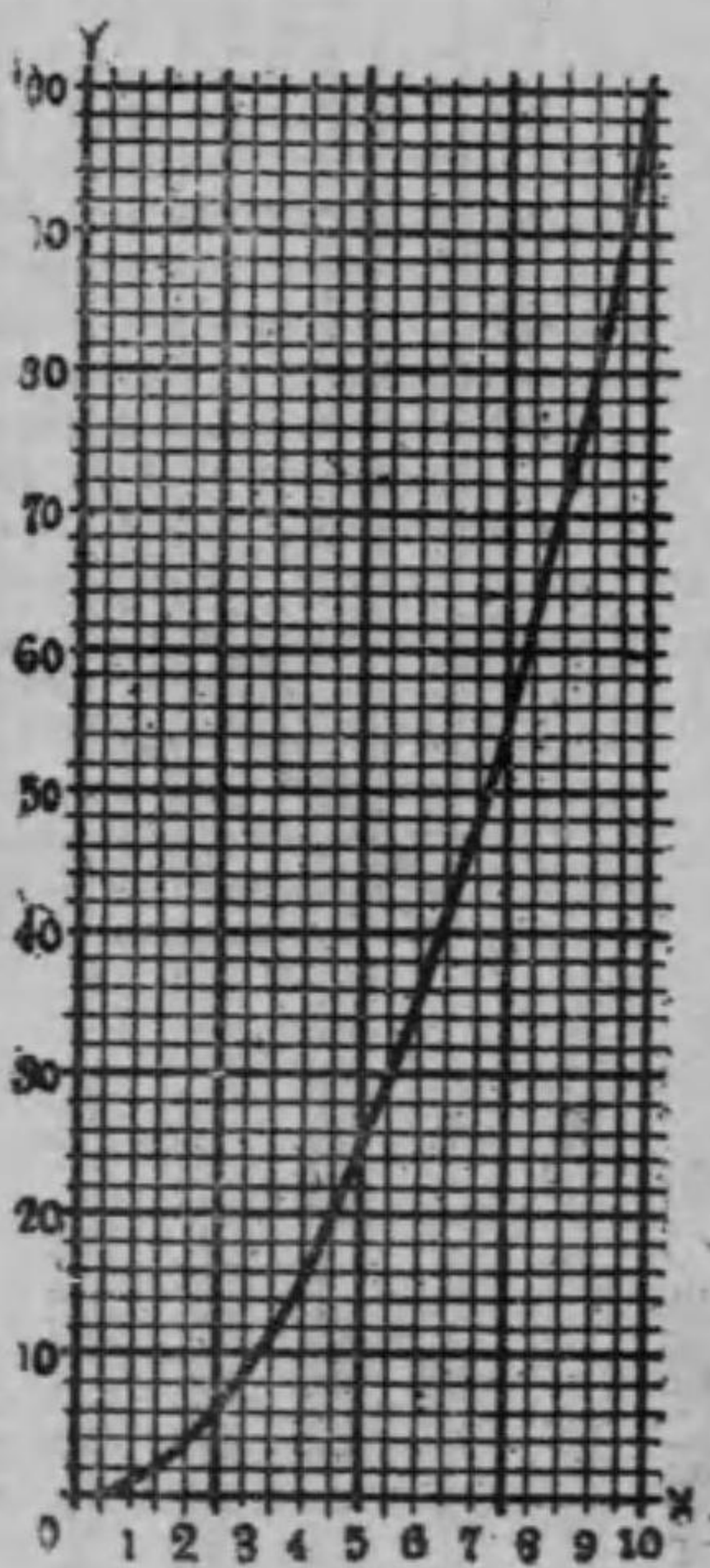


落體の時間と距離の關係も正方形の面積と邊の關係も、共に平方に比例するものである。斯く平方に比例する關係を示すグラフは拋物線的の曲線をなすのである。

何故に斯る曲線となるかと謂へば、1の平方は1、2の平方は4、3の平方の平方は9となり16となる。従つて是等の點を連結すれば斯る線となるのである。そして之を見れば、10、15、20等の平方根

も容易に見出すことが出来る。

同様にして、立方體の稜と體積との關係も、立方拋物線となるのであるが、圖に描かせることによ

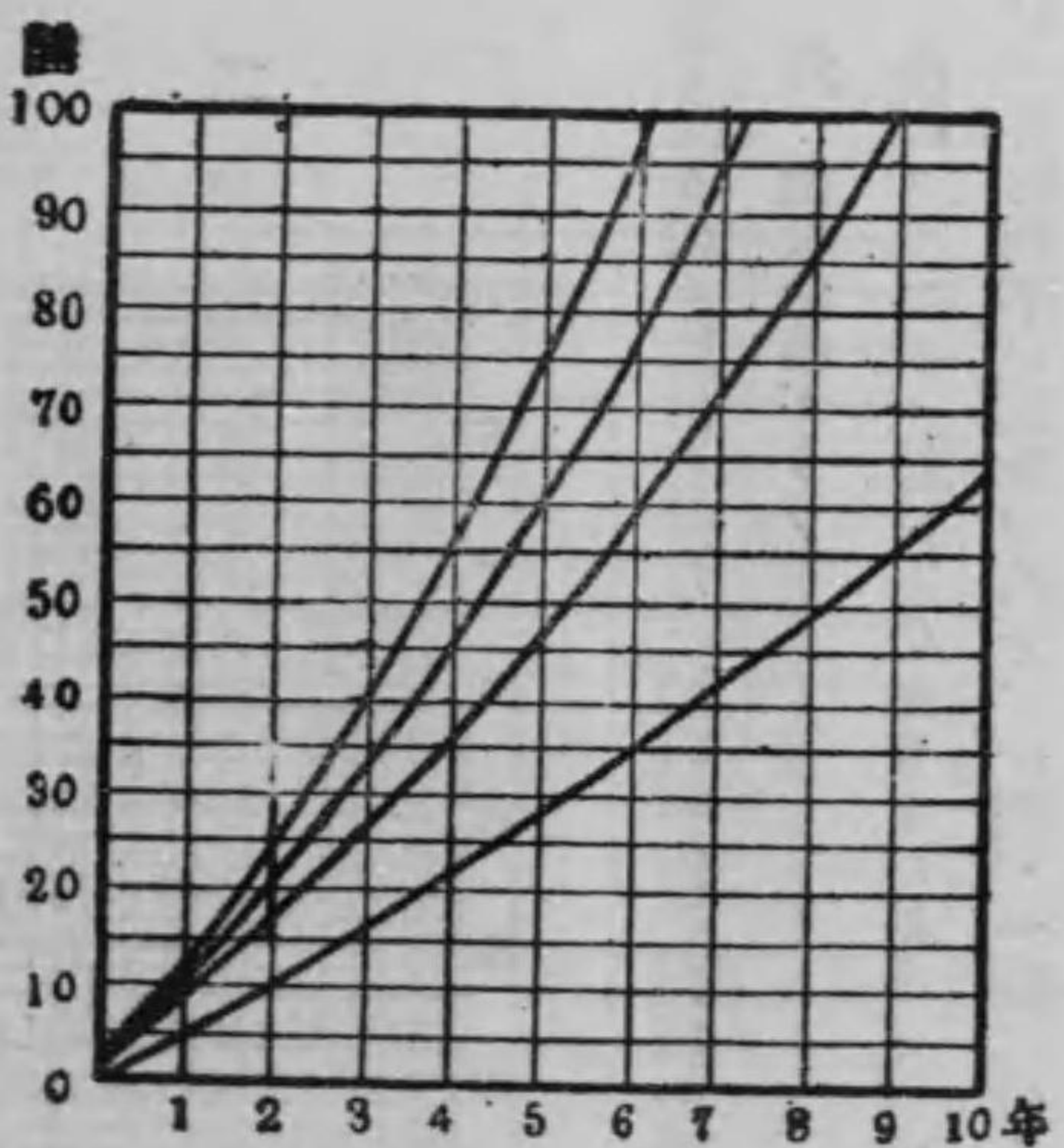


つて立方根も見出し得る。圓の半径と面積の關係の如きも是に類するものである。

### 六 指數曲線グラフ

曲線グラフの一種に左の如きものがある。一は六年にあり、複利表を示すもので、元金が一年間利率が五分、八分、一割、一割二分と定つて居る場合の期間と元利合計との關係を示すものである。元利合計は  $(1 + \frac{r}{100})^n$  の期間乘に比例するからその値に應じて變化する。但し複利のグラフは期間が整数の場合だけに限られ、且つ一期間内は直線になるから



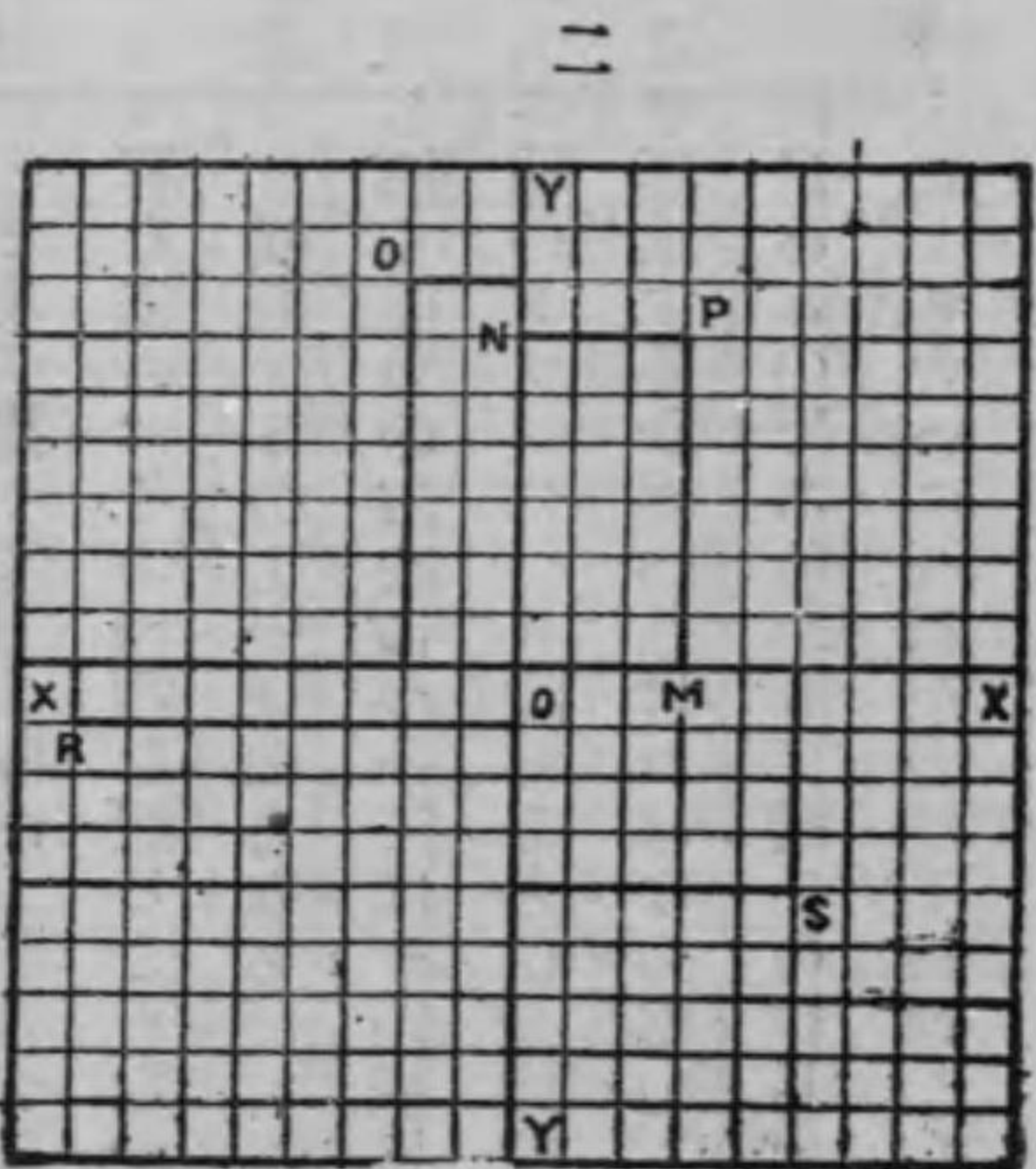


厳密なる意味の指數曲線グラフではない。

### 七 代數的グラフ

以上舉げたグラフは、具體量を對象として、横軸にあるものも、縦軸にあるものも共に正の數だけである。所謂算術的のグラフである。是等に對し高等二年の第三學期にあるものは、グラフの場面を擴張して、負の數まで現はし、任意の方程式——勿論一次的のものに限るけれども——を圖示する方法を授けんとする。

先づ坐標に對する一般的の約束、X軸



を横にし、Y軸を縦とし、二の交る點をO點（原點）とし、O點の左はXの負を示し、O點より下方はYの負を示すことなどを知らせ、點の坐標を讀むこと記すことから始めて、方程式の圖表示に及ぼしてゐる。グラフを一般化する爲には當然必要なるもので、漸次自由に描くことに慣れ、その應用に進まんとするのである。但し是が出来なければ先のものまで描けないと謂ふのではない。

## 第二節 各グラフの價值と取扱の要點

前記グラフが如何なる目的を以て扱はれるものか、その價值如何は、今更述べるまでもない位である。數量を直觀化することが、他人の注意を喚く爲めにも、自ら眺めるとして



——是等主として不定變數の變化の狀況を示すカーブ的グラフの如きもの——も便利である爲め、既に可なり廣く活されてゐる。且つ將來生活方面の關係が複雑となるに従つて此の類の簡單化された表現形式は益々多くなるものと察せられる。従つてその讀み方に慣れさせ、進んで自ら之を描く能を得させることが普通教育の使命として肝要である。又是等讀むこゝ及び描く能力の陶冶と相俟つて、多くの數量によく注意して、夫々關係する方面の理解を進め、その判斷を誤ることなからしむる爲め、是等の表示されたものに對する注意力を喚起するのも一使命となる。

但し描く能力の陶冶についてはその程度などに於て色々議論の餘地は存するかと思ふ。即ち各種のグラフにつき讀むことは勿論であるが、描くことまで要求するか、或部分だけに之を要求するか考へなければならぬ。單にグラフ教材だけについて眺めると何れも相當價值があるのであるから、唯その難易だけの標準から決定出来るのであるが、他方面の材料に於ても大いに時間を掛けて練習しなければならぬもの計りである。然も時間には制限がある。そこで次の如く考へる。

第一類のピクトグラムは讀む練習だけで足りる。長さの倍率を以て現はされたものであるから、それを面積の上から眺めて比較觀察を誤ることのないやうに注意すればよいかと思ふ。然も最も分り易く描かれてあるのであるから、若干の具體例に依つて讀み方の練習をしさへすれば足るかと思ふ。描かせるこゝしても困難はない。

第一類 統計を示すグラフ  
第二類の不定變數を示す折線グラフは大體自ら之を描き得る程度まで練習したい。利用範圍が廣く、實用上將來特に多く活用されるものと認められ、方法も左程困難はないからである。たゞ扇形グラフだけは他に比し多少困難が多い。特殊の特徴もあるので幾分は練習して置きたい。

第三類の函數がグラフは讀むこゝを丁寧にして、描く事は正比例グラフを除いては餘裕ある者だけにしたい。數學の通俗化からは結構なこゝに相違ないが、實用上は正比例グラフ位のものである。且止比例グラフは描くこゝしても最も容易である。一定の形式を以て描かれたものである以上、その形式を會得しなければ、之を自由に讀解することは出来ない。その形式を會得させるにはその描き方即ち作り方を説明し、多少之を試みなければ眞に會



得したものが否か、認定されない。斯る意味が主で描かせることも試みさせるがよい。  
次に取扱の要點を考究して見やう。

### 一 ピクトグラム

機敏に高さだけ注意して読み、面積などに眩惑さるべきでないことを注意する。又相互の關係比較に注意させる。多くの描かれたものを示すがよい。

### 二 棒グラフ

觀察の要點は凡そ次の二點になる。

- 1、標準單位を看取つてその幾倍かを知り指示された各の數量を読む。
  - 2、指示された各量を比較し差の方面と倍數關係の比較を知る。
- 特に端數の読みが困難になるけれども、その部分を詳細にするよりも、大體をよく看取ることが先決問題である。従つて之を基にする計算の如きも暗算で概數を知る位に止めて、

數多く練習するがよい。掛圖等に描かれたものを豫め用意し置くべきである。尙端數を読むには、分數小數の數概念の章で述べた練習をなし、二分法を探るがよい。その二分法は單位の半分よりの小なるものは、先づ單位の半分の點を定めてその單位に對する部分量を見取り半分より大なるものは、丁度半分の點より上について、更に之を二等分した、即ち單位の四分の三の點と比較して、それより何れ位多いか何れ位少いか等を早く見取るのである。描くこと、並行的に進んでよい。

### 三 扇形グラフ

此の扱も前者と餘り變らない。觀察點は

各部分の全量に對する割合を看取することが主で、次いで各部分の比較、夫々の部分量に及ぶのである。部分量を知るには全量を先に知らなければならぬ。

要するに部分量の割合を知ることが骨子になるのであるが、之は常に全圓が一と定められるのであるから、先づその看取法を練習するがよい。圓周に任意の點を基準にして、之



を二等分、三等分、四等分した量が何れ位かを早く見出せば、各部分はそれと比較することにより、概数は容易に見出される。その二等分、三等分、四等分は同形の紙を折つて示したり、圖解したりして直觀的練習をするがよい。

分度器、コンパスを利用することは、それに依つて量を詳細に知る便もあるが、寧ろ描く爲めに必要なもので、その使用法に慣れさせる爲め、グラフを読む時にも利用させる位のものである。それで前述の方面が可なりに練習された上に、一層精密に知らんとする場合だけに用ひさせてもよいのである。斯くて可なりに讀める程度になつたら今度は描くことに進むのである。

#### 四 正比例グラフ

二数の正比例關係にあるグラフが如何なる目的價值を有するかは特に説明するまでもない位と思ふ。長さ、重さ、樹目夫々に亘つてメートル法と尺貫法との換算關係を示すもの、單價の一定せる賣品の價と量との關係、列車運行表、利子表等何れも一度作製して置く

時は、異なる數に對してまで何時にても繰返して利用出来る。その利用方面を眺めれば明らかである。が更に是に依つて正比例關係を一層明確にし函數思想を養ふ利點もある。

大工が八日働いて十八圓の賃錢を得た。此の割合で十五日間働くと幾らの賃錢が取れるか。(六年三三頁)

此の問題の使命は勤勞日數とその賃錢が互に正比例關係にあることを明かにし、それに基づいて廣く此の種の問題が解き得られるやうにしたいのである。此の一題だけで能く是だけの使命を果し得るか否かは問題となる。更に類例を扱ふ必要はある。が使命としては斯くあるのであらう。是が爲めには單に算式を構成し計算だけで終るよりも、その關係をグラフに現して、勤勞日數や賃錢が色々に變つた場合までも眺めて、常に同一直線上にあることを會得させる方が有効であらう。勿論新な仕事を加はるのであるから、多少混亂を生じないとも限らん。それを注意した懇切なる扱は必要である。その二量が變比する工合を様々に數量を更へて考究させるのである。

但しグラフを此の目的に利用する爲めには當然之を此の時期に扱はなければならぬ。

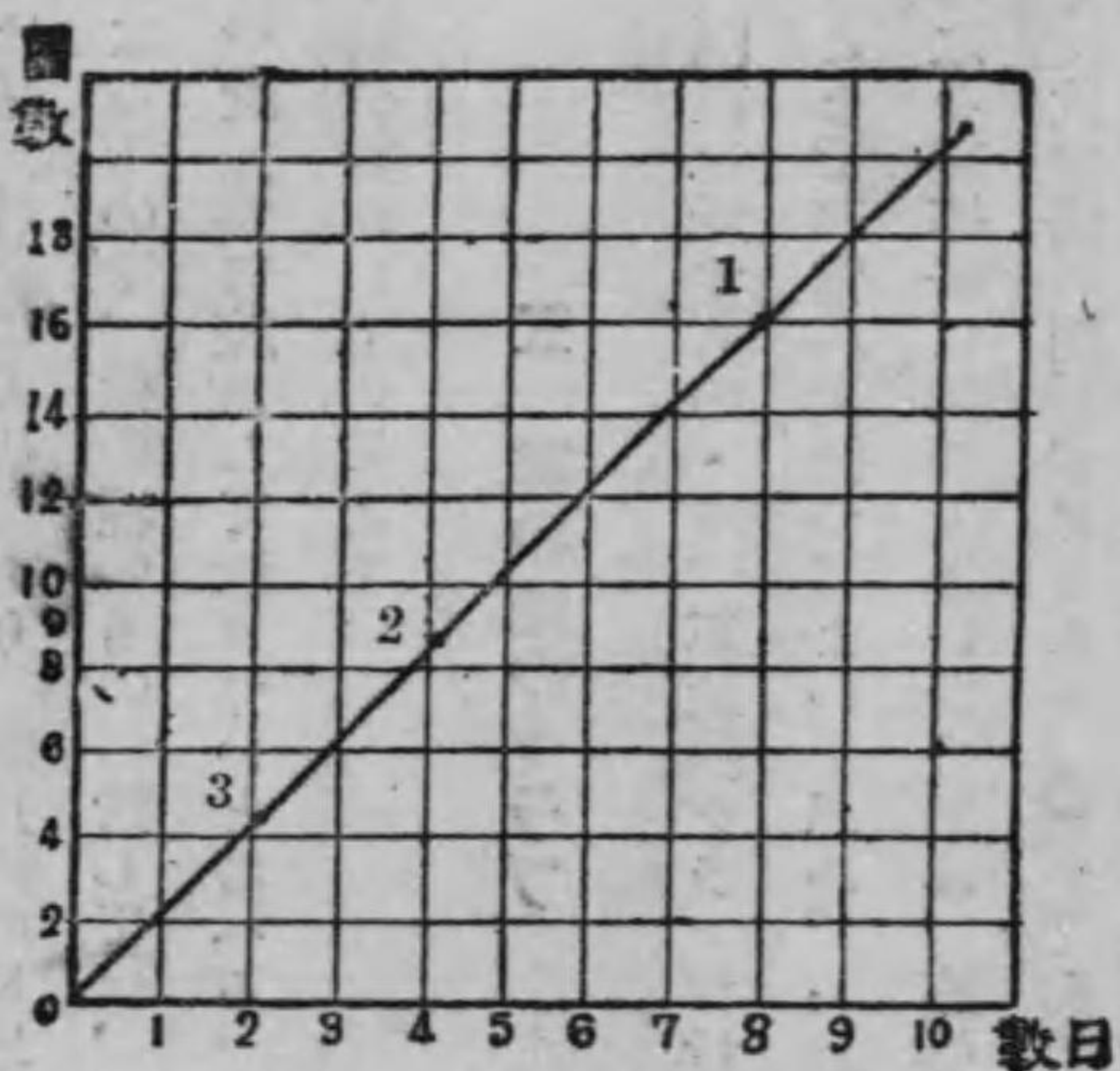


現教科書に指示されてあるやうな、六年で僅に二つ、それも二學末に一つと三學末に一つ位（夫も指數曲線グラフ）では到底此の目的には添はない。従つて之を教授する時期について、前記の兩方面の使命を含ませる爲めには第二學期の始め、即比例を始めて扱ふ時期まで繰上げる必要がある。

次は取扱ふ方法の問題である。が是も單に讀ませるだけにすると、自ら描き得る程度にするのと多少異なる。併しそれは寧ろ練習程度の問題で、態度即扱ひ方としては、是非如何にして描いたものか。即描き方の方面をも説明して、對角線の直線になる所以まで會得させる必要がある。そして讀み方の熟練を先にすることが容易であるから、先づ描かれたものを示し、その讀み方を考へさせ、成るべくは自らその意味を悟るやうに導いて、考へられたら更に次のものを示し、幾つかを練習して後その描き方に及ぼす。又若しも考へ付かないやうであつたら、その描き方の説明を與へつゝ、是に基いて正比例グラフの性質を十分に會得させ、同時に比例關係の如何なる性質のものを謂ふかと謂ふ點まで吟味させ後その際描きたるもの及び別に用意したるものなどを示して、讀み方の練習をなし更に各

目にも描かせて見るのである。

之を描くには高等二年の第三學期に示す如く、教師は方眼の黑板を、兒童には方眼紙を與へ、單位の定め方を最も簡單にしたものから始めて、先づ縦横の基準となる軸を定め、



第九章 グラフの教材

單位を盛り、前記の問題とすれば横に日數、縦に圓數を記し、その八日と十八圓の處から辿つた縦横の線の相會した點と原點とを結ぶだけでもよければ、もう少し丁寧にするなら、(1)八日に十八圓なら (2)四日に九圓 (3)二日に四圓五十錢と謂ふことは容易に見出されるそこで(1)、(2)、(3)から辿つた縦横の線の會した點を夫々記入し、之を定規を當て連結すればよいのである。

謂ふまでもなく函數關係を表はすものとし



ては是が最初のものであり、利用的の見地から眺めても最も關係の深いもの、然も最も容易なるもので、他の種のものに對しては、寧ろ基本的のものであるから、十分にその描き方や讀方共に練習して置きたいと考へる。従つて特に之を始める際は類題を六七題、乃至十題位は欲しいものである。

### 五 其他のグラフ

函数を示すもの、中、正比例グラフだけは尋常科にも既に出てるのであり、之を描くことまで尋常科で扱つてよいと思ふ。が指數曲線を示すもの、或は反比例グラフその他は之を高等科に譲つてよいかと思ふ。高等一年と二年何れを主とするかは問題となるが、方程式解法の問題などもあり、強いて高等一年だけで終る譯には行かない。他教材の餘裕を見てその間に加へて行くのであるから、是だけで繼續的に系統を立てるのも無理があるかも知れない。併し事情が許せば勿論それがよい。そして少くとも之を何れの種類でもそれを始めて扱ふ場合には數題づゝは補充しなければ、機敏に讀むだけの指導を施すとして

も不十分である。

練習の程度に對しては新しいものには多くを望みたいのが人情であるが、前の正比例までを十分に練習するとして、その他は讀むことの練習を主とし、是が爲めに描くことまで練習する位を本體としたい、成績もよく餘裕ある場合は何れだけでも練習するがよいかと思ふ。

夫々の描き方は正比例の場合に就いて述べたやうに、反比例とすれば全面積が一定で二十四平方米とすれば、その縦が1なら横は24、縦が2なら横は12、縦が3なら横は8、縦が4なら横は6、同様に縦が6なら横は4の如く………になるから夫々の點を記載して之を結べばよいのである。

拋物線グラフも同様で、正方形の一邊と面積との關係とすれば、

|    |   |   |   |    |    |     |    |
|----|---|---|---|----|----|-----|----|
| 一邊 | 1 | 2 | 3 | 4  | 5  | ……… | 9  |
| 面積 | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | ……… | 81 |

の如き關係になることは既に知られてゐる。が若し不十分であるなら先づ之を明かにする。



そして邊を横、上に定め、縦軸にて面積を表はすものとすれば、前の相對應する點から辿つた縦横の線の會した點を記し、之を連続すれば容易に出来る。

正比例グラフ、反比例グラフに於て、その描き方と結んで読み方を會得させたとすれば尙更此處でも同様の態度で理解するやうにしたい。

読み方としては邊と面積が平方比例の關係(複比)にあることを眺めること、邊を知つて面積を求めること及び面積先に決定して是に應ずる邊を知らんとする場合——即平方根を求めるもの——等の各方面がある。出来るだけ廣く活用させたい。

## 六 代數的グラフ

算術的グラフの價值取扱要點は前述の如くである。是に對し、代數的グラフが果して十分なる價値を小學程度に於ても發揮し得られるか否かは多少の疑問が無いでもない。けれども、既に負數が取入れられ、方程式解法の練習が遂げられてある。數概念數理の發展擴張を望むは至當なるものである。依つてグラフに對しても一層擴張された概括された一般

的理解を與へ、自由に之を描き、成るべく廣く之を應用するやうに導かんとするは當然起る要求と思ふ。

取扱方としては是までの函數グラフを基礎にして、それ等の概括される方法之を自由に描く方法を考究するものなることを告げ、先づ坐標の一般規約と點の坐標を読むこと、描くことを明かにする。何れも既定の規約で加減乗除の符號と似た性質のものである。磁石を用ひて地圖を描く心持で扱へば、點の位置が何を現はすかと具體化される。斯くて描くことを多くする前に、既に插きたるものを読むことに慣れさせる扱を十分にすることが樂に學ばれる。

次は方程式をグラフに描くのであるが、大體二種になる。

$$Y = aX$$

$$Y = aX + b$$

是である。a及びbが正の數になつたり、負數になつたり、分數や小數になつたりすることに依つて、兒童には一見異なるもの、如く感ぜられる。けれどもその要領は全く同一で



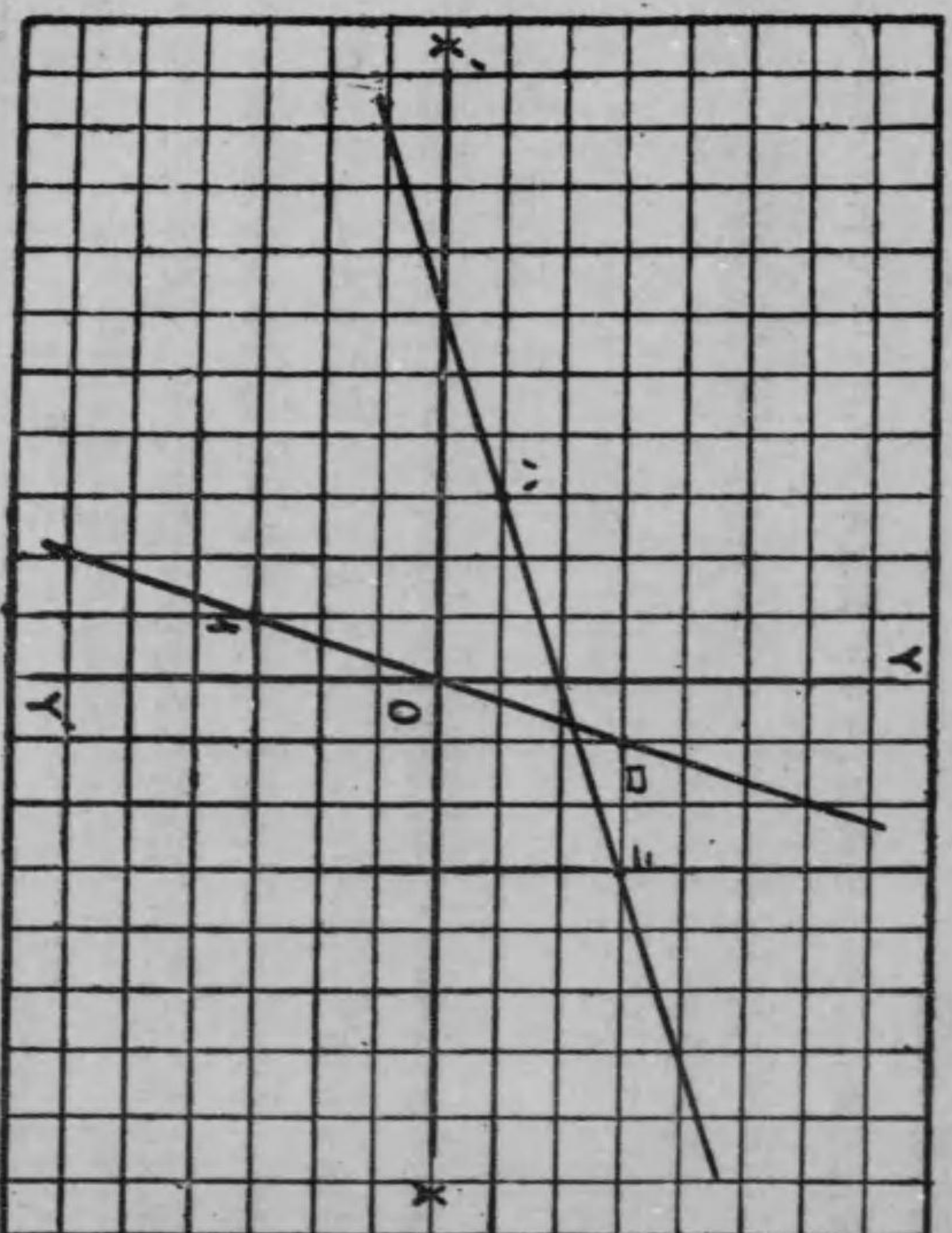
第一も第二のbを零と考へれば、それに含まれるのである。

之を圖示するには先づxに任意の數値を與へて、之を0 1 2 3 4、或は-1 -2 -3 -4の置換した場合に、yの値が如何になるかを算出するのである。例へば

$y=ab$  で  $a=3$  と假定すれば  $y=3x$  となつて  $x$  を 1 とすれば  $y$  は  $3 \times 1=1$ 、 $x$  を  $-2$  とすれば  $y$  は  $3 \times (-2)=-6$  の如くなるから、結局夫々の場合を同様に算出すれば  $y$  の値は常に  $x$  の値の 3 倍を示し

|     |          |    |    |    |   |   |   |   |    |       |
|-----|----------|----|----|----|---|---|---|---|----|-------|
| $x$ | .....-1  | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4  | ..... |
| $y$ | .....-12 | -9 | -6 | -3 | 0 | 3 | 6 | 9 | 12 | ..... |

の如し。同様にして  $y=ab+b$  で  $a=\frac{1}{3}$ 、 $b=2$  とすれば  $y=ax+b$  は  $y=\frac{1}{3}x+2$  となつて常に  $y$  の値は  $x$  の  $\frac{1}{3}$  倍に 2 を加へたわけとなるから、 $x$  が 0 の時は  $\frac{1}{3} \times 0 + 2 = 2$ 、 $x$  が 2 なら  $y$  は  $\frac{1}{3} \times 2 + 2 = 2\frac{2}{3}$ 、 $x$  が  $-2$  なら  $-2 \times \frac{1}{3} + 2 = 1\frac{1}{3}$  従つて各の場合を算出すると









數學の對象と謂へば必ずしも量だけ、或は量の關係だけではないけれども、算術の對象は量だけ、或は具體量を現はす記號と、その變化の關係、手續き——計算——だけ謂ふてもよい。勿論嚴密に考へると夫以外の部分も無いではないが、前記のものが主要部分となつてゐる。さてその量は或材料を或時期に測つた結果だけ眺めれば永久に變らない。けれども實際は、種々の事情に關係して絶えず變化する。例へば身長の如き、生物が時日の推移と共に變化するのは勿論として、無生物なる鐵棒の長さも温度の變化に連れて若干づつは變化する。賣買その他取引上の金額も取引せんとする對象の多少、その他の事情に應じて常に變化する。物の重さは實質の變化又はその多少に應じて變化する。斯く眺める時は萬物の量が變化すると謂へよう。變化せざる者は歴史的に記録されたものだけである。實際の物それ自體は時の推移、他から働く力の關係に依つて絶えず變化する。

斯く變化する數量を變數と唱へ、變化せざるものを常數と名ける。多くの變數の一つを採り、是に吾等が注意した場合、その者の變化は他に何等かの計量される者、即他の變量と關係し、相伴つて變化する。即共變する。その共變するものは二量だけに限られる場合

もあれば、三量或六以上が關係することもある。兎に角その中の二量を對象として考へた。その二量が如何なる關係を保つて變化するか。を考へるのが函數的思考であり、函數的考察である。その關係の見出され、計量されて、更に謂へ換へれば公式化されたものが所謂函數關係である。此の函數關係を明かにせんとして眺める状態、その精神活動、並にその函數關係を取扱ふことを廣く函數思想と概括するのである。

斯く謂へば數學の職能と自然科学者の職能とが區別されないことになる。事實函數關係の決定は多くの實驗的事實を材料とする。それを扱ふ者は大抵自然科学者であり、科學研究の態度になる。然し是に對しては科學者が數學の力、その手段依つて研究を遂げるのであると解釋する。或目的の實驗材料を得るだけでは未だ數學の問題にならないこともある。その材料から導き出して、一つの法則として定立させる仕事、その過程は數學の問題になる。そしてその場合は勿論函數思想の問題になるのである。

## 二 必 要



函數思想の意義は上述の如くであるから、その必要論は多く述べるまでもない。吾々が兒童をして、その環境なる自然界、實社會に接し、之を數量的立場から觀察し、正しい理解を得させたいと希ふなら、その手段となる數學、函數的に事物を眺める訓練、函數關係を處理する手續等に慣れさせて置かなければならないことになる。小學校の算術中に果して如何程その機會が得られるかは、次の節で考究したいと思ふが、適當なる機械毎に、夫具體的の場合に於て之を養成助長する手段を講じなければならぬのである。

## 第二節 小學算術と函數

函數思想の養成が如何に大切なればとて、學習する者自身に是が得會出來ない程度のものであれば、遺憾ながら夫は割愛しなければならぬ。がその難易は漸く措いて、その機會を調査して見やう。

第一章に於て述べたやうに、計算が實際生活に適用される場合を考へると、計算しやうとする數量が「如何なる條件に依つて變化するか。」を吟味するか、或は一旦吟味して得た

處を記憶して、此の數は常に是々の事情で變化するのであるから、此の場合とすれば斯うなるべきであると判斷して處理するのである。例へば矩形の面積に關するものとすれば、それは縦横の長さの大小に應じて變化するから、その相乘になるべきである。と判斷する。又面積と一邊が與へられて、残る一邊を求める場合とすれば面積は、是々の計算關係に依つて生じたのであるから、その因數——斯る言葉は教へないとしても——に相當するもの見出す爲めには、斯る計算法を探ればよいと、全く始めの計算關係に基いて算法を決定する。以上は矩形の面積に關係した一例を述べたに過ぎないが、その他の場合も見ても、是に類似し、所謂函數關係を考察し、既にその關係が明瞭に知られてゐるものも多數ある。

1. 單價×總量=總價
2. 速度×時間=運動距離
3. 單位時間の仕事量×時間=仕事の總量
4. 直徑×3.14=圓周
5. 面積計算の各種公式



6. 體積計算上の各種公式
7. 歩合に関する各種公式
8. 利息配當金に関する公式
9. 其の他一般に正比例に屬するもの
10. 同 反比例に屬するもの
11. 正方に比例するもの
12. 立方に比例するもの

等何れも一定關係を保つて變化する函數である。

従つて所謂公式は實にその函數關係の明瞭に知られたものについて、その關係を簡明に示したものと謂ふてよい。尙此の考を推廣めて考へると、寒暖計の換算、和差算、年齡算、何々算と彙類されるものは、類似の函數關係に抱括されるものを集めたものである。所謂代數解法に於ける方程式もその關係を示すのであらう。

斯く考へる時は函數思想の問題は決して、中等學校に於ける問題計りでなく、小學校の

事實問題、と唱へられるものと極めて密接なる關係を保つものなることが明かである。

尙難易の方面を考へると、勿論關係的考察になるのであり、その關係を一般化して普遍的のものとして認識するのであるから、割合に困難である。従つて低學年で要求することの出来ない計でなく、高學年といへども餘程丁寧な扱をしなければ、目的を果すことは出来ない。その扱は次に述べる。

### 第三節 函數問題の取扱

前節に叙述した各種の實際問題が函數關係を有するからと謂ふても、その問題の解答を得るだけで、函數思想が養成されるのではない。若しもそれだけで事足るものこそすれば、改良運動の叫ばれる筈もない。それ等の材料を數學的に考察し、自らその函數關係を見出さんとする意識的努力が加はり、その訓練が施されて函數思想は養成されるのである。

然らば是が爲めの扱は如何にするかと謂ふに、大體歸納的扱でも名ける方法を探るがよい。第七章の終りに於ても述べたやうに、歸納的扱は一問題を對象として考察吟味する