Anleitung zur Waldwerthrechnung.

Anleitung

zur

Waldwerthrechnung

von

Dr. Gustav Heyer,
ordentlichem Professor der Forstwissenschaft an der Ludewigs-Universität
zu Gießen.

Leipzig,
Verlag von B. G. Teubner.
1865.

Vorwort.

Die Waldwerthrechnung ist — im Gegensatze zu andern Zweigen der Forstwissenschaft — mehr durch Monographien und Aufsätze in Zeitschriften, als durch Lehrbücher gefördert worden. Die vorliegende Schrift hat zum Zweck, das zerstreute Material zu sammeln, Lücken auszufüllen und das Ganze systematisch zu ordnen. Sie zerfällt in zwei Haupttheile. Der erste enthält die reine Waldwerthrechnung, der andere die Anwendungen derselben auf Gegenstände der forstlichen Betriebslehre. Da dieser letztere Theil keinen Anspruch auf Vollständigkeit macht (diese wird er überhaupt nur in einem Werke finden können, welches die gesammte Betriebslehre umfaßt), so hat ihn der Verfasser als „Anhang" behandelt.

Seit einer Reihe von Jahren ist die Waldwerthrechnung zur Lösung von Aufgaben aus der forstlichen Statik, insbesondere zur Ermittlung der vortheilhaftesten Umtriebszeit benutzt worden. Die gewonnenen Resultate haben sich bis jetzt einer allgemeinen Anerkennung noch nicht zu erfreuen gehabt. Während Einzelne ihren Standpunkt mit großer Entschiedenheit vertreten, zögert die Mehrzahl der Forstwirthe, sich nach der einen oder der andern Seite hin zu entscheiden. Man fühlt die zwingende Beweiskraft der mathematischen Methode, aber man hat Bedenken, ob die Oeconomie das Ergebniß der Rechnung ausführbar erscheinen lasse. Dieses Dilemma ist es, welches einen Stillstand in die Behandlung der oben genannten Frage gebracht hat. Um sich ihm zu entwinden, wird man die öconomischen Prinzipien, welche der Rechnung zu Grunde liegen, präcisiren, auf der andern Seite aber den Effect berechnen müssen, welchen die Beobachtung gewisser öconomischen Rücksichten im Gefolge hat. In dem I. Kapitel des „Anhangs" hat der Verfasser versucht, diesen Weg einzuschlagen. Es würde ihn freuen, wenn es ihm gelungen sein sollte, zur Aufklärung des Gegenstandes und zur Vermittlung der mitunter noch sehr schroff sich gegenüberstehenden Ansichten Einiges beigetragen zu haben.

Obgleich ein Feind alles überflüssigen Formelkrams, hält es der Verfasser doch für zwecklos, mathematische Aufgaben unter Ausschluß der Mathematik zu behandeln, weil ohne diese ein entscheidendes Resultat nicht zu erzielen ist. Zudem setzt die vorliegende Schrift nur die Kenntniß der elementarsten Regeln der Arithmetik voraus. Mit jener sogenannten populären Darstellungsweise, welche darauf ausgeht, Jeden, dem ein gründliches Studium unbequem ist, zum Mitsprechen befähigen zu wollen, durch welche aber nur die Oberflächlichkeit groß gezogen und der wissenschaftliche Fortschritt gelähmt wird, hat der Verfasser sich nie zu befreunden vermocht. Er hat daher von der Mathematik überall da Gebrauch gemacht, wo dieselbe nothwendig erschien. Die zahlreichen, der Praxis entnommenen Rechnungsbeispiele, durch welche die einzelnen Lehrsätze der Waldwerthrechnung erläutert worden sind, werden übrigens den Beweis liefern, daß die Entwicklung mathematischer Ausdrücke dem Verfasser nur Mittel zum Zweck war. Möchten jene Beispiele den Anfänger zugleich davon überzeugen, daß der practische Forstwirth die Waldwerthrechnung eben so wenig entbehren kann, wie die Lehren des Waldbaues, der Waldpflege, Waldbenutzung 2c., welchen jene Disciplin wohl an Alter, nicht aber an Wichtigkeit nachsteht.

Ueberhaupt hat der Verfasser das Bedürfniß des Anfängers fortwährend im Auge gehabt. Mit Rücksicht auf diesen hat er auch die Formeln der Zinseszinsrechnung ausführlich entwickelt. Solche Leser, welche in dieser Rechnungsweise hinlängliche Uebung besitzen, mögen Seite 25 bis 36 überschlagen und sich an die auf Seite 37 befindliche Zusammenstellung der gebräuchlichsten Formeln der Zinseszinsrechnung halten.

Gießen, Ostern 1865.

Der Verfasser.

Inhaltsverzeichniß.

Einleitung.

I. Vorbereitender Theil.

II. Angewandter Theil.

Anhang.

Anwendungen der Waldwerthrechnung auf Gegenstände der forstlichen Betriebslehre.

Tabellen.

Berichtigung.

Seite 11, Zeile 14 v. u. ist zu setzen p statt B.

Einleitung.

Begriff, Eintheilung und Literatur der Waldwerthrechnung.

I. **Begriff.** Die Waldwerthrechnung, eine Vorbereitungs-Wissenschaft der forstlichen Betriebslehre, befaßt sich mit der Ermittlung

1) des Bodenwerthes,
2) des Bestandswerthes,
3) des Waldwerthes,
4) der jährlichen Boden-, Bestands- und Waldrente.

Unter Wald ist die Vereinigung von Boden und Holzbestand zu verstehen.

II. **Eintheilung.** Die Waldwerthrechnung läßt sich zerfällen:

1) in einen **vorbereitenden Theil**, welcher die öconomischen, mathematischen und forstlichen Vorkenntnisse der Waldwerthrechnung entwickelt;

2) in einen **angewandten Theil**, welcher die unter I. genannten Werthsberechnungen ausführen lehrt.

III. **Literatur.** Cotta: Systematische Anleitung zur Taxation der Waldungen, II. Abtheilung, Berlin 1804. G. L. Hartig: Anleitung zur Berechnung des Geldwerthes eines Forstes, Berlin 1812. Krause: Anleitung zur Abschätzung und Berechnung des Geldwerthes der Forstgrundstücke, Leipzig 1812. v. Seutter: Grundsätze der Werths-Bestimmung der Waldungen, Ulm 1814. Cotta: Entwurf einer Anweisung zur Waldwerthberechnung, Dresden 1818; 4. Auflage 1849. Klein, Formeln zu den Cotta'schen Waldwerthberechnungstafeln, München 1823; 2. Ausgabe 1836. Hoßfeld: Waldwerthbestimmung, Hildburghausen 1825. (Dritter Theil der „Forsttaxation" desselben Verf.) Pernitzsch: Anweisung zur Waldwerthberechnung, Leipzig 1820. Derselbe: Untersuchungen über

Kapitalwerth rc. der Wälder, Frankfurt 1842. Hundeshagen: Forstabschätzung rc., Tübingen 1826; 2. Auflage 1848. v. Gehren: Waldwerthberechnung, Cassel 1825. Riecke: Ueber die Berechnung des Geldwerthes der Waldungen, Stuttgart 1829. Winckler: Waldwerthschätzung, II. Abtheilung, Wien 1836. Smalian: Forst-Einrichtung rc., Berlin 1840. Reber: Handbuch der Waldtaxation, Kempten 1840. Hierl: Anleitung zur Waldwerthsberechnung, München 1852. Breymann: Anleitung zur Waldwerthberechnung, Wien 1855. Preßler: Rationeller Waldwirth, I. und II. Buch, Dresden 1858 und 1859. Derselbe: Das Gesetz der Stammbildung, Leipzig 1865. Burckhardt: Der Waldwerth, Hannover 1860. Robert und Julius Micklitz: Beleuchtung rc. des rationellen Waldwirths, Olmütz 1861. Beivinkler: Anleitung zur Waldwerthberechnung, Pesth 1861. Albert: Lehrbuch der Waldwerthberechnung, Wien 1862. Bose: Beiträge zur Waldwerthberechnung, Darmstadt 1863.

Außerdem sind in fast allen forstlichen Zeitschriften Abhandlungen über Waldwerthrechnung enthalten. Besondere Beachtung verdienen die Aufsätze von Faustmann (Allgemeine Forst- und Jagd-Zeitung von 1849, 1853 und 1854; v. Wedekind's Neue Jahrbücher der Forstkunde, zweite Folge III. Band) und Preßler (Allgemeine Forst- und Jagd-Zeitung von 1860).

I. Vorbereitender Theil.

I. Kapitel.

Allgemeines über die Bestimmung des Güterwerthes.

I. **Begriff des Werthes eines Gutes.** Unter einem Gut versteht man jeden Gegenstand, welcher zur Befriedigung von Bedürfnissen dient.*) Den im menschlichen Urtheil anerkannten Grad der Nützlichkeit eines Gutes heißt man den Werth desselben.**)

II. **Arten des Werthes.** Man unterscheidet:

1) **Gebrauchs- und Tauschwerth.**

A. Unter dem Gebrauchswerth versteht man den Grad von Tauglichkeit eines Gutes, seinem Besitzer bei der eignen Anwendung einen Vortheil zu gewähren.***) Der Gebrauchswerth kann sein:

a) Verbrauchswerth (nach Baumstark, Benutzungswerth nach Hufeland, Genußwerth nach Schmitthenner und Rau,†) welcher darin besteht, daß ein Gut unmittelbar sich verwenden läßt (z. B. Nahrungsmittel); oder

b) Erzeugungswerth, d. i. die Fähigkeit eines Gutes, andere Güter von anerkanntem Gebrauchswerthe hervorzubringen (z. B. Werkzeuge).

B. Tauschwerth ist derjenige Werth, welchen ein Gut in seiner Eigenschaft, als Gegengabe für ein anderes Gut dienen zu können, besitzt.

2) **Gattungswerth** (nach Rau, abstracter Werth nach Riedel, allgemeiner Werth) und concreter (besonderer) Werth. Unter erste-

*) Hermann: Staatswirthschaftliche Untersuchungen, 1832, 3. **) Rau: Volkswirthschaftslehre, 1863, 70. ***) Derselbe, S. 71. †) Derselbe, S. 72.

rem versteht man den Werth, welchen gewisse Gattungen und Arten von Gütern für den Menschen im Allgemeinen besitzen; unter letzterem den Grad der Nützlichkeit, welchen ein Gut für eine einzelne Person hat.*)

So z. B. kann eine Waldparzelle, welche für sich eine Wirthschaftseinheit bildet, einen andern concreten Werth haben, als in dem Falle, wenn sie mit einem Wirthschaftscomplex, namentlich einem solchen, an welchen sie unmittelbar angrenzt oder welcher sie umschließt, vereinigt wird. Die Vortheile, welche sich aus einer solchen Vereinigung ergeben, können u. A. darin bestehen, daß man für die hinzugekommene Fläche keine Kosten für Verwaltung und Beschützung aufzuwenden braucht (wenn nämlich das vorhandene Beamtenpersonal diese Functionen ohne Gehaltserhöhung besorgen kann); daß der Wald besser arrondirt und hierdurch die Grenze vereinfacht wird (Ersparniß an Grenzunterhaltungskosten); daß man freiere Hand bei der Wahl der Holzart, Betriebsart 2c. erhält; daß unzureichende Betriebsklassen angemessen ergänzt werden können; daß die Gelegenheit zur Ausführung von Freveln von Seiten des Angrenzers wegfällt 2c.

3) **Reeller und Affections-Werth.** Nach Roscher**) heißt ein nur von Einem anerkannter Gebrauchswerth Affectionswerth; letzterer übt auf den Tausch eines Gutes nur dann Einfluß aus, wenn der Schätzende nicht zugleich Besitzer ist.

Rau (Volkswirthschaftslehre, 1863, 78) sagt: „Der Werth der Vorliebe oder Affectionswerth ist eine besondere Art des individuellen, beruhend nicht auf einem eigentlichen Nutzen, sondern auf einem Gefühle, welches aus dem Gemüthe entspringt. Er zeigt sich auch bei wirklichen Tauschfällen öfters als Affections- (Liebhaber-) Preis." Storch (Handbuch der Nationalwirthschaftslehre, aus dem Französischen von Rau, III.): „Der sogenannte Affectionswerth ist eine Art des individuellen Werthes, dessen Grund nicht in irgend einem Vortheile oder allgemeinen Vorzuge, sondern in einer Vorliebe aus blos persönlichen Beziehungen liegt." Weber (Lehrbuch der politischen Oeconomie, 1813, I, 73): „Der Werth läßt sich theils als reell, natürlich, nothwendig, generell denken, in so fern er immer und der Natur der Sache nach einem Dinge anklebt, theils als zufällig, gemacht, speciell, in so fern er so nur unter gewissen Verhältnissen, zu gewissen Zeiten, für gewisse Personen und Dinge gilt."

Die Waldwerthrechnung als forstliche Wissenschaft befaßt sich nur mit der Bestimmung von reellen Werthen.

III. **Begriff von Preis.** Unter dem Preise versteht man den Gegenwerth, welcher bei Vertauschung eines Gutes in andern Gütern für dasselbe geboten wird.***) Der Preis wird entweder in einer bestimmten Menge einer andern Waare, oder — um die unend-

*) Rau a. a. O. S. 76. **) National-Oeconomie, 2 Aufl. 1857. §. 5.
***) Rau a. a. O. S. 164.

lichen Mannichfaltigkeiten der Preisbestimmung abzuschneiden — durch das allgemeine Tauschmittel, das Geld, ausgedrückt.

IV. **Methoden der Werthbestimmung.** Man kann den Werth eines Gutes bestimmen:

1) **Nach dem Erwartungswerthe,** d. i. nach der Summe der reinen (von den Productionskosten befreiten) Jetztwerthe aller der Nutzungen, welche von einem Gute überhaupt zu erwarten sind. — Diese Jetztwerthe bestimmt man mit Hülfe der Discontorechnung.

Die Theorie des Erwartungswerthes gründet sich auf die Ansicht, daß der Werth eines Gutes, welches nicht selbst verzehrbar ist (wie z. B. der Waldboden), oder bei der Verzehrung nicht den größten Nutzen gewährt (z. B. unreife Holzbestände), ausschließlich oder mit größerem Vortheil in den von demselben zu erwartenden Erträgen gesucht wird; und zwar besteht dieser Werth in der Summe dieser Erträge, abzüglich der auf der Erzeugung derselben lastenden Unkosten. Da jedoch eine nach Jahren eingehende Einnahme gegenwärtig einen geringeren Werth besitzt, weil man sich denken kann, daß jene Einnahme aus einem in der Gegenwart verzinslich angelegten Kapital und den Interessen desselben bestehe, so müssen zur Bestimmung des Erwartungswerthes alle von dem betreffenden Gute zu erwartenden Einnahmen (und ebenso die Productionskosten) auf die Gegenwart reduzirt werden, wozu man sich, wie schon angegeben, der Discontorechnung bedient.

Der Ausdruck „Erwartungswerth" kommt bei den Schriftstellern der Privat- und Nationalöconomie nicht vor; er ist wohl zuerst von Preßler („Rationeller Waldwirth") in Anwendung gebracht worden. — Bei der Berechnung des Bodenwerthes, Bestandswerthes und Waldwerthes spielt, wie wir später sehen werden, der Erwartungswerth eine große Rolle.

2) Nach dem **Kostenwerthe** (Productions-, Anschaffungs-, Erzeugungs-, natürlicher, nothwendiger Werth bezw. Preis), d. i. nach demjenigen Aufwande, welcher zur Erzeugung eines Gutes erforderlich ist.

Der Kostenwerth bestimmt das Minimum des Preises, zu welchem z. B. ein Fabrikant eine Waare ohne Verlust abgeben kann. Der Ausdruck „Kostenpreis" findet sich bereits bei Jacob (Nationalwirthschaftslehre, 2. Aufl. 1809, §. 174—176), ferner bei Schlözer, Kubler, Storch, Lotz, Rau u. A.

3) Nach dem **Verkaufswerthe,** d. h. nach demjenigen Preis, zu welchem andere Güter von gleicher oder ähnlicher Beschaffenheit verkauft zu werden pflegen.

In dieser Weise bestimmt man z. B. den Werth von Getraide, aufgearbeitetem Holz 2c. Die Wahl des Ausdrucks „Marktpreis" empfiehlt sich weniger, weil Mancher meinen könnte, es sei hier der Marktpreis im Gegensatz zum Waldpreis zu verstehen. Rau *) bemerkt zwar, daß Markt in der Wirthschaft bildlich

*) a. a. O. S. 177.

zu nehmen sei und das Aufeinanderwirken von Begehr und Angebot in großen Massen bedeute; allein diese Vorstellung hat sich noch nicht genug eingebürgert.

4) Nach dem **Rentirungswerthe** (auch Kapitalisirungswerth genannt), indem man zu der Rente R, welche ein Gut jährlich gewährt, den entsprechenden Kapitalwerth K nach der Proportion p (= Prozent) : 100 = R : K aufsucht, aus welcher $K = \frac{R\,100}{p}$ folgt.

Nach dem Rentirungswerthe pflegt man u. A. den Werth eines Ackers, Hauses ꝛc. aus dem jährlichen Reinertrag zu bestimmen. Wie sich aus Formel VII. im Kapitel IV. Abschnitt II. dieser Schrift ergiebt, läßt sich der Rentirungswerth auf den Erwartungswerth zurückführen.

II. Kapitel.

Wahl des Zinsfußes.

I. **Begriff von Zinsfuß und Prozent.** Der Zinsfuß Z bezeichnet das Verhältniß, in welchem das jährliche Einkommen E eines Kapitals K zu dem Kapitale selbst steht. Es ergibt sich daher, wenn E und K bekannt sind, Z durch den Quotienten $\frac{E}{K}$. Prozent (%) nennt man den Zinsfuß, welcher sich für das Kapital 100 berechnet. Die Prozenteinheiten pflegt man mit p zu bezeichnen. Ist E und K bekannt, p aber unbekannt, so findet man p aus der Gleichung $\frac{E}{K} = \frac{p}{100}$, aus welcher $p = \frac{E}{K}100$ folgt.

II. **Veränderlichkeit des Zinsfußes im Allgemeinen.** Der einer gegebenen Einnahme entsprechende Kapitalwerth ist keine ständige Größe, sondern kann nach Zeit und Ort verschieden sein. Im Allgemeinen wirken auf die Größe dieses Kapitalwerthes folgende Umstände ein:

1) Die **Sicherheit**, mit welcher auf den Bezug einer Einnahme gerechnet werden kann, indem, unter sonst gleichen Verhältnissen, die Größe des Kapitalwerthes dem Grade jener Sicherheit direct proportional ist.

Einen Beleg für die Richtigkeit des eben angeführten Satzes liefern die Staatspapiere. Die unsicheren, wie z. B. die Amerikanischen, werfen hohe Zinsen ab, haben aber geringe Kapitalwerthe. — In Finland, wo sehr häufig Waldbrände vorkommen, wird der Wald einen geringeren Werth besitzen, als in Deutschland, wo solche Unfälle weniger oft sich ereignen.

2) Die **Annehmlichkeit** des Bezugs der Einnahme. Je weniger Mühe es kostet, eine Einnahme zu erlangen, um so höher wird der Kapitalwerth dieser Einnahme sein.

In Vorstehendem liegt z. B. der Grund, warum sicher fundirte Staatspapiere weniger gut rentiren, als Kapitalien, welche, wenn auch mit gleicher Sicherheit, auf Grundbesitz ausgeliehen sind. Das Beitreiben der Zinsen, welches bei der letztgenannten Art der Kapitalanlage oft mit Unannehmlichkeiten verknüpft ist, fällt bei den mit Coupons versehenen Staatspapieren weg.

3) Das **Angebot** von und die **Nachfrage** nach Kapitalien von einer bestimmten Beschaffenheit.

Beide hängen von der Neigung der Kapitalisten, ihre Kapitalien mehr oder minder sicher anzulegen, ab. Diese Neigung ist nach Zeit und Ort verschieden. In unruhigen Zeiten wird das Geld zurückgehalten, in Folge der verminderten Kauflust sinkt der Werth des Grundbesitzes. — An manchen Orten, vorzüglich auf dem Lande, ist es gebräuchlich, alle Kapitalien in Immobilien anzulegen, während an anderen Orten, z. B. in Städten, eine Vorliebe für den Ankauf von Staatspapieren besteht.

Aus Vorstehendem folgt, daß einer und derselben Einnahme je nach den Umständen verschiedene Kapitalwerthe entsprechen können. Da nun der Zinsfuß durch das Verhältniß der Einnahme zu dem Kapitalwerth sich ausdrückt, so kann auch der Zinsfuß nicht constant sein; es wird vielmehr die Größe desselben nach Zeit und Ort wechseln.

Schon 1805 machte Nördlinger (Diana S. 376) darauf aufmerksam, daß jede Bestimmung der Größe der Prozente nur örtlich sein könne. S. Note zu IV, 2.

III. **Veränderlichkeit des forstlichen Zinsfußes insbesondere.** Der forstliche Betrieb gestattet viele Modificationen, welche ihrerseits wieder verändernd auf den Zinsfuß einwirken können. Es kommen hier vorzüglich in Betracht:

1) Die **Umtriebszeit.** Mit der Länge der Umtriebszeit nimmt — wenn auch nicht in directem Verhältnisse — die Unsicherheit im Bezuge des Walderträges zu, weil viele Elementarereignisse, wie Windwurf, Insectenfraß 2c. vorzugsweise den älteren Beständen gefährlich werden. Deßwegen hat man für hohe Umtriebszeiten einen größeren Zinsfuß anzunehmen.

2) Die **Holzart.** Nadelhölzer sind den Beschädigungen durch Feuer, Windwurf, Insectenfraß, Schneebruch 2c mehr ausgesetzt, als Laubhölzer. Deßhalb kann für letztere ein geringerer Zinsfuß angesetzt werden.

G. L. Hartig (Forsttaxation von 1813, S. 172) äußert sich hierüber folgendermaßen: „Bei Nadelholzwaldungen ist die Gefahr größer, als bei Laubholzwäldern, weil erstere durch Raupen, Käfer und Feuer mehr ruinirt werden können, als letztere. Wegen dieser größeren Gefahr dürfte daher dem Käufer eines Nadelholzwaldes immer ein Prozent mehr zuzubringen sein, als dem Käufer eines Laubholzwaldes" (mithin bei Nadelholz 7 %, da Hartig bei Laubholz 6 % rechnet). Burckhardt (Waldwerth, S. 36—37) läßt den Zinsfuß für die verschiedenen Holz- und Betriebsarten ungeändert, vermindert aber den Bruttoertrag nach Maßgabe der Unsicherheit der Einnahme und verrechnet den Abzug als Assecuranz. „Für Mittel- und Niederwälder, wie für die Eiche, wird es selten einer besonderen Assecuranz bedürfen, und für die Buche in nicht allzu bedrohter Lage können 2—3 % des Bruttoertrages, oder eine entsprechende Ermäßigung der anzuwendenden Ertragsansätze ausreichend sein. Die meiste Bedeutung hat die Assecuranz für Nadelwälder, obwohl nach der Oertlichkeit sehr verschieden. Mit Einrechnung des Ausfalls, welcher durch die meistens unentbehrlichen Betriebsblößen entsteht, rechnen wir unter mittleren Verhältnissen 8 bis 10 % des Rohertrags als Assecuranz auf besondere Ereignisse in soweit, als deren Einfluß über den herrschenden Bestandscharacter hinausreicht. Es kann dieser Satz für die eine Oertlichkeit als ein reichlich hoher erscheinen, während er in der andern nicht zureicht. Locale Erfahrungen müssen hier leitend sein."

3) Das **Holzalter.** Da die zu erwartenden Erträge bei jüngeren Beständen nicht mit derselben Sicherheit vorausbestimmt werden können als für ältere Bestände, so muß für erstere ein höherer Zinsfuß angenommen werden.

Auch die persönlichen Verhältnisse des Käufers können auf die Wahl eines größeren oder geringeren Zinsfußes einen Einfluß ausüben, indem z. B. Personen, welche den Waldertrag noch bei Lebzeiten beziehen wollen, für jüngere, nur zum Hochwaldbetrieb geeignete Bestände weniger bieten, als für Niederwälder; mehr für Waldungen, welche bereits zum jährlichen Nachhaltbetriebe eingerichtet sind, als für solche, welche im aussetzenden Betriebe stehen.

G. L. Hartig (Forsttaxation, 1813, S. 174) rechnet „bei dem Ankauf einer Waldbenutzung, die der Waldkäufer erst beziehen kann:

in	der	1ten	20jährigen	Periode	6	Prozent
"	"	2 "	"	"	6½	"
"	"	3 "	"	"	7	"
"	"	4 "	"	"	7½	"
"	"	5 "	"	"	8	"
"	"	6 "	"	"	8½	"
"	"	7 "	"	"	9	"
"	"	8 "	"	"	9½	"
"	"	9 "	"	"	10	"

Man verliert also bei dem Verkaufe von jungen Waldungen dadurch, daß man den Käufer für sein langes Warten auf Einkünfte und für die Gefahr, worin der Wald steht, durch hohe Zinsen entschädigen muß."

IV. **Zur Ermittlung des forstlichen Zinsfußes** hat man folgende Methoden in Vorschlag gebracht:

1) **Annahme desjenigen Zinsfußes, welchen die Wuchergesetze in maximo gestatten.** Dieser Zinsfuß beträgt meist 5 — 6 %. Er empfiehlt sich jedoch nicht zur regelmäßigen Anwendung, weil, wie oben nachgewiesen wurde, der Zinsfuß nicht constant sein kann. Außerdem scheint er, gegenüber der Sicherheit, mit welcher die Waldwirthschaft rentirt, zu hoch zu sein.

2) **Annahme desjenigen Zinsfußes, zu welchem Geldkapitalien auf Grundeigenthum auszuleihen sind.** Er beträgt in Deutschland gegenwärtig 4 — 5 %. Von ihm gilt dasselbe, was soeben (1.) über den Wucherzinsfuß bemerkt wurde; insbesondere muß man ihn deßwegen durchschnittlich für zu hoch halten, weil das Ausleihen der Kapitalien, selbst auf Grundbesitz, immerhin nicht diejenige Sicherheit gewährt, wie der Besitz des Grundeigenthums. Der Darleiher hat also wohl größere Interessen in Anspruch zu nehmen, als der Inhaber des Grundbesitzes.

Diese Ansicht hat Nördlinger schon 1805 (Diana, 375) ausgesprochen. Wir führen nachstehend seine eignen Worte an, weil dieselben mit Rücksicht auf die damalige Zeit, in welcher die Waldwerthung sich eben erst zu entwickeln begann, besonders beachtenswerth sind. „Wenn nun aber gleich, sowohl hier als bei allen übrigen Einnahmen und Ausgaben in baarem Geld, immer die gewöhnlichen Prozente gerechnet werden, so scheint es doch nöthig zu sein, hiervon abzugehen, wenn von der Bestimmung des Kapitals, wovon der reine Ertrag des Waldes als das Interesse angesehen wird, die Rede ist, und zwar aus folgenden Gründen. Die Größe der Zinsen eines Kapitals richtet sich, unter übrigens gleichen Umständen, vorzüglich nach der Sicherheit und Gewißheit, womit sowohl die Zinsen als das Kapital selbst erhoben werden können. Je gesicherter ein Kapital ist, desto geringere Prozente, und umgekehrt. Deßhalb begnügt man sich bei der großen Sicherheit eines auf Grundstücke verwendeten Kapitals mit sehr geringen Prozenten. Ein Ertrag kann verloren gehen, aber der Boden bleibt immer. Aber eben wegen der verschiedenen Sicherheit bei verschiedenen Grundstücken werden auch nicht von allen gleiche Prozente gefordert. Da nun ein Wald zwar nicht so viel Sicherheit als ein Acker, jedoch mehr als ein in fremde Hände gegebenes Kapital gewährt, — von einem Acker aber gewöhnlich 3 %, von baarem Geld aber 5 Prozent gefordert werden, so wird auch er zwischen 3 und 5 Prozent ertragen müssen, also in ganzen Zahlen 4 Prozent. Es lohnte sich übrigens, wegen des großen Einflusses auf das Resultat der Rechnung, die Mühe wohl, diese Prozente ganz genau zu bestimmen, und nach Beschaffenheit der Sachen auch von ganzen Zahlen abzugehen und sich auf Brüche einzulassen. Wenn bei der Bestimmung des künftig zu hoffenden Ertrages auf zu befürchtende Unglücksfälle Rücksicht genommen worden wäre, so würden diese Prozente sogar wenigstens zwischen 3 und 4, vielleicht auf 3 Prozent selbst fallen, weil alsdann die Sicherheit des angelegten Kapitals, wo nicht ganz so groß als bei Aeckern, doch wenigstens nicht viel geringer sein könnte. Jede Bestimmung der Größe der Prozente selbst kann übrigens nur örtlich sein." — G. L. Hartig dagegen war noch 1813 (Forsttaxation, S. 172, 174) der Meinung, „daß der Waldverkäufer aus seinem für den Wald gegebenen Kapitale — wegen der Gefahr, worin die Wälder stehen und weil ein solches Kapital weniger disponible ist, wenigens 6 Prozent Zinsen ziehen solle," wenn „die unter vollkommener Sicherheit ausgeliehene Kapitalien 5 Prozent Zinsen bringen."

3) **Annahme des Zinsfußes verwandter Gewerbe, wie z. B. desjenigen der Landwirthschaft.** Obgleich das landwirthschaftliche Gewerbe mit dem forstwirthschaftlichen in vielen Punkten übereinstimmt, so bestehen zwischen beiden doch einige wesentliche Verschiedenheiten.

A. Was die Sicherheit betrifft, so ist diese bei der Waldwirthschaft geringer:

a) weil beim Walde der Zuwachs einer längeren Reihe von Jahren (in maximo einer ganzen Umtriebszeit) zu Grunde gerichtet werden kann (z. B. durch Feuer), während beim Felde höchstens der einjährige Zuwachs auf dem Spiele steht. Assecuranzen für die Holzvorräthe auf dem Stocke bestehen aber dermalen noch nicht; die landwirthschaftliche Erndte dagegen kann wenigstens gegen manche Gefahren, wie z. B. gegen Hagelschlag, versichert werden. Auch die Wirthschaftsgebäude und der Viehstand lassen sich durch Assecuranzen gegen Verluste schützen.

b) Weil die Vorausbestimmung der Walderträge an Unzuverlässigkeit leidet, während die Größe des durchschnittlichen jährlichen Reinertrags der Landwirthschaft gewöhnlich schon aus den Wirthschaftsbüchern sich entnehmen läßt oder ortsbekannt ist.

B. Die Annehmlichkeit des Rentenbezugs anlangend, so spricht

a) für die Forstwirthschaft:

α) daß sie, wenn der Wald einmal zum strengsten jährlichen Nachhaltbetriebe eingerichtet ist, jährlich gleiche Erträge liefert, während die Größe der landwirthschaftlichen Erndte von Jahr zu Jahr wechselt und mitunter sehr bedeutenden Schwankungen unterliegt;

β) daß die Forstwirthschaft ein minder zahlreiches Betriebspersonal verlangt, daß sie weniger Mühe verursacht, als die Verwaltung eines Landgutes von gleichem Kapitalwerthe, und daß dem Waldbesitzer im Laufe des Jahres (namentlich im Spätsommer) viele freie Zeit bleibt, während der Besitzer eines Landgutes, wenn er dasselbe in eigener Person verwaltet, sich nur selten der Wirthschaft entziehen kann.

b) Gegen die Forstwirthschaft spricht jedoch:

α) daß sie beim aussetzenden Betrieb eine Reihe von Jahren hindurch keine Erträge gewährt;

β) daß sie weniger Gelegenheit zum Arbeitsverdienst bietet;

γ) daß Waldungen sich nicht verpachten lassen.

Aus Vorstehendem folgt, daß der landwirthschaftliche Zinsfuß nicht ohne Weiteres als forstwirthschaftlicher angenommen werden kann. Es müßte also jener Zinsfuß nach Maßgabe der Licht- und Schattenseiten der beiden Gewerbe geändert werden. Die Lösung dieser Aufgabe ist jedoch mit den größten Schwierigkeiten verknüpft, weil die Vorzüge und Nachtheile der Land- und Forstwirthschaft sich nicht numerisch veranschlagen lassen.

4) **Herleitung des forstlichen Zinsfußes aus bekannten Waldbodenverkaufswerthen.** Wie später (Angewandter Theil, I. Kapitel, II.) gezeigt werden soll, läßt sich der Bodenwerth auf Grundlage der Erträge und Productionskosten eines Waldes berechnen. Nennt man R den auf das Ende der Umtriebszeit u prolongirten reinen (von den Unkosten befreiten) Werth aller im Laufe der Umtriebszeit erfolgenden Nutzungen, so drückt sich der Bodenwerth B durch die Formel $B = \frac{R}{1{,}0p^u - 1}$ aus. Gesetzt nun, es sei B durch einen wirklich vollzogenen Bodenverkauf bekannt, so läßt sich p finden, wenn man in die obige Formel so lange für B verschiedene Werthe substituirt, bis der Gleichung Genüge geleistet ist.

Zur Veranschaulichung des eben dargestellten Rechnungsverfahrens theilen wir ein Beispiel mit, welches jedoch die Bekanntschaft mit der (später zu entwickelnden) Theorie der Bodenerwartungswerthe voraussetzt. Es sei B = 30 Thlr., der Wald liefere nach Maßgabe einer vorgenommenen Bonitirung die in Tabelle A verzeichneten Erträge, erfordere dagegen einen Culturkostenaufwand von 2 Thlrn. und verursache weiter für Verwaltung, Schutz, Steuern 2c. eine jährliche Ausgabe von 0,3 Thlrn. Die Umtriebszeit sei zu 70 Jahren angenommen. Bei welchem Zinsfuß wird $\frac{R}{1{,}0p^u - 1} = 30$ Thlr. sein? Auflösung. Setzt man $p = 4$, so erhält man $B = 11{,}6$ Thlr.; für $p = 2$ ergiebt sich $B = 76{,}7$ Thlr., für $p = 3$ ist $B = 30{,}2$ Thlrn. Es wird also etwa 3 das gesuchte Prozent sein.

Der in dieser Weise ermittelte Zinsfuß ließe sich nun wieder zur Berechnung der Boden- 2c. Werthe von andern Waldungen benutzen, deren Verhältnisse mit denjenigen des Bodens, welcher verkauft worden ist, übereinstimmen.

Die vorstehend geschilderte, zuerst von Egger (Allg. Forst- und Jagd-Zeitung von 1854, S. 345) in Vorschlag gebrachte Methode würde jedoch nur dann ein richtiges Resultat liefern, wenn die Käufer es verständen, den Waldbodenwerth richtig zu schätzen, was selten der Fall sein wird, weil jener Werth sich erst durch eine, und zwar nichts weniger als übersichtliche, Rechnung ergibt. Gewöhnlich nehmen die Käufer als Anhaltspunkt für ihre Schätzung den Werth an, welchen der Boden als Agriculturgelände besitzen würde. Dieser Maßstab ist indessen kein richtiger, weil der Boden, je nachdem er zur Forst- oder Landwirthschaft verwendet wird einen sehr verschiedenen Werth haben kann. So wird z. B. sehr guter Boden, mit Agriculturgewächsen bestellt, in der Regel besser rentiren, als wenn er mit Wald bestockt wäre, während bei schlechtem Boden häufig das umgekehrte Verhältniß stattfindet.

5) **Herleitung des Zinsfußes aus dem bekannten Verkaufswerthe solcher Wälder, welche zum strengsten jährlichen Nachhaltbetriebe eingerichtet sind.** Diese Methode besteht darin, daß man aus dem bekannten jährlichen Waldreinertrag r und dem von dem Käufer geschätzten Waldwerth w den Zinsfuß, bezw. das Prozent berechnet. Nach der Proportion

$$100 : p = w : r \text{ findet man } p = \frac{r}{w}\, 100$$

Wäre also z. B. $r = 400$ Thlr. und w zu 20000 Thlrn. geschätzt, so würde $p = \frac{400}{20000} = 2$ sein.

Die eben angegebene Methode der Zinsfußermittlung ist von den Fehlern der vorigen frei. Indem der Käufer angibt, welchen Kapitalwerth er für einen bekannten jährlichen Reinertag bietet, macht er zugleich, wenn auch nur indirect, den Zinsfuß namhaft, welchen er der Waldwirthschaft unterlegt.

Kürzer käme man freilich zum Ziele, wenn Personen, welche ein Urtheil über die Sicherheit und Annehmlichkeit des waldwirthschaftlichen Gewerbes besitzen, den forstlichen Zinsfuß direct namhaft machen würden. Allein die wahre Würdigung dieses Zinsfußes tritt doch nur bei einem wirklich vollzogenen Kaufe zu Tage, weil Käufer und Verkäufer noch Manches beobachten, was dem bloßen Sachverständigen, der nur zur Abgabe eines Gutachtens berufen wird, fremd ist. Man muß deßhalb bedauern, daß die bei Waldkäufen erzielten Preise nicht häufiger veröffentlicht werden. Die einzige brauchbare Notiz, welche dem Verf. dieser Schrift zu Gesichte kam, ist eine Mittheilung Rau's über das Ergebniß des Verkaufs von französischen Staatswaldungen. Nach Rau (Finanzwissenschaft, 5. Aufl. S. 184) waren in Frankreich von 1831 bis 1835 116780 Hect. Staatswald für 114297000 Fr. veräußert worden. Diese Waldungen hatten bisher 4140000 Fr. ertragen, wovon aber für Aufsichtskosten 143600 Fr. abgingen; der reine Ertrag war also 3996400 Fr. Die Grundsteuer, in welche die verkauften Waldstücke eintraten, betrug 261475 Fr., mithin der Zinsfuß für die Käufer (3996400 — 261475) 100 : 114297000 = 3,27 %.

Wie aus Vorstehendem sich ergibt, bietet die Statistik sehr wenig Material dar, um den bei Waldwerthrechnungen anzuwendenden Zinsfuß auf forstlicher Unterlage bestimmen zu können. Unter diesen Verhältnissen wird man sich daher häufig damit begnügen müssen, von den bis jetzt behandelten Methoden der Zinsfußbestimmung die unter 3) dargestellte zu wählen, also den bei der Landwirthschaft üblichen Zinsfuß auch als den forstwirthschaftlichen gelten zu lassen, wobei es Demjenigen, welcher sich hierzu die Fähigkeit zutraut, überlassen bleibt, den landwirthschaftlichen Zinsfuß nach Maßgabe der unter 3) A und B aufgeführten Momente zu verändern. Da Landgüter häufig zum Verkaufe kommen, da man außerdem die Schätzungswerthe vieler Landgüter kennt, so kann es nicht schwer fallen, den örtlich üblichen landwirthschaftlichen Zinsfuß ausfindig zu machen. Je größer das hiebei zu benutzende statistische Material ist, um so eher darf man hoffen, daß etwa vorgekommene Liebhaberpreise keinen erheblichen Einfluß auf die Bestimmung des Zinsfußes äußern werden. — Im großen Durchschnitt mag der landwirthschaftliche Zinsfuß im mittleren Deutschland etwa 2 — 3 % betragen.

Burckhardt (Waldwerth, S. 95) veranschlagt den landwirthschaftlichen Zinsfuß zu 3 %. Nach Riecke (Berechnung des Geldwerthes ꝛc. 1829, S. 4) hat das Forstpersonal in Württemberg die Vorschrift, bei Waldwerthberechnungen $3^1/_2$ % zu Grunde zu legen. Nach Burckhardt (a. a. O. S. 99) kann der Zinsfuß bei Waldwerthrechnungen dem bei Güteranschlägen (in Hannover) üblichen Zinsfuße von 3 % füglich gleichgestellt werden. Nach demselben Schriftsteller ist in der bayerischen „Anleitung zur Werthbestimmung bei Waldankäufen für das königliche Aerar“ vom Jahr 1844 $3^1/_2$ Prozent vorgeschrieben. Weiter bemerkt Burkhardt (a. a. O. S. 96), daß die hannoverschen Expropriationsgesetze den geschätzten Ertrag der zu enteignenden Grundstücke mit 3 % oder dem $33^1/_3$ fachen Reinertrage entschädigen, daß bewährte Landwirthe bei Güteranschlägen nach demselben Zinsfuße calculiren, daß bei Grundverkäufen viel häufiger der dreiprozentige, als ein höherer Zinsfuß verwirklicht werde und daß man sich im Hannoverschen, wenn bei Abfindung servitutischer Berechtigungen, namentlich Holzberechtigungen, an die Stelle von Grundabfindung Kapitalzahlung trete, häufig schon dazu verstehe, die Nutzung mit 3 % zu capitalisiren, obgleich die Hannoverschen Gesetze über Ablösung der grund- und gutsherrlichen Lasten für die Kapitalisirung der abzulösenden festen Geld- und Naturalgefälle, wie der veränderlichen Gefälle, den Zinsfuß von 4 % bestimmen. Nach Preßler (Rat. Waldwirth, S. 10) soll man als Wirthschaftszinsfuß bei der fiskalischen Forstwirthschaft $3\frac{1}{2}$ %, bei Corporations- und großem Privat-Waldbau 4 %, bei der kleinen und speculativen Privatwirthschaft $4\frac{1}{2}$ % zu Grunde legen, denselben aber, je nachdem die Conservirung einer gewissen örtlichen Holzproduction gänzlich gleichgültig oder gegentheils einer pekuniären Verzichtleistung werth erscheine, nach Befinden um $\frac{1}{2}$ % höher oder tiefer festsetzen.

III. Kapitel.

Wahl der Zinsenberechnungsart.

I. **Methoden der Zinsenberechnung.** Für die bei Waldwerthrechnungen vorkommenden Prolongirungen und Discontirungen hat man folgende Zinsenberechnungsarten vorgeschlagen:

1) **Die Rechnung nach einfachen Zinsen.** Dieselbe setzt voraus, daß nur das Kapital Zinsen trägt, daß dagegen die Zinsen, welche das Kapital jährlich abwirft, nicht wieder Zinsen bringen.

2) **Die Rechnung nach Zinseszinsen oder Doppelzinsen.** Alle eingegangenen Zinsen nehmen die Natur von Kapitalien an, liefern also selbst wieder Zinsen.

3) **Die Rechnung nach arithmetisch-mittleren Zinsen.** Die Resultate derselben sind das arithmetische Mittel aus den nach 1 und 2 erhaltenen Resultaten; bezeichnet man letztere mit a und b, so würde also die Rechnung nach arithmetisch-mittleren Zinsen $\frac{a+b}{2}$ ergeben. So z. B. ist der Jetztwerth von 40 Thlrn., welche nach 60 Jahren eingehen, unter Zugrundlegung eines Zinsfußes von 3 % und der Rechnung mit arithmetisch-mittleren Zinsen,

$$=\left[\frac{40}{1{,}03^{60}}+\frac{40\,.\,100}{100+180}\right]:2=[40\,.\,0{,}1697+40\,.\,0{,}3571]:2=10{,}536 \text{ Thlr.}$$

Ueber die Bestimmung des Jetztwerthes einer Einnahme nach den Gesetzen der Zinseszinsenrechnung siehe IV. Kapitel, Formel II. Der Jetztwerth derselben Einnahme, berechnet nach den Regeln der einfachen Zinsrechnung, ergibt sich durch folgende Betrachtung: Nennt man x das Kapital, welches nach 60 Jahren mit einfachen Zinsen auf 40 Thlr. anwächst, so ist

$$40 = x + \frac{x \,.\, 60 \,.\, p}{100};\ \text{hieraus folgt}\ x = \frac{40 \,.\, 100}{100 + 60 \,.\, p}$$

4) **Die Rechnung nach geometrisch-mittleren Zinsen.** Die Resultate derselben sind das geometrische Mittel aus den Resultaten von 1 und 2, also $\sqrt{ab}$. So berechnet sich das vorhergehende Beispiel nach geometrisch-mittleren Zinsen zu $\sqrt{\left(\frac{40}{1{,}03^{60}} \times \frac{40 \,.\, 100}{100 + 180}\right)} = 9{,}847.$

5) **Die Rechnung nach beschränkten Zinseszinsen.** Die jedesmaligen einfachen Zinsen des ursprünglichen Kapitals tragen von der Zeit ihres Eingangs an ebenfalls einfache Zinsen. Es wird also z. B. aus einem Kapital 100 bei 4 % werden:

nach Ablauf des	1. Jahres	$100 + 4 = 104$
„ „ „	2. „	$100 + 8 + 4 \,.\, 0{,}04 = 108{,}16$
„ „ „	3. „	$100 + 12 + 4 \,.\, 0{,}04 \,.\, 2 + 4 \,.\, 0{,}04 = 112{,}48$
„ „ „	4. „	$100 + 16 + 4 \,.\, 0{,}04 \,.\, 3 + 4 \,.\, 0{,}04 \,.\, 2 + 4 \,.\, 0{,}04 = 116{,}96$

Die allgemeine Formel zur Prolongirung nach der Regel der beschränkten Zinseszinsen lautet für das Kapital 1:

$$\left(n + \frac{n(n-1)}{2}\, 0{,}0p\right) 0{,}0p + 1$$

II. Würdigung der Zinsenberechnungsarten.

1) **Würdigung der Rechnung nach einfachen Zinsen.** Gegen die Anwendung der Rechnung mit einfachen Zinsen spricht Folgendes:

A. *Diese Rechnungsweise beruht auf Voraussetzungen, welche mit der Natur des Geldes im Widerspruch stehen.*

Denn es ist in Bezug auf die Eigenschaft des Geldes, Zinsen zu tragen, ganz gleichgültig, ob dasselbe ursprünglich Kapital war oder von den Zinsen eines Kapitales herrührt. Thatsächlich kann alles Geld zinsentragend angelegt werden.

Der eben erwähnte Widerspruch der einfachen Zinsrechnung mit den thatsächlichen Verhältnissen tritt besonders deutlich hervor, wenn man die Zinsen zu einem größeren Betrage anwachsen läßt. So z. B. verdoppelt sich ein Kapital bei 5 % in 20 Jahren; es werden also aus 1000 Thlrn. nach 20 Jahren 2000 Thlr. Letztere Summe besteht zur einen Hälfte aus dem im Jahre 0 angelegten Kapital, zur andern Hälfte aus den innerhalb 20 Jahren aufgewachsenen Zinsen. Nun soll man nach der Regel der einfachen Zinsrechnung annehmen, nur die ersten

1000 Thlr. könnten Zinsen tragen, die anderen 1000 Thlr. dagegen seien ein todtes Kapital! Man sieht, daß diese Annahme völlig absurd ist.

Die Voraussetzungen der Rechnung mit einfachen Zinsen lassen sich aber bei Waldwerthrechnungen um so weniger einhalten, als es häufig gar nicht entschieden werden kann, ob eine gewisse Geldsumme als Kapital oder als Zins zu betrachten ist. Fälle dieser Art folgen unter B.

B. Die Rechnung mit einfachen Zinsen führt bei der Bestimmung des Kapitalwerthes immerwährender Renten zu unanwendbaren Resultaten.

Der Kapitalwerth K einer immerwährenden, alle n Jahre eingehenden, Rente R läßt sich nach der Rechnung mit einfachen Zinsen in zweifacher Weise ermitteln:

a) Man betrachtet R als die n maligen Zinsen eines Kapitals K. Es ist dann

$$K \frac{np}{100} = R; \text{ hieraus } K = R \frac{100}{np} \; ^{*})$$

Vergleicht man nun den Werth von K mit dem gegenwärtigen Kapitalwerth K_1 einer endlichen Anzahl von Renten R, welche in Zwischenräumen von n Jahren und im Ganzen m mal eingehen, so erhält man, wenn man m hinlänglich groß annimmt, das absurde Resultat, daß $K < K_1$, d. h. daß der gegenwärtige Werth einer unendlichen Anzahl von Renten kleiner ist, als der gegenwärtige Werth einer endlichen Anzahl von Renten.

Denn es läßt sich, will man den Voraussetzungen der Rechnung mit einfachen Zinsen getreu bleiben, K_1 nur in der Weise bestimmen, daß man jedes R auf die Gegenwart discontirt. Hiernach wäre

$$K_1 = R \frac{100}{100 + np} + R \frac{100}{100 + 2np} + \ldots + R \frac{100}{100 + mnp} \; ^{**})$$

---

*) Denn wenn 100 Thlr. in n Jahren np Thlr. Zinsen tragen, so ergeben sich für K Thlr. in derselben Zeit $K \frac{np}{100}$ Thlr., nach der Proportion $100 : np = K : x$.

**) Man kann sich nämlich dasjenige R, welches nach n Jahren eingeht, entstanden denken aus einem im Jahre o angelegten Kapitale R_1 und den n jährigen Zinsen desselben, welche nach Obigem $= R_1 \frac{np}{100}$ sind. Es ist

Setzt man nun z. B. R = 1, n = 40, p = 5, so ist

$$K = R\frac{100}{np} = \frac{1 \cdot 100}{40 \cdot 5} = 0\,5000$$

Es bedarf aber nur der Annahme von drei Gliedern, um $K_1 > K$ zu machen; denn setzen wir m = 3, so ist

$$K_1 = \frac{1 \cdot 100}{100 + 40 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 100}{100 + 80 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 100}{100 + 120 \cdot 5}$$
$$= 0{,}3333 + 0{,}2000 + 0{,}1429 = 0{,}6762$$

mithin $K_1 > K$.

Dieses Resultat erklärt sich dadurch, daß man R bei der Berechnung von K blos als Zins, dagegen bei der Berechnung von K_1 als Kapital und Zins angesehen hat. Da es nun für die Ermittlung von K_1 keine andere Rechnungsweise, als die vorhin geführte, gibt, so muß die Methode, nach welcher oben der Werth von K ermittelt wurde, als unanwendbar betrachtet werden.

Den Kapitalwerth einer fortdauernden, alle n Jahre eingehenden, Rente haben nach der Formel $R\frac{100}{np}$ berechnet: Cotta (Waldwerthrechnung, 1818, Tafel II.), v. Gehren (Tafel III.), Hierl (S. 15 der Zinstabellen), Burckhardt (S. 112 und Tafel IV. c., S. 223) u. A. Sie Alle erhalten dadurch das oben erwähnte absurde Resultat. Burckhardt hat diesen Mißstand bemerkt (S. 110), ohne ihn durch Anwendung der richtigen Formel (siehe unten b) zu beseitigen.

Selbstverständlich ergibt sich der nämliche Widerspruch, wenn man den Kapitalwerth einer immerwährenden, alljährlich am Jahresschlusse wiederkehrenden Rente nach der Formel $R\frac{100}{p}$, dagegen den Werth einer endlichen Rente, welche ebenfalls jährlich, aber im Ganzen nur m mal erfolgt, nach der Formel $R\frac{100}{100+p} + R\frac{100}{100+2p} + \cdots + R\frac{100}{100+mp}$ berechnet. Es fällt dann, wenn m hinlänglich groß ist, der Werth der endlichen Rente größer aus, als der Werth der immerwährenden Rente. So z. B. beträgt nach Hierl (S. 20 ff. seiner Tafeln) der Jetztwerth einer Rente 1, welche 36 mal jährlich am Jahresschlusse eingeht, bei einem Zinsfuß von 5 Prozenten 20,2746, während der Kapitalwerth einer immerwährenden Rente nur 20,000 ist. Für eine 200jährige Rente berechnet sich nach Hierl sogar ein Jetztwerth von 47,5075!

---

mithin $R = R_1 + R_1\frac{np}{100} = R_1\left(\frac{100+np}{100}\right)$; hieraus $R_1 = R\frac{100}{100+np}$. Ebenso findet man den Jetztwerth derjenigen Rente, welche nach 2n Jahren eingeht $= R\frac{100}{100+2np}$ u. s. w.

Cotta suchte den vorerwähnten Widerspruch dadurch aufzuheben, daß er den Jetztwerth einer endlichen jährlichen Rente nach der Formel $R\frac{100}{p} - R\frac{100}{p}\left(\frac{100}{100+mp}\right)$ berechnete (Tafel IV. der ersten Auflage seiner Waldwerthrechnung, Tafel V. der späteren Auflagen). Er sieht also die endliche Rente als das vordere Stück einer immerwährenden Rente an; dadurch bringt er es zu Wege, daß der Jetztwerth der ersteren stets kleiner ausfällt, als derjenige der letzteren. Allein er veranschlagt dabei den Werth der endlichen Rente immer noch zu groß, was daher rührt, daß er bei der Berechnung des hinteren Rentenstückes $R\frac{100}{p}$ als aus Kapital und Zinsen bestehend betrachtet, während er bei der Berechnung des Jetztwerthes der ganzen immerwährenden Rente $R\frac{100}{p}$ blos als Kapital ansieht. Oder: Cotta unterstellt, daß im Jahre m das Kapital $R\frac{100}{p}$ existire, welches von da an jährlich die Interessen R bringt; beim Discontiren von $R\frac{100}{p}$ auf das Jahr 0 nimmt er dagegen an, $R\frac{100}{p}$ bestehe aus einem im Jahr 0 angelegten Kapital und dessen bis zum Jahr m aufgewachsenen Interessen. Er fehlt also gegen die Voraussetzungen der Rechnung mit einfachen Zinsen, indem er ein Kapital discontirt. So kann er es doch auch nicht vermeiden, daß der Jetztwerth einer immerwährenden Rente, wenn man dieselbe in Stücke zerlegt und diese einzeln auf die Gegenwart discontirt, größer ausfällt, als der Jetztwerth der nämlichen Rente, wenn man denselben in einem Ansatz nach der Formel $R\frac{100}{p}$ berechnet. Wir erhalten nämlich im ersten Falle, wenn wir, nach Cotta's Anleitung, den Jetztwerth von m jährlichen Renten zu Anfang der m jährigen Periode $= R\frac{100}{p} - R\frac{100}{p}\left(\frac{100}{100+mp}\right) = M$ setzen:

$$M + M\left(\frac{100}{100+mp}\right) + M\left(\frac{100}{100+2mp}\right) + \cdots\cdots$$

Diese Reihe ist eine harmonische, der Summenwerth derselben also $= \infty$,*) während die Formel $R\frac{100}{p}$ einen endlichen Werth gibt. Man erhält demnach für eine und dieselbe Rente nach der einen Berechnungsweise einen unendlichen, nach der anderen einen endlichen Werth. Bricht man die Reihe der Stückrenten bei irgend einem Gliede ab, läßt man z. B. M nur n mal sich wiederholen, so kann sogar, wenn n groß genug ist, der Fall eintreten, daß der Jetztwerth einer endlichen Rente sich größer gestaltet, als der Jetztwerth einer unendlichen Rente. Es sei z. B. $R = 1000$, $p = 5$, $m = 20$, $n = 4$, so ist

$$R\frac{100}{p} = \frac{1000 \cdot 100}{5} = 20000;$$

---

*) Der Beweis folgt auf der nächsten Seite.

$$M = R\frac{100}{p} - R\frac{100}{p}\left(\frac{100}{100+mp}\right) = 20000 - 20000\left(\frac{100}{100+20\cdot 5}\right) = 10000$$

$$\text{und } M + M\left(\frac{100}{100+mp}\right) + M\left(\frac{100}{100+2mp}\right) + M\left(\frac{100}{100+3mp}\right) =$$

$$10000 + 10000\cdot\frac{100}{200} + 10000\cdot\frac{100}{300} + 10000\cdot\frac{100}{400} =$$

$$10000 + 5000 + 3333 + 2500 = 20833;$$

es würde also der Werth einer 80 mal jährlich wiederkehrenden Rente von 1000 Thlrn. um 833 Thlr. größer sein, als der Werth einer immerwährenden Rente von demselben jährlichen Betrage.

v. Gehren (Allg. Forst- und Jagd-Zeitung, 1864, S. 76) sucht zwar auch über diesen Widerspruch hinauszukommen, indem er das Zerstückeln einer Rente kurzer Hand verbietet; allein mit diesem willkürlichen Verfahren sind die Schäden der einfachen Zinsrechnung nicht aufgehoben, sondern nur zugedeckt, und immerhin haftet an dieser Rechnungsweise der Vorwurf, daß sie den Werth einer Zeitrente im Gegensatze zu einer immerwährenden Rente zu hoch veranschlagt, wenn sie als Kapitalwerth der letzteren den Ausdruck $R\frac{100}{p}$ annimmt.

b) **Man betrachtet jede Einnahme R als den Nachwerth eines im Jahre 0 verzinslich angelegten Kapitales.** Hiernach berechnet sich der Kapitalwerth K_2 der ganzen immerwährenden Rente folgendermaßen:

$$K_2 = R\frac{100}{100+np} + R\frac{100}{100+2np} + R\frac{100}{100+3np} + \cdots\cdots$$

Wir erhalten hier eine unendliche harmonische Reihe, deren Summenwerth unendlich groß ist, mithin wäre $K_2 = \infty$.

Unter einer harmonischen Reihe versteht man eine Folge von Brüchen, deren Zähler alle gleich sind, während die Nenner eine arithmetische Reihe bilden. Daß die Summe aller dieser Brüche bei einer unendlichen harmonischen Reihe den Werth ∞ besitzt, läßt sich folgendermaßen beweisen. Es sei die harmonische Reihe

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots\cdots$$

zu summiren. Theilen wir diese Reihe in Gruppen

$$\frac{1}{2};\quad \frac{1}{3} + \frac{1}{4};\quad \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8};\ \cdots\cdots$$

deren letzte Glieder die auf einander folgenden Potenzen von 2 sind, so ist die erste Gruppe $= \frac{1}{2}$, der Summenwerth jeder folgenden Gruppe aber größer als $\frac{1}{2}$. Denn offenbar ist

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} > \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 2\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{2};$$

$$\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}>\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=4\cdot\frac{1}{8}=\frac{1}{2}$$

u. s. w. Der Summenwerth der obigen Reihe ist also mindestens $=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\cdots\cdots=\infty$, weil jede unendliche Folge von endlichen Größen die Summe ∞ liefert. Hätte man die Reihe

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\cdots\cdots,$$

so würde man die Gruppen

$$\frac{1}{3};\quad \frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9};\quad \frac{1}{11}+\frac{1}{13}+\cdots\cdots+\frac{1}{27};\ \cdots\cdots$$

bilden und beweisen, daß die Summe dieser Reihe mindestens $=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\cdots\cdots=\infty$ ist. Es läßt sich also, mittelst entsprechender Gruppenbildung, bei jeder unendlichen harmonischen Reihe der Beweis erbringen, daß ihr Summenwerth unendlich groß ist.

Diese Rechnungsweise hat den Vorzug, daß sie vollständig mit derjenigen übereinstimmt, nach welcher oben (a) der Werth einer endlichen Rente ermittelt wurde; es kann daher hier auch nicht der Fall eintreten, daß der Jetztwerth einer endlichen Rente größer, als der einer immerwährenden Rente wird: dagegen stellt sich der Werth $K_2=\infty$ als gänzlich unanwendbar dar, weil der Werth eines Gutes, welches alle n Jahre den Reinertrag R liefert, thatsächlich kein unendlich großer, sondern ein endlicher ist.

Die Rechnung mit einfachen Zinsen bietet demnach zur Ermittlung des Kapitalwerthes einer immerwährenden Rente keinen brauchbaren Ausdruck dar. Denn nimmt man für letzteren $R\frac{100}{p}$ an, so kann es vorkommen, daß der Jetztwerth einer endlichen Rente größer ausfällt, als derjenige einer immerwährenden Rente; der Ausdruck $K_2=\infty$ ist aber an und für sich absurd.

Beiläufig soll noch bemerkt werden, daß die Rechnung mit einfachen Zinsen bei stationsweisem Prolongiren und Discontiren äußerst unbequem ist, wenn die Voraussetzungen dieser Rechnungsweise genau eingehalten werden sollen.

Denn es sei z. B. das Kapital V vom Jahr 0 an auf das Jahr n mit einfachen Zinsen direct zu prolongiren, so ist $N=V+\frac{Vnp}{100}$. Prolongirt man dagegen V zuerst auf das Jahr a, welches zwischen dem Jahr 0 und dem Jahr n liegt, und dann auf das Jahr n, so ist

$$\left(V + \frac{Vap}{100}\right)\left(1 + \frac{(n-a)p}{100}\right) = V + \frac{Vap}{100} + \frac{V(n-a)p}{100} + \frac{Vap}{100} \cdot \frac{(n-a)p}{100}$$
$$= V + \frac{Vnp}{100} + \frac{Vap}{100} \cdot \frac{(n-a)p}{100}$$

Es ist daher der mittelst stationsweiser Prolongirung berechnete Nachwerth von V um $\frac{Vap}{100} \cdot \frac{(n-a)p}{100}$ zu groß. $\frac{Vap}{100} \cdot \frac{(n-a)p}{100}$ stellt aber die Zinsen vor, welche die bis zum Jahre a aufgewachsenen einfachen Zinsen von V vom Jahre a bis zum Jahre n liefern. Man sieht also, daß hier das Wesen der einfachen Zinsrechnung aufgegeben wurde, indem man Zinsen von Zinsen rechnete.

Beispiel. Es sei $V = 10000$, $p = 5$, $n = 20$, $a = 10$, so erhält man bei directer Prolongirung den Nachwerth $N = V + \frac{Vnp}{100} = 10000 + 10000 \cdot \frac{20 \cdot 5}{100} = 20000$; dagegen, wenn man V zuerst auf das Jahr a und dann auf das Jahr n prolongirt, $V + \frac{Vnp}{100} + \frac{Vap}{100} \cdot \frac{(n-a)p}{100} = 10000 + 10000 \cdot \frac{20 \cdot 5}{100} + 10000 \cdot \frac{10 \cdot 5}{100} \cdot \frac{10 \cdot 5}{100} = 20000 + 2500 = 22500$. Es sind also hier 2500 zu viel gerechnet.

Soll nun die Grundsätzlichkeit der einfachen Zinsrechnung gewahrt werden, so müßte man notiren, wie viel von dem a-jährigen Nachwerthe dem ursprünglichen Kapitale angehört, um dann nur von diesem für die folgenden n — a Jahre Zinsen zu berechnen. Diese Rechnungsweise ist jedoch äußerst unbequem. Dasselbe gilt in noch höherem Maße vom Discontiren.

Wollte man z. B. den im vorigen Beispiel berechneten Nachwerth von 20000 zuerst auf das Jahr 10 und dann auf das Jahr 0 discontiren, ohne zu wissen, wie viel von jenem Nachwerthe auf das ursprüngliche Kapital und wie viel auf die Zinsen desselben kommt, so würde man erhalten: $20000 \left(\frac{100}{100+50}\right) \cdot \left(\frac{100}{100+50}\right) = 8888$. Um ganz genau nach den Regeln der einfachen Zinsrechnung zu verfahren, müßte man zuerst den n jährigen Vorwerth von 20000 suchen und dann nach einander die (n — a)- und a-jährigen Zinsen abziehen.

Von den früheren Schriftstellern wandte nur G. L. Hartig die einfache Zinsrechnung bei Waldwerthrechnungen ausschließlich an, gestattete jedoch auch den Gebrauch der Zinszinsrechnung. (Forsttaxation von 1813, S. 174: „So kann nur die einfache Zinsrechnung bei dem Verkauf der Waldungen statt finden, und die Berechnung der Zwischenzinsen nicht in Anwendung kommen. Sollte man aber darin nicht meiner Meinung sein, so kann auch die Rechnung, unter Gestattung von Zwischenzinsen, nach meinen Grundsätzen gemacht werden.") G. L. Hartig näherte indessen die Resultate seiner Rechnungsweise denjenigen der Zinszinsrechnung dadurch, daß er einen ziemlich hohen Zinsfuß annahm, auch denselben periodisch nicht unbeträchtlich steigen ließ, wovon bereits früher (S. 8) die Rede war. Die späteren Schriftsteller verließen alle mehr oder weniger die einfache Zinsrechnung und wandten sich entweder der Zinszinsrechnung oder der gemischten Zinsrechnung zu; selbst Th. Hartig, welcher in der Allg.

Forst- und Jagd-Zeitung von 1855 noch einmal zu Gunsten der einfachen Zinsrechnung in die Schranken trat, zog ebenfalls ein gemischtes Verfahren vor. Einige Anhänger der Zinszinsrechnung wollten indessen die einfache Zinsrechnung doch noch in dem Falle bestehen lassen, wenn die Waldwerthrechnung im Auftrage der Gerichte erfolge, so u. A. Pfeil (Forsttaxation, 3. Aufl., 1858, S. 384 und 386). Wir werden unten sehen, daß auch diese Ausnahme unzulässig ist.

2) Würdigung der Zinseszinsenrechnung.

Gegen die Anwendbarkeit der Rechnung mit Zinseszinsen hat man Folgendes vorgebracht:

A. Das Anwachsen der Kapitalien erfolge nicht immer nach den Gesetzen der Zinseszinsrechnung,

a) weil die Zinsen häufig nicht im Verfalltermin, sondern erst später eingingen, mithin auch nicht sogleich im Verfalltermin zinsentragend angelegt werden könnten (v. Gehren, S. 1.), die Gesetze aber die Anrechnung von Zinseszinsen nicht gestatteten. Hiergegen läßt sich aber einwenden:

α) Daß das Ausleihen der Kapitalien nicht die einzige Art der Kapitalanlage ist und daß z. B. bei vielen gewerblichen Unternehmungen die Zinsen allerdings regelmäßig eingehen. Auch die Staatspapiere liefern die Zinsen stets im Verfalltermine.

β) Daß viele Kassen, z. B. die Sparkassen, die Renten- und Lebensversicherungsbanken, dem Darleiher Zinseszinsen vergüten, also auch selbst mit Zinseszinsen operiren und hierbei ihre Rechnung finden müssen. Sie bedienen sich freilich eines niedrigen Zinsfußes und rechnen somit gleichsam einen Theil der Zinsen als Prämien für Verluste.

γ) Daß in vielen Staaten allerdings vom Tage der Klage an Zinseszinsen berechnet werden dürfen.

δ) Daß die einfache Zinsrechnung jedenfalls zu weit geht, indem sie alle Zinsen verloren gibt.

b) Weil die Mehrzahl der Capitalisten und Waldeigenthümer die Zinsen aus ihren Capitalien jährlich oder periodisch verzehren oder zu ihrer Subsistenz verwenden müssen (G. L. Hartig, Forsttaxation von 1813, S. 174).

Diese Annahme steht mit der Erfahrung im Widerspruch; indessen sind solche Zinsen, welche wirthschaftlich verzehrt (nicht vergeudet) werden, als zinsentragend anzusehen, wenn sich ihre Rentabilität auch nicht unmittelbar in Geld ausdrücken läßt.

B. Daß die Zinseszinsenrechnung zu niedrige Resultate liefere, indem z. B. 600 Thlr., welche in 100 Jahren eingehen, bei einem Zinsfuß von 5 Prozenten, gegenwärtig nur 4 Thlr. 18 Gr. 11 3/4 Pf. werth seien (Cotta, S. 6).

Hierzu ist zu bemerken:

a) daß es nicht erwiesen werden kann, ob dieses Resultat unter allen Umständen zu niedrig ist, indem Mancher für 600 Thlr. welche in 100 Jahren eingehen, gegenwärtig gar nichts bieten wird;

b) daß jenes niedrige Resultat lediglich von dem der Discontirung zu Grunde gelegten hohen Zinsfuß (5%) herrührt.

C. Daß die Gesetzgebung vieler Staaten die Aufrechnung von Zinseszinsen nicht gestatte.

Dieser Einwand ist von Burckhardt schlagend widerlegt worden. Er sagt (Waldwerth, S. 102): „Wenn die Gerichte bei rückständigen Zinsen von Darlehen und bei sonstigen Schuldforderungen auf Zinseszinsen nicht erkennen, sondern nur einfache Zinsen zulassen, so handelt es sich hierbei um eine Maßregel gegen Zinswucher, die auf Werthanschläge eben so wenig angewandt werden kann, wie die Gerichte befugt sind, die Geldinstitute zu hindern, Zins vom Zins zu nehmen. Nach neueren nationalöconomischen Anschauungen wird selbst die Zweckmäßigkeit der Wuchergesetze angezweifelt.“

Nach Vorstehendem kann es keinem Zweifel unterliegen, daß die Vorwürfe, welche man gegen die Rechnung mit Zinseszinsen erhoben hat, ungegründet sind, und daß diese Rechnungsweise bei Waldwerthrechnungen um so mehr in Anwendung kommen darf, als man es durch Wahl eines angemessenen Zinsfußes ganz in der Hand hat, beliebige Kapitalwerthe zu erzielen — ein Hülfsmittel, auf welches Cotta schon im Jahre 1804 (Taxation II, 156) hinwies.

Cotta war der Erste, welcher die Anwendung der Zinseszinsenrechnung für Waldwerthrechnungen empfahl (a. a. O. S. 155); er ging aber später (in seiner Anweisung zur Waldwerthberechnung, 1818) zu der gemischten Zinsrechnung über. Nach ihm erklärten sich vorzugsweise J. Nördlinger und Hoßfeld (Diana, von 1805 S. 376 und 432) sowie Hundeshagen (Forstabschätzung, 1826, §. 100) und Pfeil (Forsttaxation von 1833, S. 398) für die Zinseszinsenrechnung. Später änderte Pfeil, welcher in der ersten Auflage seiner Forsttaxation die gegen die Zinszinsrechnung erhobenen Einwände und namentlich auch denjenigen, „daß die Gerichte keine Rechnung von Zinseszinsen gestatteten,“ für „so unhaltbar und lächerlich“ erklärt hatte, „daß sie keiner Widerlegung werth seien,“ seine Ansicht dahin ab, daß er die Anwendung der einfachen Zinsrechnung bei Expropriationen gestattete, einestheils, weil einfache Zinsen diejenigen seien, welche bei gerichtlichen Verhandlungen und Berechnungen angewendet würden, anderntheils um das Maximum des Preises, den der Eigenthümer rechtlicher- und billigerweise fordern könne, zu ermitteln (S. 385 und 387 der dritten Aufl. der Forsttaxation von 1858). Von den neueren Schriften über Waldwerthrechnung erklären sich diejenigen von Breymann, Preßler und Albert ausschließlich für Anwendung der Zinseszinsenrechnung.

3) **Würdigung der gemischten Zinsrechnung** (arithmetische und geometrische Mittelzinsen, beschränkte Zinseszinsen).

Die der Zinseszinsenrechnung (jedoch mit Unrecht) gemachten Vorwürfe, sowie die Wahrnehmung, daß bei Anwendung des landesüblichen Zinsfußes die einfache Zinsrechnung zu hohe, die Zinseszinsenrechnung zu niedrige Discontowerthe liefere, haben zu der Verbindung dieser beiden Rechnungsarten geführt. Da indessen alle Schattenseiten der einfachen Zinsrechnung auch den gemischten Zinsrechnungen eigenthümlich sind, da außerdem die üblichen Wald-Kapitalwerthe sich auch mittelst der Zinseszinsenrechnung erlangen lassen, wenn man nur einen nicht zu hohen Zinsfuß annimmt, so ergibt sich, daß auch die gemischten Zinsrechnungen keine Anwendung verdienen.

Der Hauptgrund, welcher zur Einführung der gemischten Zinsrechnung Veranlassung gab, lag, wie Th. Hartig (Allg. Forst- und Jagd-Zeitung von 1855, S. 122) ganz richtig bemerkt, ohnzweifelhaft darin, daß die mittelst der Zinseszinsenrechnung berechneten Waldkapitalwerthe mit den durchschnittlichen Verkaufspreisen von Waldgrundstücken nicht stimmten. Man suchte aber die Ursache dieser Abweichung irriger Weise in der Zinsenberechnungsart, während sie nur in der Wahl des Zinsfußes lag. In der That ist das Beispiel, auf welches Cotta seine Vorwürfe gegen die Zinszinsrechnung stützte, mit einem Zinsfuß von 5% berechnet.

Cotta wandte (zuerst 1818) die Rechnung mit arithmetisch-mittleren Zinsen an. Mosheim (Allg. Forst- und Jagd-Zeitung, 1829, 573), schlug statt deren die Rechnung nach geometrisch-mittleren Zinsen vor, welche v. Gehren (1835) und Hierl (1852) adoptirten. Durch Burckhardt (1860) wurde endlich die Rechnung nach beschränkten Zinseszinsen, welche nach demselben Autor (S. 106 seines „Waldwerths") in Preußen bei Berechnung der Bau-Abfindungs-Kapitale angewandt werden, in die forstliche Literatur eingeführt.

Indessen ist auch die Rechnung nach beschränkten Zinseszinsen von den oben erwähnten Inconsequenzen der einfachen Zinsrechnung nicht frei; sie berechnet insbesondere den Jetztwerth endlicher Renten zu groß im Verhältniß zu dem Jetztwerthe immerwährender Renten. So z. B. erhält man nach Burckhardt's Tafel III b, S. 198, den Jetztwerth einer jährlichen Rente, welche im Ganzen 160 mal erfolgt, bei 4 Prozent = 32,2833, während der Werth einer immerwährenden jährlichen Rente in derselben Tafel zu 25,5984 angegeben ist.

IV. Kapitel.

Formeln der Zinseszinsenrechnung.

Erster Abschnitt.

Summirung der geometrischen Reihe, als Vorbereitung für die Entwicklung der Zinseszinsformeln.

I. **Begriff.** Eine geometrische Reihe ist eine Folge von Größen, von welchen jede aus der nächstvorhergehenden durch Multiplication mit einer ständigen Größe, dem Quotienten, erzeugt werden kann.

Ist der Quotient größer als 1, so entsteht eine steigende, ist er kleiner als 1, so entsteht eine fallende Reihe.

Ist die Anzahl der Glieder begrenzt, so heißt die Reihe eine endliche; im entgegengesetzten Falle: eine unendliche.

Von den unendlichen Reihen kommen bei Waldwerthrechnungen nur die fallenden zur Anwendung.

II. **Summirung der geometrischen Reihe.**

1) **Steigende geometrische Reihe.** Nennen wir a das erste Glied, q den Quotienten, n die Zahl der Glieder, S die Summe der Reihe, so ist

$$S = a + aq + aq^2 + \cdots\cdots + aq^{n-1} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \dagger$$

Multiplizirен wir diese Gleichung mit q, so ist

$$Sq = aq + aq^2 + aq^3 + \cdots + aq^n \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \dagger\dagger$$

Ziehen wir jetzt † von †† ab, so erhalten wir

$qS - S = aq^n - a$, oder

$S(q-1) = a(q^n-1)$; hieraus die Summenformel für die steigende geometrische Reihe:

$$S = a\frac{(q^n-1)}{q-1}. \qquad (1.$$

2) **Fallende geometrische Reihe.**

A. Fallende geometrische **endliche** Reihe.

Als Summenformel der fallenden geometrischen Reihe kann diejenige der steigenden gebraucht werden. Da aber, wenn $q < 1$, sowohl Zähler als Nenner dieser Formel negativ werden und dies bei Anwendung der Formel einige Unbequemlichkeit verursacht, so multiplizieren wir Zähler und Nenner mit -1 und erhalten dann als Summenformel für die fallende geometrische endliche Reihe:

$$S = a\frac{(1-q^n)}{1-q}. \qquad (2.$$

B. Fallende geometrische **unendliche** Reihe.

Bei einer unendlichen Reihe ist $n = \infty$. Setzen wir diesen Ausdruck in die unter A gewonnene Formel, so erhalten wir

$$S = a\frac{(1-q^{\infty})}{1-q}.$$

Es ist hier q ein ächter Bruch; die Mathematik lehrt aber, daß der Werth eines solchen, wenn man ihn zur Potenz ∞ erhebt $= 0$ wird. Somit ist

$$S = \frac{a}{1-q}. \qquad (3.$$

die Summenformel für die fallende geometrische unendliche Reihe.

Zweiter Abschnitt.

Entwicklung der gebräuchlichsten Formeln der Zinseszinsenrechnung.

Wie bereits im III. Kapitel unter I, 2 bemerkt worden ist, setzt die Zinseszinsenrechnung voraus, daß die Zinsen, welche ein Kapital abwirft, sogleich nach ihrem Eingange selbst wieder zinsentragend angelegt werden können.

I. Prolongirung oder Bestimmung des Nachwerthes.

Ein gegenwärtig verzinslich angelegtes Kapital V wächst bei einem Zinsfuße von p % nach n Jahren zu dem Werthe

$$N = V \cdot 1{,}0p^n \qquad \text{I.}$$

an.

Beweis. Das Kapital 100 wächst bis zum Ende des ersten Jahres auf den Betrag $100 + p$ an, folglich wächst das Kapital V innerhalb der nämlichen Zeit zu $V\left(\frac{100+p}{100}\right)$ an. (Nach der Proportion $100 : 100 + p = V : x$).

Zu Anfang des zweiten Jahres ist $V\left(\frac{100+p}{100}\right)$ der Stand des Kapitals; dieses wächst bis zum Ende des zweiten Jahres, nach der

Proportion $100 : 100 + p = V\left(\frac{100+p}{100}\right) : x$, auf den Betrag $V\left(\frac{100+p}{100}\right)^2$ an.

Zu Anfang des dritten Jahres beträgt das Kapital $V\left(\frac{100+p}{100}\right)^2$; dieses wächst, nach der Proportion $100:100+p=V\left(\frac{100+p}{100}\right)^2 : x$ bis zum Ende des dritten Jahres zu dem Werthe $V\left(\frac{100+p}{100}\right)^3$ an.

Aus den vorstehenden Gliedern ist das Gesetz, nach welchem das Kapital anwächst, schon ersichtlich. Wir erhielten:

für das Ende des ersten Jahres $V\left(\frac{100+p}{100}\right)$

„ „ „ „ zweiten „ $V\left(\frac{100+p}{100}\right)^2$

„ „ „ „ dritten „ $V\left(\frac{100+p}{100}\right)^3$;

somit wird das Kapital V mit seinen Zinsen bis zum Ende des nten Jahres auf den Betrag $N = V\left(\frac{100+p}{100}\right)^n$ angewachsen sein. Dividiren wir den Zähler und Nenner des zweiten Gliedes dieser Gleichung durch 100, so erhalten wir:

$$N = V\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n = V(1 + 0{,}0p)^n = V \cdot 1{,}0p^n.$$

Anmerkung. Aus vorstehender Formel ergibt sich:

1) das Prozent $p = 100\left(\sqrt[n]{\frac{N}{V}} - 1\right)$;

2) der Prolongirungszeitraum $n = \left(\frac{\log N - \log V}{\log 1{,}0p}\right)$.

Aufgabe 1 zu Formel I. Der Kostenaufwand für Anzucht und Verpflanzung eines Eichenheisters betrage 2 Silbergroschen; welchen Gelderlös muß diese Eiche bei der im 200. Jahre erfolgenden Fällung gewähren, wenn nur der mit 5 % aufwachsende Nachwerth der Culturkosten gedeckt werden soll? *)

*) Dem Anfänger empfehlen wir, diese und die folgenden Aufgaben dieses II. Abschnittes vorerst mit Logarithmen, später aber mittelst der Zinstafeln zu lösen, nachdem er sich mit dem Gebrauche derselben (siehe den IV. Abschnitt) bekannt gemacht hat. Wir machen jedoch darauf aufmerksam, daß die Resultate der logarithmischen Rechnung mit denjenigen der Zinstafeln nicht immer ganz

Auflösung. $N = 2 \cdot 1{,}05^{200} = 34585{,}2$ Sgr. = 1152 Thlr. 25 Sgr. 2 Pf.

Aufgabe 2 zu Formel I. Ein Morgen Kiefernwald gewähre im 30. Jahre einen Zwischennutzungserlös von 3,5 Thlrn. Welchen Haubarkeitsertrag ersetzt jene Zwischennutzung, wenn man annimmt, daß letztere mit 4% verzinslich angelegt wird und daß die Umtriebszeit = 120 Jahren ist?

Auflösung. $N = 3{,}5 \cdot 1{,}04^{90} = 119{,}4167$ Thlr.

II. Discontirung oder Bestimmung des Vorwerthes.

Der gegenwärtige Werth V einer nach n Jahren nur einmal eingehenden Einnahme N ist

$$V = \frac{N}{1{,}0p^{n}}; \qquad \text{II.}$$

wie sich aus Formel I ableiten läßt.

Aufgabe zu Formel II. Welchen Jetztwerth besitzt ein Erlös von 10 Thlrn., wenn derselbe einmal von einer im 20. Jahre erfolgenden Durchforstung, das andere Mal von einer im 180. Jahre eingehenden Haubarkeitsnutzung herrührt? Zinsfuß = $3\frac{1}{2}$ %.

Auflösung. Im ersten Falle $\frac{10}{1{,}035^{20}} = 5{,}0257$ Thlr. im zweiten Falle 0,0205 Thlr. = ca. $\frac{6}{10}$ Sgr.

III. Rentenrechnung.

1) Summirung von Renten.

A. Summirung der Nachwerthe von Renten.

a) Aussetzende Renten.

Eine zum ersten Male nach m Jahren, im Ganzen n mal in Zwischenräumen von m Jahren verzinslich angelegte Rente r erlangt nach mn Jahren den Summenwerth

$$S_n = \frac{r(1{,}0p^{mn} - 1)}{1{,}0p^{m} - 1}. \qquad \text{III.}$$

Der Beweis läßt sich in zweifacher Weise führen:

1) Man prolongirt jede einzelne Rente auf die Zeit des Empfangs der letzten Rente und bestimmt die Summe dieser Nach-

---

genau übereinstimmen. Der Unterschied hat darin seinen Grund, daß die Zinstafeln nur 4 Dezimalstellen angeben. Benutzt der Schüler eine 7 stellige Logarithmentafel (wie z. B. die kleinere Vega'sche), so erhält er mitunter ein weniger genaues Resultat, als mittelst der Zinstafeln, weil diese mit größeren Logarithmentafeln berechnet wurden. Die logarithmische Berechnung der im II. Abschnitt enthaltenen Beispiele wurde durchaus mit siebenstelligen Logarithmen ausgeführt; alle übrigen Beispiele, welche in dieser Schrift vom IV. Abschnitt an vorkommen, sind mittelst der Zinstafeln berechnet worden.

werthe nach der Formel für die steigende geometrische Reihe. Es ist

$$S_n = r + r \cdot 1{,}0p^m + r \cdot 1{,}0p^{2m} + \cdots\cdots + r \cdot 1{,}0p^{(n-1)m}.$$

Die Summenformel der steigenden geometrischen Reihe lautet: $\frac{a(q^n-1)}{q-1}$. In dem vorliegenden Falle ist $a = r$, $q = 1{,}0p^m$, $n = nm$, somit

$$\frac{a(q^n-1)}{q-1} = \frac{r(1{,}0p^{nm}-1)}{1{,}0p^m-1} = S_n.$$

2) Man sucht das Kapital auf, welches nach m Jahren die Interessen r liefert, prolongirt dasselbe auf das Jahr mn und zieht von dem erhaltenen Nachwerthe das ursprüngliche Kapital wieder ab. Nennt man letzteres x, so hat man:

$$x \cdot 1{,}0p^m - x = r;\ x(1{,}0p^m-1) = r;\ x = \frac{r}{1{,}0p^m-1};$$

$$x \cdot 1{,}0p^{mn} - x = \frac{r \cdot 1{,}0p^{mn}}{1{,}0p^m-1} - \frac{r}{1{,}0p^m-1} = \frac{r(1{,}0p^{mn}-1)}{1{,}0p^m-1}.$$

Aufgabe zu Formel III. Ein Morgen Buchenhochwald liefere im 85., 90., 95., 100., 105. und 110. Jahre jedesmal einen Mastpachterlös von 2 Thlrn. Zu welcher Summe wächst diese Einnahme bis zum Ende des 110. Jahres an? Zinsfuß $= 4\frac{1}{2}$ %.

Auflösung. $\frac{2(1{,}045^{30}-1)}{1{,}045^5-1} = 22{,}3037$ Thlr.

b) Jährliche Renten.

Eine jährlich am Jahresschlusse und im Ganzen n mal verzinslich angelegte Rente r erlangt nach n Jahren den Summenwerth

$$S_n = \frac{r(1{,}0p^n-1)}{0{,}0p}. \qquad \text{IV.}$$

Der Beweis läßt sich in dreifacher Weise führen:

1) Man setzt in Formel III $m = 1$; es ist dann

$$S_n = \frac{r(1{,}0p^n-1)}{1{,}0p-1} = \frac{r(1{,}0p^n-1)}{0{,}0p}.$$

2) Man sucht die Summe der auf den Schluß des nten Jahres prolongirten Renten. Es ist

$$S_n = r + r \cdot 1{,}0p + r \cdot 1{,}0p^2 + \cdots\cdots + r \cdot 1{,}0p^{n-1} =$$

$$= \frac{r(1{,}0p^n-1)}{1{,}0p-1} = \frac{r(1{,}0p^n-1)}{0{,}0p}.$$

3) Man sucht (wie oben bei Formel III) das Kapital x, dessen jährlicher Zins r ist, prolongirt dasselbe auf das Jahr n und zieht von dem erhaltenen Nachwerthe das ursprüngliche Kapital x wieder ab. Man hat also

$$x \cdot 1{,}0p - x = r; \; x = \frac{r}{0{,}0p}; \; x \cdot 1{,}0p^n - x =$$

$$\frac{r \cdot 1{,}0p^n}{0{,}0p} - \frac{r}{0{,}0p} = \frac{r(1{,}0p^n - 1)}{0{,}0p} = S_n.$$

Aufgabe 1 zu Formel IV. Die jährliche Jagdbenutzung eines Waldes sei pro Morgen zu 1 Sgr. verpachtet; auf welche Summe wächst dieser Pachtertrag mit 3 % Zinsen bis zum Ende des 100. Jahres an?

Auflösung. $\frac{1 \cdot (1{,}03^{100} - 1)}{0{,}03} = 607{,}284$ Sgr. $=$ 20 Thlr. $7\frac{1}{4}$ Sgr.

Aufgabe 2 zu Formel IV. Der Eigenthümer eines Waldes zahlt für Verwaltung, Schutz und Steuern jährlich pro Morgen 0,3 Thlr. Zu welcher Summe wächst dieser Aufwand mit $2\frac{1}{2}$ % Zinsen bis zum Ende des 30. Jahres an?

Auflösung. $\frac{0{,}3(1{,}025^{30} - 1)}{0{,}025} = 13{,}1709$ Thlr.

Aufgabe 3 zu Formel IV. Ein Morgen Waldboden, welcher soeben mit Kiefern in weitläufigem Verbande bepflanzt worden ist, verspricht vom 1.—6. Jahre jährlich am Jahresschlusse für Grasnutzung einen Erlös von 4 Sgr. zu liefern Auf welchen Betrag wächst diese Einnahme mit 2% Zinsen bis zum Ende des 80. Jahres an?

Auflösung. Nach Formel IV ist die Summe der Nachwerthe dieser 6 Einnahmen am Ende des 6. Jahres $= \frac{4(1{,}02^6 - 1)}{0{,}02}$. Dieser Werth ist nach Formel I noch 80 — 6 = 74 Jahre weiter zu prolongiren; demnach erhalten wir $\frac{4(1{,}02^6 - 1)}{0{,}02} 1{,}02^{74} = 109{,}2388$ Sgr. $=$ 3 Thlr. 19,2388 Sgr.

B. Summirung der Vorwerthe von Renten.

a) Zeitrenten.

α) Aussetzende Renten.

Eine in Zwischenräumen von m Jahren und im Ganzen n mal eingehende Rente r hat m Jahre vor dem Bezug der ersten Rente den Werth

$$S_v = \frac{r(1{,}0p^{mn} - 1)}{1{,}0p^{mn}(1{,}0p^m - 1)}. \qquad \text{V.}$$

Beweis.

1) Es ist $S_v = \frac{r}{1{,}0p^m} + \frac{r}{1{,}0p^{2m}} + \cdots + \frac{r}{1{,}0p^{mn}}$.

Diese Reihe summirt sich nach der Formel $\frac{a(1-q^n)}{1-q}$. Man setzt

$$a = \frac{r}{1{,}0p^m},\ q = \frac{1}{1{,}0p^m} \text{ und erhält } S_v = \frac{\frac{r}{1{,}0p^m}\left[1-\left(\frac{1}{1{,}0p^m}\right)^n\right]}{1-\frac{1}{1{,}0p^m}}$$

$$= \frac{r(1{,}0p^{mn}-1)}{1{,}0p^{mn}\,(1{,}0p^m-1)}.$$

2) Formel V ergibt sich auch, wenn man Formel III mittelst Formel II auf die Gegenwart discontirt. Man setzt also

$$N = \frac{r(1{,}0p^{mn}-1)}{1{,}0p^{mn}-1} \text{ und erhält alsdann } V = \frac{N}{1{,}0p^{mn}} =$$

$$= \frac{r(1{,}0p^{mn}-1)}{1{,}0p^{mn}\,(1{,}0p^m-1)}.$$

Aufgabe zu Formel V. Ein Kiefernbestand liefere vom 45. (einschl.) bis zum 100. (einschl.) Jahre alle 5 Jahre einen Ertrag an Zapfen im Werthe von 0,5 Thlrn.; welchen Werth hat dieser Erlös im 40. Jahre? Zinsfuß $= 3\frac{1}{2}$ %.

Auflösung. $\frac{0{,}5(1{,}035^{60}-1)}{1{,}035^{60}\,(1{,}035^5-1)} = 2{,}3259$ Thlr.

β) Jährliche Renten.

Eine n mal jährlich am Jahresschlusse eingehende Rente r hat gegenwärtig den Werth

$$S_v = \frac{r(1{,}0p^n-1)}{1{,}0p^n \cdot 0{,}0p}. \qquad \text{VI.}$$

Beweis.

1) Es ist $S_v = \frac{r}{1{,}0p} + \frac{r}{1{,}0p^2} + \cdots + \frac{r}{1{,}0p^n}$. Summirt man diese Reihe nach der allgemeinen Formel $\frac{a(1-q^n)}{1-q}$,

$$\text{so erhält man } S_v = \frac{\frac{r}{1{,}0p}\left(1-\frac{1}{1{,}0p^n}\right)}{1-\frac{1}{1{,}0p}} = \frac{r(1{,}0p^n-1)}{1{,}0p^n \cdot 0{,}0p}.$$

2) Man discontirt Formel IV mittelst II auf die Gegenwart und erhält dann $V = \frac{N}{1{,}0p^n} = \frac{r(1{,}0p^n-1)}{1{,}0p^n \cdot 0{,}0p} = S_v$.

Aufgabe 1 zu Formel VI. Ein Waldeigenthümer verpachtet einen Morgen Waldboden zur landwirthschaftlichen Benutzung auf 4 Jahre gegen eine jährliche Abgabe von 3 Thlrn.; welchen Jetztwerth hat dieser 4malige Pachterlös? Zinsfuß = 4%.

Auflösung. $\frac{3(1{,}04^4 - 1)}{1{,}04^4 \cdot 0{,}04} = 10{,}8896$ Thlr.

Aufgabe 2 zu Formel VI. Welche Geldsumme muß ein Waldeigenthümer gegenwärtig besitzen, um in den nächsten 30 Jahren die Ausgabe für Verwaltung, Schutz und Steuern im Gesammtbetrag von jährlichen 0,3 Thlrn. bestreiten zu können? Zinsfuß = 5%.

Auflösung. $\frac{0{,}3(1{,}05^{30} - 1)}{1{,}05^{30} \cdot 0{,}05} = 4{,}6117$ Thlr.

b) Immerwährende Renten.

α) Der gegenwärtige Werth S_v einer von jetzt an alljährlich am Jahresschlusse eingehenden Rente r ist

$$S_v = \frac{r}{0{,}0p}. \qquad \text{VII.}$$

Beweis. Es ist $S_v = \frac{r}{1{,}0p} + \frac{r}{1{,}0p^2} + \cdots\cdots$

Diese Reihe summirt sich nach der Formel $\frac{a}{1-q}$; es ist somit

$S_v = \frac{\frac{r}{1{,}0p}}{1 - \frac{1}{1{,}0p}} = \frac{r}{0{,}0p}$. Die vorstehende Formel, welche man gemeinhin die Kapitalisirungs- oder Rentirungsformel zu nennen pflegt, erhält man auch, wenn man das Kapital x, dessen jährliche Interessen = r sind, nach der Proportion $p : 100 = r : x$ aufsucht. Man hat alsdann $x = \frac{r \cdot 100}{p} = \frac{r}{\frac{p}{100}} = \frac{r}{0{,}0p}$.

Aufgabe 1. zu Formel VII. Ein zum strengsten jährlichen Nachhaltbetriebe eingerichteter Wald liefere pro Morgen einen jährlichen Reinertrag von 5 Thlrn. Wie groß ist die Summe der Jetztwerthe aller dieser Erträge? Zinsfuß = $2^1/_2$ %.

Auflösung. $\frac{5}{0{,}025} = 200$ Thlr.

Aufgabe 2 zu Formel VII. Welches Geldkapital muß ein Waldeigenthümer besitzen, um aus den Interessen desselben die jährlichen Kosten für Verwaltung, Schutz und Steuern im Gesammtbetrag von 0,3 Thlrn. bestreiten zu können? Zinsfuß = 5 %.

Auflösung. $\frac{0{,}3}{0{,}05} = 6$ Thlr.

β) **Der gegenwärtige Werth S_v einer von jetzt an alle n Jahre eingehenden Rente R ist**

$$S_v = \frac{R}{1{,}0p^n - 1}. \qquad \text{VIII.}$$

Beweis.

1) Es ist $S_v = \frac{R}{1{,}0p^n} + \frac{R}{1{,}0p^{2n}} + \cdots\cdots$ Diese Reihe summirt man nach der allgemeinen Formel $\frac{a}{1-q}$ und erhält somit

$$S_v = \frac{\frac{R}{1{,}0p^n}}{1 - \frac{1}{1{,}0p^n}} = \frac{R}{1{,}0p^n - 1}.$$

2) Man ermittelt das Kapital S_v, welches alle n Jahre durch seine Interessen die Summe R liefert. Aus $R = S_v \cdot 1{,}0p^n - S_v = S_v(1{,}0p^n - 1)$ folgt $S_v = \frac{R}{1{,}0p^n - 1}$.

Aufgabe zu Formel VIII. Ein Kiefernbestand liefert alle 60 Jahre eine Abtriebsnutzung von 171,9 Thlrn. Welchen Jetztwerth besitzen diese sämmtlichen Nutzungen? Zinsfuß = 3%.

Auflösung. $\frac{171{,}9}{1{,}03^{60} - 1} = 35{,}142$ Thlr.

γ) **Der gegenwärtige Werth S_v einer zum ersten Male nach m Jahren, dann aber alle n Jahre eingehenden Rente R ist**

$$S_v = \frac{R \cdot 10{,}p^{n-m}}{1{,}0p^n - 1}. \qquad \text{IX.}$$

Beweis.

1) Es ist $S_v = \frac{R}{1{,}0p^m} + \frac{R}{1{,}0p^{m+n}} + \frac{R}{1{,}0p^{m+2n}} + \cdots$

Summirt man diese Reihe nach der allgemeinen Formel $\frac{a}{1-q}$, so erhält man

$$S_v = \frac{\frac{R}{1{,}0p^m}}{1 - \frac{1}{1{,}0p^n}} = \frac{R \cdot 1{,}0p^{n-m}}{1{,}0p^n - 1}.$$

2) Man berechnet nach Formel VIII. und Formel II. den Jetztwerth einer Rente, welche zum erstenmale nach m + n Jahren,

dann aber alle n Jahre eingeht und addirt hierzu den Jetztwerth desjenigen Rentenpostens R, welcher nach m Jahren erfolgt. Man erhält alsdann

$$S_v = \frac{R}{1{,}0p^m\,(1{,}0p^n - 1)} + \frac{R}{1{,}0p^m} = \frac{R \cdot 1{,}0p^{n-m}}{1{,}0p^n - 1}.$$

Aufgabe zu Formel IX. Wie groß ist der gegenwärtige Werth einer Durchforstungsnutzung, welche im Betrage von 4,8 Thlrn. zum ersten Male nach 40 Jahren und dann alle 100 Jahre erfolgt? Zinsfuß = $3^1/_2$ %.

Auflösung. $\frac{4{,}8 \cdot 1{,}035^{60}}{1{,}035^{100} - 1} = 1{,}2525$ Thlr.

δ) Der gegenwärtige Werth S_v einer zum ersten Male augenblicklich, also im Jahre 0, dann aber alle n Jahre eingehenden Rente R ist

$$S_v = \frac{R \cdot 1{,}0p^n}{1{,}0p^n - 1}. \qquad \text{X.}$$

Beweis.

1) Es ist $S_v = R + \frac{R}{1{,}0p^n} + \frac{R}{1{,}0p^{2n}} + \cdots\cdots$ Summirt man diese Reihe nach der allgemeinen Formel $\frac{a}{1-q}$, so erhält man $S_v = \frac{R}{1 - \frac{1}{1{,}0p^n}} = \frac{R \cdot 1{,}0p^n}{1{,}0p^n - 1}$.

2) Man setzt in Formel IX. m = 0, oder man addirt zu dem Summenwerthe von Formel VIII. noch R.

Aufgabe zu Formel X. Welches Kapital muß der Waldeigenthümer besitzen, um die Culturkosten zu bestreiten, welche jedesmal zu Anfang einer 120jährigen Umtriebszeit im Betrage von 2 Thlrn. zu verausgaben sind? Und wie groß ist dieses Kapital für eine 60jährige Umtriebszeit? Zinsfuß = 3 %.

Auflösung. Für die 120jährige Umtriebszeit $\frac{2 \cdot 1{,}03^{120}}{1{,}03^{120} - 1} = 2{,}0593$ Thlr.; für die 60jährige Umtriebszeit $\frac{2 \cdot 1{,}03^{60}}{1{,}03^{60} - 1} = 2{,}4089$ Thlr.

2) Verwandlung einer aussetzenden Rente R in eine jährliche Rente r.

A. Erfolgt die Rente R schon von jetzt an alle n Jahre, so ist

$$r = \frac{R}{1{,}0p^n - 1}\, 0{,}0p. \qquad \text{XI.}$$

Beweis.

1) Man setzt die Summe der Jetztwerthe der jährlichen Renten gleich der Summe der Jetztwerthe der aussetzenden Renten und entwickelt aus dieser Gleichung den Werth von r. Es ist

$$\frac{r}{1{,}0p} + \frac{r}{1{,}0p^2} + \cdots = \frac{R}{1{,}0p^n} + \frac{R}{1{,}0p^{2n}} + \cdots\cdot$$

Das linke Glied der Gleichung summirt man nach Formel VII., das rechte nach Formel VIII.; hiernach ist

$$\frac{r}{0{,}0p} = \frac{R}{1{,}0p^n - 1}; \text{ also } r = \frac{R}{1{,}0p^n - 1}\, 0{,}0p.$$

2) Man ermittelt nach Formel VIII. den Kapitalwerth der aussetzenden Rente R und durch Multiplication mit 0,0p die jährlichen Interessen dieses Kapitales.

Anmerkung. Formel XI. erhält man auch, wenn man eine nach n Jahren *nur einmal* eingehende Einnahme R in eine n malige jährliche Rente r verwandelt. Denn es ist $\frac{R}{1{,}0p^n} = \frac{r}{1{,}0p} + \frac{r}{1{,}0p^2} + \cdots + \frac{r}{1{,}0p} = \frac{r}{0{,}0p}\left(\frac{1{,}0p^n - 1}{1{,}0p^n}\right)$; hieraus $r = \frac{R}{1{,}0p^n - 1}\, 0{,}0p$.
Die vorliegende Aufgabe läßt sich auch auf dem Wege der Prolongirung lösen; es ist dann $R = r + r \cdot 1{,}0p + \cdots + r \cdot 1{,}0p^{n-1} = \frac{r}{0{,}0p}(1{,}0p^n - 1)$; hieraus $r = \frac{R}{1{,}0p^n - 1}\, 0{,}0p$.

Aufgabe zu Formel XI. Ein Morgen Landes liefere bei forstlicher Benutzung jedesmal am Ende der zu 60 Jahren angenommenen Umtriebszeit einen reinen Erlös von 600 Thlrn., während er als Feld einen jährlichen Reinertrag von 5 Thlrn. abwerfen würde. Welche Benutzungsweise ist die vortheilhaftere? Zinsfuß = 3 %.

Auflösung. Verwandelt man den Erlös von 600 Thlrn. in eine jährliche Rente, so erhält man $\frac{600}{1{,}03^{60} - 1} \cdot 0{,}03 = 3{,}6798$ Thlr. Mithin ist die landwirthschaftliche Benutzungsweise dieses Bodens die einträglichere.

B. Erfolgt die Rente R zum ersten Male nach m Jahren, dann aber alle n Jahre, so ist

$$r = \frac{R \cdot 1{,}0p^{n-m}}{1{,}0p^n - 1}\, 0{,}0p. \qquad \text{XII.}$$

Beweis.

1) Es ist $\frac{r}{1{,}0p} + \frac{r}{1{,}0p^2} + \cdots\cdot = \frac{R}{1{,}0p^m} + \frac{R}{1{,}0p^{m+n}} + \frac{R}{1{,}0p^{m+2n}} + \cdots\cdot\cdot$ Summirt man das linke Glied der Gleichung nach Formel VII., das rechte nach Formel IX., so erhält man $\frac{r}{0{,}0p} = \frac{R \cdot 1{,}0p^{n-m}}{1{,}0p^n - 1}$; hieraus $r = \frac{R \cdot 1{,}0p^{n-m}}{1{,}0p^n - 1} 0{,}0p$.

2) Man ermittelt nach Formel IX. den Kapitalwerth der aussetzenden Rente R und durch Multiplication mit 0,0p die jährlichen Interessen dieses Kapitales.

Anmerkung. Formel XII. erhält man auch, wenn man eine nach m Jahren nur einmal eingehende Einnahme R in eine n malige jährliche Rente r verwandelt. Der Beweis wird in analoger Weise wie derjenige in der Anmerkung zu Formel XI. geführt.

Aufgabe zu Formel XII. Welche jährliche Rente würde einem Waldeigenthümer zu entrichten sein, wenn derselbe auf einen Durchforstungsertrag von 20 Thlrn. verzichten sollte, welchen ein mit 100 jähriger Umtriebszeit zu behandelnder Wald jedesmal im 40ten Bestandsjahre abwirft? Zinsfuß = 3 %.

Auflösung. $\frac{20 \cdot 1{,}03^{60}}{1{,}03^{100} - 1} 0{,}03 = 0{,}194$ Thlr.

C. Erfolgt die Rente R zum ersten Male augenblicklich, dann aber alle n Jahre, so ist

$$r = \frac{R \cdot 1{,}0p^n}{1{,}0p^n - 1} 0{,}0p. \qquad \text{XIII.}$$

Beweis.

1) $\frac{r}{1{,}0p} + \frac{r}{1{,}0p^2} + \cdots\cdot\cdot = R + \frac{R}{1{,}0p^n} + \frac{R}{1{,}0p^{2n}} + \cdots\cdot$

Summirt man das linke Glied der Gleichung nach Formel VII., das rechte nach Formel X., so erhält man:

$\frac{r}{0{,}0p} = \frac{R \cdot 1{,}0p^n}{1{,}0p^n - 1}$; hieraus $r = \frac{R \cdot 1{,}0p^n}{1{,}0p^n - 1} 0{,}0p$.

2) Man ermittelt nach Formel X. den Kapitalwerth der Rente R und durch Multiplication mit 0,0p die jährlichen Interessen dieses Kapitales.

Anmerkung. Formel XIII. erhält man auch, wenn man eine Einnahme R, welche nur einmal, und zwar im Jahre 0 erfolgt, in eine n malige jährliche Rente r verwandelt. Der Beweis wird in analoger Weise, wie derjenige in der Anmerkung zu Formel XI. geführt.

Aufgabe zu Formel XIII. Es soll der Culturkostenaufwand, welcher jedesmal zu Anfang einer 120jährigen Umtriebszeit 2 Thlr. beträgt, in eine jährliche Ausgabe verwandelt werden. Wie hoch stellt sich letztere? Und wie groß ist sie für eine 60jährige Umtriebszeit? Zinsfuß = 3 %.

Auflösung. Für den 120jährigen Umtrieb $\frac{2 \cdot 1{,}03^{120}}{1{,}03^{120} - 1}\, 0{,}03 = 0{,}0618$ Thlr.; für den 60jährigen Umtrieb $= \frac{2 \cdot 1{,}03^{60}}{1{,}03^{60} - 1}\, 0{,}03 = 0{,}0723$ Thlr.

Dritter Abschnitt.

Zusammenstellung der gebräuchlichsten Formeln der Zinseszinsenrechnung.

I. Prolongirung oder Bestimmung des Nachwerthes.

Ein gegenwärtig verzinslich angelegtes Kapital V erlangt bei einem Zinsfuß von p % binnen n Jahren den Werth

$$N = V \cdot 1{,}0p^n. \qquad \text{I.}$$

II. Discontirung oder Bestimmung des Vorwerthes.

Der gegenwärtige Werth V einer nach n Jahren nur einmal eingehenden Einnahme N ergibt sich durch die Formel

$$V = \frac{N}{1{,}0p^n}. \qquad \text{II.}$$

III. Rentenrechnung.

1) **Summirung** von Renten.

A. Summirung der Nachwerthe von Renten.

a) Aussetzende Renten.

Eine zum ersten Male nach m Jahren, im Ganzen n mal in Zwischenräumen von m Jahren verzinslich angelegte Rente r erlangt nach mn Jahren den Summenwerth

$$S_n = \frac{r\,(1{,}0p^{mn} - 1)}{1{,}0p^m - 1}. \qquad \text{III.}$$

b) Jährliche Renten.

Eine jährlich am Jahresschlusse und im Ganzen n mal verzinslich angelegte Rente r erlangt nach n Jahren den Summenwerth

$$S_n = \frac{r\,(1{,}0p^n - 1)}{0{,}0p}. \qquad \text{IV.}$$

B. Summirung der Vorwerthe von Renten.

a) Zeitrenten.

α) Aussetzende Renten.

Eine in Zwischenräumen von m Jahren und im Ganzen n mal eingehende Rente R hat m Jahre vor dem Bezug der ersten Rente den Werth

$$S_v = \frac{r\,(1{,}0p^{mn} - 1)}{1{,}0p^{mn}\,(1{,}0p^{m} - 1)}. \qquad \text{V.}$$

β) Jährliche Renten.

Eine n mal jährlich am Jahresschlusse eingehende Rente r hat gegenwärtig den Werth

$$S_v = \frac{r\,(1{,}0p^{n} - 1)}{1{,}0p^{n} \cdot 0{,}0p}. \qquad \text{VI.}$$

b) Immerwährende Renten.

α) Der gegenwärtige Werth S_v einer von jetzt an alljährlich am Jahresschlusse eingehenden Rente r ist

$$S_v = \frac{r}{0{,}0p}. \qquad \text{VII.}$$

β) Der gegenwärtige Werth S_v einer von jetzt an alle n Jahre eingehenden Rente R ist

$$S_v = \frac{R}{1{,}0p^{n} - 1}. \qquad \text{VIII.}$$

γ) Der gegenwärtige Werth S_v einer zum ersten Male nach m Jahren, dann aber alle n Jahre eingehenden Rente R ist

$$S_v = \frac{R \cdot 1{,}0p^{n-m}}{1{,}0p^{n} - 1}. \qquad \text{IX.}$$

δ) Der gegenwärtige Werth S_v einer zum ersten Male augenblicklich, dann aber alle n Jahre eingehenden Rente R ist

$$S_v = \frac{R \cdot 1{,}0p^{n}}{1{,}0p^{n} - 1}. \qquad \text{X.}$$

2) **Verwandlung einer aussetzenden Rente R in eine jährliche Rente r.**

A. Erfolgt die Rente R schon von jetzt an alle n Jahre, so ist

$$r = \frac{R}{1{,}0p^{n} - 1}\,0{,}0p. \qquad \text{XI.}$$

B. Erfolgt die Rente R zum ersten Male nach m Jahren, dann aber alle n Jahre, so ist

$$r = \frac{R \cdot 1{,}0p^{n-m}}{1{,}0p^{n} - 1}\,0{,}0p. \qquad \text{XII.}$$

C. Erfolgt die Rente R zum ersten Male augenblicklich, dann aber alle n Jahre, so ist

$$r = \frac{R \cdot 1{,}0p^n}{1{,}0p^n - 1}\, 0{,}0p. \qquad \text{XIII.}$$

Vierter Abschnitt.

Factorentafeln für die Zinseszinsenrechnung.

Zur Abkürzung der Rechnung hat man die constanten Factoren der Zinsformeln für verschiedene Zinsfüße und Prolongirungs-, bezw. Discontirungszeiten im Voraus berechnet, so daß es bei der Anwendung jener Formeln nur erübrigt, die betreffenden Factoren mit V, N, R oder r zu multipliziren. Hierzu kann man sich der Logarithmen bedienen; weit mehr fördert aber der Gebrauch solcher Rechnentafeln, aus welchen die Producte zweier Factoren entweder unmittelbar entnommen, oder (bei größeren Zahlen) durch bloßes Addiren gewonnen werden können, wie z. B. der Rechnentafeln von Crelle (Berlin, 1857).

Es ist indessen nicht erforderlich, für sämmtliche Formeln der Zinsrechnung Factorentafeln zu besitzen. Mit den am Schlusse dieses Werkes befindlichen drei Tafeln reicht man vollkommen aus.

Tafel I enthält den Factor $1{,}0p^n$.

" II " " " $\frac{1}{1{,}0p^n}$.

" III " " " $\frac{1}{1{,}0p^n - 1}$.

Die Mehrzahl der Schriften über Waldwerthrechnung (z. B. derjenigen von Cotta, v. Gehren, Hierl, Breymann, Burckhardt) sowie einige forstwirthschaftliche Hülfstafeln (z. B. G. L. Hartig's Cubiktabellen, Preßlers holzwirthschaftliche Tafeln) enthalten Zinstafeln, zum Theil auch für einfache Zinsen, beschränkte Zinseszinsen, arithmetische und geometrische Mittelzinsen. Keine der auf 4 oder mehr Dezimalstellen berechneten Tafeln ist von Druck- und Rechnenfehlern frei. Die von uns mitgetheilten Tafeln, deren Aufstellung und Druck mit größter Sorgfalt bewerkstelligt wurde, umfassen, wie die Tafeln von Hierl, die Zinsfüße von ½ bis zu 5 %, mit Abstufungen von je ½ %. Hierl nahm in seine Tafeln die geringeren Zinsfüße (½ % 2c.) zum Zwecke der Zuwachsberechnung auf. Diese Rücksicht war für uns nicht maßgebend, weil die Zinseszinsenrechnung zur Ermittlung des Holzzuwachses nicht anwendbar ist; wir haben die Factoren für die erwähnten Zinsfüße nur deßhalb mitgetheilt, weil dieselben zu gewissen theoretischen Untersuchungen der Waldwerthrechnung (z. B. zur Ermittlung der Abhängigkeit, in welcher der Bodenerwartungswerth und die finanzielle Umtriebszeit zu der Größe des Zinsfußes stehen) gebraucht werden.

Nachstehend soll die Anwendung der Factorentafeln für die im vorigen Abschnitt enthaltenen Formeln gezeigt werden.

Formel I. Man multiplizirt V mit dem Factor von Tafel I. Es sei z. B. $V = 2$, $n = 200$, $p = 5$, so ist $N = 2 \cdot 17292{,}5808 = 34585{,}2$.

Formel II. Man multiplizirt N mit dem Factor von Tafel II. Es sei z. B. $N = 10$, $n = 20$, $p = 3^1/_2$, so ist $V = 10 \cdot 0{,}5026 = 5{,}026$.

Formel III. Man multiplizirt r mit dem um 1 verminderten Factor von Tafel I und dieses Product mit dem Factor aus Tafel III. Es sei z. B. $r = 2$, $p = 4^1/_2$, $m = 5$, $n = 6$, also $mn = 30$, so ist $S_n = 2 \cdot 2{,}7453 \cdot 4{,}062 = 22{,}3028$.

Formel IV. Man multiplizirt r mit dem um 1 verminderten Factor von Tafel I und dividirt das Product aus der Hand durch 0,0p. Es sei z. B. $r = 0{,}3$, $n = 30$, $p = 2^1/_2$, so ist $S_n = \frac{0{,}3 \cdot 1{,}0976}{0{,}025} = 13{,}17$.

Formel V. Man multiplizirt r mit dem um 1 verminderten Factor von Tafel I, und dieses Product mit den Factoren von den Tafeln II und III. Es sei z. B. $r = 0{,}5$, $p = 3^1/_2$, $m = 5$, $n = 12$, also $mn = 60$, so ist $S_v = 0{,}5 \cdot 6{,}8781 \cdot 0{,}1269 \cdot 5{,}328 = 2{,}3252$.

Formel VI. Man multiplizirt r zuerst mit dem um 1 verminderten Factor von Tafel I, dann mit dem Factor von Tafel II, und dividirt das Product durch 0,0p. Es sei z. B. $r = 3$, $n = 4$, $p = 4$, so ist $S_v = \frac{3 \cdot 0{,}1699 \cdot 0{,}8548}{0{,}04} = 10{,}8923$.

Formel VII. Hier wendet man keine Zinstafel an, sondern man dividirt r kurzer Hand durch 0,0p.

Formel VIII. Man multiplizirt R mit dem Factor von Tafel III. Es sei z. B. $R = 171{,}9$, $n = 60$, $p = 3$, so ist $S_v = 171{,}9 \cdot 0{,}2044 = 35{,}1364$.

Formel IX. Man multiplizirt R mit den Factoren von Tafel I und III. Es sei z. B. $R = 4{,}8$, $p = 3^1/_2$, $m = 40$, $n = 100$, also $n - m = 60$, so ist $S_v = 4{,}8 \cdot 7{,}8781 \cdot 0{,}0331 = 1{,}2517$.

Formel X. Man multiplizirt R mit den Factoren von den Tafeln I und III. Es sei z. B. $R = 2$, $n = 60$, $p = 3$, so ist $S_v = 2 \cdot 5{,}8916 \cdot 0{,}2044 = 2{,}4085$.

Formel XI. Man multiplizirt R mit dem Factor von Tafel III. und das Product mit 0,0p. Es sei z. B. $R = 600$, $n = 60$, $p = 3$, so ist $r = 600 \cdot 0{,}2044 \cdot 0{,}03 = 3{,}6792$.

Formel XII. Man multiplizirt R mit den Factoren von Tafeln I und III und das Product mit 0,0p. Es sei z. B. $R = 20$, $p = 3$, $m = 40$, $n = 100$, also $n - m = 60$, so ist $r = 20 \cdot 5{,}8916 \cdot 0{,}0549 \cdot 0{,}03 = 0{,}1941$.

Formel XIII. Man multiplizirt R mit den Factoren aus den Tafeln I und III und das Product mit 0,0p. Es sei z. B. $R = 2$, $n = 60$, $p = 3$, so ist $r = 2 \cdot 5{,}8916 \cdot 0{,}2044 \cdot 0{,}03 = 0{,}0723$.

V. Kapitel.

Verrechnung der Einnahmen und Ausgaben.

I. **Die Einnahmen**, welche die Waldwirthschaft gewährt, lassen sich in folgende Abtheilungen bringen:

1) **Hauptnutzungen.** Unter diesen versteht man die Holznutzungen. Die Rinde pflegt man in einigen Forsthaushalten nur dann zu den Hauptnutzungen zu rechnen, wenn sie bei der Erndte nicht vom Holze getrennt wird. Nach der Zeit des Eingangs theilt man die Hauptnutzungen in

A. Haubarkeits- oder Abtriebsnutzungen.

B. Zwischennutzungen.

2) **Nebennutzungen.** Zu diesen gehören: Lohrinde (s. o.), Baumfrüchte, Futterlaub, Gras, Harz, Waldstreu, landwirthschaftliche Gewächse, Jagdthiere, Fische, Mineralien rc.

Alle vor dem Haubarkeitsalter erfolgenden Zwischen- und Nebennutzungen faßt man auch wohl unter der Benennung „Vornutzungen" zusammen. — Die Preise der Forstproducte ermittelt man, um zufällige Preisschwankungen auszuschließen, nach dem durchschnittlichen Betrage einer Reihe von Jahren. Bleibende Preissteigerungen, welche (z. B. zufolge der Anlage von Straßen, der Begründung holzverzehrender Gewerbe) in Aussicht stehen, hat man zu berücksichtigen. Solche Preiserhöhungen aber, welche auf der fortschreitenden Entwerthung des Geldes beruhen, brauchen bei der Ermittlung der gegenwärtigen Werthe der Einnahmen nicht in Rechnung genommen zu werden, weil sie ja den niedrigen Zinsfuß des Grundeigenthums bedingen helfen.

II. **Die Ausgaben** der Waldwirthschaft bestehen vornehmlich in den Kosten für Verwaltung, Schutz, Erndte, Cultur, Begrenzung, Unterhaltung der Betriebsbauten und des Dienstmobiliars, sowie in den Steuern und Grundlasten.

Zum Zwecke der Waldwerthrechnung empfiehlt es sich, diejenigen Ausgaben und Einnahmen, welche in gleicher Weise sich verrechnen lassen, wie z. B. die in gleicher Größe periodisch wiederkehrenden Posten, in *einen* Ansatz zusammenzufassen.

II. Angewandter Theil.

Ermittlung des Bodenwerthes, Bestandswerthes, Waldwerthes, der Boden=, Bestands= und Waldrente.

I. Kapitel.

Ermittlung des Bodenwerthes.

Der Werth des Bodens kann sein ein Verbrauchswerth, wenn nämlich die Substanz des Bodens (z. B. zur Fossiliengewinnung) unmittelbar sich benutzen läßt, oder ein Erzeugungswerth. Letzterer besteht (nach S. 3.) in der Eigenschaft des Bodens, ohne wesentliche Aenderung seiner Substanz andere Güter (z. B. Pflanzen) hervorzubringen. Je nach der Art der Gütererzeugung (Landwirthschaft, Forstwirthschaft 2c.) und der gewählten Benutzungsweise (Hochwaldbetrieb, Niederwaldbetrieb 2c.) kann der relative Werth des Bodens ein sehr verschiedener sein.

Die Waldwerthrechnung beschäftigt sich blos mit der Ermittlung des forstwirthschaftlichen Erzeugungswerthes des Bodens.

I. Methoden zur Ermittlung des forstwirthschaftlichen Bodenwerthes.

Man kann den wirthschaftlichen Werth des Bodens veranschlagen:

1) nach dem **Erwartungswerthe**,
2) nach dem **Kostenwerthe**,
3) nach dem **Verkaufswerthe**.

Anmerkung. Man könnte den Bodenwerth auch als Rentirungswerth berechnen. Da aber hierbei die Kenntniß des Boden=Erwartungswerthes vorausgesetzt wird, so bietet diese Methode der Werthsermittlung keine praktischen Vortheile. Denn

1) Für den aussetzenden Betrieb ist der Bodenerwartungswerth gleich der jährlichen Bodenrente r, dividirt durch 0,0p. Die Bodenrente ist aber gleich dem Bodenwerth B multiplizirt durch 0,0p. Somit ist der Bodenrentirungswerth $= \frac{r}{0,0p} = \frac{B \cdot 0,0p}{0,0p}$. Man sieht, daß diese Art von Werthsberechnung sich im Kreise bewegt.

2) Für den jährlichen Betrieb erhält man den Waldwerth, wenn man den jährlichen Reinertrag durch 0,0p dividirt (siehe Kap. III.). Um den Bodenwerth zu finden, muß man von dem Waldwerthe den Werth des normalen Vorraths abziehen. Nun setzt aber, wie später (II. Kap., VI.) nachgewiesen werden soll, die Ermittlung des Vorrathswerthes diejenige des Bodenwerthes voraus; es würde daher ein nutzloser Umweg sein, wenn man zuerst den Bodenwerth und aus diesem den Vorrathswerth berechnen wollte, um schließlich auf den Bodenwerth wieder zurückzukommen.

II. Ermittlung des Bodenerwartungswerthes insbesondere.

1) **Begriff.** Unter dem Bodenerwartungswerthe versteht man die Summe der Jetztwerthe aller von einem Boden zu erwartenden Einnahmen, abzüglich der Jetztwerthe aller auf jenen Einnahmen ruhenden Productionskosten und Lasten.

2) **Verfahren zur Ermittlung des Bodenerwartungswerthes.**

A. Berechnung der Jetztwerthe der Einnahmen.

a) Haubarkeitsnutzung. Bedeutet A_u die Größe des Haubarkeitsertrages und u die Umtriebszeit, so ist der Jetztwerth sämmtlicher, bis in die fernste Folgezeit eingehender und alle u Jahre sich wiederholender Haubarkeitserträge (nach Formel VIII.)

$$\frac{A_u}{1,0p^u - 1}.$$

b) Zwischennutzungen. Stellen D_a, $D_b \cdots\cdots D_q$ Zwischennutzungserträge vor, welche in den Jahren a, b, $\cdots$ q eingehen und sich dann alle u Jahre wiederholen, so sind die Jetztwerthe dieser Erträge (nach Formel IX.)

$$\frac{D_a\, 1,0p^{u-a}}{1,0p^u - 1} + \frac{D_b\, 1,0p^{u-b}}{1,0p^u - 1} + \cdots\cdots + \frac{D_q\, 1,0p^{u-q}}{1,0p^u - 1} =$$
$$= \frac{D_a\, 1,0p^{u-a} + D_b\, 1,0p^{u-b} + \cdots\cdots + D_q\, 1,0p^{u-q}}{1,0p^u - 1}.$$

c) Nebennutzungen. Sie können ebenso wie die Zwischennutzungen behandelt werden; es ist also der Jetztwerth der Nebennutzungen N_a, $N_b \cdots\cdots N_q$, welche zum ersten Male in den Jahren a, b, $\cdots\cdots$ q eingehen und sich dann alle u Jahre wiederholen,

$$\frac{N_a\,1{,}0p^{u-a}}{1{,}0p^u-1}+\frac{N_b\,1{,}0p^{u-b}}{1{,}0p^u-1}+\cdots+\frac{N_q\,1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u-1}=$$
$$=\frac{N_a\,1{,}0p^{u-a}+N_b 10p^{u-b}+\cdots+N_q\,1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u-1}.$$

Kehrt eine Nebennutzung in gleicher Größe N und in Zwischenräumen von m Jahren, im Ganzen aber n mal wieder, und wiederholt sich dieser Vorgang durch alle Umtriebszeiten, so findet man den Wiederholungswerth dieser Nutzungen, wenn man die in der ersten Umtriebszeit erfolgenden nach Formel III. summirt, die Summe auf das Jahr u prolongirt und den erhaltenen Nachwerth durch $1{,}0p^u-1$ dividirt. Man hat also, wenn die letzte Nebennutzung im Jahre q eingeht,

$$\frac{N(1{,}0p^{mn}-1)\,1{,}0p^{u-q}}{(1{,}0p^m-1)\,(1{,}0p^u-1)}.$$

Für $m=1$ geht diese Formel über in

$$\frac{N(1{,}0p^n-1)\,1{,}0p^{u-q}}{0{,}0p\,(1{,}0p^u-1)}.$$

Ist die Zahl der sich wiederholenden Nebennutzungen gering, so bietet die Anwendung der vorstehenden Formeln keinen Vortheil; man kommt dann kürzer zum Ziele, wenn man den Werth jeder einzelnen Nutzung auf das Jahr u prolongirt und die Summe dieser Nachwerthe durch $1{,}0p^u-1$ dividirt.

Stellt $\mathfrak{N}$ eine jährliche fortwährend wiederkehrende Einnahme vor, so ist (nach Formel VII.) der Kapitalwerth derselben $\frac{\mathfrak{N}}{0{,}0p}$.

B. Berechnung der Jetztwerthe der Ausgaben.

a) Culturkosten. Bezeichnet man die jedesmal zu Anfang der Umtriebszeit zu verausgabenden Culturkosten mit C, so ist der Jetztwerth des gesammten Culturkostenaufwandes (das „Culturkostenkapital") nach Formel X.

$$\frac{C\cdot 1{,}0p^u}{1{,}0p^u-1}.$$

b) Jährliche Kosten. Nennt man den Betrag der jährlichen Kosten v und nimmt man an, daß dieselben fortwährend und zwar jedesmal am Jahresschlusse verausgabt werden, so ist der Jetztwerth dieser Kosten (nach Formel VII.)

$\frac{v}{0{,}0p}$, welches wir in der Folge $=$ V setzen werden.

Kämen Ausgaben vor, welche periodisch in gleicher Größe sich wiederholen, so wären dieselben nach der unter A, c für die Nebennutzungen gegebenen Anleitung zu behandeln.

c) Erndte- und Gelderhebungskosten insbesondere. Man berechnet die Jetztwerthe derselben nicht besonders, sondern zieht diese Kosten sogleich von den rauhen Einnahmen ab und ermittelt dann den Jetztwerth der Differenz.

Denn es sei z. B. der rauhe Erlös für eine Zwischennutzung, welcher zum ersten Male im Jahr a eingeht und sich dann alle u Jahre wiederholt = D, und der Betrag der Erndtekosten = e, so ist der Jetztwerth der Zwischennutzung $= \frac{D \cdot 1{,}0p^{u-a}}{1{,}0p^u - 1}$;

der Erndtekosten . . . . . $= \frac{e \cdot 1{,}0p^{u-a}}{1{,}0p^u - 1}$;

demnach der reine Jetztwerth jener Zwischennutzung

$$= \frac{D \cdot 1{,}0p^{u-a}}{1{,}0p^u - 1} - \frac{e \cdot 1{,}0p^{u-a}}{1{,}0p^u - 1} = \frac{(D - e)\, 1{,}0p^{u-a}}{1{,}0p^u - 1}.$$

C. Formel für den Bodenerwartungswerth.

Wollte man den Bodenerwartungswerth durch eine Formel ausdrücken, in welcher alle möglichen Einnahmen und Ausgaben vorkommen, so würde dieselbe so ausgedehnt und complizirt werden, daß sie für den praktischen Gebrauch kaum einen Nutzen gewähren dürfte. Wir verzichten daher auf die Aufstellung einer solchen Formel.

Auch die für gewisse theoretische Untersuchungen erforderlichen Formeln entwickelt man sich am besten in jedem concreten Falle und nach Maßgabe der für denselben geltenden Voraussetzungen. Eine ziemlich einfache Formel erhält man unter der Annahme:

a) daß $D_a, D_b, \cdots D_q$ ebensowohl Zwischen- wie Nebennutzungen bedeuten können;

b) daß $A_u, D_a, D_b \cdots D_q$ die bereits von den Erndte- und Gelderhebungskosten bereinigten Einnahmen vorstellen;

c) daß die Ausgaben sich auf die Culturkosten, deren Jetztwerth $\frac{C \cdot 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}$ beträgt, und auf die jährlichen Kosten, deren Jetztwerth $\frac{v}{0{,}0p} = V$ ist, beschränken.

Wir erhalten dann für den Bodenerwartungswerth B_e folgende Formel:

$$B_e = \frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + D_b 1{,}0p^{u-b} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - C 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V. \text{*)}$$

Aufgabe 1. (Beispiel einer einfachen Werthrechnung). Eine mit Kiefern zu bestockende Blöße von 1 Morgen liefere bei Einhaltung einer 70jährigen Umtriebszeit nachhaltig die in der Anlage A verzeichneten Erträge, nämlich im Jahr 70 einen Haubarkeitsertrag von 247,5 Thlrn. und

in den Jahren	20	30	40	50	60	70	
Zwischennutzungserträge von .	1,0	3,5	4,8	5,6	6,6	7,5	Thlrn.

Welchen Erwartungswerth besitzt diese Fläche unter der Annahme, daß zu Anfang jeder Umtriebszeit 2 Thlr. für Cultur und daß jährlich für Verwaltung, Schutz und Steuern 0,3 Thlr. aufzuwenden sind? Zinsfuß = 3%.

Auflösung: Führt man die eben angegebenen Werthe in die obige Formel ein, so hat man

$$B_e = \frac{247{,}5 + 1{,}0 \cdot 1{,}03^{50} + 3{,}5 \cdot 1{,}03^{40} + 4{,}8 \cdot 1{,}03^{30} + 5{,}6 \cdot 1{,}03^{20} + 6{,}6 \cdot 1{,}03^{10} - 2 \cdot 1{,}03^{70}}{1{,}03^{70} - 1} - \frac{0{,}3}{0{,}03}$$

$$= (247{,}5 + 1{,}0 \cdot 4{,}3839 + 3{,}5 \cdot 3{,}262 + 4{,}8 \cdot 2{,}4273 + 5{,}6 \cdot 1{,}8061 + 6{,}6 \cdot 1{,}3439 - 2 \cdot 7{,}9178)\ 0{,}1446 - 10 = 30{,}2133 \text{ Thlr.}$$

Aufgabe 2. (Beispiel einer zusammengesetzteren Werthrechnung.) Es ist der Bodenerwartungswerth eines Kiefernwaldes für eine 100jährige Umtriebszeit und unter folgenden Voraussetzungen zu berechnen:

A. Die Einnahmen sind:

a) Hauptnutzungen; diese bestehen:

α) aus der Haubarkeitsnutzung von 375 Thlrn. am Ende des 100. Jahres;

β) aus den Zwischennutzungen, welche erfolgen:

in den Jahren . .	20	30	40	50	60	70	80	90	
mit dem Betrag von	1,0	3,5	4,8	5,6	6,6	7,5	7,4	7,2	Thlrn.

b) Nebennutzungen, und zwar:

α) Vom Ende des 31. bis zum Ende des 90. Jahres ein jährlicher Erlös für Weidepacht im Betrag von 0,06 Thlrn.

β) Jedesmal am Ende des 50., 55., 60., 65., 70., 75., 80., 85., 90. und 95. Jahres ein Erlös für Kiefernzapfen im Betrag von 0,17 Thlrn.

γ) Im ersten, zweiten und dritten Jahre nach erfolgter Abholzung des Bestandes (also im 101., 102. und 103. Jahr) ein Erlös für landwirthschaftliche Benutzung des Bodens im Betrag von je 5 Thlrn., und wird hierbei vorausgesetzt, daß die Agricultur 2 Jahre lang ausschließlich, dann aber 1 Jahr lang in Verbindung mit der Holzzucht betrieben wird.

δ) Ein jährlicher Jagdpachtertrag von 0,02 Thlrn.

---

*) Diese Formel ist zuerst von Faustmann (Allg. Forst- und Jagd-Zeitung, 1849, S. 443) aufgestellt worden.

B. Die **Ausgaben** sind folgende:

a) Für **Cultur**, jedesmal zu Anfang der Umtriebszeit ein Aufwand von 2 Thlrn.

b) Für **Auffrischen** eines **Entwässerungsgrabens** von jetzt an alle 10 Jahre ein Aufwand von 0,5 Thlrn.

c) Für **Verwaltung, Schutz** und **Steuern** ein jährlicher Aufwand von 0,3 Thlrn.

Zinsfuß = 3%

Auflösung. Da der neue Holzbestand erst 2 Jahre nach dem Abtriebe des alten begründet wird, so setzt man u = 102 Jahren, prolongirt alle Einnahmen (ausschließlich des Jagdpachterlöses) auf das Jahr 102 und discontirt den im 103. Jahre erfolgenden landwirthschaftlichen Pachtertrag ebenfalls auf das Jahr 102.

A. Berechnung des Jetztwerthes der **Einnahmen**.

a) Der Wiederholungswerth der Hauptnutzungen ist $= (375 \cdot 1{,}03^2 + 7{,}2 \cdot 1{,}03^{12} + 7{,}4 \cdot 1{,}03^{22} + 7{,}5 \cdot 1{,}03^{32} + 6{,}6 \cdot 1{,}03^{42} + 5{,}6 \cdot 1{,}03^{52} + 4{,}8 \cdot 1{,}03^{62} + 3{,}5 \cdot 1{,}03^{72} + 1{,}0 \cdot 1{,}03^{82}) : (1{,}03^{102} - 1) = (397{,}8375 + 10{,}2658 + 14{,}1791 + 19{,}3132 + 22{,}8406 + 26{,}0450 + 30{,}0019 + 29{,}4000 + 11{,}2889) : (1{,}03^{102} - 1) = \frac{561{,}172}{1{,}03^{102} - 1}$ Thlr.

b) **Nebennutzungen.**

α) Der Wiederholungswerth des **Weidepachtes** ist

$$= \frac{0{,}06\,(1{,}03^{60} - 1)1{,}03^{12}}{0{,}03\,(1{,}03^{102} - 1)} = \frac{2 \cdot 4{,}8916 \cdot 1{,}4258}{1{,}03^{102} - 1} = \frac{13{,}9489}{1{,}03^{102} - 1} \text{ Thlr.}$$

β) Der Wiederholungswerth des Erlöses füs **Kiefernzapfen** ist

$$= \frac{0{,}17\,(1{,}03^{50} - 1)\,1{,}03^7}{(1{,}03^5 - 1)\,(1{,}03^{102} - 1)} = \frac{0{,}17 \cdot 3{,}3839 \cdot 1{,}2299 \cdot 6{,}2785}{1{,}03^{102} - 1} = \frac{4{,}4422}{1{,}03^{102} - 1} \text{ Thlr.}$$

γ) Der Wiederholungswerth des Erlöses für **landwirthschaftliche Nebennutzung** ist

$$= \frac{5 + 5 \cdot 1{,}03 + \frac{5}{1{,}03}}{1{,}03^{102} - 1} = \frac{5\left(2{,}03 + \frac{1}{1{,}03}\right)}{1{,}03^{102} - 1} = \frac{15{,}0045}{1{,}03^{102} - 1} \text{ Thlr.}$$

δ) Der Kapitalwerth des **Jagdpachtertrages** ist

$$= \frac{0{,}02}{0{,}03} = 0{,}6666 \cdots \text{ Thlr.}$$

B. Berechnung des Jetztwerthes der **Ausgaben**.

a) Das **Cultur**kostenkapital ist

$$= 2 + \frac{2}{1{,}03^{102} - 1} = 2\left(1 + \frac{1}{1{,}03^{102} - 1}\right) = 2 \cdot 1{,}0516 = 2{,}1032 \text{ Thlr.}$$

b) Der Wiederholungswerth der Kosten für **Grabenbau** ist

$$= \frac{0{,}5}{1{,}03^{10} - 1} = 0{,}5 \cdot 2{,}9077 = 1{,}4538 \text{ Thlr.}$$

c) Der Kapitalwerth der **jährlichen** Ausgaben ist $\frac{0{,}3}{0{,}03} = 10$ Thlr.

C. Der Bodenerwartungswerth ist hiernach:

$$\frac{561{,}172 + 13{,}9489 + 4{,}4422 + 15{,}0045}{1{,}03^{102} - 1} + 0{,}6666 - (2{,}1032 + 1{,}4538 + 10)$$

$= 594{,}5676 \cdot 0{,}0516 + 0{,}6666 - 13{,}557 = 17{,}7894$ Thlr.

3) Allgemeines über die Größe der Bodenerwartungswerthe.

A. Umstände, von welchen die Größe der Bodenerwartungswerthe abhängt. Abgesehen von der absoluten Größe der Einnahmen und Ausgaben wird die Größe des Bodenerwartungswerthes bedingt:

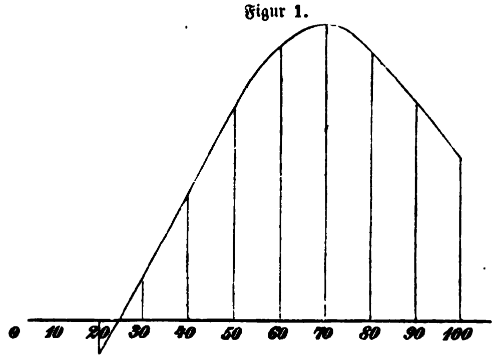
a) Durch die Wahl der Umtriebszeit. Da das Holz in den ersten Bestandsaltern meist gar keinen Verkaufswerth besitzt, und da selbst in den nächstfolgenden Jahren, in welchen es einen solchen Werth erhält, der Erlös nicht einmal die Erndtekosten deckt, so kann der Bodenerwartungswerth, berechnet für sehr niedrige (jedoch in Praxi nicht gebräuchliche) Umtriebszeiten, nicht blos Null werden, sondern sogar negativ ausfallen. Mit dem Wachsen der Umtriebszeit steigt der Gebrauchswerth des Holzes, und es wird dann der Bodenerwartungswerth positiv; er nimmt anfangs langsam, später rascher zu, erreicht ein Maximum und sinkt von da an langsamer als er gestiegen ist. Ein zweites Maximum tritt nur in dem (übrigens nicht häufig vorkommenden) Falle ein, wenn den stärkeren Holzsortimenten mit der Erlangung gewisser Dimensionen plötzlich eine bedeutende Werthssteigerung zu Theil wird.

Der Aufwand an Culturkosten nimmt mit der Länge der Umtriebszeit ab, jedoch nicht in dem Maße, um auf die Größe der Bodenwerthe bei höheren Umtriebszeiten einen hervorragend günstigen Einfluß ausüben zu können. Die Verminderung des Culturkostenkapitals ist nämlich der Länge der Umtriebszeit nicht direct proportional, wie sich aus folgender Zusammenstellung, welche für einen Zinsfuß von 3% entworfen ist, ergibt.

Umtriebszeit	10	20	30	40	50
Findet jedesmal zu Anfang der Umtriebszeit für Culturkosten ein Aufwand von 1 Thlr. statt, so beträgt das Culturkostenkapital: $\frac{C \cdot 1{,}0p^n}{1{,}0p^n - 1}$	2,9077	2,2405	1,7006	1,4421	1,2955
Umtriebszeit	60	70	80	90	100
Findet jedesmal zu Anfang 2c. . .	1,2044	1,1446	1,1037	1,0752	1,0549

Die nachstehende Curve (Fig. 1.) stellt die Größe der Bodenwerthe für die in Anlage A verzeichneten Erträge und Umtriebszeiten geometrisch dar.

Figur 1.



Darstellung der Bodenerwartungswerthe für die Umtriebszeiten von 20 bis 100 Jahren. p = 3.

Die Bodenwerthsberechnung wurde mit einem Zinsfuß von 3% und mit der Unterstellung ausgeführt, daß die Ausgaben nur in den Culturkosten (2 Thlr.) und den jährlichen Kosten (0,3 Thlr.) bestehen. Die Abscissen bezeichnen die Umtriebszeiten, die Ordinaten die entsprechenden Bodenwerthe. Es kommt hier nur 1 Maximum (im 70. Jahre) vor.

Um die Curve für Umtriebszeiten unter 20 Jahren ausführen zu können, müßten die Gelderträge für diesen Zeitraum bekannt sein, welche jedoch unsere Ertragstafel nicht angibt. Für u = 0 (wenn man den Boden brach liegen läßt) ist der Bodenerwartungswerth gleich dem negativen Kapitalwerth der jährlichen Kosten oder wenigstens der Steuern, weil die Verwaltungs- und Schutzkosten hier unter Umständen wegfallen können. Für u = 1 würde zu jenem Kapital noch dasjenige der Culturkosten kommen, welches, wenn man C = 2 Thlr. setzt 68,6666 .... beträgt. Frühzeitig eingehende Nebennutzungen können bewirken, daß der Bodenerwartungswerth auch schon dann positiv wird, wenn der Holzertrag die Erndtekosten noch nicht deckt.

b) Durch die Wahl des Zinsfußes. Mit hohen Zinsfüßen berechnen sich niedrige, mit geringen Zinsfüßen hohe Bodenwerthe, weil dieselbe Zinsenmenge bei höherem Zinsfuße ein geringeres Kapital erfordert, als bei niedrigerem Zinsfuße und der Bodenwerth aus den Zinsen, die er trägt, berechnet wird. Jedoch steht die Größe des Bodenerwartungswerthes nicht genau in umgekehrtem Verhältnisse zu der Größe des Zinsfußes, sondern es findet das Steigen des ersteren in einem weit stärkeren Verhältnisse statt, als das Fallen des letzteren. So z. B. ergeben sich für die in der Anlage A verzeichneten Erträge, sowie bei einem Culturkostenaufwand von 2 Thlrn. und einem Aufwand an jährlichen Kosten im Betrage von 0,3 Thlrn. nachstehende Bodenwerthe:

bei 3%

Umtriebszeit	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Bodenwerth	3,3	5,2	14,5	23,1	28,4	30,2	26,5	22,3	16,9
				bei 2%					
"	2,6	13,1	32,0	51,9	67,4	76,7	73,6	68,4	58,3

(Die specielle Berechnung ist aus den Tabellen B und C zu ersehen.)

c) Durch die Zeit des Eingangs der Zwischen- und Nebennutzungen. Die Jetztwerthe der Zwischennutzungen berechnen sich verhältnißmäßig viel höher, als diejenigen gleich großer Haubarkeitsnutzungen, weil bei jenen der Discontozeitraum ein kürzerer ist. So z. B. ist der Wiederholungswerth einer Zwischennutzung, welche im Betrag von 10 Thlrn. zum ersten Male im 30. Jahre, dann aber alle 100 Jahre eingeht, bei Unterstellung eines Zinsfußes von 3%, fast 8 mal größer, als der Wiederholungswerth einer Haubarkeitsnutzung von gleichem Betrage, welche alle 100 Jahre erfolgt. Man kann daher durch Ansatz frühzeitiger Durchforstungen die Bodenwerthe bedeutend steigern; doch übersehe man nicht, daß die geringeren Sortimente, welche die Durchforstungen in jüngeren Beständen ergeben, nur bei guten Holzpreisständen absetzbar sind. — Frühzeitig vorgenommene Nebennutzungen wirken in gleichem Grade auf die Bodenwerthe ein.

d) Durch die Zeit der Verausgabung der Productionskosten. Was eben über die Zwischen- und Nebennutzungen bemerkt worden ist, gilt mutatis mutandis auch für die Ausgaben. Frühzeitig erfolgende Ausgaben (wie z. B. die Culturkosten) tragen also verhältnißmäßig am meisten zur Verminderung der Bodenwerthe bei. Daher erlangt man auch bei Unterstellung von natürlicher Verjüngung (jedoch unter der Voraussetzung, daß nicht bedeutende Nachbesserungen nothwendig werden) mitunter höhere Bodenwerthe, als bei künstlicher Verjüngung, obgleich die letztere eine Abkürzung der Umtriebszeit ermöglicht (weil die nicht unter dem Schatten von Mutterbäumen erwachsenden Bestände, namentlich Pflanzungen, rascher erstarken).

B. Eintritt des Maximums des Bodenerwartungswerthes.

Der Zeitpunkt, in welchem der Bodenerwartungswerth sein Maximum erreicht, tritt für Zinsfüße von mittlerer Höhe (z. B. 3%) geraume Zeit, in der Regel 20—30 Jahre vor demjenigen Bestandsalter ein, in welchem der Waldreinertrag des jährlichen Betriebs culminirt. So z. B. findet für die Einnahmen, welche in Tabelle A verzeichnet und für die Ausgaben, welche in Beispiel 1 (s. S. 47.) unterstellt sind, bei einem Zinsfuß von 3%, das Maximum des Bodenwerthes im 70., dasjenige des Waldreinertrags im 90. Jahre statt. (Vergleiche die Anlagen B und D.)

Unter sonst gleichen Verhältnissen variirt das Eintreffen des Bodenwerth-Maximums nur nach Maßgabe des der Rechnung unterlegten Zinsfußes, indem ein niedriger Zinsfuß die Culmination hinausschiebt. So erfolgt das Maximum des Bodenerwartungswerthes bei 4% im 60., bei 3% im 70., bei 1% im 80. Jahre wie nachstehende Zusammenstellung zeigt: Zinsfuß 4%

Umtriebszeit	50	60	70	80	90	Jahre.
Bodenwerth	10,4	**12,0**	11,6	8,7	5,9	Thaler.
			Zinsfuß 3%			
"	23,1	28,4	**30,2**	26,5	22,3	"
			Zinsfuß 1%			
"	145,7	198,4	239,1	**245,2**	244,1	"

Im Uebrigen bewirken alle diejenigen Hilfsmittel, durch welche der Bodenwerth sich steigern läßt, auch eine Beschleunigung des Eintritts des Bodenwerth-Maximums, also z. B. frühzeitige Vornahme von Zwischen- und Nebennutzungen, Verminderung der Culturkosten ꝛc. Nimmt man z. B. für eine 60jährige Umtriebszeit einen Haubarkeitsertrag von 165,3 Thlrn., für eine 70jährige Umtriebszeit einen Haubarkeitsertrag von 240 Thlrn. an, sieht man dagegen, zur Vereinfachung der Rechnung, von allen weiteren Erträgen und Unkosten ab, so ergibt sich für die 60jährige Umtriebszeit und einen Zinsfuß von 3% ein Bodenwerth von 33,79 Thlrn., für die 70jährige ein Bodenwerth von 34,70 Thlrn. Hier ist also der Bodenwerth der 70jährigen Umtriebszeit größer, als derjenige der 60jährigen. Unterstellt man dagegen noch einen Durchforstungsertrag von 30 Thlrn. im 20. Jahre, so berechnet sich jetzt für die 60jährige Umtriebszeit ein Bodenwerth von 53,79 Thlrn. für die 70jährige ein Bodenwerth von 53,72 Thlrn.; es ist also in diesem Falle der Bodenwerth der 60jährigen Umtriebszeit größer, als derjenige der 70jährigen. — Die Culturkosten können als negative Einnahme angesehen werden; sie üben also den nämlichen Einfluß, wie die Zwischen- und Nebennutzungen, nur im entgegengesetzten Sinne.

4) Würdigung der Methode der Bodenerwartungswerthe.

Die Methode der Erwartungswerthe ist die einzige, welche den wahren wirthschaftlichen Werth des Bodens angibt, weil sie sich auf die Productionsfähigkeit des letzteren gründet. Sie setzt aber, um richtige Resultate zu liefern, voraus:

A. Daß man alle von dem betreffenden Boden zu erwartenden Einnahmen, nebst den auf letzteren ruhenden Ausgaben kennt. — Diese Bedingung wird jedoch selten genau erfüllt werden können:

a) weil es noch immer an vollständigen Ertragstafeln mangelt, welche die Massen- und Gelderträge angeben;

b) weil die Auswahl der einer gewissen Localität entsprechenden Ertragstafel, namentlich in dem Falle, wenn der Boden unbestockt oder nur mit jungem Holze bestanden ist, nicht mit Zuverlässigkeit bewerkstelligt werden kann.

B. Daß man zur Berechnung der Jetztwerthe der Einnahmen und Ausgaben den richtigen Zinsfuß anwendet, dessen Ermittlung, wie sich aus dem II. Capitel des vorbereitenden Theils ergibt, mit den größten Schwierigkeiten verbunden ist.

III. Ermittlung des Boden-Kostenwerthes insbesondere.

1) **Begriff.** Unter dem Boden-Kostenwerth hat man die Summe der Ausgaben zu verstehen, welche zur Erlangung eines kulturfähigen Bodens aufzuwenden sind. Diese Ausgaben bestehen:

a) in dem Kapitale, welches zum Ankauf oder zur Herstellung des Bodens erforderlich ist;

b) in dem Aufwande für Urbarmachung;

c) in den Interessen, welche an den unter a und b genannten Kosten bis zur Zeit der Culturfähigkeit des Bodens erwachsen.

Beispiel 1. Man habe durch Anlage eines Dammes in einem Flusse oder See im Laufe von 10 Jahren eine Alluvion von 4 Morgen hergestellt und für den Bau des Dammes 50 Thlr., für die jährliche Unterhaltung desselben 1 Thlr. verausgabt. Wie hoch stellt sich der Kostenwerth eines Morgens dieser Fläche? Zinsfuß = 3%.

Antwort: $\left[50 \cdot 1{,}03^{10} + \frac{1}{0{,}03}\,(1{,}03^{10} - 1)\right] : 4$

$= [67{,}1950 + 11{,}4633] : 4 = 19{,}6646$ Thlr.

Beispiel 2. Der Ankauf eines Morgens Ortsteingrundes, welcher nur zu einer magern Waide benutzt worden ist, koste 5 Thlr. Der Ortstein wird in Streifen von 8 Fußen Breite, mit Belassung eines eben so großen unbearbeiteten Zwischenraums, herausgebrochen, wofür der Käufer 10 Thlr. pro Morgen zahlt. Nach Ablauf eines Jahres kann der Boden mit Holz cultivirt werden. Wie hoch berechnet sich der Kostenwerth bei einem Zinsfuß von 3%?

Antwort: $(5 + 10)\,1{,}03 = 15{,}45$ Thlr.

2) **Würdigung dieser Methode der Werthsermittlung.** Man berechnet den Werth des Bodens nach dem Kostenwerth:

a) Wenn der Verkäufer denjenigen Preis feststellen will, zu welchem er eine Bodenfläche ablassen kann, falls ihm mindestens die aufgewendeten Kosten vergütet werden sollen.

b) Wenn der wirthschaftliche Nutzeffect der auf einen Boden verwendeten Kapitalanlage ausfindig gemacht werden soll, wie z. B. bei der Berechnung der Kostenpreise des Holzes (siehe Angew. Th., II. Cap. I., 2.).

c) Wenn die von dem betreffenden Boden zu erwartenden Erträge nicht mit Zuverlässigkeit zu ermitteln sind, weil man keine Erfahrungen über die Ertragsfähigkeit dieses Bodens besitzt.

Da der wahre wirthschaftliche Werth des Bodens sich nur aus den von demselben zu erwartenden Erträgen ergibt, so folgt hieraus, daß der als Kostenwerth berechnete Bodenwerth mehr oder weniger von dem wahren Bodenwerth abweichen kann.

IV. Ermittlung des Boden-Verkaufswerthes insbesondere.

1) **Begriff.** Unter dem Verkaufswerthe eines Bodens hat man denjenigen Werth zu verstehen, welchen dieser Boden nach Maßgabe bekannter Bodenverkäufe besitzt.

2) **Würdigung dieser Methode der Werthsermittlung.**

A. Der als Verkaufswerth bestimmte Bodenwerth kann nur dann als der wahre wirthschaftliche Werth des Bodens angesehen werden:

a) Wenn die der Werthsbestimmung zu Grunde zu legenden Verkaufspreise nach der Methode der Erwartungswerthe ermittelt worden waren.

Es ist hierbei wohl zu beachten, daß die bloße Kenntniß der Erträge noch lange nicht genügt, um den Erwartungswerth festzustellen, hierzu ist auch eine förmliche Rechnungsführung (Discontirung) erforderlich. Niemand kann z. B. nach Ansicht einer Ertragstafel den Erwartungswerth angeben, ohne daß er die Jetztwerthe der Erträge berechnet. Vergl. II, 4, B.

b) Wenn bei der Werthsbestimmung der abzuschätzenden Flächen die etwaige Verschiedenheit, welche zwischen ihrer Bonität und derjenigen der verkauften Flächen besteht, in Rechnung genommen worden ist.

Die Proportionirung des Bodenwerths nach Maßgabe der Bonität ist indessen keineswegs so einfach, als sie auf den ersten Anblick scheinen möchte, weil dieselbe nicht blos die Kenntniß der absoluten Größe der Erträge, sondern auch die Reduction derselben auf einen gemeinschaftlichen Zeitpunkt, z. B. die Umtriebszeit oder die Gegenwart, voraussetzt. Ist man aber im Stande, diese Bedingung zu erfüllen, so kann man auch eben so leicht den Erwartungswerth direkt berechnen.

In manchen Gegenden, in welchen geringer Feldboden häufig zur Waldwirthschaft gezogen wird, hat sich ein Marktpreis für solchen Boden gebildet, ohne daß die Käufer und Verkäufer eine richtige Vorstellung von dem forstlichen Productionsvermögen dieses Bodens gehabt hätten. Die bezahlten Preise entsprechen dann in der Regel dem landwirthschaftlichen Werthe des Bodens. Man kann annehmen, daß sie um so weiter von dem forstwirthschaftlichen abweichen, je mehr der Boden zur Agricultur sich eignet, weil gutes Feld gewöhnlich höher rentirt, als Wald.

Nach Burkhardt (Waldwerth 1860, S. 13) zahlt man im Königreich Hannover „für größere Heidflächen (Kiefernboden) behufs forstlicher Unternehmungen nach Umständen 9 bis 12, auch 15, seltener 18 Thlr. pro Hannover. Morgen; Bodenankäufe von 20 bis 30 Thlrn. setzen schon Besseres voraus, und 40 bis 50 Thlr. wird man für forstliche Unternehmungen wohl selten, oder nur für recht gute Gründe und unter Voraussetzung einträglicher Nutzholzwirthschaft anlegen können und wollen."

Nach Bose (Beiträge &c., 1863, S. 160) „kann man die durch zahlreiche Verkäufe erzielten Bodenpreise in den Gegenden des Großherzogthums Hessen, in welchen der Preis für 1 Hess. Kubikfuß Buchen-Scheidholz 3—4 Kreuzer beträgt, für Boden mittlerer Güte zu 30 fl. für den Gr. Hess. Morgen annehmen."

Preßler (Rat. Waldw. 1859 S. 78): „Nach den in der Neuzeit stattgefundenen Verkäufen zu schließen, dürfte man in den kultivirteren Theilen Deutschlands den absoluten Waldboden pro östr. Joch wohl mit 30—50 und also durchschnittlich mit 40 Thalern abzuschätzen haben. Doch ist das nach den dermaligen Weisen und Preisen der Holzwirthschaft durchaus nicht als sein dermalig richtiger Holzproductionswerth anzusehen. Denn er müßte etwa $1^1/_2$ Thlr. Bodenrente gewähren, eine Rente, welche dermalen die beste Wirthschaft kaum dem besten Boden bei hohem Umtriebe abzuringen vermag! ... Wir dürfen dem rechnenden Gutsbesitzer nicht verschweigen, daß bei der unvermeidlich hohen Kostspieligkeit der Holzproduction im Verhältniß zu deren Erträgen, namentlich dort, wo jüngere Bestände wenig Absatz finden, der richtige Finanzwerth des absoluten Holzbodens sich sehr niedrig stellt, und von seinen Besitzern vielfach überschätzt wird. Manchmal dürfte derselbe mit 20 Thlrn. pro Joch noch zu hoch abgeschätzt und bezahlt sein."

B. Wie sich aus dem Vorhergehenden ergibt, werden die Bedingungen zu einer richtigen Bestimmung des wirthschaftlichen Bodenwerthes nach dem Verkaufswerthe nur selten vorhanden sein. Man wird daher von dieser Methode nicht häufig Gebrauch machen können; sie dürfte sich überhaupt nur in folgenden Fällen empfehlen:

a) Wenn die Abschätzung des Bodenwerthes mit dem geringsten Kostenaufwande bewerkstelligt werden soll, also z. B. wenn die abzuschätzende Fläche eine geringe Ausdehnung besitzt.

b) Bei Expropriationen, weil es sich bei diesen mehr darum handelt, den ortsüblichen Preis des Bodens, als den wahren forstwirthschaftlichen Werth desselben zu ermitteln. Jedoch dürfte auch bei Expropriationen die Methode der Verkaufswerthe nur dann angewendet werden, wenn eine hinreichend große Zahl von Verkäufen vorliegt, so daß sich aus diesen ein Durchschnittspreis ermitteln läßt, in welchem etwa vorgekommene Affectionspreise nur einen verschwindenden Einfluß gewinnen können.

Alle Expropriationsgesetze verlangen, daß volle Entschädigung geleistet werde. Wenn nun der zu Entschädigende nachzuweisen im Stande ist, daß er sein Gut zu jeder Zeit um einen gewissen Preis losschlagen kann, so muß ihm der letztere vergütet werden, auch wenn auf Grundlage der forstlichen Erträge ein anderer Preis sich berechnet. Der Verfasser könnte einen Fall namhaft machen, in welchem die Gerichtsbehörde den durch eine forstliche Expertise ermittelten Erwartungswerth nicht gelten ließ, sondern demselben den Verkaufswerth substituirte.

II. Kapitel.

Ermittlung des Bestandswerthes.

I. **Methoden der Werthsermittlung.** Die Bestandswerthe können ermittelt werden:

1) Nach dem Erwartungswerth,
2) nach dem Kostenwerth,
3) nach dem Verkaufswerth.

Die Werthsbestimmung kann sich erstrecken auf ganze Bestände oder auf Theile derselben, wie einzelne Bäume, Sortimentsmaße und Zuwachse. Von Interesse ist auch die Berechnung des Werthes eines Complexes von Beständen, welche eine normale Altersstufenfolge zusammensetzen. Dieser Werth des „normalen Vorrathes“ läßt sich auch als Rentirungswerth bestimmen, jedoch nur in dem Falle, wenn der Bodenwerth als Bodenerwartungswerth angenommen werden kann. (Siehe VI.)

II. Ermittlung des Werthes ganzer Bestände.

1) Ermittlung des Erwartungswerthes eines Bestandes.

A. Begriff. Der Erwartungswerth eines m jährigen Bestandes ist gleich der Summe der auf das Jahr m discontirten Werthe aller von ihm zu erwartenden Einnahmen, abzüglich der auf das Jahr m discontirten Werthe aller Productionskosten, welche zur Erzeugung jener Einnahmen noch aufgewendet werden müssen.*)

B. Verfahren zur Bestimmung des Erwartungswerthes eines Bestandes.

a) Berechnung des Jetztwerthes der zu erwartenden Einnahmen.

α) Haubarkeitsnutzung. Nennt man dieselbe A_u, so ist ihr Werth im Jahre m:

$$\frac{A_u}{1,0p^{u-m}}.$$

β) Zwischen- und Nebennutzungen. Geht eine derartige Nutzung D_q im Jahre q, wobei $q > m$, ein, so ist ihr Werth im Jahre m:

$$\frac{D_q}{1,0p^{q-m}} = \frac{D_q 1,0p^{u-q}}{1,0p^{u-m}},$$

wenn man nämlich Zähler und Nenner des Ausdrucks $\frac{D_q}{1,0p^{q-m}}$, um denselben mit dem obigen, für die Haubarkeitsnutzung erhaltenen, auf gleiche Benennung zu bringen mit $1,0p^{u-q}$ multiplizirt.

---

*) Bei der Ermittlung des Bodenerwartungswerthes berechnet man die Jetztwerthe aller Erträge und Unkosten auf das Jahr 0, während dieselben bei der Bestimmung des Bestandserwartungswerthes auf das Bestandsalter m bezogen werden. Man beachte wohl, daß nach dem allgemeinen Grundsatz der Erwartungswerthe (s. S. 5.) in dem vorliegenden Falle

1) nur diejenigen Nutzungen und Kosten in Rechnung genommen werden dürfen, welche der Bestand (nicht der Boden) vom Jahr m bis zur Haubarkeit liefert, bezw. verursacht;
2) daß alle vor dem Jahr m bereits bezahlten Kosten, wie z. B. die Cultur- und die m maligen jährlichen Kosten unberücksichtigt bleiben müssen, weil sie bereits in den Bestand übergegangen sind.

Da alle, nach dem Jahr m eingehenden, Zwischen- und Nebennutzungen mittelst Prolongirens oder Discontirens auf das Jahr q sich reduziren lassen, so kann man sich vorstellen, daß D_q die Summe aller auf das Jahr q reduzirten Zwischen- und Nebennutzungen bedeute.

b) **Berechnung des Jetztwerthes der Productionskosten.** *)

α) **Jährliche Kosten für Verwaltung, Schutz und Steuern.** Setzt man den jährlichen Betrag derselben = v, so ist die Summe der Jetztwerthe aller vom Jahre m bis zum Jahre u zu verausgabenden jährlichen Kosten:

$$\frac{\frac{v}{0{,}0p}(1{,}0p^{u-m}-1)}{1{,}0p^{u-m}} = \frac{V(1{,}0p^{u-m}-1)}{1{,}0p^{u-m}},$$

wenn man nämlich, wie früher, $\frac{v}{0{,}0p} = V$ setzt.

β) **Bodenrente.** Da der Waldeigenthümer zur Production der Erträge A_u und D_q in den Jahren u und q den Boden u — m Jahre lang herleihen muß, so ist die (u — m) malige Bodenrente $B . 0{,}0p$ als Productionsaufwand zu verrechnen. Der Werth dieser Rente, bezogen auf das Jahr m, ist:

$$\frac{B \cdot 0{,}0p}{1{,}0p} + \frac{B \cdot 0{,}0p}{1{,}0p^2} + \ldots + \frac{B \cdot 0{,}0p}{1{,}0p^{u-m}} =$$

$$= \frac{B(1{,}0p^{u-m}-1)}{1{,}0p^{u-m}}.$$

c) Hiernach ist die **Formel** für den Erwartungswerth H_e eines Bestandes:

$$H_e = \frac{A_u + D_q 1{,}0p^{u-q} - (B+V)(1{,}0p^{u-m}-1)}{1{,}0p^{u-m}}.$$

Beispiel. Es ist der Erwartungswerth eines 55 jährigen Kiefernbestandes zu berechnen, welcher bis zu seinem, im 80. Jahre erfolgenden Abtriebe noch folgende Erträge liefert:

im Jahr .	60	70	80	
Zwischennutzungserträge	6,6	7,5	—	Thaler.
Haubarkeitsertrag . .	—	—	300,7	"

Der Bodenwerth B betrage 30 Thlr., die jährliche Ausgabe v für Verwaltung, Schutz, Steuern ꝛc. 0,3 Thlr., also $V = \frac{v}{0{,}0p} = \frac{0{,}3}{0{,}03} = 10$ Thlr.; der Zinsfuß sei = 3 %.

*) Siehe die Note *) auf der vorhergehenden Seite.

Führt man die vorstehenden Werthe in die allgemeine Formel des Bestandserwartungswerthes ein, so erhält man

$$H_e = \frac{300{,}7 + 6{,}6 \cdot 1{,}03^{20} + 7{,}5 \cdot 1{,}03^{10} - (30 + 10)(1{,}03^{80-55} - 1)}{1{,}03^{80-55}}$$
$$= (300{,}7 + 11{,}9203 + 10{,}0792 - 43{,}7520)\, 0{,}4776$$
$$= 278{,}9475 \cdot 0{,}4776 = 133{,}2253 \text{ Thlr.}$$

Anmerkung. Einige andere Anschauungen zur Gewinnung einer Formel für den Erwartungswerth eines Bestandes.

Die unter 1, B. gegebene Entwicklung der Formel für den Bestandserwartungswerth hält sich strenge an den früher (S. 7) mitgetheilten allgemeinen Begriff des Erwartungswerthes. Da indessen der Anfänger mitunter eine Schwierigkeit darin findet, daß die Bodenrente hier als Productionsaufwand erscheint, so soll das vorliegende Thema noch aus einigen anderen Gesichtspunkten betrachtet werden, welche dem Anfänger vielleicht einleuchtender sind.

1) Berechnen wir den Schadenersatz, welcher dem Waldeigenthümer zu leisten ist, wenn ihm ein m jähriger Holzbestand, z. B. durch ein, doloser Weise angezündetes, Feuer zerstört worden ist.

Offenbar muß dem Waldeigenthümer der Jetztwerth aller derjenigen Nutzungen vergütet werden, welche derselbe von dem m jährigen Bestande bis zum Jahre u hin zu erwarten gehabt hätte. Dieser Jetztwerth ist $\frac{A_u + D_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^{u-m}}$. Sollte nun die Entschädigung hiermit ihr Bewenden haben, so würde der Waldeigenthümer offenbar gewinnen, denn er würde, wenn er die Entschädigungssumme u — m Jahre lang auf Zinsen legt, nach u — m Jahren $\left(\frac{A_u + D_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^{u-m}}\right) 1{,}0p^{u-m}$ $= A_u + D_q 1{,}0p^{u-q}$, mithin eine Einnahme erhalten, welche gleich dem Haubarkeitsertrag + den auf das Jahr u prolongirten Zwischen- und Nebennutzungen ist, außerdem aber den Boden u — m Jahre lang von Neuem zur Holzzucht benutzen, also durch u — m Jahre hin jährlich die Bodenrente $B \cdot 0{,}0p$ beziehen und zugleich die jährlichen Kosten, welche er zur Forterziehung des m jährigen Bestandes gebraucht hätte, für den neuen Bestand verwenden können. Die Ersparniß, welche der Waldeigenthümer an den jährlichen Kosten, und der Gewinn, den er an der Bodenrente macht, müssen also Demjenigen, welcher die Entschädigung zu leisten hat, gut geschrieben werden. Der Schadenersatz beziffert sich mithin auf den Ausdruck $\frac{A_u + D_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^{u-m}} - \frac{(B + V)(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}$
$= \frac{A_u + D_q 1{,}0p^{u-q} - (B + V)(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}$, wie oben.

2) Der Jetztwerth aller von dem m jährigen Bestande zu erwartenden Nutzungen, abzüglich des Jetztwerthes der auf der Erzeugung dieser Nutzungen lastenden jährlichen Kosten, ist $\frac{A_u + D_q 1{,}0p^{u-q} - V(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}$. Wäre der Holzbestand stehen geblieben, so hätte der Waldbesitzer die Anzucht eines neuen

Bestandes erst nach $u-m$ Jahren vornehmen können. Da aber der Bestand entfernt worden ist, so kann die Waldcultur sogleich wieder beginnen. Offenbar ist der reine Jetztwerth aller der Einnahmen, welche ein, dermalen nackter Boden bei forstwirthschaftlicher Benutzung bis in die fernste Folgezeit liefern kann, gleich dem Bodenwerth B. Im ersten Falle nun (wenn der Bestand bis zum Jahre u stehen bleibt) hat der Waldeigenthümer B erst nach $u-m$ Jahren zu erwarten, der Jetztwerth dieses B ist demnach $\frac{B}{1{,}0p^{u-m}}$; im zweiten Falle dagegen (wenn der Bestand augenblicklich d. h. im Jahre m abgetrieben wird) kann er B sogleich beziehen. Er gewinnt mithin durch den Abtrieb des m jährigen Bestandes $B - \frac{B}{1{,}0p^{u-m}} = \frac{(B\,1{,}0p^{u-m}-1)}{1{,}0p^{u-m}}$. Dieser Betrag muß von dem obigen Werthe abgezogen werden; wir erhalten alsdann für den Bestandswerth:

$$\frac{A_u + D_q\,1{,}0p^{u-q} - V\,(1{,}0p^{u-m}-1)}{1{,}0p^{u-m}} - \frac{B\,(1{,}0p^{u-m}-1)}{1{,}0p^{u-m}} =$$

$$= \frac{A_u + D_q\,1{,}0p^{u-q} - (B+V)\,(1{,}0p^{u-m}-1)}{1{,}0p^{u-m}}. \text{ *)}$$

3) Offenbar ist der Bestandswerth gleich dem **Waldwerth** weniger dem **Bodenwerth**. Wie später nachgewiesen werden soll, ist der Erwartungswerth eines mit mjährigem Holze bestockten Waldes $= \frac{A_u + D_q\,1{,}0p^{u-q} - V\,(1{,}0p^{u-m}-1) + B}{1{,}0p^{u-m}}$.

Zieht man hiervon den Bodenwerth ab, so erhält man

$$H_e = \frac{A_u + D_q\,1{,}0p^{u-q} - V\,(1{,}0p^{u-m}-1) + B}{1{,}0p^{u-m}} - B$$

$$= \frac{A_u + D_q\,1{,}0p^{u-q} - (B+V)\,(1{,}0p^{u-m}-1)}{1{,}0p^{u-m}}, \text{ wie oben.}$$

Die Methode 3 lehrte **Riecke** (Berechnung des Geldwerthes 2c., 1829, S. 15) an einem Zahlenbeispiele. **Riecke** macht hier noch besonders darauf aufmerksam, daß man falsch rechnet, wenn man, um den Holzwerth zu finden, blos den „Ertrag der nächsten Abholzung" (unter dieser ist D_q und A_u zu verstehen) discontirt. Dieses Verfahren, sagt **Riecke**, würde nur dann richtig sein, wenn dem Käufer des Holzes für diesen Preis gestattet wäre, dasselbe bis zum Ende der Umtriebszeit stehen und dann erst abholzen zu lassen.

d) **Vereinfachung der Formel.** Die Formel für den Bestandserwartungswerth gestattet **in dem Falle, daß man für B den Bodenerwartunswerth B_e setzen darf**, einige Abkürzungen, weil in B_e die jährlichen Einnahmen und Ausgaben, sowie die Zwischennutzungen enthalten sind. Bisher hatten wir die jähr-

---

*) Die vorstehend (unter 2) mitgetheilte Anschauungsweise für die Berechnung des Bestandserwartungswerthes rührt von **Oetzel** her (Allg. Forst- und Jagd-Zeitung, 1854, 329).

lichen Einnahmen und Ausgaben (z. B. für Jagd, Viehweide in Pflanzbeständen) unberücksichtigt gelassen. Nennt man den Betrag derselben für ein Jahr e und führt man diesen Werth in die Formel für H_e ein, so hat man

$$H_e = \frac{A_u + D_q\, 1{,}0p^{u-q} + \frac{e}{0{,}0p}(1{,}0p^{u-m} - 1) - (B+V)(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}.$$

Setzt man $\frac{e}{0{,}0p} = E$, so ist

$$H_e = \frac{A_u + D_q\, 1{,}0p^{u-q} + E(1{,}0p^{u-m} - 1) - (B+V)(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}.$$

Drückt man nun B durch den Bodenerwartungswerth aus und bringt man in demselben auch die jährlichen Einnahmen an, so hat man, wenn D_q die Summe derjenigen auf das Jahr q reduzirten Zwischennutzungen, welche nach dem Jahr m eingehen, und D_a die Summe derjenigen auf das Jahr a reduzirten Zwischennutzungen, welche vor dem Jahr m eingehen, bedeutet:

$$H_e = \frac{A_u + D_q 1{,}0p^{u-q} + E(1{,}0p^{u-m} - 1) - \left(\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + D_q 1{,}0p^{u-q} - C 1{,}0p^{u}}{1{,}0p^{u} - 1} + E - V + V\right)(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}} \cdot (*$$

Nach einigen Reductionen ergibt sich

$$H_e = \frac{(A_u + D_q\, 1{,}0p^{u-q})(1{,}0p^{m} - 1) + \left(\frac{D_a}{1{,}0p^{a}} - C\right)(1{,}0p^{m} - 1{,}0p^{u})}{1{,}0p^{u} - 1}.$$

Einen eleganten und dem Gedächtnisse leicht einzuprägenden Ausdruck erhält man, wenn man die Reduction auf die jährlichen Einnahmen und Ausgaben beschränkt. Streicht man nämlich in der Formel (* $E(1{,}0p^{u-m} - 1)$ und V, weil diese beiden Werthe einmal mit positivem, das andere Mal mit negativem Zeichen behaftet vorkommen, nimmt man dagegen mit den Zwischennutzungen keine Reduction vor, so ergibt sich

$$H_e = \frac{A_u + D_q 1{,}0p^{u-q} - \left(\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + D_q 1{,}0p^{u-q} - C 1{,}0p^{u}}{1{,}0p^{u} - 1}\right)(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}.$$

Hieraus folgt der Satz: Wenn man in die Formel für den Erwartungswerth eines Bestandes einen Bodenerwartungswerth einführt, welcher ohne Berücksichtigung der jährlichen Einnahmen und Ausgaben berechnet worden ist, so können auch die jährlichen Einnahmen, welche der Bestand vom Jahr m bis zum Jahr u liefert, sowie die in derselben Zeit aufzuwendenden jährlichen Kosten vernachlässigt werden.

Beispiel. Es ist der Erwartungswerth eines 40jährigen Kiefernbestandes, welcher die in der Tabelle A verzeichneten Erträge zu liefern verspricht, für u = 70, p = 3, C = 2 und unter der Voraussetzung zu berechnen, daß weder die jährlichen Einnahmen, noch die jährlichen Ausgaben bekannt sind.

Auflösung. Ohne Berücksichtigung der jährlichen Einnahmen und Ausgaben berechnet sich der Bodenerwartungswerth

$$B_e = \frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + D_q 1{,}0p^{u-q} - C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} =$$

$$= \frac{247{,}5+1{,}0\cdot 1{,}03^{50}+3{,}5\cdot 1{,}03^{40}+4{,}8\cdot 1{,}03^{30}+5{,}6\cdot 1{,}03^{20}+6{,}6\cdot 1{,}03^{10}-2\cdot 1{,}03^{70}}{1{,}03^{70}-1} = 40{,}2133.$$

Führt man diesen Werth sowie die entsprechenden Erträge aus Tabelle A in die Formel für H_e ein, so hat man

$$H_e = \frac{247{,}5 + 5{,}6 \cdot 1{,}03^{20} + 6{,}6 \cdot 1{,}03^{10} - 40{,}2133\,(1{,}03^{30}-1)}{1{,}03^{30}} =$$

$$= (247{,}5 + 18{,}9839 - 57{,}3568)\,0{,}412 = 86{,}1.$$

C. **Allgemeines über die Größe des Bestandserwartungswerthes.** Dieselbe hängt ab:

a) Von der Größe der zu erwartenden **Einnahmen** und **Ausgaben**, indem jene den Bestandserwartungswerth erhöhen, diese denselben erniedrigen.

Was insbesondere den **Bodenwerth** anlangt, so kann man der Rechnung den Erwartungs-, Kosten- oder Verkaufs-Werth unterstellen. Man erhält dann (vorausgesetzt, daß diese Werthe nicht unter sich übereinstimmen) verschiedene Bodenerwartungswerthe, und zwar ergeben sich bei Zugrundlegung der nämlichen Umtriebszeit für hohe Bodenwerthe geringe Bestandswerthe, und umgekehrt. Es folgt dies unmittelbar aus der Formel des Bestandserwartungswerthes, denn wenn A_u und D_q ihren Werth nicht ändern, B aber wächst, so nimmt der Werth von H_e ab, weil B in jener Formel mit negativem Zeichen behaftet ist.

Nach der Beschaffenheit und Größe der Einnahmen und Ausgaben lassen sich etwa folgende Modificationen des Bestandserwartungswerthes unterscheiden:

α) **Thatsächlicher Bestandserwartungswerth.** Dieser ergibt sich, wenn Nutzungen und Kosten so angesetzt werden, wie sie in dem gegebenen Falle vorgekommen sind, wenn man also z. B. als Bodenwerth den Bodenkostenwerth annimmt.

β) Ueblicher Bestandserwartungswerth. Diesen erhält man, wenn man in die Rechnung nur solche Nutzungen und Kosten einführt, welche ortsüblich sind. Der Bodenwerth muß hierbei nach dem Verkaufswerthe angesetzt werden.

Der übliche Bestandserwartungswerth kann eine sehr verschiedene Größe annehmen, je nachdem der Bezirk, aus welchem man die üblichen Nutzungen und Kosten (insbesondere die Bodenverkaufswerthe) ableitet, ein größerer oder kleinerer ist.

γ) Wahrer wirthschaftlicher Bestandserwartungswerth. So könnte man denjenigen Bestandserwartungswerth nennen, welcher sich ergibt, wenn man Einnahmen und Ausgaben nicht etwa nach den örtlich üblichen Sätzen, sondern so annimmt, wie sie nach den Regeln einer rationellen Wirthschaft, jedoch mit Ausschluß aller unsicheren Speculationen, zu erwarten sind, und wenn man der Rechnung denjenigen Zinsfuß unterstellt, welcher der Eigenthümlichkeit der Forstwirthschaft entspricht. Als Bodenwerth muß hier der Bodenerwartungswerth angenommen werden; es stimmt in diesem Falle der Bestandserwartungswerth mit dem Bestandskostenwerthe überein. (Siehe II. Kapitel, II, 4, A.)

b) Von der Länge der Umtriebszeit.

α) Bei Unterstellung eines und desselben Bodenwerthes liefert die größten Bestandserwartungswerthe diejenige Umtriebszeit, für welche der größte Bodenerwartungswerth sich berechnet.

Nimmt man z. B. die in Tabelle A verzeichneten Erträge, sowie C = 2 Thlr., v = 0,3 Thlr., p = 3 und den Bodenwerth = 28,4414 an, so erhält man

im Jahr	0	10	20	30	40	50	60
bei Zugrundlegung einer 60jährigen Umtriebszeit							
folgende Bestands-Erwartungswerthe	2,0	15,9	33,6	54,9	82,2	118,1	171,9
bei Zugrundlegung einer 70jährigen Umtriebszeit, in welcher nach Tabelle B der Bodenerwartungswerth sein Maximum erreicht,							
folgende Bestands-Erwartungswerthe	3,5	18,0	36,4	58,6	87,2	124,8	174,3

im Jahr	0	10	20	30	40	50	60
bei Zugrundlegung einer 80jährigen Umtriebszeit							
folgende Bestands-Erwartungswerthe	0,2	13,5	30,4	50,6	76,4	110,2	154,9

β) Dasselbe Verhältniß findet statt, wenn man diejenigen Bodenerwartungswerthe unterstellt, welche den betreffenden Umtriebszeiten entsprechen. So z. B. ergeben sich für p=3

im Jahr	0	10	20	30	40	50	60	70	80
bei Zugrundlegung einer 60jährigen Umtriebszeit und des Bodenerwartungswerthes (= 28,4414) dieser Umtriebszeit									
folgende Bestands-Erwartungswerthe	2,00	15,9	33,6	54,9	82,2	118,1	171,9	—	—
bei Zugrundlegung einer 70jährigen Umtriebszeit und des Bodenerwartungswerthes (= 30,1855) dieser Umtriebszeit									
folgende Bestands-Erwartungswerthe	2,01	16,5	35,0	57,4	86,2	124,0	173,9	247,5	—
bei Zugrundlegung einer 80jährigen Umtriebszeit und des Bodenerwartungswerthes (= 26,4924) dieser Umtriebszeit									
foldende Bestands-Erwartungswerthe	2,0	15,2	32,0	52,1	77,8	111,4	155,8	214,4	300,7

c) Von dem Bestandsalter.

α) Im Allgemeinen. Der Bestandserwartungswerth steigt mit dem Bestandsalter, wenn auch nicht in geradem Verhältnisse; er sinkt aber späterhin wieder in dem Falle, daß der Haubarkeitsertrag durch Vornutzungen eine erhebliche Schmälerung erleidet (wie z. B. beim Femelschlagbetrieb).

Nimmt man z. B. an, ein Kiefernbestand werde, behufs der Umwandlung in eine andere Holzart im 60. Jahre stark ausgelichtet, im 80. Jahre gänzlich abgetrieben und liefere

im Jahr	20	30	40	50	60	70	80	
folgende Erträge	1,0	3,5	4,8	5,6	156,6	107,5	50,7	Thaler,

so berechnet sich mit C = 2 Thlrn., v = 0,3 Thlrn., p = 3 und für eine 80jährige Umtriebszeit ein Bodenerwartungswerth von 42,5975 Thalern, und mit diesem erhält man

im Jahr . .	50	60	70	80
folgende Bestands-Erwartungswerthe	166,0	84,6	24,3	50,7

Da die Zwischennutzungen nicht jährlich, sondern periodisch bezogen werden, so kann der Bestandserwartungswerth desjenigen Jahres, in welchem eine solche Nutzung stattgefunden hat, kleiner sein, als der Bestandserwartungswerth des vorhergehenden Jahres. So ist z. B. der Erwartungswerth unseres Kiefernbestandes, bei Zugrundelegung einer 70jährigen Umtriebszeit und des Bodenerwartungswerthes dieser Umtriebszeit im 50. Jahre = 124,0; im 49. Jahre = 124,6.

Wir wollen jetzt noch die Größe des Bestandserwartungswerthes für den Anfang und das Ende der Umtriebszeit ermitteln; die Ausdrücke, zu welchen wir gelangen werden, können zugleich dazu dienen, um die oben entwickelte Formel des Bestandserwartungswerthes auf ihre Richtigkeit zu prüfen.

β) Zu Ende der Umtriebszeit, also für $m = u$, ist der Bestandserwartungswerth für jeden der Rechnung unterlegten Bodenwerth gleich dem Haubarkeitsertrag A_u.

Beweis. Da im Jahre u alle Zwischennutzungen bereits bezogen sind, so beschränkt sich die Formel des Bestandserwartungswerthes auf den Ausdruck

$$H_e = \frac{A_u - (B + V)(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}.$$

Setzt man hier $m = u$, so hat man

$$H_e = \frac{A_u - (B + V)(1{,}0p^0 - 1)}{1{,}0p^0}$$

$$= \frac{A_u - (B + V)(1 - 1)}{1}$$

$$= A_u \text{ w. z. b. w.}$$

γ) Zu Anfang der Umtriebszeit, also für $m = 0$, ist in dem Falle, daß als Bodenwerth (B) der Bodenerwartungswerth (B_e) angenommen werden kann, der Bestandserwartungswerth gleich den eben aufgewendeten Culturkosten.

Beweis. Da im Jahre 0 noch keine Zwischennutzung bezogen worden ist, so stellt sich die Formel des Bestandserwartungswerthes für dieses Alter durch den Ausdruck

$$H_e = \frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - (B + V)(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}$$

bar. Führt man nun hier für B den Bodenerwartungswerth ein und setzt man gleichzeitig m = 0, so erhält man

$$H_e = \frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - \left(\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V + V\right)(1{,}0p^u - 1)}{1{,}0p^u}$$

$$= \frac{C \cdot 1{,}0p^u}{1{,}0p^u} = C, \text{ w. z. B. w.}$$

Für $B > B_e$ ist im Jahre 0 $H_e < C$; H_e kann dann sogar = 0 und negativ werden. Dagegen für $B < B_e$ ist $H_e > C$.

d) Von der Höhe des Zinsfußes, mit welchem man rechnet.

α) Bei Unterstellung eines und desselben Bodenwerthes und der nämlichen Umtriebszeit liefert, so lange der Bestandserwartungswerth noch steigt, ein höherer Zinsfuß kleinere Bestandserwartungswerthe, und umgekehrt. So erhält man z. B. wenn man B = 26,4924 und u = 80 annimmt,

Für p = 3

im Jahr	0	10	20	30	40	50	60	70	80
folgende Bestands-Erwartungswerthe	2,0	15,2	32,0	52,1	77,8	111,4	155,8	214,4	300,7

Für p = 2

folgende Bestands-Erwartungswerthe	39,4	57,2	77,8	100,4	126,7	157,9	195,0	239,2	300,7

β) Dasselbe Verhältniß ergibt sich, wenn man der Rechnung den Bodenerwartungswerth zu Grunde legt. So z. B. erhält man

Für den mit 3 % berechneten Bodenerwartungswerth (= 26,4924) der 80jährigen Umtriebszeit und für p = 3

folgende Bestands-Erwartungswerthe	2,0	15,2	32,0	52,1	77,8	111,4	155,8	214,4	300,7

Für den mit 2 % berechneten Bodenerwartungswerth (= 73,5821) der 80jährigen Umtriebszeit und für p = 2

folgende Bestands-Erwartungswerthe	2,0	21,8	45,0	70,8	100,9	136,8	179,6	230,8	300,7

2) Ermittlung des Kostenwerthes eines Bestandes.

A. Begriff. Der Kostenwerth eines m jährigen Bestandes ist gleich der Summe der bis zum Jahr m aufgewachsenen Productionskosten, abzüglich der bis zu demselben Jahre berechneten Nachwerthe aller Einnahmen, welche der Bestand während seiner Lebensdauer geliefert hat.

B. Verfahren zur Bestimmung des Bestandskostenwerthes.

a) Der zur Erzeugung eines m jährigen Holzbestands erforderliche Kostenaufwand besteht:

α) In den bis zum Jahre m berechneten Zinsen und Zinseszinsen des Bodenkapitalwerthes B. Bis zum Jahr m wächst B mit Zinsen und Zinseszinsen zu der Summe $B \cdot 1{,}0p^m$ an. Zieht man hiervon B ab, so stellt der Ausdruck

$$B \cdot 1{,}0p^m - B = B\,(1{,}0p^m - 1)$$

die Zinsen und Zinseszinsen des Bodenkapitalwerthes B bis zum Jahr m vor.

Man kann den soeben berechneten Ausdruck auch noch mittelst einer andern Anschauung erlangen. Der mjährige Bestand muß nämlich (neben anderen Unkosten, von welchen sogleich die Rede sein wird) dem Waldeigenthümer die m malige Bodenrente sammt deren Zinsen und Zinseszinsen vergüten. Da die Bodenrente $= B \cdot 0{,}0p$ ist, so erhalten wir für die Nachwerthe dieser Renten folgende Reihe:

$$B \cdot 0{,}0p \cdot 1{,}0p^{m-1} + B \cdot 0{,}0p \cdot 1{,}0p^{m-2} + \cdots + B \cdot 0{,}0p,$$

deren Summe $= B(1{,}0p^m - 1)$ ist.

β) In den bis zum Jahr m berechneten Nachwerthen der jährlichen Kosten (für Verwaltung, Schutz, Steuern zc.). Bezeichnet man den Betrag der jährlichen Kosten mit v, so sind die Nachwerthe derselben bis zum Jahr m:

$v \cdot 1{,}0p^{m-1} + v \cdot 1{,}0p^{m-2} + \cdots + v$. Diese Reihe summirt, gibt:

$\frac{v}{0{,}0p}(1{,}0p^m - 1)$. Setzt man hier $\frac{v}{0{,}0p} = V$, so hat man:

$$V(1{,}0p^m - 1).$$

Man kann die jährlichen Kosten auch als die Interessen eines Kapitales $\frac{v}{0{,}0p} = V$ ansehen; die bis zum Jahr m aufzuwendenden jährlichen Kosten stellen sich dann als die Zinsen und Zinseszinsen dieses Kapitals dar, welche sich (in analoger Weise, wie die Interessen des Bodenkapitals) zu $V(1{,}0p^m - 1)$ berechnen.

γ) In dem bis zum Jahr m berechneten Nachwerthe der Culturkosten. Nennt man den Betrag der Culturkosten, welche im Jahr 0 aufgewendet wurden, C, so ist der Nachwerth derselben $C \cdot 1{,}0p^m$.

Denkt man sich, die Culturkorsten würden nicht im Jahre 0, sondern als eine jährliche Rente bezahlt, so würde der Nachwerth dieser Renten

$$\frac{C \cdot 1{,}0p^m}{1{,}0p^m - 1}(1{,}0p^m - 1), \text{ also ebenfalls } = C \cdot 1{,}0p^m \text{ sein.}$$

b) **Berechnung der Einnahmen.** Sind vor dem Jahr m bereits Nutzungen aus dem Bestande bezogen worden, so gewähren dieselben einen (wenn auch nicht vollständigen) Ersatz für die aufzuwendenden Productionskosten. Es müssen daher die Nachwerthe dieser Nutzungen von den unter a) berechneten Aufwänden in Abzug gebracht werden. Nennt man irgend eine derartige Nutzung, welche im Jahr a eingeht, D_a, so drückt sich der Nachwerth dieser Nutzung durch die Formel

$$D_a \, 1{,}0p^{m-a}$$

aus.

Bei praktischen Waldwerthrechnungen bestimmt man die Nachwerthe solcher Nutzungen, welche mehrmals in gleicher Größe wiederkehren, nicht einzeln, sondern sucht sogleich die Summe derselben auf. So würde sich z. B. der Nachwerth eines jährlichen Jagdpachtertrages i durch die Formel $\frac{i\,(1{,}0p^m - 1)}{0{,}0p}$ ausdrücken. (Vergl. übrigens auch S. 44, c.)

c) **Die allgemeine Formel des Bestandskostenwerthes** H_k ist hiernach:

$$H_k = (B + V)(1{,}0p^m - 1) + C\,1{,}0p^m - D_a\,1{,}0p^{m-a}. \text{ *)}$$

Beispiel. Es ist der Kostenwerth eines 55jährigen Kiefernbestandes zu berechnen, welcher bis jetzt folgende Zwischennutzungserträge geliefert hat:

im Jahr	20	30	40	50
Thaler	1,0	3,5	4,8	5,6

Der Bodenwerth B betrage 30 Thlr., die jährliche Ausgabe v für Verwaltung, Schutz, Steuern ꝛc. 0,3 Thlr., also $V = \frac{v}{0{,}0p} = \frac{0{,}3}{0{,}03} = 10$ Thlr., der Culturkostenaufwand $C = 2$ Thlr. der Zinsfuß sei $= 3\,\%$.

Setzt man die vorstehenden Werthe in die allgemeine Formel des Bestandskostenwerthes, so erhält man

$$\begin{aligned} H_k &= (30 + 10)\,(1{,}03^{55} - 1) + 2 \cdot 1{,}03^{55} - (1{,}0 \cdot 1{,}03^{35} + 3{,}5 \cdot 1{,}03^{25} \\ &\qquad + 4{,}8 \cdot 1{,}03^{15} + 5{,}6 \cdot 1{,}03^{5}) \\ &= 163{,}2840 + 10{,}1642 - 24{,}1127 \\ &= 149{,}3355 \text{ Thlr.} \end{aligned}$$

---

*) Die Berechnung der Bestandskostenwerthe hat zuerst Faustmann (Allg. Forst- und Jagdzeitung von 1849, S. 441 und 1854, S. 81) gelehrt.

d) Vereinfachung der Formel. Die Formel für den Bestandskostenwerth gestattet, ebenso wie diejenige für den Bestandserwartungswerth (s. S. 60, d.), in dem Falle, daß man für B den Bodenerwartungswerth B_e setzen darf, einige Abkürzungen, weil in B_e die jährlichen Einnahmen und Ausgaben, sowie die Zwischennutzungen enthalten sind. Führt man in die Formel für den Bestandskostenwerth noch die jährlichen Einnahmen, deren Kapitalwerth mit E bezeichnet werden soll, ein, so hat man:

$$H_k = (B + V)(1{,}0p^m - 1) + C\,1{,}0p^m - D_a\,1{,}0p^{m-a} - E(1{,}0p^m - 1).$$

Drückt man hier B durch den Bodenerwartungswerth aus und bringt man in demselben auch die jährlichen Einnahmen an, so erhält man, wenn man mit D_a die Summe derjenigen auf das Jahr a reduzirten Zwischennutzungen, welche vor dem Jahr m eingehen, und mit D_q die Summe derjenigen auf das Jahr q reduzirten Zwischennutzungen, welche nach dem Jahr m eingehen, bezeichnet:

$$H_k = \left(\frac{A_u + D_a\,1{,}0p^{u-a} + D_q\,1{,}0p^{u-q} - C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} + E - V + V\right)(1{,}0p^m - 1)$$
$$+ C\,1{,}0p^m - D_a\,1{,}0p^{m-a} - E(1{,}0p^m - 1) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (*$$

und nach einigen Reductionen

$$H_k = \frac{(A_u + D_q 1{,}0p^{u-q})(1{,}0p^m - 1) + \left(\frac{D_a}{1{,}0p^a} - C\right)(1{,}0p^m - 1{,}0p^u)}{1{,}0p^u - 1}.$$

Ein eleganter und dem Gedächtniß leicht einzuprägender Ausdruck ergibt sich, wenn man die Reduction auf die jährlichen Einnahmen und Ausgaben beschränkt. Streicht man nämlich in der Formel (* $E(1{,}0p^m - 1)$ und V, weil diese Werthe einmal mit positivem das andere Mal mit negativem Zeichen behaftet vorkommen, nimmt man dagegen mit den Zwischennutzungen keine Reduction vor, so erhält man:

$$H_k = \left(\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + D_q 1{,}0p^{u-q} - C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right)(1{,}0p^m - 1)$$
$$+ C\,1{,}0p^m - D_a 1{,}0p^{m-a}.$$

Hieraus folgt der Satz: Wenn man in die Formel für den Bestandskostenwerth einen Bodenerwartungswerth einführt, welcher ohne Berücksichtigung der jährlichen Einnahmen und Ausgaben berechnet worden ist, so können auch die jährlichen Einnahmen, welche der Bestand bis zum Jahr m geliefert hat, sowie die in der nämlichen Zeit aufgewendeten jährlichen Kosten vernachlässigt werden.

Beispiel. Es ist der Kostenwerth eines 40jährigen Kiefernbestandes, welcher die in der Tabelle A verzeichneten Erträge liefert, für $u = 70$, $p = 3$, $C = 2$ und unter der Voraussetzung zu berechnen, daß weder die jährlichen Einnahmen, noch die jährlichen Ausgaben bekannt sind.

Auflösung. Ohne Berücksichtigung der jährlichen Einnahmen und Ausgaben berechnet sich der Bodenerwartungswerth

$$= \frac{A_u + D_a\,1{,}0p^{u-a} + D_q\,1{,}0p^{u-q} - C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}$$

$$= \frac{247{,}5 + 1{,}0 \cdot 1{,}03^{50} + 3{,}5 \cdot 1{,}03^{40} + 4{,}8 \cdot 1{,}03^{30} + 5{,}6 \cdot 1{,}03^{20} + 6{,}6 \cdot 1{,}03^{10} - 2 \cdot 1{,}03^{70}}{1{,}03^{70} - 1}$$

$$= 40{,}2133.$$

Führt man diesen Werth, sowie die entsprechenden Erträge aus Tabelle A in die Formel für H_k ein, so hat man

$$H_k = 40{,}2133\,(1{,}03^{40} - 1) + 2 \cdot 1{,}03^{40} - (1{,}0 \cdot 1{,}03^{20} + 3{,}5 \cdot 1{,}03^{10} + 4{,}8)$$
$$= 90{,}9625 + 6{,}5240 - 11{,}3097 = 86{,}2.$$

C. Allgemeines über die Größe des Bestandskostenwerthes.

Die Größe des Bestandskostenwerthes hängt ab:

a) Von der Größe der bis zum Jahr m bezogenen Einnahmen und der bis zu demselben Jahr verausgabten Kosten, indem mit diesen der Bestandskostenwerth steigt, mit jenen aber fällt.

Was insbesondere den Bodenwerth anlangt, so ergibt sich, je nachdem der Rechnung der Boden-Erwartungs-, Kosten-, oder Verkaufswerth unterstellt wird, und unter der Voraussetzung, daß diese Werthe mit einander nicht übereinstimmen, ein verschiedener Bestandskostenwerth, und zwar steigt der letztere mit der Größe des Bodenwerthes. Je nach der Beschaffenheit der Einnahmen und Ausgaben kann man (siehe S. 62.) einen thatsächlichen, üblichen und wahren wirthschaftlichen Bestandskostenwerth unterscheiden.

b) Von dem Bestandsalter. Hier gilt im Allgemeinen dasselbe, was oben (S. 64, c.) über die Abhängigkeit des Bestandserwartungswerthes von dem Bestandsalter bemerkt wurde. Nur bezüglich der Größe des Bestandskostenwerthes zu Anfang und zu Ende der Umtriebszeit finden einige Abweichungen statt.

α) Für den Anfang der Umtriebszeit, also für $m = 0$, ist der Bodenkostenwerth jeden der Rechnung unterlegten Bodenwerth gleich den eben aufgewendeten Culturkosten.

Beweis. Da im Jahre 0 noch keine Nutzungen bezogen worden sind, so ist die Formel des Bestandskostenwerthes für dieses Alter:

$$(B + V)(1{,}0p^0 - 1) + C\,1{,}0p^0 = C.$$

β) Für das Ende der Umtriebszeit, also für $m = u$ ist in dem Falle, daß als Bodenwerth der Bodenerwartungswerth angenommen werden kann, der Bestandskostenwerth gleich dem Haubarkeitsertrag A_u.

Beweis. Es ist für $m = u$

$$H_k = (B+V)(1{,}0p^u - 1) + C\,1{,}0p^u - (D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}).$$

Führt man in diese Gleichung für B den Bodenerwartungswerth ein, so hat man

$$H_k = \left(\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V + V\right)(1{,}0p^u - 1)$$
$$+ C\,1{,}0p^u - (D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q})$$
$$= A_u, \text{ w. z. b. w.}$$

Für $B > B_e$ würde $H_k > A_u$, für $B < B_e$ dagegen $H_k < A_u$ sein.

c) Von der Höhe des Zinsfußes, mit welchem man rechnet.

α) Bei Unterstellung eines und desselben Bodenwerthes liefert der höhere Zinsfuß auch höhere Bestandskostenwerthe, und umgekehrt. So z. B. erhält man, wenn man $B = 26{,}4924$ annimmt,

	Für $p = 3$								
im Jahr	0	10	20	30	40	50	60	70	80
folgende Bestandskostenwerthe	2,0	15,2	32,0	52,1	77,8	111,5	155,8	214,4	293,2
	Für $p = 2$								
folgende Bestandskostenwerthe	2,0	11,5	22,1	32,6	44,0	57,1	72,1	89,5	110,8

β) Das umgekehrte Verhältniß findet statt, wenn man der Rechnung den Bodenerwartungswerth einer und derselben Umtriebszeit zu Grunde legt. So z. B. erhält man

Für den mit 3 % berechneten Bodenerwartungswerth (= 26,4924) der 80jährigen Umtriebszeit und für $p = 3$

im Jahr	0	10	20	30	40	50	60	70	80
folgende Bestandskostenwerthe	2,0	15,2	32,0	52,1	77,8	111,5	155,8	214,4	293,2

Für den mit 2 % berechneten Bodenerwartungswerth (= 73,5821) der 80jährigen Umtriebszeit und für $p = 2$

folgende Bestandskostenwerthe	2,0	21,8	45,0	70,8	100,9	136,8	179,6	230,8	293,3

3) Ermittlung des Verkaufswerthes eines Bestandes.

A. Begriff. Unter dem Verkaufswerthe eines Bestandes versteht man denjenigen Werth, welchen der Bestand nach Maßgabe anderweitig vorgekommener Bestandsverkäufe besitzt. Die Werthsbestimmung kann stattfinden unter der Voraussetzung:

a) Daß der Bestand noch weiter übergehalten werde. In diesem Falle müßte der Käufer des Bestands auch noch den Boden pachten oder erwerben. Nach Seite 3 würde der in der oben angegebenen Weise ermittelte Bestandswerth ein forstlicher Erzeugungswerth sein.

b) daß der Bestand sofort zu erndten, also abzutreiben sei.

Der Verkaufswerth, welchen der Bestand unter dieser Voraussetzung besitzt, ist nach Seite 3 als Verbrauchswerth*) zu bezeichnen.

Das Verfahren zur Bestimmung des Verbrauchswerthes eines Bestandes wird in der Regel darin bestehen, daß man die Masse des Bestandes, getrennt nach Sortimenten, ermittelt, die Zahl der Sortimentsmaße jeder Gattung mit dem zugehörigen, um die Erndtekosten verminderten Preise der Sortimentseinheit multiplizirt und die Producte addirt.

B. Allgemeines über die Größe des Bestandsverbrauchswerthes. Da das Holz in den ersten Jahren (den Fall ausgenommen, daß die Pflanzen als Culturmaterial sich verwenden lassen) keine oder doch nur eine sehr geringe Benutzungsfähigkeit besitzt, so wird der reine Bestandsverbrauchswerth in dieser Zeit negativ sein und erst dann Null werden, wenn der Erlös die Erndtekosten deckt, was bei Hochwaldungen oft nicht vor dem 20. Jahre der Fall ist. Von da an steigt der Bestandsverbrauchswerth anfangs langsam, dann rascher; er erreicht sein Maximum weit hinter dem Zeitpunkt, in welchem der durchschnittlich jährliche Zuwachs culminirt, und sinkt erst dann wieder, wenn die bei höherem Bestandsalter erfolgende Werthssteigerung der gröberen (insbes. Nutzholz-) Sortimente durch natürliche oder künstliche Bestandsauslichtung wieder aufgewogen wird. Am frühesten tritt die Culmination ein bei den lichtbedürftigen Holzarten

---

*) Synonyme Ausdrücke, welche neben dem obigen in den Schriften über Waldwerthrechnung vorkommen, sind: Nutzungswerth, Vorrathswerth, Gehaltswerth.

(z. B. Kiefer, Lärche), am spätesten bei den schattenertragenden, welche sich lange geschlossen zu erhalten pflegen (Tanne, Fichte, Buche).

4) Gegenseitiges Verhältniß zwischen dem Erwartungs-, Kosten- und Verbrauchswerth eines Bestandes.

A. Verhältniß zwischen dem Bestandserwartungs- und Bestandskostenwerth. Beide stehen in umgekehrtem Verhältnisse zu einander, indem diejenigen Factoren, welche den Erwartungswerth erhöhen, die Erniedrigung des Kostenwerthes bewirken, und umgekehrt. (Nur die Culturkosten machen hiervon eine Ausnahme, weil sie in der Formel des Erwartungswerthes nicht vorkommen). Es läßt sich daher auch dadurch, daß man den betreffenden Factoren die geeigneten Werthe verleiht, der Erwartungswerth dem Kostenwerth gleichstellen, und zwar gelingt dies dann, wenn man als Bodenwerth den Bodenerwartungswerth in die beiden Formeln der Bestandswerthe einführt. Beweis. Es soll sein:

$$\frac{A_u + D_q\,1{,}0p^{u-q} - (B+V)(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}} =$$

$$= (B+V)(1{,}0p^m - 1) + C\,1{,}0p^m - D_a\,1{,}0p^{m-a}.$$

Setzt man jetzt $B = \frac{A_u + D_a\,1{,}0p^{u-a} + D_q\,1{,}0p^{u-q} - C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V$,

so erhält man:

$$\frac{A_u + D_q\,1{,}0p^{u-q} - \left(\frac{A_u + D_a\,1{,}0p^{u-a} + D_q\,1{,}0p^{u-q} - C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V + V\right)(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}} =$$

$$= \left(\frac{A_u + D_a\,1{,}0p^{u-a} + D_q\,1{,}0p^{u-q} - C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V + V\right)(1{,}0p^m - 1) + C\,1{,}0p^m - D_a\,1{,}0p^{m-a}.$$

Nach Vornahme der erforderlichen Reductionen ergibt sich:

$$A_u 1{,}0p^u + D_a 1{,}0p^{u-a} + D_q 1{,}0p^u \cdot 1{,}0p^{u-q} - C1{,}0p^u - (A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + D_q 1{,}0p^{u-q} - C1{,}0p^u)1{,}0p^{u-m}$$

$$= A_u 1{,}0p^u + D_a 1{,}0p^{u-a} + D_q 1{,}0p^u \cdot 1{,}0p^{u-q} - C1{,}0p^u - (A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + D_q 1{,}0p^{u-q} - C1{,}0p^u)1{,}0p^{u-m}$$

Wie man sieht, sind beide Glieder der Gleichung identisch; es folgt hieraus, daß der oben aufgestellte Satz sich richtig verhält.

B. Verhältniß zwischen dem Bestandserwartungs- und dem Bestandskostenwerthe einerseits und dem Bestandsverbrauchswerthe andererseits.*)

---

*) Das Verhältniß zwischen dem Bestands-Kostenwerth und Verbrauchswerth hat bereits Bose in seinen „Beiträgen zur Waldwerthrechnung“ S. 90 und 231 erörtert.

a) Unterstellt man bei der Berechnung des Bestandserwartungs- und Kostenwerthes den Bodenerwartungswerth und denjenigen Zinsfuß, mit welchem dieser letztere Werth ermittelt wurde, ferner

α) zur Berechnung des Bodenerwartungswerthes eine Umtriebszeit, welche vor demjenigen Zeitpunkte liegt, in welchem der Bodenerwartungswerth culminirt,

$\alpha\alpha$) so ist der Bestandsverbrauchswerth für jedes Alter, welches vor der betreffenden Umtriebszeit liegt, kleiner als der zugehörige Bestandserwartungs- oder Kostenwerth, und erst am Ende der Umtriebszeit stellt sich der Verbrauchswerth dem Erwartungs- und Kostenwerthe völlig gleich.

Beispiel. Für u = 60, C = 2 Thlr., v = 0,3 Thlr., p = 3 und die in Anlage A verzeichneten Erträge berechnet sich

im Jahr . . .	20	30	40	50	60
der Bestandserwartungs- oder Kostenwerth . . . . =	33,6	54,9	82,2	118,0	171,9
während nach Tab. A der Bestands-Verbrauchswerth ist .	9,0	25,2	55,5	105,6	171,9

$\beta\beta$) Der Unterschied zwischen dem Bestandsverbrauchswerthe einerseits und dem Bestandserwartungs- oder Kostenwerthe andererseits vermindert sich gegen das Ende der Umtriebszeit hin sehr bedeutend. Er beträgt in vorstehendem Beispiel

im Jahr .	20	30	40	50	60
	24,6	29,7	26,7	13,4	0 Thlr.

Figur 2.

Die vorstehende Figur 2. stellt die vorerwähnten Verhältnisse zwischen den verschiedenen Arten von Bestandswerthen geometrisch dar.

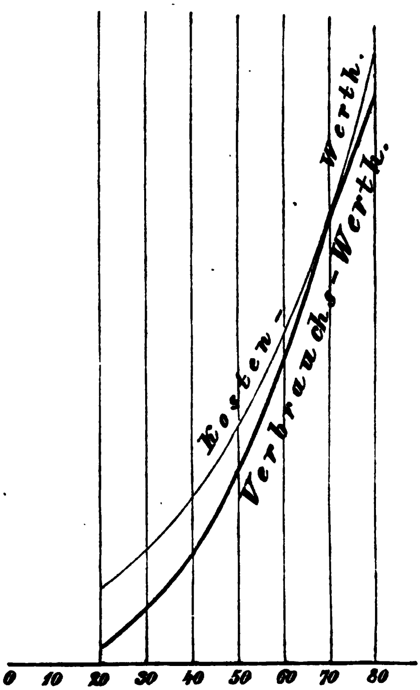
β) Unterstellt man diejenige Umtriebszeit, für welche bei einem gegebenen Prozent das Maximum des Bodenerwartungswerthes sich berechnet, so ist der Bestandskostenwerth vor und nach dem Abtriebsalter größer, als der Bestandsverbrauchswerth. *)

So z. B. tritt für $p = 3$, $v = 0{,}3$, $C = 2$ und die in Tabelle A verzeichneten Erträge das Maximum des Bodenerwartungswerthes mit 30,2133 Thlrn. im 70. Jahre ein. Man findet nun

im Jahr	60	70	80
den Bestandskostenwerth . . . . . . =	173,9	247,5	329,1
während der Bestandsverbrauchswerth ist	171,9	247,5	300,7

Die geometrische Darstellung dieses Verhältnisses veranschaulicht Fig. 3.

Figur 3.



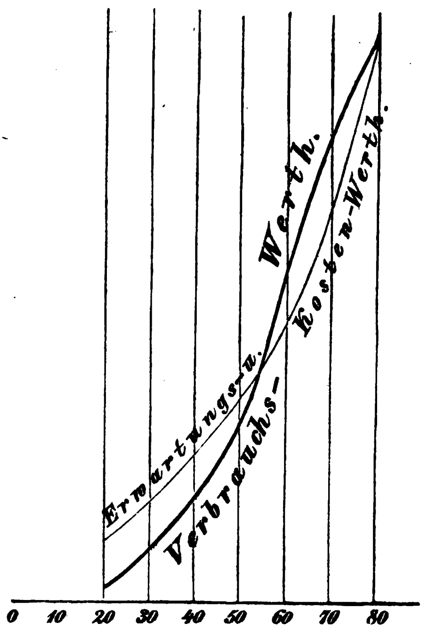
γ) Nimmt man eine Umtriebszeit an, welche hinter demjenigen Zeitpunkt liegt, in welchem der Bodenerwartungswerth culminirt, so kommt der Bestandsverbrauchswerth dem Bestandserwartungs- oder Kostenwerthe zweimal gleich: einmal vor dem Alter, in welchem der Bodenerwartungswerth sein Maximum erreicht und einmal hinter demselben. Es erklärt sich dies aus dem Umstande, daß der Bodenerwartungswerth jeder Umtriebszeit, welche größer ist als diejenige, in welcher die Culmination eintritt, sich auch bei einem vorausgehenden Alter findet.

*) Einen allgemeinen Beweis für diesen Satz liefert folgende Betrachtung: Offenbar würde der Bodenerwartungswerth für alle Umtriebszeiten der nämliche sein, wenn der Bestandsverbrauchswerth in jedem Alter gleich dem Bestandskostenwerth wäre. Da nun aber thatsächlich für eine gewisse Umtriebszeit ein

So z. B. ist nach Tabelle B der Bodenerwartungswerth der 80jährigen Umtriebszeit = 26,4924; derselbe Werth findet sich aber auch zwischen dem 50. und 60. Jahre. Berechnet man nun mit Zugrundlegung des eben erwähnten Bodenwerthes den Bestandserwartungs- oder Kostenwerth, so erhält man

für das Jahr	20	30	40	50	60	70	80
als Bestandserwartungs- oder Kosten-Werth	32,0	52,1	77,8	111,5	155,8	214,4	300,7
während der Bestandsverbrauchswerth ist	9,0	25,2	55,5	105,6	171,9	247,5	300,7

Figur 4.



Wie aus diesen Zahlen (und der nebenstehenden Figur 4.) zu ersehen ist, kommt der Bestandserwartungs- und Kostenwerth dem Verbrauchswerth zwischen dem 50.—60. und im 80. Jahre gleich, und zwar sind die beiden erstgenannten Werthe vor dem ersten Schnittpunkte größer, hinter demselben aber kleiner, als die zugehörigen Bestandsverbrauchswerthe.

b) Gründet man die Berechnung der Bestandswerthe auf einen gegebenen Bodenwerth, so kann letzterer als ein Bodenerwartungswerth angesehen werden, welcher für einen (noch zu ermittelnden) Zinsfuß p_x sich berechnet. Es bestehen dann bezüglich des Verhält-

---

Maximum des Bodenerwartungswerthes erscheint, so muß der Bestandskostenwerth vor und nach dieser Umtriebzeit kleiner sein, als der Bestandsverbrauchswerth. In ähnlicher Weise lassen sich die übrigen Sätze allgemein beweisen.

nisses zwischen den verschiedenen Bestandswerthen die Gesetze, welche unter a) dargestellt wurden. Hält man dagegen an einem bestimmten Zinsfuße p fest, so kann der gegebene Bodenwerth nur so lange für einen Bodenerwartungswerth gelten, als seine Größe das Maximum des Bodenerwartungswerthes, welches mit p % sich berechnet, nicht übersteigt. Ist der gegebene Bodenwerth größer, als jenes Maximum, so wird der Bestandskostenwerth von dem Bestandsverbrauchswerth in keinem Alter erreicht. So z. B. ist für B = 40, p = 3, C = 2, v = 0,3 und die in Tabelle A enthaltenen Erträge

im Jahr	20	30	40	50	60	70	80
der Bestandskostenwerth	42,9	71,3	108,3	157,2	221,8	307,8	423,4
während der Bestandsverbrauchswerth ist	9,0	25,2	55,5	105,6	171,9	247,5	300,7

Weitere Verhältnisse zwischen den verschiedenen Arten von Bestandswerthen nach Maßgabe der unterlegten Zinsfüße und Bodenwerthe ergeben sich aus Demjenigen, was früher über die Größe der Bestandserwartungs- und Kostenwerthe bemerkt worden ist.

C. Anwendbarkeit der Bestandsverbrauchswerthe. Bei jüngeren Beständen kann man erhebliche Fehler begehen, wenn man anstatt des Erwartungs- oder Kostenwerthes den Verbrauchswerth annimmt. Bei älteren Beständen ist der Fehler sehr klein; es empfiehlt sich daher bei diesen um so mehr, von dem Verbrauchswerthe Gebrauch zu machen, als bei der Bestimmung der Erwartungs- und Kostenwerthe Irrungen keineswegs ausgeschlossen sind (wegen der Schwierigkeit, mit welcher die Ermittlung der Erträge, Bodenwerthe und des richtigen Zinsfußes verbunden ist). Außerdem muß der Verbrauchswerth bestimmt werden, um in der Differenz zwischen ihm und dem Erwartungs- oder Kostenwerthe das Maaß des Verlustes oder der Entschädigung beim Abtriebe unreifer Bestände festzustellen.

III. Werth einzelner Bäume.

1) Den **durchschnittlichen** Kosten-, Erwartungs- oder Verbrauchswerth eines Baumes findet man, wenn man den entsprechenden Werth eines Bestandes durch die Zahl der Bäume, welche denselben zusammensetzen, dividirt.

Beispiel 1. Es ist der Kostenwerth einer dreijährigen Kiefernpflanze unter der Voraussetzung zu bestimmen, daß der Bodenwerth B pro Morgen 30 Thlr., der Culturkostenaufwand C = 2 Thlr., der jährliche Aufwand v für Verwaltung, Steuern 2c. 0,3 Thlr., $\left(\text{also } V = \frac{v}{0{,}0p} = \frac{0{,}3}{0{,}03} = 10 \text{ Thlr.}\right)$ betrage und daß auf 1 Morgen 1600 Pflanzen stehen. Der Zinsfuß sei = 3 %.

Auflösung. Der Kostenwerth einer Pflanze ist:

$$= \frac{(30 + 10)(1{,}03^3 - 1) + 2 \cdot 1{,}03^3}{1600} = \frac{3{,}7080 + 2{,}1854}{1600} = \frac{5{,}8934}{1600} = 0{,}003683$$

Thlr., was etwa 1,3 Pfennige ausmacht.

Beispiel 2. Es ist der Werth eines 55jährigen Kiefernstammes als Erwartungswerth zu bestimmen. B sei wieder = 30 Thlr., v = 0,3 Thlr. Der ganze Bestand, welcher 700 Stämme enthalte, liefere bis zu seinem im 80. Jahre erfolgenden Abtriebe noch folgende Erträge:

im Jahr . . .	60	70	80	
Zwischennutzungen . .	6,6	7,5	—	Thlr.
Haubarkeitsertrag . .	—	—	300,7	„

Auflösung. Seite 59. wurde der Erwartungswerth des ganzen Bestandes zu 133,2253 Thlrn. berechnet; es ist also der Erwartungswerth eines Stammes $= \frac{133{,}2253}{700} = 0{,}1907$ Thlr. oder 5 Sgr. 8,6 Pf.

2) Den **concreten Verbrauchswerth** eines Baumes erhält man nach dem unter 3, A, b., S. 72. mitgetheilten Verfahren. Der concrete Kosten- oder Erwartungswerth eines Baumes ergibt sich, wenn man in den bezüglichen Formeln der Bestandswerthe für B, C, V, A, D .... diejenigen Größen einführt, welche sich für den einzelnen Baum berechnen. Gebraucht man die Formel der Erwartungswerthe, so muß zuvor die wahrscheinliche Lebensdauer des betreffenden Baumes ermittelt werden.

Beispiel. Es ist der Erwartungswerth eines Obstbaumes zu ermitteln, welcher wahrscheinlicher Weise noch 20 Jahre ausdauern, innerhalb dieser Zeit alle 5 Jahre eine Obsternte im Werthe von je 2,5 Thlrn. und beim Abtrieb eine Holznutzung von 3 Thlrn. gewähren wird. Diese Einnahmen werden jedoch dadurch geschmälert, daß der von dem Baume beschattete Boden weniger Getreide 2c. erzeugt; der Ausfall ist auf 0,2 Thlr. pro Jahr geschätzt worden. Für Pflege des Baumes ist jährlich 0,1 Thlr. zu verausgaben. Zinsfuß = 3 %.

Auflösung. Als Bodenwerth ist $\frac{0{,}2}{0{,}03}$ anzusehen; V beträgt $\frac{0{,}1}{0{,}03}$, also $B + V = \frac{0{,}2 + 0{,}1}{0{,}03} = \frac{0{,}3}{0{,}03} = 10$. Hiernach ist:

$$H_e = \frac{3 + 2{,}5 + 2{,}5 \cdot 1{,}03^5 + 2{,}5 \cdot 1{,}03^{10} + 2{,}5 \cdot 1{,}03^{15} - 10\,(1{,}03^{20} - 1)}{1{,}03^{20}} =$$

$$= (15{,}653 - 8{,}061)\, 0{,}5537 = 4{,}2 \text{ Thlr.}$$

IV. Werth der Einheit des Raummaßes.

Man findet ihn, wenn man den Werth eines Bestandes oder Baumes durch die Zahl der Raummaße, welche er enthält, dividirt.

Beispiel 1. Ein 55jähriger Kiefernbestand liefere bis zu seinem auf das 80. Jahr festgesetzten Abtriebe noch folgende Erträge:

im Jahr . . .	60	70	80	
Zwischennutzungen . .	6,6	7,5	—	Thlr.
Haubarkeitsnutzung . .	—	—	300,7	„

Der Bodenwerth B betrage 30 Thlr., die jährliche Ausgabe v für Verwaltung, Schutz, Steuern 2c. 0,3 Thlr. Der Bestand enthalte im 55. Jahre 28 Klafter. Es ist der Erwartungswerth einer Klafter 55jährigen Holzes unter Anwendung eines Zinsfußes von 3 % zu bestimmen.

Auflösung. Nach S. 59. ist der Erwartungswerth des ganzen Bestandes = 133,2253 Thlr., also der Erwartungswerth einer Klafter = $\frac{133,2253}{28}$ = 4,76 Thlr.

Beispiel 2. Nach S. 68. wäre der Kostenwerth einer Klafter desselben Bestandes, wenn letzterer

in den Jahren	20	30	40	50	
die Zwischennutzungserträge von	1,0	3,5	4,8	5,6	Thalern

geliefert und bei seiner Begründung einen Culturkostenaufwand von 2 Thlrn. verursacht hat, $\frac{149,3355}{28}$ = 5,33 Thlr.

Wie aus β, Seite 65 u. 71, folgt, stimmt im Haubarkeitsalter u der wirkliche Erlös für die Einheit des Raummaßes mit dem Erwartungswerth derselben unter allen Umständen und mit dem Kostenwerth nur dann überein, wenn letzterer mit Zugrundlegung des Bodenerwartungswerthes berechnet wurde.

V. Werth eines ein- oder mehrjährigen Zuwachses.

1) Für einen Bodenwerth von unbestimmter Größe.

A. Um den Erwartungswerth des x jährigen Zuwachses zu finden, welchen ein Bestand vom Jahr m bis zum Jahr m + x angelegt hat, zieht man den Erwartungswerth des m jährigen Bestandes von dem Erwartungswerth des (m + x) jährigen Bestandes ab und erhält also

$$\frac{A_u+D_q 1,0p^{u-q}-(B+V)(1,0p^{u-(m+x)}-1)}{1,0p^{u-(m+x)}} - \frac{A_u+D_q 1,0p^{u-q}-(B+V)(1,0p^{u-m}-1)}{10p^{u-m}}$$

$$= \frac{(A_u+D_q 1,0p^{u-q}+B+V)(1,0p^{x}-1)}{1,0p^{u-m}} \qquad (*$$

als Erwartungswerth eines x jährigen Zuwachses im Jahr $m + x$. Für das Jahr m berechnet, ist der Werth dieses Zuwachses

$$= \frac{(A_u + D_q 1{,}0p^{u-q} + B + V)(1{,}0p^x - 1)}{1{,}0p^{u+x-m}}.$$

Beispiel. Es ist der Werth des Zuwachses, welchen ein mit 80jähriger Umtriebszeit zu behandelnder Kiefernbestand vom Anfang des 51. bis zum Ende des 55. Jahres anlegt, für das Ende des 50. Jahres zu berechnen. Die Erträge dieses Bestandes sind aus Tabelle A. zu entnehmen; es sei ferner $B = 30$ Thlr., $V = 10$ Thlr., $p = 3$.

Auflösung. Führen wir die entsprechenden Werthe in die vorstehende Formel ein, so erhalten wir:

$$\frac{(300{,}7 + 6{,}6 \cdot 1{,}03^{20} + 7{,}5 \cdot 1{,}03^{10} + 30 + 10)(1{,}03^5 - 1)}{1{,}03^{80+5-50}}$$

$$= (300{,}7 + 11{,}9203 + 10{,}0792 + 40)\, 0{,}1593 \cdot 0{,}3554$$

$$= 20{,}6 \text{ Thlr.}$$

B. Den Kostenwerth des x jährigen Zuwachses findet man, indem man den Kostenwerth des m jährigen Bestandes von dem Kostenwerth des $(m + x)$ jährigen Bestandes abzieht. Man erhält dann

$$(B + V)(1{,}0p^{m+x} - 1) + C\, 1{,}0p^{m+x} - D_a 1{,}0p^{m+x-a}$$

$$- [(B + V)(1{,}0p^m - 1) + C\, 1{,}0p^m - D_a 1{,}0p^{m-a}] =$$

$$= 1{,}0p^m \left(B + V + C - \frac{D_a}{1{,}0p^a}\right)(1{,}0p^x - 1)$$

als den Kostenwerth des x jährigen Zuwachses im Jahr $m + x$.

Für das Jahr m berechnet sich der Werth dieses Zuwachses

$$= \frac{1{,}0p^m \left(B + V + C - \frac{D_a}{1{,}0p^a}\right)(1{,}0p^x - 1)}{1{,}0p^x}$$

$$= 1{,}0p^{m-x}\left(B + V + C - \frac{D_a}{1{,}0p^a}\right)(1{,}0p^x - 1) \cdot \qquad (**$$

Beispiel. Es ist der Kostenwerth des Zuwachses, welchen der in dem vorigen Beispiel erwähnte Kiefernbestand vom Anfang des 51. bis zum Ende des 55. Jahres anlegt, auf das Ende des 55. Jahres zu berechnen. C sei $= 2$ Thlrn.

Auflösung. Führt man die entsprechenden Werthe in die Formel:

$$1{,}0p^m \left(B + V + C - \frac{D_a}{1{,}0p^a}\right)(1{,}0p^x - 1)$$

ein, so erhält man:

$$1{,}03^{50}\left[30 + 10 + 2 - \left(\frac{1{,}0}{1{,}03^{20}} + \frac{3{,}5}{1{,}03^3} + \frac{4{,}8}{1{,}03^{40}} + \frac{5{,}6}{1{,}03^{50}}\right)\right](1{,}03^5 - 1)$$

$$= 4{,}3839\,(42 - 4{,}7443)\, 0{,}1593$$

$$= 26{,}0 \text{ Thlr.}$$

2) **Für den Bodenerwartungswerth.** Führt man die Formel des Bodenerwartungswerthes in die unter 1, A und B enthaltenen Formeln (* und (** ein, so ergibt sich nach einigen Reductionen übereinstimmend:

$$1{,}0p^m\left(A_u + D_q 1{,}0p^{u-q} + \frac{D_a}{1{,}0p^a} - C\right)(1{,}0p^x - 1)$$

als der Werth, welchen ein vom Jahr m bis zum Jahr $m + x$ erfolgender Zuwachs im Jahr $m + x$ hat.

Für das Jahr m berechnet sich der Werth dieses Zuwachses durch die Formel

$$\frac{1{,}0p^m\left(A_u + D_q 1{,}0p^{u-q} + \frac{D_a}{1{,}0p^a} - C\right)(1{,}0p^x - 1)}{1{,}0p^x}$$

$$= 1{,}0p^{m-x}\left(A_u + D_q 1{,}0p^{u-q} + \frac{D_a}{1{,}0p^a} - C\right)(1{,}0p^x - 1).$$

VI. Werth der Bestände einer normalen Altersstufenfolge (Werth des normalen Vorrathes).

Der Werth des normalen Vorrathes setzt sich aus den Werthen der einzelnen Altersstufen zusammen. Das Verfahren zur Ermittlung des Verbrauchswerthes bietet keine weiteren Schwierigkeiten dar; dagegen bedarf die Bestimmung des Erwartungs- und des Kostenwerthes einer besonderen Entwicklung.

1) **Erwartungswerth des normalen Vorrathes.** Da man bei der Berechnung der Erwartungswerthe der jährlichen Renten anzunehmen pflegt, daß die erste Rente am Ende des ersten Jahres eingeht, daß sie also erst im Laufe des Jahres sich bildet, so müssen wir der Analogie halber unterstellen, daß der Etat der Betriebsklasse auch erst im Laufe des Jahres sich erzeuge. Wie die „Ertragsregelung" nachweist, besteht der Etat eines zum nachhaltigen jährlichen Betriebe eingerichteten Waldes aus der Summe der Zuwachse sämmtlicher Altersstufen. Soll nun auch die älteste Stufe ihren Beitrag zum Jahresetat liefern, so darf dieselbe noch nicht in das Haubarkeitsalter u eingetreten sein, sondern sie muß 1 Jahr von demselben entfernt stehen. Ihr Alter wird also $u - 1$ und dasjenige der übrigen Stufen $u - 2$, $u - 3$, ... 2, 1, 0 Jahre betragen müssen

A. Ermittlung des Erwartungswerthes des normalen Vorrathes unter Zugrundlegung eines beliebigen Bodenwerthes.

a) Für die Fläche einer Betriebsklasse. Berechnen wir die Erwartungswerthe der einzelnen Stufen mit Zugrundlegung der oben angegebenen Alter, und nehmen wir vorerst an, daß nur die q jährige Altersstufe eine Zwischen- oder Nebennutzung liefere. Mit Beibehaltung der seitherigen Bezeichnungen ergibt sich, wenn man m nach und nach die Werthe u — 1, u — 2, ... 2, 1, 0 beilegt,

$$\frac{A_u - (B+V)(1{,}0p^1 - 1)}{1{,}0p^1} \quad \ldots \text{ als der Erwartungswerth der } (u-1) \text{ jährigen Altersstufe.}$$

$$\frac{A_u - (B+V)(1{,}0p^2 - 1)}{1{,}0p^2} \quad \ldots \text{ als der Erwartungswerth der } (u-2) \text{ jährigen Altersstufe.}$$

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

$$\frac{A_u + (B+V)(1{,}0p^{u-q} - 1)}{1{,}0p^{u-q}} \quad \ldots \text{ als der Erwartungswerth der } q \text{ jährigen Altersstufe.}$$

$$\frac{A_u + D_q 1{,}0p^{u-q} - (B+V)(1{,}0p^{u-(q-1)} - 1)}{1{,}0p^{u-(q-1)}} \quad \text{als der Erwartungswerth der } (q-1) \text{ jährigen Altersstufe.}$$

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

$$\frac{A_u + D_q 1{,}0p^{u-q} - (B+V)(1{,}0p^{u-0} - 1)}{1{,}0p^{u-0}} \quad \text{als der Erwartungswerth der } 0 \text{ jährigen Altersstufe.}$$

Summirt man die verticalen Columnen, so erhält man:

$$A_u\left(\frac{1}{1{,}0p} + \frac{1}{1{,}0p^2} + \cdots + \frac{1}{1{,}0p^u}\right) - (B+V)\left(\frac{1{,}0p}{1{,}0p} + \frac{1{,}0p^2}{1{,}0p^2} + \cdots + \frac{1{,}0p^u}{1{,}0p^u}\right)$$

$$+ (B+V)\left(\frac{1}{1{,}0p} + \frac{1}{1{,}0p^2} + \cdots + \frac{1}{1{,}0p^u}\right)$$

$$+ D_q 1{,}0p^{u-q}\left(\frac{1}{1{,}0p^{u-(q-1)}} + \frac{1}{1{,}0p^{u-(q-2)}} + \cdots + \frac{1}{1{,}0p^{u-(q-q)}}\right)$$

$$= \frac{A_u(1{,}0p^u - 1)}{1{,}0p^u \cdot 0{,}0p} - u(B+V) + \frac{(B+V)(1{,}0p^u - 1)}{1{,}0p^u \cdot 0{,}0p} + \frac{D_q 1{,}0p^{u-q}(1{,}0p^q - 1)}{1{,}0p^u \cdot 0{,}0p}.$$

Nimmt man an, daß noch weitere Zwischen- oder Nebennutzungen D_a, D_b .... in der a-, b-, ... jährigen Altersstufe erfolgt seien, so werden dieselben in die vorstehende Formel analoger Weise mit den Ausdrücken $\frac{D_a 1{,}0p^{u-a}(1{,}0p^a - 1)}{1{,}0p^u \cdot 0{,}0p}$, $\frac{D_b 1{,}0p^{u-b}(1{,}0p^b - 1)}{1{,}0p^u \cdot 0{,}0p}$ .... einzuführen sein.

Hiernach wäre der Erwartungswerth des normalen Vorrathes:

$$\frac{(A_u + B + V)(1{,}0p^u - 1) + D_a 1{,}0p^{u-a}(1{,}0p^a - 1) + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}(1{,}0p^q - 1)}{1{,}0p^u \cdot 0{,}0p} - u(B+V) \cdots (*$$

b) Werth des normalen Vorrathes für die Flächeneinheit. In der so eben aufgestellten Formel beziehen sich die Ausdrücke A_u, $D_a \cdots D_q$, B und V auf eine Altersstufe und es ist hierbei die Größe derselben, also auch diejenige der ganzen Betriebsklasse, unbestimmt gelassen worden. Nimmt man aber an, daß A_u, D_a, $\cdots D_q$, B und V für die Flächeneinheit, z. B. für 1 Morgen, gelten, so stellt die obige Formel den Werth des normalen Vorrathes für u Morgen dar, und man erhält den normalen Vorrath für 1 Morgen, wenn man die obige Formel durch u dividirt. Es ist somit:

$$\frac{(A_u + B + V)(1{,}0p^u - 1) + D_a 1{,}0p^{u-a}(1{,}0p^a - 1) + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}(1{,}0p^q - 1)}{u \cdot 1{,}0p^u \cdot 0{,}0p} - (B+V)$$

der Erwartungswerth des normalen Vorrathes für die Flächeneinheit.

Beispiel. Für B = 60, V = 10, p = 3, u = 70 und die in Tabelle A. verzeichneten Erträge ist der Erwartungswerth des Normalvorraths pro Morgen: $[(247{,}5 + 60 + 10)(1{,}03^{70} - 1) + 1{,}0 \cdot 1{,}03^{50}(1{,}03^{20} - 1) + 3{,}5 \cdot 1{,}03^{40}(1{,}03^{30} - 1) + 4{,}8 \cdot 1{,}03^{30}(1{,}03^{40} - 1) + 5{,}6 \cdot 1{,}03^{20}(1{,}03^{50} - 1) + 6{,}6 \cdot 1{,}03^{10}(1{,}03^{60} - 1)] : 70 \cdot 1{,}03^{70} \cdot 0{,}03 - (60 + 10)$

$$= \frac{(2196{,}4015 + 123{,}7969)\, 0{,}1263}{2{,}1} - 70 = 69{,}54 \text{ Thlr.}$$

B. Ermittlung des Erwartungswerthes des normalen Vorrathes unter Zugrundlegung des Bodenerwartungswerthes.

a) Für die Fläche einer Betriebsklasse. Darf in der Formel (* B als Bodenerwartungswerth:

$$B_e = \frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - C\, 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V$$

angenommen werden, so ist, wenn man diesen Ausdruck anstatt B in den ersten Theil der genannten Formel einführt, der Werth des normalen Vorrathes:

$$\left[\left(A_u + \frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q} - C\, 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V + V\right)(1{,}0p^u - 1)\right.$$
$$\left. + D_a 1{,}0p^{u-a}(1{,}0p^a - 1) + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}(1{,}0p^q - 1)\right] : 1{,}0p^u \cdot 0{,}0p$$
$$- u\,(B_e + V).$$

Nach den erforderlichen Reductionen erhält man

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - C}{0{,}0p} - u\,(B_e + V).$$

Berücksichtigt man nun, daß das Kapital V der jährlichen Kosten gleich $\frac{v}{0{,}0p}$ ist (wenn man nämlich mit v den jedesmaligen Jahresbetrag dieser Kosten bezeichnet), so hat man auch

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - C - uv}{0{,}0p} - u B_e.$$

Da nun aber $A_u + D_a + \cdots + D_q - C - uv$ der jährliche Reinertrag der Betriebsklasse ist, und $\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - C - uv}{0{,}0p}$ den Kapitalwerth der Betriebsklasse (Boden + Vorrath) vorstellt, so drückt sich die vorstehende Formel in Worten folgendermaßen aus:

Unter der Voraussetzung, daß als Bodenwerth der Bodenerwartungswerth angenommen werden kann, erhält man den Werth des normalen Vorrathes, wenn man von dem durch Kapitalisirung des jährlichen Reinertrags gefundenen Waldwerthe einer Betriebsklasse den Bodenwerth der letzteren abzieht.

b) Werth des normalen Vorrathes für die Flächeneinheit. In der Formel $\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - C - uv}{0{,}0p} - uB_e$ beziehen sich A_u, $D_a \cdots D_q$, C und v auf eine Altersstufe und es ist hierbei die Größe derselben, also auch diejenige der ganzen Betriebsklasse unbestimmt gelassen worden. Nimmt man aber an, daß A_u, $D_a \cdots D_q$, C für die Flächeneinheit, z. B. einen Morgen, gelten, so gibt $\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - C - uv}{0{,}0p} - uB_e$ die Größe des normalen Vorrathes für u Morgen an und man erhält die Größe des normalen Vorrathes für 1 Morgen, wenn man den eben angeführten Ausdruck durch u dividirt. Somit wäre:

$$\frac{\frac{A_u + D_a + D_q - C}{u} - v}{0{,}0p} - B_e$$

der unter den obigen Voraussetzungen berechnete Werth des normalen Vorrathes für die Flächeneinheit.

Beispiel. Für die in Tabelle A. verzeichneten Erträge, sowie für $C = 2$, $v = 0{,}3$ Thlr., $u = 70$, $p = 3$ berechnet sich ein Bodenerwartungswerth $B_e = 30{,}2133$. Nach vorstehender Formel wäre also der Werth des normalen Vorrathes:

$$\frac{\frac{247{,}5 + 1{,}0 + 3{,}5 + 4{,}8 + 5{,}6 + 6{,}6 - 2}{70} - 0{,}3}{0{,}03} - 30{,}2133 = 86{,}93 \text{ Thlr.}$$

2) Kostenwerth des normalen Vorrathes.

A. Ermittlung des Kostenwerthes des normalen Vorrathes unter Zugrundlegung eines beliebigen Bodenwerthes.

a) Für die Fläche einer Betriebsklasse.

Nehmen wir wieder, aus den unter VI, 1 angeführten Gründen, die Alter der einzelnen Stufen zu $(u-1)$, $(u-2)$, ... 2, 1, 0 Jahren an, und unterstellen wir vorerst, der Kürze halber, daß nur die $a$jährige Altersstufe eine Zwischen- oder Nebennutzung D_a liefere. Führt man nun in die allgemeine Formel des Bestandskostenwerthes für m nach und nach die Werthe 0, 1, 2 .... $(u-2)$, $(u-1)$ ein, so erhält man:

$(B+V)(1{,}0p^0 - 1) + C\,1{,}0p^0$ .... als den Kostenwerth der 0jährigen Altersstufe.

$(B+V)(1{,}0p - 1) + C\,1{,}0p$ .... als den Kostenwerth der 1jährigen Altersstufe.

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

$(B+V)(1{,}0p^a - 1) + C\,1{,}0p^a - D_a$ .. als den Kostenwerth der $a$jährigen Altersstufe.

$(B+V)(1{,}0p^{a+1} - 1) + C\,1{,}0p^{a+1} - D_a 1{,}0p$ als den Kostenwerth der $(a+1)$jährigen Altersstufe.

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

$(B+V)(1{,}0p^{u-1}-1)+C1{,}0p^{u-1}-D_a 1{,}0p^{u-a-1}$ als den Kostenwerth der $(u-1)$jährigen Altersstufe.

Summirt man die verticalen Columnen, so erhält man

$$(B+V)(1{,}0p^0+1{,}0p+\cdots+1{,}0p^{u-1})-u(B+V)$$
$$+C(1{,}0p^0+1{,}0p+\cdots+1{,}0p^{u-1})-D_a(1+1{,}0p+\cdots+1{,}0p^{u-a-1})$$
$$=\frac{(B+V)(1{,}0p^u-1)}{0{,}0p}-u(B+V)+\frac{C(1{,}0p^u-1)}{0{,}0p}-\frac{D_a(1{,}0p^{u-a}-1)}{0{,}0p}.$$

Nimmt man an, daß noch weitere Zwischen- oder Nebennutzungen $D_b \cdots D_q$ in der b-, ... q jährigen Altersstufe erfolgt seien, so werden dieselben in die vorstehende Formel analoger Weise mit den Ausdrücken $\frac{D_b(1{,}0p^{u-b}-1)}{0{,}0p}, \cdots \frac{D_q(1{,}0p^{u-q}-1)}{0{,}0p}$ einzuführen sein.

Hiernach wäre der Kostenwerth des normalen Vorrathes:

$$\frac{(B+V+C)(1{,}0p^u-1)-[D_a(1{,}0p^{u-a}-1)+\cdots+D_q(1{,}0p^{u-q}-1)]}{0{,}0p}-u(B+V) \quad (^{**}$$

b) Werth des normalen Vorrathes für die Flächeneinheit. Derselbe ist nach Inhalt des unter b, Seite 83 Bemerkten:

$$\frac{(B+V+C)(1{,}0p^u-1)-[D_a(1{,}0p^{u-a}-1)+\cdots+D_q(1{,}0p^{u-q}-1)]}{u\cdot 0{,}0p}-(B+V),$$

wobei die Werthe B, V, C, D_a, ... D_q ebenfalls für die Flächeneinheit gelten.

Beispiel. Für B = 60, V = 10, p = 3, u = 70 und die in Tabelle A. verzeichneten Erträge ist der Kostenwerth des Normalvorrathes pro Morgen:

$$\Big[(60+10+2)(1{,}03^{70}-1)-\big(1{,}0(1{,}03^{50}-1)+3{,}5(1{,}03^{40}-1)+4{,}8(1{,}03^{30}-1)$$
$$+5{,}6(1{,}03^{20}-1)+6{,}6(1{,}03^{10}-1)\big)\Big]:70\cdot 0{,}03-(60+10)=\frac{498{,}0816-24{,}9358}{2{,}1}$$
$$-70=155{,}3075 \text{ Thlr.}$$

B. Ermittlung des Kostenwerthes des normalen Vorrathes unter Zugrundlegung des Bodenerwartungswerthes.

a) Für die Fläche einer Betriebsklasse. Führt man in den ersten Theilsatz der Formel (** für B den Bodenerwartungswerth B_e ein, so hat man als Werth des normalen Vorrathes

$$\left[\left(\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V + V + C\right)(1{,}0p^u - 1) - \left(D_a(1{,}0p^{u-a} - 1) + \cdots + D_q(1{,}0p^{u-q} - 1)\right)\right] : 0{,}0p - u(B_e + V).$$

Nach den erforderlichen Reductionen erhält man:

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - C}{0{,}0p} - u\,(B_e + V),$$

oder auch, da $V = \frac{v}{0{,}0p}$ ist,

$$\frac{A_u + D_a + \cdots D_q - C - u\,v}{0{,}0p} - u\,B_e.$$

In Worten: Unter der Voraussetzung, daß als Bodenwerth der Bodenerwartungswerth angenommen werden kann, erhält man den Werth des normalen Vorrathes, wenn man von dem durch Kapitalisirung des jährlichen Reinertrags gefundenen Waldwerth einer Betriebsklasse den Bodenwerth der letzteren abzieht. (Vergl. auch a) Seite 84.

b) Werth des normalen Vorrathes für die Flächeneinheit. Derselbe ist nach Inhalt des unter b, S. 83 Bemerkten:

$$\frac{\dfrac{A_u + D_a + \cdots + D_q - C}{u} - v}{0{,}0p} - B_e.$$

3) **Rentirungswerth des normalen Vorrathes.** Man erhält denselben, wenn man von dem Waldrentirungswerth einer Betriebsklasse den Bodenwerth der letzteren abzieht. Die Formel, welche man in dieser Weise gewinnt, stimmt mit den unter 1) B und 2) B erhaltenen überein. (Siehe auch das folgende Kapitel, V.)

Anhang. Andere Methaden zur Ermittlung des Werthes des normalen Vorrathes. Die Oesterreichische Cameraltaxation bestimmt bekanntlich den normalen Vorrath nach der Formel $\frac{u\,Z}{2}$, in welcher u die Umtriebszeit, Z den Haubarkeitsdurchschnittszuwachs aller Altersstufen oder auch den Holzgehalt der ältesten Stufe bedeutet. Diese Formel setzt voraus, daß die älteste Stufe $(u - \frac{1}{2})$ Jahre zählt. Besitzt sie das Alter $u - 1$, so muß (vergl. C. Heyer's Waldertragsregelung, 2. Aufl. S. 41) die Formel $\frac{u\,Z}{2} - \frac{Z}{2}$ angewandt werden. Um zwischen dieser Formel und den oben entwickelten die möglichste Uebereinstimmung herzustellen, nehmen wir an, daß für Z der jährliche Reinertrag R der Betriebsklasse gesetzt werde, welcher, wenn A_u, D_a, ... D_q, C und v für die Flächeneinheit gelten, für eben dieses Maß $\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - C}{u} - v$ sein wird. Hiernach wäre der Werth des normalen Vorrathes pro Flächeneinheit $= \frac{uR}{2} - \frac{R}{2} = \frac{R(u-1)}{2} =$

$$= \frac{\left(\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - C}{u} - v\right)(u-1)}{2}.$$

Ermittelt man den normalen Vorrath eines Waldes, welcher die in Tabelle A. angeführten Erträge liefert, aber einen Aufwand an Culturkosten C im Betrag von 2 Thalern, sowie einen Aufwand v an jährlichen Kosten im Betrag von 0,3 Thalern erfordert, nach den oben angegebenen Methoden, so erhält man folgende Resultate:

für . . . . . u =		30	40	50	60	70	80	90	100
		Größe des Normalvorrathes:							
nach der Oester. Cameraltaxe Formel: $\frac{R(u-1)}{2}$		7,3	22,4	48,0	82,0	121,2	149,9	177,3	191,4
Nach der Formel: $\frac{R}{0{,}0p} - B_e$	p = 2	12,3	25,5	45,9	71,6	99,0	116,2	130,8	135,0
	p = 3	11,7	23,8	42,2	64,2	86,9	100,0	110,5	111,9

Wie man sieht, stimmen hier die beiden Methoden der Vorrathsberechnung für u = 40, u = 50 und p = 2 noch am meisten überein, während man für die höheren Alter sehr abweichende Ergebnisse erhält. Die Ausführung der Rechnung zeigt auch, daß die Resultate der für Sommersmitte geltenden Formel $\frac{uR}{2}$ von denjenigen der Formel $\frac{uR - R}{2}$ nicht erheblich verschieden sind.

III. Kapitel.

Ermittlung des Waldwerthes.

I. **Methoden der Werthsermittlung.** Der Waldwerth (Werth von Boden + Bestand) kann bestimmt werden:

1) Nach dem Erwartungswerth,
2) nach dem Kostenwerth,
3) nach dem Verkaufswerth,
4) nach dem Rentirungswerth — nach letzterem jedoch mit praktischem Vortheile nur bei solchen Waldungen, welche zum jährlichen Nachhaltbetriebe eingerichtet sind.

II. Walderwartungswerth insbesondere.

1) **Man kann den Walderwartungswerth aus dem Bodenwerthe und dem Bestandserwartungswerthe zusammensetzen** und erhält dann als den Werth eines Waldes, dessen Holzbestand m Jahre alt ist:

A. Für einen Bodenwerth von beliebiger Größe:

$$W_e = \frac{A_u + D_q 1{,}0p^{u-q} - (B + V)(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}} + B$$

$$= \frac{A_u + D_q 1{,}0p^{u-q} - V(1{,}0p^{u-m} - 1) + B}{1{,}0p^{u-m}}.$$

B. Bei Unterstellung des Bodenerwartungswerthes:

$$W_e = \frac{A_u + D_q 1{,}0p^{u-q} - (B_e + V)(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}} + B_e$$

$$= \frac{A_u + D_q 1{,}0p^{u-q} - V(1{,}0p^{u-m} - 1) + B_e}{1{,}0p^{u-m}}.$$

Führt man hier die Formel des Bodenerwartungswerthes ein, und bezeichnet man mit D_a die Summe derjenigen auf das Jahr a reduzirten Zwischen- und Nebennutzungen, welche vor dem Jahre m eingehen, mit D_q die Summe derjenigen auf das Jahr q reduzirten Zwischen- und Nebennutzungen, welche nach dem Jahr m eingehen, so hat man nach einigen Reductionen

$$W_e = \frac{1{,}0p^m\left(A_u + D_q 1{,}0p^{u-q} + \frac{D_a}{1{,}0p^a} - C\right)}{1{,}0p^u - 1} - V.$$

2) **Man kann jedoch auch den Walderwartungswerth aus den in Aussicht stehenden Einnahmen und Ausgaben direct herleiten** und erhält dann:

$$W_e = \frac{A_u}{1{,}0p^{u-m}} + \frac{A_u}{1{,}0p^{2u-m}} + \frac{A_u}{1{,}0p^{3u-m}} + \cdots + \frac{D_q}{1{,}0p^{q-m}} + \frac{D_q}{1{,}0p^{u+q-m}}$$

$$+ \frac{D_q}{1{,}0p^{2u+q-m}} + \cdots + \frac{D_a}{1{,}0p^{u-(m-a)}} + \frac{D_a}{1{,}0p^{2u-(m-a)}} + \frac{D_a}{1{,}0p^{3u-(m-a)}}$$

$$+ \cdots - \left(\frac{C}{1{,}0p^{u-m}} + \frac{C}{1{,}0p^{2u-m}} + \frac{C}{1{,}0p^{3u-m}} + \cdots\right) - V$$

$$= \frac{A_u 1{,}0p^m}{1{,}0p^u - 1} + \frac{D_q 1{,}0p^{u+m-q}}{1{,}0p^u - 1} + \frac{D_a 1{,}0p^{m-a}}{1{,}0p^u - 1} - \frac{C\,1{,}0p^m}{1{,}0p^u - 1} - V$$

$$= \frac{1{,}0p^m\left(A_u + D_q 1{,}0p^{u-q} + \frac{D_a}{1{,}0p^a} - C\right)}{1{,}0p^u - 1} - V,$$

wie unter 1, B.

Man kann auch alle Einnahmen und Ausgaben auf das Alter der Umtriebszeit reduziren und für den Unterschied derselben den Wiederholungswerth berechnen. Da die Verwaltungskosten jährlich in gleicher Größe wiederkehren, so kann man diese für sich behandeln, also deren Kapitalwerth aufsuchen und ihn von jenem Wiederholungswerth abziehen.

Sämmtliche innerhalb der nächsten u Jahre zu erwartenden Einnahmen nnd Ausgaben, ausschließlich der Verwaltungskosten, erscheinen in dem Ausdruck:

$$A_u + D_q 1{,}0p^{u-q} + \frac{D_a}{1{,}0p^a} - C$$

auf das Jahr u reduzirt. Diese Summe geht zum ersten Male nach u — m Jahren, von da an aber alle u Jahre ein. Ihr Jetztwerth berechnet sich nach Formel IX. folgendermaßen:

$$\frac{1{,}0p^m\left(A_u + D_q\, 1{,}0p^{u-q} + \dfrac{D_a}{1{,}0p^a} - C\right)}{1{,}0p^u - 1}.$$

Hiervon wäre noch V abzuziehen, um den Walderwartungswerth zu erhalten. Es ist also:

$$W_e = \frac{1{,}0p^m\left(A_u + D_q 1{,}0p^{u-q} + \dfrac{D_a}{1{,}0p^a} - C\right)}{1{,}0p^u - 1} - V.$$

Beispiel. Es ist der Erwartungswerth eines 40 jährigen Kiefernwaldes, welcher die in Tabelle A. verzeichneten Erträge zu liefern verspricht, unter der Voraussetzung zu bestimmen, daß u = 70, C = 2, V = 10, p = 3 ist.

Auflösung:

$$W_e = \frac{1{,}03^{40}\left(247{,}5 + 6{,}6\cdot 1{,}03^{10} + 5{,}6\cdot 1{,}03^{20} + \dfrac{1{,}0}{1{,}03^{20}} + \dfrac{3{,}5}{1{,}03^{30}} + \dfrac{4{,}8}{1{,}03^{40}} - 2\right)}{1{,}03^{70} - 1} - 10$$

$$= 3{,}262\,(247{,}5 + 22{,}4508 - 2)\,0{,}1446 - 10$$

$$= 116{,}4 \text{ Thaler.}$$

Anmerkung. Wären die Erträge, welche noch in der ersten Umtriebszeit also vom Jahre m bis zum Jahre u erfolgen, abnorm und $\mathfrak{A}_u$, $\mathfrak{D}_q$, so hätte man

$$\mathfrak{W}_e = \frac{\mathfrak{A}_u + \mathfrak{D}_q 1{,}0p^{u-q} - V(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}$$

$$+ \frac{\dfrac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - C 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V}{1{,}0p^{u-m}}$$

$$= \frac{\mathfrak{A}_u + \mathfrak{D}_q 1{,}0p^{u-q} - V(1{,}0p^{u-m} - 1) + B}{1{,}0p^{u-m}}.$$

Beispiel. Es ist der Erwartungswerth des im vorigen Beispiel genannten Kiefernwaldes unter der Voraussetzung zu berechnen, daß derselbe, wegen unvollkommenen Bestands-Schlusses, in der ersten Umtriebszeit vom 50. (einschl.) bis zum 70. Jahre nur $\frac{1}{8}$ des normalen Betrags der Durchforstungen und nur die Hälfte des Haubarkeitsertrages liefert.

Auflösung. Nach Tabelle B ist der Bodenerwartungswerth der 70jährigen Umtriebszeit = 30,2133; führen wir diesen, sowie die übrigen Werthe in die obige Formel ein, so erhalten wir:

$$W_e = \frac{123{,}75 + 1{,}87 \cdot 1{,}03^{20} + 2{,}2 \cdot 1{,}03^{10} - 10\,(1{,}03^{30} - 1) + 30{,}2133}{1{,}03^{30}}$$

$$= (130{,}084 - 14{,}273 + 30{,}2133)\,0{,}412 = 60{,}16 \text{ Thlr.}$$

III. Waldkostenwerth insbesondere.

1) **Man kann den Waldkostenwerth aus dem Bodenwerth und dem Bestandswerth zusammensetzen** und erhält dann

A. für einen beliebigen Bodenwerth:

$$W_k = B + (B + V)(1{,}0p^m - 1) + C\,1{,}0p^m - D_a 1{,}0p^{m-a}$$
$$= (B + V + C)\,1{,}0p^m - (D_a 1{,}0p^{m-a} + V).$$

B. Bei Unterstellung des Bodenerwartungswerthes:

$$W_k = \left(\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + D_q 1{,}0p^{u-q} - C 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V + V + C\right)1{,}0p^m - (D_a 1{,}0p^{m-a} + V)$$

$$= \frac{1{,}0p^m\left(A_u + D_q 1{,}0p^{u-q} + \frac{D_a}{1{,}0p^a} - C\right)}{1{,}0p^u - 1} - V.$$

2) **Man kann den Waldkostenwerth auch aus den stattgehabten Aufwänden direct herleiten.** Das Verfahren ist ein analoges, wie bei der Bestimmung des Bestandskostenwerthes, nur daß B selbst, und nicht blos die Verzinsung desselben, unter den Aufwänden erscheint.

Man hat also:

$$W_k = B\,1{,}0p^m + V(1{,}0p^m - 1) + C\,1{,}0p^m - D_a 1{,}0p^{m-a}$$
$$= (B + V + C)\,1{,}0p^m - (D_a 1{,}0p^{m-a} + V),$$

wie oben. Es läßt sich ferner leicht nachweisen, daß die vorstehende Formel, wenn für B der Bodenerwartungswerth gesetzt werden darf, in folgende übergeht:

$$W_k = \frac{1{,}0p^m\left(A_u + D_q 1{,}0p^{u-q} + \frac{D_a}{1{,}0p^a} - C\right)}{1{,}0p^u - 1} - V.$$

Aus dem Vorhergehenden folgt weiterhin, daß der Walderwartungswerth und der Waldkostenwerth in dem Falle übereinstimmen, wenn B den Bodenerwartungswerth vorstellt.

IV. **Waldverkaufswerth insbesondere.** Man versteht unter demselben denjenigen Werth, welchen ein Wald nach Maßgabe anderer bekannter Waldverkäufe besitzt. Bezüglich der Anwendbarkeit dieser Methode der Werthsermittlung gilt das Nämliche, was früher in Bezug auf den Verkaufswerth des Bodens (Seite 54) bemerkt wurde. Am ersten noch dürfte die Methode des Verkaufswerthes sich bei solchen Wäldern empfehlen, welche zum jährlichen Nachhaltbetrieb bereits eingerichtet sind.

Wenn der Bestand sofort abgetrieben werden muß, so setzt sich der Waldverkaufswerth aus dem Bodenverkaufswerthe und dem Bestandsverbrauchswerthe zusammen.

V. **Waldrentirungswerth insbesondere.** Stellt R eine jährlich am Jahresschlusse immerfort wiederkehrende Rente vor, so ist nach Formel VII der Kapitalwerth dieser Rente $= \frac{R}{0{,}0p}$.

Berechnet man den Kapitalwerth eines Waldes nach dieser Formel, so setzt man voraus, daß der Wald zum jährlichen Nachhaltbetrieb eingerichtet ist, denn nur Wälder von dieser Beschaffenheit gewähren *jährlich* nachhaltig einen gleich großen Ertrag. Da der Holzbestand eines solchen Waldes nichts Anderes, als der sogenannte normale Vorrath ist, so stellt die Formel $\frac{R}{0{,}0p}$ den Werth des Bodens + dem Werth des normalen Vorrathes vor.

1) **Waldrentirungswerth für die Fläche einer Betriebsklasse.** Bei jedem zum jährlichen Nachhaltbetrieb eingerichteten Wald ist der jährliche *Rauhertrag* = dem Haubarkeitsertrage A_u der ältesten Stufe + den Zwischen- und Nebennutzungen $D_a, \cdots D_q$, welche sich in den übrigen Altersklassen ergeben. Die *Productionskosten* bestehen in den Culturkosten C, welche jährlich für nur *eine* Altersstufe aufzuwenden sind, und in den Kosten für Verwaltung, Schutz, Steuern 2c., welche jährlich für *alle* Altersstufen bezahlt werden müssen. Nennt man den Betrag dieser Kosten für eine Altersstufe v, so ist er für alle Stufen = uv. Somit ergibt sich der jährliche Reinertrag einer Betriebsklasse in dem Ausdruck:

$$R = A_u + D_a + \cdots + D_q - C - uv$$

und der Rentirungswerth W_r dieses Waldes wäre nach obiger Formel:

$$W_r = \frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - C - uv}{0{,}0p}$$

$$= \frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - C}{0{,}0p} - uV,$$

wenn man nämlich, wie früher, $\frac{v}{0{,}0p} = V$ nennt.

2) **Waldrentirungswerth für die Flächeneinheit.** Bedeutet A_u den Haubarkeitsertrag der Flächeneinheit z. B. eines Morgens, D_a, $\cdots D_q$ diejenigen Zwischen- und Nebennutzungen, welche ein Morgen im Laufe der Umtriebszeit liefert, stellt ferner C den Culturkostenbetrag vor, welcher für die Aufforstung eines Morgens zu Anfang der Umtriebszeit aufzuwenden ist, und bezeichnet V das Kapital, aus dessen Interessen jährlich die Kosten für Verwaltung, Schutz, Steuern &c. pro Morgen zu bestreiten sind, so bezieht sich derjenige Waldrentirungswerth, welcher durch Einführung dieser Größen in die obige Formel erlangt wird, auf einen Wald von u Morgen Flächengröße. Um den Waldrentirungswerth von 1 Morgen zu finden, hat man also die fr. Formel durch u zu dividiren und erhält dann in dem Ausdruck

$$W_r = \frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - C}{u \cdot 0{,}0p} - V$$

den Waldrentirungswerth, d. h. den Werth des Bodens und des Normalvorrathes für die Flächeneinheit.

IV. Kapitel.

Ermittlung der jährlichen Rente.

I. **Verwandlung einzelner Einnahmen oder Ausgaben in eine jährliche Rente.** Dieser Gegenstand ist bereits im Vorber. Theil, IV. Kapitel, S. 34 behandelt worden, auch findet sich dort schon die Auflösung derjenigen Aufgaben, welche in der Praxis am häufigsten vorkommen. Wir wiederholen hier nur Folgendes: Entweder ist eine nach m oder n Jahren nur einmal erfolgende Einnahme oder Ausgabe R in eine n malige jährliche Rente r, oder eine alle n Jahre sich wiederholende (also immerwährende) Einnahme oder Ausgabe R in eine immerwährende jährliche Rente r zu verwandeln. Das Verfahren, um r zu bestimmen, ist in beiden Fällen das nämliche: man sucht den Kapitalwerth der immerwährenden oder als immerwährend gedachten Einnahme oder Ausgabe R auf und multiplizirt denselben mit 0,0p. So ist z. B. die jährliche Rente r, welche einem Zwischen- oder Nebennutzungsertrag D_a entspricht, welcher zum ersten Male nach a Jahren, dann aber alle n Jahre eingeht, $= \frac{D_a 1{,}0p^{n-a}}{1{,}0p^n - 1} 0{,}0p$; die Culturkostenrente $= \frac{C\,1{,}0p^n}{1{,}0p^n - 1} 0{,}0p$ u. s. w.

II. **Bodenrente.** Unter dieser versteht man die jährliche Verzinsung des Bodenkapitalwerthes, sie ist also $= B \cdot 0{,}0p$.

Für den Fall, daß B den Bodenerwartungswerth B_e vorstellt, hat man als Bodenrente:

$$\left(\frac{A_n + D_a 1{,}0p^{n-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{n-q} - C 1{,}0p^n}{1{,}0p^n - 1} - \frac{v}{0{,}0p}\right) 0{,}0p$$

$$= \frac{A_n}{1{,}0p^n - 1} 0{,}0p + \frac{D_a 1{,}0p^{n-a}}{1{,}0p^n - 1} 0{,}0p + \cdots + \frac{D_q 1{,}0p^{n-q}}{1{,}0p^n - 1} 0{,}0p - \left(\frac{C 1{,}0p^n}{1{,}0p^n - 1} 0{,}0p + v\right).$$

Es ist also hier die Bodenrente gleich der Summe der Renten aller Einnahmen, welche von dem betr. Boden zu erwarten sind, abzüglich der Summe der Renten aller Ausgaben, welche auf der Erzeugung jener Einnahmen haften.

III. **Bestandsrente.** Man leitet dieselbe nach dem unter I. angegebenen Verfahren aus dem Bestandswerth ab.

Für den jährlichen Betrieb ergibt sich die Bestandsrente, wenn man den Werth des normalen Vorrathes mit 0,0p multiplizirt. Unterstellt man den Bodenerwartungswerth, berechnet man also den Waldwerth als Rentirungswerth, so findet man die Rente des Vorrathes, indem man von dem jährlichen Reinertrag der Betriebsklasse die Rente des Bodenerwartungswerthes in Abzug bringt. (Siehe IV.)

IV. **Waldrente.** Diese ist gleich der jährlichen Verzinsung des Boden- und des Holzvorrathskapitals.

Nimmt man als Bodenwerth den Bodenerwartungswerth an, so stimmt beim jährlichen Nachhaltbetriebe der jährliche Reinertrag $A_u + D_a + \cdots + D_q - C - uv$ mit der Waldrente überein. Denn es ist in diesem Falle der Waldwerth als Rentirungswerth nach der Formel $\dfrac{A_u + D_a + \cdots + D_q - C - uv}{0{,}0p}$ zu veranschlagen; die jährliche Rente, welche sich durch Multiplication dieses Ausdrucks mit $0{,}0p$ ergibt, ist also $= A_u + D_a + \cdots + D_q - C - uv$.

Gelten A_u, $D_a \cdots D_q$, C, v für die Flächeneinheit, so ist für eben dieses Maaß der jährliche Reinertrag eines zum jährlichen Nachhaltbetriebe eingerichteten Waldes:

$$= \frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - C}{u} - v \quad \ldots \quad (\dagger$$

Bildet man die algebraische Summe aller Einnahmen und Ausgaben, welche pro Flächeneinheit im Laufe einer Umtriebszeit zu erwarten sind, so erhält man

$$A_u + D_a + \cdots + D_q - C - uv.$$

Dividirt man diesen Ausdruck durch u, so stellt

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - C}{u} - v \quad \ldots \quad (\dagger\dagger$$

den sogenannten durchschnittlich jährlichen Reinertrag des aussetzenden Betriebes vor.

Aus der Uebereinstimmung der Ausdrücke († und (†† folgt der Satz: **Der sogenannte durchschnittlich-jährliche Reinertrag des aussetzenden Betriebes ist dem jährlichen Reinertrag des jährlichen Nachhaltbetriebes gleich.**

Streng genommen kann man $\dfrac{A_u + D_a + \cdots + D_q - C}{u} - v$ nicht als den durchschnittlich-jährlichen Reinertrag des aussetzenden Betriebs gelten lassen, weil in jenem Ausdrucke $D_a, \cdots D_q$, C und v im Verhältniß zu A_u nicht nach ihrem wahren Werthe verrechnet sind. Um letzteren herzustellen, müßte man die Zwischennutzungen, Culturkosten und jährlichen Kosten auf einen gemeinschaftlichen Zeitpunkt, z. B. auf das Ende der Umtriebszeit reduziren (hier prolongiren). Die algebraische Summe dieser Nachwerthe würde dann den auf das Ende der Umtriebszeit prolongirten durchschnittlich-jährlichen Reinerträgen gleich zu setzen sein. Bestimmt man aus dieser Gleichung den durchschnittlich-jährlichen Reinertrag, so erhält man die Rente des Bodenerwartungswerthes; diese ist daher als der wahre durchschnittlich-jährliche Reinertrag des aussetzenden Betriebes anzusehen.

Dagegen behauptet für den jährlichen Nachhaltbetrieb die Berechnung des durchschnittlich jährlichen Reinertrags nach der Formel $\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - C}{u} - v$ ihre volle Richtigkeit. Da nämlich bei diesem Betriebe alle Einnahmen und Ausgaben gleichzeitig erfolgen, so erscheinen in jener Formel $D_a, \cdots D_q$, C und v neben A_u nach ihren wahren Werthen. Nur ist nicht zu übersehen, daß der durchschnittlich-jährliche Reinertrag bei dem jährlichen Betriebe die Verzinsung des Boden- und Vorrathskapitales, beim aussetzenden Betriebe aber diejenige des Bodenwerthes allein vorstellt.

Anhang.

Anwendungen der Waldwerthrechnung auf Gegenstände der forstlichen Betriebslehre.

I. Kapitel.

Zur forstlichen Statik.

Erster Abschnitt.

Methoden zur Vergleichung der forstlichen Kräfte und Erfolge.

Die Statik lehrt, wie man die forstlichen Kräfte mit den zugehörigen Erfolgen zu vergleichen hat.

Als Kraft ist der Productionsaufwand, als Erfolg der Rauh-Ertrag anzusehen. Man kann entweder einzelne Theile des Productionsaufwandes mit den zugehörigen Erträgen, oder die Gesammtsumme dieses Aufwandes mit dem ganzen Ertrag in Parallele stellen.

I. Titel.

Entwicklung der Methoden der Statik.

Zur Vergleichung der forstlichen Kräfte und Erfolge können verschiedene Verfahren angewendet werden.*)

*) Die beiden Verfahren, welche wir in der Folge darstellen und zur Vergleichung der forstlichen Kräfte und Erfolge stets neben einander anwenden werden, sind den Oeconomen schon lange bekannt. (Vergl. Rau: Volkswirthschaftslehre, 7. Ausg. §. 237.) Auch einige Schriftsteller der Forstwissenschaft haben diese Verfahren angedeutet, so z. B. König in seiner Forstmathematik, 4. Ausgabe, §. 486, 3; viel eingehender jedoch sind dieselben von Preßler (Rationeller Waldwirth II, 84 und Allg. Forst- und Jagd-Zeitung von 1860) verfolgt worden.

I. **Verfahren:** Bestimmung des **Unternehmergewinns** (Gewerbverdienstes nach Rau). Er besteht in dem Unterschiede zwischen dem Rauhertrage E und dem Productionsaufwand P, ist also $= E - P$.

1) **Aussetzender Betrieb.** Der zu Anfang einer Umtriebszeit vorhandene Productionsfonds besteht bei dem aussetzenden Betriebe aus dem Kapitalwerthe des Bodens (B), dem Kapitalwerthe der jährlichen Kosten $\left(\frac{v}{0{,}0p} = V\right)$ und den Culturkosten (C). Statt letzterer kann man auch das Culturkostenkapital $\left(\frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right)$ der Rechnung unterstellen, muß aber dann beobachten, daß dieses Kapital für jede Umtriebszeit verschieden ist.*) Da jener Fonds erst nach einer Reihe von Jahren einen Ertrag erzeugt, so muß man, um die Vergleichung zwischen Ertrag und Productionskosten zu ermöglichen, beide auf einen gemeinschaftlichen Zeitpunkt reduziren. Man kann zu diesem Zwecke verschiedene Wege einschlagen.

A. Methode der Nachwerthe. Man prolongirt alle Erträge und Unkosten auf das Ende der Umtriebszeit u, und hat dann, wenn man mit A_u die Haubarkeitsnutzung im Jahr u, mit $D_a, \cdots D_q$ Zwischen- oder Nebennutzungen, welche vor dem Jahr u und zwar in den Jahren a, $\cdots$ q eingehen, bezeichnet, als Unternehmergewinn im Jahr u

$$A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - \left(B + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right)(1{,}0p^u - 1).$$

Die Productionskosten bestehen hier in den bis zum Jahr u aufgelaufenen Zinsen und Zinseszinsen des Productionsfonds.

Der Nachwerth des Unternehmergewinnes läßt sich auch für jedes andere Jahr m berechnen. Das hierzu dienende Verfahren wird S. 108. erörtert werden.

---

*) Preßler nennt $B + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}$ das „Grundkapital," weil es „den physischen wie finanziellen, kurz den materiellen und wirklichen Grund darstellt, auf und in welchem alle Holzwirthschaft fußt und wurzelt und ohne welches dieselbe nicht möglich ist." (Allg. Forst- und Jagd-Zeitung von 1860, S. 43.) Jener Ausdruck kann jedoch Veranlassung zu Mißverständnissen geben, weil die Landwirthe zum Grundkapital nur den Werth des Bodens und der Wirthschaftsgebäude zu rechnen pflegen (Thär, Landwirthschaft, 1837, I., 25; Burger, 1832, II., 397; Pabst 1848, II., 2, S. 45.). Man müßte daher, wenn man den Ausdruck „Grundkapital" beibehalten wollte, noch „Betriebskapital" hinzufügen.

B. Methode der Vorwerthe. Man discontirt alle Erträge und Unkosten auf die Gegenwart und erhält in der Differenz dieser Vorwerthe den Jetztwerth des Unternehmergewinns, welcher vom Jahre 0 bis zum Jahre u sich ergeben hat. Derselbe ist also

$$\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - \left(B + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right)(1{,}0p^u - 1)}{1{,}0p^u}.$$

Der Jetztwerth des gesammten Unternehmergewinns, welcher vom Jahre 0 bis in die Unendlichkeit zu erwarten steht, ergibt sich durch den Ausdruck

$$\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1} - \left(B + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right).\ ^{*)}$$

C. Methode der jährlichen Rente. Man vertheilt alle Erträge und Unkosten gleichmäßig über die Jahre der Umtriebszeit in Form einer jährlichen Rente und hat dann als jährlichen Unternehmergewinn

$$\left[\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1} - \left(B + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right)\right] 0{,}0p.$$

2) Bei dem **jährlichen Betriebe** gestaltet sich die Berechnung des Unternehmergewinns sehr einfach. Man zieht von dem jährlichen Rauhertrage die in demselben Jahre aufgewendeten Productionskosten ab. Für den gesammten Unternehmergewinn bestehen die Productionskosten in den Interessen des Bodenwerthes + den Interessen des Normalvorrathes + den jährlichen Kosten für Verwaltung, Schutz, Steuern 2c. + den Kulturkosten (für jährliche Aufforstung einer Altersstufe).

Sind $A_u, D_a, \cdots D_q$ die Erträge, welche eine Altersstufe von ihrer Begründung bis zu ihrer Haubarkeit liefert, so stellen dieselben auch den jährlichen Rauhertrag des zum jährlichen Betriebe eingerichteten Waldes vor. Bezeichnet man nun weiter mit B den Werth des Bodens, mit N den Werth des Normalvorrathes, mit V das Kapital der jährlichen Kosten, mit C die Kulturkosten einer Altersstufe, so ist der jährliche Unternehmergewinn

$$A_u + D_a + \cdots + D_q - (uB + uN + uV)\,0{,}0p - C.$$

---

*) Preßler nennt $\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1}$ das „ertragsmäßige Grundkapital," $B + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}$ das „kostenmäßige Grundkapital."

Der Unternehmergewinn beim jährlichen Betriebe ist dem Unternehmergewinn beim aussetzenden Betriebe gleich.

Der Beweis für die Richtigkeit dieses Satzes folgt aus dem Axiom, daß das Ganze gleich der Summe seiner einzelnen Theile ist. Da nun ein zum jährlichen Betriebe eingerichteter Wald als ein Complex von Beständen angesehen werden kann, von welchen jeder einzelne im aussetzenden Betriebe bewirthschaftet wird, so muß man auch den Unternehmergewinn des ganzen Waldes erhalten, indem man den Unternehmergewinn für jede Altersstufe berechnet und die Summe dieser Gewinne bildet.

Man kann den Beweis für die Richtigkeit des obigen Satzes auch dadurch liefern, daß man in die Formel, welche den Unternehmergewinn für den jährlichen Betrieb ausdrückt, für B und N die entsprechenden Werthe einführt. Wir werden sehen, daß das Resultat, zu welchem man gelangt, dem für den aussetzenden Betrieb gefundenen gleich ist.

A. Nehmen wir an, der Unternehmer habe den Boden zu dem Preise uB (wobei $B < B_e$) gekauft, den Normalvorrath aber nach dessen wahrem Werthe bezahlt, welcher sich entweder als Rentirungswerth oder als Kostenwerth unter Zugrundlegung des Bodenerwartungswerthes berechnet. Es ist dann der Werth des Normalvorrathes $= \dfrac{A_u + D_a + \cdots + D_q - C}{0{,}0p} - u\,(B_e + V)$ oder auch =

$$\frac{(B_e+V+C)(1{,}0p^u-1)-[D_a(1{,}0p^{u-a}-1)+\cdots+D_q(1{,}0p^{u-q}-1)]}{0{,}0p}-u\,(B_e+V).$$

Halten wir uns an den zweiten Werth (der erste liefert ganz dasselbe Resultat), so ist der Unternehmergewinn für den jährlichen Betrieb:

$$A_u+D_a+\cdots+D_q-\Big[uB+\frac{(B_e+V+C)(1{,}0p^u-1)-[D_a(1{,}0p^{u-a}-1)+\cdots]}{0{,}0p}$$
$$-\,u\,(B_e+V)+u\,V\Big]\,0{,}0p-C$$
$$=u\,(B_e-B)\,0{,}0p,\ \text{wie beim aussetzenden Betriebe.}$$

B. Nehmen wir dagegen an, der Unternehmer habe den Boden ohne Holzbestand (jedoch, wie vorhin, zu dem Preise uB) gekauft und dann auf diesem Boden den normalen Vorrath erzogen, so kommt ihn der letztere jetzt billiger zu stehen, als in dem vorhergehenden Falle. Der jährliche Unternehmergewinn besteht dann:

a) aus der Rente des Gewinns am Bodenwerthe, welche $= u(B_e - B)\,0{,}0p$ ist;

b) aus der Rente des Gewinns am Vorrathswerthe. Diesen Gewinn erhält man, wenn man von dem unter Zugrundlegung des Bodenerwartungswerthes berechneten Normalvorrath den mit Zugrundlegung des Bodenkostenwerthes ermittelten Normalvorrath abzieht. Ersterer ist, wenn man $B_e = B + \delta$ setzt:

$$= \frac{(B+\delta+V+C)(1{,}0p^u-1) - [D_a(1{,}0p^{u-a}-1)+\cdots+D_q(1{,}0p^{u-q}-1)]}{0{,}0p} - u(B+\delta+V);$$

letzterer ist:

$$= \frac{(B+V+C)(1{,}0p^u-1) - [D_a(1{,}0p^{u-a}-1)+\cdots+D_q(1{,}0p^{u-q}-1)]}{0{,}0p} - u(B+V)$$

Der Unterschied beider Vorräthe ist $\frac{\delta(1{,}0p^u-1)}{0{,}0p} - u\delta$; hiervon beträgt die jährliche Rente $\delta(1{,}0p^u-1) - u\delta \cdot 0{,}0p$, oder $(B_e - B)(1{,}0p^u - 1) - u(B_e - B)\,0{,}0p$.

Hiernach schiene der Unternehmergewinn beim jährlichen Betriebe um den Betrag $(B_e - B)(1{,}0p^u - 1) - u(B_e - B)\,0{,}0p$ größer zu sein, als beim aussetzenden Betriebe. Allein dieser Schluß erweist sich als irrig, wenn man erwägt, daß beim aussetzenden Betriebe der Bezug des Unternehmergewinns vom 1. Jahre an, dagegen beim jährlichen Betriebe erst vom Jahr u an (mit welchem die Bildung des normalen Vorraths erreicht wurde) gerechnet worden ist. Derjenige, welcher den aussetzenden Betrieb erwählt hat, kann also den Gewinn bis zum Jahr $u-1$ auf Zinsen legen; er wird dann in dem genannten Jahre eine Summe S in den Händen haben, deren jährliche Interessen ihm neben dem jährlichen Unternehmergewinn zu Gute kommen. Berechnen wir nun S.

Es ist bis zum Jahr $u-1$ der Prolongirungswerth des jährlichen Unternehmergewinns der

ersten Altersstufe	=	$\delta\cdot0{,}0p\cdot1{,}0p^{u-2}+\delta\cdot0{,}0p\cdot1{,}0p^{u-3}+\delta\cdot0{,}0p\cdot1{,}0p^{u-4}+\cdots+\delta\cdot0{,}0p$
zweiten "	=	$\delta\cdot0{,}0p\cdot1{,}0p^{u-3}+\delta\cdot0{,}0p\cdot1{,}0p^{u-4}+\cdots+\delta\cdot0{,}0p$
dritten "	=	$\delta\cdot0{,}0p\cdot1{,}0p^{u-4}+\cdots+\delta\cdot0{,}0p$
(u-1) ten "	=	$\delta\cdot0{,}0p.$

Die Summe aller dieser Reihenwerthe bildet S, welches man $= \frac{\delta(1{,}0p^u-1)}{0{,}0p} - u\delta$ findet. Hiervon beträgt die jährliche Rente $\delta(1{,}0p^u-1) - u\delta\cdot0{,}0p = (B_e - B)(1{,}0p^u - 1) - u(B_e - B)\,0{,}0p$, also gerade so viel, als beim jährlichen Betrieb.

Sollen nun zwei Betriebsmaßregeln auf ihren unmittelbaren finanziellen Nutzeffect mit einander verglichen werden, so bildet man den Unterschied des beiderseitigen Unternehmergewinns. Da solche Einnahmen und Ausgaben, welche in den beiden Ausdrücken des Unternehmergewinns mit gleichen Werthen erscheinen, bei der Subtraction sich löschen, so können dieselben schon von vorn herein, bei der Berechnung des Unternehmergewinns, außer Acht gelassen werden. So z. B. wird man behufs der Vergleichung der Vortheilhaftigkeit zweier Umtriebszeiten den Bodenkostenwerth und das Kapital der jährlichen Kosten nicht in Rechnung zu nehmen haben, weil beide für alle Umtriebszeiten gleiche Größe besitzen.

II. **Verfahren**: Bestimmung der **Verzinsung des Productionsfonds.**

1) **Ermittlung des Prozentes der laufend-jährlichen Verzinsung** (Verzinsung in einem concreten Jahre).

A. Aussetzender Betrieb. Man dividirt die Werthsmehrung $A_{m+1} - A_m$, welche einem Bestand vom Jahr m bis zum Jahr $m + 1$ zu Theil wird, durch den im Jahr m vorhandenen Productionsfonds und multiplizirt den erhaltenen Quotienten mit 100.

Zur Kenntniß der Größe des Productionsfonds gelangt man auf folgendem Wege.

Man prolongirt den im Jahr 0 vorhandenen Productionsfonds $B + V + C$ bis zum Jahr m und erhält somit $(B + V + C)1{,}0p^m$. Haben schon vor dem Jahr m, und zwar in den Jahren a, b, ... Erträge D_a, D_b, ... stattgefunden, so müssen diese mit ihren Nachwerthen $D_a 1{,}0p^{m-a}$, $D_b 1{,}0p^{m-b}$ ..... in Abzug gebracht werden. Man erhält so den „entlasteten" Productionsfonds

$$(B + V + C)\,1{,}0p^m - (D_a 1{,}0p^{m-a} + D_b 1{,}0p^{m-b} \ldots.)$$
$$= \left[B + V + C - \left(\frac{D_a}{1{,}0p^a} + \frac{D_b}{1{,}0p^b} + \cdots\cdot\right)\right] 1{,}0p^m.$$

Es drückt sich also das Verzinsungsprozent p_1 der Productionsfonds im Jahre m durch die Formel

$$p_1 = \frac{(A_{m+1} - A_m)100}{\left[B + V + C - \left(\frac{D_a}{1{,}0p^a} + \frac{D_b}{1{,}0p^b} + \cdots\cdot\right)\right] 1{,}0p^m}$$

aus.

Fügt man dem Nenner dieses Bruches $B + V - (B + V)$ zu, so erhält man:

$$\left[B + V + C - \left(\frac{D_a}{1{,}0p^a} + \frac{D_b}{1{,}0p^b} + \cdots\right)\right]1{,}0p^m + B + V - (B + V)$$
$$= (B + V)(1{,}0p^m - 1) + C\,1{,}0p^m - (D_a 1{,}0p^{m-a} + D_b 1{,}0p^{m-b} + \cdots) + B + V$$
$$= H_k + B + V,$$

weil $(B + V)(1{,}0p^m - 1) + C\,1{,}0p^m - (D_a 1{,}0p^{m-a} + D_b 1{,}0p^{m-b} + \cdots) =$ dem m jährigen Bestandskostenwerthe H_k ist. Es wäre alsdann:

$$p_1 = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{H_k + B + V}$$

Unterstellt man anstatt des Bestandskostenwerthes H_k den Bestandsverbrauchswerth A_m, so hat man:

$$p_1 = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{A_m + B + V}.$$

Das Prozent, welches man mittelst dieser Formel erhält, weicht von demjenigen, welches die vorhergehende (richtige) Formel ergibt, um so mehr ab, je größer der Unterschied von H_k und A_m ist. Eine völlige Uebereinstimmung der beiden Formeln findet jedenfalls dann statt, wenn $m = u$ ist und für B der Bodenerwartungswerth B_e gesetzt wird, weil unter diesen Umständen der Bestandskostenwerth dem Bestandsverbrauchswerth gleich ist (s. S. 71.).

Ist die einzuhaltende Umtriebszeit u im Voraus bestimmt, so kann im Productionsfonds vom Jahr 0 statt der Culturkosten C auch das Culturkostenkapital $\frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}$ gesetzt werden. In diesem Falle wird das Culturkostenkapital gerade wie B und V behandelt, d. h. man darf dem bis zum Jahr m zu prolongirenden Productionsfonds nur die Zinsen und Zinseszinsen des Culturkostenkapitals, also $\frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}(1{,}0p^m - 1)$ aufrechnen. Der Aufwand, welchen der Waldbesitzer im Laufe der Umtriebszeit für Cultur zu bestreiten hat, bleibt sich natürlich in beiden Fällen gleich; er ist nämlich im ersten Falle $= C\,1{,}0p^u$; im zweiten Falle $= \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}(1{,}0p^u - 1) = C\,1{,}0p^u$.

B. Jährlicher Betrieb. Bei diesem ist der jährliche Rauhertrag = der Summe der laufend-jährlichen Werthszuwachse aller Altersstufen $= A_u - A_{u-1} + A_{u-1} - A_{u-2} + \cdots + A_{q+1} - (A_q - D_q) + A_q - A_{q-1} + \cdots + A_2 - A_1 + A_1 = A_u + D_a + \cdots + D_q$; der Productionsfonds ist = der Summe der Bestandskostenwerthe aller Altersstufen $+ u(B + V)$ = dem Kostenwerthe des normalen Vorrathes $+ u(B + V) =$

$$= \frac{(B+V+C)(1{,}0p^u - 1) - [D_a(1{,}0p^{u-a} - 1) + \cdots + D_q(1{,}0p^{u-q} - 1)]}{0{,}0p}$$
$$- u(B + V) + u(B + V)$$
$$= \frac{(B+V+C)(1{,}0p^u - 1) - [D_a(1{,}0p^{u-a} - 1) + \cdots + D_q(1{,}0p^{u-q} - 1)]}{0{,}0p},$$

also das Verzinsungsprozent

$$p_1 = \frac{(A_u + D_a + \cdots + D_q)100}{\frac{(B+V+C)(1{,}0p^u - 1) - [D_a(1{,}0p^{u-a} - 1) + \cdots + D_q(1{,}0p^{u-q} - 1)]}{0{,}0p}}$$
$$= \frac{(A_u + D_a + \cdots + D_q)p}{(B+V+C)(1{,}0p^u - 1) - [D_a(1{,}0p^{u-a} - 1) + \cdots + D_q(1{,}0p^{u-q} - 1)]}.$$

Ist der Betrieb ein nachhaltiger, so muß dem Productionsfonds einer jeden Altersstufe, welche das Haubarkeitsalter u erreicht hat, C zugefügt werden, weil die im Jahre 0 angelegten Culturkosten durch den Bestand absorbirt worden sind. Das Kapital dieses, jährlich sich wiederholenden, Aufwandes ist $= \frac{C}{0,0p}$, somit für den nachhaltigen Betrieb

$$p_1 = \frac{(A_u + D_a + \cdots D_q)100}{\frac{(B+V+C)(1,0p^u-1)-[D_a(1,0p^{u-a}-1)+\cdots+D_q(1,0p^{u-q}-1)]}{0,0p} + \frac{C}{0,0p}}$$

$$= \frac{(A_u + D_a + \cdots + D_q)p}{\left(B + V + \frac{C\,1,0p^u}{1,0p^u-1}\right)(1,0p^u-1)-[D_a(1,0p^{u-a}-1)+\cdots+D_q(1,0p^{u-q}-1)]}$$

Zu demselben Resultate wäre man gelangt, wenn man in den ursprünglichen Productionsfonds jeder Altersstufe statt C das Culturkostenkapital $\frac{C1,0p^u}{1,0p^u - 1}$ eingeführt hätte.

2) **Ermittlung des Prozentes der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung.** *) Unter 1) haben wir gesehen, wie der nach seinem Kostenaufwand veranschlagte Productionsfonds durch den laufend-jährlichen Werthszuwachs eines Bestandes von Jahr zu Jahr sich verzinst. Diese Verzinsung ist eine ungleichmäßige. Will man die jährlich-gleichmäßige Verzinsung des Productionsfonds wissen, so muß man den durchschnittlich-jährlichen Rauhertrag durch den Productionsfonds dividiren; multiplizirt man den gewonnenen Quotienten mit 100, so erhält man das Verzinsunsprozent.

A. Aussetzender Betrieb. Nach S. 95 ist der durchschnittlich-jährliche Rauhertrag des aussetzenden Betriebs

$$= \left(\frac{A_u + D_a 1,0p^{u-a} + \cdots + D_q 1,0p^{u-q}}{1,0p^u - 1}\right) 0,0p;$$

der kostenmäßige Productionsfonds, welcher das Kapital dieser Rente vorstellt, ist $= B + V + \frac{C1,0p^u}{1,0p^u - 1}$; mithin das Verzinsungsprozent

$$p = \frac{\left(\frac{A_u + D_a 1,0p^{u-a} + \cdots + D_q 1,0p^{u-q}}{1,0p^u - 1}\right) 0,0p \cdot 100}{B + V + \frac{C\,1,0p^u}{1,0p^u - 1}}$$

$$= \frac{\left(\frac{A_u + D_a 1,0p^{u-a} + \cdots + D_q 1,0p^{u-q}}{1,0p^u - 1}\right) p}{B + V + \frac{C\,1,0p^u}{1,0p^u - 1}}.$$

*) Preßler's „thatsächliches oder ertragsmäßiges Wirthschaftsprozent." (Rat. Waldwirth II, 87; Allg. Forst- und Jagd-Zeitung, 1860, S. 471.)

B. **Jährlicher Betrieb.** Bei diesem ist der jährliche Rauhertrag $= A_u + D_a + \cdots + D_q$; der Productionsfonds $= uB + uN + uV + \frac{C}{0{,}0p}$, somit das Verzinsungsprozent

$$p = \frac{(A_u + D_a + \cdots + D_q)100}{uB + uN + uV + \frac{C}{0{,}0p}},$$

oder, wenn man für uN seinen Kostenwerth nach S. 86 einführt,

$$p = \frac{(A_u + D_a + \cdots + D_q)\,p}{\left(B + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u-1}\right)(1{,}0p^u-1)-[D_a(1{,}0p^{u-a}-1)+\cdots+D_q(1{,}0p^{u-q}-1)]}$$

wie bei dem aussetzenden Betriebe.

Bei dem jährlichen Betriebe sind die vor dem Jahre $u-1$ bezogenen Zwischennutzungen bis zum Jahre $u-1$ auf den Betrag

$$\frac{D_a(1{,}0p^{u-a}-1) + \cdots + D_q(1{,}0p^{u-q}-1)}{0{,}0p}$$

angewachsen. Setzt man diesen Kapitalwerth dem Nenner, die Rente des ersteren dem Zähler des vorstehend für p gewonnenen Ausdruckes zu, so findet man, daß die durchschnittlich-jährliche Verzinsung des aussetzenden und des jährlichen Betriebes gleich groß ist.

Anmerkung. Will man dasjenige Prozent p_1 wissen, für welches die Interessen des kostenmäßigen Productionsfonds der Summe der Rauherträge gleich werden, so bildet man für den **aussetzenden** Betrieb die Gleichung

$$\left(B+V+\frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u-1}\right)(1{,}0p_1{}^u-1) = A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q};$$

hieraus folgt

$$1{,}0p_1 = \left(\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}}{B + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}} + 1\right)^{\frac{1}{u}}.$$

Für den **jährlichen** Betrieb gilt die unter 2, B aufgestellte Gleichung.

Setzt man das Prozent p_2, mit welchem das Kapital der jährlichen Kosten und der Culturkosten zu berechnen ist, gleich demjenigen Prozente, bei dessen Anwendung die Interessen des Productionsaufwandes den Erträgen gleich werden, so hat man für den **aussetzenden** Betrieb die Gleichung

$$\left(B+\frac{V}{0{,}0p_2}+\frac{C\,1{,}0p_2{}^u}{1{,}0p_2{}^u-1}\right)(1{,}0p_2{}^u-1) = A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}.$$

Diese Gleichung bringt man zuerst auf Null und leitet dann aus ihr p_2 nach den bekannten Regeln für die Auflösung der höheren Gleichungen her.

Für den jährlichen Betrieb erhält man die Gleichung

$$A_u + D_a + \cdots + D_q = \left(B + \frac{V}{0{,}0p_2} + \frac{C\,1{,}0p_2{}^u}{1{,}0p_2{}^u - 1}\right)(1{,}0p_2{}^u - 1)$$
$$- [D_a(1{,}0p^{u-a} - 1) + \cdots + D_q(1{,}0p^{u-q} - 1)],$$

oder:

$$\left(B + \frac{V}{0{,}0p_2} + \frac{C\,1{,}0p_2{}^u}{1{,}0p_2{}^u\text{-}1}\right)(1{,}0p_2{}^u\text{-}1) = A_u + D_a 1{,}0p^{u\text{-}a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u\text{-}q}$$

wie bei dem aussetzenden Betrieb.

Nimmt man endlich durch die ganze Gleichung hin, also auch zum Prolongiren der Zwischennutzungen ein gleiches Prozent p_3 an, so erhält man für den aussetzenden Betrieb

$$\left(B + \frac{V}{0{,}0p_3} + \frac{C\,1{,}0p_3{}^u}{1{,}0p_3{}^u\text{-}1}\right)(1{,}0p_3{}^u\text{-}1) = A_u + D_a 1{,}0p_3{}^{u\text{-}a} + \cdots + D_q 1{,}0p_3{}^{u\text{-}q}$$

und für den jährlichen Betrieb

$$A_u + D_a + \cdots + D_q = \left(B + \frac{V}{0{,}0p_3} + \frac{C\,1{,}0p_3{}^u}{1{,}0p_3{}^u - 1}\right)(1{,}0p_3{}^u - 1)$$
$$- [D_a(1{,}0p_3{}^{u-a} - 1) + \cdots + D_q(1{,}0p_3{}^{u-q} - 1)],$$

oder:

$$\left(B + \frac{V}{0{,}0p_3} + \frac{C1{,}0p_3{}^u}{1{,}0p_3{}^u\text{-}1}\right)(1{,}0p_3{}^u\text{-}1) = A_u + D_a 1{,}0p_3{}^{u\text{-}a} + \cdots + D_q 1{,}0p_3{}^{u\text{-}q}$$

wie beim aussetzenden Betrieb.

Es stellt p_3 dasjenige Prozent vor, zu welchem die Waldwirthschaft rentirt, wenn man annimmt, daß sämmtliche Walderträge nur wieder im Walde selbst verzinslich angelegt werden. Vergl. S. 11.

II. Titel.

Untersuchungen über die Größe des Unternehmergewinns.

Der Unternehmergewinn hängt ab:

I. **Von dem Rauhertrage.** Der Unternehmergewinn ist der Größe der auf einen gemeinschaftlichen Zeitpunkt reduzirten Rauherträge proportional. Deshalb gewähren unter sonst gleichen Umständen (gleichem Productionsfonds, gleicher Umtriebszeit 2c.) Nadelhölzer, welche in verhältnißmäßig kurzer Zeit große Holzmassenerträge und unter diesen sehr viel Nutzholz liefern, in der Regel einen höheren Gewinn, als Laubhölzer.

II. **Von dem Productionsfonds.** Der Unternehmergewinn steht in umgekehrtem Verhältnisse zu der Größe des Productionsfonds. Daher läßt sich jener u. A. dadurch erhöhen, daß man an den Kosten für Kultur, Verwaltung, Schutz ꝛc. Ersparnisse bewirkt. Betrachten wir nun noch insbesondere den Bodenwerth.

1) Wie sich bereits aus dem Vorhergehenden ergibt, gestaltet sich der Unternehmergewinn für die nämliche Umtriebszeit um so größer, je kleiner der **Bodenkostenwerth** ist. Wenn also z. B. Jemand einen Boden unter dessen wahrem Werthe gekauft hat, so wird er bei der Wirthschaft profitiren, dagegen wird er Verlust haben, wenn der Bodenkostenwerth den Bodenerwartungswerth übertrifft.

2) **Nimmt man als Bodenwerth den Bodenerwartungswerth an, so verzinst die Wirthschaft nur den Productionsfonds, liefert aber keinen Unternehmergewinn.** Beweis:

A. Für den aussetzenden Betrieb. Wir wollen den Beweis hier nur für die Methode der Nachwerthe liefern, weil er sich für die übrigen Methoden in analoger Weise führt. Setzen wir den Unternehmergewinn zu Ende der Umtriebszeit $= x$, so ist für die Methode der Nachwerthe

$$x = A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - \left(B + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right)(1{,}0p^u - 1).$$

Führt man in diese Gleichung für B den Bodenerwartungswerth

$$Be = \frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V$$

ein, so erhält man

$$x = A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}$$
$$- \left(\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right)(1{,}0p^u - 1) = 0.$$

B. Für den jährlichen Betrieb. Bei diesem ist

$$x = A_u + D_a + \cdots + D_q - (uB + uN + uV)\,0{,}0p - C.$$

Unter Zugrundlegung des Bodenerwartungswerthes ist

$$uN = \frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - C}{0{,}0p} - uV - uB,$$

mithin

$$x = A_u + D_a + \cdots + D_q$$
$$- \left(uB + \frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - C}{0{,}0p} - uV - uB + uV\right)0{,}0p - C = 0.$$

III. **Von der Umtriebszeit. Diejenige Umtriebszeit liefert den größten Unternehmergewinn, für welche der größte Bodenerwartungswerth oder die größte Bodenrente sich berechnet.** Beweis.

1) **Für den aussetzenden Betrieb.**

A. Methode der Nachwerthe. Will man die Nachwerthe des Unternehmergewinns zweier Umtriebszeiten u und u vergleichen, so kann man zu diesem Zwecke etwa in der Weise verfahren, daß man alle Erträge und Kosten, welche sich bei Einhaltung der einen und der andern Umtriebszeit ergeben, auf das Ende eines Zeitraumes prolongirt, dessen Größe sowohl durch u als auch durch u theilbar ist. Nehmen wir z. B. diesen Zeitraum = uu an, nennen wir A_u und A_u die Haubarkeitserträge und x_1, x_2 die auf das Jahr uu prolongirten Nachwerthe der Unternehmergewinne, welche den Umtriebszeiten u und u entprechen, so hat man im Jahr uu

$$
\begin{aligned}
x_1 = {} & A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} \\
& + (A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}) 1{,}0p^u + \cdots \\
& + (A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}) 1{,}0p^{(u-1)u} \\
& - \left(B + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right)(1{,}0p^{uu} - 1) \\
= {} & \left(\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1}\right)(1{,}0p^{uu} - 1) \\
& - \left(B + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right)(1{,}0p^{uu} - 1) \\
= {} & \left(\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V - B\right)(1{,}0p^{uu} - 1)
\end{aligned}
$$

oder, wenn wir

$$\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V = {}_uB_e$$

nennen, $x_1 = ({}_uB_e - B)(1{,}0p^{uu} - 1)$.

In analoger Weise findet man

$$x_2 = ({}_uB_e - B)(1{,}0p^{uu} - 1).$$

Es wird also x_1 in dem Falle größer sein, als x_2, wenn ${}_uB_e$ größer ist als ${}_uB_e$, und der Unternehmergewinn wird seinen größten Werth für diejenige Umtriebszeit erreichen, welche das Maximum des Bodenerwartungswerthes liefert.

Man kann den Nachwerth des Unternehmergewinns auch auf jedes beliebige Jahr m reduziren. Zu diesem Zwecke verwandelt man den Unternehmergewinn in eine jährliche Rente und prolongirt die vom Jahr 1 bis zum Jahr m erfolgenden m Renten auf das Ende des Jahres m.

Die jährliche Rente des Unternehmergewinns, welche der u jährigen Umtriebszeit entspricht, ist (nach Formel IX Seite 38):

$$\left[\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - \left(B + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right)(1{,}0p^u - 1)}{1{,}0p^u - 1}\right] 0{,}0p.$$

Der Summenwerth von m solcher Renten, von welchen je eine am Ende des ersten, zweiten, dritten ...... Jahres verzinslich angelegt wird, ist am Ende des m ten Jahres (nach Formel IV Seite 37):

$$\left[\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - \left(B + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right)(1{,}0p^u - 1)}{1{,}0p^u - 1}\right] 0{,}0p \frac{(1{,}0p^m - 1)}{0{,}0p}$$

$$= \left(\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V - B\right)(1{,}0p^m - 1)$$

$$= ({}_uB_e - B)(1{,}0p^m - 1).$$

Ebenso findet man im Jahre m den Nachwerth des Unternehmergewinns, welcher der u jährigen Umtriebszeit entspricht,

$$= ({}_uB_e - B)(1{,}0p^m - 1).$$

B. **Methode der Vorwerthe.** Nach dieser ist der Jetztwerth des gesammten Unternehmergewinns

$$= \frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1} - \left(B + V + \frac{C 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right)$$

$$= \frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - C 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V - B$$

$$= B_e - B.$$

Es liefert also wieder diejenige Umtriebszeit den größten Unternehmergewinn, für welche der größte Bodenerwartungswerth sich berechnet.

C. **Methode der jährlichen Rente.** Nach dieser berechnet sich der jährliche Unternehmergewinn durch den Ausdruck

$$\left[\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1} - \left(B + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right)\right] 0{,}0p$$

$$= \left(\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V - B\right) 0{,}0p$$

$$= (B_e - B)\ 0{,}0p.$$

Der größte Unternehmergewinn ergibt sich also bei derjenigen Umtriebszeit, für welche die größte Rente des Bodenerwartungswerthes oder der größte Bodenreinertrag sich berechnet. Dieses Resultat stimmt mit dem unter A und B erhaltenen überein, weil die Bodenrente nichts Anderes als die Verzinsung des Bodenwerthes ist.

Anmerkung. Wird die Berechnung der Bodenerwartungswerthe zu dem Zwecke vorgenommen, um nach der Größe dieser Werthe diejenige Umtriebszeit zu bestimmen, welche den größten Unternehmergewinn liefert, so kann das Kapital der jährlichen Kosten (welches wir V genannt haben) vernachlässigt werden, weil es für alle Umtriebszeiten das nämliche ist. Aus demselben Grunde kann der Kapitalwerth der jährlichen Einnahmen unberücksichtigt bleiben (s. S. 101.).

2) **Jährlicher Betrieb.** Ein zu diesem Betriebe eingerichteter Wald kann als ein Complex von Beständen angesehen werden, von welchen jeder im aussetzenden Betriebe bewirthschaftet wird. Da wir nun früher nachgewiesen haben, daß der Unternehmergewinn bei diesen beiden Betriebsweisen gleich ist, so folgt hieraus, daß auch in Bezug auf die Bestimmung der Umtriebszeit beim jährlichen Nachhaltbetriebe dasselbe Gesetz gilt, welches für den aussetzenden Betrieb aufgefunden wurde.

IV. **Von der Eingangszeit der Vornutzungen.**

1) **Aussetzender Betrieb.** Da bei der Berechnung des Unternehmergewinns die Vornutzungen auf das Haubarkeitsalter prolongirt werden, so ergibt sich, daß dieselben den Unternehmergewinn erhöhen, wenn sie frühzeitig eingehen.

2) **Jährlicher Betrieb.** Für diesen drückt sich der Unternehmergewinn durch die Formel

$$A_u + D_a + \cdots + D_q - (uB + uN + uV)0{,}0p - C$$

aus. Offenbar fällt hier der Unternehmergewinn um so größer aus, je kleiner der Normalvorrath ist. Der Betrag des letzteren wird aber durch die Vornutzungen vermindert (entlastet), und zwar um so mehr, je früher die Vornutzungen bezogen werden. Es ergibt sich dies sehr deutlich aus der Formel des Kostenwerthes des Normalvorrathes, welche lautet

$$\frac{(B+V+C)(1{,}0p^{u}-1) - [D_a(1{,}0p^{u-a}-1) + \cdots + D_q(1{,}0p^{u-q}-1)]}{0{,}0p} - u(B+V).$$

Hier erscheinen die Vornutzungen mit ihren Nachwerthen, und letztere sind begreiflich um so größer, je länger der Prolongirungszeitraum ist.

V. **Von der Höhe des Zinsfußes.** Da der Unternehmergewinn im Wesentlichen durch den Unterschied zwischen dem Bodenerwartungswerth und dem Bodenkostenwerth sich ausdrückt, da aber, wie früher nachgewiesen wurde, für einen kleineren Zinsfuß der Bodenerwartungswerth nicht blos größer ausfällt, sondern auch später culminirt, als bei Anwendung eines größeren Zinsfußes, so folgt hieraus:

1) Der Unternehmergewinn steht für gleiche Umtriebszeiten **zu der Höhe des Zinsfußes** in **umgekehrtem** Verhältnisse (obwohl letzteres nicht gerade ein directes ist).[1]

2) Diejenige Umtriebszeit, bei welcher der Unternehmergewinn sein Maximum erreicht, tritt für einen **kleineren** Zinsfuß **später** ein, als für einen größeren.[2]

3) Jede Umtriebszeit kann ein **relatives** Maximum des Unternehmergewinns liefern, weil für jede Umtriebszeit nach Maßgabe des gewählten Zinsfußes ein größter Bodenerwartungswerth sich berechnen läßt.[3]

Liegt ein bekannter Bodenkostenwerth vor, und ist dieser größer, als der Bodenerwartungswerth, welcher mit dem Zinsfuß p für eine gewisse Umtriebszeit sich berechnet, so gestaltet sich der Unternehmergewinn negativ, die Wirthschaft hat also Verlust. Um diesen auf Null zu bringen, oder ihn gar in eine positive Größe zu verwandeln, kann man zwei Wege einschlagen. Entweder: man sucht, unter Beibehaltung von p, eine andere Umtriebszeit auf, für welche ein größerer Bodenerwartungswerth sich berechnet.[4] Doch verfängt dieses Mittel nur so lange, als das Maximum des Bodenerwartungswerthes, welches für den Zinsfuß p sich ergibt, den Bodenkostenwerth noch übersteigt, oder ihm wenigstens gleich kommt (im letzteren Falle wäre der Verlust gerade = Null.[5]) Oder: man ändert (ermäßigt) den Zinsfuß. Diese Maßregel bewirkt, daß der Bodenerwartungswerth wächst. Verzichtet der Waldbesitzer auf Unternehmergewinn, will er aber den größtmöglichen Zinsfuß genießen, ohne jedoch bei der Wirthschaft Verlust zu haben, so muß er die relativ niedrigste Umtriebszeit aufsuchen, für welche der Bodenerwartungswerth culminirt und zugleich dem Bodenkostenwerth gleich wird.[6])

1) Nimmt man z. B. $B_k = 10$ an, so ist für die in Tabelle A. verzeichneten Erträge und $C = 2$, $v = 0{,}3$ Thlr. bei

einer Umtriebszeit von	50	60	70	80	90 Jahren
	für einen Zinsfuß von 1 %:				
der Vorwerth des Unternehmergewinns	135,7	188,4	229,1	235,2	234,1
	für einen Zinsfuß von 3 %:				
	13,1	18,4	20,2	16,5	12,3
	für einen Zinsfuß von 4 %:				
	0,4	2,0	1,6	−1,3	−4,1.

2) Vergleiche die Zahlen des Beispiels der vorhergehenden Note.

3) So z. B. liefert (siehe Note 1) die 60jährige Umtriebszeit ein relatives Maximum des Unternehmergewinns für den Zinsfuß von 4 %, die 70jährige für 3 %, die 80jährige für 1 %.

4) Wäre z. B. $B_k = 30{,}2133$, $p = 3$, $u = 50$, so würde der Verlust (als Vorwerth berechnet) $= 30{,}2133 - 23{,}1053 = 7{,}1080$ betragen. Erhöht man aber u auf das 70. Jahr, so ist der Verlust $= 30{,}2133 - 30{,}2133 = 0$.

5) Wäre z. B. $B_k = 40$, so würde der Unternehmergewinn in eine positive Größe nicht zu verwandeln sein, weil für $p = 3$ die 70jährige Umtriebszeit das Maximum des Unternehmergewinns im Betrage von 30,2133 liefert.

6) Wäre z. B. $B_k = 76{,}6788$, $u = 60$, $p = 3$, so würde die Wirthschaft bei dieser Umtriebszeit (und, wenn man $p = 3$ beibehält, auch bei allen übrigen Umtriebszeiten) Verlust haben. Setzt man jetzt $p = 1$, so erhält man für $u = 60$ den Unternehmergewinn $= 198{,}38 - 76{,}6788$, mithin eine positive Größe. Allein $p = 1$ ist nicht der höchste Zinsfuß, für welchen der Unternehmergewinn positiv oder = Null werden kann. Denn für $p = 2$ und $u = 70$ erhält man als Unternehmergewinn $76{,}6788 - 76{,}6788 = 0$.

III. Titel.

Untersuchungen über die Verzinsung des Productionsfonds.

I. Laufend-jährliche Verzinsung des Productionsfonds.

1) **Aussetzender Betrieb.** Die Größe des Verzinsungsprozentes, welches sich bei diesem Betriebe, wie wir Seite 102 gesehen haben, durch die Formel

$$p_1 = \frac{(A_{m+1} - A_m)100}{\left[B + V + C - \left(\frac{D_a}{1{,}0p^a} + \frac{D_b}{1{,}0p^b} + \cdots\right)\right]1{,}0p^m}$$

ausdrückt, hängt ab:

A. Von der Größe des laufend-jährlichen Werthszuwachses $A_{m+1} - A_m$. Letzterer ist von vorn herein sehr klein, er steigt anfangs langsam, dann rascher und erreicht sein Maximum geraume Zeit vor der Culmination des durchschnittlich-jährlichen Werthszuwachses. So z. B. tritt für unsere Ertragstafel A das Maximum des durchschnittlich-jährlichen Werthszuwachses zwischen dem 60. und 70., das Maximum des durchschnittlich-jährlichen Zuwachses im 90. Jahre ein.

B. Von der Größe des Productionsfonds. Die Verzinsung des Productionsfonds steht zu der Größe des letzteren in umgekehrtem Verhältnisse. Bodenwerth insbesondere. Je mehr der Bodenerwartungswerth den Bodenkostenwerth übertrifft, um so länger dauert es, bis eine gewisse Verzinsung des Productionsfonds erreicht wird.

C. Von dem Bestandsalter.

a) Gang der Verzinsung im Allgemeinen. Das Verzinsungsprozent p_1 zeigt einen ähnlichen Gang, wie der laufend-jährliche Werthszuwachs. Es erreicht in maximo einen höheren Betrag und culminirt früher, als das Prozent p der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung. So z. B. culminirt das Prozent der laufend-jährlichen Verzinsung für $B = 30{,}2133$ und $p = 3$ im 50. Jahre; es ist dann $p_1 = 4{,}4$, während das Prozent der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung erst für die 70jährige Umtriebszeit mit $p = 3$ seinen höchsten Betrag erlangt.

b) Erscheint der Bodenwerth im Productionsfonds als Bodenerwartungswerth, so ist p_1 **vor** demjenigen Zeitpunkt, in welchem der Bodenerwartungswerth sein Maximum erreicht, größer, und **nach** jenem Zeitpunkte kleiner, als das Prozent p, mit welchem der Bodenerwartungswerth berechnet wurde.*)

Beweis. Nach Maßgabe der obigen Formel drückt sich die vom Jahr u bis zum Jahr u + 1 erfolgende Verzinsung des Productionsfonds durch die Gleichung:

$$p_1 = \frac{(A_{u+1} - A_u)\,100}{\left[B + V + C - \left(\frac{D_a}{1{,}0p^a} + \cdots + \frac{D_q}{1{,}0p^q}\right)\right] 1{,}0p^u},$$

und die vom Jahr u — 1 bis zum Jahr u erfolgende Verzinsung des Productionsfonds durch die Gleichung

$$p_2 = \frac{(A_u - A_{u-1})\,100}{\left[B + V + C - \left(\frac{D_a}{1{,}0p^a} + \cdots + \frac{D_q}{1{,}0p^q}\right)\right] 1{,}0p^{u-1}}$$

aus. Nun kann man nachweisen, daß p_1 und p_2 dann gleich p sind, wenn die Abtriebserträge A_{u-1}, A_u, A_{u+1} als Bestandskostenwerthe sich verrechnen lassen. Denn man hat alsdann z. B. für den Zähler der ersten Gleichung:

*) Dieser Satz ist seinem Wesen nach bereits 1860 von Preßler aufgestellt und bewiesen worden (Allg. Forst- und Jagd-Zeitung, S. 53 und 54). Wir haben mit Rücksicht auf den in unserer Schrift eingehaltenen Gang der Darstellung eine Beweisesform gewählt, welche von der Preßler'schen etwas abweicht.

$$A_{u+1} - A_u = (B+V)(1{,}0p^{u+1}-1) + C\,1{,}0p^{u+1} - (D_a 1{,}0p^{u+1-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u+1-q}) - [(B+V)(1{,}0p^u - 1) + C\,1{,}0p^u - (D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q})]$$

$$= \left[B+V+C-\left(\frac{D_a}{1{,}0p^a} + \cdots + \frac{D_q}{1{,}0p^q}\right)\right] 1{,}0p^u \cdot 0{,}0p,$$

also:

$$p_1 = \frac{\left[B+V+C-\left(\frac{D_a}{1{,}0p^a} + \cdots + \frac{D_q}{1{,}0p^q}\right)\right] 1{,}0p^u \cdot 0{,}0p \cdot 100}{\left[B+V+C-\left(\frac{D_a}{1{,}0p^a} + \cdots + \frac{D_q}{1{,}0p^q}\right)\right] 1{,}0p^u} = p.$$

Ebenso würde man unter der angenommenen Voraussetzung $p_2 = p$ finden. Da nun aber nur A_u gleich dem Bestandskostenwerthe ist, da ferner, wie sich aus Seite 75 ergibt, A_{u-1} und A_{u+1} kleiner als die zugehörigen Bestandskostenwerthe sind, so folgt hieraus, daß $p_1 < p$ und $p_2 > p$ ist.

D. Von der Höhe des Zinsfußes p, mit welchem man den Productionsfonds berechnet. Da der Werth des letzteren mit der Größe von p steigt, so liefert ein hoher Zinsfuß eine geringe Verzinsung des Productionsfonds, und umgekehrt.

2) **Jährlicher Betrieb.** Das Verzinsungsprozent, welches sich bei diesem Betriebe (s. S. 103.) durch die Formel:

$$p_1 = \frac{(A_u + D_a + \cdots + D_q)p}{\left(B+V+\frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u-1}\right)(1{,}0p^u-1) - [D_a(1{,}0p^{u-a}-1) + \cdots + D_q(1{,}0p^{u-q}-1)]}$$

ausdrückt, hängt ab:

A. Von der Größe der rauhen Einnahme, zu welcher p_1 in directem Verhältnisse steht.

B. Von der Größe des Productionsfonds, insbesondere:

a) von dem normalen Vorrath. Je kleiner der letztere ist, um so größer stellt sich p_1. Daher ergibt sich eine höhere Verzinsung in dem Falle, wenn die Durchforstungen frühzeitig vorgenommen werden, weil dieselben den Kostenwerth des normalen Vorrathes alsdann in stärkerem Grade entlasten.

b) Von dem Bodenwerthe.

α) Für den Fall, daß der Bodenwerth im Productionsfonds als Bodenkostenwerth erscheint, ist p_1 um so größer, je mehr der Bodenerwartungswerth B_e den Bodenkostenwerth B übertrifft. Denn setzt man $B = B_e - \delta$, und drückt man gleichzeitig B_e durch die Formel des Bodenerwartungswerthes aus, so hat man

$$p_1 = (A_u + D_a + \cdots + D_q)\,p : \left[\left(B_e - \delta + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right)(1{,}0p^u - 1) - \left(D_a(1{,}0p^{u-a} - 1) + \cdots + (D_q 1{,}0p^{u-q} - 1)\right)\right],$$

und, wenn man für B_e seinen Werth setzt, nach einigen Reductionen:

$$p_1 = \frac{(A_u + D_a + \cdots + D_q)\,p}{A_u + D_a + \cdots + D_q - \delta(1{,}0p^u - 1)} = \frac{(A_u + D_a + \cdots + D_q)\,p}{A_u + D_a + \cdots + D_q - (B_e - B)(1{,}0p^u - 1)}.$$

Je größer der Unterschied von B_e und B ist, um so kleiner gestaltet sich der Nenner des Bruches; um so größer wird also p_1. Hieraus folgt denn weiter, daß beim jährlichen Betriebe die Verzinsung des Productionsfonds am größten ist bei Einhaltung derjenigen Umtriebszeit, für welche der größte Bodenerwartungswerth sich berechnet.

β) Für den Fall, daß der Bodenwerth im Productionsfonds als Bodenerwartungswerth erscheint, ist für jede Umtriebszeit $p_1 = p$. Denn setzt man in der vorstehenden Formel $B_e = B$, oder $\delta = 0$, so ist:

$$p_1 = \frac{(A_u + D_a + \cdots + D_q)\,p}{A_u + D_a + \cdots + D_q} = p, \text{ w. z. b. w.}$$

C. Von der Höhe des Zinsfußes p. Da der Kostenwerth des normalen Vorrathes mit der Höhe von p (wenn auch nicht in directem Verhältnisse) steigt, so folgt hieraus, daß p_1 zu der Größe von p in (annähernd) umgekehrtem Verhältnisse steht.

II. Durchschnittlich-jährliche Verzinsung des Productionsfonds.

1) **Aussetzender Betrieb.** Die durchschnittlich-jährliche Verzinsung des Productionsfonds, welche sich, wie wir S. 104 gesehen haben, für den aussetzenden Betrieb durch die Gleichung

$$\mathfrak{p} = \frac{\left(\dfrac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1}\right)p}{B + V + \dfrac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}}$$

ausdrückt, hängt ab:

A. Von der Größe der rauhen Einnahmen, insbesondere auch von den Eingangszeiten der Vornutzungen.

B. Von der Größe des Productionsfonds, insbesondere vom Bodenwerth.

a) Für den Fall, daß der Bodenwerth im Productionsfonds als Bodenkostenwerth B_k erscheint, ist $\mathfrak{p}$ um so größer, je mehr der Bodenerwartungswerth B_e den Bodenkostenwerth übertrifft. Denn fügt man dem Zähler der vorstehenden Gleichung $\dfrac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - \dfrac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} + V - V$

zu, wodurch der Werth desselben begreiflicher Weise nicht geändert wird, so hat man:

$$\mathfrak{p} = \frac{\left[\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right] p}{B_k + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}}$$

$$= \frac{\left(B_e + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right) p}{B_k + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}}$$

Aus diesem Ausdrucke geht die Richtigkeit des so eben ausgesprochenen Satzes hervor.

b) **Für den Fall, daß der Bodenwerth im Productionsfonds als Bodenerwartungswerth B_e erscheint, ist für jede Umtriebszeit $\mathfrak{p} = p$.** Man hat nämlich alsdann (siehe a)

$$\mathfrak{p} = \frac{\left(B_e + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right) p}{B_e + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}} = p.$$

C. **Von der Länge der Umtriebszeit.** Aus a) folgt, **daß die durchschnittlich-jährliche Verzinsung des Productionsfonds in dem Falle, wenn ein gegebener Bodenkostenwerth vorliegt, am größten ist für diejenige Umtriebszeit, für welche der größte Bodenerwartungswerth sich berechnet.**

D. **Von der Höhe des Zinsfußes p.** Die durchschnittlich-jährliche Verzinsung des Productionsfonds ist um so größer, je kleiner p angenommen wird. Denn unter a haben wir gesehen, daß

$$\mathfrak{p} = \frac{\left(B_e + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right) p}{B_k + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}}$$

ist. Da nun, wenn p fällt, B_e in noch stärkerem Verhältnisse steigt (siehe S. 50), so folgt hieraus, daß $\mathfrak{p}$ und p in (annähernd) umgekehrtem Verhältnisse zu einander stehen. Das will sagen: die Forstwirthschaft rentirt verhältnißmäßig um so schlechter, je größer der

Zinsfuß p ist, zu welchem die Kapitalien der Forstwirthschaft anderweitig verzinslich angelegt werden könnten.

Beispiel. Für $B_k = 20$, $v = 0{,}3$, $C = 2$, $u = 70$ und die in Tabelle A. verzeichneten Erträge berechnet sich für $p = 3$, B_e zu 30,2133 Thlrn., und

$$\mathfrak{p} = \frac{(30{,}2133 + 10 + 2{,}2898)3}{20 + 10 + 2{,}2898} = \frac{42{,}5031 \cdot 3}{32{,}2898} = 3{,}95.$$

Dagegen ist für $p = 2$, $B_e = 76{,}6788$ und:

$$\mathfrak{p} = \frac{(76{,}6788 + 15 + 2{,}6668)2}{20 + 15 + 2{,}6668} = 5{,}01.$$

2) **Jährlicher Betrieb.** Da für diesen Betrieb bei nachhaltiger Wirthschaft die durchschnittlich-jährliche Verzinsung des Productionsfonds mit der laufend-jährlichen zusammenfällt, so gelten bezüglich ersterer ganz dieselben Gesetze, welche wir unter I, 2, S. 114 u. 115 aufgefunden haben.

Anmerkung. Die unter 1) A bis C enthaltenen Sätze lassen sich auch für $\mathfrak{p}_1$, $\mathfrak{p}_2$ und $\mathfrak{p}_3$ (s. S. 105 und 106) nachweisen.

Zweiter Abschnitt.

Lösung einiger Aufgaben der forstlichen Statik.

I. Titel.

Wahl der Umtriebszeit.

Je nach den Zwecken, welche mittelst der Waldwirthschaft erreicht werden sollen, kann die Umtriebszeit eine verschiedene sein. Es lassen sich folgende Haupt-Gruppen von Umtriebszeiten unterscheiden:

I. **Finanzielle Umtriebszeit.**

1) **Begriff.** Unter der finanziellen Umtriebszeit verstehen wir diejenige, für welche

A. der Unternehmergewinn, oder

B. die durchschnittlich-jährliche Verzinsung des Productionsfonds am größten ist.

2) **Länge der finanziellen Umtriebszeit.** Wie sich aus dem vorhergehenden Abschnitte Seite 108 und 116 ergibt, stellt sich der größte Unternehmergewinn und die größte durchschnittlich-jährliche Verzinsung des Productionsfonds für diejenige Umtriebszeit heraus, für welche der Bodenerwartungswerth sein Maximum erreicht.

Da der Bodenerwartungswerth, je nach der Größe des Zinsfußes, zu verschiedenen Zeiten culminiren kann, so folgt hieraus, daß die Länge der finanziellen Umtriebszeit wesentlich durch die Größe des Zinsfußes bedingt wird, mit welchem man den Bodenerwartungswerth berechnet. So z. B. tritt diese Umtriebszeit für $C = 2$, $v = 0{,}3$ und die in der Anlage A verzeichneten Erträge bei 4 % im 60., bei 3 % im 70., bei 1 % im 80. Jahre ein.

3) **Bestimmung der finanziellen Umtriebszeit nach Maßgabe der laufend-jährlichen Verzinsung des Productionsfonds.** Die finanzielle Umtriebszeit fällt nicht etwa in denjenigen Zeitpunkt, in welchem die laufend-jährliche Verzinsung des Productionsfonds ihr Maximum erreicht. Denn wenn man einmal angenommen hat, daß die Betriebskapitalien der Waldwirthschaft bei anderweitiger (gleich sicherer und annehmlicher) Anlage höchstens p Prozent abwerfen können, so würde es nicht vortheilhaft sein, einen Bestand abzutreiben, dessen Werthszuwachs den Productionsfonds zu mehr als p Prozent verzinst. Dagegen bietet die Untersuchung der laufend-jährlichen Verzinsung des Productionsfonds immerhin ein Mittel dar, um zu bestimmen, ob ein Bestand die finanzielle Haubarkeit erreicht hat, oder nicht, und dieses Hülfsmittel ist um so werthvoller, als die unter 1, A und B angeführten Methoden zur Bestimmung der finanziellen Umtriebszeit nur dann angewandt werden können, wenn man im Besitze einer vollständigen Ertragstafel ist, an welcher es in der Regel fehlen wird.

Die Art und Weise, wie aus der laufend-jährlichen Verzinsung des Productionsfonds auf die wirthschaftliche Reife eines Baumes oder Bestandes geschlossen werden kann, soll nun in Nachstehendem erläutert werden.

Aus Seite 113, b. ergibt sich, daß die laufend-jährliche Verzinsung des Productionsfonds, falls man in letzteren für B das Maximum des Bodenerwartungswerthes, welches wir mit ${}_mB_e$ bezeichnen wollen, einführt, vor dem Alter der finanziellen Umtriebszeit größer, und nach demselben kleiner ist, als das geforderte Wirthschaftsprozent p. Untersucht man nun den laufend-jährlichen Werthszuwachs $A_{m+1} - A_m$ am stehenden Baume oder Bestande und findet man nach der Formel

$$p_1 = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{\left[{}_mB_e + V + C - \left(\frac{D_a}{1{,}0p^a} + \frac{D_b}{1{,}0p^b} + \cdots\right)\right] 1{,}0p^m}$$

das Verzinsungsprozent p_1 des Productionsfonds größer als p, so zeigt dies an, daß der Abtrieb noch unterbleiben kann; im entgegengesetzten Falle (für $p_1 < p$) hätte der Baum oder Bestand bereits seine wirthschaftliche Reife überschritten. Allein die Anwendung dieser Formel bietet noch dieselbe Schwierigkeit dar, wie die Methoden 1, A und B, weil zur Bestimmung von $_mB_e$ eine Ertragstafel erforderlich ist. Um diese Schwierigkeit zu beseitigen, bleibt nichts Anderes übrig, als $_mB_e$ einzuschätzen, z. B. für $_mB_e$ den Bodenkostenwerth zu unterstellen. Es wird dann freilich p_1 nicht ganz richtig ausfallen, weil, wenn das eingeschätzte B größer als $_mB_e$ ist, die gewünschte Verzinsung des Productionsfonds früher, im entgegengesetzten Falle aber (für $B < {}_mB_e$) später eintreten wird, als in dem Jahre u, für welches mit dem angenommenen Wirthschaftszinsfuß das Maximum des Bodenerwartungswerthes sich berechnet (s. S. 112, B). Und begreiflicher Weise entfernt man sich von der Wahrheit um so mehr, je größer der Unterschied des eingeschätzten und des wirklichen Bodenerwartungswerths-Maximums ist.

Die Anwendung der obigen Formel ist jedoch selbst noch dann, wenn man $_mB_e$ einschätzt, nicht immer ausführbar, weil man die Erträge $D_a, \cdots D_q$ kennen müßte, welche der Bestand vor dem Jahre m geliefert hat — eine Forderung, der nur in dem Falle Genüge geleistet werden kann, wenn eine Betriebsnachweisung vorliegt, in welcher die gewonnenen Erträge aufgezeichnet sind. Außerdem müßte man das Bestandsalter m kennen oder untersuchen. Erinnert man sich jedoch, daß (nach S. 102)

$$p_1 = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{\left[B + V + C - \left(\frac{D_a}{1{,}0p^a} + \frac{D_b}{1{,}0p^b} + \cdots\right)\right] 1{,}0p^m} = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{H_k + B + V}$$

ist, und setzt man anstatt des Bestandskostenwerthes H_k den Bestandsverbrauchswerth A_m, wodurch man

$$p_1 = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{A_m + B + V}$$

erhält, so kommt man über die zuletzt angeführten Schwierigkeiten hinweg. Das Prozent, welches diese Formel liefert, weicht zwar von dem richtigen um so mehr ab, je größer der Unterschied zwischen dem mit $_mB_e$ zu berechnenden Bestandskostenwerthe und dem Bestandsverbrauchswerthe A_m ist: der eben erwähnte Fehler fällt jedoch um so kleiner aus, je mehr das Bestandsalter m dem Haubarkeitsalter u sich nähert, weil mit dieser Annäherung der Unterschied zwischen dem

Bestandskostenwerthe und dem Bestandsverbrauchswerthe abnimmt. (s. S. 74, $\beta\beta$).

Der einzige Nachtheil, welcher daraus entspringen kann, daß man in der Formel für p_1 anstatt des Bestandskostenwerthes den Bestandsverbrauchswerth einführt, ist der, daß man p_1 für diejenigen Bestandsalter, welche der Umtriebszeit vorhergehen, zu groß erhält. Auf die Bestimmung der Umtriebszeit übt jedoch dieser Fehler keinen schädlichen Einfluß aus; ein solcher könnte nur dann eintreten, wenn p_1 vor dem Umtriebsalter kleiner als p ausfiele, weil man dann veranlaßt sein würde, den Bestand zu frühzeitig für hiebsreif zu erklären.

König's Methode zur Bestimmung des laufend-jährlichen Werthszuwachses. Besitzt man eine Ertragstafel, in welcher die Bestandsverbrauchswerthe angegeben sind, so gelangt man zur Kenntniß des laufend-jährlichen Werthszuwachses, wenn man die Bestandswerthe der Jahre m und m + 1 von einander abzieht. Fehlt es an einer derartigen Ertragstafel, so soll man nach König (Forstmathematik von 1854, §. 417) den Massen- und Preiszuwachs untersuchen, um aus demselben den laufend-jährlichen Werthszuwachs abzuleiten. Wäre nämlich bekannt, daß die m jährige Baum- oder Bestandsmasse M_m in der nächsten Zeit p_3 % Massen-Zuwachs und daß die Masseneinheit, z. B. die Klafter, p_4 % Preis-Zuwachs hätte, so würde M_m im nächsten Jahre auf $M_m\left(1+\frac{p_3}{100}\right)$, der Preis $\mathfrak{P}$ einer Klafter aber auf $\mathfrak{P}\left(1+\frac{p_4}{100}\right)$ anwachsen; es würde sonach der Werth A_{m+1} der (m + 1) jährigen Bestandsmasse $= M_m\left(1+\frac{p_3}{100}\right)\mathfrak{P}\left(1+\frac{p_4}{100}\right)$ und das Werthszuwachsprozent p_2 des ganzen Bestandes vom Jahr m bis zum Jahre m + 1

$$\frac{\left[M_m\left(1+\frac{p_3}{100}\right)\mathfrak{P}\left(1+\frac{p_4}{100}\right)-M_m\mathfrak{P}\right]100}{M_m\,\mathfrak{P}}$$

sein.

Führt man die Multiplikation aus, so erhält man

$$p_2=\frac{M_m\,\mathfrak{P}\left(1+\frac{p_3}{100}+\frac{p_4}{100}+\frac{p_3\,p_4}{100\cdot 100}-1\right)100}{M_m\,\mathfrak{P}}=p_3+p_4+\frac{p_3\,p_4}{100}.$$

Es läßt sich nun $\frac{p_3 p_4}{100}$ gegen p_3+p_4 als verhältnißmäßig sehr klein vernachlässigen, mithin bleibt

$$p_2=p_3+p_4$$

Aus Vorstehendem folgt: Besitzt ein Baum oder Bestand p_3 % Massen- und p_4 % Preiszuwachs, so hat derselbe (p_3+p_4) % Werthszuwachs; es wird also

$$A_{m+1}-A_m=M_m\,\mathfrak{P}\left(1+\frac{p_3+p_4}{100}\right)-M_m\,\mathfrak{P}=A_m\left(\frac{p_3+p_4}{100}\right)$$

sein.

Preßler (Allg. Forst- und Jagd-Zeitung, 1860, S. 173 ff.) bezeichnet den Massenzuwachs als ersten oder Quantitäts-Zuwachs, den Preiszuwachs als zweiten oder Qualitäts-Zuwachs; er unterscheidet noch weiter einen dritten oder Theuerungs-Zuwachs für den Fall, daß eine außergewöhnliche Preissteigerung des Holzes überhaupt oder auch nur gewisser Stammklassen in Aussicht stehe. Betrüge z. B. der Theuerungszuwachs p_5 %, so würde der laufend-jährliche Werthszuwachs eines m jährigen Baumes oder Bestandes

$$A_m\left(\frac{p_3 + p_4 + p_5}{100}\right)$$

sein.

Es ist jetzt noch anzugeben, in welcher Weise p_3, p_4 und p_5 bestimmt werden. Wäre z. B. bekannt, daß nach Verlauf von t Jahren die Bestandsmasse von M_m auf M_{m+t} anwächst, so würde $M_{m+t} = M_m 1{,}0p_3{}^t$, und $p_3 = 100\left(\sqrt[t]{\frac{M_{m+t}}{M_m}} - 1\right)$ sein. In analoger Weise werden p_4 und p_5 ermittelt.

Statt des vorstehenden, mathematisch genauen Ausdrucks empfiehlt Preßler noch die Näherungsformel $p_3 = \left(\frac{M_{m+t} - M_m}{M_{m+t} + M_m}\right)\frac{200}{t}$. Bezeichnet man nämlich mit $\frac{M_{m+t} - M_m}{t}$ die mittlere Größe des laufend-jährlichen Massenzuwachses, mit $\frac{M_{m+t} + M_m}{2}$ die durchschnittliche oder mittlere Größe des Vorrathes, so hat man die Proportion:

$\frac{M_{m+t} + M_m}{2} : \frac{M_{m+t} - M_m}{t} = 100 : p_3$, aus welcher die obige Näherungsformel hervorgeht.

Beispiel. Angenommen, ein Kiefernbestand habe im 30. Jahre 15,6 Klafter, im 40. Jahre 21,4 Klafter Masse, und die Klafter 30 jähriges Holz gelte 1,6 Thlr., die Klafter 40 jähriges Holz 2,6 Thlr., so ist nach der Näherungsformel

$$p_3 = \left(\frac{21{,}4 - 15{,}6}{21{,}4 + 15{,}6}\right)\frac{200}{10} = 3{,}13$$

$$p_4 = \left(\frac{2{,}6 - 1{,}6}{2{,}6 + 1{,}6}\right)\frac{200}{10} = 4{,}76.$$

Preßler's Weiserzuwachs und Weiserprozent im Ausdrucke des relativen Holzwerthes. Preßler bestimmt (Allgemeine Forst- und Jagd-Zeitung von 1860, S. 173) das Prozent p_1 mittelst der Formel

$$p_1 = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{B + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}}.$$

Diese Formel kann man sich in folgender Weise entstanden denken: Verrechnet man (s. S. 103) behufs der Bestimmung der laufend-jährlichen Verzinsung die Culturkosten im Productionsfonds nicht nach ihrem einmaligen Betrage

C, sondern als Culturkostenkapital $\frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u-1}$ (wobei aber, wenn die finanzielle Umtriebszeit nicht schon bekannt ist, u eingeschätzt werden muß), so ist

$$p_1 = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{\left[B + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u-1} - \left(\frac{D_a}{1{,}0p^a} + \frac{D_b}{1{,}0p^b} + \cdots\right)\right] 1{,}0p^m}$$

$$= \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{\left(B+V+\frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u-1}\right)(1{,}0p^m-1)-(D_a\,1{,}0p^{m-a}+D_b\,1{,}0p^{m-b}+\cdots)+B+V+\frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u-1}}$$

oder, wenn man

$$\left(B + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right)(1{,}0p^m - 1) - (D_a\,1{,}0p^{m-a} + D_b\,1{,}0p^{m-b} + \cdots) = H_k$$

beziehungsweise $= A_m$ setzt:

$$p_1 = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{A_m + B + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}}.$$

$B + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}$ ist nach Preßler das Grundkapital G, somit

$$p_1 = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{A_m + G}.$$

$\frac{A_{m+1} - A_m}{A_m + G}$ bezeichnet Preßler als „Weiserzuwachs," $p_1 = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{A_m + G}$ als „Weiserprozent."

Führt man statt $A_{m+1} - A_m$ den oben gefundenen Werth $A_m\left(\frac{p_3 + p_4 + p_5}{100}\right)$ ein, so hat man $p_1 = \frac{A_m\left(\frac{p_3 + p_4 + p_5}{100}\right)100}{A_m + G} = \frac{A_m\,(p_3 + p_4 + p_5)}{A_m + G}$; dividirt man Zähler und Nenner dieses Bruches durch G, so erhält man:

$$p_1 = \frac{\frac{A_m}{G}\,(p_3 + p_4 + p_5)}{\frac{A_m}{G} + 1}.$$

Setzt man, um abzukürzen $\frac{A_m}{G} = r$, so ist das „Weiserprozent":

$$p_1 = (p_3 + p_4 + p_5)\,\frac{r}{r + 1}.$$

Beispiel. Behält man aus dem vorigen Beispiel $p_3 = 3{,}13$ und $p_4 = 4{,}76$ bei; setzt man weiter $A_m = 25$ Thlr., $G = 40$ Thlr., so ist $r = \frac{25}{40} = 0{,}625$ und $p_1 = (3{,}13 + 4{,}76)\left(\frac{0{,}625}{0{,}625 + 1}\right) = 3{,}04.$

Preßler nennt $\frac{A_m}{G}$ den „relativen Holzwerth," weil dieser Ausdruck das Verhältniß des m jährigen Bestandsverbrauchswerthes zu dem ihm unterstehenden wirthschaftlichen Grundkapital G angibt; den Quotienten $\frac{r}{r+1}$ bezeichnet er als „Reductionsbruch." Da das Weiserprozent mit dem Werthe des Reductionsbruches wächst, dieser aber mit der Größe von r steigt, so empfiehlt Preßler, den relativen Holzwerth r gleich von Haus aus so groß als möglich zu machen, also auf dem thunlichst kleinsten Grundkapitale G das thunlichst werthvollste Holzkapital A_m zu fundiren, sodann aber dahin zu wirken, daß das erste und zweite Prozent (p_3 und p_4) sich immer auf möglichster Höhe halten.

II. **Umtriebszeit des größten durchschnittlich-jährlichen Holzertrags.** Der letztere kann nach dem Volumen oder nach dem Gewichte (der Menge des Holzstoffs) bestimmt werden. Die fr. Umtriebszeit würde man dann einhalten müssen, wenn die Aufgabe gestellt wäre, die Erzeugung eines gewissen Holzbedarfs auf die kleinste Fläche einzuschränken.

Für die in Tabelle A verzeichneten Erträge fällt das Maximum des durchschnittlich-jährlichen Holzertrags in das 60. Jahr.

III. **Umtriebszeit des größten Waldreinertrags.** S. 95 wurde nachgewiesen, daß dasjenige, was man gemeinhin den durchschnittlich-jährlichen Reinertrag des aussetzenden Betriebs zu nennen pflegt, die Rente des zum jährlichen Betriebe eingerichteten Waldes, und daß der wahre durchschnittlich-jährliche Reinertrag des aussetzenden Betriebes nichts anderes, als die Rente des Bodenerwartungswerthes ist. Man sollte daher, wenn man von der Umtriebszeit des größten durchschnittlich-jährlichen Reinertrages spricht, zur Vermeidung von Irrungen jedesmal entweder die Betriebsart (aussetzender, oder jährlicher Betrieb) oder das Object (Boden oder Wald) angeben, auf welche jener Reinertrag sich bezieht.

Es ist in wirthschaftlicher Hinsicht von Wichtigkeit, das Verhältniß kennen zu lernen, in welchem die Umtriebszeit des größten Waldreinertrags zu der finanziellen Umtriebszeit (Umtriebszeit des größten Bodenreinertrags) steht.

1) **Die beiden vorgenannten Umtriebszeiten stimmen dann miteinander überein,** wenn das Maximum des Bodenerwartungswerthes in demjenigen Alter erfolgt, in welchem der Waldreinertrag culminirt.

Für die in Tabelle A verzeichneten Erträge und für C = 2, v = 0,3 Thlr. erreicht der Waldreinertrag, wie Tabelle D ausweist, sein Maximum im 90. Jahre. Um den Bodenerwartungswerth in dem nämlichen Jahre culminiren zu machen, muß man denselben mit einem Zinsfuß von $^1/_2$ Prozent berechnen.*)

Wenn also ein Waldbesitzer die Wahl der Umtriebszeit des größten Waldreinertrages in dem vorliegenden Falle dadurch rechtfertigen will, daß ihm diese Umtriebszeit zugleich den größten Unternehmergewinn verschaffe, so erklärt er hiermit zugleich u. A., daß er den Erlös der Zwischen- und Nebennutzungen bis zum Ende der Umtriebszeit nur mit $^1/_2$ % anwachsen lassen könne und daß er sich begnüge, wenn der Productionsfonds mit $^1/_2$ % sich verzinst.

2) **Stimmen die finanzielle Umtriebszeit und die Umtriebszeit des größten Waldreinertrags nicht überein**, so kann erstere kleiner oder größer als letztere sein, je nachdem der Zinsfuß, mit welchem man die Erträge und Kosten berechnet, größer oder kleiner als derjenige ist, welcher den Bodenerwartungswerth im Alter des größten Waldreinertags culminiren läßt. In beiden Fällen wird die Einhaltung der Umtriebszeit des größten Waldreinertrags dem Waldbesitzer Verlust bringen. Dieser läßt sich bemessen:

A. Nach dem Unternehmergewinn. Verlangt der Waldbesitzer eine mindestens p prozentige Verzinsung des Productionsfonds, so wird diejenige Umtriebszeit u den größten Unternehmergewinn liefern, für welche der mit p % berechnete Bodenerwartungswerth $_uB_e$ sein Maximum erreicht. Nennen wir den Bodenkostenwerth B_k, so ist der Jetztwerth des gesammten Unternehmergewinns, welcher sich bei Einhaltung einer u jährigen Umtriebszeit ergibt, gleich $_uB_e - B_k$ (s. S. 109, B). Bezeichnet man weiter mit $_uB_e$ den Bodenerwartungswerth, welcher sich mit p % für die Umtriebszeit u des größten Waldreinertrags berechnet, so ist für diese Umtriebszeit der Unternehmergewinn $= {}_uB_e - B_k$, demnach der Unterschied des Unternehmergewinns der beiden Umtriebszeiten $= {}_uB_e - B_k - ({}_uB_e - B_k)$ $= {}_uB_e - {}_uB_e$. Diese Differenz stellt also den Verlust dar, welchen die Umtriebszeit des größten Waldreinertrags gegenüber der finanziellen Umtriebszeit ergibt.

Beispiel. Unterstellen wir die in Tabelle A verzeichneten Erträge, sowie $C = 2$, $v = 0{,}3$, $p = 3$, so fällt nach Tabelle B die finanzielle Umtriebszeit in das 70. Jahr; und nach Tabelle D die Umtriebszeit des größten Waldrein-

*) Denn es ist für $p = {}^1/_2$ und für u = 80 90 100 Jahre
der Bodenerwartungswerth = 615 630 596 Thlr.

ertrags in das 90. Jahr. Für das 70. Jahr berechnet sich ${}_uB_e = 30{,}2133$, für das 90. Jahr ${}_uB_e = 22{,}3328$, demnach Jetztwerth des Gesammtverlustes bei Einhaltung der 90 jährigen Umtriebszeit $= 30{,}2133 - 22{,}3328 = 7{,}8805$ Thlr. pro Morgen. Der jährliche Verlust würde $7{,}8805 \cdot 0{,}03 = 0{,}2364$ Thlr. pro Morgen betragen.

Für den jährlichen Betrieb berechnet sich der Unternehmergewinn nach der Formel $A_u + D_a + \cdots + D_q - (uB + uN + uV)\,0{,}0p - C$.

Führt man die entsprechenden Zahlenwerthe ein, so erhält man als jährlichen Verlust pro Morgen $(387{,}6 - 492{,}499) : 90 = 1{,}1654$ Thlr. Hiervon ist aber nach Seite 101 noch $[({}_uB_e - {}_uB_e)\,(1{,}0p^u - 1) - u\,({}_uB_e - {}_uB_e)\,0{,}0p] : 90 = 0{,}9282$ in Abzug zu bringen; es ergibt sich dann als jährlicher Verlust pro Morgen $1{,}1654 - 0{,}9282 = 0{,}2372$ Thlr.; also (bis auf die dritte und vierte Dezimalstelle) ebenso viel, wie beim aussetzenden Betriebe. (Die Differenz in den beiden letzten Dezimalen rührt blos davon her, daß ${}_{90}B_e$ nicht genau genugberechnet wurde).

B. Nach der Verzinsung des Productionsfonds. Aus C. S. 116 folgt:

a) Soll das Prozent p der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung für die Umtriebszeit des größten Waldreinertrags größer ausfallen, als für alle übrigen Umtriebszeiten, so muß p so angenommen werden, daß für dasselbe in dem Alter der genannten Umtriebszeit ein Maximum des Bodenerwartungswethes sich berechnet. Es würde also beispielsweise für die in der Tabelle A verzeichneten Erträge, sowie für $C = 2$, $v = 0{,}3$ und $u = 90$, $p = 1/2$ zu setzen sein. Die an diese Annahme sich knüpfenden Folgerungen sind bereits Seite 124 dargelegt worden.

b) Unterstellt man dagegen ein p, welches den Bodenerwartungswerth vor oder nach der Umtriebszeit des größten Waldreinertrags culminiren macht, so wird das Verzinsungsprozent des Productionsfonds für die Umtriebszeit des größten Waldreinertrags kleiner ausfallen, als für die finanzielle Umtriebszeit.

Beispiel. Für die in Tabelle A verzeichneten Erträge, sowie für $C = 2$, $v = 0{,}3$ und $p = 3$ ergibt sich nach Tabelle B das Maximum des Bodenerwartungswerthes mit 30,2133 Thlrn. für die 70 jährige Umtriebszeit. Setzt man nun $B_k = 30{,}2133$, so folgt aus b, S. 116, daß das Prozent der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung des Productionsfonds für diese Umtriebszeit $= p = 3$ ist.

Für $u = 90$ berechnet sich beim jährlichen Betriebe

$$\mathfrak{p} = \frac{(A_u + D_a + \cdots + D_q)\,p}{\left(B + V + \dfrac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right)(1{,}0p^u - 1) - [D_a(1{,}0p^{u-a} - 1) + \cdots + D_q(1{,}0p^{u-q} - 1)]}$$

$$= \frac{1162{,}8}{492{,}499} = 2{,}36.$$

Nimmt man an, daß derjenige Theil des Productionsfonds der 90jährigen Umtriebszeit, welcher bei der 70jährigen Umtriebszeit schon vorhanden war, zu 3 % sich verzinsen solle, so rentirt (wie man bei Ausführung der Rechnung findet) der Unterschied des Productionsfonds der 90jährigen und der 70jährigen Umtriebszeit nur zu 0,85 %. Wenn man also von der 70jährigen Umtriebszeit zu der 90jährigen übergeht, so hat man nur auf eine 0,85 prozentige Verzinsung des Mehraufwandes am Productionsfonds zu rechnen, welchen die 90jährige Umtriebszeit erfordert.

3) **Uebergang von der Umtriebszeit des größten Waldreinertrags zu der finanziellen Umtriebszeit.** Ist in einem Walde die Umtriebszeit des größten Waldreinertrags eingeführt, reflectirt man dagegen auf den größten Unternehmergewinn oder auf die größte Verzinsung des Productionsfonds, so hat man, vorausgesetzt daß die Umtriebszeit u des größten Waldreinertrags und die finanzielle Umtriebszeit u nicht übereinstimmen, den normalen Vorrath der ersten Umtriebszeit so weit zu vermindern, bis derselbe dem normalen Vorrath der finanziellen Umtriebszeit entspricht. Das Kapital, welches in dieser Weise flüssig gemacht werden kann, ist jedoch nicht etwa der Differenz der Kostenwerthe der beiden Vorräthe gleich, weil der Verkaufswerth derjenigen Holzbestände, welche älter als u jährig sind, sich nicht nach dem Kostenwerthe, sondern nach dem Verbrauchswerthe bemißt.

Der Uebergang von der Umtriebszeit des größten Waldreinertrags zu der finanziellen Umtriebszeit stellt sich jedesmal als räthlich dar, wenn es möglich ist, von den dem Walde zu entnehmenden Kapitalien mittelst anderweitiger, gleich sicherer Anlage einen höheren Zinsengewinn zu erzielen. So z. B. durch Ankauf oder Anlage von Wald, welcher mit der finanziellen Umtriebszeit zu behandeln wäre; durch Bauen von Waldwegen ꝛc.

Indessen ist nicht zu übersehen, daß die, auf die seitherigen Holzpreise gegründete Berechnung der finanziellen Umtriebszeit häufig als unstichhaltig sich erweist, wenn man unterstellt, daß diese Umtriebszeit bei Waldungen von größerem Umfange eingeführt werden solle. Denn gewöhnlich berechnet sich für niedrige Umtriebszeiten nur deßwegen ein höherer Bodenerwartungswerth, weil bei thatsächlicher Einhaltung höherer Umtriebszeiten die schwächeren Holzsortimente in geringerem Maße zu Markte gelangen. Erniedrigt man die Umtriebszeit, vermehrt man also das Angebot an schwächeren Sortimenten, so ändert sich auch der Preis der letzteren und mit ihm der Bodenerwartungswerth. Angenommen, es sei ein Fichtenwald bisher mit

100jähriger Umtriebszeit behandelt worden, so bestand der Etat zum größeren Theile aus Stammholz, zum geringeren Theile aus Stangenholz, und man erzielte für letzteres verhältnißmäßig hohe Preise. Berechnet man mit Zugrundlegung dieser Preise die finanzielle Umtriebszeit, so fällt dieselbe vielleicht in das 60. Jahr. Wollte man nun diese Umtriebszeit wirklich einführen, so würde der Preis des Stangenholzes sinken, weil der Etat jetzt vorwiegend aus diesem Sortiment bestehen müßte; es würde also unter den derartig veränderten Verhältnissen die frühere Berechnung der finanziellen Umtriebszeit keine Geltung mehr besitzen.

Wenn nun auch bei dem dermaligen Stande der Holzpreise und selbst bei Annahme mäßiger Zinsfüße die finanzielle Umtriebszeit und die Umtriebszeit des größten Waldreinertrags selten übereinstimmen werden, also bei vorwiegender Rücksicht auf Erlangung des größten Unternehmergewinns, eine Herabsetzung der bestehenden, meist ziemlich hoch gegriffenen, Umtriebszeiten räthlich erscheint, so ist doch hierbei mit großer Vorsicht zu verfahren, weil mit Sicherheit angenommen werden kann, daß die Preise der älteren Hölzer in dem Maße, in welchem man deren Vorrath vermindert, steigen werden.

Uebrigens stellt sich der sofortigen Herabsetzung des Umtriebs bei größeren Waldcomplexen in der Regel auch ein natürliches Hinderniß in den Weg. Es liegt dieses in der Schwierigkeit, bedeutende Vorrathsüberschüsse auf einmal zu verwerthen, ohne die Holzpreise fallen zu machen. Denn letztere werden durch das Angebot bestimmt; ist dieses sehr groß, so kann der Holzpreis dermaßen sinken, daß die Mehrnutzung keinen Gewinn, sondern sogar Verlust im Gefolge hat. Namentlich dürfte es in vielen Gegenden des waldreichen Deutschland schwer halten, ansehnliche Mehrfällungen von Brennholz mit Vortheil abzusetzen. Man wird daher sehr oft genöthigt sein, die Nutzung von Vorrathsüberschüssen auf eine größere Reihe von Jahren zu vertheilen.

Nach Braun („der sogenannte rationelle Waldwirth," 1865, S. 21) wurden im Großherzogthum Hessen auf 755000 Morgen Domanial- und Communalwald vor dem Jahre 1848 durchschnittlich-jährlich 558549 summ. Stecken Holz mit einem Gelderlöse von 809400 fl.; nach 1848 durchschnittlich-jährlich 682274 Stecken mit einem Erlöse von 567000 fl. geschlagen. Die Fällung war also um 22¼ % verstärkt worden, dagegen sank der Geld-Erlös um 30 %. Bei den damaligen geringen Holzpreisen hätte man die Mehrfällung (wenn dieselbe nicht durch andere wirthschaftliche Rücksichten geboten war) viel schwächer greifen müssen, um keine Einbuße zu erleiden.

IV. **Technische Umtriebszeit.** Nach C. Fischbach (Lehrbuch der Forstwissenschaft, S. 381) nennt man einen Bestand technisch haubar, wenn derselbe zu einem bestimmten Zweck Material von bester Qualität in größter Menge liefert. Reflectirt man auf sehr starke Sortimente, so tritt das Alter der technischen Haubarkeit noch später, als dasjenige des größten Waldreinertrags ein. Wenn nun die letztgenannte Umtriebszeit gegenüber der finanziellen Umtriebszeit Verluste liefert, so wird dies mit der technischen Umtriebszeit noch mehr der Fall sein. Der Waldbesitzer wird daher diese letztere nur dann wählen, wenn er sein Bedürfniß an gewissen Holzsortimenten aus seinem eigenen Walde befriedigen will, ohne den Holzmarkt zu benutzen, welcher ihm die verlangten Sortimente zu einem geringeren Preise zu liefern pflegt, als derjenige ist, zu welchem er dieselben zu erziehen vermag. Er muß sich hierbei mit einem sehr niedrigen Zinsfuß begnügen.

Beispiel. Angenommen, ein Waldbesitzer verlange 100 jähriges Kiefernholz, so wird für die in Tabelle A verzeichneten Erträge, sowie für $C = 2$, $v = 0{,}3$, $p = 3$ und mit Zugrundlegung des Bodenerwartungswerthes der 70 jährigen Umtriebszeit (30,2133 Thlr.) bei dem jährlichen Betriebe die Verzinsung des Productionsfonds sein: $\frac{418{,}6 \cdot 3}{660{,}5} = 1{,}9\,\%$, während der 70 jährige Umtrieb eine 3 prozentige Verzinsung liefern würde.

II. Titel.

Wahl der Holzart.

Sollen zwei Holzarten in Bezug auf ihre finanzielle Erträglichkeit verglichen werden, so hat man vor Allem für beide die finanzielle Umtriebszeit zu ermitteln.

I. **Wahl der Holzart nach Maßgabe des Unternehmergewinns.** Diejenige Holzart, welche den größten Unternehmergewinn liefert, ist die vortheilhaftere.

1) **Methode der Nachwerthe.** Sind u und $\mathfrak{u}$ die finanziellen Umtriebszeiten der beiden Holzarten H_u und $H_{\mathfrak{u}}$, so kann man die Rechnung für das Jahr $u\mathfrak{u}$ stellen, in welchem die beiden Umtriebszeiten zusammentreffen. Bezeichnen A_u, D_a, $\cdots$ D_q die Erträge, welche die Holzart H_u in den Jahren u, a, $\cdots$ q liefert, v die jährlichen Kosten für Verwaltung, Schutz, Steuern 2c., C die Culturkosten, und sind $\mathfrak{A}_{\mathfrak{u}}$, $\mathfrak{D}_a$, $\cdots$ $\mathfrak{D}_q$, $\mathfrak{v}$, $\mathfrak{C}$ die entsprechenden Erträge und Kosten der Holzart $H_{\mathfrak{u}}$, nennt man ferner B den Bodenkostenwerth, so ist der

Nachwerth des Unternehmergewinns im Jahre uu für die Holzart H_u:

$$\left[\frac{A_u+D_a1,0p^{u-a}+\cdots+D_q1,0p^{u-q}}{1,0p^u-1}-\left(B+\frac{v}{0,0p}+\frac{C\,1,0p^u}{1,0p^u-1}\right)\right](1,0p^{uu}-1)\ (\dagger$$

und für die Holzart H_u der Nachwerth des Unternehmergewinns

$$\left[\frac{\mathfrak{A}_u+\mathfrak{D}_a1,0p^{u-a}+\cdots+\mathfrak{D}_q1,0p^{u-q}}{1,0p^u-1}-\left(B+\frac{\mathfrak{v}}{0,0p}+\frac{\mathfrak{C}\,1,0p^u}{1,0p^u-1}\right)\right](1,0p^{uu}-1).(\dagger\dagger$$

Findet man (†† größer als (†, so ist die Holzart H_u die vortheilhaftere und umgekehrt.

Man kann (s. S. 108) die Rechnung auch für jedes beliebige Jahr m stellen und erhält dann als Nachwerth des Unternehmergewinns für die Holzart H_u:

$$\left[\frac{A_u+D_a1,0p^{u-a}+\cdots+D_q1,0p^{u-q}}{1,0p^u-1}-\left(B+\frac{v}{0,0p}+\frac{C\,1,0p^u}{1,0p^u-1}\right)\right](1,0p^m-1)$$

und als Nachwerth des Unternehmergewinns für die Holzart H_u:

$$\left[\frac{\mathfrak{A}_u+\mathfrak{D}_a1,0p^{u-a}+\cdots+\mathfrak{D}_q1,0p^{u-q}}{1,0p^u-1}-\left(B+\frac{\mathfrak{v}}{0,0p}+\frac{\mathfrak{C}\,1,0p^u}{1,0p^u-1}\right)\right](1,0p^m-1).$$

Indessen wird man bei der Wahl der Holzart von der Methode der Nachwerthe nicht leicht Gebrauch machen, weil dieselbe etwas schwerfällig ist. Weit mehr empfehlen sich die beiden folgenden Methoden.

2) **Methode der Vorwerthe.** Der Vorwerth des gesammten Unternehmergewinns, welchen die Holzart H_u liefert, ist

$$\frac{A_u+D_a1,0p^{u-a}+\cdots+D_q1,0p^{u-q}}{1,0p^u-1}-\left(B+\frac{v}{0,0p}+\frac{C\,1,0p^u}{1,0p^u-1}\right)\quad (ǂ$$

und der Vorwerth des gesammten Unternehmergewinns der Holzart H_u:

$$\frac{\mathfrak{A}_u+\mathfrak{D}_a1,0p^{u-a}+\cdots+\mathfrak{D}_q1,0p^{u-q}}{1,0p^u-1}-\left(B+\frac{\mathfrak{v}}{0,0p}+\frac{\mathfrak{C}\,1,0p^u}{1,0p^u-1}\right)\quad (ǂǂ$$

Findet man (ǂ größer als (ǂǂ, so ist die Holzart H_u die vortheilhaftere, und umgekehrt.

Bildet man den Unterschied von (ǂ und (ǂǂ, so erhält man:

$$\frac{A_u+D_a1,0p^{u-a}+\cdots+D_q1,0p^{u-q}-C\,1,0p^u}{1,0p^u-1}-\frac{v}{0,0p}$$
$$-\left(\frac{\mathfrak{A}_u+\mathfrak{D}_a1,0p^{u-a}+\cdots+\mathfrak{D}_q1,0p^{u-q}-\mathfrak{C}\,1,0p^u}{1,0p^u-1}-\frac{\mathfrak{v}}{0,0p}\right)$$

$= {}_uB_e - {}_uB_e$, wenn man nämlich die Bodenerwartungswerthe, welche sich für die Holzarten H_u, H_u berechnen, mit ${}_uB_e$, ${}_uB_e$ bezeichnet.

Hieraus folgt, daß diejenige Holzart die vortheilhaftere ist, für welche der größere Bodenerwartungswerth sich berechnet. Ist $v = \mathfrak{v}$, so können bei der Berechnung von B_e die jährlichen Ausgaben vernachlässigt werden.

Beispiel. Nach Burckhardt liefert ein Morgen Kiefernwald die in Tabelle A verzeichneten Erträge. Derselbe Schriftsteller theilt (in seinen „Hülfstafeln" S. 211) folgende Ertragstafel für 1 Morgen Buchenhochwald mit:

Jahr:	Zwischennutzungen: Thlr.	Bleibender Bestand: Thlr.	Haubarkeitsnutzung: Thlr.
20	—	3,0	3,0
30	0,9	13,3	14,2
40	3,0	32,7	35,7
50	4,9	53,3	58,2
60	5,3	81,0	86,3
70	5,4	110,0	115,4
80	5,4	139,3	144,7
90	5,5	172,0	177,5
100	5,6	203,7	209,3.

Nehmen wir an, die jährlichen Kosten für Verwaltung, Schutz und Steuern betrügen bei dem Kiefernwalde 0,3 Thlr., bei dem Buchwalde 0,4 Thlr., setzen wir weiter bei ersterem die Culturkosten = 2 Thlr., bei letzterem den Aufwand für Unterstützung der natürlichen Verjüngung = 0,5 Thlr. Es fragt sich, welche von den beiden genannten Holzarten die vortheilhaftere sei. Zinsfuß = 3 %.

Auflösung. Nach Tabelle B fällt das Maximum des Bodenerwartungswerthes für den Kiefernbestand in das 70. Jahr und beträgt 30,2133 Thlr.; die Rechnung ergibt ferner, daß der Bodenerwartungswerth des Buchenbestandes im 60. Jahr culminirt und für diese Umtriebszeit 6,6043 Thlr. beträgt. Es wäre hiernach die Anzucht von Kiefern vortheilhafter, als diejenige von Buchen. Setzt man den Bodenkostenwerth B = 20 Thlrn., so ist der Jetztwerth des gesammten Unternehmergewinns für den Kiefernbestand = 42,5031 — 32,2898 = 10,2133; für den Buchenbestand = 20,5397 — 33,9354 = — 13,3957 Thlrn.

3) **Methode der jährlichen Rente.** Die Rente des Unternehmergewinns, welchen die Holzart H_u liefert, ist

$$\left[\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1} - \left(B + \frac{v}{0{,}0p} + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right)\right] 0{,}0p \qquad (*$$

und die Rente des Unternehmergewinns der Holzart H_u:

$$\left[\frac{\mathfrak{A}_u + \mathfrak{D}_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + \mathfrak{D}_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1} - \left(B + \frac{\mathfrak{v}}{0{,}0p} + \frac{\mathfrak{C}\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right)\right] 0{,}0p. \qquad (**$$

Findet man (* größer als (**, so ist die Holzart H_u die vortheilhaftere, und umgekehrt. Siehe auch 2).

Beispiel. Behält man die in dem vorigen Beispiele mitgetheilten Zahlen bei und setzt man B = 30,2133, so findet man die Rente des Unternehmergewinns bei dem Kiefernwalde = (42,5031 — 42,5031) 0,03 = 0, bei dem Buchwalde = (20,5397 — 44,1487) 0,03 = — 0,7083 Thlrn. Die Buchenwirthschaft wäre also nur mit Verlust zu betreiben.

II. **Wahl der Holzart nach Maßgabe der Verzinsung des Productionsfonds.** Nach Seite 104 drückt sich die durchschnittlich-jährliche Verzinsung des Productionsfonds für die Holzart H_u durch die Formel

$$\mathfrak{p} = \frac{\left(\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1}\right) p}{B + \frac{v}{0{,}0p} + \frac{C\, 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}}$$

und für die Holzart $H_{\mathfrak{u}}$ durch die Formel

$$\mathfrak{p} = \frac{\left(\frac{\mathfrak{A}_{\mathfrak{u}} + \mathfrak{D}_a 1{,}0p^{\mathfrak{u}-a} + \cdots + \mathfrak{D}_q 1{,}0p^{\mathfrak{u}-q}}{1{,}0p^{\mathfrak{u}} - 1}\right) p}{B + \frac{\mathfrak{v}}{0{,}0p} + \frac{\mathfrak{C}\, 1{,}0p^{\mathfrak{u}}}{1{,}0p^{\mathfrak{u}} - 1}}$$

aus. Diejenige Holzart stellt sich nun als die vortheilhaftere dar, für welche das Prozent der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung am größten ausfällt.

Beispiel. Lösen wir die unter I, 2 mitgetheilte Aufgabe durch Untersuchung der Verzinsung des Productionsfonds, so finden wir, wenn wir B = 30,2133 setzen, die durchschnittlich-jährliche Verzinsung für den Kiefernbestand

$$= \frac{\left(\frac{247{,}5 + 1{,}0 \cdot 1{,}03^{50} + 3{,}5 \cdot 1{,}03^{40} + 4{,}8 \cdot 1{,}03^{30} + 5{,}6 \cdot 1{,}03^{20} + 6{,}6 \cdot 1{,}03^{10}}{1{,}03^{70} - 1}\right) 3}{30{,}2133 + \frac{0{,}3}{0{,}03} + \frac{2 \cdot 1{,}03^{70}}{1{,}03^{70} - 1}}$$

$$= \frac{42{,}5031 \cdot 3}{42{,}5031} = 3\,\%$$

und die durchschnittlich-jährliche Verzinsung für den Buchenbestand

$$\frac{\left(\frac{86{,}3 + 0{,}9 \cdot 1{,}03^{40} + 3{,}0 \cdot 1{,}03^{20} + 4{,}9 \cdot 1{,}03^{10}}{1{,}03^{60} - 1}\right) 3}{30{,}2133 + \frac{0{,}4}{0{,}03} + \frac{0{,}5 \cdot 1{,}03^{60}}{1{,}03^{60} - 1}} = \frac{20{,}5397 \cdot 3}{44{,}1487} = 1{,}39\,\%.$$

Das Prozent $\mathfrak{p}_1$, für welches die Kosten und Erträge des Buchenwaldes sich gleichstellen, findet man nach S. 105 aus der Gleichung

$$1{,}0\mathfrak{p}_1 = \left(\frac{\mathfrak{A}_{\mathfrak{u}} + \mathfrak{D}_a 1{,}0p^{\mathfrak{u}-a} + \cdots + \mathfrak{D}_q 1{,}0p^{\mathfrak{u}-q}}{B + \frac{\mathfrak{v}}{0{,}0p} + \frac{\mathfrak{C} \cdot 1{,}0p^{\mathfrak{u}}}{1{,}0p^{\mathfrak{u}} - 1}} + 1\right)^{\frac{1}{\mathfrak{u}}}$$

Führt man hier die entsprechenden Zahlenwerthe ein, so erhält man

$$1{,}0p_1 = \left(\frac{86{,}3 + 0{,}9 \cdot 1{,}03^{30} + 3{,}0 \cdot 1{,}03^{30} + 4{,}9 \cdot 1{,}03^{10}}{30{,}2133 + \frac{0{,}4}{0{,}03} + \frac{0{,}5 \cdot 1{,}03^{60}}{1{,}03^{60} - 1}} + 1\right)^{1/60} = 1{,}01997,$$

also $p_1 = 1{,}997$.

III. Titel.

Wahl der Bestandsbegründungsart.

Der Vortheil, welchen eine Bestandsbegründungsart vor einer andern zu bieten vermag, besteht entweder darin:

1) daß sie bei den nämlichen Abtriebszeiten größere Erträge liefert, oder

2) daß sie eine Abkürzung des Haubarkeitsalters ermöglicht.

In beiden Fällen werden diese Vortheile gewöhnlich durch einen größeren Culturkostenaufwand erkauft werden müssen. Es handelt sich jetzt darum, zu bestimmen, ob der zu erwartende Vortheil die Kosten verlohnt.

I. **Wahl der Bestandsbegründungsart nach Maßgabe des Unternehmergewinns.**

Man kann den Gewinn als Nachwerth, Vorwerth oder als jährliche Rente bestimmen.

Nennt man $A_u, D_a, \cdots\cdots D_q$ die Erträge, welche bei einem anfänglichen Culturkostenaufwand von C Thlrn. in den Jahren u, a, $\cdots$ q erfolgen, ferner $\mathfrak{A}_u, \mathfrak{D}_a, \cdots\cdots \mathfrak{D}_q$ die Erträge, welche bei $\mathfrak{C}$ Thlrn. Culturkosten in den Jahren u, a, $\cdots\cdots$ q eingehen, so berechnet sich der Unternehmergewinn folgendermaßen:

1) **Nach der Methode der Nachwerthe.** Man kann (siehe S. 108) die Rechnung für das Jahr uu stellen und erhält dann im Jahr uu

als Unterschied der Culturkostennachwerthe:

$$\left(\frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - \frac{\mathfrak{C}\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right)(1{,}0p^{uu} - 1) \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (\dagger$$

und als Unterschied der Nachwerthe der Erträge:

$$\left[\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots\cdot + D_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1} - \left(\frac{\mathfrak{A}_u + \mathfrak{D}_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots\cdot + \mathfrak{D}_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1}\right)\right](1{,}0p^{uu} - 1) \quad (\dagger\dagger$$

Der Unterschied von († und (†† gibt den Nachwerth des Gewinns im Jahre uu an. Ist (†† größer als (†, so erscheint es vortheilhaft, diejenige Bestandsbegründungsmethode zu wählen, bei welcher der ursprüngliche Culturkostenaufwand C Thlr. beträgt.

Nach Seite 108 ist in einem beliebigen Jahre m der Unterschied der Culturkostennachwerthe

$$= \left(\frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - \frac{\mathfrak{C}\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right)(1{,}0p^m - 1)$$

und der Unterschied der Ertragsnachwerthe

$$= \left[\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1} - \left(\frac{\mathfrak{A}_u + \mathfrak{D}_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + \mathfrak{D}_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1}\right)\right](1{,}0p^m - 1).$$

Für den Fall, daß u = u ist und daß man m = u = u setzt, ist der Unterschied der Culturkostennachwerthe

$$= (C - \mathfrak{C})1{,}0p^u$$

und der Unterschied der Ertragsnachwerthe

$$= A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - (\mathfrak{A}_u + \mathfrak{D}_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + \mathfrak{D}_q 1{,}0p^{u-q}).$$

Beispiel. Ein Kiefernbestand liefere

	in den Jahren:						
	20	30	40	50	60	70	
	folgende Erträge:						
bei künstlicher Verjüngung	1,0	3,5	4,8	5,6	6,6	247,5	Thlr.
bei natürlicher Verjüngung	—	1,0	3,5	4,8	5,6	171,9	Thlr.

Der Culturkostenaufwand C bei der künstlichen Verjüngung betrage 2 Thlr.; zur Unterstützung der natürlichen Verjüngung seien 0,5 Thlr. zu verausgaben, also $\mathfrak{C}$ = 0,5 Thlr. Welche Verjüngungsmethode ist vorzuziehen? Zinsfuß = 3 %.

Auflösung. Der Unterschied der Culturkostennachwerthe beträgt am Ende des 70. Jahres:

$$(2 - 0{,}5) \cdot 1{,}03^{70} = 11{,}88 \text{ Thlr.}$$

Der Unterschied der Ertragsnachwerthe ist:

$$247{,}5 + 1{,}0 \cdot 1{,}03^{50} + 3{,}5 \cdot 1{,}03^{40} + 4{,}8 \cdot 1{,}03^{30} + 5{,}6 \cdot 1{,}03^{20} + 6{,}6 \cdot 1{,}03^{10}$$
$$- (171{,}9 + 1{,}0 \cdot 1{,}03^{40} + 3{,}5 \cdot 1{,}03^{30} + 4{,}8 \cdot 1{,}03^{20} + 5{,}6 \cdot 1{,}03^{10})$$
$$= 293{,}94 - 199{,}85 = 94{,}09.$$

Der Nachwerth des Unternehmergewinns am Ende des 70. Jahres beträgt:

$$94{,}09 - 11{,}88 = 82{,}21.$$

Mithin ist die künstliche Bestandsbegründung der natürlichen vorzuziehen.

2) **Nach der Methode der Vorwerthe.** Der Unterschied der Culturkostenkapitale ist

$$= \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - \frac{\mathfrak{C}\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}, \quad \ldots \ldots \quad (4$$

der Unterschied des Jetztwerthes der Erträge:

$$= \frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1} - \frac{\mathfrak{A}_u + \mathfrak{D}_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + \mathfrak{D}_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1} . \quad (††$$

Wenn (†† größer ist als (†, so erscheint die Culturmethode, welche C Thlr. verausgabt, als die vortheilhaftere.

Beispiel. Ein Kiefernbestand liefere

	in den Jahren:							
	20	30	40	50	60	70	80	
	folgende Erträge							
bei künstlicher Verjüngung	1,0	3,5	4,8	5,6	6,6	247,5	—	Thlr.
bei natürlicher Verjüngung	—	1,0	3,5	4,8	5,6	6,6	247,5	Thlr.

Der Culturkostenaufwand C bei der künstlichen Verjüngung betrage 2 Thlr.; zur Unterstützung der natürlichen Verjüngung seien 0,5 Thlr. zu verausgaben, also $\mathfrak{C}$ = 0,5 Thlr. Welche Verjüngungsmethode ist vorzuziehen? Zinsfuß = 3 %.

Auflösung. Der Unterschied der Culturkostenkapitale ist:

$$\frac{2 \cdot 1{,}03^{70}}{1{,}03^{70} - 1} - \frac{0{,}5 \cdot 1{,}03^{80}}{1{,}03^{80} - 1} = 2{,}2898 - 0{,}5517 = 1{,}7381.$$

Der Unterschied des Jetztwerthes der Erträge:

$$\frac{247{,}5 + 1{,}0 \cdot 1{,}03^{50} + 3{,}5 \cdot 1{,}03^{40} + 4{,}8 \cdot 1{,}03^{30} + 5{,}6 \cdot 1{,}03^{20} + 6{,}6 \cdot 1{,}03^{10}}{1{,}03^{70} - 1}$$

$$- \frac{247{,}5 + 1{,}0 \cdot 1{,}03^{50} + 3{,}5 \cdot 1{,}03^{40} + 4{,}8 \cdot 1{,}03^{30} + 5{,}6 \cdot 1{,}03^{20} + 6{,}6 \cdot 1{,}03^{10}}{1{,}03^{80} - 1}$$

$$= 293{,}94 (0{,}1446 - 0{,}1037) = 12{,}0221.$$

Der Kapitalwerth des Unternehmergewinns ist = 12,0221 — 1,7381 = 10,284 Thlrn. Demnach verdient die künstliche Bestandsbegründung den Vorzug.

3) **Methode der jährlichen Rente.** Der Unterschied der Culturkostenrenten ist

$$= \left(\frac{C\, 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - \frac{\mathfrak{C}\, 1{,}0p^{\mathfrak{u}}}{1{,}0p^{\mathfrak{u}} - 1} \right) 0{,}0p; \quad . \; . \; . \quad (*$$

der Unterschied der Ertragsrente:

$$\left[\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1} - \frac{\mathfrak{A}_u + \mathfrak{D}_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + \mathfrak{D}_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1} \right] 0{,}0p. \quad (**$$

Ist (** größer als (*, so erscheint die Culturmethode, welche C Thlr. verausgabt, als die vortheilhaftere.

So wäre für das vorhergehende Beispiel der Unterschied der Culturkostenrente = 1,7381 · 0,03 = 0,0521; der Unterschied der Ertragsrente = 12,0221 · 0,03 = 0,3607; die Rente des Unternehmergewinns = 0,3607 — 0,0521 = 0,3086, also die künstliche Verjüngung vorzuziehen.

II. **Wahl der Bestandsbegründungsart nach Maßgabe der Verzinsung des Productionsfonds.**

Nach Seite 104 drückt sich die durchschnittlich-jährliche Verzinsung des Productionsfonds durch die Formel

$$\mathfrak{p} = \frac{\left(\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1}\right) p}{B + V + \frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}}$$

aus. Behält man die unter I. angeführten Bezeichnungen bei, so ergibt sich die durchschnittlich-jährliche Verzinsung des Unterschiedes der Culturkostenkapitale mittelst der Formel

$$\mathfrak{p} = \frac{\left[\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1} - \frac{\mathfrak{A}_u + \mathfrak{D}_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + \mathfrak{D}_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1}\right] p}{\frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - \frac{\mathfrak{C}\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}}$$

Ist nun hier $\mathfrak{p}$ gleich oder größer als das geforderte Prozent p, so verdient die Culturmethode C den Vorzug.

Beispiel. Lösen wir die unter I, 2 gestellte Aufgabe durch Untersuchung der Verzinsung des Productionsfonds, so erhalten wir:

$$\mathfrak{p} = \frac{12{,}0221 \cdot 3}{1{,}7381} = 20{,}7$$

Da p in diesem Beispiel zu 3 angenommen war, so ist also die Culturmethode C die vortheilhaftere.

Das Prozent $\mathfrak{p}_1$, für welches Kosten und Erträge im Gleichgewicht stehen (s. S. 105, Anmerkung), findet man aus der Gleichung

$$\frac{C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - \frac{\mathfrak{C}\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} = \frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0\mathfrak{p}_1{}^u - 1} - \frac{\mathfrak{A}_u + \mathfrak{D}_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + \mathfrak{D}_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0\mathfrak{p}_1{}^u - 1}$$

Führt man hier die entsprechenden Zahlenwerthe ein, so erhält man $\mathfrak{p}_1$ ungefähr $= 6\frac{1}{2}$.

IV. Titel.

Bestimmung der vortheilhaftesten Bestandsdichte.

I. **Nach Maßgabe des Unternehmergewinns.** Gesetzt, ein Bestand, aus welchem im Jahre a eine Stammklasse mit dem (Geld-) Ertrage D_a ausgeforstet wird, liefere noch weiterhin in den Jahren b, ···· q, u die Erträge D_b, ····· D_q, A_u, dagegen, falls jene Stammklasse d m Bestande belassen wird, in den Jahren a + n, b, ···· q, u die Erträge $\mathfrak{D}_{a+n}$, $\mathfrak{D}_b \cdots\cdots \mathfrak{D}_q$, $\mathfrak{A}_u$; nehmen wir weiter an, $\mathfrak{D}_{a+n}$ sei $= D_a 1{,}0p_2{}^n$, so ist, wenn man mit B den Bodenwerth, mit V das Kapital der jährlichen Kosten, mit C die Culturkosten bezeichnet, im Jahre u der Unternehmergewinn:

$$\begin{array}{ccccc} & D_a & D_b & D_q & A_u \\ |\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!| & \!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!| & \!\!-\,-\,-\,-\,-\!\!| & \!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!| \\ 0 & a & b & q & u \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} & & \mathfrak{D}_{a+n} & \mathfrak{D}_b & \mathfrak{D}_q & \mathfrak{A}_u \\ |\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!| & \!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!| & \!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!| & \!\!-\,-\,-\,-\,-\!\!| & \!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!| & \\ 0 & a & a+n & b & q & u \end{array}$$

für den durchforsteten Bestand:

$$= A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + D_b 1{,}0p^{u-b} + \cdots\cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}$$
$$- [(B + V)(1{,}0p^u - 1) + C\,1{,}0p^u] \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (*$$

für den nicht durchforsteten Bestand:

$$= \mathfrak{A}_u + D_a 1{,}0p_2{}^n \cdot 1{,}0p^{u-(a+n)} + \mathfrak{D}_b 1{,}0p^{u-b} + \cdots\cdots + \mathfrak{D}_q 1{,}0p^{u-q}$$
$$- [(B + V)(1{,}0p^u - 1) + C\,1{,}0p^u] \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (*$$

Zieht man die untere Gleichung von der oberen ab, so erhält man:

$$A_u - \mathfrak{A}_u + D_a 1{,}0p^{u-a} - D_a 1{,}0p_2{}^n \cdot 1{,}0p^{u-(a+n)} + D_b 1{,}0p^{u-b}$$
$$- \mathfrak{D}_b 1{,}0p^{u-b} + \cdots\cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - \mathfrak{D}_q 1{,}0p^{u-q}.$$

Dieser Ausdruck stellt den Unterschied des Unternehmergewinns für beide Bestandsbehandlungsarten vor. Für den Fall, daß dieselben das gleiche Resultat liefern sollen, daß es also gleichgültig sei, ob man den Bestand im Jahr a durchforste, oder die Durchforstung bis zum Jahr a + n verschiebe, muß jener Unterschied = Null sein. Wir erhalten also:

$$A_u - \mathfrak{A}_u + D_a 1{,}0p^{u-a} - D_a 1{,}0p_2{}^n \cdot 1{,}0p^{u-(a+n)} + D_b 1{,}0p^{u-b}$$
$$- \mathfrak{D}_b 1{,}0p^{u-b} + \cdots\cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - \mathfrak{D}_q 1{,}0p^{u-q} = 0,$$

und hieraus

$$D_a 1{,}0p_2{}^n = \frac{A_u - \mathfrak{A}_u + D_b 1{,}0p^{u-b} - \mathfrak{D}_b 1{,}0p^{u-b} + \cdots\cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - \mathfrak{D}_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^{u-(a+n)}}$$
$$+ D_a 1{,}0p^n.$$

Für n = 1 ist

$$D_a 1{,}0p_2 = \frac{A_u - \mathfrak{A}_u + D_b 1{,}0p^{u-b} - \mathfrak{D}_b 1{,}0p^{u-b} + \cdots\cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - \mathfrak{D}_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^{u-(a+1)}}$$
$$+ D_a 1{,}0p.$$

---

*) Da die Umtriebszeit und der Productionsfonds für beide Bestände gleich sind, so hätte nach Seite 101 der mit [ ] eingeschlossene Ausdruck auch vernachlässigt werden können.

Zieht man auf beiden Seiten der Gleichung D_a ab, so ergibt sich:

$$D_a \cdot 0{,}0p_2 = \frac{A_u - \mathfrak{A}_u + D_b 1{,}0p^{u-b} - \mathfrak{D}_b 1{,}0p^{u-b} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - D_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^{u-(a+1)}}$$
$$+ D_a \cdot 0{,}0p.$$

Aus dieser Gleichung folgt der Satz: Soll eine Stammklasse D_a noch ein Jahr lang auf dem Stocke erhalten werden, so muß der laufend-jährliche Werthszuwachs $D_a \cdot 0{,}0p_2$ dieser Klasse nicht blos den Stammklassenwerth D_a zu dem angenommenen Wirthschaftsprozent p verzinsen, sondern auch noch die auf das Jahr $a + 1$ discontirte Werthssteigerung in sich schließen, welche die Erträge des Bestandes vom Jahre a bis zum Jahre u für den Fall erfahren haben würden, wenn man die Stammklasse D_a im Jahre a ausgeforstet hätte.

Angenommen, der Aushieb einer Stammklasse bewirke gar keine Steigerung des Zuwachses vom bleibenden Bestande, so müßte diese Klasse nur dann entfernt werden, wenn ihr laufend-jährlicher Werthszuwachs $D_a \cdot 0{,}0p_2$ den Stammklassenwerth D_a nicht mehr zu dem Wirthschaftsprozent p verzinsen würde, wenn also $D_a \cdot 0{,}0p_2 < D_a \cdot 0{,}0p$ wäre. Denn die Unterstellung des Wirthschaftszinsfußes p schließt die Annahme in sich, daß es möglich sei, jeden dem Walde entnommenen Werthsposten anderweitig zu p % verzinslich anzulegen.

II. **Nach Maßgabe der Verzinsung des Productionsfonds.** Ist die Werthssteigerung, welche der Aushieb einer Stammklasse bei dem auf der Fläche verbleibenden Bestande hervorbringt, nicht für die Dauer der ganzen Umtriebszeit, sondern nur für einen kürzeren Zeitraum bekannt, so läßt sich die etwaige Reife dieser Klasse dennoch beurtheilen, wenn man die Verzinsung des ihr zur Last fallenden Productionsfonds ermittelt. Letzterer besteht zunächst aus dem eigenen Werthe D_a der Klasse, dann aber aus demjenigen Theile von $(B + V)$, welchen die Klasse dadurch in Beschlag hält, daß sie den Rest des Bestandes (Preßlers „Hauptbestand") hindert, einen größeren Zuwachs anzulegen. Angenommen, der Hauptbestand besitze, falls man D_a vorerst noch beläßt, einen Werthszuwachs von p_3 Prozent, erlange dagegen nach dem Aushieb von D_a einen Zuwachs von p_4 Prozent, so findet man denjenigen Theil von $(B + V)$, welchen D_a bei unterlassenem Aushieb gefesselt hält, mittelst der Proportion

$$p_4 : p_4 - p_3 = B + V : x.$$

Hieraus folgt $x = \frac{(B + V)(p_4 - p_3)}{p_4}$. Die Klasse D_a hätte sonach das Kapital $D_a + \frac{(B + V)(p_4 - p_3)}{p_4}$ zu verzinsen, und das Verzinsungsprozent p_1 wäre, falls D_a einen Werthszuwachs von p_2 Prozent aufzuweisen hat,

$$p_1 = \frac{(D_a \cdot 0{,}0p_2)\,100}{D_a + (B + V)\left(\frac{p_4 - p_3}{p_4}\right)}.$$

Verlangt nun der Waldbesitzer eine p prozentige Verzinsung der Kapitale, mit welchen er die Wirthschaft betreibt, so muß D_a dann ausgeforstet werden, wenn das nach vorstehender Formel ermittelte Verzinsungsprozent p_1 das Wirthschaftsprozent p nicht erreicht.*)

Beispiel (nach Preßler). In einer nach einem Zinsfuße von $p = 3\,\%$ zu organisirenden und zu betreibenden Forstwirthschaft sei $(B + V) = 80$ Thlr.; der gesammte Bestand besitze einen Werth von 440 Thlrn.; hiervon kommen 40 Thlr. auf die Stammklasse D_a, welche 5 % Werthszuwachs aufzuweisen hat. Es sei erfahrungsmäßig, daß der Aushieb von D_a den Zuwachs des Hauptbestandes von 5 auf 8 % steigern würde. Empfiehlt es sich, D_a auszuforsten?

Auflösung. In dem vorstehenden Beispiel ist $p_2 = 5$, $p_3 = 5$, $p_4 = 8$, sonach $\frac{40 \cdot 0{,}05 \cdot 100}{40 + 80\left(\frac{8-5}{8}\right)} = \frac{200}{70} = 2{,}8\,\%$. Der Aushieb von D_a ist somit räthlich.

---

*) Die unter II. dargestellte Theorie rührt ihrem ganzen Umfange nach von Preßler her (Allgem. Forst- und Jagd-Zeitung von 1860, S. 267, und „das Gesetz der Stammbildung" S. 56). Preßler verlangt jedoch, daß der Werthszuwachs von D_a nicht blos $D_a + B + V$, sondern auch noch das Culturkostenkapital verzinse, er erhält also

$$p_1 = \frac{(D_a \cdot 0{,}0p_2)\,100}{D_a + \left(B + V + \frac{C\,1{,}0p^n}{1{,}0p^n - 1}\right)\left(\frac{p_4 - p_3}{p_4}\right)}.$$

Dieser Unterschied zwischen unserem und dem Preßlerschen Verfahren hat darin seinen Grund, daß Preßler die Culturkosten in Form einer jährlichen Rente auf die Einzeljahre der Umtriebszeit vertheilt; in Folge dessen erscheint im Productionsfonds vom Jahr 0 auch noch das Culturkostenkapital. Wir dagegen haben angenommen, daß der Culturkostenaufwand C mit seinen Zinsen vollständig in den Bestand übergehe. Beide Anschauungsweisen führen practisch zu dem nämlichen Resultate, weil es sich für den vorliegenden Zweck nicht um eine absolut genaue Bestimmung von p_1 handelt. Vergl. auch S. 118—123.

II. Kapitel.

Berechnung der Vergütung für Abtrieb oder Beschädigung von Bäumen.

I. Berechnung der Vergütung für den Abtrieb oder die Beschädigung ganzer Bestände.

1) Berechnung der Vergütung für den Abtrieb von Beständen. Es kann hier nur von der Vergütung für den Abtrieb solcher Bestände die Rede sein, welche ihre wirthschaftliche Reife, d. h. das Alter der finanziellen Haubarkeit (s. S. 117) noch nicht überschritten haben. Denn im entgegengesetzten Falle brächte der Abtrieb keinen Verlust, sondern vielmehr Gewinn, weil der Waldbesitzer gehindert würde, für die Baumerziehung Kosten aufzuwenden, welche in der Erndte keinen Ersatz finden.

A. Berechnung der Vergütung für den Fall, daß an der Stelle des abgetriebenen Bestandes sofort ein neuer Bestand begündet werden kann. Die Größe der Vergütung läßt sich ermitteln:

a) nach Maßgabe der aufgewendeten Kosten und der stattgehabten Verluste. Erstere drücken sich durch den Kostenwerth des abgetriebenen Bestandes aus. War der Bestand m jährig, so ist dessen Kostenwerth (s. S. 68)

$$= (B+V)(1{,}0p^m - 1) + C\,1{,}0p^m - (D_a\,1{,}0p^{m-a} + D_b 1{,}0p^{m-b} + \cdots)$$

Der Verlust besteht in dem Entgang des Unternehmergewinns, welcher pro Jahr $(B_e - B)\,0{,}0p$ beträgt (s. S. 109). Bis zum Jahre m hat also der Waldbesitzer an Unternehmergewinn und dessen Zinsen eingebüßt $(B_e - B)(1{,}0p^m - 1)$. Somit ist die gesammte Vergütung

$$= (B+V)(1{,}0p^m - 1) + C\,1{,}0p^m - (D_a\,1{,}0p^{m-a} + D_b\,1{,}0p^{m-b} + \cdots) + (B_e - B)(1{,}0p^m - 1) = (B_e + V)(1{,}0p^m - 1) + C\,1{,}0p^m - (D_a\,1{,}0p^{m-a} + D_b\,1{,}0p^{m-b} + \cdots)$$

oder gleich dem unter Zugrundlegung des Bodenerwartungswerthes berechneten Bestandskostenwerthe.

b) Nach Maßgabe der zu erwartenden Erträge. Hiernach bestände die Vergütung in dem Ersatze des Bestandserwartungswerthes, welcher sich (s. S. 58) durch die Formel

$$\frac{A_u + D_q 1{,}0p^{u-q} + \cdots\cdots - (B + V)(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}$$

darstellt. In diesem Ausdrucke ist auch der vom Jahre m bis zum Jahre u zu beziehende Unternehmergewinn enthalten. Da derselbe aber mittelst des neu zu begründenden Bestands erlangt werden kann, so muß $(B_e - B)(1{,}0p^{u-m} - 1)$ in Abzug gebracht werden. Die gesammte Vergütung ist sonach =

$$\frac{A_u+D_q 1{,}0p^{u-q}+\cdots\cdots-(B+V)(1{,}0p^{u-m}-1)}{1{,}0p^{u-m}} - \frac{(B_e-B)(1{,}0p^{u-m}-1)}{1{,}0p^{u-m}}$$

$$= \frac{A_u + D_q 1{,}0p^{u-q} + \cdots\cdots - (B_e + V)(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}$$

oder gleich dem unter Zugrundlegung des Bodenerwartungswerthes berechneten Bestandserwartungswerthe.

c) Nach Maßgabe des augenblicklichen Bestandsverbrauchswerthes. Wie wir S. 65 u. 71 gesehen haben, stimmt der Bestandsverbrauchswerth mit dem unter Zugrundlegung des Bodenerwartungswerthes ermittelten Kosten- oder Erwartungswerthe nur im Alter der Umtriebszeit vollkommen überein. Da indessen der Unterschied in den Jahren, welche dem Umtriebsalter unmittelbar vorhergehen, nicht groß ist, so kann man in dem Falle, daß bei der Berechnung nicht die größte Genauigkeit verlangt wird, bei solchen Beständen, deren Alter nicht weit von dem Haubarkeitsalter entfernt ist, die Vergütung nach dem Bestandsverbrauchswerthe bemessen.

Anmerkung. Mitunter fällt dem Waldbesitzer das abgetriebene Holz zu, so z. B. bei Waldfrevel, wenn der Frevler an der Aneignung des geschlagenen Holzes gehindert wird, ferner bei der Abholzung von solchem Walde, dessen Boden nach Vorschrift der Expropriationsgesetze an einen Dritten abgetreten werden muß. In diesen Fällen ist von der berechneten Vergütung der Verbrauchswerth des Holzes in Abzug zu bringen. Für Holz, welches im Haubarkeitsalter steht, wäre also die Vergütung gleich Null.

Beispiel. Ein 46jähriger Kiefernbestand ist widerrechtlicher Weise gefällt worden. Das Holz, welches einen Verbrauchswerth von 85,5 Thlrn. besitzt, hat der Waldeigenthümer erhalten. Welche Vergütung hat der Frevler zu leisten unter der Voraussetzung, daß der Boden des fr. Bestandes in den Jahren 20, 30, 40, 50 und 60 Zwischennutzungserträge von resp. 1,0; 3,5; 4,8; 5,6; 6,6 Thlrn. und im 70. Jahre einen Haubarkeitsertrag von 247,5 Thlrn. geliefert haben würde, während für Cultur zu Anfang der Umtriebszeit 2 Thlr. und für Verwaltung, Schutz und Steuern jährlich 0,3 Thlr. verausgabt werden müßten. Zinsfuß = 3 %.

Auflösung. Man hat zuerst die Größe des Bodenerwartungswerthes zu ermitteln und findet dieselbe nach bekannten Regeln $= 30{,}2133$. Der Kostenwerth des 46 jährigen Bestandes ist $= \left((30{,}2133 + \frac{0{,}3}{0{,}03}\right)(1{,}03^{46} - 1) + 2 \cdot 1{,}03^{46} - (1{,}0 \cdot 1{,}03^{26} + 3{,}5 \cdot 1{,}03^{16} + 4{,}8 \cdot 1{,}03^{6}) = 110{,}7033$ Thlr. Die zu leistende Vergütung berechnet sich somit auf $110{,}7033 - 85{,}5 = 25{,}2033$ Thlr.

B. **Berechnung der Vergütung für den Fall, daß an der Stelle des abgetriebenen Bestandes nicht sofort ein neuer Bestand begründet werden kann.** In diesem Falle büßt der Waldbesitzer r Jahre lang die Bodenrente und den Unternehmergewinn ein, auch erhält er für die jährlich aufzuwendenden Kosten (für Verwaltung, Schutz ꝛc.) keinen Ersatz. Es muß daher der nach A berechneten Vergütung noch

$$\frac{(B_e + V)(1{,}0p^r - 1)}{1{,}0p^r}$$

zugesetzt werden. Man erhält also z. B.

a) für die als Kostenwerth berechnete Vergütung:

$$(B_e + V)(1{,}0p^m - 1) + C\,1{,}0p^m - (D_a\,1{,}0p^{m-a} + D_b\,1{,}0p^{m-b} + \cdots)$$
$$+ \frac{(B_e + V)(1{,}0p^r - 1)}{1{,}0p^r}$$
$$= \frac{(B_e + V)(1{,}0p^{r+m} - 1)}{1{,}0p^r} + C\,1{,}0p^m - (D_a\,1{,}0p^{m-a} + D_b\,1{,}0p^{m-b} + \cdots)$$

Wäre $r = u - m$, so hätte man als Vergütung

$$\frac{(B_e + V)(1{,}0p^u - 1)}{1{,}0p^{u-m}} + C\,1{,}0p^m - (D_a\,1{,}0p^{m-a} + D_b\,1{,}0p^{m-b} + \cdots)$$

b) Für die als Erwartungswerth berechnete Vergütung

$$\frac{A_u + D_q\,1{,}0p^{u-q} + \cdots - (B_e + V)(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}} + \frac{(B_e + V)(1{,}0p^r - 1)}{1{,}0p^r}$$

Wäre $r = u - m$, so hätte man als Vergütung:

$$\frac{A_u + D_q\,1{,}0p^{u-q} + \cdots}{1{,}0p^{u-m}}.$$

2) **Berechnung der Vergütung für die Beschädigung von Beständen.** Die Nachtheile, welche für den Waldbesitzer aus einer Bestands-Beschädigung entspringen, können folgende sein.

A. Daß der Bestand, um wenigstens den normalen Haubarkeitsertrag zu liefern, ein höheres Alter als dasjenige der normalen Umtriebszeit erreichen muß, wie z. B. nach Wildfraß, Frevel an Futterlaub, Birkenreisig ꝛc., wodurch mitunter mehrere Jahreszuwachse verloren gehen.

B. Daß der Bestand, bei Einhaltung der normalen Umtriebszeit, den normalen Ertrag nicht liefert.

C. Daß die Umtriebszeit verkürzt werden muß, wie z. B. nach starkem Streufrevel ꝛc.

Die Vergütung, welche für die Beschädigung zu zahlen ist, ergibt sich in dem Unterschiede des Unternehmergewinns, welchen der nicht beschädigte Bestand gegenüber dem beschädigten liefert. Es läßt sich die Vergütung durch eine allgemeine Formel ausdrücken, welche die drei vorgenannten Fälle umfaßt. Nennt man nämlich u die normale Umtriebszeit, x die Zahl der Jahre, um welche die Umtriebszeit verlängert oder verkürzt werden muß, E die Summe der auf das Ende der Umtriebszeit u reduzirten (prolongirten) normalen Erträge des unbeschädigt gebliebenen Bestandes, E_1 die Summe der auf das Ende von u + x reduzirten (prolongirten) Erträge des beschädigten Bestandes, so ist am Ende des Jahres u + x der Unternehmergewinn des unbeschädigt gebliebenen Bestandes:

$$\left[\frac{E-(B+V)^{*)}(1{,}0p^{u}-1)-C\,1{,}0p^{u}}{1{,}0p^{u}-1}\right](1{,}0p^{u+x}-1)\ ^{**)}$$

des beschädigten Bestandes:

$$E_1-(B+V)^{*)}(1{,}0p^{u+x}-1)-C\,1{,}0p^{u+x}.$$

Zieht man die zweite Gleichung von der ersten ab, so erhält man im Jahre u + x als Unterschied des Unternehmergewinns:

$$\left[\frac{E-(B+V)(1{,}0p^{u}-1)-C\,1{,}0p^{u}}{1{,}0p^{u}-1}\right](1{,}0p^{u+x}-1)$$
$$-\left[E_1-(B+V)(1{,}0p^{u+x}-1)-C\,1{,}0p^{u+x}\right]$$
$$=\frac{E(1{,}0p^{u+x}-1)-C\,1{,}0p^{u}(1{,}0p^{x}-1)}{1{,}0p^{u}-1}-E_1$$

und in irgend einem andern Altersjahre m als Unterschied des Unternehmergewinns:

$$\left[\frac{E(1{,}0p^{u+x}-1)-C\,1{,}0p^{u}(1{,}0p^{x}-1)}{1{,}0p^{u}-1}-E_1\right]:1{,}0p^{u+x-m}.\ ^{***)}$$

---

*) B und V hätten auch vernachlässigt werden können, weil die Bodenrente und die Kosten für Verwaltung ꝛc. bei beiden Beständen jährlich in gleicher Größe erscheinen und daher bei der Subtraction verschwinden.

**) Diesen Ausdruck erhält man, wenn man (s. S. 108) die jährliche Rente des Unternehmergewinns auf das Jahr u + x prolongirt.

***) Man kann diese Formel auch in der Weise gewinnen, daß man den Unterschied des Jetztwerthes sämmtlicher Reinerträge, welche von den bei-

Es ist x für den Fall A positiv, für den Fall C negativ, für den Fall B gleich Null, und geht insbesondere für den letztgenannten Fall der obige Ausdruck über in $\frac{E - E_1}{1{,}0p^{u-m}}$.

Beispiel 1. Ein 3 jähriger Kiefernbestand wird 5 Jahre hindurch so von Waidvieh verbissen, daß man seinen Zuwachs während dieser Zeit gleich Null rechnen kann. Der Waldbesitzer erhebt gegen den Eigenthümer des Viehes Klage auf Entschädigung; der Prozeß wird aber erst nach 2 Jahren, also im 10. Bestandsjahre, und zwar zu Gunsten des Waldbesitzers entschieden. Welche Vergütung ist dem Letzteren unter der Voraussetzung zu leisten, daß sämmtliche Erträge des Bestandes in Folge der Beschädigung 5 Jahre später erfolgen? Die Rechnung soll geführt werden mit Zugrundlegung der Ertragstafel A, so wie für $u = 70$, $C = 2$ Thlr. und $p = 3$.

Auflösung. In dem vorliegenden Falle ist $E = E_1$; es reduzirt sich hierdurch die Formel

$$\left[\frac{E(1{,}0p^{u+x} - 1) - C\,1{,}0p^u(1{,}0p^x - 1)}{1{,}0p^u - 1} - E_1\right] : 1{,}0p^{u+x-m}$$

auf den Ausdruck:

$$\frac{(E - C)(1{,}0p^x - 1)\,1{,}0p^{m-x}}{1{,}0p^u - 1}.$$

---

den Beständen zu erwarten sind, auf das Jahr m prolongirt. Man hat alsdann:

$$\left[\frac{E - V(1{,}0p^u - 1) - C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u} + \frac{B}{1{,}0p^u}\right.$$
$$\left. - \left(\frac{E_1 - V(1{,}0p^{u+x} - 1) - C\,1{,}0p^{u+x}}{1{,}0p^{u+x}} + \frac{B}{1{,}0p^{u+x}}\right)\right]1{,}0p^m$$
$$= \frac{E\,1{,}0p^x + (B + V)(1{,}0p^x - 1) - E_1}{1{,}0p^{u+x-m}}.$$

B bedeutet hier den auf das Jahr u, bezw. u + x reduzirten Werth aller Reinerträge, welche die Fläche bei normalem Bestande bis in die Unendlichkeit hin zu liefern verspricht; es ist also B gleich dem Bodenerwartungswerth. Führt man die Formel des letzteren, nämlich

$$\frac{E - C\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V$$

in den vorstehenden Ausdruck ein, so erhält man nach einigen Reductionen

$$\left[\frac{E(1{,}0p^{u+x} - 1) - C\,1{,}0p^u(1{,}0p^x - 1)}{1{,}0p^u - 1} - E_1\right] : 1{,}0p^{u+x-m}$$

wie oben.

Führt man hier die oben angegebenen Zahlenwerthe ein, so erhält man als Vergütung:

$(247{,}5 + 1{,}0 \cdot 1{,}03^{50} + 3{,}5 \cdot 1{,}03^{40} + 4{,}8 \cdot 1{,}03^{30} + 5{,}6 \cdot 1{,}03^{20} + 6{,}6 \cdot 1{,}03^{10} - 2) \cdot 0{,}1593 \cdot 1{,}1593 \cdot 0{,}1446 = 7{,}8$ Thlr.

Anmerkung. Man kann sich zur Lösung der vorliegenden Aufgabe auch der Formeln bedienen, nach welchen S. 79 der Werth eines ein- oder mehrjährigen Zuwachses berechnet worden ist; es muß jedoch alsdann in jenen Formeln B_e für B gesetzt werden, weil dem Inhaber des Waldes auch der Unternehmergewinn zu vergüten ist. Darf man sich mit der Erreichung einer geringeren Genauigkeit begnügen, was dann der Fall sein wird, wenn die Beschädigung keinen bedeutenden Werth besitzt, so kann man B_e auch einschätzen. Ob man die Formel für den Erwartungs- oder Kostenwerth des Zuwachses zu wählen hat, hängt von dem Bestandsalter ab; für unser Beispiel würde sich die Anwendung der Kostenwerthsformel empfehlen. Da in dem vorliegenden Falle noch keine Durchforstungen stattgefunden haben, so lautet dieselbe:

$$1{,}0p^{m+2}(B_e + V + C)(1{,}0p^x - 1).$$

Setzt man hier die entsprechenden Zahlenwerthe, nämlich $B_e = 30{,}2133$, $V = 10$, $C = 2$, $m = 3$, $x = 5$, $p = 3$ ein, so erhält man

$$1{,}03^5(30{,}2133 + 10 + 2)(1{,}03^5 - 1) = 7{,}8 \text{ Thlr.}$$

Beispiel 2. Ein 52jähriger Kiefernbestand ist durch unerlaubte Zapfenerndte, wobei die Aeste der Bäume theilweise geknickt und abgebrochen wurden, beschädigt worden. Nach dem Urtheile von Sachverständigen werden die noch rückständigen Erträge dieses Bestandes 3 Jahre später als im normalen Zustande erfolgen. Welche Vergütung muß dem Waldbesitzer am Ende des 52. Jahres unter der Voraussetzung geleistet werden, daß der unbeschädigte Bestand die in Ertragstafel A verzeichneten Erträge liefert und daß $u = 70$, $C = 2$ Thlr., $p = 3$ angenommen ist.

Auflösung. Mittelst der obigen Formel berechnet sich die Vergütung auf:

$$\left[\frac{(247{,}5+1{,}0 \cdot 1{,}03^{50}+3{,}5 \cdot 1{,}03^{40}+4{,}8 \cdot 1{,}03^{30}+5{,}6 \cdot 1{,}03^{20}+6{,}6 \cdot 1{,}03^{10})(1{,}03^{73}-1)}{1{,}03^{70}-1}\right.$$

$$- \frac{2 \cdot 1{,}03^{70}(1{,}03^3 - 1)}{1{,}03^{70} - 1} - (247{,}5 + 1{,}0 \cdot 1{,}03^{53} + 3{,}5 \cdot 1{,}03^{43} + 4{,}8 \cdot 1{,}03^{33}$$

$$\left. + 5{,}6 \cdot 1{,}03^{23} + 6{,}6 \cdot 1{,}03^{10})\right] : 1{,}03^{21} = 14{,}8 \text{ Thlr.}$$

Beispiel 3. Ein 61jähriger, mit 70jähriger Umtriebszeit zu behandelnder Kiefernbestand ist durch unerlaubtes Aushauen von Stämmen so gelichtet worden, daß er am Ende des 70. Jahres einen Abtriebsertrag von nur 200 Thlrn. zu liefern vermag. Das gefrevelte Holz, welches einen Verkaufswerth von 20 Thlrn. besitzt, hat der Waldeigenthümer erhalten. Welche Vergütung ist dem Letzteren unmittelbar nach dem stattgehabten Frevel, also am Ende des 61. Bestandsjahres zu leisten unter der Voraussetzung, daß der normale Bestand die in Tabelle A verzeichneten Erträge geliefert haben würde, und daß C zu 2 Thlrn., $p = 3$ anzunehmen ist?

Auflösung. Nach der obigen Formel berechnet sich die Vergütung auf:

$[247{,}5 + 1{,}0 \cdot 1{,}03^{50} + 3{,}5 \cdot 1{,}03^{40} + 4{,}8 \cdot 1{,}03^{30} + 5{,}6 \cdot 1{,}03^{20} + 6{,}6 \cdot 1{,}03^{10} - (200 + 20 \cdot 1{,}03^9 + 1{,}0 \cdot 1{,}30^{50} + 3{,}5 \cdot 1{,}03^{40} + 4{,}8 \cdot 1{,}03^{30} + 5{,}6 \cdot 1{,}03^{20} + 6{,}6 \cdot 1{,}03^{10})] : 1{,}03^9 = [247{,}5 - (200 + 20 \cdot 1{,}03^9)] : 1{,}03^9 = 16{,}4$ Thlr.

Beispiel 4. Ein zu 70jährigem Umtrieb bestimmter Kiefernbestand, welcher in normalem Zustande die in Tabelle A verzeichneten Erträge geliefert haben würde, hat durch eine im 46. Jahre ausgeführte übermäßige Streunutzung so gelitten, daß man ihn 10 Jahre früher, also im 60. Jahre, abtreiben muß. Er verspricht in dem genannten Jahre einen Haubarkeitsertrag von 130 Thlrn. und im 50. Jahre einen Durchforstungsertrag von 20 Thlrn. Wie hoch berechnet sich der Betrag der Beschädigung im 46. Jahre unter der Voraussetzung, daß $C = 2$ Thlr. und $p = 3$ ist.

Auflösung. Für die vorliegende Aufgabe ist $x = -10$. Setzt man dieses, sowie die übrigen Zahlenwerthe in die oben mitgetheilte Formel, so erhält man

$$\left[\frac{(247{,}5 + 1{,}0 \cdot 1{,}03^{50} + 3{,}5 \cdot 1{,}03^{40} + 4{,}8 \cdot 1{,}03^{30} + 5{,}6 \cdot 1{,}03^{20} + 6{,}6 \cdot 1{,}03^{10})(1{,}03^{60} - 1)}{1{,}03^{70} - 1}\right.$$

$$- \frac{2 \cdot 1{,}03^{70}(1{,}03^{10} - 1)}{1{,}03^{70} - 1} - (130 + 1{,}0 \cdot 1{,}03^{40} + 3{,}5 \cdot 1{,}03^{30} + 4{,}8 \cdot 1{,}03^{20}$$

$$\left. + 20 \cdot 1{,}03^{10})\right] : 1{,}03^{14} = 19{,}8 \text{ Thaler.}$$

II. **Die Berechnung der Vergütung für den Abtrieb oder die Beschädigung einzelner Bäume** erfolgt nach den unter I für ganze Bestände gegebenen Vorschriften. Man kann die Vergütung als concrete oder als durchschnittliche ermitteln. Erstere erhält man, wenn man die Erträge und Kosten für das betreffende Bauminividuum bestimmt; als Umtriebszeit u wird in diesem Falle die wahrscheinliche Lebensdauer des Baumes angenommen, beziehungsweise eingeschätzt werden müssen. Die durchschnittliche Vergütung für einen Baum ergibt sich, indem man die Vergütung für einen ganzen Bestand berechnet und die gefundene Größe durch die Zahl der Stämme, welche der Bestand enthält, dividirt.

Beispiel. In einem Kiefernbestande, welcher vor 3 Jahren mit 2jährigen Pflanzen angelegt wurde, ist eine Pflanze entwendet worden. Man soll die durchschnittliche Vergütung berechnen, und zwar

a) unter der Voraussetzung, daß an die Stelle der entwendeten Pflanze eine andere zweijährige Pflanze gesetzt werden kann;

b) unter der Voraussetzung, daß die Recrutirung unmöglich ist.

Auflösung ad a. Man wird sich in dem vorliegenden Falle der Kostenwerthsformel (a, S. 139) bedienen. Zunächst wäre B_e zu ermitteln. Könnte man unterstellen, daß der Bestand, aus welchem die Kiefernpflanze entnommen wurde, den Zuwachsgang einhalten wird, welcher durch die Ertragstafel A ausgedrückt ist und hätte man $u = 70$, $C = 2$, $v = 0{,}3$, $p = 3$ angenommen, so würde nach Tabelle B der Bodenerwartungswerth $B_e = 30{,}2133$ sein. Da noch keine Durchforstungen bezogen worden sind, so ist die Vergütung für den ganzen Bestand $= (B_e + V)(1{,}0p^m - 1) + C\, 1{,}0p^m = (30{,}2133 + 10)(1{,}03^3 - 1)$

$+ 2 \cdot 1{,}03^3 = 40{,}2133\,(1{,}03^3 - 1) + 2 \cdot 1{,}03^3$, und wenn etwa der Bestand im 3. Jahre 1600 Pflanzen enthält, die Vergütung für **eine** Pflanze

$$= \frac{40{,}2133\,(1{,}03^3 - 1) + 2 \cdot 1{,}03^3}{1600} = \frac{5{,}9132}{1600} = 0{,}0037 \text{ Thlr.} = 1{,}33 \text{ Pfennige.}$$

In Vorstehendem haben wir den Aufwand für die Rekrutirung einer einzelnen Pflanze in der Weise berechnet, daß wir den Culturkostenaufwand pro Morgen durch die Zahl der Pflanzen, welche zur vollen Cultur dieser Fläche erforderlich sind, dividirten. Das Versetzen einer einzelnen Pflanze wird selbstverständlich theurer zu stehen kommen. Nimmt man den Mehrbetrag an Culturaufwand zu 2 Sgr. an, so würden also für die entwendete Pflanze 2 Sgr. 1,33 Pf. zu erlegen sein.

Auflösung ad b. Behält man die Kostenwerthsberechnung und die sonstigen Voraussetzungen der Auflösung a. (nämlich $B_e = 30{,}2133$, $C = 2$, $v = 0{,}3$, $u = 70$, $p = 3$) bei, so ergibt sich die Vergütung nach Formel a, S. 141:

$$= \left[\frac{(B_e + V)\,(1{,}0p^u - 1)}{1{,}0p^{u-m}} + C\,1{,}0p^m\right] : 1600$$

$$= \left[\frac{(30{,}2133 + 10)\,(1{,}03^{70} - 1)}{1{,}03^{67}} + 2 \cdot 1{,}03^3\right] : 1600 = \frac{40{,}5753}{1600} = 0{,}0254 \text{ Thlr.} = 9{,}1 \text{ Pf.}$$

Wenn dem Frevler die Wahl bliebe, entweder die entwendete Pflanze durch eine neue zu ersetzen, oder den gegenwärtigen Werth des Zuwachsverlustes zu vergüten, welchen der Bestand durch Entnahme einer Pflanze erleidet, so würde nach den Voraussetzungen unseres Beispiels die letztgenannte Art der Vergütung vortheilhafter für ihn sein. Dieses Resultat mag auf den ersten Anblick etwas befremden; es erklärt sich jedoch sehr leicht, wenn man erwägt, daß die wahrscheinliche Lebensdauer einer Pflanze in einem 3jährigen Bestande sehr klein, daß also von derselben ein großer Ertrag mit Sicherheit nicht zu erwarten ist. (Vergl. Allg. Forst- und Jagd-Zeitung von 1856, S. 161, wo der Verfasser die Berechnung der Vergütung für nicht zu recrutirende Pflanzen auf einem anderen Wege gelehrt hat).

III. Kapitel.

Berechnung der Vergütung für Benutzung des Bodens zur Gewinnung von Fossilien.*)

Ein Waldeigenthümer, welcher — sei es freiwillig, oder in Folge gesetzlichen Zwanges — einem Andern Waldboden zur Gewinnung von Fossilien zeitweise überläßt, kann als Vergütung beanspruchen:

*) Das Verfahren, welches wir hier mittheilen, ist im Jahre 1853 von Faustmann (v. Wedekinds Jahrbücher, 2. Folge, III., 4, S. 345) aufge-

I. Den **Bodenpacht** oder die **Bodenrente**, welche ihm jährlich so lange entrichtet werden muß, als die anderweitige Benutzung des Bodens dauert. Bei der Berechnung dieser Rente ist aus den S. 139 enthaltenen Gründen der Bodenwerth als Bodenerwartungswerth anzusetzen.

II. Den **Bestandswerth**, wenn nämlich die abzutretende Fläche bestockt ist und der Pächter des Bodens auch den Holzbestand übernimmt. Hat der letztere seine wirthschaftliche Reife noch nicht erreicht, so ist sein Werth als Kosten- oder Erwartungswerth, unter Zugrundlegung des Bodenerwartungswerthes zu berechnen. Fällt dagegen der Holzbestand dem Waldeigenthümer zu, so ist demselben nur der Unterschied zwischen dem Verbrauchswerthe und dem Kosten- oder Erwartungswerthe zu vergüten.

III. Den Ersatz des **Minderwerthes**, welchen der **Boden** nach Beendigung der Fossiliengewinnung besitzt. Um dem Eigenthümer des Bodens die schließliche Vergütung dieses Minderwerthes zu sichern, müßte der Bergbauunternehmer eine Caution hinterlegen, deren Betrag in maximo dem vollen Bodenwerthe gleich wäre.

Beispiel. Ein Waldbesitzer verpachtet an einen Bergwerksunternehmer einen Morgen Waldbodens, welcher einen 50jährigen normalen Holzbestand mit einem augenblicklichen Verkaufswerth von 105,6 Thlr. enthält, unter der Bedingung, daß das Holz des abzutreibenden Bestandes dem Waldbesitzer zufällt. Es ist zu ermitteln:

1) Die Größe des jährlich zu zahlenden Bodenpachtes,
2) „ „ der von dem Pächter zu hinterlegenden Caution,
3) „ „ der Vergütung, welche der Pächter dem Waldbesitzer dafür zu zahlen hat, daß der letztere gezwungen ist, den Bestand vor dem Eintritt der wirthschaftlichen Reife zu nutzen.

Auflösung. Zunächst wäre die Bonität des Bodens und die finanzielle Umtriebszeit zu ermitteln. Ergäbe die Bonitirung z. B. daß der Boden die in Tabelle A verzeichneten Erträge liefern könne, so würde für $C = 2$, $V = 10$ und $p = 3$, das Maximum des Bodenerwartungswerthes für $u = 70$ sich herausstellen und auf 30,2133 Thlr. sich belaufen. (Vergl. Tabelle B) Hiernach würde betragen:

---

stellt und wissenschaftlich begründet worden. In Uebereinstimmung mit demselben stehen die Vorschriften der Bergordnung für das Herzogthum Nassau (vom 18. Febr. 1857, §. 30) und der Entwurf eines allgemeinen Berggesetzes für die Preußischen Staaten (Zeitschrift für Bergrecht von Brassert und Achenbach, 1865, VI, 1).

1) Der Bodenpacht 30,2133. 0,03 = 0,9 Thlr.

2) Die zu hinterlegende Caution in maximo = 30,2133 Thlr.

3) Der Unterschied zwischen dem Bestands-Kosten- oder Erwartungswerth und dem Bestandsverbrauchswerth 123,95 — 105,6 = 18,35 Thlr.

IV. Kapitel.

Ablösung von Servituten.

Soll eine Servitut durch einen Theil des dienenden Waldes abgelöst werden, so wird der Berechtigte vollkommen entschädigt sein, wenn das ihm gebotene Waldstück nachhaltig eine Rente liefert, deren Größe das seither mittelst der Servitut bezogene Einkommen erreicht.

I. Die **Flächengröße** des zur Abfindung zu bestimmenden Waldtheiles findet man, indem man den reinen, d. h. den von den Werbungskosten befreiten Werth der Servitut durch den Reinertrag, welchen die Flächeneinheit, z. B. der Morgen beim jährlichen Nachhaltbetrieb zu gewähren vermag, dividirt.

II. **Holzvorrath auf dem Stocke.** Um die vorerwähnte Rente jährlich nachhaltig liefern zu können, müßte der Wald, welchen der Berechtigte empfängt, neben dem normalen Zuwachse auch die normale Altersstufenfolge enthalten. Dieser Bedingung wird selten Genüge geleistet werden können. Der Berechtigte wird sich daher in der Regel begnügen müssen, wenn nur der summarische Werth der Bestände, mit welchen die Ablösungsfläche bestockt ist, den Werth des normalen Vorraths (s. S. 81) erreicht. (Doch müßte der Berechtigte dann immer noch den Schaden hinnehmen, welcher bei der Ueberführung eines abnorm beschaffenen Waldes in den Normalzustand daraus entspringt, daß die normale Umtriebszeit nicht bei allen Beständen eingehalten werden kann. Soll der Berechtigte durchaus keine Verluste erleiden, so müßte ihm der Pflichtige den auf Grund eines Betriebsplanes ermittelten Unterschied zwischen dem normalen und wirklichen Etat bis zur Herstellung des Normalzustandes ersetzen.) Wäre der wirkliche Vorrath kleiner, als der normale, so müßte der Pflichtige dem Berechtigten die Differenz vergüten, während im entgegengesetzten Falle der Berechtigte eine Herauszahlung zu leisten hätte.

III. **Umtriebszeit.** Legt man der Berechnung des normalen Etats die Umtriebszeit des größten Waldreinertrags zu Grunde, so wird das Maß der abzutretenden Bodenfläche auf ein Minimum zurückgeführt, während die Unterstellung der finanziellen Umtriebszeit den geringsten Gesammtverlust für den Pflichtigen ergibt.

IV. **Ermittlung des Bestandswerthes.** Sind die Bestände normal, so kann man den Werth derselben, unter Zugrundlegung des Bodenerwartungswerthes und der normalen Umtriebszeit, als Kostenwerth oder Erwartungswerth berechnen; den Werth abnormer Bestände bestimmt man als Erwartungswerth, indem man diejenige Abtriebszeit aufsucht, für welche der größte Bestandserwartungswerth sich ergibt.

Beispiel. A ist berechtigt, aus dem Walde des B jährlich 48 Klafter Holz zu beziehen, deren durchschnittlicher Werth seither 246 Thlr. betrug. Diese Berechtigung soll durch einen Theil des dienenden Waldes, welcher bei normaler Beschaffenheit die in Tabelle A verzeichneten Erträge pro Morgen liefern kann, abgelöst werden. Wie groß muß die abzutretende Bodenfläche und der zur Einhaltung des strengsten jährlichen Nachhaltbetriebs erforderliche Normalvorrath sein? Welche Vergütung hat A dem B oder B dem A zu leisten, wenn der Holzbestand auf der Abtretungsfläche durchaus normal und 30jährig ist.

Auflösung. Nimmt man einen Zinsfuß von 3% an, so ergibt sich für C = 2 und v = 0,3 Thlr. die finanzielle Umtriebszeit nach Tabelle B im 70. Jahr. Soll nun diese Umtriebszeit bei der Ablösung zu Grunde gelegt werden, so würde die abzutretende Fläche $\frac{246}{3,514} = 70$ Morgen enthalten müssen; (weil nach Tabelle D der Waldreinertrag bei 70jährigem Umtriebe 3,514 Thlr. beträgt). Der Bodenerwartungswerth für diese Umtriebszeit stellt sich nach Tabelle B auf 30,2133 Thlr.; der Kostenwerth des normalen Vorraths, wenn man denselben nach S. 87 als Rentirungswerth berechnet, auf 6084 Thlr. Der Kostenwerth der 70 Morgen 30jährigen Bestands berechnet sich zu 4018 Thlr.; mithin müßte B dem A noch weiterhin 6084 — 4018 = 2066 Thlr. zahlen. Da der Kostenwerth eines 40jährigen Bestandes pro Morgen 86,1768 Thlr., mithin derjenige von 70 Morgen 6032 Thlr. beträgt, so müßte die ganze Abtretungsfläche mit durchaus 40jährigem Holze bestockt sein, wenn der normale Vorrath annähernd vorhanden sein sollte.

Dürfte die mit dem 90. Jahre eintretende Umtriebszeit des größten Waldreinertrags der Ablösung zu Grunde gelegt werden, so würde das Waldflächenstück, auf welches A Anspruch zu machen hat, $\frac{246}{3,984} = 61,747$ Morgen enthalten müssen (weil nach Tabelle D der jährliche Waldreinertrag bei 90jährigem Umtriebe 3,984

Thlr. beträgt). Der Bodenerwartungswerth stellt sich, mit 3% berechnet, für die 90jährige Umtriebszeit auf 22,3328 Thlr.; der Werth des normalen Vorraths, wenn man denselben mit Zugrundlegung des eben genannten Bodenwerthes und als Rentirungswerth veranschlagt, auf 6821 Thlr. In dem vorliegenden Falle betrüge also der Mehraufwand für den Normalvorrath 6821 — 6084 = 737 Thlr. Dagegen würde B 70 — 61,747 = 8,253 Morgen Waldboden weniger abzutreten haben. Berechnet sich B den Werth dieser Fläche mit Zugrundlegung des Bodenerwartungswerthes der 70jährigen Umtriebszeit, so würde er, gegenüber dem vorhergehenden Falle, 8,253 · 30,2133 = 249 Thlr. gewinnen, sein Gesammtverlust aber auf 737 — 249 = 488 Thlr. sich belaufen. Der Kostenwerth des 30jährigen Bestandes wäre, wenn man (wie das A thun muß) den Bodenerwartungswerth der 90jährigen Umtriebszeit der Rechnung zu Grunde legt, = 46,1593 · 61,747 = 2850 Thlr., B hätte also noch weiter 6821 — 2850 = 3971 Thlr. an Bestandswerth zu zahlen.

V. Kapitel.

Theilung und Zusammenlegung von Wäldern.

I. Theilung gemeinschaftlicher Wälder.

Nach Carl Heyer lassen sich folgende Theilungsverfahren aufstellen.

1) Theilung jedes einzelnen, durch Standorts- oder Bestandsgüte unterschiedenen, **Forstorts**. Dieses Theilungsverfahren, welches in mathematischem Sinne die größte Genauigkeit liefert, empfiehlt sich doch deßhalb nicht, weil bei demselben der für den Forstwirthschaftsbetrieb so vortheilhafte Zusammenhang der Flächenantheile jedes Interessenten verloren gehen würde.

2) Theilung des gesammten **Waldes** in der Art, daß man jedem Interessenten so lange Wald, d. h. also Boden in Verbindung mit dem auf demselben stockenden Holzbestand, in passender Lage und thunlichst in Zusammenhang zuweist, bis sein Guthaben erfüllt ist. Bei diesem Verfahren erhält mithin jeder Theilhaber zwar gleichviel Waldwerth, aber nicht gleich viel Bodenwerth. Deßwegen sagt dasselbe den Interessenten gewöhnlich nicht zu, weil dieselben, wie Carl Heyer sehr richtig bemerkt, in der Regel eine möglichst große productive

Bodenfläche zu erhalten wünschen und dieser Rücksicht das wechselnde Bestockungsverhältniß gerne unterzuordnen pflegen.

3) **Gesonderte Theilung des Bodens und des Holzbestandes.** Man vertheilt zuerst den Boden und gleicht dann die hierbei gewöhnlich vorkommenden Unterschiede in der Holzvorrathszutheilung dadurch aus, daß Diejenigen, welche auf ihren Flächenantheilen eine größere, als die ihnen gehörige Vorrathsmasse erhalten, den Ueberschuß in Geld oder in Holz an die Andern zu vergüten haben.

A. Berechnung des Bodenwerthes. Strenge genommen müßte man behufs der Bodenwerthsberechnung für jeden Forstort diejenige Holzart unterstellen, welche nach Maßgabe der Standortsgüte als die einträglichste erscheint. Da es indessen immerhin zweifelhaft bleibt, ob die projectirte Holzart auf dem betr. Boden auch gedeihen wird, so empfiehlt Eduard Heyer (Allg. Forst- und Jagd-Zeitung, 1859, 176), die Bonitirung nach der bereits vorherrschenden Holzart auszuführen, und er, sowie Carl Heyer, rathen sogar an, in der Regel nur nach einer Holzart zu bonitiren. Als Umtriebszeit soll man nach Eduard Heyer diejenige annehmen, für welche der größte Bodenwerth sich berechnet.

B. Berechnung der Bestandswerthe. Allgemeine Anwendbarkeit besitzt die Formel der Erwartungswerthe, welche auch bereits von Eduard Heyer zu diesem Zwecke empfohlen wurde. Die Kostenwerthsformel gibt nur den Werth normaler Bestände richtig an.

II. **Zusammenlegung** (Consolidation) **von Wäldern.** Die Bestimmung des Boden- und Bestandswerthes von Wäldern, welche behufs einheitlicher Bewirthschaftung vereinigt werden sollen, findet ganz nach den für die Wäldertheilung unter I angegebenen Regeln statt.

VI. Kapitel.

Besteuerung der Wälder.

I. Gewöhnlich ermittelt man die Waldsteuerkapitalien in der Weise, daß man von der Summe aller während einer Umtriebszeit u eingehenden Erträge $A_u + D_a + \cdots + D_q$ die zu Anfang der Umtriebszeit zu verausgabenden Culturkosten C und die während des Laufes der Umtriebszeit aufzuwendenden jährlichen Auslagen uv für Verwaltung, Schutz, Steuern 2c. abzieht, den Rest $= A_u + D_a + \cdots D_q - C - uv$ durch die Umtriebszeit dividirt und den Quotienten $\frac{A_u + D_a + \cdots D_q - C - uv}{u}$ durch Division mit 0,0p kapitalisirt. Wie wir nun bereits S. 93 gesehen haben, stellt der Ausdruck $\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - C - uv}{u \cdot 0{,}0p}$ den Werth eines im Normalzustande für den jährlichen Nachhaltbetrieb befindlichen Waldes, also den Werth des Bodens und des normalen Vorrathes dar. Bei der eben angegebenen Art, die Waldsteuerkapitalien festzustellen, wird also nicht blos der Werth des Bodens, sondern auch derjenige des normalen Vorrathes besteuert.

Beispiel. Nehmen wir an, ein Morgen Waldboden liefere die in Tabelle A verzeichneten Erträge; setzen wir ferner $u = 70$, $C = 2$ Thlr. $v = 0{,}3$ Thlr., $p = 3$, so ist

$$\frac{A_u + D_a + \cdots D_q - C - uv}{u \cdot 0{,}0p} = \frac{247{,}4 + 1{,}0 + 3{,}5 + 4{,}8 + 5{,}6 + 6{,}6 - 2 - 21}{70 \cdot 0{,}03}$$

$= 117{,}1429$. Dies ist der Waldwerth; der Bodenwerth beträgt nach Tabelle B 30,2133 Thlr., mithin kommen auf den normalen Vorrath $117{,}1429 - 30{,}2133 = 86{,}9296$ Thlr. Die Gesammtsteuer trifft also etwa zu $^3/_4$ den Vorrath und zu $^1/_4$ den Boden.

II. Soll sich die Besteuerung blos auf den Bodenkapitalwerth erstrecken, so muß der letztere für sich allein ermittelt werden, was am zuverlässigsten nach der Formel des Erwartungswerthes

$$\frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q} - C\, 1{,}0p^u}{1{,}0p^u} - V \quad (\text{s. S. } 47)$$

bewirkt wird. Wäre nun als jährlich zu entrichtende Steuer $\frac{1}{x}$ von den Zinsen des Bodenkapitalwerthes angesetzt, so würde sie

$$= \left(\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - C 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V \right) 0{,}0p \cdot \frac{1}{x}$$

sein.

Der Bodenkapitalwerth beträgt unter den im vorigen Beispiel angegebenen Verhältnissen 30,2133 Thlr. pro Morgen; das Kapital, auf welches sich hier die Besteuerung gründet, ist also um 86,9296 Thlr. kleiner, als unter I.

III. Zu demselben Resultate gelangt man, wenn man annimmt, daß alle während des Laufes einer Umtriebszeit erfolgenden reinen Einnahmen zur Zeit ihres Eingangs besteuert werden sollen. Die Productionskosten kann man entweder auf die einzelnen Einnahmen (etwa nach der relativen Größe der letzteren) vertheilen, oder man kann sie nur einer Einnahme, z. B. der Haubarkeitsnutzung A_u, zur Last setzen. In letzterem Falle würde also die Steuer von der Haubarkeitsnutzung $= \frac{A_u - C 1{,}0p^u - V(1{,}0p^u - 1)}{x}$ sein, während die Steuer von den Zwischen- und Nebennutzungen $D_a, \cdots D_q$ sich auf den Betrag $\frac{D_a}{x} + \cdots + \frac{D_q}{x}$ stellen würde. Prolongirt man alle diese Steuerbeträge auf das Ende der Umtriebszeit, so erhält man

$$\frac{A_u - C 1{,}0p^u - V(1{,}0p^u - 1)}{x} + \frac{D_a 1{,}0p^{u-a}}{x} + \cdots + \frac{D_q 1{,}0p^{u-q}}{x}$$
$$= \frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - C 1{,}0p^u - V(1{,}0p^u - 1)}{x}$$

und verwandelt man diesen Nachwerth in eine jährliche Rente, so erhält man nach bekannten Regeln

$$\left(\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - C 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V \right) 0{,}0p \cdot \frac{1}{x},$$

wie unter II.

IV. Ermittelt man die Waldsteuerkapitalien durchgängig nach dem unter I enthaltenen Verfahren, ohne Rücksicht darauf zu nehmen, ob der Boden bereits bestockt ist und welches Alter das Holz besitzt, so werden Blößen und jüngere Bestände im Verhältniß zu zu solchen Waldungen, welche bereits im Normalzustand für den jährlichen Nachhaltbetrieb sich befinden, viel zu hoch besteuert. Soll die

Besteuerung eine gleichmäßige sein, so müßte man bei Blößen und jüngeren Beständen die Auflage desjenigen Theils der Waldsteuer, welche den Normalvorrath trifft, so lange aussetzen, bis der Bestandswerth den Werth des Normalvorraths erreicht hätte. Dieser Zeitpunkt hängt von den Erträgen und Productionskosten des Waldes, sowie von der Wahl des Zinsfußes und der Umtriebszeit ab. Er fällt z. B. für einen Standort, welcher die in Tabelle A verzeichneten Nutzungen zu liefern verspricht, bei einem Culturkostenaufwande von 2 Thlrn. und einer jährlichen Ausgabe für Verwaltung rc. im Betrage von 0,3 Thlrn. sowie bei Annahme eines Zinsfußes von 3 %. und einer Umtriebszeit von 70 Jahren in das 40. Jahr, wie sich aus dem Beispiel S. 149 ergibt.

V. Die Steuer von Agriculturgelände ist der nach I ermittelten Waldsteuer keineswegs äquivalent. Denn indem man von dem jährlichen Rauhertrage eines Feldes die jährlichen baaren Auslagen für Beackerung, Saatfrucht, Düngung, Erndtelohn rc. abzieht und den Rest kapitalisirt, erhält man den Kapitalwerth des Bodens, während, wie wir gesehen haben, das unter I dargestellte Verfahren nicht blos den Kapitalwerth des Bodens, sondern auch denjenigen des normalen Vorrathes ergibt.

In Vorstehendem haben wir die am meisten übliche Besteuerungsweise der Waldungen vom Standpunkte der Waldwerthrechnung aus beleuchtet. Die Untersuchung der Frage, ob das unter I. angeführte Besteuerungssystem trotz der Ungleichheit, mit welcher es den Wald gegenüber dem Felde behandelt, nicht etwa aus Rücksichten der Finanzwirthschaft beizubehalten sei, bezw. Platz zu greifen habe, gehört nicht in das Bereich der vorliegenden Schrift.

A

Ertragstafel
für 1 Morgen Kiefernwald.
(Nach Burkhardt's „Hülfstafeln" S. 215.)

Jahr.	Zwischennutzung. Ertrag in Normalklaftern à 100 K.-F. feste Masse.	Zwischennutzung. Geldwerth pro Normalklafter. Groschen.	Zwischennutzung. Geldwerth im Ganzen. Thaler.	Bleibender Bestand. Ertrag in Normalklaftern à 100 K.-F. feste Masse.	Bleibender Bestand. Geldwerth pro Normalklafter. Groschen.	Bleibender Bestand. Geldwerth im Ganzen. Thaler.	Haubarkeitsnutzung. Ertrag in Normalklaftern à 100 K.-F. feste Masse.	Haubarkeitsnutzung. Geldwerth. Thaler.
20	1,5	20	1,0	8	30	8,0	9,5	9,0
30	2,6	40	3,5	13	50	21,7	15,6	25,2
40	2,4	60	4,8	19	80	50,7	21,4	55,5
50	2,1	80	5,6	25	120	100,0	27,1	105,6
60	1,8	110	6,6	31	160	165,3	32,8	171,9
70	1,6	140	7,5	36	200	240,0	37,6	247,5
80	1,3	170	7,4	40	220	293,3	41,3	300,7
90	1,2	180	7,2	43	240	344,0	44,2	351,2
100	—	—	—	45	250	375,0	45,0	375,0

B Berechnung des Bodenerwartungswerthes. Zinsfuß 3 %.

Eingangszeit. Jahr	Erlös. Thaler	Der Zwischennutzungen Nachwerthe bis zum Jahr 20	30	40	50	60	70	80	90	100
20	1,0	—	1,3439	1,8061	2,4273	3,2620	4,3839	5,8916	7,9178	10,6409
30	3,5	—	—	4,7036	6,3213	8,4956	11,4170	15,3436	20,6206	27,7123
40	4,8	—	—	—	6,4507	8,6693	11,6510	15,6576	21,0427	28,2797
50	5,6	—	—	—	—	7,5258	10,1142	13,5929	18,2672	24,5498
60	6,6	—	—	—	—	—	8,8697	11,9203	16,0202	21,5292
70	7,5	—	—	—	—	—	—	10,0792	13,5457	18,2047
80	7,4	—	—	—	—	—	—	—	9,9449	13,3651
90	7,2	—	—	—	—	—	—	—	—	9,6761
100	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Summe d. Nachwerthe d. Zwischennutzungen		—	1,3439	6,5097	15,1993	27,9527	46,4358	72,4852	107,3591	153,9578
Haubarkeitsertrag		9,0000	25,2000	55,5000	105,6000	171,9000	247,5000	300,7000	351,2000	375,0000
Summe		9,0000	26,5439	62,0097	120,7993	199,8527	293,9358	373,1852	458,5591	528,9578
Nachwerth der Culturkosten (C = 2 Rthlr.) .		3,6122	4,8546	6,5240	8,7678	11,7832	15,8356	21,2818	28,6010	38,4372
Unterschied		5,3878	21,6893	55,4857	112,0315	188,0695	278,1002	351,9034	429,9581	490,5206
Bodenwerth einschl. der jährl. Kosten . .		6,6836	15,1955	24,5302	33,1053	38,4414	40,2133	36,4924	32,3328	26,9296
Kapitalwerth der jährl. Kosten (v = 0,3 Rthlr.)		10,0000	10,0000	10,0000	10,0000	10,0000	10,0000	10,0000	10,0000	10,0000
Unterschied = reiner Bodenkapitalwerth .		-3,3164	5,1955	14,5302	23,1053	28,4414	30,2133	26,4924	22,3328	16,9296

C Berechnung des Bodenerwartungswerthes. Zinsfuß 2 %.

Eingangszeit. Jahr	Erlös. Thaler	Der Zwischennutzungen Nachwerthe bis zum Jahr 20	30	40	50	60	70	80	90	100
20	1,0	—	1,2190	1,4859	1,8114	2,2080	2,6916	3,2810	3,9996	4,8754
30	3,5	—	—	4,2665	5,2006	6,3399	7,7280	9,4206	11,4835	13,9986
40	4,8	—	—	—	5,8512	7,1323	8,6947	10,5984	12,9197	15,7488
50	5,6	—	—	—	—	6,8264	8,3210	10,1438	12,3648	15,0730
60	6,6	—	—	—	—	—	8,0454	9,8069	11,9552	14,5728
70	7,5	—	—	—	—	—	—	9,1425	11,1442	13,5855
80	7,4	—	—	—	—	—	—	—	9,0206	10,9957
90	7,2	—	—	—	—	—	—	—	—	8,7768
100	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Summe d. Nachwerthe d. Zwischennutzungen		—	1,2190	5,7524	12,8632	22,5066	35,4807	52,3932	72,8876	97,6266
Haubarkeitsertrag		9,0000	25,2000	55,5000	105,6000	171,9000	247,5000	300,7000	351,2000	375,0000
Summe		9,0000	26,4190	61,2524	118,4632	194,4066	282,9807	353,0932	424,0876	472,6266
Nachwerth der Culturkosten (C = 2 Rß.) .		2,9718	3,6228	4,4160	5,3832	6,5620	7,9992	9,7518	11,8862	14,4892
Unterschied		6,0282	22,7962	56,8364	113,0800	187,8446	274,9815	343,3414	412,2014	458,1374
Bodenwerth einschl. der jährl. Kosten . .		12,4048	28,0963	47,0492	66,8529	82,3511	91,6788	88,5821	83,3883	73,3478
Kapitalwerth der jährl. Kosten (v = 0,3 Rß.)		15,0000	15,0000	15,0000	15,0000	15,0000	15,0000	15,0000	15,0000	15,0000
Unterschied = reiner Bodenkapitalwerth .		−2,5952	13,0963	32,0492	51,8529	67,3511	76,6788	73,5821	68,3883	58,3478

D Ermittlung der Umtriebszeit des größten Waldreinertrags bei dem jährl. Nachhaltbetriebe.

Jahr	Beträgt die Fläche einer Altersstufe 1 Morgen, so liefert eine Betriebsklasse von u Morgen bei Einhaltung einer Umtriebszeit von								
	20	30	40	50	60	70	80	90	100
	Jahren jährlich nachstehende Zwischennutzungserträge, ausgedrückt in Thalern:								
20	—	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
30	—	—	3,500	3,500	3,500	3,500	3,500	3,500	3,500
40	—	—	—	4,800	4,800	4,800	4,800	4,800	4,800
50	—	—	—	—	5,600	5,600	5,600	5,600	5,600
60	—	—	—	—	—	6,600	6,600	6,600	6,600
70	—	—	—	—	—	—	7,500	7,500	7,500
80	—	—	—	—	—	—	—	7,400	7,400
90	—	—	—	—	—	—	—	—	7,200
100	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	und nachstehenden Haubarkeitsertrag (Thlr.):								
	9,000	25,200	55,500	105,600	171,900	247,500	300,700	351,200	375,000
Summe der Zwischennutzungen und der Haubarkeitsnutzung	9,000	26,200	60,000	114,900	186,800	269,000	329,700	387,600	418,600
Die Culturkosten betragen (Thlr.) . .	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000
Unterschied	7,000	24,200	58,000	112,900	184,800	267,000	327,700	385,600	416,600
Pro Morgen	0,350	0,807	1,450	2,258	3,080	3,814	4,096	4,284	4,166
Die jährlichen Kosten betragen (Thlr.)	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300
Jährlicher Waldreinertrag pro Morgen	0,050	0,507	1,150	1,958	2,780	3,514	3,796	3,984	3,866

Factoren
für die Zinszinsrechnung.

Tafel I., welche den Factor $1{,}0p^n$ enthält, gibt den Werth an zu welchem das Kapital 1 (z. B. 1 Thaler, 1 Gulden) binnen so viel Jahren anwächst, als die in der ersten Spalte stehende Jahreszahl anzeigt.

Beispiel: Bei $3^1/_2$ % wächst ein Thlr. binnen 30 Jahren mit Zinsen und Zinseszinsen auf 2,8068 Thlr. an.

Tafel II., welche den Factor $\frac{1}{1{,}0p^n}$ enthält, gibt den Jetztwerth der Einheit an, welche ein Mal nach so viel Jahren eingeht, als die in der ersten Spalte stehende Jahreszahl anzeigt.

Beispiel: Bei $1^1/_2$ % ist ein Gulden, welcher nach 97 Jahren eingeht gegenwärtig werth 0,2359 Gulden.

Tafel III., welche den Factor $\frac{1}{1{,}0p^n - 1}$ enthält, gibt den Kapitalwerth der Einheit an, welche von jetzt an immerwährend nach so viel Jahren eingeht, als die in der ersten Spalte stehende Jahreszahl anzeigt.

Beispiel: Der jetzige Werth von 1 Thaler, welcher von jetzt an alle 100 Jahre eingeht, ist bei 4 Procent 0,0202 Thlr.

Jahr	Prozent $^1/_2$	1	$1^1/_2$	2	$2^1/_2$
1	1,0050	1,0100	1,0150	1,0200	1,0250
2	1,0100	1,0201	1,0302	1,0404	1,0506
3	1,0151	1,0303	1,0457	1,0612	1,0769
4	1,0202	1,0406	1,0614	1,0824	1,1038
5	1,0253	1,0510	1,0773	1,1041	1,1314
6	1,0304	1,0615	1,0934	1,1262	1,1597
7	1,0355	1,0721	1,1098	1,1487	1,1887
8	1,0407	1,0829	1,1265	1,1717	1,2184
9	1,0459	1,0937	1,1434	1,1951	1,2489
10	1,0511	1,1046	1,1605	1,2190	1,2801
11	1,0564	1,1157	1,1779	1,2434	1,3121
12	1,0617	1,1268	1,1956	1,2682	1,3449
13	1,0670	1,1381	1,2136	1,2936	1,3785
14	1,0723	1,1495	1,2318	1,3195	1,4130
15	1,0777	1,1610	1,2502	1,3459	1,4483
16	1,0831	1,1726	1,2690	1,3728	1,4845
17	1,0885	1,1843	1,2880	1,4002	1,5216
18	1,0939	1,1961	1,3073	1,4282	1,5597
19	1,0994	1,2081	1,3270	1,4568	1,5986
20	1,1049	1,2202	1,3469	1,4859	1,6386
21	1,1104	1,2324	1,3671	1,5157	1,6796
22	1,1160	1,2447	1,3876	1,5460	1,7216
23	1,1216	1,2572	1,4084	1,5769	1,7646
24	1,1272	1,2697	1,4295	1,6084	1,8087
25	1,1328	1,2824	1,4509	1,6406	1,8539
26	1,1385	1,2953	1,4727	1,6734	1,9003
27	1,1442	1,3082	1,4948	1,7069	1,9478
28	1,1499	1,3213	1,5172	1,7410	1,9965
29	1,1556	1,3345	1,5400	1,7758	2,0464
30	1,1614	1,3478	1,5631	1,8114	2,0976
31	1,1672	1,3613	1,5865	1,8476	2,1500
32	1,1730	1,3749	1,6103	1,8845	2,2038
33	1,1789	1,3887	1,6345	1,9222	2,2589
34	1,1848	1,4026	1,6590	1,9607	2,3153
35	1,1907	1,4166	1,6839	1,9999	2,3732
36	1,1967	1,4308	1,7091	2,0399	2,4325
37	1,2027	1,4451	1,7348	2,0807	2,4933
38	1,2087	1,4595	1,7608	2,1223	2,5557
39	1,2147	1,4741	1,7872	2,1647	2,6196
40	1,2208	1,4889	1,8140	2,2080	2,6851
41	1,2269	1,5038	1,8412	2,2522	2,7522
42	1,2330	1,5188	1,8688	2,2972	2,8210
43	1,2392	1,5340	1,8969	2,3432	2,8915
44	1,2454	1,5493	1,9253	2,3901	2,9638
45	1,2516	1,5648	1,9542	2,4379	3,0379

Jahr	Prozent 3	$3^1/_2$	4	$4^1/_2$	5
1	1,0300	1,0350	1,0400	1,0450	1,0500
2	1,0609	1,0712	1,0816	1,0920	1,1025
3	1,0927	1,1087	1,1249	1,1412	1,1576
4	1,1255	1,1475	1,1699	1,1925	1,2155
5	1,1593	1,1877	1,2167	1,2462	1,2763
6	1,1941	1,2293	1,2653	1,3023	1,3401
7	1,2299	1,2723	1,3159	1,3609	1,4071
8	1,2668	1,3168	1,3686	1,4221	1,4775
9	1,3048	1,3629	1,4233	1,4861	1,5513
10	1,3439	1,4106	1,4802	1,5530	1,6289
11	1,3842	1,4600	1,5395	1,6228	1,7103
12	1,4258	1,5111	1,6010	1,6959	1,7959
13	1,4685	1,5640	1,6651	1,7722	1,8856
14	1,5126	1,6187	1,7317	1,8519	1,9799
15	1,5580	1,6753	1,8009	1,9353	2,0789
16	1,6047	1,7340	1,8730	2,0224	2,1829
17	1,6528	1,7947	1,9479	2,1134	2,2920
18	1,7024	1,8575	2,0258	2,2085	2,4066
19	1,7535	1,9225	2,1068	2,3079	2,5269
20	1,8061	1,9898	2,1911	2,4117	2,6533
21	1,8603	2,0594	2,2788	2,5202	2,7860
22	1,9161	2,1315	2,3699	2,6336	2,9253
23	1,9736	2,2061	2,4647	2,7522	3,0715
24	2,0328	2,2833	2,5633	2,8760	3,2251
25	2,0938	2,3632	2,6658	3,0054	3,3863
26	2,1566	2,4460	2,7725	3,1407	3,5557
27	2,2213	2,5316	2,8834	3,2820	3,7335
28	2,2879	2,6202	2,9987	3,4297	3,9201
29	2,3566	2,7119	3,1186	3,5840	4,1161
30	2,4273	2,8068	3,2434	3,7453	4,3219
31	2,5001	2,9050	3,3731	3,9139	4,5380
32	2,5751	3,0067	3,5081	4,0900	4,7649
33	2,6523	3,1119	3,6484	4,2740	5,0032
34	2,7319	3,2209	3,7943	4,4664	5,2533
35	2,8139	3,3336	3,9461	4,6673	5,5160
36	2,8983	3,4503	4,1039	4,8774	5,7918
37	2,9852	3,5710	4,2681	5,0969	6,0814
38	3,0748	3,6960	4,4388	5,3262	6,3855
39	3,1670	3,8254	4,6164	5,5659	6,7047
40	3,2620	3,9593	4,8010	5,8164	7,0400
41	3,3599	4,0978	4,9931	6,0781	7,3920
42	3,4607	4,2413	5,1928	6,3516	7,7616
43	3,5645	4,3897	5,4005	6,6374	8,1497
44	3,6714	4,5433	5,6165	6,9361	8,5571
45	3,7816	4,7024	5,8412	7,2482	8,9850

Jahr	Prozent ½	1	1½	2	2½
46	1,2579	1,5805	1,9835	2,4866	3,1139
47	1,2642	1,5963	2,0133	2,5363	3,1917
48	1,2705	1,6122	2,0435	2,5871	3,2715
49	1,2768	1,6283	2,0741	2,6388	3,3533
50	1,2832	1,6446	2,1052	2,6916	3,4371
51	1,2896	1,6611	2,1368	2,7454	3,5230
52	1,2961	1,6777	2,1689	2,8003	3,6111
53	1,3026	1,6945	2,2014	2,8563	3,7014
54	1,3091	1,7114	2,2344	2,9135	3,7930
55	1,3156	1,7285	2,2679	2,9717	3,8888
56	1,3222	1,7458	2,3020	3,0312	3,9860
57	1,3288	1,7633	2,3365	3,0918	4,0856
58	1,3355	1,7809	2,3715	3,1536	4,1878
59	1,3421	1,7987	2,4071	3,2167	4,2925
60	1,3489	1,8167	2,4432	3,2810	4,3998
61	1,3556	1,8349	2,4799	3,3466	4,5098
62	1,3624	1,8532	2,5171	3,4136	4,6225
63	1,3692	1,8717	2,5548	3,4819	4,7381
64	1,3760	1,8905	2,5931	3,5515	4,8565
65	1,3829	1,9094	2,6320	3,6225	4,9780
66	1,3898	1,9285	2,6715	3,6950	5,1024
67	1,3968	1,9477	2,7116	3,7689	5,2300
68	1,4038	1,9672	2,7523	3,8442	5,3607
69	1,4108	1,9869	2,7936	3,9211	5,4947
70	1,4178	2,0068	2,8355	3,9996	5,6321
71	1,4249	2,0268	2,8780	4,0795	5,7729
72	1,4320	2,0471	2,9212	4,1611	5,9172
73	1,4392	2,0676	2,9650	4,2444	6,0652
74	1,4464	2,0882	3,0094	4,3292	6,2168
75	1,4536	2,1091	3,0546	4,4158	6,3722
76	1,4609	2,1302	3,1004	4,5042	6,5315
77	1,4682	2,1515	3,1469	4,5942	6,6948
78	1,4755	2,1730	3,1941	4,6861	6,8622
79	1,4829	2,1948	3,2420	4,7798	7,0338
80	1,4903	2,2167	3,2907	4,8754	7,2096
81	1,4978	2,2389	3,3400	4,9729	7,3898
82	1,5053	2,2613	3,3901	5,0724	7,5746
83	1,5128	2,2839	3,4410	5,1739	7,7639
84	1,5204	2,3067	3,4926	5,2773	7,9580
85	1,5280	2,3298	3,5450	5,3829	8,1570
86	1,5356	2,3531	3,5982	5,4905	8,3609
87	1,5433	2,3766	3,6521	5,6003	8,5699
88	1,5510	2,4004	3,7069	5,7124	8,7842
89	1,5588	2,4244	3,7625	5,8266	9,0038
90	1,5666	2,4486	3,8189	5,9431	9,2289

Jahr	Prozent 3	$3^1/_2$	4	$4^1/_2$	5
46	3,8950	4,8669	6,0748	7,5744	9,4343
47	4,0119	5,0373	6,3178	7,9153	9,9060
48	4,1322	5,2136	6,5705	8,2715	10,4013
49	4,2562	5,3961	6,8333	8,6437	10,9213
50	4,3839	5,5849	7,1067	9,0326	11,4674
51	4,5154	5,7804	7,3909	9,4391	12,0408
52	4,6509	5,9827	7,6866	9,8639	12,6428
53	4,7904	6,1921	7,9940	10,3077	13,2749
54	4,9341	6,4088	8,3138	10,7716	13,9387
55	5,0821	6,6331	8,6464	11,2563	14,6356
56	5,2346	6,8653	8,9922	11,7628	15,3674
57	5,3916	7,1056	9,3519	12,2922	16,1358
58	5,5534	7,3543	9,7260	12,8453	16,9426
59	5,7200	7,6117	10,1150	13,4234	17,7897
60	5,8916	7,8781	10,5196	14,0274	18,6792
61	6,0683	8,1538	10,9404	14,6586	19,6131
62	6,2504	8,4392	11,3780	15,3183	20,5938
63	6,4379	8,7346	11,8331	16,0076	21,6235
64	6,6310	9,0403	12,3065	16,7279	22,7047
65	6,8300	9,3567	12,7987	17,4807	23,8399
66	7,0349	9,6842	13,3107	18,2673	25,0319
67	7,2459	10,0231	13,8431	19,0894	26,2835
68	7,4633	10,3739	14,3968	19,9484	27,5977
69	7,6872	10,7370	14,9727	20,8461	28,9775
70	7,9178	11,1128	15,5716	21,7841	30,4264
71	8,1554	11,5018	16,1945	22,7644	31,9477
72	8,4000	11,9043	16,8423	23,7888	33,5451
73	8,6520	12,3210	17,5160	24,8593	35,2224
74	8,9116	12,7522	18,2166	25,9780	36,9835
75	9,1789	13,1985	18,9452	27,1470	38,8327
76	9,4543	13,6605	19,7031	28,3686	40,7743
77	9,7379	14,1386	20,4912	29,6452	42,8130
78	10,0301	14,6335	21,3108	30,9792	44,9537
79	10,3310	15,1456	22,1633	32,3733	47,2014
80	10,6409	15,6757	23,0498	33,8301	49,5614
81	10,9601	16,2244	23,9718	35,3525	52,0395
82	11,2889	16,7922	24,9307	36,9433	54,6415
83	11,6276	17,3800	25,9279	38,6058	57,3736
84	11,9764	17,9883	26,9650	40,3430	60,2422
85	12,3357	18,6179	28,0436	42,1585	63,2543
86	12,7058	19,2695	29,1653	44,0556	66,4171
87	13,0869	19,9439	30,3320	46,0381	69,7379
88	13,4796	20,6420	31,5452	48,1098	73,2248
89	13,8839	21,3644	32,8071	50,2747	76,8861
90	14,3005	22,1122	34,1193	52,5371	80,7304

Jahr	Prozent ½	1	1½	2	2½
91	1,5744	2,4731	3,8762	6,0620	9,4596
92	1,5823	2,4978	3,9344	6,1832	9,6961
93	1,5902	2,5228	3,9934	6,3069	9,9385
94	1,5981	2,5481	4,0533	6,4330	10,1869
95	1,6061	2,5736	4,1141	6,5617	10,4416
96	1,6141	2,5993	4,1758	6,6929	10,7026
97	1,6222	2,6253	4,2384	6,8268	10,9702
98	1,6303	2,6515	4,3020	6,9633	11,2445
99	1,6385	2,6780	4,3665	7,1026	11,5256
100	1,6467	2,7048	4,4320	7,2446	11,8137
101	1,6549	2,7319	4,4985	7,3895	12,1091
102	1,6632	2,7592	4,5660	7,5373	12,4119
103	1,6715	2,7868	4,6345	7,6881	12,7221
104	1,6798	2,8146	4,7040	7,8418	13,0401
105	1,6882	2,8428	4,7746	7,9987	13,3662
106	1,6967	2,8712	4,8462	8,1586	13,7003
107	1,7052	2,8999	4,9189	8,3218	14,0428
108	1,7137	2,9289	4,9927	8,4883	14,3939
109	1,7223	2,9582	5,0676	8,6580	14,7534
110	1,7309	2,9878	5,1436	8,8312	15,1226
111	1,7395	3,0177	5,2207	9,0078	15,5006
112	1,7482	3,0479	5,2990	9,1880	15,8881
113	1,7570	3,0783	5,3785	9,3717	16,2853
114	1,7658	3,1091	5,4592	9,5592	16,6925
115	1,7746	3,1402	5,5411	9,7503	17,1098
116	1,7835	3,1716	5,6242	9,9453	17,5375
117	1,7924	3,2033	5,7086	10,1443	17,9760
118	1,8013	3,2354	5,7942	10,3471	18,4254
119	1,8103	3,2677	5,8811	10,5541	18,8860
120	1,8194	3,3004	5,9693	10,7652	19,3581
130	1,9125	3,6457	6,9276	13,1227	24,7801
140	2,0102	4,0271	8,0398	15,9965	31,7206
150	2,1130	4,4484	9,3305	19,4996	40,6050
160	2,2211	4,9138	10,8285	23,7699	51,9779
170	2,3347	5,4279	12,5669	28,9754	66,5361
180	2,4541	5,9958	14,5844	35,3208	85,1718
190	2,5796	6,6231	16,9258	43,0559	109,0271
200	2,7115	7,3160	19,6430	52,4849	139,5639

Jahr	Prozent 3	$3^1/_2$	4	$4^1/_2$	5
91	14,7295	22,8861	35,4841	54,9013	84,7669
92	15,1714	23,6871	36,9035	57,3718	89,0052
93	15,6265	24,5162	38,3796	59,9536	93,4555
94	16,0953	25,3742	39,9148	62,6515	98,1283
95	16,5782	26,2623	41,5114	65,4708	103,0347
96	17,0755	27,1815	43,1718	68,4170	108,1864
97	17,5878	28,1329	44,8987	71,4957	113,5957
98	18,1154	29,1175	46,6947	74,7130	119,2755
99	18,6589	30,1366	48,5624	78,0751	125,2393
100	19,2186	31,1914	50,5049	81,5885	131,5013
101	19,7952	32,2831	52,5251	85,2600	138,0763
102	20,3890	33,4130	54,6262	89,0967	144,9801
103	21,0007	34,5825	56,8112	93,1061	152,2291
104	21,6307	35,7929	59,0836	97,2958	159,8406
105	22,2797	37,0456	61,4470	101,6741	167,8326
106	22,9480	38,3422	63,9049	106,2495	176,2243
107	23,6365	39,6842	66,4611	111,0307	185,0355
108	24,3456	41,0731	69,1195	116,0271	194,2872
109	25,0760	42,5107	71,8843	121,2483	204,0016
110	25,8282	43,9986	74,7597	126,7045	214,2017
111	26,6031	45,5385	77,7500	132,4062	224,9118
112	27,4012	47,1324	80,8600	138,3645	236,1574
113	28,2232	48,7820	84,0944	144,5909	247,9652
114	29,0699	50,4894	87,4583	151,0974	260,3635
115	29,9420	52,2565	90,9566	157,8968	273,3817
116	30,8403	54,0855	94,5948	165,0022	287,0508
117	31,7655	55,9785	98,3786	172,4273	301,4033
118	32,7184	57,9377	102,3138	180,1865	316,4735
119	33,7000	59,9655	106,4063	188,2949	332,2971
120	34,7110	62,0643	110,6626	196,7682	348,9120
130	46,6486	87,5478	163,8076	305,5750	568,3409
140	62,6919	123,4949	242,4753	474,5486	925,7674
150	84,2527	174,2017	358,9227	736,9594	1507,9775
160	113,2286	245,7287	531,2932	1144,4754	2456,3364
170	152,1697	346,6247	786,4438	1777,3353	4001,1133
180	204,5033	488,9484	1164,1289	2760,1474	6517,3918
190	274,8354	689,7100	1723,1912	4286,4245	10616,1446
200	369,3558	972,9039	2550,7498	6656,6863	17292,5808

Jahr	Prozent ½	1	1½	2	2½
1	0,9950	0,9901	0,9852	0,9804	0,9756
2	0,9900	0,9803	0,9707	0,9612	0,9518
3	0,9851	0,9706	0,9563	0,9423	0,9286
4	0,9802	0,9610	0,9422	0,9238	0,9060
5	0,9754	0,9515	0,9283	0,9057	0,8839
6	0,9705	0,9420	0,9145	0,8880	0,8623
7	0,9657	0,9327	0,9010	0,8706	0,8413
8	0,9609	0,9235	0,8877	0,8535	0,8207
9	0,9561	0,9143	0,8746	0,8368	0,8007
10	0,9513	0,9053	0,8617	0,8203	0,7812
11	0,9466	0,8963	0,8489	0,8043	0,7621
12	0,9419	0,8874	0,8364	0,7885	0,7436
13	0,9372	0,8787	0,8240	0,7730	0,7254
14	0,9326	0,8700	0,8118	0,7579	0,7077
15	0,9279	0,8613	0,7999	0,7430	0,6905
16	0,9233	0,8528	0,7880	0,7284	0,6736
17	0,9187	0,8444	0,7764	0,7142	0,6572
18	0,9141	0,8360	0,7649	0,7002	0,6412
19	0,9096	0,8277	0,7536	0,6864	0,6255
20	0,9051	0,8195	0,7425	0,6730	0,6103
21	0,9006	0,8114	0,7315	0,6598	0,5954
22	0,8961	0,8034	0,7207	0,6468	0,5809
23	0,8916	0,7954	0,7100	0,6342	0,5667
24	0,8872	0,7876	0,6995	0,6217	0,5529
25	0,8828	0,7798	0,6892	0,6095	0,5394
26	0,8784	0,7720	0,6790	0,5976	0,5262
27	0,8740	0,7644	0,6690	0,5859	0,5134
28	0,8697	0,7568	0,6591	0,5744	0,5009
29	0,8653	0,7493	0,6494	0,5631	0,4887
30	0,8610	0,7419	0,6398	0,5521	0,4767
31	0,8567	0,7346	0,6303	0,5412	0,4651
32	0,8525	0,7273	0,6210	0,5306	0,4538
33	0,8482	0,7201	0,6118	0,5202	0,4427
34	0,8440	0,7130	0,6028	0,5100	0,4319
35	0,8398	0,7059	0,5939	0,5000	0,4214
36	0,8356	0,6989	0,5851	0,4902	0,4111
37	0,8315	0,6920	0,5764	0,4806	0,4011
38	0,8273	0,6852	0,5679	0,4712	0,3913
39	0,8232	0,6784	0,5595	0,4619	0,3817
40	0,8191	0,6717	0,5513	0,4529	0,3724
41	0,8151	0,6650	0,5431	0,4440	0,3633
42	0,8110	0,6584	0,5351	0,4353	0,3545
43	0,8070	0,6519	0,5272	0,4268	0,3458
44	0,8030	0,6454	0,5194	0,4184	0,3374
45	0,7990	0,6391	0,5117	0,4102	0,3292

Jahr	Prozent 3	3½	4	4½	5
1	0,9709	0,9662	0,9615	0,9569	0,9524
2	0,9426	0,9335	0,9246	0,9157	0,9070
3	0,9151	0,9019	0,8890	0,8763	0,8638
4	0,8885	0,8714	0,8548	0,8386	0,8227
5	0,8626	0,8420	0,8219	0,8025	0,7835
6	0,8375	0,8135	0,7903	0,7679	0,7462
7	0,8131	0,7860	0,7599	0,7348	0,7107
8	0,7894	0,7594	0,7307	0,7032	0,6768
9	0,7664	0,7337	0,7026	0,6729	0,6446
10	0,7441	0,7089	0,6756	0,6439	0,6139
11	0,7224	0,6849	0,6496	0,6162	0,5847
12	0,7014	0,6618	0,6246	0,5897	0,5568
13	0,6810	0,6394	0,6006	0,5643	0,5303
14	0,6611	0,6178	0,5775	0,5400	0,5051
15	0,6419	0,5969	0,5553	0,5167	0,4810
16	0,6323	0,5767	0,5339	0,4945	0,4581
17	0,6050	0,5572	0,5134	0,4732	0,4363
18	0,5874	0,5384	0,4936	0,4528	0,4155
19	0,5703	0,5202	0,4746	0,4333	0,3957
20	0,5537	0,5026	0,4564	0,4146	0,3769
21	0,5375	0,4856	0,4388	0,3968	0,3589
22	0,5219	0,4692	0,4220	0,3797	0,3418
23	0,5067	0,4533	0,4057	0,3633	0,3256
24	0,4919	0,4380	0,3901	0,3477	0,3101
25	0,4776	0,4231	0,3751	0,3327	0,2953
26	0,4637	0,4088	0,3607	0,3184	0,2812
27	0,4502	0,3950	0,3468	0,3047	0,2678
28	0,4371	0,3817	0,3335	0,2916	0,2551
29	0,4243	0,3687	0,3207	0,2790	0,2429
30	0,4120	0,3563	0,3083	0,2670	0,2314
31	0,4000	0,3442	0,2965	0,2555	0,2204
32	0,3883	0,3326	0,2851	0,2445	0,2099
33	0,3770	0,3213	0,2741	0,2340	0,1999
34	0,3660	0,3105	0,2636	0,2239	0,1904
35	0,3554	0,3000	0,2534	0,2143	0,1813
36	0,3450	0,2898	0,2437	0,2050	0,1727
37	0,3350	0,2800	0,2343	0,1962	0,1644
38	0,3252	0,2706	0,2253	0,1878	0,1566
39	0,3158	0,2614	0,2166	0,1797	0,1491
40	0,3066	0,2526	0,2083	0,1719	0,1420
41	0,2976	0,2440	0,2003	0,1645	0,1353
42	0,2890	0,2358	0,1926	0,1574	0,1288
43	0,2805	0,2278	0,1852	0,1507	0,1227
44	0,2724	0,2201	0,1780	0,1442	0,1169
45	0,2644	0,2127	0,1712	0,1380	0,1113

Jahr	Prozent ½	1	1½	2	2½
46	0,7950	0,6327	0,5042	0,4022	0,3211
47	0,7910	0,6265	0,4967	0,3943	0,3133
48	0,7871	0,6203	0,4894	0,3865	0,3057
49	0,7832	0,6141	0,4821	0,3790	0,2982
50	0,7793	0,6080	0,4750	0,3715	0,2909
51	0,7754	0,6020	0,4680	0,3642	0,2838
52	0,7715	0,5961	0,4611	0,3571	0,2769
53	0,7677	0,5902	0,4543	0,3501	0,2702
54	0,7639	0,5843	0,4475	0,3432	0,2636
55	0,7601	0,5785	0,4409	0,3365	0,2572
56	0,7563	0,5728	0,4344	0,3299	0,2509
57	0,7525	0,5671	0,4280	0,3234	0,2448
58	0,7488	0,5615	0,4217	0,3171	0,2388
59	0,7451	0,5560	0,4154	0,3109	0,2330
60	0,7414	0,5504	0,4093	0,3148	0,2273
61	0,7377	0,5450	0,4032	0,2988	0,2217
62	0,7340	0,5396	0,3973	0,2929	0,2163
63	0,7304	0,5343	0,3914	0,2872	0,2111
64	0,7267	0,5290	0,3856	0,2816	0,2059
65	0,7231	0,5237	0,3799	0,2760	0,2009
66	0,7195	0,5185	0,3743	0,2706	0,1960
67	0,7159	0,5134	0,3688	0,2653	0,1912
68	0,7124	0,5083	0,3633	0,2601	0,1865
69	0,7088	0,5033	0,3580	0,2550	0,1820
70	0,7053	0,4983	0,3527	0,2500	0,1776
71	0,7018	0,4934	0,3475	0,2451	0,1732
72	0,6983	0,4885	0,3423	0,2403	0,1690
73	0,6948	0,4837	0,3373	0,2356	0,1649
74	0,6914	0,4789	0,3323	0,2310	0,1609
75	0,6879	0,4741	0,3274	0,2265	0,1569
76	0,6845	0,4694	0,3225	0,2220	0,1531
77	0,6811	0,4648	0,3178	0,2177	0,1494
78	0,6777	0,4602	0,3131	0,2134	0,1457
79	0,6743	0,4556	0,3084	0,2092	0,1422
80	0,6710	0,4511	0,3039	0,2051	0,1387
81	0,6676	0,4467	0,2994	0,2011	0,1353
82	0,6643	0,4422	0,2950	0,1971	0,1320
83	0,6610	0,4378	0,2906	0,1933	0,1288
84	0,6577	0,4335	0,2863	0,1895	0,1257
85	0,6545	0,4292	0,2821	0,1858	0,1226
86	0,6512	0,4250	0,2779	0,1821	0,1196
87	0,6480	0,4208	0,2738	0,1786	0,1167
88	0,6447	0,4166	0,2698	0,1751	0,1138
89	0,6415	0,4125	0,2658	0,1716	0,1111
90	0,6383	0,4084	0,2619	0,1683	0,1084

Jahr	Prozent 3	3½	4	4½	5
46	0,2567	0,2055	0,1646	0,1320	0,1060
47	0,2493	0,1985	0,1583	0,1263	0,1009
48	0,2420	0,1918	0,1522	0,1209	0,0961
49	0,2350	0,1853	0,1463	0,1157	0,0916
50	0,2281	0,1791	0,1407	0,1107	0,0872
51	0,2215	0,1730	0,1353	0,1059	0,0830
52	0,2150	0,1671	0,1301	0,1014	0,0791
53	0,2088	0,1615	0,1251	0,0970	0,0753
54	0,2027	0,1560	0,1203	0,0928	0,0717
55	0,1968	0,1508	0,1157	0,0888	0,0683
56	0,1910	0,1457	0,1112	0,0850	0,0651
57	0,1855	0,1407	0,1069	0,0814	0,0620
58	0,1801	0,1360	0,1028	0,0778	0,0590
59	0,1748	0,1314	0,0989	0,0745	0,0562
60	0,1697	0,1269	0,0951	0,0713	0,0535
61	0,1648	0,1226	0,0914	0,0682	0,0510
62	0,1600	0,1185	0,0879	0,0653	0,0486
63	0,1553	0,1145	0,0845	0,0625	0,0462
64	0,1508	0,1106	0,0813	0,0598	0,0440
65	0,1464	0,1069	0,0781	0,0572	0,0419
66	0,1421	0,1033	0,0751	0,0547	0,0399
67	0,1380	0,0998	0,0722	0,0524	0,0380
68	0,1340	0,0964	0,0695	0,0501	0,0362
69	0,1301	0,0931	0,0668	0,0480	0,0345
70	0,1263	0,0900	0,0642	0,0459	0,0329
71	0,1226	0,0869	0,0617	0,0439	0,0313
72	0,1190	0,0840	0,0594	0,0420	0,0298
73	0,1156	0,0812	0,0571	0,0402	0,0284
74	0,1122	0,0784	0,0549	0,0385	0,0270
75	0,1089	0,0758	0,0528	0,0368	0,0257
76	0,1058	0,0732	0,0508	0,0352	0,0245
77	0,1027	0,0707	0,0488	0,0337	0,0234
78	0,0997	0,0683	0,0469	0,0323	0,0222
79	0,0968	0,0660	0,0451	0,0309	0,0212
80	0,0940	0,0638	0,0434	0,0296	0,0202
81	0,0912	0,0616	0,0417	0,0283	0,0192
82	0,0886	0,0596	0,0401	0,0271	0,0183
83	0,0860	0,0575	0,0386	0,0259	0,0174
84	0,0835	0,0556	0,0371	0,0248	0,0166
85	0,0811	0,0537	0,0357	0,0237	0,0158
86	0,0787	0,0519	0,0343	0,0227	0,0151
87	0,0764	0,0501	0,0330	0,0217	0,0143
88	0,0742	0,0484	0,0317	0,0208	0,0137
89	0,0720	0,0468	0,0305	0,0199	0,0130
90	0,0699	0,0452	0,0293	0,0190	0,0124

Jahr	Prozent ½	1	1½	2	2½
91	0,6352	0,4043	0,2580	0,1650	0,1057
92	0,6320	0,4003	0,2542	0,1617	0,1031
93	0,6289	0,3964	0,2504	0,1586	0,1006
94	0,6257	0,3925	0,2467	0,1554	0,0982
95	0,6226	0,3886	0,2431	0,1524	0,0958
96	0,6195	0,3847	0,2395	0,1494	0,0934
97	0,6164	0,3809	0,2359	0,1465	0,0912
98	0,6134	0,3771	0,2324	0,1436	0,0889
99	0,6103	0,3734	0,2290	0,1408	0,0868
100	0,6073	0,3697	0,2256	0,1380	0,0846
101	0,6043	0,3661	0,2223	0,1353	0,0826
102	0,6013	0,3624	0,2190	0,1327	0,0806
103	0,5983	0,3588	0,2158	0,1301	0,0786
104	0,5953	0,3553	0,2126	0,1275	0,0767
105	0,5923	0,3518	0,2094	0,1250	0,0748
106	0,5894	0,3483	0,2063	0,1226	0,0730
107	0,5864	0,3448	0,2033	0,1202	0,0712
108	0,5835	0,3414	0,2003	0,1178	0,0695
109	0,5806	0,3380	0,1973	0,1155	0,0678
110	0,5777	0,3347	0,1944	0,1132	0,0661
111	0,5749	0,3314	0,1915	0,1110	0,0645
112	0,5720	0,3281	0,1887	0,1088	0,0629
113	0,5692	0,3249	0,1859	0,1067	0,0614
114	0,5663	0,3216	0,1832	0,1046	0,0599
115	0,5635	0,3184	0,1805	0,1026	0,0584
116	0,5607	0,3153	0,1778	0,1005	0,0570
117	0,5579	0,3122	0,1752	0,0986	0,0556
118	0,5551	0,3091	0,1726	0,0966	0,0543
119	0,5524	0,3060	0,1700	0,0947	0,0529
120	0,5496	0,3030	0,1675	0,0929	0,0517
130	0,5229	0,2743	0,1443	0,0762	0,0404
140	0,4975	0,2483	0,1244	0,0625	0,0315
150	0,4732	0,2248	0,1072	0,0513	0,0246
160	0,4502	0,2035	0,0923	0,0421	0,0192
170	0,4283	0,1842	0,0796	0,0345	0,0150
180	0,4075	0,1668	0,0686	0,0283	0,0117
190	0,3877	0,1510	0,0591	0,0232	0,0092
200	0,3688	0,1367	0,0509	0,0191	0,0072

Jahr	Prozent 3	3½	4	4½	5
91	0,0679	0,0437	0,0282	0,0182	0,0118
92	0,0659	0,0422	0,0271	0,0174	0,0112
93	0,0640	0,0408	0,0261	0,0167	0,0107
94	0,0621	0,0394	0,0251	0,0160	0,0102
95	0,0603	0,0381	0,0241	0,0153	0,0097
96	0,0586	0,0368	0,0232	0,0146	0,0092
97	0,0569	0,0355	0,0223	0,0140	0,0088
98	0,0552	0,0343	0,0214	0,0134	0,0084
99	0,0536	0,0332	0,0206	0,0128	0,0080
100	0,0520	0,0321	0,0198	0,0123	0,0076
101	0,0505	0,0310	0,0190	0,0117	0,0072
102	0,0490	0,0299	0,0183	0,0112	0,0069
103	0,0476	0,0289	0,0176	0,0107	0,0066
104	0,0462	0,0279	0,0169	0,0103	0,0063
105	0,0449	0,0270	0,0163	0,0098	0,0060
106	0,0436	0,0261	0,0156	0,0094	0,0057
107	0,0423	0,0252	0,0150	0,0090	0,0054
108	0,0411	0,0243	0,0145	0,0086	0,0051
109	0,0399	0,0235	0,0139	0,0082	0,0049
110	0,0387	0,0227	0,0134	0,0079	0,0047
111	0,0376	0,0220	0,0129	0,0075	0,0044
112	0,0365	0,0212	0,0124	0,0072	0,0042
113	0,0354	0,0205	0,0119	0,0069	0,0040
114	0,0344	0,0198	0,0114	0,0066	0,0038
115	0,0334	0,0191	0,0110	0,0063	0,0037
116	0,0324	0,0185	0,0106	0,0061	0,0035
117	0,0315	0,0179	0,0102	0,0058	0,0033
118	0,0306	0,0173	0,0098	0,0055	0,0032
119	0,0297	0,0167	0,0094	0,0053	0,0030
120	0,0288	0,0161	0,0090	0,0051	0,0029
130	0,0214	0,0114	0,0061	0,0033	0,0018
140	0,0160	0,0081	0,0041	0,0021	0,0011
150	0,0119	0,0057	0,0028	0,0014	0,0007
160	0,0088	0,0041	0,0019	0,0009	0,0004
170	0,0066	0,0029	0,0013	0,0006	0,0002
180	0,0049	0,0020	0,0009	0,0004	0,0002
190	0,0036	0,0014	0,0006	0,0002	0,0001
200	0,0027	0,0010	0,0004	0,0001	0,0001

Jahr	Prozent ½	1	1½	2	2½
1	200,0000	100,0000	66,6667	50,0000	40,0000
2	99,7506	49,7512	33,0852	24,7525	19,7531
3	66,3350	33,0022	21,8924	16,3377	13,0054
4	49,6266	24,6281	16,2963	12,1312	9,6327
5	39,6020	19,6040	12,9393	9,6079	7,6099
6	32,9191	16,2549	10,7017	7,9263	6,2620
7	28,1458	13,8629	9,1037	6,7256	5,2998
8	24,5658	12,0690	7,9056	5,8255	4,5787
9	21,7815	10,6741	6,9740	5,1258	4,0183
10	19,5537	9,5582	6,2289	4,5663	3,5703
11	17,7318	8,6454	5,6196	4,1089	3,2042
12	16,2133	7,8849	5,1120	3,7280	2,8995
13	14,9284	7,2415	4,6827	3,4059	2,6419
14	13,8272	6,6901	4,3149	3,1301	2,4215
15	12,8729	6,2124	3,9963	2,8913	2,2307
16	12,0379	5,7944	3,7177	2,6825	2,0640
17	11,3012	5,4258	3,4720	2,4985	1,9171
18	10,6463	5,0982	3,2537	2,3351	1,7868
19	10,0605	4,8052	3,0586	2,1891	1,6704
20	9,5333	4,5415	2,8830	2,0578	1,5659
21	9,0563	4,3031	2,7244	1,9392	1,4715
22	8,6227	4,0864	2,5802	1,8316	1,3859
23	8,2269	3,8886	2,4487	1,7334	1,3079
24	7,8642	3,7073	2,3283	1,6436	1,2365
25	7,5304	3,5407	2,2176	1,5610	1,1710
26	7,2223	3,3869	2,1155	1,4850	1,1107
27	6,9372	2,2446	2,0210	1,4147	1,0551
28	6,6724	3,1124	1,9334	1,3459	1,0035
29	6,4258	2,9895	1,8519	1,2889	0,9556
30	6,1958	2,8748	1,7759	1,2325	0,9111
31	5,9806	2,7676	1,7050	1,1798	0,8696
32	5,7789	2,6671	1,6385	1,1305	0,8307
33	5,5895	2,5727	1,5761	1,0843	0,7944
34	5,4112	2,4840	1,5175	1,0409	0,7603
35	5,2431	2,4004	1,4622	1,0001	0,7282
36	5,0844	2,3214	1,4102	0,9616	0,6981
37	4,9343	2,2468	1,3610	0,9253	0,6696
38	4,7921	2,1762	1,3145	0,8910	0,6428
39	4,6572	2,1092	1,2703	0,8586	0,6174
40	4,5291	2,0456	1,2285	0,8278	0,5934
41	4,4072	1,9851	1,1887	0,7986	0,5707
42	4,2912	1,9276	1,1510	0,7709	0,5491
43	4,1806	1,8727	1,1150	0,7445	0,5287
44	4,0751	1,8204	1,0807	0,7195	0,5092
45	3,9742	1,7705	1,0480	0,6955	0,4907

Jahr	Prozent 3	3½	4	4½	5
1	33,3333	28,5714	25,0000	22,2222	20,0000
2	16,4204	14,0400	12,2549	10,8666	9,7561
3	10,7843	9,1981	8,0087	7,0839	6,3442
4	7,9676	6,7786	5,8873	5,1943	4,6402
5	6,2785	5,3280	4,6157	4,0620	3,6195
6	5,1333	4,3620	3,7690	3,3084	2,9403
7	4,3502	3,6727	3,1652	2,7711	2,4564
8	3,7485	3,1565	2,7132	2,3691	2,0944
9	3,2811	2,7556	2,3623	2,0572	1,8138
10	2,9077	2,4355	2,0823	1,8084	1,5901
11	2,6026	2,1741	1,8537	1,6055	1,4078
12	2,3487	1,9567	1,6638	1,4370	1,2565
13	2,1343	1,7732	1,5036	1,2950	1,1291
14	1,9509	1,6163	1,3667	1,1738	1,0205
15	1,7912	1,4807	1,2485	1,0692	0,9268
16	1,6537	1,3624	1,1455	0,9781	0,8454
17	1,5317	1,2584	1,0550	0,8982	0,7740
18	1,4236	1,1662	0,9748	0,8275	0,7109
19	1,3271	1,0840	0,9035	0,7646	0,6549
20	1,2405	1,0103	0,8395	0,7084	0,6049
21	1,1624	0,9439	0,7820	0,6578	0,5599
22	1,0916	0,8838	0,7300	0,6121	0,5194
23	1,0271	0,8291	0,6827	0,5707	0,4827
24	0,9682	0,7792	0,6397	0,5330	0,4494
25	0,9143	0,7335	0,6003	0,4986	0,4190
26	0,8646	0,6916	0,5642	0,4671	0,3913
27	0,8188	0,6529	0,5310	0,4382	0,3658
28	0,7764	0,6172	0,5003	0,4116	0,3424
29	0,7372	0,5842	0,4720	0,3870	0,3209
30	0,7006	0,5535	0,4458	0,3643	0,3010
31	0,6666	0,5249	0,4214	0,3432	0,2826
32	0,6349	0,4983	0,3987	0,3236	0,2656
33	0,6052	0,4735	0,3776	0,3054	0,2498
34	0,5774	0,4503	0,3579	0,2885	0,2351
35	0,5513	0,4285	0,3394	0,2727	0,2214
36	0,5268	0,4081	0,3222	0,2579	0,2087
37	0,5037	0,3889	0,3060	0,2441	0,1968
38	0,4820	0,3709	0,2908	0,2311	0,1857
39	0,4615	0,3539	0,2765	0,2190	0,1753
40	0,4421	0,3379	0,2631	0,2076	0,1656
41	0,4237	0,3228	0,2504	0,1969	0,1564
42	0,4064	0,3085	0,2385	0,1869	0,1479
43	0,3899	0,2950	0,2272	0,1774	0,1399
44	0,3743	0,2822	0,2166	0,1685	0,1323
45	0,3595	0,2701	0,2066	0,1600	0,1252

Jahr	Prozent ½	1	1½	2	2½
46	3,8778	1,7228	1,0167	0,6727	0,4731
47	3,7855	1,6771	0,9869	0,6509	0,4563
48	3,6971	1,6334	0,9583	0,6301	0,4402
49	3,6120	1,5915	0,9310	0,6102	0,4249
50	3,5307	1,5513	0,9048	0,5912	0,4103
51	3,4525	1,5127	0,8796	0,5729	0,3963
52	3,3773	1,4756	0,8555	0,5555	0,3830
53	3,3050	1,4400	0,8324	0,5387	0,3702
54	3,2354	1,4057	0,8101	0,5226	0,3579
55	3,1683	1,3726	0,7887	0,5072	0,3462
56	3,1036	1,3408	0,7681	0,4923	0,3349
57	3,0412	1,3102	0,7482	0,4781	0,3241
58	2,9810	1,2806	0,7291	0,4643	0,3137
59	2,9228	1,2520	0,7107	0,4511	0,3037
60	2,8666	1,2244	0,6928	0,4384	0,2941
61	2,8122	1,1978	0,6757	0,4261	0,2849
62	2,7596	1,1720	0,6592	0,4143	0,2760
63	2,7087	1,1471	0,6432	0,4029	0,2675
64	2,6594	1,1230	0,6277	0,3919	0,2593
65	2,6116	1,0997	0,6127	0,3813	0,2514
66	2,5653	1,0770	0,5983	0,3711	0,2438
67	2,5203	1,0551	0,5843	0,3612	0,2364
68	2,4767	1,0339	0,5707	0,3516	0,2293
69	2,4344	1,0133	0,5576	0,3423	0,2225
70	2,3933	0,9933	0,5448	0,3334	0,2159
71	2,3534	0,9739	0,5325	0,3247	0,2095
72	2,3146	0,9550	0,5205	0,3163	0,2034
73	2,2768	0,9367	0,5089	0,3082	0,1974
74	2,2401	0,9189	0,4976	0,3004	0,1917
75	2,2044	0,9016	0,4867	0,2928	0,1861
76	2,1697	0,8848	0,4761	0,2854	0,1808
77	2,1358	0,8684	0,4658	0,2782	0,1756
78	2,1028	0,8525	0,4558	0,2713	0,1706
79	2,0707	0,8370	0,4460	0,2646	0,1657
80	2,0394	0,8219	0,4366	0,2580	0,1610
81	2,0090	0,8072	0,4273	0,2517	0,1565
82	1,9791	0,7928	0,4184	0,2456	0,1521
83	1,9501	0,7789	0,4097	0,2396	0,1478
84	1,9217	0,7653	0,4012	0,2338	0,1437
85	1,8940	0,7520	0,3929	0,2282	0,1397
86	1,8670	0,7390	0,3849	0,2227	0,1358
87	1,8406	0,7264	0,3771	0,2174	0,1321
88	1,8149	0,7141	0,3694	0,2122	0,1285
89	1,7897	0,7021	0,3620	0,2072	0,1249
90	1,7651	0,6903	0,3547	0,2023	0,1215

Jahr	Prozent 3	3½	4	4½	5
46	0,3454	0,2586	0,1971	0,1521	0,1186
47	0,3320	0,2477	0,1880	0,1446	0,1123
48	0,3193	0,2373	0,1795	0,1375	0,1064
49	0,3071	0,2275	0,1714	0,1308	0,1008
50	0,2955	0,2181	0,1638	0,1245	0,0955
51	0,2845	0,2092	0,1565	0,1185	0,0906
52	0,2739	0,2007	0,1496	0,1128	0,0859
53	0,2638	0,1926	0,1430	0,1074	0,0815
54	0,2542	0,1849	0,1367	0,1023	0,0773
55	0,2450	0,1775	0,1308	0,0975	0,0733
56	0,2361	0,1705	0,1251	0,0929	0,0696
57	0,2277	0,1638	0,1197	0,0886	0,0661
58	0,2196	0,1574	0,1146	0,0844	0,0627
59	0,2119	0,1512	0,1097	0,0805	0,0596
60	0,2044	0,1454	0,1050	0,0768	0,0566
61	0,1973	0,1398	0,1006	0,0732	0,0537
62	0,1905	0,1344	0,0964	0,0698	0,0510
63	0,1839	0,1293	0,0923	0,0666	0,0485
64	0,1776	0,1244	0,0884	0,0636	0,0461
65	0,1715	0,1197	0,0848	0,0607	0,0438
66	0,1657	0,1152	0,0812	0,0579	0,0416
67	0,1601	0,1108	0,0779	0,0553	0,0396
68	0,1547	0,1067	0,0746	0,0528	0,0376
69	0,1495	0,1027	0,0716	0,0504	0,0357
70	0,1446	0,0989	0,0686	0,0481	0,0340
71	0,1398	0,0952	0,0658	0,0459	0,0323
72	0,1351	0,0917	0,0631	0,0439	0,0307
73	0,1307	0,0883	0,0605	0,0419	0,0292
74	0,1264	0,0851	0,0581	0,0400	0,0278
75	0,1223	0,0820	0,0557	0,0382	0,0264
76	0,1183	0,0790	0,0535	0,0365	0,0251
77	0,1144	0,0761	0,0513	0,0349	0,0239
78	0,1107	0,0733	0,0492	0,0334	0,0227
79	0,1072	0,0707	0,0473	0,0319	0,0216
80	0,1037	0,0681	0,0454	0,0305	0,0206
81	0,1004	0,0657	0,0435	0,0291	0,0196
82	0,0972	0,0633	0,0418	0,0278	0,0186
83	0,0941	0,0610	0,0401	0,0266	0,0177
84	0,0911	0,0589	0,0385	0,0254	0,0169
85	0,0882	0,0568	0,0370	0,0243	0,0161
86	0,0854	0,0547	0,0355	0,0232	0,0153
87	0,0827	0,0528	0,0341	0,0222	0,0145
88	0,0801	0,0509	0,0327	0,0212	0,0138
89	0,0776	0,0491	0,0314	0,0203	0,0132
90	0,0752	0,0474	0,0302	0,0194	0,0125

Jahr	Prozent ½	1	1½	2	2½
91	1,7410	0,6788	0,3477	0,1975	0,1182
92	1,7174	0,6676	0,3408	0,1929	0,1150
93	1,6944	0,6567	0,3341	0,1884	0,1119
94	1,6719	0,6460	0,3275	0,1841	0,1088
95	1,6499	0,6355	0,3211	0,1798	0,1059
96	1,6283	0,6253	0,3149	0,1757	0,1031
97	1,6072	0,6153	0,3088	0,1716	0,1003
98	1,5865	0,6055	0,3028	0,1677	0,0976
99	1,5662	0,5959	0,2970	0,1639	0,0950
100	1,5464	0,5866	0,2914	0,1602	0,0925
101	1,5270	0,5774	0,2858	0,1565	0,0900
102	1,5079	0,5684	0,2804	0,1530	0,0876
103	1,4892	0,5597	0,2751	0,1495	0,0853
104	1,4709	0,5511	0,2700	0,1462	0,0831
105	1,4530	0,5427	0,2649	0,1429	0,0809
106	1,4354	0,5344	0,2600	0,1397	0,0787
107	1,4181	0,5263	0,2552	0,1366	0,0767
108	1,4011	0,5184	0,2505	0,1335	0,0747
109	1,3845	0,5107	0,2458	0,1306	0,0727
110	1,3682	0,5031	0,2413	0,1277	0,0708
111	1,3522	0,4956	0,2369	0,1249	0,0690
112	1,3365	0,4883	0,2326	0,1221	0,0672
113	1,3211	0,4812	0,2284	0,1194	0,0654
114	1,3059	0,4741	0,2243	0,1168	0,0637
115	1,2910	0,4672	0,2202	0,1143	0,0621
116	1,2764	0,4605	0,2163	0,1118	0,0605
117	1,2620	0,4539	0,2124	0,1094	0,0589
118	1,2479	0,4474	0,2086	0,1070	0,0574
119	1,2340	0,4410	0,2049	0,1047	0,0559
120	1,2204	0,4347	0,2012	0,1024	0,0545
130	1,0960	0,3779	0,1687	0,0825	0,0421
140	0,9899	0,3303	0,1420	0,0667	0,0326
150	0,8984	0,2900	0,1200	0,0541	0,0252
160	0,8189	0,2555	0,1017	0,0439	0,0196
170	0,7492	0,2258	0,0865	0,0357	0,0153
180	0,6877	0,2002	0,0736	0,0291	0,0119
190	0,6331	0,1778	0,0628	0,0238	0,0093
200	0,5843	0,1583	0,0536	0,0194	0,0072

Jahr	Prozent 3	3½	4	4½	5
91	0,0728	0,0457	0,0290	0,0186	0,0119
92	0,0706	0,0441	0,0279	0,0177	0,0114
93	0,0684	0,0425	0,0268	0,0170	0,0108
94	0,0662	0,0410	0,0257	0,0162	0,0103
95	0,0642	0,0396	0,0247	0,0155	0,0098
96	0,0622	0,0382	0,0237	0,0148	0,0093
97	0,0603	0,0369	0,0228	0,0142	0,0089
98	0,0584	0,0356	0,0219	0,0136	0,0085
99	0,0566	0,0343	0,0210	0,0130	0,0080
100	0,0549	0,0331	0,0202	0,0124	0,0077
101	0,0532	0,0320	0,0194	0,0119	0,0073
102	0,0516	0,0309	0,0186	0,0114	0,0069
103	0,0500	0,0298	0,0179	0,0109	0,0066
104	0,0485	0,0287	0,0172	0,0104	0,0063
105	0,0470	0,0277	0,0165	0,0099	0,0060
106	0,0456	0,0268	0,0159	0,0095	0,0057
107	0,0442	0,0258	0,0153	0,0091	0,0054
108	0,0428	0,0250	0,0147	0,0087	0,0052
109	0,0415	0,0241	0,0141	0,0083	0,0049
110	0,0403	0,0233	0,0136	0,0080	0,0047
111	0,0391	0,0225	0,0130	0,0076	0,0045
112	0,0379	0,0217	0,0125	0,0073	0,0042
113	0,0367	0,0209	0,0120	0,0070	0,0040
114	0,0356	0,0202	0,0116	0,0067	0,0039
115	0,0346	0,0195	0,0111	0,0064	0,0037
116	0,0335	0,0188	0,0107	0,0061	0,0035
117	0,0325	0,0182	0,0103	0,0058	0,0033
118	0,0315	0,0176	0,0099	0,0056	0,0032
119	0,0306	0,0170	0,0095	0,0053	0,0030
120	0,0297	0,0164	0,0091	0,0051	0,0029
130	0,0219	0,0116	0,0061	0,0033	0,0018
140	0,0162	0,0082	0,0041	0,0021	0,0011
150	0,0120	0,0058	0,0028	0,0014	0,0007
160	0,0089	0,0041	0,0019	0,0009	0,0004
170	0,0066	0,0029	0,0013	0,0006	0,0002
180	0,0049	0,0020	0,0009	0,0004	0,0002
190	0,0037	0,0015	0,0006	0,0002	0,0001
200	0,0027	0,0010	0,0004	0,0001	0,0001