叢書集成續編

六

新文豐出版公司印行

叢書集成續編 第七六册目錄

自然科學類

算學

算術

Wt52/05

周髀算經

光緒丁亥年孟春月
朱氏行素艸堂藏板

懋之校刊周髀算經數術記遺九數外錄三書成將彙爲一編或疑其羼雜以質於余余曰無傷也算數之學今勝於古誠以算必徵實數無蹈虛前人槪法後人推衍積世積人萬法變生由變以會於通因通以求其密人心之智巧日出而算數遂爲無盡之學雖然法有萬殊理一而已是故積水可進於凜冰取火不忘夫鑽燧舊法者新法之所從出也中國算書之古莫周髀若矣地圓之理遠駕西人立說以前特其義隱而難窺致其書存而若廢古者列九數於六藝之一保氏掌之以敎國子兩漢經師類能通曉其術然自九章以外鮮有專書此算術所由寖微歟數

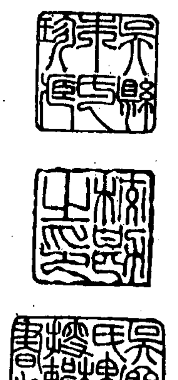
術記遺相傳漢人徐岳所撰雖不盡可信而唐人頒之學宮殆亦以其舊籍而藉備一格夫河海之大必浥溝澮之注山嶽之峻不遺培塿之細貴在博取豈等弁髦西法東來始驚奇妙至我

朝通算大儒接踵而起往往超越其上嚮之所爲魚兔今亦視等筌蹏讀九數外錄可以槪其餘矣後乎此者不可知前乎此者容可不知然則是編也旣以令學者知夫算術之源本而古今風會降升之故亦庶於是徵何羼雜之有懋之曰子釋吾疑必請以子言弁簡首辭以不文不獲姑識之質諸當世疇人不知以爲然乎否也光緒丁亥上元日華亭閔萃祥撰

周髀算經序

周髀算經二卷古蓋天之學也以勾股之法度天地之高厚推日月之運行而得其度數其書出於商周之閒自周公受之於商高周人志之謂之周髀其所從來遠矣隋書經籍志有周髀一卷趙嬰註周髀一卷甄鸞重述而唐之藝文志天文類有趙嬰註周髀一卷甄鸞註周髀一卷其歷算類仍有李淳風註周髀算經二卷本此一書耳至於本朝崇文總目與夫中興館閣書目皆有周髀算經二卷云趙君卿述甄鸞重述李淳風等註釋趙君卿名爽君卿其字也如是則在唐以前則有趙嬰之註而本朝以來則

是趙爽之本所記不同意者趙嬰趙爽止是一人豈其字文相類轉寫之誤耶然亦當以隋唐之書爲正可也又崇文總目及李籍周髀音義者云趙君卿不詳何代人今以序文考之有曰渾天有靈憲之文蓋天有周髀之法靈憲乃張衡之所作實後漢安順之世而甄鸞之重述者乃是解釋君卿之所註出於宇文周之世以此推之則君卿者其亦魏晉之閒人乎若夫乘勾股朱黃之實立倍差減并之術以盡開方之妙百世之下莫之可易則君卿者誠算學之宗師也嘉定六年癸酉十一月一日丁卯冬至承議郎權知汀州軍州兼管內勸農事主管坑冶括蒼鮑澣之仲祺謹書



光緒歲在柔兆閹茂壯月吳縣朱記榮槐廬家塾重校刊

周髀算經題辭

始讀周髀輒駭其艱怪及再一尋討不過乘方圓參兩以生勾股遂至于算數所不可及蓋亦因天地自然之數耳故其書稱榮方學于陳子至畢思篤神卒無所用其智乃知謂天蓋高固可坐而定者不誣也然周髀率以表影一寸度爲千里按李淳風所引宋元嘉十九年測影于交州夏至日影在表南三寸二分共得一尺八寸二分洛去交一萬一千里是不及六百里一寸也觀此則日徑千二百五十里去地八萬里之說又有不可盡據者故蔡邕謂周髀術數具存驗天多所違失又云周髀者卽蓋天之說也

是以王任仲據蓋天之說以駁渾儀爲桓君山所屈則周髀之術可睹矣又淳風別引宋書厤志二十四表影與今宋書相較則互有不同近刻宋書爲友人姚叔祥所校稱善本因舉此段問之叔祥云于時政以不得周髀故貽足下今日之問耳併識于此以竢刋定繡水沈士龍題

周髀以周人志之乃稱周髀而虞喜則謂天之體轉四方地體卑不動天周其上故云周其解周字又一義也然周髀之說奪于渾天如楊子雲八難卒無有能破之者惟梁武帝于長春殿講義別儗天體全同周髀以排渾天之論其後遂不復顯凡以世乏善算遂令眞秘湮屈余讀魏書有僊人成公興傭賃寇謙之家爲其開舍南辣田謙之坐樹下算興時來看後謙之算七曜有所不了惘然自失興曰先生何爲不懌謙之曰我學算累年而近算周髀不合以此自媿且非汝所知何勞問也興曰先生試隨興語布之俄然便決謙之歎伏不測請師事之興後入嵩山石室尸解乃知周髀非僊眞有道算難遽合彼桓鄭蔡陸者恐未易以聲附子雲也武原胡震亨題

夫高而大者莫大於天厚而廣者莫廣於地體恢洪而廓落形修廣而幽清可以元象課其進退然而宏達不可指掌也可以晷儀驗其長短然其巨闊不可度量也雖窮神

知化不能極其妙探賾索隱不能盡其微是以詭異之說出則兩端之理生遂有渾天蓋天兼而竝之故能彌綸天地之道有以見天地之賾則渾天有靈憲之文蓋天有周髀之法累代存之官司是掌所以欽若昊天恭授民時爽以暗蔽才學淺昧鄰高山之仰止慕景行之軌轍負薪餘日聊觀周髀其旨約而遠其言曲而中將恐廢替濡滯不通使談天者無所取則輒依經爲圖誠冀頹毀重仞之墻披露堂室之奧庶博物君子時迴思焉

周髀算經卷上　　槐廬叢書

漢　趙　君卿　注

北周漢中郡守前司隸臣甄鸞重述

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉勅注釋

昔者周公問於商高曰竊聞乎大夫善數也唐寅曰經文也

周公姓姬名旦武王之弟商高周時賢大夫善算者也周公位居冢宰德則至高尙自卑己以自牧下學而上達況其凡乎唐寅曰此趙注也

請問古者包犧立周天歷度

包犧三皇之一始畫八卦以商高善數能通乎微妙達

乎無方無大不綜無幽不顯聞包犧立周天歷度運章蔀之法易曰古者包犧氏之王天下也仰則觀象於天俯則觀法於地此之謂也

夫天不可階而升地不可將尺寸而度

邈乎懸廣無階可升蕩乎遐遠無度可量

請問數從安出

心昧其機請問其目

商高曰數之法出於圓方

圓徑一而周三方徑一而匝四伸圓之周而爲勾展方之匝而爲股共結一角邪適弦五政圓方邪徑相通之率故曰數之法出於圓方圓方者天地之形陰陽之數然則周公之所問天地也是以商高陳圓方之形以見其象因奇耦之數以制其法所謂言約旨遠微妙幽通矣

圓出於方方出於矩

圓規之數理之以方方周匝也方正之物出之以矩矩廣長也

矩出於九九八十一

推圓方之率通廣長之數當須乘除以計之九九者乘除之原也

故折矩

故者申事之辭也將爲勾股之率故曰折矩也

以爲勾廣三

廣圓之周橫者謂之廣勾亦廣廣短也

股修四

應方之匝從者謂之修股亦修修長也

徑隅五

自然相應之率徑直隅角也亦謂之弦

既方其外半其一矩

勾股之法先知二數然後推一見勾股然後求弦先各

自乘成其實實成勢化外乃變通故曰既方其外或并勾股之實以求弦實之中乃求勾股之分并實不正等更相取與互有所得故曰半其一矩其實勾股各自乘三三如九四四一十六并為弦自乘之實二十五減勾於弦為股之實一十六減股於弦為勾之實九

環而共盤得成三四五

盤讀如盤桓之盤言取而并減之積環屈而共盤之謂開方除之其一面故曰得成三四五也

兩矩共長二十有五是謂積矩

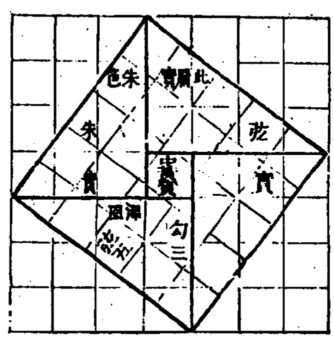
兩矩者勾股各自乘之實共長者并實之數將以施於萬事而此先陳其率也

故禹之所以治天下者此數之所由生也

禹治洪水決流江河望山川之形定高下之勢除滔天之災釋昏墊之厄使東注於海而無浸溺乃勾股之所出生也

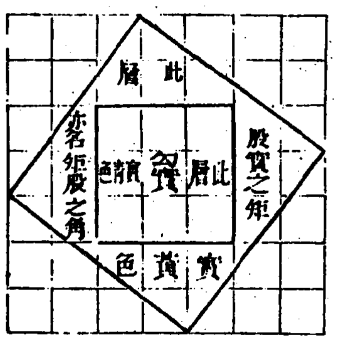
勾股圓方圖 弦實二十五朱及黃

弦圖



朱實六黃實一

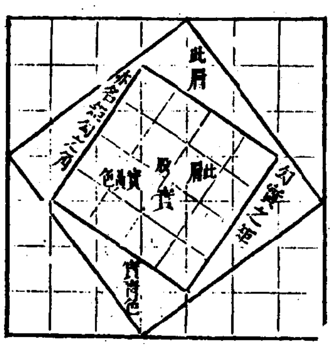
右圖



勾實九青

股實之矩十六黃

左圖



股實十六黃

勾實之矩九青

勾股方圓圖注

趙君卿曰勾股各自乘併之爲弦實開方除之卽弦也案弦圖又可以勾股相乘爲朱實二倍之爲朱實四以勾股之差自相乘爲中黃實加差實亦成弦實以差實減弦實半其餘以差爲從法開方除之復得勾矣加差於勾卽股凡併勾股之實卽成弦實或矩於內或方於外形詭而量均體殊而數齊勾實之矩以股弦差爲廣股弦并爲袤而股實方其裏減矩勾之實於弦實開其餘卽股倍股在兩邊爲從法開矩勾之角卽股弦差加股爲弦以差除勾實得股弦并以并除勾實亦得股弦

差令并自乘與勾實爲實倍并爲法所得亦弦勾實減并自乘如法爲股股實之矩以勾股差爲廣勾弦并爲袤而勾實方其裏減矩股之實於弦實開其餘卽勾倍勾在兩邊爲從法開矩股之角卽勾弦差加勾爲弦以差除股實得勾弦并以并除股實得勾弦差令并自乘與股實爲實倍并爲法所得亦弦股實減并自乘如法爲勾兩差相乘倍而開之所得以股弦差增之爲勾以勾弦差增之爲股兩差增之爲弦倍弦實列勾股差實見弦實者以圖考之倍弦實滿外大方而多黃實黃實之多卽勾股差實以差實減之開其餘得外大方大方之面卽勾股并也令并自乘倍弦實乃減之開其餘得中黃方黃方之面卽勾股差以差減并而半之爲勾加差於并而半之爲股其倍弦爲廣袤合令勾股見者自乘爲其實四實以減之開其餘所得爲差以差減合半其餘爲廣減廣於弦卽所求也觀其迭相規矩共爲反覆互與通分各有所得然則統叙羣倫宏紀衆理貫幽入微鉤深致遠故曰其裁制萬物唯所爲之也

釋圓方勾股注

按君卿注曰勾股各自乘并之爲弦實開方除之卽弦

臣鸞曰假令勾三自乘得九股四自乘得十六并之得二十五開方除之得五爲弦也寅曰五五二十五弦實四面之一也

注云按弦圖又可以勾股相乘爲朱實二倍之爲朱實四以勾股之差自相乘爲中黃實寅曰勾股相乘其數一十二也

臣鸞曰以勾弦差二倍之爲四四自乘得一十六爲左圖中黃實也寅曰甄氏此注以勾股十二字之義

臣淳風等謹按注云以勾股之差自乘爲中黃實鸞云倍勾弦差自乘者苟求異端雖合其數於率不通寅曰勾股之差其數一也自乘得一一如一

注云加差實亦成弦實

臣鸞曰加差實一并外矩青八得九并中黃十六得二十五亦成弦實也

臣湻風等謹按注云加差實一亦成弦實鸞曰加差實并外矩及中黃者雖合其數於率不通寅曰加差實之一於前文所言朱實四之上朱實之四爲二十四加一爲弦實二十五也

注云以差實減弦實半其餘以差爲從法開方除之復得勾矣

臣鸞曰以差實九減弦實二十五餘十六半之得八以差一加之得九開之得勾三也

臣湻風等謹按注宜云以差實一減弦實二十五餘

二十四半之爲十二以差一從開方除之得勾三鸞云以差實九減弦實者雖合其數於率不通顧應祥曰以差實一減弦實二十五

注云加差於勾即股

臣鸞曰加差一於勾三得股四也

注云凡并勾股之實即成弦實

臣鸞曰勾實九股實十六并之得二十五也

注云或矩於內或方於外形詭而量均體殊而數齊勾實之矩以股弦差爲廣股弦并爲袤

臣鸞曰以股弦差一爲廣股四并弦五得九爲袤左圖外青也

注云而股實方其裏

臣鸞曰爲左圖中黃十六

注云減矩勾之實於弦實開其餘即股

臣鸞曰減矩勾之實九于弦實二十五餘一十六開之得四股也

注云倍股在兩邊爲從法開矩勾之角即股弦差

臣鸞曰倍股四得八在圖兩邊以爲從法開矩勾之角九得一也

注云加股爲弦

臣鸞曰加差一於股四則弦五也

注云以差除勾實得股弦并

臣鸞曰以差一除勾實九得九即股四弦五并爲九也

注云以并除勾實亦得股弦差

臣鸞曰以九除勾實九得股弦差一

注云令并自乘與勾實爲實

臣鸞曰令并股弦得九自乘爲八十一又與勾實九加之得九十爲實

注云倍并爲法

臣鸞曰倍股弦并九得十八者爲法
注云所得亦弦
臣鸞曰除之得五爲弦寅曰以法十八除實九十
注云勾實減并自乘如法爲股
臣鸞曰以勾實九減并自乘八十一餘七十二以法十八除之得四爲股也
注云股實之矩以勾弦差爲廣勾弦并爲袤
臣鸞曰股實之矩以勾弦差二爲廣勾弦并八爲袤
注云而勾實方其裏減矩股之實于弦實開其餘卽勾

臣鸞曰勾實有九方在右圖裏以減矩股之實十六於弦實二十五餘九開之得三勾也
注云陪勾在兩邊
臣鸞曰各三也寅曰倍之得六
注云爲從法開矩股之角卽勾弦差加勾爲弦
臣鸞曰加差二於勾三則弦五也
注云以差除股實得勾弦并
臣鸞曰以差二除股實十六得八勾三弦五并爲八也
注云以并除股實亦得勾弦差

臣鸞曰以并除股實十六得勾弦差二
注云令并自乘與股實爲實
臣鸞曰令并八自乘得六十四與股實十六加之得八十爲實
注云倍并爲法
臣鸞曰倍勾弦并八得十六爲法
注云所得亦弦
臣鸞曰除之得弦五也
注云股實減并自乘如法爲勾
臣鸞曰以股實十六減并自乘六十四餘四十八以法十六除之得三爲勾也

注云兩差相乘倍而開之所得以股弦差增之爲勾
臣鸞曰以股弦差一乘勾弦差二得二倍之爲四開之得二以股弦差一增之得三勾也
注云以勾弦差增之爲股
臣鸞曰以弦差二增之得四股也
注云兩差增之爲弦
臣鸞曰以股弦差一勾弦差二增之得五弦也
注云倍弦實列勾股差實見弦實者以圖考之倍弦實滿外大方而多黃實黃實之多卽勾股差實

臣鸞曰倍弦實二十五得五十滿外大方七七四十九而多黃實黃實之多卽勾股差實也

注云以差實減之開其餘得外大方大方之面卽勾股并

臣鸞曰以差實一減五十餘四十九開之卽大方之面七也亦是勾股并也

注云令并自乘倍弦實乃減之開其餘得中黃方黃方之面卽勾股差

臣鸞曰并七自乘得四十九倍弦實二十五得五十以減之餘卽中黃方差實一也故開之卽勾股差一也

注云以差減并而半之爲勾

臣鸞曰以差一減并七餘六半之得三勾也

注云加差於并而半之爲股

臣鸞曰以差一加并七得八而半之得四股也

注云其倍弦爲廣袤合

臣鸞曰倍弦二十五爲五十爲廣袤合

臣淳風等謹按列廣袤術宜云倍弦五得十爲廣袤合今鸞云倍弦五十五者錯也寅曰勾廣一袤九股廣二袤八

注云而令勾股見者自乘爲其實四實以減之開其餘所得爲差

臣鸞曰令自乘者以七七自乘得四十九四實大方勾股之中有四方一方之中有方十二四實有四十八減上四十九餘一也開之得一卽勾股差一

臣淳風等謹按注意令自乘者十自乘得一百四實者大方廣袤之中有四方若據勾實而言一方之中有實九四實有三十六減上一百餘六十四開之得八卽廣袤差此自股弦差減股弦并餘數若據股實而言之一方之中有實十六四實有六十四減上一百餘三十六開之得六卽廣袤差此是勾股差減勾弦并餘數也鸞云令自乘者以七七自乘得四十九四實者大方勾股之中有四方一方之中有方十二四實者四十八減上四十九餘一也開之得一卽勾股差一者錯也寅曰大方之中有四弦實故四其勾實得三十六減之餘六十四開其餘得八爲勾之廣袤差四其股實得六十四減之餘三十六開得六爲股之廣袤差所謂廣袤差者勾廣一而袤九股廣二而袤八廣袤相減之餘也

注云以差減合半其餘爲廣

臣鸞曰以差二減合七餘六半之得三廣也

臣淳風等謹按注意以差八六各減合十餘二四半之得一二二一卽股弦差二卽勾弦差以差減弦卽各

袤廣也鸞云以差一減合七餘六半之得三廣者錯也寅曰以勾之廣袤差八減廣袤合十餘二半之爲勾之廣以股袤差六減廣袤合十餘四半之爲股之廣二法皆未瑩

注云減廣於弦卽所求也

臣鸞曰以廣三減弦五卽所求差二也

臣淳風等謹按注意以廣一二各減弦五卽所求股四勾三也鸞云以廣三減弦五卽所求差二者此錯也寅曰甄鸞述說終此

周公曰大哉言數唐寅曰此經文也

心達數術之意故發大哉之歎唐寅曰此趙注也

請問用矩之道

謂用表之宜測望之法

商高曰平矩以正繩

以求繩之正定平懸之體將欲愼毫釐之差防千里之失

偃矩以望高覆矩以測深臥矩以知遠

言施用無方曲從其事術在九章

環矩以爲圓合矩以爲方

旣以追尋情理又可造製圓方言矩之於物無所不至

方屬地圓屬天天圓地方

物有圓方數有奇耦天動爲圓其數奇地靜爲方其數耦此配陰陽之義非實天地之體也天不可窮而見地不可盡而觀豈能定其圓方乎又曰北極之下高人所居六萬里滂沲四隤而下天之中央亦高四旁六萬里是爲形狀同歸而不殊塗隆高齊耽而易以陳故曰天似蓋笠地法覆槃

方數爲典以方出圓

夫體方則度影正形圓則審實難蓋方者有常而圓者多變故當制法而理之理之法者半周半徑相乘則得方矣又可周徑相乘四而一又可徑自乘三之四而一又可周自乘十二而一故圓出於方典實也

笠以寫天

笠亦如蓋其形正圓戴之所以象天寫猶象也言笠之體象天之形詩云何蓑何笠此之義也

天青黑地黃赤天數之爲笠也青黑爲表丹黃爲裏以象天地之位

旣象其形又法其位言相方類不亦似乎

是故知地者智知天者聖

言天之高大地之廣遠自非聖智其孰能與於此乎

智出於勾

勾亦影也察勾之損益加物之高遠故曰智出於勾
勾出於矩
矩謂之表表不移亦爲勾爲勾將正故曰勾出於矩焉
夫矩之於數其裁制萬物唯所爲耳
言包含幾微轉通旋環也
周公曰善哉
善哉言明曉之意所謂問一事而萬事達
昔者榮方問於陳子
榮方陳子是周公之後人非周髀之本文然此二人共
相解釋後之學者謂之章句因從其類列於事下又欲

尊而遠之故云昔者時世官號未之前聞
曰今者竊聞夫子之道
榮方問陳子能述商高之旨明周公之道
知日之高大
日去地與圓徑之術
光之所照
日旁照之所及也
一日所行
日行天之度也
遠近之數

冬至夏至去人之遠近也
人所望見
人目之所極也
四極之窮
日光之所遠也
列星之宿
二十八宿之度也
天地之廣袤
袤長也東西南北謂之廣長
夫子之道皆能知之其信有之乎
而明察之故不昧不疑

陳子曰然
言可知也
榮方曰方雖不省願夫子幸而說之
欲以不省之情而觀大雅之法
今若方者可教此道邪
不能自料訪之賢者
陳子曰然
言可教也
此皆算術之所及

言周髀之法出於算術之妙也
子之於算足以知此矣若誠累思之
累重也言若誠能重累思之則達至微之理
於是榮方歸而思之數日不能得
雖潛心馳思而才單智竭
復見陳子曰方思之不能得敢請問之陳子曰思之未熟
熟猶善也
此亦望遠起高之術而子不能得則子之於數未能通類
定高遠者立兩表望懸邈者施累矩言未能通類求勾
股之意

是智有所不及而神有所窮
言不能通類是情智有所不及而神思有所窮滯
夫道術言約而用博者智類之明
夫道術聖人之所以極深而研幾唯深也故能通天下
之志唯幾也故能成天下之務是以其言約其旨遠故
曰智類之明也
問一類而萬事達者謂之知道
引而伸之觸類而長之天下之能事畢矣故謂之知道
也
今子所學
欲知天地之數
算數之術是用智矣而尚有所難是子之智類單
算術所包尙以為難是子智類單盡
夫道術所以難通者既學矣患其不博
不能廣博
既博矣患其不習
不能究習
既習矣患其不能知
不能知類
故同術相學

術教同者則當學通類之意
同事相觀
事類同者觀其旨趣之類
此列士之愚智
列猶別也言視其術鑒其學則愚智者別矣
賢不肖之所分
賢者達於事物之理不肖者闇於照察之情至於役神
馳思聰明殊別矣
是故能類以合類此賢者業精習智之質也
學其倫類觀其指歸唯賢智精習者能之也

夫學同業而不能入神者此不肖無智而業不能精習
俱學道術明不察不能以類合類而長之此心遊目蕩
義不入神也
是故算不能精習吾豈以道隱子哉固復熟思之
凡教之道不憤不啟不悱不發憤而悱之然後啟發既
不精思又不學習故言吾無隱也爾固復熟思之舉一
隅使反之以三也
榮方復歸思之數日不能得復見陳子曰方思之以精熟
矣智有所不及而神有所窮知不能得願終請說之
自知不敏避席而請說之

陳子曰復坐吾語汝於是榮方復坐而請陳子說之曰夏
至南萬六千里冬至南十三萬五千里日中立竿測影
臣鸞曰南戴日下立八尺表表影千里而差一寸是
則天上一寸地下千里今夏至影有一尺六寸故知
其萬六千里冬至影一丈三尺五寸則知其十三萬
五千里
此一者天道之數
言天道數一悉以如此
周髀長八尺夏至之日晷一尺六寸
晷影也此數望之從周城之南千里也而周官測影尺

有六寸蓋出周城南千里也記云神州之土方五千里
雖差一寸不出畿地之分先王知之實故建王國
髀者股也正晷者勾也
以髀爲股以影爲勾股定然後可以度日之高遠正晷
者日中之時節也
正南千里勾一尺五寸正北千里勾一尺七寸
候其影使表相去二千里影差二寸將求日之高遠故
先見其表影之率
日益表南晷日益長候勾六尺
候其影使長六尺者欲令勾股相應勾三股四弦五勾

六股八弦十
即取竹空徑一寸長八尺捕影而視之空正掩日
以徑寸之空視日之影髀長則大矩短則小正滿八尺
也捕猶索也掩猶覆也
而日應空之孔
掩若重規更言八尺者舉其定也又曰近則大遠則小
以影六尺爲正
由此觀之率八十寸而得徑一寸
以此爲日髀之率
故以勾爲首以髀爲股

首猶始也股猶末也勾能制物之率股能制勾之正欲以爲總見之數立精理之本明可以周萬事智可以達無方所謂智出於勾勾出於矩也

從髀至日下六萬里而髀無影從此以上至日則八萬里

臣鸞曰求從髀至日下六萬里者先置南表晷六尺上十之爲六十寸以兩表相去二千里乘得十二萬里爲實以影差二寸爲法除之得日底地去表六萬里求從髀至日八萬里者先置表高八尺上十之爲八十寸以兩表相去二千里乘之得十六萬爲實以影差二寸爲法除之得從

表端上至日八萬里也

若求邪至日者以日下爲勾日高爲股勾股各自乘并而開方除之得邪至日從髀所旁至日所十萬里

旁此故邪字求其數之術曰以表南至日下六萬里爲勾以日高八萬里爲股爲之求弦勾股各自乘并而開方除之卽邪至日之所也

臣鸞曰求從髀邪至日所法先置南至日底六萬里爲勾重張自乘得三十六億爲勾實更置日高八萬里爲股重張自乘得六十四億爲股實并勾股實得一百億爲弦實開方除之得從王城至日十萬里今

有十萬里問徑幾何曰一千二百五十里八十寸而得徑一寸以一寸乘十萬里爲實八十寸爲法卽得

以率率之八十里得徑一里十萬里得徑千二百五十里

法當以空徑爲勾率竹長爲股率日去人爲大股大股之勾卽日徑也其術以勾率乘大股股率而一此以八十里爲法十萬里爲實實如法而一卽得日徑

故曰日晷徑千二百五十里

臣鸞曰求以率八十里得徑一里十萬里得徑千二百五十里法先置竹孔徑一寸爲十里爲勾更置邪去日十萬里爲股以勾十里乘股十萬里得一億爲

實更置日去地八萬里爲法除實得日晷徑千二百五十里故云日晷徑也

臣淳風等謹按夏至王城望日立兩表相去二千里表高八尺影去前表一尺五寸去後表一尺七寸舊術以前後影差二寸爲法以前影寸數乘表間爲實實如法得萬五千里爲日下去南表里又以表高八十寸乘表間爲實實如法得八萬里爲表上去日里仍以表寸爲日高影寸爲日下待日漸高候日影六尺用之爲勾以表爲股爲之求弦得十萬里爲邪表數目取管圓孔徑一寸長八尺望日滿筒以爲率長

八十寸爲一邪去日十萬里日徑卽千二百五十里以理推之法云天之處心高於外衡六萬里者此乃語與術違勾六尺股八尺弦十尺角隅正方自然之數葢依繩水之定施之於表矩然則天無別體用日以爲高下術旣隨手而遷高下從何而出語術相違是爲大失又按二表下地依水平法定其高下若北表地高則以爲勾以閈爲弦置其高數其影乘之其表除之所得益股爲定閈若北表下者亦置所下以法乘除所得以減股爲定閈又以高下之數與閈相約爲地高遠之率求遠者影乘定閈差法而一所得

加表日之高也求邪去地者弦乘定閈差法而一所得加弦日邪去地此三等至皆以日爲正求日下地高下者置戴日之遠近地高下率乘之如閈率而一所得爲日下地高下形勢隆殺與表閈同可依此率若形勢不等非代所知率日徑求日大小者徑率乘閈如法而一得日徑此徑當卽得不待影長六尺凡度日者先須定二矩水平者影南北立勾齊高四尺相去一丈以二弦候率于勾上并率二則擬爲候影勾上立表弦下望日前一則上畔後一則下畔引則就影合與表日參直二至前後三四日閈影不移處

卽是當以候表並望人取一影亦可日徑影端表頭爲則然地有高下表望不同後六術乃窮其實　第一後高前下術高爲勾表閈爲弦後影爲所求率表爲有所率以勾爲所有數所得益股爲定閈　第二後下術以其所下爲勾表閈爲弦置其所下以影乘表除所得減股餘爲定閈　第三邪下術依其北高之率高其勾影合與地勢隆殺相似餘同平法假令髀邪下而南其邪亦同不須別望但弦短與勾股不得相應其南里數亦隨地勢不得校平平則促若用此術但得南望若北望者卽用勾照南下之術當

北高之地　第四邪上術依其後下之率下其勾影此謂迴望北極以爲高遠者望去取差亦同南望此術弦長亦與勾股不得相應唯得北望不得南望若南望者卽用勾影北高之術　第五平術不論高下周髀度日用此平術故東西南北四望皆通遠近一差不須別術　第六術者是外衡其徑云四十七萬六千里半之得二十三萬八千里者是外衡去天心之處心高於外衡六萬里爲率南行二十三萬八千里下校六萬里約之得南行一百一十九里下校三十里一百一十九步差下三十步　三十步大强差

下十步以此爲準則不合有平地地既平而用術尤乖理驗且自古論晷影差變每有不同今略其梗槩取其推步之要尙書攷靈曜云日永影尺五寸日短一十三尺日正南千里而減一寸張衡靈憲云懸天之晷薄地之儀皆移千里而差一寸鄭元注周禮云凡日影於地千里而差一寸王蕃姜岌因此爲說按前諸說是數竝同其言更出書非眞有此以事考量恐非實矣謹按宋元嘉十九年歲在壬午遣使往交州度日影夏至之日影在表南三寸二分太康地理志交趾去洛陽一萬一千里陽城去洛陽一百八十

里交趾西南望陽城洛陽在其東南較而言之今陽城去交趾近於洛陽去交趾一百八十里則交趾去陽城一萬八百二十里而影差尺有八寸二分是六百里而影差一寸也況復人路迂迴羊腸曲折方於鳥道所較彌多以事驗之又未盈五百里而差一寸明矣千里之言固非實也何承天又云詔以土圭測影考校二至 三日有餘從來積歲及交州所上驗其增減亦相符合此則影差之驗也周禮大司徒職曰夏至之影尺有五寸馬融以爲洛陽鄭元以爲陽城尙書攷靈曜日永影一尺五寸鄭元以爲陽城日

短十三尺易緯通卦驗夏至影尺有四寸八分冬至一丈三尺劉向洪範傳夏至影一尺五寸八分是時漢都長安而向不言測影處所若在長安則非晷影之正也夏至影長一尺五寸八分冬至一丈三尺一寸四分向又云春秋分長七尺三寸六分此卽總是虛妄後漢歷志夏至影一尺五寸後漢洛陽冬至一丈三尺自梁天監已前竝同此數魏景初夏至影一尺五寸魏初都許昌與穎川相近後都洛陽又在地中之數但易緯因漢歷舊影似不別影之冬至一丈三尺晉姜岌影一尺五寸宋都建康在江表驗影之

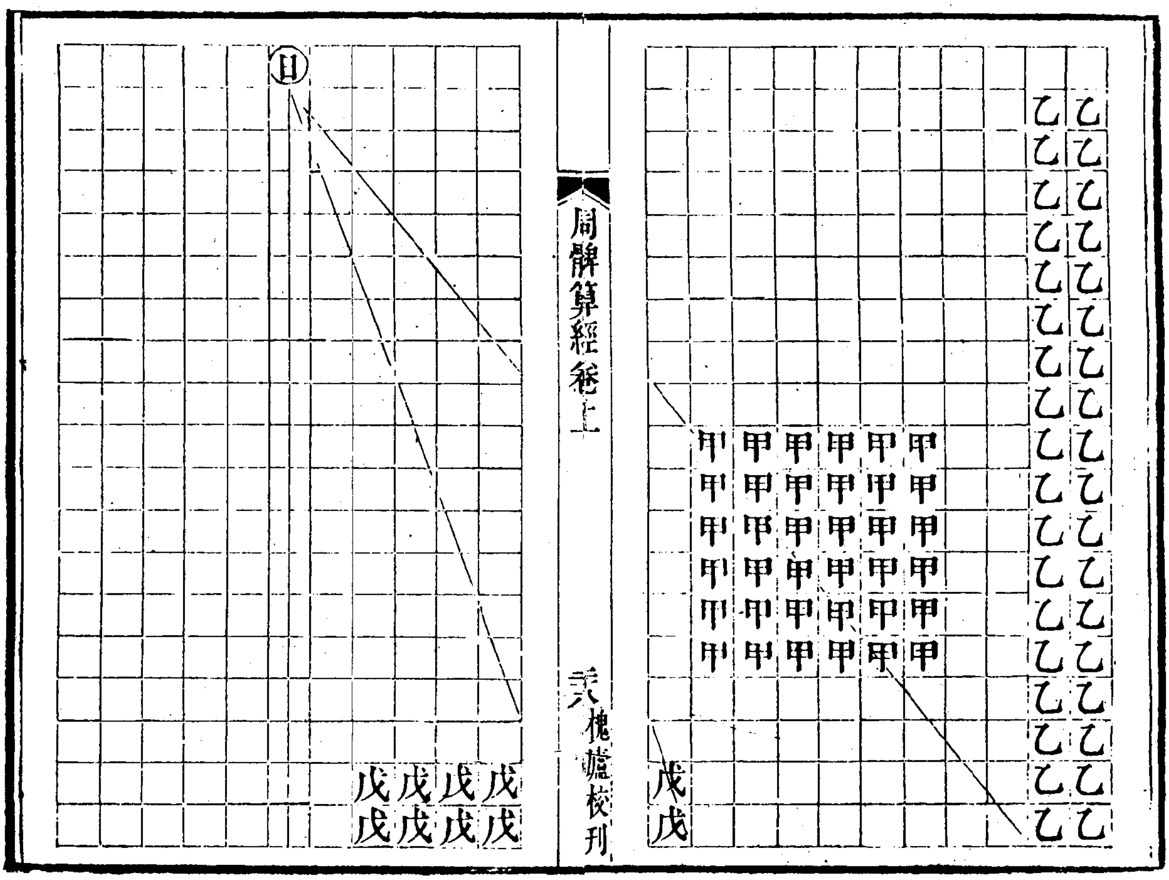
數遙取陽城冬至一丈三尺宋大明祖冲之歷夏至影一尺五寸宋都秣陵遙取影同前冬至一丈三尺後魏信都芳注周髀四術云按永平元年戊子是梁天監之七年也見洛陽測影又見公孫崇集諸朝士共觀祕書影同是夏至之日以八尺之表測日中影皆長一尺五寸八分雖無六尺□六寸梁武帝大同十年太史令虞鄺以九尺表於江左建康測夏至日中影長一尺三寸二分以八尺表測之影長一尺一寸七分强冬至一丈三尺七分八尺表影長一丈一尺六寸二分弱隋開皇元年冬至影長一丈二尺七

寸二分開皇二年夏至影一尺四寸八分冬至長安測夏至洛陽測及王邵隋靈感志冬至一丈二尺七寸二分長安測也開皇四年夏至一尺四寸八分洛陽測也冬至一丈二尺八寸八分洛陽測也大唐貞觀二年已丑五月二十三日癸亥夏至中影一尺四寸六分長安測也十一月二十九日丙寅冬至中影一丈二尺六寸三分長安測也按漢魏及隋所記夏至中影或長短齊其盈縮之中則夏至之影尺有五寸爲近定實矣以周官推之洛陽爲所交會則冬至一丈二尺五寸亦爲近矣按梁武帝都金陵云洛陽

南北大較千里以尺表令其有九尺影則大同十年江左八尺表夏至中影長一尺一寸七分若是爲夏至八尺表千里而差一寸弱矣此推驗即是夏至影差降升不同南北遠近數亦有異若以一等永定恐

皆乖理之實

日高圖凡甲乙之方黃色戊之方靑色



周髀算經卷上　　毛槐廬校刊

日高圖注

趙君卿曰黃甲與黃乙其實正等以表高乘兩表相去爲黃甲之實以影差爲黃甲之廣而一所得則變得黃甲之袤上與日齊按圖當加表高今言八萬里者從表以上復加之青丙與青已其實亦等黃甲與青丙相連黃乙與青已相連其實亦等皆以影差爲廣

臣鸞曰求日高法先置表高八尺爲八萬里爲袤以相兩表相去二千里爲廣乘袤八萬里得一億六千萬里爲黃甲之實以影差二寸爲二千里爲法除之得黃乙之袤八萬里卽上與日齊此言王城去天名

周髀算經卷上　十九　槐廬校刊

日甲日底地上至日名曰乙上天名青丙下地名青戊據影六尺王城上天南至日六萬里王城南至日底地亦六萬里是上下等數日夏至南萬六千里者立表八尺於王城影一尺六寸影寸千里故王城去夏至日底地萬六千里也

法曰周髀長八尺勾之損益寸千里

勾謂影也言懸天之影薄地之儀皆千里而差一寸

故曰極者天廣袤也

言極之遠近有定則天廣長可知

今立表高八尺以望極其勾一丈三寸由此觀之則從周北十萬三千里而至極下

謂冬至日加卯酉之時若春秋分之夜半極南兩旁與天中齊故以爲周去天中之數

榮方曰周髀者何陳子曰古時天子治周

古時天子謂周成王時以治周居王城故曰昔先王之經邑奄觀九隩靡地不營土圭測影不縮不盈當風雨之所交然後可以建王城此之謂也

此數望之從周故曰周髀

言周都河南爲四方之中故以爲望主也

髀者表也

周髀算經卷上　二十　槐廬校刊

用其行事故曰髀由此捕望故曰表影爲勾故曰勾股也

日夏至南萬六千里日冬至南十三萬五千里日中無影以此觀之從南至夏至之日中十一萬九千里

諸言極者斥天之中極去周十萬三千里亦謂極與天中齊時更加南萬六千里是也

北至其夜半亦然

日極在極北正等也

凡徑二十三萬八千里

并南北之數也

北夏至日道之徑也
其徑者圜中之直者也
其周七十一萬四千里
周匝也謂天戴日行其數以三乘徑
臣鸞曰求夏至日道徑法列夏至日去天中心十一萬九千里夏至夜半一日亦去天中心十一萬九千里并之得夏至日道徑二十三萬八千里三乘徑得周七十一萬四千里也
從夏至之日中至冬至之日中十一萬九千里
冬至日中去周十三萬五千里除夏至日中去周一萬

六千里是也
北至極下亦然則從極南至冬至之日中二十三萬八千里從極北至其夜半亦然凡徑四十七萬六千里此冬至日道徑也其周百四十二萬八千里從春秋分之日中北至極下十七萬八千五百里
春秋之日影七尺五寸五分加望極之勾一丈三寸
臣鸞曰求冬至日道徑法列夏至去冬至日中十一萬九千里從夏至日道北徑亦十一萬九千里併之得冬至日中北極下二十三萬八千里從極至夜半亦二十三萬八千里并之得冬至日道徑四十七萬六千里以三乘徑卽冬至日道周一百四十二萬八千里
從極下北至其夜半亦然凡徑三十五萬七千里周一百七萬一千里故日月之道常緣宿日道亦與宿正
內衡之南外衡之北圜而成規以爲黃道二十八宿列焉日之行也一出一入或表或裏五月二十三分月之二十一道一交謂之合朔交會及月蝕相去之數故曰緣宿也日行黃道以宿爲正故曰宿正於中衡之數與黃道等
臣鸞曰求春秋分日道法列春秋分日中北至極下

十七萬八千五百里從北極北至其夜半亦然并之得春秋分日道徑三十五萬七千里以三乘徑卽日道周一百七萬一千里求黃道徑法列從北極南至夏至日中一十一萬九千里以從極北去冬至夜半二十三萬八千里并之得黃道三十五萬七千里從極南至冬至日北至夏至日夜半亦黃道徑也以三乘徑周得一百七萬一千里也
南至夏至之日中北至冬至之夜半南至冬至之日中北至夏至之夜半亦徑三十五萬七千里周一百七萬一千里

此皆黃道之數與中衡等

春分之日夜分以至秋分之日夜分極下常有日光

春秋分者晝夜等春分至秋分日內近極故日光照及也

秋分之日夜分以至春分之日夜分極下常無日光

秋分至春分日外遠極故日光照不及也

故春秋分之日夜分之時日所照適至極陰陽之分等也

冬至夏至者日道發斂之所生也至晝夜長短之所極

發猶往也斂猶還也極終也

春秋分者陰陽之修晝夜之象

修長也言陰陽長短之等

晝者陽夜者陰

以明暗之差爲陰陽之象

春分以至秋分晝之象

北極下見日光也日永主物生故象晝也

秋分至春分夜之象

北極下不見日光也日短主物死故象夜也

故春秋分之日中光之所照北極下夜半日光之所照亦南至極此日夜分之時也故曰日照四旁各十六萬七千里

至極者謂璇璣之際爲陽絕陰障以日之時而日光有所不逮故知日旁照十六萬七千里不及天中一萬一千五百里也

人望所見遠近宜如日光所照

日近我一十六萬七千里之內及我我自見日故爲日出日遠我十六萬七千里之外日則不見我我亦不見日故爲日入是爲日與目見於十六萬七千里之中故曰遠近宜如日光之所照也

從周所望見北過極六萬四千里

自此以下諸言減者皆置日光之所照若人目之所見

十六萬七千里以除之此除極至周十萬三千里

臣鸞曰求從周所望見北過極六萬四千里法列人目所極十六萬七千里以王城周去極十萬三千里減之餘六萬四千里卽人望過極之數也

南過冬至之日三萬二千里

除冬至日中去周十三萬五千里

臣鸞曰求冬至日中三萬二千里法列人目所極十六萬七千里以冬至日中去王城十三萬五千里減之餘卽過冬至日中三萬二千里也

夏至之日中光南過冬至之日中光四萬八千里

除冬至之日中相去十一萬九千里

臣鸞曰求夏至日中光南過冬至日中光四萬八千里法列日高照十六萬七千里以冬夏至日中相去一十一萬九千里減之餘即南過冬至之日中光四萬八千里

南過人所望見一萬六千里

夏至日中去周萬六千里

臣鸞曰求夏至日中光南過人所望見萬六千里法列王城去夏至日中光南過人所望見萬六千里加日光所及十六萬七千里得十八萬三千里以人目

所極十六萬七千里減之餘即南過人目所望見一萬六千里也

北過周十五萬一千里

除周夏至之日中一萬六千里

臣鸞曰求夏至日中光北過周十五萬一千里法列日光所及十六萬七千里以王城去夏至日中一萬六千里減之餘即北過周十五萬一千里

北過極四萬八千里

除極去夏至之日十一萬九千里

臣鸞曰求夏至日中光北過極四萬八千里法列日光所及十六萬七千里以北極去夏至夜半十一萬九千里減之餘即北過極四萬八千里也

冬至之夜半日光南不至人所見七千里

倍日光所照里數以減冬至日道徑四十七萬六千里

又除冬至日中去周十三萬五千里

臣鸞曰求冬至夜半日光南不至人目所見七千里法列日光十六萬七千里倍之得三十三萬四千里以減冬至日道徑四十七萬六千里餘十四萬二千里復以冬至日中去周十三萬五千里減之餘即不至人目所見七千里

不至極下七萬一千里

從極至夜半除所照十六萬七千里

臣鸞曰求冬至日光不至極下七萬一千里法列冬至夜半去極二十三萬八千里以日光一十六萬七千里減之餘即不至極下七萬一千里

夏至之日中與夜半日光九萬六千里過極相接

倍日光所照以夏至日道徑減之餘即相接之數

臣鸞曰求夏至日中日光與夜半相接九萬六千里法列倍日光所照十六萬七千里得徑三十三萬四千里以夏至日過徑二十三萬八千里減之餘即日

光相接九萬六千里也
冬至之日中與夜半日光不相及十四萬二千里不至極下七萬一千里

倍日光所照以減冬至日道徑餘即不相及之數半之即各不至極下

臣鸞曰求冬至日光與夜半日不及十四萬二千里不至極下七萬一千里法列冬至日道徑四十七萬六千里以倍日光所照三十三萬四千里減之餘即日光不相及十四萬二千里半之即不至極下七萬一千里也

夏至之日正東西望直周東西日下至周五萬九千五百九十八里半

求之術以夏至日道徑二十三萬八千里爲弦倍極去周十萬三千里得二十萬六千里爲股爲之求勾以股自乘減弦自乘其餘開方除之得勾一十一萬九千一百九十七里有奇半之各得周半數

臣鸞曰求夏至日正東西去周法列夏至日道徑二十三萬八千里爲弦自相乘得五百六十六億四千四百萬爲弦實更置極去周十萬三千里倍之爲二十萬六千里爲股重張自相乘得四百二十四億三千六百萬爲股實以減弦實餘一百四十二億八百萬即勾實以開方除之得正東西去周一十一萬九千一百九十七里二十三萬八千三百九十五分里之七萬五千一百九十一半之即周東西各五萬九千五百九十八里半經曰奇者分也若求分者倍分母得四十七萬六千七百九十即一方得五萬九千五百九十八里半四十七萬六千七百九十分里之七萬五千一百九十一本經無所餘算之次因而演之也

冬至之日正東西方不見日

正東西方者周之卯酉日在十六萬七千里之外不見日

以算求之日下至周二十一萬四千五百五十七里半

求之術以冬至日道徑四十七萬六千里爲弦倍極之去周十萬三千里得二十萬六千里爲勾爲之求股勾自乘減弦之自乘其餘開方除之得四十二萬九千一百一十五里有奇半之各得東西數

臣鸞曰求冬至正東西方不見日法列冬至日道徑四十七萬六千里爲弦重張相乘得二千二百六十五億七千六百萬里爲弦實更列極去周十萬三千

里倍之得二十萬六千里爲勾重張相乘得四百二
十四億三千六百萬以減弦實餘一千八百四十一
億四十萬卽股冪開方除之得周直東西四十二萬
九千一百一十五里八十五萬八千二百三十一分
里之三十一萬六千七百七十五半卽周一方去日
二十一萬四千五百五十七里半亦倍分母得一百
七十一萬六千四百六十二分里之三十一萬六千
七百七十五
凡此數者日道之發斂
凡此上周徑之數者日道往還之所至晝夜長短之所

極
冬至夏至觀律之數聽鐘之音
觀律數之生聽鐘音之變知寒暑之極明代序之化也
冬至晝夏至夜
冬至晝夜日道徑半之得夏至晝夜日道徑法置冬至
日道徑四十七萬六千半之得夏至日中去夏至夜半
二十三萬八千里以四極之里也
差數及日光所還觀之
以差數之所及日光所還以此觀之則四極之窮也
四極徑八十一萬里

從極南至冬至日中二十三萬八千里又日光所照十
六萬七千里凡徑四十萬五千里北至其夜半亦然故
日徑八十一萬里八十一者陽數之終日之所極
臣鸞曰求四極徑八十一萬里法列冬至日中去極
二十三萬八千里復加冬至日光所極十六萬七千
里得四十萬五千里北至其夜半亦然幷南北卽是
大徑八十一萬里
周二百四十三萬里
三乘徑卽周
臣鸞曰以三乘八十一萬里得周二百四十三萬自

此以外日所不及也
從周至南日照處三十萬二千里
半徑除周去極十萬三千里
臣鸞曰求周南三十萬二千里法列半徑四十萬五
千以王城去極十萬三千里減之餘卽周南至日照
處三十萬二千里
周北至日照處五十萬八千里
半徑加周去極十萬三千里
臣鸞曰求周去冬至夜半日北極照處五十萬八千
里法列半道徑四十萬五千里加周夜半去極十萬

三千里得冬至夜半北極照去周五十萬八千里
東西各三十九萬一千六百八十三里半
求之術以徑八十一萬里爲弦倍去周十萬三千里得
二十萬六千里爲勾爲之求股得七十八萬三千三百
六十七里有奇半之各得東西之數

臣鸞曰求東西各三十九萬一千六百八十三里半法列徑八十一萬里重張自乘得六千五百六十一億爲弦實更置倍周去北極二十萬六千里爲勾重張自乘得四百二十四億三千六百萬以減弦實餘六千一百三十六億六千四百萬卽股實以開方除之得股七十八萬三千三百六十七里一百五十六萬六千七百三十五分里之十四萬三千三百一十一半之卽得去周三十九萬一千六百八十三里半分母亦倍之得三百一十三萬三千四百七十分里之十四萬三千三百一十一也

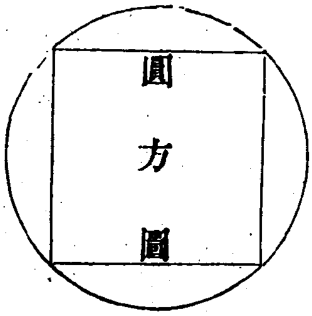
周在天中南十萬三千里故東西矩中徑二萬六千六百
三十二里有奇
求矩中徑二萬六千六百三十二里有奇法列八十一
萬里以周東西七十八萬三千三百六十七里有奇減
之餘卽矩中徑之數

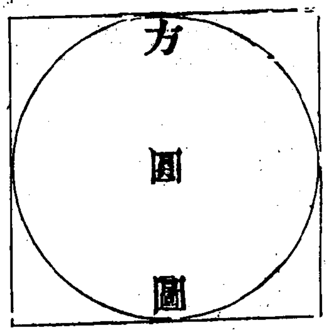
臣鸞曰求矩中徑二萬六千六百三十二里有奇法列八十一萬里以周東西七十八萬三千三百六十七里有奇減之餘二萬六千六百三十三里取一里破爲一百五十六萬六千七百三十五分減一十四萬三千三百一十一餘一百四十二萬三千四百二十四卽徑東西矩二萬六千六百三十二里一百五十六萬六千七百三十五分里之一百四十二萬三千四百二十四

周北五十萬八千里冬至日十三萬五千里冬至日道徑
四十七萬六千里周一百四十二萬八千里日光四極當
周東西各三十九萬一千六百八十三里有奇

此方圓之法

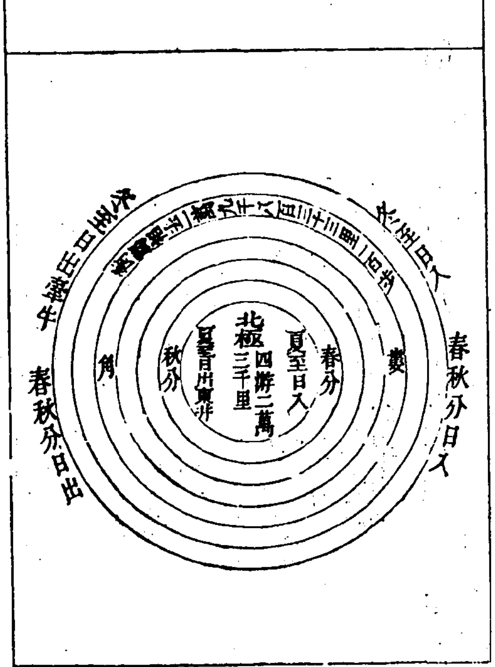
此言求圓於方之法





萬物周事而圓方用焉大匠造制而規矩設焉或毀方而爲圓或破圓而爲方方中爲圓者謂之圓方圓中爲方者謂之方圓也

七衡圖



外方圈實青色中俱黃色內北極小圈青色實之

七衡圖註

趙君卿曰青圖畫者天地合際人目所遠者也天至高地至卑非合也人目極觀而天地合也日入青圖畫內謂之日出出青圖畫外謂之日入青圖畫之內外皆天也北辰正居天之中央人所謂東西南北者非有常處各以日出之處爲東日中爲南日入爲西日沒爲北北辰之下六月見日六月不見日從春分至秋分六月常見日從秋分至春分六月常不見日見日爲晝不見日爲夜所謂一歲者卽北辰之下一晝一夜黃圖畫者黃道也二十八宿列焉日月星辰躔焉使青圖在上不動

貫其極而轉之卽交矣我之所在北辰之南非天地之中也我之卯酉非天地之卯酉內第一夏至日道也出第四春秋分日道也外第七冬至日道也皆隨黃道日冬至在牽牛春分在婁夏至在東井秋分在角冬至從南而北夏至從北而南終而復始也

凡爲此圖以丈爲尺以尺爲寸以寸爲分分一千里凡用繒方八尺一寸今用繒方四尺五分分爲二千里

方爲四極之圖盡七衡之意

呂氏曰凡四海之內東西二萬八千里南北二萬六千里

呂氏秦相呂不韋作呂氏春秋此之義在有始第一篇

非周髀本文爾雅云九夷八狄七戎六蠻謂之四海言東西南北之數者將以明車轍馬跡之所至河圖括地象云而有君長之州九阻中國之文德及而不治又云八極之廣東西二億二萬三千五百里南北二億三萬三千五百里淮南子地形訓云禹使大章步自東極至于西極孺亥步自北極至于南極而數皆然或其廣瀾將焉可步矣亦後學之徒未之或知也夫言億者十萬曰億也

凡爲日月運行之圓周

春秋分冬至夏至璿璣之運也

七衡周而六閒以當六月節六月爲百八十二日八分日之五

節六月者從冬至至夏至日百八十二日八分日之五爲半歲六月節者謂中氣也不盡其日也此日周天通四分一之倍法四以除之即得也

臣鸞曰求七衡周而六閒以當六月節六月爲一百八十二日八分日之五此爲半歲也列周天三百六十五日四分日之一通分內子得一千四百六十一爲實倍分母四爲八除實得半歲一百八十二日八分日之五也

故日夏至在東井極內衡日冬至在牽牛極外衡也

東井牽牛爲長短之限內外之極也

衡復更終冬至

冬至日從外衡還黃道一周年復於故衡終於冬至

故曰一歲三百六十五日四分日之一一歲一內極一外極

從冬至一內極及一外極度終於星月窮於次是爲一歲

三十日十六分日之七月一外極一內極

欲分一歲爲十二月一月一衡閒當一月此舉中相去之日

數以此言之月行二十九日九百四十分日之四百九十九則過周天一日而與月合宿論其入內外之極六歸粗通未必得也日光言內極月光言外極日陽從冬至起月陰從夏至起往來之始易曰日往則月來月往則日來此之謂也此數置一百八十二日八分日之五通分內子五以六閒乘分母以除之得三十以三約法得十六約餘得七

臣鸞曰求三十日十六分日之七法列半歲一百八十二日八分日之五通分內子得一千四百六十一爲實以六閒乘分母八得四十八除實得三十日不

盡二十一更置法實求等數平於三郎以約法得十六約餘得七郎是從中氣相去三十日十六分日之七也

是故一衡之間萬九千八百三十三里三分里之一郎爲百步

此數夏至冬至相去十一萬九千里以六閒除之得矣法與餘分皆半之

臣鸞曰求一衡之閒一萬九千八百三十三里三分里之一法置冬至夏至相去十一萬九千里以六閒除之郎得法與餘分半之得也

欲知次衡徑倍而增內衡之徑

倍一衡閒數以增內衡

二之以增內衡徑

二乘所倍一衡之閒數以增內衡徑郎得三衡徑

次衡放此

次至皆如數

內一衡徑二十三萬八千里周七十一萬四千里分爲三百六十五度四分度之一度得一千九百五十四里二百四十七步千四百六十一分步之九百三十三

通周天四分之一爲法又以四乘衡周爲實實如法得一百步不滿法者十之如法得十步不滿法者十之如法得一步不滿者以法命之至七衡皆如此

臣鸞曰求內衡度法置夏至徑二十三萬八千里以三乘之得內外衡周七十一萬四千里以周天分母四乘內衡周得二百八十五萬六千里爲實以周天分一千四百六十一爲法除之得一千九百五十四里不盡一千二百六郎而三之爲三千六百十八以法除之得二百步不盡六百九十六步上十之如法而得四十步不盡一千一百一十六復上十之如法而一得七步不盡九百三十三郎是一千九百五十四里二百四十七步一千四百六十一分步之九百

三十三

次二衡徑二十七萬七千六百六十六里二百步周八十三萬三千里分里爲度度得二千二百八十里百八十八步千四百六十一分步之千三百三十二

通周天四分之一爲法四乘衡周爲實實如法得里數不滿者求步數不盡者命分

臣鸞曰求第二衡法列一衡閒一萬九千八百三十三里少半里倍之得三萬九千六百六十六里太半里增內衡徑二十三萬八千里得第二衡徑二十七

萬七千六百六十六里二百步是三分里之二又以
三乘之步滿三百成一里得二衡周八十三萬三千
里以周天分母四乘周得三百三十三萬二千爲實
更置周天三百六十五度四分度之一通分內子得
一千四百六十一爲法除之得二千二百八十里不
盡九百二十以三百乘之得二十七萬六千復以前
法除之得一百八十八步不盡一千三百三十二卽
是度得二千二百八十里一百八十八步一千四百
六十一分步之一千三百三十二
次三衡徑三十一萬七千三百三十三里一百步周九十
五萬二千里分爲度度得二千六百六里百三十步千四
百六十一分步之二百七十

通周天四分之一爲法四乘衡周爲實實如法得里數
不滿法者求步數不盡者命分
臣鸞曰求第三衡法列倍一衡脚得三萬九千六百
六十六里三分里之二增第二衡徑二十七萬七千
里六百六十六里二百步卽三分里之二得第三衡
徑三十一萬七千三百三十三里一百步以三乘徑
步步滿三百成里得周九十五萬二千里又以分母
四乘周得三百八十萬八千爲實以周天分一千四

百六十一爲法以除實得二千六百六里不盡六百
三十四以三百乘之以法除之得一百三十步不盡
二百七十卽是度得二千六百六里一百三十步一
千四百六十一分步之二百七十
次四衡徑三十五萬七千里周一百七萬一千里分爲度
度得二千九百三十二里七十一步千四百一十分步之
六百六十九

通周天四分之一爲法四乘衡周爲實實如法得里數
不滿法者求步數不盡者命分
臣鸞曰求第四衡法列倍一衡脚三萬九千六百六
十六里三分里之二增第三衡徑三十一萬七千三
百三十三里一百步滿三百成里得徑三十五萬
七千里以三乘之得周一百七萬一千里以分母乘
之得四百二十八萬四千里爲實以周天分一千四
百六十一除之得二千九百三十二里不盡三百四
十八以三百乘之以法除之得七十一步不盡六百
六十九卽是度得二千九百三十二里七十一步一
千四百六十一分步之六百六十九
次五衡徑三十九萬六千六百六十六里二百步周一百
一十九萬里分爲度度得三千二百五十八里十二步千

四百六十一分步之千六十八
通周天四分之一爲法四乘衡周爲實實如法得里數
不滿法者求步數不盡者命分
臣鸞曰求第五衡法列倍第一衡間三萬九千六百六十六里三分里之二增第四衡徑三十五萬七千里滿三百成里得第五衡徑三十九萬六千六百六十六里二百步以三分乘徑得周一百一十九萬里又以分母四乘周得四百七十六萬爲實以周天分一千四百六十一爲法除之得三千二百五十八里不盡六十二以三百乘之以法除之得十二步不盡一千六十八卽是度得三千二百五十八里十二步一千四百六十一分步之一千六十八
次六衡徑四十三萬六千三百三十三里一百步周一百三十萬九千里分爲度度得三千五百八十三里二百五十四步千四百六十一分步之六
通周天四分之一爲法四乘衡周爲實實如法得一里
不滿法者求步不盡者命分
臣鸞曰求第六衡法列倍第一衡間三萬九千六百六十六里三分里之二以增第五衡徑三十九萬六千六百六十六里一百步又三乘徑得周一百三十

萬九千里又以分母四乘周得五百二十三萬六千爲實以周天分一千四百六十一爲法除之得三千五百八十三里不盡一千二百三十七以三百乘之以法除之得二百五十四步不盡六卽是度得三千五百八十三里二百五十四步一千四百六十一分步之六
次七衡徑四十七萬六千里周一百四十二萬八千里分爲度得三千九百九里一百九十五步千四百六十一分步之四百五
通周天四分之一爲法四乘衡周爲實實如法得里數
不滿法者求步數不盡者命分
臣鸞曰求第七衡法列倍第一衡間三萬九千六百六十六里三分里之二增第六衡徑四十三萬六千三百三十三里一百步得第七衡徑四十七萬六千里以三乘之得周一百四十二萬八千里以分母四乘之得五百七十一萬二千爲實以周天分一千四百六十一爲法除之得三千九百九里不盡九百五十一又以三百乘之所得以法一千四百六十一除之得一百九十五步不盡四百五卽是度得三千九百九里一百九十五步一千四百六十一分步之四

百五
其次曰冬至所北照過北衡十六萬七千里
冬至十一月日在牽牛徑在北方因其在北故言照過
北衡
爲徑八十一萬里
倍所照增七衡徑
周二百四十三萬里
三乘倍增七衡周
分爲三百六十五度四分度之一度得六千六百五十二
里二百九十三步千四百六十一分步之三百二十七過

此而往者未之或知
過八十一萬里之外
或知者或疑其可知或疑其難知此言上聖不學而知之
上聖者智無不至明無不見攷靈曜曰微式出冥唯審
其形此之謂也
故冬至日晷丈三尺五寸夏至日晷尺六寸冬至日晷長
夏至日晷短日晷損益寸差千里故冬至夏至之日南北
遊十一萬九千里四極徑八十一萬里周二百四十三萬
里分爲度度得六千六百五十二里二百九十三步千四
百六十一分步之三百二十七此度之相去也

臣鸞曰求冬至日所北照十六萬七千里并南北日
光得三十三萬四千里增冬至日道徑四十七萬六
千里得八十一萬里三之得周二百四十三萬以周
天分母四乘之得九百七十二萬里爲實以周天分
一千四百六十一爲法除之得六千六百五十二里
不盡一千四百二十八以三百乘之得四十三萬八
千四百復以法除之得二百九十三步不盡三百二
十七卽是度得六千六百五十二里二百九十三步
一千四百六十一分步之三百二十七
其南北游日六百五十一里一百八十二步一千四百六

十一分步之七百九十八
術曰置十一萬九千里爲實以半歲一百八十二日八分
日之五爲法
半歲考從外衡去內衡以爲法除相去之數得一日所
行也
而通之
通之者數不合齊以法等得相通入以八乘也
得九十五萬二千爲實
通十一萬九千里
所得一千四百六十一爲法除之

通百八十二日八分日之五也

實如法得一里不滿法者三之如法得百步

一里三百步當以三百乘而言之三之者不欲轉法便以一位爲百實故從一位命爲百

不滿法者十之如法得十步

上下用三百乘故此十之便以位爲十實故從一位命爲十

不滿法者十之如法得一步

復十之者但以一位爲實故從一位命爲一

不滿法者以法命之

位盡於一步故以法命其餘分爲殘步

臣鸞曰求南北游法置冬至十一萬九千里以半歲日分母八乘之得九十五萬二千爲實通半歲一百八十二日八分日之五得一千四百六十一以除得六百五十一里不盡八百八十九以三百乘之得二十六萬六千七百復以法除之得一百八十二步不盡七百九十八即得日南北游日六百五十一里一百八十二步一千四百六十一分步之七百九十八

周髀算經卷上終　華亭閔萃祥頤生甫校正

凡日月運行四極之道

運周也極至也謂外衡也日月周行四方至外衡而還

故曰四極也

極下者其地高人所居六萬里滂沲四隤而下

游北極從外衡主極下乃高六萬里而言人所居蓋復

盡外衡滂四隤而下如覆槃也

天之中央亦高四旁六萬里

四旁猶四極也隨地穹窿而高如蓋笠

故日光外所照徑八十一萬里周二百四十三萬里

日至外衡而還出其光十六萬七千里故曰照

故日運行處極北北方日中南方夜半日在極東東方日中西方夜半日在極南南方日中北方夜半日在極西西方日中東方夜半凡此四方者天地四極四和

四和者謂之極子午卯酉得東西南北之中天地之所合四時之所交風雨之所會陰陽之所和然則百物阜安草木蕃庶故曰四和

晝夜易處

南方為晝北方為夜

加四時相及

南方日中北方夜半

然其陰陽所終冬至所極皆若一也

陰陽之數齊冬夏之節同寒暑之氣均長短之晷等周迴無差運變不二

天象蓋笠地法覆槃

見乃謂之象形乃謂之法在上故準蓋在下故擬槃象法義同蓋槃形等互文異器以別尊卑仰象俯法名號殊矣

天離地八萬里

然其隆高相從其相去八萬里

冬至之日雖在外衡常出極下地上二萬里

天地隆高高列外衡六萬里冬至之日雖在外衡其相望為平地直常出地北極下地上二萬里言日月不相障蔽故能揚光於晝納明於夜

故日光月

日者陽之精譬猶火光月者陰之精譬猶水光月含影故月光生於日之所照魄生於日之所蔽當日即光盈就日即明盡月稟日光而成形兆故云日光月也

月光乃出故成明月

待日然後能舒其光以成其明

星辰乃得行列
靈憲曰衆星被曜因水火轉光故能成其行列
是故秋分以往到冬至三光之精微以成其道遠
日從中衡往至外衡其徑日遠以其相遠故光微不言
從冬至到春分者俱在中衡之外其同可知
此天地陰陽之性自然也
自然如此故曰性也
欲知北極樞璿周四極
極中不動璿璣也言北極璿璣周旋四至極至也
常以夏至夜半時北極南游所極

游在樞南之所至
冬至夜半時北游所極
游在樞北之所至
冬至日加酉之時西游所極
游在樞西之所至
日加卯之時東游所極
游在樞東之所至
此北極璿璣四游
北極游常近冬至而言夏至夜半者極見冬至夜半極
不見也

正北極璿璣之中正北天之中正極之所游
極處璿璣之中天心之正故曰璿璣也
冬至日加酉之時立八尺表以繩繫表顛希望北極中大
星引繩致地而識之
顛首希仰致至也識之者所望大星表首及繩至地參
相直而識之也
又到旦明日加卯之時復引繩希望之首及繩致地而識
其端相去二尺三寸
日加卯酉之時望至地之相去子也
故東西極二萬三千里

影寸千里故爲東西所致之里數也
其兩端相去正東西
以繩至地所謂兩端相直爲東西之正也
中折之以指表正南北
所識兩端之中與表爲南北之正
如此時者皆以漏揆度之此東西南北之時
冬至日加卯酉者北極之正東西日不見矣以漏度之
者一日一夜百刻從半夜至日中從日中至夜半無冬
夏常各五十刻中分之得二十五刻加極卯酉之時揆
亦度也

其繩致地所識去表丈三寸故天之中去周十萬三千里
北極東西之時與天中齊故以所望表勾爲天之去周
之里數
何以知其南北極之時以冬至夜半北游所極也北過天
中萬一千五百里以夏至南游所極不及天中萬一千五
百里此皆以繩繫表顛而希望之北極至地所識丈一尺
四寸半故去周十三萬四千五百里過天中萬一千五百
里其南極至地所識九尺一寸半故去周九萬一千五百
里其南不及天中萬一千五百里此璿璣四極南北過不
及之法東西南北之正勾

以表爲股以影爲勾繩至地所亦加矩中徑二萬六千
六百三十二里有奇法列八十一萬里以周東西七十
八萬三千三百六十七里有奇減之餘二萬六千六百
三十三里取一里破爲二百五十六萬六千七百三十
五分減一十四萬三千三百二十一餘一百四十二萬
三千四百二十四卽徑東西二萬六千六百三十二里
一百五十六萬六千七百三十五分里之一百四十二
萬三千四百二十四
周去極十萬三千里日去八十六萬七千里夏至去周一
萬六千里夏至日道徑二十三萬八千里周七十一萬四
千里春秋分日道徑三十五萬七千里周一百七萬一千
里冬至日道徑四十七萬六千里周一百四十二萬八千
里日光四極八十一萬里周二百四十三萬里從周南三
十萬二千里
影言正勾者四方之影皆正而定也
璿璣徑二萬三千里周六萬九千里此陽絶陰彰故不生
萬物
春秋分謂之陰陽之中而日光所照適至璿璣之徑爲
陽絶陰彰故萬物不復生也
其術曰立正勾定之

正四方之法也
以日始出立表而識其晷日入復識其晷晷之兩端相直
者正東西也中折之指表者正南北也極下不生萬物何
以知之
以何法知之也
冬至之日去夏至十一萬九千里萬物盡死夏至之日去
北極十一萬九千里是以知極下不生萬物北極左右夏
有不釋之冰
冰凍不解是以推之夏至之日外衡之下爲冬矣萬物
皆死此日遠近爲冬夏非陰陽之氣爽或疑焉

春分秋分日在中衡春分以往日益北五萬九千五百里
而夏至秋分以往日益南五萬九千五百里而冬至
并冬至夏至相去十一萬九千里以往日益北近中衡
以往日益南遠中衡
中衡去周七萬五千五百里
影七尺五寸五分
中衡左右冬有不死之草夏長之類
此欲以內衡之外外衡之內常爲夏也然其修廣爽未
之前聞
此陽彰陰微故萬物不死五穀一歲再熟

近日陽多農再熟
凡北極之左右物有朝生暮獲
獲疑作穫謂葶藶薺麥冬生之類北極之下從春分至
秋分爲晝從秋分至春分爲夜物有朝生暮獲者亦有
春芻而秋熟然其所育皆是周地冬生之類薺麥之屬
言左右者不在璿璣二萬三千里之內也此陽微陰彰
故無夏長之類
立二十八宿以周天歷度之法
以用也列二十八宿之度用周天
術曰倍正南方

倍猶背也正南方者二極之正南北也
以正勾定之
正勾之法日出入識其晷晷兩端相直者正東西中折
之以指表正南北
卽平地徑二十一步周六十三步令其平矩以水正
如定水之平故曰平矩以水正也
則位徑一百二十一尺七寸五分因而三之爲三百六十
五尺四分尺之一
徑一百二十一尺七寸五分周三百六十五尺二寸五
分者四分之一而或言一百二十尺舉其全數

以應周天三百六十五度四分度之一審定分之無令有
纖微
所分平地周一尺爲一度二寸五分爲四分度之一其
令審定不欲使有細小之差也纖微細分也
臣鸞曰求一百二十一尺七寸五分因而三之爲三
百六十五度四分度之一法列徑一百二十一尺七
寸五分以三乘得三百六十五尺二寸五分二寸五
分者卽四分之一此卽周天三百六十五度四分度
之一
分度以定則正督經緯而四分之一合各九十一度十六

分度之五
南北爲經東西爲緯督亦通尺周天四分之一又以四
乘分母以法除之
臣鸞曰求分度以定四分之一合各九十一度十六
分度之五法列周天三百六十五度以四分度之一
而通分內之五法千四百六十一爲實更以四乘分
母得十六爲法除之得九十一不盡五卽是各九十
一度十六分度之五也
於是圓定而正
分所圓爲天度又四分之皆定而正

則立表正南北之中央以繩繫顚希望牽牛中央星之中
引繩至經緯之交以望之星與表繩參相直也
則復望須女之星先至者
復候須女中則當以繩望之
如復以表繩希望須女先至定中
須女之先至者又復如上引繩至經緯之交以望之
卽以一游儀希望牽牛中央星出中正表西幾何度
游儀亦表也游儀移望星爲正知星出中正之表西幾
何度故曰游儀
各如游儀所至之尺爲度數
所游分圓周一尺應天一度故以游儀所至尺數爲度
游在於八尺之上故知牽牛八度
須女中而望牽牛游在八尺之上故牽牛爲八度
其次星放此以盡二十八宿度則之矣
皆如此上法定
立周度者
周天之度
各以其所先至游儀度上
二十八宿不以一星爲體皆以先至之星爲正之度
車輻引繩就中央之正以爲轂則正矣

以經緯之交爲轂以圓度爲輻知一宿得幾何度則引
繩如輻湊轂爲正望星定度皆以方爲正南知二十八
宿爲幾何度然後環而布之也
日所以入亦以周定之
亦同望星之周
欲知日之出入
出入二十八宿東西南北面之宿列置各應其方立表
望之知日出入何宿從出入經幾何度
卽以三百六十五度四分度之一而各置二十八宿
以二十八宿列置地所圓周之度使四面之宿各應其

方
以東井夜半中牽牛之初臨子之中
東井牽牛相對之宿也東井臨午則牽牛臨於子也
東井出中正表西三十度十六分度之七而臨未之中牽牛初亦當臨丑之中
分周天之度爲十二位而十二辰各當其一所應十二月從午至未三十度十六分度之七未與丑相對而東井牽牛之所居分之法已陳於上矣
臣鸞曰求東井出中正表西三十度十六分度之七法先通周天得一千四百六十一爲實以位法十二

乘周天分母以得四十八爲法除實得三十度不盡二十一更副置法實等數平於三約不盡二十一得七約法四十八得十六即位三十度一十六分度之七
於是天與地協
協合也置東井牽牛使居丑未相對則天之列宿與地所爲圓周相應合得之矣
乃以置周二十八宿
從東井牽牛所居以置十二位焉
置以定乃復置周度之中央立正表
置周度之中央者經緯之交也
以冬至夏至之日以望日始出也立一游儀於度上以望中央表之晷
從日所出度上立一游儀皆望中表之晷所以然者當曜不復當日得以視之也
晷參正則日所出之宿度
游儀與中央表及晷參相直游儀之下即所出合宿度
日入放此
此日出法求之
牽牛去北極百一十五度千六百九十五里二十一步千

四百六十一分步之八百一十九
牽牛冬至日所在之宿於外衡者與極相去之度數
術曰置外衡去北極樞二十三萬八千里除璿璣萬一千五百里
北極常近牽牛爲樞過極萬一千五百里此求去極故以除之
其不除者二十二萬六千五百里以爲實
以三百乘之里爲步以周天分一千四百六十一乘步分內衡之度以周天分爲法法有分故以周天乘實齊同之得九百九十二億七千四百九十五萬

以內衡一度數千九百五十四里二百四十七步千四百
六十一分步之九百三十三以爲法
如上乘內步步爲通分內子得八億五千六百八十萬
實如法得一度
以八億五千六百八十萬爲一度法
不滿法求里步
上求度故以此次求里次求步
約之合三百得一以爲實
上以三百乘里爲步而求里故以三百約餘分爲里之
實

以千四百六十一分爲法得一里
里步皆以周天之分爲母求度當齊同法實等故乘以
散之度以定當次求故還爲法
不滿法者三之如法得百步
上以三百約之爲里之實此當以三乘之爲步之實而
言之者不欲轉法更以一位爲百實故從一位命爲百
也
不滿法者又上十之如法得一步
又復上之者便以一位爲一實故從一實爲一
不滿法者以法命之

位盡於一步故以其法命餘爲殘分
次放此
次婁與角及東井皆如此也
臣鸞曰求牽牛星去極法先列衡去極樞二十三萬
八千里滅極去樞心一萬一千五百里餘二十二萬
六千五百里以三百乘里得六千七百九十五萬步
又以周天分一千四百六十一乘之得九百九十二
億七千四百九十五萬步爲實更副置內衡一度數
一千九百五十四里二百四十七步一千四百六十
一分步之九百三十三亦以三百乘一千九百五十

四里爲步內二百四十七步得五十八萬六千四百
四十七步又以周天分母千四百六十一乘步內子
九百三十三得八億五千六百八十萬爲法以除實
得一百一十五度不盡七億四千二百九十五萬去
下法不用更以三百約餘分七億四千二百九十五
萬得二百四十七萬六千五百爲實更以周天分千
四百六十一除之得一千六百九十五里不盡一百
五以三百乘之得三萬一千五百復以前法除之得
二十一步不盡八百一十九卽牽牛去北極一百二
十五度千六百九十五里二十一步千四百六十一

分步之八百一十九

婁與角去北極九十一度六百一十里二百六十四步千四百六十一分步之千二百九十六

婁春分日所在之宿也角秋分日所在之宿也爲中衡也

衡曰置中衡去北極樞十七萬八千五百里以爲實

不言加除者婁與角准北極在樞兩旁正與樞齊以婁角無差故便以去樞之數爲實如上乘里爲步步爲分得七百八十二億三千六百五十五萬

以內衡一度數爲法實如法得一度不滿法者求里步不

滿法者以法命之

臣鸞曰求婁與角去極法列中衡去極樞十七萬八千五百里以三百乘之得五千三百五十五萬步又以周天分千四百六十一分乘之得七百八十二億三千六百五十五萬爲實以內衡一度數千九百五十四里二百四十七步千四百六十一分步之九百三十三亦以三百乘里內步二百四十七得五十八萬六千四百四十七步又以分母千四百六十一分乘之內子得八億五千六百八十萬爲法以除實得九十一度不盡二億六千七百七十五萬以三百約之得八十九萬二千五百下法不用以周天分千四百六十一除之得六百一十里不盡千二百九十以三百乘之得三十八萬七千如前法除之得二百六十四步不盡一千二百九十六即是婁與角去極九十一度六百一十里二百六十四步千四百六十一分步之千二百九十六

東井去北極六十六度千四百八十一里一百五十五步千四百六十一分步之千二百四十五

東井夏至日所在之宿爲內衡

衡曰置內衡去北極樞十一萬九千里加璿璣萬一千五

百里

北極游常近東井爲樞不及極萬一千五百里此求去極故加之

得十三萬五百里以爲實

如上乘里爲步步爲分得五百七十一億九千八百一十五萬分

以內衡一度數爲法實如法得一度不滿法者求里步不滿者以法命之

臣鸞曰求東井去極法列內衡去極樞十一萬九千里加璿璣萬一千五百里得十三萬五百里以三百

乘里爲步復以分毋千四百六十一乘之得五百七十一億九千八百一十五萬爲實通分內衡一度數爲步步爲分得八億五千六百八十萬爲法以除實得六十六度不盡六億四千九百三十五萬以三百約之得二百一十六萬四千五百下法不用更以周天千四百六十一爲法除之得千四百八十一里不盡七百五十九以三百乘之得二十二萬七千七百復以周天分除之得一百五十五步不盡一千二百四十五卽是東井去北極六十六度千四百八十一里一百五十五步千四百六十一分步之一千二百

四十五

凡八節二十四氣氣損益九寸九分六分分之一冬至晷長一丈三尺五寸夏至晷長一尺六寸問次節損益寸數長短各幾何

冬至晷長一丈三尺五寸

小寒丈二尺五寸小分五

大寒丈一尺五寸一分小分四

立春丈五寸二分小分三

雨水九尺五寸三分小分二

啟蟄八尺五寸四分小分一

春分七尺五寸五分

清明六尺五寸五分小分五

穀雨五尺五寸六分小分四

立夏四尺五寸七分小分三

小滿三尺五寸八分小分二

芒種二尺五寸九分小分一

夏至一尺六寸

小暑二尺五寸九分小分一

大暑三尺五寸八分小分二

立秋四尺五寸七分小分三

處暑五尺五寸六分小分四

白露六尺五寸五分小分五

秋分七尺五寸五分

寒露八尺五寸四分小分一

霜降九尺五寸三分小分二

立冬丈五寸二分小分三

小雪丈一尺五寸一分小分四

大雪丈二尺五寸小分五

凡爲八節二十四氣

二至者寒暑之極二分者陰陽之和四立者生長收藏

之始是爲八節節三氣三而八之故爲二十四
氣損益九寸九分六分分之一
損者減也破一分爲六分然後減之益者加也以小分
滿六得一從分
冬至夏至爲損益之始
冬至晷長極當反短故爲損之始夏至晷短極當反長
故爲益之始此爽之新術
術曰置冬至晷以夏至晷減之餘爲實以十二爲法
十二者半歲十二氣也爲法者一節益之法
實如法得一寸不滿法者十之以法除之得一分

求分故十之也
不滿法者以法命之
法與餘分皆半之也舊晷之術於理未當謂春秋分者
陰陽晷等各七尺五寸五分故中衡去周七萬五千五
百里按春分之影七尺五寸七百二十三分秋分之影
七尺四寸二百六十二分差一寸四百六十一分以此
推之是爲不等冬至至小寒多半日之影夏至至小暑
少半日之影芒種至夏至多二日之影大雪至冬至多
三日之影又半歲一百八十二日八分日之五而此用
四分日之一率故一日得七百三十分寸之四百七十
六非也節候不正十五日有二十二分日之七以一日
之率十五日爲一節至令差錯不通尤甚易曰舊井無
禽時舍也言法三十日實當改而舍之於是爽更爲新
術以一氣率之使言約法易上下相通周而復始除紕
繆
臣鸞曰求二十四氣損益之法先置冬至影長丈三
尺五寸以夏至影一尺六寸減之餘一丈一尺九寸
上十之爲實以半歲十二爲法除之得九寸不盡十
一復上十之如法而一得九分不盡二與法十二皆
半之得六分之一卽是氣損益法先置冬至影長丈

三尺五寸以氣損益九寸九分六分分之一其破一
分以爲六分減其餘卽是小寒影長丈二尺五寸小
分五餘悉依此法求益法置夏至影一尺六寸以九
寸九分六分分之一增之小分滿六從大分一卽是
小暑二尺五寸九分小分一次氣倣此
臣淳風等謹按此術本及趙君卿註求二十四氣影
例損益九寸九分六分分之一以爲定率檢勘術註
有所未通又按宋書歷志所載何承天元嘉歷影冬
至一丈三尺小寒一丈二尺四寸八分大寒一丈一
尺三寸四分立春九尺九寸一分雨水八尺二寸八

分啟蟄六尺七寸二分春分五尺三寸九分淸明四尺二寸五分穀雨三尺二寸五分立夏二尺五寸小滿一尺九寸七分芒種一尺九寸九分夏至一尺五寸小暑一尺六寸九分大暑一尺九寸七分立秋二尺五寸處暑三尺三寸五分白露四尺二寸五分秋分五尺三寸九分寒露六尺七寸二分霜降八尺二寸八分立冬九尺九寸一分小雪一丈一尺三寸四分大雪一丈二尺四寸八分司馬續漢志所載四分歷影亦與此相近至如祖沖之歷宋大明歷影與何承天雖有小差皆是量天實數雠校三歷足驗君卿

所立率虛誕且周髀本文外衡下於天中六萬里而二十四氣率乃足平遷所以知者按望影之法日近影短日遠影長又以高下言之日高影短日卑影長夏至之日最近北又最高其影尺有五寸自此以後日行漸遠向南天體又漸向下以及冬至冬至之日最近南居於外衡日最近下故日影一丈三尺此當每歲差降有別不可均爲一槩設其升降之理今此又自冬至畢於芒種自夏至畢於大雪均差每氣損九寸有奇是爲天體正平無高卑之異而日但南北均行又無升降之殊卽無內衡高於外衡六萬里自相矛楯又按尚書考靈曜所陳格上格下里數及鄭註升降遠近雖有成規亦未臻理實欲求至當皆依天體高下遠近修規以定差數自霜降畢於立春升降差多南北差少自雨水畢於寒露南北差多升降差少依此推步乃得其實然事涉渾儀與蓋天相返

月後天十三度十九分度之七

月後天者月東行也此見日月與天俱西南游一日一夜天一周而月在昨宿之東故曰後天又曰章歲除章月加日周一日作率以一日所行爲一度周天之日爲天度

術曰置章月二百三十五以章歲十九除之加日行一度得十三度十九分度之七此月一日行之數卽後天之度及分

臣鸞曰月後天十三度十九分度之七法列章月二百三十五以章歲十九除之得十二度加日行一度得十三度餘十九分度之七卽月後天之度分

小歲月不及故舍三百五十四度萬七千八百六十分度之六千六百一十二

小歲者十二月爲一歲一歲之月十二月則有餘十二月復不足而言大小歲通閏月爲不及故舍亦猶後天

也假令十一月朔旦冬至日月俱起牽牛之初而月十二與日會此數月發牽牛所行之度也

術曰置小歲三百五十四日九百四十分日之三百四十八

小歲者除經歲十九分月之七以七乘周天分千四百六十一得萬二百二十七以減經歲之積分餘三十三萬三千一百八則小歲之積分也以九百四十分除之卽得小歲之積日及分

以月後天十三度十九分度之七乘之爲實

通分內子爲二百五十四之乘者乘小歲積分也

又以度分母乘日分母爲法實如法得積後天四千七百三十七度萬七千八百六十分度之六千六百一十三

以月後天分乘小歲積分得八千四百六十萬九千四百三十二則積後天分也以度分母十九乘日分母九百四十得萬七千八百六十除之卽得

以周天三百六十五度萬七千八百六十分度之四千四百六十五除之

此猶四分之一也約之卽得當於齊同故細言之通分內子爲六百五十二萬三千三百六十五除積後天分得十二周天卽去之

其不足除者

不足除者不及故舍之六百三十二萬九千五十二是也寅曰三百五十四度萬七千八百六十分度之六千六百一十二以萬七千八百六十除不及故舍之分得此分矣

此月不及故舍之分度數他皆放此

次至經月皆如此

臣鸞曰求小歲月不及故舍法列經歲三百六十五日九百四十分日之二百三十五通分內子得三十四萬三千三百三十五是爲經歲之積分以十九分月之七以七乘周天分一千四百六十一得萬二百二十七以減經歲積分不盡三十三萬三千一百八小歲積分也以九百四十除之得三百五十四日不盡三百四十八還通分內子復得本積分三十三萬三千一百八更置月後天十三度十九分度之七通分內子得二百五十四以乘本積分得積後天分八千四百六十萬九千四百三十二爲實更列月後天分母十九以乘日分母九百四十得萬七千八百六十爲法除之得積後天四千七百三十七度不盡六千六百一十二卽是得四千七百三十七度萬七千八百六十分度之六千六百一十二還通分內子得

本分八千四百六十萬九千四百三十二爲實更列周天三百六十五度萬七千八百六十分度之四千四百六十五卽通分內子得六百五十二萬三千三百六十五以除實得十二下法不用餘分卽不及故舍之分六百三十二萬九千五十二更以日月分母相乘得萬七千八百六十爲法除分不及故舍之分六百三十二萬九千五十二得三百五十四度不盡六千六百一十二卽不及故舍三百五十四度萬七千八百六十分度之六千六百一十二

大歲月不及故舍十八度萬七千八百六十分度之萬一

千六百二十八

大歲者十三月爲一歲也

術曰置大歲三百八十三日九百四十分日之八百四十七

大歲者加經歲十九分月之十二以十二乘周天分千四百六十一得萬七千五百三十二以加經歲積分得三十六萬八百六十七則大歲之積分也以七百四十除之卽得

以月後天十三度十九分度之七乘之爲實又以度分母乘日分母爲法實如法得積後天五千一百三十二度萬七千八百六十分度之二千六百九十八

此月後天分乘大歲積分得九千一百六十六萬二百一十八則積後天分也

以周天除之

除積後天分得十四周天卽去之

其不足除者

不足除者三十三萬三千一百八是也

此月不及故舍之分度數

臣鸞曰求大歲月不及故舍法列經歲三百六十五日九百四十分日之二百三十五通分內子得經積

分三十四萬三千三百三十五更以十九分月之十二乘周天分千四百六十一得一萬七千五百三十二以經歲積分加大歲積分得三十六萬八百六十七爲實以九百四十除之得大歲三百八十三日九百四十分日之八百四十七還通分內子本分三十六萬八百六十七更列月後天十三度十九分度之七通分內子得二百五十四以乘本分得積後天分九千一百六十六萬二百一十八爲實以萬七千八百六十爲法除之得積後天度五千一百三十二不盡二千六百九十八卽命分還通內子得本積後天

分九千一百六十六萬二百一十八爲實以周天分
六百五十二萬三千三百六十五爲法除實得十四
周天之數餘以日月分母萬七千八百六十除之得
大歲不及故舍十八度不盡萬一千六百二十八卽
以命分也
經歲月不及故舍百三十四度萬七千八百六十分度之
萬一百里
經常也卽十二月十九分月之七也
術曰置經歲三百六十五日九百四十分日之二百三十
五

經歲者通十二月十九分月之七爲二百三十五乘周
天千四百六十一得三十四萬三千三百三十五則經
歲之積分又以周天分母四乘二百三十五得九百四
十爲法除之卽得
以月後天十三度十九分度之七乘之爲實又以度分母
乘日分母爲法實如法得積後天四千八百八十二度萬
七千八百六十分度之萬四千五百七十
以月後天分乘經歲積分得八千七百二十萬七千九
十則積後天之分
以周天除之

除積後天分得十三周天卽去之
其不足除者
不足除者二百四十萬三千三百四十五是也
此月不及故舍之分度數
臣鸞曰求經歲月不及故舍法列十二月十九分月
之七通分內子得二百三十五以乘周天分千四百
六十一得三十四萬三千三百三十五卽經歲分也
以日分母四乘二百三十五得九百四十爲法以除
得經歲三百六十五日不盡二百三十五卽命分還
通分內子卽復本歲分三十四萬三千三百三十五

更列通月後天度分二百五十四以乘經歲分得積
後天分八千七百二十萬七千九十爲實更列萬七
千八百六十除實得積後天度四千八百八十二不
盡萬四千五百七十卽命分還通分內子復本積後
天分爲實以周天分六百五十二萬三千三百六十
五除實得十三周天卽去之餘分三百四十萬三千
三百四十五以萬七千八百六十除之得不及故舍
百三十四度不盡萬一百五卽以命分也
小月不及故舍二十二度萬七千八百六十分度之七千
七百三十五

小月者二十九日爲一月一月之二十九日則有餘三
十日復不足而言大小者通其餘分
術曰置小月二十九日
小月者減經月之積分四百九十九餘二萬七千二百
六十則小月之積也以九百四十除之即得
以月後天十三度十九分度之七乘之爲實又以度分母
乘日分母爲法實如法得積後天三百八十七度萬七千
八百六十分度之萬二千二百二十
以月後天乘小月積分得六百九十二萬四千四十則
積後天之分也

以周天分除之
除積後天分得一周天而去之
其不足除者
不足除者四十萬六百七十五
此月不及故舍之分度數
臣鸞曰求小月不及故舍法置二十九日以九百四
十乘之得二萬七千二百六十則小月之分也更列
月後天十三度十九分度之七通分內子得二百五
十四以乘小月分得六百九十二萬四千四十爲實
以萬七千八百六十爲法除實得三百八十七度不
盡萬二千二百二十以命分還通分內子得本實更
列周天分六百五十二萬三千三百六十五除本實
得一周天不盡四十萬六百七十五即不及故舍之
分又以萬九千八百六十除不及故舍之分得二十
二度不盡七千七百三十五即以命分
大月不及故舍三十五度萬七千八百六十分度之萬四
千三百三十五
大月者三十日爲一月也
術曰置大月三十日
大月加經積分四百四十一得二萬八千二百則大月

之積分也以九百四十除之即得
以月後天十三度十九分度之七乘之爲實又以度分母
乘日分母爲法實如法得積後天四百一度萬七千八百
六十分度之九百四十
以月後天分乘大月積分七百一十六萬二千八百則
積後天之分也
以周天除之
除積後天分得一周天即去之
其不足除者
不足除者六十三萬九千四百三十五是也

此月不及故舍之分度數
臣鸞曰求大月不及故舍法置三十日以九百四十乘之得二萬八千二百以後天分二百五十四乘之得七百一十六萬二千八百爲實以萬七千八百六十爲法以除實得四百一度不盡九百四十即以命分還通分內子復本實更以周天六百五十二萬三千三百六十五爲法除本實得一周餘不足除積六十三萬九千四百三十五分以萬七千八百六十爲法以除實得大月不及故舍三十五度不盡萬四千三百三十五即命分也

經月不及故舍二十九度萬七千八百六十分度之九千四百八十一
經常也常月者一月月與日合數
術曰置經月二十九日九百四十分日之四百九十九
經月者以十九乘周天分一千四百六十一得二萬七千七百五十九則經月之積以九百四十除之即得
以月後天十三度十九分度之七乘之爲實又以度分母乘日分母爲法實如法得積後天三百九十四度萬七千八百六十分度之萬三千九百四十六
以月後天分乘經月積分得七百五萬七百八十六則積後天之分
以周天除之
除積後天分得一周天即去之
其不足除者
不足除者五十二萬七千四百二十一是也
此月不及故舍之分度數
臣鸞曰求經月不及故舍法以十九乘周天分千四百六十一得二萬七千七百五十九即經月積分以九百四十除積分得經月二十九日九百四十分日之四百九十九還通分內子得本經月積分以後天

分乘本積分得七百五萬七百八十六即後天之積分更以萬七千八百六十除之得積後天三百九十四度不盡萬三千九百四十六即以命分還通分內子得本後天積分爲實以周天六百五十二萬三千三百六十五除之得一周餘分五十二萬七千四百二十一即不及故舍之分以一萬七千八百六十除之得經月不及故舍二十九度不盡九千四百八十一即以命分
冬至晝極短日出辰而入申
如上日之分入何宿法分十二辰於地所圍之周舍相

去三十度十六分度之七子午居南北卯酉居東西日出入時立一游儀以望中央表之晷游儀之下即日出入

陽照三不覆九

陽日也覆猶徧也照三者南三辰巳午未

東西相當正南方

日出入相當不覆三辰爲正南方

夏至晝極長日出寅而入戌陽照九不覆三

不覆三者北方三辰亥子丑冬至日出入之三辰屬晝晝夜互見是出入三辰分爲晝夜各半明矣考靈曜曰

分周天爲三十六頭頭有十度九十六分度之十四長日分於寅行二十四頭入於戌行十二頭短日分於辰行十二頭入於申行二十四頭此之謂也

東西相當正北方

出入相當不覆三辰爲北方

日出左而入右南北行

聖人南面而治天下故以東爲左西爲右日冬至從南而北夏至從北而南故曰南北行

故冬至從坎陽在子日出巽而入坤見日光少故曰寒

冬至十一月斗建子位在北方故曰從坎坎亦北也陽氣所始故曰在子巽東南坤西南日見少晷陽照三不覆九也

夏至從離陰在午日出艮而入乾見日光多故曰暑

夏至五月斗建午位在南方故曰在午艮東北乾西北日見多晷陽照九不覆三也

日月失度而寒暑相姦

考靈曜曰在璿璣玉衡以齊七政璿璣未中而星中是急急則日過其度不及其宿璿璣玉衡中而星未中是舒舒則日不及其度夜月過其宿璿璣中而星中是周周則風雨時風雨時則草木蕃盛而百穀熟故書曰急

常寒若舒常燠若急舒不調是失度寒暑不時即相姦

往者詘也來者信也故詘信相感

從夏至南往日益短故曰詘從冬至北來日益長故曰信言來往相推詘信相感更衰代盛此天之常道易曰日往則月來月往則日來日月相推而明生焉寒往則暑來暑往則寒來寒暑相推而歲成焉往者詘也來者信也詘信相感而利生焉此之謂也

故冬至之後日右行夏至之後日左行左者往右者來

冬至日出從辰來北故曰右行夏至日出從寅往南故曰左行

故月與日合爲一月
從合至合則爲一月
日復日爲一日
從旦至旦則爲一日
日復星爲一歲
冬至日出在牽牛從牽牛周牽牛則爲一歲也
外衡冬至
日在牽牛
內衡夏至
日在東井

六氣復返皆謂中氣
中氣月中也言日月往來中氣各六傳曰先王之正時
履端於始舉正於中歸餘於終謂中氣也
陰陽之數日月之法
謂陰陽之度數日月之法
十九歲爲一章
章條也言閏餘盡爲汏章條也乾象曰辰爲歲中以御
朔之月而納焉朔爲章中除朔爲章月月差爲閏
臣鸞曰歲中除章中爲章歲求餘法置中氣相去三
十日十六分日之七通分內子得四百八十七又置

從朔至朔一月之日二十九九百四十分日之四百
九十九通之得二萬七千七百五十九二者法異當
同之者以中氣分母十六乘朔分得四十四萬四千
一百四十四變爲中氣積分也以朔分母九百四十
乘中氣分得四十五萬七千七百八十爲朔日積分
以少減多求等數平之得一千九百四十八爲法除
中氣積得二百二十八卽章中也更以一千九百四
十八除朔積分得二百三十五卽章月也章月與章
中差七卽一章之閏更置二百二十八以歲中十二
除之得十九爲章歲也更置章月二百三十五以章
歲十九除之得十二月十九分月之七卽一年之月

也
四章爲一蔀七十六歲
蔀之言齊同日月之分爲一蔀也一歲之月十二月十
九分月之七通分內子得二百三十五一歲之日三百
六十五日四分日之一通之得一千四百六十一分母
不同則子不齊當互乘之以齊同之者以日分母四乘
月分得九百四十卽一蔀之月以月分母十九乘日分
得二萬七千七百五十九卽一蔀之日以日月分母相
乘得七十六得一蔀之歲以一歲之月除蔀月得七十

六歲又以一歲之日除蔀日亦得七十六矣歲月餘旣
終日分又盡羣殘齊合羣數畢滿故謂之蔀
臣鸞曰求蔀法列章歲十九以四乘之得一蔀七十
六歲求一蔀之月法十二月十九分月之七通分內
子得二百三十五卽月分也更列一歲三百六十五
日四分日之一通分內子得一千四百六十一以日
分母四乘月分得九百四十卽一蔀之月以月分母
十九乘日分得二萬七千七百五十九卽一蔀之日
以日分母四乘月分母十九得七十六卽一蔀之歲
更以月分母十九乘蔀月九百四十得萬七千八百
周髀算經卷下　毛槐廬校刊
六十爲實以十二月十九分月之七通分內子得二
百三十五爲法以除實得七十六亦一蔀之歲也更
列一蔀之日二萬七千七百五十九以分母四乘之
得十一萬一千三十六爲實以周天分千四百六十
一除之得一蔀之歲七十六也
二十蔀爲一遂遂千五百二十歲
遂者竟也言五行之德一終竟極日月辰終也乾鑿度
曰至德之數先立金木水火土五凡各三百四歲五德
運行日月開闢甲子爲蔀首七十六歲次得癸卯蔀七
十六歲次壬午蔀七十六歲次辛酉蔀七十六歲凡三
百四歲木德也主春生次庚子蔀七十六歲次己卯蔀
七十六歲次戊午蔀七十六歲次丁酉蔀七十六歲凡
三百四歲金德也主秋成次丙子蔀七十六歲次乙卯
蔀七十六歲次甲午蔀七十六歲次癸酉蔀七十六歲
凡三百四歲火德也主夏長次壬子蔀七十六歲次辛
卯蔀七十六歲次庚午蔀七十六歲次己酉蔀七十六
歲凡三百四歲水德也主冬藏次戊子蔀七十六歲次
丁卯蔀七十六歲次丙午蔀七十六歲次乙酉蔀七十
六歲凡三百四歲土德也主致養其德四正子午卯酉
而朝四時焉凡一千五百二十歲終一紀復甲子故謂
周髀算經卷下　毛槐廬校刊
之遂也求五德日名之法置一蔀者七十六歲德四蔀
因而四之爲三百四歲以一歲三百六十五日四分日
之一乘之爲十一萬一千三十六以六十去之餘三十
六命甲子算外得庚子金德也求次德加三十六去之
命如前則次德日也求算蔀名置一章歲數以周天分
乘之得二萬七千七百五十九以六十去之餘三十九
命以甲子算外得癸卯蔀求蔀加三十九滿六十去之
命如前得次蔀
臣鸞曰求遂法列一蔀七十六歲以二十乘之得千
五百二十歲卽以遂之歲求五德金木水火土法列

一蔀七十六歲以周天分千四百六十一乘之得十一萬一千三十六即以六十除之餘三十六命從甲子算外得庚子凡三百四歲主秋成金德也加三十六得七十二以六十除之餘十二命從甲子算外得丙子凡三百四歲火德主夏長次放此求蔀名列一章十九歲以周天分一千四百六十一歲乘之得二萬七千七百五十九以六十去之餘三十九命從甲子算外得癸卯蔀七十六歲復加三十九亦六十去之餘十八命亦起甲子算外次得壬午蔀次放此至甲子即止之

三遂爲一首首四千五百六十歲

首始也言日月五星終而復始也考靈曜曰日月首甲子冬至日月五星俱起牽牛初日月若合璧五星如聯珠靑龍甲寅攝提格竝四千五百六十歲積及初故謂首也

臣鸞曰求一首法列遂一千五百二十歲三之得一首四千五百六十歲也

七首爲一極極三萬一千九百二十歲生數皆終萬物復始

極終也言日月星辰弦望晦朔寒暑推移萬物生育皆復始故謂之極

臣鸞曰求極先列一首四千五百六十歲以七乘之得一極三萬一千九百二十歲也

天以更元作紀歷

元始作爲七紀法天數更始復爲法述之

何以知天三百六十五度四分度之一而日行一度而月後天十三度十九分度之七二十九日九百四十分日之四百九十九爲一月十二月十九分月之七爲一歲

非周髀本文蓋人問師之辭其欲知度之所分法術之所生耳

周天除之

除積後天分得一周即棄之

其不足除者如合朔古者包犧神農制作爲歷度元之始見三光未如其則

三光日月星則法也

日月列星未有分度

則星之初列謂二十八宿也

日主晝月主夜晝夜爲一日日月俱起建星

建六星在斗上也日月起建星謂十一月朔旦冬至日也爲歷術者度起牽牛前五度則建星其近也

月度疾日度遲
度日月所行之度也
日月相逐於二十九日三十日間
言日月二十九日則未合三十日復相過
而日行天二十九度餘
如九百四十分日之四百九十九
未有定分
未知餘分定幾何也
於是三百六十五日南極影長明日反短以歲終日影反
長故知之三百六十五日者三三百六十六日者一

影四歲而後知差一日是爲四歲共一日故歲得四分
日之一
故知一歲三百六十五日四分日之一歲終也月積後天
十三周又與百三十四度餘
經數月後天之周故度求之餘者未知也言欲求之也
無慮後天十三度十九分度之七未有定
無慮者粗計也此已得月後天數而言未有者求之意
未有見故也
於是日行天七十六周月行天千一十六周及合於建星
月行一月則行過一周而與日合七十六歲九百四十
周天所過復九百四十日七十六周并之得一千一十
六爲一月後天率分盡度終復還及初也
臣鸞曰求於是日行天七十六周月行天千一十六
周及合於建星法以九百四十周并七十六周得一
千一十六周則日月氣朔合於建星
置月行後天之數以日後天之數除之得一十三度十九
分度之七則月一日行天之度
以日度行率除月行率一日得月度幾何置月行率一
千一十六爲實日行率七十六爲法實如法而一法及
餘分皆四約之與乾象同歸而殊途義等而法異也

復置七十六歲之積月
置章歲之月二百三十五以四乘之得九百四十則蔀
之積月也
以七十六歲除之得十二月十九分月之七則一歲之月
亦以四約法除分蔀歲除月與章歲除章月同
置周天度數以十二月十九分月之七除之得二十九日
九百四十分日之四百九十九則一月日之數
通周天四分日之一爲千四百六十一通十二月十九
分月之七爲二百三十五分母不同則子不齊當互乘
以同齊之以十九乘千四百六十一爲二萬七千七百

五十九以四乘二百三十五爲九百四十及以除之則
月與日合之數
臣鸞曰求日行一度法還置前一千一十六以七十
六歲除之得十三度不盡二十八以求等乎於四以
四約餘得七約分得十九是十三度十九分度之七
更列一章歲積月二百三十五以周天分母四乘之
即一蔀月九百四十亦以七十六歲除之得一歲之
十二月十九分月之七餘分及法並以四約更通周
天得千四百六十一復通十二月十九分月之七得
二百三十五分母不同互乘之以月分母十九乘日

漢之高也偶因鹽官殘本補而傳焉尚有疑團一二
擬擅孝藴叔祥二翁而析之虞山毛晉識

周髀算經跋終

吳縣朱記榮校刊

槐廬叢書第　集

周髀算經校勘記

行素草堂藏板

光緒丙戌年春二月
吳縣朱氏家塾校刊

周髀算經校勘記 注中差謬更多不復具論

金山顧觀光尙之學　吳縣朱記榮懋之校刊

上卷

旣方之外　依注則之字當作其

笠以寫天　寫當作象古象字作爲與寫相似燕策鮑本爲木人以象寡姚本亦誤作寫

智類之明　智卽知字

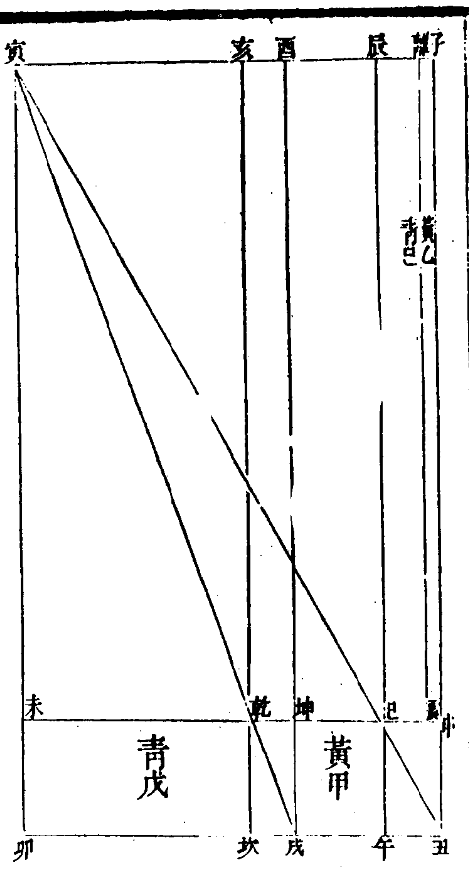
日中立竿測影　此句有誤世說言語篇注引作日中樹表則無影矣

日益表南晷日益長　華嚴經音義四引作日益南晷益長此表字日字竝衍

而日應空之孔　空卽孔字不得云空之孔疑之孔二字衍注云更言八尺者舉其定也則此下當有竹長八尺四字

若求邪至日者一節　注云旁古邪字按旁與邪音義俱不類疑本文兩邪字竝衺之誤注云衺古邪字則合矣從髀所旁至日所十萬里此句應屬下節旁亦當作衺

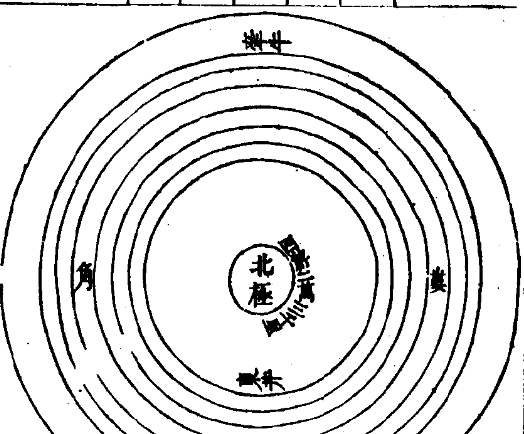
日高圖　原圖大誤今正之如左



趙君卿曰黃甲與黃乙其實正等青戊與青己原本戊誤作丙下同其實亦等黃甲與青戊相連黃乙與青己相連其實亦等原本此下有皆以影差爲廣六字係衍文　解曰何以知黃甲與黃乙等而青戊又與青己等也子丑寅卯一長方以寅丑對角綫斜分爲兩句股形其積必等析而言之辰巳寅句股形與寅未巳句股形等申丑巳句股形與巳午丑句股形等則所餘之子申辰巳長方形亦必與巳午未卯長方形等矣所謂黃甲與青戊相連黃乙與青己相連其實亦等又酉戌寅卯一長方以寅戌對角綫斜分爲兩句股形則酉坤亥乾長方形亦與乾坎未卯長方形等與上同理今截辰離如酉亥之分則離震辰巳長方形卽與乾坎未卯長方形等所謂青戊與青己其

實亦等而所餘之子申離震長方形必與巳午乾坎長方
形等又何疑焉所謂黄甲與黄乙其實正等
諸言極者斥天之中可證
從南至夏至之日中十一萬九千里　從下脫極字注云
日道發斂之所生也至晝夜長短之所極　生字衍也字
當在極下後注云日道往還之所至晝夜長短之所極
卽用此文
周北五十萬八千里一節　此節六十二字獨無注且諸
數並已見前無庸複舉必衍文也下文此方圓之法五
字卽接上文不應方爲一行葢四極徑八十一萬里本

是圓象而求周東西里數則用句弦求股之法是以方
法御圓也故曰此方圓之法
七衡圖　前云四極徑八十一萬里周二百四十三萬里
徑一周三明是圓象而原圖乃作方圖且於圖下注云
外方圓實青色則誤已久矣內衡之中當有小圈以象
北極璇璣圖下注云內北極小圈青色實之是也而原
圖脫去又於內衡左右注春秋分外衡左右注春秋分
日出入紙繆已極今正之如左



外大圓原誤作外
方圖實青色中
俱黄色內北
極小圓原亦作小
圖青色實之

其次曰冬至所北照　北字衍
下卷
三光之精微以成其道遠　成字衍又此下脫一節應補
之云春分以往到夏至三光之精盛以其道近凡十六
字御覽廿三引周髀冬至三光微夏至三光盛卽約此
文也
正極之所游　此句應屬下節孔刻不誤
此東西南北之時　此句應屬下節南北二字衍注云北
極東西之時與天中齊不言南北可見此二字之爲衍
文無疑張文虎案此字疑卽北字之譌而下脫極字淺人不通其義遂加南北二字以足其句

何以知其南北極之時以冬至夜半北游所極也　也字當在時字下下文夏至南游所極亦無也字

其南不及天中萬一千五百里　其南二字衍上文過天中萬一千五百里亦不言南北

周去極十萬三千里一節　此節一百十五字竝已見前且與上下文義不相屬必衍文也上節注自短中徑二萬六千六百三十二里以下卽上卷周在天中南節之甄鸞注複衍於此令人百思不解當併刪去而以本節注首接上節注末則豁然貫通矣繩至地所識亦如影原脫識字謂自繩至地所識望表端與璇璣正相參直亦如

自影端望表端與日正相參直也言正句者四方之影皆正而定也則釋本文正句二字之義

日所以入　以當作出

凡八節二十四氣氣損益九寸九分六分分之一　此十九字與下文複當衍又後注云此爽之新術又云爽更爲新術則二十四氣晷影損益之術竝趙氏所改非其本眞矣周髀本法以半歲一百八十二日四分日之一除二至晷影差一丈一尺九寸得一日差七百三十分寸之四百七十六見趙注其文無考

三百五十四度一節　依後五條例不應有此節以明刻本考之乃知本文及注竝唐寅語也不審孔氏何以疎謬若此

往者詘來者信也故屈信相感　此節與上文不相屬疑當在下節後下節右行左行注亦不得其解葢從辰來北與從寅往南皆是自東而西不得分左右也今以下節連此節讀之則冬至之後日在小輪周自西而東故曰右行輪心右行而輪周亦右行兩行之勢相順則實行視平行爲盈故曰右者來來者信也夏至之後日在小輪周自東而西故曰左行輪心右行而輪周左行兩行之勢相逆則實行視平行爲縮故曰左者往往者詘

也屈已則信信已則屈如環無端故又曰屈信相感

六氣復返　復返猶言反覆

周天除之其不足除者如合朔　此與上下文不相屬周天除之其不足除者九字及注竝見前經月不及故舍條中複衍於此殊無文理如合朔三字又他處斷爛之僅存者考音義合朔一條在經月後覆九前今檢之不可得必有脫簡要三字不在此處則甚明也竝當刪

未如其則　如當作知

以歲終日影反長故知之　上云三百六十五日南極影長明日反短則歲終之日影宜長也不得目之爲反推

尋文義疑以歲終日影反長七字當在三百六十六日者一之下葢三百六十五日從冬至至冬至一歲既終則三百六十六日之影當漸短矣而反更長是三百六十五日尚未至冬至也故知之三字又因下文誤衍應刪去

讀周髀算經書後

此書廢弃已千餘年雖以梅定九戴東原諸公竭力表章而終不克大明於世者以其所言周徑里數皆非實測故也今按經文首章卽云笠以寫天天青黑地黃赤天數之爲笠也青黑爲表丹黃爲裏以象天地之位而七衡圖後又云凡爲此圖以丈爲尺以尺爲寸以寸爲分分一千里凡用繒方八尺一寸然則經中周徑里數皆爲繪圖而設非其眞也天本渾圓而繪圖之法必以視法變爲平圓既爲平圓則不得不以北極爲心而內衡環之中衡環之外衡又環之夫外衡之度本與內衡等也而自圖視之則內

衡之度最小中衡稍大外衡乃極大此其出於不得已者一也三衡之度猶細不同繪圖之法必核其實若以中衡爲主而齊之則內外衡之度多寡不均且奇零難盡故必變度數爲里數而取數始眞此其出於不得已者二也中衡距北極九十一度三一二五本爲周天四分之一而自圖視之半徑六十○度八七五○僅得周天六分之一惟內衡距北極六十六度七五七九與半徑略相近故中外衡距極里數竝以內衡度法起算此其出於不得已者三也然半徑六十○度八七五○而內衡距北極六十六度七五七九兩數相差五度八八二九乃以黃赤二極聯爲一綫於此綫上距北極五度八八

二九指一星以爲識命曰北極璇璣一晝夜左旋一周而過一度恆以冬至夜半加子春分夜半加卯夏至夜半加午秋分夜半加酉十二月建之名因之而起此借象之第一根也當時實測內外衡相距四十九度一○九二半之得二十四度五五四六卽黃赤大距加璇璣距北極五度八八二九得三十○度四三七五適合周天十二分之一夫中衡距北極本周天十二分之三也而中衡距內衡又爲周天十二分之一則內衡距北極必爲周天十二分之二而與外衡距內衡之度相等此借象之第二根也里數之根無所取之乃於王城立八尺表以測日景夏至午正一尺六寸冬至午正一

丈三尺五寸其較爲一丈一尺九寸卽命十一萬九千里爲外衡距內衡數亦卽爲內衡距北極數此借象之第三根也乃置十一萬九千里倍之得二十三萬八千里卽內衡徑三之得三十五萬七千里卽中衡徑四之得四十七萬六千里卽外衡徑以度命之內衡距北極六十○度八七五○內衡距中衡中衡距外衡各三十○度四三七五若與實測不符而中衡距北極九十一度三一二五內衡距璇璣北游六十六度七五七九外衡距璇璣南游百十五度八六七一皆與實測所得不約而同且黃赤極竝無象可見今以璇璣表之可以測北極之高下焉可以得黃極環繞北極之象焉可以

明天左旋日右旋一歲而差一周天焉烏乎可謂巧之至矣但其理隱于法中而未嘗明言其故自趙君卿以下隨文衍義未有能闡其微者戴東原直指北極璇璣爲黃極則璇璣徑二萬三千里而內衡距外衡十一萬九千里判若天淵何可混而爲一錢竹汀以璇璣爲近北極大星似矣而以十一萬九千里爲內外衡相距之實數則黃赤大距三十○度四三七五亦振古未聞之異說皆由不知周髀爲繪圖之法且其圖爲借象而非實數故耳余於是書蓋嘗輾轉思之而不得其解後閱西人渾蓋通憲見其外衡大於中衡與周髀合而以切綫定緯度則其度中密外疎無

一等者乃恍然悟周髀之圖欲以經緯通爲一法故曲折如此非眞以地爲平遠而以平遠測天如徐文定公所謂千古大愚者也況地圓之理經中已不啻三令五申安得復生異說故爲此論以明其故云顧觀光識

光緒歲在閼逢涒灘國子監肄業生吳縣朱記榮校刊

周髀算經校勘記終

周髀爲算書之祖讀者每苦不得其解自梅定九戴東原錢竹汀諸大儒皆深究算理而於周髀尤極力表章然考其論說互有異同究不能衷於一是金山顧尚之先生有見於西人渾蓋通憲外衡大於中衡而切線定緯度內密而外疏乃悟周髀內中外衡皆爲借象而所擧周徑里數亦爲繪圖而設按之實測若合符節於是數千年來未洩之秘至此而渙然盡釋不誠讀周髀者之快事與余旣據學津本重校周髀幷刊顧先生校勘記以便讀者至校記第一條旣方之外校云之字當作其而學津本正作其蓋先生所據乃 武英殿聚珍本故與此有違異今各存其

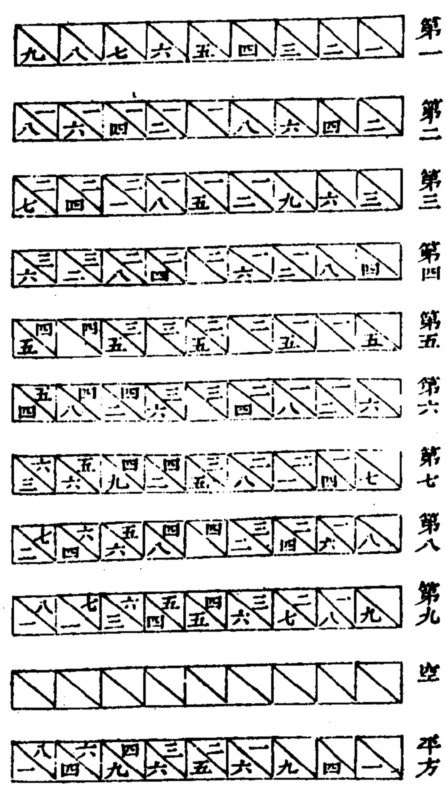
眞不復強爲牽合以讀者自當知之也光緒丙子孟冬吳縣朱記榮識

策算一卷

策算

漢書律歷志算法用竹徑一分長六寸二百七十一枚而成六觚爲一握古算之大畧可考如是其一枚謂之一算亦謂之籌梅福傳福上書曰臣聞齊桓之時有以九九見者所謂九九蓋始一至九而九之終於八十一周髀算經商高曰數之法出於圓方圓出於方方出於矩矩出於九九八十一是也以九九書於策則盡乘除之用是爲策算策取可書不曰籌而曰策以別於古籌算不使名稱相亂也策列九位位有上下凡策或木或竹皆兩面一與九二與八三與七四與六共策五之一面空之爲空策合五策而九九備如是者十各得十策别用策一列始一至九各自乘得方冪之數爲開平方策算法雖多乘除盡之矣開方亦除也平方用廣立方罕用故策算專爲乘除開平方舉其例畧取經史中資於算者次成一卷俾治九章算術者首從事焉乾隆甲子長至日東原氏戴震叙

策式



乘

凡兩數相乘任以一爲實一爲法列實從右向左橫書之法有幾位則用幾策列策從上而下凡上策之下位與下策之上位相并成一數滿十則進之於上數策之九位上下合爲九行視實某數於策某行取數書所列實之上列乘數從實首至末每行低一位從實末至首每行陞一位以次列畢橫并之書於左有空行空位必以圜表而識之定位法視策所取之數最上一位當法首萬千百十單之位自上而下至單數之下一位以實首之萬千百十單命之

如易二篇之策萬有一千五百二十凡老陽策數四九三十六老陰策數四六二十四上下經陽爻陰爻各一百九十二其策數各若干術以一百九十二爲法用第一第九第二策以三十六爲實視第三第六行之數并之得陽爻六千九百一十二策又以二十四爲實視第二第四行之數并之得陰爻四千六百八策

〇五七六　三十

一一五二六策　自上而下第三位爲單位

六九一二
千百十策

〇三八四　二十

〇七六八四策　同上

四六〇八
千百十策

又如易六十四卦焦氏易林每卦變六十四共若干術用第六第四策視第六第四行之數併之此法實皆六十四也得四千九十六卦

三八四　六十

二五六四卦　自上而下第二位爲單位

四〇九六
千百十卦

又如古以二十四銖爲一兩十六兩成一斤三十斤成一鈞爲銖若干術以二十四銖爲法用第二第四策以十六兩爲實視第一第六行之數併之得三百八十四銖爲一斤合易二篇之爻又以三百八十四爲法用第三第八第四策以三十斤爲實視第三行之數得一萬一千五百二十銖爲一鈞合易二篇之策

〇二四　一十

一四四六兩

三八四
百十銖

一一五二三十斤
萬千百十銖

又如量之本出於黃鐘一千二百黍實其龠兩龠爲合十合爲升考工記嘉量鬴容六斗四升計黍若干術以六斗四升爲法用第六第四策以每升容二十龠爲實視第二行之數得一千二百八十龠爲一鬴所容又以一千二百八十龠爲法用第一第二第八策以每龠容一千二百黍爲實視第一第二行之數併之得一百五十三萬六千黍

一二八二十
千百十

○一二八 一千
○二五六二百
○一五三六
百十萬千

策算 五

又如漢書律歷志以八十一爲日法又以章歲十九通之得一千五百三十九爲一日之小分以四分歲周之一爲中法凡十四萬五百三十小分其一歲計日小分若干術以四爲法用第四策以十四萬五百三十爲實取第一第四第五第三行之數中空千應空一行併之

得五十六萬二千一百二十爲歲周此審空行式 或以十四萬五百三十爲法用第一第四第五第三策中空千應加空策一以四爲實視第四行之數所得亦同此加空策式

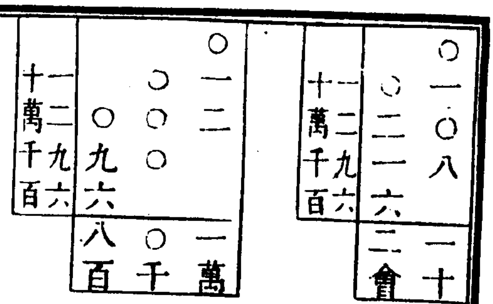
○四
一六
○○
二○
一二
一十 四萬 ○千 五百 三十

五六二一二
萬千百十分

策算 六

五六二一二
萬千百十分
四

又如皇極經世一元十二會每會一萬八百年一元其年若干術以一萬八百年爲法用第一第八策中空千加空策一以十二爲實視第一第二行之數併之得一十二萬九千六百年爲一元此亦加空策式 或以十二爲法用第一第二策以一萬八百爲實視第一第八行之數併之所得亦同此亦審空行式



除

凡除必審定法實變動者爲實如所分之物不變動者爲法如作幾分分之法有幾位則用幾策列實從上而下直書之至單位止雖實不至單位必以圈識之視策之第幾行其數有與實等或差小於實者以減實不盡又如法減之實盡而止除或不盡則單位之下命爲幾分之幾以策之行數爲所得數列策數每行低一位若低兩位則有一空行低三位則有二空行也策數書之於左所減之餘書之於右定位法視所列實之位與法首萬千百十單之位相當者其上一位爲單位各對策所取之數最上一位命其下所得數

凡除不盡而命分法爲分母實爲分子以少減多迭更相減求其等數以等數除法實命爲幾分之幾若有所命之分與他數相乘則分母乘全數納分子然後以他數乘之乘訖仍以分母報除若除有他數或爲實或爲法亦分母乘全數納分子又以分母乘他數皆散全成積分然後除其無全數徑用分子者在乘則乘訖以分母報除在除則以分母乘他數散爲積分凡兩數皆有所命之分而分母不同則分子亦異各如上納分子訖母互乘子以齊其子母相乘以同其母報除如上

如漢書律歷志黃鍾之實十有七萬七千一百四十七始於一而三之三三積之歷十二辰之數凡律呂用九九絲爲毫九毫爲釐九釐爲分九分爲寸子一爲黃鍾之律丑三爲絲法卯二十七爲毫法巳二百四十三爲釐法未二千一百八十七爲分法酉一萬九千六百八十三爲寸法以寸分釐毫絲之法除黃鍾之實得寸分釐毫絲之數列其算術皆以黃鍾之實十七萬七千一百四十七爲實以寸法一萬九千六百八十三用第一第九第六第八第三策得寸數九以分法二千一百八十七用第二第一第八第七策得分數八十一以釐法

二百四十三用第二第四第三策得釐數七百二十九
以毫法二十七用第二第七策得毫數六千五百六十
一以絲法三用第三策得絲數五萬九千四十九此空行式
是爲寅九辰八十一午七百二十九申六千五百六十
一戌五萬九千四十九陽辰順而左行爲寸分釐毫絲
之數陰辰逆而右行爲起寸分釐毫絲之法

一七七一四七
一七七一四七
九寸
實之第二位與法首相當故上一位命爲單數

〇〇二八
一七七一四七
一七四九六
〇二一八七
八十
一分
實之第三位與法首相當

二一八
〇〇〇
一七七一四七
一七〇一
〇四八六
二一八七
七百
二十
九釐
實之第四位與法首相當

〇〇二
〇一六
〇一五
一七七一四七
一六二
一三五
一六二
二七
六千
五百
六十
一毫
實之第五位與法首相當

〇二
〇〇
〇二
一七七一四七
一五
二七
〇〇
一二
二七
五萬
九千
〇百
四十
九絲

又如太陽每歲行天三百六十度分為七十二候每候幾度術以七十二為法用第七第二策以三百六十為實視策行內有與實等之數用減實恰盡得每候五度

三六〇
三六　五度

實之第二位與法首相當

又如黃鍾之龠容千二百黍重十二銖一鈞萬一千五百二十銖為龠若干術以十二為法用第一第二策以萬一千五百二十為實視策行內之數用減實恰盡得九百六十龠黍

〇〇七
一一五二〇
一〇八
〇七二
九百六十

實之第四位與法首相當

又如漢書律歷志三十斤成鈞萬一千五萬二十銖合易二篇之策每一斤為銖若干術以三十為法用第三策以一萬一千五百二十為實視策行內之數用減實恰盡得三百八十四銖合易二篇之爻

一
二
一一五二〇
〇九
〇二四
〇一二
三百八十四銖

實之第四位與法首相當

又如呂氏春秋先為黃鍾之宮次制十二筒蔡邕月令章句云黃鍾之宮為黃鍾少宮也半黃鍾九寸之數管長四寸五分此蓋用半律之法後人未之考今列其算以上生者四其實三其法以下生者倍其實三其法黃

鍾之宮四寸五分上生林鍾四其實得十八三除之得六寸林鍾下生太簇倍其實得十二三除之得四寸太簇上生南呂四其實得十六三除之得五寸餘一不盡命為三分寸之一此命分法也（五寸為全數三為分母一為分子）南呂下生姑洗先以分母三乘五寸得十五納分子一共十六倍其實得三十二當以三除之又以分母三報除省兩徧除為一乘一除則以三與三相乘為九除之得三寸餘五不盡命為九分寸之五姑洗上生應鍾以分母九乘三寸納分子五四其實得一百二十八以九與三相乘為二十七除之得四寸餘二十不盡命為二十七

分寸之二十應鍾下生蕤賓以分母二十七乘四寸納分子二十倍其實得二百五十六以二十七與三相乘爲八十一除之得三寸餘十三命爲八十一分寸之十三蕤賓上生大呂以分母八十一乘三寸納分子十三四其實得一千二十四以八十一與三相乘爲二百四十三除之得四寸餘五十二命爲二百四十三分寸之五十二大呂上生夷則以分母二百四十三乘四寸納分子五十二四其實得四千九十六以二百四十三與三相乘爲七百二十九除之得五寸餘四百五十一命爲七百二十九分寸之四百五十一夷則下生夾鍾以

分母七百二十九乘五寸納分子四百五十一倍其實得八千一百九十二以七百二十九與三相乘爲二千一百八十七除之得三寸餘一千六百三十一命爲二千一百八十七分寸之一千六百三十一夾鍾上生無射以分母二千一百八十七乘三寸納分子一千六百三十一四其實得三萬二千七百六十八以二千一百八十七與三相乘爲六千五百六十一除之得四寸餘六千五百二十四命爲六千五百六十一分寸之六千五百二十四無射下生仲呂以分母六千五百六十一乘四寸納分子六千五百二十四倍其實得六萬五千

五百三十六以六千五百六十一與三相乘爲一萬九千六百八十三除之得三寸餘六千四百八十七命爲一萬九千六百八十三分寸之六千四百八十七乘除式如前

又如儀禮注二十兩曰溢爲米一升二十四分升之一以百二十斤曰石爲米一斛計之則十二斤爲一斗斤十六兩兩二十四銖銖十絫十二斤爲絫四萬六千八十以十升分之升得四千六百八絫於二十兩爲絫四千八百內減此數仍有一百九十二絫不盡以不盡之數與每一升爲絫四千六百八相減適得一百九十二

絫是爲等數以等數爲法除每一升爲絫四千六百八得分母二十四以等數除不盡之一百九十二得分子一故命爲二十四分升之一

又如古歷皆以十九年氣朔分齊爲一章日行十九周月行二百五十四周以是例之日行一度月行度若干術以月行二百五十四周爲實以日行十九周爲法除之得十三餘七不盡命爲日行一度月行十三度十九分度之七

又如一章之內日行十九周月行二百五十四周凡月周天又追及於日而與之會以成一月於月二百五十

四周減日十九周得日月之會二百三十五是爲章月十九年爲章歲平歲十二月十九年凡二百二十八月以減章月餘七得十九年七閏而氣朔分齊以是例之一歲之閏餘若干術以章月爲實以章歲爲法除之得十二月餘七不盡命爲一歲閏餘十九分月之七
又如漢書律歷志鄧平落下閎以律起歷律容一龠積八十一寸爲一日之分月有二十九日八十一分日之四十三以分母八十一乘二十九日納分子四十三得二千三百九十二是爲月法一月之日分也以是例之一歲十二月十九分月之七其日分若干術以分母十

九乘十二月納七得二百三十五以月法二千三百九十二乘之得五十六萬二千一百二十當以分母十九報除因除不可盡以十九乘日分八十一得一千五百三十九爲日之小分卽以五十六萬二千一百二十爲一歲之小分置此小分爲實以一千五百三十九爲法除之得三百六十五日餘三百八十五不盡命爲小餘一千五百三十九分日之三百八十五合四年之小餘得一千五百四十滿一千五百三十九成日仍有一分此太初歷小餘四年而大於四分歷小餘一千五百三十九分日之一也六千一百五十六年而差一日六十一年過半年而差一刻古今歲實未有大於此者矣
又如後漢用四分歷以蔀月九百四十爲一日之小分以蔀日二萬七千七百五十九爲一月之小分以大周三十四萬三千三百三十五爲一歲之小分置蔀日爲實蔀月爲法除之得二十九日餘四百九十九命爲九百四十分日之四百九十九置大周爲實蔀月爲法除之得三百六十五日餘二百三十五命爲九百四十分日之二百三十五置蔀日以平年十二月乘之得三十三萬三千一百八以蔀月爲法除之得三百五十四日餘三百四十八以甲子六十除十二月之日得五甲子

餘五十四日是爲大餘五十四小餘三百四十八史記歷書歷術甲子篇太初元年大餘五十四小餘三百四十八卽此數四分歷推二十四氣每一氣十五日三十二分日之七故又以三十二爲日分以二十四乘十五日得三百六十日適六甲子以二十四乘餘分七得一百六十八是爲日餘以三十二除日餘得五日餘八是爲大餘五小餘八歷術甲子篇太初元年又記大餘五小餘八卽此數史記當用太初歷不當用四分歷以此知歷術甲子篇乃後漢人竄入非史記本文太初歷月法二千三百九十二以平年十二月乘之得二萬八千

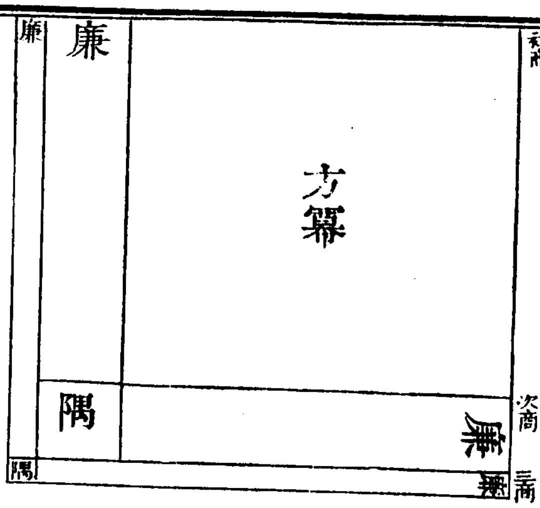
七百四以日法八十一除之得三百五十四日餘三十
當云大餘五十四小餘三十大餘五小餘三百八十五
前記朔數後記中數皆不與四分歷同
又如回回歷西域默狄納國王馬哈麻所作日周分一
千四百四十刻九十六每刻十五分分六十秒以下皆
六十遞析三百六十五日爲平年增一日爲閏年一百
二十八年而閏三十一日是爲三百六十五日小餘一
百二十八分日之三十一較四分歷一百二十八年閏
三十二日有一日之差用一千萬爲日分置三十一爲
實以一百二十八爲法除之得小餘二百四十二萬一

千八百七十五分四分歷小餘二百五十萬大於此七
萬八千一百二十五分明萬歷三十八年以後至崇禎
末西洋人龎廸我熊三拔等所譯新法歷書云西法歲
三百六十五日四分日之一每四歲之小餘成一日因
而置閏百年中爲整年七十五閏年二十五共爲三萬
六千五百二十五日此卽周髀算經三百六十五日謂
之經歲餘四分日之一積四年而增一日也新法歷書
又云當神宗十六年戊子第谷測春分時刻與前弘治
元年戊申西域白耳瓦所測相較定歲實三百六十五
日二十三刻三分四十五秒考其與回回歷異同每日

九十六刻以分秒通之得八萬六千四百秒爲日法以
十五乘二十三刻納三分又以六十乘之納四十五秒
得二萬九百二十五秒用一千萬爲日分通法乘之以
每日八萬六千四百秒爲法除之得二百四十二萬一
千八百七十五分於回回歷之小餘不差分秒其會望
策二十九日五三〇五九三亦云西史依巴谷考驗所
得於元郭守敬授時歷之朔策二十九日五千三百五
分九十三秒亦不差分秒西洋人舊法襲用中土古四
分歷其新法則襲回回歷會望策又襲郭守敬乃妄言
第谷巴谷測定以欺人耳

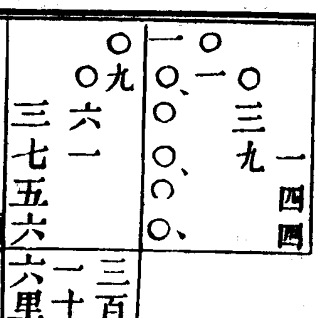
開平方

凡平方冪四面相等有冪積求其一面之數置冪積爲
實列實自上而下至單位止有空位以圈識之從單位
起作點每隔一位則點之首位有點者於上加一圈平
方策有二位故二位爲一次商實有幾點則有幾次商
凡除實不盡倍商數用乘除一至九之策爲兩廉用平
方策爲隅若策之數雖差小於實而與點不相當其下
位過點而下則知有空位於兩廉所用策下平方策上
加空策一多空位者審定加之定位法實有一點者初
商爲單位有二點者爲十有三點者爲百以上準此



初商除內方冪次商有兩廉冪及隅冪三商亦有兩廉冪及隅冪以後倣此

如論語道千乘之國馬融注云司馬法六尺爲步步百爲畮畮百爲夫夫三爲屋屋三爲井井十爲通通十爲成成出革車一乘然則千乘之賦其地千成居地方三百一十六里有畸按成方十里爲方一里者百則千成爲方一里者十萬術以十萬里爲平方冪積列實一下加五圈識萬千百十單五位從單位起作點越十至百作點越千至萬作點用平方策開之視第三行小於實減九萬里餘一萬里定爲初商三百里倍之用第六策爲兩廉用平方策爲隅視第一行小於實減六千一百里餘三千九百里定爲次商十里合初商次商倍之用第六第二策爲兩廉用平方策爲隅視第六行小於實減三千七百五十六里餘一百四十四里不盡是爲一面三百一十六里若三百一十七里則不足故云居地方三百一十六里有畸



又如考工記輪人爲蓋參分弓長以其一爲之尊鄭注云六尺之弓上近部平者二尺爪末下於部二尺二尺爲句四尺爲弦求其股股十二除之面三尺幾半也按股十二者此句弦求股術弦四自乘十六爲弦實句二自乘四爲句實減句實於弦實餘十二爲股實凡方一尺爲寸百爲分萬此方尺者十二爲分十二萬列實一二下加四圈識千百十單四位從單位起作點用平方策開之視第三行小於實減九萬分餘三萬分定爲初商三百分倍之用第六策爲兩廉用平方策爲隅視第四行小於實減二萬五千六百分餘四千四百分定爲

次商四十分合初商次商倍之用第六第八策爲兩廉用平方策爲隅視第六行小於實減四千一百一十六分餘二百八十四分不盡是爲股長三尺四寸六分有畸不足三尺五寸故云面三尺幾半

三尺
四寸
六分

○二八四
○四四
三
一二○○○○
○九
二五六
四一一六

又如考工記磬氏爲磬倨句一矩有半鄭注云必先度一矩爲句一矩爲股而求其弦既而以一矩有半觸其弦則磬之倨句也賈公彥疏云假令句股各一尺今以一尺五寸觸兩弦按句與股必橫直正方相遇古磬制不正方謂之磬折故先求句股弦以明磬折之弦大於此磬之鼓與股不相等而定倨句之法則度兩矩相等一爲句一爲股定之設句長百分自乘得萬分股亦長百分自乘得萬分併之二萬分爲弦實列實二上加一圈下加四圈從單位起作點用平方策開之視第一行小於實減一萬分餘一萬分定爲初商一百分倍之用

第二策爲兩廉用平方策爲隅視第四行小於實減九千六百分餘四百分定爲次商四十分合初商次商倍之用第二第八策爲兩廉平方策爲隅視第一行小於實減二百八十一分餘一百一十九分不盡是爲弦長一尺四寸一分有畸一矩有半乃一尺五寸大於弦張兩矩就之以爲磬折倨句之法

一尺
四寸
一分

○一一九
一四
二○○○○
○○○○
○一九六八一

策算終

少廣正負術

黃紹昌題

少廣正負術內篇上

少廣者所以測量物之形體推積以知冪以知邊凡數之始必生於邊邊與邊乘是爲平冪邊與冪乘是爲立積冪與冪乘是爲三乘方冪與積乘是爲四乘方積與積乘是爲五乘方其廣袤相等者爲正諸乘方不等者爲從諸乘方有廣袤故有和較有和較故有正負和則以所求之邊減之較則於所求之邊加之得多爲正得少爲負凡以正乘者同名不變異名則變凡以負乘者異名不變同名則變正負交

變必視其異形同實之件相權而互齊之斯隱詭糅錯之數皆見蓋其理近於方程而其用可以該商功句股之變簡以御繁易以知難者焉自唐王孝通緝古算經宋秦九韶數學九章已寓其術厥後欒城李氏大申明之著測圓海鏡益古演段二書至明而失其傳遂有顧氏測圓釋術之編出不達敬齋所立天元一細草盡舉而删去妄哉西人入中國見此法取而更修之謂之借根方然彼或譯言東來法未嘗泯其得自中國也但借根方不復因天元以取定法又

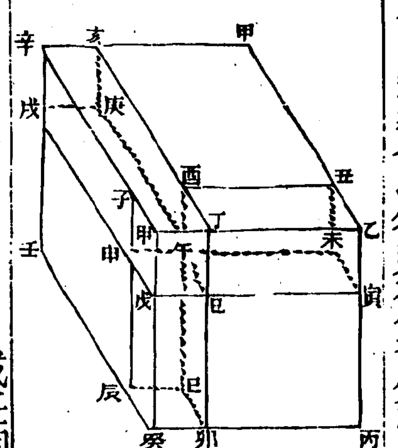
開方不用古從廉負隅益積翻積諸式於是有數無法煩亂而不可究非本少廣之意矣廣森備官翰林與窺中秘得見王秦李三家之書覃思研究通其義類試諸籌計得草若干顧今人尠習於開諸乘方之法苦其方廉稠疊而莫明其方廉之所由生宣城梅氏少廣拾遺亦但有平方立方廉隅圖至三乘方以上則云不能爲圖愚謂物之形體平方立方盡之矣特平冪立積之不可知者乃借諸乘方以求之本有其數而無其形將圖其有形者則冪不可以爲邊積

不可以爲冪將於其無形者而假圖以明其數則冪積卽可變爲邊諸乘皆可變爲平方也輒構諸乘方廉隅圖書首

諸乘方廉率表	一乘廉	二乘廉	三乘廉	三乘法廉	四乘法廉	五乘法廉	六乘法廉	七乘法廉	八乘法廉	九乘法廉	十乘法廉
平方	二										
立方	三	三									
三乘方	四	六	四								
四乘方	五	十	十	五							
五乘方	六	十五	二十	十五	六						
六乘方	七	二十一	三十五	三十五	二十一	七					
七乘方	八	二十八	五十六	七十	五十六	二十八	八				
八乘方	九	三十六	八十四	百二十六	百二十六	八十四	三十六	九			
九乘方	十	四十五	百二十	二百一十	二百五十二	二百一十	百二十	四十五	十		
十乘方	十一	五十五	百六十五	三百三十	四百六十二	四百六十二	三百三十	百六十五	五十五	十一	
十一乘方	十二	六十六	二百二十	四百九十五	七百九十二	九百二十四	七百九十二	四百九十五	二百二十	六十六	十二

凡加一乘其廉亦加一等故平方唯有長廉立方卽有平方之廉三乘方卽有立方之廉推而至千百乘方皆然也其最大最小之廉自二以及十二遞進一數中間諸廉莫不兩兩相對而捻表每倂右行得左行數（如立方首位三次位三倂之卽三乘方次位之六三乘方首位四次位六倂之卽四乘方次位之十）亦推而至千百乘方皆然也平方廉隅人所共曉卽帶從平方祇以四因冪實與和冪較冪加減互求仍與正平方無異故後圖自立方始焉右表列至十一乘者取得五乘方又自乘而止然唯三乘方施用最廣特倂詳其從法四乘五乘各備一圖五乘以外非布算所急則從略云

立方廉隅圖



右圖甲乙正方邊丙甲丑爲初商（戊壬同卯丙同）其自乘

再乘除立方正積訖甲丑酉亥平方寅丙卯巳平方申辰壬戌平方共有三段並初商自乘謂之方法丑乙丁酉長方巳卯癸戊長方子申戌辛長方亦共有三段並初商次商相乘謂之廉法酉丁甲子小方卽次商自乘謂之隅法其方法以次商乘之則得甲丑未午庚亥臥扁方形者一未寅丙卯巳午立扁方形者一又庚午巳辰壬戌立扁方形者一是爲三平廉其廉法以次商乘之則得申午巳卯癸辰立長方形者一丑乙寅巳午酉臥長方

形者一又亥酉午申戌辛卧長方形者一是爲三長廉其隅法以次商再乘則成子酉丁巳戊申小立方形矣蓋酉丁巳午面午巳戊申面申子甲戊面卽是三長廉堵頭其方正相等故隅適補其空而三長廉又適補三平廉之空如辛亥庚戌面辰巳卯癸面乙寅未丑面皆平廉相湊之空而亦是長廉堵頭也

開法

今有立方積一千七百二十八尺

置實超二位約初商十尺再乘得一千尺減原積餘七百二十八尺爲次商共積

初商自乘三因之得三百尺爲方法

初商三因之得三十尺爲廉法

併之共三百三十尺爲汎法以汎法除餘實約次商二尺

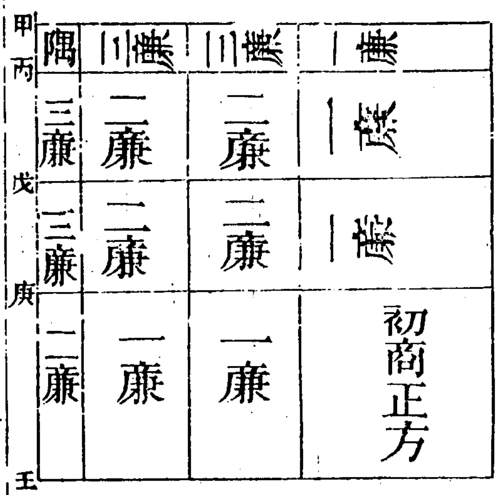
次商乘廉法得定法六十尺

次商自乘得隅法四尺

併廉隅定法投入方法共三百六十四尺爲下法與次商相乘銷積七百二十八尺適盡

或問此止設次商若有三商當如之何曰既得次商與初商相併卽亦爲初商而三商乃次商也故雖有數十商其理其法仍與兩商者同耳

三乘方廉隅圖



三乘方者平方自乘也平方羃內本有一方兩廉

一隅共爲四段故自之則有四四一十六段右圖變平冪爲方邊壬庚卽平方初商冪庚戊戊丙卽平方兩廉冪丙甲卽平方隅冪其初商冪自乘者爲三乘方初商正實隅冪自乘者爲三乘方次商正隅初商冪與廉冪相乘四段爲第一廉廉冪自乘四段初商冪與隅冪相乘二段皆爲第二廉壬庚丙甲相乘與庚戊自乘等一則先自乘後相乘一則先相乘後自乘得數故不異也廉冪與隅冪相乘四段爲第三廉合之凡得長廉四古名下廉自乘之廉六古名上廉再乘之廉四也古名方廉蓋諸乘方

廉隅無不與本乘方同體故一廉以初商再乘爲法則與次商邊相乘得實二廉以初商自乘爲法則亦與次商自乘數相乘得實三廉以初商邊爲法則必與次商再乘數相乘得實通之乃皆得三乘矣且達於此義是立方廉隅八段以初商次商各乘之而成三乘方十有六段之體又以初商次商各乘之而遂成四乘方三十二段之體皆可不解自明

開法

今有三乘方實二萬零七百三十六尺

置實超三位約初商十尺三乘得一萬尺減原實餘一萬零七百三十六尺爲次商共實

初商再乘四因之得四千尺爲方法

初商自乘六因之得六百尺爲上廉法

初商四因之得四十尺爲下廉法

併之共四千六百四十尺爲汎法以汎法除餘實約次商二尺

次商乘上廉得定法一千二百尺

次商自乘以乘下廉得定法一百六十尺

次商再乘得隅法八尺

併廉隅定法投入方法共五千三百六十八尺爲下法與次商相乘銷實一萬零七百三十六尺適盡

又法

置實如平方開之初商一百尺自乘減實一萬尺餘實一萬零七百三十六尺約次商四十尺與倍初商相加共二百四十尺以次商乘之減實九

千五六百尺　餘實一千一百三十六尺約三商四尺併初商次商倍之與三商相加共二百八十四尺以三商乘之銷實適盡按此所得即圖之甲壬邊數也
副置所得平方冪約初商十尺自乘減實一百尺餘實四十四尺約次商二尺與倍初商相加共二十二尺以次商乘之銷實適盡

四乘方廉隅圖

四乘方者平方立方相乘也平方廉隅四段立方廉隅八段故其相乘則有四八三十二段右圖以平冪爲横立積爲從辛癸即平方初商冪巳辛丁巳即平方兩廉冪乙丁即平方隅冪子丑立方初商積也丑寅寅卯卯辰立方三平廉積也辰巳巳午午未立方三長廉積也未申立方隅積也其平方初商冪立方初商積相乘者爲四乘方初商正實平方隅冪立方隅積相乘者爲四乘方次商正隅平方廉冪與立方初商積相乘二段平方初商冪與立方平廉積相乘三段皆初商乘三次次商乘一次故爲第一廉平方初商冪與立方長廉積相乘三段平方廉冪與立方平廉積相乘六段平方隅冪與立方初商積相乘一段皆初商乘兩次次商乘兩次故爲第二廉平方初商冪與立方隅

積相乘一段平方廉冪與立方長廉積相乘六段平方隅冪與立方平廉積相乘三段皆初商乘一次次商乘三次故爲第三廉平方廉冪與立方隅積相乘二段平方隅冪與立方長廉積相乘三段皆以次商四乘初商故爲第四廉合之凡得長廉五自乘之廉十再乘之廉十三乘之廉五矣

開法

今有四乘方實二十四萬八千八百三十二尺
置實超四位約初商十尺四乘得十萬尺減原實

餘十四萬八千八百三十二尺為次商共實
初商三乘五因之得五萬尺為一廉法
初商再乘十因之得一萬尺為二廉法
初商自乘十因之得一千尺為三廉法
初商五因之得五十尺為四廉法
併之共六萬一千零五十尺為汎法以汎法除餘
實約次商二尺
次商乘一廉得定法二萬尺
次商自乘以乘二廉得定法四千尺

次商再乘以乘三廉得定法四百尺
次商三乘得隅法十六尺
併廉隅定法投入方法（即一廉法）共七萬四千四百一十六尺為下法與次商相乘銷實十四萬八千八百三十二尺適盡

五乘方廉隅圖

五乘方者立方自乘也立方積內本有一方一隅三平廉三長廉共為八段故自之則有八八六十四段右圖從橫邊皆為立積（申子邊與四乘方圖之從邊同）其初商積自乘者初商五乘正實也其隅積自乘者次商五乘隅實也以初商積乘平廉積得六段是為四乘廉者六也以平廉積自乘得九段以長廉積乘初商積得六段是為三乘廉者十有五也以長廉積乘平廉積得十八段以隅積乘初商積得二段是為再乘廉者二十也以長廉積自乘得九段

以隅積乘平廉積得六段是爲自乘廉者亦十五也以隅積乘長廉積得六段是爲長廉者六也總三圖觀之凡諸廉之附正方𤗶近彌大彌遠彌小密密乎不罅秩秩乎不借推而六乘已上可以隅反矣

開法

今有五乘方實二百九十八萬五千九百八十四尺

置實超五位約初商十尺五乘得一百萬尺減原實餘一百九十八萬五千九百八十四尺爲次商共實

初商四乘六因之得六十萬尺爲一廉法亦名方法

初商三乘十五因之得十五萬尺爲二廉法

初商再乘二十因之得二萬尺爲三廉法

初商自乘十五因之得一千五百尺爲四廉法

初商六因之得六十尺爲五廉法

併之共七十七萬一千五百六十尺爲汎法以汎法除餘實約次商二尺

次商乘二廉得定法三十萬尺

次商自乘以乘三廉得定法八萬尺

次商再乘以乘四廉得定法一萬二千尺

次商三乘以乘五廉得定法九百六十尺

次商四乘得隅法三十二尺

併廉隅定法投入方法共九十九萬二千九百九十二尺爲下法與次商相乘銷實一百九十八萬五千九百八十四尺適盡

又曰

置實如平方開之按此先求圖之甲子邊初商一千尺自乘減實一百萬尺　餘實一百九十八萬五千九百

八十四尺約次商七百尺與倍初商相加共二千七百尺以次商乘之減實一百八十九萬尺　餘實九萬五千九百八十四尺約三商二十尺併兩商倍之與三商相加共三千四百二十尺以三商乘之減實六萬八千四百尺　餘實二萬七千五百八十四尺約四商八尺併三商倍之與四商相加共三千四百四十八尺以四商乘之銷實適盡

副置所得積一千七百二十八尺立方開之得方

邊十二尺法見前

又法

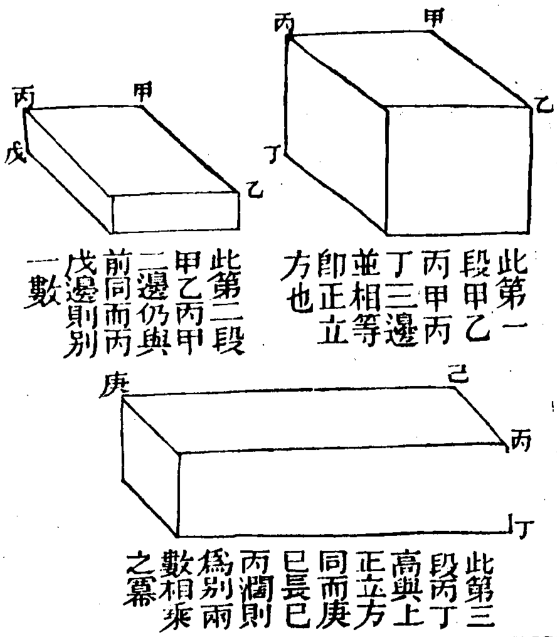
置實如立方開之按平方自乘爲三乘方三乘方乘平方則爲五乘方故五乘方數又即平方自乘再乘之數也超二位約初商一百尺再乘減實一百萬尺　餘實一百九十八萬五千九百八十四尺約次商四十尺乃以初商自乘三因之得三萬尺爲方法三因初商與次商相乘得一萬二千尺爲廉法次商自乘得一千六百尺爲隅法併之共四萬三千六百尺爲下法以次商再之減實一百七十四萬四千尺　餘實二十四萬一千九百八十四尺約三商四尺又以初商次商相併自乘三因之得五萬八千八百尺爲方法併兩商三因之與三商相乘得一千六百八十尺爲廉法三商自乘得十六尺爲隅法併之共六萬零四百九十六尺爲下法以三商再之銷實適盡

副置所得羃一百四十四尺平方開之得方邊十二尺法見前

少廣正負術内篇中

古少廣經但有正立方開法隋志云宋末南徐州從事史祖冲之設開差冪開差立學官莫能究其深奥此實開從立方之權輿也但從立方之視正立方變矣而從立方之中又有正變之不同其正者方有六面各兩兩相等本以長濶相乘與高再乘得積故據較以求邊者則以高濶較長濶較相併爲從廉兩較相乘爲方法開之得濶也據和以求邊者即併兩和爲負廉亦兩和相乘爲方法也若其方法非由廉數相乘而得者乃變而或缺其旁或虛其裏不必截然有六面之可尋矣要其方廉之加減立法仍同固正變可以通御者爾

從立方廉隅圖



右三段或同冪不同邊或同邊不同冪而若有一色相同即可聯成合形所謂變體從立方者是以第二段加于第一段之上以第三段附于第一段之旁故丙戊邊謂之從廉法庚丙冪謂之從方法也（從廉西法號多幾平方　從方西法號多幾根）其或止以第一第二段相合則爲帶從廉之立方或以第一第二段相減則其所帶一從爲丙丁丙戊之較而爲負廉之立方或止有第二段積而求丙甲邊則爲帶從廉負隅之立方（若質言之從廉負廉皆高濶之較　從廉負隅者其廉法即高濶和也）又或

止以第一第三段相合則爲帶從方之立方或以第一第三段相減則爲帶負方之立方或就第三段積而求丙丁邊則爲帶從方負隅之立方又或併第二第三段而內減正積則爲帶兩從負隅之立方若正積內減此兩段則爲負兩從之立方又或併第一第三段而內減甲戊立實或併第一第二段而內減庚丁立實皆爲負一從立方也又或從廉實大而內減第一第三段或從方數多而內減第一第二段皆爲負隅又帶一負之立方也已上十三種正負之變盡矣別有法實奇零避難就易總眾立方之廉隅而同開之於是連枝之名生焉然止多隅法一乘其所帶方廉仍不越乎十三種之內今悉舉式例如左

開法

帶從立方之一今有從積三千六百尺以一百五十六爲益方法開之

置實超二位約初商十尺自乘得一百尺投入從方共二百五十六尺爲下法以初商再之除積二

千五百六十尺
餘實一千零四十尺以初商下法之三倍約之稍
進定次商二尺假令求三商則直以次商下法約餘實不用三倍後倣此　次
商自乘得四尺爲隅法　三因初商以次商乘之
得六十尺爲廉法　初商自乘三因之投入從方
共四百五十六尺爲方法　併之共五百二十尺
爲下法與次商相乘除積一千零四十尺適盡

帶從立方之二　今有從積三千六百尺以十三爲益
廉法開之

置實約初商十尺與從廉相加共二十三尺以初
商乘之得二百三十尺爲下法以初商再之除積
二千三百尺
餘實一千三百尺約次商二尺　隅法四尺如前
　三因初商與從廉相加共四十三尺以次商乘
之得八十六尺爲廉法　三因初商與倍從廉相
加共五十六尺以初商乘之得五百六十尺爲方
法　併之共六百五十尺爲下法與次商相乘除
積一千三百尺適盡

帶從立方之三　今有從積三千六百尺以九十六爲
益方法五爲益廉法開之
置實約初商十尺與從廉相加共十五尺以初商
乘之得一百五十尺投入從方共二百四十六尺
爲下法以初商再之除積二千四百六十尺
餘實一千一百四十尺約次商二尺　隅法四尺
如前　三因初商與從廉相加共三十五尺以次
商乘之得七十尺爲廉法　三因初商與倍從廉
相加共四十尺以初商乘之得四百尺投入從方
共四百九十六尺爲方法　併之共五百七十尺
爲下法與次商相乘除積一千一百四十尺適盡

帶從立方之四　今有從積三千六百尺以八十四爲
負方法二十爲益廉法開之
置實約初商十尺與從廉相加共三十尺以初商
乘之得三百尺銷負方訖餘二百一十六尺爲下
法以初商再之除積二千一百六十尺
餘實一千四百四十尺約次商二尺　隅法四尺
如前　三因初商與從廉相加共五十尺以次商

乘之得一百尺爲廉法　三因初商與倍從廉相加共七十尺以初商乘之得七百尺銷負方訖餘六百一十六尺爲方法　併之共七百二十尺爲下法與次商相乘除積一千四百四十尺適盡

減從立方之一　今有從積七百二十尺以八十四爲負方法開之

置實超二位以負法多進約初商十尺自乘得一百尺銷負方訖餘十六尺爲下法以初商再之除積一百六十尺

餘實五百六十尺約次商二尺　隅法四尺如前　三因初商以次商乘之得六十尺爲廉法　初商自乘三因之得三百尺銷負方訖餘二百一十六尺爲方法　併之共二百八十尺爲下法與次商相乘除積五百六十尺適盡

減從立方之二　今有從積七百二十尺以七爲負廉法開之

置實約初商十尺與負廉相減餘三尺以初商乘之得三十尺爲下法以初商再之除積三百尺

餘實四百二十尺約次商二尺　隅法四尺如前　三因初商與負廉相減餘二十三尺以次商乘之得四十六尺爲廉法　三因初商與倍負廉相減餘十六尺以初商乘之得一百六十尺爲方法　併之共二百一十尺爲下法與次商相乘除積四百二十尺適盡

減從立方之三　今有從積七百二十尺以四十八爲負方法三爲負廉法開之

置實約初商十尺與負廉相減餘七尺以初商乘之得七十尺又銷負方餘二十二尺爲下法以初商再之除積二百二十尺

餘實五百尺約次商二尺　隅法四尺如前　三因初商與負廉相減餘二十七尺以次商乘之得五十四尺爲廉法　三因初商與倍負廉相減餘二十四尺以初商乘之得二百四十尺又銷負方餘一百九十二尺爲方法　併之共二百五十尺爲下法與次商相乘除積五百尺適盡

減從立方之四　今有從積七百二十尺以九百爲益

方法八十二爲負廉法開之
置實約初商十尺以銷負廉仍負七十二尺以初商乘之得七百二十尺以銷從方餘一百八十尺以初商再之得一千八百尺大于原實翻減七百二十尺餘一千零八十尺爲負積
次商二尺　隅法四尺如前　三因初商以銷負廉餘五十二尺以次商乘之得一百零四尺爲負廉法　三因初商以銷倍負廉餘一百三十四尺以初商乘之得一千三百四十尺銷從方訖餘四

百四十尺爲負方法　併負方廉銷隅法訖餘五百四十尺爲定負法與次商相乘除積一千零八十尺適盡

負隅立方之二今有從積二千八百八十尺以三百八十四爲益方法負隅開之
置實以方法約之稍進命初商十尺自乘得一百尺以銷從方餘二百八十四尺爲下法以初商再之除積二千八百四十尺
餘實四十尺約次商二尺此法當以初商之三倍初商自乘之三倍併而與益方法相減餘者以約餘實可得次商然恒不得其準必進取大數也　次商自乘得四尺爲負隅法　三因初商以次商乘之得六十尺爲負廉法　初商自乘三因之以銷從方餘八十四尺爲方法　方法內銷負廉隅訖餘二十尺爲下法與次商相乘除積四十尺適盡

負隅立方之三今有從積二千八百八十尺以三十二爲益廉法負隅開之
置實以廉法約之如平方稍進命初商十尺以銷從廉餘二十二尺以初商乘之得二百二十尺爲

下法以初商再之除積二千二百尺
餘實六百八十尺以初商乘廉法約之命次商二尺後二條並倣此　負隅法四尺如前　三因初商以銷從廉餘二尺以次商乘之得四尺爲廉法　三因初商以銷倍從廉餘三十四尺以初商乘之得三百四十尺爲方法　併方廉法銷負隅訖餘三百四十尺爲下法與次商相乘除積六百八十尺適盡

負隅立方之三今有從積二千八百八十尺以二百

零四爲益方法十五爲益廉法負隅開之
置實以廉法約之如平方命初商十尺不進者以帶從方故也以銷從廉餘五尺以初商乘之得五十尺投入從方共二百五十四尺爲下法以初商再之除積二千五百四十尺
餘實三百四十尺約次商二尺　負隅法四尺如前　三因初商與從廉相減餘十五尺以次商乘之得三十尺爲負廉法　三因初商與倍從廉對減恰盡就以二百零四尺爲方法　併負廉隅以

銷方法餘一百七十尺爲下法與次商相乘除積三百四十尺適

負隅立方之四今有從積二千八百八十尺以九十六爲負方法四十爲益廉法負隅開之
置實以廉法約之如平方進命初商十尺所進益多者以帶兩負故也下條倣此以銷從廉餘三十尺以初商乘之得三百尺銷負方訖餘二百零四尺爲下法以初商再之除積二千零四十尺
餘實八百四十尺約次商二尺　負隅法四尺如前　三因初商以銷從廉餘十尺以次商乘之得二十尺爲廉法　三因初商以銷倍從廉餘五十尺以初商乘之得五百尺銷負方訖餘四百零四尺爲方法　併方廉法銷負隅訖餘四百二十尺爲下法與次商相乘除積八百四十尺適盡

負隅立方之五今有從積二千八百八十尺以四百六十八爲益方法七爲負廉法負隅開之
置實以方法約之進命初商十尺與負廉相加共十七尺以初商乘之得一百七十尺以銷從方餘

二百九十八尺以初商再之得二千九百八十尺翻減原實餘一百尺爲負積
次商二尺　負隅法四尺如前　三因初商與負廉相加共三十七尺以次商乘之得七十四尺爲負廉法　三因初商與倍負廉相加共四十四尺以初商乘之得四百四十尺以銷從方餘二十八尺爲方法　併負廉隅銷方法訖餘五十尺爲定負法與次商相乘除積一百尺適盡

連枝正隅立方今有從積九百尺以二百二十五爲

負方法一爲益廉法二爲隅法開之

置實以隅法約之因負方多進命初商十尺與隅相生得二十尺爲連枝法與從廉相加共二十一尺以初商乘之得二百一十尺以銷負方仍負十五尺以初商再之得一百五十尺益入原積共一千零五十尺爲次商共實凡正負方廉十二種皆可帶連枝隅法今特在設兩例然如此例雖已見前第四條而彼負方數小此負方數多故別有益積開法又如下條與前第十一條均負隅帶兩從而商數小于廉數則減餘爲從故與從方相併商數大于廉數則減餘仍負故與從方相銷皆法同用異而互相備也其餘名條悉有應加減隨變者苟達斯理但視所設之

數以意消息自無不通矣

仍以隅法乘初商自乘之三倍約共實命次商二尺　次商自乘與隅相生得八尺爲隅法　三因初商連枝法與從廉相加共六十一尺以次商乘之得一百二十二尺爲廉法　三因初商連枝法與倍從廉相加共六十二尺以初商乘之得六百二十尺銷實方訖餘三百九十五尺爲方法　併之共五百二十五尺爲下法與次商相乘除積一千零五十尺適盡

連枝負隅立方今有從積九百尺以二百五十五爲益方法九爲益廉法二爲負隅法開之

置實以廉法約之如平方命初商十尺不進退者以方隅足相準故也與隅相生得二十尺爲連枝法與從廉相減餘十一尺以初商乘之得一百一十尺以銷從方餘一百四十五尺以初商再之得一千四百五十尺翻減原實餘五百五十尺爲負積

次商二尺　連隅法八尺如前　三因初商連枝法與從廉相減餘五十一尺以次商乘之得一百

零二尺爲負廉法　三因初商連枝法與倍從廉相減餘四十二尺以初商乘之得四百二十尺銷從方訖餘一百六十五尺爲負方法　併之共二百七十五尺爲定負法與次商相乘除積五百五十尺適盡

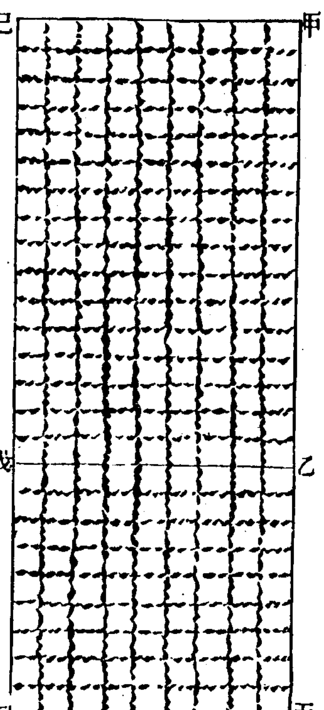
少廣正負術內篇下

從三乘方亦有正有變凡帶下廉方法者變也其止帶從上廉或負上廉者正也蓋正三乘方本可開兩次平方而從三乘方帶上廉者亦可借爲從平方開之嘗見汲古閣影宋鈔本王氏緝古算經卷尾殘缺其末二條一云假令有股弦相乘冪（闕十字）七問股多少術曰冪自（闕十二字）除之所得（下闕）又一云假令有股十六二分（闕十字疑當爲之一句弦相乘冪口百口）十四二十五分（下闕）術曰冪自乘（闕十一字）除之所得又開方（下闕）廣森以意

校補前條乃有句有股弦相乘冪而求股其術當云冪自乘爲實句自乘爲廉法從開方除之所得又開方除之卽股後條乃有股有句弦相乘冪而求句其術當云冪自乘爲實股自乘爲廉法從開方除之所得又開方除之卽句蓋句弦相乘冪之自乘就如句冪弦冪之相乘故其乘得之實以句自乘數爲濶弦自乘數爲長而弦冪本句冪股冪之合是股冪卽其從上廉矣推之股弦相乘冪自乘之實亦然此乃變從三乘方爲從平方之式也若帶從方下廉則與平

方絶不同形矣試爲二圖以明之

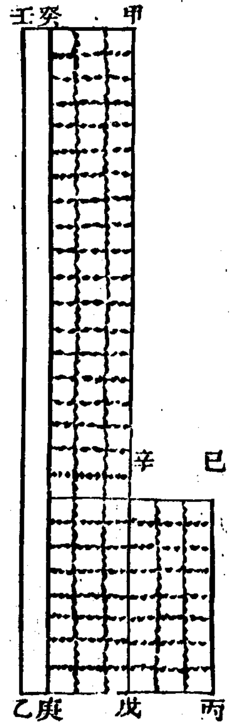
從上廉圖



此圖乙丙丁戊爲正三乘方實甲乙戊已爲從上廉之實已甲乃方邊自乘之數甲乙則别兩數相

乘之冪而爲益上廉法也如前所説句冪弦冪相乘爲從三乘方今卽借句三股四弦五之度畫爲縱橫方尺以明其狀已甲如句自乘之九甲丙如弦自乘之二十五內旣函一句冪（如乙丙）一股冪（如甲乙）則乙丙丁戊一段卽句冪自乘甲乙戊已一段卽股冪句冪相乘故當以甲乙股冪爲從上廉矣苟變作從平方觀之則甲乙猶之長濶較也假令甲乙戊已廉實與乙丙丁戊方實相減卽謂之負隅三乘方而甲乙又猶之長濶和云

從方從下廉圖



此圖因下廉爲方邊再乘廉法一乘從方則以再
乘之數爲法而方邊止一乘故變三乘正實取方
邊爲濶立積爲長乃易明晰其實甲戊庚癸之實
即前圖乙丙丁戊之實也仍以句三明之庚戊即句癸庚即句再乘之二

十七癸庚乙壬爲從下廉實其長即癸庚立積而乙
庚濶乃別一數巳丙戊辛爲從方實其濶與庚戊
同而辛戊長乃別一立積數亦以正句股明之辛戊就如句弦較再乘
得立方八尺又以戊丙句乘之便成三乘從方也　若以癸庚乙壬與甲戊
庚癸正實相減則乙庚名爲負下廉法或以巳丙
戊辛與正實相減則辛戊又名負方法矣

開法

第一今有從三乘實四萬三千二百尺以一千八百
七十二爲益方開之

置實如正方超法約初商十尺自乘再乘得一千
尺投入從方共二千八百七十二尺以初商三之
除實二萬八千七百二十尺
餘實一萬四千四百八十尺如正方汜法約次商
二尺從多故稍退負多則進餘倣此　次商再乘得八尺爲隅法
四因初商以次商乘之再之得一百六十尺爲
下廉法　六因初商以次商乘之初商再之得一
千二百尺爲上廉法　初商再乘四因之得四千
尺投入從方共五千八百七十二尺爲方法　併

之共七千二百四十尺爲下法與次商相乘除實
一萬四千四百八十尺適盡

第二今有從三乘實八千六百四十尺以一千零
八爲負方開之

置實約初商十尺自乘再乘得一千尺以銷負方
餘八尺以初商三之得八十尺益入原實共八千
七百二十尺爲次商共實
次商二尺　如前求得隅法八尺下廉法一百六
十尺上廉法一千二百尺方法四千尺併之共五

千三百六十八尺銷負方訖餘四千三百六十尺
爲下法與次商相乘除實八千七百二十尺適盡

第三今有從三乘實四萬三千二百尺以一百五十六爲益上廉開之

置實約初商十尺自之得一百尺與從上廉相加共二百五十六尺以初商再之三之除實二萬五千六百尺

餘實一萬七千六百尺約次商二尺　隅法八尺如前　四因初商以次商乘之與從上廉相加共

二百三十六尺以次商再之得四百七十二尺爲下廉法　六因初商以次商乘之與倍從上廉初加共四百三十二尺以初商再之得四千三百二十尺爲上廉法　方法四千尺如前　併之共八千八百尺爲下法與次商相乘除實一萬七千六百尺適盡

第四今有從三乘實八千六百四十尺以八十四爲負上廉開之

置實約初商十尺自之與負上廉相減餘十六尺

以初商再之三之除實一千六百尺

餘實七千零四十尺約次商二尺　隅法八尺如前　四因初商以次商乘之以銷負上廉餘四尺以次商再之得八尺爲負下廉法　六因初商以次商乘之以銷倍負上廉餘四十八尺以初商再之得四百八十尺爲負上廉法　方法四千尺如前　併方隅法共四千零零八尺銷負兩廉訖餘三千五百二十尺爲下法與次商相乘餘實七千零四十尺適盡

已上二條及後第二十八條並可如平方開法已說具卷首

第五今有從三乘實四萬三千二百尺以十三爲益下廉開之

置實約初商十尺與從下廉相加共二十三尺以初商乘之再之三之除實二萬三千尺

餘實二萬零二百尺約次商二尺　隅法八尺如前　四因初商與從下廉相加共五十三尺以次商乘之再之得二百一十二尺爲下廉法　六因初商與三因從下廉相加共九十九尺以次商乘

之初商再之得一千九百八十尺爲上廉法　四
因初商與三因從下廉相加共七十九尺以初商
乘之再之得七千九百尺爲方法　併之共一萬
零一百尺爲下法與次商相乘除實一萬零一百
尺適盡

第六今有從三乘實八千六百四十尺以七爲負下
廉開之

置實約初商十尺與負下廉相減餘三尺以初商
乘之再之三之除實三千尺

餘實五千六百四十尺約次商二尺　隅法八尺
如前　四因初商與負下廉相減餘三十三尺以
次商乘之再之得一百三十二尺爲下廉法　六
因初商與三因負下廉相減餘三十九尺以次商
乘之初商再之得七百八十尺爲上廉法　四因
初商與三因負下廉相減餘十九尺以初商乘之
再之得一千九百尺爲方法　併之共二千八百
二十尺爲下法與次商相乘除實五千六百四十
尺適盡

第七今有從三乘實四萬三千一百尺以六百七十
二爲益方十百爲益上廉開之

置實約初商十尺自之與從上廉相加共一百尺
以初商再之得一千尺投入從方共一千六百七
十二尺以初商三之除實一萬六千七百二十尺
餘實一萬六千四百八十尺約次商二尺　隅法
八尺如前　四因初商以次商乘之與從上廉相
加共一百八十尺以次商再之得三百六十尺爲
下廉法　六因初商以次商乘之與倍從上廉相

加共三百二十尺以初商再之得三千二百尺爲
上廉法　初商再乘四因之投入從方共四千六
百七十二尺爲方法　併之共八千二百四十尺
爲下法與次商相乘除實一萬六千四百八十尺
適盡

第八今有從三乘實八千六百四十尺以四百八十
爲負方四十四爲負上廉開之

置實約初商十尺自之與負上廉相減餘五十六
尺以初商再之得五百六十尺銷負方訖餘八十

尺以初商三之除實八百尺
餘實七千八百四十尺約次商二尺　隅法八尺
如前　四因初商以次商乘之與負上廉相減餘
三十六尺以次商再之得七十二尺爲下廉法
六因初商以次商乘之與倍負上廉相減餘三十
二尺以初商再之得三百二十尺爲上廉法　初
商再乘四因之銷負方訖餘三千五百二十尺爲
方法　併之共三千九百二十尺爲下法與次商
相乘除實七千八百四十尺適盡

第九今有從三乘實四萬三千二百尺以三千爲益
方九十四爲負上廉開之
置實約初商十尺自之與負上廉相減餘六尺以
初商再之得六十尺投入從方共三千零六十尺
以初商三之除實三萬零六百尺
餘實一萬二千六百尺約次商二尺　隅法八尺
如前　四因初商以次商乘之以銷負上廉餘十
四尺以次商再之得二十八尺爲負下廉法　六
因初商以次商乘之以銷倍負上廉餘六十八尺

以初商再之得六百八十尺爲負上廉法　初商
再乘四因之投入從方共七千尺爲方法　併方
隅法共七千零零八尺銷負兩廉訖餘六千三百
尺爲下法與次商相乘除實一萬二千六百尺適
盡

第十今有從三乘實八千六百四十尺以一千五百
爲負方四十一爲益上廉開之
置實約初商十尺自之與從上廉相加共一百四
十一尺以初商再之得一千四百一十尺以銷負
方餘九十尺以初商三之得九百尺益入原實共
九千五百四十尺爲次商共實
次商二尺　隅法八尺如前　四因初商以次商
乘之與從上廉相加共一百二十一尺以次商再
之得二百四十二尺爲下廉法　六因初商以次
商乘之與倍從上廉相加共二百零二尺以初商
再之得二千零二十尺爲上廉法　初商再乘四
因之銷負方訖餘二千五百尺爲方法　併之共
四千七百七十尺爲下法與次商相乘除實九千

五百四十尺適盡

第十一今有從三乘實四萬三千二百尺以四百三十二爲益方十爲益下廉開之

置實約初商十尺與從下廉相加共二十尺以初商乘之再之得二千尺投入從方共二千四百三十二尺以初商三之除實二萬四千三百二十尺

餘實一萬八千八百八十尺約次商二尺　隅法八尺如前　四因初商與從下廉相加共五十尺以次商乘之再之得二百尺爲下廉法　六因初

商與三因從下廉相加共九十尺以次商乘之初商再之得一千八百尺爲上廉法　四因初商與三因從下廉相加共七十尺以初商乘之再之得七千尺投入從方共七千四百三十二尺爲方法

併之共九千四百四十尺爲下法與次商相乘除實一萬八千八百八十尺適盡

第十二今有從三乘實八千六百四十尺以二百八十八爲負方五爲負下廉開之

置實約初商十尺與負下廉相減餘五尺以初商乘之再之得五百尺銷負方訖餘二百一十二尺以初商三之除實二千一百二十尺

餘實六千五百二十尺約次商二尺　隅法八尺如前　四因初商與負下廉相減餘三十五尺以次商乘之再之得一百四十尺爲下廉法　六因初商與三因負下廉相減餘四十五尺以次商乘之初商再之得九百尺爲上廉法　四因初商與三因負下廉相減餘二十五尺以初商乘之再之得二千五百尺銷負方訖餘二千二百一十二尺

爲方法　併之共三千二百六十尺爲下法與次商相乘除實六千五百二十尺適盡

第十三今有從三乘實四萬三千二百尺以二百八十八爲負方十五爲益下廉開之

置實約初商十尺與從下廉相加共二十五尺以初商乘之再之得二千五百尺銷負方訖餘二千二百一十二尺以初商三之除實二萬二千一百二十尺

餘實二萬一千零八十尺約次商二尺　隅法八

尺如前　四因初商與從下廉相加共五十五尺以次商乘之再之得二百二十尺爲下廉法　六因初商與三因從下廉相加共一百零五尺以次商乘之初商再之得二千一百尺爲上廉法　四因初商與三因從下廉相加共八十五尺以初商乘之再之得八千五百尺銷負方訖餘八千二百一十二尺爲方法　併之共一萬零五百四十尺爲下法與次商相乘除實二萬一千零八十尺適盡

第十四今有從三乘實八千六百四十尺以一千八百七十二爲益方二十爲負下廉開之

置實約初商十尺以銷負下廉餘十尺以初商乘之再之得一千尺轉銷從方餘八百七十二尺以初商三之得八千七百二十尺翻減原實餘八十尺爲負實

次商二尺　隅法八尺如前　四因初商與負下廉相減餘二十尺以次商乘之再之得八十尺爲下廉法　六因初商與三因負下廉數同對減訖

四因初商以銷三因負下廉餘二十尺以初商乘之再之得二千尺銷從方訖餘一百二十八尺爲負方法　併廉隅法共八十八尺以銷負方法餘四十尺爲定負法與次商相乘除實八十尺適盡

第十五今有從三乘實四萬三千二百尺以六十爲益上廉八爲益下廉開之

置實約初商十尺與從下廉相加共十八尺以初商乘之得一百八十尺又與從上廉相加共二百四十尺以初商再之三之除實二萬四千尺

餘實一萬九千二百尺約次商二尺　隅法八尺如前　四因初商與從下廉相加共四十八尺以次商乘之得九十六尺又與從上廉相加共一百五十六尺以次商再之得三百一十二尺爲下廉法　六因初商與三因從下廉相加共八十四尺以次商乘之得一百六十八尺又與倍從上廉相加共二百八十八尺以初商再之得二千八百八十尺爲上廉法　四因初商與三因從下廉相加

共六十四尺以初商乘之再之得六千四百尺爲方法　併之共九千六百尺爲下法與次商相乘除實一萬九千二百尺適盡

第十六今有從三乘實八千六百四十尺以三十六爲負上廉四爲負下廉開之

置實約初商十尺與負下廉相減餘六尺以初商乘之得六十尺又與負上廉相減餘二十四尺以初商再之三之除實二千四百尺

餘實六千二百四十尺約次商二尺　隅法八尺如前　四因初商與負下廉相減餘三十六尺以次商乘之得七十二尺又與負上廉相減仍餘三十六尺以次商再之得七十二尺爲下廉法　六因初商與三因負下廉相減餘四十八尺以次商乘之得九十六尺又與倍負上廉相減餘二十四尺以初商再之得二百四十尺爲上廉法　四因初商與三因負下廉相減餘二十八尺以初商乘之再之得二千八百尺爲方法　併之共三千一百二十尺爲下法與次商相乘除實六千二百四

十尺適盡

第十七今有從三乘實四萬三千二百尺以三十六爲負上廉十六爲益下廉開之

置實約初商十尺與從下廉相加共二十六尺以初商乘之得二百六十尺銷負上廉訖餘二百二十四尺以初商再之三之除實二萬二千四百尺

餘實二萬零八百尺約次商二尺　隅法八尺如前　四因初商與從下廉相加共五十六尺以次商乘之得一百一十二尺銷負上廉訖餘七十六尺以次商再之得一百五十二尺爲下廉法　六因初商與三因從下廉相加共一百零八尺以次商乘之得二百一十六尺銷倍負上廉訖餘一百四十四尺以初商再之得一千四百四十尺爲上廉法　四因初商與三因從下廉相加共八十八尺以初商乘之再之得八千八百尺爲方法　併之共一萬零四百尺爲下法與次商相乘除實二萬零八百尺適盡

第十八今有從三乘實八千六百四十尺以六十爲

益上廉十二為負下廉開之
置實約初商十尺以銷負下廉餘二尺以初商乘之得二十尺轉銷從上廉餘四十尺以初商再之三之除實四千尺
餘實四千六百四十尺約次商二尺　隅法八尺如前　四因初商與負下廉相減餘二十八尺以次商乘之得五十六尺加從上廉共一百一十六尺以次商再之得二百三十二尺為下廉法　六因初商與三因負下廉相減餘二十四尺以次商乘之得四十八尺加倍從上廉共一百六十八尺以初商再之得一千六百八十尺為上廉法　四因初商與三因負下廉相減餘四尺以初商乘之再之得四百尺為方法　併之共二千三百二十尺為下法與次商相乘除實四千六百四十尺適盡

第十九今有從三乘實四萬三千二百尺以三百為益方九十五為益上廉三為益下廉開之
置實約初商十尺與從下廉相加共十三尺以初商乘之得一百三十尺又與從上廉相加共二百二十五尺以初商再之得二千二百五十尺投入從方共二千五百五十尺以初商三之除實二萬五千五百尺
餘實一萬七千七百尺約次商二尺　隅法八尺如前　四因初商與從下廉相加共四十三尺以次商乘之得八十六尺又與從上廉相加共一百八十一尺以次商再之得三百六十二尺為下廉法　六因初商與三因從下廉相加共六十九尺以次商乘之得一百三十八尺又與倍從上廉相加共三百二十八尺以初商再之得三千二百八十尺為上廉法　四因初商與三因從下廉相加共四十九尺以初商乘之再之得四千九百尺投入從方共五千二百尺為方法　併之共八千八百五十尺為下法與次商相乘除實一萬七千七百尺適盡

第二十今有從三乘實八千六百四十尺以三百為負方三十五為負上廉二為負下廉開之

置實約初商十尺與負下廉相減餘八尺以初商乘之得八十尺又與負上廉相減餘四十五尺以初商再之得四百五十尺銷負方訖餘一百五十尺以初商三之除實一千五百尺

餘實七千一百四十尺約次商二尺　隅法八尺如前　四因初商與負下廉相減餘三十八尺以次商乘之得七十六尺又與負上廉相減餘四十一尺以次商再之得八十二尺爲下廉法　六因初商與三因負下廉相減餘五十四尺以次商乘

之得一百零八尺又與倍負上廉相減餘三十八尺以初商再之得三百八十尺爲上廉法　四因初商與三因負下廉相減餘三十四尺以初商乘之再之得三千四百尺銷負方訖餘三千一百尺爲方法　併之共三千五百七十尺爲下法與次商相乘除實七千一百四十尺適盡

第二十一今有從三乘實四萬三千二百尺以五千四百七十二爲益方一百一十爲負上廉十五爲負下廉開之

置實約初商十尺以銷負下廉餘五尺以初商乘之得五十尺與負上廉相加共一百七十尺以初商再之得一千七百尺以銷從方餘三千七百七十二尺以初商三之除實三萬七千七百二十尺

餘實五千四百八十尺約次商二尺　隅法八尺如前　四因初商與負下廉相減餘二十五尺以次商乘之得五十尺以銷負上廉餘七十尺以次商再之得一百四十尺爲負下廉法　六因初商與三因負下廉相減餘十五尺以次商乘之得三

十尺以銷倍負上廉餘二百一十尺以初商再之得二千一百尺爲負上廉法　四因初商以銷三因負下廉餘五尺以初商乘之再之得五百尺轉銷從方餘四千九百七十二尺爲方法　併方隅法共四千九百八十尺銷負兩廉法訖餘二千七百四十尺爲下法與次商相乘除實五千四百八十尺適盡

第二十二今有從三乘實四萬三千二百尺以一千二百七十二爲負方一百三十爲益上廉十一爲益

下廉開之
置實約初商十尺與從下廉相加共二十一尺以初商乘之得二百一十尺又與從上廉相加共三百四十尺以初商再之得三千四百尺銷負方訖餘二千一百二十八尺以初商三之除實二萬一千二百八十尺
餘實二萬一千九百二十尺約次商二尺　隅法八尺如前　四因初商與從下廉相加共五十一尺以次商乘之得一百零二尺又與從上廉相加共二百三十二尺以次商再之得四百六十四尺爲下廉法　六因初商與三因從下廉相加共九十三尺以次商乘之得一百八十六尺又與倍從上廉相加共四百四十六尺以初商再之得四千四百六十尺爲上廉法　四因初商與三因從下廉相加共七十三尺以初商乘之再之得七千三百尺銷負方訖餘六千零二十八尺爲方法　併之共一萬零九百六十尺爲下法與次商相乘除實二萬一千九百二十尺適盡

第二十三今有從三乘實四萬三千二百尺以二百四十爲負方二百爲益上廉二爲負下廉開之
置實約初商十尺與負下廉相減餘八尺以初商乘之得八十尺加從上廉共二百八十尺以初商再之得二千八百尺銷負方訖餘二千五百六十尺以初商三之除實二萬五千六百尺
餘實一萬七千六百尺約次商二尺　隅法八尺如前　四因初商與負下廉相減餘三十八尺以次商乘之得七十六尺加從上廉共二百七十六尺以次商再之得五百五十二尺爲下廉法　六因初商與三因負下廉相減餘五十四尺以次商乘之得一百零八尺加倍從上廉共五百零八尺以初商再之得五千零八十尺爲上廉法　四因初商與三因負下廉相減餘三十四尺以初商乘之再之得三千四百尺銷負方訖餘三千一百六十尺爲方法　併之共八千八百尺爲下法與次商相乘除實一萬七千六百尺適盡

第二十四今有從三乘實四萬三千二百尺以二千

四百爲益方八十爲負上廉三爲益下廉開之
置實約初商十尺與從下廉相加共十三尺以初商乘之得一百三十尺銷負上廉訖餘五十尺以初商再之得五百尺投入從方共二千九百尺以初商三之除實二萬九千尺
餘實一萬四千二百尺約次商二尺　隅法八尺如前　四因初商與從下廉相加共四十三尺以次商乘之得八十六尺銷負上廉訖餘六尺以次商再之得十二尺爲下廉法　六因初商與三因

從下廉相加共六十九尺以次商乘之得一百三十八尺以銷倍負上廉餘二十二尺以初商再之得二百二十尺爲負上廉法　四因初商與三因從下廉相加共四十九尺以初商乘之再之得四千九百尺投入從方共七千三百尺爲方法　併方隅下廉法共七千三百二十尺銷負上廉法訖餘七千一百尺爲下法與次商相乘除實一萬四千二百尺適盡

第二十五　今有從三乘實四萬三千二百尺以一千

八百爲負方五十四爲負上廉三十爲益下廉開之
置實約初商十尺與從下廉相加共四十尺以初商乘之得四百尺銷負上廉訖餘三百四十六尺以初商再之得三千四百六十尺又銷負方訖餘一千六百六十尺以初商三之除實一萬六千六百尺
餘實二萬六千六百尺約次商二尺　隅法八尺如前　四因初商與從下廉相加共七十尺以次商乘之得一百四十尺銷負上廉訖餘八十六尺

以次商再之得一百七十二尺爲下廉法　六因初商與三因從下廉相加共一百五十尺以次商乘之得三百尺銷倍負上廉訖餘一百九十二尺以初商再之得一千九百二十尺爲上廉法　四因初商與三因從下廉相加共一百三十尺以初商乘之再之得一萬三千尺銷負方訖餘一萬一千二百尺爲方法　併之共一萬三千三百尺爲下法與次商相乘除實二萬六千六百尺適盡

第二十六　今有從三乘實四萬三千二百尺以一千

八百爲益方二百七十爲益上廉二十二爲負下廉
開之
置實約初商十尺以銷負下廉餘十二尺以初商
乘之得一百二十尺轉銷從上廉餘一百五十尺
以初商再之得一千五百尺投入從方共三千三
百尺以初商三之除實三萬三千尺
餘實一萬零二百尺約次商二尺　隅法八尺如
前　四因初商與負下廉相減餘十八尺以次商
乘之得三十六尺加從上廉共三百零六尺以次

商再之得六百一十二尺爲下廉法　六因初商
以銷三因負下廉餘六尺以次商乘之得十二尺
轉銷倍從上廉餘五百二十八尺以初商再之得
五千二百八十尺爲上廉法　四因初商以銷三
因負下廉餘二十六尺以初商乘之再之得二千
六百尺銷從方訖餘八百尺爲負方法　併廉隅
法共五千九百尺銷負方法訖餘五千一百尺爲
下法與次商相乘除實一萬零二百尺適盡
第二十七今有從三乘實八千六百四十尺以二千

四百四十八爲益方一爲負隅開之
置實約初商十尺再乘得一千尺以銷從方餘一
千四百四十八尺以初商三之得一萬四千四百
八十尺翻減原實餘五千八百四十尺爲負實
次商二尺　依第一條求得負隅法八尺負下廉
法一百六十尺負上廉法一千二百尺負方法四
千尺併之共五千三百六十八尺銷從方訖餘二
千九百二十尺爲定負法與次商相乘除實五千
八百四十尺適盡

第二十八今有從三乘實八千六百四十尺以二百
零四爲益上廉一爲負隅開之
置實約初商十尺自之以銷從上廉餘一百零四
尺以初商再之三之得一萬零四百尺翻減原實
餘一千七百六十尺爲負實
次商二尺　負隅法八尺如前　四因初商以次
商乘之以銷從上廉餘一百二十四尺以次商再
之得二百四十八尺爲下廉法　六因初商以次
商乘之以銷倍從上廉餘二百八十八尺以初商

再之得二千八百八十尺爲上廉法　負方法四千尺如前　併負方隅法共四千零零八尺銷兩廉法訖餘八百八十尺爲定負法與次商相乘除實一千七百六十尺適盡

第二十九今有從三乘實八千六百四十尺以十七爲益下廉一爲負隅開之

置實約初商十尺以銷從下廉餘七尺以初商乘之再之三之除實七千尺

餘實一千六百四十尺約次商二尺　負隅法八尺如前　四因初商與從下廉相減餘二十三尺以次商乘之再之得九十二尺爲負下廉法　六因初商與三因從下廉相減餘九尺以次商乘之初商再之得一百八十尺爲負上廉法　四因初商以銷三因從下廉餘十一尺以初商乘之再之得一千一百尺爲方法　方法內銷負廉隅法訖餘八百二十尺爲下法與次商相乘除實一千六百四十尺適盡

第三十今有從三乘實八千六百四十尺以八百八十八爲益方一百三十爲益上廉一爲負隅開之

置實約初商十尺自之以銷從上廉餘三十尺以初商再之得三百尺投入從方共一千一百八十八尺以初商三之得一萬一千八百八十尺翻減原實餘三千二百四十尺爲負實

次商二尺　負隅法八尺如前　四因初商以次商乘之以銷從上廉餘五十尺以次商再之得一百尺爲下廉法　六因初商以次商乘之以銷倍從上廉餘一百四十尺以初商再之得一千四百尺爲上廉法　初商再乘四因之銷從方訖餘三千一百一十二尺爲負方法　併負方隅法共三千一百二十尺銷兩廉法訖餘一千六百二十尺爲定負法與次商相乘除實三千二百四十尺適盡

第三十一今有從三乘實八千六百四十尺以二千五百八十爲益方十一爲負上廉一爲負隅開之

置實約初商十尺自之與負上廉相加共一百一十一尺以初商再之得一千一百一十尺以銷從

方餘一千四百七十尺以初商三之得一萬四千
七百尺翻減原實餘六千零六十尺爲負實
次商二尺　負隅法八尺如前　四因初商以次
商乘之與負上廉相加共九十一尺以次商再之
得一百八十二尺爲負下廉法　六因初商以次
商乘之與倍負上廉相加共一百四十二尺以初
商再之得一千四百二十尺爲負上廉法　初商
再乘四因之銷從方訖餘一千四百二十尺爲負
方法　併之共三千零三十尺爲定負法與次商

相乘除實六千零六十尺適盡

第三十二　今有從三乘實八千六百四十尺以九百
爲負方二百七十九爲益上廉一爲負隅開之
置實約初商十尺自之以銷從上廉餘一百七十
九尺以初商再之得一千七百九十尺銷負方訖
餘八百九十尺以初商三之得八千九百尺翻減
原實餘二百六十尺爲負實
次商二尺　負隅法八尺如前　四因初商以次
商乘之以銷從上廉餘一百九十九尺以次商再
之得三百九十八尺爲下廉法　六因初商以次
商乘之以銷倍從上廉餘四百三十八尺以初商
再之得四千三百八十尺爲上廉法　初商再乘
四因之投入負方共四千九百尺爲負方法　併
負方隅法共四千九百零八尺銷兩廉法訖餘一
百三十尺爲定負法與次商相乘除實二百六十
尺適盡

第三十三　今有從三乘實八千六百四十尺以一千
零零八爲益方十爲益下廉一爲負隅開之

置實約初商十尺與從下廉數同對減訖就以初
商乘從方得一萬零零八十尺翻減原實餘一千
四百四十尺爲負實
次商二尺　負隅法八尺如前　四因初商與從
下廉相減餘三十尺以次商乘之再之得一百二
十尺爲負下廉法　六因初商與三因從下廉相
減餘三十尺以次商乘之初商再之得六百尺爲
負上廉法　四因初商與三因從下廉相減餘十
尺以初商乘之再之得一千尺以銷從方餘八尺

爲方法　併負廉隅法共七百二十八尺銷方法
訖餘七百二十尺爲定負法與次商相乘除實一
千四百四十尺適盡
第三十四今有從三乘實八千六百四十尺以四百
三十二爲負方二十爲益下廉一爲負隅開之
置實約初商十尺以銷從下廉餘十尺以初商乘
之再之得一千尺銷負方訖餘五百六十八尺以
初商三之除實五千六百八十尺
餘實二千九百六十尺約次商二尺　負隅法八
尺如前　四因初商與從下廉相減餘二十尺以
次商乘之再之得八十尺爲負下廉法　六因初
商與三因從下廉數同對減訖　四因初商以銷
三因從下廉餘二十尺以初商乘之再之得二千
尺銷負方訖餘一千五百六十八尺爲方法　併
負廉隅法共八十八尺以銷方法餘一千四百八
十尺爲下法與次商相乘除實二千九百六十尺
適盡
第三十五今有從三乘實八千六百四十尺以二千

八百八十爲益方三爲負下廉一爲負隅開之
置實約初商十尺與負下廉相加共十三尺以初
商乘之再之得一千三百尺以銷從方餘一千五
百八十尺以初商三之得一萬五千八百尺翻減
原實餘七千一百六十尺爲負實
次商二尺　負隅法八尺如前　四因初商與負
下廉相加共四十三尺以次商乘之再之得一百
七十二尺爲負下廉法　六因初商與三因負下
廉相加共六十九尺以次商乘之初商再之得一
千三百八十尺爲負上廉法　四因初商與三因
負下廉相加共四十九尺以初商乘之再之得四
千九百尺銷從方訖餘二千零二十尺爲負方法
併之共三千五百八十尺爲定負法與次商相
乘除實七千一百六十尺適盡
第三十六今有從三乘實八千六百四十尺以一百
二十爲益上廉七爲益下廉一爲負隅開之
置實約初商十尺與從下廉相減餘三尺以初商
乘之得三十尺以銷從上廉餘九十尺以初商再

之三之得九千尺翻減原實餘三百六十尺爲負實

次商二尺　負隅法八尺如前　四因初商與從下廉相減餘三十三尺以次商乘之得六十六尺以銷從上廉餘五十四尺以次商再之得一百零八尺爲下廉法　六因初商與三因從下廉相減餘三十九尺以次商乘之得七十八尺以銷倍從上廉餘一百六十二尺以初商再之得一千六百二十尺爲上廉法　四因初商與三因從下廉相

減餘十九尺以初商乘之再之得一千九百尺爲負方法　併負方隅法共一千九百零八尺銷兩廉法訖餘一百八十尺爲定負法與次商相乘除實三百六十尺適盡

第三十七今有從三乘實八千六百四十尺以九十六爲負上廉二十五爲益下廉一爲負隅開之

置實約初商十尺以銷從下廉餘十五尺以初商乘之得一百五十尺與負上廉相減餘五十四尺以初商再之三之除實五千四百尺

餘實三千二百四十尺約次商二尺　負隅法八尺如前　四因初商與從下廉相減餘十五尺以次商乘之得三十尺與負上廉相加共一百二十六尺以次商再之得二百五十二尺爲負下廉法　六因初商以銷三因從下廉餘十五尺以次商乘之得三十尺轉以銷倍負上廉餘一百六十二尺以初商再之得一千六百二十尺爲負上廉法　四因初商以銷三因從下廉餘三十五尺以初商乘之再之得三千五百尺爲方法　併負廉隅

法共一千八百八十尺以銷方法餘一千六百二十尺爲下法與次商相乘除實三千二百四十尺適盡

第三十八今有從三乘實八千六百四十尺以三百爲益上廉八爲負下廉一爲負隅開之

置實約初商十尺與負下廉相加共十八尺以初商乘之得一百八十尺以銷從上廉餘一百二十尺以初商再之三之得一萬二千尺翻減原實餘三千三百六十尺爲負實

次商二尺　負隅法八尺如前　四因初商與負下廉相加共四十八尺以次商乘之得九十六尺以銷從上廉餘二百零四尺以次商再之得四百零八尺爲下廉法　六因初商與三因負下廉相加共八十四尺以次商乘之得一百六十八尺以銷倍從上廉餘四百三十二尺以初商再之得四千三百二十尺爲上廉法　四因初商與三因負下廉相加共六十四尺以初商乘之再之得六十四百尺爲負方法　倂負方隅法共六千四百零

八尺銷兩廉法訖餘一千六百八十尺爲定負法與次商相乘除實三千三百六十尺適盡

第三十九 今有從三乘實四萬三千二百尺以九百六十尺爲益方一百二十四爲益上廉三十二爲益下廉二爲負隅開之 右所列自第七至第二十六問卽首六條之法而錯綜合用之第二十七以下負隅諸變又卽前二十六條而反其加減者也觀者循序至此則此下七題本不待覶縷而後悉矣故今兼寓連枝帶分之數以備博涉且以上三十八條類若遇隅法有異者亦可因此以互推善學者庶識愚詳畧相濟之意云

置實約初商十尺與隅相生得二十尺以銷從下廉餘十二尺以初商乘之得一百二十尺與從上廉相加共二百四十四尺以初商再之得二千四百四十尺投入從方共三千四百尺以初商三之除實三萬四千尺

餘實九千二百尺約次商二尺　次商再乘與隅相生得十六尺爲負隅法　四因初商與隅相生得八十尺與從下廉相減餘四十八尺以次商乘之得九十六尺以銷從上廉餘二十八尺以次商再之得五十六尺爲下廉法　六因初商與隅相

生得一百二十尺與三因從下廉相減餘二十四尺以次商乘之得四十八尺以銷倍從上廉餘二百尺以初商再之得二千尺爲上廉法　四因初商與隅相生以銷三因從下廉餘十六尺以初商乘之再之得一千六百尺投入從方共二千五百六十尺爲方法　併方廉法共四千六百一十六尺銷連枝負隅訖餘四千六百尺爲下法與次商相乘除實九千二百尺適盡

第四十 今有從三乘實四萬三千二百尺以六千爲

益方二十為負上廉九為負下廉半為負隅開之

置實約初商十尺半之與負下廉相加共十四尺以初商乘之得一百四十尺又與負上廉相加共一百六十尺以初商再之得一千六百尺以銷從方餘四千四百尺以初商三之得四萬四千尺翻減原實餘八百尺為負實

次商二尺　次商再乘半之得四尺為負隅法　倍初商（此本四因今當半之故用二因也下倣此）與負下廉相加共二十九尺以次商乘之得五十八尺又與負上廉相

加共七十八尺以次商再之得一百五十六尺為負下廉法　三因初商與三因負下廉相加共五十七尺以次商乘之得一百一十四尺又與倍負上廉相加共一百五十四尺以初商再之得一千五百四十尺為負上廉法　倍初商與三因負下廉相加共四十七尺以初商乘之再之得四千七百尺以銷從方餘一千三百尺為方法　併負廉隅法共一千七百尺銷方法訖餘四百尺為定負法與次商相乘除實八百尺適盡

第四十一　今有從三乘實四萬三千二百尺以三千為負方四百三十為益上廉二十八為益下廉一有半為負隅開之

置實約初商十尺與隅相生得十五尺以銷從下廉餘十二尺以初商乘之得一百二十尺與從上廉相加共五百六十尺以初商再之得五千六百尺銷負方訖餘一千六百尺以初商三之除實二萬六千尺

餘實一萬七千二百尺約次商二尺　次商再乘與隅相生得十二尺為負隅法　六因初商（即四因加半下倣此）與從下廉相減餘三十二尺以次商乘之得

六十四尺以銷從上廉餘三百六十六尺以次商再之得七百三十二尺為下廉法　九因初商與三因從下廉相減餘六尺以次商乘之得十二尺以銷倍從上廉餘八百四十八尺以初商再之得八千四百八十尺為上廉法　六因初商以銷三因從下廉餘二十四尺以初商乘之再之得二千四百尺以銷負方餘六百尺為負方法　併兩廉

法共九千二百一十二尺銷負方隅法訖餘八千六百尺爲下法與次商相乘除實一萬七千二百尺適盡

第四十二今有從三乘實四萬三千二百尺以一百四十四爲負方四百四十四爲益上廉二爲負下廉四分之三爲負隅開之

置實約初商十尺四歸三因得七尺五寸與負下廉相加共九尺五寸以初商乘之得九十五尺以銷從上廉餘三百四十九尺以初商再之得三千

四百九十尺銷負方訖餘三千三百四十六尺以初商三之除實三萬三千四百六十尺

餘實九千七百四十尺約次商二尺　次商再乘四分減一得六尺爲負隅法　三因初商本當四因之又取其四分之三今直三因爲省算也與負下廉相加共三十二尺以次商乘之得六十四尺以銷從上廉餘三百八十尺以次商再之得七百六十尺爲下廉法　六因初商四分減一得四十五尺與三因負下廉相加共五十一尺以次商乘之得一百零二尺以銷倍

從上廉餘七百八十六尺以初商乘之得七千八百六十尺爲上廉法　三因初商與三因負下廉相加共三十六尺以初商乘之再之得三千六百尺投入負方共三千七百四十四尺爲負方法

併兩廉法共八千六百二十尺銷負方隅法訖餘四千八百七十尺爲下法與次商相乘除實九千七百四十尺適盡

第四十三今有從三乘實四萬三千二百尺以九百六十爲益方六十爲負上廉三十五又三分之一爲

益下廉一爲負隅開之

置實約初商十尺以銷從下廉餘二十五尺三分尺之一以初商乘之得二百五十三尺三分尺之一與負上廉相減餘一百九十三尺三分尺之一以初商再之得一千九百三十三尺三分尺之一以投入從方共二千八百九十三尺三分尺之一以初商三之除實二萬八千九百三十三尺三分尺之一

餘實一萬四千二百六十六尺三分尺之二約次

商二尺　負隅法八尺如前　四因初商與從下
廉相減餘四尺三分尺之二以次商乘之得九尺
三分尺之一轉與負上廉相加共六十九尺三分
尺之一以次商再之得一百三十八尺三分尺之
二爲負下廉法　六因初商以銷三因從下廉餘
四十六尺以次商乘之得九十二尺與倍負上廉
相減餘二十八尺以初商再之得二百八十尺爲
負上廉法　四因初商以銷三因從下廉餘六十
六尺以初商乘之再之得六千六百尺投入從方

共七千五百六十尺爲方法　併負廉隅法共四
百二十六尺三分尺之二以銷方法餘七千一百
三十三尺三分尺之一爲下法與次商相乘除實
一萬四千二百六十六尺三分尺之二適盡
第四十四今有從三乘實四萬三千二百尺以五百
零一爲負方九十又四分之一爲負上廉四十八爲
益下廉一爲負隅開之
置實約初商十尺以銷從下廉餘三十八尺以初
商乘之得三百八十尺與負上廉相減餘二百八

十九尺四分尺之三以初商再之得二千八百九
十七尺半銷負方訖餘二千三百九十六尺半以
初商三之除實二萬三千九而六十五尺
餘實一萬九千二百三十五尺約次商二尺　負
隅法八尺如前　四因初商以銷從下廉餘八尺
以次商乘之得十六尺轉以銷負上廉餘七十四
尺四分尺之一以次商再之得一百四十八尺半
爲負下廉法　六因初商以銷三因從下廉餘八
十四尺以次商乘之得一百六十八尺轉以銷倍

負上廉餘十二尺半以初商再之得一百二十五
尺爲負上廉法　四因初商以銷三因從下廉餘
一百零四尺以初商乘之再之得一萬零四百尺
銷負方訖餘九千八百九十九尺爲方法　併廉
隅負法共二百八十一尺半以銷方法餘九千六
百一十七尺半爲下法與次商相乘除實一萬九
千二百三十五尺適盡
第四十五今有從三乘實四萬三千二百尺以三千
二百二十一又八分之五爲益方二百爲益上廉二

爲負下廉一爲負隅開之
置實約初商十尺與負下廉相加共十二尺以初商乘之得一百二十尺以銷從上廉餘八十尺以初商再之得八百尺投入從方共四千零二十一尺八分尺之五以初商三之除實四萬零二百一十六尺二千五百寸
餘實二千九百八十三尺七千五百寸約次商二尺　負隅法八尺如前　四因初商與負下廉相加共四十二尺以次商乘之得八十四尺以銷從

上廉餘一百一十六尺以次商再之得二百三十二尺爲下廉法　六因初商與三因負下廉相加共六十六尺以次商乘之得一百三十二尺以銷倍從上廉餘二百六十八尺以初商再之得二千六百八十尺爲上廉法　四因初商與三因負下廉相加共四十六尺以初商乘之再之得四千六百尺銷從方訖餘一千三百七十八尺八分尺之三爲負方法　併負方隅法共一千三百八十六尺八分尺之三以銷兩廉法餘一千五百二十五尺八分尺之五爲下法與次商相乘得三千零五十一尺二千五百寸大于餘實亦用翻減法餘六十七尺五千寸爲負實
三商五寸再乘得一百二十五寸爲負隅法　併前兩商共十二尺四因之與負下廉相加共五十尺以三商乘之得二十五尺以銷從上廉餘一百七十五尺以三商再之得八十七尺五百寸爲下廉法　六因兩商併數與三因負下廉相加共七十八尺以三商乘之得三十九尺以銷倍從上廉

餘三百六十一尺以兩商併數再之得四千三百三十二尺爲上廉法　四因兩商併數與三因負下廉相加共五十四尺以兩商併數乘之再之得七千七百七十六尺銷從方訖餘四千五百五十四尺三百七十五寸爲負方法　併負方隅法共四千五百五十四尺五百寸銷兩廉法訖餘一百三十五尺爲定負法與三商相乘除實六十七尺五千寸適盡
既繁列之以盡其體矣歸諸簡以善其用

從三乘方簡法凡得初商與下廉法相加減以初商乘之此設通法故加減兩言也兩正兩負則相加一正一負則相減後仿此次與上廉法相加減又以初商乘之次與方法相加減又以初商乘之而除實若帶連枝法者既得初商即以連枝法乘之然後與下廉相加減其餘並同　四乘以上連枝方皆推此可知

餘實約取次商　併初商次商而自之以下廉法乘之與方法相加減爲右定不帶方或不帶下廉者科取其一爲右法以併兩商自乘冪與初商自乘冪相加以隅法乘之諸言以隅法乘之者皆爲連枝方設也非連枝則省乘與上廉法相加減爲左泛不帶上廉者就以初商自之併兩商自之相加爲泛又以初商乘下廉法不帶下廉者省此與泛相加減以倍初商加次商之數乘之爲左定　左右兩定相加減爲下法與次商相乘而除餘實不盡則依此遞商

從四乘方簡法凡得初商與第四廉法相加減以初商乘之次與第三廉法相加減又以初商乘之次與第二廉法相加減又以初商乘之次與第一廉法相加減又以初商乘之而除實有空廉者省其加減意會可也

餘實約取次商　併初商次商而自之爲泛法初商自之與三廉法相加減以泛乘之爲右定雖無三廉者其右位泛定亦同　以三廉法乘初商爲小泛　以併兩商自乘冪與初商自乘冪相加以四廉法乘之爲中泛　初商再之又併初商次商而再之兩積相加以隅法乘之爲大泛　三泛相加減所得又與二廉法相加減乃以倍初商加次商之數乘之爲左定不帶四廉者無中泛不帶三廉者無小泛不帶二廉者省加減餘同　左右兩定相加減有一廉法者又與一廉相加減爲下法與次商相乘而除餘實不盡則依此遞商

從五乘方簡法凡得初商與五廉法相加減以初商乘之次與四廉法相加減又以初商乘之次與三廉法相加減又以初商乘之次與二廉法相加減又以初商乘之次與一廉法相加減又以初商乘之而除實

餘實約取次商　初商自之又併初商次商而自之兩冪相加以四廉乘之初商再之以五廉乘之兩乘數相加減乃與二廉相加減以平方率即倍初商加次商乘之爲右定　併初商次商而再之與初商再乘積相加爲隅泛又以五廉乘併兩商自乘冪與泛

相加減所得乃與三廉相加減以立方率三因初商三因次商通以初商乘之又加入次商自乘數即得乘之為左定　左右兩定相加減又與第一廉相加減為下法與次商相乘而除餘實

如有三商法亦視此連枝者多隅法與左泛一乘空廉者隨宜省其加減若止帶第三廉者可如從平方開之所得又開立方即方邊也或止帶二廉四廉者可如從立方開之所得又開平方亦方邊也

少廣正負術外篇上

割圜弧矢十條

新設三角法六條

方田雜法二條

堆泰氏方斜求圓算草一條　堆垜一條

郭太史割圜求矢術曰置半弧背自之爲半弧背與周天徑自之爲上廉上廉乘半弧背冪爲正實上廉乘徑爲益從方半弧背倍之乘徑爲下廉以初商乘上廉得數以減益從方餘爲從方（按此知上廉爲負平方）置初

商自之以減下廉餘以初商乘之爲從廉（按此知下廉爲從平）方從方從廉相並爲下法下法乘初商以減正實實有不盡次第商除之倍初商數與次商相並以乘上廉得數（此負平方之廉隅也）以減益從方餘爲從方併初商次商而自之又以初商自之並二數以減下廉（此減去負隅也）餘以初商倍數並次商乘之爲從廉（此從平方之廉隅也）從方從廉相並爲下法下法乘次商以減餘實而定次商以所得度爲矢

按授時本法以全徑除矢冪所得數卽爲半弧背與正弦之差乃右法所由立也但下廉本從立方廉之名與此所云下廉不同古天元一法取左右等數命一行爲法一行爲實其實行所帶之廉從悉變名而與法行相銷此獨以實行負平方變名法行之正者仍存之而待開方時對減故借謂之下廉其意緣倍半弧背乘徑有時大於徑冪又有六十度〇八十七分半求正矢一條止有方法並無廉法恐不達法意者混於所施故寗從其煩庶爲通式然一象限內之正矢原止須求其半而彼

一半可用餘弧之正矢減半徑卽先知本弧之正弦如是則全弧必小於全徑減餘有定行負廉有定名矣爰著新術就簡易焉

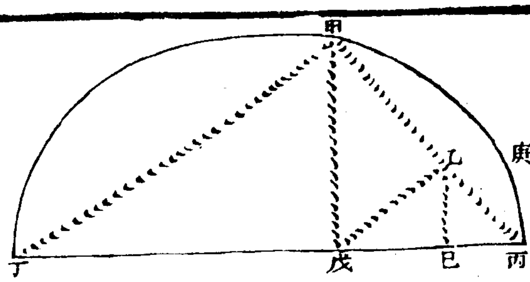
新術舉例曰設有圜徑二萬求半象限之正矢依古率半弧背七千五百　立天元一爲矢得二萬分矢冪之一爲半背弦差以減半背餘七千五百負二萬分矢冪之一卽正弦也此正弦自乘得五千六百二十五萬負四分矢冪之三正四億分三乘方之一合與大矢小矢相乘數等（大矢卽截餘徑也正弦爲小矢之股又爲大矢之句故正）

弦自乘與大小矢相乘等但帶分不便開方乃就以徑冪乘之得
二京二千五百兆正所謂上廉乘半弧背冪爲正實三億矢冪負所謂半弧背倍之乘徑爲下廉三乘方正寄左　副置二萬負天元一
爲大矢以矢乘之得二萬矢負矢冪一卽正弦自乘
也亦以徑冪乘之得八兆矢正所謂上廉乘徑爲益從方四億矢
冪負所謂周天徑自之爲上廉與左同數　乃相銷而命之曰
半弧背冪乘徑冪爲正實　二京二千五百兆
徑再乘爲益從方　八兆
倍半背乘徑與徑冪相減爲負上廉　一億

一爲負隅
開法　初商二千自之併入負廉一億○四百萬以初商
再之二千○八十億與從方相銷餘爲下法七兆七千九百二十億
初商乘下法一京五千五百八十四兆減實訖　餘實○六九
一六以初商下法約之而定次商九百　併初次
商而自之八百四十一萬加入初商冪共一千二百四十一萬又加
入負廉共一億一千二百四十一萬乃以倍初商加次商之數
乘之五千五百○八億○九百萬與從方相銷餘爲下法七兆四千四百九十一億九千一百萬次商乘下法六千七百○四兆二千七百一十九億

減實訖　餘實○○二二一一七二八一以次商下
法約之而定三商二十　併二商而自之八百五十二萬六千四百加入前兩商自乘冪共一千六百九十三萬六千四百又加
入負廉一億一千六百九十三萬六千四百以倍兩商加三商之數
乘之五千八百二十乘之得六千八百○五億六千九百八十四萬八千與從方相銷
餘爲下法七兆三千一百九十四億三千○一十五萬二千三商乘下法
一百四十六兆三千八百八十六億○三百○四萬減實訖　仍餘實○○
○六五三三九四九六九六○○○○約定四商
九

右所求矢二千九百二十九卽圜內容方其方邊
圜徑之半較也据此開方所得固與密率無異若
依密周八分之一設半弧背七八五三九有奇所
開出之矢轉大矣正唯古周本朒故背弦之差雖
非眞差借而取矢適得眞矢此郭太史所以明知
周三徑一之疎而不妨用之者也但据半象限之
矢通例各矢終有未能豪釐密合者爲圖以明之



戊丙正矢自乘以丁丙全徑除之所得者巳丙小句也舊法借爲半背弦差今驗半弧背上截甲庚令與甲戊正弦同長所餘庚丙差其眞數乃在乙丙小弦巳丙小句之間欲取此差以求矢者唯有仿古人屢析小句股使直線切近弧線之意然後可得密矢耳顧此非三乘方之所能御矣

假令圓徑一萬用密率截半弧背三千〇四十七欲知弧矢幾何

術曰倍半弧背自乘三千七百一十三萬六千八百三十六徑自乘一億又以相乘三千七百一十三兆六千八百三十六億爲從七乘方實置圓徑平方開之又倍之二百爲負七廉徑一萬爲負六廉第五廉空半弧背乘徑與徑冪相減所餘四因之二億七千八百一十二萬爲負四廉倍半弧背乘徑又以七廉法乘之一百二十一億八千八百萬爲從三廉徑再乘四因之四兆爲從二廉第一廉空開負隅七乘方所得初商三十次商在空兩位以下不用又自乘卽矢九百之不著數右術大書問題本數附注於下明術以題立不以數立任設他數皆可通用後倣此

所得又自乘者爲術之意本因授時法而變通加密授時以百秒爲分百分爲度本平方數也其兩冪相乘卽以億秒爲分億分爲度成七乘之實矣故開得方邊乃十秒之分十分之度必仍取其平方而後合授時正度分焉

假令授時歷周天三百六十五度二十五分如其半弧背一度求矢舊法開三乘方得矢八十二秒與密

率未合古一度當今八綫表五十九分〇八秒其正矢〇〇〇〇一四八以比例取之得古歷八十六秒有零今用七乘方法得矢幾何

術曰以密率求得周天徑一百一十六度二十六分爲徑母平方開之得十度〇七分八秒二微爲徑子如前法取之

正實五四〇六五五五〇四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

從二廉六二八五六六〇八八九五〇四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

從三廉五〇一四〇六一二八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

負四廉五三六〇〇五一〇四〇〇〇〇〇〇〇〇

負六廉一○一○六○○二六
負七廉二一五六四
負隅一　以二廉法約實所得如平方除之而命商
初商九秒　加入負七廉以初商乘之一九四八八六○
次加入負六廉以初商再之一○六三八七九七四○○三之
九五七四九一
七六六○○○次加入負四廉以初商四之四八二四
一三二一一○二五
八九四○○○○○與從三廉相減○一八九九二九一六九
七四一○六
○○○○以初商五之一七○九三六二五二七六六九五四○○○
○
○與從二廉相加以初商六之爲下法五六五七一一○一
八四八一六三四九○二
五八六○○○○○初商乘下法銷實訖五○
九一三九九一六六三三四七一四
一二三二七四○○○○○○餘實○三一五一五
五八七三六六五二八五八七
六七二六○○○○○○○以倍初商乘第二
廉爲法而約之
次商二微　倍初商加次商十八秒二微爲左乘率
初次相加以三因初商乘之加入次商自乘數二分
四十八秒四十四微爲右乘率　乃列諸泛法
初商自乘爲一泛　八一○○
初商再乘爲二泛　七二九○○○

一泛自乘爲三泛　六五六一○○○○
併兩商自之爲四泛　八四六四
併兩商再之爲五泛　七七八六八八
四泛自乘爲六泛　七一六三九二九六
右位置六泛以負七廉乘之一五四九八二九七七八九四四併
二泛五泛以負六廉乘之一七五二八三八○六八八○○○兩
數併之一七六八三三六三六六五八九四四與從三廉相減五○一三
八八四四四六三六
三三四一○五六以右乘率乘之爲定法一二四五
六四九四五一八五四五
○八四五一九五二六四
左位以負七廉乘二泛一五七二○一五六○○○與三泛六
泛負四廉三數相加五三六○○五二六五七四○五二九六以一
泛四泛之共數乘之八八七八三九一六九二七六六一三二二九四四
與從二廉相減六二八四七七三○五○三八七○七二三三八六七七○五六
以左乘率乘之爲定法一一四七四二八六九五一七○四四七一六五六
三九二二
四一九二
併左右兩定爲下法一四七五五三二六○一一五六三二六一四八四
四一九次商乘下法銷實○二二九五一○六五
四五六二○二三一二六五二
三二九六八八所餘○○八五六四五二二一六
三八九一二四二一五九三五三四二九

一一六一〇八八復併兩商而倍之與第二廉相乘爲約
法約得續商之數其廉隅泛定悉如前式不備著
三商七纖
四商四忽
併四商自乘得八十六秒有零卽所求矢
論曰七乘方有七等之廉今帶從止用其五又二
廉六廉七廉之數皆爲半象限內各度分求矢所
通用其隨題設數者唯正實及三廉四廉而已施
諸籌計未爲過繁而矢度遂可與八線表密合八

線表備矣然握觚之士未能盡有其書有其書者
又豈必時以自隨猝然布算舍表末由愚是以必
因郭法而講求邃密以廣割圜之用者也郭太史
非見不及此乃止用三乘方者特舉其梗迹以便
司天臺官之常用耳授時蓋別有密弧求法著於
遺草其圜徑求周不必屢析句股止取古周以一
三五七九諸奇數之自乘數絫乘之又以一二三
四等數遞除之卽得密周所多於古周之率宣城
御史大夫梅公書中嘗載焉至其弧背與弦矢互

求亦各有乘除之法世則罕有傳者廣森幸得聞
之於靈臺郎陳君際新玆述諸左方好事者習而
校之則又知愚所立七乘求矢之術雖若創獲然
已出古人下矣
假令圓徑一萬尺今截得弧形其弦長六千尺欲知
弧背幾何
術曰半弦自乘九百萬尺以半徑冪二千五百萬尺除之爲甲
率〇〇〇三六九因甲率爲乙率〇〇三二四二十五因甲
率爲丙率〇〇九四十九因甲率爲丁率〇一七六四八

十一因甲率爲戊率〇二九一六一百二十一因甲率爲
己率〇四三五六一百六十九因甲率爲庚率〇六〇八四二
百二十五因甲率爲辛率〇八一二百八十九因甲
率爲壬率一〇四〇四三百六十一因甲率爲癸率一二
九九六置弧弦以甲率乘之二千一百六十尺二除之又三
除之得甲數三百六十尺置甲數以乙率乘之一千一百六十
六尺四十寸四除之又五除之得乙數五十八尺三寸二分置乙
數以丙率乘之五百二十四尺八十八寸六除之又七除之得
丙數十二尺四寸九分七釐一毫四絲二忽八微五纖七沙强置丙數以丁率

乘之二百二十尺○四十四寸九十六分八除之又九除之得丁數
三尺○六分一釐八豪置丁數以戊率乘之八十九尺二十八寸二十分○
八十八釐十除之又十一除之得戊數八寸一分一釐六豪五絲五忽
三微四纖五沙強置戊數以已率乘之三十五尺三十五寸五十七分○六
釐八十四豪八十絲十二除之又十三除之得已數二寸二分六釐
六豪三絲九忽一微四纖六沙強置已數以庚率乘之十三尺七十八寸八
十七分二十五釐六十七豪○七絲二十忽十四除之又十五除之得
庚數六分五釐六豪六絲○五微九纖八沙強置庚數以辛率乘之五尺
三十一寸八十五分○八釐四十七豪二十九絲九十二忽十六除之又十七

除之得辛數一分九釐五豪五絲三忽三微四纖弱置辛數以壬率
乘之二尺○三寸四十三分二十九釐四十九豪○九絲一十九忽四十四微十八除
之又十九除之得壬數五釐九豪四絲八忽三微三纖二沙弱置壬
數以癸率乘之七十七分三十釐○四十五豪二十一絲二十三忽九十七微二十
八纖七十二沙二十除之又二十一除之得癸數一釐八豪四絲
○五微八纖四沙弱併十數四百三十五尺○○八釐四豪弱與弧弦相加
卽弧背六千四百三十五尺○○八釐四豪弱
前數用半弧背此問題弧弦爲通弦所得弧背則全弧也以下同
假令圓徑一萬尺今截得弧形其矢濶二千尺欲知

弧背幾何
術曰倍矢四十尺以半徑除之爲甲率○○八四因甲
率爲乙率○三二九因甲率爲丙率○七二十六因甲
率爲丁率一二八二十五因甲率爲戊率二三十六
因甲率爲已率二八八四十九因甲率爲庚率三九二
六十四因甲率爲辛率五一二八十一因甲率爲壬
率六四八百因甲率爲癸率八置矢八因之一萬六千尺
以甲率乘之一萬二千八百尺三除之又四除之得甲數
一千○六十六尺二分尺之二置甲數以乙率乘之三千四百一十三尺三分
尺之一五除之又六除之得乙數一百一十三尺九分尺之七置

乙數以丙率乘之八百一十九尺二十寸七除之又八除之
得丙數十四尺六寸二分八釐五豪七絲一忽四微二纖八沙強置丙數以丁
率乘之一百八十七尺二十四寸五十七分一十四釐二十八豪五十七絲強九除
之又十除之得丁數二尺○八分○五豪○七忽九微三纖七沙弱置丁
數以戊率乘之四十一尺六十一寸○一分五十八釐七十一豪強十一除
之又十二除之得戊數三寸一分五釐二豪二絲八忽四微七纖五沙強
置戊數以已率乘之九尺○七寸八十五分八十釐○○八豪六十五絲八十
忽十三除之又十四除之得已數四分九釐八豪八絲二忽三微

〇八沙強置巳數以庚率乘之一尺九十五寸五十三分八十六釐四十八豪十五除之又十六除之得庚數八釐一豪四絲七忽四微四纖四沙弱置庚數以辛率乘之四十一寸七十一分四十九釐強十七除之又十八除之得辛數一釐三豪六絲三忽二微三纖二沙強置辛數以壬率乘之八寸八十三分三十七釐四十六豪十九除之又二十除之得壬數二豪三絲二忽四微六纖七沙置壬數以癸率乘之一寸八十五分九十七釐三十六豪二十一除之又二十二除之得癸數四絲〇三微四纖一沙強併十數一千一百九十七尺五寸二分八釐四豪一絲七忽一微弱與八因矢相加一萬七千一百九十七尺五寸二分八釐四豪一絲七忽〇一微弱以半徑乘之八千五百九十八萬七千六百四十二尺〇八寸五十五分平方開之卽弧背九千二百七十二尺九寸五分二釐強

假令圓徑一萬尺今截弧背六千四百三十五尺欲知其矢幾何

術曰半弧背三千二百一十七尺五寸自乘一千〇三十五萬二千三百〇六尺二十五寸以半徑冪除之爲乘法四一四〇九二二五乃置半徑如法乘之二千〇七十尺〇四十六寸一十二分五十釐二除之得數列正行一千〇三十五尺二寸三分〇六豪二絲五忽復如法乘之四百二十八尺六十八寸〇九分七十八釐七十七豪五十一絲五十六忽二十五微十二除之卽三

歸又四歸得數列負行三十五尺七寸二分三釐四豪一絲四忽八微九纖七沙小餘九二九六八七五復如法乘之十四尺七十九寸二十七分八十九釐二十五豪二十七絲六十七忽二十二微四十六纖三十八沙六十七塵一十八埃七十五渺三十除之卽五歸又六歸得數列正行次四寸九分三釐〇九絲小二忽九微七纖五沙小餘〇九二二四〇八二一二八九〇六二五復如法乘之二十寸〇四十一分八十五釐九十七豪九十八絲五十八忽九十微〇五十八纖四十二沙九塵四十三埃五十七渺九十一漠五十六除之卽七歸又八歸得數列負行次三分六釐四豪六絲五忽三微五纖三沙小餘五四六二三三一八六五二三九九二五正數併之一千〇三十五尺七寸二分三釐七豪一絲八忽弱負數併之三十五尺七寸五分九釐八豪八絲強相減卽矢一千尺弱

假令圓徑一萬尺今截弧背九千二百七十二尺九寸五分欲知其弦幾何

術曰半弧背四千六百三十六尺四寸七分五釐自乘二千一百四十九萬六千九百尺〇〇四十二寸五十六分二十五釐以半徑冪除之爲乘法八五九八七六〇一七〇二五乃置弧背爲正行九千二百七十二尺九寸五分如法乘之七千九百七十三尺五十八寸七十三分一十二釐〇七豪一十九絲七十三忽七十五微六除之卽二歸又三歸得數爲負行一千三百二十八尺九寸三分一釐二豪二絲弱復如法乘之一千一百四十二尺七十一寸六十分強二十

除之即四歸又五歸得數列正行次五十七尺一寸三分五釐八豪強復如法乘之四十九尺一十二寸九十七分強四十二除之即六歸又七歸得數列負行次一尺一寸六分九釐七豪五絲五忽弱復如法乘之一尺〇〇五十八分四十四釐二十七豪七十二除之即八歸又九歸凡除法皆依數遞加若倣此更屢乘除愈多愈密所得恆正負相間得數續列正行次一分三釐九豪七絲強正數併之九千三百三十尺〇一寸弱負數併之一千三百三十尺〇一寸相減即弦八千尺

已上四術巧思精理窮商隸之奧恐闇者未信故今取資證著明者用圓徑一萬設算試立直角於半圓之上令成句六股八正句股形以句爲通弦者其矢必一今求得弧六四三五〇〇八以股爲通弦者其矢必二今求得弧九二七二九五二併此兩弧而倍之不適合圓周三一四一五九二之密率矣乎驗諸推步蓋靡有貸

假令圓田徑十三步今截弧冪三十二步其矢幾何

術曰冪自乘一千〇二十四步以徑一有半十九步半除之五十二步五百一十三分弱立方開之得矢三步七分半弱此爲大弧冪在圓冪五分之一以上者例

右題古法倍冪自乘爲從三乘方實四因冪爲從上廉四因徑爲從下廉五爲負隅開之得矢四步倍冪自乘者乃弦矢和與矢相乘又以自乘之實亦即如弦矢和自乘矢自乘又以相乘之實也立天元一爲矢命截餘徑爲十三步負一元與矢相乘得正弦冪十三元負一平方四因之爲通弦冪五十二元負四平方加入矢冪爲五十二元負三平方內減倍冪餘五十二元負一平方負六十四步乃通弦乘弦矢較之數也以與通弦冪轉減餘六十四步負一平方即弦矢相乘之數也倍弦矢相乘加入矢冪弦冪共一百二十八步五十二元負五平方成弦矢和自乘大冪以矢冪乘之是爲一百二十八平方五十二立方負五三乘方與倍冪自乘之四千〇九十六尺相等此立法之根也

蓋其取弧冪本以弦矢和與半矢相乘而得考驗甚疎故以矢求冪得冪恆虧以冪求矢得矢恆近世講密率者必屢析弧內句股棄附其弦矢相乘之數以充眞冪至於設冪求邊終無良術緣此亦量田演段所不可闕之法且田段期於步分無差而已固不必如割圜步歷者之纖悉畢準愚故略分四例視弧之大小進退消息以定矢實雖於八線無能爲役視舊法頗加密矣

假令圓田徑二百步今截弧冪六千一百四十步其矢幾何

術曰三因冪一萬八千四百二十步自之三億三千九百二十九萬六千四百步以半徑之二十七倍二千七百步除之十二萬五千六百六十五步三分步之一立方開之得矢五十步小餘不滿一分棄之就整凡弧冪在圓冪十五分之一以上者通用此例

假令圓田徑一百二十步今截弧冪五百五十步其矢幾何

術曰五因冪二千七百五十步自之七百五十六萬二千五百步以半徑之八十一倍四千八百六十步除之一千五百五十六步〇七十分弱立方開之得矢十一步五分弱凡弧冪在圓冪三十分之

一以上者通用此例

假令圓田徑一千步今截弧冪九千六百步其矢幾何

術曰七因冪六萬七千二百步自之四十五億一千五百八十四萬步以全徑之八十一倍八萬一千步除之五萬五千七百五十一步弱立方開之得矢三十八步二分諸小弧冪不及圓冪三十分之一者倣此

假令有三角形大腰四丈小腰二丈五尺底三丈九尺舊術欲知中長者先取分底較法見後卷兩句股不同式條下今欲徑知中長或先知分底各幾何

術曰大腰自乘十六丈小腰自乘六丈二十五尺兩冪又相乘置左一百丈副併兩腰冪二十二丈二十五尺與底冪十五丈二十一尺相減七丈〇四尺折半三丈五十二尺自之十二丈三千九百〇四尺與左相銷左餘八十七丈六千〇九十六尺以底冪除之五丈七十六尺平方開之得中長二丈四尺

解曰三角形兩腰類於句股底類於弦但句股各自乘併之與弦自乘等兩腰各自乘併之則小於底之自乘蓋半句股和半弦之冪差必同於半句

股較半弦之冪差故兩差對減無餘而併兩差即如句股相乘之數三角之半腰和半底冪差與半腰較半底冪差併之雖亦如兩腰相乘之數若以其兩冪差對減則又必有較數倍此較數乃正底冪大於兩腰冪併之數也又小腰冪內函一中長冪一小分底冪大腰冪內函一中長冪一大分底冪底冪內減去一小分底冪一大分底冪所餘有兩大小分底相乘冪則必大於兩中長冪是兩中長冪與兩大小分底相乘冪之差亦為底冪大於

兩腰羃併之數也然則此羃差折半卽上所云半
腰和半底羃差與半腰較半底羃差之較也大小
腰相乘羃旣卽兩羃差之併則其自乘方內兩腰羃相
乘卽與兩腰相乘羃之自乘等減兩羃差之較自乘數所餘者必
兩羃差相乘數之四倍也此卽開從平方者用四因羃與長濶較羃併爲
長濶和羃之理兩羃差相乘可與中長羃乘半底羃同則
其四之必與中長羃乘全底羃同也故以底羃除
之而得中長羃也互詳後圖
新設先取小分底術曰大腰自乘底自乘相減七十

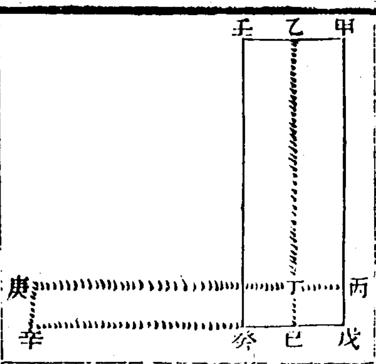
九尺又與小腰羃相減五丈四十六尺折半二丈七十三尺以底除
之得小分底七尺
解曰大腰羃底羃對減其同有之大分底羃所餘
者小分底自乘兩大小分底相乘三羃與中長羃
之較也今又於小腰自乘所函之中長羃內減去
此三羃之較乃正得此三羃與小分底羃之併故
折半則得一小分底羃一分底相乘羃合成從方
而以全底爲長以小分底爲濶矣
又設先取大分底術曰小腰自乘底自乘相減八丈

九十六尺乃與大腰羃相併二十四丈九十六尺折半十二丈四十八尺
以底除之得大分底三十二尺
解曰前減餘在腰此減餘在底故以大腰羃內之
中長羃加較乃得一大分底自乘兩分底相乘三
羃與大腰羃內原有之一大分底自乘共爲四羃
折半而亦變成大分底乘底之羃焉兩條所得從方合之是全
底自乘之正方若求小分底者遇底大於大腰則亦用併
或求大分底者遇底小於小腰則亦用減二法互
相足

假令有三角形中長八尺底二十一尺兩腰之較七
尺欲知大小腰各幾何
術曰半底自乘一百一十尺○二十五寸半較自乘十二尺二十五寸
相減名半底半較羃差九十八尺副置中長自之六十四尺
以半底羃乘之七千○五十六尺羃差除之七十二尺與羃差
相併一百七十尺爲從平方實以兩腰較爲較法開之
其長卽大腰十七尺其濶卽小腰十尺
假令有三角形中長八尺底二十一尺兩腰之和二
十七尺欲知大小腰各幾何

術曰半底自乘半和自乘一百八十二尺二十五寸相減名半底半和冪差七十二尺副置中長自之以半底冪乘之冪差除之九十八尺與冪差相併一百七十尺爲從平方實以兩腰和爲和法開之其長卽大腰十七尺其濶卽小腰十尺

解曰中長冪乘半底冪者三角冪之自乘也或取兩腰底總數折半而以大腰半總之較小腰半總之較底與半總之較連乘又以半總乘之亦得三角冪之自乘法見梅氏平三角舉要此半底半較冪差卽小腰半總之較乘大腰半總之較也半底半和冪差卽半總乘底與半總之較也故兩冪差相乘正與三角冪自乘等兩冪差相併又與大小腰相乘等



如圖甲丙丁乙從方爲半底半較冪差乙甲乃大腰半總之較甲丙乃小腰半總之較也丙戊辛庚從方爲半總半和冪差庚丙乃半總丙戊乃底與半總之較也凡底與半總較加小腰半總較卽成大腰加大腰半總較卽成小腰今以甲丙丙戊相續而得甲戊之長是大腰矣其庚丙半總內截去丁丙大腰半總較所餘庚丁必亦大腰與甲戊等故丁巳辛庚一段可易橫爲從如乙巳癸壬冪共成甲戊癸壬從方而壬乙底與半總較乙甲大腰半總較相加適得壬甲濶是小腰也左方二條皆按此理變通

假令有三角形大腰二十尺小腰十三尺中長與底之較九尺欲知中長幾何

術曰三數相和四十二尺半之二十一尺以大腰較之一尺小腰較之八尺中長底較較之十二尺三較連乘九十六尺又與半和相乘二千○十六尺爲三乘方實置半和與中長底較之較十二尺以半和乘之二百五十二尺與大腰半和較小腰半和較相乘冪八尺相減二百四十四尺以中長底較再之二千一百九十六尺爲負方倍中長底較十八尺與半和相減三尺以半和中長底較之併數三十尺乘之九十尺又與兩腰半和較相乘冪相減八十二尺爲負上廉六因中長底較五十四尺爲益下廉五爲正隅開連枝

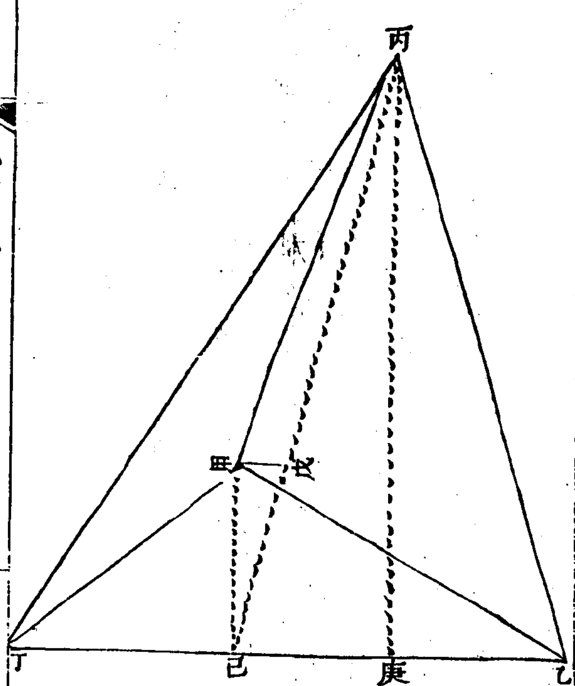
玲瓏三乘方所得倍之卽中長十二尺

假令有三角形大腰三十尺小腰二十五尺中長與底之和四十九尺欲知中長幾何

術曰三數相和一百四尺〇半之五十二尺以大腰較之二十二尺小腰較之二十七尺中長底和較之三尺三較連乘一千七百八十二尺又與半和相乘九萬二千六百六十四尺爲三乘方實置中長底和與半和之較三尺以半和乘之一百五十六尺與大腰半和較小腰半和較相乘冪五百九十四尺相減四百三十八尺以中長底和再之二萬一千四百六十二尺爲負方倍

中長底和九十八尺與半和相減四十六尺以半和中長底和之併數一百一尺〇乘之四千六百四十六尺又與兩腰半和較相乘冪相併五千二百四十尺爲益上廉六因中長底和二百九十四尺爲負下廉五爲正隅開連枝玲瓏三乘方所得倍之卽中長二十四尺

假令有立三角形命其尖爲甲其附地平三角爲乙丙丁面今量得甲乙斜十三丈甲丙斜十二丈甲丁斜十一丈丙丁大腰十五丈丙乙小腰十四丈乙丁邊十六丈求此體高及積幾何

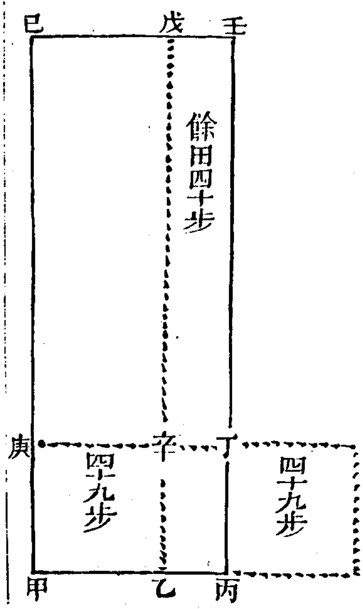


術曰如新術先求得乙丙丁三角形之中長十二丈〇六寸九分七釐四豪強及其大分底如丁庚之度〇八丈九尺〇六分二釐五豪次求得乙甲丁三角形之中長八丈八尺七寸四分一釐二豪弱及其小分底如丁己之度六丈五尺乃以兩分底之較二丈四尺〇六分二釐五豪〇爲句己庚先所得中長爲股丙庚以求其弦十二丈三尺〇七分二釐六豪強〇此弦就爲甲己丙虛三角之底己丙後所得中長爲小腰甲己甲丙爲大腰求得其中長八丈一尺五寸三分五釐七豪卽自尖至地之高也如圖戊處乃平面上對甲尖之處置乙丁邊半之八丈與丙庚中長

相乘為乙丙丁平三角冪九十六丈五十五尺七十九寸四十分強以高再之三歸得積二百六十二丈四百三十尺六百六十五寸二百分弱

假令有田長濶相乘一百八十步若長濶各減七步則相乘止四十步欲知本長濶幾何

術曰減步自乘四十九步與兩相乘步之較一百四十步相併一百八十九步以減步除之即本長濶和二十七步置實一百八十如和法從平方開之得長十五步濶十二步



解曰甲庚丁丙冪以減步乘原濶丙乙戊壬冪以減步乘原長而減步自乘方為此兩冪之所共故必外加一減步自乘之數而後得減步乘原長濶和之實也

假令有田長濶相乘四十步若長濶各加七步則相乘得一百八十步欲知本長濶幾何

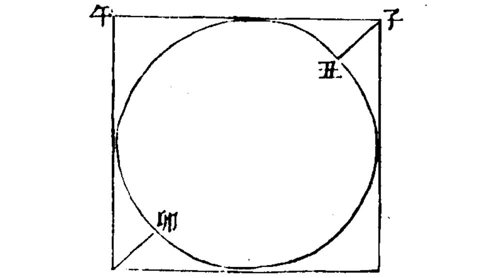
術曰加步自乘四十九步與兩相乘步之較一百四十步相減九十一步以加步除之即本長濶和十三步置實四十如和法從平方開之得長八步濶五步

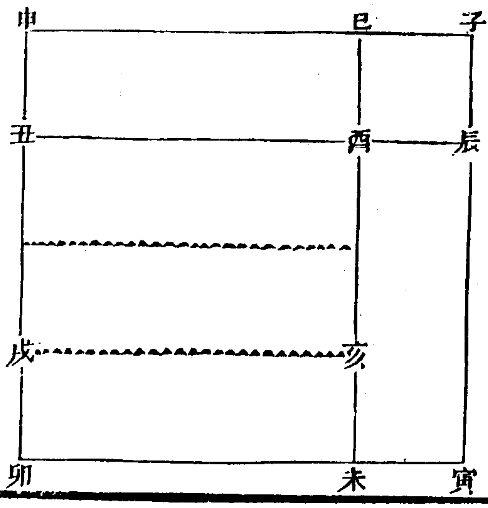
解曰如前圖壬丙甲巳全冪內減四十步從方四十九步小方所餘乙丙丁辛一段為加步乘原濶戊辛庚巳一段為加步乘原長故以加步除之而得丁辛辛戊之和矣

假令有切方邊容圓形圓外抵角斜長七尺六寸欲知圓徑幾何

秦九韶數學九章舊術曰斜自乘倍之為實倍斜為從方以半寸為從隅開投胎平方得徑按此即今之借根方也質言之則為半平方多一百五十二根與一萬一千五百五十二寸等

新演第一術曰倍斜十五尺二寸自之二百三十一尺〇四寸為從平方實四因斜三十尺〇四寸為較法開之其長即徑三十六尺七寸弱



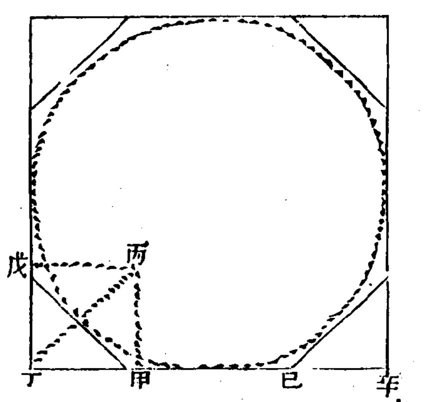


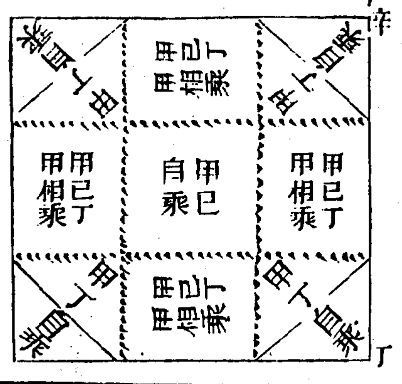
如圖丑卯圓徑與子午方邊等卯寅爲抵角斜長今依子寅弦爲子寅卯申正方則丑卯徑外所多申丑即如卯寅子丑相加之度乃倍斜也酉辰同試依丑卯徑更爲丑卯未酉正方於內其外丑申子寅未酉曲冪亦與此丑卯未酉正方等何則凡弦冪皆兩方冪之合也故將辰寅未酉長方酉巳申丑長方併爲酉亥戌丑一冪於丑卯未酉方內減之所餘戌卯未亥從方實必即倍斜自乘之子辰酉巳小方而其長爲圓徑卯未與丑卯等即與子午等其濶爲

圓徑與四因斜之較矣丑戌與倍申丑等即與四因卯寅等此與秦法同理但彼用半數此用全數耳

第二術曰倍斜自乘折半一百一十五尺五十二寸平方開之十尺〇七寸五分弱倍之二十一尺五寸弱與倍斜相加三十六尺七寸弱合問

第三術曰倍斜自乘八因之一千八百四十八尺三十二寸平方開之四丈二尺九寸九分二釐強又與三因倍斜相加八丈九尺五寸九分二釐強以倍斜乘之一千三百四十六尺五十九寸八十四分強平方開之三十六尺七寸弱合問



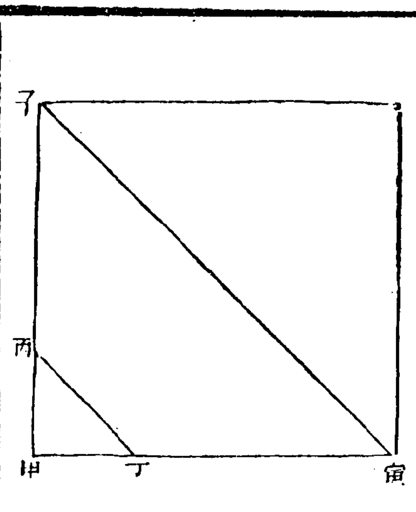


如圖丙丁爲倍斜依其度切圓外截正方作八觚形則戊甲甲巳並與倍斜等故第二術之意用方

斜相求法求得丁甲邊倍之卽丁甲巳辛兩邊而與甲巳倍斜相加得全方邊矣第三術欲徑取方邊則如次圖以丁辛自乘正方析爲九羃觀之必有丁甲邊乘倍斜者四倍斜自乘者一丁甲邊自乘者四然合四隅羃又卽如倍斜自乘者二戊甲自乘方圓卽丁甲丙戊方之倍故也故求得丁甲之四倍甲巳之三倍通以甲巳乘之而得圓徑自乘之實也

第四術曰倍斜自乘折半平方開之十尺〇七寸四分八釐強與倍斜相乘爲實一百六十三尺三十七寸弱與倍斜相減四八

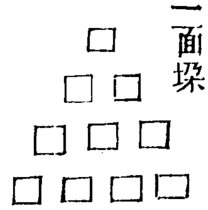
四寸五分二釐爲法除之三十六尺七十寸弱合問

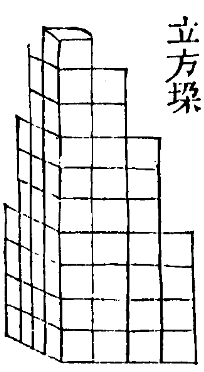


此以丙丁丁甲之較爲一率丁甲邊爲二率子寅寅甲之較爲三率卽丙丁倍斜寅甲邊爲四率卽丑卯徑如異乘同除算之

假令有物一垛共一萬八千四百九十六枚但云頂上一枚每層遞加俱是立方數共層幾何

術曰置積平方開之一百三十六倍所得二百七十二以一爲較又開從平方得濶十六卽層數





圖舉四層者爲例如自一至四共數十十之自乘卽立方垛積也首層一次八次廿七底六十四五層以上皆然舊

有尖方堆法每層皆平方數以立方得之今增此術每層皆立方數轉以平方得之亦一奇也

少廣正負術外篇中

句股和較難題十二條

句股羃難題三條

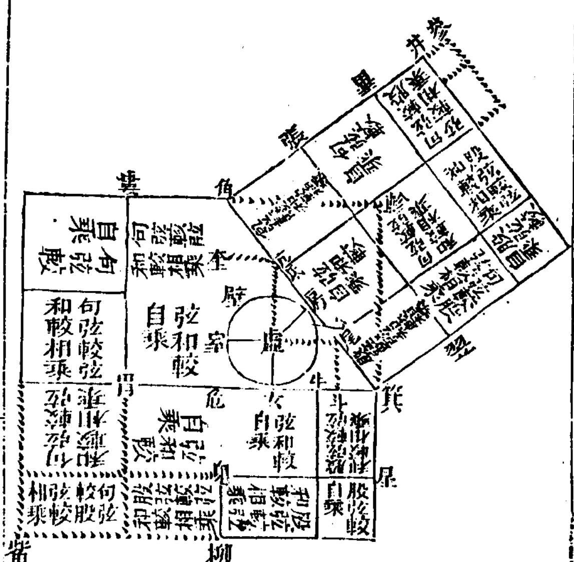
句股邊羃相求難題十六條

句股容方難題二十四條

句股中長難題十條

句股不同式難題一條

句股要例趙君卿句股圓法法已盡善但文義簡古梅氏推衍申暢書復浩繁廣森謬稱知數好事者時見咨訪輒撮其要構例一篇以代講議然少廣正負取等數之用實不外乎此故引而著之卷首使覽者知左方新術所取意焉



和較相求之道生於容圓蓋弦與句股和之較即句股內容圓徑也如圖角箕弦危箕句角危股試於弦上房處分爲大小兩段令房箕小段與句上女箕度同角房大段與股上角室度同則於句股內減去全弦所餘女危危室長短齊同併之即名弦和較依其度而規圓之則句股所餘皆與虛房同爲圓半徑半其徑而矩之如虛女危室小方縱橫達於弦成同式句股者三一以句爲弦和和心斗箕句股形以半圓徑爲股偃其弦而觀之即房心虛直角形也房箕本與箕女同長則房心句既與斗箕句同心箕弦必與女斗度同矣一以股爲弦和和角李亢句股形以半圓徑爲句植其弦而觀之即房虛亢直角形也角房本與角室同長則亢房股既與角奎股同角亢弦必與奎室度同矣一以弦爲弦和和亢虛

心句股形虛心句與女斗同長故亦即心箕度也亢虛股與奎室同長故亦即角亢度也若然亢心弦與心箕角亢相加非全弦而何總**故句股相乘總和除之得半弦和較焉**凡大形內相直邊所分小形其度皆可爲比例任取二色同名者彼此互乘所得之實必等九章所謂今有術西法所謂四率比例也今以大句股弦總和爲一率大句爲二率其三率小句股弦總和即原股也以二率乘之一率除之所得四率爲奎亢半徑之小句若以大股爲二率其三率小三事和即原句也以二率乘之一率除之所得四率爲心斗半徑之小股**析其句有弦和較一股弦較一**如圖昴箕爲句股和內減危牛弦和較所餘即當是弦故知牛箕乃弦多於股之數也**析其股有弦和較一句弦較一**如圖角柳亦爲句股和內減壁危弦和較所餘即當是弦故知角壁乃弦多於句之數也此句弦較更分析之則爲一股弦較一句股較一**析其弦有弦和較一句弦較股弦較各一**上言牛箕昴危相加所得即弦其昴危股本弦和較句弦較之和故將角箕全弦截角氏度合與角壁句弦較同又截尾箕度令與牛箕股弦較同中開氏尾相距必與虛房之倍數同**然則股弦較股弦和相乘與句自乘等**如圖危柳觜昴從方爲句股相乘冪據前所論比例既知此冪與半弦和較乘弦和和等則倍此從方必與全弦和較乘弦和和等夫全弦和較乘弦和和者即圖內角危胃婁冪危鬼星箕冪箕翌張角冪三段合成之長方也析其條段以與危柳觜昴之倍冪相抵則弦和較乘句弦較兩冪弦和較乘股弦較兩冪彼此同有對銷訖彼尙有兩較相乘倍冪及弦和較倍冪合抵此弦和較自乘三冪是兩較相乘倍冪即弦和較自乘一冪矣故舊法兩較相乘併而開方得弦和較今以句自乘方內之弦和較冪變

爲股弦較乘兩句弦較則可與原有之三冪同以牛箕股弦較爲潤續成從方而其長是兩弦和較一股弦較兩句弦較之和其爲股弦和無疑耳**句弦較句弦和相乘與股自乘等**理解同上**句自乘股自乘合之又與弦自乘等**如圖弦方內函九冪其七冪皆句方股方內所有其兩較相乘二冪又與句方弦和較自乘一冪同且角尾角畢相乘正方即股自乘方其外附曲矩乃句方之實正所謂股弦較股弦和相乘者也**若以弦自乘方與兩句股相乘冪併所得者句股和冪也**如圖角柳縱昴箕橫皆句股和其所成大方內滅句冪股冪即與滅去弦冪同所餘軫箕危角從方危柳觜昴從方皆句股相乘冪**以兩句股相乘冪減弦冪所餘者句股較冪也**如圖句股相乘從方內含四冪倍之共有八段然以其股弦較弦和較相乘一段與危鬼昴危相乘長冪移而聯之即名弦和較乘弦之冪此外惟有句弦較股弦較相乘一段而已試于弦方內亦滅去弦和較乘弦之倍冪必餘句弦較自乘一冪股弦較自乘一冪而其數比兩較相乘之倍冪爲大若於兩較相乘倍冪內滅去股弦較自乘一冪止存沒弦較乘句弦較大長方股弦較乘句股較小長方即如弦方圖畢參邊所成正方內之大小兩長方而獨無參井自乘小隅若又以此大小兩長方轉於句弦較自乘冪內滅之所餘必正參井句股較自乘之小隅也何也畢參邊固即句股較弦較併而與句弦較同也**凡句股較與弦之和句股較與弦之較相乘亦如句股相乘之倍數**如圖角參爲弦較和其張參邊乃兩句弦較可知弦較較是以井參與張畢相滅所餘必得一弦和較兩股弦較矣夫以一弦和較兩股弦較乘一弦和較兩句弦較則必有弦和較自乘者一弦

和較句弦較相乘者二弦和較股弦較相乘者二句弦較股弦較相乘者四共為九段而知其與倍從方八段正相當者緣句弦較股弦較相乘二冪可併為弦和較一冪前已論之詳矣又試即右圖以角參參為縱角箕為橫作相乘長方仍就角箕弦上對參井小隅虛線處界去句股較乘弦一條即一變為弦較和弦較較相乘之冪將所界弦較相乘一條自上邊移附右邊則必長出一小方冪恰如一參井之自乘者以此互證然後弦冪內函一句股較冪兩句股相乘冪之理益顯

設有句弦較九尺股弦較二尺舊法先知弦和較今欲先知弦幾何

術曰句弦較自乘八十一尺股弦較自乘四尺併之八十五尺為從平方實按此即弦與倍弦和較之較乘弦所得數併兩較倍之二十二尺為和法開之其長即弦十七尺

設有句弦較九尺股弦較二尺先求句幾何

術曰相減得句股較七尺自乘四十九尺與句弦較冪相減三十二尺為從平方實按此乃句與倍弦和較之較乘句所得數倍股弦較四尺為較法開之其長即句八尺

設有句弦較九尺股弦較二尺先求股幾何

術曰相減得句股較自乘與股弦較冪相減四十五尺為從平方實按此乃股與倍弦和較之較乘股所得數倍句弦較十八尺為和法開之其長即股十五尺

此條遇股弦較大於句股較者亦當如帶較從方開之若股弦較句股較數適等秖可先求句耳

設有句弦和三十二尺股弦和四十九尺舊法先知弦和和今欲先求弦幾何

術曰句弦和自乘一千○二十四尺股弦和自乘二千四百○一尺併之三千四百二十五尺為從平方實按此是弦與三弦兩句兩股之共數相乘冪也併兩和倍之一百六十二尺為和法開之其濶即弦二十五尺

設有句弦和三十二尺股弦和四十九尺先求句幾何

術曰相減得句股較十七尺自乘二百八十九尺與句弦和冪相減七百三十五尺為從平方實按此是句自乘方與兩句股相乘冪兩句弦相乘冪之合倍股弦和九十八尺為較法開之其濶即句七尺

設有句弦和三十二尺股弦和四十九尺先求股幾何

術曰相減得句股較自乘與股弦和冪相減二千一百一十二尺為從平方實按此是股自乘方與兩句股相乘冪兩股弦相乘冪之合倍句弦和六十四尺為較法開之其濶即股二十四尺

設有句弦和十六尺股弦較二尺舊法先知弦較較和今先求弦幾何

術曰句弦和自乘二百五十六尺股弦較自乘四尺併之二百六十尺爲從平方實按此冪縱邊共一弦兩句兩股弦較各倍之相併三十六尺爲和法開之其濶即弦十尺

設有句弦較八尺股弦和二十五尺舊法先知弦較和今先求弦幾何

術曰句弦較自乘六十四尺股弦和自乘六百二十五尺併之六百八十九尺爲從平方實按此冪縱邊共一弦兩股兩句弦較各倍之相併六十六尺爲和法開之其濶即弦十三尺

設有句弦和十六尺股弦較二尺先求句幾何

術曰相減得句股和十四尺自乘一百九十六尺與句弦和冪相減六十尺爲從平方實此實內有句自乘冪一股弦較乘句冪二倍股弦較四尺爲較法開之其濶即句六尺

設有句弦較八尺股弦和二十五尺先求股幾何

術曰相減得句股和十七尺自乘二百八十九尺與股弦和冪相減二百三十六尺爲從平方實此實內有股冪一股與句弦較相乘冪二倍句弦較十六尺爲較法開之其濶即股十二尺

設有句弦和十六尺股弦較二尺先求股幾何

術曰相減得句股和自乘與股弦較冪相減一百九十二尺爲從平方實此冪內有句乘股者二弦乘股者一股弦較乘股者一倍句弦和三十二尺爲和法開之其濶即股八尺

設有句弦較八尺股弦和二十五尺先求句幾何

術曰相減得句股和自乘與句弦較冪相減二百二十五尺爲從平方實此冪內亦有句乘倍股乘弦乘句弦較凡四段倍股弦和五十尺爲和法開之其濶即句五尺

設有句股相乘冪六十尺句弦相乘冪六十五尺求句幾何

術曰各自乘相減六百二十五尺開三乘方得句五尺

解曰句弦相乘冪自乘猶句冪乘弦冪也弦冪內本有一句冪一股冪則以句冪乘之必有句冪自乘之實有句冪股冪相乘之實今減去句股相乘冪之自乘即如減去句冪股冪之相乘而所餘者適得句冪自乘之三乘方矣下條放此

設有句股相乘冪六十尺股弦相乘冪一百五十六尺求股幾何

術曰各自乘相減二萬〇七百三十六尺開三乘方得股二十尺

設有句弦相乘冪六十五尺股弦相乘冪一百五十六尺求弦幾何

術曰兩冪相乘一萬〇一百四十尺倍之二萬〇二百八十尺又以兩冪相減得句股較乘弦冪九十一尺自之八千二百八十一尺與倍實相併二萬八千五百六十一尺開三乘方得弦十三尺

解曰弦冪內函一句股較冪兩句股相乘冪故弦冪自乘之三乘方實應有句股較冪乘弦冪者一

句股相乘冪乘弦冪者二今倍句弦相乘冪乘股弦相乘冪即如倍句股相乘冪乘弦冪而弦較相乘冪之自乘又即如較冪乘弦冪也

設有句弦較七十二尺股弦相乘冪九千六百尺求弦幾何

術曰冪自乘九千二百一十六萬尺以倍句弦較一百四十四尺除之六十四萬尺為從立方實半句弦較三十六尺為負廉開減從立方得弦一百尺

解曰冪自乘者亦股冪乘弦冪也股冪本與句弦較乘句弦和等則以倍句弦較除股冪必得半句弦和矣夫半句弦和加半句弦較乃成全弦今止有半句弦和乘弦冪之積是比全弦再乘立方尚少半句弦較乘弦冪一段也

宣城都御史梅公自言於句股冪與句弦和較股弦和較相求之法殫極思索始悟其當開帶從立方今十種算經既顯于世乃知王孝通緝古算經已久有其術于是歎後人心思學力莫能出前賢範圍也緝古又有句弦相乘冪與股弦較求股一條尚梅氏之所未及愚更推廣其用得十有六題顧未信有當作者之意否

設有句弦和一百二十八尺股弦相乘冪九千六百

尺求弦幾何

術曰冪自乘以倍句弦和二百五十六尺除之三十六萬尺為從立方實按此所得乃正前條所負半句弦較乘弦冪之積也半句弦和六十四尺為負廉開減從立方得弦一百尺

設有股弦較四尺句弦相乘冪二千八百尺求弦幾何

術曰冪自乘七百八十四萬尺以倍股弦較八尺除之九十八萬尺為從立方實按此積以弦自乘為底冪以股與半股弦較之共數為高半股弦較二尺為負廉開減從立方得弦一百尺

設有股弦和一百九十六尺句弦相乘冪二千八百尺求弦幾何

術曰冪自乘以倍股弦和三百九十二尺除之二萬尺為從立方實按此積是弦自乘半股弦較再之所得數半股弦和九十八尺為負廉開減從立方得弦一百尺

設有句弦相乘冪一百三十六尺弦和和四十尺求弦幾何

術曰冪自乘一萬八千四百九十六尺以弦和和除之四百六十二尺四百寸為從立方實此積以前圖明之就如全弦與氐箕邊相乘又以心箕邊再乘相乘冪一百三十六尺為益方置冪以弦和和除之三尺四寸與半弦和和相加二十三尺四寸為負廉開減從立方得弦十七尺

設有股弦相乘冪二百五十五尺弦和和四十尺求弦幾何

術曰冪自乘六萬五千○二十五尺以弦和和除之一千六百二十五尺六百二十五寸為從立方實此積如圖甬畢邊與全弦相乘又以角亢邊再乘相乘冪二百五十二尺為益方置冪以弦和和除之六尺三寸七分五釐與半弦和和相加二十六尺三寸七分五釐為負廉開減從立方得弦十七尺

設有句弦相乘冪一百三十六尺弦和較六尺求弦幾何

術曰置冪以弦和較除之二十二尺三分尺之二與冪相乘三千○八十二尺三分尺之二為從立方實就以冪一百三十六尺為益方以所除得數與半弦和較相減十九尺三分尺之二為益廉開負隅立方得弦十七尺

設有股弦相乘冪二百五十五尺弦和較六尺求弦幾何

術曰置冪以弦和較除之四十二尺五寸與冪相乘一萬○八百三十七尺五百寸為從立方實就以冪二百五十五尺為益方以所除得數與半弦和較相減三十九尺五寸為益廉開負隅立方得弦十七尺

設有句弦相乘冪一千六百二十五尺弦較和一百尺求弦幾何

術曰置冪以弦較和除之十六尺二寸五分與冪相乘二萬六千四百○六尺二百五十寸為從立方實就以冪一千六百二十五尺為負方以所除得數與半弦較和相減三十三尺七寸五分為

負廉開益積立方得弦六十五尺

設有股弦相乘冪三千九百尺弦較和一百尺求弦幾何

術曰置冪以弦較和除之三十九尺與冪相乘十五萬二千一百尺為從立方實就以冪三千九百尺為益方以所除得數與半弦較和相加八十九尺為負廉開減從立方得弦六十五尺

設有句弦相乘冪一千六百二十五尺弦較校三十尺求弦幾何

術曰置冪以弦較較除之五十四尺六分尺之一與冪相乘八萬八千〇二十尺〇六分尺之五為從立方實就以冪一千六百二十五尺為益方以所除得數與半弦較較相加六十九尺六分尺之一為負廉開減從立方得弦六十五尺

設有股弦相乘冪三千九百尺弦較較三十尺求弦幾何

術曰置冪以弦較較除之一百三十尺與冪相乘五十萬〇七千尺為從立方實就以冪三千九百尺為負方以所除得數與半弦較較相減一百一十五尺為益廉開帶從立

方得弦六十五尺

設有句弦相乘冪一百三十六尺句股較七尺求句幾何

術曰冪自乘折半九千二百四十八尺為三乘方實以較七尺為益下廉較自乘折半二十四尺五十寸為益上廉開帶從三乘方得句八尺

解曰弦冪內函兩句冪兩句股較乘句冪一句股較冪此緣句股相乘冪析之即是一句冪一句較相乘冪故也今以句冪乘之必有句冪自乘者二句股較乘句立積者二以較乘句

又與句冪相乘即如句自乘再乘又以較乘之較冪句冪相乘者一故半之則於句冪自乘正實外尚多較乘句積一段半較冪乘句冪一段也

設有股弦相乘冪二百五十五尺句股較七尺求股幾何

術曰冪自乘折半三萬二千五百一十二尺五千寸為三乘方實以較七尺為負下廉較自乘折半二十四尺五十寸為益上廉開減從三乘方得股十五尺

解曰此所得實即是股冪乘弦半冪也今以弦之

半冪與股冪相比本多半句股較自乘冪少一句股較乘股冪故其與股冪相乘則比股三乘正方亦多半較冪乘股冪一段而少較乘股積一段

設有句弦相乘冪一百三十六尺句股和二十三尺求句幾何

術曰冪自乘折半九千二百四十八尺爲三乘方實以和二十三尺爲負下廉和自乘折半二百六十四尺五十寸爲益上廉開減從三乘方得句八尺

解曰句股和半冪內有句股較半冪句股較乘句

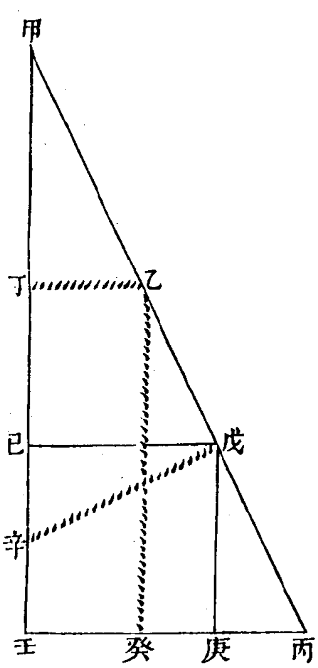
一冪句自乘一冪以上是弦半冪所同句股相乘一冪此則圖之危鬼觜昴從方軫箕危角從方既折半故止存其一也　如前說此三乘從方比句三乘正方本止多半較冪乘句冪一段句較相乘冪乘句冪一段今上廉實內既函得此二段却轉多句冪自乘二段句股相乘冪乘句冪一段合於下廉實內銷之故用句股和爲負法其句乘句積者因適當句冪之自乘其股乘句積者要亦與句股相乘冪乘句冪之數無異耳下術之意推類可知

設有股弦相乘冪二百五十五尺句股和二十三尺求股幾何

術曰冪自乘折半二萬二千五百一十二尺五千寸爲三乘方實以和二十三尺爲負下廉和自乘折半二百六十四尺五十寸爲益上廉開減從三乘方得股十五尺

設有句股容方形但知餘句不及方邊三尺方邊不及餘股四尺求方邊幾何

術曰兩較相乘十二尺爲實相減一尺爲法實如法而一得方邊十二尺



解曰凡句股相乘以句股和除之其所得數必內容正方之每一邊所由然者句股上既截縱橫相等之度則必有截餘之句截餘之股又必有方斜

所抵而截分之弦於是成同式兩句股焉其一如圖戊庚丙小形以方邊爲股餘句爲句(庚丙)小分弦爲弦(戊丙)而全句卽其句股和其一如圖甲巳戊大形以方邊爲句餘股爲股(甲巳)大分弦爲弦(甲戊)而全股卽其句股和故用異乘同除求之則句股和可與句股互爲對所有率句股可與方邊互爲對所求率而句股相乘無弗與方邊乘句股和等者矣若以庚丙爲一率戊庚爲二率壬丙爲三率甲壬爲四率則方邊乘全句與餘句乘全股等(此二率亦可名巳戊)若以壬丙爲一率甲壬爲二率巳戊爲三率甲巳爲四率則方邊乘全股與餘股乘全句等(此三率又可名戊庚皆數同而理異)若以庚丙爲一率戊庚爲二率巳戊爲三率甲巳爲四率則餘句餘股相乘與方邊自乘等問題所設方邊餘股較者甲巳戊大形之句股較也(如甲丁)方邊餘句較者戊庚丙小形之句股較也(如壬癸亦卽如辛壬亦卽如丁乙)此兩較又取分弦大小段之較爲弦成甲丁乙同式形而丁乙句甲丁股之和乃卽壬丙句甲壬股之較(丁辛與壬丙句同試以辛壬當丁乙觀之)

(自明)今以丁乙句甲丁股之較爲一率丁乙句爲二率巳戊句甲巳股之較爲三率(卽甲丁方邊餘股較)斯必得四率巳戊句或以甲丁股爲二率庚丙句戊庚股之較爲三率(卽丁乙方邊餘句較)斯必得四率戊庚股故知兩較相乘兩較之較除之而方邊見矣由是廣之戊庚爲一率壬癸爲二率甲壬爲三率其所得四率乃全句全股之較也且巳戊爲一率甲丁爲二率壬丙爲三率其所得四率亦全句全股之較也然則方邊與句股較相乘之冪是與句乘方邊餘股較等也又與股乘方邊餘句較等也

設知句二十一尺方邊餘股較四尺求方邊幾何

術曰相乘(八十四尺)折半(四十二尺)爲從平方實相減(十七尺)折半(八尺五寸)爲較法開之得方邊(十二尺不著言長闊者此所得冪是方邊與半句股較相乘其半較或大於方邊或小於方邊初無定形不得拘本題設數爲則也須既開得兩邊乃驗其與原問數可合者審別孰爲方邊孰爲半較耳後多放此)

設知股二十八尺方邊餘句較三尺求方邊幾何

術曰相乘(八十四尺)折半(四十二尺)爲從平方實相加(三十一尺)折半(十五尺五寸)爲和法開之得方邊(同前)

設知餘句九尺方邊餘股較四尺求方邊幾何
術曰相乘三十六尺爲從平方實以餘句爲較法開之
其長卽方邊同前
此以丁乙句爲一率甲丁股爲二率庚丙句爲三
率戊庚股爲四率知方邊餘股較乘餘句與方邊
餘句較乘方邊等
設知餘股十六尺方邊餘句較三尺求方邊幾何
術曰相乘四十八尺爲從平方實以餘股爲和法開之
得方邊同前

外篇中　十九

此以甲丁股爲一率丁乙句爲二率甲巳股爲三
率巳戊句爲四率知方邊餘句較乘餘股與方邊
餘股較乘方邊等
設知餘句九尺句股和四十九尺求方邊幾何
術曰相乘四百四十一尺開平方得句二十一尺以餘句減之
卽方邊同前
此以庚丙句爲一率庚丙句戊庚股之和爲二率
壬丙句爲三率卽二率壬丙句甲壬股之和爲四率
知餘句乘句股和與句自乘等

設知餘股十六尺句股和四十九尺求方邊幾何
術曰相乘七百八十四尺開平方得股二十八尺以餘股減之
卽方邊同前
此以甲壬股爲一率甲壬股壬丙句之和爲二率
甲巳股爲三率甲巳股巳戊句之和爲四率卽二率
知餘股乘句股和與股自乘等
設知弦三十五尺餘句餘股之和二十五尺求方邊
幾何
術曰弦自乘一千二百二十五尺和自乘六百二十五尺相減六百尺
爲實倍和五十尺爲法除之得方邊同前

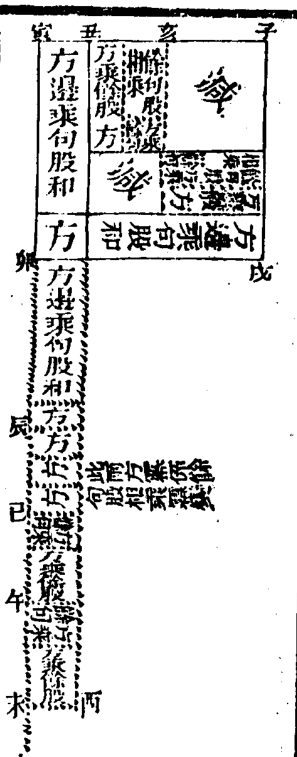
外篇中　二十

解曰凡句股自對角抵弦作直線中分爲大小兩
長各設問布算以窮比例之理然句股容方內又
形必皆與原形同式愚故括句股容方及句股中
卽兼中長分形之法如右圖甲戊辛形是也蓋戊
巳既與戊庚爲等邊則就巳壬方邊截取巳辛餘
句令與庚丙同其自辛觸戊所作之弦亦必與戊
丙同於是戊辛小分弦變爲句甲戊大分弦變爲
股戊巳方邊變爲句股中長甲辛名餘句餘股和

又卽變爲弦原弦變爲句股和甲乙小弦變爲句股較任以巳辛爲一率戊辛爲二率戊巳爲三率甲戊爲四率則餘句乘大分弦與方邊乘小分弦等以甲巳爲一率甲戊爲二率戊巳爲三率戊辛爲四率則餘股乘小分弦與方邊乘大分弦等以巳辛句爲一率戊辛弦爲二率戊辛句爲三率甲辛弦爲四率則餘句乘餘句餘股和與小分弦自乘等以甲巳股爲一率甲戊弦爲二率甲戊股爲三率甲辛弦爲四率則餘股乘餘句餘股和與大分弦自乘等以戊辛弦爲一率戊巳股爲二率甲辛弦爲三率甲戊股爲四率則方邊乘兩餘之和與大小分弦相乘等此舊法所謂中長乘弦而得句股相乘冪者也今於弦冪內減去兩餘和之冪卽是於戊辛句甲戊股和冪內減甲辛弦冪所餘必知爲大小分弦相乘倍冪又卽知爲戊巳中長乘甲辛弦之倍冪矣

設知弦三十五尺方邊與句股和之和六十一尺求方邊幾何

術曰方邊和和自乘三千七百二十一尺與弦冪相減三千四百九十六尺三歸之八百三十二尺爲從平方實四因方邊和和二百四十四尺三歸之八十一尺三分尺之一爲和法開之其濶卽方邊前同

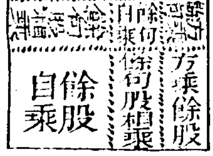


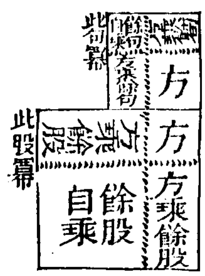
解曰術言減去弦冪圖減句冪股冪者以弦冪卽句冪股冪之併也圖以寅丑爲方邊丑亥爲句亥子爲股其相和自乘成寅子戌卯正方既減句股自乘之冪尙餘方邊乘句股和冪二方邊乘餘句股和冪二方邊乘餘句冪二方邊乘餘股冪二方邊自乘冪三餘句股相乘冪二而此二冪又卽如方邊自乘二冪前說見故更之成丑酉未寅從方合同以方邊爲濶則其長有五方邊兩餘句餘股和兩句股和乃比四因方邊和和少三段方邊之數寅卯卯辰辰午午申皆爲方邊和和其未申長

與辰己等是以必三歸之而後可取其長濶之和爾

設知弦三十五尺方邊與句股和之較三十七尺求方邊幾何

術曰方邊和較自乘一千三百六十九尺與弦冪相減一百四十四尺開平方得方邊同前





解曰方邊相較即方邊與餘句餘股之和也如右圖析其冪為九段而弦冪仍借句股分冪明之則彼此各有一餘句冪一餘股冪兩餘句乘方邊冪兩餘股乘方邊冪其方邊和較冪內之餘句股相乘兩冪又即當弦冪內之兩方冪說見前故對減所餘適得一方邊自乘之實矣

設知弦三十五尺餘句九尺求方邊幾何

術曰餘句自乘八十一尺與弦冪相減一千一百四十四尺以餘句冪乘之九萬二千六百六十四尺為三乘方實餘句再乘七百

三十九尺倍之一千四百五十八尺為益方倍餘句冪一百六十二尺為益上廉倍餘句十八尺為益下廉開帶從三乘方得方邊同前

解曰弦冪內減去餘句冪尚有一餘股冪兩方邊自乘冪兩方邊餘句相乘冪兩方邊餘股相乘冪與圖上條此七冪者通以餘句冪乘之其餘句冪乘餘股冪一段乃方邊三乘正實也何也餘句餘股相乘既與方冪等則此兩冪之相乘必與方冪之自乘等也其餘句冪乘方冪兩段為從二廉之實其

餘句冪乘方邊餘句相乘冪兩段即如餘句再乘以兩方邊乘之故為從一廉實其餘句冪乘方邊餘股相乘冪兩段即如餘句餘股相乘以倍方邊餘句相乘冪乘之又即如方邊自乘以倍方邊餘句相乘冪乘之亦即如方邊自乘再乘以倍餘句乘之故為從三廉實也下條弦與餘股相求法依此條段析之亦同

設知弦三十五尺餘股十六尺求方邊幾何

術曰餘股自乘二百五十六尺與弦冪相減九百六十九尺以餘

股羃乘之○二十四萬八千○六十四尺為三乘方實餘股再乘四千○九十六尺倍之八千一百九十二尺為益方倍餘股羃五百一十二尺為益上廉倍餘股三十二尺為益下廉開帶從三乘方得方邊同前

設知方邊十二尺弦和和八十四尺求餘句餘股各幾何已下四問緣方邊自乘即是餘句股相乘從羃故止取得其和較自知其各數

術曰倍方邊二十四尺與弦和和相減六十尺自乘三千六百尺為實倍弦和和與倍方邊相減一百四十四尺為法除之得餘句餘股和二十五尺

此以原句股弦總和與甲戊辛句股弦總和相併為一率原弦與甲辛弦相併為二率弦和和內減倍方邊得弦與餘句餘股和之和甲戊辛句股弦總和為三率與二率同甲辛弦為四率

設知方邊十二尺弦和較十四尺求餘句餘股各幾何

術曰倍方邊與弦和較相減十尺自乘一百尺為實倍弦和較與倍方邊相減四尺為法除之得餘句餘股和同前

此以弦和較與甲戊辛小形之弦和較相減為一率弦與甲辛弦相減為二率倍方邊內減弦和較即弦與餘句餘股和之較甲戊辛小形之弦和較為三率與二率異名而同實甲辛弦為四率

設知方邊十二尺弦較和四十二尺求餘句餘股各幾何

術曰方邊自乘一百四十四尺四因之五百七十六尺弦較和自乘一千七百六十四尺半之八百八十二尺相減三百○六尺以弦較和半羃乘之二十六萬九千八百九十二尺以兩羃本差數一千六百二十

尺除之一百六十六尺六十寸為從平方實四因方羃與弦較和羃相減一千一百八十八尺以弦較和乘之四萬九千八百九十六尺亦以羃差除之○三十尺八寸為和法開之其濶即餘句餘股較七尺

設知方邊十二尺弦較較二十八尺求餘句餘股各幾何

術曰方邊自乘四因之五百七十六尺弦較較自乘七百八十四尺半之三百九十二尺相減一百八十四尺以弦較較半羃乘之七萬二千一百二十八尺以兩羃差六百四十尺此方羃未因較羃未半者本相差之

數也除之一百一十二尺七十寸為從平方實四因方冪與弦
較較冪相減二百〇八尺以弦較較乘之五千八百二十四尺亦
以兩冪差除之九尺一寸為較法開之得餘句餘股較
同前
解曰四因方冪為用者其比例生於倍方邊故也
蓋圖之丁乙句戊辛句可相和以為句則其股亦
甲丁股甲戊股之和其弦亦甲乙弦甲辛弦之和
故弦較和可以當句股和倍方邊可以當弦較較
又變而取丁乙句戊辛句之較為句甲丁股甲戊

股之較為股甲乙弦甲辛弦之較為弦則弦較較
即其句股和而倍方邊亦為弦較和矣
設知方邊十二尺句弦和五十六尺求弦幾何
術曰相減得餘句與弦之和四十四尺自乘一千九百三十六尺
與方冪相併二千〇八十尺以半句弦和二十八尺乘之五萬八千
二百四十尺為從立方實方邊句弦和相乘六百七十二尺以
與餘句弦和之倍冪三千八百七十二尺相併四千五百四十四尺為
益方半方冪七十二尺以句弦和除之一尺七分尺之二與半
句弦和倍餘句弦和相併一百一十七尺七分尺之二為負廉
開減從立方得弦三十五尺
設知方邊一二尺弦較十四尺求弦幾何
術曰相加得餘句與弦之較二十六尺自乘六百七十六尺與
方冪相併八百二十尺以半句弦較七尺乘之五千七百四十尺
為從立方實方邊句弦較相乘一百六十八尺與餘句弦
較之倍冪一千三百五十二尺相減一千一百八十四尺為益方半方
冪以句弦較除之五尺七分尺之一與半句弦較倍餘句
弦較相併六十四尺七分尺之一為負廉開減從立方得弦
同前凡方邊與股弦和相減即亦得餘股弦和
與股弦較相加即亦得餘股弦較故其求弦法實

正負加減悉與此
二條同不贅列問
設知股弦和六十三尺餘句餘股之和二十五尺求
弦幾何
術曰股弦和自乘三千九百六十九尺兩餘和自乘六百二十五尺
兩冪又相乘二百四十八萬〇六百二十五尺倍之四百九十六萬一千二百
五十尺為三乘方實四因兩餘和冪二千五百尺以股弦
和乘之十五萬七千五百尺為益方兩和相減得弦與方邊
餘句較之和三十八尺自之一千四百四十四尺以與股弦和冪
相減二千五百二十五尺為益上廉倍兩餘和五十尺為負下

廉開負隅三乘方得弦同前若知句弦和而與兩餘和求弦者放此

設知股弦較七尺餘句餘股之和二十五尺求弦幾何

術曰股弦較自乘四十九尺以兩餘和冪乘之三萬〇六百二十五尺倍之六萬一千二百五十尺爲三乘方實四因兩餘和冪以股弦較乘之一萬七千五百尺爲益方和較相加得弦與方邊餘句較之較三十二尺自之一千〇二十四尺以與股弦較冪相減九百七十五尺爲負上廉倍兩餘和五十尺爲益下廉開負隅三乘方得弦同前若知句弦較兩餘和做此式

取之亦得弦也然兩餘和與句弦較相加所得是弦與方邊餘股較之和其與句弦和相減者乃爲弦與方邊餘股較之較法同名異不可不審

附法兩餘和冪六百二十五尺自乘三十九萬〇六百二十五尺倍較冪九十八尺自乘九千六百〇四尺又以兩自乘數相乘三十七億五千一百五十六萬二千五百尺爲實以較除實四因之二十一億四千三百七十五萬尺爲從一廉法又以較除之四歸之五因之三億八千二百八十一萬二千五百尺爲減二廉法又以半較除之五歸之二千一百八十七萬五千尺爲從三廉法又以八因較除之三十九萬〇六百二十五尺爲減四廉法又以和半冪除之一千二百五十尺爲從六廉法如負隅七乘方開之得弦三十五尺

按此術則凡兩餘和與句弦和較股弦和較四色求弦皆可通用視前二條廉法正負相變者其理更爲一貫故併著之然愚論列諸乘方開法不及六乘以上者治數貴簡而晰繁則不適於用嘗見秦九韶書圓城北門外三里有喬木出南門便折東行九里見之問城徑一題鄙意可用九里自乘三里折半自乘兩冪又相乘爲實九里自乘三里折半乘之爲減方法三里折半自乘爲從上廉三里爲從下廉開三乘方得城半徑若依測圓海鏡成法但開立方足矣秦氏乃迭乘其法實合作九乘方開之苟欲尚難棄易抑亦前哲之累也

設知餘句九尺股弦和六十三尺求句幾何

術曰倍股弦和與餘句相加一百三十五尺以餘句乘之一千二百一十五尺爲從平方實倍餘句十八尺爲較法開之得其濶二十七尺是方邊與小分弦之和也此少廣正負有句股和有股弦較求句法與舊法異蓋術意與餘句變爲股弦較股弦和變爲句股和別成同式形其句是方邊小分弦和其股是餘股大分弦和其弦是餘句餘股與大分弦之和既得此形之句即仍變爲戊庚丙小形之股弦和而王丙句數可用庚丙句比例取矣乃以餘句乘股弦和五百六十七尺爲實以方邊小分弦和除之得句二十一尺

設知餘股十六尺句弦和五十六尺求股幾何

術曰倍句弦和與餘股相加一百二十八尺以餘股乘之

二千〇四十八尺為從平方實倍餘股三十二尺為較法開之得其濶三十二尺是方邊與大分弦之和也術意以方邊大分弦和為股餘句小分弦和為句小分弦與餘句和變為股和之和為弦故餘股變為句弦較而句弦和變為彼形之句股和此即有句股和有句弦較求股法亦與舊法與乃以餘股乘句弦和八百九十六尺為實此以王丙甲丙之和為三率甲已為二率以方邊大分弦和除之此已戊甲戊之和為一率得股二十八尺

設知餘句九尺股弦較七尺求句幾何

術曰倍股弦較與餘句相減五尺以餘句乘之四十五尺為從平方實倍餘句十八尺為和法開之得其濶三尺

是方邊與小分弦之較也此以方邊小分弦較為句餘股大分弦較為股餘句餘股和與大分弦之較為弦是股弦較即其句股和餘句即其股弦和故用有句股和有股弦和新法求得戊庚戊丙之較數就彼形言之為小句與庚丙句之比同於小句股和與戊庚丙形句股和之比就本圖明之仍為戊庚丙形股弦較與原股弦較之比同於庚丙句與原句之比耳乃以餘句乘股弦較六十三尺為實以方邊小分弦較除之得句二十一尺

設知餘股十六尺句弦較十四尺求股幾何

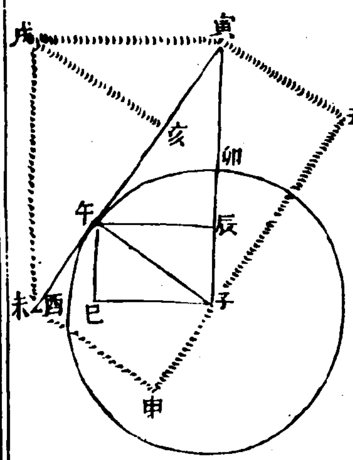
術曰倍句弦較與餘股相減十二尺以餘股乘之一百九十二尺為從平方實倍餘股三十二尺為和法開之得其

濶八尺是方邊與大分弦之較也此以方邊大分弦較為股餘句小分弦較為句餘股和與小分弦之較為弦其句股和即原形之句弦較其句弦和即餘股亦用新法以句弦和句股和求得其股既可與餘股為股率又可與句弦較為較率雖一二三率無定名而四率有定色矣乃以餘股乘句弦較二百二十四尺為實以方邊大分弦較除之得股二十八尺

右復得四同式比例然比例之形不可勝窮茲猶舉一隅耳

設有句股和三十五尺自矩角立規取形內容象限得分弦中徑長十二尺求弦幾何此即甲丙弦與戊已方邊求餘句餘股之和別以句股中長設問者質言之也不曰中長而曰分弦圓半徑者著其理也

術曰和自乘一千二百二十五尺為從平方實倍中長二十四尺為較法開之其濶即弦二十五尺



句股之蘊首例已盡此即彼圖亢虛心形子午中長猶虛房半徑也特析而申之爾

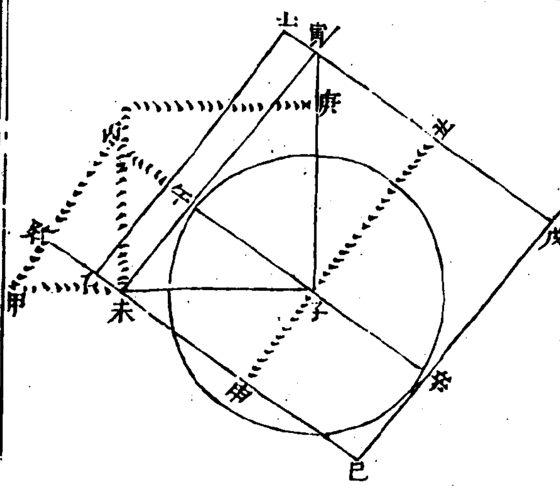
如圖自圓心子處橫平縱直取卯酉弧爲四分圓周之一切其外作子未寅句股形其未子句與酉子半徑相半寅子股與卯子半徑相直若於卯酉象限內畫衆輻線皆是圓半徑然皆不與原句股戍比例獨子午一線正抵於弦弧相切之處則此半徑必與弦縱橫成矩而可爲比例乃即所謂句股中長者也自中長所分之寅午子大形以原股爲弦半徑爲句子午未小形以原句爲弦半徑爲股兩分形內又各取中長如午巳如午辰則仍與

原句股相平相直其必皆同率明矣今以句股相乘作寅子未戍從方又以中長乘弦作寅未申丑從方必半冪函於形內半冪虛於形外而所虛之未子申冪即戍亥寅冪寅子丑冪即戍未亥冪移而相補則兩從方適等舊法本知句股和冪內有一弦冪兩句股相乘冪故右術就以其句股相乘兩冪變爲中長乘弦兩冪而和自乘之正方變爲從方其濶是弦其長是弦與倍中長和也

設有句股較五尺如前法取半圓徑得分弦中長十二尺求弦幾何

術曰較自乘二十五尺爲從平方實倍中長二十四尺爲較法開之其長即弦二十五尺

解曰弦冪內本有一句股較冪兩句股相乘冪今但有其較冪即是於弦方內少中長乘弦兩冪而止有弦與倍中長之較乘弦一冪也如圖戊巳乙壬爲弦自乘方午辛圓徑爲倍中長其與弦相乘成戊巳未寅從方即兩句股相乘之數戊巳申丑冪與丑申未寅冪等丑申未寅冪與句股相乘等已詳前圖於弦冪內減之所餘寅



未乙壬從方即句股較自乘之數其乙未濶爲弦與倍中長較明矣然此從方所以必與句股較自乘等者有比例之理焉試以未子句乘爲子未丁庚正方則寅庚

截於方外者句股較也又與句相平引長至甲令甲未亦爲句股較與寅庚同則甲子邊亦與寅子股同遂將中長所分寅午子句股形移而置之令丙子與寅午同丙甲與子午同乃就此形內借甲未句股較爲弦而取其與丙子邊相直之癸未邊爲小股復得癸甲未小同式形此形之句是小分形之句股較其股是大分形之句股較於是乙未之弦與倍中長較變爲甲癸句未癸股之較癸乙與癸甲等故乙未爲一率小句股較甲未爲二率小弦寅庚爲三率原句股較寅未爲四率原弦二三率相乘實卽句股較自乘而一四率相乘卽寅未乙壬從冪也

設有句股弦總和六十尺中長十二尺求弦幾何

術曰和自乘三千六百尺折半一千八百尺爲實中長與總和相併七十二尺爲法除之得弦二十五尺

解曰弦和和半冪卽句弦和乘股弦和也其內函弦自乘冪一弦乘句股和冪一弦乘中長冪一卽句股相乘此三冪續成從方同以弦爲濶則其長乃中長總和之共數矣

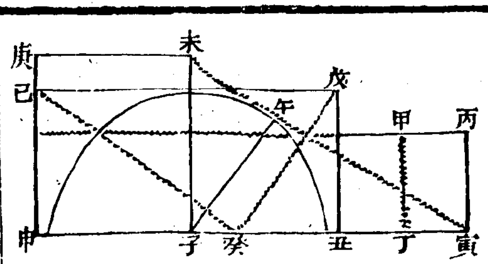
設有弦較和三十尺中長十二尺求弦幾何

術曰弦較和自乘九百尺折半四百五十尺爲實中長與弦較和相減十八尺爲法除之得弦二十五尺

解曰弦較和半冪內函一句股較乘弦冪一中長乘弦冪卽句股相乘一弦與倍中長之較乘弦冪卽較自乘今於弦較和內減一中長所餘者卽一句股較一中長一弦與倍中長之較也

設有句股中長十二尺弦和較十尺求弦幾何

術曰弦和較自乘一百尺折半五十尺爲實中長與弦和較相減二尺爲法除之得弦二十五尺



如圖未子句自乘取得申子正方邊與寅子股相續則申寅是句股和也又以中長乘弦作戊巳申丑從冪戊丑與巳申皆半徑等數以巳申爲句而取與原弦相直之巳癸爲弦則申癸卽午寅矣以戊丑爲股而取與中長相直之戊癸爲弦則癸丑卽未午矣故知申丑邊與未寅弦等則丑寅截於冪外者弦和較也自乘得乙丑寅丙方折半至丁取申丁度爲半弦和和

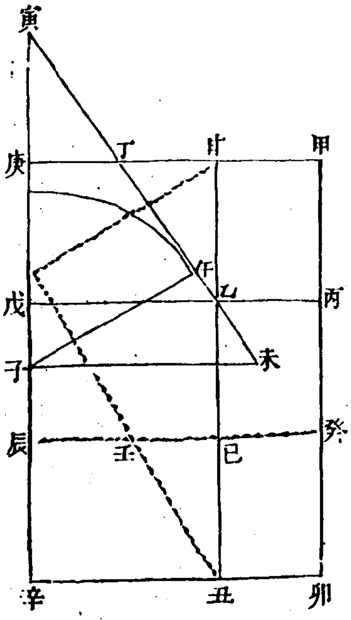
卷首已具論弦和較乘半弦和和得句股相乘之理今又知句股相乘與中長乘弦等然則甲丁申壬從方即戊巳申丑之冪矣此術所用弦和較自乘半冪乃是於從方丙但有甲丁丑乙一段少乙丑申壬一段即如中長乘弦冪內少乙丑申壬一段而但有壬巳戊乙一段其巳戊長弦也其戊乙濶固中長與弦和較相減而得者也

設有句股中長十二尺弦較較二十尺求弦幾何

術曰弦較較自乘四百尺折半二百尺為實中長與弦

較較相減八尺為法除之得弦二十五尺

解曰弦較較乘半弦較和與句股相乘等前亦既言之矣今復變其冪作中長乘弦冪為圖以明之

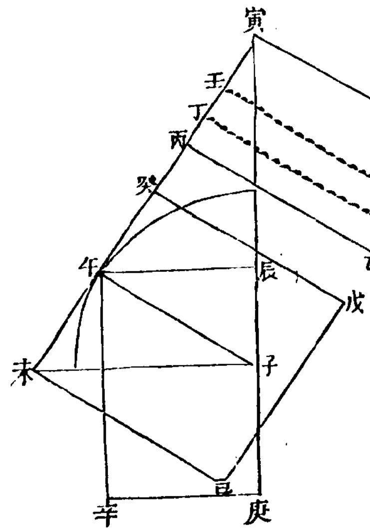


如前諸法取得寅庚句股較又取得與弦相等之申丑邊乃以圓半徑為濶作申丑辛庚從方為中長乘弦冪於此冪內截得與寅庚丁相等之壬巳丑小同式形則其巳丑小股亦句股較也而申巳為弦較較明矣弦較較自乘知甲癸辰庚正方中半分之則自戊至辛自戊距寅皆為半弦較和其戊辛與弦較較相乘如丙卯辛戊從方而與申丑辛庚從方冪同皆句股相乘之等數故也由是推之知丙卯丑乙一段是抵彼冪申乙戊庚一段者矣今術用弦

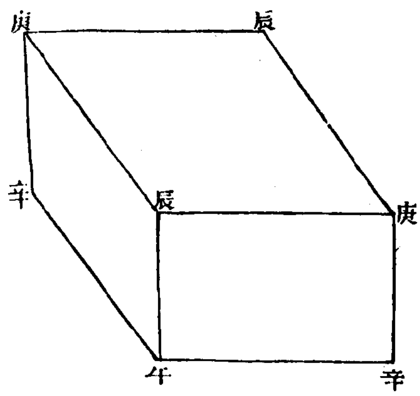
較較自乘折半即是有甲丙戊庚半冪故可以其申乙戊庚之數移而抵丙卯丑乙之數遂得甲卯丑申從實其長是弦其濶是中長與弦較較相減所餘之丑卯度也

設有句股中長十二尺句弦和四十尺求句幾何

術曰中長自乘一百四十四尺半句弦和二十尺再之二千八百八十尺為從立方實以中長冪一百四十四尺為益方半冪七十二尺以句弦和除之一尺八寸與半句弦和相減十八尺二寸為益廉開負隅立方得句十五尺

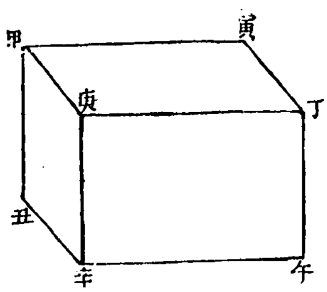


解曰中長自乘與中長所分大同式形內復取中長而乘原句之數等即圖之辰庚辛午從方是也子未弦爲一率子午股爲二率子午弦爲三率辰午股爲四率今以半句弦和乘此從方半句弦和內有一句及半句弦較如圖於寅未弦上作未癸戌巳句方則得寅癸句弦較折半至丁取丁未即半句弦和知者以寅丁亦是半句弦較加寅甲句必與丁未同長故也故其所得立積當分爲二段

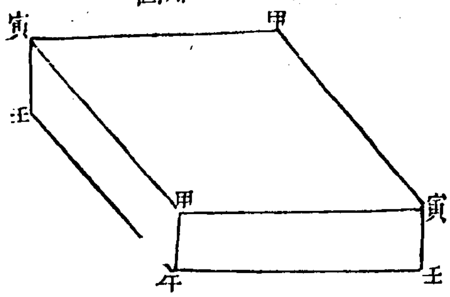


如圖觀之此積亦是從廉但辰午數不可得而但知辰庚辛午之面與中長自乘等故取中長冪爲方法

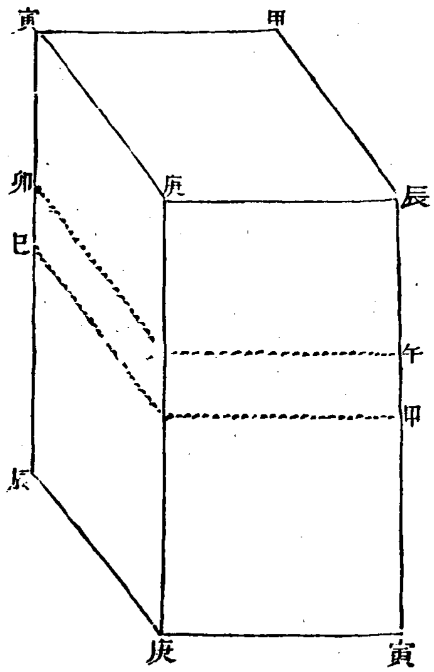
此一段是辰庚辛午冪與句相乘即如句自乘再以辰午小中長乘之也是爲益方之實



如圖觀之此段轉是從方但庚辛丑甲之面不可知故變取廉法如下圖



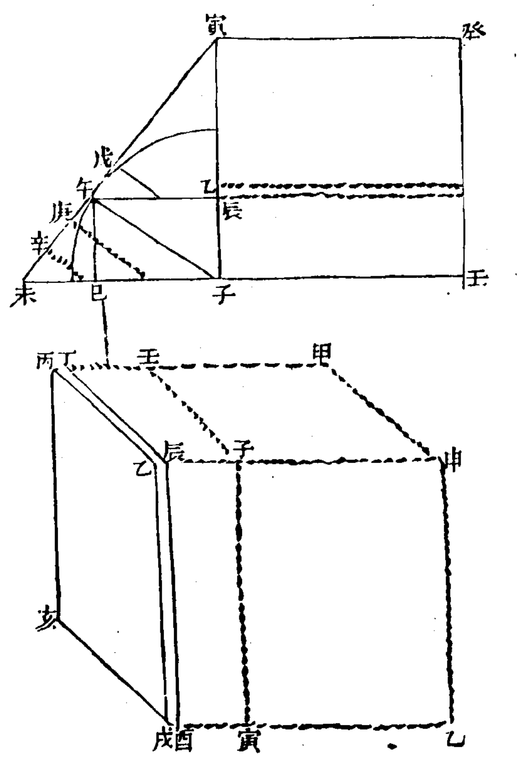
此一段是辰庚辛午羃與半句弦較相乘者三邊皆不等欲變取與句等邊與庚辛丑甲等實之羃法以句為一率未子半句弦較為二率寅丁庚辛邊為三率卽午辰小句必得四率小形之半句弦較如寅壬者前圖甲乙丙寅從羃與全句弦較乘小中長等則知庚辛丑甲側面可易為寅甲寅壬之相乘而甲丁午丑立方卽如次圖句自乘小較再乘之立方矣是為從廉之實



從方廉皆以句自乘為平羃故疊而合之則成此圖寅辰甲巳之積辰午高與第一段同午甲高與第二段次圖同卽中長自乘半句弦和再乘相等之積也但小半句弦較不能預知其度而右術所取廉法止於圖之半句弦和內減去壬丁所餘句為寅壬甲寅之共數卽此形午寅高故依廉法求之必有巳甲寅辰虛積一段今驗甲寅高庚寅橫辰庚縱恐是句度知所虛者正句自乘再乘之立方可以負隅法求而得矣以本數明之寅壬半小句弦較三尺二寸辰午小中長九尺六寸相加共十二尺八寸卽寅巳高也甲辰庚寅句羃二百二十五尺以寅巳高再乘之得立方積二千八百八十尺

設有句股中長十二尺股弦較五尺求股幾何

術曰中長自乘半股弦較二尺五寸再之三百六十尺為從立方實以中長羃一百四十四尺為負方半羃以股弦較除之十四尺四寸與半股弦較相減十一尺九寸為負廉開減從立方得股二十尺



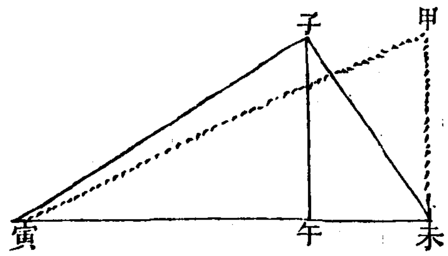
解曰中長自乘半股弦較再之爲實者緣中長所
分以句爲弦之同式形內復分同式兩形則其小
中長既爲午巳未形之股又爲午巳子形之句此
小中長乘原股與原中長自乘等（寅子弦爲一率子午句爲二率子午弦爲三率午巳句爲四率是二三率相乘卽中長冪一四率相乘卽癸壬子寅股方內之丁壬子辰從冪）再以半股弦較乘之卽如半股弦較乘小中
長而以股再乘矣半股弦較乘小中長以比例求
其等數可變爲丙丁辰乙之冪（寅子股爲一率庚未股弦較之半爲二率午巳股爲三率辛未股弦較之半爲四率圖內乙辰卽午巳股午未弦之半較也）故知

所得正實乃丙辰酉亥立積其丙乙戌亥面爲股
自乘其丙丁濶爲午巳未小形之半股弦較也（股冪四百尺半小較九寸）全股再乘如圖丙申乙亥立方今止有
此正實則丁申乙酉從積皆負方廉之實矣以中
長冪爲負方者既知中長自乘可變爲丁壬子辰
從冪以股再之卽丁子寅酉之積其立面亦股自
乘其丁壬濶爲午巳未小形之股也（小中長七尺二寸乘股冪得負積二千八百八十尺）半中長冪以股弦較除之者所得是
寅辰午形之半股弦和也於和內減本形半股弦

較相較（如戊午度之半）卽當得寅辰股今術云與半股弦較相
減者乃減大形之半較（如庚未度之半）是於寅辰邊內又
已滅去乙辰（因併減辛未較之半故也）所餘寅乙之濶適可爲
廉法合與股冪相乘以補壬申乙寅之負積矣（負廉積四千七百六十尺）若有句弦較或股弦和者取立實之術
推類可知

設有句股和七十尺不知弦長若以弦爲股中長爲
句別作不同式句股形則彼弦五十五尺四寸六分
一釐七豪弱求原弦幾何

術曰和三乘二千四百〇一萬尺五歸之四百八十萬〇二千尺爲從平方實倍弦自乘一萬二千三百〇四尺和自乘倍之九千八百尺相加二萬二千一百〇四尺五歸之四千四百二十尺〇八十寸爲和法開之其長二千五百尺卽原弦冪也再開平方得原弦五十尺



此有甲寅弦有子未句與子寅股之和術意甲寅弦冪內減寅未原弦冪卽中長冪寅未原弦冪與和冪較冪相減皆如倍中長乘原弦之數以少廣正負取之

設有句股較十尺如上問求原弦幾何

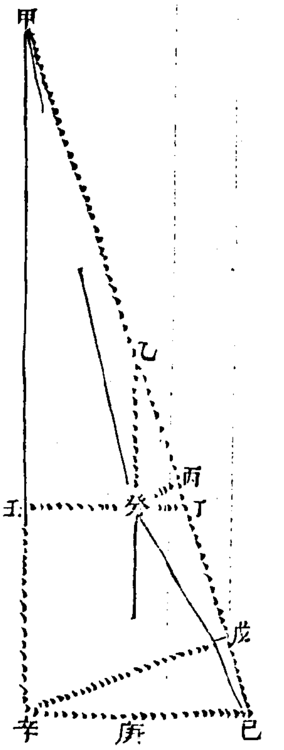
術曰較冪一百尺自乘一萬尺五歸之二千尺爲從平方實倍較冪二百尺與倍弦自乘數相加一萬二千五百〇四尺五歸之二千五百尺〇八十寸爲和法開之其長亦原弦冪

同前

設有兩句股形不同式左弦五尺右弦二十五尺兩句之和十尺兩股之和二十八尺求四事各幾何

術曰借句和爲句股和爲股如句股求弦法先得虛弦二十九尺七寸三分二釐強句和股和相乘二百八十尺虛弦除之得虛句股中長九尺四寸一分七釐五毫弱又借左弦爲小腰右弦爲大腰虛弦爲底如三角求中長舊法法以兩腰和數三十尺兩腰較數二十尺相乘得六百尺爲實以底除之得分底較二十尺〇一寸八分與底相加共四十九尺九寸一分二釐強折半卽大分底以大分底爲股大腰爲弦求得其句卽中長也先得大分底二十四尺九寸五分六釐強次得中長一尺四寸八分二釐五毫強置句和以三角中長乘之十四尺八十二寸五十分句股中長除之得小句一尺五寸七分四釐二毫強副置股和以三角中長乘之四十一尺五十一寸句股中長除之得小股四尺四寸〇七釐八毫弱此句股亦求得小弦四尺六寸七分九釐強

乃以小句自乘二尺四十七寸八十一分〇五釐六十四毫三角中長自乘二尺一十九寸八十分〇六十四釐相減二十八寸〇〇四十一釐六十四毫平方開之五寸二分九釐強與大分底相加二十五尺四寸八分五釐強以小句乘之四十尺〇一十一寸八十四分八十七釐小弦除之得數八尺五寸七分四釐二毫強內減小句卽右句七尺以減於句和得左句三尺各如句弦求股法得右股二十四尺左股四尺



如圖甲壬癸爲原設大句股形癸庚已爲原設小句股形辛已爲兩句和甲辛爲兩股和今試自甲至已作一虛弦必成甲癸已三角形而癸丙中長與辛戊中長相直可爲比例又試引壬癸句至丁

引庚癸股至乙卽成乙癸丁小句股形與甲辛已大形同式故以辛戊中長爲一率癸丙中長爲二率辛已句爲三率所得之四率必癸丁小句若以甲辛股爲三率所得之四率必乙癸小股旣知乙癸丁小形可與甲辛已大形相比則亦可與甲壬丁形相比乃以乙丁弦爲一率甲丁弦爲二率甲丙大分底與丙丁小分弦相加癸丁句爲三率推得四率壬丁句減去癸丁虛句卽問題壬癸正句也由此言之雖不比例之形而終以比例得其數可以闕算理之

要矣三朝記有云規矩準繩鈞衡此昔者先王之所以爲天下也小以及大近以知遠噫彙近小以測遠大非比例之謂乎

少廣正負術外篇下

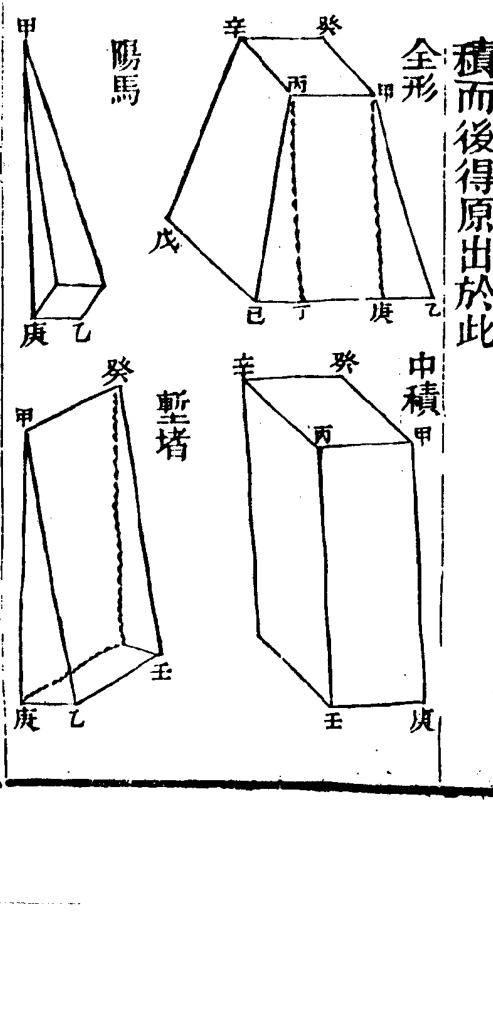
斛方補問

斗斛方者上下不等之立方九章所謂方亭也諸家算法但有斛形求積而無設積求邊之術唯唐王氏緝古算經亭倉二題畧舉和較之致因復衍其緒餘歸諸游藝爲廿有六問焉

算經商功章方亭術曰上下方相乘又各自乘并之以高乘之三而一

術曰凡上下不等立方形中心必有正方從積者一四旁必有塹堵形積者四四隅必有陽馬形積者四中心從積以上方自乘爲底冪陽馬形以上下方較之半自乘爲底冪塹堵形以上方與半較相乘爲底冪而其高皆相等故上方自乘以高乘之則得一立積而無四塹堵四陽馬上下方相乘以高乘之則得一立積四塹堵而亦無四陽馬下方自乘以高乘之則既得一斛方而外多四塹堵八陽馬之積乃以所多之四塹堵四陽馬補入上方自乘之立積又以所多之四陽馬補入上下方相乘之立積增虧相覆是爲三斛方形而三歸之

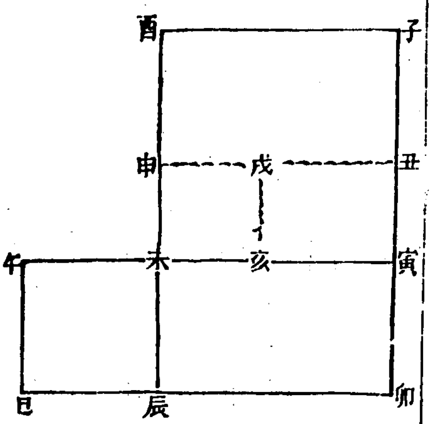
適得一斛方之正積也諸法和較相求並三因其積而後得原出於此



辛癸上方乙壬同 巳乙下方戊巳同

庚乙上下方半較 甲庚高

三因積以高除之得三面冪圖



子卯邊爲上下方之和丑寅邊爲上下方之較寅
卯辰未羃爲上下方相乘未辰巳午羃爲上方自
乘子寅未酉羃爲下方自乘丙函戌亥未申正方
爲較自乘羃子丑申酉從方與上下方相乘等其
丑寅亥戌從方併入上方自乘則亦成上下方相
乘羃矣故此三羃與和羃相減卽得一上下方相
乘之羃此三羃與較羃相減卽得三上下方相乘
之羃
第一問斛方積一千二百六十尺上方六尺下方十

二尺其高幾何
術曰三因積三千七百八十尺爲實上方自乘三十六尺下方
自乘一百四十四尺上下方相乘七十二尺併三羃二百五十二尺爲
法除之得高十五尺
第二問斛方積一千二百六十尺高十五尺上方六
尺其下方幾何
術曰三因積以高除之二百五十二尺與上方羃相減二百
一十六尺爲從平方實以上方爲較法開之其濶卽下
方十二尺

第三問斛方積一千二百六十尺高十五尺下方十
二尺其上方幾何
術曰三因積以高除之與下方羃相減一百〇八尺爲
從平方實以下方爲較法開之其濶卽上方六尺
第四問斛方積一千二百六十尺高十五尺上下方
之和十八尺其上方下方各幾何
術曰三因積以高除之與和自乘羃三百二十四尺相減
七十二尺爲從平方實以上下方和爲和法開之其濶
卽上方六尺其長卽下方十二尺

第五問斛方積一千二百六十尺高十五尺上下方
之較六尺其上方下方各幾何
術曰三因積以高除之與較自乘羃三十六尺相減二百
一十六尺三歸之七十二尺爲從平方實以上下方較爲較
法開之其濶卽上方六尺其長卽下方十二尺
第六問斛方積一千二百六十尺上方六尺高與下
方相和二十七尺其高幾何
術曰三因積爲從立方實上方與和相加三十三尺以
和乘之八百九十一尺又與上方羃相併九百二十七尺爲益方

倍和五十四尺與上方相加六十尺為負廉開翻法立方得高十五尺

第七問斛方積一千二百六十尺下方十二尺高與上方相和二十一尺其高幾何

術曰三因積爲從立方實下方與和相加三十三尺以和乘之六百九十三尺又與下方羃相併八百三十七尺爲益方倍和四十二尺與下方相加五十四尺爲負廉開翻法立方得高十五尺

第八問斛方積一千二百六十尺上方六尺高多下方三尺其下方幾何

術曰上方自乘以高與下方之較乘之一百〇八尺與三因積相減三千六百七十二尺爲從立方實較與上方相加以上方乘之五十四尺爲益方較與上方相加九尺爲益廉開帶從立方得下方十二方

按此術有二變遇高少於下方者當以較乘上方羃與三因積相併爲實其益方益廉皆以較與上方相減爲法若高少下方之數大於上方者亦相併爲實相減爲法而方廉皆變名負如減從立方開之

第九問斛方積一千二百六十尺下方十二尺高多上方九尺其上方幾何

術曰下方自乘以高與上方之較乘之一千二百九十六尺與三因積相減二千四百八十四尺爲從立方實較與下方相加以下方乘之二百五十二尺爲益方較與下方相加二十一尺爲益廉開帶從立方得上方六尺

按此術遇高少於上方者加減皆變正負不變

第十問斛方積一千二百六十尺上方與高相和二十一尺下方與高相和二十七尺其高幾何

術曰積不因就爲從立方實上方高和自乘四百四十一尺下方高和自乘七百二十九尺兩和又相乘五百六十七尺併而三歸之五百七十九尺爲益方併兩和四十八尺爲負廉開減從立方得高十五尺

第十一問斛方積一千二百六十尺上方不及高九尺下方不及高三尺其高幾何

術曰積不因就爲從立方實上方高較自乘八十一尺下方高較自乘九尺兩較又相乘二十七尺併而三歸之

三十九尺為益方併兩較十二尺為負廉開減從立方得
高十五尺
按此術有三變遇上方下方皆多於高者以兩較
之併為從廉法餘同若高多於上方少於下方者
以兩較各自乘冪與兩較相乘冪對減所餘三歸
之為益方法上方高較數大則以兩較相減為負
廉下方高較數大則以兩較相減為從廉
第十二問斛方積一千二百六十尺高與上方相和
二十一尺下方不及高三尺其高幾何

術曰三因積為從立方實和較相減十八尺以上方
高和乘之三百七十八尺與下方高較冪九尺相併三百八十七尺
為益方和較相加二十四尺為負廉開減從立方得高
十五尺
按此術有二變遇高不及下方而較數亦小於和
數者方法之和較相減變為相加廉法之和較相
加變為相減若較數大於和數者廉法既變相減
又變名從也
第十三問斛方積一千二百六十尺高與下方相和

二十七尺上方不及高九尺其高幾何
術曰三因積為從立方實和較相減十八尺以下方
高和乘之四百八十六尺與上方高較冪八十一尺相併五百六十七尺
為益方和較相加三十六尺為負廉開減從立方得
高十五尺
按此術遇上方多於高者亦和較相加以和乘之
併入較冪為益方法和較相減為負廉法
第十四問斛方積一千二百六十尺上下方之較六
尺高與上下方和之和三十三尺其上方幾何

術曰和較相減得高與倍上方之和二十七尺三歸之
九尺以較冪乘之三百二十四尺與積相減九百三十六尺為從立
方實五因較三十尺三歸之十尺與總和相減二十三尺以
較乘之一百三十八尺為益方三因較與總和相減十五尺
為益廉二為負隅開連枝立方得上方六尺
第十五問斛方積一千二百六十尺上下方之和十
八尺高較上下方之較多九尺其下方幾何
術曰和較相減得高與倍下方之較九尺和自乘三百
二十四尺以高與倍下方之較乘之二千九百一十六尺與三因

積相併六千六百九十六尺為從立方實三因和冪九百七十二尺與和較相乘冪一百六十二尺相減八百一十尺為益方三因和五十四尺與較相減四十五尺為負廉二為正隅開連枝立方得下方十一尺

按此術內有應相併者一相減者三遇較數大於和數者變而四條皆用減遇高小於兩方之較者變而四條皆用併則合矣

第十六問斛方積一千二百六十尺原高十五尺上方六尺下方十二尺今從上截積四百二十七尺半

其餘高及上方各幾何

術曰以截積減原積得餘積八百三十二尺五百寸乃以上方再乘二百一十六尺下方再乘一千七百二十八尺相減一千五百一十二尺以餘積乘之一百二十五萬八千七百四十尺原積除之九百九十九尺與下方再乘積相減七百二十九尺立方開之得今上方九尺次以今上方與下方相減三尺原高乘之四十五尺為實原上下方相減六尺為法除之得餘高七尺五十寸

解曰斛方自下漸殺而上其度皆相為比例故積與積比則以原積為所有率原上下方立積之較為對所求率餘積為今有率今上下方立積之較為所求率也邊與邊比則以原上下方之較為所有率原高為對所求率今上下方之較為所有率餘高為所求率也緝右舊有亭倉截積之法茲用異乘同除祇為徑易云

第十七問斛方積一千二百六十尺原高十五尺上方六尺下方十二尺今從上增積一百五十七尺半其上方及高各幾何

術曰原高下方相乘一百八十尺以上下方之較六尺除

之三十尺與高相減得虛錐高十五尺上方自乘三十六尺以虛錐高乘之五百四十尺三歸之為餘錐積一百八十尺乃以上方又與增積相減為今虛錐積二十二尺五百寸乃以上方再乘二百一十六尺今虛錐積乘之四千八百六十尺原虛錐積除之二十七尺立方開之得今上方三尺置通錐高三十尺以今上方乘之九十尺原下方除之七尺五十寸與通錐高相減即今高二十二尺五十寸

此取方亭補成方錐借其比例亦與前法同理

第十八問已下諸題推類及之不能備式舉其辜畧以牖隅反如有從斛方積

一千七百四十尺上下廣之較二尺上下袤之較四尺下廣與高和二十七尺上袤與高和二十八尺其高幾何

術曰置積爲從立方實半廣較一尺半袤較二尺相乘二尺三歸之三分尺之二又以半廣較與高廣和相減二十六尺又以半袤較與高袤和相加三十尺此兩數相乘七百八十尺併入前三歸所得冪七百八十尺○三分尺之二爲益方兩較相減二尺折半一尺又與兩和相併五十六尺爲負廉開翻法立方得高十八尺以減和得下廣九尺上袤十尺如較損益之得上廣七尺下袤十四尺

第十九問如有從斛方積一千七百四十尺上下廣和十六尺上下袤和二十四尺上廣不及高十一尺下袤不及高四尺其高幾何

術曰三因積五千二百二十尺爲從立方實兩較相乘四十四尺三因之一百三十二尺又以廣和與高廣較相減五尺袤和與高袤較相減二十尺兩減餘相乘一百尺乃與三因冪相減三十二尺折半十六尺爲負方併兩和四十尺折半二十尺又與兩較相加三十五爲益廉開負隅立方

得高十八尺各如和較損益之得上下廣袤同前

第二十問如有塹堵積一萬五千尺高多袤十尺袤多廣五尺其廣幾何

術曰倍積三萬尺爲從立方實兩較相加得高廣較十五尺以廣袤較乘之七十五尺爲益方以高廣較與廣袤較相併二十尺爲益廉開帶從立方得廣二十五遞加較得袤三十尺高四十尺

第二十一問如有塹堵積一萬五千尺高與袤和七十尺袤與廣和五十五尺其廣幾何

術曰倍積爲從立方實兩和相減得高廣較以廣袤和乘之八百二十五尺爲益方以高廣較與廣袤和相減四十尺爲益廉開負隅立方得廣二十五尺以減和得袤高同前

第二十二問如有陽馬積四千○九十六尺袤與廣和四十尺廣少高十六尺其高幾何

術曰三因積一萬二千二百八十八尺爲從立方實和較相加得高袤和五十六尺以高廣較乘之八百九十六尺爲負方高袤和高廣較相併七十二尺爲益廉開負隅立方得高

三十二尺如和較損益之得廣十六尺衺二十四尺

第二十三問如有陽馬積四千〇九十六尺高與廣和四十八尺廣少衺八尺其衺幾何

術曰三因積爲從立方實和較相加亦高衺和以廣衺較乘之四百四十八尺爲負方高衺和廣衺較相併六十四尺爲益廉開負隅立方得衺二十四尺各如和較損益之得廣高同前

第二十四問如有羨除積一百十六丈高與上廣和十二丈五尺衺與上廣和十丈〇五尺上下廣之較一丈二尺其上廣幾何斜方去中心立積將四周塹堵陽馬對角斜剖臥而觀之皆成羨除故其形爲兩鼈臑夾一塹堵其實乃一塹堵一陽馬之數也九章名半陽馬爲鼈臑

術曰置積倍之二百三十二丈又置廣較三歸之四尺以廣衺和乘之四百二十尺高廣和再之五十二丈五百尺與倍積相減一百七十九丈五百尺爲從立方實兩和各與三歸較相減以減餘相乘一百二十二丈二十一尺又與三歸較冪十六尺相減一百二十二丈〇五尺爲益方併兩和與三歸較相減二十二丈六尺爲負廉開減從立方得上廣二丈五尺以減和得高十丈衺八丈

第二十五問如有羨除積一百十六丈高多下廣四丈三尺下廣少衺六丈三尺上下廣之和六丈二尺其下廣幾何

術曰置積六因之六百九十六尺又倍廣和十二丈四尺以廣衺較乘之七十八丈一十二尺高廣較再之三百三十五丈九百一十六尺與六因積相減三百六十丈〇八十四尺爲從立方實兩較各與倍和相減以減餘相乘四十九丈四十一尺又與倍和冪一百五十三丈七十六尺相減一百〇四丈三十五尺爲益方併兩較與倍和相減一丈八尺爲益廉開負隅立方得下廣三丈七尺

加較得衺十丈高八丈

附問今有築隄長九十六尺東高九尺上廣八尺下廣十四尺西高二十一尺上廣二十尺下廣二十二尺算法統宗推得隄積二萬八千八百尺考驗不合欲更求積幾何

術曰兩高相加折半得中高十五尺兩上廣相加折半得中上廣十四尺兩下廣相加折半得中下廣十八尺又各上下廣相和折半得東中廣十一尺西中廣二十一尺乃以東高乘東中廣爲第一冪九十九尺西高乘

西中廣爲第二冪四百四十一尺中高乘中上廣爲第三冪二百一十尺中高乘中下廣爲第四冪二百七十尺東中廣乘中高爲第五冪一百六十五尺西中廣乘中高爲第六冪三百一十五尺併六冪一千五百尺以長乘之十四萬四千尺六歸之卽隄積二萬四千尺

按緝古求此隄積術云置西頭高倍之加東頭高又併西頭上下廣半而乘之亦置東頭高倍之加西頭高又併東頭上下廣半而乘之併二位積以正表乘之六而一約且善矣統宗襲其乘法而譌六歸爲五歸殆未明所以然之故也右條以術當解繁而不殺取明六冪相通折成一冪之理斯五歸之誤較然可知爾

衡齋算學七書

言算術者古推周髀近數幾何周髀精在句股幾何妙以三角句股兆直角之體三角通句股之窮術備書綴厥用至廣非極深思罕能究悉　本朝宣城梅氏自徵君以算學名家其望今參古矯譌祛淺論著幾億萬言文孫總憲復披抉窔奧衆意就類剬緝成編可謂騁無窮之路飲不竭之原顧百密之中猶有一疎辟諸捶鉤不失豪芒蓋亦難矣其在于今事斯者鮮間有一二才穎之士方驚觀海輒詡探驪橫豎未知楣棁斯列析牘則冠雙于屨屝文則玉亂以玞希鶩聲譽適布醜拙淺學類然不其誖乎余友汪君孝嬰游好六經旁貫九數每覩繆製代其入地乃獨抒心得著爲是冊迹堅驗幽條疏層解發古先之覆釋宣城之惑皆不得已于言非好爲苟作者以余爲夔曠之賞屬敘而存之佗若句股三角諸成法中西算書充籍照軫核藝君子諒單心焉

嘉慶三年二月朔日乙未同邑巴樹穀書

憶始晤吾友江蒹浦時蒹浦課以句弦和與中容求諸數一題余攷自來算書有梅君循齋及丁君維烈二法認題既誤布算自乖因思別立正術思緒不來大爲蒹浦所窘戊午春夜與孟嘉雨窗破寂覆拈此題略言其趣越日蒹浦自山中讀書來既見斯編相視而咲想見初相見時歙汪萊

歙縣汪　萊著　　貴池劉世珩校刊

弧三角形

弧角比例銳鈍大小知不知條目

對角求對邊

一原所知角銳對邊大又所知角銳所求對邊恆小

一原所知角銳對邊大又所知角鈍所求對邊恆大

一原所知角銳對邊足九十度與對邊大同

一原所知角銳對邊小又所知角銳審又所知角小於原所知角則所求對邊小若大於原所知角則不能定

一原所知角銳對邊小又所知角鈍審又所知角之外角小於原所知角則所求對邊大若大於原所知角則不能定

一原所知角鈍對邊小又所知角鈍所求對邊恆大

一原所知角鈍對邊小又所知角銳所求對邊恆小

一原所知角鈍對邊足九十度與對邊小同

一原所知角鈍對邊大又所知角鈍審又所知角大於原所知角則所求對邊大若小於原所知角則不能定

一原所知角鈍對邊大又所知角銳審又所知角小於原所知角之外角則所求對邊小若大於原所知角之外角則不能定

一原所知無論角銳對邊小角鈍對邊大但又所知角正九十度者所求對邊皆不能定

一原所知角正九十度對邊無論大小足又所知角銳所求對邊恆小又所知角鈍所求對邊恆大

對邊求對角

一原所知邊小對角鈍又所知邊小所求對角恆銳

一原所知邊小對角鈍又所知邊大所求對角恆鈍

一原所知邊小對角正九十度與對角鈍同

一原所知邊小對角銳又所知邊小審又所知邊小於原所知邊則所求對角銳若大於原所知邊則不能定

一原所知邊小對角銳又所知邊大審又所知邊較兩象限之餘小於原所知邊則所求對角鈍若大於原所知邊則不能定

一原所知邊大對角銳又所知邊小所求對角恆銳

一原所知邊大對角銳又所知邊大所求對角恆鈍

一原所知邊大對角正九十度與對角銳同

一原所知邊大對角鈍又所知邊大審又所知邊大於原所知邊則所求對角鈍若小於原所知邊則不能定

一原所知邊大對角鈍又所知邊小審又所知邊較兩象限之餘大於原所知邊則所求對角銳若小於原所知邊則不能定

一原所知無論邊大對角鈍邊小對角銳但又所知邊足九十度者所求對角皆不能定

一原所知邊足九十度對角無論銳鈍正又所知邊大所求對角恆鈍又所知邊小所求對角恆銳

附錄弧角比例算法凡附錄皆古法

對角求對邊

一率原所知角正弦

二率所知對邊正弦

三率又所知角正弦

四率所求對邊正弦

對邊求對角

一率原所知邊正弦

二率所知對角正弦

三率又所知邊正弦

四率所求對角正弦

正弧三角銳鈍大小相從條目

一交角銳上弧對正角弧大下弧對餘角弧大必略長於上弧餘角鈍此角之外角必大於交角減象限之餘弧對弧對交角弧小必小於交角度一交角銳上弧小下弧小必略短於上弧餘角銳此角必大於交角減象限之餘弧對弧小必小於交角度

一交角銳上弧足下弧足餘角正對弧卽交角度

一交角正上弧足下弧卽餘角度餘角銳對弧足

一交角正上弧足下弧卽餘角度餘角鈍對弧足

一交角正上弧足下弧足餘角正對弧足

一交角鈍上弧大下弧小餘角銳此角必大於交角去象限之餘弧對弧大必大於交角度

一交角鈍上弧小下弧大餘角鈍此角之外角必大於交角去象限之餘弧對弧大必大於交角度

一交角鈍上弧足下弧足餘角正對弧卽交角度

斜弧三角用垂弧分兩正弧三角形通法

正算

一所知一邊在所知兩角之閒法以所知邊爲上弧先任以所知一角爲交角用正弧三角法求得下弧對弧餘角三件以所知又一角與此餘角相減餘又爲交角前對弧爲下弧用正弧三角法求得上弧對弧餘角三

件後所求得之上弧常爲對先用所知角不知之邊再審所知又一角大於前餘角則後餘角卽爲不知之角後對弧與前下弧相加爲對所知又一角不知之邊若所知又一角小於前餘角則後餘角之外角爲不知之角後對弧與前下弧相減餘爲對所知又一角不知之邊

一所知一角在所知兩邊之閒法以所知角爲交角先任以所知一邊爲上弧用正弧三角法求得下弧對弧餘角三件以所知又一邊與此下弧相減餘又爲對弧前對弧爲下弧用正弧三角法求得交角上弧餘角三件後所求得之上弧常爲不知之邊再審所知又一邊

大於前下弧則後餘角卽爲對先用所知邊不知之角後交角與前餘角相加爲對所知又一邊不知之角若所知又一邊小於前下弧則後餘角之外角爲對先用所知邊不知之角後交角與前餘角相減餘爲對所知又一邊不知之角

一所知兩邊對所知兩角法先任以所知一角爲交角對所知又一角所知之邊爲上弧用正弧三角法求得下弧對弧餘角三件又審所知又一角之銳鈍與先用所知角相同卽以所知又一角爲交角若所知又一角之銳鈍與先用所知角不同則以所知又一角之外角爲交角前對弧復爲對弧所知對先用所知角之邊爲

上弧用正弧三角法求得下弧餘角二件審所知二角銳鈍相同以前後兩下弧相加爲不知之邊前後兩餘角相加爲不知之角若所知二角銳鈍不同以前後兩下弧相減餘爲不知之邊前後兩餘角相減餘爲不知之角

省算

一所知一邊在所知兩角之閒法以所知邊爲上弧先任以所知一角爲交角用正弧三角法求得下弧餘角二件以所知又一角與此餘角相減餘爲分角乃以分角之餘弦爲一率前餘角之餘弦爲二率原所知邊切綫爲三率求得四率爲對先用角不知之邊切綫

大小定例

先用角鈍分角銳此邊大

先用角鈍分角鈍此邊小

先用角銳分角銳此邊小

先用角銳分角鈍此邊大

又以前餘角之切綫爲一率前下弧切綫爲二率分角切綫爲三率求得四率爲加減邊切綫

大小定例

分角銳此邊小

分角鈍此邊大

審所知又一角大於前餘角以此邊與前下弧相加若

小於前餘角以此邊與前下弧相減皆加減爲對所知又一角不知之邊又以前餘角之正弦爲一率先用角之餘弦爲二率分角之正弦爲三率求得四率爲不知之角餘弦

銳鈍定例

先用角鈍所知又一角大於前餘角此角鈍

先用角鈍所知又一角小於前餘角此角銳

先用角銳所知又一角大於前餘角此角銳

先用角銳所知又一角小於前餘角此角鈍

一所知一角在所知兩邊之閒法以所知角爲交角先任以所知一邊爲上弧用正弧三角法求得下弧以所

知又一邊與此下弧相減餘爲分邊乃以前下弧之餘弦爲一率先用邊之餘弦爲二率分邊之餘弦爲三率求得四率爲不知之邊餘弦

大小定例

原角鈍分邊大此邊小

原角鈍分邊小此邊大

原角銳分邊小此邊小

原角銳分邊大此邊大

又以分邊之正弦爲一率前下弧之正弦爲二率原所知角之切綫爲三率求得四率爲對先用邊不知之角切綫

銳鈍定例

原角鈍又一邊大於前下弧此角鈍

原角鈍又一邊小於前下弧此角銳

原角銳又一邊小於前下弧此角鈍

原角銳又一邊大於前下弧此角銳

乃以所得對先用邊之角爲交角所知又一邊爲上弧用正弧三角法求得下弧置之又以對原所知角之邊正弦爲一率原所知角之正弦爲二率所知又一邊之正弦爲三率求得四率爲對所知又一邊不知之角正弦

銳鈍定例

對先用邊角鈍對原角之邊大於後下弧此角鈍

對先用邊角鈍對原角之邊小於後下弧此角銳

對先用邊角銳對原角之邊小於後下弧此角鈍

對先用邊角銳對原角之邊大於後下弧此角銳

一所知兩邊對所知兩角法先任以所知一角爲交角對所知又一角之邊爲上弧用正弧三角法求其下弧審所知又一角之銳鈍與先用角相同即以又一角爲交角若與先用角不同則以又一角之外角爲交角對所知先用角所知之邊爲上弧用正弧三角法求得下弧審所知二角銳鈍相同則前後兩下弧相加若所知二角銳鈍不同則前後兩下弧相減皆加減爲不知之

邊復以所知又一角爲交角所得之邊爲上弧用正弧三角法求其下弧置之又以對先用角之邊正弦爲一率先用角之正弦爲二率所得之邊正弦爲三率求得四率爲不知一角之正弦

銳鈍定例

原又一角鈍對先用角之邊大於後下弧此角鈍

原又一角鈍對先用角之邊小於後下弧此角銳

原又一角銳對先用角之邊小於後下弧此角鈍

原又一角銳對先用角之邊大於後下弧此角銳

附錄正弧三角算法五條

有交角與上弧求下弧

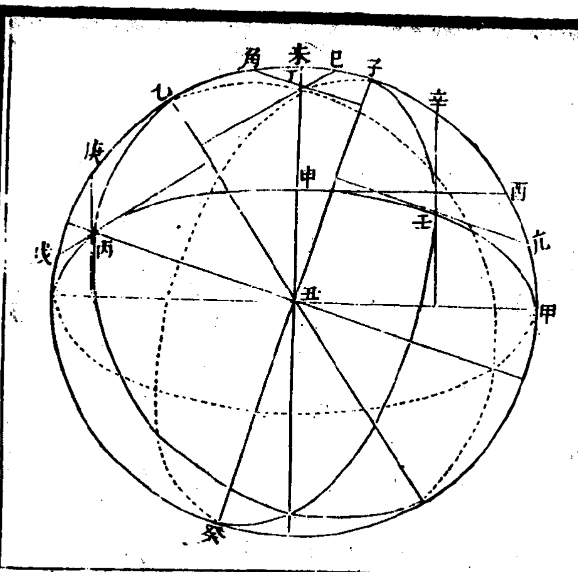
一率半徑
二率交角餘弦
三率上弧切綫
四率下弧切綫
有交角與下弧求對弧
一率半徑
二率交角切綫
三率下弧正弦
四率對弧切綫
有上下二弧求餘角
一率上弧正弦

二率下弧正弦
三率半徑
四率餘角正弦
有下弧與對弧求交角
一率下弧正弦
二率對弧切綫
三率半徑
四率交角切綫
有交角與下弧求上弧
一率交角餘弦
二率半徑

三率下弧切綫
四率上弧切綫

量角度新法

設甲乙丙斜弧三角形如圖甲乙二角有甲乙邊爲二角之角旁弧倚於平儀之外周量取甚易取丙角則視丙乙弧應外周爲乙戊弧從戊作識數之過乙到巳得九十度以乙巳弧應於內下曲弧爲乙丁識之又視甲丙弧應外周爲甲庚弧從庚作識數之向甲到辛得九十度以庚辛弧應於內上曲弧爲丙壬識之乃以丙內上曲弧交角丙對圜心丑作虛直距遂作虛十字橫距割外周於子癸從子割丁到癸作內下曲弧從子割壬



到癸作內上曲弧合子丁子壬應外周之度如自角至亢之度卽丙角度

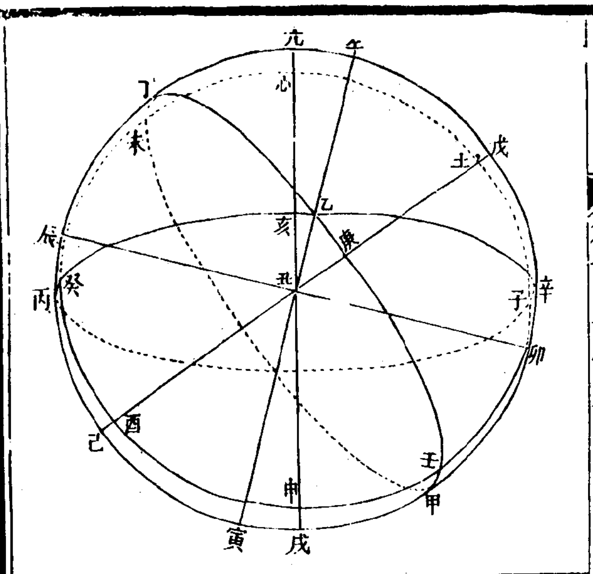
附錄有角旁弧在外周量法

如前圖甲乙丙三角形量取甲角法先從甲點向圜心丑作虛直距遂作虛十字橫距割上曲弧於申引之割外周於未乃從申作虛十字綫割外周於酉數外周自未至酉之度卽甲角度量取乙角與量取甲角法同

三角求邊用次形通法

斜弧布角度以明次形之理

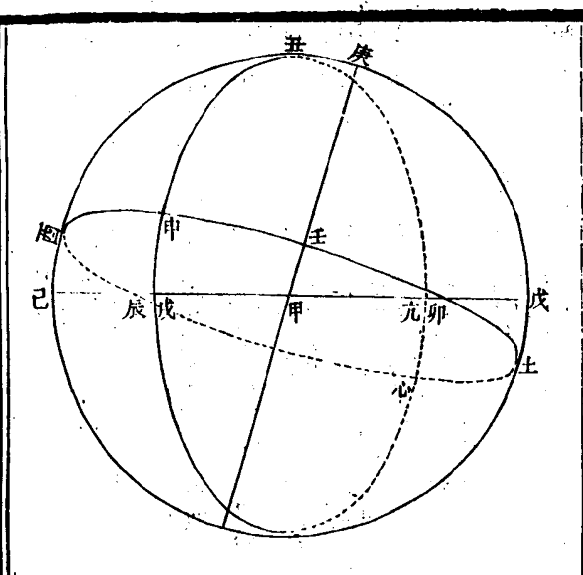
設甲乙丙三角形甲角一百四度半乙角一百二十八度丙角一百九度如圖首置一平圜任先依甲角度作



甲角用二圜一作甲丁上下曲弧一作戊己橫距角度次依丙角度作丙角用二圜一作丙辛上下曲弧虛交於甲丁弧上一作亢戊橫距角度隨之又用二圜作卯丑辰午丑寅十字對乙交角界之又數乙壬得九十度卽用一圜作卯辰上曲弧就之視子壬適得乙外角度卽繪爲眞形不合則遷就之

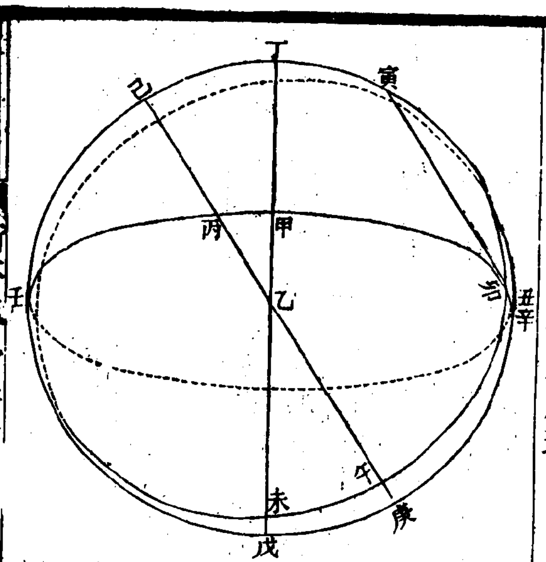
取次形

知布三角則次形明矣此形若取三外角卽應丑申酉次形如前圖以甲角庚己減半周得戊庚應丑酉次形邊丙角亥戌減半周得亢亥應丑申次形邊乙角壬癸減半周得癸未應申酉次形邊何以審之試側置前圖先明甲角甲庚弧之交戊己弧成十字交卯辰弧亦成十字戊己爲甲庚之角卯辰爲乙壬之角也故卯辰之交戊己常在酉而甲庚弧卽爲酉庚角故庚酉常九十度戊丑同庚酉而庚丑爲交數故戊庚同丑酉乙丙二



角放此若取甲外角乙丙兩內角卽應丑心酉次形乙外角甲丙兩內角卽應丑心土次形丙外角甲乙兩內角卽應丑申土次形四形任取理解並通

正弧布角度以明次形之理



設甲乙丙三角形甲角九十度乙角三十一度丙角六十一度能布斜弧則正弧極易如圖首置一平圓任先依乙角度用二圓作丁乙戊己乙庚兩徑弧成乙角次從庚數到丑得丙角度卽從丑與庚己平行作丑寅虛距等綫界之乃用一圜作辛甲壬上曲弧就之視丙卯適足九十度卽繪爲眞形

取次形

此形任取連丙角之丙己壬爲次形丙角與本形同己角與甲角同乙角減象限卽得己壬邊或取連乙角之乙午未爲次形乙角與本形同午角與甲角同丙角減象限卽得午未邊

論曰凡三邊弧相交上下同具四形三角弧相交上下亦皆四形三邊弧三角弧互交成三角四角各種形正弧邊角互用取其連本形交角之三角形爲次形但除

正角外以一角爲交角一角加減象限爲對弧卽得次形矣若斜弧則惟於三角弧相交八形取之但用三外角或兩內角一外角則上下各有一形之三邊應之也卽如前圖甲乙丙三角體列已詳若設甲乙辛三角則三外角之應爲丑申土次形其餘三次形爲兩內角一外角相應之三形設辛乙丁三角則三外角之應爲丑心土次形其餘三次形爲兩內角一外角相應之三形設丁乙丙三角則三外角之應爲丑心酉次形其餘三次形爲兩內角一外角相應之三形故斜弧無論何形皆可用三外角亦可任用兩內角一外角

正弧以一角加減象限爲次形對弧定例

兩銳恆置一象限減之

兩鈍恆置三象限減之

一銳一鈍用銳加一象限用鈍減去一象限

正弧算法

理爲求得次形上弧之正弦命爲本形下弧之餘弦法以交角之正弦爲一率餘角之餘弦爲二率半徑爲三率求得四率爲下弧之餘弦大小依相從條目定之得下弧再求上弧對弧並依正弧三角法

斜弧算法

理爲求得次形三角以爲本形三邊凡本形之角爲次形邊卽以其邊所對之角爲本形角所對之邊凡本形

之外角爲次形邊卽以其邊所對角之外角爲本形角
所對之邊法以半徑自乘爲一率所求邊旁兩角餘割
綫相乘爲二率對邊旁兩角較半周餘弧之矢與對角
矢相減餘爲三率求爲四率爲所求邊之矢或以邊旁
兩角相減餘弧之矢與對角外角之矢相減餘爲三率
求得四率爲所求邊較半周餘弧之矢得一邊再求餘
二邊并用垂弧省算法

平三角形

邊角比例銳鈍知不知一條

凡平三角形知三角者不能求三邊知三邊者可以求
三角知一邊二角一角二邊者皆可以求餘角餘邊知

三邊求三角法置大邊爲底以中小邊併數乘中小邊
較數大邊除之得分底邊較數分底邊較數與大邊相
加折半爲分底大邊相減折半爲分底小邊又以小邊
爲一率分底小邊爲二率半徑爲三率求得四率爲對
中邊之角餘弦其角必銳中邊爲一率分底大邊爲二
率半徑爲三率求得四率爲對小邊之角餘弦其角亦
銳併對中邊對小邊二銳角去減半周餘爲對大邊之
角知二角夾知一邊求餘角餘邊法併所知二角去減
半周餘爲對所知邊之角再用對角求對邊法卽得餘
二邊知二邊夾知一角求餘邊餘角法以所知二邊相
併爲一率相減餘爲二率所知一角與半周相減餘半

之爲半外角取其切綫爲三率求得四率爲半較角切
綫其角必銳半較角與半外角相加爲對所知大邊之
角相減餘爲對所知小邊之角再用對角求對邊法卽
得對所知角之邊知一角對知一邊知又一角對不知
邊求餘角餘邊法併二角去減半周餘爲原不知之一
角再用對角求對邊法卽得餘二邊知一邊對知一角
鈍知又一邊對不知角求餘角餘邊法用對邊求對角
法求得對所知又一邊之角必銳併二角去減半周卽
得原不知之又一角再用對角求對邊法卽得原不知
之一邊以上五題皆無銳鈍遊移之慮惟知一邊對知
一角銳知又一邊對不知角者若求其角則有知不知

之別

凡原所知邊大於又所知邊對角銳則又所知邊所求
對角亦銳若原所知邊小於又所知邊對角銳則又所
知邊所求對角不能定

附錄邊角比例算法

對角求對邊

一率原所知角正弦

二率原所知對邊

三率又所知角正弦

四率所求對邊

對邊求對角

一率原所知邊

二率原所知對角正弦

三率又所知邊

四率所求對角正弦

衡齋算學卷一終

丙辰仲冬吾友巴孟嘉屬擬推五星伏見通法遂求黃赤之交變尋弧角之比例除總較法不便用對數外試以邊角相求之法校其銳鈍大小則窮又試以垂弧法推次形又次形紛紛葛藤不可收拾至校其銳鈍大小亦窮乃屏弃成言瀓慮靜觀始覺象數俱顯因錄爲條目幷通法定例各種取襲在吳門所論次形數紙合爲一冊孟嘉一見爲之鼓掌余嘗攷垂弧法有梅氏所引舊說謂底邊之旁兩角同類則垂弧在形內異類則垂弧在形外由今校之確不可易攷次形法有梅氏所引厤學會通之說謂別算一三角其邊爲此角一百八十度之餘由今校之無不可通梅氏皆斥之甚矣索解人之難也若此冊得孟嘉可無憾已雖然持戒者言仰觀星宿推步盈虛厤數算計皆所不應孟嘉其何以解我

歙汪萊

衡齋算學卷二　　　　聚學軒叢書第二集

歙縣汪　萊著　　　　貴池劉世珩校刊

句股形（帶縱立方形附）

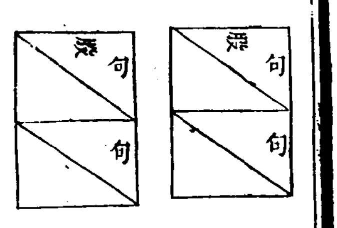
有兩積相等兩句弦和相等求兩句股形各數（一句弦和一股弦和相等法同）

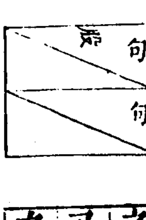
法曰四倍句股積自乘句弦和除之得數爲帶縱長立方積以句弦和爲所帶之縱用帶縱長立方法開之得本方根數爲兩句股形中兩句弦較之中率以中率自乘得數爲帶縱平方積又以中率與句弦和相減得數爲帶縱平方長闊和用帶縱平方長闊和法開之得長闊兩根爲兩句股形中兩句弦較數再用句弦較與句弦和求句股弦法即得兩句股形各數

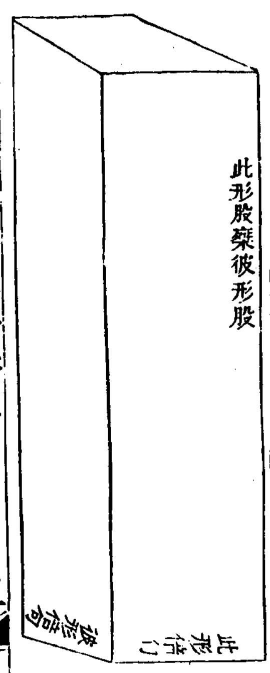
解曰凡一句弦和任設一句弦較求得句股積必有又一句弦較所求之句股積與之相等（或一股弦較所求句股積與之相等）（則句弦和變股弦和法同）蓋兩句弦較兩數及兩句弦較相併與句弦和相減之餘數必爲連比例之三率兩句弦較兩數

句弦和	三率併數		
	句弦較	餘數	句弦較
	首率	中率	末率

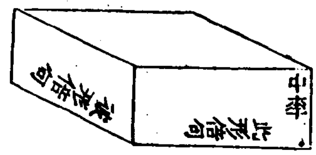
必爲首末二率兩句弦較相併與句弦和相減之餘數必爲中率句弦和必爲三率併數此等積等句弦和得有兩形之故也（詳後有此形之句弦較求彼形之句弦較法）又凡一句股積必以句爲一邊以股爲一邊相乘折半得數若四倍之即是以兩句相併爲一邊以股爲一邊相乘長



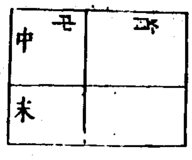




方之積也今有兩句股形之積相等則是此形之句倍之爲一邊以此形之股爲又一邊可也以彼形之句倍之爲一邊彼形之股爲又一邊可也若以四倍之積自乘之則即可視作此形之倍句乘彼形之倍句爲底又以兩形之股相乘爲高蓋此積本以倍句與股相乘爲一乘又以倍句與股相乘之數乘之爲再乘此再乘中即可分作倍句爲再乘股爲三乘而凡三次之乘或此先而彼後或彼先而此後無不可故即可視作倍句自乘爲一乘股爲再乘復爲三乘而此兩形之句股原可互用故即可視作兩形之倍句相乘爲底兩形之股相乘爲高又凡句弦和開方得根之數與句弦較開方得根之數相乘即得股數今此四倍句股積自乘之立體既視作兩形之股相乘爲高若以句弦和除之即如以句弦和之根除過二次而此形即變爲兩句弦較各開方之根數相乘爲高矣凖前論句弦和爲三率併數兩

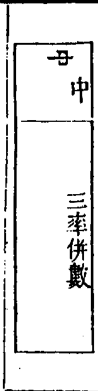


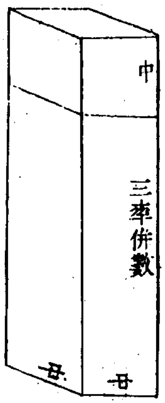
形句弦較爲首末二率今此形以兩句弦較之根相乘爲高卽是以首末二率之根相乘爲高夫首末二率之根相乘卽中率也又準前論句弦和爲三率併數兩句弦較爲首末二率今此形之底原以此形之倍句乘彼形之倍句兩形之倍句皆爲句弦和中減去句弦較之數卽一爲三率中



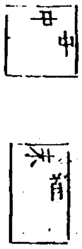
減去首率之數一爲三率中減去末率之數兩數相乘卽有一中率自乘之方一首率乘中率長方一首率乘末率長方同於中率自乘之方一末率乘中率

長方皆以中率齊之則以中率爲闊以三率併數爲帶





縱矣又準前論既以中率爲高則恰成中率自乘爲底三率併數爲帶縱之長立方故四倍句股積自乘句弦和除之爲帶縱長立方積以句弦和爲所帶之縱求得中率也以此中率與句弦和三率併數相減自餘首末二率併數中率自乘之數卽同



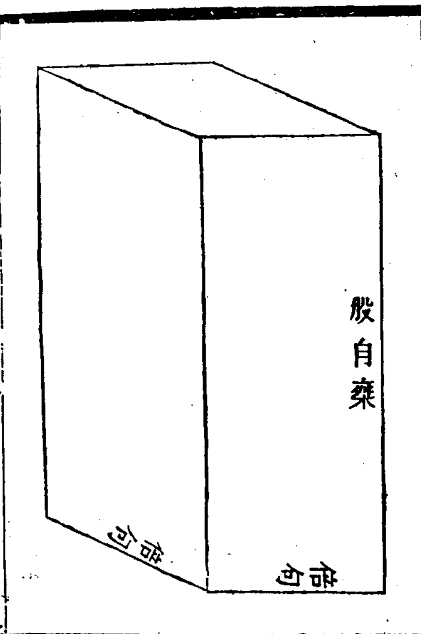
首末二率相乘之數以此數爲帶縱平方積自合以首末二率併數爲長闊和故以中率自乘爲帶縱平方積中率與句弦和相減餘爲長闊和用帶縱平方長闊和法求得長闊二根爲首末二率亦卽爲兩形之兩句弦較也

中率有奇零求兩句弦較密數

法曰凡中率以帶縱立方開之得數遇有奇零不盡者不得不截其餘以求得帶縱平方長闊二根爲首末二率必有微差長根恆失之多闊根恆失之少用益實歸除法則可得其密數以前所得長根之數先就首位減去一數用其餘數爲減過長根之數自乘得積又用句弦和倍之減去減過長根之數用其餘數以乘前自乘之積得數加入前帶縱立方積爲實句弦和自乘之數

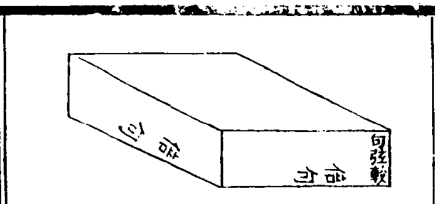
爲法除之視其得數較減過長根之數恰合則卽爲密數矣若多則更當減少則不可減更當減則又減一數如前法求之如前法視之不可減則還其本數待次位之減次位三位以下若有多位皆如前法定之求闊根以前所得之數先就首位加一數爲加過闊根之數自乘得積又用句弦和倍之減去加過闊根之數用其餘數以乘前自乘之積得數加入前帶縱立方積爲實句弦和自乘之數爲法除之視其得數較加過闊根之數恰合則卽爲密數矣若多則更當加少則不可加更當加則又加一數如前法求之如前法視之不可加則還其本數待次位之加次位三位以下若有多位皆以前

法定之此一加一減之法皆以中率爲限長根之減不得過中率以下闊根之加不得過中率以上則長闊不至相淆雖有奇零之數皆無慮其不合矣

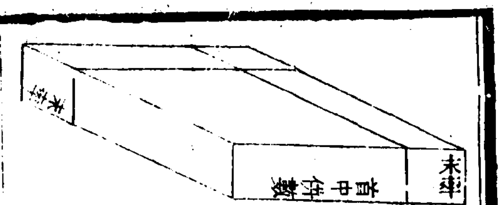


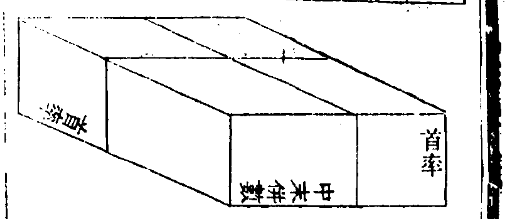
解曰前帶縱立方積本以倍句乘股爲底復以倍句乘股爲高底高相乘句弦和除之之數也就句弦和

未除之先三次之乘互易觀之卽可視作倍句自乘爲底股自乘爲高然句弦和與句弦較相乘卽如股自乘之數則就句弦和既除之後觀之卽可視作倍句自乘



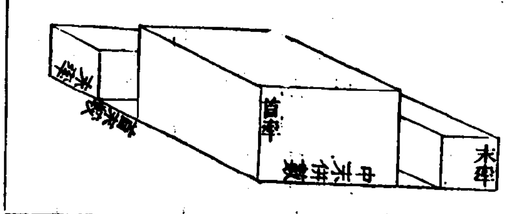
爲底句弦較爲高夫此倍句視作首中二率則句弦較必爲末率此倍句視作中末二率則句弦較必爲首率若以末率自乘再乘爲隅倍首中二率乘末率自乘之數爲兩廉加入倍句自乘爲底句弦較爲高之積卽成三率併數自乘爲底末率爲高之積三率併數以句弦和自乘得數除之必得末率之句弦較矣或以首率自乘再





乘爲隅倍中末二率乘首率自乘之數爲兩廉加入倍句自乘之數爲底句弦較爲高之積卽成三率併數自乘爲底首率爲高之積三率併數之句弦和自乘得數除之必得首率之句弦較矣而今所得長闊二根爲首末二率皆有微差故益實之時必須加減其長恆失之多闊恆失之少者緣中率既截奇零已失之少自乘爲帶縱平方積則積亦

少及與句弦和相減餘爲長闊和又失之多積失之少而長闊和失之多則長闊較必失之多而長恆失多闊恆失少矣益實之時失多用減失少用加加減不過中率皆易明也其以除得數恰合加過減過之根爲密而多則更加減少則還本數者由相補之積有定限試以長根命爲首率闊根命爲末率帶縱立方積命爲中末二率併數自乘爲底首率爲高之積觀之設三率併數自乘之方爲範以中末二率併數自乘爲底首率爲高之積置於中末二率併數之方又以末率自乘再乘爲隅末率自乘倍首中二率併數爲兩廉之曲矩形積置於所設範對中末二率併數方角之兩旁其間必空



首末二率之較乘首中末中四率併數之曲矩形爲底末率爲高之積若以末率之數截立方之下體取其上之餘積以補之其高爲首末二率之較即合空曲矩形之闊其底羃析之爲四形一末自乘合空曲矩之末率高乘末率長二末乘中合空曲矩之末率高乘二中率長一中自乘合空曲矩之末率高乘首率長如此相補適足一末率爲高三率併數自乘爲底之立方形以三率併數自乘之方除之得末率之數自無多少不合矣而或原

所設之末率微差而少則以所截立方形首末二率相較數之高對空曲矩形首末二率相較數之闊亦無不合而空曲矩形中四段積之立羃則爲末率微少之數乘中率之長二較立方之羃末率不差之數乘二中率者少矣爲末率微少數乘末率長一較立方羃末率不差之數自乘者少矣爲末率微少之數乘首率微多之長一而首率之微多僅以末率微少之數爲長末率之微少直以首率不差之數爲長微多微少之數雖恰相同而一長一短之積不足相補則較立方羃之中率自乘同於末率不差乘首率不差之數者又少矣夫以所截立方積之多補入空曲矩之少其積必浮而出以三

率併數自乘之方除之所得之數能不多於所設之數乎故以除得之數多於所設之數定知設數之尚少所當更加者也又或原所設之末率微差而多則以所截立方形首末二率相較數之高對空曲矩形首末二率相較數之闊亦無不合而空曲矩形中四段積之立羃爲末率微多之數乘中率之長二較立方之羃末率不差之數乘二中率者多矣爲末率微多數乘末率長一較立方羃末率不差之數自乘者多矣爲末率微多之數乘首率微少之長一而首率之微少僅以末率不差之數爲長末率之微多直以首率微少之數過於中率者爲長微多微少之數雖恰相同一長一短之積不足

相消則較立方羃之中率自乘同於首率不差乘末率不差之數者又多矣夫以所截立方積之少補入空曲矩之多其積必歉而下以三率併數自乘之方除之所得之數能不少於所設之數乎故以除得之數少於所設之數定知設數之已多所當還其本數者也至於求首率法若減數過多設數微差而少與末率加多之形絲豪無異故反以除得之數少於所設之數定知設數之已少所當還其本數者也其正當首率無差則所益之曲矩形積以首率自乘再乘爲隅亦以首率自乘乘倍中末二率併數爲兩廉合於中末二率併數自乘爲底首率爲高之立方積恰成一三率併數自乘爲底首

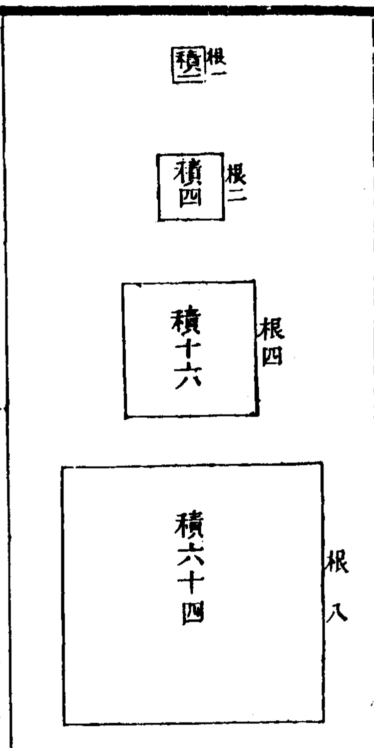
率為高之立方積中開始無空曲矩兩高始無不齊不須截彼補此以三率併數自乘之方除之必恰得首率之數亦無多少不合矣然或減數尚少設數微差而多則所益之曲矩形積以首率微多之數為闊亦以首率微多之數為高必須抉出向內首率所多之數為闊首率微多之數為高之曲矩形乃能合首率為高中末二率併數自乘為底之立方積同容於三率併數自乘之方內而立方積之高較之曲矩之高則少首率所多之數取抉出曲矩以首率所多之數為闊對空立方以首率所多數為高亦無不合而抉出曲矩四段積之立冪為首率微多乘末率之長二較空立方冪末率不差乘

二中率不差者多矣為首率微多乘中率之長一較空立方冪中率不差自乘者多矣為首率微多乘中率微少之長一此段內雖所少之數以首率為長所多之數以中率微少之數為長不能相補成首率不差乘中率不差之數而取第三段首率所多之數乘中率之積以補此段中率之所少卽其下截已成中率不差之自乘較空立方冪末率自乘者必多矣夫以抉出曲矩之多補入空立方之少其積亦必浮而出以三率併數自乘之方除之所得之數亦必多於所設之數故反以除得之數多於所設之數定知設數之尙多所當更減者也

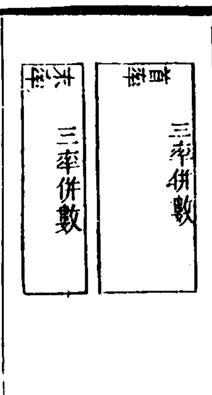
有兩句弦和相等有此形之句弦較求等積兩句股形彼形之句弦較及兩形相等之積一句弦和一股弦和相等法同

法曰此形句弦較與句弦和相減餘為此形之倍句倍句與句弦較相乘為帶縱平方積句弦較為所帶之縱用帶縱平方法開之得闊邊為兩形兩句弦較之中率此形倍句減去中率卽得彼形句弦較各與句弦和求得句股弦諸數其句股相乘折半之積必等

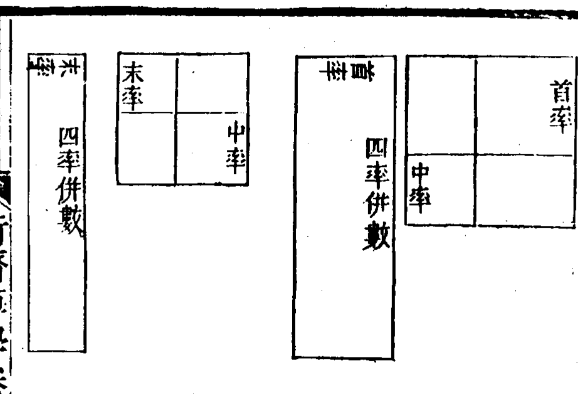
解曰凡三率連比例併數以首率乘之開方得根別以末率乘之開方得根兩根之比例必與首中併數中末併數兩數之比例等是成四率斷比例何以知之凡此兩方積與彼兩方積成比例則此兩方根與彼兩方根亦成比例今此兩根之方積一以首率乘三率併數一



以末率乘三率併數其長皆同以三



率併數則其差分惟在闊之首末二率矣若以首中併數為根自乘得方積則其中有首率自乘一首率乘中率二



中率自乘一同於首率乘末率一以首率齊之則首率爲闊首末中中四率併數爲長以中末併數爲根自乘得方積則其中有末率自乘一末率乘中率二中率自乘一同於末率乘首率一以末率齊之則末率爲闊亦首末中中四率併數爲長兩積之差分亦惟在首末二率是此兩方積與彼兩方積比例等矣積

之比例既等根之比例有不等乎故必成四率斷比例也凡斷比例四率若交互乘之其積必等今句弦和內減去句弦較其餘卽爲倍句句弦較乘句弦和開方得股是句弦和爲三率併數之象兩積相等之兩句弦較爲首率與末率之象兩積相等之兩倍句爲首中併數及中末併數之象兩積相等兩句弦較之併數與句弦和相減餘必爲中率之象兩積相等之兩股一爲首率與三率併數相乘開方之象一爲末率與三率併數相乘開方之象而首率所得之股其倍句必爲中末二率末率所得之股其倍句必爲中首二率於四率斷比例中皆爲斜對然後相乘之積必等矣故句弦和中截此

形句弦較爲首率其餘倍句爲中末併數以首率乘中末併數有一首率乘中率長方有一首率乘末率長方同於中率自乘之方兩方相就成中率爲闊首率爲帶縱之長方矣故以此形句弦較乘倍句爲帶縱平方積句弦較爲所帶之縱用帶縱平方法開得闊根卽爲兩積相等兩句弦較之中率以減倍句得末率卽爲彼形之句弦較也

有兩句弦較求等積兩句股形相等之句弦和

法曰以兩句弦較相乘開方得中率中率與兩句弦較相併得數爲等積兩句股形其得之句弦和數

有等積等高闊和數求兩帶縱扁立方形諸數（一長立方高闊

和一扁立方高闊相等法同）

法曰命積爲帶縱長立方積以高闊和爲所帶之縱用帶縱長立方法開得本方根爲兩形高數之中率中率與高闊和相減餘爲帶縱平方之長闊和中率自乘爲帶縱平方積用帶縱平方長闊和法開之得長闊二根爲兩形之兩高數兩高與和相減爲兩闊數理解並同

等積等句弦和兩句股法

有股弦和句股積求諸數

法曰如前兩句弦和相等兩句股積相等法求得闊根卽爲股弦較用股弦較與股弦和求句股弦法卽得諸數

解曰準前論等積弦和得有兩形由弦和中含比例連三率兩弦較當首末二率而連三率之理末率不及三率併數三分之一者首率必過三率併數三分之一股弦較之法則必在股弦和十二分有奇之二有奇以下斷不及股弦和三分之一故首末二率其一爲股弦較者其一必爲句弦較三率併數此形爲股弦和者等積之彼形必爲句弦和不至有兩積相等兩股弦和相等之相淆而凡句弦和與句股積遇有求得闊根變爲股弦較者亦不至有兩積相等兩句弦和相等之互易矣又前法既以長闊二根得首末二率則股弦較不及三率併數三分之一者必當闊根故以闊根得股弦較

也

有帶縱長立方高闊和帶縱長立方積求高闊兩數

法曰如前兩帶縱扁立方等積等高闊和法求得長根爲高以高減高闊和爲闊

解曰等積等高闊和之兩帶縱立方形兩高數恆爲首末二率高闊和恆爲三率併數與等積等弦和之兩弦較及弦和絲豪無異而連三率之理首末過三率併數之半者其餘中末併數尚不及半何況末率帶縱長立方之法則高必過高闊和之半斷無在半以下之事故首末二率其一爲長立方之高者其一必爲扁立方之高三率併數此形爲長立方之高闊和者等積之彼形必爲扁立方之高闊和不至有兩積相等兩長立方高闊和相等之相淆而扁立方高闊和與積有求得長根變爲長立方之高者亦不至有等積等扁立方高闊和之互易矣又前法之求兩高既以長闊二根則長立方之高過高闊和之半者自當長根故以長根得立方高也

論曰句股形等積等弦和帶縱立方形等積等高闊和皆有兩形互易雖股弦和所通在句弦和長立方所通在扁立方幸有名之可辨然其數莫不由兩形相引而出至如句弦和有時所通亦句弦和句二十股二十一弦二十九句弦和四十九句股積二百一十句十二股三十五弦三十七句弦和亦如十九句股積亦二百一十扁立方

有時所通亦扁立方高九闊十高闊和十九立方積九百高四闊十五高闊和亦十九立方積亦九百若問者暗執一形則對者交盲兩數循齋諸君見未及此謂以理推之和數與較數有對待者遂意此和此積之僅有一形苦思力索法成而不可用惜哉梅君循齋法見增刪算法統宗丁君維烈法見赤水遺珍

衡齋算學卷二終

戊午秋季歸自白門抱璞而泣孟嘉適翻算表顧謂予曰且談藝可乎予曰唯唯孟嘉曰八線之制其法終於三分取一表之眞數僅得十分之二誠能立五分取一之法則全表皆確數矣子盍思之予諾之而未暇也轉瞬又届秋初孟嘉殤厥中男移居別館不溗而傷予無文不能制東野失子之篇思以璅故移其情遂構此術稍演得三千言强使遊目以破一須臾之慼歙汪萊

衡齋算學卷三

聚學軒叢書第二集

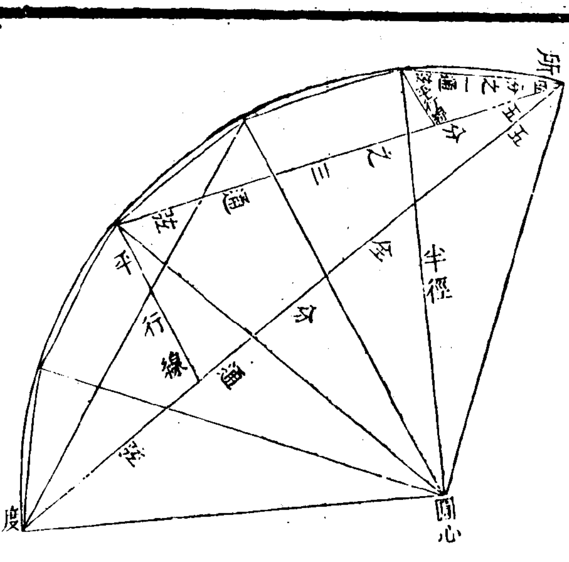
歙縣汪　萊著
貴池劉世珩校刊

平圓形

有圓內若干度之通弦求其度五分之一之通弦

法曰取所有若干度之通弦五分之一爲第一數於第一數首位加一數爲第二數第二數自乘再乘得數以半徑自乘之數除之得數爲第三數第三數自乘得數以第二數除之得數取其五分之一爲第四數以第二數加入第四數減去第三數爲第五數視第五數與第一數恰合則第二數卽爲五分之一之通弦密數矣若第五數少於第一數則如前法更加之求之視之若第五數多於第一數則首位所加之數不可加而還其本數待次位之加次位三位以下若有多位皆如前法定之

解曰平圓形內任截所有度成五全分一通弦按其度五平分截之成五分之一五通弦又依兩旁互截其五分之三成五分之三交錯二通弦按五平分度作四半徑割之此五分之三之通弦其兩旁之兩截皆與五分之一通弦等蓋兩半徑與五分之一通弦所成大三角形內爲五分之三通弦所截成一小三角形而五分之一通弦與五分之三通弦其中所夾之角必與大形五分之一之度等緣五分之三之通弦其半徑所夾之角



得五分之三外角之半五分之一之通弦與半徑所夾之角得五分之一外角之半五分之三外角較五分之一外角少五分之二五分之一半外角較五分之三半外角多五分之一五分之一通弦與

五分之三通弦所夾之角適當此所多之度也此度既等五分之一而其餘兩角半徑與五分之一通弦所夾之一角小形既與大形共之則小形之又一角亦不得不等於大形凡大小兩三角形二角等者三角必等且三邊之比例必等所謂同式形也今大形夾五分之一之角爲相等之兩半徑則小形夾五分之一之角有不爲相等之兩邊乎此五分之三通弦爲半徑所截者兩旁兩截必與五分之一通弦相等也至其中一截與所當五分之一通弦平行同爲兩半徑所夾而較五分之一通弦爲近於圜心自小於五分之一通弦試由五分之三中一分通弦之一端與又一端之半徑作平行綫

以截五分之三之通弦則兩綫之間所截者必與五分之一通弦等蓋五分之三通弦既與五分之三中一分之通弦平行今一端所作之綫又與又一端之半徑平行凡四邊形四綫兩兩平行者必兩兩相等勢也又試以半徑爲一率五分之一通弦爲二率則半徑爲五分之三通弦所截於外者必爲連比例之三率五分之三通弦中一截少於五分之一通弦之數必爲連比例之四率蓋前與半徑平行綫於小三角形內截成一又小三角形此形一角爲半徑與五分之三通弦相交之角此角緣二通弦平行半徑之交之也必成相等之角故卽爲五分之一之半外角一角爲與又一端之半徑平

行綫與五分之三通弦相交之角兩半徑之交通弦也形內外之角恆相等此綫既與之平行故此角亦爲五分之一半外角夫三角形二角等者三角必等故又小三角形亦爲與大三角形同式之形夫半徑大三角形之要也五分之一之通弦大三角形之底而小三角形之要也半徑爲五分之三通弦所截於外者則小三角形之底而又小三角形之要也五分之三通弦中一截少於五分之一通弦之數又小三角形之底也要底相穊比例必連故以半徑爲一率五分之一通弦爲二率自合以半徑爲五分之三通弦所截於外者爲三率五分之三通弦中一截少於五分之一通弦之數爲四率

也於是知五分之三通弦較五分之一通弦爲三倍而少一半徑爲一率五分之一通弦爲二率之四率然則有五全分度之通弦何以求之平曰五全分度之通弦爲四半徑所割成五截五分之三二通弦爲四半徑所割成六截去其中交錯之二截其餘兩旁之四截總數與五全分通弦兩旁之四截總數等蓋五分之三二通弦六截內一旁兩截總數及五全分通弦五截內一旁兩截總數與割五全分中一分之半徑中截成次設三角形而五分之三通弦與五全分通弦所夾之角必與五分之一之度等緣五全分之通弦與半徑所夾之角爲五全分之半外角五分之三通弦與半徑所夾之角爲五分之三半外角五全分外角較五分之三外角少五分之二五分之三半外角較五全分半外角多五分之一五分之三通弦與五全分通弦所夾之角適當此所多之數也此角既同五分之一其餘一爲割五全分中一分之半徑交五全分通弦之角此角按三角形并二餘角爲外角之理即爲五全分半外角及五分之二總數恰合五分之一半外角一爲割五全分中一分之半徑交五分之三通弦之角亦必爲五分之一半外角是與前三三角形又爲同式而兩要之夾五分之一之角者亦必相等故五分之三二通弦六截內一旁之兩截總數與五全分通弦五截內一旁之兩截總數等也

準前論五分之三通弦中一截較五分之一通弦少一四率旁一截恰合五分之一通弦合二截爲二率五分之一通弦之二倍而少一四率於是知五全分之通弦兩旁四截之總數爲二率之四倍而少二四率更觀五全分通弦中一截亦與其所當五分之一通弦爲平行而更近圜心其數更少然試於五全分中一分通弦之一端與又一端之半徑作平行綫以截五全分之通弦所截之數亦必與五分之一通弦等亦由四邊形兩兩平行勢如此也而次設三角形之底即截此又一端之半徑所成原與後作之平行綫平行而其兩要之餘綫又分展於平行綫之兩端即成同式後設大三角形而此作平行綫之一端原有抵圜心之半徑即截後設大三角形內成小三角形此形半徑截於五全分通弦者原與又一端之半徑截於五全分通弦者等又一端之半徑截於五全分通弦者原與後作平行綫等是此形兩要相等與大三角形同矣夫兩要相等形中易底爲要復截成兩要相等之形必與大形同式是此形爲後設同式小三角形試以後設大三角形之要當前設之二率則後設小三角形之要當前之三率而其底當前之四率而後設大三角形之要即五分之三通弦原爲前設二率之三倍而少一四率則後設小三角形之底當前之四率者即爲前四率之三倍而少一六率而後

設小三角形之底卽五全分通弦中一截少於五分之一通弦之數於是知以半徑爲一率五分之一通弦爲二率則五全分之通弦爲五分之一通弦之五倍而少五四率多一六率五分五全分之通弦較五分之一通弦少一四率多六率五分之一也乃以五全分通弦五分之一爲第一數二率爲第二數四率第三數六率五分之一爲第四數既加既減以合五全分通弦五分之一者爲第五數借空求實斷遠取近不煩言而解也

論曰五分之三通弦爲五分之一通弦之三倍而少一四率西士三分取一法中已備發之右解復縷陳之者爲爲新法之所借端不得不暢其旨也作八綫者增此一法而纖微之眞數畢得至由是而通變之又可得七分取一等法未反之隅以俟後之君子

衡齋算學卷三終

算師思精算弟子之詣含多設題以難之無由也弧三角之算窮形固難設形亦難稍不經意動乖其方但値握籌茫然先虞發策窘矣已未之夏吾宗岫雲出遊欲構難題數端倣詰算博士因爲制此條目舊著遞兼數理亦設問之奇者也合爲一册以廣贈算師歙汪萊

衡齋算學卷四

聚學軒叢書第三集

歙縣汪　萊著　　貴池劉世珩校刊

弧三角形

設弧三角形有無定限條目

一設三邊先設二邊總數過半周後設一邊定小於先設二邊總數較全周之餘數

一設三邊先設二邊總數不過半周後設一邊定小於先設二邊之總數

一設三邊先設二邊相等後設一邊無定大限

一設三邊先設二邊不相等後設一邊定大於先設二邊之較數

一設三角先設二角相等後設一角無定小限

一設三角先設二角不相等後設一角定小於先設二角較數較半周之餘數

一設三角先設二角總數適足半周後設一角無定大限

一設三角先設二角總數非適足半周後設一角定大於先設二角一內一外相減之餘數

一設一邊在所設兩角之閒無定限

一設一角在所設兩邊之閒無定限

一設一邊小對一角鋭又設一邊小審先設一邊小於所對角度別以先設一邊爲對弧所對角爲交角作

上下弧俱小正弧三角形又設一邊定不大於此形
之上弧若大於所對角度則無定限
一設一邊小對一角銳又設一邊大審先設一邊小於
所對角度別以先設一邊爲對弧所對角爲交角作
上下弧俱大正弧三角形又設一邊定不小於此形
之上弧若大於所對角度則無定限
一設一邊小對一角鈍又設一邊小定小於先設一邊
一設一邊小對一角鈍又設一邊大定大於先設一邊
減半周之餘弧
一設一邊小對一角正又設一邊小定小於先設一邊
一設一邊小對一角正又設一邊大定大於先設一邊

較半周之餘弧
一設一邊大對一角銳又設一邊小定小於先設一邊
較半周之餘弧
一設一邊大對一角銳又設一邊大定大於先設一邊
一設一邊大對一角鈍又設一邊小審先設一邊大於
所對角度別以先設一邊爲對弧所對角爲交角作
下弧大上弧小正弧三角形又設一邊定不大於此
形之上弧若小於所對角度則無定限
一設一邊大對一角鈍又設一邊大審先設一邊大於
所對角度別以先設一邊爲對弧所對角爲交角作
上弧大下弧小正弧三角形又設一邊定不小於此

形之上弧若小於所對角度則無定限
一設一邊大對一角正又設一邊小定小於先設一邊
較半周之餘弧
一設一邊大對一角正又設一邊大定大於先設一邊
一設一邊足對一角無論銳鈍又設一邊大小皆無定
限
一設一邊足對一角正又設一邊無定限
一設一角銳對一邊小又設一角銳審先設一角小於
所對邊度別以先設角度爲對邊所對一邊爲上弧
作正弧三角形又設一角定不大於此形之交角若
大於所對邊度則無定限

一設一角銳對一邊小又設一角鈍審先設一角小於
所對邊度別以先設角度爲對邊所對一邊爲上弧
作正弧三角形又設一角定不小於此形交角之外
角若大於所對邊度則無定限
一設一角銳對一邊大又設一角銳定小於先設一角
一設一角銳對一邊大又設一角銳定大於先設一角
之外角
一設一角銳對一邊足又設一角銳定小於先設一角
一設一角銳對一邊足又設一角鈍定大於先設一角
之外角
一設一角鈍對一邊小又設一角銳定小於先設一角

之外角
一設一角鈍對一邊小又設一角鈍定大於先設一角
一設一角鈍對一邊大又設一角銳審先設一角大於
所對邊度則以先設角度爲對邊所對一邊爲上弧
作正弧三角形又設一角定不大於此形交角之外
角若小於所對邊度則無定限
一設一角鈍對一邊大又設一角鈍審先設一角大於
所對邊度則以先設角度爲對邊所對一邊爲上弧
作正弧三角形又設一角定不小於此形之交角若
小於所對邊度則無定限
一設一角鈍對一邊足又設一角銳定小於先設一角

之外角
一設一角鈍對一邊足又設一角鈍定大於先設一角
一設一角正對一邊無論小大又設一角銳鈍皆無定
限
一設一角正對一邊足又設一角無定限
一凡又設一邊小大無定限者惟先設一邊足對一角
或銳或鈍者不可足餘皆可足
一凡又設一角銳鈍無定限者惟先設一角正對一邊
或大或小者不可正餘皆可正

遞兼數理

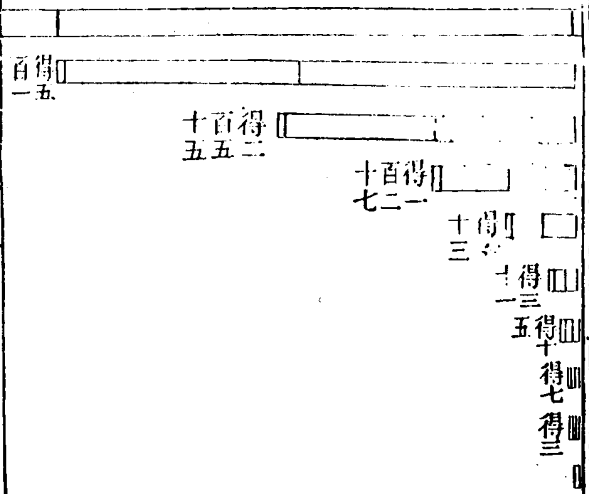
遞兼之數古所未發今定推求之則先明設問之條設

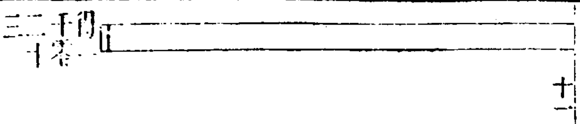
如有物各種自一物各立一數起至諸物合併共爲一
數止其間遞以二物相兼爲一數交錯以辨得若干數
三物相兼爲一數交錯以辨得若干數四物五物以至
多物莫不皆然此所謂遞兼之數也欲求總數若干及
每次分數各若干法分二條法以所設物數減一數爲
倍根之次數乃以一爲根倍之加一得三爲一次又倍
之加一得七爲二次如是累倍累加一至如其次數而
止其末得之數即相兼之總數也法又以所設物數即
爲各立一數之數減一數爲三角堆之根乃以根數求
得平三角堆爲二物相兼之數又減一數求得立三角
堆爲三物相兼之數又減一數求得三乘三角堆爲四

物相兼之數如是根數遞減乘數遞加求得相兼諸數
至於中數而止中數以後即同於前不煩覆算中數之
位於原設物數減去最大一數取其餘數之中餘數奇
則有一中耦則有二中有二中者二相兼數亦同此遞
兼之分數也今以十物爲圖解於後推之百千萬億莫
不同符抑一理歟

十物遞兼總數圖解

九次 八次 七次 六次 五次 四次 三次 二次 倍加一次 根 解曰加一數者今設多一物
自立之數也其以少一物之遞兼總數爲根而倍之者
今設所多之一物必與前遞兼數相兼而偏得數也

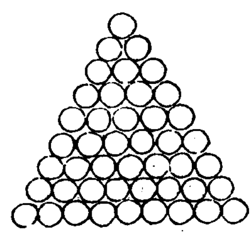




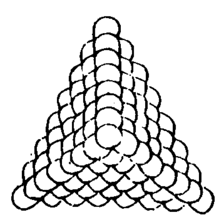
十物遞兼分數圖解

一物各立一數得十九物相兼數同

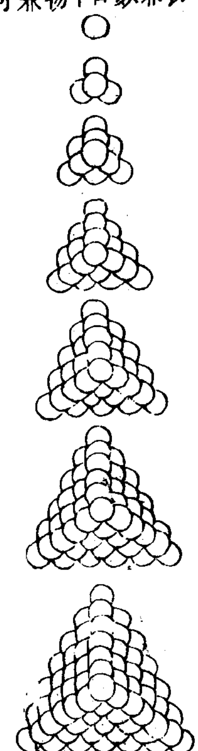
二物相兼得數四十五八物相兼數同



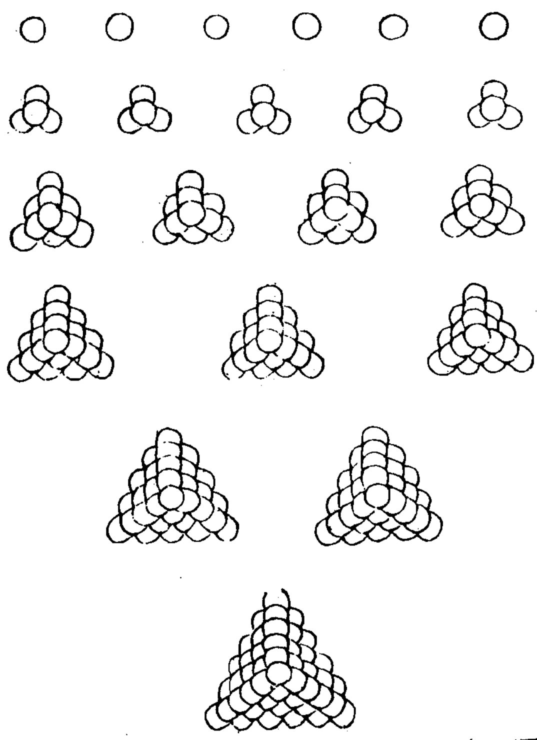
三物相兼得數一百二十七物相兼數同



四物相兼得數二百一十六物相兼數同



五物相兼得數二百五十二為中數



解曰推遞兼之分數用三角堆其說有五一系以一物爲主而兼他物得若干數至以又一物爲主而兼他物即不復兼先爲主之物故所得必少一數由此遞少遂成三角堆形一系以一物爲主而兼他物得若干數至以二物爲主而兼他物受兼之物已減爲主之一故所得必少一數由此遞少故根數遞減一系一物爲主而兼他物成一根各物遞減而進成一平三角堆至二物爲主則此物與彼物相與爲二物以兼他物成一根此物與彼又一物又相與爲二物以兼他物又成一根由此遞減而進則一物爲主已成平三角堆各物遞減而進遂成立三角堆由此遞進故乘數遞加一系

中數之前後其前相兼之數與後不及兼之數等故得數等一系中數在一物各立一數及一物不及兼之中故各物合并之一位不計

設如

筮者求卦每一卦六爻自一爻變以至六爻皆變問變卦共幾何及諸幾何爻變之卦各幾何法以六爻減一數得五爲倍根之次數乃以一爲根第一次倍之加一得三第二次倍之加一得七第三次倍之加一得十五第四次倍之加一得三十一第五次倍之加一得六十三計變卦共六十三卦又以六爻之數即爲一爻變之卦數五爻變之卦數同以六爻減一數得五爲平三角堆之根用平三角堆法推得積數十五即爲兩爻變之卦數四爻變之卦數同以前根數減一得四爲立三角堆之根用立三角堆法推得積數二十即爲三爻變之卦數六爻合并得一即爲六爻皆變之卦數

三角堆求積通法

凡平三角堆以根數加一與根數相乘折半得積數立三角堆以根數加一與根數相乘又以根數加二乘之得數六歸之得積數此定法也至三乘以上則未有其術故立爲通法

法取根數用一二三四五六七八九十以至百千萬億相挨諸數分別加之至如其乘數而止爲累乘法乃置

根數以累乘法累乘之得數爲實又置一爲法首用二三四五六七八九十以至百千萬億相挨諸數累乘之爲諸乘三角堆之除法以所求乘數相當之除法除前實得積數

設如

設根數五求四乘三角堆以五加一爲六加二爲七加三爲八加四爲九所求系四乘加四止矣共計六七八九得四累乘法乃置根數五累乘之初次用六乘得三十二次用七乘得二百一十三次用八乘得一千六百八十四次用九乘得一萬五千一百二十爲實又置一初次用二乘得二二次用三乘得六三次用四乘得二

十四四次用五乘得一百二十所求系四乘與此第四次所得之除法相當矣卽以此除法一百二十除前實得一百二十六爲積數

衡齋筭學卷四終

以不知爲知不可也而猶可也以不可知爲知大不可也何可乎以不知爲知何不可乎以不可知爲知物予我以知我暫不知會心焉有待也物不任我以知我謬附以知見魔焉迷不反也嗟乎使物有知不且笑知已乎故曰知其不可知知也辛酉仲秋吾友江鄭堂畢子廉相將爲刋水之遊湖上盃開發我知者何限未幾巾車遊南嶽臨別之頃與鄭堂察秦九韶開方術及李冶天元一術多以不可知爲知者遂就二乘方以下簡且易者略爲條目以正之首錄一册寄吾友焦理堂理堂其樂道予之知歟末不亦樂乎予之不知也歙汪萊

衡齋算學卷五

聚學軒叢書第二集

歙縣汪　萊著

貴池劉世珩校刊

一乘方二乘方形

根方多少糅雜每根之數知不知條目

一有幾眞數多幾根積與幾一乘方積相等以幾根數爲帶縱平方長闊較以幾一乘方數乘幾眞數爲帶縱平方積帶縱平方法開之得長根以幾一乘方數除之每根之數可知

一有幾眞數少幾根積與幾一乘方積相等以幾根數爲帶縱平方長闊較以幾一乘方數乘幾眞數爲帶縱平方積帶縱平方法開之得闊根以幾一乘方數除之每根之數可知

一有幾眞數多幾根積與幾二乘方積相等以幾根數爲帶縱長立方高闊較以幾眞數自乘又以幾二乘方數乘之爲帶縱長立方積帶縱長立方法開之得高根以幾二乘方數除之得數以一乘方法開之每根之數可知冊內帶縱立方言闊皆底數四邊等者言高即高數與底不等者

一有幾眞數少幾根積與幾二乘方積相等以幾根數爲帶縱扁立方高闊較以幾眞數自乘又以幾二乘方數乘之爲帶縱扁立方積帶縱扁立方法開之得高根以幾二乘方數除之得數以一乘方法開之每根之數可知

一有幾眞數多幾一乘方積與幾根積相等以幾根數
爲帶縱平方長闊和以幾一乘方數乘幾眞數爲帶
縱平方積帶縱平方長闊和法開之得長闊兩根各
以幾一乘方數除之得數各爲每根之數以計原眞
數皆合其實每根之數不可知

一有幾眞數少幾一乘方積與幾根積相等可知同第
二

一有幾眞數多幾一乘方積與幾二乘方積相等以幾
一乘方數爲帶縱扁立方高闊較以幾二乘方數自
乘乘幾眞數爲帶縱扁立方積帶縱扁立方法開之
得闊根以幾二乘方數除之每根之數可知

一有幾眞數少幾一乘方積與幾二乘方積相等以幾
一乘方數爲帶縱長立方高闊較以幾二乘方數自
乘乘幾眞數爲帶縱長立方積帶縱長立方法開之
得闊根以幾二乘方數除之每根之數可知

一有幾眞數多幾二乘方積與幾根積相等以幾根數
爲帶縱立方高闊和以幾眞數自乘又以幾一乘方
數乘之爲帶縱立方積用第二冊內帶縱立方高闊
和法求得首末二率兩高各以幾二乘方數除之得
數以一乘方法開之各爲每根之數以計原眞數皆
合其實每根之數不可知

一有幾眞數少幾二乘方積與幾根積相等可知同第
四

一有幾眞數多幾二乘方積與幾一乘方積相等以幾
一乘方數爲帶縱立方高闊和以幾二乘方數自乘
乘幾眞數爲帶縱立方積用第二冊內帶縱立方高
闊和法求得首率并中率末率並中率兩闊各以幾
二乘方數除之各爲每根之數以計原眞數皆合其
實每根之數不可知

有幾眞數少幾二乘方積與幾一乘方積相等可知
同第八

一有幾根積多幾眞數與幾一乘方積相等可知同第
一

一有幾根積少幾眞數與幾一乘方積相等不可知同
第五

一有幾根積多幾眞數與幾二乘方積相等可知同第
三

一有幾根積少幾眞數與幾二乘方積相等不可知同
第九

一有幾根積多幾一乘方積與幾眞數相等可知同第
二

一有幾根積少幾一乘方積與幾眞數相等不可知同
第五

一有幾根積多幾一乘方積與幾二乘方積相等左右

降位命爲幾眞數多幾根積與幾一乘方積相等可
知同第一
一有幾根積少幾一乘方積與幾二乘方積相等左右
降位命爲幾眞數少幾根積與幾一乘方積相等可
知同第二
一有幾根積多幾二乘方積與幾眞數相等可知同第
四
一有幾根積少幾二乘方積與幾眞數相等不可知同
第九
一有幾根積多幾二乘方積與幾一乘方積相等左右
降位命爲幾眞數多幾一乘方積與幾根積相等不

可知同第五
一有幾根積少幾二乘方積與幾一乘方積相等左右
降位命爲幾眞數少幾一乘方積與幾根積相等可
知同第二
一有幾一乘方積多幾眞數與幾根積相等不可知同
第五
一有幾一乘方積少幾眞數與幾根積相等可知同第
一
一有幾一乘方積多幾眞數與幾二乘方積相等可知
同第七
一有幾一乘方積少幾眞數與幾二乘方積相等不可

知同第十一
一有幾一乘方積多幾根積與幾眞數相等可知同第
二
一有幾一乘方積少幾根積與幾眞數相等可知同第
一
一有幾一乘方積多幾根積與幾二乘方積相等左右
降位命爲幾根積多幾眞數與幾一乘方積相等可
知同第一
一有幾一乘方積少幾根積與幾二乘方積相等左右
降位命爲幾根積少幾眞數與幾一乘方積相等不
可知同第五

一有幾一乘方積多幾二乘方積與幾眞數相等可知
同第八
一有幾一乘方積少幾二乘方積與幾眞數相等不可
知同第十一
一有幾一乘方積多幾二乘方積與幾根積相等左右
降位命爲幾根積多幾一乘方積與幾眞數相等可
知同第二
一有幾一乘方積少幾二乘方積與幾根積相等左右
降位命爲幾根積少幾一乘方積與幾眞數相等不
可知同第五
一有幾二乘方積多幾眞數與幾根積相等不可知同

第九
一有幾二乘方積少幾眞數與幾根積相等可知同第
三
一有幾二乘方積多幾眞數與幾一乘方積相等不可
知同第十一
一有幾二乘方積少幾眞數與幾一乘方積相等可知
同第七
一有幾二乘方積多幾根積與幾眞數相等可知同第
四
一有幾二乘方積少幾根積與幾眞數相等可知同第
三

一有幾二乘方積多幾根積與幾一乘方積相等左右
降位命爲幾一乘方積多幾眞數與幾根積相等不
可知同第五
一有幾二乘方積少幾根積與幾一乘方積相等左右
降位命爲幾一乘方積少幾眞數與幾根積相等可
知同第一
一有幾二乘方積多幾一乘方積與幾眞數相等可知
同第八
一有幾二乘方積少幾一乘方積與幾眞數相等可知
同第七
一有幾二乘方積多幾一乘方積與幾根積相等左右
降位命爲幾一乘方積多幾根積與幾眞數相等可
知同第二
一有幾二乘方積少幾一乘方積與幾根積相等左右
降位命爲幾一乘方積少幾根積與幾眞數相等可
知同第一
一有幾眞數多幾根積又多幾一乘方積與幾二乘方
積相等以幾一乘方數爲帶縱扁立方高闊較以幾
二乘方數乘幾根數爲減方法以幾二乘方數自乘
乘幾眞數爲帶縱扁立方積帶縱扁立方有減方法
開之商數減去高闊較以商數乘之得數減去減方法又以商數乘之除積得闊根以
幾二乘方數除之每根之數可知

一有幾眞數多幾根積又少幾一乘方積與幾二乘方
積相等以幾一乘方數爲帶縱長立方高闊較以幾
二乘方數乘幾根數爲減方法以幾二乘方數自乘
乘幾眞數爲帶縱長立方積帶縱長立方有減方法
開之商數並入高闊較以商數乘之得數減去減方法又以商數乘之除積得闊根以
幾二乘方數除之每根之數可知
一有幾眞數少幾根積又多幾一乘方積與幾二乘方
積相等以幾一乘方數用幾二乘方數除之得數乘
幾根數以較幾眞數若少則以幾一乘方數爲帶縱
扁立方高闊較以幾二乘方數乘幾根數爲方法以
幾二乘方數自乘乘幾眞數爲帶縱扁立方積帶縱

扁立方有帶方法開之（商數減去高闊較以商數乘之得數加入方法又以商數乘之除積）得闊根以幾二乘方數除之每根之數可知若多則或幾一乘方數爲通分法三母之總數幾眞數爲三母維乘之共母幾根數爲通分之共子三數之計原眞數皆合其實每根之數不可知（如二與六與十二設一百四十四眞數少一百八根積又多二十一乘方積與一二乘方積相等則三數皆合也）

一有幾眞數少幾根積又少幾一乘方積與幾二乘方積相等以幾一乘方數爲帶縱長立方高闊較以幾二乘方數乘幾根數爲方法以幾二乘方數自乘乘幾眞數爲帶縱長立方積帶縱長立方有帶方法開之（商數並入高闊較以商數乘之得數加入方法又以商數乘之除積）得闊根以幾二乘方數除之每根之數可知

一有幾眞數多幾根積又多幾二乘方積與幾一乘方積相等取幾眞數以一乘方法開之爲一根之數與實有幾一乘方數用一乘方法開之之數相乘之積用疊借法以其數用原幾二乘方數乘之命爲眞數別以其數除原幾根數得數命爲幾一乘方數原幾一乘方數命爲幾根數原幾二乘方數不問多少總命爲一二乘方數其命爲幾眞數多一二乘方積又多幾一乘方積與幾根積相等廼以後幾眞數自乘爲帶縱長立方積以原幾一乘方數爲帶縱長立方高闊較以後幾一乘方數乘後幾眞數爲方法帶縱長立方有帶方法開之得闊根爲原實有一乘方兩數之中率以原幾一乘方數減去中率以其餘數爲帶縱平方長闊和又以方法加入中率自乘數爲帶縱平方積帶縱平方長闊和法開之得長闊二根各爲兩實有一乘方數各帶一乘方法開之之幾數各以其數與原幾一乘方數相減餘又各以原幾二乘方數除之各爲原每根之數以計原眞數皆合其實每根之數不可知

一有幾眞數多幾根積又少幾二乘方積與幾一乘方積相等可知同第五十

一有幾眞數少幾根積又多幾二乘方積與幾一乘方積相等以幾根數爲中率之帶縱長立方高闊較以幾眞數乘幾一乘方數爲減方法以幾眞數自乘乘幾二乘方數爲帶縱長立方積帶縱長立方有減方法開之得闊根爲中率中率與幾根數相減餘爲帶縱平方長闊和中率自乘得數減去方法餘爲帶縱平方積帶縱平方長闊和法開之得長闊兩根各以幾二乘方數除之得數又爲帶縱平方積以幾二乘方數除幾一乘方數又爲帶縱平方長闊較帶縱平方法開之各得長根爲每根之數以計原眞數皆合其實每根之數不可知（或中率多於根數中率自乘數少於方法立術皆合小變而不可知則同）

一有幾眞數少幾根積又少幾二乘方積與幾一乘方
積相等可知同第五十二
一有幾眞數多幾一乘方積又多幾二乘方積與幾根
積相等以幾根數爲中率之帶縱長立方高闊較以
幾眞數乘幾一乘方數爲方法以幾眞數自乘乘幾
二乘方數爲帶縱長立方積帶縱長立方有帶方法
開之得闊根爲中率中率與幾根數相減餘爲帶縱
平方長闊和中率自乘得數加入方法爲帶縱平方
積帶縱平方長闊和法開之得長闊兩根各以幾二
乘方數除之得數又各爲帶縱平方積以幾二乘方
數除幾一乘方數又爲帶縱平方長闊較帶縱平方

法開之各得闊根各爲每根之數以計原眞數皆合
其實每根之數不可知
一有幾眞數多幾一乘方積又少幾二乘方積與幾根
積相等可知不可知并同第五十一
一有幾眞數少幾一乘方積又多幾二乘方積與幾根
積相等不可知同第五十五
一有幾眞數少幾一乘方積又少幾二乘方積與幾根
積相等可知同第五十二
一有幾根積多幾眞數又多幾一乘方積與幾二乘方
積相等可知同第四十九
一有幾根積多幾眞數又少幾一乘方積與幾二乘方

積相等可知同第五十
一有幾根積少幾眞數又多幾一乘方積與幾二乘方
積相等不可知同第五十五
一有幾根積少幾眞數又少幾一乘方積與幾二乘方
積相等不可知同第五十七
一有幾根積多幾眞數又多幾二乘方積與幾一乘方
積相等不可知同第五十三
一有幾根積多幾眞數又少幾二乘方積與幾一乘方
積相等可知同第五十
一有幾根積少幾眞數又多幾二乘方積與幾一乘方
積相等可知不可知并同第五十一

一有幾根積少幾眞數又少幾二乘方積與幾一乘方
積相等不可知同第五十七
一有幾根積多幾一乘方積又多幾二乘方積與幾眞
數相等可知同第五十二
一有幾根積多幾一乘方積又少幾二乘方積與幾眞
數相等不可知同第五十五
一有幾根積少幾一乘方積又多幾二乘方積與幾眞
數相等可知不可知并同第五十一
一有幾根積少幾一乘方積又少幾二乘方積與幾眞
數相等不可知同第五十七
一有幾一乘方積多幾眞數又多幾根積與幾二乘方

積相等可知同第四十九
一有幾一乘方積多幾眞數又少幾根積與幾二乘方
積相等可知不可知并同第五十一
一有幾一乘方積少幾眞數又多幾根積與幾二乘方
積相等不可知同第五十五
一有幾一乘方積少幾眞數又少幾根積與幾二乘方
積相等不可知同第五十三
一有幾一乘方積多幾眞數又多幾二乘方積與幾根
積相等不可知同第五十七
一有幾一乘方積多幾眞數又少幾二乘方積與幾根
積相等可知不可知并同第五十一

一有幾一乘方積少幾眞數又多幾二乘方積與幾根
積相等可知同第五十
一有幾一乘方積少幾眞數又少幾二乘方積與幾根
積相等不可知同第五十三
一有幾一乘方積多幾根積又多幾二乘方積與幾眞
數相等可知同第五十二
一有幾一乘方積多幾根積又少幾二乘方積與幾眞
數相等不可知同第五十五
一有幾一乘方積少幾根積又多幾二乘方積與幾眞
數相等可知同第五十
一有幾一乘方積少幾根積又少幾二乘方積與幾眞

數相等不可知同第五十三
一有幾二乘方積多幾眞數又多幾根積與幾一乘方
積相等不可知同第五十三
一有幾二乘方積多幾眞數又少幾根積與幾一乘方
積相等不可知同第五十五
一有幾二乘方積少幾眞數又多幾根積與幾一乘方
積相等可知不可知并同第五十一
一有幾二乘方積少幾眞數又少幾根積與幾一乘方
積相等可知同第四十九
一有幾二乘方積多幾眞數又多幾一乘方積與幾根
積相等不可知同第五十七

一有幾二乘方積多幾眞數又少幾一乘方積與幾根
積相等不可知同第五十五
一有幾二乘方積少幾眞數又多幾一乘方積與幾根
積相等可知同第五十
一有幾二乘方積少幾眞數又少幾一乘方積與幾根
積相等可知同第四十九
一有幾二乘方積多幾根積又多幾一乘方積與幾眞
數相等可知同第五十二
一有幾二乘方積多幾根積又少幾一乘方積與幾眞
數相等可知不可知并同第五十一
一有幾二乘方積少幾根積又多幾一乘方積與幾眞

數相等可知同第五十
一有幾三乘方積少幾根積又少幾一乘方積與幾眞
數相等可知同第四十九
第五十一條補法、
旣以幾一乘方數用幾二乘方數除之以乘幾根數
與原幾眞數相較而多於原幾眞數之後則取原幾
一乘方數幾根數幾眞數皆以幾二乘方數除之總
命爲一二乘方積少幾一乘方積多幾根積與幾眞
數相等於是以此所命幾一乘方數折半爲假一根
之數以其數自乘與所命幾根數相較視少於幾根
數則卽取減餘根數又以假一根之數乘之與所命

幾眞數相較如其恰合則眞一根卽折半之數矣若
見少於幾眞數卽以此相較餘眞數命爲帶縱長立
方積相減餘根數命爲方法假一根之數命爲帶縱
長立方高闊較帶縱長立方有帶方法開之得高根
爲眞一根之數以此眞一根之數除所命幾眞數爲
帶縱平方積眞一根之數與所命幾一乘方數相減
餘爲帶縱平方長闊和帶縱平方長闊和法開之得
長闊兩根與前眞一根之數共爲通分法之三毋三
數之計原眞數皆合也然或爲長闊和之數過少折
半自乘尚不及其爲帶縱平方積之數則卽無三數
相消其眞一根之數卽爲可知者已其以所命幾一

乘方數折半爲假一根之數以其數自乘與所命幾
根數相較而少於幾根數卽取減餘根數又以假一
根之數乘之與所命幾眞數相較而見多於幾眞數
者則又以所命幾一乘方數三分之一爲假一根之
數如前法較而視之如其恰合則眞一根卽三分之
一矣如其或多或少則復以前折半法見多相較餘
眞數命爲幾眞數前折半法相較餘根數命爲幾根
數前折半法假一根之數命爲幾一乘方數共命爲
一二乘方積少幾一乘方積多幾根積與幾眞數相
等仍用前折半法更折半較而視之總以見少而止
卽用前法求得眞一根之數與原假一根之數相減

餘卽得原眞一根之數其求有無三數相消亦如前
法也其後得眞一根之數由原假一根之數較視幾
次而得者仍當按理累次轉減幾次之假一根而後
得原眞一根之數其以所命幾一乘方數折半爲假
一根之數以其數自乘與所命幾根數相較而多於
幾根數者卽以較餘根數爲積一乘方法開之得根
以此根與假一根之數相加爲帶縱長立方高闊較
倍此根爲廉法此根乘高闊較倍之爲方法所命幾
眞數爲帶縱長立方積帶縱長立方有帶廉帶方法
開之得高根爲眞一根之數其求有無三數相消如
前法其以所命幾一乘方數折半爲假一根之數以

其數自乘與所命幾根數相較而恰合者卽以假一根之數爲帶縱長立方高闊較所命幾眞數爲帶縱長立方積帶縱長立方法開之得高根爲眞一根之數其求有無三數相淆亦如前法又本法以幾一乘方數乘原幾根數時視與原幾眞數恰合則幾一乘方數卽爲每一根可知之數而無相淆者矣

第五十五條小變之術

中率自乘數減方法恰盡者視中率少於根數卽以減餘數用幾二乘方數除之爲帶縱平方積以幾二乘方數除幾一乘方數爲帶縱平方長闊較帶縱平方法開之得長根爲每根之一數以幾二乘方數除中率爲積所得一數爲法除之得每根之又一數若中率多於根數卽以根數用幾二乘方數除之爲積一乘方法開之得每根之一數以幾二乘方數除中率爲積所得一數爲法除之得每根之又一數或中率與根數恰合則以幾二乘方數除中率爲積一乘方法開之卽得每根之數而無相淆之又一數其中率自乘數少於方法者視中率多於根數以中率自乘數反減方法餘爲帶縱平方積根數反減中率餘爲帶縱平方長闊較帶縱平方法開之得闊根以幾二乘方數除之又爲帶縱平方積以幾二乘方數除幾一乘方數又爲帶縱平方長闊較帶縱平方法開

之得長根爲每根之一數以幾二乘方數除中率爲積所得一數爲法除之得每根之又一數若中率少於根數以中率自乘數反減方法餘爲帶縱平方積中率減根數餘爲帶縱平方長闊較帶縱平方法開之得長根以幾二乘方數除之又爲帶縱平方積以幾二乘方數除幾一乘方數又爲帶縱平方長闊較帶縱平方法開之得長根爲每根之一數以幾二乘方數除中率爲積所得一數爲法除之得每根之又一數或中率與根數恰合以中率自乘數反減方法餘爲積一乘方法開之得根以幾二乘方數除之爲帶縱平方積以幾二乘方數除幾一乘方數爲帶縱平方長闊較帶縱平方法開之得長根爲每根之一數以幾二乘方數除中率爲積所得一數爲法除之得每根之又一數其中率自乘數多於方法者視中率多於根數以中率自乘數減去方法餘爲帶縱平方積根數反減中率餘爲帶縱平方長闊和帶縱平方長闊和法開之得長闊二根各以幾二乘方數除之得數又各爲帶縱平方積以幾二乘方數除幾一乘方數又爲帶縱平方長闊和帶縱平方長闊和法開之各得長根爲每根之數凡得兩數者其計原眞數皆合也若中率少於根數法在本條無中率與根數恰合者

南嶽之遊塗次白酒岡雨三晝夜不得道茅簷聽滴如在書牕共話時感逄情無盡之端理幽談未竟之緒更爲此册算書時同行者家石潭使人張明及其子柴車夫二人車一座馬一匹同寓者說因果一人弄幻術三人女媒一人車夫二人車一座或歌或歎如夢如痴我孟嘉此際望雲長嘯亦念秋風蓬葉飄泊何所耶歙汪萊

衡齋算學卷六

聚學軒叢書第二集

歙縣汪　萊著

貴池劉世珩校刊

平圓形

有圓內若干度之通弦求其度三分之一之通弦

法曰置所有若干度之通弦以一百萬萬萬乘之得數自乘爲帶縱立方積以三百萬萬萬爲帶縱立方高闊和用第二冊中帶縱立方高闊和法開之得末率之高以一乘方法開之得三分之一之通弦

解曰三全分之通弦較三分之一之通弦爲三倍而少一半徑爲一率三分之一通弦爲二率之四率第三冊五分取一法中已暢發西士之旨然西法布算通用益

實歸除而不顯立進退之限推求較難今改用帶縱立方而以末率當之斯顯然易得矣其法之原先借一根爲二率一根自乘得一平方以一率半徑一千萬除之應得三率不除即命一平方爲三率轉以一率一千萬乘二率一根得一千萬根爲二率當之於是又以三率一平方自乘得一三乘方以二率一千萬根除之應得四率不除即命一三乘方爲四率轉以二率一千萬根自乘得一百萬萬萬平方當之乃三倍二率減去一四率爲三百萬萬萬平方少一三乘方與三全分之通弦之率相等矣而此二率與四率乃用一率半徑乘之又以一率乘二率乘之之數也故取三全分通弦亦以一

率半徑一千萬乘之爲若干數又以一率半徑乘二率一根所得一千萬根乘之爲若干根與前借根數乃相等矣左右俱無眞數法宜降位其根數者當降爲眞數也旣後當降爲眞數則前之以二率根數乘者卽命爲以眞數乘而後不煩降矣故法徑以半徑一千萬自乘得一百萬萬萬乘三全分通弦爲眞數也其一乘方數者則降爲根數三乘方數者則降爲二乘方數也於是命爲三百萬萬萬根少一二乘方與若干眞數相等此不論三全分者爲何度第半徑旣立可通爲一法也夫借根而至於有幾根少一二乘方與幾眞數相等以其眞數自乘其形卽變爲帶縱立方而幾根數卽當其高

闊和則有兩高數相淆故第五冊之目列在根數不可知之條而今之法何以能斷其爲末率乎蓋所有之根數本平方數也本以一率半徑自乘又三乘之之數也所少之二乘方本三乘方也則爲二率之數自乘之平方數也三分之一之度之通弦以爲二率必不多於半徑一率之數則以所少之平方數較原有之平方數必不及三分之一遞降而下所少一二乘方之根數必不及原有之根數三分之一夫原有之根數帶縱立方之高闊和也所少一二乘方之根數帶縱立方之所以爲高也帶縱立方而以不及高闊和三分之一之數爲高必爲末率之高可知也

論曰善用法者能使無用爲有用帶縱和立方之法無用者也而可以爲有用其在學者之善會乎至五分取一之法爲之借根適成一四乘方多五萬萬萬萬萬萬萬根少五百萬萬萬萬二乘方與幾眞數相等而所少五百萬萬萬二乘方積必多於一四乘方積於是相淆之數至多如一四乘方多七十四根少十五二乘方與六十眞數等則一二三等數皆合則惟以本數限進退設數按率加減而求其合斯爲條理井然故所著第三冊之法取塗自別也

又論曰西人杜德美有隨度求弦矢捷法梅氏赤水遺珍載之未備戊辰冬效力史館協修朱君雲路出示所藏乃覩德美全法竭旬日思得其立法之原歎爲至妙

姑舉一隅於此如通弧求通弦以通弧本數爲第一條次以半徑爲連比例第一率通弧本數爲第二率二率自乘一率除之得第三率次置第一條以三率乘之一率除之得第四率四除之又二除之三除之爲第二條應減此所減者四率二十四分之一也何以減二十四分之一絫三全分通弦較三分之一三通弦併數少一四率若併三分之一三通弦如前法求得三率是爲九倍又求得四率是爲二十七倍應減二十七分之一至五全分通弦較五分之一五通弦併數少五四率準前法應減二十五分之一至七全分通弦較七分之一七通弦併數少一十四四率應減二十四分小分五之

大分九全分通弦較九分之一九通弦併數少三十四率應減二十四分小分三之一大分遞而計之五分較三分於二十四分之外省三分之二七分較五分省二分之一九分較七分省五分之二由是母子俱進母大而子小此二十四分之餘正如一尺之棰日取其半萬世不竭也夫有數不能竭者無數竭之諸分者有數等邊形弧線者無數最多邊形最多而無數此二十四分之餘不得不竭故無論何度何分徑減四率二十四分之一至六十等率之加八十二等率之減數既相因理無二致善會者自得之此冊推演舊術遜其妙已

記曰舊刻此冊誤詆德美之失古愚張太守非之蓋得明君圖所解者太守祕其書不相示予至都中求之司博士廷棟博士購之經歲不能得聞之八云明君所傳者陳君季新季新早卒無傳然張太守已得之惜予不獲見爾因朱君出其全法思悟及此急改刊舊論並記之以誌吾過

第五冊算書跋

是卷窮幽極微真算氏之最也愚更以正負開方爲說括爲三例其一凡隅實異名正在上負在下或負在上正在下中間正負不相間者可知其二凡隅實異名中間正負相間開方時其與隅異名之從廉皆翻而與隅同名者可知不者不可知其三凡隅實同名者不可知質諸孝嬰未審以爲何如計余與孝嬰別已二載今孝嬰假館六安余又旅寓杭州相去千餘里安得同共一堂相與極論也念之念之壬戌八月初九日元和李鋭跋

記曰右一篇吾友李尚之爲余第五冊算書作也余書以辛酉之冬寄里堂里堂閱二載北燕南越不得以書札報余今年夏余始復至揚城里堂隱居北湖炎暑歊蒸四閱月未獲一面八月七日暑氣稍平乃策馬徑至里堂之門秋禾登場百步外馬不容足候彊候以肅客將命須臾導我入門而右里堂自闇門出迎造于館書屋三間屋前爲圃圃外爲湖波光雲影鳥語花香令人作世外想余所攜僮僕圉人息于左廡余與里堂止于榭皆坐敍別敍思戒炊命酤里堂乃出尚之此篇計去作日期一載矣讀之同聲相應吾友之與人爲善一至于此爲之大快里堂則又曰尚之作此篇時客于西子湖頭蘇小墓之側悼亡未期加以失子酸楚不可言追訊往事又不得不爲尚之悲已袖而歸學舍以授學者延麟延麟謂前冊頁已過多續刻諸此冊之末因記其略如此

論曰尚之此例足爲余書之凡而余書所謂不可知之數有二數相消者有三數相消者推之三乘方以上則有恆河沙不可思議無量數相消者必辨其爲二爲三

爲恆河沙不可思議無量數皆著其求之之法以示後人使不生疑惑則又非例所能括者故余于二乘方以下已煞費苦心而尙之亦不得例也且尙之之第二例亦稍有未當處蓋所謂隅實異名而中間從廉正負相間者即余書之第五十一條也此條有可知有不可知若非先以余法審別之而驟以正負法開方設遇不可知之數如一與一千與一十萬三數相淆而題爲一萬萬眞數少一萬一十萬一千根積又多一十萬一千一一乘方積與一二乘方積相等者自一至一十萬相去遠矣茫無進退之限初商何以下算初商不能下算何以開方而知其翻爲同名與否又況雖翻而不同名亦

有可知者如八百眞數少一百根積又多一十二一乘方積與一二乘方積相等則每根之數惟十斷無相淆以余補法按之可以得其故矣想尙之作例時愁緒紛挐故未克竟其奧年來殆更進一解已

第五冊算書焦記

予幼好九九之學雖求之古書而不能得其指歸自交吳中李尙之歙縣汪孝嬰萊得兩君切磋之益于此藝少有進而兩君亦時時以所得見示令商論其可否是時李仁卿秦道古之書兩君均未之見也歲乙卯余在浙始得見益古演段測圓海鏡兩書急寄尙之尙之喜甚爲之疏通證明復推其術于弧矢著書以明郭太史授時草所用天元一術已而予又得秦氏所爲數學大略亦撰爲天元一釋開方通釋以述兩家之學庚申冬與尙之同客武林節署中互相證訂喜古人絕學復續于今日明年孝嬰來揚州因以語之壬戌春予在京師孝嬰自六安寄一書來甚言秦李兩家之非而剖析其可知不可知衡齋算學中第五冊是也是秋予復在浙尙之寓于孤山買舟訪之以孝嬰之書與相參核尙之深歎爲精善復以兩日之力作開方三例以明孝嬰之書之所以然于是秦李兩家之學至此益明今年村居教徒稀入城市出入于農圃醫卜之術秋八月有走馬來者叩門甚迫童子驚相告予視之則孝嬰也延入

塾中對飲于豆花棚語間孝嬰謂予曰或謂尙之誚吾所著書有之乎予因出尙之所爲衡齋算學跋與之孝嬰怡然曰尙之固不我非也因謂予曰子亦爲我一言予諾之孝嬰復走馬去門人請曰秦李之書李君疏之汪君難之不已異乎予曰此兩君所以是也兩漢經生守一家之言華藻聱悅通人鄙其固焉鄭康成爲禮經作注雖子夏之言猶駁之秦越人宗岐伯之言而作八十一難蓋非深入其室者不能疏亦非深入其室者不能難得李君之疏而秦李之書明得汪君之難而秦李之書益明古人立言固樂夫人之深入而難我不樂人之略觀大意而謟附我也門人退錄之以寄孝嬰即以

爲之言嘉慶癸亥中秋前一日江都焦循記

衡齋算學卷六

昔在揚州爲秦太史客太守張古愚先生枉顧趨答之
居兩月論經談藝遊必偕焉飲食教誨藹至篤也予忽
忽去六安太守亦回治川沙予以第五冊算書郤寄就
正太守疑之謂其過苦越三年間太守作開方補記樂
得其甘時太守與予均復在揚然不以示予太守之客
則吾友沈君狎鷗李君尙之聚散離合於斯感焉予授
徒多暇亦謀其甘績爲此冊太守移任江西無可就正
付皮閣又越五六年庚午春來官石埭諸生有嗜算者
出以示之縣尉濟甯劉君景堂國子張君未山茂才唐
子步青蘇子珮偕愛之遂付之梓太守倘見之還告其
甜則幸已歙汪萊

衡齋算學卷七

歙縣汪　萊著　貴池劉世珩校刊

諸乘方數根數眞數糅雜設題式並訣

一根一眞數之合

一正　五正
一正　六正
一正　十一正　三十正

一正　七負
一正　五正
一正　二負　三十五負

一正　八負
一正　三負
一正　十一負　二十四正

右二行首爲無數合無數中一有一無合一數末兩有數合兩數合而有數皆如本後倣此

一正　五正
一正　七正
一正　三正
一正　十五正　七十一正　一百五正

一正　八負
一正　二正
一正　九正
一正　三正　七十負　一百四十四負

二正　五負
三正　九負
二十四正　一百一十四負　八十一正　一百三十五正

四正 三正

七正一正二正 三負八負五負 一百四正 一百五十三負 三百四十三正 一百二十負

右三行知三行即知四行以上

一平方一眞數之合

三正一正八正 ○ ○ 十二正 三正 ○ 三十六正 ○ 九十六正

正二正 ○ 正八負 一十正 ○ 一十負 ○ 一百二十負

五 ○ 十五

五正三正 ○ ○ 一百二十五負 二十七負 一十五正 ○ 五百一十負 ○ 三千三百七十五正

右二行

五正三正二正 ○ ○ ○ 七正二正八正 三十正 ○ 一百八十二正 ○ 三百七十六正 ○ 一百一十二正

正 三正 二正 ○ ○ 正 二十七正 八負 四十二正 ○ 七百二十正 ○ 二千一百三十六正 ○ 二萬一千六百負

四 ○ 一百

四正 三正 二正 ○ ○ ○ 一百正 三十七負 八負 四十二正 ○ 二百八十八正 ○ 六千九百三十六負 ○ 二萬一千六百正

四正 三正 二正 ○ ○ ○ 一百負 三十七負 八負 四十二正 ○ 九百一十二負 ○ 八千六百六十四正 ○ 二萬一千六百負

右三行

一平方一根一眞數之合

四正一正 五正二正 六正三正 四正 十三正 二十六正 二十七正 一十八正

三正二正 四正四正 五正三十負 六正 二十正 六十四負 一百負 一百五十負

三正二正 五正五負 六正四正 六正 五負 一負 十負 三十四正

此題無數

四正二正 五正十一負 六正十五正 八正 三十負 一十正 ○ 十三正

此題二負同式異[illegible]

正 負 負

正五 正六
一十 正七
二十五 正八
正三十 負二十五 負一百二十 負二百八十五 負一百二十

正二 正三
正四 正五
負三十 負二十二
正六 正二十二 負一百十四 負二百三十八 正六百六十

正二 正三
負一十 正五
正二十二 負二十二
正六 負二十 負三十六 正二百六十 負二百六十四

正五 正三
負一十 正五
負一十五 負二十二
正一十五 負五 負二百五 正一百四十五 正三百三十

正二正
負五負
正四正
二正
負三十一 正七十六 負一百二十七 正六十

此題無數

一八一十七

正二 正八
負二十 負六十四
一十二 正九十六
正一十六 負二百八 正九百二十六 負一千七百二十八 正一千二百五十二

此題四數同式異理

正一 正二
負三 負二十
負七十 正一十二
正二 負一十六 負九十八 正六百六十四 負八百四十

正一 正五
負三 負二十
負七十 負一十五
正五 負二十五 負二百三十五 正七百四十三 正一千五十

右二行知二行即知三行以上

訣曰如其行數爲互乘數橫之斜之既乘如其所得之

位而布之正乘正正之正乘負負之負乘負正之空乘負空之同名布其和異名布其較

開諸乘方數根數眞數糅雜訣

審有無

一平方正幾根負幾眞數正取根數二分之一自乘與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一立方正幾平方負幾眞數正取平方數三分之二自乘又以三分之一乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一三乘方正幾立方負幾眞數正取立方數四分之三自乘再乘又以四分之一乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

右除眞數外皆相連二層若三乘方以上亦相連二層者按三條之理索之即得

一立方正幾根負幾眞數正取根數三分之一平方開之又以三分之二乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一三乘方正幾平方負幾眞數正取平方數二分之一自乘與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一四乘方正幾立方負幾眞數正取立方數五分之三平方開之又以五分之三乘之又以五分之二乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一五乘方正幾三乘方負幾眞數正取三乘方數三分之二自乘又以三分之一乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一六乘方正幾四乘方負幾眞數正取四乘方數七分之五平方開之又以七分之五再乘之又以七分之二乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一七乘方正幾五乘方負幾眞數正取五乘方數四分之三自乘再乘又以四分之一乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

右除眞數外皆間一位二層若七乘方以上亦間一位二層者按六條之理索之卽得

一三乘方正幾根負幾眞數正取根數四分之一立方開之又以四分之三乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一四乘方正幾平方負幾眞數正取平方數五分之二立方開之自乘又以五分之三乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一五乘方正幾立方負幾眞數正取立方數二分之一自乘與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一六乘方正幾三乘方負幾眞數正取三乘方數七分之四立方開之又以七分之四乘之又以七分之三乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一七乘方正幾四乘方負幾眞數正取四乘方數八分之五立方開之自乘又以八分之五乘之又以八分之三乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一八乘方正幾五乘方負幾眞數正取五乘方數三分之二自乘又以三分之一乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一九乘方正幾六乘方負幾眞數正取六乘方數十分之七立方開之又以十分之七再乘之又以十分之三乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一十乘方正幾七乘方負幾眞數正取七乘方數十一分之八立方開之自乘又以十一分之八再乘之又以

十一分之三乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一十一乘方正幾八乘方負幾眞數正取八乘方數四分之三自乘再乘又以四分之一乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

右除眞數外皆間二位二層若十一乘方以上間二位二層者按九條之理索之卽得

一立方正幾平方負幾根負幾眞數正以幾平方數爲長闊較幾根數爲帶縱平方積開得長闊二根取長根及長闊和相乘以九分之五又爲帶縱平方積前長根加長闊和又爲後長闊和開得闊根以前相乘積九分之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

之四乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無
一立方正幾平方負幾根正幾眞數正以平方數爲長
闊和幾根數爲帶縱平方積不可開則無可開則開得
長闊二根取長根與長闊較相乘以九分之五又爲帶
縱平方積前長根加長闊和開得闊根
以前相乘積九分之四乘之與眞數比眞數少或相等
者有眞數多者無
一立方正幾平方正幾根負幾眞數正以平方數爲長
闊較幾根數爲帶縱平方積開得長闊二根取闊根與
長闊和相乘以九分之五又爲帶縱平方積前闊根加
長闊和又爲後長闊和開得闊根以前相乘積九分之

四乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無
一立方正幾平方負幾根正幾眞數負恆有
右除眞數外相連三層若相間三層及相連相間多層
者統按二十二條之理索之卽得
定進退
凡初商除實不盡或翻爲他實或益爲多實至求次商
遞變內通行爲同名者退不者進
入諸商
列原題方根爲法眞數爲實令法在上實在下如設題
式初商乘上層同名相加異名相減以入於次層復乘
既入之次層遞入於下層下層減盡則無次商不盡復

列原題上層初商既入實爲下層中間以初商數如初
商法入於初商既入之次層近下者一入轉而上遞加
一入畢入厠列之爲變題如初商法入次商視三商之
有無及入之如次商之於初商也諸商統於此
求次數
既得一數無奇零合諸商數於原題內如初商法入之
變題恆省下一層降其位通行同名卽無次數異名不
相糅卽仍有一數異名相糅審有無如前有則重求之
若初得數奇零不盡各按原題於進退間求之盈其法
之層數俱奇零不盡者是爲不可開

增廣新術

辛卯長夏姚孟起

積學齋集

秝法古疏今密其密也以漸尙書祇言生明生魄閏虚之說始於張衡靈憲迨元郭太史授時定遲疾秝而盈朒之數訖未顯新法入中國始有推正升斜升横升之法葢云密矣甘泉徵君羅茗香先生於學無所遺而尤深於疇人之術精意覃思益加推廣以求月隨地隨時之明魄方向分秒復以其術通之以求交食限內之方向邊分及所經歷之邊分成書二卷命之日推廣新術是術旣立但校北極高度東西偏度任居一郡縣而交食時初虧食甚復圓方位分秒一一如指諸掌可謂密益加密而能發前人所未發者矣先生在靈臺日有校定坤輿圖說一書爲推交食各直省藩部分數之根宜輔是書以行異日必當梓之庶幾全璧云先生刋是書方成會余奉諱南歸修鹽法志於揚州輒問序於余自維譾陋近益荒落何足序先生書重違其意爲書數語歸之咸豐元年夏五吳縣馮桂芬序

增廣新術卷上

甘泉羅士琳演

古以合朔後三日月見西方故書有哉生明哉生魄之文漢魏以來未明盈縮遲疾之差以平朔爲用遂有晦而月見西方朔而月見東方之殊宋元時雖辨其非究昧其故逆西人以隱見遲疾反復研求始悟正升斜升橫升之理較古爲密因思日月在最高最卑各有遲疾隱見之不同而上下弦月距日前後九十度亦因之小有盈朒爰設法以推隨地隨時生明生魄之分秒方向聊補前人之未備云時道光建元中秋日茗香氏自識

求月距日度

以本時月距日黃經度爲一邊（月黃經度內減日黃經度不足減者加十二宮減之在半周內爲望前在半周外與全周相減餘爲望後）本時月距黃緯度爲一邊用正弧三角形有直角有角旁兩邊術求得對角之邊爲月距日度

法以兩邊之餘弦相乘半徑除之爲月距日之餘弦（半徑恆命爲一千萬下悉仿此）

求月距地心線

以二千萬爲兩邊和以本時本天心距地數倍之爲一邊（求月離中所得）本時月實引爲一角（引數加減初均爲實引凡實引在三宮內或九宮外爲形內如在三宮外則爲形外）用三角作垂線成兩句股形有一角一邊又有兩邊和術求得角旁之邊爲月距地乃以月天中距一千萬爲一率月天中距與地半徑之比例五千九百七十八爲二率月距地爲三率求得四率爲月距地心線

法以半徑爲一率倍本天心距地數爲二率實引正弦爲三率求得四率爲句又以半徑爲一率倍本天心距地數爲二率實引餘弦爲三率求得四率爲分股是已有句有分股矣再用句股法以分股與兩邊和二千萬相加減（形內減形外加）爲股弦和乃以股弦和爲首率句爲中率求得末率股弦較用與股弦和相加折半爲弦以弦又復與二千萬相減爲月距地

求日距地心線

以日天中距一千萬爲一率日天中距與地半徑之比例二百〇六萬二千六百爲二率日距地（求月離中所得）爲三率求得四率爲日距地心線

求日月距線

以日距地心線爲一邊月距地心線爲一邊月距日度爲所夾之角用斜平三角形有一角有角旁兩邊術求得對角之邊爲日月距線

法以邊總與邊較比若半外角切線與半較角切線比以半較角與半外角相減爲對小邊之角乃以對小邊之角正弦爲一率小邊爲二率夾角正弦爲三

率求得四率爲日月距線

求月距赤極度

以本時月距黃極度爲一邊置九十度以本時月距黃緯度南加北減即得黃赤大距爲一邊本時月黃經度爲所夾之外角用斜弧三角形有一角有角夯兩邊術求得對角之邊爲月距赤極度

法以兩邊相併爲總弧相減爲較弧各取餘弦相加減折半爲初數總較兩弧俱過象限或俱未過象限則相減若一過象限一未過象限則相加過二象限與過象限同過三象限與未過象限同其或總弧適足半周則以半徑爲總弧餘弦視較弧過象限則加未過則減若兩邊同度無較弧則以半徑爲較弧餘弦視總弧過象限則加未過則減又或總弧適足象限或三象限或較弧適足象限則以一餘弦折半爲初數若總弧適足象限而又無較弧

或較弧適足象限而總弧又適足半周則以半徑之半爲初數乃以半徑爲一率初數爲二率角度矢爲三率求得四率爲矢較與較弧矢相加如較弧適足象限則以半徑爲較弧矢如無較弧則四率之矢較即對邊之矢即月距赤極度

求月赤經度

以月距赤極度爲一邊黃赤大距爲一邊月距黃極度爲對邊用斜弧三角形有三邊求角術求得對對邊之角爲月赤經度

法以兩邊相併爲總弧相減爲較弧各取餘弦相加減折半爲初數加減之例詳前寄左另以對邊之矢與較弧矢相減爲矢較如無較弧矢則以對邊矢爲矢較若對邊滿象限即以半徑爲對邊矢較

弧滿象限亦然乃以初數爲一率矢較爲二率半徑爲三率求得四率爲對角之矢

求日赤經度

以本時日距春秋分黃經度爲一邊日黃經不足三宮者與三宮相減爲春分前過三宮者減三宮爲春分後過六宮者與九宮相減爲秋分前過九宮者減九宮爲秋分後黃赤大距爲一邊一角用正弧三角形有直角又有一邊一角術求得對餘角之邊爲日距春秋分赤經度自冬至起初宮命之即日赤經度

法以半徑爲一率角度餘弦爲二率邊度正切爲三率求得四率爲對餘角之邊正切線

求本時正午赤道度此正午者天頂正度之中線乃方向非時辰也

以本時距子正前後若干時化秒變爲度每二百四十秒變爲一度與本時日赤經度相加爲本時正午赤道度

求月距天頂度

以月距赤極度爲一邊本地北極距天頂度爲一邊本地北極出地度與象限相減本時月距正午赤道度爲所夾之角本時正午赤道度與日赤經度相減用斜弧三角形有一角有角夯兩邊術求得對角之邊爲月距天頂度

法與前求月距赤極度同

求月距地面線

以地半徑一百爲一邊月距地心線爲一邊月距天頂度爲所夾之角用斜平三角形有一角有角夯兩邊術

求得對角之邊爲月距地面線

法與前求日月距線同

求月距日與地之交角

以月距地面線爲一邊日距地心線爲一邊（日距地心與距地面所差甚微故不另求）日月距線爲一邊用斜平三角形有三邊求角術求得對日距地面線之角爲月距日與地之交角

法以兩邊總與兩邊較相乘日距地線爲底邊除之得底較用與日距地線相減折半爲小分邊以小分邊又復與日距地線相加減（底較大于底邊則加小則減）爲大分邊于是大邊一率大分邊二率半徑三率求得四率大分角正弦又小邊一率小分邊二率半徑三率求

得四率小分角正弦既得大小兩分角乃以此二角度相加減（底較大于底邊則減小則加）爲對底邊之角

求月徑光交角

以月距日與地之交角與半周一百八十度相減爲月徑光交角

視此交角適足九十度望前爲定上弦望後爲定下弦（此定上下弦爲月光至此適半之時猶夫日食之食甚不正在合朔時也）在九十度內望前爲上弦前望後爲下弦後在九十度外望前爲上弦後望後爲下弦前

求明分魄分

以全徑二千萬爲一率月全徑十分（化六百秒）爲二率月徑光交角之矢爲三率求得四率以分收之爲明分以明分減月全徑十分餘爲魄分

求上下弦定時

視月距日與地之交角近九十度（上弦取初過 下弦取將及）更求其次時之交角乃以兩角相減化秒爲一率三千六百秒爲二率本時交角與九十度相減餘化秒爲三率求得四率以刻分收之加入本時得上下弦定時

加逕求上下弦定時法以常弦加時求其交角約距九十度遠近上弦取前設時下弦取後設時如法求其交角（適足九十度則設時即爲定時）乃以兩角相減爲一率設時化秒爲二率設時交角與九十度相減爲三率求得

四率爲秒以分收之用加設時爲定時（加設時在定時後則減視交角之遠近定前後）

求日距緯度

以黃赤大距爲一角本時日距春秋分黃經度爲一邊（例詳求日赤經度中）用正弧三角形有直角又有一角一邊術求得對角之邊爲日距緯度（春分後爲北秋分後爲南）

法以半徑爲一率角度正弦爲二率邊度正弦爲三率求得四率爲對角之邊正弦線

求日距天頂度

以日距赤極度爲一邊（道九十度以本時之日距緯度南加北減即得）本地北極距天頂度爲一邊本時日距正午赤道度爲所夾之

角本時正午赤道度與日赤經度相減用斜弧三角形有一角有角旁兩
邊術求得對角之邊爲日距天頂度
法與前求月距天頂度同
求視差角
以日月距度爲一邊月距天頂度爲一邊日距天頂度
爲對邊用斜弧三角形有三邊求角術求得對對邊之
角爲視差角
法與前求月赤經度同
求加減差分
以周天三百六十度化一百二十九萬六千秒爲一率視差角與九
十度相減餘化秒爲二率如視差角過九十度則與半周相減圜周三十

一分四一六爲三率求得四率爲加減差分
求各方隅明魄邊分如無差角是時月光爲正左右
月在緯南以差分與七分八五四相加爲上方明邊相
減望前爲右後爲左方明邊以明邊各減半周爲魄邊
月在緯北以差分與七分八五四相加爲下方明邊相
減望前爲右後爲左方明邊以明邊各減半周爲魄邊

增廣新術卷下

甘泉羅士琳演

交食以左右上下四隅四正定方位似較古人之東西南北爲加密而吳江王曉庵又有推太陽食甚時所食之邊分術宣城梅徵君以爲確切兹增求太陰逐時之各方向明魄邊分因復以是法通之不獨交食各限內之正隅方向分秒確然可稽卽食限內經歷之邊亦不求而自致象數至此可謂俱顯矣同時茗香氏又識

求食甚時日邊受食分

以眞時視緯爲一率日月兩半徑相加爲二率相減爲

三率求得四率與視緯相加減日半徑大于月半徑則加小則減折半復與半徑一千萬相乘日半徑除之爲徑交角之餘弦乃以周天三百六十度化一百二十九萬六千秒爲一率圜周三十一分四一一六爲二率徑交角化秒爲三率求得四率爲受食之半邊分倍之得日受食邊分如求帶食用日出入時距緯餘悉同

設本年二月壬午朔日食太陽半徑九百五十八秒太陰半徑一千○○一秒視緯一千三百五十六秒求得徑交角之餘弦六七五三六五三三爲四十七度三十一分三秒三十微其半邊分當爲四分一四七倍之得日邊受食八分二九四也

按此條本王氏原法梅氏取三百六十度命日周爲三百六十分今改爲三十一分四一一六雖多一次比例然與日徑十分庶幾相爲表裏也

以下悉增廣

求食甚時正上下距食邊最中點之視差角

以眞時白經高弧交角與九十度相減餘爲地平白道差角白經限東亦爲東限西亦爲西乃以地平白道差角化秒與圜周三十一分四一一六相乘周天一百二十九萬六千秒除之得差邊卽食甚時正上下距食邊最中點之視差角限東緯南用正角其角自正下偏向右緯北用餘角其角自正上偏向左若限西則緯北用正角其角自正上偏向右緯南用餘角其角自正下偏向左

設本年二月壬午朔日食食甚眞時白經高弧交角

限西六十六度二十四分二十六秒其地平白道差角當爲二十三度三十五分三十四秒求得差邊二分○五九時月在緯南應用餘角

求食甚時各方向邊分

凡用正角置差邊減半邊食分餘爲自上下至交食點之虛邊如差邊小則以半邊分反減之東西變號而另其減餘之邊卽爲自上下至交食點之實邊置差邊加半邊食分得數與半周十五分七○八相減餘爲自上下至交食點之虛邊上下變號乃以兩虛邊各與象限相減爲自左右各至受食兩旁尖點之邊分如一虛一實則祇以虛邊與象限相減而所得之兩旁邊分內必少一象限分

凡用餘角先以差邊與象限七分八五四相減得數再

如前法加減之爲自左右各至受食兩旁尖點之邊分虛者未食之邊實者受食之邊差角所切之分爲日邊受食之最中點故加減受食之半邊分而得方向也設本年二月壬午朔日食差邊二分〇五九用餘角先以差邊二分〇五九與象限相減得餘角五分七九五再如前法于餘角五分七九五內減半邊食分四分一四七餘一分六四八爲自下向左一分六四八得日受食點此一分六四八乃虛邊也另置差邊五分七九五加半邊食分四分一四七得九分九四二與半周相減餘五分七六六爲自上向左五分七六六得日受食點此五分七六六乃虛邊也各與象限相減得日受食之邊自左向上偏二分〇八八自左向下偏六分二〇六是也

求初虧復圓各方向點並食限內經歷之邊分

以初復併徑高弧交角化秒各與圜周三十一分四一六相乘各以周天一百二十九萬六千秒除之得初復各交角分即爲由上下截向左右之初復二點各依初虧復圓方位定之

初復方位中有一同號者則以此二邊分相併視其虛實併邊與受食邊同過象限或同未過象限則併邊爲實邊若一過象限一未過象限則爲虛邊實則以此併邊爲用虛則以此併邊與半周十五分七〇八相減爲食限內所經歷之邊分

初復方位中無一同號者先于半周十五分七〇八內減去初虧邊分餘與復圓邊分相併初虧南北變號再視其虛實併邊未過半周則併邊爲實邊過半周爲虛邊實亦以此併邊爲用虛則以此併邊又與全周三十一分四一六相減爲食限內所經歷之邊分

設本年二月壬午朔日食初虧併徑高弧交角二十四度四十四分三十五秒復圓併徑高弧交角五十四度五十四分二十九秒如法求得初虧交角分二分一五九其時下偏左當爲由下截向左二分一五九得初虧點又求得復圓交角分四分七九二其時左偏上當爲由上截向左四分七九二得復圓點是時初復同左號應以二數相併得六分九五一在象限內而日邊受食分在象限外自是虛邊當以此併邊與半周相減餘八分七五七是爲食限內所經歷之邊也

以上求日食

求食甚時月邊受食分

以食甚實緯爲一率併徑爲二率兩徑較爲三率求得四率與實緯相減月半徑小于實影半徑故祇減折半復與半徑一千萬相乘月半徑除之爲徑交角之餘弦以下悉如日食法

食邊不能過半周過半周則必全食故食至十分以

上卽不必算

求初虧復圓各方向點並食限內經歷之邊分

法與前求日食同惟月食十分以上則周圍皆食其經歷之邊分可毋庸計

求食甚時各方向邊分

取初復兩方向點之適中處爲食甚時食邊最中點用以加減半邊食分得食甚時各方向受食之邊分如食在十分以上者無半邊食分可加減其時月體全在影中四無明邊矣

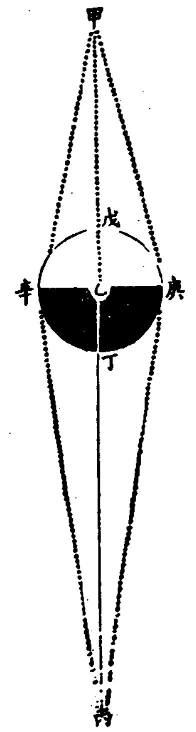
月食爲闇虛所蔽非若日食之有高下差其初虧復圓各距食甚之時刻行度皆相同故逕取適中處爲用不須另求食邊之最中點也

以上求月食

解日月在日下其受日光所照無時不半面全圓然月體渾圓或正或背或横或斜則又因月在日之四方而別其在朔也月當日下月背受光故人不能見其在望也日月對待而人在其中故可見全圜其在上下弦則月在日旁日光斜射雖亦全圜而自人目視之日光與日光相切適及光之一半故僅見其半規如弦過此則所切之光或逾一半或不及一半此所以有明魄之殊也用日月各距地線與日月距線成三角形則兩線相交之角必爲日與人目所切之光若月當正升其體背右向左横升背上向下至斜升始背右上而向左下者此不過因適當朔後月距日近就黃道之欹斜而言夫黃道之斜側靡常太陰之受光無定隨地隨時旣不能一律例之自不能約略計之竊思凡人首戴皆天試自天頂作垂線過月心至地平剖月體爲左右各一半于是以日月相距之線求日月相照之光則光線與高弧相切之角卽爲左右二正方中相割之分至王氏求食周法本因實緯爲食甚時中心之一線如矢所食之邊如弧惟實緯內尙多一食分而食分中又帶一月魄之矢故

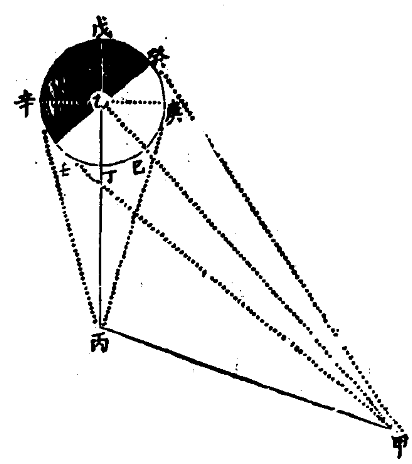
設總較以求其較以較加減而求弦夫實緯旣爲食甚時中心線則白道與高弧相交之角自必爲所切之食邊也不待言矣

合朔時月距日與地之交角圖



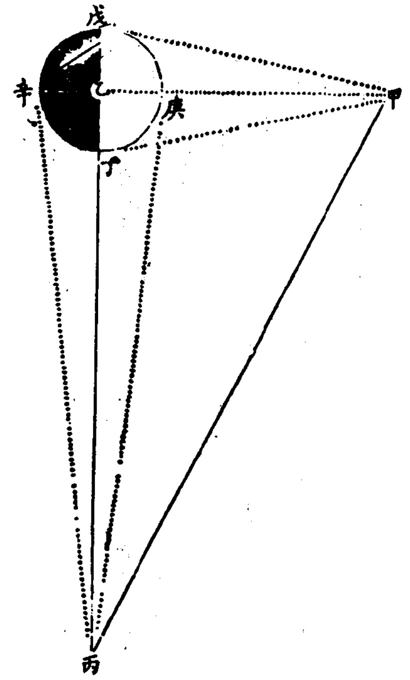
如圖甲爲日心乙爲月心丙爲地面人目所見之一點庚丁辛爲人目所見之月半體合朔時甲乙爲日月距線乙丙爲月距地線與甲丙日距地線合爲一線無交角是月受日所照之光正當庚戊辛之半體爲庚丁辛之上半邊故不能見也

日距月一百三十五度時月距日與地之交角圖



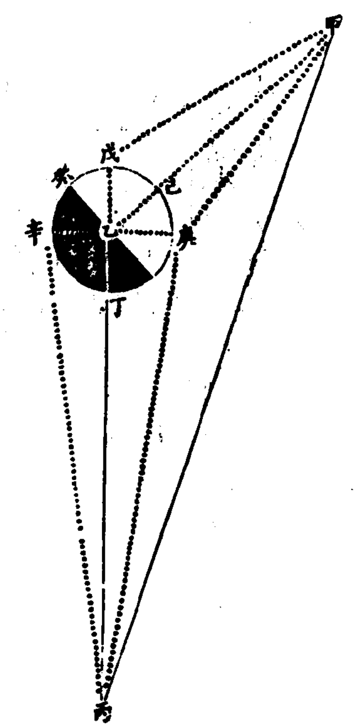
如圖日距月一百三十五度時月受日所照之光爲壬己癸之半體自地面丙點視月體庚丁辛早已能見庚乙壬之大半邊光其所不能見者惟癸乙戊之一角而已而日光所不及者亦惟壬乙辛之一角故以甲乙日月距線乙丙月距地線甲丙日距地線成斜平三角形求得己乙丁角爲月距地與日之交角也

月上弦時月距日與地之交角圖



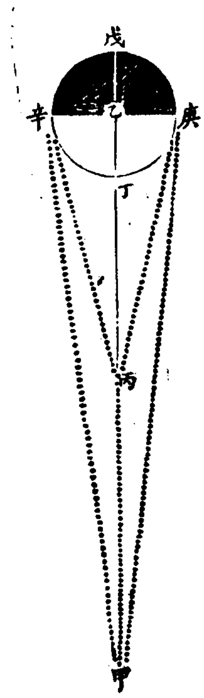
如圖日距月九十度時月受日所照之光爲戊庚丁之半體自地面丙點視月體庚丁辛略能見庚乙丁之半邊光其丁乙辛半邊尙爲日光所不及而甲乙日月距線乙丙月距地線甲丙日距地線已成直角三角形是知庚乙丁月距日與地之交角亦爲九十度也

日距月四十五度時月距日與地之交角圖



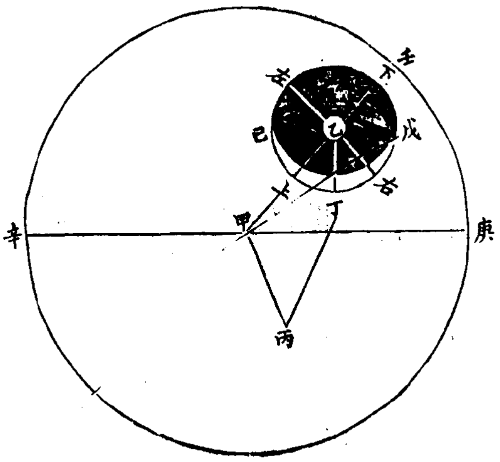
如圖日距月四十五度時月受日所照之光爲壬己癸之半體自地面丙點視月體庚丁辛壓得見庚乙壬之一角光月體渾圓壬庚乃明分爲月徑四分之一乙庚則明邊也其庚乙癸之半角所受之光仍在月之上半邊爲人目所不能及其庚乙壬角同於己乙戊角故以甲乙日月距線乙丙月距地線甲丙日距地線成斜平三角形而求己乙丁角爲月距日與地之交角也

日月對望時月距日與地之交角圖



如圖日月對望時日在地下月受日之光爲庚丁辛之半體亦卽地面人目所見之半體其甲丙日距地線所當之角必一百八十度故見其全圓也他若過此以往日距月二百二十五度或二百七十度或三百十五度皆如前圖之形式惟一爲明分一爲魄分耳

視差角圖



如圖甲爲天頂庚壬辛爲地平丙爲日在地平下乙爲月戊丁己爲月受日光之明邊甲壬爲地平上距天頂之高弧甲乙爲月距天頂度甲丙爲日距天頂度乙丙爲月距日度此斜弧三角形乙角爲視差角故求得對日距天頂之甲乙丙角卽上度丁與丁己象限相減餘上己度爲差分而得方向也至求交食之理亦不外乎此舉一隅而三隅可反矣

九數外錄

顧尚之別傳

南滙張文虎撰

國朝曆算之學發越百代蓋自宣城梅氏始而同時吳江王氏亦能研究中西深造窔奧其後學者各以心得著書自見然大都主於發明西法惟元和李氏解釋三統四分統天諸術用數之原及正負開方方程天元如積之術甘泉羅氏發揮四元演為細草古法大昌而咸豐以來西人新術益入中國錢塘戴君煦海甯李君善蘭別以其術精求對數超出西人本法之上於是不特古法為土苴即西人舊術亦筌蹏矣吾友顧尚之氏曰積世積測積人積智曆算之學後勝於前微特中國西人亦猶是也舊法者新法之所從出而要不離舊法之範圍且安知不紬繹焉而別有一新法在乎故凡以為已得新法而舊法可唾棄者非也中西之法可互相證而不可互相廢故凡安其所習而黨同伐異者亦非也嗚乎眞通人之論哉君名觀光字賓王尚之其別自號也世居金山以醫學行於鄉里為善人君生未能言即識字或呼壁間字祇手指之百不爽每號哭輒以此餌之能立後常持箸蘸水畫之若作字者父教以讀書日夜輒數十行九歲畢五經四書學為制舉文十三補學官弟子旋食餼三試鄉闈不售而祖父相繼歿遂無志科第承世業為醫鄉錢氏多藏書恆往假之讀之遂博通經傳史子百家尤究極古今中西天文曆算之術靡不因端竟委能抉其所以然而摘其不盡然時復蹈瑕抵隙而蒐補其未備如據周髀算經笠以寫天青黃丹黑之文及後文凡為此圖云云而悟篇中周徑里數皆為繪圖而設天本渾圓以視法變為平圓則不得不以北極為心而內外衡以次環之皆為借象而非真以平遠測天也開元占經曆積年於算不合君用演紀術推其上元庚子至開元二年歲積知占經少三千六十年又以占經顓頊曆歲積較之史記秦本紀始皇本紀知其術雖起立春而以小雪距朔之日為斷蓋秦以十月為歲首閏在歲終故小雪必在十月昔人未之言也李尚之用何承天調日法攷古曆日法朔餘強弱不合者十六家君以為未盡強弱之故別立術以日法朔餘展轉相減以得強弱數但使日法在百萬以上皆可求惟朔餘過于強率者不可算耳授時術以平立定三差求太陽盈縮梅氏詳說數術未明君讀明志乃知即三色方程之法謂凡兩數升降有差彼此遞減必得一齊同之數引而伸之即諸乘差則八線對數小輪橢圓諸術皆可共貫讀占經所載瞿曇悉達九執曆而知回回泰西曆法皆源於此其所謂高月者即月孛月藏者即月引數日藏者即日引數特稱名不

同亦猶回秝之稱歲實爲日分日數朔策爲月分日數之類是也其論婺源江氏冬至權度推劉宋大明五年十一月乙酉冬至前以壬戌丁未二日爲求太陽實纏度而後求兩心差乃專用壬戌今求得丁未兩心差適與江氏古大今小之說相反蓋漏取一端以爲符己見其根誤在高衝行太疾也西法用實朔距緯求食甚兩心實相距術繁而得數未確君以前後兩設時求食甚實引徑得兩心實相距不必更資實朔較本法爲簡而密矣西人割圜止知內容各等邊之半爲正弦而不知外切各等邊之半爲正切君依六宗三要二簡諸術別立求外切各等邊正切線法以補其闕杜德美求圜周術用圜內六邊形起算雖巧而降位尚遲君謂內容十等邊之一邊即理分中末線之大分距周較近且十邊形之周與邊同數不過遞進一位而大分與全分相減即得小分則連比例各率可以較數取之入算尤簡易因演爲諸乘差表可用弧度入算而不用弧背眞數然尤慮其難記且仍不能無藉於表因又合兩法而用之則術愈簡而弧線直線相求之理始盡錢唐項氏割圜捷術止有弦矢求餘線術君以爲亦可通之切割二線因補立其術西人求對數以正數屢次開方對數屢次折半立術繁重李氏探源以尖推發其覆捷矣而布算猶繁且所得者皆前後兩數之較可以造表而不可徑求戴氏簡法及西人數學啟蒙並有新術而未盡其理君別爲變通以求二至九之八對數因任意設數立六術以御之得數皆合復立還原四術又推而衍之爲和較相求八術自來言對數者未之聞也君又謂對數之用莫便於施之八線而西人未言其立表之根因冥思力索得之仍用諸乘差法迎刃而解尤晚歲造微之詣也其它凡近時新譯西術如代數微分諸重學皆有所糾正類此君於輿地訓詁六書音韻宋儒性理以至二氏術數之學皆能洞徹本末尤喜校訂古書綴輯其散佚嘗以馬氏繹史尙多漏畧寫補眉上字如蠅子無空隙錢通判熙祚輯守山閣叢書及指海以屬君君以治病不能專力舉文虎自代仍常佐校讐中多所商定別校刊素問靈樞用功尤深錢教諭熙輔輯藝海珠塵壬癸二集及刊重學錢縣丞培名輯小萬卷樓叢書婁韓中書應陛刊幾何原本後九卷君皆與參訂君視疾不以饋有無爲意性坦率貌黑而肥衣服樸陋不知者以爲村野人嘗有富人招君君徒步數里遇雨因跣足至門僕豎詰姓名告曰醫者也入則主人相視錯愕耳語以爲冒顧先生來者診已定方伸紙疾書脈及病狀引據內經仲景洋洋千百言曰向所治皆誤今當如是主人乃改容爲禮具肩輿以送君大笑不受仍跣足

歸本善飲酒然三四行卽稱醉固强之數十觴縱談忘告起矣咸豐閒粵寇日逼人心惶然强以算理自遣十年遭母喪明年賊入鄉避亂東走奉賢南滙閒旣而暫歸藏書多毀壞零落而次子澐爲賊擄驚憂不復出明年婦唐及季子源先後死慘悼成疾將終以所著書屬長子深曰求爾師爲我傳及李壬叔序之遂無它言卒年六十四深嘗從文虎遊壬叔者李善蘭也深澐皆諸生當賊至時深獨挈君書逃浦江東得以免君所著曰算賸初續編凡二卷曰九數存古依九章爲九卷而以堆垛大衍四元旁要重差夕桀割圜弧矢諸術埘焉皆采自古書而分門隸之曰九數外錄則隱括西術爲對數割圓八線平三角弧三角各等面體圜錐三曲線靜重學動重學流質重學天重學凡記十篇曰六秝通攷則據占經所紀黃帝顓頊夏殷周魯積年而爲之攷證曰九執秝解曰囘囘秝解皆就其法而疏通證明之曰推步簡法曰新秝推步簡法曰五星簡法則就疇人所用術改度爲百分趨其簡易而省其迂曲曰古韻則本休甯戴氏陰陽同入之說兼取顧江段孔諸家分爲二十二部雜以詩騷證其用韻之例上皆種別爲卷曰七國地理攷以七國爲綱隸諸小國于下而采輯古書實以今之地名凡十四卷曰國策編年攷求策文年次先後以篇目散隸之始周貞定王元年訖秦始皇二十六年爲一卷曰周髀算經列女傳吳越春秋華陽國志諸校勘記皆記其異文脫誤或采補逸文曰神農本草經曰七緯拾遺曰桓子新論皆所輯古人已逸之書其曰古書逸文者卽所以補馬氏繹史者也餘凡所校輯已刊入守山閣叢書指海者不復及以上皆君所手訂其身後雜存而文虎爲之別編者曰算賸餘稿曰雜著凡若干篇君又據林億校注傷寒金匱謂今次非是別各編米本目次於傷寒簪訂舛誤略采舊說閒下己意爲注僅成辨脈平脈太陽上中凡四篇少時嘗以學者讀禹貢不得其條理因爲之釋遂近爭傳寫之爲讀本然往往以意改竄失君本指別見予序中蓋君于學實事求是無門戶異同之見不特算術而算術爲最精夫後有作者君所未知不敢言若其旣見則可謂集大成也已

論曰觀君幼慧殆所謂生有自來者邪或者乃謂以君之學籍不出諸生壽不及古稀宜若天靳之者烏乎孔子曰求仁而得仁又何怨君所志者綜貫天人博大宏遠亦旣得之矣雖貴爲王侯壽如彭鏗何以易此彼委巷拘虛得失長短之見小人哉小人哉

九數外錄

目錄

對數記

金山顧觀光尙之著

凡正數屢次開方對數屢次折半不能爲比例也而開平方初商之後恆倍初商爲廉法以除餘實而得次商故方根首位單一而下有無數空位者空位後之零數必同於餘實折半之數此比例之所由起也以一之正數一〇爲平方積開得方根三一六二二七七六六〇乃以方根首位減一爲實方根首位加一爲法除之得〇五一九四九三八五三三爲初數自之爲屢乘數初數四之爲第一數遞取其三之一五之三七之五九之七十一之九十三之十一以相併得二三〇二五八五〇九二九九四〇四六卽開方與折半相等之數也以此數除單一得〇四三四二九四四八一九〇三二五二卽單一下無數空位零一之對數故名對數根矣

先定一之對數爲〇十之對數爲一乃求二至九之八對數倍對數根爲實十九除之爲第一數十九自乘之三百六十一爲屢除數遞取其三之一五之三七之五相併以減十之對數卽九之對數也倍對數根爲實十七除之爲第一數十七自乘之二百八十九爲屢除數遞取其三之一五之三七之五相併以減九之對數卽八之對數也倍對數根爲實十五除之爲第一數十五自乘之二百二十五爲屢除數遞取其三之一五之三七之五相併以減八之對數卽七之對數也乃以九之對數二除之卽三之對數以八之對數三除之卽二之對數又二乘之卽四之對數又以五與十之兩對數相減卽五之對數以二與三之兩對數相併卽六之對數也

既得此八對數則餘皆可求約計其術蓋有六焉第一術正數截去首位餘爲乘法倍正數減乘法餘爲除法第二術截取正數首位加一減正數爲乘法倍正數加乘法爲除法倍對數根爲實乘法乘之除法除之爲第一數又以乘法自之爲屢乘數除法自之爲屢除數遞取其三之一五之三七之五以相併一以加正數首位之對數一以減正數首位加一之對數卽所求之對數也第三術正數爲屢除數截去首位爲屢乘數第四術截取正數首位加一爲屢除數減正數爲屢乘數並以對數根爲實遞取其一二之一三之二四之三五之四六之五以相併一以加正數首位之對數一以減正數首位加一之對數卽所求之對數也第五術截取正數首位爲屢除數餘爲屢乘數第六術正數爲屢除數截取正數首位加一減正數爲屢乘

數並以對數根爲實遞取其一正二之一負三之二正四之三負五之四正六之五負依正負相加減一以加正數首位之對數一以減正數首位加一之對數卽所求之對數也

對數求正數者凡有四術以一之正數一〇爲九乘方積開得方根一二五八九二五四一一減去首位之一餘爲甲數方根除之得二一〇五六七一七七六卽爲乙數又以二至九之八對數按十百千萬之位遞增一數與所設之對數相較則正數之首位定矣乃以單一爲第一數正第一術取八對數之略小於對數者第二術取八對數之略大於對數者並與對數相減餘以甲數乘之爲第一乘法遞減甲數爲遞次乘法其得數皆爲正不足減者以乘法反減之則得數變爲負次復遞加甲數爲遞次乘法其得數皆一正一負遞取其二之一三之一四之一五之一六之一依正負相加減一以乘首位之正數一以除首位加一之正數卽所求之正數也第三術同第一術第四術同第二術惟以減餘乘乙數爲第一乘法遞加乙數爲遞次乘法遞取其一二之一三之一四之一五之一六之一以相併一以乘首位之正數一以除首位加一之正數卽所求之正數也

約而言之求對數之六術皆以兩正數較求兩對數較也求正數之四術皆以兩對數較求兩正數相除之數也故有兩正數一對數者可求又一對數有兩對數一正數者可求又一正數有兩正數者其兩對數之和與較任得一數卽可求兩對數有兩對數者其兩正數之和與較任得一數亦可求兩正數對數之理盡於此矣

割圓八綫記

弧度求八綫者命圓半徑爲一則半周爲三一四一五九二六五三五九以一百八十度約之得〇〇一七四五三二九二五一九爲方根自之得〇〇三〇四六一七四一九七六爲平方冪以所設之弧度冪乘之爲屢乘數弧度乘方根爲第一數正遞取其六之一負二十之一正四十二之一負七十二之一正一百十之一負一百五十六之一正二百十之一負依正負相加減卽正弦也屢乘數半之爲第一數正遞取其十二之一負三十之一正五十六之一負九十之一正一百三十二之一負一百八十二之一正二百四十之一負依正負相加減卽正矢也弧度乘方根爲第一數遞取其三之一五之二四十二之十七一百五十三之六十二一千七百〇五之六百九十一二萬六千九百四十九之一萬〇九百二十二二百二十九萬

三千六百二十之九十二萬九千五百六十九以相併卽正切也屢乘數半之爲第一數遞取其十二之五一百五十之六十一三千四百十六之一千三百八十五十二萬四千六百五十之五萬〇五百二十一六百六十六萬八千七百七十二之二百七十〇萬二千七百六十五四億九千一百九十〇萬三千二百三十之一億九千九百三十六萬〇九百八十一九十五億六千九百三十二萬七千〇八十八之三十八億七千八百三十〇萬二千四百二十九以相併再加半徑卽正割也

八綫求弧度者命圜半周爲一百八十度則半徑爲五十七度二九五七七九五一三一自之得三千二百八十二度八〇六三五〇〇一一七四三七九四七八一六九爲半徑冪弧度半徑乘正弦爲第一數正弦自之爲屢乘數遞取其六之一二十之九四十二之二十五七十二之四十九一百十之八十一一百五十六之一百二十一二百十之一百六十九以相併卽弧度也弧度半徑冪乘倍正矢爲第一數倍正矢爲屢乘數遞取其十二之一三十之四五十六之九九十之十六一百三十二之二十五一百八十二之三十六二百四十之四十九以相併平方開之卽弧度也弧度半徑乘正切爲第一數正正切自之爲屢乘數遞取其三之一負五之三正七之五負九之七正十一之九負十三之十一正十五之十三負依正負相加減卽弧度也弧度半徑冪乘倍割徑差爲第一數正倍割徑差爲屢乘數遞取其十二之五負七十五之三十二正四百四十八之一百九十五負一千九百五十之八百六十三正十二萬三千九百十六之五萬一千一百十五負九十三萬〇二百九十三之四十二萬二千二百三十二正十四萬〇七百四十四之六萬四千四百九十一負依正負相加減平方開之卽弧度也

弧度求八綫對數者餘弦正割用本弧冪正弦餘割用餘弧冪大矢用半本弧冪正矢用半外弧冪並以乘平方冪爲屢乘數又以乘對數根〇四三四二九四四八一九〇三二五一八半之爲第一數遞取其六之一十五之四五十六之十七七百六十五之二百四十八二千〇四十六之六百九十一六萬二千八百八十一之二萬一千八百四十四二百六十二萬一千二百八十之九十二萬九千五百六十九一億四千二百二十二萬四千〇五十七之五千一百二十三萬六千六百五十六億〇八百四十三萬五千二百九十之二億二千一百九十三萬〇五百八十一以相併半徑減併數卽正弦餘弦對數半徑加併

數卽正割餘割對數倍併數以減圓徑對數一○三○一○二九九五六六三九八卽正矢大矢對數也

八綫對數求弧度者以對數根除一得二三○二五八五○九二九九四○四六爲連比例首率正弦餘弦正割餘割用對數與半徑差之倍數正矢大矢用對數與圓徑對數差並以乘首率爲屢乘數又以乘弧度半徑冪爲第一數正遞取其六之一負十五之一正二十八之一正五之一負六十六之五負四百五十五之八十一正七十二之七正一千三百七十七之二百三十三負六萬一千九百七十八之六千八百二十三負依正負相加減平方開之餘弦正割以所得爲本弧正弦餘割以所得爲餘弧大矢則倍所得爲本弧正矢則倍所得爲外弧也

八綫求微分者以一分之弧背眞數○○○○二九○九爲實餘弦乘之爲正弦微分正弦乘之爲餘弦微分餘弦冪約之爲正切微分正弦冪約之爲餘切微分八綫對數求微分者以一秒之弧背眞數○○○○○○四八五乘對數根得○○○○二一○六爲實餘切乘之爲正弦對數微分正切乘之爲餘弦對數微分正餘弦相乘冪約之爲兩切綫對數微分

八綫相當之率爲連比例者六爲斷比例者九正弦與半徑若半徑與餘割餘弦與半徑若半徑與正割正切與半徑若半徑與餘切正矢與正弦若正弦與大矢割徑并與正切若正切與割徑差切割并與半徑若半徑與切割差皆連比例也半徑與正弦若正割與正切半徑與餘弦若餘割與餘切半徑與正切若餘弦與正弦半徑與餘切若正弦與餘弦半徑與正割若餘切與餘割半徑與餘割若正切與正割半徑與正弦若割徑差與弦切差半徑與正切若正矢與弦切差半徑與正割若正矢與割徑差皆斷比例也

平三角記

平三角者角度與邊綫互相求也凡角度適足九十度曰正角不及九十度曰銳角過乎九十度曰鈍角而三邊形之角度併之適足半周故有二角可知餘一角也有正角者爲句股形無正角者爲三角形而三角形之比例仍不外乎句股故欲明三角者必自句股形始

凡句股形以句弦相交之角爲右角則股弦相交之角爲左角半徑爲句則右角之正切正割爲股與弦半徑爲股則左角之正切正割爲句與弦半徑爲弦則右角之正弦餘弦亦卽左角之餘弦正弦爲股與句邊角相求之術不外是矣

三角之理雖不同於句股而邊綫之比例匹等於對角正弦之比例用求邊角其理易明惟所知一角在所知兩邊之間角無所對之邊邊無所對之角則以角度與半周相減餘數半之爲半外角兩邊和與兩邊較若半外角正切與半較角正切乃以半較角與半外角相併爲大邊之對角相減爲小邊之對角也

三邊求角之術任以一邊爲底於對角作垂綫則成兩句股形角旁兩邊和較相乘以底除之視所得數小於底者底爲兩句和所得數爲兩句較大於底者底爲兩句較所得數爲兩句和乃以大小句與大小弦比例求之可以得角度矣若三邊相併折半爲半總各與對邊相減爲較三較連乘半總除之開平方得分形之中垂綫對邊較與中垂綫若全數與半角正切則不論角之銳鈍可通一法也

弧三角記

弧三角者角度與弧綫互相求也角有正有銳有鈍並與平三角同所異者平三角之角度併之適足半周弧三角之角度併之必在半周以上而不得滿五百四十度平三角之邊小僅咫尺大則百千萬里弧三角之邊必在半周以下合三邊不得滿三百六十度平三角有一正角餘二角必銳弧三角則有一正兩銳者有一正兩鈍者有一正一鈍一銳者平三角有一鈍角餘二角必銳弧三角則有一鈍兩銳者有一銳兩鈍者有三鈍者平三角用於平面故以角之八綫與邊相比弧三角用於渾圓故以角之八綫與邊之八綫相比平三角有正角即成句股正弧形則實非句股而以八綫湊成句股其理甚精微也

凡正弧形對正角者曰對弧對左角者曰右弧對右角者曰左弧任以左角爲所知角而求其比例對弧正弦爲弦則右弧正弦爲股右弧正切爲股則左弧正弦爲句左弧正切爲句則對弧正切爲弦並與左角之八綫爲同式故可以一角兩邊求餘兩角亦可以兩角一邊求餘兩邊也

左弧餘弦爲句則右弧正割爲弦與對弧之八綫爲同式

左弧正割爲句則對弧正割爲弦與右弧之八綫爲同式

對弧餘弦爲句則右弧餘弦爲弦與左弧之八綫爲同式

故可以一角兩邊求又一邊也任以左角爲心九十度爲界展規作弧引右弧對弧與之相交而成次形則右弧餘度爲次形對弧對弧餘度爲次形右弧而左弧餘度爲次形左角左角餘度爲次形左弧其用本度者惟正角右角耳於是邊角之不相對者易爲相對而以本形之法通之故可以三角求邊亦可以兩角一邊求又一角也

斜弧形無正角故以垂弧御之任以一邊爲底底旁兩角

俱銳或兩角俱鈍者作形內垂弧分爲兩正弧形兩角一銳一鈍者作形外垂弧補成兩正弧形右角正弦與左角正弦左弧正弦與右弧正弦以垂弧正弦爲互視之比例右分角正切與右分弧正切左分角正切與左分弧正切以垂弧正弦爲同式之比例右角正切與左角正切左分弧正弦與右分弧正弦右弧正切與左弧正切左分角餘弦與右分角餘弦並以垂弧正切爲互視之比例右分角正弦與右角餘弦左分角正弦與左角餘弦右分弧餘弦與右弧餘弦左分弧餘弦與左弧餘弦並以垂弧餘弦爲同式之比例故用垂弧者不必求垂弧之數也

斜弧形之用矢較爲比例也角旁兩弧相併爲總相減爲較總較兩矢相減折半爲初數又以較弧矢減對弧矢得兩矢較初數與兩矢較若全數與角之矢故可以三邊求角又可以兩邊夾一角求對角之邊如以次形通之則可以三角求邊又可以兩角夾一邊求對邊之角也

斜弧形之用半和半較爲比例也角旁兩弧相併折半爲半和弧相減折半爲半較弧半和弧餘弦與半較弧餘弦若半角餘切與半和角正切半和弧正弦與半較弧正弦若半角餘切與半較角正切故可以兩邊夾一角求對邊之兩角如以次形通之則可以兩角夾一邊求對角之兩邊也次形之用有二其一大小互易也其一邊角互易也大小互易之法一本形有三次形任以一邊爲本形次形同用之邊而餘二邊俱用餘度邊角互易之法一本形有四次形其三次形任以一邊爲次形之外角而餘二角仍用本度其一次形三邊爲次形之三外角大小互易之法正弧與斜弧同以大邊易小鈍角易銳則算例畫一而理易明也邊角互易之法正弧與斜弧相似而實不同正弧祇二次形斜弧有四次形正弧之互易者一邊一角斜弧則三邊並易爲角三角並易爲邊正弧之用本度者惟一正角與一交角其餘一角三邊並用餘度斜弧則有一角一邊用餘度者有三角三邊並用餘度者然本度爲邊則對角亦爲本度餘度爲邊則對角亦爲餘度斜弧邊角互易實與大小互易之法殊塗而同歸矣正弧之餘度與象限相減之餘也故所用之八綫正餘互易斜弧之餘度與半周相減之餘也故所用之八綫正餘並同正弧之互易二不相對者爲相對也故自正角外任以一角爲交角卽以又一角之餘度爲交角對邊斜弧則邊角相對次形並同本形而四次形任用其一皆可以角求邊無定之中有一定者存焉斜弧形有兩等邊者可用垂弧法分爲兩正弧形有象限邊者可用次形法易爲一正弧形此則舍繁

就簡惟變所適神而明之存乎其人耳

各等面體記

四等面體以一邊爲弦半邊爲句則中垂綫爲股其冪得邊冪四之三又以一邊爲弦中垂綫三之二爲句則立垂綫爲股其冪得邊冪三之二以中垂綫乘邊取二之一爲面積又以立垂綫乘之取三之一爲體積也八等面體之立垂綫冪倍於邊冪卽以立垂綫乘邊冪取三之一爲體積也十二等面體以理分中末之倍大分爲弦率全分爲股率半邊爲句而求其股句股相乘五因之爲面積又以股爲理分中末之大分而求其全分爲立垂綫以乘面積四因之爲體積也二十等面體中垂綫冪亦得邊冪四之三以中垂綫乘邊取二之一爲面積又以中垂綫三之一爲理分中末之小分而求其全分爲立垂綫以乘面積取三之一二十因之爲體積也

凡各體內容立圓爲以面切面其切點之數皆如其面之數各體外切立圓爲以尖切面其切點之數皆如其尖之數依各面之邊綫剖至中心則立方成四瓣尖體十二面成五瓣尖體餘皆成三瓣尖體各尖體之立垂綫皆內容立圓之半徑其斜楞綫皆外切立圓之半徑也四面體分形之立垂綫冪得邊冪二十四之一斜楞綫冪得邊冪八之三內容立方徑冪得邊冪十八之一外切立方徑冪得邊冪二之一故內圓與外圓內方與外方其徑皆如一與三也方內容圓者圓徑卽爲方邊圓內容方者圓徑爲立方之對角斜綫故圓徑冪與方邊冪若三與一矣八面體分形之立垂綫冪得邊冪六之一斜楞綫冪得邊冪二之一外切立方在立圓外故其徑與圓徑同內容立方在立圓內故內方與外方之徑亦若一與三也十二面體與二十面體自腰橫剖之皆當各邊折半之處而成十等邊形以十二面邊爲理分中末之小分則大分爲內容立方邊全分爲外切立方邊內方邊自乘而三之卽外切立圓之徑冪也以二十面邊爲理分中末之大分則全分爲外切立方邊理分中末之全分爲股率大分爲句率二十面之一邊爲句而求其弦爲外切立圓徑內圓徑自乘取三之一卽內容立方之徑冪也

四面體與八面體之互相容也八面體在外則二體之邊綫相等四面體在外則四面體之一邊倍於八面體之一邊十二面體與二十面體之容八面體也皆以其外切立方邊爲八面體之立垂綫故二體之邊綫等者其所容八面體之邊亦若理分中末之全分與大分矣四面體與八面體之容二十面體也內外體之立垂綫相等故內體所

容之立圓與外體所容之立圓同大十二面體之容四面體也內外體之斜楞綫相等故內體所切之立圓與外體所切之立圓同大四面體與八面體之容十二面體也十二面體與二十面體互相容也二十面體之容四面體也皆以外體之立垂綫爲內體之斜楞綫故二體之間皆可以容立圓諸體互求之法從此起矣

凡立方內容諸體皆與立方同高則立圓積爲立方二十一之十一四面體積爲立方三之一八面體積爲立方六之一十二面體積爲立方萬分之四千二百五十九奇二十面體積爲立方萬分之五千一百五十二奇立圓內容諸體惟八面體能與立圓同高其積爲立圓二十二之七其餘皆不同高也八面體在諸體內其積必等立方在立圓內與在十二面體二十面體內者其積必等圓內容十二面體與二十面體其平面之分角綫等故立垂綫亦等圓內容正方體與二十面體兩邊綫之比同於圓內容十二面與二十面兩體積之比理分中末之全分爲股大分爲句而求其弦又以全分爲股小分爲句而求其弦兩弦之比亦必同於圓內容十二面與二十面兩體積之比矣四面體有四尖可作四小球八面體有六尖可作六小球立方體有八尖可作八小球二十面體有十二尖可作十二小球皆以居大球內而爲所容十二面體有二十尖作二十小球以居大球內則中多餘空有稍大小球夾之諸體之各邊皆小球徑也諸體之斜楞綫與小球半徑相加爲大球半徑相減爲稍大小球半徑各等面體之理盡於此矣

圓錐三曲綫記

凡圓錐體橫剖之成平圓斜剖之成撱圓平圓祇有一心其周綫之距心恆等撱圓則有二心自二心出綫抵圓周二綫之和必與長徑等也命撱圓之長徑爲橫軸短徑爲縱軸則任於圓周作縱綫爲股所截長半徑之橫綫爲句股冪乘長半徑冪與句冪乘短半徑冪之和恆與兩半徑冪相乘之數等其過心之倍股即長軸之通徑以長徑爲連比例之首率短徑爲中率則通徑爲末率也股冪與所分長徑二分相乘之冪若短徑冪與長徑冪於長徑上作平圓則同句之平圓股與撱圓股若長徑與短徑矣任於圓周出二斜綫抵橫軸之兩端爲正餘二通弦則二通弦對角正切相乘之冪即長徑冪約短徑冪之數自圓周作二斜綫與二通弦平行則撱圓切綫也引橫軸與切綫相交成句股形切綫爲弦縱綫爲股則其句爲次切綫法以橫綫冪與長半徑冪相減爲實橫綫爲法實如法而一即

次切綫也自切點作綫抵橫軸與切綫成直角是名法綫法綫爲弦縱綫爲股則其句爲次法綫法以短半徑冪乘橫綫爲實長半徑冪爲法實如法而一即次法綫也擴圓法綫平分切點距二心綫之交角故切綫與距二心綫之交角亦相等矣二切綫既與二通弦平行則自二屬點過中點之斜徑亦與二通弦平行命之曰相切徑任於圓周作縱綫與一半徑平行截其又一半徑爲橫綫與橫軸上之句股比例並同故相屬徑之二冪和與長短徑之二冪和恆相等也徑端距二心綫相乘之冪與半徑冪等相屬徑四端之四切綫成平行四邊形亦與長短二徑相乘之冪等若以二徑之半圓面積爲首末率而求其中率即擴圓面積也

凡圓錐體依一邊之勢自對邊斜剖之至底成單曲綫形以此形橫置之作過心橫軸綫引長至頂點外如頂點距心度乃作垂綫與軸綫成直角即準綫也任於曲綫上作橫綫直交於準綫必與距心綫等任於曲綫上作縱綫爲股截軸之橫綫爲句以句爲連比例之首率股爲中率則通徑爲末率通徑者過心之倍股也折取其半即心距準綫之度矣自縱綫上端作斜綫爲曲綫之切綫引橫軸與之相交亦與次切綫成句股形又作法綫直交於切綫亦與次法綫成句股形單曲綫之次切綫倍於橫綫而次法綫恆爲通徑之半以縱綫約次法綫或以次切綫約縱綫皆切綫與軸交角之正切也切點距心綫交法綫之角恆等於法綫交軸之角故法綫之兩端其距心亦相等切點距心綫交切綫之角恆等於切綫交軸之角故切綫之兩端其距心亦相等自心作斜綫直交於切綫即切點頂點兩距心綫之中率矣任作通弦與切綫平行又自切點作橫徑與軸綫平行必分通弦爲兩平分半通弦爲縱綫截橫徑爲橫綫與橫軸上之句股比例並同若句股相乘取三之二即所截單曲綫之面積也

凡圓錐體依立垂綫之勢自一邊直剖之至底成雙曲綫形以此相等之二形橫置之其二頂點之相距即爲橫徑任於曲綫上出綫抵二心二綫之較必與橫徑等也自橫徑之中作綫直交於橫徑即爲縱徑中點距心綫爲弦其距頂綫爲句求得股爲半縱徑自橫徑之上下截之復作相等之二曲綫形爲相屬雙曲綫引縱橫二徑爲二軸皆過曲綫之二心以橫徑爲連比例之首率縱徑爲中率則通徑爲末率即橫軸上過心之倍股也任於曲綫上作縱綫爲股截橫徑之引長綫爲句股冪乘半橫徑冪與句冪乘半縱徑冪之較恆與兩半徑冪相乘之數等股冪與句

加横徑乘句之冪若縱徑冪與横徑冪矣自縱綫上端作切法二綫亦與次切次法二綫成句股形其求切綫交軸之角與單曲綫同雙曲綫之切綫平分切點距二心綫之交角故其法綫亦平分切點距二心綫之外角任於曲綫上出二斜綫抵横徑之兩端爲正餘二通弦二通弦對角正切相乘之冪卽横徑冪約縱徑冪之數自横徑之中又作二斜綫與二通弦平行四端皆抵曲綫命之曰相屬徑以此二徑引而長之任於曲綫上作縱綫與一半徑平行截其又一半徑之引長綫爲横綫與横軸上之句股比例並同故相屬徑之二冪較與縱横徑之二冪較恒相等也相屬徑四端之四切綫成平行四邊形與縱横二徑相乘之冪等縱横徑四端之四切綫成長方形作對角二斜綫引而長之與四曲綫漸近而永不相合命之曰漸近綫以横徑約縱徑卽漸近綫與横徑交角之正切矣任於曲綫上作縱綫與一漸近綫平行截其又一漸近綫爲横綫縱横二綫相乘之冪恒爲中點距心冪四之一引長縱綫以四曲綫爲界補成平行四邊形恒爲縱横二徑相乘冪二之一任於曲綫上作切綫以二漸近綫爲界必平分於切點故切點上之相屬徑亦與切綫相等若以股乘半横徑與句乘半縱徑二冪之和乘訥氏對數二七一八二八二以減句股相乘之冪卽所截雙曲綫之面積也

此三曲綫皆圓錐之分形其離切綫之率當以合吻圓度之任於曲綫上作諸圓形與曲綫同切於一點則圓周之離切綫半徑小者較速半徑大者較遲而諸圓形中必有一圓周與曲綫吻合無間卽合吻圓也命圓半徑爲曲率半徑則各點曲率半徑之比同於法綫立方之比法綫立方爲實半通徑之平方爲法實如法而一卽曲率半徑也

橢圓二心相距之綫半之爲兩心差以長半徑約之則爲橢率置圓周率三一四一五九二六五以長徑乘之爲實橢率自之爲屢乘數遞取其四之一十六之三三十六之十五以減實卽橢圓周也置圓周率以長短二徑相乘之冪乘之爲實橢率自之爲屢乘數遞取其六之一二十之三四十二之十五以減實卽橢圓體之曲面積也法綫乘縱綫而以通徑約之於上法綫加縱綫而半之以乘訥氏對數加入上位卽單曲綫之長也以通徑約圓周率四因三除以乘法綫次法綫兩立方之較卽單曲綫體之曲面積也橢圓體積等於外切圓柱三之二單曲綫體積等於外切圓柱二之一單曲綫面所容最大長方其横徑恒爲軸綫三之二圓錐所容最大單曲綫面其軸綫恒爲斜距四之三引而伸之觸類而長之曲綫之能事畢矣

靜重學記

重學之本始於權衡權與物均而衡平則左距與右距等若不均而衡平則左距乘左重與右距乘右重等比例之法由此起矣桿之異於衡者不惟其平而惟其定直桿或平或斜並與衡同曲桿則視力綫與桿之交角其角正得九十度比例同於直桿不正得九十度則左距乘左重與右角正弦若右距乘右重與左角正弦或有曲桿之折角而求左右兩角則左距乘左重爲實右距乘右重爲法實如法而一內減折角餘弦折角正弦除之即左角餘切也求右角者倣此

二力綫之引重而行也二綫相合則用其和二綫相對則用其較若不相合而未至於相對者以二力綫補成平行四邊形作對角綫爲二力之合率三力以上其理一也

引重之器有七其助力各不同桿之助力爲右距與左距之比輪軸之助力爲軸徑與輪徑之比齒輪之助力爲小輪齒數與大輪齒數之比單滑車之助力爲一與二之比連滑車之助力爲一與二依滑車數少一乘方積之比或爲一與索數之比或爲一與二依動滑車數乘方積少一之比斜面之助力爲股與弦之比劈之助力爲劈背與劈邊之比螺旋之助力爲兩螺綫距與柄長爲半徑所成圜周之比七者或分或合或複或單皆能以小力運大重其力與重皆若重動速與力動速也

獨體合體均有重心自重心作垂綫必與地平成直角凡三邊形各於半邊作對角綫二綫相交之點爲重心其距角與距邊若二與一也兩兩相等四邊形於相等邊之半作聯綫兩綫相交之點爲重心其距兩邊恆相等四不等邊以對角綫分爲兩三邊形各以法求其重心兩重心聯爲一綫則大形垂綫與小形垂綫若小形之重心距與大形之重心距也凡尖錐體先求底之重心自底心至尖作聯綫其四之一爲底心距重心若去其尖則以上下兩重心作聯綫全體之重心必在此綫上矣設諸面體之角各爲質點而以綫聯之又或斷而不連或動而不定亦必有此重心引重之器以力與重聯爲一綫力降則重升而聯綫上必有定點即重心也

既有重心可明定理體之定於一點者自懸點作垂綫必過重心體之定於一面者自重心作垂綫必與定點相合體之定於一點及一面者自重心作垂綫爲一邊自面之定點作綫直交於面爲又一邊面之定點距重心爲底則兩定點相距爲三角形之大分邊體之定於兩點者以此兩點引而長之必交於重心所作之垂綫也體之定於兩

面者兩定點之抵力綫各與其面成直角引而長之亦必交於重心之垂綫也

凡體已定而微動之或復原處或離其原處則固定與非固定之別也設小半球切於大半球之凸面其重心恆爲球半徑八之五自切點作綫與地平成直角重心在此綫內者爲固定在此綫外者爲非固定法以兩半徑相乘爲實兩半徑相併爲法實如法而一爲固定率若切於大半球之凹面則兩半徑相乘爲實兩半徑相減爲法實如法而一爲固定率

屋梁相定之理三梁相合成兩等邊三角形加重於頂自頂點作垂綫分爲兩句股形則句爲梁平力之率倍股爲梁垂力與加重之率三梁相屬以次遞降自下梁重心作直綫引中梁綫與之相遇復自相遇點至下梁下端作斜綫則與地平綫成句股形句爲下梁平力之率弦爲下梁垂力之率四梁相屬長短輕重如一合地平綫成五不等邊形自頂點作垂綫則與地平綫成大句股又自下梁上端作地平綫則與垂綫成小句股小股對角之正切與大股對角之正切若一與三也

橋環相定之理先令諸劈之大小形狀左右俱等自橋頂作垂綫以諸劈之左右切面引而長之必與垂綫遇於一點此點即環心也各切面與垂綫之交角其切綫較爲各劈重率斜綫爲各劈抵力率不合此率而又無面阻力橋必圮矣由劈之重心作垂綫自切面之中作綫直交於切面爲抵力綫引而長之與左右兩垂綫相遇必在劈行之中若出劈外而又無膠固力橋必圮矣橋之下面爲圜綫者自圜心作地平綫又以圜半徑爲股橋頂至圜心之垂綫爲弦取其句於垂綫上自圜心截之復作一地平綫此綫自中至邊漸與橋之上曲綫相近而永不相合任於此綫上作一垂綫交於下地平綫又自圜心作一斜綫乃取交點距橋頂之度於斜綫上自圜心截之即上曲綫所到也橋之上下面俱爲地平者中間必爲垂面各切面與垂綫之交角其切綫較爲各劈重率即爲各劈面積率抵力綫不出劈外與橋環同

凡糙面有二阻力一在平面一在斜面光面則祇有平面之阻力也任何面體行於平面其重即爲抵力兩面俱木而紋平行者取抵力二之一兩面俱木而紋橫直相交或兩面俱金者取抵力四之一兩面一木一金者取抵力五之一各以乘抵力爲面阻力斜面之阻力則置物於平面而以一邊徐徐舉起於物欲下未下之時測斜面與地平之交角其全數與角正切若抵力與面阻力也橋環諸劈

之重不合於切綫較則抵力綫與切面斜交試於抵力綫之端作綫直交於抵力綫又於直交綫之中依斜面阻力角度左右各作一角即爲斜交綫之大限切面在此二限之中環亦定矣

有小圓柱旋轉於大圓柱中其相切處亦生面阻力兩面俱木者取抵力十二之一兩面一銅一鐵者取抵力七之一各以乘抵力爲面阻力輪軸滑車率皆準此

動重學記

凡動無他力加之則方向必直遲速必平若加以他力而方向異於本動者以二方向綫補成平行四邊形作對角綫爲二速之合率力之加於物而生動也不論正加旁加其動力恆等於抵力故左重與右重若右速與左速二物相引則速之大者必減小者必增各以其重乘所增減之速其數亦相等也

凡球行於平面是生平力二球相擊其體平而復凸是生凸力球之無凸力者或鉛或瓦擊時二速消盡二球必止而不行矣凸力有等於平力者謂之全凸力有小於平力者謂之腡凸力呢紗等球凸力爲平力九之五象牙球爲九之八玻璃球爲十六之十五正相擊後二球分行於二對面各生新速其擊前速與擊後速若平力與凸力也設二球皆全凸力正相擊後小球之速必減而大球之速必增二重和與二重較爲倍大重與減速之率又爲倍小重與增速之率各以其重乘速而併之擊前與擊後亦等二球之凸力等而正相擊後小球止而不行其大球與小球必若平力與凸力也若以動球擊靜球而二體相等又皆爲全凸力者其動靜必互相易動球小於靜球則小者返行而大者前行必小於小者之前速動球大於靜球則小者之速必大於大者之前速而大者隨行其速小於前速

三球在一綫上以次遞小而大中二球之較大於中小二球之較者大球由中球傳速於小球必大於直傳速於小球若中球爲大小球之中率則傳速最大矣

自擊點過二球心作交綫其合於球行之方向者爲正所擊不合者爲斜相擊二球方向一直一橫則擊後橫者斜行以擊前二方向綫引而長之補成平行四邊形作對角綫即斜行之綫也二球俱斜則擊後二方向綫與擊前二方向綫互爲平行自方向綫之端作綫直交於交綫前後各成兩句股形其兩句必自相等又以擊前二方向綫引之相交則交角之對邊即擊時之兩半徑和也

二球相距必有重心至相擊時重心即爲擊點二球相對而行則重心恆不動故左重與右重若右距與左距相隨

而行而後速大於前速則重心隨而前行法以兩重各乘速而併之爲實併兩重爲法實如法而一卽重心行也設二球平行於二斜綫重心必平行於一直綫以二斜綫引之相交取二速之度自交點截之爲兩腰作聯綫爲三角形之底則左速與右速若右分邊與左分邊乃自分邊處至交點作直綫卽重心行也

凡有凸力之球斜擊於不動之面則擊後必斜行自擊點過球心作交綫又自方向綫之端作綫直交於交綫成前後兩句股形凸力全者兩句股形相等而方向綫與交綫之交角前後亦必相等凸力不全則後角與前角之正切爲平力凸力之率後角與前角之正弦爲前速後速之率無凸力者擊後行於面邊其前速與後速若全數與角正弦也

凡動有二一爲平速一爲漸加速平速動成長方形速爲濶時爲長則路爲長方積漸加速動成塹堵形力爲高時爲長與濶則速爲長方積路爲塹堵形積物在空中爲地力所引而下墜愈下愈速卽漸加速也地形橢圓長徑過赤道短徑過兩極徑冪與地力爲轉比例故兩極下地力與赤道下地力若百四十五與百四十四兩極赤道之間地力適中於一秒中測物之下墜凡十六尺又萬分尺之六百九十七倍之爲一秒之地力依塹堵形求之速與路俱可得矣聲之行爲平速一秒中凡千十七尺設投石井中歷幾秒聞水聲則以地力除二開平方爲石過井率以聲速除一爲聲過井率併之以比所歷之時卽井口距水之深也大小二重懸於定滑車者大重必隨地力而下二重和與二重較若地力與長加力物自斜面下行兩面皆爲光面必相切而行非旋轉而下斜面之弦爲重率股爲力率力乘地力卽斜面之長加力以塹堵形之比例通之地力乘股以除二弦冪卽時冪也二地力以乘股卽速冪也故不論弦之長短但股等則速亦等以重引重令行於斜面垂面之重大則重上行垂面之重小則重下行以垂重乘弦與斜重乘股之較乘地力爲實併二重以乘弦爲法實如法而一卽長加力也設有圓面直交地平自頂點至圜界作諸通弦則物任行於何通弦自頂點至末點時刻俱等大小兩圓面之頂合爲一點直交地平自頂點至大圜界作諸大通弦中有諸小通弦則物行於兩通弦之較自小圜界至大圜界時刻俱等凡此相等之理皆由地力而生也

拋物空中上行極則彎環而下其兩端恆相等是名拋綫拋綫與地平之交角適足四十五度者拋界最大其左右

皆漸小而兩兩相等至九十度則無拋界矣若拋物於斜面則視斜面與九十度之交角拋綫中分此角者拋界最大其左右亦漸小而兩兩相等至九十度則無拋界矣以拋綫之切綫爲弦則垂綫爲股地平綫爲句切綫生於平速之拋力故時速相乘而得弦垂綫生於漸加速之地力故半地力乘時冪而得股以平三角之比例通之拋綫交地平之倍角正弦乘速冪爲實地力爲法實如法而一卽平面拋界也拋綫交地平角與拋綫交斜面角相併爲和相減爲較和角較角兩正弦之較乘速冪爲實較角餘弦冪乘地力爲法實如法而一卽斜面拋界也九十度之拋綫卽爲拋高倍之爲平面之最大拋界又以斜面交九十度角之大矢除之卽斜面之最大拋界故平面拋界視斜面爲大矣自拋高上端作橫綫爲規綫規綫距拋綫頂之度與拋綫頂距心之度等自心作橫綫直交於心距規綫兩端皆抵拋綫此綫必倍於心距規綫卽末率也心距規綫以二拋高爲最大故末率以四拋高爲最大拋綫與平綫之交角自地平上以漸而小至拋綫頂則與平綫合而爲一無交角矣垂綫所截之地平綫爲實拋綫交地平角之餘弦冪乘二拋高爲法實如法而一以減拋綫交地平角之正切卽交角正切也若以同速拋各物而同在一平面者歷若干秒各物所到之點聯之成平圓形若不在一平面成立圓形其拋點距圓心之度卽若干秒中地力下行所過之路矣

懸物空中左右限以曲綫令物一往一來則與曲綫乍合乍離而其行又成曲綫是名擺綫倍圓徑爲擺長又倍之爲擺綫周則圓周爲擺綫之界綫卽橫徑也於橫徑之中作垂綫必抵擺綫之底點以此垂綫爲圓徑作平圓形則任於垂綫上作橫綫其所截平圓之弧綫必等於平圓外之橫綫而所截之擺綫周必倍於平圓內之通弦物自擺綫下行爲地力所引其速與垂綫等以測各處地力之大小至易見也一秒之地力爲實圓周率三一四一五九二六五三自之爲法實如法而一爲秒擺長秒擺者一秒擺動一次也設地力爲定數則擺長之平方根與時刻成正比例擺長爲定數則地力之平方根與時刻成轉比例故以秒擺長除擺長或以地力除原地力平方開之皆爲擺動一次之時刻也若以較數求之則擺長者動遲擺短者動速以擺長與秒擺長之較乘一晝夜八萬六千四百秒爲實倍秒擺長爲法實如法而一卽一晝夜擺動加減次數地形高下處處不同高則擺動遲下則擺動速一晝夜加減次數爲兩處高下差之率倍之爲兩處地力差之率

擺綫之用盡於此矣

有諸質點各以堅綫聯於平面力加一點則諸點隨之而動此與獨動不同因諸質點各有抵力環軸時必互相感召或生動或阻動也距軸愈遠用力愈少力距相乘積等則速亦等自軸心作地平綫為句自諸點各作垂綫為股諸點之距軸綫為弦各以質重乘弦冪而併之即諸點之質阻率力乘距冪為實質阻率為法實如法而一即實生力也諸質點為地力所引亦各有長加力自軸心作直綫則分諸點為左右兩邊各以質重乘句視諸點在直綫之一邊者相加在兩邊者相減用乘地力又以所求點之距軸綫乘之為質阻率為法實如法而一即所求點之長加力也諸質相距必有重心其距軸綫為弦垂綫為股所截之地平綫為句合各質重以乘重心之句與質重各乘距軸綫之句以相併者其數正等引重心距軸綫而長之即為擺心重心擺心兩距軸綫相乘即環軸半徑冪也自重心作直綫與距軸綫成直角亦分諸質點為左右兩邊而諸點之距重心綫為弦直綫為股所截之距軸綫為句各以質重乘句其在重心之兩邊亦相等也合各質重以乘重心距軸冪又以質重各乘弦冪而併之亦與質阻率等重心距軸綫與距擺心綫相乘即環重心之半徑冪合各質重乘之與質重各乘弦冪以相併者其數亦等重心為心軸心為界作平圓形任於圓綫上取一點為懸點擺次並同若以擺心為界其理亦同故懸點與擺心點可互易也

二重一加於輪一加於軸而在輪周者下行在軸周者上行輪軸之長加力各如其半徑之比三輪相屬或聯以索或銜以齒而二重一加於第一輪一加於第三軸輪軸之長加力如三輪半徑連乘與三軸半徑連乘之比不等二重加於桿之兩端者二重之長加力各如距重心之反比矣凡圓體有轉動有過面動此二動常相因也以索之一端纏於圓體一端過定滑車而以重懸之設等質之實圓柱則柱重乘地力以加懸重為實三因懸重以加柱重為法除之即過面動之長加力懸重乘柱徑又乘地力為實三因懸重加柱重以乘柱徑冪八之一為法除之即轉動之長加力若圓柱空而極薄則柱重乘地力為實倍懸重以加柱重為法除之即過面動之長加力倍懸重以乘地力為實倍懸重加柱重以乘柱半徑為法除之即轉動之長加力設索之一端纏於圓體一端着於定點則過面動之長加力實圓柱為地力三之二空圓柱為二之一球為七之五也圓體由斜面而下兩面皆為糙面令圓體不滑

直動而爲轉動則不用地力而用直動之長加力其比例並與此同不等二重加於靜滑車者令大重下行之長加力卽令小重上行之長加力若加於二滑車而一靜一動者動滑車之長加力爲靜滑車二之一因速減半故也若加於連滑車而一靜數動者第一動滑車之長加力爲靜滑車二之一第二動滑車爲四之一第三動滑車爲八之一既得諸器之長加力用和分法推之卽可知諸器之動矣

凡二體相切相磨皆能生面阻力而動速漸減使牽力與面阻力等則物之行恆爲平速矣車行於石路之牽力小者爲物重千分之十六大者爲二千分之三十九路極不平處至千分之二十四火石路爲千分之六十四鐵軌路牽力或爲物重二百四十分之一或爲三百分之一平石路爲七十分之一石子路爲十五分之一若車行於斜面其所加之牽力等於股爲實弦爲法設斜面二丈最高一尺則比平面牽力加物重二十分之一也陸路不論速之大小阻力恆同水路則速率漸大阻力亦漸大故車或五小時行十里或一小時行十里牽力並同而舟則一小時行十里較五小時行十里者牽力當加二十五倍也惟一小時十里以上阻力增率甚小因舟甚速而高出水面耳

生動之力有六曰定質重曰流質重曰定質凸力曰流質動力曰流質漲力曰人畜能力皆以力乘路爲當程功定質重之動力斜面與垂面不同設自行車路高一百尺長四千尺輕車一千斤以重車四千斤下行之力引之上行面阻力爲二百分重之一法以重較三千斤乘高一百尺得三十萬爲當程功以二百除一千得五斤爲上行阻力以二百除三千得十五斤爲下行阻力併之以乘長四千尺得八萬爲實程功是當程之功比實程爲四倍弱也用於垂面則以重乘路當程之功卽爲實程之功矣流質重之動力以水言之其當程功與定質同而水中又有橫流之水互相推盪不能用以程功故水激上半輪當程功與實程功若五與四水激下半輪當程功與實程功若十與三也捕鳥鼠之巧機能生暫動巧偶鐘表之發條能生長動皆凸力也發條動時抵力恆有改變故以繞軸漸卸時所過微路乘各秒中所加抵力之路爲所程功風氣之力有二風槍用漲力風帆用動力水氣亦有漲力與動力其動力大小之比皆若速立方大小之比矣人畜能力以靜體爲最大人力二十八斤又五分斤之四馬力一百四十四斤行則力必減小行至極速則力不能程功而一小時中極速之限人行六里馬行十二里故求人所程功者以

一小時里數與六里相減餘數自之四因五除爲人力求馬所程功者以一小時里數與十二里相減餘數自之爲馬力各以里數乘之爲所程功也

車以平速行於平路其力必等於面阻力若有阻物如小石類而車體甚堅阻物與輪周僅遇於一點過此點時車必減速加力則速不減矣車過阻物上行時所加之力爲重阻力車行忽改方向震動時所加之力爲震阻力法以輪半徑除阻物高爲第一數輪半徑冪倍之以除阻物高冪爲第二數以此兩數之較乘平速冪爲震阻力率地力乘阻物高爲重阻力率併兩率以乘車重卽車過阻物之加力也若阻物高小於輪半徑則平速冪爲震阻力率輪半徑乘地力爲重阻力率或以薄鐵片附於軸下取其凸力令輪心漸離直綫而不震動阻力可減大半也

以物擊物其受擊物之抵力由兩物相遇而生故鐵鍾之力大於紗球鐵墩所抵之能大於軟枕而鍾之能力消於墩之抵力其所歷之時刻又有不同時刻愈小抵力必愈大而物性受凹愈少者時刻亦愈小也鋼鐵凸力率九百萬尺如以鐵鍾擊鐵墩則鍾高加墩高以乘鍾高又以鍾下行數乘而倍之爲實凸力率爲法實如法而一平方開之卽鍾墩共凹之路鍾高乘凸力率又以鍾下行數乘而倍之爲實鍾高加墩高爲法實如法而一平方開之卽鐵墩之抵力也若以鍾擊釘入木則力爲平力而釘能動抵力必小釘長加鍾高以乘木徑倍凸力率除之卽釘入木之路鍾高乘平行數木徑除之內減釘入木路卽鍾釘共凹之路也

流質重學記

物各有質木石之類爲定質風水之類爲流質而流質又有輕重之分輕如風氣重如水液其體皆得熱而大得寒而小而水之質獨異當寒暑表之四十度爲極小之限更寒則反增大至三十二度而成冰矣成冰之時其體增六最速故瓶盎貯水每因冰而迸裂也流質在器爲地力所引必皆平於地平地球旋轉生離心力地心下引生向心力二者又有併力而水面必直交於併力故海面當赤道則曲於球形當二極則平於球形月過處有引力又合地力而生併力必令水面改變卽潮汐之理也水之小者同於平面故測兩地高卑以水爲準若二處流質相通必升至於平面以法激之能令水自下而上能令水載大重而上升或不用水而用風氣理亦同也定質抵力惟在引力所加之方向流質抵力處處皆同設水在器中於其四周開相等之四小穴以短柱塞之令可進退一柱漸進則並

柱必漸退其抵力之比同於穴大小之比去其一柱器必向對邊而傾以一邊無抵力也流質愈深抵力愈大立方一尺之水抵力六十二斤半以乘體積即水抵力之重矣流質抵力必有重心設上下不等正方體水滿其中重心必近於大方令大方在下則重心低而抵力大大方在上則重心高而抵力小若有兩器同底同高不論方斜尖直其底之抵力並同旁面抵力必在重心之下設為平行四邊形則抵力心之高為三分高之一設為兩等邊三角形角尖在上則為四分中垂綫之一角尖在下則為二分中垂綫之一凡水閘當抵力心處必多加能力以阻水也

定質為流質所載重者必變而輕故竹木入水必升鐵入水銀亦升因等體積之流質重於定質故也定質重為向下之力流質重為向上之力二力同在一垂綫相等則物必定由此可得體積相等輕重不等之率如金重三十五分入水中則重三十一分所少四分即等於金體之水重是知水與金之重率為一與八七五矣若不合相定之理則物在水中或升或降令物升降之力即等體積之水重與物重之較也人入水中身重小於等體積之水重又胸中空處能大能小首昂則胸大而兩重較更大且以兩手入水必不沉也若手出水則身重大於等體積之水重而身必沉沉至水底抵力愈大身之體積愈小而不能復升矣人於桅端下墜入水必深以身重大於等體積之水重也殁則體漲大而復升以身重小於等體積之水重也氣球上升亦同此理其上升之力即球重於等體風氣重之較矣風氣又有冷熱之分而熱輕於冷又熱則體必加大而等體之冷風氣愈重二重之較即令熱風氣上升之力聚火處開烟囱令烟速出於上即此理也烟囱高則熱風氣向上直升恆高於頂數尺外風不能敵之低則熱風氣亦低或不能敵外風而迴入室中矣

凡空處皆有風氣風氣漲力四面散行直至遇物攔阻而止設冷熱等則漲力大小與空體大小有轉比例如有長空圓柱兩端一通一塞以通之一端入水則柱中空體為水所逼漸下漸小而令柱下行之力必漸加大此即風氣之漲力以漲力與抵力恆相等也水熱至寒暑表之二百十二度其漲力與風氣等每方一尺抵力二千一百二十斤更熱則漲力極大雖至堅之物不能當之矣

地球外之風氣層層包裹近地最厚漸高漸薄至一百五十里則無風氣矣用玻璃管長三十二寸內徑極小不過八分寸之一兩端一通一塞滿貯水銀倒插水銀器中則管中水銀必降最卑至二十八寸最高至三十一寸其不

能再降者爲風氣之所抵而風氣厚薄時時不等故升降亦時時不等也海面水銀高二十九寸九分二釐二毫在高山則必降風氣薄而輕也在深壑則必升風氣厚而重也大率高九百尺水銀降下一寸是又係測高之簡法矣

水在器中或倒懸而水不出以口有風氣抵力也虹吸內兩邊倒懸之水俱欲下行在頂點有兩分之意而頂點無空勢不能分兩邊一短一長必令短者逆流而上所以無空者風氣抵之也若頂點高過三十二尺即有空矣故極大虹吸高不得過三十二尺

風氣冷熱處處不同赤道之下日光正射而熱入必多斜射則熱少愈斜則愈少故一年熱氣中率赤道之下寒暑表八十四度兩極之下僅得四度然則赤道下之風氣較他處熱而輕故必上升而其下南北之冷風氣入之復受熱氣上升而其下之冷風氣又入之如水之流終古不斷遂生上下二潮上自赤道流向兩極下自兩極流向赤道而名之曰風風氣恆隨地球而行地球右轉之勢近赤道者較速近兩極者較遲故上潮恆速而下潮恆遲及其降至地面遲則與地轉相逆而北半球爲東北風南半球爲東南風速則與地轉相順而北半球爲西南風南半球爲西北風其勢正相反也赤道下有颶風亦由於此蓋上下方向相對遂成回旋之風矣

擺用流質與定質同其動之比同於綫長平方根之比水自器中出口其速之比同於口離水面平方根之比設於器旁開二口一離水面一尺一離水面一百尺則一百尺之速必十倍於一尺之速如有少於此者面阻力爲之也口在器底則水向下直行口在器旁則水依拋物綫行設爲徑寸平圓之口則近口處徑一寸漸遠漸小小至八分寸之五謂之截面此面距口有一定之度過此則形不變故測流質出口多少不用口面積而用截面積也

舟行水中阻力之比同於速冪之比而阻力又有大小之不同全在水中則大半在水中則小行於潤處則大行於狹處則小若於狹處一小時行十餘里舟行愈速出水愈高其阻力必大減矣水行川中上面速於下面中流速於兩邊因底與兩岸有面阻力且多曲處故也曲處凹邊之流速於凸邊因各點有離心力能令水積於凹邊也上下行速不同方向或異甚至有對面者如海口潮來鹹水從下入淡水從上出以重者下而輕者上也浪乃略高之水行於水面與水行方向不同如拋上旗因風而生綺浪亦與旗行方向不同故木浮水面浪雖擁擊而木不行也浪每因風而生水潤二三百尺深三四尺浪高不過三寸深

二三十尺浪高約尺半故可以浪之高低測水之深淺矣潮汐高卑由於日月攝力朔望時用其和兩弦時用其較而二攝力之大小時時不等因日月距地時時不等而攝力與距地之立方有轉比例也日力大小自十九至二十一月力大小自四十三至五十九故潮之最高與最卑若兩大數和與兩小數較即若十與三之比也各地早晚不同當考者有五事一爲月過中綫差潮漲在月過中綫後若干時刻日日不同大率當以朔望爲準二爲半月差月過中綫又因距日而生差當於日月赤道緯度及地心差爲中數時測之此差半月而復故名半月差三爲潮距朔望差潮之大汛不在朔望而在朔望後之三潮上潮距月過中綫之平數即潮距朔望也四爲日差一日二潮高卑不等或早潮高或晚潮高當於各地測之五則日月地心差不同赤道緯度不同潮之高卑時刻亦因之而變測之既久乃知變者皆其常也脊諸海港合而復分水道屢變有時成環繞之行水道變則遲速亦變是又當兼測水道矣

天重學記

日居中而不動地球環之其旋轉於本心而一日一周者晝夜之故也其循行於本道而一歲一周者寒暑之故也旋轉之勢依赤道循行之勢依黃道二道交角今爲二十三度二十八分交點每歲西行五十秒一故地行黃道一周三百六十五日五小時四十八分四十九秒七再加二十分十九秒九而後復於恆星即歲差也黃道橢圓而日不正當橢圓之中兩心差〇〇一六七八三六最高每歲東行十一秒八故地繞太陽一周三百六十五日六小時九分九秒六再加四分三十九秒七而後復於最高即歷周也最高差與歲差共一分一秒九積二萬九百八十四年而最高周於黃道則復其初矣地行於橢圓周每日五十九分八秒三三所歷之時刻等所過之面積亦等而最高半周角度小於積度則實行差而遲最卑半周角度大於積度則實行差而疾故日距地之平方與速率有反比例日距地之面積與時分有正比例也中距日視徑三十二分三秒三高則變小卑則變大大小之比同於日距地之反比矣黃道橢圓而地形亦爲橢圓長徑過赤道短徑過兩極二徑之比若二百九十九與二百九十八地之旋轉近赤道則漸疾而下引之力減近兩極則漸遲而下引之力增故物在兩極較赤道重一百九十四之一各度加重之比同於緯度正弦冪之比也地徑與日徑比若一與一百十一五地徑與黃道徑比若一與二萬三千九百八

十四故日之地平視差爲八秒六各度視差之比同於視距天頂正弦之比也赤極環繞黃極二萬五千八百六十八年一周爲諸星所攝動而黃赤大距古大今小約百年差四十八秒其最大差爲一度二十一分赤極又爲月所攝動而成小橢圜之行長徑十八秒五短徑十三秒七四凡十九年一周長徑恆向黃極故大距又有微差矣地以二十四小時旋轉一周而考之鐘表亦有微差一爲橢圜遲疾差近最高則行遲而自轉有減分近最卑則行疾而自轉有加分一爲黃赤升度差近二分則黃道一度當赤道不足一度故自轉有加分近二至則黃道一度當赤道一度有餘故自轉有減分合二差以加減平時即眞時也光行之速一秒凡五十五萬五千里而地行黃道一秒僅五十五里故光速率與地速率若半徑與二十秒五之正切是爲光行差近地恆有蒙氣能令七政升卑爲高地平視差三十三分地平以上漸小而其差又隨時隨地不同此必徵諸實測非算術所能御矣

月繞地而又繞日其旋轉於本心與環繞乎地球皆二十七日七小時四十三分十一秒五而一周故月向地之面終古不易也月行白道與黃道斜交其角五度八分四十八秒交點退行於黃道每日三分十秒六四故月行南北二十七日二一二二一而一周即交終也白道橢圜而地不正當橢圜之中兩心差最大最小之比若三與二其中數爲〇〇五四八四四二最高每日順行六分四十一秒〇八故月行遲疾二十七日五五四五五而一周即轉終也月行於橢圜周每日十三度一七六四亦以面積爲平行角度爲實行與太陽同中距月視徑三十一分七秒大小之比亦爲月距地之反比矣月地之行每日差十二度一九〇七五積二十九日十二小時四十四分二秒八七而復合是爲一月地徑與月徑比若一與〇二七二九地徑與白道徑比若一與五十九九六四三五故月之地平視差其中數爲五十七分六秒也日月二半徑和加月地平視差其最大者一度三十四分二十七秒日月兩心距小於此數則地面必有見食之處故日食限之距交爲十六度五十八分法自日體之兩邊各作綫與月體相切引長之成尖圜其尖或過地或不及地若以兩綫交互切月引長至地界內即生淡影人在淡影中則見食在尖圜中則見食旣也月與內虛二心距等於月外虛二半徑和即月入外虛之時等於月內虛二半徑和即月入內虛之時故月食限之距交爲十一度二十一分法自日體之兩邊各作綫與地球相切引長之成尖圜即內虛也若以兩綫交互

切地引長之過月體卽外虛也日光透過蒙氣則折而下其交外虛綫之角卽倍地平蒙氣差其交內虛綫之角卽倍蒙氣差與日視徑之較月入外虛爲昏黃色入內虛則淺者爲藍綠色深者爲紅紫色也凡攝力之大小與相距之平方有反比例月距地心約地半徑之六十倍故地攝月力爲地面攝力三千六百之一日之攝力甚大於地而日地距大於月地距約四百倍故日攝月力僅得地攝月力一百七十九之一也白道長徑與地之行每日差五十二分二十七秒二二五積二百五日八九四而復合此一合中兩心差有增減長徑亦有進退而增減進退之差在最高者較大在最卑者較小大小之比若二十八與二十五矣朔望前二象限切力恆令速率增增則長徑變長朔望後二象限切力恆令速率減減則長徑變短又朔望左右各五十四度四十四分法力向外令曲率略小兩弦前後各三十五度十六分法力向內令曲率略大其最大差爲一度四分一月而復名二均差也月受日之攝力朔時距日近而略大望時距日遠而略小故日心斜交地月之綫令月增減於橢圓行其最大差爲二分名月角差也地行於橢圓周最高後距日漸近則日攝月力漸大最卑後距日漸遠則日攝月力漸小其最大差爲十一分一歲而復

名年差也二千年間地道兩心差恆變而小約百年差二萬五千分之一則年差亦微有不同而月之平速恆變而大約百年差十一秒九其一終之時甚久未能徵諸實測也二體相距必有重心其距二體心遠近之比若二體輕重之比聯日地爲一直綫其公重心在日體中聯月地爲一直綫其公重心在地球中故月地之公重心繞日地之公重心而自人視之若月繞地而地又繞日焉然因此而日之經度亦有微差一月而復因名之曰月差其最大者不能至八秒六八秒六者日之地平視差也白極環繞黃極十八年六而一周而赤道旣退行於黃道又退行於白道則赤極所行方向恆正交赤白二極距故不成正圓而爲欠擺綫其速率亦時大時小二道所生二差之比若二與五矣

五星繞日而行軌道並爲橢圓與地球同其兩心差各以長半徑準之水星〇二〇五五一四九金星〇〇〇六八六〇七火星〇〇九三三〇七〇木星〇〇四八一六二一土星〇〇五六一五〇五距日中數以地道半徑準之水星〇三八七〇九八一金星〇七二三三三一六火星一五二三六九二三木星五二〇二七七六〇土星九五三八七八六一地與五星周時平方之比各同於距日立

方之比推得五星之恆星周水星八十七日九六六九二五
八金星二百二十四日七〇〇七八七火星六百八十六
日九七九六四六木星四千三百三十二日五八四八二
一土星一萬七百五十九日二二一九八一七其交黃道之
角水星七度九秒一金星三度二十三分二十八秒五火
星一度五十一分六秒二木星一度十八分五十一秒三
土星二度二十九分三十五秒七其交點與最高點行皆
甚遲故聯兩交點爲一綫恆平分黃道焉外星之攝動內
星也於內道上取距外星綫等於日距外星之兩點內星
自等距點至交點者交點退而後自交點至等距點者交
點進而前內星之攝動外星也二道相距小於內道距日
者於內道上取距日與外星相等之兩點其交點之進退
與外星攝內星同二道相距大於內道距日者二星在交
綫之兩邊交點退而後在交綫之一邊交點進而前若二
星中有一星正當交點則交點不動矣二道漸相近而攝
力又引之近二道漸相遠而攝力又推之遠則交角變大
二道漸相近而攝力反推之遠二道漸相遠而攝力反引
之近則交角變小引之近者交點退推之遠者交點進故
交角之大小與交點之進退不相應也法力能變曲率向
內則曲率增向外則曲率減切力能變速率順則速率增

逆則速率減故法力向內而星近高點則長徑退近卑點
則長徑進自高至卑則兩心差增自卑至高則兩心差減
法力向外者反是切力順而星近高點則兩心差減近卑
點則兩心差增自高至卑則長徑退自卑至高則長徑進
切力逆者反是是兩心差與最高行互爲消長而切法二
力亦互爲消長故五星之橢圓周古今不甚相遠也人視
五星見其忽順忽逆忽留若無法者因地不在星道之心
而又繞日環行故也若自太陽視之則有遲疾而無留退
故求地心經緯度當以日心經緯度爲根先用弧三角形
直角爲一角星道交黃道角爲一角最卑交點二經度較
爲兩角所夾之弧求得對直角之弧以加減星距最卑度
即星距交度仍以直角爲一角星道交黃道角爲一角星
距交度爲兩角所夾之弧求得對交角之弧即日心緯度
又求對直角之弧以加減交點距春分度即日心經度也
次用平三角形直角爲一角日心緯度爲一角星距日爲
對直角之邊求得緯度角之對邊爲星距黃道綫又求得
兩角所夾之邊爲星對邊又以星對邊爲一邊地距日爲
一邊星地二日心經度較爲兩邊所夾之角求得對角之
邊爲日對邊又求地距日之對角以加二日心經度較再
加地之日心經度即星之地心經度又以日對邊與星距

黃道綫為夾直角之兩邊而求星距黃道綫之對角即地心緯度也土木二星之互相攝動也二星一合為七千二百五十三日四積至三合則土二周木五周而多八度六分以除三百六十度又以一合日數乘之得三十二萬二千三百七十三日約八百八十三年然其差因積久而大故九百十八年而一周此一周中一星速率增而周時變短則一星速率減而周時變長其最大差土星四十九分木星二十一分二星經度之比若二星體積各乘長徑平方根之反比也金星之攝動地球也一合為五百八十三日九二積至五合則地八周金十三周而少二度二十四分以除三百六十度又以一合日數乘之得八萬七千五百八十八日約二百四十年而一周此一周中地速率減則日地中距變大地速率增則日地中距變小其差甚微然因此而月之速率亦有增減其最大差為二十三秒金星攝力又有直加於月者地轉三終則金轉五終而多二十七日十三小時七分三十五秒六較月轉終少十分五十六秒七約為三千六百二十五分月轉終之一凡二百七十三年而一周其最大差為二十七秒四是又在日地二攝力之外矣五星地半徑差並小於月測之甚難而聯日與地為三角形則星距日與地距日若星距月度正弦與地道半徑差之正弦此差一年而周與光行差相似若以光行差與地道差為夾直角之兩邊而求地道差之對角即星所在之度也

彗星行法與五緯同而橢圓之長徑甚長兩心差甚大故或數十年而一見其星甚多不能盡知其根數也因格彗半長徑二·二一六四兩心差〇八四七四三六交黃道角十三度七分三十四秒凡三年一一而一周迪未谷彗半長徑三〇九九四六兩心差〇六一七二五六交黃道角二度五十四分四十五秒凡五年一六七而一周勃睦孫彗半長徑三一五〇二一兩心差〇七九三六二一九交黃道角三十度五十五分七秒凡五年二二一六而一周比乙拉彗半長徑三五〇一八二兩心差〇七五五四七一交黃道角十二度三十四分十四秒凡六年二〇二而一周飛彗半長徑三八一一七九兩心差〇五五五九六二交黃道角十一度二十二分三十一秒凡七年一六一而一周達喉彗半長徑六三二〇六六兩心差〇七五六七二交黃道角三十一度二分十四秒凡十五年三二五而一周好里彗半長徑一七九八七九九六兩心差〇九六七三九一交黃道角十七度四十五分五秒逆行凡七十六年一〇六而一周又有乾隆三十五年之彗兩心差〇七八

五八交黃道角一度三十四分凡五年半而一周道光二十三年之彗最卑距日〇〇五五八交黃道角三十五度三十六分二十九秒逆行凡二十一年八七五而一周又有順治十八年之彗約一百二十九年而一周嘉靖三十五年之彗約二百九十二年而一周康熙十九年之彗約五百七十五年而一周上考往古有當見而不見者必近日而晝見有雖見而先後一二年則爲他星所攝動也乾隆五十一年至道光十八年因格彗已十五周每周減百分日之十一洪武十一年至道光十五年好里彗已六周每周增十分年之四百四十五增減之故未得而詳彗之頭如星氣漸近中心漸厚尾恆背日蓋太虛中之薄氣故借日光而明有時隔彗能見恆星知其爲薄氣而非實體矣

南滙賈步緯校字

弧田問率

序

古率徑一周三徽率劉徽所定徑五十周一百五十七也密率乃祖沖之簡率徑七周二十二也諸書弧田術皆用古率郭太史以二至相距四十八度求矢亦用古法顧徽密二率之周既盈於古則積亦盈於古試設同徑之圓旁割四弧其中兩弦相得之方三率皆同知三率圓積之盈縮正三率弧積之盈縮也徽密二率弧田古無其術惟四元玉鑑一覩其名而設問隱晦莫可端倪穀堂得其旨因依李尚之弧矢算術細草設問立術亦足發前人所未發也戴煦序

弧田問率

謝家禾撰

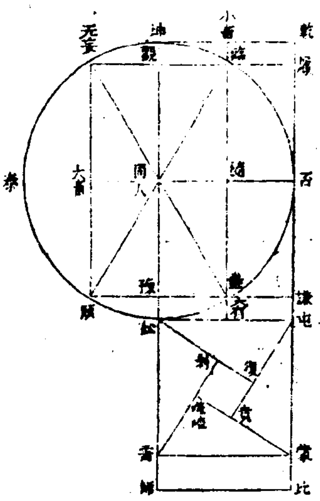
今有弦六十步矢十步問為徽率積幾何　答曰四百十三步

術曰弦乘矢得六百步為上積矢自乘得一百步為次積七之半弦冪五十而一得一百二十六步為下積副并三積得八百二十六步為實二為法實如法而一得積

義

義曰坤否訟泰為全圓　坤之訟為全徑　乾之坤為半徑　乾之蒙為古率半周　乾之比為徽率半周　臨之

圖



蠱為弧弦　臨否蠱為弧背　否之隨為弧矢　臨之无妄為外弦　坤之觀為外矢　屯之賁為半弦　屯之復為外半弦　復之賁為半弦差　蒙之比為古徽半周差

乾蒙坤需為古率圓積　乾比坤師為徽率圓積　蒙比需師為古徽圓積差　復賁剝噬嗑為半弦差冪　乾履小畜臨為兩矢相得冪是為角冪　屯復訟為兩半弦相得之半冪是為隅冪

半弦差即兩矢差也古徽圓積差即古徽弧積差也半弦差冪即矢差冪也全圓內減八段隅冪餘為兩段弧田兩段外弧田共積也徽率圓積減八段隅冪餘為一段弦矢相得冪兩段角冪一段矢差冪一段古徽弧積差共也此其冪與弧田共積同故以弦矢相得冪當弧田上積以外弦外矢相得冪當外弧田上積餘為兩段角冪一段矢差冪一段古徽弧積差共也兩段角冪一段矢差冪共又為矢冪內多个外矢冪也故以矢冪當弧田次積以外矢冪當外弧田次積餘為一段古徽弧積差也古徽弧積差即半徑與古徽半周差相得冪也半徑又為半徑除半弦冪與半徑除外半弦冪之共數也故以半徑除半弦冪古徽半周差乘之當弧田下積以半徑除外半弦冪古徽半周差乘之當外弧田下積也三積相併適得兩段弧田積也故以二為法而得弧田積也又矢弦問積不云本弧之古徽半周差與半徑也故以七為古徽半周差率以五十為半徑率七之半弦冪五十而一即

如以本弧之古徽半周差乘半弦𠀤如本弧之半徑而一
也
密率弧田圖義同前其率異也半徑率七則古密半周差
一也
今有矢十步弦六十步問爲徽率弧背幾何　答曰
六十四步五分二釐
術曰立天元一爲弧背減弦得弦背差[illegible]又以半弦自
之十四之五十而一加倍矢𠀤得[illegible]合以弦背差除之爲
全徑今不除便爲全徑內寄弦背差爲母又以弦背差乘矢得[illegible]
[illegible]爲帶分矢以減全徑得[illegible]以矢十步乘之得[illegible]爲
半弦𠀤同上母寄左次以半弦自乘就分以弦背差乘之得[illegible]
[illegible]與左相消得開方式[illegible]上實下法得弧背
今有矢十步弧背六十四步五分二釐問爲徽率弦
幾何　答曰六十步
術曰立天元一爲弦以減弧背得弦背差[illegible]又以天元
自乘而七之寄一百爲母次以一百乘倍矢𠀤併之得[illegible]
[illegible]合以弦背差除之今不除便爲全徑內寄一百个弦背差爲母次
以一百个弦背差乘矢得帶分矢[illegible]以減全徑得[illegible]
[illegible]以矢乘之又四之得[illegible]爲弦𠀤內寄五个弦背差爲母寄左然
後以弦自之就分以弦背差乘之得〇〇[illegible]又以五乘
之得〇〇[illegible]與左相消得開方式[illegible]立方開之
得弦
今有弦六十步弧背六十四步五分二釐問爲徽率
矢幾何　答曰十步
術曰立天元一爲矢自之又倍之得〇〇‖置半弦𠀤十
四之五十而一加倍矢𠀤得[illegible]〇‖合以弦背相減得四
步五分二釐除之爲全徑今不除便爲全徑內寄弦背差爲母又
以弦背差乘矢減之得矢徑差[illegible]以矢乘之爲
半弦𠀤〇[illegible]同上母寄左次以半弦自乘就分以弦背差
乘之得[illegible]與左相消得開方式[illegible]立方開之得矢
今有徑一百步弧背六十四步五分二釐問爲徽率
矢幾何　答曰十步
術曰立天元一爲矢以減徑得矢徑差[illegible]以矢乘之得
半弦𠀤〇[illegible]十四之五十而一得〇[illegible]內寄五十爲母加一
百个矢𠀤得〇[illegible]同上母以徑除之爲弦背差今不除便
以徑乘五十爲弦背差母次以弦背差母乘弧背得帶分
弧背[illegible]減弦背差得帶分弦[illegible]內寄五千爲母以自之得弦
𠀤[illegible]內減二千五百萬爲母寄左然後以矢乘矢徑差而四
之得〇[illegible]爲弦𠀤就分以二千五百萬乘之得〇[illegible]
與左相消得開方式[illegible]三乘方開之得矢

今有矢十步殘周二百四十九步四分八釐問為徽率弦幾何　答曰六十步

術曰立天元一為弦自之得弦冪合以四矢除之不除便為矢徑差內寄四矢為母加四矢冪得徑母同上自之得內寄十六段矢冪為母又以三百十四乘之得為四百段圓積母同上寄左然後以弦冪七之加二百个矢冪得為一百个圓徑乘弦背差次以殘周併弦以一百乘之又以圓徑乘之得內寄四矢為母復以四矢乘一百个圓徑乘弦背差併之得又以四矢乘之得與左相消得開方式三乘方開之得弦

今有弦六十步殘周二百四十九步四分八釐問為徽率矢幾何　答曰十步

術曰立天元一為矢以除半弦冪不除便以半弦冪為矢徑差加矢為徑內寄天元為母以自之得又以三步一分四釐乘之得為四段圓積內寄矢冪為母寄左然後以半弦冪十四之五十而一加倍矢冪得為圓徑乘弦背差次以弦併殘周以徑乘之得內寄天元為母又以天元乘圓徑乘弦背差併之又以天元乘之得與左相消得開方式三乘方開之得矢

今有矢十步積四百十三步問為徽率弦幾何　答曰六十步

術曰立天元一為弦加矢以矢乘之得又以五十乘之加一个七分五釐弦冪得為一百段弧田積寄左次列積以一百乘之與左相消得開方式平方開之得弦

今有弦六十步積四百十三步問為徽率矢幾何

答曰十步

術曰立天元一為矢加弦以矢乘之得又置半弦冪七之五十而一併之得為倍積寄左次列積倍之與左相消得開方式平方開之得矢

今有徑一百步積四百十三步問為徽率矢幾何

答曰十步

術曰立天元一為矢以減徑以矢乘之得半弦冪四之又以矢冪乘之寄左次以半弦冪七之五十而一加矢冪得以減倍積得自之得與左相消得開方式三乘方開之得矢

今有矢七步弦二十八步問為密率積幾何　答曰

一百三十六步五分

術曰弦乘矢得一百九十六步爲上積矢自乘得四十九步爲次積置半弦自乘七而一得二十八步爲下積副併三積得二百七十三步爲實二爲法實如法而一得積

今有矢七步弦二十八步問爲密率弧背幾何　答曰三十二步四分

術曰立天元一爲弧背減弦得弦背差 又置弦𠀆十四而一加倍矢𠀆得 合以弦背差除之爲全徑今不除便爲全徑內寄弦背差爲母 又以弦背差乘矢爲帶分矢 以減全徑得矢徑差 以乘矢得半弦𠀆 母同上寄左次列半弦自之與左通分相消得開方式 無隅平方而一得弧背

今有矢七步弧背三十二步四分問爲密率弦幾何

答曰二十八步

術曰立天元一爲弦減弧背得弦背差 又置天元自之十四而一加倍矢𠀆 內寄十四爲母合以弦背差除之爲全徑今不除便爲全徑內寄十四个弦背差爲母以十四个弦背差乘矢得帶分矢 以減徑 以乘矢又四之 內寄七个弦背差爲母寄左次列天元𠀆就分以七个弦背差乘之與左相消得開方式 立方開之得弦

今有弦二十八步弧背三十二步四分問爲密率矢幾何　答曰七步

術曰立天元一爲矢自之又倍之於頭置弦𠀆十四而一得 加頭位得 合以弦背相減得四步四分除之爲全徑今不除便爲全徑內寄弦背差爲母 又以弦背差乘矢減之得矢徑差 母同上 又以矢乘之得半弦𠀆 母同上寄左然後以半弦自之就分以弦背差乘之得 與左相消得開方式 立方開之得矢

今有徑三十五步弧背三十二步四分問爲密率矢幾何　答曰七步

術曰立天元一爲矢以減徑得矢徑差 以乘矢得半弦𠀆二之七而一得 內寄七爲母 加倍矢𠀆得 母同上 合以徑除之爲弦背差今不除便爲弦背差內寄二百四十五爲母 以弦背差母乘弧背得帶分弧背 減弦背差得弦 母同上 自之得弦𠀆 內寄六萬二十五爲母寄左又以矢乘矢徑差而四之就分以六萬二十五乘之得 與左相消得開方式 三乘方開之得矢

今有矢七步殘周七十七步六分問爲密率弦幾何

答曰二十八步

術曰立天元一爲弦自之合以四矢除之今不除便爲矢

徑差內寄四矢爲母加矢得徑[illegible]○丨母同上自之得徑冪[illegible]○[illegible]
○丨內寄十六段矢冪爲母以二十二乘之爲二十八段圓積[illegible]○
[illegible]○[illegible]母同上寄左然後以弦冪二而一加十四个矢冪得[illegible]
○[illegible]爲七个圓徑乘弦背差次以殘周併弦以七乘之又
以圓徑乘之得[illegible]內寄四矢爲母復以四矢乘七个圓徑
乘弦背差併之[illegible]以四矢乘之得下式[illegible]
與左相消得開方式[illegible]三乘方開之得弦

今有弦二十八步殘周七十七步六分問爲密率矢幾何　答曰七步

術曰立天元一爲矢以除半弦冪今不除便以半弦冪爲矢徑差加矢得徑[illegible]○丨內寄矢爲母自之得[illegible]○[illegible]○丨寄矢冪爲母又以十一乘之三步五分而一得[illegible]○[illegible]○丨爲四段圓積內寄三个半矢冪爲母寄左然後以弦冪十四而一加倍矢冪得[illegible]○‖爲圓徑乘弦背差於頭次以殘周併弦以徑乘之得[illegible]○[illegible]內寄矢爲母復以矢乘頭位併之得[illegible]‖以三步五分乘矢乘之得○[illegible]與左相消得開方式[illegible]三乘方開之得矢

今有矢七步積一百三十六步五分問爲密率弦幾何　答曰二十八步

術曰立天元一爲弦加矢以矢乘之又以七乘之加半弦冪爲十四段弧田積[illegible]寄左次以積十四之與左相消得開方式[illegible]平方開之得弦

今有弦二十八步積一百三十六步五分問爲密率矢幾何　答曰七步

術曰立天元一爲矢加弦以矢乘之得○[illegible]丨以半弦冪七而一併之得[illegible]丨爲倍積寄左次列積倍之與左相消得開方式[illegible]丨平方開之得矢

今有徑三十五步積一百三十六步五分問爲密率矢幾何　答曰七步

術曰立天元一爲矢以減徑以矢乘之得半弦冪○[illegible]四之又以矢冪乘之得○○○[illegible]又以四十九乘之爲七个弦冪乘七个矢冪○○○[illegible]寄左次列十四段田積以半弦冪加七个矢冪減之得[illegible]下以自之得[illegible]與左相消得開方式[illegible]三乘方開之得矢

弧田問率終　　桐鄉沈善蒸校算

桐城葉翰池先生箸

天元一術圖說

藝林山房藏板

天元一術圖說序

門

聖祖仁皇帝睿精天算示學之士專門名家首推匯

或昌明中法或綜貫西學宣城梅氏集中西之大成

行發明而無掊擊識者韙焉夫中法以一理包萬術

布算或病迂滯而所操甚約西法則隨題立術術繁

而得數較捷康熙之際西學甚盛有志復古者亦第

合中西以觀會通未能舍西法別立一幟也乾隆中

朝庭開四庫館中土古書盡出自是天元四元大

衍求一諸術盛行而西學寖微是雖人情厭故喜新

抑亦時會使然歟蓋西法神明於句股而於少廣方

程等章罕所發揮天元一術則融會少廣方程衰分

諸法以濟算術之窮實唐宋以後中土最精之法非

西學所能企及嗣始讀張公古愚開方補記尋繹無

所得繼闇羅君茗香近世天元最著家也求所演四

元玉鑑細草讀之益茫無畔岸鄒君元輔陳君子進

谷取開方釋鎖一條爲演細草見餉歲癸卯汪君梅

村與嗣同遊來粵又爲數道其源流始獲略識梗概

然仍明昧參半甲辰春客桐城以語葉君翰池知翰

池亦頗與嗣同病今年翰池來金陵謂嗣曰余嘗思

十年之久一旦豁然有悟成天元一術圖說一卷不

可秘不示子也嗣急繙閱卒讀其書首列帶縱負隅

開方諸圖次列借襄五徵方程正負諸法以探天元

之原次取天元數題詳細推衍於正負相減相加相

乘諸法多列算式復繪圖以明和較相求之理口講

手畫不詳於此嗣讀未俄頃亦遂渙然冰釋因思曩

於張公既嘗修謁羅君鄒君亦獲數接談論汪君陳

君尤締交久經數君指授卒未了徹翰池元坐一室

無師友之助而能成此絕學其精力之專可知矣夫

翰池所演乃算學啟蒙中數題視張羅所述似爲淺

矣顧嗣始讀秦李書莫抉其旨求諸張羅益不能明

遂望洋而返海內鈍根如嗣者當不乏人今讀翰池

此書俄頃遂已了然進而讀秦李諸書會心當亦不

遠是淺者至精之所寓也陳靜庵謂異粟同途之理

村塾皆知精之至於神明莫測余於翰池此書亦云

然矣

道光二十九年歲在屠維作噩月江甯管嗣復序

解帶縱平方　　桐城葉棠松亭學

設如大中小方田三段。共積八百步。只云大方田面。比中方田面多四步。中方田面比小方田面多四步。問各方面及積。

答曰　大方面二十步　積四百步

中方面十六步　積二百五十六步

小方面十二步　積一百四十四步

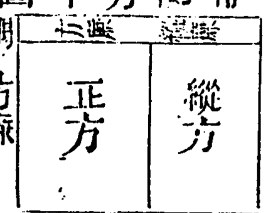
法曰。置共積爲實。以大方面多小方面八步自乘

得六十四步。又以中方面多小方面四步自乘得十六步。并兩自乘步共八十步。以減共積八百步餘七百二十步。以三除之。得二百四十步爲實。以大方面多小方面八步爲縱。用帶縱開平方法除之。得小方面

開帶縱平方法　曰列積於盤中。亦從末位單數作點。今積止於十之位。無單數。作〇以存其位。卽從單〇上作點。隔一位點之。今有兩點。知有兩商。爲幾十幾也。査訣二以前用一。訣在余所撰一歸除開方中積二百步在三以前。卽用一十步爲初商。假列實右。易借一十步。列實右。以較八步爲縱。加借法一十步。共得十八步。與初商一十步相乘。呼一一如除一。一八如除八。除實一百八十步。完初商矣。餘實六十步。以待次商。

次商以借法一十步。倍之爲二十步。加縱八步此帶縱開平方只倍方不倍縱共得二十八步爲廉法。歸除之。呼曰逢四進二。二八除一十六。消去兩方廉。一縱廉共積五十六步。次商根得二步。仍餘積四步。以待隅法。　隅法以次商二步爲隅根。自乘得四步。除實恰盡。完次商矣。開得小方面一十二步。加多四步

帶縱方平圖

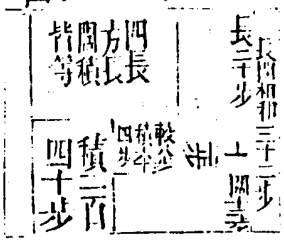


得中方面十六步。又加多四步。得大方面二十步。各以方面自乘。得各積。以圖明之。

解曰。正方邊初商根也。縱方之長。卽正方邊。縱方之闊。卽大小方面之較。以初商根與正方邊及縱方闊相乘。卽得正方與縱方共積。故初商借法。必加縱闊與初商相乘以除積。　方廉所以補正方也。縱廉所以附縱方也。方廉有二。縱廉只一。故次商廉法。倍方不倍縱。二廉相加。得二長廉之

其長不知者闊也三廉之闊皆等故以其長爲廉法實如法而一卽得廉闊廉闊卽次商祖隅法以

四因積步和較相求圖



次商根爲隅根自乘減積縱平方之事畢矣　或用四因積和較相求亦可

法曰置積二百四十步四因之得九百六十步以較八步自之得六十四步并四因積共一千〇二十四步得長闊和積平方開之得長闊和三十二步減較折半得小方面十二步小方面卽闊也加較得大方面二十步減多四步得中方面十六步

解曰四因積者乃四長闊相乘之積居四邊中空一小正方中空之正方乃長闊相差之積故以較自乘積補之得長闊和自乘之積平方開之得長闊和和加較折半得長長卽大方面和減較折半得闊闊卽小方面　觀圖自明

　明減兩較積餘以三除之用帶縱開平方之故

解曰如第一圖甲乙丙丁戊己庚辛壬九段乃大中小三方田之共積也　甲乙丙丁四段大方田之面積也　戊己庚辛四段中方田之面積也

第一圖

	庚	戊	丙	甲
壬	辛	己	丁	乙

第二圖

壬	庚	巳	辛	丙	丁	乙

第三圖

丁	乙

壬一段小方田之面積也　丁辛二段積第又各等於壬段之小方面積　乙丙二段長闊各相等積亦等　巳庚二段長闊各相等積亦等二段相并與乙段積等亦卽與丙段積等　合乙丙巳庚四段共成長闊相等長方形者三皆如巳段乙一段丙一段巳庚相并爲一段故相等之形三

甲段乃大方面多小方面八步之較積也

戊段乃中方面多小方面四步之較積也

右甲戊二段於共積內減去餘丁辛壬相等三正方乙丙巳庚相等三四方三長方爲三縱方一正一縱橫列之如第二圖三而一各得一正一縱相并仍得一長方如第三圖長方之闊爲小方面其長爲一小方面一大方面與小方面之較由此以

觀減法。兩較積條以三除之用帶縱開平方之理顯然矣

解負隅帶縱開平方法

設如大中小三方田共積八百八十四步。只云大方面多小方面十步。中方面多小方面四步。問各方面

答曰大方面二十二步。中方面一十六步。小方面一十二步

法曰以多十步自之得一百步。多四步自之得十六步。兩自乘數相并得一百十六步以減共積餘七百六十八步為實。并二較數得十四步。倍之得二十八步為縱。以三為負隅

此與前例不同。前例兩較等。可用三約之。此兩較不等。故用負隅帶縱開方法。 先於實上末位起數作點。今有兩點。宜商二次。八以前用二。應商二因無負隅及縱積。改商一十步為初商。根列實左。另借一十步列實右。以乘負隅三得三十步。并縱二十八步共得五十八步為方法。與初商一十步相呼曰一五。如除五一八。如除八。除實五百八十尺。完初商。次餘實一百八十八步以待次商。

次商倍初商乘負隅三得六十步。并縱二十八步共八十八步為廉法。歸除之。呼曰八一一餘二。八加一下加二。逢二進一。二八除一十六。消去六方廉兩大縱廉兩小縱廉積一百七十六步。次商根得二步。仍餘積一十二步。以待隅法。 隅法以次商二步為隅根。自乘得四步。以乘負隅三得一十二步。減積適盡。完次商。次開得小方面一十二步。加較四步。得中方面。再加較六步。得大方面。各以面自乘得各積。

此大小三個方面也。較不等者。用三為負隅。若大小四個方面較不等者。即用四為負隅。今以圖明之。圖詳左。

一明并二較之故。

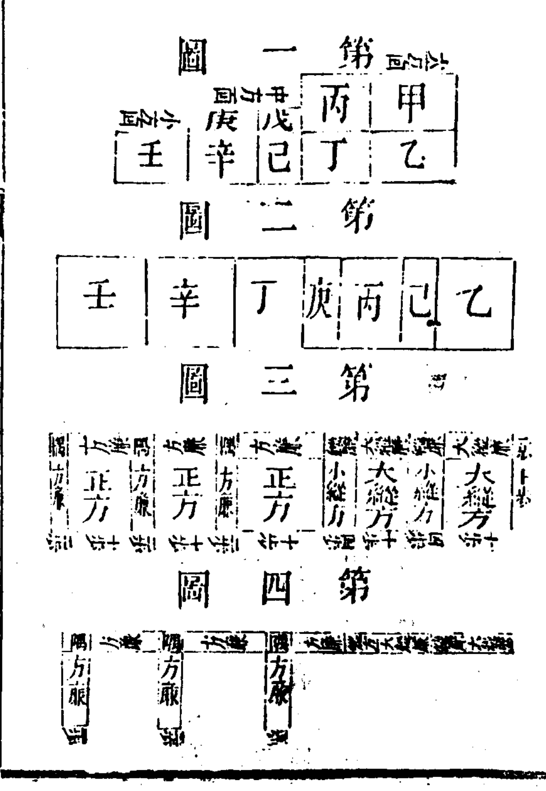
二明倍二較之故。

三明三為負隅之故。

四明六倍方廉之故。

五明諸廉用歸除得次商根之故。

六明三倍隅積之故。



第五圖 方廉 方廉 方廉 方廉 方廉 方廉 縱廉 大縱廉 縱廉 大縱廉

第六圖 隅 隅 隅

解曰。第一圖甲戊二段大小兩較積也。於共積內減去餘丁辛壬相等三正方。乙丙相等二大長方。已庚相等二小長方。共長四方皆爲縱方。大小縱方并三正方共七段。橫列之如第二圖。 第三圖以第二圖爲帶縱負隅圖。正方邊。初商根也。大縱方之闊大小方面較也。小縱方之闊中小方面較也。其長皆與正方邊等。縱方有大小。故并二較大小縱方各有二。故倍二較爲縱。正方有三。故以三爲負隅。平方之法。設一方一隅兩廉。平方之形。兩廉居兩邊。方隅居對角。正方一大隅也。隅即一小正方也。故隅亦可名爲方。方亦可名爲隅。以初商根與三正方邊。及大小四縱方闊相乘。即得三正方四縱方共積。故初商借法。必與負隅三相乘。加四縱闊共與初商相乘以除積。初商減積之後。餘積成第四圖。 凡正方之廉必二。故用倍法。今正方有三。方廉必六。故六倍。方廉而不六倍者。蓋倍初商乘負隅三即六倍故也。加四縱廉得十廉之共長。如第五圖。共爲次商廉法。不知者闊也。實如法而一。即得廉闊。廉闊即次商根。廉積既消之後。餘成三小隅。積如

第六圖。故隅自乘。再與負隅三相乘。以減積適盡。即得小方面也。

借算互徵 數有隱伏非真分可得者。則借虛數以徵之。借此徵彼。借虛徵實。亦三率法而爲類長之也。

設如有二分之一。三分之一。四分之一。五分之一。六分之一。共得五百二十二。問原數幾何。 答曰三百六十。

法曰。借六十爲通數。依真剖之。二之一爲三十。三之一爲二十。四之一爲十五。五之一爲十二。六之一爲一十。并得八十七爲首率。以六十爲次率。五

百二十二爲三率。二三率相乘。得三萬一千三百二十。以首率除之。得三百六十。爲原數。二之一。乃一百八十。三之一。乃一百二十。四之一。乃九十。五之一。乃七十二。六之一。乃六十。并之。合五百二十二之數。

此比例法也。以八十七。與六十之比。亦若五百二十二與三百六十之比也。

方程正負　方程有和數。有較數。和數方程。有減無并。皆同名故也。較數方程。有減有并。或同名或異名也。異名相并。同名相減。有減有并者。方程之綱要。正負淆則同異之名混。而減并皆失矣。故方程立正負之術。其用法。任以一色爲正。則以相當之一色爲負。或正物所多之價命之。爲正。或正物所少之價。命之爲負。

設如以研七枚。換筆三矢。研多價四百八十。若以筆九矢。換研三枚。筆多價一百八十。問筆研價各幾何。

答曰。筆每矢價五十　研每枚價九十。

法各列位

	上	中	下
右	研正七　得負二十一	筆負三　得正九	價正四百八十　得負千四百四十
左	研負三　得負二十一	筆正九　得正六十三	價正一百八十　得正千二百六十
	減盡	減餘五十四	并得二千七百

先以左行研負三。遍乘右行。得數首位異名。須變

一行以相從。故研正變爲負。筆負變爲正。價正變爲負。皆於得數變之。次以右行研正七。遍乘左行。得數右行既變。則左行不必再變。故研負筆正價正。皆仍舊。

於是以上研各負二十一。同名相減盡。次以中筆兩正。同名相減。餘五十四爲法。再以下價左正右負。異名相并。得二千七百爲實。以法除實。得五十爲筆價。以左行筆正九乘筆價。得四百五十。內減同名價正百八十。餘二百七十。以左研負三除之。得九十。爲研價。或以右筆負三共價一百五十。加異名價正四百八十。共六百三十。以右研七除之。亦得研價九十。

總論曰。帶縱諸方。所以盡開方之變。借衰互徵。所以佐差分之窮。方程又差分之極神者也。先解諸法。以明天元。蓋天元之術。備差分少廣方程而加精者也。神明變化。莫可端倪。阮芸臺先生云。少廣著開方之法。方程別正負之用。立天元一者。融會少廣方程而加精焉者也。其術廣大精微。無所不包。大之躔離度數。小之米鹽淩雜。凡他數所能馭者。立天元皆能馭之。他術所不能馭者。立天元獨能馭之。信斯言也。雖

窮神知化無以逾其精深探賾索隱不足擬其神妙而後知立天元者乃天地之秘與算家之寶術也門代唐顧二公以立天元一無下手之處荆川之說曰藝士著書往往以秘其機爲奇所謂立天元一云爾如積求之云爾漫不省爲何語而箬溪則言細考測圓海鏡如求城徑卽以二百四十爲天元半徑卽以一百二十爲天元旣知其數何用算爲似不必立可也遂盡删去細草但演開帶從諸乘方法得無舍本而求末乎我
朝梅文穆公供奉

內廷蒙
聖祖仁皇帝授以借根方法敬受而讀之云其法神妙因悟卽古天元之術遂以借根方解天元無不吻合蓋西人以多少之名變天元正負之號别其名爲借根方又名其書爲阿爾熱八達譯言東來法是明言得自中土也赤水遺珍引四元玉鑑中方池生葭蒲一條言其藏匿根數微露端倪所謂秘其機以爲奇惟恐緘縢之不密或泄其金針誠有如荆川所云者余於此說未敢以爲然也夫天元一術見於宋盛於元學士著書臺官治麻莫非此物似熟習見聞不須詳衍故簡括數語僅列算式初非藏匿金針詎意至明竟失其傳學者不得其解遂以爲秘其機幸遇人溷化而文穆公因闡明秘奥遂使中土之書晦而復彰且云以借根方解天元其堅立破荆川復生定當擊碎唾壺文穆之功大矣似猶疑古人有秘習之見存也余又惜其於此書參伍錯綜之妙未曾盡此爲恨不能使披覽者如登坦途已酉夏同邑鄭子容甫從余游言算事而兼及天元講論之暇因作此卷欲此學昌明故兹編於正負相減相加相乘諸法詳細推衍於諸和較相求之理盡發隱奥作圖立說

以闡明千古不傳之秘務求大義曉暢庶令來學得其門戶望而輒解無有滯礙俾人人皆可習天元倘文穆復生亦當擊碎唾壺也

釋天元一術

設如大中小方田各一段。共積八百步。只云方方較等。其三方面相和四十八步。問三方面各幾何。

答曰。大方面二十步。中方面十六步。小方面十二步。

術曰。列云數三約之。術中方面十六步。立天元一為較〇丨。加入中方面為大方面丄丨。自之為大方積‖卌丨。又列較減中方面餘為小方面丄乂。自之為小方積‖卌丨。又列中方面自乘為中方積‖。三位并得坣〇‖。寄生列積與寄生相消得開方數式‖〇‖。平方開之得較四步。加中方面得大方面。中方面減較即小方面也。

前立式所以明立天元之法也。特術中僅列數語。簡括隱奧。難以驟曉。今於正負相減相加相乘諸法。逐細詳演。以發揮天元。名之曰補草。如左。

補草曰。立天元一為較〇丨。〇者太極也列於上丨者天元也列於下天元為虛數乃借數也借虛數以徵實數所借之數是一數也故列丨太極真數也今雖未列真數必存其數之位故列〇加入中方面十六步為大方面列式

為丄丨正丨正是為一天元多一十六步也。上層所列真數即太極也下層所列虛數也即天元也天元之例得多為正今云一天元多一十六十六之數未為正加入天元天元多實故上下兩層皆旁書正字自之為大方積。列式為‖丄正‖‖正丨正得三層再行式。以明得三層之故。

右丄丨正丨正　左丄丨正丨正

右為法　左為實

乘之得式　丄正‖丄正丨正

并之得式　‖丄正太‖‖正元丨正

自乘之數亦兩數相乘也故各列兩相等之數一為法一為實

先以法上層十六乘實上層十六得二百五十六。於乘得之式上層橫列之。同名相乘所得為正。正與正同故曰同名同名而相乘故曰同名相乘而乘得之數亦為正故曰所得為正立天元之法布算甚繁故用正負以別算數也。次以法下層一互乘實上層十六。仍得一十六。於乘得之式中層之左橫列之。亦同名相乘。所得為正。又以法上層一十六。互乘實下層一。仍得一十六。於乘得之式中層之右橫列之。亦同名相乘所得為正。又以法下層一乘實下層一。仍得一。於乘得之式下層橫列之。亦同名相乘所得為正。乘訖各層各相并。上層無并。仍之。中層兩十六相并得三十二。下層亦無并。仍之。各層并訖。如下并得之式。中層同名相加。凡同名相加。正者仍正之。負者仍負之。并得之式上層乃真數與真數相乘之數也。故旁書太字。太即太極也兩

所云與爲太極數中層乃虛數與眞數又與虛數互相乘而相并之數也故旁書元字元即天元也下層乃虛數與虛數自相乘之數也故旁書方字方即平方也凡太極乘太極所得仍爲太極天元乘太極所得爲天元天元乘天元所得爲平方平方即正開平方也又列較以減中方面十六步餘爲小方面列式爲陌正如是爲一十六步少一天元天元之例今云十六步少爲負一天元十六之數仍如故故仍爲正減天元自之而天元少矣故天元爲負負用斜化以別之爲小方積列式爲陌順正亦得三層再立式以明三層得正負不同之故

右積右爲法	乘得之式	并得之式
左積左爲實	正 負 正 負 正	正 負 正

先以法上層十六乘實上層十六得二百五十六正十六於乘得之式上層橫列之同名相乘所得爲正十六之數旁皆書正字正與正同名而相乘故得數仍爲正次以法下層一五乘實上層十六仍得一十六於乘得之式中層之左橫列之異名相乘所得爲負又以法上層十六互乘實下層一仍得一十六於乘得之式中層之右橫列之亦異名相乘所得爲負法實兩一數之旁皆書負字與上層兩下之數互相乘故此兩乘得之與負異故曰異名異名而互相乘故此兩乘得之數皆爲負

又以法下層一乘實下層一仍得一於乘得之式下層橫列之同名相乘所得爲正負與負同名而相乘故乘得之數亦爲正并訖各層又各相并上層無并仍之中層兩十六相并得三十二下層亦無并仍之各層并訖如下并得之式中層亦同名相加旁皆書負皆兩負數相加故仍同名相加凡同名相加正者加正負者加負之今既爲負故于并得之式內中層兩乘得之式內中數旁書負字又列中方面一十六步自乘爲中方積列式爲陌正得一層此乃負數自相乘也無借數以方乘故只得一層爲正三方面既各自乘又各自并矣於是以三位并數各層又各相并列式如左

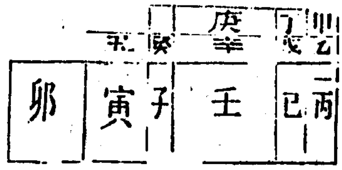
大方積	小方積	中方積	總併得
正 正 正	正 負 正	正	正 正

三位上層同名相加得七百共十八步爲正列左上層上層三數皆正故曰同名凡乘法同名必相加所得爲正中層兩數異名必相減中層兩數正負異名故相減下層兩數皆同名故相減適盡爲〇列左中層正列左下層下層爲正數同名相加得二步爲正列左下層加得三位總併式寄左然後列共積八百步爲同數同數即太極眞數也共積爲眞數寄左之上同數即太極眞數也兩數皆眞故名同數與寄左相消相消即相減也得開方數式陌正負正再明得

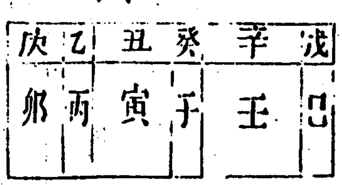
開方數式之攷。
以共積八百步減寄左上層太極眞數之七百六十八步不足減。乃以寄左上層數之七百六十八步反減共積八百步餘三十二步變正為負。列上層。共積八百步本為正減去寄左較餘數即為步前去得少為負故變正為負。中下二層無可減。仍之故成負負正正。為開方數式以上層為實。實為負實。中層為縱。縱為負縱。下層為隅。隅為正隅。有隅而此隅為正不為負何也曰列式之下層有正旁書正字故知為正凡實縱隅之正負皆因相消後列式之各層旁書之正負而得名。負實為三十二。正隅數為二。負縱無數為。○用正隅帶縱開平方法開之得較四

步。加中方面得大方面。中方面減較。即小方面也
論曰天元一術貴分正負。正負者。所以別同異定加減也。加則多。減則少。得多為正。得少為負。自乘凡乘之正負必因乎同名異名。正與正。負與負均為同名。同名相乘。所得為正。正與負。負與正。均為異名。異名相乘。所得為負。正負定則加減無乖。正負清。而同異亦殊。同名必相加。異名必相減。減亦可變正為負。加亦可變負為正。正負交變。因乎加減。同加異減。又貫正負。故正負為天元之大法也。
開正隅帶縱平方法曰。先於實上單數作點。今只一點。亦只一商。查款三十二以前用五應商五因無正隅積。故商四步為初商根。列實左。另借四步列實右。并縱。縱既無可并。仍之。乘正隅二。得八步與初商四步相呼。曰四八除三十二。除實適盡。開得四步為較。 又法先以下層隅二步除上層實三十二步得十六步。為平方積。平方開之。亦得四步。蓋三十二數內。有兩個四步自乘之積故也。若有縱方數。則不可用此法。再以圖明之如左。

上圖



下圖



解曰。上圖甲乙丙丁戊己庚辛壬九段。大方面積也。癸子丑寅四段。中方面積也。卯一段。小方面積也
前云於共積八百步內減去寄左上層之太極眞數七百六十八步。是減去三個中方面積也 如上圖癸子丑寅四段。內一個中方面之積也。於太

方面積內截戊己辛壬四段與癸子丑寅中方面積等。爲第二個中方面積。大方面積內餘甲乙丙丁庚五段。再截乙丙庚三段。以輔卯段縱橫之兩邊。亦與癸子丑寅中方面積等。爲第三個中方面積。皆於上圖內截去。三中方面并列之。如下圖。上圖內所餘。値甲丁相并之二小正方。共積三十二步。爲開方數。式。小正方旣有二。故以二爲正隅。無縱方之積。故縱方爲〇。其爲算也。故亦用爲正隅。開平方法而不帶縱。甲丁二段。本兩正方。故亦可用正隅二。以除積三十二步。得十六步。爲平方積。平方開之。亦得較數也。今列兩圖。其理顯然。上圖三方面共積也。下圖三太極乘三太極三相并之眞數也。

論曰。凡立天元。較數易。和數難。較求和易。和求較難。右式。和求較法也。所知者三方面之和數四十八。不知者各較數。必求出較數。然後知各方面。故設立負相減相加諸法。以相求。若先知較數。不須諸法之煩。即可得各方面也。如後式

設如大中小三方田。共積一千四百五十六步。中方田邊爲小方田邊三倍。大方田邊又爲中方田邊三倍。求三田邊。

答曰。大方田邊三十六步。積一千二百九十六步。

中方田邊十二步。積一百四十四步。

小方田邊四步。積十六步。

術曰。立天元一。爲小方田邊。太〡。三之。得太〣。爲中方田邊。九之得太〣。爲大方田邊。以天元自之得太〇〡。爲小方田冪。中方邊自之得太〇〢。爲大方田冪。三冪相加。得太〇〤。爲如積。寄左。列共積。與寄左相消。得開方數式〡〤〥〇〤。平方開之。得各邊積。

補草曰。立天元一。爲小方田邊。列式爲太〡。自之。爲小方田冪。列式爲太〇〡。以天元三。得三層。爲中方田邊。列式爲太〇〢。自之。爲中方田冪。列式爲太〇〢。亦得三層。又以天元九之。爲大方田邊。列式爲太〇〢。自之。爲大方田冪。列式爲太〇〢。亦得三層。各衍式。以明各得三層之故。如左

小方田衍式

右 太 正正 右爲法	左 太 正正 左爲實
乘得之式 太○ 正正 丨 正	
并得之式 太 正 ○ 正 丨 正	

中方田衍式

右 太 正正 右爲法	左 太 正正 左爲實
乘得之式 太○ 正正 〣 正	
并得之式 太 正 ○ 正 〣 正	

大方田衍式

右 太 正正 右爲法	左 太 正正 左爲實
乘得之式 太○ 正正 〣 正	
并得之式 太 正 ○ 正 〣 正	

小方田衍式　先以法上層太乘實上層太仍得太於乘得之式上層列之。次以法下層一互乘實上層太仍得太此天元太太極也。乘於乘得之式中層之左作○列之。即太也。又以法上層太互乘實下層一仍得太此亦天元乘太太極也。於乘得之式中層之右亦作○列之　又以法下層一乘實下層一仍得一於乘得之式下層列之。以上俱同名相乘所得爲正乘訖各層各相并上下兩層皆無并俱仍之中層兩○相并仍得○。各層并訖如下并得之式中層同名相加　大中兩方田俱如法衍式訖。於是以三位并數各層又各相并列式如左。

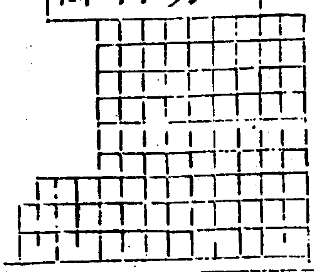
小方田	中方田	大方田	總并得式
太 正 ○ 正 丨 正	太 正 ○ 正 〣 正	太 正 ○ 正 〣 正	太 正 ○ 正 〣 正

上層三太相并仍得太列左上層中層三○相并仍得○列左由層下層三數相并得九十一。列左下層以上俱同名相加得三位總并式爲如積。廉積也言如積者如實積也寄左　然後列共積爲同數與寄左相消得開方數式爲負。正上層變正爲負中下二層無可減仍之上層爲負實中層爲正從下層爲正隅中層空不用縱方只用正隅開平方法求之

從單數作點今有兩點。應商二次。因隅多。無隅積。改爲一商初商四以乘隅九十一得三百六十四再與初商相乘得一千四百五十六步以減共積恰盡開得四步爲小方田邊三之得十二步爲中方田邊又三之得三十六步爲大方田邊。各以方邊自之得各積

或問此相消後而原積如故何也。曰。凡真數必與太極真數相減今太極無數可減故仍之而无上必太雖無數必書太以存其位中下二層亦無可減故亦仍之再以圖明之。

三方田圖



解曰。如圖。乃大中小三正方形田共得九十一個小正方形也。小正方形邊各四步。積各十六步。以十六步與九十一個小正方相乘得共積一千四百五十六步。與原積合。故以九十一為隅。圖內無縱方。故只用隅而不用帶縱。即可開得小方田邊。

倘法。即以隅九十一為法。以共積一千四百五十六步為實。實如法得十六步。又為實。平方開之得四步。為小方田邊。蓋共積內有九十一個十六步。故可以隅數除之也。

論曰。設問之數。錯綜隱伏。算者茫無頭緒。故術算頗難。必於隱伏中求其顯。錯綜者理其緒。非借虛數莫能馭也。以虛徵實。虛實可互為比例。互為比例而理斯出矣。理出而數之隱伏者無可逃。錯綜者乃不紊。乃知立天元之術。包括萬類。冠絕古今也。

設如平方積一百四十四。問方邊。 答曰。十二。

術曰。立天元一為平方邊〇丨。自乘得太〇丨寄

左。又以積一百四十四為同數。與左相消得卌〇丨。開方除之得一十二。即方邊

正隅一。從方空。負積一百四十四。此正方求邊也。故方空。凡以積消左數者。積恆為負。

補草曰。立天元一為平方邊〇丨太。自之。為平方積。列式為太〇丨正得三層。再衍式以明其故。

右 〇丨 右為法	左 〇丨 左為實

乘得之式

并得之式

先以法上層太〇。乘實上層太〇。仍得〇。於乘得之式上層列之。次以法下層一。互乘實上層〇。仍得〇。此天元乘太極也。於乘得之式中層之左列之。又以法上層〇。互乘實下層一。於乘得之式中層之右列之。此亦天元乘太極所得為天元。又以法下層一乘實下層一。仍得一。於乘得之式下層列之。以上俱同名相乘所得為正。乘訖。各層各相并。上層無并。仍之。中層兩〇相并。仍得〇。下層亦無并。仍之。各層并訖。如下并得之式。中層同名相加。凡乘之後同名必相加異名必相減。以并得之式寄左。然後列積一百四十四與寄左相消得卌〇丨。如太極無數故負積相消後仍為中下二層無可減仍之。上層為實。中層為從。下層為隅。應用正隅帶縱開法。今從空無

從可帶隅只一故以正平方法開之卽得十二爲
方邊。
論曰正方求邊。則用元太各自乘。而元與太又左
右互乘。得式爲三層。右式正方求邊也。若從方求
邊。則無自乘數。因無互乘。故只用元太相乘。得式
亦三層。如後式。
設如平方積八百六十四。從方較數十二。問大小方
邊。
答曰。大方邊三十六。小方邊二十四。
術曰立天元一爲小方邊太丨。加入從方較數十
二得⊢丨爲大方邊以天元乘之得〇⊢丨寄左
又以積八百六十四爲同數與左相消得卌⊢丨
帶從平方開之得二十四卽小方邊
正隅一。正方十二。負積八百六十四此積較求
闊也故方正若先求長則如下式
或問元太相乘亦得三層何也曰天元之例其式
爲丨。若加太則其式爲太丨。或〇丨得二層元上
一層本元自乘數則其式爲〇丨而元上必太則
元自乘其式爲太〇丨。或〇〇丨亦可得三層若元太相
乘則其式爲〇太丨故亦得三層

積較求長術曰立天元一爲大方邊太丨。減從方較
數十二得⊩丨爲小方邊以天元乘之得〇⊩丨
寄左又以積八百六十四爲同數與左相消得卌
⊩丨帶從平方開之得三十六卽大方邊
正隅一。負方十二。負積八百六十四此積較求
長也故方負。
設如平方積八百六十四從方和數六十。問大小方
邊。
術曰立天元一爲小方邊。太丨。置從方和數六十
內減天元。得丄〇卜爲大方邊以天元乘之得〇丄〇
卜寄左。又以積八百六十四爲同數與左相消。得
卌丄〇卜帶從和數平方開之得二十四卽小方邊
用減和卽大方邊
負隅一。正方六十。負積八百六十四此積和求
闊也。故隅負若求長則置從方減天元爲小方
邊與此同式。
論曰。凡正方求邊者。得負積空方正隅積較求闊
者得負積正方正隅積較求長者。得負積負方正
隅和數求闊求長者俱得負積正方負隅。
設如甲乙二長方田。共積三百步甲闊八步乙長十

問以甲長比乙闊多一倍求甲長乙闊及積。

答曰　甲長二十步　積二百六十步

　　　乙闊一十步　積一百四十步

術曰。立天元一爲乙闊〇元倍之得〇元爲甲長。以天元乘乙長得〇元爲乙冪以甲長乘甲闊得〇元爲甲冪二冪相加得〇元爲三冪共冪寄左然後以共積三百爲同數與左相消得〇元上爲實下爲法實如法。十步即乙闊。以乙長乘之得一百四十步爲乙積倍乙闊得二十步爲甲長。以甲闊乘之得一百六十步爲甲積并之恰得三百步。

或問不知乙闊故借天元爲乙闊何以爲天元爲甲長曰設例本云甲長比乙爲多一倍故倍天元爲甲長

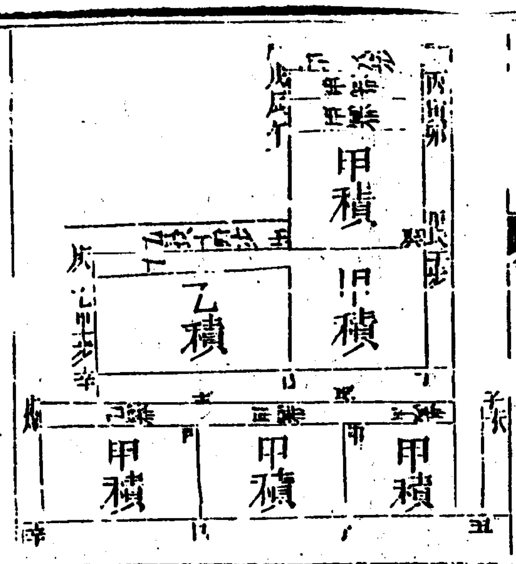
問相消之後而數不減何也曰凡相消即相減相減必太減太元減元方減方今無方只有元與太而元太又各無對皆無可減各仍之故相消後而數如故

問不用開方而用除何也曰此得除式也何以知爲除式曰於層數見之凡相消後得兩層者一法一實用除三層者一實一從一隅用平方只今兩層故用除

問天元一法多用自乘互乘而茲不用自乘何也曰自乘者太乘太元乘元互乘者元乘太也今太與元皆無自乘數只元與太相乘數故只用互乘凡天元乘太極所得爲天元故天元乘乙長甲長乘甲闊得數皆旁書元字

問天元一法多用正負茲不用何也曰此皆正也故不書記何以知之曰有加無減也

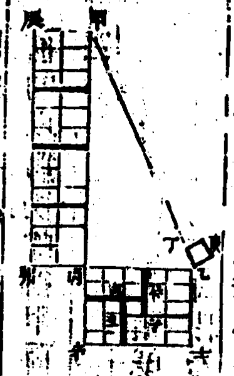
問何以用天元一法而其數乃出曰難言之矣試以圖明之



解曰此例有實無法雖有法而仍無法也立天元一者求法也如上圖甲乙二田共積也而丁戊己直長方甲積也壬己庚辛横長方乙積也

戊壬甲長多乙闊之一倍也丙丁甲長也丙戊甲

法除得股也。
天元解曰寄左之下層較積也上層倍較也同數與左相消減較積也所餘者倍較與股相乘之積



故上法下實得股再以圖顯之。如圖甲乙丙句股形。乙丙句五也。甲丙股十二也。用乙弦十三也。丁乙股弦較一也。今所知者乙丙句丁乙較所求者甲丙股與甲乙弦。先以乙丙句五自乘得二十五成乙壬丙辛方次以丁乙股弦較一自乘成丁庚方與癸子丑寅方等於句方內減之餘乙子壬丑辛寅丙癸等積長方四縱橫交置令橫者易爲縱四縱相連成甲丙卯辰長方丙卯闊即倍數二也即以爲法除得甲丙長十二爲股加較得弦十三

論曰句積內減較積餘截并得倍較乘股之積其類有多種前例每段乃倍較乘股四分之一故四段相積得倍較乘全股今再舉一例餘可類推

闊也庚壬乙長也庚辛乙闊也丙卯戊午倍天元乘甲闊之冪也壬酉庚戌天元乘乙長之冪也今于甲積內截丙癸戊壬移于癸丁壬巳之旁成子丑庚辛長方如下圖再以甲冪二段一置子丑癸丁之上成子未癸申一置癸丁壬巳之上成癸申壬酉與乙冪相連共成子未庚戌之長方即以此爲法以除共積得庚辛之闊闊即乙闊也既得乙闊倍爲甲長。

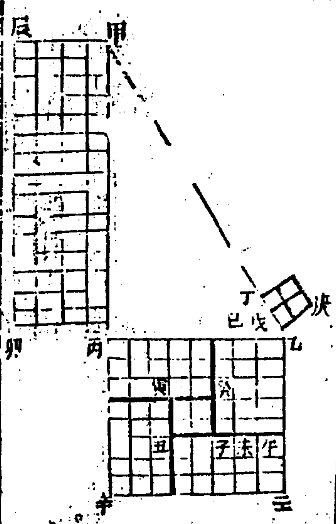
設如句五股弦較一求股弦。答曰股十二弦十三。

術曰立天元一爲股｜元〇太自之得｜〇元〇太爲股冪天元加較得｜太爲弦自之得｜‖｜太爲弦冪二冪相減餘‖｜爲句冪寄左然後以句自之得卌爲同數與左相消得‖卌上法下實得股加較即弦。或問天元一術元上必太太下必元茲元列上太列下何也曰元與太上下原可互置其理一也。

解立天元得股弦之理。

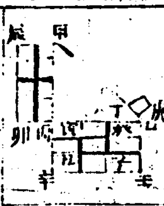
論曰欲解天元先明本術。

術曰句自乘較自乘兩乘數相減餘爲實倍較爲法除之得股加較得弦蓋句冪內有股弦較積一有股弦較與股相乘積二故減較積餘用倍較爲



句八股十五弦十七股弦較二如圖乙丙句也乙壬辛丙句上方也丁庚較上方也於句積內減之其餘長方四段每段積乃較與半較共棄股三分之一也今自戊截至午自巳截至未六段內又分爲三小段以三小段之長積爲共長與股等成每段變爲半較棄股四段皆如法截之令相并得倍較棄股之積觀圖自明

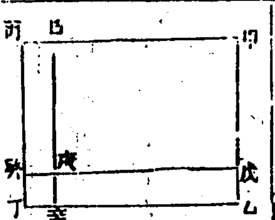
又句三股四弦五股弦較一如圖句方內減去較積餘長方四段每段積乃全較棄半股也令每兩段相續得二長方皆與股等相並得倍數之闊全股之長



或問作圖必過較積居句冪中心乃可截并若不居中心則截并難矣將如之何曰無不居於中心何以如其然也曰因乎數之奇偶也如句數奇則股弦較數必奇二股弦和數亦必奇句數偶則股弦較數必偶而股弦和數亦必偶股數奇則句弦較數必奇而句弦和數亦必奇股數偶則句弦較數必偶而句弦和數亦必偶弦數奇則句股較數必奇而句股和數亦必奇弦數偶則句股較數必偶而句股和數亦必偶此造物自然之理一定之倍也

前三圖俱所截并法今立弦圖內減股積餘成磬折形即句實句實內減較積餘成較棄股之積二并之得倍較棄股不必截并其理顯然

如圖甲乙丙丁方弦冪也甲戊巳庚方股冪也於弦方內減之餘成磬折形即句冪句冪內之庚辛丙丁方股弦較冪也於句冪內減之餘戊乙庚辛與巳庚丙癸二長方皆較棄股也



長如股闊如較并之故用倍較除得股或折半較除之得股

受業鄧福照[illegible]肅校梓

雲南叢書子部之十六

句股一貫述

共五卷

雲南圖書館藏板

甲寅年刊

句股一貫述序

且夫南絲北縫始於軋軋之絲左圓右方皆以空空之手故希肘知尺不[illegible]差忽乘五會六乘於以較和約焉一綫五紋於以見盤為經緯乎宙間萬[illegible]之以貫其象至博其術至精其名至繁其數至簡古有王人仰窺元穹知經度之所以分偏[illegible]穹俯知玄黃之所以步由是銖重元氣聚測士圭張渾天窮夜之機射比兩幾何之的莫不鈞深致遠合本散株以正歷元以同樂律以絜矩規以繩權量雖芒忽以外靡莫知其所統而乘除其間理則斠乎壹一此句股所由名也蓋作者之謂聖爲者乃京兆之積倍乎洛又由旬之程徑以方丈悟沙壤封譜天竺之書目線此球測泰西之法而乎所謂亦自成家往往巧示輗彈奇甄沙漏演為圭臬奉若執儀則利瑪竇增減律度之儀祖沖之類望海島之法是日自非心細於髮智轉若珠聞一知十之賢舉一隅三之士與之析以尉制壁之理讀重差夕桀之書未有不瞀若絲芬痴同柴立者夫非智圈跬跬不知雁夫小之智同神炫歧枝莫悟絜輕重以相者哉

朱君羲一學同校藝同門生同里閈境同顛沛其不同者祭以薄宦羇栖青衫感舊 君以緇郎官貴衣錦將還閒出所著句股一貫述内外五篇開卷脈絡貫首尾要領不謂倚搿之儕且徵皇引之詞儀指周髀述而不作而紫方且惘然矢望然箸者何也綵匹禦丈不稔誤係羡重土懸不知對待持平未能取影溺盤時有錯銖手之寸楹胸失成算將欲大罕九式交錯一詞膚何異瞑想者妄測椽上何心坐忘者不知棋局幾道也乎雖然奇而偶者成之所生也因而重者通之所復也知執一類萬之道則造律何必伶倫當事測晷然之変則定數不須隷首循寸得尺而況狹長執兩用中而況偏倚述是書者殆截然乎手懸一的以爲指矩不踰心放四海而皆準者也應之曰唯夫何閒然是為序光緒龍集戊寅天中節後十日同里年姻愚弟王贊襄脊父甫頓首拜識於渝州流寓之養琨精舍

句股一貫述內篇目錄

倚古齋雜述外篇目錄

外篇目錄

目錄

引用書目 或述其法或引其目不忘所從出
數理精蘊 上編首載河洛周髀下編以線面體分部通中西之異同闡天人之微妙
周髀算經 又見數學精詳 又見疑考
九章算術 漢張蒼刪補校正晉劉徽注唐李淳風註李籍音義細草圖說
海島算經 晉劉徽撰唐李淳風註李籍音義 見句股割圓記名准望圖
句股義 徐光啟撰
句股矩測解原 黃百家撰 即海島經之術與數三袤表度說相近
務民義齋算學 徐有壬著見尺進務叢書
天學初函 明西洋利瑪竇 見海珠塵
幾何原本 西洋利瑪竇 徐光啟筆受
求表捷術 … 其易圖內見有加倍
下學盦算學 … 項名達著其句股加減表橫直 十三格原有闕文今參補校正之

未刻總目 子目嗣出
擬九章全題
開方全表 根一至根萬皆以加法遞推方積可當對數開方表用
諸乘方全題 三乘四乘長立方四乘爲綫立方五乘爲大立方餘可類推
命分全表 左行命分右行底數可當對數表 用著命分本借數也
廣廣加倍法圖 句股全表

句股一貫述內外篇凡例　　七學士山人紹周述

一理數皆出周易無極而太極太極而兩儀理數生焉句股本大衍加減出河圖述中股長句消直內方外當位不當位諸圖以及句股表冪加倍法圖皆可見陰陽進退盈虛消長之理

一句股以周髀九章海島為最古折矩見周髀九章重矩見海島雜引群書皆宜此篇

一周髀妙用在重差心得篇曰周髀有三說一謂方周四正求重差一謂圜周中央求重差又考經史皆載土圭測景之典可知二說有所本也記曰差之毫釐謬以千里夏至最重重差發實測之書皆詳言而法而略言窺測茲特詳言與立窺切之體乎直正大之用皆由實測之餘考驗得來乃知實測一事非心細如髮明察秋毫者不能勝任

一而法非圖不顯故測法諸題概以圖表明之圖即表之註解表即圖之註解又合數題共為一圖表乃可見實差之義並可見實驗之近表互參觀乃知重差最理要道

一數學始終不外加減乘除四法名書每詳乘除而略加減故茲特詳於加減即所以當乘除也明季乃有因歸之名首位曰因曰歸次位以下仍曰乘曰除總名皆曰乘曰除也歸法校商除頗易故特將加減乘除口訣列前而歸訣亦附錄於後以為啟蒙之一助

一數列六藝之末可知窮經讀史者皆宜講求唐立明而之科不特陳其數且欲明其義也述中以釋義為二卷如正負加減特明和較之義外篇附錄方程亦明正負之義也

一測量以句股為鼻祖若三角八綫皆句股之餘緒集隘未能全錄

一全題之題詳人所略約法之法略人所詳約法即全題之註解全題並無闕題亦無遺題

一方積圓積圖式甚多茲但以方圓明其大綱為初學啟蒙之助餘有專書故從其略

一而器古用竹籌近用珠盤頗為簡易惟長位乘法宜用筆而亦以加當乘錯誤校少故附筆而圖附加當乘法惟開方除法舊無法實可尋惟以商字為要訣故有用字籌為商法者乃根各表即推廣字籌式也除法惟開方最難故詳錄之惟而法可求度量衡之小數至於度而量而衡而皆比例法可求大數不可求小數是而器仍以珠盤筆而為適用字籌次之

一方程原有圖式如六物求得一物空即同五物方程再求一空即同四物方程雖未全錄已可類推

一命分諸法取小數也凡加減乘除必以通分約分助之故補命分零何股八題以明相因並用之理

凡例補遺

一樣板每半開直格卅六橫格廿四每格皆成正方繪圖乃合句股徑之度數故書中小字皆成正方形大字皆成長方形

一繪寫有樣板欲省目醒目也如全題一行一題橫直互看易辨題法之異同如乘除口訣讀直法在第一字橫讀法在第二字　數題半開眉目必清

一釋義乃全題之題錄註解矩法即四卷之總註惟五卷限於尺幅似欠醒豁補註嗣出

大衍即句股之原 數學精詳有大衍為句股之原[illegible]引伸乃[illegible]謂虛數一用數四十九大衍之數五十相得而各有合

周髀筭經曰句廣三股脩四徑隅五蓋以二十一者[illegible]為正方方以[illegible]大衍之數五十

句三　自乘句方九
股四　自乘股方一十六
徑五　自乘徑方二十五
三方類聚相加凡積五十即大衍之數一

句股和七　自乘和方四十九
句徑和八　自乘和方六十四
股徑和九　自乘和方八十一
句股較一　自乘較方一
句徑較二　自乘較方四
股徑較一　自乘較方一
六方類聚相加凡積二百即大衍之數四物以羣分四而一即大衍之數一

句和較六　自乘　方三十六
句較和四　自乘　方一十六
句較較二　自乘　方四
句和和十二　自乘　方一百四十四
四方類聚相加凡積二百即大衍之數四物以羣分四而一即大衍之數一

股和較四　自乘　方一十六
股較和六　自乘　方三十六
股較較二　自乘　方四
股和和十二　自乘　方一百四十四
四方類聚相加凡積二百即大衍之數四物以羣分四而一即大衍之數一

徑和較二　自乘　方四
徑較和六　自乘　方三十六
徑較較四　自乘　方一十六
徑和和十二　自乘　方一百四十四
四方類聚相加凡積二百即大衍之數四物以羣分四而一即大衍之數一

右二十一方方以類聚相加凡積八百五十即大衍之數一十七物以羣分一十七而一即大衍之數一

虛數用數句股之原

易曰大衍之數五十 補註四而一也古法即句股書註四分度之一也中古謂之四除今人謂之四歸 其用四十有九　大衍之數虛其一

句股和七　方四十九　句股較方一　相加五十即倍徑方
句股和十四　方一百九十六　句股較方四　相加二百即倍徑方
句股和二十一　方四百四十一　句股較方九　相加四百五十即倍徑方
句股和二十八　方七百八十四　句股較方十六　相加八百即倍徑方

又各和方皆大衍用數所合　各較方皆大衍虛數所合　各倍徑方皆大衍之數所合

按此和求較較求和皆本於用數虛數以立法門也

周髀筭經

昔者周公問於商高曰竊聞乎大夫善數也請問古者庖犧立周天曆度夫天不可階而升地不可將尺寸而度請問數安從出商高曰數之法出於圓方圓出於方方出於矩矩出於九九八十一故折矩以為句廣三股脩四徑隅五既方其外半其一矩環而共盤得成三四五兩矩共長二十有五是謂積矩故禹之所以治天下者此一本作即數之所由生也周公曰大哉言數請問用矩之道商高曰平矩以正繩偃矩以望高覆矩以測深臥矩以知遠環矩以為圓合矩以為方方屬地圓屬天天圓地方方數為典以方出圓笠以寫一本作驗天天青黑地黃赤天數之為笠也青黑為表丹黃為裏以象天地之位是故知地者智知天者聖智出於句句出於矩夫矩

之於數其裁制萬物惟其所爲耳周公曰善哉匝一作包　句一作句一作勾

周髀算經案語

欽定四庫全書總目卷一百六子部十六天文算法類一推步之屬三十一部首列周髀算經二卷音義一卷永樂大典本內按隋書經籍志天文類首列周髀一卷趙嬰註又一卷甄鸞重述唐書藝文志李淳風釋周髀二卷與趙嬰甄鸞之註列之天文類而曆算類中復列李淳風註周髀算經二卷蓋一書重出也是書內稱周髀長八尺夏至之日晷一尺六寸蓋髀者股也於周地立八尺之表以爲股其影爲句故曰周髀其首章周公與商高問答實句股之鼻祖故御製數理精蘊載在卷首而詳釋之稱爲成周六藝之遺文榮方問於陳子以下徐光啟謂爲千古大愚今詳考其文惟論南北影差以地爲平遠復以平遠測天誠爲臆說然與本文已絕不相類疑後人傳說而誤入正文者如夏小正之經傳參合傳疑鄭未訂以前使人不能讀也其本文之廣大精微者皆足以存古法之意開西法之源如書內以璇璣一晝夜環繞北極一周而過一度冬至夜半璇璣起北極下子位春分夜半起北極左卯位夏至夜半起北極上午位秋分夜半起北極右酉位是爲璇璣四遊所極終古不變以七衡六間測日躔發斂冬至日在外衡夏至日在內衡春秋分在中衡當其衡爲中氣當其間爲節氣亦終古不變古蓋天之學此其遺法蓋渾天如毬寫星象於外人自天外觀天蓋天如笠寫星象於內人自天內觀天笠形半圓有如張蓋故稱蓋天合地上地下兩半圓體即天體之渾圓矣其法失傳已久故自漢以迄元明皆主渾天明萬曆中歐邏巴人入中國始別立新法號爲精密然其言地圓即周髀所謂地法覆槃滂沱四隤而下也其言南北里差即周髀所謂北極左右夏有不釋之冰物有朝生暮穫中衡左右冬有不死之草五穀一歲再熟是爲寒暑推移隨南北不同之故及所謂春分至秋分極下常有日光秋分至春分極下常無日光是爲晝夜永短隨南北不同之故也其言東西里差即周髀所謂東方日中西方夜半西方日中東方夜半晝夜易處如四時相反是爲節氣合朔加時早晚隨東西不同之故也又李之藻以西法製渾蓋通憲展蓋爲矩規使大於赤道規一同周髀之展外衡使大於中衡其新法曆書述第谷以前西法三百六十五日四分日之一每四歲之小餘成一日亦即周髀所謂三百六十五日者三三百六十六日者一也西法出於周髀此皆顯證特後來測驗增修愈推愈密耳明史曆志謂堯時宅西居昧谷疇人子弟散入遐方因而傳爲西學者固有由矣此書刻本脫誤多不可通今以永樂大典內所載詳加校訂補脫文一百四十七字改訛舛者一百一十三字刪其衍複者十八字舊本相承題云漢趙君卿註其自序稱爽以暗蔽註內屢稱爽或疑焉或疑爽即君卿之名然則隋唐志之趙嬰殆即趙爽之訛歟註引靈憲乾象則其人在張衡劉洪後也舊有李籍音義別自爲卷今仍其舊而音義內凡爲圖者五而失傳者三訛舛者一謹據正文及註爲之補訂古者九數惟九章周髀二書流傳最古訛誤亦特甚然溯委窮源得其端緒固術數家之鴻寶也

九章算術目錄

方田章第一以御田疇界域粟米章第二以御交質變易衰分章第三以御貴賤廩稅少廣章第四以御積冪方圓商功章第五以御功程積實均輸章第六以御遠近勞費盈不足章第七以御隱雜互見方程章第八以御錯糅正負句股章第九以御高深廣遠

九章算術案語

欽定四庫全書總目卷一百七子部十七天文算法類二算書之屬二十五部首列九章算術九卷永樂大典本內謹案九章算術蓋周禮保氏之遺法不知何人所傳永樂大典引古今事通曰王孝通言周公制禮有九章之名其理幽而微其形祕而約張蒼刪補殘闕校其條目頗與古術不同云云今考書內有長安上林之名上林苑在武帝時蒼在漢初何緣預載知述是書者在西漢中葉後矣舊本有註題曰劉徽所作考晉書稱魏景元四年劉徽註九章然註中所云晉武庫銅斛則徽入晉之後又有增損矣又有註釋題曰李淳風所作考唐書稱淳風等奉詔註九章算術爲算經十書之首國子監置算學生三十人習九章及海島算經共限三歲蓋即是時作也北宋以來其術罕傳自沈括夢溪筆談以外士大夫少留意者書遂散佚迨南宋慶元中鮑澣之始得其本於楊忠輔家因傳寫以入祕閣然流傳不廣至明又亡故二三百年來算術之家未有得覩其全者惟分載於永樂大典者依類裒集尚九篇具在考鮑澣之後序稱唐以來所傳舊圖至宋已亡又稱盈不足方程之篇咸闕淳風註文今校其所言一一悉合知即慶元之舊本蓋顯於唐晦於宋亡於明而至是

聖代表章之盛復完於今其隱其見若有數默存於其間非偶然矣謹排纂成編併考訂譌異各附案語於下方其註中指狀表目如朱實青實黃實之類皆就圖中所列而言圖既不存則其註猝不易曉今推尋註意為之補圖以成完帙算數莫古於九數九數莫古於是書雖程法屢更愈推愈密而溯源探本要百變不離其宗錄而傳之固古今算學之弁冕矣

九章句股法

九章句股述前三問明言句股皆用算經三四五之數其說曰句自乘為朱方股自乘為青方即周髀之積矩二十五其圖曰出入相補謂朱方青方適容於徑方二十五之中也其餘設問每借物為句借物為股非故密句股之名實明示人以測量之妙如池方一丈（半之即句五尺）葭生中央出水一尺（即句徑較也）引葭赴岸適與岸齊（即徑也）問水深（即股也）葭長（即徑也）各幾何此題於求法明體即於測法還用不用祘經之積矩而亦可測深也惟立四表各方一丈此術即明用方矩之法也祘經曰合矩為方此之謂也九章之術多本祘經合觀各術亦可想見其遺法也

海島祘經案語

晉劉徽撰唐李淳風註原本久佚今從永樂大典錄出其書本名重差皆測望之術唐代乃改稱海島經蓋因第一條以海島立表設問遂以卷首之字名之耳

海島經重差法

經曰立兩表（即重矩也）齊高三丈（直矩高五步也）前後相去千步（矩間千步也）前表却行一百二十三步（前橫矩之廣也）後表却行一百二十七步（後橫矩之廣也）人目著地（謂目力以望矩也）取望島峯與表末參合問島高去表幾何

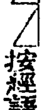
按經文即重矩求重差也却行即橫矩爲道如砥其直如矢却行之步即合橫矩之廣因為四率求法以明重矩求大矩之理　二率三率相乘為實以一率為法除之即得四率

一率矩差四步　　一率矩較四步
二率矩間千步　　二率矩間千步
三率矩高五步　　三率矩廣一百二十三步
四率島高一千二百五十步（加矩高五步高為句不當位）　四率去表三萬七百五十步（加前却行步六事皆以下服膺起祘）

島高者山頂直下至大折隅即大直矩也　去表者由前橫矩平行至大折隅即大橫矩也又以島高為句去表為股求得大徑即島遠斷遠者由大股隅斜至大句隅即前表斜至峯頂也按劉徽註九章以重差發句股之妙用於此術可以想見一隅凡經內兩望三望四望引伸觸長皆補足九章未備之法即發明周髀未宣之蘊也爰將海島各術論列於後

望松生山即假矩望高之重矩也但多測松根一望也

南望方邑即重矩測深之法也重矩不在左右平列亦不前後平列兩矩重而用之也又借而平用之也故四重矩可平用以測縱度之遠也

望深谷偃矩岸上兩表上下直列也  按經語並圖皆偃矩也但此矩測深谷似與周髀偃矩測深之旨相異然以目在上為覆之說論之即覆矩也況覆矩偃矩原可相通而借用也

望山望樓借偃矩重矩綜而用之也又互求之故得二望也

東南望波口亦變通大小重矩相包而互求之故得兩望也

登望清淵白石亦綜用重偃矩互求之而得兩望也（按從目在上為覆之說則合周髀覆矩測深之旨）

登山望津重矩不上下直列亦不左右平列一在上之後一在下之前蓋因地勢而變通盡利也又互求而得兩望也

登山臨邑重矩加一方矩也故得三望也

凡兩望三望皆單矩內外或加單矩或加方矩或加一線加線即加矩也變而通之神而明之存乎其人也如兩望者即以單矩測兩次三望者以單矩測三次亦可也要之周髀九章海島皆經也一切祘書皆傳也而海島即九章之傳九章即周髀之傳一而三仍三而一也是知者儒稽古惟貴參考但得要領則群書可歸一貫所以註疏但能闡發經義於一隅語錄則會通經訓於萬殊祘學雖小可以喻大六藝之末即格致之事即小學大學入門之基天下萬事萬物不外理數二字理中有數數中有理數學雖小可以小道忽之哉

古祘用籌考

古祘用籌紀數籌內無字不似後世籌祘有九乘九除字也考漢書云古祘法用竹徑一分長六寸二百七十一枚而成六觚為一握又考孫子祘經云凡祘之法先識其位一縱十橫百立

千與十十相鑿萬百相當皆謂用籌宜縱橫相間左右不可平行又云六不積謂六則橫籌一直籌一作丅形也又云五不隻亦謂五仍直積五籌籌作𝍤形也不可橫隻一籌以當五籌恐與一籌混也蓋用籌之形惟六七八九乃可橫隻一籌以當五籌故六則籌作丅形七則籌作𝍦形八則籌作𝍧形九則籌作𝍨形故古祘書內凡九數字多象籌形今用珠祘上面一珠亦當下面五珠故今祘書內凡九數字多象珠形今以珠當籌亦變通甚利因將古文今文釋文錄左

祘式古文

𝍠又作一　二又作𝍡　𝍢又作三　𝍬又作𝍣　𝍤五不隻𝍬　丅六不積　𝍦　𝍧　𝍨

祘式今文

一又作〡　〢又作二　三又作〣　〤　〥　〦　〧　〨　文

祘式釋文

壹　二　三　四　五　六　七　八　九

古文今文祘字皆象形

古文九數字	𝍨	𝍧	𝍦	丅	𝍤	𝍬	𝍢	二	〡
今文九數字	文	〨	〧	〦	〥	〤	〣	二	〡
釋文九數字	九	八	七	六	五	四	三	二	一
	第九位	第八位	第七位	第六位	第五位	第四位	第三位	第二位	第一位
	單	十	百	千	萬	十萬	百萬	千萬	億

古祘用籌凡單位百位萬位百萬位億位則縱之凡十位千位十萬位千萬位則橫之古文今文字形亦宜縱橫相間閱者方能醒目字皆自左而右亦象祘式也今文首位得數如〡〢〣字皆用縱又與古文異也

信古齋句股一貫述內篇卷二釋義

古瀛朱　演紹周氏述集

句股字義命題合解總說

周髀而經有句股徑之文九章而術有句股併句股差之說海鏡而經有重差之名併即和也差即較也重差即重句股而句與句較股與股較也此古今異名者也句股徑總名三正也三和三較總名六副也雜和較總名十二雜也凡茲二十有一事任舉二事皆可命題借以命題之二事即可求未知之十九事也有一求即得三正者有以和求較以較求和而得三正者有求得雜和較以之加減上下題而得三正者如以二事命題問得若干題法以二十一事自乘得四百四十一如八卦之相盪八八得六十四減上下題同一事者二十一同單題不可命題如上題徑下題徑仍減上下題相綜而同者二百一十如否綜泰如上股下徑綜上徑下股爲重出也減上下題同實者十二如上題徑和和下題股和和爲同實實得一百九十八題若二十一事減異名同實八事實得一十三事以三事命題問得若干題法以十三事自乘得一百六十九減上下題同一事者十三減上下題相綜而同者七十八實得七十八題若加異名同實之一百二十題仍得一百九十八題凡茲一百九十八題題體分八類題體不同立法亦異爰將二十一事分註合解並爲圖說於左

句股二十一事貫合解並圖說

徑隅五　圖見後　徑與弦通而兩經無弦字述中遵前經仍用徑字　爲正綱

徑步道也隅句股之兩隅也五者斜道之數也謂徑斜切句股兩隅相距之道五也蓋圖周有徑不論隅正任橫直縱斜凡居十字中心者皆徑也方周亦有徑或直橫或縱橫皆對四正中心與邊線平行者乃爲徑非斜對四隅之謂也惟句股之徑不然不與句股平行惟對句股兩隅不縱不橫不直惟以斜切兩隅者爲徑也故以徑較股則徑遠以徑較句則徑益遠若以徑較股句和則徑猶捷徑然徑行自遠夫句遠之有說文謂道不容車爲徑亦此義也五五自乘得二十五爲徑方又名徑冪又曰徑積

股修四　圖見後　爲正目

股者髀也即圭也即表也即直矩縱矩也修者長也謂縱長也又兼直高直深之長而言也者對句之橫廣言也此股之定位也又長於句者爲股此股之定體也若夫句股無差或直短橫長是謂句股不害位則通謂爲矩修四者或縱或高或深其長皆四也四四自乘得一十六爲股方也又名股冪又曰股積

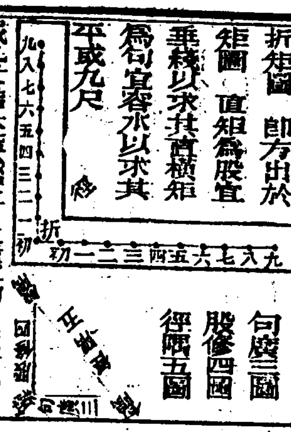
句廣三　圖見後　爲正目

句即橫矩也即畧也即彫也說文謂句者曲也蓋自直股縱股曲折爲橫句也若曲尺之橫廣也廣闊橫廣也此句之定位也短於股者爲句此句之定體也句之廣不及股之高深與長所謂差也句股之用在於求差者蓋句股則有事差其妙用更無窮至於股句無差或股句互易其位則通謂爲矩廣三者橫廣之數有三也三三自乘得九爲句方也又名句冪又曰句積

右徑股句凡三圖通謂爲三正對六副十二雜而爲言也三正爲綱六副十二雜爲目也而三正又分綱目蓋徑方最大恰容句方股方是徑又爲句股之綱也綱目既分題體亦判求法亦殊故曰綱目其句股之門乎徑至大至尊猶君也父也句股猶臣也子也君爲臣綱父爲子綱故謂徑爲綱也

折矩圖即矩出於九九八十一圖　圖在上

折矩圖　即方出於矩圖　直矩爲股宜垂杖以求其直橫矩爲句宜審水以求其平或九尺或九丈益大益驗尺寸分釐宜均分度數〇句股初度一點即折隅〇句三度一點即句隅〇股四度一點即股隅〇雞矩時句隅股隅度內弓針爲記以兩針正對物心一點測量方驗蓋有針爲記目力方能無至遠差也



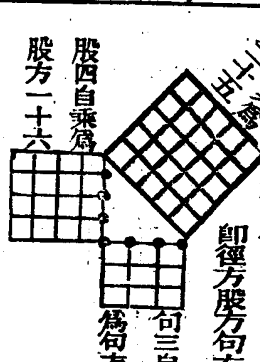
句廣三圖

股修四圖

徑隅五圖

積矩圖　九章繪句方爲朱冪股方爲青冪曰出入相補者謂句方股方適符於徑方之內也

即徑方股方句方圖



句方九股方一十六相加即徑方二十五

句方九徑方二十五相減即股方一十六

股方一十六徑方二十五相減即句方九

徑股和圖　如徑五加股四　爲徑股和九　爲副綱

徑句和圖　如徑五加句三　爲徑句和八　爲副綱

股句和圖　如股四加句三　爲股句和七　爲副目

徑股較圖　如徑五股四相減　爲徑股較一　爲副綱

徑句較圖　如徑五句三相減　爲徑句較二　爲副綱

股句較圖　如股四句三相減　爲股句較一　爲副目

右凡六圖通謂爲六副凡正加正爲和正減正爲較是三正爲六副之綱也而六副又分綱目有徑者爲副綱無徑者爲副目所以別題體也制藝貫皆題句股何獨不然

和者合也如易經所謂五位相得而各有合之合也　和者併也如句股章所謂句股併之併也　以法論則相加也

較者校也謂相校而見盈不足也盈者爲正不足者爲負明正負之說乃知加減之法後有加減表以發明此理當合前後各圖互看　較猶差也謂相校而見差也如句股章所謂句股差之差也　以法論相減也

凡相和者圖直繪右行字直書左行如徑股和圖可見相加之象並知徑正股正皆繪右行皆爲盈數也如此圖似爲醒目

凡相較者字書於上圖列於下字圖各分左右二行皆比肩而並書並繪也凡在右者爲正爲盈在左者爲負爲不足如徑句差圖徑正列右句負列左左右皆用陰文圖以去其對減之三數而右多陽文圖即知負正盈不足皆一數也

徑和和圖　如徑五加股句和七　爲徑和和十二　爲十二雜之一

股和和圖　如股四加徑句和八　爲股和和十二　同徑和和十二

句和和圖　如句三加徑股和九　爲句和和十二　同徑和和十二

徑和較圖　如股句和七徑五相減　爲徑和較二　爲十二雜之一

股和較圖　如徑句和八股四相減　爲股和較四　爲十二雜之一

句和較圖　如徑股和九句三相減　爲句和較六　爲十二雜之一

徑較和圖　如徑五加股句較一　爲徑較和六　同句和較六

股較和圖　如股四加徑句較二　爲股較和六　同句和較六

句較和圖　如句三加徑股較一　爲句較和四　同股和較四

徑較較圖　如徑五減股句較一　爲徑較較四　同股和較四

股較較圖　如股四減徑句較二　爲股較較二　同徑和較二

句較較圖　如句三減股徑較一　爲句較較二　同徑和較二

右凡十二圖通謂為十二雜皆以三正錯雜相加減而成名者其目以正綱加減副目或皆
以正目加減副綱所以十二事不判綱目猶之伯仲叔季也若減去其異名同實之六雜則
名曰四雜故三正六副四雜又有十三事之名也

和暗指題外和明指題中二正言和一正言者二正已相加又以一正加之也　釋和和二字義

和暗指題外較明指題中二正言較一正言者二正已相加又以一正減之也　釋和較二字義

較暗指題外較明指題中二正言較一正言者二正已相減又以一正減之也　釋較較二字義

較暗指題外和明指題中二正言和一正言者二正已相減又以一正加之也　釋較和二字義

右二十一圖分為三節者所以明綱目之理也皆所以明題體也題體既分則取題之法亦因是而殊也　以下全題次序以三正為綱以六副十二雜為目又以六副為十二雜之綱也　以下約法次序以徑為正綱股句為正目而六副又分副綱副目　蓋全題以題為次序題從法變而約法以法為次序法經題緯皆不外綱目之理也或分觀或合觀一而二仍二而一也

一行　加減表（橫直對查）
一格　二格　三格　四格　五格　六格　七格　八格　九格　十格　十一格
句和較　股和較　徑和較　徑和和　股句較　徑句較　徑股較　股句和　徑句和　徑股和

二行　徑
加　徑徑股句較　徑徑句股較　股句和　徑徑句句和較　徑徑句較　徑徑股較　徑和和　徑徑句　徑徑股
減　股句較　股句較　徑徑股句較　股句和　股和較　句　股　徑和較　句　股

三行　股
加　徑股股句較　徑句句和　股股句徑較　徑股句　股股句較　徑股股　句和較　股股句　股和和　徑股和
減　股句較　徑股股句較　句較　徑句和　股和較　句　徑和較　徑　股和較　句

四行　句
加　徑句句股較　徑股句和　句句股徑較　徑句句　句股較　徑句句和　股句句徑較　句和和　徑句和
減　句股較　徑句句股較　股較　徑股和　句和較　股　徑　徑和較　股和較　徑

五行　徑股和
加　徑徑股股　徑股股句較　股股句句較　徑股股句和　徑徑股句和　股句和和　徑徑股股和
減　句　徑句較　句股較　句　徑和較　股股句和　句和較

六行　徑句和
加　徑徑句句　徑句句股較　徑徑句股和　句句股和　徑句句股和
減　股句句股較　股　二句　股句股較　二徑

七行　股句和
加　徑股股句　徑股句句　一股　股句句徑和　一股　徑股股
減　徑句句　徑股股句較　二句　徑股句股較

八行　徑股較
加　徑徑股句較　徑股股句較　徑股股句　句　徑徑股句　徑股股較
減　股股句較　句　股股句徑較　徑股句股較　句較

九行　徑句較
加　徑徑句句較　徑句句股較　徑句句股　徑徑句股　徑句股較
減　股　句股較　股　徑股句股較　徑句股句較

十行　股句較
加　徑股股句　徑股股　徑股股句　股句較
減　徑　徑股句句較　徑股句股較

十一行　徑和和
加　徑徑股句　徑股句　股徑句和
減　句　一股　二徑

十二行　徑和較
加　一股　二句
減　徑股句較　徑股股較　徑和較

凡正負無定者無較字

句股十三事加減表

補一格　補二格　補一格補十一格　補十二格

一行　補　加減表　句和較
十三行　補　股和較　加　二股　減　句較　二徑

二行　補　徑　加　徑和和　徑股和　減　徑句較　徑股較

三行　補　股　加　徑句和　減　股較

右句股十三事加減表　表本縱十三格橫十三行因限於尺幅不足者補於表末

二十一事減去異名同實之八事實得十三事又以十三事左右相加減其名目更繁要旨不外正負之理凡相和者皆正凡相較者一見其盈一見其不足盈者為正不足者為負因為表於右表內縱橫對看凡一事相加則得一事凡二事相減亦得一事所得之事有同十三事者有異十三事者仍不外和字較字也有三四正或四五正相和者當並行直書格內明其為正也有二三事與二二事相較者皆雙行並書格內或於左行者明其為負也如有以減去之八雜而問加減者仍備四雜加減之法求之所得仍同也是此表仍同二十一事加減表也

如以徑與句和較問加減者查第二行第二格即知相加得徑徑股句較也相減得股句較也
如以句與徑股和問加減者查第四行十一格即知相加得句和和也相減得句和較也
凡約法內求得四雜或三和或三較皆可與上題下題照表加減之即得三正
如約法未錄之題照表加減即可借徑他題同以為法御之

句股述卷二釋義全

古滇朱　演爵曾氏述纂

句股全題一貫詳述

全題凡一百九十八內有異名同實者一百二十題未錄蓋變通其名均可以約法御之如

徑和和徑和較　徑和和股較較　徑和和句較較
股和和徑和較　股和和股較較　股和和句較較
句和和徑和較　句和和股較較　句和和句較較

等九題皆名異實同實既同則法亦同也述中只錄徑和和徑和較一題而未錄之八題皆可同以第三法馭之故摘錄七十八題而一百九十八題之求法仍不外是也

全題內又分二類有歌訣者凡三十三題並收於約法內有題解者凡四十五題照前表加減之仍可借徑於他題同以約法馭之

制義貴審題句股亦然題體不同立法亦異如全題只以三正為綱六副為目此全題自然位次方以類聚猶之先天定位也約法則分正綱正目副綱副目此約法自然題體物以羣分猶之後天定位也名分既定題體乃分題體既分立法亦異全題以題為經法為緯約法以法為經題為緯要皆若綱在綱有條不紊乃知題體不同立法亦異不獨制藝然也如上徑下股與上徑下句二題皆全綱偏目題也故第一法皆用兩方相減如上股下句一題兩目雙偏題也第二法獨以兩方相加一則用加一則用減皆以題體之不同也約法內分副綱副目皆以此隅反也

每題以十六字為歌訣務期言簡意賅凡言某方者皆指自乘之數言如徑方即徑自乘數和方即和自乘數上方即上題自乘數互方即上下題之乘數凡言相加者兩方之數相加也凡言半方者所得數半之仍為長方也凡言正方者皆開正方而除方積也凡言長方者或帶長廣和或帶長廣較開長方而除方積也如七法八法上題本較也開長方則帶為長廣較上題本和也有帶為長廣和有帶為長廣較因題而變通也凡求得六副或四雜以所得之數加減上下題即得三正

上題正　下題正　左凡三題

第一題	徑	股	一法歌曰	徑方股方　相減句方　正方除積　得句之長
第二題	徑	句	一法歌曰	徑方句方　相減股方　正方除積　得股之長
第三題	股	句	二法歌曰	股方句方　相加徑方　正方除積　得徑之長

上題正　下題和　左凡九題

第四題	徑	徑股和		題解相減股　同第一題第一法
第五題	徑	徑句和		題解相減句　同第二題第一法
第六題	徑	股句和	三法歌曰	徑方和方　相減半方　長方帶和　得股句長
第七題	股	徑股和		題解相減徑　同第一題第一法
第八題	股	徑句和	四法歌曰	股方和方　相減半方　以和除積　得句之長
第九題	股	股句和		題解相減句　同第三題第二法
第十題	句	徑股和	四法歌曰	句方和方　相減半方　以和除積　得股之長
第十一題	句	徑句和		題解相減徑　同第二題第一法
第十二題	句	股句和		題解相減股　同第三題第二法

上題正　下題較　左凡九題

第十三題	徑	徑股較		題解相減股　同第一題第一法
第十四題	徑	徑句較		題解相減句　同第二題第一法
第十五題	徑	股句較	三法歌曰	徑方較方　相減半方　長方帶較　得股句長
第十六題	股	徑股較		題解相加徑　同第一題第一法
第十七題	股	徑句較	四法歌曰	股方較方　相減半方　以較除積　得句之長
第十八題	股	股句較		題解相減句　同第三題第二法
第十九題	句	徑股較	四法歌曰	句方較方　相減半方　以較除積　得股之長
第二十題	句	徑句較		題解相加徑　同第二題第一法
第二十一題	句	股句較		題解相加股　同第三題第二法

上題正 下題雜 凡十七題

第卄〦題 徑 徑和和 題解相減股句和同第六題第三法
第卄〧題 徑 徑和較 題解相加股句和同第六題第三法
第卄〤題 徑 股和較 題解相減股句較同第卄〨題第三法
第卄〨題 徑 句和較 題解相減股句較同第卄〨題第三法
第卄〩題 股 徑和和 題解相減徑句和同第三題第〤法
第卅題 股 徑和較 題解相減徑句較同第十七題第〤法
第卅〡題 股 股和較 題解相加徑句和同第二十題第〤法
第卅〢題 股 句和較 題解相減徑句較同第十七題第〤法
第卅〣題 句 徑和和 題解相減徑股和同第十題第〤法
第卅〤題 句 徑和較 題解相減徑股較同第十〤題第〤法
第卅〥題 句 股和較 題解相減徑股較同第十〤題第〤法

第卅〦題 句 句和較 題解相加徑股和同第十題第〤法
上題和 下題和 在凡三題
第[illegible]題 徑股和 徑句和 五法歌曰 副綱副綱 倍互乘方 正方除積 徑和和長
第[illegible]題 徑股和 股句和 六法歌曰 上方互方 相減倍方 正方除積 句和較長
第[illegible]題 徑句和 股句和 六法歌曰 上方互方 相減倍方 正方除積 股和較長
上題較 下題較 在凡三題
第[illegible]題 徑股較 徑句較 五法歌曰 副綱副綱 倍互乘方 正方除積 徑和較長
第[illegible]題 徑股較 股句較 六法歌曰 上方互方 相加倍方 正方除積 徑和較長
第[illegible]題 徑句較 股句較 六法歌曰 上方互方 相減倍方 正方除積 徑和較長
上題和 下題較 在凡九題
第[illegible]題 徑股和 徑股較 題解相加減半之徑股同第一題第一法
第[illegible]題 徑股和 徑句較 五法歌曰 副綱副綱 倍互乘方 正方除積 句和較長

第[illegible]題 徑股和 股句較 六法歌曰 上方互方 相減倍方 正方除積 徑和和長
第[illegible]題 徑句和 徑股較 五法歌曰 副綱副綱 倍互乘方 正方除積 股和較長
第[illegible]題 徑句和 徑句較 題解相減加半之句徑同第一題第一法
第[illegible]題 徑句和 股句較 六法歌曰 上方互方 相加倍方 正方除積 徑和和長
第[illegible]題 股句和 徑股較 六法歌曰 上方互方 相加倍方 正方除積 股和較長
第[illegible]題 股句和 徑句較 六法歌曰 上方互方 相加倍方 正方除積 句和較長
第[illegible]題 股句和 股句較 題解相減加半之股句同第二題第二法
上題和 下題雜 在凡十二題
第[illegible]題 徑股和 徑和和 題解相減句 同第十題第四法
第[illegible]題 徑股和 徑和較 七法歌曰 雜乘副綱 帶和開方 得句為廣 句和較長
第[illegible]題帶較 徑股和 股和較 七法歌曰 雜乘副綱 帶較開方 得句為廣 徑和和長
第[illegible]題 徑股和 句和較 題解相減句 同第十題第四法

第[illegible]題 徑句和 徑和和 題解相減股 同第八題第四法
第[illegible]題 徑句和 徑和較 七法歌曰 雜乘副綱 帶和開方 得股為廣 股和較長
第[illegible]題 徑句和 股和較 題解相減股 同第八題第四法
第[illegible]題帶較 徑句和 句和較 七法歌曰 雜乘副綱 帶較開方 得股為廣 徑和和長
第[illegible]題 股句和 徑和和 題解相減徑 同第六題第三法
第[illegible]題 股句和 徑和較 題解相減徑 同第六題第三法
第[illegible]題帶較 股句和 股和較 八法歌曰 雜乘半方 帶較開方 徑股較廣 徑句和長
第[illegible]題帶較 股句和 句和較 八法歌曰 雜乘半方 帶較開方 徑句較廣 徑股和長
上題較 下題雜 在凡十二題
第[illegible]題 徑股較 徑和和 七法歌曰 雜乘副綱 帶較開方 得句為廣 股和較長
第[illegible]題 徑股較 徑和較 題解相加句 同第十題第四法
第[illegible]題 徑股較 股和較 題解相減句 同第十題第四法

第十〤題 徑股較　句和較　七法歌曰　雜乘副綱　帶較開方　徑和較廣　得句爲長
第十〥題 徑句較　徑和和　七法歌曰　雜乘副綱　帶較開方　得股爲廣　句和較長
第十〡題 徑句較　徑和較　題解相加股　同第十〢題第四法
第十〢題 徑句較　股和較　七法歌曰　雜乘副綱　帶較開方　徑和較廣　得股爲長
第十〣題 徑句較　句和較　題解相減股　同第十〢題第四法
第十〦題 股句較　徑和和　八法歌曰　雜乘半方　帶較開方　徑句和廣　徑股和長
第廿題 股句較　徑和較　八法歌曰　雜乘半方　帶較開方　徑股較廣　徑句較長
第十二題 股句較　股和較　題解相加徑　同第十〥題第三法
第十一題 股句較　句和較　題解相減徑　同第十〥題第三法

七法帶和開長方上題本和者或帶長廣較或帶爲長廣和因題變通上題本較者仍帶爲長廣較
八法帶較開長方不論上題或和或較均帶爲長廣較　雜乘副綱上下題互乘也
雜乘半方下題自乘又半之也　凡開方後既得四雜或得長廣均照表加減上下題即得三正

上題雜　下題雜　左凡六題
第十三題 徑和和　徑和較　題解相加半之股句和相減半之徑　同第六題第三法
第十四題 徑和和　股和較　題解相加半之徑句和相減半之股　同第八題第四法
第十五題 徑和和　句和較　題解相加半之徑股和相減半之句　同第十題第四法
第十六題 徑和較　股和較　題解相減半之徑股較相加半之句　同第十〦題第四法
第十七題 徑和較　句和較　題解相減半之徑句較相加半之股　同第十〢題第四法
第十八題 股和較　句和較　題解相減半之股句較相加半之徑　同第十〥題第三法

句股約法一貫詳述

題貫於博法貫於約惟博必反約惟約可御博前列全題欲其博也每法概以四言四句編爲歌訣亦期於約也但恐前歌太簡未能闡豁茲復摘錄三十三題概以三四五推衍成數按數求法校之歌訣爲醒豁耳其未錄之一百六十五題皆不外此約法也

初稿以不同式各句股推衍爲數太繁閱者生厭今各題皆用三四五成數亦期於約也

第一法 上題正綱　下題正目　左凡二題合訣歌曰
綱方自方　相減仍方　正方除積　得正目長
第一題 徑五　股四　法曰徑方廿〥　股方十〦　相減餘句方〩　正方除積　得句三
第二題 徑五　句三　法曰徑方廿〥　句方〩　相減餘股方十〦　正方除積　得股四
第二法 上題正目　下題正目　左凡一題歌曰
股方句方　相加徑方　正方除積　得徑長
第三題 股四　句三　法曰股方十〦　句方〩　相加得徑方廿〥　正方除積　得徑五
第三法 上題正綱　下題副目　左凡二題合訣歌曰

綱方副方　相減半方　長方縱帶　得股句長
第六題 徑五　股句和七　法曰徑方廿〥　和方〤〩　相減半之十〢　帶和七開長方得長爲股四廣爲句三
第十〥題 徑五　股句較一　法曰徑方廿〥　較方〡　相減半之十〢　帶較一開長方得長爲股四廣爲句三
第四法 上題正目　下題副綱　左凡四題同訣歌曰
目方副方　相減半方　以副除積　得一目長
第八題 股四　徑句和八　法曰股方十〦　和方〦〤　相減半之廿〤　以和八除之　得句三
第十七題 股四　徑句較二　法曰股方十〦　較方〤　相減半之六　以較二除之　得句三
第十題 句三　徑股和九　法曰句方〩　和方〨〡　相減半之卅〦　以和九除之　得股四

第十文題 句三 徑股較一 法曰 句方九 較方一 相減半之四 以較一除之 得股四

第五法 上題副綱 下題副綱 左凡四題同訣歌曰

副綱副綱 倍乘方 平方除積 得一雜員

第卌乂題 徑股和九 徑句和八 法曰 互乘倍之以 開平方得徑和和十二

第乂一題 徑股和九 徑句較二 法曰 互乘倍之卅上 開平方得句和較上

第乂三題 徑股較一 徑句和八 法曰 互乘倍之十上 開平方得股和較乂

第卌二題 徑股較一 徑句較二 法曰 互乘倍之乂 開平方得徑和較二

第六法 上題副綱 下題副目 左凡八題同訣歌曰

上方互方 加減倍方 平方除積 得一雜員

第卌幺題 徑股和九 股句和七 法曰 上方三一 互方上三 相減倍之卅上 開方得句和較六

第乂二題 徑股和九 股句較一 法曰 上方三一 互方文 相減倍之以 開方得徑和和十二

第乂上題 徑股較一 股句和七 法曰 上方一 互方二 相加倍之十上 開方得股和較四

第卅三題 徑股較一 股句較一 法曰 上方一 互方一 相加倍之乂 開方得徑和較二

第卌上題 徑句和八 股句和七 法曰 上方以 互方幺上 相減倍之十上 開方得股和較四

第卌幺題 徑句和八 股句較一 法曰 上方以 互方三 相加倍之以 開方得徑和和十二

第卅三題 徑句較二 股句和七 法曰 上方乂 互方十以 相加倍之卅 開方得句和較上

第卌乂題 徑句較二 股句較一 法曰 上方乂 互方二 相減倍之乂 開方得徑和較二

第七法 上題副綱 下題雜 左凡八題同訣歌曰

雜乘副綱 帶副開方 得正得雜 負廣與長

第幺十題 徑股和九 徑和較二 法曰 互方十三 帶和九 開方得長句和較六 廣句三

第幺一題 徑股和九 股和較四 法曰 互方廾上 帶較九 開方得長徑和和十二 廣句三

第乂上題 徑股較一 句和較六 法曰 互方上 帶較一 開方得廣徑和較二 長句三

第上一題 徑股較一 徑和和十二 法曰 互方十二 帶較一 開方得長股和較四 廣句三

第乂幺題 徑句和八 徑和較二 法曰 互方十上 帶和八 開方得長股和較四 廣股四

第幺上題 徑句和八 句和較六 法曰 互方乂十三 帶較八 開方得長徑和和十二 廣股四

第上三題 徑句較二 股和較四 法曰 互方三 帶較二 開方得廣徑和較二 長股四

第上幺題 徑句較二 徑和和十四 法曰 互方廿乂 帶較二 開方得長句和較六 廣股四

第六法 上題副目 下題雜 左凡四題同訣歌曰

雜乘半方 副較開方 副綱兩得 負廣與長

第幺五題 股句和七 股和較四 法曰 下方半之三 帶較七 開方得長徑句和八 廣徑股較一

第廿上題 股句和七 句和較六 法曰 下方半之十三 帶較七 開方得長徑股和九 廣徑句較二

第廿十題 股句較一 徑和較二 法曰 下方半之三 帶較一 開方得長徑句較二 廣徑股較一

第七題股句較一徑和和十日下方半之廿二帶較一開方得長徑股和九廣徑句和八

凡和較加減等字抄錄每易互誤如有僞訛者皆可以表正之九數等字亦易互誤如有僞訛者可以術法正之如徑和和二即訛也徑和和十二也徑和較二也非較字訛爲和字即十二字訛爲二字也　閱者正之諒之

餘法略述

不有餘法何得約法既得約法而棄餘法何以見會通之本餘法仍附以備互考

徑五股四問句　對曰相加九爲實以相減餘一乘之得句方九開平方得句三

徑五句三問股　對曰相加八爲實以和減餘二乘之得股方十六開平方得股四

右二題仍相對待猶第一法之兩題也

股四句三問徑　對曰相加七自乘以相減一自乘一兩自乘相加得五十半之開平方得徑五

右一題無他題可同法猶第二法之一題也

徑五股句和七　對曰倍徑方五十和方四十九相減餘一開正方得股句較一加和七半之股四減句三

徑五股句較一　對曰倍徑方五十較方一相減餘四十九開正方得股句和七加較一半之股四減句三

右二題共用一法猶三法內之二題也

股四徑句和八　對曰股方十六和方六十四以相加半之四十以和八除之得徑五以五減八得句三

股四徑句較二　對曰股方十六較方四相加半之十以較二除之得徑五以五減二得句三

句三徑股和九　對曰句方九和方八十一相加半之四十五以和九除之得徑五以五減九得股四

句三徑股較一　對曰句方九較方一相加半之五以較一除之得徑五以五減一得股四

右四題共用一法猶四法內之四題也可知題體同得法亦同也

徑股和九句和較六　對曰倍上方一百六十二減下方三十六得一百二十六半之六十三以九除之得股句和七

徑股和九徑和和十二　對曰倍上方一百六十二減下方一百四十四得十八半之九以九除之得股句較一

右二題即第七法上題副綱下題雜八題今錄二題其餘六題可類推也

立天元一求法

徑五股四問句　術曰立天元爲徑一　方一　以徑五除股四　得股元五分股之四

方二十五分方之十六　兩方相減得句方二十五分方之九　開方得句元十分句之六

以徑五乘之得句三

命分乃古法借諸四分度之一即命分之始也凡通分加分減分乘分除分諸法皆由命分而設也今以實數合解於後　凡〇者單位無實也

徑五股四問句　術曰立天元爲徑一　方一　以徑五除股四得股元〇八〇乃單位八乃單位後之奇零故命分爲五分之四　方〇六四即二十五分方之十六　兩方相減得句方〇三六即二十五分方之九　開方得句元〇六即十分句之六　以徑五乘之得句三

借根方求法　減命分之繁直以實數求之

股四句三問徑　術曰借根爲股一　方一　以股四除句三得句根〇七五　方〇五六二五　兩方相加得徑方一五六二五　開方得徑根一二五　以股四乘之得徑五

句三徑五問股　術曰借根爲句一　方一　以句三除徑五得徑根一六六六有奇　方二七七七有奇　兩方相減得股方一七七七有奇　開方得股根一三三三有奇　以句三乘之得股四

句股單題商法

前論上徑下股爲全偏題上股下句爲雙扁題因論有雙扁題則有單句題偶拈一事爲題初以題數爲實則法無實繼以題數爲實則無法如方積求方根初無法實可尋覺題單而思窮矣後乃恍然悟曰開方之法妙用在一商字因以商字密訣而求法得焉

徑二十五　問不同式兩句股各若干俱無奇零　對曰句七股二十四　又句十五股二十

初商句方九　句方十六　句方二十五　句方三十六　求得股俱有奇零不合題旨不起不錄再商

二商句七　句方四十九　減徑方六百二十五　餘股方五百七十六　開方得股廿四

三商句十五　句方二百二十五　減徑方六百二十五　餘股方四百　開方得股二十

股一十二　問不同式兩句徑各整數若干　對曰句五徑十三　又句九徑十五

一商句方一　句方四　句方九　句方十六　各加股方　開之得徑皆有奇零不錄

二商句五　句方二十五　加股方一百四十四　開方得徑十三

三商句九　句方八十一　加股方一百四十四　開方得徑十五皆整數合題旨是

句十五 問不同式兩股徑各整數若干 對曰股二十徑二十五 股三十六徑三十九
一商股方二五六 股方三二四 求得徑皆有奇零不錄
二商股二十 股方四百 加句方二二五 開方得徑二五
三商股三六 股方一二九六 加句方二二五 開方得徑三九
所問句股詳句股表自乘名方詳面積表

徑股和八一 問不同式六正各整數若干 對曰句九股四十徑四十一 又句二十七股三十六徑四十五
一商徑股較一 加和八一半之 得徑四一 減較一得股四〇 求得句九
二商徑股較三 較五 較七 求得之句皆有奇零不錄
三商徑股較九 加和八一半之 得徑四五 減較九得股三六 求得句二七

徑句和三二 問不同式六正各整數若干 對曰句十二股十六徑二十 句七股二十四徑二十五
一商徑句較二 較四 較六 所求得之股皆有奇零不是
二商徑句較八 加和三二半之 得徑二十 減較八得句十二 求得股一六
三商徑句較十八 加和三二半之 得徑二五 減較十八得句七 求得股二四

股句和四九 問同前 對曰句二一股二八徑三五 又句九股四十徑四一 皆以約法求徑
一商句股較〇七 加和四九半之 得股二八 減較〇七得句二一
二商句股較三一 加和四九半之 得股四十 減較三一得句九

徑股較一 題註徑和和在三一以內一問兩答 對曰句三股四徑五 句五股一二徑一三
一商句一 句方一 以較一除之 得徑股和一 和一加較一半之得徑一 徑一減較一得股〇此商求得句股徑一〇一正合句股表第一行第一格未成式之象即句股之本源猶太極初生兩儀之形句股表第一格皆追本源於此所謂一直線未成句股亦此式也又若直矩無度橫矩平對初度即句徑無較句徑皆平對初度徑平橫於句隅折隅之內此商雖未成式附錄於此以見一畫開天數始於一之理
二商句三 句方九 以較一除之 得徑股和九 和九加較一半之得徑五 徑五減較一得股四 徑和和一二此商合題註是
三商句五 句方二五 以較一除之 得徑股和二五 和二五加較一半之得徑一三 徑一三減較一得股一二 徑和和三〇此商合題註是

徑股較八 題註知和在五〇內一問兩答 對曰句五股一二徑一三 又句一二股一六徑二〇
一商股八 股方六四 以較八除之得徑句和八 和八加較八半之得徑八 徑八以較八減之得句〇 此商求得句股徑〇八八正如句股補遺表第一行第九格未成式之象如太極兩儀然 又若橫矩無度直矩上對九十度所謂徑股無較而句已消也徑直立於股隅折隅之兩隅也此商亦錄以見句股本源也
二商股一二 股方一四四 以較八除之得徑句和一八 和一八加較八半之得徑一三 徑一三減較八得句五 徑和和三〇合題註
三商股一六 股方二五六 以較八除之得徑句和三二 和三二加較八半之得徑二〇 徑二〇減較八得句一二 徑和和四八合題註

股句較七 題註和和在九〇以內一問兩答 對曰句五股一二徑一三 句二一股二八徑三五
一商徑七 陪徑方九八 以較方四九減之 餘和方四九 開方得股句和七 和七較七相加半之得股七 股七減較七得句〇 按此法求得句股徑〇七七亦合句股補遺表一行第八格之象亦徑股無較而句未長
二商徑十三 倍徑方三三八 減較方四九 餘和方二八九 開方得股句和一七 照表加減得股十二得句五
三商徑三五 倍徑方二四五〇 減較方四九 餘和方二四〇一 開方得股句和四九 照表加減得句二一股二八

徑和和六十 題註 問不同式兩句股各若干 對曰句十股二十四徑二十六 句十五股二十徑二十五
自乘方三千六百半之得一千八百即同徑股和徑句和互乘之方須商較闊長方
一商長廣較三十 帶較開長方得 徑股和六十 徑句和三十 減題得句〇 又以股減徑股和得徑三十
此商得句股徑〇卅卅正同補遺表首行第三十格之象所謂一平線未成句股也不是再商
二商長廣較十四 帶較開長方得 徑股和五十 徑句和卅六 長廣較即句較
三商長廣較五 帶較開長方得 徑股和四十五 徑句和四十 均照表加減即得三正

徑和較六題註問三不同式句股各若干 對曰句九股十二徑十五 句八股十五徑十七 句七股廿四徑廿五

自乘三十六半之十八即同徑股較與徑句較互乘之方積十八也故開長方即得徑股較數但開長方必帶長廣和或帶長廣較乃能開之今只以單題爲問須用商法商長廣較

一商長廣較三帶較三開長方得長爲徑句較六廣爲徑股較三

二商長廣較七帶較七開長方得長爲徑句較九廣爲徑股較二 均照表加減即得三正 長廣即句股較

三商長廣較十七帶較十七開長方得長爲徑句較十八廣爲徑股較一

股和較八題註問兩不同式句股各若干 對曰句七股廿四徑廿五 句六股八徑十

自乘得方六十四半之三十二爲長廣方積所問二式均開長方皆商長廣較也 股句和爲長廣較

一商長廣較四帶較四開長方得長爲徑句和八長減題股恰盡廣爲徑股較四廣減題得句四 長廣減題得徑四

此商得句股徑×〇×亦兩直線未成句股者也亦如句股表內之式也此商不是再商

二商長廣較卅一帶較開長方得長爲徑句和卅二廣爲徑股較一 均照表加減即得三正

三商長廣較十四帶較開長方得長爲徑句和十六廣爲徑股較二

句和較六題註問三正各若干 對曰句三股四 徑五

自乘得三十六半之十八商長廣較開方得徑股和徑句較

一商長廣較 七帶較開長方得長爲徑股和九廣爲徑句較二 均照表加減即得三正

句股單題比例 知同式之數方能比例

徑六十五題註與句五股十二徑十三同式問句股若干 對曰句二十五股六十

法以同式徑十三除題徑六十五得率五 即以五乘同式句五得問句二十五

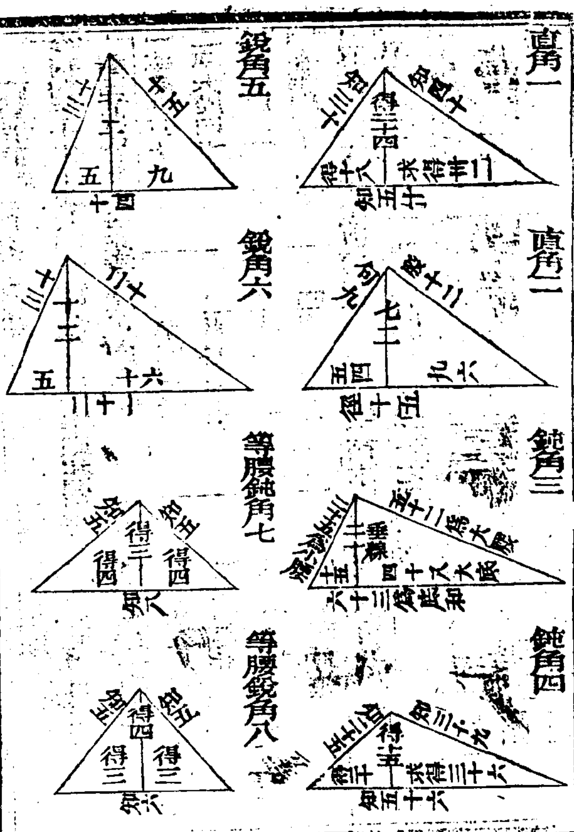
又以五乘同式股十二得問股六十

句六十三題註與股二十四徑二十五同式問徑股若干

法借同式之徑股求得同式句七乃以同式句除題句六十三得率九 即以九乘同式股二十四得問股二百一十六 又以九乘同式徑二十五得問徑二百二十五

直角鋭角鈍角整數圖

直角爲句股鈍角鋭角爲三角其名既殊其求法亦異茲爲圖於左以識其異同



直角求垂線 三角求底較法可通用 以直角一圖爲題

今有句三十作小腰股四十作大腰徑五十作底和問垂線大小底若干 一問兩答

對曰直角宜用句股求垂線大小底之率 二率三率相乘以一率除之得四率

一率底和五十	一率底和五十	一率底五十
二率大腰四十	二率大腰四十	二率小腰卅
三率小腰三十	三率大腰四十	三率小腰卅
四率垂線二十四	四率大底卅二	四率小底十八

又對曰題本直角用前法爲正 而鈍角鋭角求底較之四率亦可通用

一率底和五十	腰和腰較相乘以底和除之即得底較
二率兩腰和七十	底和底較相加半之得大底三十二 相減半之得小底十八
三率兩腰較一十	又以大腰爲徑大底爲股爲之求句所得句即垂線二十四
四率兩底較十四	或又小腰爲徑小底爲句爲之求股所得股即垂線二十四

三角求底較不可誤用句股求垂線法

以鈍角四圖爲題

今有鈍三角大腰三十九小腰二十五底和五十六問底較若干

對曰三角宜用四率先求底較　一率三率相乘以二率除之得四率

一率底和五十六　底和底較相加半之得大底三十六

二率兩腰和六十四　底和底較相減半之得小底二十

三率兩腰較十四　以大腰爲徑大底爲股求得句十五卽垂線

四率底較十六　以小腰爲徑小底爲股求得句十五卽垂線

等腰鈍角七圖爲題

對曰半其底和八　得四爲股　以腰五爲徑　卽求得句三爲垂線

等股鈍角八圖爲題

對曰半其底和六　得三爲句　以腰五爲徑　卽求得股四爲垂線

紹周氏曰句股與三角而三角實出於句股句股皆直角可求句股須三角分銳鈍不能求

中積也惟求底較垂線則三角變爲句股矣何謂垂線其直從縱也何謂底和其平如底也平直二字實測量之要義今於垂線底和亦可見矩法平直之義也直角求垂線可並用三角求底較之法而三角求底較斷不可用句股求垂線之術可知三角出於句股而直角可通三角之用也

句股求容圓述

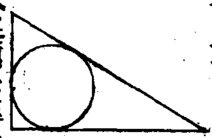
句三　股四　問容圓若干

容圓徑二之圖

對曰句股互乘倍之二十四以徑和和十二爲法除之得容圓徑二

句五　股十二　問容圓若干

容圓徑四之圖



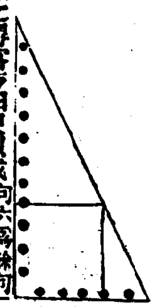
對曰句股互乘倍之百二十以徑和和三十爲法除之得容圓徑四

元欒城李冶撰測圓海鏡十二卷其書以句股容圓爲題自圓心圓外縱橫取之得大小十五形皆無奇零次列識別雜記五百餘條猶通鑑綱目之有凡例舍是則全書無從入手次設問一百七十而其草則多立天元一其書次入知不足齋叢書明顧應祥撰有測圓海鏡

分類釋術十卷惜其隘不能備述

句股求容方述

句六　股十二　問容方若干



對曰句股互乘七十二以股句和十八爲法除之得容方四尺以減句六爲餘句二 減股十二爲餘股八

餘句二　餘股八　問方若干　九章謂小句小股卽餘句餘股也

對曰餘句餘股互乘十六開正方得方四

餘句二　方四　問股若干

對曰方四自乘十六以餘句二除之得餘股八加方四得股十二

餘股八　方四　問句若干

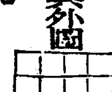
對曰方四自乘十六以餘股八除之得餘句二加方四得句六

句股容方所謂城邑方五里者餘句餘股與方互相求法但城邑方各中開門則城居容方之四也

句股方矩半矩相求法

徑五　股句方積十二　問股句各若干

既方其外圖



對曰徑方之二十五　倍方積二十四　相加得四十九開平方得股句和七 相減餘一開平方得股句較一

股句和七　股句方積十二　問徑股句各若干

對曰和方四十九　四乘方積四十八　相減餘一　開平方得股句較一

股句較一　股句方積十二　問徑股句各若干

半其一矩圖

對曰較方之一　四乘方積四十八　相加得四十九　開平方得股句和七

徑五　股句半積六　問股句若干　對曰徑方廿五　四因半積廿四　相加得四十九開平方得和七 相減餘一開平方得較一

股句和七　股句半積六　問股較若干　對曰和方四十九　八乘半積得四十八　相減餘一開平方得較一

股句較一　股句半積六　問和若干　對曰較方一　八乘半積得四十八　相加得四十九開平方得和七

而徑三四五率數取無奇零者句一股一或句一股二起數則徑無整數是知三四五之數如一本萬開天日月億兆句股之整數矣爰以加法爲句股根直表圖於後

句股表略第一 以徑股較爲次 自上而下用加法自下而上用減法爲直表 第二行爲總綱○ 自右而左用加法自左而右用減法爲橫表

	句股徑 第一格同式 徑股較○	句股徑 第二格異式 徑股較一	句股徑 第三格異式 徑股較二	句股徑 第四格異式 徑股較三	句股徑 第五格異式 徑股較四	句股徑 第六格異式 徑股較五
一行同式	○○○ 加○ 得左○	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
二行同式	○○○ 加○ 得左○	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
三行同式	○○○ 加○ 得左○	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
四行同式	○○○ 加○ 得左○	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
五行同式	○○○ 加○ 得左○	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
六行同式	○○○ 加○ 得左○	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
七行同式	○○○ 加○ 得左○	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
八行同式	○○○ 加○ 得左○	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
九行同式	○○○ 加○ 得左○	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
十行同式	○○○ 加○ 得左○	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
十一行同式	○○○ 加○ 得左○					

第一行乃句股之本源句徑無較而股未生即橫矩正對初度之式所謂一直線未成句股也

又似無極格第一而太極太極而兩儀二格以下皆然之象故曰句股之本源也

直表第二行爲橫表之總綱 橫表之二格爲直表之總目 三四五爲直表橫表之鼻祖

右表直加可至億兆格橫加可至億兆行其中尚有脫略者故又爲補遺表

補遺表略第二 以句股較爲次 加法倍例 句徑和徑和和爲左句 股徑和徑和和爲左股 徑加倍徑和和爲左徑

	句股徑 一格○同式 句股較○	句股徑 二格矩異式 句股較一	句股徑 三格矩異式 句股較二	句股徑 四格矩異式 句股較三	句股徑 五格矩異式 句股較四	句股徑 六格矩異式 句股較五
一行矩偏式	○○○	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
二行矩偏式	○○○	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
三行矩偏式	○○○	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
四行矩偏式	○○○	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
五行矩偏式	○○○	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
六行矩偏式	○○○	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

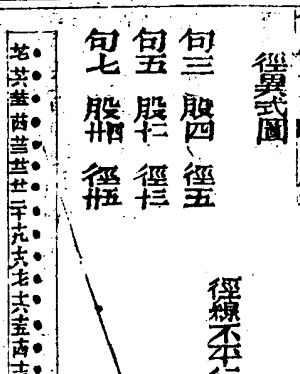
徑異式圖

句三 股四 徑五

句五 股十二 徑十三

句七 股廿四 徑廿五

徑線不平行 三線各指一物



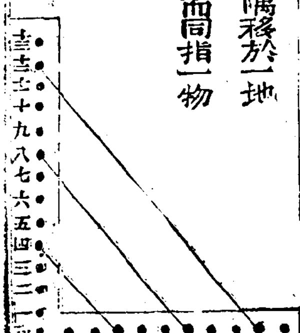
徑同式圖

句三 股四 徑五

句六 股八 徑十

句九 股十二 徑十五

徑線皆平行若將句隅移於一地 則三徑線合爲一線而同指一物



補格表畧第三 以徑股較爲次

	一格○同式 徑股較○ 句股徑	二格徑異式 徑股較一 句股徑	三格徑異式 徑股較二 句股徑	四格徑異式 徑股較三 句股徑	五格徑異式 徑股較四 句股徑	六格徑異式 徑股較五 句股徑
一行徑同式	○○○	[illegible]	[illegible] 加三	[illegible]	[illegible] 加六	[illegible]
二行徑同式	○○○	[illegible]	[illegible] 加五	[illegible]	[illegible] 加十	[illegible]
三行徑同式	○○○	[illegible]	[illegible] 加七	[illegible]	[illegible]	[illegible]
四行徑同式	○○○	[illegible]	[illegible] 加九	[illegible]	[illegible]	[illegible]
五行徑同式	○○○	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
六行徑同式	○○○	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
七行徑同式	○○○	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
八行徑同式	○○○	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

右三直表皆加一倍法也順加之可得無量數句股若逆減之則見物物皆本無極徑線皆平行同指一度故爲同式句股

右三橫表皆疊加一倍法也順加之可得無盡句股若逆減之則見物物皆本於太極兩儀徑線不平行各指一度故爲異式句股

右三表皆留有餘不盡之意若橫直遞加雖洛陽紙貴亦難書其數故皆曰表畧

義一初識數與方名即好加減法憶 先君熙齋公云加法無盈一爲數始試由單位以一加之問加滿第十位需歲月若干又云加減可當乘除嘗曰童子何知未悟斯旨及長偶讀邵康節先生書至加一倍法乃知 庭訓有本爰將加法推爲表畧姑置卷末以補句股未備之緊數若云以加法當句股求法焉乎可

三卷全

古滇宋 演紹周氏述集男廷模廷樑同校

折矩類一

矩法有四要製矩立矩切矩窺矩也製矩務成直角（或鈍或銳測量不驗）立矩務令平直（橫矩容水以求其平直矩垂線以求其直）切矩宜用兩針（先以一針正切股隅不可偏倚如有偏倚毫釐有差次以一針正切句隅正對物心如不參合移針就之）窺矩宜察毫釐（窺兩針正對物心如不參合移切句隅之針務令兩針正對物心方驗）四者均不可差以毫釐倚每事差一釐合四事即差四釐若測遠近者小者所求得之高深其謬尚少若測至高至深之物則所得高深定謬千里此四者乃矩法金針凡測量者宜先辨之折矩重矩皆然至方矩則製矩窺矩切矩同然惟立矩則以直矩正對物心為準 宋斤魯削製矩精也矢直砥平立矩正也巧廋金針切矩輕也明察秋毫窺矩細也睨而視之其則不遠製矩立矩皆合轍也瞻之在前一以貫之切矩窺矩皆至彀也

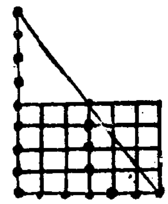
凡方矩重矩皆兩望故以小矩可知之三事即得大矩未知之三事若折矩只有一望故必知大矩之一事乃可求大矩未知之二事

知大句六問大股大徑 對曰先以小矩窺切得句三股四徑五後求得大股八大徑十

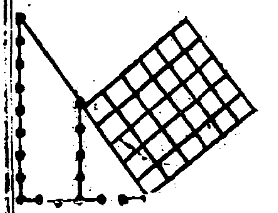
求大股率	比例率	求大徑率	比例率
一率切小句三	八	一率切小句三	十
二率切小股四	六	二率切小徑五	六
三率知大句六	四	三率知大句六	五
四率得大股八	三	四率得大徑十	三

求大股曰以小股四乘大句六得積廿四為實以小句三為法除之得大股八

求大徑曰以小徑五乘大句六得積三十為實以小句三為法除之得大徑十



股四乘句六之圖 矩積二十四



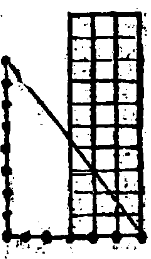
徑五乘句六之圖 矩積三十

知大徑十問大股大句 對曰先以小矩窺切得句三股四徑五後求得大股八大句六

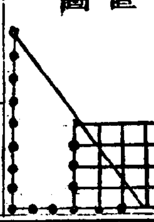
求大股率	比例率	求大句率	比例率
一率切小徑五	八	一率切小徑五	六
二率切小股四	十	二率切小句三	十
三率知大徑十	四	三率知大徑十	三
四率得大股八	五	四率得大句六	五

求大股曰以小股四乘大徑十得積四十為實以小徑五為法除之得大股八

求大句曰以小句三乘大徑十得積三十為實以小徑五為法除之得大句六



句三乘徑十之圖 矩積三十



股四乘徑十之圖 矩積四十

合觀四圖 直角在內 方積在外 故總名直 內方外圖

股長圖 此偃矩也（一說橫矩在下為偃 一說目在下為偃）

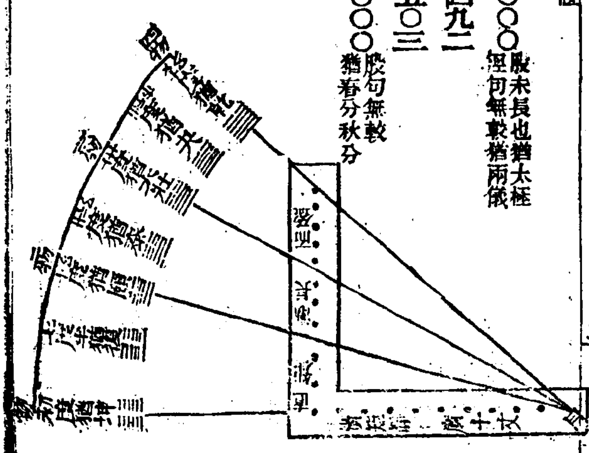
一物（度物）橫矩廣十丈直矩無高○○○○○○（股未長也猶太極 徑句無較猶兩儀）

二物（度縱）橫矩廣十丈直矩高一丈六七九四九二

三物（[illegible]）橫矩廣十丈直矩高五丈七七三五○三

四物（度縱）橫矩廣十丈直矩高十丈○○○○○○（股句無較猶春分秋分）

直矩至動 漸長漸盈
位居股直 體得句短
橫矩至靜 不消不長
位居句橫 體得股長
雖未當位 動而生陽
君子道長 得卦象焉

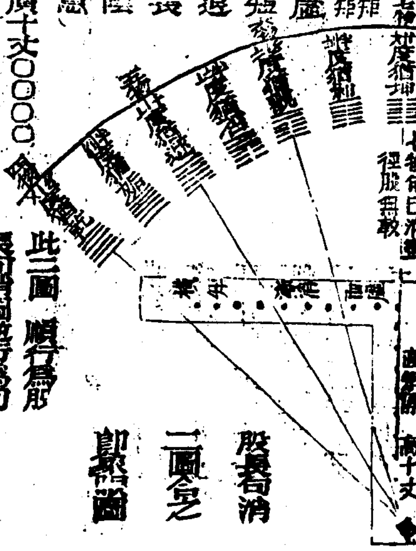


句消圖　此偃矩也

從目在下之說則爲偃矩
從橫矩在上之說爲覆矩

橫矩至動　漸消漸虛
位居句橫　體得句短
直矩至靜　不近不退
位居股直　體得股長
雖各當位　動而生陰
否極泰來　周流不息

四物距直矩高十丈橫矩廣十丈〇〇〇〇〇
五物距直矩高十丈橫矩廣五丈七七三五〇三
六物距直矩高十丈橫矩廣二丈六七九四九二
七物距直矩高十丈橫矩廣〇〇〇〇〇〇〇



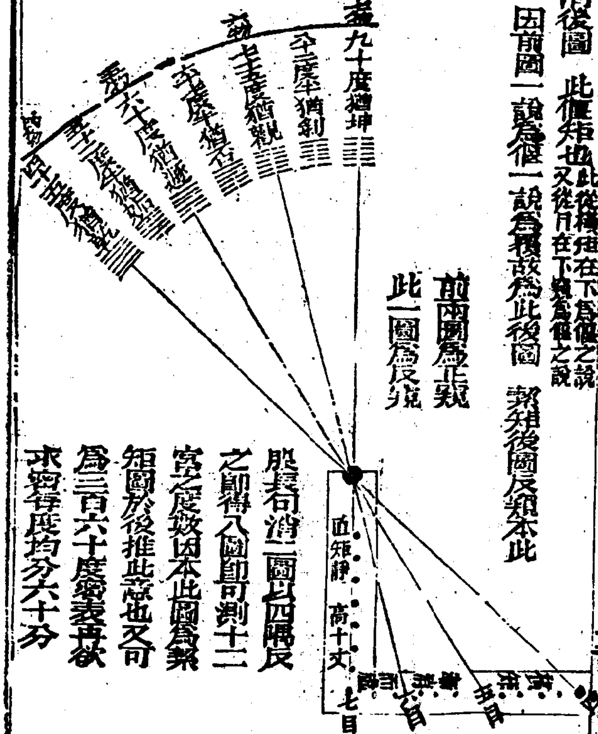
此二圖　順行爲股
長句消圖逆行爲句
長股消圖
参矩前圖正窺本此

股長句消
二圖合之
即[illegible]圖

句消後圖　此偃矩也此從橫矩在下爲偃之說
又從目在下爲覆爲偃之說

因前圖一說爲偃一說爲覆故爲此後圖　参矩後圖反窺本此

前兩圖爲正窺
此一圖爲反窺



股長句消二圖以四隅反
之即得八圖即可測十二
宮之度數因本此圖爲參
矩圖於後推此意也又可
爲三百六十度之表再欲
求密每度均分六十分

偃矩四圖　橫矩皆在下
目窺皆在下

每圖四窺四圖凡十六窺重複者四實得十二窺

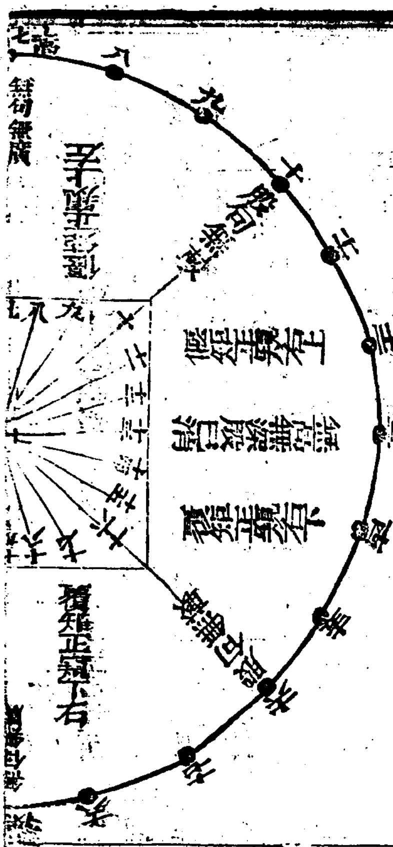
覆矩四圖　橫矩皆在上
目窺皆在上

八圖凡二十四窺八圖合之即後參矩圖

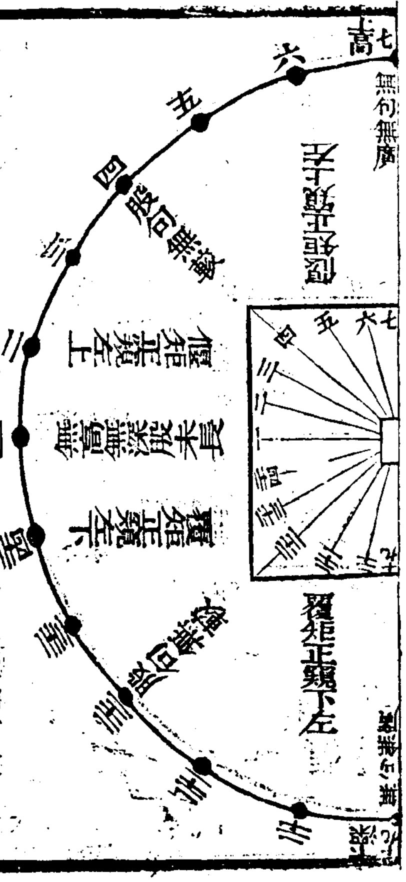
八圖合之即合矩以爲方圖
八圖合之即環矩以爲圓圖
直之即前參矩圖
左右正用正窺四矩
上下線用正窺四矩
平列之即後參矩圖
左右用正窺四矩
前後用反窺四矩
易上下爲前後
易偃覆爲卧矩

前參矩圖　八矩直竝可窺上下左右

此圖偃覆概以目言目在正中居中馭外
偃矩目在下覆矩目在上
皆用正窺小矩皆在大矩內



此圖由股長句消
二矩引伸爲八矩

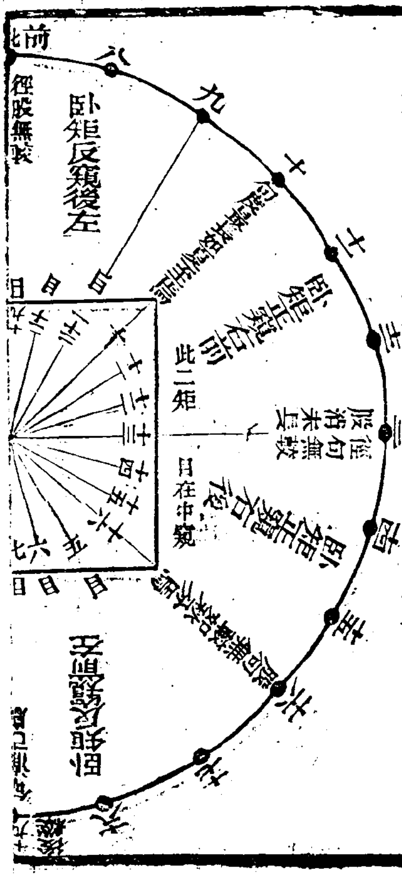


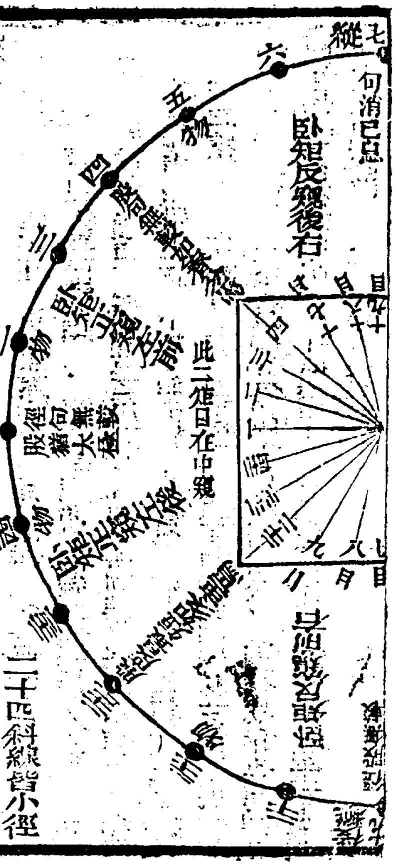
商高曰偃矩以望高
覆矩以測深此圖本
周髀而作

二十四斜線爲
小徑若斜引至
物心卽爲大徑
卽各物之斜遠

後絜矩圖　八矩平列可測東南西北四方卽前後左右
此圖偃覆以矩言以目言
反窺者小矩皆在大矩外本句消後圖
正窺者小矩皆在大矩內本股長前圖

此合偃覆八矩爲一矩
外周卽三百六十度
圓周最廣此圖限於
尺幅會意可也





商高曰合矩以爲方
環矩爲圓此圖本
祖徑而作又曰卧
矩以知遠此圖有之

圓周二十四點卽物心

二十四斜線皆小徑
左右直線卽四直矩
中間直線又四直矩
上下橫線卽四橫矩
中間橫線又四橫矩

絜矩圖說（後圖原名卧矩環矩合矩圖　前圖原名偃矩覆矩圖今約其名曰絜矩圖）

矩之時義大矣哉東西朔南隨時地而處中長矩廣狹合彼此而如一上高下深言其上下宜察也右廣左廣取之左右逢源也前縱後縱瞻之前後皆然也合上下左右前後以矩居中馭外則由近知遠無遠弗屆也高深蓋周天之度語大莫載前後校毫釐之差語小莫破凡皆隱之見端（皆隱見後）皆陰陽之消長否極泰來（俱見股長句消圖）知天運無往不復乾旋坤轉知矩度循環無端（見環矩圖）盈虛有定數範圍天地而不過消長皆至理由成萬物而不遺直內方外（圖有二正）無不正之機獨舉口張有知此卽知彼之用（凡折矩知一得二）因其所同推以及物由小矩可知大矩（指所測之物）所操者約所得者廣能中矩卽能中規（卽合矩環矩圖）奇偶一數可測圓神知地卽可知天（神見）上下四旁均齊方正一隅可反三隅四正徑矩同度表消而虛似四絕四立之理四隅股句同長句長而盈似二分二至之象（詳見本圖）夫乃嘆方可測圓圓出於方實因方出於矩也商高曰偃矩以望高覆矩以測深卧矩以知遠環矩以爲圓合矩以爲方此圖之謂也又曰平矩正繩此之謂絜矩之道也甚矣矩之時義大矣哉

大矩小矩字義圖

設如知大句廣十五問大股高 荅曰大股二十

用矩切得小句三類得小股四 求法二率三率相乘 以一率除之得四率

一率小句三 二率小股四 三率大句十五 四率大股二十

小矩名句三之一點名小句隅

股四之一點名小股隅

小句隅斜至小股隅名小徑

初度之一點名小折隅

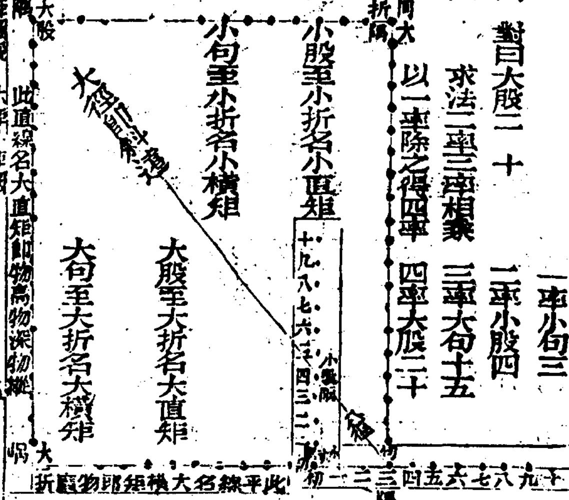
大矩名小句隅又名大句隅

物心之一點名大股隅

大句隅斜至大股隅名大徑

物心直下至地名大折隅

凡小三隅大三隅以及大三股 舉小三隅可



案矩圖說 大矩小矩圖

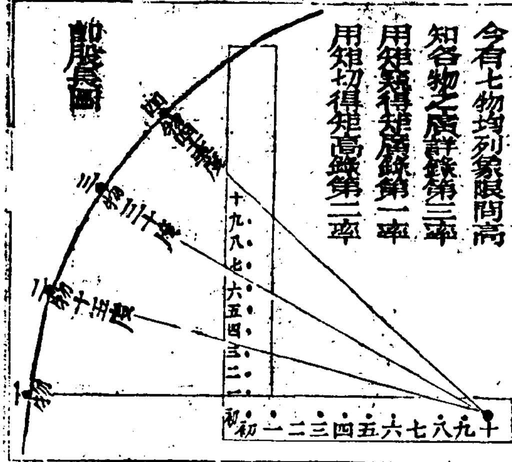
折矩知廣測高表第一

今有七物均列象限問高

知各物之廣詳錄第三率

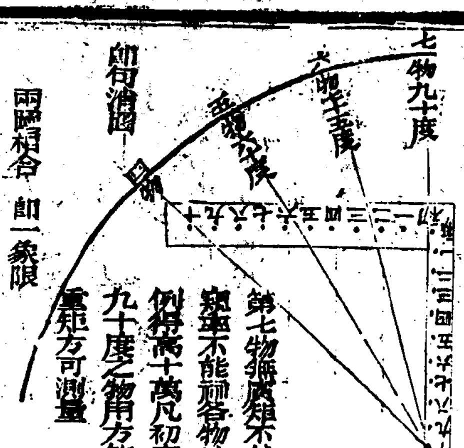
用矩類得矩廣錄第一率

用矩切得矩高錄第二率



求物高表率

	廣矩横第一率	高矩直第二率
一物	一○○○○○	○○ 無高
二物	一○○○○ 十丈尺寸分	○二六七九四九二 丈尺寸分
三物	一○○○○ 十丈尺寸分	○五七七三五○三 丈尺寸分
四物	一○○○○ 十丈尺寸分	一○○○○ 十丈尺寸分
五物	○五七七三五○三	一○○
六物	○二六七九四九二	一○○
七物	○○ 無廣	一○○○



第七物無廣矩不能

爲率不能配各物比

例得高十萬凡初度

九十度之物用方矩

重矩方可測量

即句消圖

兩隅相合 即一象限

三隅反之 即得圓周

折測深圖

	高物得第四率	廣物矩第三率
一物	○○ 無高	一○○
二物	○二五八八一九 十萬千百十單	○九六五九二五八 十萬千百十單
三物	○五○○	○八六六○二五四
四物	○七○七一○六七八一二八	○七○七一○六七八一二八
五物	○八六六○二五四	○五○○○○○○
六物	○九六五九二五八	○二五八八一九
七物	一○○	○○○

折矩知廣測深表第二

今有七物同居一隅

知廣各若干 詳錄三率

問深各若干

切得矩廣 詳錄一率

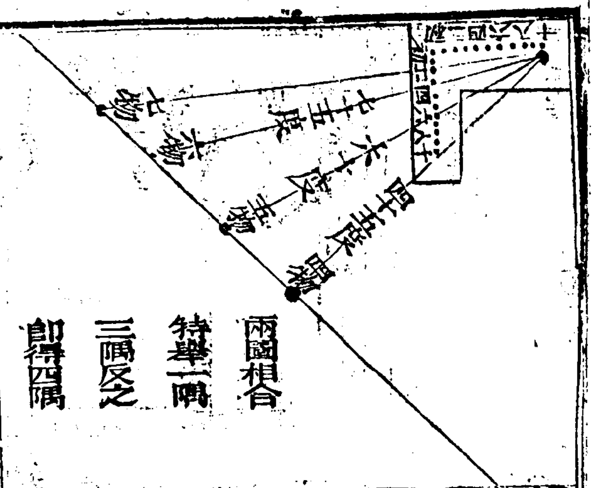
類得矩深 詳錄二率

法二率三率相乘爲實 四

以一率爲法除之得物深四率 詳錄

求物深表率

	廣矩横第一率	深矩直第二率
一物	○一七四五五一 丈尺寸分釐毫	一○
二物	○二六七九四九二	一○
三物	○五七七三五○三	一○
四物	一○	一○○○○○○○
五物	一○	○五七七三五○三 丈尺寸分釐
六物	一○	○二六七九四九二
七物	一○	○一七四五五一

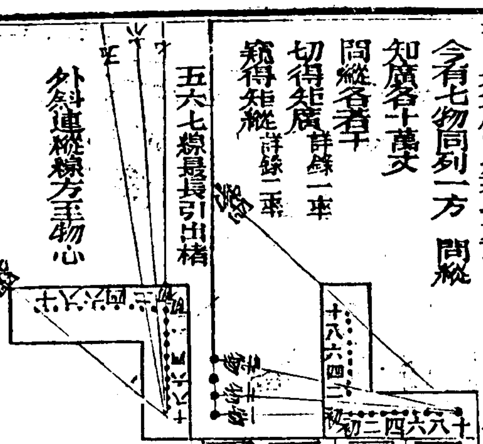


兩圖相合
特舉一隅
三隅反之
即得四隅

深物得率第四		廣物知率第三
一物	○八五一三一 萬千百十單	○一四八六○ 萬千百十丈尺寸
二物	○七八八五○	○二一一三○
三物	○六三三九	○三六六○
四物	○五	○五
五物	○三六六○	○六三三九
六物	○二一一三○	○七八八五○
七物	○一四八六○	○八五一三

凡表皆有裏

折隅矩知廣測縱表篇第三
今有七物同列一方 問縱
知廣各若干萬丈
問縱各若干
切得矩廣 詳錄一率
窺得矩縱 詳錄二率



求物縱表率	一物	二物	三物	四物	五物	六物	七物
一率矩廣	一丈	一丈	一丈	一丈	一尺	一寸	一分
二率矩縱	一分	一寸	一尺	一丈	一丈	一丈	一丈
三率矩廣	十萬丈	十萬丈	十萬丈	十萬丈	十萬丈	十萬丈	十萬丈
四率得縱	一百丈	一千丈	一萬丈	十萬丈	百萬丈	千萬丈	一億丈

兩圖相合可測一方 三隅反之即得四方
合觀六圖 兩矩合之 形似方矩
合觀三表 兩矩分之 法仍折矩

右各圖既得大句大股即可以句股法求大徑即得斜遠
細察折矩各圖小矩三隅大矩三隅小句隅即在大句隅內故得物高不必加矩高
圖中各大矩或為高廣或為深廣或為縱廣橫矩平如準直矩直如繩平直正大皆成直角
可知凡矩立矩皆宜平直正大也前篇曰平矩以正繩其矩法之金針乎
凡窺矩切矩宜察毫釐針切兩隅可察秋毫亦矩法之金針也
折矩必知一率乃可得二三率自九章立四表各方一丈遂以方矩置而經未宜之蘊前篇曰
合矩為方此之謂也爰述方矩於左
方矩類二
設有各物當初度或當九十度折矩難測乃立方矩類之 第一次先窺折隅股偶如兩針不
對物心移矩就之務令兩針正對物心方為中矩如日晷合則不移動 第二次乃由句隅窺
物各以針切差矩為記如不參合移針就之務令所移之針正對物心測量方驗 觀後圖小
折隅即大折隅物心至折隅即股即徑所得者即為高為遠 小矩在大矩之內不必加矩高

方儀矩望高圖表篇第四
設有十二物聯珠
而上當九十度間
各高術以方矩仰
窺切差即得物高

	一物	二物	三物	四物	五物	六物	七物	八物	九物	十物	十一物	十二物
第一率 橫矩差	十丈	八丈	五丈	四丈	二丈	一丈	一尺	一寸	一分	一釐	一毫	一忽
第二率 直矩高	十丈	十丈	十丈	十丈	十丈	十丈	十丈	十丈	十丈	十丈	十丈	十丈
第三率 橫矩廣	十丈	十丈	十丈	十丈	十丈	十丈	十丈	十丈	十丈	十丈	十丈	十丈
第四率 得物高	十丈	十二丈五尺	二十丈	二十五丈	五十丈	一百丈	一千丈	一萬丈	一十萬丈	一百萬丈	一千萬丈	一億丈

第一物即股隅

方矩測深表算圖第五

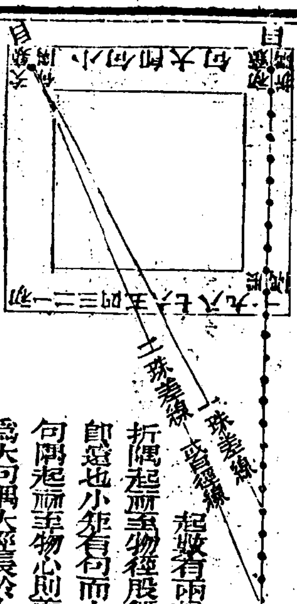
今有深川概珠正當初度如月令屬問二珠各深若干

術以方矩術察先窺折隅股隅視明珠與兩針參合即將

方矩定從由句隅窺珠一入矩差四度一入矩差五度

即以針切差度又復窺之不差毫釐乃得矩差

求物深表率	一珠	二珠
第一率橫矩差	五丈	四丈
第二率直矩深	十丈	十丈
第三率橫矩廣	十丈	十丈
第四率得物深	廿丈	二十五丈



起股有兩說各有至理並錄左

折隅起而至物徑股無較而同長股即徑也深即窺也小矩有句而大矩無句

句隅起而至物心則差線即大徑而小句隅即為大句隅大徑長於大股

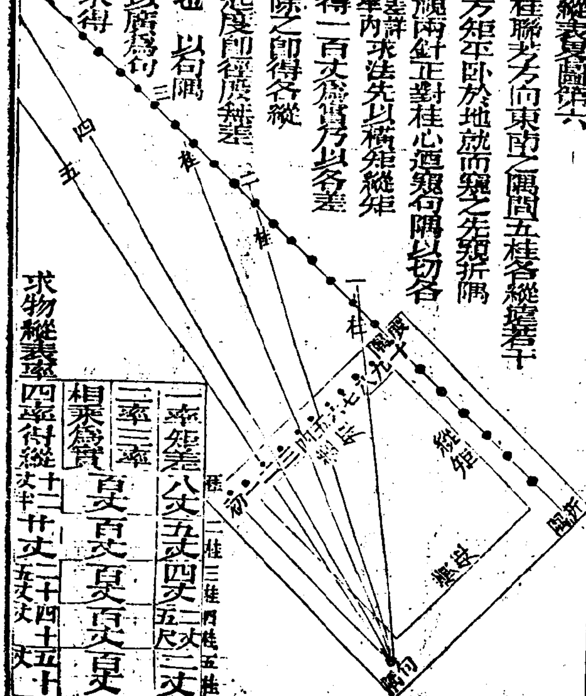
句股一貫述　内篇卷四　方偃矩圖　方覆矩圖　十一

方卧矩測縱表算圖第六

今有五柱聯至方向東西之隅問五柱各縱遠若干

測法以方矩平卧於地就而窺之先窺折隅股隅視兩針正對柱心通窺句隅以切各差 各差詳一率內 求法先以橫矩縱矩相乘得一百丈為實乃以各差為法除之即得各縱

以折隅起度即徑股無差縱即遠也　以句隅起度當以廣為句縱為股求得徑即遠



求物縱表率

	一柱	二柱	三柱	四柱	五柱
一率矩差	八丈	五丈	四丈	二丈五尺	二丈
二率三率相乘為實	百丈	百丈	百丈	百丈	百丈
四率得縱	十二丈半	廿丈	二十五丈	四十丈	五十丈

重矩類三

重矩即重差也劉徽作海島經以兩表為重矩即所以補註九章也

假如有一物不知高廣問高廣若干　窺法切法為圖於下

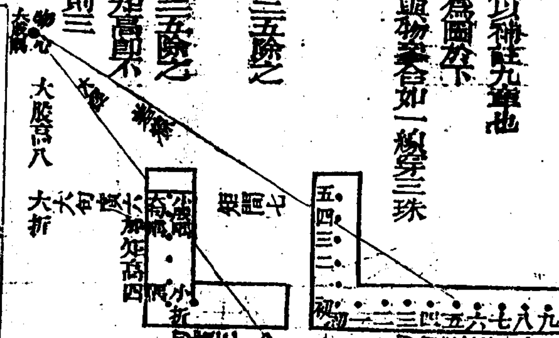
前立直矩切股高四橫矩窺物切句廣二 切法兩針與物參合如一線穿三珠

後立直矩切股高四橫矩窺物切句廣六五矩間七

前橫矩後橫矩相減餘三五者曰矩差

求高法曰以矩高四乘矩間七得二十八為實以矩差三五除之得高八 即物心至大折隅加矩高四

求廣法曰以矩廣三乘矩間七得二十一為實以矩差三五除之得廣六 即大折隅至大句隅加矩廣二 ○凡求徑之法不加矩高即不加矩廣○如加矩高即宜加矩廣○蓋不加小矩則三事皆自大句隅起而 如加小矩則二事皆自小句隅起而此不可不辨也○



句股一貫述　内篇卷四　方矜矩圖　重矩第三　十二

重復矩望高圖第七

今有四物徑皆同式問各高若干各廣若干

測法曰前立一矩先切直矩高四丈乃窺橫矩皆正對四物之心切得橫矩廣三丈後立一矩相間七丈仍切直矩高四丈乃分窺橫矩第一物切差一丈第二物切差一丈四尺第三物切差三丈五尺第四物切差七丈

求高曰以矩高乘矩間為實以矩較為法除之得物高

求廣曰以矩廣乘矩間為實以矩較為法除之得物廣

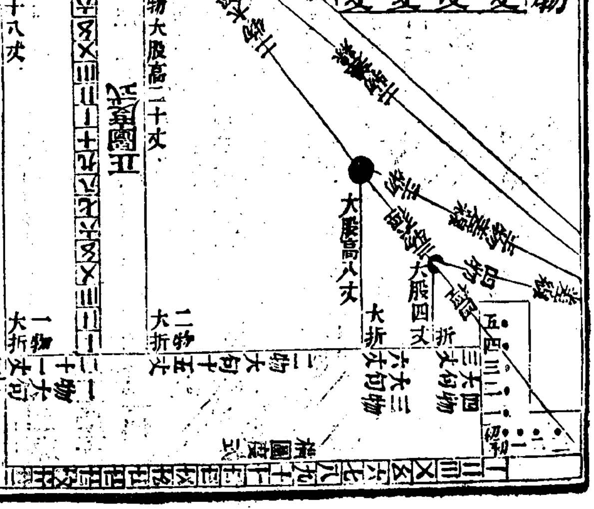
求高表率

	一物	二物	三物	四物
一率矩差為法除之	一丈	一丈四尺	三丈五尺	七丈
二率矩高　相乘為實	四丈	四丈	四丈	四丈
三率矩間	七丈	七丈	七丈	七丈
四率　即得物高	二十八丈	二十丈	八丈	四丈

求廣表率

	一物	二物	三物	四物
一率 矩差為法除之	一丈	二丈	三丈五	七丈
二率 矩廣	三丈	三丈	三丈	三丈
三率 矩間 以上相乘為實	七丈	七丈	七丈	七丈
四率 即得物廣	廿一丈	十丈五	六丈	三丈

凡大股皆由物心下至大折而止故得各物高必加矩高 凡大句皆由小直矩之四度起初度自右而左各至各折隅而止故得各物廣必加橫矩廣 既加橫直兩矩後求大徑則三事皆由小句隅起度固便知



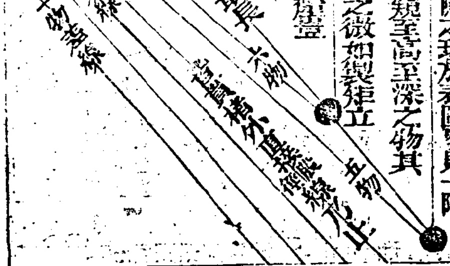
勾股一貫述內篇卷四

重矩測深表算圖第八

附圖說　圖繪六物措外四物可意會又觀表算乃知矩積皆同矩差大異其差至小而難破者其物至大而難載其差至大而無外者其物至小而無內中庸費隱之理於表圖略見一隅觀圖並知矩法四要皆宜講也蓋窺至高至深之物其差不惟在釐毫之細而且在絲忽之微知窺矩立矩規矩切矩乘中誤差則差之毫釐但謬以千里觀圖並知測至高至廣之物必用至大至正至平至直之矩乃能求重差於分秒

今有十物徑皆同式問深廣

法曰矩深矩廣矩間矩差矩辭各率內仍以前法求之即得深廣



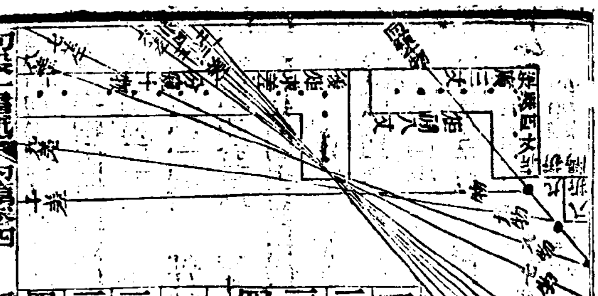
求物深表率

	一物	二物	三物	四物	五物	六物	七物	八物	九物	十物
一率 矩較	一毫	一釐	一分	一寸	一尺	一丈	一十	一百	一千	一萬
二率 矩深	四丈	四丈	四丈	四丈	四丈	四丈	四丈	四丈	四丈	四丈
三率 矩間	八丈	八丈	八丈	八丈	八丈	八丈	八丈	八丈	八丈	八丈
四率 物深	三百二十萬	三十二萬	三萬二千	三千二百	三百二十	三丈二尺	三尺二寸	三寸二分	三分二釐	三釐二

求物廣表率

	一物	二物	三物	四物	五物	六物	七物	八物	九物	十物
一率 矩較	一毫	一釐	一分	一寸	一尺	一丈	一十	一百	一千	一萬
二率 矩廣	三丈	三丈	三丈	三丈	三丈	三丈	三丈	三丈	三丈	三丈
三率 矩間	八丈	八丈	八丈	八丈	八丈	八丈	八丈	八丈	八丈	八丈
四率 物廣	二百四十萬	二十四萬	二萬四千	二千四百	二百四十	二丈四尺	二尺四寸	二寸四分	二分四釐	二釐四

重卧矩圖　附圖說



勾股一貫述內篇卷四

重卧矩測縱長圖第九

今有一物平卧花陰不知縱徑橫廣若干問斜遙若干

對曰縱長二十八橫廣二十一斜遙三十五

測法先卧一矩於左以針切縱矩四度乃窺橫矩正對物心一點以針切橫矩三度

後卧一矩於右以針切縱矩四度乃窺橫矩正對物心一點以針切橫矩四度

左右矩相間七丈名曰矩間　左橫矩右橫矩相減差一度名曰矩差

求縱長曰以縱矩四乘矩間七得二十八為實以差一為法除之得縱長廿八

求橫廣曰以橫矩三乘矩間七得廿一為實以差一為法除之得橫廣廿一

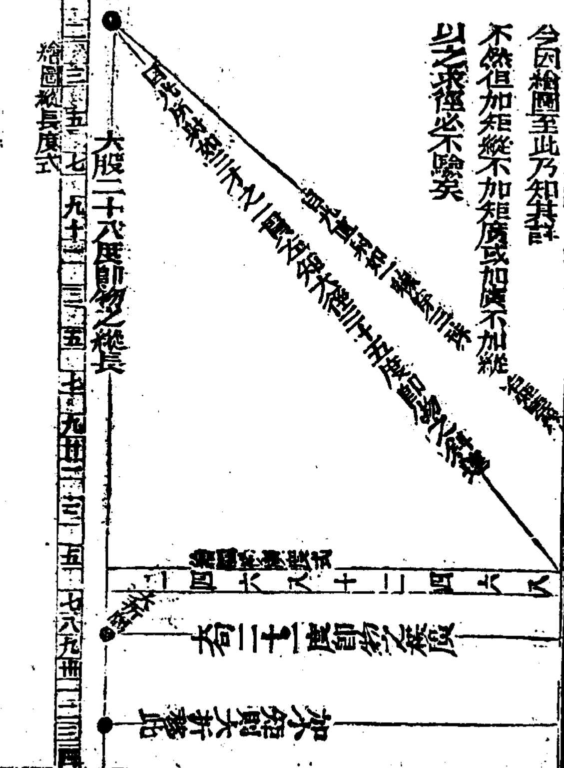
不加小矩求斜徑曰以廿一為句廿八為股求得徑卅五 此三事皆自大句隅起度

加小矩求斜徑曰又以廿四為句卅二為股求得徑四十 此三事皆自小句隅起度

不加矩縱則不必加矩廣

如加矩縱並宜加矩廣

今因繪圖至此乃知其詳
不然但加矩縱不加矩廣或加廣不加縱
以之求徑必不驗矣



大矩類四 即隔山測法

海島經有重差之法大矩者兩用重差之法也海島經之重矩凡可望者皆可測其著隔重山峻嶺而問高深廣遠則大矩一術可以變通利攸往咸宜

大矩原名飛矩因首題有飛來峯爲大矩之語也又坊本有飛歸之名如六歸西除雙用八歸名曰飛歸此術雙用重矩亦曰飛矩

兩用重矩第十

設有飛來一峯上懸石鼓前臨東壁後枕西圖東西不相見有如參與商問東西孰高並相間若干

對曰即以飛來峯爲大重矩

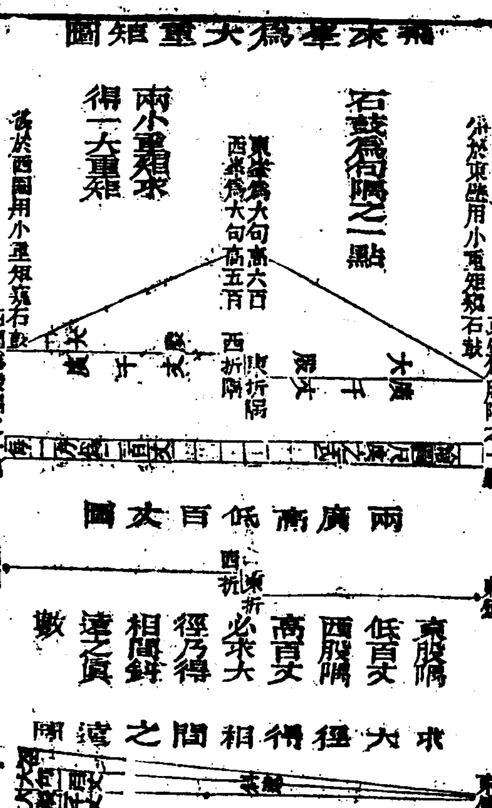
先於東壁正門以小重矩窺石鼓照重矩切法求率得峯高六百丈峯廣一千丈 加石鼓面半徑

後於西圖正門以小重矩窺石鼓照重矩切法求率得峯高五百丈峯廣一千丈 加石鼓面半徑

求孰高法兩高相減得東西較一百丈 即西圖高於東壁一百丈

求相間法兩廣相加二千丈爲股 高差一百丈爲句照約法求得大徑二千〇〇二丈有

奇即相間之斜距爲三圖於左以明其理



知高兩用折矩第十一

今有銅柱知高十丈下鎮龜山左臨午橋右帶亥水龜山枕之橋水兩不相見假用折矩問橋水孰高橋水至龜山各廣若干

對曰即以龜山銅柱爲大直矩 知高可用折矩

先於午橋以折矩窺之切得横矩廣十丈 直矩高十丈 柱景即入矩五丈

即用二率三率相乘以一率爲法除之得四率

一率 柱景五丈　　一率 柱景五丈
二率 横矩廣十丈　　二率 直矩高十丈
三率 柱高十丈　　三率 柱高十丈
四率 山廣二十丈　　四率 山高二十丈

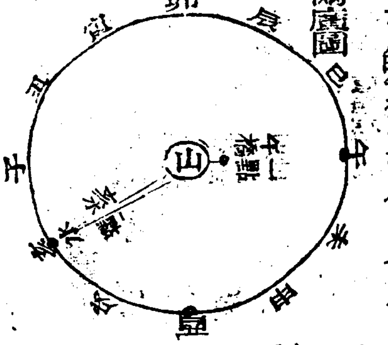
後於亥水以折矩窺之切得横矩廣十丈 直矩高十丈 柱景一丈

一率 柱景一丈　　一率 柱景一丈
二率 横矩廣十丈　　二率 直矩高十丈

龜山銅柱午亥相錯直縱與地圖繪高廣難繪直縱何能惟肖會意可也

三率 桂高十丈
四率 至山廣百丈
求高法曰兩高相減 高較八十丈 知午橋高於亥水八十丈
求廣法曰午橋至大折廣二十丈 亥水至大折廣二百丈

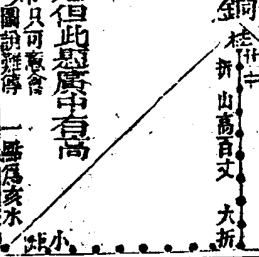
兩廣圖



三率 桂高十丈
四率 山高百丈
或問相間可求否
曰兩廣圖未能全
肖如圖似三角之
鈍角形可用求底
和法邊角相求法
句股割圜法可又
省八線表均可求之但此題廣中有高
圖未畢肖不可不知 只可意會圖說難傳

如圖則以亥水之徑為
股以午橋之徑為句求
得之徑即相間而少弱
蓋午橋在巳方圖乃惟
肖不可不辨

兩高圖



不知高兩用折矩第十二

今有文峯一山山頭有塔塔東有寺塔南有廟廟離塔寺離塔廟既不相覩又不言高廣祗用折矩測量問寺與廟孰高並相間若干

對曰隔山測法宜以塔景為重差之率

先於東寺以折矩覩之切得橫矩廣十丈直矩和高十丈塔景入直矩二丈五尺

一率 塔景二丈五　　一率 塔景二丈五
二率 橫矩廣十丈　　二率 直矩高十丈
三率 直矩高十丈　　三率 橫矩廣十丈
四率 山廣四十丈　　四率 山高四十丈

後於南廟以折矩覩之切得橫矩廣十丈直矩和高十丈塔景入直矩二丈

一率 塔景二丈　　一率 塔景二丈
二率 橫矩廣十丈　　二率 直矩高十丈
三率 直矩高十丈　　三率 橫矩廣十丈
四率 山廣五十丈　　四率 山高五十丈

求孰高曰東寺覩塔山高四十 南廟覩塔山高五十 兩山相減得山差十丈 知東寺高於南廟十丈

求相間曰以廣四十為句以廣五十為股求得平線徑六十四丈三寸有奇 又以平線徑為股高差十丈為句求得斜徑六十四丈八尺有奇乃相間之斜遠

文峯塔為大重矩圖 求平線徑圖 求得平線徑圖 斜徑視圖

矩法類五

舊說曰古之談天者三家一曰宣夜一曰渾天一曰周髀周髀即蓋天也蔡邕言宣夜無師法惟渾天爲著周髀者所進又考古諸家云周髀之法多不驗愚按多所遺多不驗等語非祇經之不善實因矩法之失傳已久也今特將折矩方矩重矩分繪九圖於前以發明偃矩覆矩卧矩之遺法並補大矩三圖以明隔山測量之術一切矩法一言以蔽之曰平直正大而已故高曰平矩以正繩其斯之謂歟前繪十二圖未能盡言矩法之蘊並爲矩言於左

○製矩以銅鐵為上堅木爲次 木易偏欹恐失直角之體宜加斜木爲徑 以矩製矩其則不遠豎長池於橫矩上面離其稜於直矩側面正面以便立矩時正以準繩橫矩直矩皆由折隅起初度先分丈度次分尺度寸分釐毫以次均分橫度宜平直度宜直矩不宜小益大益驗若測至高至廣之物矩雖十丈難覓矩表勢必立兩表以代矩倘表間一里表差只在釐毫之微乃移表間爲百里表差乃在分寸之多兩表必平不可高低法宜通渠以爲準仍宜爲橫表窺切乃眞測量乃驗

○製矩製表並宜製架高與目齊以便切窺得矩高宜加架高不然卧地窺矩目力差則不驗

○凡製儀器者以及日用各器皆不外矩孟子曰規矩準繩所以爲方圓平直此各圖說之一矩已兼準繩與規之用商高曰矩之爲數裁制萬物惟其所爲其卽製各器之謂歟

○立矩必正以準繩者何也正小矩卽所以正大矩也務令大折亦成直角所求高深廣從乃能有驗乃不至差失假如我矩立矩時可兼以準繩正之至於卧矩只能用繩以代準術實在處擇地爲大折隅先以矩卧於大折隅縱矩正對物心卽從線剷正以繩之意也橫矩正對規物之地卽廣線剷正以準之意也既得從橫二線大折乃成直角然後卧矩於廣線界內務令橫矩與廣線參合卽同倣此豎矩正以準之意也商高曰平矩以正繩此之謂也

○凡知廣間從亦宜正以繩蓋大折隅至小句隅卽所知廣線若大折隅不成直角則不驗

○製矩立矩竅矩切矩皆宜精目力倘目力有差而謂術不驗而君不任咎也目力貴察秋毫惟切以兩針秋毫易辨兩隅切兩針實爲矩法家要訣曰差之毫釐謬以千里竅矩者慎之

○切矩竅矩有動靜之殊　折矩　重矩皆先切直矩竪尺切針既直既直卽不移動是股隅之針至靜也　後由橫矩竅物試切一針又復竅之倘兩針不與物參合則移針於尺寸或移針於分釐如不參合屢切不已是句隅之針至動也　方矩　先切折隅股隅針既正直卽不移動乃由折隅竅物如不參合移折隅之是折隅股隅之針皆靜也　後由句隅切一針以正直爲度矩與針皆不可移動是句隅之針亦靜也　終由較矩試切一針乃從前竅之如兩針不參合只可移針就物又爲竅之務令參合不差毫釐乃爲中矩乃不移針是差隅之針至動也　折矩重矩立矩皆平既直卽不移動是兩矩皆靜也　方矩始則移矩就物終則移針就物是先動而後靜也○量矩間法以準繩直從兩矩卽以矩度度準繩矩間得數乃確乃驗

○測法只有橫直二矩皆由小句股而求大句股故有重差之題而無和較之題

○矩所以爲方惟方乃可測圓矩之爲角直惟直乃可測斜句股之法所以求斜徑也求法有以徑求句股而測法只以句股求徑故而圖皆無知遠求高深知遠求從廣之題又無知高深測從廣之題非略也蓋論題體本可隅反法術亦可相通但高深本難預知而斜遠更難臆揣故從其略　以遠矩論測高廣卽不必測高從遠從卽如廣也以卧矩論則必兼測縱從橫廣

○矩兼上下前後左右之用直矩之用上之爲高下之爲深前之後之爲從橫矩之用左之右

之皆爲廣旣得高深從廣乃可求斜遠　試觀八矩合爲繫矩若非合以直角烏能無間

○句平股直直角有定體也惟以有定者乃能求無定之平線直線並能求無定之斜線圖

○各矩起度不同　折矩大句隅皆在小句隅之內故得高廣皆不必加高廣　方矩若由折隅起度則股徑無較無句卽無橫廣上高卽遠下深卽從卽遠　若由句隅起度則小句隅卽大句隅小折隅卽大折隅必由大句股乃可求徑　重矩則大句隅與小股隅同度終須大句股必加小句股乃可求徑此三矩之度數不可不知

○方矩重矩皆有矩較重矩以直矩兼矩間方矩以直矩兼橫矩矩較法同皆一貫之理

○周髀所以測七政海島經各術皆以小喻大周髀有二說一謂方周求重差一謂圓周求重差圭方周者謂東西朔南地分四正以髀度景而求前後左右之重差卽本分命羲和求短出納爲說也圭圓周者謂圓周三百六十度擇地中央以髀度景而求朝夕日中之重差卽本合矩爲方環矩爲圓爲說也又考經史皆載立圭測景之要是知周髀豈僅測海島而已哉

○求圓徑術先以高大重矩求得物高物廣又得物遠適以窗隙卽窗紙之小孔日晷圓徑爲句作一率以窗紙至日晷爲股作一率以物遠爲大股作三率求得四率卽大句卽圓徑　以方出圓此術有之

○加減出於河圖乘除出於洛書由圖書而見理數也測量以一乘一除而得大矩如繫矩圖繫矩圖直內方外皆圖皆於數見理也可知數中有理理中有數一而二二而一也

○大矩所以象小矩試觀第一圖爲圓周第二圖爲四隅第三圖爲四正以下各圖凡大折皆成直角是知平直方圓大矩各成其象皆由平直正大小矩先立其體夫乃嘆矩法有淵源曰授心傳仍本而經所望用矩者獨具隻眼勿掉輕心審之慎之庶乎中矩焉

○遇山能盡重矩之兩望不能盡大矩之四望旨得大矩遇山其奈四望何引而伸之隔兩山者八望隔三山者十二望神而明之存乎其人禹貢曰隨山刊木周髀曰禹之治天下此數所由生禹之治水殆以髀窺水勢地勢之上下乎

矩圖總說

○合觀矩圖觀物之學皆爲我之道乃知聖人觀象製器皆有精意矩之體靜虛而方方則無私無私則明明則通矩之用動直而正正則無偏無偏則公公則溥明通公溥從心不踰卽絜矩之道也是知形下之器何莫非形上之道矩其小焉者也

句股述內篇卷終

信古齋雜述外稿卷五

補三卷求法難題二則

有句股三事均不知但云以度一千(或作一千抄錄譌誤未詳孰是)句恰盡股餘十弦餘十六試推三事若干

命題抄錄譌誤未知命題之旨如以餘句餘股爲題必問答方圓若干今不言餘句轉言餘弦因爲題解意者股弦較六句股較十句弦較十六乎求得三事皆有奇零不知合題旨否

一法股弦較六句弦較十六互乘倍之得積一百九十二開正方得十三八五六四仍有奇零即弦和較也　加股弦較六即句二十而少弱　加句弦較十六即股三十而少弱　加股弦較六句弦較十六即弦三十六而少弱

二法以股弦較自乘　又以股句較乘股弦較　相加倍之　開正方得弦和較數同前

三法以句弦較自乘　又以股句較乘句弦較　相減倍之　開正方亦得弦和較同前

有甲乙二不等式句股甲句等於乙弦甲股等於乙弦和和甲弦等於乙弦和和少弦和和試推甲乙三事各若干　對曰甲句五股十二弦十三　乙句三股四弦五

句股一貫述外篇卷五　句股雜題二則　開正方　開長方　開立方　三三

開正平方一題　開長平方一題(有從廣而無高爲平方從廣兩線相等爲正方兩線不等爲長方)

今有正方平面積五萬五千二百二十五步問方幾何(九章少廣原題)　答曰廣從二百三十五步

初商廣從二百　以從二百乘廣二百減平面大方積四萬(商即議也九章曰議得即商得也)

二商廣從三十　以從三十乘廣二百爲下廉以廣卅乘從二百爲右廉減一萬二千(又卅自乘減隅九百)

三商廣從五步　以從五乘廣二百卅爲兩廉倍之減四廉積二千三百又五自乘減隅廿五

今有長方平面積一千八百步　帶較卅　帶和一百一　兩問兩答問方根從廣各若干

對曰帶較三十商從六十廣三十相乘減方積一千八百

又曰帶和百一商從二十廣九十相乘減方積一千八百

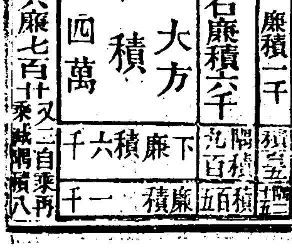
開正立方一題(凡高從廣三線等者爲正立方三線不等者必帶和或帶較)

今有立方體積一千七百二十八問邊線各若干

初商高廣從十　以高十乘廣十再乘從十減大方體積一千

二商高廣從二　以高二乘廣十再乘從十二得兩廉又三之減六廉七百廿(又二自乘再乘減隅積八)

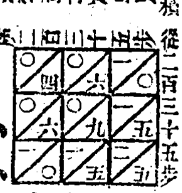
正方積圖



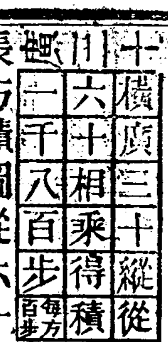
方隅皆獨立或大或小積各不同故逢方逢隅皆單減廉法皆對偶或右或下積皆相同故逢廉皆倍減如二商一廉三商四廉推至九商三十六廉凡下廉之積皆如右廉之數故每商併下廉數倍之即得下廉右廉相數此圖僅舉平方二隅(如八隅第九商十六廉皆仿此)

筆算(附從積)

筆算格式從楊輝書廣法從實各列成行一方二隅六廉皆詳相乘得積圖似正方



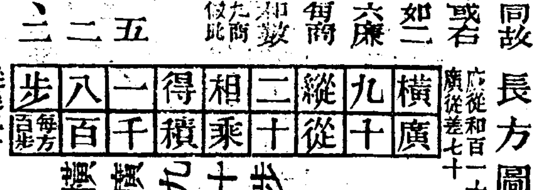
長方積圖從六十



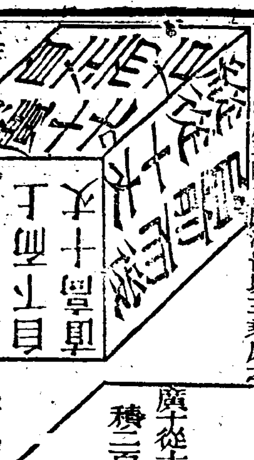
廣從和九十　廣從差三十

句股一貫述外篇卷五　平方一圖　筆算一圖　長方二圖　立方初商圖　立方二商圖　三三

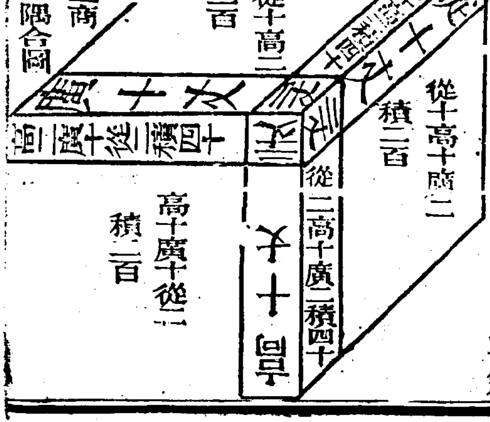
縱從二十



立方初商大方積千步二商小隅積八步大小皆獨立故逢方逢隅皆單減二商大廉三高從廣不等而積皆二百小廉三高從廣不同而積皆四十併大小廉二百四十步三之即六廉積七百二十推至三商六廉三之即十八廉故逢廉三乘即舉一反三之義也二圖僅舉一隅(如三商加一隅四商又加一隅四商凡三隅其廉法皆以三乘反之)



立方初商大方圖



立方二商六廉一隅合圖

帶和較立方 凡兩線等一線不等者命題只帶一差或帶一和 一差者有六形 三線不等者命題只帶二差或帶二和 二差者凡六形 一和題只一形

今有立方體積一萬分 高多廣五分 廣從等 問三稜各幾何 命題只帶一差

高 初商廿三 又商廿四 三商廿五 前兩商積必不足惟三商相乘之積恰與題合
從廣各 初商十八 又商十九 三商二十

今有立方體積一萬寸 高廣和四十五寸 廣從等 問方根幾何 命題只帶二和 二等者不可言和

高 初商廿三 二商廿四 三商廿五 前兩商積多因廣從皆多而高獨少惟三商積合題
從廣各 初商廿二 二商廿一 三商廿

今有立方體積一萬尺 高多廣八十尺 廣多從十五尺 問三稜各幾何 命題帶二差

廣 初商三十 又商二十五 再商二十 前兩商積大惟再商相乘之積合題可以答問
高 一百一十 一百〇五 一百
從 十五 十尺 五尺

今有立方體積一萬丈 高廣和一百廿 高從和一百〇五 問方根 命題帶二和

商高一百 廣二十 從五 高乘廣 又以從乘之得積一萬 減積恰盡 可以答問

今有立方測量之平臺不言體積只言高廣和百廿 高從和百〇五 廣從和廿五 問方根 帶三和

高從減高廣 餘兩廣四十 半之得廿 廣從減高從 餘兩高二百 半之得百 以百減高從和得從五

今有三乘方積二億二千八百八十八萬六千六百四十一丈 問方根幾何

對曰凡開三乘方法兩開平方卽得方根此題先開平方得面積一萬五千一百二十九丈

再開平方乃得方根一百二十三丈

初商一萬 自乘得大方面積一億 塗大方單減一億 餘積待二商減之

二商五千 乘初商一萬得一廉積倍之減兩廉積一億 塗隅五千自乘單減二千五百萬

三商一百 乘初二商一萬五千塗廉倍之減四廉積三百萬 塗隅一百自乘單減一萬

四商二十 乘初商二商三商數倍之減六廉積六十萬〇四千 塗隅廿自乘單減四百

五商九丈 乘一萬五千一百二十倍之減八廉廿七萬二千一百六十 塗隅自乘單減八十一

右凡五商減積恰盡商得面積一萬五千一百二十九 再開平方得根一百二十三丈

今有三乘方積二萬〇七百三十六尺 問方根 對曰以三乘法除之 得方根一十二尺

初商一十 十乘之 十乘之 得立方大方積一千 再十乘之減積一萬尺

二商二尺 十之 十二之 十二之 三之 減千百十八六四 二百乘再乘十二之減九千六 二乘大方減二千 積恰盡

今有五乘方積二百九十八萬五千九百八十四丈 問方根幾何

對曰凡開五乘方術先以平方除之再以立方除之卽得方根 或先以立方除之後以平方除之亦通

此題開平方商得立方體積一千七百二十八 再以立方開之得方根一十二丈

先開平方 初商廣一千 以從一千乘之得大方面積一百萬 塗大方單減大方積一百萬

二商廣七百 以初商從一千乘之得一廉積七十萬 塗廉倍之減兩廉積一百四十萬

塗隅以廣七百乘從七百單減一隅積四十九萬

三商廣二十 以初二商從一千七百乘之得一廉積三萬四千 塗廉倍之減四廉積六萬八千

塗隅以廣二十乘從二十單減一隅積四百

四商廣八丈 以初二三商從一千七百二十乘之得三廉積一萬三千七百六十 塗廉倍之減六廉積二萬七千五百二十 塗隅以廣八乘從八單減一隅積六十四

後開立方 初商廣一十 以從十乘之 以高十乘之 得大方體積一千 塗大方單減一千丈

二商廣二丈 以從十乘之 以高十二乘之 三之 減百十七二 高從廣二丈相乘減八丈

今有八乘方積一萬九千六百八十三丈 問方根幾何 對曰再開立方卽得方根三

法曰先開立方 初商二十自乘再乘減大方體積八千丈 二商七 以初商二十乘之

再以初商二十七乘之 得兩廉積 三之減六廉積一萬一千三百四十 以七自乘再

乘單減隅積三百四十三 方積恰盡 兩商商得二十七卽二乘方之方積也 再開立方

初商三 自乘再乘減二十七恰盡 二乘開立方商得三卽八乘方之方根三也

今有十七乘方積二十六萬二千一百四十四 問方根 對曰重開立方又開平方商得方根二

法曰先開立方 初商六十 自乘再乘減大方二十一萬六千 二商四 以六十乘之

再以六十四乘之得兩廉積 三之減六廉積四萬六千〇八十 以四自乘再乘減隅積

六十四恰盡 二初商四得六十四卽五乘方之方積也 再開立方 初商四 自乘再乘

減五乘方之六十四恰盡 二次商得之四乃平方積也 又開平方商得二 方得方根二

三乘商法 一商一 一六商二 八一商三 二五六商四 六二五商五 一二九六商六
商 億 一商千萬 一商百萬 一商十萬 一商萬 一商千 一商百 一商十 一商 四〇九六商八 六五六一商九 凡面積起四學立三乘方次列於左
千百十億千百十萬千百十億千百十萬千百十京千百十兆千百十億千百十萬千百十

古有方田面積一萬里　開方邊各若干　對曰開平方得邊線長濶各一百里（即方百里）

古有方田面積九百萬畝　問方邊各若干　對曰開平方得邊線長濶各三千畝（即方三千畝）

古有方田面積九億步　問方邊各若干　對曰開平方得邊線長濶各三萬步（即方三萬步）

古有方田面積十萬里　問方邊各若干　對曰開平方得邊線長濶各三百一十六里有奇

古有方田面積九十萬畝　問方邊各若干　對曰開平方得邊線長各濶九千四百八十六畝奇

古有方田面積九十億步　問方邊各若干　對曰開平方得邊線長濶各九萬四千八百六十八步有奇

魯論千乘開方述（周禮十成為終積千里開正方三十一里帶六十三分里之三十九　周廣曰駿發爾私終三十畝雖舉大數也）

包註八十家為十井出車一乘本王制孟子公侯皆方百里云云

馬融註一成出革車一乘是八百家一乘本周禮大司徒諸公方五百里云云

馬氏以一封方三百一十六里有奇為千乘之國仍本王制開方

長百步濶百步積萬步　積百步一畝　積萬步百畝為頃　百里開方九百萬畝一州千里

邢疏馬氏司馬法六尺為步　步百為畝　畝百為夫　夫三為屋　屋三為井　井十為通

通十為成　成出革車一乘　千成出千乘　千成方三百一十六里有奇公侯之封容之

積里（列左）	開正方得方邊（列左）	積畝（列左）	開正方得長濶（列左）	積步（列左）	開正方得方根（列左）
百萬里	方邊長濶一千里（成萬）	九億畝	正方長濶三萬畝	九百億	方根長濶三十萬步
十萬里	三百十六里有奇 如長一百濶一千（成千）	九千萬	九千四百八十六畝奇 如長九千濶一萬（三千包）	九十億	九萬四千八百六十八步奇 如長九萬濶十萬步
積萬里	方邊長濶一百里（成百）	九百萬	正方長濶三千畝	九億步	方根長濶各三萬步
積千里	方邊卅一里有奇 即長十里濶百里（成十）	九十萬	九百四十八畝奇 即長九百濶一千	九千萬	九千四百八十六步奇 即長九千濶一萬步
積百里	方邊長濶一十里（成）	九萬畝	正方長濶三百畝	九百萬	方根長濶各三千步
積十里	方邊各三里有奇 即長一里濶十里（通）	九千畝	長濶九十四畝奇 即長九十濶一百	九十萬	九百四十八步奇 即長九百濶一千步
積一里	方邊長濶各一里（井）	九百畝	開正方長濶卅畝	九萬步	方根長濶各三百步
三分里之一	○五七七四有奇	三百畝（屋）	開正方十七畝奇 即長卅畝濶十畝	三萬步	一百七十三步有奇 即長一百濶三百步
九分里之一	方邊三分里之一	大積百畝	開正方長濶十畝	積萬步	方根長濶各一百步
九百分之一	方邊卅分里之一	積一畝	開正方長濶一畝	積百步	開正方長濶各十步

平方初商表（算）方根求面積順而易面積求方根逆而難方根超一等面積超二等商法不難定位更難有此表則初商即能定位且知商法凡初商未盡待二商

積 十單／根 單	積 千百／根 十	積 十萬 萬／根 百	積 千萬 百萬／根 千	積 十億 億／根 萬	積 千億 百億／根 十萬
○一至○三皆商一	○一商一	○一商一	○一商一	○一商一	○一至○三皆商一
○四至○八皆商二	○四商二	○四商二	○四商二	○四商二	○四至○八皆商二
○九至一五皆商三	○九商三	○九商三	○九商三	○九商三	○九至一五皆商三
一六至二四皆商四	一六商四	一六商四	一六商四	一六商四	一六至二四皆商四
二五至三五皆商五	二五商五	二五商五	二五商五	二五商五	二五至三五皆商五
三六至四八皆商六	三六商六	三六商六	三六商六	三六商六	三六至四八皆商六
四九至六三皆商七（十單）	四九商七（千百）	四九商七（十萬）	四九商七（千百萬）	四九商七（十億）	四九至六三皆商七（千百億）
六四至八○皆商八	六四商八	六四商八	六四商八	六四商八	六四至八○皆商八
八一至九九皆商九	八一商九	八一商九	八一商九	八一商九	八一至九九皆商九
千百十億千百十萬千百十單					
商京商京商兆商兆商億商億商萬商萬商千商百商十商單					

立方初商表算（平方求方根難立方求方根更難方根加一等面積加三等商法定位皆難有此表則初商即可定位且商法有所依據凡餘積未盡留待二商）

體積 千百十單／方根 單	積 十萬 萬 千／方根 十	積 億 千萬 百萬／方根 百	積 千億 百億 十億／方根 千	積 兆 千兆 百兆／方根 萬	積 千兆 百兆 十兆／方根 十萬
○○一至○○七皆商一	○○一商一	○○一商一	○○一商一	○○一商一	○○一商一
○○八至○二六皆商二	○○八商二	○○八商二	○○八商二	○○八商二	○○八商二
○二七至○六三皆商三	○二七商三	○二七商三	○二七商三	○二七商三	○二七商三
○六四至一二四皆商四	○六四商四	○六四商四	○六四商四	○六四商四	○六四商四
一二五至二一五皆商五（百十單）	一二五商五（十萬千）	一二五商五（億千百）	一二五商五（千百十億）	一二五商五（千百十兆）	一二五商五（百十兆）
二一六至三四二皆商六	二一六商六	二一六商六	二一六商六	二一六商六	二一六商六
三四三至五一一皆商七	三四三商七	三四三商七	三四三商七	三四三商七	三四三商七
五一二至七二八皆商八	五一二商八	五一二商八	五一二商八	五一二商八	五一二商八
七二九至九九九皆商九	七二九商九	七二九商九	七二九商九	七二九商九	七二九商九
千百十溝千百十穰千百十秭千百十垓千百十京千百十兆千百十億千百十萬千百十單					
商千億商百億商十億皆商億商千商百萬商十萬皆商萬商千皆商百皆商十皆商單					

平方求面積表畧

今有方根三十九題緊用乘法問方積 對曰以加當乘可得面積

方根	面積	方根	面積	方根	面積	方根	面積
〇〇	積〇〇 得左一 加一	十〇	積一〇〇 加廿一	二〇	得四〇〇 加四一	三〇	得〇九〇〇 加六一
〇一	積〇一 加三 得左四	十一	積一二一 加廿三	二一	得四四一 加四三	三一	得〇九六一 加六三
〇二	積〇四 加五 得左九	十二	積一四四 加廿五	二二	得四八四 加四五	三二	得一〇二四 加六五
〇三	積〇九 加七 得左十六	十三	積一六九 加廿七	二三	得五二九 加四七	三三	得一〇八九 加六七
〇四	積一六 加九 得左廿五	十四	積一九六 加廿九	二四	得五七六 加四九	三四	得一一五六 加六九
〇五	積二五 加十一 得左卅六	十五	積二二五 加卅一	二五	得六二五 加五一	三五	得一二二五 加七一
〇六	積三六 加十三 得左四九	十六	積二五六 加卅三	二六	得六七六 加五三	三六	得一二九六 加七三
〇七	積四九 加十五 得左六四	十七	積二八九 加卅五	二七	得七二九 加五五	三七	得一三六九 加七五
〇八	積六四 加十七 得左八一	十八	積三二四 加卅七	二八	得七八四 加五七	三八	得一四四四 加七七
〇九	積八一 加十九 得下百	十九	積三六一 加卅九	二九	得八四一 加五九	三九	得一五二一 加七九

借君行 求左行 千而萬 加法具 乘法 簡而詳 閱全表 易開方 知積穢 利初商

平方求面積表畧　平方求方根表畧

平方求方根表畧

乘除以面積一萬方根一百列左而以加法列右又可得億兆題也加至億兆乃知加法較乘法便易而速加法又可當開方除法

原有面積一萬開方除得方根一百今借面積一萬用減法求得面積二十題緊用開方除法問方根各幾何 對曰以減當除借方根一百用減法即得方根

面積	方根	面積	方根
問借一萬 減一九九 得左積	對借百 減一 得左九九	[illegible] 減一八三	九二 減一
九八〇一 減一九七 得左積	九九 減一 得左九八	八二八一 減一八一	九一 減一
九六〇四 減一九五 得左積	九八 減一 得左九七	八一〇〇 減一七九	九〇 減一
九四〇九 減一九三 得左積	九七 減一 得左九六	七九二一 減一七七	八九 減一
九二一六 減一九一 得左積	九六 減一 得左九五	七七四四 減一七五	八八 減一
九〇二五 減一八九 得左積	九五 減一 得左九四	七五六九 減一七三	八七 減一
八八三六 減一八七 得左積	九四 減一 得左九三	七三九六 減一七一	八六 減一
八六四九 減一八五 得下積	九三 減一 得下九二	七二二五 減一六九	八五 減一 得[illegible]

面積	方根
七〇五六 [illegible]	一六九 八四 減一
六八八九 加得右積	一六七 八三
六七二四 加得右積	一六五 八二
六五六一 加得右積	一六三 八一
六四〇〇 加得右積	一六一 八十

照此遞減可得方根一面積一者用加法由千萬可至億兆方積對數之表作如是觀

句股一貫述圖外編卷五

長方帶縱表畧

凡問長方闊此表便知帶縱商法且初商即能定大小數

今有長方積二十八題緊用乘法問方積各幾何 對曰以加當乘即得方積

方根較一 縱闊	方根較二 縱闊	方根較三 縱闊	方根較四 縱闊
〇〇 積〇〇 加二 得左積	〇〇 積〇〇 加三 得左積	〇〇 積〇〇 加四	〇〇 積〇〇 加五
一二 積〇二 加四 得左積	一三 積〇三 加五 得左積	一四 積〇四 加六	一五 積〇五 加七
二三 積〇六 加六 左一二	二四 積〇八 加七 得左積	二五 積一〇 加八	二六 積十二 加九
三四 積一二 加八 左二十	三五 積十五 加九 得左積	三六 積十八 加十	三七 積廿一 加十一
四五 積二〇 加十 得左三十	四六 積廿四 加十一 得左積	四七 積廿八 加十二	四八 積卅二 加十三
五六 積三〇 加一二 得右四二	五七 積卅五 加十三 得左積	五八 積四〇 加十四	五九 積四五 加十五
六七 積四二 加一四 得左五六	六八 積四八 加十五 左六十三	六九 積五四 加十六 左七十	六十 積六〇 加十七 得左七十七

自上而下 第一行 積皆加〇 第二行 積皆加一 第三行 積皆加二 第四行 積皆加三 第五行 積皆加四 第六行 積皆加五 第七行 積皆加六

自上而下照此遞加方得千萬乃為全表

句股一貫述圖外編卷五

長方帶縱表畧　長方帶和表畧

長方帶和表畧

凡問長方闊此表要知帶和商法且初商即能定位 自左減之每層得九十九題自下加之每行可得億兆題係未全表

原有正方根一百與廣相乘得積一萬今借方根一百用加減法比例得從廣和二十題緊用互乘法問長方積各幾何 對曰仍借方積一萬用加減法比例之即得從廣和

從廣 方積				
問借 對借 減一 得左積	減三 得左積	減五 得左積	減七 第一層 皆從廣和二百	
減二 得左積	減四 得左積	減六 得左積	減八 第二層 從廣和二〇一	
減三	減五	減七	減九 第三層 從廣和二〇二	
減四	減六	減八	減十 第四層 從廣和二〇三	
自上而下 第一行皆加積一百	自上而下 第二行皆加九十九	自上而下 第三行皆加九十八	第五層從廣和皆二百〇四	

求立方體積表畧　今有方根九題楚用自乘再乘法問體積　對曰以加數乘得體積

方根單位　體積位百十單　加法自右而左十單　十單　十單　借右積得左積　十單一　表內第一行可見加法始於一亦見立天元一之一關　附減法自左而右百十單

〇無積　〇〇〇　加〇〇　加〇〇　加〇一　得左積　左加法各加〇二
一體積　〇〇一　加〇二　加〇二　加〇三　得左積　左加法各加〇四　單減〇〇一得右無積 即無積
二體積　〇〇八　加〇六　加〇六　加〇七　得左積　左加法各加〇六　併減〇〇七得右積同上
三體積　〇二七　加一二　加一二　加一三　得左積　左加法各加〇八　併減〇一九得右積同上
四體積　〇六四　加二〇　加二〇　加二一　得左積　左加法各加一〇　併減〇三七得右積同上
五體積　一二五　加三〇　加三〇　加三一　得左積　左加法各加一二　併減〇六一得右積同上
六體積　二一六　加四二　加四二　加四三　得左積　左加法各加一四　併減〇九一得右積同上
七體積　三四三　加五六　加五六　加五七　得左積　左加法各加一六　併減一二七得右積同上
八體積　五一二　加七二　加七二　加七三　得左積　左加法各加一八　併減一六九得右積同上
九體積　七二九　加九〇　加九〇　加九一　得左積　左加法各加二〇　併減二一七得右積同上

以徑問積各率　圓徑易度以徑問周正問也凡以徑問積將用正率

大凡徑一　凡一字徑不僅一特以始數定密周率

密周率三一四一五九二六五三五八九七九三二三八四六二六四三三八三六七四七
二三七九五一四　密周率凡四十字歷經歷代名賢幾經句股割圓乃求得此率莫爲之前雖美弗彰莫爲之後雖盛弗傳此率亦然

密周率求積有四術第一術半徑乘半周即得圓積故不必立第一率其餘三術皆假借求積各有積率一條分列於左看題擇用　第一術最整最備附捷法直以半徑乘密周即得半周再以半徑乘之即得圓積

第二術求積率　〇二五　凡二字凡全徑乘密周得四倍圓積必用此率乘之乃得圓積　本宜用四除因乘率校除率便用故各率皆用乘以歸劃一

第三術求積術　〇七八五三九八一六三三九七四四八三〇九六一五六六〇七九六五九一八
六八〇六九八七八五　凡四十字凡全徑自乘皆得方積必用此率乘之乃得圓積

第四術求積率　〇〇七九五七七四七一五四五九四七六六七八八四四四一八八六六七四〇
九七二六四一六五二五積　凡四十字凡密周自乘皆得周方必用此率乘之乃得圓　此術奇零太多自乘不易備而不用

設有徑一六　問圓積幾何限用密周率　答曰四術求之皆得圓積二〇一〇六一九二九八

二九七四六七六七二六一六〇九一六三九二七五一八二三五八八八八　凡四十字

一術半徑八半密周一五七　有奇凡四十字相乘即得圓積借前　此術簡而正以下各術附存之以備參考

二術徑一六密周五〇二六　有奇凡四十字相乘得八〇四二　有奇以二術積率〇二五乘之得積

三術徑一六自乘得方積二五六整以第三術積率乘之得積同　此術亦簡而易或兩次以徑乘積率得積亦同

四術密周五〇二六　有奇凡四十字自乘得方積二五二六　有奇凡四十字以第四術積率乘之得圓積

大凡徑一　凡一字

古率周三　凡一字古人豈不知徑一不僅周三蓋取奇零以整數易於乘徑待相乘後必有積率驗之待世遠失傳以古周爲密周良有以也

古古周率求積亦有四術各有通率一條補列於左　外全徑自乘同前第三術之積率

又一術古通率〇二〇四七一九七五五一一九六五九七七四六二一一四三九五四五五
八二四〇九三一七　凡四十字凡借古半周乘半徑得積必弱必用此率乘之即得密圓積

又二術古通率〇二六一七九九三八七七九九一〇四九四三九五三五八九五五三九〇五〇三〇六
二三六八九九五九五　凡四十字凡全徑乘古全周得四倍圓積必弱此率乘之乃得密率之積

又四術古通率八七二六六四六二五九九七一六四七八八六四二八四五三二九五四六五二三
〇〇七七六四三三　凡四十字凡古周自乘得十二倍周方而弱此率乘而通之得圓積乃同密率

設有徑一六　問圓積限古周率　對曰今徑古周以率通之乃得密積二〇一〇六一九二
九八二九七四六七六七二六一六〇九一六三九二七五八二三五八八八八　凡四十字

古一術半徑八半古周二四整相乘得一九二整以一術通率乘之得積同

古二術全徑一六古周四八整相乘得七六八整以二術通率乘之得積同

古四術古周四八整自乘得二三〇四整以四術通率乘之得積同　又術以四八乘通率再以四八乘之得積同

圓　周　右得半周　徑　長　方　左得半周

割圓之術
以方出圓
犬牙相錯
徑周爲變

今有徑一，問密周率自乘得數若干。此問用加法 對曰九八六九六〇四四〇一有奇

以圓周密率為第一數，以周率加第一數為第二數，以周率加第二數為第三數，至第

自第一位各加 計二〇九數止 以周率加第三數為第四數，以周率加第四數為第五數，照此遞加至

第九數而止。然後順周率四十位之序，各以本數加之，如末位四見四減四加第四數

四十字，如卅九位一見一減一加第一數四十字，反齊而上至第一位之三而止

所得周自乘數七十餘位，只用前四十位，爲密周自乘率，待用

如以徑九周率圓積，則以徑九乘密周自乘率，再以徑九乘之，又以四術積率乘之得圓積

附發求圓積捷法四則 法無論前先後與古以直求本擬為捷易

如半徑八，半古周廿四，問圓積。以徑八乘 又一術古通率 又以半古周廿四乘之，即得圓積同前

如徑十六，古周四十八，問積。以全徑十六乘 又二術古通率 又以四十八乘之，即得圓積同前

如全徑十六，問圓積。以全徑十六乘 第三術求積率 又以十六乘之，即得圓積同前

如古周四八，問圓積。以全周四八乘 又四術古通率 又以四八乘之，即得圓積同前

句股一貫述　外編卷五　密周自乘率　密徑求積各率　附捷法四則

以周問積各率 圓周難度，以周問徑反隔也，前用反率特為繁稱，以考驗正率之得失耳。不然圓周果可度，其分數定忽，則古人何必捨心對圓乎

天凡周一 凡一字，周不僅一，特以始數定密徑率耳

密率徑〇三一八三〇九八八六一八三七九〇六七一五三七七六七七五四六六九六三八

九〇五六六六一 密徑率凡三十九字，皆反推周之率，蓋以密周之率除周一而得此率也

密徑率求積有四法，第一法半周乘半徑即得圓積，故不必立第一積率，其餘三法皆

假借求積，各有積率一條，分列於左，以便酌用

第貳法 求積率 〇二五 凡二字，凡全周乘密徑，得四倍圓積，必用此率乘之，乃得圓積

第叄法 求積率 〇七八五三九八一六三三九七四四八三〇九六一五六六〇七九六五九一八

六八〇六九九八七八五 凡四十字，凡全密徑自乘，皆得方積，必用此率乘之得圓積。如以古率命圓，亦用此率，備而不用

第肆法 求積率 〇〇七九五七七四七一五四五九四七六六七八八四四四一八八六六七四〇

九七二六四一六五二五 凡四十字，凡周自乘，皆得周方，必用此率乘之，乃得圓積。如以古周命題，自乘甚易，此率可用

設有周六，問圓積幾何，限用密徑率。對曰以四法求之，皆得圓積二八六四七八八九七五

六五四一二一六〇四三六八三九九〇七九二一〇二六七五〇一五〇九九四九 凡四十字

壹法半周三乘密徑〇九五四九二九 有奇凡四十字 相乘得圓積同前

貳法全周六乘密徑一九〇九八五九 有奇凡四十字 相乘得四倍積一一四五九一五五九 有奇 以貳法積率乘之得積

叄法密徑一九〇九八五九 有奇凡四十字 自乘得方積三六四七七 有奇凡四十字 以叄法積率乘之得圓積

肆法周六自乘得三十六，以肆法積率乘之得圓積同前

天凡原 凡上四字

古徑率三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三 凡五十九字古徑率與於密徑率

古徑率求積亦有三法，各有積率一條，分列於左 以全周自乘同第四法求積率

古壹法 古通率 〇九五四九二九六五八五五一三七二〇一四六二一三三〇二六四〇〇八九一

六七五六九九八二三 凡三十九字，凡借古半徑乘半周得圓積必少強，又用此通率乘之，乃得圓積

古貳法 古通率 〇二三八七七三三二四一四六三七四三〇〇三六五三三二五六六〇〇二三

九一七九二四九五 凡三十九字，凡借古全徑乘全周得四倍圓積必少強，又用此

句股一貫述　外編卷五　古徑求積各率

古叄法 古通率 〇七一六九七二四三六一二九〇一〇九五九九二六九八〇〇六六八

七五三七七四八七 凡三十九字，凡借古徑自乘較今徑自乘之方積必少強，又用此通率乘之，乃得圓積

設有周六，問圓積，限用古徑率。對曰周同徑率不同，以通率乘之得積二八六四七八八九

七五六五四一一六〇四三六八三九九〇七九二〇一二六七五〇一五〇九九四九

古壹法半周三，古半徑一，相乘得圓積三，其得數少強，以壹法通率乘之得積同前

古貳法周六，古徑二，相乘得圓積十二，其積數少強，以貳法通率乘之得積同前

古叄法古徑二自乘得方積四，照以叄法通率乘之得積同前

紹周氏曰通今由於傳古，傳古仍以通今，周率古疏今密，誠為定論，顧嘗謂古人非真疏也，古

人故爲古率，以爲算家發周校算，便易得相乘，從以積率較之，得世遞而密積率耳，按古周率

小古徑率大，今術通率各三條，亦傳古通今之助，不謗今人，敢笞古人之無

圓積易乘，圓率難求，以率求率，其用不過其則，雜何乘除而已，數有伐柯，以律親疏，非得視

兩高曰圓出於方，故測圓求周者，以方出圓，蓋圓本難測，故求圓積者每以方積

開平圓率 凡平圓積問徑以平圓率除平圓積即得平方積開平方即得平圓徑 或以鼓圓率乘平圓積亦得平方積開平方亦得平圓徑
七八五三九八一六三三九一四四八三〇九六一五六六〇七九六五九一八六八〇六九
八七八五 凡四十字
開鼓圓率 凡鼓圓積問徑以鼓圓率乘鼓圓積即得立方積開立方即得立圓徑 或以平圓率除鼓圓積即得立方積開立方亦得立圓徑
一二七三二三九五四四七三五一六二六八一六五一〇七〇一八六七八五五五六三二
六六四四 凡四十字
開球積率 以率取球積即得立方積然後開立方即得球徑 古二率今一率
九章少廣章註古率二十一乘之十一除之 按此率得乘率一九〇九〇九〇九〇九〇九〇九〇九〇九〇九〇九〇九 校密率稍弱
少廣章正文古率九除之十六乘之 按此率得除率五六二五即古率七五自乘所得之數也 校密率太强
今密率用除法 五二三五九八七七五五九八二九八八七三〇七七一〇七一九七七二七九二二
〇四 凡四十字 又今密率用乘法 一九〇九八五九三一七一〇二七
四四〇二九二二六六〇二五八〇一七八三三四三三九九六六 凡四十字

魯論朱註六斗四升爲釜 舊說凡積千寸 今問方根 對曰立方開之一釜得方根十寸
又問一升體積若干 對曰六四除千寸每升得積十五寸六分二釐五毫
又問一升得方根若干 對曰立方除之每升得方根長平深各二寸五分
左傳齊有舊量 四升爲豆 四豆爲區 四區爲鬴 鬴十爲鍾 按鬴即釜也
又問豆區鬴 各容若干 再問以各積求方根各若干
四升爲豆 以升積一而四 得豆積六十二寸五分 寬五寸 長五寸 深二五
四豆爲區 以豆積一而四 得區積二百五十寸 寬五寸長五寸深十寸
四區爲鬴 以區積一而四 得鬴積一千寸 寬 十 長 十 深 十
凡術家每至億兆莫不慎重每至釐毫六收四棄不知歷度量衡皆本律呂凡歷度量衡皆不能自求奇零小數必賴術法以求其分釐毫忽此命分之法所由立也蓋億兆各大數皆毫釐各小數所積而成惟知大數積於小數能竭目力於實測有實測而後能立七政表率表率立然後能術術古曰差之毫釐謬以千里非爲術學測法言也已不啻爲術法測法言之也

今有股八句弦較四擬宋秦九韶立天元一法問句弦各若干 對曰句六弦十
擬曰立天元一爲句 句自乘爲句方一 句一加較四爲天元弦五 弦自乘爲弦方二十五
句方減弦方餘天元股方二十四 較四自乘爲較方十六 較方減天元股方餘八爲法
股方減本題股方六十四餘四十八爲實 實如法而一得句六 句六加較四得弦十
今有股四句弦和八擬大衍數中所載立天元一法問句弦各若干 對曰句三弦五
擬曰立天元一爲句 句自乘爲句方一 和八減天元句餘天元弦七 弦自乘爲弦方四十九
句方減弦方餘天元股方四十八 和八自乘爲和方六十四 和方減天元股方餘十六爲法
和方減本題股方一十六餘四十八爲實 實如法而一得句三 句三減和八得弦五
今有句六股弦較二擬古法問股弦 對曰股八弦十 補註天元句大於股者位不當也 通謂爲準詳句篇句長股消圖
擬曰立天元一爲股 股自之得股冪一 股一加較二爲天元弦三 弦自之得弦冪九
股冪減弦冪餘天元句冪八 較二自之得較冪四 較冪減天元句冪餘四爲法
較冪減本題句冪三十六餘三十二爲實 以法除實得股八 股八加較二得弦十

今有句三股弦和九擬立天元一法問股弦各若干 答曰股四弦五 補註曰方曰冪曰積者自乘互乘也
擬曰立天元一爲股 股自之得股積一 和九減股一餘天元弦八 弦自之得弦積六十四
股積減弦積餘天元句積六十三 和九自之爲和積八十一 和積減天元句積餘十八爲法
和積減本題句積九餘七十二爲實 法實相消得股四 股四減和九得弦五
今有平方古率平圓各一共積五百九十二 圓徑得方根十分之八擬松庭天元法問方根圓徑
擬曰立天元一爲方根自乘得方面積一 立天元一爲實分子八乘之分母十除之爲圓徑
〇八自乘之三乘四除得圓面積〇四八 併天元方圓積一四八爲率 以除共積五百九十
二得平方面積四百開平方得方根二十 以正率分子八乘之分母十除之得圓徑十六
今有立方古率立圓各一共體積十萬擬朱松庭開方釋鎖法方根圓徑等問若干 答曰各四十
擬曰立天元一爲方根重自乘爲立方體積一 立天元一爲圓徑重自乘之九乘之十六除
之得古率立圓體積〇五六二五 併天元方圓體積一五六二五爲率 以除十萬得立方體
積六萬四千 立方除之得方根四十圓徑同 按元李冶郭守敬朱松庭其術皆本秦九韶 按測圓海鏡李衍秦術頗唐不詳補之可知

今有大小平圓各一共古冪三百小徑大徑八分之六擬宋松庭求學啟蒙法問大小徑若干
擬曰立一爲大徑自乘得一爲大方冪三乘四除得大圓冪〇七五　立一爲實子六乘母八除得〇七五
爲小徑自乘得〇五六二五爲小方冪三乘四除得小圓冪〇四二一八七五　併大小圓積一一七一八七五
爲平以除三百得大面積二百五十六開平方得大徑十六分子六乘分母八除得小徑十二
今有大小立圓各一共古冪三百二十四小徑得大徑十分之五擬天元問大小徑若干
擬四列共積爲實十六之九而一得大小立方共冪五百七十六　立一爲大方根再自乘得一爲大立方
立一爲實以分子五乘分母十除得〇五爲小方根再自乘得〇一二五爲小立方　併大小立方一一二五
爲率以除五百七十六得大立方冪五百一十二開立方得大徑八　子五乘母十除得小徑四
今有大小平方各一共方一萬方小根得大根四分之三擬歐羅巴借根法問邊根若干
擬曰借一根爲大方根自乘得大平方一方　借一根爲實分子三乘之分母四除之得〇七
五爲小方根自乘得小平方〇五六二五　併大小平方借得一五六二五爲率以除一萬方
得大平方六千四百方開平方得大方根八十　八十爲實子三乘母四除得小方根六十

句股一貫述　[illegible]　擬歐羅巴借根法二問　擬天元玉鑑一問

今有大小立方各一共方五百七十六方小根取大根十分之五擬借根法問大小根各若干
擬曰借一根爲小方根再自乘得小立方一方　借一根爲實反其率母十乘之子五除之得
二根爲大方根再自乘得大立方八方　併大小立方共借得九方爲率以除共方五百七十
六方得小立方六十四方立方除之得小方根四根　四根爲實母十乘子五除得大方根八根
今有大小平圓各一共古冪六十小徑取大徑八分之三擬四元玉鑑法問大小徑
擬曰一元自之七五乘爲大圓冪〇七五　一元子三乘母六除爲實自之七五乘爲小圓冪〇一八七
五併兩冪〇九三七五以除六十得六十四開方得大徑八　一元自之七五乘爲小圓冪〇七五
一元母六乘子三除爲實自之七五乘爲大圓冪三併三七五以除六十得十六開方小徑四
又法列其冪七五除之得大小平方共冪八十　立一自之得大平方一　立一子三乘母六除爲實
自之得小平方〇二五　併大小平方一二五以除八十得六十四開方得大徑八　立一自之得小平方一
立一母六乘子三除爲實自之得大平方四併大小平方五以除八十得十六開平方得小徑四
案宋王楷乃借古率取徑[illegible]○祖頤云啟蒙與玉鑑相爲表裏今見啟蒙可悟玉鑑妄
擬四元以證探微　校[illegible]法仍本天元法既[illegible]序云劉辭有重刊啟蒙本亦一證也

命分諸法附命分句股三題　不命分奇零句股一題　再附小數開方定位四題
句股某傳曰四分度之一即命分也分何以命收奇零也凡小數未盡棄之不可書之難以推
命分則片言可扼要自命分法立必以約分通分輔佐加減乘除諸法今欲發明相輔並用之
理並補句股命分四題於後　命分一題錄左
今有句三帶三分句之一股四帶九分股之四問徑　對曰以通分約分佐自乘相加開方除法
一　通分　法奇用通以便自乘
以分母三乘句三通爲句九加分子一命爲三分句之十
以分母九乘股四通爲股三十六加分子四命爲九分股之四十
二　乘分　以三分自乘九分　句十自乘百　句方九分自乘八十一分　股四十自乘一千六百分子股方
三　加分　即句方股方相加也分母不同宜齊母子乃可相加法宜異母互乘爲共母異子互乘異母爲共子則母子均齊乃可相加
九分乘八十一分得爲七百二十九分爲分母　九分乘一千六百得一萬四千四百爲分子股方八
十一分乘一百得八千一百爲分子句方相加命爲七百二十九分之徑方二萬二千五百

句股一貫述　[illegible]　命分諸法　命分句股一題　奇零不命分句股一題

四　約分　母子數大乃求等數約之　以母叠減子餘子六百三十又以餘子減母餘母九十九再以餘母
減子餘子二十七再以二十七減九十九餘十八再以十八減二十七餘九爲等數乃以九
除七百二十九得八十一爲約母　以九除二萬二千五百得二千五百爲約子　乃以約數命分
五　帶分開方
八十一分開平方得九開得分母二千五百開正方得五十開得分子
又命分爲九分徑之五十　以母除子得徑五餘仍命分　對四徑五帶九分徑之五
謹按命分者亦借數也試以前題直數明之並補奇零乘法奇零開方除法之未備又奇零句股題錄左
句單三三三三三三三三三　自乘方十單一一一一一一一一一　以下仍有奇零集臨不必全錄
股單四四四四四四四四四四　自乘方十單一九七五三〇八六四一九七五三〇八六四
兩方相加得徑方十丈尺寸分釐毫絲忽[illegible]須臾彈指那德空清三〇八六四一九七五三〇八六四一九七五
奇零開方術　初商徑五後即可命分曰徑五帶九分徑之五乃借補淨今特借此以明開方之術故特商至九商　單位爲主故不數遞降一等如五尺自乘二尺五是也降
初商五丈自乘減大方二十五丈　一等與[illegible]以反而相因如升爲單位則升分爲十寸爲百[illegible]奇零方不展必降不降必展曾遇二等[illegible]
二商五尺以初商五丈乘之得二十五丈倍之爲兩廉積五丈　又五尺自乘爲隅積二尺五寸

三商五寸以初商二商五丈五尺乘之倍之減四廉積五尺五寸　又減隅自乘二分五釐
四商五分以初商二商三商之數乘之倍之減六廉積寸分釐五五五　又減隅自乘二毫五絲
五商五釐以五丈五尺五寸五分乘之倍之減八廉積分釐毫絲五五五五　又減隅自乘二忽五微
六商五毫以前五商乘之減十廉一隅積釐毫絲忽微五五五五五又纖沙二五　逢廉皆倍減
七商五絲以前六商乘之減十二廉一隅積毫絲忽微纖沙五五五五五五又塵埃二五　逢隅皆單減
八商五忽以前七商乘之減十四廉一隅積絲忽微纖沙塵埃五五五五五五五又渺漠二五
九商五微以前八商乘之減十六廉一隅積忽微纖沙塵埃渺漠五五五五五五五五又模逡二五
照此遞除萬商難盡乃知命分不可少也倘有減分前題未用再設一問　又命分句股題錄左
今有徑五帶九分徑之五句三帶三分句之一問股幾何　對曰　一次通分同母為九並通整零
以三分乘句三通句九加子一為句十先通整零以三分乘三分通九分三乘句十通卅同母為九
以九分乘徑五通為徑四十五加分子徑五命為九分徑之五十
二次乘分　九分自乘得八十一分　句三十自乘得九百　徑五十自乘得二千五百

三次減分　句自乘減徑自乘　餘八十一分之股自乘一千六百
四次開方　以一千六百開正方除之得四十　又八十一分開正方得九分
五次命分　以九為法　九四減三十六得股四所餘分子四歷除難盡亦不必再除　乃命
為股四又九分股之四
此題初次通分整零並同其母故相減不用通分今將相減必用通分者補後　又句股題錄左
今設有九分句方之一百　八十一分徑方之二千五百　問減分法　問開方法　問股
一次通分法　以九分乘八十一分通得七百二十九分　以九分乘二千五百通得徑方二
萬二千五百　以八十一分乘一百得通句方八千一百先同其母然後可以相減
二次減分法　徑方句方相減得七百二十九分之股方一萬四千四百
三次帶分開方法　七百二十九分　開正方得二十七分　股方一萬四千四百分　開方
得股一百二十　又以等數三約之　二十七分約得九分　股一百二十約得股四十
乃以分母九除股四十得股四又餘股四乃命為九分股之四

或問實數奇零開方五尺自乘應減二十五尺何以二商隅法只減二尺五寸
對曰原題積丈也丈為單位尺為小數位以○五乘○五只得○二五也若原題是積尺則五
尺為單位五尺自乘開得二十五尺也再設四題以明定大小位之理
設有方根丈尺寸五五五　問方積若干丈　對曰仍以丈尺寸五五五自乘得面積方丈十丈尺寸分釐三○八○二五
設有方根丈尺寸五五五　問方積若干丈　對曰展作十尺寸五五五自乘得面積方尺千百十尺寸分三○八○二五
設有積丈十丈尺寸分釐三○八○二五　問方根若干丈　對曰初商五丈　自乘減大方積十丈尺寸二五○○
二商五尺　以丈尺五五乘之倍之減廉積丈尺寸五○○　又尺五自乘減隅積尺寸二五
三商五寸　以丈尺寸五五五乘之倍之減廉積尺寸五五　又寸五自乘減隅積分釐二五
設有積尺千百十尺寸分三○八○二五　問方根若干尺　答曰初商五十尺自乘減大方積千百十尺二五○○
二商五尺　以十尺五○乘之倍之減廉積百十尺五○○　又尺五自乘減隅積十尺二五
二商五寸　以十尺寸五五五乘之倍之減廉積十尺五五　又寸五自乘減隅積寸分二五
蓋平方視二等單位為主單位而上方積益升益大單位而下方積益降益小爲表明之
積丈商大小數表　此行方積　千百　十丈　尺寸　分釐　毫絲　忽微　纖沙　塵埃
此行方根　商十　商丈　商尺　商寸　商分　商釐　商毫　商絲
積尺商大小數表　此行方積　千百　十尺　寸分　釐毫　絲忽　微纖　沙塵　埃渺
此行方根　商十　商尺　商寸　商分　商釐　商毫　商絲　商微
答奇零開方定位訖　新題附錄後

今有直一斛二庾三釜容粟六百一十二升　方程式亦筆補也
二斛三庾一釜容粟七百四十四升　問斛庾釜各容粟若干　答曰一斛容粟十斗　一庾容粟十六斗
三斛一庾二釜容粟五百八十八升　一釜容粟六斗四升
歌曰方程命題平直成方數橫對減乃術此方

方程式計程列左	斛數列左	庾數列左	釜數列左	容粟升數橫列于左
原題列為甲程	壹	貳	叁	六一二
原題列為乙程	貳	叁	壹	七四四
原題列為丙程	叁	壹	貳	五八八
二乘甲為丁程	二	四	六	千百十升 一二二四
乙丁同減戊程	空	一	五	四八
三乘甲為己程	三	六	九	一八三六
丙己同減庚程	空	五	七	一二四八
五乘戊為辛程	空	五	廿五	二四
庚辛同減壬程	空	空	十八	一一五二

新題舊術曰壬程斛空庾空十八釜容粟一千一百五十二升釜法粟實得一釜容
六十四升　以六四乘戊程五釜減戊粟三百二十升餘百六十升卻得一庾
容粟　以六四乘甲程三釜減甲粟一百九十二升　以一六乘二庾減粟三
百二十升餘一百升卻得一斛容粟
解曰今題乃九章首題程式但橫看題無同數難辨據徑故專用九章術此題無負減○
古法正術亦負術異今負術○似為醒目
此題乃和數故古不用正負術無負無

九章方程首題上禾三二一秉中禾二三二秉下禾一一三秉實三十九斗三十四斗二十六斗問上中下禾一秉實各幾斗

方程式 計程列左	上禾	中禾	下禾	實
原題三條 甲	壹	貳	叁	廿丄
原題一條 乙	叁	貳	壹	卅文
原題二條 丙	貳	叁	壹	卅乂
甲丙主同減丁	〢	空	⑪	十三
乙丙主同減戊	〡	①	空	〥

古題今術曰丁程中禾空上禾一秉正下禾二秉負適與同數即將丁程半之得上下較實六斗半

戊程下禾空上禾一秉正中禾一秉負實五斗即上中較實五斗　兩較相減得中下較實一斗半

甲程上禾一秉減較實六斗半　中禾二秉減較實三斗　甲餘實十六斗半以上中下六秉除之得下禾一秉實二斗七升半加中下較斗半得中禾一秉實四斗二升半加上中較五斗得上禾一秉實九斗二升半

數一曰制蘗實案題方程亦然此題用乙程中禾皆二秉乙丙程下禾皆一秉故丁戊程同數相減皆得空可省四兩按此題禾和數如九章術方爲正格今借西算術馭題終爲變格

相和秘訣　同名相加主正仍正主負仍負　異名相減主有餘仍原名主不足變原名

相較秘訣　異名相加主正仍正主負仍負　同名相減主仍從原名主轉則名

九章原題上禾五秉損實一斗一升當下禾七秉上禾七秉損實二斗五升當下禾五秉問上下禾一秉實若干答曰上禾實五升下禾實二升

方程式 計程 首問列爲	上禾秉數列左	下禾秉數列左	實列右 百十升
甲程	伍	⑦	一一
二問列爲 乙程	柒	⑤	二五
七乘甲爲 丙程	三五	四九	七七
五乘乙爲 丁程	三五	二五 不足	一二五
丙丁主同減戊程	空	二四 負轉正	四八
五乘甲 己程	二五	三五	五五
七乘乙 庚程	四九	三五	一七五 百十升
己庚主同減辛程	二四	空	一廿升

正術曰戊程上禾空下禾二十四秉負實四十八升乘法升實下禾一秉得實二升以二升乘甲程負七得一斗四升加甲實得二斗五升以上禾五秉除之得實五升

變術曰辛程上禾二十四秉下禾空實百二十升上法下實上禾一秉得實五升

數一曰變術求上禾取徑獨則如命分二物題用之衍債者三四物亦用

解曰方程命爲縱橫成方如三物命題三縱三橫三三列九數積同正方名縱列主實正負分和較同減異加皆爲載問加異減皆爲和求空之數如物滅一是物求三空數而二題相和題無正負此爲相較題

今有五雀六燕共重一斤同類實術各重燕輕交易一枚衡得其平問雀燕一枚各重幾何

方程式 計程	左右	雀	燕	兩
九章原題一條列於	右行	肆	壹	八兩
二條列於	左行	壹	伍	八兩
肆乘左爲	甲程	乂	廿	三十二
右與甲主列爲	乙程	〇	十九	廿四
補術曰伍乘右爲	丙程	廿	〥	四十
左與丙主列爲	丁程	十九	〇	廿
右主左與附 同減列爲	戊程	川	〤	〇

節鉄九章術曰如方程交易質之各重八兩雀四燕一重半斤燕五雀一重半斤令右行雀肆偏乘左行

右行先列雀四燕壹和重八兩

左行次列雀壹燕伍和重八兩偏乘左得數列甲程

四乘左得數列甲雀乂燕廿和重三十二兩

相減得乙雀〇燕十九和重廿四兩中法下實得燕一兩帶十九分兩之五

欲消燕乃爲丙雀廿燕〥和重四十兩解曰燕同乃得燕空故以左

有同減無異加丁雀十九燕〇併重卅二兩解曰上法下實得雀一枚重一兩帶十九分兩之十三

附捷法直減得戊雀川燕〤併重〇兩解曰即雀三當燕四也

九章求雀重術曰各分十九乘右行八兩又以重卅一乘燕壹相減如雀肆而一得雀重法精言長不能全錄

補求雀數術曰欲求雀數丙程先齊燕數故丁程同名減但得燕空即得雀重

附捷法求雀重術曰戊程直減得雀三燕四法三實得率七五以率乘六燕衍皆雀四枚半加雀五枚得和雀九枚半枚法斤數得雀重

今上禾三秉益實六斗當下禾十秉下禾五秉益實一斗當上禾二秉問上下禾一秉實各幾何

方程圖 計 偏	上禾	下禾	實
命題一條列甲	③	拾	六斗
命題二條列乙	貳	⑤	一斗
乙程倍之列丙	四	⑩	二斗
甲主丙實異減同加列丁	一	〇	八斗

解曰下禾甲十乙五丙倍五同十丁上禾一秉實八斗甲負三乘之得廿四斗加甲六斗得下禾十秉實卅斗

原題一條上禾叁秉負下禾十秉正較實六斗正列甲程

原題二條上禾貳秉正下禾伍秉負較實一斗正列乙程

乙倍之得上禾四秉正下禾十秉負較實二斗正列丙程

異減同加主負轉正上禾一秉正下禾〇秉空得實八斗正列丁程

徑股句爲八線之源補丙編句股之未備

徑爲正割股句即半徑正切徑爲餘割則股句即半徑餘切徑爲半徑則股句即正弦餘弦

授時曆曰矩分者切也曰內矩分者弦也曰引徑數者割也八線當股句兒閒方具得而也

黃鍾所容一千二百黍重十二銖倍其銖爲兩十六兩爲斤三十斤爲鈞四鈞爲石問易重一斤一爻一卦各得累黍銖兩斤鈞石若干對曰　一爻得百黍一銖　一卦得六銖　二卦四分兩之一　三卦六十四分斤之一　四卦九百二十分鈞之一　卦七十六百八十分石之一

加減乘除爲衍法之入門即爲衍法之全體誨爲初學啟蒙只宜循循善誘不可躐等而進先授加減口訣次授乘法乘法已熟然後可授除法（衍法雖深不外口訣終身誦之未畢在是）

加法口訣（乘法口訣下二字皆用加 言法口訣二句）

一加一 一加五減四 一加十減九
二加二 二加五減三 二加十減八
三加三 三加五減二 三加十減七
四加四 四加五減一 四加十減六
五加五 五〇〇〇〇 五加十減五
六加六 六加十減四 六加十一減五
七加七 七加十減三 七加十二減五
八加八 八加十減二 八加十三減五
九加九 九加十減一 九加十四減五

十字僅用 損前位者 凡單十百 千及萬億 兆京各前 位皆目十 口訣皆宜 橫讀（減法口訣）

減法口訣（除法口訣下二字皆用減 言法口訣二句）

一減一 一減五加四 一減十加九
二減二 二減五加三 二減十加八
三減三 三減五加二 三減十加七
四減四 四減五加一 四減十加六
五減五 〇〇〇〇 五減十加五
六減六 六減十加四 六減十一加五
七減七 七減十加三 七減十二加五
八減八 八減十加二 八減十三加五
九減九 九減十加一 九減十四加五

衍股一載述隨外篇卷三　加法口訣 乘除口訣　四十三

乘除口訣九九凡八十一句即商高所謂矩出於九九八十一也每句四字上字爲法第二字爲實第三字得數在本位第四字得數在下位（橫讀直讀熟方可授珠盤如學射者初學時未得見正鵠）

乘除口訣（或謂口訣只宜用四十五句乃不與歸訣相混不知法實有一定之位如法只一位者定以第一字爲法倘法實皆多位定借用第二字爲法不至顛口誤呼）

一一〇一	二一〇二	三一〇三	四一〇四	五一〇五	六一〇六	七一〇七	八一〇八	九一〇九
一二〇二	二二〇四	三二〇六	四二〇八	五二一〇	六二一二	七二一四	八二一六	九二一八
一三〇三	二三〇六	三三〇九	四三一二	五三一五	六三一八	七三二一	八三二四	九三二七
一四〇四	二四〇八	三四一二	四四一六	五四二〇	六四二四	七四二八	八四三二	九四三六
一五〇五	二五一〇	三五一五	四五二〇	五五二五	六五三〇	七五三五	八五四〇	九五四五
一六〇六	二六一二	三六一八	四六二四	五六三〇	六六三六	七六四二	八六四八	九六五四
一七〇七	二七一四	三七二一	四七二八	五七三五	六七四二	七七四九	八七五六	九七六三
一八〇八	二八一六	三八二四	四八三二	五八四〇	六八四八	七八五六	八八六四	九八七二
一九〇九	二九一八	三九二七	四九三六	五九四五	六九五四	七九六三	八九七二	九九八一

歸法口訣（首字法爲主 次字實當知 前位皆言進 本位即言歸 特加歸進字 乘訣免誤施 本二別附字 留除乃用之）

一歸
一一進一　附 一一歸九一（留除減一下加一）

（凡二歸乘除加減古法皆然因乘歸除明季始有 首位曰因後位曰乘總名曰乘 前位曰歸後位曰除總名曰除）

二歸
二一歸五　二二進一　附 二二歸九二（留除減一下加二）

三歸
三一歸三一　三二歸六二　三三進一　附 三三歸九三（留除減一下加三）

四歸
四一歸二二　四二歸五　四三歸七二　四四進一　附 四四歸九四（留除減一下加四）

五歸
五一歸二　五二歸四　五三歸六　五四歸八　五五進一　附 五五歸九五（留除減一下加五）

衍股一載述隨外篇卷三　歸法口訣　四十四

六歸
六一歸一四　六二歸三二　六三歸五　六四歸六四　六五歸八二　六六進一　附 六六歸九六（留除減一下加六）

七歸
七一歸一三　七二歸二六　七三歸四二　七四歸五五　七五歸七一　七六歸八四　七七進一　附 七七歸九七（留除減一下加七）

八歸
八一歸一二　八二歸二四　八三歸三六　八四歸五　八五歸六二　八六歸七四　八七歸八六　八八進一　附 八八歸九八（留除減一下加八）

九歸
九一歸一一　九二歸二二　九三歸三三　九四歸四四　九五歸五五　九六歸六六　九七歸七七　九八歸八八　附 九九歸九九（九歸無減一下加九之句）

加減出於河圖

一六居下各加一為二七
二七居上各加一為三八
三八居左各加一為四九
四九居右各加一為五十
五十居中朱子曰河以五生數統五成數圖而同處其方謹按五十居中良有以也

五加一為六　一減六為五　十減一為九　九減十為一
五減六為一　六減一為五　十減六為四　四減十為六
五加二為七　二減七為五　十減二為八　八減十為二
五減七為二　七減二為五　十減七為三　三減十為七
五加三為八　三減八為五　十減三為七　七減十為三
五減八為三　八減三為五　十減八為二　二減十為八
五加四為九　四減九為五　十減四為六　六減十為四
五減九為四　九減四為五　十減九為一　一減十為九

於加倍法圖按邵康節有加一倍法竊取其意發明圖蘊宇宙事物莫不有理有數此圖數包含古今萬有不齊之數照此遞加豈僅為參聊舉一隅以見加法

一	一	一	一
一	二	〣	〤
一	三	〦	十
一	四	十	〹
一	五	十〥	〺〥
一	六	〹〡	〥〦
一	七	〹〨	〨〤
一	八	〺〦	〡〢〇
一	九	〤〥	〡〦〥
一	十	〥〥	〢〢〇
一	十〡	〦〦	〢〨〦
一	十〢	〧〨	〣〦〤
一	十〣	〩〡	〤〥〥
一	十〤	〡〇〥	〥〦〇
一	十〥	〡〢〇	〦〨〇
一	十〦	〡〣〦	〨〡〦
一	十〧	〡〥〣	〩〦〩
一	十〨	〡〧〡	〡〡〤〇

節度一書遺 外術稿立

加減出於河圖 加倍河圖數

一	一 萬千百十個
〥	〦
十〥	〹〡
〺〥	〥〦
〧〇	〡〢〦
〡〢〦	〢〥〢
〢〡〇	〤〦〢
〣〣〇	〧〩〢
〤〩〥	〡〢〨〧
〧〡〥	〢〇〇〢
〡〇〇〡	〣〇〇〣
〡〣〦〥	〤〣〦〨
〡〨〢〇	〦〡〨〨
〢〣〨〇	〨〥〦〨
〣〇〦〇	〡〡〦〢〨
〣〨〧〦	〡〥〥〇〤
〤〨〤〥	〢〇〣〤〩
〥〩〨〥	〢〦〣〣〤

如三角平堆每邊五物問積察三行五層知十〥也　如尖堆每邊五物察四行五層知〺〥也

如平堆九堆由邊一至邊九問各積察三行由一層至九層知一〣〦十十〥〹〡〹〨〺〦〤〥也

如問九堆和數察四行九層知〡〦〥　如尖堆九堆由邊一至邊九問和積察五行九層知〤〩〥

如以詩牌十字限為集三字句若干不論成句與否只限不遺漏不重同問集若干句察四行十層知〢〢〇也　如十字內集四字察五行七層知〢〡〇也　如八十字內集十字察十一行七十二層之數是也　如八十字內集廿字察廿一行六十一層之數是也　如十人考拔場正副額二名若三年應試問數查三行九層數目同取〤〥數之一單取各〤〥之八不取〤〥之卄　以上姑即淺近者言之其包羅萬象不但此也神而明之存乎其人通高目矩之於數裁制萬物此數亦然若失致命知命之君子至誠感神理能勝數又非此數所能限量

五卷雜述全

爨絅廬祘

賸一卷

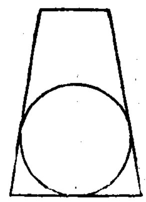
吳興劉氏
嘉業堂刊

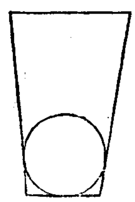
余弱歲嗜算苦於無書及從汪謝城先生門下乃得借根天元求一等術以兵燹故荒落者二十年此後館課閒之人事又擾之今年過六旬而所得止此甚非我師之所望於弟子也是稿本不足存然亦係歷年心血所成不忍割棄故備錄之以俟高明者正焉光緒二十五年己亥秋九月方貞元自識

吳興叢書

烏程方貞元著

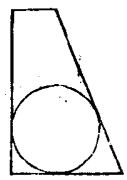
梯斜容圓他書均未之及惟一見於玉鑑擬此二術以補之

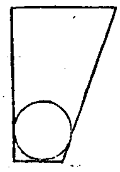




并下廣兩斜內減上廣餘以乘半徑與長乘下廣同數

小頭廣八　大頭廣三十二　中長二十二半　斜二十五半　大頭容圓徑十九二　小頭容圓徑十三三

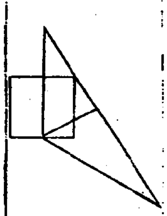




并下廣長斜內減上廣餘以乘半徑與長乘下廣同數

小頭廣十　大頭廣二十五　長三十六　斜三十九　大頭容圓徑二十　小頭容圓徑十二

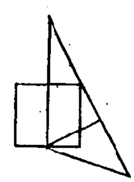
容方容圓莫詳於句股惟三角未備擬此數術以補之



小腰上容方　并兩垂線一小分底乘半方與垂線乘小腰同數

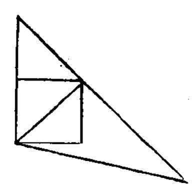
小腰十　大腰十八半　底二十五半　垂線六　小分底八　方徑六

大腰上容方



并兩垂線一大分底乘半方與垂線乘大腰同數

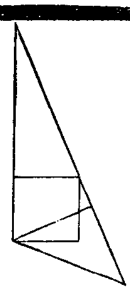
大腰十八半　小腰十　底二十五半　垂線六　大分底十七半　方徑七五二二五四二



小腰內容方　并垂線小分底乘方邊與垂線乘小腰同數

小腰四　大腰十三　底十五　垂線三二　小分底二四　方徑二二八五七

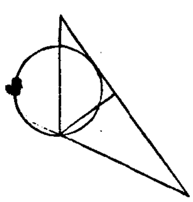
大腰內容方



并垂線大分底乘方邊與垂線乘大腰同數

大腰十三　小腰四　底十五　垂線三二　大分底十二六　方徑二六三三二

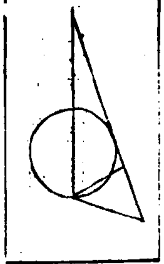
小腰上容圓



并小腰垂線乘半徑與垂線乘小腰同數

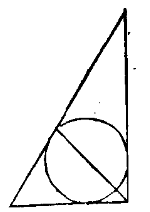
小腰十三　大腰二十　底二十一　垂線十二　圓徑十二四八

大腰上容圓　幷大腰垂線乘半徑與垂線乘大
腰同數



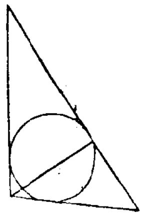
大腰二十　小腰十三　底二十
一　垂線十二　圓徑七五

小腰內容圓　小腰垂線小分底和乘半徑與垂
線乘小腰同數



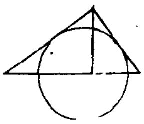
小腰十　大腰十七　底二十一
垂線八　小分底六　圓徑六
六六六

大腰內容圓　大腰垂線大分底和乘半徑與垂
線乘大腰同數



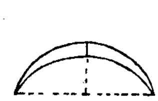
大腰十七　小腰十　底二十一
垂線八　大分底十五　圓徑六
八

底邊上容圓　兩腰和乘半徑與垂線乘底邊同
數大腰二十二半　小腰十九半
底二十一　垂線十八　圓徑十
八



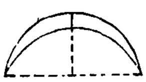
古率改定率　古率圓周比定率少一百十三分之十
六故徑十六因一一三除之加入古周卽定率圓周
其圓積少一百十三分之四故徑自乘四因之一一
三除之加入古積卽定率圓積

平圓所截新月形積　倍虛矢幷弦與兩周距以兩周
距乘之折半得古率積



弦三十二　虛矢十二　弦二十四　虛矢六
兩周距四　新月積一　兩周距三　新月積
百二十　五十八半

新月形求定率積　古率圓積與定率圓積比若古率
新月積與定率新月積比



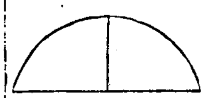
虛矢六　兩周距三　弦二十四
徑二十五　古積五十八半
一率　古率圓積四六八七五
二率　定率圓積四九〇八七五
三率　古率新月積五八五
四率　定率新月積六一二六奇

新月形求外內弧線

上題　外圓徑二十五　古周
七五　古弧三〇四八　定周
七八五四　內圓徑三十　古
周九〇　古弧二六四　定周
九四二四八

以外古周比定周若古弧與定弧三一九一八六五六
以內古周比定周若古弧與定弧二七六四六〇八

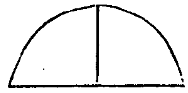
平圓所截弧矢形求定率積　古圓積與定圓積比若古弧矢積與定弧矢積比



弦二十四　矢六　古積九十　圓徑三十

一率　古圓積六七五
二率　定圓積七〇六八六
三率　古弧矢積九十
四率　定弧矢積九十四二四八

弧矢形求弧線　古周與定周比若古弧與定弧比



弦八　矢二　圓徑十　古弧八八

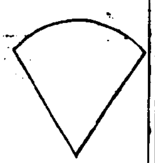
一率　古周三
二率　定周三一四一六
三率　古弧八八
四率　定弧九二一五三六

分圓形求弧線倣此

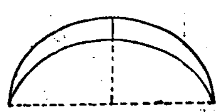
平圓所截分圓形求定率積　古圓積與定圓積比若古分圓積與定分圓積比

半徑五　弧線八八　古積二十二

一率　古圓積七五
二率　定圓積七八五四
三率　古分圓積二十二
四率　定分圓積二十三〇三八四



撱圓所截新月形積　撱圓長徑四十短徑三十二半
古積四百八十半定積五百〇二六五六



短徑上新月形　兩周距四　虛矢十二

借小徑〣〢為平圓弦求得新月積〢〇弧矢積〣〤并得〣〤為古率平圓半積

一率　半平圓古積三八四
二率　半撱圓定積五〇二六五六
三率　古新月積一二〇

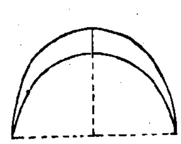
四率　撱新月積一五七〇八

又法　平圓新月〢〇弧矢〣〤以短長兩半徑比例得撱圓古積新月〡〤弧矢〢〤并得〤〇為古率撱圓半積　平圓弦〢〢自乘二因〡〢除之得古新月弧矢共差十八一二四以短長兩半徑比例得撱定差二十二六五五

一率　古率撱圓半積四八〇
二率　撱定率差二二六五五
三率　古率撱新月積一五〇
四率　撱定率新月差七〇八

以差加撱新月積得新月形定率積一百五十七〇八

長徑上新月形　兩周距六　虛矢十四



借大徑〤〇爲平圓弦求得新月積丨卜丨弧矢積三丄三并得丄〇〇爲古率平圓半積

一率　半平圓古積六〇〇

二率　半搚圓定積五〇二六五六

三率　古新月積二二二

四率　搚新月積一八五九八二七二

又法　平圓新月丨卜丨弧矢三丄三以長短兩半徑比例得搚圓古積新月丨丄丨弧矢三乂并得乂〇爲古率搚圓半積　平圓弦〤〇自乘二因丨川除之得古新月弧矢共差二十八三一八五八四以長短兩半徑

比例得搚定差二十二六五五

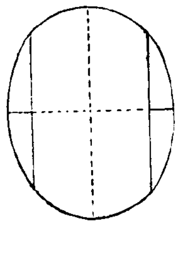
一率　古率搚圓半積四八〇

二率　搚定率差二二六五五

三率　古率搚新月積一七七六

四率　搚定率新月差八三三八三

以差加搚新月積得新月形定率積一百八十五九八三弱

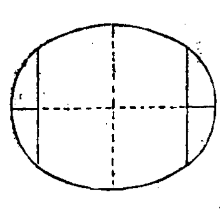


搚圓所截弧矢形積　搚圓長徑二十短徑十六古積二百四十定積二百五十一三二七四

短徑上弧矢形　矢一六　弦十二

弦以長短兩半徑比例得平圓截弧矢形之弦九六求得古積八九六　平圓弦自乘二因丨川除之得差一六三二一五加入古積得定率短徑平圓截弧矢積十〇五九一一五以短長兩半徑比例得短徑截搚弧矢積十三二三八九

長徑上弧矢形　矢四　弦十二八



弦以短長兩半徑比例得平圓截弧矢形之弦十六求得古積四十　平圓弦自乘二因丨川除之得差四五三一　加入古積得定率長徑平圓截弧矢積四十四五三一以

長短兩半徑比例得長徑截搚弧矢積三十五六一四八

求弧背　以短徑十六求得弧背九九二　又以長徑二十求得弧背十七六　乃比例之

一率　古率平圓全周即兩个倍弧背相并數五五〇四

二率　定率搚圓全周五六九

三率　古率平圓短徑上弧背九九二

四率　定率搚圓短徑上弧背十〇二五五二

三率　古率平圓長徑上弧背十七六

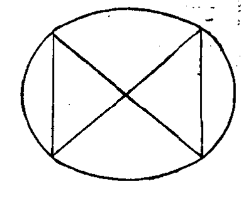
四率　定率搚圓長徑上弧背十八一九四八

搚圓所截分圓形積　搚圓長徑十短徑六古積四十

五定積四十七一二四

短徑上分圓形　弦八　矢一二

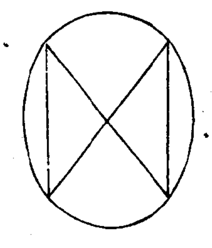
弦以長短兩半徑比例得平圓截分圓形之弦四八求得古弧五二八分圓積七九二　平圓弦自乘二因⊢‖除之得差○四○七八加入古積得定率積八三二七八以短長兩半徑比例得揹分圓形定率積十三八八



長徑上分圓形　弦三六　矢一

弦以短長兩半徑比例得平圓截分圓形之弦六求得古弧六二二分圓積十五五平圓弦自乘二因

⊢‖除之得差○六三七一七加入古積得定率積十六一三七一七以長短兩半徑比例得揹分圓形定積九六八二



求弧背

一率　古率平圓全周卽兩个倍弧背相幷數三九六

二率　定率揹圓全周二五九○六二

三率　古率平圓短徑上弧背五二八

四率　定率揹圓短徑上弧背五九五七五

三率　古率平圓長徑上弧背六二

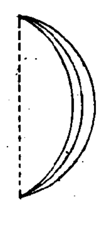
四率　定率揹圓長徑上弧背六九九五六

立圓所分瓜瓣體　腰闊以正弦中數六三七乘之如半徑一○○○而一又以瓣長乘之得曲面積

或圓徑乘周率三一四一六以腰闊除之得若干分以除圓球面三一四一六得數以徑冪乘之亦得曲面積　半徑乘曲面積三歸得瓜瓣分圓體積

圓徑十二寸腰闊二寸三五六二弱瓣長十八寸八四九五

正弦乘腰闊又以瓣長乘之得曲面積二十八寸二九弱　圓徑乘周率以腰闊除之得十六分以除

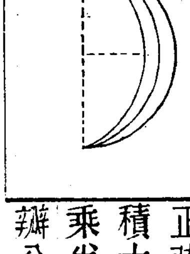


球面得○一九六三五以徑冪一百四十四乘之亦得曲面積二十八寸二七強　半徑六寸乘曲面積三歸得瓜瓣分圓體積五十六寸五四八八

揹圓所分瓜瓣體積　腰闊以正弦中數六三七乘之如半徑一○○○而一又以瓣長乘之得曲面積　腰闊長扁揹圓以長短徑乘半短長徑冪乘之三歸得瓜瓣分圓體積　或長扁揹圓以短長徑乘周率三一四一六以腰闊除之得若干分以除球面三一四一六得數以兩徑相乘冪乘之長扁揹圓又以半短長徑乘之三歸亦得瓜瓣分圓體積

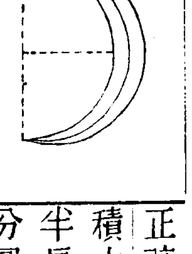
長徑十短徑八長瓜瓣形腰闊一寸五七○八瓣長十

四寸二三一四二



正弦乘腰闊又以瓣長乘之得曲面積十四寸二三一四二　腰闊以長徑乘半短徑冪四十乘之三歸得長瓜瓣分圓體積二十寸〇九四四

短徑八長徑十扁瓜瓣形腰闊一寸九六三五弱瓣長十四寸二三一四二



正弦乘腰闊又以瓣長乘之得曲面積十七寸七八强　腰闊以短徑乘半長徑冪四十乘之三歸得扁瓜瓣分圓體積二十六寸一八

十一

又長扁瓜瓣形以長短徑乘周率各以腰闊除之得十六分以除球面三一四一六得〇一九六三五以兩徑相乘冪八十乘之得十五七〇八半長短徑乘之三歸得長扁形體積二十寸〇九四四　二十六寸一八

積較開方　凡平方積依例作點約其數而退商之設邊若干加倍減一爲其底以設邊之平積依其底遞加二數以加之至與本平積相合乃以末次之底加一折半得方邊

平方積〦〤〇〇〩開方　設邊〢〇〇加倍減一得底〣〩〩　設積〤〇〇〇〇加底〤〇〡〤〇〣〥〇〥所得與本積合乃以底〥〇〥加一折半得方邊二百五十三

平方積〤〦〡〇〤〡開方　設邊〦〇〇加倍減一得底〡〡〩〩設積〣〦〇〇〇〇加底〡〢〇〡〡〢〇〣〡〣〥〧所得與本積合乃以底〡〣〥〧加一折半得方邊六百七十九

積較開方　凡立方積依例作點約其數而退商之設邊若干求得立積設邊加一與設邊相乘折半六因加一以加之又設邊加二與設邊加一相乘折半六因加一以加之仿此遞加至與本立積相合乃以所加次數若干并原設邊爲開得之方邊也

立方積〢〡〩〧開方設邊〡〡求得積〡〣〣〡設邊加一以設邊乘之折半六因加一得〣〩〧加入積又設邊加二以設邊乘之折半六因加一得〤〦〩加入積所得與本積合乃以所加次數二并原設邊得方邊十三

立方積〡〥〦〢〥開方設邊〢〢求得積〡〇〦〤〨設邊加一以設邊乘之折半六因加一得〡〥〡〩加入積設邊加二乘之折半六因加一得〡〦〥〧加入積設邊加三以設邊加二乘之折半六因加一得〡〨〇〡加入積所得與本積合乃以所加次數三并原設邊得方邊二十五

垛積開方　諸乘方各照本法隔位作點以定首數更視各乘方表尾位以定末數而總約其商數

平方約實可商何數如平三角堆術入之以商數爲底加一乘底爲兩个三角積以實反減之餘即方邊不合者改商之

十二

平積〢〤〇〡開方　約商〤〤加一以〤〤乘之得〢〤〥〇以實反減之得方邊四十九

立方　約實可商何數如立三角堆術入之以商數為底加一乘底為兩个三角積又底減一乘之以減實餘即方邊不合者改商

立積〥〦〣　約商〣〦加一以〣〦乘之得〤〩〡又以〣〦減一乘之得〥〣〡〢以減實得方邊三十七

三乘方　約實可商何數如三乘三角堆術入之以商數為底加一乘底為兩个三角積以底乘之又以底減一乘之以減實餘反減上兩个三角積即方邊不合者改商

三乘積〣〩〥　約商〢〥加一以〢〥乘之得〦〥〇以〢〥乘之得〡〦〢〥〇又以〢〥減一乘之得〦〇〇以減實餘〦〢〥反減上〦〥〇得方邊二十五

四乘方　約實可商何數如四乘三角堆術入之以商數為底加一乘底為兩个三角積以底乘之又以底乘之加上兩个三角積而以底減一乘之減實餘即方邊不合者改商

四乘積〦〨〩　約商〡〢加一以〡〢乘之得〡〥〦以〡〢乘之得〡〨〧〢以〡〢乘之又以〡〢乘之得〢〨〦加上〡〨〧〢而以底〡〢減一乘之得〦〨〩減實得方邊十二

比例開方　凡平方積依例作點約其數而退商之設邊若干與約得之本邊相乘為設積設積與本積比若設邊與本邊比

平積三百六十一開方　設邊〡〨

一率三百四十二　二率本積三百六十一

三率設邊十八　四率本邊十九

平積三百二十四　設邊〡〦

一率設積二百八十八　二率三百二十四

三率設邊十六　四率本邊十八

比例開方　凡平方積依例作點約其數而退商之先定初商為設邊求得設積再約次商乘設邊為廉積設積加一廉積與本積比若設邊與本邊比

平積二百二十五開方　設邊十設積一百約次商五乘設邊得五十為廉積以加設積共〡〥〇

一率設積一百五十　二率本積二百二十五

三率設邊十　四率本邊十五

平積十〇二四開方　設邊三設積九約次商二以乘設邊得〇六為廉積以加設積共〩〦

一率設積九六　二率本積十〇二四

三率設邊三　四率本邊三二

平積一千七百六十四開方　設邊四十設積一千六百約次商二以乘設邊得八十為廉積以加設積共〡〦〨〇。

一率設積一千六百八十二率一千七百六十四

三率設邊四十　四率本邊四十二

平積一百五十一二九開方　設邊十二設積一百四十四再約得三商三以乘設邊得三〡為廉積以加設積共〦丄

一率設積一四七六　二率本積一五一二九

三率設邊十二　四率本邊十二三

平積六百五十五三六開方　設邊二十五設積六百二十五約三商六以乘設邊得十五為廉積以加設積共以〇

一率設積六四〇　二率本積六五五三六

三率設邊二十五　四率本邊二十五六

按右兩題係先定初次商為設邊求得設積再約三商乘設邊為廉積

比例開方　凡立方積依例作點約其數而退商之設邊若干與商得之本邊自乘方相乘為設積設立方積與本立方積比若設立方邊與本立方邊比

立方積〣〣〨開方　設邊〣〤本邊平冪〡〨〨

一率設積三一五〇　二率本積三三七五

三率設邊十四　四率本邊十五

立方積〡〨〣〤開方　設邊〣〡本邊平冪〡〤〨

一率設積一四三七五　二率本積一五六二五

三率設邊二十三　四率本邊二十五

立方積〤〤〦開方　設邊〦〨本邊平冪〤〡

一率設積二六九〇八　二率本積二九七九一

三率設邊二十八　四率本邊三十一

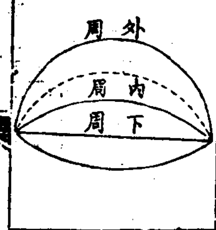
長方代開法　凡有積有長闊和者和自乘減倍積餘長闊冪并加和較一加一和較二加二和較三加三和減亦如之　和折半為長冪再減和為闊冪各以積減之如并兩餘數同於和數則一為闊一為長若并兩餘數兩倍三倍於和數則兩邊各以二除或以三除之而為闊與長　凡有積有長闊較者較自乘加倍積為長闊冪并商得闊數較乘之以減積為闊冪闊冪減長闊冪并為長冪各以積減之如兩餘數相減同於較數則一為闊一為長若兩餘數相減兩倍三倍於較數則兩邊各以二除或三除之而為闊與長

帶縱立方代開法　凡長闊相等之縱立方有積有高闊和較者高闊和較自乘約商得長以乘之加減四倍積以長除之得高闊和較冪開平方得高闊和較若高闊相等之縱立方自乘約開方方有高長和較或有長闊和較者則以商得高或闊以乘之各如上法得和較冪開方

凡長闊高皆不等之縱立方有積有長闊與高闊和較者則以高闊和較自乘約商得長以乘之加減四倍積以長除之得高闊和較冪開平方得高闊和較如有長闊和較與高長和較者則以高長和較自乘約商得闊以乘之亦如上法求得和較冪開方

按古九章題四

宛田二題乃半㮜圓體求曲面積也原書泥於圓錐
之術故得數少耳今擬草如左



宛田下周三十步徑十六步問爲田幾何

底徑十步爲小徑以外周十六步乘之如內周十五步而一得大徑十步○六六六兩徑相乘以古率圓球曲面積三乘之折半得宛田積一百六十步

宛田下周九十九步徑五十一步問爲田幾何

底徑三十三步爲小徑以外周五十一步乘之如內周四十九步半而一得大徑三十四步兩徑相乘以古率圓球曲面積三乘之折半得宛田積一千六百八十三步

蒲莞大小鼠二題行素軒以得數爲偶合非通法此不但非盈不足所能御卽天元亦難下手云云今擬草如左

蒲生一日長三尺莞生一日長一尺蒲日自半莞日自倍問幾何日而相等

蒲　三　〡〥　〥〦○

莞　一　二　四

天元○〡爲日數減去初兩日得廿〡以第三日兩長數相減餘〣〢〥乘之得〦〢〥〣〢〥寄左初兩日長數相減得〡〥爲同數消左得〤〥〣〢〥除得二日又〣〤約得〣六

垣厚五尺兩鼠對穿大鼠日一尺小鼠亦日一尺大日自倍小日自半問幾何日而相逢

大鼠　一　二　四

小鼠　一　○〥　○〥〥

天元○〡爲日數減去初兩日得廿〡以第三日兩長數相幷得〤〥乘之得〣〥〤〥寄左初兩日長數幷得〤〥以減垣厚餘○〥爲同數消左得〤〥〤〥除得二日又〣〤約爲〣〣

附同文館題一

瓜豆同日發芽生蔓瓜蔓初日長一尺六寸以後日減半豆蔓初日長一寸以後日加半問幾何日而相等

瓜　〦　八　四　二　一

豆　一　二　四　八　〦

天元○〡爲日數減一得十〡爲末一層倍數二之乘方指數寄左　瓜一尺六寸遞折半至一寸豆一寸遞加倍至尺六寸各四次卽連比例率數四消左得〤〡除得五日

附行素軒題二

蒲生初日八尺莞生初日二尺蒲日自半莞日自倍問幾何日而相等

蒲　八　四　二

莞　二　四　八

天元〇丨爲日數減一得丄丨寄左　蒲八尺遞折半至二尺莞二尺遞加倍至八尺各二次即連比例率數二消左得卌丨除得三日

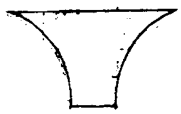
垣厚七尺兩鼠初日各穿八寸大鼠日倍小鼠日半問幾何日而相逢

大鼠　一　八　丄　三丨

小鼠　八　四　二

天元〇丨爲日數減去初兩日得卄丨以第三日兩長數相并得〤乘之得〦〤寄左　初兩日長數并得〥以減垣厚餘〤爲同數消左得〦〤除得三爲日數

舂米臼形求積　上徑自乘以圓率〦〤乘之又以中高乘之得外圓柱積五千六百五十四八八　下徑自乘以圓率〦〤乘之又以中高乘之得內圓柱積九百〇四七八〇八上下徑相減折半得六爲半較并下徑得中徑十四以周率〦〤乘之得中周四十三九八二四以高乘半較之數〦〤乘之得四千七百五十〇一副置兩位　一以圓率〦〤乘之得〦環體積三千七百三十〇七二八　一以方圓兩率較〦〤乘之



上徑二〇

下徑八寸

中高一八

得〦環體積一千〇十九三七一五　乃以凸形積減上外圓柱積或以凹形積加上內圓柱積均得臼積一千九百二十四寸一五二　國朝石法〦〇除之得容米六斗〇八合九勺〇八八六

求句股弦三事皆整數法　凡句自乘即股弦和較相乘羃本此推之任設一數或奇或偶以爲句取其自乘數爲股弦和則較一故減一折半爲股取其自乘數二之一爲股弦和則較二故減二折半爲股取其自乘數三之一爲股弦和則較三故減三折半爲股其餘仿此各以所得股減股弦和爲弦

設句七自乘得股弦和四十九減一折半得股二十四減和得弦二十五

設句十二自乘取二之一得股弦和七十二減二折半得股三十五減和得弦三十七

設句十六自乘取四之一得股弦和六十四減四折半得三十爲股減和得弦三十四

設句二十自乘取八之一得股弦和五十減八折半得股二十一減和得弦二十九

求兩平方之和亦爲平方　任設數〢〡各自乘相減餘自乘得九　又相乘倍之自乘得十六　兩數和二十五亦平方也　任設數〤〣各自乘相減餘自乘得四十九　又相乘倍之自乘得五百七十六　兩數

和六百二十五亦平方也
求兩平方之較亦爲平方　任設數二三各自乘相幷自乘得一百六十九　又相乘倍之自乘得一百四十四　兩數較二十五亦平方也　任設數三四各自乘相幷自乘得六百二十五　又相乘倍之自乘得五百七十六　兩數較四十九亦平方也
求兩平方相乘相除亦爲平方　任設數一二各自乘得一得四又相乘得四爲二之平方　任設數四五各自乘得十六得二十五又相乘得四百爲二十之平方　若以一除四得四以十六除四百得二十五皆平方也
求兩立方相乘相除亦爲立方　任設數四五各再乘得六十四得一百二十五　又相乘得八千爲二十之立方　任設數一二各再乘得一得八又相乘得八爲二之立方　若以六十四除八千得一百二十五以一除八得八皆立方也　按此皆連比例前後率與中率相求也

爨桐廬祘賸一編吾鄉方沁梧先生之遺著也先生諱貞元字沁梧一字省吾烏程人工制藝咸同閒負盛名惜文章憎命屢躓秋風以恩貢候選教諭坐老青氈他人處此未免侘傺失志而先生夷然絕不介意惟旭歴鋭銀於九九術若相依爲命者然所著祘稿不下四五種歿後散佚無存屢是編爲張蓴蓀師所藏弆今歲始夏出畀承幹屬付剞劂中所演題雖出入於舊算書然其立法皆自心得一無依傍如瓜瓣體之求曲面積用正弦中數開諸乘方之用垜積比例捷訣近今積學之士有百思不到者嗟乎一藝之成彼皆有以自得不能執途人而共喻之斯言誠不誣也吾邑楊誠之星使精代微積術所著須曼廬祘草已刊入吳興叢書今得是編賡續鋟梓不獨新舊相輔道不孤行益見鄉先輩之專精藝術皆出於性所篤好無所爲而爲之爲不可企及也巳辛酉仲秋吳興劉承幹跋

中國數學九章最古自是而後述作滋多其最善者則有二術一曰求一一曰立天元一竊奇耦之情莫善於求一盡方圓之變莫善於立天元一夫天元之法自宋秦九韶數學九章及元李冶測圓海鏡益古演段諸書出遂知立天元一爲算家至精之術梅文穆公謂爲借根方法之所自出借根方者譯言東來法也即西國古時之代數可見西人算學未嘗不與中合也至於天元之妙觀尹錫瓚所著之天元算術知割圓八線諸法無不可入以天元凡他術不能馭者天元能馭之他術不能一以貫之者天元能一以貫之此天元至深微之地與西之代數異派而同流也代數之學皆爲方程即借

根方之相等法有一次二次多次式後學演習以此識途而天元之方程與代數式異而理不異特方程見於九章而以天元演之者則古無專書耳今潯溪方省吾先生特著是編能令學者洞然矣先生博通經史尤嗜數術并研究天文地理格致諸學而是書不過管中一斑猶未足以規全豹也獨是今之言數喜習新法皆用代數而不用天元即有一二究天元者不過習帶分寄母同數相消各法而方程一門則皆演於代數今先生之作是書欲學者知天元之理未嘗殊於代數也天元之妙未嘗遜於代數也書中列題無多非以方程盡其用而以方程發其凡以見今之習算者每厚西而薄中

焉誤已蒙於九九一道僅涉藩籬何足以知先生之堂奧今其外孫龐君馥庭囑校付梓并爲之序遂謬綴數語而揭其大略於簡端云爾光緒戊戌仲冬之月元和

玉書項思勛敘

代數之於四元名異而實同其開方新法又即古之正負開方術此無異借根方之爲東來法也今算家崇尚西學以爲中土所不及豈通人之論哉向館穀豐邨張氏曾將九章中方程一門演爲細草以示及門近外孫來函索書因檢敝簏得之即以持贈俾爲天元術入門之一助且是書前人所未及倘得付梓可與馮景亭先生孤矢算術細草並行特述其緣起如此光緒戊戌年冬月六十四老人省吾識

夔桐廬衍賸續編

吳興叢書
烏程方貞元著

九章方程

第一問　今有上禾三秉中禾二秉下禾一秉實三十九斗上禾二秉中禾三秉下禾一秉實三十四斗上禾一秉中禾二秉下禾三秉實二十六斗問上中下禾實一秉各幾何

答曰上禾一秉九零四分之一斗中禾一秉四零四分之一斗下禾一秉二零四分之三斗

法曰立天元一爲上禾〇丨如問列之得卌卄爲中禾二下禾一如上式卌卄爲中禾三下禾一如中

式卌十爲中禾二下禾三如下式以上式減中式得卌丨爲中禾一如右式三因中式卌下以下式減之得卌卌爲中禾七如左式寄左七因右式得卌丌爲同數相消得卌上實下法除得九斗又四分之一爲上禾一秉數

第二問　今有上禾七秉損實一斗益之下禾二秉而實十斗下禾八秉益實一斗與上禾二秉而實十斗問上下禾實一秉各幾何

答曰上禾一秉一零五十二分之十八斗下禾一秉五十二分之四十一斗

法曰立天元一爲上禾〇丨如問列之以減實十斗

得卜卄爲下禾二如右式卌卄爲下禾八如左式八因右式得卌卌寄左二因左式得卌卌爲同數相消卌卌上實下法除得一斗又五十二分之十八爲上禾一秉數

第三問　今有上禾二秉中禾三秉下禾四秉實皆不滿斗上取中中取下下取上各一秉而實滿斗問上中下禾實一秉各幾何

答曰上禾一秉二十五分之九斗中禾一秉二十五分之七斗下禾一秉二十五分之四斗

法曰立天元一爲上禾〇丨二之以減一斗得丨卄爲中禾一三之減一斗得卄丁爲下禾一四之以

減一斗得卌卌爲上禾二寄左以天元爲同數相消得卌卌上實下法除得二十五分之九斗爲上禾一秉數

第四問　今有上禾五秉損實一斗一升當下禾七秉上禾七秉損實二斗五升當下禾五秉問上下禾實一秉各幾何

答曰上禾一秉五升下禾一秉二升

法曰立天元一爲上禾〇丨五之減一斗一升得卌卌爲下禾七如右式七之減二斗五升得卌丌爲下禾五如左式五因右式得卌卌七因左式得卌卌相消得卌卌上實下法除得五升爲上禾一秉

數

第五問　今有上禾六秉損實一斗八升當下禾十秉
下禾十五秉損實五升當上禾五秉問上下禾實一
秉各幾何

答曰上禾一秉八升下禾一秉三升

法曰立天元一爲上禾〇丨六之減一斗八升得𡿨
丅爲下禾十如右式五之加五升得〡〢〣爲下禾
十五如左式十因之得〣〣𠄞五因右式得𡿨〇
相消得𡿨〇上實下法除得八升爲上禾一秉數

第六問　今有上禾三秉益實六斗當下禾十秉下禾
五秉益實一斗當上禾二秉問上下禾實一秉各幾

何

答曰上禾一秉八斗下禾一秉三斗

法曰立天元一爲上禾〇丨三之加六斗得丅〣爲
下禾十寄左倍天元減一斗得𠄞〢爲下禾五二
之得卄〣爲同數相消得𠄢十上實下法除得八
斗爲上禾一秉數

第七問　今有牛五羊二值金十兩牛二羊五值金八
兩問牛羊各值幾何

答曰牛一值金一零二十一分之十三兩羊一值
金二十一分之二十兩

法曰立天元一爲牛〇丨五之以減十兩得丨〇𠄥爲
羊二如右式倍天元以減八兩得𠄢卄爲羊五如
左式二之得〣𠄥寄左五因右式得𡿨〇爲同數
相消得𠄥𡿨上實下法除得金一兩又二十一分
之十三爲牛價

第八問　今有賣牛二羊五以買十三豕有餘錢一千
賣牛三豕三以買九羊適足賣羊六豕八以買五牛
不足錢六百問牛羊豕價各幾何

答曰牛價一千二百羊價五百豕價三百

法曰立天元一爲牛價〇丨二之減錢二千得〡〢
爲十三豕少五羊如上式三因天元得〇〣爲九
羊少三豕如中式五因天元減錢六百得〡〣爲
六羊多八豕如下式八因中式得〇𠄥爲七十二
羊少二十四豕三因下式得𡿨𠄥爲十八羊多二
十四豕并之得𡿨𠄥爲九十羊爲右式三因上式
得𡿨丅爲三十九豕少十五羊十三因中式得〇
𠄥爲一百十七羊少三十九豕并之得𡿨𠄥爲一
百零二羊爲左式以九十乘之得𡿨〣寄左列右
式以一百零二乘之得式𡿨𠄥爲同數相消得〣
〡上實下法除得一千二百爲牛價

第九問　今有五雀六燕集稱之衡雀俱重燕俱輕一
雀一燕交而處衡適平并燕雀重一斤問燕雀一枚
各重幾何

答曰雀重一零十九分之十三兩燕重一零十九分之五兩

法曰立天元一爲雀〇丨四之以減八兩得𝍢𝍫爲燕五因得𝍢〇𝍭加天元得𝍢〇𝍣以八兩消之得𝍡𝍤上實下法除得一零十九分之十三兩爲雀重

第十問　今有甲乙二人持錢不知其數甲得乙半而錢五十乙得甲太半而錢亦五十問甲乙持錢各幾何

答曰甲三十七錢半乙二十五錢

法曰立天元一爲甲錢〇丨以減五十得𝍤〇𝍭十爲半乙倍之得𝍤〇𝍫以減五十得𝍤〇𝍡爲太半甲三之得𝍤𝍭丅寄左倍天元相消得𝍤𝍭𝍢上實下法除得三十七錢半爲甲持錢數

第十一問　今有二馬一牛價過一萬如半馬之價一馬二牛價不滿一萬如半牛之價問牛馬價各幾何

答曰馬價五千四百五十四零十一分之六錢牛價一千八百十八零十一分之二錢

法曰立天元一爲馬價〇丨三之以減二萬得𝍡〇〇〇〇𝍫爲二牛二之以減二萬得𝍡〇〇〇〇𝍫爲五牛五因上式得𝍡〇〇〇〇𝍭寄左二因下式得𝍣〇〇〇〇𝍫爲同數相消得𝍦〇〇〇〇𝍪上實下法除得馬價五千四百五十四又十一分之六錢

第十二問　今有武馬一匹中馬二匹下馬三匹皆載四十石至坂皆不能上武馬借中馬一匹中馬借下馬一匹下馬借武馬一匹乃皆上問武中下馬一匹各力引幾何

答曰武馬二十二石七分之六中馬十七石七分之一下馬五石七分之五

法曰立天元一爲武馬力〇丨以減四十石得𝍣〇十爲中馬二之得𝍧〇𝍫以減四十石得𝍤𝍭𝍡爲下馬三之得𝍥〇丅以減四十石得𝍥〇𝍮爲武馬以天元消之得𝍥〇𝍬上實下法除得武馬力引二十二石七分之六

第十三問　今有五家共井甲二綆不足如乙一綆乙三綆不足如丙一綆丙四綆不足如丁一綆丁五綆不足如戊一綆戊六綆不足如甲一綆各得所不足一綆皆逮問井深綆長各幾何

答曰井深七丈二尺一寸甲綆二丈六尺五寸乙綆一丈九尺一寸丙綆一丈四尺八寸丁綆一丈二尺九寸戊綆七尺六寸

法曰立天元一爲井深〇丨減甲二綆得𝍫丨爲乙三之得丅𝍢減井深得丅𝍫爲丙四之得𝍣𝍬減井深得𝍣𝍮爲丁五之得𝍤〇𝍯減井深得𝍤〇𝍯爲戊六之得𝍦〇𝍱減井深得𝍦〇𝍱爲甲以甲一綆消

之得〦〧

案此式上卽并率下卽甲率此問若以天元爲并地元爲甲則得今式〨〩不能求云式左卽并率右卽甲率也或以天元爲甲地元爲乙則得今式〩〦亦不能求云式左卽甲率右卽乙率也照九章註釋大約如是

第十四問　今有白禾二步青禾三步黃禾四步黑禾五步實各不滿斗白取青黃青取黃黑黃取黑白黑取白青各一步而實滿斗問白青黃黑禾實一步各幾何

答曰白禾一百十一分之三十三斗青禾一百十一分之二十八斗黃禾一百十一分之十七斗

黑禾一百十一分之十斗

法曰立天元一爲白禾〇丨倍之減一斗得丨〹爲青一黃一如上式并三四兩行減倍天元得〢〹爲青一黃四黑六又減上式得丨〇爲黃三黑六如中式天元減三行得丨十爲黃四黑一如下式四因中式〣〇爲黃十二黑二十四三因下式〣卌爲黃十二黑三相減餘丨〣爲黑二十一寄左三因上式得〣〧爲青三黃三減次行丨〇得〹丅爲黑一少黃二倍之得〹〢爲黑二少黃四并下式得〹丄爲黑三如右互乘以齊之三乘左式得〣〣二十一乘右式得〤〦兩邊爲同數相消得〤〦折半〦〢法大於實命爲一百十一分之三十三斗卽白禾一步之實

第十五問　今有甲禾二秉乙禾三秉丙禾四秉重皆過於石甲二重於乙一乙三重於丙一丙四重如甲一問甲乙丙禾一秉各重幾何

答曰甲禾二十三分之十七石乙禾二十三分之十一石丙禾二十三分之十石

法曰立天元一爲甲禾〇丨二之減一石得丨〢爲乙禾三之得〹丅減一石得〹丅爲丙禾四之得〤〦減一石得〤〦爲甲禾以天元消之得〤〦上實下法除得甲禾重二十三分之十七石

第十六問　今有令一人吏五人從者十人食雞十令十人吏一人從者五人食雞八令五人吏十人從者一人食雞六問令吏從者各食雞幾何

答曰令一人食雞一百二十二分之四十五吏一人食雞一百二十二分之四十一從者一人食雞一百二十二分之九十七

法曰立天元一爲令〇丨以減十雞得〡〇十爲吏五從十如上式十之以減八雞得〦〧爲吏一從五如中式五之以減六雞得丅〦爲吏十從一如下式倍上式〡〇〹以減下式得〣〢爲從十九如右

式五因中式[illegible]以減上式得[illegible]爲從十五如左式以十九十五互因之得右[illegible]左[illegible]兩相消得[illegible]上實下法除得一百二十二分之四十五爲令食雞

第十七問　今有五羊四犬三雞二兔値錢一千四百九十六四羊二犬六雞三兔値錢一千一百七十五三羊一犬七雞五兔値錢九百五十八二羊三犬五雞一兔値錢八百六十一問羊犬雞兔價各幾何

答曰羊價一百七十七犬價一百二十一雞價二十三兔價二十九

法曰立天元一爲羊〇丨如問列之得[illegible]爲四犬

三雞二兔如上式[illegible]爲二犬六雞三兔如下式[illegible]爲一犬七雞五兔如右式[illegible]爲三犬五雞一兔如左式倍右式[illegible]以下式減之得[illegible]爲八雞七兔如前式三因右式[illegible]以左式減之得[illegible]爲十六雞十四兔如後式倍前式[illegible]以消之得[illegible]上實下法除得一百七十七爲羊價

第十八問　今有麻九斗麥七斗菽三斗米二斗黍五斗値錢一百四十麻七斗麥六斗菽四斗米五斗黍三斗値錢一百二十八麻三斗麥五斗菽七斗米六斗黍四斗値錢一百十六麻二斗麥五斗菽三斗米九斗黍四斗値錢一百十二麻一斗麥三斗菽二斗米八斗黍五斗値錢九十五問每色一斗各値幾何

答曰麻七錢麥四錢菽三錢米五錢黍六錢

法曰立天元一爲麻價〇丨如問列之得[illegible]爲麥七菽三米二黍五如初式[illegible]爲麥六菽四米五黍三如次式[illegible]爲麥五菽七米六黍四如三式[illegible]爲麥五菽三米九黍四如四式[illegible]爲麥三菽二米八黍五如末式以四行減三行得[illegible]爲菽四少米三如三行餘式以末行減初行得[illegible]爲麥四菽一少米六倍三行減之得[illegible]下爲麥四少菽七如右式倍末行[illegible]以次行減之得[illegible]爲米十一黍七如末行餘式并次三兩

行[illegible]減之得[illegible]爲麥十一菽十一如中式并次末兩行[illegible]并三四兩行[illegible]相減得[illegible]爲麥一菽四米二三之以并初末兩行減餘得[illegible]爲麥七菽十三如左式十一因右式得[illegible]四因中式得[illegible]相減得[illegible]下爲菽一百二十一如前式七因中式得[illegible]十一因左式得[illegible]相減得[illegible]爲菽六十六如後式乃以六十六互乘前式得[illegible]一百二十一互乘後式得[illegible]兩式相消得[illegible]上實下法除得麻價每斗七錢

纍桐廬祘牘一編吾鄉方沁梧先生之遺著也先生諱貞元字沁梧一字省吾烏程人工制藝咸同閒負盛名惜文章憎命屢躓秋風以恩貢候選教諭坐老青氈他人處此未免侘傺失志而先生夷然絕不介意惟旭歷銳銀於九九術若相依爲命者然所著祘稿不下四五種歿後散佚無存厪是編爲張萼蓀師所藏弆今歲始夏出畀承幹屬付剞劂中所演題雖出入於舊算書然立法一無依傍如瓜瓣體之求曲面積用正弦中數開諸乘方之用垛積比例捷訣近今積學之士有百思不到者嗟乎今之習算者皆厚西薄中而已先生序方程演元謂開方新法卽古之正負開方術無異借根方之爲東來法蓋代數與四元名異實同而中西遂得一貫矣歸安麗馥庭司馬爲先生外孫曾有先生方程演元之刻因取而續訂於後俾吉光片羽皆足稱珍始知一藝之成彼皆有以自得不能執途人而共喻之斯言誠不誣也吾邑楊誠之星使精代微積術所著須曼廬祘草已刊入吳興叢書今得是編賡續鋟梓不獨新舊相輔道不孤行益見鄉先輩之專精藝術皆出於性所篤好無所爲而爲之爲不可企及也已辛酉仲秋吳興劉承幹跋

有不為齋算學

光緒丁亥冬李氏木犀軒重雕

有不爲齋算學總目

招差術解

上高傅九淵學

凡單布之數曰面聚居之數曰積面乘面則積爲平方面乘平方則積爲立方面乘立方則積爲三乘方九章少廣開方術云開不盡者以面命之凡開方所得之數後世謂之開數古皆謂之面張衡云方八之面圓五之面劉徽云百之面十萬之面百皆是也方面乘得之數通謂之積九章方田術廣從相乘得積步少廣開方開立方各術皆置積爲實是也劉徽注方田云此積謂田冪凡廣從相乘謂之冪劉氏蓋以

冪積義同故開方注言朱冪青冪立方注又言平冪立冪也李淳風謹案云冪是方面單布之名積乃衆數聚居之稱循名責實二者全殊雖欲同之竊恐不可今以凡言冪者據廣從之一方其言積者舉衆步之都數經言相乘得積步即是都數之明文注云謂之爲冪全乖積步之本意此注前云此積謂田冪於理得通又云謂之爲冪繇而不當尋李氏之意蓋謂注文二句當去凡字及謂之冪三字但存此積謂田冪廣從相乘九字合爲一句也考冪字說文作幎注云幔也从巾冥聲古人以巾覆尊謂之冪猶以茅覆鼎謂之鼏幎之形但有廣袤周徑而無高厚之可言故算家借用之有方圓冪積之稱積與冪爲同類面與冪爲異類揆以對別散通之例冪可爲積之兼稱而必不可爲面之假號淳風斯注未爲核矣今定單布爲面聚居爲積取自一至九之數列爲九位令增乘至三乘方以發招差之例如左

面	平方	立方	三乘方
一	一	一	一
二	四	八	一六
三	九	二七	八一
四	一六	六四	二五六
五	二五	一二五	六二五
六	三六	二一六	一二九六
七	四九	三四三	二四〇一
八	六四	五一二	四〇九六
九	八一	七二九	六五六一

面相較爲兩面之差其差恆等積相較爲兩積之差其差恆不等

和較爲算家之大用然古人立術有專用較而不用和者帶從開方（九章句股有從開平方祖沖之設開差冪開差立學官莫能究其深奧王孝通輯古算經以從開立方命算皆較數也秦九韶李冶朱世傑諸家始有和數諸乘方術爲用雖備而得數必須詳審知古人立法有較無和別具深意）及招差求積是也招差以差爲用故須相較以取各位之差凡差有平加而得

者有不平加而得者面之差皆平加故各位相等積之差皆不平加故各位不等

面	差	平方	差
一	一	一	
二	一	四	三
三	一	九	五
四	一	一六	七
五	一	二五	九
六	一	三六	一一
七	一	四九	一三
八	一	六四	一五
九	一	八一	一七

立方	差	三乘方	差
一		一	
八	七	一六	一五
二七	一九	八一	六五
六四	三七	二五六	一七五
一二五	六一	六二五	三六九
二一六	九一	一二九六	六七一
三四三	一二七	二四○一	一一○五
五一二	一六九	四○九六	一六九五
七二九	二一七	六五六一	二四六五

以差減差相等者其差必盡不相等者遞減至相等其差亦盡故面之差惟一平方之差有二立方之差有三三乘方之差有四

兩面相減所減之數如初商減餘之差如次商次商皆等故再較而差盡兩積相減所減各如初商之積平方減餘之差如兩方一隅故再較兩次而差盡立方減餘之差如三方三廉一隅故再較三次而差盡三乘方減餘之差如四方六上廉四下廉一隅故再較四次而差盡合而計之面較兩次故止一差平方較三次故有二差立方較四次故有三差三乘方較五次故有四差

面	差	差盡
一		
二	一	
三	一	○
四	一	○
五	一	○
六	一	○
七	一	○
八	一	○
九	一	○

平方	一差	二差	差盡

一
四 三
九 五 二
一六 七 二 ○
二五 九 二 ○
三六 一一 二 ○
四九 一三 二 ○
六四 一五 二 ○
八一 一七 二 ○
立方 一差 二差 三差 差盡

一
八 七
二七 一九 一二
六四 三七 一八 六
一二五 六一 二四 六 ○
二一六 九一 三○ 六 ○
三四三 一二七 三六 六 ○
五一二 一六九 四二 六 ○
七二九 二一七 四八 六 ○
三乘方 一差 二差 三差 四差 差盡

一
一六 一五

八一 六五 五○
二五六 一七五 一一○ 六○
六二五 三六九 一九四 八四 二四
一二九六 六七一 三○二 一○八 二四 ○
二四○一 一一○五 四三四 一三二 二四 ○
四○九六 一六九五 五九○ 一五六 二四 ○
六五六一 二四六五 七七○ 一八○ 二四 ○

加差于首位之數得次位之數遞加差卽得以後各位之數

如三乘方積與差共五層以本層首位與次層首位相加得本層之弟二位如甲子相加得乙（位多易淆故以號別之）子乾相加得丑乾金相加得坎金角相加得石是也本層弟二位與次層弟二位相加得本層之弟三位如乙丑相加得丙丑坎相加得寅坎石相加得艮石亢相加得絲是也推之兩層弟三位相加卽得本層之弟四位如丁卯震竹兩層弟四位相加得本層之弟五位如戊辰巽匏兩層弟五位相加得本層之弟六位如己巳離土兩層弟六位相加得本層之弟七位如庚午坤兩層弟七位相加得本層之弟八位如辛未兩層弟八位相加得本層之弟九位如壬皆是舉三乘方則立方以下可以類推

三乘方積 一差 二差 三差 四差

甲 一
乙 一六 子 一五
丙 八一 丑 六五 乾 五〇
丁 二五六 寅 一七五 坎 一一〇 金 六〇
戊 六二五 卯 三六九 艮 一九四 石 八四 角 二四
己 一二九六 辰 六七一 震 三〇二 絲 一〇八 亢 二四
庚 二四〇一 巳 一一〇五 巽 四三四 竹 一三二 氐 二四
辛 四〇九六 午 一六九五 離 五九〇 匏 一五六 房 二四
壬 六五六一 未 二四六五 坤 七七〇 土 一八〇 心 二四

併各位之差爲首末兩位之差謂之積差累初見之差爲首末兩位之差謂之招差

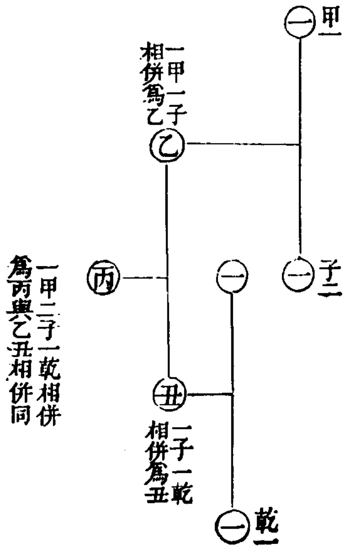
如三乘方併弟二層自子至末八數此以上層弟九行爲末位故一差須併八位若以上層弟八行爲末位則此層亦從左截去一位後倣此卽上層弟九位內減去首位之數爲首末兩位之積差併弟三層自乾至坤七數卽二層弟八位內減去首位之數爲首末兩位之積差餘並倣此凡以積差加首位之數卽得末位之數然積差不可徑求故立招差之法招差者以初見之差求隔位之數差本遠而引之使近故謂之招所招或隔一位隔數位隔十百位皆一以貫之法之最妙實本於數之自然也如三乘方以上層弟一位甲與次層弟一位子相加爲上層弟二位之乙此差在本位而不必招者也凡求各層弟二位數者皆視此若求上層弟三位之丙本當以上層弟二位乙與次層弟二位丑相加今用招差灋以上層弟一位甲加次層弟一位子爲上層弟二位之乙又以次層弟一位子加三層弟一位乾爲次層弟二位之丑合之則一甲二子一乾爲乙丑兩位之數卽爲上層弟三位丙數是求上層弟三位丙數以一二一爲衰乘三層各首位之數與用兩層弟二位之數同凡求各層弟三位數者視此矣求上層弟四位之丁本當以上層弟三位丙與次層弟三位寅相加今用招差法以一甲二子一乾爲上層弟三位之丙又以一子二乾一金爲次層弟三位之寅合之則一甲三子

三乾一金爲丙寅兩位之數卽爲上層弟四位丁數是求上層弟四位丁數以一三三一爲衰乘四層各首位之數與用兩層弟三位之數同凡求各層弟四位數者視此矣求上層弟五位之戊本當以上層弟四位丁與次層弟四位卯相加今用招差法以一甲三子三乾一金爲上層弟四位之丁又以一子三乾三金一角爲次層弟四位之卯合之則一甲四子六乾四金一角爲丁卯兩位之數卽爲上層弟五位戊數是求上層弟五位戊數以一四六四一爲衰乘五層各首位之數與用兩層弟四位之數同凡求各層弟五位數者視此矣求上層弟六位己數本當以上

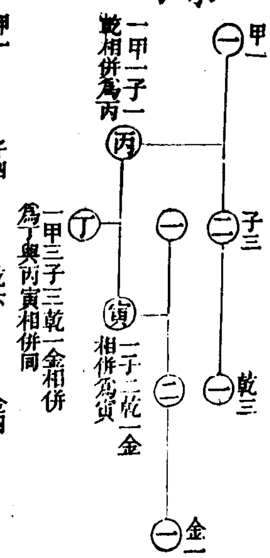
層第五位戊與次層第五位辰相加今用招差法以一甲四子六乾四金一角爲上層第五位之戊又以一子四乾六金四角第五層以下無差故少用一位後倣此爲次層第五位之辰合之則一甲五子十乾十金五角爲戊辰兩位之數卽爲上層第六位己數是求上層第六位己數以一五十十五爲衰乘五層各首位之數與用兩層第五位數同凡求各層第六位數者視此矣七位以後倣此推之

招差圖

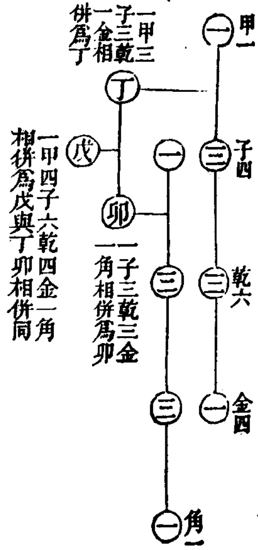
求丙



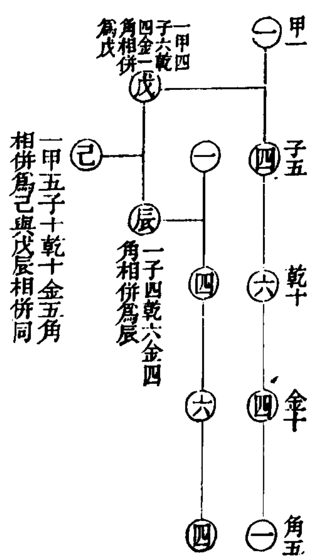
求丁



求戊



求己



以所招之差直列之如開方廉隅之數以所招之差橫析之成三角堆垛之形

古有開方作法本原圖互易其從橫之位卽成招差衰率今依以爲圖如左

招差總率圖

圖橫列十層從分十行舉十爲例以上可遞推十各層自右而左每以挨次兩位成相與之率分母遞加一數分子亦遞加一數如一層甲乙爲一之一乙丙爲二之二二層甲乙爲一之二乙丙爲二之三餘倣此其左行之分子上下俱同數如二行爲子命爲一三行爲子俱命爲三餘倣此右行之分母則上下遞差一數如一行爲母止一位命爲一二行爲母有乙甲兩位則有二一之差餘倣此各行自上而下亦每以挨次兩位成相與之率分母遞加一數分子則遞減一數如三行丙乙爲一之二乙甲爲二之一餘倣此其上層之分母左右俱同數如一層爲母俱命爲一二層爲母俱命爲二餘倣此下層之分子則左右遞差一數各層皆命甲爲一乙爲二丙丁以後遞差經緯聯絡妙合自然非人意所能構綴也

甲㊀ 單數

一之一

乙㊀ 一之一甲 ㊀ 平三角堆

二之二 二之一

丙㊀ 一之二乙 ㊁ 二之一甲 ㊀ 立三角堆

三之三 三之二 三之一

丁㊀ 一之三丙 ㊂ 二之二乙 ㊂ 三之一甲 ㊀ 三乘三角堆

四之四 四之三 四之二 四之一

戊㊀ 一之四丁 ㊃ 二之三丙 ㊅ 三之二乙 ㊃ 四之一甲 ㊀ 四乘三角堆

五之五 五之四 五之三 五之二 五之一

己㊀ 一之五戊 ㊄ 二之四丁 ㊉ 三之三丙 ㊉ 四之二乙 ㊄ 五之一甲 ㊀ 五乘三角堆

六之六 六之五 六之四 六之三 六之二 六之一

庚㊀ 一之六己 ㊅ 二之五戊 (一五) 三之四丁 (二〇) 四之三丙 (一五) 五之二乙 ㊅ 六之一甲 ㊀ 六乘三角堆

七之七 七之六 七之五 七之四 七之三 七之二 七之一

辛㊀ 一之七庚 ㊆ 二之六己 (二一) 三之五戊 (三五) 四之四丁 (三五) 五之三丙 (二一) 六之二乙 ㊆ 七之一甲 ㊀ 七乘三角堆

八之八 八之七 八之六 八之五 八之四 八之三 八之二 八之一

壬㊀ 一之八辛 ㊇ 二之七庚 (二八) 三之六己 (五六) 四之五戊 (七〇) 五之四丁 (五六) 六之三丙 (二八) 七之二乙 ㊇ 八之一甲 ㊀ 八乘三角堆

九之九 九之八 九之七 九之六 九之五 九之四 九之三 九之二 九之一

癸㊀ 一之九壬 ㊈ 二之八辛 (三六) 三之七庚 (八四) 四之六己 (一二六) 五之五戊 (一二六) 六之四丁 (八四) 七之三丙 (三六) 八之二乙 ㊈ 九之一甲 ㊀ 九乘三角堆

右圖各行各層從橫相遇位數相當如十行與第一層相遇從橫皆十位與第二層相遇從橫皆九位餘竝倣此其行內各位之數即各層末位之數又爲行前凡言行前者皆除本行一位言之上一層各位相併之數也如各行首位數即第一層末位數此位僅單數一無分子分母子數皆生於第二位以下直不須求各行第二位數即第二層末位數又爲行前第一層各位相併

之數如十行第二位數九第二層末位數亦爲九併行前第一層各位數亦爲九此位分母子各一數凡分母子皆蟬聯相生次位以降積分漸多則乘除亦漸繁分母恆爲一分子數與第二層位數同十行第二位分母子爲一之九九卽第二層位數依乘分法當置首位單數一以分子乘之分母一除之凡除遇一則省算故但以第二層分子平三角堆位數爲行內第二位之數卽平三角堆末位數又爲與平三角堆位數相同之單數堆行前上層除去本行一位則堆垜位數與下層同後皆倣此各位併數也各行第三位數卽第三層末位數又爲第二層各位相併之數如十行第三位數爲三十六第三層末位數及行前第二層各位併數亦皆爲三十六此位分母子各有二數分母恆爲一二分子數與第二第三兩層位數同十行第三位分母子爲一二之九八九與八卽第二第三兩層位數依乘分法當置首位單數一以兩分子連乘兩分母一二連除凡除遇一則省算故但置第三層之立三角堆位數加一爲第二層平三角堆位數以乘之二除之得行內第三位之數卽立三角堆末位數又爲與立三角堆位數相同之平三角堆各位併數也各行第四位數卽第四層末位數又爲行前第三層各位相併之數如十行第四位數爲八十四第四層末位數及第三層各位相併數亦皆爲八十四此位分母子各有三數分母恆爲一二三分子數與第二第三第四三層位數同十行第四位分子母爲一之九二之八三之七九八七三數卽二三四三層位數依乘分法當置首位單數一以分子三數連

乘三分母一二三連除凡除遇一則省算故但置第四層三乘三角堆位數加一爲第三層立三角堆位數以乘之又加一爲第二層平三角堆位數以乘之二除之三除之得行內第四位之數卽三乘三角堆末位數又爲與三乘三角堆位數相同之立三角堆各位併數也各行第五位數卽第五層末位數又爲第四層各位相併之數如十行第五位數爲一百二十六第五層末位數及第四層各位併數亦皆爲一百二十六此位分母子各四數分母恆爲一二三四分子數與二三四五各層位數同十行第五位分母子爲一之九二之八三之七四之六九八七六四數卽二三四五四層位數依乘分法當置首位單數一以分子四數連乘分母一二三四連除凡除遇一則省算故但置第五層四乘三角堆位數加一爲第四層三乘三角堆位數以乘之又加一爲第三層立三角堆位數以乘之又加一爲第二層平三角堆位數以乘之二除之三除之四除之得行內第五位之數卽四乘三角堆末位數又爲與四乘三角堆位數相同之三乘三角堆各位併數也由是遞推則以第六層五乘三角堆位數累加一至第二層平三角堆位數共得五數令相乘以二三四五連除之得行內第六位之數卽五乘三角堆末位數又爲與五乘三角堆位數相同之四乘三角堆各位併數以第七層六乘三角堆位數累加一至第二層平三

角堆位數共得六數令相乘以二三四五六連除之得行內第七位之數卽六乘三角堆末位數又爲與六乘三角堆位數相同之五乘三角堆各位併數以第八層七乘三角堆位數累加一至第二層平三角堆位數共得七數令相乘以二三四五六七連除之得行內第八位之數卽七乘三角堆末位數又爲與七乘三角堆位數相同之六乘三角堆各位併數以第九層八乘三角堆位數累加一至第二層平三角堆位數共得八數令相乘以二三四五六七八連除之得行內第九位之數卽八乘三角堆末位數又爲與八乘三角堆位數相同之七乘三角堆各位併數

以第十層九乘三角堆位數累加一至第二層平三角堆位數共得九數令相乘以二三四五六七八九連除之得行內第十位之數卽九乘三角堆末位數又爲與九乘三角堆位數相同之八乘三角堆各位併數十位以上圖所不載者絫求之可至無窮因堆垜爲招差所必用故就圖中各位詳列諸分母子相與之率則取數立法出於自然可不煩言而解矣

凡以乘分求各位數有順求自上而下直取分母子之數逆求自下而上倒用分母子之數旁求自右而左橫步分母子之數三法得數皆等其所用分母子位數或等各奇行中位三法所用分母子位數皆等或不等不論奇行偶行中半以上各位順求分母子位數少逆求旁求皆多中半以下各位順求分母子位數多逆求旁求皆少相等者三法皆不能省算如求九行第五位數三法分母皆爲一二三四順求逆求分子爲八七六五旁求分子爲五六七八依乘分法當以八七六五或五六七八連乘爲實以一二三四爲法連除之得所求是不能省算也不相等者順求分母子位數少餘二法數多則逆求旁求皆省算而順求不省如求九行第四位數逆求旁求分母皆爲一二三四五逆求分子爲八七六五四旁求分子爲四五六七八母子內各有四五兩數可省乘除但以八七六或六七八相乘爲實以一二三爲法連除得所求順求則分母止有一二三分子止有八七六是二法省算而順求不省也若順求分母子位數多餘二法數少則逆求旁求皆不省算而順求獨省如求第九行第六位數逆求旁求分母皆爲一二三逆求分子爲八七六旁求分子爲六七八依乘分法當以八七六或六七八連乘爲實以分母一二三連除得所求順求則分母爲一二三四五分子爲八七六五四母子內各有四五兩數可省乘除但當以八七六連乘一二三連除是二法皆不省算

而順求獨省也順求不省餘二法雖省猶不省也順求既省餘二法雖不省猶之省也蓋堆垜立法以順求爲本也

以廉隅爲衰如求平方第九位數則用圖中第九行一二三三位數爲列衰求立方第九位數則以第九行一二三四四數爲列衰他可類推而乘諸差各層差數皆用第一位面之差皆一勿論平方止用一差三二差二立方止用一差七二差十二三差六三乘方止用一差十五二差五十三差六十四差二十四此據首位積數爲單一者而言若首位非單一則諸差皆當別求得所求一位之數以堆垜爲衰如求平方一位至九位共數則用圖中第十行二三三位數爲列衰求立方一位至九位共數則以第十行二三四五四位數爲列衰而乘諸差得所求各位之數授時術布七政盈縮立成四元玉鑑算招兵還原皆用此法

上高傅九淵學

招差算例爲諸乘方積設例方面不設例也爲算多位者設例一位不設例也

假如平方積二十位初位方面一尺以次轉多一尺問共積幾何

答曰二千八百七十

術曰依前圖以一爲第一分母遞加一爲各層分母以所設位數爲第一分子遞減一爲各層分子平方分母子三立方分母子四三乘方分母子五如法入之　置位數二十爲第一分子第一分母一省除後放此卽命爲單數堆置第一分子減一得十九爲第二分子以第

一分子二十乘之得三百八十以第二分母二除之得一百九十爲平三角堆置第二分子減一得十八爲第三分子以第一分子二十第二分子十九連乘之得六千八百四十以第二分母二第三分母三連除之得一千一百四十爲立三角堆乃置單數堆以首位方積一乘之仍得二十爲上積置平三角堆以一差三求諸差法見前乘之得五百七十爲次積置立三角堆以二差二乘之得二千二百八十爲下積併三積共得二千八百七十合問

招差式　一差三　二差二

一	一		
四	一	一	
九	一	二	一
一六	一	三	三
二五	一	四	六
三六	一	五	一〇
四九	一	六	一五
六四	一	七	二一
八一	一	八	二八
一〇〇	一	九	三六
一二一	一	一〇	四五
一四四	一	一一	五五
一六九	一	一二	六六
一九六	一	一三	七八
二二五	一	一四	九一
二五六	一	一五	一〇五
二八九	一	一六	一二〇
三二四	一	一七	一三六
三六一	一	一八	一五三
四〇〇	一	一九	一七一

假如平方積十六位初位方面七尺以次轉多四尺問共積幾何

答曰二萬七千三百四十四

術曰置位數十六爲第一分子命爲單數堆置第一分子減一得十五爲第二分子以第一分子十六乘之得二百四十以第二分母二除之得一百二十爲平三角堆置第二分子減一得十四爲第三分子以第一分子十六第二分子十五連乘之得三千三百六十以第二分母二第三分母三連除之得五百六十爲立三角堆乃置單數堆以首位方積四十九七自乘數乘之得七百八十四爲上積置平三角堆以一差七十二求諸差同上乘之得八千六百四十爲次積置立三角堆以二差三十二乘之得一萬七千九百二十爲下積併三積共得二萬七千三百四十四合問

招差式　一差七二　二差三二

四九	一		
一二一	一	一	
二二五	一	二	一
三六一	一	三	三
五二九	一	四	六
七二九	一	五	一〇
九六一	一	六	一五
一二二五	一	七	二一
一五二一	一	八	二八
一八四九	一	九	三六
二三〇九	一	一〇	四五
二六〇一	一	一一	五五
三〇二五	一	一二	六六
三四八一	一	一三	七八
三九六九	一	一四	九一
四四八九	一	一五	一〇五

假如立方積十四位初位方面一尺以次轉多一尺問共積幾何

答曰一萬一千二十五

術曰置位數十四爲第一分子命爲單數堆置第一分子減一得十三爲第二分子以第一分子乘之得一百八十二以第二分母二除之得九十一爲平三角堆置第二分子減一得十二爲第三分子以第一分子十四第二分子十三連乘之得二千一百八十四以第二分母二第三分母三連除之得三百六十四爲立三角堆置第三分子減一得十一爲第四分子以第一分子十四第二分子十三第三分子十二連乘之得二萬四千二十四以第二分母二第三分母三第四分母四連除之得一千一爲三乘三角堆乃置單數堆以首位方積一乘之仍得十四爲上積置平三角堆以一差七乘之得六百三十七爲次積置立三角堆以二差十二乘之得四千三百六十八

爲副積置三乘三角堆以三差六乘之得六千六爲
下積併四積共得一萬一千二十五合問
招差式 一差七 二差十二 三差六

一	一			
八	一	一		
二七	一	二	一	
六四	一	三	三	一
一二五	一	四	六	四
二一六	一	五	一〇	一〇
三四三	一	六	一五	二〇
五一二	一	七	二一	三五
七二九	一	八	二八	五六
一〇〇〇	一	九	三六	八四
一三三一	一	一〇	四五	一二〇
一七二八	一	一一	五五	一六五
二一九七	一	一二	六六	二二〇
二七四四	一	一三	七八	二八六

假如立方積十二位初位方面五尺以次轉多三尺問共積幾何

答曰二十萬二千二百七十二

術曰置位數十二爲第一分子命爲單數堆置第一分子減一得十一爲第二分子以第一分子十二乘之得一百三十二以第二分母除之得六十六爲平三角堆置第二分子減一得十爲第三分子以第一分子十二第二分子十一連乘之得一千三百二十以第二分母二第三分母三連除之得二百二十爲立三角堆置第三分子減一得九以第一分子十二第二分子十一第三分子十連乘之得一萬一千八百八十以第二分母二第三分母三第四分母四連除之得四百九十五爲三乘三角堆乃置單數堆以首位方積一百二十五再乘數五自乘乘之得一千五百爲上積置平三角堆以一差三百八十七乘之得二萬五千五百四十二爲次積置立三角堆以二差四百

三十二乘之得九萬五千四十爲副積置三乘三角堆以三差一百六十二乘之得八萬一百九十爲下積併四積共得二十萬二千二百七十二合問
招差式二 一差三八七 二差四三二 三差一六

一二五	一			
五一二	一	一		
一三三一	一	二	一	
二七四四	一	三	三	一
四九一三	一	四	六	四
八〇〇〇	一	五	一〇	一〇
一二一六七	一	六	一五	二〇

一七五七六	一	七	二一	三五
二四三八九	一	八	二八	五六
三二七六八	一	九	三六	八四
四二八七五	一	一○	四五	一二○
五四八七二	一	一一	五五	一六五

假如三乘方積十三位初位方面一尺以次轉多一尺問共積幾何

答曰三萬八百八十八

術曰置位數十三爲第一分子命爲單數堆置第一分子減一得十二爲第二分子以第一分子十三乘之得一百五十六以第二分母二除之得七十八爲平三角堆置第二分子減一得十一爲第三分子以第一分子十三第二分子十二連乘之得一千七百一十六以第二分母二第三分母三連除之得二百八十六爲立三角堆置第三分子減一得十爲第四分子以第一分子十三第二分子十二第三分子十一連乘之得一萬七千一百六十以第二分母二第三分母三第四分母四連除之得七百一十五爲三乘三角堆置第四分子減一得九爲第五分子以第一分子十三第二分子十二第三分子十一第四分子十連乘之得十五萬四千四百四十以第二分母二第三分母三第四分母四第五分母五連除之得

一千二百八十七爲四乘三角堆乃置單數堆以首位方積一乘之仍得十三爲上積置平三角堆以一差十五乘之得一千一百七十爲次積置立三角堆以二差五十乘之得一萬四千三百爲副積置三乘三角堆以三差六十乘之得四萬二千九百爲又副積置四乘三角堆以四差二十四乘之得三萬八百八十八爲下積併五積共得八萬九千二百七十一

合問

招差式　一差一五　二差五○　三差六○　四
差　四

一	一				
一六	一	一			
八一	一	二	一		
二五六	一	三	三	一	
六二五	一	四	六	四	一
一二九六	一	五	一○	一○	五
二四○一	一	六	一五	二○	一五
四○九六	一	七	二一	三五	三五
六五六一	一	八	二八	五六	七○
一○○○○	一	九	三六	八四	一二六
一四六四一	一	一○	四五	一二○	二一○
二○七三六	一	一一	五五	一六五	三三○
二八五六一	一	一二	六六	二二○	四九五

假如三乘方積十位初位方面三尺以次轉多二尺問共積幾何

荅曰五十一萬一千八百一十八

術曰置位數十爲第一分子命爲單數堆置第一分子減一得九爲第二分子以第一分子十乘之得九十以第二分母二除之得四十五爲平三角堆置第二分子減一得八爲第三分子以第一分子十第二分子九連乘之得七百二十以第二分母二第三分母三連除之得一百二十爲立三角堆置第三分子減一得七爲第四分子以第一分子十第二分子九第三分子八連乘之得五千四十以第二分母二第

三分母三第四分母四連除之得二百一十爲三乘三角堆置第四分子減一得六爲第五分子以第一分子十第二分子九第三分子八第四分子七連乘之得三萬二百四十以第二分母二第三分母三第四分母四第五分母五連除之得二百五十二爲四乘三角堆乃置單數堆以首位方積八十一三自乘再乘又再乘數乘之得八百一十爲上積置平三角堆以一差五百四十四乘之得二萬四千四百八十爲次積置立三角堆以二差一千二百三十二乘之得十四萬七千八百四十爲副積置三乘三角堆以三差一千一百五十二乘之得二十四萬一千九百二十爲又副積置四乘三角堆以四差三百八十四乘之得九萬六千七百六十八爲下積倂五積共得五十一萬一千八百一十八合問

招差式 一差五四四 二差一二三二 三差一一五二 四差三八四

八一	一				
六二五	一	一			
二四〇一	一	二	一		
六五六一	一	三	三	一	
一四六四一	一	四	六	四	一
二八五六一	一	五	一〇	一〇	五
五〇六二五	一	六	一五	二〇	一五
八三五二一	一	七	二一	三五	三五
一三〇三二一	一	八	二八	五六	七〇
一九四四八一	一	九	三六	八四	一二六

有不爲齋算學卷三

對數表開方用較省算法解

上高傅九淵學

作對數法遞次開方以求假數用前後各次所得數相較（見數理精蘊）最爲簡妙其法開方至數次後以前一次開方數（凡言開方數皆去首位不用）折半與後一次開方數相減爲第一較以前次之第一較四歸之與後次之第一較相減爲第二較以前次之第二較八歸之與後次之第二較相減爲第三較以前次之第三較十六歸之與後次之第三較相減爲第四較（以上類推）蓋各次開方首位之數竝爲一首位以下空位漸多則後次開方數與前次開方

數畧近二分之一於是以前次開方數二歸之與後次開方數相課則後一次開方數內必少本次開方所減之隅冪半段（以開方首位之一爲初商空位以下諸零數相併爲次商倍初商得二爲方法與隅法多隔空位故所得次商在所減隅冪首位以前均與折半無殊以後則因方隅淆雜而生較數）即本次之第一較而於前次之第一較爲四分之一也（本次開方數爲前次開方之半以二之一自乘即四之一）然本次開方數必加第一較乃合折半之數今不加而令自乘折半以成第一較則比前次第一較四歸之數必少本次開方數與一較相乘冪一段一較自乘冪半段併之即本次之第二較而於前次之第二較爲八分之一不足也（以四之一乘二之一爲冪一段是於前次爲八之一其四之一自乘爲冪半段於前次却是十六之一若以前次之半段冪八歸之則大一倍爲十六分之二以十六分之一減之餘一即本次第二較不足之數也）又本次開方數必加第一較乃合折半之數本次第一較必加二較乃合四歸之數今不加而令相乘自乘以成第二較則比前次第二較八歸之數必少本次開方數與二較相乘冪一段一較自乘冪一段有半一較二較相乘冪三段二較自乘冪一段併之即本次之第三較而於前次之第三較爲十六分之一不足也（以二之一乘八之一爲冪一段以四之一自乘爲冪一段半於前次竝爲十六分之一惟四之一乘八之一爲冪三段於前次却是三十二之一若以前次之三段冪十六歸之則大一倍爲三十二之二以三十二之一減之餘一又八之一自乘爲冪一段於前次却是六十四之一若以前次之一段冪十六歸之則大三倍爲六十四之四以六十四之一減之餘三併兩餘數即本次第三較不足之數也）又本次開方數必加一較乃合折半之數本次一較必加二較乃合四歸之數本次二較必加三較乃合八歸之數今不加而令相乘自乘以成第三較則比前次第三較十六歸之數必少本次開方數與三較相乘冪一段一較二較相乘冪七段一較三較相乘冪七段二較自乘冪十段有半二較三較相乘冪十四段三較自乘冪四段併之即本次之第四較而於前次之第四較約近三十二分之一也（其理同前）由此推之可至無窮然開方數止用二十餘位則推至四較已可得其大凡矣

右　本次開方數（開方數俱不用首位）　左右兩行相乘半之爲甲

第一較

左　本次開方數　冪亦爲甲數卽第一較

第二較

右　上本次開方數　下本次第一較行內上下兩層相併卽前次開方折半之數

左　上本次開方數　下本次第一較

左右相乘折半爲乙冪半段卽前次一較四歸之數　減兩行上層相乘冪半段餘有開方數與一較相乘冪一段一較自乘冪半段爲乙數卽第二較

第三較

右　上本次開方數　下本次第一較

左　上本次第一較　下本次第二較左行上下層相併卽前次一較四歸之數

左右相乘爲丙冪卽前次二較內所有開方數與一較相乘冪一段八歸之數　減兩行上層相乘冪一段餘開方數與二較相乘冪一段一較自乘冪一段一較二較相乘冪一段爲丙數

右　上本次第一較　下本次第二較

左　上本次第一較　下本次第二較

左右相乘爲丁冪卽前次二較內一較自乘冪半段八歸之數若用十六歸則爲半丁冪今用八歸則爲半冪者二卽全丁冪　減兩行上層相乘冪半段餘有一較自乘冪半段一較二較相乘冪二段二較自乘冪一段爲丁數

併丙丁兩數得本次開方數與二較相乘冪一段一較自乘冪一段半一較二較相乘冪三段二較自乘冪一段卽第三較

第四較

右　上本次開方數　下本次第一較

左　上本次第二較　下本次第三較左行上下層相併卽前次二較八歸之數

左右相乘爲戊冪卽前次三較內所有開方數與第二較相乘冪一段十六歸之數　減兩行上層相乘冪一段餘有開方數與三較相乘冪一段一較二較相乘冪一段一較三較相乘冪一段爲戊數

右　上本次第一較　下本次第二較

左　上本次第一較　下本次第二較

左右相乘一五因之爲己冪卽前次三較內一較自乘冪一段半十六歸之數　減兩行上層相乘冪一段半餘有一較二較相乘冪三段二較自乘冪一段半爲己數

右　上本次第一較　下本次第二較

左　上本次第二較　下本次第三較

左右相乘六因之爲庚冪六卽前次三較內一較二較相乘冪三段十六歸之數若三十二歸則爲三庚冪今十六歸得三冪者二故六因之　減兩行上層相乘冪三段餘有一較二較相乘冪三段一較三較相乘冪六段二較自乘冪六段二較三較相乘冪六段爲庚數

右　上本次第二較　下本次第三較

左　上本次第二較　下本次第三較

左右相乘四因之爲辛冪四即前次三較內二較自乘冪一段十六歸之數

若六十四歸則爲一辛冪今十六歸得一冪者四故四因之　減兩行上層相乘冪

一段餘有二較自乘冪三段二較三較相乘冪八段

三較自乘冪四段爲辛數

併戊己庚辛四數得本次開方數與三較相乘冪

一段一較二較相乘冪七段一較三較相乘冪七

段二較自乘冪十段半二較三較相乘冪十四段

三較自乘冪四段卽爲第四較

月道距差求容濶術

原術曰置實測白道出入黃道內外六度爲半弧弦又

爲大圜弧矢又爲股弦差置半徑自之以矢六度而一

得股弦和加矢六度共六百二十三度六十三分爲大

圜徑依法求得容濶五度七十分又爲小句又以二至

出入半弧弦爲法除大股得二度三十七分爲度差以

度差乘小句得小股爲容半長圖術俱見太統法原

案此借大圜矢徑求容濶以求容半長與二至出入

半弧弦爲大小句股互求之率但求容濶須用開平

方法而術內未載今補之並詳列細草於後

術曰置大圜徑內減六度自之爲平方積以二之六度

去減大圜徑爲從度差自乘加一度爲隅開平方得容

濶　草曰立天元一爲容濶置白道出入黃道內外六

度內減天元得上下元爲矢置大圜徑六百二十三度六

十三分內減矢得[illegible]元爲股弦和以矢爲股弦較乘之

得[illegible]爲容半長冪卽小股冪寄左　乃置度差二

度三十七分以天元乘之又自之得[illegible]爲同數與左相

消得[illegible]開平方得五度七十分爲容濶

堆垛圖說

單數

甲㊀

一之一

乙㊀一之甲㊀

平三角堆

丙㊀二之乙㊁二之甲㊀

二之二

二之一

立三角堆

丁㊀三之丙㊂三之乙㊂三之甲㊀

三之三

三之二

三之一

三乘三角堆

戊㊀四之丁㊃四之丙㊅四之乙㊃四之甲㊀

四之四

四之三

四之二

四之一

四乘三角堆

己㊀五之戊㊄五之丁㊉五之丙㊉五之乙㊄五之甲㊀

五之五

五之四

五之三

五之二

五之一

五乘三角堆

六之六

六之五

六之四

六之三

六之二

六之一

庚(一)一之六己(六)二之五戊(十五)三之四丁(二十)四之三丙(十五)五之二乙(六)六之一甲(一)六乘三角堆
七之七　七之六　七之五　七之四　七之三　七之二　七之一
辛(一)一之七庚(七)二之六己(二十一)三之五戊(三十五)四之四丁(三十五)五之三丙(二十一)六之二乙(七)七之一甲(一)七乘三角堆
八之八　八之七　八之六　八之五　八之四　八之三　八之二　八之一
壬(一)一之八辛(八)二之七庚(二十八)三之六己(五十六)四之五戊(七十)五之四丁(五十六)六之三丙(二十八)七之二乙(八)八之一甲(一)八乘三角堆
九之九　九之八　九之七　九之六　九之五　九之四　九之三　九之二　九之一
癸(一)一之九壬(九)二之八辛(三十六)三之七庚(八十四)四之六己(一百二十六)五之五戊(一百二十六)六之四丁(八十四)七之三丙(三十六)八之二乙(九)九之一甲(一)九乘三角堆

右堆垛圖以第一層單數爲根遞加之成諸乘三角錐堆每併上層數位之數爲下層一位之數如上層甲無併即爲下層甲甲乙相併爲下層乙甲乙丙相併爲下層丙餘倣此直視之則以第一行單數

爲根遞加之如諸乘方廉隅之率每併右行兩位之數爲左行一位之數如一行甲上下俱無併卽爲二行乙又爲二行甲二行乙上位無併卽爲三行丙乙下併甲爲三行乙甲下無併卽爲三行甲餘倣此各層自右而左每以挨次兩位成相與之率分母遞加一數分子亦遞加一數如一層甲乙爲一之一乙丙爲二之二層甲乙爲一之二乙丙爲二之三餘倣此其左行之分子上下俱同數如二行爲子命爲一三行爲子俱命爲三餘倣此右行之分母則上下遞差一數如一行爲母止一位命爲一二行爲母有乙甲兩位則有二一之差餘倣此各行自上而下亦每以挨次兩位成相與之率分母遞加一數分子則遞減一數如三行丙乙爲一之二乙甲爲二之一餘倣此其上層之分母左右俱同數如一層爲母俱命爲一二層爲母俱命爲二餘倣此下層之分子則左右遞差一數各層皆命甲爲一乙爲二丙丁以後遞差經緯

交午彼此聯絡順推之各成相與之勢返衰之則得相當之率奇偶乘除筭術生焉上下兩層末位相當每以上層求得下層之數置上層積數以下層位數乘之如下層層數而一所得卽下層積數凡三角錐堆皆依此法求之此皆天地自然之數非人意所能措設也今詳說諸分母子相與之率復以返衰之理列圖如左

一二兩層相乘成二倍平三角錐堆圖　凡求平三角錐堆置所求第二層平三角錐堆加一爲第一層位數凡兩層末位相當下層必差少一位故加一爲上層位數後皆倣此置第一層位數第一層各位皆單數併之與位數同故卽以位數爲積數以所求第二層位數乘之得二倍第二層積數以二除之卽平三角錐堆積

甲㊀乙⊟丙⊟丁⊟戊⊟己⊟庚⊟
甲㊀乙㊀丙⊟丁⊟戊⊟己⊟庚⊟
甲㊀乙㊀丙㊀丁⊟戊⊟己⊟庚⊟
甲㊀乙㊀丙㊀丁㊀戊⊟己⊟庚⊟
甲㊀乙㊀丙㊀丁㊀戊㊀己⊟庚⊟
甲㊀乙㊀丙㊀丁㊀戊㊀己㊀庚⊟

圖設六行爲二層平三角錐堆位數每行七位卽一層之七單數規六甲五乙四丙三丁二戊一己爲一平三角錐堆積其餘以方匡別之共得一乙二丙三丁四戊五己六庚卽兩層返衰分子一乘上層乙二乘丙三乘丁四乘戊五乘己六乘庚之數適當下層甲乙丙丁戊己各位數之

一層各位爲母俱命
一倍爲一二層六位爲子
遞差爲一二三四五六返
衰之則上位之一二三四
五六各當下
位之一倍併規識之數
共爲二倍倍數與平三角錐堆所居層數
同故二除之得平三角錐
堆積

一二三兩層相乘成三倍立三角錐堆圖　凡求立三
角錐堆置所求第三層立三角錐堆位數加一爲二
層位數又加一爲一層位數先置一二兩層位數相
乘二除之爲平三角錐堆積如前術再置平三角錐
堆積以所求三層立三角錐堆位數乘之得三倍第

三層積數以三除之卽立三角錐堆積或三數連乘二數連除所得亦同

甲㊀乙[二]丙[三]丁[四]戊[五]己[六]
甲㊀乙㊁丙[三]丁[四]戊[五]己[六]
甲㊀乙㊁丙㊂丁[四]戊[五]己[六]
甲㊀乙㊁丙㊂丁㊃戊[五]己[六]
甲㊀乙㊁丙㊂丁㊃戊㊄己[六]

圖設五行爲三層立三角
錐堆位數每行六位卽二
層平三角錐堆之數規五
甲四乙三丙二丁一戊爲
一立三角錐堆積餘數以
方匡別之共得一乙二丙
三丁四戊五己卽兩層返
衰分子一乘上層乙二乘
丙三乘丁四乘戊五乘己

之數適當下層甲乙丙丁
戊各位數之二倍二層各位爲母
俱命爲二三層五位爲子遞差爲一二三四五返衰
之則上位之一二三四五各當下位之二倍併
規識之數共爲三倍倍數與立三角錐堆所居位數同以三除之卽
立三角錐堆積

三四兩層相乘成四倍三乘三角錐堆圖四乘以上倣此推之不具列
凡求三乘三角錐堆置所求第四層三乘三
角錐堆位數加一爲三層位數又加一爲二層位數
又加一爲一層位數先以一二兩層位數相乘二除

之又爲實以三層位數乘之三除之爲立三角錐堆
積如前術再置立三角錐堆積以所求四層三乘三
角錐堆位數乘之得四倍第四層積數以四除之卽
三乘三角錐堆積或四數連乘三數連除得數亦同

甲㊀乙[三]丙[六]丁[十]戊[五]
甲㊀乙㊂丙[六]丁[十]戊[五]
甲㊀乙㊂丙㊅丁[十]戊[五]
甲㊀乙㊂丙㊅丁㊉戊[五]

圖設四行爲四層三乘三
角錐堆位數每行五位卽
三層立三角錐堆之數規
四甲三乙二丙一丁爲一
三乘三角錐堆積餘數以
方匡別之共得一乙二丙
三丁四戊卽兩層返衰分

子一乘上層乙二乘丙三乘丁四乘戊之數適當下層甲乙丙丁各位數之三倍三層各位爲母俱命爲三四層四位爲子遞差爲一二三四返衰之則上位之一二三四各當下位之三倍併規識之數共得四倍倍數與三乘三角錐堆所居層數同以四除之卽三乘三角錐堆積

有不爲齋算學卷四

上高傅九淵學

大衍約分定術

案大衍術見宋秦道古數書其立法以問數分爲元收通復四類遞次求等約分以取定數求得衍母衍數爲求一術之用其復數類中以總等存一約衆之後有即用存數與衆約數求續等者有用存數與衆約數連環求等再求續等者若非詳審難保不誤近陽城張古餘撰求一算術不立元收通復之名亦不必先求總等但以諸數連環求等約一存一爲泛母再以泛母連環求等約一乘一爲定母較秦書頗爲

明晰惟諸等所約不拘列位之上下專辨各數之奇偶兩數皆奇者如意約之一奇一偶者約奇皆偶者令約數爲奇若約此數與彼數仍有等則反約之其法大概本於秦氏秦書所云約奇弗約偶即一奇一偶之約法也云元數俱偶約畢即可存一位見偶即皆偶之約法也云或約得以五而彼有十乃約偶而弗約奇即反約之法也之入算亦須詳審方不致誤否則或約之而虧其定母如秦書程行相及問上層三百中層二百五十下層二百依求總等術誤衍母三千爲六千張氏譏之是也但用張氏法須自下而上求等相約始爲不誤若自上而下先以三百與中二百五十求等得五十以約中層得五以三百與下二百求等得一百以約上層得三俱令約得數爲奇是爲一變再以中五與下二百求等得五依約奇弗約偶法以等約中層得一是爲二變得所求泛母泛母無等即爲定母以定相乘止得衍母六百其誤與求總等者相類或乘之而溢其本數如董方立三統術衍補求太初元年距上元歲數以熒惑本數與辰星約數求續等令約得辰星爲奇數得一以乘熒惑增於本數一倍雖轉求距上元歲數所得無誤然因距上元歲數以十倍熒惑本數減之所餘爲入大周歲數誤數爲十係續等二可以度盡之數故以二乘過之熒惑數求之與距上元歲數偶合若續等或三或七即不合矣若依求一術取其乘率以轉求他數必差衍母幾分之數雖其差有定而不能立法以預爲加減則亦終歸於誤而已矣今定爲畫一之例求初數則存上約下求次數則皆乘下約上不必贅辨奇偶而數無差爽法更省易錄而存之於讀秦氏書者不爲無補焉

術曰置各數錐行列之或用反錐亦可自上而下遞以一位爲主與下各位求等以等約下位存主位連環求之訖各爲初數復按位列之自上而下遞以一位爲主與下各

位求續等以續等約主位乘下位亦連環求之訖各爲次數次數有等則再約再乘爲又次數必累求至無等而止凡無等者均不再求即用各數爲定母各定母相乘爲衍母

設甲乙丙丁四數甲三百八十五億三千九百四十五萬三千八百九十乙一千一百二十六億一千三百七十九萬二千一百四十八丙四千六百一十二億七千二百七十八萬七千八百丁一兆八千七億二千七百三萬四千二百八十八欲使各位相求皆有續故置算不得不繁

以各數錐行列之連環求等

甲乙丙丁　乙丙丁　丙丁　丁

元數

		三	八	五	三	九	四	五	三	八	九	○
	一	一	二	六	一	三	七	九	二	一	四	八
	四	六	一	二	七	二	七	八	七	八	○	○
一	八	○	○	七	二	七	○	三	四	二	八	八
				九	八	七	八	四	○	二	八	二
			二	○	○	五	五	三	三	八	六	○
			四	一	四	九	一	四	○	六	三	二
						三	一	四	三	四	七	○
						四	三	一	三	○	三	六
									三	○	九	四

先以甲位爲主與乙求等得一百一十四以約乙得九億八千七百八十四萬二百八十二又與丙求等得二百三十以約丙得二十億五百五十三萬三千八百六十又與丁求等得四百三十四以

約丁得四十一億四千九百一十四萬六百三十二其甲原數三百八十五億三千九百四十五萬三千八百九十便爲初數　次以乙位爲主與丙求等得六百三十八以約丙得三百一十四萬三千四百七十又與丁求等得九百六十二以約丁得四百三十一萬三千三十六其乙約數九億八千七百八十四萬二百八十二便爲初數　次以丙位爲主與丁求等得一千三百九十四以約丁得三千九十四其丙約數三百一十四萬三千四百七十便爲初數　丁無下位卽以約數三千九十四爲初數

乃以初數按位列之連環求續等凡有大小二數以大數自乘乘小數爲一數復以小數自乘乘大數爲一數此兩數求等約一存一後必有續等

三	八	五	三	九	四	五	三	八	九	○	甲
		九	八	七	八	四	○	二	八	二	乙
				三	一	四	三	四	七	○	丙
							三	○	九	四	丁
		一	八	三	五	二	一	二	○	九	甲
	五	九	二	七	○	四	一	六	九	二	乙
			一	五	七	一	七	三	五	○	丙
						二	一	六	五	八	丁
			一	○	三	六		九	六	一	乙
		三	四	五	七	八	二	七	○	○	丙
					五	六	三	一	○	八	丁
					五	○	八	五	○	二	五	丙
			三	八	二	九	一	三	四	四	丁

先以甲位爲主與乙求等得六以棄乙得五十九億二千七百四萬一千六百九十二約甲得六十

四億二千三百二十四萬二千三百一十五又與丙求等得五以棄丙得一千五百七十一萬七千三百五十約甲得一十二億八千四百六十四萬八千四百六十三又與丁求等得七以棄丁得二萬一千六百五十八約甲得一億八千三百五十二萬一千二百九便爲甲次數　次以乙位爲主與丙求等得二十二以棄丙得三億四千五百七十八萬一千七百約乙得二億六千九百四十一萬九百八十六又與丁求等得二十六以棄丁得五十六萬三千一百八約乙得一千三十六萬一千九百六十一爲乙次數　次以丙位爲主與丁

求等得六十八以乘丁得三千八百二十九萬一千三百四十四約丙得五百八萬五千二十五爲丙次數　丁無下位即以乘數三千八百二十九萬一千三百四十四爲丁次數

乃以諸次數按位列之兩兩連環相求更無續等即各用爲定母

八	三	五	二	一	二	○	九	甲
一	○	三	六	一	九	六	一	乙
	五	○	八	五	○	二	五	丙
三	八	二	九	一	三	四	四	丁

以各定母相乘得三七○二七二八九一四二二五五○六九二六三六一六四一五三六四○○得數盈三十位四京垓以上諸名世不恆用故不以命之爲衍母

又式以甲乙丙丁各數自下而上反錐列之連環求等

數					元			
二	七	○	三	四	二	八	八	丁
七	二	七	八	七	八	○	○	丙
一	三	七	九	二	一	四	八	乙
三	九	四	五	三	八	九	○	甲
八	二	七	二	四	六	七	五	丙
五	八	五	三	一	○	七	七	乙
八	八	八	○	○	五	八	五	甲
	一	八	三	四	八	三		乙
	七	七	二	一	七	九		甲
		一	三	五	四	七		甲

一	八	○	○	七
	四	六	一	二
	一	一	二	六
		三	八	五

先以丁位爲主與丙求等得五千五百七十六以約丙得八千二百七十二億四千六百七十五又與乙求等得一千九百二十四以約乙得五千八百五十三萬一千七十七又與甲求等得四百三十四以約甲得八千八百八十萬五百八十五其丁原數一兆八千七億二千七百三萬四千二百八十八便爲初數　次以丙位爲主與乙求等得三百一十九以約乙得一十八萬三千四百八十三又與甲求等得一百一十五以約甲得七十七萬二千一百七十九其丙約數八千二百七十二萬四千六百七十五便爲初數　次以乙位爲主與甲求等得五十七以約甲得一萬三千五百四十七其乙約數一十八萬三千四百八十三便爲初數　甲無下位即以約數一萬三千五百四十七爲初數

乃以初數按位列之連環求續等

四	二	八	八	丁
四	六	七	五	丙
三	四	八	三	乙
三	五	四	七	甲
一	三	四	四	丁
一	六	七	五	丙
八	八	七	一	乙
九	九	五	七	甲
五	○	二	五	丙
七	二	五	九	乙
九	○	一	一	甲
一	九	六	一	乙
一	二	○	九	甲

三二八一　九一八一　八七五　六二
○七一　二七七四　○八六　三五
七二　八一六　五六九　一○三
二八　三九　九　一八
七　三　一　一
○　三
○
八
一

先以丁位爲主與丙求等得四十一以乘丙得三十三億九千一百七十一萬一千六百七十五約丁得四百三十九億二千一十七萬一千五百六十八又與乙求等得三十七以乘乙得六百七十八萬八千八百七十一約丁得一十一億八千七百三萬一千六百六十四又與甲求等得三十一

以乘甲得四十一萬九千九百五十七約丁得三千八百二十九萬一千三百四十四爲丁次數

次以丙位爲主與乙求等得二十九以乘乙得一億九千六百八十七萬七千二百五十九約丙得一億一千六百九十五萬五千五百七十五又與甲求等得二十三以乘甲得九百六十五萬九千一十一約丙得五百八萬五千二十五爲丙次數

次以乙位爲主與甲求等得一十九以乘甲得一億八千三百五十二萬一千二百九約乙得一千三十六萬一千九百六十一爲乙次數　甲無下位卽以乘數一億八千三百五十二萬一千二百九

爲次數

乃以次數按位列之兩兩連環相求更無續等卽各用爲定母與前式並同

丁丙乙甲
四五一九
四二六○
三○九二
一五一二
九八六二
二○三五
八五○三
三　一八
　　　一

以各定母相乘得衍母與前同

設甲乙丙三數甲一萬九千四百四乙二萬二千九百五十丙一十八萬九千設此以明諸位續等有須乘約數次始盡者

以各數錐行列之連環求等

元數

甲乙丙　乙丙　丙
四○○　五○　○
○五○　七五　一
四九○　二七
九二九　一
一二八
　　一

先以甲位爲主與乙求等得一十八以約乙得一千二百七十五又與丙求等得二百五十二以約丙得七百五十其甲原數一萬九千四百四便爲甲初數　次以乙位爲主與丙求等得七十五以約丙得一十其乙約數一千二百七十五便爲乙

初數　丙無下位即以約數一十爲初數

乃以初數列之連環求續等

甲	四	〇	四	九	一
乙	五	七	二	一	
丙	〇	一			

甲	四	三	二	三
乙	五	二	八	三
丙	〇	二		

乙	五	六	七
丙	〇	〇	一

先以甲位爲主與乙求等得三以乘乙得三千八百二十五約甲得六千四百六十八又與丙求等得二以乘丙得二千約甲得三千二百三十四爲甲次數　次以乙位爲主與丙求等得五以乘丙得一百約乙得七百六十五爲乙次數　丙無下

位即以乘得數一百爲次數

復以次數列之再求續等

次數

甲	四	三	二	三
乙	五	六	七	
丙	〇	〇	一	

甲	九	三	五	
乙	五	九	二	二
丙	〇	〇	二	

乙	九	五	四	
丙	〇	〇	〇	一

先以甲位爲主與乙求等得三以乘乙得二千二百九十五約甲得一千七十八又與丙求等得二以乘丙得二百約甲得五百三十九爲又次數次以乙爲主與丙求等得五以乘丙得一千約乙得四百五十九爲又次數　丙無下位即以乘得數一千爲又次數

再以又次數列之再求無續等即各用爲定母

又次數即爲定母

甲	九	三	五	
乙	九	五	四	
丙	〇	〇	〇	一

乃以諸定母相乘得二億四千七百四十萬一千爲衍母

又式以各數反錐列之連環求等

元數

丙	〇	〇	〇	九	八	一
乙	〇	五	九	二	二	
甲	四	〇	四	九	一	

乙	七	一
甲	七	七

先求丙乙之等得一千三百五十以約乙得一十七又求丙甲之等得二百五十二以約甲得七十七以甲元數一十八萬九千便爲甲初數　次乙甲相求無等即以乙約數一十七爲乙初數甲約數七十七爲甲初數

乃以初數列之令求續等

初數

丙	〇	〇	〇	九	二	三
乙	七	一				
甲	七	七				

丙	〇	〇	〇	七	二
乙	七	一			
甲	九	三	五		

先以丙乙相求無等又以丙甲相求得等數七以

棄甲得五百三十九約丙得二萬七千爲次數
乙無等即以原約數一十七爲次數　甲無下位
即以棄得數五百三十九爲次數
復以次數列之再求無等即各用爲定母較前式省算

丙乙甲
○七九
○一三
○　五
七
二

次數即
爲定母

此式定母與前式異相棄仍得二億四千七百四
十萬一千爲衍母
校泛母約損元數之誤

設甲乙丙三數甲五千一百七十五乙二萬五千五百
一十五丙一十四萬一千七百五十
以三數上下列之

甲乙丙
五五○
七一五
一五七
五五一
　二四
　　一

乙丙
七○
六三
五六

丙
○
一

依法先以甲與乙求等得四十五以約乙得五百
六十七又與丙求等得二百二十五以約丙得六
百三十　次以乙與丙求等得六十三以約丙得
一十

又以甲元數與乙丙二約數各命爲初數列之令求
續等

甲乙丙
五七○
七六一
一五
五

甲乙丙
五三○
一○五
一一
五

先以甲與乙求等得九以棄乙得五千一百三約
甲得五百七十五又與丙求等得五以棄丙得五
十約甲得一百一十五爲甲次數　次以乙與丙
相求無等便以乙丙兩棄數各爲次數
復以各次數列之再求續等

甲乙丙
五三○
一○五
一一
五

先以甲與乙相求無等又與丙相求得等數五以
棄丙得二百五十約甲得二十三爲甲又次數
乙丙更無續等便以乙原約數五千一百三爲乙
又次數　丙棄數五十便爲丙又次數
又次數俱無續等即各用爲定母

甲乙丙
三三○
二○五
　一二
　五

定
母

若依辨奇偶法則以諸數列位先求甲乙之等得

四十五約乙得五百六十七所謂兩數皆奇如意約之也又求甲丙之等得二百二十五約甲得二十三約奇弗約偶次以乙丙求等得五百六十七以約乙得一亦是約奇

乃列甲約數乙約數得一及丙原數各爲泛母泛母無等卽爲定母

	甲	乙	丙
元數	五一七五	二五五一五	一四一七五〇

	甲	丙
定母	二三	一四一七五〇

以兩術所求定母各求衍母衍數併用求一術各

求其乘率用數以入算

前術衍母二千九百三十四萬二千二百五十

甲衍數一百二十七萬五千七百五十

乘率一十八

用數二千二百九十六萬三千五百

乙衍數五千七百五十

乘率一千五百三十八

用數八百八十四萬三千五百

丙衍數一十一萬七千三百六十九

乘率二百二十九

用數二千六百八十七萬七千五百一

後術衍母三百二十六萬二百五十

甲衍數一十四萬一千七百五十

乘率一

用數一十四萬一千七百五十

丙衍數二十三

乘率一十三萬五千五百八十七

用數三百一十一萬八千五百一

案甲乙丙三數以九除之皆盡則九爲三數同用之等卽所謂總等也舊術以總等除各位而必有一位不令受除者以此位爲總等所寄存之以求衍母爲諸位本數皆可度盡之地也然總等除過

之位其壘率內或仍有寄數與總等相同如以總等九約乙得二千八百三十五爲壘率此壘率仍可以九除盡是寄九在內也若用此寄數約去原存位內所寄總等之數或用彼位所寄總等約去此位壘率內所寄與總等相同之數則兩寄數互損其一所求衍母在他位元數皆可度盡者在此位則壘率度之可盡元數度之必不能盡因而轉求他數亦有時必累加衍母始與所求相合矣今設問以攷之如後

假如物不知數以甲除之餘四千五十一乙除之餘二千八百三十六丙除之餘一問物數

依前術入之得甲總九百三十億二千五百一十

三萬八千五乙總二百五十億八千一十六萬六千丙總二千六百八十七萬七千五百一併三總得一千一百八十一億三千二百一十八萬二千一滿衍母去之得二十八萬三千五百一卽物數此數不及衍母七分之一卽在後術衍母一倍以下

依後術入之得甲總五億七千四百二十二萬九千二百五十乙定母位空不求總數後並同丙總三百一十一萬八千五百一併甲丙二總得五億七千七百三十四萬七千七百五十一滿衍母去之亦得二十八萬三千五百一與前術所求同

假如物不知數以甲除之餘三千八百二十七乙除之餘一萬七千一十二丙除之餘二問物數

依前術入之得甲總八百七十八億八千一百三十一萬四千五百乙總一千五百四億四千五百六十二萬二千丙總五千三百七十五萬五千二併三總得二千三百八十三億八千六十九萬一千五百二滿衍母去之得四百二十五萬二千五百二卽物數此數過衍母七分之一卽在後術衍母一倍以上

依後術入之得甲總五億四千二百四十七萬七千二百五十丙總六百二十三萬七千二併二總得五億四千八百七十一萬四千二百五十二滿衍母去之止得九十九萬二千二百五十二以一倍衍母加之始與前術所求同

假如物不知數以甲除之餘二百二十五以乙除之餘二千八百三十五以丙除之無餘問物數

依前術入之得甲總五十一億六千六百七十八萬七千五百乙總二百五十億七千一百三十二萬二千五百併二總得三百二億三千八百一十一萬滿衍母去之得一千五百五十九萬二千五百卽物數此數過衍母七分之四卽在後術衍母四倍以上

依後術入之得甲總三千一百八十九萬三千七百五十但置甲總滿衍母去之止得二百五十五萬一千五百以四倍衍母加之始與前術所求同

假如物不知數以甲乙丙三數除之皆無餘問物數

依前術入之得衍母二千九百三十四萬二千二百五十卽物數此數適滿衍母七分在後術衍母則爲七倍

依後術入之止得衍母三百二十六萬二百五十以六倍衍母加之始與前術所求同

案後術甲乙約數兩位其一位誤以等數七多約一次若置丙定母以七約再置甲定母或乙定母以四十九乘之卽無誤故所求衍母僅得前術衍母七分之一以之轉求他數在前術衍母一分以下者尚不致誤若在一分以上則須於得數後以後術衍母累加之所加自一倍至大倍止始與問數相合

校定母棄過本數之誤

設甲乙丙三數甲一千八百六乙九百三丙七百三十五以三數上下列之

	甲	乙	丙	乙	丙
元數	一八〇六	九〇三	七三五	一	三五

依法先以甲與乙求等得九百三以約乙得一又與丙求等得二十一以約丙得三十五　乙約數得一去之不用

以甲元數與丙約數各命爲初數列之令求續等

	甲	丙	甲	丙
初數	一八〇六	三五	二五八	二四五

以甲與乙相求無等不須棄約又與丙求等得七以棄丙得二百四十五約甲得二百五十八爲甲次數　丙棄得數二百四十五便爲次數

次數無續等卽各用爲定母

	甲	丙
定母	二五八	二四五

若依辨奇偶法則以諸數列位求泛母與前求初數同　乃置各泛母除乙不求但以甲丙求等得

七以約丙約奇弗約偶得五棄甲得一萬二千六百四十二所得各命爲定母

	甲	乙	丙
元數	一八〇六	九〇三	七三五

	甲	丙
定母	一二六四二	五

以兩術所求定母各求其衍母衍數併用求一術求其棄率用數以入算

衍母六萬三千二百一十前後兩術同

前術甲衍數二百四十五

棄率一百一十九

用數二萬九千一百五十五

丙衍數二百五十八

棄率一百三十二

用數三萬四千五百五十六

後術甲衍數五

棄率五千五十七

用數二萬五千二百八十五

丙衍數一萬二千六百四十二

棄率三

用數三萬七千二百九十六

案前術甲定母甲之約數也後術甲定母甲之增

數也甲約則丙增甲增則丙約故兩術所求衍母無異若用以轉求他數則前術所得皆合後術所得或合或不合是知各位元數但可約而必不可增凡以續等乘而增之以為定母者皆非也今設問以攷之如後

假令物不知數以甲除之餘二丙除之餘一百四十九問物數

依前術入之得甲總五萬八千三百一十丙總五百七萬四千三百四十四併二總得五百一十三萬二千六百五十四滿衍母去之得一萬二千六百四十四即物數此數用問中餘數二減之餘為七倍甲元數即後術定母一倍之數

依後術入之得甲總五萬五百七十丙總五百六十五萬九百七十四併二總得五百七十萬一千五百四十四滿衍母去之亦得一萬二千六百四十四與前術所求同

假令物不知數以甲除之餘一丙除之餘六百一十問物數

依前術入之得甲總二萬九千一百五十五丙總二千七十七萬四千一百六十併二總得二千八十萬三千三百一十五滿衍母去之得七千二百二十五即物數此數用問中餘數一減之餘為四倍甲元數即後術定母七分之四

依後術入之得甲總二萬五千二百八十五丙總二千三百一十三萬四千八百六十併二總得二千三百一十六萬一百四十五滿衍母去之得二萬五千二百八十五以七分衍母之二減之始與前術所得數同

假令物不知數以甲除之餘一丙除之餘四百六十三問物數

依前術入之得甲總二萬九千一百五十五丙總一千五百七十六萬七千九百二十八併二總得一千五百七十九萬七千八十三滿衍母去之得五萬七千七百九十三此數以問中餘數一減之餘為甲元數三十二倍置倍數三十二以七除之得四又七分之四即命為後術定母之四倍又七分之四

依後術入之得甲總二萬五千二百八十九丙總一千七百五十五萬九千七百三十八併二總得一千七百五十八萬五千二十三滿衍母去之得一萬二千六百四十三以衍母七分之五加之始與前術所得數同

假令物不知數以甲除之餘三丙除之餘四百二十三問物數

依前術入之得甲總八萬七千四百六十五丙總一千四百四十萬五千六百八十八併二總得一千四百四十九萬三千一百五十三滿衍母去之

得一萬八千六十三即物數此數以問中餘數三減之餘爲甲元數之十倍置倍數十以七除之得一又七分之三即命爲後術定母之一倍又七分之三復通分內子得十以衍數五除之適足二倍即命爲衍母七分之二

依後術入之得甲總七萬五千八百五十五丙總一千六百四萬二千六百九十八併二總得一千六百一十一萬八千五百五十三滿衍母去之得三以衍母七分之二加之始與前術所得數同

案前術定母爲甲元數七分之一凡問中餘數減一倍甲元數而得者適減定母之七倍減二倍甲元數而得者適減定母之十四倍倍數多者倣此推之倍數既通故用約數爲定母與用元數爲定母所求得之數必同後術定母爲甲元數之七倍凡問中餘數減七倍甲元數而得者適減定母之一倍減十四倍甲元數而得者適減定母之二倍倍數多者倣此推之倍數通故用增數爲定母與用元數爲定母所求得之數亦向無異惟甲元數所減倍數不可用七除盡者如一倍二倍或八倍九倍之數則以術內定母較之並有奇零凡大衍術求得之數皆減定母若干倍而餘數與問數相合必無減定母幾分之幾而得問中餘數者是以必不能合也若因其不合而欲考知其相合之數則當置元減倍數以衍數五累加累減之元減倍數爲衍數度盡者不須加減亦無定母應減倍數但以衍數約元減倍數爲衍母分子之數至七可以度盡而止如倍數一則以四倍衍數二十加之成三七倍數三十四則以四倍衍數二十減之成二七凡七所度盡至四倍而止蓋衍數五以七甲棄之則與衍母同故須減一爲四也爲定母應減倍數其衍數累加累減之倍數五爲一倍十爲二倍以上倣此即用爲衍母分子之數衍數棄甲元數爲衍母七分之一是衍數一倍即爲一分故加減衍數幾倍即定爲衍母幾分乃置衍母以七除之分子棄之爲衍母分數視定母應減倍數由加而得者以減由減而得者以加無定母應減倍數者衍母分數亦爲加皆加減所得數始與前術所得數同如第二假令元減倍數四加二倍衍數成二七因所加衍數係二倍故得數後以衍母七分之二減之第三假令元減數三十二倍減五倍衍數餘一七因所減衍數係五倍故得數後以衍母七分之五第四假令元減倍數十適足衍數之二倍其得數在定母下故以七分衍母之二加之始皆合問蓋衍母爲三位元數度盡之數其分數爲甲元數及丙定母度盡之數以衍母分數加減一數而得減餘相同之又一數猶以衍母全數加減一數而得其又一數也

大衍求一術解

術曰衍數滿定母去之爲盈數置右上借一算爲左上盈數轉減定母爲朒數置右下復借一算爲左下舊術下位右置定母左無借算今依盈不足列位之式畧爲更定則術意瞭然以盈朒兩數少者爲法多者爲實法除實得商數盈受除以商數棄左下併入左上朒受除則以商數棄左上併入左下迭除迭棄皆互併之令右行上下各餘一算而止一即等數演紀術不先約分爲

定母則等數或在一以上乃以左上爲乘率併左上左下爲蔀率蔀率惟演紀用之

解曰此術出於九章之盈不足其左行上下卽盈不足術之兩假令也右行上下卽一盈一不足之數也盈不足術齊其假令以同其盈朒所求者不盈不朒之正數故用一維乘而盈數與朒數適相當此術齊其假令以課其盈朒所求者一盈一朒之差數故迭除迭乘使盈朒兩數相除補恰差一算而後已盈朒兩數以少除多盈數受除齊朒行以併之則差在盈朒數受除齊盈行以併之則差在朒差在盈者損其盈差在朒者損其朒盈朒遞損則兩假令必遞增假令之增如兩正同名相加也盈朒之損猶正負異名以相減爲加也加之而得其互相除補之實誠之而見其不相除補之差凡以差遞除而不盡則不盡之數復爲差以差遞除可盡而不盡則不盡之數必爲一因差求一互除所以損其差也以一爲差爲術必等於一也此大衍求一之精理也蓋盈數得一則以行內之假乘衍數卽定母度之餘一之用數也與盈不足之用齊同者有別盈數朒數俱得一則併兩行之假令乘衍數卽定母度之不盈不朒之正數仍與盈不足之用齊同者無異信乎九章之書爲周官保氏遺灋後世步筭家雖窮極幽眇皆未有出其範圍者也

須曼精廬算學

乙卯春日陸潤庠題

吳興劉氏
嘉業堂刊

須曼精盧算學原序

同治初元馮林一中允設廣方言館於上海楊誠之觀察之長兄文臺先生主中文講席余與觀察同肄業焉觀察年方舞勺受英文於美國林樂知先生月試輒冠其曹半年升班復冠之嗣余與觀察先後蒙前督曾文正公以學有成效咨送總理衙門考驗均奏留同文館學習觀察留館之年適値大考名列全館第二時天算總教習爲海寗李壬叔先生從游者六七十子觀察年最少而資稟獨異遇有算學疑難問題他人百思而不獲者觀察則以數言解決之每一稿出皆相顧駭服壬師時加批奬有遊心䋲絲孔中之喻觀察後隨許竹篔

星使出洋遨遊柏林巴黎間與彼都人士交學業愈進歷保以道員發江蘇補用屢膺要差兼隨辦南洋洋務張孝達制軍奏設江南儲材學堂檄觀察辦校事閒以算草示學生同僚見之慫恿付梓因輯錄排比分二十四種上於劉峴莊制軍命刊行寓書問序於余余不敏師門絕學傳授未能窺見萬一惟與觀察同學十餘年相知最深故不辭而述其崖略至算術之說理詳明演式簡絜世有疇人自能知之故不贅光緒二十有四年四月同學治愚弟席淦

序

緊惟耆英碩輔閎達魁傑之士磊磊軒天地其於學必綜賅百氏若安谿李文貞儀徵阮文達峇勿黃扉輒以餘暇旁涉天官樂律饌集疇人遂孽數理熙雍以來就徵鴻博諸名儒類能罔羅算氏綴輯遺經孔葒谷惠紅豆輩且取徑髀術發攜經學而烏程徐莊愍大節凜然於垛積招差諸門直窮奧賾艮以九數之學體實用繇乃周官保氏之遺亦儒雅多能之選然必智勇過人乃能於經濟文章而外兼綜及之今觀於楊星使須圃先生而益信焉先生負經世才壯游歐洲識鑑閎遠李文忠劉忠誠深器之平日肆力於古今中外政書兼精訓

詁辭章餘力及天算積稿垂三十年及茲釐定授梓二十四種其於宋元以來佚存之古籍與夫咸同兩朝譯行之新書淹貫融通富有心得葢自海寗李氏集算家之大成舉而授諸先生從游京館親炙日深宜其所造精邃近惟習算者壹以西法而古義久湮源流未晰如甄鸞五曹欒城九容之屬幾不能舉其目得是編以津逮學子庶於先河後海之義稍有悟乎抑余重有感者憶庚午辛未閒先生與余均以弱冠執算從金匱華若汀師游而先生蚤顯達累功擢監司嗣持節比利時丰裁益峻余通籍既晚無用世才不足數如先生之爲時枋用而未竟疇昔抱負思有以表褫世宙者詎惟茲

九九一藝則俛仰今昔之感先生雖不以攖諸懷而知先生者又烏能已耶余於先生夙同學繼嘗爲先生督理學務時屬僚乃先生不欲以此易舊誼且諄命序是編爰貢其辭如此甲寅季春同學弟江衡謹序

自序

須曼精廬算學刊成余受之倣賈浪仙歲除祭詩故事烹羊酌酒以祭自勞疇昔之耗精敝神既而曰嗟乎余竟以是區區者見乎顧數之爲用也廣之際天地深之入幽渺古來經師大儒於焉致力在漢若司馬遷劉向父子揚雄何休蔡邕爲尤著鄭康成游馬扶風之門三年不得見聞其善算乃召見樓上因以質疑卽其證也魏晉以降代有專家阮文達公作疇人傳自羲和至謝家禾網羅具備余髫年學計自得師而孟晉嘗憶肄業京館之槐院乙夜治算至不可通者深思冥索假寐匡牀忽化摩睺羅狀自窗隙飛出見畜貓踞槐顛捕雀雀啄之旣周游各院某舍夜讀某舍息燈俄而返一燭熒然紙筆在几蘧然與我合一亟走視諸舍皆驗貓歸而目傷已是魂也非夢也夫搆思而至於離舍治經史無是也治辭章無是也治政事亦無是也異哉同治辛未秋余年十八始貢同文館凡六年受於李壬叔先生者釐訂若干卷同學亦有斯問而演算釋義不相謀也不相襲也研求質學而占星分野之譚卦氣風角之技不相涉也昔督江南儲材學堂時學生願習算者爰上諸劉忠誠公留覽旬餘遺材官賫還命授梓尋調鹺關不果今同邑劉翰怡部郎有吳興叢書之刻因請於余余曰嘻世無齊桓誰復設庭燎以禮九九哉無已其折衷

傳雅君子正其爾陋翰怡以付梓人並倩無錫邊砥齋摹圖揚子劉謙甫校版起乙卯春訖丙辰冬而工竣余重加校訂有所增損約十之三云乃自序其篇旨序曰

諸星行軌循乎橢圓或遊雙曲鈞以測天撰橢曲同詮

拋彈擺錘動循厥線礟轟球擊轂馳鐘旋撰拋擺致用

容在圓內切在圓外各求圓心形分小大撰平圓容切

積面成體體形不一勤推所求均是容率撰體積各求

存中積隙孝嬰遞兼吾師比類斯爲外篇撰堆垛演算

物動生力力判分合速與路時公法以立撰力學探原

鈎金片楮各有重心心或體外研理推尋撰重心釋理

升降鎮壓一動一靜窮理致知物無遯影撰動定格物

鏡力所及星辰非遠視實兩差窺象關鍵撰天象管窺

行星繞日不晛不離弗由常度流孛斯奇撰健行衍義

物不知數道古始通諸母法繁三元理同撰求一通術

弧矢切割生於正弦六宗三要二簡齊詮撰割圜舉綱

假借句股輾轉方程有如射覆匿數終明撰句股索隱

悟徹九容（九容者句上容圓股上容圓弦上容圓句股上容圓句外容圓股外容圓弦外容圓句外容半圓股外容半圓）海鏡斯著舍天元一代數是御撰九容演代

句股推闡洞淵引伸縮圖訓解奧蘊畢陳撰句股圖解

僻經有言方出於矩絜度相求不差絫黍撰句股容方

句股與弦五和五較百七十題演代全稿撰句股全草

縱橫相乘是爲直積五事和較不難弋獲撰直積各問

句股形內有線中垂求十三事攸往咸宜撰垂線諸求

形內三線宛轉互求監正稿亡補佚持籌撰邊徑線釋

蔣氏益古欒城演段剖發方圓田形畢見撰方田推步

土圭正景立表所祖求深求遠引繩中矩撰立表測量

比例問目二十有六古算遺珍工商可讀撰比例設問

須曼算經各以類聚槐院課餘一鱗一羽撰雜題偶檢

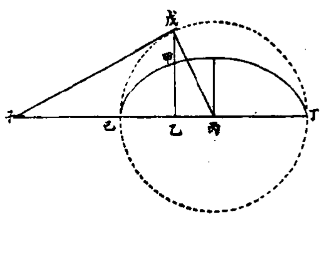
歲在柔兆執徐日躔星紀之次須圃楊兆鋆

須曼精廬算學卷一　　

烏程　楊兆鋆　誠之

橢曲同詮

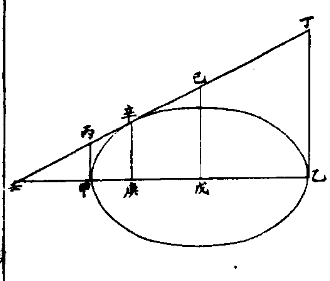
凡橢圓餘弦與割線之比同於正矢方與割徑較方之比試言其理



解曰乙丙餘弦丙子割綫乙己正矢己子割徑較試以長徑爲徑作平圓引長甲乙至戊作丙戊半徑自戊點作切線必交於子點戊丙子戊丙乙爲同式句股則戊丙小弦方與丙子大弦方比若乙己小

句弦較方與己子大句弦較方比而戊丙方與丙子乙丙相乘等戊丙丙子二方各以丙子除之得乙丙與丙子故乙丙與丙子比若乙己方與己子方比

橢圓於長徑兩端作二垂線并引長半短徑俱至切線



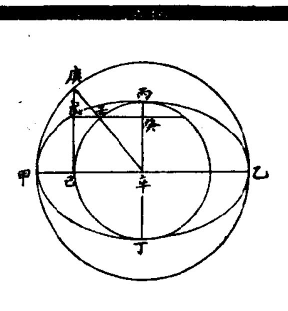
與正弦成四率比例試言其理

如圖甲乙長徑於二端作甲丙乙丁二垂綫又引長半短徑成戊己遇辛點切線於丙己丁三點庚辛爲正弦依八綫理凡餘弦與半徑比若正矢與割徑較比故甲壬·甲庚‥甲戊·庚戊又因甲戊爲庚戊壬戊之中率故壬戊·甲戊‥甲壬·甲庚而壬乙·甲庚‥壬庚·甲庚則壬乙·壬戊‥壬庚·甲壬而丁乙壬等爲同式句股則甲壬等皆爲其股甲丙等皆爲其句故準上式得乙丁·戊己‥庚辛·甲丙爲四率比例也

橢圓長徑方與短徑方之比同於二截徑相乘積與正弦方之比試解其理

解曰甲乙長徑丙丁短徑戊己正弦甲己乙己二截徑試以長徑爲徑作平圓引長戊己至庚作庚辛半徑成庚辛己句股形則甲己爲其句弦較乙己爲其句弦和又以短徑爲徑作平圓截庚辛於壬與丙辛

正交作壬癸線成壬癸辛句股與庚辛己同式癸辛等戊己爲其股甲己乙己相乘與庚己方等故大句股二弦方與小句股二弦方比若大句股股方與小句股股方比即長徑方與短徑方比同於二截

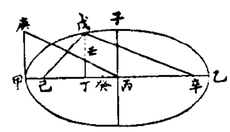


徑相乘積與正弦方比

橢圓第五款一系辛戊己戊二線之較與倍丙癸等試言其理

如圖己辛爲二心自二心作己戊辛戊二綫交於橢圓周戊準本款二線之和與甲乙等試作甲庚切線

與丙子平行亦與丙子等次作丙庚交丁戊於壬取癸點令成比例如左



丙癸∶丙丁∶∶丙己∶丙甲

二線和＝二丙甲＝甲乙

己辛＝己丁⊥辛丁

丙丁二＝己丁⊤辛丁

二綫較∶丙丁二∶∶己辛∶二線和

故

二綫較＝甲乙分二己辛二丙丁

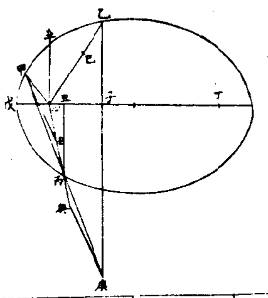
卽

丙丁＝二丙甲分四丙己＝二線較

倍丙癸＝丙甲分二丙己丙丁＝

橢圓有一心有周三點求餘一心其法若何

甲乙丙爲周上三點法作心甲心乙心丙三距心線次取心壬與甲心等作甲壬綫又引長心丙於癸令與心乙等又作甲丙線自癸作綫與甲壬平行遇甲丙引長線於庚作庚乙聯綫必正交長徑引長綫故自心作庚乙垂綫心子卽長徑引長綫也次自丙點與庚乙平行作丙丑綫有比例



丑子∶丙癸∶∶心子∶乙己

心己＝乙己⊤心乙＝辛心正弦

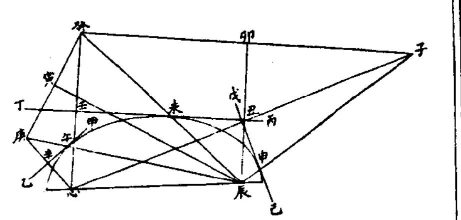
丑子⊥丙癸∶丑子∶∶心辛∶心戊

既得近心點距心綫又有比例

丙癸⊤丑子∶丙癸∶∶倍心戊∶心丁

心丁加戊心得戊丁丁卽餘一心

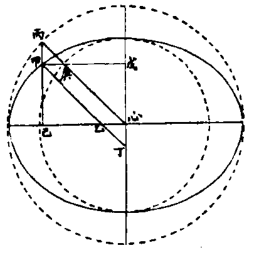
橢圓有一心有三切綫俱不知切點求餘一心其法若何



如圖甲乙丙丁戊己爲三切線法作心庚綫正交甲乙於辛令辛庚等於辛心作心癸綫正交丙丁於壬令壬癸等於壬心作心子綫正交戊己於丑令丑子等於丑心又作庚癸癸子二聯線各取中點如寅如卯作各垂線遇於辰點卽餘一心乃作庚辰癸辰子辰三線各交切線於午未申三點卽三切點

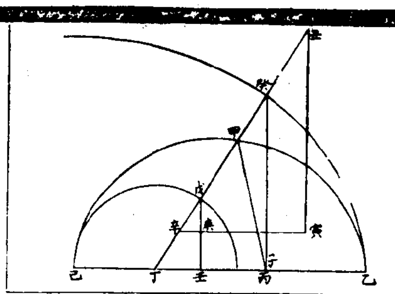
於橢圓周任取一點作線至長徑上令等於小半徑引長之至短徑上必等於大半徑試作圖解

解曰試於長短二徑上各作平圓又於橢圓周上任一點甲作橢圓正弦甲己餘弦甲戊丙己爲大平圓正弦庚戊爲小平圓餘弦戊心與甲己等己心與甲戊等甲己與丙己比若庚戊與甲戊比則丙己



心庚戊心爲同式勾股以丙心庚心大小二半徑爲弦甲乙既等小半徑庚心則必與庚心平行蓋同以甲戊己心二平行綫爲界故也引長之至丁必等於大半徑丙心

楕圓有實引度求距心綫其法若何



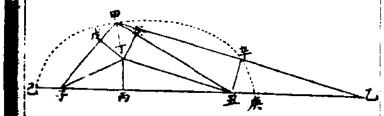
如圖已丁甲爲最卑後實引度已丁爲半徑則已壬爲實引矢戊丁丁壬和乙丁爲高徑已丁爲卑徑丙丁爲倍兩心差法

高徑　全徑　較率矢率減卑徑
倍兩心差　實引矢　卑徑
卑徑　徑率　又
徑率倍戊辛　矢率戊辛辛庚和　距心綫甲丁

又乙丁癸爲最高後實引度乙丁爲半徑則乙子爲實引矢癸丁丁子較法

卑徑　全徑　和率丑丁
倍兩心差　實引矢　高徑
高徑　徑率　又
徑率倍丑辛　矢率丑辛辛實較　距心線

楕圓有最高點有周上任一點求餘一心其法若何



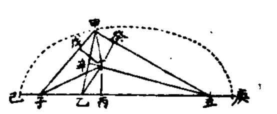
如圖子爲一心甲爲周上任一點庚爲高點庚子爲高徑甲子爲距心線以距心線減高徑子庚爲高徑較法自高點庚加庚乙高徑較作甲乙線平分於辛乃自辛作甲乙之垂線辛丑交高徑於丑丑卽爲又一心

解曰丑爲又一心作甲子子丑丑甲三線成甲子丑三角形作三分角線復作三邊之垂線丁丙丁戊丁癸依楕圓理甲子甲丑和等長徑庚己則甲癸與丑庚甲戊與子己必兩兩相等庚子內少甲子爲高徑較必與丙丑等丙丑旣等高徑較卽等乙庚又等丑癸則乙丑必等甲丑故平分甲乙作垂線必交丑點爲又一心也

楕圓有最卑點有周上任一點求餘一心其法若何

如圖子爲一心己爲最卑點甲爲周上任一點子己爲卑徑甲子爲距心線以卑徑減距心線爲卑徑較法自卑點己減卑徑較己乙作甲乙線平分於辛作甲乙之垂綫辛丑交卑徑引長綫於丑丑爲又一心

解曰丑爲又一心作甲子子丑丑甲三綫成甲子丑三角形作三分角綫復作三邊之垂綫丁丙丁戊丁癸依楕圓理甲子甲丑和等於長徑庚己則甲癸與丑庚甲戊與子己必兩兩相等甲子內少己子爲卑徑較必與子丙等子丙旣等卑徑較卽等乙己又等戊子



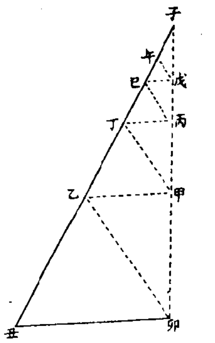
則乙丙等甲癸而甲丑必等乙丑故平分甲乙作垂線必交於丑點爲又一心也

楕圓最卑後卑徑爲首率矢率爲第二率推得連比例爲無窮率其和卽距心線其故何也

距心線　距心線　距心線

準橢圓理有比例 卑徑 一二率較 卑徑 三四率較 較率 得 卑徑較 卑徑 矢率 易之 卑徑 卑徑較 矢率

以矢率減卑徑較爲甲率復以卑徑乘之距心線除之得第三率以第三率減甲率爲乙率復以卑徑乘之距心線除之得第四率如此推之不盡各率之和



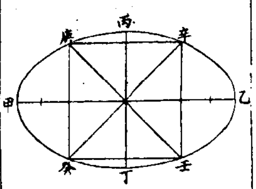
斷不能大於距心線故無窮率數之和必與距心線等也

如圖子丑爲距心線丑卯爲卑徑取丑乙等丑卯作乙卯聯線復作卯子聯線乃與丑

卯平行作甲乙與卯乙平行作甲丁則乙丁卽矢率蓋子丑卯子甲乙爲等勢形故子丑與丑卯必若子乙與甲乙子丑爲距心線卯丑爲卑徑子乙爲卑徑較則甲乙必爲矢率乙卯丑丁甲乙爲等式形乙丑等丑卯丁乙必等甲乙故丁乙亦爲矢率次與甲乙平行作丙丁與甲丁平行作巳丙與丙丁平行作巳戊與丙巳平行作戊午如此作線不已成丑乙乙丁丁巳巳午等無窮連比率其和必等子丑距心線也

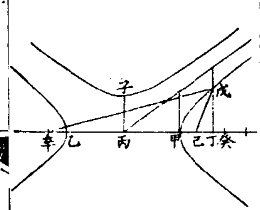
橢圓有長徑有兩心差求中容正方邊其法若何

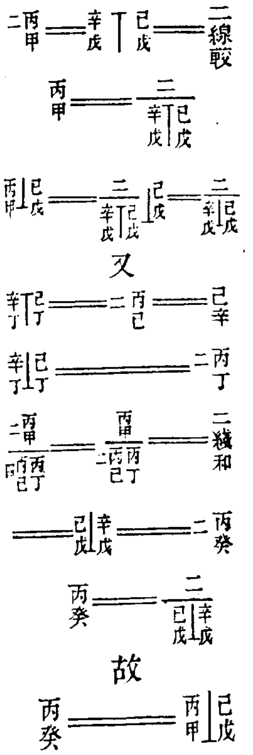
依橢圓理本屬二徑之正方和恆與長短二徑之正方和等今庚壬癸辛本屬二徑相等（卽容方之對角線）其二方和必等於甲乙丙丁長短二徑方和故長徑方短徑方和四歸開方得方邊蓋據橢圓第三款半長徑方少兩心差方爲半短徑方也



雙曲綫第五款一系丙甲己戊和與丙癸等試以比例明之

如圖己辛爲二心己戊辛戊二綫交於曲綫界戊準本款言二綫之較與長徑甲乙等又取癸點令丙甲與丙己比若丙丁與丙癸比

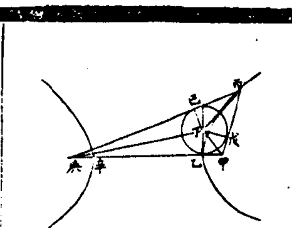




雙線有一心有最近心點有曲綫上一點求餘一心其法若何

甲爲心乙爲最近心點法於曲線上取丙點作甲丙線取甲戊等甲乙各作垂綫戊丁乙丁交於丁以丁爲心戊丁或乙丁爲界作乙戊己圜自丙至圜界作

丙已線引長之遇甲乙引長線於庚爲

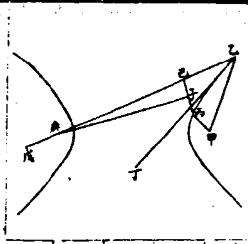


餘一心

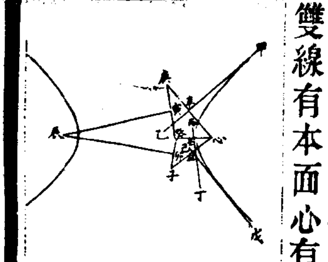
設於甲丙庚三點作三線成甲丙庚三角形各作分角線及垂綫甲丙庚丙較原等乙辛長徑又等甲戊已庚較又等甲乙庚較甲庚兩心差丙減二心之距近心點原等於長徑則甲乙庚辛等於二小分底依三角作之即得庚又一心也

雙綫有一心有曲線上二點其一點并知切線求餘一心其法若何

甲爲心乙丙爲曲線上二點乙丁爲切線法作乙戊



線令丁乙戊角與甲乙丁角等又取甲丙甲乙之較如乙已作已丙線平分於子自子作已丙垂線交乙戊於庚爲又一心

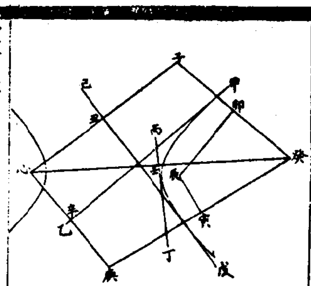


雙線有本面心有三切線俱不知切點求對面心其法若何

如圖甲乙丙丁戊已爲三切線法自本面心作各垂線令辛庚壬癸丑子等於心辛心壬心丑作庚癸癸子二聯線平分於寅於卯作庚癸癸子之

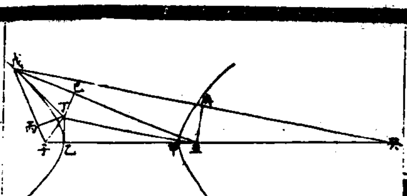
垂線遇於辰即對面心

雙綫有對面心有本面三切線不知切點求本面心其法若何



如圖甲乙丙丁戊已爲三切線法自對面心作各垂線令辛庚壬癸丑子等於心辛心壬心丑作庚癸癸子二聯綫平分於寅於卯作庚癸癸子之垂線遇於辰即本面心

雙線有最高點有本心有本周上一點求外心其法若何

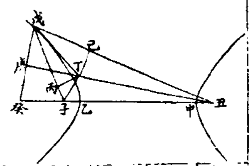


如圖甲爲高點子爲本心戊爲本周上一點甲子爲高徑戊子爲距心線以距心線加高徑子甲爲高徑和法自高點甲加甲癸高徑和作戊癸線平分於庚作戊癸之垂線庚丑交甲癸於丑爲外一心

解曰丑爲外一心於戊子丑三點作三聯線成戊子丑三角形作三分角線復作三邊之垂綫則巳丑與乙丑戊巳與戊丙子乙與子丙必兩兩相等依雙綫理戊子戊丑較等長徑甲乙甲丑等乙子又等子丙巳丑必等乙丑則巳丑加戊子爲高徑和與甲癸等於高徑和內各減去相等

之丙子甲丑則戊丑必等丑癸故平分戊癸作垂線
必遇丑點

雙綫有最卑點有本心有本周上一點求外心其法若
何



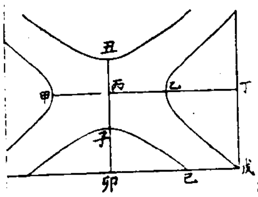
如圖乙爲最卑點子爲本心戊爲本周上一點乙子爲卑徑戊子爲距心線以距心線減卑徑子乙爲卑徑較法自卑點乙加卑徑較乙癸作戊癸線平分於庚作戊癸之垂線庚丑交甲癸於丑丑爲外一心

解曰丑爲外心於戊丑子三點作三聯線成戊子丑三角形又作三分角線復作三邊之垂線則巳丑與

乙丑戊巳與戊丙子乙與子丙均兩兩相等依雙綫理戊子戊丑較等甲乙長徑甲丑等乙子又等子丙巳丑既等乙丑則巳丑減戊子卽爲卑徑較必與乙癸等於卑徑較內再減去乙子餘子癸而戊丙等戊巳則戊丑必等丑癸故平分戊癸作垂線必遇丑點

雙曲線有正弧之餘弦別有餘弧之正弦試言其故

雙曲綫之異於橢圓者橢圓求正弧之餘弦卽爲餘弧之正弦雙曲線則不然如圖甲乙長徑子丑短徑取丁戊爲正弦則戊卯爲餘弦已卯爲餘弧之正弦二者不同而



其比例亦各異也

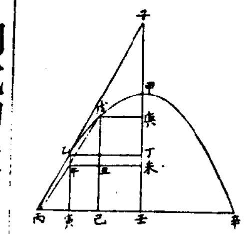
須曼精廬算學卷一

須曼精廬算學卷二

烏程　楊兆鋆　誠之

拋擺致用

拋線自切點作徑必平分與切綫平行之通弦試言其理



如圖乙爲切點乙子爲切線丙戊爲通弦與切線平行乙寅爲切點上之徑交丙戊於午試作戊庚乙丁丙壬三正弦又作午未等於乙丁又作戊己正交諸正弦又引長丙壬至辛準同式句股例

戊己·丙己··子丁·乙丁

戊己·丙己··甲丁二·乙丁

因

二截徑較·二正弦較··二正弦和·通徑

∴戊己·丙己··己辛·通徑

通之

甲丁二·乙丁··己辛·通徑

又

截徑·正弦··正弦·通徑

∴甲丁二·乙丁··乙丁二·通徑

∴乙丁二＝己辛

丙壬|戊庚＝己辛

午未二＝乙丁二＝

丑未二＝己壬|戊庚

∴丑午二＝丙己

準同式句股例

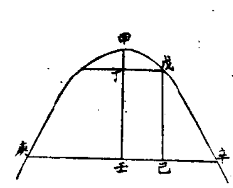
丑午·午戊··丙己·丙戊

則

午戊二＝丙戊

∴午戊＝午丙

拋線二截徑較與二正弦較比同於二正弦和與通徑比試言其理



如圖丁壬爲甲丁甲壬二截徑之較己辛爲丁戊壬辛二正弦之較己庚爲二正弦和有比例

甲壬·壬辛··壬辛·通徑

甲丁·丁戊··丁戊·通徑

壬辛二＝甲壬通徑

丁戊二＝甲丁通徑

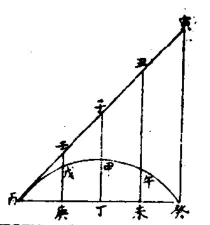
丁戊二|壬辛二＝丁壬通徑

即

己庚己辛＝丁壬通徑

∴丁壬·己辛··己庚·通徑

拋線切綫內任取諸點作諸線正交通弦諸綫在曲線外一分之比若切線諸截分方之比亦若通弦諸截分方之比



如圖切綫內任取壬子丑寅諸點作壬庚子丁丑未寅癸諸綫皆正交通弦題言壬戊子甲丑午寅癸諸分比若丙壬丙子丙丑丙寅諸分方比亦若丙庚丙丁丙未丙癸諸分方比

壬戊·戊庚··丙庚·庚癸

壬戊·戊庚··丙庚二·庚癸丙庚

子甲·甲丁··丙丁二·丁癸丙丁

因

通徑戊庚＝庚癸丙庚

通徑甲丁＝丁癸丙丁

得

戊庚·甲丁··庚癸丙庚·丁癸丙丁

∴壬戊·子甲··丙庚二·丙丁二

準同式句股例

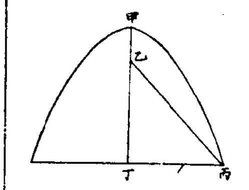
丙庚二·丙丁二··丙壬二·丙子二

∴壬戊·子甲··丙壬二·丙子二

餘類推

拋線之帶徑恆等於心點截徑與所截割弧截徑之和

試言其理



如圖乙爲拋綫心乙丙爲帶徑甲丙爲所割之弧甲丁爲甲丙之截徑甲乙爲心點之截徑準拋線理通徑等於甲乙之四倍取乙丙丁句股形有比例

$$\text{乙丙}^2 = \text{乙丁}^2 + \text{丙丁}^2$$

$$\text{乙丁} = \text{甲丁} - \text{甲乙}$$

因

$$\text{正弦}^2 = \text{截徑}\,\text{通徑}$$

$$\text{丙丁}^2 = \text{四}\,\text{甲乙}\,\text{甲丁}$$

則

$$\text{乙丙}^2 = (\text{甲丁} - \text{甲乙})^2 + \text{四}\,\text{甲乙}\,\text{甲丁}$$

$$= \text{甲丁}^2 - \text{二}\,\text{甲乙}\,\text{甲丁} + \text{甲乙}^2 + \text{四}\,\text{甲乙}\,\text{甲丁}$$

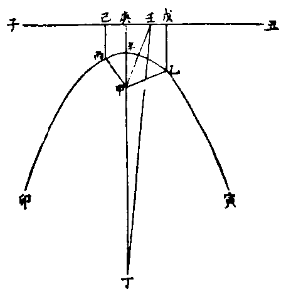
$$= \text{甲丁}^2 + \text{二}\,\text{甲乙}\,\text{甲丁} + \text{甲乙}^2$$

故

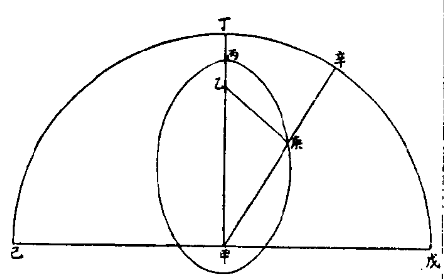
$$\text{乙丙} = \text{甲丁} + \text{甲乙}$$

已知拋線之心及線上任兩點求作全線

如圖甲爲拋物線心乙丙爲線上任二點作乙甲丙甲二線復作戊乙己丙令與地平正交且等於乙甲丙甲二線於戊己兩點作子丑線平於地平子丑即爲準線乃取壬庚丁矩尺作庚丁線等於矩尺之股一頭繫甲心一頭繫丁點壬庚矩尺不離準線用筆縮線在辛點將矩尺向丑漸移即成辛乙寅半線乃移矩尺至左亦如之而成卯辛寅全線也

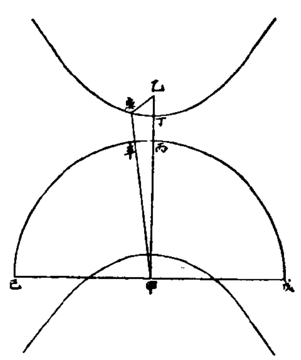


西人言拋物線有準線而不及他曲線近來天算家言橢圓雙曲線皆有準線但不爲直線而爲圓線試詳言之



如圖甲乙爲二心以甲爲心引長長徑令丁丙等乙丙以丁甲爲半徑作戊丁己圓任於曲綫上取庚點作甲庚引長至辛則辛庚等乙庚蓋辛甲等長徑乙庚加甲庚亦等長徑故戊丁己圓爲橢圓之準線

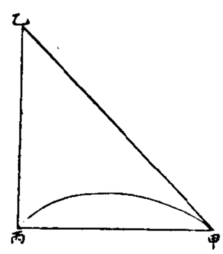
再言雙曲綫



如圖甲乙爲二心取丁丙等乙丁以甲爲心甲丙爲半徑作戊丙己圓任於曲綫上取庚點作庚甲則庚辛等庚乙蓋辛甲等長徑庚甲減庚辛或庚乙亦等長徑故戊丙己圓爲雙曲線之準線

假令礮子最遠界五十里其出口平速每秒若干

答曰一千五百七十五尺九寸奇



如圖甲丙最遠界五十里卽九萬尺甲為礮子出口處甲乙方向線交地平成角四十五度乙丙為地力攝引下行之路亦九萬尺甲乙為平速路求之有等式

$甲乙路 = \sqrt{甲丙^{二} 丄 乙丙^{二}} = \sqrt{一六二○○○○○○○○}$

$= 一二七二七八$

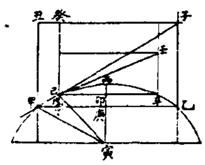
$甲乙時 = \sqrt{\frac{力}{二甲丙}} = \sqrt{\frac{二七六}{一八○○○○○}}$

$= \sqrt{六五二一} = 八○七$

$平速 = \frac{時}{路} = \frac{八○七}{一二七二七八○}$

$= 一五七五九$

物行拋物綫自拋點至頂點其方向速率處處不同任取一點求其方向及速率



如圖子丑為準綫寅為曲綫心甲為拋點甲丙乙為拋物線丙為頂點物自甲至丙方向速率處處不同設於甲丙綫上任取戊點求其方向則準曲線例切線與距準線所成角等於切線與帶徑所成角故切戊點與丑甲平行作癸戊距準線又自寅至戊作寅戊帶徑成寅戊癸角作戊壬線平分之則戊壬為戊點切線卽為其方向線依第一款法求之式如下

$甲乙 = \frac{力}{速^{二}}(二甲)正弦$

$甲己 = 速時$

$己戊 = \frac{半}{力}時$

$甲丁 = 甲己丄甲角餘弦$

$甲乙 丅 甲丁 = 辛戊$

$\frac{甲丁}{乙丁 \; 己戊} = 戊丁$

$戊丁 = 卯庚$

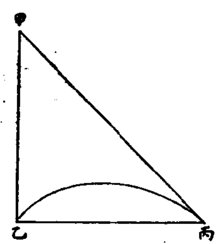
$丙庚 丅 卯庚 = 丙卯$

$二丙卯 = 壬辛$

$\sqrt{壬辛^{二} 丄 辛戊^{二}} = 壬戊$

有礮子初行方向與地平交角四十五度墮地處距發處二千步試推其平速若干

答曰五百二十五尺奇卽一秒所行平速路



如圖礮在丙礮子墮於乙丙乙為拋線界二千步甲丙乙角為方向與地平交角四十五度甲乙為地力攝引下行之路亦二千步甲丙為平速路以代數推之有等式五尺為一步

$甲丙時 = \sqrt{\frac{力}{二路}} = \sqrt{\frac{二七六}{二○○○○○}}$

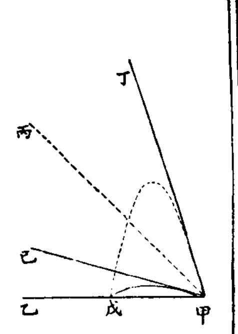
$= 二六九九$

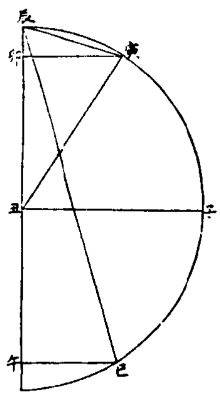
$甲丙路 = \sqrt{甲乙^{二} 丄 乙丙^{二}} = 一四一四二○$

$\frac{時}{路} = \frac{二六九九}{一四一四二○} = 五二五奇$

有礮子已知最遠界五十里今距敵營二十七里當用何方向攻之

答曰方向有二一交地平角十六度一七十四度





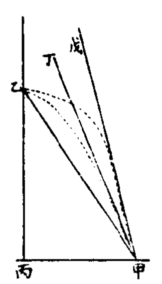
如圖甲乙最遠界丙甲乙爲軸綫交地平所成半直角敵營在戊以礮攻之有甲己甲丁二方向已甲乙小於半直角丁甲乙大於半直角其較角丙甲已丁甲丙恆等法以最遠界爲子丑半徑因其半直角故寅丑辰丑同礮距營爲寅卯正弦己午同正弦分半周爲二弧二弧之通弦辰寅辰已卽礮軸二方向線先取寅卯丑句

股形求得卯丑餘弦股爲四十二里强以減半徑得辰卯正矢八里弱取辰卯寅句股形求得辰寅通弦弦爲二十八里强卽方向綫又辰寅爲一率寅卯爲二率全數爲三率求得四率辰寅卯餘弦九六檢表得辰寅卯角一十六度卽上圖之已甲乙角與象限相減得丁甲乙角爲七十四度

有高山二十里上有敵營距我營平地十五里用昨日之礮攻之礮軸當用何方向

答曰方向有二一交地平角七十七度十五分一六十六度二十五分

如圖乙丙爲山高二十里甲丙爲距平地十五里先



求得甲乙拋界二十五里命乙甲丙角爲房丁甲丙角爲尾較角之外角爲癸房角求得五十三度有等式

$$甲乙=\frac{房餘弦^{二}}{二拋高(半周丨癸)正弦丨房正弦}$$

$$半周丨癸=二尾丨房$$

$$\frac{二拋高}{甲乙房餘弦^{二}}丄房正弦=(半周丨癸)正弦=癸正弦$$

$$\frac{五〇}{八七〇二五}丄房正弦=一七四〇五丄八〇七六四$$

$$九八一六九=七九度一〇分$$

$$\frac{一}{二}(直角丨房)\pm\frac{一}{二}(直角丨癸)=大小二方向$$

$$\frac{二}{一四三度}=七一度五〇分\qquad\frac{二}{一〇五〇}=五二度五分$$

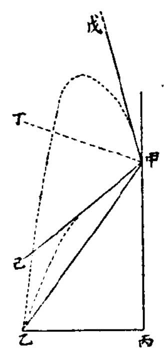
兩相加得大方向減得小方向

$$七七度一五分=大交角戊甲丙$$

$$六六度二五分=小交角丁甲丙$$

我既破敵移營山頂敵復於山後平地結營其距亦十五里我以前礮再攻之當用何方向

答曰大方向交地平角一百六十五度小方向角五十二度



如圖甲丙山高二十里乙丙平地距十五里甲乙斜面二十五里求得丙甲丁最遠角半周加房角度三十七度折半丁甲己角半周減癸角度六十七度折半兩相加得大方向交角丙甲戊爲一百六十五度相減得小方向交角丙甲己爲五十二度

丙甲乙 ══ 房

外角較角 ══ 癸

甲乙二 ══ 房餘弦二 / 二拋界(半周)(房)正弦(房)正弦

二拋界房餘弦甲乙 ┴ (房)正弦 ══ (半周)(房)正弦 ══ 癸正弦

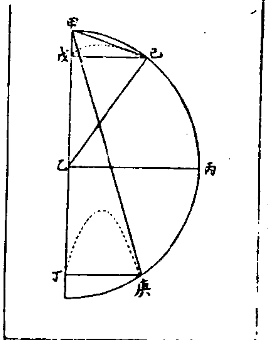
五〇六〇〇 ┴ 七〇 ══ 三二 ┴ 七〇 ══ 九二 ══ 六七度

三 ┴ 二 / 半周房 半周癸 ══ 大小二方向角

一〇八三〇度分 ┴ 五六三〇 { ══ 一〇九度 大方向角 ══ 五二度 小方向角

有敵營距我營三十里我以遠界五十里之礮攻之連發二鉛子欲其同時至敵營其法若何

答曰鉛子行大方向線歷一百〇八秒三十三分行小方向線歷三十六秒十四分行大方向者須先放至七十二秒十九分時乃放行小方向者方能同時擊敵



如圖乙丙爲遠界五十里乙己甲乙並同己戊爲兩營距三十里甲庚丁同甲己戊爲小方向角甲庚丁爲大方向角有等數

乙正弦 · · 半甲 · · 己戊 · · 己乙

乙角 ══ 三六五〇

三乙角 ══ 甲己戊 ══ 一八二五

斜甲己戊 ══ 甲庚丁 ══ 七一三五

乙戊 ══ (己戊)(己乙) ══ 四〇

甲戊 ══ (甲乙)(乙戊) ══ 一〇

甲丁 ══ 九〇

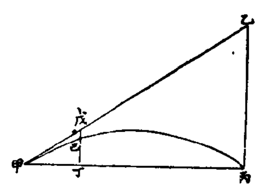
小方向時 ══ (半方向)(甲戊) ══ 三六一四

大方向時 ══ (半方向)(甲丁) ══ 一〇八三三

大方向先行時 ══ 七二一九

假如距我營二里有山敵於山頂立大旗距平地一里敵營在山後距我營八里我欲以礮攻敵營并擊去大旗當用最遠之界若干之礮軸線依何方向

答曰最遠界八里又一百十九丈三尺五寸有奇即二百三十八步方向角三十三度四十一分十秒強



如圖己丁爲山高一里旗頂距地甲丁爲我營距山二里甲丙爲兩營距八里甲己丙爲礮子所行曲線甲乙爲方向乙甲丙爲方向地平交角得等式如左

時 ══ 天

乙丙 ══ 三 / 力天

戊丁 ══ 四 / 乙丙 ══ 八 / 力天

戊己時 ══ 四 / 天

戊己 ══ 四 / 戊丁 ══ 三二 / 力天

戊丁 ══ 三二 / 力天 ┴ 一 ══ 八 / 力天

力天 ┴ 三二 ══ 四力天

三二 ══ 三力天

三力 / 三二 ══ 天

時 ══ 六六九五八七

乙丙 ══ 二 / 力時 ══ 九六〇〇寸

甲乙 ══ (乙丙)(甲丙) ══ 二九九五二〇〇〇〇〇〇

══ 一七三〇六寸

甲餘弦角 ══ 甲乙 / 半徑甲丙 ══ 三三四一三

遠 ══ 時二 / 甲二 ══ 四三〇三九一一四寸

最遠界外 ══ 力 / 速 ══ 一五五九九五寸

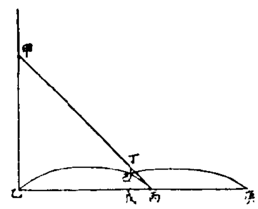
══ 八里一一九丈三五寸

══ 八里二三八步三五寸

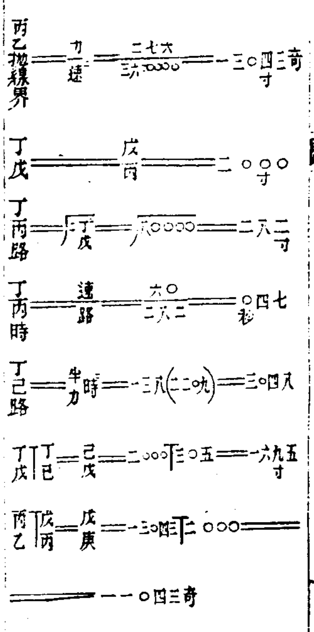
有全凸力球平速一秒六十尺方向交地平四十五度相距二十尺有高牆球擊之求擊點及反行路

答曰擊點距地十六尺九寸五分反行路一百十尺四寸三分有奇

如圖丙爲抛球處丙甲爲抛物方向與地平丙乙成甲丙乙半直角丁戊爲高牆丙戊爲相距二十尺己爲擊點己戊爲擊點距地丙乙爲抛線界丙己乙爲曲線己庚爲反行曲線等於己乙戊庚爲反行路等於戊乙有



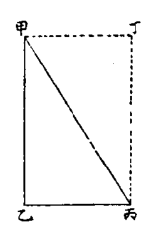
等數

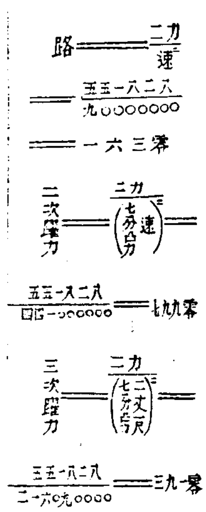


有人抛一七分凸力之球方向直上若無地心力一秒中行三丈試推上行若干尺而下墜又二次三次躍上各若干尺

答曰上行十六尺三寸零二次躍上七尺九寸九分零三次躍上三尺九寸一分零

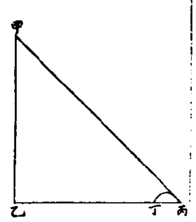
如圖甲乙丙句股形丙乙爲初速物自乙上升其速遞減至甲而盡乃墜則甲乙爲其應升應墜之時所過之路即爲甲乙丙句股形葢初速能過之路即丁乙矩所有自墜之路爲甲丁丙句股形兩形相減賸甲乙丙句股形爲球上行之路也求法如左





今有石壁與地平正交距壁十五丈抛球擊之球行方向之初與地平成四十五度角一秒行二丈求擊點距地若干尺

答曰球未及壁擊地點距壁十三丈五尺五寸奇



如圖甲乙爲石壁正交地平線乙丙丙距乙十五丈球在丙抛之其初行方向丙甲與地平成甲丙乙角爲四十五度旋爲地心力所吸至丁而止

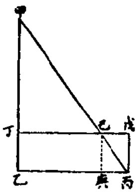
丙丁爲地面上抛綫界依抛物線理知方向與地平成半直角者抛綫界最大而最大抛界等於半徑乘二抛高亦即等於二抛高故速自乘四〇〇〇〇爲實地力二七五九一四爲法除之得十四尺五寸弱即丙丁線以減丙乙十五丈餘十三丈五尺五寸奇

卽丁乙線也

丙丁＝力/速＝二拋高/直角正弦＝最大拋界

丁乙＝丙丁/丙乙

二地力除速方等於拋高試解其理



解曰如圖設物自乙上行至頂甲歷時四秒第一秒時爲丁乙速爲乙丙應行平速路爲戊丙丁乙長方內減半地力戊丙己句股形餘己丙丁乙四邊形爲第一秒路由是而至於甲地力旣無間斷則所過之

拋高路卽如甲乙丙句股形此形爲甲乙時丙乙速相乘積之半亦卽戊丙己庚地力除戊乙矩自乘速方之半以代數明之

力/速＝速/二拋高＝時

故

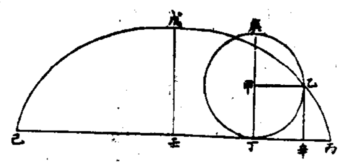
二/時速＝拋高

卽

二力/速＝力√二/速

凡車行於地平面其輪周之一點輾過成擺綫按幾何例試作圖解

解曰如圖甲爲輪乙爲輪周之一點丙己爲地平輪周一點乙當車不動時乃在丙點啟輪上向輾至乙而丁爲其底切地平之點輾至戊則乙居頂點乃下



向由頂至己成丙戊己擺綫丙己謂之擺綫底卽輪行軌道一周之數戊壬爲底中點之垂線謂之擺綫軸亦卽輪之圜徑丙爲起點乙爲母點丙乙爲母點所經過擺綫之一段丁爲母輪切底之點丙丁直綫必等於乙丁弧綫則乙辛必等於乙丁弧之正矢甲丁設命爲地

丙辛爲天

母輪半徑

爲末庚丁

等於二末

按擺綫第一款

天＝弧丁二末地丁地

準幾何例辛丁等於

甲乙卽等於

二末地丁地＝地(末丁丙)＝甲庚 甲丁

又

甲乙 乙丁弧＝辛丁 丙丁＝丙辛

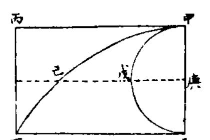
二末地丁地 弧丁＝天＝丙辛

與擺綫款合

試以錢代輪鍥錢郭一點爲記畫犢綫於几爲地平上車軌道如法輾錢皆驗此圖卽以錢成之

擺綫面積等於本輪圜面積三倍試解之

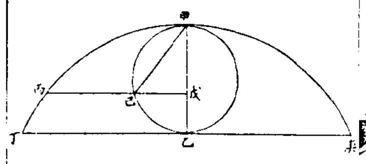
解曰如圖甲乙己丁爲半擺綫面積甲乙爲擺綫軸



卽輪之全徑甲庚庚乙皆半徑甲戊乙爲半圓積試展甲戊乙半周作乙丁綫甲乙丙丁長方卽半周與全徑相乘方搼半周與半徑相乘等於圓面積亦卽庚丁矩或庚丙矩則甲乙丙丁長方等於二圓面積準擺綫例甲己丙丁殘積等於甲戊乙半圓積是甲乙丙丁二圓積內去半圓積一賸半圓積三加倍卽正圓積三爲全擺面積也

半擺綫等於本輪全徑之倍試言其理

解曰此改曲綫爲直綫求其直綫之長等於曲綫之長也如圖甲乙爲輪全徑卽擺綫軸甲爲頂點輪依擺綫任輾至一點丙取丙點與甲乙軸正交作丙戊綫截圓周於己自己至甲作己甲綫爲所對本輪之通弦準擺綫



例審得

甲戊 ═ 二未丅地

又準幾何理

甲己 ═ 丅甲乙乂甲戊

═ 丅二未丅二丅地

故

甲丙曲綫分與倍甲己等則甲丙丁半擺綫卽與倍甲乙等而庚甲丙丁全擺綫必與四全徑等也

論鐘擺之用

時辰鐘設擺一具以銅爲幹而貫其墜墜乃圓銅片幹端作雙歧小鉤懸於鐘內小横擔令其活動幹尾微銳製之精者尾作公螺紋圓片中直孔作母螺紋欲其行速則上之緩則下之鐘旣啟鑰微力撥之左右回旋不息約擺一次歷時一秒許其擺綫不長原以節制機簧之速行而使之得時有準耳

用鐘擺以驗重學

西士又借以明動重學之理其言曰凡同一鐘擺用大小二力撥之同時分中擺而擺之次數不同以重力判大小也其二力之比若二次數平方之比設如英京時辰鐘一日擺八萬六千五百三十五次移置赤道上擺八萬六千四百次則赤道與英京二處重

力之比若八六四〇〇自乘數與八六五三五自乘數之比約之若一〇〇〇〇〇與一〇〇三一五之比卽英京有物重十萬斤與赤道物重十萬零三百十五斤之比二重力相等此動重學之理也

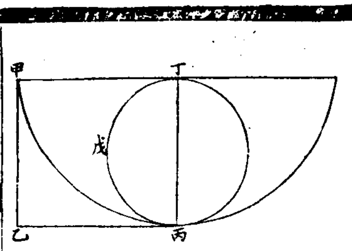
用鐘擺以測地率

求地球疏密率之法奈端設例將一準垂綫近大山懸之以眡其攝力令原垂綫相離幾何乾隆三年法國博士徂山測得準垂綫之偏十一秒然不甚信後英國天學家思得用鐘擺之法一置於深一百二十丈之煤礦中一置礦口平地以電綫連貫上下兩擺測得地面之擺每動一次歷時一秒較地中之擺一

日中少二秒四分秒之一依此推算得地球疏密率中數爲六五五六五此又天算家之妙用也

有鴿自旗杆頂依擺線下飛止於平地距旗杆十二丈五尺六寸六分試推旗杆高若干

答曰七丈九尺九寸九分有奇



如圖甲乙爲旗杆等丁丙鴿自頂甲依擺線甲丙止於丙丙乙爲相距十二丈五尺六寸六分準擺線理丙乙等於丁戊丙半周以周徑定率比例得旗杆高

上釋鐘擺正可參觀此圖中爲圓片丁丙爲圓片孔中之幹丙端出數分丁端引長至懸處擺式無定以鐘之大小爲準耳

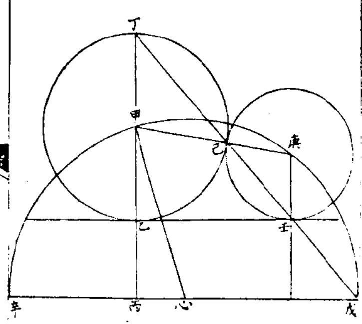
一率	周定率	一〇〇〇〇〇〇〇
二率	徑定率	三一八三〇九八
三率	今周 倍丙乙	二五一三二〇〇〇
四率	今徑 丁丙即甲乙	七九九九七六一

須曼精廬算學卷三

烏程　楊兆鋆　誠之

平圓容切

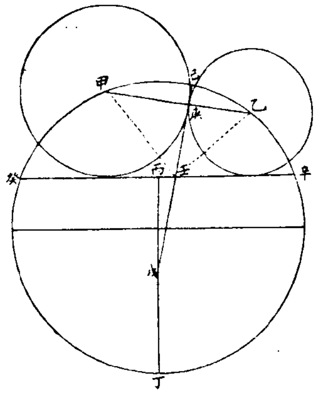
弧矢形內求任作相切二圓其心俱在弧背其周俱切弦其法若何



法自大圓心作心甲半徑取甲點作戊辛之垂綫甲丙以甲爲心甲乙爲度作圓乙卽甲圓周切弦之一點引長甲丙綫至丁作丁甲半徑甲卽甲圓心切弧之一點自丁至戊作丁戊綫割甲圓周於己卽二圓切點

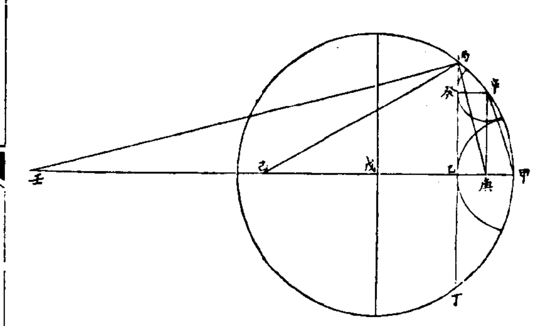
乃作甲己綫引長至弧背得庚點卽爲庚圓心以庚己爲度作圓其切弦點壬卽丁戊綫交弦之點也

前題



法先作一圓甲乃取丙丁大矢折半於戊作戊己切綫交辛癸弦於壬平分己壬癸己壬辛兩角作甲壬乙壬二分角虛綫遇弧背於甲於乙卽二圓心復作甲乙聯心綫與己戊正交於庚庚爲二圓切點

弧矢形內容相切二殘圓其心皆在弧背其周皆切弦

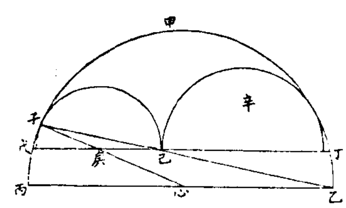


若大圓以矢爲半徑則倍矢加餘弦爲股半弦爲句其股弦較必等於小圓半徑試作圖解

如圖甲乙矢爲大圓半徑乙丙爲丙丁通弦之半乙戊餘弦戊己倍矢設乙丙爲句乙己爲股則己丙爲弦取己丙度至庚則庚乙爲小較等辛癸爲小圓半徑試作庚丙正交線丙壬則丙乙壬丙乙庚爲同式句股己壬等於己丙乙壬與乙丙比若乙

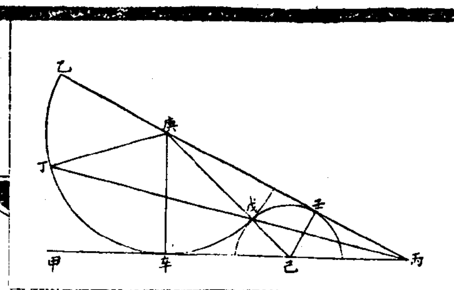
丙與庚乙比故以半弦方爲正積四矢加二餘弦爲負廉一爲負隅平方開之卽得小圓半徑也

假如弧矢形內有一半圓其徑與形之弦合其周切弧背欲作一相並之半圓亦徑合弦而周切背其法若何



甲乙心丙大半圓內截甲丁己戊弧矢形辛爲元半圓其切弦點己乃自乙切己點作乙子綫又自子至心作線交於庚卽相並半圓之心庚己爲度轉規其切弧背卽子點也

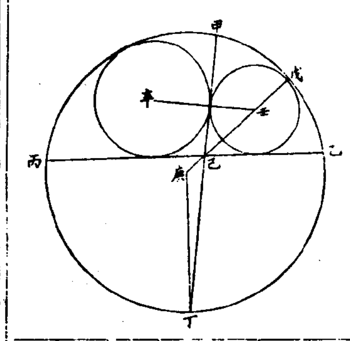
甲乙二直綫相遇成鋭角形先作一半圜徑合甲而弧切乙欲再作一半圜徑合乙而弧切甲且切前半圜後半圜大於前半圜其法若何



法作丙丁分角線割前半圜於戊自小半圜心己過戊作己庚綫庚卽大半圜心如所求

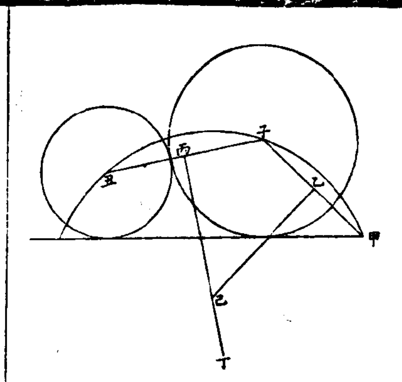
試復作庚辛己壬二垂綫及庚丁半徑庚辛與庚丙若己壬與己丙庚辛等庚丁己壬等己戊卽庚丁與庚丙若己戊與己丙卽丙庚丁丙己戊二形之兩邊爲同比例而庚丁丙角等於庚戊丁角卽等於丙戊己角則丙庚丁丙己戊爲同式形庚丙丁角卽等於戊丙己角矣而丙丁過切點戊必爲分角綫故作丙丁綫必過二圜切點戊也

弧矢形內可容不相等二圜假如已有一圜求另作相切之一圜其法若何



甲乙丙弧矢形內有辛圜求另作一圜法先切辛圜作甲丁切綫割乙丙弧弦於己平分甲己乙角作己戊綫次作甲丁之正交線辛壬則壬點爲所求之圜心如有壬圜求辛圜心法同

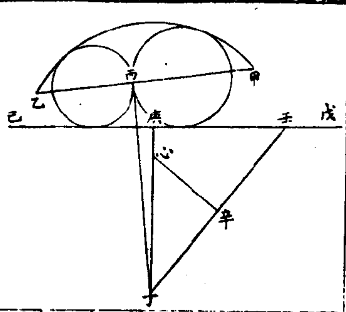
有不等相切二圜共一直線欲於直線上作一弧過二圜心其法若何



法先於直線上設甲點爲界次作二圜聯心線子丑平分於丙作丙丁爲子丑正交線乃於丙丁線上取己點令己甲等於己子以己爲心甲爲界作弧必過二圜心

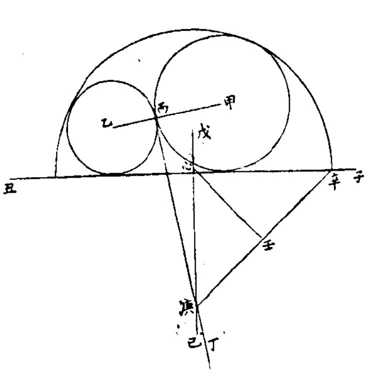
又法於直線上任取甲點爲界作甲子線平分於乙作乙己爲甲子垂線以己爲心甲爲界作弧卽所求

今有相切不等二半圜二徑相連爲一直線欲引長此直線爲弦作一弧容此二半圜其法若何



法引長直線爲弦甲乙作正交綫丙丁又補成全圜作切線戊己任作正交綫庚丁交丙丁於丁以丁爲心丁丙爲度截切線於壬作壬丁等於丙丁平分於辛作正交線交庚丁於心以爲心心丁或心壬爲界運規得所求

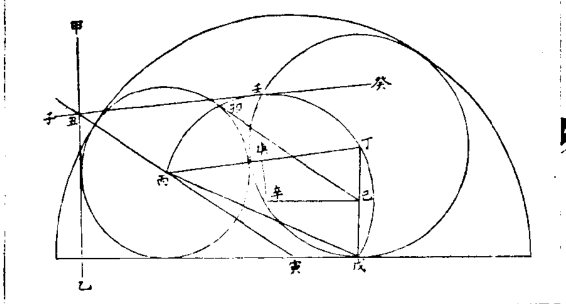
有不等兩圜相切共一直線自截直線甲乙一分欲作甲乙弧令此二圜相切其法若何



法作甲乙聯心綫自切點丙作甲乙正交線丙丁任作戊己爲子丑垂線交丙丁於庚以庚丙爲度截直綫於辛作辛庚綫平分於壬作正交線壬心心卽大圓心以規運之與甲乙二圓相切

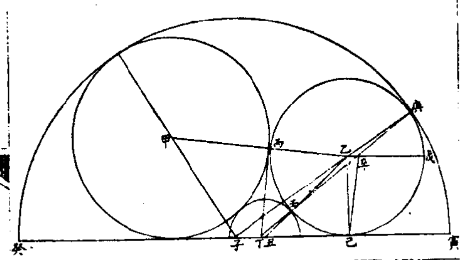
有相切大小二圓共一切線欲於此切綫上作半圓容此二圓其法若何

法先切小圓邊與切線正交作線甲乙次自小圓心



至大圓心作線丙丁又自大圓心至切綫作丁戊垂線自丙至戊作丙戊線成三角形任取其兩邊平分於己於庚自己庚各作垂線遇於辛以辛爲心距大小圓心爲界作圓切丙丁戊三角乃取壬點與丁丙線平行作綫癸子與甲乙線相交於丑再自己至卯作己卯線乃取丑點與己卯線平行作丑寅線寅點卽爲切二圓之半圓心以規運之容此二圓

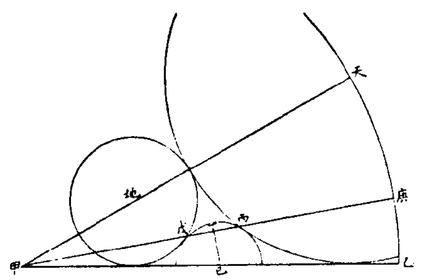
大小不等兩圓相切共一切線欲於切線上取內容外切兩半圓心



法先作甲乙聯綫又自切點丙作丙丁切線交寅癸公切線於丁乃自小圓心作乙己半徑正交公切線復作乙戊半徑爲乙己之垂線次作己辛線平行於丙丁又自丁過辛點作丁庚綫交小圓周於庚於壬庚爲外切半圓切點壬爲內容半圓切點再作乙庚乙壬兩半徑各引長之遇公切

線於子於丑子爲外切半圓心丑爲內容半圓心

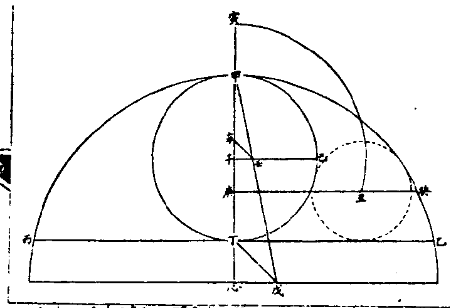
大小不等兩圓相切共一切線欲於切線上取心作半圓切大小二圓



法以天地二圓心作聯線引長至甲分甲角爲三平分作甲庚線過二圓界於丙於戊平分丙戊線於丁自丁至公切線己作丁己爲甲庚之垂線己點卽半圓心

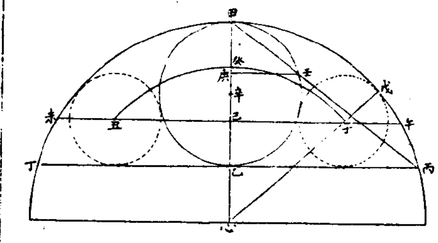
圓分內容一圓以矢為徑求更作二小圓切二弧及弦

如圖甲乙丙圓分內容一以甲丁矢為徑之圓心為



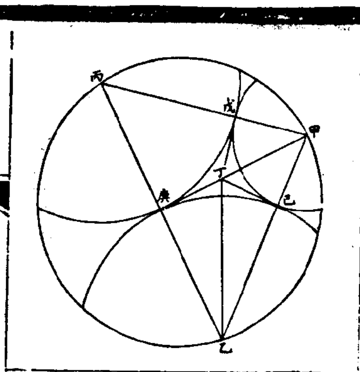
大圓心法先作丁戊線令心戊等心丁次作子己半徑自甲作甲戊交子己於壬作壬辛綫與丁戊平行次平分辛丁於庚作甲丁之垂綫庚癸引長丁甲至寅令寅甲等庚辛乃以子為心寅為界旋規截庚癸線於丑丑即小圓心反規旋至彼邊引長庚癸綫相遇之點為又一心

又法先作甲丙半弧通弦截中圓周於壬自壬作壬庚綫與丙丁平行則庚乙即小圓徑半之於己自己作午未綫與丙丁平行則二小圓心必在此綫上乃於甲心大徑內減去等己乙之甲癸以心為心癸為界作弧截午未綫於子於丑此二點即二小圓心



解曰依代數比例全徑與大矢若正矢中圓徑與小徑而甲壬庚與甲乙丙二弧矢形同式故中圓大矢庚乙即小圓全徑又子丑二心相連若自大圓心過子丑兩點作心戊綫而戊子為小圓半徑故大半徑甲心內減甲癸小半徑旋規作弧必過二小圓心子丑兩點

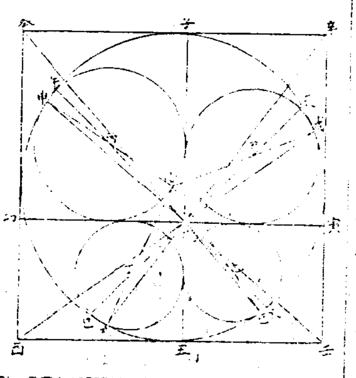
於平圓周上任取三點各自為心求作三不等圓令互相切



法任取甲乙丙三點作三不等邊形復任平分二角作線遇於丁自丁作三邊之垂綫丁戊丁己丁庚以甲乙丙各為心甲戊乙己丙庚各為界作三不等圓如所求

於大平圓內任作相交二通弦分圓面為四不等分求每分所容之小圓心

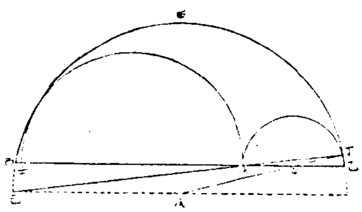
如圖先於大圓內任作子丑寅卯二通弦相交於庚分圓面為四不等分求每分之小圓心法先作辰巳午未二分角綫復作辛壬癸酉切圓四邊形與二通弦兩兩平行乃自四邊之四角作各綫過庚



點而抵圓界於戌己申亥四點次自大圓心作心戌心己心申心亥四綫交各分角綫於甲乙丙丁四點

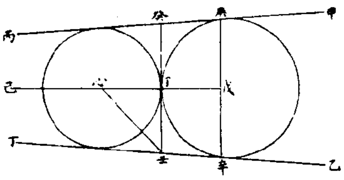
即四圓分所容四小圓心

弧矢形內有一半圓其徑與形之弦合其周切弧背欲
作一相並之半圓亦徑合弦而周
切背



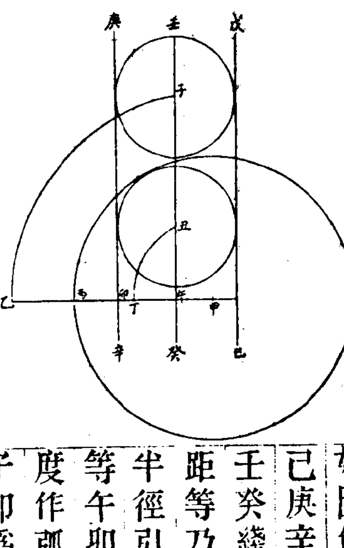
如圖甲乙丙弧矢形乙丙爲其弦
割大圓於乙於丙戊爲大圓心庚
壬爲弧內半圓之徑欲求作相並
之半圓法自己點過半圓交乙丙
弦於庚作己丁線又自戊至丁作
戊丁線交乙丙弦於心成丁心庚
丁戊己丙同式三角形戊爲大圓
心心即爲小圓心

有相近不平行兩線中有一圓切兩線求又作一圓切
原圓亦切兩線



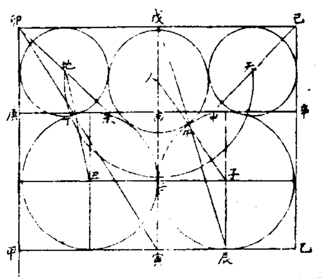
如圖甲丙乙丁兩線相近不平行切
圓於庚辛兩點作庚辛線平分庚辛
作戊己線再作癸壬線切圓於子復
自壬作壬心分角線心點即又一圓
心

任作二平行綫割入圓內欲於圓之內外作二小圓相
切二綫并切割弧



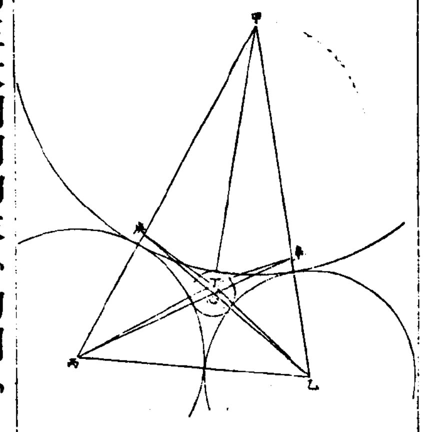
如圖任割甲圓內作戊
己庚辛二平行綫復作
壬癸綫與二綫平行而
距等乃自甲心作甲丙
半徑引長至乙令丙乙
等午卯以甲爲心乙爲
度作弧截壬癸綫於子
子即爲圓外小圓心再
取丁丙等於午卯仍以甲爲心丁爲度旋規至丑丑
即爲圓內小圓心如所求

作長短四平行綫求內容相切二大圓一中圓二小圓



先任作子丑二同徑大圓甲乙辛
庚二切綫又作戊寅切線乃以庚
爲心乙爲界截庚甲引長線於亥
分甲亥於癸取甲癸度作戊丙綫
又與甲乙平行作己卯綫則卯乙
長方內求作容五切圓其作中圓
法自辰作辰戊綫遇
子圓於午點又自子作子午線引長之遇戊寅切線
於人以人爲心午爲度作圓即中圓其作二小圓法
以人王爲度作弧遇己申卯未二平角綫於天於地
即二小圓心若作卯寅綫截丑圓於丁作丁丑線至地亦得心天圖同

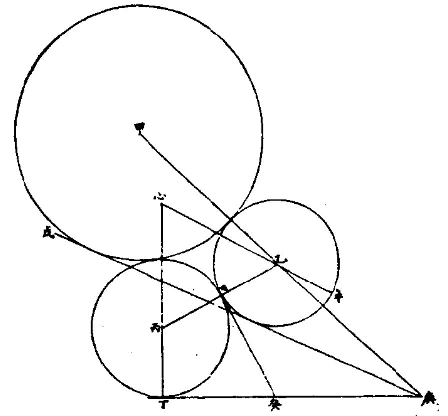
有三大圓相切求內容圓心



法先作三聯心綫成甲乙丙不等三角形次作三分角綫相交於丁復平分甲丁乙甲丁丙兩角作丁辛丁庚二線乃自辛向丙自庚向乙作二綫相交於心點卽內容之小圓心

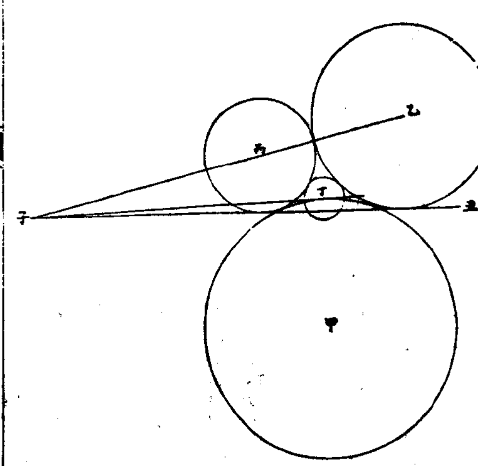
有三大圓相切求外切圓心

如圖甲乙丙爲三大圓心法任取二圓作甲乙聯心



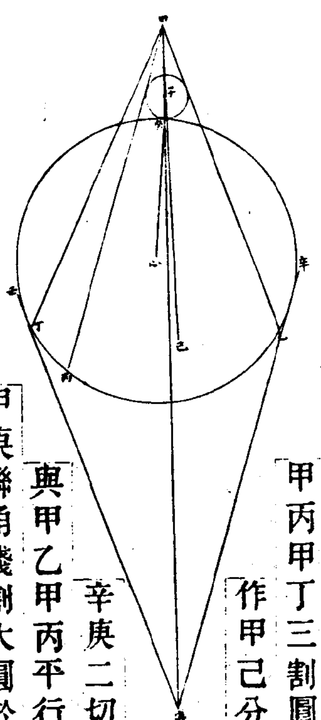
綫引長之次作二圓之公切綫戊庚與甲乙引長綫交於庚從庚作丙圓之切圓綫庚丁叉作丙乙聯心綫取乙丙二圓之切點壬作壬癸綫與乙丙綫正交乃以癸爲心丁爲界旋規截乙圓界於辛點自辛過乙作線交丁丙引長綫於心點心卽外切圓心

大圓外切不等相切二小圓求作一小圓切二小圓令心在大圓界上



如圖甲乙丙爲所設三相切不等圓求作心在甲圓界上之丁圓法先作乙丙二圓之公切綫子丑次作乙丙聯心綫引長之遇公切綫於子乃作甲圓之切線切於丁點卽所求丁圓之心

於圓外任取一點任作三綫割入圓內欲於圓外作二小圓各切二割綫及大圓周

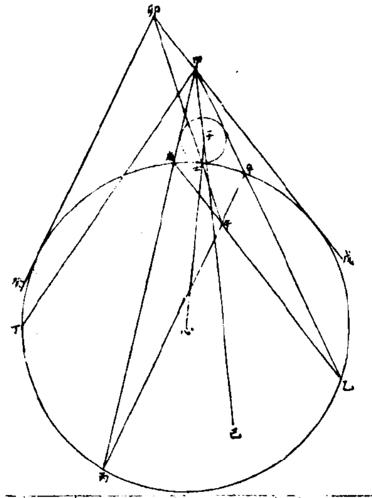


法於圓外任取甲點作甲乙甲丙甲丁三割圓綫先作甲己分角綫次作壬庚辛庚二切圓綫與甲乙甲丙平行復作甲庚聯角綫割大圓於癸乃自大圓心過癸點作綫交分角於子卽所求小圓心

再求餘一小圓欲切甲丙甲丁二綫法同

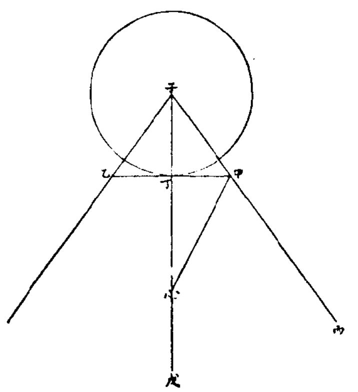
又法

任取甲點作甲乙甲丙甲丁三綫又作甲己分角綫



復作乙庚丙辛二綫交於午點又與乙庚丙辛二綫平行作戊卯癸卯二切圓綫自卯至午作卯午綫割大圓周於壬自心點過壬作心壬線交甲己分角綫於子得小圓心餘一圓仿此

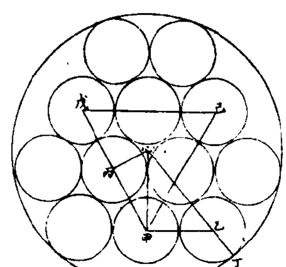
有一圓求作外切五相等圓



如圖先作子圓取圓外五等邊形之一邊甲乙作子甲子乙二綫各引長之平分甲子乙乙甲丙二角作子戊綫復作丙甲乙之分角綫遇子戊於心心卽爲外切五相等圓之一圓心

大圓內容相切相等十二小圓六小圓切大圓周大圓徑十萬求小圓徑若干

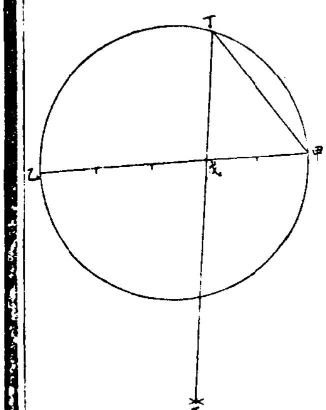
答曰小圓徑二萬四千六百六十有奇



法自大圓心至切點丁作心丁半徑復作心甲甲乙二線成心甲乙句股形次作心丙丙甲二線又成心丙甲句股形甲乙句等心丙甲之股心甲股等心丙甲之弦心丙甲句股爲戊甲己等邊三邊內分角線與垂線所成之句股心甲弦方與丙甲股方比若四與三比卽心甲股方與乙甲句方比亦若四與三比以代數求之有等式

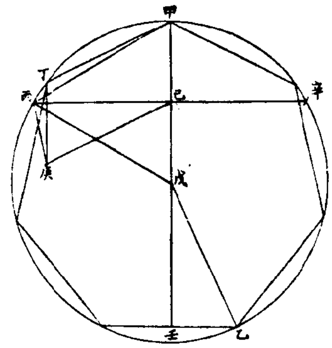
有圓求作內容五等邊形

小半徑 ══ 天
心乙 ══ 半徑丅天
甲乙二 ══ 四天二
心甲二 ══ 一六分三天二
甲乙二丄心甲二 ══ 心乙二
四天二丄一六分三天二 ══
半徑二丄天二丅二半徑天
一二天二丄一六天 ══
三半徑二丄三天二丅六半徑天
相消得
三半徑二
丅六半徑
丅二五



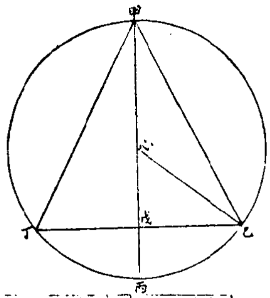
如圖甲乙爲圓徑平分爲五以徑爲度甲乙各爲心運規作界交於丙自丙作線過第二點戊直抵圓界丁作丁甲線卽內容五等邊之一邊

有圓求作內容七等邊形



解曰如圖甲辛乙丙丁圓戊爲圓心甲戊爲半徑法以甲爲心以甲戊爲度度至丙至辛作丙辛線平分甲戊線於己其丙己或己辛卽等於七等邊之一邊甲丁何以言之曰試與甲己線平行作丁庚線與甲丁線平行作己庚線成己丙庚等腰三角形丙己旣與庚己等又必與甲丁七等邊之一邊等矣設知半徑數則依三角形有三邊求中垂線丙己法卽得七等邊之一邊又半之得乙壬爲句戊乙爲弦求得戊壬股句股相乘得數以七乘之見積

圓內容等腰三角形但知圓徑二尺四寸三角形底一尺九寸二分求二等腰若干幷作圖明其理



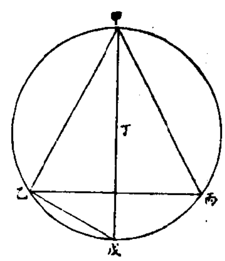
答曰各二尺一寸四分有奇

法以一尺九寸二分自乘與九寸六分底半自乘相加得數平方開之得各腰二尺一寸四分有奇

解曰如圖甲乙丙丁圓內容甲乙丁三角形其甲乙甲丁兩腰相等乙丁爲底乙戊爲半底同戊丁甲丙爲圓徑試自圓心至乙作心乙半徑綫而成心乙戊句股形則有股戊乙有弦乙心依法求得心戊句與甲心半徑相併得甲戊中垂線數與乙丁同卽以此爲股乙戊半底爲句依法求得甲乙弦卽三角形之一腰邊

又曰如上求得甲戊中垂線與甲丙圓徑相減得戊丙自丙至乙作線成乙戊丙句股形依有句有股求弦法得乙丙而乙戊丙句股形與甲乙戊形等式於是以戊丙爲一率乙丙爲二率乙戊爲三率求得四率亦甲乙也

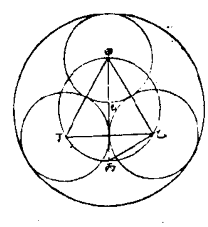
圓內等邊三角形一邊自乘方等於三個半徑方

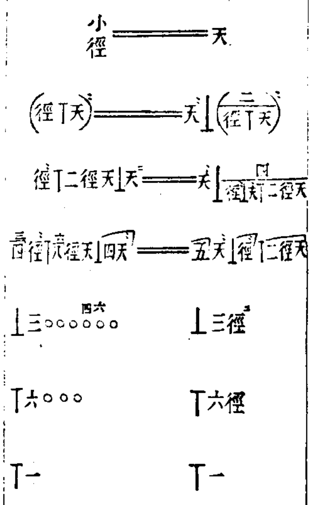


如圖甲乙丙爲圓內等邊三角形丁爲圓心作丁戊半徑線次自戊至乙作戊乙線甲乙丙三角形旣等腰則乙戊圓分爲大圓周六分之一乙戊線爲圓內容六邊形之一邊等於丁戊半徑惟甲戊倍於丁戊故甲戊之正方四倍丁戊之正方卽四倍乙戊之正方甲戊正方等於甲乙之二正方和二正方和內有四倍乙戊之正方故甲乙之正方必三倍乙戊之正方卽等三個半徑方

有大圓徑一尺內容三相等小圓求小圓徑若干

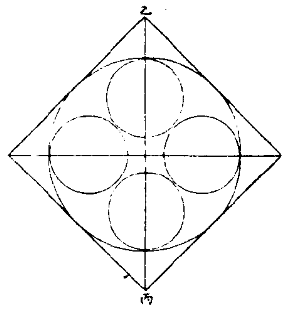
答曰四寸六分有餘

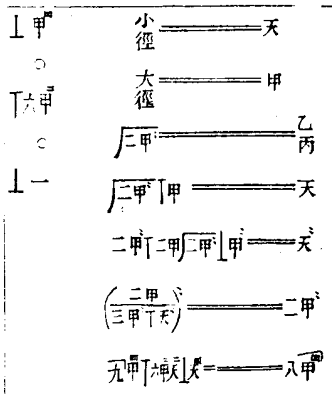




如圖甲乙丁爲三小圓心作三聯心線成甲乙丁等邊三角形試以大圓心己爲心甲乙丁各爲界作甲丙圓復作乙丙線必與半甲丙等丙卽己成甲乙丙句股形依句弦求股法求得甲乙卽小圓徑

有大圓徑若干內容四相等小圓求小圓徑





乙丙減大圓徑卽句股和減弦此句股容圓法也

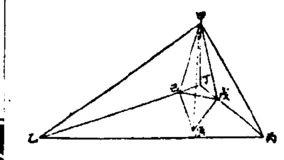
須曼精廬算學卷四

烏程　楊兆鋆　誠之

體積各容

有不等邊四面體求其中垂線

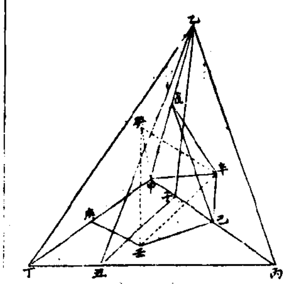
按四面體其面爲三角形正立三角六邊皆等諸題不等邊不等面非正立三角也



如圖甲乙丙丁不等邊四面體法自頂點甲作甲丙丁甲乙丁二三角面中垂線甲戊甲己取戊己二點作底面丁丙丁乙二邊之正交線遇於庚作甲庚卽中垂線設邊角爲已知則先求得二三角面垂線甲戊甲己及二小分丁戊丁己乃以丁戊丁己二邊及戊丁己角求得戊己及丁戊己丁己戊二角與丁戊庚丁己庚二直角相減得己戊庚戊己庚二角以此二角及戊己邊求得戊庚邊爲甲庚戊句股形之句（甲庚戊直角故）甲戊爲弦求得甲庚股卽中垂綫

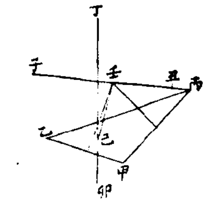
不等邊四面體已知諸邊求外切球徑

如圖甲爲尖乙丙丁爲底法任取甲乙丙甲丙丁二面平分甲乙甲丙甲丁三邊於戊己庚三點作戊辛己辛己壬庚壬四垂綫遇於辛壬二點卽爲二面外切圓心（辛甲辛乙辛丙諸綫皆等）乃自辛自壬作二面之垂線交點在癸卽外切球心癸甲癸乙癸丙癸丁皆爲外切球半徑

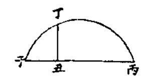


草曰今已知諸邊則諸角亦可知試取甲乙丙形觀之辛戊甲辛己甲皆直角（因辛戊辛己皆正交綫故）戊己爲乙甲丙之半（因戊甲己甲爲乙甲丙甲之半故）則己戊甲戊己甲二角均爲可知之角與象限相減得辛戊己辛己戊二角以此二角及戊己邊求得辛己以之爲股己甲爲句求得辛甲弦爲甲辛癸句股形（癸辛正交故）之句置之又甲丙丁形亦如法求得壬己線己壬癸己辛癸皆直角乃自辛至壬作辛壬線（此綫在形內）成辛壬己形先求其辛己壬角（卽乙子丑角）法作乙甲丙面中垂綫乙子丙子爲大分皆可求得自子作甲丙正交線子丑丙子丑爲正角則有正角有子丙丑角（卽甲丙丁）子丙邊求得子丑及丙丑乃自丑至乙作線成乙丙丑三角形則有乙丙丙丑二邊求得乙丑是有乙子丑三角形之三邊也依法求得乙子丑角卽辛己壬角則有角有辛己己壬二邊求得辛壬及己辛壬己壬辛二角與直角相減得形內癸辛壬癸壬辛二角以此二角及辛壬邊求得癸辛爲股辛甲爲句求得癸甲弦卽外切球半徑

擬法（李師作）



任以甲乙丙面爲底以丁角爲頂求得垂線丁己又求得底之外切圜心壬壬丙爲外切圜半徑倍之得子丙次作壬己線取壬丑等於壬己乃以丑丙乘丑子爲實以丁己除之得己卯末以丁卯自乘又以壬丑倍之自乘二得數并而開方卽得球徑

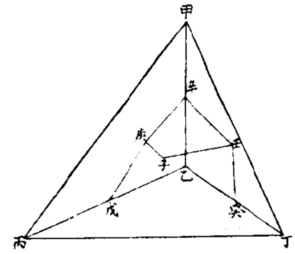


丁丑卽丁己

不等邊四面體已知諸邊求內容球徑

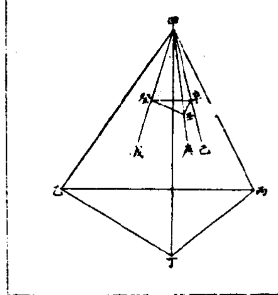
法任取一面爲底求得體之中垂綫以乘底面得體之三倍幷四三角面積除之得內容球半徑

不等面立三角求外切球心



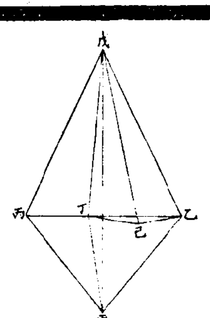
法任取甲乙丙甲乙丁丙三角面平分乙丙乙丁乙甲三邊於戊於癸於辛從此三點作戊庚辛庚癸壬辛壬四垂線遇於庚於壬庚壬二點爲甲乙丙甲乙丁兩三角面外切圜之心自庚自壬作二三角面之垂線庚子壬子相交於子子卽爲容三角體之球心

不等面立三角求內容球心



法先於乙甲丁丙甲丁二角和內減乙甲丙角餘半之依其度於丙甲丁角內取己甲丁角於乙甲丁角內取戊甲丁角復依丙甲己角度於丙甲乙角內取丙甲庚角餘庚甲乙角必等於戊甲乙角復於甲己甲庚甲戊三綫內取相等之甲辛甲癸甲壬三綫作三綫相連成辛壬癸三角面自甲點作綫過此三角面之外切圜心此綫卽三角面之垂綫引長之必過球心復取一角如前法作之二線相交之點卽所容球心

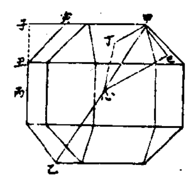
又解曰甲爲球心甲乙甲丁甲丙均爲自球心至三角面切點之半徑此三綫必與三角面正交又同用戊甲綫故甲丙戊甲丁戊甲乙戊爲三相等句股丙戊丁戊乙戊三綫均等又設自乙丁二切點任剖之得己戊丁己戊乙二三角己丁己乙爲二切綫相遇



必等丁戊本等乙戊又同用戊己則三邊均等三角亦等故二分角必兩兩相等自丁自丙自乙作三線相遇所成之三角面必與戊甲綫正交此面之外切圜卽所容球之距等圈自其外圓心作正交線

必過球心又任取三相等綫皆與本形同式故作綫
亦過球心也

今有十八方面八三角面合成之燈形其四十八邊俱相等試推本形與內外相容二球體比例若何



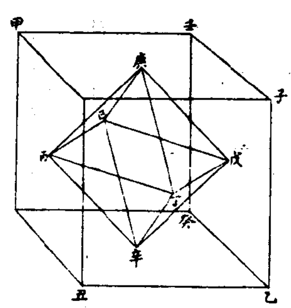
答曰燈形與內球體比若一〇〇與八五比與外球體比若一〇〇與一三二比

法設方邊為一〇〇則求得

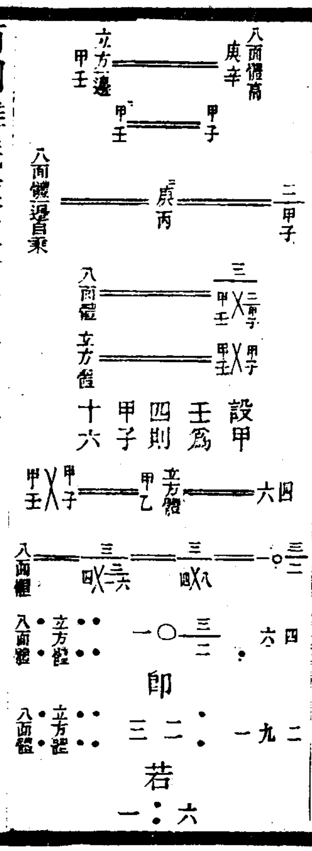
方面　一〇〇〇〇　對角綫　一四一
三角面　四三三〇　中垂綫　八七　又以比例

一　半徑　一〇〇〇〇　二　方邊丑寅　一〇〇
三　四十五度正弦　七〇七一　四　子丑　七〇
加半方邊丙丑得丙子一二一強為內球半徑以之為股心即丁半對角線為句丁甲求得弦心甲一四〇為外切球半徑以之為弦中垂線三分之二己甲為句求得股己心一二七為三角面至中心綫以乘三角面三歸八因得一四六六四二四為八個三角尖錐以內球半徑乘方面六因得七二六〇〇〇為十八個方尖錐相併得八七二六四二四為燈體積乃以內球徑二四二寅乙求得內球積七四一八一〇六以燈積約之得燈積與內球積比若一〇〇與八五比又以外球徑二八〇甲乙求得外球積一一四九八六六六以燈積約得燈積與外球積比若一〇〇與一三二比

正立方六等面體內容八等面體二體之比例若何

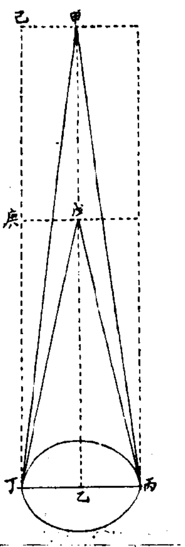


如圖甲乙正立方先作內容八等面體法取甲丑甲癸壬乙子丑四面之心丙己戊丁四點作丙已已戊戊丁丁丙四聯綫成丙丁戊已方面次取甲子之心點庚作庚丙庚丁庚戊庚已四綫成庚丙丁戊己方錐形即庚丙丁庚戊庚己庚丙己四个等邊三角合尖於庚各以邊為方底也此體為八面體之半又取癸丑之心點辛作辛丙辛丁辛戊辛已四綫成辛丙丁戊己方錐形合上半成庚辛丁己八等面體庚辛與壬癸等六角皆切立方面之心今求二體比例如下



有圓錐底徑三寸高十二寸內去一同底高七寸之圓

錐推其殘積若干

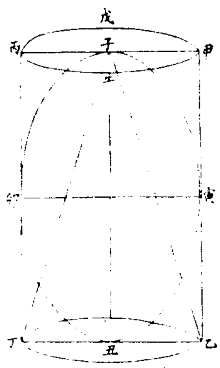


法以底徑丙丁三寸自乘得九寸爲圓周與圓積定率七八五三九八一六相乘得七○六八五八三四四爲丙外圓錐底面積以高十二寸如甲乙乘之得八四八二三○○一二八爲圓柱積已丙以三除之因錐積爲圓柱積三分之一得二八二七四三三三七六爲外圓錐體積以丙高相減得五寸與底面積相乘得三五三四二九一七二○以三除之得一一七

八○九七二四○卽殘積

若以高七寸如戊乙乘底面積得四九四八○○八四○八卽庚丙以三除之得內圓錐體積一六四九三三六一三三六與外圓錐體積相減餘一一七八○九七二四○亦得殘積

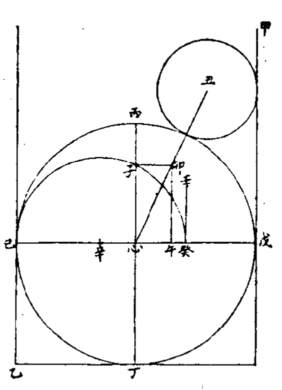
有橢圓體與圓錐體同高橢圓短徑又與錐底徑同二體相併卽爲同高同徑之圓柱體試作圖解



如圖甲乙丙丁爲圓柱積子丑寅卯爲橢圓積其長徑子丑卽子乙丁圓錐之高亦等於甲乙圓柱高橢圓短徑寅卯等於錐底徑乙丁以寅卯或乙丁求得甲戊丙午圓面甲乙或子丑乘之得圓柱積夫渾圓球本得同徑圓柱積三分之二橢圓亦然圓錐例得圓柱積三分之一以三除之得子寅卯半橢圓積亦卽子乙丁圓錐積故合二半橢圓積卽子丑寅卯全積與圓錐積相併爲圓柱積

設空圓柱先入一同徑之圓球次入相等四小球俱切圓柱及大圓球并自相切求小球心

法以圓柱向球心對剖之成甲乙面內容丙丁戊己同徑之球面心爲其心法先求圓內容四相等小圓心如壬點作壬癸半徑正交戊己次平分癸己於辛



以辛爲心己爲界旋規截丙心於子又以倍心辛爲心午自午自子作綫令正交於卯次作心卯對角綫引長之取卯丑等卯心丑點卽所求之小球心

須曼精盧算學卷四

須曼精廬算學卷五

烏程　楊兆鋆　誠之

堆垛演算

衡齋算術有遞兼數一卷欲明遞兼數莫便於色子假如色子二枚共有幾式三枚以至六枚各有幾式試詳其數且明其法

答曰二枚有二十一式三枚有五十六式四枚有一百二十六式五枚有二百五十二式六枚有四百六十二式

解曰汪孝嬰以堆垛釋遞兼色子卽方垛式也以其面數六爲堆垛高以枚數減一爲各乘垛用有高求積法入之

一乘垛置高以高加一乘之得四二爲實一二爲法得積二一卽二枚共式

二乘垛置前實四二以高加二乘之得三三六爲實一二三相乘得六爲法得積五六卽三枚共式

三乘垛置前實三三六以高加三乘之得三〇二四爲實一二三四連乘得二四爲法得積一二六卽四枚共式

四乘垛置前實三〇二四以高加四乘之得三〇二四〇爲實一二三四五連乘得一二〇爲法得積二五二卽五枚共式

五乘垛置前實三〇二四〇以高加五乘之得三三二六四〇爲實一二三四五六連乘得七二〇爲法得積四六二卽六枚共式

前題去其重色自二枚以至六枚各有幾式試詳其數並明其法

答曰二枚有十五式三枚有二十式四枚有十五式五枚有六式六枚僅一式

法以色子面數六爲堆垛高以枚數減一爲各乘垛術如下

一乘垛置高以高減一乘之得三〇爲實一二爲法見積一五卽二枚共式

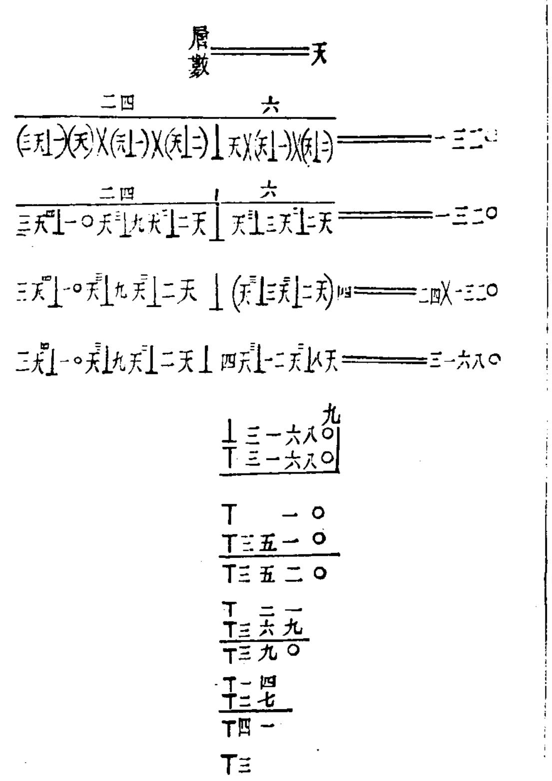
二乘垛置前實三〇以高減二乘之得一二〇爲實一二三相乘得六爲法見積二〇卽三枚共式

依法求得三乘垛積一五與二枚同卽四枚共式四乘垛積六與色子面數同卽五枚共式六枚一式

有三角果垛一直錢一千三百二十文只云頂上一枚直錢二文逐層每枚遞貴一文試推共若干層

答曰九層

法命層數爲天卽高先求三角變垛第三垛一次求三角二乘垛一相加等於所直錢總數以術入之



今有三角果垛一座共十二層頂上一枚直一錢以下逐層每枚遞貴一文共直若干

答曰三千三百六十七文

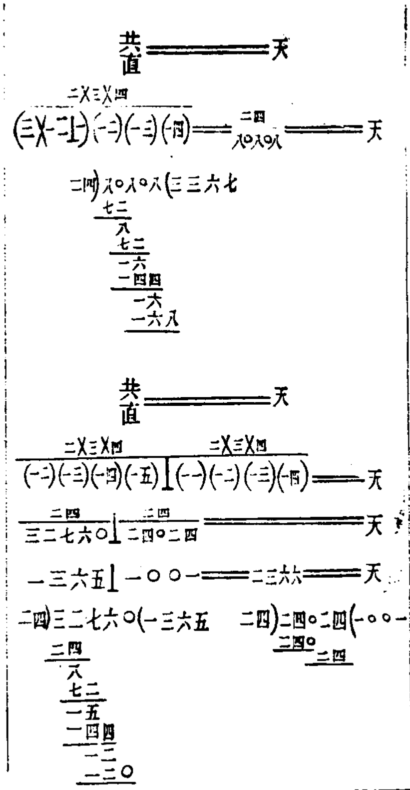
法以層數爲高求三角變垛第三垛之積卽共直

設底層每枚直一文以上逐層遞貴二文共直若干

答曰二千三百六十六文

法以層數爲高又以層數減一爲高求各三角三乘垛積相加卽共直

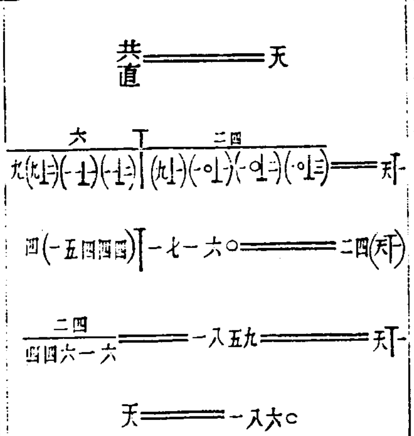
右二問如法分演二草以明之



有三角臺果垛一座最上邊三枚共九層最上每枚一文以下逐層每枚遞貴一文共直若干文

答曰一千八百六十文

法以層數加二爲高求三角二乘垛一九倍之又以層數加一爲高求三角三乘垛一兩積相減加一卽共直數



今有四角甍垜果子一千一百一十一枚只云上下二邊較五枚高與上邊較五枚求上下邊及高

答曰上邊十一枚下邊十六枚高六層

法以上下二邊較加一爲高以高加較得上邊以上邊加較得下邊

有芻甍垜果子一百枚只云幷下長闊及高減二爲平方積其邊與上長等下長倍上長下闊多於上長一枚求上下長闊及高

答曰上闊一枚上長四枚下長八枚下闊五枚高五枚

上長＝＝天

下長＝＝二天

下闊＝天丄一＝高

√(四天丄三丅二)＝＝天

四天丄三丅二＝＝天^{二}

四＝＝天

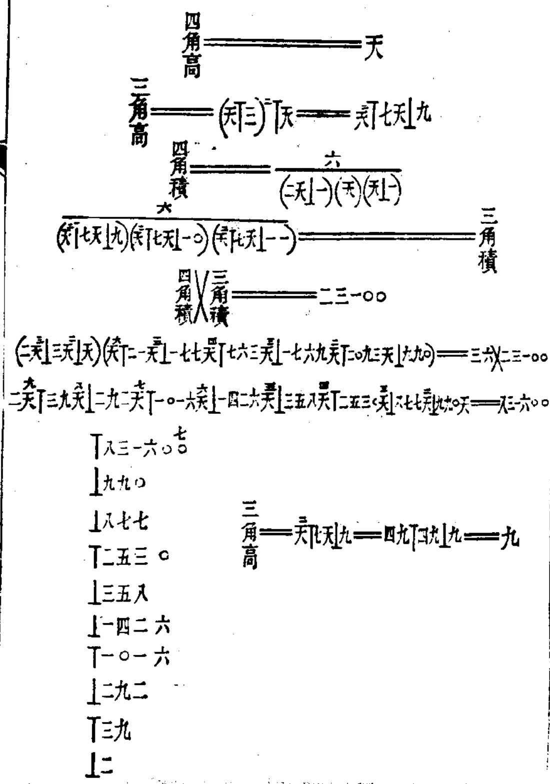
下長＝二天＝八

下闊＝高＝五

有三角四角果垜各一座兩積相乘得二萬三千一百枚只云幷三角四角二層數平方開之少於四角層數三求二垜層

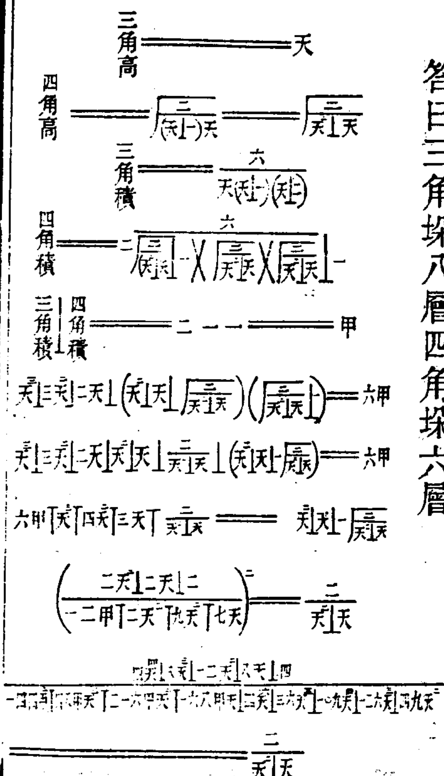
答曰三角垜九層

四角垜七層



有三角四角果垜各一座共積二百十一枚只云二垜最下一層其數相等求二垜各幾層

答曰三角垜八層四角垜六層



二天 ═══ 一四四甲⊥四八甲天⊤二一六甲天⊤一六八甲天⊥二天⊥三天⊥九九天⊥一一六天⊥四三天

⊥一四四甲　⊥六四一一〇二四

⊤一六八甲二　⊤三五四五〇

⊤二一六甲⊥四三　⊤四五五三三

⊤四八甲⊥一一六　⊤一〇〇一二

⊥九九　⊥九九

⊥三〇　⊥三〇

⊥二　⊥二

四角高 ═══ 六

有偶層圓錐垛諸奇層和諸偶層和比若二十五與三十三比試求層數若干

答曰十層

半層數 ═══ 天

諸偶層和 ═══ 三

諸奇層和 ═══ 三天

二五：三三：：諸奇層和：諸偶層和

二五 ═══ 三三天

五〇天⊥七五天⊥二五天 ═══ 六六天

⊤一六

有偶層圓錐垛其奇層和與偶層和相乘得一百十五萬五千枚求全層若干

答曰二十層

半層 ═══ 天

偶層和 ═══ 三

奇層和 ═══ 天

═══ 一一五五〇〇〇

═══ 二三一〇〇〇〇

有奇層圓錐果垛共九百三十二枚求層數

答曰十五層

層數 ═══ 天

═══ 九三二

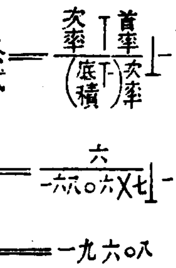
═══ 七四五六

⊥二

今有一與七連比例垛只云底積一萬六千八百零七求全積若干此類垛之公式若何

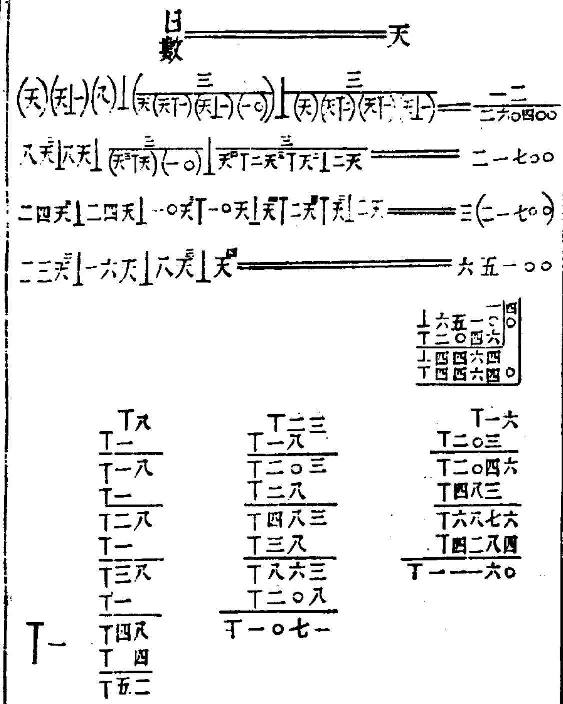
答曰一萬九千六百零八

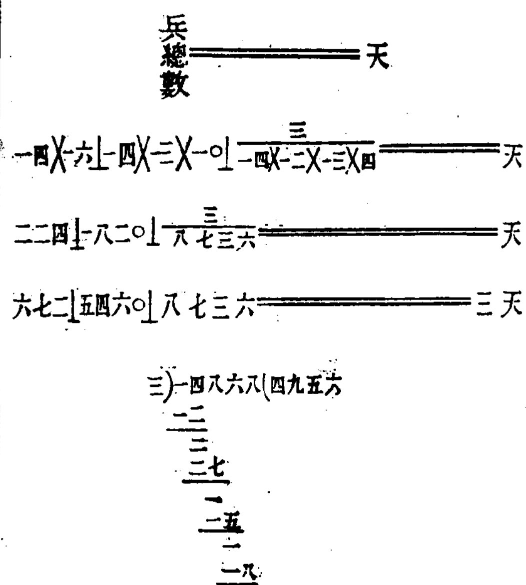
公式



假如有司依平方招兵初日方邊四尺以後每日遞增二尺每人日給銀一兩二錢共用銀二萬六千零四十兩試推共招幾日共招若干兵

答曰共招十四日共招兵四千九百五十六名





有司依圓箭束招兵初日束外周十二隻以後每日遞加六隻每人日給米四升共支過米九百三十一石二斗試推招來幾日共招若干兵

答曰招來十五日共招兵四千九百零五名

法以束外周加六與外周相乘爲實十二爲法得數加一卽束積葢圓束心一外六其外層皆遞加六依每日束周求得各束積仍以堆垛術入之

日數═天

$\frac{二}{天(天丄一)一九}$丄$\frac{六}{(天丅一)(天)(天丄一)一八}$丄$\frac{二四}{(天丅二)(天丅一)(天)(天丄一)六}$

═$\frac{四}{九三一二〇}$

$\frac{三}{(天^{二}丄天)一九}$丄$(天^{三}丅天)三$丄$\frac{四}{天^{四}丅天^{三}丅二天^{二}丄二天}$═二三二八〇

一九$天^{二}$丄一九天丄六$天^{三}$丅六天丄$\frac{四}{二天^{四}丅二天^{三}丅四天^{二}丄四天}$═四六五六〇

七四$天^{二}$丄五六天丄二〇$天^{三}$丄二$天^{四}$═一八六二四〇

開三乘方得
十五為日數

兵數═天

一五╳一九丄一四╳一五╳九丄一三╳一四╳一五═天

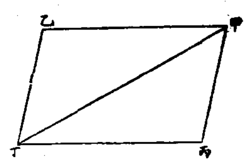
二八五丄一八九〇丄二七三〇═四九〇五═天

須曼精廬算學卷六

烏程　楊兆鋆　誠之

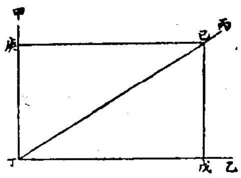
力學探原

論分力合力



設物在甲令其至丁則一力必令物自甲南行至丙一力必令物自甲西行至乙迫合用二力推之物必由中斜綫向西南逕行至丁蓋一力爲甲丙路一力爲甲乙路合之二力卽爲甲丁路也此謂分力使合若反觀之設物在丁合力令其由對角線東北行至甲其向北之力卽爲丁乙向東之力卽爲丁丙也此言合力使分

求分合二力公式



如圖甲爲一力乙又爲一力共引一重如丁一向庚一向戊二分力方向各正交則甲丁乙必爲正角作庚己戊己二綫成庚己戊丁平行四邊形己丁爲其對角綫卽二分力之合力亦卽丙力先求甲乙二分力式如后

$\text{子} = \text{戊丁己角}$

$\text{子餘弦} \times \text{己丁} = \text{丁戊}$

卽

$\text{子餘弦} \times \text{丙力} = \text{乙力}$

$\text{子正弦} \times \text{己丁} = \text{丁庚}$

$\text{子正弦} \times \text{丙力} = \text{甲力}$

次求己丁合力卽丙力

$\text{丙力}^{2} = \text{丙力}^{2}(\text{子正弦}^{2} + \text{子餘弦}^{2}) = \text{甲力}^{2} + \text{乙力}^{2}$

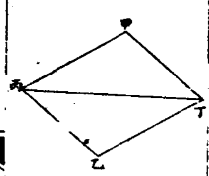
$\therefore \text{丙力} = \pm\sqrt{\text{甲力}^{2} + \text{乙力}^{2}}$

亦可變爲

$\frac{\text{乙力}}{\text{甲力}} = \text{子正切} \therefore \frac{\text{乙力}}{\text{甲力}} = \frac{\text{丙力} \times \text{子餘弦}}{\text{丙力} \times \text{子正弦}}$

設有甲分力二十磅乙分力十磅二分力方向交角六十度求合力

答曰二十六磅又四



如圖甲乙二力加於丙作甲乙丙丁平行四邊形甲丙乙角六十度與甲丙丁甲丁丙二角和等則丙甲丁必爲百二十度乙丙等甲丁故以甲丙丁形用兩邊夾一角法求之有比例

一　兩邊和三十磅　三　半外角三十度正切

二　兩邊較十磅　四　半較角十度五十分正切

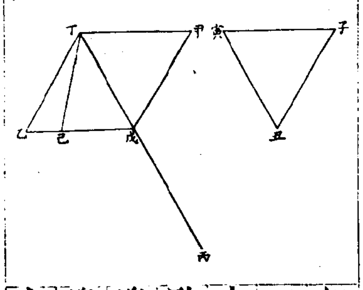
檢表得半較角與半外角相加得甲丁丙角四十度五十分相減得甲丙丁角十九度十分再以對邊對角比例得丙丁

一　甲丙丁角正弦　三　甲丁力十磅

二　甲正弦卽三十度餘弦　四　丙丁力二十六磅又四

設有甲乙丙三力其方向與等邊三角形平行並加於一點甲乙二力各十磅丙力十五磅求合力

答曰五磅



如圖先作子丑寅等邊三角甲乙二力方向平行於子丑子寅丙力方向平行於丑寅三力並加於戊點作甲丁乙丁二綫補成平行四邊形甲乙二力既等則四邊形之邊皆等而戊丁對角綫爲甲乙二力之合力亦必等亦得十磅但丙力十五磅與戊丁合力成對面方向故以二力相減餘五磅卽丙戊丁戊二力之合力亦卽甲乙丙三力之合力

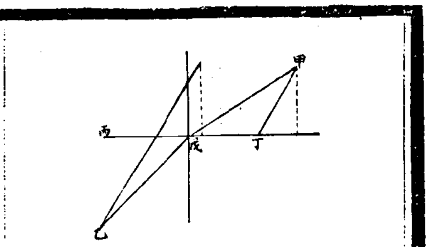
須曼算學六　三

如上圖設有戊丁己角二十度丙丁合力十磅求甲乙二分力

乙力＝丙力（餘弦二十度）＝一〇（九四〇）＝九四

甲力＝丙力（正弦二十度）＝一〇（三四二）＝三四

設甲乙二分力各一百磅與地平交角一三十度甲戊丁角一四十五度乙戊丙角求丙丁合力



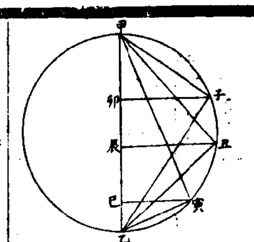
丙力＝一〇〇（餘弦三十度）丅一〇〇（餘弦四十五度）

丙力＝一〇〇（八六六）丅一〇〇（七〇七）＝

＝八六六丅七〇七＝一五九

凡重物於垂圓面之周不論何處由通徑斜行至底點其時皆等試解其理

解曰如圖甲子丑寅乙爲圓面之周甲乙爲垂徑卽重物所應行之路甲子甲丑甲寅爲各通弦其時皆等比例得甲子 $\frac{甲乙}{}$ ＝ $\frac{甲卯}{甲子}$ 甲丑 $\frac{甲乙}{}$ ＝ $\frac{甲辰}{甲丑}$ 甲寅 $\frac{甲乙}{}$ ＝ $\frac{甲巳}{甲寅}$ 準公式時＝厂$\frac{力}{二路}$ 故於甲子時＝厂$\frac{力\frac{甲卯}{甲子}}{二}$ 甲丑時＝厂$\frac{力\frac{甲辰}{甲丑}}{二}$ 甲寅時＝厂$\frac{力\frac{甲巳}{甲寅}}{二}$ 而皆＝厂$\frac{力}{二甲乙}$ 蓋地力與甲乙俱爲定數無論過何通弦皆倍甲乙以力除之開方得時與各所過通弦之長短無涉故時刻俱等卽使直行於甲乙其時刻亦無不等也



須曼算學六　四

今有股四十丈弦四十一丈其股正交地平弦爲斜面

有二物同時一依股下墮一依弦下行求到地先後時刻

答曰股歷五秒又千分秒之三百八十四

弦歷五秒又千分秒之五百一十九

$$\text{股時}^{2}=\frac{\text{力}}{\text{二股}}=\frac{\text{二七五九一四}}{\text{八〇〇〇〇〇}}$$

$$=\text{二八,九九四五四一}$$

$$\text{時}=\text{五,三八四}$$

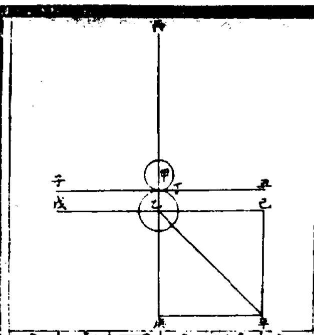
$$\text{弦時}^{2}=\frac{\text{力股}}{\text{二弦}}=\frac{\text{一一〇三六五六〇〇〇〇〇〇}}{\text{三三六二〇〇〇〇〇〇〇〇〇}}$$

$$=\text{三〇,四六二三九〇}$$

$$\text{時}=\text{五,五一九}$$

有五分凸力甲乙二球甲四兩一秒行十二尺方向正交擊面乙八兩一秒行六尺方向與擊面平行求二後速及方向

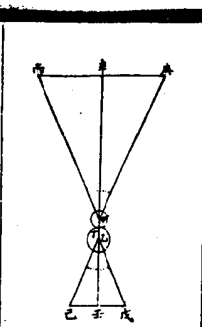
答曰甲不動無後速乙後速八尺四寸有奇擊面與方向交角四十五度



如圖甲乙二球乙球平行於戊己線上至乙點時遇甲球自丙甲線上來擊之丙甲方向正交子丑擊面擊時丙甲綫經過乙球心且直交二球面擊點丁卽交點若面阻力不論則二球所生加速減速俱

在丙甲綫上乙球戊己綫上之速不能令凸力變平故丙甲綫上生加速時一如乙球不動甲球擊之與戊己線上之速無涉故擊前與擊後同依動重學理得甲本速八尺甲本速八 乙重八 二速和十二 二重和十二乙本速四尺乙本速四 甲重四 二速和十二 二重和十二各以五分凸力乘之卽半折得甲四乙二加各本速得甲十二乙六爲各先後二速和甲減先速十二相消恰盡故知甲爲不動乙無先速既爲靜體故其先速六尺不算仍爲六尺如乙庚綫爲乙後速而乙究有乙己與戊乙等前速故擊後不行乙庚綫而行乙已辛庚正方形乙己爲六乙庚亦六故正方之對角線乙辛蓋乙己乙庚二速合爲乙辛一速求之之法任取乙己乙庚爲句股自乘加倍得七十二尺開方得乙辛弦八尺四寸有奇卽乙眞後速又因乙已辛庚爲正方故已乙辛方向角必爲四十五度

今有全凸力二球斜行相擊方向與擊面交角三十度甲三兩一秒行七尺乙七兩一秒行三尺求二後速及方向



答曰甲乙反行甲仍七尺乙仍三尺方向交角仍三十度

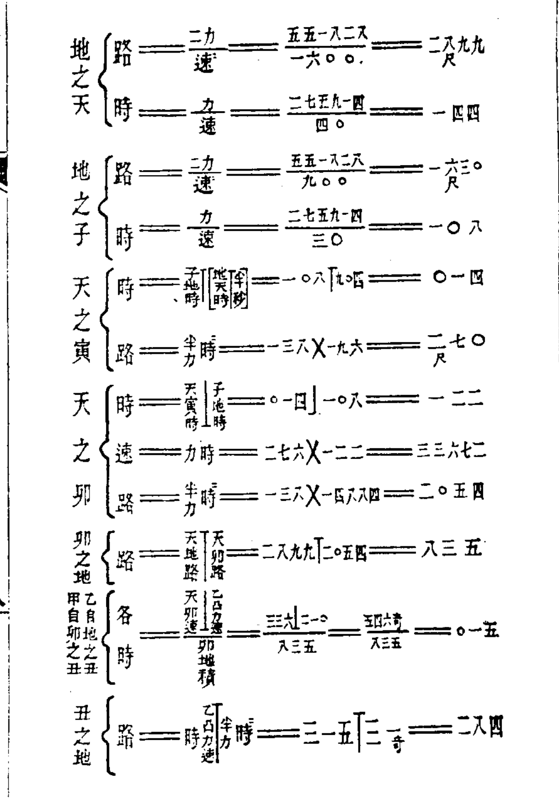
如圖丙甲戊乙爲甲乙擊前二速率作甲乙聯線直交兩球面丁爲擊點引長甲乙成辛壬線作丙辛戊壬二線正交辛

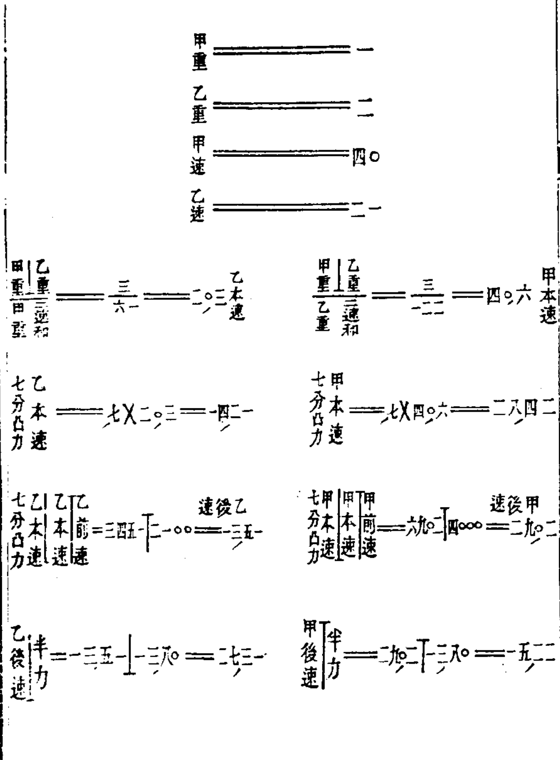
壬則丙甲戊乙二速分爲丙辛辛甲戊壬壬乙四速丙辛戊壬二速與相擊無涉故擊後與擊前同甲乙綫上加速減速一如二球只有辛甲壬乙二速設擊前僅有此二速則擊後亦當取此爲速今因擊前尚有丙辛戊壬二速故又作辛庚壬己二線與丙辛戊壬等次作甲庚乙己二綫卽甲乙二球後速仍爲七尺甲庚三尺乙己其方向交角仍爲三十度也庚甲辛壬乙己有七分凸力重一兩之球向上行平速一秒四十尺行半秒時復有一球凸力同重二兩平速一秒三十尺於原線上行求二球擊點距地若干尺及擊後二速

答曰擊點距地二尺八寸四分弱甲球小者上行後

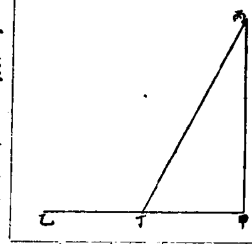
速二十九尺奇第一秒應於平速內減半地心力得實上行十五尺二寸奇乙球大者下行後平速十三尺五寸奇第一秒應加半地心力得實下行二十七尺三寸奇而至地下

如圖天爲甲上行最高點子爲乙上行最高點甲先行半秒乙自地上行至子點時甲已至天復下墜至寅乙自子墜至地時甲自寅行至卯待乙第二次躍上至丑時甲則自卯至丑其歷時均百分秒之十五故丑點卽擊點丑距地卽擊點距地





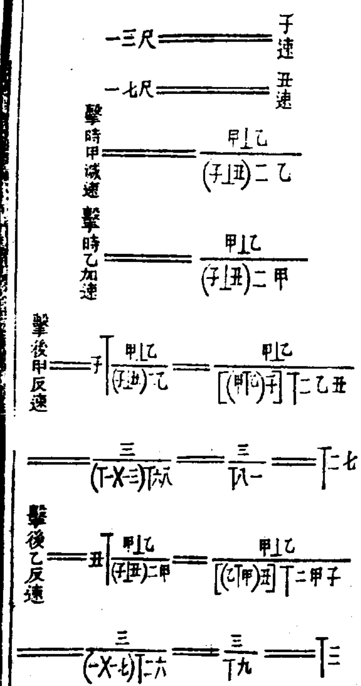
無凸力之球行於直線一秒十尺斜擊靜面綫交面角
六十度求擊後方向及速率
答曰擊後方向與面平行一秒中速率五尺



如圖甲乙為靜面球自丙斜擊於丁
丙丁為前速率丙丁甲交角六十度
擊後無回角以橫速行於面上求得
乙丁即後速也比例如下

一率	全數	丙丁	一〇
二率	丙丁甲角餘弦	甲丁	五
三率	前速		一〇
四率	後速		五

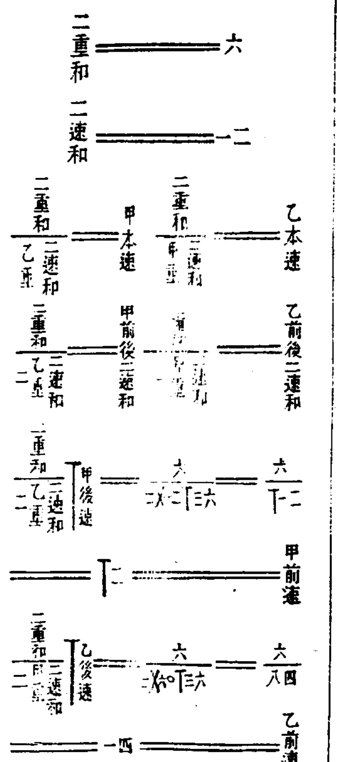
設有全凸力甲乙二球甲重一兩一秒中行十三尺乙
重二兩一秒中行十七尺對面相擊求擊後二速
答曰甲反速二十七尺乙反速三尺
凡二重相擊擊時二圓體之凸力必反行而生後速
依法求之等數如左



有全凸力甲乙二球甲重三兩乙重五兩擊後一秒中
甲返行十八尺乙返行二十二尺求擊前二速
答曰甲前速三十二尺乙前速八尺
法以甲乙各重與二速和相乘為實二重和為法除之
得甲乙各本速與各後速相減餘為各面速甲加本速
為甲前速乙減本速為乙前速

一率	二重和	八		
二率	二速和	四〇		
三率	乙重	五	甲重	三
四率	甲本速	二五	乙本速	一五
	甲面速	七	乙面速	七
	甲前速	三二	乙前速	八

有全凸力甲乙二球相隨而行甲重五兩乙重一兩擊
後一秒俱行六尺求二前速
答曰甲前速二尺乙前速十四尺

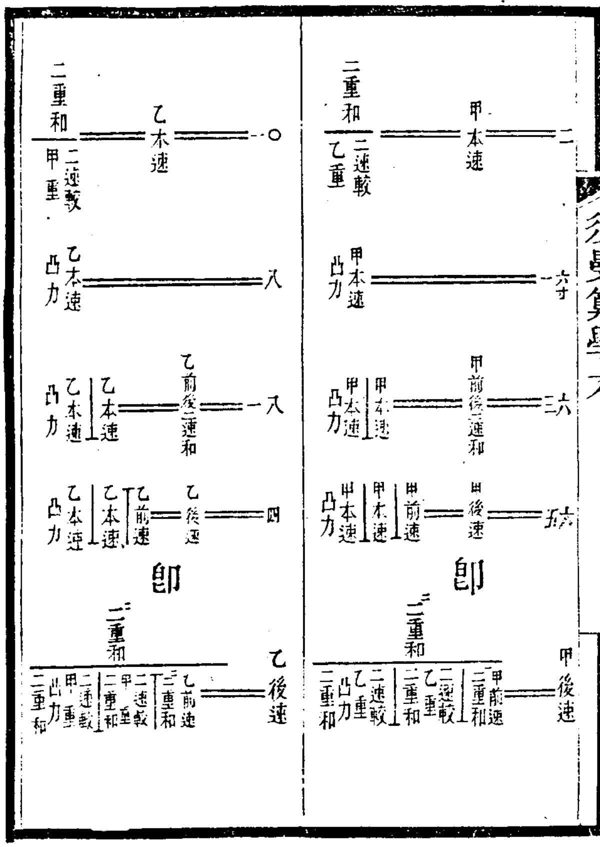


法以甲乙各重一五與二速和相乘爲實六〇一二二重和六爲法除之得甲乙本速一〇二尺各以二乘之得二〇四爲甲乙前後二速和甲減後速六尺得負二尺爲甲前速乙減後速六尺得十四尺爲乙前速

二球皆八分凸力相隨而行甲在前重十兩一秒中行二尺乙在後重二兩一秒中行十四尺追及擊甲求二後速

答曰甲後速五尺六寸乙後速四尺

法以甲乙各重與二速較相乘爲實二重和爲法除之得甲乙各本速各以八分凸力乘之加各本速得各擊前擊後二速和甲加前速乙減前速即得



有六分凸力之二球相隨而行甲重二兩一秒行六尺乙重三兩一秒行十六尺求擊後二速及方向

答曰甲後速十五尺六寸乙後速九尺六寸甲前行乙隨行方向不變

法以二速較十與乙重相乘二重和五除之得甲本速六尺與甲重相乘二重和除之得乙本速四尺乃以六分凸力乘各本速得甲三尺六寸乙二尺四寸加各本速得甲九尺六寸乙六尺四寸爲各前後相擊二速和甲加前速得十五尺六寸爲甲後速乙減前速得九尺六寸爲乙後速因乙重大於甲重故擊後仍相隨而行

二球皆七分凸力甲重十兩不動乙重二兩一秒行十

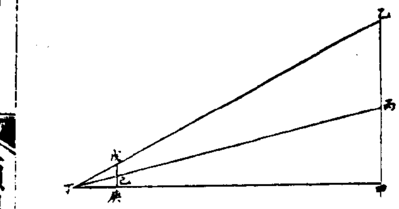
二尺擊之求二後速

答曰甲後速三尺四寸乙後速五尺

法以十二尺爲甲乙二速和以甲重十兩乘之二重和十二兩除之得乙本速十尺以乙重二兩乘之二重和十二兩除之得甲本速二尺各以七分凸力乘之加各本速得甲三尺四寸乙十七尺爲各擊前擊後之二速和各與前速相減甲無前速仍爲三尺四寸乙減得五尺即各後速也

甲乙二球相距八丈甲重十七兩一秒行十五尺乙重十五兩一秒行十七尺其二方向若股與弦求公重心所行之線及速率

答曰求得公重心所行之線如丙丁其一秒中所行速率十五尺四寸五分奇



如圖甲乙為二球距八尺甲丁乙丁為各所行方向若股與弦甲丁十五丈乙丁十七丈求得公重心在丙距甲如丙甲三丈七尺五寸距乙如丙乙四丈二尺五寸自丙至丁作丙丁線即公重心所行之線設乙用平速行至戊甲行至庚公重心必隨行至己戊丁庚丁為二球一秒所行速率戊丁十七尺庚丁十五尺俱為大股弦十分之一則戊庚戊己己庚亦必得甲乙乙

丙甲丙十分之一二球自戊庚兩點一秒行至丁公重心亦必自己點行至丁故庚丁十五尺己庚三尺七寸五分各自乘開方得十五尺四寸五分奇即重心一秒中所行之己丁速率

$$\frac{二重和}{甲乙距\times甲重}=四二五寸=乙距公重心$$

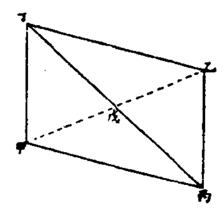
$$\frac{二重和}{甲乙距\times乙重}=三七五寸=甲距公重心$$

$$己庚=\frac{一〇}{甲丙}=三七五分$$

$$\sqrt{己庚^{二}\perp庚丁^{二}}=一五四五分=己丁$$

有甲乙二力共引一重甲力一百二十斤乙力八十斤二方向交角六十度試推并力方向并其重若干斤

答曰并力與大力方向交角二十三度二十四分五十秒強并力與小力方向交角三十六度三十五分十秒弱并力重一百七十四斤強



草曰凡三角形三邊平行於三力之方向則三邊之長短即三力大小之率如圖甲丙乙丁平行四邊形甲丙等丁乙乙丙等丁甲丙甲丙乙二線借作甲乙二力則甲丙即甲力線乙丙即乙力線又自甲至乙作甲乙線平分於戊作丁戊線倍之得丁丙即為丙

乙丙甲之并力線丙左小角為并力與大力方向交角丙右中角為并力與小力方向交角取甲丙丁平三角形算之有比例

一率	甲丙甲丁二邊和實數二百	二三〇一〇二九九九五七
二率	甲丙甲丁二邊較實數四十	一六〇二〇五九九九二三
三率	半外角三十正切	九七六一四三九三七二六
四率	半較角正切	九〇六二四六九三六八二

檢表得六度三十五分十秒弱與半外角相減得小角二十三度二十四分五十秒強相加得中角三十六度三十五分十秒弱

一率	小角二十三度廿四分五十秒正弦	九五九九七七八四七二六

二率　大角甲鈍角一百二十度　正弦　九九三七五三〇六三二七

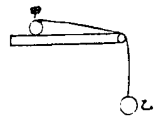
三率　丁甲邊實數八十　一九〇三〇八九九八七〇

四率　丁丙邊　二三四〇八四二二四六一

檢表得一百七十四斤强即并力重

一球重四兩置於極滑之几上以索連一球重六兩懸几旁第一秒中行若干尺寸

答曰八尺二寸又萬分寸之七千七百四十二



如圖甲為四兩球乙為六兩球一在几上一懸几旁則生動者為乙全重而非甲乙之較二重之動其速同故一如一箇體質其長加力等式如左

$$甲 = 四兩$$

$$乙 = 六兩$$

$$甲丄乙 = 二重和 = 十兩$$

$$地力 = 二七五九一四$$

$$二重和 : 地力 :: 乙重 : 長加力$$

故

$$長加力 = \frac{甲丄乙}{乙地力} = \frac{一〇}{六(二七五九一四)} = 一六五,五四八四$$

又因

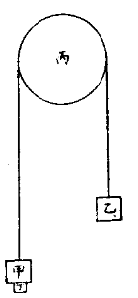
$$路 = \frac{二}{力時^{二}}$$

故

$$路 = \frac{二}{(一六五,五四八四)^{一}} = 八二,七七四二$$

甲乙二重以一索聯之懸於滑車兩邊甲八斤乙六斤甲下行一秒中若干尺寸

答曰一尺九寸又萬分寸之七千〇八十一



如圖丙為滑車甲乙為二重懸於滑車之兩邊設甲乙二重相等則對力亦相等適平而無高下今甲重加入丁重若多二斤則甲必下而乙必上然其速仍同故甲乙之較為速之根甲乙之和為全動質命地力為寅一秒中下墜定率一三七九五七有等式

$$甲 = 八斤$$

$$乙 = 六斤$$

$$甲丄乙 = 二重和$$

$$甲丅乙 = 二重較$$

$$甲下行路 = \frac{甲丄乙}{(甲丅乙)寅} = \frac{一四}{二(一三七,九五七)}$$

$$= 一九,七〇八一$$

$$甲下行速 = \frac{甲丄乙}{(甲丅乙)二寅} = \frac{一四}{二(二七五,九一四)}$$

$$= 三九,四一六二$$

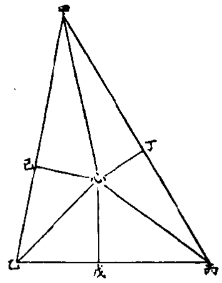
須曼精廬算學卷六

須曼精盧算學卷七

烏程　楊兆鋆　誠之

重心釋理

平三角自重心作各邊垂線凡二邊相乘與餘一邊之垂線其比例皆等



解曰自重心作三對角線成心乙丙心甲乙心甲丙三角面皆等積故三邊之垂線與三邊兩兩成反比例如

乙丙：甲乙：：心己：心戊

乙丙：甲丙：：心丁：心戊

甲丙：甲乙：：心己：心丁

今皆以各餘一邊乘各三四率得式如左

乙丙×甲丙：甲乙×甲丙：：心己：心戊

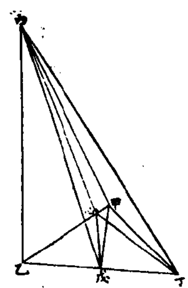
乙丙×甲乙：甲丙×甲乙：：心丁：心戊

甲丙×乙丙：甲乙×乙丙：：心己：心丁

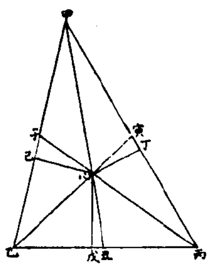
其一二率皆不變故心戊垂線與甲丙甲乙二邊相乘比若心己與甲丙乙丙二邊相乘比餘倣此

立三角自重心至四面作四垂線垂綫與面兩兩成反比例試言其理

解曰如圖甲乙丙丁立三角甲乙丙甲丙丁甲乙丁丙乙丁爲其四面自心剖之分爲心甲乙丙心甲丙丁心甲乙丁心丙乙丁四小立三角積乃平分乙丁於戊自戊至丙作丙戊線丙乙戊丙戊丁皆等積則自頂點甲剖本形爲甲丙戊丁甲丙戊乙二立三角積必相等乃取心甲乙丁分爲心甲戊丁心甲戊乙二積心丙乙丁分爲心戊丙乙心戊丙丁二積此四小積亦相等甲丙戊丁甲丙戊乙內減此四小積餘心甲乙丙心甲丙丁二積必相等既相等故垂線與面兩兩成反比例也



從三角面重心作三邊之垂線與三邊兩兩成反比例試解之

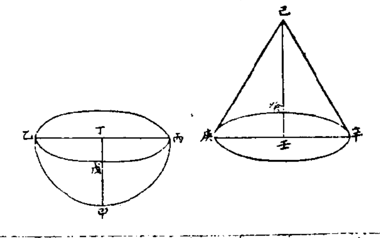


解曰甲乙丙三角面平分三邊於子丑寅作三對角綫子丙丑甲寅乙交點心卽三角面重心試從心作三邊之垂線心戊心丁心己蓋半心戊半心丁半心己乘丙乙丙甲甲乙三邊卽成心丙乙心丙甲心甲乙三等積三角面既等積故三垂線與三邊皆成反比例

一率	心戊	心戊	心丁
二率	心己	心丁	心己
三率	甲乙	甲丙	甲乙

四率　乙丙　乙丙　甲丙

球徑八半球之重心距球心若干



如圖甲乙丙爲半球乙丙全徑八甲丁半徑四丁爲球心半球重心必在丁甲線內試另設一同底同立錐令其中垂線己壬等半徑依句弦求股法求得圓錐體積先以徑求得圓面再以垂線乘之得圓柱積三歸之卽得圓錐體積也又求得半球體積圓面與上同以球徑乘之得圓柱積三歸之卽得半球積因圓立錐體自其底面重心點如壬至頂點如己作聯線己壬此線四分之一處癸卽爲圓錐重心故有比例

一率　半球全積甲乙丙

二率　錐重心距底面心癸壬

三率　圓錐全積己庚辛

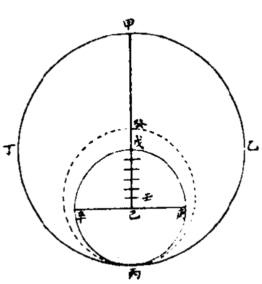
四率　半球重心距球心戊丁

得戊丁爲一五爲甲丁半徑四分之一分半也

大圓面內去一小圓面小圓周切大圓心及周求殘積之重心

求得重心在大圓心距殘積周卽甲戊半徑六分之一處

如圖甲乙丙丁大圓戊爲心戊庚丙辛小圓己爲心小圓周切大圓心戊及周丙其半徑戊己卽大圓徑四分之一其全面戊庚丙辛卽大圓面四分之一甲乙丙戊丁殘積得小圓積三乃得比例如左



一率　殘積甲乙丙戊丁

二率　小圓積戊庚丙辛

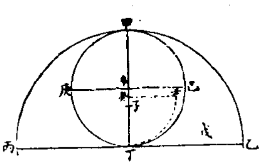
三率　小圓半徑戊己

四率　圓心重心距癸戊

求得癸戊爲戊己三分之一亦爲大圓心距殘積周甲戊半徑六分之一其六分之一處如癸卽殘積重心也

若繪圖求之則平分戊己半徑爲六分取其近心點壬爲心壬丙爲度作圈交甲戊線於癸卽爲殘積重心

半圓面內去一小圓面小圓周切大圓心及半圓周求殘積之重心



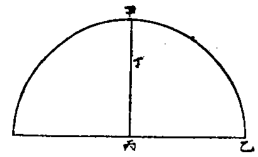
求得重心在子如圖甲乙丙半圓面丁爲心戊丁爲半徑三分之二甲己丁庚小圓面辛爲心其圓徑甲丁卽爲半圓之半徑故半圓內減小圓餘甲乙己庚丙丁殘積仍等於小圓積試先求半圓面重心

一　甲乙象限　三　半徑三之二戊丁若變爲丁壬弧

二　甲丁半徑　四　圓心重心距癸丁

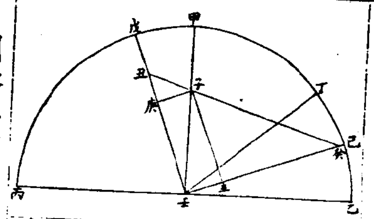
求得半圓面重心在癸則癸辛亦可得而知

一　殘積　　三　半圓重心距小圓重心癸辛
二　小圓積　　四　半圓重心距殘積重心癸子
小圓積卽殘積癸辛卽癸子求得殘積重心在子
半周有質弧線求重心



法以象限周數弧甲乙爲一率半徑數甲丙線爲二三兩率二三相乘爲實首率爲法除之得質弧線重心距圓心丁丙線丁點卽質弧綫重心也

半周有質弧分爲四十度一百四十度求二分質弧之各重心

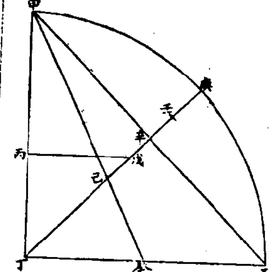


法先求得半周質弧之重心在子半徑自乘象限除之卽得爲乙丁丁丙二分質弧之公重心次作乙壬丁之分角線己壬丁壬丙之分角線戊壬各爲其重心線又自子點與己壬平行作子庚與戊壬平行作子辛子庚與辛壬等取辛壬七倍之半度至癸則癸點卽四十度質弧之重心

自癸點切子點至丑作癸丑線則丑點卽一百四十度質弧之重心乙丁與丁丙之比若二與七之比又若辛壬與辛癸比丑庚與庚壬比因子辛癸丑庚子

爲同式句股形也

求九十度弧背通弦內面積之重心



求得重心在壬如圖甲庚乙丁象限面積作甲乙通弦分爲甲庚乙辛弧矢面積及甲丁乙三角形面積法平分乙丁半徑於癸作癸甲線交辛丁於己則己丁得辛丁三分之二己甲亦得癸甲三分之二己卽三角面重心又用比例求得半圓重心在丙
丙丁重距
三半徑
半徑
象限弧
自丙與乙丁平行作線交庚丁于戊戊卽象限面重心卽弧矢面及三角面之公重心戊己爲三角面重心與公重心距乃得比例

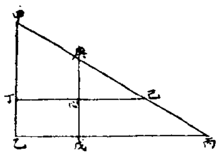
一　甲庚乙辛弧矢積　　二　甲丁乙三角積
三　戊己兩重心距　　四　戊壬公重心距弧矢面重心

求得九十度弧背通弦內面積重心在壬

設數　半徑	一〇〇〇〇
半圓重心距圓心	四二四四〇
象限重心距圓心	六〇〇一九
四十五度正弦	七〇七一〇
三角重心距圓心	四七一四〇
三角重心距公重心	二二八七九

三角積	四九九九九〇四一〇〇
弧矢積	二八五四〇九五九〇〇
弧矢心距公重心	二三五五五
弧矢心距圓心	八二五七四

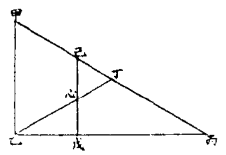
有句八股十五弦十七之句股形面欲於弦上取一點懸之令股合地平弦之二分各若干



答曰弦大分一一・三三三三不盡 小分五・六六六六不盡

如圖甲乙丙句股形取甲乙句三分之一於丁乙丙股三分之一於戊各作垂線己丁庚戊交點心卽句股面之重心因庚戊過心點正交乙丙故取庚點懸之乙丙必平於地平又因乙戊爲股三分之一甲庚必爲弦三分之二也若取己點懸之甲乙句合地平理同

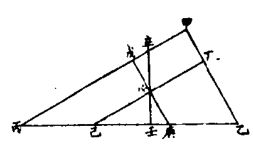
又圖甲丁丁丙丁乙皆半弦取丁乙三分之一於心卽句股面重心切心點正交乙丙作線己戊則己點卽令乙丙合地平之點而己丁等丁心故大分爲半弦丁丙加半弦三分之一己丁如丙己小分爲半弦丁甲減半弦三分之一丁己如甲己也



前題句股面若於股上取點懸之令弦合地平股之二分各若干

答曰股大分一一・四二四 小分三・五七六

如圖甲乙丙句股面取甲乙句三分之一於丁甲丙股三分之一於戊各作垂線丁己戊庚交點心卽句股面之重心切心點正交乙丙弦作線辛壬則辛點必爲令弦合地平之點而戊心等甲丁戊心辛與本形同式故比例如



戊心句三之二∴戊辛小句∴甲乙句∴甲丙股

句與句三之二相乘股除之得戊辛一・四二四以加股三分之二戊丙得一一・四二四如丙辛爲股大分以減股三分之一甲戊得三・五七六如甲辛爲股小分也

又法取心庚己句股形求之有等式

心庚 ══ 三甲乙

心己 ══ 三甲丙

己庚 ══ 三乙丙

己丙 ══

壬己 ══ 乙丙/甲丙 心己

壬己/己丙 ══ 壬丙 ══ 三乙丙/(甲丙 乙丙)

甲丙・乙丙 ∴ 三乙丙/甲丙 乙丙 ・辛丙

辛丙 ══ 一五/一七(一〇〇七八四一〇)

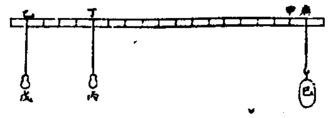
══ 一一四二二〇一九六八不盡

甲辛 ══ 三五七七九八〇三二

有稱失其權用四兩重物代之以秤一斤物得十二兩問原權重若干

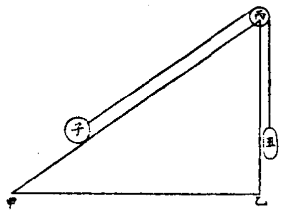
答曰三兩

法曰以今權重四兩與今物重十二兩相乘得四十八兩爲實原物重一斤變爲十六兩爲法實如法得三兩卽原權也乃同乘異除法



解曰如圖庚乙為衡甲為衡紐庚處懸物如己庚甲為衡鉤距提紐之分丙為今權戊為原權甲丁為十二兩之分甲乙為十六兩之分丙權秤物己得十二兩衡恰平若己重遞增則丙重必遞減去甲點遞遠方致衡平如己重至十六兩則丙權必退處十六兩之分如乙方致衡平其重必遞減如戊也以比例論之庚甲與丙權比若甲丁與己重比又庚甲與戊權比若甲乙與己重比是甲丁乘丙權等於甲乙乘戊權數皆四十八兩故以甲乙與丙權比同於甲丁與戊權比為轉比例四率也

有句三十尺弦五十尺弦為斜面有二重一在斜面一



依句以索相聯恰相定二重之比例若何

如圖甲丙為弦即斜面丙乙為句子丑為二重不動有比例式

一率 甲丙 二率 子重

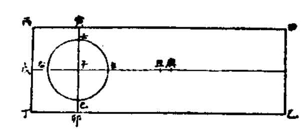
三率 丙乙 四率 丑重

故句三十弦五十丑子二重亦必若三與五如其不然則二重索力必不均不能恰定矣

按弦斜面西人貴之為引重省力機器之一合斜面為斧劈卷斜面為螺絲旋亦皆重要之器也

有銅版長六尺廣二尺於一端去一徑一尺四寸之圓面圓周距長廣邊俱三寸求重心距圓周若干

答曰十五寸又九四三



如圖甲乙丙丁為銅版甲丙長甲乙廣壬辛己癸為一頭所去之圓面辛癸徑一尺四寸寅壬癸戊己卯俱距邊三寸先用定率比例求得圓面積為一五三九三八〇庚為殘積重心子為圓面重心丑為公重心有比例如左

一率 殘積 一〇四六·〇六二〇

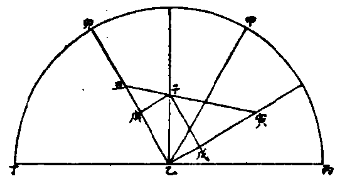
二率 圓面 一五三·九三八〇

三率 子丑 二〇·寸

四率 庚丑 二·九四三

求得殘積重心在庚距公重心丑二寸又九四三加丑辛十三寸得庚辛十五寸又九四三為重心距圓周

求一百二十度及六十度圓面之重心



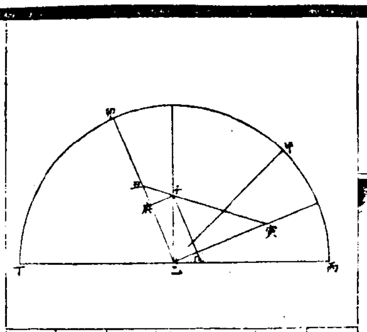
法先用比例象限弧與半徑比若半徑三分之二與圓心距重心比求得半圓面重心在子自子作子庚綫為乙卯之垂線次作子戊線與乙卯平行成子戊乙句股形取戊寅倍於乙戊自寅點過半圓重心子作寅丑線成子丑庚寅子戊兩同式句股形子庚與子丑比若戊寅與寅

子比故丑爲甲乙丁面一百二十度之重心寅爲甲丙乙面六十度之重心今甲丙乙面爲甲乙丁面二分之一故比例亦若二與一也

一率	甲乙丁面	甲丙乙面
二率	甲丙乙面	甲乙丁面
三率	子寅	子丑
四率	子丑	子寅

求一百三十五度及四十五度圜面之重心

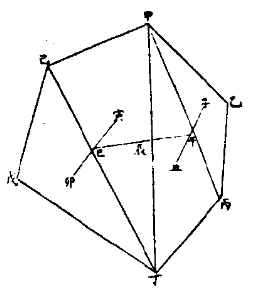
用前題比例法取戊寅三倍於乙戊共比例若三與一寅爲四十五度之重心丑爲一百三十五度之重心



一率	甲乙丁面三	甲丙乙面
二率	甲丙乙面一	甲乙丁面
三率	子寅三	子丑
四率	子丑一	子寅

有六不等邊形求重心

如圖甲乙丙丁戊已六不等邊形作已丁甲丁甲丙三綫分原形爲甲乙丙甲丙丁甲丁已已丁戊四三角形用三角求重心法求得四三角形之各重心如子丑寅卯四點先以子丑共重與子重比若子丑相距與丑午比午點卽甲乙丙丁四邊形之重心又以寅卯共重與寅重比若寅卯相距與卯巳比巳點卽甲丁巳戊四邊形之重心乃以午巳共重卽子丑寅卯共重與午重比卽子丑共重若午巳相距與巳辰比辰點卽四三角形和之重心亦卽六不等邊形重心也



須曼精廬算學卷七

須曼精廬算學卷八

烏程　楊兆鋆　誠之

動定格物

設將石墜井中歷三秒始聞水聲求井口離水面若干尺命井口離水面爲地

答曰一百三十五尺又百分尺之二十四

石至水面時 = 天

聲速 = 一一二七尺

地 = 半地力 時^{二} = 半地力 天^{二}

地 = 一一二七(三丅天)

一六一天^{二} = 三三八一丅一一二七天

天^{二} = 二一〇丅七〇天

開方得

天 = 二八八

地 = 一一二七(三丅二八八)

= 一一二七(〇一二) = 一三五二四

有物重五百磅以百二十五分之力引之求八秒行路若干

答曰八尺

路 = $\frac{二}{速}$時^{二}

= $\left(\frac{二}{一}\times\frac{四}{一}\right)(八)^{二}$

= $\frac{八}{一}\times$六四

= 八

物甲重八磅置極滑几上以索連物乙重十二磅懸於几旁求其索力並一秒之速及二秒時行路各若干

答曰索力四磅又五分之四速十九尺二寸路三十八尺四寸

$\frac{八}{甲索力}$ = $\frac{甲重\times地力}{甲重\times甲速}$ = $\frac{地力}{甲速}$

即

= $\frac{一二}{一二丅甲索力}$

$\frac{八}{甲索力}$ = $\frac{一二}{一二丅甲索力}$

∴ 三甲索力 = 二四丅二甲索力

即

甲索力 = 四$\frac{五}{四}$

又

$\frac{三二}{甲速}$ = $\frac{八}{甲索力}$ = $\frac{八\times五}{二四}$

∴ 甲速 = $\frac{五}{九六}$ = 一九二

路 = $\frac{二}{速}$時^{二} = 九六(二)^{二} = 三八四

有物重八磅第一秒之速行五尺求其力若干

答曰一磅又百分磅之二十四

$\frac{八}{力}$ = $\frac{質\times地力}{質\times速}$ = $\frac{地力}{速}$

= $\frac{三二二}{五}$

力 = $\frac{三二二}{五\times八}$ = $\frac{三二二}{四〇}$

= 一二四

有物上行初秒速九十六尺下行每秒速四十尺求共歷秒若干

答曰四秒又四分秒之一

上行時 = $\frac{力}{速}$ = $\frac{三二}{九六}$

= 三

下行時 = $\frac{力}{速}$ = $\frac{三二}{四〇}$

= 一$\frac{四}{一}$

三丄$\frac{四}{一}$ = 四$\frac{四}{一}$

= 共歷秒

有物平加速行每秒八尺求歷五秒時行路若干

答曰一百尺

路 = $\frac{二}{時速}$

= $\frac{二}{五\times四〇}$ = 一〇〇

有物平加速行前三秒行三十六尺問行至第六秒末

每秒之速若干

$$\text{速}=\frac{\text{時}}{\text{二路}}=\frac{\text{三}}{\text{七二}}$$

$$=\text{二四}$$

$$\text{前三秒每秒速}=\text{二四}$$

$$\text{第六秒末速}=\text{後三秒速}\,\text{丄}\,\text{前三秒速}=\text{倍前三秒速}$$

$$=\text{四八}$$

答曰四十八尺

有物下墜計時十二秒求末四秒過路若干

$$\text{十二秒路}=\text{半力時}^{二}=\text{一六}(\text{一四四})$$

$$\text{八秒路}=\text{一六}(\text{六四})$$

$$\text{末四秒路}=\text{一六}(\text{一四四}\,\text{丅}\,\text{六四})$$

$$=\text{一六}(\text{八〇})=\text{一二八〇}$$

答曰一千二百八十尺

有物下墜過路三百八十四碼每碼三尺以三因之得一千一百五十二尺

求歷時若干

$$\text{時}=\sqrt{\frac{\text{半力}}{\text{路}}}$$

$$=\sqrt{\frac{\text{一六}}{\text{一一五二}}}=\sqrt{\text{七二}}$$

$$=\text{八.四}$$

答曰歷八秒又十分秒之四

設石子上行每秒有一百二十八尺之速求距地九十六尺歷若干時

答曰歷百分秒之八十三

$$\text{時}=\text{天}$$

$$\text{路}=\text{速時}\,\text{丅}\,\text{半力時}^{二}=\text{一二八天}\,\text{丅}\,\text{一六天}^{二}$$

即

$$\text{九六}=\text{一二八天}\,\text{丅}\,\text{一六天}^{二}$$

各以十六約之得式

丄六〇〇〇三

丅八〇〇

丄一

開方得八三即所求

求最高歷路

$$=\frac{\text{二力}}{\text{速}^{二}}$$

$$=\frac{\text{六四}}{\text{一六三八四}}=\text{二五六尺}$$

$$\text{求最高歷時}=\sqrt{\frac{\text{力}}{\text{二高}}}$$

$$=\sqrt{\frac{\text{一六}}{\text{二五六}}}=\sqrt{\text{一六}}$$

$$=\text{四秒}$$

或

$$\text{時}=\frac{\text{力}}{\text{速}}=\frac{\text{三二}}{\text{一二八}}$$

$$=\text{四秒}$$

有物下墜計時六秒求末二秒過若干路

$$\text{六秒路}=\frac{\text{二}}{\text{力時}^{二}}$$

$$=\frac{\text{二}}{\text{三二}\times\text{三六}}$$

$$\text{四秒路}=\frac{\text{二}}{\text{三二}\times\text{一六}}$$

$$\text{末二秒路}=\frac{\text{二}}{\text{三二}(\text{三六}\,\text{丅}\,\text{一六})}$$

$$=\text{三二〇}$$

答曰三百二十二尺

以密率三二二為地力則得三二二

有物下墜過路一百九十二碼每碼三尺求歷若干時

$$\text{時}^{二}=\frac{\text{半力}}{\text{路}}$$

$$\text{時}=\sqrt{\frac{\text{一六}}{\text{五七六}}}$$

$$=\sqrt{\text{三六}}=\text{六}$$

答曰六秒

設石子上行每秒有六十四尺之速求距地四十八尺歷若干時及至高最高各歷若干時

答曰距地四十八尺歷時一秒往返至距地歷時

三秒

如無地力則石子上行之速每秒六十四尺今有地力則減地力每秒所生之速十六尺餘四十八尺即知距地歷時一秒則石子以有地力故每秒行四十八尺又以地力三二除速六四得最高時二秒加自至高時回至距地一秒得往返至距地歷時三秒

求高公式

$$\text{速}^{二}=\text{二力高}=(\text{六四})^{二}$$

$$\text{二}\times\text{三二}\times\text{高}\therefore\text{六四}=\text{高}$$

求最高歷時

$$\text{最高}=\frac{\text{二}}{\text{力}}\text{時}^{二}\therefore\text{六四}=\frac{\text{二}}{\text{三二}}\text{時}^{二}$$

$$=\text{一六時}^{二}\therefore\text{時}=\text{二}$$

假如物下墜歷十秒求過若干路

$$路=\frac{二}{力時^{二}}$$

$$=\frac{二}{二七五,九一四\times一〇〇}$$

$$=一三七九五,七〇〇$$

答曰一百三十七丈九尺五寸七分

有鉛子出自鎗中上行下墜共歷十秒求高若干路

$$上行之時=五.$$

$$路=\frac{二}{力時^{二}}$$

$$=\frac{二}{二七五,九一四\times二五}$$

$$=三四四八,九二五$$

答曰三十四丈四尺八寸又千分寸之九百二十五

設一物以九百尺之速下墜問過路若干

$$路=\frac{二力}{速^{二}}$$

$$=\frac{五五二}{八一〇〇〇〇〇〇}$$

$$=一四六七,三九$$

答曰一千四百六十七丈三尺九寸

設礮子以一千二百尺之速上行問行若干高歷若干時

$$高=\frac{力}{半速^{二}}$$

$$=\frac{二七六}{七二〇〇〇〇〇〇}$$

$$=二六〇八,六九$$

$$時=\frac{力}{速}$$

$$=\frac{二七六}{一二〇〇〇}=四三,四〇$$

答曰二千六百〇八丈六尺九寸即高又求得四十三秒又百分秒之四十即時

設有圓錐形桶盛滿水平置之求其底面所受壓力

$$底面半徑=甲$$

$$錐高=乙$$

$$方寸水重率=丙$$

$$定率甲^{二}乙=圓柱水積$$

$$圓柱水積\times丙=三全體水重$$

$$\frac{三}{定率甲^{二}乙}=圓錐水積$$

$$=壓力$$

設有圓柱形桶盛滿水平立之求其底面所受壓力

依前式

$$定率甲^{二}乙=圓柱水積$$

$$圓柱水積\times丙=壓力$$

設有一水柱每方寸壓力十五磅求柱高若干尺

答曰三十四尺五寸六分

$$柱高=天$$

$$(一二寸)^{二}水壓力=天(一方尺水重率)$$

$$一四四\times一五=天\times六二,五$$

$$天=\frac{六二,五}{二一六〇}=三四,五六$$

設有一水銀柱每方寸壓力十五磅求柱高若干寸

答曰三十寸六分

$$柱高=天$$

$$水銀壓力=天(一方寸水銀重率)$$

$$一五=天\left(\frac{七〇〇〇}{三四二九,五}\right)$$

$$天=\frac{\left(\frac{七〇〇〇}{三四二九,五}\right)}{一五}$$

$$=\frac{三四二九,五}{一五\times七〇〇〇}=三〇,六$$

球盛水至滿求其內面壓力

球半徑＝甲

球內面壓力＝四定率甲每方寸水重率

半球形之碗盛水平置之求其圓凹面之壓力與平圓面壓力比例

球半徑＝甲

圓凹面壓力＝二定率甲每方寸水重率

平面壓力＝定率甲每方寸水重率

面壓力比例

答曰圓凹面壓力與平圓面壓力比若二與一比

設以水壓運鶴頸稱其壓力每方寸七百斤求水深若干

答曰一千六百十二尺八寸

水深＝天

壓力＝七〇〇＝一五(三/一四〇)天

設有水半升重二十兩酒精重率〇九一六今有酒精重三十兩求得一升之幾分

分數＝天

求得一升中之八·一八七七七奇

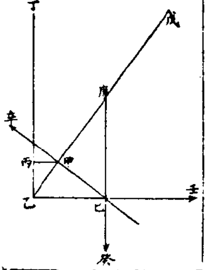
設如一碗重六兩盛水至滿重十六兩盛油至滿重十四兩又四分兩之三求油重率

水重＝一六－六＝一〇

油重＝一四(四/三)－六＝八(四/三)

求得水重率與油重率之比若十兩與八兩七錢五分之比

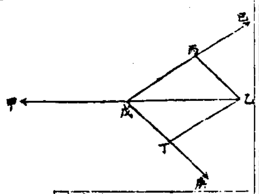
今有桿倚牆根斜立抵于柱端有抵點距牆若干尺桿與牆成角若干度求桿長



乙戊為桿丁乙為牆庚為桿之中重心乙壬庚癸二力正交遇于己點桿之抵點甲其抵力辛必過己點命甲乙丙角為子求之有等式

甲丙＝甲乙×子正弦

分力求合力公式



如圖己庚大小二力共引重于戊一向丙一向丁二力相合卽方形之對角斜線戊乙戊乙卽合力甲戊等于戊乙故戊力卽等于甲力求合力之公式如左

$丙戊丁角 = 子$

$丙戊乙角 = 丑$

$戊乙^{二} = 戊丁^{二} ⊥ 戊丙^{二} 丅 二(戊丁)(戊丙)(戊丁乙角餘弦)$

$甲力^{二} = 己力^{二} ⊥ 庚力^{二} ⊥ 二己力庚力子餘弦$

$∴ \frac{己力}{甲力} = \frac{丙戊}{戊乙} = \frac{(子丅丑)餘弦}{子餘弦}$

$\frac{庚力}{甲力} = \frac{戊丁}{戊乙} = \frac{丑正弦}{子丑正弦}$

$甲力 : 己力 : 庚力 = 子正弦 : (子丅丑)正弦 : 丑正弦$

$= 己戊庚角正弦 : 甲戊庚角正弦 : 甲戊己角正弦$

設二分力相等求合力有等式

$甲力^{二} = 己力^{二} ⊥ 己力^{二} ⊥ 二己力^{二}(子餘弦)$

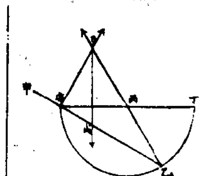
$= 二己力^{二}(一 ⊥ 子餘弦) = 四己力^{二}\left(\frac{子}{二}餘弦\right)$

$∴ 甲力 = 二己力\left(\frac{子}{二}餘弦\right)$

設四邊俱相等則二對角綫必正交法亦同

有直桿斜倚半圓碗內桿距碗平面斜交角三十度求桿長

如圖甲乙爲桿斜倚庚乙丁圓盌內戊爲桿重心庚乙二點爲桿抵力三力均施令桿定必相遇于己點



己庚乙直角丙庚乙三十度則丙庚己必爲六十度丙庚己形三邊均等三角亦必均等各六十度庚丙己角等于丁丙乙角又等于倍丙乙庚角以代數求之有等式

$半桿 = 戊乙 = 天$

$碗半徑 = 丙乙 = 子$

$\frac{二子}{天} = \frac{乙戊己正弦}{戊乙丙正弦} = \frac{(六〇⊥三〇)度正弦}{三〇度正弦} = \frac{三〇度餘弦}{三〇度正弦}$

$天 = \frac{三〇度餘弦}{二子(三〇度正弦)}$

有一圓面版徑六寸平沈入海中水面距版面計一洋里求圓面所受壓力 海水每方寸重六十四磅

$壓力 = 天$

$每方寸海水重率 = \frac{一七二八}{六四〇〇〇} = 〇三七$

$定率 \times 半徑^{二} = 二,八一六九 = 圓版面積$

$面積 \times 深重 = 二,八一六九 \times 五二八〇尺$

$= 一四七七三,二三二〇$

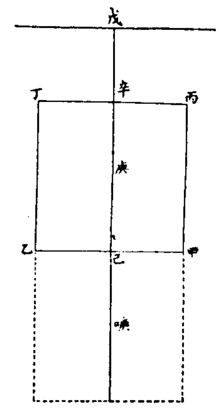
$天 = 一四七七三二三二〇〇〇〇 \times 〇三七$

$= 五四六六〇九,五八四〇〇〇〇$

答曰壓力五四六六〇九有奇

有一正方版甲乙丙丁豎沈入水中不知水深淺但知一邊之旁有軸轉動如甲乙當其直向下時版面壓

力倍於其直向上時試求戊己水面距軸



戊辛 ═ 天 ═ 水面距版

甲乙 ═ 子

庚或噢 ═ 版重心

戊庚 ═ 天丄$\frac{二}{子}$ ═ 版向上時水面距重心

戊噢 ═ 天丄$\frac{二}{三子}$ ═ 版向下時水面距重心

甲丁方 ═ 子^{二}

$(天丄\frac{二}{三子})$子^{二} ═ 二$(天丄\frac{二}{子})$子^{二}

二天丄三子 ═ 四天丄三子

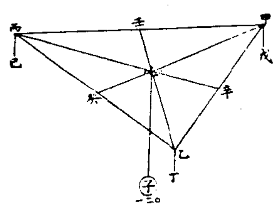
二天 ═ 子

天 ═ $\frac{二}{子}$

甲乙丄天 ═ 戊己

有三角鐵板重一百二十斤其三邊合三四五之句股形於三角承以三柱三柱所受壓力各若干

答曰各四十斤



如圖甲乙丙三角板三角承甲戊乙丁丙己三柱法先平分各邊於壬辛癸三點各作綫相交於心即三角板之重心其全重皆歸於心點乃自心作垂線懸子重如全重子定於丙辛桿亦若定於壬乙桿亦若定於甲癸桿欲知各柱所受壓力有比例

一率	丙辛	乙壬	甲癸
二率	心辛	心壬	心癸
三率	共重	共重	共重
四率	丙柱壓力	乙柱壓力	甲柱壓力

知心辛心壬心癸均為各全綫三分之一故各柱所受壓力俱為共重三分之一而各得四十斤也

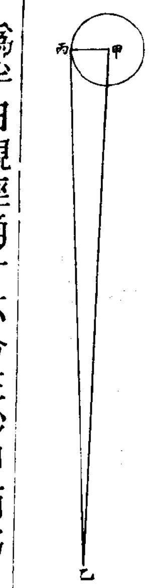
須曼精䃾算學卷八

須曼精廬算學卷九

天象管窺　烏程　楊兆鋆　誠之

有日視徑三十二分六秒日地距九千一百五十萬洋里求日實徑若干

答曰八十五萬二千七百八十洋里



如圖甲為日乙為地甲乙為日地距乙為半日視徑角十六分三秒甲丙為日實半徑有甲乙邊乙銳角丙正角求甲丙邊有比例

一　半徑　一○○○○○○○

二　乙正弦　四六六○○

三　甲乙日地距　九一五○○○○○

四　甲丙日半徑　四二六三九○

設日差角八秒又小餘八六地半徑三千九百五十六洋里求太陽距地心若干洋里

答曰九千二百二十萬洋里

如圖甲為地心甲丙為地半徑乙為太陽成甲乙丙三角形有丙正角乙日差角甲丙邊求甲乙邊比例如下

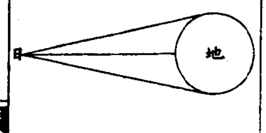
一　乙正弦　四二九

二　半徑　一○○○○○○○

三　甲丙地半徑　三九五六

四　甲乙日地距　九二二○○○○○

有日地距求地面受日之熱幾何

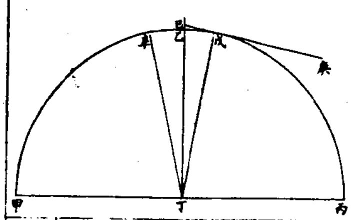


熱與光同理熱率之盈朒亦如其遠近尺寸成方反比如圖日地距九千一百五十萬洋里自乘得八千三百七十二兆二千五百億洋里則地面所受之熱率較日之本熱朒八千三百七十二兆二千五百億

倍也

太陽入朦影限十八度求天氣高厚若干

答曰四十九洋里强

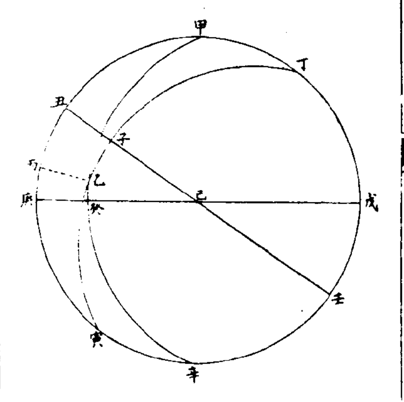


如圖甲乙丙為地半球丁為球心乙丁戊丁辛丁皆地半徑己乙為天氣高厚日在庚入朦影限戊辛弧十八度戊丁乙角得其半為九度戊己丁角為八十一度己戊丁為直角用己戊丁三角推之比例如左

一　己正弦　九八七六八八三

二　丁戊邊地半徑　三九五六

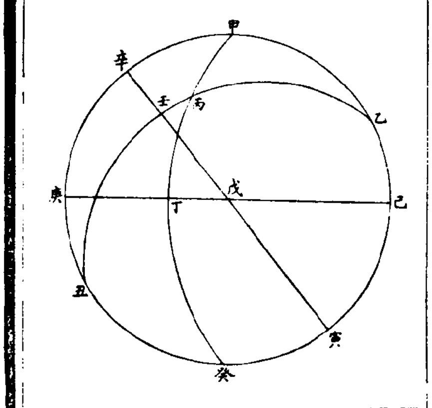
三　戊正弦半徑　一〇〇〇〇〇〇
四　己丁邊　四〇〇五强
得己丁邊四千〇〇五洋里强減地半徑得己乙天
氣高厚四十九洋里强
長安靈臺冬至日巳正太陽高弧二十四度四分求其
北極出地若干
　答曰三十六度二分三十一秒
如圖甲爲天頂丁壬寅丑爲子午經圈丁子寅爲赤
經丑己壬爲赤道丁爲北極戊己庚爲地平壬爲子
正己爲卯正丑爲午正甲癸辛爲高弧今太陽在乙
當赤道於子當地平於癸子卽巳正之點成丁甲乙



斜弧三角形此形知丁角
當子丑弧太陽距午東赤
道度子正至午正十二小時減子正至巳正餘二小時化作三十度卽子丑弧知甲乙弧
太陽距天頂甲癸九十度減乙癸得六十五度五十六分卽甲乙弧知乙丁弧
冬至太陽距北極一百十
三度二十九分求甲丁弧
試作乙丙垂弧於形外補成丁丙乙甲丙乙兩正弧
形皆以丙爲直角先以丁丙乙形求乙丙丁丙二弧
一　半徑　一　半徑

二　丁角正弦　二　丁角餘弦
三　乙丁弧正弦　三　乙丁弧正切
四　乙丙垂弧正弦　四　丁丙弧正切
求得乙丙垂弧二十七度十七分四十六秒丁丙弧
一百十六度三十八分三十一秒次以甲丙乙形求
甲丙弧
一　乙丙弧餘弦　三　半徑
二　甲乙弧餘弦　四　甲丙弧餘弦
求得甲丙弧六十二度四十一分二秒與丁丙弧相
減得甲丁弧五十三度五十七分二十九秒爲北極
距天頂與象限相減得丁戊弧三十六度二分三十

一秒爲北極出地
浙江北極出地三十度求白露日巳正太陽高弧若干
　答曰五十二度五十三分五十五秒



如圖甲爲天頂甲己癸庚
爲子午圈乙壬丑爲赤經
辛戊寅爲赤道乙爲北極
己戊庚爲地平乙己爲北
極出地三十度甲丁癸爲
高弧丙爲太陽壬爲巳正
丙壬弧五度五十五分十
一秒爲白露日之赤道北

緯度與乙壬九十度相減得乙丙弧八十四度四分四十九秒爲日距北極度成乙甲丙斜弧三角形此形有乙角（己正距午正二小時化爲三十度即日距午東赤道度）有乙丙弧（日距北極）有甲乙弧（甲己九十度減乙己三十度得六十度即北極距天頂）乃以乙丙弧與甲乙弧相加折半爲半和弧相減折半爲半較弧乙角折半爲半角有比例

一　半和弧正弦	一　半和弧餘弦
二　半較弧正弦	二　半較弧餘弦
三　半角餘切	三　半角餘切
四　半較角正切	四　半和角正切

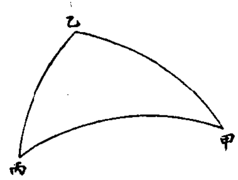
檢表得半較角半和角又有比例

一　半較角正弦	三　半較弧正切
二　半和角正弦	四　半對弧正切

檢表倍之得甲丙弧三十七度六分五秒與九十度相減得五十二度五十三分五十五秒合問

京師北極出地四十度求春分日巳正太陽高弧若干

凡二分日求高弧用正弧三角形



一率　半徑
二率　甲角餘弦
三率　甲乙弧正弦
四率　乙丙弧正弦

檢表得四十一度三十三分四十秒爲太陽高弧若

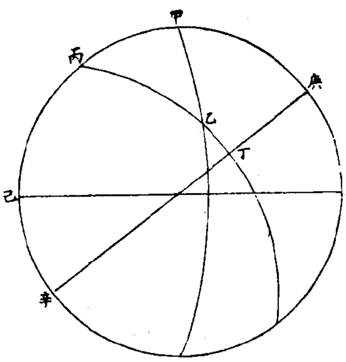
各節氣求午正高弧不須算以極距天頂度與距緯南減北加即得如北極出地四十度立夏節求午正高弧以北極度與象限相減餘五十度立夏距緯在北十六度二十一分五十七秒與五十度相加得六十六度二十一分五十七秒即午正高弧

冬至	夏至	二十三度二十九分
小寒　大雪	芒種　小暑	二十二度三十八分十六秒
大寒　小雪	小滿　大暑	二十度十一分十六秒
立春　立冬	立夏　立秋	十六度二十一分五十七秒
雨水　霜降	穀雨　處暑	十一度二十九分三十三秒
驚蟄　寒露	清明　白露	五度五十五分十一秒

又各節氣距緯度表（春分後緯在北秋分後緯在南）若求春分後節氣午正如清明至白露則以此度數加五十度秋分後節氣十一則減即某節氣午正時也（若求各節氣距緯距極度二分節氣九十度從表上列起冬至訖寒露與象限相加從表下列起夏至訖白露與象限相減即得）

任測一星已知其距天頂及距午經度亦知測處北極出地試推其星之赤緯度

如圖甲爲天頂庚辛爲赤道丙爲北極戊已爲地平星在乙甲乙爲星距天頂庚丁爲其距午經度即丙角也先以北極出地丙已與甲已象限相減得甲丙弧此甲乙丙形有甲丙弧有甲乙弧有丙角求乙丙弧法先求乙角次求乙丙弧



一 甲乙弧正弦
二 丙角正弦
三 甲丙弧正弦
四 乙角正弦

一 半較角正弦
二 半和角正弦
三 半較弧正切
四 半乙丙弧正切

檢表得乙丙弧與丙丁象限相減即星之赤緯度

北極出地何法測之

法用儀器測句陳大星於冬至日前後得其出地之

度酉時此星在北極之上俟其漸移而高至不復高而止爲最高之度卯時此星在北極之下俟其漸轉而低至不復低而止爲最低之度乃以所測最高最低之度折中取之即北極出地之度也蓋北極無星其高低不可得而見故取星環繞北極上下者測之惟句陳大星冬至酉時在最高卯時在最低可以得高低之準也

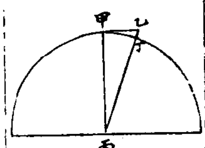
又法取最大之恆星測其最高若干度如此星爲赤道以南之星則以其距赤道之緯度與其高度相加得赤道之高度若此星爲赤道以北之星則以其距赤道之緯度與其高度相減亦得赤道之高度既得

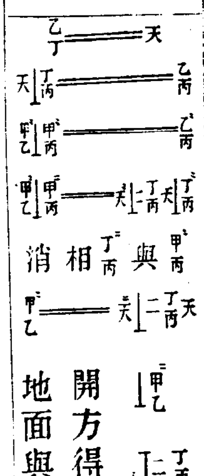
赤道之高度與象限相減餘即北極出地之度也此法較繁葢因赤道南北之星距赤道之緯皆欲測得北極之高度而後可得而恆星有歲差緯度亦有增損此法與前法互相考驗可也

又法取最長之晝得其時刻查定黃道上太陽本躔度令居子午圈下並與時盤午正脗合後轉儀以本太陽出地平之時正對子午圈爲度架內起儀或上或下游移試之務令本躔度得交東地平即得儀上本方北極出地度

地面與地平所差何法測之

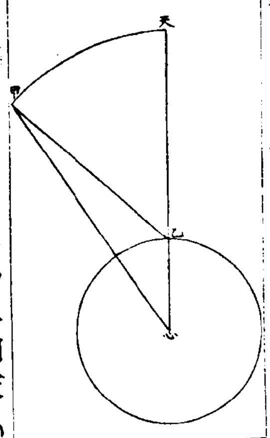
如圖甲丙爲地半徑丁丙同甲乙丙句股求股弦較





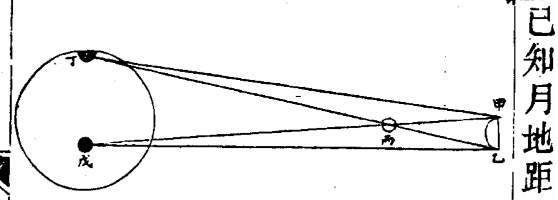
開方得乙丁即地面與地平較

月地距以何法測之



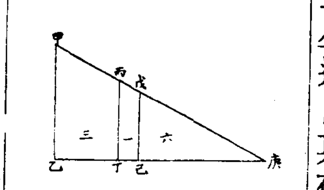
如圖心爲地心心乙地半徑甲爲月乙爲測處心甲乙爲視差角甲乙天爲月距天頂角甲乙心爲其外角已知心乙邊心甲乙甲乙心二角求心甲邊即月地二心距

已知月地距測日食東西視差以推日地距其法若何



如圖甲乙爲地面二測處丙爲月人目在甲視月在太陽面戊目在乙視月在太陽面丁法先測二處月過太陽面出入時刻以二處時刻之較化爲角度量得丁甲戊或丁乙戊視差角又以甲乙二處距弧求得通弦甲乙而甲丙等於乙丙同是地面距月心故甲丙乙三角形有三邊求得丙角與半周相減得甲丙丁鈍角從可得甲丁丙銳角乃以丁角正弦與甲角（即視差角）正弦之比若甲丙（月地距）與丙丁（月日距）之比得丙丁加乙丙即日地距

金星過日其在日面之時刻何法推之（同治十三年十月晦金星過日）



金星距日較地爲近其過日時乃行日面之通弦如圖甲乙爲日通弦（一百二十一度）丙丁爲金星軌道戊己爲黃道金星過日時人在地上視之則見其行丙丁路已知己丁與丁乙比若一與三比庚丁與丁乙比若七與三比則庚乙與庚丁比若十與七比有比例式

一　庚乙　地影與地星日相距和

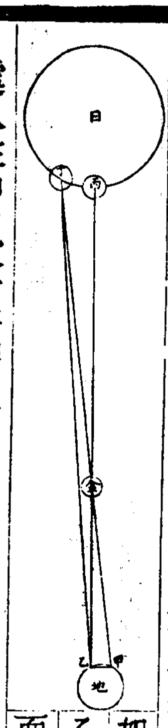
二　甲乙　日面通弦

三　庚丁　地影與地星相距和

四　丙丁　星過路

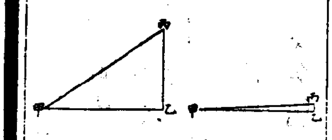
以星每小時行路七七〇〇〇除之得六小時二刻

已知金星距地測金星過日面以推日地距其法若何



如圖甲乙爲地面兩測處人在甲見金星過日面如丁在乙則見其過日面如丙丙丁相距有法能定而記之因取兩處時刻之較變爲角度而以此角度量得丙乙丁角又金甲金乙均爲金地距如法求得甲乙通弦因得甲金乙角減半周得丁金乙角并丙乙丁角以減半周得金丁乙角乃以金丁乙角與丙乙丁角比若金乙與金丁（金日距）比得金丁以加金甲得丁甲即日地距

有金武女二星交角（三度廿三分三十三秒　三十四度三十七分）求各軌道面直距黃道面若干洋里



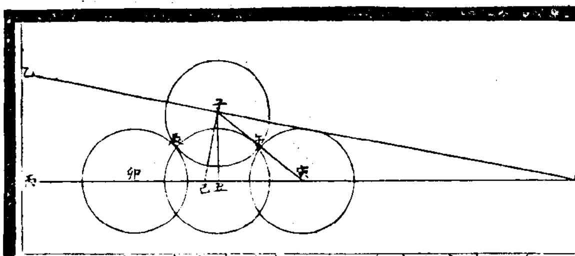
如圖甲乙丙二句股形乙爲直角足九十度甲爲二星交角金星如前圖武女如後圖甲丙金星軌道六六〇〇〇〇〇武女星軌道二六〇〇〇〇〇甲乙爲黃道則有乙直角甲銳角甲丙邊求丙乙邊比例式如左

一	乙正弦	金星	一〇〇〇〇〇〇〇	卽半徑
		武女	一〇〇〇〇〇〇〇	
二	甲正弦	金星	五九五〇〇〇	
		武女	五六八八〇〇〇	
三	甲丙邊	金星	六六〇〇〇〇〇	
		武女	二六〇〇〇〇〇〇	
四	丙乙邊	金星	三九二七〇〇〇	
		武女	一四七八八八〇〇〇	

求得軌道面距黃道面金星三百九十二萬七千洋里武女一億四千七百八十八萬八千洋里

釋日食三限

日食三限者初虧食甚復圓也如圖甲乙爲黃道甲丙爲白道甲爲黃白交點子爲日丑爲月甲己爲實朔交周與甲子等自子作子丑垂弧丑點爲食甚用時度故甲丑爲食甚交周子丑爲食甚距緯寅丑卯

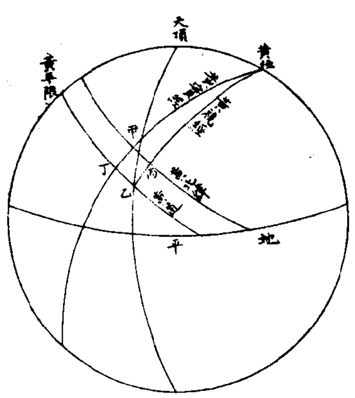


爲三限月心所至辰爲初虧丑爲食甚午爲復圓用寅子丑正弧三角形此形寅子邊兩視半徑相併子丑距緯丑爲直角求得丑寅或丑卯比例得時分卽三限之時分也至食甚視緯或大於併徑則日月兩周不相切爲不食食甚視緯僅與併徑等數則兩周雖切而不掩亦爲不食如月視徑度正值兩道之交而無視緯則日月兩心疊而相掩猶卯圓疊於子圓是爲全食有時月視徑小於日視徑則食甚時兩心疊合四圍透

光如環名曰金環食

釋日食三差

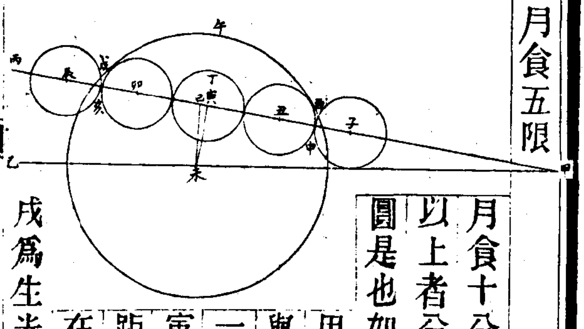
推步日食之法難於月食者以有三差也三差維何



曰圖中甲乙曰高下差卽地半徑差甲丙曰東西差卽黃經差乙丙曰南北差卽黃緯差然東西南北差又皆由高下差而生何以故蓋食甚用時以地心立算人自地面視之遂有地半徑差而日之地半徑差

恆小月之地半徑差恆大月地半徑內減日地半徑始爲月之高下差高下差既變實高爲視高如圖甲爲實高乙爲視高則經度之東西緯之南北皆隨之而變矣厤書求東西南北差以黃平象限爲本者蓋月在黃平限之東之西者視差度恆差而西而東差而東者時分宜減差而西者時分宜加故日食之早晏必證諸東西差而後定也北極出地二十三度半以上者黃平限恆在天頂南月視緯亦差而南出地二十三度半以下者黃平限恆在天頂北月視緯卽差而北差而南者實緯在南則加在北則減差而北者在南則減在北則加故日食之淺深必證諸南北差而後定也

釋月食五限



月食十分以下者三限同於日食十分以上者分五限初虧食甚食既生光復圓是也如圖甲乙爲黃道甲丙爲白道甲爲交點己爲實望之度甲未與甲己等申酉午戌亥爲地影一曰暗虛未爲暗虛心自未至寅作未寅正交弧未寅卽食甚距緯子丑寅卯辰爲五限月心在處申爲初虧點酉爲食甚點戌爲生光點亥爲復圓點寅己爲食甚

距實望之弧求得食甚前二限距食甚之弧減食甚時刻卽前二限時刻加食甚時刻卽後二限時刻

或問食甚何以有十七分曰月行至寅已入暗深最深處地影大於月設月徑爲十分月邊丁距暗虛邊午尚有七分倂之爲十七分耳

釋月食里差

按測月食有里差者因人所居地面有東西之不同而天頂地平亦因之各異必須計里之相差而定名曰里差其測之之法以周天三百六十度每度變爲二百里以時刻計之則四分爲一度若人所居地面偏西二百里則月在西已見食故時刻早四分如偏東二百里則月至東始見食故時刻遲四分是以有東西里差也

帶食說

日食以晝月食以夜然有時日之初虧在昧爽前或復圓在昏暮後月之初虧在昏暮前或復圓在昧爽後皆謂之帶食蓋出乎全晝全夜人目所不見也凡日月出入時刻在食甚前其所帶食分爲進出入時刻在食甚後其所帶食分爲退以日言之當其進也帶食時早日出於食甚前不見初虧尚可見食甚復圓帶食時晏日入於食甚前但見初虧而不見食甚復圓當其退也帶食時早日出於食甚後不見初虧食甚僅見復圓帶食時

晏日入於食甚後見初虧食甚而不見復圓以月言之當其進也帶食時早月入於食甚前但見初虧而不見食甚四限帶食時晏月出於食甚前不見初虧而見食甚復圓當其退也帶食時早月入於食甚後見初虧食甚而不見復圓帶食時晏月出於食甚後不見虧與甚而見復圓欲求帶食距分食早者以日出時刻食晏者以日入時刻並與食甚時刻相減餘數卽得月食法同

求日月帶食分秒

算此者以分化爲六十秒滿六十秒仍收爲分

求日法以帶食距分化秒日食月行化秒相乘爲實帶已退將進之分者以復圓初虧距分化秒爲法除之得數自

乘又以月視黃緯化秒自乘并而開方得數收爲分得日出入時距緯以減併徑餘數以十分乘之爲實太陽全徑爲法除之得日出入時帶食之幾分秒

求月法以月全徑化秒爲一率月食十分化秒爲二率併徑內減帶食距心徑以帶食距弧月距黃緯各自乘併數開平方即得餘數化秒爲三率求得四率爲月出入時帶食之幾分秒

須曼精廬算學卷九

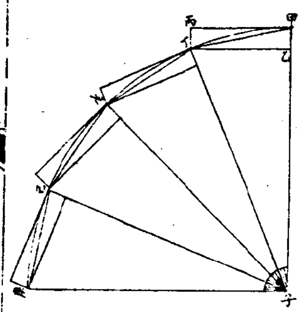
須曼精廬算學卷十

烏程　楊兆鋆　誠之

健行衍義

釋毗中離中二力

毗中離中之理可以星曜繞日明之如圖子爲日行



星在甲甲乙爲毗中甲丙爲離中使行星第有離中之力必循甲丙切線直行而去第有毘中之力必向甲乙矢線徑行至日惟其離中時爲日力所吸毗中時爲日力所推故能二力均勻

不離不毗遂斜行甲丁曲線由是而丁戊戊己己庚循環不已焉

釋公重心

太陽體大公重心近日心衆星繞之地與月共繞其公重心又同行黃道以繞日猶之大小二球綴以繩執其重心處回旋天空二球必又共繞其重心是繞日於黃道者非地非月地月之公重心也

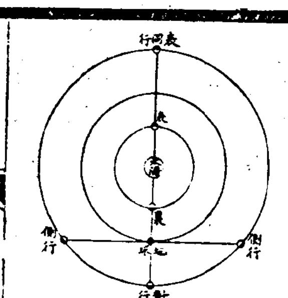
釋衆星行象

衆星行象或就日而論或就他星而論而方位總不差其行象有三曰同行曰對行曰側行

易言乎同行曰星羅於天其行也與太陽同方向如日在東星亦在東方向皆同故曰同行

同行有裏有表裏同行者行星在太陽地球之閒表同行者行星在太陽地球對面也

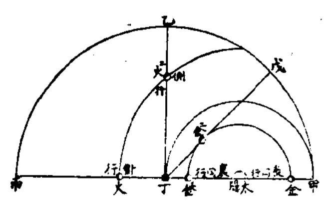
易言乎對行曰星之行也與太陽相背如日在東星在西方向反對故曰對行但此惟外星有之外星者



在黃道以外諸星如火木土天王海王之類內星者在黃道以內諸星如金星水星是也

易言乎側行曰星行方向在同行對行之閒與日距成九十角度也

行星軌道與太陽相距角度曰距日角其與日同行時無距日角對行則有一百八十度

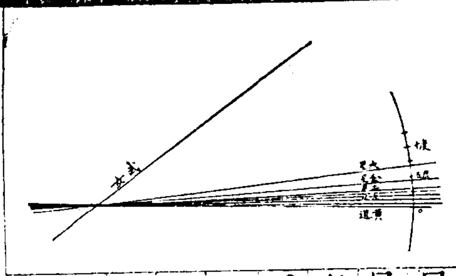


距日角有九十度者則卽所謂側行是也其方向在同行對行之閒但在行星軌道離對行較近離同行較遠自明觀前圖如後圖甲乙丙半周足百八十度地球在丁卽甲丙全徑折半處則甲乙丁爲象限卽以測諸星距日角度金卽金爲金星在表裏二同行位無距日角度若行至金則距日角甚巨如甲丁戊角約四十五度試觀此圖無一內星距日角能足九十度者火爲火星

在對行位火卽火星在側行位也
凡星與地同行而復至同行處謂之同行期
若以地爲不動則同行期卽爲行星繞日一周之時但地球旋行黃道一如行星繞其軌道其速率較內星則小較外星則大蓋益近日則速益加也故內星自旋一周而地尚未帀竟一周欲至同行期則甚遠外星自旋一周而地已帀竟一周欲至同行期則甚近除火星外攷之他外星皆確

各行星軌道斜距黃道圖說

衆行星繞日之軌道不同在平面上但微相斜交耳其與黃道相交所成之角曰交角衆大行星中惟水

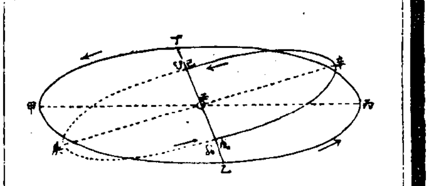


星交角最大約有七度天王星交角最小不過四十六分而已若衆小星角度如武女小星較諸行星爲最大有異乎尋常者矣

如圖爲各行星軌道斜交黃道度數其距日甚遠者則距黃道亦甚遠卽如火星交角雖祇二度而距黃道平面則約五百萬洋里海王星則約有八千五百萬洋里也

金星軌道斜交黃道側視圖說

諸星軌道皆與黃道斜交其相交之點謂之交點交點之自南至北者謂之上交點自北至南者謂之下交點兩點作綫聯之謂之交點線

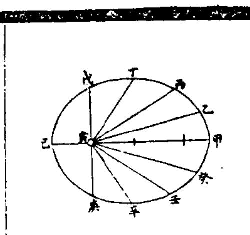


如圖甲乙丙丁爲黃道戊己庚辛爲金星軌道戊爲上交點其記號爲☊己爲下交點其記號爲☋戊己爲交點線甲壬庚丙壬辛爲二道交角

釋行星軌道皆成橢圓形

行星之運行按西士開伯拉述有三綱其一曰行星軌道皆成橢圓式而日在橢圓內之一心其二曰橢

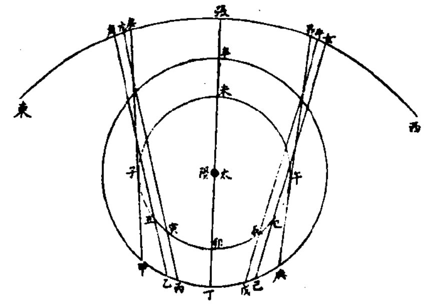
圓內之半徑不等而行星在軌道上同時所過之面積皆等其三曰行星繞日之時刻平方之比同於其距日遠近中數立方之比



如圖橢圓圖爲諸星運行之軌道寅爲太陽在橢圜之一心甲爲遠日點己爲近日點甲寅乙寅等皆半徑星行軌道遲速不同而其所行諸面積如甲寅乙乙寅丙皆等蓋其運行時在近日點則速遠日點則遲丁寅戊戊寅己雖面積較闊而其橢圓半徑如丁寅戊寅己寅則短也

行星順行退行圖說

衆星行於天上恆見其自西而東而亦有時自東而



西者此所以有順行自西而東退行自東而西之別也其在順行退行之間常定於兩點留而不行一日順留一日退留如圖辛甲庚爲黃道未子卯午爲內行星軌道西東爲天空一弧辰寅爲星軌二定點子丑寅卯等爲內星行度甲乙丙丁等爲地球行度角亢房張等爲星在天空弧行度

設星自午點過未點而至於子人在地面視之則見其自昴至房因其由西而東謂之順行如星在子點

下行至於丑地球行至乙見其於天上自房至角再行至寅地行至丙見其在天上留而不行因角丑乙平行於亢寅丙故定於寅點及行至卯地行至丁見其在天上自角行至張爲內交會由是自卯而辰而巳以至於午則見其於天上自張至女而復至昴此之謂退行要之星行於辰未寅弧見爲順行行於寅卯辰弧見爲退行其定點則在於辰寅二點焉

釋諸星距日路時

諸行星距日甚遠卽最近如水星其距日約三千五百萬洋里

百萬之爲數甚鉅析而言之有出乎意想之外者假令計百萬之數每一秒時加五手不停揮日繼以夜則須兩日半方能算完

火輪車駛行甚疾每一小時行三十洋里時無間斷四年之久方能行百萬洋里以四年乘各行星里數李壬叔師與英國偉烈亞力譯談天一書詳列里數卽得從太陽至各行星之若干年數

礮子每小時行五百洋里如矢行不息計其至海王星須六百二十六年也

日月五星形體大小旋轉遲速論

古昔疇人謂日月五星繞地而行因設本輪均輪諸象推算繁衍明成宏正嘉時西士歌白尼精測垂象

始悟太陽居六合之中心地與五星環繞之知舊法火木土三星之歲輪因地繞日而生金水二星之伏見輪則其本道於是五星之行悉歸一例然以平圓立算猶未盡善刻白爾精思苦索悟諸行星皆行橢圓道日爲橢圓之一心其歷時與所過面積恆有比例足爲歌說確證亦補歌說之缺然刻氏僅言其當然之理至奈端始創重學以明其所以然之故而天學益明按天空諸曜除恆星之大難於窺測外其遠鏡目力之可及者皆能次第推測試以日月五星形體之大小論之日之麗於天如人君之立於國居其所而眾星拱之實徑約二百四十七萬二千四百里

近日四周有氣包之氣外有光氣一層浮其上光氣下又有雲一層二層開裂中現大黑斑其邊略淡中最深乃日之形體也近日者莫若水星形如球光如月有盈虧徑約九千二百里金星亦有盈虧徑約二萬三千六百里火星之面甚明見有洲海狀作紅綠色二極有白斑如積雪徑約一萬三千一百里木星於五星爲大體圓而微扁有四月繞之如地之有一月徑約二十六萬六千里土星爲五星之最奇者有環分內外層束之如帶蓋虛氣也星徑約二十二萬五千里有八月繞之至於繞地之月竊以遠鏡徧處皆山山形皆中窪若盌內有大火山火銎甚深更在

月面之下或現大石或現石汁分流山之外不見有海而有大戈壁狀甘石星經謂月中有兔有蟾蜍失之遠矣卽古人日月並尊亦祇就目中所見實僅得日積六千萬分之一徑六千二百五十里大小迴不相侔此日月五星形體大小之大較至旋轉之遲速則以距日遠近軌道大小爲差等試更詳之水星距日約一〇二六六〇〇〇〇里歷八十八日而轉日一周金星距日約一九一八三五〇〇〇里歷二百二十八日半而轉日一周火星距日約四〇三九七〇〇〇〇里歷一年三百二十二日而轉日一周木星距日約一三七九六七五〇〇〇里歷十一年三百一十五日而轉日一周土星距日最遠約二五二八八〇〇〇〇里歷二十九年一百六十七日而轉日一周遲速不同有如此者土星之外西人又測得天王海王二星距日尤遠茲不具贅月之繞地猶行星繞日也白道亦係橢圓月地距最高點約六十九萬四百六十里最卑點約五十七萬五千四百里歷二十七日七小時四十三分十一秒五而一周則較水星更速矣若五星自轉一周時水金二星略與地同一日一夜也火星二十四小時有奇木星九小時有奇土星十小時有奇月之自轉周時與繞地球一恆星周之時等不以大小爲遲速也要之五星與

月旋轉其軌道周而復始不外乎重學之理其理維何曰二球環行天空必共繞其重心而重心所在恆依其大日之體積合諸行星而較之尙非其匹核其重心與日心甚近故繞重心卽繞日也五星本直行空中其行之遲速加以日之攝力不能適合平圓故其軌道斜而成橢卽如月亦非繞地不過與地共繞二體之公重心地大公重心卽在地中且爲地力所加白道亦因之成橢以推彗星之繞天雙星之相繞莫不皆同大抵天之生物也以圓而賦性也以動日月五星圓動之象也惟其圓也故動旋轉自如靈妙莫嗇惟其動而又加以攝力也故能遲速有序亘古

常昭然則以日爲不動又未盡然天學謂日居其所取其推算較密非不旋轉也嘗測其斑時時變相知日亦自轉自西而東約二十五日四小時而一周以體大故轉遲日既自轉又當轉其所由轉恆星之大儘有數十萬倍於日者安知不率諸行星更繞恆星如恆星之有雙星乎如是遞推眞遊心於穆之表而不可思議矣

中厤至授時而法始密大統悉本授時與回厤並行尙不及回厤之精時憲參用西法超軼前代行之數百年始有微差其異同得失試詳言之

厤法古疎今密良以天之高星辰之遠纖忽之差豈

能灼見有遲千百年始得端倪後人因立新法以窮其理君子治厤明時取象於革本非一成不變作厤之本不外厤元積年積日日法歲實數者相因而成漢人未知歲差一歲之日所欠甚微積至多年遂差多度此其疎之大端晉虞喜雖覺後仍不敢用唐一行大衍厤始分天自爲天歲自爲歲大暢厤旨後代因之元授時厤集大衍宣明紀元統天大明之大成上考下求多所吻合且推陳出新去積年之法捐虛立之元順天求合憑實推驗既無積年並日法亦可不立徑析日爲萬分其歲實積日皆用消長之法益加邃密此授時所以高出往古也明大統厤悉仍元舊僅易其名蓋亦深取其法可垂久惟不用消長之法於歲實總定爲三百六十五日二十四刻二十五分此其異處且設題推算積日時刻亦有不同夫消長之法安可廢哉明初去授時立法未遠所減不過一分積之不過一刻故卽不用似無差忒實牖郭太史立異而失者也洪武初馬沙亦黑馬哈麻始繙譯回回厤以隋開皇己未爲元謂之阿剌必年大致以太陰年列立成又以太陽年查距算巧藏其根非特大統不及其精卽西厤如唐之九執元之萬年亦逺不逮其不用積年截取現在爲元巧捷之法與大統同蓋託言開皇己未以法求之實用洪武甲子爲元

耳惟其厤有所謂太陰年太陽年者太陰年以三十年閏十一日不置閏月惟以十一个月爲一年凡逢中國置閏之年則其正月移早一月故謂之動月太陽年以一百二十八年閏三十一日皆以太陽行三十度爲一月卽中厤之定氣其白羊初卽爲第一月一日歲歲爲常故謂之不動月然其紀年則用太陰非惟異於中厤並異於西厤夫西厤以恆星年紀歲特矯回厤之舉其精於天文者如歌白尼地谷刻白爾世有專家密之又密實與回回同源何以言之如命度起春分命日起午正置閏以日計以七曜紀日而不設干支以十二象爲宮而不取列宿以及所設

象限周天時刻分秒無一不同第各主其教以立正朔乃其異處亦其失處曷若行夏時爲萬古不易之經徐光啟譯厤書有云鎔西法之巧算入大統之型模辭嚴義正足爲治厤之範案明初特重回厤設回回科於欽天監西域官生每年依法奏上日月交蝕五星淩犯等厤然用之三百年後亦漸疎厥後利瑪竇南懷仁湯若望等來賓雖以傳教爲心而西洋厤算實裨中國然謂回厤西法出自彼土又未盡然堯命和仲宅西曰昧谷不限以地和仲奉命西征西方智慧之人固有得其一言以開知覺之路者宣城梅氏謂其學卽周髀蓋天之學確有所見卽如天元一

術流入西土目爲東來法亦可見同源而異流要之治厤之道推驗而愈得歷久而愈明分而論之西法之於回回猶大統授時之於統天紀元合而較之大統不及回回回回又不及西法夫西法豈夐絕莫尙哉特其人運思尙巧測器加精故能播名海外耳

我

朝時憲一書參用西法超軼前代取其推算之巧而不妨從同懲其正朔之乖而斷非好異其異同得失試更詳之西法言五星之最高最卑也猶中法之盈縮遲疾也其言五星之歲輪也猶中法之段目也其言恆星東行也猶中法之歲差也其言各省節氣不同也猶中法之里差也中法第著其當然西法直明其所以然乃其得也中法言緯度惟日月有之西法兼詳五星之交點緯行此中厤所未備得西法以補之又其得也至於年日之紀起於甲子節氣之推始於冬至以及月離置閏諸法皆中厤不刊之典回厤與西法顧逞臆見以矯之是其異處若夫星宿命名以方言而異在天不變不關推算無所謂得失也夫中厤所同者旣相得而益彰中厤所異者更參覈而互證行之數百年始有微差蓋以盈縮遲疾之根難於微察必待積久而始覺之焉耳方今歐西儀器日新若於靈臺添置多具令所司詳加考覈精益求精

豈不盛與

右天學厤學二篇爲光緒八年寧波創設辨志文會算學題時余奉檄在滬漫擬一卷宗湘文太守評曰厤算精深無微不剖非邃於此道者不能望其項背取列第一刊入初編今偶檢得因附是卷

原置閏之理

古者三歲一閏五歲再閏十有九歲七閏誠以日月運行之不齊置閏所以齊之也齊之之道若何曰法以三百六十五日四分日之一爲歲實太陽每日行天一度月每日行天十三度十九分度之七兩相減得十二度十九分度之七爲一日之月距日度置周天三百六十五度四分度之一用通分法通爲六千九百三十九分小餘七五爲實以月距日度通爲二

百三十五分爲法除之得二十九日九百四十分日之四百九十九小餘七五是爲朔策夫月得三十日十二月得三百六十日常數也與歲實相減餘五日四分日之一通爲五日九百四十分日之二百三十五是爲一歲之氣盈(氣謂中氣)又以朔策與常數三十日相減餘九百四十分日之四百四十一是爲一月之朔虛以月數十二乘之得五千二百九十二分以九百四十分收之得五日九百四十分日之五百九十二是爲一歲之朔虛與一歲之氣盈日數相加得十日九百四十分日之八百二十七卽一歲之閏率遞加之得逐歲之閏率視其歲某月無中氣卽置閏月

夫日月經天有盈朒徐疾之別日行黃道一周與天會得三百六十五日五時三刻三分比常數(三百六十日)多五日有奇月與日會歲十二次得三百五十四日三刻三分比常數少五日有奇併其盈虛之數積而爲閏三歲一置尙不盡其餘五歲二置則嫌微近必也十有九歲七置其運行之盈朒徐疾已帀數周融洽貫合以馴致於齊是謂一章此中厤古法也今天學家以太陽爲不動地球環日自轉一周而成晝夜積三百六十五日四分日之一而繞日一周使放動命義和之際取日而舍月以是爲宗建造厤法則卽今之陽厤無事置閏矣(陽厤以三百六十五日爲一歲每歲餘時積成一日則其歲爲三百六十六日大抵置於二月謂之閏日每逢四歲一次)

說彗

有星孛入於大辰入於北斗史不絕書孛彗星也說文孛从𣎵製字象彗形彗首包體之氣甚大如雲如煙體與氣並受日光而明彗大尾亦大天學家測其中體洩氣爲日力所推故也尾之本包首而不相連望之如浮雲二層狀如⊂所以有二尾之發見古今彗之大者無過於道光二十三年春所見爾時赤道南見其首在西地平北半球熱帶見其尾遠鏡窺之面如行星尾分爲二長五十九度最卑點距日面甚近以數證之如日半徑七分之一所受光熱比地球

多四萬七千零四十二倍古人製陽燧鑑最巨者其聚光點所受之熱比地多二千倍能鎔銷瑪瑙康熙十九年之彗最卑點距日面如日半徑三分之一奈端測其熱多於赤鐵二千倍以此彗比之燧猶少耳是彗周時約一百七十五年或曰二十一年考之史載晉泰始五年秋有星孛於紫宮梁中大通二年秋長星見唐開成二年彗星見宋紹興十五年夏彗出東方明成化七年冬彗犯紫微光長竟天白晝猶見嘉靖十一年秋彗見東井疑卽是彗凡彗行軌道爲狹長橢圓形或數十年或數百年或千餘年一見不等不若諸行星之有準葢彗本非日之隷屬入我日

界晳循日法故天學家皆以橢圓立算不以雙綫及抛綫也諸彗旣以狹長橢道行其與我地最近者莫如比乙拉彗西士謂百萬年後必有與地相遇之時次大之彗如咸豐八年之彗自孟夏至季冬始沒首甚明尾如羽葆最長至三十度凡茲次大之彗恆數數見有時二彗並出互為明暗尾別發一光綫二星尾相聯如環橋然霍理彗道光閒博士霍理覓得者推測尤詳甲日之夜初見如珠綴羽纓乙夜如羽扇側視之狀丙夜如羽纓尾向上丁夜如繭戊夜如獸睛兩端尖長己夜如瓜皮帽飾繐垂後六夜所見各殊甲丙夜略同惟尾東北正北改向耳其如獸睛兩

端尖長者猶以鋒柄鑲以晶球直立正似彗平置而正望之但蒙茸一條中居明球本一彗也因其夜行軌變向人目視之而異耳泰西近代遠鏡日精歲必新得數彗小彗在地平上繁密至數千之多晝不能見惟日食既時見有大彗在日旁（小彗仍不能見）以日方離闇虛新陽映之而明也

天河考

秋夜靜坐仰觀明河耿耿天半乃小星簇聚之積光西士侯失勒考其最明之一道為天球之大圈與赤道交角約六十三度天河圈北極之赤經一百九十一度四十五分距極六十三度其南極之赤經十一度四十五分距極一百十七度以遠鏡測天河最明處闊二度一帶一小時所過之星約五萬發為白光依赤經度詳測之初過閣道再過策星與閣道第二星之閒發分支向西南近天船最明近卷舌漸淡經水府四瀆交赤經一百〇三度三十分淡甚自天狼之北至弧矢漸闊而明又分一支至天社而盡其向南行散為數支若摺扇至天紀及天社第二星忽隱歷若干度仍如摺扇數支至海山第二星而合又變而為半圓最明約三四度而至十字架為最狹過此又變闊而明中容十字架第二三星及馬腹第一星將及南門第二星白光中忽現煤橐形當南門第二

星又分一支先闊後狹西至積卒第二星淡不可見其光闊本幹經尾宿成曲肘形又分二支東支明暗不等西支分諸小支相交過心宿近天市垣而隱其曲肘形彎向東過杵及尾第五六星及傳說至箕宿忽聚為橢圓形闊四度長六度光明處涵十萬餘星由此經斗宿至於天弁第三四星之閒乃中國所見明河屈曲無定經右旗左旗至天津第九星不甚連絡在天津之閒又見煤橐形是為三大支之源三大支者一即本支一自天津第四星向北經騰蛇造父而復回閣道一自天津第一星向南經輦道增第七星入天市垣當宗人星而隱而本支又分一支從造

父向北極約函天鈎上衞至造父第一星一段焉侯氏所考如此繪天河圖法必作扁環推測如是其詳者因恆星有相關之理且我地亦在天河南畔是以天學重之至星學家用遠鏡窺諸小星分星團星氣星雲諸名大抵一如天河眾小星攢聚六合之外存而不論可也

流星隕星考

立秋立冬後四五六夜恆見流星翔乎天空天學家測其高距地面遠三百八十里近五六十里其速率一秒中行五十里至二百三十里之間皆謂其繞日無疑考漢元光元年春有流星大如月眾星隨西行

此其大者眾星非星也流星尾所掣之光質耳嘗見大流星經過地面天氣之上層所曳光帶歷數分時始滅又或如花爆之亂放光滿天空歷數時之久兩半球及大洋皆見之西史志大流星如乾隆四十八年秋有大流星自蘇格蘭至羅馬速率一秒九十里距地面一百五十里其光比月尤大星徑一里有半忽折其道而行厥狀時變後析爲數體並行各曳光尾又道光二十七年秋有大流星自提埃伯至巴黎靈臺官臼底推其繞日之道爲雙曲綫夜航海者筆之於冊自丑至卯見流星千百之多有時見光星如雨竊意春秋魯莊公七年夏四月夜恆星不見夜中星隕如雨左傳釋爲夜明嘗是流星最多之候識之上說光滿天空歷數時之久與光星如雨相合蓋流星距地近能蔽恆星遠光使之若不見耳釋氏謂爲牟尼佛出世放大光明近於附會隕星或石或鐵即是尾光所掣之質依離中理而隕也春秋魯僖公十六年春隕石於宋五左氏曰隕星也西國亦時有之後梁龍德元年義國隕石於河出水四尺明泰昌元年隕鐵於印度之斜陵脫王取以鑄劍最巨者嘉慶八年春法國來格城有大火球裂爲數千塊地化爲石方里者七八十塊至地尚熱蓋空中小體與氣相磨遂生力至猛其熱也即可爲近地之證

釋太白晝見

東有啟明西有長庚太白本在天東以旦見因日光尚弱在蒙氣內是以曙星熠熠迨旭日高升而星光不敵遂似隱耳西以昏見日入故也考之史如唐武德九年夏六月太白經天宋大中祥符四年夏六月太白晝見秋八月復見其故維何西士測得太陽面生黑斑中深黝邊略淡斑大者徑約十三萬里自初見至滅約四十餘日繞太陽言之赤道左右二十五度內斑最盛三十度外斑甚稀其由盛至極盛之時與漸稀至極稀之時略同斑盛之年自五十至一百斑日光因以減少較平日之光過半日光既淡則太

白晝見矣斑果爲實質可以證太陽亦自旋動體大動遲故太白不數數晝見也

釋北方曉

北方曉俗名天開眼恆見於黎明前乃電氣光所曳掣其光成諸直綫向地平而歛頗合指南鍼所指之點一似雲隙透日光一綫者然類乎此者二一爲奔星之光道與北曉之光綫平行每見長光曳於空際歷數分時有聲喧發豁裂而隱初見距地遠之中數爲二百里隱時爲三百里一爲黃道光天朗氣清時入九十月日出以前二三四月日入以後皆能見其狀若尖錐尖錐之角函太陽於中其頂出金水二星

道之外近赤道處見之逾明一若暗陬日光透窗罅而成光尖錐形也以上二者惟老於測驗者方能辨別至於大光雲及彗星尾長一億七千萬里者其光朗耀特停滯天空不若北曉之暫見焉

須曼精廬算學卷十

須曼精廬算學卷十一

烏程　楊兆鋆　誠之

求一通術

假如印唐宋元詩三部各用毛邊紙一塊每張六開印得唐詩六十四部餘一百二十八葉宋詩八十五部餘三十葉元詩一百二十五部餘一百二十五葉試求每塊紙若干張三詩各若干葉

答曰每塊紙四千張唐詩共二萬三千八百七十二葉宋詩共二萬三千九百七十葉元詩共二萬三千八百七十五葉

法置唐宋元三詩部數爲全數六四 八五 一二五求等後用連環相約法約之

先以唐六四與宋八五求等得一不約又以唐六四與元一二五求等得一不約即以全數爲第一變

次以宋八五與元一二五求等得五以約宋八五得一七爲第二變六四 一七 一二五視唐宋元三者俱無等即以泛母爲定母六四 一七 一二五

置定母連環相乘得一三六〇〇〇爲衍母乃以唐宋元各定母六四 一七 一二五除之得二一二五爲唐衍數八〇〇〇爲宋衍數一〇八八爲元衍數

置各衍數二一二五 八〇〇〇 一〇八八以各定母除之餘一三爲唐奇數一〇爲宋奇數八八爲元奇數

乃用奇定相求術求得唐乘率五宋乘率一二元乘率二七以各乘率乘各衍數得一〇六二五爲唐用數九六〇〇〇爲宋用數二九三七六爲元用數

置唐宋元各餘葉一二八 三〇 一二五以各用數乘之得一三六〇〇〇〇爲唐定用二八八〇〇〇〇爲宋定用三六七二〇〇〇爲元定用併一三六〇〇〇〇 二八八〇〇〇〇 三六七二〇〇〇各定用得七九一二〇〇〇爲總數

置總數七九一二〇〇〇以衍母一三六〇〇〇除之餘二四〇〇〇爲紙每塊葉數

以每張開數六除之得四〇〇〇爲紙每塊張數

置總葉數二四〇〇〇各以所餘葉減之得二三八七二 二三九七〇 二三八七五爲唐宋元三詩各總葉數

以唐詩部數六四宋詩部數八五元詩部數一二五除二三八七二 二三九七〇 二三八七五得三七三 二八二 一九一爲三詩每部葉數

大衍求一

	全數 第定	定母 第變	衍母	衍數	奇數	乘率	用數	定用
唐	六四	六四		二一二五	一三	五	一〇六二五	一三六〇〇〇〇
宋	八五	一七	一三六〇〇〇	八〇〇〇	一〇	一二	九六〇〇〇	二八八〇〇〇〇
元	一二五	一二五		一〇八八	八八	二七	二九三七六	三六七二〇〇〇

求數

	每塊葉數	每塊張數	共訂葉數	各部葉數	已訂餘葉	泛總數
唐	二四〇〇〇	四〇〇〇	二三八七二	三七三	一二八	
宋	二四〇〇〇	四〇〇〇	二三九七〇	二八二	三〇	七九一二〇〇〇
元	二四〇〇〇	四〇〇〇	二三八七五	一九一	一二五	

奇定相求法

一〇一三奇
〇一六四定
一〇一三奇
四
四〇五二
一六四
四一一二定
一
四一一三
一〇一三
五一　一奇
率乘

一〇一〇奇
〇一一七定
一〇一〇奇
一
一〇一〇
一一七
一一　七定
一
一一　七
一〇一〇
二一　三奇
二
四二　六
一一　七
五三　一定
二
一〇六　二
三
一二七　一奇
率乘

一〇八八奇
〇一一二五定
一〇八八奇
一
一〇八八
〇一一二五
一一三七定
二
二二七四
一〇八八
三二一四奇
二
六四三八
一一三七
七五　九定
一
七五　九
三二一四
一〇七　五奇

一〇七　五奇
一
一〇七　五
七五　九
一七一二　四定
一
一七一二　四
一〇七　五
二七一九　一奇
率乘

今有紙三塊分印詩文詞三集詩集每張開四葉印十四部餘七百四十六葉文集每張開六葉印四十三部餘一百九十四葉詞集每張開八葉印一百十四部餘一百七十八葉試求紙每塊若干張三集每部各若干葉

答曰每塊紙三千二百張詩集每部八百六十一葉文集每部四百四十二葉詞集每部二百二十三葉

法曰先用通分術求之置六與八相乘得四八以乘詩部數一四得六七二為詩全數再乘詩餘葉數七四六得三五八〇八為詩賸數

置四與八相乘得三二以乘文部數四三得一三七六為文全數

再乘文餘葉數一九四得六二〇八為文賸數

置四與六相乘得二四以乘詞部數一一四得二七三六為詞全數

再乘詞餘葉數一七八得四二七二為詞賸數

次以各全數用連環求等相約術約之先以詩全數六七二與文全數一三七六求等得三二以約文全數一三七六得文四三

次與詞全數二七三六求等得四八以約詞全數二七三六得詞五七

又文四三與詞五七求等得一不約第一變為泛母

次置詩泛母六七二與文泛母四三求等得一不約

與詞泛母五七求等得三以約詩泛母六七二得詩二二四

以三乘詞泛母五七得詞一七一

又文泛母四三與詞一七一求等得一不約第二變即為定母乃用大衍求一術入之

術以各定母二二四　四三　一七一連環相乘得數一六四七〇七二為衍母

置衍母以各定母除之得七三五三　三八三〇四　九六三二為各衍數

置各衍數以各定母除之得其餘數一八五　三四　五六為各奇數

乃用奇定相求術求得二〇一　一九　一一三為各乘率

各乘率乘各衍數得一四七七九五三 七二七七七六 一〇八八四一六爲各泛用

各泛用乘各賸數得五二九二二五四一〇二四 四五一八〇三三四〇八 四六四九七一三一五二爲各定用

併各定用得六二〇九〇二八七五八四爲泛總

置泛總以衍母除之餘得六一四四〇〇爲總數即總葉數

以總數爲實各開葉數四六八連乘得一九二爲法除之得三二〇〇爲每塊紙張數

總數內減文賸數餘

	詩	文	詞
總數內減賸數餘	五七八五九二	六〇八一九二	六一〇一二八
以	六七二	一三七六	二七三六
除之得	八六一	四四二	二二三

爲每部葉數

詩文詞奇定相求法

	全數	賸數	泛母	定母	衍母	衍數	奇數
詩	六七二	三五八〇八	六七二	二二四		七三五三	一八五
文	一三七六	六二〇八	四三	四三	一六四七〇七二	三八三〇四	三四
詞	二七三六	四二七二	五七	一七一		九六三二	五六

	乘率	泛用	定用	泛總	總數	每塊紙張	每部葉數
詩	二〇一	一四七七九五三	五二九二二五四一〇二四				八六一
文	一九	七二七七七六	四五一八〇三三四〇八	六二〇九〇二八七五八四	六一四四〇〇	三二〇〇	四四二
詞	一一三	一〇八八四一六	四六四九七一三一五二				二二三

一〇 一八五 奇
二二四 定
一〇 一八五 奇
一〇 一八五
二二四
一〇 三九 定
四
四〇 一五六
一〇 一八五
五〇 二九 奇
一
五〇 三九
一〇 三九
六〇 一〇 定
二
一二〇 二〇
五〇 二九
一七〇 九 奇

一七〇 九 奇
一
一七〇 九
六〇 一〇
二三〇 一 定
八
一八四〇 八
一一七〇 九
二〇一〇 一 奇
乘率

一〇 三四 奇
四三 定
一〇 三四 奇
一
一〇 三四
四三
一〇 九 定
三
三〇 二七
一〇 三四
四〇 七 奇
一
四〇 七
一〇 九
五〇 二 定
三
一五〇 六
四〇 七
一九〇 一 奇
乘率

一〇 五六 奇
一七一 定
一〇 五六 奇
三
三〇 一六八
一七一
三〇 三 定
一八
五四〇 五四
一〇 五六
五五〇 二 奇
一
五五〇 三
三〇 三
五八〇 一 定
一
五八〇 一
五五〇 二
一一三〇 一 奇
乘率

孫子算經云今有物不知數三三數之賸二五五數之賸三七七數之賸二問物幾何

答曰二十三

是題爲求一術之祖設數簡淺按舊法演算猶繁今以代數術入之

$$物 = 三天\perp二 = 五地\perp三 = 七人\perp二$$

$$三天\perp二 = 五地\perp三$$

$$天 = \frac{三}{五地\perp一} = 地\perp\frac{三}{二地\perp一}$$

令

$$\frac{三}{二地\perp一} = 子$$

$$天 = 地\perp子$$

$$五地\perp三 = 三天\perp二$$

$$五地\perp一 = 三天$$

$$地 = \frac{五}{三天\top一}$$

$$地 = \frac{五}{三地\perp三\left(\frac{三}{二地\perp一}\right)\top一}$$

$$五地 = 三地\perp三\left(\frac{三}{二地\perp一}\right)\top一$$

因

$$\frac{三}{二地\perp一} = 子$$

$$二地 = 三子\top一$$

$$地 = \frac{二}{三子\top一} = 子\perp\frac{二}{子\top一}$$

令

$\frac{三}{子丅一}$＝＝丑

地＝＝子丨丑

子＝＝二丑丄一

卽

地＝＝三丑丄一

天＝＝地丄子

天＝＝三丑丄一丄二丑丄一

天＝＝五丑丄二

因

物＝＝三天丄二

＝＝三(五丑丄三)丄二

＝＝一五丑丄六丄二

＝＝一五丑丄八

設丑爲一則十五加八得二十三合問

又從

子＝＝二丑丄一

子＝＝三

地＝＝子丄丑＝＝三丑丄一

地＝＝四

天＝＝地丄子＝＝五丑丄二

天＝＝七

因題言

三天丄二＝＝七人丄二

消

丄二

式

三天＝＝七人

人＝＝三

立天地人三元以代初中末數物之回數求地得四者以五數四回而賸三求天得七者以三數七回求人得三者以七數三回而皆賸二也

今有田一區欲均授十一佃多一畝欲均授十三佃多三畝欲均授十七佃多七畝求田各若干

答曰二千四百二十一畝授十一佃得二百二十畝餘一授十三佃得一百八十六畝餘三授十七佃得一百四十二畝餘七

法以天元代十一佃得一一天丄一地元代十三佃得一三地丄三人元代十七佃得一七人丄七

一一天丄一＝＝一三地丄三＝＝一七人丄七

先以

一一天丄一＝＝一三地丄三

一一天＝＝一三地丄二

天＝＝地丄$\frac{二二}{三地丄二}$

令

$\frac{二二}{三地丄二}$＝＝亥

則

天＝＝地丄亥

又

一三地丄三＝＝一一天丄一

卽

一三地＝＝一一天丅二

地＝＝$\frac{一三}{一一天丅二}$

地＝＝$\frac{一三}{一一地丄一一\frac{二二}{三地丄二}丅二}$

一三地＝＝一一地丄一一$\frac{二二}{三地丄二}$丅二

二地＝＝一一$\frac{二二}{三地丄二}$丅二

因

$\frac{二二}{三地丄二}$＝＝亥

故

二地＝＝一一亥丅二

地＝＝$\frac{三}{一一亥丅三}$

卽

地＝＝五亥丄$\frac{三}{亥丅三}$

令

$\frac{三}{亥丅三}$＝＝酉

則

地＝＝五亥丄酉

又

亥＝＝二酉丄二

故

地＝＝一〇酉丄一〇丄酉

地＝＝一一酉丄一〇

而

天＝＝一三酉丄一二

一一天丄一＝＝一四三酉丄一三三

因

一一天丄一＝＝一七人丄七

故

一七人丄七＝＝一四三酉丄一三三

一七人＝＝一四三酉丄一二六

人＝＝$\frac{二七}{一四三酉丄一二六}$

卽

人＝＝八酉丄七$\frac{一七}{七酉丄七}$

令

$\frac{一七}{七酉丄七}$＝＝申

七酉＝＝一七申丅七

酉＝＝二申$\frac{七}{三申丅七}$

令

$\frac{七}{三申丅七}$＝＝未

三申＝＝七未丄七

申＝＝$\frac{三}{七未丄七}$

申＝＝二未丄$\frac{三}{未丄七}$

申＝＝二未丄二丄$\frac{三}{未丄一}$

令

$\frac{三}{未丄一}$＝＝午

未＝＝三午丅一

因

人＝＝八酉丄七丄$\frac{一七}{七酉丄七}$

人＝＝一七申丄八未丄七

人＝＝一七(二未丄二丄午)丄八未丄七

人＝＝三四未丄三四丄一七午丄八未丄七

人＝＝三四(三午丅一)丄三四丄一七午丄八(三午丅一)丄七

人＝＝一〇二午丅三四丄三四丄一七午丄二四午丅八丄七

人＝＝一四三午丅一

卽

天＝＝二二一午丅一

地＝＝一八七午丅一

若

午＝＝一

則

人＝＝一四二

天＝＝二二〇

地＝＝一八六

因

一一天丄一＝＝一三地丄三＝＝一七人丄七

卽

二四二〇丄一＝＝二四一八丄三＝＝二四一四丄七

卽畝數也合問又此法若從〇丄一酉一一＝＝地以地之同數代入三丄地三一之
式中令等於七丄人七一亦通

設如祝翁鸎雞公雞三值銀五錢母雞五值銀七錢雛
雞七值銀三錢今以銀一百二十錢得雞一百二十
隻試推三種各幾何並幾答
答曰公雞二十四母雞四十雛雞五十六惟一答

公三五先取公三五母子二求等一五五六〇一
母五七雞二行相減得二乘爲前式
雛七三求前式七三四約之二得七三
再取母五七母子二求等一五一〇一四前一三
雛二行相減得二乘爲後式相并得
求後式七三得四約之二得七三後一七
相較得四以一三除共雞一二〇得九不盡三以一三加三得
一六以較四除之得四爲前乘分於九內減一再減四
餘四爲後乘分各乘前後式得二四四〇二八四〇一二五六二四四〇五六四〇二八四〇一二五六相并得

爲一答
母雞每減五六公雞每加五一雛雞每加一四而母雞四〇不
足減故知止有一答也
按古算經百雞百錢題凡三答駱氏藝游錄時氏
百雞術衍皆以大衍求一術御之今更其數命題
用上法衍算以見術之可通誠之議
今有大物一值五中物一值四小物二值一共物百共
錢百試推三物各若干凡幾答
答曰凡二答大一中十三小八十六　大八中四
小八十八

一大丄一中丄一小＝＝菾＝＝一〇〇
五大丄四中丄示＝＝菾＝＝一〇〇
五大丄五中丄五小＝＝五/菾＝＝五〇〇
中丄五小丅示＝＝四〇〇
二中丄九小＝＝八〇〇
中＝＝（二示／八〇〇丅九小）＝＝四〇〇丅四小示
示＝＝甲
小＝＝二甲
中＝＝四〇〇丅九甲
甲＝＝四四　甲＝＝四三

小	中	大
八十六	十三	一
八十八	四	八

考中之等式甲若爲四十則中爲四十卽其價過百
若甲爲五十則四百內不能減故知必在四五十之
閒若甲爲四十二則中數又大若爲四十五則九甲
又大於四百故知必爲四十三四十四而有二答

須曼精廬算學卷十一

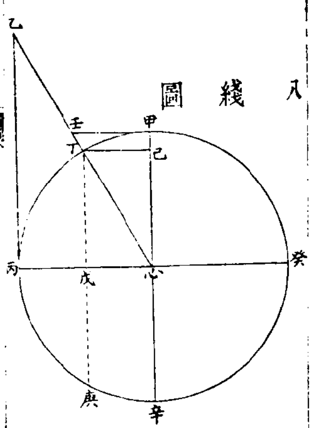
須曼精廬算學卷十二

烏程 楊兆鋆 誠之

割圓舉綱

八綫圖說

八綫圖



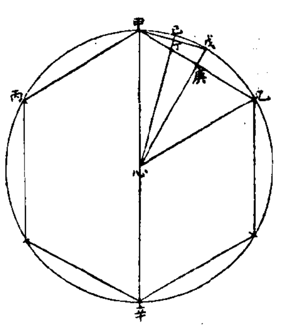
八綫之名生於弧矢弧矢出於方圓夫大圓三百六十度自圓心作縱橫線經其中取一象限依邊作直綫卽成弧弦形其縱橫綫正交如弧之有矢如圖甲癸辛丙正圓甲辛爲

全徑甲心心丙爲半徑心丁心辛心癸同任以甲心丙象限作心乙綫割甲丙於丁丁丙爲正弧又切圓周丙點與甲心平行作丙乙綫成乙丙心句股形若用乙心丙爲正角自丁與甲辛平行作丁戊綫引長至庚則丁戊爲正角之正弦丁庚爲通弦丙戊爲正矢乙丙爲正切心乙爲正割丁戊正弦卽丁丙正弧所對也又甲心丁爲餘角甲丁爲餘弧取丁點與心丙平行作己丁綫則己丁爲餘弦甲己爲餘矢又切甲與心丙平行作綫截心乙於壬則甲壬爲餘切心壬爲餘割己丁餘弦卽甲丁餘弧所對也圓內者爲弦矢圓外者爲切割四正四餘謂之八綫八綫以正弦爲體

有正弦則諸綫由此而生因以爲用惟必於象限分二銳角方能施之正角則不能鈍角則於半周內減其角度得外角如丁戊爲丁丙弧之正弦亦卽癸丁弧之正弦外角之餘弦亦爲其餘弦也周髀曰數之法出於圓方圓出於方方出於矩方圓互相爲用其惟割圓乎劉徽以圓裏六觚起算其邊卽半徑理符八線祖沖之趙友欽造周徑率與西合法

圓內容六等邊形

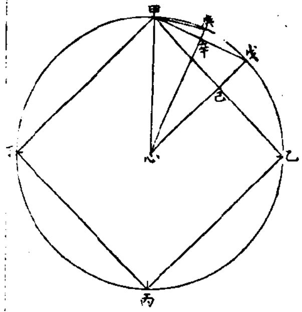
割圓之用皆作句股形於圓內先求得正弦故正弦爲八綫之本古人祇用正弦亦不患其隘試列圓內諸邊形推衍之如圖圓內容六等邊形甲辛全徑甲心半徑甲乙甲丙皆等爲圓內六弧之一心角所對



之甲戊乙弧爲六十度甲乙爲其通弦半之如甲庚爲三十度正弦試作心戊綫亦半徑截甲乙綫於庚成心庚甲句股形甲庚爲句卽六等邊之半心庚爲股甲心爲弦設半徑心甲甲庚正弦爲已知之數則有句有弦求得心庚股以減心戊得庚戊爲小句甲庚爲小股則有句有股求得甲戊小弦是爲十二弧之一邊如是遞析屢求爲二十四弧四十八弧九十六弧以至億萬邊內外輻輳則周度幾變爲直綫從可得全徑一尺周三尺一四一五九二六五

三有奇

圓內容四等邊形

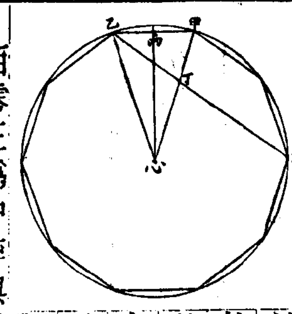


如圖圓內容正方形甲乙丙丁自心作心戊半徑則甲乙邊卽甲戊乙弧九十度之通弦半之得甲己爲甲庚戊弧之正弦甲戊邊又爲甲庚戊四十五度之通絃卽八等邊形之一邊半之得甲辛爲甲庚弧之正弦甲庚邊爲甲庚弧二十二度三十分之通弦卽十六弧之一邊推算至三十二弧六十四弧以上皆同若以句股形求之先用方斜

比例求得甲乙方邊半之爲甲已卽心己截戊己爲句甲己爲股求得甲戊弦甲戊弧半之於庚作心庚綫截甲戊邊於辛成心辛甲句股形甲辛爲句(卽甲庚弧正弦)心辛爲股甲心爲弦依有句有弦求得心辛股以減半徑心庚得庚辛又以庚辛爲小句甲辛爲小股求得甲庚小弦是爲十六弧之一邊如是遞析屢求爲三十二六十四等弧以至億萬邊亦得徑一周三一四一五九二六五三有奇

圓內容十等邊形

如圖十等邊形之弧得全周十之一爲三十六度卽如甲心乙等腰三角形心角所對之甲乙弧是也則甲乙邊爲其通弦半之得丙乙卽十八度之正弦又

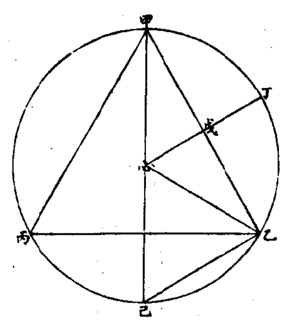


試作乙戊綫(乙戊弧倍甲乙)三截甲心綫於丁甲乙丁與甲心乙爲同式三角以甲心半徑爲首率用理分中末綫法有首率求中率末率相加等於首率法(命半徑爲十萬自乘得一百億爲正方積變爲長方積以十萬爲長闊較用帶縱較數開平方得六萬一千八百零三爲中率與首率十萬相減餘三萬八千一百九十七爲末率)求得中率甲乙卽十等邊之一

圓內容三等邊形

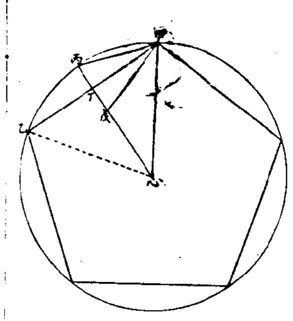
如圖甲乙丙爲圓內容三等邊甲乙邊所對之弧甲

丁乙(甲丙乙丙兩邊所對之弧同)爲一百二十度則甲乙邊爲其通弦半之得甲戊爲甲丁弧六十度之正弦試自心作心乙綫卽半徑復作乙己綫亦爲半徑成甲乙己句股形與甲戊心同式則有甲己弦乙己句求得甲乙股卽內容三等邊之一



圓內容五等邊形

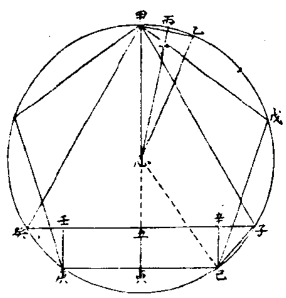
如圖圓內容五等邊試自心作心甲心乙綫(皆半徑)復作甲乙綫心角所對之甲丙乙弧得圓周五之一爲七十二度半之得甲丁爲三十六度甲丙弧之正弦



以半徑爲首率用理分中末綫有首率求中率末率使中末相加等於首率法求得中率甲丙甲戊心戊三綫心戊與心丙半徑相減得戊丙爲末率半之得丙丁用甲丙丁句股形有丙丁句甲丙弦求得甲丁股倍之得甲乙即五等邊之一

圓內容十五等邊形

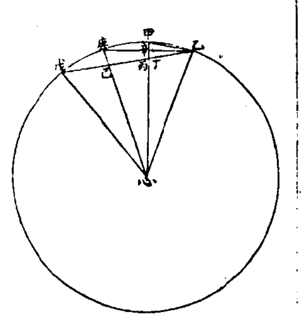
如圖圓內容甲子癸三等邊形甲戊一邊爲五等邊之一其三分之一弧甲乙甲乙通弦即圓周容十五邊形之一邊試依甲乙弧作心甲心乙兩半徑綫心



角所對之甲丙乙弧爲二十四度甲乙邊爲二十四度之通弦半之得甲丁爲甲丙弧十二度之正弦又甲戊戊己己庚即容五等邊之各一邊於子癸三等邊內減己庚五等邊餘子辛壬癸兩段作子己綫等於甲乙成子辛己句股形復作心己心寅二綫成心寅己句股形則以心己半徑爲弦寅己爲句求得心寅股內減等半个半徑之心丑得丑寅與子辛己形之辛己股等又以子辛爲句辛己爲股求得子己弦即甲乙爲十五等邊之一

圓內容十八等邊形

如圖甲乙爲十八等邊之一試作心甲心乙二綫成甲心乙三角形心角所對之甲乙弧爲二十度甲乙

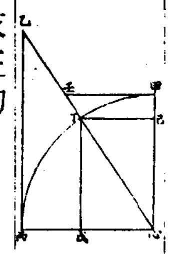


爲其通弦折半爲十度之正弦又取甲乙之三倍度至戊作乙戊綫爲六十度之通弦等於心乙心戊半徑此綫截甲心綫於丙又成甲乙丙三角形復自甲按甲丙綫度至乙丙綫之丁作甲丁綫成甲丙丁三角形此三个三角皆爲同式故心甲與甲乙之比若甲乙與甲丙之比而甲乙與甲丙之比又

若甲丙與丙丁之比爲連比例四率一率心甲二率甲乙三率甲丙四率丙丁也按乙戊通弦等於心甲一率而乙丙丁己戊三綫皆等於甲乙二率是乙戊中有甲乙之三倍而少一丙丁四率故必於乙戊一率加丙丁四率方等於甲乙之三倍用連比例四率理有一率求二率甲乙即十八等邊之一若作乙庚綫爲乙甲庚弧四十度之通弦折半於辛則乙辛爲甲乙弧二十度之正弦取甲心乙三角形求得中垂線乙辛倍之得乙庚爲九等邊之一

八線相求設有五十六度之正弦八萬二九○三七六餘弦五萬五九一九二九求又六綫

求正矢



法以半徑十萬內減餘弦即正矢如圖心丙半徑減己丁餘弦即心戊餘丙戊為正矢四萬四〇八〇七一

求正切

法以心戊餘弦為一率丁戊正弦為二率心丙半徑為三率求得四率乙丙正切十四萬八二五六二一〇

求正割

法以心戊餘弦為一率心丁半徑為二率又以心丙半徑為三率求得四率心乙正割十七萬八八二九一六

求餘矢

法以甲心半徑內減正弦己心即丁戊餘甲己為餘矢一萬七〇九六二四

求餘切

法以己心即丁戊正弦為一率己丁餘弦為二率甲心半徑為三率求得四率甲壬餘切六萬七四五〇八五

求餘割

法以己心正弦為一率心丁半徑為二率甲心半徑為三率求得四率壬心餘割十二萬〇六二一八〇

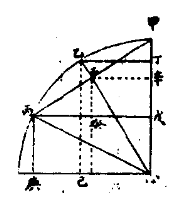
解曰丁戊心句股與乙丙心句股同式故心戊與丁戊比若心丙與乙丙比正切又心戊與心丁比若心丙與乙心比正割丁己心句股與壬甲心句股同式故己心與己丁比若甲心與甲壬比餘切又己心與心丁比若甲心與壬心比餘割按此則八綫圖內函有正倒四同式句股蓋以甲心壬角合乙心丙角為甲心戊直角丁戊心丁己心為同式同積句股公用心丁弦則邊角自然相等其求正割餘割用同式理亦同

設有本弧三十四度之正弦求餘弧五十六度之正弦

如前圖甲丁本弧三十四度丁丙餘弧五十六度己丁為本弧之正弦丁戊為餘弧之正弦自丁至圓心作丁心半徑綫成丁己心句股形以己丁為句丁心為弦求得己心股同丁戊為餘弧之正弦亦即本弧之餘弦也

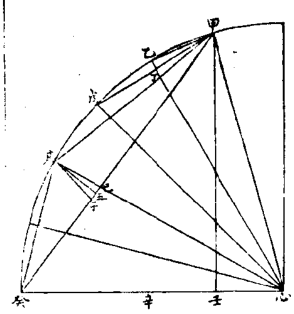
設有本弧之正弦餘弦求倍弧之正弦餘弦

如圖甲乙本弧甲丙倍弧乙丁為本弧之正弦乙己為本弧之餘弦丁心等丙戊為倍弧之正弦丙庚為倍弧之餘弦試與乙丁平行作壬辛綫遂成乙丁心壬辛心二同式句股心乙與乙丁比若心壬與壬辛比而壬辛與癸戊等皆為丙戊之半倍之即



倍弧正弦也再求餘弦以甲壬心甲辛壬二同式句股甲心與甲壬比若甲壬與甲辛比為連比例三率既得甲辛倍之得甲戊與甲心半徑相減餘戊心等於丙庚即倍弧之餘弦

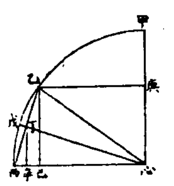
設有本弧之正弦求五倍之正弦



如圖甲乙本弧甲丁爲其正弦法以甲丁爲股本弧餘矢乙丁爲句求得甲乙弦爲本弧之通弦又倍甲丁得倍弧之通弦甲戊與庚癸等再以半徑爲一率甲乙通弦爲中率求得末率爲初數又以半徑爲一率甲乙通弦爲二率初數爲三率求得四率爲次數以減三倍甲乙通弦得三倍弧通弦甲庚依心戊平行作庚子綫截五倍弧通弦甲癸於子則甲子等於甲庚心甲乙三角與甲庚子庚子巳同式心甲與甲乙比若甲庚與庚子比求得庚子又心甲與甲乙比若庚子與子巳比求得子巳半之於丑有庚子弦子丑句求得庚丑股有庚癸弦等於甲戊庚丑句又求得癸丑股癸丑內減子丑餘癸子以加甲子得五倍弧通弦甲癸取甲癸心三角甲癸爲大腰甲心半徑爲小腰心癸半徑爲底以爲一率兩腰和爲二率兩腰較爲三率求得四率癸辛以減心癸餘心辛折半得心壬爲句甲心爲弦求得甲壬股即五倍弧之正弦也

設有本弧三十六度之正弦餘弦求半弧十八度之正弦餘弦

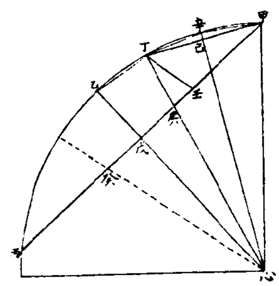
如圖甲乙丙象限乙丙爲本弧三十六度乙己爲其正弦乙庚爲其餘弦本弧半之爲乙戊或戊丙皆半弧十八度其通弦乙丙與本弧正弦乙己成乙己丙句股法以本弧正弦乙己爲股餘弦乙庚即己心與心丙半徑相減餘己丙爲句有句有股求乙丙弦爲三十六度弧之通弦半之得乙丁即半弧十八度之正弦



至求餘弦則以本弧餘弦乙庚與半徑相減餘己丙半之如己辛與心己即乙庚相加得心辛與半徑相乘開方得半弧之餘弦如心丁

設如本弧四十二度之正弦求三分弧十四度之正弦

如圖甲乙爲本弧甲戊爲正弦倍之得甲丙爲甲乙丙弧八十四度之通弦取其三之一如甲辛丁弧爲二十八度其通弦甲丁與心甲心丁兩半徑成甲心丁三角形又心丁半徑截甲丙通弦於庚成庚甲丁三角形又取丁庚線度至壬成壬丁庚三角形此三者爲同式三角其邊皆成連比例四率如甲心爲一率甲丁爲二率丁庚爲三率壬庚爲四率蓋丙



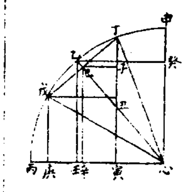
癸癸壬甲庚三線皆等於二率甲丁而丙癸癸壬二線卻疊一壬庚線在內故甲丙通弦得甲丁之三倍

內缺一壬庚四率以甲丙通弦爲長與半徑方相乘成一長方體(子)又三倍甲丁爲長與半徑方相乘成一長方體(丑)子視丑缺一壬庚與半徑方相乘之扁方體是體又與甲丁之正立方積等置子爲實以半徑之三方面爲法按益實歸除之法除得數爲二十八度甲辛丁弧之通弦甲丁半之得甲己卽十四度甲辛弧之正弦

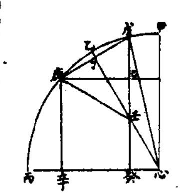
設有五十度之正弦餘弦又有二十度之正弦餘弦求二弧相加七十度之正弦與二弧相減三十度之正弦

如圖甲乙丙象限內乙丙弧爲五十度乙丁弧爲二

十度乙壬爲乙丙弧之正弦乙癸爲其餘弦(心壬同)丁己爲乙丁弧之正弦己心爲其餘弦法以半徑乙心爲一率乙壬爲二率己心爲三率求得四率己辛再以半徑乙心爲一率心壬爲二率丁己爲三率求得四率丁子乃以兩四率相加得丁寅卽丙丁相加弧七十度之正弦以兩四率相減得戊庚(丁子等於子丑丑寅等於戊庚)卽丙戊相減弧三十度之正弦蓋乙壬心與己辛心爲同式句股丁子己亦爲同式故心乙與乙壬比若心己與己辛比又心乙與心壬比若丁己與丁子比因得己辛與丁子也



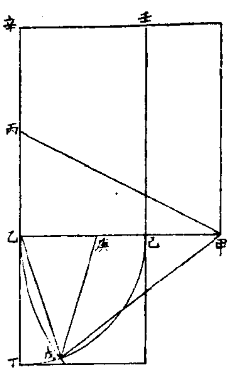
設有七十八度之弧距六十度十八度正弦又有四十二度之弧距六十度亦十八度正弦求距弧十八度之正弦



如圖甲心乙角爲三十度乙心丙角爲六十度戊丙弧爲七十八度戊癸爲其正弦庚丙弧爲四十二度庚辛爲其正弦(己癸同)乙庚爲距弧十八度丁庚爲其正弦法以七十八度弧之正弦內減四十二度弧之正弦卽戊癸內減己癸餘戊己(丁庚同)卽乙庚距弧之正弦如有距六十度前十八度爲四十二度其正弦距弧十八度之正弦求距六十度後十八度爲七十八度之正弦則以四十二度正弦與距弧

十八度之正弦相加卽庚辛加丁庚亦卽己癸加戊己爲戊癸卽七十八度弧正弦也又如有距弧六十度後十八度爲七十八度其正弦距十八度之正弦求距六十度前十八度爲四十二度之正弦則以七十二度之正弦與距弧十八度之正弦相減如戊癸內減戊己餘己癸亦卽庚辛爲四十二度正弦也試自庚至壬作庚壬纔成戊庚壬等邊三角形戊己爲戊壬之半戊丁得戊庚之半戊壬旣與戊庚等則戊己亦必與戊丁丁庚等均爲十八度距弧之正弦自有此加減法則較句股比例尤爲簡捷矣

理分中末線解

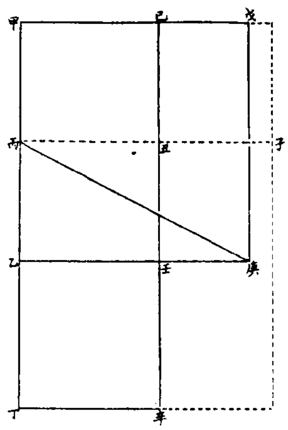


幾何言理分中末線者一線兩分之其全與大分之比例若大分與小分之比例如圖甲乙線求理分中末先取元線之半如乙丙直交元線次作丙甲斜線取丙丁與丙甲等乃以乙爲心丁爲界度至己乙己與乙丁等爲理分中末之大分甲己爲小分甲乙與己乙比若己乙與甲己比然何以證其相當也試以甲爲心乙爲界運規截丁己象限於戊作戊乙線與

乙丁等作戊甲線與甲乙等成甲乙戊三角形此形乙戊二角均倍大於甲角乃平分戊角斜交甲乙作戊庚線成戊庚乙等式三角形因戊庚又等於甲庚故庚乙必等於甲己而甲乙與乙戊比必若乙戊與乙庚比又作元線方甲辛更作與元線方等積矩壬丁兩形俱減壬乙矩餘己丁方壬甲矩亦必相等而己丁方即乙己自乘積壬甲矩即壬己（即甲乙）與甲己相乘積故乙己大分必爲甲乙元線甲己小分之中比例

又解

義曰如圖任作乙寅爲元線自之爲甲庚方半甲乙

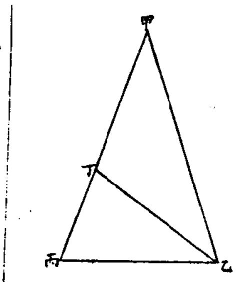


於丙作丙庚線引長甲乙於丁令丙丁等丙庚作丁辛正交線又與甲丁平行作己辛線截乙庚於壬則分乙庚爲大小二分與元線成連比例乙庚即首率乙壬大分即中率庚壬小分即末率蓋中率自乘與首率末率相乘等則乙辛方必等於戊壬矩也何以明之試先以半元線甲丙之上方己子與甲丁借乙丁矩（即甲辛矩）和成甲辛丑子磬折形與子丁方（即丙丁上方）等何則

蓋二形同用一丙辛矩乃各減去丙辛餘甲子子辛兩矩必等式等積（子丙等丑辛 甲丙等子丑）故知甲辛矩與丙乙上方（即己子方）和等於丙丁上方（即丙庚上方）等於丙乙庚二方和次各減同用之丙乙上方而所存甲辛矩及甲庚方亦必相等再各減同用之甲壬矩其所餘乙辛方及戊壬矩又等矣夫乙辛方與戊壬矩既等則兩形之邊爲互相似之比例己壬與壬辛比若壬乙與庚壬比己壬等乙庚則乙庚與乙壬比又若乙壬與壬庚比而爲連比例三率所謂理分中末線者即一直線上分作連比例之理也求之之法以甲乙線半之得丙乙爲句乙庚爲股求得丙庚弦（即丙丁）減

丙乙句餘乙壬爲大分以乙庚股減乙壬大分餘庚壬爲小分

作中末線捷法



如圖作甲乙丙平三角令甲角等於乙丙兩大角之半甲乙甲丙均爲全分試平分乙角作線交甲丙線於丁則乙丁卽大分蓋乙丁甲丁同爲圓內容五等邊之一邊甲乙卽五等邊對角之橫亘線是以甲丁爲甲丙之大分丁丙爲小分

按此圖卽圓內五等邊之心甲丙十等邊之心甲乙

形故中末線之於面積可施諸五等邊十等邊於體積可施諸十二等面二十等面積

須曼精廬算學卷十二

烏程　楊兆鋆　誠之

句股索隱

十三事二元等式

㊀ 弦和較 $=$ 天

㊁ 大較 $=$ 地

㊂ 句 $= \dfrac{二地}{天^{2}丄二天地}$

㊃ 股 $=$ 天丄地

㊄ 弦 $= \dfrac{二地}{天^{2}丄二天地丄二地^{2}}$

㊆ 和 $= \dfrac{二地}{天^{2}丄三天地丄二地^{2}}$

㊇ 小和 $= \dfrac{地}{天^{2}丄二天地丄地^{2}}$

㊈ 大和 $= \dfrac{二地}{天^{2}丄四天地丄四地^{2}}$

㊉ 較 $= \dfrac{二地}{二地丄天^{2}}$

(十一) 小較 $= \dfrac{二地}{天^{2}}$

(十二) 較和 $=$ 天丄二地

(十三) 較較 $= \dfrac{地}{天^{2}丄天地}$

(十四) 三事和 $= \dfrac{地}{天^{2}丄三天地丄二地^{2}}$

(十五) 五和 $= \dfrac{地}{三天^{2}丄一〇天地丄八地^{2}}$

(十六) 五較 $= \dfrac{地}{天^{2}丄一天地丄二地^{2}}$

(十七) 直積 $= \dfrac{二地}{天^{2}丄三天地丄二天地^{2}}$

今有句股容圓徑不知其數只云三事減五較等於股冪減三事及容圓徑而五和加三事與四直積加倍句等試求圓徑及三事各若干

答曰徑二句三股四弦五

二元草

圓徑 $=$ 天

句弦較 $=$ 地

股 $=$ 天丄地

倍句 $= \dfrac{地}{天^{2}丄二天地}$

三事 $= \dfrac{地}{天^{2}丄三天地丄二地^{2}}$

五較 $= \dfrac{地}{天^{2}丄一天地丄二地^{2}}$

五和 $= \dfrac{地}{三天^{2}丄一〇天地丄八地^{2}}$

四直積 $= \dfrac{地}{二天^{2}丄四天地^{2}丄六天^{2}地}$

如題得等式

$\dfrac{地}{天^{2}丄三天地丄二地^{2}}丅\dfrac{地}{天^{2}丄一天地丄二地^{2}} = 天^{2}丄二天地丄地^{2}丅\dfrac{地}{天^{2}丄三天地丄二地^{2}}丅天$

即

$天 = \dfrac{地}{天地丄二天地^{2}丄地^{3}丅天^{2}丅四天地丅二地^{2}}$

則

$地^{2} = 天^{2}丄五天地丄二地^{2}丅天地丅二天地^{2}$

㊀子

$天^{2} = (天^{2}丄二天地丄地^{2}丅五天丅二地)地$

㊀丑

又如題得等式

$\dfrac{地}{三天^{2}丄一〇天地丄八地^{2}}丄\dfrac{地}{天^{2}丄三天地丄二地} = \dfrac{地}{二天^{2}丄四天地^{2}丄六天地}丄\dfrac{地}{天^{2}丄二天地}$

即

$三天^{2}丄一〇天地丄八地^{2}丄天^{2}丄三天地丄二地^{2} = 二天^{2}丄四天地^{2}丄六天地丄天^{2}丄二天地$

則

$二天^{2}丅三天^{3} = (一一天丄一〇地丅四天地丅六天^{2})地$

$一一天丄一〇地丅四天地丅六天^{2} = \dfrac{地}{二天^{2}丅三天^{3}}$

㊀寅

$地^{2} = \dfrac{一〇丅四天}{二天^{2}丄六天地丅三天丅一一天地}$

㊀卯

$天^{2} = \dfrac{二天丅三}{(一一天丄一〇地丅四天地丅六天)地}$

與丑消得

$(二天丅三)(天^{2}丄二天地丄地^{2}丅五天丅二地) = 一一天丄一〇地丅四天地丅六天^{2}$

$二天^{3}丄四天^{2}地丄二天地^{2}丅一七天^{2}丅一三天地丅三地^{2}丄一五天丄六地 = 一一天丄一〇地丅四天地丅六天^{2}$

$地^{2} = \dfrac{二天丅三}{四地丅二天^{2}丅四天地丄七天^{2}丄六天地丅四天}$

㊀辰

又地乘卯式與子消

$天^{3}丄五天地丄二地^{2}丅天地丅二天地^{2} = \dfrac{一〇丅四天}{二天^{2}地丄六天地^{2}丅三天地丅一一天地^{2}}$

$一〇天^{3}丄五〇天地丄二〇地^{2}丅二七天地丅二七天地丅四天^{2}丄四天地丄六天地 = 二天地丄六天地丅天地丅一一天地$

$地^{2} = \dfrac{一七天丅一〇丅二天^{2}}{一〇天^{2}丄五〇天地丅二七天地丅四天^{2}丄二天地}$

㊀巳

辰巳消得

$二〇天^{3}丄一〇〇天地丅五四天地丅八天^{2}丅三〇天丄四天地丅一五〇天地丄八一天地丄一二天丅六天地$

$= 一九天地丅二四天丅六六天地丄一二九天丄一〇二天地丅六八天丅八〇地丄四〇天$

$丄八天地丅一四〇天丅一二〇天地丄八〇天丅六六天地丄四天丄六六天地丅一四天丅一二天地丄八天$

$$地 = \frac{二〇天^{二} \top 九八天 \bot 八〇 \bot 七天^{三} \top 四天^{四}}{一三五天^{三} \top 四〇天^{四} \top 一七八天 \bot 八〇天 \bot 四天^{五}} \quad 午$$

以午式代去寅式中之地

$$一天 \top 天^{二} \bot \frac{二〇天^{二} \top 九八天 \bot 八〇 \bot 七天^{三} \top 四天^{四}}{一三五天^{三} \top 四〇天^{四} \top 一七八天 \bot 八〇天 \bot 四天^{五}} \top \frac{二〇天^{二} \top 九八天 \bot 八〇 \bot 七天^{三} \top 四天^{四}}{五四〇天^{二} \top 一六〇天 \top 七一二天^{三} \bot 三二〇天 \bot 一六天^{六}}$$

$$= \frac{一三五天^{三} \top 四〇天^{四} \top 一七八天 \bot 八〇天 \bot 四天^{五}}{二天 \top 三天(二〇天^{二} \top 九八天 \bot 八〇 \bot 七天^{三} \top 四天^{四})}$$

即

$$\frac{二〇天^{二} \top 九八天 \bot 八〇 \bot 七天^{三} \top 四天^{四}}{二七二七天^{三} \top 七六二天^{四} \top 三六五八天^{二} \bot 一六八〇天 \bot 三六天^{五} \bot 八天^{六}} = \frac{一三五天^{三} \top 四〇天^{四} \top 一七八天 \bot 八〇天 \bot 四天^{五}}{三二天^{二} \top 一七天^{三} \top 六天^{四} \top 四六天^{五} \top 四〇四天 \top 二四〇天}$$

即

三六八一四五天 ┬ 一〇二八七〇天^{三} ┬ 四九三八三〇天^{五} ⊥ 二二六八〇〇天^{二} ⊥ 四八六〇天^{六} ⊥ 一〇八〇天^{九}

┬ 一〇九〇八〇天^{七} ⊥ 三〇四八〇天^{八} ⊥ 一四六三二〇天^{六} ┬ 六七二〇〇天^{五} ┬ 一四四〇天^{七} ┬ 三二〇天^{十}

┬ 四八五四〇六天^{五} ⊥ 一三五六三六天^{六} ⊥ 六五一一二四天^{四} ┬ 二九九〇四〇天^{三} ┬ 六四〇八天^{七}

┬ 一四二四天^{八} ⊥ 二一八一六〇天^{三} ⊥ 六九〇六〇天^{七} ┬ 六九二六〇天^{二} ⊥ 二一六〇八〇天 ⊥ 三二八〇天^{八}

⊥ 八四天^{八} ⊥ 一〇九〇八〇天 ┬ 三〇四八〇天^{二} ┬ 一六〇一二六天^{三} ⊥ 六七二〇〇天 ⊥ 一四〇四天^{四} ⊥ 三二〇天^{五}

$= 一〇四〇天^{五}$ ┬ 四三四〇天^{四} ┬ 一六〇天^{三} ┬ 九八〇天^{二} ┬ 九八〇八〇天 ┬ 四八〇天 ┬ 五〇九六天^{六}

⊥ 一二六六天^{三} ⊥ 四五〇八〇天^{四} ┬ 四四九六二天^{五} ┬ 三三〇二〇天^{六} ⊥ 一〇一六天^{七} ┬ 一七三六〇天^{八} ┬ 八六〇天^{九}

⊥ 二六六天^{八} ⊥ 三六二〇〇天 ┬ 一九二〇〇天 ┬ 七六〇天^{三} ⊥ 三六四天^{六} ┬ 一五一九天^{七} ┬ 二六六天^{八} ┬ 二二天^{九}

⊥ 三七六天^{四} ┬ 六八〇天^{五} ┬ 二〇八天 ┬ 八八六天^{六} ⊥ 三二天^{十} ⊥ 八四天^{四} ┬ 一八一六天^{五} ⊥ 九六天^{六}

相消得開方式

⊥一五三六〇〇	二
┬一五三六〇〇	
〇〇〇〇〇〇	

┬	六五一五二〇
⊥	五七四七二〇
┬	七六八〇〇

⊥	一一五九六一六
┬	八七二二五六
⊥	二八七三六〇

┬	一一二三三六〇
⊥	六八七二三二
┬	四三六一二八

⊥	六四二五一二
┬	二九八八九六
⊥	三四三六一六

┬	二二〇一三六
⊥	七〇六八八
┬	一四九四四八

⊥	四三七二八
┬	八三八四
⊥	三五三四四

┬	四五七六
⊥	三八四
┬	四一九二

⊥一九二

開七乘方得圓徑二依午式得句弦較二因所演得句三股四弦五

今有新進士甲乙丙三人各言應過會試若干回甲曰我之回數等於一句股之十三事併之開立方所得乙曰我之回數等於倍弦羃減五和亦等於弦和較羃之倍丙曰我之回數四倍之等於五和加二句羃二股羃減八弦亦等於半个五較羃加弦和較試推三八各幾回

答曰甲四乙八丙十三

一元草

和較 ＝ 天

句弦較 ＝ 地

$$天 \bot 地 = 股 \quad 甲$$

$$\frac{二地}{天 \bot 天地} = 句 \quad 子$$

$$\frac{地}{天 \bot 天地 \bot 地} = 句弦和$$

$$\frac{二地}{天 \bot 天地 \bot 二地} = 弦 \quad 丑$$

$$\frac{地}{三天 \bot 一〇天地 \bot 八地} = 五和 \quad 寅$$

$$\frac{地}{天 \bot 二天地 \bot 二地} = 五較 \quad 卯$$

$$二\left(\frac{二地}{天 \bot 二天地 \bot 二地}\right) \top \frac{地}{三天 \bot 一〇天地 \bot 八地} = 二天$$

即

$$天 \top 四天地 \bot 八天地 \bot 六天地 \top 四地 \top 六天地 \bot 六地 = 四天地 \quad 辰$$

又

$$\frac{二}{\left(\frac{地}{天 \bot 天地 \bot 地}\right)} \top 天 = \frac{地}{三天 \bot 一〇天地 \bot 八地} \bot 二\left(\frac{二地}{天 \bot 天地}\right) \top \left(\frac{地}{地}\right) \top \frac{地}{四天 \bot 八天地 \bot 八地}$$

即

$$\frac{二地}{天 \top 四天地 \bot 八天地 \bot 八天地 \bot 四地} \top 天 = \frac{地}{三天 \bot 一〇天地 \bot 八地}$$

$$\frac{二地}{天 \top 四天地 \bot 六天地} \bot 二天 \bot 四天地 \bot 二地 \top \frac{地}{四天 \bot 八天地 \bot 八地}$$

即

$$\frac{三地}{天 \top 四天地 \bot 八天地 \bot 八天地 \top 四地 \top 二天地 \top 六天地 \top 二〇天地 \bot 一六天地}$$

$$\frac{二地}{天 \top 四天地 \bot 八天地 \bot 六天地 \top 四地 \top 八天地 \bot 一六天地 \bot 一六天地}$$

即

$$六天地 \bot 一八天地 = 六天地 \bot 一六天地$$

$$二天地 = 二天地$$

則

$$天 = 地$$

以天代去辰式中之地得

$$天 \top 四天 \bot 四天 \bot 八天 \top 四天 \top 六天 \bot 二〇天 \bot 一六天 = 二一天 \bot 四二天$$

$$天 = 二$$

如布算地等於句弦較亦爲二因甲式得股四子式
得句三丑式得弦五從知其餘八事併之開立方得
四爲甲回數如題推得乙丙回數爲八與十三
今有甲乙丙三女自撲蝶會來各言得蝶多少甲云我
所得等於一句股之弦和較乙云我等於股加一亦
等於大較乘大和加和開平方所得丙云我等於容
圓徑冪亦等於小較乘較和以弦減之又加三求三
女得蝶各若干
答曰甲二乙五丙四
二元草

和較 ═ 天

大較 ═ 地

如乙云

地（二地／天²丄四天地丄二地²）丄二地／天²丄四天地丄二地² ═ （天丄地丄）²

二地／天地丄四天地²丄四地²丄天²丄四天地丄二地² ═ 天²丄二天地丄地²丄二天丄二地丄

消得

天²地丄二地²丅二地²丄二地 ═ 天³

地 ═ 天²丄二地丅二地²丄二／天³ 子

如丙云

（二地²／天²）（天丄二地）丅二地／天²丄二天地丄二地² ═ （天丅三）²

二地／天²丄二天²地丅天³丅二天地丅二地² ═ 天²丅六天丄九

消得

天³丅天² ═ 二地²丅一四天地丄二天²地丄一八地丄二天地 辰

地² ═ 天³丅天²丄一四天²地丅二天地丅二天²地丅一八地／三 寅

地² ═ 二地丅一四天丄二天丄二天²丄一八／天³丅天² 丑

子丑相消

天³丄二天²地丅二天²地丄一三天丅四天地丄二天地丅二〇天 ═ 二天⁵

以天約之

地² ═ 二天丅二／天³丄二天地丄三天²丅四地丅二〇丅二天⁴ 卯

寅卯相消

三天³丄一二天²丅二〇丅三天⁴ ═ 一四天²地丅一六天地丅二天³地丅八天地丄二天²地丄二二地

地 ═ 二二丅一八天丅六天²丄一四天³丄二天⁴丅二天⁵ 甲／一二天丄三天²丅三天³丅二〇 乙

準辰式

天³丅天² ═ 甲²／二乙²丅一四天乙丄二天乙丄二天²乙丄一八乙

即

二甲²天³丅二甲²天² ═ 乙丅七天甲乙丄天甲乙丄天²甲乙丄九甲乙 巳

準巳式

開十二乘方得甲數二

前題　自之得四為丙數依$\frac{甲}{乙}$式得二加三得五為乙數

二元草

$\frac{和}{較} = 天$

$\frac{大}{較} = 地$

如乙云

$地\left(\frac{二地}{天^{二}\top四天地\perp四地^{二}}\right)\perp\frac{二地}{天^{二}\perp四天地\perp二地^{二}} = (天\perp地\perp一)$

$\frac{二地}{天^{二}地\perp四天地^{二}\perp四地^{三}\perp天^{二}\top四天地\perp二地^{二}}$

$= 天^{三}\perp二天^{二}地\perp地^{三}\perp二天^{二}\perp二地^{二}\perp$

消得

$天^{二}地\perp二地^{二}\top二地^{三}\perp二地 = 天^{二}$

則

$地 = \frac{天^{二}\perp二地^{二}\top二地^{三}\perp二}{天^{二}}$ ㊀

如丙云

$\left(\frac{二地}{天^{二}}\right)(天\perp二地)\top\frac{二地}{天^{二}\perp二天地\perp二地^{二}} = 天^{三}\top三$

$\frac{二地}{天^{三}\perp二天^{二}地\top天^{三}\top二天^{二}地\top二地^{二}} = 天^{三}\top三$

消得

$天^{三}\top天^{二}\top二天^{二}地\top二地^{二} = \top六地$

則

$地^{二} = \frac{三}{天^{三}\top天^{二}\top二天^{二}地\perp六地}$ ㊁

$地 = \frac{二天^{二}\perp二地\top六}{天^{三}\top天^{二}}$ ㊂

子丑相消

$天^{二}(二天\perp二地\top六) = (天^{三}\top天^{二})(天^{二}\perp二地^{二}\top二地^{三}\perp三)$

即

$四天^{二}地\top四天^{三} = 天^{五}\perp二天^{四}地\top天^{四}\top二天^{三}地\perp二天^{二}地$

則

$地^{二} = \frac{二天^{三}\top二天^{二}}{天^{五}\perp二天^{四}地\top天^{四}\top四天^{三}地\perp四天^{二}}$ ㊃

寅卯相消

$(天^{三}\top天^{二})(天^{三}\top天^{二}\top二天^{二}地\perp六地) = 天^{五}\perp二天^{四}地\top天^{四}\top四天^{三}地\perp四天^{二}$

即

$天^{六}\top三天^{五}\top二天^{四}地\perp六天^{三}地\perp二天^{四}\top二天^{三}地 = 四天^{二}$

以天約之乃得

$地 = \frac{六天\top二天^{二}\top二}{三天^{二}\top天^{四}\top二天^{三}\perp四}$ ㊄ ㊅

準寅式

$\frac{甲^{二}}{二乙} = 天^{二}\top天^{二}\top\frac{甲}{三天乙}\perp\frac{甲}{六乙}$

即

$乙^{二} = 三甲乙\top天甲乙\perp\frac{甲}{二}天^{三}\top\frac{甲}{二}天$

$二三天^{二}\top六天^{二}\top二天^{二}\perp二四天^{二}\perp天^{三}\top四天^{二}\top一六天^{二}\perp一六 =$

$七二天^{二}\top三六天^{二}\top五四天^{三}\perp七二天^{二}\perp六天^{二}\top二天^{二}\top二四\top一四天^{二}\perp一二天^{二}\perp一八天^{四}\top二四天\top二天^{七}$

$\perp四天^{二}\perp八天\perp二二天^{五}\top一二天^{六}\top二天^{四}\perp二天^{七}\perp二天^{三}\top二天^{四}\perp一二天^{六}\perp一二天^{三}\top二天^{六}\top二天^{二}$

併之得開方式

$\perp\top$ 四〇 / 四〇 二	$\top\perp\top$ 六〇 三二 二六
$\top\perp\top$ 八〇 六〇 二〇	$\perp\top\perp$ 一四 二 一六
$\perp\perp\perp$ 三二八 三〇	$\perp\perp$ 九八 一
$\perp\top\perp$ 六〇 五六 四	$\top\perp\top$ 三二 四
	$\perp$ 一

開七乘方為甲得數二自之為丙得數四準$\frac{甲}{乙}$得大較二加三為乙得數五

今有直積加股弦較冪減較和與較較冪等只云句冪減三事和與較和等求弦若干

$弦 = 天$

$句 = 地$

$股 = 人$

$地人\perp(天\top人)\top(天\perp人\top地) = (天\top人\perp地)^{二}$

$三地人\top二天地\top天\top人\perp地 = 地^{二}$ ㊀

$人 = \frac{三地\top一}{地^{二}\top地\perp二天地\perp天}$ ㊁

$地^{二}\top(天\perp地\perp人) = 天\perp人\top地$

$二天\perp二人 = 地^{二}$ ㊂

$人 = \frac{地^{二}\top二天}{二}$ ㊃

$人 = 天\top二天\top二人$ ㊄

子丑消

$(三地\top一)(地^{二}\top二天) = (地^{二}\top地\perp二天地\perp天)二$

即

$地^{三} = \frac{三}{三地\perp一〇天\top二}$ ㊅

甲乙消

$三天\perp二天地\top地 = 三地人\top三人$ ㊆

$人 = \frac{三地\top三}{三天人\perp二天地人\top地人}$ ㊇

寅卯消

三天人丄二天地人丄五地人丅六人 = 三天²地丅六天地²丅三天³丄六天 (巳)

依辰得巳式

(三天丄二天地丄五地丅六)/(三天²地丅六天地丅三天³丄六天) = 人 = (三地丅三)/(三天丄二天地丅地)

五天²地²丅二六天地²丄五地² = 六地丅三六天地丄三〇天²地

地 = (五天²丅二六天丄五)/(六丅三六天丄三〇天²) (午)

地乘午與丙消

(六地丅三六天地丄三〇天²地)(三) = (五天²丅二六天丄五)(三地丄一〇天丅三)

三地丅三〇天地丄七五天²地 = 五〇天³丅二七〇天²丄一〇二天丅一〇

地 = (三丅三〇天丄七五天²)/(五〇天³丅二七〇天²丄一〇二天丅一〇) (未)

乃以午未消折半

三四丅五二九天丄二八三六天²丅五六九〇天³丄二四五〇天⁴ = 一二五天⁵

開四乘方得弦十七

丄二四五〇 丄二八三六 丄三四 一七

丅一二五 丅五六九〇 丅五二九

今有句股形句乘句弦和以直積減之與弦和和等只云弦乘弦和和爲負實股爲負縱句股和爲負廉句股較爲正隅開立方得句求句股弦

三元草

句 = 天

股 = 地

弦 = 人

天(天丄人)丅天地 = 天丄地丄人

天²丄天人丅天地 = 天丄地丄人 (子)

(天丄地丄人)人丅天地丄(天丄地)天 = (地丅天)天²

天人丄地人丄人²丅天地丄天²丄地天 = 地天²丅天³

人² = 地天²丅天³丅人地丅天²丅地天丅天人丅地人 (丑)

= 天²丄地²

(天丄地)/(地天丅天²丅天地丅天²丅天地丅天丅地) = 人 自丑化出 (卯)

(天丅一)/(天地丄天丄地丅天²) = 人 自子化出 (辰)

地天²丅天³丅二地天丅二地²天 = 天地丅天²

(二天)/(地天²丅天³丅二地天丅天地丄天²) = 地² (巳)

(天丅一)人² = 天人丄地人丅天²人丄天地人

人² = 天²丄地²

天²丄地² = (天²丅二)/(天人丄地人丅天²人丄八地人)

天人丄地人丅天²人丄天地人 = 天²丄天地²丅天³丅地 (寅)

(天丄地丅天²丅天地)/(天²丄天地²丅天²丅地) = 人 自寅化出 (寅)

呼 = 噴

相消得

二地天丄四天地² = 二天³地

地² = 二/(天²地丅地) (卯)

地 = 二/(天²丅一) (辰)

卯 = 卯

相消得

二天²丅四天⁴ = 八天³丅天²丅二天²

開立方得句五

丄二〇〇 丅二 丅二〇丄二〇〇 丄二

依辰式得股十二

依呼式得弦十三

今有一壺不知其價但云取一句股之五較各自乘併之爲正實三爲負方一爲正上廉一爲正下廉二爲負隅開三乘方得壺價若句股和冪內減倍直積加三事和等於壺價冪自乘加弦冪減股又三事和半之加容圓徑亦等於價再乘試推壺價銀幾兩

答曰二兩

三元草

壺價 = 天

句弦較 = 地

徑 = 人

(人²丄八人地丄二〇人地²丄一六人地³丄四地⁴)/(四地²) = 句股和冪

(人²丄二人地丄三人地)/(地) = 倍直積

(人²丄三人地丄二地²)/(地) = 三事和

(人²丄四人地丄八人地²丄八人地³丄四地⁴)/(四地²) = 弦冪

人丄地 = 股

句股和²丅直積丄三事和 = 天⁴丄弦²丅股

相消得

四人²地丄一二人地²丄八地³ = 四天⁴地²丅四人地²丅四地³

以四地約之變得下式

人² = 天⁴地丅四人地丅三地² (子)

又

圭事和丄徑 ═══ 天

卽

$\frac{二地}{天丄三人地丄二地}$ ═══ 天丅人

則

卯 人 ═══ 二天地丅五人地丅二地 丑

得消相丑子乃

天地丅四人地丅三地 ═══ 二天地丅五人地丅二地

之約地以

人 ═══ 二天丄地丅天 寅

天丅十二事和 ═══ 人

式卯入代寅以

$\frac{二地}{天丅四天丄一〇天地丅四天丄天丅五天地丄六地}$ ═══ 二天丄地丅天

則

地 ═══ $\frac{八}{四天丄七天地丅四天丅一二天地丅天}$ 辰

須曼算學十三　十一

又

$\frac{四地}{六人丄八地丄八人地丄四人地}$ ═══ 五較各自乘 ═══ 三天丅天丄一天

之約二以分通 巳

人(三人丄四人地丄二地) ═══ 六天地丅二天地丅二天地丄三天地丅四地

(天丅二天地丄四天丄四天地丅四天丄地)(三人丄四人地丄二地) ═══

一二天人丄一二天地人丅一二天人丄三地人丅六天地人丄三天人丄一六天人地丄一六天人地

丅一六天人地丄四人地丅八天人地丄四天人地丄八天地丄六天地丅八天地丄二地

丅四天地丄二天地 ═══ 己

人 ═══ $\frac{一二天丄一二天地丅一二天丄三地丅六天地丄三天 甲}{己丅六天地丅六天地丄六天地丅四人地丄八天人地丅六天人地丅八天地丅六天地丅六天地丅四地丅四天地丅八天地}$ 乙

甲乂丑 ═══ 己乙

得消相

二四天地丅二四天地丄六天地丅四四天人地丅四四天人地丄四四天人地丅一八人地

丄二二天人地丅一一天人地丅一〇天地丄四天地丄八天地丅四天地 ═══

六天地丅二天地丅二天地丄四天地丅八天地 之約地以

須曼算學十三　十二

得

人 ═══ $\frac{二二天地丄四四天丅一一地丅四四天丅四四天地丅一一天 丙}{丅二四天丄二四天丅六天丄一〇天地丄四天地丅八天地丄四天地丄六天地丅二天地丅二天地丄四天地丅八天地}$ 庚

丙乂寅 ═══ 庚

一三二天地丄一三二天丅六六天地丅八八天丅六六天丄三三天地丅一一地丅一三二天地丄一一天地丅三三天地

═══ 庚

得消相

地 ═══ $\frac{一一}{一三六天地丄一〇八天丅七六天地丅六四天丄〇天丄四一天地丅二四天地丄七天地丄五天地丄一天地丄二天地丄四天}$

消相辰乘地與

一〇八天地丄六六天丅六六天地丅二八天丅四天丄三八天地丅八二天地丅二九六天地丄八八天丅四八天地

丄一六天地丄一六天地丅三二天地 ═══ 四四天地丄七天地丅四四天地丅一三二天地丅一天地

得消相

地 ═══ $\frac{二五一天丅四七六天 戊}{五一二天丅四八天丄七一天丄一六五天地丅四八天地丄三三天地丅一〇四四天地丅八六八天丅八八天丅六六天地丅六天地}$

戊乂辰 ═══ 辛 八辛

卽

一四八〇天丄一七五七天地丅二九〇八天丅六三四四天地丅二五一天丄一九〇四天丅五七一二天地

═══ 四九九八天丄三八〇天丄七五八四天地丄二二八〇天地丄三八四天地丄二五六天地

丅八三五二天地丅六九九一二天丅一〇四天丅一二八天地丅一二八天地 之約天以

則

一八七二天丄五二二天丄三八四〇丄五六天丅二〇〇八天丅一二八天丅一二八天 丁

四〇〇四天丄四五三天丅二一九二天丅二二六〇天 午

═══ 地

又

$\frac{地}{四天丅四天丅天}$ ═══ 八地丅七天丄一二天

丁乂四天丅四天丅天 ═══ 午(八地丅七天丄一二天)

四天丅四天丅天丅 ═══ 午($\frac{丅}{八午丅七天丄一二天丅}$)

四天丅四天丅天丅 ═══ 八午丅七天丅午丄一二天丅午

式得之入數眞以

一五三六〇〇	丅一一二三三六〇	丄四三七二八
丅六五一五二〇	丄六四二五一二	丅四五七六
丄一一五九六一六	丅二二〇一三六	丄一九二

開七乘方得二卽價

設有一物人問其價答曰試取一句股形直積之少半與弦和和等若倍股加直積以股除之加倍弦和和又以股除之則與容圓徑等只云弦乘弦較較加股減句羃加半句開立方卽得物價試求之及三事

答曰句八股十五弦十七價五

三元草

句 ══ 天
股 ══ 地
弦 ══ 人

依題得

三／天地 ══ 天丄地丄人

人 ══ 三／天地丅三天丅三地　子

依題又得

地／三地丄天地丄二天丄二地丄二人 ══ 天丄地丅人

二丄三天丄二地丄二人 ══ 地丄天地丅八地

三丄地／地丄天地丅三天丅二地 ══ 人 ══ 三／天地丅三天丅三地

相消得

四天地丅六丅三天 ══ 天地丅六地

八丅天 ══ 地

（三／六地丅三天丅三地）丅天 ══ 天丅六天／六天地丅一八天地 ══ 地

天丅六天／六天丅一八天 ══ 地　丑

天丅六／四天地丅六丅三天 ══ 地 ══ 天丅六天／六天地丅一八天地

相消得

一八地丅六丅三天 ══ 二天地

一八丅二天／六丄三天 ══ 地 ══ 天丅六天／六天丅一八天　寅

相消得

二八八天 ══ 一五六天丅一五天

約之

九六 ══ 五二天丅五天

丄九六
丅八

丅五四二○
丅一二

丄五

開方得句八依子式得弦十七依寅式得股十五依題只云以下得物價五

有珮環璧三玉但言珮之價等於句股弦及和較五事和環之價等於三事減五較亦等於股羃減三事及容圓徑羃之價等於五和加三事亦等於四直積加倍句試求三玉價及三事各若干

答曰珮二十環二璧五十四句三股四弦五

四元草

珮 ══ 天
句 ══ 地
股 ══ 人
弦 ══ 物

地丄物丄三人 ══ 天　甲

地丄人丅物 ══ 人丅二地丅二人

三人丄三地丅物 ══ 人　乙

五人丄五物丄三地 ══ 四地人丄二地　丙

物 ══ 人丄地　丁

消相丙甲

五／四地人丅五人丅地 ══ 物 ══ 天丅地丅三人

四地人丄一○人 ══ 五天丅四地　戊

消相乙甲

三地丅人丄三人 ══ 物 ══ 天丅地丅三人

六人丄四地丅天 ══ 人　己

消相己戊乘人

六人丄四地丅天 ══ 人 ══ 四地丄一○／五天人丅四地人

五天人丄一○天丅六○人丄四地天丅四○地丅六地 ══ 二八地人

庚　消相丁甲

天丄四○丄九八人丅二天地丅六天人丄六地人 ══ 物 ══ 天丄地

八人 ══ 二天地丄六天人丅天丅六地人　辛

消相乙辛

二四人丄二四地丅八物 ══ 二天地丄六天人丅天丅六地人　壬

消相壬甲

二四人丄二四地丅天地丅六天地丄六天人丄六地人丄天 ══ 八物 ══ 八天丅八地丅二四人

四八人丄三二地丅二天地丄六天人丅六地人丄天 ══ 八天　癸

消相癸戊

六／八天丅天丄六天人丄二天地丅三二地丅四八人 ══ 地人 ══ 四／五天丅四地丅一○人

半折消相分通

天丅二天丄四天地丅五二地 ══ 六六人丅一二天人　子

消相庚戊

二八／五天人丄一○天丅六○人丄四天地丅四○地丅六地 ══ 地人 ══ 四／五天丅四地丅一○人

消相分通

五天人丄一○人 ══ 二五天丄一二地丅四天地丄一六地　丑

消相丑子

五天丄一○／二五天丄一二地丅四天地丄一六地 ══ 人 ══ 六六丅二天／天丅二天丄四天地丅五二地

通分得

$\dfrac{\text{一九二天丅一〇五天}^{2}}{\text{一三一二地丄一六四〇天丅二八五天}^{3}\text{丅一八六天地丄二八地天}^{2}\text{丄一〇天}^{3}} = \text{地}^{2}$ （寅）

子戊相消

$\dfrac{\text{四地丄一〇}}{\text{五天丅四地}} = \text{人} = \dfrac{\text{六六丅一二天}}{\text{天丅二天}^{2}\text{丄四天地丅五二地}}$

通分得

$\text{二五六地丄三二〇天丅四〇天}^{2}\text{丄四天地丄八天}^{2}\text{地} = \text{一六天地丅二〇八地}$

四約之

$\dfrac{\text{四天丅五二}}{\text{六四地丄八〇天丅一〇天}^{2}\text{丄天地丄二天}^{2}\text{地}} = \text{地}^{2}$ （卯）

寅卯相消

$\text{三七九二天地丅二八八天}^{2}\text{地丄四〇天}^{4}\text{丅六四〇地丅八〇〇天} = \text{四五四〇天丅二六〇天}^{2}\text{丄二七二天}^{3}\text{地}$

$\dfrac{\text{九四八天丅七二天}^{2}\text{丅六〇丅六八天}^{3}}{\text{一一三五天}^{2}\text{丅六五天}^{3}\text{丄二〇〇天丅一〇天}^{4}} = \text{地}$ （辰）

地乘辰與卯相消

$\dfrac{\text{四天丅五二}}{\text{六四地丄八〇天丅一〇天}^{2}\text{丄天地丄二天}^{2}\text{地}} = \text{地}^{2} = \dfrac{\text{九四八天丅七二天}^{2}\text{丅六〇丅六八天}^{3}}{(\text{一一三五天}^{2}\text{丅六五天}^{3}\text{丄二〇〇天丅一〇天}^{4})}\text{地}$

通分以八約之

$\dfrac{\text{八八六四天丄六七八〇天}^{2}\text{丅一二八〇丅一三〇六天}^{3}\text{丅五九天}^{4}\text{丅二天}^{5}}{\text{一九〇五天}^{2}\text{丄一六〇〇天丄五六〇天}^{4}\text{丅八五天}^{5}\text{丅九六八〇天}^{3}} = \text{地}$

與辰式相消

$\text{四五七一〇四〇天}^{4}\text{丅三一一七四五〇天}^{5}\text{丄二一一〇九六四八〇天}^{3}\text{丄一二〇天}^{6} = \text{二七四五六〇〇天}^{2}\text{丅二〇〇三二五天}^{6}\text{丅三七二七五天}^{7}\text{丄四四一〇天}^{8}$

開六乘方得珮價二十依辰式得句三依子式得股四依甲式得弦五如題得環二璧五十四

甲乙丙三人連騎出遊各言所攜之資甲曰我之銀其兩數等於一句股之三事和乙曰我比股冪少一句弦和而等於弦和較冪加句弦較冪丙曰我等於三事和冪內少句股和乘三事和加一句弦較亦等於弦冪倍之加三事和試推三人銀數

答曰甲銀十二兩乙銀八兩丙銀六十二兩

四元草

甲銀 = 天

句 = 地

股 = 人

弦 = 物

天 = 地丄人丄物 （甲）

$\text{人}^{2}\text{丅地丅物} = (\text{地丄人丅物})^{2}\text{丄}(\text{物丅地})^{2}$ = 二地^{2}丄二物^{2}丄二地人丅三物地丅二物人丄[illegible] （乙）

(地丄人丄物)二丄物丅地 = 二物丄地丄人丄物 （丙）

地物丄物人丄[illegible] = 二物丄二地丄人丄物

地丄人 = 物 （丁）

與丙相消

地物丄物人丅二地人 = 物^{2}

地^{2}丄人^{2} = 物地丄物人丅二地人 （子）

變甲式消丁式

物 = (天丅地丅人)^{2} = 天^{2}丄地^{2}丄人^{2}丅二天地丅二人天丄二人地 = 地^{2}丄人^{2} （丑）

乙丁二式相消

二物^{2} = 二物人丄四物地丅二地^{2}丅地丅物丅二地人 = 三地^{2}丄三人 （辰）

寅子二式相消

二(物人丄物地) = 四地^{2}丄人^{2}丅物地丄地丄物丄二地人

物人丄物地 = 地^{2}丄人^{2}丄二地人

三地^{2}丄三人^{2}丄二地丄二人 = 二地^{2}丄人^{2}丅物地丄三物丄二地人 （卯）

卯甲二式相消

(二地丅一)物 = 二地^{2}丄二地人丅地丅二人

物 = 天丅地丅人

二地天丅天丅三地^{2}丄四地丅三地人丄三人 = 二地^{2}丄二地人丅地丅二人 （辰）

甲乙二式相消

二物^{2} = 二物人丄四物地丅二地^{2}丅地丅物丅二地人

物^{2} = 天^{2}丄地^{2}丄人^{2}丅二地天丅二人天丄二人地

二天^{2}丄二地^{2}丄二人^{2}丅四地天丅四人天丄四人地 = 二物人丄四物地丅二地^{2}丅物地丅二地人 （巳）

甲己二式相消

(二人丄四地丅一)物 = 二天^{2}丄四地^{2}丄二人^{2}丅四地天丅四人天丄六人地丄地

物 = 天丅地丅人

二人天丅三人地丅二人^{2}丄四地天丅四地^{2}丅四地人丅天丄地丄人

= 二天^{2}丄四地^{2}丄二人^{2}丅四地天丅四人天丄六人地丄地 （午）

甲丙二式相消

物^{2} = 物地丄物人丅二地丅人

物^{2} = 天^{2}丄地^{2}丄人^{2}丅二地天丅二人天丄二人地

天^{2}丄地^{2}丄人^{2}丅二地天丅二人天丄二人地 = 物地丄物人丅二地丅人 （未）

未巳二式相消

(二人丄四地丅一)物 = 二天^{2}丄四地^{2}丄二人^{2}丅四地天丅四人天丄六人地丄地

(地丄人)物 = 天^{2}丄地^{2}丄人^{2}丅二地天丅二人天丄二人地丄二地丄人

三天^{2}人丄十地^{2}人丄三人^{3}丅四地天人丅四人^{2}天丄八人^{2}地丄六人地丄人丄四地天丄四地^{3}丅[illegible]地天丅六地^{2}天丄[illegible]地丅天^{2}丄二地天丄二人天丅二人地丅二地丅人 （戊）

= 三天^{2}人丄十地^{2}人丄三人^{3}丅四人^{2}天丄六人^{2}地丄八人地丄二地天^{2}丄四地^{3}丅四地^{2}天丅六地天人丄地

戊午二式相消

與酉式相消

以四約與辛式相消

申辛二式相消

辰巳二式相消

庚丑二式相消

庚壬二式相消

(九丅六天)人 ═══ 五天丅八地丅二天

壬辰二式相消

二乂四地 ═══ 五天丅九人丅二天丄六人天

四地乂地 ═══ 三人丅四地人丅天丄四地丄二地天

壬癸二式相消

須曼算學十三　十七

開五乘方得十二為甲銀數依酉式得句三依丑式得股四依甲式得弦五如題得乙銀八兩丙銀六十二兩

今有盒中藏果令人射覆共有幾枚有算家射之於几上作一句股形曰此弦較較羃為句弦和羃四分之一弦較和為股羃八分之三其二弦四句二股和等於盒中果數試推其果幾枚

答曰三十枚

公式

公式

公式

股 ═══ 四

依題

果 ═══ 三〇

須曼算學十三　十八

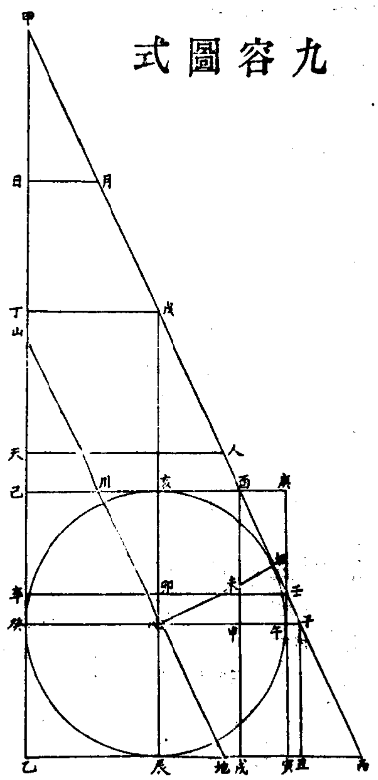
須曼精廬算學卷十三

須曼精廬算學卷十四

九容演代

烏程 楊兆鋆 誠之

九容圖式



總釋名號設數

大句股形爲甲乙丙測圓海鏡命曰通句股

大句即平三事和邊弦較較小差股弦和 三百二十 三十六 一百五十

大股即高三事和底弦較和大差句弦和 六百 四十八 三百六十

大弦即太極三事和 六百八十 六十 三百九十

句股和即合三事和 九百二十 八十四 五百十

句弦和即京三事和 一千 九十六 五百四十

股弦和即邊三事和 一千二百八十 一百〇八 七百五十

句股較即訂三事和 二百八十 十二 二百十

句弦較即明三事和高弦較和大差股 三百六十 二十四 二百四十

股弦較即叀三事和平弦較較小差句 八十 十二 三十

弦較和即大差三事和倍邊股倍高股弦和 九百六十 七十二 六百

弦和較即虛三事和大差弦較較小差弦較和 二百四十 廿四 一百二十

弦較較即小差三事和倍底句倍平句弦和 四百 四十八 一百八十

三事和即倍底股弦和倍邊句弦和 一千六百 一百四十四 九百

平句股形爲子丑丙亦即酉申子心辰地心切子

平句即叀股弦和邊股弦較 六十四 九 二十五

平股即高句半徑 一百二十 十二 六十

平弦即太極句 一百三十六 十五 六十五

句股和即合句 一百八十四 二十一 八十五

句弦和即底句 二百 二十四 九十

股弦和即邊句 二百五十六 二十七 一百二十五

句股較即斷句 五十六 三 三十五

句弦較即明句 七十二 六 四十

股弦較即叀句 十六 三 五

弦較和即大差句虛股弦和邊弦和較 一百九十二 十八 一百

弦和較即虛句叀弦較和大差股弦較 四十八 六 二十

弦較較即小差句大股弦較 八十 十二 三十

三事和即大句邊弦較較小差股弦和 三百二十 三十六 一百五十

叀句股形爲壬午子

叀句即平股弦較 十六 三 五

叀股即高股弦較 三十 四 十二

叀弦即太極股弦較 三十四 五 十三

句股和即合股弦較四十六七十七
句弦和即底股弦較五十八十八
股弦和即邊股弦較平句六十四九二十五
句股較即斷股弦較十四一七
句弦較即明股弦較十八二八
股弦較四一一
弦較和即大差股弦較虛句平弦和較四十八六二十
弦和較即虛股弦較十二二四
弦較較即小差股弦較二十四六
三事和即大股弦較平弦較較小差句八十十二三十

明句股形爲戊亥酉

明句即平句弦較七十二六四十
明股即高句弦較一百三十五八九十六
明弦即太極句弦較一百五十三十一百〇四
句股和即合句弦較二百〇七十四一百三十六
句弦和即底句弦較高股二百二十五十六一百四十四
股弦和即邊句弦較二百八十八十八二百
句股較即斷句弦較六十三二五十六
句弦較八十一四六十四
股弦較即叀句弦較十八二八
弦較和即大差句弦較二百十六十二一百六十
弦和較即虛句弦較五十四四三十二

弦較較即小差句弦較高弦和較虛股九十八四十八
三事和即大句弦較高弦較和大差股三百六十二十四二百四十

高句股形爲甲丁戊亦即戊卯壬山癸心戊切心

高句即平股半徑一百二十十二六十
高股即明句弦和底句弦較二百二十五十六一百四十四
高弦即太極股二百五十五二十一百五十六
句股和即合股三百四十五二十八二百〇四
句弦和即底股三百七十五三十二二百十六
股弦和即邊股四百八十三十六三百
句股較即斷股一百〇五四八十四
句弦較即明股一百三十五八九十六

股弦較即叀股三十四十二
弦較和即大差股明三事和大句弦較三百六十二十四二百四十
弦和較即虛股明弦較較小差句弦較九十八四十八
弦較較即小差股虛句弦和底弦和較一百五十十六七十二
三事和即大股底弦較和大差句弦和六百四十八三百六十

虛句股形爲酉未壬

虛句即平弦和較大差股弦叀弦較和四十八六二十
虛股即高弦和較小差句弦明弦較較九十八四十八
虛弦即太極弦和較一百〇二十五十二
句股和即合弦和較一百三十八十四六十八
句弦和即底弦和較高弦較較小差股一百五十十六七十二

股弦和即邊弦和較平弦較和大差句 一百九十二 十八 一百
句股較即斷弦和較 四十二 二 二十八
句弦較即明弦和較 五十四 四 三十二
股弦較即重弦和較 十二 二 四
弦較和即大差弦和較倍明句倍平句弦較 一百四十四 十二 八十
弦和較即倍重句弦較倍明股弦較 三十六 四 十六
弦較較即小差弦和較倍重股倍高股弦較 六十 八 二十四
三事和即大弦和較大差弦較較小差弦較和 二百四十 廿四 一百二十

邊句股形爲甲癸子

邊句即平股弦和 二百五十六 二十七 一百二十五
邊股即高股弦和 四百八十 三十六 三百
邊弦即太極股弦和 五百四十四 四十五 三百二十五
句股和即合股弦和 七百三十六 六十三 四百二十五
句弦和即底股弦和 八百 七十二 四百五十
股弦和 一千〇二十四 八十一 六百二十五
句股較即斷股弦和 二百二十四 九 一百七十五
句弦較即明股弦和 二百八十八 十八 二百
股弦較即重股弦和平句 六十四 九 二十五
弦較和即六差股弦和 七百六十八 五十四 五百
弦和較即盡股弦和平弦較和大差句 一百九十二 十八 一百
弦較較即小差股弦和大句平三事和 三百二十 三十六 一百五十
三事和即大股弦和 一千二百八十 一百〇八 七百五十

大差句股形爲甲巳酉

大差句即平弦較和邊弦和較虛股弦和 一百九十二 十八 一百
大差股即高弦較和明三事和大句弦較 三百六十 二十四 二百四十
大差弦即太極弦較和 四百〇八 三十 二百六十
句股和即合弦較和 五百五十二 四十二 三百四十
句弦和即底弦較和大股高三事和 六百 四十八 三百六十
股弦和即邊弦較和 七百六十八 五十四 五百
句股較即斷弦較和 一百六十八 六 一百四十
句弦較即明弦較和 二百十六 十二 一百六十
股弦較即重弦較和平弦和較虛句 四十八 六 二十
弦較和即倍明股弦和倍邊句弦較 五百七十六 三十六 四百
弦和較即虛弦較和倍明句倍平句弦較 一百四十四 十二 八十
弦較較即小差弦較和大弦和較虛三事和 二百四十 二十四 一百二十
三事和即大弦較和 九百六十 七十二 六百

小差句股形爲壬寅丙

小差句即平弦較較大股弦較重三事和 八十 十二 三十
小差股即高弦較較虛句弦和底弦和較 一百五十 十六 七十二
小差弦即太極弦較 一百七十 二十 七十八
句股和即合弦較較 二百三十 二十八 一百〇二
句弦和即底弦較較 二百五十 三十二 一百〇八
股弦和即邊較較大句平三事和 三百二十 三十六 一百五十
句股較即斷弦較較 七十 四 四十二

句弦較卽明弦較較高弦和較虛股 九十 八 四十八
股弦較卽叀弦較較 二十 四 六
弦較和卽大差弦較較大弦和較虛三事和 二百四十 二十四 一百二十
弦和較卽虛弦較較倍叀股倍高股弦較 六十 八 二十四
弦較較卽倍叀句弦和倍底股弦較 一百 十六 三十六
三事和卽大弦較較倍底句倍平句弦和 四百 四十八 一百八十

底句股形爲戊辰丙

底句卽平句弦和 二百 二十四 九十
底股卽高句弦和 三百七十五 三十二 二百十六
底弦卽太極句弦和 四百二十五 四十 二百三十四
句股和卽合句弦和 五百七十五 五十六 三百〇六

須曼算學十四 七

句弦和 六百二十五 六十四 三百二十四
股弦和卽邊句弦和 八百 七十二 四百五十
句股較卽斷句弦和 一百七十五 八 一百二十六
句弦較卽明句弦和高股 二百二十五 十六 一百四十四
股弦較卽叀句弦和 五十 八 十八
弦較和卽大差句弦和大股高三事和 六百 四十八 三百六十
弦和較卽虛句弦和高弦較較小差股 一百五十 十六 七十二
弦較較卽小差句弦和 二百五十 三十二 一百〇八
三事和卽大句弦和 一千 九十六 五百四十

太極句股形爲戊心子

太極句卽平弦 一百三十六 十五 六十五

太極股卽高弦 二百五十五 二十 一百五十六
太極弦 二百八十九 二十五 一百六十九
句股和卽合弦 三百九十一 三十五 二百二十一
句弦和卽底弦 四百二十五 四十 二百三十四
股弦和卽邊弦 五百四十四 四十五 三百二十五
句股較卽斷弦 一百十九 五 九十一
句弦較卽明弦 一百五十三 十 一百〇四
股弦較卽叀弦 三十四 五 十三
弦較和卽大差弦 四百〇八 三十 二百六十
弦和較卽虛弦 一百〇二 十 五十二
弦較較卽小差弦 一百七十 二十 七十八

須曼算學十四 八

三事和卽大弦 六百八十 六十 三百九十

斷句股形爲甲日月亦卽山己川

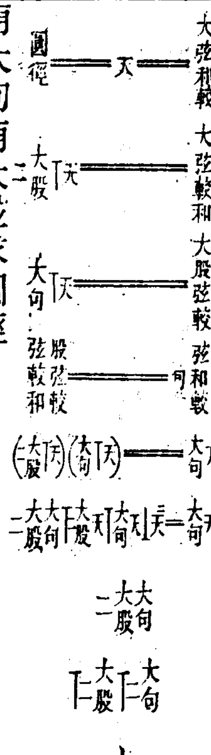
斷句卽平句股較 五十六 三 三十五
斷股卽高句股較 一百〇五 四 八十四
斷弦卽太極句股較 一百十九 五 九十一
句股和卽合句股較 一百六十一 七 一百十九
句弦和卽底句股較 一百七十五 八 一百二十六
股弦和卽邊句股較 二百二十四 九 一百七十五
句股較 四十九 一 四十九
句弦較卽明句股較 六十三 二 五十六
股弦較卽叀句股較 十四 一 七

弦較和即大差句股較　一百六十八　六　一百四十
弦和較即虛句股較　四十二　二　二十八
弦較較即小差句股較　七十　四　四十二
三事和即大句股較　二百八十　十二　二百十
合句股形爲甲天人亦即山乙地
合句即平句股和　一百八十四　二十一　八十五
合股即高句股和　三百四十五　二十八　二百〇四
合弦即太極句股和　三百九十一　三十五　二百二十一
句股和　五百二十九　四十九　二百八十九
句弦和即底句股和　五百七十五　五十六　三百〇六
股弦和即邊句股和　七百三十六　六十三　四百二十五

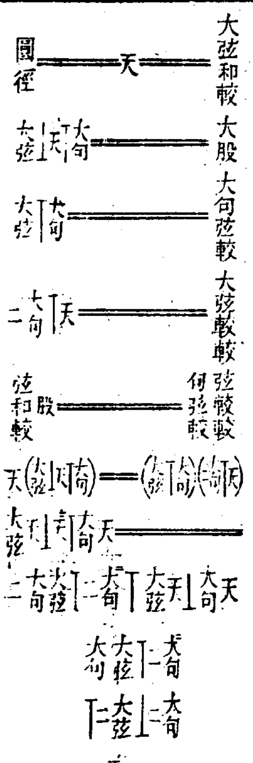
句股較即斷句股和　一百六十一　七　一百十九
句弦較即明句股和　二百〇七　十四　一百三十六
股弦較即直句股和　四十六　七　十七
弦較和即大差句股和　五百五十二　四十二　三百四十
弦和較即虛句股和　一百三十八　十四　六十八
弦較較即小差句股和　二百三十二　十八　一百〇二
三事和即大句股和　九百二十　八十四　五百十
圓徑即大弦和較虛和和大差弦較較小差弦較和　二百四十　廿四　一百二十
半徑即平句高股　一百二十　十二　六十

兆鋆按李敬齋先生著測圓海鏡一書設題爲圓城甲乙同出城各行若干步曾遇又以樹爲標行若干步望見求城徑設問凡一百七十窮立天元一之妙阮文達極推重以畀鮑廷博刊入知不足齋叢書夫立天元一術猶西法之代數也昔承李壬叔師授以凋淵九容命演代數合中西於一貫惟十三事以斷合二句股抵去海鏡之黃廣即圖中甲辛壬黃長即戊酉丙二形按黃廣之句黃長之股皆等圓徑每問求徑恐其相消是以易之此小異也或問九容十三事各與每十三事參互求圓徑能畢演乎曰否試以十三自之得一百六十九減一爲平三角垛之底以之求積得十四萬三千六百五十爲互求之總數日演四問歷百年而卒業爲之不亦傎乎顧余亦嘗演至六百餘問矣茲撥一百六十問列於篇

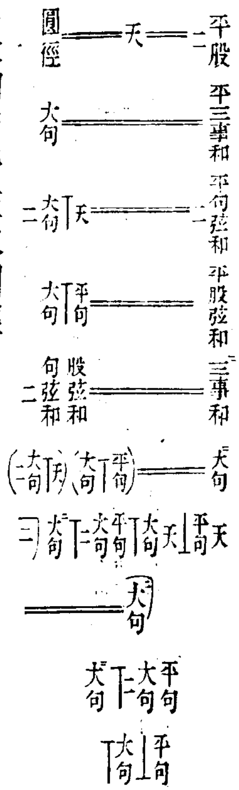
有大句有大股求圓徑句股比例表見卷十七



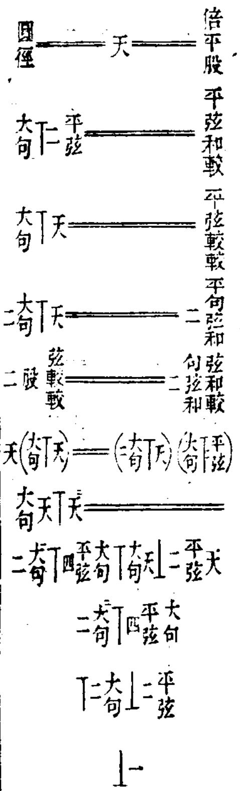
有大句有大弦求圓徑



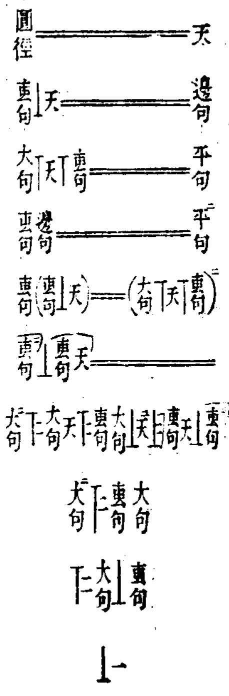
有大句有平句求圓徑



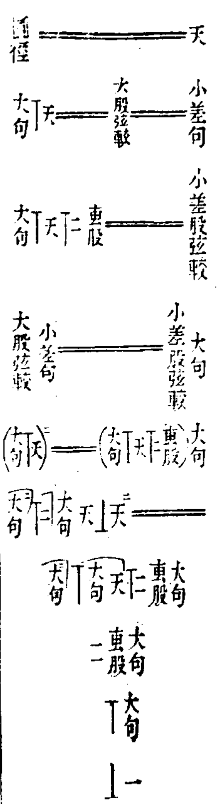
有大句有平弦求圓徑



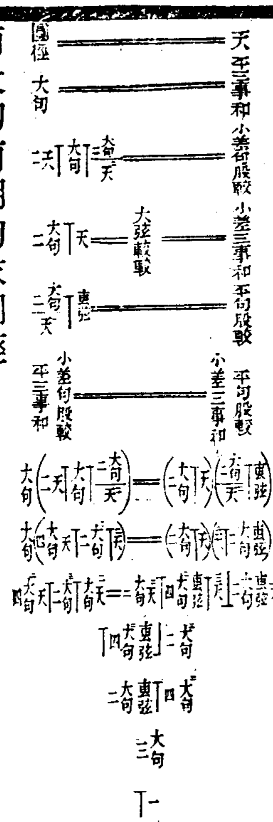
有大句有叀句求圓徑



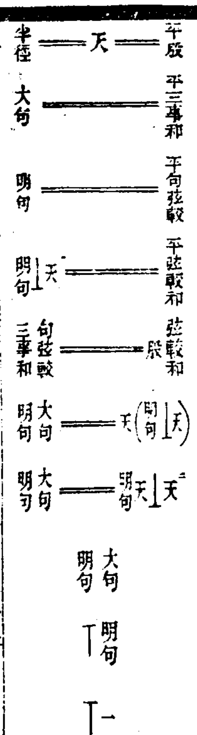
有大句有叀股求圓徑



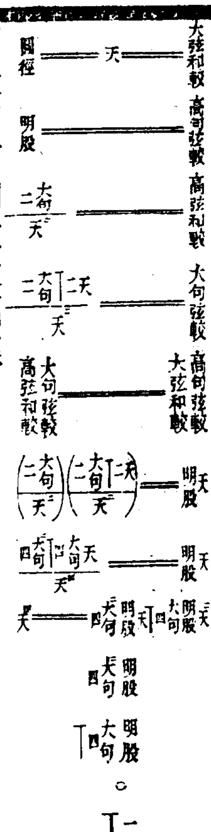
有大句有叀弦求圓徑



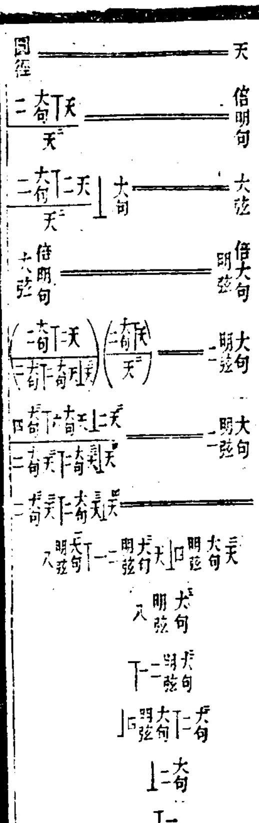
有大句有明句求圓徑



有大句有明股求圓徑



有大句有明弦求圓徑



有大句有高股求圓徑

大弦和較 —— 天 —— 圓徑

高弦和較 —— 二大句 天

大股 —— 天

高股 天

高股 天

有大句有高弦求圓徑

大弦和較 —— 天 —— 圓徑

高弦和較 —— 二大句 天

大弦 —— 大句

大弦和較 高弦 —— 大弦 高弦和較

高弦 天

高弦 天

有大句有虛句求圓徑

二平股 —— 天 —— 圓徑

平弦和較 —— 虛句

平句弦較 二 —— 天 虛句

平弦較較 —— 大句 天

弦較較 倍句弦較 —— 弦和較 倍股

有大句有虛股求圓徑

小差股 虛句弦和 —— 天 —— 圓徑

小差句 —— 大句 天

小差三事和 —— 二大句 天

小差弦和較 虛弦較較 —— 天 虛股

弦和較 三事和 —— 倍股 句

○

有大句有虛弦求圓徑

大弦和較 —— 天 —— 圓徑

虛股 —— 二大句 天

虛股弦較 —— 虛弦 大句 天

虛弦和較 —— 天 虛弦

大股弦較 —— 大句 天

大股弦較 虛弦和較 —— 大弦和較 虛股弦較

有大句有邊句求圓徑

天 —— 半徑

邊弦較較 —— 大句

平句 邊句 —— 大句 邊句

平弦較較 —— 大句 天

平句 邊弦較較 —— 平弦較較 邊句

有大句有邊股求圓徑

天 —— 半徑

邊弦較較 —— 大句

大股 —— 邊股 天

大弦較較 —— 二大句 天

邊股 大弦較較 —— 大股 邊弦較較

大句 邊股

有大句有邊弦求圓徑

天 —— 圓徑

邊弦較較 —— 大句

平弦較較 —— 大句 天

平弦 —— 大句 邊弦

邊弦 平弦較較 —— 平弦 邊弦較較

有大句有大差句求圓徑

半徑 —— 天

二天 —— 大差弦較較

大差弦較較 —— 大弦較較

大差句 —— 大弦較較

以二約之

有大句有大差股求圓徑

圓徑 —— 天

大差弦較較 虛股較較

虛股 —— 虛弦較較

大差股

以大句約之

有大句有大差弦求圓徑

圓徑 —— 天

大差弦 —— 太極弦較和

大句 —— 大弦

太極三事和

大弦較和

大三事和

太極弦較和 —— 大三事和

以大句約之得下式

有大句有小差股求圓徑

半徑 —— 天

大句 —— 小差股弦和

小差股 —— 小差弦

小差句 —— 弦

以二約之

有大句有小差弦求圓徑

圓徑 —— 天

大句 —— 大弦

大句 —— 小差股弦和

大股弦和

大弦 —— 小差弦

小差股弦和 —— 大股弦和

有大句有底股求圓徑

圓徑 —— 天

底股 —— 大弦和較 高句弦和

高弦和較

大句弦和

高弦和較 —— 大句弦和 高股弦和

底股 —— 天

有大句有底弦求圓徑

半徑 —— 天

大句 —— 底句

大句 —— 大弦

大句 —— 底弦

以二約之

有大句有太極句求圓徑

有大句有太極股求圓徑

以二約之得

有大句有太極弦求圓徑

即

有大句有斷句求圓徑

有大句有斷股求圓徑

有大句有斷弦求圓徑

有大句有合句求圓徑

半徑＝天＝平股

合句丅天＝平句

大句丄合句＝平弦

句丄股＝弦

有大句有合股求圓徑

圓徑＝天＝大弦和較

有大句有合弦求圓徑

圓徑＝天

即

有大股有大弦求圓徑

圓徑＝天＝大弦和較

有大股有平句求圓徑

半徑＝天

有大股有平弦求圓徑

半徑＝天

以二約之

有大股有直句求圓徑

圓徑＝天

有大股有叀股求圓徑

有大股有叀弦求圓徑

以大股約之

有大股有明句求圓徑

有大股有明股求圓徑

有大股有明弦求圓徑

有大股有高股求圓徑

以大股約之

有大股有高弦求圓徑

有大股有虛句求圓徑

有大股有虛股求圓徑

虛三事和＝大三事和

圓徑＝天

有大股有虛弦求圓徑

大弦和較＝太極弦和較

圓徑＝天

虛弦

以大股約之

有大股有邊句求圓徑

圓徑＝天

邊句＝東句

有大股有邊弦求圓徑

半徑＝天

大股＝邊股

有大股有大差句求圓徑

大差弦較較

圓徑＝天

有大股有大差弦求圓徑

大弦和較＝太極弦較較

圓徑＝天

有大股有小差句求圓徑

大弦和較

圓徑＝天

以大股約之

有大股有小差股求圓徑

半徑＝天

平股

有大股有小差弦求圓徑

以二約之

有大股有底句求圓徑

以大股約之

有大股有底股求圓徑

有大股有底弦求圓徑

有大股有太極句求圓徑

有大股有太極股求圓徑

有大股有太極弦求圓徑

圓徑 ═ 天 ═ 大弦和較

大弦

太極弦和較

太極弦和較

有大股有斷句求圓徑

半徑 ═ 天 ═ 平股

斷句 ═ 平句股較

大句股較

平句股較

有大股有斷股求圓徑

半徑 ═ 天 ═ 高句

斷股 ═ 高股

高弦

弦

有大股有斷弦求圓徑

圓徑 ═ 天

斷三事和

大弦

大三事和

斷弦

即

有大股有合句求圓徑

圓徑 ═ 天 ═ 大弦和較

合三事和

倍大股 ═ 倍合句

有大股有合股求圓徑

圓徑 ═ 天

合句弦和

大句弦較

有大股有合弦求圓徑

卽

有大弦有平句求圓徑

有大弦有平弦求圓徑

有大弦有叀句求圓徑

卽

以叀句約之

有大弦有叀股求圓徑

有大弦有叀弦求圓徑

卽

有大弦有明句求圓徑

即

有大弦有明股求圓徑

即

有大弦有明弦求圓徑

即

有大弦有高股求圓徑

有大弦有高弦求圓徑

即

有大弦有虛句求圓徑

即

有大弦有虛股求圓徑

即

有大弦有虛弦求圓徑

有大弦有邊股求圓徑

有大弦有邊弦求圓徑

有大弦有大差句求圓徑

有大弦有大差股求圓徑

有大弦有大差弦求圓徑

有大弦有小差句求圓徑

有大弦有小差股求圓徑

有大弦有小差弦求圓徑

有大弦有底句求圓徑

半徑——天

二底句——大弦較較

底句丅天——大句

底句丅天——大股弦較

二大弦丄天——大三事和

弦較較句——股弦較三事和

以二約之

有大弦有底股求圓徑

半徑——天

底股丅天——太極股邊弦

以二約之

有大弦有底弦求圓徑

半徑——天

大弦丅底弦——太極股

大弦丅天丅底弦——底股

有大弦有太極句求圓徑

圓徑——天

即

有大弦有太極股求圓徑

圓徑——天

即

有大弦有斷句求圓徑

半徑——天

平股——平句

有大弦有斷股求圓徑

半徑——天——高句

斷股丄天——高股

斷股丄二天——合股

高股合句——合股高句

即

有大弦有斷弦求圓徑

即

有大弦有合句求圓徑

有大弦有合股求圓徑

有大弦有合弦求圓徑

有平句有叀句求圓徑

有平句有叀股求圓徑

即

有平句有東弦求圓徑

天 半徑
明句弦和 高股 平句天
小差股 東弦
明弦較較
小差弦和較
明弦較較 小差股 明句弦和 小差弦和較

即

有平句有明股求圓徑

天 半徑
高股 平句天
高弦 明股
弦 句股
平句天
平句 明股

有平句有明弦求圓徑

平股 天 半徑
平弦 明弦 平句天
弦 句股
平句 明弦

有平句有高弦求圓徑

高句 天 半徑
高句弦和 高股
高句弦較 高弦
高股 平句天
句弦較 句弦和 股
高弦
平句 高弦

有平句有虛股求圓徑

虛三事和 天 圓徑
虛句弦和 虛股
明句弦和
明三事和 虛股
虛句弦和 明三事和 明句弦和 虛三事和

即

平句 虛股

有平句有虛弦求圓弦

天 圓徑
合弦和較 虛弦
虛弦和較 虛弦
合弦 虛弦
合弦和較 虛弦 虛弦和較 合弦

即

平句 虛弦

有平句有邊句求圓徑

平股 天 半徑
平股弦和 邊句
平股弦較 邊句
句 股弦較 股弦和
平句 邊句
平句 邊句

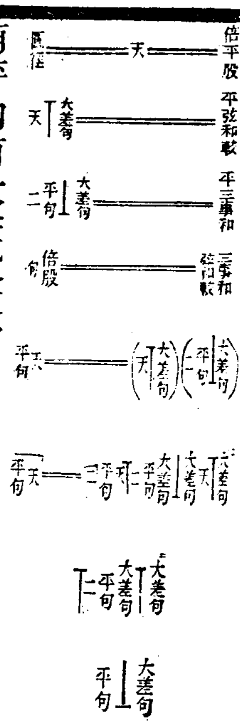
有平句有邊股求圓徑

高句 天 半徑
高股弦和 邊股
高三事和 邊股
高句弦和 邊股
三事和 倍股弦和 句弦和
邊股

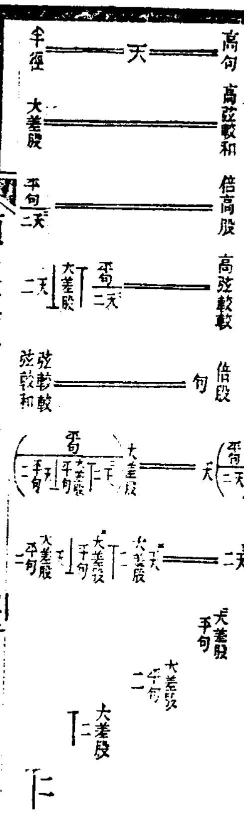
即

平句 邊股

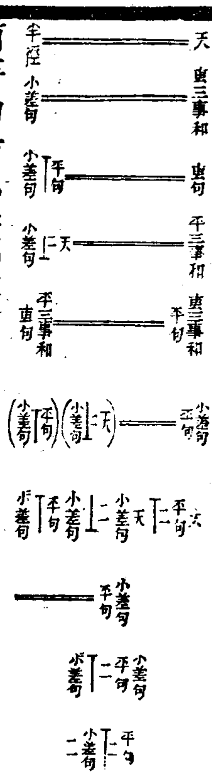
有平句有大差句求圓徑



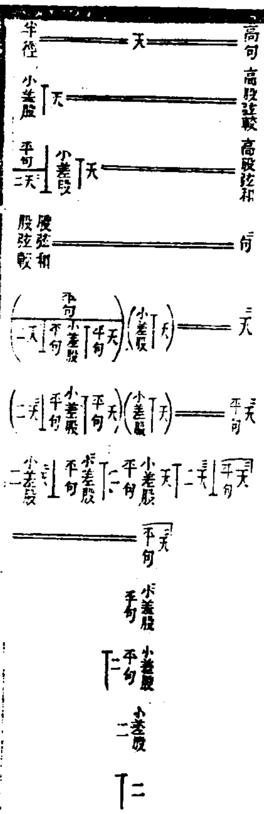
有平句有大差股求圓徑



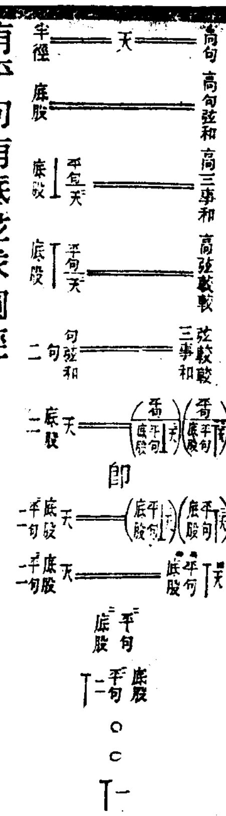
有平句有小差句求圓徑



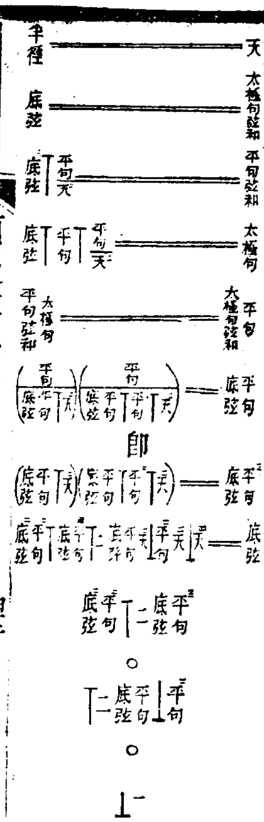
有平句有小差股求圓徑



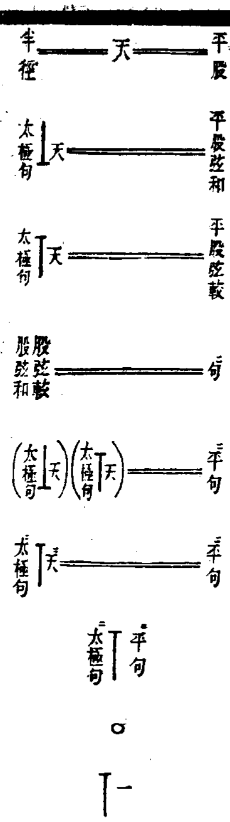
有平句有底股求圓徑



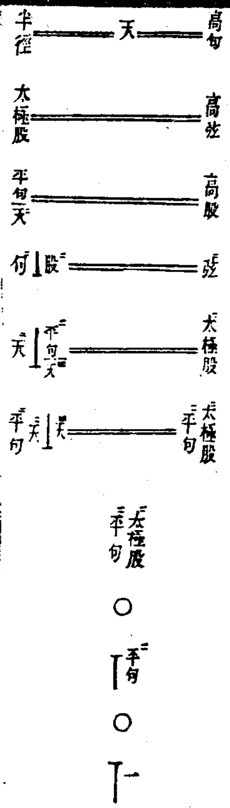
有平句有底弦求圓徑



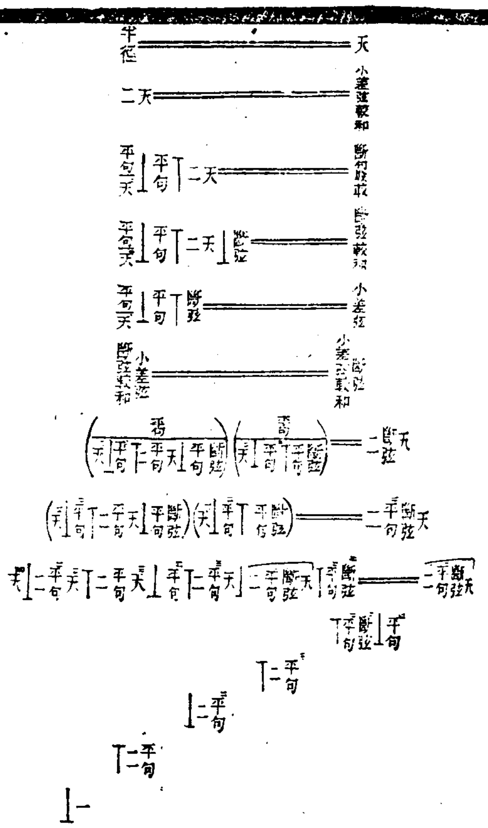
有平句有太極句求圓徑



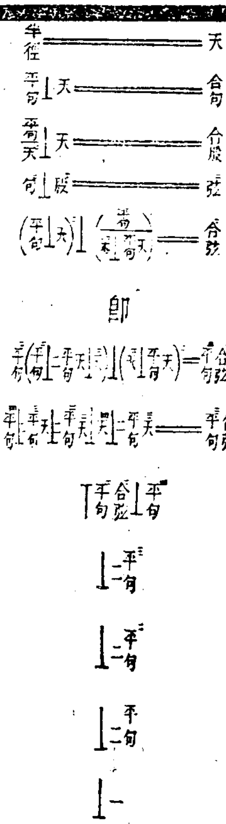
有平句有太極股求圓徑



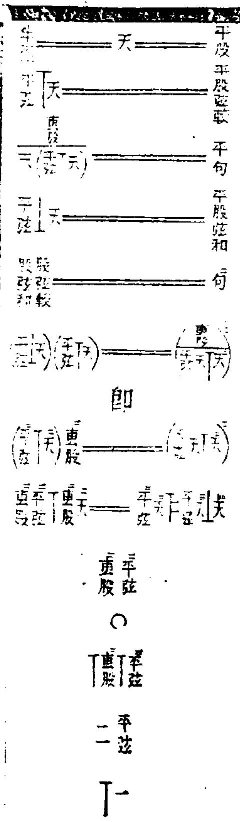
有平句有斷弦求圓徑



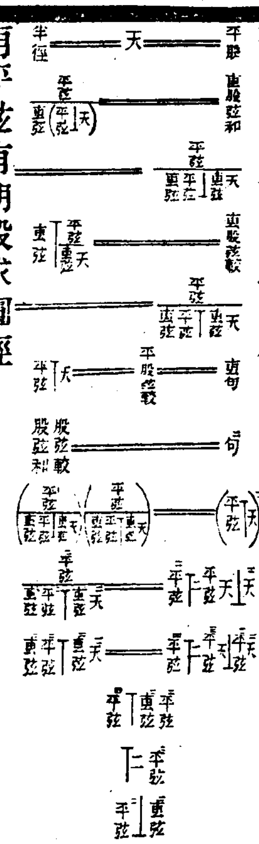
有平句有合弦求圓徑



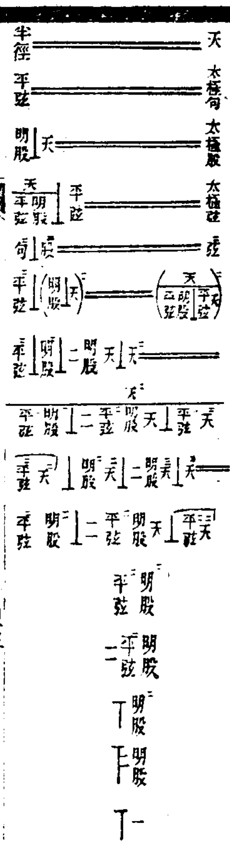
有平弦有叀股求圓徑



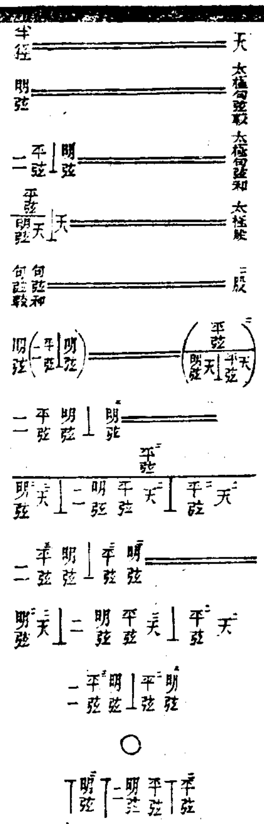
有平弦有叀弦求圓徑



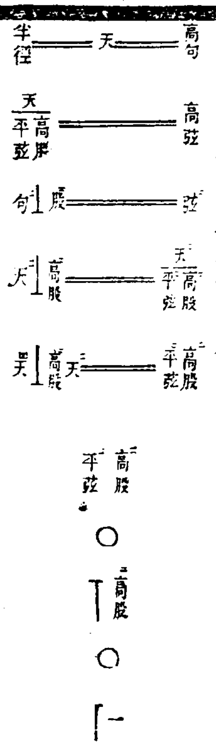
有平弦有明股求圓徑



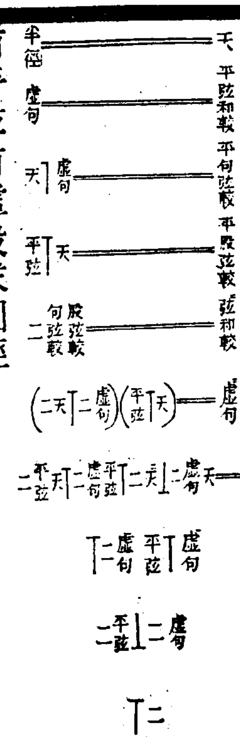
有平弦有明弦求圓徑



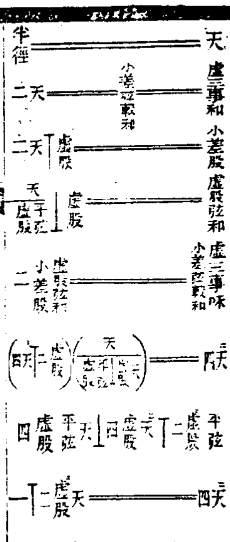
有平弦有高股求圓徑



有平弦有虛句求圓徑

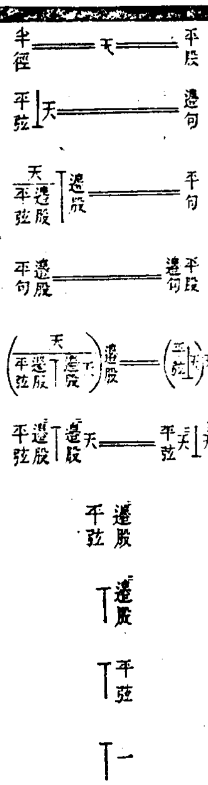


有平弦有虛股求圓徑

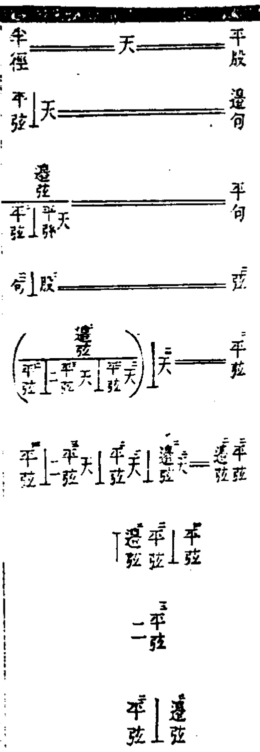


以二約之

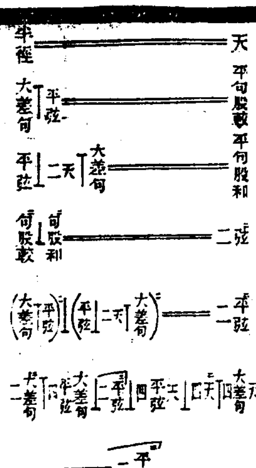
有平弦有邊股求圓徑



有平弦有邊弦求圓徑

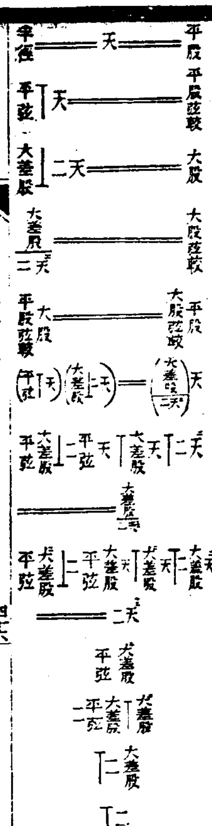


有平弦有大差句求圓徑

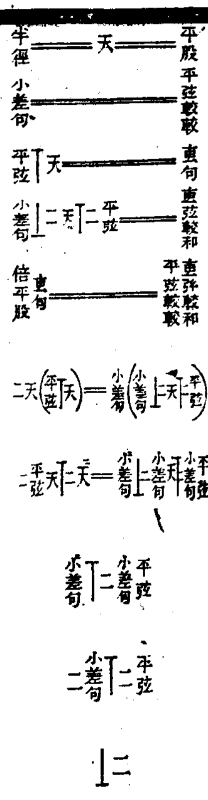


以二約之

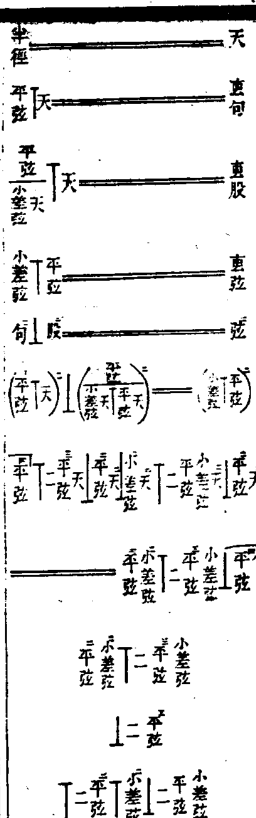
有平弦有大差股求圓徑



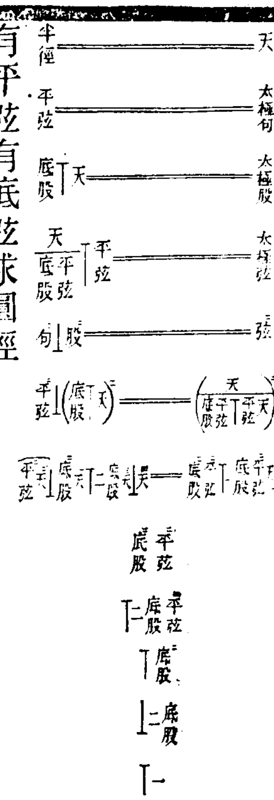
有平弦有小差句求圓徑



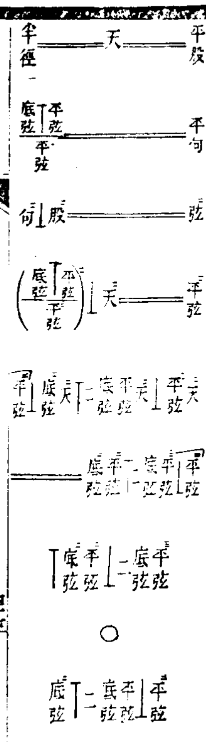
有平弦有小差弦求圓徑



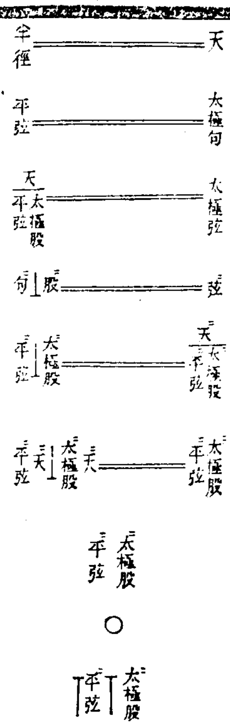
有平弦有底股求圓徑



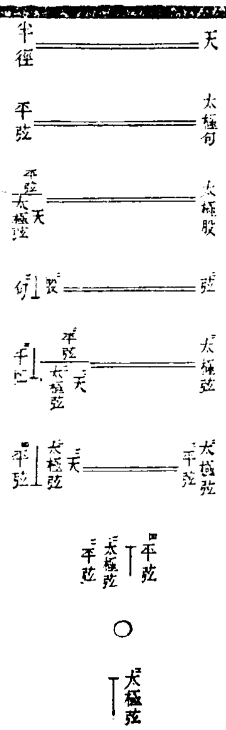
有平弦有底弦求圓徑



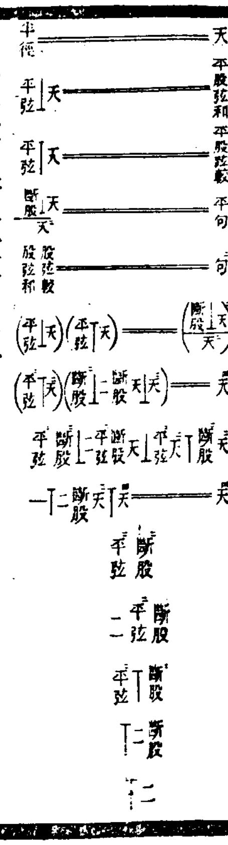
有平弦有太極股求圓徑



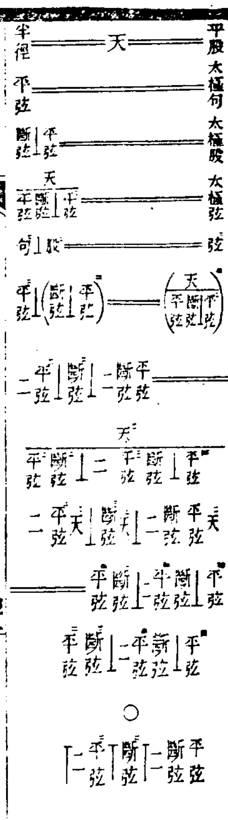
有平弦有太極弦求圓徑



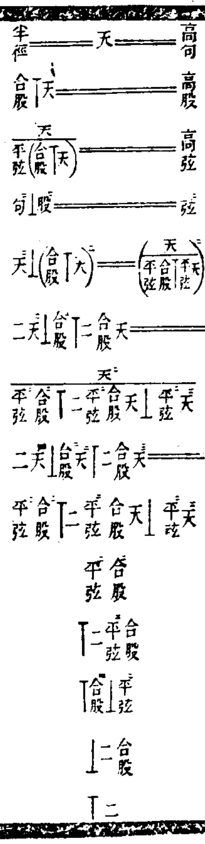
有平弦有斷股求圓徑



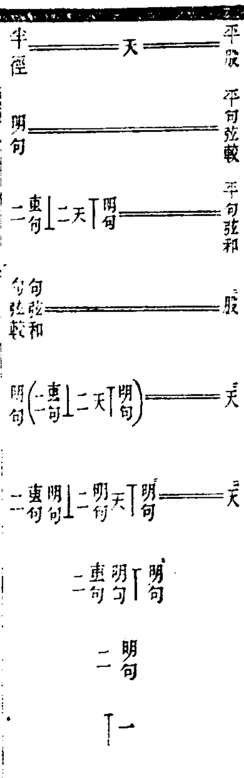
有平弦有斷弦求圓徑



有平弦有合股求圓徑



有叀句有明句求圓徑



有叀句有明股求圓徑

半徑 —— 天 —— 高句

明股丄天 —— 高弦

句丄股 —— 弦

有叀句有高弦求圓徑

半徑 —— 天 —— 平股

叀句丄天 —— 平弦

句丄股 —— 弦

有叀句有虛句求圓徑

半徑 —— 天

平股弦和

叀股弦和

有叀句有虛弦求圓徑

半徑 —— 天 —— 平股

叀句丄天 —— 平弦

句丄股 —— 弦

以叀句約之

有叀句有邊股求圓徑

半徑 —— 天

平股弦和

叀股弦和

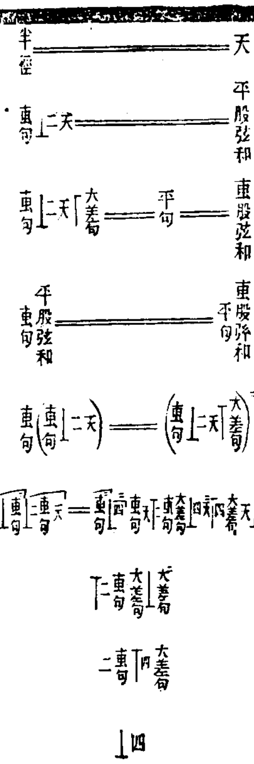
有叀句有邊弦求圓徑

半徑 —— 天

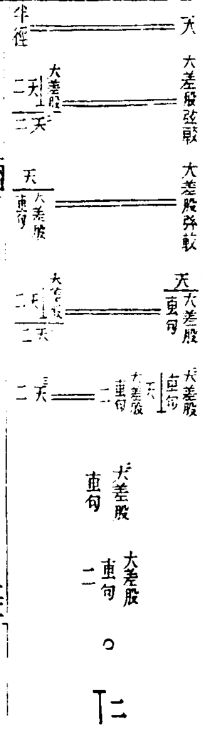
平股弦較

平股弦和

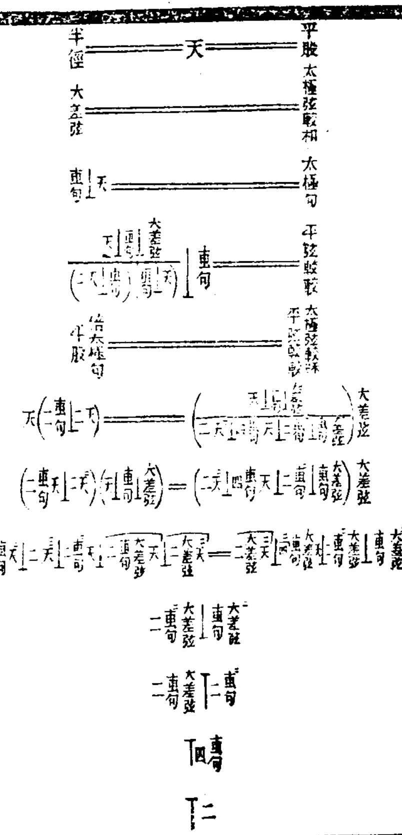
有甴句有大差句求圓徑



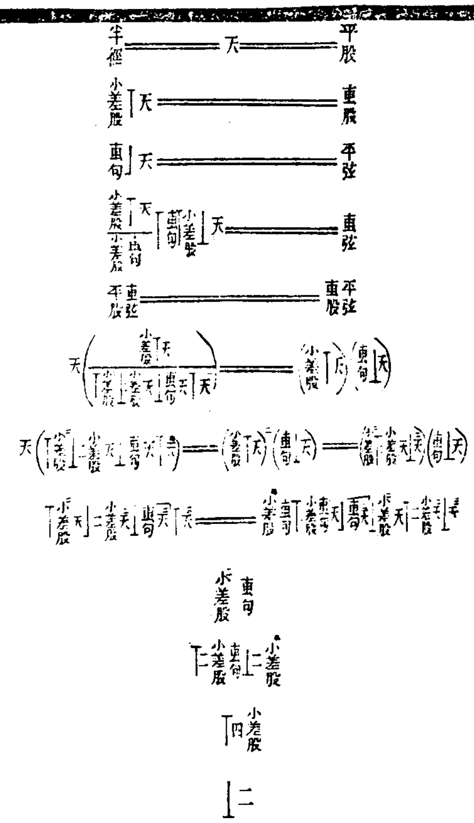
有甴句有大差股求圓徑



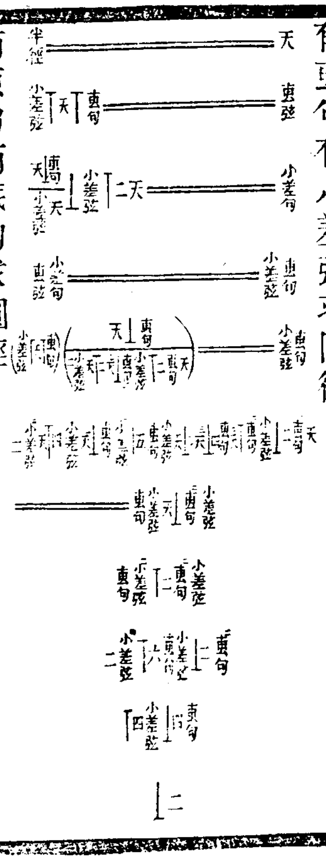
有甴句有大差弦求圓徑



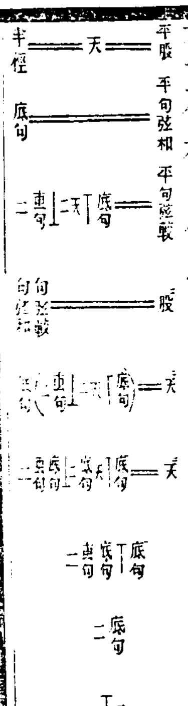
有甴句有小差股求圓徑



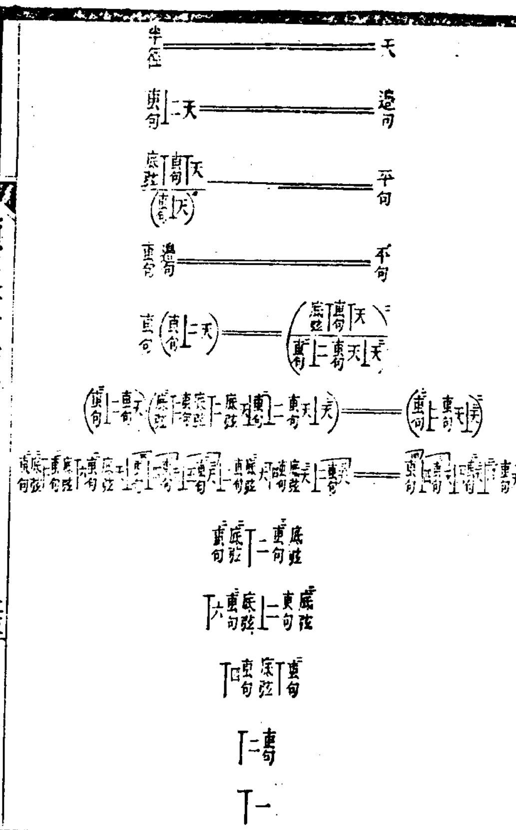
有甴句有小差弦求圓徑



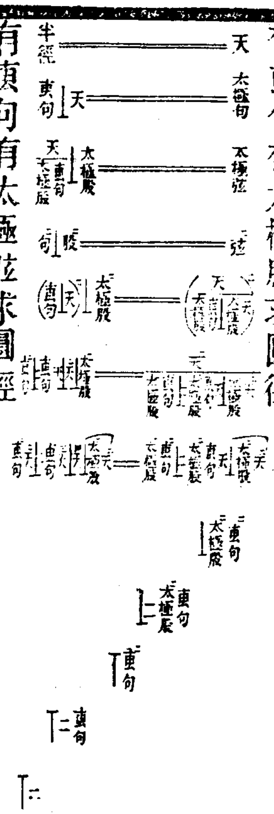
有甴句有底句求圓徑



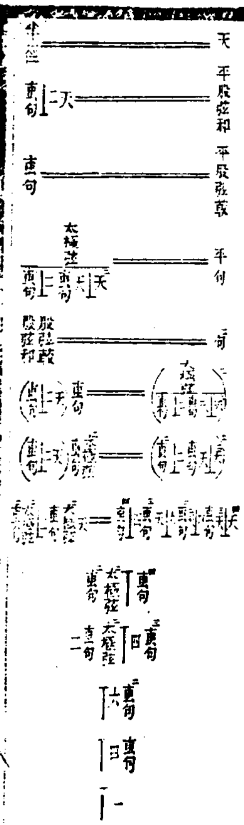
有東句有底弦求圓徑



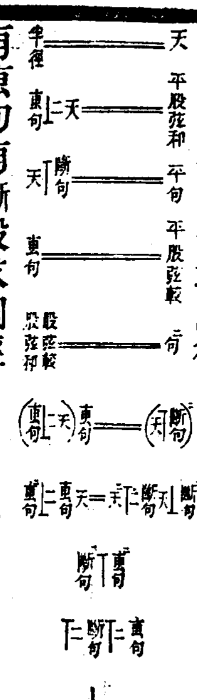
有東句有太極股求圓徑



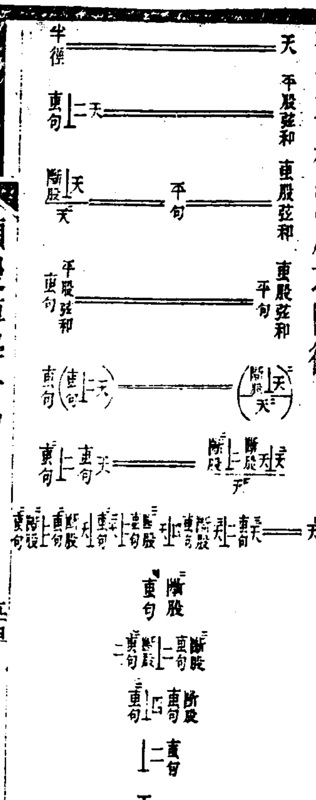
有東句有太極弦求圓徑



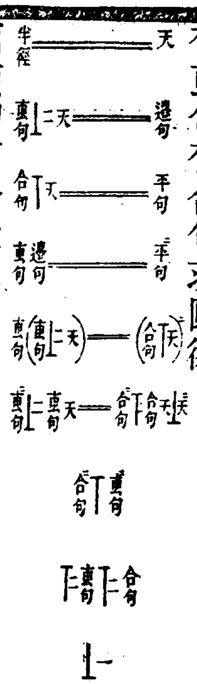
有東句有斷句求圓徑



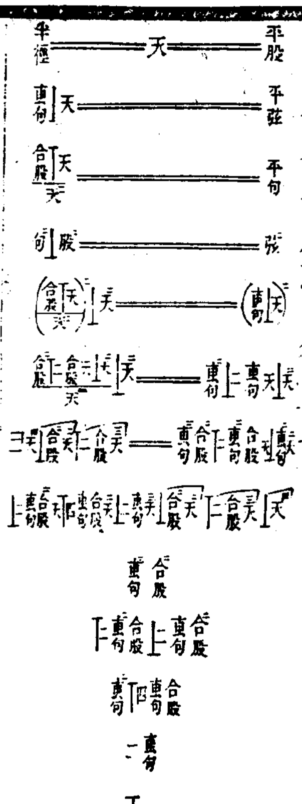
有東句有斷股求圓徑



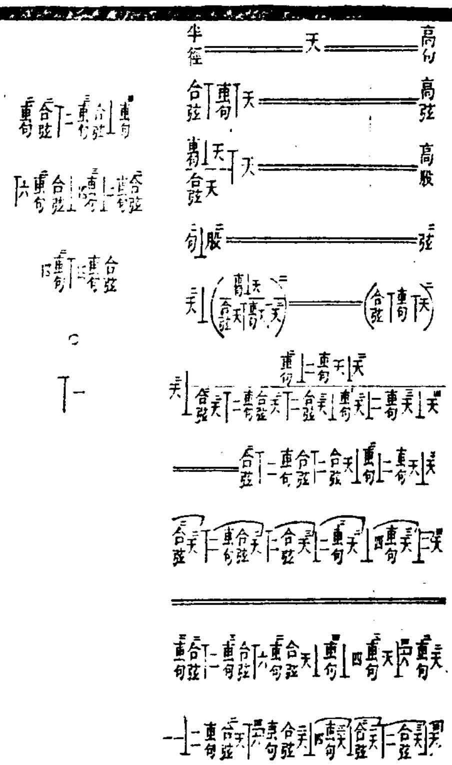
有東句有合句求圓徑



有東句有合股求圓徑



有叀句有合弦求圓徑



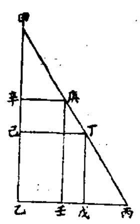
按句股比例表見卷十七

須曼精廬算學卷十五

烏程　楊兆鋆　誠之

句股圖解

今有句股內求容一長方與所容正方之積等試作圖明其故

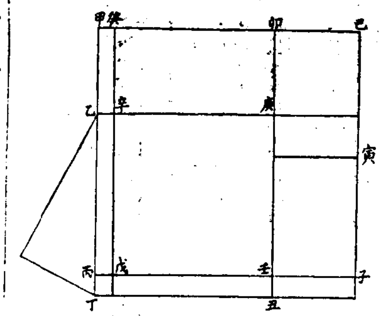


解曰凡於句股形內依句股兩邊作方形或長方形則所餘之二句股形必相似又與本形相似如圖甲乙丙本形內容丁己乙戊方形則此形之外所餘甲己丁及丁戊丙二形皆相似故以丙戊例丁戊若丁己例甲己一率丙戊二率丁戊三率丁己四率甲己因首末兩

率相乘恆與二三兩率相乘等積則試移甲己丁至庚壬丙而甲己即庚壬又移丁戊丙至甲辛庚而戊丙即辛庚作線連之成庚辛乙壬矩必與二三兩率相乘等積即等於丁己乙戊方也

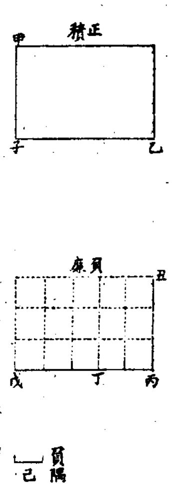
今有句弦和方內減句股和方爲實倍股弦較爲縱開平方得句試作圖解

解曰甲乙爲句卯庚壬子同乙丙爲股辛戊庚辛同乙丁爲弦庚丑庚乙同丙丁爲股弦較午癸壬丑同甲丁爲句弦和甲己同甲丙爲句股和巳子巳癸同巳丁爲句弦和方巳戊爲句股和方今於句弦和方內減去句股和方餘丁癸子磬折形而此磬折形內函甲辛子丑兩句乘股弦較積以甲乙壬子爲句甲癸壬丑爲股弦較故及丁辛壬小磬折形而此小磬折形又即等於甲乙句自乘積蓋弦方內本具一句方一股方今於庚丁弦方內減去庚戊股方以辛戊庚辛等於股故所餘丁辛壬磬折形非句而何既知其與句等積則可易爲巳庚一正方形以卯庚巳卯皆句故



而移甲辛子丑二長方形於庚寅處與句方和爲一長方積此長方積即句弦和方內減句股和方所餘巳丁方中統減去一丁卯寅不等邊磬折形用以爲實倍股弦較爲縱開

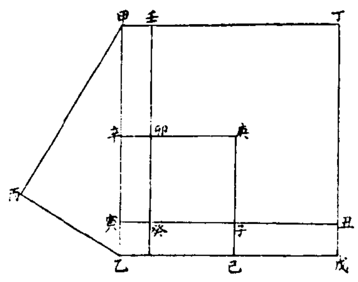
方得句今設數句三股四弦五明圖式如左



又解曰甲乙爲正長方積丙丁爲負廉巳爲負隅商以句三如戊丁與丙丁倍股弦較相加得丙戊只有綫而無積乃以甲子句乘之得丑戊積與上積相等正負相消而得句數焉

今有倍股弦較乘句弦較等於弦和較自乘試作圖解

解曰如圖甲乙爲弦丁戊等甲丙爲股甲寅壬癸丁丑等乙丙

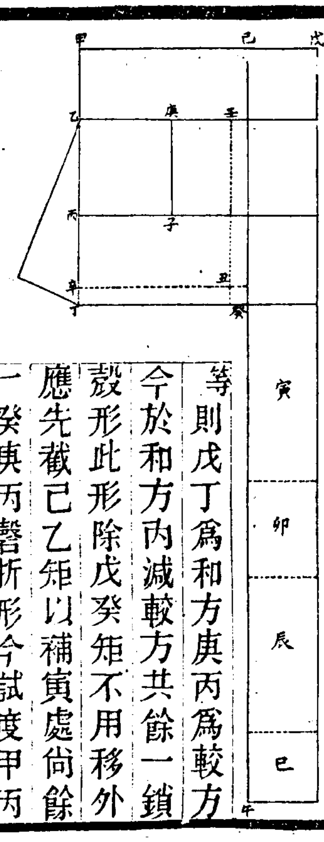


爲句辛乙庚己等則甲辛爲句弦較壬卯丑子戊己等寅乙爲股弦較甲壬辛卯丑戊子己等而辛乙句減寅乙股弦較餘辛寅卯癸庚子等又甲寅股減甲辛句弦較亦餘辛寅然則此辛寅既爲句減股弦較與股減句弦較所得是必爲弦和較以弦和較卽句較較股較較故無疑矣又乙丁爲弦上方癸丁爲股上方乙庚爲句上方甲卯與丑己均爲股弦較乘句弦較之長方形夫句方加股方原與弦方等積則試以乙庚句方加癸丁股方尙疊一

癸庚小方而此小方者卽爲弦和較方以辛寅與卯癸庚子相等故與甲卯長方加丑己長方等積何則蓋股自乘爲癸丁上方亦爲己丁辛磬折形以弦方內減句方之故今句股兩方相疊後多一小方卽少二長方然則移癸庚小方以補此甲卯丑己二長方非恰成一己丁辛磬折形乎故有倍股弦較乘句弦較長方卽甲卯丑己兩長方併可易爲癸庚小方平方開之卽爲弦和較也

今有句股較句弦和二方相減爲實二數相加倍之爲較縱開平方得句試作圖解

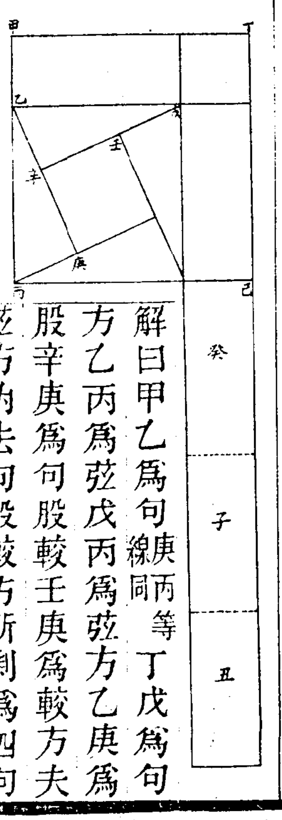
解曰如圖甲乙爲句戊己丙辛庚壬等甲丙爲股乙辛壬等乙丁爲弦癸丁等甲丁爲句弦和甲戊等乙丙爲句股較庚乙



等則戊丁爲和方庚丙爲較方今於和方內減較方共餘一鎖殼形此形除戊癸矩不用移外應先截己乙矩以補寅處尙餘一癸庚丙磬折形今試度甲丙股至乙辛處作方如虛線形與乙癸弦方相減則癸壬辛磬折形必與句方等積而股方中之庚丙句股較方本屬減去可無庸算其所餘之丙辛庚壬兩邊必皆等於句因股減句股較卽句故既知其等卽可移壬子矩於卯

移丙丑矩於辰又癸壬辛磬折形原等於句方卽可變爲一正方形移於巳統湊成一戊午長方形卽和較二方相減之餘也以之爲實和較相加倍之爲較縱開平方卽得句也

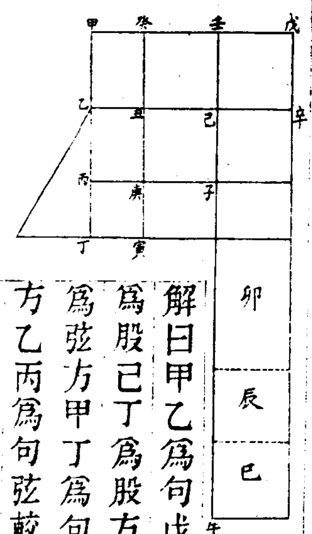
又圖解



解曰甲乙爲句庚丙等線同丁戊爲句方乙丙爲弦戊丙爲弦方乙庚爲股辛庚爲句股較壬庚爲較方夫弦方內去句股較方所剩爲四句

股面積今可易爲二直積以補癸子處移甲戌以補
丑處成一矩照前開方得句

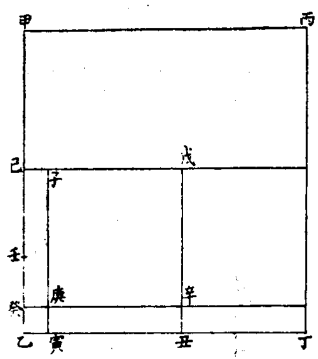
今有句股和方內減句弦較方餘爲實句股和加句弦
較倍之爲和縱開平方得句試作圖解



解曰甲乙爲句戊己爲句方乙丁爲股己丁爲股方甲丙爲弦戊庚爲弦方甲丁爲句股和戊丁爲和方乙丙爲句弦較己庚爲較方今於戊丁和方內減去己庚較方尚

餘一口字形積試先移甲己矩至卯留一丁丑子磬折形此磬折形內容一弦和較方如庚丁兩弦和較乘句弦較矩如丑丙子寅而等於兩句乘句弦較矩如壬丑辛子奚以知之曰如圖己丁爲股方內減去己庚較方餘一丁丑子磬折形又如戊庚弦方內減去戊己句方餘爲股方而此股方內亦減去一己庚較方餘辛子癸己兩矩然則此二矩與磬折形既均爲股方減較方所餘自必相等無疑矣既知其等則可易丁丑子磬折形爲辛子癸己兩矩移於辰巳統成一戊午長方積卽和較二方減餘也以之爲實和較相加倍之爲和縱開平方卽得句也

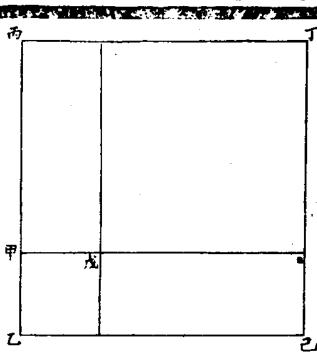
今有股弦和方內減句方半之以股弦和除之得股試
作圖解



解曰壬乙爲句甲己同丁丑爲股己乙同丑乙爲弦戊乙爲弦上方丙乙爲股弦和上方夫弦方內減股方原與句方等積則試移甲己股至戊辛處作方減之餘乙辛子磬折形必與句方等而磬折形中之己庚庚丑兩長方形必兩相等以己癸丑寅均等於戊辛股故夫己癸原等於丁丑以己癸卽戊辛卽丁丑故則試移己庚長方

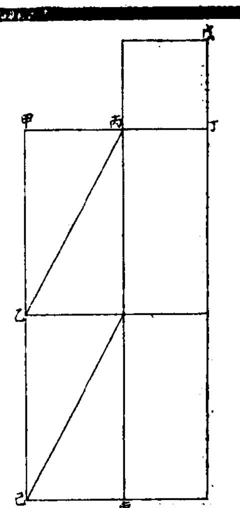
以補辛丁長方則成癸丁長方亦卽句方用以減丙乙股弦和方得丙癸長方半之得丙己長方卽甲己股與甲丙股弦和相乘積故以股弦和除之得股

今有句股和方內減弦方折半得長方積以句股和爲
長闊和帶縱方開之得句股

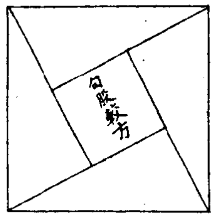


解曰甲乙爲句丙甲爲股丙乙爲和戊乙爲句方丁戊爲股方丁乙爲和方夫句方加股方原等於弦方今欲和方內減一弦方卽可減一句方一股方以代之減後餘丙戊戊己兩句股相

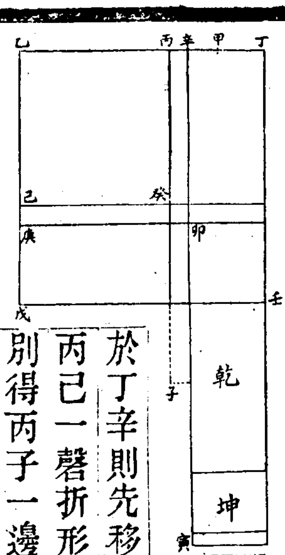
乘長方積半之得其一以和爲長闊和開帶縱方卽
得句股也
今有二股方加句股較方減二股乘句股較開正方得
弦試作圖解



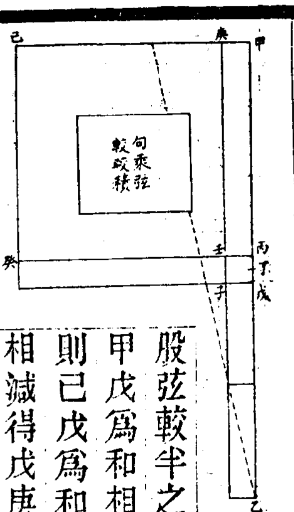
解曰如圖甲乙爲股
甲丙爲句乙丙爲弦
丙丁爲句股較丁已
爲倍股方戊丙爲較
方兩方相加得全形
今減去丁庚二股乘較方餘戊丙一較方及四句股
面積（卽二直積）併之卽弦方如第二圖用以開正方得弦



今有半股弦和半弦較較相加爲和相減爲較和較各
自乘相減爲實股弦和爲較縱開平方得句試解之
解曰甲乙爲半股弦和甲丁爲半弦較較相加得丁
乙爲和相減得丙乙爲較則丁戊爲和上方丙已爲
較上方兩方相減餘壬丙已磬折形卽等於句乘三
事和何以言之曰丁丙爲弦較較辛丙爲股弦較二

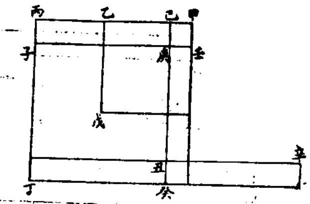


較相減得丁辛句
兩邊各作線畫之
其庚戊一邊必等
於丁辛則先移卯戊矩至乾餘卯
丙已一磬折形試移癸庚至卯子
別得丙子一邊爲弦較和因股弦
較與弦較和相乘等於句乘弦和較卽可易辛子矩
爲坤形統成一丁寅長方其辛寅一邊卽三事和也
以之爲實股弦和爲較縱開平方得句
今有股弦較三事和各半之相加爲和相減爲較各自乘
相減爲實股弦較爲較縱開平方得句試解之



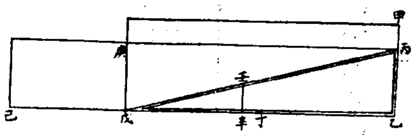
解曰甲乙爲三事和
半之得甲丁丙戊爲
股弦較半之得丁戊（丙丁同）相加得
甲戊爲和相減得甲丙爲較（戊乙同）
則已戊爲和方已壬爲較方二方
相減得戊庚癸磬折形而癸子矩
必等於甲壬矩又等於子乙矩（以戊乙卽甲丙故）則試移癸
子矩以補子乙矩統成一庚乙矩卽爲股弦較乘三
事和積因股弦較與弦較較之比若句與三事和之
比故可易庚乙矩爲句乘弦較較積以之爲實股弦
較爲較縱開平方得句

今有句方內減股弦較方以股弦較除之等於弦和較乘三事和以句除之試作圖解



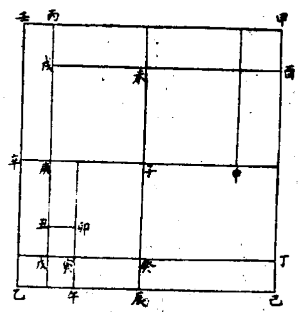
解曰如前圖甲乙爲句己丙爲股甲丙爲弦甲己爲股弦較今於甲戊句方內減甲庚股弦較方餘戊己壬罄折形此罄折形即等於辛丁矩爲股弦較乘倍股矩何以明之曰試於甲丁弦方內減庚丁股方餘甲癸子罄折形必與句方等積今減去甲庚股弦較方則所餘己子壬癸兩矩又必與戊己壬罄折形等積無疑既知其等即可易己子爲丑丁易壬癸爲辛癸併之得辛丁矩也以

股弦較除之得倍股又如後圖甲乙爲句丙乙爲弦和較甲丙爲股弦較乙丁爲股丁戊同戊己爲弦較較辛戊同乙已爲三事和丙已爲弦和較乘三事和矩內函弦和較乘倍股矩一丙戊弦和較乘弦較較矩一庚己而庚己矩即與股弦較乘倍股矩等積如甲庚請以四率比例明之如丙乙戊句股形圖股弦較爲一率壬辛弦較較爲二率戊辛弦和較爲三率丙乙倍股爲四率乙戊因首率與四率相乘必與二三兩率相乘等積故知甲庚矩即等於庚己矩也於是易庚己矩爲甲庚矩形成句股



相乘兩直積以句除之即得倍股與前圖所除得之數同故知其等

有句弦較有股弦較求句股試作圖解

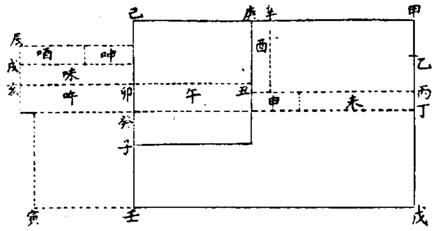


解曰如圖甲乙爲弦方內函甲戊股方或甲辰辛罄折形辛辰句方或乙丙丁罄折形試於乙丙丁罄折形句積內減去乙庚癸罄折形則所餘二股弦較乘句弦較矩丁辰丙辛必與庚癸弦和較方等積若以此開方得和較加小較爲句加大較爲股亦可乃置弦和較方即戊乙亦卯戊減之得子丑寅罄折形其

庚卯矩與寅辰矩等故移庚卯補寅辰得子午矩其長爲句倍股弦較爲長闊較帶縱平方開之得句又置甲子句弦較方以弦和較方庚癸亦即未申減之得甲未申罄折形其酉申矩與丙未矩等故移酉申補丙未得甲戌矩其長爲股倍句弦較爲長闊和帶縱平方開之得股

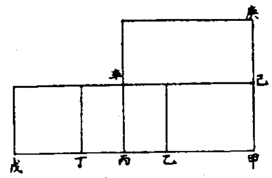
大小二較和乘弦減半个較方等於和較乘和加半个較方試解之

解曰如圖甲己爲弦乙戊爲大較甲辛等甲乙爲小較倍之得甲丙甲戊爲大小二較和己子爲較庚己等半之得卯子及己卯癸壬爲和較丁戊同戊寅爲和則甲壬大



小二較和乘弦矩內減已丑半个較方餘戊庚卯形必等於丁寅和較乘和矩幷辰癸半个較方夫丁壬矩爲兩形所同具可不動而辛丙倍小較乘大較必等癸寅和較方試更之又移午補咔卯亥與丑卯等移未申酉三段以補味呻哂辰戊亥丙丁辛庚皆爲半小較恰盡則知甲壬矩內減已丑矩卽同於丁寅矩加辰癸矩也

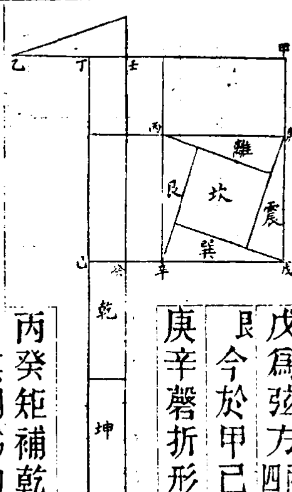
今有句弦較乘弦較較爲實句弦較爲益縱開平方得股試作圖解



解曰甲乙爲句同乙丁甲丙爲股同庚甲乙戊爲弦丁戊爲句弦較同己甲甲戊爲句弦和庚丙股方本與已戊句弦較乘句弦和矩等若各減去已丙矩必仍相等故辛戊句弦較乘弦較較句弦和內減股爲弦較較矩可易爲庚辛股乘弦和較股內減句弦較爲弦和較矩其長闊較卽句弦較爲益縱平方開之得股

今有句股較弦和和二數相減自乘內減較方半之爲實倍和減較爲和縱開平方得句試解之，

解曰甲乙爲弦和和丁乙爲句股較甲丁爲和較相減數中有二句一弦甲己爲其自乘方中有一弦方及倍句乘倍句弦和積丙

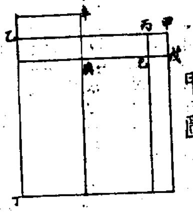


戊爲弦方內有一句股較方如坎四句股面積如離震巽艮今於甲己方內減去坎方餘丁庚辛磬折形及離震巽艮四句股積半之得已壬辛形幷兩句股積則試移丙癸矩補乾卽句乘倍句弦和矩移兩句股積補坤統成一長矩其闊爲句其長倍句弦和加股以之爲實倍和減較爲和縱開平方得句

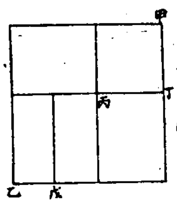
有句股較與弦和較相減自之以減較方半之爲實倍和較以減較爲較縱開平方得句試作圖明其故

解曰是題馭之之法不一試以量代算以明其故如

甲圖



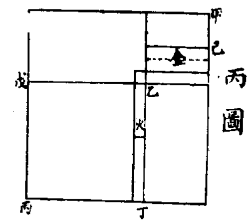
乙圖



甲圖甲乙句股較十四尺甲丁爲較方丙乙弦和較十二尺已丁爲和較方較與和較相減餘甲丙自之得甲已方以減較方餘丁丙戊磬折形半之得半和較矩及一矩量得卽半股弦較乘和較移丙庚補辛乙爲一長方積其長爲句十六尺闊爲半和較如乙圖甲乙爲較方其較七尺內減兩數相減三尺之甲丙方餘丙乙弦和較方和較四尺及二矩半之得一矩及半和較矩併之如丁戊積量得其長爲句五尺闊爲全和較又如丙圖甲丙爲較方較十七尺甲乙爲和較方和較六尺乙丙爲二數

相減十一減數之自乘方與較方減餘甲丁戊磬折形半之得己丁形移金補火成一長方積量得其長爲弦和較倍之之數闊爲句尺七此三者用倍和較減較爲較縱平方開之均得句然則俱爲兩方相減積也一則爲句乘

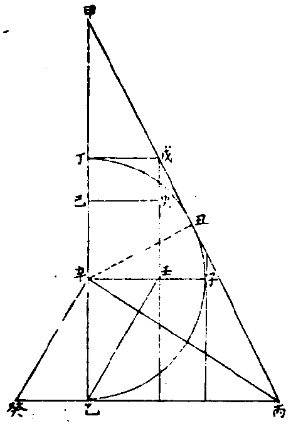
丙圖



半和較一則爲句乘全和較一則句乘倍和較事出三歧似非句股弦相求公法洒細思其故則由於句股形之不等故較有小於和較者有大於和較者有倍大於和較者其小於和較則兩數相減自乘數恆與較方等兩相消去不能布算亦不能作圖其大於

和較則相減之積長爲句闊爲半和較或和較如甲乙圖依有較求長法開之得句其倍大於和較則其積以句爲闊倍和較如丙圖爲長依有較求廣法開之亦得句要之形積雖各異而以此二法御之則無不通耳

明句乘底句等於半徑方試作圖解



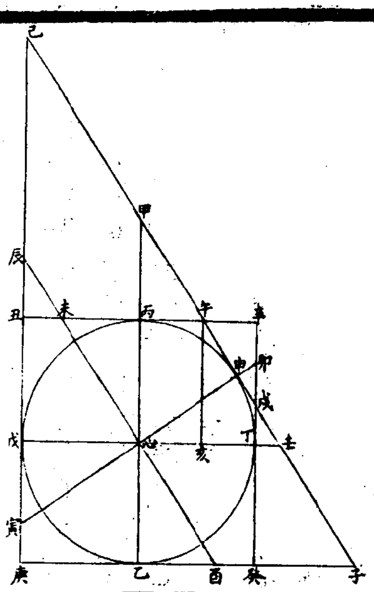
解曰如圖甲乙丙底句股形甲丁戊明句股形乙丙爲底句己乙丁戊等爲明句癸乙庚辛己壬皆等辛乙爲半徑試自丙至辛作丙辛線成丙乙辛句股形又自壬至乙作壬乙線成壬辛乙句股形此二句股形相似易壬辛乙爲辛乙癸而得比例式

一率乙丙股底句　二率辛乙句半徑　三率辛乙股半徑　四率癸乙句明句

因首末兩率相乘恆與二三兩率相乘等積今二三兩率俱爲半徑故乙子半徑自乘方卽等於乙庚明句乘底句矩也又戊丑辛丁形與辛丑丙乙形同式故以戊丁比丑辛半徑若丑辛比丙乙

專弦乘邊弦等於平弦自乘試作圖解正字通專叀通

解曰如圖先作甲乙線以心爲心心乙爲度運規爲圜丁丙戊乙則丙乙爲圓徑試切戊丁兩點與甲乙綫平行作已庚辛癸二線又自丙心乙三點作辛丑



壬戊子庚三平行綫又自圜心任作心申半徑線兩端各引長之爲寅卯線乃自心申兩點作辰酉己子二平行線而成壬戌卯心壬心寅已二同式四邊形小形之大邊卽大形之小邊故可比例

一率專弦壬戌

二率平弦壬心（午壬心未壬子酉心兩四等邊形同積同式故壬子平弦亦卽壬心）

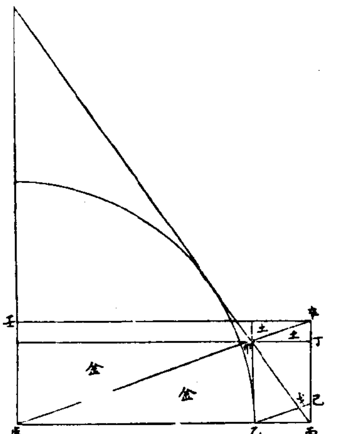
三率同上

四率邊弦壬巳

首末兩率相乘原與中率自乘等故專弦乘邊弦等於平弦自乘

解同式曰試於大小兩四邊形內各截去兩句股形而成申心戌巳申戌丁心二四邊形均在圓徑之一邊必相似無疑而大形內所截之句股形若壬申心卽等於壬午亥平句股形夫專與平本同式故壬申心卽與壬戌丁同式焉既各相似則併之爲壬戌卯心壬心寅巳兩形亦必相似也

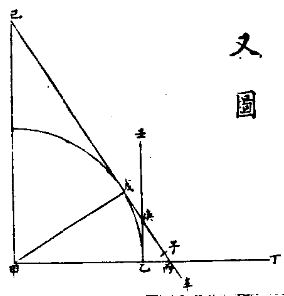
專直積等於專小較乘半徑試作圖解



解曰如圖甲乙丙專句股形戊丙爲專小較配等乙庚爲半徑試自甲至庚作甲庚線成甲乙庚句股形又與甲庚綫平行自乙點過戊至己作乙己線成己丙乙句股形與甲乙庚同式故己丙（專小較）比丙乙（專句）若甲乙（專股）比乙庚（半徑）首末率相乘恆與二三率相乘等積也

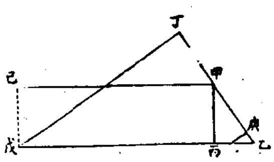
又甲丙辛丙俱爲專弦辛丁必爲專小較試作辛丙庚壬矩斜剖之爲辛丙庚辛壬庚二等積句股形此形內去所容金金土十四句股形所餘甲丙矩積（專直）必等於甲壬矩（專小較乘半徑之積）

又圖



解曰甲爲圓心甲乙半徑引長之作甲丁線自乙作乙壬切線又任作甲戊半徑自戊點作戊辛切線（若引長至己卽成己甲丙極句股形）與乙壬交於庚與甲丁交於丙成庚乙丙專句股與甲戊丙平句股乙丙專句卽甲戊丙之小較乙戊皆直角又同用丙角故二形同式丙子（專股弦較）與乙庚之比若乙丙（平股弦較）與甲戊之比

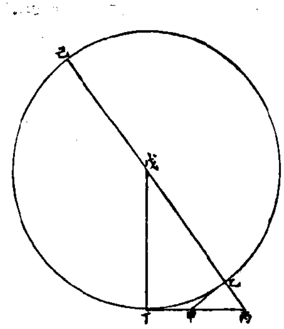
專句股求圓徑試作圖解



如圖甲乙丙專句股自甲至丁作綫令等於甲丙自丁點正交乙丁作丁戊線卽半徑（句高）與丙戊甲己皆等甲丁爲高股弦較原等於甲丙庚乙爲重股弦較則重股弦較與高股弦較（重股）比若倍重句與倍高句（圓徑）比此股外容半圓也

又圖甲乙丙專句股丙丁爲其股弦和亦爲戊丙丁平句股之句戊己爲半徑與戊乙戊丁俱等若以戊爲心己爲界作圓周必過乙丁兩點而丙丁爲其切線己丙爲其割線考幾何原本圓周截割綫之二分

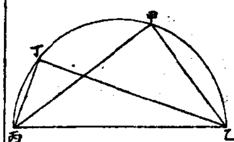
又圖



相乘與切線自乘等積今丙丁爲切線乙丙專句己丙專句徑和圓爲圓周截割線之二分故以乙丙除丙丁方得己丙減乙丙卽圓徑

今有不同式兩弦相等兩句股形有兩弦和兩股和兩句和求兩形句股其法若何

草曰如圖甲乙丙丁丙乙兩不同式句股形其一甲乙爲句大句甲丙爲股小股其一丁丙爲句小句丁乙爲股大股乙丙爲公弦今以二元代數法求之式如左



大股 ═ 天

兩股和丅天 ═ 小股

小句 ═ 地

兩句和丅地 ═ 大句

大股^{二}丄小句^{二} ═ 小股^{二}丄大句^{二}

天^{二}丄地^{二} ═ (兩股和丅天)^{二}丄(兩句和丅地)^{二}

天^{二}丄地^{二} ═ 兩股和^{二}丅二兩股和天丄天^{二}丄兩句和^{二}丅二兩句和地丄地^{二}

兩股和^{二}丅二兩股和天丄兩句和^{二} ═ (二兩句和)地　甲

二小句^{二}丄二大股^{二} ═ 兩弦^{二}

四地^{二}丄四天^{二} ═ 兩弦和^{二}

四地^{二} ═ 兩弦和^{二}丅四天^{二}

(兩股和^{二}丄兩句和^{二}丅二兩股和天)四地 ═ (二兩句和)四地^{二}

此卽甲式以四地乘兩邊

(四兩股和^{二}丄四兩句和^{二}丅八兩股和天)地 ═ (二兩句和)四地^{二}

(四兩股和^{二}丄四兩句和^{二}丅八兩股和天)地 ═ 二兩句和兩弦和^{二}丅八兩句和天^{二}

(四兩股和^{二}丄四兩句和^{二}丅八兩股和天)(兩股和^{二}丄兩句和^{二}丅二兩股和天) ═ (二兩句和兩弦和^{二}丅八兩句和天^{二})(二兩句和)

以二兩句和乘兩邊故得此式　此卽地二兩句和

丄四兩股和^{四}丄八兩句和^{二}兩股和^{二}丅十六兩股和^{三}天丄四兩句和^{四}丅十六兩句和^{二}兩股和天丄十六兩股和^{二}天^{二} ═ 四兩句和^{二}兩弦和^{二}丅十六兩句和^{二}天^{二}

以四約之得開方式

兩股和^{四}丄二兩句和^{二}兩股和^{二}丄兩句和^{四}丅兩句和^{二}兩弦和^{二}

丅四兩股和^{三}丅四兩句和^{二}兩股和

四兩股和^{二}丄四兩句和^{二}

又曰如上式開方得大股依句股求弦術求得小句次以大股小句減兩股和兩句和卽得小股大句大股方加小句方等於小股方加大句方解曰凡弦方內必有一句方一股方今既兩弦相等則大股方加小句方與小股方加大句方必各等於弦方既各等於弦方則彼此亦必相等也

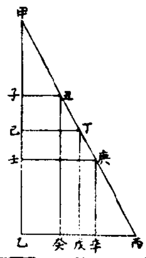
須曼精廬算學卷十五

須曼精廬算學卷十六

烏程　楊兆鋆　誠之

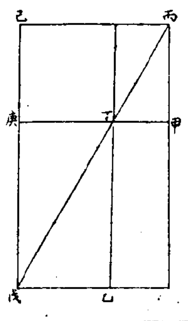
句股容方

句股求容最大之長方積及等於形內容正方之長方積試兩解之



如圖甲乙丙句股形取甲丙弦之半丁點與句股正交作丁戊丁己二線成丁戊己乙矩等於句股積之半爲形內所容最大長方積又庚辛壬乙爲正方丙辛甲壬爲餘句股移餘句於癸乙餘股於子乙自癸子至丑作線成丑癸子乙矩即等於所容正方也

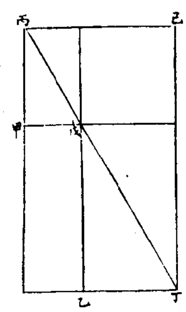
句股容長方長乘句方等於闊乘股方則餘句餘股亦必相等試言其理



解曰如圖甲乙爲長方甲丙爲餘股乙戊爲餘句依題言以明其故

句方∶股方∷闊甲丁∶長丁乙　變之　句方∶股方∷甲丁∶甲乙　依同式句股例　句方∶股方∷甲丁²∶甲丙²　準此則甲乙長方等於甲丙餘股方亦卽己丁方而乙戊適當丁庚故必相等

前題



解曰如圖甲乙長方乙丁餘句丙甲餘股依題言長乙戊與闊戊甲比若股方與句方比則長方甲乙與闊甲戊自乘比亦若股方與句方比而丙甲戊與本句股同式故丙甲方與甲戊方比亦若股方與句方比準此則甲乙等於己戊故餘句餘股相等

句股容長方有句股較有餘句餘股和有二積較求四事法若何

按四事者句股與長闊也

句＝天

較＝甲

和＝乙

二積較＝丙

甲丄天＝股

甲丄二天丅乙＝長闊和

$\frac{甲}{乙天丅天^{二}}$＝闊

甲丄二天丅乙丅$\frac{甲}{乙天丅天^{二}}$＝長

$\left(\frac{甲}{甲^{二}丄二甲天丅甲乙丅乙天丄天}\right)\left(\frac{甲}{乙天丅天^{二}}\right)$＝長方積＝$\frac{二}{甲天丄天丅二丙}$

二甲^{二}乙天丄六甲乙天^{二}丅二甲乙^{二}天丅二乙天^{三}丄四乙天^{二}丅甲^{二}天丅甲^{二}丙丅甲天^{二}＝甲^{二}天丄甲^{二}天^{二}丅甲丙

丅二甲丙

甲^{三}丅二甲^{二}乙丄二甲乙^{二}

三甲丅六甲乙丄二乙^{二}

四甲丅四乙

丄二

句＝天

闊＝地

句股較＝甲

長闊較＝乙

二積較＝丙

長＝乙丄地

股＝甲丄天

乙地丄地^{二}丄丙＝句股積＝二/(甲天丄天^{二})

甲天丄天^{二}丅二乙地丅二丙＝二地^{二}

子

甲丄天丅乙丅地＝餘股

天丅地＝餘句

(甲丄天丅乙丅地)(天丅地)＝(乙丄地)地

變得

(二天丄甲)/(甲天丄天^{二}丅乙天)＝地

寅

(四天^{二}丄四甲天丄甲^{二})/(二甲^{二}天^{二}丄四甲天^{三}丅四甲乙天^{二}丄二天^{四}丅四乙天^{三}丄二乙^{二}天^{二})＝二地^{二}

丑

子＝丑

通母得

四甲^{三}天^{三}丄二天^{四}丅八乙地天^{三}丅八丙天^{三}丄二甲^{二}天^{二}丅八甲乙地天^{二}丅八甲丙天丄甲^{二}天丅二甲乙地丅二甲丙

＝二乙^{二}天^{二}丅四甲乙天^{二}丅四乙天^{三}

(八乙天^{三}丄八甲乙天^{二}丄二甲^{二}乙)/(四甲^{三}天^{三}丄二天^{四}丅八丙天^{三}丄二甲^{二}天^{二}丅八甲丙天^{二}丄甲^{三}天丅二甲^{二}丙天丅二乙^{二}天^{三}丄四甲乙天^{二}丄四乙天^{三})＝地

卯

寅＝卯

左右相消得

四甲乙天^{三}丄六甲^{二}乙天^{二}丄二甲^{三}乙天丅四乙^{二}天^{三}丅六甲乙^{二}天^{二}丅二甲^{二}乙^{二}天＝

一〇甲天^{四}丄四天^{五}丅一六丙天^{三}丄一〇甲^{二}天^{三}丅二四甲丙天^{二}丄五甲^{三}天^{二}丅一二甲^{二}丙天丄甲^{四}天丅二甲^{三}丙

丅二甲^{三}丙

甲^{四}丅一二甲^{二}丙丄二甲^{三}乙丅二甲^{二}乙^{二}

五甲^{三}丅二四甲丙丄六甲^{二}乙丅六甲乙^{二}

丅一六丙丄一〇甲^{二}丄四甲乙丅四乙^{二}

丄一〇甲

丄四

句＝天

和＝甲

較＝乙

二積較＝丙

甲/((甲丅天丄乙)天)＝餘句

甲/((天丅乙)(甲丅天))＝餘股

(甲/(甲天丅天^{二}丄乙天))(甲/(甲天丅甲乙丅天^{二}丄乙天))＝二/(甲天丅天^{二}丅丙)

二甲^{三}天丅二甲^{二}乙天丅四甲天^{三}丄六甲乙天^{二}丄二天^{四}丅四乙天^{三}丅二甲乙^{二}天丄二乙^{二}天^{二}

＝甲^{三}天丅甲^{二}天^{二}丅二甲^{二}丙

丄二甲^{二}丙

丅甲^{三}丅二甲乙^{二}丅二甲^{二}乙

丄三甲^{二}丄六甲乙丄二乙^{二}

丅四甲丅四乙

丄二

句＝天

闊＝地

和＝甲

較＝乙

二積較＝丙

長＝乙丄地

股＝甲丅天

乙地丄地^{二}丄丙＝句股積＝二/(甲天丅天^{二})

二地^{二}＝甲天丅天^{二}丅二乙地丅二丙

子

甲丅天丅乙丅地＝餘股

天丅地＝餘句

(甲丅天丅乙丅地)(天丅地)＝(乙丄地)地

地＝甲/(甲天丅天^{二}丅乙天)

寅

二地 ═══ 甲 / 二甲天丅四甲天丅四甲乙天丄二天丄四乙天丄二乙天

丑

子 ═══ 丑

甲天丅甲天丅二甲乙地丅二甲丙 ═══ 二甲天丅四甲天丅四甲乙天丄二天丄四乙天丄二乙天

二甲乙 / 甲天丅二甲天丅二甲丙丄四甲天丄四甲乙天丅二天丅四乙天丅二乙天 ═══ 地

卯

寅 ═══ 卯

甲天丅甲天丅二甲丙丄四甲天丄四甲乙天丅二甲天丅四甲乙天丅二甲乙天 ═══ 二天丅二甲乙天丅二乙天

丅二甲丙

甲丅二甲乙丄二甲乙

丅二甲丄六甲乙丅二乙

四甲丅四乙

丅二

句股容長方有句長較甲股闊較乙二積較丙求四事

句 ═══ 天

天丅甲 ═══ 長

天丅二甲 / 乙天丅二丙 ═══ 闊

天丅闊 ═══ 餘句

闊丅乙 ═══ 股

餘句股 ═══ 長句

(天丅 天丅二甲 / 乙天丅二丙)(天丅二甲 / 乙天丅二丙 丄乙) ═══ (天丅甲)天

(天丅二甲天丅乙天丄二丙)(二乙天丅二丙丅二甲乙) ═══ (天丅甲天)(乙天丅二甲丙丅四甲天)

二乙天丅六甲乙天丅二乙天丄六丙天丅二丙天丄四甲丙天丅四甲丙丄四甲乙天丄二甲乙天丅四甲乙丙

═══ 天丄八甲天丅五甲天丅四甲天

若長大於句則變下式

丅四丙丅四甲乙丙

六乙丙丄四甲丙丄四甲乙丄二甲乙丄四甲

丅六甲乙丅二乙丅二丙丅八甲

二乙丄五甲

丅一

丅四丙丅四甲乙丙

六乙丙丄四甲丙丄四甲乙丄二甲乙丄四甲

丅六甲乙丅二乙丅二丙丅八甲

二乙丄五甲

丅一

句股容長方有句闊和甲股長和乙二積較丙求四事

闊 ═══ 天

甲丅天 ═══ 句

二甲丅三天 / 乙(甲丅天) ═══ 股

乙丅 二甲丅三天 / 甲乙丅乙天 ═══ 長

二甲丅三天 / 甲乙天丅二乙天 丅丙 ═══ 句股積 ═══ 二甲丅三天 / 甲乙丅二甲乙天丄乙天

二甲丅三天 / 甲乙天丅二乙天丄二甲丙丅三丙天 ═══ 二甲丅三天 / 甲乙丅二甲乙天丄乙天

卽

二甲乙天丅四乙天丄四甲丙丅六丙天 ═══ 甲乙丅二甲乙天丄乙天

四甲丙丅甲乙

四甲乙丅六丙

丅五乙

句股容長方有句長和甲股闊和乙二積較丙求四事

句 ═══ 天

甲丅天 ═══ 長

二甲丅天 / 乙天丅二丙 ═══ 闊

天丅 二甲丅天 / 乙天丅二丙 ═══ 餘句

乙丅 二甲丅天 / 乙天丅二丙 ═══ 股

句∶股∷餘句∶長

(天丅 二甲丅天 / 乙天丅二丙)(乙丅 二甲丅天 / 乙天丅二丙) ═══ 天(甲丅天)

(二甲天丅天丅乙天丄二丙)(二甲丅乙丅乙天丄二丙) ═══ (甲天丅天)(四甲丙四甲天丅天)

四甲乙天丅六甲乙天丅二甲乙天丄四甲乙丙丄二乙天丄二乙天丅六丙天丄四甲丙天丅六丙丅四甲

═══ 四甲天丅八甲天丄五甲天丅天

四甲乙丙丄四丙

四甲乙丄二甲乙丅六乙丙丄四甲丙丅四甲

丅六甲乙丄二乙丅二丙丄八甲

二乙丅五甲

丄一

句股容長方有句長和甲股闊較乙二積較丙求四事

句＝＝天

甲丅天＝＝長

二甲丅三天 / 乙天丅二丙＝＝闊

乙丄闊＝＝股

天丅闊＝＝餘句

股餘句＝＝長句

(乙丄 二甲丅三天 / 乙天丅二丙)(天丅 二甲丅三天 / 乙天丅二丙)＝＝(甲丅天)天

(二甲乙丅二乙天丅二丙)(二甲天丅三天丅乙天丄二丙)＝＝(甲天丅天)(四甲丄九天丅二甲天)

四甲乙天丅〇甲乙天丅甲乙天丄四甲乙丙丄六乙天丄二乙天丅二乙丙天丅四甲丙天丄六丙天丅四丙

＝＝四甲天丄二一甲天丅一六甲天丅九天

四甲乙丙丅四丙

四甲乙丅甲乙丅二乙丙丅四甲丙丅四甲

丅〇甲乙丄二乙丄六丙丄一六甲

六乙丅二一甲

丄九

須曼算學十六 七

長方形二長四平和與積等只云長平較開平方等於平求長平各若干

答曰長十二平三

平＝＝天

天＝＝長平較

天丄天＝＝長

(天丄天)天＝＝積

二(天丄天)丄四天＝＝積

卽

天丄天＝＝三天丄六天

三六
丄六
丅六

丄一
丅三
丅二

丅一

長＝＝天

平＝＝地

天丅地＝＝長平較

天乂地＝＝積＝＝二天丄四地

地＝＝天丅四 / 二天

(天丅四 / 二天)^{二}＝＝天丅 天丅四 / 二天

＝＝天丅四 / 天丅六天

四天＝＝天丅一〇天丄二四天

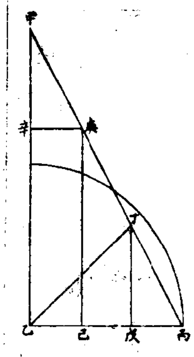
一二
丄二四
丅四
丅二六
丄一六

丅一四
丄一
丅四
丄一
丄六
丄二
丄八

丄一

句股容長方欲令餘句餘股相等以何法造之

法作直角分角線乙丁交弦於丁作乙丙垂線丁戊取丁戊爲度以丙爲心度至己自己與甲乙平行作線截弦於庚與丙乙平行作庚辛成庚乙長方丙已餘句與甲辛餘股相等而餘股卽庚已丙形之句餘句卽甲辛庚形之股



作不同式二句股其句弦較與句股積俱等此必不能作益二較等二積必不等

解曰任意造二句股取甲乙小大二數根自之相加爲弦相減爲句相乘倍之爲股

須曼算學十六 八

四根各異則所成二句股之句弦較必不相等欲句弦較相等必使二甲根同益甲根者卽句弦較折半開方之數也然甲根同而乙根必欲不同方能成不同式二句股惟其不同故二積亦必不同矣故等句弦較等積之二不同式句股必不能作設驗如

甲根	二	四	一三 弦	五 句	八 較	一二 股	三〇 積
乙根	三	九					
甲根	二	四	二〇 弦	一二 句	八 較	一六 股	九六 積
乙根	四	一六					

設有不同式甲乙二句股形二句相乘加二股相乘加半个二句較方半个二股較方等於二弦相乘加半

个二弦較方試解其理

準公法

$\text{句}^{2}\,丄\,\text{股}^{2} = \text{弦}^{2}$

則

$\text{甲句}^{2}\,丄\,\text{乙句}^{2}\,丄\,\text{甲股}^{2}\,丄\,\text{乙股}^{2} = \text{甲弦}^{2}\,丄\,\text{乙弦}^{2}$

$\text{二甲句乙句}\,丄\,\text{二甲股乙股}\,丅\,\text{二甲句乙句}\,丅\,\text{二甲股乙股}\,丄\,\text{甲句}^{2}\,丄\,\text{乙句}^{2}\,丄\,\text{甲股}^{2}\,丄\,\text{乙股}^{2}$

$= \text{二甲弦乙弦}\,丅\,\text{二甲弦乙弦}\,丄\,\text{甲弦}^{2}\,丄\,\text{乙弦}^{2}$

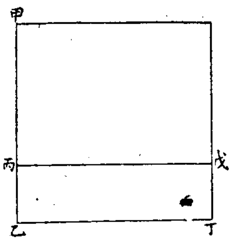
卽

$\text{二甲句乙句}\,丄\,\text{二甲股乙股}\,丄\,(\text{甲句}\,丅\,\text{乙句})^{2}\,丄\,(\text{甲股}\,丅\,\text{乙股})^{2} = \text{二甲弦乙弦}\,丄\,(\text{甲弦}\,丅\,\text{乙弦})^{2}$

半之

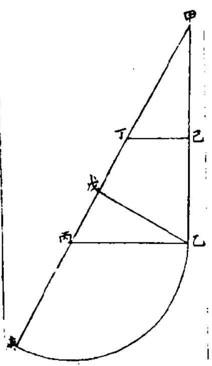
$\text{甲句乙句}\,丄\,\text{甲股乙股}\,丄\,\frac{(\text{甲句}\,丅\,\text{乙句})^{2}}{2}\,丄\,\frac{(\text{甲股}\,丅\,\text{乙股})^{2}}{2} = \text{甲弦乙弦}\,丄\,\frac{(\text{甲弦}\,丅\,\text{乙弦})^{2}}{2}$

大分與弦比若股方與弦方比



如圖甲乙弦甲丙大分丙乙小分甲丁弦方凡小分乘弦等於句方則於甲丁方內減小分乘弦矩丙丁餘甲戊矩卽股方故甲丙大分與甲乙弦比若甲戊股方與甲丁弦方比

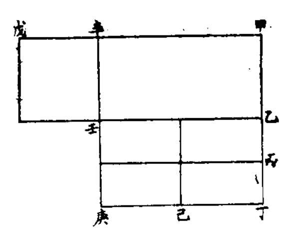
大分與句弦較比若句弦和與弦比



如圖甲乙丙句股形甲丁大較甲戊大分乙戊垂線試自丁點與丙乙線平行正交甲乙線作丁己線成

以大較爲弦句股形甲己丁則己乙亦垂綫丁己必等丁戊甲戊大分必爲甲己丁形中之小和故甲戊小和大分與甲丁弦大較比若甲庚小和與甲丙弦比

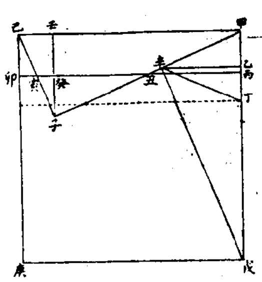
大分乘弦等於句弦較乘句弦和



如圖甲丁弦甲庚爲其方乙丁句乙己爲其方甲乙大較甲戊小和乙戊爲大較乘小和矩甲丙大分丙辛爲大分乘弦矩識別得等於股方而甲庚方內減乙己方餘辛乙己磬折形亦等股方其己壬句乘大較矩卽等於戊壬矩蓋辛壬爲大較辛戊爲句也移以補之

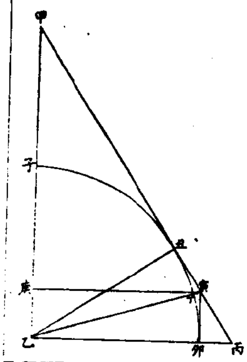
則乙戊矩必等於丙辛矩矣

小分大分較乘句股積等於半中垂綫乘句股二方較



如圖甲庚弦方內甲辛戊句股形甲丙甲己子同辛乙垂線同壬子半之爲甲丙因壬子半得壬癸故之甲乙爲小分乙戊爲大分丁戊爲小大二分較凡小分乘弦等於句自乘蓋甲乙與甲辛之比若甲辛與甲戊之比故甲丁二小分與甲己弦所乘之矩丁己卽等倍句方弦方內本有一句方一股方今減去倍句方餘丁庚矩必句股二方較又半垂線乘弦等於句股積移癸子丑補甲丙丑移癸子寅補己卯寅則甲卯矩

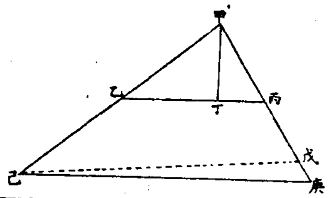
即句股積故甲丙與甲卯矩比若丁戊與丁庚矩比本弧切割二線較等於半餘弧正切試以九容解之子卯象限任取子丑弧為本弧甲丑切線甲乙割線丑卯為餘弧半之為丁卯其正切為寅卯欲顯甲丑



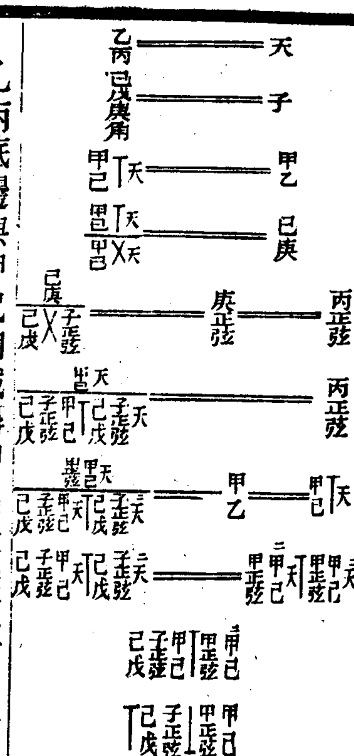
甲乙二線較等於寅卯如圖甲乙丑為高句股以乙丑半徑為句寅卯丙必為重句股自寅作寅庚與乙卯半徑平行相等成甲寅庚句股與甲乙丑等即甲庚等於甲丑而庚乙為高股弦較庚乙寅卯本平行又在寅庚乙卯平行線界內必等故九

容高句股之股弦較等於重句股寅丙卯之股即本弧切線甲丑割線甲乙較庚乙等於半餘弧正切寅卯也

有平三角已知頂角大邊底邊和小邊垂線和求三邊及垂線法若何



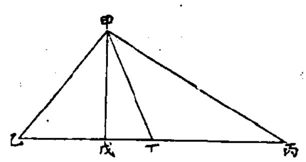
甲乙丙平三角先引長甲乙甲丙大小邊令甲己等於大邊底邊和甲戊等於小邊垂線和作己戊邊成甲己戊三角形有甲頂角甲己甲戊兩邊求得己戊邊及甲戊己角乃與乙丙平行作己庚成戊己庚形半周內減甲戊己得己戊庚角以代數求乙丙邊有等式

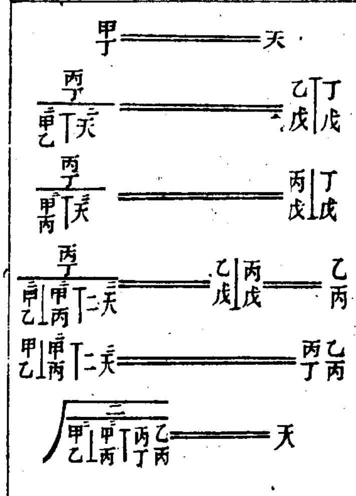


正負相消恰盡

乙丙底邊與甲己相減得甲乙大邊以對角對邊比例得丙乙二角又得甲丙小邊及甲丁垂線

平三角田已知三邊欲自頂角出綫平分底邊求此綫長若干





須曼精廬算學卷十六

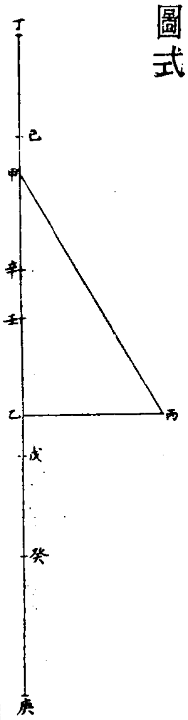
須曼精廬算學卷十七

烏程 楊光鋆 誠之

句股全草

句股算術元和李尚之銳以立天元一長沙李晉夫錫蕃以借根方元和江霄緯衡以代數術三法相通同條共貫憶昔從金匱華若汀先生蘅芳游衍句股稿一帙與江氏草同今失嗣入京館受之王叔師者悉以方程式入之推闡尤捷十三事互求題凡一百九十八求題法以三事互求得三題句與五和五較求股弦得二十股弦如之得四十甲和與九事求三事得二十七乙和與八事求三事得二十四遞減而下丙和得二十一丁和得十八戊和得十五己較得十二庚較得九辛較得六壬較得三癸較空併之得一百九十八內就已知之數加減與折半可得不須求者三十六實一百六十二題演草如左

圖式



釋圖

衡者乙丙曰句 丁甲辛乙 乙癸甲壬

直者甲乙曰股 戊庚丁辛 壬癸

斜者甲丙曰弦 甲戊乙庚 己乙

丁乙曰句股和 甲癸

丁戊曰句弦和 辛庚己癸

甲庚曰股弦和

壬庚曰弦較和卽句和較股較和

丁庚曰弦和和卽句和和股和和一曰三事和

甲辛曰句股較 壬乙

癸庚曰句弦較 己辛壬戊

乙戊曰股弦較 己甲

丁己曰弦和較卽句較較股較較 戊癸

辛戊曰弦較較卽句較和股和較 己壬

算書省文如謂丁乙曰和丁戊小和甲庚大和甲辛曰差癸庚大差乙戊小差廬學者轉眩仍依舊名

乙角合象限甲角丙角併亦象限如句股較數大則丙角可八十餘度甲角僅數度句股較數小甲丙二角皆在四十度外亦稱句股非適用正形也法用綫不用角異於平弧三角

句股比例表

股弦和	句	弦較和	三事和
句	股弦較	弦和較	弦較較
弦較和	弦和較	倍句弦較	倍股
三事和	弦較較	倍股	倍句弦較
句弦和	股	弦較較	三事和
股	句弦較	弦和較	弦較和
弦較較	弦和較	倍股弦較	倍句
三事和	弦較和	倍句	倍股弦和

有句有股求弦

弦＝＝＝天

天⊥句＝＝＝句弦和

天丅句＝＝＝句弦較

句弦和 句弦較＝＝＝股二

(天⊥句)(天丅句)＝＝＝股二

天二丅句二＝＝＝股二

股二⊥句二

○

丅一

有句有弦求股

股＝＝＝天

弦⊥天＝＝＝股弦和

弦丅天＝＝＝股弦較

股弦和 股弦較＝＝＝句二

(弦⊥天)(弦丅天)＝＝＝句二

弦二丅天二＝＝＝句二

弦二丅句二

○

丅一

有股有弦求句

句＝＝＝天

弦⊥天＝＝＝句弦和

弦丅天＝＝＝句弦較

句弦和 句弦較＝＝＝股二

(弦⊥天)(弦丅天)＝＝＝股二

弦二丅天二＝＝＝股二

弦二丅股二

○

丅一

有弦有句股較求句股

句＝＝＝天

天⊥較＝＝＝股

弦⊥天＝＝＝句弦和

弦丅天＝＝＝句弦較

句弦和 句弦較＝＝＝二股

(弦⊥天)(弦丅天)＝＝＝(天⊥較)二

弦二丅天二＝＝＝天二⊥二較天⊥較二

弦二丅較二

⊥二較

丅二

股＝＝＝天

天丅較＝＝＝句

弦丅天＝＝＝股弦較

弦⊥天＝＝＝股弦和

股弦和 股弦較＝＝＝句二

(弦⊥天)(弦丅天)＝＝＝(天丅較)二

弦二丅天二＝＝＝天二丅二較天⊥較二

弦二丅較二

⊥二較

丅二

有弦有句股和求句股

句＝＝＝天

和⊥弦＝＝＝三事和

天⊥弦＝＝＝句弦和

二天⊥弦丅和＝＝＝弦較較

句弦和 倍句＝＝＝三事和 弦較較

即

(天⊥弦)二天＝＝＝(和⊥弦)(二天⊥弦丅和)

二天二⊥二弦天＝＝＝二和天丅和二⊥二弦天⊥弦二

丅和二⊥弦二

二和

丅二

股＝＝＝天

弦⊥和丅天＝＝＝句弦和

和丅弦＝＝＝弦和較

弦⊥和丅二天＝＝＝弦較較

弦和較 句弦和＝＝＝弦較較 股

即

(和丅弦)(弦⊥和丅天)＝＝＝(弦⊥和丅二天)天

和二丅和天丅弦二⊥弦天＝＝＝弦天⊥和天丅二天二

和二丅弦二

丅二和

⊥二

有句有股弦較求股弦

股＝＝＝天

句丅較＝＝＝弦和較

二天⊥較丅句＝＝＝弦較和

弦和較 句＝＝＝弦較和 股弦較

即

(句丅較)句＝＝＝(較⊥二天丅句)較

句二丅句較＝＝＝較二⊥二較天丅句較

較二丅句二

二較

弦＝天

句弦和＝天丄句

弦較較＝句丄較

二弦較較＝二較句弦和

即

有句有股弦和求股弦

股＝天

三事和＝句丄和

句弦和＝和丅天丄句

三事和＝二句弦和

即

有股有句弦較求句弦

弦＝天

弦較和＝和丅句

句弦較＝天丅句

二弦較和＝二句弦較和

即

句＝天

弦和較＝股丅較

股弦較＝天丅弦和較

二弦和較＝二較股弦較

即

股丅較

丅二較

弦＝天

句弦和＝二天丅較

二股＝句弦和較

即

丅股丅較

二較

有股有句弦和求句弦

句＝天

句弦較＝和丅二天

弦較和＝股丄句弦較

股弦和＝天丄弦較和

二弦較和＝倍句弦較股弦和

即

和丅股

丅二和

有句弦較有股弦較求句股弦

弦＝天

句弦較＝二天丅和

二股＝句弦和句弦較

即

股丄和

丅二和

句＝天

弦較較＝天丄股弦較

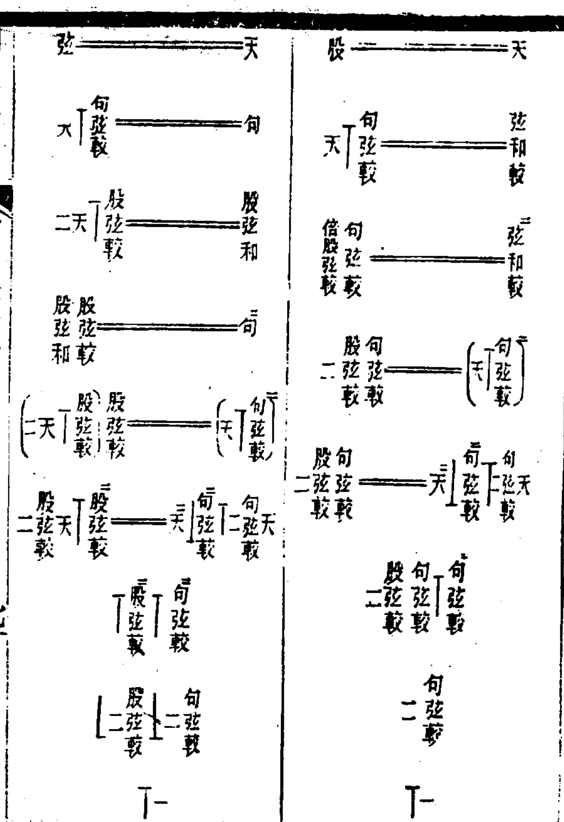
三事和＝二天丄句弦較丄弦較較丅股弦較

句弦較較＝三事和股弦較

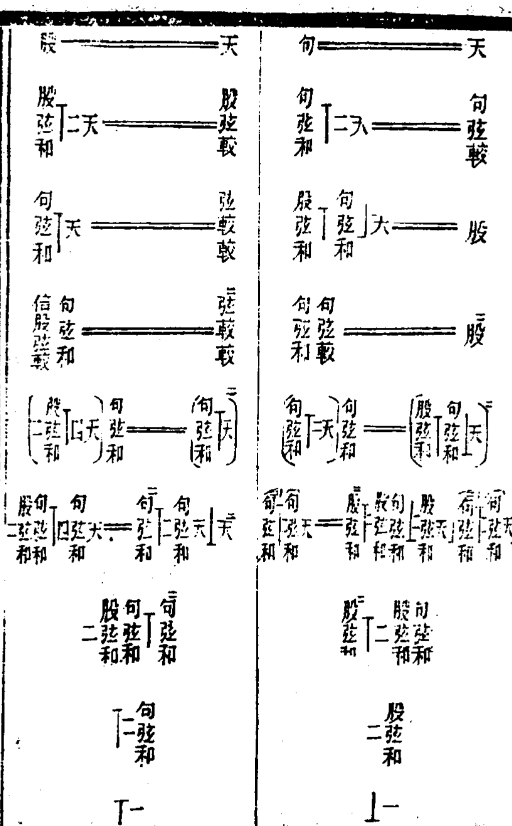
二股弦較

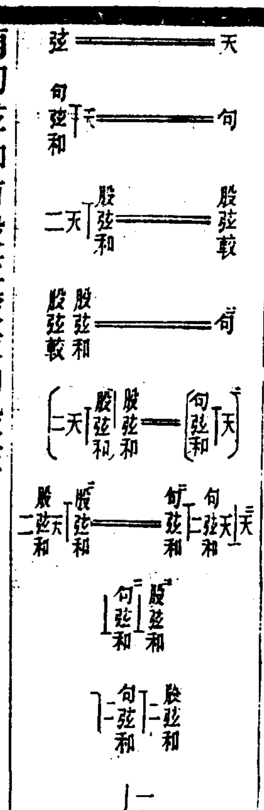
丅一

柒拾陸

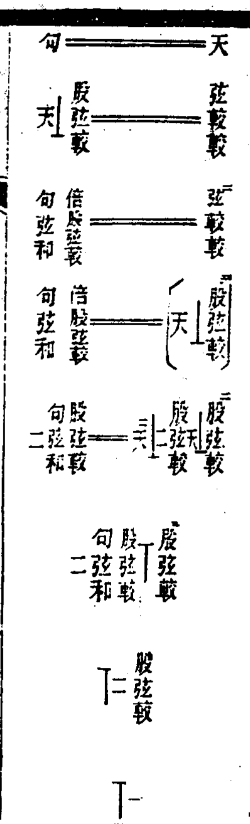


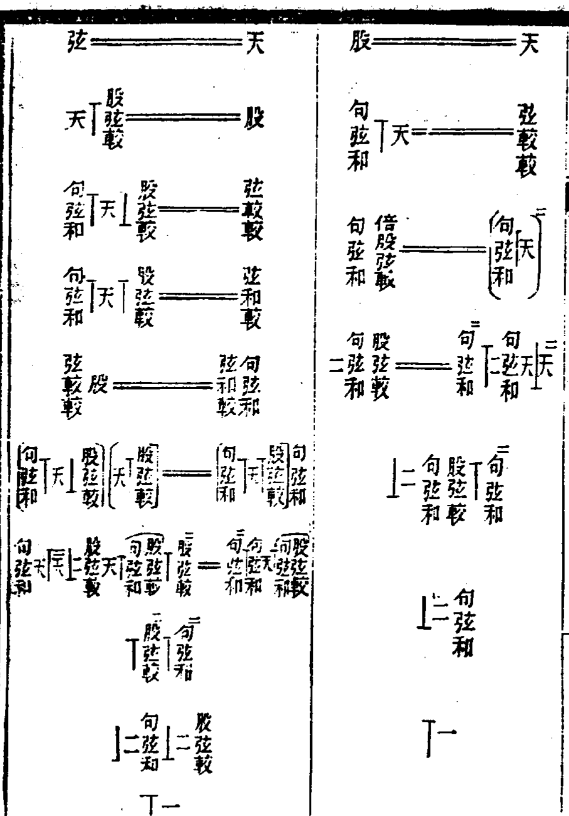
有句弦和有股弦和求句股弦



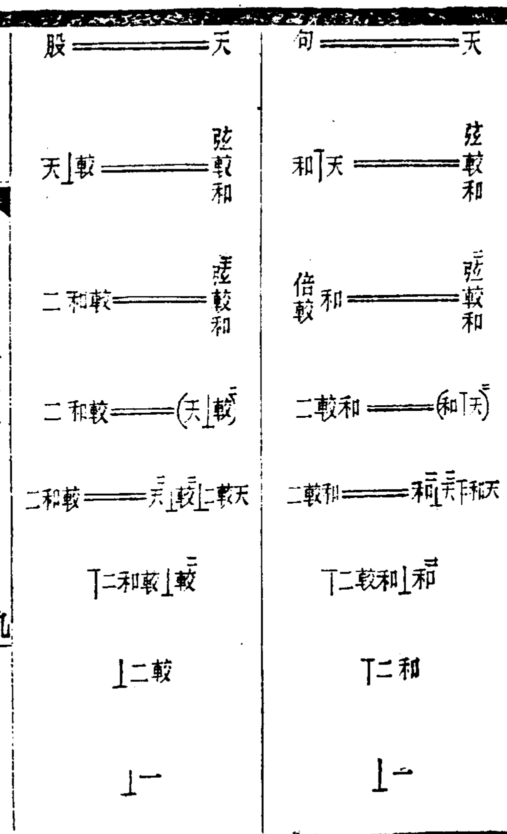


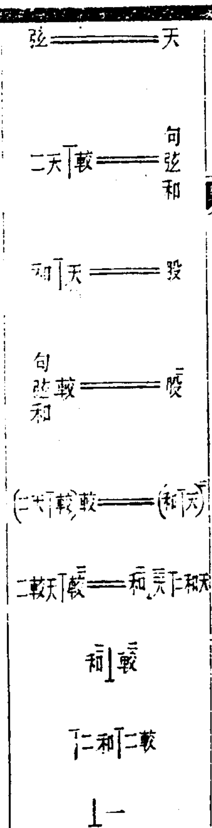
有句弦和有股弦較求句股弦



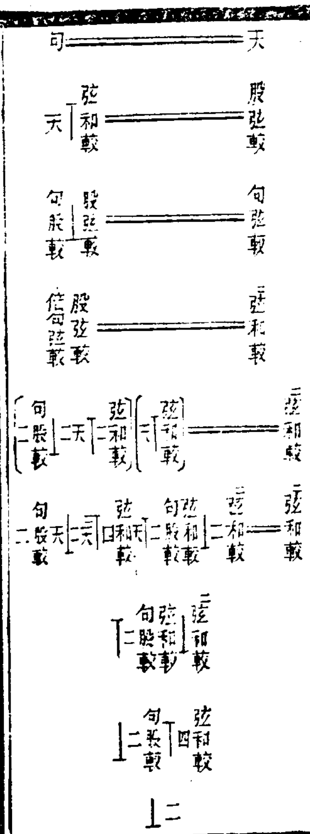


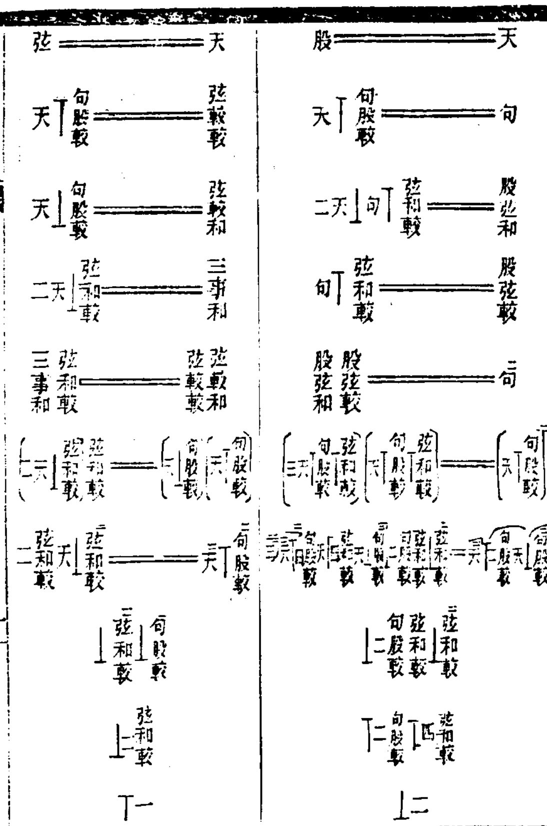
有句弦較有股弦和求句股弦



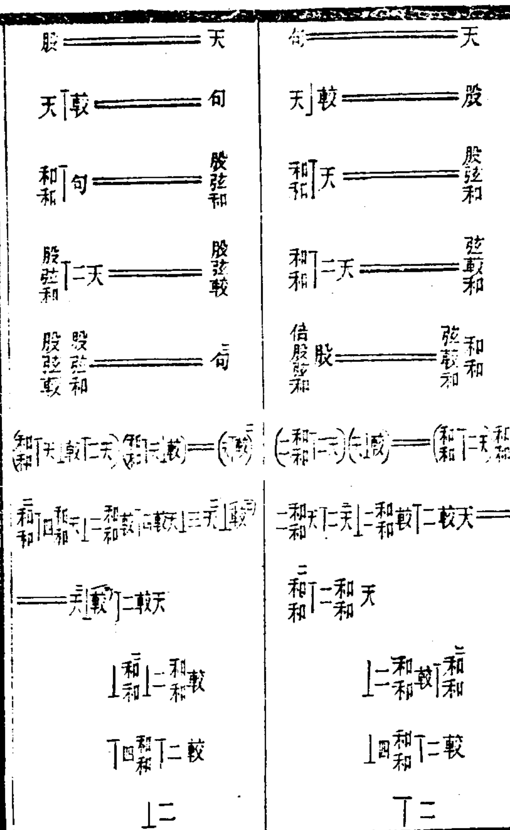


有句股較有弦和較求句股弦





有句股較有弦和和求句股弦



有句股和有弦較較求句股弦

有句股和有弦較和求句股弦

有股弦較有弦和和求句股弦

有句弦較有弦和和求句股弦

股＝天
句弦和＝和和丅天
弦較較＝和和丅二天
二弦較較＝句弦和倍較
(和和丅天)二較＝(和和丅二天)
二和和較丅二較天＝和和丅四和和丄四天
二和和較丅和和
丅二較丨四和和
丅四

弦＝天
句弦和＝和和丅天丄較
弦較較＝和和丅二天丄二較
二弦較較＝句弦和倍較
(和和丅天丄較)二較＝(和和丅二天丄二較)
二和和較丅二較天丄二較
二和和較丄二較丄和和
丅四和和丅六較
丄四

句＝天
股弦和＝和和丅天
句弦和＝二天丄較
二和和＝倍句弦和股弦和
二和和＝(四天丄二較)(和和丅天)
四和和天丅四天丄二和和較丅二較天＝二和和
二和和較丅和和
四和和丅二較
丅四

股＝天
弦較和＝天丄較
和和較＝弦較和股
和和較＝(天丄較)天
和和較＝天丄較天
和和較
丅較
丅一

有股弦較有弦較和求句股弦

弦＝天
股＝和和丅二天丄較
句弦和＝二天丅較
二股＝句弦和較
(二天丅較)較＝和和丅二天丄較
二較天丅較＝和和丅四和和天丄二較
一丄二和和較丅四較天丄四天
二較丄和和丄二和和較
丅六較丅四和和
丄四

句＝天
股弦和＝和丄天
句＝股弦較和
(和丅天)較＝天
和較丄較天＝天
和較
丄較
丅一

股＝天
句弦較＝和丅天
弦和較＝二天丅和
二弦和較＝句弦較倍較
(和丅天)二較＝(二天丅和)
二和較丅二較天＝四天丅四和天丄和
二和較丅和
丅二較丄四和
丅四

弦＝天
股弦和＝二天丅較
句弦較＝和丅天丄較
二弦較和＝倍股弦和句弦較
(二和丅二天丄二較)(二天丅較)＝二和
四和天丅四天丄六較天丅二和較丅二較＝二和
丅二和較丅二較丅和
四和丄六較
丅四

有句弦較有弦較較求句股弦

天＝句

股弦較＝天丅較較

句弦和＝二天丄較

二弦較較＝倍股較句弦和

二較較＝(二天丅二較較)(二天丄較)

二較較＝四天丄較天丅二較較丄四較較

二較較丅較＝二較較

四較較丅二較

丅四

天＝股

句弦和＝天丄較

股＝句弦和較

天＝(天丄較較)較

天＝較天丄較較

較丄較較

丄較

丅一

天＝弦

弦較和＝二天丅較較

句＝天丅較

二弦較和＝二天丅較較丄句

二弦較和＝倍股較股弦和

(二天丅較)＝(三天丅較較丅較)二較

四天丅較天丄較較＝六較天丅二較較丅二較

丅二較較丅二較丅較較

丄六較丄四較較

丅四

有股弦和有弦較較求句股弦

天＝句

股弦較＝天丅較較

句＝股弦和

天＝(天丅較較)和

天＝和天丅和較較

和較較

丅和

丅一

有句弦和有弦較和求句股弦

天＝股

股弦和＝天丄較

股弦較＝和丅二天

二弦較較＝倍股弦較股弦和

二較較＝(二天丄較)(和丅二天)

二較較＝四天丄較天和丅二較較

二較較丅和較丅二較較

二和丅四較較

丅四

天＝弦

弦較和＝二天丅較較

句弦較＝三天丅和丅較較

二弦較和＝倍句弦和較

(三天丅和較較)二和＝(二天丅較較)

六和天丅二和丅二六較＝四天丅四較較天丅二較

丅二和丅二和較較丅較

六和丄四較

丅四

天＝句

三事和＝二天丄弦較和

股弦和＝弦較和丄天

三事和＝倍句弦和股弦和

弦較和丅二天＝句弦和

天＝句弦和

股弦較＝二句弦和丄天

二股弦和＝弦較和丄句弦和

弦較和丅天＝句弦和

有句弦和有弦較和求句股弦

天＝股

句弦較＝弦較和丅天

二股＝句弦和

天＝(弦較和丅天)句弦和

天＝句弦和丅弦較和天

句弦和丅弦較和

丅句弦和

丅一

有句弦和有弦和較求句股弦

句═天
天丅較═股弦較
二天丅較═弦較較
股弦較倍句弦和═弦較較
(天丅較)二和═(二天丅較)
二和天丅二和較═四天丄較丅四較天
丅二和較丅較
丄二和丄四較
丅四

股═天
天丅較═句弦較
句弦較句弦和═股
(天丅較)和═天
和天丅和較═天
丅和較
丄和
丅一

弦═天
和丅天═句
二天丄較═三事和
二和丅二天丅較═弦較較
倍句句弦和═三事和弦較較
(二和丅天)和═(二天丄較)(二和丅二天較)
四和天丅四天丅四較天丄二和較丅較
═二和丅二和天
二和較丅較丅二和
六和丅四較
丅四

有句有句股較求股弦 較加句為股

弦═天
句丄較═股
天丄句═句弦和
天丅句═句弦較
句弦和句弦較═股
(天丄句)(天丅句)═(句丄較)
天丅句═句丄二句較丄較
丄二句丄二句較丄較
○
丅一

弦═天
二天丅弦較和═弦較較
弦較和丄句弦和丅二天═股
句弦和丅天═句
倍句股═弦較較弦較和
(弦較和句弦和丅二天)(二句弦和丅二天)═(二天丅弦較和)
二句弦和弦較和丄二句弦和丅六句弦和天丅二弦較和天丄四天═二弦較和天丅弦較和
二句弦和弦較和丄二句弦和丄弦較和
丅六句弦和丅四弦較和
丄四

有股弦和有弦和較求句股弦

句═天
天丅較═股弦較
股弦較股弦和═句
(天丅較)和═天
和天丅和較═天
丅和較
丄和
丅一

股═天
天丅較═句弦較
二天丅較═弦較和
句弦較倍和═弦較和
(天丅較)二和═(二天丅較)
二和天丅二和較═四天丄較丅四較天
丅二和較丅較
丄二和丄四較
丅四

弦═天
二天丅和═股弦較
二天丅和丄較═句
股弦較股弦和═句
(二天丅和)和═(二天丅和丄較)
二和天丅和═四天丅四和天丄和丅四較天丅二和較丄較
丄二和丅二和較丄較
丅六和丄四較
丄四

有句有句股和求股弦和減句爲股

弦＝天

和丅句＝股

天丅句＝句弦和

天丅句＝句弦較

句弦和 句弦較＝二股

(天丄句)(天丅句)＝(和丅句)二

天二丅句二＝和二丅二句和丄句二

二句丅二句和丄和二

○

丅一

有股有句股較求句弦股減較爲句

弦＝天

股丅較＝句

天丅較＝弦較較

天丄較＝弦較和

倍股 句＝弦較和 弦較較

(股丅較二股)＝(天丅較)(天丄較)

二股丅二股較＝天二丅較二

二股丅二股較丄較二

○

丅一

有股有句股和求句弦和減股爲句

弦＝天

和丅股＝句

天丅股＝股弦較

天丄股＝股弦和

股弦較 股弦和＝句二

(天丅股)(天丄股)＝(和丅股)二

天二丅股二＝股二丅二股和丄和二

二股丅二股和丄和二

○

丅一

有句股較有句股和求句股弦和較相減折半爲股和較相加折半爲句

弦＝天

和丅天＝弦和較

和丄天＝三事和

天丅較＝弦較較

天丄較＝弦較和

弦和較 三事和＝弦較較 弦較和

(和丅天)(和丄天)＝(天丅較)(天丄較)

和二丅天二＝天二丅較二

和二丄較二

○

丅二

有句有句弦較求股弦句加較爲弦

股＝天

句丄較＝弦

句丄較＝句弦和

句弦較 句弦和＝股二

(二句較)較＝天二

二句較丄較二＝天二

二句較丄較二

○

丅一

有句有句弦和求股弦和減句爲弦

股＝天

和丅句＝弦

和丅二句＝句弦較

句弦和 和＝股二

(和丅二句)和＝天二

和二丅二句和＝天二

和二丅二句和

○

丅一

有弦有句弦較求句股弦減較爲句

股＝天

弦丅較＝句

弦丅天＝股弦較

弦丄天＝股弦和

股弦較 股弦和＝句二

(弦丅天)(弦丄天)＝(弦丅較)二

弦二丅天二＝弦二丅二弦較丄較二

丅二弦較丄較二

○

丅一

有弦有句弦和求句股和減弦爲句

股＝天

和丅弦＝句

弦丅天＝股弦較

弦丄天＝股弦和

股弦較 股弦和＝句二

(弦丅天)(弦丄天)＝(和丅弦)二

弦二丅天二＝和二丅二弦和丄弦二

和二丅二弦和

○

丅一

有句弦較有句弦和求句股弦 和較相加折半爲弦 和較相減折半爲句

股＝天
和丁天＝弦較較
天丁較＝弦和較
弦和較 股＝弦較較
(天丁較)天＝(和丁天)較
天丁較天＝和較丁較天
和較
○
丁一

有股有股弦較求句弦 股加較爲弦

句＝天
股丄較＝弦
二股丄較＝股弦和
股弦和 較＝句
(二股丄較)較＝天
二股較丄較＝天
二股較丄較
○
丁一

有股有股弦和求句弦 和減股爲弦

句＝天
和丨股＝弦
和丁二股＝股弦較
股弦較 和＝句
(和丁二股)和＝天
和丁二股和＝天
和丁二股和
○
丁一

有弦有股弦較求句股 弦減較爲股

句＝天
弦丁較＝股
天丄較＝弦較較
天丁較＝弦和較
弦較較 弦和較＝倍較
(天丄較)(天丁較)＝(弦丁較)二較
天丁較＝二弦較丁較
二弦較丁較
○
丁一

有弦有股弦和求句股 和減弦爲股

句＝天
和丁弦＝股
弦丄天＝句弦和
弦丁天＝句弦較
句弦和 句弦較＝股
(弦丄天)(弦丁天)＝(和丁弦)
弦丁天＝和丁二弦和弦
和丁二弦和
○
丄一

有股弦較有股弦和求句股弦 和較相加折半爲弦 和較相減折半爲股

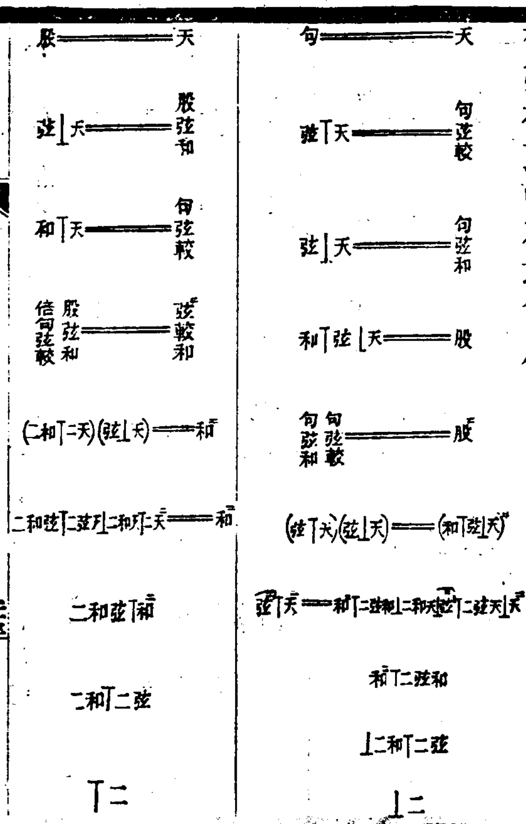
句＝天
和丁天＝弦較和
天丁較＝弦和較
弦和較 弦較和＝句
(天丁較)和＝(和丁天)天
和天丁和較＝和天丁天
丁和較
○
丄一

有弦有弦較較求句股

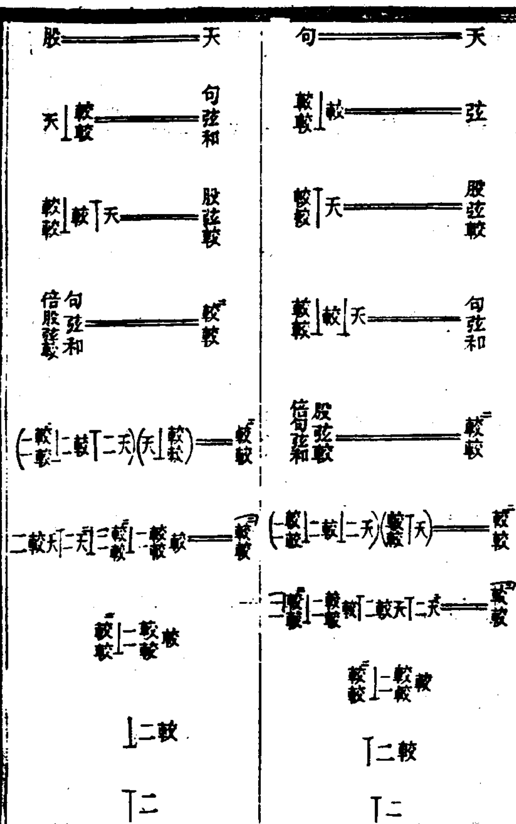
句＝天
較較丁天＝股弦較
弦丄天＝句弦和
倍句弦和 股弦較＝弦較較
(二弦丄二天)(較較丁天)＝較較
二弦較較丁二弦天丄較較天＝較較
二弦較較丁較較
丁二弦丄較較
丁二

股＝天
弦丁天＝股弦較
天丁較較＝句弦和
倍股弦較 句弦和＝弦較較
(二弦丁二天)(天丄較較)＝較較
二弦丁二弦較較丁二天丄天較較＝較較
二弦較較丁較較
二弦丁二較較
丁二

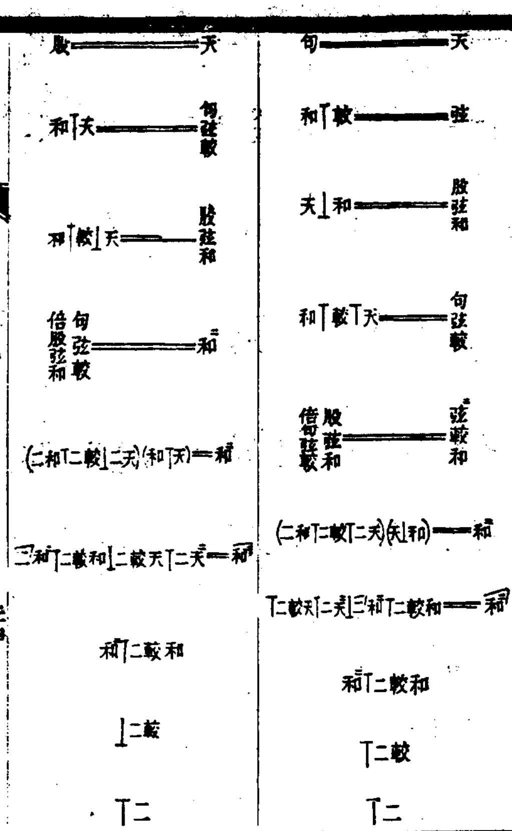
有弦有弦較和求句股



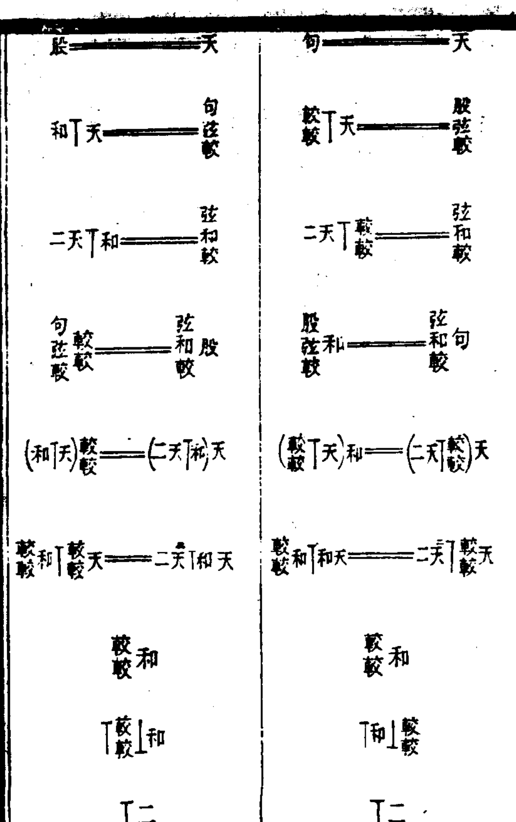
有句股較有弦較較求句股弦 兩較相加為弦



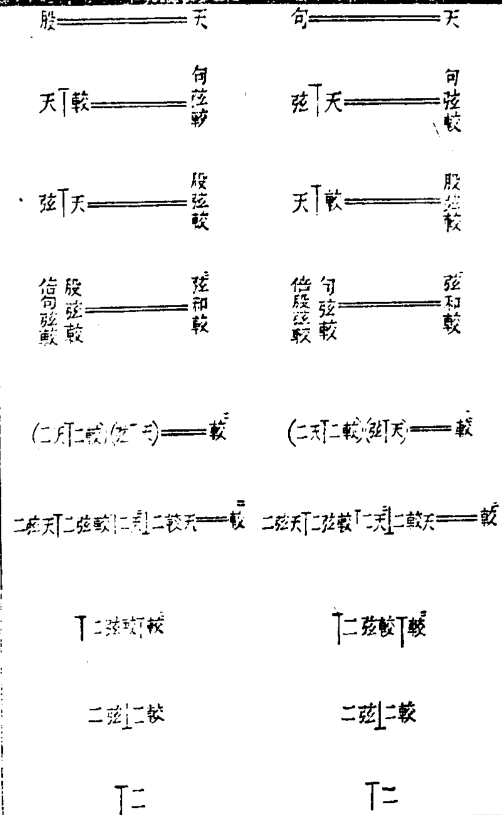
有句股較有弦較和求句股弦 和較相減為弦



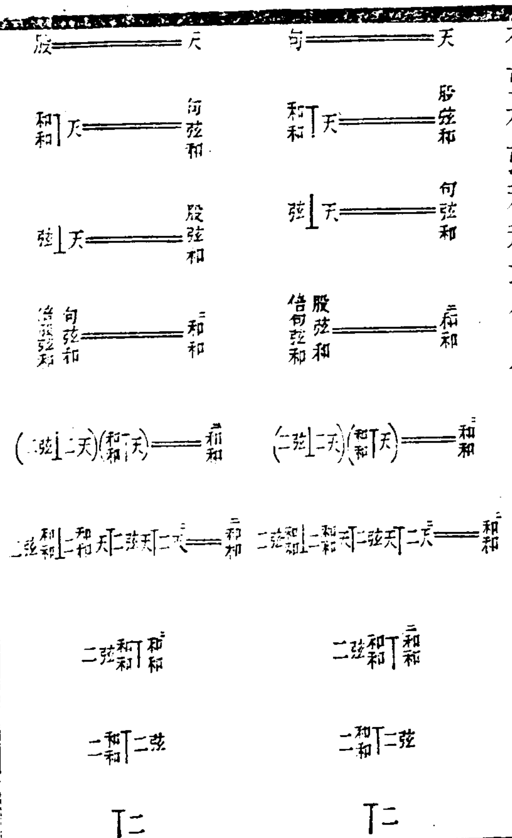
有弦較較有弦較和求句股弦 和較相加折半為弦



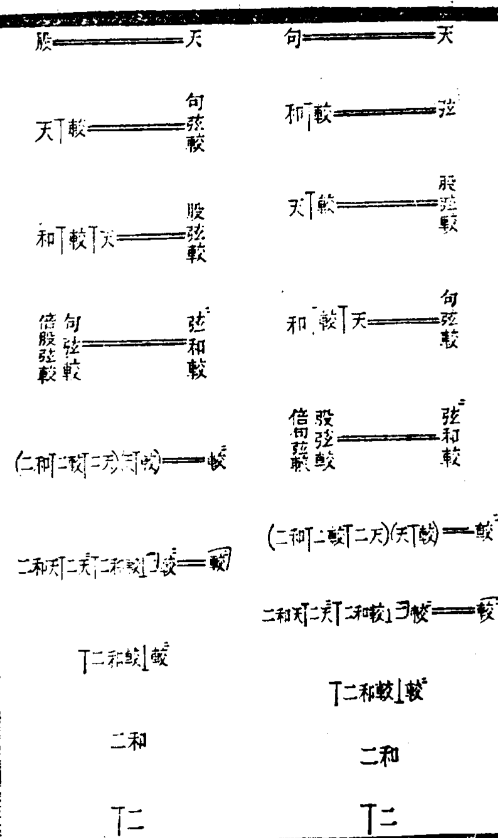
有弦有弦和較求句股



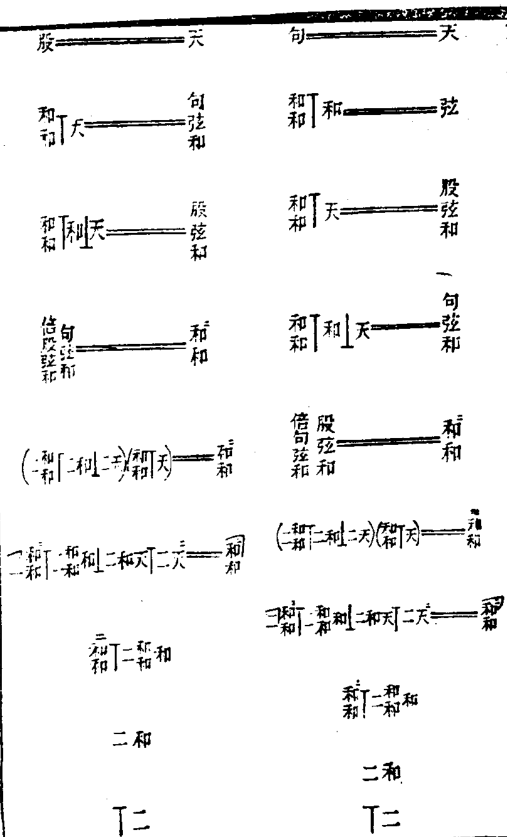
有弦有弦和和求句股



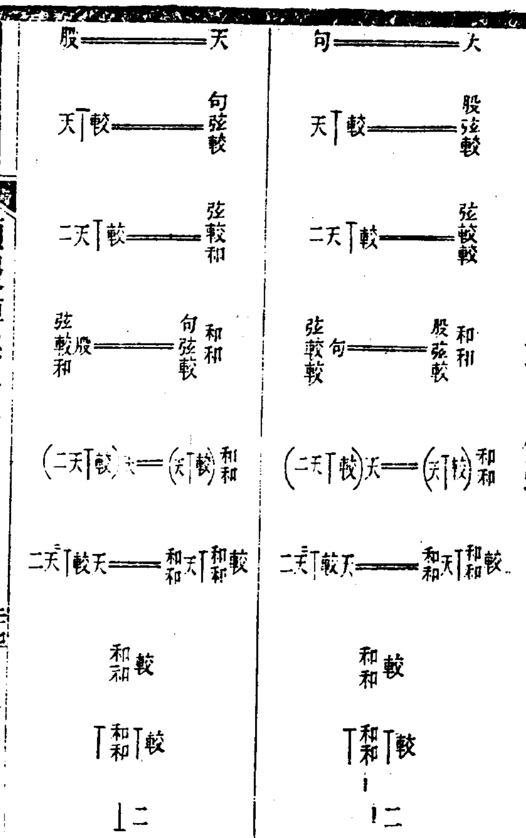
有句股和有弦和較求句股弦和減較為弦



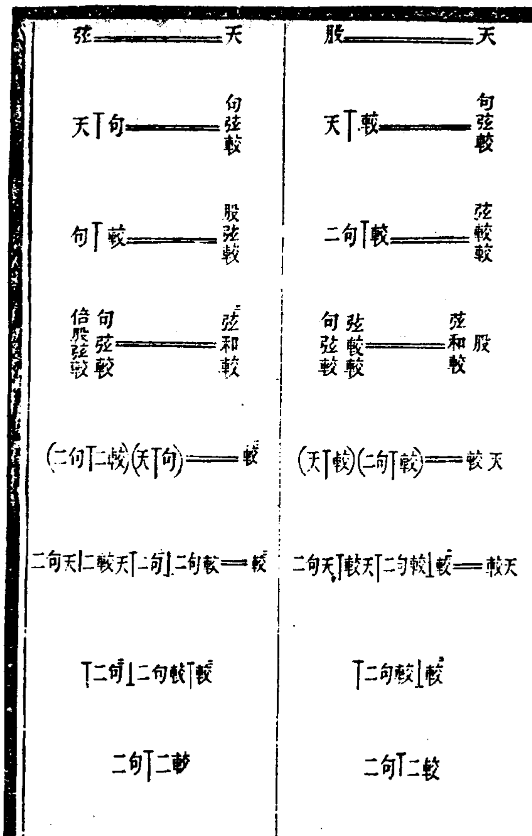
有句股和有弦和和求句股弦和和減和為弦



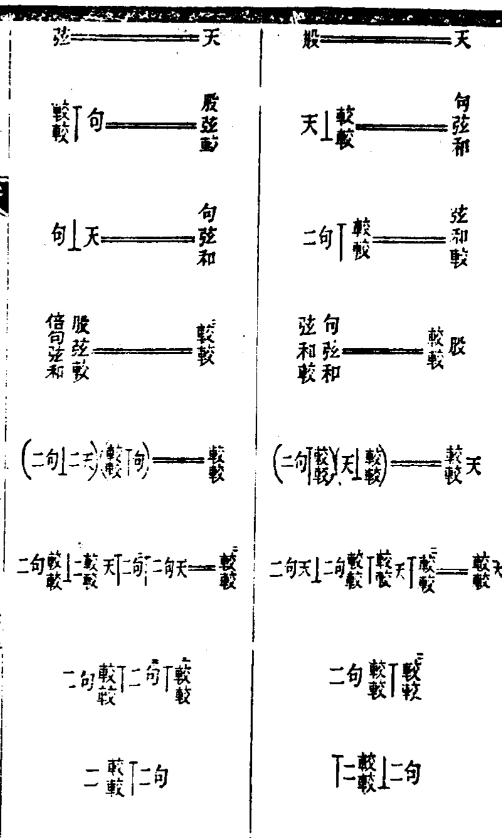
有弦和較有弦和和求句股弦



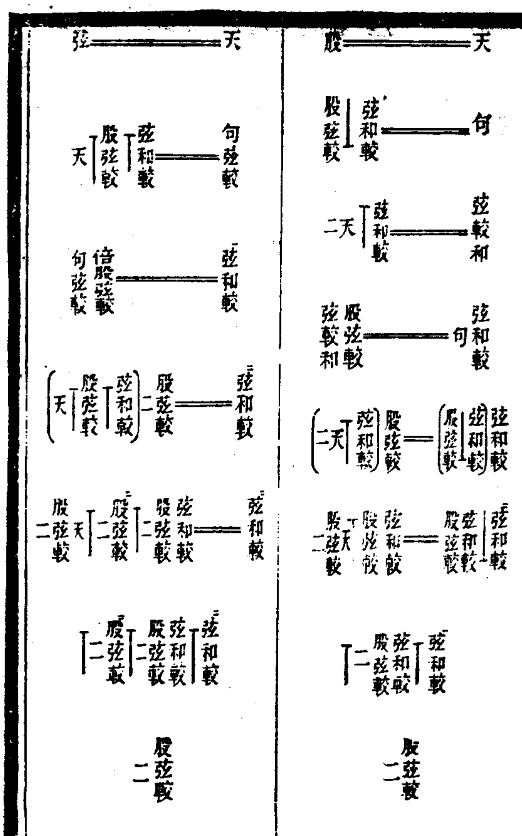
有句有弦和較求股弦



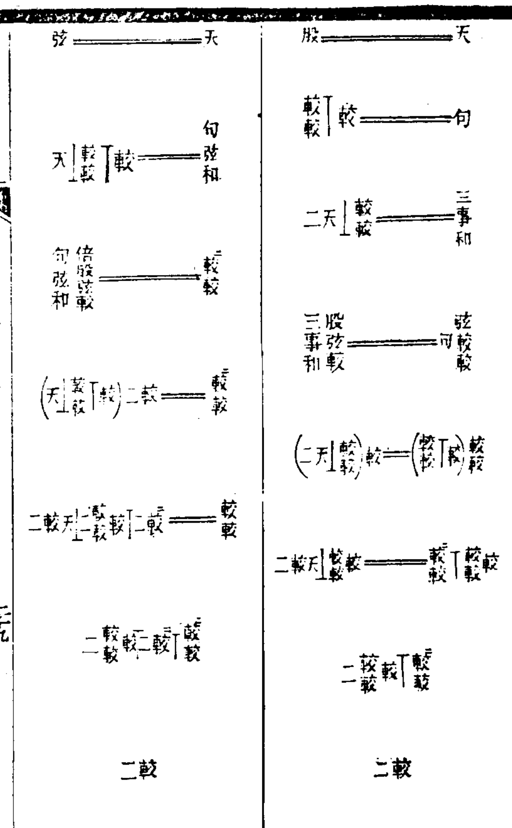
有句有弦較較求股弦



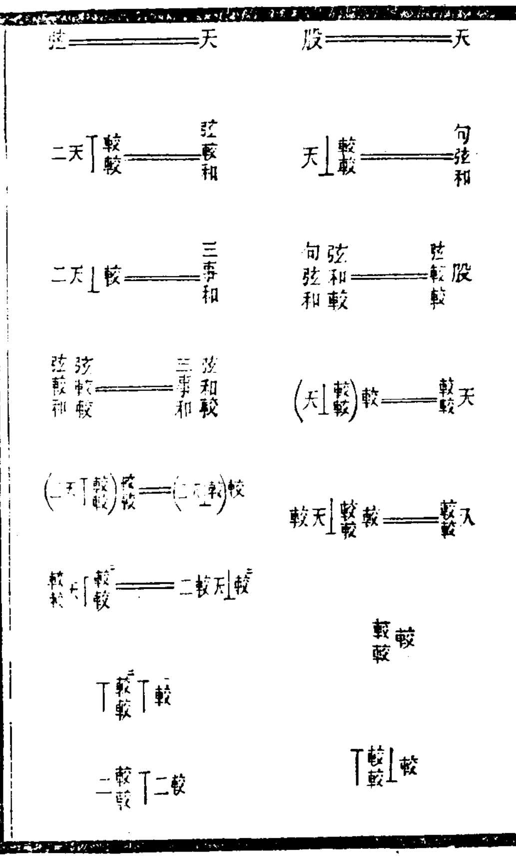
有股弦較有弦和較求句股弦 兩較相加為句



有股弦較有弦較較求句股弦 兩較相減爲句

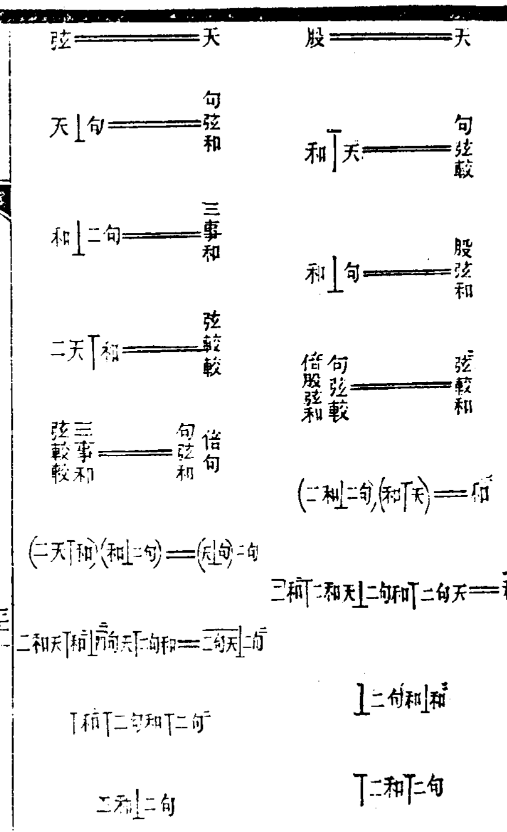


有弦和較有弦較較求句股弦 兩較相加折半爲句

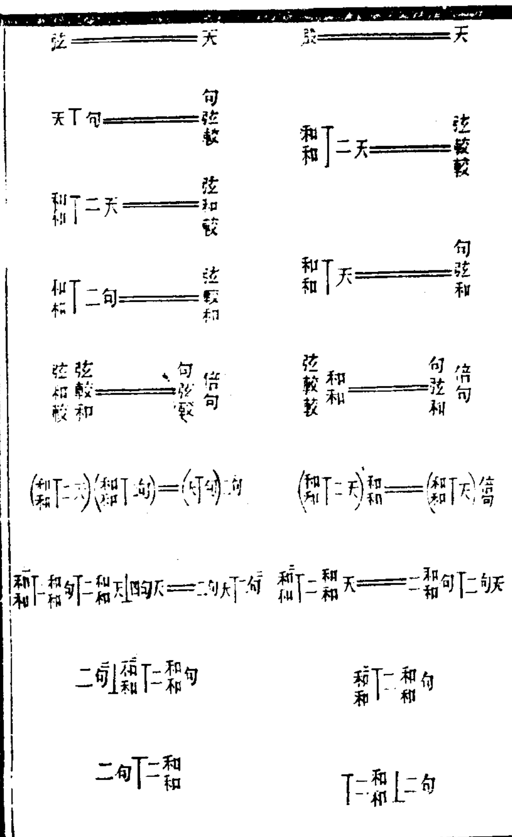


須曼算學十七

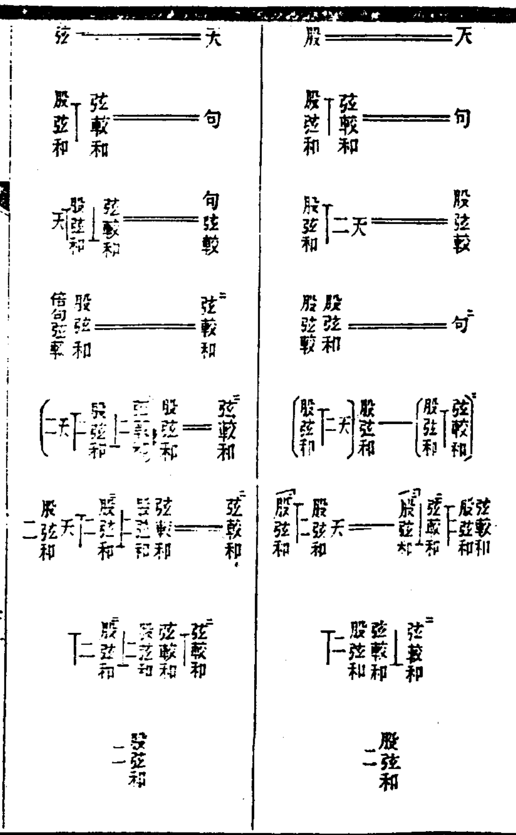
有句有弦較和和求股弦



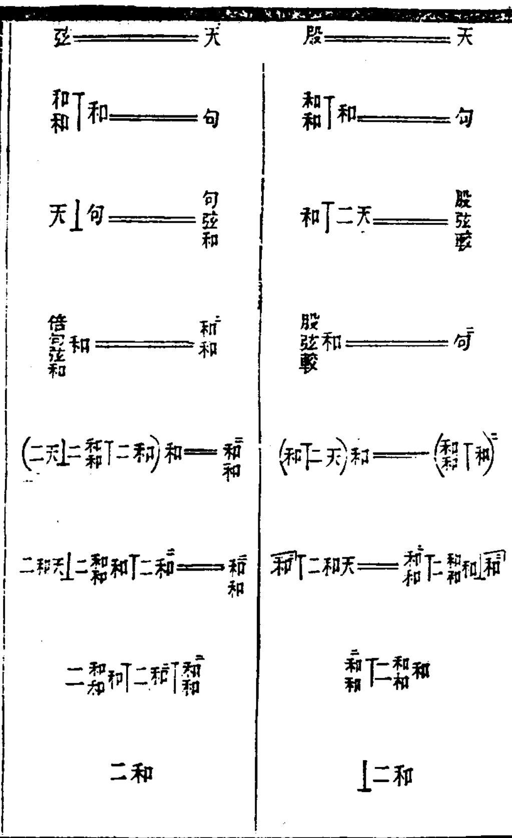
有句有弦和和求股弦



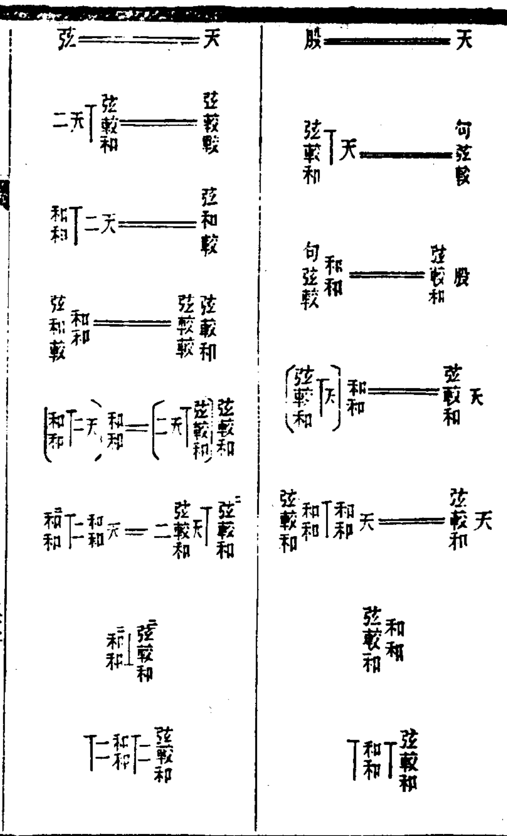
有股弦和有弦較和求句股弦 兩和相減爲句



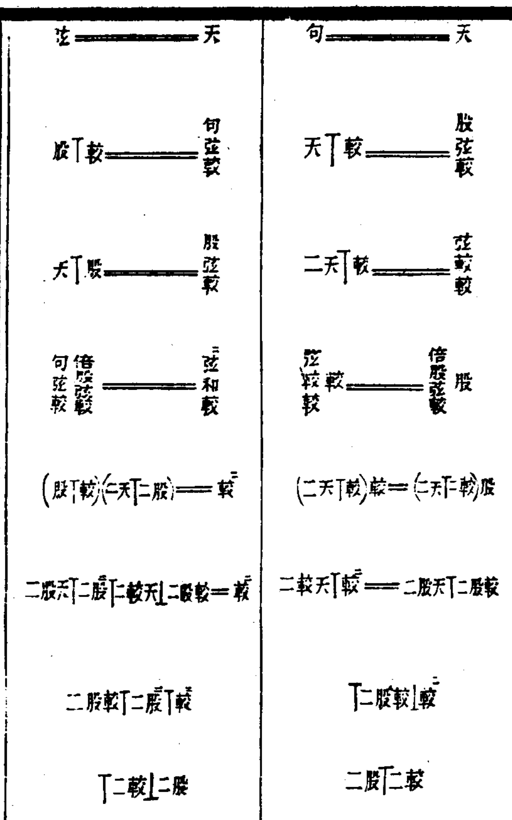
有股弦和有弦和和求句股弦 和和減和爲句



有弦較和有弦和和求句股弦 兩和相減折半爲句



有股有弦和較求句弦



有股有弦較和求句弦

句＝天

和丄天＝股弦和

和丄二天＝三事和

三事和 和＝倍股弦和 股

(和丄二天)和＝(二和丄二天)股

和^{2}丄二和天＝二和股丄二股天

和^{2}丅二和股

二和丅二股

弦＝天

和丅股＝句弦較

天丄股＝股弦和

句弦較 倍股弦和＝和^{2}

(和丅股)(二天丄二股)＝和^{2}

二和天丄二股和丅二股天丅二股^{2}＝和^{2}

二股和丅二股^{2}丅和^{2}

二和丅二股

有句弦較有弦和較求句股弦

兩較相加爲股

句＝天

句弦較丄弦和較＝股

二天丅弦和較＝弦較較

股 弦和較＝句弦較 弦較較

(句弦較丄弦和較)弦和較＝(二天丅弦和較)句弦較

句弦較 弦和較丄弦和較^{2}＝二句弦較 天丅句弦較 弦和較

二句弦較 弦和較丄弦和較^{2}

丅二句弦較

弦＝天

句弦較丄弦和較＝股

天丅句弦較丅弦和較＝股弦較

倍股弦較 句弦較＝弦和較^{2}

(二天丅二句弦較丅二弦和較)句弦較＝弦和較^{2}

二句弦較 天丅二句弦較^{2}丅二句弦較 弦和較＝弦和較^{2}

丅二句弦較^{2}丅句弦較 弦和較丅弦和較^{2}

二句弦較

有句弦較有弦較和求句股弦

和減較爲股

句＝天

和丅較＝股

二天丄和＝三事和

股 弦較和＝三事和 句弦較

(和丅較)和＝(二天丄和)較

和^{2}丅和較＝二較天丄和較

和^{2}丅二和較

丅二較

弦＝天

和丅較＝股

二天丅較＝句弦和

句弦和 較＝股^{2}

(二天丅較)較＝(和丅較)^{2}

二較天丅較^{2}＝和^{2}丅二和較丄較^{2}

和^{2}丅二和較丄二較^{2}

丅二較

有弦和較有弦較和求句股弦

和較相加折半爲股

句＝天

和丄天＝股弦和

弦較和 句＝股弦和 弦和較

弦較和 天＝(和丄天)較

和天＝和較丄較天

丅和較

和丅較

弦＝天

二天丅較＝三事和

二天丅和＝弦較較

弦較較 弦較和＝三事和 弦和較

(二天丅和)和＝(二天丅較)較

二和天丅和^{2}＝二較天丅較^{2}

較丄和^{2}

二較丅二和

有股有弦較較求句弦

句＝天

較較丅天＝股弦較

二天丅較較＝弦和較

倍股弦較 股＝弦和較 較較

(二較較丅二天)股＝(二天丅較較)較較

二較較股丅二股天＝二較較天丅較較²

二較較股丄較較²

丅二股丅二較較

弦＝天

天丅股＝股弦較

股丄較較＝句弦和

倍股弦較 句弦和＝較較²

(二天丅二股)(股丄較較)＝較較²

二股天丅二股²丄二較較天丅二較較股＝較較²

丅二股²丅二較較股丅較較²

二股丄二較較

有股有弦和和求句弦

句＝天

和和丅股＝句弦和

和和丅二天＝弦較和

句弦和 弦較和＝和和 股

(和和丅股)(和和丅二天)＝和和 股

和和²丅和和股丅二和和天丄二股天＝和和股

和和²丅二和和股

二股丅二和和

弦＝天

和和丅股＝句弦和

股丄天＝股弦和

倍句弦和 股弦和＝和和²

(二和和丅二股)(股丄天)＝和和²

二和和股丅二股²丄二和和天丅二股天＝和和²

二和和股丅二股²丅和和²

二和和丅二股

有句弦和有弦較較求句股和 和和減較較爲股

句＝天

和丅較較＝股

二天丅較較＝弦和較

弦和較 句弦和＝股 較較

(二天丅較較)和＝(和丅較較)較較

二和天丅較較和＝較較和丅較較²

二較較和丅較較²

丅二和

弦＝天

和丅較較＝股

天丅和丄較較＝股弦較

倍股弦較 句弦和＝弦較較²

(二天丅二和丄二較較)和＝較較²

二和天丅二和²丄二較較和＝較較²

丅二和²丄二較較和丅較較²

二和

有句弦和有弦和和求句股弦 和和減和爲股

句＝天

和和丅和＝股

和和丅二天＝弦較和

弦較和 句弦和＝和和 股

(和和丅二天)和＝(和和丅和)和和

和和和丅二和天＝和和²丅和和和

二和和和丅和和²

丅二和

弦＝天

和和丅和＝股

天丄和和丅和＝股弦和

倍股弦和 句弦和＝和和²

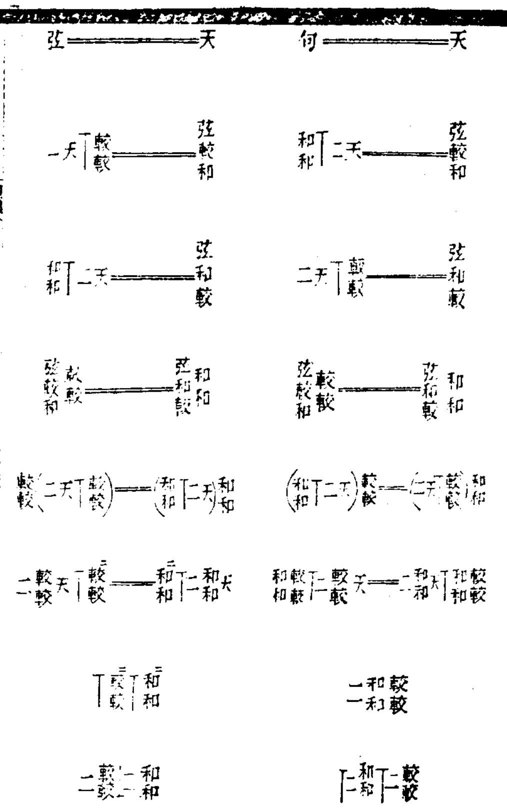
(二天丄二和和丅二和)和＝和和²

二和天丅二和和和丅二和²＝和和²

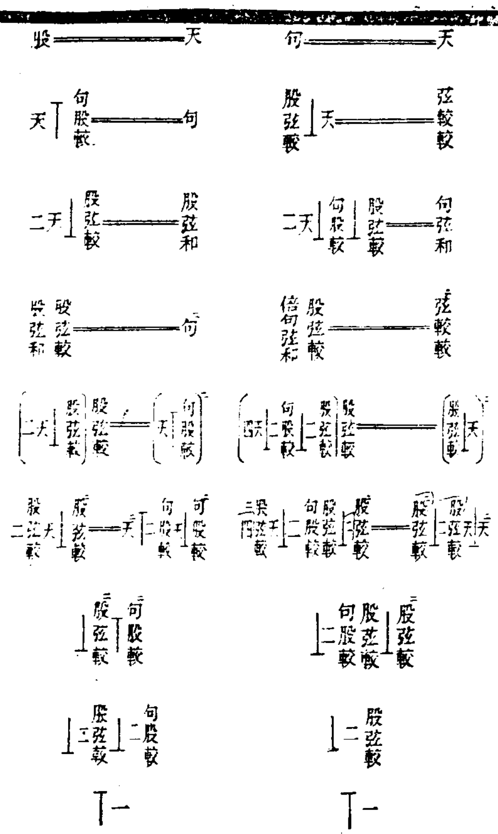
二和和和丅二和²丅和和²

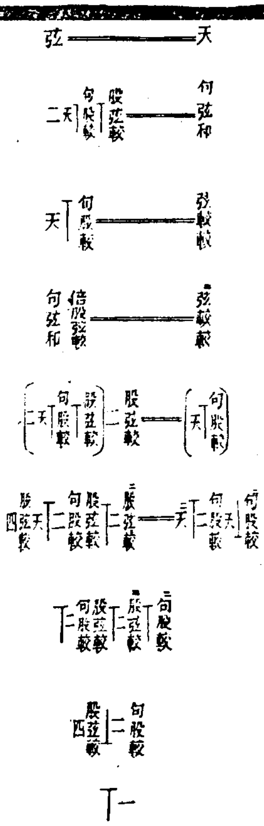
二和

有弦較較有弦和和求句股弦和較相減折半為股

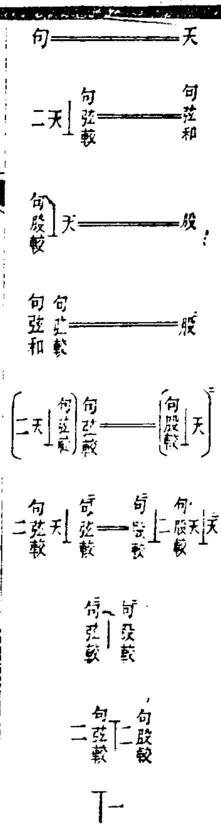


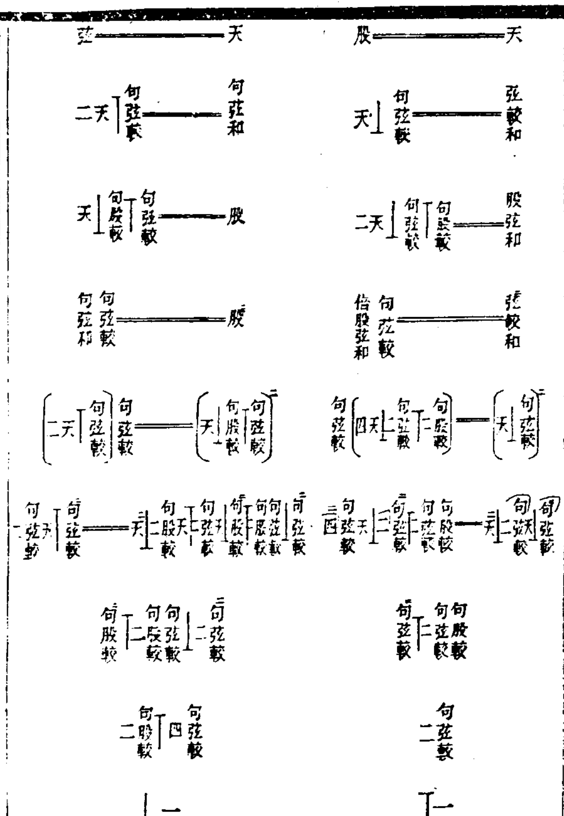
有句股較有股弦較求句股弦





有句股較有句弦較求句股弦





有句股較有股弦和求句股弦

句——天

和丄天——三事和

和丅較——句弦和

倍句弦和股弦和——三事和^{二}

(二和丅二較)和——(和丄天)^{二}

三和^{二}丅二較和——和^{二}丄二和天丄天^{二}

和^{二}丅二較和

丅二和

丅一

股——天

天丅較——句

和丅二天——股弦較

股弦較和——句^{二}

(和丅二天)和——(天丅較)^{二}

和^{二}丅二和天——天^{二}丅二較天丄較^{二}

和丅較^{二}

丅二和丄二較

丅一

弦——天

二天丅和——股弦較

和丅較——句弦和

天丅較——弦較較

倍句弦和股弦較——弦較較^{二}

(二和丅二較)(二天丅和)——(天丅較)^{二}

四和天丅四較天丅二和^{二}丄二較和——天^{二}丅二較天丄較^{二}

丅二和^{二}丄二較和丅較^{二}

丅二較丄四和

丅一

有句股較有句弦和求句股弦

句——天

天丄較——股

和丅二天——句弦較

句弦較和——股^{二}

(和丅二天)和——(天丄較)^{二}

和^{二}丅二和天——天^{二}丄二較天丄較^{二}

和丅較^{二}

丅二和丅二較

丅一

股——天

天丄和——三事和

和丄較——股弦和

倍股弦和句弦和——三事和^{二}

(二和丄二較)和——(天丄和)^{二}

三和^{二}丄二較和——天^{二}丄二和天丄和^{二}

和^{二}丄二較和

丅二和

丅一

弦——天

天丄較——弦較和

二天丅和——句弦較

和丄較——股弦和

倍股弦和句弦較——弦較和^{二}

(二和丄二較)(二天丅和)——(天丄較)^{二}

四和天丄四較天丅二和^{二}丅二較和——天^{二}丄二較天丄較^{二}

丅二和^{二}丅二較和丅較^{二}

丄二較丄四和

丅一

有句股和有股弦較求句股弦

句——天

天丄較——弦較較

和丄較——句弦和

倍股弦較句弦和——弦較較^{二}

二較(和丄較)——(天丄較)^{二}

二和較丄三較^{二}——天^{二}丄二較天丄較^{二}

二和較丄較^{二}

丅二較

丅一

股——天

和丅天——句

二天丄較——股弦和

股弦和較——句^{二}

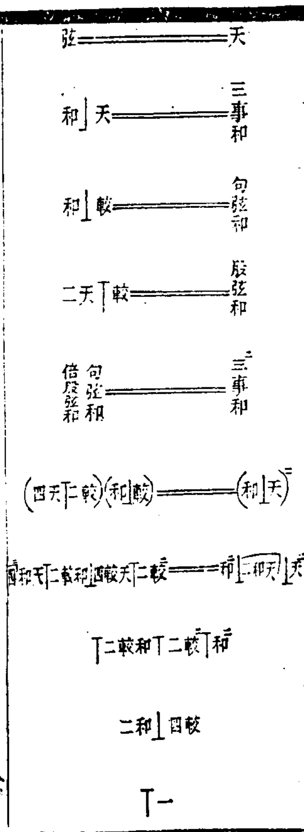
(二天丄較)較——(和丅天)^{二}

二較天丄較^{二}——和^{二}丅二和天丄天^{二}

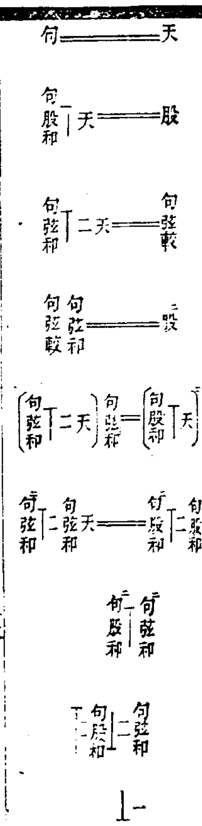
和^{二}丅較^{二}

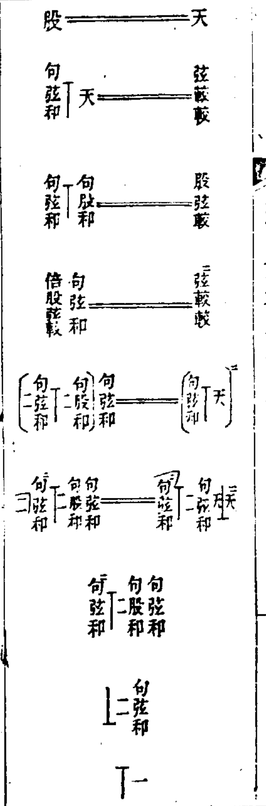
丅二和丅二較

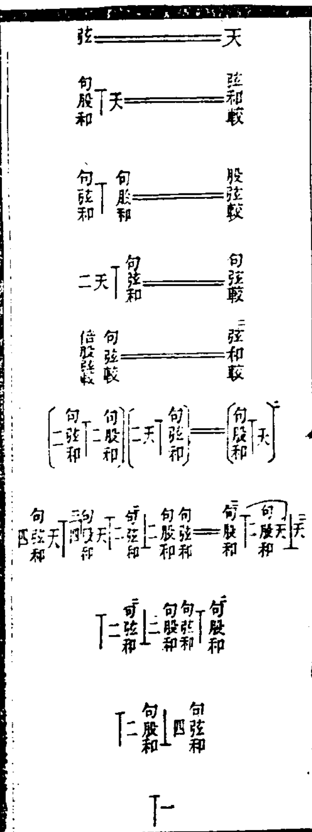
丄一



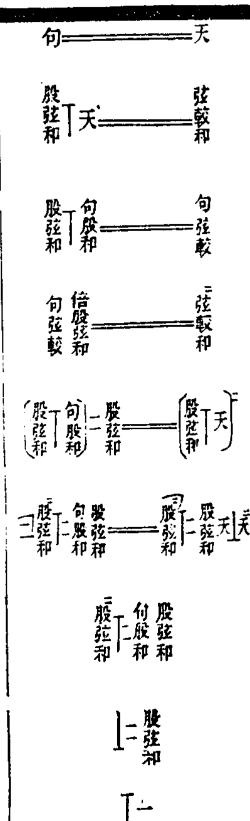
有句股和有句弦和求句股弦

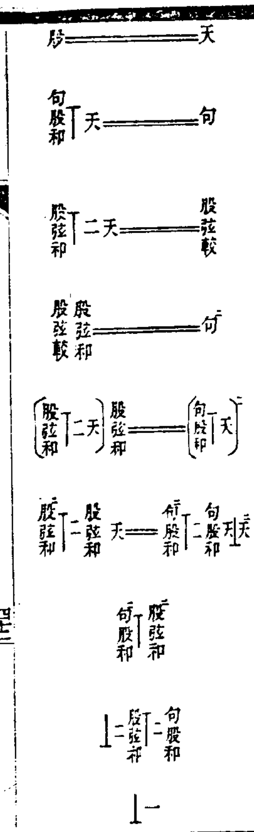


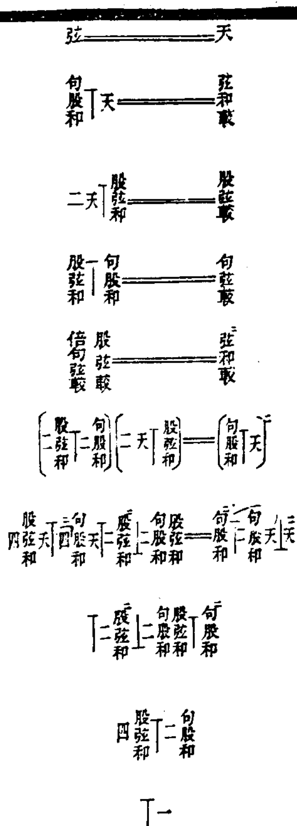




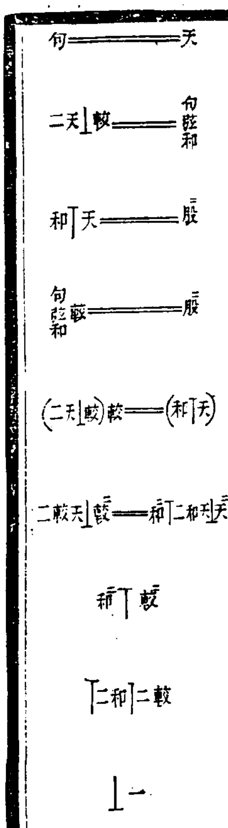
有句股和有股弦和求句股弦







有句股和有句弦較求句股弦



股＝天

天⊥較＝弦較和

和⊥較＝股弦和

倍股弦和較＝弦較和

(二和⊥二較)較＝(天⊥較)^{二}

二和較⊥二較^{二}＝天^{二}⊥二較天⊥較^{二}

二和較⊥較^{二}

⊤二較

⊤一

弦＝天

天⊥和＝三事和

和⊥較＝股弦和

二天⊤較＝句弦和

倍股弦和 句弦和＝三事和^{二}

(二和⊥二較)(二天⊤較)＝(天⊥和)^{二}

四和天⊥四較天⊤二和較⊤二較^{二}＝天^{二}⊥二和天⊥和^{二}

⊤二和較⊤二較^{二}⊤和^{二}

二和⊥四較

⊤一

須曼精廬算學卷十七

須曼精廬算學卷十八

烏程 楊兆鋆 誠之

直積各問

有直積一百二十句八問股弦

答曰股十五弦十七

股═══天

句天═══直積

弦═══天

句積═══股

有直積一百二十股十五問句弦

答曰句八弦十七

句═══天

股天═══積

弦═══天

股積═══句

有直積一百二十弦十七問句股

答曰句八股十五

句═══天

天積═══股

股═══天

天積═══句

有直積一百二十句股和二十三問句股弦

答曰句八股十五弦十七

句═══天

和天═══股

天(和天)═══積

股═══天

和天═══句

天(和天)═══積

天 ══ 弦
和和 ══ 和丄天
和較 ══ 和丅天
倍積 ══ (和丄天)(和丅天)
倍積 ══ 和丅天

丅倍積丄和
○
丅一

有直積一百二十句股和二十五問句股弦

答同上

天 ══ 句
天/積 ══ 股
和丅天 ══ 弦
天丄(天/積) ══ (和丅天)

丄積
○
丅和
丄和

丅一八○○

丄五○

天 ══ 股
句 ══ 天/積
弦 ══ 和丅天/積

天 ══ 弦
和丅天 ══ 句
股 ══ 和丅天/積
(和丅天)丄(和丅天/積) ══ 天

得　即

積丄和丅四和天丄五和天丅二和天

丄積丄和
丅四和
丄五和
丅二和

丅五○

有直積一百二十句股弦和三十二問句股弦

答同上

天 ══ 句
天/積 ══ 股
和丅天/積 ══ 弦
天丄(天/積) ══ (和丅天/積)
天 ══ 和丅二積和
天 ══ 和天丅二積和

丅二積和
丄和
○
丅一

丅八

丅一

天 ══ 股
天/積 ══ 句
天丅天/積 ══ 句股較
和丅天 ══ 弦
倍積丄(天丅天/積) ══ (和丅天)

丅積
○
丄和
丅二和

丅六四

天 ══ 弦
和丅天 ══ 股
和丅天/積 ══ 句
(和丅天)丄(和丅天/積) ══ 天

即

積丄和丅四和天丄五和天丅二和天

丄積丄和
丅四和
丄五和
丅二和

有直積一百二十句股較七問句股弦

答同上

天 ══ 句
天丄較 ══ 股
天(天丄較) ══ 直積
天丄較天 ══ 直積

丄積

丅較

丅一

丅一

有直積一百二十句弦較九問句股弦

答同上

有直積一百二十股弦較二問句股弦

答同上

有直積一百二十弦較和二十四問句股弦

答同上

有直積一百二十弦和較六問句股弦

答同上

有直積一百二十弦較較十問句股弦

答同上

如前法得

有直積一百二十三事和四十問句股弦

答同上

即

須曼精盧算學

須曼精廬算學卷十九

烏程 楊兆鋆 誠之

垂線諸求

有句有中垂線求股弦

$\text{股}=\text{天}$

$\frac{\text{線}}{\text{句天}}=\text{弦}$

$\text{句}^{二}\perp\text{股}^{二}=\text{弦}^{二}$

$\text{句}^{二}\perp\text{天}^{二}=\left(\frac{\text{線}}{\text{句天}}\right)^{二}$

$\text{句}^{二}\perp\text{天}^{二}=\frac{\text{線}^{二}}{\text{句}^{二}\text{天}^{二}}$

$\text{句}^{二}\text{線}\perp\text{線}^{二}\text{天}^{二}=\text{句}^{二}\text{天}^{二}$

$\text{句}^{二}\text{線}^{二}$

○

$\top\text{句}^{二}\perp\text{線}^{二}$

$\text{弦}=\text{天}$

$\frac{\text{句}}{\text{線天}}=\text{股}$

$\text{句}^{二}\perp\text{股}^{二}=\text{弦}^{二}$

$\text{句}^{二}\perp\left(\frac{\text{句}}{\text{線天}}\right)^{二}=\text{天}^{二}$

$\text{句}^{二}\perp\frac{\text{句}^{二}}{\text{線}^{二}\text{天}^{二}}=\text{天}^{二}$

$\text{句}^{四}\perp\text{線}^{二}\text{天}^{二}=\text{句}^{二}\text{天}^{二}$

$\text{句}^{四}$

○

$\top\text{句}^{二}\perp\text{線}^{二}$

有股有中垂線求句弦

$\text{句}=\text{天}$

$\frac{\text{線}}{\text{股天}}=\text{弦}$

$\text{句}^{二}\perp\text{股}^{二}=\text{弦}^{二}$

$\text{天}^{二}\perp\text{股}^{二}=\left(\frac{\text{線}}{\text{股天}}\right)^{二}$

$\text{天}^{二}\perp\text{股}^{二}=\frac{\text{線}^{二}}{\text{股}^{二}\text{天}^{二}}$

$\text{線}^{二}\text{天}^{二}\perp\text{股}^{二}\text{線}^{二}=\text{股}^{二}\text{天}^{二}$

$\text{股}^{二}\text{線}^{二}$

○

$\top\text{股}^{二}\perp\text{線}^{二}$

$\text{弦}=\text{天}$

$\frac{\text{股}}{\text{線天}}=\text{句}$

$\text{句}^{二}\perp\text{股}^{二}=\text{弦}^{二}$

$\left(\frac{\text{股}}{\text{線天}}\right)^{二}\perp\text{股}^{二}=\text{天}^{二}$

$\frac{\text{股}^{二}}{\text{線}^{二}\text{天}^{二}}\perp\text{股}^{二}=\text{天}^{二}$

$\text{線}^{二}\text{天}^{二}\perp\text{股}^{四}=\text{股}^{二}\text{天}^{二}$

$\text{股}^{四}$

○

$\top\text{股}^{二}\perp\text{線}^{二}$

有弦有中垂線求句股

$$\text{句} = \text{天}$$

$$\frac{\text{天}}{\text{弦線}} = \text{股}$$

$$\text{句}^{2}\text{丄}\text{股}^{2} = \text{弦}^{2}$$

$$\text{天}^{2}\text{丄}\left(\frac{\text{天}}{\text{弦線}}\right)^{2} = \text{弦}^{2}$$

$$\text{天}^{2}\text{丄}\frac{\text{天}^{2}}{\text{弦}^{2}\text{線}^{2}} = \text{弦}^{2}$$

$$\text{天}^{4}\text{丄}\text{弦}^{2}\text{線}^{2} = \text{弦}^{2}\text{天}^{2}$$

$\text{弦}^{2}\text{線}^{2}$

○

丅弦^{2}

○

丄一

$$\text{股} = \text{天}$$

$$\frac{\text{天}}{\text{弦線}} = \text{句}$$

$$\text{句}^{2}\text{丄}\text{股}^{2} = \text{弦}^{2}$$

$$\left(\frac{\text{天}}{\text{弦線}}\right)^{2}\text{丄}\text{天}^{2} = \text{弦}^{2}$$

$$\frac{\text{天}^{2}}{\text{弦}^{2}\text{線}^{2}}\text{丄}\text{天}^{2} = \text{弦}^{2}$$

$$\text{弦}^{2}\text{線}^{2}\text{丄}\text{天}^{4} = \text{弦}^{2}\text{天}^{2}$$

$\text{弦}^{2}\text{線}^{2}$

○

丅弦^{2}

○

丄一

有句股和有中垂線求句股弦

$$\text{句} = \text{天}$$

$$\text{和丅天} = \text{股}$$

$$\frac{\text{線}}{(\text{和丅天})\text{天}} = \text{弦}$$

$$\text{句}^{2}\text{丄}\text{股}^{2} = \text{弦}^{2}$$

$$\text{天}^{2}\text{丄}(\text{和丅天})^{2} = \left(\frac{\text{線}}{\text{和天丅天}^{2}}\right)^{2}$$

$$\text{二天}^{2}\text{丄和}^{2}\text{丅二和天} = \frac{\text{線}^{2}}{\text{和}^{2}\text{天}^{2}\text{丅二和天}^{3}\text{丄天}^{4}}$$

$$\text{二線}^{2}\text{天}^{2}\text{丄和}^{2}\text{線}^{2}\text{丅二和線}^{2}\text{天} = \text{和}^{2}\text{天}^{2}\text{丅二和天}^{3}\text{丄天}^{4}$$

$\text{丄和}^{2}\text{線}^{2}$

丅二和線^{2}

$\text{丅和}^{2}\text{丄二線}^{2}$

丄二和

丅一

$$\text{股} = \text{天}$$

$$\text{和丅天} = \text{句}$$

$$\frac{\text{線}}{(\text{和丅天})\text{天}} = \text{弦}$$

$$\text{句}^{2}\text{丄}\text{股}^{2} = \text{弦}^{2}$$

$$(\text{和丅天})^{2}\text{丄}\text{天}^{2} = \left(\frac{\text{線}}{\text{和天丅天}^{2}}\right)^{2}$$

$$\text{和}^{2}\text{丅二和天丄二天}^{2} = \frac{\text{線}^{2}}{\text{和}^{2}\text{天}^{2}\text{丅二和天}^{3}\text{丄天}^{4}}$$

$$\text{和}^{2}\text{線}^{2}\text{丅二和線}^{2}\text{天丄二線}^{2}\text{天}^{2} = \text{和}^{2}\text{天}^{2}\text{丅二和天}^{3}\text{丄天}^{4}$$

$\text{丄和}^{2}\text{線}^{2}$

丅二和線^{2}

$\text{丅和}^{2}\text{丄二線}^{2}$

丄二和

丅一

弦 ══ 天

和丅天 ══ 弦和較

和丄天 ══ 三事和

(和丅天)(和丄天) ══ 倍句股

二句股 ══ 二線弦

和^{2}丅天^{2} ══ 二線天

和^{2}

丅二線

丅一

有句股較有中垂線求句股弦

句 ══ 天

較丄天 ══ 股

$\frac{\text{線}}{\text{(較丄天)天}}$ ══ 弦

句^{2}丄股^{2} ══ 弦^{2}

天^{2}丄(較丄天)^{2} ══ $\left(\frac{\text{線}}{\text{較天丄天}^{2}}\right)^{2}$

二天^{2}丄較^{2}丄二較天 ══ $\frac{\text{線}^{2}}{\text{較}^{2}\text{天}^{2}\text{丄二較天}^{3}\text{丄天}^{4}}$

二線^{2}天^{2}丄較^{2}線^{2}丄二較線^{2}天 ══ 較^{2}天^{2}丄二較天^{3}丄天^{4}

丄較^{2}線^{2}

丄二較線^{2}

丄二線^{2}丅較^{2}

丅二較

丅一

股 ══ 天

天丅較 ══ 句

$\frac{\text{線}}{\text{(天丅較)天}}$ ══ 弦

句^{2}丄股^{2} ══ 弦^{2}

(天丅較)^{2}丄天^{2} ══ $\left(\frac{\text{線}}{\text{天}^{2}\text{丅較天}}\right)^{2}$

二天^{2}丅二較天丄較^{2} ══ $\frac{\text{線}^{2}}{\text{天}^{4}\text{丅二較天}^{3}\text{丄較}^{2}\text{天}^{2}}$

二線^{2}天^{2}丅二較線^{2}天丄較^{2}線^{2} ══ 天^{4}丅二較天^{3}丄較^{2}天^{2}

丄較^{2}線^{2}

丅二較線^{2}

丄二線^{2}丅較^{2}

丄二較

丅一

弦 ══ 天

天丅較 ══ 弦較較

天丄較 ══ 弦較和

(天丅較)(天丄較) ══ 倍句股

二句股 ══ 二線弦

天^{2}丅較^{2} ══ 二線天

丅較^{2}

丅二線

丄一

有句弦和有中垂線求句股弦

$$\text{句}=\text{天}$$

$$\text{和}\top\text{天}=\text{弦}$$

$$\frac{\text{天}}{(\text{和}\top\text{天})\text{線}}=\text{股}$$

$$\text{句}^{2}\perp\text{股}^{2}=\text{弦}^{2}$$

$$\text{天}^{2}\perp\left(\frac{\text{天}}{\text{和線}\top\text{線天}}\right)^{2}=(\text{和}\top\text{天})^{2}$$

$$\text{天}^{2}\perp\frac{\text{天}^{2}}{\text{和}^{2}\text{線}^{2}\top\text{二和線}^{2}\text{天}\perp\text{線}^{2}\text{天}^{2}}=\text{和}^{2}\top\text{二和天}\perp\text{天}^{2}$$

$$\text{天}^{4}\perp\text{和}^{2}\text{線}^{2}\top\text{二和線}^{2}\text{天}\perp\text{線}^{2}\text{天}^{2}=\text{和}^{2}\text{天}^{2}\top\text{二和天}^{3}\perp\text{天}^{4}$$

$\perp\text{和}^{2}\text{線}^{2}$

$\top\text{二和線}^{2}$

$\top\text{和}^{2}\perp\text{線}^{2}$

$\perp\text{二和}$

$$\text{股}=\text{天}$$

$$\text{和}\perp\text{天}=\text{三事和}$$

$$\frac{\text{二和}}{(\text{和}\perp\text{天})^{2}}=\text{股弦和}$$

$$\frac{\text{二和}}{\text{和}^{2}\perp\text{二和天}\perp\text{天}^{2}}\top\text{天}=\text{弦}$$

$$\text{和}\perp\text{天}\top\frac{\text{二和}}{\text{和}^{2}\perp\text{二和天}\perp\text{天}^{2}}=\text{句}$$

$$\text{句股}=\text{線弦}$$

$$\left(\text{和}\perp\text{天}\top\frac{\text{二和}}{\text{和}^{2}\perp\text{二和天}\perp\text{天}^{2}}\right)\text{天}=\text{線}\left(\frac{\text{二和}}{\text{和}^{2}\perp\text{二和天}\perp\text{天}^{2}}\top\text{天}\right)$$

$$(\text{和}^{2}\top\text{天}^{2})\text{天}=\text{線}(\text{和}^{2}\perp\text{天}^{2})$$

$$\text{和}^{2}\text{天}\top\text{天}^{3}=\text{和}^{2}\text{線}\perp\text{線天}^{2}$$

$\top\text{和}^{2}\text{線}$

$\perp\text{和}^{2}$

$\top\text{線}$

$\top\text{一}$

$$\text{弦}=\text{天}$$

$$\text{和}\top\text{天}=\text{句}$$

$$\frac{\text{和}\top\text{天}}{\text{線天}}=\text{股}$$

$$\text{句}^{2}\perp\text{股}^{2}=\text{弦}^{2}$$

$$(\text{和}\top\text{天})^{2}\perp\left(\frac{\text{和}\top\text{天}}{\text{線天}}\right)^{2}=\text{天}^{2}$$

$$\text{和}^{2}\top\text{二和天}\perp\text{天}^{2}\perp\frac{\text{和}^{2}\top\text{二和天}\perp\text{天}^{2}}{\text{線}^{2}\text{天}^{2}}=\text{天}^{2}$$

$$\text{和}^{4}\top\text{四和}^{3}\text{天}\perp\text{六和}^{2}\text{天}^{2}\top\text{四和天}^{3}\perp\text{天}^{4}\perp\text{線}^{2}\text{天}^{2}=\text{和}^{2}\text{天}^{2}\top\text{二和天}^{3}\perp\text{天}^{4}$$

$\perp\text{和}^{4}$

$\top\text{四和}^{3}$

$\perp\text{五和}^{2}\perp\text{線}^{2}$

$\top\text{二和}$

有句弦較有中垂線求句股弦

$$\text{句}=\text{天}$$

$$\text{較}\perp\text{天}=\text{弦}$$

$$\frac{\text{天}}{(\text{較}\perp\text{天})\text{線}}=\text{股}$$

$$\text{句}^{2}\perp\text{股}^{2}=\text{弦}^{2}$$

$$\text{天}^{2}\perp\left(\frac{\text{天}}{\text{較線}\perp\text{線天}}\right)^{2}=(\text{較}\perp\text{天})^{2}$$

$$\text{天}^{2}\perp\frac{\text{天}^{2}}{\text{較}^{2}\text{線}^{2}\perp\text{二較線}^{2}\text{天}\perp\text{線}^{2}\text{天}^{2}}=\text{較}^{2}\perp\text{二較天}\perp\text{天}^{2}$$

$$\text{天}^{4}\perp\text{較}^{2}\text{線}^{2}\perp\text{二較線}^{2}\text{天}\perp\text{線}^{2}\text{天}^{2}=\text{較}^{2}\text{天}^{2}\perp\text{二較天}^{3}\perp\text{天}^{4}$$

$\perp\text{較}^{2}\text{線}^{2}$

$\perp\text{二較線}^{2}$

$\perp\text{線}^{2}\top\text{較}^{2}$

$\top\text{二較}$

$$\text{股} = \text{天}$$

$$\text{天丅較} = \text{弦和較}$$

$$\frac{\text{二較}}{(\text{天丅較})} = \text{股弦較}$$

$$\frac{\text{二較}}{\text{天}^{2}\text{丅二較天丄較}^{2}}\text{丄天} = \text{弦}$$

$$\text{天丅較丄}\frac{\text{二較}}{\text{天}^{2}\text{丅二較天丄較}^{2}} = \text{句}$$

$$\text{句股} = \text{線弦}$$

$$\left(\text{天丅較丄}\frac{\text{二較}}{\text{天}^{2}\text{丅二較天丄較}^{2}}\right)\text{天} = \text{線}\left(\frac{\text{二較}}{\text{天}^{2}\text{丅二較天丄較}^{2}}\text{丄天}\right)$$

$$(\text{天}^{2}\text{丅較}^{2})\text{天} = \text{線}(\text{天}^{2}\text{丄較}^{2})$$

$$\text{天}^{3}\text{丅較}^{2}\text{天} = \text{線天}^{2}\text{丄較}^{2}\text{線}$$

丄較^{2}線

丄較^{2}

丄線

丅一

$$\text{弦} = \text{天}$$

$$\text{和丅較} = \text{句}$$

$$\frac{\text{天丅較}}{\text{線天}} = \text{股}$$

$$\text{句}^{2}\text{丄股}^{2} = \text{弦}^{2}$$

$$(\text{天丅較})^{2}\text{丄}\left(\frac{\text{天丅較}}{\text{線天}}\right)^{2} = \text{天}^{2}$$

$$\text{天}^{2}\text{丅二較天丄較}^{2}\text{丄}\frac{\text{天}^{2}\text{丅二較天丄較}^{2}}{\text{線}^{2}\text{天}^{2}} = \text{天}^{2}$$

$$\text{天}^{4}\text{丅二較天}^{3}\text{丄六較}^{2}\text{天}^{2}\text{丅四較}^{3}\text{天丄較}^{4}\text{丄線}^{2}\text{天}^{2} = \text{天}^{4}\text{丅二較天}^{3}\text{丄較}^{2}\text{天}^{2}$$

丄較^{4}

丅四較^{3}

丄五較^{2}丄線^{2}

丅二較

有股弦和有中垂線求句股弦

$$\text{句} = \text{天}$$

$$\text{和丅天} = \text{弦較和}$$

$$\frac{\text{二和}}{(\text{和丅天})} = \text{句弦較}$$

$$\text{天丄}\frac{\text{二和}}{\text{和}^{2}\text{丅二和天丄天}^{2}} = \text{弦}$$

$$\text{和丅天丅}\frac{\text{二和}}{\text{和}^{2}\text{丅二和天丄天}^{2}} = \text{股}$$

$$\text{句股} = \text{線弦}$$

$$\left(\text{和丅天丅}\frac{\text{二和}}{\text{和}^{2}\text{丅二和天丄天}^{2}}\right)\text{天} = \text{線}\left(\frac{\text{二和}}{\text{和}^{2}\text{丅二和天丄天}^{2}}\text{丄天}\right)$$

$$(\text{和}^{2}\text{丅天}^{2})\text{天} = \text{線}(\text{和}^{2}\text{丄天}^{2})$$

$$\text{和}^{2}\text{天丅天}^{3} = \text{和}^{2}\text{線丄線天}^{2}$$

丅和^{2}線

丄和^{2}

丅線

丅一

$$\text{股} = \text{天}$$

$$\text{和丅天} = \text{弦}$$

$$\frac{\text{天}}{(\text{和丅天})\text{線}} = \text{句}$$

$$\text{句}^{2}\text{丄股}^{2} = \text{弦}^{2}$$

$$\left(\frac{\text{天}}{\text{和線丅線天}}\right)^{2}\text{丄天}^{2} = (\text{和丅天})^{2}$$

$$\frac{\text{天}^{2}}{\text{和}^{2}\text{線}^{2}\text{丅二和線}^{2}\text{天丄線}^{2}\text{天}^{2}}\text{丄天}^{2} = \text{和}^{2}\text{丅二和天丄天}^{2}$$

$$\text{和}^{2}\text{線}^{2}\text{丅二和線}^{2}\text{天丄線}^{2}\text{天}^{2}\text{丄天}^{4} = \text{和}^{2}\text{天}^{2}\text{丅二和天}^{3}\text{丄天}^{4}$$

丄和^{2}線

丅二和線^{2}

丅和^{2}丄線^{2}

丄二和

弦 ＝ 天

和丅天 ＝ 股

$\frac{\text{和丅天}}{\text{線天}}$ ＝ 句

句^{2}丄股^{2} ＝ 弦^{2}

$\left(\frac{\text{和丅天}}{\text{線天}}\right)^{2}$丄(和丅天)^{2} ＝ 天^{2}

$\frac{\text{和}^{2}\text{丅二和天丄天}^{2}}{\text{線}^{2}\text{天}^{2}}$丄和^{2}丅二和天丄天^{2} ＝ 天^{2}

線^{2}天^{2}丄和^{4}丅四和^{3}天丄六和^{2}天^{2}丅四和天^{3}丄天^{4} ＝ 和^{2}天^{2}丅二和天^{3}丄天^{4}

丄和^{4}

丅四和^{3}

丄五和^{2}丄線^{2}

丅二和

有股弦較有中垂線求句股弦

句 ＝ 天

天丄較 ＝ 弦較較

$\frac{\text{二較}}{(\text{天丄較})}$ ＝ 句弦和

$\frac{\text{二較}}{\text{天}^{2}\text{丄二較天丄較}^{2}}$丅天 ＝ 弦

$\frac{\text{二較}}{\text{天}^{2}\text{丄二較天丄較}^{2}}$丅天丅較 ＝ 股

句股 ＝ 線弦

$\left(\frac{\text{二較}}{\text{天}^{2}\text{丄二較天丄較}^{2}}\text{丅天丅較}\right)$天 ＝ 線$\left(\frac{\text{二較}}{\text{天}^{2}\text{丄二較天丄較}^{2}}\text{丅天}\right)$

(天^{2}丅較^{2})天 ＝ 線(天^{2}丄較^{2})

天^{3}丅較^{2}天 ＝ 線天^{2}丄較^{2}線

丄較^{2}線

丄較^{2}

丄線

丅一

股 ＝ 天

天丄較 ＝ 弦

$\frac{\text{天}}{(\text{天丄較})\text{線}}$ ＝ 句

句^{2}丄股^{2} ＝ 弦^{2}

$\left(\frac{\text{天}}{\text{線天丄較線}}\right)^{2}$丄天^{2} ＝ (天丄較)^{2}

$\frac{\text{天}^{2}}{\text{線}^{2}\text{天}^{2}\text{丄二較線}^{2}\text{天丄較}^{2}\text{線}^{2}}$丄天^{2} ＝ 天^{2}丄二較天丄較^{2}

線^{2}天^{2}丄二較線^{2}天丄較^{2}線^{2}丄天^{4} ＝ 天^{4}丄二較天^{3}丄較^{2}天^{2}

丄較^{2}線^{2}

丄二較線^{2}

丄線^{2}丅較^{2}

丅二較

弦 ＝ 天

天丅較 ＝ 股

$\frac{\text{天丅較}}{\text{線天}}$ ＝ 句

句^{2}丄股^{2} ＝ 弦^{2}

$\left(\frac{\text{天丅較}}{\text{線天}}\right)^{2}$丄(天丅較)^{2} ＝ 天^{2}

$\frac{\text{天}^{2}\text{丅二較天丄較}^{2}}{\text{線}^{2}\text{天}^{2}}$丄天^{2}丅二較天丄較^{2} ＝ 天^{2}

線^{2}天^{2}丄天^{4}丅四較天^{3}丄六較^{2}天^{2}丅四較^{3}天丄較^{4} ＝ 天^{4}丅二較天^{3}丄較^{2}天^{2}

丄較^{4}

丅四較^{3}

丄五較^{2}丄線^{2}

丅二較

有弦較和有中垂線求句股弦

句 ＝ 天

和丄天 ＝ 股弦和

$\frac{和丄天}{天^{2}}$ ＝ 股弦較

和丄天丄$\frac{和丄天}{天^{2}}$ ＝ 倍弦

和丄天丅$\frac{和丄天}{天^{2}}$ ＝ 倍股

倍句倍股 ＝ 倍線倍弦

二天(和丄天丅$\frac{和丄天}{天^{2}}$) ＝ 二線(和丄天丄$\frac{和丄天}{天^{2}}$)

二天(和^{2}丄二和天) ＝ 二線(和^{2}丄二和天丄二天^{2})

二和^{2}天丄四和天^{2} ＝ 二和^{2}線丄四和線天丄四線天^{2}

丄二和^{2}線

丅二和^{2}丄四和線

丅四和丄四線

股 ＝ 天

和丅天 ＝ 句弦較

$\frac{和丅天}{天^{2}}$ ＝ 句弦和

和丅天丄$\frac{和丅天}{天^{2}}$ ＝ 倍弦

$\frac{和丅天}{天^{2}}$丅和丄天 ＝ 倍句

倍句股 ＝ 線倍弦

($\frac{和丅天}{天^{2}}$丅和丄天)天 ＝ 線(和丅天丄$\frac{和丅天}{天^{2}}$)

(二和天丅和^{2})天 ＝ 線(和^{2}丅二和天丄二天^{2})

二和天^{2}丅和^{2}天 ＝ 和^{2}線丅二和線天丄二線天^{2}

丄和^{2}線

丄和^{2}丅二和線

丅二和丄二線

弦 ＝ 天

二天丅和 ＝ 弦較較

(二天丅和)和 ＝ 倍句股

二句股 ＝ 二線弦

二和天丅和^{2} ＝ 二線天

丅和^{2}

丄二和丅二線

有弦和較有中垂線求句股弦

句 ＝ 天

天丅較 ＝ 股弦較

$\frac{天丅較}{較^{2}}$ ＝ 倍句弦較

$\frac{天丅較}{較^{2}}$丄二天 ＝ 倍弦

$\frac{天丅較}{較^{2}}$丄二較 ＝ 倍股

句倍股 ＝ 線倍弦

天($\frac{天丅較}{較^{2}}$丄二較) ＝ 線($\frac{天丅較}{較^{2}}$丄二天)

天(二較天丅較^{2}) ＝ 線(較^{2}丄二天^{2}丅二較天)

二較天^{2}丅較^{2}天 ＝ 較^{2}線丄二線天^{2}丅二較線天

丄較^{2}線

丅二較線丄較^{2}

丄二線丅二較

股 ═══ 天

天丅較 ═══ 句弦較

天丅較/天 ═══ 句弦和

天丅較/天 丅天丄較 ═══ 倍句

天丅較/天 丄天丅較 ═══ 倍弦

倍句股 ═══ 線倍弦

(天丅較/天 丅天丄較)天 ═══ 線(天丅較/天 丄天丅較)

(二較天丅較²)天 ═══ 線(二天²丅二較天丄較²)

二較天²丅較²天 ═══ 二線天²丅二較線天丄較²線

丄較²線

丅二較線丄較³

丄二線丅二較

弦 ═══ 天

二天丄較 ═══ 三事和

(二天丄較²)較 ═══ 倍句股

二句股 ═══ 二線弦

二較天丄較² ═══ 二線天

丄較²

丄二較丅二線

有弦較較有中垂線求句股弦

句 ═══ 天

較丅天 ═══ 股弦較

較丅天/較天 ═══ 三事和

較丅天/較天 丅較 ═══ 倍股

較丅天/較天 丄較丅二天 ═══ 倍弦

句倍股 ═══ 線倍弦

天(較丅天/較天 丅較) ═══ 線(較丅天/較天 丄較丅二天)

天(二較天丅較²) ═══ 線(較²丅二較天丄二天²)

二較天²丅較²天 ═══ 較²線丅二較線天丄二線天²

丄較²線

丅二較線丄較³

丅二較丄二線

股 ═══ 天

天丄較 ═══ 句弦和

天丄較²/較 ═══ 倍股弦較

二天丄(天丄較²/較) ═══ 倍弦

二較丅(天丄較²/較) ═══ 倍句

倍句股 ═══ 線倍弦

(二較丅天丄較²/較)天 ═══ 線(二天丄天丄較²/較)

(二較天丄較²)天 ═══ 線(二天²丄二較天丄較²)

二較天²丄較²天 ═══ 二線天²丄二較線天丄較²線

丄較²線

丄二較線丅較³

丅二較丄二線

弦 ══ 天

二天丅較 ══ 弦較和

(二天丅較)較 ══ 倍句股

二句股 ══ 二線弦

二較天丅較$^{=}$ ══ 二線天

丅較

丄二較丅二線

有弦和和有中垂線求句股弦

句 ══ 天

和丅天 ══ 股弦和

$\frac{\text{和丅天}}{\text{天}^{=}}$ ══ 股弦較

和丅天丄$\frac{\text{和丅天}}{\text{天}^{=}}$ ══ 倍弦

和丅天丅$\frac{\text{和丅天}}{\text{天}^{=}}$ ══ 倍股

句倍股 ══ 線倍弦

天(和丅天丅$\frac{\text{和丅天}}{\text{天}^{=}}$) ══ 線(和丅天丄$\frac{\text{和丅天}}{\text{天}^{=}}$)

天(和$^{=}$丅二和天) ══ 線(和$^{=}$丅二和天丄二天$^{=}$)

和$^{=}$天丅二和天$^{=}$ ══ 和$^{=}$線丅二和線天丄二線天$^{=}$

丄和$^{=}$線

丅二和線丅和$^{=}$

丄二和丄二線

股 ══ 天

和丅天 ══ 句弦和

$\frac{\text{和丅天}}{\text{和}^{=}}$ ══ 倍股弦和

$\frac{\text{和丅天}}{\text{和}^{=}}$丅二天 ══ 倍弦

二和丅$\frac{\text{和丅天}}{\text{和}^{=}}$ ══ 倍句

倍句股 ══ 線倍弦

(二和丅$\frac{\text{和丅天}}{\text{和}^{=}}$)天 ══ 線($\frac{\text{和丅天}}{\text{和}^{=}}$丅二天)

(和$^{=}$丅二和天)天 ══ 線(和$^{=}$丅二和天丄二天$^{=}$)

和$^{=}$天丅二和天$^{=}$ ══ 和$^{=}$線丅二和線天丄二線天$^{=}$

丄和$^{=}$線

丅二和線丅和$^{=}$

丄二線丄二和

弦 ══ 天

和丅二天 ══ 弦和較

(和丅二天)和 ══ 倍句股

二句股 ══ 二線弦

和$^{=}$丅二和天 ══ 二線天

丄和$^{=}$

丅二和丅二線

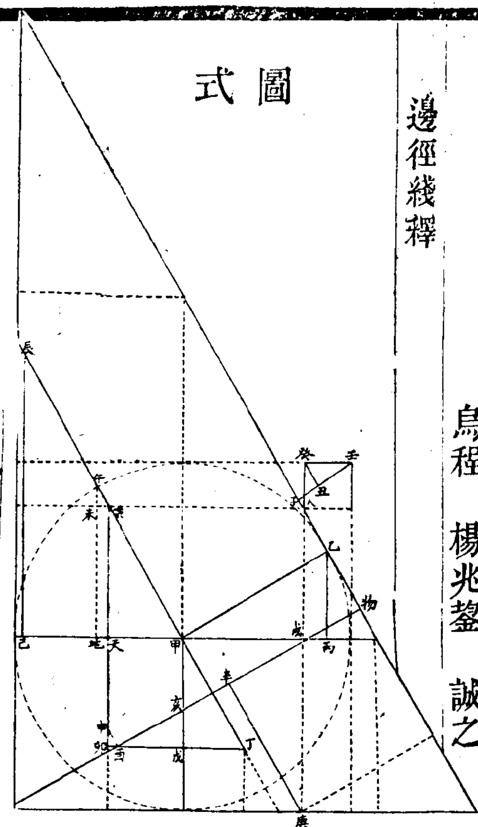
須曼精廬算學卷十九

須曼精廬算學卷二十

烏程 楊兆鋆 誠之

邊徑綫釋

圖式



釋圖

甲乙丙中垂綫句股 中

甲丁戊方邊句股 方

己庚辛邊綫和句股 正

壬癸丑邊綫較句股 負即方倍綫中倍邊

寅卯丁邊徑和句股 右

申酉卯邊徑較句股 左

辰巳申綫徑和句股 前

午未寅綫徑較句股 後

壬癸爲虛容方邊即邊徑較

壬子爲虛中垂線即線徑較

設數

句一百〇五

股一百四十

弦一百七十五

方邊六十

徑七十

中垂線八十四

邊徑和一百三十

邊徑較十

邊綫和一百四十四

邊線較二十四

甲戊亥即斷句股　線徑和一百五十四

寅甲天即虛句股　綫徑較十四

午甲地等甲乙丙庚戊辛　句股和二百四十五

人戊物等甲丁戊　三事和四百二十

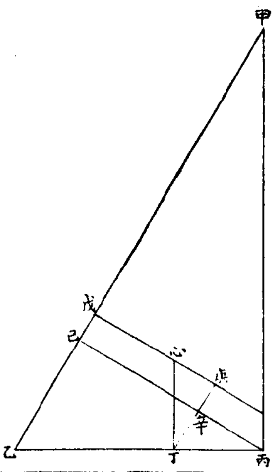
句股邊徑綫比例表

徑	倍邊	徑	句股和
綫	邊綫和	邊綫較	綫
倍弦	倍邊徑較	弦	三事和
三事和	邊綫較	邊	邊綫和
徑	倍綫	徑	三事和
邊	邊綫和	綫徑較	綫
倍句股和	倍綫徑較	倍弦	倍邊
三事和	邊綫較	徑	邊綫較
徑	三事和	徑	邊
邊徑較	邊	倍綫減徑	綫
倍句股和	倍綫	邊徑較	弦
徑	邊綫較	綫徑較	句股和

右表凡六方檢法左右二縱上下二橫東西上下各一交互斜比每方比例六共得比例三十有六偶有與句股和較諸事可變易相通者如第一方內首率可易為二句末率可易為股又第一比例首率可易為弦較末率可易為弦較和無難會而通之因與本表不能貫合故不備列

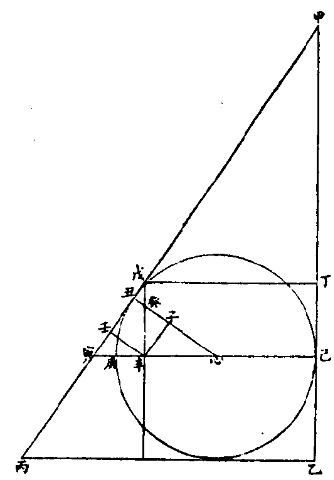
徑自乘等於弦乘倍綫徑較

如圖甲乙丙句股形心為容圓心丙己為垂綫自心與丙己平行作庚戊綫又作心丁垂綫則心戊心丁丁丙皆為半徑又自丁作丁庚綫與乙甲平行成心丁庚丁丙辛二同式句股形同以半徑為弦則二形自等其三事和即中垂綫移心丁於心戊移庚戊於辛己加辛丙即中垂綫綫徑較為心丁庚形之弦和較其比例大弦與大徑比若二小弦即徑與二小徑即倍綫徑較故徑自乘方等於弦乘倍綫徑較



方邊乘弦和較等於邊徑較乘和和

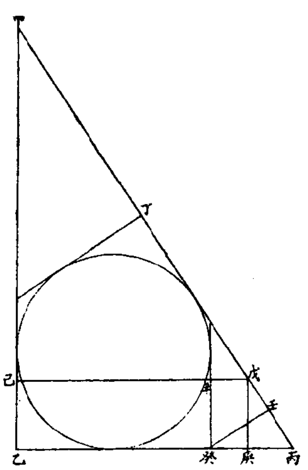
如圖甲乙丙句股形丁戊己辛俱方邊己庚為徑即弦和較辛庚為邊徑較圖中心辛癸戊辛寅俱用小方邊心辛戊辛為股故等式等積而子辛必等辛壬又等子丑因子心辛戊壬辛均為癸辛心戊辛寅二形之等積式小句股則心丑半徑為

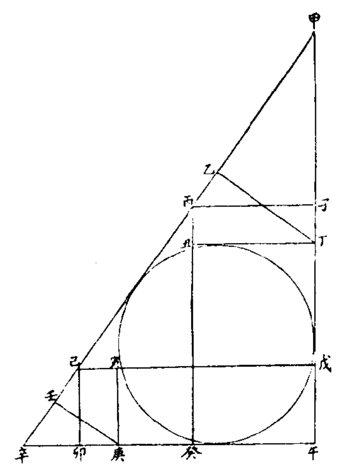


子心辛形之句股和加心辛弦得己辛為和和即方邊減心辛弦得辛庚為和較即邊徑較故心子辛和和與其和較辛庚之比若甲乙丙和和與其和較己庚之比首末率相乘恆等於二三率相乘也

綫徑較乘弦等於小較乘大較

如圖甲乙丙句股形甲丁大較戊丙癸丙小較辛己癸乙徑戊己庚乙綫蓋甲丙弦比丙乙句猶之甲戊弦比戊己句甲戊為股則戊己必綫矣戊辛庚癸線徑較試自癸點與甲丙線正交作癸壬綫成癸壬丙句股形因與戊庚丙形同用小較為弦故庚丙必等壬丙皆句而戊壬句弦較亦必與庚癸戊辛等矣故戊壬大較綫徑較與戊丙弦小較之比即同於甲丁大較與甲丙弦之比綫徑較為大較為弦句股之小較亦為小較為弦句股





之大較

如圖甲午辛句股形甲丙甲丁大較甲乙丁甲子丙皆為大較為弦句股形己辛庚辛小較庚壬辛己卯辛皆為小較為弦句股形丑癸戊寅皆圓徑丙癸戊己皆線則丙丑寅己為線徑較子丁庚卯等一（為丑丁綫所截為己卯綫所截）故子丁為甲乙丁句股形之小較（以甲子即甲乙故）庚卯為庚壬辛句股形之大較（以卯辛即壬辛故）

今有邊徑和一百三十綫與邊徑較較七十四求方邊圓徑垂線各若干

答曰方邊六十圓徑七十垂線八十四

方邊　天

徑

邊線和

垂線

邊線和　徑

今有容方邊六十中垂線八十四求句股弦各若干

答曰句一百零五股一百四十弦一百七十五

今有邊徑較十綫和和二百十四求邊徑綫各若干

答曰邊六十徑七十綫八十四

命較爲甲和和爲乙

今有容方邊六十圓徑七十求三事各若干

答曰句一百〇五股一百四十弦一百七十五

命邊爲甲徑爲乙

須曼精廬算學卷二十

烏程 楊兆鋆 誠之

方田推步

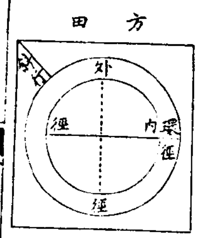
今有方田一段內有環池占之其餘積以環之內圓徑乘之減外圓周冪餘二萬五千一百六十四步只云田之四角至池外周各十一步半內外二周較三十六步試推方邊及二圓徑各若干推斜徑用古法方五斜七定率

答曰內徑二十八步

方邊四十五步

池環徑六步

外徑四十步



內徑＝＝天

三天＝＝內周

三天丄三六＝＝外周

三/三天丄三六＝＝外徑

二三丄三/三天丄三六＝＝田方斜

(二三丄三/三天丄三六)五＝＝田方邊＝＝二一/五二五丄一五天

(六天丄三六)三六＝＝環池積＝＝一二/二一六天丄一二九六

田方邊丅環池積＝＝餘積

四四一/二七五六二五丄二二五天丄一五七五〇天丅二一六天丄一二九六＝＝餘積

五三九二/二七三五九六四丄九三七四四天丄二七〇〇天＝＝餘積

五三九二/二七三五九六四天丄九三七四四天丄二七〇〇天丅(九天丄一二九六丄二一六天)

＝＝二五一六四

二七三五九六四天丄九三七四四天丄二七〇〇天丅四七六二八天丅六八五八四三二丅一一四三〇七二天＝＝(二五一六四)(五二九二)

一五九二八九二天丄四六一一六天丄二七〇〇天丅六八五八四三二

＝＝一三三一六七八八八

丄一四〇〇二六三二〇　二八/一二九六五四〇

丅一五九二八九二　丅一四七四九

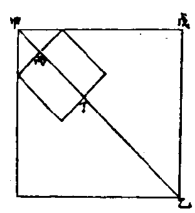
丅四六一一六　丅四二七

丅二七〇〇　丅二五

以一〇八約之開方得二十八步

今有方田一段西北隅有方池斜占之池之二角均切田邊餘積四千步只云從田東南隅斜行至池邊六十八步五試求田池邊各若干

答曰池徑十五步田邊六十五步



池徑＝＝天＝＝丙丁

天丄三/天丄六八五＝＝田斜＝＝甲乙

(七/三天丄三七)五＝＝田邊＝＝甲戊

甲戊丅丙丁＝＝餘積

(一四/一五天丄六八五)丅天＝＝四〇〇〇

一九六/二二五天丄二〇五五〇天丄四六九六二二五丅一九六天＝＝四〇〇〇

二二五天丄二〇五五〇天丄四六九六二二五丅一九六天＝＝七八四〇〇〇

丅三一四七七五　一五

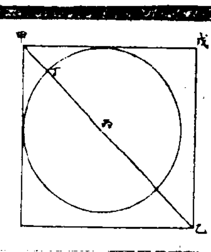
丄二〇五五〇

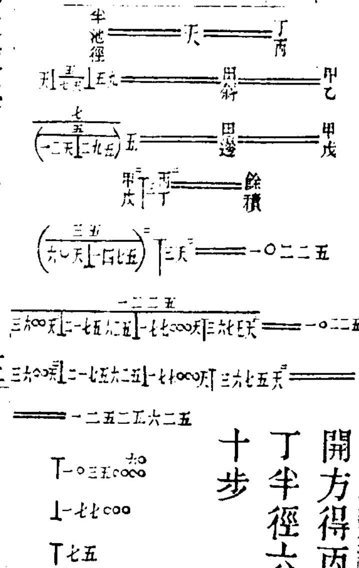
丄二九

開方得十五步

今有方田一段西北隅有圓池占之池周切田兩邊餘積一萬〇二百二十五步只云從田東南隅斜行至池邊五十九步求池徑田邊各若干

答曰池徑一百二十步田邊一百四十五步

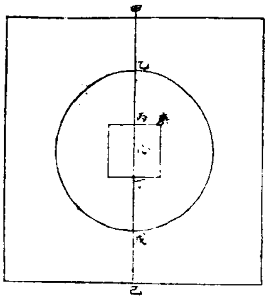




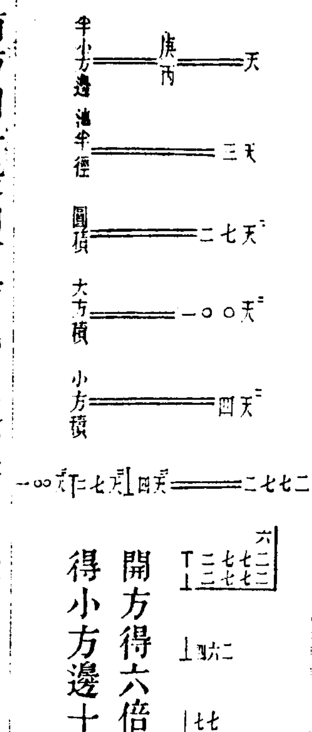
開方得丙丁半徑六十步

今有大方田內有圓池池中又有小方田共田積十一畝五分五釐其方圓邊相距皆與小方邊等試求圓徑及二方邊各若干 用畝法二百四十步 皆用古率徑一周三

答曰圓徑三十六步大方邊六十步小方邊十二步



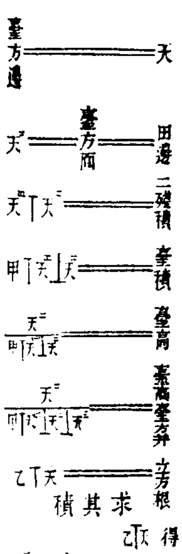
如圖丙丁小方邊與甲乙乙丙丁戊戊己皆等則小方邊爲圓徑三分之一爲大方邊五分之一故求得小方邊十二以三倍之得圓徑乙丙戊乙三十六步以五倍之得大方邊甲己六十步

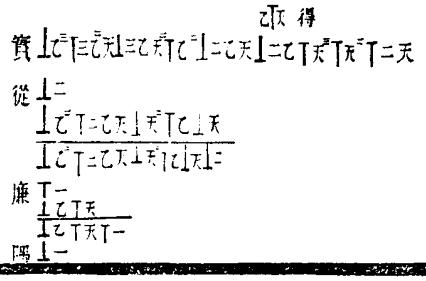


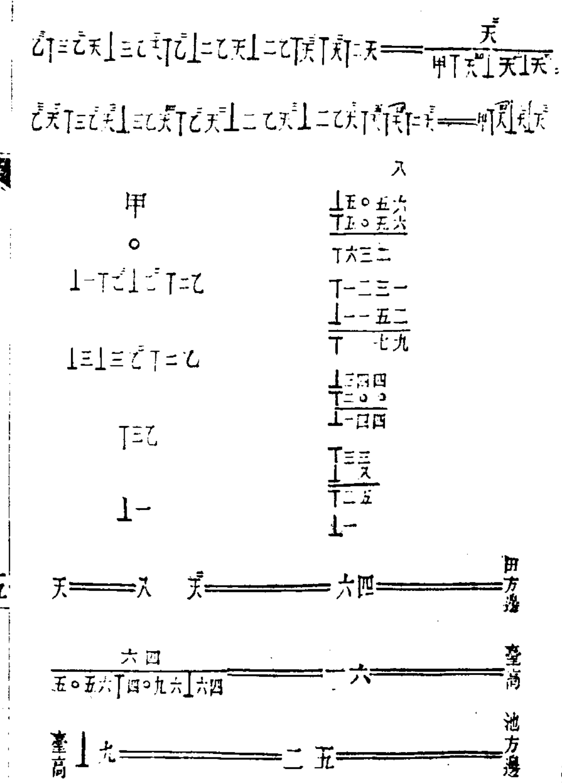
開方得六倍之得小方邊十二

今有方田一段內有方池占之復有方臺占之田池二殘積並臺積共五千零五十六丈 甲 只云並臺高臺方爲負實二爲正縱一爲負廉一正隅立方開之併入臺方邊共得一丈一尺乙臺高較池邊少九尺臺方面等於田邊求三方邊及臺高若干

答曰臺方邊八尺田方邊六丈四尺池方邊二丈五尺臺高一丈六尺

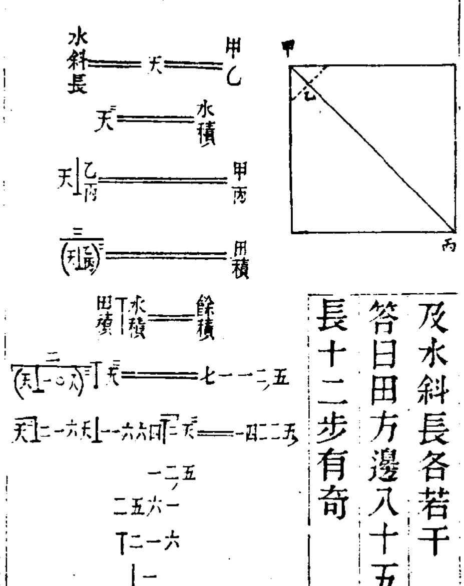






今有方田一段西北隅被水斜入餘積七千一百十二步半自東南隅斜行至水邊一百零八步求田方邊及水斜長各若干

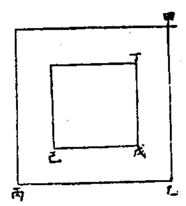
答曰田方邊八十五步有奇水斜長十二步有奇



開方得水斜長十二步半有奇以甲丙自乘折半開方得田方邊八十五步奇

今有方環田外周三十六步內占方蕩蕩周二十步求田實積若干

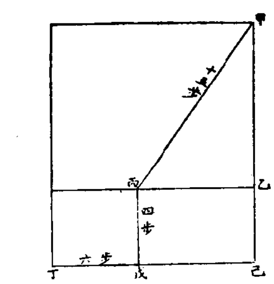
答曰田積五十六步

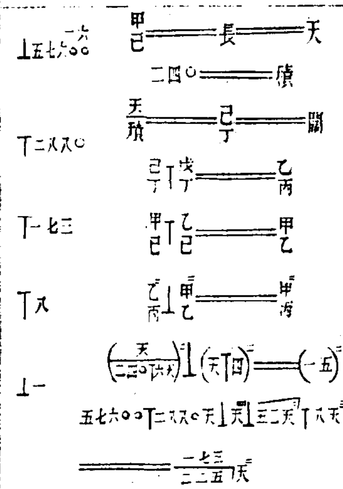


法以外周四歸之得九步如甲乙邊又以蕩周四歸之得五步加丁戊邊外周自乘得八十一步如甲丙面積蕩周自乘得二十五步如丁己面積二積相減得五十六步爲方環田積

今有長方田共積一畝有人於一隅橫行六步又直行四步復斜行十五步至對隅試求田之長闊各若干

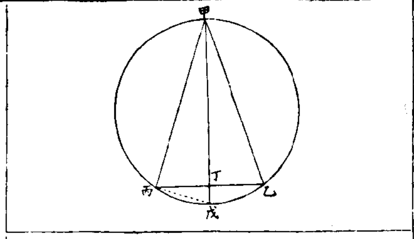
答曰田長十六步闊十五步

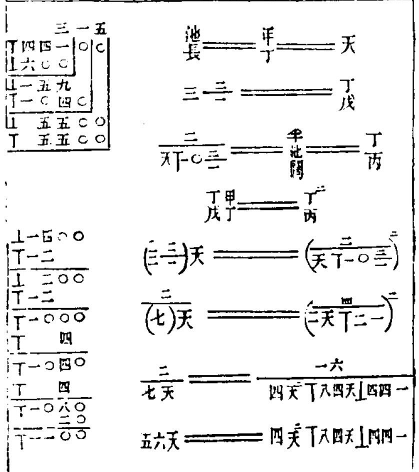




今有圓田一段丙有圭池占之池之三角皆切田邊只云圭長不及圓徑三步半卻多於池闊十步半求池長闊及田徑各若干

答曰池長三十一步半闊廿一步田徑三十五步



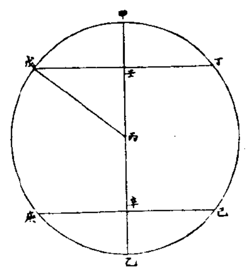


開方得三十一步半如下

今有圓田一段周一百二十步被河水從中等過分為弧田二段二弧弦各長三十二步求水闊若干

答曰二十六步有奇

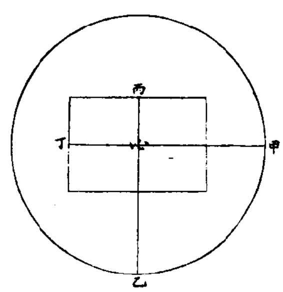
如圖丁戊己庚為二弧弦丙為田心試自丙至戊作戊丙線成戊壬丙句股形壬戊股為丁戊之半壬丙句為水闊之半先用周三徑一定率求得戊丙半徑二十步為弦以股弦求句法求得壬丙句倍之

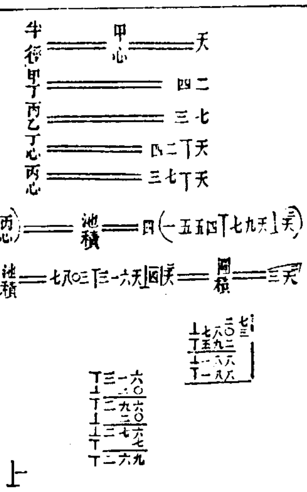


得壬辛水闊二十六步餘

今有圓田一段內有長方池計田積一千五百八十七方步從池短邊過心至圓周四十二步從長邊過心至圓周三十七步試求圓徑及長短邊各若干步

答曰圓徑五十四步長邊三十步短邊二十步

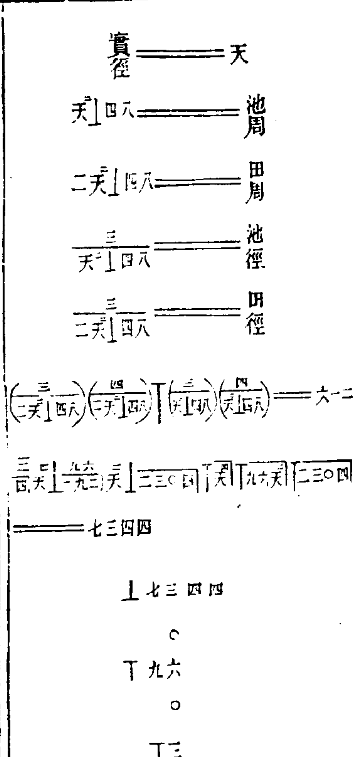




開方得二十七步倍之得五十四卽全徑半徑甲心與甲丁相減得丁心十五步倍之卽長邊三十步與丙乙相減得丙心十步倍之卽短邊二十步

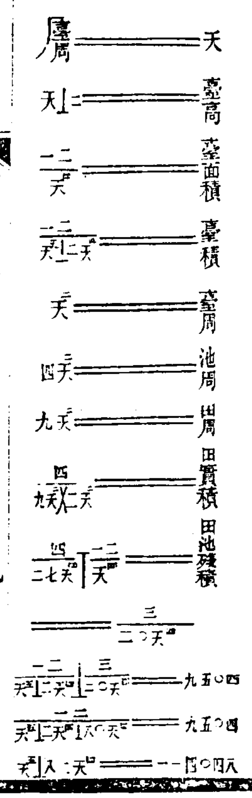
今有圓田一段內有圓池占之餘積六百十二步只云實徑自乘不及池周四十八步卻與田池二周較等試求實徑及田池周各若干

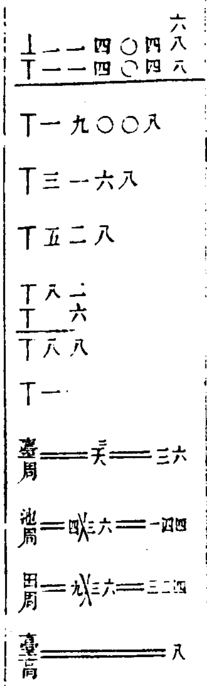
答曰實徑六步池周八十四步田周一百二十步



今有圓田一段內有圓池池中復有圓臺三積共九千五百零四尺只云臺池二周皆以平方開之相併自乘與田周等其臺周開方數為池周開方數之半而少于臺高二尺求三周及臺高各若干

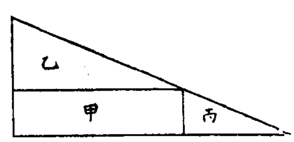
答曰臺周三丈六尺池周十四丈四尺田周三十二丈四尺臺高八尺

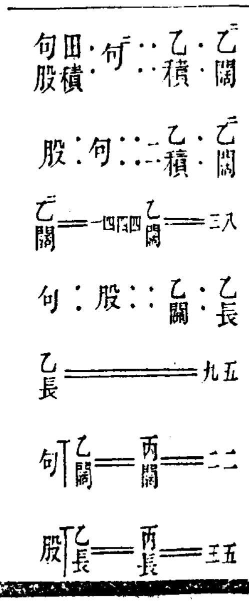




有句股田一段句六十步股一百五十步分與甲乙丙三人從南橫截一句股與乙共積一千八百〇五步從東截一句股與丙共積六百〇五步餘直田一段與甲共積二千〇九十步求三分田長闊各若干

答曰乙田闊三十八步長九十五步丙田闊二十二步長五十五步乙田長卽甲田長丙田闊卽甲田闊

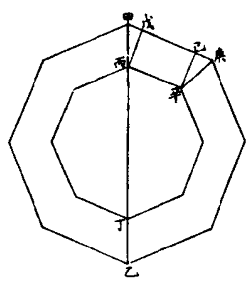




今有方五斜七八角田一段內復有方五斜七八角池占之餘積三千九百七十七步又四十九步之七只云面徑至池邊各十七步求田池之闊若干

答曰田闊三十六步池闊二十二步

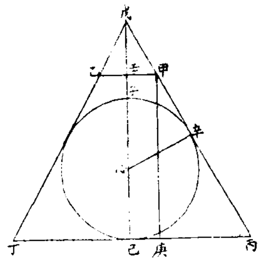
如圖甲乙田丙丁池甲丙十七步甲庚田闊丙辛池闊同戊己法置圓周三乘之十六除之得丙甲戊角六十七度半則有甲角戊正角丙角及甲丙邊求得丙戊十六步弱甲戊七步乃置甲丙辛庚積餘積八分之一以丙戊甲戊相乘積減之得戊辛積三百五十二步以丙戊除之得丙辛廿二步為池闊加倍甲戊卽甲戊己庚并得甲庚三十六步為田闊



有梯田一段小闊八步大闊三十二步長二十二步半切大闊容一圓池池徑若干

答曰十九步又五分步之二

甲乙丙丁梯田甲乙小闊八步丙丁大闊三十二步壬己長二十二步半切大闊容子己圓池求子己圓徑法先引長甲丙乙丁二線遇于戊成戊丙丁三角形再以壬己引長至戊爲三角中垂線又作甲庚線與壬己等成

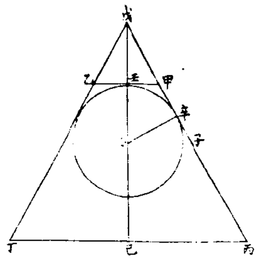


甲庚丙戊壬甲二等式句股形故丙庚與甲庚若甲壬與戊壬得戊壬七步半與壬己相加得戊己垂線三十步戊己丙己各自乘相加開方得戊丙三十四步自心作辛心線成心辛戊句股與戊己丙同式故戊己與丙己若戊辛

與心辛得半徑九步又六則圓徑十九步又五分步之二

前題切小闊容圓池求池徑

答曰十三步又五分步之二



如前法先求得戊壬七步半與壬己相加得戊己三十步次求戊丙三十四步作心辛半徑線戊辛心句股與戊己丙同式戊壬爲戊辛心之句弦較戊子爲戊己丙之句弦較十八步故戊子與丙己若戊壬與辛心得半徑六步又六倍之得十三步又五分步之二卽圓池徑

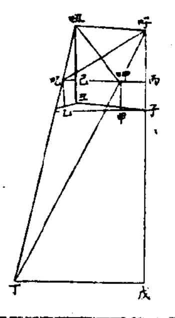
須曼精廬算學卷二十一

須曼精盧算學卷二十二

烏程　楊兆鋆　誠之

立表測量

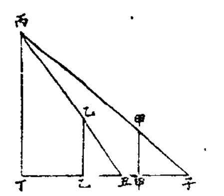
有井不知水距井口若干先投一小浮物於水用長短二表測初次短表在甲長表在子二次短表在乙長表在丑俱見二表尖與浮物在一線知甲子乙丑子丑三距亦知子丑乙丑子甲二角求水面深法若何



如圖吇子吜丑爲長表呷甲叱乙爲短表吇丙吜己爲二表相減丁爲物子戊爲水面距井口甲子等呷丙乙丑等叱己子丑

等吇吜法先以吇呷丙吜叱己句股求吇呷吜叱又以丑子甲子丑乙三角形求甲丑乙子卽呷己叱丙乃以吜己呷吇丙叱句股求得吜呷吇叱又以吇吜呷吇吜叱三角形求呷吇吜叱吜吇兩角又以吇吜丁三角形求吇丁邊乃以吇呷比吇丙若吇丁比吇戊得吇戊減吇子得子戊如所求

假令有塔頂不知高遠於平地立甲乙二表測之人目在子見甲表尖與塔頂在一綫人目在丑見乙表尖與塔頂在一線已知甲子乙丑子丑三平距亦知丑子甲子丑乙二角求塔高



法并二角與半周相減得子丙丑角以其正弦與子丑比若子丑丙角正弦與丙子比又以半徑與丑子甲角正弦比若丙子與丙丁比丙丁卽塔高也

不用上圖

此子丑與塔根在一線內方合若不在一線者用法

一　子角正弦　一　借邊

二　丑乙平距　二　表高　去人目高

三　子丑和角減半周正弦　三　子丑距

四　借邊　四　塔高　少人目高

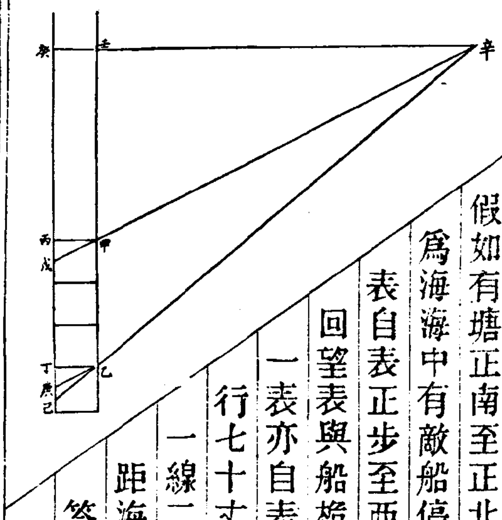
化之

一　子丑和角減半周正弦乘丑乙距　二　子正弦

三　子丑距乘表高　四　塔高

假如有塘正南至正北三千丈闊百丈東爲海海中有敵船停泊於塘東邊立一表自表正步至西邊復南行五十丈回望表與船桅在一線其南復立一表亦自表正步至西邊復南行七十丈回望表與桅亦在一線二表相距三百丈船距海岸若干丈

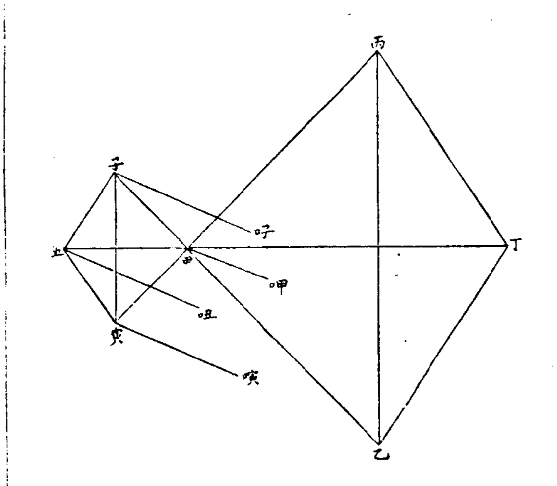
答曰一千五百丈



如圖甲乙爲二表

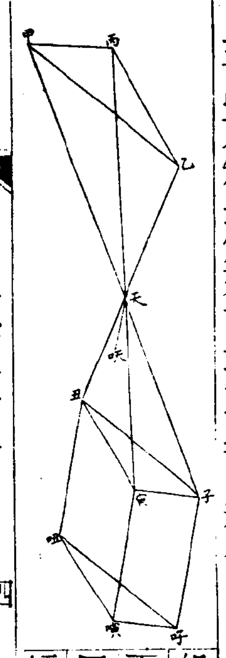
相距三百丈丙戊五十丈丁己七十丈試作戊甲己乙各引長之遇於辛卽敵船泊所乃與甲戊平行作乙庚則丁庚卽丙戊庚己乙戊己辛爲同式三角丁庚乙癸戊辛爲同式句股乃以庚己（卽丁己丙戊較二十丈）與戊己（卽甲乙庚己和三百二十丈）之比同於乙丁（塘闊百丈）與辛癸之比得辛癸一千六百丈減壬癸塘闊百丈得辛壬一千五百丈合問

有圓湖湖中有洲與岸等高於洲上中立一短表環立子寅丑相等三長表測之長短二表尖與湖岸正在一線已知子丑丑寅寅子三距及長短表高求湖半徑法若何



如圖甲呷爲短表子呼丑呭寅嗔爲三長表乙丙丁爲岸上三點子甲乙丑甲丁寅甲丙既在一線則成丙甲乙丁子丑寅甲相對之二立三角三楞綫既在一綫二底面平行則二形爲等勢丙甲乙丁以短表爲高子丑寅甲以二表較爲高（子丑寅甲爲倒形）乃以二表較爲一率短表爲二率別求得寅丑子三角面外切圓半徑爲三率得四率爲丙丁乙三角面外切圓半徑卽湖半徑

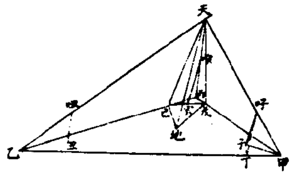
假如隔河有甲乙丙三角田不知三邊於對岸先立一短表天於前次於後立子丑寅相等三長表測得子天甲丑天乙寅天丙皆在一綫已知子丑丑寅寅子三距亦知長短表高求三邊法若何



如圖甲乙丙爲三角田天吠爲短表子呼丑呭寅嗔爲三長表三距作三聯線子丑丑寅寅子又子天甲丑天乙寅天丙皆在一綫乃作子天甲丑天乙寅天丙三視線成子寅丑天與甲丙乙天爲相對之二立三角天子與天甲天丑與天乙天寅與天丙均在一線子寅丑三表又等則子寅丑面與甲丙乙面平行卽子寅丑天與甲丙乙天爲等式甲丙乙天以短表天吠爲高子寅丑天倒立三角以二表較爲高以二表較爲首率短表爲二率各相當之邊子丑丑寅寅子各爲三率求得四率卽甲乙乙丙丙甲也

今有甲乙丙三角田內有竹一竿於相近三角丙子丑

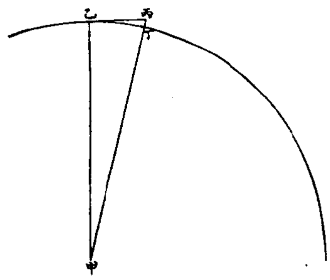
寅三點立相等三表卧而測之人目在角見表尖竹頂皆在一綫已知三邊亦知子距甲乙甲丙二邊丑距乙甲乙丙二邊寅距丙甲丙乙二邊諸數亦知距點至角數求竹高法若何



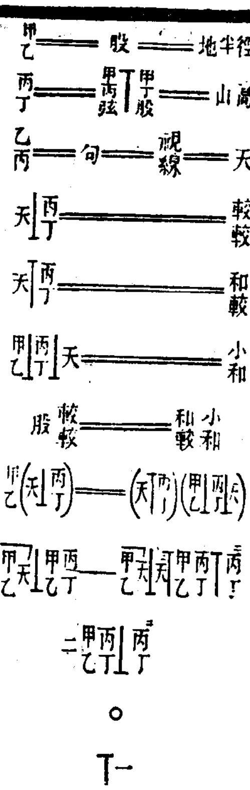
法以子丁甲句股求得子甲弦吁子甲句股求得吁甲弦吁子丁句股求得吁丁弦則有吁丁甲三角之三邊求得吁甲丁角倣此推之得四面之諸角諸邊於天丙甲天丙乙作二中垂線天戊天己以戊丙己三角求戊己邊及戊己二角各減象限得戊己二外角乃以戊己地三角求得戊地又以天地戊句股求得天地股即竹高

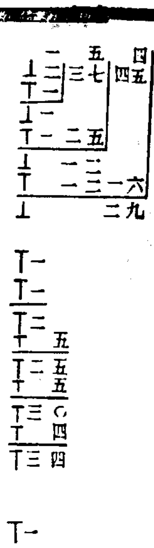
海上有山高三洋里人在海舶望之但見其頂求其視線若干

答曰一百五十四洋里强



如圖弧為地面甲為地心甲乙甲丁皆地半徑有三千九百五十六洋里丙丁為山高三洋里人在乙望見其頂丙則乙丙即為視線以有股有股弦較法求之





開方得一百五十四不盡二十九

又法以平三角求之

一	甲丙邊	三九五九
二	甲乙邊即地半徑	三九五六
三	半徑	一〇〇〇〇
四	甲角餘弦	九九九二四

檢表得甲角二度二十分檢其正弦又得比例

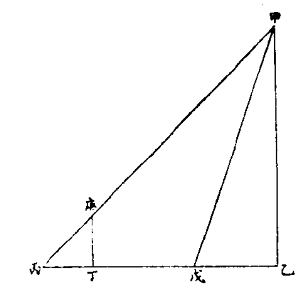
一	半徑	一〇〇〇〇
二	甲角正弦	三九〇〇
三	甲丙邊	三九五九
四	乙丙邊	一五四四〇

得一百五十四洋里餘即視線也

自山根視山頂其線與地平成角四十八度距山二百

步復視山頂其角三十二度試推其山高若干

答曰二百八十六步



如圖戊爲山根甲戊乙角四十八度甲丙乙角三十二度甲戊丙角一百三十二度與甲丙乙角三十二度相加以減半周得丙甲戊角十六度甲乙爲山高用對邊對角正弦比例

先求甲戊邊
一率　甲角正弦
二率　戊丙
三率　丙角正弦
四率　甲戊

次求甲乙邊
一率　半徑
二率　甲戊
三率　戊角正弦
四率　甲乙

若先求甲丙邊
一率　甲角正弦
二率　戊丙
三率　戊角正弦
四率　甲丙

次求甲乙邊
一率　半徑
二率　丙角正弦
三率　甲丙
四率　甲乙

烏程　楊兆鋆　誠之

比例設問

余髫齡學計從嘉定時清甫先生日醇習珠算遇開乘方橫綴二三珠盤歌訣成誦撥珠敏捷嗣授以比例先生老矣就盤指示演畢撤去歸塾迻錄彙積成帙夫比例爲數學初基自代數興而諸法胥歸統馭是區區者亦何足存顧淵峻者鮮知尋常者適用粟帛多寡之分泉幣錙銖之較胥是道也爰將諸色各錄一問名同而法異者備焉存古與寶拙與疇人子弟當諒斯言

設如用時表驗礮計三秒擊中距七里之敵營復發一礮計六秒問路遠若干

答曰十四里

法以三秒爲一率七里爲二率六秒爲三率二三相乘爲實一率爲法除之得四率十四里　此名正比例一曰異乘同除正比例爲異形之比例

設如書窗舊用紙黏闊二尺長四尺五寸今易紗闊一尺五寸敷黏應長若干

答曰六尺

法以今紗闊爲一率舊長爲二率舊闊爲三率求得四率六尺　此名轉比例一曰同乘異除轉比例爲同形之比例

設如養士七百每年餉一萬二千六百兩今募士三百已應役七月問需餉若干

答曰三千一百五十兩

法以原士七百與十二月相乘得八四〇〇爲一率原餉爲二率今士三百以七月乘之得二一〇〇爲三率求得四率三千一百五十兩即今餉　此名合率比例一曰同乘同除

設如前鈔書一部用十二人人日鈔四百字二十日畢今重鈔一部用八人人日鈔五百字問鈔幾日而畢

答曰二十四日

按題言前人日鈔四千八百字今人日鈔四千字即以爲一率二十日爲二率四千八百爲三率求得四率二十四日按書字共九萬六千　此題與上同類用法有異彼爲順較此爲逆較

設如昔日作勸善篇六百字用八人寫二十日畢得一百二十篇今作教孝文文四百五十字用十二人寫三十日畢問得文幾何

答曰三百六十通

法以今作之文四五〇以昔用八人乘之得三六〇〇又以二十乘之得七二〇〇〇爲一率一百二十篇爲二率復以昔作之篇六〇〇以今用十二人乘之得七二〇〇又以三十日乘之得

二一六〇〇〇為三率求得四率三六〇即教孝文今昔寫生各日作四百五十字
此又一法也
設如海船原裝甜水一萬〇〇八十斤每人日飲二斤
足用兩月今添入水二千〇十六斤合之裝一萬二
千〇九十六斤欲用三個月每人日得水幾何
答曰一斤九兩六錢
法以原裝之水以三月乘之得三〇二四〇為首率二斤為二
率合裝之水以二月乘之得二四一九二為三率求得四率一
斤九兩六錢得一斤餘一八一四四不受除十六兩因之得二九〇三〇四除之得九兩六
錢　此法首率以原有之件與今用日數相乘差異
於前

設如菽三斗易黍二斗黍四斗易稷三斗稷五斗易稻
四斗稻六斗易麥五斗今有麥七斗欲易菽得若干
答曰二石一斗
法列

三	四	五	六
二	三	四	五

母與母連乘得三六〇子與子連乘得一二〇以為
一率三六〇為二率今麥七斗為三率求得四率二十一
斗　又一法也
設如銀三百三十六兩購羅八十端絹一百二十端羅
價倍於絹問各價幾何
答曰絹一端價一兩二錢羅一端二兩四錢
法以各色數相併為一率今因一羅等二絹故倍羅
為一六〇令與絹等齊併之二八〇為一率銀數為二率一端
為三率求得四率一兩二錢為絹每端價倍之為羅
價如以絹就羅則半絹數為六十端與羅八十端相併得一百四十為一率則四率即羅價也
此名和數比例
設如綾七尺布九尺其價相同但云布每尺比綾賤錢
三十六文問各價幾何
答曰綾每尺一百六十二文布每尺一百二十六
文
法以二物數相較為一率此即二也以多或少之數
為二率任以一色以布九尺則所求為綾價七尺為三率求得四
率一二六布每尺價加三十六即綾價　此名較數比例

一曰匿價差分
設如管鮑分金相等後管仲用去十兩鮑叔用去三兩
其餘金視管仲餘金三倍問原分金若干
答曰十三兩五錢
法先求管仲餘金以倍數減一得二鮑之三分減管一分餘二為
一率二人用去較數七為二率一分為三率求得四
率三兩五錢以加用去十兩得十三兩五錢即原金
以三因管餘得十兩零五錢即鮑餘也　此題與上
同類而法不同
設如狐一頭九尾鵰鳥九頭一尾但云前見七十二頭
後見八十八尾問二物各若干

答曰狐九鵬七

法以頭尾共數相較得一六為共分 一六之乘一一六 一六九一四四 與七二相較

多五六少七二併之得一二八為一率共分為二率以七二為三率求得四率為九即狐也若以五六為三率求得四率為七即鵬鳥以九乘狐尾得八十一以減後見八十八得七亦鵬鳥　此名和較比例

一曰貴賤差分

設如檀越齋僧發碗一千三百三十八隻掌齋為派七人共飯六碗五人共菜三碗三人共茶二碗問僧數及三種碗各若干

答曰僧六百三十八飯碗五百四十隻菜碗三百

七十八隻茶碗四百二十隻

法列 六/七 三/五 二/三 各母連乘母子相乘得 一〇五 九〇 六三 七〇 二二三 乃以併子二二三為一率一〇五為二率共碗為三率求得四率六百三十為僧數再置共僧六因七歸得飯碗五四〇三因五歸得菜碗三七八二因三歸得茶碗四二〇合問　此題與上同類而法不同因有子母必先齊之各母連乘僧數也母子互乘各子相併碗數也故二二三與一〇五之比若一三三八與共僧比

設如以銀九百三十兩置綢羅紗絹四項一百六十疋但知綢一疋直九兩羅一疋直七兩紗一疋直五兩絹一疋直三兩問四項各若干

答曰綢三十五疋羅紗各四十疋絹四十五疋

法以四項約一六〇得四〇為中等數二之因中數有二個為八〇以減一六〇得八〇為共分以七兩乘羅中數得二八〇以五兩乘紗中數得二〇〇相併四八〇與總銀九三〇相減得四五〇為餘總數乃以綢直九與共分八〇相乘得七二〇絹直三與八〇相乘得二四〇綢視餘總數少二七〇絹視餘總數多二一〇多少相併得四八〇以為一率八十疋為二率以綢二百七十絹二百一十為三率求得四率四十五三十五為絹綢疋數中數各四十疋為羅紗數　此題亦與上同類其求首率鉤稽繁瑣即所謂貴賤差分也

設如書家雇工磨墨凡七日磨去墨六百零二寸因日漸長第二日加磨六寸至第七日止末日比初日多磨三十六寸推初末兩日各磨若干

答曰初日六十八寸末日一百零四寸

法以七日為一率六百零二為二率一日為三率求得四率八六為中數即第四日磨去寸數遞加六寸至末日為一百零四寸遞減六寸至初日為六十八寸

此名遞加遞減比例

設如周有八士竹書紀其共年二百四十四歲自伯達而下遞少三歲問八士各年幾何

答曰達四十一适三十八突三十五忽三十二夜

二十九夏二十六隨二十三駉二十
法以八十與共年比若一十與求年比得四率爲三
十歲半爲居中仲忽叔夜年和以遞少三歲折半爲
歲半以加所求得仲忽三十二以減所求得叔夏二
十九然後以三遞加而上遞減而下得伯達四一伯适
三八仲奕三五叔夏二六季隨二三季駉二〇併之即共年　此
題與前同類前爲奇數得四率爲中數徑以加減此
爲偶數故必以遞少之數折半加減爲居中二十年
歲法微不同與互和折半差分相似
設如大夫歸田置良田二頃佃舍一所牛多頭農器各
種共用銀四千兩其田價五倍於舍舍價倍於牛牛

價三倍於農器問各價若干
答曰田價三千兩舍價六百兩牛價三百兩農器
一百兩
法以一分爲農器差三分爲牛差六分爲舍差三十
分爲田差併之得四〇以除銀數得一百兩如題言得
上答　此名超位加減比例
設如以銀三百八十兩買宋元明板書三部但知宋板
比元板多八十兩元板比明板多六十兩問三部各
價幾何
答曰宋板二百兩元板一百二十兩明板六十兩
法以三部爲首率元明比六十爲一較以加宋元比
八十得一四〇爲又一較兩較相併二〇〇以減總數得一八〇爲
二率一部爲三率得四率六十兩爲明板書價則元
板爲一百二十兩宋板爲二百兩　此題與上同類
算法有異
設如豆三百六十九斤令甲乙丙丁遞按十分之八折
分問各得幾何
答曰甲一百二十五斤乙一百斤丙八十斤丁六
十四斤
法先以各色數如甲一〇〇〇乙八〇〇丙六四〇丁五一二相併得二九五二爲
一率總數爲二率任以一色如以甲色則所求即甲如以乙色則所求即乙
爲三率求得四率即甲乙丙丁按八所分也　此名

設色比例一曰借衰比例亦曰按分遞折
設如冶工承命造像領取生銅鎔鍊三次每次去渣十
分之二得精銅二百四十八兩求原領銅若干
答曰四百八十四兩三錢七分五釐
法以十分自乘再乘得一〇〇〇因題言去渣十之二則鍊
餘爲八是一千分之八百爲初次鍊以八乘之得六四〇
爲二次鍊又以八乘之得五一二爲三次鍊爲末衰以爲
首率精銅爲二率一千分爲三率求得四率四百八
十四兩三錢七分五釐　此題與上同類用法略異
設如天孫織錦終日七襄更肆加倍成錦十九丈零五
寸問各襄織若干

答曰初襄一尺五寸次襄三尺三襄六尺四襄一
丈二尺五襄二丈四尺六襄四丈八尺七襄九丈
六尺
法以一二四八一六三二六四爲七襄虛差併之得一二七爲法
以除十九丈零五寸得一尺五寸爲初襄織錦遞倍
至七次如上所答併之卽十九丈零五寸也　此名
加倍差分比例
設如臨卬當壚原攜成都酒一甕不敷就地添一倍逐
日如存酒添一倍日賣十六斤四日賣完問成都酒
若干
答曰十五斤

法以四次倍添一二四八併之得一五以乘十六斤得
二百四十斤折半四次得十五斤爲成都酒合問至
所添臨卬酒初日一五次日一四三日一二四日八併得四
十九斤加原甕爲六十四斤卽四日賣酒也　此名
折半差分比例
設如提鎮協參四將立功有差元戎賞黃金二百四十
兩令互和折半受之提較參多十八兩問各受幾何
答曰提六十九兩鎮六十三兩協五十七兩參五
十一兩
法置共金以四將除之得六十兩爲勻分之數亦卽
中間鎮協互和折半之數以首率四減一餘三以除

較數一八得六又折半得三以加勻分數得六三爲鎮受
以減勻分得五七爲協受再以六加鎮得六九爲提受以
減協得五一爲參受合問　此名互和折半差分比例
再是題若改共金爲二百八十五兩添賞一游擊提
較游多二十四兩如前以五除共金得五七爲協受仍
以五減一餘四除較二四得六以協爲中位遞加而上
遞減而下皆得所受前爲偶數此爲奇數故無須又
折半一層
設如一人行路日加六里共行三百二十里第知初末
兩日所行共一百六十里問共行幾日
答曰四日

法以初末日共路折半八十里爲一率一日爲二率
共行路三百二十里爲三率求得四率四日　此題
與上同類惟互和折半施於首率則異
設如四婦遞次絡絲甲絡四十兩丁絡二十八兩問乙
丙各絡絲幾何
答曰乙三十六兩丙三十二兩
法以四分減一得三爲首率甲丁較十二爲次率一
分爲三率求得四率四以減甲得乙絡數以加丁得
丙絡數　此名首尾互準差分比例卽互和折半之
變體
再此題改添一婦戊絡絲二十四兩而隱丁數則將

甲戊二數和半之得丙數甲丙和半之得乙數丙戊和半之得丁數比前法簡便即互和折半之法惟可施諸奇數如三五七九之類耳

設如七人運瓜不言總數但知甲乙共運二百三十七枚戊己庚共運二百六十一枚其遞加數皆等問七人各運若干

答曰甲一百二十二枚乙一百十五枚丙一百零八枚丁一百零一枚戊九十四枚己八十七枚庚八十枚

法以甲乙共運數以二歸之因二人故得一八五即甲乙互和折半之數又以戊己庚共運數以三歸之因三人故得八七即己所運之數乃記己之位為六又以甲位一乙位二相併半之得一五與六相減餘四五為一率再以己運數八七與甲乙互和折半一八五相減得三一五為二率一為三率求得四率七以己為定位減七得八十為庚運遞加而上如所答　此題與上同類其首尾乃二人三人和數故求一率二率較難

設如甲乙丙三商出本求利甲一千兩乙八百兩丙六百兩共得利一千二百兩問三商各得利幾何

答曰甲五百兩乙四百兩丙三百兩

法以共本二千四百兩與共利一千二百兩之比若各本與各利之比故以甲原本為三率求得四率即

甲利以乙本丙本為三率求得四率即乙丙利　此名合率差分比例與正比例相似惟以三商各本相和為首率微不同耳

設如甲乙丙合本為賈共得利銀三千二百二十兩甲本三千六百兩乙本五百十兩知丙分利四百八十兩求其本若干

答曰丙本七百二十兩

法以共利內減丙利得二千七百四十兩為甲乙共利為一率甲乙共本四千一百十兩為二率丙利為三率求得四率即丙本　此題與上同類惟首率相減而得稍異於前

設如三姬各繡一袍伯姬九日畢工叔姬十一日季姬十三日今命合繡一袍問畢工幾日

答曰三日七時強

法以日數互乘九乂一一得九十九九乂一三得一百十七一一乂一三得一百四十三併之得三五九為一率又以各日數連乘得一二八七為二率若先用連乘法得上數以各日數除之亦得九十九等數併為首率一袍為三率求得四率三日又三百五十九分日之二百一十二一〇十二一日分十二時因之三五九歸之得七時又三百五十九分時之七即伯叔季三姬合繡畢工之時　此名商功分合比例

設如兄弟三人皆年高人問弟年對曰余年視長兄四

分之三仲年視長兄六分之五而比余多八歲問各
歲幾何
答曰長兄九十六歲仲八十歲弟七十二歲
法以分母相乘四三╳六五＝二〇三一二四一八得四二為長差母子互乘得
二〇為仲差一八為弟差相較餘二為一率原餘數八為
二率長差為三率求得四率九十六即長兄歲依題
言六除五乘得仲歲八十減八得弟歲七十二　此
名借差互證比例
設如牧馬不言其數只云鬻去三分之一又撥四分之
一別編馬隊賸餘一千四百問原數幾何

答曰二千四百匹
法以分母三四相乘為總差一二於中減三分之一式
如三一二餘八置之又減四分之一式如四八二餘五為共差
以為一率一千四百為二率總差一二為三率求得四率
二千四百匹　此題與上同類其剌取首率於總差
中計分與前法小異
設如瓶罍原貯有酒若於罍內添酒五十兩則所貯三
倍於瓶瓶內添酒五十兩所貯等於罍推瓶罍原酒
若干
答曰罍一百兩瓶五十兩
法先借四為罍差添五十得五四三歸之得一八為瓶差

瓶內添五十得六八較先借差四多六四則罍差為少六四
次借一六為罍差添五十得六六三歸之得二二為瓶差瓶
內添五十得七二較次借差一六多五六則罍差為少五六
乃以兩少數相減八為一率兩借差相減一二為二率
任以一少數為三率如取六四則求得四率九十六兩
加入先借差四得一百兩卽罍原貯如取五六則四率
得八十四兩加入次借差一六亦得一百兩依題加五
十為瓶酒之三倍然則瓶原貯為五十兩也合問
此名疊借互證比例一曰雙套比例
再如前題易等字為倍則瓶罍所貯頓異試求之
法先借一六為罍差添五十得六六三歸之得二二為瓶差

添五十得七二半之得三六較先借差一六多二〇則罍差尚
少二〇
次借一〇為罍差添五十得六〇三歸之得二〇為瓶差添
五十得七〇半之得三五較次借差一〇多二五則罍差尚少
二五
乃以兩少數之較五為一率兩借差之較六為二率
二〇為三率得四率二十四兩加先借差一六得四十兩
卽罍原貯若以二五為三率得四率三十兩加次借差
一〇亦得四十如題言得瓶原貯三十合問
觀上二題猜測糅雜甚覺糾紛時習者為之約半小
時而成且所得祇甲項而乙項則覈題得之若用西

法代數僅需時十分且甲乙並得難易懸殊附演其
草以牖初學

罍＝天
瓶＝地
天⊥五〇＝三地
地⊥五〇＝天
地＝三/天⊥五〇
地＝天⊤五〇
㊁
天⊤五〇＝三/天⊥五〇
三天⊤五〇＝天⊥五〇
二天＝二〇〇
天＝一〇〇
因㊁式得
地＝一〇〇⊤五〇＝五〇

罍＝天
瓶＝地
天⊥五〇＝三地
地⊥五〇＝二天
天＝三地⊤五〇
㊀
天＝三/地⊥五〇
三地⊤五〇＝三/地⊥五〇
三六地⊤一〇〇＝四地⊥五〇
五地＝一五〇
地＝三〇
因㊀式得
天＝九〇⊤五〇＝四〇

須曼精廬算學卷二十三

烏程　楊兆鋆　誠之

雜題偶檢

今有花素箋九百幅共錢九百文但云花箋十三幅十七文素箋十七幅十三文求二種箋各若干

答曰花箋三百九十幅素箋五百一十幅

花箋幅數　天
素箋幅數　九〇〇丅天
花箋值　一三/一七天
素箋值　一七/一三(九〇〇丅天)
總值　一三/一七天丄一七/一三(九〇〇丅天)　九〇〇
二二一/二八九天丅一五三〇〇〇丅一六九天　九〇〇
一二〇天丄一五三〇〇〇　一九八九〇〇
一二〇天　四六八〇〇
天　一二〇/四六八〇〇　三九〇
素箋幅數　九〇〇丅三九〇　五一〇

素箋幅數　天
花箋幅數　九〇〇丅天
素箋值　一七/一三天
花箋值　一三/一七(九〇〇丅天)
總值　一七/一三天丄一三/一七(九〇〇丅天)　九〇〇
二二一/一六九天丅二六〇一〇〇丅二八九天
九〇〇
二六〇一〇〇丅一二〇天　一九八九〇〇
二六〇一〇〇丅一九八九〇〇　一二〇天
天　一二〇/六一二〇〇　五一〇
花箋幅數　九〇〇丅五一〇　三九〇

又二元草

花箋　天
素箋　地
天丄地　九〇〇
(甲)
一三/一七天丄一七/一三地　九〇〇
即
二八九天丄一六九地　一九八九〇〇
(乙)
以乙乘甲式得　一六九
一六九天丄一六九地　一五二一〇〇
與乙式相減消地元得
一二〇天　四六八〇〇
天　一二〇/四六八〇〇　三九〇

又因

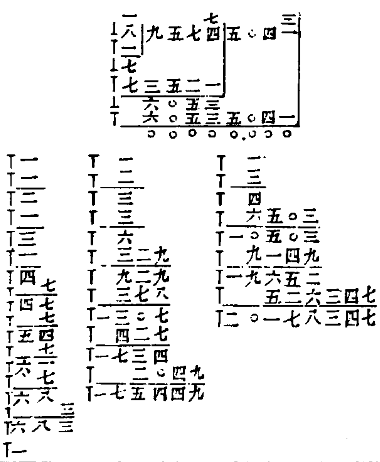
二八九天丄一六九地　一九八九〇〇
以乙式乘甲得　二八九
二八九天丄二八九地　二六〇一〇〇
與乙式相減消天元得
一二〇地　六一二〇〇
地　一二〇/六一二〇〇　五一〇

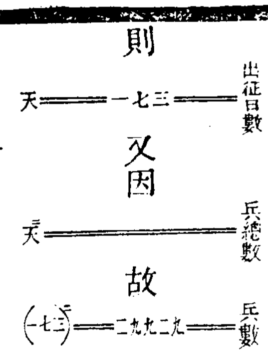
設如統領帶兵出征平定師旋共給口分錢八十九萬五千七百四十五緡零四十一文但知每兵每日所得之錢如每營兵數每營兵數如全軍營數全軍營數如出征日數問兵共若干名出征若干日

答曰兵二萬九千九百二十九名出征一百七十三日

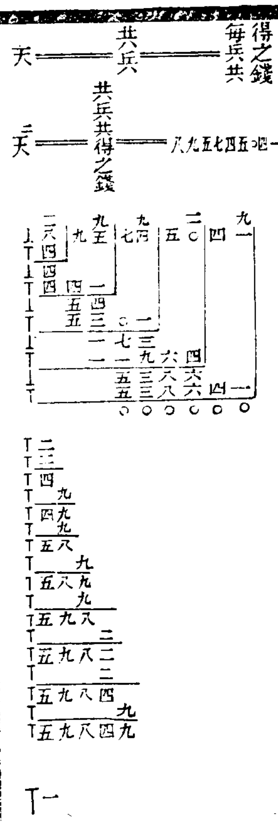
法以共給錢數三乘方開之得數即出征日數以之自乘得數爲兵總數茲明其故如左

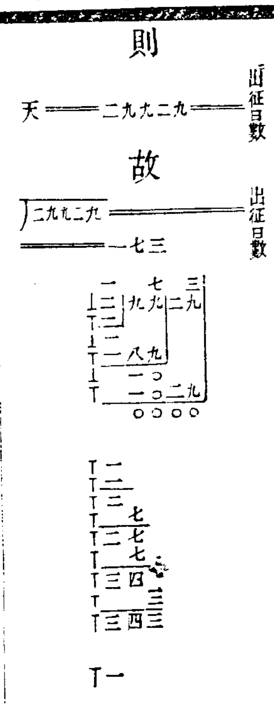
出征日數　天　每兵每日得錢
自出至歸每兵所共得之錢　天　營數×每營兵數　兵總數
兵總數×每兵共得錢　天×天　共兵共得錢　八九五七四五〇四一
即
天　八九五七四五〇四一





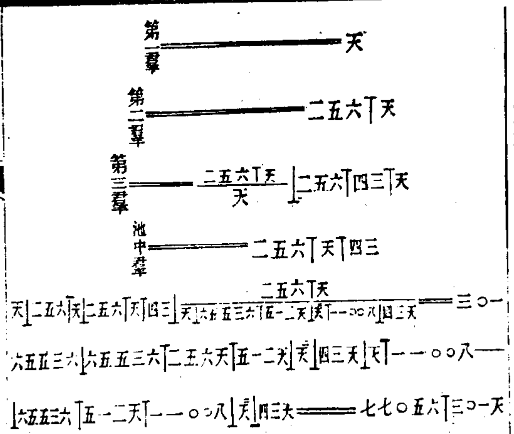
又法以共給錢數平方開之得數即兵數再以之開方得數爲出征日數明其故如左





設如天上雁三羣池中雁一羣共三百零一頭只云第一第二兩羣共二百五十六頭以第二羣除第一羣得數以加池中羣與第三羣等池中羣少於第二羣四十三頭求四羣各若干

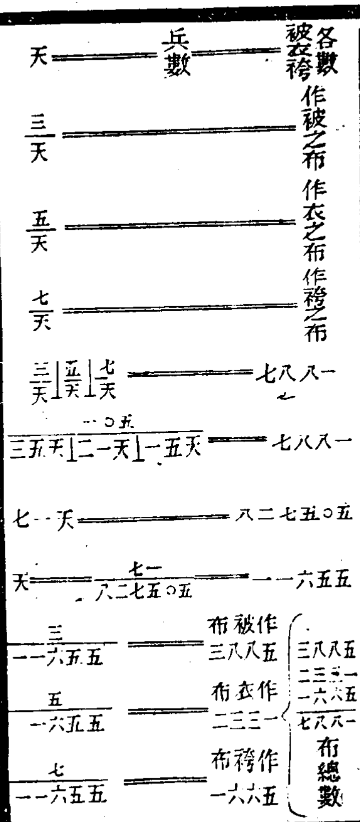
答曰第一羣一百九十二頭第二羣六十四頭第三羣二十四頭池中羣二十一頭



開平方得一百九十二頭爲第一羣以減二五六餘頭爲第二羣再減四三餘爲池中羣置第一以第二除之得三加池中羣爲第三羣合問

今有布每疋作被可得三作衣可得五作袴可得七軍中每兵一名賞一被一衣一袴共用布七千八百八十一疋試推共兵若干

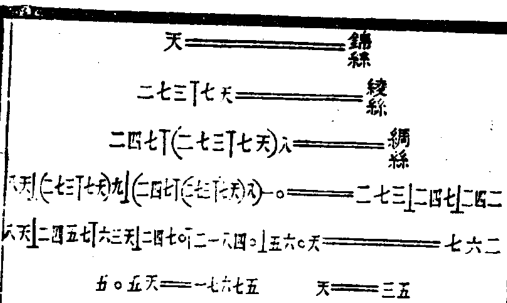
答曰兵一萬一千六百五十五名



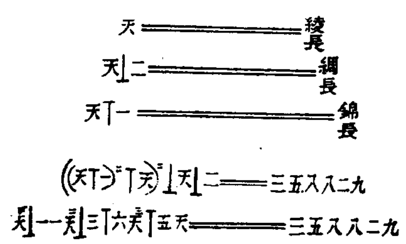
擬法以三五七諸數連乘得一百零五以乘布數七千八百八十一得數八十二萬七千五百零五爲實又以三五七諸數各相乘得數并爲七十一爲法除之得一萬一千六百五十五卽共兵數也

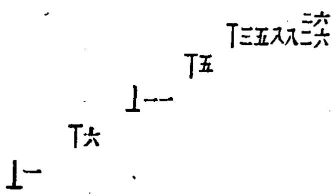
有絲二百七十三兩織錦七匹綾一匹又絲二百四十七兩織綾八匹紬一匹又絲二百四十二兩織紬九匹錦一匹其錦匹自乘內減綾匹餘又自乘加紬匹得三十五萬八千八百二十九尺綾長不及紬長二尺多於錦長一尺求三色各用絲若干各匹長幾何

答曰錦一匹用絲三十五兩長二十五尺綾一匹用絲二十八兩長二十六尺紬一匹用絲二十三兩長二十八尺



求得錦絲三十五兩再求匹長如下





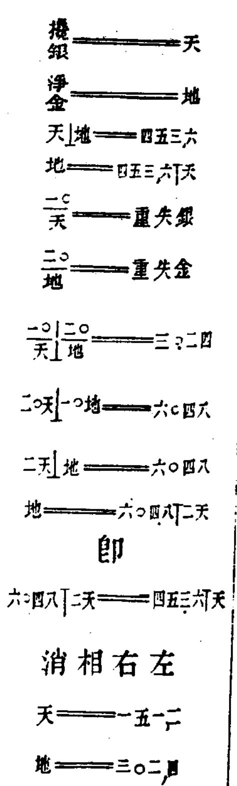
開方得二十六尺

設鑄印局出黃金四百五十三兩六錢飭匠鑄方印邊三寸印成察有銀質不欲鎔化毀印令博士驗之入水失重三十兩二錢四分試詳其法並攙銀幾何

答曰攙銀一百五十一兩二錢

法以水爲衡考水重學理黃金入水失重二十之一銀入水失重十之一用天平一座左盤置印右盤置同重銅碼必平乃以線繫印懸左盤下復取盂儲水令齊口以皿盛盂然後將印浸入盂中皿所受溢出水秤見如踰水三立方寸重二十五兩一錢一分卽攙僞蓋金三立方寸重如鑄印與水三立方寸同積水積適率卽印積增多此初驗也再審天平必左輕

右重復加左以金入水應失重二十二兩六錢八分是純金衡適平仍不足迭加至三十兩二錢四分衡始平則攙銀無疑以代數術求之有等式



又法今失應失較七兩五錢六分以二十乘之亦得

有叟攜杖品茗問價欲買傭進太半弱半二包但云共重二十兩而杖頭錢僅能得其一試以法分之

法即以杖代衡繫繩其中令兩端平晝寸作記若包各懸一端如太半距繩四寸弱半距繩六寸得平則以四六相加得十寸爲一率二十兩爲二率六寸爲三率求得四率十二兩即太半重餘八兩爲弱半

今有方院以磚鋪之用磚四千五百六十塊南北每行較東西多十六塊問兩邊之磚數若干

答曰南北邊七十六塊東西邊六十塊

法以較自乘與原積四倍相加得一八四九六開平方得一三六爲長闊和加較半之得南北邊減較半之得東西邊

設有八分之五與二十五分之十六問孰多多幾何

答曰二十五分之十六多多二百分之三

法曰列 八五 二五一六 母互乘子得一二五與一二八以少減多得三爲實母相乘得二〇〇爲法式如下 二〇〇 三

設三分之一三分之二四分之三裒多益寡若何而平

答曰裒三分之二者一四分之三者二併以益三分之一均得十二分之七而平

法曰 列數三 三一 三二 四三 母互乘子 三一二 三一四 四二七 母相乘 三六 以 列數三 乘得一〇八爲平法併子六三爲平實三乘末併子得三九七二八一爲列實平實減之得一二七九一八以九約爲一三一一二又約 實平六三 法平一〇八 爲 七 一二 得均式 一二 七

有客攜珠一囊過關各顆等價共直銀一千二百兩每珠例稅銀四錢以七珠準稅收回銀八兩二錢又九分錢之二求囊珠幾何每珠直幾何

答曰珠一百三十五顆每珠直銀八兩八錢又四十五分錢之四

顆數＝天

$\frac{七}{四天一八二一三}$＝每顆直

天（$\frac{六三}{三六天一七四〇}$）＝一二〇〇

三六天一七四〇天＝七五六〇〇

一七五六〇一三五〇〇

一七四〇

一三六

開方得珠一百三十五顆以除一千二百兩得八兩八錢又一百三十五分錢之十二子母各以三約之得四十五分錢之四爲每珠直

今以豕羊雞饗士三士共一雞五士共一羊七士共一豕三物共七十一頭求士及豕羊雞各若干

答曰士一百零五豕十五羊二十一雞三十五

士＝天

$\frac{三}{天}$一$\frac{五}{天}$一$\frac{七}{天}$＝七一

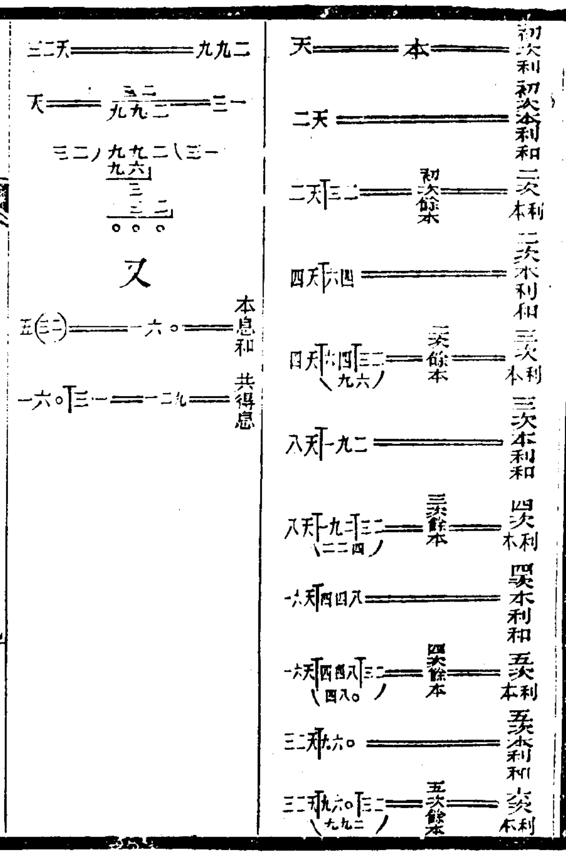
三五天一二一天一一五天＝七四五五

七一天＝七四五五

天＝一〇五

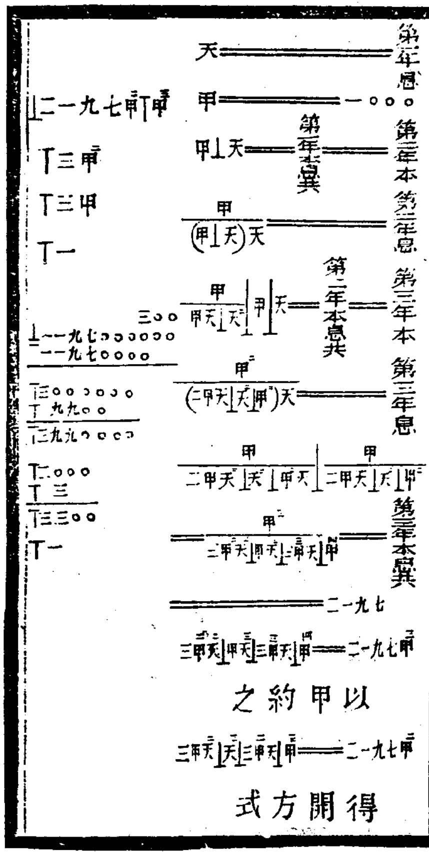
假如借人錢每至本利相等則歸錢三十二緡凡五次本利俱清試推本若干共得息若干

答曰本三十一緡共得息一百二十九緡



今有銀一千兩貸人生息滿一年并息作本二年亦然滿三年共得本息二千一百九十七兩試推幾分息

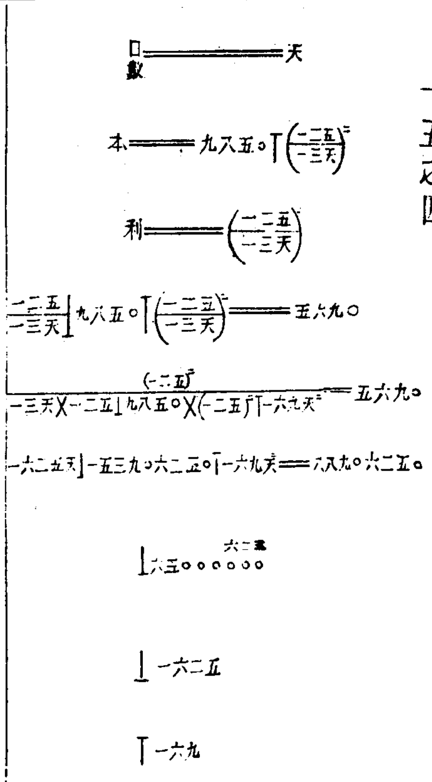
答曰每年得息如其本十分之三



開立方得數三百爲首年得息銀兩與本銀一千兩相加得一三〇〇以三百乘之得三九〇〇〇〇爲實一千兩爲法除之得次年息三百九十兩又因二一九七減去一千兩得一一九七爲三年共息故併首次兩年息六九〇以減一一九七得五百零七兩爲第三年息

今有人贖質物本利共錢九千八百五十文只云利錢平方開之得數以加本錢共五千六百九十文又開方數爲日數一百二十五分之十三求本利及日數每千文月利若干每月三十日不用小建

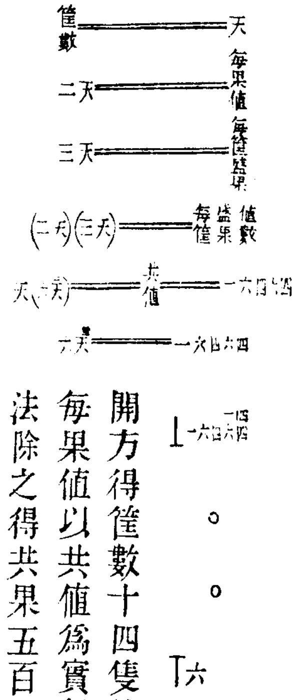
答曰六百二十五日本五千六百二十五文利四千二百二十五文每月每千文利三十六文又二十五之四



有賣果者云我果共值錢一萬六千四百六十四文每果值錢倍於筐數每筐盛果三倍於筐數試求筐果

各若干

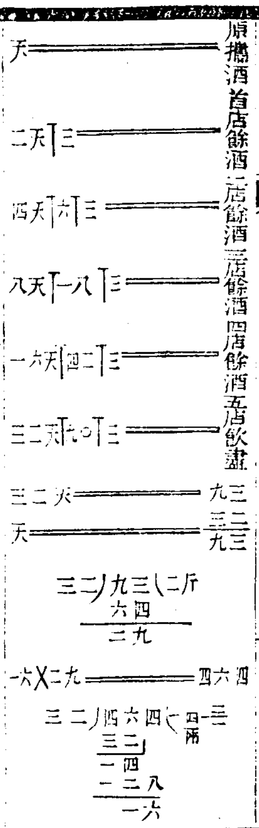
答曰筐十四隻果五百八十八枚



開方得筐數十四隻倍之得每果值以共値爲實每値爲法除之得共果五百八十八

假如攜酒遊春每遇酒店令照原酒添一倍飲三斤而去如是五店恰盡試推出門時攜酒若干

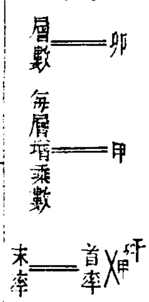
答曰二斤十四兩半



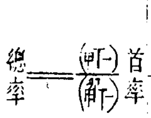
又法以一二四八一六各衰共之得三十一以三乘之得九十三爲實以二自乘五次得三十二爲法除之得數合問

解曰先以一衰爲原攜酒數二衰爲第一次所估與原酒共數四衰爲第二次所估與原酒共數八衰爲第三次共酒數十六衰爲第四次共酒數三十二衰爲第五次共酒數此壺中應有之衰數也又以一分爲第一次所飲之率一个三斤也若不飲則存此三斤也二爲第二次所飲之率二个三斤也若不飲則估酒多一倍故爲二个三斤四爲第三次所飲之率四个三斤若不飲則估酒多四倍下放此八爲第四次所飲之率十六爲第五次所飲之率共得三十一率以每飲三斤乘之得九十三斤此五次所飲之共數也五次而酒盡則壺中酒止此可知爰以第五次衰數三十二除之合問　附求衰數公式

一二四八一六三二　求末率公式

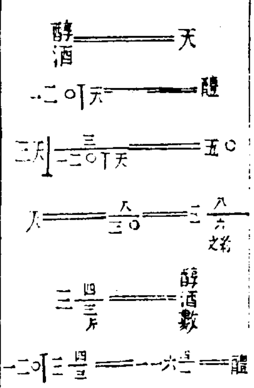


一二四八一六三二一　求各層總數公式



設有醇酒一斤可醉三人醴酒三斤可醉一人共飲酒一百二十斤醉倒五十八人試推醇酒與醴各若干

答曰醇酒三斤十二兩醴一百十六斤四兩

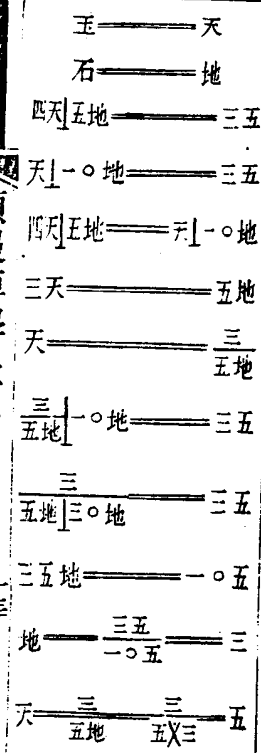


依題言醇酒一斤醉三人三斤醉九人醴酒三斤醉一人一百十四斤醉三十八人則所餘醇酒十二兩醴二斤四兩

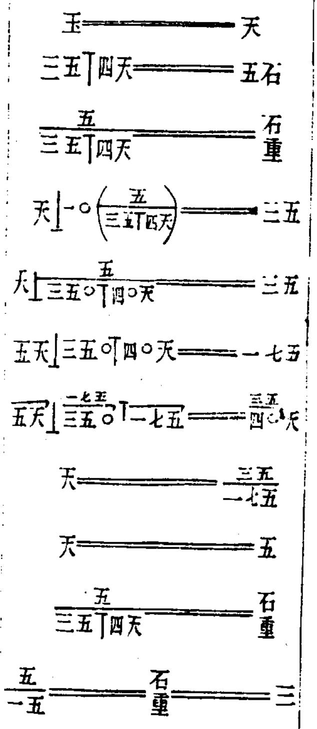
共醉三人明矣譬如三人共飲醇酒尙欠四兩以醴三十六兩補之皆醉卽醇酒一抵醴九從知醇酒濃厚於醴九倍也

今有四玉五石共重三十五兩一玉十石亦重三十五兩玉重石輕求玉石各重

答曰玉重五兩石重三兩

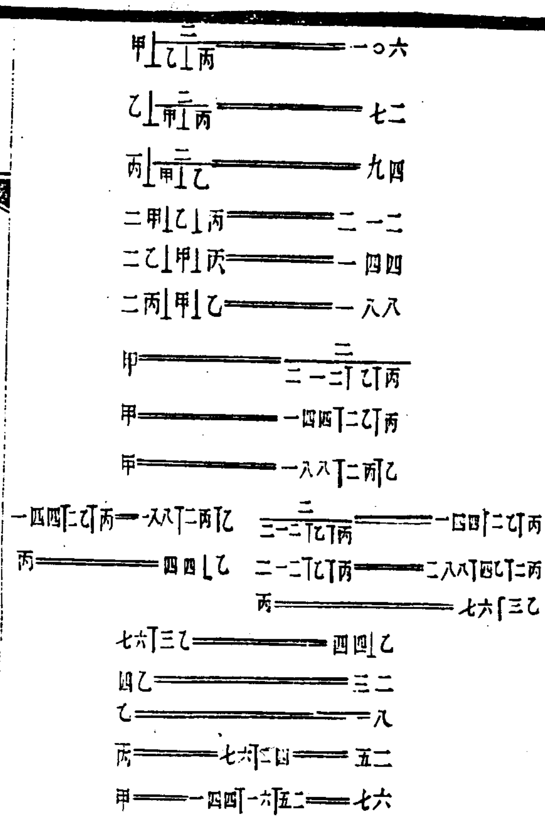


又簡法



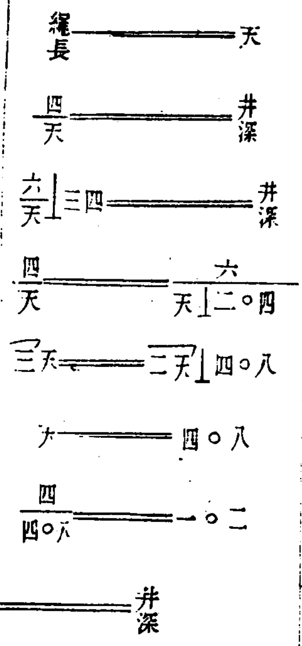
甲乙丙三人同遊各持錢不知數但云以乙及丙之半加甲得一百零六以丙及甲之半加乙得七十二以甲及乙之半加丙得九十四求三人原錢各若干

答曰甲錢七十六乙錢八丙錢五十二



有井不知深取繩六分之一測之距水三尺四寸四分之一測之與井深等求井深繩長各若干

答曰井深一丈〇二寸繩長四丈〇八寸



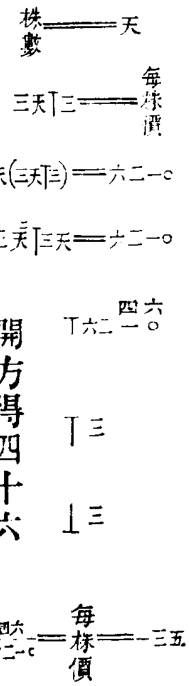
又借根方法

借二十四根六與四乘為繩長取其四分之一六根為井

深又取其六分之一四根加三尺四寸亦爲井深兩邊相消得二根等於三尺四寸即一根等於一尺七寸以六乘之得一丈零二寸爲井深以二十四乘之得四丈零八寸爲繩長

設花局送樹株若干該錢六千二百十文每株力錢三文因無餘錢抵回樹一株求樹若干每株價若干

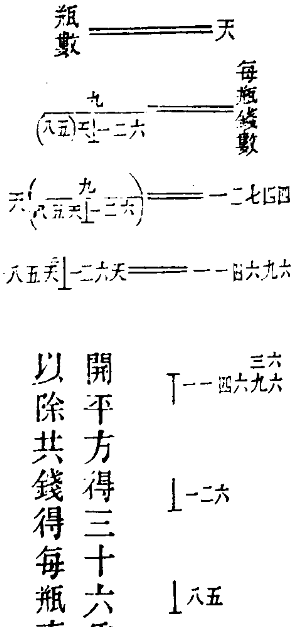
答曰樹四十六株每株價一百三十五文



開方得四十六

有人以錢十二千七百四十四文販酒每瓶納稅八十五文又共用錢一百二十六文因不帶錢準酒九瓶求酒若干瓶每瓶若干錢

答曰共販酒三十六瓶直錢三百五十四文

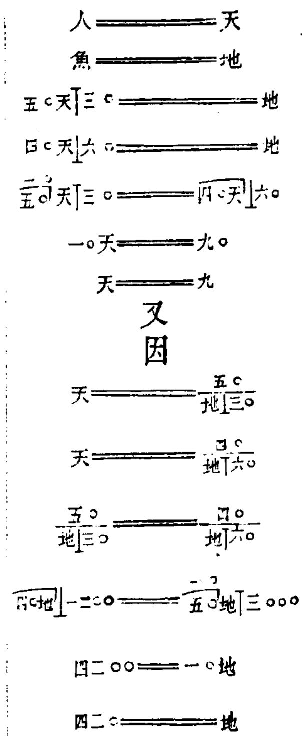


開平方得三十六爲酒瓶數

以除共錢得每瓶直數

有數人共買一魚各出錢五十餘三十各出錢四十少六十問幾人魚價錢何

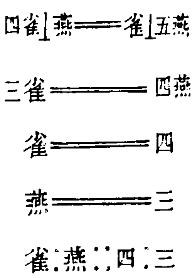
答曰九人魚價四百二十文



五雀六燕飛集於衡雀重燕輕一雀一燕交而處衡適平求雀燕之比例

答曰雀與燕之比若四與三之比

按題四雀一燕與一雀五燕等重亦即三雀與四燕等重則雀率重四燕率重三也等式如下



有圓周三尺甲乙二蟻行焉甲行一時十八周乙行一時十三周乙先行二尺甲追之若干及

答曰甲追及乙七尺二寸

法以甲行快於乙行一時之數與甲行一時之數比若乙先行數與甲追及乙數比

一率　甲乙二行數較五周

二率　甲一時行十八周

三率　乙先行二尺

四率　甲追及乙七尺二寸

城牆厚二十八尺有二鼠對面穴之外穴日深五寸內穴日深二寸二鼠幾日相遇

答曰四十日

法變二十八尺爲二百八十寸爲實五寸二寸相加得七寸爲法實如法而一得四十卽相遇日期

今有赤金一方每邊二寸問重幾何

法以一寸爲一率赤金一方寸重十六兩八錢爲二率今邊二寸自乘再乘得八寸爲三率求得四率一百三十四兩四錢卽金重

今有紅銅一條重四百五十兩問積若干

法以紅銅一方寸重七兩五錢爲一率一寸爲二率今重爲三率求得四率六十寸卽紅銅條之積

五金一立方寸重率

赤金十六兩八錢　紋銀九兩

水銀十二兩二錢八分　紅銅七兩五錢

白銅六兩九錢八分　黃銅六兩八錢

熟鐵六兩七錢三分　生鐵六兩七錢

銅六兩七錢三分　高錫六兩三錢

六錫七兩六錢　倭鉛六兩

黑鉛九兩九錢三分

玉石一立方寸重率

白玉二兩六錢　硨磲一兩五錢二分

白瑪瑙二兩三錢　紅瑪瑙二兩二錢

琥珀八錢　水晶二兩五錢二分

青石二兩八錢八分　白石二兩五錢

紅石二兩五錢六分　淨玻璃二兩二錢

牙角一立方寸重率

象牙一兩五錢四分　牛角一兩九錢

木植一立方寸重率

紫檀一兩零二分　花梨八錢七分

黃楊七錢五分　烏木一兩一錢

白檀八錢三分　沈香八錢二分

楠木四錢八分

流質一立方寸重率

油八錢三分　火油七錢五分

黃酒九錢　酒精七錢八分

水九錢三分　牛乳九錢九分

須曼精廬算學卷二十四

治麻明算之學古疏今密時代使然積人積智以獲新法皆由舊法融會而生是故借根濫觴於天元代數冥合於四元而天元一術固發軔於宋金者後世之精微深妙實已早闡其機緘矣明代士夫弁陋至莫曉立天元爲何語西法乘其弊而來好奇者操觚駭服駸駸乎數典而忘其祖有清　仁廟宏奬實學宣城梅勿菴徵君以布衣蒙　召對御筆批點稿本　命其孫文穆公瑴成學習內廷　親授數理榮寵逾恆四方承學聯袂踵與休寧戴東原太史震尤爲縝密顧梅氏所著書理深詞淺惟恐人不解戴氏割圜記等力求簡古惟恐人之或知後之人推論心術與取資圭臬者咸樂以梅氏

爲宗津逮之功不其偉歟吾郡通算理者在嘉道間則有姚文僖公文田許積卿駕部宗彥徐鈶菴明經養原臧眉卿孝廉壽恭張秋水學博鑑陳靜蓀博士杰在咸豐時則有淩厚堂茂才堃張南坪茂才福僖徐莊愍公有壬汪剛木教諭曰楨諸公造詣不齊各有著述傳於世專門精詣繼起寥寥楊誠之星使余妻姑壻也爲海寧李壬叔閣讀善蘭入室弟子著有須曼精廬算學二十四種術備數題題演各法溝通新舊且有勝於古術者余近刊吳興叢書以算法爲絕學仿張文襄書目答問載生存人海寧李氏之例以示博雅君子謂斯編非第頡頏鄉先達兼可補梅氏戴氏所遺而爲後學之南鍼庶不讓西人以獨智乎丙辰天貺節吳興劉承幹跋

五經算術考證

休甯　戴震　東原

尚書孝經兆民注　甄鸞按尚書無此注故從孝經注釋之案今孝經亦無此注考天子曰兆民諸侯曰萬民本左氏春秋閔公元年卜偃之語鄭康成注內則降德於衆兆民云萬億曰兆天子曰兆民諸侯曰萬民然則此所引尚書及孝經注皆鄭氏說也

禮記禮運注　五味六和十二食還相爲滑案今禮記正文作質鄭注云五味酸苦辛鹹甘也和之者春多酸夏多苦秋多辛冬多鹹皆有滑甘是謂六和益五味加滑而六據內則曰滫瀡以滑之疏云滫瀡之令柔滑也食味言還相爲滑衣色言還相爲質質如凡畫者丹質之質食味衣色二者語宜有別此所引在唐以前應是古本作滑

漢書終於南事算之法　陽下生陰陰上生陽始於黃鐘終於中呂案後漢書今本及見於禮記疏者皆無始於黃鐘四字此所引乃後改可補二書缺誤

又　故各統一月其餘以次運行當月者各自爲宮案後漢書今本訛作各終一日下當月者訛作當日者攷律法十二律分十二月各自爲宮而商徵以類從是一律統一月也禮記疏引作各統一日下仍作當月者惟此所引無舛可正二書之誤

又　上生不得過黃鐘之濁下生不得不及黃鐘之清案後漢書引此二語下云是則上生不得過九寸下生不得減四寸五分攷蔡邕月令章句云黃鐘之宮黃鐘少宮也半黃鐘九寸之數管長四寸五分蓋九寸者黃鐘全律四寸五分者黃鐘半律後漢書今本作上生不得過黃鐘之清濁下生不得及黃鐘之數實訛謬不可通當是傳寫致舛後書者因有所竄改此所引猶本未訛者也

又　於律爲寸於準爲尺於律爲分於準爲寸案後漢書今本脫二句攷下云不及者十之所得爲分正承下二句謂不盈寸也當是後漢書脫誤

又　上生制時案以上小分以強弱少強微強微弱半強太強七等約言之未育之小分一強尾數一二有奇今本後漢書訛作一少強分積之小分九強尾數九二有奇今本後漢書訛作九半強少出之小分九少強尾數九二有奇白呂之小分二少強尾數二二有奇今本後漢書竝脫少字分動之小分四微強尾數四一有奇隨期內負之小分八微強尾數八一有奇夾鐘之小分九微強尾數九一有奇夷汗遲時之小分五微強尾數五一有奇今本後漢書竝脫微字[illegible]之小分六微強尾數六一有奇今本後漢書訛作六少強中呂之小分六微弱尾數五九有奇增而爲六制時之小分七微弱尾數六九有奇增而爲七安度之小分四微弱尾數三九有奇增而爲四今本後漢書竝脫微字開時之小分九微強九之外尚有奇不盡今本後漢書訛作九微弱質末之小分二半強尾數二五有奇今本後漢書竝脫半字依行盛變之小分三半強尾數三□有奇今本後漢書竝訛作太強期保之小分九半強尾數□□有奇今本後漢書竝訛作九微強皆當以此書所引爲正惟去□之小分二微弱尾數一九有奇今本後漢書脫微字此所引二訛作四可以互相補正

附盧氏昭弓云分動小分四微強案此紀小分所餘有微強強少強半強太強共五等餘二

十五以下爲微強餘三十六以上爲強餘六十五以上爲少強餘九十八以上爲半強餘百三十以上爲太強蓋律以百九十六有奇爲小分之一其餘不滿小分者分此五等九數以三分有一爲少得中爲半三分有二爲太其云少強者比少又有餘也半強者比半又有餘也太強者比太又有餘也是知單言□者進乎微而求及乎少也少半太皆有定名自不便置強於少半之之間明矣續漢志固有訛而此書亦有未盡得者今□細核之其合者可不必論其參錯者不可不明爲辨也如此□動小分因之外實餘二十七有奇續漢志禮記疏皆但作強是也此書作微強微字誤

質末小分二半強案此餘一百有奇此作半強是續漢志無半字作

分否小分一強案此餘八十七有奇作少強兩書俱脫少□□

少出小分九少強案此餘四十四有奇尚未及少續漢志禮記疏皆但作強是

時息小分九少強案此餘四十五有奇兩書皆衍少字

夾鐘小分九微強案此餘五十有奇續漢志禮記疏皆無微字

開時小分九微強案此餘十二有奇此作微強是也續漢志誤微弱

南授小分九太強案此餘百二十一有奇尚未及太而兩書皆作太強疑是半強之誤如下變虞餘百六有奇而兩書皆作半強依行餘百

十有奇此書作十强如此亦當爾也内負小分八微强案此餘二十一有奇續漢志無微字非物應小分九强案此餘七十五有奇當作少强兩書皆脫少字盛變小分三半强案此餘百十五有奇此作半强是續漢志作太强誤離宮實十二萬一千八十九案續漢志作十三萬一千八百一十九乃衍百一兩字未有九萬八百一十七上生離宮三分益一止得十二萬一千八十九離宮上生凌陰亦三分益一故凌陰得十六萬一千四百五十二當據此正之小分五微强案此餘二十八有奇不當有微字制時小分七微弱案小分有借數而實未滿者又別之爲弱微弱二等此所少者十五有奇作微弱是也續漢志無微字非去滅小分四微弱案續漢志禮記疏皆作小分二是也當即據以改正安度小分四微弱案此少九有奇續漢志無微字非也否與小分八强案此餘六十七有奇當作少强兩書俱脫少字分積小分九强案此餘九十五有奇當作少强此脫少字續漢志作半强亦誤白呂小分二少强案此餘四十二有奇漢書志禮記疏皆作强是也此誤衍少字結躬小分六微强案此餘三十有奇此衍微字續漢志作少强亦誤衍少字夷汗小分五微强案此餘三十七有奇續漢志禮記疏皆但作强是也此衍微字無射小分九强案此餘八十五有奇當作少强兩書皆脫少字期保小分九半强案此餘百六有奇此作半强是也續漢志作微强大誤遲內小分八强案此尚不足六十有奇續漢志禮記疏皆作弱是也此作强大誤未有小分一强案此餘七十八有奇續漢志禮記疏皆作少强是也此無少字誤遲時小分五微强案此餘三十七有奇續漢志禮記疏皆作强是也此衍微字

推春秋魯僖公五年正月辛亥朔法案自此下或援經而不列算或僅有題題之下即溷風注似唐時止文已殘缺矣

又 南至冬至也冬至之日南極至案此三字似有舛誤周髀算經云日夏至在東井極內衡日冬至在牽牛極外衡也一歲一內極一外極故謂之日南至也日中之時景長以是表之案此句有舛誤當作以景度之

開方通釋

德化李氏刻

開方通釋叙

平方求積之法見於王制方千里者爲方一里者百是也開平方之法見於逸周書制郊甸方六百里因西土爲方千里是也立方求積之法見於考工記㮚人爲量深尺內方尺其實一鬴是也開立方之法亦見於考工記旅人爲簋其實一㲄崇尺是也算學之書汗牛充棟莫不以開方爲大法故九數之中方田粟米商功勾股四者之精義反覆相究統於少廣一章有明算學中衰三乘之方無能排解自宣城梅徵君文鼎發明廉率立成之圖三乘以上之形體始如門山掌果至於帶縱之方有畢多少而分正負者則不外乎同名相加異名相

減二術而自宋秦道古九韶元李欒城冶而後至今學有能綜其條理者吾友元和李尚之銳江都焦里堂循各立天元一術於古開方法皆有所發明近昭陽城張司馬敦仁請其紬古算經細草與尚之里堂相頡頏三君子之用力於古也深矣里堂既爲諸乘方圖及天元一釋茲復本秦道古數學九章爲開方通釋以秦氏之旨闡古開方之術可謂無遺矣獲請於邗江之上爲之序而歸之若夫借根益實後人損之又損之道萊有成書不必與此術高下也嘉慶六年九月朔歙縣汪萊叙

開方通釋

江都焦循學

梅勿菴少廣拾遺發明諸乘方於正負加減之際闕而未備故其廉隅繁瑣步算既艱亦且莫適於用循向爲加減乘除釋於此欲貫而通之反覆再三猶未得立法之要近來因講明天元一術於金山文淙閣借得秦道古數學九章（原名數學大畧）其中用開方法既精且簡不特與測圓海鏡相表裏究其原實古九章之遺焉嘉慶庚申冬十一月與元和李尚之同客武林節署共論及此尚之銳志求古於是法尤深好而獨信相約廣爲傳播俾古學大著於海內時江甯談

階平教諭亦客督學劉侍郎幕中時過余寓舍互相證訂甚獲朋友講習之益竊謂乘除之法負販皆知至開正負帶從諸乘方儒者竭精敝神或有未能了了者使知道古此法則自一乘以至百乘千乘庶幾一以貫通人人可以布筴而求也列爲十二式設問以明之欲便於初學故不厭詳複

實方　上實下法

實方隅　一乘方

實方廉隅　二乘方

實方廉廉隅　三乘方

實方廉廉廉隅　四乘方

實方廉廉廉廉隅　五乘方

實方廉廉廉廉廉隅　六乘方

實方廉廉廉廉廉廉隅　七乘方

實方廉廉廉廉廉廉廉隅　八乘方

實方廉廉廉廉廉廉廉廉隅　九乘方

右都式

式一

實方

實〇隅

實〇〇隅

實〇〇〇隅

實〇〇〇〇隅

實〇〇〇〇〇隅

實〇〇〇〇〇〇隅

實〇〇〇〇〇〇〇隅

實〇〇〇〇〇〇〇〇隅

實〇〇〇〇〇〇〇〇〇隅

式二

右開方無從者故諸廉無數而必存其空位者以備商生之遞入也九章開方術云置積爲實借一算步之置積爲實即此式之實也借一算步之即此式之隅也有一位即有一乘故一廉即一乘方

二廉卽二乘方三廉卽三乘方四廉卽四乘方五
廉卽五乘方六廉卽六乘方七廉卽七乘方八廉
卽八乘方九廉卽九乘方測圓海鏡之式實在下
隅在上諸乘之位了然益古演段與數學九章皆
實在上隅在下自隅起算上達於方以便與實相
消故也隅遞加至方遂位相生九入則是九乘八
入則是八乘相入相生之間精甚亦簡甚也
假如積九隅一開一乘方得幾何答曰得三
商
實○隅
一乘入 實盡 方隅

假如積五百十二隅一開二乘方得幾何答曰得
四
商
實○○○隅
三乘二乘一乘商生隅
實入方入上入下廉
相消 廉
假如積五千四百二十萬六千九百八十二隅一

百二開五乘方得幾何答曰得九
商
實○○○○○隅
五乘四乘三乘二乘一乘商生隅
實入方入第入第入第入第四
相消 一廉二廉三廉廉

實方
實○隅
實方○隅
實○廉○隅
實方○廉○隅
實○廉○廉○隅
實方○廉○廉○隅
實○廉○廉○廉○隅
實方○廉○廉○廉○隅
實○廉○廉○廉○廉○隅

式三

右玲瓏開方式如三乘方帶平方而不帶立方不帶從九乘方帶一乘方三乘方五乘方七乘方而不帶二乘方四乘方六乘方八乘方是也其法皆相生而入之

假如積四千二百八十八方空上廉三下廉空隅一開三乘方得幾何答曰得八

商實○廉○隅

三乘二乘一乘商生隅
與實入方入上入下廉

相消
廉

假如積一十八萬一千四百三十一方空第一廉八第二廉空第三廉三十四第四廉空第五廉二十第六廉空隅二十五開七乘方得幾何答曰得三

商實○廉○廉○廉○隅

七乘六乘五乘四乘三乘二乘一乘商生隅
與實入方入第入第入第入第入第入第六
相消 一廉二廉三廉四廉五廉廉

假如積五百三十七萬八千一十八又四分方八百四分第一廉空第二廉三十六第三廉空第四廉四百二十第五廉空隅七又五分開六乘方得幾何答曰得六

商實方○廉○廉○隅

六乘五乘四乘三乘二乘一乘商生隅
與實入方入第入第入第入第入第五
相消 一廉二廉三廉四廉廉

負正

負正正

負正正正

負正正正正

負正正正正正

負正正正正正正

負正正正正正正正

負正正正正正正正正

負正正正正正正正正正

負正正正正正正正正正正

式四

右正負式術云商常爲正實常爲負從常爲正益常爲負此負在實其下方廉隅皆正則開方常法也自隅而上至方皆正故皆同名相入方與實一正一負異名相消故如等乘之至末相消而盡也蓋秦氏此術全在以正負分同異商生隅而上行遇同則入遇異則消相入則正仍爲正負仍爲負相消則減餘在正爲正在負爲負守此例以行之無往而不自得也李尙之云于術商常爲正又正負同名相乘所得爲正異名相乘所得爲負故商生從隅凡從隅爲正者以商正乘之是爲同名所得爲正凡從隅爲負者以商正乘之是爲異名所得爲負也

負正

負負正

負負負正

負負負負正

負負負負負正

負負負負負負正

負負負負負負負正

負負負負負負負負正

負負負負負負負負負正

負負負負負負負負負負正

式五

右正在隅爲異名實方廉皆負爲同名正負相消餘必在正雖至負方減餘仍在正隅故以一正上消諸負消一度餘仍在正仍得正則仍異名相消轉轉消至於實而盡

假如積二十七益方六從隅一開一乘方得幾何

答曰得九

商 正實 負方 負隅 正

𝍨 𝍪𝍦 𝍥 𝍠

異商異商
消生消生
實方餘隅
盡 正

𝍪𝍦 𝍢 𝍨 𝍠

假如積七百三十二萬四千二百二十從方第一

從廉第二從廉第三從廉第四從廉第五從廉第六從廉第七從廉第八從廉從隅皆一開九乘方得幾何答曰得五

商正 實負 方負 廉負 廉負 廉負 廉負 廉負 廉負 廉負 隅正

異商 異商 異商 異商 異商 異商 異商 異商 異商
消生 消生 消生 消生 消生 消生 消生 消生 消生
實餘 餘 餘 餘 餘 餘 餘 餘 隅
盡 正 正 正 正 正 正 正 正

負正
負正負
負正負負
負正負負負
負正負負負負
負正負負負負負
負正負負負負負負
負正負負負負負負負
負正負負負負負負負
負正負負負負負負負負

式六

右正在方與實廉隅皆異名實廉隅皆同名隅而上同名相入至正方與名相消消餘必在正方仍得正與負實異名相消而盡其消餘必在正方者正方既是和數則其數已足包括諸廉及隅與實在內如立方商數二在負廉爲一在正方則爲二三在負隅爲一在負廉爲三在正方則爲九以九視三視一多已數倍任下之相生相入其勢皆足以有餘雖至九乘方負隅負廉相生者遞有九層而正方亦隨層數而增故相消之餘皆在正方也

假如積十二從方十九益廉二益隅一開二乘方得幾何答曰得三

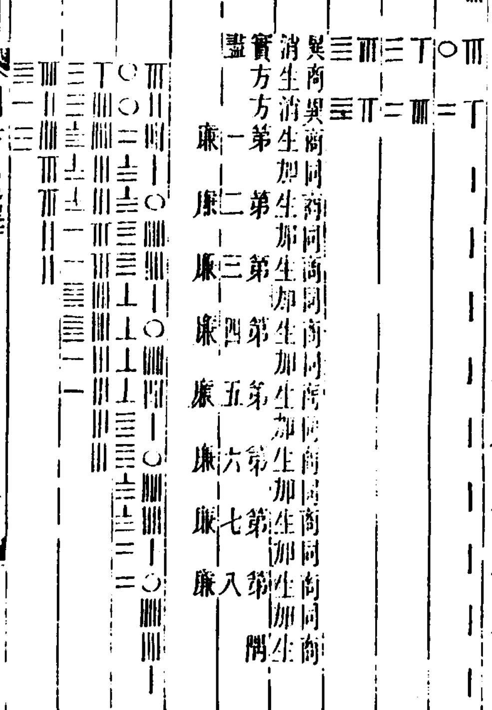
商正 實負 方正 廉負 隅負

異商 異商 同商
消生 消生 加生
實 方餘 廉 隅
盡 正

假如積四十九萬三千六百八從方四十七萬二千九百二十六第一益廉第二益廉第三益廉第四益廉第五益廉第六益廉第七益廉第八益廉

益隅皆一開九乘方得幾何答曰得四

商正實負方正廉負廉負廉負廉負廉負廉負廉負廉負隅負



負正
負正負
負負正負
負負正負負
負負負正負負
負負負正負負負
負負負負正負負負
負負負負正負負負負
負負負負負正負負負負
負負負負負正負負負負負

式七

開方通釋

右正在廉與正在方之例一也隨正所在減餘皆在於正與負實爲異名相消若減餘在負則與實爲同名相入是爲益積必有續商無續商者減餘必在正也

負正
負正負
負正負正
負正負正負
負正負正負正
負正負正負正負
負正負正負正負正
負正負正負正負正負
負正負正負正負正負正
負正負正負正負正負正負

式八

右正負相雜皆同則相入異則相消隨所遇以置算式有萬殊術止一例惟正負相雜則減餘或正或負變幻萬端非復原位正負之可定而加減之易淆亦惟此式爲最然益知同加異減及減餘之隨負爲負隨正爲正乃一定不易之例矣

假如積二十二益方三第一益廉一第二從廉四第三從廉二益隅一開四乘方得幾何答曰得二

商正實負方負廉負廉正廉正隅負

異商異商異商
消生消生消生
實方餘第一餘第二
盡正廉一正廉二

異商
消生
盡隅

此第三廉消盡即以商生第二廉凡有消盡者仿此式

假如積四十五萬四百八十從方第一益廉第二益廉第三從廉第四益廉第五益廉第六從廉從隅皆一開七乘方得幾何答曰得五

商正實負方正廉負廉負廉正廉負廉負廉正隅正

異商同商異商異商同商異商異商同商
消生加生消生消生加生消生消生加生
實方第一餘第二餘第三第四餘第五餘第六隅
盡廉一正廉二正廉三廉四正廉五正廉六

假如積九千六百六十九從方四第一益廉五十五第二從廉二十八第三益廉七第四益廉三十一從隅二十四開五乘方得幾何答曰得三

商正實負方正廉負廉正廉負廉負隅正

異商同商異商同商異商
消生加生消生加生消生
實方第一餘第二第三餘第四餘隅
盡廉一正廉二廉三正廉四正

假如積三十萬二千九百八十一從方九從上廉五十從下廉九百三十二益隅八開三乘方得幾何答曰得七

商正實負方正廉正廉正隅負

異商同商同商異商
消生加生加生消生
實方上廉下廉餘隅
盡正

實既常爲負則方以下無論幾正幾負而正之數必常處乎全負之數必常處乎不足雖商生益隅數必不能敵正方正廉故減餘必在正必與實爲異名相消也

假如積四千二百四十九從方二千從上廉一百九從下廉十二益隅八開三乘方得幾何答曰得

七

商正	𝍦			
實負	𝍣	𝍫	𝍡	𝍫
方正	〇	〇	〇	𝍪
廉正	𝍣	〇	𝍠	
廉正	𝍡	𝍩		
隅負	𝍧			

異消實盡				
商生方	𝍣	𝍫	𝍡	𝍫
異消餘正	𝍦	〇	𝍥	〇
商生上廉	𝍢	𝍰	𝍢	𝍩
異消餘負	𝍣	𝍰	𝍠	
商生下廉	𝍦	〇	𝍢	
異消餘負	𝍢	𝍫		
商生隅	𝍥	𝍫		
	𝍧			

相消之餘初雖在負終必轉而在正蓋三正中必有一正大於商所生之負者也

商	一乘隅	二乘隅	三乘隅	四乘隅	五乘隅	六乘隅	七乘隅	八乘隅	九乘隅
單	單	單	單	單	單	單	單	單	單
十	百	千	萬	十萬	百萬	千萬	億	十億	百億
百	萬	百萬	億	百億	萬億	百萬億	兆	百兆	萬兆
千	百萬	十億	萬億	千萬億	百兆	十萬兆	京	千京	百萬京
萬	億	兆	萬兆	京	萬京	垓	萬垓	秭	
	常	常	常	常	常	常	常	常	常
	超	超	超	超	超	超	超	超	超
	一	二	三	四	五	六	七	八	九
	位	位	位	位	位	位	位	位	位

式九

右定位式爲開方要法九章開方術云借一算步之超一等注云言百之面十也言萬之面百也開立方術云借一算步之超二等注云言千之面十言百萬之面百李湻風注步之超一等者方十自乘其積有百方百自乘其積有萬借一算步之超二等者立方求積方再自乘就積開之故超二位孫子算經云置積二十三萬四千五百六十七步爲實次借一算爲下法步之超一位至百而止夏侯陽算經云開平方除借一算爲下法步之超一等方十其積有百冪方百其積有萬至百言十至萬言百開立方除借一算爲下法步之超二位立方十其積有千立方百其積有百萬至千言十至百萬言百張邱建算經云置積一十二萬七千四百四十九步於上借一算子於下常超一位步至百止五經算術解論語千乘之國開方法云借一算爲下法步之常超一位至萬而止循按古經開

方術均有超位之法但今可考者僅平方立方二術然由此可推諸乘方之超位也蓋商數視乎實數超位視乎商數商進亦進商退亦退孫子術積二十三萬四千五百六十七開立方故至百而止五經算千乘得九十億開平方故至萬而止至百萬始商千未至百萬雖九十九萬仍商百故積二十萬超位至百止也至百億始商十萬未至百億雖九十九億仍商萬故積九十億超位至萬止也

假如積八千一百隅一開一乘方得幾何答曰得九十

商 實 方 隅 商得 實 方 隅超一位

一廉為一乘方平方止於一乘則二乘為隅立方止於二乘則二乘為隅以至九乘止於九乘則九乘為隅超一位即是進二位超三位即是進四位古經不詳帶縱之術故止言平方超一立方超二然引而不發其機躍如乃知李欒城秦道古之學所由來而古術之精密有如此也

假如積三千方十隅一開一乘方得幾何答曰得五十

商

實 三〇〇〇

方 一〇

隅 |

商得 ≡

實 三〇〇〇

方進一位 |〇〇

隅超一位 |〇〇

假如積六十三萬方二百隅一開一乘方得幾何

答曰得七百

商

實 ⊥|||〇〇〇〇

方 ||〇〇

隅 |

商得 ⊤

實 ⊥|||〇〇〇〇

方再進二位 ||〇〇〇〇

隅再超二位 |〇〇〇〇

商生方加減實上實下法

商生隅入方　生方入實一乘方初商

商生隅入方一變廉法

商生隅入廉　生廉入方　生方入實二乘方初商

商生隅入廉　生廉入方一變廉法

〇〇　|　〇〇　〇〇

⊥|　三　⊥|　|

假如積九萬隅一開一乘方得幾何答曰得三百

商

實 ||||〇〇〇〇

方

隅 |

商得 |||〇〇

實 ||||〇〇〇〇

方

隅再超位 |〇〇〇〇

一乘	進一位	超一位							
二乘	進一位	超一位	超二位						
三乘	進一位	超一位	超二位	超三位					
四乘	進一位	超一位	超二位	超三位	超四位				
五乘	進一位	超一位	超二位	超三位	超四位	超五位			
六乘	進一位	超一位	超二位	超三位	超四位	超五位	超六位		
七乘	進一位	超一位	超二位	超三位	超四位	超五位	超六位	超七位	
八乘	進一位	超一位	超二位	超三位	超四位	超五位	超六位	超七位	超八位
九乘	進一位	超一位	超二位	超三位	超四位	超五位	超六位	超七位	超八位 超九位
方	一乘	二乘	三乘	四乘	五乘	六乘	七乘	八乘	九乘

式十

右方廉隅定位式隅視商為進退方廉隅雁行相次蓋為九乘方則第八廉為八乘方第七廉為七乘方第六廉為六乘方第五廉為五乘方第四廉為四乘方第三廉為三乘方第二廉為二乘方第

商生隅入廉廉法二變

商生隅入下廉　生下廉入上廉　生上廉入方　生方入實三乘方初商

商生隅入下廉　生下廉入上廉　生上廉入方廉法一變

商生隅入下廉　生下廉入上廉廉法二變

商生隅入下廉廉法三變

商生隅入第三廉　生第三廉入第二廉　生第二廉入第一廉　生第一廉入方　生方入實四乘方初商

商生隅入第三廉　生第三廉入第二廉　生第二廉入第一廉　生第一廉入方廉法一變

商生隅入第三廉　生第三廉入第二廉　生第二廉入第一廉廉法二變

商生隅入第三廉　生第三廉入第二廉廉法三變

商生隅入第三廉廉法四變

商生隅入第四廉　生第四廉入第三廉　生第三廉入第二廉　生第二廉入第一廉　生第一廉入方　生方入實五乘方初商

商生隅入第四廉　生第四廉入第三廉　生第三廉入第二廉　生第二廉入第一廉　生第一廉入方廉法一變

商生隅入第四廉　生第四廉入第三廉　生第三廉入第二廉　生第二廉入第一廉廉法二變

商生隅入第四廉　生第四廉入第三廉　生第三廉入第二廉廉法三變

商生隅入第四廉　生第四廉入第三廉廉法四變

商生隅入第四廉廉法五變

商生隅入第五廉　生第五廉入第四廉　生第四廉入第三廉　生第三廉入第二廉　生第二廉入第一廉　生第一廉入方　生方入實六乘方初商

商生隅入第五廉　生第五廉入第四廉　生第四廉入第三廉　生第三廉入第二廉　生第二廉入第一廉　生第一廉入方廉法一變

商生隅入第五廉　生第五廉入第四廉　生第四廉入第三廉　生第三廉入第二廉　生第二廉入第一廉廉法二變

商生隅入第五廉　生第五廉入第四廉　生第四廉入第三廉　生第三廉入第二廉廉法三變

商生隅入第五廉　生第五廉入第四廉　生第四廉入第三廉廉法四變

商生隅入第五廉　生第五廉入第四廉廉法五變

商生隅入第五廉廉法六變

商生隅入第六廉　生第六廉入第五廉　生第五廉入第四廉　生第四廉入第三廉　生第三廉入第二廉　生第二廉入第一廉　生第一廉入方　生方入

實七乘方初商
商生隅入第六廉　生第六廉入第五廉　生第五廉
入第四廉　生第四廉入第三廉　生第三廉入第二
廉　生第二廉入第一廉　生第一廉入方廉法一變
商生隅入第六廉　生第六廉入第五廉　生第五廉
入第四廉　生第四廉入第三廉　生第三廉入第二
廉　生第二廉入第一廉廉法二變
商生隅入第六廉　生第六廉入第五廉　生第五廉
入第四廉　生第四廉入第三廉　生第三廉入第二
廉廉法三變
商生隅入第六廉　生第六廉入第五廉　生第五廉

入第四廉　生第四廉入第三廉廉法四變
商生隅入第六廉　生第六廉入第五廉　生第五廉
入第四廉廉法五變
商生隅入第六廉　生第六廉入第五廉廉法六變
商生隅入第六廉廉法七變
商生隅入第七廉　生第七廉入第六廉　生第六廉
入第五廉　生第五廉入第四廉　生第四廉入第三
廉　生第三廉入第二廉　生第二廉入第一廉　生
第一廉入方　生方入實八乘方初商
商生隅入第七廉　生第七廉入第六廉　生第六廉
入第五廉　生第五廉入第四廉　生第四廉入第三

廉　生第三廉入第二廉　生第二廉入第一廉　生
第一廉入方廉法一變
商生隅入第七廉　生第七廉入第六廉　生第六廉
入第五廉　生第五廉入第四廉　生第四廉入第三
廉　生第三廉入第二廉　生第二廉入第一廉廉法二變
商生隅入第七廉　生第七廉入第六廉　生第六廉
入第五廉　生第五廉入第四廉　生第四廉入第三
廉　生第三廉入第二廉廉法三變
商生隅入第七廉　生第七廉入第六廉　生第六廉
入第五廉　生第五廉入第四廉　生第四廉入第三
廉廉法四變

商生隅入第七廉　生第七廉入第六廉　生第六廉
入第五廉　生第五廉入第四廉廉法五變
商生隅入第七廉　生第七廉入第六廉　生第六廉
入第五廉廉法六變
商生隅入第七廉　生第七廉入第六廉廉法七變
商生隅入第七廉廉法八變
商生隅入第八廉　生第八廉入第七廉　生第七廉
入第六廉　生第六廉入第五廉　生第五廉入第四
廉　生第四廉入第三廉　生第三廉入第二廉　生
第二廉入第一廉　生第一廉入方　生方入實九乘方初
商

商生隅入第八廉　生第八廉入第七廉　生第七廉入第六廉　生第六廉入第五廉　生第五廉入第四廉　生第四廉入第三廉　生第三廉入第二廉　生第二廉入第一廉　生第一廉入方（廉法一變）

商生隅入第八廉　生第八廉入第七廉　生第七廉入第六廉　生第六廉入第五廉　生第五廉入第四廉　生第四廉入第三廉　生第三廉入第二廉　生第二廉入第一廉（廉法二變）

商生隅入第八廉　生第八廉入第七廉　生第七廉入第六廉　生第六廉入第五廉　生第五廉入第四廉　生第四廉入第三廉　生第三廉入第二廉（廉法三變）

商生隅入第八廉　生第八廉入第七廉　生第七廉入第六廉　生第六廉入第五廉　生第五廉入第四廉　生第四廉入第三廉（廉法四變）

商生隅入第八廉　生第八廉入第七廉　生第七廉入第六廉　生第六廉入第五廉　生第五廉入第四廉（廉法五變）

商生隅入第八廉　生第八廉入第七廉　生第七廉入第六廉　生第六廉入第五廉（廉法六變）

商生隅入第八廉　生第八廉入第七廉　生第七廉入第六廉（廉法七變）

商生隅入第八廉　生第八廉入第七廉（廉法八變）

商生隅入第八廉（廉法九變）

式十一

右廉法凡初商不盡者則有廉隅方屬初商隅屬次商廉則初商次商相雜之數故初商旣消之後次商未立之先必豫立廉法廉法者先立初商之半以待次商之半也古法于平方倍方法于立方三倍方法然至三乘方以上廉愈多而算愈緐未有簡要如此法之妙也余加減乘除釋中說開方之理最詳未以甲乙明之此商生一次即一甲次商生一次即一乙如甲甲甲乙則商生二次留以待次商之生一次甲甲乙乙則商生一次留以待次商之生二次二乘方三甲三乙其甲乙之变互有二色故廉有二變三乘方四甲四乙其甲乙之变互有三色故廉有三變明其理可知立法之故矣秦道古諸開方式于同加謂之入于異消亦云入某某內相消是加減均謂之入此式但以入言之至正負加減無容更贅爾

初商進一　續商退一
初商超一　續商退二
初商超二　續商退三
初商超三　續商退四
初商超四　續商退五

初商超五　續商退六
初商超六　續商退七
初商超七　續商退八
初商超八　續商退九
初商超九　續商退十
初商超一次　商位有二退一次
初商超二次　商位有三退二次
初商超三次　商位有四退三次
初商超四次　商位有五退四次
初商超五次　商位有六退五次
初商超六次　商位有七退六次

初商超七次　商位有八退七次
初商超八次　商位有九退八次
初商超九次　商位有十退九次

式十二

右退位式九章開方術云其復除折法而下復置借算布之如初開立方術云復除折而下注云開平方者方百之面十開立方者方千之面十據定法已有成方之冪故復除當以千為百折下一等也孫子算經言次商云除訖倍方法方法一退下法再退三商云除訖倍廉法上從方法方法一退下法再退五經算術云以上商九萬以除實畢倍方法九億為十八億乃折之方法一折下法再折蓋有進則有退初商百宜進位為三萬次商十自宜退位為百矣明于進之故自了然于退之故矣退位既定以續商上生一如初商之例

秦氏于商兩次者有投胎換骨二法投胎即益積方與實同名相加也換骨即翻積方與實異名相消也大約和在隅乃有益積和在方乃有翻積和在隅益方大于初商則益積初商大于益方則不益積和在方較數小于初商則翻積初商小于較數則不翻積皆隨數目之多寡而自然得之非有成法也故不為式而設題以明之

假如積七百二十從方五十四益隅一開一乘方得幾何答曰二十四

商正　實負　方正　隅負

〇　||||　|
=　≡
⊤

實　方進一位　隅進二位

〇　〇　〇〇
=　≡
⊤　||||　|

商得　異商異商　消生消生　餘方除隅
負　正

方實異名相消減餘在實故不為翻積

=
〇〇〇〇
≡⊥≡〇

丅||||
||

異商
消生
餘隅
正
〇三|
〇〇||

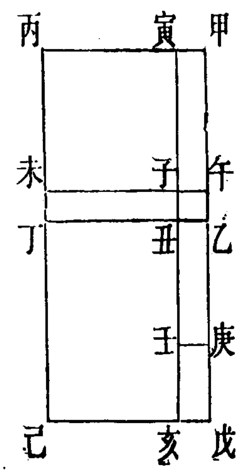
廉法
一變

餘負
遞正隅退負
實
二位 一位
|||| 一

三〇
異商
消生
異商
消生
方五十四商二十四較二十大於初商二十是爲初商小於較數不翻積

實
方
餘隅
正
盡
三〇
一〇
||||

積
商
||||



甲乙丙丁爲益隅　乙戊丁己爲實　丙己爲從方　丙未爲初商　初商消從方爲未己　未己乘初商爲子亥未己　減積餘庚戊壬亥在原積故不爲翻　丁己爲較大于初商則子丑未丁自

小於乙戊丑亥

假如積七十二從方二十七益隅一開一乘方得幾何答曰二十四

商正　實負　方正　隅負
||| 丅
丄 |

實
遞
一位 二位 隅退
丄〇|||
〇〇 |

商
得
異商
消生
異商
消生
方實異名相消減餘在方故爲翻積

餘
方
餘隅
正
正
丌〇
三〇
丄〇〇
丄
||

||

異商
消生
餘隅
正
〇三|
〇〇||

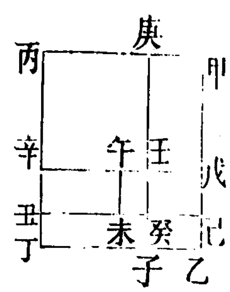
廉法
一變

餘
正方遞正隅退負
實
一位 二位
丄丌
一|||
|

異商
消生
異商
同加生
方二十七商二十四較三小於初商二十是爲初商大於較數翻積

實
方
隅
盡
丄丌
一丌
||||

積
商
||||



丙己丙丑益隅　己乙丑丁積　丙辛初商　丙丁從方　初商減從方餘辛丁　辛丁乘初商爲壬子辛丁　壬子辛丁大於積相消餘午未辛丑爲翻積　丑丁爲較小於丙辛　則壬癸辛丑自大於己乙癸子

假如積一百二十益方十九從隅一開一乘方得幾何答曰二十四

商正
實負 =〇
方負 一Ⅲ
隅正 |

實 |=〇
方進一位 |亖〇
隅超一位 |〇〇

商得 ||
異商消餘負 |〇〇
商生方 =〇
異商消餘正 一〇
商生隅 ||〇〇

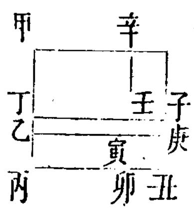
方實異名相消不益積

同商加 ||一〇
商生隅 ||〇〇

餘負實 |〇〇
方退一位正 =|
隅退二位正 |

廉法一變

商積 Ⅲ
異商消實盡
商生方 〇〇
同商加 =||||
商生隅 ||||



甲乙初商大於甲丁益方相消餘丁乙以初商乘之爲寅壬乙丁在積內減積成子丑丙乙寅壬形爲次商實

假如積七十二益方二十一從隅一開一乘方得幾何答曰二十四

商正
實負
方負
隅正

||⊥二|| 實 方退一位 隅超一位 ⊥||一〇〇||

商 同商異商 方實同名相加為益積
得 加生消生 方餘負 隅
二 ⊥||三〇〇一〇||

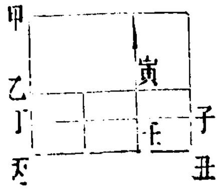
異商 消生 餘正 隅 ⊥〇〇〇||

廉法一變

益負 方退 一位 正 隅退 二位 正
實 ||三 一Ⅲ |

異商 消生 實方 加 同商 隅生 益
⊥|| 二||| ||||

續商
||||



甲乙初商小于甲丁益方相消餘乙丁以初商乘之爲寅壬乙丁在積外加入子丑丁丙積數內成子丑丙乙寅壬形爲次商實

測圓海鏡大股第九草消得積一千八萬從方二十一萬三千六百益廉一千二百從隅一開立方得一百二十翻法在記

商正 實負 方正 廉負 隅正
一〇〇Ⅲ〇〇 ||三丅〇〇 一||〇〇

實 〇〇〇〇Ⅲ〇〇一
方再進三位 〇〇〇〇丅三|二
廉再超二位 〇〇〇〇〇〇||一
隅再超三位 〇〇〇〇〇〇|

商得 |

異商消餘正 〇〇〇〇Ⅲ二
商生方 〇〇〇〇丅三〇一
異商消餘正 〇〇〇〇丅三〇一
商生廉 〇〇〇〇〇〇|一
異商消餘負 〇〇〇〇〇〇|一
商生隅 〇〇〇〇〇〇|

方實相消餘在方

異消餘正 三丅〇〇〇〇
商生廉 一〇〇〇〇〇〇〇
異消餘負 一〇〇〇〇〇〇〇
商生隅 丨〇〇〇〇〇〇

廉法一變

異消餘負 〇〇〇〇〇〇
商生隅 〇〇〇〇〇〇

丅
丨

廉法二變

翻實正 一位退正 二位退負 三位退正

〇〇〇〇Ⅲ二
〇〇丄Ⅲ
〇〇〇〇Ⅲ
〇〇〇丨

續商 二

異消實盡
商生方 〇〇〇〇Ⅲ二
異消餘負 〇〇〇〇Ⅲ一
商生廉 〇〇〇丄Ⅱ一
異消餘負 〇〇〇〓Ⅲ
商生隅 〇〇〇二

又明東前第十草消得積五億五千三百一十九

萬四百盁方四千六百四十二萬八千四百八十從上廉一百三十三萬六千三百二十八益下廉一萬五千七百九十二從隅六十三翻法開三乘方得一百二十

商負實正方負廉正廉負隅正

〇〇Ⅲ〇Ⅲ一Ⅲ三Ⅲ
〇〓Ⅲ〓Ⅱ三丅三
Ⅲ二Ⅲ丄Ⅲ三丨
Ⅱ〓丅三丨
Ⅲ丄

實 方再超一位 廉再超二位 隅再超三位

〇〇Ⅲ〇Ⅲ一Ⅲ三Ⅲ
〇〇〓Ⅲ〓Ⅱ三丅三
〇〇〇Ⅲ二Ⅲ丄Ⅲ三丨
〇〇〇〇〇Ⅱ〓Ⅱ三丨
〇〇〇〇〇〇Ⅲ丄

李欒城正負不拘或從或翻稱負益稱正益正稱負負皆以斜畫明之秦道古則實常爲負從常爲正益常爲負今式中一依秦例而題中仍用李之原文以見正負本可相通爾

商得 丨

異消餘負 〇〇丅丄Ⅱ三
商生方 〇〇〇丄丅三
異消餘負 〇〇〇〓丅三
商生上廉 〇〇〇〇Ⅲ二
異消餘正 〇〇〇〇Ⅲ二
商生下廉 〇〇〇〇〇〇
異消餘負 〇〇〇〇〇〇
商生隅 〇〇〇〇〇〇

方實異名相消餘在方翻積

||一Ⅲ
𝍦丄|
≡||二Ⅲ≐〇〇〇 異消餘正 𝍦丄|
丅丄Ⅲ二Ⅲ〇〇〇〇 商生上廉 三Ⅲ丄|
同加 丅丄Ⅲ二Ⅲ〇〇〇〇 異消餘正 三Ⅲ丄|
商生下廉 三|≐||〇〇〇〇〇〇 商生下廉 ≐||||≐||
異消餘正 三|≐||〇〇〇〇〇〇 異消餘負 ≐||||≐||
商生隅 丄|||〇〇〇〇〇〇〇〇 商生隅 丄|||〇〇

廉法一變

≡𝍦≐𝍦二Ⅲ
三|〇Ⅲ〇〇
≐||||〇Ⅲ〇〇〇〇〇〇 同加 三|〇Ⅲ〇〇
丄|||〇〇〇〇〇〇〇〇 商生隅 丄|||〇〇〇〇

廉法二變

廉法三變

翻負實 方退一位負 上廉退二位正 下廉退三位正 隅退四位正

續商

二

異消實盡 ||一Ⅲ三𝍦丄丅〇〇
一Ⅲ三𝍦丄丅〇〇 商生方
〇||||一Ⅲ≐Ⅲ〇〇 異消餘正 ||||二||≐Ⅲ〇〇
一Ⅲ三|丄丅〇〇 商生上廉
≡||||二〇≐Ⅲ〇〇 同加 三𝍦≐𝍦二Ⅲ〇〇
二|三|||丄〇〇〇 商生下廉
一〇丄丅≐〇〇〇 同加 ||||三〇≐〇〇〇
|二丅〇〇〇〇 商生隅
丄|||〇〇〇〇

又明重前第二草消得積四百六十六萬五千六百從方六十五萬二千三百二十從上廉八千六百四十下廉空益隅一益積開三乘方得一百二十

十

商

正實 ||||丄丅≡丅〇〇
負方 丄||||二|||二〇
負廉 ≐丅≡〇
負廉空 〇
隅正 |

實 方再退二位 廉再退三位 〇 隅再退四位

𝍣𝍮𝍥𝍫𝍥〇〇

𝍮𝍣𝍪𝍢𝍪〇〇〇

𝍯𝍥𝍫〇〇〇〇〇

𝍠〇〇〇〇〇〇〇〇

商得

同加益積　𝍫𝍥𝍪𝍧𝍯𝍥〇〇
商生方　𝍫𝍠𝍮𝍢𝍪〇〇〇
異消餘負　𝍫𝍠𝍮𝍢𝍪〇〇〇
商生上廉　𝍩𝍢𝍮〇〇〇〇〇
異消餘正　𝍩𝍢𝍮〇〇〇〇〇
商生下廉　〇〇〇〇〇〇〇〇
入下廉　〇〇〇〇〇〇〇〇
商生隅　〇〇〇〇〇〇〇〇

方實同名相加爲益實

異消餘正　𝍠𝍮𝍠𝍰𝍥𝍰〇〇〇
商生上廉　𝍡𝍩𝍢𝍮〇〇〇〇〇
同加　𝍡𝍩𝍢𝍮〇〇〇〇〇
商生下廉　𝍡〇〇〇〇〇〇〇〇
同加　𝍡〇〇〇〇〇〇〇〇
商生隅　𝍠〇〇〇〇〇〇〇〇

廉法一變

同加　〇〇
商生下廉　〇〇
同加　〇〇
商生隅　〇〇

𝍣𝍩𝍢𝍮〇〇〇
𝍢〇〇〇〇〇〇
𝍡〇〇〇〇〇〇
𝍠〇〇〇〇〇〇

廉法二變

同加　𝍢〇〇〇〇〇〇〇〇
商生隅　𝍠〇〇〇〇〇〇〇〇

廉法三變

益實負方退一位正上廉退二位正一廉退三位正隅退四位正

𝍣𝍮𝍡𝍧𝍯𝍥〇

𝍩𝍥𝍩𝍧𝍮𝍦〇〇

𝍣𝍩𝍡𝍮〇〇〇

𝍫〇〇〇〇〇

𝍠〇〇〇〇

續商　二

異減實盡
商生方　𝍫𝍥𝍪𝍧𝍯𝍥〇〇
同加　𝍪𝍦𝍩𝍢𝍰𝍦〇〇
商生上廉　𝍩𝍠𝍰𝍣𝍪〇〇〇
同加　𝍣𝍰𝍦𝍮〇〇〇
商生下廉　𝍰𝍢〇〇〇〇
同加　𝍫𝍡〇〇〇〇
商生隅　𝍡〇〇〇〇

又明直前第二草又法相消得下式五百一十三

億三千六百六十八萬三千七百七十六爲實從方一十七億二千五百六十萬二千八百一十六第一廉八千二百九十二萬六千八百一十六第二益廉二百二十二萬三百二第三益廉六萬二千一百六十五第四益廉七百一十四益隅二開五乘方得三十四

商正 實負 方負 廉負 廉正 廉正 廉正 隅正

實

方進一位

廉超二位

廉超三位

廉超三位

廉超四位

隅超五位

商得

異商消生方餘負

異商消生第一餘正

異商消生第二餘正

同商加生第三

同商加生第四

同商加生隅

廉

廉

廉

廉

方實異消故非益積

消餘在實故非翻積

同商加生第一廉

同商加生第二廉

同商加生第三廉

同商加生第四廉

同商加生隅

同商加生第二廉

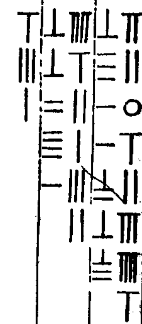
同商加生第三廉

同商加生第四廉

同商加生隅

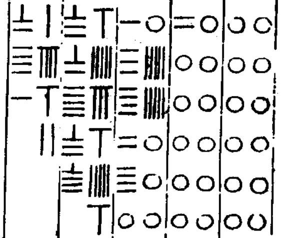
廉法一變

開方通釋



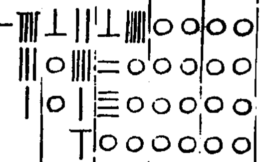
廉法二變

同商同商同商
加生加生加生隅
第三廉第四廉



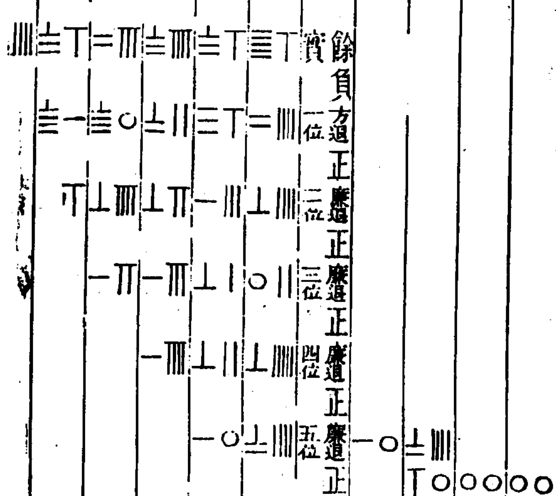
同商同商
加生加生隅
第四廉

廉法三變



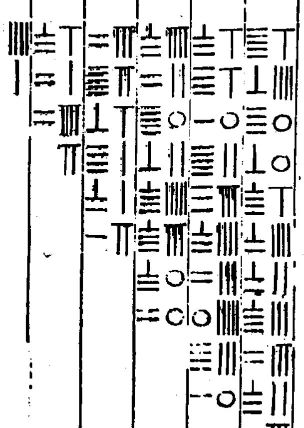
同商
加生隅

廉法四變



廉法五變

餘實
負方退正一位
廉退正二位
廉退正三位
廉退正四位
廉退正五位
隅退正六位



續商

異商同商同商同商同商
消生加生加生加生加生隅
實方第一廉第二廉第三廉第四廉
盡

益古演段第二十四問消得積一千四百四十九
從方一百八益隅一個七分半倒積倒從開平方

得四十二

商正 實負 方正 隅負

實 方通二位 隅通二位

商 得

異商 消生 方餘 隅 正 餘 方 正

方實異名相消餘在方是爲倒積即翻積

開方通釋

異商 消生 餘 隅 負

隅方異名相消餘在負隅是爲倒從

廉法一變

翻積 正 方通二位 負 隅通二位 負

續商 異商 消生 加 同商 實 方 隅生

盡

三 大商廉 一變

秦道古數學九章古池推原法草云一萬一千五百五十二寸爲實一百五十二寸爲益方半寸爲從隅開投胎求方得三丈六尺六寸四百二十九分寸之四百一十二

商正 實負 方負 隅正

三

實

[illegible]之例秦氏亦不拘

開方通釋

商 得

三

同商 異商 加生 消生 方餘 負隅

異商 消生 餘 隅 正

方實同名相加爲投胎秦氏術云以少廣求之以投胎入之

次商廉法一變

投胎負商廉隅正

實 〇=‖‖|一‖|一 負 一位 〇〇Ⅲ三| 二位 〇〇‖‖

續商 丄

異商同消生加方隅

餘負 〇=Ⅲ三 〇〇Ⅲ丄|一 〇〇Ⅲ丄 〇〇〇三

同商加生隅

三商廉法變

〇〇Ⅲ〇|| 〇〇Ⅲ〇三

實負商正廉正隅負 一位 退一位 再退二位 ‖‖

〇=Ⅱ三| 〇丄=〇=

異商同消生加不方隅盡

三商 丅

〇丄 〇丄 〇一 〇三

同商加生隅

〇= 丅=| |=

〇三|=〇三 〇=

方隅同加分母 Ⅲ三|=丄约=Ⅲ=‖‖

不盡約分子 〇丄〇=丄約‖一|一‖‖

又尖田求積術草云四百六億四千二百五十六萬爲實七十六萬三千二百爲從上廉一爲益隅開玲瓏翻法三乘方步法得八百四十步

商正實負方空廉正廉空隅負

實 〇〇〇〇丅三‖三丅〇‖‖ 虛廉再退位 〇〇‖三丅丄 隅再退三位 |

初商 𝍧

𝍣〇𝍥𝍫𝍡𝍫𝍥〇〇〇〇

異消餘正 𝍢𝍰𝍡〇𝍤𝍫𝍢〇〇〇〇
商生方 𝍦𝍯𝍧𝍫𝍧〇〇〇〇〇〇
入方 𝍰𝍧𝍫𝍥〇〇〇〇〇〇
商生上廉 𝍰𝍧𝍫𝍥〇〇〇〇〇〇
異消餘正 𝍩[illegible]𝍫𝍡〇〇〇〇〇〇
商生下廉 𝍮𝍣〇〇〇〇〇〇〇〇
入下廉 𝍧〇〇〇〇〇〇〇〇
商生隅 𝍧〇〇〇〇〇〇〇〇

𝍮𝍥𝍫𝍡〇〇〇〇〇〇

𝍠〇〇〇〇〇〇〇〇〇

方實異名相消
餘在方爲換骨

異消餘負 𝍨𝍪𝍥𝍰𝍧〇〇〇〇〇〇
商生上廉 𝍨𝍪𝍣𝍫𝍣〇〇〇〇〇〇
異消餘負 𝍠𝍩𝍣𝍮𝍧〇〇〇〇〇〇
商生下廉 𝍠𝍪𝍧〇〇〇〇〇〇〇〇
同加 𝍩𝍥〇〇〇〇〇〇〇〇
商生隅 𝍧〇〇〇〇〇〇〇〇

一廉變法

同加 𝍢〇𝍦𝍮𝍧〇〇〇〇〇〇
商生下廉 𝍠𝍰𝍡〇〇〇〇〇〇〇〇
同加 𝍪𝍣〇〇〇〇〇〇〇〇
商生隅 𝍧〇〇〇〇〇〇〇〇〇

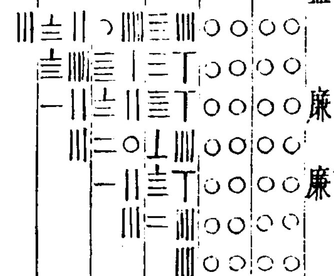
二廉變法

同加 𝍫𝍡〇〇〇〇〇〇〇〇
商生隅 𝍧〇〇〇〇〇〇〇〇

開方通釋

翻積正實 𝍢𝍰[illegible]〇𝍤𝍫𝍢〇〇〇〇
方退一位負 𝍰[illegible]𝍮𝍧𝍰〇〇〇〇〇
上廉退二位負 𝍢〇𝍦𝍮𝍧〇〇〇〇
下廉退三位負 𝍢𝍪〇〇〇〇〇
隅退四位負 𝍠〇〇〇〇

續 異商同商同商同商
商 消生加生加生加生
實方 上廉 下廉 隅
盡
三



秦道古又有開連枝平方法蓋卽帶分開方前所
推數學九章古池推原法是也益古演段第四十
問分別之分天元一術及連枝同體術最詳與道

古可以互証之分天元一者所知數中帶有零分
不便立天元一始以分母通之旣相消開方後以
分母約之是也詳見天元一釋連枝同體者隅多而開方
不盡以隅數乘實而變隅為一開方後以原數約
之是也并錄其術于左以備參考
之分天元一術云今有直田一段中心有圓池外
計地四畝五十三步長濶和七十六步太半步田
四角至池十八步問池徑外田徑立天元一為三
個池徑以自之得〇太丨加十二段見積得丨〇丨
為十二段直積又身外加五為十八段直積於頭
列和步七十六步太通分內子得二百三十自之

為和冪九段內減頭位得〇丨為九段斜冪寄
左再置天元圓徑加六之角至步一百八得〇丨太丨
為三個田斜自之得丨亦為九段斜冪與寄
左相消得開平方得六十二步為三個圓
池徑以三約之得一個圓徑二十步三分之二術
案此題長濶和七十六步太半步者三分
之二也有此奇零不便乘除故以分母三通七十
六步太半步為二百三十也旣通為三倍則立天
元一遂當圓徑三也為圓徑者三故乘為徑冪九
方之於圓三之四而一故九方冪當十二圓冪也
圓冪池也見冪外計地四畝五十三步也畝法二

百四十故化為一千一十三也直積勾股積也池
積加見積是成勾股積矣天元冪一個當直積十
二半個則六矣故加五為十八也和冪為四勾股
積一勾股較冪斜弦冪為二勾股積一勾股較冪
故以九和冪減十八個勾股積餘十八個勾股積
九個較冪適當弦冪九也天元一旣當三圓徑故
必六其角步之十八以加之乃得三弦數自之亦
是九弦冪也求一而得三故開方後又必報除也
連枝同體術云立天元一為內池徑加倍角至步
三十六得太丨為直田斜自之得太丨為田斜
冪又九之得下式為十八積九較冪寄左

40B

列和步七十六步太通分納子得〢〣太以自之得五萬二千九百步爲九段和羃于頭又置天元圓徑以自之又三之四而一得〣〩元〦〧〥爲一段圓積也加入見積一千一十三步得〣〤太○〣〤〨共爲直積一段又十八之得〦〤〥○〦〤〨爲十八段直積以減頭位得〢〣太○〢〤〨亦爲九段田斜羃與寄左相消得〦〤〢〢〤〦合以平方開之今不可開先以隅法二十二步半乘實二萬三千單二步得五十一萬七千五百四十五步正爲實元從六百四十八負依舊爲從一益隅平方開之得四百六十五步以元隅二十二步半約之得二十步三分之二爲內池徑循按同

體連枝爲隅數多者設也秦氏連枝法卽古開方約分法古法倍得數加隅爲分母所餘實爲分子見加減乘除釋秦氏以商生隅入廉加隅爲分母所餘實爲分子又以隅數約之者爲隅數之不止於一也是法爲連枝之常法李欒城緣隅數之多而有同體連枝連枝之約分不可以定母數同體連枝之約分則可以定母數盡開方之術凡隅之多者以其數乘積而化隅爲一既開得數以原隅數約之與原數原積開方數同此一例也凡隅之多者開有帶分不能盡以分母乘積數而開之則能盡此又一例也試以欒城之法演之積二萬三千單二

步負從六百四十八負隅二十二又五商得二十從進一隅超一以商生隅爲四千五百入從同加爲一萬九百八十又以商生之爲二萬一千九百六十入積異消餘一千四十二爲次商積乃變初商以商生隅爲四千五百入從同加爲一萬五千四百六十爲廉法于是廉一退爲一千五百四十六隅再退爲二十二五廉法已多於積商一猶盈必開之必以此爲空位而更退位退從爲一百五十四六退隅爲二步二五商得六生隅爲一步三五入從同加爲一百五十六步一五又以商生之爲九百三十六步六入積異消餘一百五步四爲

四商積更開之仍得六仍不可盡故欒城以爲不可開也用連枝同體術開得四百六十五步是不可開變而爲可開也後一例之證也因以二十二步半除之得二十步是除去四百五十步尚餘一十五步此一十五步當二十二步半爲不足不可得一故約爲三分之二耳必除之亦必存空位亦除得六去積一十三步半仍餘一五是爲六不盡所得二六六不盡與原隅原積開方數同前一例之證也開之不盡用同體連枝術則盡者其天元爲三分之二不盡者也今隅有三則爲三分之二者三爲三分之二者三是六矣六則盡矣然是形

長六濶仍三分之二欲得其濶仍爲不盡惟又以三乘之則長濶皆六矣大抵三不盡者三倍之則盡六不盡者六倍之則盡九不盡者九倍之則盡由是推之不獨多隅者可用此術卽一隅者用分母再乘可也不獨以分母再乘也卽倍分母幾倍分母幾十倍分母以再乘之可也此二二五之一五者是以六七五乘三之二也故二二五不盡以二二五乘之而盡同一不盡而所謂三分之二所謂二十二分半之一十五分母分子俱實有此數此李氏同體連枝法異於秦氏之連枝法也

甘泉徐鳳誥校算

堆垛求積術

陽湖董祐誠 董方立遺書四

堆垜求積三乘以上舊無其術汪氏衡齋算學始創諸乘方三角堆求積術以為古所未發予釋割圜捷法更得求諸乘方所成之方錐堆術繼復以縱方堆推之而得諸乘方所成之縱方錐術亦謂此兩術又汪氏所未發也近讀四元玉鑑茭草形段果垜疊藏諸問求其天元如積之原則與諸術皆一一符合學然後知不足旨哉言乎爰取舊撰兩術比而錄之為讀四元玉鑑者助焉道光元年八月十日

方錐堆求積術 舉平方堆至四乘堆為例

層數	平方錐堆積	立方錐堆積	三乘方錐堆積	四乘方錐堆積
一	一	一	一	一
二	四	五	六	七
三	九	十四	二十	二十七
四	十六	三十	五十	七十七
五	二十五	五十五	一百〇五	一百八十二
六	三十六	九十一	一百九十六	三百七十八

平方錐堆有層數求積

置層數以層數加倍乘之二除之得積 平方錐堆如料置平方形本以層數自乘得積今設此者欲與諸乘方通為一術

立方錐堆有層數求積

置層數以層數加一乘之又以層數加倍復加一乘之二除之三除之得積 舊法用層數加半今設此者亦欲與諸乘方通為一術

三乘方錐堆有層數求積

置層數以層數加一乘之又以層數加二乘之又以層數加倍復加二乘之二除之三除之四除之得積

四乘方錐堆有層數求積

置層數以層數加一乘之又以層數加二乘之又以層數加三乘之又以層數加倍復加三乘之二除之三除之四除之五除之得積

五乘以上層數倍層數並同皆以層數遞加一數乘之倍層數亦遞加一數又于除數上遞加一數除之

縱方堆求積術 亦舉平方至四乘方為例凡縱方堆首位無定數茲以首數三數為例

層數	平方縱堆積	立方縱堆積	三乘方縱堆積	四乘方縱堆積
一	三	三	三	三
二	八	十一	十四	十七
三	十五	二十六	四十	五十七
四	二十四	五十	九十	一百四十七
五	三十五	八十五	一百七十五	三百二十二

六　四十八　一百三十三　三百〇八　六百三十

平方縱堆有層數有首層數求積

置首層數減一爲差數迺置層數以層數加倍與二乘差數相加乘之二除之得積平方縱堆如剝置縱方形本以層數爲闊首層數減一又加層數爲長相乘得積今亦與諸乘方通爲一術

立方縱堆有層數有首層數求積

置首層數減一爲差數迺置層數以層數加一乘之又以層數加倍與三乘差數相加復加一數乘之二除之三除之得積

三乘方縱堆有層數有首層數求積

置首層數減一爲差數迺置層數以層數加一乘之又以層數加二乘之又以層數加倍與四乘差數相加復加二數乘之二除之三除之四除之得積

四乘方縱堆有層數有首層數求積

置首層數減一爲差數迺置層數以層數加一乘之又以層數加二乘之又以層數加三乘之又以層數加倍與五乘差數相加復加三數乘之二除之三除之四除之五除之得積

五乘以上層數差數倍層數並同皆以層數遞加一數乘之其乘差數之數亦遞加一而相加後亦遞加一又於除數上遞加一數除之

右術如求還原則各按本法除數以乘積爲諸乘方實以天元術如本法求得方廉隅各數如諸乘方法開之即得

衍元要義

元學至精且邃而求其要領無過通分加減凡四元之分正負及相消法互隱通分法大致原於方程方程者卽通分之義方程不明由於正負無定例加減無定行以譌傳譌如梅宣城精研數理未暇深究宅書可知矣九章算經正負術甚明而釋者反以意度古誼之不明可勝道哉唯以衍元之法正方程之義由是方程明而元學亦明蓋衍元要義綜通分方程而論列之附以連枝同體之分等法通乎此則四元庶可窺其涯涘耳謝家禾自序

謝穀堂算學三種孝廉謝家禾著曰衍元要義曰弧田問率曰直積回求凡三卷穀堂死其友人戴熙於破簏中搜得之寫而授諸梓校讎者熙弟煦也讎旣竣爲志其端曰籌人之書益久而益深者也其傳也益深而益難久禮之文樂之節射御之法簡諒之用作者聖也述者明也相襲也卒不相掩獨數不然前人所能者後人所不屑道後人所道者又後人所不屑能故其著書必著前人之不及著其後之著書者又將著前人之不及著如是積歲積人積智欲不益久而益深不得也顧其益深而傳益難久何也余觀算學自隸首以來詳於周官述於漢晉盛於唐而精於元然而周髀之所傳張蒼之所述徐岳劉徽夏侯陽甄鸞王孝通秦九韶李冶之所撰今尙有存者至祖頤序朱世傑四元玉鑑稱蔣周之益古李文一之照膽石信道之鈐經劉汝諧之如積釋瑣元裕之如積釋瑣細草李德載之兩儀羣英集臻劉大鑑之乾坤括囊大都皆宋以後人而泯沒殆盡攻數學者或至不能舉其名此其故蓋有二其一讀其書不通其說而難之其一讀其書通其說而易之難之者加訾議易之者又不爲發明此算學之所以益深而傳益難久也余旣知算學益久益深又見算學之書益深傳益難久是以亟余世有能發明絕學者予嘗欲編輯其書而盛傳之穀堂與余兄弟爲同學同癖於數事淺嘗而弃焉穀堂與予弟則孳孳不巳其於中西術法殆無所不通曉旣而兩人將爲小品叢書未竟功而穀堂中道夭故所存止三卷其一析通分加減定方程正負以標舉立元大要故曰衍元要義其二以劉徽祖沖之之率求弧田求其密於古率者故曰弧田問率其三則以直積與句股弦和較轉輾相求故曰直積回求大旨皆出於四元玉鑑而實能發明前人不傳之術嗚呼可謂深矣世之讀是書者不通其說而難之乎抑通其說而易之乎不可知也若夫編輯而盛傳之則固余之素志也

道光十七年十一月朔日戴煦謹叙并書

穀堂先生少嗜西學點綫面體四部靡不淹貫已復取元初諸家書幽探冥索悉其秘奥乃輯平時所得爲衍元要義一卷言簡而物博意淺而旨深誠互隱通分消剔之法所由端倪也通四元者當勿視若河漢戴煦跋

衍元要義

謝家禾撰

通分

約分

術曰可半者半之不可半者副置分母子之數以少減多求其等也以等數約之劉徽曰分之爲數繁則難用設有四分之二者繁而言之可爲八分之四約而言之則二分之一也

合分

術曰母互乘子并以爲實母相乘爲法實如法而一不滿法者以法命之其母同者直相從之劉徽曰母互乘子謂之齊羣母相乘謂之同數同類者無遠數異類者無近

減分

術曰母互乘子以少減多餘爲實母相乘爲法實如法而一凡減有全數與分減者以母通其全而以子減之兩數有全有分者兩母互乘以減之

乘分

術曰母相乘爲法子相乘爲實實如法而一若分與全數乘者分子通其全而以母除全數帶分與全數乘者全數俱通爲分相乘以分母自乘而除之全數帶分與分乘者同其母通其全相乘以同母自乘而除之全數帶分與全數帶分乘者同

經分

術曰分法實母除母爲母子除子爲子或互乘代除以實分母乘法分子爲母以法分母乘實分子爲子設有九分之二以三分之一除之爲三分之二用互乘法得九分之六約之亦三分之二也若全數除分者以全數乘實分母爲母子仍爲子設有五分之三以八除之以五分通八得四十爲四十分之三也分除全數者分母通其全爲子而以子爲母除設全數六以三分之二除之通六爲十八爲二之十八即全數九也全數除全數帶分者法實之兩全數通爲分納子於實而以除設有二又三分之二以二十四除之實通得八法通得七十二除得九分之一也全數帶分除全數者法實之兩全數通爲分納子於法而以除設有二十四以二又三分之二除之實通得七十二法通得八除得九也全數帶分除分者全數通爲分加入分子而除之設有五分之四以三又八分之一除之法通爲八分之二十五以法分母八乘實分子四得三十二爲子法分子二十五乘實分母五得一百二十五爲母爲除得一百二十五分之三十二也分除全數帶分者全數通爲分

加入分子而以除設有四又三分之二以七分之四除之通實得三分之十四用互乘法得八又十二分之二約之得八又六分之一也全數帶分除全數帶分者通全爲分納子而以除

連枝同體

術曰開平方及帶從者不可開以隅法乘實爲實有從者仍其從而以一爲隅開之得數以隅法約之

之分

術曰開諸乘方者議所得不盡以隅法爲母立天元一爲分子以母通所得加入天元視原開數有幾乘即以爲率而乘之得數通分相加并加原實而開之所得之數即子也加入前得數命之

設例

今有直田一段中心有圓池水占之外計地四畝五十三步只云外田長平和得七十六步太半步從田四角去池楞各十八步問內池徑

術曰立天元一爲內池徑求得二萬三千二步爲正實六百四十八步爲益方二十二步半爲負隅平方開之不盡用連枝同體術求之得五十一萬七千五百四十五步爲正實元從六百四十八爲益方一負隅開得四百六十五步以隅法約之得二十步三分之二合問

又術立天元一爲分子以所得二十步用隅法爲母通之加入天元以乘原從得從數自乘以乘隅法得方數如通分法加入從數并加原實數更得二萬三千四百四十五爲正實一千五百四十八爲益方一爲負隅開得十五步以隅法約之爲三之二命爲二十步又三之二也

方程

列行位

論曰方程橫曰位直曰行位者分其類也行者求其適足也自二色以上行各如其色之數三色以上必重列至兩行止也有分者如通分之法

分正負

論曰方程有正有負正負者不適足者也比適足多數則爲正比適足少數則爲負一行之中必有正負而正負必求其同數設如甲三分乙二分共眞數若干以色爲正則眞數爲負以色爲負則眞數爲正蓋甲三分乙二分相并與眞數同故以色爲正眞數爲負則一行之中適足矣設如甲三分比乙二分多眞數若干則以甲三分爲正乙二分及眞數皆爲負蓋乙二分加眞數若干與甲三分同故以甲爲正乙二分及眞數爲負則一行之中適足矣立正

負者求其適足也正負明而方程之理著

論直除

論曰直除者減法也正負術曰同名相除異名相益正無入負之負無入正之此正負術之減法也又曰其異名相除同名相益正無入正之負無入負之此正負術之加法也方程有減無加設如甲數正三以乙數正二減之則甲數正一若甲數負三以乙數負二減之則甲數負一此同名相除也甲數負三以乙數正二減之則甲數負五若甲數正三以乙數負二減之則甲數正五此異名相益也無入謂無對也設如甲數適足以乙數正一減之則甲數負一此正無入負之也若甲數適足以乙數負一減之則甲數正一此負無入正之故減去一行無相減者也設如以左行減右行則減餘係於右而正負從之以右行減左行則減餘係於左而正負從之

論乘除

論曰凡乘法正乘正爲正負乘負亦爲正正負相乘皆爲負凡除法無同名相除者實爲益實則法爲從方實爲正實則法爲益方方程用乘者消去多色以爲一色也蓋適足之數任以一數乘之仍爲適足故每行既爲適足則乘得每行之數亦爲適足而首位必相等故可消去一色也

再乘再消消至一色一眞數而止其一色爲正則眞數必爲負一色爲負則眞數必爲正以眞數爲實以色爲方法實如法而一即得一色之數也

設例

今有甲乙二數取甲七分之三益乙得一又一千一之四十九若取乙三分之一以益甲得四百二十九之三百四十八問甲乙原數幾何　答曰甲十三分之七乙十一分之九

甲〣之卌　乙⊥　〡〤之⊥〦

甲⊥　乙〣之⊥　〦〤〣之〣〦〣

術曰以左行乘右行甲正七之三乙正一眞數負一千一之一千五十以右行乘左行甲正七之三乙正二十一之三眞數負三千三之一千四十四以左行減右行得乙正二十一之十八爲法眞數負三百萬六千三之二百十萬八千一百六爲實用互乘法除之得一千八百三萬六千十八之一千四百七十五萬六千七百四十二約之得乙十一分之九於總數內減乙分即甲分也

今有甲乙二數甲不及乙二十一分之二若以甲倍數比乙則乙不及甲二十一分之五問甲乙原數幾何　答曰甲三分之一乙七分之三

甲𝍥　乙𝍠　𝍡𝍩之[illegible]

甲𝍡　乙𝍥　𝍡𝍩之[illegible]

術曰左右互乘甲減盡乙正一為法其數負二十一之九為實約之得七之三為乙數

今有甲乙二數取甲三分之二以與乙較則不及乙二百三十一分之一百二十三乙半之甲二之則得一百五十四分之一百九十五問甲乙原數幾何　答曰甲七分之三　乙十一分之九

乙𝍠　甲𝍢之[illegible]　[illegible]之[illegible]

乙𝍡之𝍠　甲𝍡　[illegible]之[illegible]

術曰左右互乘得數以右減左則左得甲正二又六之二眞數負七萬一千一百四十八之七萬一千一百四十八母子同數恆為一用六之十四除之為十四之六約得七之三為甲數

桐鄉沈善蒸校算

萬象一原

圓出於方而圓形不一曲線之名因而萬殊焉昔人所謂有法者祗一平圓至橢圓曲線古已遺之吾師項梅侶先生澄思渺慮立術以求橢周繼之者鄂士戴氏君青徐氏各立一術而橢周乃爲有法之形然止能求橢周不能求截橢弧且不能求諸曲線之弧與曲面與面積與體積亦憾事也自奈端來本之二家作橫直二綫以馭曲綫剏名曰微分積分於是昔所謂無法者今皆有法形雖萬法則一誠祘學之功臣也亦人生之快事也余邇年避亂於吳門於平湖於南匯於鐵河暇則細尋微積分奧竅疏而演之凡一百餘術法乃寖備幾何之學至是而無纖芥之憾矣惜吾師墓木巋然戴徐二先生復以孤城抗節奄爲國殤餘同志數人或南或北睽睽如晷後之星俱不得手此一編導窾而裁正之長吁視天鬱鬱何極書此不禁死生契闊之感焉同治紀元壬戌初春紫笙夏鸞翔識於交州寓廬

萬象一原卷首

錢塘夏鸞翔演

諸曲綫釋形

方斜綫

正方形對兩角斜剖之用其半方自乘倍之開平方得斜

句股綫

長方形對兩角斜剖之用其半句股各自乘并之開平方得斜

以上二綫雖非曲綫而曲綫由此而生故首列之

平圓綫

二等徑爲正交二軸軸端曰頂點弧點距軸曰正弦頂點距正弦末曰正矢正矢減半徑曰餘弦正餘弦各自乘相并爲半徑自乘曲綫之有餘弦者甚少若正弦正矢則俱有之

橢圓綫

諸直綫同於平圓諸橫綫不同於平圓而與平圓諸橫綫仍有比例或諸橫綫同於平圓諸直綫不同於平圓而與平圓諸直綫仍有比例

正雙綫

二等徑爲正交二軸軸端曰頂點弧點距軸曰正弦頂

點距正弦末曰正矢正矢加半徑曰餘弦正餘弦各自乘相減爲半徑自乘凡曲綫之頂點正弦正矢皆如此例

斜雙綫

諸直綫同於正雙綫諸横綫不同於正雙綫而與正雙綫諸横綫仍有比例或諸横綫同於正雙綫諸直綫不同於正雙綫而與正雙綫諸直綫仍有比例

拋物綫

通徑乘正矢爲正弦冪

二乘圓綫

正餘弦各自乘再乘相并爲半徑之自乘再乘數

半立方拋物綫

通徑平方乘正矢平方爲正弦立方

立方拋物綫

通徑乘正矢爲正弦立方

三乘圓綫

正餘弦各三次自乘相并爲半徑之三次自乘積三次自乘謂三乘方積也

擺綫

母輪碾於地平綫上任指母輪周上一點此點所過之道成擺綫地平綫亦曰底邊擺綫上任一點距底邊直綫曰正弦底邊端距正弦末曰正矢

對數曲綫

横綫爲直綫之對數

亞奇默德螺綫

中心曰極螺綫上任一點抵極曰帶徑直綫以平速繞極此卽俗所云旋螺綫

對數螺綫

母點於直綫上以減速向極行諸帶徑遞爲無窮連比例

雙綫螺綫

直綫以平速繞極母點以減速退行於直綫令帶徑遞爲一除一二除一三除一四除一之比例其初設帶徑曰借半徑其圓周曰借周

萬象一原卷一

錢塘夏鸞翔演

用術卷一為微分術卷二以下皆積分術

乘法 新術

取略小於法之數為借法以乘實得數為借數本法內減借法餘為減法　借數為第一數　次置第一數以減法乘之借法除之為第二數　下更無數即幷兩數為乘得數

又 新術

取略大於法之數為借法以乘實得數為借數借法內減本法餘為減法　借數為第一數正　次置第一數以減法乘之借法除之為第二數負　下更無數即以負數減正數為乘得數

右乘法用遞加數似覺去簡就繁惟數生於理不容偏廢故首列二術非以術存以理存也且法位太多者亦可依右術截作兩段求之未嘗無用

除法 新術

取略小於法之數為借法以除實得數為借數本法內減借法餘為減法　借數為第一數正　次置第一數以減法乘之借法除之為第二數負　次置第二數以

減法乘之借法除之為第三數正　次置第三數以減法乘之借法除之為第四數負 以下皆一正一負相間　順是以下皆如是求至單位下止乃正負幷減為除得數

按開諸乘方術改用一為廉法即除法也

又 新術

取略大於法之數為借法以除實得數為借數借法內減本法餘為減法　借數為第一數　次置第一數以減法乘之借法除之為第二數　次置第二數以減法乘之借法除之為第三數 以下皆正　順是以下皆如是求至單位下止乃相幷為除得數

右除法用遞加數似覺去簡就繁惟除法為廉數最少之開方乘法有遞加數可以除法而無乎存右二術者非以術存以理存也

多次自乘求積 戴氏術

取略小於根之數為借根其本乘積為借積本根內減借根餘為減根　借積為第一數　本乘積次數加一為廉率　次置第一數以減根乘之借根除之廉率乘之為第二數　次置第二數以減根乘之借根除之廉率減一乘之二除之為第三數　次置第三數以減根乘之借根除之廉率減二乘之三除之為第四數　順

並以下皆如是求至單位下止乃相并爲根之幾次自乘積

右術之堆垛乘法廉率內減幾爲正減乘法乘得數皆正若幾內減廉率爲反減乘法乘得數正負異前一數爾後正負相間不復相從廉率減幾而適盡者下更無數不須再求後同

又 新術

取略大於根之數爲借根其本乘積爲借積借根內減本根餘爲減根　借積爲第一數正　本乘積次數加一爲廉率　次置第一數以減根乘之借根除之廉率乘之爲第二數負　次置第二數以減根乘之借根除之廉率減一乘之二除之爲第三數正　次置第三數以減根乘之借根除之廉率減二乘之三除之爲第四數負　順是以下皆如是求至單位下止乃正負并減爲根之幾次自乘積

右術之堆垛乘法廉率內減幾爲正減乘法乘得數正負皆異前一數若幾內減廉率爲反減乘法乘得數正負同前一數爾後正負相從不復相間

諸乘方求根 項戴氏合術

取略小於積之數爲借積其根爲借根本積內減借積餘爲減積　借根爲第一數正　本乘方乘數加一爲廉率　次置第一數以減積乘之借積除之廉率除之爲第二數正　次置第二數以減積乘之借積除之廉率減一乘之廉率除之二除之爲第三數負　次置第三數以減積乘之借積除之二因廉率減一乘之廉率除之三除之爲第四數正　次置第四數以減積乘之借積除之三因廉率減一乘之廉率除之四除之爲第五數負以下皆一正一負相間　順是以下皆如是求至單位下止乃正負并減爲開得之幾乘方根

求級數又式

[illegible]

又項戴氏合術

取略大於積之數爲借積其根爲借根借積內減本積餘爲減積　借根爲第一數正　本乘方乘數加一爲廉率　次置第一數以減積乘之借積除之廉率除之爲第二數負　次置第二數以減積乘之借積除之廉率減一乘之廉率除之二除之爲第三數負　次置第三數以減積乘之借積除之二因廉率減一乘之廉率除之三除之爲第四數負　次置第四數以減積乘之借積除之三因廉率減一乘之廉率除之四除之爲第五數負以下皆負　順是以下皆如是求至單位下止乃正

負幷減爲開得之幾乘方根

求多次自乘負積 新術○即多次自乘以除單一之數

取略小於根之數爲借根其本乘積除單一爲借積本根內減借根餘爲減根　借積爲第一數正　本乘積次數加一爲廉率　次置第一數以減根乘之借根除之廉率乘之爲第二數負　次置第二數以減根乘之借根除之廉率加一乘之二除之爲第三數正　次置第三數以減根乘之借根除之廉率加二乘之三除之爲第四數負以下皆一正一負相間　順是以下皆如是求至單位下止乃正負幷減爲任幾次自乘以除單一之數

又新術

取略大於根之數爲借根其本乘積除單一爲借積借根內減本根餘爲減根　借積爲第一數　本乘積次數加一爲廉率　次置第一數以減根乘之借根除之廉率乘之爲第二數　次置第二數以減根乘之借根除之廉率加一乘之二除之爲第三數　次置第三數以減根乘之借根除之廉率加二乘之三除之爲第四數以下皆正　順是以下皆如是求至單位以下止乃相幷爲任幾次自乘以除單一之數

求諸乘方負根 新術○即開得方根以除單一之數

取略小於積之數爲借積其根除單一爲借根本積內減借積餘爲減積　借根爲第一數正　本乘方乘數加一爲廉率　次置第一數以減積乘之借積除之廉率除之爲第二數負　次置第二數以減積乘之借積除之廉率加一乘之廉率除之二除之爲第三數正　次置第三數以減積乘之借積除之二因廉率加一乘之廉率除之三除之爲第四數負以下皆一正一負相間　順是以下皆如是求至單位以下止乃正負幷減爲所求幾乘方根除單一之數

又新術

取略大於積之數爲借根借積內減本積餘爲減積　借根爲第一數　本乘方乘數加一爲廉率　次置第一數以減積乘之借積除之廉率除之爲第二數　次置第二數以減積乘之借積除之廉率加一乘之廉率除之二除之爲第三數　次置第三數以減積乘之借積除之二因廉率加一乘之廉率除之三除之爲第四數以下皆正　順是以下皆如是求至單位下止乃相并爲所求幾乘方根除單一之數

求幾乘方根之幾乘方積　新術○如置一數以立方開之再求開得數之五乘方積餘類推

取略小於積之數爲借積以母乘方開之子乘方乘之乘爲子乘方也爲借數本積內減借積餘爲減積　借數爲第一數　母乘方乘數加一爲母率子乘方乘數加一爲子率　次置第一數以減積乘之借積除之子率乘之母率除之爲第二數　次置第二數以減積乘之借積除之母率減子率以乘之母率除之二除之爲第三數　次置第三數以減積乘之借積除之二因母率減子率以乘之母率除之三除之爲第四數　順是以下皆如是求至單位下止乃相并爲幾乘方根之幾乘方積

右術之堆垛乘法子率內減幾因母率爲正減乘法乘得數之正負同前一數幾因母率內減子率爲反減乘法乘得數之正負異前一數第一二數恆正

又新術

取略大於積之數爲借積以母乘方開之子乘方乘之爲借數借積內減本積餘爲減積　借數爲第一數正　母乘方乘數加一爲母率子乘方乘數加一爲子率　次置第一數以減積乘之借積除之子率乘之母率除之爲第二數負　次置第二數以減積乘之借積除之母率減子率以乘之母率除之二除之爲第三數正　次置第三數以減積乘之借積除之二因母率減子率以乘之母率除之三除之爲第四數負　順是以下皆如是求至單位下止乃正負并減爲幾乘方根之幾乘方積

右術之堆垛乘法子率內減幾因母率爲正減乘法得數之正負異前一數幾因母率內減子率爲反減乘法乘得數之正負同前一數第一數恆正第二數恆負

求幾乘方根之幾乘方負積　新術○即前題得數除單一之數

取略小於積之數爲借積以母乘方開之子乘方乘之以除單一爲借數本積內減借積餘爲減積　借數爲

第一數正　母乘方乘數加一爲母率子乘方乘數加一爲子率　次置第一數以減積乘之借積除之子率乘之母率除之爲第二數負　次置第二數以減積乘之借積除之母率加子率以乘之母率除之二除之爲第三數正　次置第三數以減積乘之借積除之二因母率加子率以乘之母率除之三除之爲第四數負以下皆一正一負相間　順是以下皆如是求至單位下止乃正負幷減爲幾乘方根之幾乘方積除單一之數

又新術

取略大於積之數爲借積以母乘方開之子乘方乘之以除單一爲借數借積內減本積餘爲減積　借數爲第一數　母乘方乘數加一爲母率子乘方乘數加一爲子率　次置第一數以減積乘之借積除之子率乘之母率除之爲第二數　次置第二數以減積乘之借積除之母率加子率以乘之母率除之二除之爲第三數　次置第三數以減積乘之借積除之二因母率加子率以乘之母率除之三除之爲第四數以下皆正　順是以下皆如是求至單位下止乃相幷爲幾乘方根之幾乘方積除單一之數

求眞數之訥氏對數本徐氏中國對數術變通之

取略小於眞數之數爲借眞數其對數爲借對數眞數與借眞數相加爲和數相減爲較數　借對數爲第一數　次置第一數倍之以較數乘之和數除之一除之爲第二數　次置第二數以較數幷乘之和數幷除之一乘之三除之爲第三數　次置第三數以較數幷乘之和數幷除之三乘之五除之爲第四數以下皆正　順是以下皆如是求至單位下止乃相幷爲眞數之訥氏對數

訥(卯丄八)＝對卯（丄$\frac{二八}{二卯丄八}$丄$\frac{一}{三}\left(\frac{二八}{二卯丄八}\right)^{三}$丄$\frac{一}{五}\left(\frac{二八}{二卯丄八}\right)^{五}$丄……）

依術得上式與代數術十八卷異且以數核之亦譌

又按乘方捷術云此四條次置第一數倍之句當改作次置對數根倍之則通矣

又按其對數爲借對數及鄰棱對數求眞數訥對根俱係訥

又同上

取略大於眞數之數爲借眞數其對數爲借對數眞數與借眞數相加爲和數相減爲較數　借對數爲第一

數正　次置第一數倍之以較數乘之和數除之一除
之爲第二數負　次置第二數以較數幷乘之和數幷
除之一乘之三除之爲第三數負　次置第三數以較
數幷乘之和數幷除之三乘之五除之爲第四數負以下皆負
順是以下皆如是求至單位下止乃正負幷減爲
眞數之訥氏對數

求眞數之訥氏負對數

取略小於眞數之數爲借眞數其對數爲借對數眞數
與借眞數相加爲和數相減爲較數　借對數爲第一
數負　次置第一數倍之以較數乘之和數除之一除

之爲第二數正　次置第二數以較數幷乘之和數幷
除之一乘之三除之爲第三數正　次置第三數以較
數幷乘之和數幷除之三乘之五除之爲第四數以下皆正
順是以下皆如是求至單位下止乃正負幷減爲眞
數之訥氏負對數

又 新術

取略大於眞數之數爲借眞數其對數爲借對數眞數
與借眞數相加爲和數相減爲較數　借對數爲第一
數負　次置第一數倍之以較數乘之和數除之一除
之爲第二數負　次置第二數以較數幷乘之和數幷
除之一乘之三除之爲第三數負　次置第三數以較
數幷乘之和數幷除之三乘之五除之爲第四數負以下皆負
順是以下皆如是求至單位下止乃相幷爲眞數
之訥氏負對數

右四術爲求訥白爾對數法訥白爾對數以一爲根
造表故便且微分積分術中必須用之猶算法之乘
除開方也故列於用術之末

右所得訥氏對數如欲改爲中國對數祇須以中國
對數根乘訥氏對數即得本眞數之中國對數

此卷共十題每題二術皆設一借數以求本數理本

同原術皆一貫有此十術而遞加數之神明變化悉
自此生猶農夫之耒耜漁人之網罟也

此十題之第一數俱用借數有表者檢表得之可造
表者造表取之不可造表者臨算時商一數爲第一
數

錢塘夏鸞翔演

二次綫　方斜綫　句股綫

方求斜 新術

方爲第一數　半第一數一乘之二除之爲第二數　半第二數三乘之四除之爲第三數　半第三數五乘之六除之爲第四數　順是以下皆如是求至單位下止乃相并爲斜

斜求方 新術

斜爲第一數正　半第一數二除之爲第二數負　半

第二數一乘之四除之爲第三數負　半第三數三乘之六除之爲第四數負　順是以下皆如是求至單位下止乃正負并減爲方

句股求弦 新術

股爲第一數　句冪乘第一數句冪加股冪除之一乘之二除之爲第二數　句冪乘第二數句冪加股冪除之三乘之四除之爲第三數　句冪乘第三數句冪加股冪除之五乘之六除之爲第四數　順是以下皆如是求至單位下止乃相并爲弦

股弦求句 新術

弦爲第一數正　股冪乘第一數弦冪除之二除之爲第二數負　股冪乘第二數弦冪除之一乘之四除之爲第三數負　股冪乘第三數弦冪除之三乘之六除之爲第四數負　順是以下皆如是求至單位下止乃正負并減爲句

句弦求股 新術

弦爲第一數正　句冪乘第一數弦冪除之二除之爲第二數負　句冪乘第二數弦冪除之一乘之四除之爲第三數負　句冪乘第三數弦冪除之三乘之六除之爲第四數負　順是以下皆如是求至單位下止乃

正負并減爲股

以股爲軸求句股形之圓錐皮積 新術

句弦相乘三乘之爲第一數　四分第一數之一二除之三除之爲第二數　四分第二數之一九乘之四除之五除之爲第三數　四分第三數之一二十五乘之六除之七除之爲第四數　順是以下皆如是求至單位下止乃相并爲以股爲軸之圓錐皮積

以句爲軸求句股形之圓錐皮積 新術

股弦相乘三乘之爲第一數　四分第一數之一二除之三除之爲第二數　四分第二數之一九乘之四除

之五除之爲第三數　四分第三數之一二十五乘之六除之七除之爲第四數　順是以下皆如是求至單位下止乃相幷爲以句爲軸之圓錐皮積

以股爲軸求句股形之圓錐體積 新術

句昇乘半弦三之爲第一數　四分第一數之一二除之三除之爲第二數　四分第二數之一九乘之四除之五除之爲第三數　四分第三數之一二十五乘之六除之七除之爲第四數　順是以下皆如是求至單位下止乃相幷爲以股爲軸之圓錐體積

以句爲軸求句股形之圓錐體積 新術

股昇乘半弦三之爲第一數　四分第一數之一二除之三除之爲第二數　四分第二數之一九乘之四除之五除之爲第三數　四分第三數之一二十五乘之六除之七除之爲第四數　順是以下皆如是求至單位下止乃相幷爲以句爲軸之圓錐體積

凡一次綫式祇有方斜句股形二種

凡若干次綫式所求之要有四曰曲綫曰曲面曰面積曰體積一次綫之曲綫即斜綫因次數最少則曲綫化爲直綫也其曲面即圓錐皮積體積即圓錐體積而方斜形之曲面與體積又可藉句股形而悟得故不復立術至一次綫之面積即橫直二綫相乘折半之數極其淺易更無事於立術也

萬象一原卷三

錢塘夏鸞翔演

二次綫平圓綫

圓徑求周杜氏本術

三乘徑爲第一數　四分第一數之一乘之二除之
三除之爲第二數　四分第二數之一九乘之四除之
五除之爲第三數　四分第三數之二十五乘之六
除之七除之爲第四數　順是以下皆如是求至單位
下止乃相幷爲平圓周

又徐氏術

圓徑自乘九之爲第一數　四分第一數之一四乘之
三除之四除之爲第二數　四分第二數之一十六乘
之五除之六除之爲第三數　四分第三數之一三十
六乘之七除之八除之爲第四數　四分第四數之一
六十四乘之九除之十除之爲第五數　順是以下皆
如是求至單位下止幷之平方開之得平圓周此式如此改法則與首術奇偶相對矣

又新術

八之平方根乘徑爲第一數　半第一數二除之三除
之爲第二數　半第二數九乘之四除之五除之爲第
三數　半第三數二十五乘之六除之七除之爲第四
數　求已幷之卽平圓周

右術用新定矢求弧背術推廣所得

按右術亦卽圓內四等邊起算法也原不同而數則
同焉

又用杜氏正弦求弧背術而推廣之

二因徑爲第一數　副置第一數二除之三除之爲第
二數　九因第二數四除之五除之爲第三數　二十
五因第三數六除之七除之爲第四數　順是以下皆
如是求至單位下止乃相幷爲平圓周

又新術本李氏方圓闡幽求曲綫改求面積爲求曲綫

四因徑爲第一數正　次置第一數一乘之二除之三
除之爲第二數負　次置第二數一乘之三乘之四除
之五除之爲第三數負　次置第三數三乘之五乘之
六除之七除之爲第四數負　順是以下皆如是求至
單位下止乃正負幷減爲平圓周

又新術李氏方圓闡幽求圓外積此術本其義改爲求圓內積又改求面積爲求曲綫

四因徑三除之爲第一數　次置第一數一乘之三乘
之二除之五除之爲第二數　次置第二數三乘之五
乘之四除之七除之爲第三數　次置第三數五乘之

七乘之六除之九除之爲第四數　順是以下皆如是
求至單位下止乃相并爲平圓周
又用徐氏正切求弧背術而推廣之
四因徑爲第一數正　三除第一數爲第二數負　次
置第二數三乘之五除之爲第三數正　次置第三數
五乘之七除之爲第四數負　順是以下皆如是求至
單位下止乃正負并減爲平圓周
又新術
三除全徑冪平方開之六乘之爲第一數正　三分第
一數之一三除之爲第二數負　三分第二數之一三
乘之五除之爲第三數正　三分第三數之一五乘之

七除之爲第四數負　求已正負并減爲平圓周
右術因下一術降位不易故改用切圓外六等邊起
算則每數有一二除而易於降位矣
圓周求徑 項氏術由橢圓求周術推得者
半周爲第一數正　四除第一數一乘之爲第二數負
十六除第二數一乘之三乘之爲第三數負　三十
六除第三數三乘之五乘之爲第四數負　順是以下
皆如是求至單位下止乃正負并減爲平圓徑
正弦求弧背 杜氏術○已見致曲術

正弦爲第一數　正弦冪乘第一數半徑冪除之一乘
之二除之三除之爲第二數　正弦冪乘第二數半徑
冪除之九乘之四除之五除之爲第三數　正弦冪乘
第三數半徑冪除之二十五乘之六除之七除之爲第
四數　順是以下皆如是求至單位下止乃相并爲平
圓弧背
又新術○已見致曲術
正弦冪爲第一數　次置第一數以正弦冪乘之半徑
冪除之四乘之三除之四除之爲第二數　次置第二
數以正弦冪乘之半徑冪除之十六乘之五除之六除
之爲第三數　次置第三數以正弦冪乘之半徑冪除

之三十六乘之七除之八除之爲第四數　求已并之
爲弧背冪平方開之得弧背
右術用正弦微分式自乘得式求積分得之
正矢求弧背 杜氏術○已見致曲術○此式如此改定則與前術奇偶相對矣且與正弦求弧新例亦相合矣
半徑乘倍矢爲第一數　正矢乘第一數全徑除之四
乘之三除之四除之爲第二數　正矢乘第二數全徑
除之十六乘之五除之六除之爲第三數　正矢乘第
三數全徑除之三十六乘之七除之八除之爲第四數

順是以下皆如是求至單位下止弁之平方開之爲平圓弧背

又 新術○已見孜曲術

正矢之平方根乘半徑之平方根以二之平方根乘之爲第一數 次置第一數以正矢乘之全徑除之二除之三除之爲第二數 次置第二數以正矢乘之全徑除之九乘之四除之五除之爲第三數 次置第三數以正矢乘之全徑除之二十五乘之六除之七除之爲第四數 求已弁之卽弧背

按杜德美氏本有九術其立術之根原只此二術後

李秋紉氏徐君青氏戴鄂士氏復立切割求弧弧求切割諸術究之只是用此二術作一通分比例耳是立術根原仍只此二術也故列此二術於周徑術之後餘術概不錄焉

余向思杜氏矢求弧術求得諸數仍須開方與弦求弧術不一律疑必更有一術可徑求其弧者今以微分法演之得右二術乃歎近日西法之神妙也且正弦求弧亦可用弦昪入算用昪二術比用根二術乘除法皆加一數極其整齊乃知數本天然不可强矣

求圓面積 本代微積拾級第十八卷有下一術此可刪若用求諸乘圓面積法求得總術則平圓面積正此術也

全徑昪爲第一數正 次置第一數二除之又三除之爲第二數負 次置第二數一乘之三乘之二除之又三除之五除之爲第三數負 次置第三數三乘之五乘之二除之又三除之七除之爲第四數負 次置第四數五乘之七乘之二除之又四除之九除之爲第五數負 次置第五數七乘之九乘之二除之又五除之十一除之爲第六數負 順是以下皆如是求至單位下止乃正負弁減爲圓面積

又 此術自定而與代微積拾級第十八卷合 又與李氏方圓闡幽合

置半徑昪二除之三除之爲第一數 次置第一數一乘之四除之三乘之五除之爲第二數 次置第二數三乘之六除之五乘之七除之爲第三數 順是以下皆如是求至單位下止弁之爲象限外積以減半徑昪餘爲象限積四之得圓面積

按此術與前術卽一術也逐數俱同惟前術以全徑昪爲第一數此不用第一數而用於後又用四分之一耳

又 推廣徐氏術

置全徑昪二乘之三除之爲第一數正 次置第一數

五除之爲第二數正　次置第二數一乘之七除之爲第三數負　次置第三數三乘之九除之爲第四數正　次置第四數五乘之十一除之爲第五數負　順是以下皆如是求至單位下止乃正負并減爲圓面積

古法半周半徑相乘爲平圓面積此借求法非正求法也右三術皆正求法任設半徑可徑求其圓積更不必假途於圓周因立術各有根原也

平圓求半弧矢積　此即下一術也惟先用一正數於前耳可删

半徑乘餘弦爲第一數正　半第一數以餘弦并乘之半徑并除之三除之爲第二數負　半第二數以餘弦

并乘之半徑并除之一乘之三乘之二除之五除之爲第三數負　半第三數以餘弦并乘之半徑并除之三乘之五乘之三除之七除之爲第四數負　半第四數以餘弦并乘之半徑并除之五乘之七乘之四除之九除之爲第五數負　順是以下皆如是求至單位下止乃正負并減以減象限積爲平圓半弧矢積

又本李氏方圓闡幽而推廣之與積分術合

置半徑并以正弦并乘之半徑并除之二除之三除之爲第一數　次置第一數以正弦并乘之半徑并除之一乘之四除之三乘之五除之爲第二數　次置第二數以正弦并乘之半徑并除之三乘之六除之五乘之七除之爲第三數　順是以下皆如是求至單位下止乃相并以減正弦正矢相乘之并爲平圓半弧矢積

又徐氏術

倍矢乘正弦三除之爲第一數正　矢并乘第一數正弦并除之五除之爲第二數正　矢并乘第二數正弦并除之一乘之七除之爲第三數負　矢并乘第三數正弦并除之三乘之九除之爲第四數正　矢并乘第四數正弦并除之五乘之十一除之爲第五數負　順是以下皆如是求至單位下止乃正負并減爲平圓半

弧矢積

平圓求全曲面積　徐氏術

徑自乘三之爲第一數　四分第一數之一二除之三除之爲第二數　四分第二數之一九乘之四除之五除之爲第三數　四分第三數之一二十五乘之六除之七除之爲第四數　順是以下皆如是求至單位下止乃相并爲平圓全曲面

平圓求截蓋殼積　徐氏術

半徑乘餘弦三之爲第一數　四分第一數之一二除之三除之爲第二數　四分第二數之一九乘之四除

之五除之爲第三數　四分第三數之一二十五乘之六除之七除之爲第四數　順是以下皆如是求至單位下止乃相并以減半球曲面爲平圓截蓋殼積

平圓求全體積　徐氏術

徑自乘再乘半之爲第一數　四分第一數之一二除之三除之爲第二數　四分第二數之一九乘之四除之五除之爲第三數　四分第三數之一二十五乘之六除之七除之爲第四數　順是以下皆如是求至單位下止乃相并爲平圓全體積

平圓求截蓋積　徐氏術

正弦乘半徑并半之於上另置正弦乘餘弦并半之以減上位爲第一數　四分第一數之一二除之三除之爲第二數　四分第二數之一九乘之四除之五除之爲第三數　四分第三數之一二十五乘之六除之七除之爲第四數　順是以下皆如是求至單位下止乃相并爲平圓截蓋積

又新術

餘弦乘半徑并三乘之二除之於上另置餘弦立方半之以減上位爲第一數　四分第一數之一二除之三除之爲第二數　四分第二數之一九乘之四除之五除之爲第三數　四分第三數之一二十五乘之六除之七除之爲第四數　順是以下皆如是求至單位下止乃相并爲餅形積以減半球積餘爲平圓截蓋積

錢塘夏鸞翔演

二次綫 橢圓綫

橢圓求全周 項氏術○已見致曲術○與代微積拾級第十八卷暗合

以大徑爲平圓徑求得平圓周爲第一數正 次置第一數以半心差昇乘之大半徑昇除之四除之爲第二數負 次置第二數以半心差昇乘之大半徑昇除之一乘之三乘之十六除之爲第三數負 次置第三數以半心差昇乘之大半徑昇除之三乘之五乘之三十六除之爲第四數負 順是以下皆如是求至單位下

止乃正負并減爲橢圓全周

又 戴氏術○已見致曲術○用後求大徑端橢弧術變通卽得此術

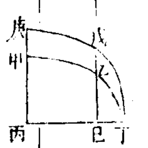
以小徑爲平圓徑求得平圓周爲第一數正 次置第一數以半心差昇乘之小半徑昇除之四除之爲第二數正 次置第二數以半心差昇乘之小半徑昇除之一乘之三乘之十六除之爲第三數負 次置第三數以半心差昇乘之小半徑昇除之三乘之五乘之三十六除之爲第四數正 順是以下皆如是求至單位下止乃正負并減爲橢圓全周

橢圓求大徑端餘弦上截橢弧 本代微積拾級第十八卷○卽小徑端弧背也

先求乘法 法以大半徑昇乘第一數 第一數見後 二除之於上另置正弦 卽戊己 昇減大半徑昇平方開之爲橢餘弦 卽己丙亦名公餘弦 以借正弦乘之二除之以減上位爲第一乘法 三倍大半徑昇乘第一乘法四除之於上另置橢餘弦以借正弦立方乘之四除之以減上位爲第二乘法 五倍大半徑昇乘第二乘法六除之於上另置橢餘弦以借正弦四乘方乘之六除之以減上位爲第三乘法 下皆如是依次列之爲逐數乘法

借正弦之平圓弧背爲第一數正 置半心差昇以大

半徑立方除之二除之第一乘法乘之爲第二數負 次置第二數以半心差昇乘之大半徑三乘方除之一乘之四除之第一乘法除之第二乘法乘之爲第三數負 次置第三數以半心差昇乘之大半徑三乘方除之三乘之六除之第二乘法除之第三乘法乘之爲第四數負 次置第四數以半心差昇乘之大半徑三乘方除之五乘之八除之第三乘法除之第四乘法乘之爲第五數負 順是以下皆如是求至單位下止乃正負并減爲大徑餘弦上截橢弧



甲丙　小半徑

丁丙　大半徑　庚丙同

乙巳　橢正弦

戊己　借正弦

己丙　橢餘弦

戊丁　第一數

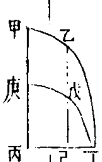
乙丁　求得數

依上圖是借戊庚以求乙甲也是借大求小也積分內未去兩數故得餘弧乙甲

橢圓求小徑端餘弦上截橢弧新術○即大徑端弧背也

先求乘法　法以小半徑冪乘第一數第一數見後二除之於上另置借正弦即戊己冪減小半徑冪平方開之爲橢餘弦即己丙亦可名公餘弦以借正弦乘之二除之以減上位爲第一乘法　三倍小半徑冪乘第一乘法四除之於上另置橢餘弦以借正弦立方乘之四除之以減上位爲第二乘法　五倍小半徑冪乘第二乘法六除之於上另置橢餘弦以借正弦四乘方乘之六除之以減上位爲第三乘法、下皆如是依次列之爲逐數乘法

借正弦之平圓弧背爲第一數正　置半心差冪以小半徑立方除之二除之第一乘法乘之爲第二數正　次置第二數以半心差冪乘之小半徑三乘方除之一乘之四除之第一乘法除之第二乘法乘之爲第三數負　次置第三數以半心差冪乘之小半徑三乘方除之三乘之六除之第二乘法除之第三乘法乘之爲第四數正　次置第四數以半心差冪乘之小半徑三乘方除之五乘之八除之第三乘法除之第四乘法乘之爲第五數負　順是以下皆如是求至單位下止乃正負并減爲小徑餘弦上截橢弧



甲丙　大半徑

丁丙　小半徑　庚丙同

乙巳　橢正弦

戊己　借正弦

己丙　橢餘弦

戊丁　第一數

乙丁　求得數

依上圖是借戊庚以求乙甲也是借小求大也積分內去兩數故得餘弧乙甲

楕圓求全面積新術

大小徑相乘爲第一數正　次置第一數二除之又三除之爲第二數負　次置第二數一乘之三乘之二除之又二除之五除之爲第三數負　次置第三數三乘之五乘之二除之又三除之七除之爲第四數負　次置第四數五乘之七乘之二除之又四除之九除之爲第五數負　順是以下皆如是求至單位下止乃正負幷減爲楕圓面積

又新術

置大小二半徑相乘數二除之三除之爲第一數　次置第一數一乘之四除之三乘之五除之爲第二數　次置第二數三乘之六除之五乘之七除之爲第三數　順是以下皆如是求至單位下止幷之爲象限外積以減大小二半徑相乘數餘爲楕象限積四之得楕圓面積

又新術

置大小二半徑相乘數二乘之三除之爲第一數正　次置第一數五除之爲第二數正　次置第二數一乘之七除之爲第三數負　次置第三數三乘之九除之爲第四數正　次置第四數五乘之十一除之爲第五數負　順是以下皆如是求至單位下止乃正負幷減爲楕圓面積

楕圓求大徑端半弧矢積

以大半徑爲平圓半徑正矢爲平圓正矢求得平圓上半弧矢積以小半徑乘之大半徑除之卽大徑端半弧矢積

楕圓求小徑端半弧矢積

以小半徑爲平圓半徑正矢爲平圓正矢求得平圓上半弧矢積以大半徑乘之小半徑除之卽小徑端半弧矢積

楕圓求全曲面積本代微積拾級第十八卷本術

大小二半徑相乘平圓周率乘之四之爲第一數正　次置第一數以半心差𢍰乘之大半徑𢍰除之二除之又三除之爲第二數負　次置第二數以半心差𢍰乘之大半徑𢍰除之一乘之四除之又三乘之五除之爲第三數負　次置第三數以半心差𢍰乘之大半徑𢍰除之三乘之六除之又五乘之七除之爲第四數負　順是以下皆如是求至單位下止乃正負幷減爲楕圓

全曲面積

橢圓求大徑端截蓋殼積（新術○已見致曲術○此是蓋體橢圓之蓋殼）

橢正弦（此橢正弦與大半徑平行）乘小半徑平圓周率乘之倍之為第一數正　次置第一數以半心差昇乘之橢正弦昇乘之大半徑三乘方除之二除之又三除之為第二數負　次置第二數以半心差昇乘之橢正弦昇乘之大半徑三乘方除之一乘之四除之又三乘之五除之為第三數負　次置第三數以半心差昇乘之橢正弦昇乘之大半徑三乘方除之三乘之六除之又五乘之七除之為第四數負　順是以下皆如是求至單位下止

乃正負并減以減橢圓半曲面得大徑端蓋殼積

橢圓求小徑端截蓋殼積（新術○已見致曲術○此是橢體橢圓之蓋殼）

橢正弦（此橢正弦與小半徑平行）乘大半徑平圓周率乘之倍之為第一數正　次置第一數以半心差昇乘之橢正弦昇乘之小半徑三乘方除之二除之又三除之為第二數正　次置第二數以半心差昇乘之橢正弦昇乘之小半徑三乘方除之一乘之四除之又三乘之五除之為第三數負　次置第三數以半心差昇乘之橢正弦昇乘之小半徑三乘方除之三乘之六除之又五乘之七除之為第四數正　順是以下皆如是求至單位下止

乃正負并減以減橢體橢圓半曲面得小徑端蓋殼積

橢圓求全體積（本代數積拾級第十八卷）

大徑為高之圓柱積二乘之三除之即橢圓全體積

橢圓求大徑端截蓋體積（新術○已見致曲術○此是蓋體橢圓之蓋積）

小通徑（大徑除小徑昇之數）乘矢為初底矢乘之二除之為平錐正　正弦昇與初底相減為次底矢乘之三除之為立錐負　兩錐相減四除之三乘之為第一數　四分第一數之一二除之三除之為第二數　四分第二數之一九乘之四除之五除之為第三數　四分第三數之一二十五乘之六除之七除之為第四數　順是以下

皆如是求至單位下止乃相并而四之為橢圓大徑端截蓋體積

橢圓求小徑端截蓋體積（新術○已見致曲術○此是橢體橢圓之蓋積）

大通徑（小徑除大徑昇之數）乘矢為初底矢乘之二除之為平錐正　正弦昇與初底相減為次底矢乘之三除之為立錐負　兩錐相減四除之三乘之為第一數　四分第一數之一二除之三除之為第二數　四分第二數之一九乘之四除之五除之為第三數　四分第三數之一二十五乘之六除之七除之為第四數　順是以下皆如是求至單位下止乃相并而四之為橢圓小徑端

截蓋體積

萬象一原卷五

錢塘夏鸞翔演

二次綫正雙曲綫

正雙綫求常曲綫

先以丹二五之方根爲常數　二之方根加一求其訥氏對數爲一率常數乘之爲第一數正　二除二之方根以一率二之一減之爲二率常數除之二除之爲第二數正　四除二之方根以二率四之三減之爲三率常數立方除之一乘之二除之四除之爲第三數負　六除二之方根以三率六之五減之爲四率常數四乘方除之一乘之三乘之二除之四除之六除之爲第四數正（以下一正一負相間）　求已正負幷減以半徑乘之得通徑上曲綫（此是弧背非通弧）　此是比例法先求一爲半徑之常曲綫用爲定率乃以个用半徑乘得之也

正雙綫求常曲面

先以丹二五之方根爲常數　以一減二之方根爲一率以徑二之圓周乘之常數乘之爲第一數正　三除二之方根以一率三之二減之爲二率以徑二之圓周乘之常數除之二除之爲第二數正　五除二之方根以二率五之四減之爲三率以徑二之圓周乘之常數

立方除之一乘之二除之四除之爲第三數負　七除二之方根以三率七之六減之爲四率以徑二之圓周乘之常數四乘方除之一乘之三乘之二除之四除之六除之爲第四數正（以下一正一負相間）　求已正負幷減以半徑幷乘之得通徑上曲面　此亦比例法也

正雙綫求弧背

用斜雙綫求弧二改定術將其用大半徑或小半徑者盡改爲半徑半徑幷加回二五爲常數開數改爲餘弦（正弦亦無所謂橫直）

又

置全徑以正弦正矢和乘之正弦餘弦半徑和除之爲第一數　置第一數以正弦正矢和之幷乘之正弦餘弦半徑和之幷除之一乘之三除之爲第二數　置第二數以正弦正矢和之幷乘之正弦餘弦半徑和之幷除之三乘之五除之爲第三數　求已幷之得弧背

凡正雙綫以正弦求弧必用訥氏對數又必以單一爲半徑乃可求此術融入求訥氏對數級數而單一之對數爲借對數乃第一數第一數爲無數故不用第一數徑以第二數爲第一數求畢須半徑乘又二乘故首用全徑

求常曲綫亦可用右術　任正弦甚大俱可用右術不過降位較難耳

正雙綫求截曲面

用斜雙綫求曲面二改定術將其用大半徑或小半徑者盡改爲半徑半徑𢍰加回二五爲常數開數改爲餘弦即是正弦亦無所謂橫直

正雙綫求常面積 即通徑上半弧矢積

半徑𢍰爲第一數正　次置第一數二除之又三除之爲第二數正　次置第二數一乘之三乘之二除之又二除之五除之爲第三數負　次置第三數三乘之五乘之二除之又三除之七除之爲第四數正　次置第四數五乘之七乘之二除之又四除之九除之爲第五數負　次置第五數七乘之九乘之二除之又五除之十一除之爲第六數正　順是以下皆如是求至單位下止乃正負幷減爲刀形積 此數四之即正雙綫之全面積 以減正餘弦相乘數得正雙綫常面積

又 新術

置半徑二除之三除之爲第一數正　次置第一數一乘之四除之三乘之五除之爲第二數負　次置第二數三乘之六除之五乘之七除之爲第三數正　順是

以下皆如是求至單位下止乃正負幷減減半徑乘心距頂之數得正雙綫常面積

又 新術

心距頂乘半徑二乘之三除之爲第一數正　次置第一數以二之方根去一乘二次五除之爲第二數負　次置第二數以二之方根去一乘二次一乘之七除之爲第三數負　次置第三數以二之方根去一乘二次三乘之九除之爲第四數負　次置第四數以二之方根去一乘二次五乘之十一乘之爲第五數負　順是以下皆如是求至單位下止乃正負幷減爲正雙曲綫常面積

正雙綫求半弧矢積 新術

置半徑𢍰以正弦𢍰乘之半徑𢍰除之二除之三除之爲第一數正　次置第一數以正弦𢍰乘之半徑𢍰除之一乘之四除之三乘之五除之爲第二數負　次置第二數以正弦𢍰乘之半徑𢍰除之三乘之六除之五乘之七除之爲第三數正　順是以下皆如是求至單位下止乃正負幷減減正弦正矢相乘之𢍰爲正雙綫半弧矢積

右術惟半弧矢小於常面積者可求大於常面積者

不可求

又新術○此與徐氏平圓求弧田反對

倍矢乘正弦三除之爲第一數正　矢昇乘第一數正弦昇除之五除之爲第二數負　矢昇乘第二數正弦昇除之一乘之七除之爲第三數負　矢昇乘第三數正弦昇除之三乘之九除之爲第四數負　矢昇乘第四數正弦昇除之五乘之十一除之爲第五數負　順是以下皆如是求至單位下止乃正負幷減爲正雙綫半弧矢積

右術無論半弧矢小於常面積或大於常面積俱可

求

正雙綫求常曲面積 新術

半徑昇之半以減半心差昇平方開之二除之半心差乘之於上另置半徑昇之半以減半心差昇平方開之加半心差求其訥氏對數以半徑乘之二之方根乘之四除之以減上位爲變數　半徑昇之半平方開之二除之半徑乘之於上另置半徑昇之半平方開之加半徑求其訥氏對數以半徑乘之二之方根乘之四除之以減上位爲常數　常數減變數以二之方根乘之三乘之爲第一數　四分第一數之一二除之三除之爲第二數　四分第二數之一九乘之四除之五除之爲第三數　四分第三數之一二十五乘之六除之七除之爲第四數　順是以下皆如是求至單位下止乃相幷爲正雙綫常曲面積

正雙綫求截蓋殼積 新術

半徑昇之半以減餘弦昇平方開之二除之餘弦乘之於上另置半徑昇之半以減餘弦昇平方開之加餘弦求其訥氏對數以半徑乘之二之方根乘之四除之以減上位爲變數　半徑昇之半平方開之二除之半徑乘之於上另置半徑昇之半平方開之加半徑求其訥

氏對數以半徑乘之二之方根乘之四除之以減上位爲常數　常數減變數以二之方根乘之三乘之爲第一數　四分第一數之一二除之三除之爲第二數　四分第二數之一九乘之四除之五除之爲第三數　四分第三數之一二十五乘之六除之七除之爲第四數　順是以下皆如是求至單位下止乃相幷爲正雙綫截蓋殼積

右正雙綫求截蓋殼任小於常曲面或大於常曲面俱可求

正雙綫求常體積 新術○已見致曲術

徑乘心距頂爲初底心距頂乘之二除之爲平錐　半徑昇與初底相減爲次底心距頂乘之三除之爲立錐　兩錐相加四除之三乘之爲第一數　四分第一數之一二除之三除之爲第二數　四分第二數之一九乘之四除之五除之爲第三數　四分第三數之一二十五乘之六除之七除之爲第四數　順是以下皆如是求至單位下止乃相并而四之爲正雙裓常體積

正雙裓求截蓋體積　新術○已見致曲術

徑乘矢爲初底矢乘之二除之爲平錐　半徑昇與初底相減爲次底矢乘之三除之爲立錐　兩徑相加四

除之三乘之爲第一數　四分第一數之一二除之三除之爲第二數　四分第二數之一九乘之四除之五除之爲第三數　四分第三數之一二十五乘之六除之七除之爲第四數　順是以下皆如是求至單位下止乃相并而四之爲正雙裓截蓋體積

右所求之截蓋體任小於常體積或大於常體積俱可求

萬象一原卷六

錢塘夏鸞翔演

二次綫 斜雙曲綫

斜雙綫求大徑端弧背

先用小半徑冪除大半徑冪四而一加入小半徑冪平方開之爲常數　乃置小半徑冪加正弦冪 此正弦與小徑平行 平方開之名曰開數開數加正弦之訥氏對數以半徑之訥氏對數減之爲一率常數乘之爲第一數正　正弦二之一乘開數以一率乘小半徑冪二之一減之爲二率常數除之二除之爲第二數正　正弦立方四之

一乘開數以二率乘小半徑冪四之三減之爲三率常數立方除之一乘之二除之四除之爲第三數負　正弦四乘方六之一乘開數以三率乘小半徑冪六之五減之爲四率常數四乘方除之一乘之三乘之二除之四除之六除之爲第四數正 以下一負一正相間　順是以下皆如是求至單位下止乃正負并減爲大徑端弧背

又 新術

先求乘法　正弦冪加大半徑冪平方開之加正弦求其訥氏對數以大半徑之訥氏對數減之爲第一乘法 此所用正弦與小徑平行　正弦冪加大半徑冪平方開之正弦乘之二而一以大半徑冪乘第一乘法二之一減之爲第二乘法　正弦冪加大半徑冪平方開之正弦立方乘之四而一以大半徑冪乘第二乘法四之三減之爲第三乘法　正弦冪加大半徑冪平方開之正弦四乘方乘之六而一以大半徑冪乘第三乘法六之五減之爲第四乘法　下皆如是依次列之爲逐數乘法

置大半徑上同正矢之正雙綫弧 亦名借弧 爲第一數正

次置第一數以半心差冪乘之大半徑三乘方除之乃 此大半徑冪除二次其一次係戊内之呷爲除法也 二除之第一乘法除之第二乘法乘之爲第二數負　次置第二數以半心差冪乘

之大半徑三乘方除之一乘之四除之第二乘法除之第三乘法乘之爲第三數正　次置第三數以半心差冪乘之大半徑三乘方除之三乘之六除之第三乘法除之第四乘法乘之爲第四數負　順是以下皆如是求至單位下止乃正負并減爲斜雙綫大徑端弧背 術内半心差爲大徑上半心差

斜雙綫求小徑端弧背　新術

置小半徑上同正矢之正雙綫弧 亦名借弧 爲第一數

次置第一數以半心差冪乘之小半徑三乘方除之二除之第一乘法除之第二乘法乘之爲第二數正　次

置第二數以半心差昇乘之小半徑三乘方除之一乘
之四除之第二乘法除之第三乘法乘之爲第三數負
次置第三數以半心差昇乘之小半徑三乘方除之
三乘之六除之第三乘法除之第四乘法乘之爲第四
數正　順是以下皆如是求至單位下止乃正負幷減
爲雙斜綫小徑端弧背　術內半心差爲小徑上半心差
右術已去兩故所得非餘弧而逕得正弧
又新術
將斜雙綫求大徑端弧背第一術之小半徑盡改爲大
半徑第一術之大半徑盡改爲小半徑　注亦照改如第一術

演而錄即是
斜雙綫求大徑端曲面
先用小半徑昇除大半徑昇四而一加入小半徑昇平
方開之爲常數　乃置小半徑昇加正弦昇　此正弦與小徑平行
平方開之名曰開數以小半徑減之爲一率徑二之圓
周乘之常數乘之爲第一數正　正弦昇三之一乘開
數以一率乘小半徑昇三之二減之徑二之圓周乘之
常數除之二除之爲第二數正　正弦三乘方五之一
乘開數以二率乘小半徑昇五之四減之徑二之圓周
乘之常數立方除之一乘之二除之四除之爲第三數

負　正弦五乘方七之一乘開數以三率小半徑七之
六減之徑二之圓周乘之常數四乘方除之一乘之三
乘之二除之四除之六除之爲第四數正　以下一負一正相間
順是以下皆如是求至單位下止乃正負幷減爲大徑
端曲面
斜雙綫求小徑端曲面
先用大半徑昇除小半徑昇四而一加入大半徑昇平
方開之爲常數　乃置大半徑昇加正弦昇　此正弦與大徑平行
平方開之名曰開數　以後同前術前用小半徑者此
改爲大半徑求已如法幷減爲小徑端曲面

斜雙綫求大徑端半弧矢積　新術
以大半徑爲正雙綫半徑正矢爲正雙綫正矢求得正
雙綫上半弧矢積以小半徑乘之大半徑除之即大徑
端半弧矢積
斜雙綫求小徑端半弧矢積　新術
以小半徑爲正雙綫半徑正矢爲正雙綫正矢求得正
雙綫上半弧矢積以大半徑乘之小半徑除之即小徑
端半弧矢積
斜雙綫求大徑端截葢殼積　新術
先求乘法　正弦　此正弦與小徑平行　昇加大半徑昇平方開之

以大半徑減之爲第一乘法　正弦冪加太半徑冪平方開之正弦平方乘之三而一以大半徑冪乘第一乘法三之二減之爲第二乘法　正弦冪加大半徑冪平方開之正弦三乘方乘之五而一以大半徑冪乘第二乘法五之四減之爲第三乘法　正弦冪加大半徑冪平方開之正弦五乘方乘之七而一以大半徑冪乘第三乘法七之六減之爲第四乘法　下皆如是依次列之爲逐數乘法

置大半徑以倍圓周率乘之第一乘法乘之爲第一數正　次置第一數以半心差（此半心差在大徑上）冪乘之大半徑

三乘方除之二除之第一乘法除之第二乘法乘之爲第二數正　次置第二數以半心差冪乘之大半徑三乘方除之一乘之四除之第二乘法除之第三乘法乘之爲第三數負　次置第三數以半心差冪乘之大半徑三乘方除之三乘之六除之第三乘法除之第四乘法乘之爲第四數正　順是以下皆如是求至單位下止乃正負并減爲斜雙錢大徑端截蓋殼積

斜雙錢求小徑端截蓋殼積　新術

先求乘法　正弦（此正弦與大徑平行）冪加小半徑冪平方開之以小半徑減之爲第一乘法　正弦冪加小半徑冪平

方開之正弦平方乘之三而一以小半徑冪乘第一乘法三之二減之爲第二乘法　正弦冪加小半徑冪平方開之正弦三乘方乘之五而一以小半徑冪乘第二乘法五之四減之爲第三乘法　正弦冪加小半徑冪平方開之正弦五乘方乘之七而一以小半徑冪乘第三乘法七之六減之爲第四乘法　下皆如是依次列之爲逐數乘法

置小半徑以倍圓周率乘之第一乘法乘之爲第一數正　次置第一數以半心差（此半心差在小徑上）冪乘之小半徑三乘方除之二除之第一乘法除之第二乘法乘之爲

第二數正　次置第二數以半心差冪乘之小半徑三乘方除之一乘之四除之第二乘法除之第三乘法乘之爲第三數負　次置第三數以半心差冪乘之小半徑三乘方除之三乘之六除之第三乘法除之第四乘法乘之爲第四數正　順是以下皆如是求至單位下止乃正負并減爲斜雙錢小徑端截蓋殼積

斜雙錢求大徑端截蓋體積　新術

小通徑（大徑除小徑冪之數）乘矢爲初底矢乘之二除之爲平錐　正弦冪與初底相減爲次底矢乘之三除之爲立錐　兩錐相加四除之三乘之爲第一數　四分第一數

之一二除之三除之爲第二數　四分第二數之一九

乘之四除之五除之爲第三數　四分第三數之一二

十五乘之六除之七除之爲第四數　順是以下皆如

是求至單位下止乃相并而四之爲斜雙綫大徑端截

蓋體積

斜雙綫求小徑端截蓋體積

大通徑小徑除大徑并之數乘矢爲初底矢乘之二除之爲平錐

正弦并與初底相減爲次底矢乘之三除之爲立錐

兩錐相加四除之三乘之爲第一數　四分第一數

之一二除之三除之爲第二數　四分第二數之一九

乘之四除之五除之爲第三數　四分第三數之一二

十五乘之六除之七除之爲第四數　順是以下皆如

是求至單位下止乃相并而四之爲斜雙綫小徑端截

蓋體積

錢塘夏鸞翔演

二次綫拋物綫

拋物綫求弧背新術○已見致曲術

正弦爲第一數正　次置第一數以正弦昇乘之半通徑昇除之二除之三除之爲第二數正　次置第二數以正弦昇乘之半通徑昇除之一乘之三乘之四除之五除之爲第三數負　次置第三數以正弦昇乘之半通徑昇除之三乘之五乘之六除之七除之爲第四數正　順是以下皆如是求至單位下止乃正負幷減爲

拋物綫弧背

又新術

正弦小於半通徑者用右術

正矢爲第一數正　通徑四之一乘正弦之訥氏對數爲第二數正　按原術之末有二式一式是∝一式是謂此第二數當從∝是爲無數可去第二數○又按此式不可算蓋常變式互易戴氏術不能詳也　通徑四之一以半通徑昇乘之正弦昇除之一乘之四除之又二除之爲第三數正　次置第三數以半通徑昇乘之正弦昇除之三乘之六除之又二乘之四除之爲第四數負　次置第四數以半通徑昇乘之正弦昇除之五乘之八除之又四乘之六除之爲第五數正以下一負一正相間　順是以下皆如是求至單位下止乃正負幷減爲拋物綫弧背

正弦大於半通徑者用右術

又新術

正弦之三乘方以半通徑除之三除之加入正弦昇爲弧背昇平方開之得弧背

右術係取微分式自乘求積分所得最爲簡捷

又已見致曲術○代微積拾級第十八卷本法

法綫乘正弦通徑除之於上另置法綫正弦相加半通徑除之求其訥氏對數以通徑四之一乘之以加上位

即拋物綫弧背

右術任正弦大於半通徑或小於半通徑俱合

拋物綫求半弧矢積已見致曲術○代微積拾級第十八卷本法

正弦正矢相乘二乘之三除之即拋物綫半弧矢積

拋物綫求截蓋殼積已見致曲術○代微積拾級第十八卷本法

半通徑立方減法綫立方以半通徑除之倍之三除三乘對去不用爲第一數　四分第一數之一二除之三除之爲第二數　四分第二數之一九乘之四除之五除之爲第三數　四分第三數之一二十五乘之六除之七除之爲第四數　順是以下皆如是求至單位下止乃相幷

爲拋物綫截蓋體積

拋物綫求截蓋體積（代微積拾級第十八卷本法）

取通弦爲底徑正矢爲高之圜柱半之即拋物綫截蓋體積

錢塘夏鸞翔演

三次綫 二乘圓綫 半立方拋物綫 立方拋物綫

二乘圓求全面積 新術

徑自乘爲第一數正 次置第一數二除之又四除之爲第二數負 次置第二數二乘之三除之又二除之又四乘之又七除之爲第三數負 次置第三數四乘之三除之又三除之又七乘之十除之爲第四數負 次置第四數八乘之三除之又四除之又十乘之十三除之爲第五數負 順是以下皆如是求至單位下止乃正負并減爲二乘圓全面積

三乘圓求全面積

徑自乘爲第一數正 次置第一數四除之五除之爲第二數負 次置第二數三乘之四除之又二除之又五乘之九除之爲第三數負 次置第三數七乘之四除之又三除之又九乘之十三除之爲第四數負 次置第四數十一乘之四除之又四除之又十三乘之十七除之爲第五數負 順是以下皆如是求至單位下止乃正負并減爲三乘圓全面積

二乘圓求半弧矢積 新術

餘弦乘半徑爲第一數正 次置第一數以餘弦立方乘之半徑立方除之三除之又四除之爲第二數負 次置第二數以餘弦立方乘之半徑立方除之二乘之三除之又二除之又四乘之七除之爲第三數負 次置第三數以餘弦立方乘之半徑立方除之五乘之三除之又三除之又七乘之十除之爲第四數負 次置第四數以餘弦立方乘之半徑立方除之八乘之三除之又四除之又十乘之十三除之爲第五數負 順是以下皆如是求至單位下止乃正負并減爲二乘圓餘弧上直積以減象限積得半弧矢積

二乘圓求全周

置半徑立方半之立方開之此爲半象限弧之正弦 自之六十四乘之所求弧爲全周八之一故其平方爲全周六十四之一也爲第一數 半第一數五除之爲第二數 半第二數四乘之五乘之三除之八除之爲第三數以後堆垛乘除法同前一術 求已并之爲全周昇平方開之得全周

右術係推廣前一術所得然前一術若改作半徑求象限弧則降位甚難故改求其半象限則每數有一二除而可降位矣

半立方拋物綫求弧背 新術

正弦爲第一數正　九其第一數以正弦乘之四倍通
徑昇除之一除之又二而一爲第二數正　九其第二
數以正弦乘之四倍通徑昇除之一乘之四除之又三
而二爲第三數負　九其第三數以正弦乘之四倍通
徑昇除之三乘之六除之又四而三爲第四數正　九
其第四數以正弦昇乘之四倍通徑昇除之五乘之八
除之又五而四爲第五數負　順是以下皆如是求至
單位下止乃正負幷減爲半立方拋物綫之弧背

通徑昇大於正弦者用右術

又新術

正弦立方以平方開之通徑除之此所得即正矢爲第一數正
一分第一數之三又九而一四倍通徑昇乘之正弦
除之二除之爲第二數負　置第二數九而一四倍通
徑昇乘之正弦除之一乘之四除之爲第三數正　三
分第三數之一九而一四倍通徑昇乘之正弦除之三
乘之六除之爲第四數正　五分第四數之三九而一
四倍通徑昇乘之正弦除之五乘之八除之爲第五數
正　七分第五數之五九而一四倍通徑昇乘之正弦
除之七乘之十除之爲第六數正　順是以下皆如是
求至單位下止乃正負幷減爲半立方拋物綫之弧背

正弦大於通徑昇者用右術第三數以下皆正

半立方拋物綫求截蓋殼積新術

正弦昇之半以倍圓周率乘之爲第一數正　九其第
一數以正弦乘之四倍通徑昇除之二除之又三而二
爲第二數正　九其第二數以正弦乘之四倍通徑昇
除之一乘之四除之又四而三爲第三數負　九其第
三數以正弦乘之四倍通徑昇除之三乘之六除之又
五而四爲第四數正　九其第四數以正弦乘之四倍
通徑昇除之五乘之八除之又六而五爲第五數負
順是以下皆如是求至單位下止乃正負幷減爲半立

方拋物綫之截蓋殼積

通徑昇大於正弦者用右術

又新術

正弦四乘方以平方開之通徑除之五而三倍圓周率
乘之爲第一數正　三分第一數之五又九而一四倍
通徑昇乘之正弦除之二除之爲第二數負　一分第
二數之三又九而一四倍通徑昇乘之正弦除之一乘
之四除之爲第三數負　置第三數九而一四倍通徑
昇乘之正弦除之三乘之六除之爲第四數正　三分
第四數之一九而一四倍通徑昇乘之正弦除之五乘

之八除之爲第五數正　五分第五數之三九而一四
倍通徑弁乘之正弦除之七乘之十除之爲第六數正
順是以下皆如是求至單位下止乃正負弁減爲半
立方拋物綫之截盎殼積
正弦大於通徑弁者用右術第四數以下皆正
半立方拋物綫求半弧矢積　新術
正弦正矢相乘三乘之五除之卽半立方拋物綫半弧
矢積
半立方拋物綫求截盎體積　新術
置正弦弁求其立方根之四乘方積又置通徑弁求其

立方根之平方積兩積相乘圓周率乘之三乘之五除
之卽半立方拋物綫截盎體積
立方拋物綫求弧背　新術
正弦爲第一數正　九其第一數以正弦弁乘之通徑
弁除之二除之又三而一爲第二數正　九其第二數
以正弦弁乘之通徑弁除之一乘之四除之又五而三
爲第三數負　九其第三數以正弦弁乘之通徑弁除
之三乘之六除之又七而五爲第四數正　九其第四
數以正弦弁乘之通徑弁除之五乘之八除之又九而
七爲第五數負　順是以下皆如是求至單位下止乃

正負弁減爲立方拋物綫之弧背
通徑弁大於正弦弁者用右術
又　新術
正弦弁之三倍以倍通徑除之爲第一數正　一分第
一數之二又九而一通徑弁乘之正弦之訥氏對數乘
之正弦弁除之二除之爲第二數負　二分第二數之
一又九而一通徑弁乘之正弦之訥氏對數除之一乘
之四除之爲第三數正　四分第三數之二又九而一
通徑弁乘之正弦弁除之三乘之六除之爲第四數正
六分第四數之四又九而一通徑弁乘之正弦弁除

之五乘之八除之爲第五數正　八分第五數之六又
九而一通徑弁乘之正弦弁除之七乘之十除之爲第
六數正　順是以下皆如是求至單位下止乃正負弁
減爲立方拋物綫之弧背
正弦弁大於通徑弁者用右術第三數以下皆正
立方拋物綫求截盎殼積　新術
正弦弁之半以倍圓周率乘之爲第一數正　九其第
一數以正弦弁乘之通徑弁除之二除之又四而二爲
第二數正　九其第二數以正弦弁乘之通徑弁除之
一乘之四除之又六而四爲第三數負　九其第三數

以正弦再乘之通徑再除之三乘之六除之又八而六
爲第四數正　九其第四數以正弦再乘之通徑再除
之五乘之八除之又十而八爲第五數負　順是以下
皆如是求至單位下止乃正負并減爲立方抛物綫之
截蓋殼積

通徑再大於正弦者用右術

又新術

正弦立方以通徑除之倍圓周率乘之爲第一數正
一分第一數之三又九而一通徑再乘之正弦再除之
二除之爲第二數負　置第二數九而一通徑再乘之

正弦再除之一乘之四除之爲第三數正　三分第三
數之一又九而一通徑再乘之正弦再除之三乘之六
除之爲第四數正　五分第四數之三又九而一通徑
再乘之正弦再除之五乘之八除之爲第五數正　七
分第五數之五又九而一通徑再乘之正弦再除之七
乘之十除之爲第六數正　順是以下皆如是求至單
位下止乃正負并減爲立方抛物綫之截蓋殼積

正弦大於通徑再者用右術第三數以下皆正

立方抛物綫求半弧矢積 代微積拾級第十八卷

正弦正矢相乘三乘之四除之即立方抛物綫半弧矢
積

立方抛物綫求截蓋體積 代微積拾級第十八卷

取通弦爲底徑正矢爲高之圓柱三乘之五除之即立
方抛物綫截蓋體積

萬象一原卷九

錢塘夏鸞翔演

越曲綫　擺綫　對數曲綫　亞幾默德螺綫　對數螺綫　雙綫螺綫

擺綫求全曲綫　已見致曲術〇代微積拾級第十八卷

置母輪徑四之得全擺綫

擺綫求弧背　代微積拾級第十八卷以底邊爲軸弧點與輾初點之距爲弧背

置母輪徑倍之爲第一數正　次置第一數以正弦（即弧點抵地平軸直綫）乘之母輪半徑除之二除之爲第二數負　次置第二數以正弦乘之母輪半徑除之二除之四除之爲第三數負　次置第三數以正弦乘之母輪半徑

除之三乘之六除之爲第四數負　順是以下皆如是求至單位下止乃正負并減爲擺綫弧背

擺綫求全面積　已見致曲術〇代微積拾級第十八卷

置母輪面積三之即擺綫全面積

擺綫求半弧矢積　代微積拾級第十八卷　以底邊爲軸

以母輪半徑爲借半徑正弦（此是擺綫正弦爲借矢如大於半徑則爲借大矢）依平圓法求得借矢上半弧矢積爲擺綫外積另置母輪徑與擺綫正矢（此擺綫正矢乃正弦抵地平軸點與輾初點之距）相乘以外積減之爲擺綫半弧矢積

擺綫求全曲面　代微積拾級第十八卷

置母輪面積六十四乘之三除之即擺綫全曲面

擺綫求截𧯞殼積　代微積拾級第十八卷　以底邊爲軸

四倍母輪徑乘母輪徑於上另置倍正弦乘母輪徑以加上位爲第一數　四分第一數之一二除之三除之爲第二數　四分第二數之一九乘之四除之五除之爲第三數　四分第三數之一二十五乘之六除之七除之爲第四數　順是以下皆如是求至單位下止乃相并爲擺綫截𧯞殼積

擺綫求全體積　代微積拾級第十八卷

同底同高圓柱八之五即擺綫全體積

擺綫求截𧯞體積　代微積拾級第十八卷　以底邊爲軸

母輪半徑爲平圓半徑正弦爲平圓正矢求得平圓弧背以母輪半徑冪乘之五乘之二除之圓周率乘之爲甲數正　母輪徑乘正弦內減去正弦冪平方開之以母輪半徑冪乘之五乘之二除之圓周率乘之爲乙數負　置乙數以母輪半徑除之三除之正弦乘之爲丙數負　置丙數以母輪半徑除之二乘之五除之正弦乘之爲丁數負　并乙丙丁三負數以減甲正數得擺綫截𧯞體積

求對數曲綫　新術

先求常數　單一爲第一數正　次置第一數根對數根
昇乘之二除之爲第二數負　次置第二數根昇乘之
一乘之三除之四除之爲第三數正　次置第三數根
昇乘之九乘之五除之六除之爲第四數負　次置第
四數根昇乘之二十五乘之七除之八除之爲第五數
正　順是以下皆如是求至單位下止乃正負幷減爲
常數
復求變數　直綫爲第一數正　次置第一數根昇乘
之直綫昇除之二除之爲第二數負　次置第二數根
昇乘之直綫昇除之一乘之三除之四除之爲第三數

正　次置第三數根昇乘之直綫昇除之九乘之五除
之六除之爲第四數負　次置第四數根昇乘之直綫
昇除之二十五乘之七除之八除之爲第五數正　順
是以下皆如是求至單位下止乃正負幷減爲變數
變數內減常數得所求對數曲綫
對數曲綫求面積新術
直綫乘根卽對數曲面積
對數曲綫求曲面新術
先求常數　置單一二除之倍圓周率乘之爲第一數
正　次置第一數根之三乘方乘之一乘之二除之四
除之爲第二數正　次置第二數根昇乘之二乘之三
乘之四除之六除之爲第三數負　次置第三數根昇
乘之四乘之五乘之六除之八除之爲第四數正　次
置第四數根昇乘之六乘之七乘之八除之十除之爲
第五數負　順是以下皆如是求至單位下止乃正負
幷減爲常數
次求變數　置直綫二除之倍圓周率乘之爲第一數
正　直綫之訥氏對數以根昇乘之二除之倍圓周率
乘之爲第二數正　直綫之訥氏對數除第二數以根
昇乘之直綫昇除之一乘之二除之四除之爲第三數

正　次置第三數以根昇乘之直綫昇除之二乘之三
乘之四除之六除之爲第四數負　次置第四數以根
昇乘之直綫昇除之四乘之五乘之六除之八除之爲
第五數正　次置第五數以根昇乘之直綫昇除之六
乘之七乘之八除之十除之爲第六數負　順是以下
皆如是求至單位下止乃正負幷減爲變數　變數內
減常數得對數曲綫之曲面
對數曲綫求體積新術
置直綫昇之半根乘之圓周率乘之爲對數曲綫之體
積

以上四術所求得者皆正對數之曲綫曲面面積體積也其負對數上四式尚未演定

凡曲綫以凹面向軸者有弧矢之形故名其直綫弧點抵軸綫曰正弦橫綫頂點距正弦末曰正矢曲綫以凸面向軸者無弧矢之形故仍名其[illegible]曰直綫仍名其橫綫曰橫綫一切曲綫皆用此術凡對數曲綫無論何對數爲法皆同

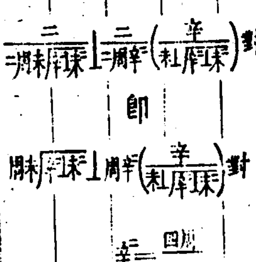
按本曲綫四式若將常變數盡改爲諸數皆正卽負對數上四式也惟直綫小於根時尚可演算若大於根必改爲越級矣

求亞幾默德螺綫 新術

匝數爲幾者以幾爲平圓半徑求得平圓面積爲第一數正 圓周率自之四倍之以除單一平方開之爲乘率 借半徑之訥氏對數以圓周率乘之乘率昇乘之爲第二數正 若求一匝螺綫則借半徑爲一而對數爲○故以常數乘之亦爲○卽無第二數徑以第三數爲第二數第三數以下正負不變而第三數升爲第二數負第四數升爲第三數正其餘類推 乘率昇乘圓周率以乘率昇乘之借半徑昇除之一乘之四除之又二除之爲第三數負 次置第三數以乘率昇乘之借半徑昇除之三乘之六除之又二乘之四除之爲第四數負 次置第四數以乘率昇乘之借半徑昇除之五乘之八除之又四乘之六除之爲第五數正 順是以下皆如是求至單位下止乃正負并減以一匝末帶徑乘之得繞極任幾匝螺綫 按此爲比例法先求得者乃以單一爲一匝末帶徑者也故須以今有一匝末帶徑乘之乃得今曲綫也蓋本式係以單一爲末不可移易耳

此乃單一爲初設帶徑之式也

若依十七卷十四款一題推之得式如下



亞幾默德螺綫求面積 代微積拾級第十八卷

匝數爲幾者以幾之立方乘圓周率三除之以一匝末帶徑昇乘之此爲所求繞極幾匝面積兼有少一匝面積之數以少一匝面積減之得繞極任幾匝面積惟求一匝面積則無所減

求對數螺綫 代微積拾級第十八卷

本對數根加一平方開之帶徑乘之得對數螺綫

對數螺綫求面積 代微積拾級第十八卷

四除帶徑昇以本對數根乘之得對數螺綫面積

求雙綫螺綫 新術

初設帶徑爲借半徑其圓周爲借周　帶徑爲第一數正　次置第一數以借周昇乘之帶徑昇除之二除之爲第二數負　次置第二數以借周昇乘之帶徑昇除之一乘之三除之四除之爲第三數正　次置第三數以借周昇乘之帶徑昇除之九乘之五除之六除之爲第四數負　次置第四數以借周昇乘之帶徑昇除之二十五乘之七除之八除之爲第五數正　順是以下皆如是求至單位下止乃正負并減爲雙絲螺絲

帶徑大於借周者用右術

又新術

初設帶徑除帶徑求其訥氏對數以借周乘之爲第一數正　初設帶徑除帶徑求其訥氏對數以除第一數復以眞數乘之又以帶徑昇乘之借周昇除之四除之爲第二數正　次置第二數以帶徑昇乘之借周昇除之一乘之二乘之十六除之爲第三數負　次置第三數以帶徑昇乘之借周昇除之三乘之四乘之三十六除之爲第四數正　次置第四數以帶徑昇乘之借周昇除之五乘之六乘之六十四除之爲第五數負　順是以下皆如是求至單位下止乃正負并減以初設帶徑乘之爲雙絲螺絲若帶徑卽初設帶徑則螺絲爲○

帶徑小於借周者用右術

雙絲螺絲求面積代微積拾級第十八卷

繞極弧綫繞極一匝爲三百六十度弧綫繞極匝半爲五百四十度弧綫繞極二匝爲七百二十度弧綫餘可類推其半徑爲一　倍之爲法三百六十度弧綫自乘爲實法除實得數以初設帶徑昇乘之爲雙絲螺絲面積

凡作螺絲之法先作一平圓任均分其弧爲若干分於分處各作半徑乃定爲諸[illegible]之數作識于半徑上自初設弧點向諸識處作曲綫聯之卽成螺絲無論左繞右繞無論平速增速減速但使諸帶徑之遞差有定例則此螺絲卽有算法可施故螺絲之式無

窮今第以右三式爲之例而右三種所求又各不同亞氏螺絲俱起於極故帶徑任何大其求得之螺絲俱爲自極抵帶徑末之螺絲雙絲螺絲不自極起其求得之螺絲爲帶徑末起繞向初設弧點之一分截螺絲有繞向外繞向內之分對數螺絲亦不自極起其求得之螺絲爲帶徑末起向外繞之一分截螺絲俱向外繞不用繞向內者所求之一分螺絲俱在帶徑末之左至求三種螺絲之面積亞氏螺絲之面積亦起於極終於帶徑末如等形雙絲螺絲對數螺絲之面積亦俱爲一分截積如形此三種螺絲之別也

雲南叢書子部之十七

籌算法

共一卷

雲南圖書
館藏板

甲寅
年刊

籌算法

雲南叢書子部之[illegible]

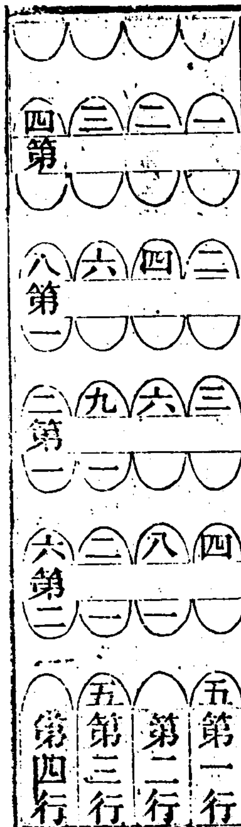
趙州李[illegible]彪樹著

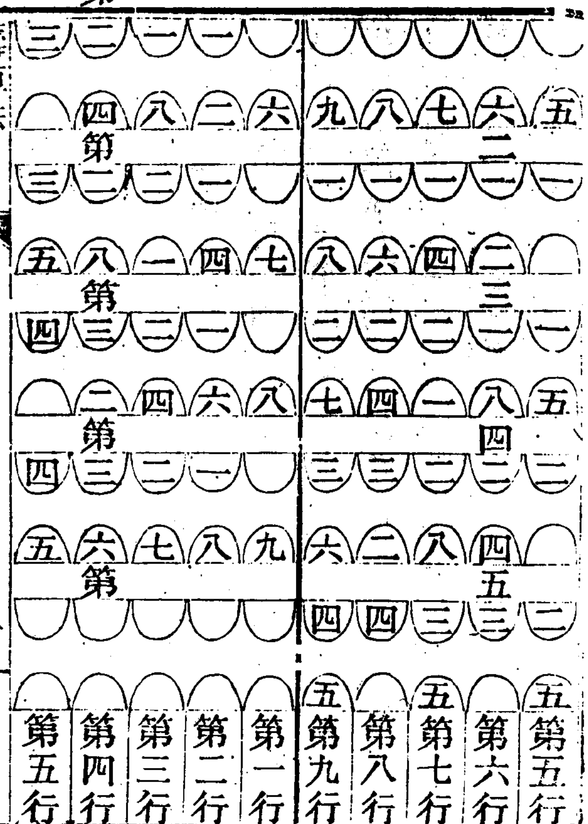
算法今人多用珠盤然器大而難於攜帶卽乘除而法實數多常有差誤且器不精雅非爲文具之配今采籌算之法以備儒家便益況器物精而體具小笥匣可藏奚囊可帶乘除之際或有酧應亦可中止雖法實數多幾籌片楮可以立爲剖合且學之甚易非若珠算歌訣之煩也

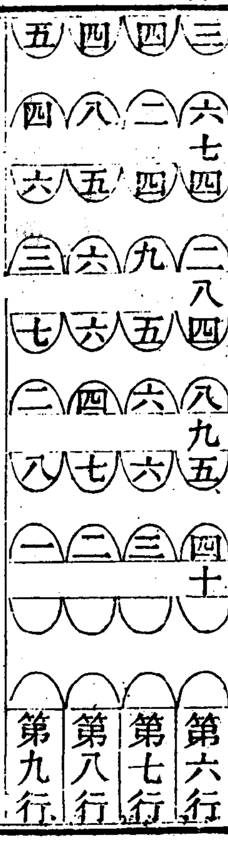
作籌之度

凡籌以牙爲之或紙或竹片皆可長短任意以方正爲度凡籌背面皆平分九行每行以曲線界之爲兩半圓狀凡籌背面皆相對第一籌之陰卽爲第九便檢尋也二與八三與七五與空位皆仿此共五類類各五籌當珠盤二十五位或更加之亦可

籌式







作籌之理

凡籌每行以曲線界之成兩位其下爲本位上爲進位

假如本位二兩則進位爲十兩

凡列兩籌則行內成三位下之進位與上之本位兩半圓合成一位故也列三籌則成四位四籌則成五位

五籌以上仿此而推

凡籌有明數有暗數明數者籌面之數是也暗數者行數也假如第一行卽爲一數第二行卽爲二數

凡籌與行數相因而成積數如第二籌之第四行卽爲八數第九籌之第八行卽爲七二數

籌算之法

凡用籌算當先知併減二法今各具一則

併法

併者合也合衆散數爲一總數也又謂之堆積　其法先列散數自上而下對位列之千對千百對百十對十單對單以類相附　列訖併爲一總數　其法從最下小數起自下而上如畫卦之數　數滿十者進位作暗馬而本位書其零

暗馬式

一二三四五六七八九　恐混原數故以此別之便
〡〢〣〤〥〦〧〨〩　覆核也

假如有米三千四百八十石又五千〇六十八石又二萬六千九百石合之共幾何

散數
三四八〇
五〇六八
二六五〇〇

如圖散數三宗依法併之爲一總數得三萬五千四百四十八石如第四位六八併爲十四進一十而本位書四也

總數
三五四四八

減法

減者去也於總數內減去幾何則知其仍餘幾何也與併正相反減而剩者謂之減餘

其法以應減之數列左以原有之數列右而對減之千對減千百對減百十對減十單對減單　減而盡者抹而去之減不盡者改而書之　如本位無數可減合上位減之假如欲減八十而原數只有七十但其上位有一百則合而減之於一百七十內減八十仍餘九十也

假如有銀三十二萬五千三百一十兩支過二十九萬五千三百〇五兩仍餘幾何

減餘一三〇〇〇五　依法減之仍餘三萬〇〇〇五
原數三二五三一〇　兩
減數二九五三〇五
位數十萬千百十兩

右圖先於三十萬內減二十萬餘一十萬改三爲一註於右　次減九萬而萬位無九合上位共一十二萬減之餘三萬抹去一二改書三　次減五千抹去五　次減三百抹去三皆書作〇、次減五兩而兩位無五於一十兩內減之抹去一〇改書〇五　減訖餘三〇〇

〇五也

乘除

凡算有乘有除乘者用併法除者用減法

凡算先別乘除乘除皆有法實實者現有之物也法者今所用以乘之除之之規則也

凡籌算皆以實列位而以籌為法法有幾位則用幾籌如法有十係兩位則用兩籌法有百係三位則用三籌以上遞加

凡法實不可誤用唯乘法或可用實為法若除法必須細認何者是法何者是實必以法除實也

乘法

法曰凡兩數相乘任以一為實一為法　假如以日論時或以日數為實時數為法或以時數為實日數為法皆可

凡算先列實（列書之於紙或粉版亦可依千百十零之位列之自左而右）次以法數用籌乘之　法有幾位則用幾籌假如法為六十四則用第六第四兩籌法為三百八十四則用第三第八第四共三籌

凡乘皆從實末位最小數起　視原實某數即於籌某行取數列之　假如實是二則取第二行數

凡列乘數皆自下而上如畫卦

凡實有幾位挨次乘之但次乘之數必高於前所列之數一位　先乘者是單次乘者必是十故進位取之乘訖乃以併法併之

兩籌為法式

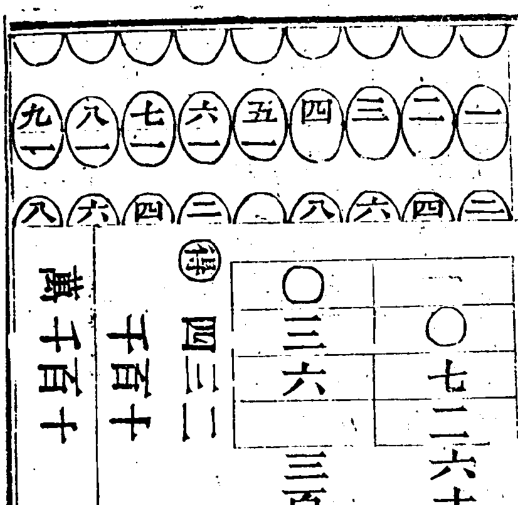
假如一年三百六十日每日一十二時共該幾何

荅曰

四千三百二十時

以三百六十為實以一十二為法乘之

宜用兩籌法有兩位故也



先乘六十（取籌第六行之數）

次乘三百（取籌第三行數）

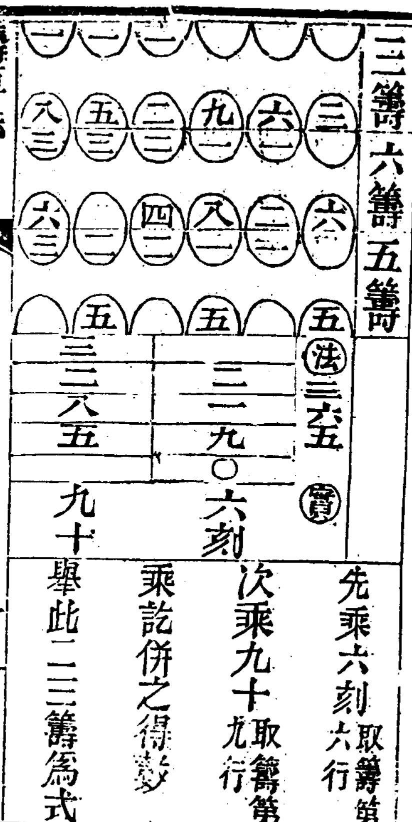
乘訖以併法併之得如上數（六七併為十三進十於上）

定位法（從末位起知末位是十則上位是百又上一位是千若單數以單起）

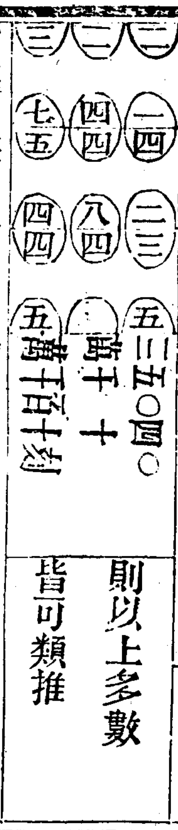
三籌爲法式

假如每歲三百六十五日每日九十六刻刻該幾何

答曰三萬五千〇四十刻



籌算法 七



右籌內併法如前式用第一第二兩籌其第六行之六一則併爲七合下位書之爲七二其數不連者不可併爲一位也　如後式用第三第六第五三籌　其第六行之八三併爲一十一則進一十於上而本位書一　其六三則併爲九而書作九其第九行之七五併爲一十二則進一十於上而本位書二　其四四則併爲八而書作八　籌數既併而書於諸位之

內又將左右兩位併之有十則進於上位

又次乘之位必高於初乘一位

法尾位有空式

或問每年三百六十日今三千八百三十年日該幾何

答曰一百三十七萬八千八百〇〇日

三十　一〇八〇　以三六兩籌先取第三行乘之

八百　二八八　又取三六兩籌之第八行乘之

三千　一〇八　又取三六兩籌之第三行乘之

得數一三七八八〇〇　乘訖併之如上數

法用三百六十日則下位之單數爲空是法尾位有空也

籌算法 八

定位法曰知尾位一圈是單日則各位皆定

若實數是十止則下數便是十也若實數是單數則下數便是單也　三百六十〇日尾位有空也三千八百三十〇年是以十止也

實尾位有空式

或問一十二萬日每日九十六刻該若干刻　答曰一千一百五十二萬刻　以上九十六刻爲法

〇日　〇〇〇　自日至千皆空卽以空圈

〇十　〇〇〇　乘之用存單十百千之位

〇百　〇〇〇　所以定實中之萬位也以

〇千　〇〇〇　次而上方無差誤

二萬　一　一九二　以九六籌之第二行乘之

一十　○九六　以九六籌之第一行乘之

得數一一五二○○○○　乘訖併之如上數

千百十萬千百十刻

右實尾有空式也若法中有空亦卽以空籌布之若實中有空亦卽以空圈乘之　以空籌布之法之位乃不差也　以空圈乘之實之位乃不差也

凡無單位曰尾空　無百十中位曰中空　自萬以下皆無亦謂之尾空也

除法

法曰凡除以所分之物爲實今欲作幾分分之爲法法與實須審定倘一倒置則毫厘千里矣　假如有糧若千給若干人以糧爲實以人之數爲法蓋糧數是所分之物人數乃用以分之之法也若以糧分人則倒用而所誤多矣

凡法有幾位則用幾籌　乃列實自上而下直書之與乘法不同　視籌之第幾行中積數有與原實相同者或畧少於實者用其數以減原實而得初商　有不盡者如法再除爲再商或三商以上皆如之實盡而止　餘實不滿法以法命之

凡商數皆以籌之行數爲其數　假如所減在第一行卽爲一數第二行卽爲二數

書商數法

凡書商數皆與減數第一行對　若所減第一位是空○則補作○於原實首位上而對之此定位之根也定位法　除畢以商得數與原實對位求之皆如法首位之上一位命爲單數歸於法前得零古法所謂實如法而一是也　然此二法有法少實多者從原實內尋法首位認定逆轉上一位命爲單數如米則爲單石錢則爲單文之類　既得單數則上而十百千萬下而分秒

忽微皆定矣此爲正法　有法反多而實反少者乃變法也法從原實首位逆溯而上至法首位止又上一位命爲單數此是虛位借之以求實數也　既得單數乃順下求之命所得爲分秒之數有式如左

初商除盡式

假如太陽每歲行天三百六十度分爲七十二候每候幾何度　答曰每候五度　此欲分七十二分也當以七二爲法用兩籌（用七籌二籌除之）

實　三六○
　　百十○

商數　十五
單位

如圖先列三百六十度爲實次檢兩籌第五行內有三六○與實相同用減原實恰

度首　盡　次查所減係籌之第五行商作五又
位　查所減第一位是三將商數五對實之三
書之
定位法曰此法少實多者也宜於原實內尋十度位即
法首位也法首再上一位爲單度定所得之爲五單
度也即知每候五度
假令實是三千六百度則所得爲五十度如後圖

實 三 六 〇 〇　定位法曰此亦法少於實也法亦於原
千 百 十 度　實內尋法首十位再上一位爲單位單
商數　五 〇　位空補作圈再上一位是十度定所得

十 單 法首 度 度　爲五十度同籌同而得數迴異定位之
法所以當知
再商式
假如皇極經世一元共十二萬九千六百年分爲十二
會每會幾何年　答曰每會一萬〇八百年
此欲分爲十二分也以一二爲法用兩籌

實 〇 一 二 九 六 〇 〇　列一元總數檢籌之第一行是〇
十萬 萬 千 百 十 年　一二　商作一數減實一十
商數 所減　二萬餘九千六百不盡再用籌如
一對 位所　法減之　因籌數是〇一二故於

原實首補作空圈而以商得之一
對〇位書之　此定位之根不可不知又簡兩籌之第八
原數 〇 一 二 九 六 〇 〇　行是〇九六　與所
十萬 萬 千 百 十 年　餘實相合再商八減餘實
商數 一 〇 八 〇 年　恰盡　此所減亦是〇九
萬 千 百 十 單 法首位　六故以商得八進位書之
以暗對其〇　凡籌位上
有〇則所得商數必對〇位書之不可對實字平列
如此審定商數位置已知不錯而初商次商隔一位不
相接是得數有空位也乃於其間補作〇圈爲一〇八

假如隔兩位則作兩圈〇〇三位以上仿此求之若非
於商數審其位置鮮不誤矣此算中一大關鍵也非
此則不能定位
定位訣曰此亦法少於實也從原實內尋法首十位再
上一位是單年單位空補作〇又上一位是十十亦
空亦補作〇又上一位是百知所得爲八百年也知
百知千萬矣定爲一萬〇八百年
三商式
假如有水輪每日共輪二千二百四十四周一日十二
時每時共幾轉　答曰每時一百八十七轉

此亦欲分十二分也故用一二兩籌
實〇一二四四 如圖列實簡第一行是〇一二商
千百十周 作一減實一千二百餘一千〇四
商數 一八七十四另書於原實之右
次簡第八行是〇九六商作八減實九百六十仍餘八
十四末簡籌第七行是〇八四商作七減實恰盡
商數對所減
實上〇三商並同 定位法同前
法有空〇籌式
假如布二萬一千七百六十八丈給與九百〇七人各

幾何 答曰每人二十四丈 此欲分九百〇七分
也故以九〇七為法用九籌空籌七籌
實 二一七六八 如圖檢第二行是一八一四商作
萬千百十丈 二減實一萬八千一百四十餘三
商數 二四 千六百二十八丈 次檢第四行
十 單 法實位 是三六二八商作四除實恰盡
法多實少式 即除分秒法
假如銀五百一十二兩給六百四十八人各若干 答曰
每人八錢以六四八為法用兩籌
實五一二 如圖列實檢籌第八行是五一二除實

百十兩 恰盡商作八 所減首位不空故商數
對之 定位法曰此法多於實也尋法
商數 八 首位百逆上一位是兩兩位空則知是
同法實位 錢矣
解曰凡不能成一單數者皆分秒也故斤下有兩兩下
有錢錢下有分分下有厘今以兩為主則兩為單位而
錢為兩十之一人錢即十分兩之八
又式
假如饑民四十八萬口賑米三千六百石各得若干

答曰每口七合五勺 以四十八為法
實〇〇三六〇〇 如圖列實檢籌第七行是三三六
十萬 萬 千 百 十 石 商作七除實三千三百六十石餘
商數〇〇〇七五 二十四石 又檢籌第五行是二
石斗升合勺 四 次商五除實恰盡 列商數法
單位 法首實 同前
定位法曰法於原實內尋法首位而原實內無十萬只
有千虛進一位尋萬又進一位尋十萬十萬者法首位
也再上一位得零是單石為百位石位空順下斗位空
升位空知所得為七合五勺也

解曰此以石爲單位故升斗合勺皆其分秒也
以上三例皆法多於實者其法首位或在原實中必
原實首位也或不在原實中必於其原實上幾位也
要之皆不能滿法其所得必爲分秒乃通變之法也
法多於實者實乃零數法乃整數假如有銀四百五十
六兩而有千百十八人分之是也
實多於法者法乃零數實乃整數假如有銀四百五十
六兩而有二三十人分之是也
法首位者法首位之數也若法首是十卽於實之十位
爲法首位若法首是百卽於實之百位爲法首位于

萬以上皆仿此而定之
法首位上一位是單者如實之十數是法首位而十上
之百數位卽爲單位也實之百數是法首位而百上
之千數位卽爲單位也 單位者一數也如銀則以
兩爲單人則以箇爲單米則以石爲單
除法四商五商至於七八九商皆可依前二商三商推
求 若法數多則用籌多或五六七八籌至於十數
籌皆位上法茲不能盡圖其式也
商位於籌數無空圈者對實書之籌數上有空〇者於
實位上補一〇以商數對空〇書之次商籌數上有

空〇卽於餘實上補一空〇是次商之位也如前圖

皇極經世

一 〇九六 次商減去九六
原實 〇一三九六 初商減去一二
初商 〇 次商 八十 單法首位

初商進一位對空圈〇書之因籌數是〇一二也次商
進一位對九六上之空圈書之因籌數是〇九六也
次商雖進一位書之與之初商之一不相接是法有
空位也卽於一之下八之上補一空〇初商之一是

萬位則〇爲千位次商之八爲百位矣其萬與百之
定位又從下法首位逆尋而得也

數法餘論

乘除

自洛書有自一至九之數而算法因之而起立爲乘除
之名以窮天下之數其乘除雖有變法仍不外自一至
九之本數也爲表如左

乘法

法右	一	二	三	四	五	六	七	八	九
實左	一	二	三	四	五	六	七	八	九

右一乘之數即得原實之數也

法右　二　二四　二六　二八　二一〇　二一二　二一四　二一六　二一八　二

實左　一　二　三　四　五　六　七　八　九

右二乘之數得數如右行所列

法右　三　三六　三九　三一二　三一五　三一八　三二一　三二四　三二七　三

實左　一　二　三　四　五　六　七　八　九

右三乘之數得數如右行所列

法右　四　四八　四一二　四一六　四二〇　四二四　四二八　四三二　四三六　四

實左　一　二　三　四　五　六　七　八　九

右四乘之數得數如右行所列

法右　五　五一〇　五一五　五二〇　五二五　五三〇　五三五　五四〇　五四五　五

實左　一　二　三　四　五　六　七　八　九

右五乘之數得數如右行所列

法右　七　七一四　七二一　七二八　七三五　七四二　七四九　七五六　七六三　七

實左　一　二　三　四　五　六　七　八　九

右六乘之數得數如右行所列

法右　七　七一四　七二一　七二八　七三五　七四二　七四九　七五六　七六三　七

實左　一　二　三　四　五　六　七　八　九

右七乘之數得數如右行所列

法右　八　八一六　八二四　八三二　八四〇　八四八　八五六　八六四　八七二　八

實左　一　二　三　四　五　六　七　八　九

右八乘之數得數如右行所列

法右　九　九一八　九二七　九三六　九四五　九五四　九六三　九七二　九八一　九

實左　一　二　三　四　五　六　七　八　九

右九乘之數得數如右行所列

除法

實右　一　一二　一三　一四　一五　一六　一七　一八　一九　一

法左　一　二　三　四　五　六　七　八　九

右一歸之數得數如左行所列

實右　二　二四　二六　二八　二一〇　二一二　二一四　二一六　二一八　二

法左　一　二　三　四　五　六　七　八　九

右二歸之數得數如左行所列

實右　三　三六　三九　三一二　三一五　三一八　三二一　三二四　三二七　三

法左　一　二　三　四　五　六　七　八　九

右三歸之數得數如左行所列

實右　四　四八　四一二　四一六　四二〇　四二四　四二八　四三二　四三六　四

法左　一　二　三　四　五　六　七　八　九

右四歸之數得數如左行所列

實右　五　五一〇　五一五　五二〇　五二五　五三〇　五三五　五四〇　五四五　五

法左　一　二　二　四　五　六　七　八　九

右五歸之數得數如左行所列

實右 六 六 十二 六 十八 六 廿四 六 三十 六 卅六 六 四十二 六 四十八 六 五十四 六

法左 一 二 三 四 五 六 七 八 九

右六歸之數得數如左行所列

實右 七 七 十四 七 廿一 七 廿八 七 卅五 七 四十二 七 四十九 七 五十六 七 六十三 七

法左 一 二 三 四 五 六 七 八 九

右七歸之數得數如左行所列

實右 八 八 十六 八 廿四 八 卅二 八 四十 八 四十八 八 五十六 八 六十四 八 七十二 八

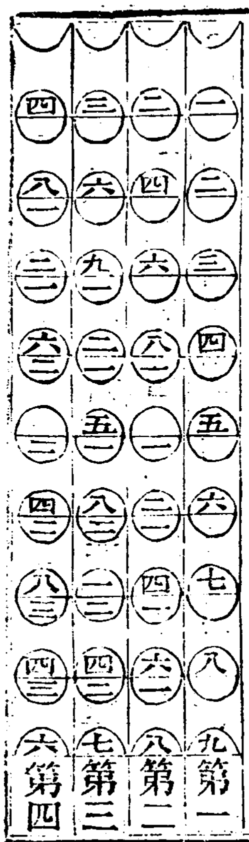
法左 一 二 三 四 五 六 七 八 九

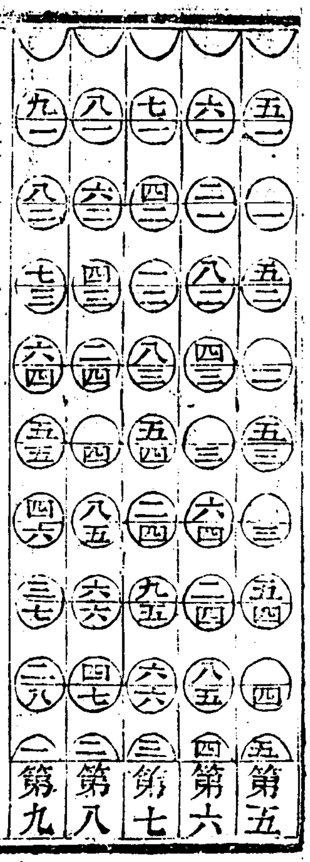
右八歸之數得數如左行所列

實右 九 九 十八 九 廿七 九 卅六 九 四十五 九 五十四 九 六十三 九 七十二 九 八十一 九

法左 一 二 三 四 五 六 七 八 九

假如六十三數以九歸之得七又以七歸之得九左右兩行交互可通知此則以上八歸皆彷此而推且除數與乘數又一一相通者矣





數有十五等

一一十二百三千四萬五億六兆七京八秭九垓十壤

十一溝十二澗十三正十四載十五共十五等

載万正千澗百溝十壤一〇一等自一至萬

垓万秭千京百兆十億一〇一等自一至萬

萬万千千百百十十一一〇一等自一至萬

又以一十百千四位分之

一一十十百百千千十一百十千百萬千百一千十萬

百億千千一萬十億百兆千萬一億十兆百京千億一

兆十京百秭千兆一京十秭百垓千京一秭十垓百壤

千秭一垓十壤百溝千垓一壤十溝百澗千壤一溝十

澗百正千溝一澗十正百載千

一十百千

十百千萬 此五名乃常用之數也

百千萬億 自百以上皆以十升如十百為

千萬億兆　千十千爲萬十萬爲億十億爲
萬億兆京　兆十兆爲京十京爲秭皆以一
億兆京秭　爲十又以十爲一也

太陰行度遲疾限損益捷分表

限法	日率分	損益捷分	積度同	疾行本度	遲行本度
初限	空	一分三五三四一	空	一度二〇七一	〇度九八五五
一限	〇日〇八二〇	一分三四四三一	〇度二一〇八一五七五	一度二〇六五	〇度九八六一
二限	〇日一六四〇	一分三三六九九	〇度二二一〇五	一度二〇五九	〇度九八六七
三限	〇日二四六〇	一分三二九四二	〇度三三〇六八三三九	一度二〇五三	〇度九八七三
四限	〇日三二八〇	一分三二一六一	〇度四三九六九六	一度二〇四七	〇度九八七九
五限	〇日四一〇〇	一分三一三五七	〇度五四八〇六八七五	一度二〇四〇	〇度九八八六
六限	〇日四九二〇	一分三〇五二九	〇度六五五五七八二	一度二〇三三	〇度九八九三
七限	〇日五七四〇	一分二九六七七	〇度七六二八一六二五	一度二〇二六	〇度九九〇〇
八限	〇日六五	一分二八八〇二	〇度八六九一三二	一度二〇一九	〇度九九〇七
九限	〇日七三八〇	一分二七九〇二	〇度九七四七六九七五	一度二〇一二	〇度九九一四
十限	〇日八二〇〇	一分二六九七九	一度〇七九六五	一度二〇〇四	〇度九九二三
十一	〇日九〇二〇	一分二六〇三二	一度一八三七七三二五	一度一九九六	〇度九九二九
十二	〇日九八四〇	一分二五〇六	一度二八七一二	一度一九八八	〇度九九三七
十三	一日〇六六一	一分二四〇六	一度三八九六七〇七五	一度一九八〇	〇度九九四六
十四	一日一四八一	一分[illegible]〇四	一度四九一四〇六	一度一九七二	〇度九九五四

限法	日率分	損益捷分	積度同	疾行本度	遲行本度
十五	一日二三〇一	一分二二〇〇七	一度[illegible]	一度一九六三	〇度九九六二
十六	一日三一二一	一分二〇九四一	一度六九二三五一	一度一九五五	〇度九九七一
十七	一日三九四一	一分一九八五一	一度七九一五二二七五	一度一九四六	〇度九九八〇
十八	一日四七六一	一分一八七三八	一度八八九八〇二	一度一九三九	〇度九九八九
十九	一日五五八一	一分一七六	一度九八七一六七二五	一度一九二七	〇度九九九九
二十	一日六四〇一	一分一六四三九	二度〇八三六	一度一九一八	一度〇〇〇八
二十一	一日七二二一	一分一五二五五	二度一七九〇八〇七五	一度一九〇八	一度〇〇一八
二十二	一日八〇四一	一分一四〇四六	二度二七三五九	一度一八九八	一度〇〇二八
二十三	一日八八六一	一分一二八一四	二度三六七一〇八二五	一度一八八八	一度〇〇三八
二十四	一日九六八一	一分一一五五八	二度四五九六一六	一度一八七八	一度〇〇四八
二十五	二日〇五〇二	一分一〇二七八	二度五五一〇九三七五	一度一八六七	一度〇〇五九
二十六	二日一三二二	一分〇八九七四	二度六四一五二二	一度一八五六	一度〇〇六九
二十七	二日二一四二	一分〇七六四七	二度七三〇八八二一五	一度一八四六	一度〇〇八〇
二十八	二日二九六二	一分〇六二九六	二度八一九一五二一	一度一八三五	一度〇〇九一
二十九	二日三七八二	一分〇四九二一	二度九〇六三四七五	一度一八二三	一度〇一〇三
三十	二日四六〇二	一分〇三五二一	二度九九二三五	一度一八一二	一度〇一一四
三十一	二日五四二二	一分〇二〇九九	三度〇七七二三八二五	一度一八〇〇	一度〇一二六
三十二	二日六二四二	一分〇〇六五三	三度一六〇九六	一度一七八八	一度〇一三八
三十三	二日七〇六二	〇分九九一八三	三度二四三四九五七五	一度一七七六	一度〇一五〇
三十四	二日七八八二	〇分九七六八九	三度三二四八二六	一度一七六四	一度〇一六二

三十五	二日八七〇二	〇分九六一七一	三度四〇四九三二二五	一度一七五二	一度〇一七四
三十六	二日九五二二	〇分九四六二	三度四八三七九二	一度一七三九	一度〇一八七
三十七	三日〇三四二	〇分九三〇六四	三度五六一三八八七五	一度一七二六	一度〇二〇〇
三十八	三日一一六二	〇分九一四七五	三度六三七七〇二	一度一七一三	一度〇二一三
三十九	三日一九八二	〇分八九八六三	三度七一二七一二二五	一度一七〇〇	一度〇二二六
四十	三日二八〇二	〇分八八二二六	三度七八六四	一度一六八六	一度〇二三九
四十一	三日三六二二	〇分八六五六六	三度八五八七四五七五	一度一六七三	一度〇二五三
四十二	三日四四四二	〇分八四八八二	三度九二九七三	一度一六五九	一度〇二六七
四十三	三日五二六二	〇分八三一七四	三度九九九三五三二五	一度一六四五	一度〇二八一
四十四	三日六〇八二	〇分八一四四二	四度〇六七五三六	一度一六三一	一度〇二九五
四十五	三日六九〇二	〇分七九六八六	四度一三四三一八七五	一度一六一六	一度〇三〇九
四十六	三日七七二二	〇分七七九〇七	四度一九九六六二	一度一六〇二	一度〇三二四
四十七	三日八五四二	〇分七六一〇四	四度二六二五四六二五	一度一五八七	一度〇三三九
四十八	三日九三	〇分七四二七七	四度三二三九五九	一度一五七二	一度〇三五四
四十九	四日〇一八二	〇分七二四二七	四度三八六八五九七五	一度一五五七	一度〇三六九
五十	四日一〇〇二	〇分七〇五五二	四度四四六二五	一度一五四一	一度〇三八四
五十一	四日一八二二	〇分六八六五四	四度五〇四一〇三二五	一度一五二六	一度〇四〇〇
五十二	四日二六四二	〇分六六七三二	四度五六〇四	一度一五一〇	一度〇四一六
五十三	四日三四六二	〇分六四七八六	四度六一五一一〇七五	一度一四九四	一度〇四三二
五十四	四日四二八二	〇分六二八一七	四度六六八二四六二二	一度一七四八	一度〇四四八

五十五	四日五一〇四	〇分六〇八二四	四度七一九七五六二五	一度一四六二	一度〇四六四
五十六	四日五九二四	〇分五八八〇七	四度七六九六三二	一度一四四五	一度〇四八一
五十七	四日六七四四	〇分五六七六六	四度八一七八五三七五	一度一四二八	一度〇四九七
五十八	四日七五六四	〇分五四七〇一	四度八六四四〇二	一度一四一一	一度〇五一四
五十九	四日八三八四	〇分五二六一三	四度九〇九二五七二五	一度一三九四	一度〇五三二
六十	四日九二〇四	〇分五〇五	四度九五二四	一度一三七七	一度〇五四九
六十一	五日〇〇二四	〇分四八三六四	四度九九三八一〇七五	一度一三五九	一度〇五六六
六十二	五日〇八四四	〇分四六二〇五	五度〇三三四七	一度一三四二	一度〇五八四
六十三	五日一六六五	〇分四四〇二一	五度〇七一三八二二五	一度一三二四	一度〇六〇二
六十四	五日二四八五	〇分四一八一四	五度一〇七四五六	一度一三〇六	一度〇六二〇
六十五	五日三三〇五	〇分三九五八三	五度一四一七四三七五	一度一二八七	一度〇六三八
六十六	五日四一二五	〇分三七三二八	五度一七四〇一〇二	一度一二六九	一度〇六五七
六十七	五日四九	〇分三五〇四九	五度二〇四八一二二五	一度一二五〇	一度〇六七五
六十八	五日	〇分三二七四七	五度二三三五五二	一度一二三一	一度〇六九四
六十九	五日六五八五	〇分三〇四二一	五度二六〇四〇四七五	一度一二一三	一度〇七一三
七十	五日七四六五	〇分二八〇七一	五度二八五五五	一度一一九三	一度〇七三三
七十一	五日八二二五	〇分二五六九七	五度三〇八三六八二五	一度一一七四	一度〇七九二
七十二	五日九〇四五	〇分二三三九九	五度三二九四四	一度一一五四	一度〇七七二
七十三	五日九八六五	〇分二〇八七八	五度三四八五四五七五	一度一一三四	一度〇七九二
七十四	六日〇六八五	〇分一八四三三	五度三六五六六六	一度一一一四	一度〇八一二

限中	日率	前盈分 後損分 例	積度 遲疾同	疾末度	遲末度
七十五	六百一五〇六	〇分一五九六四	五度三八〇七八二三五	一度一〇九四	一度〇八三二
七十六	六百二三三六	〇分一三四七一	五度三九三〇七二	一度一〇七三	一度〇八五二
七十七	六百三一四六	〇分一〇九三五	五度四〇四九一八七五	一度一〇五三	一度〇八七三
七十八	六百三九六六	〇分〇八四一四	五度四一三九〇二	一度一〇三二	一度〇八九四
七十九	六百四七八六	〇分〇五八五	五度四二七八〇二三五	一度一〇一一	一度〇九一五
八十	六百五六〇六	〇分〇三二六三	五度四二五六	一度〇九九〇	一度〇九三六
八十一	六百六四二六	〇分〇〇六五一	五度四二八二七五七五	一度〇九六八	一度〇九五八
八十二	六百七二四六	〇分〇〇四三四	五度四二八八一	一度〇九六六	一度〇九六〇
八十三	六百八〇六六	〇分〇〇二二七	五度四二一九六六一六	一度〇九六三	一度〇九六一
八十四	六百八八八六	〇分〇〇二二七	五度四二一九四四二四	一度〇九六一	一度〇九六三
八十五	六百九七〇六	〇分〇〇四三四	五度四二九一六六一六	一度〇九六〇	一度〇九六六
八十六	七百〇	〇分〇〇六五一	五度四二八八一	一度〇九五八	一度〇九六八
八十七	七百一	〇分〇三二六三	五度四二八二七五七五	一度〇九三六	一度〇九九〇
八十八	七百二一六七	〇分〇五八五	五度四二五六	一度〇九一五	一度一〇一一
八十九	七百二九八七	〇分〇八四一四	五度四二七八〇二三五	一度〇八九四	一度一〇三二
九十	七百三八〇七	〇分一〇九五五	五度四一三九〇二	一度〇八七三	一度一〇五三
九十一	七百四六二七	〇分一三四七一	五度四〇四九一八七五	一度〇八五二	一度一〇七三
九十二	七百五四四七	〇分一五九六四	五度三九三〇七二	一度〇八三二	一度一〇九四
九十三	七百六二六七	〇分一八四三二	五度三八〇七八二二五	一度〇八一二	一度一一一四

九十四	七百七〇八七	〇分二〇八七八	五度三六五六六六	一度〇七九二	一度一一三四
九十五	七百七九〇七	〇分二三二九九	五度三四八五四五七五	一度〇七七二	一度一一五四
九十六	七百八七二七	〇分二五六九七	五度三二九四四	一度〇七五二	一度一一七四
九十七	七百九五四七	〇分二八〇七一	五度三〇八三六八二五	一度〇七三三	一度一一九三
九十八	八百〇三六七	〇分三〇四二一	五度二八五五五	一度〇七一三	一度一二一二
九十九	八百一一八七	〇分三二七四七	五度二六〇四〇四七五	一度〇六九四	一度一二三一
一百	八百二〇〇八	〇分三五〇四九	五度二三三五五	一度〇六七五	一度一二五〇
百一	八百二八二八	〇分三七二三八	五度二〇四八一二二五	一度〇六五七	一度一二六九
百二	八百三六四八	〇分三九五八三	五度一七四二〇二	一度〇六三八	一度一二八七
百三	八百四四六八	〇分四一八一四	五度一四一七四三七五	一度〇六二〇	一度一三〇六
百四	八百五二八八	〇分四四〇二一	五度一〇七四五六	一度〇六〇二	一度一三二四
百五	八百六一〇一	〇分四六二〇五	五度〇七一三五八二五	一度〇五八四	一度一三四二
百六	八百六	〇分四八三六四	五度〇三三四七	一度〇五六六	一度一三五九
百七	八百七	〇分五〇五	四度九九三八一〇七五	一度〇五四九	一度一三七七
百八	八百八五六八	〇分五二六一三	四度九五二四	一度〇五三一	一度一三九四
百九	八百九三八八	〇分五四七〇一	四度九〇九二五七二五	一度〇五一四	一度一四一一
百十	九百〇二〇八	〇分五六七六六	四度八六四四〇二	一度〇四九七	一度一四二八
百十一	九百一〇二八	〇分五八八〇七	四度八一七八五三七五	一度〇四八一	一度一四四五
百十二	九百一八四八	〇分六〇八二四	四度七六九六三一	一度〇四六四	一度一四六二
百十三	九百二六六九	〇分六二八一七	四度七一九七五六二	一度〇四四八	一度一四七八

百十四	九百三四八九	〇分六四七八六	四度六六八二四六	一度〇四三二	一度一四九四
百十五	九百四三〇九	〇分六六七三二	四度六一五一一〇七五	一度〇四一六	一度一五一〇
百十六	九百五二二九	〇分六八六五四	四度五六〇四	一度〇四〇	一度一五二六
百十七	九百五九四九	〇分七〇五五二	四度五〇四一〇三五	一度〇三八四	一度一五四一
百十八	九百六七六七	〇分七二四二七	四度四四六二五	一度〇三六九	一度一五五七
百十九	九百七五八九	〇分七四二七七	四度三八六八五九七五	一度〇三五四	一度一五七二
百二十	九百八四〇九	〇分七六一〇四	四度三二五九五九	一度〇三三九	一度一五八七
百廿一	九百九三三九	〇分七七九〇七	四度二六三五四六二五	一度〇三二四	一度一六〇二
百廿二	十百〇〇四九	〇分七九六八六	四度一九九六六二	一度〇三〇九	一度一六一六
百廿三	十百〇八六九	〇分八一四四二	四度一三四三一八七五	一度〇二九五	一度一六三一
百廿四	十百一六八九	〇分八三一七四	四度〇六七五三六	一度〇二八一	一度一六四五
百廿五	十百二五一〇	〇分八四八八二	三度九九九三五三五	一度〇二六七	一度一六五九
百廿六	十百三	〇分八六五六六	三度九二九七三	一度〇二五三	一度一六七三
百廿七	十百四	〇分八八二二六	三度八五八七四五七五	一度〇二三九	一度一六八六
百廿八	十百四九七	〇分八九八六三	三度七八六四	一度〇二二六	一度一七〇〇
百廿九	十百五九七	〇分九一四七五	三度七一二七二二二五	一度〇二一三	一度一七一三
百三十	十百六六一	〇分九三〇六四	三度六三七七〇二	一度〇二〇〇	一度一七二六
百三一	十百七四三	〇分九四六六	三度五六二三八八七五	一度〇一八七	一度一七三九
百三二	十百八二五	〇分九六一七一	三度四〇二七六二	一度〇一七四	一度一七五二
百三三	十百九〇七	〇分九七六八九	三度四〇四九三二二五	一度〇一六二	一度一七六四

籌算法 三八

百三四	十百九八九	〇分九九一八三	三度三三四八二六	一度〇一五〇	一度一七七六
百三五	十一百〇七一	一分〇〇六五三	三度二四三四九五七五	一度〇一三八	一度一七八八
百三六	十一百一五三	一分〇二〇九九	三度一六〇九六	一度〇一二六	一度一八〇〇
百三七	十一百二三五〇	一分〇三五二二	三度〇七七二三八八五	一度〇一一四	一度一八一二
百三八	十一百三一七一	一分〇四九三五	二度九九三三五	一度〇一〇三	一度一八二三
百三九	十一百三九九一	一分〇六二九六	二度九〇六三一四七五	一度〇〇九一	一度一八三五
百四十	十一百四八二一	一分〇七六四七	二度八一九一五二	一度〇〇八〇	一度一八四六
百四一	十一百五六三	一分〇八九七四	二度七三〇八八二五	一度〇〇六九	一度一八五六
百四二	十一百六四五一	一分一〇二七八	二度六四一五二二	一度〇〇五九	一度一八六七
百四三	十一百七二七一	一分一一五五八	二度五五一〇九三七五	一度〇〇四八	一度一八七八
百四四	十一百八〇九一	一分一二八一四	二度四五九六一六	一度〇〇三八	一度一八八八
百四五	十一百八九二一	一分一四〇四六	二度三六七二〇八二五	一度〇〇二八	一度一八九八
百四六	十一百九	一分一五二二五五	二度二七三五六	一度〇〇一八	一度一九〇八
百四七	十二百〇	一分一六四五九	二度一七九〇八〇七五	一度〇〇〇八	一度一九一八
百四八	十二百一三七一	一分一七六	二度〇八三六	〇度九九九九	一度一九二七
百四九	十二百一九一〇	一分一八七三八	一度九八七一六七三五	〇度九九八九	一度一九三七
百五十	十二百三〇三	一分一九八五一	一度八八九八〇二	〇度九九八〇	一度一九四六
百五一	十二百三八三	一分二〇九四一	一度七九一五二三七五	〇度九九七一	一度一九五五
百五二	十二百四六三二	一分二二〇〇七	一度六九三五二	〇度九九六二	一度一九六三
百五三	十二百五四七二	一分二三〇四九	一度五九二三〇六二五	〇度九九五四	一度一九七二

百五四	十二百六十五二	一分二四〇六七	一度四九四〇六	〇度九九四六	一度九八〇
百五五	十二百七二二	一分二五〇六一	一度三八九六七〇七五	〇度九九三七	一度一九八八
百五六	十二百九十三	一分二六〇三一	一度二八七一一	〇度九九二九	一度一九九六
百五七	十二百八七五二	一分二六九七九	一度一八三七七三五五	〇度九九二二	一度二〇〇四
百五八	十二百九五七二	一分二七九〇三	一度〇七九六五	〇度九九一四	一度二〇一二
百五九	十二百〇三九二	一分二八八〇一	〇度九七四七六九七五	〇度九九〇七	一度二〇一九
百六十	十二百十二二	一分二九六七七	〇度八六九五二	〇度九九〇〇	一度二〇二六
百六一	十二百二〇三	一分三〇五二九	〇度七六二八一六二五	〇度九八九三	一度二〇三三
百六二	十二百三八五二	一分三一三五七	〇度六五五七六二	〇度九八八六	一度二〇四〇
百六三	十二百三六七二	一分三二一六一	〇度五四八五六八七五	〇度九八七九	一度二〇四七
百六四	十二百四四九二	一分三二九四二	〇度四三九六九六	〇度九八七三	一度二〇五三
百六五	十二百五三三	一分三三六九九	〇度三三〇六八三三五	〇度九八六七	一度二〇五九
百六六	十二百	一分三四四三二	〇度二二一〇	〇度九八六一	一度二〇六五
百六七	十二百	一分三五一四一	〇度一一〇八一五七五	〇度九八五五	一度二〇七一
百六八	十二百七七七三	空 益損分	空 積度同	疾末	遲末

太陰一周天凡二十七日五五五零半疾半遲其遲疾以漸而進退作法者於遲疾各半又分為初末乃四分之也特零數不便等就整數二十八日以四分之各得七日每日十二時一時為限故作八十四限初末通為百六十八限疾初與疾末同特加減相易耳日率者全日全時已過之數積度者全日全時遲疾積差之數挠分者全時外零餘之差末數故用乘法以損益積度為遲疾差度併入全日全時平行度即太陰所在眞度也

疾遲初末限約表

周天轉限	自行度	通積度
疾初初日	十四度四四二五	十四度四四二五
一日	十四度三二八	二十八度七七〇五
二日	十四度一七九七	四十二度九五〇二
三日	十三度九九七七	五十六度九四七九
四日	十三度七八一八	七十〇度七二九七
五日	十三度五三二五	八十四度二六二二
六日	十三度二五五二	九十七度五一七四
疾末初日	十二度〇五五七	一百一十〇度五七三二
一日	十二度七七八三	一百二十三度三五一四
二日	十二度五二九	一百三十五度八八〇四
三日	十二度三一三三	一百四十八度一九三七
四日	十二度一三一四	一百六十〇度三二五一
五日	十一度九八三	一百七十一度三〇八一
六日	十一度八六八六	一百八十四度一七六七

遲初初日 一十一度八六八六 一百九十六度〇四五三
一日 一十一度九八三 二百〇八度〇二八三
二日 一十二度一三一四 二百二十〇度一五九七
三日 十二度三二三三 二百三十二度四七三
四日 十二度五二九 二百四十五度〇〇三
五日 十二度七七八三 二百五十七度七八〇三
六日 十三度〇五五七 二百七十〇度八二六
遲末初日 十三度二五五二 二百八十四度〇九一二
一日 十三度五三二五 二百九十七度六三三七
二日 十三度七八二八 三百一十度四〇五五

三日 十三度九九七七 三百二十五度四〇三二
四日 十四度一七九七 三百三十九度五八二九
五日 十四度三二八 三百五十三度九一〇九
六日 十四度四四二五 三百六十八度三五三四
月轉策二十七日五五四五八九二
半轉十三日七七七二九四六
疾遲限六日八八八六四七三

開方用表簡術

開方用表簡術

丹陽程之驥

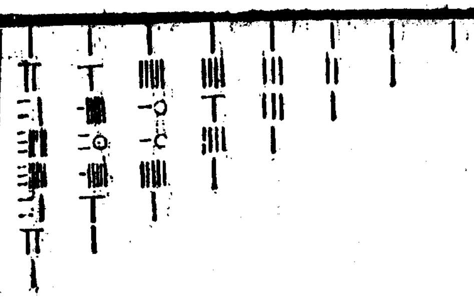
謹按行素軒開方古義二卷解釋今古開方會要之圖最明厥指且示圖中各數專爲遞開一數而設四之化圖立表爲開正商遞加一之用復將表數變作正負相間爲開負商遞加一之用又推增表中倍數爲開正負各商遞加二之用共成四表證以算草佐以論說區已理詳法備矣惟是原術用表必迭次遞求餘式始開得元之一位商數其在平方立方本自便易儻在多乘方式而元數又有多位布算仍覺甚繁爰從原表進推得表若干遂併原表計之遂成九箇正商分表九箇負商分表再將各表首層之數依次彙爲一箇正商總表一箇負商總表無論開何乘方必先於總表得初商繼於分表求餘式復於總表得次商循是以推凡多求一次餘式卽多得一位商數擬名開方用表簡術蓋較原術似可略從簡省云

術曰凡開正負諸乘方式先將原式實方廉隅自右而左橫列之審式之須進位者進其位如方進一位廉進二位隅進三位則商數爲十方進二位廉進四位隅進六位則商數爲百餘類推不須進位者仍原式原式不進位則商數爲單位則與總表齊其行次橫列之式有幾行則用總表前幾行逐層相乘隨將乘得諸數每層併爲一數正負同號者以相加爲併異號者以相減爲併各書於左識其正負但遇某層併數爲○者正負適相抵爲○卽知某數爲元數如第三層併數爲○則三爲元數第五層併數爲○則五爲元數或遇相連兩層各併數爲正負異號者視上層爲某層卽知某數爲元之初商如第二第三兩層併數異號則二爲初商或第五第六兩層併數異號則五爲初商乃檢用某數之表仿原術以橫列之式與表齊行逐層相乘每層以乘得數併爲一數書左識其正負卽以此逐層各併數爲餘式自方遞退其位仍如前法

卽可於總表得次商如是迭次相求可得元之各位商數求至式乘總表有某層併數爲○者卽知某數爲元之末商以末商與前各商相併卽爲第一箇元數若求第二箇元數可將原式仍於總表進求之亦可由前一箇元數之末商檢表如前一箇元之末商爲四則用四之表或末商爲六則用六之表求得餘式去其首層○爲減一乘方式亦如前法開得數爲前後兩箇元之較數與前一箇元數相加卽爲第二箇元數任有若干元數均可如是遞推儻求負元術亦同

今將各表列左

正商一之表　此表卽行素軒所謂開方表第一也因此表可開正商并以求餘式故名正商一之表其造法但取古法七乘方圖各橫層之數卽可爲此表各直行之數



正商二之表此表卽衍棐軒所謂開方表第三也因此表可開正商二以求餘式故名正商二之表下俱仿此造法見後

開三 三

造表通法

先定各表右邊斜列之數恆爲一如第一行之第一層第二行之第二層第三行之第三層之類皆以次取各表之本數爲根如造二之表則以二爲根造三之表則以三爲根下仿此推遞乘得是

諸乘方數從第二行起依次橫列之本數居第二行本數平方居第三行本數立方居第四行下遞推爲各表第二行以下各首層數又次取各表之本數及本數爲根之諸乘方數與一之表第三行以下第二層各數齊其行次本數當第三行本數平方當第四行本數立方當第五行下遞推逐數相乘得數爲各表第三行以下第二層各數又次取各表之本數及本數爲根之諸乘方數與一之表第四行以下第三層各數齊其行次本數當第四行本數平方當第五行本數立方當第六行下遞推逐數相乘爲各表第四行以下第三層各數此後均可循是遞推

正商三之表

開一 四

正商四之表

正商五之表

正商六之表

正商七之表

正商八之表

正商九之表

開方正商總表此表即前九商表之各首層依次而錄之首因此表可開正商幾何其二行以下亦即一至九各諸乘方之數也故名開方正商總表

開一 廿一

以上九箇正商分表一箇正商總表足備七乘以內諸乘方式開正元數之用若開負元數須用負表而負表各數仍與正表同所異者表內奇行之偶層偶行之奇層必作負號而全表俱爲正負相間耳其負商總表則奇行之數俱爲正偶行之數俱爲負茲惟列負商一之表負商二之表及負商總表以見例餘不贅演

負商一之表 此表卽行素軒所謂開方表第二也因此表可開負商一以求餘式故名負商一之表其造法但取正商一之表而以奇行偶層偶行奇層變爲負號卽得下表仿此

開一 廿二

負商二之表 此表卽行素軒所謂開方表第四也因此表可開負商二以求餘式故名負商二之表

[illegible]

以後自負商三之表至負商九之表其數俱同正商表之數而其號俱爲正負相間

開方負商總表 此表即將九箇負商表之各首層依次而排之者亦即如正商總表數而以偶行爲負號也因此表可開負商幾何故名開方負商總表

[illegible]

開一 圭

表數既成則開正負諸乘方式即可隨宜而用之矣

假如有平方式[illegible]求兩箇正元之同數

法當橫列原式[illegible]以乘正商總表前三行如下

一層 乘得 併數[illegible]

二層 乘得 併數○

三層 乘得 併數○

見第二第三兩層併數俱爲○即知兩箇正元數爲二與三不必再求餘式

假如有平方式[illegible]求兩箇正元之同數

法以原式方進一位隔進二位橫列之與正商總表前三行逐層相乘得

[illegible]

開一 啇

數如下

又逐層併數如下

見第二第三兩層併數異號可知元數初商爲二十

乃取正商二之

表前三行與上

橫式齊其行次

逐層相乘得數

如下

又逐層書其併數於左

右併數卽爲餘式又以此餘式方

退一位隅退二位橫列之與正商

總表前三行逐層相乘得數如下

又逐層書其併數如下

見第四層併數爲○可知元數末商爲四以末商四加初商二十

得二十四卽爲第一箇元數

又因末商四乃取正商四之

表前三行與上橫式齊其行

次逐層相乘得數如下

併數○　此併數可去其首

層○餘兩層上實下法除之得八爲兩元之較以此較數與第一

箇元數二十四相加得三十二卽爲第二箇元數

右平方

假如有立方式　求其三箇元之同數二正元一負元

法以原式橫列與正

商總表前四行逐層

相乘得數如下

併數○　○

見第一第三兩層併數俱爲○卽知兩箇正元數爲一與二

又以橫式與

負商總表前

四行逐層相

乘得數如下

併數　○　見第二層併數爲○卽知負元數爲二

右立方

假如有三乘方式

求其四箇正元之各同數

法以原式方進二位上廉進四位下廉進六位隅進八位橫列之與正商總表前五行逐層相乘得數如下

又逐層計其併數書於左

見第五第六兩層各併數正負異號可知第一箇元數之初商爲五百乃取正商五之表前五行與上橫式齊其行次逐層相乘得數如下

又逐層書其併數於左

右併數卽爲餘式又以此餘式方退二位上廉退四位下廉退六位隅退八位橫列之與正商總表前五行逐層相乘得數如下

[illegible]

又逐層書其併數於左

[illegible]

見第三層併數爲〇可知〇第一箇元數之末商爲三以末商三與初商五百相

加得五百〇三卽爲第一箇正元之同數又因末商三乃取正商三之表前五行與上橫式齊其行次逐層相乘其乘得各數如下

[illegible]

又逐層書其併數於左

[illegible]

右併數可去其首層〇以下四層作立方式又將此立方式方進三位廉進六位隅進九位橫列之與正商總表相乘得數如下

開一

註

又逐層書其併數於左

見第六第七兩層併數異號可知較數初商為六千乃取正商六之表前四行與上橫式齊其行次逐層相乘得數如左

開一

註

又逐層書其併數於左

右併數即為餘式又以此餘式方退二位廉退四位隅退六位橫列之與正商總表前四行逐層相乘得數如下

又逐層書其併數於左

見第二第三兩層併數異號可知較數次商為二十乃取正商二之表前四行與上橫式齊其行次逐層相乘得數如下

又逐層書其併數於左

右併數即為餘式 又以此餘式方退一位廉退二位隅退三位橫列之與正商總表前四行逐層相乘得數如下

又逐層書其併數於左

見第六層併數為○可知較數末商為六以末商六與初商六千次商二十相加得六千○二十六為第一第二兩箇元之較以此較數與第一箇元數五百○三相加得六千五百二十九即為第一箇正元數 又因末商六乃取正商六之表前四行與上橫式齊其行次逐層相乘得數如下

見第九第六兩層併數與號可知較數初商爲五十乃取正商五之表前三行與上橫式齊其行次逐層相乘得數如下

併數

右併數即爲餘式又將此餘式廉退一位隅退二位橫列之與正商總表前三行逐層相乘得數如下

開一

併數〇見第二層併數爲〇可知較數末商爲二以末商二與初商五十相加得五十二爲第二第三兩箇元之較數以此較數與第二箇元數六千五百二十九相加得六千五百八十一即爲第三箇正元數　又因末商二乃取正商二之表前三行與上橫式齊其行次逐層相乘得數如下

又逐層書其併數於左

〇

右併數可去其首層〇以下三層作平方式又將此平方式廉進一位隅進二位橫列之與正商總表前三行逐層相乘得數如下

開一

併數

併數　此併數可去其首層。餘兩層上實下法除之

得三十六為第三第四兩箇元之較數以此較數與第三箇元數

六千五百八十一相加得六千六百一十七即為第四箇正元數

統計題中原式可開四箇元數俱為正

第一箇元數為五百〇三第二箇元數為六千五百二十九第三

箇元數為六千五百八十一第四箇元數為六千六百一十七

右三乘方

四乘以後諸乘方式俱可仿上類推茲更姑設一箇七乘方式之

易開正負各元者以見例餘不贅演

假如有七乘方式　求其八箇元之各

同數　四正元　四負元

法當橫列原式

與正商總表齊

行逐層相乘得

數如下

又逐層書其併數於左

見第二第四第六第八四層併數俱爲○可知四箇正元數卽爲二與四與六與八　又將原式橫列與負商總表齊行逐層相乘得數如下

又逐層書其併數於左

見第三第五第七第九四層併數俱爲○可知四箇負元數卽爲三與五與七與九　正元負元均可不求餘式

右七乘方

以上各乘方式開法俱用表數相乘相併卽可審知元數凡多求一次餘式卽能多開一位商數若元數祇有一位卽不必求餘式其法雖非至捷然引伸舊術或亦爲開方者之一助也至開八乘以後諸乘方式則惟將各表推增行數自不窘於用矣

[illegible]

算式集要

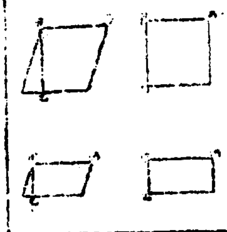
英國哈司韋輯

英國　傅蘭雅　口譯
元和　江　衡　筆述

此卷論各種線面之算式

第一款　平行四邊形求面積

凡平行四邊形兩對邊必平行其形有四種



如圖一爲正方形　二爲長方形　三爲斜方形　四爲長斜方形

法以長甲丙爲長與廣甲乙爲廣相乘即得平行四邊形之面積

其代數之式如　丑乙＝面積　此式中以丑代長數乙代廣數

題　有平行四邊形甲乙甲丙觀上圖各長五尺半求其面積若干

依本款之法　五·五×五·五＝三〇·二五　爲所求

一系正方形之邊即其面積之平方根

二系凡長方斜方長斜方形其相對之兩角必相等

第二款　罄折形求面積

若有同式之兩箇平行四邊形小形在大形之內而二形有一公角則于大形內減去小形餘爲罄折形

法先求大小兩平行四邊形之面積次以兩積相減即得本形之面積

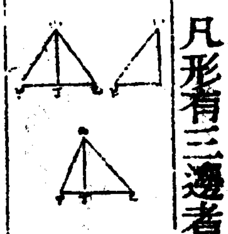
其代數之式如　甲²－乙²＝面積　此式中甲爲大形之面積乙爲小形之面積

題　有大方形每邊十寸小方形每邊六寸求罄折形之面積若干

依本款之法　一〇×一〇＝一〇〇　六×六＝三六　則　一〇〇－三六＝六四　爲所求

第三款　三角形

凡形有三邊者必有三角故謂之三角形



法以高與底相乘得數半之即得三角形面積

其代數式如　$\frac{乙辛}{二}$＝面積　乙爲底辛爲高

題　有直角三邊形觀一圖甲乙邊四尺丙乙邊六尺求其面積若干

依本款之法　四×六＝二四　則　$\frac{二四}{二}$＝一二　爲所求

一系直角三邊形之斜線爲直角之對邊者謂之弦

二系　三角形之中垂線（卽高也）等于底約倍面積之數

有三角形之三邊求其面積

法曰以三邊之和半之與各邊一一相減次將三較連乘又以三邊之半和乘之得數開平方卽得面積

其代數之式如 $\sqrt{辰(辰丅甲)(辰丅乙)(辰丅丙)}＝面積$ 此式中甲乙丙爲各邊辰爲三邊之半和

若其三邊相等者則以其一邊自乘次以四三三乘之卽得面積

其代數之式如 $甲^{二}\times\frac{\sqrt{三}}{四}＝面積$

題　有三角形其邊爲三十尺四十尺五十尺求面積

依法得 $\frac{三〇⊥四〇⊥五〇}{二}＝\frac{一二〇}{二}＝六〇$ 爲三邊之半和則 $六〇丅三〇＝三〇$ $六〇丅四〇＝二〇$ $六〇丅五〇＝一〇$ 爲三較數

所以 $六〇(三〇)\times(二〇)\times(一〇)＝三六〇〇〇〇$ 卽得 $\sqrt{三六〇〇〇〇}＝六〇〇$ 爲所求

有直角三邊形之任兩邊求其餘一邊

一法曰如所知之兩邊爲其兩腰而欲求其底可將兩腰各自乘相加開平方卽得

其代數之式如 $\sqrt{甲^{二}⊥乙^{二}}＝丙$ 或代作 $\sqrt{甲^{二}⊥乙^{二}}＝天$

題　有直角三邊形其兩腰爲三十寸四十寸求其底邊（卽對直角之一邊）

依法得 $\sqrt{(三〇)^{二}⊥(四〇)^{二}}＝二五〇〇$ 卽 $\sqrt{二五〇〇}＝五〇$ 爲所求

二法曰如所有之兩邊爲其底與一腰而欲求其餘一腰者必將已知之一腰自乘以減底之自乘數餘開平方卽得

其代數之式如 $\sqrt{甲^{二}丅乙^{二}}＝申$ 此式中甲爲底乙爲腰申爲腰

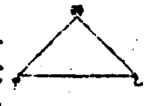
題　有直角三邊形其底爲五十尺一腰爲三十尺求其又一腰

依法得 $\sqrt{(五〇)^{二}丅(三〇)^{二}}$ $＝二五〇〇丅九〇〇＝一六〇〇$ 故 $\sqrt{一六〇〇}＝四〇$ 爲所求

有兩等邊直角三邊形之底求其兩腰

法曰以一·四一四二一三約其底得數卽爲腰

題 如圖甲乙底爲三百尺求兩等邊甲丙丙乙之長數.



依法得 $\frac{一·四一四二一三}{三〇〇}=二一二·一三二六$ 卽任一邊之長數.

有三角形之底與面積求其中垂線

法曰以底約倍面積得數卽中垂線.

其代數之式如 $\frac{乙}{二甲}=垂線$ 甲爲面積 乙爲底線

題 有三角形其面積爲十尺底長五尺求其中垂線

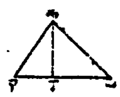
依法得 $二\times一〇=二〇$ 則 $\frac{五}{二〇}=四$ 爲所求.

有三角形之兩腰與底求其中垂線

法曰底與兩腰和之比若兩腰較與二分底較之比夫將分底較半之與半底相加減則得大小二分底而分全形爲二句股形可依前法求其高卽爲中垂線.

其代數式如 $\frac{甲乙}{(丙甲+丙乙)(丙乙-丙甲)}=甲丁-丁乙$ 卽 $\frac{二甲乙}{丙乙^{二}-丙甲^{二}+甲乙^{二}}=甲丁$ 所以 $\sqrt{丙甲^{二}-甲丁^{二}}=丙丁$ 也觀下圖

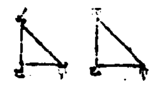
題 如圖甲乙底爲九尺九寸二分八釐丙乙邊八尺丙甲邊五尺求中垂線丙丁



依上法作比例 九·九二八:八+五::八−五:三·九二八 得甲丁與丁乙之較則 $\frac{二}{三·九二八}=一·九六四$ 將此數與 $\frac{二}{九·九二八}$ 相加得 $四·九六四+一·九六四=六·九二八$ 爲丁乙大分底乃以 六·九二八 爲腰八爲底如直角形求餘一腰之法得 $\sqrt{八^{二}-六·九二八^{二}}=四$ 卽爲丙丁垂線之數.

有三角形之任兩數與同式形相配之一數求其同式形相配之又一數

法曰此當以比例術求之如圖甲乙丙甲乙丙兩形既



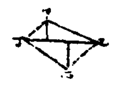
同式則有比例如 甲乙∶乙丙∷甲乙∶乙丙 或 甲乙∶乙丙∷甲乙∶乙丙

題　設有一竿高四尺日影在地長五尺同時中有一樹影長八十三尺求樹之高數

依上法得比例式 五∶四∷八三∶六六·四 卽樹之高

第四款　四不等邊形

凡形有四邊而各不相等謂之四不等邊形



法先作對角線丁乙分本形爲兩三角形次自甲丙兩角點各作垂線至對角線將此兩垂線之和以對角線乘之得數半之卽面積

其代數之式如 $\frac{乙丁(甲戊+丙己)}{二}=$面積

題　有四不等邊形其對角線爲一百二十五尺兩垂線爲三十七與五十尺求其面積

依法得 $\frac{一二五(五〇+三七)}{二}=\frac{一〇八七五}{二}$ 所以 $\frac{一〇八七五}{二}=五四三七·五$ 爲所求

如在四不等邊形之外作一平圜而形之四角皆切圜界則形內之兩對角彼此互爲外角而兩對角之和必與兩直角等

其法以四邊之和折半與四邊一一相減次以四較連乘之得數開平方卽得面積

題　有四不等邊形其四邊爲十五十三十四寸二尺其兩對角彼此互爲外角求其面積

依法得 $\frac{一五+一三+一四+一二}{二}=\frac{五四}{二}=二七$ 則 $二七-一五=一二$ 而 $二七-一三=一四$ $二七-一四=一三$ $二七-一二=一五$ 所以 $一二\times一四\times一三\times一五=三二七六〇$ 卽得 $\sqrt{三二七六〇}=一八〇·九九…$

第五款　二平行四邊形

凡四邊形祇有二邊爲平行者則謂之二平行四邊形

法曰併二平行邊數以相距之數乘之得數半之卽面積案或以二平行邊之半和與相距相乘亦得面積

其代數之式如 $\frac{甲辛(甲乙+丙丁)}{二}=$面積　甲乙丙丁爲二平行邊　甲辛爲相距

題　如本圖甲乙丙丁二邊爲一百與一百三十二尺相距甲辛爲六十二尺五寸求其面積

依法得 $\frac{六二·五(一〇〇+一三二)}{二}=\frac{一四五〇〇}{二}$ 故 $\frac{一四五〇〇}{二}=七二五〇$ 爲所求

第六款　多邊形

凡自三邊以上之各種平面形若其各邊相等或各角相等者則謂之多等邊形不相等者則謂之不等多邊形

先論求多等邊形之面積觀下法曰以一邊與從心至邊之垂線相乘次以邊數乘之得數半之卽面積

其代數式如　面積 $=\frac{五\,甲乙\,丙戊}{二}$

題　如上圖五等邊形之邊甲乙長五尺垂線丙戊長四尺又四分尺之一求其面積

依法得 $五(四\frac{一}{四})\times\frac{五}{二}$ 爲邊與垂線及邊數之相乘積所以 $\frac{一〇六\frac{一}{四}}{二}=五三\frac{一}{八}$ 爲所求

設有等邊多等邊形之一邊尙未知其垂線而徑求面積其法曰以一邊自乘與下表中所有本邊形之乘數相乘卽得面積

題　有四等邊形每邊長七〇七一〇六七八求其面積

依法得 $(七〇七一〇六七八)^{二}\times一〇$ 以表中之乘數一乘之仍得五〇卽所求

設有任何等邊形已知其從心至邊之垂線欲求形外切圜之半徑其法曰將已知之垂線與下表甲行之數相乘卽得

題　平圜內容六等邊形其從心至邊之垂線爲四三三求平圜之半徑

依法得 $四三三\times一一五四七$ 爲所求

設有任何多等邊形之外切圜半徑欲求形之一邊其法曰置外切圜半徑數以下表乙行之數乘之卽得

題　有五等邊形其外切圜徑爲八五求形之一邊

依法則 $\frac{八五}{二}=四二五$ 爲半徑所以 $四二五\times一一七五六一一一五$ 爲所求

設有任何等邊形之一邊欲求外切圜半徑其法曰將形之一邊與下表丙行之數相乘卽得

題　有六等邊形每邊五寸求外切圜半徑

依法得 五×[illegible] 爲所求

設有任何等邊形之一邊求內容圜半徑其法曰以邊與下表丁行之數相乘卽得

題　有六等邊形每邊五寸求其內容圜半徑

依法得 五×·八六六＝四·三三 爲所求

設有任何等邊形已知其邊數與面積欲求其一邊與內容或外切圜之半徑其法曰以面積之平方根與下表戊行之數相乘則得邊長與巳行之數相乘則得外切圜半徑與庚行之數相乘則得內容圜半徑

題　有四等邊形其面積爲十六寸求其邊

依法得 $\sqrt{一六}$＝四 則 四×一＝四 爲所求

下表之角度行便於用雙比例尺以作各形假如求作八等邊形則試檢表中得四十五度角次依比例尺以通弦六十爲半徑卽於半徑上作平圜而在比例尺之通弦上取其長數四十五將此相距度圜界則所度之各點成八等邊形之各邊　其等邊形角度行內之數爲多等邊形之任相連之二邊所成之角度　其切線行內之數爲與角度行相配之各切線

多等邊形表

邊數	以邊求面積	甲	乙	丙	丁
三	·四三三○一三	二	一·七三二	·五七七三五	·二八八七
四		一·四一四	一·四一四二	·七○七一	·五
五	一·七二○四七七	一·二三六	一·一七五六	·八五○六	·六八八二
六	二·五九八○七六	一·一五五	一	一	·八六六
七	三·六三三九一二	一·一一	·八六七七	一·一五二四	一·○三八三
八	四·八二八四二七	一·○八二	·七六五三	一·三○六六	一·二○七一
九	六·一八一八二四	一·○六四	·六八四	一·四六一九	一·三七三七
一○	七·六九四二○九	一·○五一	·六一八	一·六一八	一·五三八八
一一	九·三六五六四	一·○四二	·五六三四	一·七七四七	一·七○二八
一二	一一·一九六一五二	一·○三五	·五一七六	一·九三一九	一·八六六

邊數	戊	己	庚	角度	等邊形角度	切線
三	一·五一九七	·八七七四	·四三八七	一二○°	六○°	·五七七三五
四	一	·七○七一	·五	九○°	九○°	一
五	·七六二四	·六四八五	·五二四七	七二°	一○八°	一·三七六三八
六	·六二○四	·六二○四	·五三七三	六○°	一二○°	一·七三二○五
七	·五二四六	·六○四五	·五四四六	五一$\frac{三}{七}$°	一二八$\frac{四}{七}$°	二·○七六五二
八	·四五五一	·五九四六	·五四九三	四五°	一三五°	二·四一四二一
九	·四○二二	·五八八	·五五二五	四○°	一四○°	二·七四七四八
一○	·三六○五	·五八三三	·五五四八	三六°	一四四°	三·○七七六八
一一	·三二六八	·五七九九	·五五六五	三二$\frac{八}{一一}$°	一四七$\frac{三}{一一}$°	三·四○五六八
一二	·二九八九	·五七七四	·五五七七	三○°	一五○°	三·七三二○五

第七款　多等面體（謂各面皆等之體）

凡多等面體欲求皮積或有其內外球之半徑而欲求其邊（卽稜）其公法曰以邊之平方數或內外球之半徑與下表中相配之數相乘卽得

題　有六面體其邊五寸求其皮積

依法得 $(五)^{2}$×六＝二五×六＝一五○ 爲所求

設有多面體之皮積求其邊則以皮積開平方與下表末行之數相乘卽得

題　有六面體其皮積六寸求其邊

依法得[illegible]一爲所求

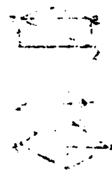
上設二題所以明此表之用法也自六面體以上均可倣此推算

多等面體表

面之數	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
六	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
八	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

第八款　不等邊多邊形

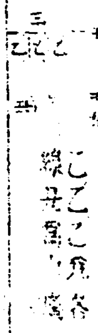
凡求不等邊多邊形之面積另有公法如圖將原形作對角線丁己丁庚庚丙庚乙分爲諸三角形次將各形依常法一一求其面積而併之即得原形之面積



如其面爲雜線角形亦必分原形爲若干有法之形依常法求各分形之面積將各積相加則得全面積

如原形中任一分形有以曲線爲界者則在形之底線謂曲線界之對邊上作若干垂線各線之相距必等次量各線之長而併其數以線數約之即得形之中廣數乃將此數與底線相乘即得面積　下設一圓以明其用法

其公式如



第九款　平圜

凡一直線過圜心兩端俱至界者曰徑

凡圜內之直線一端至心一端至界者曰半徑

凡一圜周均分爲三百六十度每度爲六十分每分爲六十秒

平圜求周

一法曰置徑數以三一四一六乘之即得

二法曰置徑數以二十二乘之以七約之即得

三法曰置徑數以三百五十五乘之以一百十三約之即得

題　有平圜徑一寸又四分寸之一求其周

依第三法得[illegible]爲所求　案此式中所用三一四一六之數蓋先以一百十三約三百五十五所得之數也

平圜求徑

一法曰置周數七倍之次以二十二約之即得

二法曰置周數以三一四一六約之亦得

三法曰凡在一直線上所作平圜與平方恆有比例故可以七八五四約圜面積得數開平方亦得圜徑

平圜求面積

一法曰置徑數自乘以七八五四乘之即得

二法曰置周數自乘以〇七九五八乘之即得

三法曰置周徑數各半之相乘即得

四法曰半徑自乘以三一四一六乘之亦得

題 平圜徑八寸求其面積

依第一法得 八八 [illegible] 則 [illegible] 爲所求

第十款 平圜各種相求法

今以徑一周三一四一六爲例試以巳代周則得巳之各同數如下

巳	三一四一五九二六五三五八九
二巳	六二八三一八五三〇七一七九
四巳	一二五六六三七〇六一四三五九
巳/二	一五七〇七九六三二六七九四
[illegible]	一七八五三九八[illegible]九七
[illegible]	四一八八七九
[illegible]	〇五二三五九八
[illegible]	九二六九九
[illegible]	[illegible]一七[illegible]九
[illegible]	[illegible]八七一六
[illegible]	八八六二二六
[illegible]	〇五[illegible]九九三三五

今設圜徑一〇則得各數如下

二分圜周之弧其通弦爲一〇

四分圜周之弧其通弦爲七〇七一〇六七

二分圜周之弧其正矢爲五

四分圜周之弧其正矢爲一四六四四六六

八分圜周之弧其通弦爲三八二六八三三

四分圜周之弧其半通弦爲三五三五五三三

半圜弧之長爲一五七〇七九六三

半圜弧之半長爲七八五三九八一

四分圜周之弧其通弦之平方爲五〇

四分圜周之弧其正矢平方根爲一二一〇一五一

四分圜周之弧其正矢之平方爲二一四四六六四

八分圜周之弧其通弦之平方爲一四六四四六七

四分圜周之弧其半通弦之平方爲一二五

由此可見右列諸數其相配之巳爲三一四一六 四巳爲七八五四 六巳爲五二三六是也 凡多位小數可加一於左而乘其末位則得簡數如三一四一五九其五位小數今欲簡之則以一加五而棄其末位九即得三一四一六也

有角度與半徑求其弧

法曰以三·一四一六與半徑相乘次以角度乘之得數
以一百八十約之卽得
又法以〇·一七四五三二九與半徑相乘次以角度乘
之亦得
如欲求分數之弧則以〇·〇〇〇二九〇八八九乘半徑
加欲求秒數之弧則以〇·〇〇〇〇〇四八四八乘半徑
一題 有弧線甲丙乙如圖其角爲九十度半徑辰乙
五十寸求甲丙乙線之長

依法得 則 爲所求
二題 已知半徑十寸角四十四度三十分三十秒求
其弧
依法先得 則 爲四十四度角之弧次得
以三十分乘之卽 爲三十分角之弧末得
以三十秒乘之卽 爲三十秒角之弧乃將三弧數
相加則得弧之全數七七六八一一六八七
又法將分數與秒數化作一度以下之小分數而以
一七四五三二九乘之亦同卽如化三十分三十秒
之小分數爲五〇八三則其爲四四五〇八三以一
七四五三六九乘之亦得七七六八一一六三也
有全弧之通弦並半弧之通弦求其弧
法曰置半弧通弦之八倍數以全弧之通弦減之餘以
三約之卽得弧之略數
其代數式如 丙代兩通弦 丁代弧線
題 如前圖甲乙爲通弦四十八寸甲丙爲半弧通弦
三十寸求甲丙乙弧線
依法得 爲半弧通弦之八倍數則 故 爲所
求
有通弦與正矢求其弧
法曰以通弦之平方與正矢平方數之四倍相加開平
方以十倍正矢平方乘之次以十五倍通弦平方與三
十三倍正矢平方之和約之再將約得之數加入半弧

通弦之二倍數通弦平方與四倍正矢平方之和之平方根卽等於半弧通弦之二倍數卽得弧之略數

其代數式如

亥爲正矢丙爲通弦丙爲半弧通弦

題 有通弦八十寸正矢三十寸求其弧

依法得 爲通弦平方 爲正矢平方 爲通弦平方與四倍正矢平方之和之平方根卽等於半弧通弦之二倍又 爲上根數與十倍正矢平方之相乘積惟因 爲十五倍通弦平方 爲三十三倍正矢平方故此兩數之和爲 卽得 以半弧通弦之二倍數一〇〇加之卽得一〇七二五九九爲弧也

有圜徑與正矢求其弧

法曰以半弧通弦之二倍與十倍正矢相乘得數以二十七倍正矢與六十倍圜徑之較約之次將約得之數與半弧通弦之二倍相加卽爲弧之略數

其代數式如

乙爲徑丙爲半弧通弦亥爲正矢丁爲弧綫

題 有圜徑一百尺正矢二十五尺求其弧

得 爲半弧之通弦則 爲二倍半弧通弦與十倍正矢之相乘積又 爲二十七倍正矢與六十倍圜徑之較所以 次以二倍半弧通弦加之卽得一〇四六九四八爲弧也

有半弧之通弦與本弧之正矢求本弧之通弦

法曰以半弧通弦平方與正矢平方相減餘開平方得有倍之即得

其代數式如 $2\sqrt{\text{丙}'^{2}-\text{亥}^{2}}=\text{丙}$ 丙為通弦丙為半弧通弦亥為正矢

題 有半弧通弦六十寸本弧正矢三十六寸求本弧通弦

依法得 $2\sqrt{\text{三六〇〇}-\text{一二九六}}$ 則 $2\times\text{四八}=\text{九六}$ 爲所求

有圜徑與正矢求弧之通弦

法曰倍正矢以減徑餘自乘之又與徑平方相減餘開平方即得

其代數式如 $\sqrt{\text{丁}^{2}-(\text{丁}-2\text{亥})^{2}}=\text{丙}$ 丙為通弦丁為徑亥為正矢

題 圜徑一百寸正矢三十六寸求弧之通弦

依法得 $\sqrt{\text{一〇〇〇〇}-\text{七八四}}$ 則 $\sqrt{\text{九二一六}}$ 所以 九六 即所求

有通弦與正矢求其半弧之通弦

一法曰以通弦自乘加入正矢平方之四倍數開平方得數半之即得

二法曰將通弦折半自乘而與正矢平方相加開平方即得

其代數式如 $\sqrt{\frac{\text{丙}^{2}}{4}+\text{亥}^{2}}=\text{丙}'$ 或 $\frac{1}{2}\sqrt{\text{丙}^{2}+4\text{亥}^{2}}=\text{丙}'$ 丙為通弦丙為半弧通弦亥為正矢

有半弧通弦與本弧正矢求圜徑

一法曰置半弧通弦之平方以正矢約之即得

二法曰半通弦平方與正矢平方相加以正矢約之亦得

其代數式如 $\frac{\text{丙}'^{2}}{\text{亥}}=\text{乙}$ 或 $\frac{\frac{\text{丙}^{2}}{4}+\text{亥}^{2}}{\text{亥}}=\text{乙}$ 乙為徑丙為通弦亥為正矢

有半徑及半弧通弦求本弧正矢

置半弧通弦平方數以圜徑約之即得

其代數式如 $\frac{\text{丙}^{2}}{\text{乙}}=\text{亥}$ 乙為徑丙為半弧通弦亥為正矢

有通弦與圜徑求其正矢

法曰將徑平方與通弦平方相減餘開平方得數以減

圓徑餘半之即得

其代數式如　乙為倍內爲通　戊為正矢

設所求之正矢大於半徑則法以徑平方與通弦平方相減餘開平方得數轉與徑相加半之即得

其代數式如　乙為徑　丙為通　戊為大分

凡圜面積與等積之平方及圜界內外兩平方皆有比例其相求之法如下

置圜徑數以八八六二乘之或以二八二一乘圜周皆得等積平方之邊

置圜徑以七〇七一乘之或以二二五一乘圜周或以圜面積與徑約九〇〇三之得數相乘皆得圜內平方邊

以圜內平方邊與一一四四二相乘則得圜徑

以圜內平方邊與四四四三相乘則得圜周

以平方邊與一一二八相乘則得等積平圜之徑

以平方邊與三五四五相乘則得等積平圜之周

以平方積與一二七三相乘則得等邊線之平圜積

等邊線者言圜徑與方邊相等也

平圜內平方積爲圜外平方積之半

第十一款　分圜形

凡在平圜內依半徑割一小分者名曰分圜形

如圖甲丙乙爲殘周甲辰乙辰兩線皆爲半徑辰爲其角度

如將角度與半徑求其面積則有比例以全圜三百六十度與本形角度之比若全圜面積與本形面積之比

其代數式如　甲爲全圜面積　丁爲本形角度

題　設半徑爲五寸角爲二十二度三十分求其面積

先求五寸徑之面積爲七八五四乃依本法設比例

即所求之面積也

已知其殘周而求面積法以半徑折半與周相乘即得

其代數式如　乙爲殘周　丙爲半徑

第十二款　平圜截積

凡在平圜內任截其一分名曰平圜截積

如圖甲乙丙丁爲平圜截積甲丙爲其通弦乙丁爲其正矢乙戊爲本平圜之徑乙辰爲半徑

設有通弦與正矢及半徑而求其積其第一法曰如截積小於半平圜則先依上款之法求得與本積同弧之分圜形面積次求得本積之通弦（如甲丙）與分圜形之二半徑所成之三角形面積（如甲丙辰）以減分圜形面積餘卽本截積數也

系以正矢與半徑相減餘與半通弦相乘卽得三角形面積

第二法曰如截積大於半平圜則依本款第一法求得其餘積（餘積者謂本平圜內除本截積以外所餘之積也）而與全圜積相減餘卽本截積數

題 有通弦一四·一四二圜徑二〇·正矢二·九二九求其積

先求得 $\frac{一四一四二}{二}=七·〇七一$ 爲半通弦 $\sqrt{(七·〇七一)^2+(二·九二九)^2}=七·六五四$ 爲半通弦平方與正矢平方之和之平方根卽爲半弧之通弦（如甲乙）次依第十款有圜徑與正矢求弧之法得 $(二\times七·六五四)\times(十\times二·九二九)=四四八·三七$ 爲二倍半弧通弦與十倍正矢乘得之數又得 $(六十\times二〇)-(二十七\times二·九二九)=一一二〇·九一七$ 爲六十倍圜徑與二十七倍正矢之較則 $\frac{四四八·三七}{一一二〇·九一七}=·四〇〇$ 而 $(四)+(二\times七·六五四)=一五·七〇八$ 卽爲本截積之弧（如甲乙丙）次用第十一款之法得 $\frac{一五·七〇八\times一〇}{二}=七八·五四$ 爲弧與半徑之半乘得之數卽爲分圜形（如甲丙乙辰）之面積乃用三角形法得 $一〇-二·九二九=七·〇七一$ 爲半徑與正矢之較（如丁辰）則 $七·〇七一\times七·〇七一=五〇$ 爲三角形面積（如甲丙辰）所以 $七八·五四-五〇=二八·五四$ 爲本截積數

如有通弦與正矢及半弧之通弦而求其積則法以兩通弦相加再以三分半弧通弦之一加之得數以正矢乘之又以四〇四二六乘之則得本截積之略數

其代數式如 $\left(\text{丙}\perp\frac{\text{亥}^{二}}{\text{三}}\right)\text{亥}\cdot\text{○五}=\text{地}$ 丙為通弦丙亥為半弧通弦亥為正矢

題 通弦二十八寸正矢六寸半弧之通弦十五寸求其積

依法得 $\left(\text{二八}\perp\text{五}\perp\frac{\text{二五}}{\text{三}}\right)=\text{四八}$ 則 $\text{六}\times\text{四八}\times\cdot\text{四二六}=\text{一一六四二七}$ 如所求

如有通弦與正矢而不知半弧之通弦則先求得半弧通弦然後如上法求其積

第十三款 球形

凡體之任一處而距心相等者曰球如圖

法以徑乘周得數即為皮積

如以丁代徑丙代周則公式如 $\text{丁}\times\text{丙}=\text{天}$ 或令未為半徑巳為周徑比例率 如三一四一六 則 $\text{四巳未}^{二}=\text{天}$ 又如 $\text{乙丁}^{二}=\text{天}$

以下公式凡遇皮積皆代作天遇曲面積皆代作地

題 球徑十寸求其皮積

依法將十寸與相配之周三一·四一六相乘即得三一四·一六為皮積

截球體

如圖甲乙丙辰為截體法以球周與高乙辰相乘得數為甲乙丙曲面積加入底面積甲辰丙即得皮積

其代數式如 $\text{辛丙}=\text{地}$ 又 $\text{辛丙}\perp\text{乙}=\text{天}$ 辛為高丙為周乙為底面積

題 截球體高三尺六寸圓徑十尺求曲面積與皮積

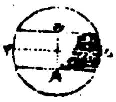
依法得 $(\text{三六})(\text{三}\cdot\text{一四一六})=\text{一一三}\cdot\text{○九七六}$ 為曲面積 次求底面積惟因底面之徑即等於曲面弧 如圖之甲乙丙弧 之通弦 如甲丙線 其正矢即等於高 如辰乙 故可依第十款法得 $\text{一○}\top\text{三六}=\text{六四}$ 則 $\sqrt{(\text{六四})(\text{三六})}\cdot\text{二}=\text{九六}$ 為通弦又用第九款平圜求面積法得 $(\text{九六})^{二}\cdot\text{七八五四}=\text{七二}\cdot\text{三八二四六四}$ 即底面積次以前所得之曲面積一一三○九七六加之則得一八五四八○○六四為皮積也

設但有底面之徑與本體之高而不知球徑則先以半

底徑之平方與高之平方相加以高約之卽得球徑餘如前法

二平面截球體

凡球依平面截其兩對面則所餘之中段謂之二平面截球體如圖甲乙爲球徑丙庚爲高



法曰以球周與高相乘卽得曲面積加入二平面卽皮積

其代數式如 辛丙＝地 辛爲高 丙爲周

題 球徑二十五寸截體高八寸求其曲面積

依法得 (二五)(三.一四一六)八＝六二八.三二 卽曲面積數

如不知其球徑而欲求皮積則先以兩通弦半和與兩通弦之半較相乘得數以高約之次將約得之數與高相加自乘之而加入小通弦平方將此和數開平方卽得球徑餘如前法

第十四款 長橢圜與扁橢圜體

凡橢圜體以長徑爲軸者曰長橢圜體以短徑爲軸者曰扁橢圜體

如圖爲長橢圜體法以長徑甲乙短徑丙丁各自乘相加折半開平方以三.一四一六乘之又以短徑乘之卽得皮積

其代數式如 丁爲長徑 子爲短徑

題 有長橢圜體長徑十四寸短徑十寸求其皮積

依法得 則 故 如所求

求扁橢圜體之皮積法以長短二徑各自乘相加折半開平方以三.一四一六乘之又以長徑乘之卽得皮積

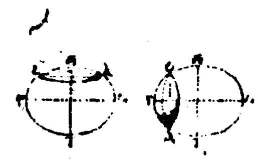
其代數式如

題 有扁橢圜體長徑十四寸短徑十寸求其皮積

依法得 則 故 爲所求

長橢圜與扁橢圜之截體

如圖甲己庚爲長橢圜截體丙己戊爲扁橢圜截體法以長徑甲乙短徑丙丁各自乘相加折半開平方乃設比例以徑長橢圜截體用長徑扁橢圜截體用短徑爲一率方根爲二率截體之高爲三率求得四率與徑長橢圜體用短徑扁橢圜體用長徑相乘又以三·一四一六乘之得數即爲曲面積也



其代數式如

[illegible] ＝ 地

題 長橢圜體長徑十四寸短徑十寸其截體高如圖甲辰四寸求截體之曲面積

依上法得式

$\sqrt{\frac{一四^2+一〇^2}{二}}$ ＝ 一二·一六五五

其比例式如

一四：一二·一六五五∷四：三·四七五八

故得

一〇×三·一四一六×三·四七五八＝一〇九·一九五七

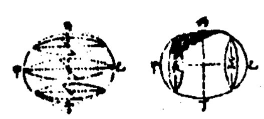
如所求

題 扁橢圜體長徑十四寸短徑十寸其截體高如圖丙辰四寸求截體之曲面積

依上法求得曲面積二一四·〇二七二

長橢圜與扁橢圜之二平面截體

如圖長徑甲乙短徑丙丁各自乘相加折半開平方次設比例以徑長橢圜體用長徑扁橢圜體用短徑爲一率方根爲二率截體之高爲三率求得四率以與體平行之徑乘之又以三·一四一六乘之即得曲面積 其代數式同前



題 如上圖長橢圜體長徑甲乙十四寸短徑丙丁十寸二平面截積丙戊丁辰之高辰戊爲六寸求其曲面積

先求得二徑平方之半和之平方根一二·一六五五

次設比例

一四：一二·一六五五∷六：五·二一三八

則

五·二一三八×一〇×三·一四一六＝一六三·七九六七

爲所求

第十五款 平行線間截圜積

凡平圜依直線截其兩對邊則所餘之面謂之平行線間截圜積

如圖甲丙丁庚辛乙爲截積法先求得甲辛丙庚平行四邊形面積次以甲辛丙庚上兩

弧分加之即得本截積數

又法將甲丑丙辛子庚兩餘積之和與丁子乙丑全面積相減亦得

其代數式如 甲爲平行四邊形 申爲兩圜分和

設截積之二平行邊不相等又不知其圜徑則法以大小二邊之半和與二邊之半較相乘得數以寬約之次將約得之數與寬相加自乘之兩與小邊平方相加以其和開平方卽得圜徑餘如下法求之

如圖大邊辛庚九十六寸小邊甲丙六十寸寬甲己二十六寸求其面積

先依求圜徑法得式 爲二邊之半和又 爲二邊之半較故 爲和較相乘以寬約得之數惟因 爲上數與寬之和所以 爲圜徑次得 卽甲辛丙庚平行四邊形之面積餘用下法求其甲辛丙庚線上兩圜分加之卽得全面積

求兩圜分之法先求弧甲乙辛丙丁庚之通弦次求其正矢

求通弦之法曰以木形之寬甲己爲直角三邊形之高通弦甲辛爲三角形之弦甲丙辛庚兩截線之半較爲三角形之底故可依句股求弦法求其通弦甲辛

如以前題之寬甲己二十六寸爲高 爲辛己底則 爲甲辛或丙庚通弦也

求正矢之法曰將半徑平方與半通弦平方相減餘開平方以減半徑卽得

如前題所求圜徑已得式 則 爲半徑平方積又 爲半通弦平方積所以 爲兩積較之平方根則得 爲正矢乙戊

已得正矢二五六五八平圓徑一〇〇則可用第十款之法得[illegible]爲半弧之通弦甲乙求得甲辛弧爲[illegible]次用第十一款法得式[illegible]爲弧與半徑之半之相乘積卽分圜形面積也惟因[illegible]爲三角形與分圜形兩積之較卽本款積之一圜分甲乙辛戊面積所以得[illegible]爲兩圜分乃將此數與前得之二平行四邊形面積二一〇二八相加得二一一三六七三三八爲所求之截積也

第十六款　圜柱形

凡有直立之長方形以任一縱線爲軸而繞轉一周則所成之體曰圜柱

法以高乘周得曲面積矣以二平面加之卽得皮積

其公式如[illegible]丑爲高丙爲周甲爲二平面之和

題　如本圜柱徑丙丁三十寸高甲乙五十寸求其皮積

先求周得[illegible]則[illegible]爲柱之曲面積又[illegible]爲二平面之和所以[illegible]爲皮積

如但欲求曲面積則不必以二平面加之

第十七款　各種柱形

凡柱體之周圍苟非如前款所言之圜周則必爲若干四邊形而其兩端之平面不能必爲四邊形而上下二面積仍相等若上下二面不相等者則謂之截錐體而非柱矣所以其平面成某形者則名之曰某類柱形

如圖一爲方柱一爲三角柱皆因其上下二平面名之自五邊形以上悉倣此

求各種柱形之皮積有一公法將其周圍諸面一一分算併之或求得一箇面積視其面數而倍之然後以上

下二平面加之卽得

其公式如 甲爲底面甲爲四邊形面卯爲倍數

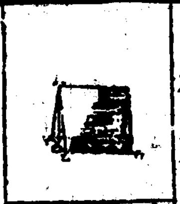
題 如上圖方柱邊甲乙十二寸其高乙丙二十寸求其皮積

依法得 爲一平面則 爲二平面之和又 爲甲乙乙丙矩形之面積故 亦得 卽皮積也

第十八款 劈形體

凡體有三面爲不行四邊形而其兩端之面皆爲三角形者謂之劈形體 其求皮積之法與三角柱同

題 如圖甲乙丙丁四邊形長二十寸寬二寸其高戊己二十寸求體之皮積



先求得 爲戊己甲三角形之戊己己甲兩積數則 爲戊甲線故得 卽戊甲甲丁矩線內及戊乙乙丙矩線內兩面積又 爲甲乙丙丁面積 爲二倍甲戊乙面積所以得 爲皮積

第十九款 方錐截積

凡方錐體依平面截去其上尖則所餘者謂之截積

如圖甲乙丙丁爲頂面戊己庚辛爲底面

丙庚爲斜高

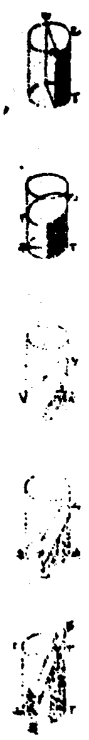
法將體之六面一一求之得數併之卽皮積

題 截積之頂面每邊八寸底面每邊十寸斜高二十五寸求其皮積

依法得頂面積 底面積 斜面積 四倍斜面積 併之得 爲皮積

第二十款 圓柱截積

凡圓柱依平面任截去一分則所餘者謂之截柱積



一法曰如其剖面與柱之軸平行則如第一圖將一端之弧甲乙丙與高乙丁相乘即得曲面積

題 柱徑甲丙爲十寸高乙丁爲五十寸截積厚爲五寸求其曲面積

依法得　爲半徑因題言厚五寸即等於甲乙丙弧之正矢而正矢既等半徑則弧必等於半周即

所以　如所求

二法曰如其剖面不與上下二平面平行則如第二圖甲乙以截積之兩高數甲丙乙丁相加折半以乘底周即得曲面積

題 截積之徑丙丁爲十寸高乙丁爲二十五寸甲丙爲十五寸求其曲面積

先求得周　又　爲中高數所以　如所求

三法曰如其剖面不過柱之軸線而其正矢不大於半弧之正弦則如第三圖以剖底丁庚己弧之半丁庚其正弦丁甲與柱徑戊庚相乘得積以弧與餘弦相乘積減之如餘弦爲〇則相乘積亦爲〇餘以正矢甲庚約高丙庚之數乘之即得曲面積

題 截積之半弧丁庚其正弦丁甲爲五寸高丙庚爲十寸柱徑戊庚爲十寸求其曲面積

依法得　爲柱徑與半弧正弦之相乘積準第十款之理正弦等於半徑則倍弧必等於半周即一五七〇八又因正弦既等半徑則餘弦必爲〇與弧相乘仍爲〇所以　則得　如所求

四法曰如剖面過柱之軸而正矢大於半弧之正弦則如第四圖以半弧丁庚之正弦丁甲與柱徑辛庚相乘得數以正弦正矢之較與弧相乘之積加之次以正矢約高之數乘之即得曲面積

題 截積之半弧丁庚其正弦丁甲爲十二寸半正矢甲庚爲十六寸高丙庚爲十六寸柱徑辛庚爲二十

五寸求其曲面積

依法得一二〇五一一〇五〇爲半弧正弦與柱徑之相乘積準第十款

之理凡大於半圜周之弧可求其餘弧以減全周而

得之故得二九三六四爲丁庚己弧以乘正弦正矢較得四六三九二一一六二七三二一

加入前積數三〇〇得二七三二六四惟因正矢約高爲一六一一六故得二七三二六一一

如所求二七三二六一一

系如弧之正弦爲〇則正矢必等於圜徑

五法曰如剖面斜過柱之兩端如第五圖則試以剖面

辰戊與柱高甲丁各引長之遇於辰則得比例爲截積

二正矢戊甲辰丁之較與上端正矢戊甲之比若柱高

甲丁與辰甲之比既有辰甲之數則得甲戊辰與未庚

辰兩截積可依前兩法求其兩截積之曲面積相減即

得戊甲未丁庚曲面積

第二十一款　初月形

凡以不同心之二平圜弧爲界所成之面爲初月形

如圖甲戊丙甲丁丙爲二平圜弧甲丙爲通

弦乙戊乙丁爲正矢法先求二弧內之面積

相較餘即甲丁戊丙初月形面積也

題　通弦二十寸二正矢二寸與三寸求初月形面積

先用第十款平圜求徑第二法得甲丁丙弧之徑爲

二五一三二　甲戊丙弧之徑爲二五一三　次依第十二款平圜求

截積法得甲丁丙乙甲戊丙乙二積數爲七〇·五五

七七與二七·一六三八相較餘四三·三九三九即所

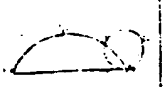
求

準幾何理以直角三邊形之三邊爲徑而各作平圜則

得二初月形其二形面積之和適與三邊形面積等

第二十二款　擺線

凡輪依直線輾於平面其周之一點所過之道曰擺線



如圖甲申丙爲擺線甲乙丙爲其母輪

法以母輪面積三倍之即得擺線內之面

積

題　母輪面積一一五四五求擺線內之面積

依法得 如所求

求擺線之長

法曰四倍母輪之徑卽得擺線之長

題 母輪徑八寸求擺線長幾何

依法得 如所求

擺線者卽重物墜下所行極速之曲線也重物循此曲線而行自起點至止點其所行之路比循他線而行者歷時更少

第二十三款 環形

凡大小二平圜同心相掩其小圜外之面積曰環形

法以二圜積相減餘卽環形面積

第二十四款 環體

凡圜柱形彎其二端相遇成一圜圈者曰環體（因其剖面爲環形也）

如圖甲乙爲環徑乙丙爲內徑

法以環徑內徑相加以環徑乘之又以九八六九六乘之卽得皮積

題 已知環體之徑爲二寸其內徑爲十八寸求其皮積

依法得 爲環徑內徑之和則 如所求

第二十五款 環形雜體

如圖甲乙爲環徑乙丙爲長徑戊己爲短徑

法先求體之中線次以環周乘之卽得皮積

其代數式如 （丙爲中線 丑爲環周）

求體之中線另有公法如下

設其體略如長圜形者則如本款第一圖法以短徑與環徑相加以三一四一六乘之又以長短二徑較之二倍加之卽得中線

設其體略如橢圜形者則如第二圖法以短徑與環徑之和及長徑與環徑之和各自乘相加折半以三一四一六乘之得數卽中線

題 長圜形環體之徑一寸長徑十二寸五分短徑二寸五分求其皮積

先用求中線法得式 則 爲兩端分之中線又

一為兩中分之中線所以 [illegible] 為中線乃以一寸徑相配之周三·一四一六乘之卽得皮積九七三七五八

第二十六款　圓錐形

凡直角三邊形以一腰為軸而旋轉一周則謂之圓錐形

如圖甲乙為底徑丙甲為斜高

法以底周與斜高相乘得數半之加入底面積卽得皮積

其公式如 [illegible] 丙為底周辛為斜高甲為底面積

題　圓錐底徑三寸斜高十五寸求其皮積

先求三寸徑之周為九·四二四八則 [illegible] 七〇·六八六為曲面積又因三寸徑之面積為七·〇六八六所以 [illegible] 七七·七五四六如所求

圓錐截積

如圖甲乙丙丁為截積甲丁為斜高

法曰以上周與下周相加以斜高乘之得數半之加入上下二平面卽得皮積

其代數式如 [illegible] 丙為上周申為上平面餘依前式

題　截積之上周一五·七一下周二三斜高二六求其皮積

依法得 [illegible] 為曲面積又 [illegible] 為上下二平面之和所以 [illegible] 如所求

第二十七款　多邊形錐體

凡錐體之底面為三邊四邊等形而其斜面皆成三邊形者則曰多邊形錐體

如圖甲乙為底邊甲丙為斜高


法以底周乘斜高得數半之加入底面積即得皮積

其代數式如 二分天乂甲丄甲二＝天 代法同前款

題 有四邊形錐體如第一圖底邊各十二寸斜高四十寸求其皮積

先得 四乂一二＝四八 為底周 二分四八乂四〇＝九六〇 為曲面積所以 (一二)二丄九六〇＝一一〇四 如所求

多邊形錐體截積

如圖丁丙為頂邊甲乙為底邊

法以上下二周相加與斜高相乘得數半之加入上下二平面即得皮積

其代數式如 二分(甲丄丙)天丄甲二丄丙二＝天 代法仍前款

題 有四邊形錐體截積如上圖頂邊各九寸底邊各十寸斜高二十寸求其皮積

先得 四乂九＝三六 為上周 四乂一〇＝四〇 為下周 三六丄四〇＝七六 為二周和則 二分七六乂二〇＝七六〇 為曲面積又因 九乂九＝八一 一〇乂一〇＝一〇〇 為上下二平面所以 七六〇丄八一丄一〇〇＝九四一 如所求

第二十八款 圓柱螺線

凡線斜繞于圓柱之外面而斜推者謂之圓柱螺線

法以線每繞一周所進之數自乘之而與周平方相加開平方得數次以線之周數乘之則得線之長數

其代數式如 卯√(丙二丄辛二)＝線長 丙為周辛為繞進數卯為線周數

題 圓柱周二十二寸線每繞一周進十六寸其繞三周半求螺線長幾何

依法得 (二二)二丄(一六)二＝七四〇 則 三.五乂√七四〇＝九五.二… 如所求

第二十九款 平面螺線

凡線在平面上繞心點而旋轉則此線謂之平面螺線

如圖甲乙為小徑丙丁為大徑

法以大小二徑相加折半而與三·一四一六相乘又以線之周數乘之所得線之長數如已得大小二徑則取其中長數以線之周數乘之

其代數式如 $\frac{丁\perp子}{二}\times三\cdot一四一六\times卯=線長$ 丁子為二徑卯為周數

題 螺線在平面上其繞十周其二徑為二寸與二十寸求線長幾何

依法得 $\frac{二\perp二〇}{二}=一一$ 為二徑和之半則 $一一\times三\cdot一四一六=三四\cdot五五七六$ 故 $一〇\times三四\cdot五五七六=三四五\cdot五七六$ 如所求

第三十款 尖錐螺線

凡線繞心而轉漸漸向上其所轉之路成尖錐形故謂之尖錐螺線

法以大小二徑相加折半與三·一四一六相乘次以繞轉之次數乘之得數自乘之而與高平方相加取其和開平方則得線之長數

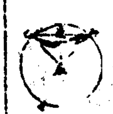
其代數式如 $\sqrt{\left(\frac{丁\perp子}{二}\times三\cdot一四一六\times卯\right)^{二}\perp丑^{二}}=線長$ 丑為高數餘同前款

題 螺線之二徑為二寸與二十寸其高十寸線其繞十周求長幾何

依法得 $\left(\frac{二\perp二〇}{二}\right)\times三\cdot一四一六=三四\cdot五五七六$ 則 $三四\cdot五五七六\times一〇=三四五\cdot五七六$ 為周與線之繞數相乘積而 $(三四五\cdot五七六)^{二}=一一九四二二\cdot七七$ 故 $\sqrt{一一九四二二\cdot七七\perp一〇〇}=三四五\cdot七二$ 如所求

第三十一款 弧體

平圜弧以通弦為軸而轉成之體曰弧體



如圖己丙為體之軸即母弧之通弦丙辰為半徑辰為圜心戊為體心戊辰為二心距

法以軸線與半徑相乘得積次以二心距乘母弧與上積相減餘倍之又以三·一四一六乘之即得皮積體之母弧可用第十款法求之

其代數式如

一弧丑為軸甲為弧未為半徑

題 弧體之軸一四·一四二半徑一〇·二心距七·〇七

一求其皮積

依法得 為軸線與半徑之相乘積依第十款法

得母弧一五七〇八以乘二心距 得 則 為

二積之較所以 如所求

二等面截弧體

如圖壬丙爲體之長丁乙爲其弧

算法同上

題 截積長七·六五三弧長七·八五四半徑一〇·二心

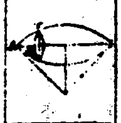
距七·〇七一求其曲面積

依上法得 爲體長與半徑相乘積 爲弧與

二心距相乘積則 爲二積之較故得 爲曲

面積也

弧體之截積



如圖辰丁爲截積之餘弧

法仍用上

題 截積長三·二四九五半徑一〇·二心距七·〇七一

餘弧長三·九二七求其曲面積

依上法以三·二四九五乘一〇·得三二·四九五爲體

長與半徑之相乘積又 爲弧與二心距之相乘

積則 爲二積之較故得 爲曲面積也

系求弧體之截積可將二平面截積減其全積餘半之

即得

第三十二款 擺線體

以擺線之底爲軸而轉成之體曰擺線體

如圖丁戊爲軸甲乙丙爲母輪

法置母輪面積數以六十四乘之得積三而一卽得體之皮積

其代數式如

題　母輪面積三十二寸求擺線體之皮積

依法得　則　如所求

系　擺線體之最大剖面等於擺線面積之倍

第三十三款　橢圓錐體

凡半橢圓線以半長徑爲軸而繞轉一周則成橢圓錐體

如圖丙丁爲體之高卽半長徑甲乙爲底徑

法以底徑平方與四倍高平方相加折半開平方以三一四一六乘之次以底半徑乘之卽得曲面積

其代數式如　辛爲高　乙爲底徑

題　錐體高七寸底徑十寸求其曲面積

依法得　爲底徑平方與四倍高平方之和則

因　故　如所求

如欲得截積與二平面截積之皮積則可用第十四款中各法求之

第三十四款　拋物線錐體

拋物線繞其軸而轉則成拋物線錐體

如圖乙丁爲體之高卽拋物線之軸線甲丁爲底半徑

法以底半徑平方與四倍高平方相加開平方得數自乘再乘之而與底半徑立方相減得較數次以底半徑與三一四一六相乘以六倍高平方約之得數與上較數相乘則得曲面積

其代數式如　辛爲高　未爲底半徑

題　錐體高四十寸底半徑十八寸求其曲面積

依法得 則 爲高平方與底半徑平方之和

次得式 一一五.四五五三六 惟因 一二.一四一六 一○○五八九○五 所以 一一三二一三四八 如所求

第三十五款　任何平面轉成之體

凡平面以中線爲軸而繞轉一周則成體

法以體之母線與母線之中點所行之周相乘即得

體之曲面積

一題　如圖甲丁己丙四邊形甲丙甲丁各長十寸求

以戊庚爲軸甲丁爲徑轉成圜柱體其曲面積應幾何

依法以甲丙十寸爲母線中點在乙則乙未半徑爲

五寸所以 三.一四一六 ＝三一.四一六 爲甲丁徑之周即 ＝三一四.一六 爲曲面積

如母線爲戊甲丙庚則 一五 一○ 一五 相加得二十寸其心

在戊甲丙甲丙庚兩三角形之交點所作乙未連線

之內如辰自辰至未爲二.七五則得 三.一四一六 ＝四七一.二四 爲圜柱

之皮積

欲證此法試求 七八.五四 爲圜柱之頂面或底面則 一五七.○八 爲

二平面之和次以前得之曲面積 三一四.一六 加之仍得 四七一.二四 爲

皮積也

二題　如圖兩等邊三邊形之垂線甲丁十寸半底丙丁十寸甲丙邊十四寸一四二求以甲丁爲軸

倍丙丁爲底徑轉成圜錐體其皮積應幾何

依前法以甲丙爲母線中點在辰辰未爲五寸則得

式 三.一四一六 ＝二二二.一四二八五 爲圜錐體之曲面積又 七八.五四 ＝三一四.一六 爲底面積所以

三一四.一六 ＝五三六.三○四五 爲皮積

三題　如圖甲乙丙丁平圜面其徑甲丙十寸半周甲乙丙十五寸七〇八求以甲丙爲軸轉成球

體其皮積應幾何

俟前法以半周爲毋線中點在辰中點者[illegible]之重心也[illegible]

學理得辰未三·一八三所以 $\frac{一·五七八(三·一八三)三·一四一六}{一二·三·一四一六}$ 爲皮積

凡求任何雜體之皮積有一簡法用厚紙一張[illegible]須各處同厚以極精之秤秤之而記其重次將[illegible]之皮積圖於紙上用刀割出而秤之則得比例爲[illegible]之原重與原面積之比若圖紙之重與圖紙面積之比

第三十六款　微絲管求徑法

先秤得空管之重次以水銀灌入而秤之將兩重[illegible]減餘化作若干釐數而以管之長數約之得數開平方以○一九二二四五乘之則爲管徑

其代數式如 $\sqrt{\frac{甲}{物}}\,○·九二二四五=徑$　物爲兩重數　甲爲管長

題　管長十寸其未灌水銀前與旣灌水銀後兩重數[illegible]之較爲九十釐求其徑

依法得 $\frac{九〇}{一〇}=九$ 則 $\sqrt{九}=三$ 故得 $\sqrt{九}\times○·一九二二四五=○·五七六七三五$ 爲徑也

欲證此題試以水銀一立方寸重化作釐數爲三四四二·七五則三四四二·七五爲一立方寸水銀題言九十釐必爲○二六一四一九立方寸水銀矣次將此數以管長十寸約之得○○二六一四一九爲管之橫剖面積開平方則得○五一一二九爲等積平方之邊乃用第十款方邊求等積平圜徑法以一·一二八與上方根相乘仍得管徑○五七六七三五此卽本題之證也

第三十七款　等邊多邊形增法

設已知本形之外切圜徑而求其內容圜徑則將已知數以下表戊行所有對本形之數乘之卽得

設已知本形之內容圜徑而求其外切圜徑則將已知數與己行相乘卽得

設已知本形之內容圜半徑求本形之面積則將已知數自乘次以庚行數乘之卽得

設已知本形之外切圜半徑而求本形之面積則將已知數自乘次以辛行數乘之卽得

設已知本形之邊而求其面積則將邊自乘以壬行數乘之卽得

設已知本形之內容圜半徑而求本形之邊則將已知

數與子行相乘即得

	戊	己	庚	辛	壬	子
三	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
四	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
五	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
六	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
七	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
八	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
九	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
一〇	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
一一	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
一二	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

燕湖朱　奕繪圖

桐鄉沈善蒸校算

算式集要卷二

英國哈司韋輯

英國　傅蘭雅　口譯
元和　江衡　筆述

此卷論各種體積之算式

第三十八款　立方

凡體有六面各面皆爲平行四等邊形者曰立方

如圖甲乙爲方邊卽立方根

法以邊自乘得面以邊乘面得體積

其代數式如 申×申×申＝亥 申爲邊亥爲體積

題　有邊長十二寸求其立方體積

依法得 一二×一二×一二＝一七二八 如所求

第三十九款　長立方

凡體有六面各面皆成長方形者曰長立方

法以長乘廣得面以高乘之卽體積

其代數式如 丑×乙×丁＝亥 丑爲長乙爲廣丁爲高亥同前

第四十款　各種柱形其說已見於第一卷各款者茲不復贅下倣此

法先求其底面積或頂面積亦可次以高乘之卽得體積此爲公法凡自三角柱以上皆可依此推算

其代數式如 甲×辛＝亥 甲爲底面辛爲高

題　有三角柱如第二圖甲乙乙丙丙甲各長二尺五寸高丙丁十尺求其體積

準第三款法得 (二·五)²×〇·四三三〇一二七＝二·七〇六二五 爲甲乙丙面積次得 一〇×二·七〇六二五＝二七·〇六二五 如所求

第四十一款　方錐截積

法以上下二平面與四倍中剖面相加以六分高之一乘之卽得體積此爲公法如上下二平面有此例或不關式者皆可依此推算

其代數式如 (甲丄甲'丄四寅)$\frac{辛}{六}$＝亥 甲甲'爲二平面寅爲中剖面辛爲高

題　如上圖長方錐截積上長甲乙三寸寬乙丁二寸下長戊庚七寸寬庚辛六寸高十五尺求其體積

似法得 (卌六)丨(三)(三)一四八 爲二平面之和又 $\frac{二}{七丄三}$＝五 $\frac{二}{大丄二}$＝四 爲中剖面之長與寬故 四(四)(乎)＝一八〇 爲中剖面之四倍數則得 (四八丄八〇)(六/二〇)＝一二八〇×三〇＝三八四〇 如所求

尒中剖面之長等於上長下長之半和其寬等於上寬下寬之半和

第四十二款 劈形體

法以底面之寬與高相乘得積半之爲三角形面積次以底面之長乘之則得體積（此與求三角柱體同）

其代數式如 $\frac{二}{丑丑}$×辛＝亥 丑丑爲底面之長與寬辛爲高

題 如上圖劈形體底面甲乙丙丁長二十寸寬二十寸高戊己二十寸求其體積

依法得 二〇×二〇＝四〇〇 $\frac{二}{四〇〇}$＝二〇〇 爲甲丁戊面積故 二〇〇×二〇＝四〇〇〇 如所求

第四十三款 多等面體

凡多等面體內外所作之球必與本體同心但其體祇有五種如下圖

一爲四面體各面皆成等邊三角形

二爲六面體各面皆成四邊形（圖同三十八款）

三爲八面體各面皆成等邊三角形

四爲十二面體各面皆成五等邊形

五爲二十面體各面皆成等邊三角形

體之面數	甲	乙	丙	丁	戊
四	·六一二三七	·二〇四一二	[illegible]	[illegible]	[illegible]
六	·八六六〇二	·五	[illegible]	[illegible]	[illegible]
八	·七〇七一一	·四〇八二五	[illegible]	[illegible]	[illegible]
一二	一·四〇一二六	一·一一三五一	[illegible]	[illegible]	[illegible]
二〇	·九五一〇六	·七五五七六	[illegible]	[illegible]	[illegible]

體之面數	己	庚	辛	壬	子
四	[illegible]	[illegible]	五	[illegible]	[illegible]
六	·五	[illegible]	[illegible]	[illegible]	二
八	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
一二	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
二〇	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

體之面數	丑	寅	卯	辰	巳
四	·七五九八四	二·○三九六四	四·六一八八	四一·五六九二	一·七三二○五
六	·四○八二五	一·	八	二四	六
八	·五三七二九	一·二八四九	六·九二八二	二○·七八四六	三·四六四一
一二	·二二○○八	·五○七二二	一○·五一四六	一六·六五○八	二○·六四五七
二○	·三三九八一	·七七一○二	九·五七四五	一五·一六二一	八·六六○二五

體之面數	午	未	申	酉	戌
四	七·二○五六二	·一一七八五	·五一三二	一三·八五六四	·○五一七
六	六	一·	一·五三九六	八	·○六八○四
八	五·七一九一	·四七一四	一·三三三三三	六·九二八二	·○七三一一
一二	五·三一一六	七·六六三一二	二·七八五一七	五·五五○二九	·○八一六九
二○	五·一四八三五	二·一八一七	二·五三六一五	五·○五四○六	·○八五六

求多等面體內外球徑之法

設以任何體之邊與上表甲行所對本體之數相乘則得外球之半徑與乙行相乘則得內球之半徑

設以任何體之皮積開平方與丙行相乘則得外球之半徑與丁行相乘則得內球之半徑

設以任何體之積數開立方與戊行相乘則得外球之半徑與己行相乘則得內球之半徑

設以內球之半徑與庚行相乘則得外球之半徑以外球之半徑與辛行相乘則得內球之半徑

求多等面體邊線之法

設以外球之半徑與壬行相乘或以內球之半徑與子行相乘皆得本體之邊

設以任何體之皮積開平方與丑行相乘則得本體之邊

設以任何體之積數開立方與寅行相乘則得本體之邊

求多等面體皮積之法

設以外球半徑之平方與卯行相乘或以內球半徑之平方與辰行相乘皆得本體之皮積

設以邊之平方與巳行相乘則得本體之皮積

設以體積之立方根自乘次以午行乘之則得本體之皮積

求多等面體積數之法

設以邊之立方數與未行相乘則得本體之積數

設以外球半徑之立方數與申行相乘或以內球半徑之立方數與酉行相乘皆得本體之積數

設以皮積之立方數開平方與戌行相乘則得本體之積數

下設一題以明用表之法

假如有六面體邊長二寸求內外球半徑各幾何

檢表內甲行得本體相配之數八六六○二以乘

邊二寸得一·七三二〇四卽外球之半徑，又檢乙行得五以乘邊二寸，則得一寸卽內球之半徑也。餘依此題類推。

第四十四款　圜柱形

如圖丙乙爲底徑甲乙爲高

法先求得底面積次以高乘之得體積

其代數式如 $亥＝甲\times辛$ 甲爲底面 辛爲柱高

題　圜柱底徑三尺高七尺求其體積

依法先求得底面積 七·〇六八 次得 $七\times七·〇六八＝四九·四七六$ 如所求

第四十五款　圜錐形

如圖甲乙爲底徑丙戊爲高

法先求底面積次以高乘之得數三而一卽體積

其代數式如 $亥＝\frac{甲\times辛}{三}$ 甲爲底面 辛爲高

題　圜錐高三十二寸五分底徑十五寸求其體積

依法先求得底面積 一七六·七一四六 次得 $\frac{三二·五\times一七六·七一四六}{三}＝一九一四·四二五$ 如所求

圜錐截積

如圖甲丙爲上徑乙丁爲下徑戊辰爲高

法以上下二徑各自乘又相乘之相加以七八五四乘之次以高乘之得數三而一卽得體積

又法以上下二周各自乘又相乘之相加以〇七九五八乘之次以高乘之得數三而一亦得體積

其代數式如 $亥＝\frac{[丁^{二}+丙^{二}+(丁\times丙)]·七八五四\times辛}{三}$ 或 $亥＝\frac{[丁^{二}+丙^{二}+(丁\times丙)]·〇七九五八\times辛}{三}$ 丁丙爲二徑 丁丙爲二周

題　截積上徑三尺下徑五尺高九尺求其體積

依法得 $五^{二}+三^{二}+(五\times三)＝四九$ 則 $四九\times·七八五四＝三八·四八四六$ 故 $\frac{三八·四八四六\times九}{三}＝一一五·四五三八$ 如所求

第四十六款　多邊形錐體

凡多邊形錐體爲多邊柱體積之三分之一故以底面

積乘高得數三而一則得體積

其代數式如 $\frac{\text{甲辛}}{三}=\text{積}$ 甲為底面 辛為高

題 如上圖六邊錐體底邊甲乙四十尺高丙乙六十尺求其體積

先於第六款表中檢得乘數 二·五九八一 故得 $(四〇)^2 \times 二·五九八一 = 四一五六·九六$ 為底面積

次得 $\frac{六〇 \times 四一五六·九六}{三} = 八三一三九·二$ 為所求

多邊形錐體截積

法以上下二面之邊各自乘又相乘之相加以第六款表中檢得之數乘之次以高乘之得數三而一則為體積

其代數式如 $\frac{(\text{申}^2 \perp \text{申申} \perp \text{申}^2)\text{酉辛}}{三}=\text{積}$ 申申為二邊 酉為表內數

設已知其上下二面積則可徑求體積而不用第六款之表 其代數式如 $\frac{(\text{甲} \perp \text{申} \perp \sqrt{\text{甲申}})\text{辛}}{三}=\text{積}$ 甲申為二面積 辛為高

題 如上圖六邊錐體截積上邊丙丁二·五下邊甲乙三·七五高戊辰七五求其體積

依法得 $(三·七五)^2 \perp (二·五)^2 = 二〇·三一二五$ 為上下邊之平方和 則 $二〇·三一二五 \perp (三·七五 \times 二·五) = 二九·六八七五$ 為前數與二邊相乘積之和 次檢第六款表得乘數二·五九八一 故 $·七五 \times 二·五九八一 \times 二九·六八七五 = 五七·八四八$ 即得 $\frac{五七·八四八}{三} = 一九·二八三$ 如所求

設截積之上下二面不成等邊形而其二面積皆已知之則法以二面積相加再以二面相乘積之平方根加之次以高乘之得數三而一則得體積

其代數式亦為 $\frac{(\text{甲} \perp \text{申} \perp \sqrt{\text{甲申}})\text{辛}}{三}=\text{積}$

題 設有不等邊錐體之截積其上面積二十二寸下面積八十八寸高二十寸求其體積

依法得 $二二 \perp 八八 = 一一〇$ 為二面積之和 又 $\sqrt{二二 \times 八八} = 四四$ 為二面相乘積

之平方根所以 三(一一〇|四四)二〇 一〇二六六六 如所求。

第四十七款　圓柱截積

一法曰如其剖面與柱之軸平行則如圖將底面積丁戊己與高戊甲相乘卽得體積

題　如上圖截積之底面積十五寸五分高二寸求其體積。

其代數式如 甲辛＝亥 甲爲底面 辛爲高

依法得 一五五Ｘ二＝三一〇 如所求。

二法曰如其剖面不與上下二面平行則如圖將甲丁乙戊二高數相加折半而與底面積丁戊己相乘卽得體積。

其代數式如 甲(二丑上丑)＝亥 丑丑爲二高 甲爲底面

題　如上圖截積之底面積二十五寸高十五寸與十七寸求其體積。

依法得 二五(一五上一七)/二＝四〇〇 如所求。

三法曰如其剖面不過柱之軸線而正矢不大於半弧

之正弦則如圖將半弧丁戊之正弦丁甲自乘再乘之得積三約之而取其二而以半弧之餘弦與底而丁戊己甲之相乘積減之餘以正矢甲戊約高庚戊之數乘之則得體積。

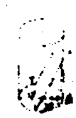
其代數式如 (三二卯上甲丙)卯辛/三…＝亥 甲爲底面 辛爲高

題　如上圖截積之半弧正弦五寸柱徑十寸高十寸求其體積。

依法得 次因正弦與半徑既等其餘弦必爲〇

則以底面積乘餘弦仍得〇所以 (八三三三)五十/五 一六六六六 如所求。

四法曰如剖面過柱之軸線而其正矢大於半弧之正弦則如圖將半弧正弦丁甲自乘再乘之得數三約之



而取其二而以底面與餘弦之相乘積加之
又以正矢甲庚約高丙庚之數乘之則得體
積

其代數式如 $\frac{\text{二}}{\text{三}}$ 甲丙 代法同前

題 如上圖截積之半弧正弦十二寸半正矢十六寸
高二十寸柱徑二十五寸求其體積

依法得 三 二(一二) 一一五二 次因二十五寸徑之剖底面積為 二三一七

故 則得 二八九一五三七五 如所求

五法曰如剖面斜過柱之兩端如圖試將剖面丙戊與
柱高甲丁各引長之遇於辛則有比例為
三正矢戊甲丙丁之較與上正矢戊甲之
比若柱高甲丁與辛甲之比既有辛甲之數則得辛戊
甲與辛丙丁二截積乃用前法求得二截積數相減餘
即本截積數也

其代數式如 亥亥為二正矢 辛辛為二尚

題 有截積如上圖二正弦子戊為十一寸半丙為〇
其正矢甲戊丙丁為八寸半與二十五寸柱之餘積
高乙丙為二十寸柱徑二十五寸求本截積戊丙丁
與柱外所作辛戊甲形之總積數

先得 為柱高之引長數次依第三法因正弦丙等
於〇則〇之立方三分之二仍為〇而正矢二十五
既與徑等則底面積必為二十五寸徑之圜面積即

四九〇八七五 故其底面與餘弦之相乘積為 六一三五九三七五 惟因正矢約
全高數為 則以此數乘上數得 七四二七四九二六 即總積數也

欲證前題試依第三四兩法分求辛戊甲與戊丙丁二體積得五一·五四四四與六九二二〇四八六相加仍得七四三七·四九二六也

第四十八款　球

如圖甲乙爲徑

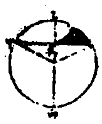
法以徑自乘再乘之又與五二三六相乘即得體積

其代數式如 $丁^{三}\times.五二三六=亥$　丁爲徑

題　球徑十寸求體積幾何

依法得式 $(一〇)^{三}=一〇〇〇$ 則 $一〇〇〇\times.五二三六=五二三·六$ 如所求

截球體



如圖乙辰爲截體之高甲辰爲底面之半徑乙丙爲球徑

一法曰將底半徑之平方三倍之與高平方相加以高乘之又以五二三六乘之則得體積

二法曰將三倍球徑與倍高相減餘乘高平方得數以五二三六乘之則得體積

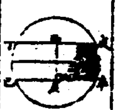
其代數式如 $(三未^{二}+辛^{二})辛\times.五二三六=亥$　未爲底半徑　辛爲高

又代數式如 $(三丁-二辛)辛^{二}\times.五二三六=亥$　丁爲母球徑　辛爲高

題　截體高四寸底半徑七寸求其體積

試依一法求之得式 $三(七^{二})+(四^{二})=一六三$ 則 $一六三\times四\times.五二三六=三四一·三八七二$ 爲所求

二平面截球體



如圖丁戊爲上徑己辛爲下徑丙庚爲高

法以上下二徑折半各自乘相加次以高自乘三約之而取其一加入前和數以高乘之又以一·五七〇八乘之則得體積

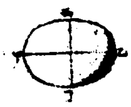
其代數式如 $\left(未^{二}+未_{\prime}^{二}+\frac{辛^{二}}{三}\right)辛\times一·五七〇八=亥$　未、未,爲二半徑

題　截體高十寸上徑十五寸下徑二十寸求其體積

依法得 (一〇)丄(七五)／一五六二五 為二半徑平方和則 三五六二五丄三／(一〇) 一八九四八 所以 一八九五八✕一✕一五七〇八＝二九七六九二二六 為

所求

第四十九款　長橢圜與扁橢圜體



求二種橢圜之體積有一公法將動軸平方以定軸乘之次以五二三六乘之即得體積

動軸者謂繞定軸而轉動者也

識別得橢圜體積為外切圜囷積三分之二

其代數式如 (甲)✕(申)五二三六＝亥

甲為動軸
申為定軸

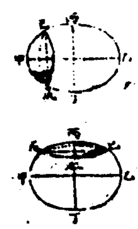
又代數式如 四／三 一四一六 未米＝亥

未為半動軸
米為半定軸

題　如上圖長橢圜體定軸甲乙十四寸動軸丙丁十寸求其體積

依法得式 (一〇)二一四 則 一四〇✕五二三六＝七三三〇四 如所求

長橢圜與扁橢圜之截體



如己戊底面為平圜而與丙丁動軸平行者為長橢圜截體如與甲乙動軸平行者則為扁橢圜截體

求二種截體有一公法將三倍定軸與二倍體高相較餘以高平方乘之次以五二三六乘之得積次設比例為定軸平方與動軸平方之比若上積與本截積之比

其代數式如 (三申－二辛)辛五二三六✕甲／申＝亥

甲為動軸
申為定軸
辛為高

題　如上第一圖長橢圜截體之定軸甲乙一百寸動軸丙丁六十寸高甲辰十寸求其體積

依法得式 (一〇〇✕三)－(一〇✕二)＝二八〇 為三倍定軸與倍高之較則 二八〇(一〇)五二三六＝一四六六〇八 次設比例如 (一〇〇)：(六〇)：：一四六六〇八：五二七七八八 為所求

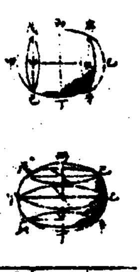
如前二圖己戊底面若爲橢圜而以甲乙定軸爲垂線
或丙丁定軸爲垂線者則另有公法如下
法以三倍動軸與二倍體高相加以高平方乘之又
以五二三六乘之次設比例爲動軸與定軸之比若
上積與本截積之比

其代數式如 （三甲一辛）辛乂五二三六乂甲亥 ＝ 亥
甲爲動軸申爲定軸辛爲高

題　如上第二圖扁橢圜截體之動軸甲乙一百寸定
軸丁六十寸高丙辰十二寸求其體積

依　式 乂二乂一二六 爲三倍動軸與倍高之較則
二七六（一二）乂五二三六 ＝ 二〇八〇七九五八四 所以
比例式如 一八〇九六〇二〇八〇七九五八四 ：一二四八五九七五 爲所求

長橢圜與扁橢圜之二平面截積
而其二平面戊己與庚辛爲平圜而與丙丁動軸平行
者則如下一圖爲長橢圜二平面截體與甲乙動軸平
行者如二圖爲扁橢圜二平面截體
求二種截體有一公法將二倍動軸
平方與任一平面之徑平方相加以



截體之長乘之又以二六一八乘之即得體積

其代數式如 （三甲二丁）甲乂二六一八 ＝ 亥
丁爲平面之徑
丑爲截體之長

題　如上第一圖長橢圜二平面截體申辰長三十六
寸二平面戊己庚辛徑各四十寸其動軸爲五十寸
求其體積

依法得 二（五〇）二（四〇）＝ 六六〇〇 則
六六〇〇乂三六乂二六一八 ＝ 六二二〇三六八 爲所求

如前兩圖二平面戊己庚辛若爲橢圜而以甲乙定軸
爲垂線或以丙丁定軸爲垂線者則另有公法如下
法曰將其中剖面之長短二徑相乘得積倍之又以
任一平面之長短二徑相乘兩積相加以長乘之又
以二六一八乘之即得體積

其代數式如 一丅丁丅丁二乂八一亥
丁丁爲二徑
五爲截長

題　如上第二圖扁橢圓二平面截體其中剖面之徑爲五十與三十寸二平面之徑各爲四十與二十四寸體長十八寸求其體積

依法得 =(五〇)×(三〇)=三〇〇〇 爲中二徑相乘之倍積 四〇×二四=九六〇 爲平面二徑之相乘積則 三〇〇〇⊥九六〇=三九六〇 所以 三九六〇×一八×=六一八=一八六六一〇四 如所求

第五十款　環體

如圖甲乙爲環徑乙丙爲內徑

法以環徑與內徑相加以環徑平方乘之又以二四六七四乘之卽得體積

其代數式如 丈×二四六七四 (丁⊥午)×一丈 丁午爲二徑

又代數式爲 甲×乙一丈 甲爲環徑之圜面積乙爲體之中線

題　有環體其徑三寸內徑八寸求其體積

依法得 (三⊥八)三—一九九 爲二徑與環徑平方之相乘積次得 二九九×二四六七四＝二四四二七二六

如所求

第五十一款　環形雜體

法以環徑求得圜面積與體之中線相乘卽得體積

其代數式如 甲×乙＝丈 甲爲環徑之圜面積乙爲體之中線

前於第二十五款中嘗云環體之爲長圜形者則以短徑與環徑相加以三一四一六乘之又以長短二徑較之二倍加之卽得體之中線　又云環體之爲橢圜形者則以短徑與環徑之和及長徑與環徑之和各自乘相加折半以三一四一六乘之卽得體之中線

一題　如上第一圖長圜環體之徑甲乙一寸內徑戊丙十寸戊己二寸五分求其體積

依法得 (二⊥十)三一四一六＝一〇九九五六 爲兩端分之中線 二(一〇⊥五)＝一五 爲兩中分之中線

所以得中線為 ○八五六一一五 二○六八五九七 或因一十一寸徑之圓積 七八五四 故得 二五六八五六六×七八五四 ＝一一二○四一七

為體積

二題 如上第二圖為橢環體其丙徑等數俱同前題

試求體積幾何

依法得 (二十五)─(一十五)＝ 一二三二五 則 (二／一二三二五)三一一四一六 ＝ 一一二一五六四八 為體之中線次以一寸徑之

面積七八五四乘之則得二一〇一四為體積

第五十二款 分圓形體

如圖甲丙辛分圓形以辛為軸點而繞轉一周其甲丙弧所成之甲乙丙丁體謂之分圓形體甲辰為體之高辰辛為半徑

法先求得體之曲面積次以三分半徑之一乘之即得體積

其代數式如 甲未／三＝一亥 甲為圓面積 未為半徑

題 分圓形體高十二寸半徑十五寸其體積應得幾

何

先用求曲面積法求得圓周 (三)×(一五)二一一四一六＝ 九四·二四八 則 九四二四八×一二＝ 一一三〇·九七六 為曲面積

次得 一一三〇九七六×三／一五＝ 五六五四·八八 即體積也

系 分圓形體求曲面積法與第十一款求二平行面截

球體之曲面積同

第五十三款 弧體

如圖甲己戊丙為母截積己甲丙為母弧戊辰為心距己丙為軸線己辰為半徑

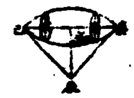
法以心距與母截積之半相乘得積次以半軸線立方之三分之一與上積相減餘以一二五六六四乘之則得體積

其代數式如 三(二／丑)三─(丙)×(二／甲) 一二五六六四 ＝一亥 甲為母截積丙為心距丑為軸線

題 弧體心距七〇七一〇六七軸線一四一四二一三半徑一〇求其體積

依法得 [illegible] 為心距與半截積之相乘積次得較數 [illegible] 所以 [illegible] 為體積。上式中 [illegible] 卽前圖甲己戊丙半截積數也其求之之法先得二十寸徑之圜面積 [illegible] 次得 [illegible] 為圜內所容之軸線平方積兩積相較餘 一一四·一六 卽四倍甲己戊丙截積也故以四約之得 二八·五四 又半之得半截積數 一四·二七

二等面截弧體



如圖戊丙為截長己庚為全徑辰為圜心

法以半全徑平方與半截長平方三分之一相較餘乘半截徑得積次以心距與母截積相乘而與上積相較餘以六·二八三二乘之卽體積。

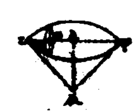
其代數式如 [illegible] 丑為全徑丑為截徑甲丙同前

題 有二等面截弧體全徑八寸截徑六寸心距三寸母截積十寸求截體積數。

依法得 [illegible] 則 [illegible] 次因 [illegible] 為心距與母截積之相乘積故與 三九 相減餘九則得 [illegible] 為體積。

系求母截積之法可將其平面分作平圜截積與長方形各一兩積相加卽得如本圖丁戊丙乙為母截積

弧體截積



如圖乙丙為截長甲乙為全長戊辰為心距甲辰為圜半徑

法以截徑與全長之半相較餘倍之卽以此數為截長依上法求得二平面截弧體積以減弧體之全積餘數半之卽本截積數。

其代數式如 [illegible] 丙為弧體丙為二平面截弧體

題 有弧體截積全徑一四·一四二一三截徑三·五三五五三圜半徑一〇·心距七·〇七一〇七求截積數

依本法得（二／一四一四二一三 丅 三五三五三）一一上〇上一〇上為二平面截弧體之徑依前法求

得體積二六二八九八二又得弧體全積二一二九六二八次將兩積相較餘五〇〇六四六折

半得二五〇三二三即本截積數也按此題弧體之母截積為二八五四二平面截弧體之母

面積為一九二五

第五十四款　擺線體

凡擺線體之積數為外切圓囷積八分之五

如圖甲乙丙為母輪

法以母輪徑倍之自乘而與三九二七相乘得積再以母輪徑乘之又以三一四一六乘之得數八約之即得體積

其代數式如 [illegible] 四一六 丁為母輪徑

題　擺線體之母輪徑十寸求其體積

依法得 [illegible] 三九二七 一五七〇八 則 八 一五七〇八 [illegible] 三一四一六 一六一六八五三一六 為體積

第五十五款　橢弧體謂以橢圓長徑之平行線為軸所成之體

如圖甲乙為軸長丙丁為矢徑戊己為縱線

法於軸線上度其長四分之一處作一線即縱線倍而自之與軸線之平方相加次以矢徑乘之又以一三〇九乘之即體積

其代數式如 [illegible] 一三〇九 丁為軸線 丁為矢徑 丑為縱線

題　橢弧體矢徑三十五寸軸長七十五寸縱線二十五寸求其體積

依法得 [illegible] 三七三五 則 [illegible] 二七九三七五 即 二七九三七五 [illegible] 一三〇九 二六五七〇一八七五 為體積

二等面截橢弧體

如圖甲乙爲薔徑丙丁爲截徑庚辛爲中徑戊己爲體之長

法以薔徑截徑各自乘又以倍中徑自乘三積相加以長乘之又以·二一三○九乘之卽得體積

其代數式如 (丁²⊥丁²⊥二子²)丑×·二一三○九＝天 丁爲薔徑 丁爲截徑 子爲中徑 丑爲長

題 有二等面截橢弧體長七十五寸薔徑六十八寸截徑五十寸中徑六十寸求其積

依法得 (六八)²⊥(五○)²⊥(二×六○)² ＝[illegible] 爲三徑平方和次得 [illegible] 爲體積

橢弧體截積

如圖丙丁爲底徑庚辛爲中徑辰戊爲截體之長

法以底徑平方與倍中徑平方相加而以長乘之又以·二一三○九乘之卽得體積

其代數式如 [illegible] 丁爲二徑 丑爲長

題 有橢弧體截積長十六寸底徑二十寸中徑十二寸求其積

依法得 [illegible] 爲二徑平方和次得 [illegible] 爲體積

第五十六款 抛物線合錐體 錐體之說已見三十四款中

抛物線以底線爲軸而轉一周則成合錐體

如圖甲乙爲體長丙丁爲薔徑

一法曰以長乘其薔徑之平方次以四一八八八乘之 此數卽七八五四之十五分之八 卽得體積

其代數式如 [illegible] 丁爲薔徑 丑爲長

二法曰試於四分長之一處作一線倍而自乘加入軸線自乘數次以薔徑乘之又以·一三○九乘之卽得體積

其代數式如 [illegible] 丁爲所作之線 丁爲軸線 丑爲薔徑

題 抛物線頂高四十寸底長十寸求合錐體積

依一法先得（四〇）一〇一一六〇〇爲截徑平方與長相乘之積，次得一六〇〇乂四一八八八

一一六七〇三〇八

依二法則因中線爲三十，故得（四〇）（丄三〇乂三）四〇乂十三〇九

二一六八〇六八

拋物線合錐體之二等面截積

如圖甲乙爲體長丙丁爲截徑戊己爲截面長

一法曰八倍體長平方與三倍截徑平方相加又以四倍體長與截徑相乘積加之取其和與截面長相乘又以〇五二三六乘之即得體積

其代數式如（八丁二丑丁四丁丑）丑乂〇五二三六一二亥

丁爲體長丑爲截徑亥爲截面長

二法曰將體長截徑各自乘又以倍中線自乘三積相加與截面長相乘又以一三〇九乘之即得體積

其代數式如（丁丄二丁）丑乂一三〇九一亥

丁爲體長丑爲截徑丁爲中線亥爲截面長

題 如上圖二等面截體長四十寸截徑三十寸截面長十寸求其體積

依一法先得式（入丄丄三〇）丄（四〇乂三〇）

一二〇三〇〇

次得二〇三〇〇乂一〇乂〇五二三六

一〇六二九〇八

爲體積

拋物線合錐體截積

如圖戊己爲底徑庚辛爲中徑丁丙爲高

法以底徑平方與倍中徑平方相加以高乘之又以一三〇九乘之即得體積

其代數式如（丁丄二丁）丑乂一三〇九

二二一亥

丁爲底徑丁爲中徑丑爲高

題 截體之底徑一五中徑八七五高二五求其積

依法得（一五）丄（八七五乂二）丄

五三二二五

爲二徑平方和則三三一二五乂二五乂一三〇九

二一七三八五二

爲體積

第五十七款 雙曲線合錐體

如圖丙丁爲軸線甲乙爲縱線戊己爲橫線

法於縱線四分長之一處作一橫線加倍自乘之加入軸線自乘數而與縱線相乘次以·一三〇九乘之即得體積

其代數式如 $(丁^{二}+二子^{二})丑\times一三〇九$ 丁為軸線丁為所作之線丑為縱線

題 軸線一百五十寸橫徑一百十寸縱徑一百寸求其體積

依法得 $(一五〇^{二}+二\times一一〇^{二})\times一〇〇=七〇九〇〇〇〇$ 則 $七〇九〇〇〇〇\times一三〇九=九二八〇八一$ 為體積

雙曲線合錐體之二等面截積

如圖甲乙為軸線戊己為縱線丙丁為橫線庚辛為中徑

法以軸線橫線各自乘加入倍中徑自乘數而以縱線乘之又以·一三〇九乘之即得體積

其代數式如 $(丁^{二}+丁^{二}+子^{二})丑\times一三〇九$ 丁為軸線丁為橫線子為中徑丑為縱線

題 二等面截體軸線一百五十寸縱線五十寸橫線一百十寸中線一百四十寸求其體積

依法得 $(一五〇^{二}+一一〇^{二}+二八〇^{二})=一一三〇〇〇$ 則 $一一三〇〇〇\times五〇\times一三〇九=七三九五八五$ 為體積

雙曲線合錐體之截積

如圖戊己為底徑庚辛為中徑甲乙為高

法以底徑平方與倍中徑平方相加以高乘之又以·一三〇九乘之即得體積

其代數式如 $(丁^{二}+子^{二})丑\times一三〇九$ 丁為底徑丁為中徑丑為高

題 截體之底徑一百十寸中徑六十五寸高二十五寸求其體積

依法得 $(一一〇)^{二}+(六五\times二)^{二}=二九〇〇〇$ 為二徑平方和則 $二九〇〇〇\times二五\times一三〇九=九四九〇二五$ 為體積

第五十八款 橢圓錐體

半長橢圓體與半扁橢圓體皆謂之錐體見第十四款

第五十九款 拋物線錐體

如圖丁丙為軸線甲乙為底徑

法先求底面積以半軸乘之即得體積

其代數式如 $\frac{\text{甲}\times\text{辛}}{\text{二}}=\text{求}$ 甲爲底面積 辛爲軸線

題 拋物線軸二十寸底徑二十寸求錐體積

先求底面積得 $\frac{\text{三一四一六}}{}$ 則 $\frac{\text{三一四一六}\times\text{二〇}}{\text{二}}$ 爲體積

拋物線錐體之二平面截積

如圖甲乙爲底徑丙丁爲頂徑戊己爲高

法以頂底二徑各自乘相加以高乘之次以.三九二七乘之即得體積

其代數式如 $(\text{丁}^{\text{二}}+\text{辛}^{\text{二}})\text{己}\times\text{.三九二七}=\text{求}$ 丁爲頂徑丁爲底徑辛爲高

題 截體之底徑二十寸頂徑十一寸五分高十二寸六分求其積

依法得 $(\text{二〇}^{\text{二}}+\text{一一.五}^{\text{二}})=\text{五三二.二五}$ 爲二徑平方和故 $\text{五三二.二五}\times\text{一二.六}\times\text{.三九二七}=\text{二六三三.五八三七}$ 即體積

拋物線錐體之截積

如圖甲乙爲底徑戊己爲高

法以底面積乘半高即體積

其代數式如 $\frac{\text{甲}\times\text{辛}}{\text{二}}=\text{求}$ 甲爲底面積辛爲高

題 截體高七寸四分底徑十一寸五分求其體積

先求底面積得 一〇三.八六九 次得 $\frac{\text{一〇三.八六九}\times\text{七.四}}{\text{二}}=\text{三八四.三一五}$ 即體積

截體之底徑無論與拋物線軸正交或斜交皆可用右法推算

第六十款 雙曲線錐體

如圖甲乙爲底徑戊己爲軸線丙丁爲縱線

法以半底徑與縱線各自乘相加以軸線乘之又以.五二三六乘之即得體積

其代數式如 $(\text{丁}^{\text{二}}+\text{丑}^{\text{二}})\text{子}\times\text{.五二三六}=\text{求}$ 丁爲底徑丁爲縱線丑爲軸線

題 軸線六十寸底徑八十寸縱線六十六寸求錐體積

依法得 $\left(\frac{三}{八〇}\right)^{\perp}\left(\frac{六}{六}\right)$ 一五九五六 為半底徑與縱線之平方和故 $\frac{五九五六\times六\times五二三六}{一一八七一三七}$ 即體積

雙曲線錐體之二等面截積

如圖甲乙為底徑丙丁為頂徑庚辛為縱線辰戊為高

法以頂底二徑各折半自之而與縱線平方相加又以高乘之又以五二三六乘之即體積

其代數式如 $\left[\left(\frac{丁}{}\right)\left(\frac{丁}{}\right)\right]\times五二三六$ $\frac{}{一亥}$ 丁為頂徑丁為底徑丁為縱線辛為高

題 二等面截體高五十寸底徑一百十寸頂徑四十二十寸縱徑八十寸求其體積

依法得 $\frac{二二}{一〇}\ 一一五$ $\frac{}{一二\ 一一二}$ 則 $\left(\frac{五五}{}\right)^{\perp}\left(\frac{二一}{}\right)^{\perp}\left(\frac{八〇}{}\right)$ $\frac{}{一九八六六}$ 為三線平方和次得 $\frac{九八六六\times五〇\times五二三六}{一二五八二九一八八}$ 為體積

雙曲線錐體之截積

其算法與算式俱與雙曲線錐體同

設截積己戊高十五寸半底徑甲戊二十一寸縱線丙丁三十寸求體積幾何 圖同雙曲線錐體

依前法則得 $\left[\left(\frac{}{}\right)^{\perp}\left(\frac{}{}\right)\right]\times五五\times六$ $\frac{}{一〇五五〇四一四}$ 為體積

第六十一款 任何平面轉成之體

法曰以母平面乘倍心距得積又以周率乘之即為體積

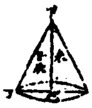
其代數式如 $(甲)\times(二未)$ 三一四一六 $\frac{}{一一亥}$ 甲為母平面未為心距

如圖母平面甲乙丙丁為長方形甲乙五寸乙丁十寸求以甲丙為軸轉作圓柱其體積應幾何

依法先得母面積 $\frac{一\times五〇}{}$ 因心在辰則心距辰未為 $\frac{二五}{}$ 即等於 $\frac{二五}{}$ 次得 $\frac{五〇\times(二\cdot五)\times二}{三一四一六}$ $\frac{}{一七八五四}$ 為柱體積數

欲證此題試以柱高十寸徑十寸依常法求其體積

則得 $(一〇)^{二}\cdot七八五四 = 七八·五四$ 即 $七八·五四 \times 一〇 = 七八五·四$ 與前得數同



如圖甲戊丁毋平面爲三邊直角形甲戊十寸丁戊五寸求以甲戊爲軸轉成圓錐其體積應得幾何

先求得毋面積 $\frac{五 \times 一〇}{二} = 二五$ 因心在辰準重學理得心距辰未 $一·六六六$ 所以 $二五(一·六六六)(二)三·一四一六 = 二六一·八$ 爲圓錐體積數

如圖甲乙丙毋平面爲半圓甲丙十寸求以甲丙爲軸轉成球體其積應幾何

先求得毋面積 $\frac{(一〇)^{二}\cdot七八五四}{二} = 三九·二七$ 因心在辰準重學理得心距辰未 $二·一二二$ 所以 $三九·二七(二·一二二)(二) \times 三·一四一六 = 五二三·五八六$ 爲球積數

第六十二款 附求雜線形體積法

先將本體在空氣中秤之又置水中秤之將二重數相較乃設比例爲六二.五與較數之比若一七二八（即一立方尺之寸數）與體之立方寸數之比　或將二重數之較以六六.五約之亦得（上云六二.五乃一立方尺淡水之重數若用海水則必以六十四代之）

題　有雜線體在水中重十五磅空氣中重三十磅求本體之積數

依法先得 $三〇 - 一五 = 一五$ 爲二重較次得式 $六二·五 : 一五 :: 一七二八 : 四一四·七二$ 即體積也

蕪湖朱　奐繪圖
桐鄉沈善燕校算

算式集要卷三

英國哈司韋輯　英國　傅蘭雅　口譯
元和　江　衡　筆述

此卷論圜錐曲線之算式

凡直角三邊形以直邊爲軸而繞轉一周則成圜錐體自頂至底皆爲平圜而愈近頂則圜周愈小

若依平面剖之則剖面之界線謂之圜錐剖面線其毋三角形轉動時所繞之直線謂之軸線毋三角形轉成之圜面謂之底面其周謂之底周

圜錐之剖面成五種形一曰三角二曰平圜三曰橢圜四曰拋物線五曰雙曲線

第一圖　第二圖　第三圖

從圜錐頂點直剖至底則成三角形與底面平行剖之則成平圜如第一圖甲乙丙丁剖面斜交軸線而不到底則爲橢圜第二圖甲乙丙剖面與圜錐腰線平行與底成角等於腰線與底所成之角則爲拋物線第三圖甲乙丙剖面與底成角大於腰線與底所成之角則爲雙曲線

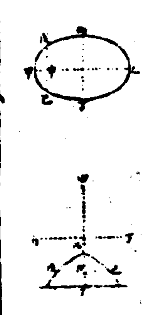
先釋諸線之名

橢圜形內最長之徑曰長徑如第一圖甲乙　過長徑之中點而正交者曰短徑如丙丁

拋物線內過心之徑曰軸線　拋物線無短徑　徑之通徑等於四倍心頂距　軸之通徑爲各通徑內之最小者則名軸線之通徑

雙曲線之橫徑在曲線界外如第三圖辰乙爲其軸線如乙戊所引長　過橫徑之中點如辰作一正交線曰縱徑　過雙曲線之直線恆無盡界而此線若在軸端辰乙之間則有盡界　雙曲線心與橫徑中點之相距等於半橫徑方加半縱徑方之平方根　兩心距等於橫徑方加縱徑方之平方根　設有兩箇雙曲線其兩橫徑相交則此兩橫徑互爲本徑之屬徑　設於本徑屬徑四端作切線成長方形次於方形內作二對角線引長之至無窮則此兩直線必與曲線漸相近而永不相遇名之曰漸近線

凡從曲線界至徑作一直線與縱徑平行者曰縱線與橫徑平行者曰橫線



橢圜雙曲線之通徑爲橫徑與縱徑之末率　如圖橫徑甲乙三十寸縱徑丙丁二十寸求兩形之通徑戊己

得比例式

拋物線之通徑爲軸線與縱線之末率 如圖軸線甲乙三十寸縱線丙乙二十寸求其通徑戊己之長

三〇：二〇：：二〇：一三三

得比例式

三〇：二〇：：二〇：一三三

圜錐曲線之心在首軸內之一點於此點過縱線而交軸即爲通徑如前三圖戊己求心之法將縱徑自乘以四倍通徑約之即得心距即截徑如前三圖甲與中酉

凡直線移動祇能切於直線與軸線而與任設之平面爲平行則所成之面爲圜錐形面其直線與軸線曰準線而其移動之線曰母線 圜錐曲線之母線爲直線如將此線與曲線內任點之相距以頂心距約之則得數恆不改變而此母線必恆與首軸正交故其曲線已知則母線亦易作也

右詳諸線皆爲後論所通用故先釋其名次明其算術如左

橢圜

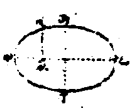
橢圜有四數爲最要長徑短徑截徑縱線是也此四數內若有其三數則餘一數可求

有長短二徑與二截徑其一爲橫線求其縱線

法曰長徑與短徑之比若二截徑相乘積之平方根與縱線之比

其代數式如 $\frac{丙\sqrt{甲\times甲}}{酉}=辰$

酉爲長徑丙爲短徑甲甲爲二截徑辰爲縱線



題 如圖長徑甲乙二十五寸短徑丙丁十六寸橫徑甲辰七寸求縱線戊辰

先得 二五〇一七一八 爲截徑辰乙之數則 $\sqrt{七八一八}$ 一一二五 爲二截徑相乘數之平方根所以

二五 三〇〇一 二二五〇七八 即縱線也

有長短二徑與縱線求其二截徑

法曰短徑與長徑之比若縱線平方與半短徑平方之較之平方根與縱線心距之比次將心距與半長

徑相加減則得二截徑數

其代數式如[illegible]次得[illegible]又[illegible]（天為心距甲，甲為二截徑，餘同前式）

題 如前圖有長徑甲乙短徑丙丁縱線戊辰其數同前求其二截徑乙辰與甲辰

依法得式[illegible]為縱線平方與半短徑平方之較之平方根所以得比例[illegible]為縱線心距惟因[illegible]故得[illegible]為乙辰截徑又[illegible]為甲辰橫線

有縱橫線與短徑求其長徑

法曰以縱線半短徑各自乘相減餘開平方次將半短徑加入方根為一率大截徑為二率短徑為三率求得四率為長徑 或半短徑減去方根為一率小截徑（即橫線）為二率短徑為三率求得四率亦長徑

其代數式如[illegible]（辰為縱線，丙為短徑，甲申為二截徑，酉為長徑）

題 如前圖有短徑丙丁縱線戊辰二截徑乙辰與辰甲數皆同前求其長徑甲乙

依法先得[illegible]所以[illegible]或[illegible]皆為橫徑

有縱橫線與長徑求其短徑

法曰二截徑相乘開平方得數為一率縱線為二率長徑為三率求得四率為短徑

其代數式如[illegible]（甲申為二截徑，辰為縱線，酉為長徑，丙為短徑）

題 如前圖有長徑甲乙縱線戊辰二截徑乙辰與辰甲數皆同前求其短徑丙丁

依法得[illegible]為二截徑相乘積之平方根所以[illegible]為短徑也

求橢圜之周

法以長短二徑各自乘併而半之開平方得數以三一四一六乘之即周

其代數式如 $\sqrt{\frac{丁^2+丙^2}{二}}\times三.一四一六=周$ 丁為長徑 丁為短徑

題 如前圖長徑甲乙二十四寸短徑丙丁二十寸求其周

依法得式 $\frac{(二四)^2+(二〇)^2}{二}=四八八$ 則 $\sqrt{四八八}=二二.〇九$ 所以 $二二.〇九\times三.一四一六=六九.三九八$ 即周也

求橢圓面積

法以長短二徑相乘次以七八五四乘之即得或先以任一徑與七八五四相乘後以他徑乘之亦得

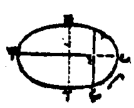
其代數式如 $(丁\times丁).七八五四=面積$ 丁為長徑 丁為短徑

題 如前圖長徑甲乙十二寸短徑丙丁九寸求其面積

依法則 $一二\times九=一〇八$ 為二徑相乘數所以 $一〇八\times.七八五四=八四.八二三二$ 為面積

求橢圓截積

如截積之底線與長徑或短徑平行者則如圖法以甲乙徑約截積之高乙辰得數為平圓截積之正矢次於平圓截積表中檢得正矢相配之面積而與本橢圓之兩徑相乘即



為所求之截積

其代數式如 $丁甲\times酉\times丁\times午=截積$ 辛為高 酉為表中之截積

題 如前圖橢圓截積高乙辰五寸兩徑三十寸與二十寸求其面積

依法則 $\frac{五}{三〇}=.一六六$ 為平圓截積之正矢檢下表得平圓截積 $.一〇八五四$ 所以 $.一〇八五四\times三〇\times二〇=五.一二四$ 為本截積數

下表以平圓徑為一千分為二千分而得各截積數

截積	正矢
.〇〇〇〇四	.〇〇一
.〇〇〇一二	.〇〇二
.〇〇〇二二	.〇〇三
.〇〇〇三四	.〇〇四
.〇〇〇四七	.〇〇五
.〇〇〇六二	.〇〇六
.〇〇〇七八	.〇〇七
.〇〇〇九五	.〇〇八
.〇〇一一三	.〇〇九
.〇〇一三二	.〇一
.〇〇一五三	.〇一一
.〇〇一七五	.〇一二
.〇〇一九七	.〇一三
.〇〇二二	.〇一四
.〇〇二四四	.〇一五
.〇〇二六八	.〇一六
.〇〇二九四	.〇一七
.〇〇三二	.〇一八

截積	正矢	截積	正矢	截積	正矢	截積	正矢
·〇二五七一	·〇七三	·〇一六九一	·〇五五	·〇〇九三八	·〇三七	·〇〇三四七	·〇一九
·〇二六二四	·〇七四	·〇一七三七	·〇五六	·〇〇九七六	·〇三八	·〇〇三七[illegible]	·〇二〇
·〇二六七六	·〇七五	·〇一七八五	·〇五七	·〇一〇一五	·〇三九	·〇〇四〇三	·〇二一
·〇二七二九	·〇七六	·〇一八三[illegible]	·〇五八	·〇一〇五四	·〇四	·〇〇四三二	·〇二二
·〇二七八二	·〇七七	·〇一八七七	·〇五九	·〇一〇九三	·〇四一	·〇〇四六[illegible]	·〇二三
·〇二八三五	·〇七八	·〇一九二四	·〇六	·〇一一三三	·〇四二	·〇〇四九二	·〇二四
·〇二八八九	·〇七九	·〇一九七二	·〇六一	·〇一一七三	·〇四三	·〇〇五二三	·〇二五
·〇二九四三	·〇八	·〇二〇二	·〇六二	·〇一二一四	·〇四四	·〇〇五五五	·〇二六
·〇二九九七	·〇八一	·〇二〇六八	·〇六三	·〇一二五五	·〇四五	·〇〇五八七	·〇二七
·〇三〇五二	·〇八二	·〇二一一七	·〇六四	·〇一二九七	·〇四六	·〇〇六[illegible]	·〇二八
·〇三一〇七	·〇八三	·〇二一六五	·〇六五	·〇一三三九	·〇四七	·〇〇六五三	·〇二九
·〇三一六二	·〇八四	·〇二二一五	·〇六六	·〇一三八二	·〇四八	·〇〇六八六	·〇三
·〇三二一八	·〇八五	·〇二二六五	·〇六七	·〇一四二五	·〇四九	·〇〇七二一	·〇三一
·〇三二七四	·〇八六	·〇二三一五	·〇六八	·〇一四六八	·〇五	·〇〇七五六	·〇三二
·〇三三三[illegible]	·〇八七	·〇二三六六	·〇六九	·〇一五一二	·〇五一	·〇〇七九一	·〇三三
·〇三三八七	·〇八八	·〇二四一七	·〇七	·〇一五五六	·〇五二	·〇〇八二七	·〇三四
·〇三四四四	·〇八九	·〇二四六八	·〇七一	·〇一六〇一	·〇五三	·〇〇八六四	·〇三五
·〇三五〇一	·〇九	·〇二五一九	·〇七二	·〇一六四六	·〇五四	·〇〇九〇一	·〇三六

截積	正矢	截積	正矢	截積	正矢	截積	正矢
·〇七〇三三	·一四五	·〇五[illegible]	·一二七	·〇四六三八	·一〇九	·〇三五五八	·〇九一
·〇七一〇五	·一四六	·〇五八六六	·一二八	·〇四七[illegible]	·一一	·〇三六一六	·〇九二
·〇七一七四	·一四七	·〇五九[illegible]五	·一二九	·〇四[illegible]六三	·一一一	·〇三六七四	·〇九三
·〇七二四五	·一四八	·〇六[illegible]	·一三	·〇四八二六	·一一二	·〇三七三二	·〇九四
·〇七三一六	·一四九	·〇六〇[illegible]七	·一三一	·〇四八八九	·一一三	·〇三七九	·〇九五
·〇七三八七	·一五	·〇六一五五	·一三二	·〇四九五五	·一一四	·〇三八四九	·〇九六
·〇七四五九	·一五一	·〇六二〇五	·一三三	·〇五〇一六	·一一五	·〇三九〇八	·〇九七
·〇七五三一	·一五二	·〇六二[illegible]	·一三四	·〇五〇八	·一一六	·〇三九六八	·〇九八
·〇七六〇三	·一五三	·〇六三[illegible]	·一三五	·〇五一四五	·一一七	·〇四〇二七	·〇九九
·〇七六七五	·一五四	·〇六四〇七	·一三六	·〇五二〇九	·一一八	·〇四〇八七	·一
·〇七七四七	·一五五	·〇六四七六	·一三七	·〇五二七三	·一一九	·〇四一四八	·一〇一
·〇七八二	·一五六	·〇六五四五	·一三八	·〇五三三八	·一二	·〇四二〇八	·一〇二
·〇七八九二	·一五七	·〇六六一四	·一三九	·〇五四〇四	·一二一	·〇四二六九	·一〇三
·〇七九六五	·一五八	·〇六六八三	·一四	·〇五四六九	·一二二	·〇四三三一	·一〇四
·〇八〇三八	·一五九	·〇六七五三	·一四一	·〇五五三四	·一二三	·〇四三九二	·一〇五
·〇八一一一	·一六	·〇六八二二	·一四二	·〇五六	·一二四	·〇四四五二	·一〇六
·〇八一八五	·一六一	·〇六八九二	·一四三	·〇五六六六	·一二五	·〇四五一四	·一〇七
·〇八二五八	·一六二	·〇六九六二	·一四四	·〇五七三三	·一二六	·〇四五七七	·一〇八

截積	正矢	截積	正矢	截積	正矢	截積	正矢
·一二五[illegible]	·二一七	·一一〇[illegible]	·一九九	·〇九六九	·一八一	·〇八三三二	·一六三
·一二六[illegible]	·二一八	·一一[illegible]八二	·二	·〇九七六七	·一八二	·〇八四〇六	·一六四
·一二七三八	·二一九	·一一二六二	·二〇一	·〇九八四五	·一八三	·〇八四八	·一六五
·一二八二一	·二二	·一一三四三	·二〇二	·〇九九二三	·一八四	·〇八五五四	·一六六
·一二八九四	·二二一	·一一四二三	·二〇三	·一	·一八五	·〇八六二九	·一六七
·一二九七七	·二二二	·一一五〇三	·二〇四	·一〇〇七七	·一八六	·〇八七〇四	·一六八
·一三〇六	·二二三	·一一五八四	·二〇五	·一〇一五五	·一八七	·〇八七七九	·一六九
·一三一四四	·二二四	·一一六六五	·二〇六	·一〇二三三	·一八八	·〇八八五三	·一七
·一三二二七	·二二五	·一一七四六	·二〇七	·一〇三一二	·一八九	·〇八九三[illegible]	·一七一
·一三三一一	·二二六	·一一八二七	·二〇八	·一〇三九	·一九	·〇九〇[illegible]	·一七二
·一三三九四	·二二七	·一一九〇八	·二〇九	·一〇四六八	·一九一	·〇九〇八	·一七三
·一三四七八	·二二八	·一一九九	·二一	·一〇五四七	·一九二	·〇九一五五	·一七四
·一三五六二	·二二九	·一二〇七一	·二一一	·一〇六二六	·一九三	·〇九二三一	·一七五
·一三六四六	·二三	·一二一五三	·二一二	·一〇七〇五	·一九四	·〇九三〇七	·一七六
·一三七三一	·二三一	·一二二三五	·二一三	·一〇七八四	·一九五	·〇九三八四	·一七七
·一三八一五	·二三二	·一二三一七	·二一四	·一〇八六四	·一九六	·〇九四六	·一七八
·一三九	·二三三	·一二三九九	·二一五	·一〇九四三	·一九七	·〇九五三七	·一七九
·一三九八四	·二三四	·一二四八一	·二一六	·一一〇二三	·一九八	·〇九六一三	·一八

截積	正矢	截積	正矢	截積	正矢	截積	正矢
·一八八一四	·二八九	·一七一九七	·二七一	·一五六一五	·二五三	·一四〇六九	·二三五
·一八九〇五	·二九	·一七二八七	·二七二	·一五七〇二	·二五四	·一四一五四	·二三六
·一八九九五	·二九一	·一七三七六	·二七三	·一五七八九	·二五五	·一四二三九	·二三七
·一九〇八六	·二九二	·一七四六五	·二七四	·一五八七六	·二五六	·一四三二四	·二三八
·一九一七七	·二九三	·一七五五四	·二七五	·一五九六四	·二五七	·一四四〇九	·二三九
·一九二六八	·二九四	·一七六四三	·二七六	·一六〇五一	·二五八	·一四四九四	·二四
·一九三六	·二九五	·一七七三三	·二七七	·一六一三九	·二五九	·一四五八	·二四一
·一九四五一	·二九六	·一七八二二	·二七八	·一六二二六	·二六	·一四六六五	·二四二
·一九五四二	·二九七	·一七九一二	·二七九	·一六三一四	·二六一	·一四七五一	·二四三
·一九六三四	·二九八	·一八〇〇二	·二八	·一六四〇二	·二六二	·一四八三七	·二四四
·一九七二五	·二九九	·一八〇九二	·二八一	·一六四九	·二六三	·一四九二三	·二四五
·一九八一七	·三	·一八一八二	·二八二	·一六五七八	·二六四	·一五〇〇九	·二四六
·一九九〇八	·三〇一	·一八二七二	·二八三	·一六六六六	·二六五	·一五〇九五	·二四七
·二	·三〇二	·一八三六一	·二八四	·一六七五五	·二六六	·一五一八二	·二四八
·二〇〇九二	·三〇三	·一八四五二	·二八五	·一六八四四	·二六七	·一五二六八	·二四九
·二〇一八四	·三〇四	·一八五四二	·二八六	·一六九三一	·二六八	·一五三五五	·二五
·二〇二七六	·三〇五	·一八六三三	·二八七	·一七〇二	·二六九	·一五四四一	·二五一
·二〇三六八	·三〇六	·一八七二三	·二八八	·一七一〇九	·二七	·一五五二八	·二五二

截積	正矢	截積	正矢	截積	正矢	截積	正矢
·二五五五一	·三六一	·二三八三二	·三四三	·二二一五四	·三二五	·二〇四六	·三〇七
·二五六四七	·三六二	·二三九二七	·三四四	·二二二三八	·三二六	·二〇五五三	·三〇八
·二五七四三	·三六三	·二四〇二二	·三四五	·二二三二一	·三二七	·二〇六四五	·三〇九
·二五八三九	·三六四	·二四一一七	·三四六	·二二四一五	·三二八	·二〇七三八	·三一
·二五九三六	·三六五	·二四二一二	·三四七	·二二五〇九	·三二九	·二〇八三	·三一一
·二六〇三二	·三六六	·二四三〇七	·三四八	·二二六〇三	·三三	·二〇九二三	·三一二
·二六一二八	·三六七	·二四四〇三	·三四九	·二二六九七	·三三一	·二一〇一五	·三一三
·二六二二五	·三六八	·二四四九八	·三五	·二二七九一	·三三二	·二一一〇八	·三一四
·二六三二一	·三六九	·二四五九三	·三五一	·二二八八六	·三三三	·二一二〇一	·三一五
·二六四一八	·三七	·二四六八九	·三五二	·二二九八	·三三四	·二一二九四	·三一六
·二六五一四	·三七一	·二四七八四	·三五三	·二三〇七四	·三三五	·二一三八七	·三一七
·二六六一一	·三七二	·二四八八	·三五四	·二三一六九	·三三六	·二一四八	·三一八
·二六七〇八	·三七三	·二四九七六	·三五五	·二三二六三	·三三七	·二一五七三	·三一九
·二六八〇四	·三七四	·二五〇七一	·三五六	·二三三五八	·三三八	·二一六六七	·三二
·二六九〇一	·三七五	·二五一六七	·三五七	·二三四五三	·三三九	·二一七六	·三二一
·二六九九八	·三七六	·二五二六三	·三五八	·二三五四七	·三四	·二一八五三	·三二二
·二七〇九五	·三七七	·二五三五九	·三五九	·二三六四二	·三四一	·二一九四七	·三二三
·二七一九二	·三七八	·二五四五五	·三六	·二三七三七	·三四二	·二二〇四	·三二四

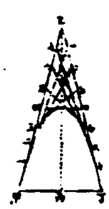
截積	正矢	截積	正矢	截積	正矢	截積	正矢
·三二五八九	·四三三	·三〇八一一	·四一五	·二九〇四三	·三九七	·二七二八九	·三七九
·三二六八九	·四三四	·三〇九〇九	·四一六	·二九一四一	·三九八	·二七三八六	·三八
·三二七八八	·四三五	·三一〇〇八	·四一七	·二九二三九	·三九九	·二七四八三	·三八一
·三二八八七	·四三六	·三一一〇七	·四一八	·二九三三七	·四	·二七五八〇	·三八二
·三二九八六	·四三七	·三一二〇五	·四一九	·二九四三五	·四〇一	·二七六七七	·三八三
·三三〇八六	·四三八	·三一三〇四	·四二	·二九五三三	·四〇二	·二七七七五	·三八四
·三三一八五	·四三九	·三一四〇三	·四二一	·二九六三一	·四〇三	·二七八七二	·三八五
·三三二八四	·四四	·三一五〇二	·四二二	·二九七二九	·四〇四	·二七九六九	·三八六
·三三三八四	·四四一	·三一六	·四二三	·二九八二七	·四〇五	·二八〇六七	·三八七
·三三四八三	·四四二	·三一六九九	·四二四	·二九九二五	·四〇六	·二八一六四	·三八八
·三三五八一	·四四三	·三一七九八	·四二五	·三〇〇二四	·四〇七	·二八二六二	·三八九
·三三六八二	·四四四	·三一八九七	·四二六	·三〇一二二	·四〇八	·二八三五九	·三九
·三三七八一	·四四五	·三一九九六	·四二七	·三〇二二	·四〇九	·二八四五七	·三九一
·三三八八	·四四六	·三二〇九五	·四二八	·三〇三一九	·四一	·二八五五四	·三九二
·三三九八	·四四七	·三二一九四	·四二九	·三〇四一七	·四一一	·二八六五二	·三九三
·三四〇七九	·四四八	·三二二九三	·四三	·三〇五一五	·四一二	·二八七五	·三九四
·三四一七九	·四四九	·三二三九一	·四三一	·三〇六一四	·四一三	·二八八四八	·三九五
·三四二七八	·四五	·三二四九	·四三二	·三〇七一二	·四一四	·二八九四五	·三九六

截積	正矢	截積	正矢	截積	正矢	截積	正矢
·三八二七	·四九	·三六九七一	·四七七	·三五六七三	·四六四	·三四三七八	·四五一
·三八三七	·四九一	·三七〇七一	·四七八	·三五七七二	·四六五	·三四四七七	·四五二
·三八四七	·四九二	·三七一七	·四七九	·三五八七二	·四六六	·三四五七七	·四五三
·三八五七	·四九三	·三七二七	·四八	·三五九七二	·四六七	·三四六七六	·四五四
·三八六七	·四九四	·三七三七	·四八一	·三六〇七二	·四六八	·三四七七六	·四五五
·三八七七	·四九五	·三七四七	·四八二	·三六一七二	·四六九	·三四八七五	·四五六
·三八八七	·四九六	·三七五七	·四八三	·三六二七二	·四七	·三四九七五	·四五七
·三八九七	·四九七	·三七六七	·四八四	·三六三七一	·四七一	·三五〇七五	·四五八
·三九〇七	·四九八	·三七七七	·四八五	·三六四七一	·四七二	·三五一七四	·四五九
·三九一七	·四九九	·三七八七	·四八六	·三六五七一	·四七三	·三五二七四	·四六
·三九二七	·五	·三七九七	·四八七	·三六六七一	·四七四	·三五三七四	·四六一
		·三八〇七	·四八八	·三六七七一	·四七五	·三五四七四	·四六二
		·三八一七	·四八九	·三六八七一	·四七六	·三五五七三	·四六三

按原卷中本無此表茲特附入以便檢用

拋物線

任作兩等邊三角形如圖其底甲丁爲拋物線之底其高乙丙爲拋物線之倍軸線次在甲乙乙丁兩線上平分若干等分而作一一·二二·三三等直線則拋物線必在諸線之界內



有一縱線與二橫線求其他縱線或有一橫線與二縱線求其他橫線

法曰第一橫線與第一縱線方之比若第二橫線與第二縱線方之比

如令辰甲爲第一縱橫線辰申爲第二縱橫線依法

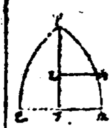
得比例式 甲∶辰∷申∶辰 從此式得四式如下

一式 $\frac{甲}{辰乂申}=辰$　　二式 $\frac{申}{辰乂甲}=辰$

三式 $\frac{辰}{辰乂申}=甲$　　四式 $\frac{辰}{辰乂甲}=申$

由上式更可見任橫線之平方根與其縱線之比若

他橫線之平方根與其縱線之比則得 $\frac{甲}{辰\sqrt{申}}=辰$ 等式



題 如圖橫線甲乙九寸縱線乙丙六寸又丁戊縱線之橫線甲丁 $\frac{甲丁}{線}$ 即軸 十六寸求丁戊縱線之長數

依法得式 九六六一六六四 則 $\sqrt{六四}=八$ 爲丁戊縱線數 如作 $\sqrt{九六}=\sqrt{六八}$ 亦同

茲更即前題之四式以證 甲∶辰∷申∶辰 式變用之妙

一式 $\frac{九}{(八)\times六}=八$　　二式 $\sqrt{\frac{一六}{(六)\times九}}=六$

三式 $\frac{(八)}{(六)\times六}=九$　　四式 $\frac{(六)}{(八)\times九}=一六$

所以四數內若已有三數則其餘一數可求

求拋物線之長

法曰將橫線自乘三歸四因之而與縱線自乘數相加開平方以二乘之即得曲線之長數

其代數式如 $二\sqrt{辰\frac{三}{四}甲}=線長$ 甲爲橫線 辰爲縱線

題 如前圖縱線丁戊八寸橫線甲丁五十六寸求己甲戊線之長

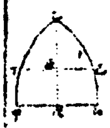
依法得式 $(八)\frac{二}{四}(一六)=四三三三$ 則 $\sqrt{四〇五三三三一二〇一三三}$ 所以 $二\times〇一三三=四〇二六$ 爲線之長數

求拋物線之面積

法以底乘軸線得數三約之而取其二即面積 拋物線之面積爲外長方面積之三分之二

其代數式如 $\frac{三}{三}(乙\times辛)=面積$ 乙爲底 辛爲軸

題　如圖乙戊軸線十六寸甲丙底線六寸求甲乙丙



線內之面積

依法得 $一六\times六=九六$ 所以 $\frac{二}{三}\times九六=六四$ 爲面積

求拋物線之截積

法將截積之兩邊各自乘再乘之相較餘以倍高乘之次以兩邊各自乘相較餘三倍之以約上數即得截積

其代數式如 $\frac{二辛(丁^{三}\perp子^{三})}{三(丁^{二}\perp子^{二})}=截積$ 丁子爲兩邊辛爲高

題　如前圖甲丁己丙截積之兩邊甲丙與丁己爲十寸與六寸高戊辰十寸求其面積

依法得 $\frac{二(一〇)(一〇〇〇\perp二一六)}{三(一〇〇\perp三六)}=\frac{一五六八〇}{一九二}$ 則 $=八一\cdot六六七$ 爲甲丁己丙積數

又法以截積之高爲新拋物線之軸線次以截積之兩邊相加爲首率以小邊爲中率求得末率數加入截積之大邊爲新拋物線之底線既有軸與底則可用常法求其面積即等於本截積之面積

如前題大邊爲十寸小邊爲六寸則 $一六:六::六:二\cdot二五$ 則 $一〇\perp二\cdot二五=一二\cdot二五$ 爲新拋物線之底又因一〇爲其軸線故可依求面積法求得面積爲八一·六六七即爲甲丁己丙積數

雙曲線

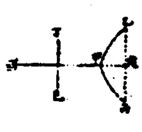
凡曲線之每點距二定點之較恆能相等則此二定點必爲曲線之二心

有縱橫二徑與橫線求其縱線

法曰橫徑與縱徑之比若橫線與二截徑和相乘積之平方根與所求縱線之比

其代數式如 $\frac{丙}{酉}\sqrt{(甲)(申)}=縱線$ 酉爲橫徑丙爲縱徑甲爲橫線申爲二截徑和

題　如圖甲乙丙雙曲線橫徑甲酉一百二十寸縱徑丁己七十二寸橫線甲戊四十寸求縱線戊丙之長



依法得　為二截徑之和故　為戊丙縱線數

一系橫線與橫徑之和即大橫線

二系在二心點出兩直線相交於曲線界則二線之較與橫徑等

有縱橫二徑與縱線求其二截徑

法曰縱徑與橫徑之比若縱線方與半縱徑方之和之平方根與縱線心距（為距縱橫線相交之一點）之比次將心距與半橫徑相加即大橫線與半橫徑相減即橫線

其代數式如　為縱線之心距則　（甲為大橫線申為橫線辰為縱線丙酉同前）

題　如前圖有橫徑甲酉縱徑丁己縱線戊丙數皆同前求二截徑酉戊與甲戊

依法則　為縱線之心距故得　為酉戊大橫線

又　為甲戊橫線

有二截徑與縱線與橫徑求其縱徑

法曰以二截徑相乘開平方為一率縱線為二率橫徑為三率求得四率即縱徑

其代數式如　縱徑（甲申為二截徑辰為縱線酉為橫徑）

題　如前圖有橫徑甲酉縱線戊丙二截徑酉戊與甲戊仍同前數求得縱徑丁己

依法先得　則　為縱徑數

有縱橫線與縱徑求其橫徑

法曰縱線與半縱徑各自乘相加開平方得數加入半縱徑大設比例以縱線自乘為一率縱徑橫線相乘為二率前方根與半縱徑和為三率求得四率即橫徑

其代數式如　一橫徑（辰為縱線丙為縱徑甲為橫線）

題 如前圖有縱徑丁己縱線戊丙橫線甲戊仍同前數求橫徑甲酉

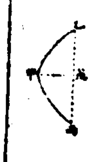
依法則 [illegible] 加八半縱徑得 [illegible] 因 [illegible] 為縱徑橫線相乘積故 [illegible] 即橫徑也

求雙曲線之長

法曰十九倍橫徑與二十一倍通徑相加以橫徑約橫線之得數乘之加入十五倍通徑為實次列九倍橫徑與二十一倍通徑相加以橫徑約橫線之得數乘之加八十五倍通徑為法法除實得數與縱徑相乘即得曲線之長數按此法為求半曲線之長如欲求其全線倍之即得

其代數式如 [illegible] 酉為橫徑己為通徑甲為橫線辰為縱徑

題 如圖甲乙丙雙曲線橫徑一百二十寸縱徑八十寸縱線戊丙四十八寸橫線甲戊四十寸求甲乙線長幾何



先求通徑得式 [illegible] 次依本法得式 [illegible] 又 [illegible] 所以 [illegible] 即得 [illegible] 為甲乙線長數

雙曲線內軸線之通徑為橫徑縱徑之末率此術已見於本卷之首

有縱橫徑與橫線求其面積

法曰橫徑橫線相乘以七分橫線方之五加之開平方以二十一乘之得數加入四倍橫徑橫線相乘積之平方根而以七十五約之得數與四倍縱徑橫線相乘積以橫徑約得之數相乘即得面積

其代數式如 [illegible] 酉為橫徑甲為橫線丙為縱徑

題　如前圖橫徑八十寸縱徑三十六寸橫線甲戊二十寸求甲乙丙戊面積

依法得 $(六〇\times二〇)\perp\frac{五}{七}(二〇)^{二}=一四八五七五四三$ 為橫徑橫線相乘積與七分橫線方之五之和則 $二一\sqrt{一四八五七五四三}=八〇九四二四$ 為二十一倍前和數方根又 $\sqrt{四\times六〇\times二〇}\perp八〇九四二四=九四七九八八$ 為前數與四倍橫徑橫線相乘積之方根之和約得 $\frac{七五}{九四七九八八}=一二六三九八$ 所以 $\left(\frac{六〇}{三六}\times二〇\times四\right)一二六三九八=六〇六七一〇四$ 即甲乙丙戊面積也

蕪湖朱　㷁繪圖

南滙賈步緯校算

算式集要卷四

英國哈司韋輯

英國 傅蘭雅 口譯
元和 江衡 筆述

此卷附論測算地面諸法

測地之法必先將所測之地繪成一圖然後算其田積如英國畝法為中畝之六倍又百分倍之六十一一畝分為四分一分分為四十釐

測地所用之器曰帶尺西名牽一牽之長等畝之四釐即二十二碼每牽分作一百等分每分謂之一連其長等於百分碼之二十二即等於百分尺之六十六約作寸數七九二（英國以十二寸為一尺謨天云英尺為中尺九寸八分五釐八毫）其用法以長十牽寬一牽之面為一畝以碼計之即四千八百四十平方碼以釐計之即一百六十平方釐以連計之適得十萬平方連故測地皆以連計之所測得之地面必為若干平方連此因十萬平方連為一畝其數其有六位則截去五位其左位即得畝數次視所餘之五位如為實數而不為○則可以四乘之而再截去五位其左位即分數再列次所餘之五位以四十乘之而又截去五位其左位即釐數此即算田之妙用也

設有長方田長七百九十二連寬三百八十五連欲求畝分釐各若干則依上法先以長乘寬得三○四九二○截去五位其左位三即為畝數次將○四九二○以四乘之得一九六八○觀此數共有五位截而無餘則知不能有分數再將一九六八○以四十乘之得七八七二○○截去五位其左位七即為釐數約計田積得三畝○七釐其餘小數可棄之

測地面之各線

測地面之各線必用二人一在前一在後所用之器帶尺一箭十並用竹竿較箭略長作各色小旗如測處之兩旁無樹木等物可作識即插旗以表之測線之時前人一手攜十箭一手攜帶尺之一端後人攜其他端立在起測之點使前人前行至帶尺曳平而止後人必觀其止點正在欲測之線上與否如有不合則向左右指示前人即偏行左或右至適當之方向而止即於止點插一箭後人乃從前人前行至插箭處而立前人亦因尺已曳直而止後人再觀其止點向左右指示前人亦宜互觀方向務使正合線上不偏不倚前人即於止點插第二箭後人望見之即拔去第一箭而命前人同向前行如是行至第十一牽前人已無箭可插後人乃返其所拔而更行如前至線測竟而止每換箭一次以十牽計算後人手中所餘之箭又得

若干牽加入次數即得全線之長數　假如線長三十六牽又四十五連則知箭已換三次而後人手中有五箭前人餘四箭故後人必將前人末後所插之一箭拔起其得六箭是爲六牽但前人立定之處過於三十六牽故後人又用帶尺量其所過之數得四十五連總計得三千六百四十五連

凡論測地之書必將應用之測器一一明其用法若學者於他人測量之時細觀數次則更易通曉較讀書更捷常用之測器爲帶尺平面桌經緯儀十字形尺徑規左右竿測路輪又有測平器上置遠鏡與照星等器以測兩處高低之較以上各器之外又必需比例尺通弦線測角器規羅盤平行尺丁字形尺等器茲不必詳論各器之用想測量者亦已通曉

用平面桌測地可畫地圖於桌面若用經緯儀等器必另攜書一本記其測得之各數此書之縱橫格線必預先刊定每一頁分作三行中行記方向之角度左右二行記測線左右之各物如房屋路徑礮臺亭塔等所須與線之若干連數相對並記其離線之尺數

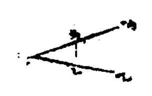
如所測之地不甚廣大則可先相其地而畫一粗圖後測其各綫之其尺數而記于圖上次依測得之各數畫一準

圖　下圖爲書之定式

左邊各物	方向之角度	右邊各物
[illegible]	第一方位 [illegible]	倉屋 [illegible]
	第二方位 [illegible]	
	第三方位 [illegible]	

觀上式可知第一方位之角度爲一百〇四度五十二分線離方位六十七連處左有籬笆距線四十二尺又在一百二十連處左有一溪距線三十尺在六十七連處右有某人之倉屋在九百五十四連處右有一樹在七百三十六連處右有籬門其餘各方位類此每換一方位作一橫線以別之

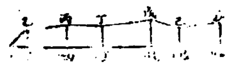
測角度



設有二物如圖之丙乙二點自甲點測丙甲乙甲二線所成之角度其常法有四

用帶尺之法曰在甲乙甲丙二線上測等距之甲乙甲丙線次測丙乙距將此甲乙丙三角形圖於紙上依三角法求其丙甲乙角

用測向羅盤之法曰將羅盤之指南針配準至甲點令針

之北極對分度周〇度用照星觀吃點在周上觀得度
數而記之再用照星對呐點而記其度數此兩數之和或
較即呐呷吃角度
用經緯儀之法曰將經緯儀遥呷吃而轉動之用遠鏡視
吃點輳緊螺絲再轉分度而至能見呐點乃視分度圈上
之針所指之度數即呐呷吃角度
用平面桌之法曰將畫圖之紙鋪在桌面桌子站在呷點
次在紙上插一細針定爲呷點用視尺靠針移動至正遇
吃點則用鉛筆畫一直線再依同法將尺邊對呐點亦畫
一線此二線所成之角即呐呷吃角
測線之左右各物
如圖呷噢爲所測之線線旁有曲籬或曲池

如呷乙丙丁戊己庚今欲測呷噢庚乙面積
如下法
先從呷點至噢點用帶尺量得其牽數在呷
噢線上略度至乙丙丁等角用十字形尺得
其正相對之點而以
帶尺量得吃乙呐丙
叮丁等垂線各數記
入書中如下式

一九一	七八五 呷噢	
[illegible]	[illegible]	
九八	[illegible]	
七〇	三[illegible]	
八四	二二[illegible]	
六二	四五	
	從呷 向噢 右北	
左各邊列	呷從噢呷本澗線述	右各邊列

次依前數畫一圖任作呷噢線其長未定用比例尺度
呷吃得四十五連自吃點作吃乙線視比例尺得六十
二連再度呷呐得二百二十連即二十二連在呐點作呐丙
線得八十四連再度呷叮得二百四十連即二十四連在叮
點作叮丁線得七十連依同法作哦戊吃己噢庚等線
亦記其數末從呷點過各垂線之端而作乙丙丙丁等
線則圖已畫成而面積可求矣
昔人所作測地書中有云求面積之法可將各垂線如
前圖吃乙呐丙等相加爲實以線數爲法約之則得中
濶數以長呷噢乘之即得面積但此法爲等距之垂線
而設不能通用況垂線所得之數不免有差不如用下
法求之
用三角求面積法求得呷吃乙面積又用二平行邊形
求面積法求得吃呐丙乙呐叮丁丙等面積各積相加
即得全面積其算草如下

呷吃＝四五
吃乙＝六二
四五乘六二＝二七九〇
爲呷吃乙形倍面積
呷呐＝二二〇
呷吃＝四五
二二〇[illegible]＝一[illegible]五
吃乙＝六二
呐丙＝八四
六二[illegible]八四＝一四六
則
一七五乘一四六＝二五五五〇

爲⿰口乙呐丙乙形倍面積

呷叮＝三四〇
呷呐＝二二〇
三四〇丅二二〇＝一二〇
呐丙＝八四
叮丁＝七〇
八四丄七〇＝一五四

則

一二〇╳一五四＝一八四八〇

爲呐叮丁丙形倍面積

呷⿰口戊＝五一〇
呷叮＝三四〇
五一〇丅三四〇＝一七〇
叮丁＝七〇
⿰口戊戊＝九八
七〇丄九八＝一六八

則

一七〇╳一六八＝二八五六〇

爲叮⿰口戊戊丁形倍面積

呷甲＝六三四
呷⿰口戊＝五一〇
六三四丅五一〇＝一二四
⿰口戊戊＝九八
⿰口己己＝五七
九八丄五七＝一五五

則

一二四╳一五五＝一九二二〇

爲⿰口戊⿰口己己丁形倍面積

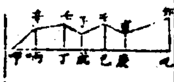
呷⿰口庚＝七八五
呷⿰口己＝六三四
七八五丅六三四＝一五一
⿰口己己＝五七
⿰口庚庚＝九一
五七丄九一＝一四八

則

一五一╳一四八＝二二三四八

爲⿰口己⿰口庚庚己形倍面積

積併積折半得五八四七四 此爲平方連數若用截五位法得〇畝二分十三釐有餘 觀上法可知本線左右雖有曲折幽深之物皆可測量卽如上圖已記其數求其面積則得〇畝二分十二釐

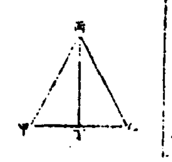


右圖記入書中之數如下式

呷⿰口丙	一五九二	呐辛
呷丁	二二〇八四	丁壬
呷戊	二四〇七〇	戊子
呷己	五一〇八八	己丑
呷庚	六五四五[illegible]	庚寅
呷⿰口乙	七八五九一	⿰口乙卯

測三角形地

一法曰在甲乙丙三角形立竿作識用帶尺量甲丁線此線之丁點卽丙點之垂線與甲乙相遇之一點次測丁乙線與甲丁相加卽得甲乙再用尺量其丙丁以乘甲乙折半卽得面積



假令

甲乙＝一三二一
甲丁＝七九四
丙丁＝八二六

則

一三二一╳八二六
五四五五七三

乃用前法截去五位得五畝次因

四╳四五五七三
一八二二九二

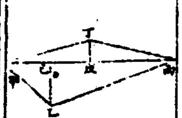
截五位得一分叉因

四╳八二二九二
三二九一六八

截五位得三十二釐總計田積五畝一分三十二釐

二法曰先測甲乙甲丙兩邊與甲角次以兩邊相乘折半以甲角正弦乘之得積　或測甲乙二角並甲乙線畫成一圖再求丙丁垂線以半甲乙乘之亦得積　或測甲乙乙丙丙丁三邊相加折半與各邊一一相減以三較連乘再以三邊之半和乘之得數開平方亦得積

測四不等邊形



一法曰用牽帶量甲丙對角線次量丁戊乙己兩垂線依上款法求甲乙丙甲丙丁兩三角形之面積相加卽得甲乙丙丁全面積

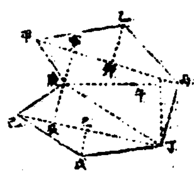
假令 為兩三角形之倍積

則

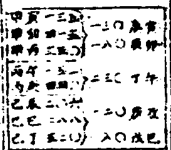
故 截去五位得一畝次因 截五位得二

分又因 截五位得四釐總計得一畝二分四釐

多邊形地之測法如下圖甲乙丙丁戊己庚先在各角立竿作識再觀地形當用何法分之為三角形將各三角形依上法求其面積相加為全面積



作各對角線分本形為兩四邊形如甲乙丙庚庚丁戊己並三角形丙庚丁乃測甲乙丙庚形之對角線甲丙並兩垂線庚寅乙卯又測丙庚丁形之底線庚丙並垂線丁午又測庚丁戊己形之對角線己丁並兩垂線庚辰戊己測畢畫一粗圖將各數記在各線或記入書中

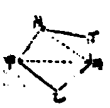


設如上式為記入書中之各數則依算學之常法得全面積一畝三分二十釐

五六

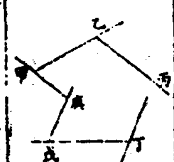
用經緯儀測地

一法曰先思各角能在何點望見如圖丙即將經緯儀置丙點觀乙甲戊丁各點與丙點所成之各角則得乙丙甲乙丙戊乙丙丁角度記之次測丙乙丙甲丙戊丙丁線畫一粗圖記其數



於各線之旁可依第四款之第二法推算其全積

二法曰從形外之各角測得其內角如圖在乙丙丁各角點作識置經緯儀於甲點配準至對乙庚二點則得與甲所成之角度而又測甲乙線次在乙點依同法測乙角並乙丙線由乙而丙而丁皆如是至轉到甲點而止

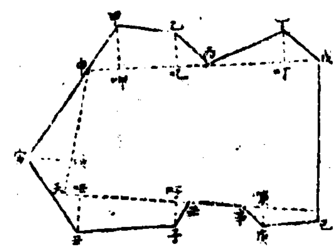


其得數之理實根於幾何原本第一卷三十三題之增論法以形之每一邊當兩直角取其和與四直角相減餘為本形所當之直角但前圖之形外有一丙角如庚則測其外角必小於兩直角而與四直角相減餘即丙角此角必大於兩直角

測多直線角形之地

先在形內棄各界線作直線測其長數與方向並測本形之各角與所作直線之相距而各作連線則圖成矣若測量時用平面桌則測畢地面其圖已在紙上如用經緯儀等器必將各數記入書中依其數而畫一圖然後可算其

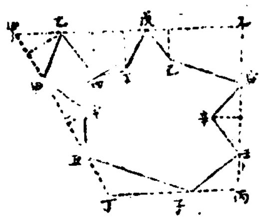
積如圖甲乙丙丁戊己庚辛壬子丑寅為所測之地先在



申戊巳天四點立竿作識測申戊戊巳巳天天申四線之長與其方位或測戊申天申戊巳戊巳天巳天申四角次在申戊巳天四邊形外測甲乙丁庚子丑寅各角之相距而作甲呷乙吃丁叮等垂線則圖可畫而積可求矣

設所作之直線在形內如前圖申戊巳天四邊形則須將申丙乙甲丙戊丁等小分積與四邊形積相加若所作之直線在形外則諸小分積必與四邊形積相減始得本形之全積

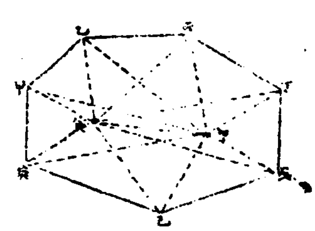
設所測之形內有樹木繁叢人不能過則可在形外認



取幾點如圖之甲乙丙丁先測甲乙乙丙丙丁丁甲四線之長得四線內之面積乃測各角與四線之相距而得諸分形之面積以減四線內面積餘即本形之面積也

從兩方位測任地圖

在形內認取二點須令地界之各角俱可望見乃測各角點與二點所成之角而畫一圖從此二定點畫其所測之角作線聯之 如圖寅卯為二定點甲乙丙丁戊己庚各



角皆能從此二點望見將測角器置于寅測甲寅卯乙寅卯丙寅卯各角又測卯寅距再移測角器置于卯測甲卯寅乙卯寅丙卯寅各角測畢畫一圖各角形之邊線作虛線明之俱相集於二定點

設地界之周圍有山林塔寺散列其間亦可用此法從二點測得各物所成之角度如地界之物不能在此二點盡見者則必認取三點或四點如法測之各定點之距亦須測量誌於圖中

測大田法

測大田之法昔人已著書論明茲揭其要如左

凡極大之地面已分為多田則不能將各田一一測之而以各田積之和為全積又不能測其各田之角再測其外界線因各田所有小差漸積漸大則圖必不準而得數且有大差所以測大田者應從以下七事

一 行徧全地之界內並繞界線二三匝仔細觀其形勢

畫一粗圖註明各田之名並田內之要物

二從界內擇數箇高處爲起測之方位須令要物盡能望見數方位之相距愈遠愈妙且擇定之方位宜少則測後得數可無大差惟須記明數方位之聯線順地之外界否近田內之籬笆等物否以爲後來作垂線地步

三從各方其測界線上各物所成之角並測數方位相距之線此線經過水溝馬路花籬等物俱須記在其中線之兩旁如有一谿一木亦必記之又用十字形尺在界線各點求其與方位線應於何點相聯而作垂線亦須記明　凡有分隔田地之籬笆與方位距線相交之處必立竿作識則測每一田之時能知從何測起方位距線測畢之後隨卽測周圍之田畝若稍緩則前測之數恐有遺忘每日所作測量之工夫須畫圖誌明

四界內之各分地須另擇方位線以測之亦以望見周圍各物爲要線之左右各物仍須記明其線依前方位線而定之宜長如能順田界或過田角則更妙

全田積必依此法分測則得各田之分斛但所作之線益少則差益小

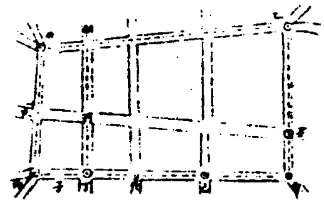
五設全田積內各處不能盡望得見則可分測之測畢相加卽得全積

六畫圖之時必依比例定各線之長短其比例以一寸當若干尺起算其尺可自已造成更合于用

七每過一籬所有之樹木可用平面桌得其方位若從八目中略得之亦可蓋樹木不過指明方向與田積本不相干故方向稍差亦可不計惟在緊要處之樹木則必用平面桌或別種測器測之始準

測城邑

所用測器如經緯儀平面桌等其帶尺長五十尺分爲五十連起測之時擇數條大街宜長在兩街交點置經緯儀以街作方向線街之彼端須用二人作識或立竿表明之乃用帶尺測各線再用十尺竿測本線左右街道如街非直線而有折角則可將各器移至其處測之



如圖將經緯儀置甲點在此點相交之各街作方向線先測甲丙中有天街須記之次移至丙點亦以各街作方向線測丙丁中有大屋乎亦記之次在丁點測各交街之方向後測丁申記其所過之西街以同法測各大

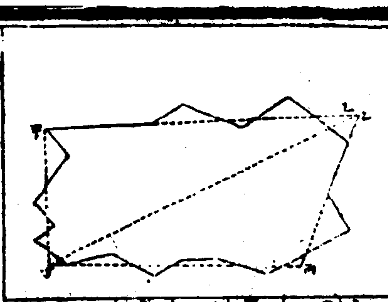
街後測小街末測狹巷倉場等各要處

推算大田積之法

設地面小可從測得之各線徑求面積地面若大則必依地界先畫一準圖分圖爲若干三角四邊形次依其圖之比例測各線之長一一求其面積

推算時最難之事爲地之界線常有曲折必使雜線形變爲等積之直線形

有一法用馬騣或線一根橫在曲線界之中間令線外截去之小分等於線內所添之小分則靠馬騣作線可依直線形推算之　設用籐條或銅絲彎如弓形以馬騣爲其弦則更便據取



如圖甲乙丙丁曲線形先作甲乙乙丙丙丁丁甲各線視線外各小分等於線內之小分則變本形爲直線形次作乙丁對角線則得兩三角形各求面積併之得全積

蕪湖朱　熒繪圖

南滙賈步緯校算