

Einführung in die mathematische Logik

Arbeitsblatt 18

Übungsaufgaben

AUFGABE 18.1. Entwerfe ein Programm für eine Registermaschine, das nach und nach alle Quadratzahlen ausdrückt.

AUFGABE 18.2. Entwerfe ein Programm für eine Registermaschine, die für $r_i \geq r_j$ die Differenz $r_i - r_j$ von zwei Registerinhalten berechnet.

AUFGABE 18.3. Entwerfe ein Programm für eine Registermaschine, das entscheidet, ob der Registerinhalt r_i des Registers R_i die echte Potenz einer natürlichen Zahl ist.

AUFGABE 18.4. Beschreibe ein Verfahren, das alle prädikatenlogischen Ausdrücke ausgibt (dabei sei vorausgesetzt, dass die Variablen, die Konstanten, die Relationssymbole und die Funktionssymbole in einer aufgezählten Form vorliegen).

AUFGABE 18.5. Zeige, dass es kein Programm für eine Registermaschine gibt, das bei jeder Anfangsbelegung sämtliche Register leert.

AUFGABE 18.6. Welches Bildungsgesetz liegt der Folge

1, 11, 21, 1211, 111221, 312211, ...

zugrunde?

(Es wird behauptet, dass diese Aufgabe für Grundschul Kinder sehr einfach und für Mathematiker sehr schwierig ist.)

Aufgaben zum Abgeben

AUFGABE 18.7. (3 Punkte)

Entwerfe ein Programm für eine Registermaschine, das nach und nach alle Primzahlen ausdrückt.

AUFGABE 18.8. (5 Punkte)

Entwerfe ein Programm für eine Registermaschine, das nach und nach alle Glieder der in Aufgabe 18.6 beschriebenen Folge ausdrückt.

AUFGABE 18.9. (3 Punkte)

Entwerfe ein Programm für eine Registermaschine, das die Potenz $r_i^{r_j}$ berechnet (und ausgibt), wobei r_i bzw. r_j die Registerinhalte der Register R_i, R_j , $i \neq j$, sind.

AUFGABE 18.10. (3 Punkte)

Entwerfe ein Programm für eine Registermaschine, das nach und nach alle Mersenne-Primzahlen ausdrückt.