
比登布多美用
伊都牟由
那々夜
許々能
多理
毛々智
用呂都
數學講義錄
嘗觀水一也散則
千流萬派
山となる

算術講義錄第五號目錄

數學講義錄刊行主意

易に曰く算ハ大に亨る善く學べば吉大人は玉成し小人ハ瑕を免るとげに數學の日用に缺くことのならぬハ今更くどくど申すまでもなけれど、何の學問何の工藝にてもこれなくてハかなハぬことなり、かるがゆゑに大小の學校にて數學を敎へぬところハなし、近頃敎育の世話行届きて都も鄙も學校のなき所ハなく、童男童女の學に登る者夥し、されさりながら片田舍又ハ山家に至りてハ三里の村に十戶、其力を合ハするも一宇の校舍を建るに足らず之を建れむとて畠作り田作りにて通ひ稽古の暇はなし、又繁昌の都會にてハ校舍ハ多く良き敎師にも乏しからねど商家にてハ朝から晩まで客あしらひで亦通ひ稽古も出來ぬならん、これ農家も商人も共に暇のないでハなく唯時をきめて通ふとの出來ぬなり、人間世界にひまなもののハの一人もなき筈なれど、一年三百六十五日稼ぎ詰るとハならぬものジヤ、十九土用の炎暑中塵を閉て休む商家あり、つよき沍寒九旬爐の邊で

草鞋つくる農男あり、其外日照月の傘工雨の夜の露店などゝ算へていハゞいくらもある、いかに繁冗の農家商人にてもちとの暇のなきハあらじ、ソレデ暇がないハとて自ら棄る其人にハお勸め申ハむだなれど、十戶の小邑にも稽古好のお人あり廛繁昌のお鋪にも篤志の丁稚なきにあらず、此人々ハ稽古をなさるやら、玉琢かねハ器にならぬと昔の老爺がいふたれど、琢く砥石がなきときハ器ハできませぬ、ソコデ兼々諸君のお勸めありし數學獨稽古の砥石ともなるべきものを編錄め、敎師講義の口つきに記し冊子を刊行し、名づけて數學講義錄といふ、これハお通ひ稽古に暇なき篤志諸君のお爲にし且ツ質問回答のお周旋をも致しますれば、午飯の休み煙草休みの合間にも、此道に心を寄せて身を立て家を興し玉へとお勸め申と爾云、

本書にお疑の所あらば左の約束に循ひお質しあるべし

講義錄中ニ係るもの及び講述中の疑義ハ之を講述者に質し玉ふべし、但し本書に關係なきもの又いまだ揭載なきものゝ疑義ハお答ハ致しませぬ

お質しのお答ハ質義書到達の順を追ふて本書に揭載いたします、但し講述者がお答を致すまでもなき事がらと申しますときにハお答をせぬこともあるべし

明治二十一年一月

編者識

算術講義錄

東京　田中矢德講述

緒言

Product

扨て此回私(タヒ)が算術講義を書きました譯柄(ワケガラ)を一ト通りザツト申述ぶれば地方遠隔の地に於て住居の生徒方及び學校へ御通學なされ難き諸君の御便利にもならうかと存じ又た敎員方までも御參考なさるもあらうかとぞんじ往日(トウヤ)より此事を心掛けて居りましたなれど先年彼の敎科書を書きました折り充分に說明を致しましたる心得なれば最早文體の變ります位にとゞまり別に良き手段も思ひ當らず文體が違ふだけにてそ別段に能くわかるとも受合かねましたゆゑ暫らく見合せて居りました然る處近頃諸方より口述筆記の躰裁に書いて貰ひたいと御注文下さるゝも追々に殖にて來ましたゆゑ面白くも又た珍らしくもあらぬ說明なれど諸君が折角の御厚意に戻るも本意ならずと思ひまづ取あへず數學の初門算術より訥辯なる講

義を紙上にて述べますれば、先きの教科書とお見くらべのうへ御覧下さるべし、猶ほお分り兼の條りは幾度とても御質問下されたく、さすれば次回の講義録にて精一杯のお答を致しまする心得なり、まづは微衷のあらましかくのとし

玆に一言申述べたきとあり、講義録と申たればとて私が何處《ドコ》かの學校にて喋り立たる講義を筆記せしものにてはこれなく、算術の理合と算へかたとを俗語と雅言とを七分三分に書きつゞりたる册子なれば、前後の言葉都合にて常の話しにはたえてあるまじき(べし)(なり)(かし)なんど申言葉もをりふしは記るしますれど、諸君こればかりは御見ゆるし下されたし、若し訥辯なる講義をソツクリそのまゝ記るしますればサツパリ讀みのつゞかぬものが出來、さりとて(御坐ります)と(そうして)で立てきれば、くど／＼と長たらしうなりて、これを御覧の方／＼が主意の通ぜぬその中ちにお厭《アキ》めさるもあらんかなど、いろ／＼工夫も致しましたれど、いづれ算術稽古のそのた

めにて洒落《シヤレ》樂しみに御覧めさるにあらねば意《コヽロ》の通じまするを専一と致し、俗語にまれ雅言にまれ筆にまかせて書きたてますれば看者諸君の其中ちにはおのれやれ戯場にて斯る奇怪な言葉ばし喋《ホザ》きをるかとのお咎めもあらうかと思はぬにはあらねど、そを潤色する東里の予輩は手近に居らず拙き筆に潤色して主意が違ひでも致してはそれこそ大事なれば文體不齊《ソロヒ》もまた御一興とおしを強くもおして諸君の御意えん事を希ふになん

算術と申は英語にて「アリスメチツク」と言ひまして數と申多少を分つ符牒を定めおきこれを手際に扱ひて成たけ輕便《テガル》に成たけ早く其上明亮にしかも精密に、物の多少が人の脳裏に入るやうに致す業《ワザ》にて随分身勝手なる望みなれど若し去る事が出來ましたならば至極重寶なるべし、斯く重寶と申たるは不自由をさへ堪へたらんには算術に據らぬも物の多少が全く分らぬではありませぬと申意《コヽロ》なり、若し些少の數ならんには指を折り小石を列《ナラ》べますとも其多少を知る事が出來ますけれど其多きに至りなばかゝる手

段にても容易に人々の腦裏に感覺を與ふるとハむづかしう御坐ります、俗諺に提灯に釣鐘と申事あれど提灯輕しとて全く目方の無きにもあらじ澤山あつめたらば終にハ釣鐘の重さにもなるべし唯其數ハ指を折り小石を列べる等の間に合せ手段にてハ指名致し難し、畢竟世間の事物が指の數にたらぬ程の少數ならんにハ、八釜しく言ふて法立てをなすにも及ばぬ筈なれど、世間の事物ハ限りなき多數にも至るものなれば餘程便利重寳なる方法を設け置かねば其數を自由自在に區別するとハなか〳〵むづかしき事ならん

算術に純正と應用との區別あり、其純正と申科ハ數理の本原を講究致す科にして、度量衡數等實用の數に拘泥致さず遍通の數理を論じまするなり、其應用と申科ハ純正算術にて考へ出したる數理を度量衡數等實用の數に施し其多寡大小等を算するなり、去れば純正より應用に入るを順序と致します、たとへば指を折りて日數を算ふるとも、算へ得たるは指の數にて日數に

はあらじと思ふ者ハなかるべし、是れ畢竟指を算へたるにはあらで指を日と見て算へましたるゆゑなり、總じて物の數を知らんとするときハ其實物を算へねばならぬとならば其不便尠からじ、よりて何物にも代用すべき重寳なる符牒の數と申者を設けおきて之れを使用致す時ハ指の數の少數なるには勝りて一層の便利ともなりまするなり、されば數ハホンの思想にて實物にあらずされど實物に逢へバ直に其物に代はるなり、よりて本論に入りなば純正を先にし應用を次ぎに申述べん

扨て又た本論に立入る前に今少々推例より起る用語の件に付申置たき事あり、凡そ術名術語は其使用すべき條りに於て一々解釋致しますれば玆に陳ぶるにハ及びませぬなれど術名にもあらず術語にもあらで通例の用語の例に依りて新たに作り出せる用語あり、たとへば年の數幾年を年數と云ひ、人の數幾人を人數と云ふは通例なれば誰れも怪しむ者ハなかるべしされども若し此例を以て推す時は金幾圓は圓數となり長さ幾寸は寸數とな

る、かやうなる言葉は通例用ひたるためしなければ諸君必ず怪しみ玉はん、又た路程の長さを何十何町といひ、邸宅の地積を何十何坪と申ハ通例なれど米何十何升布何十何寸などゝ記(シル)したらば誰(ドナタ)も必ず見咎め玉はん、さりながら筭術上には推例より斯く申さねばならぬと問々これありて強て避けんとすれば却て不便なる事あり、さりとて奇を好みて斯る新語をなすにハあらず、避け得べき限りは之を避くべしと雖もかゝる語を用ふるかた思想を引起すに便利ならんと思ひたるときハ時々(ヲリヽ)用ふる事もあれば諸君其心して看玉ふべし、さりながら多數少數などの語に至りてハ多と云ふ者少と云ふ者の數と誤解なさ玉ひそ、總じて語ハ用ひたる折りの事情に合せて解せられよ、全躰ならば數學文法とでも名づくべき一種用語の吟味よりはじめたらば充分にもあらん、なれどそれハ筭術の稽古に(チト)縁遠い事ゆゑ捷徑(チカミチ)に通例の語を以て解釋致す事なればともすれば文意講述者の意外に出る事あり諸君呉々も此段御諒察下されたし

通例の語を用ふるゆゑに文意が本意の外に出ると申たりとて筭術を習ひはじめの諸君に對して一向に分りなかるべし、よりて聊か其例を述べんに、たとへば銕と申語にても銕心銕腸などゝ申ときは其心性(コヽロザマ)堅固にして情のために動かずと申義ならん、又た淨留理本に「此垣(コノカキ)一重(ヒトヘ)が銕(クロガチ)の」に至りては推せども引けども動かばこそとも申べき義理にて同じく堅固ながら破り難きの意なれば前の用語とは聊か違ひあり、又た無學なる鑄物師、鑄掛屋などに至りては銕心銕腸も已れが平常(フダン)取扱ひたる銕の例にならひて蠟の如く鎔解(トカ)し得るものと解(ゲ)するも知れず、若し筭術の用語にかく種々(サマヾヾ)の解(ゲ)し方ありては到底(ツマリ)眞意を通ずる事ハ出來ませぬ、故に一語必ず一意ならん事こそ肝要なれ、若し一語を兩意に解(ゲ)しまするときハ時々(ヲリヽ)思ひ寄らぬ誤りに陷(オチイ)る事あり、たとへば武士の心ハ金銕なりと申し又た金銕ハ高度の熱に逢へば鎔解すべしと申ときハ武士の心ハ高度の熱に逢ふときは鎔解するものなりと申さねばなりませぬ、是れ甚た不都合の事なり畢竟金銕と申語を兩

意に解するより起るなり、されば本論に於て用ふる語は一切最初の用例に準ずるものにて終始他義あることなしと御承知下されたし

右にて略用意整ひたれば是れより本論に入ります

算術講義録

東京　田中矢徳　講述

第一回

命位幷記數

第一條　偖て物の多少を算へわくる術と申すは、命位といひて數の位だてを致しまもるを海士か曳く網の綱にも譬ふべきほどの大切なる事と致します、あの綱は之れを曳くときつき從ふ網目は己れ〳〵が立場を失ゑで從ひつゞきてあがるとは誰も御承知ならんが算術に於ける命位もこれに據るときは兎の毛の露の少量なるもせきとめあへぬ川水の多量なるに比らべてかれ幾許をあつめなばこれがかさに至らんなどゝ精しく知りえぬ事なし、また其應用と申しては久方の空にかゝれる月星の運り行へる遲速を測り八重雲かゝる峰の高さより龍の都のあるてふ大海の深さをもはかり四時の氣候の移りかはりをまへ〳〵に知る等は其用の大なる者にて會計

官の出納(スヰタフ)商家の損益をかぞふる等に至るまで一々枚擧致し難し、とはいへみな數の位だてにて夫々別ちも立ち些少の差ひもなきものなり、志かるをもしこの位だてに據らずして數の多少を知らんとするは綱のたえたる網もて魚を捕へんとするに似て及ぶべくもあらぬ事になん、さてこそ命位を筭術稽古の手はじめとは致したり

第二條　偖て前の條りに申述べし通り命位は筭術稽古の大綱にてこれなくてはかなはぬ事なり、さりとてまた大綱のみを曳きて魚を捕ふべくもあらず魚を獲るは網目の作用によるなり、命位もまた記數の作用によりて物の多少を人の腦裏に通ずるなり、記數と申すは數を書きあらはす仕方にてこれなくば數の多少を人に示すの術(スベ)絶えなん、されば記數の式は命位によりて定まり命位の用は記數によりて顯はるゝものなり、此二くさの法かく相輔け相頼りて世のくさ／＼の用に應じて多少をわくるなれば諸君共心して御覽下されたし

記數の式は四通りあり、一々下條に述べ申さんされどもまづ命位より申さねば記數の式は論じがたし、よりて次條に數の次第／＼に増し行くさまを示さん、こゝに本體記數式といひたるも私が定めたる名にして古よりの定めにはあらず、諸君にはかゝる名はなくともと思ひ玉ふもあらんが、すべて物一通りならば名なくもよろし若し二ツ以上あらば名なくては甲乙(カレコレ)を別ち難し、よりて今第五第六第七條に述ぶる書式に對してかくは名づけたるなり、また亞剌伯(アラビヤ)記數式と申すは其初め亞剌伯より西洋に傳はりたる書式なればとて西洋諸邦にてかく呼びなすなり、羅馬記數式と申すも羅馬國の書式にてこれまた西洋諸邦にてかく呼びなすなり、また籌式と申すは支那の古式にて筭籌(サンギ)を布列したるさまなればかくは呼びたるならん、これは私が定めたるにはあらず英人偉烈と申すが著述したる數學啓蒙と呼びなしたる書物に見えたれば其儘こゝに載せたるなり

右の外にも各國の書式を一々示さんとせばかぞへきれじ因て本邦に用あ

るをのみ撰びて四通りを載せたるなり、唯羅馬式と籌式とは其用まれなれど羅馬式は通例の時計に記する所籌式ハ本邦の古算書に間々見受くる所なれば參考にもとて掲げました

第三條　數ハ一にはじまり其一を次第に增し添へて二、三、四、五、六、七、八、九と呼ぶなり、之を基數と云ひ、また第一位の數と云ふ、其九にまた一を增し添へて第二位の一と致し之を十と呼ぶ、十ハ一とつの十なれば一十と申す義なり、其一十にまた其位の一即ち一十を次第に增し添へて二十、三十、四十、五十、六十、七十、八十、九十と呼び之を第二位の數と云ふ、又た其九十に一十を增し添へて第三位の一と致し之を百と呼ぶ、百ハ一とつの百なれば一百と申す義なり、其一百にまた其位の一即ち一百を次第に增し添へて二百、三百、四百、五百、六百、七百、八百、九百と呼び之を第三位の數と云ふ、又た其九百に一百を增し添へて第四位の一と致し之を千と呼ぶ、千はひとつの千なれば一千の義なり、其一千にまた其位の一即ち一千を次第に增し添へて二千、三千、四千、五千、

六千、七千、八千、九千と呼び之を第四位の數と云ふ、已上の四位を第一節の數と申します、これ大數のはじめにてこれよりうへの數は右に申述べたる數位を操返して用ひ第二節第三節と段々に其位を進むるなり、又た其第一節より第二節に移るにも矢張り九千に其位の一即ち一千を增し添へて第二節第一位の一と致すなり、之を萬と呼ぶ第二節にても十千萬に至りて第三節に移るなり、これよりうへの各節の數位はみなこの例にならひて御會得下されたし其數目ハ敎科書に載せたれば茲には省きました

偖て又數位相連りて幾千幾百幾十幾となりたるとき其中間なる一位又ハ二位空なればこれを零と呼ぶ、このとなへはなくとも數位を誤るほどの事ハあらぬ筈なれど更にこれを添へて明に空位を示すなり、たとへば二千五と申數を二千零々五と呼びて百位及び十位に數のなきを明に致すなり

右の定位法ハ今の通法なり古法ハ八位を一節と致したる由なり、これを大乘の命位法と呼びたるよし、彼の十萬億土と申數ハ此大乘の命位法に據り

たるものか今の命位法にては此數位を呼出づる事なし

凡ろ數の命位と申事ハ筭者の定むる所の法なれば強ち十進に限るべき謂れなし、他の數を以て位を進むるとも勝手次第なれど十進法ハ萬國普通の命位法なり他の數を以て位を進むる法は代數學記數法の條りに詳なれば玆には略しました

又右の命位法によりて物の數を筭ふるには物の順に差構ひなしと申事を能々記憶せられたし、諸君御銘々にて手の指を筭へて見玉へ、拇指食指中指無名指小指と筭ふるとも中指食指拇指無名指小指と筭ふるとも其數ともに五となりませう、すべて殘りなく呼び盡くしまたひとつを二たび呼むぬ時は呼び終りの數はいつも相同じきものなり、かほどなる數理は誰(ドナタ)も御承知なるべければ態々述べ立つるまでもなき筈ながら、これ筭術上には至て大切なる理に候得ば念のため申述ぶるなり、つまらぬ事とてけなしてな笑ひ玉ひそ

本躰記數式

第四條　本躰記數式は尋常(ナミ)の文章にしるしつくる數の書きかたなり、たとへば二百五十八など申すたぐひなり、また十百千等の數目を用ひずたゞ基數の文字のみを連ねて數を示しまする書きかたあり、たとへば二千五百を(二五〇〇)かやうに書きまするたぐひなり若し此法にて四位よりうへの數を書きつくる時は節のかはり目に(、)の號をお記(シル)しなされましシテ此號を節號と云ふ、たとへば二十五億五千八百七十六萬四千三百八十一をこの法の書きかたに改むれば二五、五八七六、四三八一となるが如し、此法を略式と云ふこれ本躰に對したるとなへにして、古來よりの定めにハあらず、されどこの書きかたハ今の世に多く用ふるならはしなれば玆に加へました

亞剌伯記數式

第五條　亞剌伯記數式は0 1 2 3 4 5 6 7 8 9の十箇の號を横にならべて數を顯す書きかたなり、其0は零、1は一、2は二、3は三、4は四、5は五、6は

六、7は七、8は八、9は九にして第一位を右方に定め其左りを十位となし、又其左りを百位となし、かやうに段々數位を進むるを法と致します、たとへば五百八十六を(586)かやうにしるしまするたぐひなり、此法にては節號を(,)かやうにしるします、たとへば十五億五千八百七十六萬四千三百二十一を(15,5876,4321)かやうにしるしまするたぐひなり、たゞ節號は幾節も連りたる大數を呼ぶときの便利に致すまでにて外に効用なきゆゑ運筭の間は通例これを用ふる事なし

亞剌伯數字を運筭字と名づけます、これは運筭に用ひて便利なるゆゑで御座ります

羅馬記數式

第六條　羅馬記數式はＩＶＸＬＣＤＭの七箇の號を横にならべてくさ〴〵の數をしるしつくる書きかたなり、其Ｉは一、Ｖは五、Ｘは十、Ｌは五十、Ｃは百、Ｄは五百、Ｍは千なり、これをならべまする仕方は四通りあります、まづ其一法は同號を二つ或は三つ或は四つならべまするなり、たとへばIIにて二を示し、XXにて二十を示しCCCにて三百を示しますが先づかやうのたぐひなり、去れどもかやうにならべまする號はＩＸＣＭの四號のみなりVVにて十を示しDDにて千を示すの例はありませぬ、其二法は大數の右に其不足の數を書き添へて其總數を示すなり、たとへばVIにて六を示しXVにて十五を示しますがまづかやうのたぐひなり、又其三法は大數の左に其過ぎ剰れる數を書き添へて其餘數を示すなり、たとへばIVにて四を示しIXにて九を示しますがまづかやうのたぐひなり、又其四法は兩號の間に其過ぎ剰れる數をＩの號にて書き添へるなり、たとへばXIVにて十四を示しXIXにて十九を示しますがまづかやうのたぐひなり、己上の四法にて一千までの諸數は之を示すに差つかへありません、一千よりうへに出づるも四千まではMをならぶるもよろしけれどうの上に至れば別に號を立てずば顯す事はむづかしう御座ります、西洋の人は横線を右の記號の上に置きて三位進みたる數をあらは

しますたとへば$\overline{X}$にて一萬を示し$\overline{VII}$にて七千を示しますがまづかやうのたぐひなり、是れ西洋にては三位を一節として數位を進むるがゆゑにかやうなる仕方こそ便利なれ、本邦のやうに四位を一節といたしますからは別に五千と一萬との號を定め横線にて四位進みたる數を示しまするにあらずば便利とは參らず、然るに本邦未だ羅馬記數式の用例稀なれば茲には其法を立てませぬ

羅馬記數式の例は敎科書に詳なれば茲には略しました

籌式

第七條　籌式は支那及び本邦の古き算書に載する所の數の書きかたなり、運算字のやうには運算に便利ならざれどむかしは算籌(サンギ)をかやうな形にならべて運算せしことゝ存じます、其法一より五までは縱線を其數だけならべ、六に至れば横線を作りて五にかへこれに縱線一すぢをかきそへて六と致し、七八九と順に縱線一すぢづゝ書き添へまするなり、十に至れば横線の右に○を書き添へ、二十、三十、四十は順に横線一すぢづゝ書き添へます、五十に至れば縱線一條(スヂ)を五にかへ其右に○をかきそへて五十と致します、これより六十、七十、八十、九十は順に横線一すぢづゝ縱線の下に書き添へまするなり、また百に至れば縱線一すぢの右に○を二つ列(ナラ)べます、すべて單位と百位とは縱線は一横線は五、十位と千位とは縱線は五横線は一と心得玉はゞ各節に通じて誤りなし、孫子算經と申古き書物に一從十横百立千僵千十相望百萬相當と申チンプンカンがありますが或る儒者に聞ましたら矢張右の意(コヽロ)ジヤと申しました、其書式は敎科書に詳なれば茲には載せませぬ

四法

第八條　蓋理者數之所興、因法而著、法者數之所主、從理而備矣、とは大成算經に載する所にて、まことによく私の意(コヽロ)に適(カナ)ひたればやがて其意をとりて敎科書のこの條りに掲げましたるなり、其理と申は加減乘除の性理にて即ち增減變化の其效驗(キヽメ)なり、法と申は加減乘除の算法にて即ち增減變化の效驗

を顯す仕方なり、抑も數は或は集り或ハ散して增減消長さま〴〵にかハり其變化窮りなしとえ申ものゝひとへに加減乘除の理によらぬことなし、加減乘除の外の理に從ひて消長變化する事はたえて無きはづなり偖て其理は數の變化に顯るゝ筈なれば其生ずる所の數はたとひいまだ幾許とは顯れずもあれ必ず其多寡にえ定りあるはづにて勝手にえきめがたし、されば筭法ハ其數をたがへぬやうにあらハすを肝要なり、かるがゆゑに筭法ハ數に從がひて定まるものあり、さりとて一法にてハ通じがたし理に分合集散のけぢめあればれのくりの宜しきに適(カナ)ふやうに備へ置くべきものにこそ、たゞ大成筭經の原文にては法によりて理が著るゝやうに見え教科書の文にてハ數が顯るゝに似たれば不審に思ひ玉ふもあらんが理が顯るゝと申は分合集散の效驗が顯るゝ事なれば加減乘除の作用を遂げたる事が顯るゝにて即ち生じたる數の多寡が知れたるなり、かるがゆゑに私も同意なりとてかく改めてゑるしつけましたさて其加減乘除と呼びたるを一々申

述べんにまづ加法と名づけたるハさま〴〵の數をよせ集めて一つの數にまとめますするなり、また減法と名づけたるハ大なる數より小なるを引きのくるなり、また乘法と名づけたるは同一の數を多くあつめますするなり、また除法と名づけたるハ一つの數を若干に平分致しまするなり、數の變化ハなほ多かるも此四通りの外はみなこれを累ねたるにてかハりたる法ではありませぬ、さればこそ此四つの法を筭法の四源とハ申したゝへまするなり

加法

第九條　加と申ハ多くの數を一つにまとむる作用なり、偖てそのまとまりて生じたる數を和と名づけます、されば和ハ加筭を仕遂げて生じたる數なり

第十條　加法は二つの基數を合しまするを第一肝要の業(ワザ)と致しまする、これ二つの基數を合す事がわかれば二位よりうへの數にても二つならばたやすく合せ得られん、また三つ四ついくつの數を合すとても其業みなこの二

りの數の加法をわづかにかへたるばかりなるゆゑなり偖て其二つの基數を合しまするハ命位によりて和の多寡を云るしつくるなり、たとへば五に一は六となり、八に三ハ十一となると申類なり若し八に三も三に八も同じく十一となる事をあやしと思ひ玉ハゞ先きに第三條の末に數ハこれを算ふる順のまち／＼なるも洩れなく算へなば其多寡はいつも同じなりといひたるに思ひあハせ玉へかし、即坐にその疑ひをはれませう

二たつの基數を合して生じたる數を句訣に作りて教科書にかゝげたれば勉めてこの八十一句をお心のうちにとめらるべし、これによりて算へ玉ハば和を得る事はやく算へたがへる事すくなし若し一々命位より考へ起して算へ玉はゞお心のうちいかばかりかいうがハしく、かくてハ自然に和を得る事おうく算へたがへもまた多かるべし、まことにこの八十一句ハたやすくもたやすきことのみなればとてゆめおろそかにあなし玉ひそ但し句訣ハ教科書に載せたれば玆には省きました

兩數加法

第十一條　多くの數をよせあつむる事を學ばんとならばまづ二つの數をあはす事を習ふべし、二つの數を合す事を知らば三つハまづこの二つを合せて後ちこれに今一とつの數を合ものみなり

設題一　三十五に二十三を加ふれば總數幾何なりや

答　五十八

玆に設題と申は加法の算法を定むるため數の變化を考究せんとて設けたる題なり、答と申は設題が問の躰裁ゆゑこれに對するなり、五十八ハ問ハれたる數にて設題の幾何に對するなり、解と申は運算をつばらに解釋致したる說明なり、運算と申は俗に申勘定にてこの題にては二つの數を一つにまとむる仕方なり、下の二題もこれにならひて御會得下されたし

又設題三通りを掲げたるハ、はじめに同じ位（たとへば十位と十位、百位と百位）の數を合して十にたらぬを撰び、次にはうを十にあまりて上位よ進むを

えらび、末には丁度十に滿ちて上位に上り本位はかへりて空となるをえらびて數の變化を盡くしたる心得なり

運算

$$\begin{array}{r}35\\23\\\hline 58\end{array}$$

解　三十五と二十三との二つを亞剌伯記數式に書き改め其單位と單位とを同じ行(クダリ)に記(シル)しなさいまし、然るときは十位また十位と同じ行に參ります、偖て其下に横線一すぢを設け其下を問はれたる數を書きつくる場所と致しますまづ第一位より加法をはじむ即ち五に三は八なれば其八を横線の下の第一位に書きつくるなり、次に第二位の加法をなす、則ち三に二は五なれば其五を横線の下の第二位に書きつくるなり、かくて横線の下に五十八と出ました、これが問はれたる總數でござります

凡そ數はこれを算ふる順のまちまちあるももれなく算へなば其多寡はいつも同じなれば、まづ第二位より算へそむるも宜しからんにいかなれば單位より算へそめしぞとあやしみ玉ふもあるべし、なれども若しさありては

設題二の如き數に逢ひたる折り不便あり、次の設題を考へてよ

設題二　三十八と二十六を加ふれば總數幾何なりや

答　六十四

運算

$$\begin{array}{r}38\\26\\\hline 64\end{array}$$

解　前の題の運算の通りまづふたつの數を横に立る、其下に横線一すぢを設け玉へ、偖て第一位の八と六とを合すときは十四を得べし、よりてその單位の四のみを横線の下の第一位に書きつくるなり、かくて十は第二位の一となし、これを心におぼえ置き、これを第二位の三に加へて四となし、これを同じ位の二に加へて六となし、これを横線の下の第二位に書きつくるなり、かくて横線の下に六十四と出ました、これが問はれたる總數で御座ります

設題三　二十八に三十二を加ふれば總數幾何なりや

答　六十

解　記數の事はくだ〳〵しければこれを略します偖てまづ第一位の八に同じ位の二を加ふれば十を得、この數ハ第二位の一にあたれり、ゆゑに第一位には數なし、よりて横線の下の第一位に零を書きつくるなり、次に第一位より進みたる一を第二位の二に加へて三となし、またこれを同じ位の三に加へて六となし、この六を横線の下の第二位に書きつくるなり、かくて横線の下に六十と出ました、これが問ハれたる總數で御座ります

運筭 $\begin{array}{r}28\\ \underline{32}\\ 60\end{array}$

右にて數の變化を盡したる心得の所加數に零を帶ひたるがをもらしたればこれを補ひ申べし、されどこはいとたやすき加法なれば題は設け申さず、乃ち零ハ空位なるがゆゑ其位いづれにあるもこれを加へて其位の數を增すべきいはれなし、されば零ハ筭ふるに及ばずと御承知下さるべし

右の題の解によりて兩數を和合す筭法を左の如く定めます、この筭法と申は筭へかたの定めにて若しこれなくば手續きに定(キマ)りなし、きまりなきときは一々考へて筭ふることゝなり、とあらんかくあらんなどさもなき事に心をつからして手間どれもせん筭へたがへも出でなん、さればこうかゝる定めをば設けまするなり

筭法　二つの數を横に記(シル)し同じ位の數を同じ行(クダリ)に重さねおくべし偖て其下に横線一條(スヂ)を設け其下に和を書きつくべし、かくて第一位より句訣に因て和を筭へ十に上りたるハ上位の一となし、これを心におぼへ置き單位の數のみを位に從ひて横線の下に順に書きつくべし

衆數加法

第十二條　おほくの數をひとつにまとめまするハまづこのふたつをまとめ、またこれに次のひとつを加へ、段々かやうに兩數の加法をかさねまするなり

設題一　二十五に二十一と三十二とを加ふれば總數幾何なりや

答　七十八

運筭

$$\begin{array}{r} 25 \\ 21 \\ 32 \\ \hline 78 \end{array}$$

解　三つの數をかさねて横に記シユし同じ位の數を同じ行クダリにかさね、其の下に横線ひとすぢを設くるまでは兩數加法に同じ、偖て此の題にては一行の數は之れを合すも十に足らぬを撰らびたり、其れゆゑ下の位より上の位へ進む數なし、之れ衆數加法にては數の變化いとやすきためしなり、まづ第一位より兩數加法に從ひて二つづゝ相合すなり、其の手續きハ五に一を加へて六となし、之れに二を加へて八となし、之れを横線の下の第一位に書きつくるなり、之れが問はれたる數の單位の數なりとは明かに知れて居ります、次に又第二位に移りて二に二を加へて四となし、之れに三を加へて七となし、之れを横線の下の第二位に書きつくるなり、之れまた問はれたる數の十位の數なりとは明かに知れて居ります、かくて横線の下に總數が七十八と出來ました

設題二　三十五に三十八と二十四と一十八とを加ふれば總數幾何なりや

運筭

$$\begin{array}{r} 35 \\ 38 \\ 24 \\ 18 \\ \hline 115 \end{array}$$

答　一百一十五

解　記數の手續きは贅クダくしければこゝには略します、偖て此題にては一行の數は之れをあはすとき十にあまれるを撰びたり、されば下の位より上の位へ進む數多く心の中に筭ふる事のたびくなればむづかしと申程にハあらぬも設題一のやうには參らず、まづ第一位より兩數加法に從ひてふたつづゝ相合すなり、其手續きハ五に八を加へて十三となし、之れに四を加へて十七となし、また之れに八を加へて二十五となし、其の二十を上位の二となし、之れを心中にとめおき五のみを横線の下の第一位に書きつくるなり、之れ問ハれたる數の單位の數なりとハ明かに知れて居ります、次ぎまた第二位にうつりかねて心にとめ置たる二にはじめに書きつけたる三を加へて五となし、之れに三と二と一とを加へて十一となし、其の十を上位の一となし、之れを心中にとめ置き一のみを横線の下の第二位に書きつくるなり、

これが問はれたる數の十位の數なりとハ明かに知れて居ります、また第三位に移りてハかねて心に留め置きたる一のみにてこれに合すべき數なし、ゆゑにこれを横線の下の第三位に書きつくるなり、これが問ハれたる數の第三位の數なりとは明かに知れて居ります、かくて横線の下に總數が一百一十五と出來ました

右の題の解によりておほくの數をあつむる箅法を左の如く定めます

箅法　おほくの數をのこりなく横にゑるし其同じ位の數を同じ行にかさねれきりの下に横線一條を設け其下を以て和を書きつくる場所となす、偖て兩數加法に從ひて上の段に書きつけたる數の末の位より二つゞゝあはせ下の段に書きつけたる數の末の位を合すまで順に下の方にうつりて箅ふべし、かくて箅へ得たる數若し十位に上りなばその十位なる數ハ上の位の單位となし、これを心中にとめおき單位の數のみを横線の下の第一位に書きつくべし、次に第二位にうつり下の位より進み來たる數に前の通り上

の段に書きつけたる數より順に下の方へ箅へうつるなり、此の如く段々に上の位へ移りて加へ合すなり

右の箅法にてハ上の段の數より次第に下の段の數へ箅へましたれど下の段より上の段へ箅へまするも箅へ得たる總數にハかハり候えず、これ數ハこれを箅ふる順にハ差し構ひなきゆゑで御座ります

また十にあまりて上の位へ進む數のあまりに多くなりたる折りハ習ひはじめの箅者にハ心にあまりて箅へたがへも出でなん、もしかゝる數に逢ひたらば十の進むたびに上の位の下にひとつの黜を設けて記憶の助けともせられよ、其例ハ敎科書に載せたればこゝにハ省きました、されどもかく致す時ハ書面見ぐるしうなりまするゆゑ好ましき事とハ存じ申さず

また相合す數のいよ〳〵しげくなりたる折りハなれたる箅者とても一たびに箅ふるときハまゝ箅へたがへも出來るものなり、されぱかゝる折りにはいくたびにもわかちて箅ふるを良とす其例は敎科書に載せたれハ玆に

ハ省きました
また筭者追々加筭の法になれ玉ハゞ二つの數を呼ばず、たゞはじめの一つを呼び次の數ハ目にのみ視て口にハ呼ばず、すぐに和の數を呼び玉へかし、かくなし玉はゞ筭へかたいよ〱はやし、たとへば八に五ハ十三と申を八（に五）十三と申して（に五）ハ目に視るのみにて口には呼ぬがごとし

減法

第十三條　減と申ハ大なる數を小なる數にくらべ其大なるより小なるを引き去るわざなり、さてその引去りたる殘りを較またハ差と申します、されば較も差も減法を仕遂げましたる時生じたる數なり

第十四條　減法にて肝要なるは十までの數より十に足らぬ數をひきさりまするわざなり、その仕方ハ加法をもとにかへして知るべし、たとへば五より二をひきさるときハ三となります、これ五は三に二を加へたる數なれどその內より二をひき去りまする時ハ三が殘りまする事は知れきつた事なり

これを五より二引く三と呼びます、これ五より二を去るときハ三が殘ると申義なり、たゞ其引くと申事ハ義理不明なれども古きならハしなれば今强て改めず、もし知る人あらばれ知らせ下さるべし、しかしドウでもよい事なり、右ハたゞその一例なれどこれを減法の大本とハ致します、かやうなる大本が四十五あります、詳に教科書に載せたればこゝには略しました

大數ノ內減スル㆓小數ヲ㆒法

第十五條　左に二た通りの題を設けて大なる數より小なる數を減ずる手續きを述べ申さん

設題一　五十八より三十五を減ずれば餘數ハ幾何なりや

答　二十三

運筭

$$\begin{array}{r} 58 \\ 35 \\ \hline 23 \end{array}$$

解　この題にてハ單位も十位も大數の數字が小數の數字より大なるを撰びたり、かく致せしハ數の變化のたやすきを撰びたるなり、まづ大數を上の

段に横にしるし、其下に小數を横にしるし玉へ、その折り單位が單位の下に十位が十位の下に參りますやうになさいまし、扨てその下に横線一條(スヂ)を設け其下を餘數を書きつくる場所と致します、かくて後ち上の段の單位八より下の段の單位五を減じて三と致し、これを横線の下の第一位に書きつくるなり、これが問ハれたる餘數の單位の數なりとは明かに知れて居ります、次に第二位にうつり上の段の十位五より下の段の十位三を減じて二と致し、これを横線の下の第二位に書きつくるなり、これが問はれたる餘數の十位の數なりとハ明かに知れて居ります、かくて横線の下に問はれたる餘數が二十三と出來ました

設題二　六十四より三十八を減ずれば餘數ハ幾何なりや

答　二十六

運筭

$$\begin{array}{r} 64 \\ 38 \\ \hline 26 \end{array}$$

解　この題にては大數の單位の數が小數の單位の數より小なるをえらびたり、かくてハ數の變化たやすからねどこれ減法にてハさけがたき難所なれば心して學び玉へかし、扨て記數の仕方ハ前の通りなればこゝにハ略します、まづ上の段にしるしたる數の末位に心中にて十を添へその內より下の段にしるしたる數の末位なる八を減じて二と致し、これに上の段にしるしたる數の末位なる四を加へて六と致し、これを横線の下の第一位にしるすなり、かく致したらばならひはじめの方〲にはいはれなく十をまし添へたるをあやしみ玉ふべし、されどかやうに筭へたればとて單位にかハりハありません、そはいかにと申に減法ハ加法のうらなればいかなる數に加へなば末位に四を生ぜんずとしばし思ひめぐらし玉ハゞ六ならでは と即坐にさとり玉ふべければなり、さらばまた何ゆゑにかやうにハ筭へぬぞと咎め玉ふもあらんが、さきに加法の條りに申述べたる通り一々考へて筭ふるときハ心つかれて筭へたがへも出でなんとてかく手續きを定めましたるなり、されぱこの六ハ問ハれたる數の單位の數なりとハ覺り玉ふべ

一、次に第二位に移り下の段にしるしたる三に一を添へて四と致し、これを上の段にしるしたる六の内より減じて二と致し、これを橫線の下の第二位にしるし玉へ、かやうに今は下の段にしるしたる數の第二位に一を添へ、さきには上の段にしるしたる數の第一位に十を添へたれば二つの數はともに十づゝ增しこそしたれその差は矢張り題に設けたる二つの數の差とたがはざることは御會得になりましたでありませう、されば橫線の下にしるしたる二十六は問はれたる數で御坐ります

右の二題の解によりて二つの數の大なるより小なるを減ずる筭法を左の通りに定めます

筭法一　大なる數を上の段に橫に記(シル)し、小なるをその下に橫に記(シル)し、同じ位を同じ行(クダリ)にかさね置くべし、さて其下に橫線一條(スヂ)を設け其下を筭へ得たる差を書きつくる場所となす、かくてまづ下の段に書きつけたる單位の數を上の段に書きつけたる單位の數より減じその差を橫線の下の第一位に書きつくべし、次に第二位にうつりて前の通り下の段に書きつけたるを上の段に書きつけたるより減じその差を橫線の下の第二位に書きつくべし、かやうに段々上の位に移りて筭ふるなり

筭法二　若し下の段に書きつけたる數が上の段の同じ行(クダリ)に書きつけたる數より多きときはこれを十より減じその餘りに上の段の數を加へその總數を橫線の下に位の順に書きつくべし、かくてその上の位に移りたるとき下の段に書きつけたる數に一を增し加へて上の段を減ずべし

右の筭法に從ひ玉はゞいかなる數にても減筭をなし得ぬことはなかるべしといへどうゐ學びの人々にはまゝ思ひ違(タガ)へもある事なればかゝる折りなどはと思ひつきたるを三つばかり左に述べ申さん

若し下の段に書きつけたる數に零位あらばそを減じたればとて上の段の數はかはらじ、よりてかゝるをりには上の段に書きつけたるをそのまゝに橫線の下に書きつくべし、その運筭のさまは教科書に載せたれば茲には省

きました

又同じ行(クダリ)に書きつけたる數うへしたとも同じならばその差は空なり、ゆゑにかゝるをりには横線の下に零を書きつくるなり、その運筭のさまは教科書に載せたればこゝには省きました

若し零を餘數の首位に得たらんには横線の下にこれをしるさぬなり、これ零は空位を示すのみなれば首位にはしるしたればとてその甲斐なきがゆゑなり

右の算法に追々なれ玉はゞ上の段にしるしたる數は眼にのみ視て口には呼ばず、下の段にしるしたる數をのみ口に呼びて餘りたる數を横線の下にしるし玉ふべし、かくなし玉はゞ筭へかたなか〳〵にはやし、たとへば二百三十五より一百五十三を減ずるときの運筭は左の如し

運筭

$$\begin{array}{r} 235 \\ 153 \\ \hline 82 \end{array}$$

まづ〔五〕三ひく二と云ひて横線の下の第一位に二をしるし〔五〕は眼にのみ視

て口には呼ばぬなり、次に第二位にうつりては〔十より〕五ひく五〔三〕八と云ひて横線の下の第二位に八をしるし〔十より〕は心中にのみおぼえて口には出さず〔三〕は眼にのみ視て口には呼ばぬなり、また第三位にうつりては餘數なく即ち零なり去れど其位餘數の首なれば横線の下にはこれをしるす事は止めます

教科書には加減を同時に算へまする例を載せましたれど、こは甚だかたきわざにて、なれたる筭者とても筭へかた手間どれ、ともすれば算へたがへあり、ましてやうぬ學びの人々にはたやすからじと思ひて玆には省きました

乗法

第十六條　乗と名づけたるは同じ數をいくたびとなくかさねあつむる業(ワザ)にてなほ同數の加法と申がごとし、若し三に三を加ふれば六となる、これ三を二たびかさねたるなり、これを三の二倍と申します、またその六に今一とたび三を加ふれば九となる、これ三を三たびかさねたるなり、これを三の三

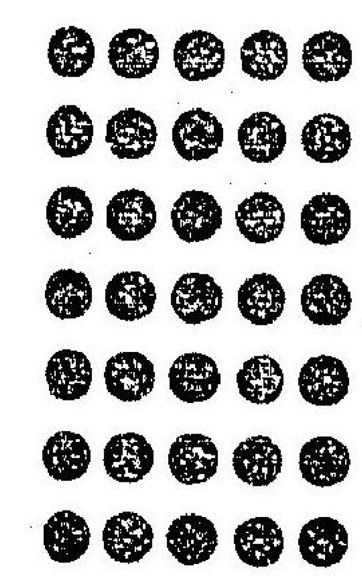
倍と申します、かやうに同じ数をあつむるときその聚めかさぬる数に従ひて段々に四倍五倍等と申なり、そのかずへかたを加法にて致しましたならば中々にわづらはしくもあり手間どれもせんとて別に其筭法を立るなり、そのわざを乗ずる又ハ倍するとも申します、借て其乗と申文字には昔よりふた通りの義理あり、其一つハ右に述ぶる通り同じ数をいくつと申限りなく集むる業にて今一つハ十二とか二十五とかまたハ其うへにてもいづれ二位より多き数を以て倍するわざを申なり、これに對して一位の数を以て倍する業を因すと申なり、西洋にハかゝるわかちハあらぬなれど御國ぶりの言葉にて説明致すこととなればかやうなる言葉を用ふるぶしもあらんかとて玆に書き加へました

乗法にてハもとの数即ちあつむべき数を實と申し、これを聚むる数の幾たびと申を法と稱へ、その法の数だけ實をあつめまして生じたる数を乗積又は略して積とも申します

第十七條　乗法にて肝要なるは二つの基数の乗積を知る事で御座ります、さてこれを知り玉えんとならば加法をかさね玉ふべし即座に分りになります、たとへば二を三つ聚むるときは六となりませう、ゆゑに二の三倍は六ジヤと御承知なされ、これを二三が六と申句訣に作りていつまで草のいつまでもお覚えなされまし、かやうなる乗積がすべて四十五あり、詳に教科書に載せたれば玆には略しましたが讀みやうは乗積が十に足らぬは總て(が)を添へて前の如くに讀みます、また乗積が十に満ちたるは「二五十」「三五十五」など文字の通りに讀みまするなり

扨てまた基数の乗積は四十五にては未だ足らぬやうに思はるれど二の三倍も三の二倍もともに六となりますれば、これらは一つにまとめて二三が六と申ましたるなり、この外にも三五も五三もともに十五、五七も七五もともに三十五なればこれらのたぐひをそれ〳〵一つにまとめたればわづかにも四十五句にて用辨致すまで御座ります、その理ハ加法を實に行ひ玉は

ゞ御承知にはなるべけれど一々加算をなし玉ふも御大儀とぞんじますれば左りにいさゝか說明仕らん



上の圖に黒點五つゞ、七段かさねてあります、これを縱に五、十、十五等とお算へなさるも三十五となり、また橫に七、十四、二十一等とお算へなさるも矢張り末には三十五となります、これ第三條の末に申述べたる通り數のかぞへかたハ其順には構はぬゆゑて御座ります、されば乘法にては實と法とを互にとりかへましてもその乘積の數には變りなしと御承知なされまし、これを乘法の法實對換之理と申しまして數理上にはなかなかに大切なる定理なれば諸君りのお心にて御覽下さるべし

乘法一因

第十八條　左に二た通りの題を設けまして基數を法と致して他の意の儘なる數を倍しまする算法を定めまするさまを御覽にいれます

設題一　三百七十四を六倍すれば幾何を得るや

答　二千二百四十四

運算一

374
6
24
42
18
2244

解　實の數三百七十四を橫に記し、其下に法の數六を記し、その下に橫線一すぢを設け玉ふべし、扨てまづ實の單位四の六倍を句訣によりて二十四とおぼえて、これを橫線の下にしるし玉へ、次にまた實の十位七の六倍を句訣によりて四十二と覺え、これを第二位の四十二と致し、これを橫線の下に記す、末にまた實の百位三の六倍を句訣によりて十八と覺え、これを第三位の十八と致し、これを橫線の下にしるす、然る後ち已上三つの數を相合すときハ二千二百四十四となりませう、これ實の各位の數の三倍をあつめたるなれば實三百七十四の六倍なりとハ御會得にありましたで御座りませう、されどかやうなる算へぶりにてハ實算にハ手間どれて不便あり、されば實算にハ實の各位の乘積を一々しるさずみな心中におぼえ置き、末位のみを橫

線の下にしるし、首位ハ次の乗積の末位に合せ、それを横線の下に記（シル）します、
なほ左りの運算と解とを御覧なされば委しくおわかりになります

運算二

374
6
2244

解　記數のことハ前の通りゆゑ略します、さてまづ實の單位四の六倍二十
四の末位四のみを横線の下第一位に記（シル）し、首位二十を第二位の二と見てし
ばし心中にとめ置き、これを實の十位七の六倍四十二に合せて四十四と致
し、その末位四のみを横線の下第二位にしるすなり、さてその首位四十ハ第
三位の四と見てしばし心中に留（ト）め置きこれを實の百位三の六倍十八に合
せて二十二と致し、その末位二を横線の下第三位に記（シル）し、首位二十ハ第四位
の二と致し、これを横線の下第四位に記（シル）す、かく致しまするときハ前の通り
横線の下に乗積が二千二百四十四と出來ます、そのうへ算へかたハ餘程た
やくなります
右の題ハ實の數に零位なきを撰びたるがこたびハ零位あるを撰びてその

算へぶりを御覧に入れます

設題二　三百八を五倍すれば幾何を得るや

答　一千五百四十

運算一

308
5
40
15
1540

解　記數の事ハ贅（クダ）〳〵しければこれを略します、まづ實の單位八の五倍四十を
横線の下に記（シル）す、次に實の十位ハ空なれば之を五倍あつむるとも矢張り空
なり、ゆゑにこれハ算へず、更に實の百位三の五倍十五を第三位の十五と致
し、これを横線の下にしるす、然る後ち已上二つの數を合せて一千五百四十
と致しますれば、これ實の各位の數の五倍を合せたる數ゆゑ三百八の五倍
なりとは御會得になりましたで御座りませう、されどかやうに實の各位の
乗積を一々記（シル）しつけまするは迂遠のわざなれば實算の折りは前題の通り
に略しなさるが宜しう御座ります、その運算のさまハ左の通りなり

線の下に為るし首位は次の乗積の末位に合せ、其れを横線の下に記します、なほ左りの運算と解とを御覧なされば委しくおわかりに為ります

運算二

374
6
2244

解　記數のことは前の通りゆゑ略します、さてまづ實の單位四の六倍二十四の末位四のみを横線の下第一位に記し、首位二十を第二位の二と見て為ばし心中にとめ置き、これを實の十位七の六倍四十二に合せて四十四と致し、其の末位四のみを横線の下第二位に為るすなり、さて其の首位四十は第三位の四と見て為ばし心中に留め置きこれを實の百位三の六倍十八に合せて二十二と致し、其の末位二を横線の下第三位に記し、首位二十は第四位の二と致し、これを横線の下第四位に記す、かく致しまするときは前の通り横線の下に乗積が二千二百四十四と出來ます、其のうへ算へかたは餘程はやくなります

右の題は實の數に零位なきを撰びたるがこたびは零位あるを撰びて其の

算へぶりを御覧に入れます

設題二　三百八を五倍すれば幾何を得るや

答　一千五百四十

運算一

308
5
40
15
1540

解　記數の事は贅しければこれを略します、まづ實の單位八の五倍四十を横線の下に記す、次に實の十位は空なれば之を五倍あつむるとも矢張り空なり、ゆゑにこれは算へず、更に實の百位三の五倍十五を第三位の十五と致し、これを横線の下に為るす、然る後ち已上二つの數を合せて一千五百四十と致しますれば、これ實の各位の數の五倍を合せたる數ゆゑ三百八の五倍なりとは御會得になりましたで御座りませう、されどかやうに實の各位の乗積を一々記しつけまするは迂遠のわざなれば實算の折りは前題の通りに略しなさるが宜しう御座ります、其の運算のさまは左の通りなり

運算二

$$\begin{array}{r} 308 \\ 5 \\ \hline 1540 \end{array}$$

解　記數のことは略しますまづ實の單位八の五倍四十の末位零を横線の下に記シルし首位四十を第二位の四と致してのばし心中に留トめおくなり次に實の十位は空なれば再び十位の數は得がたしよりて心中に留トめ置きたる四を横線の下第二位にのるす末にまた實の首位三の五倍十五を第三位の十五と致し其末位五を横線の下第三位に記シルし首位十を第四位の一と致しこれを横線の下第四位に記シルすかやう致しますれば前の通り横線の下に乘積が一千五百四十と出來ますそのうへ筭へかたはたやう相成ります

右の解によりて基數を乘じまする筭法を左の通りに定めます

筭法　實を上の段に横に記シルし法を其下に記シルし其下に横線一條スヂを設くべし然る後ち法を以てまづ實の單位を倍し其乘積の末位を横線の下の單位に記シルし首位は第二位の數としてのばし心中に覺えおくべしさてまた法を以て實の第二位を倍し其乘積に兼て心中に覺え置たる數を合せ得數の末位を横線の下第二位に記シルし首位は第三位の數としてのばし心中に覺え置くべしかやうに次第に上位にうつりて筭するなり

初ひ學びの人には一つの數を心中に覺え置きながら更に他の數を筭へんとはなかなかにむづかしとや思オボさんさるかたがたは一々數字を上の位の下に小さく記シルしつけて記憶の助けとなし玉ふもよろしされども乘法のわざに追々なれ玉はゞかゝる見苦しきさまに筭草を記シルしめさぬことこそ肝要なれその運筭の式は教科書に載せたれば茲には省きました

右に申述べたるは基數を法と致して他の數を倍する仕方なれどその仕方を推考すれば第二位の三または第三位の七などを法と致して他の數を倍する法と致すとも出來ますれ左に一題を設けてその筭へぶりを御覽に入れ申べし

設題三　五百三十七を六千倍をれば幾何を得るや

答　三百二十二萬二千

運算一

537
6000
42000
18000
30000
3222000

運算二

537
6000
3222000

解　記數のことは最早たび〳〵にありましたゆゑ略します、まづ實の末位七の六千倍を求むるの仕方ハ六千の七倍を前の算法に從ひて四萬二千と算出致しまするなり、これ第十七條に申述べましたる法實對換之理と申定理がありまするゆゑなり、扨てその四萬二千を横線の下に記す、次にまた同じ理合なれば實の第二位三の六千倍を一萬八千と算し、これを第二位の數と致し、これを横線の下に志るす、末にまた實の首位五の六千倍を前のやうに三萬と算出し、これを第三位の數と致し、これを横線の下に志るす、かくて已上の三數を合せますれば三百二十二萬二千となります、これ實の各位の數を六千倍して合せましたる數なれば五百三十七の六千倍なりとは明に御會得になりましたとぞんじます、去れどもかやうに實の各位の乘積を

一々前の算法にてかゞへまするはいとわづらはしき業に候得ば、さらに便利なるかゞへかたを工夫致しまするに、右實の各位の乘積の末位なる零位を三つ省きまするときは丁度五百三十七の六倍を求めますると同じやうなれば、まづ前法に從ひて五百三十七の六倍を算し、其數の末に三つの零位を添へて問はれたる乘積と致しますれば算へかた大きに便利になります、去れば高き位にある基數を乘じまする算法を左の通りに定めます

算法　實を上に志るし、法をその下に記し、其下に横線一條を設くべし、扨て法の首の數にて實の數を倍し、其算出せし數の末位に法の末位なる零位を添ふべし

法の首の數字若し一ならばこれを實の數に乘じますとも數に變化を生じませぬゆゑ、かゝるをりには直に法の末位なる零位を實の數の末位につけて問はれたる乘積と致します

右講述仕候條々に問題をさし加へ申さず候得ども御習練には教科書に載せたるを御用ひ下さるべし若し答數あはず候か、または算へぶりおわかりなきがあらば共益商社まで御通知成さるべし次回の講義錄にて解式を御覽にいれ申べく候

編者曰く左に掲げましたるは社員凹凸山人が翻譯に係りたる數理小說なり、原名は「フラットランド」と申して厚みなきものどもが生活する情況を推量せし推理小說に候が、こともまた一つには幾何學を學び玉ふ助けともならんかとぞんじ二つにはお睡けざましのお笑ひぐさにもなれかしとて御覽に入れますれば御高覽を玉へかしと願ふになん

算術講義錄第二回

緒言

講義結び終て欠伸催す、看客の口は却て此時に開く、術を論じ文を評し褒貶頗なり、面倒な筭術をかしな文、勘定は出來ても答あはず、厭に成た讀者これまでにて廢め研究穿鑿お好きな人、質義問ひ遣せて次號を促す、ナンカンと牽强ておのが名の田へ引く水のはしり書き急きにせかれてエイヤット書きつゞりたる此册子は前號に載せたる乘筭のかけを補ふを初めとし、簡乘法の勘定あつて智慧たらぬ講述者が得意の訥辯に除筭のあらましを說明いたし四法檢査の仕かたと符號の用ひかたをさへ輯錄めてからくも定めの紙數にみたしぬ

明治二十一年二月二十日

算術講義錄

東京　田中矢德講述

第二回

乘法二乘

第十九條　この條りにハ二位よりうへの數(十三、二十八、四百五十七など)を法と致して他の意(こゝろ)のまゝなる數を倍しまする仕方を御覧に入れます

設題　七百四十六を二十三倍すれば幾何を得るや

答　一萬七千一百五十八

運算

```
  746
   23
 2238
1492
17158
```

解　實の數七百四十六を上にしるし、その下に法の數二十三をしるし、その下に横線一條(スヂ)を設けます、扨てまづ法の末位三を實の數七百四十六に乘じますれば二千二百三十八となります、これ實の數の三倍なり、これを横線の

運算

$$\begin{array}{r} 746 \\ 23 \\ \hline 2238 \\ 1492 \\ \hline 17158 \end{array}$$

下にしるす、次にまた法の首位二十を實の數七百四十六に乘じますれば一萬四千九百二十となります、これ實の數の二十倍なり、これを第二位の一千四百九十二と致しまして横線の下にしるす、かくて已上の兩數を合せますれば一萬七千一百五十八となります、これ實の數の二十倍と三倍とを合せましたる數なれば七百四十六の二十三倍なりと申ことはおわかりに成りませう、この理によりて二位以上なる數を乘じまする算法を左の通りに定めます

算法　實の數を上の段に横にしるし、法の數をその下に横にしるし、法實二つの數の末位を同じ行(クダリ)にかさねおくべし、扨てその下に横線一條(スヂ)を設け然る後ちまづ法の單位の數を實の數に乘じその乘積を横線の下にしるす、次にまた法の十位の數を實の數に乘じその乘積を横線の下に記(シル)す、かやうに

段々に法の上位の數を實の數に乘じ法の首位の數を乘じ終(ヲハ)るまでつゞくるなり、かく次々に算出したる乘積の末位がそのをり用ひたる法の數字のゐまする行(クダリ)に來たるやうに心して横線の下にしるすべし、かくて後ち以上の數を殘らずあつめて問はれたる乘積と致すなり

若し法の數に空位がありましたならそは省き捨てゝ算へぬなり、そも〳〵乘は一倍にはじまるものにて空を以て他の數を倍すと申ことは意(コヽロ)なきそら言(コト)なれば數は生じませぬなり、若しまた法實對換之理に從ひて空を實の數と見るもこともまた何程あつめたりとて矢張り空にて數は生ぜず、されば空は乘ずることが出來ると致しましてもつまり乘積は何(ナニ)にもなしと申ことになりまするなり、ゆゑに空は算へぬと御承知下されまし、その運算のさまは敎科書の乘法二問題三十の運算に詳なれば茲には略します

乘法には法實對換と申定理(キマリ)あれば兩數のうちいづれを實いづれを法と定めずとも宜(ヨロ)し、されば法實の二つをともに乘子とも申します、二つの乘子が

乗じあふを相乗と申しその乗積を相乗積と申します、また三つ四つ等澤山の乗子が連りに乗じあふを連乗と申しその折りの乗積を連乗積と申します、さてその乗積の求めかたは連なる乗子のうちいづれにまれみ意まかせに二つをえり玉ひてそを乗じあはせ、これにまた次なる一つの乗子をみ意まかせに撰りて乗じ玉ふなり、かやうに段々と乗じあはせ連なる乗子を殘りなく乗じ終れば則ち連乗積が出來まするなり、こもまた法質對換之理を思ひ合せ玉はゞ乗子の序をえらばぬ理はたやすく御會得になりませう、されどなほ初ひ學びのかた〳〵のおために拙き一くさの例を申述べん、まづ兩の御手に三房づゝの葡萄をもち玉へりと致さん、扨てその一房にはいづれも二十粒の瑠璃顆つきたりとせん、然るときその瑠璃顆の總數は幾何ぞと申にまづ一と房が二十粒なれば三房にて六十粒兩の御手にて百二十粒とかやうに算へ玉ふも一つの序なり、また右にも左にも三房づゝ持ちたまふゆゑ合せて六房となるその一と房に二十粒つきたれば百二十粒とはな

りぬ、こもまた一つの序なり、又右の一房と左の一と房との瑠璃顆を集むるときは四十粒となる、然るに兩の御手の葡萄はともに三房づゝなればこれを三倍して百二十粒と致しまするもまた一種の算へかたなり、かやうに算ふる順はかはりても二と三と二十との三つの乗子を乗じあえすときは百二十となり變りたる數は何致しても出來ませぬなり

乗方

第二十條　この條りには乗方と申して同じ數を幾つとなく連に累ねて乗じますることを述ぶるなり、その連乗致しまする同一の乗子を根數とも又は略して根とも申しまを、またその連乗積を冪數または略して冪とも申なり、そも〳〵冪數には段々の階級あり、二つの同乗子を乗じあはせたる者を二乗冪と申しそれへ又一つ乗じたる者を三乗冪と申しそれへまた一つ乗じたる者を四乗冪と申しかくの如く段々に一乗づゝ加はりて無窮に至ります、二乗冪と三乗冪とにはおの〳〵別の名あり、乃ち二乗冪を自乗または

平方と申し三乘冪を再自乘又は立方と申します
冪數を求めまする仕方は前の乘法にて根數を次第〳〵に乘じ合せますよ
り外に良き手だても御座りませぬなり、去ればこの算法をまづ左の通りと
定め置きます

算法　根數に根數を乘じて二乘冪と致し、これへまた根數を乘じて三乘冪
と致し段々かやうにすゝむなり

箇乘法

第二十一條　第十九條の法は乘法の本をぢなればこれに從へばいつとて
も乘積の得られぬとはあらぬ筈なり、ジャと申していつもこれにのみ據る
も杓子定木の嘲あらん、法實二つの數の模樣によりては大きに便利なる算
へかたもあるものをえらばでやはあるべき、今一々下條に申述べん、されど
これらはみな時にとりての便法なれば普く通ずるとにはあらねど實算に
はなか〳〵に重寶なり

箇乘法一

第二十二條　此條りには積數と申して二つ三つまたは多くの乘子にわけ
るとの出來まする數を法と致して他の數を倍しまするわざを述べまする
なり、たとへば三十五は五と七との二つの乘子にわけられます、また四十二
は二と三と七との三つの乘子にわけられます、ゆゑにこの二種の數をと
もに積數と名づくる者なり、たゞ一はいづれの數にも乘子となりますがこ
れだけにては積數とは申さず、たとへば七は一と七との二つの乘子にわけ
られますけれどもこれ積數とは申さぬなり、かやうなるは元數と申します

設題　三百二十三を三十五倍すれば幾何を得るや

答　一萬一千三百五

運算

$$\begin{array}{r} 323 \\ 7 \\ \hline 2261 \\ 5 \\ \hline 11305 \end{array}$$

解　三十五は七と五との二つの乘子にわけられまするゆゑ、まづ三百二十

運筭

$$\begin{array}{r} 323 \\ 7 \\ \hline 2261 \\ 5 \\ \hline 11305 \end{array}$$

三に七を乘じて二千二百六十一と致しますれば、これ三百二十三の七倍なり、これに五を乘じますれば一萬一千三百五となりますこれ三百二十三の七倍の五倍即ち三百二十三を七つづゝ五たびあつめたる數なれば三十五倍あつまりたるわけに御座ります、されば、このたぐひの數を乘じまする法を左の通りに定めます

筭法　法の數を多くの乘子に分ちその乘子を以て段々に實の數に乘ずるなり

乘子を乘じまする順ハ御隨意なり、いかやうになさるとも苦しからず

積數を多くの乘子にわくる法とて定りたるはあらず、たとひ一つ二つの仕かたありとても弘く用ふべくもあらぬわざにて、それすらこの條りには説きがたき理由あれば後ち第七十六條に至りて申述ぶべし、いまハ唯かくて

もやあらんとの御推量にて乘子のありやなしやを御察しなされまし、されど八十一にたらぬ數ならば乘法句訣を思ひあはし玉ひてもおわかりになります

簡乘法二

第二十三條　此條りには末位に零位ある數を乘じまする仕方を述べます

設題　七千二百に四十を乘ずれば幾何を得るや

答　二十八萬八千

運筭

$$\begin{array}{r} 7200 \\ 40 \\ \hline 288000 \end{array}$$

解　七千二百は七十二の百倍に當り、四十は四の十倍に當ります、されば問ふ所の乘積は七十二と四と百と十との四つの乘子の連乘積にあたれり、故にまづ七十二に四を乘じて二百八十八と致し、これに百と十とを乘ずるなれど、こは乘ぜずとも數位を三位進むればそれにてよろしゆゑに二百八十

八の末位に零を三つならべて二十八萬八千と致しますればこれ七十二と四と百と十との逆乘積となりまするなり、この理によりてこのたぐひの數を乘じあはせまする法を左の通りに定めます

筭法　乘子の末位なる零位を殘(ノコリ)なく省き殘りたる上位の數を乘じあはせりの乘積の末にはじめ省きたる零をならべて問はれたる乘積とす

上の二くさの箇乘法はりの用(ヨウ)ひろければ諸君(ミナサマ)りのれこゝろにて御覽下さるべし、次に申述ぶる二くさの箇乘法はさまで共用(ツウヨウ)廣からねど面白き數理あれば數理工夫のれ稽古には良き問題とぞんじまして茲に載せまおた

箇乘法三

第二十四條　此條りに述べまするは一と列(ツラ)にならびたる數字の中(ウチ)二つならびたる數字が丁度都合よく共後(アト)か前(サキ)かにある數字を幾倍にか致したる者にあたりまする數を法と致して他の意(コヽロ)の儘(マヽ)なる數を倍する仕方で御坐ります、されば滅多(メッタ)には出逢はぬ數を法と致しまするなり、たとへば七百二

十一などはりの一つなり、ナゼと申に首位七を三倍致せば末の二位の二十一が出來まするゆゑなり、

設題一　四千七百三十九を三百五十七倍すれば幾何を得るや

答　一百六十九萬一千八百二十三

運筭

```
   4739
    357
  -----
  33173
 165865
 ------
1691823
```

解　三百五十七の上の二位三十五を末位なる七の五倍にあたれり、ゆゑにまづ實の數四千七百三十九を七倍して三萬三千一百七十三と致し、これに五を乘じて十六萬五千八百六十五と致しますればこれ實の數の三十五倍なりと申とは第二十二條の法にて明かにおわかりになりませう、よりて此數の位を一位進めて一百六十五萬八千六百五十と致しますれば、これ實の數の三百五十倍なりと申とは第二十三條の法にて明かにれわかりになりませう、扨て已上二つの數を合せますれば一百六十九萬一千八百二十三と

なりますこれ實の數の三百五十倍と七倍とをあつめたる數なれば即ち三百五十七倍とはなりましたるなり

設題二　五萬八千三百二十七を二萬一千三百十八倍すれば幾何を得るや

答　十二億四千三百四十一萬四千九百八十六

運算

```
      58327
      21318
    -------
    174981
     1049886
  1224867
  ----------
  1243414986
```

解　法の首位二十一は中位三の七倍に當り末位十八は中位三の六倍に當りまするゆゑまづ實の數五萬八千三百二十七を三倍致しその乘積の位を二位進めて一千七百四十九萬八千一百と致しますればこれ實の數の三百倍なりと申とは第二十三條の法にて明かにおわかりになりませう次にその乘積に六を乘じ位を退けて一百四萬九千八百八十六と致しますればこれ實の數の十八倍なりと申とは第二十二條の法にて明かにおわかりにありませう末にまた最初の乘積を七倍しさらに位を一位進めて十二億二千四百八十六萬七千と致しますればこれ實の數の二萬一千倍なりと申とは第二十二條と第二十三條との法にて明かにおわかりになりませうさて已上三つの數を合せますれば十二億四千三百四十一萬四千九百八十六となりますこれが問はれたる乘積なりと申とは設題一と同じ理合にて御會得になりませう

右の筭へぶりは珍らしき仕方あれどかゝるさまに實筭致しまするとはいとくまれなれば茲にはその筭法を定めません若し筭法御入用に候はゞ敎科書に載せたるを御覽下されたし

簡乘法四

第二十五條　此條りには連九數と申して九十九または九百九十九などの如く九のみ連(ツラ)なる數を乘じまする便法を申述べます

設題　三百八十七を九百九十九倍すれば幾何を得るや

答　三十八萬六千六百一十三

運筭

$$
\begin{array}{r}
387000 \\
\underline{\quad 387} \\
386613
\end{array}
$$

解　九百九十九は一千に一つたらぬなり、ゆゑに實の數三百八十七に一千を乗じて三十八萬七千と致し、この内ち三百八十七を減じて三十八萬六千六百十三と致しますれば、これ實の數の九百九十九倍なりと申をはたやすく御會得になりますことゝぞんじます、さればかゝる數を乗じまする法を左のとほりに定めます

筭法　實の數の位を法の數に連なる九の數だけ進め、その數より原の實の數を減じて問はれたる乗積とす

右の類なる筭へかたはまだ〳〵いくらも出來まするとぞんじ候得ば諸君御銘々にて御工夫なさるべし、たとひその法がすぐには物の用にたゝぬとも一たび御發明になりたる御工夫は末ながく其方寸の内に遺りて姿か

たちは變るとも、さま〴〵にはたらきて外のわざ御學びなされ候たづきともなりますればゆめおろそかにな思ひ玉ひそ

除法

第二十六條　除と名づけたるは一つの數をいくつにもわくるなり、シカも等分にわくるなり、それゆゑ丁度乗法のうらに當ります、ナゼと申に乗法は同一の數をあつめましたるゆゑなり、されば除法の意を三通に說明致すが出來ます、まづ等分にわかちましたる一つを見出す法と申もよろし、これ乗法の實の數を求めましたる理なり、また一つの數の内に他の數をいくつ含みてゐると申を見出す法と申もよろし、これ乗法の法の數を求めましたる理なり、また法實のわかちを申さぬときは相乗積と一つの乗子とを知りて他の一つの乗子を求むる法と申もよろし、これみな乗法のうらと申定理よりわかれ出る數理で御坐ります、偖て又除法にても乗法のやうに法と實とのとなへあり、實と申はわけらるゝ數にて、それをわくる數を法と呼ぶな

り、されば異なたとへなれどかの「おのれ師直マッ二つ」と申臺詞につきて申さば師直ハ實にて二つは法なり、偖てすでに分ちたらば其一段を商と申します、されば商ハ法の數だけあつむるときハ實の數を生ずるなり

支那及び本邦の古き筭書には歸と申文字にて一位の數(三、二十、五百など)を法と致して他の意の儘なる數をわくることを示し、二位より上の數を法と致して他の意のまゝなる數をわくることを除と申しましたる例あり、たとへば三因五歸と申しまするときは三つあつめて五つにわくると申意なり、されば本書もまた此例にならひてをり〳〵は歸除の文字をかやうなる意に用ひまする事もありますればそのお心にて御覧下さるべし、されども除と申文字は法の數の一位なると二位より上なるとのわかちなく通じてわくる術を示すにも用ひますれば用ひたるをりの意をはかりて解し玉へかし

除法一 短除

第二十七條 此條りに申述ぶるは法の數位あまりに多からぬを撰び用ひて他の數をわくるわざなり、法の數位多からぬとて一位の數と限りたるにはあらず、されど前の條りに申述べたる歸と申除法ともまた別なり、これを英語にてショルト、ディヴィションと申します、ショルトは長短の短の字、ディヴィションは分と申ことなり、されば手短かにチョイとわくると申意なるべし、法の數位が多きときはさやうに簡便にわくることはなりがたけれど一位の數ならぬもまゝ此條りに述ぶる仕方に除筭を致しますこともあり今左に四とほりの題を設けてその運筭の手續きを御覧に入れます、但し除は乘のうらなれば實の數ハ法の數にて丁度都合よくわけられまするものと御承知下さるべし、一人息女に婿八人と申やうなるわりふりのつかぬ勘定はいづれ後回奇零の部にてお話し致しますれば暫らく御猶豫下されたし

設題一 八百四十八を四つにわくれば幾何なりや

答 二百十二

解 此題は實の數字がいづれも法の數のあつまりたるものにあたれるを

運算　$4\overline{)848}$　212

撰びたり、これ除法にて數の變化のもつともたやすき例なり、先づ實の數八
百四十八を横に書きあらためその左のかたに法の數四を實の數にならべ
てしるして、その間ニ）かやうなる弧線(コセン)をしるしてて法と實との界(サカヒ)をわけます、
但し此界標(サカヒジルシ)は今の世のならはしなればかくはしるしたれど弧線ならずと
も差(サシ)つかへなし、御隨意になさるべし、偖て其實の數の下に直線一條(スヂ)を設け、
その下をもて商の數をしるしつくる場處と致します、然る後ち實の首位な
る八は何ほどの數の四かさなりやとしばし思ひめぐらし玉へど乘筭句訣
に二四が八とあればこゝ二の四かさなりとはたやすくも覺り玉はん、され
ば第三位の八を四つにわかちて第三位の二と致し、これを横線の下の第三
位にしるす、これ疑(ウタガ)ひもなく商の首位の數なり、次にまた實の第二位の數の
四を四つにわくるときは一となりまするは疑ふべくもあらぬとあり、され

ば第二位の四を四つにわかちて第二位の一と致し、これを横線の下の第二
位にしるす、これ商の第二位の數なり、末にまた實の末位の八を四つにわく
るときは前(サキ)に述べたる通り二となります、されば單位の八を四つにわかち
て單位の二と致し、これを横線の下の單位にしるす、これ商の單位の數なり、
かくて横線の下に二百十二と出來ましたる數ハ八百四十八を四段(ヨキダ)にわか
ちたる一つなりとは御會得になりませう、されば實の各位の數がをりもよ
く法の數の幾かさにかあたりたるときは、かやうに其各位の數をわかちて
そを商の各位の數と致しまするとと御承知下さるべし

設題二　二千八百八十四を四つにわくれば幾何なりや

答　七百二十一

運算　$4\overline{)2884}$　721

解　記數のとは前の通りゆゑ略します、此題にては實の首位の數が法の數

運筆

$$4\overline{)2884}$$
$$721$$

に足らぬを撰びたり、されば此たびの實の首位なる數は四つにはわかち難し、因（ヨリ）てこれを第三位の二十と見て次位の八に合せますれば第三位の二十八となる、さて此數何ほどの數の四かさにやあらんとしばし考へ玉ハゞ乗算句訣に四七二十八とあるゆゑさてハ七の四かさなりとは覺り玉はん、されば第三位の二十八を四つにわかちて第三位の七と致し、これを横線の下の第三位にしるす、次に實の十位なる八と單位なる四とを前の設題に申述べたる通りにそれ〴〵四つに分（ワカ）ちて十位の二と單位の一と致しこれを横線の下に數位の順にしるす、かくて横線の下に算へ得たる七百二十一ハ二千八百八十四を四段（ヨキダ）に分（ワカ）ちたる一つなりとは御會得にありたるなるべし、されば實の首位の數が法の數に足らぬをりはかやうに次の位の數に合せてそを法の數にわかつことゝ御承知下さるべし

設題三　一千八百二十四を六つにわくれば幾何なりや

答　三百四

運筆

$$6\overline{)1824}$$
$$304$$

解　記數の手續きハ略します、此題にては實の中位に法の數にたらぬ數字あるをえらびたり、諸君（ミナサマ）には定めしわづらはしきわざとも思（オボ）さんが、こも亦一つのかはりたる算へぶりがありますればそを知らせ申したしとて揭げたるなればしばし御辛（ゴシン）抱（バウ）下さるべし、先づ實の首位なる一は法の數に足らねば設題二に述べたる通りこれを次位なる八に合せて第三位の十八と致し、これを六つにわかちて第三位の三と致し、これを横線の下の第三位にしるす、次に實の第二位の數もまた法の數に足らぬゆゑこれを單位の二十と見て單位なる四に合すときハ單位の二十四となります、されば此數を六つにわかちますれども第二位の數は出來ませぬゆゑ商の第二位は空とな

ります、因て横線の下の第二位に零をゑるを、さてかの單位なる二十四を六つにわかちて四と致し、これを横線の下の單位にゑるず、かくて横線の下に出來ましたる三百四ハ一千八百二十四を六段にわかちたる一つなりとは御會得になりたるなるべし、されば若し實の中位に法の數にたらぬ數字があらばその位にあたりたる商の數字は零なりと御承知下さるべし

運筭

6)1824
　304

設題四　九百四十四を四つにわくれば幾何なりや

答　二百三十六

運筭

4)944
　236

解　記數の仕かたは略します、此題にては實の各位の數が法の數の集まりたるにあらではしたなるを撰らびたり、さればまづ實の首位なる九は何ほ

どなる數の四かさなりやとゑぼし思ひ廻らし玉はゞ乗筭句訣に二四が八、三四十二とあればこや二の四かさより多けれど三の四かさに足らぬとは容易も覺り玉はん、されば實の第三位なる九の中より八をとりうを四つにわかちて二と致し、これを横線の下の第三位にゑるず、偖てうの九よりとり出でし八を心中にてひき去り殘りたる一を第二位の十と見て實の第二位なる四に合すときハ第二位の十四となる、因て此數ハ何ほどなる數の四かさなりやと前の通りに考へますれば乗筭句訣に三四十二、四四十六とあればこや三の四かさより多けれど四の四かさに足らぬとはたやすくも覺り玉はん、さればまたうの十四の中より十二をとりうを四つにわかちて三と致し、これを横線の下の第二位にゑるず、偖てまたうの十四の中より十二を心中にてひき去り殘りたる二を單位の二十と見て實の單位なる四に合すときは單位の二十四となる、よりてまた前の通りにこの數は何程なる數の四かさなりやと考へますればこたびハ丁度六の四倍にあたれり、よりてこ

れを四つにわかちて六と致し、これを横線の下の單位にしるす、かくて横線の下に出來ましたる二百三十六は九百四十四を四段(ヨキダ)にわかちたる一つなりとは御會得になりたるなるべし、去れば若し實の數字が法の數より大なるもこがあつまりたる數にはあらではしたあらばこのはしたは次位の數に合せこを法の數にわかつことを御承知下さるべし

右の四通りなる設題の解によりて短除法の筭法を左のとほりに定めます

筭法一　實の數を右のかたに横にしるし、この左に法の數を横にしるし、法實二つの數の間に弧線をしるして界(サカヒ)とし、また實の下に横線一條(スヂ)を設くべし、其下をもて商の數をしるしつくる場所となす

筭法二　先づ實の首位なる數を法の數にわかち、これより順に次の位に遷(ウツ)りて其數を法の數にわかち、筭へ得たる數を横線の下に位の順に列記(ナラベシル)す

筭法三　若し實の數のある位の數が法の數にわかちてはしたあらば、こを次位なる數の十位の數と見てこれと一つにまとめ其數を前の通り法の數

に分(ワカ)つべし

筭法四　若し實の數のある位の數が法の數にたらぬをりは其位に在るべき商の數字を零となす、さてこの法の數にたらぬ實の數を次位なる數の十位と見てこれと一つにまとめ、こを前の通り法の數にわかつなり

右には實の數が法の數にわかちてはしたなきをのみ申述べたれど實用にはさやうに都合よき數ばかりならねばさるをりの答へかたをいさゝか申述べん、勿論このわかちかたはさきにも申述べたる通り奇零の部まで御猶(イウ)豫(ヨ)下さるべし、たゞ初ぬ學びのかた〳〵が去るをりせんやうに困(コマ)じ玉ふもあらうかとぞんじますればなり、さてこの答へかたなどいふてとく〳〵しう述べたつるまでもなきたはやもきとながら、若し實の數の末位まで前の筭法に從ひてわかち玉ひたるをり、をりわろくも法の數にたらぬはした數が殘りたらば何とれ困りなさりませう、こをわかつとは所詮(ショセン)かなはぬとなれば若干(ソコバク)のはしたあり、又ハなにがしの餘數ありなど答へ玉ふべし(なんのと

だ業山もない云ひやう）

偖又さきに設題を四通りまで掲げたれと、みなわかちかたをお知らせ申さんとの心なれば、法の數には基數をのみ撰らびてわかちかたの容易を專一とせり、されば初め學びのかた〴〵には右の筭法を法の數が基數なるをりにのみ施をべきものと思ひたがへ玉ふもあらふかと存じますれば左に二千八百二十七を十一にわくる運筭のさまを御覧に入れます、但し西洋にては乘筭句訣を十二、十二、百四十四と申まで諳誦して乘除致すとなれど、我國と支那とにては九九八十一までを用ひ、その餘は國ぶりの言葉に呼びにくき故にやむかしよりたえて呼びたるを聞かず、なれたる筭者などはさばかりの數覺えなきはあらじ、されど初め學びのをりより致へならはすならはしにはあらず、されば左に掲げまする運筭の仕かたにはチトおわかりにくきふしもありませうなれどしばし堪へて御覧下さるべし、若しあまりにおわかりにくゝば實筭には下の條りに申述ぶる長除にてお筭へなさるも苦しからず、こはたゞ短除と申は法の數が基數ならずとも施すべき筭法なりと申ををお知らせ申が本の主意で御座ります

運筭

$$\begin{array}{r} 11\overline{)2827} \\ 257 \end{array}$$

解　法の數が二位なれば實の數も二位ならでは法の數に足らぬとは疑ふべくもあらぬ道理なり、よりて實の首の二位を第三位の二十八と見てそのうち二十二だけを十一にわかちて二と致し、これを横線の下の第三位に記るす、さてその殘りたる六を第二位の六十と見て實の第二位なる二に合せて六十二と致しそのうち五十五を十一にわかちて五と致し、これを横線の下の第二位にしるす、さてその殘りたる七を單位の七十と見て實の單位なる七に合せて七十七と致し、これを十一にわかちて七と致し、これを横線の下の單位にしるす、かくて横線の下に二百五十七と出來ましたる數は二千八百二十七を十一にわかちたる一段なりとは御會得になりましたとで御

坐りませう

除法二 長除

第二十八條　此條りに申述べまするは二位よりうへなる數をもて他の意のまゝなる數を除するわざなり、これを英語にてロング、ディヴィションと申します、ロングとは長短の長の字、ディヴィションは前にも申述べたる通り分くると申すなり、されば長々しくも筭ぶりを子細に志るしつけて委しく除法を仕遂ぐると申意ならんか、いづれ短除に對する意なるべし、それはさておき左にまづ法の數にわけてはしたなき數を實と致しそをわかつ運筭のさまを御覽に入れん

設題　四千八百七を二十三にわくれば幾何なりや

答　二百九

解　まづ實の數四千八百七を右のかたに横に志るし、その左のかたに法の數二十三を横に志るし、その間に弧線を志るして法實二つの數の界と致し

運筭

```
23)4807(209
   46
    207
    207
```

ますまでは短除の志るしかたにかはらず、次にまた實の數の右手にも弧線を志るしてその右に商の數を志るすなり、されば二たびの弧線は商實二つの數の界となりまするなり、偖て實の首の二位をひとつにまとめて第三位の四十八と見做しこれを初商實と申します、さてこの初商實を二十三に分ればその一段は二より多かるべけれど三には足りませぬゆゑ、商の首位の數を二といたしてこれを實の右に志るし、これを初商と申します、さて其初商の二を法の二十三に乘じますれば四十六となる、これを初商實の四十八よりひきさりて殘りたる二を第二位の二十と見て實の第二位の數に合す、然るに實の第二位に數なきゆゑ右の二十だけが第二位の數なり、これを次商實と申します、されど此數いまだ法の數にたりませぬゆゑ、商の第二位

の數は得がたし、因て商の第二位を零と致しこれを實の右なる商の第二位にしるしこれを次商と申します偖て又右の二十を單位の二百と見て實の單位の數にあはせますするときは二百七となる、これを二十三にわくるときは九となる、因て實の右なる商の單位に九をしるしこれを第三商と申します偖てその九を法の二十三に乘ずれば二百七となりまするゆゑ、これを右の第三商實に較べますれば過不及なし、因て相減じますれば空となります、こゝにて實の數盡きたれば四千八百七ハ二十三にわかたれたりその一段の數は實の右手に出來ましたる二百九なりとは明かに御會得になり玉ひしならん

逆算

```
23)4807(209
   46
     207
     207
```

右設題の解によりて長除の算法を左の通りに定めます

算法一　實の數を右のかたに横にしるしその左右に弧線を設けその左方なる弧線の左りに法の數を横にしるす偖て右方なる弧線の右には商の數が出來るを待てそをしるすなり

算法二　實の數の首のかたにて法の數と同じ位の數を截りはなしこれを法の數にくらべ、若し法の數にたりたらばそを初商實となすべし若し足らずば實の數の次の一位を添へて初商實となすべし

算法三　法の首位の數にて初商實を心中にて除し其商を泛初商として心中に留めおき(かやうに算へ玉はゞ泛初商ハまゝ多過るとあれど少きとは絕えてありませぬ)これを法の數に乘じ其乘積を初商實にくらべこれに越えねば泛初商を初商として實の右にしるすべし若し越えたらば泛初商の中ち一を減じて其餘を泛初商として前の通り法に乘じ實にくらべこれに越さぬ數を得るまでかやうに泛初商の數を一づゝ減ずべし(大抵一たび減ずれば初商になりますれど實の數は首位多く末位少く法の數ハ首位少く

末位多きをりなどはまゝ幾たびも減ぜねばならぬとあり、さりとても一たびに二以上の數を減じてはなりませぬ、御面倒でも一ゴゝ減じて御試みなさるべし、はじめてこれに越さぬ數が出來たらば其をりの泛初商を初商として實の右に立るすべし

算法四　初商を法に乘じ其乘積を初商實より減じ、其餘數の末に實の次位の數を立るし添へて次商實となす

算法五　次商實の數若し法の數に足らぬときは次商を零となす、若し足りたらば前のとほりに商を求むべし、かやうに次々の商を求めて實の數の盡きたる折り止むなり

右の算法は實の數が丁度都合よく法の數をいくつかあつめたるものに適ひたりと思ひて定めたるなれば若しさる都合よき數にあらずしてはしたの數の殘るをもあらば短除の條りに申述べたるとほり若干のはしたあり、又はなにがしの餘數ありなど答へ玉ふべし

簡除法

第二十九條　法實二つの數をさま〴〵にかはるとも變りなきを第二十八の條りに申述べたる除法の算法なり、されば公通の法ともいひつべし、されど初ぬ學びのかた〴〵には商のたてかたむづかしとて頭痛の法などゝかこち玉はん、そこで法の數によりて手輕きとりかたあることをいさゝか知らせ申さんとて下の三つの條りにそを說明致します、これもと數の模樣によりて定りたる便法なればこれのみにては御用辨になりがたきふしもまゝ御座りませうなれどをりよくこの算法にかゝる數に出逢ひ玉はゞかやうにも算へ玉へとてなん

簡除法一

第三十條　此條りに申述べまする簡除法も積數(積數のことは第二十二條に御話し致しました)を法と致して他の數をわかつ仕方で御座ります

設題一　一千二百四十二を五十四にわくれば幾何なりや

答　二十三

運筭

6)1242
9)207
　23

解　乗法句訣に六九五十四とありますれば此題の法の五十四は六と九との相乗積ジャと申とがわかりますそれゆゑ實の數一千二百四十二をまづ短除法にて六つにわかちて二百七と致し、またこれを九つにわかちて二十三と致しますればこれ實の數を五十四にわかちたる一段キダで御座ります、ナゼと申に此二十三を五十四倍あつめまする仕方にまづ九倍して二百七と致しまたこれを六倍して一千二百四十二と致しまずる例が第二十二條にありまする故なり

右の題には實の數をはしたなく法の數にわけらるゝを撰びたればわかちかたやすかりしも若し實の數が法の數にわかちてはしたあるをりはその餘數のかずへかたがナド面倒なり、さりとてはじめよりはしたありやなし

やを知るべくもあらねば、はしたの筭へかたも心得ねばなりませぬゆゑ左にその筭へぶりを御覧に入れます

設題二　一千一百四十三を六十四にわくれば幾何なりや

答　商一十七　餘五十五

運筭

8)1143　餘7
8)142　6
　17

解　乗法句訣に八八六十四とありますれば此題の法の六十四は八と八との相乗積ジャと申とがわかりますそれゆゑ實の數一千一百四十三をまづ短除法にて八つにわかつときは商が一百四十二となりはしたが七つ残ります、因ヨリテ又此商を八つにわかつときは商が十七となりはしたが六つ残ります、ゆゑに商は十七ジャとわかりますが餘數はすぐにはわかりませぬ、ナゼと申にはじめ残りたる七は實の數のかたわれなれども、次に残りたる六は

運算　6　8)48(7　55

實の數を八つにわかちたるその一段のかたわれなるゆゑこの二くさの餘數をあつめたればとて實の數を六十四にわかちたるときに殘りまする數とそちがハねばなりませぬ、されば實の數を六十四にわかちたるをり殘るべきはしたハ何ほどにてあれいかにしてわかるかと申ことを考へねばなりませぬ、と申せばいかにもむづかしさうにもあれど何のわけもなきことなり、乃ち後に殘りたる六を八倍して四十八と致しますればこれ實の數のかたわれとなりたるなり、ナゼと申にもと實の數を八つにわかちたる數ゆゑそを八つあつむるときハ原に還りたる理で御坐ります、さればこの四十八と初めに殘りたる七とをあはせて五十五と致しますればこれが實の數を六十四にわかつときに殘るべき數ならんとハ定めて御會得になりませう

此題に答へたる商と申文字ハ第二十六條に申述べたる意といさゝか相違致したれど初め學びのかた／＼にハお心附なく讀み玉ふもあらん、また意

して讀み玉ひたるかた／＼にハ御不審に思さん、よりて申わけかた／＼相違のかどを申述ぶべし、第二十六條にハ實の數を法の數にわかちて其一段を商と申といひたり、然るに此題にて商と申したる數ハ實の數を六十四にわかちたる一段にハあらで、實の數に五十五たらぬ數を六十四にわかちたる一段にあたれり、これその相違のかどなり、されば商の某と申部分などゝ答へたらば穩當にもあらんが新奇なる文字を掲げんも異なやうに思ハれ、その用もまた廣からねば不充分とハ思ひたれど暫らく假りに商と致し置きたり、勿論奇零門を過ぎたる後ちは整數分と申稱へあり、それゆゑ教科書の第二篇までにてこの不充分ハ消滅致すことなれば御見ゆるし下さるべし」

右二通りの設題の解によりて左に算法を定めます

算法一　法の數を多くの乘子にわかちその乘子を以て遂ひに實の數を除し、わかち得たる乘子の數を盡くし、その最も末なる商を以て問ハれたる數となす

筭法二　除法をかさぬる問に若しはした數の殘るとあらば、これにその已前用ひたる除數を乘じそのをりの餘數を加へ、これにまた其已前用ひたる除數を乘じ其折りの餘數を加ふ、かやうに乘筭と加筭とを打てちがひに施し、最も末に筭へ得たる數を以て問に答ふる餘數となす

箇除法二

第三十一條　此條りに申述べまする箇除法は一百または一千なんど申高き位に在る一を法と致して他の數をわくる仕方で御坐ります

設題一　一萬八千五百を一百にわくれば幾何なりや

答　一百八十五

運筭　100)18500

解　第十八條の末に數の末位に零字一つ附ければ十倍となり二つ附ければ百倍となると申述べたり、されば其仕方を原に還して實の末位なる零字二つ省きたらば百倍の反にて百分となるとは御會得になりませう、因て實の數の末位なる零を二つ

省きて一百八十五と致しますればこれ實の數を一百にわかちたる一段なりとえたやすくも覺りたまはん

設題二　二千八百三十五を十にわくれば幾何なりや

答　商二百八十三　餘五

運筭　10)283|5

解　實の數の末位なる五は法の數の十にたらぬゆゑ所銓わかつとは適はぬ數じやと申とえたやすくもおわかりになりませう、よりてこれを離しおきて二千八百三十と致し、これを設題一のとほりに除するときは二百八十三となりますこれその商で御坐ります倘て又兼ねて離しおきたる實の數の末位の五は法の數にたらぬゆゑ餘數となります

右二とほりの設題の解によりて筭法を左のとほりに定めます

筭法一　法の數の末位なる零の數だけ實の數の末位を截りすてその餘を商となす

算法[illegible]實の數の末位より截りとりたる數みな零ならば餘數なし若し若干の數あらばそれを餘數となす[illegible]

[illegible]箇除法三[illegible]

第三十三條　此條りに申述べまする箇除法ハ末位に零位ある數(たとへば五十または九百など)を法と致して他の數をわくる仕方で御坐ります[illegible]

設題　三萬四千七百六十六を九百にわくれば幾何なりや[illegible]

[illegible]答　商三十八　餘五百六十六[illegible]

運算

900)347|66
　　38
　　5餘

解　法の數の九百を九の百倍にあたりますゆゑ實の數三萬四千七百六十六を一百にわかちその一段をまた九つにわくるときハ實の數を九百にわかちたる一段となるべし、偖てその實の數を一百にわくる術と申すでハ末なる二位六十六を截りすてゝ三百四十七と致をなり、これ箇除法二の法なるゆゑこゝには委しう述べ申さず偖てまたその三百四十七を短除法にて九づゝにわくるときハ商三十八となりはしたが五つ殘ります、因て箇除法[illegible]に從ひて餘數を求めますれば五の百倍ハ五百なるゆゑこれにはじめ實の數より截り離したる六十六をあはせますれば五百六十六となりますゝ[illegible]

凡そ末位に零位を帶びたる數にハ十百千等の類なる乘子を帶びざる數ハよもあらじ、されば右設題の如き除法にてハいつにても初め十百千等の如き高き位の一にてわかち、次ぎに法の數の末位なる零位を省きたるものにてわくるなるべし、偖て高き位なる一もてわくる術ハ實の末位なる數字を法の末位なる零字の數だけ截りすつるにあり、因て次の除法にはしたの數の殘らぬをりハ右截りとりたる數字こう餘數なれ、若し次の除法にはしたの數の殘るとあらばこれに前の除數を乘じますれば是非ともはじめ實の數より截りとりたる數の上位に出づるものなりとハ第十八條の末に申述べたる乘法にてわかりになりませう、それゆゑ次の除法にはしたの數の殘りたるをりハこれを初め實の數の末位より截りとりたる數の上位におき

で餘數となし玉へかし、この說明によりて左の筭法を定む

筭法　わくる數の末位なる零を省きて其上位の數を法となし、又實の數の末位を法の數より省きたる零の數だけ截りすて其上位に殘りたる數を法の數にわかちて商となす、若しはした數の殘りたるをりはうを實の數より截りとりたる數の上位におきて餘數となす、若しはした數の殘らぬをりは實の數より截りとりたる數をもて餘數となす、若しまた實の數より截りとりたる數みな零ならば餘數なし

撿筭

第三十三條　これより下の條りに申述ぶる撿筭と申しまするは筭へあげたる數に筭へたがひありやなしやとゝりたゞすとなり、そも〳〵筭のわざはたがはぬをこそ尙ぶなれ、などて早筭をのみねがふべき、されば初ゐ學びのかた〴〵には運筭にかゝり玉ひなば他事の念なく心一途に筭へ玉へかし、かくてそのわざに熟れ玉はゞ筭へゝりたれのづから早くもなり玉はん、若

し初めより早筭せんとて心急きたまはゞ筭へたがひも有りなん、筭へかへなどせば却て手間どれもせん、心靜に筭へ玉ふこそ好ましけれ、さりとて心怯してうぢ〳〵とし玉ふは見苦し、心を決してはき〳〵と筭へ玉ふべし、偖て又筭者の心得はなど高慢顏して說法めかすもをかしけれどしばし辛抱して聽玉へかし、先づ以て諸君運筭の節は假にも輕卒なるれん心あるべからず、一位の數たりとも心にかたく信じたるを書きつくべし、露ばかりも疑ひあらばえきはめではやまじと山鳥の年の尾ながくあらひ玉はゞ萬が一にも筭へたがふことなく、ならへばなれてなぐる箭のごと早き筭へも出て來なん、さればかくまで熟練ましませし筭者には撿筭などいふて其御手に筭へ出でも數をあらべだてするは無益ながら千慮の一失は誰が手にもありうちなればよもやと思ひてもなほとりたゞすこそ念の上の念ぞかし、眞面目くさつてお勸め申も自分などはまゝ筭へたがへする筭へ下手なれば諸君にはわれにな似たまひそと申になん

第三十四條　撿總數法

此條りに申述べまするは多くの數をよせあつめたる總數をとりたゞす仕方なり偖てその仕方は原の數の數字をみな單位の數と見て順に加へあつめ九にみちたらば九を去り、また次の數字を加ふ、かくて一つの數に連なる數字を末まであつめたらばさらに次の數に遷りてまたかやうに其數に連なる數字を順に加へ續くべし、(此加法は心中にて算ふるなり)かやうに次々の數にうつりてその數字を加へ九を去り終に末の數の末の數字を加へまするまでかやうに算へて算へとまりの數をたしかに心中におぼえおき玉ふべし、かくて又別に總數の數字を加へあつめ九にみちたらばこれを去り、かやうに末の數字まで算へてその算へ止りの數をかねて心中に覺え置きたる數にくらぶるなり、さてこの二くさの數同じならばそを以て算へたがひなき證とはなすなり、若しまた同じからずばその算へかたに誤りありと知り玉へかし、されどある位の數はたがひて多くなり、また或

位の數はたがひて少うなり、その多少のかずへたがひが丁度同じ數ならば右の法にては證たゝず、また數字にはたがひなうしてそがならふ位あとさきになりたるをりは右の法もて證とはなし難し、さはいへかゝるさまにたがひ行くとは萬がまれにて實算にはあるべうも思はれず、たゞひがみたるすね人らがひねり出せる詰り言とやいはまくのみ

例へ三萬四千八百五十二に二萬四千七百八十四と七萬二千四百五十六とを加ふれば總數一十三萬二千零九十二を得たりといふ、因てこの總數にたがひありやなしやと問ふ

撿算まづ初の數の數字を首位より順に心中にて相合せ九にみちたるときはそを去る、その算へぶりを申せば、三に四が七、七に八が十五内ち九をさりて六、六に五が十一内ち九を去りて二、二に二が四となる、これにまた次の數の數字を首位より順に心中にて加へて九にみちたるときはそを去る、其算へぶりを申せば四に二が六、六に四が十、内ち九をさりて一、一に七が八、八

に八が十六内ち九をさりて七、七に四が十一内ち九をさりて二となる、これにまた末の數の數字を首位より順に心中にて加へ九にみちたるときはうを去る、うの筭へぶりを申せば二に七が九、九を去れば空となる、因て新たに次の數字より筭ふ、乃ち二に四が六、六に五が十一内ち九を去りて二、二に六が八となる、これを心中にたしかに覚えおき玉ふべし、さてまた總數の數字をかやうに筭へますれば一に三が四、四に二が六、六に二が八となる、但し九は[illegible]ひき去る數ゆゑ筭へぬなりされば兼て心中に留め置きたる數も後に筭へ得たる數もともに八なればこの總數には筭へたがひなしと御承知下さるべし

右の法の證となりまする理合が此條りに述べがたきわけにはあらねど第六十八條に掲げたる數質を御覧に相成りまするときは其理自然におわかりになりまするとぞんじますればこゝには略しまする

撿除數法

第三十五條　此條りに申述べまするは減筭にて筭へ出でし數に筭へたがひありやなしやとたゞす仕方なり、うの法二たとほりあり、其一つを申せば大小二つある數のうち小なる數に餘りの數を加へて今一つの大なるかたと同じ數が出來ましたならばうを以て筭へたがひなき證とはなすなり、また他の法と申は小なる數と餘りたる數とに連なる數字をみな單位の數と見て心中にて順に加へあつめ九に滿ちたるをりはうを去りまた次の數字を加ふ、かやうにつゞけて二つの數の數字を殘りなく加へ終るまで筭へて筭へ出でし數をかたく心中に留めおき、また別に大なる數に連なる數字をみな單位の數と見て心中にて順に寄せあつめ九にみちたるをりはうを去りすべて前の通りに筭へて末の數字を加へ終りたるとき筭へ出でし數をかねて心中にとめ置きたる數に較ぶるなり、さてこの二つの數が同じならばうを以て筭へたがひなき證とす、若しまた同じからずば筭へたがひありと知り玉ふべし、右二くさの撿筭の法はいづれも減は加の反と申とよ

り考へ出しゝわざなれば諸君(ミナサマ)御銘々にてかくてこそ證(アカシ)ともなりつれと申との理(コトワリ)由を御工夫なさるべし

例へば八千九百七十六萬四千三百二十一より八千三百七十二萬五百九十五を減ずれば餘數六百四萬三千七百二十六なりといふ、因て此餘數にたがひありやなしやと問ふ

檢筭一ハ小なる數の八千三百七十二萬五百九十五に餘數の六百四萬三千七百二十六を加ふれば大なる數の八千九百七十六萬四千三百二十一と同じ數が出來まするゆゑ筭へたがひなしと答ふるなり、但し運筭のさまハ教科書に載せたれば茲には省きました

檢筭二ハ小なる數の數字を順に加へあつめ九にみちたるをりそうを去るなほ委しく申せばまづ八に三が十一、内ち九をさりて二、二に七が九、九をさりて空、因て新たに筭へ起して三に五が七、七に五が十二、内ち九を去りて三となる、これになほ餘數の數字を順に加ふれば三に六が九、九を去りて空、よりて新たに筭へ起して四に三が七、七に七が十四、九を去りて五、五に二が七、七に六が十三、内ち九をさりて四、これを心中にかたく覺えおくあり、次にまた大なる數の數字を順に加へあつめ九にみちたるをりは前の通りそうを去る、乃ち八に七が十五、内ち九を去りて六、六に六が十二、内ち九を去りて三、三に四が七、七に三が十、内ち九をさりて一、一に二が三、三に一が四、ゆゑにまた四となりたり因てこの餘數ハ筭へたがひなしと申なり

檢(ニ)乘(スル)積(ヲ)法

第三十六條　此條りに申述べまするは乘筭にて筭へ出でし數に筭へたがひありやなしやとりたゞすこととなり、其法三つあり、まづその一つは法と實とをとりかへて乘算を致しまするなり、かくてもなほ同じ乘積が出來ましたならばそうを以て筭へたがひなき證(アカシ)と致します、何ゆゑこれが證なるぞと申そにかやうに法實二つの數をかふるとも乘積にはかはりなき答なりと申ことはかねて申上置たる法實對換之理によりて御承知なるべし、法

の各位の数を實の数に乗じたる乗積がもとの運算にて法の各位の数を實の数に乗じたるものとは全く別の数で御坐りまするゆゑそを集むる折りさきに算へたがへし通り同じ数なる算へたがひ致さうとは萬が一にもありさうにも思はれず、それゆゑ此二様のかわりたる運算に同じ数が出來まするならば算へたがひなしと申なり、今一つの法は一つの乗子より一を減じ其残りたる数に他の一つの乗子を乗じその乗積にいま法と致せし数を加へてそのをり算へ出でし数がもと算へおきたる乗積と同じ数ならばこの乗積は算へたがひなしと證たちたるなり、これまた何ゆゑに證なるやと申に實の数が一つ少うなりたるゆゑ乗積に至りてはその一がたゝみ重なりて丁度法の数だけ足らぬわけ合になる、されば法の数を補ひたせば乗積の数にみつるはずなり、ソシテ運算のさまハもと算へたるとは全く別なればさきにも申述べたる通りかはりたる数をかはりたる手ぶりに算へて算へたがひだけ變らぬなど申いぶかしき算へたがひハ稀にもありさうも無

しとでこれを證とは致しまするなり、また殘れる今一つの法と申は第三十四條に申述べたる總数のたゞしかたと同じ理合にて数字を寄せあつめ九にみちたるを省きすつる法に御坐ります、なほ委しく申せば實の数の数字をみな單位の数と見て心中にて順に寄せあつめ九にみちたるをりはそをさりまた次の数字を加ふ、かやうに末の数字に至るまで算へてその算へ止りの数を去ばし心中に覺えおき、また法の数もかやうにいたしその算へ止りの数をかねて心中にとめおきたる数に乗じその乗積の数字をまた〳〵かやうに相合せ九を去りその算へ止りの数を心中にかたく留めおくべし、但しさきほど御記憶になりたる分は最早お忘れになりてもお氣づかひなし、さてまた乗積に連なる数字を右のとほりに心中にて順に加へ合せ九にみちたらをりそを去り末位の数字に至るまでかやうにつゞけそのをり算へ出でし数をかねて心中に留めおきらる数にてたし見てかれこれともにたがひなくば算へたがひなき證と致しまするなり

例　三百七十四を三百八十一倍あつむるときは一十四萬二千四百九十四しを得たりといふ、因てこの乘積に筭へたがひありやなしやと問ふ

撿筭一　實と法とをとりかへて法の數の三百八十一を三百七十四倍あつむれば矢はり一十四萬二千四百九十四となりまするゆゑこの乘積は筭へたがひなしと申なり、但し運筭のさまは教科書に載せたればそを御覧下さるべし

撿筭二　實の數三百七十四の內ち一つへらして三百七十三と致しこれを三百八十一倍あつむるときは一十四萬二千一百十三となります、これに法の數三百八十一を加ふれば前の通り一十四萬二千四百九十四となりまするゆゑあやまりなしと申なり、これまた運筭のさまは教科書に載せたればそを御覧下さるべし

撿筭三　まづ實の數に連（ツラ）なる數字をみな單位の數と見て心中にて順に加へ九にみちたらばこれを去りますれば終に五となります、左ばしこれを心

中にとめおき又別に法の數に連なる數字を前の如くに致せばそは終に三となります、よりてこれを兼て心中にとめ置きたる數の五に乘じて十五と致し、またこの數に連（ツラ）なる數字を前のとほりに致せば六となります、これを心中にとめ置くべし、偖てまた乘積の數につらなる數字をまへの通りに致しますれば終に六となります、これをもて兼て心中に記憶致しをる所の數にてらすに全く同じなるゆゑ此乘積の數は正しきものじやと答ふるなり

撿除商法

第三十七條　此條りに申述べまをするは除筭にて筭へ出でし數に筭へたがひありやなしやととりたゞすこととなり、その方法は法の數と商の數とを相乘致し（若し除筭に法の數にたらぬはしたが殘りあらばこれを上の乘積に加ふ）その筭へ出でし數を實の數に照らし見るなりそのをりかれこれともに同じ數ならば筭へたがひなしと御承知下さべし、これ除は乘の反（ウラ）と申とより考へ出したる方法なり

例一　四千八十八を五十六にわくれば七十三を得るといふ、因て此除商に算へたがひありやなしやと問ふ

撿算　商の數七十三を五十六倍あつむるときは四千八十八となり實の數と全く同じ、よりて算へたがひなしと答ふるなり、但し逆算のさまは教科書に載せたればそを御覽下さるべし

例二　五千二百八十三を七十九にわくれば商が六十六となりなほ法の數にたらぬはしたが六十九ありといふ此除算たゞしきやあやまりありやと問ふ

撿算　商の數六十六を七十九倍致しますれば五千二百一十四となります、これに殘りの數六十九を加ふれば五千二百八十三となります、此數全く實の數に同じ、よりて、この除算はたゞしきもの(ジヤ)と答ふるなり、但し逆算のさまは教科書に載せたればそを御覽くださるべし

符号用例

第三十八條　これより下の條りに申述べまするは符號の用ひやうで御坐ります、その符號と申は已に數字が數の符號で御坐りますが、これまでは其外に符號を用ひず、數と數とがたがひにつゞき合ふさまを或ハ加はり或ハ倍せりなどいひて專ら言葉にてあらはしたれど、かくてはあまたの數がさま〴〵につゞきあひていやが上にいや重なり行かばなか〳〵に言葉には盡すべうもあらじとて夫れ〴〵の符號を定め二つの數が加はり合ひたらばかくなん𛀁るせかし、またこれもてかれをわくるならばかやうに𛀁るせなどとりきめ置きて諸君(ミナサマ)と御相談の上この後ち入組(イリクミ)たる數理の御話し致しまするをりハ言葉のかはりに符號を用ひて說明する事柄のお記憶を助けんとてその用意を致すことで御坐ります

第三十九條　式と申ハ亞剌伯記數式にて𛀁るしたる數、またハ次條以下に申述ぶる符號もてあれこれとり交(マジ)へてつゞりたる數の全躰を指して呼びたるとなへに御坐ります

第四十條　加號と申は二つの數の間にしるしてこれにかれを加へ合すと申ことを一目(ヒトメ)に見せんとて用ふる印(シルシ)にてその形ち＋かやうなり、さればその全躰は二つの數が相合したる總數を示します、たとへば5+8かやうにしるしたるときは五に八を加へたる總數の十三を示す式に御坐ります、讀みやうは五プラス八と申します、そのプラスと申は羅甸(ラテン)の增加と申文字に御坐ります、されば右の式を五に加へる八とも讀むべき筈(ハズ)なり、そのかみ小兒(コドモ)にかゝるざまに教へてんと試(タメ)し見たるも功(イサヲ)たゝずして止みぬ、これ全く世間の流行にうち勝たざりし故にこそ因るならめど、またかゝる新奇なる書式を定めつることの意(コヽロ)を考ふれば簡傾(テガル)にせんとてなるべし、さるからに讀みがたも＋の號を書きつゞくるひまに讀み終るほどなるをこそ撰ぶべけれ、長たらしきは好ましからぬことにてありき、實(マコト)に鈍(オゾマ)しきわざしてけりとあまたゝび悔ひにき

第四十一條　減號と申は大數の後(アト)小數の前に置きて前なる數より後なる

數を減じ去ると申ことを一目(ヒトメ)に見せんとて用ふる印(シルシ)にてその形(カタチ)－かやうなり、さればその全躰は二つの數の差を示します、たとへば8－2かやうにしるしたるときは八より二を減じたる餘數の六を示す式に御座ります、讀み樣(ヤウ)は八マイナス二と申します、そのマイナスと申は羅甸の減と申文字に御座ります、されば右の式を八より減ず二とも讀むべき筈(ハズ)なり、されど原語のまゝマイナスと讀みたるかた短(ミヂカ)ければ便利に御座ります

第四十三條　乘號と申は二つの乘子の間にしるしてこれをもてかれを倍すと申ことを一目に見せんとて用ふる印にてその形×かやうなり、さればその全躰は二つの乘子の相乘積を示します、たとへば5×7かやうにしるしたるときは五の七倍即ち三十五を示す式に御座ります、讀みやうは五タイム七と申します、そのタイムと申は英の倍と申文字に御座ります、されば意譯して申せば五を倍する七なと讀みませうか

第四十三條　除號と申は實の數の後(アト)法の數の前に置きて前なる數を後な

る數にわくると申とを一目に見せんとて用ふる印にて此の形ち÷かやうなり、されば此の全躰ハ商の數を示しますたとへば $6\div3$ かやうにしるしたるときハ六を三つにわけたる其一つの數の二を示す式に御座ります、讀み樣ハ六バイ三と申します此のバイと申ハ英のにてと申文字に御座ります、されば意譯せしならば六を分つ三にとも申しませうか

第四十七條　括號と申ハあまたの數を一つに括りまとめて一つの數と見て加減または乘除の算へせんとて用ふる印なり、今世に用ひなれたるハ四通りにて（）かやうなるを雙弧、｛｝かやうなるを彎形、〔〕かやうなるを屈線、一かやうなるを橫線と申しますたとへば八の內ち五を減じ其餘數をまた十より減じたるさまを一目に見せんにハ $10-(8-5)$ $10-\{8-5\}$ $10-[8-5]$ $10-\overline{8-5}$ かやうにしるすなり、されど大抵双弧を用ひて他の號を用ふるハ稀なり、若し入組たる式にて二つ三つの括號を用ひねばならぬをりハ大抵彎形をもて外をつゝみ他の號を內に用ふ、若し同じ形なるを用ひたくば外

なるを大形にし內なるを小形にし玉ふべし、全く同じ形にてハどれ〳〵が一組の括号なりやとみにハ見わけがたきとありかし、假令ば $8\times\{(5^2+3^2)-(5^2-3^2)\}$ 又ハ $8-\{(5^2+3^2)-(5^2-3^2)\}$ かやうなる類なりこれみな五の自乘の二十五と三の自乘の九との和の三十四と差の十六とを求め此の差の十八を八に乘じたる乘積の百四十四を示す式に御座ります、また二つの乘子が括号の內にあらば乘子と乘子との間に乘號を省くともあります、假令ば $7(8-2)$ ハ $7\times(8-2)$ に同じく $(5+2)(5-2)$ ハ $(5+2)\times(5-2)$ に同じき式に御座ります、上にハ括号の名ハ形に從がひて此れ〳〵たがひあるとを申述べたれど常にハ總じて括弧とのみ申します

第四十六條　適等号と申ハ相等しき數の間にしるしてこれとかれと相等しと申とを一目に見せんとて用ふる印にて此の形ち＝かやうなり、これをイークヲルと讀みます、イークヲルハ羅甸の適等と申文字なり、たとへば $9=3^2$ かやうなる式を九イークヲル三の自乘と讀みまするたぐひなり

右にて符号の用ひかたあらまし盡したる心得なれど加減乘除の符号を三つより多き數の間に用ひたる式を見ば初め學びのかた〴〵が大かたハ思ひわづらひ玉ふやうにぞんじますればそをいさゝかお知らせ申べし、そも〱四法の符號ハ二つの數のつゞき合ひたるさまをあらハさんとて定めたるものにしあれば三つよりうへの數のつゞきたるさまハ示すべくもあらぬ筈なり、そを強て用ふるハはじめの定めに合ハぬとなれば更にそが意(コヽロ)ハむか〲なるぞと定め申さずば定りたる意(コヽロ)なき式とやいはん突然(トツゼン)に斯(カヽ)る式を示すハ心なき人ぞかし、いづれ二つの數のつゞき合ひを示す符號と定めたる上ハ若し多き數の間に用ふるならば必ずこれ〱を一つの數と見ると申定めなくてハかなはぬ筈なり、たとへば $7-3\times2$ かやうなる式にてハ 3×2 を一つの數と見てそを7より減ずると申意(コヽロ)とも見えまた $7-3$ を一つの數と見てこれに2ヲ乘ずると申意(コヽロ)とも見えますれば見たばかりにては式の意(コヽロ)ハ判じがたし、是非〱約束がなくてハなりませぬ、その約束ハ申し合

せなればいかやうに定むるともけしうハあらじ、されどそのきめかたにより大きに便不便あり、或人ハ符號の列(ナラ)びたる順に算ふべしと云ひたるもあれど左やうにいたせば代數學の符號用例とかはりますするゆゑ算術にて覺え込みたる癖(クセ)が代數學に入りたるとき失せずしてまゝ思ひたがひもあるべしと存じますれば私ハ代數學の符號用例とかはらぬやうにきめやうと存じます、去れど加號と乘號とハ何程かさなりても苦しからず、これ加算ハ其順を撰ばぬと第三條に述べ連乘も其順を撰ばぬと第十九條に述べたるに據るなり假令ば $3+2+5$ かやうなる式にてハ $3+2$ を一つの數と見てこれに5を加ふるとも $2+5$ を一つの數と見てこれを3に加ふるとも總數ハともに10となりますされば式の意(コヽロ)の解(ゲ)しかたをたがへても到底(ツマリ)同じ數を示す式となります、また $3\times2\times5$ かやうなる式にても同じ理合なり、されど減號と除號とハ其意(コヽロ)の解(ゲ)しかたによりて數に相違が出來ますれば是非とも約束がなくてハなりませぬ、たとへば $7-4-2$ にて $7-4$ を一つの數と見てその内ち2

ヲ減ずれば1となり、また4ヲ2を一つの數と見てこれを7より減ずれば5となる、かやうに解しかたによりて數にたがひあるゆゑいづれが式の意なりと申ことを定めおかねばなりませぬ、私ハ代數學の例にならひて此處ハ符號の列びたる順に算へるものと定めます、されど除號ハかさねて用ふると稀なれば私ハ其定めをお約束致しませぬ、若しかさねて用ひねばならぬ場合あらば一つの數と見るべき者に括號を施してこれを示すと致しませう、また一式の中ちに二種三種の符號をとり交て用ひたるをりハまづ乗號と除號とにてつゞりたるをはじめに實算し、次に加號と減號とハ列びたる順に實算するとと定めます、たとへば $6\times7-5\times8+4\times9$ かやうなる式あらばまづ $42-40+36$ かやうに變じさて符號の順に42より40を減じ餘數の2に36を加へて38と致し、これを此式の示す數とするなり、たゞ乘號と除號とハいづれをさきと定めがたければ私ハ去る紛らはしき式は設けぬことゝ致します、若し必要あらば一々括號をもて括り置き申べし

算術講義錄第二號正誤表

頁	行	誤	正
一	九	四法(シホウ)	四法(シハウ)
七	二	つゞ	づゝ
七	末	三冪冪	三乘冪
二十七	八	初ゐ學び	初ひ學び
二十八	四	初ゐ學び	初ひ學び
三十五	四	初ゐ學び	初ひ學び
三十八	末	初ゐ學び	初ひ學び
四十四	十一	初ゐ學び	初ひ學び
五十五	十	殘りあらば	殘りたらば

緒言四行目頻の副假字印刷の途中より脫出で頻に相成り候分も有之候間右册子御所持の御方へ念の爲め申上候

算術講義錄第三回緒言

扨て此回は數質と申してこむづかしいおもしろくない理屈のお話し致しますれば諸君には定めしまたしても面倒な穿鑿をかしな不理屈いふかとも思さんが、これが眞に數理變化の發端にて若しこれがなければこの後につゞいて出づる分數やすこし離れて開方などの筭理の筋がきは、にせ紫のなか〱におよばぬ筆にうつし出さんやうもなし、ホンに鵜のまね烏にて頭にこめし智慧とては、トンチリ、チリ〱ちつともなければ、トント、トンと柏子のあはぬ說明をおめず臆せず怯まぬ顏して例の訥辯にたらり〱と述べたてますれば、トッパひとへにこの册子イヤ〱ながらも御高覽をたまへかし、と三號目の口あけに三番叟をチョッキリ、チョンと踏んでさふらふ

明治二十一年三月二十日

算術講義錄

第三回

數質

東京　田中矢徳講述

第四十七條　これより下の條りにハ數の性質と申して、この數にハかやうなる定めあり、あの數にはかく／＼の則(ノリ)あり、などそれ／＼の數におの／＼具(ソナ)はりたる定理(キマリ)あることをお話しいたします、これハ後(ノチ)々追々にお話し致しまするさま／＼の筭理の柱石(チユウセキ)となるもあり、また簡乗法簡除法のごとき便法を得るたすけとなるもあります、されどかやうなる數理のお話し致しまするにハ、まづ何の數かの數と指す所の數を意(コヽロ)のまゝに呼び出すことが出來るやうに致さねばなりませぬ、たゞ數と申だけにてハあまり廣やかにて何(ドン)數をさすのやらわからぬことなればまことに困ります、さりとて十百千など呼びてハ一つの數ときまりましてこれまたものゝ用(ヨウ)にハたつべくもあら

ず、同じ性質ある數に同じ名を命じ置かねばお話しが出來ません、よりてまづ取敢へず數のわかちとりの名の定めより申述べます

數之分類

第四十八條　一にはじまり三五七等と次第に二をまし添へて生じたる數を奇數と呼びます

第四十九條　二にはじまり四六八等と次第に二をまし添へて生じたる數を偶數と呼びます

第五十條　これまでお話し申したる一二三または千百など申くさ〴〵の數をこの後は整數と呼びます、今までは整數の外には數を論じませぬゆゑ、かやうなる名はいりませぬなれど下の條りに申述べまする混數または奇零など申新規の數が追ひ〳〵罷り出でまするゆゑ、かやうなる名が必要になります、されば整數は一のあつまりたる數にて、一にたらぬは一たのつかぬものと御承知下さるべし

第五十一條　一にたらぬ數を奇零と呼びます、一にたらぬ數と申せば未だ奇零を御承知なきかた〴〵には定めしいぶかしう思ひ玉はん、よりて其一例を述べんに二を三つにわくるあらばその一段は一にたらぬとは容易く御會得になるならん、これが即ち奇零と呼ぶべき數に御座ります

第五十二條、第五十三條　甲の數を乙の數にわくるときその商に奇零がつきませぬをりは乙の數を甲の數の約數と申し、甲の數を乙の數の倍數と申すなり、たとへば六を三つにわくるときは商が二となり、奇零はありませぬゆゑ三を六の約數と申し六を三の倍數と申がごとし、また約數にて倍數を除するを約するといひます、たとへば六を三に約すれば二となるなど申たぐひなり

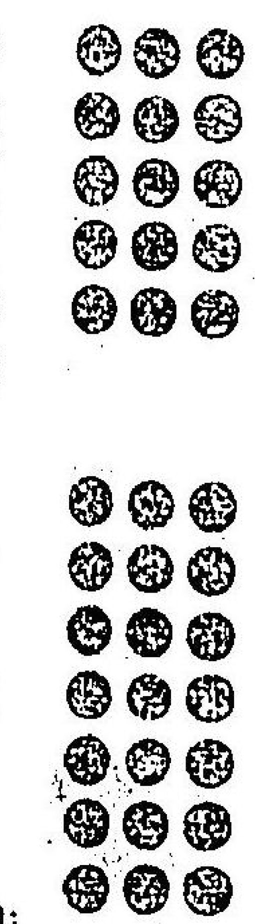
第五十四條　其數の外に約數をもたぬ數を元數と呼びます、元數の例は第二十二條に申述べたればそを御覽下さるべし、但し一は約數と申しませぬ」

第五十五條　其數の外の約數をもちたる數を積數と呼びます、これまた第

二十二條にその例を載せたればそを御覽下さるべし

第五十六條　數質一

多くの數のいづれへもある同じ數を乘じてそをあつむるときハ前の多くの數を殘りなく加へあつめこれに後ちの一つを乘じたる乘積と同じ數が出來ます、たとへば五に三を乘じたる十五と七に三を乘じたる二十一との和ハ五と七との和の十二に三を乘じたる乘積と同じく、即ちともに三十六となります、其理合はまことにたハやすきとなれど、初ひ學びのかた〴〵にハ珍(チヨツト)らしげに見ゆるものなれば、左にいさゝかそが說明を御覽に入るべし



右の圖の黒點ハ上の段なる一群(ヒトムレ)が五の三倍下の段なる一群ハ七の三倍に御坐ります、されぱこの二群(フタムレ)をあはせたる數は三五の乘積十五と三七の乘

積二十一との和の三十六に御坐ります、この筭へぶりを委しく考へますればば丁度上の段なる黒點を五に五また五とあはせ、これにまた下の段なる黒點を七に七また七とまし添へたるに當ります、然かるに筭へぶりは變(カハ)りても殘りなく筭ふれば筭へ得たる數には變りなし、と申とは兼々お話し申し置きたる數理なればぱ諸君(ミナサマ)にはとくより御承知なるべし、よりてまづ一行なる數を一つにまとめて十二といたし、そを三たびかさねて三十六を得ればとてもとより然かあるべき筈(ハズ)の數理なれば怪(アヤ)しみ玉ふともあるまじ、若し又法實對換之理によりて三の五倍に三の七倍を加へたるものと見るならば三と申數が五つにまた七つ集まりたるものにて即ち三が十二倍あつまりたるなり、よりてまた三と十二との乘積となる、かやうに考へまする道すぢは變(カハ)りても同じ數理に落あひますれば最早この理は充分御會得になりしと存じます、右の數質ハ分乘之定理と申しまして至て大切なる數理に御坐りますれば諸君(ミナサマ)容易(タヤス)きとておろそかにな看すごし玉ひそ

第五十七條　數質二

二つの數の双方へ或る同じ數を乘じそが乘積の差を求むるときは前の二つの數の差へ後の一つを乘じたる乘積と同じ數が出來ます、たとへば十二と五との二つの數をともに三倍して三十六と十五となしそが差を求むるときハ二十一を得べし、また十二と五との差の七に三を乘じても二十一となります、これハ前の條りに申述べたる數質一の反(ウラ)なれば諸君(ミナサマ)御銘々にて、御工夫なされなばその理合ハしばしがほどにておわかりになりませうと存じます

第五十八條　數質三

或る一つの數が他の多くの數をそれ〴〵約しまするならば此約數はまた必ず後の多くの數をあつめたる總數をも約します、(ナゼ)と申すに前の一つの數ハ後の多くの數のどれをも約しまするほどなればそは必ずおの〳〵へ乘子となるなるべし、よりてかゝる數をあつむるときハ共總數また必ず同

じ乘子を具へをる筈(ジヤ)と申とハ第五十六條の數質一によりて明かにおわかりになりませう、たとへば十五と二十一とえどちらも三にて約することが出來ます、(ソシテ)これを加へ合せたる數の三十六も矢張り三にて約することが出來ます、さるゆゑよしいかにと申とハ私の說明なくとも諸君(ミナサマ)には第五十六條にて數質一を論したるをりとくに御承知なるべければ今更くだ〳〵しう述べたつるには及ばぬことゝ存じますればそはまづ廢(ヤ)めと致します、されど初ひ學びのかた〳〵が若し思ひたがへて右の數質を反對(ウラウヘ)に用ひなどなされなばゆゝしき間違が出來ますればそをいさゝか御注意申すべし、乃ち多くの數があつまりたる總數ハ或る數にて約することが出來ますればとてそのあつまりたるひとつ〳〵の數が同じ數にて必ず約することが出來るとハ申されませぬ、たとへば十一と十三とを合せましたる數の二十四ハ二にも三にも約することが出來まするなれど十一と十三とハどちらも二にも三にも約することが出來ませぬなり、かやうなる反對(ウラウヘ)の說を原說(モトノセツ)に對して

轉説(テンセツ)と申します、此轉説にはまゝ理にかなひて正しきもあり、また理に背きて正しからぬもありますれば意(コヽロ)せねばなりませぬ、たとへば生きものは必ず死すと申せば其轉説は死する者は必ず生きもの(ジヤ)となりますが、これは理にかなひて正しき説なり、されど烏は黒き鳥なりと申したりとて黒き鳥は烏(ジヤ)と申ときは(トンダ)間違ひが出來ませう、されば轉説はみだりには稱へがたしと御承知下さるべし

右に轉説と申しましたるは私の定めましたる名にて英語にてはコンヴェルスと申しますが、これは論理法の語なれば必ず論理家には穩當(オダヤカ)なる譯字の定りたるもありませうが、唯今そをとりたゞす間合がありませぬゆゑ間よ合せに轉説と名づけ置きましたるなるが、諸君(ミナサマ)これのみならず譯語の穩當(オダヤカ)ならぬは御隨意に御改正なさるべし、おほ讀みかたとても讀みにくきをりは改めてお讀み下さるなど最もよろし

第五十九條　數質四

或る一つの數が他の二つの數をそれ〴〵約しまするならば此約數はまた必ず後の二つの數の差をも約します、何故(ナゼ)と申に前の一つの數は後の二つの數の何れをも約しまするほどなればそは必ずおの〳〵へ乘子となるあるべし、よりてかゝる數の差は必ずまた同じ乘子を具へをる筈(ジヤ)と申とは第五十七條の數質二によりて明かにおわかりになりませう、この數質もまた轉説は理に合はぬそら言(ゴト)となります、たとへば十九と七との差の十二は二にも三にも約せますが十九と七とはどちらも二にも約せず、三にも約せませぬなり

求約數法

第六十條　約數はとりもなほさず乘子に御坐ります、扨てその乘子の求めかたは前回の講義にて第二十二の條りに(チヨツ)と申述べましたが公通(ツウ)の法を定むるわけにはまゐりませぬゆゑ、かうかあゝかといろ〳〵に工夫して

さがしまするなり、されどうのさがしかたに少しハ方角のつけやうがありますればうを下の條りに申述べん

第六十一條　偶數ならば二に約せます、うのよしいかにと申に、偶數ハ二のあつまりたる數ジャと第四十九の條りに申述べ、また二は二に約せると申をは疑ふべくもあらぬ數理なれば、第五十八條の數質三によりて二のあつまりたる數ハ必ず二に約せるものジャと證がたちまするなり

右にて偶數が二に約せると申をハおわかりになりましたとならんが、奇數と偶數とを見わくるにハいかにせんかとお疑ひもあるあるべしと存じますればうをチョッと申述ぶべし、末位の數字が零、二、四、六、八の中ちならば偶數にて一、三、五、七、九の中ちならば奇數ジャと御承知下さるべし、これハ十が偶數ゆゑ幾十またハ幾百などのごとく十のあつまりたる數ハ總て偶數なれば末位が零、二、四、六、八のうちならば二のあつまりたる數なるとは疑ふべくもあらぬとに御座ります、また零、二、四、六、八におの〱一を添へますれば一、三、

五、七、九となります、うれゆゑ末位がこの五つの數字のうちならば二のあつまりに一を添へたる數なるとは明かに御坐りまするなり

又右の數質の轉訛ハ「二に約せる數は偶數なり」かやうに御坐ります、これハ理にかなひたる訛に御坐ります、ナゼと申に二に約するとが出來る數ならば二のあつまりなるとハ明かに御坐りまするゆゑなり

第六十二條　一つの數に連なる數字をみな單位の數と見てうを合せたる數が三に約せまするならばうが連なり列びたる數も三に約するとが出來ますうのゆゑよしの證をたつるはチト面倒に御坐りまするが御辛抱なされて篤と御聽聞下さるべし、まづ一十、一百、一千など申各位の一を三つにわくるときははした數が一つ殘ります、うれゆゑ各位の二を三つにわくれば二が殘るならんとは容易もおわかりになりませう、また各位の三は三つにわくればはした數は殘りませぬなれど、うれとてもなほ三つ殘ると申したりとも一につきて一づゝ殘るとなれば怪うもあらじ、かやうに論じますれば

連なる數字をみな單位の數と見て合せたる數は各位の一を別々に三分せしをりの殘りがたゞまりたるものと見るもよろし、それゆゑ設け出でし原の數が三に約せる數ならばこのはしたのたゞまりも矢張り三に約せねばなりませぬ、されば丁度それが約せるならば設け出でし原の數が三に約せまするとは明白なる理合に御坐ります、かやうに正鵠と定めたる理合より論じ起してしかく〳〵の定めあらば此正鵠に達すべし、と論じ究むるを分解之法と申します、これと反對になりてとある已知の理合より論じ起して到底この正鵠に達するものじやと論じ究めまするを總合之法と申します、右の數質の證をこの總合之法にて論じまするさまを左に御覽に入れ申べし、勿論この分解總合など申名は論理法の名字なれば論理家には穩當なる譯語の定まりたるもあるなるべし、と申せどそをとりたゞす間合もありませぬゆゑ自分ぎめに牽强おきたるなれば諸君その御意にて御覽下さるべし、かやうに言譯のみ致しをれば一冊のさうしは末まで言譯にて終るもしれぬ

ば後は諸君の御判斷にお任せ申し、總合之法にて前の數質の證を申述べん、まづ單位の一に九を加ふれば十位の一となり、また九十九を加ふれば百位の一となります、かやうに一に連九數を加へますれば高位の一となりまするは容易もおわかりになりませう、この理によりて單位の二に同じ連九數を二つ加ふれば高位の二が出來、また單位の三に同じ連九數を三つ加ふれは高位の三が出來ます、そのさきは御推察下さるべし、されば或る數をわかちて二位三位等さま〴〵なる連九數若干と連ある數字とがあつまりたるものと見ることが出來ます、其連九數は三に約することが出來まするは疑ふべくもあらぬ數理なり、それゆゑ其後の數字の和が三に約せまするならばそが連なり列びたる數も三に約せる數ならんとは第五十八條の數質三にて明かにおわかりになりませう、マアこんな工合に御坐ります

第六十三條　數の末の二位が四に約すことが出來まするをりはその全躰の數も四に約せます、そのゆゑいかにと申に一百ハ二十五の四倍に御坐りま

すれば幾百幾千等と百のあつまりたる數ならば四に約せぬと申ヿばありませぬ、それゆゑ末の二位が四に約せまするならば上の部分も下の部分も四に約せまするなればそがあつまりたる全躰も四に約せねばなりませぬ、とは第五十八條の數質三を思ひ合せ玉はゞ即坐に御會得になりませう

第六十四條　單位の數が零か五ならばその數は五に約せます、そのゆゑいかにと申に十ハ五に約せまする數ゆゑそのあつまりたる幾十幾百など申數に五に約せぬがとてはありませぬ、されば末位に數がなきをり、または有ても五ならばその全躰の數が五に約せねばなりませぬ、これも第五十八條の數質三を兼て御心中にとめおかれてお考へ下さりまし

第六十五條　偶數にて其數字の和が三に約するヿが出來まするをりは其數ハ六に約せます、其ゆゑいかにと申に第六十一條の數質にて偶數は二に約するヿが出來るとわかり、また第六十二條の數質にて連なる數字のあつまりたる數が三に約するヿが出來るならばそが連なり列びたる數も三に

約するヿが出來るとわかりたれば、偶數にて其數字の和が三に約せまするならば其數は二にも約せ、また三にも約せまするなり、されば其數また二三の乘積の六に約するヿが出來ると證がたちまするなり、されど猶ほ少し疑はしき理合と申は二にも三にも約せませうなれど、まづ二に約したる後ちも其商が三に約せる數になりませうか、また先きに三に約しましたならば其商がなほ二に約せる數になりませうか、こゝをチトあやうげに思すならんが、この理を公通の仕かたに說明致しまするはチト面倒に御座りまして筭術の手際には覺束きませぬゆゑ若し私が代數の講義を致しまするをりが御座りましたらばその節委しく申述ぶべし、唯今は二と三との數に限りたる說明を申述べて此處の御不審をはらし申べし、扨てまづ設け出でし數を三に約したりとせん、しかかるときは其商が猶ほ偶數に御座りますナゼと申に若し奇數ならば其末位が一、三、五、七、九の中の一つで御座りませう、それゆゑこれを三倍致しますれば其乘積の末位は三、九、五、一、七の中の一つに御座りま

す、よりて偶數にはなりませぬなり、されば三に約せしをりの商は偶數ならねばなりませぬ、よりてなほ二に約することが出來まするなり、まづ三に約し次に二に約しますれば即ち六に約しましたる理に御座ります、これは前回の講義にて第三十條にお話し申しましたる簡除法一を思ひ合せ玉はゞ御會得になりませう

第六十六條　數の末位なる數字を切り乘て其切り乘てたる數の二倍もしくは九倍を殘りたる上位の數に較べ其差が七に約せる數ならば全躰の數も七に約することが出來ます、この數質は數理工夫のお稽古には至極よき問題とは存じますれど實算のをり此數質によりて七約が出來るか出來ぬかと探(サグ)りましてはなか〱に手間どれます、却て七歸の法を心中に施して試(タメ)しみるかたが御便利に御座ります、されど二より順に續(ツヾ)きて約數をさぐる仕方を論じ來りましたれば七だけ省きては何(ドウ)やら不躰裁なればかやうなる數質をかゞけてその順をつなぎましたる譯合(ワケアヒ)なり、ホイこれは爲たり、また言譯(イヒワケ)がましうなりました、ドウセいひ盡くせぬ言譯(イヒワケ)を愚痴(グチ)がましういつまでかきくどくとも詮(セン)なきことなればまづこれぎりお廢しといたし、さらにおもしろくもあらぬ理屈なれど例によりて前の數質の證(アカシ)を申述ぶべし、まづ二倍をくらべたるかたより論じまそ、設け出でし數の末位の數を切り乘て、其切り乘てたる數の二倍を殘りたる上位の數より減じましたるゆゑ、これまでの手續きは設け出でし數の內ち其末位の數をはじめ一つ減じ、次に二十減じたる理合なり、即ち丁度末位の數を二十一だけ減じました、シテ其二十一は七に約せまする數ゆゑこれを幾倍に致しましてもみな必ず七に約せまするとは七の乘子がありますれば疑ふべくもあらぬ數理に御座ります、扨てまた設け出でし數の內ち其末位なる數の二十一倍を減じたる餘數が七に約せまするとなれば、この餘數に唯今申した末位なる數の二十一倍を合せましたる數も矢張り七に約せねばなりませぬ、と申ことは第五十八條の數質三によりて明かにわかります、それゆゑ設け出でし數は七に約することが

出來まするとお受合が申されます、右には設け出でし數の末位を切り棄てたる上位の殘りは切り棄てたる數の二倍より大ある心得にて述べましたが、たとへその大小は反對にかはりても右の論に變りは御座りませぬゆゑそことを諸君御銘々にて篤と御勘考下さるべし、次にまた九倍を較べたるをりの證をザッと申述べん、こたびの手續きは丁度設け出でし數より其末位の數の九十一倍を減じたるに當りまするとは前と同じ理合に御座りますれば今更ものめづらしげに論じたつるにも及ばじと存じます、其九十一と申數は十三の七倍に當りますればこれに何程の數を乘じまするもその乘積はみな必ず七に約せます、それゆゑこの後は前と同じ論法にて設け出でし數が七に約せると申證がたちまするなり、されどあまり同じ樣なる理屈をたび〳〵喋くも御退屈ならんと存じます、右の法は實算にはあまり御便利になりませぬと先きほど申上たれど全く御用辨になりがたきにはありませぬゆゑ若しお用ひなさるともあらばか

やうにもなされましとて下にいさゝか御注意申しますれば一應御覽下さるべし、上位の數が大なるときは九倍に從ひ小なるときは二倍に從ひ玉はゞ餘數が少うなりますれば御便利にもなりませう、また數位長きをりは右の法を一回施したりとて猶ほ餘數の位長うして七に約せるか約せぬか一目には見わきがたきこともありますればさるをりは右の法をくりかへしくりかへしお試しなさるべし、また末位が零あらばそを省き上の數につきて右の法をお試しなさるべし、これ零は幾倍いたしたりとて數にはなりませぬゆゑ省きたるだけにて丁度右の法を一たび施したるに當りまするゆゑに御坐ります

右の二通りの法はともに末位の數を減じ盡くすを心當に算へましたれど、又末位の數が十にまとまりて上位に進むとを心當に算へまするも一くさの法になります、御參考のためりをチョッと申述べん、四十九は七の七倍なるゆゑそが幾倍にか當る數はみな必ず七の倍數に御坐ります、よりて設け出

でし數が七の倍數に當りまするならばこれに其末位の數の四十九倍を加へましても矢張り七の倍數ならねばなりませぬ、と申されし第五十六條の數質一によりて明かにおわかりになりませう、かやうに致しますれば末位の數が元來(モトヨリ)のと加へ足したるがと合せて五十倍になりませう、それゆゑ設け出でし數の末位を切り棄て其切り棄てたる數の五倍を殘りたる上位の數に加へてその筭へ出でし數が七の倍數になりてをるかをらぬかとをとりたゞしまするなり

第六十七條　數の末の三位が八に約するとが出來まするならば其全躰の數も八に約するとが出來ます、なぜ(ナゼ)と申に一千は一百二十五の八倍に御座りますれば必ず八に約せます、それゆゑ幾千幾萬など申數には八に約せぬは決してありませぬなり、されば末の三位が八に約するとが出來るならばそが上位の數に八に約せぬがはなきゆゑその全躰も八に約するとが出來ねばなりませぬ「第五十八條の數質三を御參考なさるべし」

第六十八條　一つの數に連(ツラ)なる數字をあつめたる數が九に約するとが出來まするならばその連(ツラ)なり列(ナラ)びたる數も九に約するとが出來ます、その故いかにと申に先きほど第六十二條に申述べたる通り設け出でし數を二位三位等さまざまなる連九數と連(ツラ)なる數字とをあつめたる數と見るとが出來ます、そ(ソシテ)の連九數は九に約せまするとは疑ふべくもあらぬ數理なれば後(アト)の數字のあつまりが九に約せまするならばその連(ツラ)なり列(ナラ)びたる數も九に約せねばなりませぬなり「第五十八條の數質三を御參考なさるべし」

右にて基數なる約數をとりたゞす仕方は盡きましたるがいつまで草のいつまでも盡きせぬ數の長談議(ナガダンギ)は我れおもしろの人こまらせと思ひつきたれば下の條りに二十にみたぬ元數なる約數をとりたゞも仕かたを二つ三つザット(ヤ)申述べて約數の穿鑿(センサク)を止めにいたします

第六十九條　一つの數に連(ツラ)なる數字を奇數の位に列(ナラ)びたると偶數の位に列(ナラ)びたるとを一つおきに拾(ヒロ)ひとりそを二部(フタワケ)に加へ合せたる數が相等しき

かまたえ等しからずとも其差が十一の倍數ならばこの設け出でし數ハ十一に約せます、そのゆゑいかにと申に數を十一に分ちまする筭へかたを思ひ合せ玉はゞ同じ數字が二つならびたる二位の數を次第〳〵に減じ玉ひしことを覺り玉はん、されば除筭のをり一行に重なりたる數がそれ〴〵其一行中にて減筭をなすことが出來、末に至りてはしたる數の殘りがあらぬならば、そのをりは一位おきに列びたる數字を二部に加へ合せたる數が是非とも等しからねばならぬ、と申ことはたやすくも御會得になりませう、若しまたかさなりたる數の減筭が一行中にて出來がたくて十をまし添ふるをりは上の位の數より一をへらしまするゆゑこなたには十が殖えかなたには一がへりて出入十一の違ひが出來ます、よりてかやうなる筭へぶりになりまする處が一つあれば一つおきに拾ひたる數字の和のたがひが十一となり、二つあらばそが二十二となり、次第〳〵にかやうなるさまに增し行きこそすれ、かはりたるさまには增すことなければこれも證とはいたし申さん」

第七十條　數の末位を切り棄てその切り棄てたる數の四倍を殘りたる上位の數に加へ、またハ切り棄てたる數の九倍を殘りたる上位の數に較べその大より小を減じ、その筭へ出でし數が十三の倍數に當らば設け出でし數も十三の倍數に御座ります、其故いかにと申に三十九ハ十三の三倍、九十一ハ十三の七倍に御座りますれば第六十六條に申述べし通りに論じて證も立ちまするなれどあまり同じやうなる理屈がたび〳〵になりまするゆゑこゝにハ略します、諸君御銘々にてその理を御工夫なさるべし

第七十一條　數の末位を切り棄てその切り棄てたる數の五倍を殘りたる上位の數に較べ其大より小を減じその差が十七の倍數にあたらば設け出でし數も十七の倍數に御座ります、これも五十一ハ十七の三倍に御座りますれば前同やうに論じまするとが出來まするなり

第七十二條　數の末位を切り棄てその切り棄てたる數の二倍を殘りたる上位の數に加へその總數が十九の倍數にあたりまするならば設け出でし

數も十九の倍數に御座ります、これまた前同やうなる理合ニ御座りますればその證を論じませぬ

右十三箇條の約數檢査の仕方に數の例をかゝげずに參りましたれど、教科書に一々載せてありますればそを御覧下さるべし

求二元數一法

第七十三條　扨て此條りには變りたる元數の數をお話し申します、そもそも變りたる元數は其數限りなきものにていくらでも出來ます、何と申に若し限りがありまするならばその限りまでの元數を殘りなく連乘いたし其乘積に一を加へましたならば其數はいかなる元數にて除するも必ずはした數が一と殘ります、ましして積數にて除するとも除し盡くすべくもあらじ、さればこれまた一くさの元數に御座ります、さすれば先きに限りまでの元數を殘りなく連乘せしと思ひたるも全く空想にてありたるを今こそ覺り玉はめ、若しまたこの一くさの元數を加へて限りと致せば矢張り同やうな

る理合にて今一つの元數が生じます、かやうに論じまするときは元數がいくら出來ましたる上にてもさらにまた一つ出來る理合に御座りますれば、到底其限りにはとゞかれぬものじやと御承知下さるべし、この類の論法を歸納法、英語にてハィンダクションと申します、これは論理家の譯語なるよしに聞及びたれば一寸とお取次いたしました、いづれこの譯語には萬法一に歸す、とかなんとか太平洋の廣き深き意もありませうが、そこはお取次の悲しさ何と岩根のしつかりしたお答は出來ませぬ

第七十四條　此條りには元數を求むる仕かたをお話し申します、まづ偶數はすべて二に約することが出來ますれば二の外はみな積數に御座ります、それ故奇數のうちにて求めます

扨てまづ奇數を一より順に一、三、五、七、九、十一、十三、十五、十七、十九、二十一、二十三、二十五、二十七、二十九、三十一、三十三、三十五、三十七、三十九、四十一、四十三、四十五、四十七、四十九、五十一、五十三、五十五、五十七、五十九、六十一、六十三、六十五

六十七、六十九、七十一、七十三、七十五、七十七、七十九、八十一、八十三、八十五、八十七、八十九、九十一、九十三、九十五、九十七、九十九等とおらべおきこのうちより積數をえり出し、其を省き乗てます、こゝに列びたるは奇數ばかりなるゆゑ二の倍數は一つもありませぬ、ソコデ三の倍數よりえりはじめます、三の倍數は九がはじめにて其れより三つ目〱に列びてあり、即ち十五、二十一、二十七、三十三、三十九、四十五、五十一、五十七、六十三、六十九、七十五、八十一、八十七、九十三、九十九に御座ります、これを乗てますれば三の倍數はなくなります、次に五の倍數をえり出します、五の倍數は二十五がはじめにて其れより五つ目〱に列びてあり、即ち三十五、四十五、五十五、六十五、七十五、八十五、九十五に御座ります、これを乗てますれば五の倍數はなくなります、かやうに自乗數よりえりはじめまするはこれより小なる倍數もありますれど、其は小乘子の倍數となりてすでに撰り出したるものに御座ります、たとへば十五なども五の倍數なれどもすでに三の倍數を撰り出したるをり省き乗てたる

數に御座ります、次に七の倍數を撰り出します、これは四十九がはじめにて六十三、七十七、九十一に御座ります、其の次は十一の倍數をえり出しまする手續きなれど、これは一百二十一がはじめに御座りますれば、右に列べましたる中にはありませぬゆゑ一百にみたぬ元數は一、三、五、七、十一、十三、十七、十九、二十三、二十九、三十一、三十七、四十一、四十三、四十七、五十三、五十九、六十一、六十七、七十一、七十三、七十九、八十三、八十九、九十七に御座ります、餘は御銘々にてお筭へ下さるべし

第七十五條　教科書の此條りには元數の表が載せてありまするが、此冊子には其を略しますれば元數表の御入用のをりは教科書を御覧下さるべし

乘子分開法

第七十六條　積數を二つまたそ多くの乘子にわくる仕かたとて公通の法の定りたるはあらず、たゞいろ〱に工夫して探りみるだけに御座ります、左に設題をかゝげてその筭へぶりを御覧に入れますれば、其が例にならひ

てお筭へなさるべし、但し左に元乘子と申新語がありますがこれハ元數なる乘子と申意に御座ります

設題　一百九十三萬九千九百三十八を組みなす元乘子を問ふ

答　二　三　七　十一　十三　十七　十九

運筭

```
 2)1939938
 3)969969
 7)323323
11)46189
13)4199
17)323
   19
```

解　設け出でし數が偶數なるゆゑ二の倍數なるとがわかります〔第六十一條によりて〕これを二に約して九十六萬九千九百六十九と致しますればこれは奇數に御座りまするゆゑ最はや二には約せませぬ、されど連なる數字がみな三の倍數に御座りますれば三に約せる數なるとは疑ふべくもあらぬ數理なり、よりてこれを三に約して三十二萬三千三百二十三と致しますればこの數に連なる數字の和は十六にて三に約せぬ數ゆゑ最早三には約せませぬ〔第六十二條によりて〕、また末位の數が三ゆゑ五にも約せませぬ〔第六十四條によりて〕ソコデ試みに七にわくるに四萬六千一百八十九となりてはしたは殘りませぬ、またこの數の數字を一位おきに九、一、四とあつめたるも十四また八、六の和も十四なればこや十一の倍數ならんとわかる、〔第六十九條によりて〕よりてこれを十一に約して四千一百九十九と致しますれば最早十一には約せぬとがわかります、それゆゑ試みに十三にわくるに三百二十三となりてはしたは殘りませぬ、この數は今一たび十三に約せますかドフジヤと試しみるに約せませぬゆゑ、こたびは試みに十七にわくるに十九となりてはしたは殘りませぬ、ソシテこの十九は元數に御座りますれば最はや乘子にわくることハ出來ませぬ、ソコデこれまでに探り得ましたる約數及び末の元數なる商とをとりそろへて二、三、七、十一、十三、十七、十九が設け出でし數の元乘子と答へまするなり、されば元乘子をお求めなさるにはまづ小なる元數の約數を探り共約數がわかりたらばそを約し去り、再たび元數なる約數を探り、かやうに次第〱に大なる元數の約數を探り出し元數なる商の出づるまで續けたまふべし、その探りかたは先き程お話し

申しましたる十三條の約數採りかたに從ひ玉ふとも、またハ諸君が御銘々にて御工夫になりましたる新製の御名法により玉ふともそは御隨意になさるべし、かくて採り出でし約數を殘りなくとりそろへ、なほ末の商をもさし加へて設け出でし數の元乘子となし玉ふべし

對約法

第七十七條　此條りには對約法と申して多くの數が乘じ合ひていやが上にいやかさなり行きたるを約する仕かたを申述べます、これハ除法の箇法なれば除法の部に入るべきはずなれど約數の理に關係がありまするゆゑ此處に出しましたるなり

設題一　一千四百一十九を三十三にわくれば幾何なりや

答　四十三

運筭一

$$\begin{array}{c} 43 \\ \cancel{473} \\ \cancel{1419} \\ \hline \cancel{33} \\ \cancel{11} \\ 1 \end{array} = 43.$$

運筭二

$$\begin{array}{r|l} \cancel{33} & \cancel{1419} \\ \cancel{11} & \cancel{473} \\ 1 & 43 \\ \hline & 43. \end{array}$$

解　まづ實の數を横に寫しかへその下に横線一條を設け、またその下に法の數を横にしるすべし、かくて法實二つの數に通ずる約數を考へみるにともに三に約せますることがわかります、よりて法實二つの數を三に約しますれば實は四百七十三となり、法は十一となる、扨てまたこの新なる法實二つの數に通ずる約數を考へみるにともに十一に約せまするとがわかります、よりてこれを約しますれば實は四十三となり、法は一となる、されば一千四百一十九を三十三にわくると申は四十三を一にわくると申意にかはりなし「玆に一にわくると申したるが、こは受取がたき言葉とや思し玉はん、なれどこれが乘じ申上たる推例より出づる言葉なれば諸君篤ト御勘考下されてそが意を解し玉へかし」このゆゑに商は四十三に御座ります、かやうに法實二つの數より同じ乘子を約し去りまする理合は前回の講義にて第三十條に申述べたる箇除法一の理合と同やうなれば諸君にはとくより御承知ならんと存じまするゆゑ玆には委しう申述べませぬ、また運筭二の通

りに横線のかはりに縦線を用ひ實の數を其右に法の數を其左に志るしまする例も御座ります、いづれとも御意にかなひたる書かたを撰び玉ふべし」

設題二　四と六と七と十との連乘積を法とし以て十二と十六と二十五との連乘積を除すれば商は幾何なりや

答　商二　餘六　約したる法七

解　前題の通りにまづ横線一條(スヂ)を設け、其上には實の乘子を列(ナラ)べ、其下には法の乘子を列(ナラ)ぶべし、扨て法の乘子の四を省き實の乘子の十六を四に約して四となし、また法の乘子の六を省き實の乘子の十二を六に約して二となし、また法の乘子の十を五に約して二となし、實の乘子の二十五も五に約して五となす、然る後ち法

運算一

$$\frac{\overset{2}{\cancel{12}}\times\overset{4}{\cancel{16}}\times\overset{5}{\cancel{25}}}{\cancel{4}\times\cancel{6}\times7\times\underset{2}{\cancel{10}}}=\frac{20}{7}=\overset{商}{2},\ \overset{餘}{\frac{6}{7}}$$

實二つの數より同じ乘子の二を省き去る、こゝに至りて法實の二つに通ずる乘子は全くなくなりたるゆゑ實の殘りたる乘子の四と五とを乘じ合せて二十となし、これを約したる實の數となし、法の殘りたる乘子の七を約したる法の數となす、さてこの二十を七にわくるときは商が二となり、はしたが六のこる、これ十二と十六と二十五との連乘積を四と六と七と十との連乘積にわくるときは商が二に六を七つにわかちたるほどなる奇零が附屬(ツヤン)ひて出づると申意(コヽロ)なり、されどこの六は設け出でし實の數のかたわれにあらず、法の數の七も設け出でし法の數にあらねば諸君(ミナサマ)には定めしいぶかしき數ぞと思(オボ)し玉はん、まことに御尤には存じますれど唯今此處にてこの證(アカシ)を論じますればくど〳〵と長たらしうなりまするだけにておもしろからねばお厭(イヤ)にもなりなん、さればマァかやうなるものヂャとうら覺えにおぼえ置き下さるべし、いづれ次回奇零のお話し致しまするをり委しう說明致しますればしばしが程の御猶預をねがひます

若し横線のかはりに縦線を用ひまするをりは其運算のさま左の通りに御座ります

矢張り前のごとく約したる實が二十、法が七となります

```
   4|12 2
   6|16 4
   7|25 5
2 10|
   7|20
    |2商, 6餘.
```

運筭二

右の二題の解によりて左の筭法を定めます

筭法一　まづ横線一條(スヂ)を設け、其上に實の數を横にしるし、其下に法の數を横にしるすべし、または縦線一條(スヂ)を設け其右に實の數を横にしるし其左に法の數を横にしるすもよろし

筭法二　法實二つの數に通ずる乘子を約し去り、同じ乘子のなくなりたるを見て實の殘りたる乘子を殘りなく連乘して約したる實となし、また法の殘りたる乘子を殘りなく連乘して約したる法となす、但し乘子盡くるとありとも數が消盡したるにはあらず、一になりたるなり、これ法實二つの數が同じならば商は一となりまするゆゑ乘子を省き去りたるをりハ必ず一が留(トヾマ)りをる筈(ハズ)に御座ります、常には略して一々はしるしませねど

最大公約數

第七十八條　此條りより下四つの條りには、最大公約數と申して二つ三つまたは多くの數のどれをも約せる數の中ちの最大なるがを求むる仕方を御覽に入るべし、たとへば十二と三十六と四十二との三つの數はどれも偶數ゆゑみな二に約せます、かやうなる約數を公約數と呼びます、なほ右の三數は三にも約せます、また六にも約せます、されば二と三と六とはみな公約數に御座ります、この外には一にあらずば三つの數を同じやうに約する數はありませぬ、一には約したりとて數にかはりがありませぬゆゑ通例約數とは申さず、元來約數と申はつゞまやかにいたす數と申意(コヽロ)にて、昔し元の朱世傑と申した老爺(オヤヂ)が筭學啓蒙と申す書物に約分と申とを解釋いたしたる言葉にも約レ分者治二數之繁一也とあります、されば一を約數と申さぬは畢竟數の繁きを治めませぬゆゑに御座ります、それハさて置き右三くさの公約數のうち六は最大に御座りますればこれを最大公約數と申します、かやうに

公約數は澤山にありても最大公約數は一つに御座ります、(ゐれたとなれど)

第七十九條　求二最大公約數一法

この條りに申述べまする最大公約數の求めかたハ、設け出でヿ數即ち約さるべき數の公約數がをりもよく一目してわかりまするときの算法にて、これゟ最大公約數を求むる題のうち最も容易き例に御座ります、左に題一つを設けてその算へぶりを御覧に入れます

設題　二十八と一百四十と四百二十との最大公約數を問ふ

答　二十八

解　まづ設け出でヿ三つの約さるべき數を横にならべ、その公約數を考へみるにみな七に約するとが出來まする數と申とがわかります、よりて約さるべき數の左に縦線一條を設けこれを約する數と約さるべき數との界となす、また約さるべき數の下に横線一條を設けその下

運算

$$
\begin{array}{r|rrr}
7 & 28, & 140, & 420; \\
\hline
4 & 4, & 20, & 60; \\
\hline
 & 1, & 5, & 15;
\end{array}
$$

$7 \times 4 = 28.$

を約されたる數をゐるしつくる場處となす、扨て已に見出したる公約數の七を約さるべき數とならべて其左のかたにゐるヿ、そを以て設け出でヿ三つの數をそれ〲約ヿてその約し得たる商を横線の下に順に列記す、かくてまたこゝに算へ得たる三つの數の公約數を考へみるにみな四に約せると申とがわかります、よりてまたその下に横線一條を設け、いま見出ヿたる公約數の四を約さるべき三つの數とならべて縦線の左にゐるヿ、そを以て前の通り三つの約さるべき數をそれ〲約してその約ヿ得たる數を横線の下に順に列記す、かくてまたこゝに算へ得たる三つの數の公約數を考へ見るに最早一とまで約ヿ得たるがあればこの上になほも約せべき様はありませぬ、それゆゑ設け出でヿ三つの約さるべき數の公約數の最大なるがは四七の乘積二十八なるとは疑ふべくもあらぬ數理なり、よりて此數を以て問に答ふるなり、この理によりて算法を左の通りに定めます

算法一　設け出でし多くの約さるべき數を殘りなく横にならべてゐるし、

其下に横線一條を設け、また左のかたに縱線一條を設くべし

筭法二　約さるべき數をそれ／＼篤と見て其公約數を探り出し、そを縱線の左に約さるべき數とならべてしるし、そを以て約さるべき數を殘りなく約し、その商を横線の下に順に列記す、かくてまたその商につきて前の通り公約數を探り出し、そを縱線の左にしるし、そを以ておの／＼の數を約して其商を横線の下に順に列記す、かやうに同じ仕かたをくり返し／＼施して終に公約數を持たぬ數が出來るまで續くるなり

筭法三　右に見出したる公約數を殘りなく連乘して問はるゝ所の最大公約數とするなり

設け出でし數の中に或る數が他の數の幾倍にか當りたるをりはその大なるかたは筭用にいれませぬとも筭へ出づる公約數は變りませぬ、ナゼと申までもなくその小なるかたが約せるほどならばそが幾倍にか當りたる數は是非とも約せねばなりませぬ筈で御坐りませう、そが筭へぶりの例は教科書に載せたればこゝには省きます

求最大公約數法二

第八十條　此條りには設け出でし二つの數の公約數が一目に見出しがたきをりにそが最大公約數を求むる仕かたを申述べます、これぞ最大公約數を求むる法の本筋にて前條に申述べましたるが本の略法に御坐ります、されば此條りに申述ぶる仕かたに從ひ玉はゞ最大公約數があるものならば必ず得られぬとはありませぬ、まづ左に題一つを設けてその筭へぶりを御覽に入れます

設題　六千三百三十五と二千六百三十五との最大公約數を問ふ

答　八十五

解　この題の筭へかたの理由はチト面倒に御座りますればまづ其筭へかただけ申述べそが説明は後よりしづかに申述べますれば篤と御聽聞下さるべし、扨てその筭へかたは次の筭草にて御覽なさるゝ通り、設け出でし二つ

逕筭

```
2635)6035(2
     5270
      765)2635(3
          2295
           340)765(2
               680
                85)340(4
                   340
```

の數の中の小なるかたを法となし、大なるかたを實となし、實の數を法の數にわかち末にいたりて殘りたるはしたをさらに法となし、前の法を實となし前の通り法の數をわかつ、かやうにかはる〴〵除筭をかさねまして、終にわかちつきたるときそのをりの法の數を問ひに答ふる數といたしますなり、扨てかやうに筭へ出でし數がいかなれば設け出でし二つの數の最大公約數なるぞと申理由をお約束なればこれより申述べまするが何分いりくみたる數理に御座りますればお額(ヒタヒ)のあたりをしつかりおさへてお聽(キ)下され、扨てまづ右に筭へ出でし八十五は設け出でし二つの數の公約數ジャと申との證(アカシ)より申述べん、凡そ除筭の末に法の數にたらぬはしたが殘りたるをりはそを法と商との相乘積に加へたる數が實の數なりと申をは除筭の手續きを原(モト)に還(カ)へして考へ玉はゞたやすくも御

會得になりませう、さればこの理を利用して右八十五が設け出でし二つの數の公約數なりと申との說明を致します、まづ末の除筭にて八十五は三百四十の約數なるとはおわかりになりませう、さすればそが二倍の六百八十の約數ともなりまするは容易(タヤス)くも御會得になりませう、ソコデまた八十五は八十五に約せまするは疑ふべくもあらぬ數理なればこれに右の六百八十を加へたる七百六十五も矢張り八十五に約せねばなりませぬ、と申とハ第五十八條の數質三によりて明かに御坐ります、されば又そが三倍の二千二百九十五も八十五に約せねばならぬとは容易(タヤス)くも覺りたまはん、ソシテ三百四十が八十五に約せると申とハ兼ねて御承知なればそを二千二百九十五に加へたる數の二千六百三十五も矢張り八十五に約せねばならぬ、と申とハ第五十八條の數質三によりて明かに御坐ります、されば設け出でし二つの數の中の一つだけはたしかに八十五に約せるとお受合が出來ます、さればそが二倍の五千二百七十も矢張り八十五に約せませう、ソシテまた七百六

十五が八十五に約せることはさきほど御承知になりましたることなればこの二つの數を合せたる數の六千零三十五も矢張り八十五に約せねばならぬ、と申ことは第五十八條の數質三によりて明かに御坐ります、されば設け出でし二つの數の中の殘りたる一つもまた八十五に約せまするとの證(アカシ)が立ちました、かるがゆゑに八十五は設け出でし二つの數の公約數ジャと申なり

右にて八十五を設け出でし二つの數の公約數なることはおわかりになり玉ひしならんが、なほこれが最大にてこれより大なる公約數は必ずないと申證(アカシ)がなくばなりませぬ、そをこれより申述べん、まづ二千六百三十五の約數ならば大なるも小なるもともに二千六百三十五の二倍即ち五千二百七十をも約さねばなりませぬ、ソシテ公約數と申からはいづれ六千零三十五をも約すなるべし、されば またその差の七百

運算

```
2635)6035(2
      5270
       765)2635(3
           2295
            340)765(2
                680
                 85)340(4
                    340
```


六十五をも約するならん、ことは第五十九條の數質四によりて明かにおわかりになりませう、されば またそが三倍の二千三百九十五をも約すものジャとはたやすくも覺り玉はん、よりてまたこれを二千六百三十五より減じたる餘數の三百四十をも約する數なるべし、これまた第五十九條の數質四を思ひ合せ玉はゞ實(ゲ)にもと覺り玉はん、されば またそが二倍の六百八十をも約する數なることは容易(タヤス)くも覺り玉はん、よりてまたこれを七百六十五より減じたる餘數の八十五をも約する數ならん、ことは前の通り第五十九條の數質四を思ひ合せ玉はゞ即坐に覺り玉はん、扨て八十五を約する數と申しては五、十七などもありますれど八十五に越えじとは疑ふべくもあらぬ理合なり、さてこそ八十五は最大公約數なりと申證(アカシ)がたちまするなり

右に御覽に入れましたる通りなる仕かたにて設け出でし二つの數の最大公約數は出來まするなれど筆草のゑるしかたを左の通りになされなば大きに御便利にもなりますれば實筆のをりはかやうになさるべしとてその

ゐるしかたをさらに御覧に入れます、扨て其の手續きはまづ運籌字一つが書ける程なる間ひを隔てゝ縦線二すぢを設け、設け出でし二つの數を其が外(ト)つかたの右左(ミギヒダリ)にわかちて大なるを一段高く小なるを一段低くゐるし、然る後ち小なるを法となし大なるを實となし實の數を法の數に除し其商を縱線の間に法と列(ナラ)べてゐるし、其を法の數に乘じ其の乘積を實の數より減じ、また其の餘數を法となし前の法を實となし、實の數を法の數に除す、かやうに右左(ミギヒダリ)の數にてかはる/\相除し除し盡くるを期(ゴ)して止(ヤ)み、末の除算の法の數を設け出でし二つの數の最大公約數といたしまするなり

運籌

2635	2	6035
2295	3	5270
340	2	765
340	4	680
		85

右設題の解によりて二つの數の最大公約數を求むる算法を左の通りに定めます

算法一　運籌字一つが書ける程なる間ひを隔てゝ縦線二すぢを設け、設け出でし二つの數を其が外(ト)つかたの右左(ミギヒダリ)にわかちて大なるを一段高く小な

るを一段低くゐるす

算法二　小なる數を法となし大なる數を實となし實の數を法の數にわかちて其の商を縱線の間に法とならべてゐるし、法と商との相乘積を實の下にゐるし、其を實の數より減じ去るなり、かくてまた其の餘數を法となしさきの法を實となし實の數を法の數にわかつ、かやうに右左(ミギヒダリ)にゐるしたる數にてかはる/\相除し、除し盡くるを期(ゴ)して止(ヤ)み、末の除算の法の數をとりて設け出で二つの數の最大公約數となす

若し設け出でし二つの數の公約數が一の外には得られませぬならば、其の二つの數は公約數なしと申なり、されば運算の末に元數が殘りたらば其の數が公約數になるにあらねば其他に公約數はありませぬ、其例は教科書に載せたればそを御覧下さるべし

右に申述べたる算へかたは最大公約數を求むる普通の法にて恆にかやうに心得玉はゞ算へ得られぬとはありませぬ、されど設け出でし數によりて

は運筭の半途にて法實二つの數、またはそが一つだけを約する數が見當ります、さるをりにハそを約し去り、また法と商との乗積が實の數に越ゆるとも商を立てかへずして却て實の數を法と商との乗積より減じ、其餘數を次の除筭の法となす、など右の法をさま〴〵に變化して輕便(テガル)なる筭法の工夫が出來まするゆゑそをいさゝか左に御覽に入れ申べし

例　十四萬七千七百三十一と四萬九千三百七十三との最大公約數を問ふ

答　九十七

運筭

		147731
49373	3	148119
		4)388
485	5	97
873		
873	9	

解　まづ常の通りに第一次の除筭を施すとき商を三とすれば法と商との乗積は實の數に越えます、されど設け出でし二つの數の公約數はなほこの乗積と實の數との公約數に御坐りますればまたその差の三百八十八の約數ならねばなりませぬと申とは第五十九條の數質四によりて明かに御坐ります、扨てその三百

八十八は四に約せまするゆゑそを約して九十七といたせどもこれに組み合ひたる約さるべき數ハ奇數にて四には約せませぬゆゑ公約數は變(カハ)りませぬ、因りて九十七と四萬九千三百七十三との最大公約數を筭へますれば九十七となりまするなり、かやうに除筭を仕遂ぐるたびに餘數がなるたけ少うなるやう心がけ玉はゞ除し盡くる期(ゴ)が早う相成ります

第八十一條　此條りには三つ四つ等多くの數の最大公約數を求めまする仕かたをお話し申します、扨てその法は御隨意に二つの數をえりとり玉ひて其最大公約數を前法にて筭へ出し、そを一つの約さるべき數といたしなほ設け出でし數の殘れる中より今一つをえり出し、その二つにて前法を行ひてその最大公約數を求む、かやうに前法をかさねて設け出でし數を殘りなく經(ヘ)來(キタ)れば末に筭へ出でし最大公約數が設け出でし多くの數の最大公約數に御坐ります、左に一つの例をかゝげて其筭へぶりと理合とを委しう申述べん

例　二百九十二と一千二十二と一千九十五との最大公約數を問ふ

答　七十三

解　まづ二百九十二と一千二十二との最大公約數を求むれば一百四十六となりますまたこれと一千九十五との最大公約數を求むれば七十三が出來ます、これが設け出でし三つの數の最大公約數に御坐りまを、扨てまづ共公約數なる證（アカシ）より申述べんに、七十三は一千九十五の約數なるとも申までもなき理合にてりの上一百四十六の約數ともなり

逕算

		1022
292	3	876
292	2	146

		1095
146	7	1022
146	2	73

てあれば一百四十六にて約せる數ならば七十三に約せぬはあらじ、（ソシテ）一千二十二も二百九十二も一百四十六には必ず約せますする筈ゆゑましてて七十三には約せねばなりませぬ、りれゆゑ七十三は設け出でし三つの數の公約數なるとは御會得に御坐りませう、次にまたこれが公約數中の最大なるものの（ジャ）と申との證（アカシ）を申述べんに、りもく一百四十六は設け出でし三つの數の中の二つの最大公約數に御坐りますれば三つの數の公約數がこれに越えんやうもなく、（ソシテ）公約數は最大公約數の約數なるべきゆゑ第三の約數にて一百四十六を約すべき數は七十三より大なるはあらじ、とは疑ふべくもあらぬ理合なり、されぱこう七十三を設け出でし三つの數の最大公約數とも申なれ

最小公倍數

第八十二條　これより下の條りにも最小公倍數と申して一つの數にて多くの約數をもちたるがの最小なるを算出する仕かたを申述べます、たとへば二十四及び十二もいづれも二にも三にも四にも六にも十二にも約せますよりてかやうなる數をこの五つの約數の公倍數と申なり、かやうに同じ約數を持ちたる公約數も澤山にありますれど最小なるも一つぎりに御坐ります［知れ切ったとなれど］右の例にても二十四より大なる數には三十六、四十八などいくらも公倍數にかなふもありまするが十二より小なる數に

は決してありませぬ、それゆゑ十二をこの五つの數の最小公倍數と申なり

第八十三條　求最小公倍數法

此條りには設け出でし數の約數が一目して知れまするをりに、そが最小公倍數を筭出する仕かたを申述べます、これは公倍數には必ずその約數の乘子を殘りなく具へをる筈ジヤと申理合によりて定むる法に御坐りますればその乘子だにわかりなば最小公倍數を求むるの段は至てたやすう御坐ります、左に設題をかゝげてその筭へぶりをお目にかけます

設題　十五と二十一と三十五との最小公倍數を問ふ

答　一百零五

運筭

3	15, 21, 35;
5	5, 7, 35;
7	1, 7, 7;

$3\times5\times7=105.$

解　まづ設け出でし約數を殘りなく横に列べ、その下に横線一條を設け、また其左に縱線一條を設けます、扨てその三つの約數の乘子を考へまするに三に約せる數がありまするゆゑ縱線の左に約數とならべて三をしるし、そを以て十五と二十一とを約し、その商の五と七とを横線の下にしるし、三十五は三には約せぬゆゑそのまゝ横線の下にしるすがやうに致せば設け出でし三つの數の中より三といふ乘子は一通りなくなります「若し二つもちたるがあらば一つは殘ります」が、次にまたこの三つの數の下に横線一條を設け、ソシテなほその乘子を考へまするに五に約せる數がありまするゆゑ縱線の左の第二段に五をしるし、そを以て五を約して、一となし、そを横線の下にしるす筈なれど最早一とまで約し來ればそが上に約數のありやうはありませぬゆゑそをしるし置くとも其甲斐なければこれを略す、次に七は五に約せぬゆゑ其まゝ横線の下にしるし、また三十五は五に約して七となしそを横線の下にしるすが、かくてまた右二つの商の下に横線一條を設け、ソシテなほその乘子を考へまするに二つとも七に約せるが明かに御坐りますればそを縱線の左にしるし、右二つの七をともに七に約して一となす「運筭には略しますれど」かやうに致せば設け出でし三つの數

の中に三と五と七との乘子はありますれど外の乘子はなきことがおわかりになりたるならん、それゆゑ此三つの數を連乘したる數ならば設け出でし三つのいづれの數もて除するも除し盡くすことが出來まするとは容易(タヤス)くも御會得になりませう若しその一つの乘子にても除きましたならば其除きたる數を乘子にもちたる數に約することが出來ぬとはこれまた容易(タヤス)くも御會得になりませう、されば三と五と七との連乘積の一百零五は設け出でし三つの數の最小なる公倍數にて、これを幾倍にか致したる數ならばみな設け出でし三つの數の公倍數なるべけれど更に小なる公倍數は得がたしと申ことは明かに御坐りませう

右には約數の元乘子をひとつ〳〵しるし來たれど若し一時に二つ三つの元乘子がわかりたるをりはそを殘らず縱線の左に列(ナラ)べてしるし、そを以て縱線の右にしるしたる數を約するもよろし、その運筭のさまは左の通りに、御坐ります。

運筭

3, 5	15, 21, 35;
7	7, 7;

解　まづ前の通り設け出でし三つの數を殘りなく横にならべて記(シル)し縱横の線も設け、かくて乘子に三と五とがあることを覺りたらばそを縱線の左に列(ナラ)べてしるし、其右にしるしたる數のうち三に約せるは三分し、五に約せるは五分し、三にも五にも約せるは三五の乘積十五に約しまするも矢張り前の通り餘の乘子は七なることがわかります、されど撰(エ)り出す乘子は必ず元數になさるべし、若し積數になさるならば其數にては約せずともそが乘子の數にては約せるもありますれば其邊の心得がなくてはなりませぬ

右の解によりて筭法を左の通りに定めます

筭法一　設け出でし約數を殘りなく横にならべてしるし、その下に横線一條(スヂ)を設け、また其左に縱線一條(スヂ)を設くべし

若し設け出でし約數の中なるある數に他の數の約數なるがあらばそは省きて記(シル)さずともよろし、これは其倍數に約せる程なる公倍數ならば其約數

に約せぬ筈はありませぬゆゑなり。

筭法二　右に記したる數の中のある一つの數の元乗子を見出し、之を縦線の左に記し之を以て其右方なる數の中に約さるべきがあらばみな約して其商を横線の下に順にしるす、若し商が一となりたるをりは之を記さず、また約されぬ數はそのまゝ横線の下にしるし、其下に横線一條を設くべし

縦線の左に記しつくる約數の乗子は二つ以上に通じたるを撰らぶが御便利に御坐ります(一つの數の乗子にても宜ろしけれど)また残らずの約數に通ずる積數乗子ならばそを縦線の左にしるし玉ふとも苦しからず、さなくば積數乗子を撰らび玉ふはわろし

筭法三　右の法をかさねて終に残らずの約數の元乗子が残りなく縦線の左に集りたらばそを連乗して設け出でし約數の最小公倍數となす

若し一列に並びたる數が公約數をもたぬものとまでなりたらばそを連乗しなほ縦線の左に記したる數をも乗じて最小公倍數となし玉ひても宜し

第八十四條　求最小公倍數法二

設け出でし數が二つぎりにて其乗子が若し一目して見わきがたくばそが最小公倍數は左に申述ぶる通りに筭へ玉ふべし

設題　一千五百四十一と一千三百五十七との最小公倍數を問ふ

答　九萬九百一十九

運筭

		1541
1357	1	1357
1288	7	184
69	2	138
46	1	46
23	2	46

$1357 \div 23 = 59;$
$1541 \times 59 = 90919.$

或ハ

$1541 \div 23 = 67;$
$1357 \times 67 = 90919.$

解　設け出でし二つの數に通ずる最大なる乗子は即ち最大公約數に御坐りますればまづ第八十條の法によりて設け出でし二つの數の最大公約數を筭へますれば二十三となります、よりて設け出でし數の中の一つの一千三百五十七を二十三に約して五十九となしますれば、これと今一つの一千五百四十一とは最早同じ乗子を持ちませぬとハ明かにござります、さればこの二つの數の相乗積の

運筭

		1541
1357	1	1357
1288	7	184
69	2	138
46	1	46
23	2	46

$1357 \div 23 = 59;$
$1541 \times 59 = 90919.$

或ハ

$1541 \div 23 = 67;$
$1357 \times 67 = 90919.$

九萬九百一十九は設け出でし二つの約數の最小公倍數とはなりまするなり、と申に通乗子の二十三ハ必ず一千五百四十一の乗子中にも具はる筈なれば右に筭へ出でし公倍數は二つの約數の乗子を殘りなく具へて他の乗子を持たぬゆゑに御坐ります或ハまた一千五百四十一を二十三に約して六十七となし、これに今一つの一千三百五十七を乗じまするもやはり九萬九百一十九となります、その理ハ前に述べたる通りにて少しも變りませぬゆゑこたびハ略します、

右の解によりて筭法を左の通りに定めます

筭法　二つの約數の最大公約數を筭へ出し、そを以て約數の一つを約し、其商を他の一つの約數に乗じて二つの數の最小公倍數となす

若し二つの約數に公約數がなくば其相乗積を最小公倍數といたします

第八十五條　此條りには約數が三つ四つ等澤山にありたるときそが最小公倍數を求むる仕方を申述べます、扨て其法はまづ御隨意に二つの約數を撰り出し玉ひて其最小公倍數を前の通りに筭へ出し其數と次の一つの約數との最小公倍數をまた前の通りに筭へ出しかやうに追々に次々の數を經來りて設け出でし數が殘りなく盡きたらば其折の最小公倍數をもて殘らずの約數の公倍數の最小なるものと致します、其ゆゑいかにと申にまづ二つの數の最小公倍數の幾倍にか適ひたる數はまた必ず同じ約數をもつものなれば右の最小公倍數と第三の約數との最小公倍數は初めの二つの約數と後の一つの約數と倶に三つの數の公倍數なることは明かに御坐ります、かやうに論じますれば約數は三つならずともみな同じ理合にて右樣筭へ出でし數は設け出でし約數の公倍數なることは御會得なされたるなるべし、次にその最小なる公倍數なるとの證を申述べん、二つの數の公倍數にはその最小公倍數の幾倍に適はぬはあらじ、と申に若しさあらぬときは其內

ち最小公倍數をたび〳〵減じたる末終に最小公倍數に滿たぬ數が殘らねばなりませぬ、其數がやはり前の二つの數の倍數ならねばならず［第五十六條の數質二を御心中に留めおかれて此處を御覽下さるべし］さすれば最小公倍數より小なる公倍數が出來ましたる理なれば有まじきそら言となりぬ、それゆゑ公倍數は必ず最小公倍數の集まりたる數ぢやと申證が立ちましたるなり［かやうに非說を設けてその僻言なるゆゑよしを論じまするを駁論と申してこれまた一種の論法に御坐ります、これは反を塞ぎたるわけにていはゞ惡からずと申類なれば直に善と申よりちと力弱きかたちなれど、かやうに論じませねばならぬ場合も澤山に御坐ります］さすれば二つの數の公倍數にてなほ第三の數の倍數ともなる數は前の二つの數の最小公倍數と第三の數との最小公倍數が最小ならんとは御會得になりたるならん、かやうに論じますれば約數は三つならずともみな同じ理合にて右やう算へ出でし數こそ設け出でし約數の最小公倍數ならめとは覺り玉はん

算術講義錄第四回

緒言

むかし〳〵そのむかし唐の唐人張丘建と申した老爺が不患乘除之爲難而患通分之爲難と愚痴をこぼしましたるさうなが實に分數は初ひ學びのかた〴〵には兎角おわかりにくき數理なり、さりとて原理を秘して算へかたのみ述べますれば素湯を呑むにも似て味はひなし、そも〳〵算は工夫の學問理屈がなければ實なし汁、看ぬがましなと御意めさん、夫れ苦み辛みのお口にあはぬも上手に料理ればかへつて珍味、されば分數のかたき理屈も程よくとけば諸君のお腹の底にも落つくならんと趣向の智慧の絞りしるに、天狗のはながつをを加味して、面の皮のあつものを一と口さしあげまをれば、手製の鹽からきに懲たまはず、かたき理合を嚙みしめ〳〵味はひ玉ひて、あかずにな食しめせとまうす

明治二十一年四月

算術講義錄

東京　田中矢德講述

第四回

奇零

第八十六條　この冊子(サツシ)にも奇零と申して數のはしたを算ふる仕方を申述べます、そを算ふるにはやはり命位と申して奇零の位を定めまするが第一肝要のわざに御坐ります、その位の立てかたは二た通りあります、その一つは分數今一つは小數と申します、この回はその分數のかたを申述べ、小數は次回の講義にて委しう申述べますれば此回は本(ホン)の其命位と記數の仕かただけを御覧に入れます

凡そ除算の末に至りて法の數にたらぬはした數が殘りたるをりそをとり棄つるならばその商を法の數だけあつむるとも原の實の數にはかへらず、さすればその本を失ふの理なり、朱世傑が算學啓蒙にも謂之分者乃開算之

戸牖矣とありまするが、之分ハ今の分数に御坐ります、實にこの定めなくば此数を彼数に變じかれをこれに化する等彼此相通ずるの便利をかくともあるなるべし、されば奇零は除算の力が達かぬ所を補ひ助くるものぞかし、これゆゑこの定めが明かにおわかりなさらば数の變化はお算の中ち、造作も無く鬼がこぼす涙のりの上に浮く浮きしもの滴ずなのちゞに碎けしかたわれのりの数をさへたはやすく算へたがへずなりたまふらん

奇零命位

第八十七條　分数命位の法は實の餘数を分子と申し、法の数即ちわくる数を分母と申し、商の奇零をこの分母分之分子と申なり、たとへば實の餘数が三、法の数が五ならば商の奇零を五分之三と申たぐひなり、これは一を五つにわかちたる一段の奇零の三かさと申意に御坐ります、畢竟實の餘数が一ならば商の奇零は五分之一ならんに實の餘数が一の三かさなるゆゑ商の奇零も五分之一の三かさとなりたるなり、されば五分之四はやはり五分之一の四かさ、五分之五は五分之一の五かさなり、かく五かさとまで上り來たれば原の一にかへるなり、かやうに奇零も分子の数がたびかさなれば終にそ一に復し、なほりの上に増しゆかばいかなる大数ともなりぬべし

又小数命位の法は一の下に分釐毫絲等の位を設け、みな下の位の数が十にみちたるときは上の位の一と致しますなり、りの数目は教科書に載せたればそを御覧下さるべし

右小数の名目は朱世傑が啓蒙にもあり、偉烈の啓蒙にもあり、本邦の算家もまた大抵は右の例に従ひ玉へるやうに存じますれば私もこれにならひてかやうに命位を立てましたるなり但朱世傑が啓蒙には萬々を法として数位を進めたれば今の世の通法とは同じからず、偉烈が啓蒙には十を用ひて退きたり、また宋の謝察微算經字例にも数位十を用ひて退くとあるよしに綿老餘算と申書物に見えたり、されども漢以下の数目を用ひて記したる数の例は稀にも見當り申さず、綿老餘算に今は用ひずとあり、さりとてりが

代(カハ)りに用ひたる數目も見えず、いづれ日用の勘定にはかくまで微小なるハえあるべくも思はれねど、さりとて屹度(キット)ないとも申されず、それゆゑ古例ある數目を殘らず載せましたるなるが、用(ヨウ)がなくば用ひぬともさしてお邪魔(ジヤマ)にもなるまじければ、まづ一應御覽おき下さるべし、これとていまだ數位が盡きたるにはあらねど、新たに數目を命ずるほどの用(ヨウ)もあるまじ、また命じたりとて所詮盡くすわけには參らねばこゝまでにて止め置きます

奇零分類

第八十八條　三分之二、四分之三などのごとく分數の分母の數が分子の數より大なるがを眞分數と申します、これ奇零の本躰にて正銘の分數ジヤと申意(コヽロ)に御坐ります

第八十九條　五奇零三分之二、四奇零三分五釐、などのごとく整數の末に奇零がつき添ひたる數を混數と申します、これ整數と奇零との二くさの數が混交(ツチマジ)りたる數ジヤと申意(コヽロ)に御坐ります

第九十條　奇零は數の小さき切れはしなれども、あつむるときは原の一にも還(カヘ)り來たるべし、なほ集めたらんには大數ともなりぬべし、たとへば三分之一も三つあつまりたらば一となる、若し四つ集まりたらば三分之四とも申なるべし、(これ三分之一、三分之二、三分之三と申し來たりたる例にならひたるなり)かやうなる數は形だけ奇零に似たれども實は整數なるか混數なるか、いづれ一に足らぬはした數にはあらずかし、されば正銘の分數とは申し難(ガタ)し、よりてかゝる數を假分數と申します、これ整數か混數かゞ假(カ)りに分數の形になりたるがジヤと申意(コヽロ)に御坐ります

第九十一條　三分五釐または七毫九忽などの如く末位が止(トマ)りたる小數を有限小數と申します、これは次の條りに申述ぶる無限小數に對したる名に御坐ります

第九十二條　小數の末位が限りなくいつまでも續きて無窮に至りまするときはそを無限小數と申します、されどかやうなる數は出で來(コ)んやうもあ

らじ、など訝(イブ)かり玉ふかたぐもあるなるべし、されどそが起り來る例を此處に申述ぶるとはチト出來がたき理由(ワケ)あれば、爲ばしが程は理屈もなくドウかいたしたらば出來もせんと何とぞ大目に御覧下されたしいづれ後回に小數のお話しいたしまするなればそのをり循環小數と申して數の末位が限りなく續きゆく例を御覧に入るべし

記數式

第九十三條　奇零の書きやうは第八十七の條りに申述べたる通り分數ならば五分之三、四分之一などのごとく為るヿ、小數ならば三分四釐五毫二分五忽などの如く為るしまするが本躰に御坐ります、運筭のをりは分數ならば横線一すぢを設けて其下に分母の數を運筭字にて為るヿ、其上に分子の數を為るします、たとへば五分之三を $\frac{3}{5}$ かやうにしるしまする類(タグヒ)なり、また小數ならば小數點と呼びなす一點を分の位の前に為るして各位の數を整數の通り順に横列(ヨコナラビ)に為るします、たとへば三分五釐を .35 かやうに為るヿ、

また三毫五絲を .0035 かやうに記(シル)しまする類(タグヒ)なり、また混數の書きかたは整數のあとに右の書きかたにて奇零を書き添へまするなり、たとへば三奇零五分之二と申混數を $3\frac{2}{5}$ かやうに為るヿ、また三奇零七分と申混數を 3·7 かやうに記(シル)しまする類(タグヒ)なり

分數

已上は奇零の總躰につきてお話し申したるなるが、これより分數のみにつきてお話しいたしませう

命分

第九十四條　この條りには命分と申して除筭のをり殘りたる法の數に滿たぬはした數を商の奇零に筭へこむ仕かたをお話し申します、さてその法と申してはたゞ殘りたるはしたを分子といたし、法の數を分母といたすまでにて至て無造作(ムザウサ)の仕かたに御坐ります、たとへば八を三つにわくるならば商の整數なる部分は二に御坐りまするがそのしたが二殘りたればそを分

數に作りて三分之二といたし、これを整數二の末に添へて商は二奇零三分之二ジャと申なり、これを命分と申しまするは奇零なる部分を分數に命ずると申意に御坐ります、これは偉烈が數學啓蒙によりて定めたる名なり、朱世傑が筭學啓蒙には經分とありますが經ハ經營とでも申意ならんか

また假分數は與分數の分子の數が次第に增しゆきて分母の數にこえたるなればその分子が分母の幾かさに當ると申ことを見出すときはその數こそ奇零がたゝまりて一にかへりたるものならめ、よりて假分數の分母もて分子を除し分母の數にたらぬはしたが殘りたらば、そを分子として分數を作り、うを整數の後に添へて混數といたしますれば、形こう變りたれ、やはり設け出でし假分數に等しう御坐ります、若しまた分母の數にたらぬはしたが殘らぬならば設け出でし假分數は整數の變躰なりと知り玉へかし

第九十五條　整數與分數相加法

整數と奇零とは數位の高下同じからず、故に奇零が加そりた

りとて整數が殖えやう筈もなく奇零がへりやう道理もなし、たとへば五十に七を加へたりとて五十が六十にもまさねば七が六にもへらず、五十ハ矢張り五十、七ハなほ七なるがごとし、それゆゑ整數に奇零を加ふる仕かたハたゞ奇零を整數の後に書き添ふるだけに御坐ります、たとへば八に三分之二を加へて八奇零三分之二と致しまする類なり、この理によりて筭法を左の通りに定めます

筭法　整數の後に奇零を書き添ふべし

第九十六條　整數內滅分數法

分數ハうの分子の數がましゆきて分母の數に等しうなりますれば原の一にかへるものジャと申ことハ兼て御承知に御坐りませう、うれゆゑ整數の內より分數を滅じまするにハ、まづうの內一をへらして餘數の整數分といたし、さてうの一を前の理によりて分母分之分母と申分數ジャと思ひましたならば則ち分母分之一と申奇零が分母の數だけかさなりたるも

のとなります、ソシテ設け出でし分數は分母分之一が分子の數だけ集まりたるなるゆゑそを分母分之一が分母の數ほどあつまりたるうちより減ずるならば分母分之一が分母の數より分子の數を減じたるほど殘るならんとは容易(タヤス)くも覺り玉はん、されどもなほ初ひ學びのかた〲のおために今一くさの例を申述べん、たとへば八より五分之三を減じまするにはまづ八を七といたしこれを餘數の整數分といたし、右の一を五分之五ジヤと思ひたまはゞ五分之一が五つ集まりたるものに御坐りませう、ソシテ五分之三は五分之一が三つ集まりたるなればそを五つ集まりたる内より減じますれば二つ殘りまするとは明かに御坐りませう、それゆゑ奇零分は五分之一が二つジヤとわかる、乃ち五分之二に御坐ります、よりて餘數は七奇零五分之二ジヤと申なり、この理によりて算法を左の通りに定めます

算法　整數の内一をへらして餘數の整數分となし設け出でし分數の分母よりその分子を減じ算へ出でし數を奇零分の分子となし原(モト)の分母をその分母となし、この奇零分を整數分の後に書きそへて餘數となす

若し設け出でし整數が一ならば餘數は奇零ばかりにて整數分はなくなります

第九十七條　以整數倍分數法

この條りには分數を其若干倍に增す仕かたを次の二題にて申述べますれば一應御覽下さるべし

設題一　十七分之五を三倍すれば幾何を得るや

答　十七分之十五

解　十七分之五と申は、十七分之一が五つ集まりたる數と申意(コヽロ)に御坐りまするゆゑ、そを三倍いたしますれば五つが三つかさなります、よりて十五集まる理合に御坐りませう、それゆゑ十七分之五の三倍は十七分之一が十五集まりたる數即ち十七分之十五に御坐ります、この理によりて分數を幾倍に增す仕

運算

$$\frac{5}{17}\times 3=\frac{5\times 3}{17}=\frac{15}{17}.$$

かたハ分子を倍するだけジヤと申とハ御會得あされたるなるべし

設題二　十八分之五を三倍すれば幾何を得るや

答　六分之五

解　十八にわくる仕かたに、まづ六つに分ち其一段をまた三つにわくる例もありますれば、六つにわかちたる一段ハ同じ實の數を十八にわかちたる一段の三倍なるとハ疑ふべくもあらぬ理合に御坐ります、それゆゑ五を十八にわかちたる一段ハ五を六つにわかちたる一段をさらに三つにわかちたる一段なるとハ御會得になりたるなるべし、よりて十八分之五の三倍ハ六分之五なるとハ明に御坐ります、かやうに分母の數が倍する數に約せまするをりハ、それを約し去りまするもまた一くさの乘算に御坐ります

運算

$$\frac{5}{18}\times 3=\frac{5}{18\div 3}=\frac{5}{6}.$$

右二つの題の解によりて算法を左の通りに定めます

算法　法の數を實の分子に乘ずべし、またハ實の分母を法の數に約すべし

第九十八條　以整數分分數法

この條りにハ分數を若干にわくる仕かたを次の二題にて申述べますれば一應御覽下さるべし

設題一　十七分之十五を五つにわくれば幾何なりや

答　十七分之三

解　上の條りの設題一によりて分數の分子の數にある數を乘ずるならばその分數がいま乘じたる數ほどに倍すると申とハ御承知なるべし、この理を原にかへして設け出でし分數の分子の數を五に約して三といたしますれば則ち分數を五つに分ち得たりと申とハ明かに御坐りませう、されば十七分之三を設け出でし分數が五つにわかれたる一段といたします

運算

$$\frac{15}{17}\div 5=\frac{15\div 5}{17}=\frac{3}{17}.$$

設題二　六分之五を三つにわくれば幾何なりや

答　十八分之五