工學士 宮城音五郎 著

機械學

機械論之部

中巻

東京 丸善株式會社

中卷の初めに

本書の上卷を公にしたる當時は勿論近頃まで、第三編機械論を擧て下卷とせん心組みてあつたために、上卷の緒言中に「第三編機械論に於ては專ら機械の原理と働力傳送の學理とを說き、都合上之を下卷としたのである」と云ひ置きたる次第であるが、機械論は機械學の骨髓であるから、範圍は廣く論題は多く、加ふるに著者は現代の諸機械を刮目して普く所論を述べ、嶄新なる幾多の插圖を配して硏究を新にし、近世機械學の書として本書の右に出づる者なからしめんことを期して執筆したる結果にてもあらんか、千々に書き付け置きたる草稿を淨書して見て、紙數が上卷の二倍餘となることを認めたのである。然し斯くあるべきは當然で、無論豫期したる通りであるから、別に意にも留めず此儘印刷に附せんとしたる折節、斯の如きは上卷に對して體裁惡し、適處より兩斷して中下の二卷にせよと友人の勸めしも、著者は機械論たる一科を兩斷して二となすに忍びず、體裁や外觀などが書の實質に對して何かあると抗論したるものゝ、逢ふ人每に同じ事を繰り返へされ、

多勢には勝つべくもあらで、遂に意を飜し、人の云ふが儘に第三編機械論を中下の二卷に分割し、中卷には車類のみを撰び、下卷には車類以外の仕掛けと應用機械とを揭げ、斯くは豫期に反し上中下の三卷となりて本書が世に現はれたる次第である。第三編機械論が中下の二卷に分割されたりとて、夫れは只一卷たるべきを便宜二卷に分けたと云ふのみで論題の排列を變更したのではないから、機械論としての秩序は二卷を通じて一貫せるものであることは云ふまでもない。

本書の例題並びに問題を解くに當りて、著者は特別なる場合の外は皆悉く十吋の計算尺によりて計算したのであるが、其際心付きたるは、計算尺の如き斯ばかり便利なる道具あるをも運用の術を心得ぬために利用の途を知らで、徒に數の計算のみに多大の時間を費消するは遺憾此上なきことに思ひ、計算尺の原理と其有らゆる使用法とを能ふ限り綿密に說述し、「計算尺と其使用法」なる標題の下に、下卷の終りに附錄として添附することにした。而して此れを讀まば何人と雖、立所に計算尺の運用法を知悉し得らるべきは著者の信じて疑はぬ所である。

本書を編むに當り參考したる圖書は夥しく多い。

此等の著者に對しては深厚なる謝意を表するのであるが、餘りに數多きために、遺憾ながら著者の芳名と其書名とを玆に列記することが出來ぬ。唯云ふ、本書に關係ある近代の重なる圖書は英、米、獨を通じて大抵涉獵したのであると。著者以て嘉納せられよ。

大正元年八月　　本書の著者誌す

機械學中卷目次

第三編　機械論

）中卷目次終り（

下卷は第三編機械論の後編にして其目次を列記すれば次の如し。

第二項、「リンク」仕掛け

機械學

中卷

第三編　機械論

第一章　總論

132. 機械の種類と其作用　現今世上に流布せるものにて吾人が見て以て機械と呼びつゝあるものには其種類極めて多く蒸汽機關,瓦斯機關等を初めとし,製作機,織機,紡績機,印刷機,裁縫機,精米機,水壓機,「ポンプ」,起重機等より,測量器械,製圖器械,時計等に至るまで殆ど枚擧に遑なき程であることは何人も善く知る所であるが斯く多數の機械も之を分類すれば僅に次の三種となるものである。

第一、原働機
第二、工作機
第三、中繼機

自然界の到る處に存在する自然的「エネルギー」を變じて有用なる機械的「エネルギー」となす機械を原働機と名付く。例へば河流或は瀑布の有する自然的「エネルギー」を有用なる機械的「エネルギー」に變形

する水車或は水「タービン」の如き、風の有する自然的「エネルギー」を有用なる機械的「エネルギー」に變形する風車の如き、石油或は石炭瓦斯の有する自然的「エネルギー」を有用なる機械的「エネルギー」に變形する石油機關、瓦斯機關の如き、蒸汽の有する自然的「エネルギー」を有用なる機械的「エネルギー」に變形する蒸汽機關、蒸汽「タービン」の如きは皆原働機である。

原働機によりて自然的「エネルギー」は有用なる機械的「エネルギー」に變形さるゝのであるが、此機械的「エネルギー」を受取りて吾人が要する所の有用なる機械的の仕事を成す機械を**工作機**と名付く。工作機の多くは原働機より機械的「エネルギー」を受取りて運轉さるゝものであるが、小なる工作機に限り原働機の代はりに動物の力量を以て運轉さるゝものもある。此場合には動物其物は原働機と見做さるゝものであることは無論である。

原働機には左程多くの種類はないが、工作機には其種類甚だ多く、日常目撃する機械は概して此種類のものであるが、之を大別すると次の三種となる。

第一種、物體の位置に變化を與ふる機械
第二種、物體の形態に變化を與ふる機械
第三種、物體の位置と形態とに共に變化を與ふる機械

物體を釣り揚げ又は運搬する釣揚げ機械の如きは、物體の形態に變化を與ふることなしに其位置のみを變更せしむる機械であるから第一種に屬し、木を切り金を削るに用ゐらるゝ總ての製作機類、其他鑄型製造機、鎚打機、鋲製造機、剪斷機、打貫(ウチヌキ)機等は、物體の位置に變化を與ふることなしに只其形態のみを變化せしむる機械であるから第二種に屬し、印刷機、織機、紡績機、裁縫機、浚渫機、「ポンプ」等は、物體の形態を變化し同時に其れを運搬し位置に變化を與ふる作用をなす機械であるから第三種に屬す。尤も製作機類の或物は物體を少しづゝ送りつゝ仕事を加へるものがある。斯様な製作機は第二種にあらずして第三種に屬することは明白である。

原働機と工作機との中間に在つて、原働機によりて變形されたる有用なる機械的「エネルギー」を受取り、之を工作機に渡す媒介を成す機械を**中繼機**と名付く。多くの裝置に於ては原働機と工作機とは離れたる位置に据えられ、中繼機の作用によりて此兩者を連絡して工作機を運轉し所要の仕事を成さしむるものであるが、稀に中繼機を備へざる裝置もある。蒸汽鎚、直働蒸汽「ポンプ」の如きは其例である。

中繼機は重に調車,歯車等の車類と鋅類,軸類等との集合より成れるもので、中繼機が原働機より受取りたる「エネルギー」を工作機に渡すに當りては、工作機の所要の運動に適應すべく原働機の運動の形又は其方向を變へ、或は速度を調整する作用を成すものである。例へば錐を回轉して板に孔を穿つ錐揉機を蒸汽機關を以て運轉する場合に就いて云ふならば、蒸汽罐中に發生せる蒸汽の有する自然的の靜「エネルギー」は蒸汽機關の「シリンドル」内に導かれ動「エネルギー」に變じて「ピストン」を動かし、滑り瓣の作用によりて「ピストン」は往復運動を成す。是即ち蒸汽の有する自然的「エネルギー」は、「シリンドル」と「ピストン」とより成る蒸汽機關と稱する原働機の作用によりて爰に機械的「エネルギー」に變形されたのである。此「ピストン」の往復運動を直ちに工作機に作用せしめたものは即ち直働蒸汽「ポンプ」,蒸汽鎚等であるが、多くの場合には斯樣な裝置にすることが出來ぬ。仍て連鋅と「クランク」との結合より成る中繼機を以て「クランク」軸を回轉し、「ピストン」の往復運動を爰に「クランク」の回轉運動に變形するのである。船舶の推進器,機關車の車輛,渦卷き「ポンプ」の如きは「クランク」の回轉運動を以て直ちに運轉されるが、錐揉機を

運轉するには甚だ不便である。其處で別に調車,歯車,鋅類,軸類等の集合より成る中繼機を更に應用して錐を所要の速度を以て右廻はり或は左廻はりの任意の向きに回轉せしめ、爰に初めて目的の仕事は成されるのである。此例によりて知る如く、蒸汽機關の「ピストン」と錐揉機の錐との間に存在する總ての仕掛けは所謂中繼機を形作れるものであるから、原働機と工作機との連絡を取り、工作機をして所要の仕事を成就せしむるは全く中繼機の働きに依るものである。故に中繼機の構造,裝置,其運動等宜しきを得ぬならば、工作機をして所定の仕事を成し遂げしむることは出來ぬもので、機械の成效不成效は中繼機の善不善に因ること至大である。中繼機は其範圍甚だ廣く、其運動の形も種々雜多であるが、此等を解剖し、分類し、其種類,作用,形狀等を研究するは機械學の主なる目的である。

玆に一言を要することは、機械は機械自身にて決して「エネルギー」を發生するものではない。故に他より「エネルギー」を與へねば運動を起さぬものである。例へば蒸汽機關自身にて運動するものでない。蒸汽なる自然的「エネルギー」を有する物を與ふれば始めて運動を起すものである。此他石油機關,瓦斯

機關等も自ら運動を起さぬ。石油又は瓦斯を與へて始めて運轉さるゝのである。以上は原働機の場合であるが、工作機も中繼機も皆原働機より「エネルギー」を與へられねば絶對に運動を起さぬものである。

133.　機械設計の順序と機械に關する學問　一の機械又は機械の裝置を設計せんには、第一に原働機又は原働機より導かるゝ或る部の運動の種類、其速度等を考査し、之を以て工作機に所要の速度を以て所要の運動を與へんには、中繼機を如何なる仕掛けにすべきかに就きて幾何學的に各部の見取りをなし、第二に工作機をして幾何の仕事を成さしむるには、各部に働く力の種類、大さ、或は動物の力量を以て運轉せんとする場合ならば、動物の一定の力量を以て果して其機械が運轉し得らるゝや否や等に就きて考査を進め、夫れにて可なりと認めたるならば、第三に各部に働く力の種類と大さとに對し充分强固なるべく、材料及び構造强弱學の學理を應用して各部の形狀、寸法等を決定するのである。

如何なる機械又は機械の裝置を設計するにも常に上記三段の順序に據らねばならぬものである。而して其第一は機械各部の運動を其れに働く力の

存在に關係なく、單に幾何學的の見地より研究するもので斯かる學問を**機械運動學**と云ひ、其第二は各部の運動と其れに働く力とに關し研究を進むるもので斯かる學問を**機械力學**と云ひ、其第三は各部に働く力の種類と大さとに對し充分强固なるべき形狀と寸法とを定むるもので斯かる學問を**機械設計學**と云ふ。

本第三編に說述せんとするものは機械運動學を心髓とし之れに機械力學と機械設計學とを充分に加味せしめたるもので、之れを**機械論**と命じ、材料及び構造强弱學と機械論とを幷せて**機械學**とはしたのである。

機械運動學、機械力學及び機械設計學は此等を尙ほ細別すれば諸種專門の學技となり、此等を一括すれば即ち機械學を構成するのである。而して機械學に一步を進め、實際の設備と應用と、更に進んで之を處理し、取捨し、考案し、機械の萬般に亘りて講究する學は所謂**機械工學**である。斯く機械學は機械工學の根底であるが故に、機械工學の奥に達せんとせば、須く機械學の研鑽を忽にしてはならぬこと言を俟たずして明である。

134.　機械とは何ぞ　凡そ物體の運動には自由

運動と撿束運動との二種がある。前後、左右、上下等の自由自在の方向に運動し得る物體の運動は自由運動で、或る一定の運動以外には運動し得ざる如き物體の運動は撿束運動である。例へば空中に投げられたる物體、或は机上に在る物體の運動は自由運動で、軸承内に回轉する軸の運動は撿束運動である。何となれば投げられたる物體は地球重力の作用を受けて空中に所謂拋物線と稱する曲線を畫いて落下するものであるが、此拋物線の形は外力例へば風力などを受くる時は直ちに變化し、初めに畫きつゝありし拋物線と異なる形の他の拋物線を畫いて落下する。即ち投げられたる物體は外力の作用を受くる時は如何なる方向の變化をも起し得るものである。又机上に在る物體は前後、左右、及び上方の何れの方向にも自由に動かし得るけれども、軸承内に支へられたる軸の如きは回轉運動のみは成し得れど其他の運動は外力の大小如何に係らず成し得ぬ。

自由運動は外力に作用さるゝ時は任意の方向に移動し運動の形狀一定でない。運動の形狀一定ならざる運動は之を機械の運動とすることの出來ぬは明白である。機械各部の回轉するものは外力の大小に係らず常に回轉運動のみをなし、滑動するも

のは常に滑動のみをなす樣でなければ機械たるの資格は無いのである。此意味に於て機械の運動は總て撿束運動でなければならぬ。然し唯一個の物體のみにては撿束運動は決して成し得ざるもので、少なくとも二個の物體が同時に相助けて對（ツヰ）を形作らねばならぬ。例へば軸は軸のみにては自由運動は成し得るが撿束運動は成し得ぬ。必ず軸を支へる軸承なるものを以て軸と軸承とを對となし、初めて軸は撿束運動を成すのである。機械には簡單なるあり複雜なるあり、其運動も極めて多種多樣であるが、要するに斯の如き撿束運動をなす對の集合に過ぎぬ。撿束運動をなす對は一定の運動のみをなし、如何なる方向より外力を受くるも其運動の形を變へぬ樣に束縛せねばならぬのであるから、外力の作用に打ち勝つ丈けの强力を具へて居らねばならぬ。外力によりて對の破壞さるゝ如きことあらば、其對は最早や一定の撿束運動を成し得ざるのみならず、其機械は成り立たぬことは無論である。何となれば例へば軸と軸承との對に於て、外力のため其何れか一方、又は兩方同時に破壞する時は、軸は撿束運動を成し得ずして機械たるの資格を失ふことは明であらう。

以上を綜合すれば、機械とは何ぞやとの問ひに對し吾人は直ちに次の如く答ふるに躊躇せぬであらう。

外力の作用に抵抗する强力を具へ、一定の關係運動をなす物體の集合にして、自然的「エネルギー」を所要の仕事に適應する形に變化するものを機械と名付く。

此れはケンネヂーの與へたる機械の定義である。此定義を玩味するに、機械は機械自身にて「エネルギー」を發生するものでなくて、只自然的「エネルギー」を所要の仕事に適應する形に變化するものである。[132節參照]。而して自然的「エネルギー」を所要の仕事に適應する形に變化するには原働機と中繼機と工作機とが必要であるから、此等は皆機械と云はるゝのである。又撿束運動即ち一定の運動、廣く云へば一定の關係運動をなす物體の集合ならねば機械と云ふことは出來ぬ。物體と物體とが集合したりとて其間に一定の關係運動がなければ其集合は只一の集合に留まり、之れを機械と云ふことは出來ぬ。機械には必ず一定の關係運動が伴はねばならぬ。例へば軸と軸承とは一定の關係運動たる回轉運動のみをなすものであるから機械であるが、若し軸と

軸承とを釘にて打ち貫き軸の回轉を防止するならば、假令軸と軸承とは二物體の集合なりとも其間に關係運動を起すこと能はずして、恰も此等二物體は合して一物體となつたのと結果に於て同一であるから、最早や機械と云ふことは出來ぬのである。關係運動と云ふことは、軸承が固定して軸が運動し、軸が固定して軸承が運動し、或は軸と軸承とが同時に運動し同時に位置を變ずるとも、運動の速さ又は其向きの異なる時は、兩者の間に運動の遲速或は關係的の運動を起し、一方が固定すると見て他方の運動することを云ふのである[上卷13節]。又假令一定の關係運動をなす物體の集合と雖、外力の作用に抵抗する强力を具へて居らねば機械たるの資格は無きものである。

(附言) 漢字にて書き表はす場合には機械の機は機、機械ならざるものゝ機は器とせねばならぬ。故に原働機、中繼機、工作機、織機、印刷機、起重機等の機は總て機であるが蒸溜器、冷却器、加熱器、螺旋推進器等は皆器の字にすべきである。又縱し機械であるにせよ、作用する力甚だ小なるか又は運動の範圍極めて小なるもの

mashin
instrument =

例へば天秤,「インヂカトル」測量器械,製圖器械,計算尺,「タイプライター」時計,樂器の如きは、一般に器具,道具,器械などヽし機械とはせぬ。此等のものには器の字を用ゆるが穩當てあらう。外國ては機械は「マシーン」(英,米國),「マシーネ」(獨國),「マシーヌ」(佛國)とし,器械は「インストルーメント」(英,米國),「インストルメント」(獨國),「アンストリュマン」(佛國)として區別して居る。

135. 對の種類と其運動 機械は皆撿束運動をなす對の集合して成るものてあるから,機械の運動は畢竟此等の對の運動の合成の結果てある。機械の運動は極めて多種多樣てあるが,之を詳細に分析する時は僅に次の三つの運動の合成に他ならぬのてある。

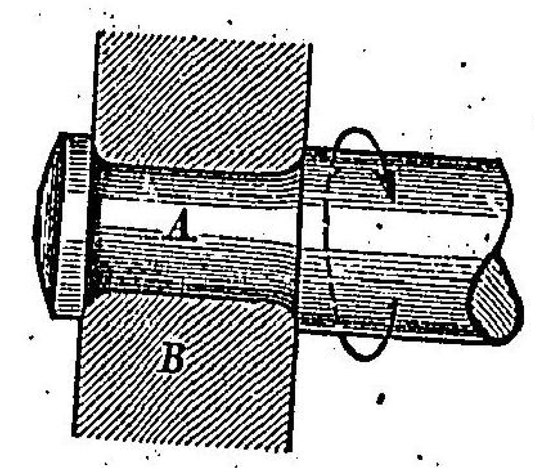
第一、回轉運動
第二、滑動
第三、螺旋運動

此等の運動は皆對のなす運動てあるから,機械を構成する對は隨て次の三種に分類せらるヽのてある。

第一種、回轉の對
第二種、滑動の對
第三種、螺旋の對

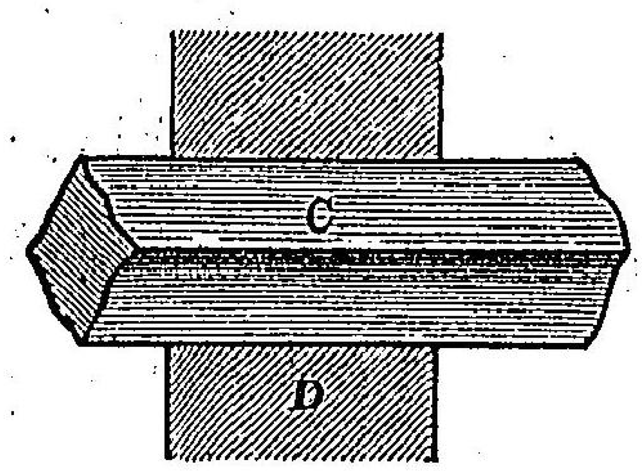
回轉の對とは回轉運動のみを成し得べく撿束されたる對で,第二百十四圖に示すは其一例てある。

第二百十四圖



Aは圓墻て,其れがBの圓墻形の孔に填まり,AとBとが一の對を形作り,回轉運動は成し得れど其の他の運動は一も成し得ぬものてある。然し前節機械の定義に示す如く,機械の運動細かく云へば對の運動とは總て關係運動を云ふのてあるから,AとBとが同時に運動したからとて,AとBとの間の關係運動が回轉運動のみをなし得るならば,AとBとは回轉の對を成せりと云ふのてある。回轉の對を形作るものヽ互に相接觸する表面は重に圓墻面てあるが時に圓錐面或は稀に平面なる場合もある。

第二百十五圖

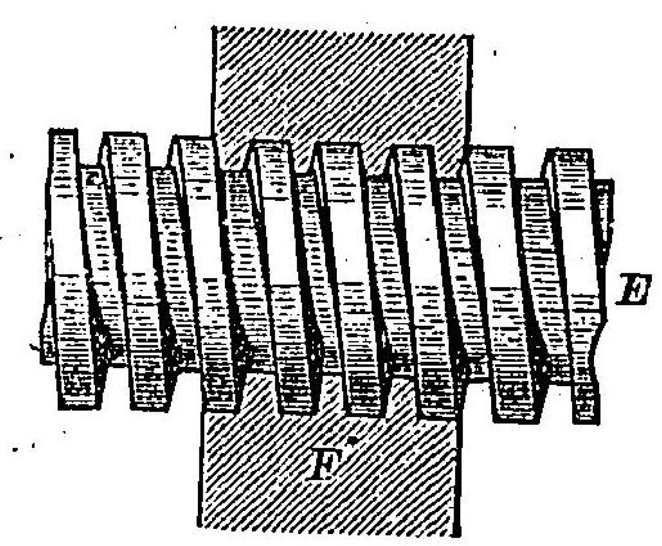


滑動の對とは滑動のみを成し得べく撿束されたる對て,第二百十五圖に示すは其一例てある。Cは角棒て,其れがDの角な孔に填まり,CとDとが一の對を形作り滑

動は成し得れど其他の運動は一も成し得ぬものである。滑動の對の互に相接觸する表面には多くは平面の部分を置いて回轉運動を起さぬ様にすれど、稀には蒸汽機關の「ピストン」と「シリンドル」との成す對の如く、互に圓墻面を以て接觸せしめ、他の適當の方法で回轉運動を起さぬ様にした場合もある。

螺旋の對とは**螺旋運動**のみを成し得べく撿束されたる對で、第二百十六圖に示すは其の一例である。

第二百十六圖



Eは「ねぢ」山を具ふる丸棒、Fは之れと丁度當て嵌まる「ねぢ」山を有する丸孔で、EとFとが一の對を形作り、螺旋運動は成し得れど其他の運動は成し得ぬものである。相隣る二つの「ねぢ」山の距離を「ねぢ」棒の軸に沿ふて側りたる長さは「ねぢ」の刻み[上卷34節]で、EとFとの關係運動の全一回轉毎にEとFとは刻みに等しき距離丈け「ねぢ」棒の軸の方向に關係變位をなす。即ち螺旋運動は回轉運動と滑動との合成で、隨て螺旋の對は回轉の對と滑動の對との合成である。何となれば螺旋の對の「ねぢ」の刻みを零と假定すれば「ねぢ」は回轉するも滑動を起さぬから回轉の對となり、又刻みを無限大と假定すれば「ねぢ」の一回轉に對して無限大の滑動をなす。無限大の滑動をなして初めて「ねぢ」は一回轉するのであるから、斯かる場合は滑動のみあつて回轉運動なき場合と同一に見做し得る故に滑動の對となる。要するに機械を構成する對は螺旋の對唯一種のみで、回轉の對と滑動の對とは其特別の場合であると見らるゝことゝなるが、吾人は便宜上以上三種の對を以て撿束運動をなす對とする。

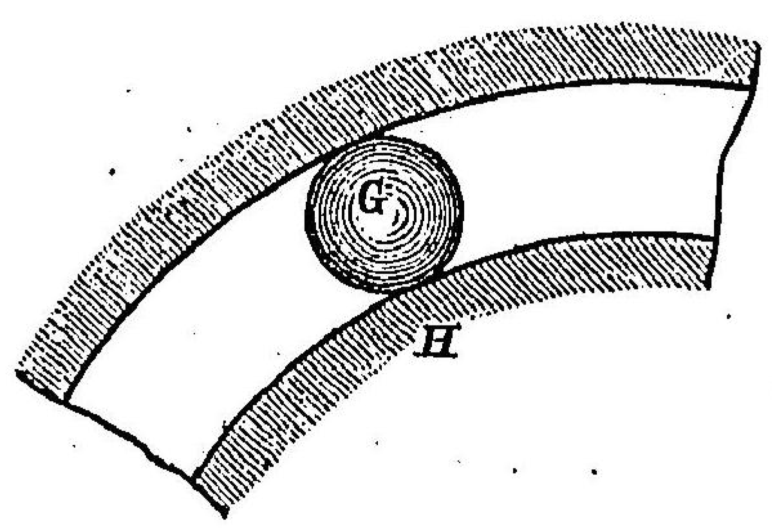
對を形作れる各々の片を**對の素**と云ふ。前圖に於てA, B, C, D, E及びFは即ち對の素で、其内AとB, CとD及びEとFとは各夫々對を成せるのである。對の素の材料は必ずしも金屬,木材,石材等の剛體とのみ限らぬもので、其用ゐ方によりては革,繩,鎖の如き撓性體、護謨,「ばね」の如き彈性體、又は空氣,蒸汽,水,油の如き流動體も皆善く對の素として用ゐ得るのである。

對の素の互に相接觸する表面を一般に**承け**と云へど、詳しく云ふには夫々別名がある。即ち回轉の對をなすAとB(第二百十四圖)との互に相接觸するAを軸頸又は樞と云ひ、Bを**軸承**,**承け金**,「**ガッヂョン**」,「**ブッシュ**」等と云ふ。滑動の對をなすCとD(第二百十

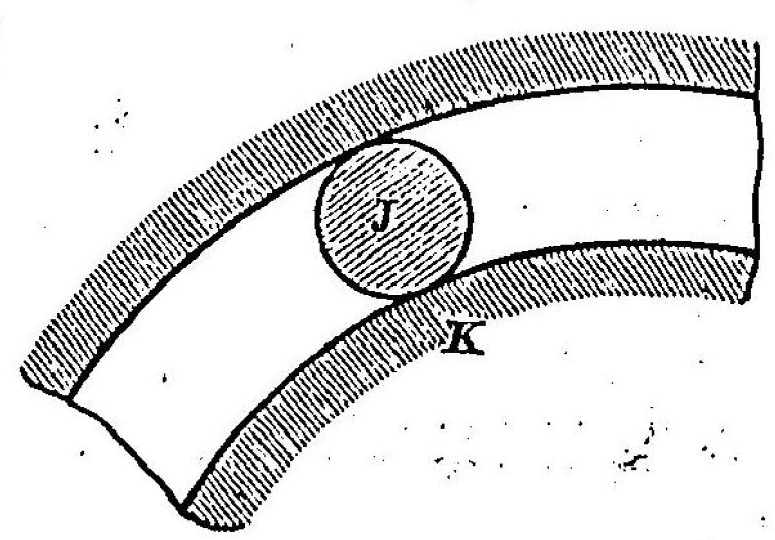
五圖)との互に相接觸する滑る方の對の素を**滑り子**と云ひ、固定せる方の對の素を**導板**、**手引板**(テビキイタ)等と云ふ。例へばCが滑りDが固定するならばCは滑り子でDは導板となり、Cが固定しDが滑るならばCは導板でDは滑り子となる。但しCとDとが同時に運動して滑る場合には、何れが滑り子で何れが導板なるかは其時と場合と構造とにより、便宜兩者の名稱を適當に與ふべきである。又螺旋の對をなすEとF(第二百十六圖)との互に相接觸するEを「**をねぢ**」或は單に「**ねぢ**」と云ひ、Fを「**めねぢ**」或は「**ナット**」と云ふ。

以上に述べた對は對の素が皆表面を以て互に相接觸する場合であるが、此他線又は點を以て接觸し然も善く撿束運動をなす對がある。斯かる對は無論機械を形成する對となし得べきものである。例へば第二百十七圖に示すは球Gが溝Hに塡まりて

第二百十七圖



第二百十八圖

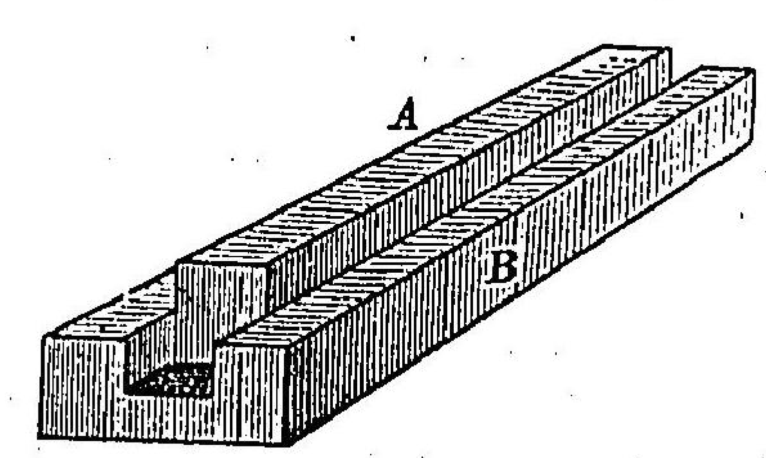


對をなし、第二百十八圖に示すは丸棒Jが溝Kに塡まりて對をなし、GとHとは點を以て接觸しJとKとは直線を以て接觸すれど、此等の對は溝に沿ふて溝の形狀に等しき一定の撿束運動をなすことは明である。夫故此等も亦機械を構成する對となすことが出來る。表面を以て相接觸する對と區別するため、點又は線を以て接觸する對にルーローは**高き對**なる名稱を與へた。依て勢ひ表面を以て接觸する對を**低き對**と呼ぶことになつた。

對の素の內には固定せるものと運動せるものとが對をなすものと、對の素の何れも運動して對をなすものとがある。運動せるものを一般に**動片**と云ひ、其內固定せる對の素と對をなす動片を**主動片**、主動片と對をなす他の動片を**副動片**と呼ぶ。

一定の撿束運動をなさしめんために強ち對の素を充分に取り圍むべき必要はない。啻に一定の運動を成すことを得ば夫れて充分である。例へば第二百十九圖に於いてAなる物體が甚だ重きか、又はAがBより上に決して拔け出さぬ樣

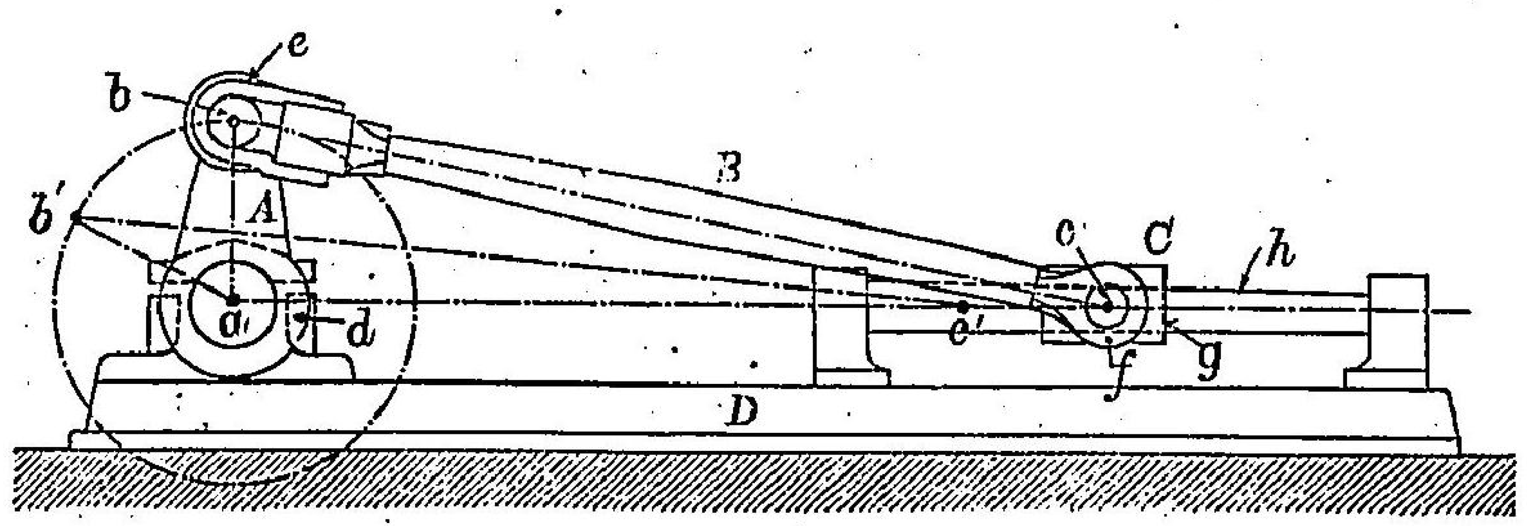
第二百十九圖



にAをBの表面に或る力を以て壓し付くる如き仕掛けにすれば矢張りAとBとは滑動のみをなし他の運動をなし得ぬことゝなるから斯の如きも亦一定の撿束運動をなす對と見做さるゝのである。

136. 運動系と「からくり」 機械は總て一定の撿束運動をなす對の集合である。例へば第二百二十圖に示す蒸汽機關裝置はA,B,C及びDなる四個の

第二百二十圖



對の素より成り、其内DとA, AとB及びBとCとは三つの回轉の對、CとDとは一の滑動の對をなし、都合四つの對が集合して此機械を構成して居るのである。而して a, b 及び c は軸頸、d, e 及び f は軸承、g は滑り子、h は導板である。又Dは機關臺で、固定して運動せぬ對の素であるからAとCとは主動片、Bは副動片である。

以上の如く機械は總て對の集合より成りて一の連鎖したる系統を形作り一定の運動をなすもので

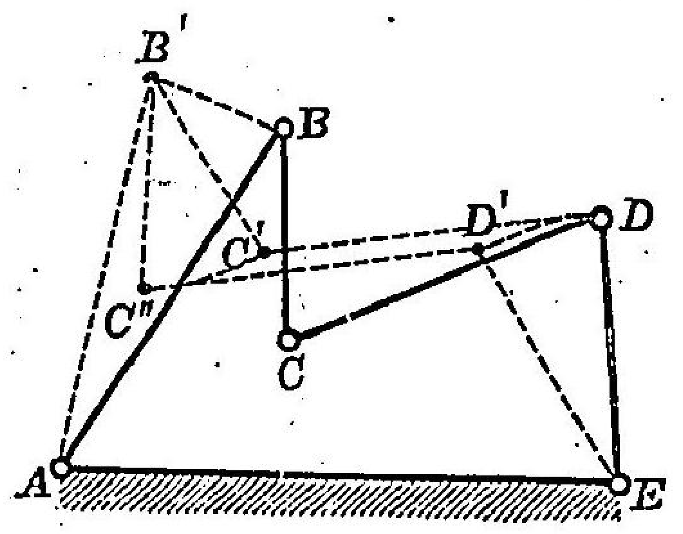
ある。斯かる系統を**運動系**と名付け、運動系を形作る各々の片を「**リンク**」と呼ぶ。第二百二十圖に於てはA,B,C及びDなる四個の「リンク」が一の運動系を形作り、此等の「リンク」の或るものを固定し其他の「リンク」は皆一定の運動をなし、初めて一の完全なる蒸汽機關裝置と稱する機械を形成せるのである。蒸汽機關裝置に於てはAを「クランク」、Bを連鉀、Cを十字頭、Dを機關臺と呼べど、此等は夫々の「リンク」に各別々の名稱を與へて、何れの「リンク」なるかを直ちに判別せしむるの便に供したるに過ぎぬ。

一定の運動をなし得る運動系と雖、其内一個の「リンク」が固定されねば一定の運動はなされぬものである。例へば第二百二十圖の裝置に於ては一個の「リンク」Dが固定して初めてA,B,Cなる「リンク」は夫々一定の運動をなせど、Dが固定されねば何れの「リンク」も一定の運動をなさぬことは見易き理である。故に運動系に機械たるの資格を與へんには其内或る一の「リンク」を固定せねばならぬ。此固定されたる「リンク」を特に枠(ワク)又は框(カマチ)と云ふ。蒸汽機關裝置の機關臺は即ち其れである。而して一の「リンク」を固定したる運動系を「**からくり**」又は**機構**と呼ぶ。夫故に機械は一の「からくり」又は二或は二以上の「からく

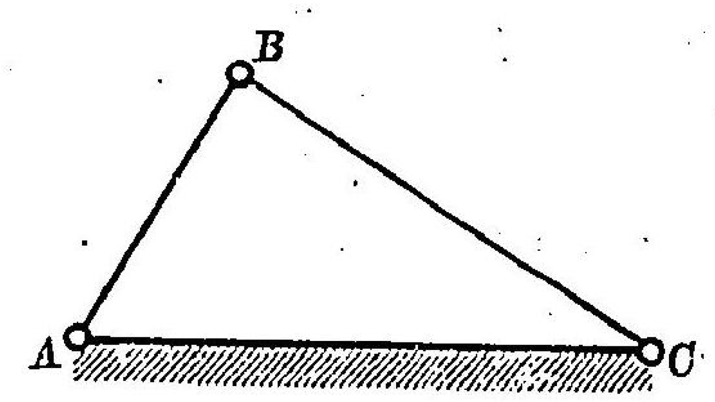
り」の集合であると云ふことが出來る。但し固定すると云ふことは、地球に對し、或は汽車又は船の中に在るものは其汽車又は船に對し固定するとの謂である[上卷1節參照]。

一定の運動をなさねば機械と云ふことは出來ぬ。第二百二十圖の裝置に於ては「クランク」Aがab'の位置に來る時は十字頭Cは必ずc'の位置に來り、又反對に十字頭Cがc'の位置に來る時は「クランク」Aは必ずab'の位置に來り一定の運動をなすが、第二百二十一圖に示す如き五個の「リンク」AB, BC, CD, DE

第二百二十一圖



第二百二十二圖



及びEAを有するものゝ例へばEAを固定したるものにありては、ABがAB'の位置にある時CはC'或はC''の如き如何なる位置をも取り得るのみならず、EDはED或はED'の如き如何なる位置をも取り得る故に此構造物は一定の運動をなさぬ。隨て此物は「からくり」たり機械たるの資格はないのである。

又第二百二十二圖に示す三つの「リンク」AB, BC及びCAより成るものゝ例へばCAを固定する時は此物は少しも運動を起すことが出來ぬ。運動し得ぬものは無論機械と云ふことは出來ぬ。此故に家屋、橋梁の如きは機械ではない。

137. 働子と被働子 「エネルギー」を有する物體は仕事を成し得るものである[上卷23節]。故に「エネルギー」を一名**働力**と名付く。自然界に存在する種々の自然的「エネルギー」即ち自然的働力は原働機の作用によりて機械的働力に變形せられ、機械的働力は種々の「からくり」の集合より成る中繼機を傳はり、其際運動の形狀、方向、速度及び力の大さ等が適當に變化されて初めて工作機に至りて之を運轉し所要の仕事を成すのである。即ち働力は此等の「からくり」を順次に傳はりて輸送さるゝのであるから、一の「からくり」と他の「からくり」とに於て原働機に近き方の側にある「からくり」は働力を運び出す作用をなし、遠き方の側にある「からくり」は之を受取る作用をなすのである。此時働力を運び出す方の「からくり」を**働子**と云ひ、之を受取る方の「からくり」を**被働子**と云ふ。原働機は自然的働力を受取り之を機械的働力に變形するものであるから、自然的働力から見れ

ば原働機は被働子で自然界は其働子であることは明である。夫故總ての「からくり」の働子を順次に辿り行けば終に最終の働子たる自然界に歸着するのである。

働子より被働子に働力を傳送するに**直接の傳送**と**間接の傳送**とある。直接なるものは働子と被働子とが直接に接觸して傳送を遂げ、間接なるものは他の「リンク」の媒介によりて之を遂ぐるものである。媒介となる「リンク」も亦一の對の素であるから、金屬、木材の如き剛體、革、繩、鎖の如き撓性體、護謨、「ばね」の如き彈性體、或は空氣、蒸汽、水、油の如き流動體等時と場合とにより便宜上如何なる材料をも採用せらるゝのである。而して革、繩等の撓性體より成る「リンク」は通常調帶(シラベオビ)と呼ぶ。調革、調繩等は即ち其れである。

蒸汽機關裝置(第二百二十圖)は實は二つの「からくり」の集合である。何となればDとA及びDとCとはDは共に固定しAとCとは夫々一定の運動をなす故に此等は二つの「からくり」である。此二つの「からくり」をBなる他の「リンク」を以て連結して蒸汽機關裝置なる一の**混合「からくり」**と成つたのである。而してDCの「からくり」は原働機より働力を受取り、Bなる「リンク」を經て間接にDAの「からくり」に之を

送る作用をなす故に、DCの「からくり」は働子でDAの「からくり」は被働子である。尙ほDAの「からくり」は他の「からくり」に働力を送り、直接或は間接に働力は順次傳送されて終に工作機に達し、所要の仕事は成就せらるゝのである。斯くの如く一の「からくり」は其前の「からくり」の被働子となり其次の「からくり」の働子となり、互に相連鎖して完全なる一の機械又は機械の裝置を構成す。之を「からくり」の**連鎖**と云ふ。

138. 速比と機械益度 働子と被働子との線速度或は角速度の比、

$$\frac{\text{働子の速度}}{\text{被働子の速度}}$$

を**速比**と云ひ、線速度の比を**線速比**、角速度の比を**角速比**と云ふ。又働子に與へられたる力に對する被働子の現はす力の比、

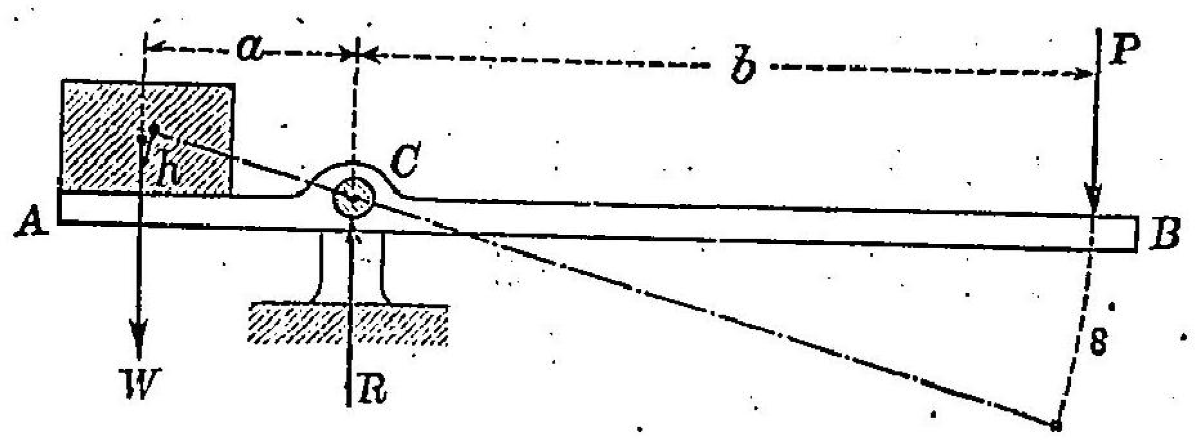
$$\frac{\text{被働子の現はす力}}{\text{働子に與へられたる力}}$$

を**機械益度**と云ふ。「からくり」の連鎖の場合には、最初の働子と最後の被働子との間の速度の比及び力の比は、亦夫々其連鎖の速比及び機械益度と呼ぶ。

今簡單なる機械の例をとりて考ふるに、梃子(テコ)AB(第二百二十三圖)の一點Cは回轉の對をなす軸承に

て支へられ、一端Aに重量Wの物體を載せ之を他端Bに働く力Pを以て押し揚げんとする場合は、CBの部は働子でCAの部は被働子である。

第二百二十三圖



今支點Cより W と P とに到る距離を夫々 a 及び b とし、摩擦なしと假定し、C にて此等の力の「モーメント」を取れば物體釣合ひの第二條件[上卷27節]により、

$$Wa-Pb=0$$

或は
$$\frac{W}{P}=\frac{b}{a}$$

Pは働子に與へられたる力、Wは被働子の現はす力である故に $\frac{W}{P}$ は此挺子の機械益度である。依て

$$挺子の機械益度=\frac{b}{a}$$

b の大にして a の小なる程機械益度は大となる。機械益度の大と云ふことは働子に甚だ小なる力を與ふるに係はらず被働子に甚だ大なる力を生ずることである。又「エネルギー」即ち働力不滅の原理より、若し摩擦等によりて働力が失はれざるならば物

體に與へたる働力と其物體の成す仕事とは量に於て相等しい。故に今Pが s 丈けの變位をなす間にWが h 丈けの變位をなすとすれば其際挺子に與へられたる働力は Ps で挺子の成したる仕事は Wh である。故に軸承等に摩擦なく働力の損耗少しもなしとすれば、

$$Wh=Ps$$

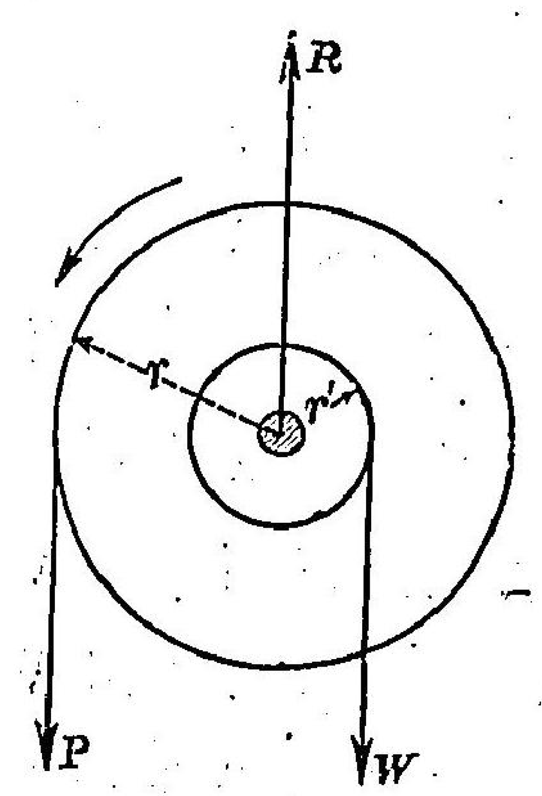
或は
$$\frac{s}{h}=\frac{W}{P}$$

$\frac{s}{h}$ は線速比なること明である。依て

$$挺子の線速比=\frac{s}{h}=\frac{W}{P}=\frac{b}{a}$$

此等の結果によりて見るに、摩擦なしと假定すれば線速比と機械益度とは等しき大さである。軸承の反働力Rは W+P に等しきこと物體釣合ひの第一條件[上卷27節]に照して明白である。

第二百二十四圖



次に第二百二十四圖に示す車と其心棒との場合を考ふるに、車を働子、心棒を被働子とし、力Pを以て重量Wを引き上げんに車の半徑を r、心棒の半徑を r' とし、摩擦なしと假定すれば、物體釣合ひの第二條件により

$$Pr-Wr'=0$$

或は　$\frac{W}{P}=\frac{r}{r'}$

即ち　機械益度$=\frac{r}{r'}$

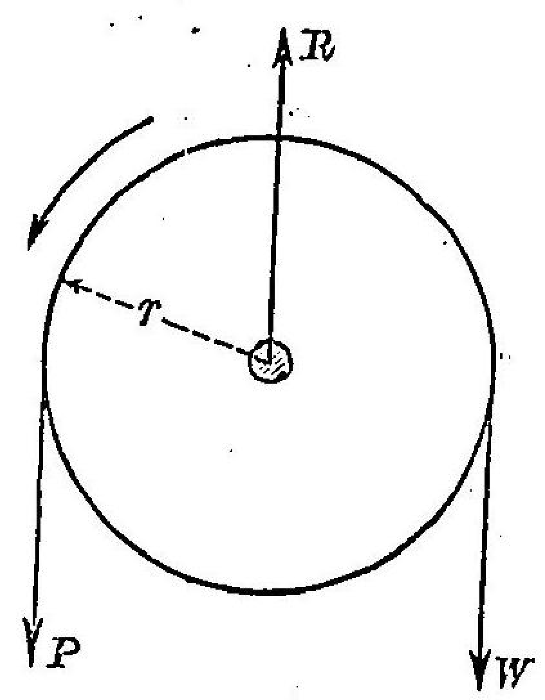
又Pの線速度をc其變位をs, Wの速度をv其變位をhとすれば、働力不滅の原理に隨ひ

$$Wh=Ps$$

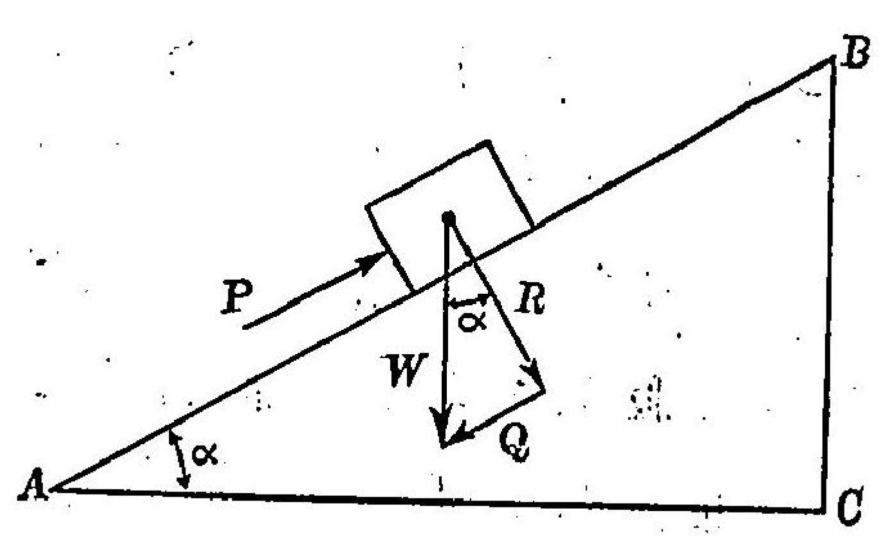
故に　線速比$=\frac{c}{v}=\frac{s}{h}=\frac{W}{P}=\frac{r}{r'}$

摩擦なしと假定すれば如何なる場合にも機械益度と其線速比とは等しき大さとなるものである。若し此場合に$r=r'$とすれば第二百二十五圖に示す車となり、機械益度及び線速比は共に1となる。此等の場合に於て軸承の反働力 R は W+P なること梃子の場合と同じ。

第二百二十五圖



第二百二十六圖



次に第二百二十六圖に示す斜面ABC上に重量Wの物體を斜面に平行なる力Pを以て押し揚ぐる場合を考

ふるに、　機械益度$=\frac{W}{P}$

然るにWを斜面に直角と平行との二分力RとQとに分解したるものゝ内、Rは斜面を壓す力となりQは斜面に沿ふて物體を落下せしむる力となる。故に摩擦なしと假定すればPがQと等しき大さなる時に此物體は斜面上に押し上げらるゝことは明てある。依て押し上げらるゝ場合には

$$P=Q$$

然るに斜面の傾角をαとすれば

$$Q=W\sin\alpha$$

故に　$P=W\sin\alpha$

隨て　機械益度$=\frac{W}{W\sin\alpha}=\frac{1}{\sin\alpha}=\frac{AB}{CB}$

又物體がAよりBに押し上げらるゝ時力Pによりて成さるゝ仕事は P×AB て、Wの受取りたる仕事は W×CB である[上卷19節參照]。而して P×AB は物體に與へられたる働力てW×CB は物體の成したる仕事である。故に摩擦なしと假定すれば

$$P\times AB=W\times CB$$

或は　$\frac{AB}{CB}=\frac{W}{P}$

然るにPの線速度をc, Wの線速度をvとすれば$\frac{c}{v}$は其線速比て、且つ

$$\frac{c}{v}=\frac{AB}{CB}$$

である故に、

$$線速比=\frac{AB}{CB}$$

139. 機械的效率　機械の諸部には常に必ず摩擦等の抵抗が働くものであるから、働子に與ふる働力の一部分は此抵抗に打ち勝つための仕事として失はれ、被働子の成す有用なる仕事は働子に與へたる働力よりは小なるものである。此有樣を式を以て示せば

働子に與ふる働力

＝(被働子の成す有用なる仕事)

＋(抵抗に失はるゝ無用の仕事)

抵抗に失はるゝ無用の仕事の小なるもの程機械の効果の大なるは見易きことであるから、機械各部の軸承面,導板等には充分に注油して摩擦を減じ、調革,調細等は成るべく撓性を大ならしめて屈曲より起る抵抗を少なからしめ、總ての手段を講じて出來得る限り抵抗を避くることに努めねばならぬ。而して働子に與ふる仕事と被働子の成す有用なる仕事との比,

$$\frac{被働子の成す有用なる仕事}{働子に與ふる仕事}$$

を其機械或は「からくり」の**機械的效率**又は略して單に**效率**と呼び、[上卷36節參照]通例働子に與ふる仕事の百分率(符號%にして「パーセント」と讀む)を以て云ひ表はす。抵抗なき時は機械的効率は丁度1即ち100%に等しいが、抵抗なきことは實際にあり得べからざるものであるから總ての機械的效率は常に100%よりも小なる値即ち1よりも小なる値である。

機械的效率は無論次の式を以て表はすことを得。

$$機械的效率=\frac{被働子の現はす馬力}{働子に與へらるゝ馬力}$$

蒸汽機關の如き原働機に於ては「ピストン」は働子、「クランク」軸は被働子である。而して「ピストン」に與へらるゝ馬力は之を**圖示馬力**と云ひ「クランク」軸の現はす馬力を**正味馬力**と云ふ故に、此等の名稱を上式に適用すれば斯かる原働機の機械的效率は次の式を以て表はさる。

$$機械的效率=\frac{正味馬力}{圖示馬力}$$

今被働子の現はす力をQ其速度をv,働子に與へらるゝ力をP其速度をcとすれば、抵抗なしと假定すれば、

$$Qv=Pc$$

或は

$$\frac{Q}{P}=\frac{c}{v}$$

然るに$\dfrac{Q}{P}$は其機械或は「からくり」の機械益度で$\dfrac{c}{v}$は其線速比である故に、抵抗なしと假定すれば機械益度は常に其線速比に等しい[138節]のであるが、抵抗なるものは大小の別はあれど必ず存在せるものであるからQvは決してPcに等しきことはない。

何となれば

$$Pc = Qv + (\text{抵抗に失はるゝ無用の仕事})$$

である故に、

$$Qv < Pc$$

或は
$$\frac{Q}{P} < \frac{c}{v}$$

即ち機械益度は常に必ず其線速比よりも小なる値である。

偖てPを現に働子に與ふる力とし、P_0を抵抗なしと假定したる時に働子に與ふる力とすれば、

$$Qv = P_0 c$$

然るに機械的效率をη(イータ)とすれば

$$\eta = \frac{Qv}{Pc}$$

故に
$$\eta = \frac{P_0 c}{Pc} = \frac{P_0}{P} \qquad \text{(139)}$$

即ち摩擦なしと假定したる時働子に與ふべき力と、現在働子に與ふべき力との比は機械的效率を與ふるものである。或は上式を書き直ほせば

$$\left.\begin{aligned} P &= \frac{P_0}{\eta} \\ P_0 &= P\eta \end{aligned}\right\} \qquad (139a)$$

又$\eta = \dfrac{Qv}{Pc}$なる式を書き直ほす時は機械益度及び線速比に關する重要なる次の公式を得。

$$\left.\begin{aligned} \text{機械益度} &= \frac{Q}{P} = \frac{c}{v}\eta \\ \text{線速比} &= \frac{c}{v} = \frac{Q}{P\eta} \\ \text{或は}\quad \text{機械益度} &= (\text{效率}) \times (\text{線速比}) \end{aligned}\right\} \qquad (139b)$$

或る「からくり」の機械的效率がη_1なる時は之を運轉するに要する力は$\dfrac{P_0}{\eta_1}$である。故に機械的效率がη_2なる他の「からくり」と此「からくり」と連鎖して一の混合「からくり」を形作る時は、之を運轉するに要する力は明に$\dfrac{P_0}{\eta_1\eta_2}$である。同様に更に機械的效率が$\eta_3$なる他の「からくり」と連鎖せる時は、之を運轉するに要する力は$\dfrac{P_0}{\eta_1\eta_2\eta_3}$である。一般に機械的效率が順次に$\eta_1, \eta_2, \eta_3, \ldots\ldots$なる「からくり」の多數集合して一の「からくり」の連鎖を形作れる時は、之を運轉するに要する力Pは$\dfrac{P_0}{\eta_1\eta_2\eta_3\ldots\ldots}$に等しい。即ち

$$P = \frac{P_0}{\eta_1\eta_2\eta_3\ldots\ldots}$$

或は
$$\eta_1\eta_2\eta_3\ldots\ldots = \frac{P_0}{P}$$

然るに公式(139)に示す如く$\dfrac{P_0}{P}$は其連鎖の機械的

効率である。依て之をηとすれば

$$\eta=\eta_1\eta_2\eta_3\cdots\cdots\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (140)$$

即ち「からくり」全體の機械的効率は其れを形作る一々の「からくり」の機械的効率の乘積に等しい。

以下章を追ふて「からくり」の構造と其原理、及び働力傳送の學理と其等の應用とを實用を旨とし、事情の許す限り詳細に說述することにしやう。是れ本書の主なる目的である。

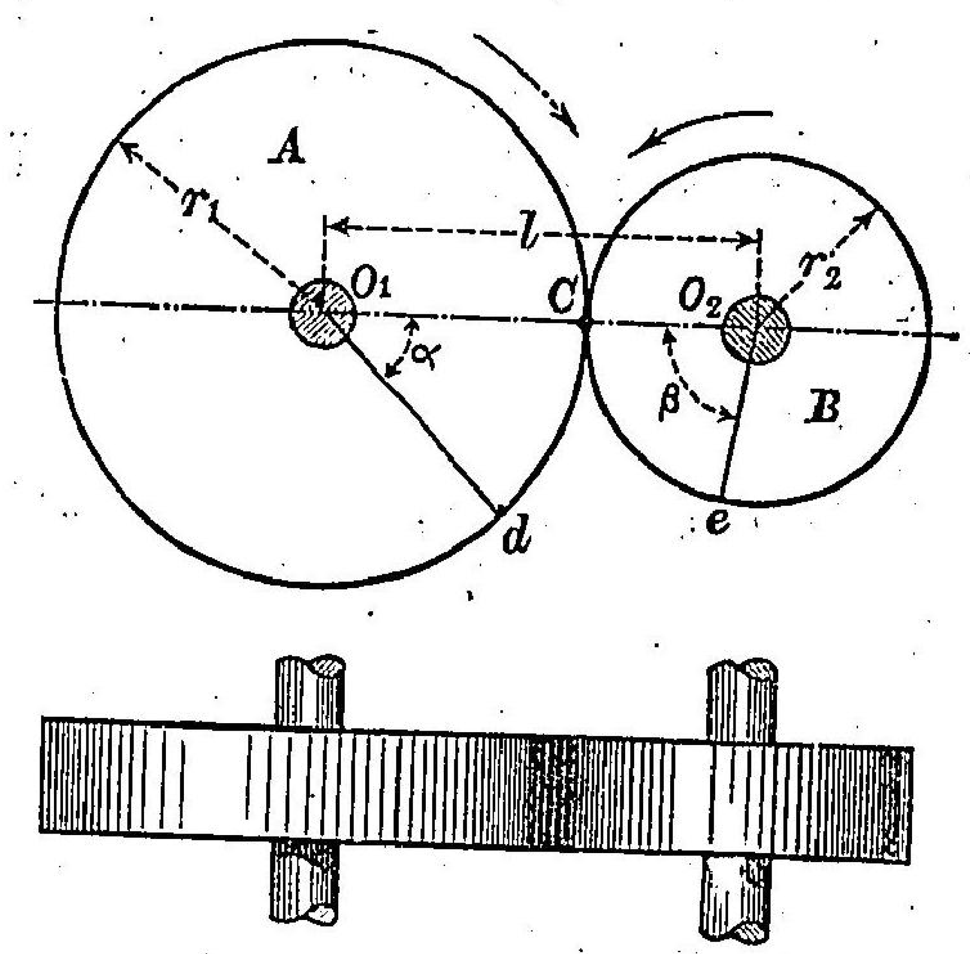
第二章　直接接觸に因る働力傳送

第一項　齒無し車

140. 圓板車　齒ある車所謂**齒車**に對して齒なき車を**齒無し車**と云ふ。齒無し車の最も簡單なるは圓板形の車即ち茲に述べんとする**圓板車**である。

A及びBなる二つの圓板車が第二百二十七圖に示す如くCにて接觸し、平行の二軸O_1及びO_2を軸として夫々回轉し得る樣に裝置し、例へばAを働子として之を矢を以て示す如く右廻はりに回轉すればBは左廻はりの回轉を起し、斯くしてAよりBに回

第二百二十七圖



轉運動が傳へらるゝのである。

二つの車は明に直線を以て相接觸し此直線を**接觸線**と云ひ、接觸を遂ぐる面即ち車の周圍の面を**刻み面**、軸に直角なる平面と接觸線との交點を**接觸點**、其平面と刻み面と交はりて現はす線又は曲線を**刻み線**、二軸の中心を結ぶ直線O_1O_2を**中心線**、O_1O_2の距離lを**中心距離**と云ふ。接觸點は常に中心線上に在ることは明白である。

偖て此二つの車が完全に運動を傳ふるためには、刻み面上に於て車が互に辷ることあつてはならぬ。働子が回轉しても車の周圍に於て辷りを起すならば被働子は充分なる運動を起さぬ。言を換へて云へば、或る瞬時に於けるAの半徑O_1CがO_1dの位置に移ると同時に、Bの半徑O_2CはO_2eの位置に移り、二つの弧Cd及びCeの長さは等しからねばならぬ。斯く辷りなくして相接觸し運動を傳ふることを轉

動接觸と名付く。直接接觸の齒無し車を以て運動或は働力を傳送せんには常に轉動接觸をなす樣に裝置せねばならぬもので、其條件としては上述の如く次の關係が必要である。

Rolling contact

$$弧\ Cd = 弧\ Ce$$

今角 CO_1d を α, 角 CO_2e を β(共に弧度にて)とし半徑を夫々 r_1, r_2 とすれば、

$$弧\ Cd = \alpha r_1$$

$$弧\ Ce = \beta r_2$$

故に　$\alpha r_1 = \beta r_2$

或は　$\dfrac{\alpha}{\beta} = \dfrac{r_2}{r_1}$

α と β とは同じ時間内にAとBとが回轉したる角であるから其等の角速度に正比例する譯である。故にAの角速度を ω_1 としBの角速度を ω_2 とすれば、

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

Aが働子, Bが被働子なる時は $\dfrac{\omega_1}{\omega_2}$ は其角速比である[138節]. 故に斯かる場合には

$$角速比 = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

(附言) 速比は被働子の速度を以て働子の速度を除したる商である故に、何れが働子何れが被働子なるかの不明なる場合には速比も隨て不明なる値となる。然し斯くては甚だ不便なるが故に、吾人は機械學上何れが働子何れが被働子なるかに論なく、只兩者の速度の比を速比と云ふ習慣になつて居る。此慣例に倣ひ速比を斯く解する場合今後に於て屢々起る故に、學者は其心して繙くべし。

AとBとの回轉速度即ち單位時間内の回轉數を n_1 及び n_2 とすれば、上卷公式(12)により

$$\omega_1 = 2\pi n_1$$

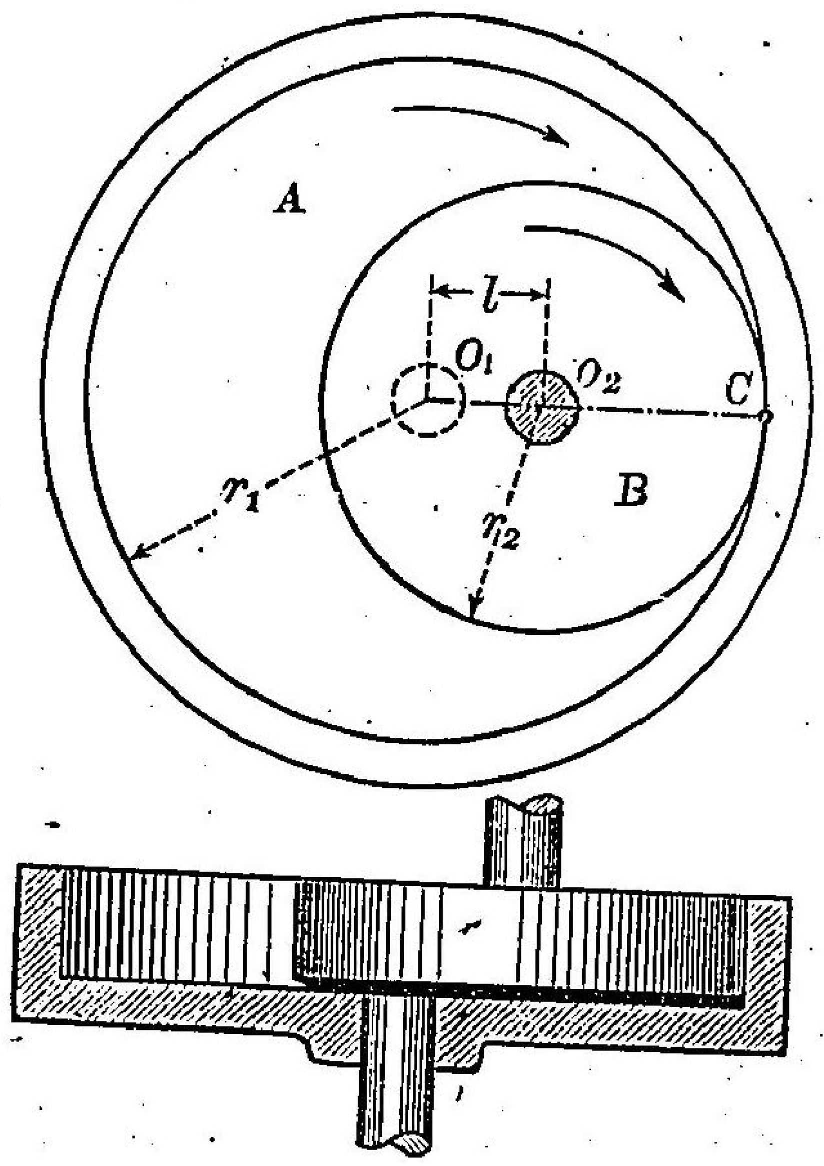
$$\omega_2 = 2\pi n_2$$

故に　$\dfrac{\omega_1}{\omega_2} = \dfrac{n_1}{n_2} = \dfrac{r_2}{r_1}$ ……………………(141)

即ち角速度及び回轉數は車の半徑(又は直徑)に反比例す。依て半徑大なる程回轉遲く半徑小なる程回轉早し。又 r_1 及び r_2 は共に一定の大さであるから回轉中速比は一定の値である。

第二百二十七圖の裝置は、平行なる二軸 O_1 及び O_2 に回轉運動を傳ふるに二つの車A及びBを各々の外側に接觸せしめたのであるが、第二百二十八圖に示す如く此等を內側に接觸せしめても同じ目的を達し得らるゝことゝ、幷びに速比に變はりの起らぬことは明である。相接觸して運動或は働力を傳ふる

第二百二十八圖



ことを通稱して嚙合ひと云ふから、第二百二十七圖の如きを外嚙みと云ひ第二百二十八圖の如きを內嚙みと呼ぶ。外嚙みと內嚙みと異なる點は、外嚙みに於ては働子と被働子との回轉の向きが反對であるが內嚙みに於ては同じ向きであること、中心距離が外嚙みに於ては半徑の和に等しいが內嚙みに於ては半徑の差に等しいことゝである。故に中心距離 l は外嚙みに於ては(第二百二十七圖)、

$$l=r_1+r_2 \qquad \text{或は} \qquad r_2=l-r_1$$

角速比を ε とすれば

$$\varepsilon=\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{r_2}{r_1}=\frac{l-r_1}{r_1}$$

或は　$r_1\varepsilon=l-r_1$

故に　$r_1=\dfrac{l}{\varepsilon+1}$

從て　$r_2=l-r_1=\dfrac{l}{\frac{1}{\varepsilon}+1}$ (外嚙み)…………(142)

又內嚙みに於ては(第二百二十八圖) r_1 及び r_2 の大小の關係に從ひ、

$$l=r_1-r_2 \qquad \text{又は} \qquad l=r_2-r_1$$

或は一般に　$r_2=r_1\mp l$

但し此式に於て働子が被働子よりも大なる時は正負の符號の內負號を採り、小なる時は正號を採るものとす。然るに

$$\varepsilon=\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{r_2}{r_1}=\frac{r_1\mp l}{r_1}$$

或は　$r_1\varepsilon=r_1\mp l$

故に　$r_1=\mp\dfrac{l}{\varepsilon-1}$

從て　$r_2=r_1\mp l=\mp\dfrac{l}{1-\frac{1}{\varepsilon}}$ (內嚙み)……(142a)

此等は中心距離 l と角速比 ε とを與へて各々の車の半徑を求むる公式である。

例一、直徑32吋及び8吋の二つの回板車を以て働力を傳へんとするに、大なる方が毎分90回轉をなさば小なる方の車は毎分何回轉するか。

解、回轉數は半徑又は直徑に反比例する故に、

$$\frac{n}{90}=\frac{32}{8}$$

故に　$n=\dfrac{32\times90}{8}=360^{回}/_{分}$

例二、中心距離39吋の平行の二軸に回板車を以

て回轉運動を傳へんとす。働子が90回轉をなす間に被働子をして40回轉をなさしめんには、各々の車を幾何の直徑にせば可なるか。

解、角速比, $\varepsilon=\frac{90}{40}=2.25$

外嚙みとすれば公式(142)より、

働子の半徑, $r_1=\frac{l}{\varepsilon+1}=\frac{39}{2.25+1}=12^{吋}$

故に　其直徑$=2\times12=24^{吋}$

被働子の半徑, $r_2=l-r_1=39-12=27^{吋}$

故に　其直徑$=2\times27=54^{吋}$

又内嚙みとすれば、働子の回轉が被働子の回轉よりも早き故に働子は被働子よりも小なること明てある。依て公式(142a)に於て正負の符號の内正號を採れば、

働子の半徑, $r_1=\frac{l}{\varepsilon-1}=\frac{39}{2.25-1}=31.2^{吋}$

故に　其直徑$=2\times31.2=62.4^{吋}$ 又は 約 $62\frac{13}{32}^{吋}$

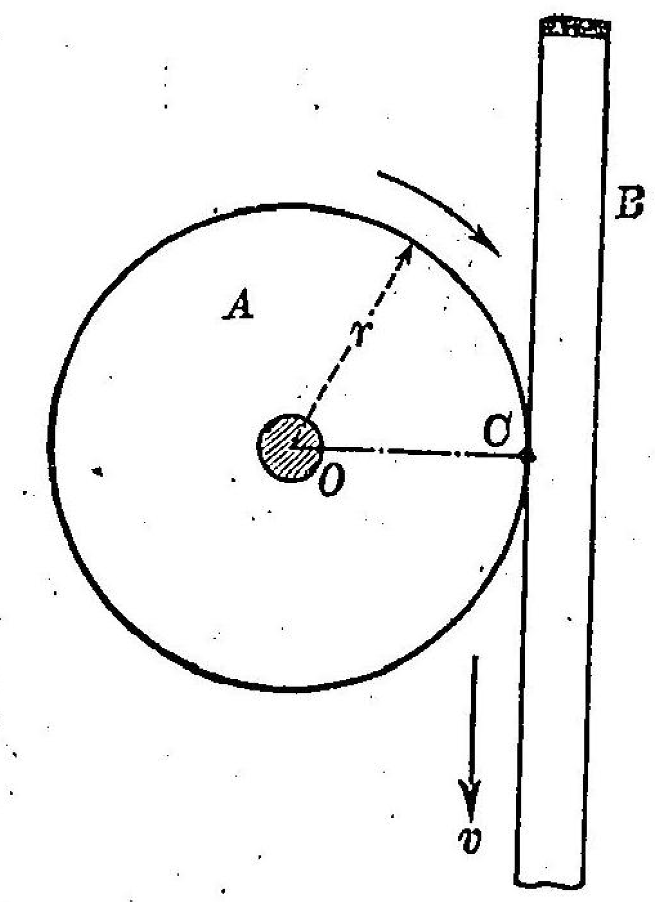
被働子の半徑, $r_2=r_1+l=31.2+39=70.2^{吋}$

故に　其直徑$=2\times70.2=140.4^{吋}$ 又は 約 $140\frac{13}{32}^{吋}$.

141. **「ラック」と「ピニオン」**　互に嚙み合ふ二つの圓板車[140節]の一方の半徑例へば A, B 二つの圓板車の内Bの半徑が無限大てあると假定すれば、Bの圓周は無限大に廣がる結果其一部分は直線と見做

し得らるゝものとなる。故にBなる圓板車の代はりに直線形の桿を用ゐ、之をAの圓板車と接觸せしめ第二百二十九圖の如く裝置すれば運動を傳へ得ることは明てある。斯くして得たるBなる動片を「ラック」と呼び、「ラック」と嚙み合ふ車Aを「**ピニオン**」と呼ぶ。即ち「ピニオン」とは「ラック」に嚙み合ふ車の名稱てあるが、近來は嚙合ひにある二つの車の内小なる方の車を總て「ピニオン」と呼ぶが慣例てある。

第二百二十九圖



「ピニオン」の刻み面の線速度は「ラック」の線速度たることは明てある。故に「ピニオン」の角速度をω, 半徑をrとすれば、「ラック」の線速度vは次の式を以て表はさる。

$$v=\omega r \qquad \text{(143)}$$

或は「ピニオン」の回轉速度をnとすれば、

$$v=2\pi nr \qquad \text{(143a)}$$

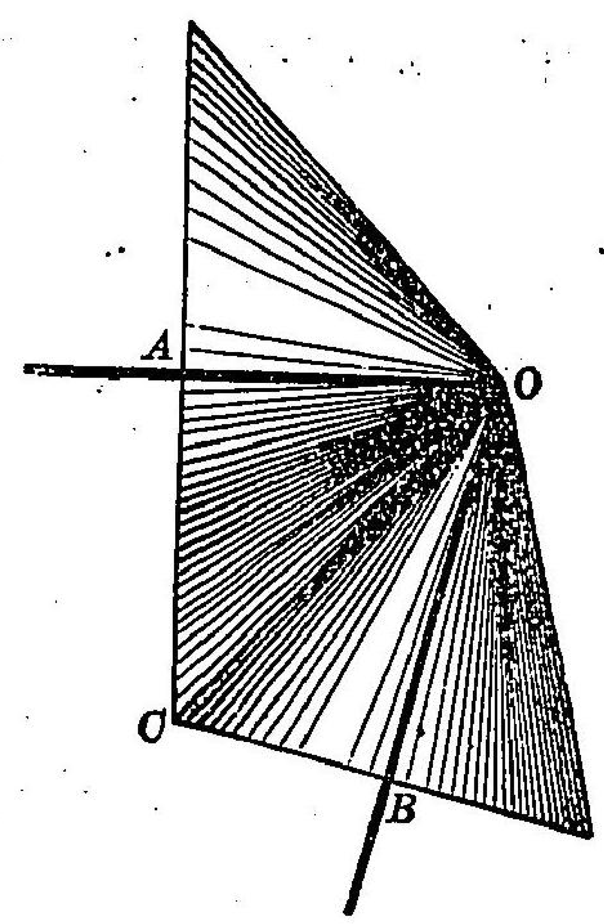
例、毎分35回轉をなす半徑7吋の「ピニオン」と嚙み合ふ「ラック」の速度を求む。

解、 $v=2\pi nr=2\times3{\cdot}14\times35\times7=1{,}540^{吋}/_{分}$

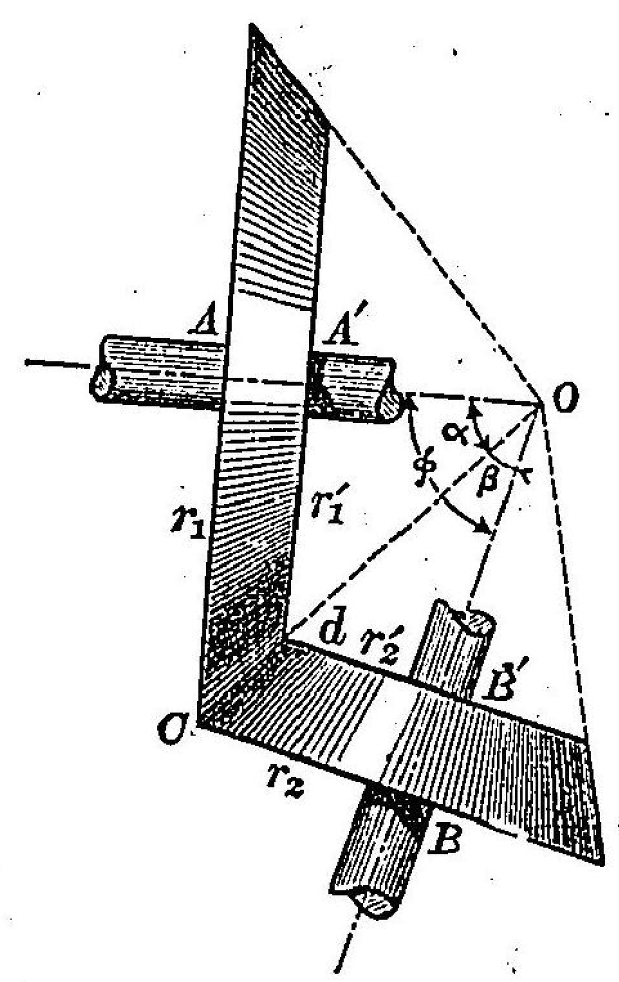
$$=\frac{1540}{12\times60}=2{\cdot}14^{呎}/_{秒}$$

142. 圓錐車 Oにて交はる二つの軸OA及びOB(第二百三十圖)の間に回轉運動を傳へんには、OA

第二百三十圖



第二百三十一圖



及びOBを軸としOCにて接觸する二つの直圓錐を造り、一方を働子として回轉すれば他の一方は必らず被働子となりて回轉する譯である。然し此等の正圓錐を車として用ゐる場合に、其等を第二百三十一圖に示す如き圓錐板にし、OCの一部dCにて接觸せしむるも同じ目的を達し得ることは明白である。斯の如き車を總て**圓錐車**と云ふ。

偖て半徑AC, BC, A'd及びB'dを夫々r_1, r_2, r_1'及びr_2'とし、軸OAの角速度をω_1、OBの角速度をω_2とすれば、

接觸點Cの線速度$=\omega_1 r_1$及び$\omega_2 r_2$

接觸點dの線速度$=\omega_1 r_1'$及び$\omega_2 r_2'$

然るに轉動接觸なるためには接觸點C及びdの線速度は兩車に於て等しかるべき筈であるから、

$$\omega_1 r_1=\omega_2 r_2$$

及び

$$\omega_1 r_1'=\omega_2 r_2'$$

故に此等の二式より角速比は次の式を以て表はさる。

$$\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{r_2}{r_1}=\frac{r_2'}{r_1'}$$

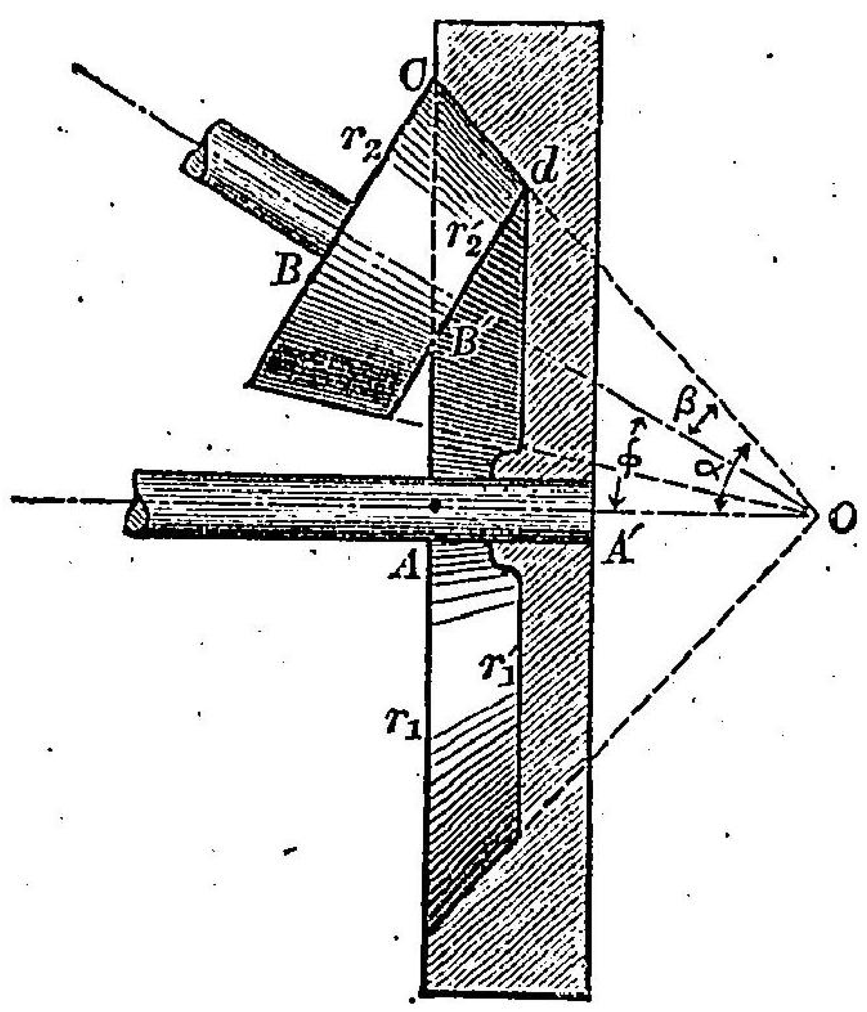
或はn_1及びn_2を夫々の車の回轉速度とすれば公式(141)に示す如く、

$$\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{n_1}{n_2}=\frac{r_2}{r_1}=\frac{r_2'}{r_1'} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (144)$$

即ち圓錐車に於ても圓板車に於けると同じく、角速度並びに回轉數は車の半徑(又は直徑)に反比例するものである。

圓錐車の裝置にも外嚙みと内嚙みとの別がある。第二百三十一圖に示すは外嚙みで、第二百三十二圖に示すは内嚙みである。速比の關係は兩者に於て變はらぬが、回轉方向の關係は反對になることは見

第二百三十二圖



易きことである。

今各々の車の頂角の半分を夫々 α 及び β とすれば、二軸間の角 ϕ は外嚙みにありては $\alpha+\beta$, 內嚙みにありては $\alpha-\beta$ なること圖によりて明てある。而して角速比を ε とすれば

$$\varepsilon=\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{r_2}{r_1}=\frac{\mathrm{OC}\sin\beta}{\mathrm{OC}\sin\alpha}=\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}$$

故に外嚙みに於ては

$$\varepsilon=\frac{\sin(\phi-\alpha)}{\sin\alpha}=\frac{\sin\phi\cos\alpha-\cos\phi\sin\alpha}{\sin\alpha}$$

$$=\frac{\sin\phi}{\tan\alpha}-\cos\phi$$

依て
又
$$\left.\begin{aligned}\tan\alpha&=\frac{\sin\phi}{\varepsilon+\cos\phi}\\ \beta&=\phi-\alpha\end{aligned}\right\}\text{(外嚙み)}\cdots\cdots\cdots\cdots(145)$$

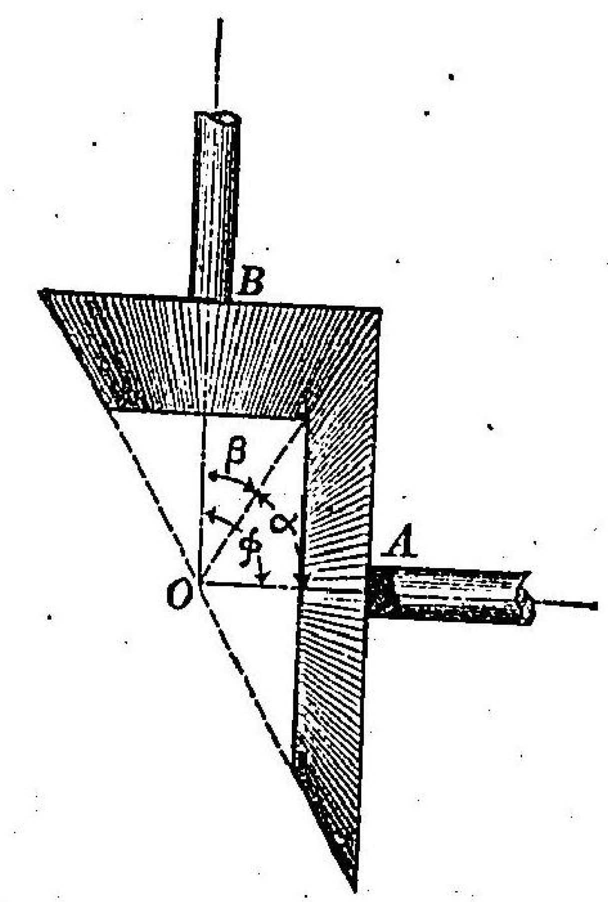
內嚙みに於ては

$$\varepsilon=\frac{\sin(\alpha-\phi)}{\sin\alpha}=\cos\phi-\frac{\sin\phi}{\tan\alpha}$$

依て
又
$$\left.\begin{aligned}\tan\alpha&=\frac{\sin\phi}{\cos\phi-\varepsilon}\\ \beta&=\alpha-\phi\end{aligned}\right\}\text{(內嚙み)}\cdots\cdots\cdots\cdots(145a)$$

此等は二軸間の角 ϕ と速比 ε とを與へて各々の車の形狀と其大さとを求むる公式てある。圓錐車の最も多く用ゐらるる場合は二軸が直角に交はる場合(第二百三十三圖)てある。此時は $\phi=90$ 度であるから $\sin\phi=1$, $\cos\phi=0$ となり上式は次の形となる。

第二百三十三圖



$$\left.\begin{aligned}\tan\alpha&=\frac{1}{\varepsilon}\\ \beta&=90^\circ-\alpha\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(145b)$$

此式は外嚙みと內嚙みとに於て共通てある。即ち二軸直角なる場合には、圓錐車は外嚙みと內嚙みとに於て同一形狀てある。

例、圓錐車を用ゐて60度の角に交はる二軸間に回轉運動を傳へんとす。角速比を $\frac{1}{3}$ とし、二車の大さを求む。

解、 $\varepsilon=\frac{1}{3}=0{\cdot}333$

外嚙みとすれば公式(145)より、

$$\tan\alpha=\frac{\sin\phi}{\varepsilon+\cos\phi}=\frac{\sin 60^\circ}{0.333+\cos 60^\circ}=\frac{0.866}{0.333+0.5}$$
$$=1.041$$

故に　$\alpha=46^\circ 9'$

$\beta=60^\circ-46^\circ 9'=13^\circ 51'$

故に　$r_1=OC\sin\alpha=OC\sin 46^\circ 9'=0.721\times OC$

又　$\frac{1}{3}=\frac{r_2}{r_1}$

依て　$r_2=\frac{r_1}{3}=\frac{0.721}{3}\times OC=0.24\times OC$

内嚙みとすれば公式(145.)より

$$\tan\alpha=\frac{\sin\phi}{\cos\phi-\varepsilon}=\frac{0.866}{0.5-0.333}=5.186$$

故に　$\alpha=79^\circ 5'$

$\beta=79^\circ 5'-60^\circ=19^\circ 5'$

故に　$r_1=OC\sin 70^\circ 5'=0.982\times OC$

$r_2=\frac{r_1}{3}=0.327\times OC$

例へばOCが8吋ならば、

$$\left.\begin{array}{l} r_1=0.721\times 8=5.768\text{吋}\quad\text{又は 約}5\tfrac{49}{64}\text{吋} \\ r_2=0.24\times 8=1.92\text{吋}\quad\text{又は 約}1\tfrac{59}{64}\text{吋}\end{array}\right\}\text{外嚙み}$$

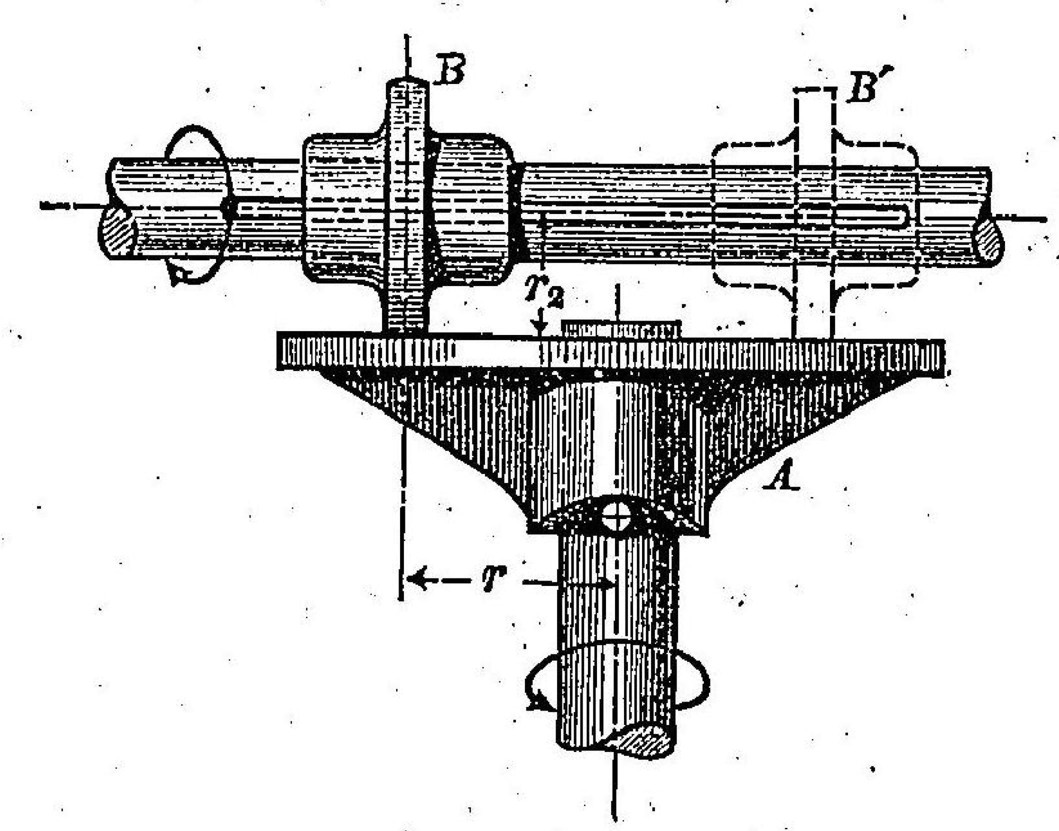
$$\left.\begin{array}{l} r_1=0.982\times 8=7.856\text{吋}\quad\text{又は 約}7\tfrac{55}{64}\text{吋} \\ r_2=0.327\times 8=2.616\text{吋}\quad\text{又は 約}2\tfrac{39}{64}\text{吋}\end{array}\right\}\text{内嚙み}$$

143. 圓盤と轉子　圓盤Aと轉子Bとを第二百

三十四圖の如く裝置すれば直角の二軸に回轉運動を傳へ得ることは見易き理である。今Bの半徑をr_2、AよりBに至る半徑をrとし、A,Bの回轉速度を夫々n,n_2とすれば明に

$$\frac{n}{n_2}=\frac{r_2}{r}$$

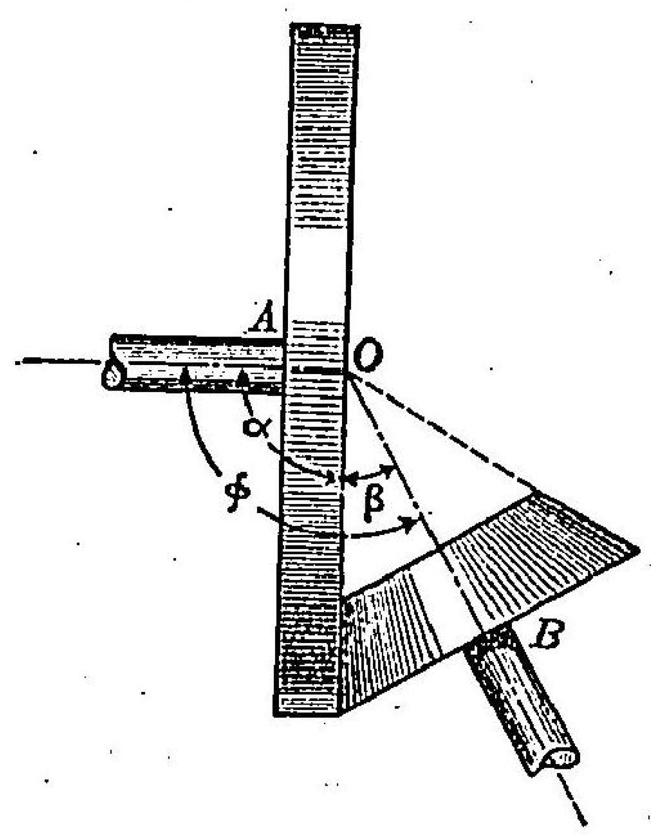
第二百三十四圖



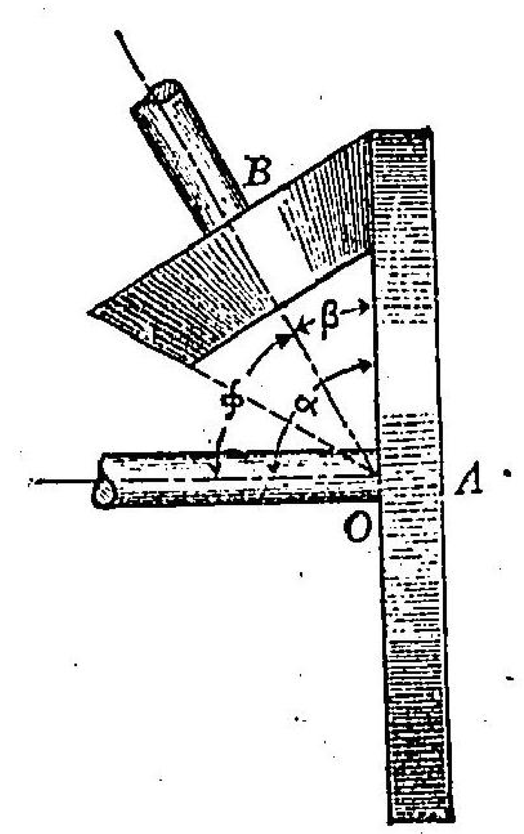
故に今Aが一定速度を以て回轉する働子なる時、Bの軸に沿ふて轉子を動かしrの大さを任意變へ得る樣に裝置すれば、Bの回轉速度は種々に變はり、rの大なるに從ひ大に、小なるに從ひ小となる。又BをAの反對の一方B′の如き位置に移せば、前と反對の向きに回轉する。随て此仕掛けは一定速度を以て同一方向に回轉する働子より被働子の速度並びに回轉方向を任意に變へる必要ある機械類に應用さる。

第二百三十一圖の點 O か A′ に一致する時は第

第二百三十五圖



第二百三十六圖

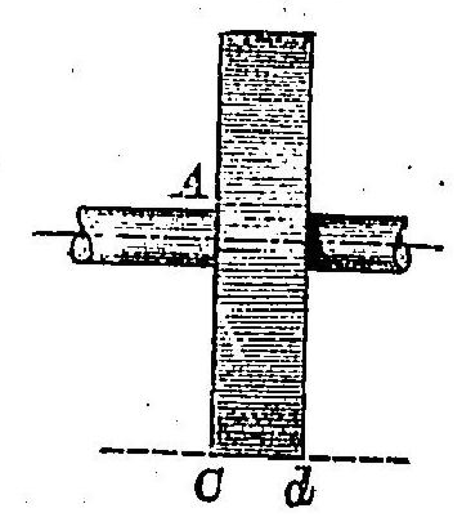


二百三十五圖に示す嚙合ひとなり、第二百三十二圖の點 O が A に一致する時は第二百三十六圖に示す嚙合ひとなる。此等は無論圓錐車嚙合ひの特別な場合で、圓盤と轉子の一種である。

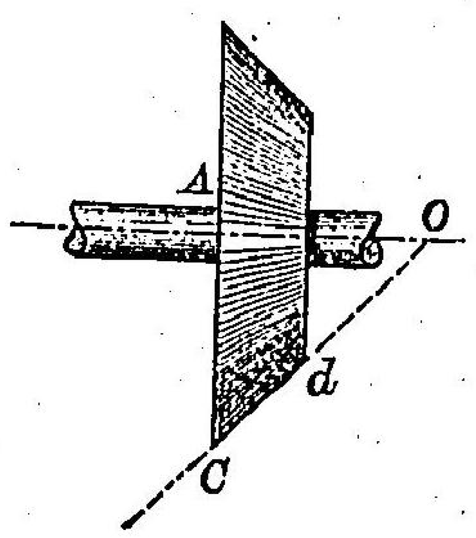
144. 捩け車（ネヂ） 二軸平行ならば圓板車 [140節] を以て、又二軸平行ならずして交はらば圓錐車 [142節] を以て夫々回轉運動を傳へ得るが、二軸平行ならず且つ交はらずとすれば如何なる車を用ゐれば回轉運動を傳へ得るか。二軸平行ならずとすれば二つの車の接觸線 Cd は車の軸に平行ならぬ故に圓板車を用ゐることは出來ぬ。又二軸交はらずとすれ

ば接觸線 Cd の延長線は軸と交はることなき故に圓錐車を用ゐることは出來ぬ。夫故に二軸平行ならず且つ交はらざる場合に用ゐるべき車は、接觸線が

第二百三十七圖

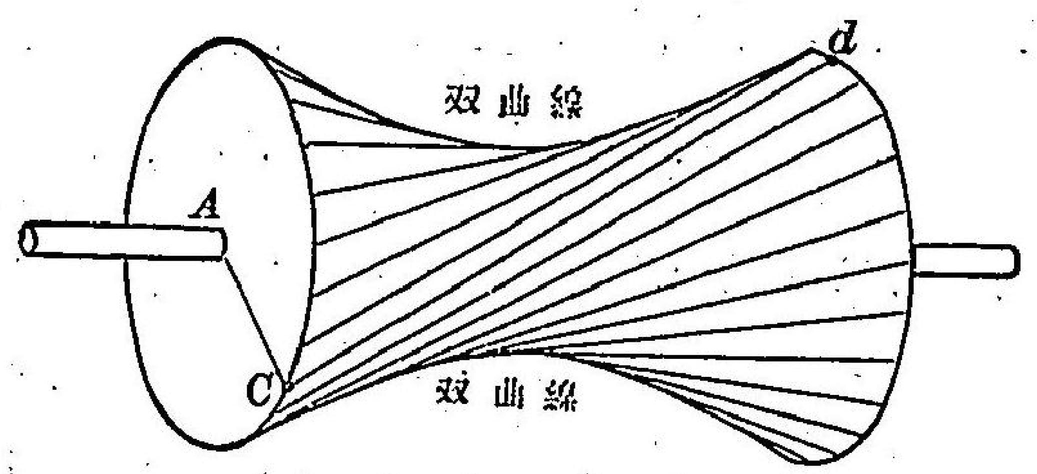


第二百三十八圖

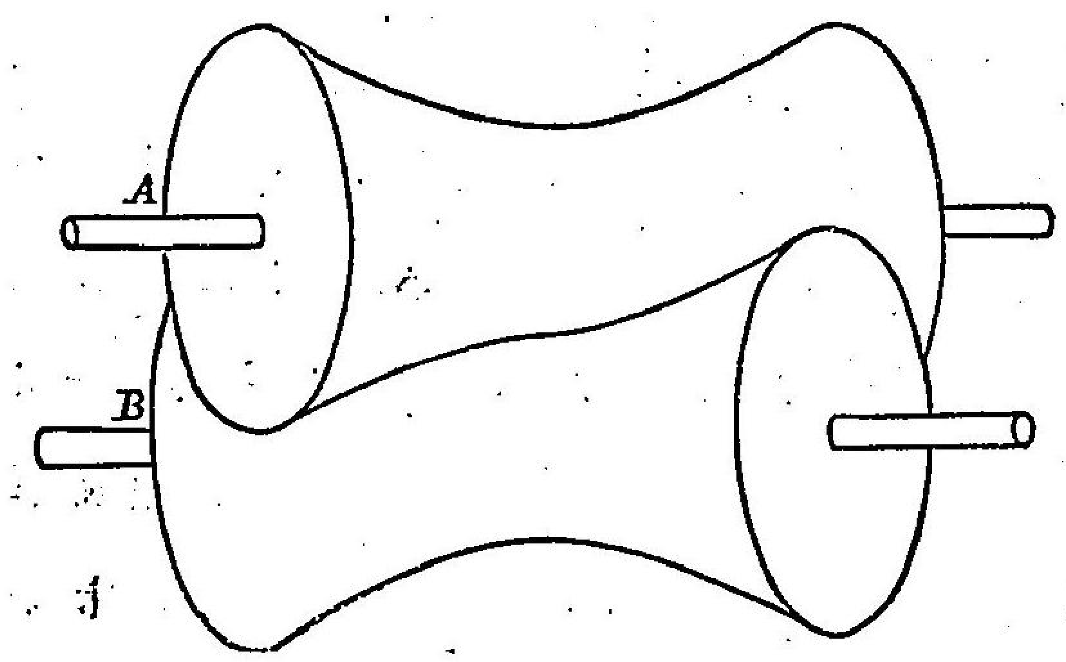


車の軸に平行ならず且つ交はらざる車、謂はゞ圓板車と圓錐車との合ひの子の車なるべき筈である。然るに第二百三十七圖に於て Cd を絲と考へ之れを半徑 AC なる圓周に沿ふて軸に平行に動かすとすれば圓板車が出來る。又第二百三十八圖に於て Cd の延長線が軸と交はる點を O とし、CO を絲と見做し之れを O 點に結び付け、他端 C を摑み其れを半徑 AC なる圓周に沿ふて動かすとすれば圓錐車が出來る。依て考ふるに、Cd なる糸を軸に平行ならず且つ交はらざる位置を保ちて半徑 AC なる圓周に沿ふて動かせば所要の目的を達し得らるゝ車を得ることは直ちに推測し得られやう。第二百三十九圖に示すは斯かる方法にて得られたる車で鼓に似たる形狀である。此車の兩外側に現はれたる曲線は雙曲線と

第二百三十九圖

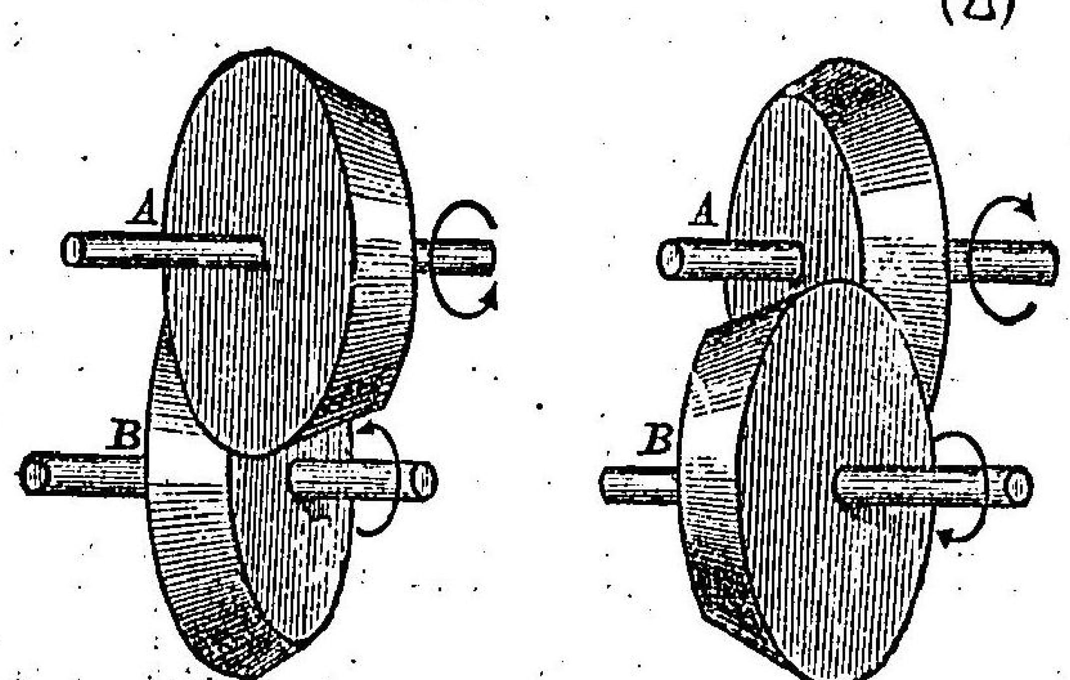


第二百四十圖



第二百四十一圖

(甲)　(乙)

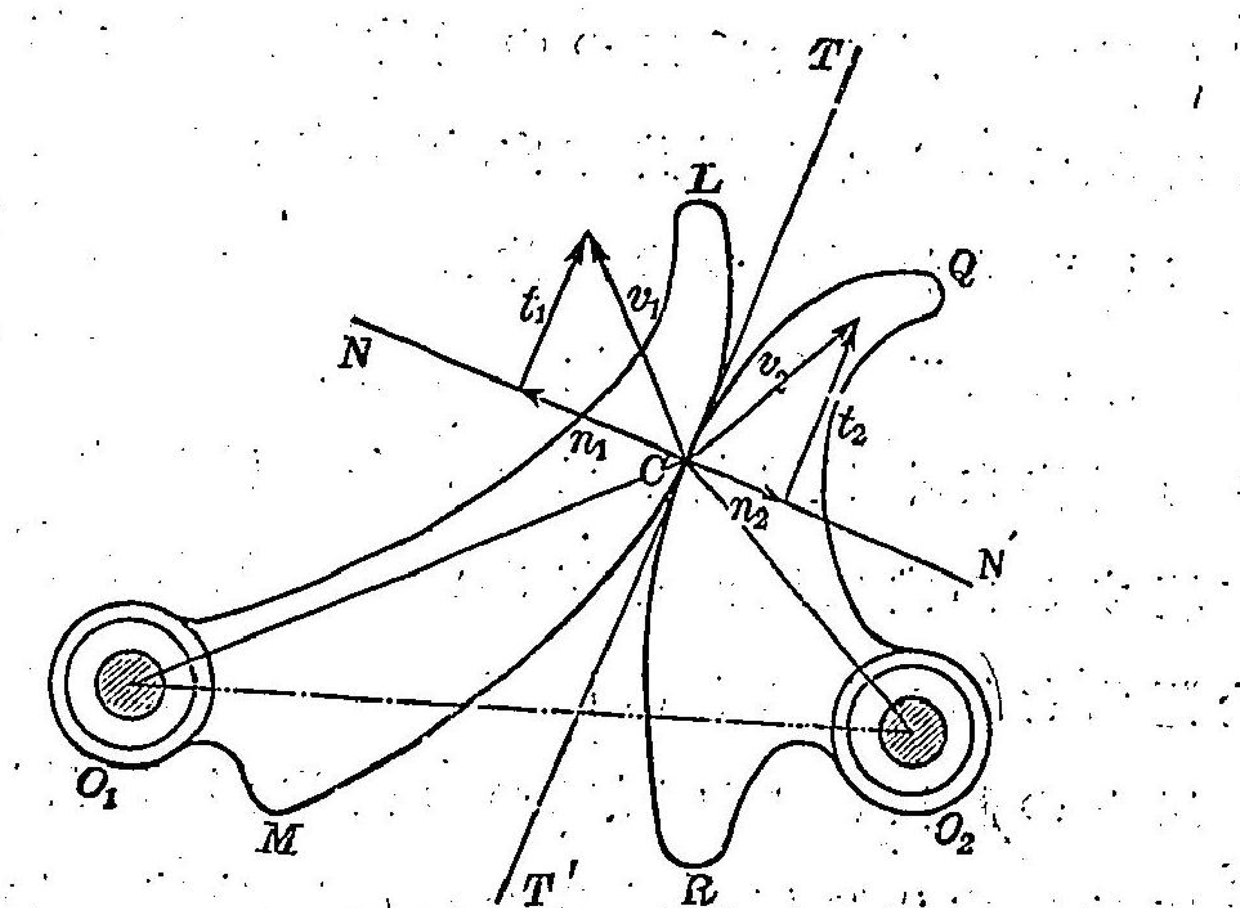


名付くる一種の曲線て、軸に直角なる車の斷面は無論圓形てある。斯の如き形の車を二個Cdの如き線にて接觸せしむれば、平行ならず且つ交はらざる二軸に回轉運動を傳へ得ることと第二百四十圖を以て知られやう。然し此れを實際に車として用ゐる場

合には此如き長きものを要せぬ故に、此等を其各々の軸に直角なる平面を以て任意の厚さに裁ち切りたる一部分を用ゐる(第二百四十一圖甲、乙)。然る時は其各々の車は圓板車及び圓錐車の何れにも似て非なる一種の車となり之れを**掛け車**と云ふ。

145. 轉動接觸を成すための條件　第二百四十二圖に於て、LMをO_1を軸として運動する動片の刻

第二百四十二圖



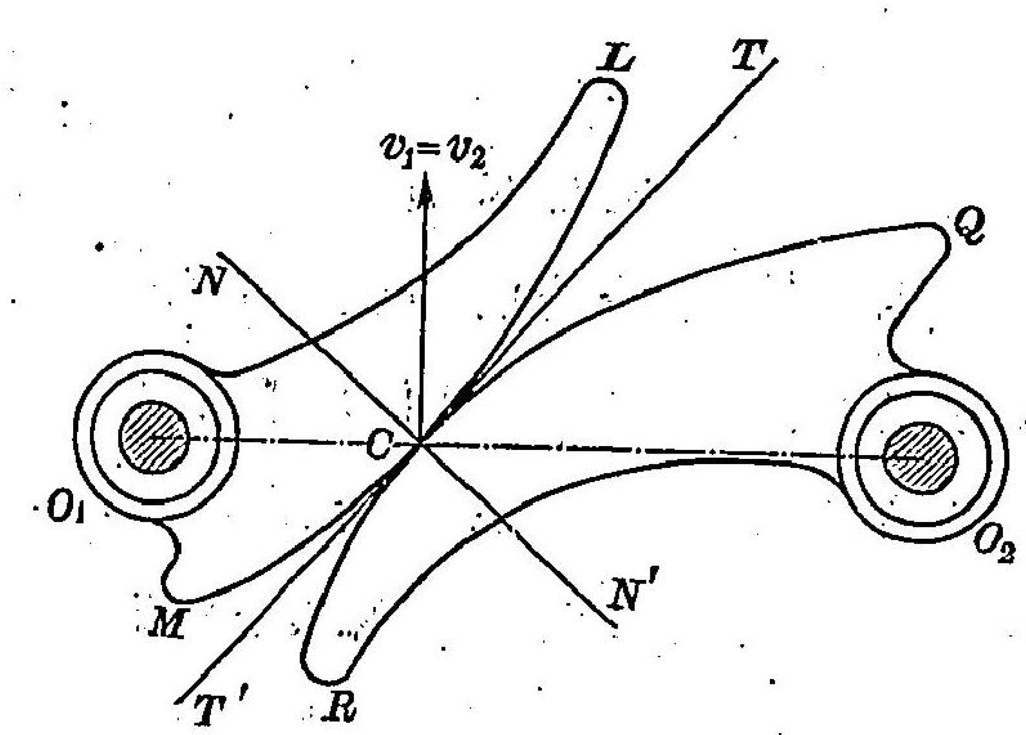
み線とし、QRをO_2を軸としLMと轉動接觸をなす他の動片の刻み線とし或る瞬時の接觸點をCとす。今LMのO_1に對する角速度をω_1、QRのO_2に對する角速度をω_2とし、LM上のC點の線速度をv_1、QR上のC點の線速度をv_2とすれば、v_1はO_1Cに、又

v_2はO_2Cに直角で其大さは$v_1=\omega_1\times O_1C$, $v_2=\omega_2\times O_2C$である[上巻4節]。偖てC點に於ける共通接線をTT'共通直角線をNN'とし此等の二方向に平行なるv_1及びv_2の分速度を圖に示す如く夫々t_1, n_1及びt_2, n_2とすれば、t_1とt_2とは動片の刻み線が運動する速度で、n_1とn_2とは動片が互に壓し合ふか又は離れんとする速度である。故にt_1とt_2とが其方向,大さ,向きに於て全く互に等しからねば,動片の刻み線或は刻み面の表面に於て二つの動片は辷りを起すこととなり,又n_1とn_2とが其方向,大さ,向きに於て全く互に等しからねば,二つの動片は壓し合ふか又は離れることになる。然るに辷りを起しては轉動接觸たるの資格なく[140節]、又壓し合へば動片の表面は破壞するか或は運動を起さぬ。又離れるならば無論運動を傳へることは出來ぬ。

以上の論法によれば,二つの動片が轉動接觸を以て運動を完全に傳へ得るためには,是非共$t_1=t_2$及び$n_1=n_2$でなければならぬ。然るに分速度が相互に等しき以上は,其等の合成速度たるv_1とv_2とは其方向,大さ,向きに於て全く相等しからねばならぬ。然るに$v_1=v_2$なるためには,接觸點Cは如何なる瞬時を るも常に中心線O_1O_2上に一致せねばならぬ(第

二百四十三圖)。又t_1とt_2とは刻み線の運動する速度であるから、$t_1=t_2$と云ふことは同一時間內に經過する刻み線上の弧の長さが等しきことを意味するのである。依て轉動接觸をなすための條件は次の如し。

第二百四十三圖



<u>二個の動片が轉動接觸を成すためには,接觸點は常に中心線上に一致し,且つ同一時間內に接觸しつゝ經過する弧の長さ相等しからざるべからず。</u>

$v_1=v_2$ならば$\omega_1\times O_1C=\omega_2\times O_2C$である故に,

$$\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{O_2C}{O_1C}$$

此結果より次の定理を得。

<u>轉動接觸を成す二個の動片の角速度は,各軸の中心より接觸點に到る距離に反比例す。</u>

以上數節に於て述べ來りたる斷面總て圓形の車は、轉動接觸の條件に適ひ其等の速比の關係も此定理に一致することと容易に知り得られやう。

146. 圓形ならざる車 軸に直角なる斷面が圓形なる車のみが轉動接觸の條件に適ひ、回轉運動を傳へ得るとのみ限らぬ。轉動接觸の條件[145節]にして滿足さるゝならば、如何なる種類の曲線なりとも運動を傳へ得るものである。然し斷面圓形ならねば各軸の中心より接觸點に到る距離は、一回轉中時々刻々其大さを變ずる故に、速比も亦時々刻々其大さを變じ一定ならざることは明である。

圓以外に轉動接觸の條件に適ふ重なるものは次の四曲線である。

二個の等しき對數的「ぜんまい」線
logarithmic spiral
二個の等しき楕圓
ellipse
二個の等しき拋物線
parabola

第一、二個の等しき對數的「ぜんまい」線。

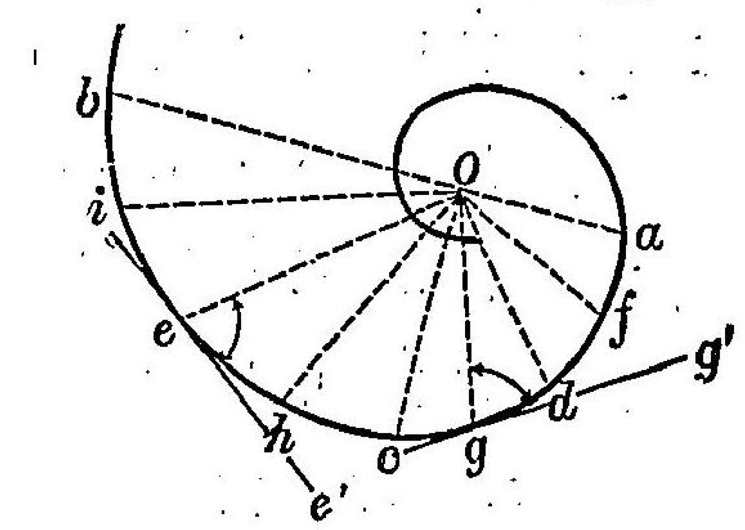
第二百四十四圖に示す Oa, Ob を、O にて交はる二直線とし、角 aOb を二等分する直線 Oc を引き、Oc の長さを

$$Oc=\sqrt{Oa\times Ob}$$

に取り次に角 aOc を二等分する直線 Od を引き、其長

さを

第二百四十四圖



$$Od=\sqrt{Oa\times Oc}$$

に取り、次に角 cOb を二等分する直線 Oe を引き、其長さを

$$Oe=\sqrt{Oc\times Ob}$$

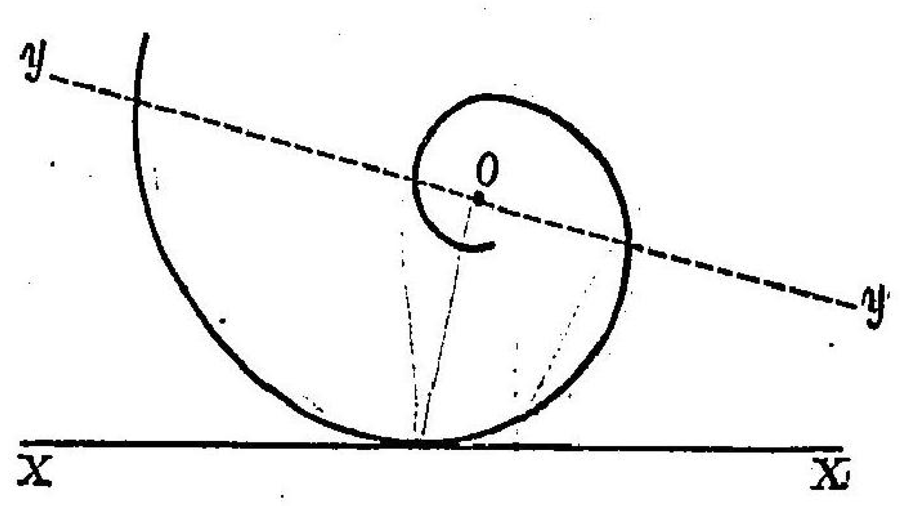
に取り、斯の如く順次相隣る二つの半徑の間の角を二等分する直線を引き、其長さを二つの半徑の比例中項に等しく取りて $a, f, d, g, c, h, e, i, b$ 等の諸點を求め、雲形定木を以て此等を滑かに連結する時は爰に渦卷きに似たる一種の曲線を得。此曲線を對數的「ぜんまい」線と名付け、O を極と云ふ。

此曲線の特性は、極 O よりの半徑の長さが等比級數をなして次第に大、又は小となり、任意の半徑の一端に於て曲線に接線を引く時は此接線と其半徑との間の角は一定の大さである。例へば第二百四十四圖に於て、e 點の接線 ee' と半徑 Oe との間の角 Oee' と、g 點の接線 gg' と半徑 Og との間の角 Ogg' とは相等しく、此他如何なる點の接線と其半徑との間の角を取るも、一の對數的「ぜんまい」線に於ては皆悉く等しいのである。對數的「ぜんまい」線を一名等角「ぜ

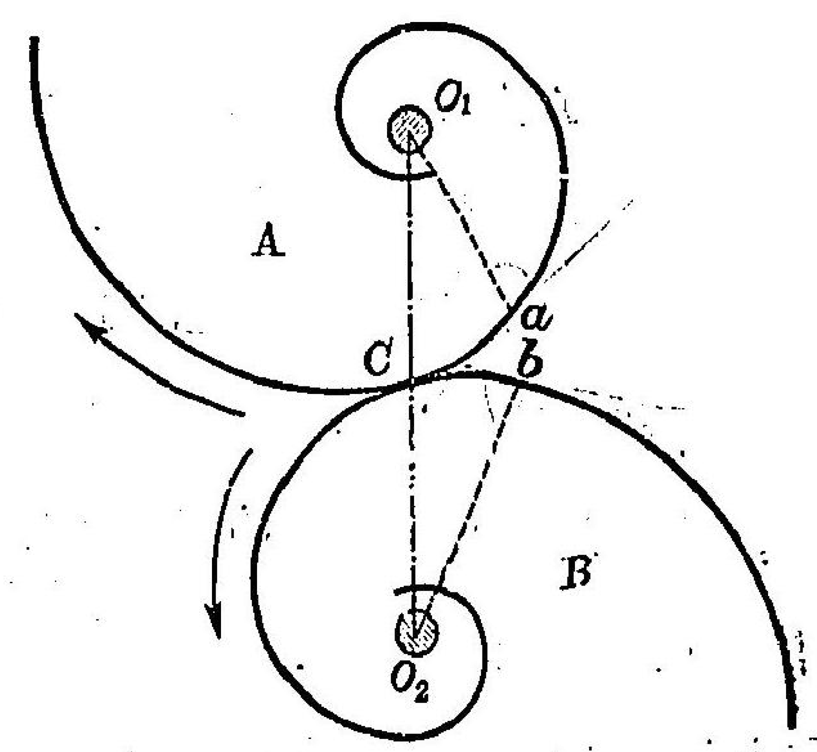
んまい」線と呼ぶは實に之れが爲である。

對數的「ぜんまい」線は上記の如き特性を具ふる曲線であるから、此曲線を第二百四十五圖に示す如く直線XXの上に轉ばす時は、極Oは空間中にyyなる直線を畫いて動く。對數的「ぜんまい」線が轉動接觸の條件に適ふは此特性あるがためで、相等しき二つの對數的「ぜんまい」線A及びBを背合はせに置くこと第二百四十六圖に示す如くし、此等を夫々O_1及びO_2を軸として回轉し得らるゝ樣に裝置する時は、轉動接觸にて能く回轉運動を傳送するものである。然し接觸點の半徑の長さは等比級數を以て時々刻々增

第二百四十五圖



第二百四十六圖

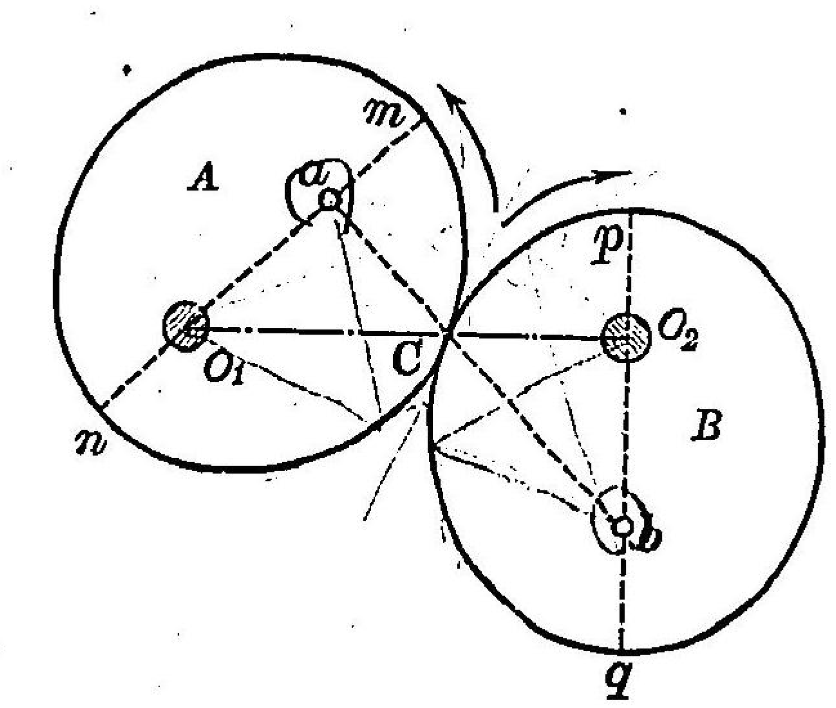


減するものなれば、速比も亦時々刻々變化し一定なること能はぬ。例へば圖に示す如くCにて接觸する時の速比は$\frac{O_2C}{O_1C}$であるが、矢の向きに回轉し或る瞬時にaとbとが中心線O_1O_2上に來り相接觸する時は、速比は變じて$\frac{O_2b}{O_1a}$となる。

第二、二個の等しき橢圓。

第二百四十七圖のAとBとは二個の相等しき橢圓で、a, O_1及びb, O_2は其等の焦點、mnとpqとは其等の大軸である。今各橢圓の二つの焦點の內各々一個例へばO_1とO_2とを軸として此等の橢圓が夫々回轉し得らるゝ樣に裝置し、且つO_1O_2の距離を橢圓の大軸mn或はpqに等しく置く時は、此等の橢圓は轉動接觸にて回轉運動を傳へ得るものである。速比は無論一定でない。例へばCが接觸點なる時の速比は$\frac{O_2C}{O_1C}$を以て表はさるゝが、接觸點の半徑は時々刻々其大さを變じ、或る瞬時にはnとqと相接し、他の瞬時にはmとpとが相接す。故

第二百四十七圖

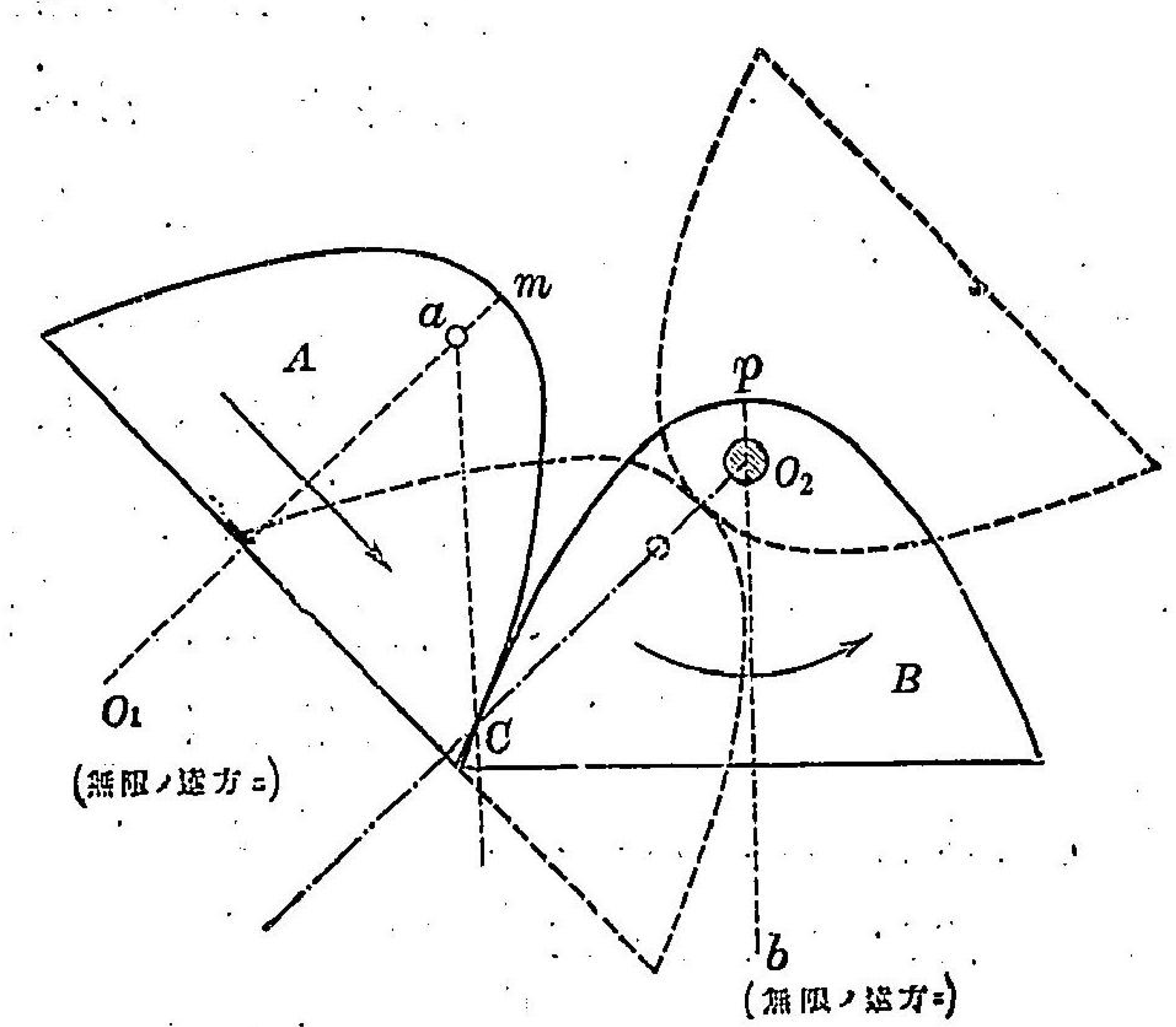


に全一回轉毎に速比は最大 $\frac{O_2q}{O_1n}$ より最小 $\frac{O_2p}{O_1m}$ まて次第に變化するのてある。

第三、二個の等しき拋物線。

楕圓の二つの焦點の內、一方の焦點が無限の遠距離に在る如き楕圓は即ち拋物線てあるから、二つの相等しき楕圓が轉動接觸をなし得るならば、二つの相等しき拋物線は亦轉動接觸をなし得べき筈てある。第二百四十八圖は二つの拋物線の一部を示し

第二百四十八圖



たもので、Aの焦點 O_1 とBの焦點 b とは共に無限の遠方にある楕圓と見做せば、Aが O_1 を軸として回

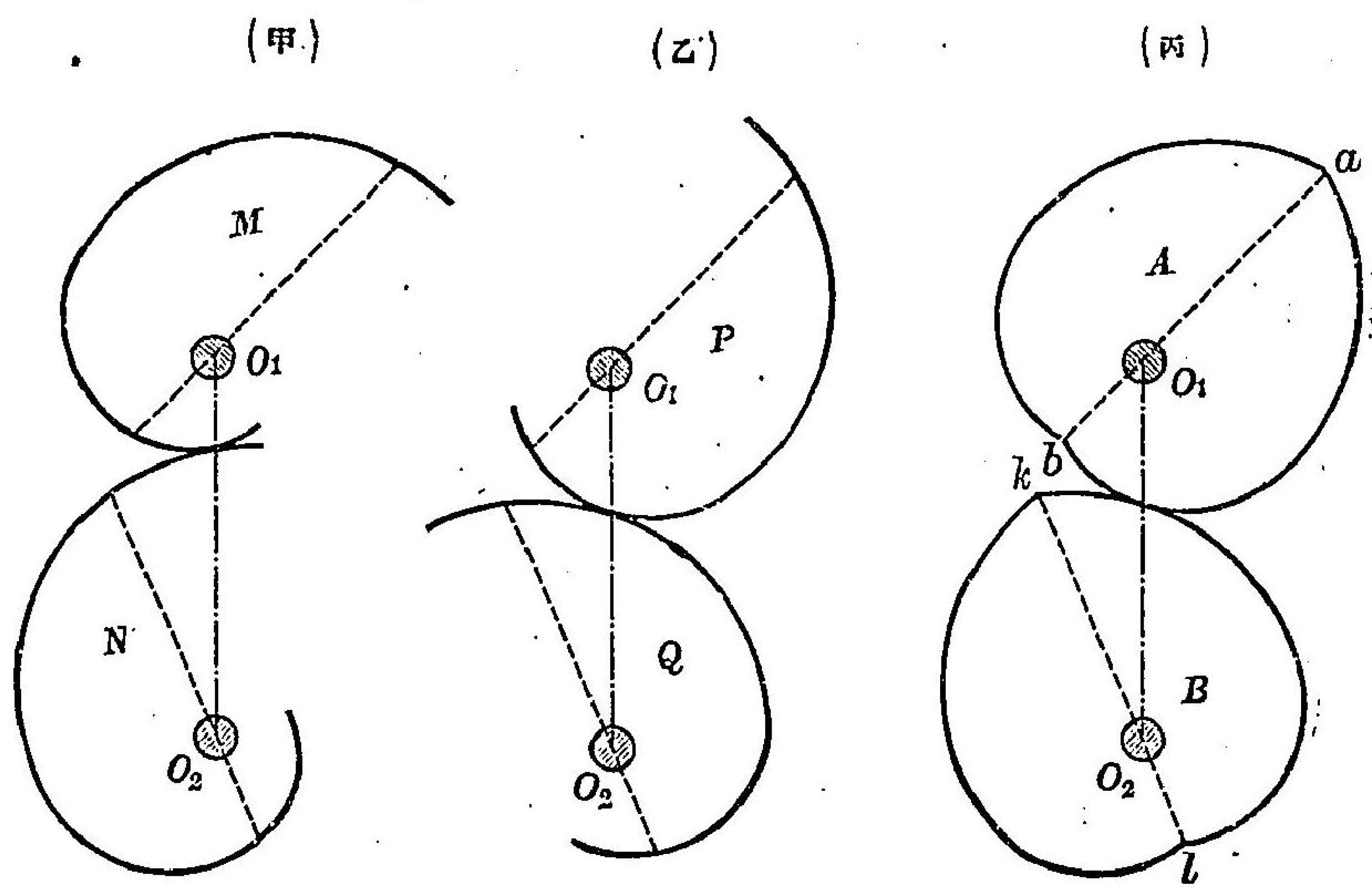
轉すればBは O_2 を軸として回轉し轉動接觸をなすのてある。然るにAが無限の遠方にある焦點 O_1 を軸として回轉すると云ふことは、aO_1 なる直線に直角なる方向に直線運動をなすと同しことてある。依てAを働子として aO_1 に直角なる方向に直線運動をなさしめば、Bは O_2 を軸として回轉運動を起し、又Bを働子とし O_2 を軸として回轉すれば、Aは aO_1 に直角なる方向に直線運動をなすものてある。又中心線 O_2CO_1 は O_1 か無限の遠方にあるならば aO_1 に平行する。然るに aO_1 はAと共に平行に移動する直線てあるから、O_2C なる直線の方向は一定不變てある。故に此等の動片が如何なる位置を取るとも、接觸點は常に aO_1 に平行なる一定の直線 O_2C 上にあることを知る。

147. 葉形車（ハガタグルマ） 二つの等しき對數的「ぜんまい」線は轉動接觸にて回轉運動を傳へ得[146節]れど、「ぜんまい」線は總て際限なく無限に廣がる曲線てあるから、連續的の回轉運動を傳へんとするには此れを其儘車として使用することは出來ぬ。

偖て第二百四十九圖(甲)に示すM及びNなる二つの對數的「ぜんまい」線及び(乙)圖に示すP及びQなる二つの對數的「ぜんまい」線は夫々 O_1 及び O_2 を軸とし

て何れも回轉運動を傳へ得るものであるから、Mの一部とPの一部とを以て(丙)圖に示すAの如き車を造り、Nの一部とQの一部とを以て(丙)圖に示すBの

第二百四十九圖

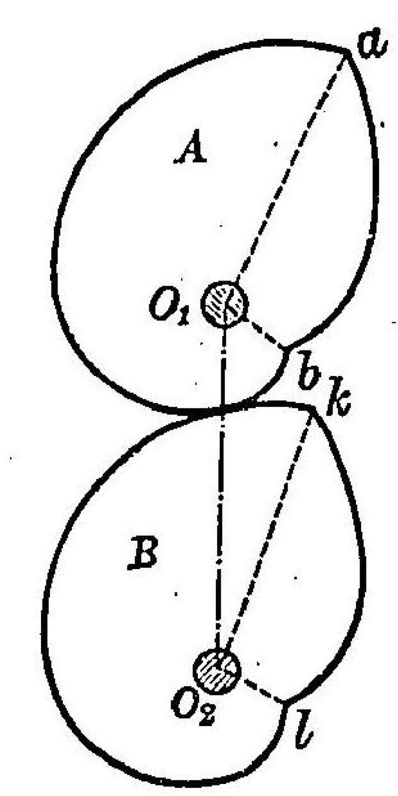


如き車を造れば、A及びBなる二つの車は亦O_1及びO_2を軸として回轉運動を傳へ得ることは明瞭である。際限なく廣がる對數的「ぜんまい」線は斯くして一定の大さの車となり、連續的の回轉運動を傳へ得るものとなるのである。此如き車は通例木の葉に似たる形となる故に一般に葉形車と呼ぶ。(丙)圖に示す葉形車に於ては全一回轉毎に速比は最大$\frac{O_2k}{O_1b}$

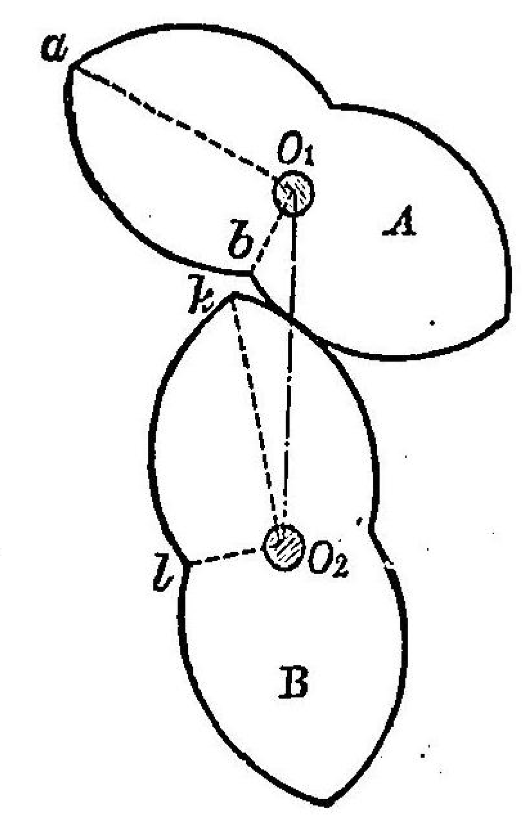
より最小$\frac{O_2l}{O_1a}$まで次第に其大さを變ず。

第二百五十圖乃至第二百五十三圖は、二つ又は二つ以上の對數的「ぜんまい」線を上記の如き方法にて

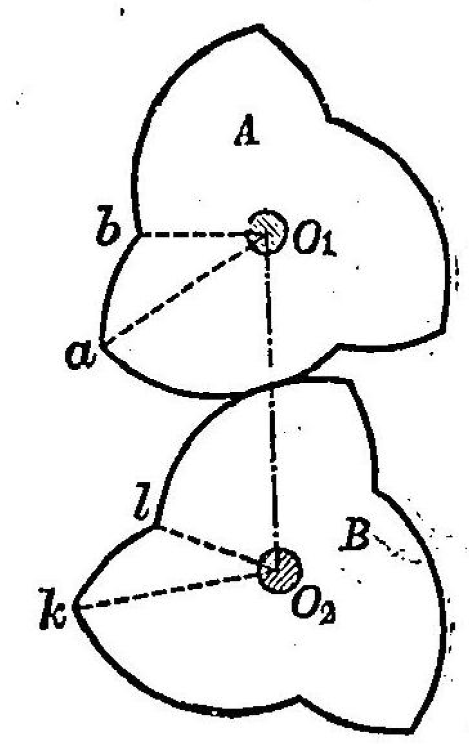
第二百五十圖



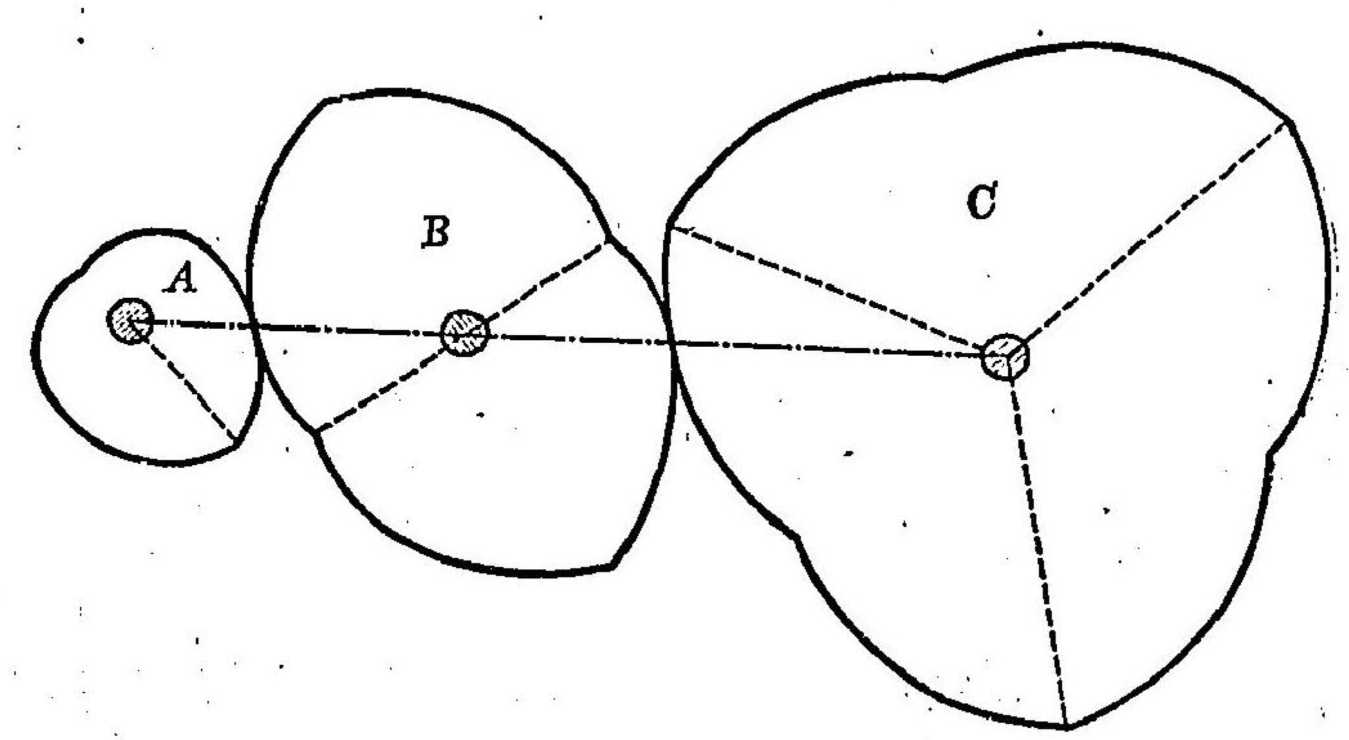
第二百五十一圖



第二百五十二圖



第二百五十三圖

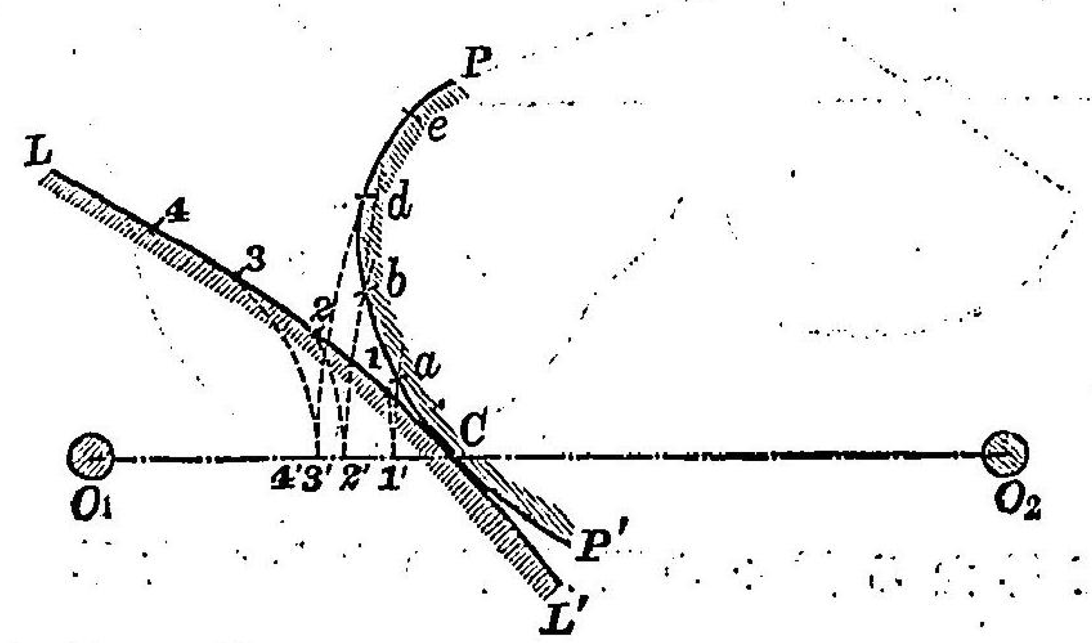


組み合はせて得たる種々の葉形車の嚙合ひを示したものである。但し第二百四十九圖乃至第二百五

十二圖に示す葉形車の嚙合ひは、Aが一回轉する間にBも亦一回轉するが、第二百五十三圖に示すものは、Aが一回轉する間にBは半回轉しCは三分の一回轉する。何となればAの周圍の長さを1とすればBの周圍の長さは2,Cの周圍の長さは3て、回轉數は車の周圍の長さに反比例するものであるからである。

148. 與へられたる曲線と轉動接觸をなす曲線を書く法 第145節の條件を滿足する二つの曲線は轉動接觸にて運動を傳へ得るものであるから、一方の動片の外形を與へ此れと轉動接觸をなす他方の動片の外形は此條件に據つて求むることが出來る。今第二百五十四圖に於てO_1, O_2を各動片の回轉の軸、曲線LL'をO_1を軸とする與へられたる動片の外形、Cを或る瞬時の接觸點とし、O_2を軸としLL'と轉動接觸をなす曲線PP'を求めんには曲

第二百五十四圖



線LL'上に任意の諸點1, 2, 3, 4等を成るべく多く且つ密に撰び、O_1を中心とし此等の諸點を通る圓弧が中心線O_1O_2と出會ふ點を順次に1', 2', 3', 4'等とす。次にO_2を中心とし1', 2', 3', 4'等を通る圓弧1'a, 2'b, 3'd, 4'e等を書き此等の圓弧上にa, b, d, eの諸點を次の關係に取る。

弧Ca=弧C1；弧ab=弧12；

弧bd=弧23；等

但し此等の諸點甚だ密なる時は、弧とする代はりに二點間の直線距離を取りて

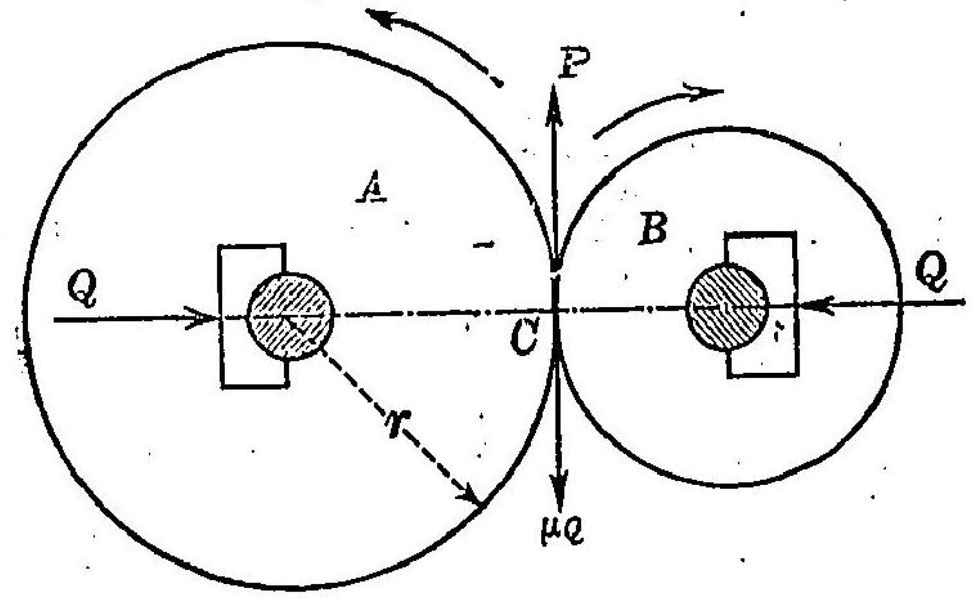
Ca=C1；ab=12；bd=23；等

とするも大差は起らぬ。斯くしてC, a, b, d, eの諸點を得たるならば、此等を雲形定木を以て滑かに連結すれば所求の曲線PP'を得。

149. 摩擦車 車に外力の作用なく車自身の重さもなく唯單に運動のみを傳ふるものならば相接觸する二つの車の表面に辷りは起らぬが、實際には車の軸を支ふる軸承面には必ず摩擦を起して回轉を防害し殊に働力を傳へんとする場合には傳へんとする力のために被働子は回轉せざらんとし、爲めに車の接觸面に辷りを起し被働子をして目的通りの回轉を與ふることを得ぬものである。辷らざら

しめんには車の周圍に歯を付けて所謂歯車と稱する車にし、歯と歯とが一つ一つ刻みつゝ噛み合ふ様にすれば宜しいこと無論であるが、接觸面の平滑なる所謂歯無し車を以て辷らざらしめんには、車と車とを接觸せしめたるまゝ或る力を以て壓し付け、接觸面に摩擦力を起さしめ、此摩擦力が辷らんとする力に打ち勝つ様にすれば好い譯である。例へば圓板車ならば第二百五十五圖及び第二百五十六圖に示す如く、噛合ひにある二つの車A,Bの接觸點Cに向ひて一方の車を力Qを以て壓せば、他方の車よりQに等しき且つ反對なる反働力を生じて此等の二力は釣合ひ、接觸面の摩擦係數をμとすればμQなる摩擦力が接觸點に於ける接線の方向に起る。

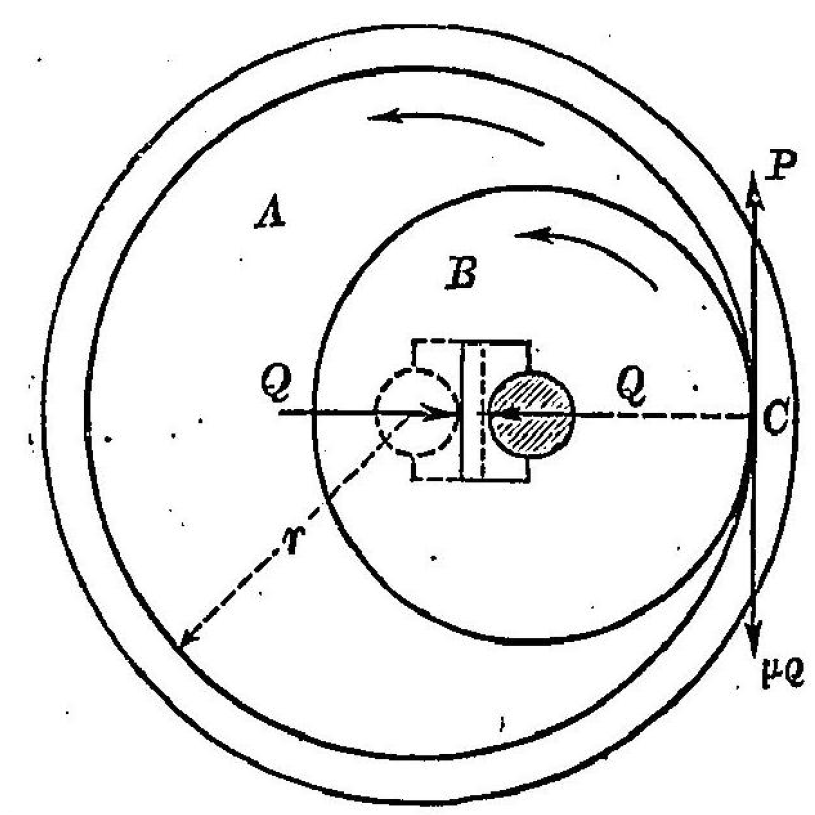
第二百五十五圖



今Aを働子とし之れを矢の示す向きに回轉すれば、Bなる被働子は其表面に働く力のために回轉せざらんとし辷らんとすれどもμQなる摩擦力に

防害されて辷ることを得ず、其れがため回轉せしめられ、斯くて轉動接觸の目的は達し得らるゝのである。然らば如何なる大さの力Qを以て壓し付くるならば果して辷りを起さぬかと云ふに、働子Aを回轉する回轉「モーメント」又は「トルク」[上巻22節]をM、車の周圍に働く力をP、車の半徑をrとすれば、

第二百五十六圖



$$M=Pr$$

或は
$$P=\frac{M}{r}$$

此力Pを以て被働子Bは回轉せしめらるるのであるから、摩擦力μQがPよりも小ならば必ず辷りを起す。夫故辷りなからしめんためには是非とも次の條件が滿足せられねばならぬ。

$$\mu Q \geqq P$$

或は
$$Q \geqq \frac{P}{\mu}$$

又は少なくとも

$$\left.\begin{aligned} Q&=\frac{P}{\mu} \\ Q&=\frac{M}{\mu r} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (146)$$

或は

傳へんとする馬力をHPとし、働子の回轉數を毎分N回、其れに働く「トルク」をM呎「ポンド」とすれば、上卷公式(26)により

$$HP=\frac{2\pi NM}{33,000}$$

或は

$$M=\frac{33,000\times HP}{2\pi N}$$

此結果を上式に代入すると、

$$Q=\frac{33,000\times HP}{2\pi r\mu N}$$

又は車の直徑をDとすれば$2r=D$なる故に、

$$Q=\frac{33,000\times HP}{\pi D\mu N}\cdots\cdots\cdots\cdots (146a)$$

但し此式に於てDは呎の單位にて與へらるべき車の直徑、Qは「ポンド」の單位にて得らるゝ力である。

此等は傳へんとする力、「トルク」或は馬力に應じて壓力Qの大さを定むる公式である。此等の公式を見るにμの大なる程Qは小となり、μの小なる程Qは大となる。然るに餘りに大なる力Qを以て車を壓し付くることは、機械の構造上避けねばならぬも

のであるから、較や大なる働力を傳へんとする場合には、Qを小ならしめんために車の周圍を粗面にするか、或は接觸面に木又は革を塡め成るべくμの値が大となる樣に工夫する。齒無し車の接觸面の材料と其摩擦係數μの値とを示せば略々次の如くである。

平滑なる鑄鐵面と鑄鐵面…$\mu=0.1$乃至0.15

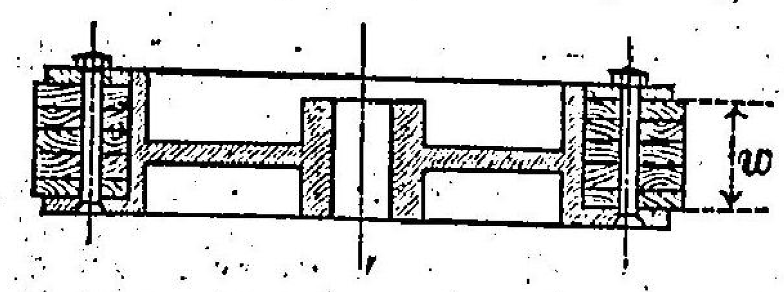
粗なる鑄鐵面と鑄鐵面……$\mu=0.3$又は0.3以下

鑄鐵と木……………………$\mu=0.2$乃至0.5

鑄鐵と革……………………$\mu=0.2$乃至0.3

車の本體は普通鑄鐵の鑄物にて造り之れを其儘用ゐるか、又は木、革、紙の如きを第二百五十七圖に示す如く車の周圍に埋め込みて用ゐる。

第二百五十七圖

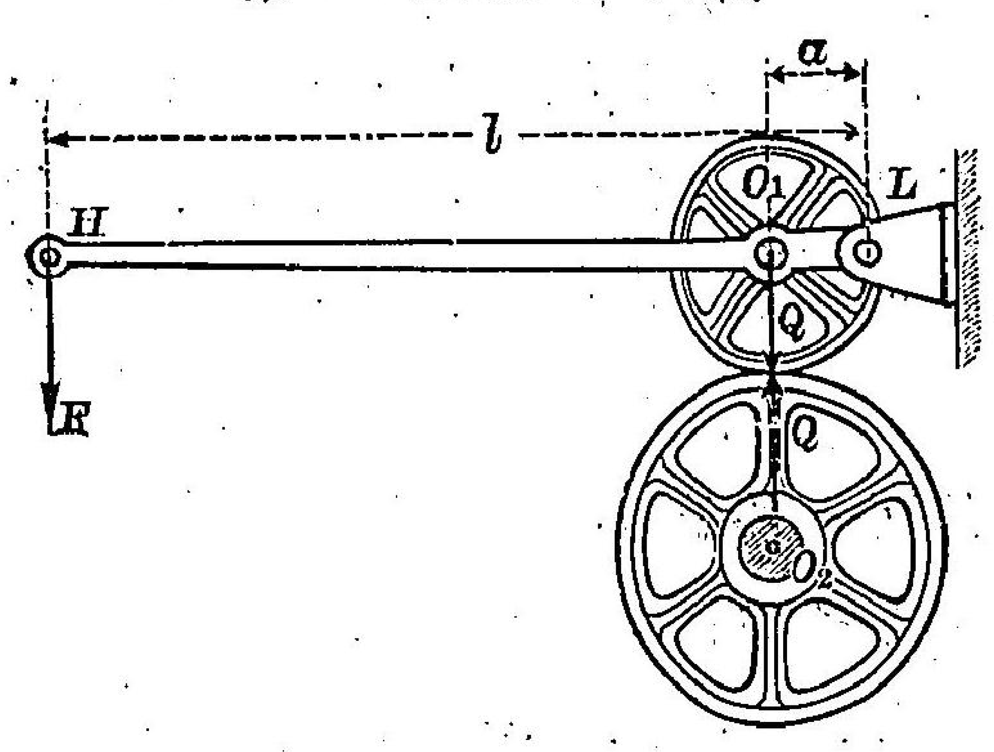


斯く働力を傳へんとするに摩擦を利用して辷りを防ぐ樣に造られたる車を摩擦車と云ふ。摩擦車は傳へんとする力小にして速度大なる場合に好適のもので、通常被働子の方は鑄鐵其儘にし働子は鑄鐵、革、木又は紙の面にす。

第二百五十八圖は摩擦車を壓し付くる一の裝置を示したものである。HLはLを軸として動き得る

様に仕掛けられたる把手で把手の一點O_1に於て一方の車の軸を支へ地方の車の軸O_2は固定して位置を變へぬ。此装置を以て車を力Qを以て壓すには把手の一端Hを力Fを以て壓せば宜しい。Fの大さを求めんには固定端Lに對して此等の力の「モーメント」を取り把手の釣合ひを考ふれば

第二百五十八圖



他

$$Fl-Qa=O$$

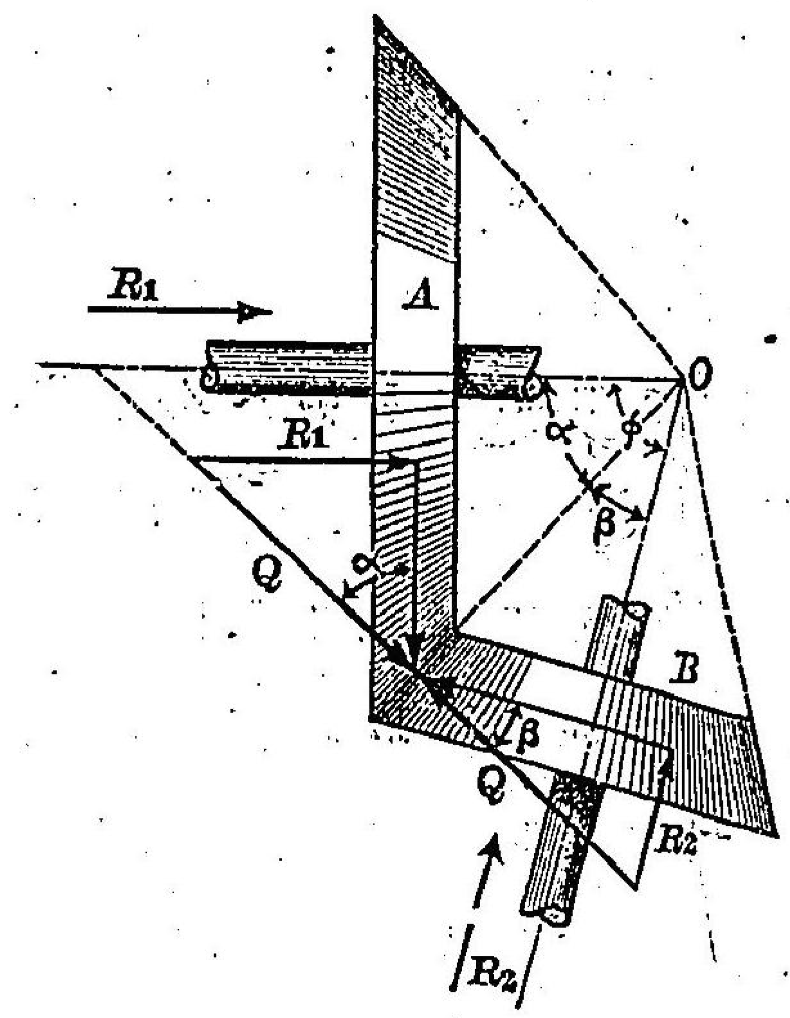
$$F=Q\frac{a}{l}$$

圓錐車を摩擦車として用ゐるには第二百五十九圖に示す如く接觸面に直角に一方の車をQなる力を以て壓せば他方の車より反働力Qを生じて釣合ひ、μQなる摩擦力を生じ傳へんとする力をPとすれば、μQがPよりも小ならざれば辷りを起さぬ理である故に、圓板車に於けると同じく摩擦車としての條件は少なくとも

$$\mu Q=P$$

或は
$$Q=\frac{P}{\mu}$$

第二百五十九圖



Pは車の厚さの中央に於ける半徑rの一端に働く力と見て差支ない。斯かるrを車の半徑とすれば公式(146)及び(146a)は其儘圓錐車に適用し得らるゝのである。倘て接觸面に直角にQなる力を生ぜしむるには軸に沿ふてR_1及びR_2なる力を以て車を壓さねばならぬ。然らばR_1及びR_2の大さは如何なるかと云ふに、Q, Qを夫々の軸に平行及び直角の二方向に分解すれば、

$$\left.\begin{array}{l}R_1=Q\sin\alpha\\R_2=Q\sin\beta\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(147)$$

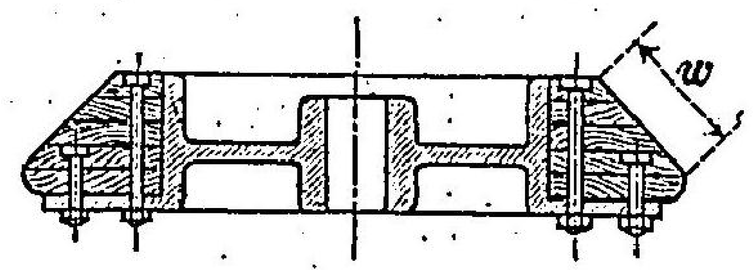
若し多くの場合の圓錐車の如く二軸直角ならば、

$\phi=90$度隨て$\beta=90^\circ-\alpha$となる故に、

$$\left.\begin{array}{l}R_1=Q\sin\alpha\\R_2=Q\cos\alpha\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(147a)$$

摩擦圓錐車も摩擦圓板車と同じく、摩擦力を增すために往々鑄鐵製の車の周圍に木、革、紙の如きを埋め込みて用ゐる。第二百六十圖は木を埋め込みたるものを示したものである。

第二百六十圖



例一、每分300回轉を以て3馬力を傳へんとする直徑16吋の圓板車あり。幾何の力を以て車を壓し付くべきか。又第二百五十八圖に示す車を壓し付ける把手の長さ$l=12$吋、把手の支點と車の中心との距離$a=3$吋なる時は幾何の力Fを要するか。但し一方の車を鑄鐵、他方の車の周圍は木とし、摩擦係數を0.3とす。

解、 $$Q=\frac{33000\times HP}{\pi D\mu N}=\frac{33000\times 3}{3.14\times\frac{16}{12}\times 0.3\times 300}=263\text{ポンド}$$

即ち壓し付くべき263「ポンド」以上の力を要す。又

$$F=Q\frac{a}{l}=263\times\frac{3}{12}=65.8\text{ポンド}\text{以上}$$

例二、每分400回轉をなし5馬力を傳へんとする平均直徑16吋の圓錐車あり。車の軸に沿ふて幾何の力を以て壓し付くべきか。但し車の軸は直角に交はり角α(第二百五十九圖)は30度

なり。摩擦係數を0.3として計算せよ。

解、 $$Q=\frac{33000\times 5}{3.14\times\frac{16}{12}\times 0.3\times 400}=328\text{ポンド}$$

故に $R_1=328\sin 30^\circ=328\times 0.5=164\text{ポンド}$

$R_2=328\cos 30^\circ=328\times 0.866=284\text{ポンド}$

此等は必要なる最小の力であるから、$R_1=164$「ポンド」以上或は$R_2=284$「ポンド」以上の力を以て壓すを要す。

例三、每分250回轉をなす半徑20吋の圓板車を450「ポンド」の力を以て壓し付くれば何馬力を傳へ得るか。但し摩擦係數は0.3なりと云ふ。

解、 $$Q=\frac{33000\times HP}{\pi D\mu N}$$

故に $$HP=\frac{\pi D\mu NQ}{33000}=\frac{3.14\times\frac{2\times 20}{12}\times 0.3\times 250\times 450}{33000}$$

$=10.7$馬力

150. 摩擦車の幅 單に運動のみを傳へんとする場合ならば車の幅は如何程狹くとも差支ないが、摩擦車として用ゐる場合には接觸面を力Qを以て壓し付けるのであるから、幅狹き時は此力のために壓し碎かるゝ恐れがある。夫故車の表面に相當の幅を與へねばならぬ。幅の大さは無論材料の強弱によりて異なるべき筈で、今車の相接觸する表面の

幅(第二百五十七圖並に第二百六十圖のw) 1吋につき許し得べき壓力をp「ポンド」とし其幅をw吋、全壓力をQ「ポンド」とすれば、

$$Q=pw$$

公式(146)を應用すれば少なくとも

$$pw=\frac{P}{\mu}$$

或は
$$w=\frac{P}{\mu p}$$

μpをkと置けば、

$$w=\frac{P}{k}\cdots\cdots\cdots\cdots(148)$$

kの單位は幅1吋につき「ポンド」或は ポンド/吋 て其値は大凡次の如くてある。

鑄鐵と鑄鐵或は鑄鐵と革……$k=75$

鑄鐵と硬き木……$k=28$

鑄鐵と軟き木……$k=15$乃至20

與へられたる馬力と回轉速度とより車の周圍に働く力Pを計算するには次の如くす。

$$HP=\frac{2\pi NM}{33,000}$$ [149節參照]

然るに
$$M=Pr$$

故に
$$HP=\frac{2\pi rNP}{33,000}$$

依て
$$P=\frac{33,000\times HP}{2\pi rN}$$

或は車の直徑をDとすれば $2r=D$ なる故に、

$$P=\frac{33,000\times HP}{\pi DN}\cdots\cdots\cdots\cdots(149)$$

又は車の周圍の線速度をVとすれば $\pi DN=V$ なる故に、

$$P=\frac{33,000\times HP}{V}\cdots\cdots\cdots\cdots(149a)$$

此等の式に於てDは呎の直徑、Nは毎分の回轉數、Vは呎/分の線速度、Pは「ポンド」の力なることは論を俟たずして明てある。此等は甚だ貴重なる公式てある。

公式(149)のPを公式(148)に代入すれば、

$$w=\frac{33,000\times HP}{\pi DNk}\cdots\cdots\cdots\cdots(148a)$$

例一、前節例一及び例二の車の幅を求む。但し働子は材料鑄鐵にして被働子は硬き木を埋めたる車とす。

解、
$$w=\frac{33000\times 3}{3.14\times\frac{16}{12}\times 300\times 28}=2.81^{吋}\text{ 又は約 }2\frac{13}{16}{}^{吋}$$

$$w=\frac{33000\times 5}{3.14\times\frac{16}{12}\times 400\times 28}=3.52^{吋}\text{ 又は約 }3\frac{1}{2}{}^{吋}$$

例二、幅各々5吋の一組みの鑄鐵製摩擦車あり。車の直徑は32吋及び13吋なりと云ふ。此摩擦

車の耐え得べき最大8馬力を傳ふる場合に於ける各車の回轉速度を問ふ。

解、　$P=\dfrac{33,000\times HP}{\pi DN}$

故に　$N=\dfrac{33,000\times HP}{\pi DP}$

然るに　$P=kw=75\times5=375$ポンド

故に直徑32吋の車の回轉速度は

$$N=\frac{33000\times8}{3{\cdot}14\times\frac{32}{12}\times375}=84\text{回}/\text{分}$$

回轉數は車の半徑(又は直徑)に反比例する[公式(141)]ものであるから、此れと嚙み合ふ直徑13吋の車の回轉速度は

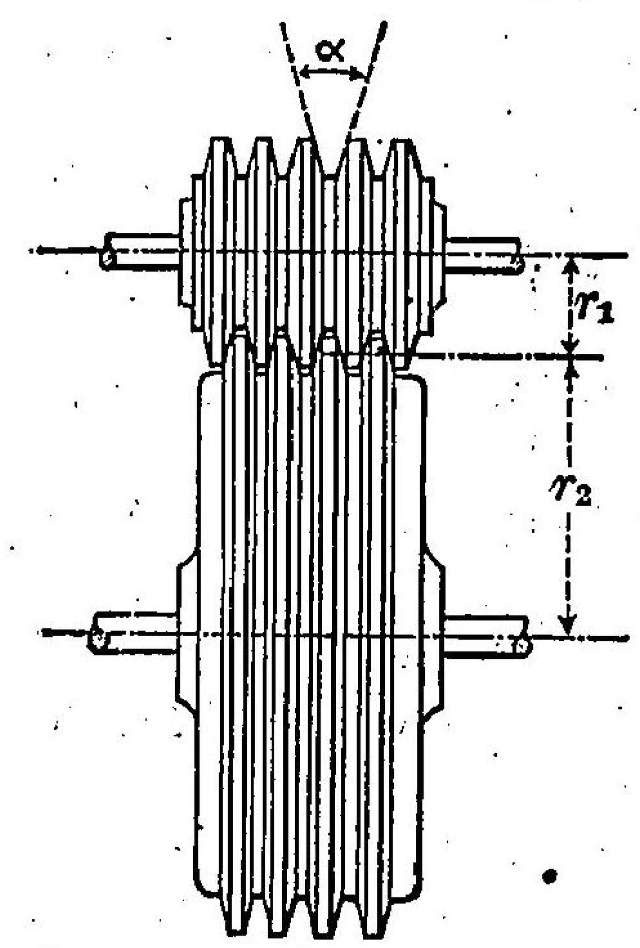
$$N'=84\times\frac{32}{13}=207\text{回}/\text{分}$$

151. **溝付摩擦車**(ミゾツキ)　上來述べ來りたる摩擦車は接觸面平滑で摩擦力小なる故に、較や大なる働力を傳へんとする場合には甚だ大なる力を以て車と車とを壓し付くるか、然らざれば車の周圍に働く力を小ならしめんがために車の直徑を大にせねばならぬ。然し餘り大なる力を以て壓し付くることと及び車を大にすることは、機械構造上成るべく避けねばならぬものであるから、吾人は車を大にすることなく餘り大ならざる壓力を加へて、然も甚だ大なる摩擦力を起さんと欲するものである。此要求に適ふ一種の摩擦車がある。**溝付摩擦車**と稱するものが

Wedge gear

即ち其れで第二百六十一圖に示す如く、此車は車の周圍にV字形の多數の溝を具へ通例鑄鐵製にて、一方の車の溝と他方の車の突起とが嚙み合ひ楔の作用[上巻35節]を利用して强き摩擦力を起さしめんとする構造になれるものである。速比は確然と與ふる譯にはゆかぬが、兩車の突起が接着する部分の中央に於て接觸する圓板車と見做し、其等の半徑をr_1及びr_2とすれば公式(141)を以て表はさるゝと見て大差はない。溝の角αが小なる程摩擦力は大となるが、働力の損失も大となるから此角は普通30度乃至40度を適度とし、相隣る二つの溝の中心距離所謂溝の刻みは$\frac{1}{8}$吋乃至$\frac{3}{4}$吋位にする。

第二百六十一圖

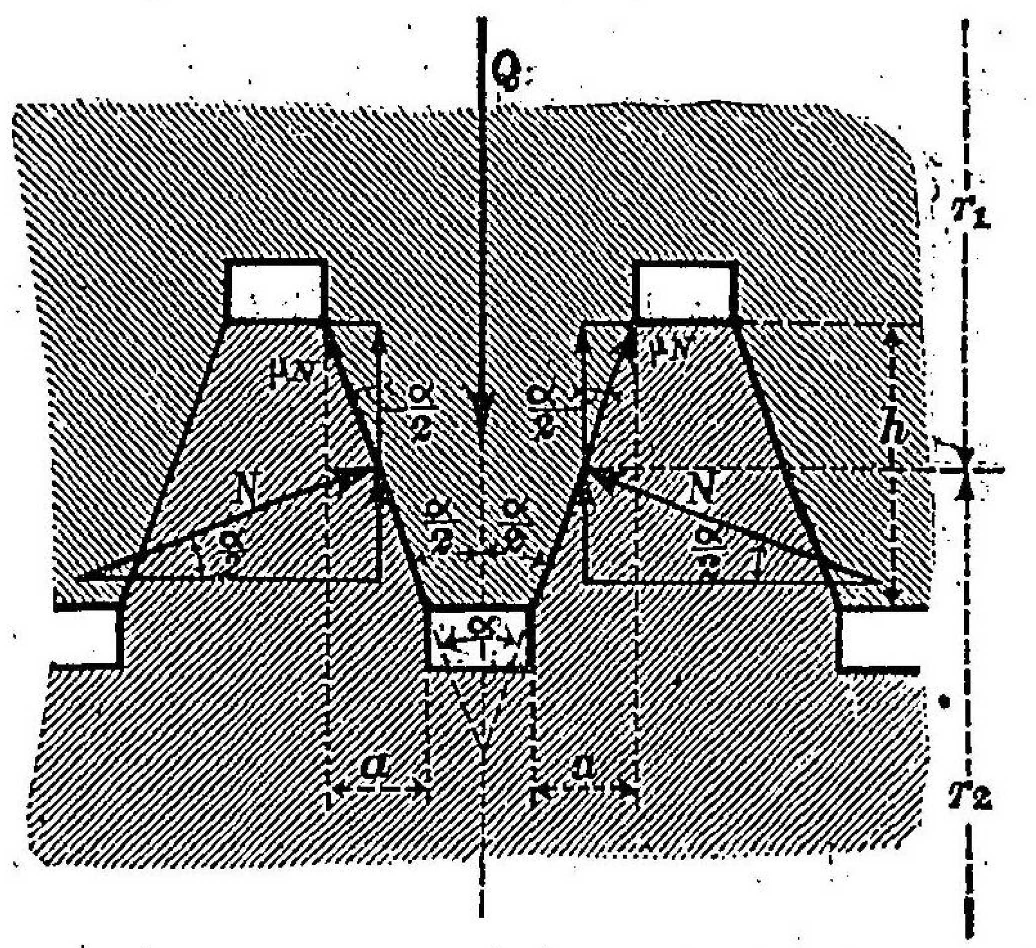


偖て摩擦力の大さは相接觸する表面の大小に關せぬ[上巻31節]ものであるから、溝付摩擦車により

て生ずる摩擦力の大さは溝の數には無關係である。故に摩擦力を考ふる場合には唯一個の溝のみに就いて考ふれば足る譯である。

第二百六十二圖は二つの溝付摩擦車の噛み合へる部分の一組みの溝を較や大きく示した斷面圖である。今二つの車を力Qを以て壓し付くるに當り、一方の車の釣合ひを考ふれば、力Qのために溝の表面に直角なるNなる反働力を生じ、同時に溝の表面に沿ふて μN なる摩擦力を生ずること、總て圖に示すが如くなる。玆に於て此等の力の關係を見出すため、釣合ひの第一條件[上巻27節]によりQの方向とQに直角なる方向とを二つの直交軸とし、此等の力の此等の二方向に於ける分力の代數和を取れば夫々零となるから、先づQに

第二百六十二圖



平行なる方向の分力の代數和を取れば、

$$Q-2N\sin\frac{\alpha}{2}-2\mu N\cos\frac{\alpha}{2}=0$$

或は
$$Q=2N\left(\sin\frac{\alpha}{2}+\mu\cos\frac{\alpha}{2}\right)$$

又は
$$N=\frac{Q}{2\left(\sin\frac{\alpha}{2}+\mu\cos\frac{\alpha}{2}\right)}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(150)$$

此結果は上巻公式(42)と相並びて楔に關する甚だ重要なる公式である。

今二つの車が回轉を始むるに當り、接觸面に起らんとする辷りに抵抗する摩擦力は溝の左右に於て總て 2μN である故に、傳へらるゝ働力によりて溝の深さhの中央に働く力をPとすれば、辷りなきためには次の條件が滿足されねばならぬ。

$$2\mu N\geqq P$$

或は
$$N\geqq\frac{P}{2\mu}$$

又は少なくとも

$$N=\frac{P}{2\mu}$$

此値を公式(150)に代入すれば、

$$Q=\frac{P\left(\sin\frac{\alpha}{2}+\mu\cos\frac{\alpha}{2}\right)}{\mu}$$

或は $\dfrac{\mu}{\sin\frac{\alpha}{2}+\mu\cos\frac{\alpha}{2}}$ を μ' と置けば、

$$Q=\frac{P}{\mu'} \cdots\cdots\cdots (151)$$

鑄鐵と鑄鐵との場合には $\mu=0.1$ 乃至 0.15 なる故に、$\alpha=30$ 度とすれば $\mu'=0.28$ 乃至 0.37 となり、$\alpha=40$ 度とすれば $\mu'=0.23$ 乃至 0.31 となる。

第149節公式(146)及び(146a)[溝付圓錐車なる時は公式(147)及び(147a)]は μ の代はりに μ' を置けば總て溝付摩擦車に其儘應用せらるべきは明白である。即ち車の周圍にV字形の溝を造り楔の作用を利用すれば摩擦係數 μ は增して μ' となると見做し得らるゝものである。

次に溝の數を n とすれば、一個の溝に及ぼす壓力は $\frac{Q}{n}$ である。此壓力を $2a=2h\tan\frac{\alpha}{2}$ なる幅を以て支へるのであるから、幅1吋につき許し得べき壓力を p「ポンド」とすれば次の式が成り立つ。

$$\frac{Q}{n}=2hp\tan\frac{\alpha}{2}$$

或は
$$n=\frac{Q}{2hp\tan\frac{\alpha}{2}}$$

或は之れに公式(151)のQの値を代入すれば、

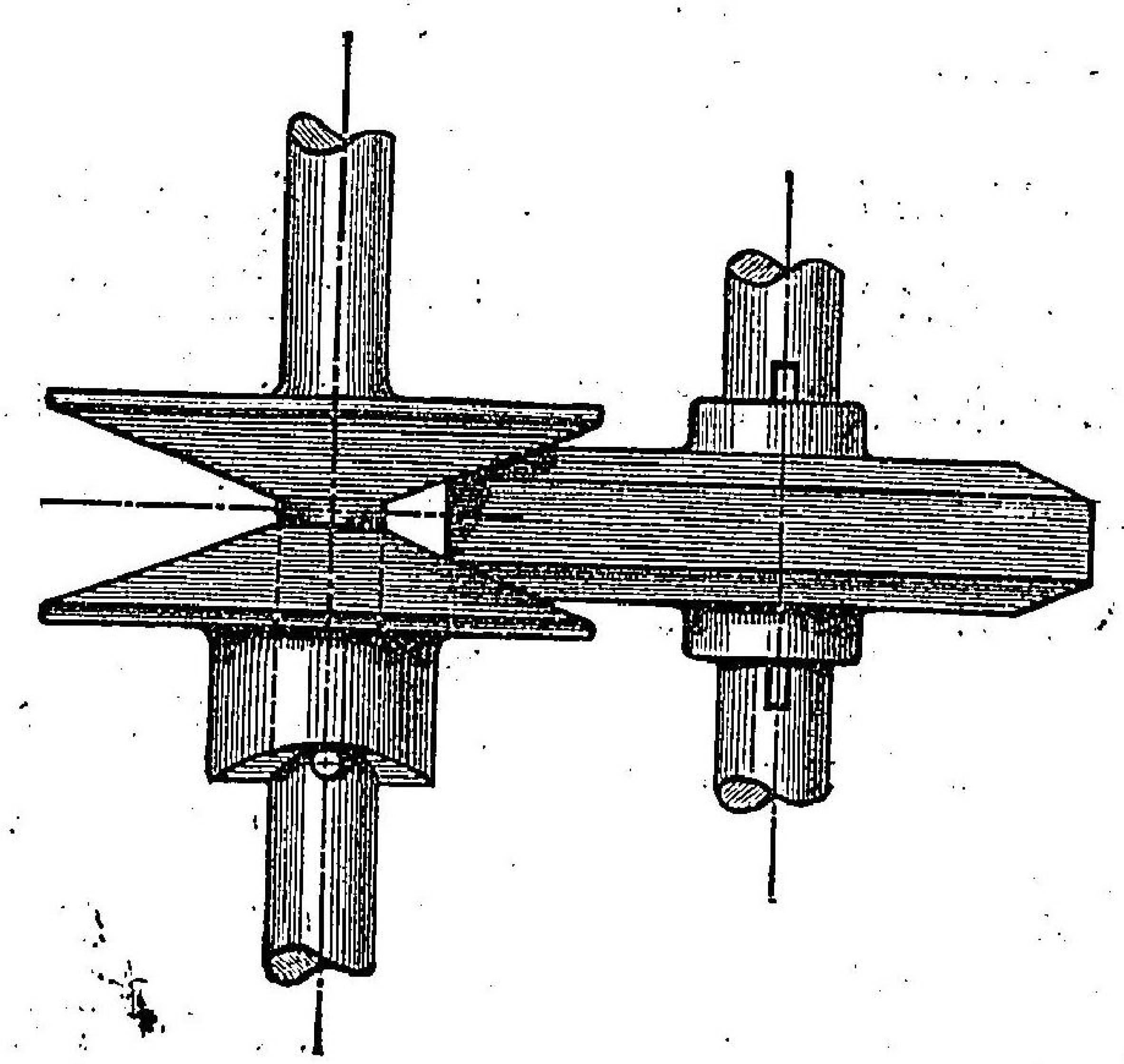
$$n=\frac{P}{2hp\mu'\tan\frac{\alpha}{2}}$$

$2hp\mu'\tan\frac{\alpha}{2}$ を k' と置けば、

$$n=\frac{P}{k'} \cdots\cdots\cdots (152)$$

此式より溝の數を算定することが出來る。但し h は通例 $\frac{7}{16}$ 吋位, p は鑄鐵と鑄鐵との場合には平均 1,900「ポンド」である故に、$\alpha=30$ 度とすれば $k'=125$ 乃至 165「ポンド」となり、$\alpha=40$ 度とすれば $k'=140$ 乃至 190「ポンド」となる。溝の數は 3 乃至 5 個が普通である。第二百六十三圖に示すは亦一種の溝付摩擦車である。

第二百六十三圖



例、每分340回轉をなす平均直徑35吋の溝付摩擦車にて30馬力を傳送せんには二つの車を幾

何の力を以て壓し付くべきか。又溝の數を問ふ。

解、溝の角αを30度，μを0·1とすれば$\mu'=0{\cdot}28$，$k'=125$「ポンド」となる故に、公式(146a)より

$$Q=\frac{33000\times HP}{\pi D\mu' N}=\frac{33000\times 30}{3{\cdot}14\times\frac{35}{12}\times 0{\cdot}28\times 340}$$
$$=1{,}140^{\text{ポンド}}$$

又公式(149)より

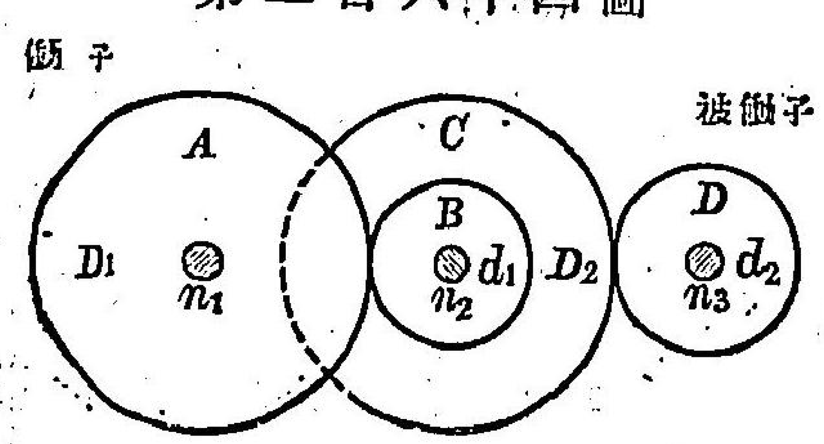
$$P=\frac{33000\times HP}{\pi DN}=\frac{33000\times 30}{3{\cdot}14\times\frac{35}{12}\times 340}=318^{\text{ポンド}}$$

故に $n=\dfrac{P}{k'}=\dfrac{318}{125}=2{\cdot}55$

即ち壓し付くべき力は少なくとも1,140「ポンド」にして溝の數は3個を適度とす。

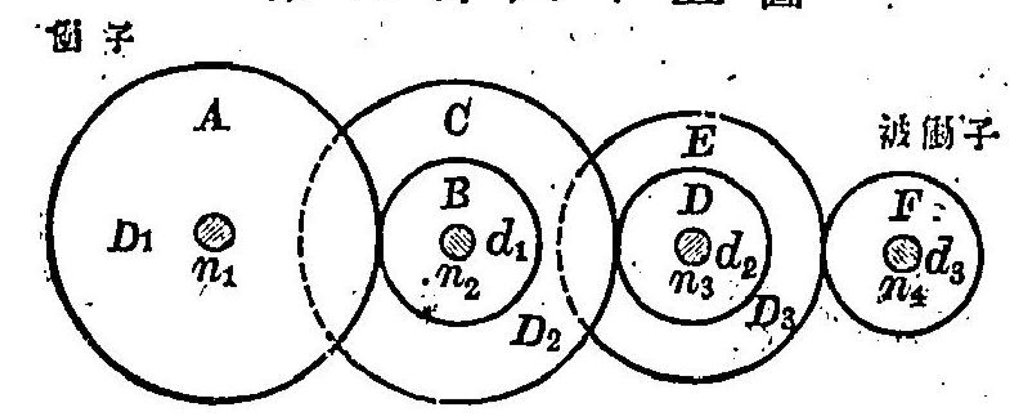
152. 車の連鎖と連鎖の値 第二百六十四圖及び第二百六十五圖に示す如く大小種々の車が一組みづゝ順次に噛み合ひて「からくり」の連鎖を形作り、最初の働子より最後の被働子に運動を傳ふる裝置に於て、最初の働子の一回轉に對する最後の被働子の回轉數

第二百六十四圖



を其連鎖の連鎖の値と云ふ。故に最初の働子がn回轉する間に最後の被働子がn'回轉をなすとすれば、其連鎖の値eは

第二百六十五圖



$$e=\frac{n'}{n}$$

今A, B, C及びDなる四つの車が第二百六十四圖の如く順次に連鎖し、Aを最初の働子、Dを最後の被働子とし其等の直徑(又は半徑)を順次にD_1, d_1, D_2及びd_2とし、各軸の回轉數を順次にn_1, n_2及びn_3とすれば、互に噛合ひにある二つの車の回轉數は直徑(又は半徑)に反比例するものである[公式(141)]から、A, Bの二車に於ては

$$\frac{n_2}{n_1}=\frac{D_1}{d_1}$$

C, Dの二車に於ては

$$\frac{n_3}{n_2}=\frac{D_2}{d_2}$$

以上の二式を左邊は左邊、右邊は右邊と乘じ合はす時は、

$$\frac{n_2}{n_1}\times\frac{n_3}{n_2}=\frac{D_1}{d_1}\times\frac{D_2}{d_2}$$

或は $$\frac{n_3}{n_1}=\frac{D_1}{d_1}\times\frac{D_2}{d_2}$$

$\frac{n_3}{n_1}$は此連鎖の連鎖の値である。故に之れをeにて表はせば、

$$e=\frac{D_1}{d_1}\times\frac{D_2}{d_2}$$

又A, B, C, D, E及びFなる六つの車が第二百六十五圖の如く順次に連鎖し、Aを最初の働子、Fを最後の被働子とし、其等の直徑(又は半徑)を順次にD_1, d_1, D_2, d_2, D_3及びd_3とし、各軸の回轉數を順次にn_1, n_2, n_3及びn_4とすれば、前の場合と同じくA, Bの二車に於ては

$$\frac{n_2}{n_1}=\frac{D_1}{d_1}$$

C, Dの二車に於ては

$$\frac{n_3}{n_2}=\frac{D_2}{d_2}$$

E, Fの二車に於ては

$$\frac{n_4}{n_3}=\frac{D_3}{d_3}$$

以上三式を左邊は左邊、右邊は右邊と乘じ合はす時は、

$$\frac{n_2}{n_1}\times\frac{n_3}{n_2}\times\frac{n_4}{n_3}=\frac{D_1}{d_1}\times\frac{D_2}{d_2}\times\frac{D_3}{d_3}$$

或は $$\frac{n_4}{n_1}=\frac{D_1}{d_1}\times\frac{D_2}{d_2}\times\frac{D_3}{d_3}$$

$\frac{n_4}{n_1}$は此連鎖の連鎖の値である。故に之れをeにて表はせば、

$$e=\frac{D_1}{d_1}\times\frac{D_2}{d_2}\times\frac{D_3}{d_3}$$

一般に最初の働子と最後の被働子とを除く他の軸には一軸に大小の二車を具へ、此等が順次に嚙み合ひて連鎖を形作れる場合に其等の直徑(又は半徑)を最初の働子より順次にD_1, d_1, D_2, d_2, D_3, d_3,…………とし、最初の働子の回轉數をn, 最後の被働子の回轉數をn', 連鎖の値をeとすれば次の公式を得。

$$e=\frac{n'}{n}=\frac{D_1}{d_1}\times\frac{D_2}{d_2}\times\frac{D_3}{d_3}\times\ldots\ldots\ldots\ldots(153)$$

此公式は圓板車にも圓錐車にも、又は圓板車と圓錐車とを混入せる場合にも、或は內嚙みにも外嚙みにも、其他如何なる種類の車の連鎖にも應用さるゝものである。

例一、働子より順次に半徑20, 8, 12, 6, 8及び3吋の六個の車が「からくり」の連鎖を形成せりと云ふ。連鎖の値を問ふ。

解、 $e=\frac{20}{8}\times\frac{12}{6}\times\frac{8}{3}=\frac{40}{3}$ 或は13·3

即ち最初の働子が3回轉する間に最後の被働子は40回轉す。或は最初の働子が1回轉する間に最後の被働子は13·3回轉す。

例二、働子より順次に直徑52, 19, 81及び21吋の四個の車が連鎖し最初の働子は毎分 40 回轉すと云ふ。最後の被働子は毎分何回轉するか。又最初の働子が15回轉する間に最後の被働子は何回轉するか。

解、 $$e=\frac{52}{19}\times\frac{81}{21}=10{\cdot}6$$

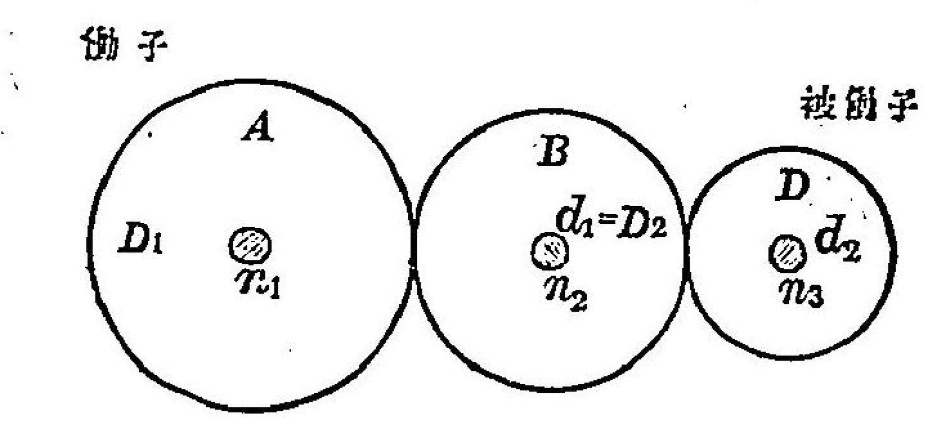
即ち最初の働子が1回轉する間に最後の被働子は10·6回轉す。故に最後の被働子の毎分の回轉數は

$$10{\cdot}6\times40=424^{\text{回}}/_{\text{分}}$$

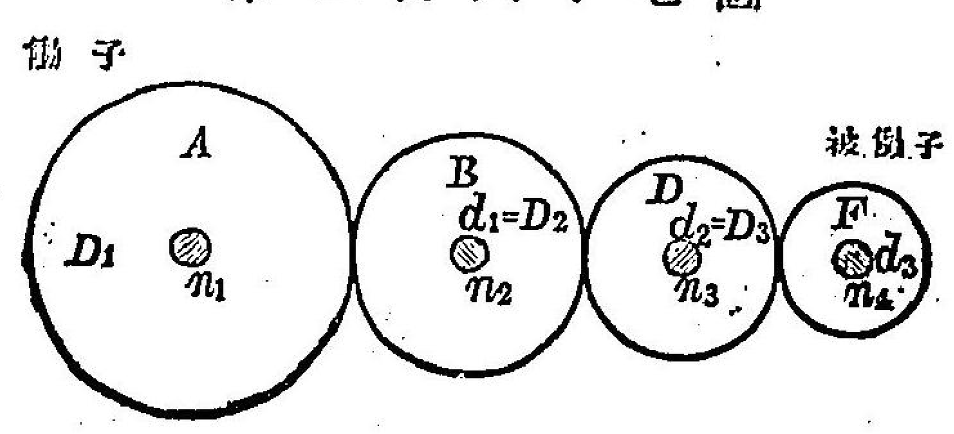
又最初の働子が15回轉する間に於ける最後の被働子の回轉數は

$$10{\cdot}6\times15=159^{\text{回}}.$$

第二百六十六圖



第二百六十七圖



153. 遊車（アソビグルマ）

第二百六十四圖のB, Cなる二つの車が等しき直徑なる時は、A, B, Dなる三つの車が第二百六十六圖の如く直接に連鎖せる場合と同じ形となり、第二百六十五圖のB, Cなる二つの車及びD, Eなる二つの車が各々等しき直徑なる時は、A, B, D, Fなる四つの車が第二百六十七圖の如く直接に連鎖せる場合と同じ形となる理である。偖て公式(153)を應用して第二百六十六圖の連鎖の値を求むれば、

$$e=\frac{D_1}{d_1}\times\frac{D_2}{d_2}$$

然るに $d_1=D_2$

故に $e=\frac{D_1}{d_2}$

然るに $\frac{D_1}{d_2}$ は中央のBなる車を無しと假定し、A, D二つの車が直接に接觸せりと見做したる時の速比の反數である。

又第二百六十七圖の連鎖の値を求むれば、

$$e=\frac{D_1}{d_1}\times\frac{D_2}{d_2}\times\frac{D_3}{d_3}$$

然るに $d_1=D_2;\ \ d_2=D_3$

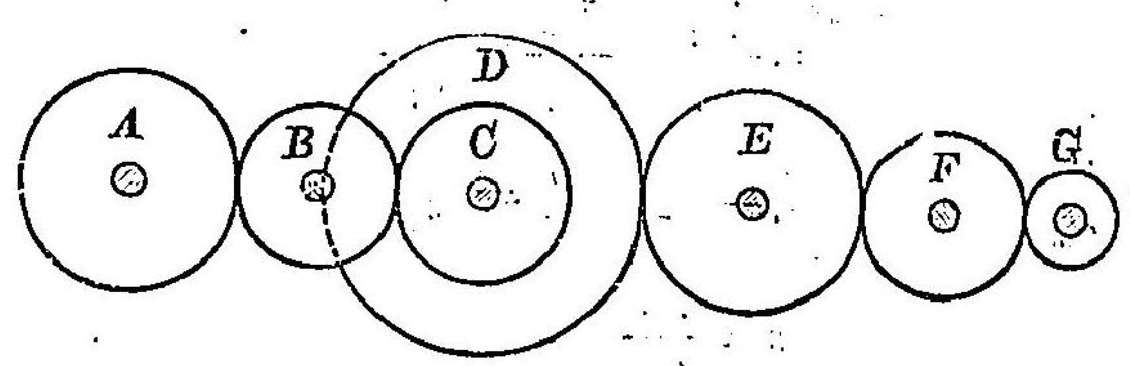
故に $e=\frac{D_1}{d_3}$

然るに $\frac{D_1}{d_3}$ は中央の二つの車B及びDを無しと假定し、A, F二つの車が直接に接觸せりと見做したる時の速比の反數である。

一般に多數の車が第二百六十六圖或は第二百六十七圖の如く順次に且つ直接に連鎖する時は、連鎖の値は最初の働子と最後の被働子とが直接に嚙み合へる場合の速比の反數に等しく、中間の車の有無に關することなし。斯の如く最初の働子と最後の被働子との間に存在する直接に接觸する車は、其數と大小とに論なく、最初の働子と最後の被働子との速比には無關係なもので、此等の中間に存在する車を總て遊車と名付く。夫故に遊車を混ずる車の連鎖の連鎖の値を求めんとする場合には、遊車は之れを除去し、無しと見做して公式(153)を適用せねばならぬ。

例 A, B, C, D, E, F 及び G なる七個の車が第二百六十八圖に示す如く連鎖し、其等の直徑は順次に

第二百六十八圖



に 50, 30, 40, 80, 50, 35 及び 20 吋なりと云ふ。A が働子なる時の連鎖の値を求む。

解、B, E, F なる三つの車は遊車である故に此等を除去し、唯 A, C, D, G なる四つの車が第二百六十四圖の如く連鎖せりと見做し、公式(153)を適用して連鎖の値を求むること次の如し。

$$e=\frac{A}{C}\times\frac{D}{G}=\frac{50}{40}\times\frac{80}{20}=5$$

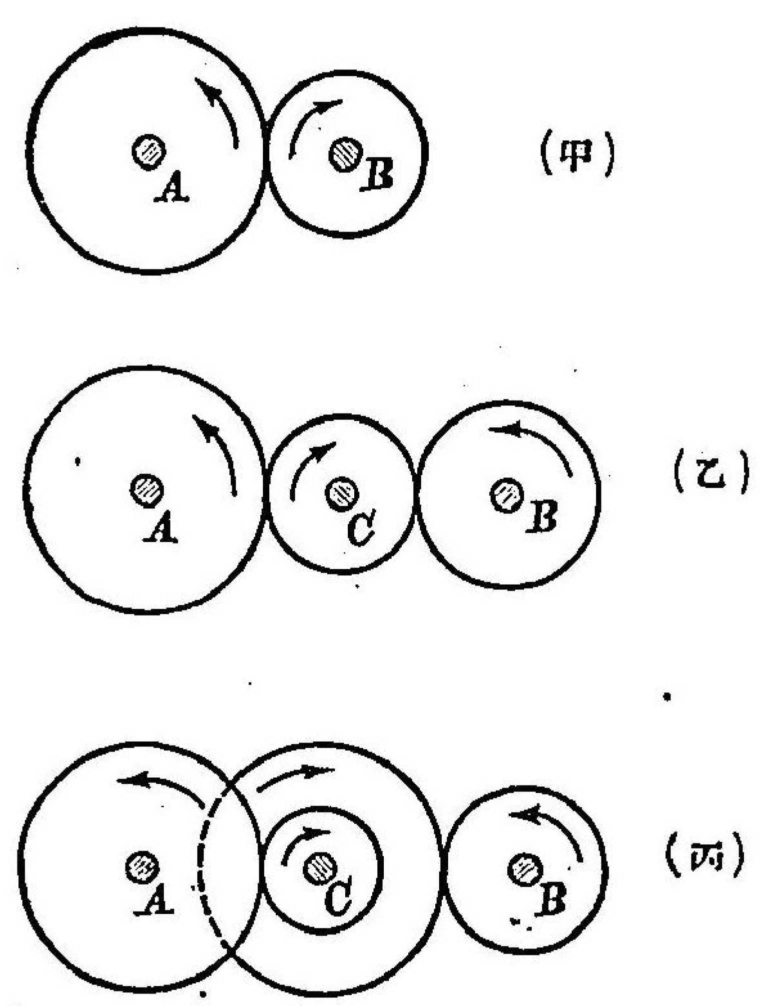
即ち A の 1 回轉につき G は 5 回轉す。

154. 連鎖の效用 二つの軸に速比の大なる運動を傳へんとする場合に、唯一組みの車を用ゐる時は其速比に從つて一方の車は甚だ大となり、他方の車は甚だ小となる。例へば100或は $\frac{1}{100}$ の速比を以て運動を傳へんとするには、一方の車の直徑 100 吋に對し他方の車の直徑は僅に 1 吋となり、大なる車が 1 回轉する間に小なる車は 100 回轉す。然し斯の如き大なる車と小なる車とを直接に嚙み合はす時は、回轉速度の相違甚しく大なるために大なるこりを起し、働子と被働子との運動の不調を惹き起こすものである。斯かる場合に働子と被働子との中間に任意の數の車を排置し、連鎖によりて二軸に回轉運動を傳へる樣にすれば、順次に嚙み合ふ各一組みの速比は左程大ならずして然も最初の働子と最後の被働子との間には甚だ大なる速比を生じ、且

つ辷りを防ぎ得るものである。又二軸の距離甚だ遠き場合に、唯一組みの車を用ゐる時は甚だ大なる車を要することゝなるが、連鎖を應用すれば車の數は多くなれど大なる車の必要なくなり、車の製造簡易となる。殊に場所狹くして大なる車を置き能はざる場合には連鎖に依るの他はない。

車の連鎖を採用するは回轉方向にも至大の關係を有するもので、例へばA及びBなる二つの軸に運動を傳へんに、第二百六十九圖(甲)の如く外嚙みの二つの車を用ゐる時は二軸は反對に回轉し、(乙)圖或は(丙)圖の如く他の軸Cを A, B の中間に置き車の連鎖にすれば A, B の二軸は同方向に回轉す。一般に、外嚙みに於ては軸の數が偶數なる時は最初の車と最後の車とは反對に回轉し、軸の數が奇數なる時は同方向に回轉す。又內嚙みに於ては軸の數の如何に係らず總ての車は皆最初

第二百六十九圖

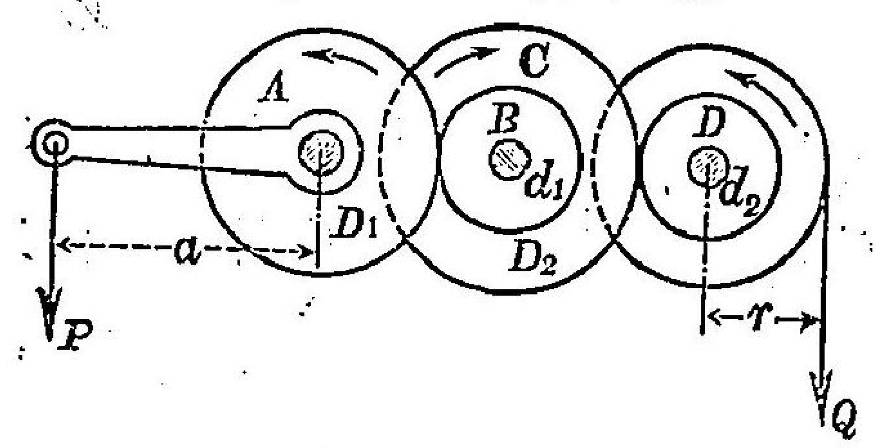


の車と同方向に回轉することは明である。故に外嚙みと內嚙みと其他圓錐車等を混じたる連鎖に於ては、回轉方向の關係は種々となるものであるから、所要の回轉方向を考査したる後、適當の大さの車を以て所要の速比或は連鎖の値を與ふる車の連鎖を撰定せねばならぬ。

軸は必ず軸承內に回轉して一定の撿束運動をなすものであるが、軸と軸承面との間には摩擦を生じ働力の損失となる。此損失は軸幷びに軸承の數の多きに從ひ益々大となるものであるから、要もなきに軸及び車の數を多くし連鎖を複雜にすることは避けねばならぬ。實驗の結果によれば一組みの圓錐摩擦車の機械的效率は速比$\frac{1}{4}$乃至$\frac{1}{6}$なる時は85%乃至 92% で、一組みの滯付摩擦車の機械的效率は 88% 乃至 90% である。故に例へば圓錐摩擦車の二組みの嚙合ひより成る連鎖の機械的效率は公式140)によりて 0.85^2 乃至 0.92^2 即ち約 72% 乃至 85% となり、三組みの嚙合ひより成る時は 0.85^3 乃至 0.92^3 即ち約61%乃至 78% となる。如何なる場合にも連鎖の數を多くするに從ひ效率は次第に減少するもので、其れを運轉するに益々大なる力を要することゝなるものである。

155. 連鎖の機械益度 A, B, C 等の多數の車が第二百七十圖に示す如く連鎖し、働子Aを回轉するに長さaなる把手の一端に働く力Pを以てし之れが最後の被働子の軸より半徑rなる距離に働く力Qに釣合ふとすれば此連鎖の機械益度は$\frac{Q}{P}$である[138節]。偖て摩擦なしと假定すれば働子に與ふる働力は被働子の成す仕事に等しい理である。

第二百七十圖



然るに働子を1回轉するに要する働力は上卷公式(23)により

$$M\theta = Pa.2\pi$$

である。何となればMは働子を回轉する「トルク」でPaに等しく、1回轉に等しき角θは2π「レヂアン」に等しいからである。又最後の被働子が1回轉する間に成す仕事は同じ公式より

$$M\theta = Qr.2\pi$$

である。然るにeを連鎖の値とすれば働子が1回轉する毎に最後の被働子はe回轉を成すのであるから働子に$Pa.2\pi$なる働力を與ふる毎に最後の被

働子は$Qr.2\pi e$なる仕事を成すのである。依て

$$Pa.2\pi = Qr.2\pi e$$

故に
$$P = \frac{Qr}{a}e$$

以上は摩擦なしと假定したる場合であるが摩擦を考ひに入れ連鎖の機械的效率をηとすれば公式(139a)より

隨つて
$$\left.\begin{aligned} P &= \frac{Qr}{a\eta}e \\ \text{機械益度} &= \frac{Q}{P} = \frac{a}{re}\eta \\ e &= \frac{Pa}{Qr}\eta \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots (154)$$

又Pの線速度をc, Qの線速度をvとすれば公式(139b)より

或は
$$\left.\begin{aligned} \text{線速比} &= \frac{c}{v} = \frac{Q}{P\eta} = \frac{a}{re} \\ v &= \frac{cr}{a}e \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots (154a)$$

但し把手の回轉數を單位時間n回とすれば$c=2\pi an$である。

例、働子より順次に直徑10, 35, 10, 及び100吋の四つの車より成る第二百七十圖に示す如き連鎖あり。r=3吋, a=10吋にして各一組みの嚙合ひの機械的效率は90%なりと云ふ。30「ポ

ンド」の力Pを以て何「ポンド」の荷物Qを釣り揚げ得るか。

解、此連鎖全體の機械的效率ηは公式(140)より

$$\eta=0{\cdot}9\times0{\cdot}9=0{\cdot}81$$

而して $e=\frac{10}{35}\times\frac{10}{100}=\frac{1}{35}$

故に公式(154)より

$$Q=\frac{a\eta}{re}P=\frac{10\times0{\cdot}81}{3\times\frac{1}{35}}\times30=2{,}840^{\text{ポンド}}.$$

第一項 問題

1. 半徑12吋及び4吋の一組みの圓板車の角速比を問ふ。

2. 直徑15吋及び33吋の一組みの圓板車の內、小なる車が9分間に500回轉をなさば大なる車は25分間に何回轉するか。

3. 中心距離72吋の平行の二軸に一組みの圓板車を以て回轉運動を傳へ、而して回轉速度を1と3との比たらしめんとす。外嚙みと內嚙みとの場合につきて二車の半徑を求む。

4. 毎分82回轉をなす直徑10吋の「ピニオン」と嚙み合ふ「ラック」の速度を問ふ。

5. 毎秒3呎の速度にて運動する「ラック」と嚙み合ふ「ピニオン」が毎分130回轉をなすとせば、「ピニオン」の直徑如何。

6. 中心距離8吋の平行の二軸A, Bに一組みの圓板車を以て運動を傳へんとするに、Aが16回轉をなす間にBは30回轉をなし、回轉方向は反對ならしめんとす。兩車の半徑を求む。

7. 中心距離6吋の平行の二軸A, Bに一組みの圓板車を以て運動を傳へんとするに、Aが40回轉をなす間にBは15回轉をなし且つ同方向に回轉せしめんとす。兩車の半徑を問ふ。

8. 毎分60回轉をなす直徑24吋の圓板車あり。8馬力を傳へんには幾何の力を以て壓し付くべきか。但し嚙み合ふ二車を共に鑄鐵製とし摩擦係數を0·15とせよ。

9. 毎分730回轉をなす直徑36吋の圓板車を520「ポンド」の力を以て壓し付くれば何馬力を傳へ得るか。但し摩擦係數を0·35とせよ。

10. 問題8及び9の車の幅を問ふ。但し問題9の働子は鑄鐵、被働子は硬き木を埋めたるものとす。

11. 1,500呎/分の線速度を以て回轉する圓板車を以て10馬力を傳へんとす。摩擦係數0·2ならば幾何の力を以て兩車を壓し付くべきか。

12. 噛合ひにある二つの鑄鐵製の摩擦車の幅は共に3吋にして、一方の車の直徑は28吋、其最大回轉速度は520回/分なりと云ふ。此摩擦車は何馬力を傳へ得るか。

13. 直徑48吋にして30馬力を傳ふる車が毎分85, 120, 250及び370回轉をなす時に、車の周圍に働く力の大さを計算せよ。

14. 周圍の平均線速度1,600呎/分、速比2なる一組みの圓錐車を以て直角に交はる軸に4馬力を傳へんには、軸の方向より何「ポンド」の力を以て壓さねばならぬか。但し摩擦係數を0·25とすべし。

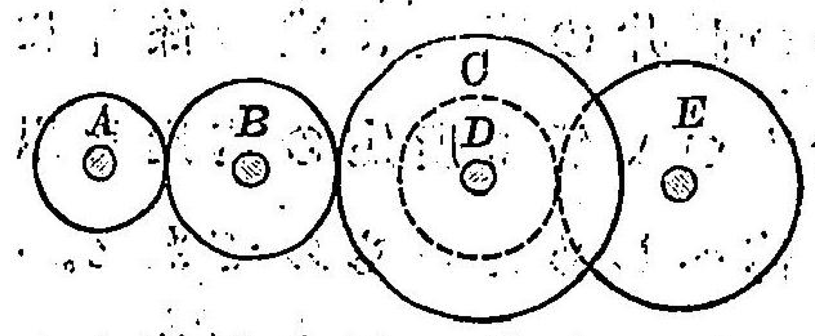
15. 溝の角30度、摩擦係數0·18、周圍の平均線速度1,200呎/分なる一組みの溝付摩擦車を以て8馬力を傳へんには、幾何の力を以て二車を壓し付くべきか。

16. 働子より順次に直徑60, 15, 5, 3, 60, 24, 24, 12, 3及び2吋なる十個の車を以て五組みの噛合ひより成る連鎖の價を求む。又最初の働子が25回轉する毎に最後の被働子は何回轉するか。

17. 働子より順次に直徑50, 35, 80及び28吋の四つの車を以て二組みの噛合ひより成る連鎖あり。此連鎖を働子の直徑50吋なる一組みの噛合ひを以て置き換へんとせば、被働子の直徑を何吋にすれば可なるか。

18. A, B, C, D及びEなる五個の車が第二百七十一圖に示す如く連鎖し、其等の直徑はAより順次に15, 22, 50, 25及び40吋なりと云ふ。Aを働子とし連鎖の値を求む。又Eが働子ならば如何。

第二百七十一圖



19. 働子より順次に12, 45, 15, 58, 10及び80吋の六個の車を以て三組みの噛合ひより成る連鎖あり。最初の働子を回轉する把手の長さ10吋、最後の被働子に釣り下げられたる荷物の巻き揚げらるゝ半徑は4吋にして、各一組みの噛合ひの機械的效率は85%なりと云ふ。把手を廻はすに30「ポンド」の力を以てせば幾何の荷物を釣り揚げ得るかを、摩擦なしと見做したる時と摩擦ある時とに於て別々に計算せよ。

20. 前問に於て把手の回轉速度が毎分45回ならば、

荷物の實際に釣り揚げらるゝ速度は如何。

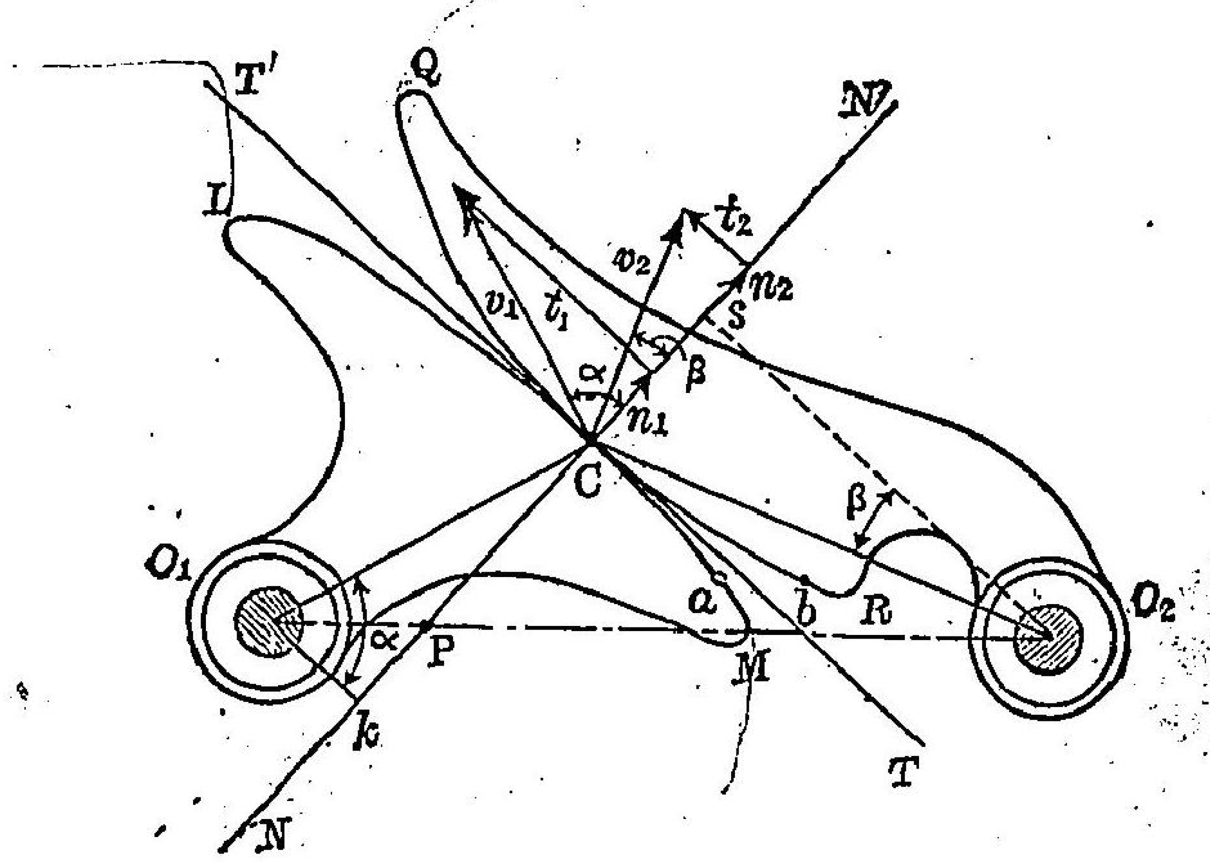
第二項　齒車

156. 滑動接觸を成すための條件　轉動接觸に於ては、相接觸する二つの動片の間に滑りを起す時は速比に不調を來し所要の働力を傳へ得ぬものであるが、相接觸する二つの動片の表面に或る條件に適ふ形狀を與ふれば、滑りつゝ然も所定の速比を以て運動し所要の働力を傳へしめ得るものである。斯く滑りつゝ然も所定の速比を以て働力を傳ふる如き動片の接觸を轉動接觸に對して**滑動接觸**と名付く

第二百七十二圖に於てLMをO_1を軸として運動する動片の表面とし、QRをO_2を軸としLMと接觸を遂ぐる他の動片の表面とし、或る瞬時の接觸點をCとす。今此等二つの動片に屬するC點の線速度をv_1及びv_2とすれば、v_1はO_1Cに直角、v_2はO_2Cに直角である。偖てC點に於ける共通接線をTT′、共通直角線をNN′とし、此等の二方向に平行なるv_1及びv_2の分速度を夫々t_1, n_1及びt_2, n_2とすること總て第145節に於ける如くすれば、n_1とn_2とが其方向、大さ

及び向きに於て等しからねば、二つの動片は壓し合ふか又は離れ連續して接觸を成し遂げぬ。故に働力或は運動を傳へ得るためには$n_1=n_2$でなければならぬ。

第二百七十二圖



又C點はLMの表面に沿ふてt_1なる速度を以て運動し、QRの表面に沿ふてt_2なる速度を以て運動するのであるから、t_1とt_2との差は二つの動片の表面が滑る速度である。然し若しt_1とt_2との向きが反對なる時は滑る速度はt_1とt_2との和となる。即ちt_1とt_2とが第二百七十二圖に示す如く同じ向きなる時は滑る速度はt_1とt_2との差で、反對の向きなる時は和である。故に一般に滑る速度はt_1とt_2との代數差であると云ひ得るのである。

$n_1=n_2$にして且つ$t_1=t_2$なるは轉動接觸の條件[145節參照]であるが、働力を傳へ得ることより考ふれば

$n_1=n_2$でありさへすれば必ずしも$t_1=t_2$なるべき必要はない。然しt_1とt_2とが等しからねば動片の相接觸する表面に滑りが起るを免れぬ。是即ち滑動接觸の場合に他ならぬのである。t_1及びt_2は動片の表面が經過する弧の長さに正比例する譯であるから、同一時間內に經過する弧の長さの差は滑る量を示す。例へば現にC點にて接觸し或る時間の後aとbとが接觸するとすれば、其時間內に起る滑りの全量は弧aCと弧bCとの差である。依て滑動接觸をなすための條件は次の如し。

二個の動片が滑動接觸を成すためには、接觸點に引きたる共通直角線の方向に於ける分速度は互に相等しからざるべからず。而して同一時間內に經過する弧の長さの差は、其時間內に於ける滑りの全量を示す。

滑動接觸に於ては接觸點は中心線上に一致することなきは明瞭である。

次に接觸點CのO_1に對する角速度をω_1とし、O_2に對する角速度をω_2とすれば、

$$v_1=\omega_1\times O_1C$$

及び

$$v_2=\omega_2\times O_2C$$

共通直角線とv_1及びv_2との間の角を夫々α及びβ

とすれば、

$$n_1=v_1\cos\alpha=\omega_1\times O_1C\cos\alpha$$

$$n_2=v_2\cos\beta=\omega_2\times O_2C\cos\beta$$

然るに滑動接觸に於ては

$$n_1=n_2$$

故に

$$\omega_1\times O_1C\cos\alpha=\omega_2\times O_2C\cos\beta$$

或は

$$\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{O_2C\cos\beta}{O_1C\cos\alpha}$$

O_1及びO_2より共通直角線NN′に垂直線O_1k及びO_2sを引けば、角CO_1kはαに等しく角CO_2sはβに等しくなる故に、

$$O_1C\cos\alpha=O_1k$$

$$O_2C\cos\beta=O_2s$$

此結果を上式に代入すれば、

$$\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{O_2s}{O_1k}$$

然るに二つの三角形O_1Pk及びO_2Psは相似形であるから、

$$\frac{O_2s}{O_1k}=\frac{O_2P}{O_1P}$$

故に

$$\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{O_2P}{O_1P}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(155)$$

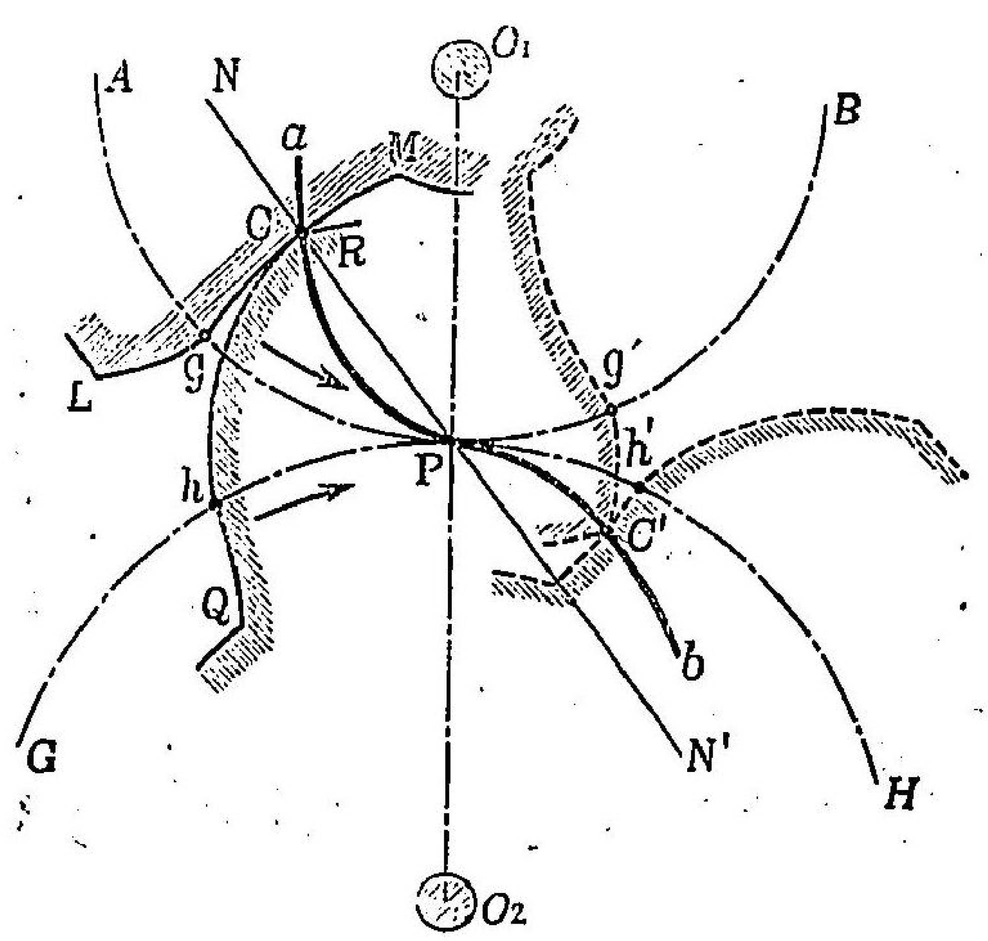
依て次の定理を得。

滑動接觸をなす二個の動片の角速度は、接觸點

に引きたる共通直角線が中心線と交はる點より各軸の中心に到る距離に反比例す。

157. 角速比一定なるべき條件 働子より被働子に働力を傳送する大半は角速比一定なる場合てあるから、本第二項に於て以下述ぶる所皆此場合てあると心得置くべし。偖て滑動接觸に於て速比一定なるためには如何なる條件が必要かと云ふに、第二百七十三圖に於てLMをO_1を軸として運動する動片、QRをO_2を軸として運動する動片とし、或る瞬時の接觸點をC, Cに於ける共通直角線をNN'、NN'と中心線O_1O_2との交點をPとすれば、前節の結果より

第二百七十三圖



$$角速比=\frac{O_2P}{O_1P}$$

故に所定の角速比をεとすれば、

$$\varepsilon=\frac{O_2P}{O_1P}$$

中心距離O_1O_2をlとすれば、

$$O_2P=l-O_1P$$

故に $$\varepsilon=\frac{l-O_1P}{O_1P}=\frac{l}{O_1P}-1$$

或は $$O_1P=\frac{l}{\varepsilon+1}$$

隨つて $$O_2P=l-O_1P=\frac{l}{1+\frac{1}{\varepsilon}}$$

此等の式より考ふるにlは一定の大さてあるから、角速比εが一定の値てあるならばO_1PとO_2Pとは亦一定の大さて、隨つてP點は一定不變の點てある。依て次の定理を得。

滑動接觸に於て角速比一定なるためには、接觸點に引きたる共通直角線が中心線と出會ふ點は、動片の位置の如何に係らず一定不變の點ならざるべからず。

此一定不變の點Pを刻み點と云ふ。

O_1PとO_2Pとが一定の大さならば、O_1及びO_2を中心としO_1P及びO_2Pを半徑とする二つの圓AB及びGHを想像すれば、二つの動片が滑動接觸をなしつゝある間に此等二つの圓はP點に於て相接し轉動接觸をなしつゝあるのである。此等の圓を刻み圓と呼ぶ。依て次の定理を得。

滑動接觸は其結果に於て刻み圓の轉動接觸と同し。

隨つて角速比一定なる場合の角速度は刻み圓の半徑(又は直徑)に反比例するものであることが轉動接觸の場合に照して明白であらう。

158. 接觸路と作用弧　第二百七十三圖に於てC點は或る瞬時の接觸點であるが運動の進むに從ひ此點は次第次第に移り行き或る瞬時には刻み點Pに一致し更に運動を續けるのであるから各瞬時の接觸點の位置を連結する時は aPb の如き曲線或は直線を得る譯である。此線は即ち接觸點の軌跡で之れを**接觸路**と云ひ其内接觸點が刻み點に向つて進み來る方の接觸路を**進入路**と云ひ刻み點を遠ざかり行く方の接觸路を**退去路**と云ふ。例へば二百七十三圖に於て二つの動片が矢の示す向きに運動するとすれば、aP は進入路で Pb は退去路である。

接觸點が接觸路に沿ふて移り行く間に刻み圓は轉動接觸をなしつゝ運動し[157節]、刻み圓と動片との交點を g 及び h とすれば g と h とは刻み點Pに於て出會ひ、尚ほ進んで g' 及び h' の如き位置に移る。而して二つの動片が接觸し始むる點をC, 接觸し終

る點をC'とすれば、gPg' と hPh' とは轉動したる弧の範圍を示す譯で此弧を**作用弧**と云ひ其内進入路と同じ側にある作用弧を**進入弧**と云ひ退去路と同し側にある作用弧を**退去弧**と名付く。例へば第二百七十三圖に於ては gP と hP とは進入弧で、Pg' と Ph' とは退去弧である。弧 gP は弧 hP に等しく弧 Pg' は弧 Ph' に等しきことは明瞭であらう。

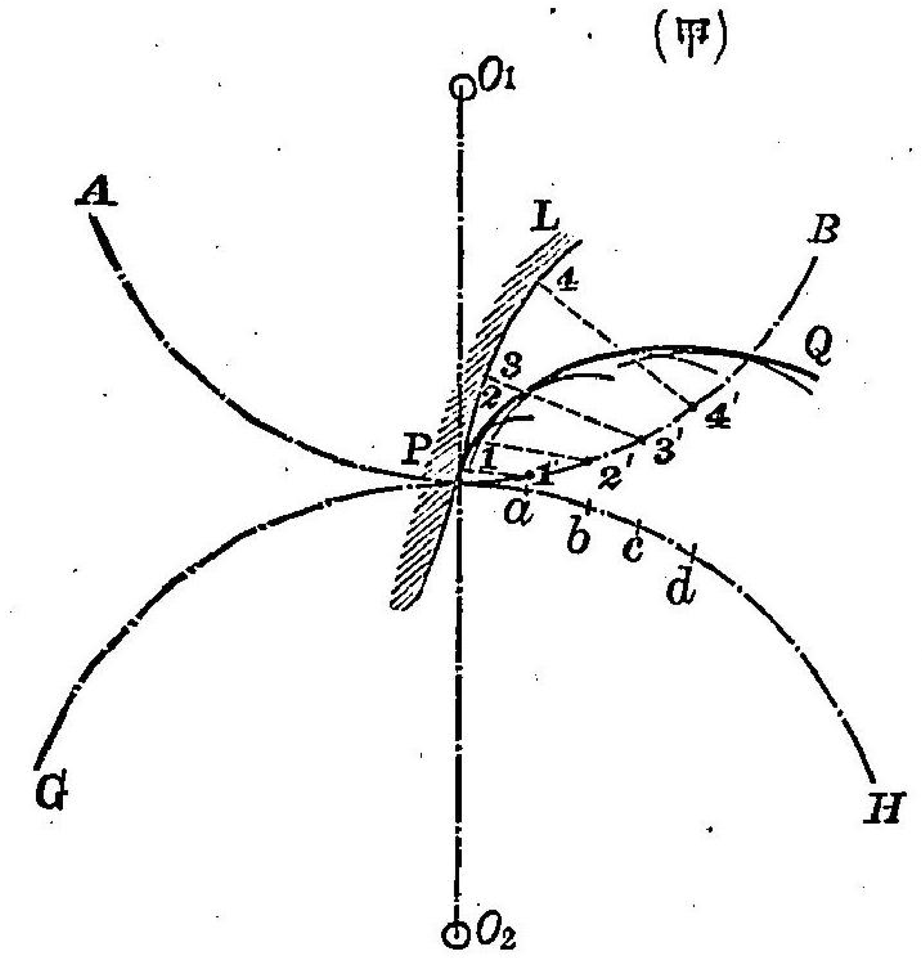
作用弧は刻み圓の一部で常に圓弧であるが、接觸路は任意の曲線或は直線である。然し最も都合よきは圓弧の一部なるか又は直線なる場合で、接觸路が圓弧なるためには動片の外形に「シクロイド」と稱する曲線を要し、直線なるためには卷出し線と稱する曲線を要すること、以下述ぶる所によりて學び得られやう。

159. 與へられたる曲線と滑動接觸をなす曲線を畫くこと。　第157節の定理に基き、一方の動片の外形を與へて其れと滑動接觸をなす地方の動片の外形は、圖面上で容易に求めることが出來る。其方法は第二百七十四圖(甲)又は(乙)に於て O_1 及び O_2 を二つの動片の回轉の軸とし、P.を刻み點, AB 及び GH を二つの刻み圓, PL を O_1 を軸として回轉する與へられたる動片の外形を示す曲線とすれば、PL上の

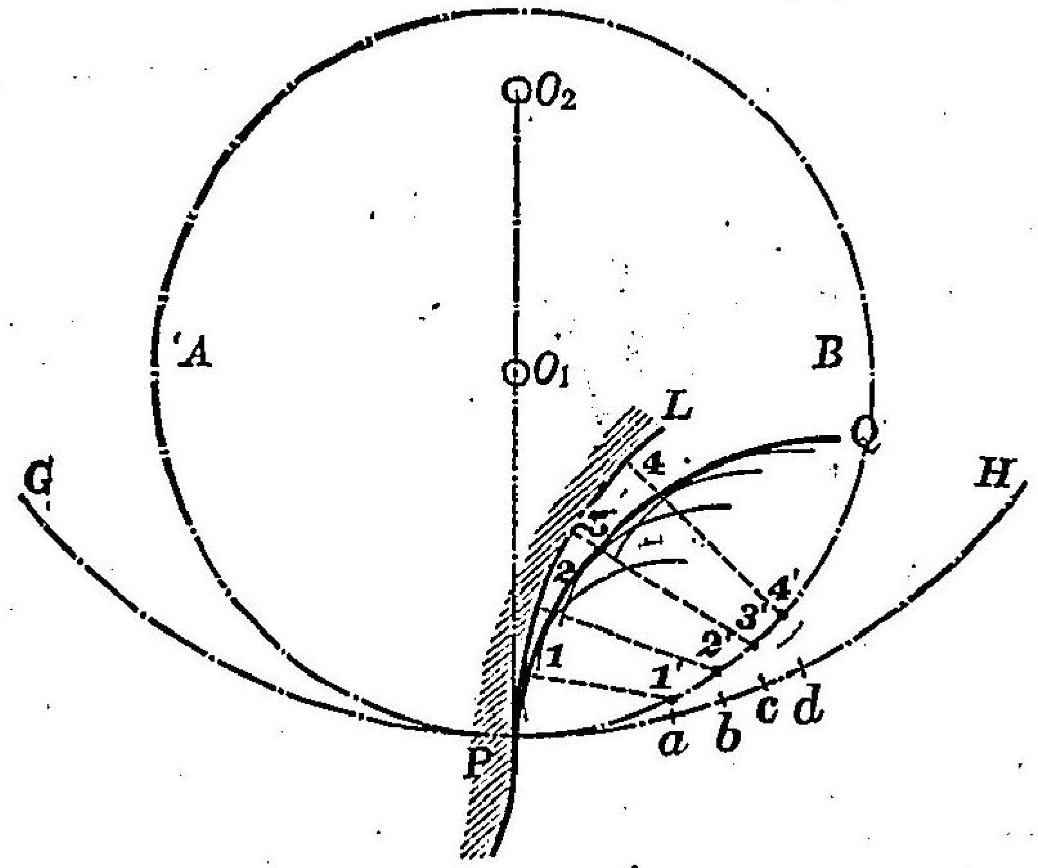
任意の位置に 1, 2, 3, 4 等の諸點を成るべく多く且つ密に選び、此等の諸點に於て目分量にて能ふ限り曲線に直角なる直線 11′, 22′, 33′, 44′ 等を引き、與へられたる動片の屬する刻み圓 AB との交點を 1′, 2′, 3′, 4′ 等とす。次に求めんとする動片の屬する刻み圓に a, b, c, d 等の諸點を次の關係に取る。

第二百七十四圖

(甲)



(乙)



弧 Pa=弧 P1′; 弧 ab=弧 1′2′;

弧 bc=弧 2′3′; 弧 cd=弧 3′4′; 等

但し此等の諸點甚だ密なる時は、弧の代はりに二點間の直線距離を取りて

Pa=P1′; ab=1′2′;

bc=2′3′; cd=3′4′; 等

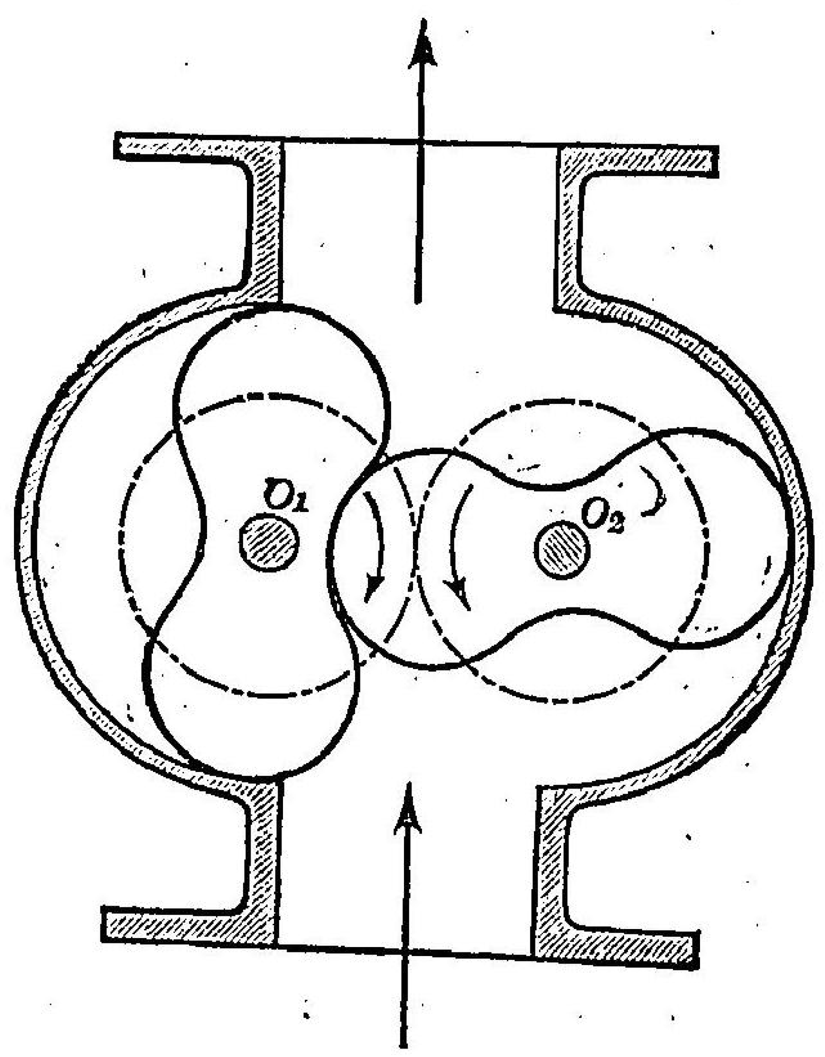
とするも大差は起らぬ。茲に於て a, b, c, d 等を中心とし、順次に 1′1, 2′2, 3′3, 4′4 等に等しき長さを半徑とする圓弧を連續して書き、此等の圓弧に悉く接觸する曲線 PQ を書けば、PQ は所要の動片の外形を示す曲線である。此方法は外嚙みにも内嚙みにも、其他如何なる場合にも等しく應用せらるゝものて、第二百七十四圖(甲)は外嚙み、(乙)圖は内嚙みの場合の例を示したものてある。

例、ルートの送風機回轉「ピストン」の斷面圖を書け。

解、ルートの送風機は第二百七十五圖(甲)に示す如く、O_1及びO_2を軸とする斷面瓢形の二つの回轉「ピストン」を長圓形の箱に納れ、此等を相等しき角速度を以て矢の示す如く互に反對の向きに回轉すれば、風は箱の下より入りて上に拔け、之れに管を連結して目的の場所に導けば其場所に所要の風を送り得るものである。此れと同じ構造て水を送ることも

出來る、然る時は其れをルートの旋轉「ポンプ」と呼ぶ。

第二百七十五圖(甲)

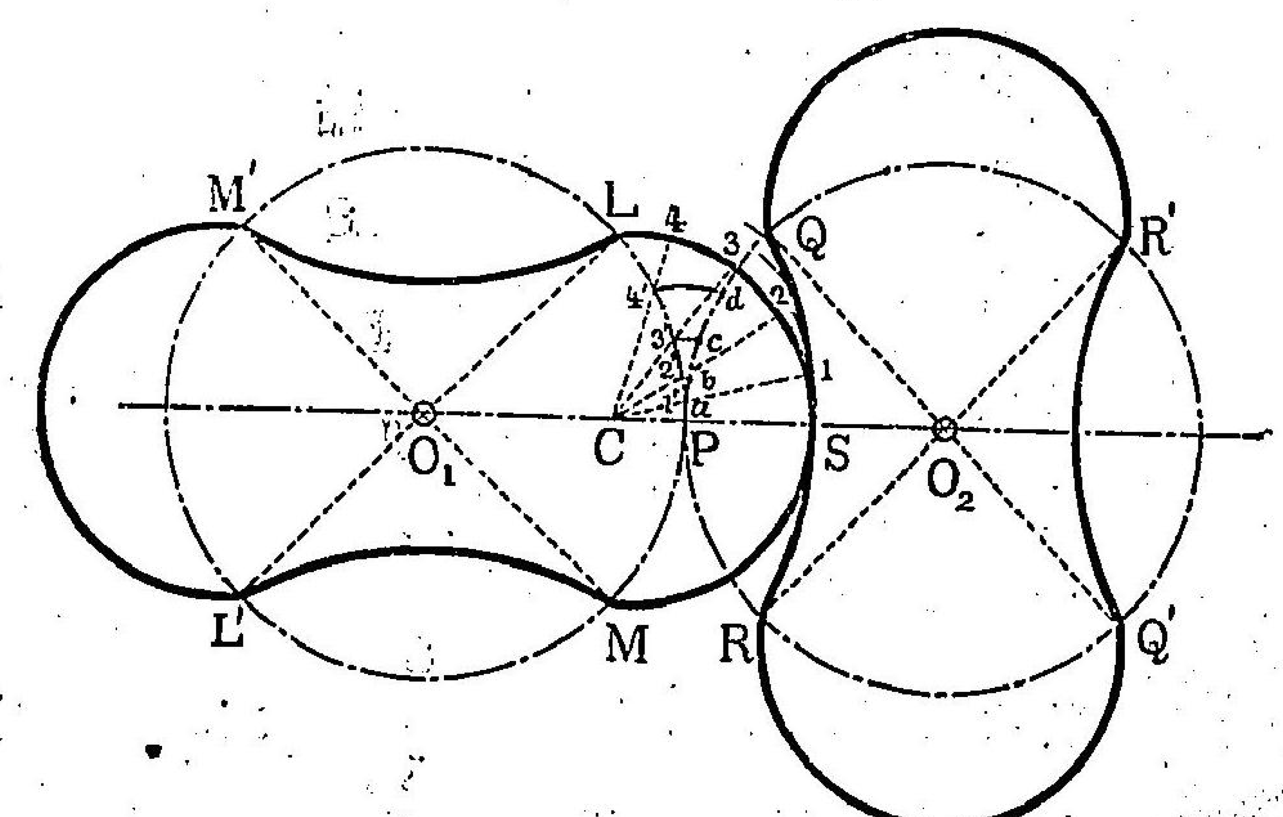


此二つの動片即ち回轉「ピストン」は如何なる位置にあるとも常に接觸して居らねば、風或は水は其透間より漏れて送風或は送水の目的を達し得ぬ譯である。又相等しき角速度を以て互に反對に回轉せねばならぬのであるから、轉動接觸とすれば「ピストン」の斷面は圓形でなければならぬ。然し斷面圓形なる時は「ピストン」の上下の空隙に容積の變化が起らぬから、送風或は送水の目的を達することは出來ぬ。斷面を瓢形にしたのは即ち夫れがためで、轉動接觸を成す筈はない。轉動接觸をなさぬとして然も接觸し

て運轉さるゝとすれば、必ずや滑動接觸でなければならぬ。然し只隨意に二個の瓢形の斷面を有する「ピストン」を造りたりとて、其等が滑動接觸をなすべき筈のものでない。滑動接觸たらしめんには是非とも第 156 節の條件を滿足せしめねばならぬ。要するに吾人は一方の回轉「ピストン」の形狀を與へ、此れと滑動接觸をなすべき條件の下に他方の回轉「ピストン」の形狀を求め、此等を斷面形とする二つの回轉「ピストン」を用ゐねばならぬのである。夫れには本節に述べたる方法を適用し圖面上より求むるが至便である。

偖て「ピストン」の角速度は相等しき故に二

第二百七十五圖(乙)



つの刻み圓は同じ大さである。此れを LM L'M' 及び QRQ'R' とし、刻み點を P とす(第二百七十五圖乙)。LL' は MM' に直角に又 QQ' は RR' に直角に書けば、O_1 及び O_2 を軸として回轉すれば L と Q、M' と R'、L' と Q'、M と R とは夫々相對應する點で、相互に刻み點 P に來りて出會ふ點である。

中心線 O_1O_2 上の任意の點 C を中心として圓弧 LSM を書き、更に同じ工合に圓弧 M'L'、QR' 及び RQ' を書く。要する所は圓弧 LSM と滑動接觸をなす曲線 QSR を求めんとするのである。QSR を求めたる以上は曲線 LM'、L'M 及び Q'R' は總て QSR と同じ工合に書けば好い譯である。

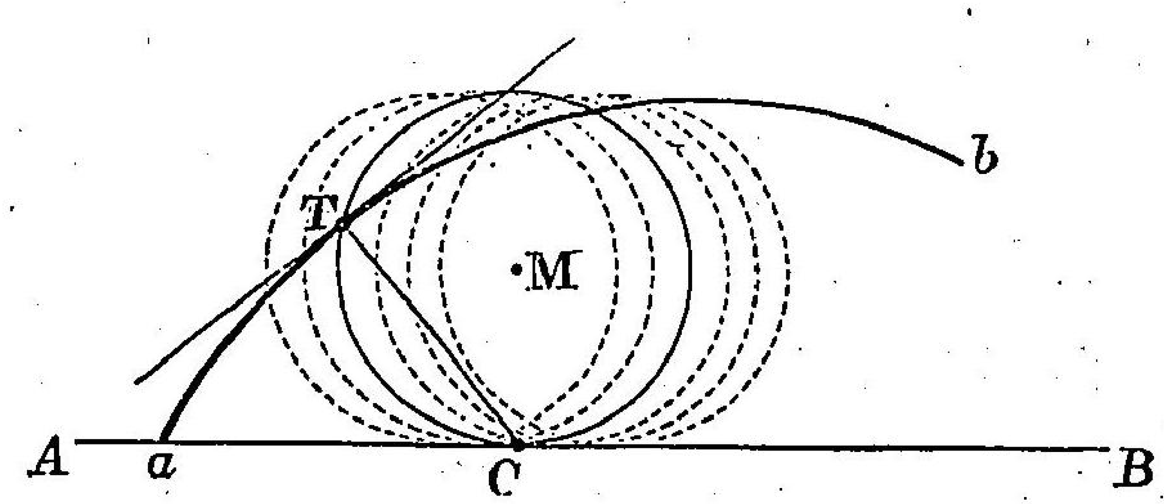
圓弧 LS 上に任意の諸點 1, 2, 3, 4, 等を撰び、此等の點に於て曲線 LS に直角なる直線を引く。然るに LS は圓弧である故に LS に直角なる直線は悉く此圓弧の中心 C に一致する理であるから、此等の直線は 1C, 2C, 3C, 4C 等で此等と刻み圓 LPM とが出會ふ點を順次に 1', 2', 3'. 4' 等とす。次に P を中心とし此等の諸點を通る圓弧を書き、刻み圓 QPR

と出會ふ點を順次に a, b, c, d 等とす。茲に於て a, b, c, d 等の諸點を中心とし、順次に 1'1, 2'2, 3'3, 4'4 等に等しき長さの半徑を以て多數の圓弧を連續して書き、此等の圓弧に悉く接觸する曲線 QSR を引けば QSR は求むる曲線である。

斯かる方法で滑動接觸をなす如何なる曲線をも書き得るのである。

160. 「シクロイド」と卷出し線　Cycloid　中心 M なる圓を直線 AB 上に轉ばす時、或は直線形の棒 AB と中心 M なる車とが轉動接觸をなす時、其圓周上の任意の一點 T は空間中に aTb なる曲線を書く(第二百七十六圖)。此曲線を普通「シクロイド」と云ひ轉ばる圓を

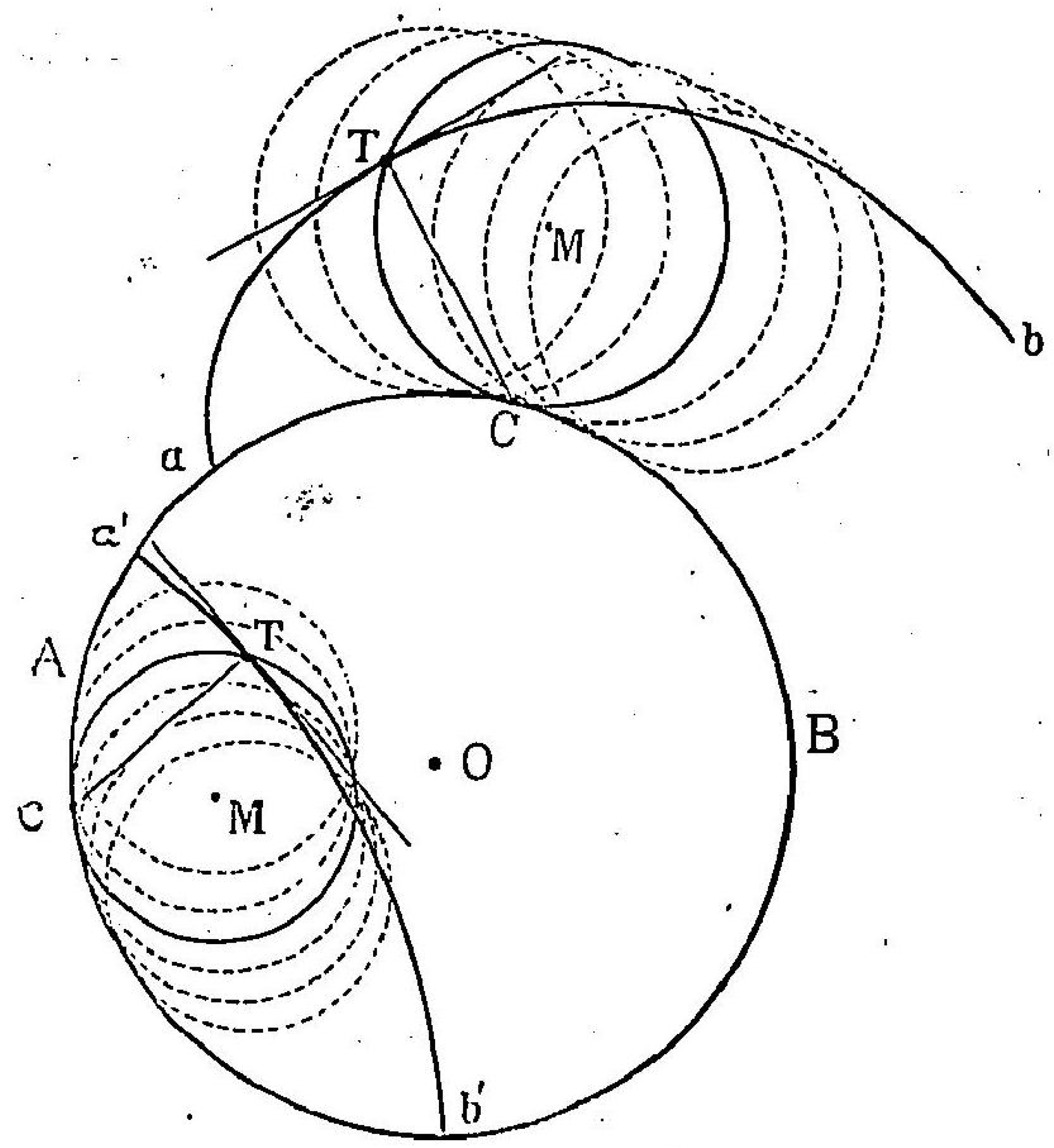
第二百七十六圖



轉圓、轉圓の轉ばる直線 AB を底線、T を畫點と云ふ。又中心 M なる圓を他の圓 AB の外側に沿ふて轉ばす時、或は圓 AB と中心 M なる圓とが轉動接觸

をなす時、中心Mなる圓の圓周上の任意の畫點Tは空間中にaTbなる曲線を畫く(第二百七十七圖)。此

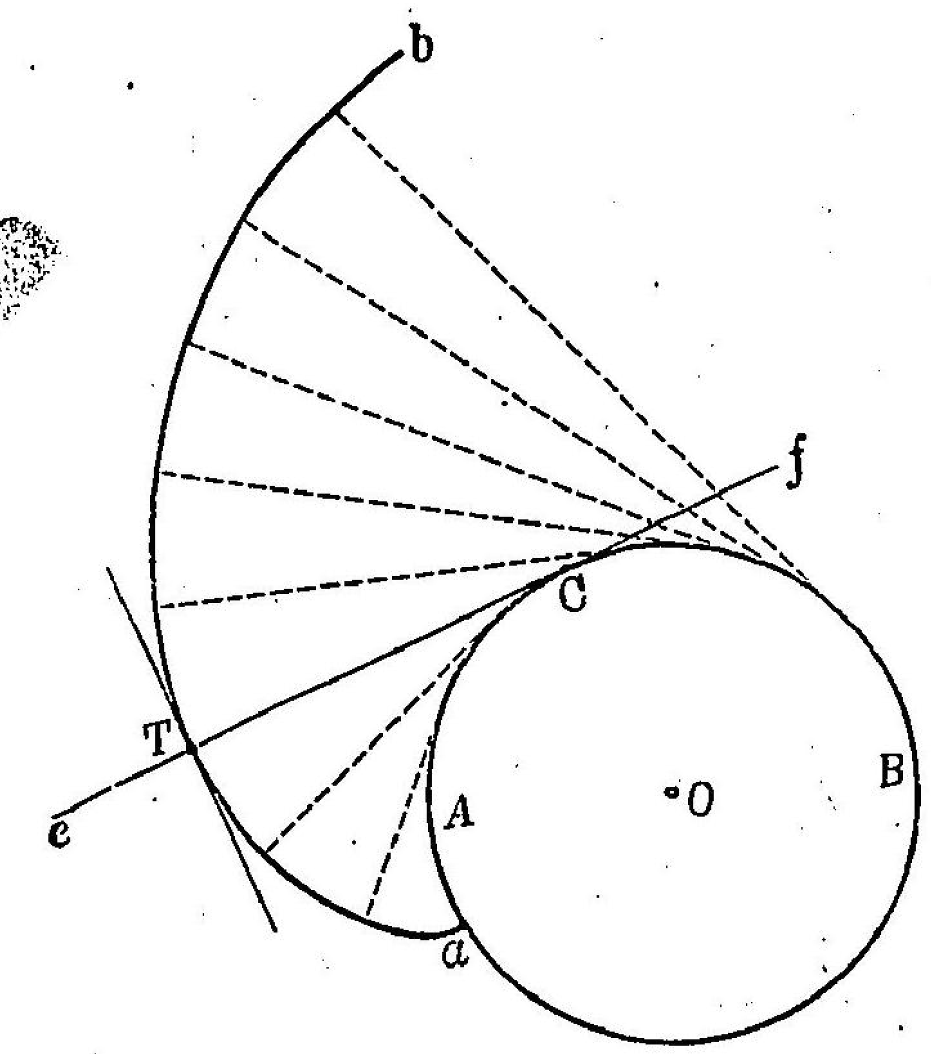
第二百七十七圖



曲線を**外轉「シクロイド」**と云ひ轉ばる圓を**外轉圓**、轉ばしめる圓ABを**底圓**と云ふ。又中心Mなる圓を底圓の內側に沿ふて轉ばす時、或は中心Mなる圓と底圓とが轉動接觸をなす時、中心Mなる圓の圓周上の任意の畫點Tは空間中に$a'Tb'$なる曲線を畫く(第二百七十七圖)。此曲線を**內轉「シクロイド」**と名付け轉ばる圓を**內轉圓**、內轉圓と外轉圓とを總稱して總て轉圓と云ふ。

轉圓の半徑無限大と假定すれば其圓周の一部はefなる直線となり(第二百七十八圖)、其任意の畫點Tは此直線を底圓AB上に轉ばせば空間中にaTbなる曲線を畫く。此曲線は無論「シクロイド」の一種で、

第二百七十八圖



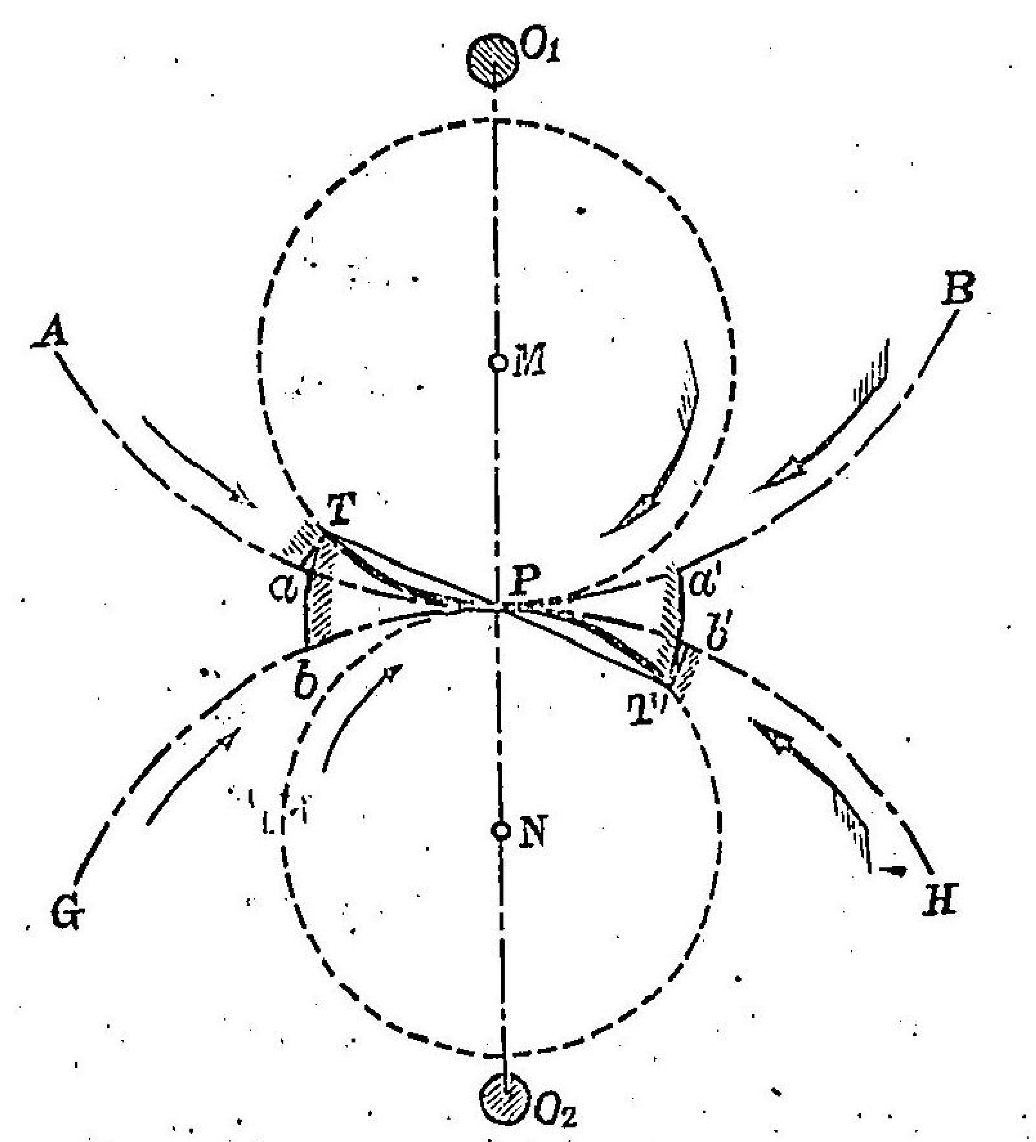
糸を圓筒に卷き付くる時又は圓筒に卷き付けたる糸を解す時、糸の任意の一點が空間中に畫く曲線でこれを**卷出し線**と云ひ、詳しく云ふには**圓の卷出し線**と呼ぶ。

卷出し線は底圓の直徑一定ならば常に同一形狀の曲線となるが、「シクロイド」は轉圓と底圓との大小の關係により種々の形狀を現はすもので殊に內轉「シクロイド」に於て最も甚しい。例へば內轉圓の直徑が底圓の半徑に等しき時は內轉「シクロイド」は底圓の直徑と一致する直線となり、內轉圓と底圓との直徑相等しき時は內轉「シクロイド」は底圓の圓周上の任意の一點となる。

以上四種の曲線は皆「シクロイド」屬の曲線で、此等の曲線の特性は、轉圓が底圓又は底線と接觸する點Cと書點Tとを結ぶ直線CTは、常に點Tに於て曲線に直角なることである。而して此等の曲線が速比一定なる滑動接觸に必要なる曲線として尊重さるゝは、實に此特性あるがためである。

161. 「シクロイド」嚙合ひ　第二百七十九圖に於てO_1及びO_2を二つの動片の回轉する中心、Pを刻み點、AB及びGHを刻み圓、M及びNを二つの轉圓の中心とす。偖てAB, GH及び中心Mなる三つの圓がPにて接觸し、

第二百七十九圖



夫々O_1, O_2及びMを中心として太き矢を以て示したる向きに轉動接觸をなせば、轉圓上の任意の書點Tは刻み圓ABの內側にaTなる內轉「シクロイド」を

書き、それと同時に刻み圓GHの外側にbTなる外轉「シクロイド」を書く[160節]。此二つの曲線は一つの書點Tによりて空間中に同時に書かれたるもので、「シクロイド」の特性として直線TPはT點に於て曲線aTにも曲線bTにも直角である。即ちTPは此等の曲線のT點に於ける共通直角線で、其れが常に刻み點Pを通るのである。又書點Tは常に中心Mなる圓の圓周上即ち弧PT上にあるのであるから、斯くして書かれたる二つの「シクロイド」の接觸點は常に弧PT上にあることは明白である。此等の事實を第157節幷びに第158節に述べた事實に照して考ふるに、O_1を軸とする內轉「シクロイド」aTとO_2を軸とする外轉「シクロイド」bTとは速比一定なる滑動接觸の條件に符合し、轉圓の圓弧PTは接觸路を示す。且つaTとbTとの曲線の長さの差は滑りの量を示し、弧Paと弧Pbとは等しき長さたることは明である。

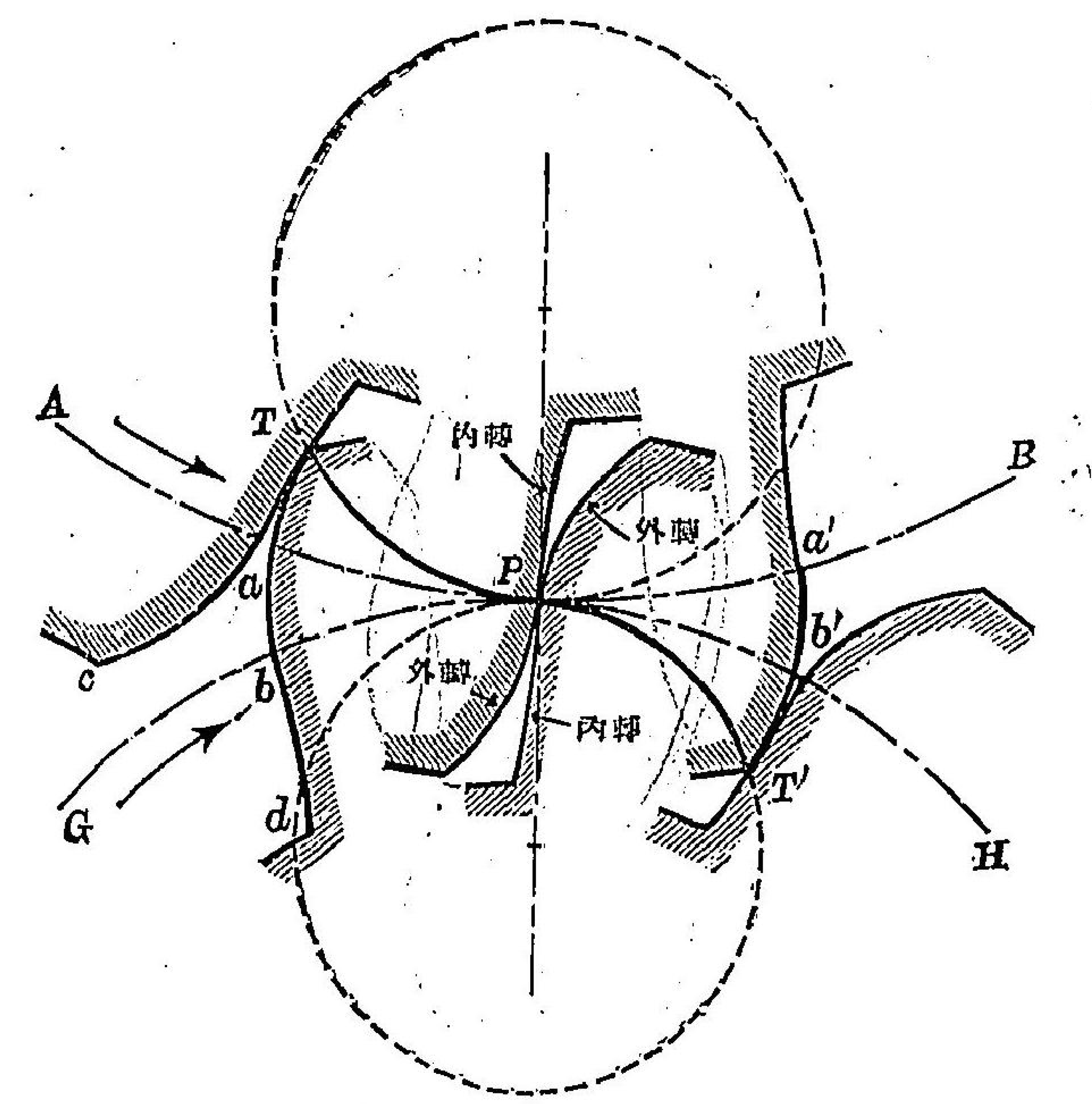
次にAB, GH及び中心Nなる三つの圓がPにて接觸し、夫々O_1, O_2及びNを中心として細き矢を以て示したる向きに轉動接觸をなせば、轉圓上の任意の書點T'は刻み圓ABの外側にa'T'なる外轉「シクロイド」を書き、其れと同時に刻み圓GHの內側に

$b'T'$ なる內轉「シクロイド」を畫く [160 節]。此二つの曲線は一つの畫點 T' によりて同時に畫かれたるもので、速比一定なる滑動接觸の條件に適ひ、轉圓の圓周 PT' は接觸路, $a'T'$ と $b'T'$ との差は滑りの量で、且つ弧 Pa' と弧 Pb' とは等しき長さであること等總て前と同じである。

以上の結果を見るに、刻み點の左側に於ては AB の內轉「シクロイド」aT が GH の外轉「シクロイド」bT と接觸して運動し、刻み點の右側に於ては AB の外轉「シクロイド」$a'T'$ が GH の內轉「シクロイド」$b'T'$ と接觸して運動するのであるから、aT と bT とのみ或は $a'T'$ と $b'T'$ とのみにては、刻み點の左方より右方に或は右方より左方に接觸を續けることは出來ぬ。語を換へて云へば動片の表面として唯一種の曲線を具へしめたるのみにては、刻み點に到りて接觸は外れ運動の傳送は止まる。故に刻み點を通過しても尙ほ接觸を續けしめんには、是非とも刻み圓の內外に別種の曲線を與へ、內にある面を內轉「シクロイド」、外にある面を外轉「シクロイド」とせねばならぬ譯である。第二百八十圖に於て ac は外轉「シクロイド」$a'T'$ と同形, 又 bd は內轉「シクロイド」$b'T'$ と同形なる曲線である。斯く一個の動片の刻み圓の內外に

別種の「シクロイド」曲線を與ふれば、刻み點の左側にある間は內轉「シクロイド」aT と外轉「シクロイド」bT

第二百八十圖

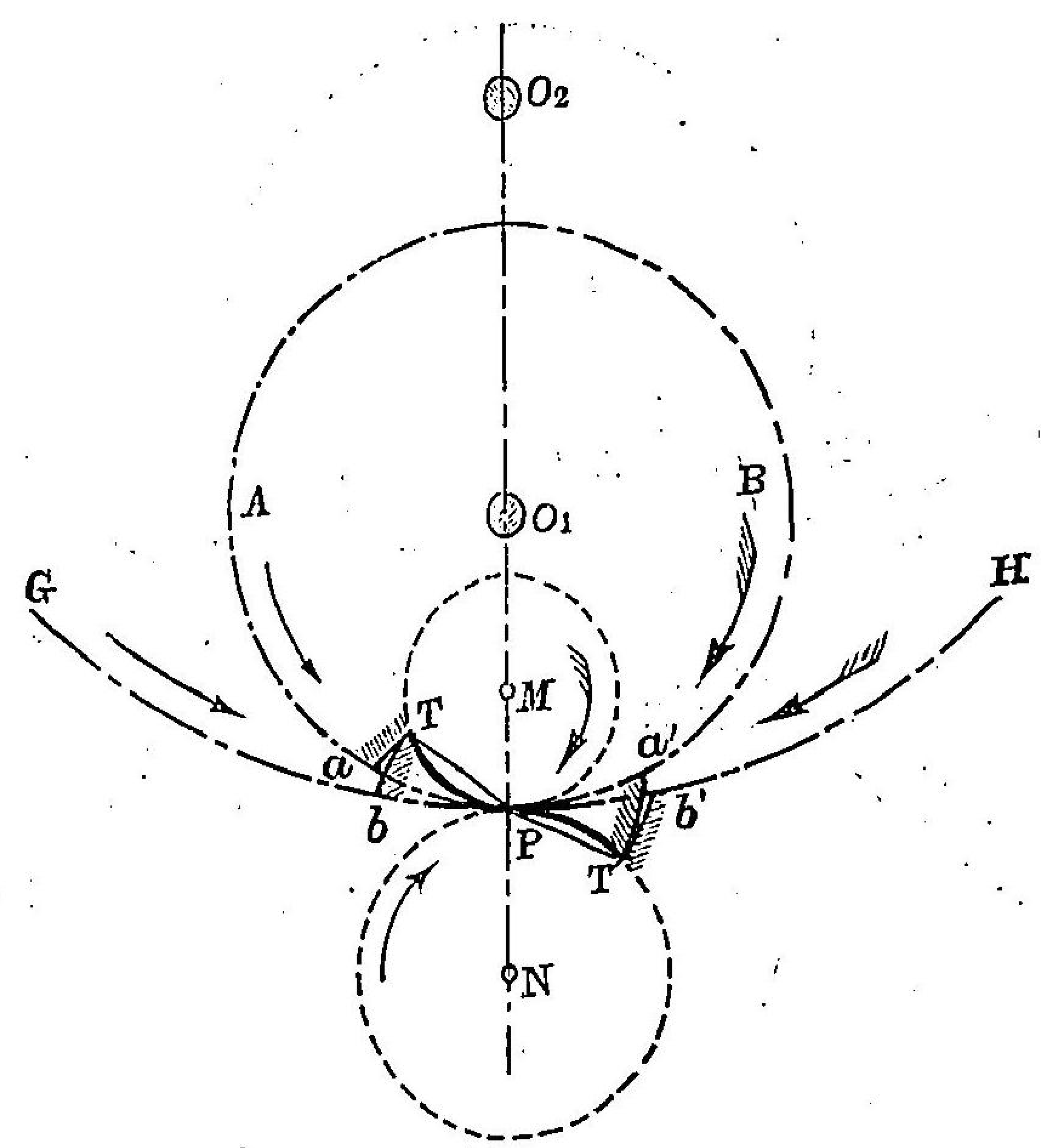


とが接觸して運動し、刻み點を通過して右側に移れば外轉「シクロイド」ac と內轉「シクロイド」bd とが接觸して運動するから、運動は連續的となり曲線 TPT' は其接觸路となる。

上述せるは外嚙みの場合である。內嚙みの場合には第二百八十一圖に就いて前と同じ理論を繰り返へして考ふれば、刻み點の左側にありては aT な

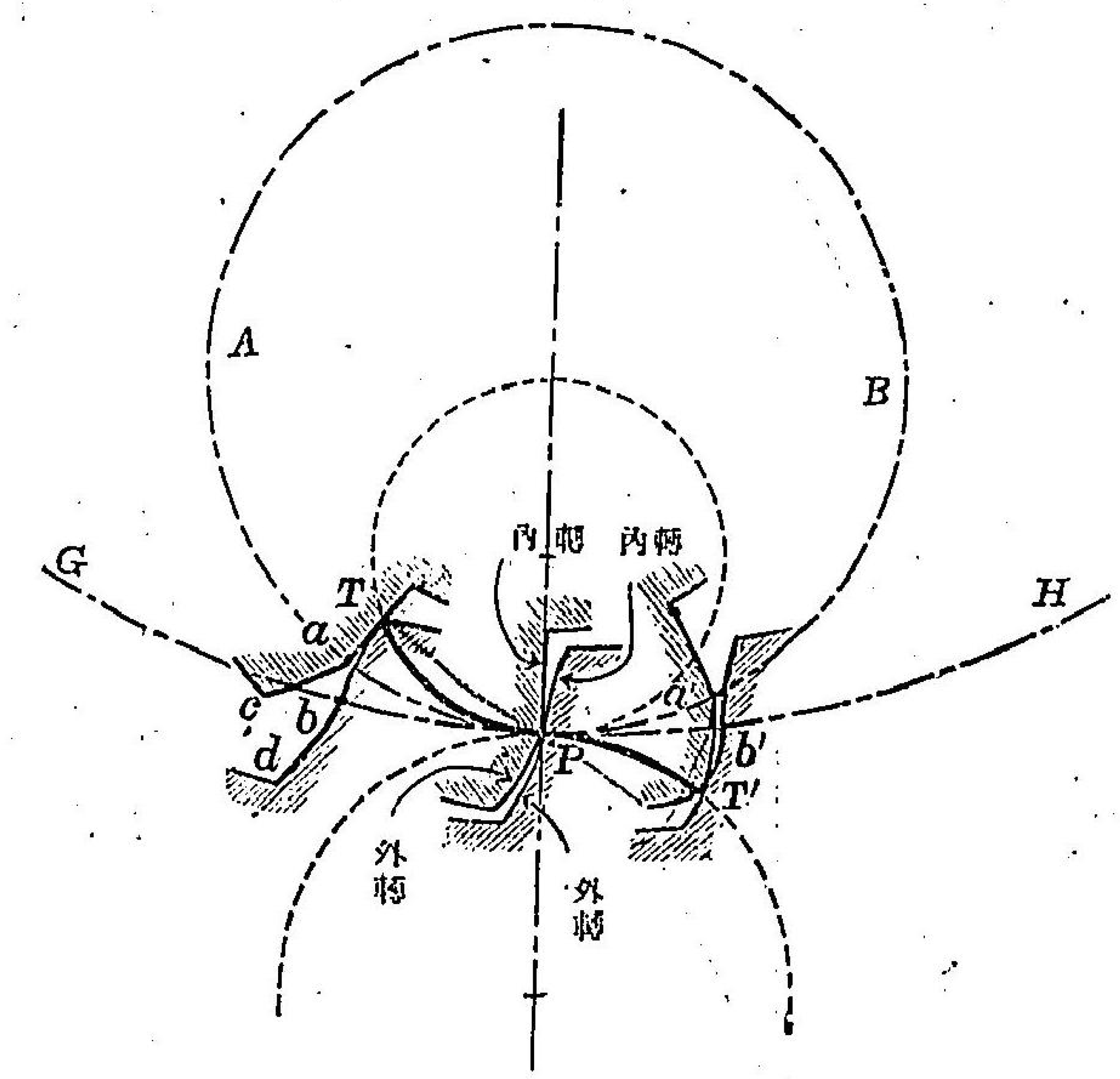
る內轉「シクロイド」は bT なる內轉「シクロイド」と滑動接觸をなし、刻み點の右側にありては $a'T'$ なる外

第二百八十一圖



轉「シクロイド」は $b'T'$ なる外轉「シクロイド」と滑動接觸をなす。即ち內嚙みの場合には外嚙みの場合と異なり、一方の內轉「シクロイド」と他方の內轉「シクロイド」と接觸し、一方の外轉「シクロイド」と他方の外轉「シクロイド」と接觸することゝなる故に、刻み圓の內外に異なる曲線を與へ第二百八十二圖の如くすれば運動は連續的となり曲線TPT'は其接觸路となる。

第二百八十二圖

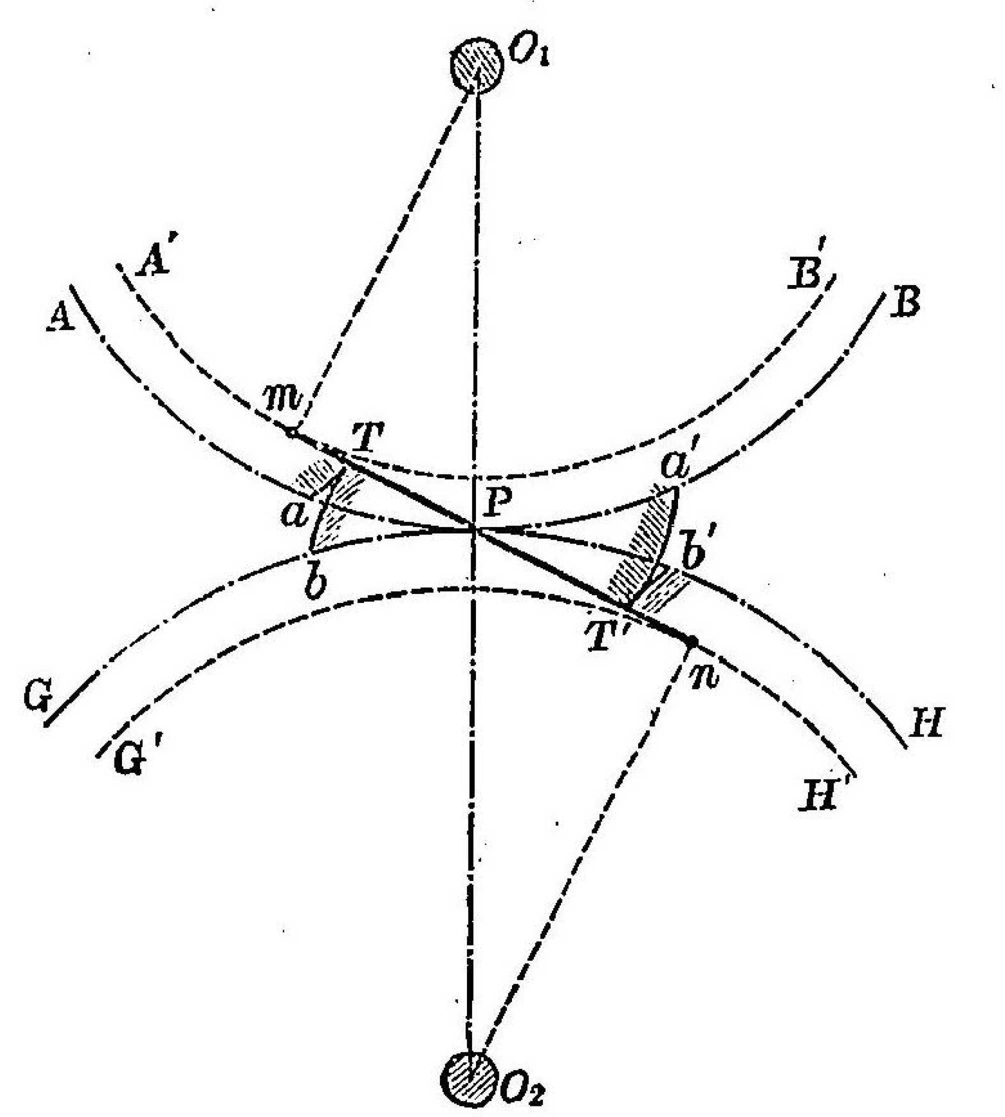


是を要するに內嚙み及び外嚙みの何れの場合にも、已れの刻み圓より內に在る面を內轉「シクロイド」とし、外に在る面を外轉「シクロイド」とすれば速比一定なる滑動接觸の條件に適ひ、運動は連續的となり刻み點を自由に通過することが知られやう。

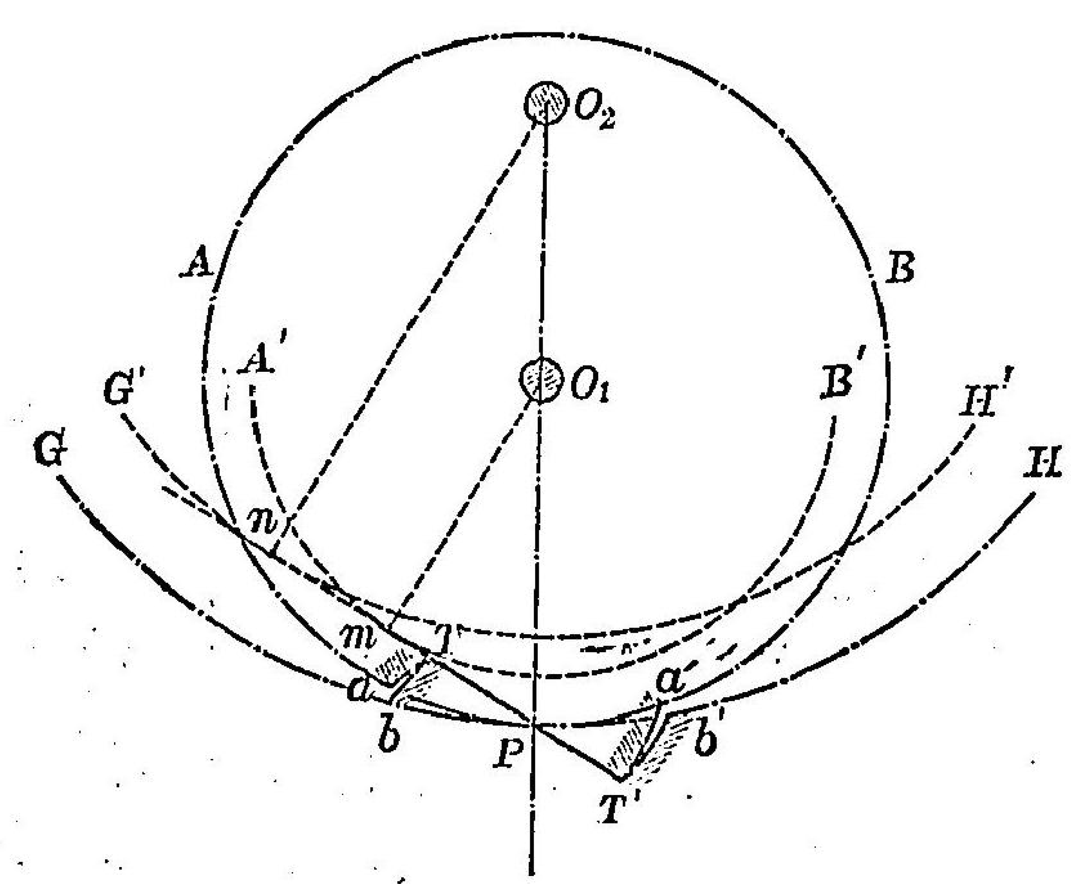
162. 卷出し線嚙合ひ　第二百七十九圖及び第二百八十一圖に於て弧PTを直線PTを以て置き換へ、弧PT'を直線PT'を以て置き換ふれば第二百八十三圖及び第二百八十四圖に示す如く、曲線Ta, Tb, T'a' 及び T'b' は卷出し線となる。何となれば半徑

無限大なる轉圓によりて畫かるゝ「シクロイド」は圓の卷出し線である[160節]から、弧PTを直線PTにし、弧PT′を直線PT′にしたる時に畫點T及びT′の畫く曲線Ta, Tb, $T'a'$及び$T'b'$は悉く圓の卷出し線となり、直線PT及びPT′は接觸路を示すである。偖て此等の曲線は如何なる圓の卷出し線かと

第二百八十三圖

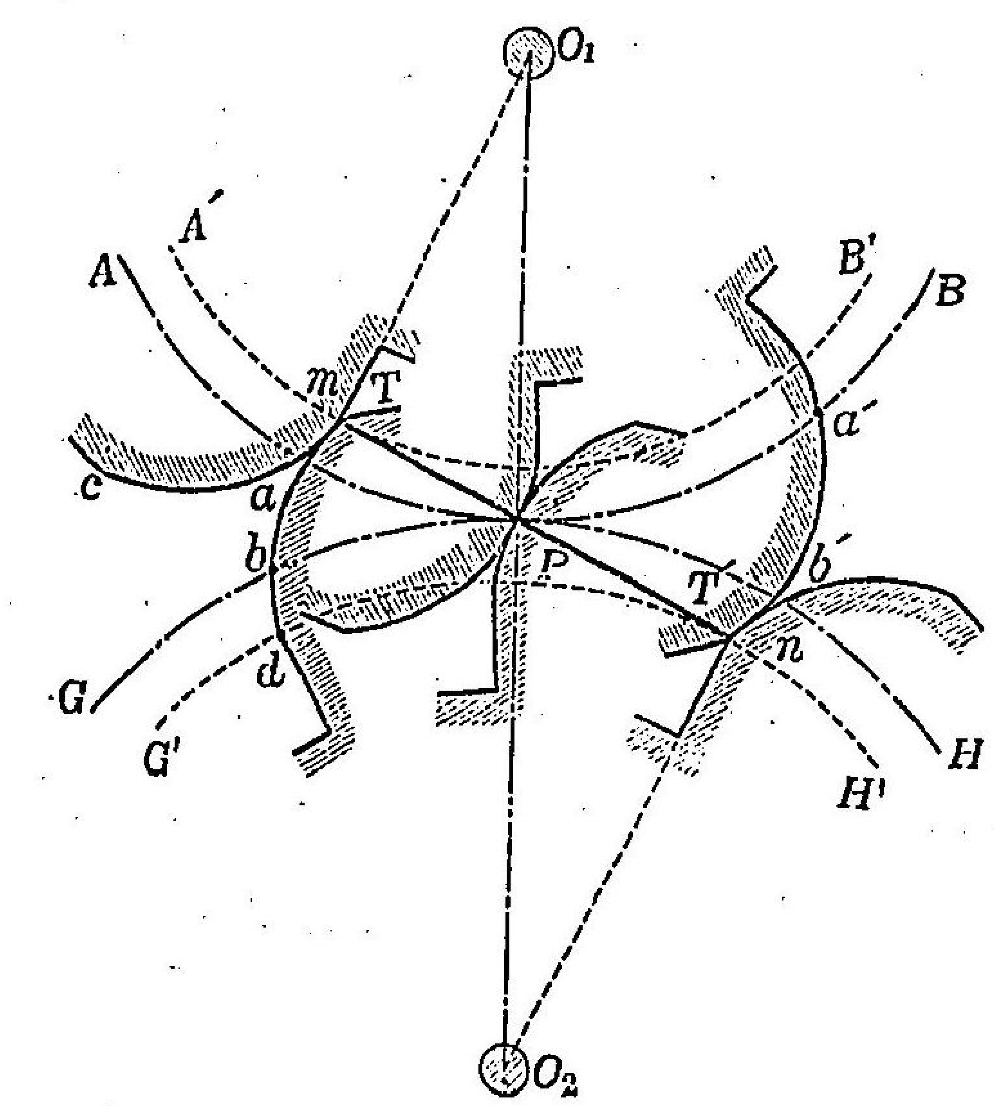


第二百八十四圖

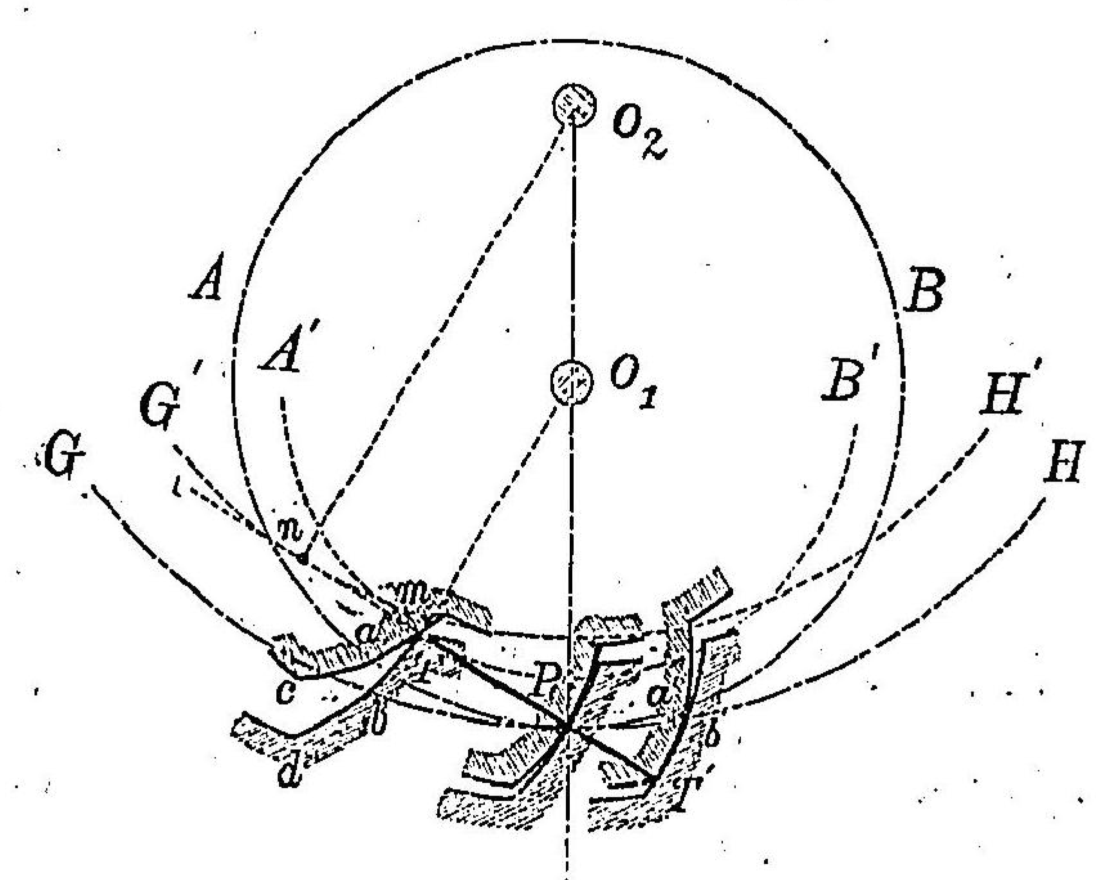


云ふに共通直角線にして接觸路なる直線TPT′を延長し、中心O_1及びO_2より之れに垂直線O_1m及びO_2nを引き、此等を半徑として刻み圓と同心圓なる二つの圓A′B′及びG′H′を畫けば、曲線Taと$T'a'$とは圓A′B′を底圓とする卷出し線で、曲線Tbと

第二百八十五圖



第二百八十六圖

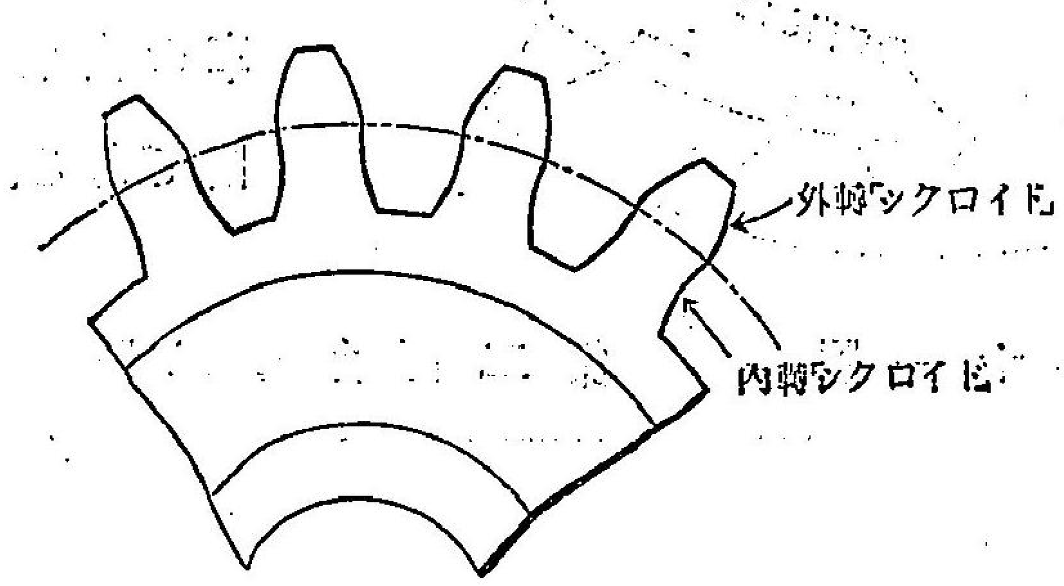


T'b' とは圓 G'H' を底圓とする卷出し線であることは明瞭である。故に第二百八十五圖及び第二百八十六圖に示す如く曲線 ca を曲線 T'a' と同形に、又曲線 db を曲線 T'b' と同形にし刻み圓の內外に於て曲線を連結すれば、接觸は刻み點の兩側に亘り運動は連續的となる。然るに底圓の大さ一定ならば卷出し線の形狀は一定であるから、Ta と ca と及び Tb と db とは夫々同一の卷出し線たる筈である。換言すれば曲線 Tac は底圓 A'B' の卷出し線、曲線 Tbd は底圓 G'H' の卷出し線で、刻み圓の內外に於て同一種の卷出し線を形作り、「シクロイド」嚙合ひの如く別種の「シクロイド」とはならぬ。

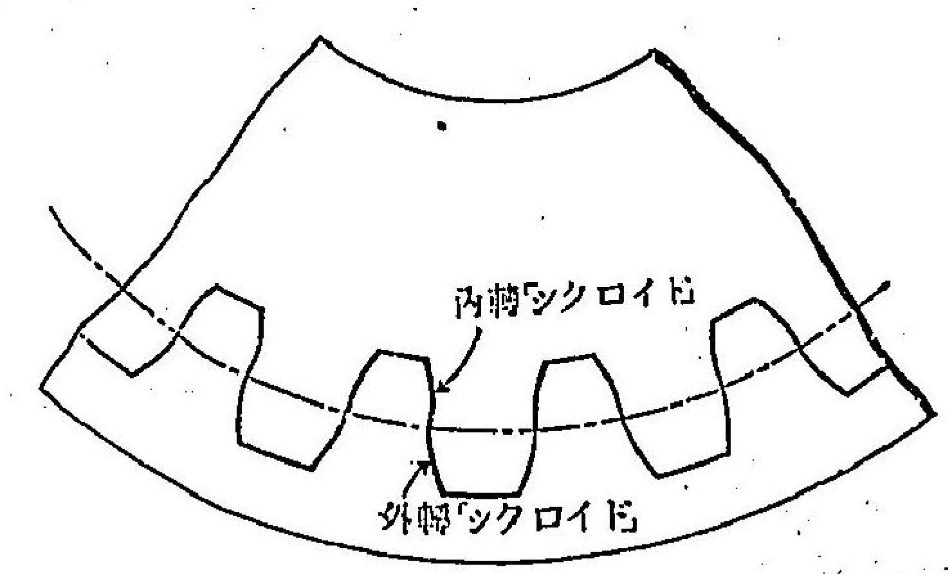
163. 齒車(ハグルマ)　以上述べ來りたる所により二つの動片の外形に Tac 及び Tbd (第二百八十圖、第二百八十二圖、第二百八十五圖及び第二百八十六圖)なる曲線を與ふれば、T 點にて接觸を始め T' 點にて接觸を終る故に、動片をして夫々 O_1 及び O_2 なる軸の周はりに全回轉をなさしむることは出來ぬ。然らば全回轉をなさしめんには如何にすれば好きかと云ふに、刻み圓の周圍に Tac, Tbd の如き曲線を具ふる多數の突起を與へ、一組みの突起が接觸し終る前に其次に來る一組みの突起が接觸し始むる樣にすれ

ば、接觸は順次に傳はり運動は絕えず連續し、動片をして全回轉をなさしめ得る理である。尙ほ動片が回轉の向きを變へることあるも善く速比一定の條件を滿足せしむるため、普通突起の兩側に同一形狀の曲線を與へる。斯の如き突起を齒と云ひ齒を具ふる車を一般に**齒車**と呼び、二軸平行なる場合に用ゐる齒車を特に**正**(セイ)**齒車**と云ふ。第二百八十七圖は外に齒を有する「シクロイド」齒車、第二百八十八圖は內に齒を有する「シクロイド」齒車、第二百八十九圖は外に齒を有する卷出し線齒車、第二百九十圖は內に齒を有する卷出し線

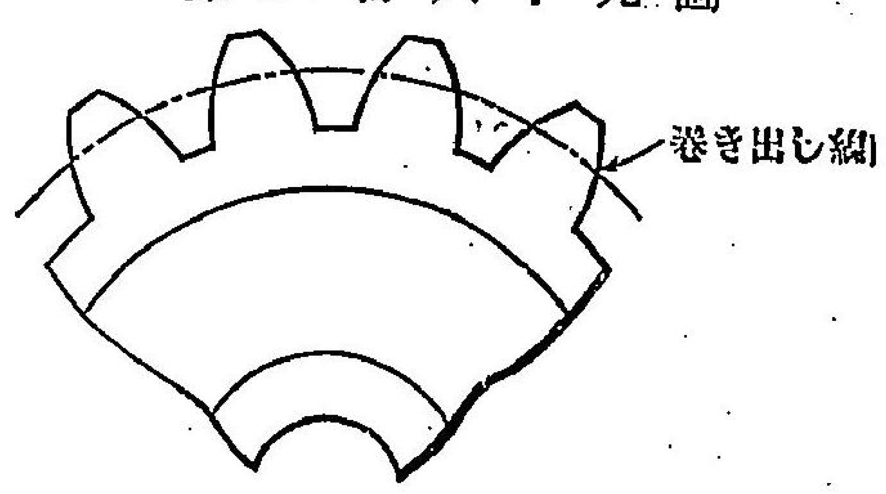
第二百八十七圖



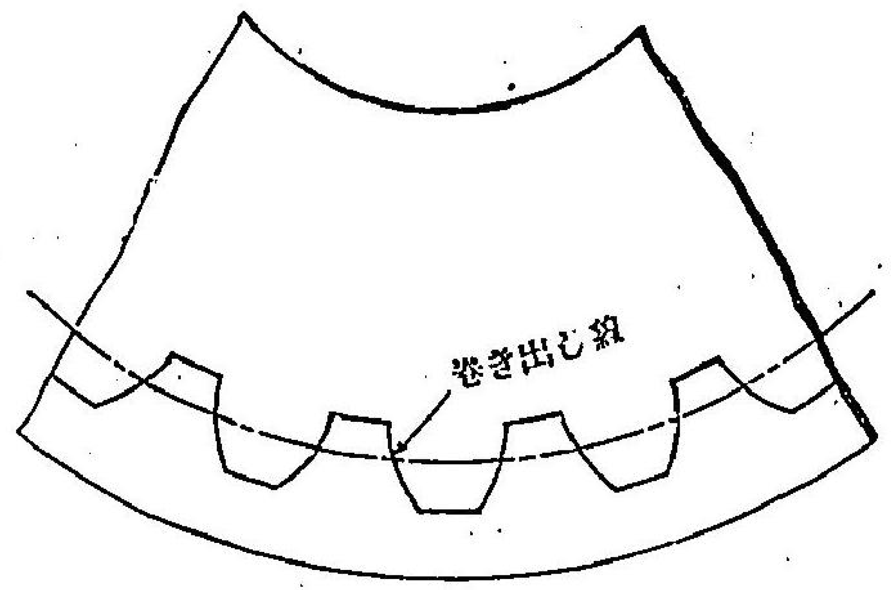
第二百八十八圖



第二百八十九圖

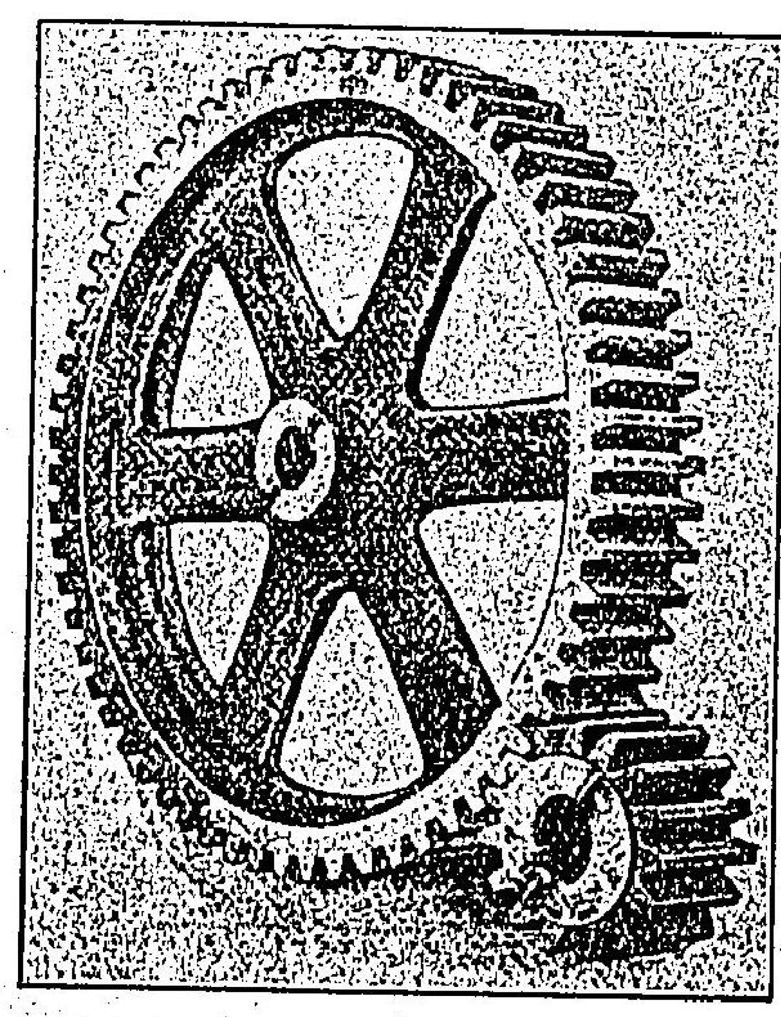


第二百九十圖

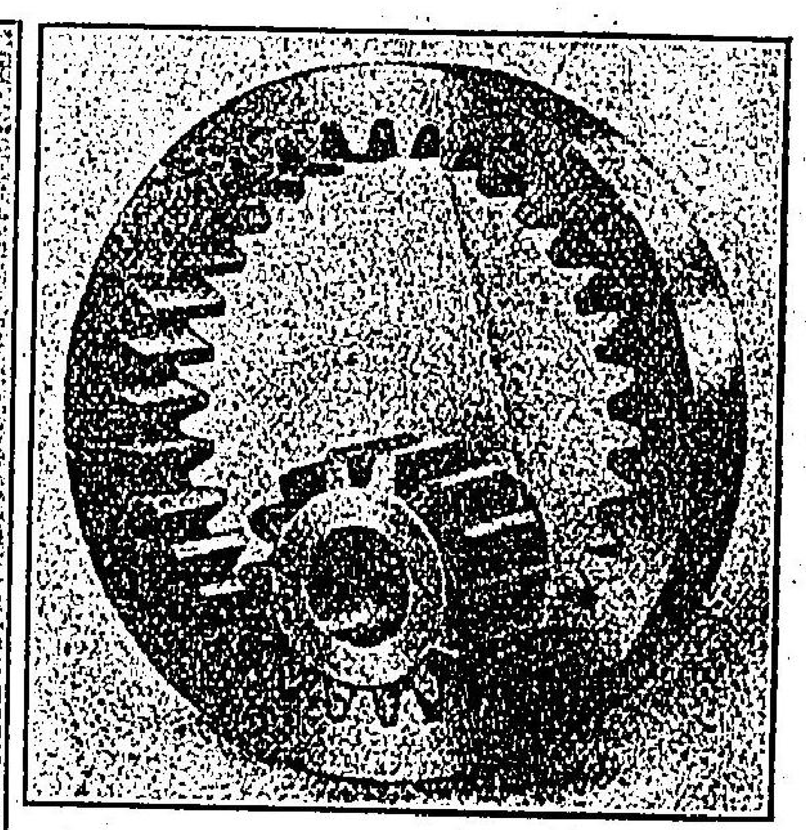


齒車で、第二百九十一圖及び第二百九十二圖は外嚙み及び內嚙みの嚙合ひを示す齒車の實物圖である。

第二百九十一圖

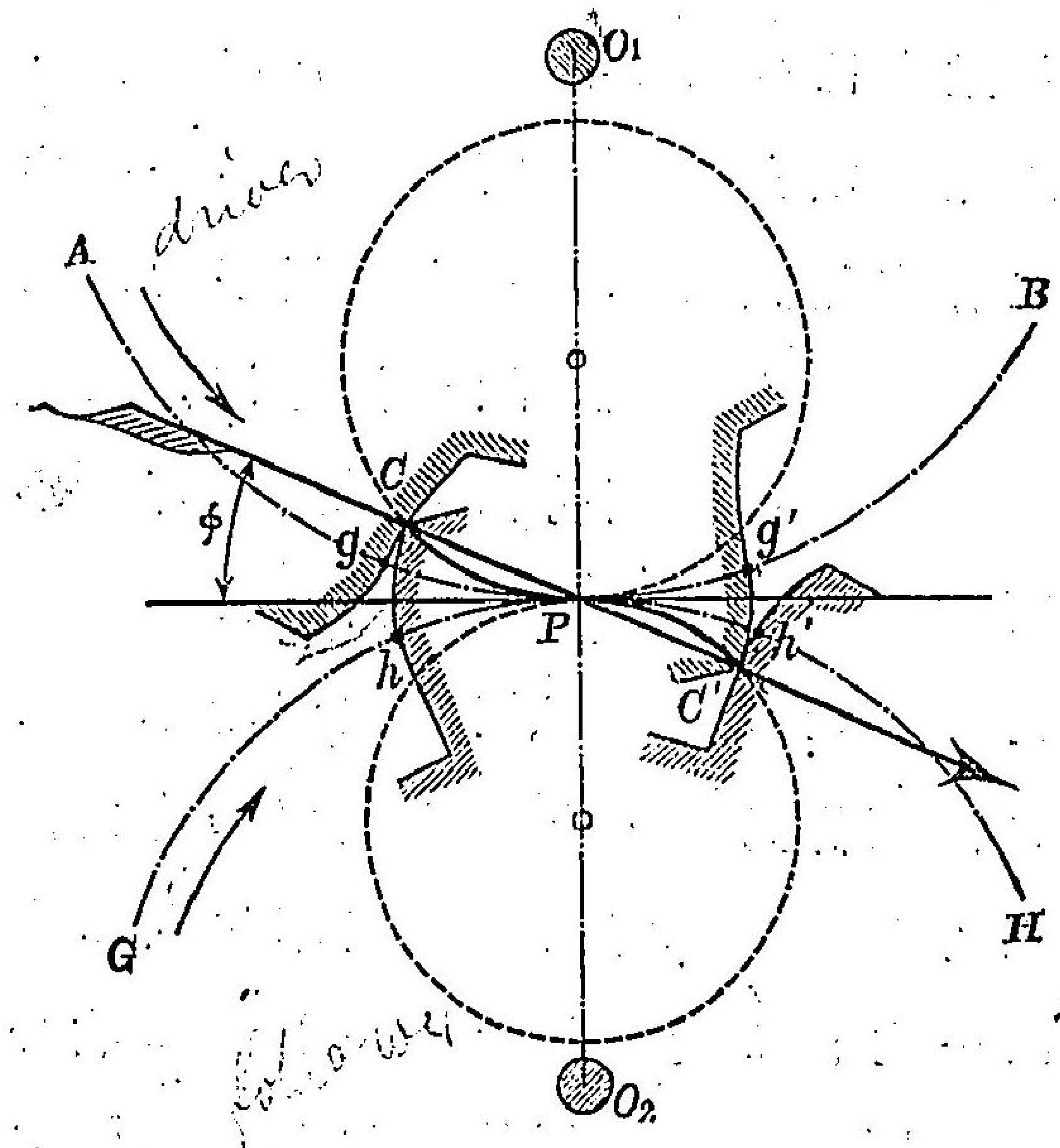


第二百九十二圖



164. 齒の割合と齒の最少數　第二百九十三圖に於て刻み圓 AB を働子, GH を被働子として矢の示す向きに回轉し、齒の接觸し始むる點を C, 接觸し終る點を C' とし多くの齒車に於ける如く三點 C, P, C' が一直線上にありとすれば直線 CPC' は接觸し始むる瞬時の共通直角線の方向を示し此線と刻み點 P に於ける二つの刻み圓の共通接線とがなす角 ϕ を偏倚角と云ふ。「シクロイド」齒車に於ては此角は接觸點が C 點に一致する時に最大で、

第二百九十三圖



夫れより次第に小となり、刻み點に一致する時は零となり、更に運動の進むに從ひ次第に大となり、C' 點に一致する時に再び最大となるが、卷出し線齒車に於ては此角は常に ϕ に等しき一定の値を示す。是

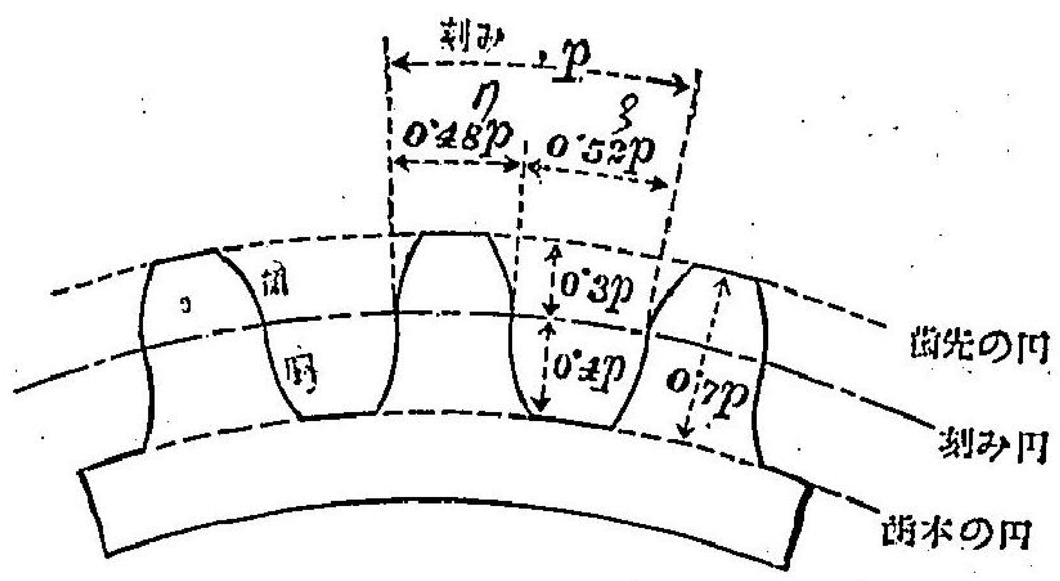
れ「シクロイド」齒車の接觸路は曲線 CPC′ であるが、卷出し線齒車の接觸路は直線CPC′であるが爲である。

齒と齒との間に摩擦なしと假定すれば、齒と齒との間の壓力は共通直角線の方向に働く譯であるから、直線 CPC′ は此壓力の働く方向である。齒と齒との間の壓力は成るべく中心線 O_1O_2 に直角ならねば働力を傳ふる效果は少なくなる。何となれば壓力の方向が中心線に直角ならねば其壓力の一分力は車の軸を壓す有害無益な力となり、被働子を壓し動かそうとする力は弱くなる。故に働力傳達の效果を大ならしめんとすれば偏倚角 φ が成る可く小なる樣にせねばならぬ。「シクロイド」齒車に於ては偏倚角は時々刻々其大さを變じ、接觸點が刻み點に一致する瞬時には偏倚角は零となり壓力の方向が丁度中心線に直角となるが、卷出し線齒車に於ては偏倚角の大さは一定して變はりがない。故に嚙合ひの效果から云へば同じ最大偏倚角に對して、「シクロイド」齒車の方が卷出し線齒車よりも優れることは明白である。要するに此等二種の齒車をして許し得べき範圍内の效率を與へんためには、偏倚角 φ を「シクロイド」齒車ならば30度、卷出し線齒車ならば15度よりも大ならしめてはならぬ。

接觸路 CPC′ が長ければ隨て偏倚角 φ は大となる故に、接觸路は或一定の大さ以上に長くしてはならぬ。又接觸路を短かくすれば齒の表面 Cg, Ch, $C'g'$ 及び $C'h'$ (第二百九十三圖)の長さは總て短くなる譯である。或は反對に、齒の高さを低くすれば接觸路は短くなり隨て偏倚角は小となる。又齒の滑る分量は Cg と Ch との差及び $C'g'$ と $C'h'$ との差で、つまり $Cg+C'g'$ と $Ch+C'h'$ との差である。然るに $Cg+C'g'$ は働子の齒の高さで $Ch+C'h'$ は被働子の齒の高さであるから滑る全量は齒の高さの差である。故に齒が高ければ滑り多く低ければ滑り少ない。滑り多ければ摩擦多く效率を害し、齒の損傷することも大である。夫故に齒は或る一定の高さ以上に高くしてはならぬ。

一の齒と其次の齒との中心距離を刻み圓の圓周に沿ふて測りたるものを**齒の刻み**、刻み圓より外に突出せる齒の表面を**齒の顏**、刻み圓より内にある齒の表面を**齒の胴**、齒の頂端を通る圓を**齒先**(ハサキ)**の圓**と云ひ、齒の根本を通る圓を**齒本**(ハモト)**の圓**と云ふ。第二百九十四圖は齒の刻み p に對する齒の各部寸法の割合を示したものである。

第二百九十四圖



歯車をして全回轉を成し遂げしむるには、一組みの歯が噛み合ひ終る前に其次に來る一組みの歯が噛み合ひ始めねばならぬ。夫れが爲には歯の刻みを作用弧 gPg' 或は hPh' (第二百九十三圖)よりも大ならしめてはならぬ。然るに作用弧の大さは接觸路の長さによりて增減するものであるから、作用弧の大さは最大偏倚角の値につれて變化するものである。然るに最大偏倚角は歯車の效率に大關係を有するものであるから、つまり歯の刻みの大小は歯車の效率に大なる影響を及ぼすこととなるのである。然るに刻みの大小は歯の數に關係し、一定の刻み圓に於て刻みを大にすれば歯の數は少なくなり、刻みを小にすれば歯の數は多くなるものであるから、歯の數の多少は歯車の效率に至大の關係を有するものである。又同時に噛合ひにある歯の數多ければ、壓力を支ふる面は廣くなり局部の磨滅は輕減せらる。是れを要するに、效率

の大ならんを望まば成るべく歯の數を多くせねばならぬものである。次に種々の目的に用ゐる歯の最少數を示す。

手働機械或は粗雜の用に供する

　機械類……………………11個又は12個

製作機械類……………………………20個

働力傳送用……………………24個又は30個

此他一般普通の場合……………………15個

效率の大ならんよりは寧ろ歯車を小にして機械の輕便となることをのみ欲する下巻に述ぶる歯「さをージャック」の如き特別なるものに限り、最少歯數を僅に4個にする場合もあれど斯の如きは極めて稀なる場合である。

165. 圓周刻みと直徑刻み 刻み圓の直徑をDとすれば刻み圓の圓周は πD である故に歯數をNとすれば刻み p は次の式を以て表はさる。

$$p=\frac{\pi D}{N} \quad \cdots\cdots (156)$$

此式を見るに、p は $\frac{D}{N}$ に π なる無盡數を乘じたるものである。故に p は常に無盡數となる。然るに無盡數を以て刻みを云ひ表はすは甚だ不便である故に、吾人は往々歯の數に對する刻み圓の直徑の割合を以て歯の刻みとし、之れを直徑刻みと名付け

て居る。依て今直徑刻みをp_aにて表はせば

$$p_a=\frac{D}{N}\cdots\cdots\cdots\cdots(157)$$

直徑刻みと區別するために今迄述べ來りたる刻みを**圓周刻み**又は單に**刻み**と呼ぶ。日常吾人が歯の刻みと云ひつゝあるは圓周刻みである。依て以後單に刻みと云ふ時は圓周刻みと心得らるべし。又$\frac{1}{p_a}$或は$\frac{N}{D}$を**直徑刻み數**と名付く。今直徑刻み數をnとし以上二式を組み合はす時は次の諸式を得。

$$\left.\begin{aligned} p&=\pi p_a=\frac{\pi}{n}\\ p_a&=\frac{p}{\pi}=\frac{1}{n}\\ N&=\frac{\pi D}{p}=\frac{D}{p_a}=nD\\ D&=\frac{pN}{\pi}=p_aN=\frac{N}{n}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(158)$$

(附言) $\frac{N}{D}$を直徑刻みとし、$\frac{D}{N}$を直徑刻み數とする取り方もあれど本書には之を取らず。

刻み圓の直徑と刻み即ち圓周刻みとを知る時は、歯先の圓及び歯本の圓の直徑は夫々次式によりて計算し得らるゝことゝ第二百九十四圖を見て容易に知られやう。

歯先の圓の直徑$=D+2\times0.3p=D+0.6p$

歯本の圓の直徑$=D-2\times0.4p=D-0.8p$

嚙合ひにある一對の歯車に於ては刻みは相等しからねばならぬ。故に今此共通の刻みをpとし、各々の車の歯數を夫々N_1及びN_2、刻み圓の直徑を夫々D_1及びD_2とすれば、公式(158)により

$$D_1=\frac{pN_1}{\pi}$$

$$D_2=\frac{pN_2}{\pi}$$

嚙合ひにある歯車の中心距離は$\frac{D_1\pm D_2}{2}$である。但し正負の符號は外嚙みならば正號、內嚙みならば負號を取るものとす。依て

$$\text{中心距離}=\frac{pN_1\pm pN_2}{2\pi}=\frac{N_1\pm N_2}{2\pi}p$$

故に外嚙みに於ては

$$\text{中心距離}=\frac{\text{歯數の和}}{2\pi}\times\text{刻み}\cdots\cdots(159)$$

又內嚙みに於ては

$$\text{中心距離}=\frac{\text{歯數の差}}{2\pi}\times\text{刻み}\cdots\cdots(159a)$$

例一、歯數68個、刻み圓の直徑8吋の歯車の圓周刻みと直徑刻みとを求む。

解、
$$p=\frac{\pi D}{N}=\frac{3{\cdot}14\times8}{68}\fallingdotseq0{\cdot}3694\text{吋}$$

$$p_a=\frac{D}{N}=\frac{8}{68}=0{\cdot}1177\text{吋}$$

例二、直徑刻み數12,刻み圓の直徑8吋なる齒車の齒數と圓周刻みとを求む。

解、 $N=nD=12\times8=96$ 個

$$p=\frac{\pi}{n}=\frac{3{\cdot}14}{12}=0{\cdot}2617\text{ 吋}$$

例三、外嚙みにある一對の齒車の齒數は24個と120個とにして直徑刻み數は4なりと云ふ。中心距離を求む。

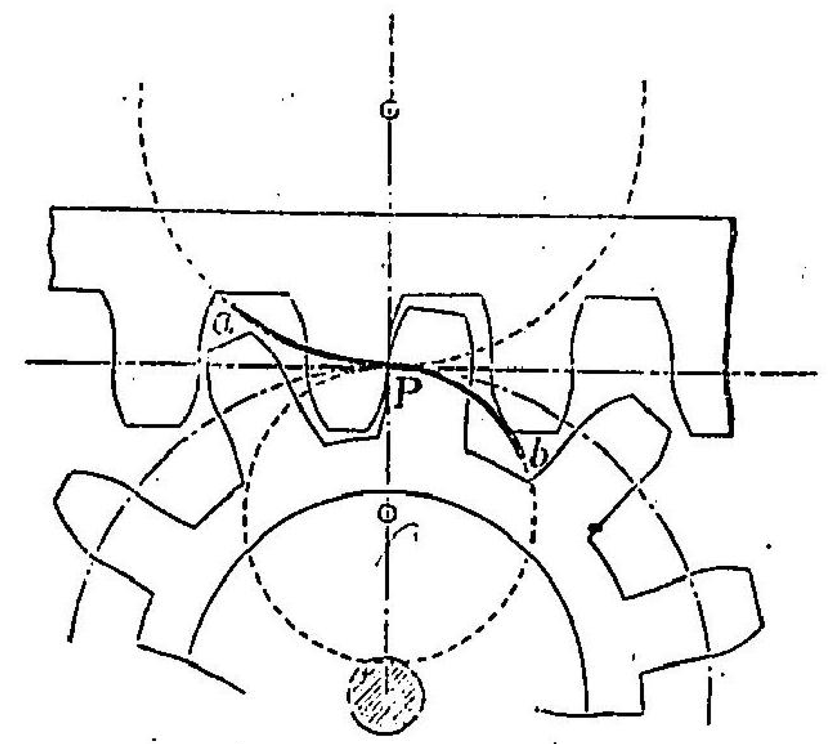
解、 $$p=\frac{\pi}{n}=\frac{3{\cdot}14}{4}=0{\cdot}785\text{ 吋}$$

故に $$\text{中心距離}=\frac{24+120}{2\times3{\cdot}14}\times0{\cdot}785=18\text{ 吋}$$

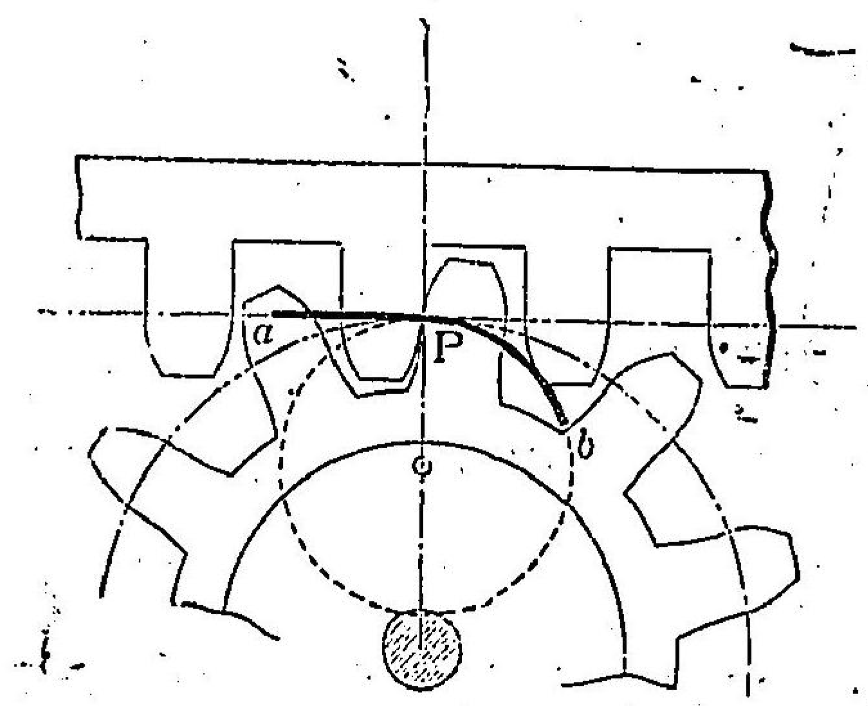
166. 「ラック」と「ピニオン」 互に嚙み合ふ一方の車の刻み圓の半徑無限大であると假定すれば其車は齒を具ふる一の棒を形作る。之れを**「ラック」**或は**齒「さを」**と名付け此れと嚙み合ふ齒車を**「ピニオン」**或は**小齒車**(コハグルマ)と呼ぶ[141節參照]。

第二百九十五圖は「シクロイド」より成れる「ラック」と「ピニオン」の嚙合ひて、「ピニオン」の齒の顏の曲線は外轉「シクロイド」胴の曲線は内轉「シクロイド」「ラック」の齒の曲線は顏と胴とに於て共に普通「シクロイド」なることは明てある。若し半徑無限大なる圓の内轉圓の半徑も亦無限大であると假定すれば第二百

第二百九十五圖



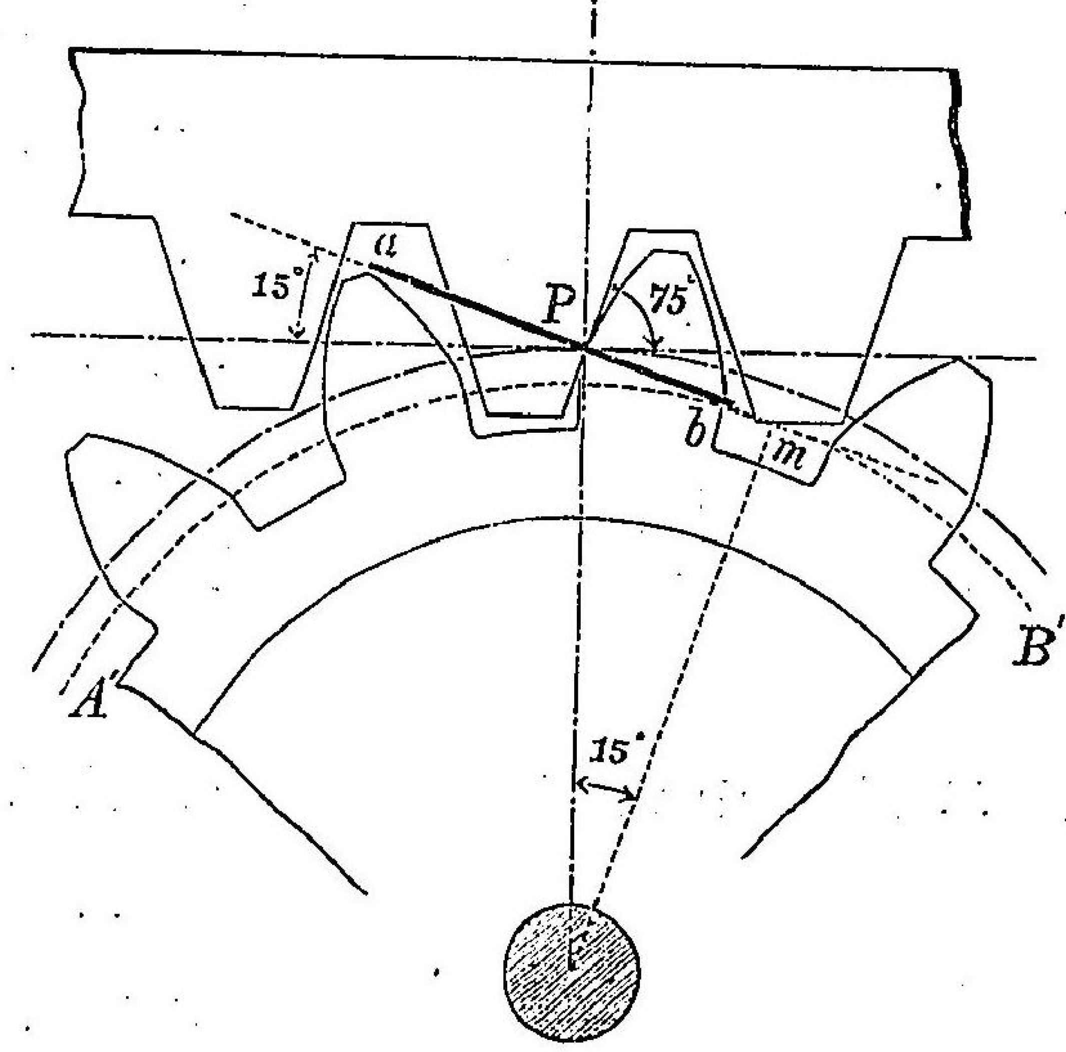
第二百九十六圖



九十六圖に示す如き「ラック」と「ピニオン」の嚙合ひを得。此嚙合ひに於ては「ピニオン」の齒の胴の曲線は内轉「シクロイド」であるが顏の曲線は刻み圓の卷出し線となり、「ラック」の齒の顏の曲線は普通「シクロイド」であるが胴の曲線は「ラック」の刻み線に直角なる直線となることは明白である。

第二百九十七圖は卷出し線より成れる「ラック」と「ピニオン」の嚙合ひて、「ピニオン」の齒の曲線は底圓 $A'B'$ の卷出し線て、「ラック」の齒の表面は接觸路 aPb に直角なる直線となる。故に偏倚角を15度[164節]とすれば、「ラック」の齒の表面は圖に示す如く刻み線

第二百九十七圖



と75度の角をなす直線面となるのである。以上の三圖に於てaPbは總て接觸路を示す。

167. 目釘(メクギ)車と目釘棒 第161節及び第158節に詳述した通り滑動接觸をなすAとBとの二つの齒ありて、今Aを働子とすれば、接觸の初めにはAの胴がBの顏と嚙み合ひて其接觸點の軌跡は進入路を形作り、刻み點を通過したる後に於ては之れと反對にAの顏がBの胴と嚙み合ひて其接觸點の軌跡は退去路を形作るのである。斯くの如く齒の顏と胴とを具ふる齒車が嚙み合へば必ず進入路と退去路とが形作らるゝものであるが若しAは齒の胴の

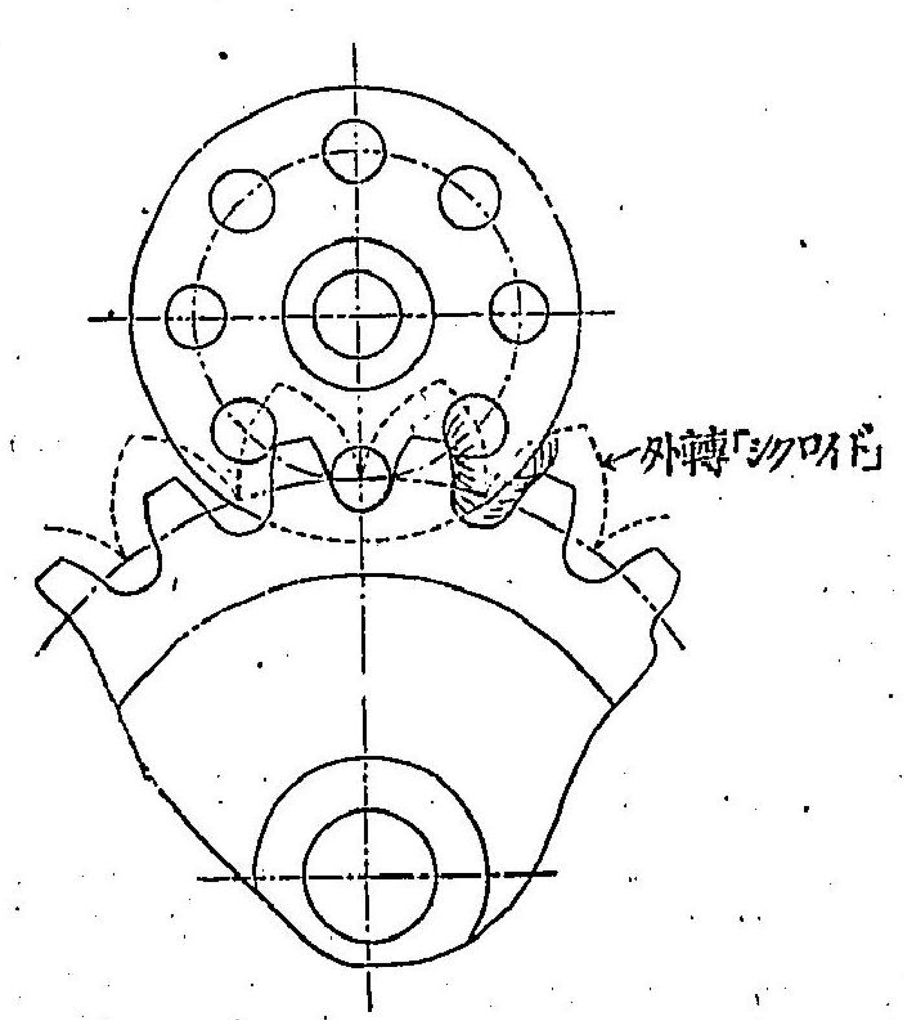
みを具へBは齒の顏のみを具ふるものとすれば、接觸の初めにはAの胴がBの顏に嚙み合ひて運動を傳ふるけれども、刻み點に到るや否や嚙合ひは外れ接觸せぬことゝなる故に進入路のみありて退去路のなきものとなる。又反對にAは顏のみを具へBは胴のみを具ふるものとすれば、退去路のみありて進入路のなきものとなる。此如く互に嚙み合ふ一方は齒の胴のみ又他の一方は齒の顏のみを具ふるものにすれば、進入路及び退去路の內何れか一方の缺けたる接觸をなせども然も一組みの齒が嚙み合ひ終る前に其次の一組みの齒が嚙み合ひ始むる樣にすれば、働子幷びに被働子をして全回轉をなさしめ得ることは明白なる理である。然し最少の齒數は顏と胴とを兼備する場合の約二倍となることが知られやう。

偖て內轉圓の直徑が刻み圓の直徑に等しき時は內轉「シクロイド」は刻み圓上の任意の點となる[160節]。即ち斯の如き內轉圓によりて生ずる齒の胴は點となる。然し點は大さなきものなれば齒とすることは出來ぬ。そこで、點の代はりに或る太さの目釘を以て齒の胴とすれば、此目釘と其目釘の半徑に等しき丈け薄くしたる他の齒車即ち齒の顏のみを

具ふる歯車と完全に嚙み合ふ譯てある。謂はゞ刻み圓に沿ふて一定の刻みを隔てゝ多數の目釘を植え付けたる車は其れと等しき刻みを有し且つ歯の顔のみを具ふる歯車と速比一定なる條件の下に完全の嚙合ひを遂げ得るのてある。斯の如き目釘より成る車を目釘車と名付く。

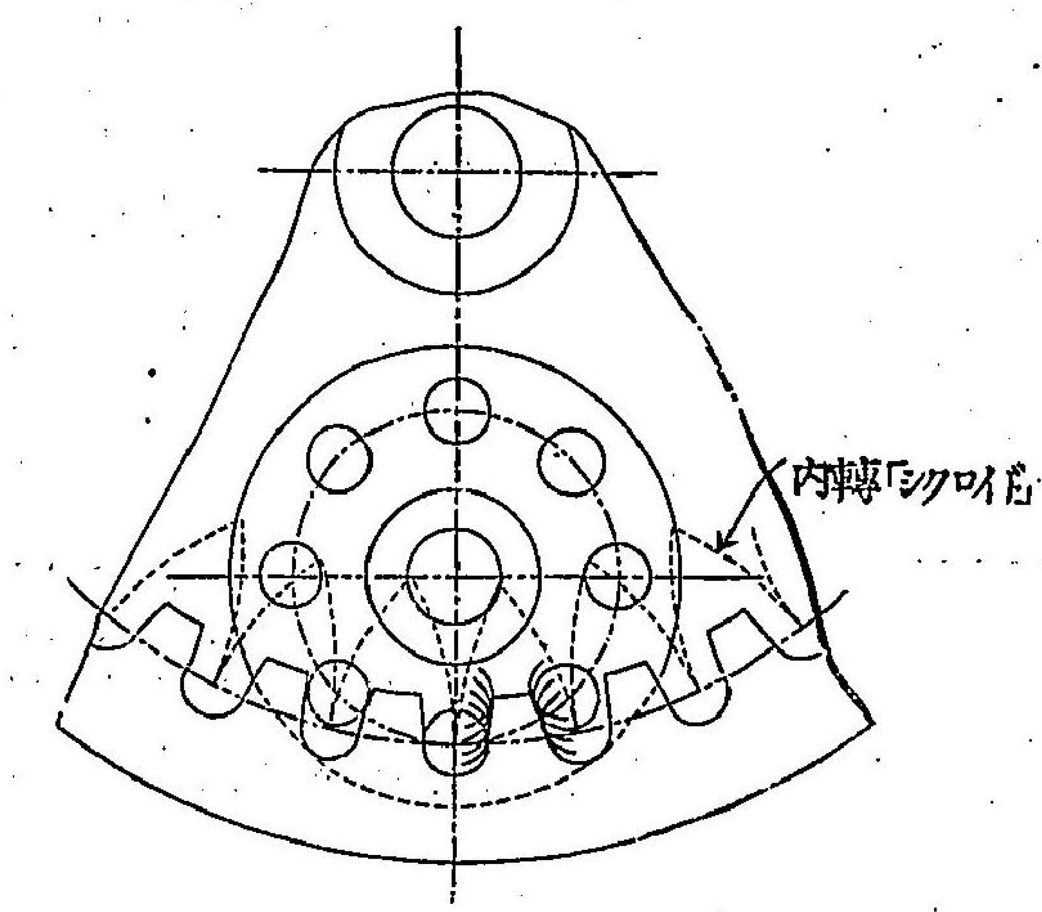
目釘車と嚙み合ふ歯車の曲線は今迄述べ來りたる理論に照せば直ちに知り得らるゝ筈て、例へば外嚙みの場合ならば目釘即ち點即ち內轉「シクロイド」は他方の外轉「シクロイド」と嚙み合ふのてあるから(第二百八十圖參照)、目釘車と嚙み合ふ歯車の歯の曲線は外轉「シクロイド」て(第二百九十八圖)、又內嚙みの場合ならば目釘即ち點即ち內轉「シクロイド」は他方の內轉「シクロイド」と嚙み合ふのてあるから(第二百八十二圖參照)目釘車と嚙

第二百九十八圖

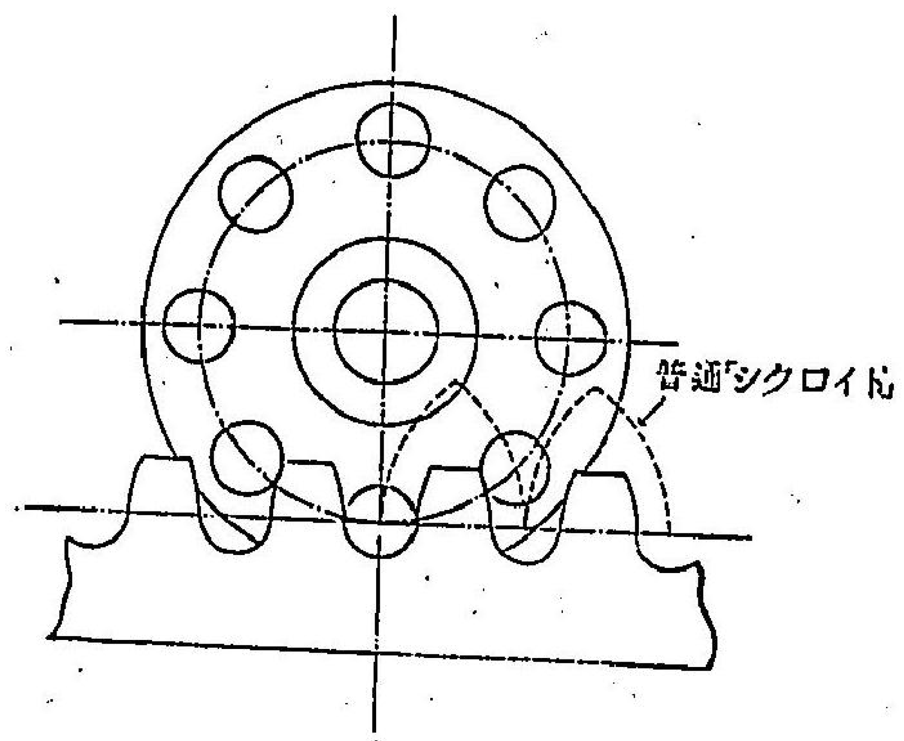


み合ふ歯車の歯の曲線は內轉「シクロイド」てある(第二百九十九圖)。同様に「ラック」と「ピニオン」の場合ならば、「ピンオン」たる目釘車と嚙み合ふ「ラック」の歯の曲線は普通「シクロイド」てあることは容易に知られやう(第三百圖)。

第二百九十九圖

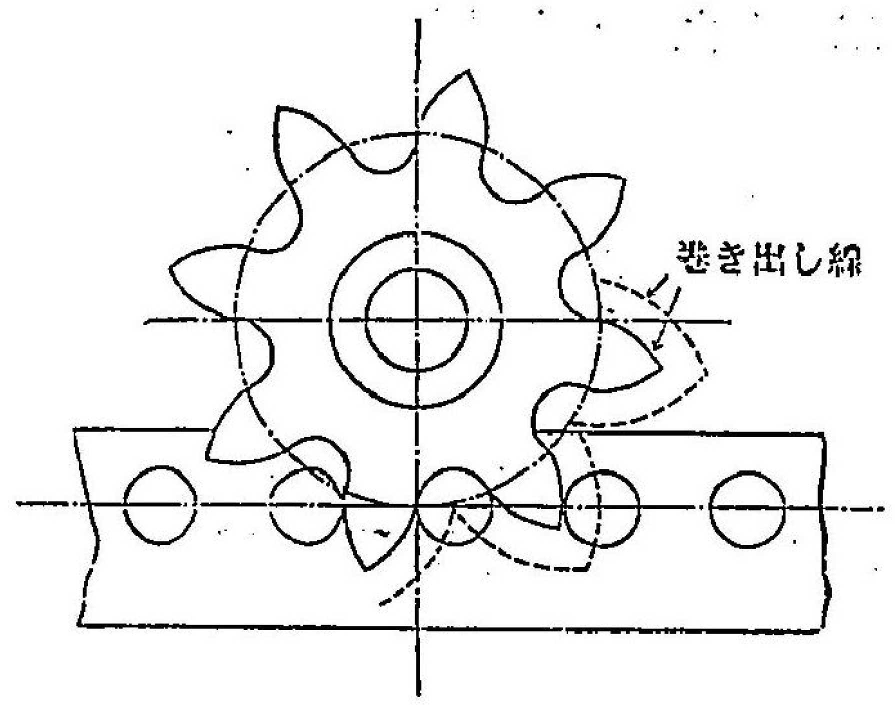


第三百圖



第三百一圖は目釘車の半徑が無限大てあると假

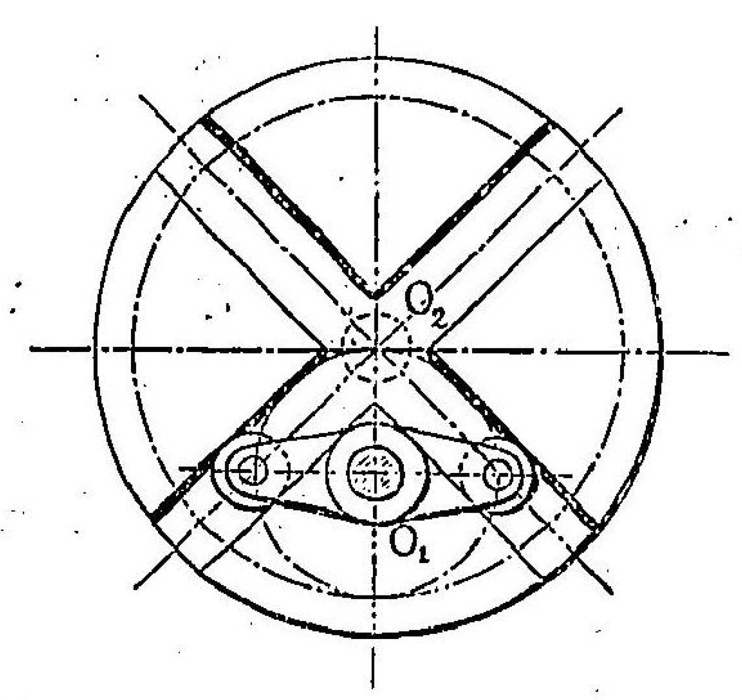
第三百一圖



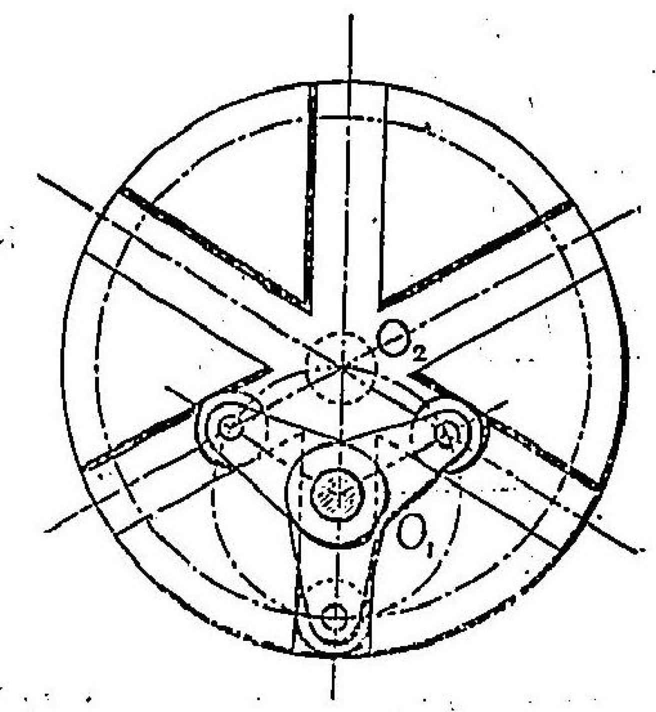
定する時に生ずる噛合ひて之れを目釘棒と云ふ。目釘棒は「ラック」の一種であるから之れと噛み合ふ歯車は又「ピニオン」と呼ばる。目釘棒と噛み合ふ「ピニオン」の歯の曲線は刻み圓の巻出し線なることは明てある。

又若し内噛みの場合に第三百二圖及び第三百三圖に示す如く二つの車の中心をO_1及びO_2とし、O_1の

第三百二圖



第三百三圖

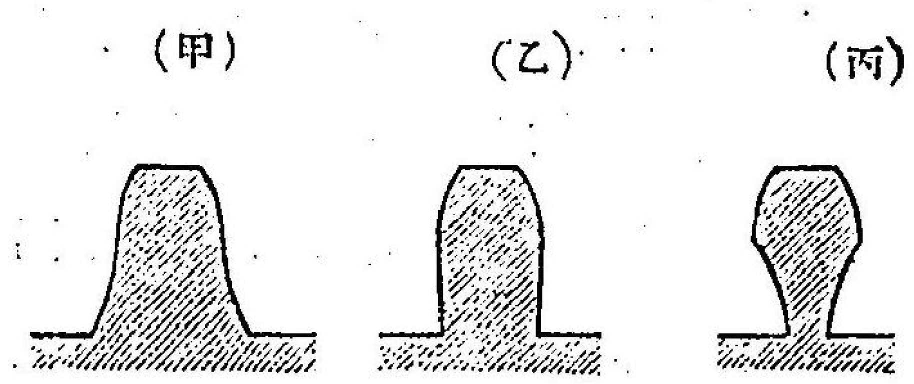


刻み圓の直徑はO_2の刻み圓の半徑に等しとし、且つ内轉圓の直徑がO_1の刻み圓の直徑に等しとすれば、O_1の刻み圓の内轉「シクロイド」は刻み圓上の任意の點となり、O_2の刻み圓の内轉「シクロイド」は中心O_2を通る直線となる[160節]。故にO_1の刻み圓の周圍に任意の數の目釘を附し、O_2の車は之れを圓盤にし其表面に目釘の數と等數の中心を通る直線形の溝を堀り付くれば、此等の目釘と溝とは完全の噛合ひを遂げ二軸O_1及びO_2の間に速比一定なる回轉運動を傳へ得るものである。第三百二圖に於てはO_1は二個の目釘を具へ、O_2は直角に交はる二個の溝を具ふる場合を示し、第三百三圖に於てはO_1は三個の目釘を具へ、O_2は120度に交はる三個の溝を具ふる場合を示したので、此等は要するに歯車の變態と見做さるべきものである。

168. 轉圓の大きさと歯の形狀 内轉圓が刻み圓と等しき大さなる時は内轉「シクロイド」は刻み圓の圓周上の任意の點となり、内轉圓の直徑が刻み圓の半徑に等しき時は内轉「シクロイド」は刻み圓の中心を通る直線となる。此他刻み圓と其内轉圓との大小の關係に從ひ種々の形狀の内轉「シクロイド」を得る理てあるから、其れによりて生ずる歯の形狀も亦

種々のものを得るのである。第三百四圖(甲)は內轉圓の直徑が刻み圓の半徑よりも小なる時に得らるゝ齒の形狀,(乙)圖は內轉圓の直徑が丁度刻み圓の半徑に等しき時に得らるゝ齒の形狀で、齒の胴は刻み圓の中心を通る直線より成る。又(丙)圖は內轉圓の直徑が刻み圓の半徑よりも大なる時に得らるゝ齒の形狀である。

第三百四圖



內轉及び外轉「シクロイド」より成るものならば理論上完全の滑動接觸をなし得るものであるから,單に運動のみを傳へんとする場合ならば齒の形狀が第三百四圖(甲),(乙)及び(丙)の何れにても差支なきものであるが,働力を傳へんとする場合には齒の强さと云ふことに注目せねばならぬ故に,只漫然と(甲),(乙),(丙)の何れの形狀にても宜しと云ふ譯にはゆかぬ。齒は一種の片持梁であるから危險斷面は齒の根本の斷面である[上卷89節乃至92節]。夫故根本の薄き齒は强力の弱いものである。此意味に於て齒は第三百四圖(甲)の形狀を最良とし,(丙)圖の形狀にす

ることを避けねばならぬ。夫れが爲には內轉圓の直徑を刻み圓の半徑よりも大ならしめてはならぬ。內轉圓の直徑を刻み圓の半徑に等しくすれば齒の胴は直線となるから,齒車の製圖上幷びに製造上甚だ便利である。故に往々斯くする場合もあるが,刻み圓の半徑よりも大にすることは斷じて許さぬ。依て今Dを刻み圓の直徑,dを內轉圓の直徑,pを刻み,Nを齒の數とすれば

$$d \leqq \frac{D}{2} \quad \cdots\cdots (160)$$

公式(158)より

$$D = \frac{pN}{\pi}$$

之れを上式に代入すれば

$$d \leqq \frac{pN}{2\pi} \quad \cdots\cdots (160a)$$

最も適切と認むる內轉圓の大さは次の如し。

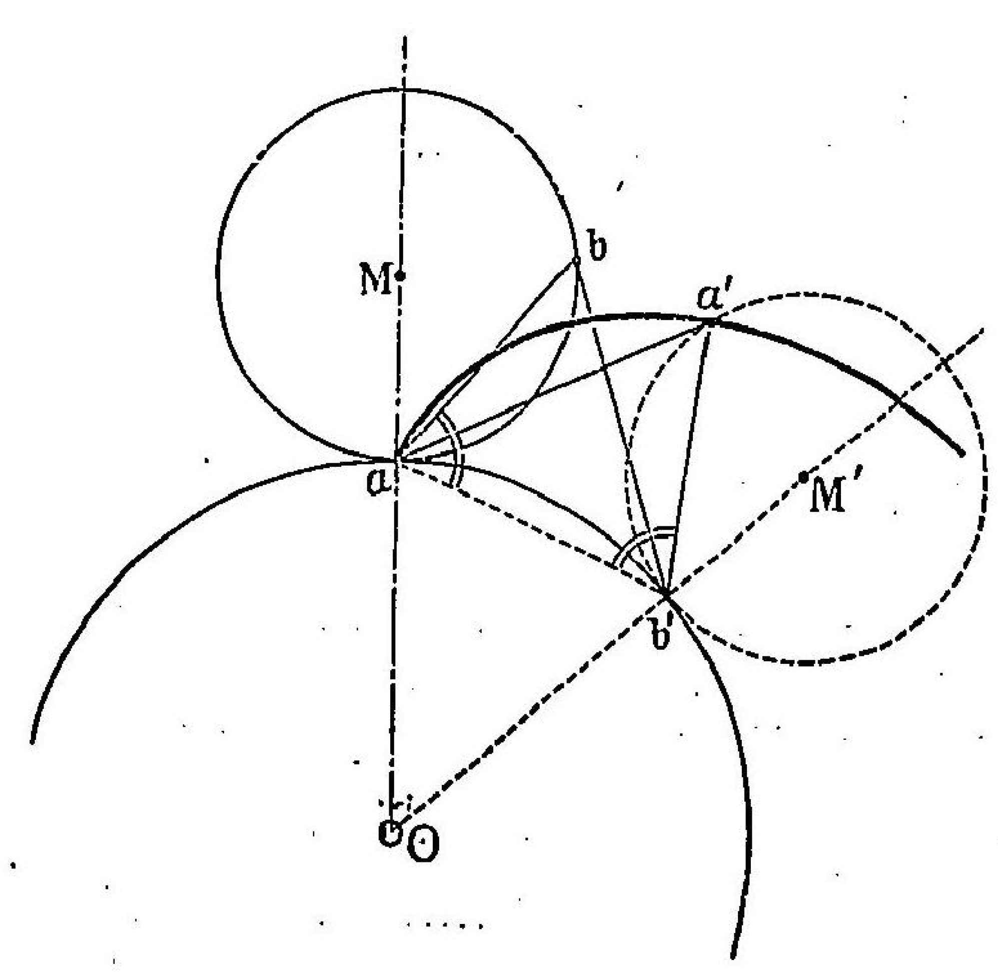
$$\left.\begin{array}{l} d=(0{\cdot}3\ 乃至\ 0{\cdot}4)D \\ 或は\quad d=(0{\cdot}3\ 乃至\ 0{\cdot}4)\dfrac{pN}{\pi} \end{array}\right\} \cdots\cdots (160b)$$

一對の齒車を設計せんには,各々の車の內轉圓の大さを豫め上式によりて定め,此等二つの轉圓が二つの刻み圓の內外を交互に內轉し及び外轉する時畫く「シクロイド」を以て齒の外形とすれば好いのである。

巻出し線齒車の場合には底圓の大さが一定ならば巻出し線の形狀は一定てあるから、隨つて齒の形狀も底圓の一定の大さに對しては一定て、此點に關し「シクロイド」齒車と甚だ趣を異にして居る。

169.「シクロイド」及び巻出し線を書くこと 第三百五圖に於て O を底圓の中心，M を轉圓の中心とし、a を或る瞬時の底圓と轉圓との接觸點とす。偖て轉圓 M が底圓 O の外側を轉ばる時轉圓の圓周上の任意の點 b が丁度 b' の位置に來りて接觸點となりたる時の轉圓の位置を M′ とすれば、其位置に於て初めの接觸點 a は a' の位置を取る。且つ b が b' の位置を取れば a は a' の位置を取り、反對に b' が b の位置に復へれば a' は a の位置に復へる關係が此等の四點の間に存在し居るものであるから、明に

第三百五圖



$$\text{弧}\,ab=\text{弧}\,ab'=\text{弧}\,b'a'$$

M と M′ とは全く相等しき大さの圓である。然るに等しき大さの圓に於て等しき長さの弧に對する弦の長さは相等しき理である故に、

$$ab=b'a' \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (a)$$

且つ幾何學上明に

$$\text{角}\,bab'=\text{角}\,a'b'a$$

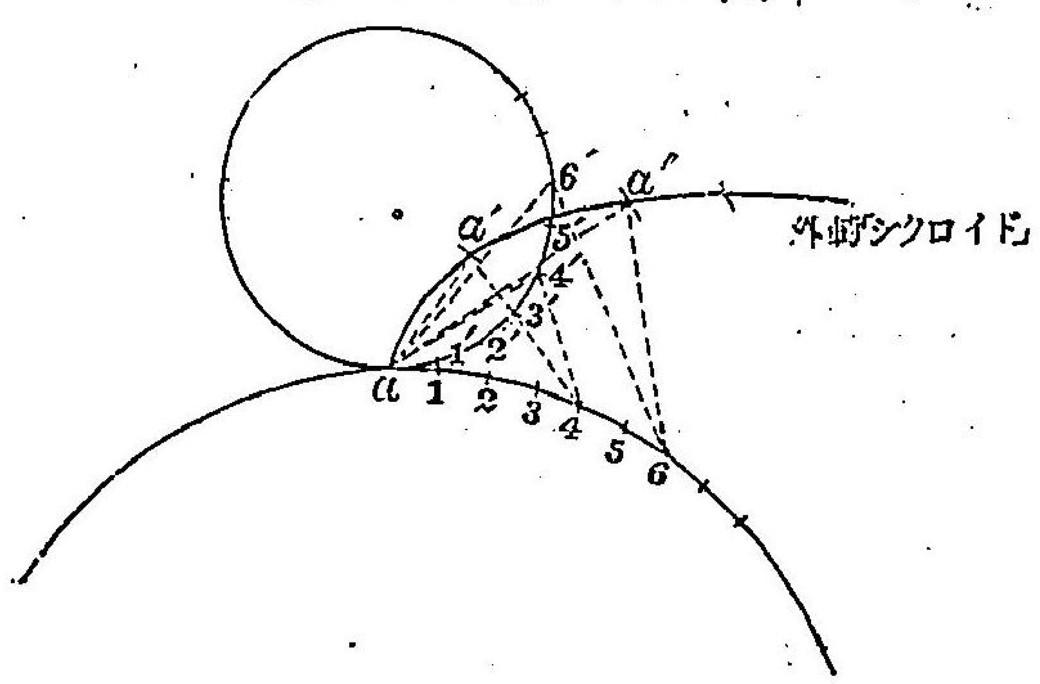
故に二つの三角形 bab' 及び $a'b'a$ は全く相等しき三角形である。依て

$$aa'=b'b \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (b)$$

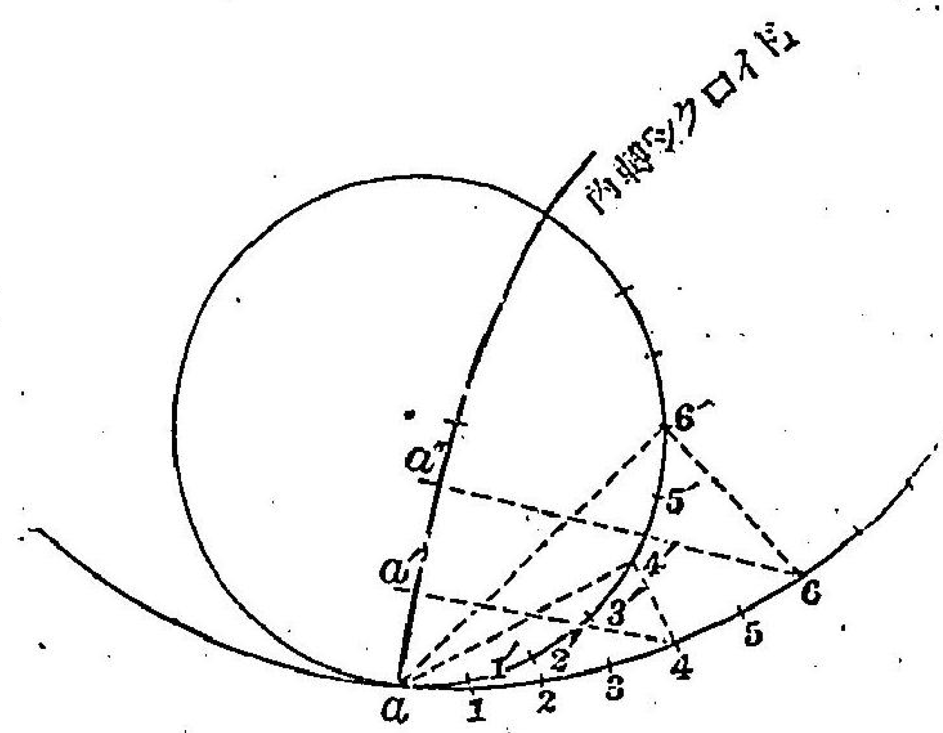
今始めの接觸點 a を書點とすれば、「シクロイド」は a を基點とし a' を通る aa' なる曲線となる譯てあつて、其 a' なる點は $b'a'=ab$ 幷びに $aa'=b'b$ なる位置にある如き點てある。此理論は外轉にも内轉にも、及び巻出し線の場合にも等しく適用さるゝものてあるから、此れを應用して此等の曲線を書くことが出來る。其方法を次に示す。

第三百六圖乃至第三百八圖に於て底圓上に任意の諸點 $a, 1, 2, 3, 4,\ldots\ldots$ を成るべく密に且つ等距離に取り、更に轉圓(第三百六圖及び第三百七圖)又は巻出し線ならば圓の接線 aT (第三百八圖)上に $1', 2', 3', 4',$ ……の諸點を等距離に且つ $a1=a1'$, $12=1'2'$, $23=2'3'$,

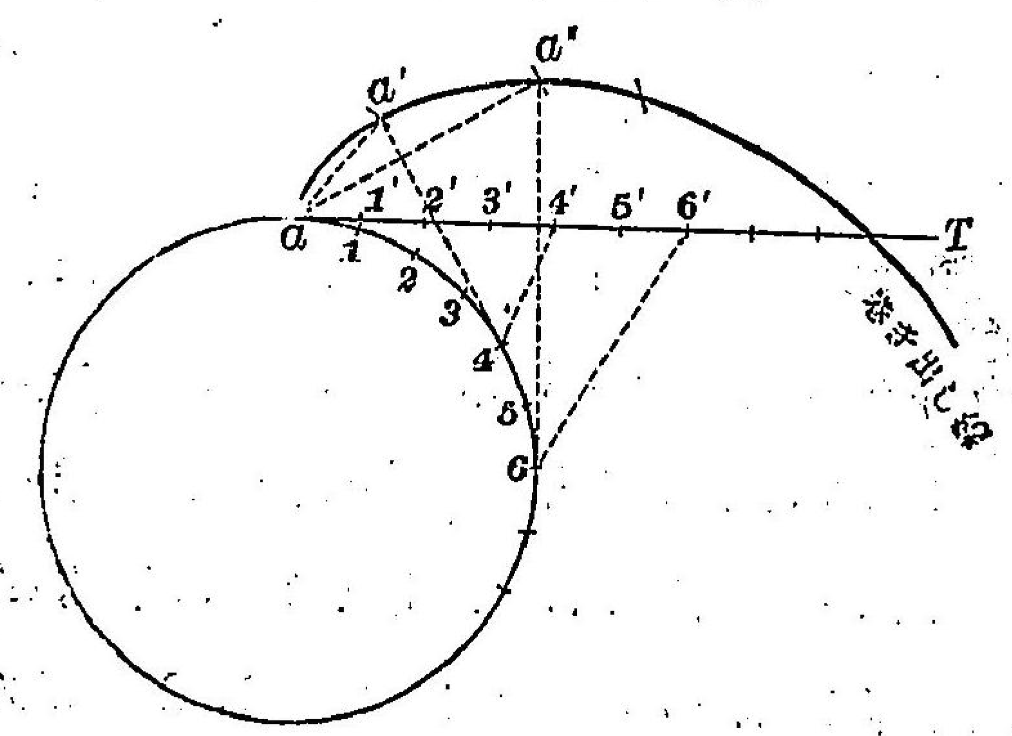
第三百六圖



第三百七圖



第三百八圖



……….の如く取る。然る時は轉圓又は直線が圓に沿ふて轉ばる時は、1は1'に，2は2'に，3は3'に夫々一致して接觸點を形作るのである。偖て此等の相對向する點に於て順次に前述の理論を應用し、例へば4と4'とが接着する時の畫點の位置を求めんに

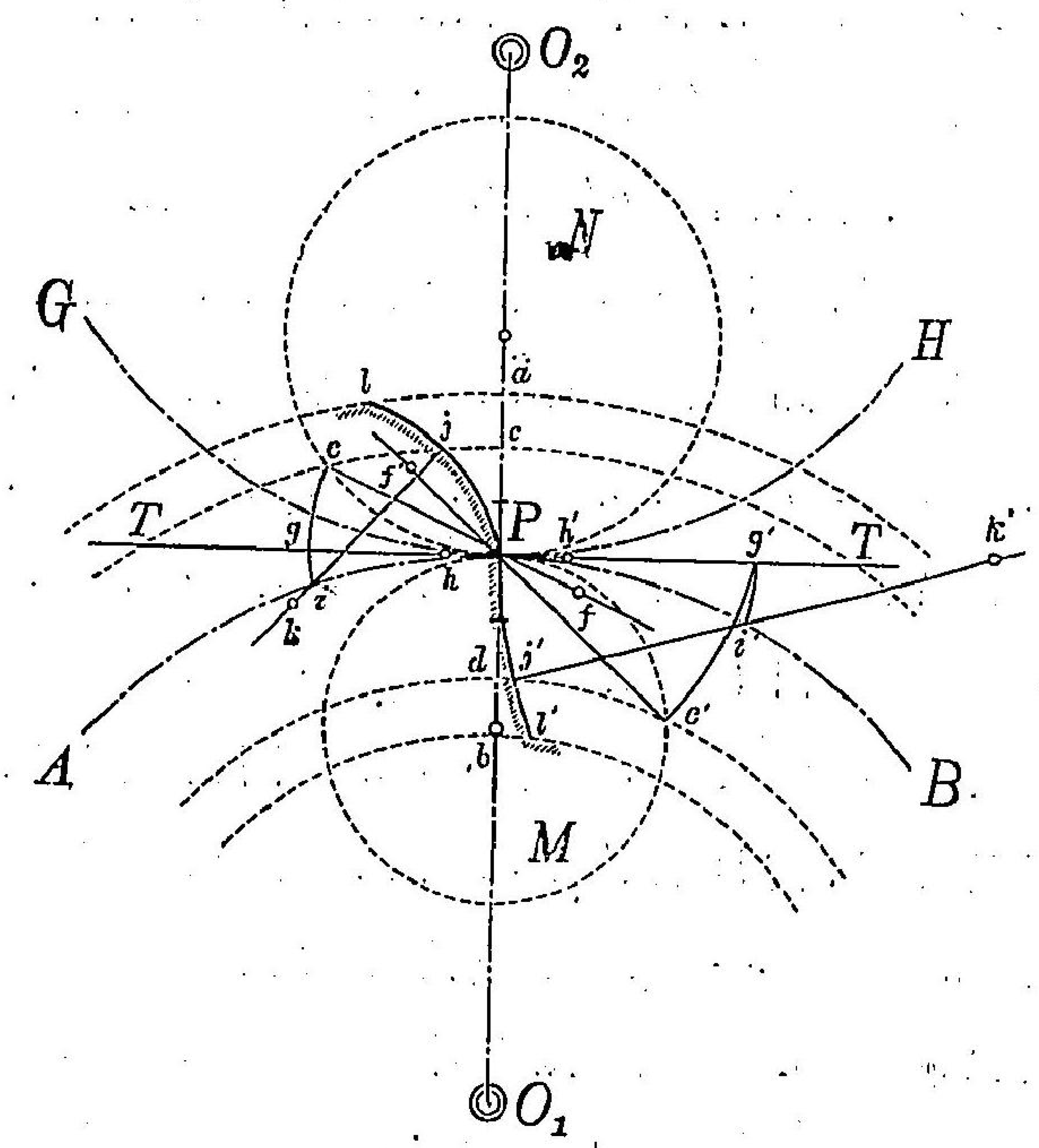
は a, 4' と 4, 4' とを結び、4を中心とし $a4'$ に等しき半徑を以て圓弧を畫き、次に a を中心とし 44' に等しき半徑を以て圓弧を畫き、前の圓弧と出會ふ點を a' とすれば、a' は所要の畫點の位置即ち所要の曲線上の點である。又例へば 6 と 6' とが接着する時の畫點の位置を求めんには a, 6' と 6, 6' とを結び、6 を中心とし $a6'$ に等しき半徑を以て圓弧を畫き、次に a を中心とし 66' に等しき半徑を以て圓弧を畫き、前の圓弧と出會ふ點を a'' とすれば、a'' は所要の點となる。斯の如き同一の方法を相對向する諸點に適用して a', a'' の如き諸點を求め、此等を結ぶに滑かなる曲線を以てすれば所要の曲線を得るのである。

170. 齒車の齒を畫くこと　齒車の齒は「シクロイド」か又は卷出し線より成るものであるが、此等の曲線は無論圓弧ではなく、隨つて製圖器械を以て正確に紙面上に書き表はすことは至難であり、且又各々の齒について一々此等の曲線を畫くことは煩に耐え得ぬものである。然し幸に實際齒の曲線として用ゐるのは此等の曲線の極く極く一小部分であるから、其部分を圓弧の一部と見做しても大なる不正確は起らぬものである。故に近似的の圓弧を以て齒の外形を製圖するのが最も便利である。「シク

ロイド」又は卷出し線の齒の外形を書くに種々の道具もあり、又圓弧の一部を以て近似的に書く種々の方法もある。其内て玆には圓弧の一部を以て割合に近似なる然も割合に簡易な齒の製圖法を示さう。

第一、「シクロイド」齒を書くこと(第三百九圖)。

第三百九圖



相嚙む一對の刻み圓を AB 及び GH とし、公式(160), (160a) 或は(160b)によりて AB の內轉圓 M 及び GH の內轉圓 N を適當に定め、P を刻み點とす。然

る時は N が AB の外側を轉ばれば AB に屬する齒の顏の曲線を得、M が AB の內側を轉ばれば AB に屬する齒の胴の曲線が出來る。其處で先づ AB に屬する齒の顏の曲線を書かんには、Pa を齒の顏の高さ即ち 0·3p (第二百九十四圖)に等しく取り之れを三等分し、P より數へて其第二の分點を c とし、c を通りて刻み圓と同心圓なる ce を書き、轉圓 N との交點を e とす。e, P を結び其延長線上に於て Pf を Pe の二分の一に等しく取り、f を中心とし fe を半徑とする圓弧 eg を書き、P に於ける接線 TT との交點を g とす。Pg を四等分し P より數へて其第一の分點を h とし、h を中心とし hg を半徑とする圓弧 gi を書き、刻み圓 AB との交點を i とす。次に i を中心とし弦 Pe に等しき半徑を以て弧 ce を j にて切る。そこで j, i を結び、ji 又は其延長線上に中心を有し P と j とを過ぎる圓弧、即ち Pj なる直線を直角に二等分する直線が ji 又は其延長線と出會ふ點 k を中心とし kj を半徑とする圓弧 Pjl を書けば、此圓弧は所要の顏の曲線である。

齒の胴を書くには之れと全く同一の方法を內轉圓 M について繰り返へせば得らるゝもので、即ち Pb を胴の深さ 0·4p (第二百九十四圖)に等しく取りて之

れを三等分し、P より數へて第二の分點を d とし、d を通りて刻み圓と同心圓なる de' を書き、轉圓 M との交點を e' とす。e',P を結び其延長線上に於て Pf' を Pe' の二分の一に等しく取り、f' を中心とし $f'e'$ を半徑とする圓弧 $e'g'$ を書き、P に於ける接線 TT との交點を g' とす。Pg' を四等分し P より數へて其第一の分點を h' とし、h' を中心とし $h'g'$ を半徑とする圓弧 $g'i'$ を書き、刻み圓 AB との交點を i' とす。次に i' を中心とし弦 Pe' に等しき半徑を以て弧 de' を j' にて切る。そこで直線 Pj' を直角に二等分する直線が $j'i'$ 又は其延長線と出會ふ點を k' とすれば、k' を中心とし P 又は j' を通る圓弧 $Pj'l'$ を書けば、此圓弧は所要の胴の曲線である。

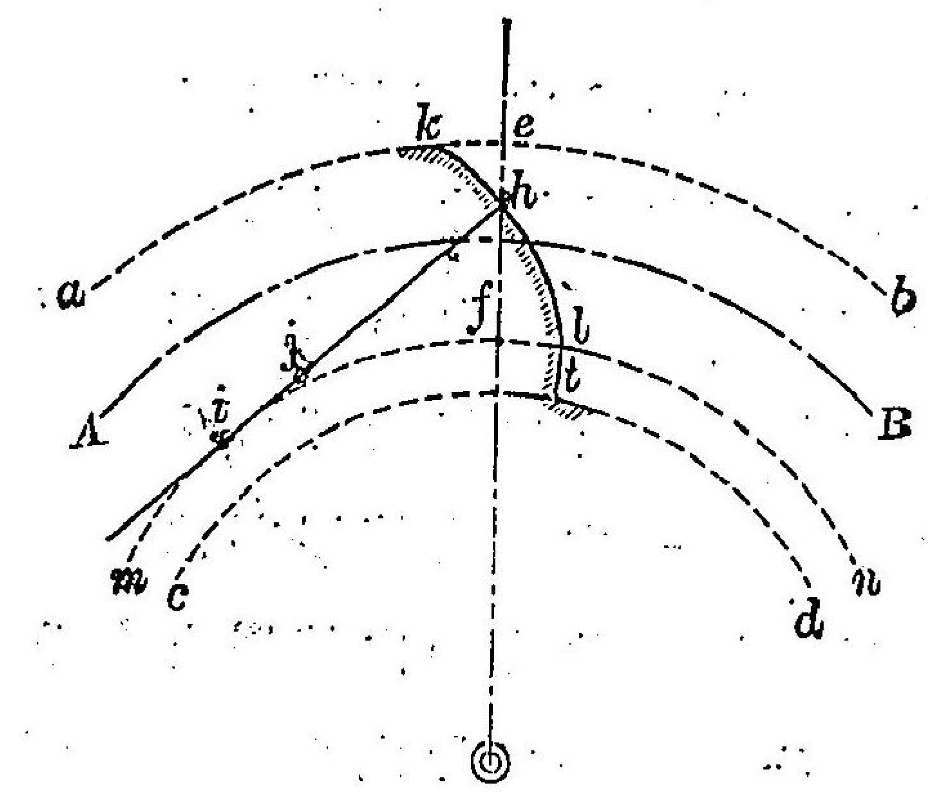
以上に求めたのは刻み圓 AB に屬する齒であるが、此れと嚙み合ふ刻み圓 GH に屬する齒は、M を外轉圓, N を内轉圓とし刻み圓 GH につきて以上と同法を繰り返へせば得らるゝものである。内嚙みの場合にも書法は之れと全く同じ。

第二、卷出し線齒を書くこと(第三百十圖)

卷出し線齒を書くは「シクロイド」齒を書くよりも遙に簡單である。AB を刻み圓, ab を齒先の圓, cd を齒本の圓, mn を底圓とすれば、齒の嚙み合ひを成

す部分は齒先の圓と底圓との間に在る齒の表面である。

第三百十圖



此間の高さを ef とし、ef を三等分して f より數へて第二の分點を h とし、h を通り底圓 mn に接線 hi を引き接點を i とす。ih を四等分し i より數へて其第一の分點を j とし、j を中心とし jh を半徑とする圓弧 khl を書けば、此圓弧は所要の齒の曲線である。齒は kl の表面に於て嚙合ひを遂ぐるもので、lt の部分は嚙合ひに無關係であるから此部分は如何なる外形にしても好い。通常 lt は中心に向ふ直線にするか、又は l に於て曲線 khl に接する直線とする。

171.「シクロイド」齒と卷出し線齒との優劣　「シクロイド」齒に於ては刻み圓を界目として一は内轉「シクロイド」、一は外轉「シクロイド」と云ふ全く異なる二つの曲線を以て其外形とせるものであるから、一對の齒車に於て各々の刻み點が丁度相一致せねば速比一定なる條件の下に完全の嚙合ひをなさぬも

のである。換言すれば中心距離が丁度二つの車の刻み圓の半徑の和又は差に等しからねばならぬものであるが、卷出し線齒に於ては齒の表面は唯一種の曲線より成るものであるから、中心距離に多少の變更ありたりとて速比一定なる條件の下に完全の嚙合ひを遂ぐるものである。但し中心距離が變更すれば偏倚角に變化を起すことは無論である。

又一對の「シクロイド」齒は一方の內轉圓が他方の外轉圓となり、一方の外轉圓は他方の內轉圓となる如き關係にあらねば完全の嚙合ひを成さぬものであるが卷出し線には斯の如き轉圓なく、底圓の大さにして一定ならば其卷出し線は常に一定の形狀を具ふるものであるから、刻みさへ等しからば如何なる卷出し線齒車を組み合はすとも、必ず完全の嚙合ひを遂ぐるものである。

又同じ刻みの「シクロイド」齒と卷出し線齒とに於て、卷出し線齒の根本は通常必ず「シクロイド」齒の其れよりも厚き故に、齒の强さを考ふれば卷出し線齒の方が「シクロイド」齒よりも丈夫である。又「シクロイド」齒は二樣の異なる曲線より成る故に製造困難なれども、卷出し線齒は唯一種の曲線より成る故に製造較や容易である。

以上は卷出し線齒が「シクロイド」齒に優れる諸點であるが、既に第 164 節に述べた如く「シクロイド」齒の偏倚角は時々刻々其大さを變じ、刻み點に一致すれば零となるが、卷出し線齒の偏倚角は一定不變の大さである。隨つて卷出し線齒は摩擦を起すこと「シクロイド」齒よりも遙に大て、夫故機械的效率は「シクロイド」齒よりも小である。故に此等二種の齒の效率を等しくせんとせば、卷出し線齒の偏倚角をして「シクロイド」齒の最大偏倚角の二分の一にせねばならぬ。然るに偏倚角を二分の一にすれば齒の數は初めの約二倍となるものであるから、つまり效率を等しくせんとせば卷出し線齒車の齒數は「シクロイド」齒車の齒數の約二倍にせねばならぬことゝなる。

是れを要するに「シクロイド」齒車は震動又は衝擊等少なく、緻密にして效率の大なるを欲する場合に應用せられ、卷出し線齒車は效率の大ならんを欲するよりも寧ろ粗雜の取扱ひに耐え、大なる震動又は衝擊ある場合に好んで應用せらる。釣揚げ機械、自動車等に重に卷出し線齒車の採用さるゝは之れがためである。

齒車の材料は鑄鐵、砲金、鑄鋼の如きものゝ鑄物或

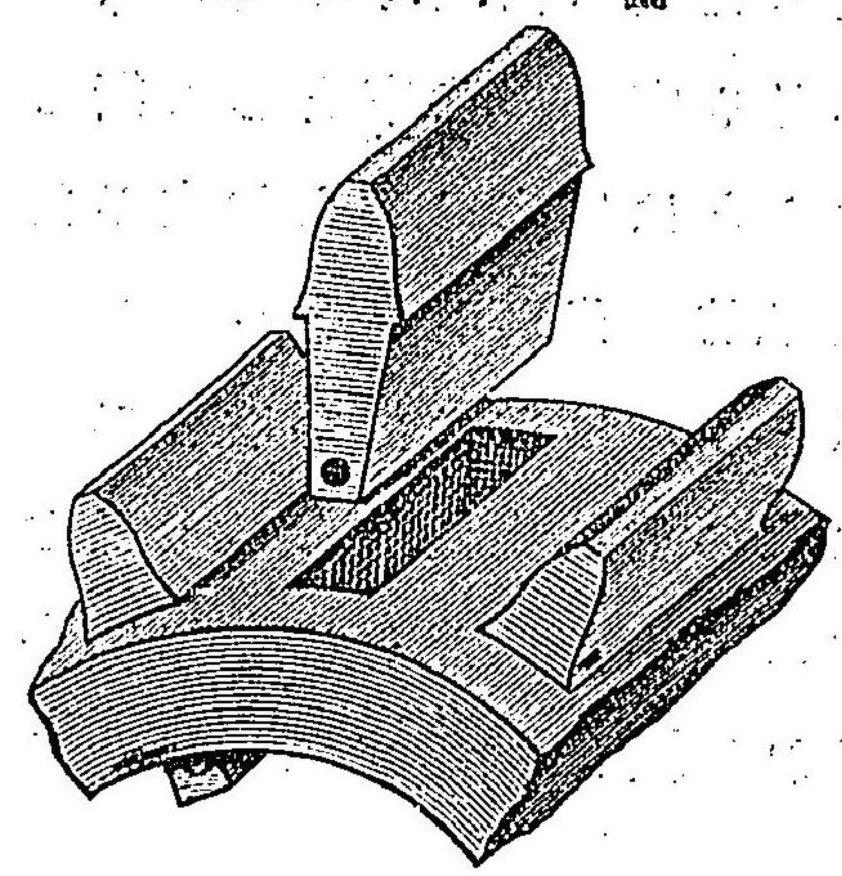
は木であるが多くは鑄鐵である。以前は齒車は皆木型によりて鑄型を造り之れに鑄込みて造つたものであるが斯樣にして造つた齒車には完全の齒の外形を具ふるもの殆ど無きものであるから速比は不定となりて嚙合ひの靜穩を缺き殊に刻みの整一ならぬ爲に齒と齒とが完全に嚙み合はずして烈しき震動又は衝擊を起し喧しき音響を發し齒の强力を害し摩滅も亦甚しきものである。此等の悪結果を避くるため鑄型を造るに鑄型製造機を以てしたるものがある。此機械を以て鑄型を造り之れに鑄込みて造りたる齒車は刻みは整一となるが鑄込みて造りたるものは如何しても完全の齒の外形を望むことは出來ぬ。隨つて速比不調となり嚙合ひの靜穩を缺き殊に高速度を以て働力を傳送する場合には烈しき震動を起し喧躁を極むるものである。

刻みの整一と完全に近き齒の外形とを得るには鑄物にしてはならぬから是非とも圓板の周圍に齒を切り出して造らねばならぬ。之れを切り出すに齒車切出し機と云ふものがある。現今の齒車の多くは此機械を以て切り出して造りたるものである。

齒車に木を用ゐる場合は齒の形狀を與へた多數の堅き木片を所定の刻みを隔てゝ鐵鑄の輪の周圍

に嵌め込んで用ゐるもので斯の如き車を一般に**嵌込み齒車**と呼ぶ(第三百十一圖)。

第三百十一圖



卷出し線齒車は刻みさへ等しからば速比一定の下に完全に嚙み合ひ得るから數個の齒車を交互に取り換へて嚙ましめんには其等の刻みを等しく製造し置けば好いが「シクロイド」齒車の數個を取り換へて嚙ましめんには刻みを等しくする外に一定の內轉圓と外轉圓とより得らるべき齒の外形を與へねばならぬ。其轉圓の直徑は第 168 節に述べた理由で取換へを要する多數の車の內最も小なる車の刻み圓の半徑よりも大にしてはならぬから大なる車の齒は齒の根本が餘りに厚くなり過ぎる樣になる。此故に取換へを要するものは通例卷出し線齒車にする。兎に角卷出し線齒車は實際上諸事に都合好きものである。

172. 段齒車と捩れ齒車　第 164 節に詳述した

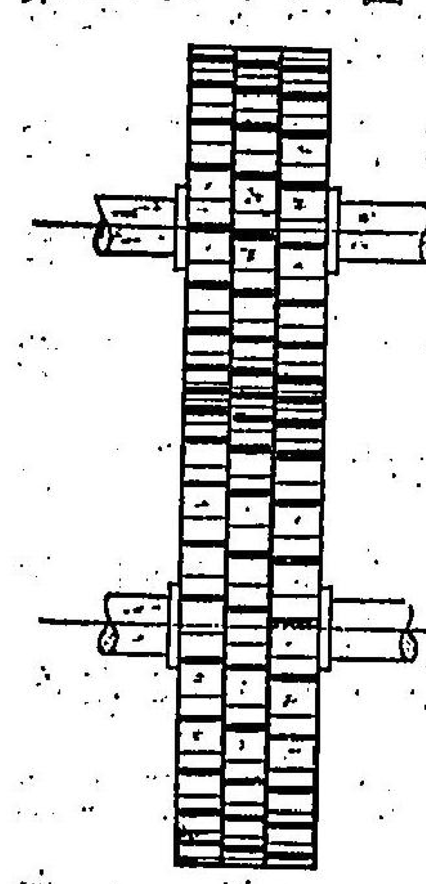
如く、齒車の摩擦を減じ效率を大ならしめんには齒の數を成るべく多くせねばならぬ。又刻みが整一て齒の外形が理論に適ふ完全の曲線より成るならば滑かに嚙み合ふけれども、實際の齒車として斯の如き完全のものを望むことは出來ぬ。夫故或る齒と齒との間に透間を生じ、前の齒が嚙み合へるも次の齒が嚙み合ひ居らぬとすれば、前の齒が嚙合ひを終りて外れると同時に次の齒は突然嚙合ひを始むる故に、爰に衝撃を起すのである。然し同時に嚙合ひにある齒の數が多ければ、衝撃を起す恐れは少なくなる譯である。

齒車の效率を大にし震動衝撃等を少なくし、嚙合ひの靜穩にして滑かなるを欲せば、是非とも齒の數を多くせねばならぬ。然し齒の數を多くすれば刻みは小となり、一定の刻み圓に於て刻みを小にすれば齒は小にして薄くなり强力が弱くなる。故に齒に充分の强力を具へしめんとせば刻みを小にし齒を小にしてはならぬ。齒を小にせずして其數を多くせんとすれば刻み圓を大にせねばならぬ。然し刻み圓を大にすれば大なる齒車となり構造上甚だ不便である。故に普通の正齒車[163節]又は次節に述ぶる圓錐齒車を以て、一の長を取り他の短を補は

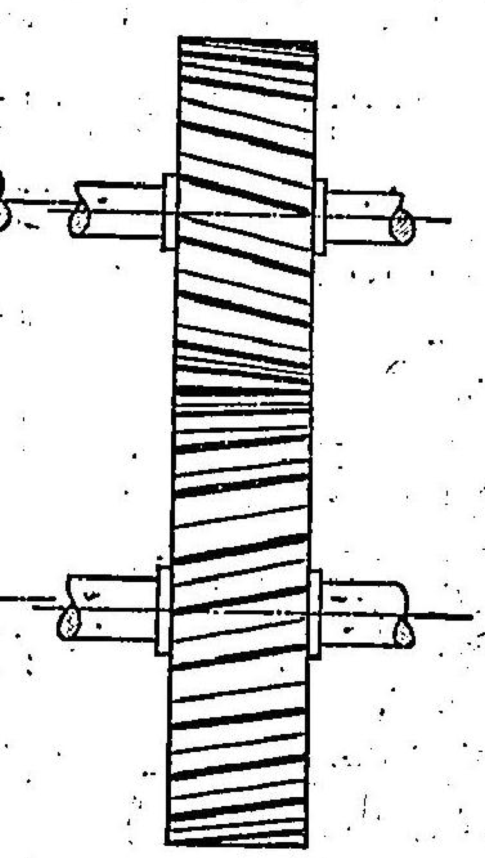
んとすれば他の長を犧牲にせざる可らざる不都合を生じ、嚙合ひの靜穩と强力の保全とをして兩立せしむることは出來ぬものであるが、段齒車は能く此等の目的を達して遺憾なきものである。

段齒車とは齒車の軸に直角なる平面を以て其齒車を任意の數例へば n 個の等しき厚さの齒車に裁ち切り、此等を刻みの $\frac{1}{n}$ づゝ齒の位置を換へて順次に併列したる如き形の齒車で、齒は段々となるより付けられたる名である。第三百十二圖は一つの正齒車を三つの等しき厚さの正齒車に裁ち切り、其等を刻みの三分の一づゝ齒の位置を順次に換へたと想像せらるゝもので、所謂三段の段齒車である。

第三百十二圖



第三百十三圖

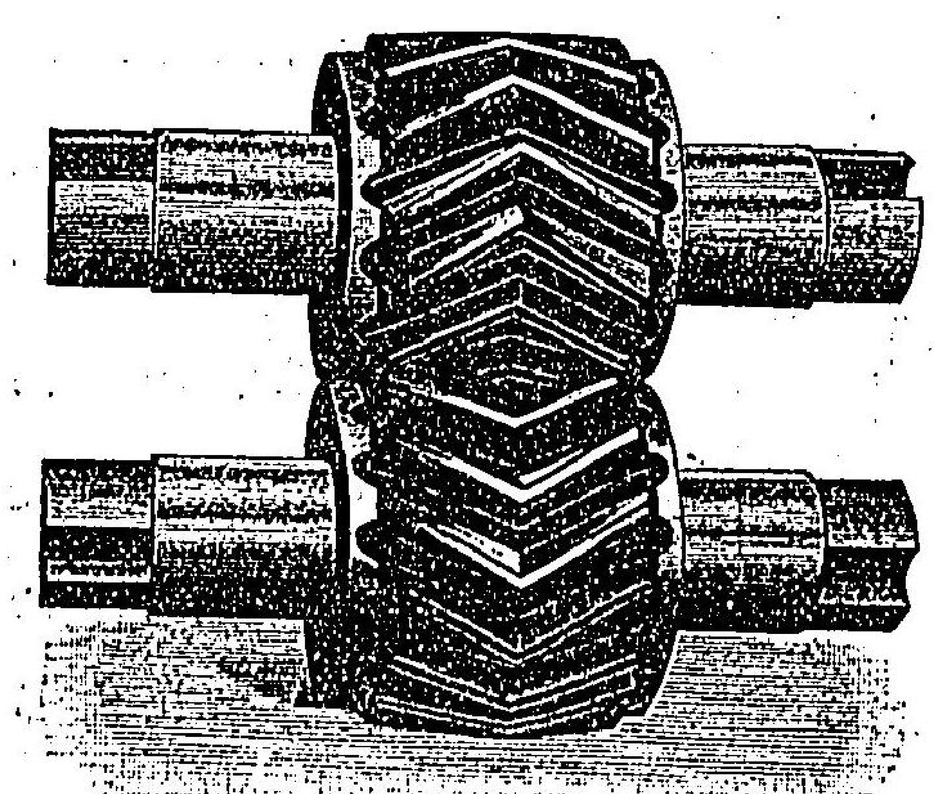


段齒車の齒の刻みは初めの齒車に於けると變りなく、然も同時に嚙み合ふ齒の數は多くなり、且つ嚙合ひにある齒の總面積は初めの齒車に於けると同一であるか

ら强力に變化はない。此等は即ち普通の齒車に望み難き諸點である。段齒車は之れを製造するに較や困難である故に、段齒車の原理に基き、全く同じ別々なる數組みの齒車の齒の位置を順次に換へて、此等を同一軸に取り付けて用ゐることがあるが、其作用は段齒車と同して滑かなる嚙合ひを得ることは明白である。

段齒車の段の數を無限大にしたと假定すれば、段は連續して「ねぢ」形となり、丁度齒車を或る角丈け捩りたる如き齒車となる。第三百十三圖に示すは即ち其れで、之れを**捩れ齒車**と云ふ。捩れ齒車の齒は連續的の嚙合ひを遂げ、甚だ靜穩で衝擊等は充分に除去せらるるが、齒の方向が車の軸に平行ならぬため齒は横に推され、齒車は軸と共に次第に横に移動して嚙合ひを外るゝ樣になる。之れを防ぐには適當な軸承を置いて横の推力を支へ軸の移動を

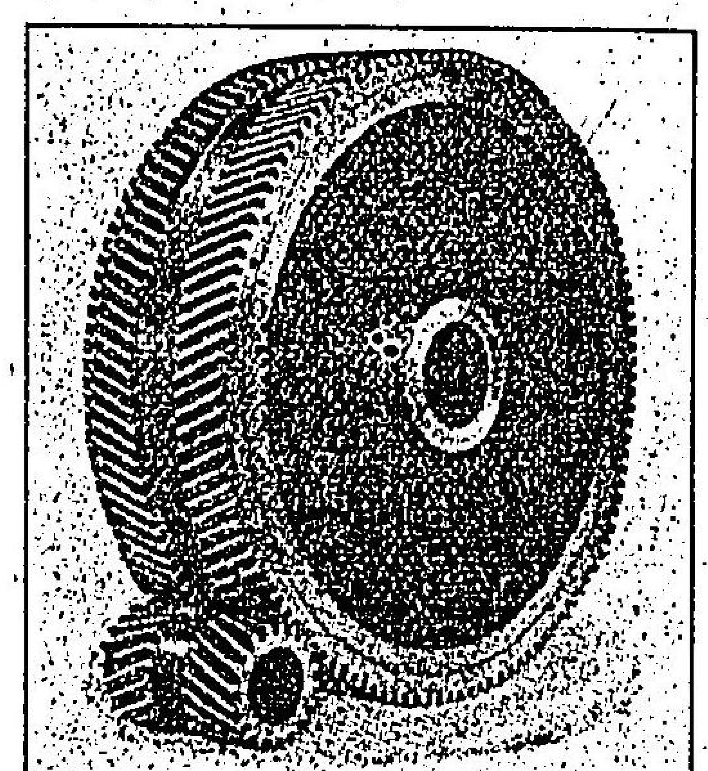
第三百十四圖



遮らねばならぬ。

捩れ齒車は齒が一方にのみ捩れて居る故に斯の如き横の推力を起すのであるから、齒車の中央にて齒の向きを換へ捩りの向きを左右正反對にすれば、推力は左右に於て等しく且つ反對となりて釣合ひ、軸の移動を起すことは無くなる。第三百十四圖並びに第三百十五圖に示すは即ち斯かる齒車で、之れを**二重捩れ齒車**と云ふ。何れの場合にも齒の傾きは車の側面と55度位にする。軸に直角なる平面上に表はるゝ齒の斷面は理論上の齒の形狀である。

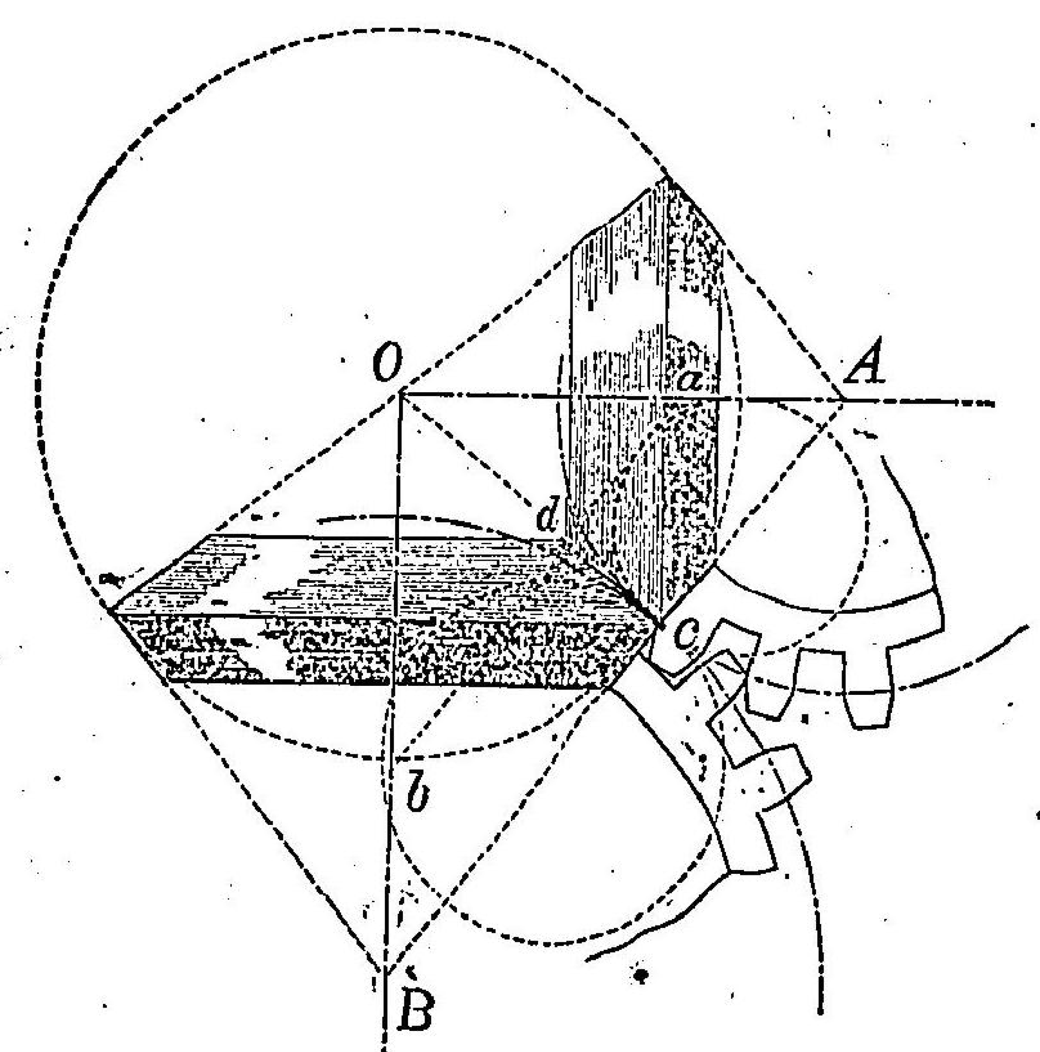
第三百十五圖



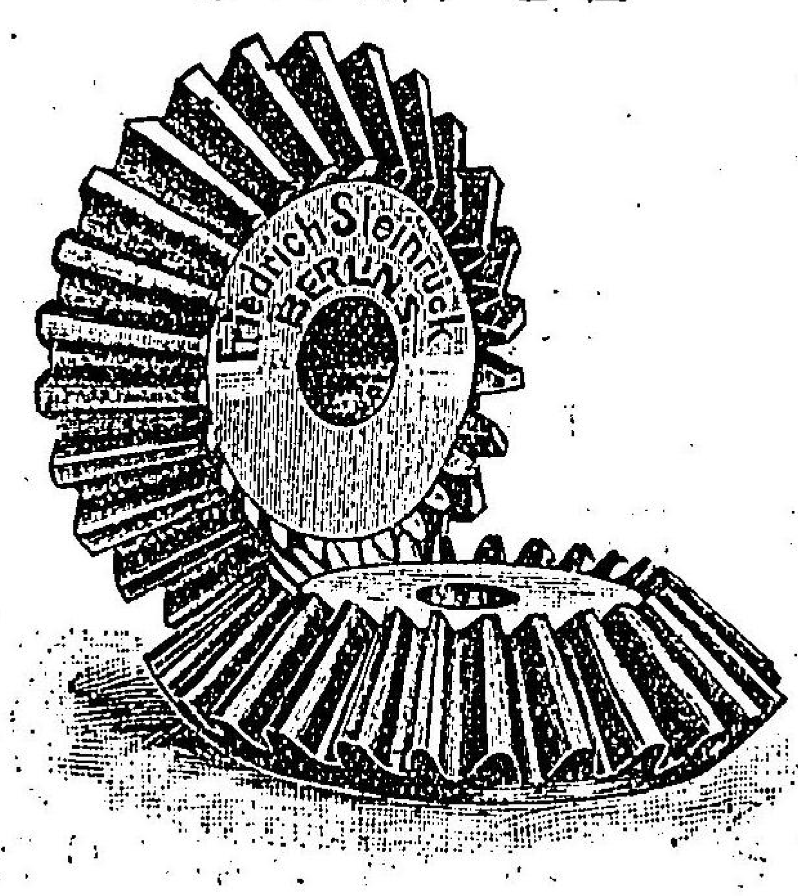
173.　圓錐齒車（エンスヰ）　相交はる二軸 OA 及び OB（第三百十六圖）の間に滑動接觸にて回轉運動を傳へんには、OA 及び OB を軸とし Cd にて接觸する二つの圓錐板を假定し［142 節參照］、其周面に總て O 點より一樣に射出する如き齒を適當の刻みを置いて造れば、第三百十七圖に示す如き一組みの齒車を得、斯かる齒車を**圓錐齒車**と云ふ。圓錐齒車は O を中心

とする球面上に表はるゝ球面「シクロイド」と稱する一種の曲線を以て齒の外形とせねば理論上速比一定なる完全の嚙合ひを成さぬものであるが、球面「シクロイド」は之れを得るに甚だ容易ならざる曲線で、之れを畫くは勿論況して此の曲線の外形を具ふる完全の齒を製造することは、到底人爲の

第三百十六圖



第三百十七圖



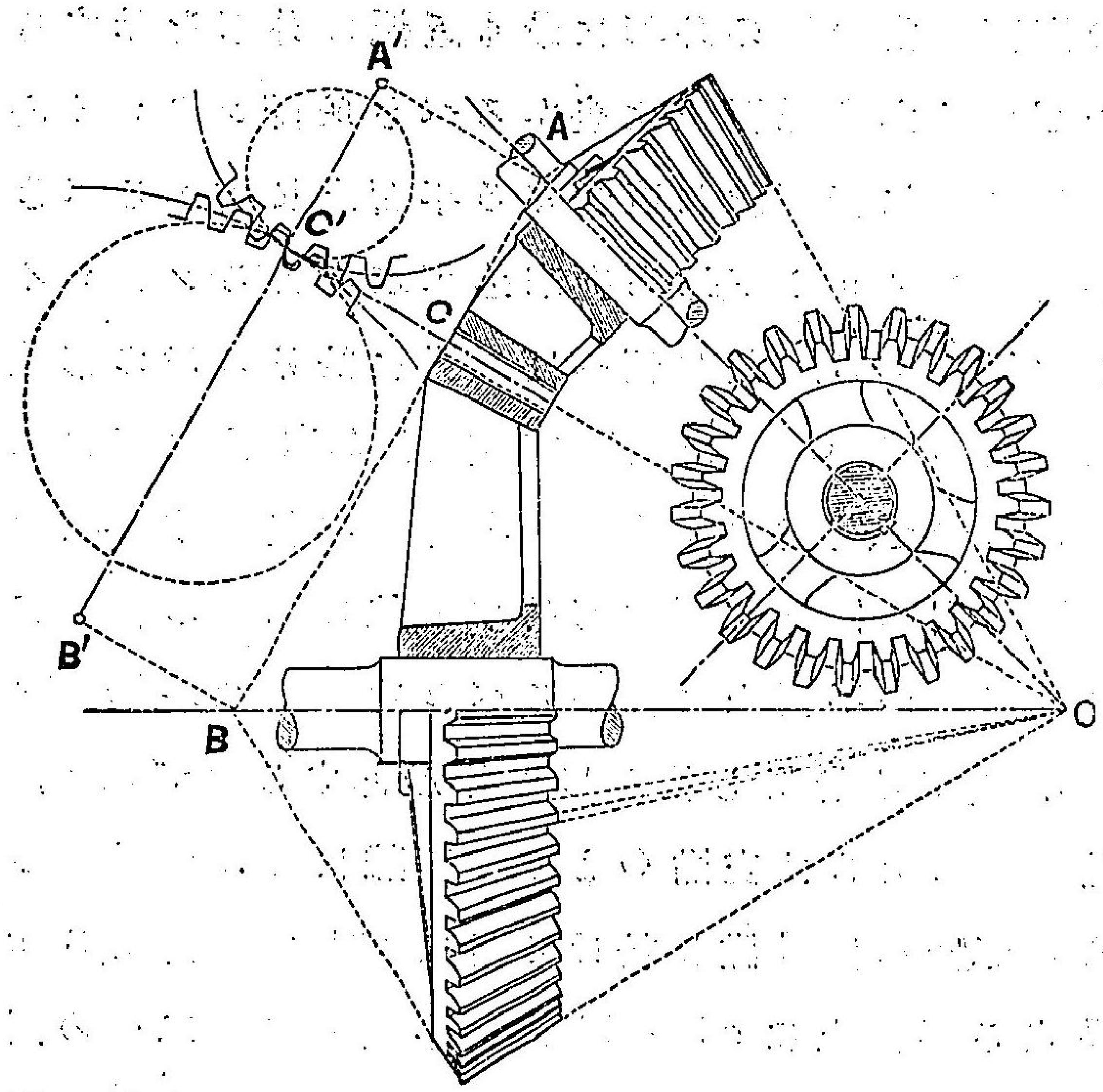
成し難き所である。夫故理論は理論として置き、實際には球面「シクロイド」に最も近似の外形を齒に與ふるのである。

偖て其近似の齒とは如何なるものかといふに、今接觸線 OC に直角なる平面を以て一組みの圓錐齒車を截ち切ると假定すれば、其平面上に現はるゝ齒の斷面は齒の眞の外形に最も近似の外形を示すものであるから、球面上に畫かるべき球面「シクロイド」の代はりに接觸線に直角なる平面上に畫かるべき平面の「シクロイド」即ち從來述べ來りたる「シクロイド」を以てする。故に例へば C 點に於ける齒の形狀はと云へば、OC に直角なる平面 ACB 上に現はれたるもので、其齒は AC と BC とを半徑とする二つの圓を刻み圓とし、C にて接する他の二つの轉圓によりて此の平面上に畫かるべき內轉及び外轉「シクロイド」又は卷出し線を以て外形とするのである。然し齒の大さは交點 O よりの距離によりて異なるもので、例へば d 點に於ける齒は OC に直角なる adb なる平面上に ad と bd とを半徑とする二つの圓を刻み圓とする時得らるゝものであるから、齒は隨つて小となる。是れ明白なる理で、齒は總て O 點に向つて排列し結局 O 點に集中するものであるが

ら接觸線に直角なる齒の斷面は總て相似形で其大さと刻みとは交點Oよりの距離に正比例するものである。故にO點に近き程齒の斷面小となり遠きに從ひ大となる。

第三百十八圖は圓錐齒車の製圖法を示したもの

第三百十八圖

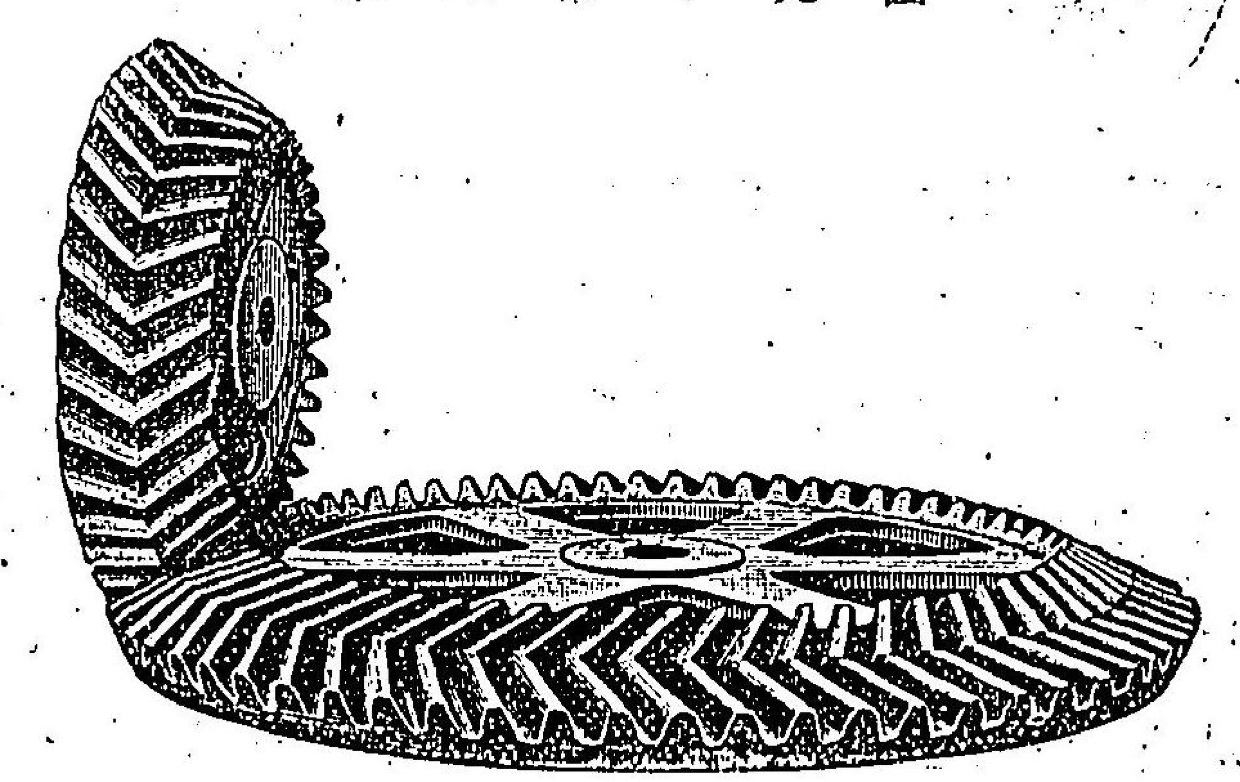


で上述せる所により其圖法自ら明瞭であらう。但しAOB なる平面又は此れと平行なる平面A'C'B'上

に書く齒の書法は第170節に述べたるものである。

刻み圓と轉圓との大小の關係等により種々の齒を得ることは旣に述べたる正齒車の場合と同じく、又二軸間の角の關係により種々の形狀の噛合ひとなることは齒無し車に於けると同じである。圓錐齒車の最も多く用ゐらるゝものは亦二軸直角なる場合である。圓錐齒車にも段齒車及び捩れ齒車がある。噛合ひの靜穩を欲する場合に用ゐらるゝもので、第三百十九圖に示すは二重捩れ圓錐齒車である[172節參照]。

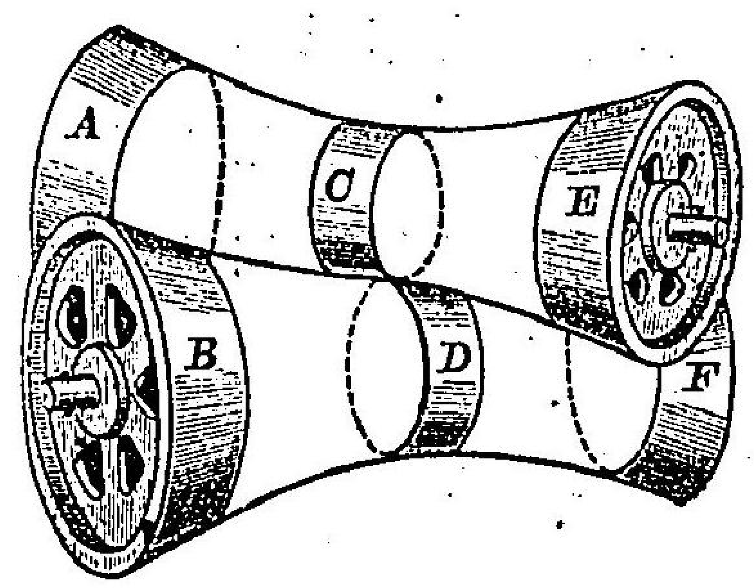
第三百十九圖



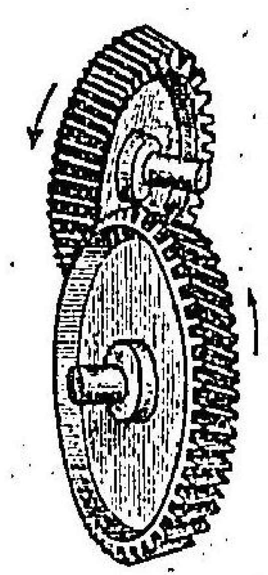
174. 拗け齒車 凡て滑動接觸は刻み圓の轉動接觸と同じ結果のものである[157節]から轉動接觸をなし得る動片即ち齒無し車の周圍に適當の齒を設けば滑動接觸にて回轉運動を傳へ得るものとな

るのである。夫故平行せず且つ交はらざる二軸の間に運動を傳へんには双曲線を外形とする皷形の一組みの車[144節]の接觸線Cd(第二百三十九圖)の方向に沿うて齒を置けば好い譯で、然る時は第三百二十圖に示す如き嚙合ひとなる。然し實際には斯

第三百二十圖



第三百二十一圖

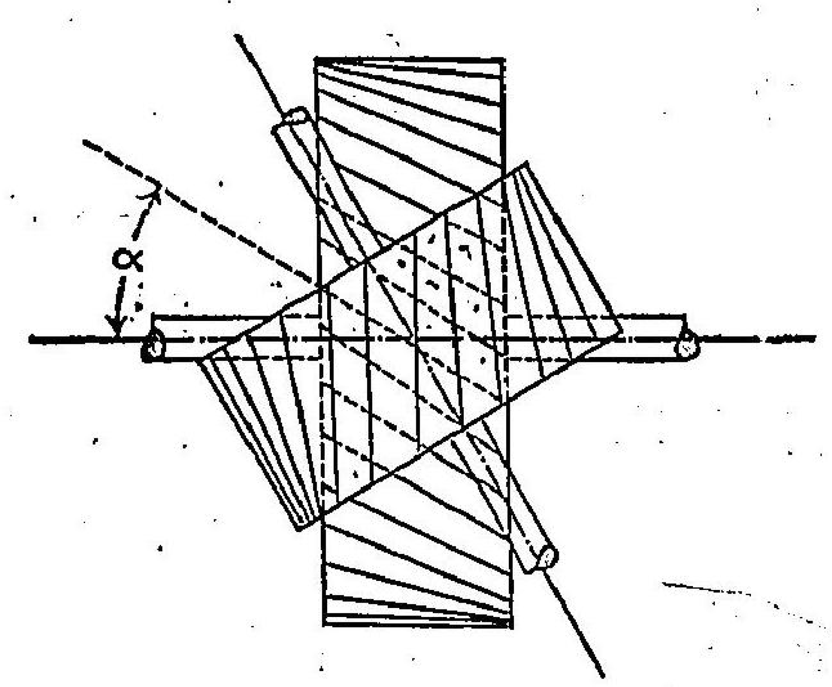


の如き長き車を要せぬから、軸に直角なる平面を以て裁ち切りたる一部分を用ゐる。長き車の一部分を取つて短き車にして用ゐるのであるから裁ち切るべき車の位置は任意で或は第三百二十圖のAとBとを一組みとし、或はCとDとを一組みとし、又はEとFとを一組みとするも何れを取るも完全の嚙合ひをなし速比に變はりはないが、車の形狀は取るべき位置により夫々異なるもので、斯様な齒車を**拗け齒車**と云ふ。第三百二十一圖に示すは第三百二十圖のA,Bの一對を取りたる拗け齒車である。

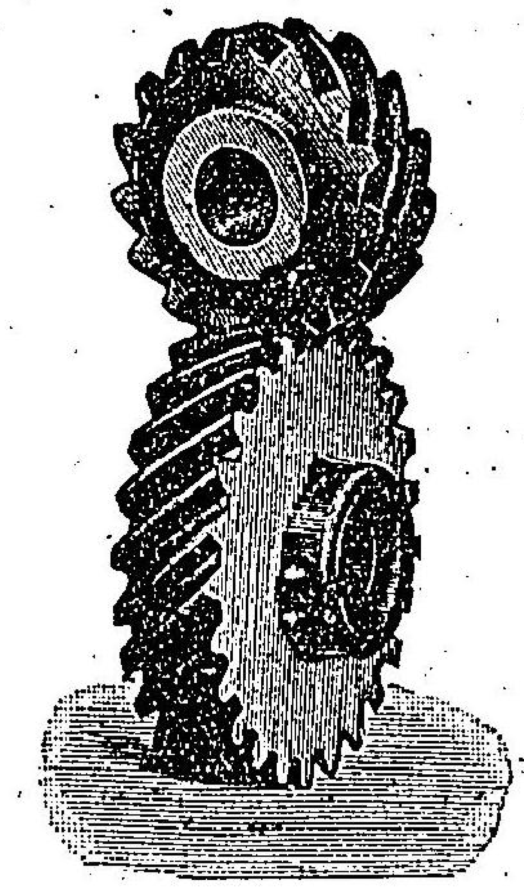
拗け齒車の外周は理論上双曲線でなければならぬが、車の幅が左程廣からざる場合には双曲線は直線と見做されても大差なきものとなる。實際理論に適ふ完全の拗け齒車は製造するに至難であるから、吾人の通常用ゐる拗け齒車は車の外周を近似的に直線と見做したるものである。夫故第三百二十圖のAとB及びEとFとの如き位置に取りたる車は圓錐形をなし、丁度圓錐齒車を或る角丈け捩りたる時得らるゝものとなり、CとDとの如き直徑の最も小なる位置に取りたる一組みの車は圓壔形をなし、丁度正齒車を或る角丈け捩りたる時得らるゝものとなる。要するに近似的の拗け齒車は捩れ齒車と同一形狀のものである。然し此等拗け齒車と捩れ齒車とは其因て生じ來りたる本源が異なるから兩者の間に自ら差異のあるもので、何れも「ねぢ」形に捩れて居る齒を具へ外觀は同一であるが、二軸平行し又は交はる場合の「ねぢ」形の車は捩れ齒車で、二軸平行ならず且つ交はらざる場合の「ねぢ」形の車は拗け齒車である。

175. 「ねぢ」と「ねぢ」車 近似的の拗け齒車の內最も多く用ゐられるものは、第三百二十圖の皷形の車の中央即ち直徑の最も小なる部分の一組みCとD

とて、第三百二十二圖及び第三百二十三圖に示すは斯の如き一組みである。今若し此等一組みの車の



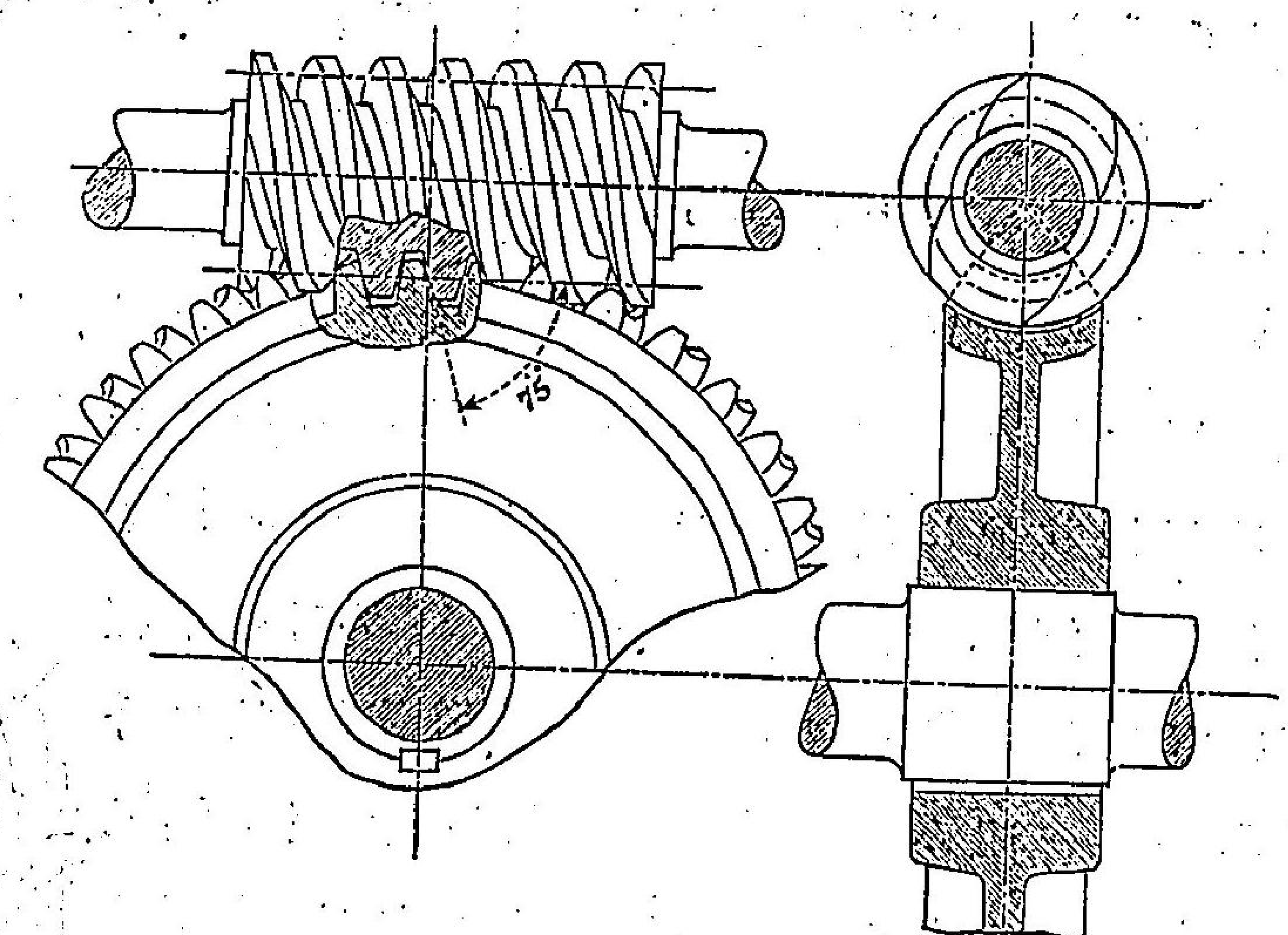
第三百二十二圖



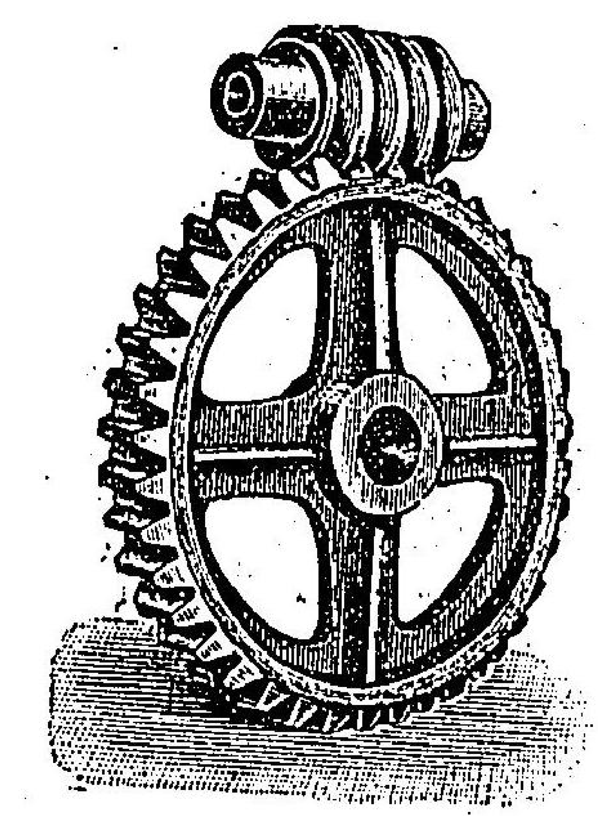
第三百二十三圖

一方の歯の數を極めて少なくし一枚或は二枚にする時は、其車は純然たる一個の一重又は二重「ねぢ」となる。然る時此れを「ねぢ」と云ひ、「ねぢ」と嚙み合ふ一方の多くの歯を具ふる車を「ねぢ」車と呼ぶ。此嚙合ひの多くは二軸交はらずして直角なる場合て、此場合は第三百二十四圖に示す如く「ラック」と「ピニオン」との嚙合ひ[166節]に酷似し、「ねぢ」車の軸に直角なる斷面のみを見れば、「ラック」と「ピニオン」との嚙合ひに全然一致する。故に此斷面上に現はるゝ「ねぢ」車の歯を卷出し線にすれば、同じ斷面上に表はるゝ「ねぢ」

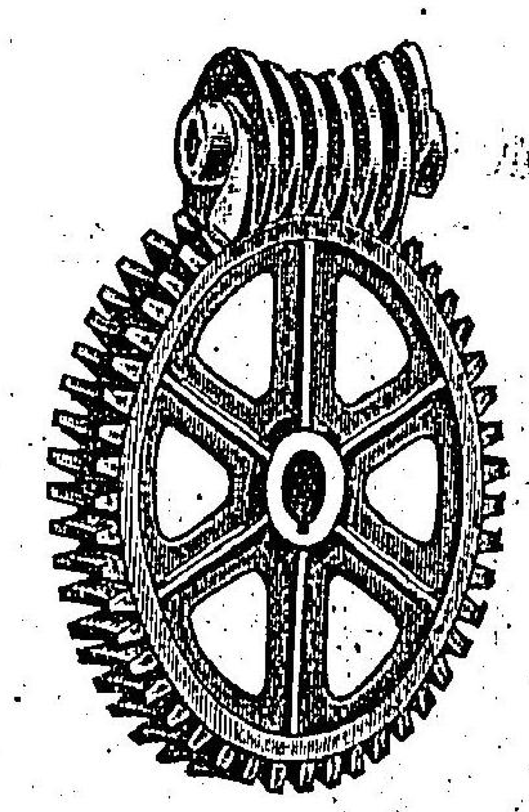
第三百二十四圖



の表面は刻み線と75度の角をなす直線となる。第三百二十五圖に示すは「ねぢ」と「ねぢ」車との嚙合ひの



第三百二十五圖



第三百二十六圖

實物圖,第三百二十六圖に示すは優等の「ねぢ」と「ねぢ」車との嚙合ひて,「ねぢ」を皷形にし理論に一致せしめたるものである。

「ねぢ」と「ねぢ」車との嚙合ひは,效率の大ならんよりは寧ろ構造簡單にして然も甚だ大なる速比及び機械益度を得んと欲する場合に好適のもので,夫故釣揚げ機械其他に於て極めて應用の廣きものである。

176. 速比 齒車の角速度は刻み圓の半徑(又は直徑)に反比例するものである[157節]。故に今互に嚙み合ふ一組みの齒車の刻み圓の直徑をD_1及びD_2とし,角速度を夫々ω_1及びω_2とすれば

$$\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{D_2}{D_1}$$

又夫々の回轉速度をn_1及びn_2とすれば,上巻公式(12)により

$$\omega_1=2\pi n_1;\quad \omega_2=2\pi n_2$$

なる故に

$$\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{n_1}{n_2}=\frac{D_2}{D_1}$$

互に嚙み合はすべき齒車の刻みは兩者に於て相等しからねばならぬ。此一定の刻みをpとし,齒數を夫々N_1及びN_2とすれば公式(156)より

$$p=\frac{\pi D_1}{N_1}=\frac{\pi D_2}{N_2}$$

故に
$$\frac{D_2}{D_1}=\frac{N_2}{N_1}$$

此結果を上式に應用すれば,

$$\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{n_1}{n_2}=\frac{D_2}{D_1}=\frac{N_2}{N_1}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (161)$$

此結果により回轉數は齒の數に反比例することを知る。依て齒數多きは回轉遲く齒數少なきは回轉の早いもので,正齒車は勿論捩れ齒車,圓錐齒車,掬け齒車,「ねぢ」と「ねぢ」車,其他如何なる種類の齒車にせよ,又は外嚙みなると內嚙みなるとに論なく,其等の速比は總て此式を以て表はさるゝものである。

「ねぢ」と「ねぢ」車との嚙合ひに於ては,「ねぢ」は一重「ねぢ」又は二重「ねぢ」て,一枚又は二枚の齒を丸棒に卷き付けたものであるから,一重「ねぢ」は一枚の齒を具ふる齒車,二重「ねぢ」は二枚の齒を具ふる齒車,同樣に三重「ねぢ」は三枚の齒を具ふる齒車である。斯の如く「ねぢ」は僅々一二枚の齒を具ふる齒車て,此れが多くの齒を具ふる「ねぢ」車と嚙み合ふのであるから速比は甚だ大なるものである。例へば「ねぢ」車の齒數は80て,「ねぢ」が一重「ねぢ」てあるならば速比は80,二重「ねぢ」てあるならば速比は40である。

(附言) 單に齒車の半徑又は直徑と云へば

刻み圓の半徑又は直徑のことゝ心得べし。

例一、一對の齒車A,Bあり。齒數Aは32,Bは8なり。Aが每分90回轉をなさばBは每分何回轉するか。

解、回轉數は齒數に反比例する故に、

$$\frac{n}{90}=\frac{32}{8}$$

故に　$n=\frac{32\times90}{8}=360^{回}$.

例二、中心距離39吋なる平行の二軸に回轉運動を傳へんとす。働子が90回轉をなす間に被働子をして40回轉をなさしめんには、刻み圓の直徑各々如何。

解、此場合に用ゐらるゝ齒車は無論正齒車である。偖て

$$\frac{n_1}{n_2}=\frac{D_2}{D_1}=\frac{90}{40}=2{\cdot}25$$

故に　$D_2=2{\cdot}25D_1$

外嚙みとすれば中心距離は$\frac{D_1+D_2}{2}$であるから、

$$39=\frac{D_1+D_2}{2}=\frac{D_1+2{\cdot}25D_1}{2}=\frac{3{\cdot}25D_1}{2}=1{\cdot}625D_1$$

故に働子の直徑，$D_1=\frac{39}{1{\cdot}625}=24^{吋}$

隨つて被働子の直徑，

$$D_2=2{\cdot}25D_1=2{\cdot}25\times24=54^{吋}$$

又內嚙みとすれば中心距離は$\frac{D_1\sim D_2}{2}$であるから、

$$39=\frac{D_1\sim D_2}{2}=\frac{D_1\sim2{\cdot}25D_1}{2}=\frac{1{\cdot}25D_1}{2}=0{\cdot}625D_1$$

故に働子の直徑，$D_1=\frac{39}{0{\cdot}625}=62{\cdot}4^{吋}$

又は約 $62\frac{13}{32}^{吋}$，隨つて被働子の直徑，

$D_2=2{\cdot}25\times62{\cdot}4=140{\cdot}4^{吋}$ 又は約 $140\frac{13}{32}^{吋}$

例三、齒數15及び33の二つの齒車が嚙み合ひ、小なる方が9分間に500回轉すれば大なる方は25分間に何回轉するか。

解、　$\frac{n}{500}=\frac{15}{33}$

之れより　$n=\frac{15\times500}{33}=227$

此れは9分間の回轉數であるから25分間の回轉數は

$$\frac{227}{9}\times25=631^{回}.$$

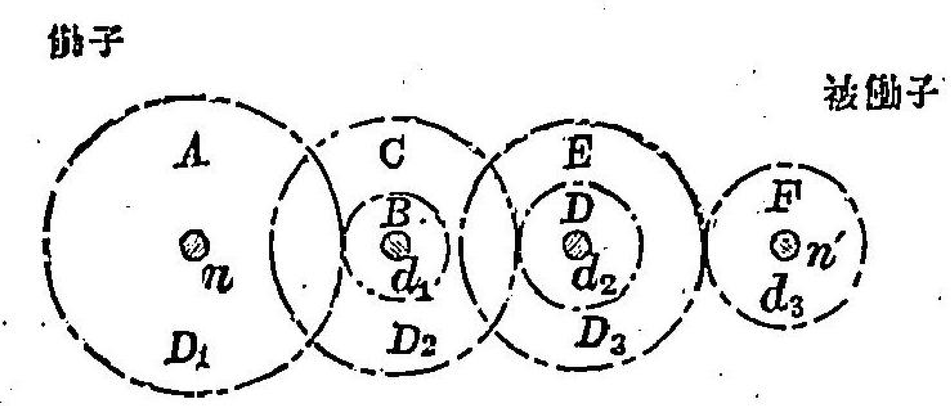
177. 齒車の連鎖　餘りに齒數の異なる齒車を嚙み合はす時は、刻み圓の大小甚しく異なる結果として、同時に嚙み合ふ齒の數は少なくなり、偏倚角が大となる爲に、摩擦多く嚙合ひの效率を害すること

は今迄述べ來りたる所により知り得られやう。夫故效率を重大視するならば、互に嚙み合ふ一組みの齒車の齒數の比即ち速比を、手働機械の場合ならば8, 原働機を以て運轉さるゝ機械ならば6以上にしてはならぬものである。出來得るならば如何なる場合にも、直接に嚙み合ふ一組みの齒車の速比は6以下にするが好い。但し「ねぢ」と「ねぢ」車との嚙合ひは效率の大なるよりは寧ろ構造の簡單なるを欲する場合にのみ用ゐらるゝものであるから、此れ丈けは例外である。

一組みの齒車の速比は6以下にせねばならぬものであるから、唯一組みの齒車にては6以上の速比は得られぬ譯である。然らば6以上の速比の必要な場合には如何にすべきかと云ふに、夫れには各一組みの速比が6以下なる數組みの齒車を順次に嚙み合はせて齒車の連鎖を造れば好い。斯くすれば假令各組みの速比は6以下なりとも、最初の働子と最後の被働子との間には如何程大なる速比にても得らるゝものである。

滑働接觸は刻み圓の轉動接觸と同じであるから、齒車の連鎖は齒無し車の連鎖と結果に於て同じ筈である。故に第三百二十七圖に於て最初の働子よ

第三百二十七圖



り順次に D_1, d_1, D_2, d_2,……を刻み圓の直徑、最初の働子が n 回轉する間に最後の被働子が n' 回轉するとし、e を連鎖の値 [152節] とすれば公式(153)より、

$$e=\frac{n'}{n}=\frac{D_1}{d_1}\times\frac{D_2}{d_2}\times\frac{D_3}{d_3}\times\cdots\cdots$$

今最初の働子より齒數を順次にA, B, C, D,……とすれば、刻み圓の直徑は齒數に正比例する[公式(161)]ものであるから、

$$\frac{D_1}{d_1}=\frac{A}{B};\quad \frac{D_2}{d_2}=\frac{C}{D};\quad \frac{D_3}{d_3}=\frac{E}{F};\ 等$$

此等の値を上式に代入すると

$$e=\frac{n'}{n}=\frac{A}{B}\times\frac{C}{D}\times\frac{E}{F}\times\cdots\cdots\cdots(162)$$

即ち齒車の齒數を最初の働子より順次に分子と分母とに交互に書き列ねる時は連鎖の値となる。或は $\frac{A}{B}$, $\frac{C}{D}$ 等は連鎖を形作る各々の組みの速比の反數で、此等を悉く乘じ合はせたるものは其連鎖の値となるのである。而して此式は正齒車は勿論圓錐

車,振れ齒車,拗け齒車,「ねぢ」と「ねぢ」車等,其他如何なる種類の齒車にも,或は此等の異なる齒車を種々に混入せる連鎖にも,又は內嚙みにも外嚙みにも,等しく適用せらるゝものである。

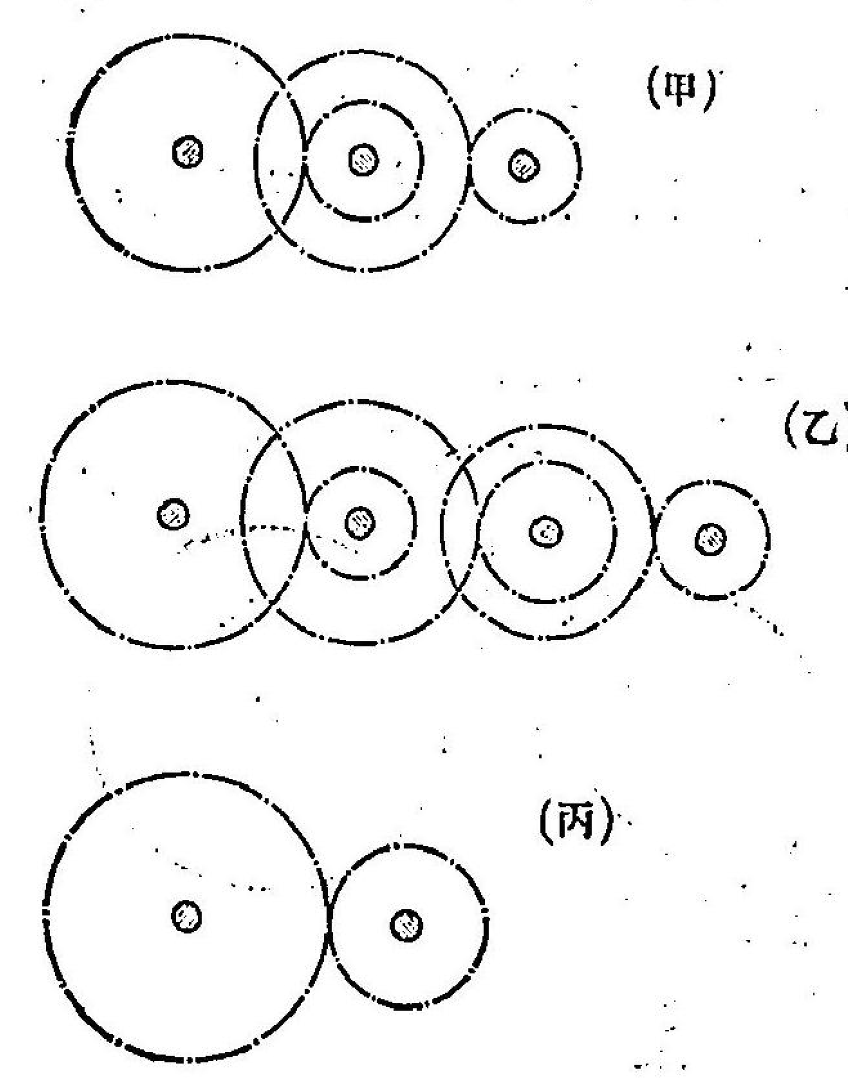
若し連鎖の內或る組みは齒數不明で然も刻み圓の直徑が知られて居るものならば,$\frac{A}{B}$, $\frac{C}{D}$等を齒數の比とせずに刻み圓の直徑又は半徑の比として無論差支ない。同樣に若し齒無し車を混入せる連鎖ならば,$\frac{A}{B}$, $\frac{C}{D}$等を其等の直徑又は半徑の比とすれば好い。要するに$\frac{A}{B}$, $\frac{C}{D}$等を必ずしも齒數の比と考へずに,刻み圓の直徑又は半徑の比,又は齒無し車及び後章に述ぶる調車であるならば車の直徑又は半徑の比と考ふれば,上式は常に其儘適用せらるゝものである。

連鎖の效用,遊車に關すること等は總て齒無し車に於けると全く同じ[153節及び154節參照]。只齒車が齒無し車と異なるは,齒無し車に於ては車の接觸面に幾分の辷りを起し速比に多少の變化あるを實際に免れぬものであるが,齒車は齒が一つづゝ順に嚙み合ひて運動を傳ふるものであるから少しの辷りも起さず隨つて速比は正確である。

（附言） 辷りと滑りとは字義同じなれど術語としては之れを區別するが便利である。辷りは或は「ずり」とも云ひ働子の運動に追ひ付くこと能はずして被働子の運動が働子の運動よりも幾分後れること,滑りは後れる後れぬと云ふ意味なしに只動片の接觸面に於て互に滑り合ふことである。夫故滑動接觸をなすもの例へば齒車には滑り(英語の「スライド」)あれど辷り(英語の「スリップ」)なきものである。

車の連鎖が第三百二十八圖(甲)の如く二組みの嚙合ひより成る時之れを**二連鎖**,(乙)圖の如く三組みの嚙合ひより成る時**三連鎖**,同樣に四組みならば**四連鎖**,五組みならば**五連鎖**と云ふ。隨つて(丙)圖の如きは亦一の連鎖と見做し之れを**單連鎖**と呼ぶ。

第三百二十八圖



例一、齒車の三連鎖より成る「からくり」あり。齒數は働子より順次に72, 20, 45, 20, 40, 及び24なり。最初の働子が18回轉をなす間に最後の被働子は何回轉するか。

解、先づ連鎖の値eを求む。

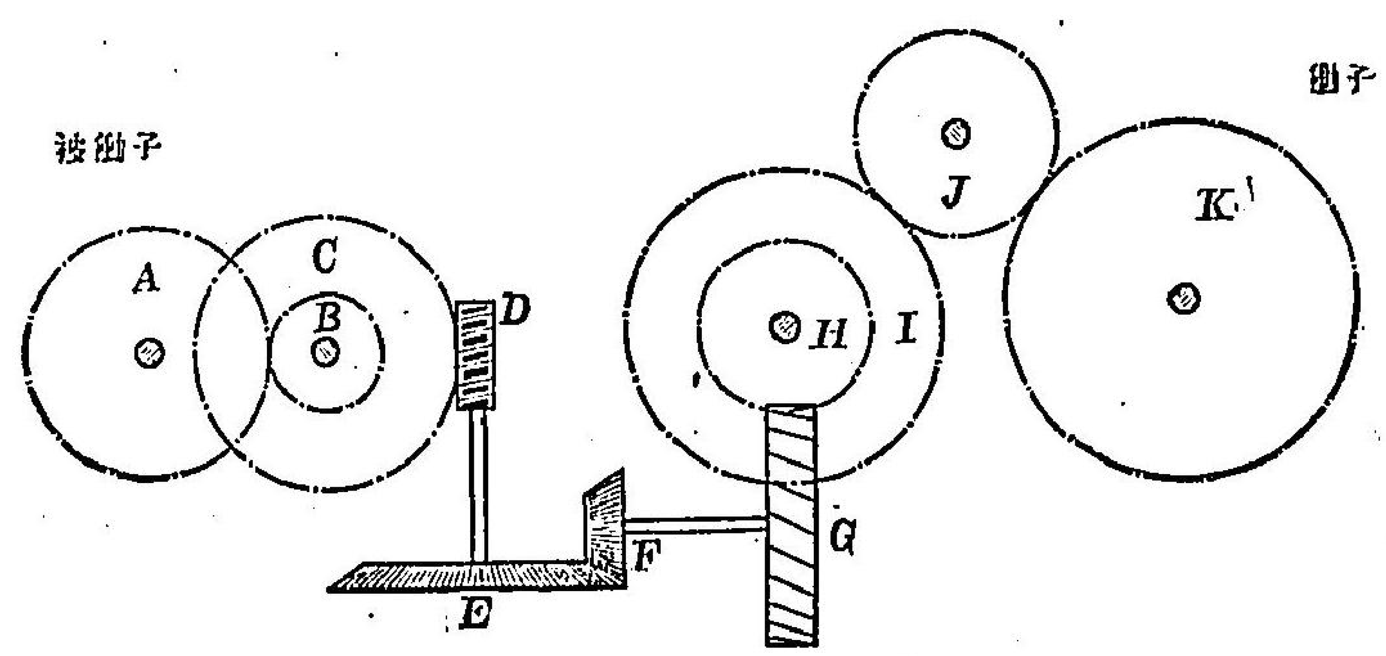
$$e=\frac{72}{20}\times\frac{45}{20}\times\frac{40}{24}=\frac{27}{2}$$

即ち最初の働子が1回轉する間に最後の被働子は$\frac{27}{2}$回轉す。故に最初の働子が18回轉する間に於ける最後の被働子の回轉數は

$$\frac{27}{2}\times18=243^{回}$$

例二、第三百二十九圖に示す如き齒車の連鎖あり。Aは直徑(刻み圓の直徑のこと、以下總て同じ)36吋の正齒車, Bは直徑15吋の正齒車, C

第三百二十九圖



は齒數40の「ねぢ」車, Dは二重「ねぢ」, Eは齒數34の圓錐齒車, Fは齒數8の圓錐齒車, Gは齒數20の拗け齒車, Hは齒數14の拗け齒車, Iは齒數35の正齒車, Jは齒數23の正齒車, Kは齒數60の正齒車にしてKは全體の働子なりとす。此働子Kが毎分850回轉をなさば最後の被働子Aは毎分何回轉するか。

解、Jは遊車であるから此車を無しと見做し、KがIに直接嚙み合へるものと假定して差支ない[153節]。偖てKが働子であるから

$$e=\frac{K}{I}\times\frac{H}{G}\times\frac{F}{E}\times\frac{D}{C}\times\frac{B}{A}$$
$$=\frac{60}{35}\times\frac{14}{20}\times\frac{8}{34}\times\frac{2}{40}\times\frac{15}{36}$$
$$=\frac{1}{170}$$

即ちKが1回轉する毎にAは$\frac{1}{170}$回轉す。故にKが毎分850回轉すればAの毎分の回轉數は

$$\frac{1}{170}\times850=5^{回}$$

178. 與へられたる値を有する連鎖の設計　公式(162)に於て、各組みの齒數の比或は直徑又は半徑の比$\frac{A}{B}, \frac{C}{D}$等は、其等各々の分子と分母とに等數を

乘じ又は等數を以て除しても變はりなきは明白てあるから、所要の機械に應じて齒數を處理し或は直徑を恰好にすることを望まば、此等各々の比の分子と分母とに等數を乘じ又は等數を以て除せば、如何様にも加減し得るものである。然し精巧なる機械として效率を重大視する場合ならば、第164節に與へた最少數よりも少なき齒數を具ふる齒車を連鎖中に含まぬ様に計畫し、同時に $\frac{A}{B}$, $\frac{C}{D}$ 等の各々の比の價が6よりも大或は $\frac{1}{6}$ よりも小ならぬ様にせねばならぬ[177節]。

前にも述べた通り「ねぢ」と「ねぢ」車との嚙合ひは效率を無視し、只々構造の簡單なるを欲するもので其一組みの嚙合ひの速比を80或は120に達せしめ得るものであるから、此嚙合ひは例外である。隨つて效率の大ならんを欲せば「ねぢ」と「ねぢ」車との嚙合ひを連鎖中に含まぬ様にせねばならぬ。「ねぢ」と「ねぢ」車との嚙合ひの速比は甚だ大なるものであるから、之れを應用すれば構造は簡單となるが、他の齒車を以て之れと同じ速比を得んとするには勢ひ連鎖を長くせねばならぬから、車の數は多くなり構造は複雜となるが、效率は通常の場合「ねぢ」と「ねぢ」車とに於ける程には小とならぬものである。如何なる場

合にも必ず一長一短は免かれぬものであるから、所要の場合場合に應じて斟酌し、兩者何れにすべきかを定むべきである。

又回轉方向の關係上遊車を置かねばならぬことがある。然し遊車は速比に關係を及ぼさぬものであるから、其大さ或は齒數は最少齒數よりも少なからぬ範圍内で任意に定めて宜しい。尚ほ與へられたる値を有すべき連鎖は如何に設計するかは、次の數例により充分に覺り得られやう。

例一、働子が75回轉する間に被働子が1回轉する如き齒車の「からくり」を設計せよ。

解、連鎖の値は明に $\frac{1}{75}$ 或は速比は75である。「ねぢ」と「ねぢ」車とに依れば此速比は唯一組みの嚙合ひにて得られるから構造は簡單であるが效率は小となる。そこで他の齒車を用ゐんとすれば唯一組みの嚙合ひにて斯く大なる速比を與ふることを許さぬ。語を換へて云へば單連鎖を以て斯く大なる速比を與へしめてはならぬ。偖て效率を重大視するならば各組みの速比は6以上或は $\frac{1}{6}$ 以下にしてはならぬから、今二連鎖とし各組みの速比を最大6とすれば全體の速比は $6\times6=36$.

或は其連鎖の値は $\frac{1}{36}$ てある。故に二連鎖にては尙ほ不足てある。依て次に三連鎖とすれば全體の速比は $6\times6\times6=216$ 或は其連鎖の値は $\frac{1}{216}$ となる。即ち三連鎖として始めて所要の目的は達し得らるゝのてある。そこて $\frac{1}{75}$ を任意の三因子に分解して次の如くす。但し各因子は6以上或は $\frac{1}{6}$ 以下てあつてはならぬ。

$$e=\frac{1}{75}=\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{3}$$

此等の因子の分子及び分母に現はれたる數は、各組みの齒數又は刻み圓の直徑或は半徑の割合てあるから、各因子の分子及び分母に任意の等數を乘じて次の如くす。

$$e=\frac{1\times15}{5\times15}\times\frac{1\times12}{5\times12}\times\frac{1\times18}{3\times18}$$

$$=\frac{15}{75}\times\frac{12}{60}\times\frac{18}{54}$$

依て働子より順次に15, 75, 12, 60, 18及び54なる齒數を有する齒車の三連鎖にすれば好い。

（附言）$\frac{1}{75}$ は必ずしも本例に示す如き因子に分解するとは限らぬ。例へば

$$\frac{1}{75}=\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{3{\cdot}75}$$

$$=\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}\times\frac{15}{4}$$

とするも無論差支なく、齒數の排置も隨つて種々多樣てあるが、要は只全體の速比或は連鎖の値に變化を及ぼさぬ範圍內に於て設計者の意に任すべきものてある。

例二、働子が6回轉する間に被働子が180回轉する如き齒車の「からくり」を設計せよ。

解、連鎖の値は $\frac{180}{6}=30$ てある。然るに連鎖の値は單連鎖とすれば6以下、二連鎖ならば $6\times6=36$ 以下てなければならぬから、所要の「からくり」は二連鎖か又は二連鎖以上にせねばならぬ。今二連鎖とすれば

$$e=30=5\times6$$

或は $$e=\frac{5}{1}\times\frac{6}{1}=\frac{5\times12}{1\times12}\times\frac{6\times14}{1\times14}=\frac{60}{12}\times\frac{84}{14}$$

即ち働子より順次に60, 12, 84及び14の齒數を具ふる齒車を用ゐれば宜し。

又若し三連鎖にするとならば

$$e=30=2\times5\times3$$

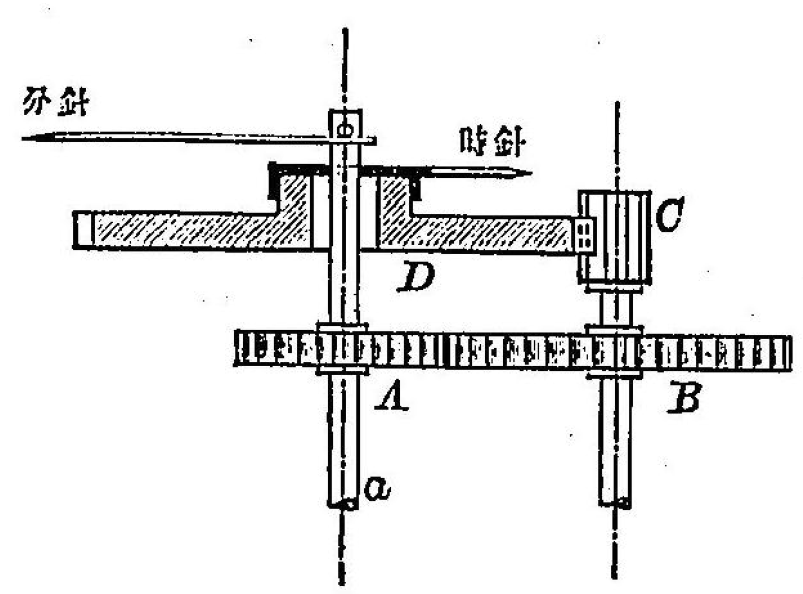
或は　$e=\frac{2}{1}\times\frac{5}{1}\times\frac{3}{1}=\frac{2\times15}{1\times15}\times\frac{5\times12}{1\times12}\times\frac{3\times14}{1\times14}$

$=\frac{30}{15}\times\frac{60}{12}\times\frac{42}{14}$

即ち働子より順次に 30, 15, 60, 12, 42 及び 14 の齒數を具ふる齒車を用ゐれば好い。

例三、第三百三十圖は時計の時針と分針とが取り付けてある部分の「からくり」を示したものである。Dは正齒車で之れに圖の如く時針が取り付けられ、又Dの中央には圓き孔ありて之れに軸 a が緩く差し通され、此軸の一端に分針が取り付けてある。

第三百三十圖



軸 a には正齒車Aを固定し、之れと正齒車Bとを嚙み合はせ、Bの軸には他の正齒車Cを固定し、之れと正齒車Dとが嚙み合はせてある。斯樣な構造であるから「ぜんまい」或は重錘の力によりて軸 a が廻はれば、分針は此軸によりて直接に廻はされるが、時針はA, B, C, Dなる正齒車の二連鎖によりて廻はされ、其最初の働子はAで最後の被働子はDである。然らば此等の正齒車A, B, C, Dの齒數を定めよ。

解、Aの回轉は即ち分針の回轉で、Dの回轉は即ち時針の回轉であるから、連鎖の値 e は

$$e=\frac{n'}{n}=\frac{\text{時針の回轉數}}{\text{分針の回轉數}}$$

然るに普通の時計は時針が1回轉する毎に分針は12回轉する仕掛けであるから、

$$e=\frac{1}{12}$$

即ち連鎖の値が $\frac{1}{12}$ なる如き齒車A, B, C, Dの二連鎖を設計すれば宜しい。そこで

$$e=\frac{1}{12}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}=\frac{1\times20}{2\times20}\times\frac{1\times8}{6\times8}$$

$$=\frac{20}{40}\times\frac{8}{48}$$

又は　$e=\frac{1}{12}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1\times10}{3\times10}\times\frac{1\times8}{4\times8}$

$=\frac{10}{30}\times\frac{8}{32}$

即ちA, B, C, Dの齒數を順次に 20, 40, 8, 48 にするか又は順次に 10, 30, 8, 32 にすれば好い。

時計の「からくり」は別段働力を傳へると云ふ程のものでなく單に運動を傳へれば足るものであるから構造の都合上各一組みの速比を8位にし、又最少齒數を8位にしても可なるものである。或る時計は次の如くなれり。

$$e=\frac{1}{12}=\frac{1}{1\cdot5}\times\frac{1}{8}=\frac{28}{42}\times\frac{8}{64}$$

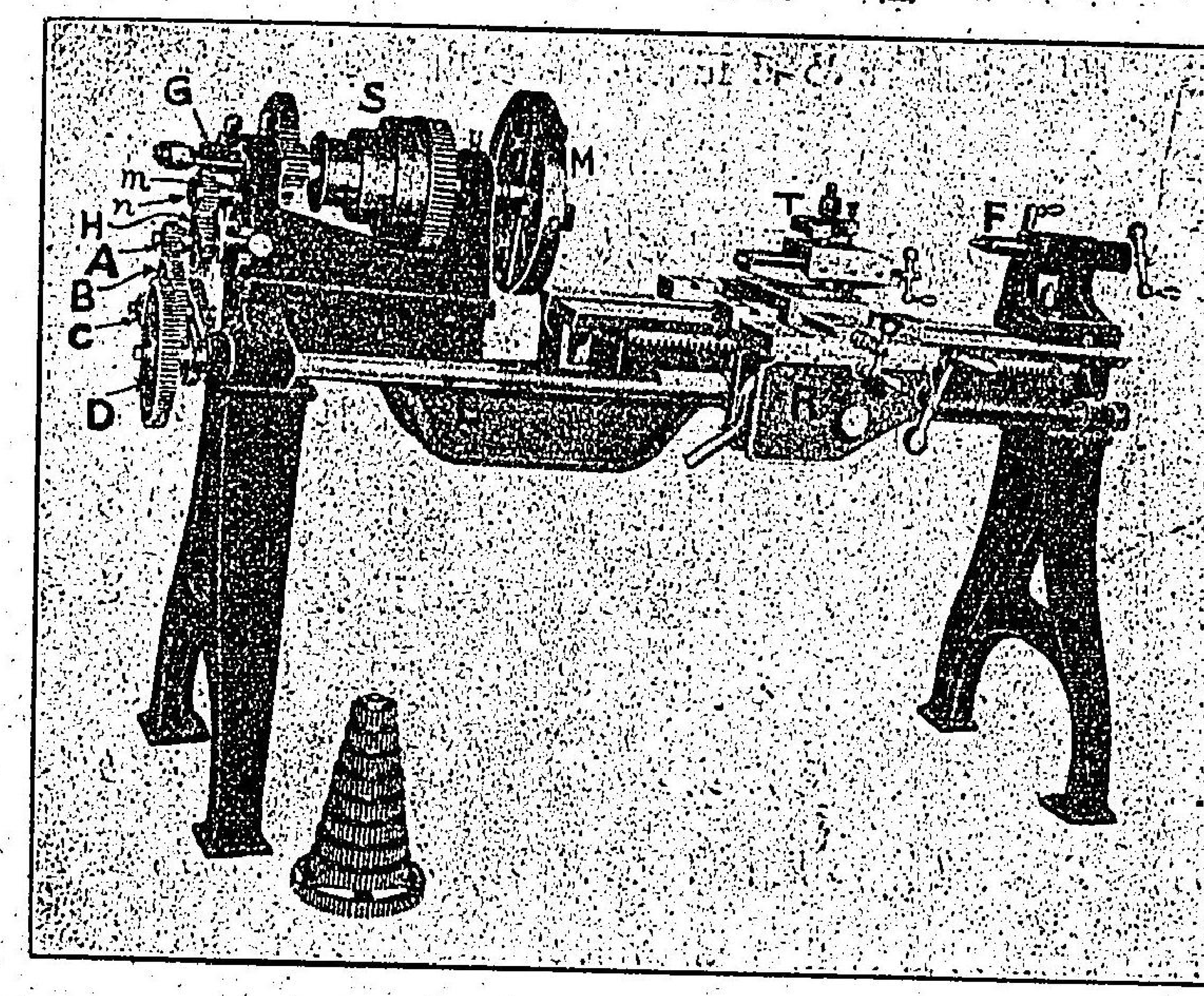
即ちA, B, C, Dの齒數順次に28, 42, 8, 64.

179. 「ねぢ」切り旋盤の原理 圓壔或は圓錐體の表面を仕上げ、又は丸棒に「ねぢ」山を切り付けるために、機械工場内には數臺の旋盤が必ず備へてあるものである。旋盤は俗に「だらいばん」と呼んで居るが之れは蓋し獨逸語で「ドレーバンク」と云ふのを邦語で訛つたのである。

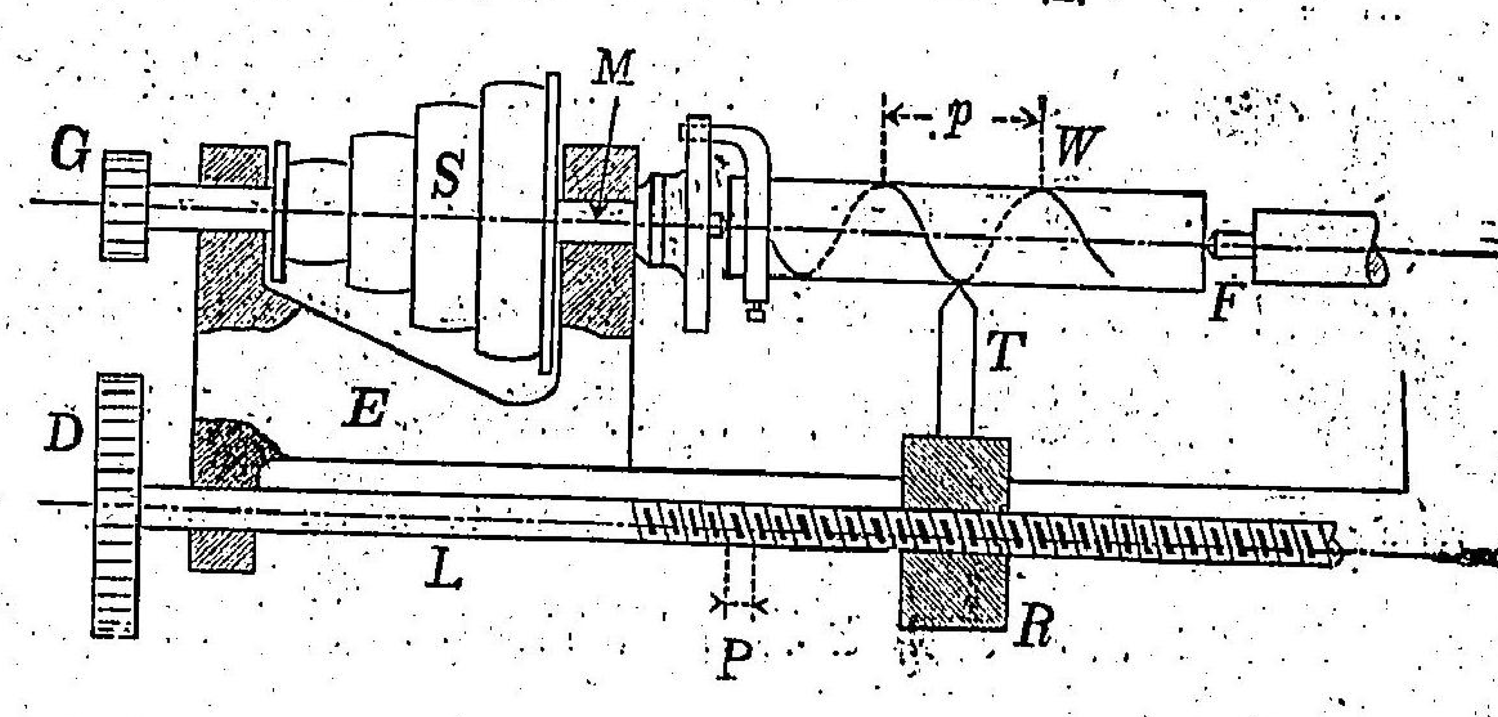
多くの旋盤は圓壔、圓錐體等の如き圓きものゝ表面、時に或は平坦なる表面を削る裝置と「ねぢ」を切る裝置とを兼備せるものであるが、「ねぢ」切り裝置の無き簡單な旋盤もある。此「ねぢ」切り裝置なき旋盤に對して「ねぢ」切り裝置ある旋盤を**「ねぢ」切り旋盤**と云ふ。第三百三十一圖は極く有り振れたる普通の「ねぢ」切り旋盤の外觀で、第三百三十二圖は其「ねぢ」切りの原理のみを示す極く大體の圖面てる。あ の等此

圖に於てMは心棒で軸承Eによりて支へられ、Sは後章に述ぶる段調車で之れに調革を懸けて心棒Mを廻はさしむるものである。心棒Mの右端には

第三百三十一圖



第三百三十二圖



或る仕掛けありて「ねぢ」を切り付けんとする丸棒Wを掴み、Fは其後方の支へである。夫故丸棒Wは心棒Mと同一の回轉をなす。又旋盤の手前には心棒Mと平行し旋盤の全長に亘る長き送り「ねぢ」Lがある。此「ねぢ」は極めて正確な「ねぢ」山を具ふる「ねぢ」棒である。送り「ねぢ」には滑り臺Rを嚙ませ、之れに刄物Tを取り付け、此刄物をして丸棒Wに「ねぢ」山を切り付けしむる仕組みである。送り「ねぢ」と滑り臺とは丁度「をねぢ」と「めねぢ」との關係になれるものであるから、送り「ねぢ」が一回轉する毎に滑り臺は「ねぢ」の刻みに等しき距離丈け右又は左に刄物を保持せる儘移動するのである[上卷34節參照]。以上の如き仕掛けにより、一定の刻みを有する唯一個の送り「ねぢ」を以て、丸棒の周圍に任意の刻みの右「ねぢ」、左「ねぢ」等諸種の「ねぢ」山を切り付け得るものである。

偖て今假りに送り「ねぢ」のみを回轉し丸棒を靜止せしめて置くとすれば、刄物は丸棒の表面に丸棒の中心線に平行な直線形の溝を切り付ける理である。又反對に、假りに丸棒のみを回轉し送り「ねぢ」を靜止せしめて置くとすれば、刄物は丸棒の表面に丸棒の中心線に直角な圓形の溝を切り付ける譯である。夫故以上二段の運動を聯合し、丸棒も回轉し送り「ね

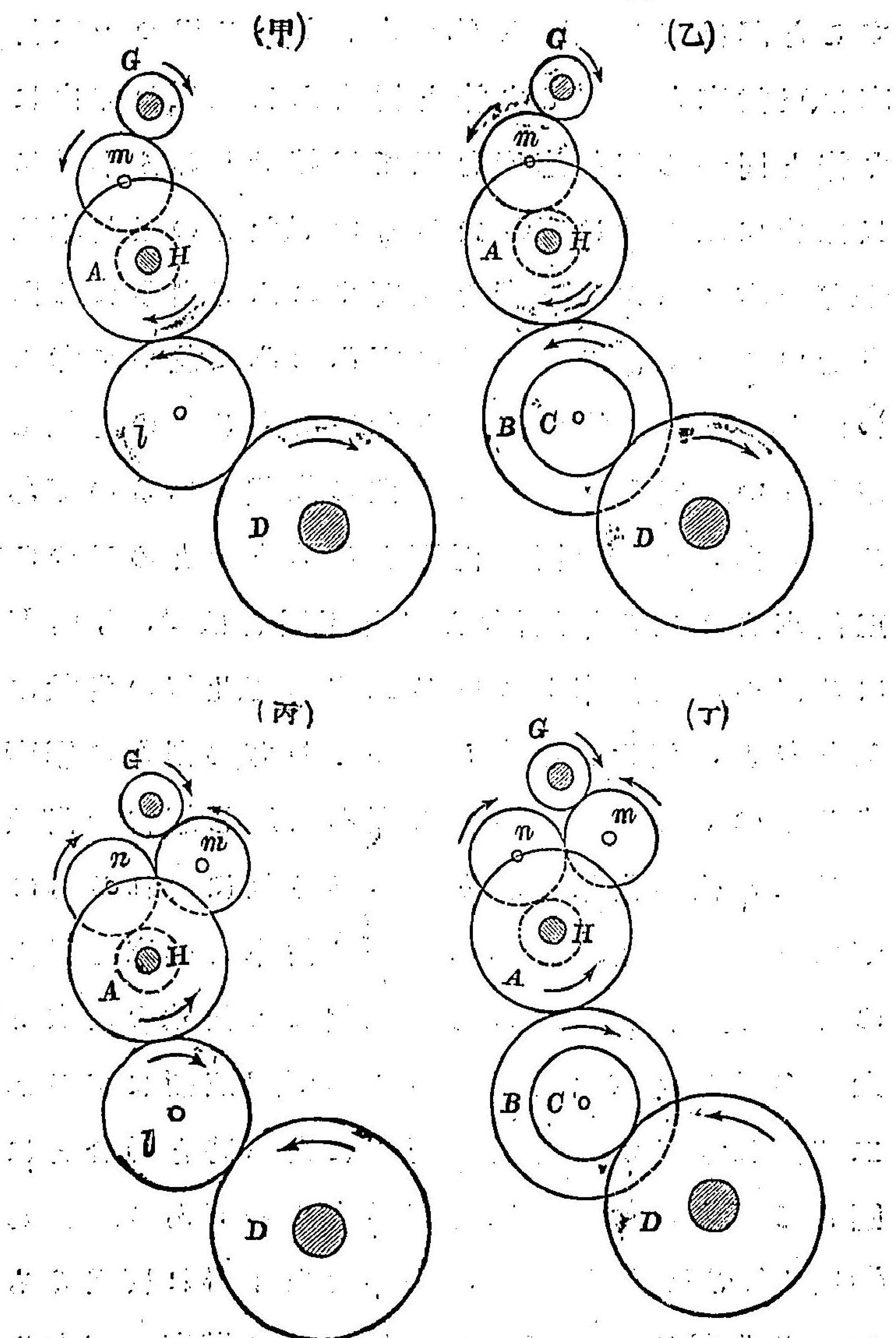
ぢ」も回轉するとすれば、以上二つの働作が合成して刄物は丸棒の表面に「ねぢ」形の溝を切り付けることは明白である。であるから「ねぢ」を切り付けんとならば、是非とも丸棒と送り「ねぢ」とを同時に回轉せねばならぬ譯で、兩者の回轉速度の關係は「ねぢ」の刻みに影響し、回轉方向の關係は右「ねぢ」或は左「ねぢ」を生ぜしむるものである。例へば丸棒の回轉速度と送り「ねぢ」の回轉速度と等しき時は送り「ねぢ」と等しき刻みの「ねぢ」を得、丸棒の回轉速度が送り「ねぢ」の回轉速度の二分の一なる時は送り「ねぢ」の刻みの二倍に等しき刻みの「ねぢ」を得、又丸棒の回轉速度が送り「ねぢ」の回轉速度の二倍なる時は送り「ねぢ」の刻みの二分の一に等しき刻みの「ねぢ」が丸棒に切り付けられる譯である。又丸棒と送り「ねぢ」とが同方向に回轉すれば切り付けらるゝ「ねぢ」は送り「ねぢ」と同じ向きのものであるが、異方向に回轉すれば反對の向きのものとなる。送り「ねぢ」は一般に右「ねぢ」であるから、丸棒と送り「ねぢ」とが同方向に回轉すれば右「ねぢ」、異方向に回轉すれば左「ねぢ」が得られるのである。

斯の如く所要の「ねぢ」は只丸棒と送り「ねぢ」との回轉速度と其回轉方向との關係によるもので、之れを調理するには換車と稱する仕掛けによるものであ

る。換車とは旋盤の左側に裝置する正歯車の一群で、第三百三十一圖幷びに第三百三十二圖に示すGとDとは其働子と被働子とである。Gは丸棒と同一の回轉をなす心棒Mの左端に、又Dは送り「ねぢ」の左端に固定せる正歯車である。第三百三十三圖(甲)乃至(丁)は此裝置を示す側面圖である(第三百三十一圖の左端參照)。

(甲)圖と(乙)圖とに於ては正歯車GとDとが同方向に回轉し、隨つて丸棒と送り「ねぢ」とが同方向に回轉するから右「ねぢ」を切る裝置で、(丙)圖と(丁)圖とに於てはGとDとが反對に回轉するから左「ねぢ」を切る裝置である。此等の裝置に於て l, m, n なる三つの正歯車は單に回轉方向を調へ歯車の聯絡を取る遊車であるから、速比は此等の存在に無關係で其等の歯數は任意である。又二つの正歯車GとHとは通常歯數が等しく造られてあるから、GとHとの回轉數は常に相等しい。故に丸棒の回轉數と正歯車Hの回轉數とは等しいが、回轉方向は m なる遊車一個を置く時は同方向(甲圖と乙圖)で m, n なる二個を置く時は異方向(丙圖と丁圖)となる。而してAとHとは同一の軸に固定せる正歯車であるから、Gの回轉數即ち丸棒の回轉數とAの回轉數とは等しい。故に

第三百三十三圖



Gを此連鎖の働子とする代はりにAを働子と見做すことが出來る。即ちG, m, n, Hなる四つの正歯車は、正歯車Aをして丸棒と同方向に或は異方向に丸棒と同一の回轉速度を以て回轉せしめんが爲に只餘分に取り付けられたるもので、此等の正歯車は「ねぢ」の右及び左に影響を及ぼすのみで刻みには影響せぬものである。夫故に刻みのみに就いて考ふればAが直接心棒Mに取り付けてあるものと見て差支ない。實際斯の如き構造の旋盤もあるのである。であるから(甲)圖と(丙)圖とはAとDとの二つの正歯車より成る單連鎖、(乙)圖と(丁)圖とはA, B, C, Dなる四つの正歯車より成る二連鎖で、此等の歯數はAとDとの速比に影響し隨つて「ねぢ」の刻みに影響するものであるから、所要の刻みに應じ適當の歯數を具ふる他の歯車と取り換へ得る樣になれるものである。夫故此等A, B, C, Dなる歯車を換車と云ふのである。何れの「ねぢ」切り旋盤にも歯數の異なる大小多數の換車を附屬せるもので、單連鎖にするか二連鎖にするかは所要の刻みに從ひ時と場合とに應じて兩者何れかを採用すべきものである。但しlは遊車で只AとDとの聯絡を取り得れば足るもので其歯數は任意である。又mなる遊車一個を入

るれば右「ねぢ」を得、m, nなる二個の遊車を入るれば同じ刻みの左「ねぢ」となる。總ての「ねぢ」切り旋盤には此等の遊車并びに換車を甚だ簡便に入れ得る裝置を備ふるものである。此他換車の裝置には種々の構造あれど要するに原理は皆同一で、茲には極く有り振れたる裝置を示したのである。

次に所要の「ねぢ」を切る換車の計算を示さう。今送り「ねぢ」の刻みをP, 所要の「ねぢ」の刻みをp, 送り「ねぢ」の回轉速度即ち歯車Dの回轉速度をN, 丸棒の回轉速度即ち歯車Aの回轉速度をnとすれば、既に述べた如くnがNに等しき時はpはPに等しく、nがNの二分の一なる時はpはPの二倍、nがNの二倍なる時はpはPの二分の一となる。同樣にnがNの三分の一なる時はpはPの三倍となり、nがNの三倍なる時はpはPの三分の一となる。之れによりて考ふれば、回轉速度は「ねぢ」の刻みに反比例するものであることが知られやう。夫故に

$$\frac{N}{n}=\frac{p}{P}$$

然るに$\frac{N}{n}$はAを最初の働子としDを最後の被働子とする連鎖の値である故に、之れをeにて表はせば

$$e=\frac{p}{P}$$

且又 A, B, C, D を夫々の齒車の齒數とすれば公式(162)より、

單連鎖とすれば……$e=\frac{A}{D}$ (甲及び丙圖)

二連鎖とすれば……$e=\frac{A}{B}\times\frac{C}{D}$ (乙及び丁圖)

故に

$$\left.\begin{array}{ll}\frac{p}{P}=\frac{A}{D} & \text{(單連鎖)}\\ \frac{p}{P}=\frac{A}{B}\times\frac{C}{D} & \text{(二連鎖)}\end{array}\right\}\cdots\cdots(163)$$

「ねぢ」の刻みを云ひ表はすに刻みの大なるものは刻み何吋と云ふが小なるものは斯く云ふは却つて不便であるから長さ1吋の内に含まるゝ「ねぢ」山の數を以てするが普通で、之れを毎吋何山と云ひ 山/吋 と略記する。例へば刻み$\frac{1}{8}$吋は毎吋8山の「ねぢ」で之れを略して8山/吋と書く。

送り「ねぢ」の刻みPは概して$\frac{1}{2}$吋又は$\frac{1}{4}$吋即ち毎吋2山又は4山である。又換車の數と其齒數も大凡一定して居るもので、齒數20を最小とし、之れより順次 20, 25, 30, 35,…………, 120 の如く齒數を5個づゝ多くして齒數120を最大の換車とし、其内送り「ねぢ」と等しき刻みの「ねぢ」を切る目的のために齒數40或は60なるもの二個を備へ、又或るものは更に齒數20のものを餘分に備へて居るのもある。

今所要の「ねぢ」は毎吋t山とし送り「ねぢ」は毎吋T山とすれば、

$$p=\frac{1}{t}\text{吋};\quad P=\frac{1}{T}\text{吋}$$

であるから公式(163)は次の形となる。

$$\left.\begin{array}{ll}\frac{T}{t}=\frac{A}{D} & \text{(單連鎖)}\\ \frac{T}{t}=\frac{A}{B}\times\frac{C}{D} & \text{(二連鎖)}\end{array}\right\}\cdots\cdots(163a)$$

所要の刻みの「ねぢ」を切る換車の計算の結果は之れを通例眞鍮板に彫り付け旋盤の見易き所に張り付けてあるものである。

例、齒數 20, 24, 30, 40, 55, 60, 80 及び 100 なる八個の換車を備ふる旋盤を以て、毎吋夫々6, 11及び16山を具ふる「ねぢ」を切らんとす。何れの換車を選ぶべきか。但し送り「ねぢ」は刻み$\frac{1}{2}$吋の右「ねぢ」なり。

解、毎吋6山の「ねぢ」を切らんには、

$$\frac{T}{t}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

然るに $\frac{1}{3}=\frac{1\times20}{3\times20}=\frac{20}{60}$

即ち齒數Aは20, Dは60の換車を用ゐ、單連鎖にすれば好い。但し右「ねぢ」を切らんとせ

ば任意の齒數の遊車 m を入れ、左「ねぢ」を切らんとせば二個の遊車 m, n を入るべし。此仕組みは第三百三十三圖(甲)乃至(丁)により以下皆推して知るべし。

毎吋11山の「ねぢ」を切らんには、

$$\frac{T}{t}=\frac{2}{11}$$

此場合には單連鎖は用ゐ難き故に二連鎖にすれば、

$$\frac{2}{11}=\frac{2}{5\cdot5}\times\frac{1}{2}=\frac{2\times10}{5\cdot5\times10}\times\frac{1\times40}{2\times40}$$

$$=\frac{20}{55}\times\frac{40}{80}$$

即ちA, B, C, Dの齒數順次に20, 55, 40, 80の換車を用ゐれば好し。又は此式の分子は分子，分母は分母と位置を換へ、齒數を順次に 40, 80, 20, 55 とするも、20, 80, 40, 55 とするも、或は 20, 55, 30, 60 なる換車を用ゐるも、何れも同一刻みの「ねぢ」を切り得ることは明白である。

次に毎吋16山の「ねぢ」を切らんには、

$$\frac{T}{t}=\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$$

此場合も單連鎖では $\frac{1}{8}$ なる連鎖の値は所定

の換車にては得られぬから、是非とも二連鎖にせねばならぬ。依て

$$\frac{1}{8}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{1\times30}{2\times30}\times\frac{1\times20}{4\times20}$$

$$=\frac{30}{60}\times\frac{20}{80}$$

即ちA, B, C, Dの齒數を順次に 30, 60, 20, 80 とすれば好し。順次に 20, 80, 30, 60 とするも、30, 80, 20, 60 とするも、又は 20, 60, 30, 80 とするも無論宜しい。

180. 無情齒　一組みの齒車に於て、一方の同一の齒が餘り屢々他方の同一の齒と嚙み合ふ時は、齒は不平均の摩滅を起し齒車の生命を短縮するものである。此摩滅は鑄造した齒車に於て一層甚しい。例へばA, B二つの齒車が嚙合ひにありて、Aの齒數80, Bの齒數40とすれば速比は2又は $\frac{1}{2}$ で、Aが僅に一回轉をなしBが僅に二回轉をなす毎に初めと全く同一の齒と嚙み合ふ樣になるから、暫くにして齒は偏頗な摩滅を起すものである。摩滅が偏頗であれば或る部分のみが烈しく減却され、其れがため齒車合體が忽ちに用に立たざるものとなるものであるが、摩滅を起すは止むを得ざることで絶對に之れを防ぐことは出來ぬものであるから、成るべく其

摩滅が歯全體に一様に行き渡る様にしたきものである。然し同一の歯が餘り屢々嚙み合へば摩滅は不平均となり易きものであるから、成るべく別な歯に滿遍なく嚙み合ふ様にしたきものである。然るに一度嚙み合ひたる歯が更に再び嚙み合ふ迄には歯車は何回轉するかを定むるには、嚙合ひにある二つの歯車の歯數の最小公倍數によるべきことは、算術を學びたる者の直ちに思ひ付くことであらう。例へば此例に於てAは歯數80, Bは歯數40であるから歯數の最小公倍數は80である。故にAは $\frac{80}{80}=1$ 回轉しBは $\frac{80}{40}=2$ 回轉する毎に初めと同一の歯に嚙み合ふのである。夫故初めの歯と出會ふ機會を少なくせんとならば、歯數の最小公倍數が出來得る限り大なる様に計畫すれば好い。例へばAの歯數80の代はりに81とし、Bの歯數は以前の如く40とすれば、81と40との最小公倍數は3,240であるからAは $\frac{3240}{81}=40$ 回轉し、Bは $\frac{3240}{40}=81$ 回轉する毎に前と同じ歯に嚙み合ふこととなり、同一の歯に出會ふ機會が少なくなる故に歯の摩滅は甚だ一様となる。

以上の例に示す如く、歯數を僅か一本多くせるのみにて嚙合ひの範圍は廣くなる。即ち此僅か一本

の歯は歯車の保全に大効あるもので、餘分に附加せられたる此一本の歯を無情歯と云ふ。屢々同一の歯に出會ふべきものを此一本の歯の存在のために出會ふ機會が少なくせらるゝのであるから、斯かる名稱が付けられたのである。無情歯は嚙合ひにある一組みの歯車の内、通例大なる方の歯車に一本附加するものである。

無情歯の存在は速比に變化を與ふることは明白で、例へば前例に於て80と40との速比は $\frac{80}{40}=2$ であるが、81と40との速比は $\frac{81}{40}=2.025$ である。然し此等速比の相違は通例極めて微小なるもので、事實上殆ど考慮を値せぬものであるから、各種の機械類には大概無情歯を附加する。之れと同じ理由で、遊車の歯數は5, 7, 11, 13, 17, 19, 23等の素數にするが普通である。然し假令微小なりとも速比の變化を伴ふものであるから、速比の嚴密を要する旋盤の換車時計の「からくり」の如きには、無情歯を附加することを絕對に許さぬ。

181. 歯車の機械的效率 歯車は元來滑動接觸で、必ず歯と歯との間に滑りありて摩擦を起し、軸承にも相當の摩擦がある。殊に「ねぢ」と「ねぢ」車との嚙合ひは甚しき滑りを起すものであるから、其效率は