

Case SSV: Part 1

EE4- Building a SSV



**Quentin Cant
Hendrik Celis
Tom Keuleneer
Wouter Segers
Christoph Van Winkel
Koen Verniers**

**Team PM1
Coach: Goethals Pauwel
21 maart 2014**

Inhoudsopgave

Inhoudsopgave.....	1
Figurenlijst.....	2
Tabellenlijst.....	2
1. Bepaling van de karakteristiek van het zonnepaneel.....	3
1.1. Metingen.....	3
1.2. Voorbeeldberekening diodefactor:	3
1.3. Voorbeeldberekening van de fout op de diodefactor	4
2. Bepalen van het optimale gewicht en de optimale overbrengingsverhouding	7
2.1. Optimale massa	7
2.2. Optimale overbrengingsverhouding.....	9
3. Bepalen optimale massa en overbrengingsverhouding aan de hand van MATLAB	10
3.1. Simulaties.....	10
3.2. Matlabsimulaties versus Analytische bepaling	12
3.3. Vragen MATLAB-files.....	13
4. Lijst van veronderstellingen en vereenvoudigingen bij berekeningen.....	15
5. Bisectiemethode.....	16
5.1. Formules en Parameters.....	16
5.2. Voorbeeldfunctie.....	17
5.3. Numerieke benadering Matlabsimulatie	18
5.4. Bisectiemethode versus MATLAB.....	22

Figurenlijst

Figuur 1-Spanningsstroomkarakteristiek zonnepaneel.....	5
Figuur 2-Spanningsvermogen-karakteristiek zonnepaneel	5
Figuur 3-Spanningsstroomkarakteristiek zonnepaneel (gebruikte diodefactor).....	5
Figuur 4-Spannings-vermogenkarakteristiek zonnepaneel (gebruikte diodefactor).....	6
Figuur 5-Spanningsstroomkarakteristiek van zonnepaneel en DC-motor.....	7
Figuur 6-v(t) diagram: de oppervlakte onder de blauwe curve is gelijk aan 10.	8
Figuur 7-Parameters MATLAB	10
Figuur 8-Maximale eindsnelheid bal in functie van massa SSV	11
Figuur 9-Eindsnelheid bal in functie van Gear Ratio SSV.....	12
Figuur 10-Simulatie bij optimale massa en overbrengingsverhouding.....	12
Figuur 11-Maple-plot van de voorbeeldfunctie.....	18
Figuur 12-Kinematica van de SSV tijdens de eerste seconde van de race.....	22

Tabellenlijst

Tabel 1-Metingen zonnepaneel.....	4
Tabel 2-Resultaten van de simulaties met hoogste eindsnelheden van de bal	11
Tabel 3-Eerste iteratie voorbeeldfunctie	17
Tabel 4-Tweede iteratie voorbeeldfunctie	17
Tabel 5-Twintigste iteratie voorbeeldfunctie	17
Tabel 6-Parameterwaardes bij eerste tijdsinterval.....	19
Tabel 7-Bisectiebepaling van de stroom bij t=0.1s.....	20
Tabel 8-Parameterwaarden bij tweede tijdsinterval	20
Tabel 9-Bisectiebepaling van de stroom bij t=0.1s.....	21
Tabel 10-Parameterwaarden bij derde tijdsinterval	21
Tabel 11-Parameterwaarden voor $T=[0,1]$	22

1. Bepaling van de karakteristiek van het zonnepaneel

Voordat de karakteristieken van de SSV bepaald kunnen worden moet natuurlijk de energiebron – het zonnepaneel – grondig geanalyseerd worden. Deze sectie handelt over de uitgevoerde metingen van de karakteristieken en de hieromtrent uitgevoerde berekeningen.

1.1. Metingen

Voor de bepaling van de karakteristiek van het zonnepaneel zijn er verschillende waarden nodig van de spanning over en stroom door het zonnepaneel. Deze waarden komen voort uit metingen die uitgevoerd worden met behulp van een lamp, het te karakteriseren zonnepaneel, een verschuifbare weerstand en 2 multimeters. Vervolgens dienen deze meetresultaten als startpunt voor het berekenen van het (maximale) vermogen en de diodefactor van het zonnepaneel. Het vermogen wordt zoals altijd gegeven door de formule $P = UI$.

De berekeningen van de diode factor komen voort uit de formule die de stroom door het zonnepaneel aangeeft, namelijk:

$$I = I_{sc} - I_s \left(e^{\frac{U}{mNU_r}} - 1 \right)$$

Hierbij is:

I=	de stroom door het zonnepaneel (deze waarde halen we uit de metingen)
$I_{sc}=(0,35\pm 0,001)A$	kortsluitstroom
$I_s=1*10^{-8} A/m^2$	saturationstroom v/h zonnepaneel
N=16	aantal zonnecellen in serie
$U_r=25,7mV$	thermische spanning v/h zonnepaneel
m=diode factor	te bepalen onbekende

Na omvorming van bovenstaande formule ontstaat er een rechtstreekse formule voor het berekenen van de diode factor:

$$m = \frac{U}{NU_r \ln\left(\frac{I_{sc} - I}{I_s} + 1\right)}$$

1.2. Voorbeeldberekening diodefactor:

De voorbeeldberekening wordt uitgevoerd bij een spanning $U=8,82V (\pm 0,01V)$ en een overeenkomstige stroom van $0,31A (\pm 0,01A)$.

$$m = 1,411$$

Tabel 1 geeft de meetresultaten van het zonnepaneel weer.

Tabel 1-Metingen zonnepaneel

U (V)	I (A)	P (W)	m
0	0,35	0	
8	0,34	2,72	1,408218
8,8	0,31	2,728	1,407779
8,82	0,31	2,7342	1,410978
8,87	0,3	2,661	1,398449
8,89	0,29	2,5781	1,385229
8,91	0,27	2,4057	1,363218
8,95	0,24	2,148	1,342442
8,96	0,22	1,9712	1,330236
8,97	0,21	1,8837	1,325723
8,99	0,19	1,7081	1,317983
9	0,17	1,53	1,310147
9	0,13	1,17	1,294596
9	0,12	1,08	1,291201
9,01	0,11	0,9911	1,289399
9,02	0,1	0,902	1,287736
9,02	0,09	0,8118	1,284778
9,03	0,07	0,6321	1,280644

1.3. Voorbeeldberekening van de fout op de diodefactor

$$m_{min} = \frac{9,03}{16 * 25,7 * 10^{-3} * \ln\left(\frac{0,35 - 0,07}{1 * 10^{-8}} + 1\right)} = 1,28$$

$$m_{max} = \frac{8,82}{16 * 25,7 * 10^{-3} * \ln\left(\frac{0,35 - 0,31}{1 * 10^{-8}} + 1\right)} = 1,41$$

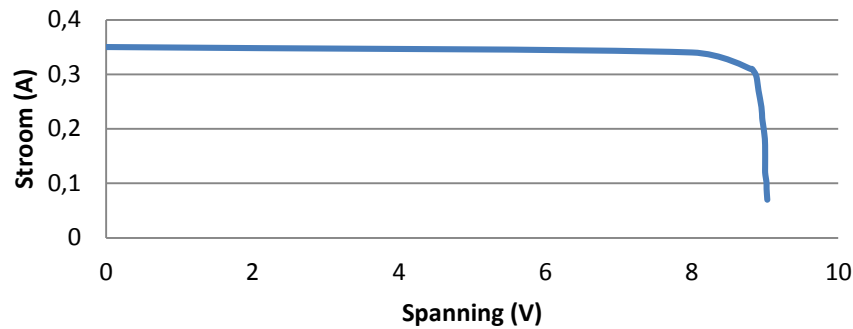
Fout op m:

$$\frac{m_{max} - m_{min}}{2} = \frac{1,41 - 1,28}{2} = 0,07$$

De gemiddelde diode factor is volgens de metingen gelijk aan $m_{gem} = 1,34$

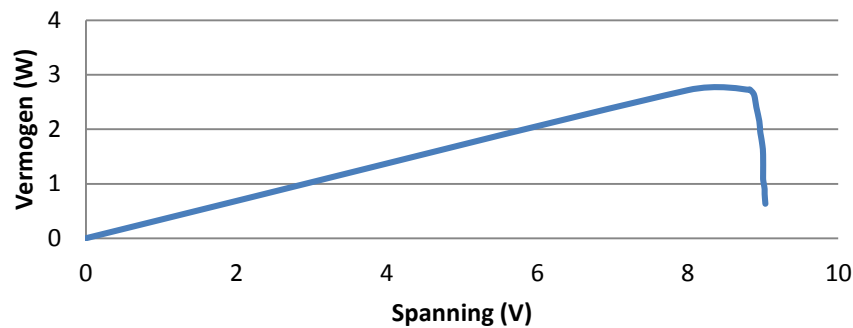
De uiteindelijke diodefactor is aldus $1,34 \pm 0,07$.

U-I diagram (metingen)



Figuur 1-Spanningsstroomkarakteristiek zonnepaneel

U-P diagram (metingen)

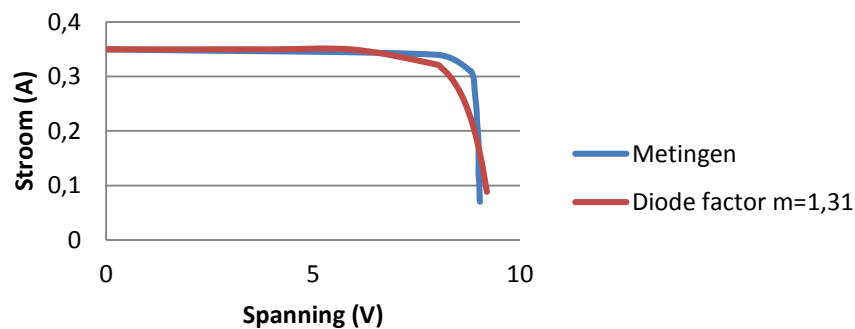


Figuur 2-Spanningsvermogen-karakteristiek zonnepaneel

De optimale werking van het zonnepaneel hangt af van de diodefactor. Voor de bepaling van deze optimale werking worden verschillende relevante diodefactoren met elkaar vergeleken. In dit geval worden hiervoor de waarden 1,31; 1,32; 1,34; 1,35 en 1,337 (de gemiddelde diode factor) gebruikt.

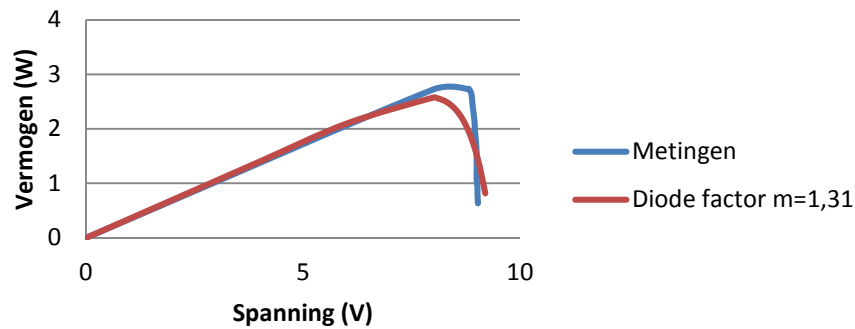
Na vergelijking van deze grafieken met deze die voortkomen uit de metingen blijkt de meest accurate diodefactor 1,31 te zijn. Deze waarde voor de diodefactor wordt gedurende de rest van het project gehanteerd. Figuren 3 en 4 geven deze vergelijkingen grafisch weer.

U-I diagram



Figuur 3-Spanningsstroomkarakteristiek zonnepaneel (gebruikte diodefactor)

U-P diagram



Figuur 4-Spannings-vermogenkarakteristiek zonnepaneel (gebruikte diodefactor)

Met behulp van onderstaande formule worden vervolgens voor verschillende toerentallen, gaande van 0 RPM tot 9000 RPM, de verschillende spanningen berekend:

$$U_a = \frac{n}{1120} + R_a I_a$$

Hierbij is:

U_a =klemspanning van de motor	te berekenen
n =variabel	toerental per minuut
$R_a=3,32\Omega$	rotorweerstand
I_a =variabel	stroom opgewekt door zonnepaneel

Figuur 5 geeft de meetresultaten en de spanningswaarden per toerental grafisch weer in eenzelfde grafiek. Het optimale werkpunt van de DC-motor en het zonnepaneel wordt eenduidig bepaald door het snijpunt van de karakteristieken en de werklijnen, zoals hieronder op de grafiek te zien is. Na toepassing van deze methode volgt een optimaal toerental dat ligt tussen 7000RPM en 8000RPM.

Uit de grafiek van het vermogen in functie van de spanning wordt duidelijk dat het maximale vermogen bereikt wordt bij een spanning van 8 V en een stroom van 0,32A. Deze waarden worden wederom ingevuld in de formule om het optimale werkpunt te bepalen:

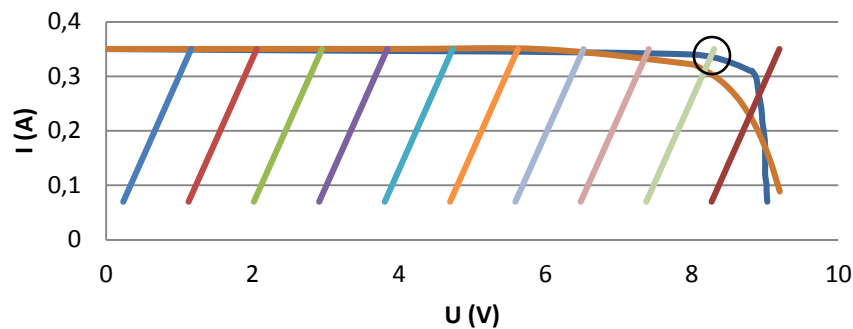
$$U = \frac{n}{1120} + IR$$

In functie van n is deze formule gelijk aan:

$$n = (U - IR)1120$$

Invullen van bovenstaande waarde levert een toerental n op van 7763RPM. Dit resulteert in een weerstand van $24,9\Omega$ die in serie geschakeld staat met het zonnepaneel.

U-I diagram



Figuur 5-Spanningsstroomkarakteristiek van zonnepaneel en DC-motor

2. Bepalen van het optimale gewicht en de optimale overbrengingsverhouding

Deze paragraaf omvat de analytische berekeningen van de optimale massa van de SSV. Deze massa staat in functie van een zo hoog mogelijke eindsnelheid van de petanquebal en vormt de bepalende factor voor de tandwielverhouding van de SSV.

2.1. Optimale massa

Op het moment dat de SSV de bal raakt benaderen de bal en de SSV een systeem waarbinnen een ideale elastische botsing plaatsvindt. Na omvorming van de energie- en impulsvergelijkingen (gegeven in de Powerpoint van het seminarie) beschrijft volgende vergelijking de eindsnelheid van de petanquebal na deze elastische botsing:

$$V_{end,bal} = \frac{(M_{ini,bal} - M_{ini,SSV})V_{ini,bal} + 2M_{ini,SSV}V_{ini,SSV}}{M_{ini,SSV} + M_{ini,bal}}$$

$$V_{ini,bal} = 0$$

$$M_{ini,bal} = 735g$$

$$V_{end,bal} = \frac{2M_{ini,SSV}V_{ini,SSV}}{M_{ini,SSV} + M_{ini,bal}}$$

Wanneer $V_{ini,SSV}$ in functie van de massa van de wagen geplaatst wordt resteren er nog slechts 2 onbekenden. De afgeleide van de massa is echter optimaal als deze gelijk is aan nul. Voor het plaatsen van de massa in functie van de initiële snelheid van de wagen wordt er gebruik gemaakt van de volgende twee formules:

$$V_a - R_a I_a = E = K_e \omega \quad (1)$$

$$T_m = K_t I_a \quad (2)$$

$V_a =$ terminaal voltage: 8,82V

$R_a * I_a =$ voltage vermindering door interne verliezen: $3,32\Omega * 0,31A = 1,0292V$

$K_t =$ koppelconstante (zie data sheet motor) = $8,55 \cdot 10^3 \text{ Nm/A}$

$T_m =$ koppel [Nm]

Uit formule 1 blijkt dat:

$$P = \frac{V_a - R_a I_a}{K_e} K_t I_a = (V_a - R_a I_a) I_a$$

met $K_e = K_t$

Vervolgens volgt uit de vergelijking $v = \frac{\omega}{ovb}$ en de eerste wet van Newton dat:

$$\begin{aligned} F &= ma \\ T \cdot ovb &= ma \\ ovb &= \frac{ma}{T} \end{aligned}$$

Na invullen van ovb volgt:

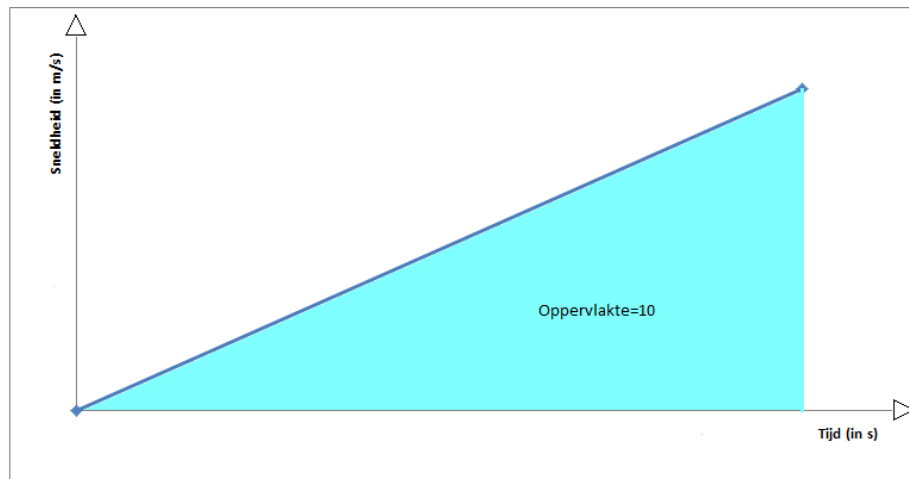
$$v = \frac{(V_a - R_a I_a) I_a}{ma}$$

Hierin is a nog een onbekende. Deze moet dus nog in functie van de snelheid gezet worden. Hierbij zijn twee vergelijkingen te gebruiken, uitgaande van een constante versnelling.

$$\begin{aligned} \frac{v_{max}}{t} &= a \\ L &= \frac{tv_{max}}{2} \end{aligned}$$

De 2^{de} vergelijking volgt uit de $v(t)$ grafiek waarbij oppervlakte onder de grafiek gelijk is aan 10 meter daar de afgelegde weg 10 meter is. De integraal van de snelheid over de tijd is immers gelijk aan de totale verplaatsing gedurende dat tijdsinterval. Door deze 2 vergelijkingen te substitueren wordt de versnelling a gelijk aan:

$$a = \frac{v_{max}^2}{L \cdot 2}$$



Figuur 6-v(t) diagram: de oppervlakte onder de blauwe curve is gelijk aan 10.

Na substitutie van deze waarde voor a in formule (1) volgt de waarde voor v_{max} :

$$v_{max} = \frac{(V_a - R_a I_a) I_a}{m \frac{v_{max}^2}{L \cdot 2}} = \sqrt[3]{\frac{(V_a - R_a I_a) I_a L \cdot 2}{m}}$$

Nu de waarde van v_{\max} in functie van de massa bekend is kan deze ingevuld worden in de vergelijking van de elastische botsing. Zo volgt dat:

$$v_{\text{end}} = \frac{2m^3 \sqrt{\frac{2(V_a - R_a I_a) I_a L}{m}}}{m + m_{\text{bal}}}$$

Om een zo groot mogelijke hoogte van de bal te bereiken zal de eindsnelheid van de bal ook zo groot mogelijk moeten zijn. Deze maximumwaarde voor de eindsnelheid van de bal wordt gegeven door de functiewaarde waarvoor de afgeleide van v_{end} gelijk is aan 0. Deze afgeleide van bovenstaande functie is de volgende:

$$\frac{2 \cdot 2^{\frac{1}{3}} \left(\frac{-I_a R_a + V_a}{m} I_a L \right)^{\frac{1}{3}}}{m + m_{\text{bal}}} - \frac{2}{3} \frac{2^{\frac{1}{3}} (-I_a R_a + V_a) I_a L}{\left(\frac{(-I_a R_a + V_a) I_a L}{m} \right)^{\frac{2}{3}} (m + m_{\text{bal}})} - \frac{2m 2^{\frac{1}{3}} \left(\frac{-I_a R_a + V_a}{m} I_a L \right)^{\frac{1}{3}}}{(m + m_{\text{bal}})^2}$$

Dit resultaat gelijkstellen aan nul geeft de volgende uitkomst:

$$m = 2m_{\text{ball}}$$

De optimale massa van de wagen moet gelijk zijn aan 2 maal de massa van de bal. Aangezien de bal 735g weegt moet de wagen dus 1,470kg wegen.

Nu de massa gekend is kan ook de hoogte van de bal berekend worden. Een maximale hoogte van 0,93 meter wordt bekomen door de massa in te vullen in de bovenstaande vergelijking.

2.2. Optimale overbrengingsverhouding

De berekening van de overbrengingsverhouding maakt gebruik van de eerder vermelde functie:

$$ovb = \frac{ma}{T} = \frac{2m_{\text{ball}} \frac{v_{\max}^2}{2L}}{Kt I_a}$$

ovb= overbrengingsverhouding (te berekenen)

m_{bal} = massa van de bal = 700g

K_t = koppelconstante (zie data sheet motor) = $8,55 \cdot 10^3 \text{ Nm/A}$

L = lengte van de baan = 10m

v_{\max} = maximale snelheid = 3,6m/s

I_a = 0,31A

De overbrengingsverhouding (i) is gelijk aan $i = Kr = 159,8 \cdot 0,055 = 8,79$. Volgens de berekening heeft deze overbrengingsverhouding een waarde van 8,79 (=9 indien afgerond).

3. Bepalen optimale massa en overbrengingsverhouding aan de hand van MATLAB

Na een vereenvoudigde analytische berekening van de optimale massa en overbrengingsverhouding van de SSV worden deze opnieuw bepaald, ditmaal door middel van een simulatie in MATLAB die – in tegenstelling tot de vorige methode – wel rekening houdt met de verscheidene externe factoren die hun invloed uitoefenen op de werking van de SSV. Deze omvatten onder andere de rol- en luchtweerstand, de stroomvariatie afkomstig van het zonnepaneel, etc. Deze berekening zal aldus een meer accuraat resultaat bieden voor de te bepalen parameters.

3.1. Simulaties

De simulatie omvat drie verschillende MATLAB-files (func.m, energy_func.m en energy_solver.m) die ter beschikking werden gesteld op Toledo. Na het vervullen van de ontbrekende parameters en het aanvullen van de code wordt het mogelijk om de simulatieresultaten grafisch weer te geven. De parameters in energy_func.m worden weergegeven in figuur 8.

```
% set the parameters
%%% G) describe these parameters and give their units
% solar panel
Isc=0.88;
Is=1e-8;
Ur=0.0257;
m=1.31 ;|
N=16 ;
% DC-motor
R=3.32 ;
Ce=8.9285e-4 ;
% air resistance
Cw=0.5 ;
A=0.02 ;
rho=1.225 ;
% rolling resistance
g=9.81;
Crr=0.012 ;
% SSV
r =0.055 ; % wheel radius [m]
```

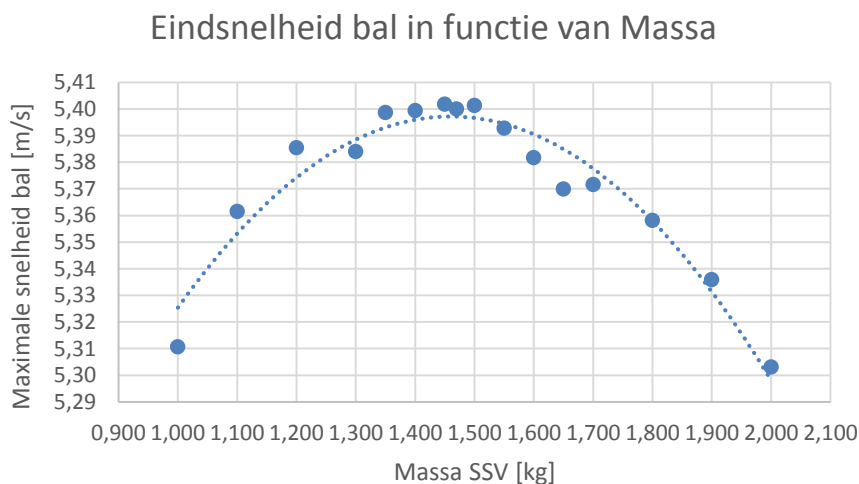
Figuur 7-Parameters MATLAB

De simulatie wordt uitgevoerd op 16 verschillende massa's en 10 verschillende overbrengingsverhoudingen om voldoende data te verkrijgen om de optimale parameters zo accuraat mogelijk te kunnen bepalen. Voor elke massa wordt vervolgens de maximale eindsnelheid van de bal berekend bij de maximale eindsnelheid van de SSV bij die specifieke massa. De resultaten van de drie simulaties die de hoogste eindsnelheid van de bal veroorzaken zijn terug te vinden in onderstaande tabel.

Tabel 2-Resultaten van de simulaties met hoogste eindsnelheden van de bal

Gear Ratio	M=1,470		M=1,450		M=1,400	
	tijd	snelheid	tijd	snelheid	tijd	snelheid
16	4,20	3,680	4,20	3,691	4,10	3,701
15	4,20	3,822	4,20	3,829	4,10	3,843
14	4,35	3,939	4,30	3,958	4,20	3,978
13	4,40	4,020	4,40	4,043	4,30	4,071
12	4,60	4,050	4,53	4,070	4,45	4,117
11	4,80	4,032	4,76	4,009	4,60	4,069
10	5,01	3,889	5,00	3,933	4,90	3,998
9	5,40	3,747	5,30	3,738	5,20	3,812
8	5,70	3,460	5,70	3,513	5,50	3,533
7	6,30	3,255	6,10	3,208	6,00	3,288
Vend,ball	5,400		5,402		5,399	

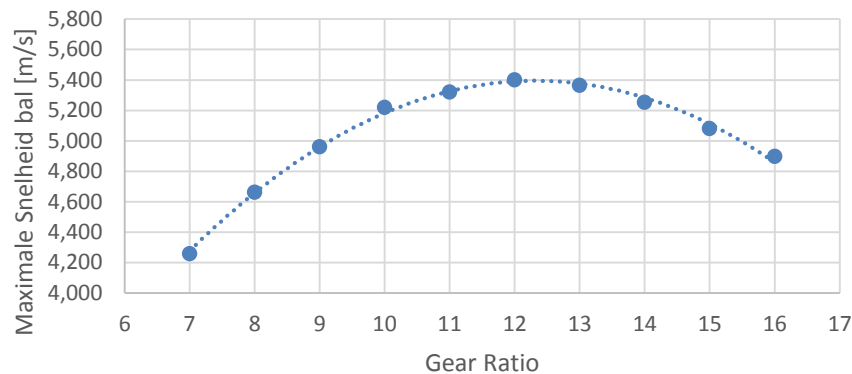
Uit deze tabel wordt duidelijk dat de ideale massa en overbrengingsverhouding respectievelijk 1,450kg en 12 bedragen. Voor de volledigheid worden deze simulaties echter uitgevoerd voor 16 verschillende massa's, variërende tussen een en twee kilogram. Wanneer de resultaten van deze simulaties grafisch worden uitgezet in functie van de maximale eindsnelheid van de bal per massa wordt onderstaande grafiek verkregen.



Figuur 8-Maximale eindsnelheid bal in functie van massa SSV

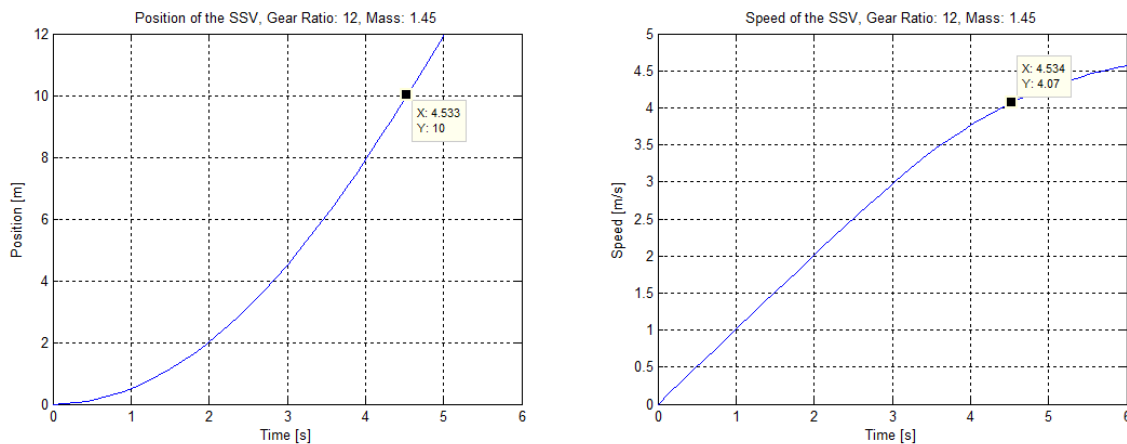
Ook grafisch is duidelijk dat de ideale massa zich situeert rond 1,450 kg. Wanneer ook voor deze massa de verschillende eindsnelheden van de bal grafisch worden uitgezet per overbrengingsverhouding wordt duidelijk dat het optimum zich bevindt bij een gear ratio van 12. Dat optimum blijkt zeer duidelijk uit de grafiek van figuur 10.

Eindsnelheid bal in functie van Gear Ratio
[M=1,450kg]



Figuur 9-Eindsnelheid bal in functie van Gear Ratio SSV

Op de volgende figuur worden ten slotte de simulatieresultaten weergegeven bij deze optimale massa en overbrengingsverhouding.



Figuur 10-Simulatie bij optimale massa en overbrengingsverhouding

3.2. Matlabsimulaties versus Analytische bepaling

De analytische bepaling van de optimale massa en overbrengingsverhouding levert een optimum bij 1.470kg en een ratio van 9. Deze bepaling houdt echter geen rekening met externe factoren zoals bijvoorbeeld rol- en luchtweerstand. De MATLAB-simulaties doen dit echter wel, waardoor de resultaten enigszins verschillen van deze uit de analytische bepaling. MATLAB levert een ideale massa en overbrengingsverhouding van respectievelijk 1.450kg en 12. Dit lijkt een aannemelijk resultaat vermits er ditmaal wel rekening wordt gehouden met de factoren die het vertrekken en versnellen van de SSV bemoeilijken en dus een hogere gear ratio vereisen om een vlotte race te kunnen bewerkstelligen. De ideale massa van 1.450kg is overigens nagenoeg identiek aan de analytische bepaalde waarde van 1.470 kg.

3.3. Vragen MATLAB-files

A. Draw a flow chart of the relation between these files.



B. Explain the following line in your own words. What are t and s?

In deze lijn code wordt een differentiaalvergelijking opgelost. Dit gebeurt door de methode ode15. T is een vector met de sprongen van de tijd. S is een matrix met de positie en snelheid voor elke stap in de tijd.

C. What is done here and why?

In deze lijn code wordt voor elke ingegeven gear ratio en massa de snelheid berekend die het wagentje zal hebben na 10m. Hiervoor gaat de MatLab file lineair interpoleren tussen de snelheid van de SSV net voor en net na de 10m.

D. What is the function of this file?

Deze file bevat de waarden van alle parameters en lost de differentiaal vergelijkingen numeriek op.

E. What are dx, t and x? Why are they in this line? Does there exact name matter for the program?

dx = de verandering van de verplaatsing, de snelheid

t = tijd in seconden

x = de verplaatsing

De exacte naam van deze parameters is niet belangrijk maar het is wel nodig deze verschillende parameters consequent te blijven gebruiken doorheen de files.

F. Does the exact name of these parameters matter? Why (not)?

Bij het gebruik van deze parameters is het wel belangrijk om overal dezelfde naam te gebruiken doorheen de files. Door de parameters global te maken kunnen deze gebruikt worden in de verschillende Matlab files.

G. Describe these parameters and give their units

Zonnepaneel

Isc = kortsluitstroom (A)=0.88A

Is= omgekeerde saturatie stroom (A)= $=1e^{-8}A/m^2$

Ur= thermische spanning (V)= 0.0257V

m= diodefactor (geen eenheid)=1.31

N= aantal zonnecellen in serie (geen eenheid)=16

DC-motor

R= rotorweerstand (ohm)= 3.32Ω

Ce= inverse van de snelheidsconstante (V/rpm) = $1/1120=8.9285e^{-4}V/RPM$

Air resistance

Cw= air drag coefficient (geen eenheid)=0.5

A= frontale oppervlakte van de SSV (m²)=0.02m²

Rho = dichtheid van de lucht (kg/m³)=1.225kg/m³

Rolling resistance

$$g=9.81 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$C_{rr} = \text{rollingsweerstand} = 0.012$$

SSV

$$R = \text{straal van de wielen (meter)} = 0.055\text{m}$$

H. H) What is x(2)?

X(2) Is de snelheid.

I. What is TolFun? What is fzero and why do we call it here? What are sol and f?

TolFun Is de eind tolerantie van de bewerking. Deze zal ervoor zorgen dat wanneer de functie waarden onder een bepaald minimum waarde terechtkomt dat de bewerkingen zullen stoppen.

Fzero zoekt de nulpunten van de functie func en een bijkomende parameter x(2) word toegevoegd. Wanneer het nulpunt gevonden is blijver er nog 2 onbekenden over: Sol als de werkingsspanning en f gelijk aan 0. Deze worden dan in een matrix gezet en daarna gebruikt om te berekenen of de spanning in het werkingsgebied van het zonnepaneel ligt en indien dit het geval is, de stroom te berekenen die de motor zal krijgen.

J. Explain the energy equations. What is the difference?

In de eerste vergelijking is de snelheid van de SSV gelijk aan nul waardoor men de luchtweerstand mag weglaten. In de tweede vergelijking is de snelheid van de SSV groter dan nul waardoor deze een luchtweerstand ondervindt. Dit is de extra term in de 2^e vergelijking.

K. What is the function of this file. How is it used?

Dit is de functie die gebruikt word om het werkingpunt van het zonnepaneel en de DC motor te vinden bij een specifieke snelheid.

L. What is f?

F is een functie van de klemspanning en de snelheid van de motor. Als f gelijk is aan 0 (zoals vereist in Energy_func.m) is er voldaan aan : $U = RI + E$

4. Lijst van veronderstellingen en vereenvoudigingen bij berekeningen

- Verliezen in zonnepaneel: verliezen zoals de weerstand van de zonnecellen worden niet in rekening gebracht. Ook houden we geen rekening met een daling van het geleverde vermogen wanneer het zonnepaneel opwarmt.
- Potentiele energie: de berekening veronderstelt een vlakke afstand van 10m. In de praktijk zal deze afstand niet perfect horizontaal zijn en ontstaat er een kleine potentiele waarde.
- Rolweerstand: om het wiskundige model zo eenvoudig mogelijk te houden wordt hiermee geen rekening gehouden in de analytische berekeningen. De MATLAB-simulaties houden nemen deze echter wel in rekening.
- Luchtweerstand: om het wiskundige model zo eenvoudig mogelijk te houden wordt hiermee geen rekening gehouden in de analytische berekeningen. De MATLAB-simulaties houden nemen deze echter wel in rekening.
- Weerstand in de lagers: hiermee wordt geen rekening gehouden in de berekeningen terwijl deze toch een significant vermogensverlies vertegenwoordigen.
- Constante versnelling: de berekening veronderstelt dat de SVV met een constante versnelling versnelt en na 10m zijn vermogen levert.
- Botsing niet volledig elastisch: in de berekeningen gaan we uit van een volledig elastische botsing.
- Externe omgevingsfactoren: wanneer de intensiteit van de zon afneemt zal het vermogen dalen. Dit is moeilijk te voorspellen en wordt niet mee opgenomen in onze berekeningen.

5. Bisectiemethode

5.1. Formules en Parameters

Algemene Formules

$$s(t) = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$v(t) = v_0 + at$$

$$a(t) = -gC_{rr} + \frac{I(t)E(t)}{Mv(t)} - \frac{C_w A \rho v^2(t)}{2M}$$

$$E(t) = K_e \omega = [60 C_E \phi v(t) (\text{gear ratio})] / (2\pi r)$$

$$I(t) = I_{sc} - I_s \left(e^{\frac{U(t)}{mNUr}} - 1 \right) = I_{sc} - I_s \left(e^{\frac{(E(t)+I(t)R)}{mNUr}} - 1 \right)$$

Solar Car Parameters

- $g=9.81\text{N/kg}$
- $C_{rr}=0.012$
- $C_E \phi = 1/1120 = 8.9285e^{-4}\text{V/RPM}$
- $r=0.055\text{m}$
- $\pi=3.14$
- $M=1.690\text{kg}$
- $C_w=0.5$
- $A=0.02\text{m}^2$
- $P=1.225\text{kg/m}^3$
- Gear Ratio=13

Solar Panel Parameters

- $I_{sc}=0.88\text{A}$
- $I_s=1e^{-8}\text{A/m}^2$
- $m=1.31$
- $N=16$
- $U_r=0.0257\text{V}$
- $R_a=3.32\Omega$

Initial condition (t=0s)

- $s(0)=0\text{m}$
- $v(0)=0\text{m/s}$
- $I(0)=0.88\text{A}$

5.2. Voorbeeldfunctie

Om vertrouwd te raken met de bisectiemethode wordt het nulpunt bepaald van een continue voorbeeldfunctie met behulp van deze iteratiemethode.

$$y = \frac{1}{2} + \sin\left(\frac{x}{2}\right) e^{\sin\left(\frac{x}{3}\right)}$$

De bisectiemethode werkt volgens het iteratief aftasten van het verloop van de functie door het invullen van verschillende waarden in het functievoorschrift, waarbij het interval rond het vermoedelijke nulpunt steeds kleiner wordt genomen zodat de functiewaarden na verloop van tijd convergeren naar een zekere waarde, het nulpunt van de functie.

Tabel 3-Eerste iteratie voorbeeldfunctie

x-waarde	y-waarde
0	0,5
5	2,119362673
10	-0,292540926

Na een eerste iteratie met de randwaarden (0 tot 10) verandert de functie van teken in het interval waarbij x zich tussen 0 en 5 bevindt. Het feit dat de functie continu is betekent dat dit nulpunt gedefinieerd is en dus bepaald kan worden via de bisectiemethode.

Bij de hierop volgende iteraties vormt het interval waarbinnen de functiewaarde van teken verandert steeds het vertrekpunt voor de volgende iteratie. Binnen dit interval wordt het gemiddelde van beide randwaarden geëvalueerd in de functie, waardoor steeds een kleiner interval bekomen wordt.

Tabel 4-Tweede iteratie voorbeeldfunctie

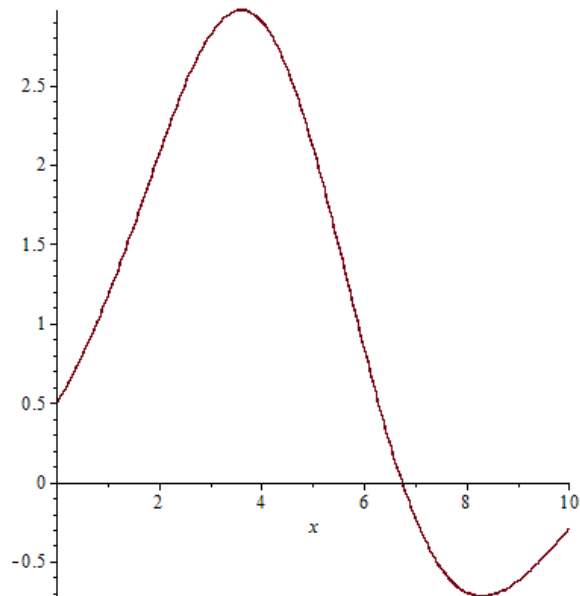
x-waarde	y-waarde
5	2,119362673
7,5	-0,53986265
10	-0,292540926

Bij een tweede iteratie in het nieuwe interval verandert de functie van teken bij een x-waarde die tussen 5 en 7,5 ligt. Deze twee waarden betreffen dus de nieuwe grenswaarden voor het komende interval. De waarden van de 20^e iteratie worden die weergegeven in onderstaande tabel.

Tabel 5-Twintigste iteratie voorbeeldfunctie

x-waarde	y-waarde
6,746235	5,07E-06
6,746240	5,12E-07
6,746244	-4,05E-06

Het nulpunt van de functie zal zich aldus ergens bevinden bij een x-waarde van ongeveer 6,7462. Een plot van de functie in figuur 12 bevestigt dat het resultaat van deze numerieke benadering accuraat is.



Figuur 11-Maple-plot van de voorbeeldfunctie

5.3. Numerieke benadering Matlabsimulatie

Nu het werkingsprincipe van de bisectiemethode bekend is, kan de Matlabsimulatie numeriek benaderd worden met behulp van deze methode. Deze simulatie werkt met de resultaten van de energievergelijking:

$$a(t) = -gC_{rr} + \frac{I(t)E(t)}{Mv(t)} - \frac{C_w A \rho v^{2(t)}}{2M}$$

Deze vergelijking houdt twee beperkingen in met betrekking tot de stroom I en de elektromagnetische kracht E.

$$E(t) = K_e \omega = \frac{60 C_E \phi v(t) (\text{gear ratio})}{2\pi r}$$

$$I(t) = I_{sc} - I_s \left(e^{\frac{U(t)}{mNUR}} - 1 \right) = I_{sc} - I_s \left(e^{\frac{(E(t)+I(t)R)}{mNUR}} - 1 \right)$$

Vermits deze tweede beperking niet analytisch af te leiden valt, kan het nulpunt van deze functie niet eenduidig bepaald worden via analytische weg. Een iteratieve benadering met behulp van de bisectiemethode is aldus aangewezen. Aan de hand van bovenstaande vergelijkingen zullen de snelheid, versnelling en verplaatsing van de SSV numeriek benaderd worden voor de eerste seconde van de race, met tijdsintervallen van 0.1 seconde. Dit gebeurt vertrekkende van onderstaande beginvoorwaarden;

- Gear Ratio=12
- Massa=1.450kg
- $s(0)=0\text{m}$
- $v(0)=0\text{m/s}$
- $I(0)=0.88\text{A}$
- $E(0)=0\text{J}$

Voor de bepaling van s en v voor de hierop volgende tijdstippen worden volgende vergelijkingen gebruikt:

$$v(t) = v(t-1) + a(t-1) * t$$

$$s(t) = s(t-1) + v(t-1) * t + \frac{a(t-1) * t^2}{2}$$

Bij het invullen van de initiële waarden in het functievoorschrift voor de versnelling bedraagt de initiële versnelling $0,95886 \text{ m/s}^2$. Zo kunnen snelheid, verplaatsing en EMF bepaald worden op het moment dat $t=0.1\text{s}$. Invullen in de verschillende vergelijkingen levert volgende waarden voor dit ogenblik.

Tabel 6-Parameterwaardes bij eerste tijdsinterval

t	s	v	a	I	E
0	0,00000	0,00000	0,95886	0,88	0,00000
0,1	0,00479	0,09589	?	?	0,17846

Voor dit tijdsinterval dienen I en a wederom te worden bepaald. De versnelling a is echter afhankelijk van de stroom I , die op zijn beurt afhankelijk is van de snelheid. De stroom kan echter niet eenduidig bepaald worden, waardoor deze waarde iteratief bepaald wordt met behulp van de bissectiemethode. De stroom bereikt een maximale waarde van 0.88A op $t=0$, waardoor de veronderstelling dat de stroom op $t=0.1\text{s}$ een waarde aanneemt die ligt tussen 0A en 0.88A gegrond is. De stroom op tijdstip t wordt gegeven door:

$$I(t) = I_{sc} - I_s \left(e^{\frac{U(t)}{mN\dot{U}r}} - 1 \right) = I_{sc} - I_s \left(e^{\frac{(E(t)+I(t)R)}{mN\dot{U}r}} - 1 \right)$$

Het is aldus aangewezen om met behulp van de bissectiemethode op zoek te gaan naar het nulpunt van de functie:

$$F(I) = I(t) - I_{sc} + I_s \left(e^{\frac{(E(t)+I(t)R)}{mN\dot{U}r}} - 1 \right)$$

Immers, wanneer $F(I)$ gelijk is aan nul, zal er voldaan zijn aan de eerste vergelijking en is de stroom I dus bepaald. De resultaten van de bissectiemethode voor de stroom I op tijdstijd $t=0.1$ worden weergegeven in tabel 8.

Tabel 7-Bisectiebepaling van de stroom bij $t=0.1s$

I(t=0,1)	A1	B1	Mean	F(Mean)
1	0,88	0	0,44	-0,439999993
2	0,88	0,44	0,66	-0,219999989
3	0,88	0,66	0,77	-0,109999986
4	0,88	0,77	0,825	-0,054999985
5	0,88	0,825	0,8525	-0,027499984
6	0,88	0,8525	0,86625	-0,013749984
7	0,88	0,86625	0,873125	-0,006874984
8	0,88	0,873125	0,8765625	-0,003437484
9	0,88	0,8765625	0,87828125	-0,001718734
10	0,88	0,87828125	0,879140625	-0,000859359
11	0,88	0,879140625	0,879570313	-0,000429671
12	0,88	0,879570313	0,879785156	-0,000214827
13	0,88	0,879785156	0,879892578	-0,000107405
14	0,88	0,879892578	0,879946289	-5,36945E-05
15	0,88	0,879946289	0,879973145	-2,6839E-05
16	0,88	0,879973145	0,879986572	-1,34113E-05
17	0,88	0,879986572	0,879993286	-6,69741E-06
18	0,88	0,879993286	0,879996643	-3,34047E-06
19	0,88	0,879996643	0,879998322	-1,66201E-06
20	0,88	0,879998322	0,879999161	-8,22772E-07
21	0,88	0,879999161	0,87999958	-4,03156E-07
22	0,88	0,87999958	0,87999979	-1,93347E-07
23	0,88	0,87999979	0,879999895	-8,84431E-08
24	0,88	0,879999895	0,879999948	-3,5991E-08
25	0,88	0,879999948	0,879999974	-9,76501E-09

Na 25 iteraties van deze methode wordt duidelijk dat de stroom convergeert naar 0.88A, de initiële waarde van de stroom. Aan de hand van deze waarde kan de versnelling bepaald worden op $t=0.1$. Ook de verplaatsing, snelheid en EMF op $t=0.2$ zijn nu eenvoudig te bepalen.

Tabel 8-Parameterwaarden bij tweede tijdsinterval

t	s	v	a	I	E
0	0,00000	0,00000	0,95886	0,88	0,00000
0,1	0,00479	0,09589	0,95882	0,88	0,17846
0,2	0,01918	0,19177	?	?	0,35692

Voor het volgende interval dient wederom stroom I te worden bepaald om de versnelling a te kunnen bepalen voor dit tijdsinterval. Dit gebeurt wederom volgens de bissectiemethode, nog steeds in de veronderstelling dat de stroom een waarde aanneemt tussen 0A en 0.88A.

Tabel 9-Bisectiebepaling van de stroom bij t=0.1s

I(t=0,2)	A1	B1	Mean	F(Mean)
1	0,88	0	0,44	-0,439999992
2	0,88	0,44	0,66	-0,219999988
3	0,88	0,66	0,77	-0,109999985
4	0,88	0,77	0,825	-0,054999984
5	0,88	0,825	0,8525	-0,027499983
6	0,88	0,8525	0,86625	-0,013749982
7	0,88	0,86625	0,873125	-0,006874982
8	0,88	0,873125	0,8765625	-0,003437482
9	0,88	0,8765625	0,87828125	-0,001718732
10	0,88	0,87828125	0,879140625	-0,000859357
11	0,88	0,879140625	0,879570313	-0,00042967
12	0,88	0,879570313	0,879785156	-0,000214826
13	0,88	0,879785156	0,879892578	-0,000107404
14	0,88	0,879892578	0,879946289	-5,3693E-05
15	0,88	0,879946289	0,879973145	-2,68375E-05
16	0,88	0,879973145	0,879986572	-1,34097E-05
17	0,88	0,879986572	0,879993286	-6,69588E-06
18	0,88	0,879993286	0,879996643	-3,33895E-06
19	0,88	0,879996643	0,879998322	-1,66048E-06
20	0,88	0,879998322	0,879999161	-8,21248E-07
21	0,88	0,879999161	0,87999958	-4,01631E-07
22	0,88	0,87999958	0,87999979	-1,91823E-07
23	0,88	0,87999979	0,879999895	-8,69186E-08
24	0,88	0,879999895	0,879999948	-3,44665E-08
25	0,88	0,879999948	0,879999974	-8,24047E-09

Ook ditmaal vindt deze functie zijn nulpunt bij een afgeronde stroomwaarde van 0.88A. Deze waarde vormt wederom een eenduidige bepaling van de ontbrekende parameters.

Tabel 10-Parameterwaarden bij derde tijdsinterval

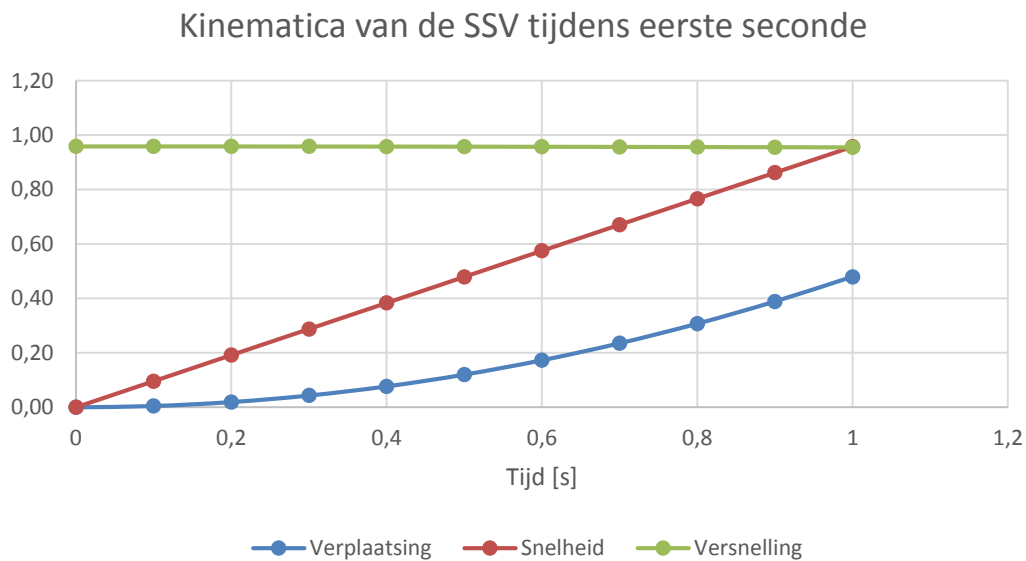
t	s	v	a	I	E
0	0,00000	0,00000	0,95886	0,88	0,00000
0,1	0,00479	0,09589	0,95882	0,88	0,17846
0,2	0,01918	0,19177	0,95870	0,88	0,35692
0,3	0,04315	0,28764	?	?	0,53535

Deze berekeningen en iteraties van de stroom I worden herhaald totdat alle parameters bepaald zijn voor het totale tijdsinterval van $t \in [0,10]$. Omdat de stroom bij verdere iteraties echter steeds convergeert naar $0.88A$ zal deze dan ook nagenoeg constant blijven gedurende de eerste seconde van de race.

Tabel 11-Parameterwaarden voor $T=[0,1]$

t	s	v	a	I	E
0	0,00000	0,00000	0,95886	0,88	0,00000
0,1	0,00479	0,09589	0,95882	0,88	0,17846
0,2	0,01918	0,19177	0,95870	0,88	0,35692
0,3	0,04315	0,28764	0,95851	0,88	0,53535
0,4	0,07670	0,38349	0,95824	0,88	0,71375
0,5	0,11984	0,47931	0,95789	0,88	0,89210
0,6	0,17256	0,57510	0,95746	0,88	1,07038
0,7	0,23486	0,67085	0,95696	0,88	1,24858
0,8	0,30673	0,76654	0,95638	0,88	1,42669
0,9	0,38817	0,86218	0,95572	0,88	1,60469
1	0,47916	0,95775	0,95498	0,88	1,78257

Een grafische uiteenzetting van deze resultaten levert volgende grafiek op:



Figuur 12-Kinematica van de SSV tijdens de eerste seconde van de race

5.4. Bisectiemethode versus MATLAB

Net zoals in de plots van MATLAB kent de snelheid initieel een constante stijging, terwijl de verplaatsing tijdens de eerste seconde maar traag stijgt. De simulatie van de massa's en gear ratio's in MATLAB gebeurt zoals eerder aangegeven volgens hetzelfde principe. MATLAB maakt het echter mogelijk deze berekeningen op zeer korte tijd uit te voeren, waardoor het elllange rekenwerk dat nodig zou zijn om de bisectiemethode toe te passen voor alle simulaties drastisch wordt ingekort.