

庫文有萬  
種百七集二第  
編主五雲王

蘊精理數  
(五)

編敷祖聖清

行發館書印務商



數理精蘊

(五)

清聖祖敕教編

國學基本叢書

萬有文庫

第2集七百首種

韓編纂者  
王雲五

商務印書館發行

# 數理精蘊下編卷十一

## 面部一

### 平方

平方者等邊四直角之面積也。以形而言，則爲兩矩所合。以積而言，則爲自乘之數。因其有廣無厚，故曰平方。因其縱橫相等，故曰正方。蓋方積面也。而其邊則線也。有線求面，則相乘而得積。有面求線，則開方而得邊。開之之法，略與歸除同。但歸除有法有實，而開方則有實而無法。故古人立爲商除廉隅之制，以相求。每積二位，得邊之一位。所謂一百一十定無疑。一千三十有零餘九千九百不離。十一萬方爲一百推是也。其法先從一角而剖其幕，以自一至九自乘之數爲方根，與所有之積相審量，其足減者而定之。是爲初商。初商減盡無餘，則方邊止一位。若有餘實，即初商方積外別成一磬折形，其附初商之兩旁者，謂之廉。兩廉之角所合一小方，謂之隅。廉有二，故倍初商爲兩廉之共長。是爲廉法。視餘積足廉法幾倍，卽定次商。隅卽次商之自乘。故次商爲隅法合廉隅而以次商乘之，則得兩廉一隅之共積。所謂初商方積外別成一磬折形者是也。故次商爲初商所得方邊之零。如次商數與初商餘積相減，尙有不盡之實，則又成一磬折形，而仍爲兩廉一隅。但較前廉愈長，而隅愈小耳。凡有幾層廉隅，俱照初商之例逐層遞析之。實盡而止。實不盡者，必非自乘之正數。遞析之至於纖塵，終有奇零。若餘實不足廉隅法之數者，則

方邊爲空位。此開方之定法也。面形不一而容積皆以方積爲準。故平方爲算諸面之本。諸面必通之方積而後可施其法也。

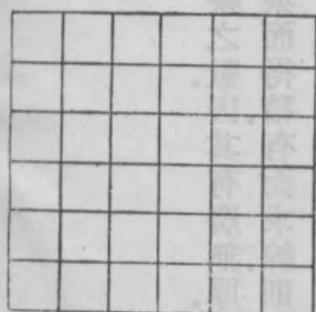
設如正方面積三十六尺開方。問每一邊數幾何。

法列方積三十六尺。自末位起算。每方積二位。定方邊一位。今積止有二位。則於六尺上作記定單位。以自一至九自乘之方根數與之相審。知與六尺自乘之數恰合。乃以六尺書於方積六尺之上。而以六尺自乘之三十六尺書於方積原數之下。相減恰盡。卽得開方之數爲六尺也。如圖甲乙丙丁正方形。每邊皆六尺。其中函一尺小正方三十六。自邊計之。爲六尺自乘之積。以積開之。則與六尺自乘方根之數相準。故商除之恰盡也。蓋方積爲二位。是以方邊止一位。方積卽六尺自乘之數。故無廉隅之可用次商。如有餘積。則自成廉隅而用次商矣。

設如正方面積一丈四十四尺開方。問每一邊數幾何。

法列方積一丈四十四尺。自末位起算。每方積二位。定方邊一位。故隔一位作記。卽於四尺上定尺位。一丈上定丈位。其一丈爲初商積。與一丈自乘之數相合。卽定初商爲一丈。書於方積一丈之上。而以一丈自乘之正方一丈書於初商積之下。相減恰盡。爰以方邊末位積四十四尺續書於

甲



乙

六	)	六	六
		三	三
		〇	〇

丙

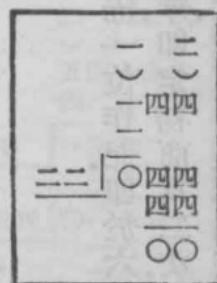
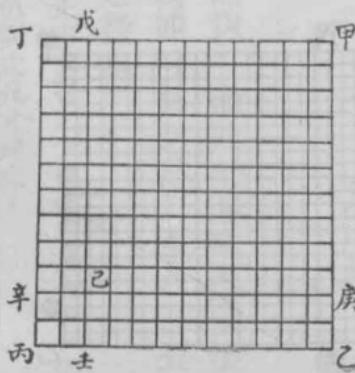
丁

下大凡以餘積續書於下者。每取方積之二位以當方邊之一位也。爲次商廉隅之共積。乃以初商之一丈作一十尺倍之得二十尺爲廉法。以除四十四尺。足二尺卽定次商爲二尺。書於方積四尺之上。而以次商二尺爲隅法。與廉法二十尺相加。共得二十二尺爲廉隅共法。書於餘積之左。以次商二尺乘之得四十四尺。與次商廉隅共積相減恰盡。是開得一丈二尺爲方面每一邊之數也。如圖甲乙丙丁正方形。每邊皆一丈二尺。其中函積一丈四十四尺。是爲共積。其從一角所分用庚己戊正方形。每邊一丈。卽初商數。其中函正方積一丈。卽初商自乘數。所餘庚己壬乙、戊己辛丁、兩長方爲兩廉。其各長十尺。卽初商數。其各闊二尺。卽次商數。廉有二。故倍初商爲廉法。其己壬丙辛一小正方爲隅。其邊二尺亦卽次商數。故以次商爲隅法。合兩廉一隅成一磬折形。附於初商自乘方之兩邊。而成一總正方形。此廉隅之法所由生也。

設如正方面積五百二十九尺開方。問每一邊數幾何。此題正方面積之三位皆以尺命位。似與前題分丈尺者不

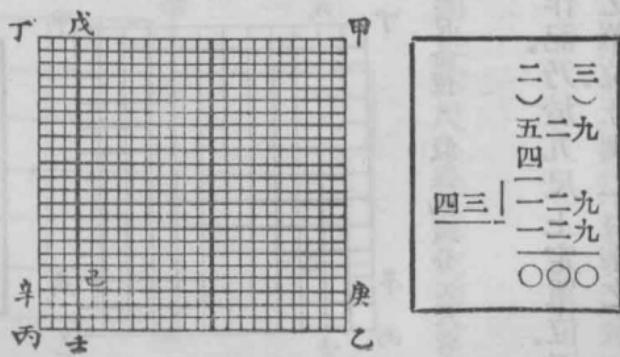
同。然其取方積二位續書於下。其末位卽命爲單位立算。則與丈尺同也。

法列方積五百二十九尺。自末位起算。每方積二位定方邊一位。故隔一位作記。乃於九尺上定單位。五百尺上定十位。其五百尺爲初商積。以初商本位計之。則五百尺爲初商積之單位。止與二自乘之數相



準卽定初商爲二書於方積五百尺之上而以二自乘之四書於初商積之下相減餘一百尺爰以方邊第二位積二十九尺續書於下共一百二十九尺爲次商廉隅之共積乃以初商之二作二十尺倍之得四十尺爲廉法以除一百二十九尺足三尺卽定次商爲三尺書於方積九尺之上而以次商三尺爲隅法與廉法四十尺相加共得四十三尺爲廉隅共法書於餘積之左以次商三尺乘之得一百二十九尺與次商廉隅共積相減恰盡是開得二十三尺爲方面每一邊之數也如圖甲乙丙丁正方形每邊皆二十三尺其中函積五百二十九尺是爲共積其從一角所分甲庚己戊正方形每邊二十尺卽初商數其中函積四百尺卽初商自乘數所餘庚己壬乙戊己辛丁兩長方爲兩廉其各長二十尺卽初商數其各闊三尺卽次商數其己壬丙辛一小正方爲隅其邊三尺亦卽次商數右兩廉一隅成一磬折形附於初商自乘方之兩邊而成一總正方形也設如正方面積五丈四十七尺五十六寸開方問每一邊數幾何

法列方積五丈四十七尺五十六寸。自末位起算。每方積二位。定方邊一位。故隔一位作記。卽於六寸上定寸位。七尺上定尺位。五丈上定丈位。其五丈爲初商積。與二丈自乘之數相準。卽定初商爲二丈。書於方積五丈之上。而以二丈自乘之四丈。書於初商積之下。相減餘一丈。卽一百尺。爰以方邊第二位積四



十七尺續書於下共一百四十七尺爲次商廉隅之共積乃以初商之二丈作二十尺倍之得四十尺爲廉法以除一百四十七尺足三尺卽定次商爲三尺書於方積七尺之上而以次商三尺爲隅法與廉法四十尺相加共得四十三尺爲廉隅共法書於餘積之左以次商三尺乘之得一百二十九尺與次商廉隅共積相減餘一十八尺卽一千八百寸復以方邊末位積五十六寸續書於下共一千八百五十六寸爲三商廉隅之共積乃以初商次商之二丈三尺作二百三十寸倍之得四百六十寸爲廉法

以除一千八百五十六寸足四寸卽定三商爲四寸書於方積六寸之上而以三商四寸爲隅法與廉法四百六十寸相加共得四百六十四寸爲廉隅共法書於餘積之左以三商四寸乘之得一千八百五十六寸與三商廉隅共積相減恰盡是開得二丈三尺四寸爲方面每一邊之數也

前題分丈尺寸三色者不同。然其每取方積二位續書於下。其末位即命爲單位立算。仍與丈尺寸同也。

法列方積四十五萬九千六百八十四尺。自末位起算。每方積二位定方邊一位。故隔一位作記。乃於四尺上定單位。六百尺上定十位。五萬尺上定百位。其四十五萬尺爲初商積。以初商本位計之。則五萬尺爲初商積之單位。而四十五萬尺爲四十五。與六自乘之數相準。卽定初商爲六。書於方積五萬尺之上。而以六自乘之三十六。書於初商積之下。相減餘九萬尺。爰以方邊第二位積九千六百尺續書於下。共



九萬九千六百尺爲次商廉隅之共積。以次商本位計之。則六百尺爲次商積之單位。而九萬九千六百尺爲九百九十六。而初商之六卽爲六十。故以初商之六作六十倍之得一百二十爲廉法。以除九百九十六。足七倍。卽定次商爲七。書於方積六百尺之上。而以次商七爲隅法。與廉法一百二十相加。共得一百二十七爲廉隅共法。書於餘積之左。以次商七乘之。得八百八十九。與次商廉隅共積相減。餘一萬零七百尺。復以方邊末位積八十四尺續書於下。共一萬零七百八十四尺。爲三商廉隅之共積。以三商本位計之。則積與邊皆仍爲本位。乃以初商次商之六百七十倍之。得一千三百四十爲廉法。以除一萬零七百八十四。足八倍。卽定三商爲八。書於方積四尺之上。而以三商八爲隅法。與廉法一千三百四十相加。共得一千三百四十八爲廉隅共法。書於餘積之左。以三商八乘之。得一萬零七百八十四。與三商廉隅共積相減恰盡。是開得六百七十八尺。爲方面每一邊之數也。

設如正大面積三十五丈九十一尺六十寸四十九分開方。問每一邊數幾何。

法列方積三十五丈九十一尺六十寸四十九分。自末位起算每隔一位作記。卽於九分上定分位。空寸上定寸位。一尺上定尺位。五丈上定丈位。其三十五丈爲初商積。與五丈自乘之數相準。卽定初商爲五丈。書於方積五丈之上。而以五丈自乘之二十五丈。書於初商積之下。相減餘十丈。卽一千尺。爰以方邊第二位積九十一尺。續書於下。共一千零九十一尺。爲次商廉隅之共積。乃以初商五丈作五十尺倍。

			八	八
六	九	六	七	八
四	五	六	九	八
三	六	一	八	九
一一七	一	〇	七	八
一一三四八	一	〇	七	八
		〇〇〇〇〇	四	四

之得一百尺爲廉法以除一千零九十一尺足九尺卽定次商爲九尺書於方積一尺之上而以次商九尺爲隅法與廉法一百尺相加共得一百零九尺爲廉隅共法書於餘積之左以次商九尺乘之得九百八十一尺與次商廉隅共積相減餘一百一十尺卽一萬一千寸復以方邊第三位積六十寸續書於下共一萬一千零六十寸爲三商廉隅之共積乃以初商次商之五丈九尺作五百九十寸倍之得一千一百八十寸爲廉法以除一萬一千零六十寸足九寸卽定三商爲九寸書於方積空寸之上而以三商九寸爲隅法與廉法一千一百八十寸相加共得一千一百八十九寸爲廉隅共法書於餘積之左以三商九寸乘之得一萬零七百零一寸與三商廉隅共積相減餘三百五十九寸卽三萬五千九百分復以方邊末位積四十九分續書於下共三萬五千九百四十九分爲四商廉隅之共積乃以初商次商三商之五丈九尺九寸作五千九百九十分倍之得一萬一千九百八十分爲廉法以除三萬五千九百四十九分足三分卽定四商爲三分書於方積九分之上而以四商三分爲隅法與廉法一萬一千九百八十分相加共得一萬一千九百八十三分爲廉隅共法書於餘積之左以四商三分乘之得三萬五千九百四十九分與四商廉隅共積相減恰盡是開得五丈九尺九寸三分爲方面每一邊之數也設如正方面積五百八十五萬六千四百尺開方問每一邊數幾何

法列方積五百八十五萬六千四百尺。補二空位以足其分。自末空位起算。每隔一位作記。於空尺上定單位。四百尺上定十位。五萬尺上定百位。五百萬尺上定千位。其五百萬尺爲初商積。以初商本位計之。則五百萬尺爲初商積之單位。止與二自乘之四相準。卽定初商爲二。書於方積五百八尺之上。而以二自乘之四。書於初商積之下。相減餘一百萬尺。爰以方邊第二位積八十五萬尺續書於下。共一百八十五萬尺。爲次商廉隅之共積。以次商本位計之。則五萬尺爲次商積之單位。而一百八十五萬尺爲一百八十五。而初商之二卽爲二十。故以初商之二作二十倍之得四十。爲廉法。以除一百八十五。足四倍。卽定次商爲四。書於方積五萬尺之上。而以次商四爲隅法。與廉法四十相加。共得十四。爲廉隅共法。書於餘積之左。以次商四乘之。得一百七十六。與次商廉隅共積相減。餘九萬尺。復以方邊第三位積六千四百尺續書於下。共九萬六千四百尺。爲三商廉隅之共積。以三商本位計之。則四百爲三商積之單位。而九萬六千四百尺爲九百六十四。而初商之二卽爲二百次商之四。卽爲四十。故以初商次商之二四作二百四十倍之得四百八十。爲廉法。以除九百六十四。足二倍。卽定三商爲二。書於方積四百尺之上。而以三商二爲隅法。與廉法四百八十相加。共得四百八十二。爲廉隅共法。書於餘積之左。以三商二乘之。得九百六十四。與三商廉隅共積相減。恰盡。是開得二千四百二十尺。爲方面每一邊之數也。此法方積之末有二空位。故所得方邊之末亦補一空位。凡設數未至

二	四	二	○
)	)	)	)
五八五六六四	○○		
四			
四四	一八五		
	—		
	一七六		
四八二	○○九六四		
	—		
	九六四		
	—		
	○○○		

單位者皆依此例補足位分然開之。

設如正方面積八十二丈六十二尺八十一寸開方問每一邊數幾何。  
法列方積八十二丈六十二尺八十一寸自末位起算每隔一位作記於一寸上定寸位於二尺上定尺位。其八十二丈爲初商積與九丈自乘之數相準卽定初商爲九丈書於方積二丈之上而以九丈自乘之八十一丈書於方積八十二丈之下相減餘一丈卽一百尺爰以方邊第二位積六十二尺續書於下共一百六十二尺爲次商廉隅之共積乃以初商九丈作九十尺倍之得一百八十尺爲廉法以除一百六十二尺其數不足是次商爲空位也乃書一空於方積二尺之上以存次商之位復以方邊末位積八十一寸續書於下共一百六十二尺八十一寸卽一萬六千二百八十一寸爲三商廉隅之共積仍以一百八十尺作一千八百寸爲廉法以除一萬六千二百八十一寸足九寸卽定三商爲九寸書於方積一寸之上而以三商九寸爲隅法與廉法一千八百寸加相共得一千八百零九寸爲廉隅共法書於餘積之左而以三商九寸乘之得一萬六千二百八十一寸與三商廉隅共積相減恰盡是開得九丈零九寸爲方面每一邊之數也此法方積無空位而商出之方邊有空位凡廉法除餘積而數不足者皆依此例推之。

設如正方面積六千四百一十一萬二千零四十九尺開方問每一邊數幾何。

法列方積六千四百一十一萬二千零四十九尺。自末位起算。每隔一位作記。於九尺上定單位。空百尺上定十位。一萬尺上定百位。四百萬尺上定千位。其六千四百萬尺爲初商積。以初商本位計之。則四百萬爲初商積之單位。而六千四百萬爲六十四。與八自乘之數相合。卽定初商爲八。書於方積四百萬尺之上。而以八自乘之六十四。書於初商積之下。相減無餘。爰以方邊第二位積一十一萬尺續書於下。爲次商廉隅之共積。以次商本位計之。則一萬尺爲次商積之單位。而一十一萬尺爲一十一。而初商之八卽爲八十。故以初商之八作八十倍之得一百六十爲廉法。以除一十一。其數不足。是次商爲空位。乃書一空於方積一萬尺之上。以存次商之位。復以方邊第三位積二千尺續書於下。共一十一萬二十尺爲三商廉隅之共積。以三商本位計之。則空百尺爲三商積之單位。而一十一萬二千尺爲一千一百二十尺。而初商之八卽爲八百。次商之空卽爲空十。故以初商次商之八空作八百倍之得一千六百爲廉法。以除一千一百二十。其數仍不足。是三商亦爲空位。乃再書一空於方積空百尺之上。以存三商之位。復以方邊末位積四十九尺續書於下。共一十一萬二千零四十九尺。爲四商廉隅之共積。以四商本位計之。則積與邊皆仍爲本位。乃以初商次商三商之八千倍之。得一萬六千爲廉法。以除一十一萬二千零四十九。足七倍。卽定四商爲七。書於方積九尺之上。而以四商七爲隅法。與廉法一萬六千相加。共得一萬六千零七爲廉隅共法。書於餘積之左。而以四商七乘之。得一十一萬二千

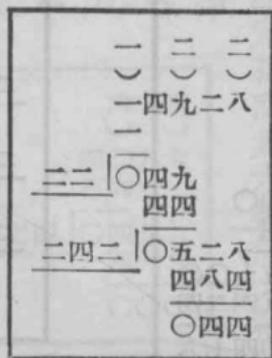
八 )	四四	六六	一六〇〇七	一〇〇	二〇四四九	二二〇四四九	七 )	九
					○○○○○○			

零四十九與餘積相減恰盡。是開得八千零七尺爲方面每一邊之數也。此法方積中雖有一空位而商出之方邊却有二空位。凡開方遇此類者皆依此例推之。

設如有積一萬四千九百二十八尺開方問每一邊數幾何。

法列積一萬四千九百二十八尺。自末位起算。每隔一位作記。於八尺上定單位。九百尺上定十位。一萬尺上定百位。其一萬尺爲初商積。以初商本位計之。則一萬尺爲初商積之單位。止與一自乘之數相合。卽定初商爲一。書於方積一萬尺之上。而以一自乘之一。書於初商積之下。相減無餘。爰以方邊第二位積四千九百尺續書於下。爲次商廉隅之共積。以次商本位計之。則九百尺爲次商積之單位。而四千九百尺爲四十九。而初商之一。卽爲一十。故以初商之一作一十倍之得二十爲廉法。以除四十九。足二倍。卽定次商爲二。書於方積九百尺之上。而以次商二

商二乘之得四十四與次商廉隅共積相減餘五百尺復以方邊末位積二十八尺續書於下共五百二十八尺爲三商廉隅之共積以三商本位計之則積與邊皆仍爲本位乃以初商次商之一百二十俱倍之得二百四十爲廉法以除五百二十八足二倍卽定三商爲二書於方積八尺之上而以三商二爲隅法與廉法二百四十相加共得二百四十二爲廉隅共法書於餘積之左以三商二乘之得四百八十四與三商廉隅共積相減餘四十四尺不盡是開得一百二十二尺爲方而每一邊之數仍餘四十四尺不



盡也。如欲以餘數再開，則得方邊之寸數。乃增書兩空於總積之後。復續書兩空於四十四尺之後，爲幾十幾寸之位。是則四十四尺作四千四百寸，爲四商廉隅之共積。爰以初商次商三商之一百二十二尺作一千二百二十寸，倍之得二千四百四十寸，爲廉法，以除四千四百寸，足一倍。卽定四商爲一寸，書於餘積空寸之上。而以四商一爲隅法與廉法，二千四百四十寸相加，共得二千四百四十一寸，爲廉隅共法，書於餘積之左。以四商一寸乘之，仍得二千四百四十一寸，與餘積相減，餘一千九百五十九寸不盡。如再以餘數開之，則得方邊之分數，乃又續書兩空於後增空十空寸之後。復續書兩空於五十九寸之後，爲幾十幾分之位。是則一千九百五十九寸作一十九萬五千九百分，爲五商廉隅之共積。爰以初商次商三商四商之一百二十二尺一寸作一萬二千二百一十分，倍之得二萬四千二百十分，爲廉法。以除一十九萬五千九百分，足八倍，卽定五商爲八分，書於餘積空分之上。而以五商八爲隅法，與廉法二萬四千四百二十分相加，共得二萬四千四百二十八分，爲廉隅共法，書於餘積之左。以五商八分乘

二	二	二	一	八
○	二	二	○	○
一	四	九	二	八
○	○	○	○	○
一一				

一四九二八〇〇〇〇

二	二	二	一	八
○	二	二	○	○
一	四	九	二	八
○	○	○	○	○
一一				

一四九二八〇〇〇〇

之得一十九萬五千四百二十四分與餘積相減仍餘四百七十六分不盡是開得一百二十二尺一寸八分爲方面每一邊之數也此法原積本非自乘所得之數雖遞析之終不能盡凡開方遇此類者皆依此例推之

設如有一方臺上面共鋪方甌四千零九十六塊問每一邊得甌幾何法列方甌四千零九十六塊爲方積於六塊上定單位空百塊上定十位其四千塊爲初商積以初商本位計之則空百塊爲初商積之單位而四千塊爲四十與六自乘之數相準卽定初商爲六書於方積空百塊之上而以六自乘之三十六書於初商積之下相減餘四百塊爰以餘積九十六塊續書於下共四百九十六塊爲次商廉隅之共積而以初商六作六十倍之得一百二十爲廉法以除四百九十六足四倍卽定次商爲四書於方積六塊之上而以次商四爲隅法與廉法一百二十相加共得一百二十四爲廉隅共法書於餘積之左以次商四乘之得四百九十六與餘積相減恰盡是開得六十四塊爲方臺上面每一邊之甌數也

設如有三百六十一人用船分載其每船所載人數與共船數相等問共船幾何

法列三百六十一人爲方積於一人上定單位三百人上定十位其三百人爲初商積以初商本位計之則三百爲初商積之單位止與一自乘之數相準卽定初商爲一書於方積三百之上而以一自乘之一書於初商積之下相減餘二百爰以餘積六十一續書於下共二百六十一爲次商廉隅之共積而以初

四	)	六	六	六
四	)	六	九	九
一	二	四	〇	〇〇〇

商一作一十倍之得二十爲廉法以除二百六十一足九倍卽定次商爲九書於方積一人之上而以次商九爲隅法與廉法二十相加共得二十九爲廉隅共法書於餘積之左以次商九乘之得二百六十一與餘積相減恰盡是開得十九爲共船數而每船載十九人也

設如有銀七百八十四兩散給夫匠其每人所得銀數與共人數相等問共人數幾何

法列七百八十四兩爲方積於四兩上定單位七百兩上定十位其七百兩爲初商積以初商本位計之則七百爲初商積之單位止與二自乘之數相準卽定初商爲二書於方積七百之上而以二自乘之四書於初商積之下相減餘三百爰以餘積八十四續書於下共三百八十四爲次商廉隅之共積而以初商二作二十倍之得四十爲廉法以除三百八十四足八倍卽定次商爲八書於方積四兩之上而以次商八爲隅法共廉法四十分相加共得四十八爲廉隅共法書於餘積之左以次商八乘之得三百八十四與餘積相減恰盡是開得二十八爲共人數而每人得銀二十八兩也

設如用船運糧六千五百六十一石欲取一船別相將此船米分載各船每船領去一石其本船尙餘一石問共船幾何

法列米六千五百六十一石爲方積於一石上定單位五百石上定十位其六千五百石爲初商積以初商本位計之則五百石爲初商積之單位而六千五百爲六十五與八自乘之數相準卽定初商爲八書

八	四	四	八	八
二	七	四	八	八
四	八	三	三	〇〇〇

九	一	六	一	六
一	三	一	二	二
二	九	一	二	二
〇	〇	〇	〇	〇

於方積五百之上而以八自乘之六十四書於初商積之下相減餘一百爰以  
餘積六十一續書於下共一百六十一爲次商廉隅之共積而以初商八作八  
十倍之得一百六十爲廉法以除一百六十一足一倍卽定次商爲一書於方  
積一石之上而以次商一爲隅法與廉法一百六十相加共得一百六十一爲  
廉隅共法書於餘積之左以次商一乘之仍得一百六十一與餘積相減恰盡  
是開得八十一爲共船數而每船載米八十一石也此法蓋因一船所載之米  
分與各船每船各領一石卽共去八十石故本船尙餘一石也

設如有錢一萬五千六百二十五文買瓜每瓜一個與腳錢一文因無現錢將一瓜準作腳錢問瓜數幾

相加共得二十二爲廉隅共法書於餘積之左以次商二乘之得四十四與次商廉隅共積相減餘一千二百復以末位積二十五續書於下共一千二百二十五爲三商廉隅之共積以三商本法計之則積與邊皆仍爲本位乃以初商次商之一百二十俱倍之得二百四十爲廉法以除一千二百二十五足五倍卽定三商爲五書於方積五文之上而以三商五爲隅法與廉法二百四十相加共得二百四十五爲廉隅共法書於餘積之左以三商五乘之得一千二百二十五與餘積相減恰盡是開得一百二十五爲共瓜之數亦卽每瓜之價也此法因每瓜應給脚錢一文今以一瓜準之卽知一瓜之價與瓜之共數相等故以開方法算之而得也

帶縱平方

帶縱平方者兩等邊直角長方面積也。有積數因長比闊之較或長與闊之和而得邊故曰帶縱蓋正方之縱橫皆同故止有積即可得其邊若長方則縱橫不等知其積又必知其縱橫相差之較或縱橫相併之和始能得其邊故以長闊之較爲問者則用較爲帶縱加所開之數商除之而得闊或四因積數加較自乘平方開之卽長闊之和和加較半之而得長和減較半之而得闊或半較自乘加原積而開平方卽得半和加半較而得長減半較而得闊如以長闊之和爲問者則用和爲帶縱減去所開之數商除之而得闊或四因積數減和自乘平方開之卽長闊之較較減和半之而得闊較加和半之而得長或半和自乘減原積而開平方卽得半較加半和而得長減半和而得闊夫用半較半和之法與四因積數之法同出一理蓋四因積數加全較自乘故開方而得全和半較自乘加原積故開方而得半和四因積數減全和自乘故開方而得全較半和自乘減原積故開方而得半較此卽面與線之比例面加四倍則邊加倍邊得其半而積爲四分之一也法雖不一要之皆使歸於正方以求其和較是則雖曰帶縱仍不外乎平方之理也。

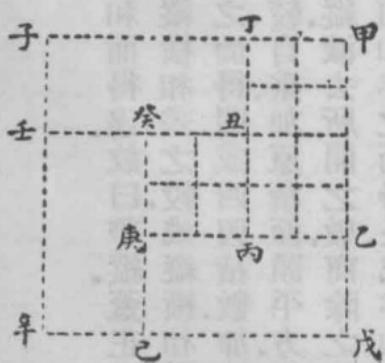
設如有長方面積八尺縱多二尺問長闊各幾何

法列積如開平方法商之積八尺止可商二尺乃以二尺書於原積八尺之上而以所商二尺加縱多二尺得四尺以所商二尺乘之得八尺書於原積之下相減恰盡卽知長方之闊得二尺加入縱多二尺得

四尺卽爲長方之長也。如圖甲乙丙丁長方形容積八尺。其甲乙邊長四尺。甲丁邊闊二尺。其甲乙長比甲丁闊所多戊乙。卽縱多之數。初商所得二尺。卽甲戊己丁正方之每一邊。蓋因此法長闊兩邊俱止一位。而積亦止一位。故初商所得卽爲一邊。而加入縱多卽又一邊。是以兩邊相乘而與原積相等也。

又法以積八尺用四因之。得三十二尺。而以縱多二尺自乘得四尺。加入四因之數。得三十六尺。開方得六尺。卽爲長闊相和之數。乃以縱多二尺與長闊之和六尺相加。得八尺。折半得四尺。卽長方之長。減縱多二尺。得二尺。卽長方之闊也。如圖甲乙丙丁長方形容積八尺。四因之得甲乙丙丁戊己庚乙辛壬癸己子丁丑壬十四長方形。迴環相湊成一空心正方式。再加入縱多二尺。自乘之。丑丙庚癸之一小正方形。卽成甲戊辛子之一大正方形。其甲戊類。每一邊卽長闊之和。故開方得長闊之和。既得和。加縱多。是爲倍長。故折半而得長。減縱多則爲倍闊。故折半而得闊。或得長而減縱多亦得闊也。

又法先將縱多二尺折半。得一尺爲半較。自乘仍得一尺。與原積八尺相加。得九尺。平方開之。得三尺爲半和。於半和減半較。得二尺爲闊。於半和而減縱多亦得闊也。



六	六	六
三	三	三
〇	〇	〇

甲		
己		
丙		
	乙	
		戊

二	八	八
〇		〇

加半較得四尺爲長。如圖甲乙丙丁長方形。甲乙爲長。甲丁爲闊。戊乙爲縱多之較。

將較折半於庚而移庚乙丙辛置於丁己癸壬。再加己辛子癸半較自乘之方。則成

甲庚子壬一正方形。故開方而得甲庚、甲壬之邊。皆爲半和也。於甲壬之半和減丁

壬之半較。得甲丁之闊。於甲庚之半和加庚乙之半較。得甲乙之長也。又圖甲乙丙丁長方形。形容積八尺。

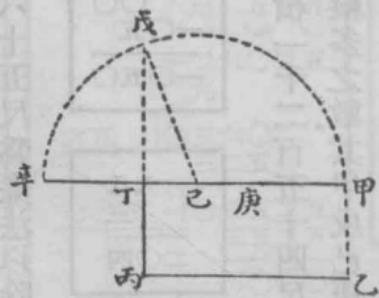
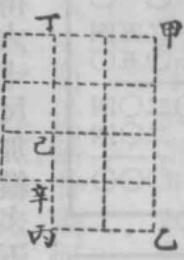
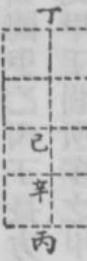
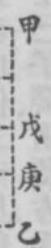
將甲丁邊引長作丁辛與丁丙等。則甲辛爲長闊之和。又如甲乙邊截甲丁於庚。則庚丁爲長闊之較。

辛和折半於己。而庚丁較亦折半於己。故以己爲心。則是庚丁自乘。

甲爲界作一半圓。而引丙丁邊至戊界作一戊丁直線。戊己幅線。則甲己、戊己、己辛皆爲半和。而庚己、己丁、己戊皆爲半較。己甲丁戊丁、丁辛、又爲連比例之三線矣。

其戊丁中率自乘之方。與甲丁首率丁辛末率相乘之長方等。見幾何原本九卷第三節。則是戊丁自乘。

之方。與原設甲乙丙丁長方之積等也。又戊丁己爲勾股形。其戊丁邊自乘之方與己丁邊自乘之方相併。而與戊己自乘之方等。見幾何原本九卷第四節。故與原設甲乙丙丁長方積等之戊丁自乘之方。加以己丁半較自乘之數開方而得戊己爲半和。於戊己相等之己辛半和減己丁半較。而得丁辛與丁丙等。



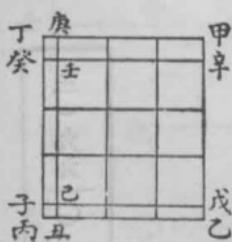
之闊。又於戊己相等之甲己半和加己丁半較而得甲丁之長也。設如有長方面積一千二百五十四尺。縱多五尺。問長闊各幾何。法列積如開平方法商之。其一千二百爲初商積可商三十尺。乃以三十尺書於原積二百尺之上。而以初商三十尺加縱多五尺得三十五尺。以初商三十尺乘之。得一千零五十尺。書於原積之下。相減餘二百零四尺。爲次商廉隅之共積。乃以初商三十尺倍之得六十尺。加縱多五尺得六十五尺爲廉法。以除二百零四尺。足三尺。則以三尺書於原積四尺之上。而以廉法六十五尺加隅法三尺得六十八尺。爲廉隅共法。以次商三尺乘之。得二百零四尺。書於餘積之下。與餘積相減恰盡。卽知長方之闊得

$$\begin{array}{r} \text{三) } \\ \text{一} \quad \text{二} \quad \text{〇} \quad \text{五} \quad \text{五} \quad \text{〇} \\ \hline \text{一} \quad \text{二} \quad \text{〇} \quad \text{四} \quad \text{四} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{三) } \\ \text{一} \quad \text{〇} \quad \text{五} \quad \text{〇} \\ \hline \text{一} \quad \text{〇} \quad \text{五} \quad \text{〇} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{六) } \\ \text{二} \quad \text{〇} \quad \text{四} \\ \hline \text{八} \quad \text{三} \end{array}$$

三十三尺。加縱多五尺。得三十八尺。卽爲長方之長也。如圖甲乙丙丁長方面積一千二百五十四尺。其甲乙邊長三十八尺。甲丁邊闊三十三尺。其甲乙長比甲丁闊所多之數。甲辛卽縱多之數。其甲戊己庚長方形容積一千零五十尺。卽初商所減之積。其辛壬與辛戊俱三十尺。卽初商數。其甲戊三十五尺。卽初商加縱多之數。其戊乙丑己壬己子癸兩長方爲兩方廉。庚壬癸丁小長方爲縱廉。方廉有二縱廉止一。故倍初商加縱多數爲廉法。其己丑丙子爲隅。其長闊皆與次商等。故以次商爲隅法。合兩方廉一縱廉一小隅。成一盤折形環附初商長方之兩傍。成一大長方。與平方之理無異。若次商仍減



積不盡，則又爲兩方廉、一縱廉、一小隅，復成一磬折形，得三商四商以至多商，皆依此法遞析開之。

又法以積一千二百五十四尺用四因之，得五千零一十六尺，而以縱多五尺自乘，得二十五尺，加入四因之數，得五千零四十一尺，開方得七十一尺，即爲長闊相和之數，乃以縱多五尺與長闊之和七十一尺相加，得七十六尺，折半得三十八尺，即長方之長，減縱多五尺，即長方之闊也。又法先將縱多五尺折半，得二尺五寸爲半較，自乘得六尺二十五寸，與原積一千二百五十四尺相加，得一千二百六十尺二十五寸，開方得三十五尺五寸爲半和，於半和減半較，得三十三尺爲闊，於半和加半較，得三十八尺爲長也。

設如有長方面積一十八萬一千四百六十丈，縱多八丈，問長闊各幾何。法列積如開平方法商之，其一十八萬丈爲初商積，可商四百丈，乃以四百丈書於原積八萬丈之上，而以初商四百丈加縱多八丈，得四百零八丈，以初商四百丈乘之，得一十六萬三千二百丈，書於原積之下，相減餘一萬八千二百六十丈，爲次商廉隅之共積，乃以初商四百丈倍之，得八百丈，加縱多八丈，得八百零八丈，爲廉法，以除一萬八千二百六十丈，足。

四	二	二
)	)	)
一八	一四	六〇
一一六	三二	〇〇
<hr/>		
〇一八	二六〇	
一六	五六〇	
<hr/>		
〇〇一	七〇〇〇	
一七	七〇〇〇	
<hr/>		
〇〇〇〇		

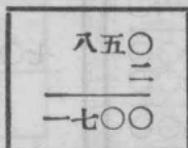
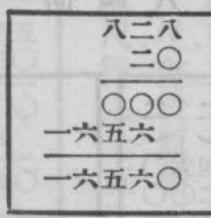
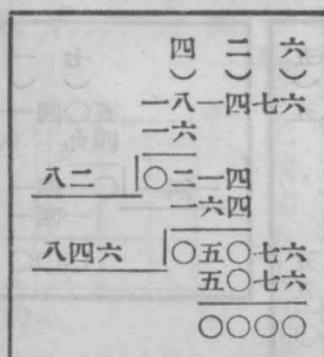
三	五	五
)	)	)
一二	六〇	二五
九		
<hr/>		
六五	〇三六〇	
	三二五	
<hr/>		
七〇五	〇三五二五	
	三五二五	
<hr/>		
〇〇〇〇		

七	一	一
)	)	)
五〇	四九	
<hr/>		
一四一	〇一四一	
	一四一	
<hr/>		
〇〇〇		

二十丈，則以二十丈書於原積四百丈之上，而以廉法八百零八丈加隅法二十丈，得八百二十八丈爲廉隅共法。以次商二十丈乘之，得一萬六千五百六十丈，書於餘積之下，與餘積相減，餘一千七百丈爲三商廉隅之共積。乃以初商次商之四百二十丈俱倍之，得八百四十丈，加縱多八丈，得八百四十八丈爲廉法。以除一千七百丈，足二丈，則以二丈書於原積空丈之上，而以廉法八百四十八丈加隅法二丈，得八百五十丈爲廉隅共法。以三商二丈乘之，得一千七百丈，書於餘積之下，與餘積相減恰盡，卽知長方之闊得四百二十二丈。加縱多八丈，得四百三十丈，卽爲長方之長也。又法以縱多八丈折半，得四丈爲半較，自乘得十六丈，與原積一十八萬一千四百六十丈相加得一十八萬一千四百七十六丈，開方得四百二十六丈爲半和，於半和減半較得四百二十二丈爲闊，於半和加半較得四百三十丈爲長也。

設如有長方面積四萬五千二百九十六尺，縱多一百四十六尺，問長闊各幾何。

法列積如開平方法商之，其四萬尺爲初商積，可商二百尺，加縱多一百



四十六尺得三百四十六尺以所商二百尺乘之得六萬九千二百尺大於原積是初商不可商二百尺也乃改商一百尺書於原積四萬尺之上而以所商一百尺加縱多一百四十六尺得二百四十六尺以初商一百尺乘之得二萬四千六百尺爲次商廉隅之共積乃以初商一百四十六尺得三百四十六尺爲廉法以除二萬零六百九十六尺足五十尺則以五十尺書於原積二百尺之上而以廉法三百四十六尺加隅法五十尺得三百九十六尺爲廉隅共法以次商五十尺乘之得一萬九千八百尺書於餘積之下與餘積相減餘八百九十六尺爲三商廉隅之共積乃以初商次商之一百五十尺倍之得三百尺加縱多一百四十六尺得四百四十六尺爲廉法以除八百九十六尺足二尺則以二尺書於原積六尺之上而以廉法四百四十六尺加隅法二尺得四百四十八尺爲廉隅共法以三商二尺乘之得八百九十六尺書於餘積之下與餘積相減恰盡卽知長方之闊得一百五十二尺加縱多一百四十六尺得二百九十八尺卽爲長方之長也此法原積初商應得二百尺因加縱多相乘得數大於原積故改商一百尺始合凡開帶縱方遇此類者皆依此例推之

四	四	八
八	二	二
八	九	六

三	九	六
六	五	〇
<hr/>		
〇	〇	〇
一	九	八
<hr/>		
一	九	八
〇	〇	〇

二	四	六
四	一	〇
<hr/>		
〇	〇	〇
二	四	六
<hr/>		
二	四	六

二	六
五	九
一	二
四	四
五	六
二	四
六	九
一	九
八	八
〇	九
〇	六
〇	八
〇	九
〇	六
〇	八
〇	九
〇	六

又法將縱多一百四十六尺折半得七十三尺爲半較自乘得五千三百二十九尺與原積四萬五千二百九十六尺相加得五萬零六百二十五尺開方得二百二十五尺爲半和於半和減半較得一百五十二尺爲闊於半和加半較得二百九十八尺爲長也

設如有長方面積一萬六千一百二十八尺。縱多七十二尺。問長闊各幾何。

法列積如開平方法商之其一萬爲初商積可商一百尺加縱多七十二尺得一百七十二尺以初商一百尺乘之得一萬七千二百尺大於原積是初商不可商一百尺也乃改商九十尺書於原積一百尺之上而以所商九十尺加縱多七十二尺得一百六十二尺以所商九十尺乘之得一萬四千五百八十尺書於原積之下相減餘一千五百四十八尺爲次商廉隅之共積乃以初商九十尺倍之得一百八十尺加縱多七十二尺得二百五十二尺爲廉法以除一千五百四十八尺足六尺則以六尺書於原積八尺之上而以廉法二百五十二尺加隅法六尺得二百五十八尺爲廉隅共法以次商六尺乘之得一千五百四十八尺書於餘積之下與餘積相減恰盡卽知長方之闊爲九十六尺加縱多七十二尺得一百六

$$\begin{array}{r} \text{一六二} \\ \text{九} \\ \hline \text{○○○} \\ \text{一四五八} \\ \hline \text{一四五八○} \end{array}$$

九	六
)	)
一六一二八	
一四五八〇	
<hr/>	
〇一五四八	
一五四八	
<hr/>	
〇〇〇〇	

十八尺卽長方之長也。此法原積初商應得一百尺。因加縱多相乘得數大於原積。故改商九十尺。而原積一萬尺之上應開百位者空其位而不計也。或縱多太太過於初商所得之數。則用四因積數之法。或用縱多折半之法。設例在後。

設如有長方面積三萬四千五百六十九尺。縱多三千八百三十二尺。問長闊各幾何。

法列積如開平方法商之。其三萬尺爲初商積。應商一百尺。而縱多數爲三千。轉大於初商數。凡遇此類。則用四因積數加較自乘開方之法。或用半較自乘加於原積開方之法。爲明白簡易也。故以縱多三千八百三十二尺折半。得一千九百一十六尺爲半較。自乘得三百六十七萬一千零五十六尺。與原積三萬四千五百六十九尺相加得三百七十萬五千六百二十五尺。開方得一千九百二十五尺爲半和。於半和減半較得九尺爲闊。於半和加半較得三千八百四十一尺爲長也。設如有月臺一座。共用方甌一千九百二十塊。其長比闊多八塊。問長闊兩面各用甌幾何。

法以長比闊多八塊折半。得四塊爲半較。自乘得十六塊。與積數一千九百二十塊相加得一千九百三十六塊。開方得四十四塊爲半和。於

四	四
一九	三六
一六	
八四	〇三三六
	三三六
	〇〇〇

五	二
九	二
一	〇五六二五
一	三七〇
一	二六一
二九	三七〇
三八二	〇〇九五六
三八四五	七六四
	一九二二五
	一九二二五
	〇〇〇

二五	八六
一五四八	

半和四十四塊減半較得四十塊爲闊面輒數於半和加半較得四十八塊爲長面輒數也。

設如有銀三百六十兩賞人其人數比每人所得銀數爲五分之二問人數及每人所得銀數各幾何。

法先用比例分其總銀數以五分爲一率二分爲二率三百六十兩爲三率得四率一百四十四兩開方得十二爲人數以人數除共銀數三百六十兩得三十兩爲每人所得之銀數也此法以人數爲闊其每人所得銀數爲長成一長方形人數既居銀數之五分之二是闊爲二分長爲五分也今將其共銀分作五分而取其二分卽人數與所得銀數相等而成正方形矣故開方而得人數也。

設如有長方面積八尺長闊相和六尺問長闊各幾何。

法列積如開平方法商之積八尺止可商二尺乃以二尺書於原積八尺之上而以所商二尺與和數六尺相減餘四尺以所商二尺乘之得八尺書於原積之下相減恰盡卽知長方之闊得二尺與和六尺相減得四尺卽爲長方之長也如圖甲乙丙丁長方形容積八尺其甲乙邊長四尺甲丁邊闊二尺其甲丁與甲乙相併得六尺卽長闊之積初商所得二尺卽甲戊己丁正方之每一邊。

四二  
—  
八

二)八八  
—  
○

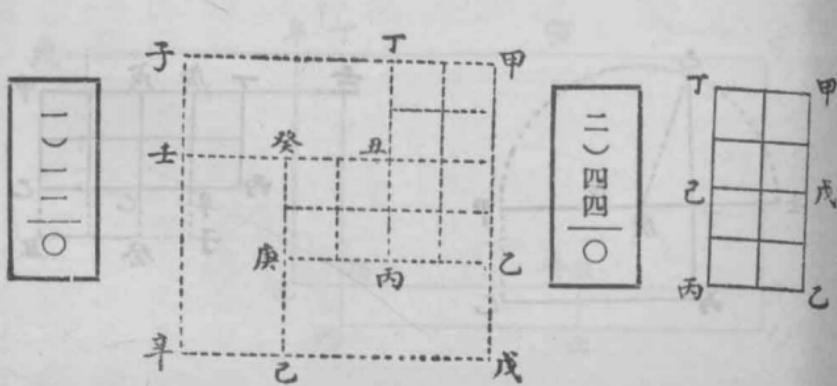
二)四四  
—  
一  
二二  
—  
○○

一率	五分
二率	二分
三率	三百六十
四率	一百四十四

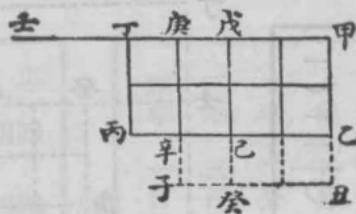
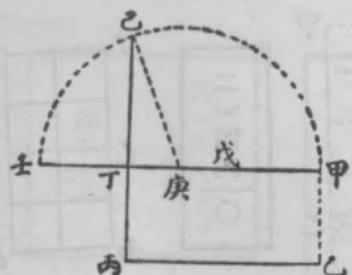
蓋兩邊俱止一位故以初商所得爲一邊於長闊和內減去初商所餘卽又一邊是以兩邊相乘而與原積相等也此法比較數爲問者在加減之異其以較數爲問者以所商之數與較數相加此以和數爲問者則以所商之數與和數相減也

又法以積八尺用四因之得三十二尺而以和數六尺自乘得三十六尺減去四因之數餘四尺開方得二尺卽爲長闊相較之數乃以較數二尺與和數六尺相加得八尺折半得四尺卽長方之長減較二尺得二尺卽長方之闊也如圖甲乙丙丁長方形容積八尺四因之得甲乙丙丁戊己庚乙辛壬癸己子丁丑壬四長方形迴環相湊成一空心正方式較之和數六尺自乘之甲戊辛子正方形所少者止正中之一小正方形故相減卽餘丑丙庚癸之一小正方形其丑丙類每一邊卽長闊之較故開方得長闊之較既得較加於和數是爲倍長故折半而得長長減較而得闊也此法比較數爲問者亦在加減之異其以較爲問者用較自乘與四因數相加開方而得和此以和爲問者用和自乘與四因數相減開方而得較也

又法先將和數六尺折半得三尺爲半和自乘得九尺與原積八尺相減



得一尺平方開之仍得一尺爲半較於半和減半較得二尺爲闊於半和加半較得四尺爲長如圖甲乙丙丁長方形甲乙爲闊甲丁爲長甲壬爲長闊和丁壬與丁丙闊等折半爲甲庚半和將甲乙丙丁長方內之庚辛丙丁移於乙丑癸己則成甲丑癸己辛庚一磬折形與甲庚半和自乘之甲丑子庚正方形相減餘己癸子辛一小正方形卽半較自乘之方故開方而得半較也於甲丑之半和減乙丑之半較得甲乙之闊於甲庚之半和加庚丁之半較得甲丁之長也又圖甲乙丙丁長方形容積八尺甲壬爲長闊之和甲庚己庚庚壬皆半和甲丁長減等甲乙闊之甲戊餘戊丁爲長闊之較其庚丁則爲半較而甲丁、己丁、丁壬又爲連比例之三線故己丁中率自乘之方與甲丁首率丁壬末率相乘之長方等見幾何原本九卷第三節則是己丁自乘之方與原設甲乙丙丁長方之積等也又己庚丁爲勾股形其己丁邊自乘之方與庚丁邊自乘之方相併而與己庚自乘之方等見幾何原本九卷第四節故於己庚半和自乘方內減去與原設甲乙丙丁長方積相等之己丁自乘之數開方而得庚丁爲半較於己庚相等之庚壬半和內減庚丁半較而得丁壬與丁丙等之闊又於己庚相等之甲庚半和加庚丁半較而得甲丁之長也

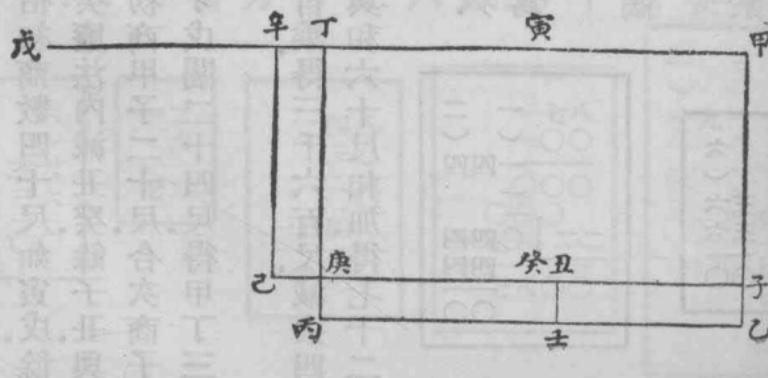


設如有長方面積八百六十四尺。長闊相和六十尺。問長闊各幾何。  
 法列積如開平方法商之。其八百尺爲初商積可商二十尺。乃以二十尺  
 書於原積八百尺之上。而以初商二十尺與和數六十尺相減得四十尺。  
 以初商二十尺乘之得八百尺。書於原積之下。相減餘六十四尺爲次商廉隅之共積。乃以初  
 商二十尺倍之得四十尺。與和數六十尺相減。餘二十尺爲廉法。以除六十四尺足三尺。因廉  
 法內尙要減去商數爲法。故取大數爲四尺。則  
 以四尺書於原積四尺之上。而以廉法二十尺。  
 與次商四尺相減得十六尺。以次商四尺乘之。  
 得六十四尺。書於餘積之下。與餘積相減恰盡。  
 即知長方之闊得二十四尺。與和六十尺相減。  
 餘三十六尺。即爲長方之長也。如圖甲乙丙丁  
 長方形。容積八百六十四尺。其甲乙邊闊二十四尺。甲丁邊長三十六尺。  
 甲戊爲長闊和六十尺。其丁戊與甲乙等。甲子二十尺爲初商數。與辛戌  
 等。甲辛四十尺則和內減去初商之數。兩數相乘成甲子己辛長方形。即

$$\begin{array}{r} \text{一} \\ \text{六} \\ \text{四} \\ \hline \text{四} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{四} \\ \text{二} \\ \text{〇} \\ \hline \text{〇} \\ \text{八} \\ \text{八} \\ \hline \text{〇} \\ \text{八} \\ \text{〇} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{四} \\ \text{六} \\ \text{〇} \\ \hline \text{〇} \\ \text{六} \\ \text{六} \\ \hline \text{〇} \\ \text{〇} \end{array}$$



初商所減之積也。丁戊既與甲乙等。辛戌又與甲子等。則丁辛與子乙等。丁庚己辛小長方積。與庚丑壬丙長方積等。是則次商廉隅之共積。卽子乙壬丑之積也。次於甲戊和內減倍初商數四十尺。如寅戌餘甲寅二十尺與子癸等爲廉法。子乙者爲次商數也。子乙與丑癸等。則於子癸廉法內減丑癸餘子丑與次商子乙相乘。得子乙壬丑小長方。卽次商所減之積。故減原積恰盡也。以初商甲子二十尺合次商子乙四尺。得甲乙二十四尺爲闊。於甲戊長闊和六十尺內。減與甲乙相等之丁戊闊二十四尺。得甲丁三十六尺爲長也。三商以後皆倣此遞析開之。

又法以積八百六十四尺用四因之。得三千四百五十六尺。而以和六十尺自乘。得三千六百尺。減去四因之數。餘一百四十四尺。開方得一十二尺。卽爲長闊之較。乃以較十二尺與和六十尺相加。得七十二尺。折半得三十六尺。卽長方之長。減較十二尺。得二十四尺。卽長方之闊也。

又法先將和數六十尺折半。得三十尺爲半和。自乘得九百尺。與原積八百六十四尺相減。得三十六尺。開方得六尺爲半較。於半和減半較。得二十四尺爲闊。於半和加半較。得三十六尺爲長也。

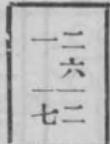
設如有長方面積一萬九千三百一十二尺。長闊相和二百七十八尺。問長闊各幾何。

法列積如開平方法商之。其一萬尺爲初商積。可商一百尺。乃以一百尺書於原積一萬尺之上。而以初商一百尺與和數二百七十八尺相減。得一百七十

二	四	
一	四	
一	四	
二	四	

六	六
三	三
〇	〇

八尺以初商一百尺乘之得一萬七千八百尺書於原積之下相減餘一千五百一十二尺爲次商廉隅之共積乃以初商一百尺倍之得二百尺與和數相減得七十八尺爲廉法以除一千五百一十二尺止足一十尺因廉法內尙要減去商數爲法故取大數爲三十尺則以三十尺書於原積三百尺之上而以廉法七十八尺與次商三十尺相減得四十八尺以次而三十尺乘之得一千四百四十尺書於餘積之下與餘積相減餘七十二尺爲三商廉隅之共積乃以初商次商之一百三十尺倍之得二百六十尺與和數二百七十八尺相減餘十八尺爲廉法以除七十二尺止足四尺亦因取大於足除之數故定爲六尺則以六尺書於原積二尺之上而以廉法十八尺與三商六尺相減得十二尺以三商六尺乘之得七十二尺書於餘積之下與餘積相減恰盡卽知長方之闊得一百三十六尺與和二百七十八尺相減餘一百四十二尺卽爲長方之長也此法次商三商皆取大於足除之數反覆商除始能相符不若四因積數減和自乘開方之法或半和自乘減原積開方之法爲整齊也法以一萬九千三百一十二尺用四因之得七萬七千二百四十八尺而以和二百七十八尺自乘得七萬七千二百八十四尺減去四因之數餘三十六尺開方得六尺卽爲長闊之較乃以較六尺與和二百七十八尺相加得二百八十四尺折半



得一百四十二尺。卽長方之長減較六尺。得一百三十六尺。卽長方之闊也。設如有長方面積六萬九千三百六十尺。長闊相和七百八十一尺。問長闊各幾何。

法列積如開平方法商之其六萬爲初商積可商二百尺而以二百尺與和數七百八十二尺相減得五百八十二尺以初商二百尺乘之得十一萬六千四百尺大於積數乃改商一百尺書於原積六萬尺之上而以所商一百尺與和數七百八十二尺相減得六百八十二尺以初商一百尺乘之得六萬八千二百尺書於原積之下相減餘一千一百六十尺爲次商廉隅之共積乃以初商一百尺倍之得二百尺與和數七百八十二尺相減得五百八十二尺爲廉法以除一千一百六十尺止足二尺爰書空位於原積三百尺之上而以二尺書於原積空尺之上而以廉法五百八十二尺與三商二尺相減得五百八十尺以三商二尺乘之得一千一百六十尺書於餘積之下與餘積相減恰盡卽知長方之闊得一百零二尺與和七百八十二尺相減餘六百八十尺卽爲長方之長也此法初商應商二百尺因減縱相乘得數轉大於原積故改商一百尺凡遇此類不若用四因積數之法與半和自乘之法算之法以和數七百八十二尺折半得三百九十一尺自乘得一十五

	二	八	九
)	)	)	)
	八	三	五
	二	一	
	四		
四	八	三	五
		三	八
		四	
五	六	九	○五
			一
			二
			一
			二
			一
			一
			○○○○

五八〇  
一一六〇

六八二  
一〇〇  
六八二  
六八二〇〇

二〇二  
六九三六〇  
六八二〇〇  
一一六〇  
一一六〇  
○〇〇〇

萬二千八百八十一尺與原積六萬九千三百六十尺相減餘八萬三千五百二十一尺開方得二百八十九尺爲半較於半和減半較得一百零二尺爲闊於半和加半較得六百八十七尺爲長也。設如有錢四千七百六十文買果樹不知數但知樹之共數與每株之價相加得一百七十四問樹數及價各幾何。

法以共數一百七十四折半得八十七爲半和自乘得七千五百六十九與共錢四千七百六十文相減餘二千八百零九開方得五十三爲半較於半和減半較餘三十四爲樹數於半和加半較得一百四十爲樹價也此法以樹數爲闊樹價爲長成一長方形其樹數與樹價相加卽如長闊之和故以半和自乘減積開方得半較既得半較以減半和爲樹數加半和爲樹價也。

設如有法書一卷共一千一百五十九字其行數與每行字數相加共八十問行數及字數各幾何。

法以和數八十折半得四十爲半和自乘得一千六百與共字一千一百五十九相減餘四百四十一開方得二十一爲半較於半和加半較得六十一爲行數於半和減半較餘十九爲每行字數也。

設如有五百八十八人用船均載其船數與每船所載人數相加比船數多四分之三問船數與每船所載人數各幾何。

二	一	二	九
二	四	八	五
四	四	三	九
一	〇	〇	〇
四	一	三	〇

法先用比例分其積以三分爲一率一分爲二率五百八十八人爲三率得四率一百九十六人用開平方法開之得十四爲船數以三因之得四十二爲每船所載之人數也此以船數爲闊每船所載人數爲長成一長方形船數與人數相加卽如長闊之和和數旣比船數多四分之三則是和數爲四分每船所載人數爲三分船數爲一分卽闊爲一分長爲三分也故將共人數三分之面取其一則人數與船數同爲一分而成正方形矣故平方開之卽得船數每船所載人數旣爲船數之三倍故三因之爲所載人數也

一率	三分
二率	一分
三率	五百八十八
四率	一百九十六

四	六	六六
二	一	九九
二	四	〇〇

# 數理精蘊下編卷十二

## 面部二

### 勾股

周髀曰折矩以爲勾廣三股修四徑隅五既方其外半其一矩環其共盤得成三四五兩矩共長二十有五是爲積矩此言勾股正數之所以立法也蓋勾股得長方之半形故其一角必成矩所謂直角也面後可謂勾股如其一角不能成矩則爲三角形而非勾股矣因勾股一角必直故立於圓界之正一半而自直角所作垂線遂成連比例三率是以直角相對界所作方形之積必與兩傍二界所作兩方形之積等見幾何原本九卷第四節而勾股弦彼此相求之法於此生焉其法所該有四一勾股弦三者知其二而得其一或知其二而得其積一勾股形自其直角對弦界求垂線一勾股形內容方圓等形一勾股弦三者知其一復知其餘二者之較或二者之和而得其二或知其兩較或兩和或一較一和而得其三勾股弦和較之法雖雜出多端然皆不出勾股弦方積相求之理較有勾股較勾弦較股弦較和有勾股和勾弦和股弦和和較相疊則又有弦與勾股和相較或名之曰弦較較又有弦與勾股和相較或名之曰弦和較有弦與勾股較相和或名之曰勾和較股與勾弦和相和者或名之曰勾和和股與勾弦和相和者或名之曰股和和即弦較和也之曰股和和即弦和和也勾與股弦和相較者或名之曰勾和較股與勾弦較相和者或名之曰股較和即弦較和也

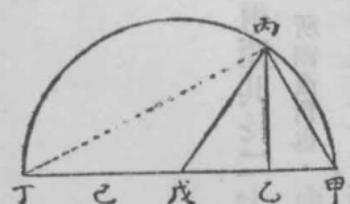
股與勾弦和相較者。或名之曰股和較。勾與股弦較相和者。或名之曰勾較和。即弦較較也。勾與股弦較相較者。或名之曰勾較較。股與勾弦較相較者。或名之曰股較較。即弦和較也。此四者皆勾股之正法理一定而數隨之者也。至若勾三股四弦五之類倍之。至於億兆而總不越此一定之分者。名曰正勾股。概以比例推之。則三者止有其一即可得其二。或有積而即得其三界。此爲數一定而法隨之者也。一一按類列題。發明如左。

### 定勾股弦無零數法

設如用二四八連比例三率。定勾股弦無零數。問各得幾何。

法以中率四命爲四尺爲股。首率二尺與末率八尺相減餘六尺。折半得三尺爲勾。首率二尺與末率八尺相加得十尺。折半得五尺爲弦也。如圖甲乙爲首率二尺。丙丁爲中率四尺。乙丁爲末率八尺。今以甲乙與乙丁相和共爲甲丁十尺。而以丙乙立於甲丁線相和之乙處。乃以甲丁折半於戊。以戊爲心。甲丙丁爲界作半圓。復自丙至甲、至丁作丙甲、丙丁、二線。遂成甲丙丁勾股形。其丙角立於圓界之半。必爲直角。見幾何原本四卷第十四節。而丙乙爲垂

線。卽將甲丙丁勾股形分爲甲乙丙、丙乙丁兩勾股形矣。見幾何原本九卷第一節。其甲乙與丙乙之比同於丙乙與乙丁之比。爲連比例三率。故以中率丙乙爲股。而首率甲乙與乙丁等。與末率乙丁相減餘乙己。折半得乙戊爲勾。又首率甲乙與末率乙丁相加之甲丁。折半得甲戊、戊丁二半徑。與丙戊等爲弦也。此法原爲定勾股弦三者俱無零數之法。所設之數必彼此可以度盡。始可



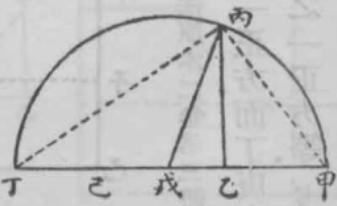
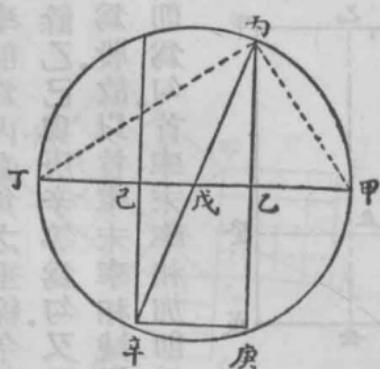
立爲準則否。則勾股弦三者必有一不盡之數矣。

設如有四六可以度盡之兩數。欲定勾股弦無零數。問各得幾何。

法以四尺爲首率。六尺爲中率。將中率六尺自乘得三十六尺。用首率四尺除之。得九尺爲末率。乃以中率六尺爲股。首率四尺與末率九尺相減餘五尺。折半得二尺五寸爲勾。首率四尺與末率九尺相加得十三尺。折半得六尺五寸爲弦也。如圖甲乙爲首率四尺。丙乙爲中率六尺。今以中率六尺自乘。用首率四尺除之。乃得乙丁末率九尺。爰以甲乙首率乙丁末率相和。折半於戊。以戊爲心。甲丙丁爲界作半圓。復自丙至甲。至丁。作二線。則成甲丙丁直角三角形。其丙乙中率。卽爲丙直角之垂線。故以中率丙乙爲股。而首率甲乙與末率乙丁相減。餘乙己。折半得乙戊爲勾。而首率甲乙與末率乙丁相加。得甲丁。折半得甲戊。戊丁。與丙戊等爲弦也。

設如有四六九連比例三率。以中率六倍之爲股。定勾弦無零數。問各得幾何。

法以首率四尺與末率九尺相減。餘五尺爲勾。首率四尺與末率九尺相加。得十三尺爲弦也。如圖甲乙爲首率四尺。丙乙爲中率六尺。乙丁爲末率九尺。爰以甲乙首率與乙丁末率相和。折半於戊。以戊爲心。甲丙丁爲

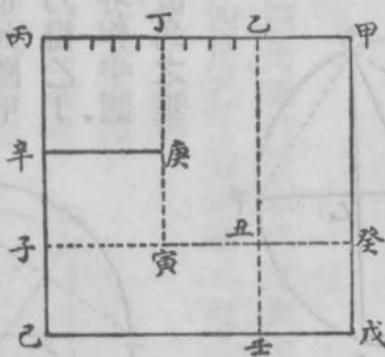


界作一全圓復自丙至甲、至丁、作二線則成甲丙丁直角三角形。其丙乙中率卽爲丙直角之垂線。今將中率丙乙倍之。卽得丙庚爲股。故以首率甲乙與己丁等。與末率乙丁相減。餘乙己與庚辛等爲勾。又首率甲乙與末率乙丁相加。得甲丁全徑與丙辛等爲弦也。蓋前二法用中率爲股。故以首率末率相減折半爲勾。首率末率相加折半爲弦。此法則倍中率爲股。故以首率末率相減卽爲勾。首率末率相加卽爲弦。而皆不用折半也。又圖甲乙爲首率四尺。乙丙爲末率九尺。甲丙爲首率與末率相加之十三尺。丁丙爲首率與末率相減所餘之五尺。如依甲丙線度作甲戊己丙正方形。卽爲弦自乘之方。如依丁丙線度作丁庚辛丙正方形。卽爲勾自乘之方。今以乙丙末率亦作一正方形。將兩邊線引長至甲戊己丙正方形界。則成甲癸丑乙與丑壬己子二長方形。仍餘癸戊壬丑一小正方形。又以丁庚辛丙正方形之丁庚界引長至乙丑子丙正方形之丑子界。則又成乙丑寅丁一長方形。與前一長方形等。仍餘庚寅子辛一小長方形。合前癸戊壬丑一小正方形。則亦與前一長方形等。是此四長方形。皆爲首率與末率相乘之長方。而與中率自乘之正方形相等矣。

見算法原本二卷第三節。

如以此四長方形共計之。則爲甲戊己辛庚丁一磬折形。今甲戊己丙旣爲弦自乘之一正方。而丁庚辛丙又爲勾自乘之一正方。則兩方相減所餘之甲戊己辛庚丁磬折形之積。與股自乘之一正方等。

見幾何原本九卷第四節。甲戊己辛庚丁磬折形旣爲四長方之共積。則四長方之共積亦必與股自乘之一正

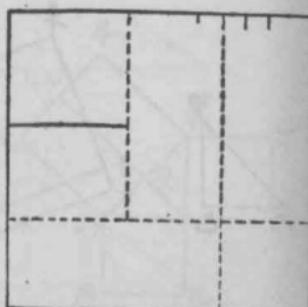
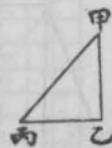
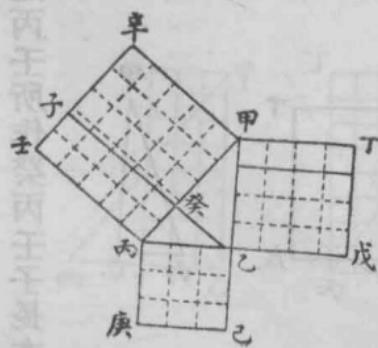


方等首率末率相乘之四長方既與股自乘之一正方等則中率自乘之四正方亦必與股自乘之一正方等是故中率自乘之四正方合之而爲股自乘之一正方則其每邊必比中率各大一倍見幾何原本七卷第五節故倍中率而爲股者必取首率末率之和而爲弦首率末率之較而爲勾蓋首率末率相和自乘之一正方內減去首率末率相較自乘之一正方甫能得中率加倍自乘之一正方積也

勾股弦相求法 勾股求積附

設如有股四尺勾三尺求弦幾何

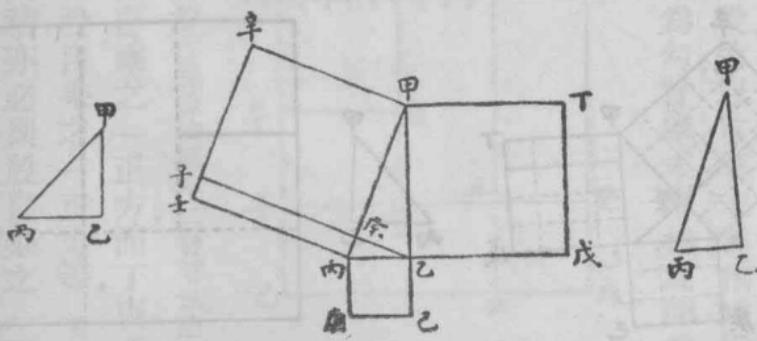
法以股四尺自乘得十六尺勾三尺自乘得九尺相加得二十五尺開方得五尺卽爲弦也如圖甲乙丙勾股形其甲乙股所作丁戊乙甲正方形積乙丙勾所作乙己庚丙正方形積相併必與甲丙弦所作甲丙壬辛正方形積等試自乙直角過甲丙弦作一乙癸子線則將甲丙壬辛正方形分爲甲癸子辛癸丙壬子二長方形而甲乙丙勾股形分爲甲乙癸乙丙癸同式兩勾股形矣其甲癸與甲乙之比同於甲乙與甲丙之比爲連比例三率故甲乙中率所作丁戊乙甲正方形與甲癸首率甲丙末率相等之甲辛所作甲癸子辛長方形之積相等也又癸丙與乙丙之比同於乙丙與甲丙之比爲連



比例三率故乙丙中率所作乙己庚丙正方形與癸丙首率甲丙末率相等之丙壬所作癸丙壬子長方形之積相等也。一正方所分之二長方既與二正方之積相等則此二正方之積相合與彼一正方之積相等可知矣。設如有勾五尺弦十三尺求股幾何。

法以勾五尺自乘得二十五尺弦十三尺自乘得一百六十九尺相減餘一百四十四尺開方得十二尺卽爲股也。如圖甲乙丙勾股形自乙直角過甲丙弦作一乙癸子線則將甲丙壬辛正方形分爲甲癸子辛癸丙壬子二長方形其癸丙壬子長方形積與乙丙勾所作乙己庚丙正方形積等其甲癸子辛長方形積與甲乙股所作丁戊乙甲正方形積等故甲丙弦所作甲丙壬辛正方形內減去與乙己庚丙正方形相等之癸丙壬子長方形餘甲癸子辛長方形卽與丁戊乙甲正方形之積相等故開方而得甲乙爲股也。設如有股二十一尺弦二十九尺求勾幾何。

法以股二十一尺自乘得四百四十一尺弦二十九尺自乘得八百四十一尺相減餘四百尺開方得二十尺卽爲勾也。如圖甲乙丙勾股形自乙直角過甲丙弦作一乙癸子線則將甲丙壬辛正方形分爲甲癸子辛癸丙壬子二長方形其甲癸子辛長方形積與甲乙股所作丁戊乙甲正方形積等其甲癸子辛長方形卽與丁戊乙甲正方形之積相等故開方而得甲乙爲股也。



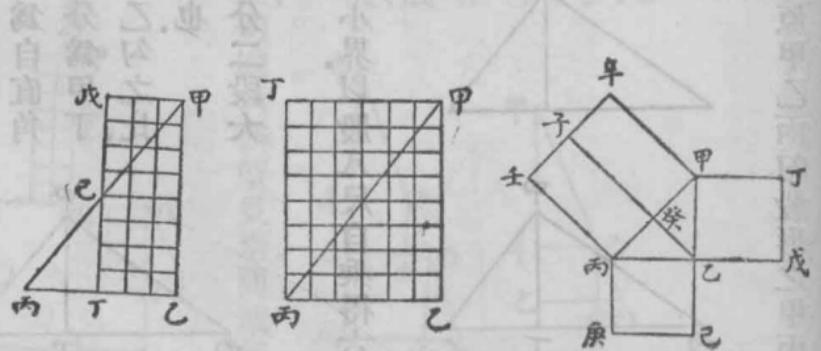
癸丙壬子長方形積與乙丙勾所作乙己庚丙正方形積等。故甲丙弦所作甲丙壬辛正方形內減去與丁戊乙甲正方形相等之甲癸子辛長方形餘癸丙壬子長方形卽與乙己庚丙正方形之積相等。故開方而得乙丙爲勾也。

設如有勾六尺股八尺求面積幾何。

法以勾六尺與股八尺相乘得四十八尺折半得二十四尺爲面積也。如圖甲乙丙勾股形其乙丙勾與甲乙股相乘則成甲乙丙丁長方形其積比甲乙丙勾股形正大一倍故折半得勾股積也。若有勾弦求面積則用勾弦求股之法得股與勾相乘折半得面積或有股弦求面積則用股弦求勾之法得勾與股相乘折半得面積也。

又法將勾六尺折半得三尺與股八尺相乘亦得二十四尺爲面積也。如圖甲乙丙勾股形將乙丙勾折半爲乙丁與甲乙股相乘成甲乙丁戊長方形其甲戊己小勾股形與己丁丙小勾股形之積等。如以甲戊己小勾股形移於己丁丙適合甲乙丙勾股形積故甲乙丁戊長方形積與甲乙丙勾股形積相等也。

勾股形內求中垂線及容方圓等形

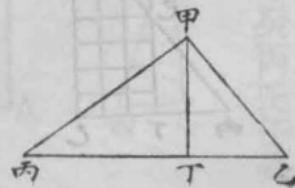
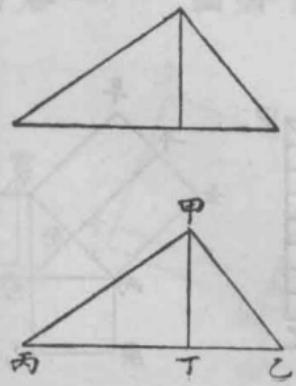


設如有勾六尺股八尺弦十尺欲自直角對弦界作垂線問得幾何。

法以弦十尺爲一率勾六尺爲二率股八尺爲三率推得四率四尺八寸卽爲自直角對弦界所作垂線也如圖甲乙丙勾股形作甲丁垂線則將甲乙丙勾股形分爲甲丁乙甲丁丙兩勾股形皆與原形爲同式故原甲乙丙勾股形之乙丙弦與甲乙勾之比同於今所分甲丁丙勾股形之甲丙弦與甲丁勾之比而爲相當比例四率也。

設如有勾六尺股八尺弦十尺欲自直角對弦界作垂線分弦爲二段問所分二段大小各幾何。

法以勾六尺自乘得三十六尺以弦十尺除之得三尺六寸爲垂線所分之小界以股八尺自乘得六十四尺以弦十尺除之得六尺四寸爲垂線所分之大界也如圖甲乙丙勾股形作甲丁垂線則分甲乙丙勾股形爲甲丁乙甲丁丙兩勾股形皆與原形爲同式故原甲乙丙勾股形之乙丙弦與甲乙勾之比同於今所分甲丁乙勾股形之甲乙弦與乙丁勾之比爲連比例三率而原甲乙丙勾股形之乙丙弦與甲丙股之比又同於今所分甲丁丙勾股形之甲丙弦與丙丁股之比亦爲連比例三率是以原甲乙丙勾股形之甲乙勾又爲今所分甲丁乙勾股形之弦者爲中率自乘而以原甲乙丙勾股形之乙丙弦爲首率除之得末率乙丁爲甲丁垂線所分之小界原甲乙丙勾股形之甲丙股、



又爲今所分甲丁丙勾股形之弦者爲中率自乘而以原甲乙丙勾股形之乙丙弦爲首率除之得末率丁丙爲甲丁垂線所分之大界也。

設如有勾五尺股十二尺問內容方邊幾何。

法以勾五尺與股十二尺相加得十七尺爲一率勾五尺爲二率股十二尺

爲三率推得四率三尺五寸二分九釐有餘爲內容方邊也。如圖甲乙丙勾

股形甲乙爲股十二尺乙丙爲勾五尺試依乙丙勾數將甲乙股引長作甲戊線爲勾股和十七尺自戊與乙丙勾平行作戊丁線又將甲丙弦引長作

甲丁線則成甲戊丁同式勾股形復自丙角與甲戊線平行作丙壬線則成

丙壬戊乙正方卽爲甲戊丁勾股形之甲戊股、

與乙丙方邊之比同於甲乙丙勾股形之甲乙股與己辛方邊之比也。

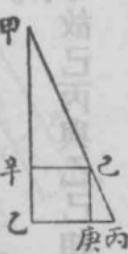
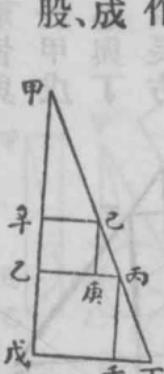
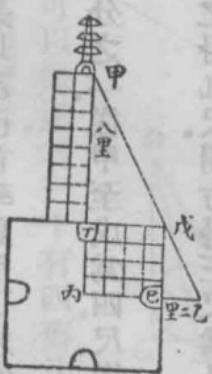
設如有方城一座四正有門自南門直行八里有一塔自西門直行至二里切城角亦望見塔問城每面幾何。

法以西門外二里與南門外八里相乘得十六里開方得四里倍之得

八里卽爲城每一面之數也。如圖甲乙丙勾股形乙己爲西門外二里

甲丁爲南門外八里戊己與戊丁皆爲城之每邊之一半而甲丁戊勾

股形與戊己乙勾股形爲同式故乙己與己戊之比同於戊丁與丁甲



之比爲相當比例四率。且己戊與戊丁皆爲一體。故又爲相連比例三率。是以乙己首率與甲丁末率相乘。開方而得戊丁或戊己。皆爲中率。爲城之每邊之一半也。

設如有甲乙丙勾股形。內容丁己丙戊長方形。但知丁戊寬爲戊丙長四分之一。從甲至戊爲四尺。從乙至己爲九尺。問長方及勾股各幾何。

法以甲戊四尺與乙己九尺相乘。得三十六尺爲內容長方之積。用四歸之。得九尺。開方得三尺爲己丙。卽長方之闊。以四因之。得十二尺爲戊丙。卽長方之長。以戊丙十二尺加甲戊四尺。得十六尺爲股。以己丙三尺加乙己九尺。得十二尺爲勾也。蓋丁己乙勾股形與甲戊丁勾股形皆與

甲乙丙勾股形爲同式。故丁己乙勾股形之乙己勾。與丁己股之比。卽同於甲戊

丁勾股形之丁戊勾。與甲戊股之比。而乙己首率與甲戊四率相乘之數。必與丁

己二率與丁戊三率相乘之數相等。是以乙己與甲戊相乘。卽爲丁己丙戊長方

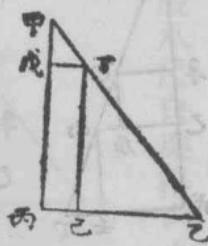
形之積也。丁戊旣爲戊丙之四分之一。則以四歸之。卽成丁戊線所作之正方形。

積。故開方得丁戊之闊。又四因之。而得戊丙之長也。旣得丁戊。而丁戊與己丙等。故己丙與乙己相加得

乙丙之勾。而戊丙與甲戊相加得甲丙之股也。

設如有勾八尺。股十五尺。弦十七尺。問內容圓徑幾何。

法以勾八尺與股十五尺相乘。得一百二十尺。乃以勾八尺股十五尺弦十七尺三數相加。共四十尺。除之得三尺。爲容圓半徑。倍之得六尺。爲容圓全徑也。如圖甲乙丙勾股形。內容丁圓形。試自圓中心至甲

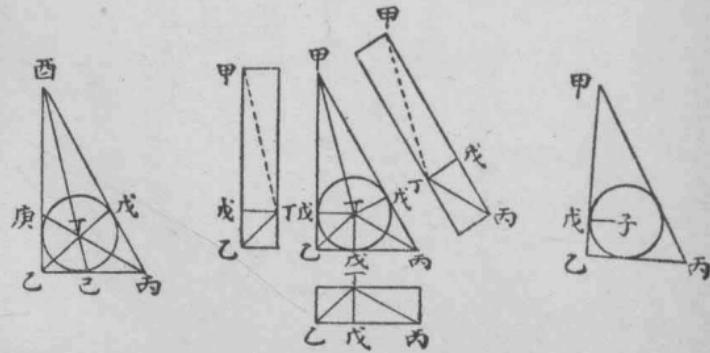


乙丙三角作丁甲、丁乙、丁丙三線，則分甲乙丙內勾股形爲甲丁乙、甲丁丙、乙丁丙三三角形。勾股弦三線皆爲三角形之底邊，而丁戊半徑皆爲其垂線矣。今勾股相乘所得之長方積，原比甲乙丙勾股形積大一倍，即如將所分三三角形各用垂線乘底邊所得之三長方積，合爲一長方也。三長方之長雖不同，而闊則一，故各以長除積而得闊者，即如合勾股弦三邊除勾股相乘之積而得半徑也。

又法以勾八尺與股十五尺相加得二十三尺，內減弦十七尺餘六尺，卽爲內容圓之全徑也。如圖甲乙丙勾股形自圓中心作丁甲、丁乙、丁丙三線，又作丁戊、丁己、丁庚三垂線，則丙戊與丙己等，甲戊與甲庚等，乙己與乙庚原等。甲乙股與乙丙勾相併，比甲丙弦所多者，惟乙己、乙庚二段。今於甲乙股乙丙勾相併度內減去甲丙弦，卽如甲乙股內減去與甲戊等之甲庚、乙丙勾內減去與丙戊等之丙己所餘者止，乙庚與乙己皆爲圓之半徑，二半徑相合非全徑耶。

### 勾股弦和較相求法上

勾股弦和較相求之法錯綜變換共有六十，舊算書所有者八。按舊法可以變通者三十有四，舊法所無今創立者一十有八，依題比類列目於前，按法循序設問於後，以備人之觀覽焉。



有勾有股弦較求股弦 第一舊有  
有勾有股弦和求股弦 第二舊有  
有股有勾弦較求勾弦 第三舊有  
有股有勾弦和求勾弦 第四舊有

有弦有勾股較求勾股 第五舊有

有弦有勾股和求勾股 第六舊有

有勾弦和有股弦和求勾股弦 第七舊有

有勾股和有股弦和求勾股弦 第八新立

有勾股和有勾股和求勾股弦 第九新立

有勾弦較有股弦較求勾股弦 第十舊有

有勾股較有勾弦較求勾股弦 第十一按舊法變通

有勾股和有股弦較求勾股弦 第十二按舊法變通

有勾股和有勾弦較求勾股弦 第十四新立

有勾股和有股弦較求勾股弦 第十五新立

有勾弦和有股弦較求勾股弦 并見第十五新立

有勾弦和有勾弦較求勾股弦 第十三按舊法變通

有股弦和有勾弦較求勾股弦 幷見第十四新立

有股弦和有勾股較求勾股弦 幷見第十三按舊法變通  
有勾有勾股弦總和求股弦 第十八按舊法變通

有勾有弦與勾股和之較求股弦 第十六按舊法變通  
有勾有弦與勾股較之和求股弦 第十九按舊法變通

有勾有弦與勾股較之較求股弦 第十七按舊法變通  
有股有勾股弦總和求勾弦 第二十二按舊法變通

有股有弦與勾股和之較求勾弦 第二十按舊法變通  
有股有弦與勾股較之和求勾弦 第二十一按舊法變通

有股有弦與勾股較之和求勾弦 第二十三按舊法變通  
有股有弦與勾股弦總和求勾股 第二十六按舊法變通

有股有弦與勾股較之較求勾股 第二十四按舊法變通  
有弦有弦與勾股較之和求勾股 第二十七按舊法變通

有弦有弦與勾股和之較求勾股 第二十五按舊法變通  
有勾股和有勾股弦總和求勾股弦 幷見第二十六按舊法變通

有勾股和有弦與勾股和之較求勾股弦 幷見第二十四按舊法變通

有勾股和。有弦與勾股較之和。求勾股弦。第三十八新立。

有勾股和。有弦與勾股較之和。求勾股弦。第三十七新立。

有勾弦和。有勾股弦總和。求勾股弦。并見第二十二按舊法變通。

有勾弦和。有弦與勾股和之較。求勾股弦。第三十九新立。

有勾弦和。有弦與勾股較之和。求勾股弦。第四十新立。

有勾弦和。有弦與勾股較之較。求勾股弦。并見第二十一按舊法變通。

有股弦和。有勾股弦總和。求勾股弦。并見第十八按舊法變通。

有股弦和。有弦與勾股和之較。求勾股弦。第四十一新立。

有股弦和。有弦與勾股較之和。求勾股弦。并見第十九按舊法變通。

有股弦和。有弦與勾股較之較。求勾股弦。第四十二新立。

有勾股較。有勾股弦總和。求勾股弦。第三十四新立。

有勾股較。有弦與勾股和之較。求勾股弦。第四十三新立。

有勾股較。有弦與勾股較之和。求勾股弦。并見第二十七按舊法變通。

有勾股較。有弦與勾股較之較。求勾股弦。并見第二十五按舊法變通。

有勾弦較。有勾股弦總和。求勾股弦。第三十五新立。

有勾弦較有弦與勾股較之和求勾股弦 并見第二十三按舊法變通

有勾弦較有弦與勾股較之較求勾股弦 第四十四新立

有股弦較有勾股弦總和求勾股弦 第三十六新立

有股弦較有弦與勾股和之較求勾股弦 并見第十六按舊法變通

有股弦較有弦與勾股較之和求勾股弦 第四十五新立

有股弦較有弦與勾股較之較求勾股弦 并見第十七按舊法變通

有勾股弦總和有弦與勾股和之較求勾股弦 第三十三按舊法變通

有勾股弦總和有弦與勾股較之和求勾股弦 第三十按舊法變通

有勾股弦總和有弦與勾股較之較求勾股弦 第三十一按舊法變通

有弦與勾股和之較有弦與勾股較之和求勾股弦 第二十九按舊法變通

有弦與勾股和之較有弦與勾股較之較求勾股弦 第二十八按舊法變通

有弦與勾股較之和有弦與勾股較之較求勾股弦 第三十二按舊法變通

第一

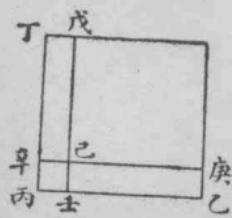
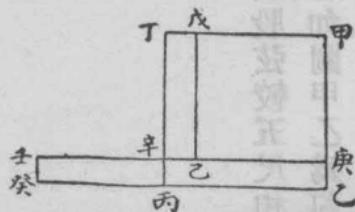
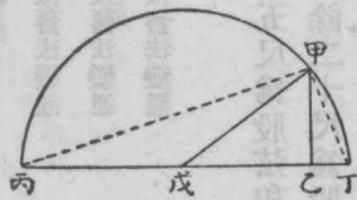
設如有勾十五尺股弦較五尺求股弦各幾何

法以勾十五尺自乘得二百二十五尺以股弦較五尺除之得四十五尺爲股弦和與股弦較五尺相加得五十尺折半得二十五尺爲弦於弦二十五尺內減股弦較五尺餘二十尺爲股也如圖甲乙爲勾十五尺丁乙爲股弦較五尺試自甲至丁作甲丁線則成甲乙丁勾股形復以丁乙線引長而以甲爲直角

作甲丙線則又成丙甲丁勾股形爰以丁丙線折半於戊而以戊爲心甲爲界作丙甲丁半圓則丁乙、甲乙、乙丙卽爲連比例三率故以中率甲乙勾自乘以首率丁乙股弦較除之得末率乙丙爲股弦和也乙丙與丁乙相加得丁丙全徑折半得丁戊戊丙半徑俱與甲戊等故甲戊爲弦於丁戊半徑內減丁乙股弦較餘乙戊卽爲股也又圖甲乙丙丁爲弦自乘之正方積甲庚己戊爲股自乘之正方積故乙丙丁戊己庚磬折形與勾自乘之正方積相等今將戊己辛丁移爲辛壬癸丙則成庚乙癸壬一長方形其庚壬長卽股弦和其庚乙闊卽股弦較故將勾自乘之數以股弦較除之而得股弦和也

又法以勾十五尺自乘得二百二十五尺又以股弦較五尺自乘得二十五尺相減餘二百尺折半得一百尺以股弦較五尺除之得二十尺爲股加股弦較五尺得二十五尺爲弦也如

圖甲乙丙丁爲弦自乘之正方積甲庚己戊爲股自乘之正方積故乙丙丁戊己庚磬折形與勾自乘之正方積相等而己壬丙辛股弦較自乘之正方積餘庚乙壬己與戊己辛丁二長方形折半卽餘戊己辛丁一長方形其戊己長卽股其己辛闊卽股弦較故以股弦較除折半之積而得股也

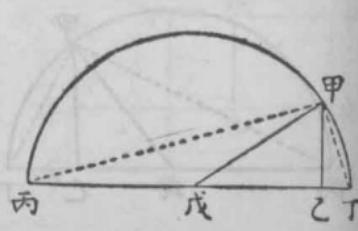
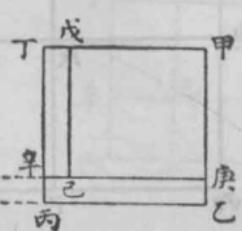


設如有勾二十八尺股弦和九十八尺求股弦各幾何

第二

法以勾二十八尺自乘得七百八十四尺以股弦和九十八尺除之得八尺爲股弦較與股弦和九十八尺相加得一百零六尺折半得五十三尺爲弦於股弦和九十八尺內減弦五十三尺餘四十五尺爲股也如圖甲乙爲勾二十八尺乙丙爲股弦和九十八尺試自甲至丙作甲丙線則成甲乙丙勾股形復以乙丙線引長而以甲爲直角作甲丁線則又成丙甲丁勾股形爰以丁丙線折半於戊而以戊爲心作丙甲丁半圓則乙丙、甲乙、丁乙卽爲連比例三率故以中率甲乙勾自乘以首率乙丙股弦和除之得末率丁乙爲股弦較也丁乙與乙丙相加得丁丙全徑折半得丁戊、戊丙半徑俱與甲戊等故甲戊爲弦於乙丙股弦和內減戊丙半徑或於丁戊半徑內減丁乙股弦較餘乙戊卽爲股也又圖甲乙丙丁爲弦自乘之正方積甲庚己戊爲股自乘之正方積故乙丙丁戊己庚磬折形與勾自乘之正方積相等今將戊己辛丁移爲辛壬癸丙則成庚乙癸壬一長方形其庚壬長卽股弦和其庚乙闊卽股弦較故勾自乘之數以股弦和除之而得股弦較也

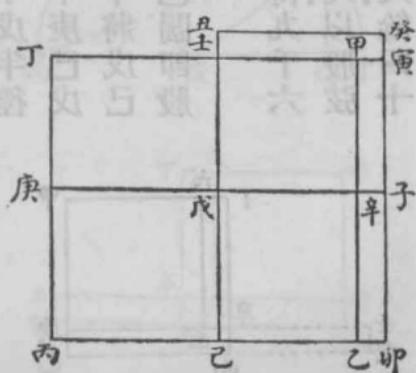
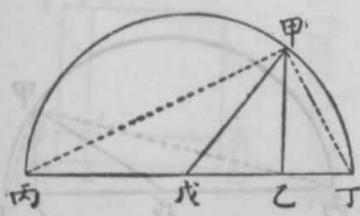
又法以勾二十八尺自乘得七百八十四尺又以股弦和九十八尺自乘得九千六百零四尺兩數相加得一萬零三百八十八尺折半得五千一百九十四尺以股弦和九十八尺除之得五十三尺爲弦於股弦和九十八尺內減弦五十三尺餘四十



五尺爲股也。如圖甲乙丙丁爲股弦和自乘之正方積。內戊己丙庚爲弦自乘之正方積。甲辛戊壬爲股自乘之正方積。辛乙己戊與壬戊庚丁爲股弦相乘之二長方積。勾自乘之正方積則與癸子辛甲壬丑磬折形相等。如加甲辛戊壬股自乘之正方積則成癸子戊丑正方形爲一勾方。一股方相和之積而與戊己丙庚一弦方之積相等。今以勾自乘之磬折形之積加於股弦和自乘之正方積內。即如將癸寅壬丑長方形移補於子卯乙辛。遂成寅卯丙丁一大長方形。折半則餘壬己丙丁一長方形。其闊卽弦。其長卽股弦和。故以股弦和除折半之積而得弦也。

設如有股三十二尺。勾弦較十六尺。求勾弦各幾何。第三

法以股三十二尺自乘得一千零二十四尺。以勾弦較十六尺除之。得六十四尺爲勾弦和與勾弦較十六尺相加得八十尺。折半得四十尺爲弦。於弦四十尺內減勾弦較十六尺。餘二十四尺爲勾也。如圖甲乙爲股三十二尺。丁乙爲勾弦較十六尺。餘二十四尺爲勾也。試自甲至丁作甲丁線。則成甲乙丁勾股形。復以丁乙線引長。而以甲爲直角作甲丙線。則又成丙甲乙丁勾股形。爰以丁丙線折半於戊。而以戊爲心。甲爲界。作丙甲丁半圓。則丁乙甲乙丙卽爲連比例三率。故以中率甲乙股自乘。以首率丁乙勾弦較除之。得末率乙丙爲勾弦和也。丁乙與乙丙相加爲丁丙全徑。折半得丁戊戊丙



半徑俱與甲戊等故甲戊爲弦於丁戊半徑內減丁乙勾弦較餘乙戊卽爲勾也又圖甲乙丙丁爲弦自乘之正方積甲庚己戊爲勾自乘之正方積故乙丙丁戊己庚磬折形與股自乘之正方積相等今將戊己辛丁移爲辛壬癸丙則成庚丁癸壬一長方形其庚壬卽長勾弦和其庚乙闊卽勾弦較故將股自乘之數以勾弦較除之而得勾弦和也

又法以股三十二尺自乘得一千零二十四尺又以勾弦較十六尺自乘得二百五十六尺相減餘七百六十八尺折半得三百八十四尺以勾弦較十六尺除之得二十四尺爲勾加勾弦較十六尺得四十尺爲弦也如圖甲乙丙

丁爲弦自乘之正方積甲庚己戊爲勾自乘之正方積故乙丙

丁戊己庚磬折形與股自乘之正方積相等而已壬丙辛卽勾

弦較自乘之正方積也於乙丙丁戊己庚磬折形積內減己壬

丙辛勾弦較自乘之正方積餘庚乙壬己與戊己辛丁二長方

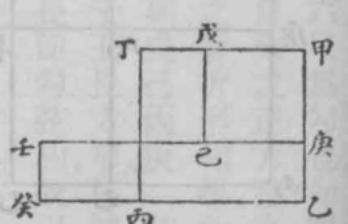
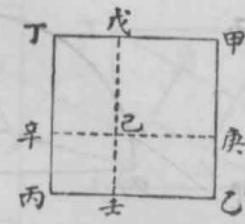
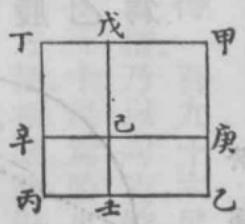
形折半卽餘戊己辛丁一長方形其戊己長卽勾其己辛闊卽

勾弦較故以勾弦較除折半之積而得勾也

設如有股八尺勾弦和十六尺求勾弦各幾何

第四

法以股八尺自乘得六十四尺以勾弦和十六尺除之得四尺爲勾弦較與勾弦和十六尺相加得二十



尺折半得十尺爲弦。於勾弦和十六尺內減弦十尺。餘六尺爲勾也。如圖甲乙爲股八尺。乙丙爲勾弦和十六尺。試自甲至丙作甲丙線。則成甲乙丙勾股形。復以乙丙線引長。而以甲爲直角作甲丁線。則又成丙甲丁勾股形。爰以丁丙線折半於戊。而以戊爲心甲爲界作丙甲丁半圓。則乙丙、甲乙、丁乙。卽爲連比例三率。故將中率甲乙股自乘。以首率乙丙勾弦和除之。得末率丁乙爲勾弦較也。丁乙與乙丙相加爲丁丙全徑。折半得丁戊。戊丙半徑俱與甲戊等。故甲戊爲弦。於乙丙勾弦和內減戊丙半徑。或丁戊半徑內減

丁乙勾弦較。餘乙戊卽爲勾也。又圖甲乙丙丁爲弦

自乘之正方積。甲庚己戊爲勾自乘之正方積。故乙

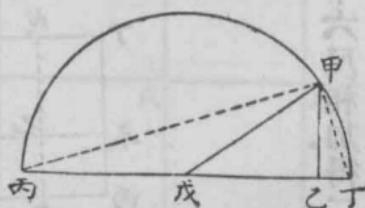
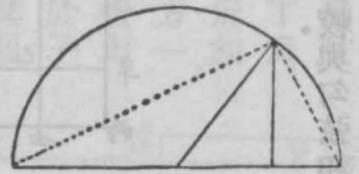
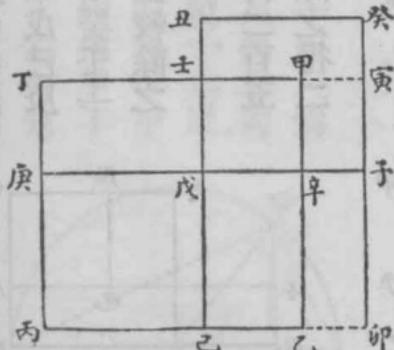
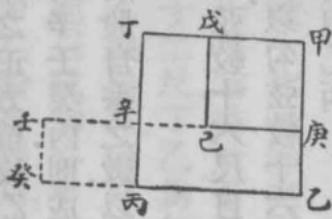
丙丁戊己庚磬折形與股自乘之正方積相等。今將

戊己辛丁移爲辛壬癸丙。則成庚乙癸壬一長方形。

其庚壬長卽勾弦和。其庚乙闊卽勾弦較。故股自乘

之數。以勾弦和除之而得勾弦較也。

又法以股八尺自乘。得六十四尺。又以勾弦和十六尺自乘。得二百五十六尺。相加得三百二十尺。折半

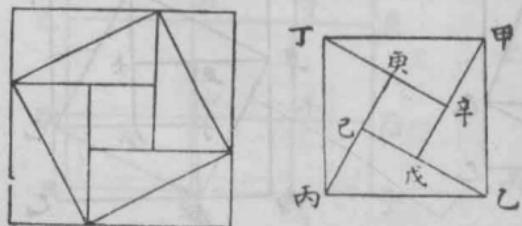


得一百六十尺以勾弦和十六尺除之得十尺爲弦於勾弦和十六尺內減弦十尺餘六尺爲勾也。如圖甲乙丙丁爲勾弦和自乘之正方積。內戊己丙庚爲弦自乘之正方積。甲辛戊壬爲勾自乘之正方積。辛乙己戊與壬戊庚丁爲勾弦相乘之二長方積。股自乘之正方積則與癸子辛甲壬丑之磬折形相等。如加甲辛戊壬勾自乘之正方積則成癸子戊丑正方形爲一勾方一股方相和之積而與戊己丙庚一弦方之積相等。今以股自乘之磬折形之積加於勾弦和自乘之正方積內即如將癸寅壬丑長方形移補於子卯乙辛遂成寅卯丙丁一大長方形折半則餘壬己丙丁一長方形其闊卽弦其長卽勾弦和故以勾弦和除折半之積而得弦也。

設如有弦三十四尺勾股較十四尺求勾股各幾何。第五

法以弦三十四尺自乘得一千一百五十六尺又以勾股較自乘得一百九十六尺相減餘九百六十尺折半得四百八十尺爲勾股相乘之一長方形積乃以勾股較十四尺爲長闊較用帶縱較數開方法算之得闊十六尺爲勾得長三十尺爲股也。如圖甲乙丙丁爲弦自乘之正方積戊己庚辛爲勾股較自乘之正方積相減餘甲戊乙類四勾股形爲二長方形積折半餘一長方形積其闊卽勾其長卽股其長闊較卽勾股較故以帶縱較數開方法算之而得闊爲勾得長爲股也。

又法以弦三十四尺自乘得一千一百五十六尺倍之得二千三百一十二尺又以勾股較十四尺自乘得一百九十六尺相減餘二千一百一十六尺開方得四十六

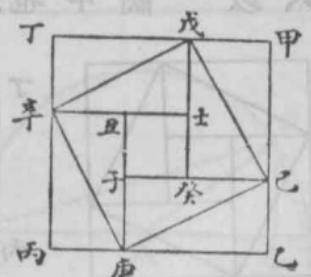
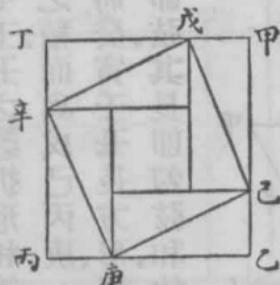
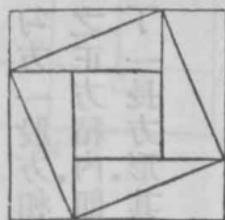


尺爲勾股和於勾股和四十六尺內減勾股較十四尺餘三十二尺折半得十六尺爲勾。於勾十六尺加勾股較十四尺得三十六尺爲股也。如圖甲乙丙丁爲勾股和自乘之正方內容甲戊己類八勾股積與壬癸子丑一勾股較積戊己庚辛爲弦自乘之正方內容戊癸己類四勾股積與壬癸子丑一勾股較積倍之則爲八勾股積二勾股較積即如甲乙丙丁一大正方形仍餘壬癸子丑一小正方形今減所餘壬癸子丑一小正方形即勾股較積仍餘八勾股積一勾股較積爲甲乙丙丁正方形卽勾股和自乘之方故開方而得勾股和也。

設如有弦三十九尺勾股和五十尺求勾股各幾何。

第六

法以勾股和五十一尺自乘得二千六百零一尺又以弦三十九尺自乘得一千五百二十一尺相減餘一千零八十尺折半得五百四十尺爲勾股相乘之一長方形積乃以勾股和五十一尺爲長闊和用帶縱和數開方法算之得闊十五尺爲勾得長三十六尺爲股也如圖甲乙丙丁爲勾股和自乘之正方積戊己庚辛爲弦自乘之正方積相減餘甲戊己類四勾股形爲二長方形積折半餘一長方形積其闊卽勾其長卽股其長闊和卽勾股和故以帶縱和數開方法算之而得闊爲勾得長爲股也。

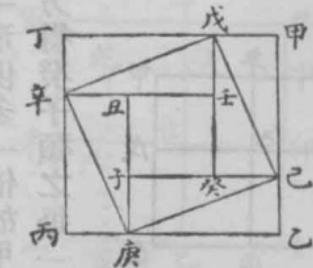
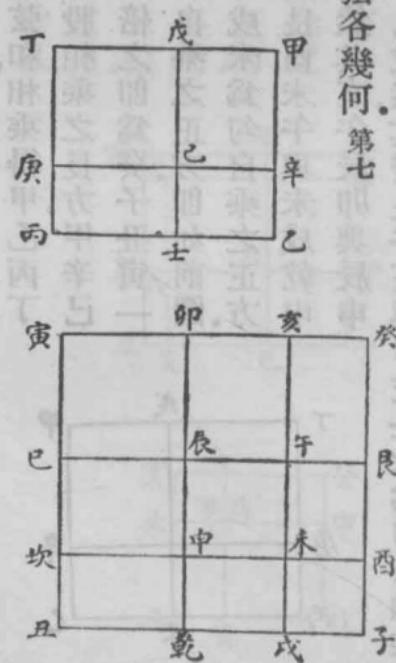


又法以弦三十九尺自乘得一千五百二十一尺倍之得三千零四十二尺又以勾股和五十一尺自乘得二千六百零一尺相減餘四百四十一尺開方得二十一尺爲勾股較於勾股和五十一尺內減勾股較二十一尺餘三十尺折半得十五尺爲勾於勾五尺加勾股較二十一尺得三十六尺爲股也如圖戊己庚辛爲弦自乘之正方內容戊癸己類四勾股積與壬癸子丑一勾股較積倍之則爲八勾股積二勾股較積卽如甲乙丙丁一大正方形仍餘壬癸子丑一小正方形又甲乙丙丁爲勾股和自乘之正方內容甲戊己類八勾股積壬癸子丑一勾股較積今以所倍之一大正方形又餘一小正方形內減甲乙丙丁正方形卽餘壬癸子丑一小正方形爲勾股較積故開方而得勾股較也

設如有勾弦和二十四尺股弦和二十七尺求勾股弦各幾何第七

法以勾弦和二十四尺與股弦和二十七尺相乘得六百四十八尺倍之得一千二百九十六尺開方得

三十六尺爲勾股弦總和於總和三十六尺內減勾弦和二十四尺餘十二尺爲股於總和三十六尺內減股弦和二十七尺餘九尺爲勾於股弦和二十七尺內減股十二尺或勾弦和二十四尺內減勾九尺

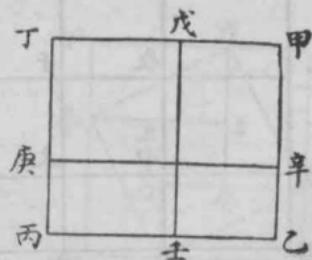
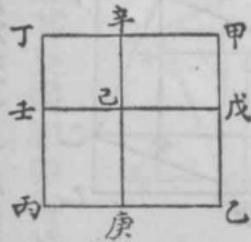


餘十五尺爲弦也。如圖甲乙線爲勾弦和。甲丁線爲股弦和。相乘得甲乙丙丁長方形。內戊己庚丁爲弦自乘之正方。辛乙壬己爲勾股相乘之長方。甲辛己戊爲股弦相乘之長方。己壬丙庚爲勾弦相乘之長方。倍之即爲癸子丑寅一大正方。其每一邊卽勾股弦之總和。其卯辰巳寅爲弦自乘之正方。卽如前圖之戊己庚丁然。其午未申辰爲股自乘之正方。其酉子戌未爲勾自乘之正方。兩方相合。又與前圖戊己庚丁弦自乘之正方相等。其艮酉未午與未戌乾甲爲勾股相乘之二長方。每一形卽如前圖之辛乙壬己然。其亥午辰卯與辰申坎巳爲股弦相乘之二長方。每一形卽如前圖之甲辛己戊然。其癸艮午亥與申乾丑坎爲勾弦相乘之二長方。每一形卽如前圖之己壬丙庚然。因癸子丑寅正方比甲乙丙丁長方每一形俱多一倍。故甲乙勾弦和、甲丁股弦和、相乘所成之甲乙丙丁長方倍之而與癸子丑寅正方等。開方得癸子類之每一邊皆爲勾股弦之總和也。

設如有勾股和二十一尺。股弦和二十七尺。求勾股弦各幾何。

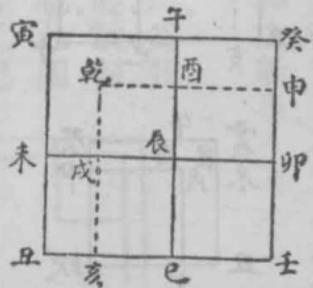
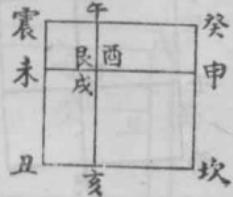
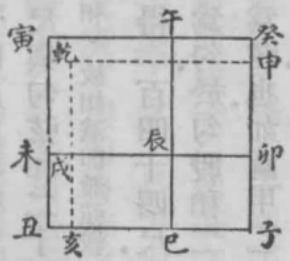
第八

法以勾股和二十一尺自乘得四百四十一尺。又以股弦和二十七尺自乘得七百二十九尺。兩數相減餘二百八十八尺。乃以勾股和二十一尺與股弦和二十七尺相減。餘六尺爲勾弦較。蓋股與勾和。股與弦和。皆爲一股所和。故相減卽勾弦較也。自乘得三十六尺。與兩和自乘相減之餘二百八十八尺相加。得三百二十



四尺開方得十八尺爲股與勾弦較之和內減勾弦較六尺餘十二尺爲股於勾股和二十一尺內減股十二尺餘九尺爲勾加勾弦較六尺得十五尺爲弦也如圖甲乙丙丁爲勾股和自乘之一大正方內戊乙庚己爲股自乘之正方辛己壬丁爲勾自乘之一正方甲戊己辛與己庚丙壬爲勾股相乘之二長方又癸子丑寅爲股弦和自乘之一大正方內卯子巳辰爲股自乘之一正方午辰未寅爲弦自乘之一正方癸卯辰午與辰巳丑未爲股弦相乘之二長方今甲乙丙丁勾股和自乘之方與癸子丑寅股弦和自乘之方相減則於癸子丑寅股弦和自乘之方內去卯子巳辰股自乘之一正方酉辰戌乾勾自乘之一正方又去申卯辰酉與辰巳亥戌勾股相乘之二長方所餘癸申酉午與戌亥丑未

二長方爲勾弦較與股相乘之二長方又午酉乾戌未寅一  
 聲折形爲弦自乘之一正方內減勾自乘之一正方所餘之股自乘之一正方如以此聲折形積作一尺自乘之一正方再加癸申酉午與戌亥丑未之勾弦較與股相乘之二長方則惟缺午艮未震爲勾弦較自乘之一小正方今以勾弦較自乘之數加於兩和自乘相減之餘甫成癸坎丑震一正方故開方而得癸坎類之每一邊爲股與勾弦較相和之數也



設如有勾股和二十一尺。勾弦和二十四尺。求勾股弦各幾何。

第九

法以勾股和二十一尺自乘得四百四十一尺。又以勾弦和二十四尺自乘得五百七十六尺。兩數相減餘一百三十五尺。乃以勾股和二十一尺與勾弦和二十四尺相減。餘三尺爲股弦較。蓋勾與股和。勾與弦和。皆爲一勾所和。故相減卽股弦較

也。自乘得九尺。與兩和自乘相減之餘一百三十五尺相加得一百四十四尺。開方得十二尺爲勾與股弦較之和。內減股弦較三尺餘九尺爲勾。於勾股和二十一尺內減勾九尺。餘十二尺爲股。加股弦較三尺得十五尺爲弦也。如圖甲乙。

丙丁爲勾股和自乘之一大正方。內戊乙庚己爲勾自乘之一正方。辛己壬丁爲股自乘之一正方。甲戊己辛與己庚丙壬爲勾股相乘之二長方。又癸子丑寅爲勾弦和。

自乘之一大正方。內卯子巳辰爲勾自乘之一正方。午辰未寅爲

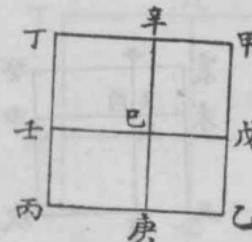
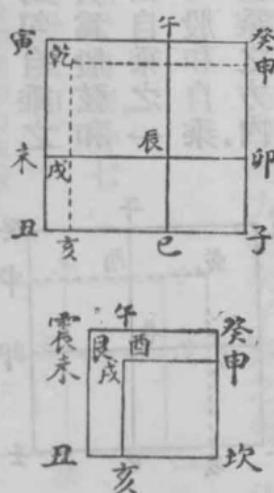
弦自乘之一正方。癸卯辰午與辰巳丑未爲勾弦相乘之二長方。

今甲乙丙丁勾股和自乘之方與癸子丑寅勾弦和自乘之方相減。則於癸子丑寅勾弦和自乘之方內去卯子巳辰勾自乘之一

正方酉辰戌乾股自乘之一正方。又去申卯辰酉與辰巳亥戌勾

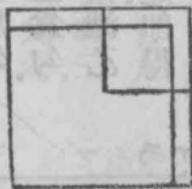
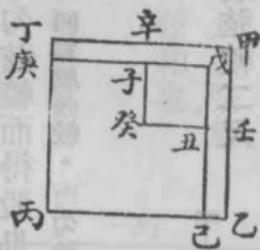
股相乘之二長方。所餘癸申酉午與戌亥丑未二長方爲股弦較

與勾相乘之二長方。又午酉乾戌未寅一磬折形爲弦自乘之一正方。內減股自乘之一正方。所餘之勾



自乘之一正方如以此磬折形積作一勾自乘之一正方再加癸申酉午與戌亥丑未之股弦較與勾相乘之二長方則惟缺午艮未震爲股弦較自乘之一小正方今以股弦較自乘之數加於兩和自乘相減之餘甫成癸坎丑震一正方故開方而得癸坎類之每一邊爲勾與股弦較相和之數也設如有勾弦較九尺股弦較二尺求勾股弦各幾何 第十

法以勾弦較九尺與股弦較二尺相乘得十八尺倍之得三十六尺開方得六尺爲弦比勾股和相差之較加股弦較二尺得八尺爲勾加勾弦較九尺得十五尺爲股於勾數加勾弦較九尺得十七尺爲弦或於股數加股弦較二尺亦得十七尺爲弦也如圖甲乙丙丁爲弦自乘之一正方戊己丙庚爲股自乘之一正方二方相減所餘甲乙己戊庚丁磬折形卽與勾自乘之一正方等而乙己與丁庚皆爲股弦較試作甲壬癸辛一正方爲勾自乘之方則壬乙與辛丁皆爲勾弦較其壬丑與乙己等辛子與丁庚等亦皆爲股弦較以壬乙之勾弦較與壬丑之股弦較相乘則成壬乙己丑之長方形以辛丁之勾弦較與辛子之股弦較相乘則成辛子庚丁之一長方形此兩長方形必與戊丑癸子一正方形相等何也蓋甲乙己戊庚丁與勾自乘之一正方相等之磬折形內減甲壬丑戊子辛一小磬折形則餘壬乙己丑與辛子庚丁二長方形若於甲壬癸辛勾自乘之一正方內減甲壬丑戊子辛磬折形則餘戊丑癸子一小正方形夫甲乙己戊庚丁磬折形旣與甲壬癸辛之勾自乘之



一正方相等。今同減去甲壬丑癸子辛磬折形。則彼所餘之二長方。必與此所餘之一正方相等可知矣。故勾弦較與股弦較相乘倍之開方。而得弦比勾股和相差之較。加股弦較得勾。加勾弦較而得股也。蓋圖以乙丙爲弦。己丙爲股。故乙己爲股弦較。若以壬癸勾與己丙股相和。則壬癸勾之壬丑一段。卽爲股弦較。而勾股和比弦所多者惟丑癸一段。故丑癸爲弦比勾股和相差之較也。

設如有勾股較三十四尺。勾弦較三十六尺。求勾股弦各幾何。  
第十一

法以勾股較三十四尺與勾弦較三十六尺相減。餘二尺爲股弦較。卽如前法以股弦較二尺與勾弦較三十六尺相乘。得七十二尺。倍之得一百四十四尺。開方得十二尺。爲弦比勾股和相差之較。加股弦較二尺。得十四尺爲勾。加勾弦較三十六尺。得四十八尺爲股。於勾數加勾弦較三十六尺。得五十尺爲弦。或於股數加股弦較二尺。亦得五十尺爲弦也。如圖甲乙爲勾。甲丙爲股。甲丁爲弦。乙丙爲勾股較。乙丁爲勾弦較。而丙丁爲股弦較。今以乙丁勾弦較減乙丙勾股較。所餘丙丁卽爲股弦較。旣得股弦較。則如勾弦較、股弦較、求勾股弦之法算之。卽得各數矣。

設如有勾股較十四尺。股弦較二尺。求勾股弦各幾何。  
第十二

法以勾股較十四尺與股弦較二尺相加。得十六尺爲勾弦較。卽如前法以勾弦較十六尺與股弦較二尺相乘。得三十二尺。倍之得六十四尺。開方得八尺。爲弦比勾股和相差之較。加股弦較二尺。得十尺爲勾。加勾弦較十六尺。得二十四尺爲股。於勾數加勾弦較十六尺。得二十六尺爲弦。或於股數加股弦較

二尺亦得二十六尺爲弦也。如圖甲乙爲勾。甲丙爲股。甲丁爲弦。乙丙爲勾股較。丙丁爲股弦較。而乙丁爲勾弦較。今以乙丙勾股較與丙丁股弦較相加。則得乙丁之勾弦較。既得勾弦較。則如勾弦較、股弦較求勾股弦之法算之。卽得各數矣。

設如有勾弦和二十四尺。勾股較三尺。求勾股弦各幾何。  
第十三

法以勾弦和二十四尺加勾股較三尺。得二十七尺爲股弦和。用勾弦和、股弦和、求勾股弦之法算之。以勾弦和二十四尺與股弦和二十七尺相乘。得六百四十八尺。倍之得一千二百九十六尺。開方得三十六尺爲勾股弦總和。內減勾弦和二十四尺。餘十二尺爲股減勾股較三尺。餘九尺爲勾。於勾弦和二十四尺內減勾九尺。餘十五尺爲弦也。如圖甲丙爲股。乙丙爲勾。丙丁爲弦。乙丁爲勾弦和。甲乙爲勾股較。而甲丁爲股弦和。故甲乙勾股較與乙丁勾弦和相加。得甲丁爲股弦和也。若夫股弦和勾股較求勾股弦者。則於股弦和內減勾股較。卽勾弦和。亦用勾弦和、股弦和、求勾股弦之法算之。如甲丙爲股。乙丙爲勾。丙丁爲弦。則甲丁爲股弦和。甲乙爲勾股較。而乙丁爲勾弦和。故於甲丁股弦和內減甲乙勾股較。餘乙丁爲勾弦和也。設如有勾股和二十三尺。勾弦較九尺。求勾股弦各幾何。  
第十四

法以勾股和二十三尺加勾弦較九尺。得三十二尺爲股弦和。用勾股和、股弦和、求勾股弦之法算之。以勾股和二十三尺自乘。得五百二十九尺。又以股弦和三十二尺自乘。得一千零二十四尺。兩數相減。餘四百九十五尺。乃以勾弦較九尺自乘。得八十一尺。與兩和自乘相減之



餘四百九十五尺相加得五百七十六尺開方得二十四尺爲股與勾弦較之和內減勾弦較九尺餘十五尺爲股於勾股和二十三尺內減股十五尺餘八尺爲勾加勾弦較九尺得十七尺爲弦也如圖甲丙爲弦乙丙爲勾丙丁爲股乙丁爲勾股和甲乙爲勾弦較而甲丁爲股弦和故甲乙勾弦較與乙丁勾股和相加得甲丁爲股弦和也若夫股弦和勾弦較求勾股弦者則於股弦和內減勾弦較卽勾股和亦用勾股和股弦和求勾股弦之法算之如甲丙爲弦乙丙爲勾丙丁爲股則甲丁爲股弦和甲乙爲勾弦較而乙丁爲勾股和故於甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

丁股弦和內減甲乙勾弦較餘乙丁爲勾股和也

第十五

乙

丙

乙

甲

設如有勾股和十七尺股弦較一尺求勾股弦各幾何

乙

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

丙

乙

甲

甲

乙丁爲弦則甲丁爲勾弦和丙丁爲股弦較而甲丙爲勾股和故於甲丁勾弦和內減丙丁股弦較餘甲丙爲勾股和也

設如有勾八尺弦與勾股和之較六尺求股弦各幾何

第十六

法以勾八尺內減弦與勾股和之較六尺餘二尺爲股弦較用有勾有股弦較求股弦法算之如甲乙爲勾乙丙爲股甲丙爲勾股和丁丙爲弦甲丁爲弦與勾股和之較丁乙爲股弦較故甲乙勾內減甲丁弦與勾股和之較餘丁乙爲股弦較也若有股弦較與弦與勾股和之較求勾股弦者則以股弦較與弦與勾股和之較相加卽勾亦用有勾有股弦較求股弦法算之設如有勾八尺弦與勾股較之較十尺求股弦各幾何

第十七

法以勾八尺與弦與勾股較之較十尺相減餘二尺爲股弦較用有勾有股弦較求股弦法算之如甲乙爲股丙乙爲勾甲乙爲弦甲丙爲勾股較乙丁爲股弦較丙丁爲弦與勾股較之較故丙丁弦與勾股較之較內減丙乙勾餘乙丁爲股弦較也若有股弦較與弦與勾股較之較求勾股弦者則以股弦較與弦與勾股較之較相減餘卽勾亦用有勾有股弦較求股弦法算之

設如有勾八尺勾股弦總和四十尺求股弦各幾何

第十八

法以勾八尺與勾股弦總和四十尺相減餘三十二尺爲股弦和用有勾有股弦和求股弦法算之如甲乙爲勾乙丙爲股丙丁爲弦甲丁爲勾股弦總和故甲丁勾股弦總和內減甲乙勾

丁  
丙  
甲  
乙  
丁  
甲

餘乙丁爲股弦和也。若有股弦和與勾股弦總和求勾股弦者。則以股弦和與勾股弦總和相減。餘即勾。亦用有勾有股弦和求股弦法算之。

設如有勾八尺。弦與勾股較之和二十四尺。求股弦各幾何。

第十九

法以勾八尺與弦與勾股較之和二十四尺相加得三十二尺爲股弦和。用有勾有股弦和求股弦法算之。如甲乙爲勾。甲丙爲股。乙丙爲勾股較。丙丁爲弦。甲丁爲股弦和。乙丁爲弦與勾股較之和。故以甲乙勾與乙丁弦與勾股較之和相加得甲丁爲股弦和也。若有股弦和與弦與勾股較之和。求勾股弦者。則於股弦和內減弦與勾股較之和。餘即勾。亦用有勾有股弦和求股弦法算之。

設如有股十五尺。弦與勾股和之較六尺。求勾弦各幾何。

第二十

法以股十五尺內減弦與勾股和之較六尺。餘九尺爲勾弦較。用有股有勾弦較求勾弦法算之。如甲乙爲股。乙丙爲勾。甲丙爲勾股和。丁丙爲弦。甲丁爲弦與勾股和之較。丁乙爲勾弦較。故甲乙股內減甲丁弦與勾股和之較。餘丁乙即勾弦較也。若有勾弦較與弦與勾股和之較。求勾股弦者。則以勾弦較與弦與勾股和之較相加即股。亦用有股有勾弦較求勾弦法算之。

設如有股十五尺。弦與勾股較之較十尺。求勾弦各幾何。

第二十一

法以股十五尺與弦與勾股較之較十尺相加得二十五尺爲勾弦和。用有股有勾弦和求勾弦較求勾弦法算之。

弦法算之。如甲乙爲股。甲丙爲勾。丙丁爲弦。甲丁爲勾弦和。丙乙爲勾股較。乙丁爲弦與勾股較之較。故以甲乙股與乙丁弦與勾股較之較相加得甲丁爲勾弦和也。若有勾弦和與弦與勾股較之較。求勾股弦者。則於勾弦和內減弦與勾股較之較餘卽股亦用有股有勾弦和求勾弦法算之。

設如有股十五尺。勾股弦總和四十尺。求勾弦各幾何。第二十二

法以股十五尺與勾股弦總和四十尺相減。餘二十五尺爲勾弦和。用有股有勾弦和求勾弦法算之。如甲乙爲股。乙丙爲勾。丙丁爲弦。甲丁爲勾股弦總和。故甲丁勾股弦總和內減甲乙股餘乙丁爲勾弦和也。若有勾弦和與勾股弦總和求勾股弦者。則以勾股和與勾股弦總和相減。餘卽股亦用有股有勾弦和求勾弦法算之。

設如有股十五尺。弦與勾股較之和二十四尺。求勾弦各幾何。第二十三

法以股十五尺與弦與勾股較之和二十四尺相減。餘九尺爲勾弦較。用有股有勾弦較求勾弦法算之。如甲乙爲股。丙乙爲勾。丙丁爲弦。甲丙爲勾股較。乙丁爲勾弦較也。若有勾弦較爲弦與勾股較之和。故甲丁弦與勾股較之和內減甲乙股餘乙丁爲勾弦和相減餘卽股亦用有股有勾弦較求勾弦法算之。

設如有弦十七尺。弦與勾股和之較六尺。求勾股各幾何。第二十四

法以弦十七尺與弦與勾股和之較六尺相加得二十三尺爲勾股和用有弦有勾股和求勾股法算之如甲乙爲弦甲丙爲勾丙丁爲股甲丁爲勾股和乙丁爲弦與勾股和之較故甲乙弦與乙丁弦與勾股和之較相加得甲丁爲勾股和也若有勾股和與弦與勾股和之較求勾股弦者則於勾股和內減弦與勾股和之較餘卽弦亦用有弦有勾股和求勾股法算之設如有弦十七尺弦與勾股較之較十尺求勾股各幾何第二十五

法以弦十七尺內減弦與勾股較之較十尺餘七尺爲勾股較用有弦有勾股較求勾股法算之如甲乙爲弦丙丁爲股乙丁爲勾丙乙爲勾股較甲丙爲弦與勾股較之較故甲乙弦內減甲丙弦與勾股較之較餘丙乙爲勾股較也若有勾股較與弦與勾股較之較求勾股弦者則以勾股較與弦與勾股較之較相加卽弦亦用有弦有勾股較求勾股法算之設如有弦十七尺勾股弦總和四十尺求勾股各幾何第二十六

法以弦十七尺與勾股弦總和四十尺相減餘二十三尺爲勾股和用有弦有勾股和求勾股法算之如甲乙爲弦乙丙爲勾丙丁爲股甲丁爲勾股弦總和故甲丁勾股弦總和內減甲乙弦餘乙丁爲勾股和也若有勾股和爲勾股弦總和求勾股弦者則以勾股和與勾股弦總和相減餘卽弦亦用有弦有勾股和求勾股法算之設如有弦十七尺弦與勾股較之和二十四尺求勾股各幾何第二十七

法以弦十七尺與弦與勾股較之和二十四尺相減餘七尺爲勾股較用有弦有勾股較求勾股法算之如甲乙爲弦乙丙爲股丁丙爲勾乙丁爲勾股較甲丁爲弦與勾股較之和故甲丁弦與勾股較之和內減甲乙弦餘乙丁爲勾股較也若有勾股較與弦與勾股較之和求勾股弦者則於弦與勾股較之和內減勾股較餘卽弦亦用有弦有勾股較求勾股法算之

## 十一

設如有弦與勾股和之較六尺弦與勾股較之較十尺求勾股弦各幾何第二十八  
法以弦與勾股和之較六尺與弦與勾股較之較十尺相加得十六尺折半得八尺  
爲勾於勾八尺內減弦與勾股和之較六尺餘二尺爲股弦較用有勾有股弦較求  
股弦法算之如甲乙爲股戊乙乙丙皆爲勾甲丙爲勾股和甲戊爲勾股較甲丁爲  
弦丁丙卽弦與勾股和之較戊丁卽弦與勾股較之較故丁丙弦與勾股和之較與  
戊丁弦與勾股較之較相加得戊丙爲二勾之共數是以折半得勾也既得勾則於勾內減弦  
與勾股和之較卽股弦較矣

設如有弦與勾股和之較六尺弦與勾股較之和二十四尺求勾股弦各幾何第二十九

法以弦與勾股和之較六尺與弦與勾股較之和二十四尺相加得三十尺折半得十五尺爲  
股於股十五尺內減弦與勾股和之較六尺餘九尺爲勾弦較用有股有勾弦較求勾弦法算  
之如甲乙乙丙皆爲股丁乙爲勾丁丙爲勾股和甲丁爲勾股較丁戊爲弦戊丙卽弦與勾股

丙 戊 乙 丁 甲 丙 戊 丁 甲

和之較甲戊卽弦與勾股較之和故戊丙弦與勾股和之較與甲戊弦與勾股較之和相加得甲丙爲二股之共數是以折半得股也既得股則於股內減弦與勾股和之較卽勾弦較矣

設如有勾股弦總和四十尺弦與勾股較之和二十四尺求勾股弦各幾何 第三十

法以勾股弦總和四十尺內減弦與勾股較之和二十四尺餘十六尺折半得八尺爲勾於勾股弦總和四十尺內減勾八尺餘三十二尺爲股弦和用有勾有股弦和求股弦法算之如甲乙爲弦乙丙爲股丙丁爲勾乙戊爲勾股較甲丁爲勾股弦總和甲戊爲弦與勾股較之和故甲丁勾股弦總和內減甲戊弦與勾股較之和餘戊丁卽二勾之共數是以折半得勾也既得勾則於勾股弦總和內減勾卽股弦和矣

第三十一

設如有勾股弦總和四十尺弦與勾股較之較十尺求勾股弦各幾何

第三十二

法以勾股弦總和四十尺內減弦與勾股較之較十尺餘三十尺折半得十五尺爲股於勾股弦總和四十尺內減股十五尺餘二十五尺爲勾弦和用有股有勾弦和求勾弦法算之如甲乙爲弦乙丙爲勾丙丁爲股戊乙爲勾股較甲丁爲勾股弦總和甲戊爲弦與勾股較之較故甲丁勾股弦總和內減甲戊弦與勾股較之較餘戊丁卽二股之共數是以折半得股也既得股則於勾股弦總和內減股卽勾弦和矣

設如有弦與勾股較之和二十四尺弦與勾股較之較十尺求勾股弦各幾何

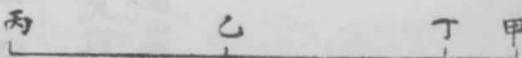
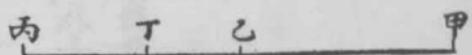
第三十三

法以弦與勾股較之和二十四尺與弦與勾股較之較十尺相加得三十四尺折半得十七尺

爲弦。於弦與勾股較之和二十四尺內減弦十七尺餘七尺爲勾股較用有弦有勾股較求勾股法算之。如甲乙丙皆爲弦。乙丁爲勾股較。甲丁爲弦與勾股較之和。丁丙爲弦與勾股較之較。故甲丁弦與勾股較之和與丁丙弦與勾股較之較相加得甲丙爲二弦之共數。是以折半得弦也。既得弦則於弦與勾股較之和內減弦卽勾股較矣。

設如有勾股弦總和四十尺。弦與勾股和之較六尺。求勾股弦各幾何。第三十三

法以勾股弦總和四十尺內減弦與勾股和之較六尺。餘三十四尺。折半得十七尺爲弦。於勾股弦總和四十尺內減弦十七尺。餘二十三尺爲勾股和。用有弦有勾股和求勾股法算之。如甲乙爲勾股和。乙丙爲弦。甲丙爲勾股弦總和。甲丁爲弦與勾股和之較。故甲丙勾股弦總和內減甲丁弦與勾股和之較。餘丁丙卽二弦之共數。是以折半得弦也。既得弦則於勾股弦總和內減弦卽勾股和矣。





# 數理精蘊下編卷十三

## 面部三

### 勾股

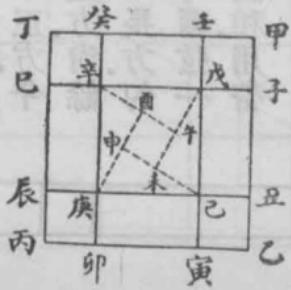
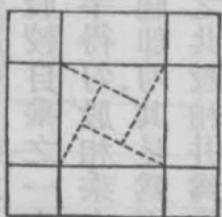
#### 勾股弦和較相求法下

設如有勾股較七尺。勾股弦總和四十尺。求勾股弦各幾何。

第三十四

法以勾股弦總和四十尺內減勾股較七尺。餘三十三尺爲兩勾一弦之共數。蓋勾股弦總和爲一勾一股一弦之共數。內減勾股較。是於股內減勾股較。卽又得一勾矣。故爲兩勾一弦也。自乘得一千零八十九尺。又以勾股較七尺自乘。得四十九尺。兩自乘數相減。餘一千零四十尺。

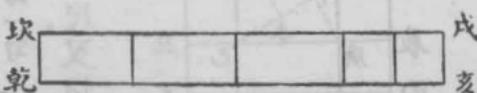
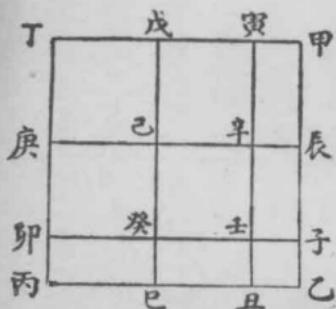
折半得五百二十尺爲長方積。乃以勾股弦總和四十尺與兩勾一弦之共數三十三尺相加。得七十三尺爲長闊。和用帶縱和數開方法算之。得闊八尺爲勾。加勾股較七尺。得十五尺爲股。於勾股弦總和四十尺內減勾八尺。又減股十五尺。餘十七尺爲弦也。如圖甲乙丙丁爲兩勾一弦自乘之一大正方。內戊己庚辛爲弦自乘之一正方。甲子戊壬丑乙寅己庚卯丙辰癸己庚辛爲弦自乘之一正方。甲子戊壬丑乙寅己庚卯丙辰癸



辛巳丁爲勾自乘之四正方。壬戌辛癸子丑己戊、己寅卯庚、辛庚辰巳爲勾弦相乘之四長方。弦自乘之一正方內容四勾股積爲勾股相乘之二長方。又勾股較自乘之一小正方。今於甲乙丙丁兩勾一弦自乘之一大正方內減去午未申酉勾股較自乘之一小正方。尙餘勾股相乘之二長方。勾弦相乘之四長方。勾自乘之四正方。折半得勾股相乘之一長方。勾弦相乘之二長方。勾自乘之二正方。與戊亥乾坎長方形等。其闊卽勾。其長爲兩勾兩弦一股。其長闊和爲三勾兩弦一股。故以勾股弦總和與兩勾一弦之共數相併爲長闊和。用帶縱和數開方法算之。得闊爲勾也。

又法以勾股弦總和四十尺自乘得一千六百尺。折半得八百尺爲長方積。乃以勾股較七尺爲長闊較。用帶縱較數開方法算之。得闊二十五尺爲勾弦和。得長三十二尺爲股弦和。於勾股弦總和四十尺內減勾弦和二十五尺。餘十五尺爲股。減勾股較七尺。餘八尺爲勾。又於勾弦和二十五尺內減勾八尺。餘十七尺爲弦也。如圖

甲乙丙丁爲勾股弦總和自乘之一大正方。內戊己庚丁爲弦自乘之一正方。辛壬癸己爲股自乘之一正方。子乙丑壬爲勾自乘之一正方。甲辰辛寅與癸巳丙卯爲勾弦相乘之二長方。寅辛己戊與己癸卯庚爲股弦相乘之二長方。辰子壬辛與壬丑己癸爲勾股相乘之二長方。如以勾自乘之一正方與股自乘之一正方相併。則又與弦自乘之一正方相等。是爲弦自乘之



正方二股弦相乘之長方二勾弦相乘之長方二勾股相乘之長方二折半卽得弦自乘之一正方一股弦相乘之長方一勾弦相乘之長方一勾股相乘之長方一而與午未申酉勾弦和與亥戌爲股弦相乘之長方等蓋午未申酉之長方內戌亥乾酉爲弦自乘之一正方午坎乘之一長方其闊卽勾弦和其長卽股弦和其長闊較卽勾股較故以勾股較爲長闊較用帶縱較數開方法算之得闊爲勾弦和也。

設如有勾弦較九尺勾股弦總和四十尺求勾股弦各幾何

第三十五

法以勾股弦總和四十尺內減勾弦較九尺餘三十一尺爲兩勾一股之共數蓋勾股弦總和爲一勾一股一弦之共數內減勾弦較是於弦內減勾弦較卽又得一勾矣故爲兩勾一股也自乘得九百六十一尺又以勾股弦

總和四十尺與勾弦較九尺相加得四十九尺爲兩弦一

股之共數蓋勾股弦總和爲一勾一股一弦之共數今加勾弦較

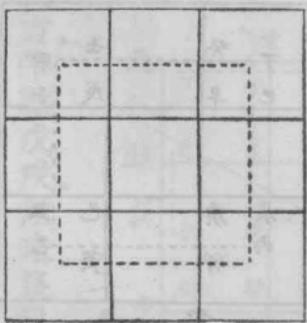
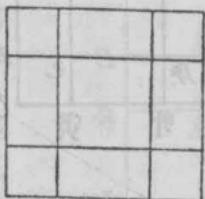
是於勾數加勾弦較卽又得一弦矣故爲兩弦一股也自乘得

二千四百零一尺兩數相減餘一千四百四十尺四歸之

得三百六十尺爲長方積乃以勾弦較九尺爲長闊較用

帶縱較數開方法算之得闊十五尺爲股於勾股弦總和

四十尺內減股十五尺餘二十五尺爲勾弦和減勾弦較



九尺餘十六尺折半得八尺爲勾加勾弦較九尺

得十七尺爲弦也如圖甲乙丙丁爲兩勾一股自

乘之一大正方內戊己庚辛爲股自乘之一正方

甲子戊壬丑寅巳庚卯丙辰癸辛巳丁爲勾自

乘之四正方壬戌辛癸子丑己戌己寅卯庚辛庚

辰巳爲勾股相乘之四長方又午未申酉爲兩弦

辰巳爲勾股相乘之四長方又午未申酉爲兩弦

一正方午乾戊戌坎未艮己庚震申巽亥辛離酉

一正方午乾戊戌坎未艮己庚震申巽亥辛離酉

爲弦自乘之四正方戊戌辛亥乾坎己戊己艮震庚

辛庚巽離爲股弦相乘之四長方今於午未申酉之

正方內減去甲乙丙丁之正方所餘四隅之午乾子甲壬戌等類四聲折形皆爲弦自

乘之方內減去勾自乘之方與股自乘之四正方積相等四面之戊壬癸亥等類四長

方形乃勾弦較與股相乘之四長方戊戌爲弦壬戌爲勾故戊壬爲勾弦較以四歸之則

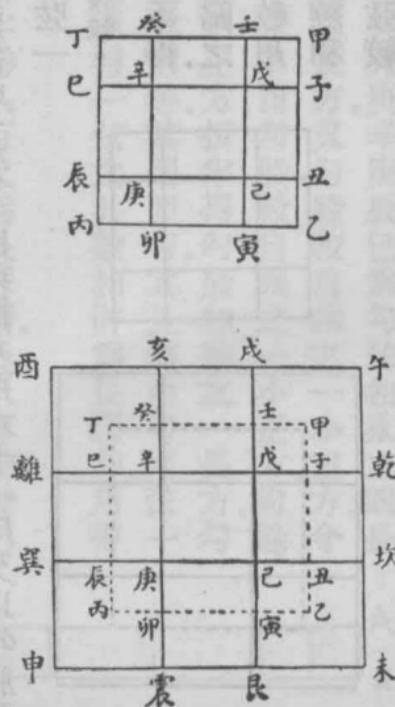
餘股自乘之一正方勾弦較與股相乘之一長方共爲戊坤兌亥一長方其闊卽股其

長卽股與勾弦較之和故以勾弦較爲長闊較用帶縱較數開方法算之得闊爲股也

設如有股弦較二尺勾股弦總和四十尺求勾股弦各幾何

第三十六

法以勾股弦總和四十尺內減股弦較二尺餘三十八尺爲兩股一勾之共數蓋勾股弦總和爲一勾一股一



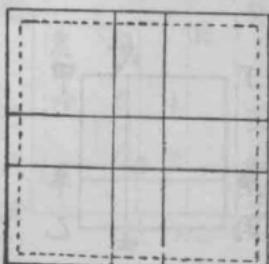
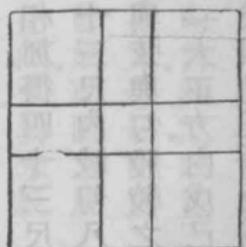
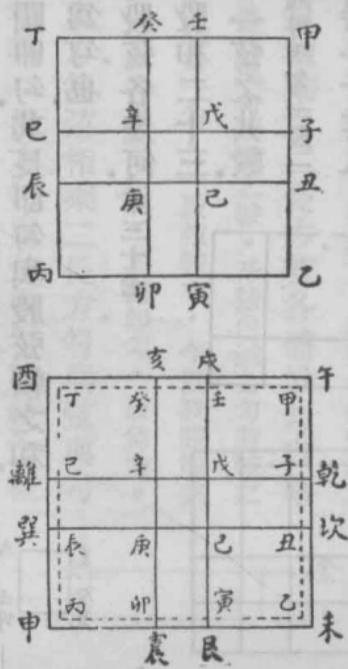
弦之共數・內減股弦較・是於弦內減股弦較・卽又得一股矣・故爲兩  
股一勾也・自乘得一千四百四十四尺・又以勾股弦總和四  
十尺與股弦較二尺相加得四十二尺爲兩弦一勾之共數・  
蓋勾股弦總和・爲一勾一股一弦之共數・今加股弦較・是於股數加股  
弦較・卽又得一弦矣・故爲兩弦一勾也・自乘得一千七百六十

弦較。卽又得一弦矣。故爲兩弦一勾也。自乘得一千七百六十四尺。兩數相減。餘三百二十尺。四歸之。得八十尺爲長方積。乃以股弦較二尺爲長闊較。用帶縱較數開方法算。

之得闊八尺爲勾於勾股弦總和四十尺內減勾八尺餘三十二尺爲股弦和減股弦較二尺餘三十尺折半得十五尺爲股加股弦較二尺得十七尺爲弦

也如圖甲乙丙丁爲兩股一勾自乘之一大正方內戊己庚辛爲勾自乘之一正方甲子戊壬丑乙寅己庚卯丙辰癸辛巳丁爲股自乘之四正方壬戌辛癸

方又午未申酉爲兩弦一勾自乘之一大正方。內戊己庚辛爲勾自乘之一正方。午乾戌戌、坎未艮己、庚震申巽、亥辛離西爲弦自乘之四正方。戌戊辛亥、乾坎己戊、己艮震庚、辛庚巽離爲勾弦相乘之四長方。



今於午未申酉之正方內減去甲乙丙丁之正方所餘四隅之午乾子甲壬戌等類四磬折形皆爲弦自乘之方內減去股自乘之方與勾自乘之四正方積相等四面之戊壬癸亥等類四長方形乃股弦較與勾相乘之四長方戊戌爲弦壬戊爲股故戊壬爲股弦較以四歸之則餘勾自乘之一正方股弦較與勾相乘之一長方共爲戊坤兌亥一長方其闊卽勾其長卽勾與股弦較之和故以股弦較爲長闊較用帶縱較數開方法算之得闊爲勾也

設如有勾股和二十三尺弦與勾股較之較十尺求勾股弦各幾何

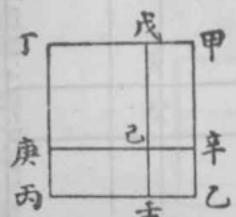
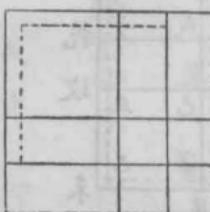
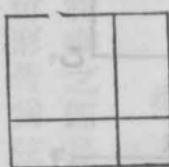
第三十七

法以勾股和二十三尺自乘得五百二十九尺又以勾股和二十三尺與弦與勾股較之較十尺相加得三十三尺爲兩勾一弦之共數蓋弦與勾股較之較十尺相加得三十三尺爲兩勾一弦之共數

股弦較而股加股弦較卽弦故爲兩勾一弦之共數也

自乘得一千零八十九尺兩自乘數相減餘五百六十尺折半得二百八十尺爲長方

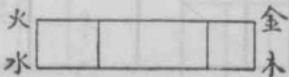
積乃以弦與勾股較之較十尺與兩勾一弦之共數三十三尺相加得四十三尺爲長闊和用帶縱和數開方法算之得闊八尺爲勾於勾股和二十三尺內減勾八尺餘十五尺爲股又於股十五尺內減勾八尺餘七尺爲勾股較與弦與勾股較之較十尺相加得十七尺爲弦也如圖甲乙丙丁爲勾股和自乘之一大正方內戊己庚丁爲股自乘之一正方辛乙壬己爲勾自乘之一正方甲辛己戊與己壬丙庚爲勾



股相乘之二長方。又癸子丑寅爲兩勾一弦自乘之一大正方。內卯辰巳寅爲弦自乘之一正方。未申酉辰亥乾申未乾子坎申申坎艮酉爲勾自乘之四正方。癸亥未午午未辰卯辰酉戌巳酉艮丑戌爲勾弦相乘之四長方。今以兩正方相減。則是癸子丑寅方內減去離辰坤震股自乘之一正方。卽如前圖之戊己庚丁然。又未申酉辰勾自乘之一正方。卽如前圖之辛乙壬己然。又巽未辰離辰酉兌坤勾股相乘之二長方。卽如前圖之甲辛己戊己壬丙庚然。所餘之卯離震坤巳寅一磬折形與勾自乘之一正方等。弦自乘之正方內減股自乘之方。則與勾自乘之方等。再午巽離卯與坤兌戌巳二小長方爲股弦較與勾相乘之二長方。若各補於勾自乘之二正方內。卽成勾與弦與勾股較之較。相乘二長方。蓋弦與勾股較之較。乃弦內減去勾股較之餘。然弦內有一勾。一勾股較。一股弦較。若減去勾股較。則所餘爲一勾。一股弦較矣。今以股弦較與勾相乘之正方補於勾自乘之正方內。則其長爲一勾。一股弦較。卽弦與勾股較之較。其闊卽勾。故爲勾。

與弦與勾股較之較相乘之長方也。合計之則爲勾自乘二正方。勾弦相乘一長方。勾與弦與勾股較之較。股較之較相乘二長方。折半則餘勾自乘一正方。勾弦相乘一長方。勾與弦與勾股較之較。相乘一長方之共積。與金木水火長方形等。其闊卽勾。其長爲一勾。一弦。一弦與勾股較之較。其長闊和爲兩勾一弦。一弦與勾股較之較。故以弦與勾股較之較。與兩勾一弦之共數相加。用帶縱和數開方法算之。得闊爲勾也。

癸	午	巽	
震	離	未	
坤	長	申	
	酉	艮	
巳	戊	丑	
	寅	未	
金			
木			



設如有勾股和二十三尺。弦與勾股較之和二十四尺。求勾股弦各幾何。第三十八。

法以勾股和二十三尺自乘得五百二十九尺。又

以弦與勾股較之和二十四尺自乘得五百七十六尺。兩數相加得一千一百零五尺爲長方積。乃

以弦與勾股較之和二十四尺倍之。得四十八尺爲長闊較。用帶縱較數開方法算之。得十七尺爲

弦。於弦與勾股較之和二十四尺內減弦十七尺。

餘七尺爲勾股較。於勾股和二十三尺內減勾股

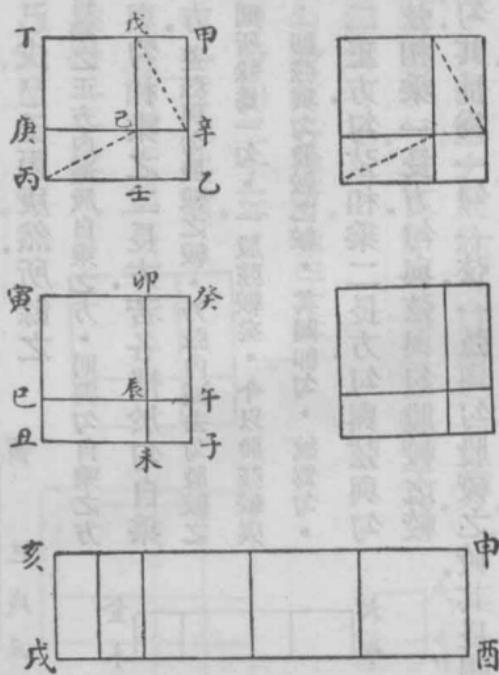
較七尺。餘十六尺折半得八尺爲勾。加勾股較七

尺。得十五尺爲股也。如圖甲乙丙丁爲勾股和自

乘之一大正方。內戊己庚丁爲股自乘之一正方。

辛乙壬己爲勾自乘之一正方。甲辛己戊與己壬

丙庚爲勾股相乘之二長方。又癸子丑寅爲弦與勾股較之和自乘之一大正方。內卯辰巳寅爲弦自乘之一正方。午子未辰爲勾股較自乘之一正方。癸午辰卯與辰未丑巳爲勾股較與弦相乘之二長方。兩大正方相併。則得弦自乘三正方。勾股較與弦相乘二長方共爲申酉戌亥一長方形。何也。卯辰巳寅爲一弦方。戊己庚丁一股方。與辛乙壬己一勾方相併爲一弦方。甲辛己戊、己壬丙庚勾股相乘之二長方。



卽四勾股積與午子未辰勾股較自乘之一正方相併又爲一弦方癸午辰卯辰未丑巳卽勾股較與弦相乘之二長方今二自乘方相加則成申酉戌亥之一大長方其闊卽弦其長爲三弦二勾股較其長闊較爲二弦二勾股較故將弦與勾股較之和倍之爲二弦二勾股較之共數用帶縱較數開方法算之得闊爲弦也

設如有勾弦和二十五尺弦與勾股和之較六尺求勾股弦各幾何 第三十九

法以勾弦和二十五尺自乘得六百二十五尺又以勾弦和二十五尺與弦與勾股和之較六尺相加得三十一尺爲兩勾一股之共數 盖勾弦和爲一勾一弦之共數 今於弦數內加弦與勾股和之較 単爲勾股和 是爲兩勾一股之共數矣 與勾弦和二十五尺相乘得七百七十五尺兩數相減餘一百五十尺爲長方積乃以勾弦和二十五尺爲長闊和用帶縱和數開方法算之得長十五尺爲股於股十五尺內減弦與勾股和之

較六尺餘九尺爲勾弦較與勾弦和二十五尺相加

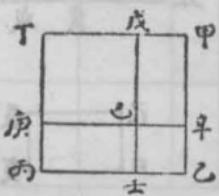
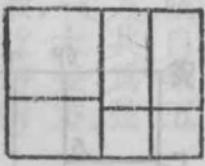
得三十四尺折半得十七尺爲弦內減勾弦較九尺

餘八尺爲勾也如圖甲乙丙丁爲勾弦和自乘之一

大正方內戊己庚丁爲弦自乘之一正方辛乙壬己

爲勾自乘之一正方甲辛己戊與己壬丙庚爲勾弦

相乘之二長方又癸子丑寅爲兩勾一股與勾弦和相乘之一大長方內卯辰巳寅爲股自乘之一正方



午未申卯與癸酉未午爲勾與弦相乘之二長方與甲乙丙丁大正方內之甲辛己戊己壬丙庚二長方等未戌亥申爲勾自乘之一正方與甲乙丙丁大正方內之辛乙壬己一正方等而酉子戌未亦爲勾自乘之一正方與卯辰巳寅股自乘之一正方相併乃與甲乙丙丁大正方內之戊己庚丁弦自乘之一正方等兩數相減所餘爲辰亥丑巳一長方其辰巳長卽股其辰巳己丑長闊和卽勾弦和故以帶縱和數開方法算之得長爲股也

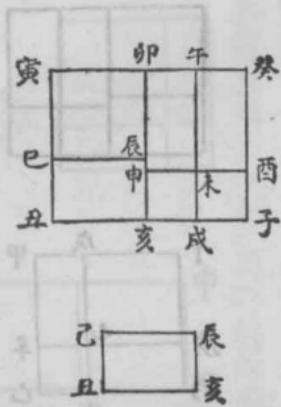
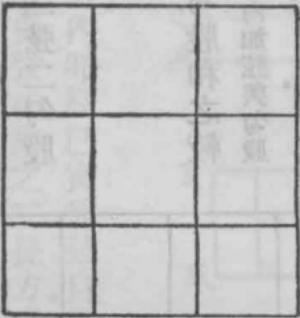
設如有勾弦和二十五尺。弦與勾股較之和二十四尺。求勾股弦各幾何。第四十

法以勾弦和二十五尺自乘得六百二十五尺。又以勾弦和二十五尺與弦與勾股較之和二十四尺相加得四十九尺爲兩弦一股之共數。蓋勾弦和加弦與勾股較之和。則得兩弦一勾一勾股較。

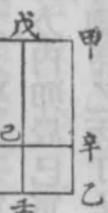
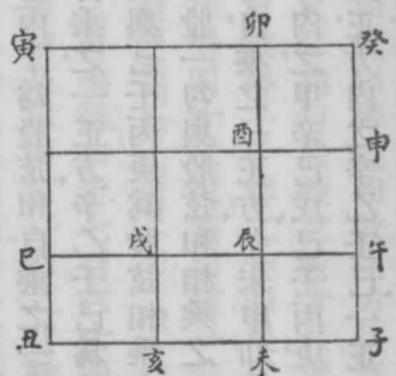
而勾加勾股較卽股。故爲兩弦一股也。自乘得二千四百零一尺。兩

自乘數相加得三千零二十六尺爲長方積。乃以兩弦一股之共數倍之。得九十八尺。爲四弦二股之共數。與勾弦和相加得

一百二十三尺爲長闊和用帶縱和數開方法算之得闊三十四尺折半得十七尺爲弦於勾弦和二十五尺內減弦十七尺



癸 申 午 子

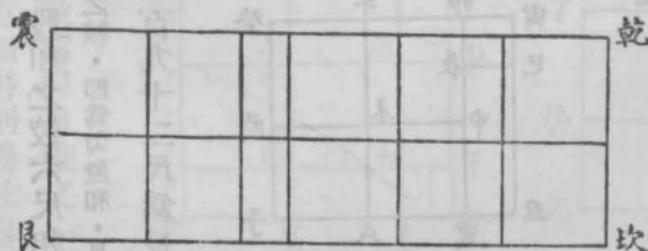


巳寅爲弦自乘之四正方。午子未辰爲股自乘之一正方。癸申酉卯、申午辰酉辰未亥戌、戌亥丑巳爲股弦相乘之四長方。今以兩自乘之方相併，則得弦自乘五正方。又勾自乘之一正方與股自乘之一正方相併，爲弦自乘之一正方，共爲弦自乘六正方。勾弦相乘二長方，股弦相乘四長方相合，共成乾坎艮震一大長方。其闊卽二弦數，其長爲三弦一勾二股數。故將兩弦一股之共數倍之，與勾弦和相加爲長闊和，用帶縱和數開方法算之，得闊爲二弦而折半爲弦也。

四尺內減弦十七尺，餘七尺爲勾股較，與勾八尺相加得十五尺爲股也。如圖甲乙丙丁爲勾弦和，自乘之一大正方，內戊己庚丁爲弦自乘之一正方。

辛乙壬己爲勾自乘之一正方。甲辛己戊與己壬丙庚爲勾弦相乘之二長方，又癸子丑寅爲兩弦一股。

自乘之一大正方，內卯辰自乘之六正方，得乾坎艮震一大長方。



設如有股弦和三十二尺。弦與勾股和之較六尺。求勾股弦各幾何。

第四十一

法以股弦和三十二尺自乘。得一千零二十四尺。又以股弦和三十二尺與弦與勾股和之較六尺相加。得三十八尺爲兩股一勾之共數。蓋股弦和爲一股一弦之共數。今於弦數內加弦與勾股和之較。即爲勾股和。是爲兩股一勾之共數矣。與股弦和三十二尺相乘。得一千二百一十六尺。兩數相減。餘一百九十二尺爲長方積。乃以股弦和三十二尺爲長闊和。用帶縱和數開方

法算之。得闊八尺爲勾。於勾八尺內減弦與勾股和之

較六尺。餘二尺爲股弦較。與股弦和三十二尺相加。得

三十四尺。折半得十七尺爲弦。內減股弦較二尺。餘十

五尺爲股也。如圖甲乙丙丁爲股弦和自乘之一大正

方。內戊己庚丁爲弦自乘之一正方。辛乙壬己爲股自

乘之一正方。甲辛己戊與己壬丙庚爲股弦相乘之二

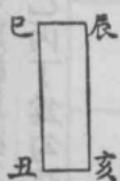
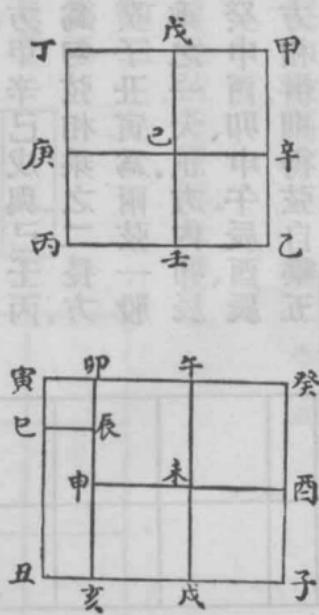
長方。又癸子丑寅爲兩股一勾與股弦和相乘之一大

長方。內卯辰巳寅爲勾自乘之一正方。午未申卯與癸酉未午爲股弦相乘之二長

方。與甲乙丙丁大正方內之甲辛己戊、己壬丙庚二長方等。未戌亥申爲股自乘之

一正方。與甲乙丙丁大正方內之辛乙壬己一正方等。而酉子戌未亦爲股自乘之

一正方。與卯辰巳寅勾自乘之一正方相併。乃與甲乙丙丁大正方內之戊己庚丁



弦自乘之一正方等兩數相減所餘爲辰亥丑巳一長方其辰巳闊卽勾其辰

巳己丑長闊和卽股弦和故以帶縱和數開方法算之得闊爲勾也

第四十二

設如有股弦和三十二尺弦與勾股較之較十尺求勾股弦各幾何法以股弦和三十二尺自乘得一千零二十四尺又以股弦和三十二尺與弦與勾股較之較十尺相加得四十二尺爲兩弦一勾之共數蓋弦與勾股較之較爲一勾一股弦較之共數與股弦和相加則得一勾一股一弦一股弦較而股加股弦較卽又

得一弦故爲兩弦一勾也自乘得一千七百六十四尺兩自乘數相加得二

千七百八十八尺爲長方積乃以兩弦一勾之共數倍之得八十四尺爲四

酉 午 子 未

寅 申 午 未

弦二勾之共數與股弦和三十二尺相加得一百一十六尺爲長闊和用帶

酉 申 午 未

縱和數開方法算之得闊三十四尺折半得十七尺爲弦於股弦和三十二

酉 申 午 未

尺內減弦十七尺餘十五尺爲股又於弦十七尺內減弦與勾股較之較十

酉 申 午 未

尺餘七尺爲勾股較於股十五尺內減勾股較七尺餘八尺爲勾也如圖甲

酉 申 午 未

乙丙丁爲股弦和自乘之一大正方內戊己庚丁爲弦自乘之一正方辛乙

酉 申 午 未

壬己爲股自乘之一正方甲辛己戊與己壬丙庚爲股弦相乘之二長方又

酉 申 午 未

癸子丑寅爲兩弦一勾自乘之一大正方內卯辰巳寅爲弦自乘之四正方午子未辰爲勾自乘之一正

酉 申 午 未

方癸申酉卯申午辰酉辰未亥戌戌亥丑巳爲勾弦相乘之四長方今以兩自乘之方相併則得弦自乘

酉 申 午 未

乾 次 震 艮

五正方又勾自乘之一正方與股自乘之一正方相併爲弦自乘之一正方共爲弦自乘六正方股弦相乘二長方勾弦相乘四長方相合共成乾坎艮震一大長方其闊卽二弦數其長爲三弦一股二勾數其長闊和爲五弦一股二勾數故將兩弦一勾之共數倍之與股弦和相加爲長闊和用帶縱和數開方法算之得闊爲二弦而折半爲弦也

設如有勾股較七尺弦與勾股和之較六尺求勾股弦各幾何 第四十三

法以弦與勾股和之較六尺自乘得三十六尺折半得十八尺爲長方積以勾股較七尺爲長闊較用帶縱較數開方

法算之得二尺爲股弦較與弦與勾

股和之較六尺相加得八尺爲勾加

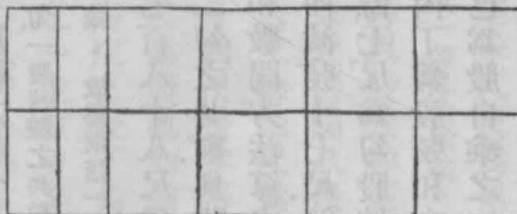
勾股較七尺得十五尺爲股再加股

弦較二尺得十七尺爲弦也如圖甲

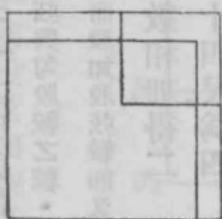
乙丙丁爲弦自乘之一正方戊己丙

庚爲股自乘之一正方甲壬癸辛爲勾自乘之一正方戊丑

癸子爲弦與勾股和之較自乘之一正方其積與壬乙己丑辛子庚丁之勾弦較與股弦較相乘之二長方等見前有勾弦較股弦較求勾股弦法今以弦與勾股和之較自乘折半必與壬乙己丑一長方積相等其

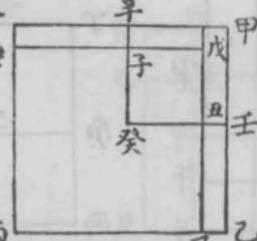


震 艮



壬  
癸

丙

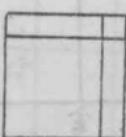
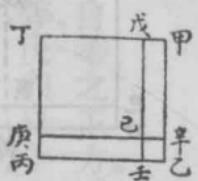
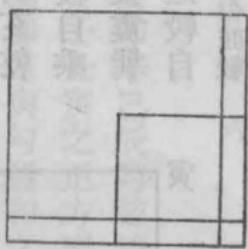


丁  
庚

乙己闊卽股弦較。其壬乙長卽勾弦較。而勾弦較之中有一股弦較一勾股較。故以勾股較爲長闊較。用帶縱較數開方法算之。得闊爲股弦較也。  
設如有勾弦較九尺。弦與勾股較之較十尺。求勾股弦各幾何。  
第四十四

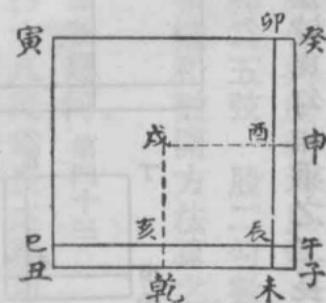
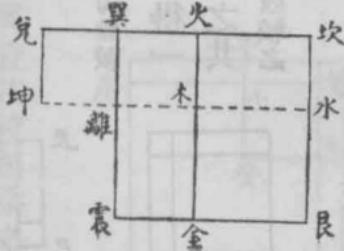
法以弦與勾股較之較十尺爲勾與股弦較之共數。蓋弦與勾股較之較。乃弦內減去勾股較之餘。然弦內有一勾一勾股較一股弦較。今減去勾股較。故餘爲勾與股弦較之共數也。自乘得一百尺。又以勾弦較九尺。與弦與勾股較之較十尺相加。得十九尺爲弦與股弦較之共數。蓋勾加勾弦較卽弦。今弦與勾股較之較。既爲勾與股弦較之共數。若加勾弦較則爲弦與股弦較之共數矣。自乘得三百六十一尺。兩自乘數相減。餘二百六十一尺。

又以勾弦較九尺自乘。得八十一尺。於兩自乘數相減之餘二百六十一尺內減之。餘一百八十尺。折半得九十尺爲長方積。以勾弦較九尺爲長闊較。用帶縱較數開方法算之。得長十五尺爲股。以股十五尺與弦與股弦較之共數十九尺相加。得三十四尺。折半得十七尺爲弦內減勾弦較九尺餘八尺爲勾也。如圖甲乙丙丁爲勾與股弦較相和自乘之一大正方。內戊己庚丁爲勾自乘之一正方。辛乙壬己爲股弦較自乘之一正方。甲辛己戊與己壬丙庚爲股弦較與勾相乘之二長方。又癸子丑寅爲弦與股弦較相和自乘之一大正方。內卯辰巳寅爲弦自乘之一正方。午子未辰爲股弦較



自乘之一正方卽如前圖之辛乙壬己然癸午辰卯與辰未丑巳爲股弦較與弦相乘之二長方兩自乘方相減則於癸子丑寅正方形內減去與甲乙丙丁正方形相等之申子乾戌正方形餘卯酉戌亥巳寅磬折形爲弦自乘方內減去勾自乘方所餘之股自乘之方積其癸申酉卯與亥乾丑巳爲勾弦較與股弦較相乘之二長方共積與弦與勾股和之較自乘之正方等今以卯酉戌亥巳寅磬折形變爲股自乘之方作一坎艮震巽正方形又以癸申酉卯亥乾丑巳二長方共積變爲弦與勾股和之較自乘之方作一巽離坤兌正方形則此二正方邊之較卽勾弦較並見勾弦較股弦較求勾股弦法中是以坎艮震巽股自乘之正方形內減去水艮金木勾弦較自乘之正方則餘坎水木金震巽一磬折形而此磬折形內火木離巽之一正方形與巽離坤兌之正方形等是則坎水木金震巽磬折形與巽離坤兌正方形相合共爲坎水離巽類之二長方矣折半則爲一長方其闊卽弦與勾股和之較其長卽股其長闊較卽勾弦較故以勾弦較爲長闊較用帶縱較數開方法算之得長爲股也

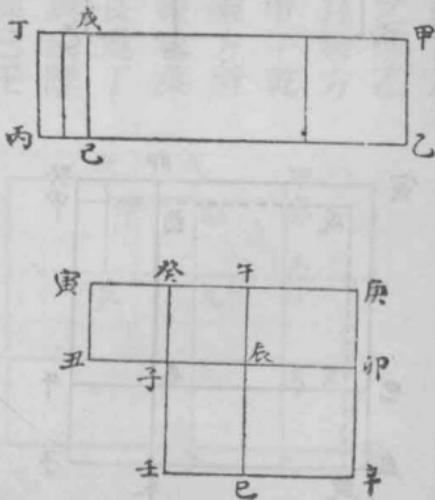
又法以弦與勾股較之較十尺爲勾與股弦較之共數與勾弦較九尺相加得十九尺爲弦與股弦較之共數兩數相併得二十九尺爲一勾一弦



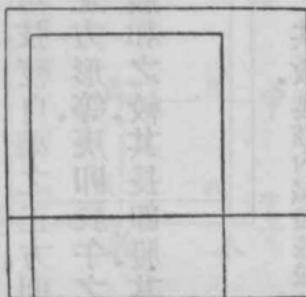
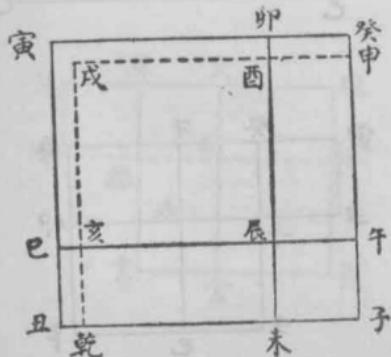
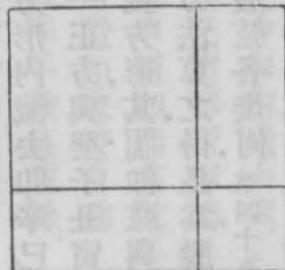
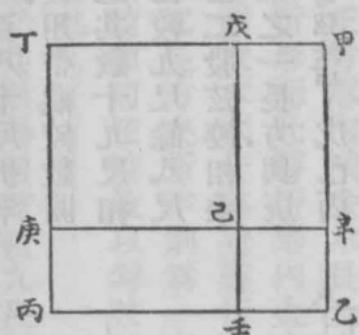
二股弦較之共數與勾弦較九尺相乘得二百六十一尺又以勾弦較九尺自乘得八十一尺兩積相減餘一百八十尺折半得九十尺爲長方積以勾弦較九尺爲長闊較用帶縱較數開方法算之得長十五尺爲股與弦與股弦較之共數十九尺相加得三十四尺折半得十七尺爲弦內減勾弦較九尺餘八尺爲勾也如圖甲乙丙丁爲勾弦較與一勾一弦二股弦較相乘之長方內甲乙己戊爲勾弦較與勾弦和相乘之一長方與庚辛壬癸股自乘之一正方積等見股與勾弦較求勾弦法中戊己丙丁爲勾弦較與股弦較相乘之二長方與癸子丑寅弦與勾股和之較自乘之一正方積等此二正方邊之較即勾弦較並見

勾弦較股弦較求勾股弦法中是以庚辛壬癸股自乘之正方形內減去卯辛巳辰勾弦較自乘之正方則餘庚卯辰巳壬癸一磬折形而此磬折形內午辰子癸之一正方與癸子丑寅之正方形等庚卯辰午之一長方與辰巳壬子之長方形等折半卽餘庚卯子癸一長方形其闊卽弦與勾股和之較其長卽股其長闊較卽勾弦較故以勾弦較爲長闊較用帶縱較數開方法算之得長爲股也設如有股弦較二尺弦與勾股較之和二十四尺求勾股弦各幾何第四十五

法以弦與勾股較之和二十四尺減股弦較二尺餘二十二尺爲股與勾股較之共數蓋弦內減股弦較餘卽



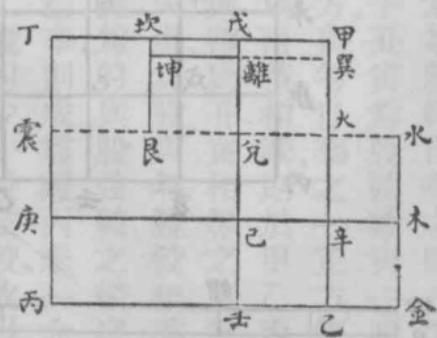
股。故於弦與勾股較之和內減股弦較。餘卽爲股與勾股較之共數也。自乘得四百八十四尺。又以弦與勾股較之和二十四尺自乘得五百七十六尺。兩自乘數相減。餘九十二尺。又於股與勾股較之共數自乘之四百八十四尺內減兩自乘數相減所餘之九十二尺。餘三百九十二尺爲長方積。乃以股與勾股較之共數二十二尺倍之。得四十四尺。內減股弦較二尺。餘四十二尺爲長闊和。用帶縱和數開方法算之。得闊十四尺。折半得七尺爲勾股較。於弦與勾股較之和內減股弦較。餘十五尺爲股。於股內減勾股較七尺。餘八尺爲勾。如圖甲乙丙丁爲股與勾股較相和自乘之一大正方。內戊己庚丁爲股自乘之一正方。辛乙壬己爲勾股較自乘之一正方。甲辛己戊與己壬丙庚爲勾股較與股相乘之二



長方又癸子丑寅爲弦與勾股較相和自乘之一大正方內卯辰巳寅爲弦自乘之一正方午子未辰爲勾股較自乘之一正方卽如前圖之辛乙壬已然癸午辰卯與辰未丑巳爲勾股較與弦相乘之二長方兩自乘方相減則於癸子丑寅正方形內減去與甲乙丙丁正方形相等之申子乾戌正方形所餘卯酉戌亥巳寅磬折形爲弦自乘方內減去股自乘方所餘之勾自乘之方積其癸申酉卯與亥乾丑巳爲勾股較與股弦較相乘之二長方今以此餘積再於甲乙丙丁正方形內減之則減去坎艮震丁勾自乘之一正方其積與卯酉戌亥巳寅磬折形等又甲巽離戊與戊離坤坎二長方卽如癸申酉卯亥乾丑巳二長方然所餘兌己庚震與己壬丙庚爲股與勾股較相乘之二長方火辛己兌與辛乙壬己爲勾股較自乘之二正方巽火兌離與離兌艮坤爲勾與股弦較之較與勾股較相乘

之二長方試將巽火兌離離兌艮坤二長方移爲水木辛火木金乙辛則成水金丙震一大長方形其闊卽二勾股較其長卽二股內少一股弦較其長闊和爲二勾股較二股少一股弦較故以股與勾股較之共數倍之得二股二勾股較內減去一股弦較爲長闊和用帶縱和數開方法算之得闊爲二勾股較折半得勾股較也

又法以弦與勾股較之和二十四尺減股弦較二尺餘二十二尺爲股與勾股較之共數自乘得四百八



十四尺又以弦與勾股較之和二十四尺與股與勾股較之共數二十二尺相加得四十六尺爲一股  
弦二勾股較之共數以股弦較

二尺乘之得九十二尺兩數相減餘三百九十二尺爲長方積

乃以股與勾股較之共數二十

二尺倍之得四十四尺內減股

弦較二尺餘四十二尺爲長闊

和用帶縱和數開方法算之得

闊十四尺折半得七尺爲勾股

較於弦與勾股較之和二十四

尺內減勾股較七尺餘十七尺

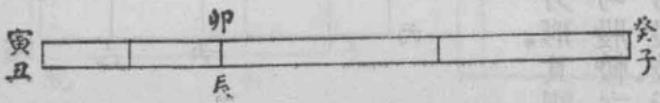
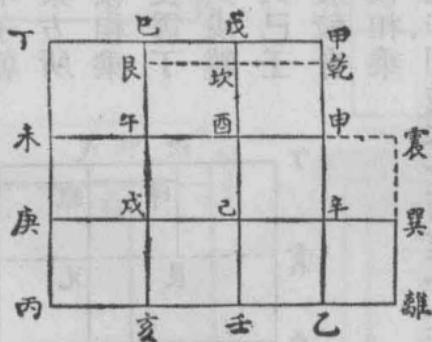
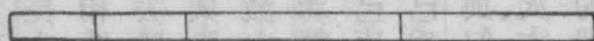
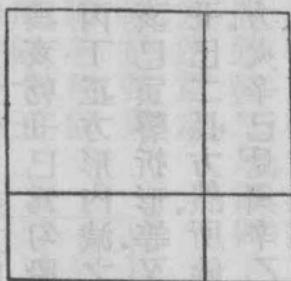
爲弦於弦內減股弦較二尺餘

十五尺爲股於股內減勾股較

七尺餘八尺爲勾也如圖甲乙

丙丁爲股與勾股較相和自乘

之一大正方亦卽一勾二勾股

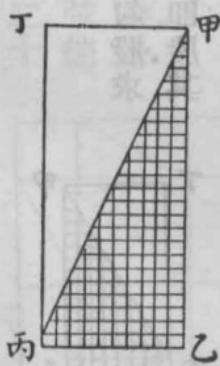


較之共數自乘之正方也。蓋圖以甲辛爲股。辛乙爲勾股較。若以甲申爲勾。則申辛亦勾股較。故爲一勾兩勾股較也。內巳午未丁爲勾自乘之一正方。申辛己酉、酉己戌午、辛乙壬己、己壬亥戌爲勾股較自乘之四正方。甲申酉戌、戊酉午巳、午戌庚未、戊亥丙庚爲勾股較與勾相乘之四長方。又癸子丑寅爲股弦較與一股一弦二勾股較相乘之一長方。內癸子辰卯爲股弦較與股弦和相乘之一長方。與勾自乘之一正方等。見勾股弦較求股弦法中。 卯辰丑寅爲股弦較與二勾股較相乘之二長方。今以兩積相減。則於甲乙丙丁正方形內減去與癸子辰卯相等之巳午未丁之勾自乘之一正方。又減去與卯辰丑寅相等之甲乾坎戊、戊坎艮巳之股弦較與二勾股較相乘之二長方。所餘酉己庚未與己壬丙庚爲股與勾股較相乘之二長方。申辛己酉與辛乙壬己爲勾股較自乘之二正方。乾申酉坎坎酉午艮爲勾與股弦較之較與勾股較相乘之二長方。試將乾申酉坎坎酉午艮二長方移爲震巽辛申巽離乙辛。則成震離丙未一大長方形。其闊卽二勾股較。其長卽二股內少一股弦較。其長闊和爲二勾股較二股內少一股弦較。故以股與勾股較之共數倍之。得二股二勾股較內減去一股弦較爲長闊和。用帶縱和數開方法算之。得闊爲二勾股較折半得勾股較也。

### 勾股積與勾股弦和較相求法

設如有勾股積一百二十尺。勾十尺。求股弦各幾何。

法以勾股積一百二十尺倍之。得二百四十尺。以勾十尺除之。得二  
十四尺爲股。勾股求弦。得弦二十六尺。如圖甲乙丙勾股形積倍之



成甲乙丙丁長方形積其闊卽勾其長卽股故以勾除倍積而得股也。

設如有勾股積六十尺股十五尺求勾弦各幾何。

法以勾股積六十尺倍之得一百二十尺以股十五尺除之得八尺爲勾勾股求弦得弦十七尺如圖甲乙丙勾股形積倍之成甲乙丙丁長方形積其長卽股其

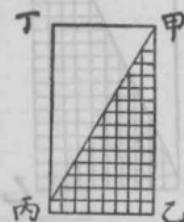
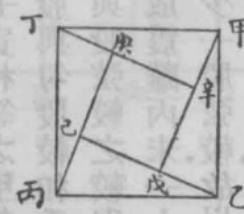
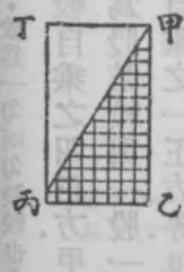
闊卽勾故以股除倍積而得勾也。

設如有勾股積三十尺弦十三尺求勾股各幾何。

法以勾股積三十尺四因之得一百二十尺又以弦十三尺自乘得一百六十九尺相減餘四十九尺開方得七尺爲勾股較乃以勾股積倍之爲長方積以勾股較爲長闊較用帶縱較數開方法算之得闊五尺爲勾得長十二尺爲股如圖甲乙丙丁爲弦自乘之方內容甲戊乙乙己丙丙庚丁丁辛甲四勾股積戊己庚辛一勾股較自乘方積故於弦自乘方內減四勾股積卽餘勾股較自乘之方而開方得勾股較也。

設如有勾股積六十尺勾股較七尺求勾股弦各幾何。

法以勾股積六十尺倍之得一百二十尺以勾股較七尺爲長闊較用帶縱較數開方法算之得闊八尺爲勾加勾股較七尺得十五尺爲股勾股求弦得弦十七尺如圖甲乙丙勾股形積倍之成甲乙丙丁長方形積其闊卽勾其長卽股其長



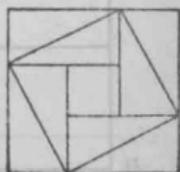
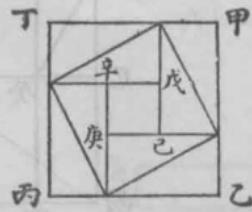
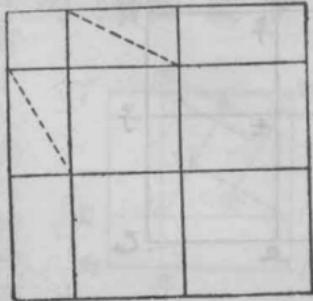
闊較卽勾股較故用帶縱較數開方法算之得闊爲勾也又如有勾股積幾何知勾弦較或股弦較求勾股弦法中用帶縱立方算之始得茲故不設設在帶縱立方之後

設如有勾股積六十尺勾股和二十三尺求勾股弦各幾何

法以勾股積六十尺八因之得四百八十尺又以勾股和二十三尺自乘得五百二十九尺兩數相減餘四十九尺開方得七尺爲勾股較於勾股和二十三尺內減勾股較七尺十六尺折半得八尺爲勾加勾股較七尺得十五尺爲股勾股求弦得弦十七尺如圖甲乙丙丁爲勾股和自乘之方內容八勾股積一勾股較自乘方積今於勾股和自乘之方內減八勾股積所餘戊己庚辛正方卽勾股較自乘之方故開方而得勾股較也又如有勾股積幾何知勾弦和或股弦和求勾股弦法中用帶縱立方算之始得茲故不設設在帶縱立方之後

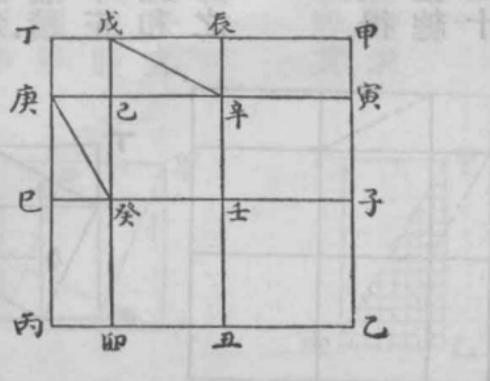
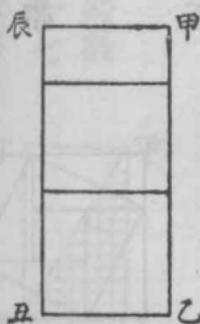
設如有勾股積六十尺勾股弦總和四十尺求勾股弦各幾何

法以勾股積六十尺四因之得二百四十尺又以勾股弦總和四十尺自乘得一千六百尺兩數相減餘一千三百六十尺折半得六百八十尺以勾股弦總和四十尺除之得十七尺爲弦於勾股弦總和四十尺內減弦十七尺餘二十



三尺爲勾股和用有弦有勾股和求勾股法算之得勾八尺股十五尺。如圖甲乙丙丁爲勾股弦總和自乘之一大正方內戊己庚丁爲勾自乘之一正方辛壬癸巳爲股自乘之一正方子乙丑壬爲弦自乘之一正方寅子壬辛與壬丑卯癸爲股弦相乘之二長方甲寅辛辰與癸卯丙巳爲勾弦相乘之二長方辰辛己戌與己癸巳庚爲勾股相乘之二長方夫勾股相乘之二長方與四勾股積等今於勾股弦總和自乘之一大正方內減去四勾股積卽減去勾股相乘之二長方而勾自乘之一正方與股自乘之一正方相併又與弦自乘之一正方等故所餘者爲弦自乘之二正方股弦相乘之二長方勾弦相乘之二長方折半卽得弦自乘之一正方股弦相乘之一長方勾弦相乘之一長方與甲乙丑辰長方形等其闊卽弦其長卽勾股弦總和故以勾股弦總和除之而得弦也。

設如有勾股積六十尺弦與勾股和之較六尺求勾股弦各幾何。  
法以勾股積六十尺四因之得二百四十尺以弦與勾股和之較六尺除之得四十尺爲勾股弦總數內減弦與勾股和之較六尺餘三十四尺折半得十七尺爲弦加弦與勾股和之較六尺得二十三尺爲勾股



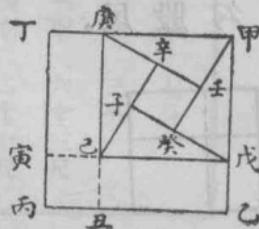
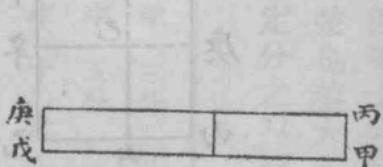
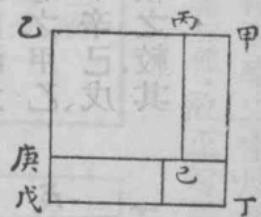
和用有弦有勾股和求勾股法算之得股十五尺勾八尺如圖甲乙爲勾股和丙乙爲弦甲丙爲弦與勾股和之較試依甲乙線作甲丁戊乙勾股和自乘之一正方又以丙乙線作丙己庚乙弦自乘之一正方二方相較其甲丁戊庚己丙磬折形乃與四勾股積相等  
股較自乘方內容八勾股積一勾股較自乘方積弦自乘方內容四勾股積一勾

股較自乘方積二方相減所餘磬折形積與四勾股積相等引而長之即如丙甲戊庚一長方形其闊卽弦與勾股和之較其長卽弦與勾股和之和故以弦與勾股和之較除之得勾股弦總數也

設如有勾股積六十尺弦與勾股較之和二十四尺求勾股弦各幾何

法以勾股積六十尺四因之得二百四十尺又以弦與勾股較之和二十四尺自乘得五百七十六尺兩數相減餘三百三十六尺折半得一百六十八尺用弦與勾股較之和二十四尺除之得七尺爲勾股較於弦與勾股較之和二十四尺內減勾股較七尺餘十七尺爲弦用有弦有勾股較求勾股法算之得勾八尺股十五尺如圖甲乙丙丁爲弦與勾股較之和自乘之一正方甲戊己庚爲弦自乘之一正方而弦自乘之方內容四勾股積一勾股較自乘方積今減去四勾股積餘辛壬癸子爲勾

股較自乘之一正方而已丑丙寅亦爲勾股較自乘之一正方再戊乙丑己與庚己寅丁又爲勾股較與



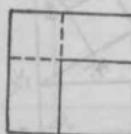
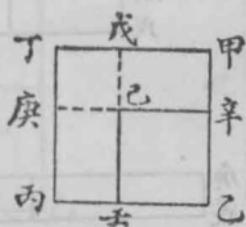
弦相乘之二長方折半則餘戊乙丑己一長方。己丑丙寅一正方。其戊寅長卽弦與勾股較之和。其戊乙闊卽勾股較。故以弦與勾股較之和除之而得勾股較也。

設如有勾股積六十尺。弦與勾股較之較十尺。求勾股弦各幾何。

法以勾股積六十尺四因之得二百四十尺。又以弦與勾股較之較十尺自乘得一百尺。兩數相減餘一百四十尺折半得七十尺。以弦與勾股較之較十尺除之得七尺爲勾股較。與弦與勾股較之較十尺相加得十七尺爲弦。用有弦有勾股較求勾股法算之得勾八尺。股十五尺。如圖甲乙丙丁爲弦自乘之一大正方。內丁戊己庚爲勾股較自乘之一正方。辛乙壬己爲弦與勾股較之較自乘之一正方。甲辛己戊與己壬丙庚爲勾

股較與弦與勾股較之較相乘之二長方。蓋弦自乘方內容四勾股積一勾股較。自乘方積今丁戊己庚旣爲勾股較自乘之方。若於甲乙丙丁弦自乘方內減之。則所餘甲乙丙庚己戊磬折形卽與四勾股積相等。又於四勾股積相等之甲乙丙庚己戊磬折形內減辛乙壬己弦與勾股較之較自乘之方。則尙餘甲辛己戊己壬丙庚二長方折半則得己壬丙庚一長方。其己壬長卽弦與勾股較之較己庚闊卽勾股較。故以弦與勾股較之較除之而得勾股較也。

正勾股比例



設如有正勾股知勾十二尺。求股與弦各幾何。

法以正勾股定分之勾三分爲一率.股四分爲二率.今所設之勾一十二尺爲三率.推得四率十六尺爲股.仍以勾三分爲一率.弦五分爲二率.今所設之勾十二尺爲三率.推得四率二十尺爲弦也.蓋大小兩同式形.其相當各界互相比之比例.俱爲相當比例四率.見幾何原本八卷第三節.故正勾股定分之勾三與股四之比.卽同於今所設之勾十

二與股十六之比.又正勾股定分

之勾三與弦五之比.亦同於今所設之勾十二與弦二十之比也.

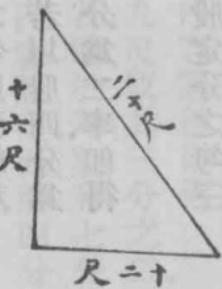
又捷法以勾十二尺用正勾股定分之勾三分除之.得四尺.卽知今

所設之勾股形爲加四倍之比例.

乃以正勾股定分之股四分弦五分各加四倍.卽得所求之股弦之各數矣.

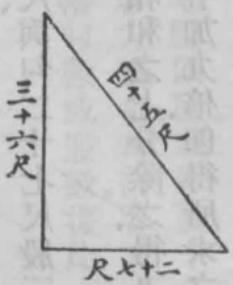
設如有正勾股.知勾股和六十三尺.求勾股弦各幾何.

法以正勾股定分之勾三分股四分相併.得七分爲一率.勾三分爲二率.今所設之勾股和六十三尺爲三率.推得四率二十七尺爲勾.若以股四分爲二率.卽得四



一率	三分
二率	四分
三率	十二尺
四率	十六尺

一率	三分
二率	五分
三率	十二尺
四率	二十尺



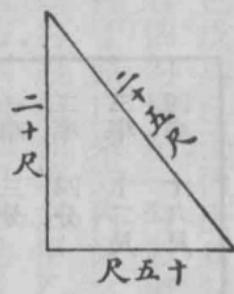
一率	七分
二率	三分
三率	六十三尺
四率	二十七尺

率三十六尺爲股。若以弦五分爲二率。卽得四率四十五尺爲弦也。蓋正勾股定分之勾股和七尺。與勾三股四弦五各相爲比。卽同於今所設之勾股和六十三尺。與勾二十七尺股三十六尺弦四十五尺各相比之比例也。

又捷法以勾股和六十三尺。用正勾股定分之勾三股四相和之七分除之。得九尺。卽知今所設之勾股形爲加九倍之比例。乃以正勾股定分之勾三股四弦五各加九倍。卽得所求之各數也。設如有正勾股。知勾股弦總和六十尺。求勾股弦各幾何。

法以正勾股定分之勾三分股四分弦五分相併。共得十二分爲一率。勾三分爲二率。今所設之勾股弦總和六十尺爲三率。推得四率十五尺爲勾。若以股四分爲二率。卽得四率二十尺爲股。若以弦五分爲二率。卽得四率二十五尺爲弦也。

又捷法以勾股弦總和六十尺。用正勾股定分之勾三



一率	十二分
二率	三率
三率	六十尺
四率	十五尺

股四弦五相併之十二分除之。得五尺。卽知今所設之勾股形爲加五倍之比例。乃以正勾股定分之勾三股四弦五各加五倍。卽得所求之各數也。

設如有正勾股。勾九尺。股十二尺。求內容方邊幾何。

法以股十二尺。七歸三。因得五尺。一寸四分二釐八毫有餘。或以勾九尺七歸四。因亦得五尺一寸四分

二釐八毫有餘爲內容方邊也。蓋勾三分股四分者，則以勾股和七分爲一率。勾三分爲二率。股四分爲三率。推得四率爲內容方邊。是內容方邊得股七分之三。得勾七分之四也。今九尺與十二尺之比。仍同於三分與四分之比。故以其分數相求得內容方邊。仍爲比例四率也。

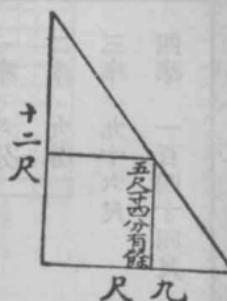
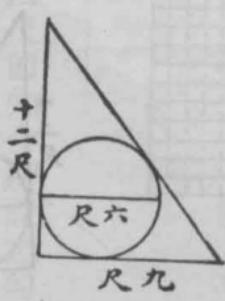
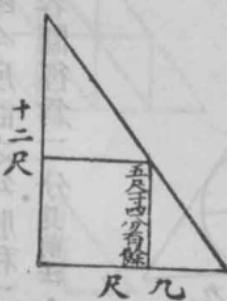
設如有正勾股。勾九尺。股十二尺。求內容圓徑幾何。

法以股十二尺折半得六尺。或以勾九尺取其三分之二。亦得六尺。卽爲內容圓徑也。蓋勾三分股四分弦五分者。則於勾股和七分內減弦五分。餘二分爲內容圓徑。見勾股容圓第二法。是內容圓徑得股四分之二。得勾三分之二也。今九尺與十二尺之比。同於三分與四分之比。故十二尺與六尺之比。仍同於四與二之比。而九尺與六尺之比。亦仍同於三與二之比也。

設如有正勾股。知勾股和二十一尺。求內容方邊幾何。

法以正勾股定分比例得勾九尺股十二尺。以勾九尺七歸四因。或以股十二尺七歸三因。得五尺一寸四分二釐八毫有餘。卽內容方邊也。蓋內容方邊得勾七分之四。得股七分之三。見前法。故必先比例得勾數或股數。復比例得內容方邊也。

設如有正勾股。知勾股和二十一尺。求內容圓徑幾何。

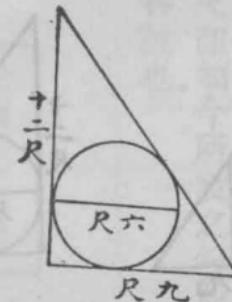


法以正勾股定分之勾三分股四分相加之七分爲一率。內容圓徑二分爲二率。今所設之勾股和二十一尺爲三率。推得四率六尺。卽內容圓徑也。蓋勾三分股四分弦五分者。其內容圓徑爲二分。見前法。故勾股和之七分與內容圓徑二分之比。卽同於今所設之勾股和之二十一尺與內容圓徑六尺之比也。總之正勾股形知一數卽得所求之各數。要先以勾三股四弦五求得所知之定分。及所求之定分。如勾股較。則以勾三分與股四分相減餘一分。又如弦與勾股較之和。則以勾股較一分與弦五分相加得六分之類。乃以所知之定分。與所求之定分之比。卽同於今所知之數。與今所求之數之比也。

設如有正勾股面積九十六尺。求勾股弦各幾何。

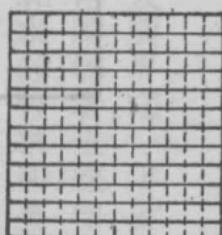
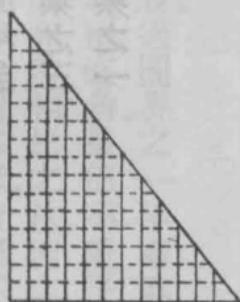
法以正勾股定分之面積六分爲一率。勾三分自乘得九分爲二率。今所設之勾股積九十六尺爲三率。推得四率一百四十四尺爲勾自乘之方。開方得十二尺爲勾。如以正勾股定分之股四分自乘爲二率。則得今所設之股自乘之方。如以正勾股定分之弦五分自乘爲二率。則得今所設之弦自乘之方。各開方而卽得各數矣。或得勾而以正勾股定分之勾股弦各比例之亦可。蓋同式兩勾股形其面積互相爲比。卽同於勾股形各相當界所作正

一率	七分
二率	二分
三率	二十一尺
四率	六尺



一率	六分
二率	九分
三率	九十六尺
四率	一百四十四尺

方形互相爲比。見幾何原本八卷第四節。故以正勾股定分之面積六尺，與勾股弦各方之比，即同於今所設之面積九十六尺，與勾股弦各方之比也。



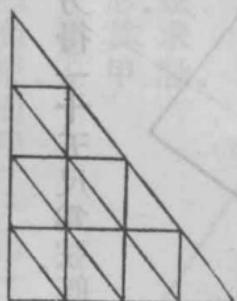
又捷法以面積九十六尺用正勾股定分之面積六尺除之得十六尺。開方得四尺。卽知今所設之勾股弦爲各加四倍之比例。乃以正勾股定分之各數各加四倍。卽得各數。蓋兩直角方面形其兩方面之比例。比之兩界之比例爲連比例隔一位相加之比例。見幾何原本

七卷第五節。今勾股爲長方之半。正方與正方爲比。長方與長方爲比。

其比例相同。並見第六節。故積大十六倍者。界必大四倍。旣知其

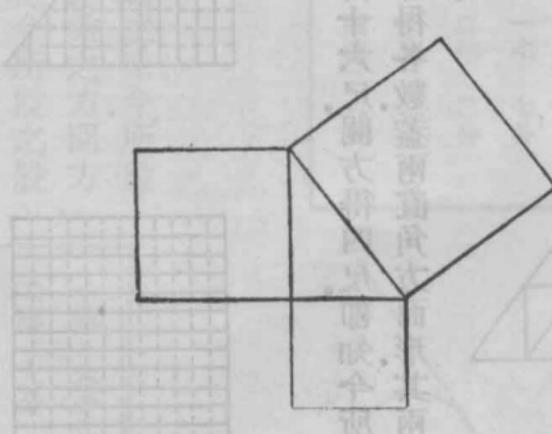
大四倍。則以正勾股之定分各加四倍卽得矣。

設如有正勾股。知勾自乘股自乘弦自乘共積四百五十尺。求



勾股弦各幾何。

法以共積四百五十尺折半得二百二十五尺爲弦自乘方積開方得一十五尺爲弦既得弦則以勾股弦之定分比例之得九尺爲勾得十二尺爲股也。如用面積爲比例則以弦五分自乘之二十五分爲一率。勾三分自乘之九分爲二率。今所得之弦自乘方二百二十五尺爲三率。求得四率八十一尺爲勾自乘方積。開方得九尺爲勾。若以股四分自乘之十六分爲二率。則得四率一百四十四尺爲股自乘方積。開方得十二尺爲股也。蓋弦自乘之一方既與勾自乘股自乘之二方等。則勾自乘股自乘弦自乘之三方必與弦自乘之二方等。故折半卽得弦自乘之方而開方得弦也。



# 數理精蘊下編卷十四

## 面部四

### 三角形

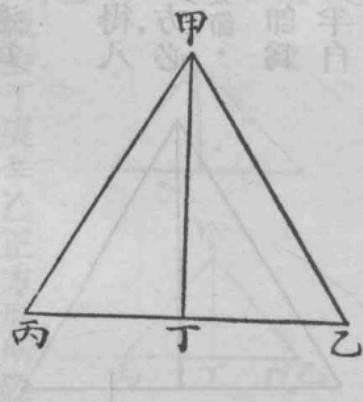
凡三角形立於圓界之一半者爲直角。卽勾股過圓界之一半者爲銳角。不及圓界之一半者爲鈍角。然不拘銳角鈍角。自一角至底邊作垂線。卽分爲兩直角。是仍不離乎勾股也。兩腰等者。垂線卽當底之一半而兩腰不等者。所分底界。則有大小不同。故和較相比之法。因之而生。蓋和求較。較求和。要必歸於勾股相求之理由。勾股而得垂線。則凡面積及內容方圓等形。皆無不可得。至於三角形角度相求之法。乃割圓八線。實所以極三角之用。卽如周髀所謂仰矩知高。俯矩知深。是也。

故另爲一卷。茲但取三角形之面線相求諸法。悉具圖解。以次勾股。使與勾股相表裏焉。

設如有等邊三角形。每邊十尺。求中垂線幾何。

法以底邊十尺折半得五尺爲勾。任以兩腰之一邊十尺爲弦。勾弦求股。得八尺六寸六分零二毫有餘。卽爲中垂線也。如圖甲乙丙三角形。其甲乙、甲丙兩腰相等。則其底邊之乙丙兩角度亦必相等。見幾何原本二卷第九

節。今所求之垂線爲甲丁。卽將甲乙丙三角形平分爲兩直角三角形。而甲丁乙、甲丁丙皆爲直角。其



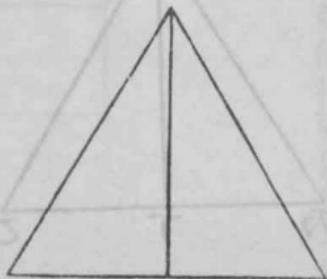
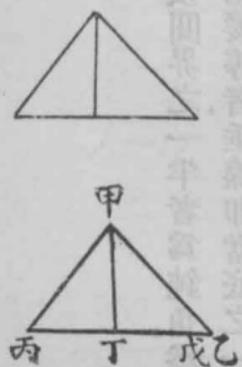
度又等故所分之兩直角三角形爲同式形而甲丁垂線又爲兩三角形所共用之邊線則所分之底邊之乙丁、丁丙焉得不等故將乙丙底邊折半爲勾任以甲乙、甲丙兩邊之一邊爲弦求得股爲中垂線也

又法以底邊十尺折半得五尺自乘得二十五尺三因之得七十五尺開方得八尺六寸六分零二毫有餘卽爲中垂線也蓋弦比勾大一倍則弦之自乘之方必比勾之自乘之方大四倍爲連比例隔一位相加之比例

幾何原本七卷第見五節

依勾弦求股之法於弦自乘方積之四倍內減勾自乘方積之一倍餘三倍卽爲股自乘之方積是中垂線之自乘方積爲勾自乘方積之三倍故將底邊折半自乘三因之卽與中垂線自乘之方積等而開方得中垂線也

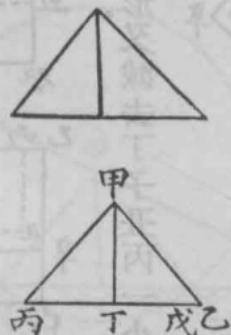
設如有銳角三角形大腰一百二十二尺小腰一百一十二尺底一百五十尺求中垂線幾何法以底一百五十尺爲一率大腰一百二十二尺與小腰一百一十二尺相加得二百三十四尺爲二率以大腰一百二十二尺與小腰一百一十二尺相減餘十尺爲三率求得四率十五尺六寸爲底邊之較與底一百五十尺相減餘一百三十四尺四寸折半得六十七尺二寸爲勾以小腰一百一十二尺爲弦求得股八十九尺六寸爲中垂線也如圖甲乙丙三角形甲乙爲大腰甲丙爲小腰乙丙爲底甲丁爲所求中垂線試以甲爲心丙爲界作一



腰之和庚乙爲兩腰之較。蓋甲庚與甲丙等。故庚乙爲兩腰之較。乙丙爲底邊之和。乙戊爲底邊之較。蓋丁丙與丁戊等。故乙戊爲底邊之較。今以乙丙底邊之和與乙己兩腰之和爲比。卽同於乙庚兩腰之較。與乙戊底邊之較爲比。爲轉比例之四率。幾何原本九卷第八節。自圓外一點至圓內所作之兩線。此兩全線之比例。同於圓外兩段轉相比之比例。故乙丙爲一率。乙己爲二率。乙庚爲三率。求得四率爲乙戊。旣得乙戊。則於乙丙底邊內減去乙戊。餘戊丙折半得丁丙爲勾。甲丙爲弦。求得股爲甲丁中垂線也。

又法以大腰一百二十二尺自乘。得一萬四千八百八十四尺。又以小腰一百一十二尺自乘。得一千五百四十四尺。兩自乘數相減。餘二千三百四十尺。以底邊一百五十尺除之。得十五尺六寸爲底邊之較。與底邊一百五十尺相減。餘一百三十四尺四寸。折半得六十七尺二寸爲勾。以小腰一百一十二尺爲弦。求得股八十九尺六寸爲中垂線也。如圖甲乙丙三角形。試自甲角作甲丁垂線。則分爲甲丁乙、甲丁丙兩勾股形。甲乙、甲丙皆爲弦。乙丁、丁丙皆爲勾。共以甲丁爲股。乙丙爲兩勾之和。乙戊爲兩勾之較。今以甲乙弦自乘。則成甲戊己乙。

一正方形內丁庚辛乙爲乙丁勾自乘之一正方形。於甲戊己乙正方形內減去丁庚辛乙正方形。所餘甲戊己辛庚丁磬折形積。卽與甲丁股自乘之一正方形等。又以甲丙弦自乘。則成甲壬癸丙一正方形。



內丁子丑丙爲丁丙勾自乘之一正方形於甲壬癸丙正方形內減去丁子丑丙正方形所餘甲壬癸丑子丁磬折形積亦與甲丁股自乘之一正方形等是則前圖之甲戊己辛庚丁磬折形與後圖之甲壬癸丑子丁磬折形相等矣若兩自乘之數相減則如甲

戊己乙正方形內減去與甲壬癸丑子丁磬折形相等之甲戊己辛庚丁磬折形又減去丁子丑丙一小

正方形所餘爲子庚辛乙丙丑一小磬折形引而長之成一長方形其長卽乙丁與丁丙之和其闊卽乙丁與丁丙之較故以乙丁

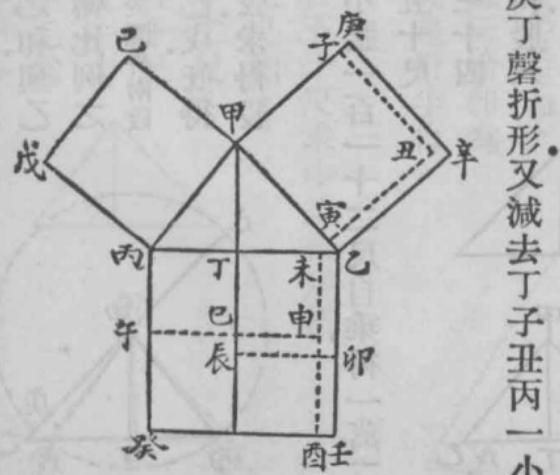
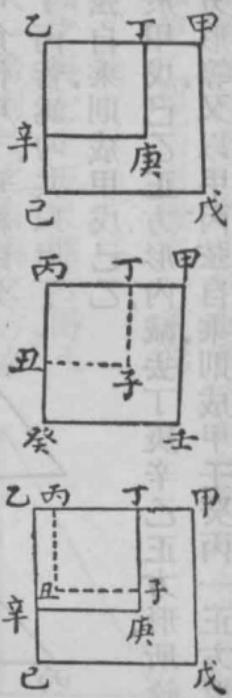
與丁丙之和除子庚辛乙丙丑磬折形之積而得乙丁與丁丙之較也又圖甲乙丙三角形作甲丁垂線分爲兩勾股形共以甲丁

垂線爲股故甲乙弦自乘一方乙丁勾自乘一方

一方而甲丙弦自乘方內有甲丁股自乘一方丁丙勾自乘一方

今兩勾股形之股既同則兩弦方相減所餘之數卽兩勾方相減所餘之數故甲丁乙勾股形之甲乙弦自乘方內減甲丁丙勾股

形之甲丙弦自乘方所餘庚辛乙寅丑子磬折形卽與甲丁乙勾



股形之丁乙勾自乘方內減甲丁丙勾股形之丁丙勾自乘方所餘乙卯辰巳申未磬折形相等若將乙卯辰巳申未磬折形引而長之遂成乙壬酉未長方形其長卽乙丁、丁丙兩勾之和其闊卽乙丁、丁丙兩勾之較其積卽乙丁、丁丙兩勾方相減之餘亦卽甲乙、甲丙兩弦方相減之餘是以兩弦自乘相減之餘積以兩勾之和除之而得兩勾之較也。

設如有鈍角三角形大腰十七尺小腰十尺底二十一尺求中垂線幾何。

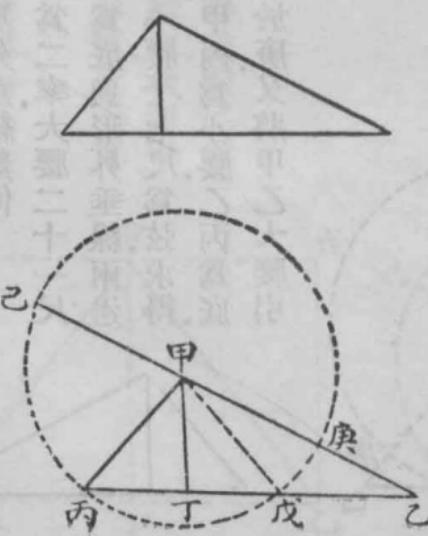
法以底二十一尺爲一率以大腰十七尺與小腰十尺相加得二十七尺爲二率以大腰十七尺與小腰十尺相減餘七尺爲三率求得四率九尺爲底邊之較與底二十一尺相減餘十二尺折半得六尺爲勾以小腰十尺爲弦求

得股八尺爲中垂線也如圖甲乙丙三角形甲乙爲大腰甲丙爲小腰乙丙爲底甲丁爲所求中垂線試以甲爲心丙爲界作

一圓截甲乙大腰於庚截乙丙底邊於戊又將甲乙大腰引長至己作甲己線與甲丙小腰等則己乙爲兩腰之和庚乙爲兩腰之較乙丙爲底邊之和乙戊爲底邊之較其乙丙與乙己之比卽同於庚乙與乙戊之比爲轉比例四率也。

又法以大腰十七尺自乘得二百八十九尺又以小腰十尺自

乘得一百尺兩自乘數相減餘一百八十九尺以底二十一尺除之得九尺爲底邊之較與底二十一尺



相減餘十二尺折半得六尺爲勾以小腰十尺爲弦求得股八尺爲中垂線也圖解同前

設如有斜立鈍角三角形大腰二十一尺小腰十七尺底十尺求形外垂線幾何

法以底十尺爲一率大腰二十一尺與小腰十七尺相減餘四尺爲二率大腰二十一尺與小腰十七尺相加得三十八尺爲三率求得四率十五尺二寸爲底與形外垂線兩邊連底之總內減去底十尺餘五尺二寸折半得二尺六寸爲勾以小腰十七尺爲弦求得股十六尺八寸爲形外垂線也如圖甲乙丙三角形甲乙爲大腰甲丙爲小腰乙丙爲底甲丁爲所求形外垂線試以甲爲心丙爲界作一圓截甲乙大腰於庚又將甲乙大腰引長至己作甲己線與甲丙小腰相等復將乙丙底引長

至戊作乙戊線則成甲乙戊三角形其乙丙爲底邊之

較乙戊爲底邊之和乙庚爲兩腰之較乙己爲兩腰之

和自圓外至圓內所作兩線之比例既同於圓外兩段

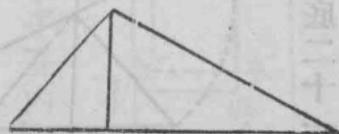
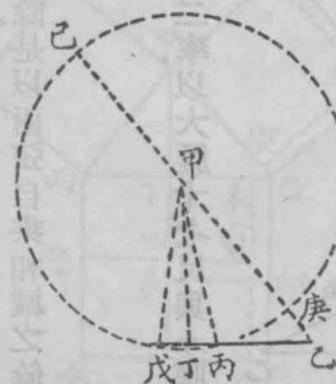
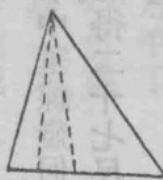
轉相比之比例則圓外兩段之比例亦必同於兩全線

轉相比之比例故乙丙與乙庚之比即同於乙己與乙

戊之比爲比例四率既得乙戊則減乙丙餘丙戊折半

得丙丁爲勾甲丙爲弦求得股即甲丁垂線也

又法以大腰二十一尺自乘得四百四十一尺又以小腰十七尺自乘得二百八十九尺兩自乘數相減

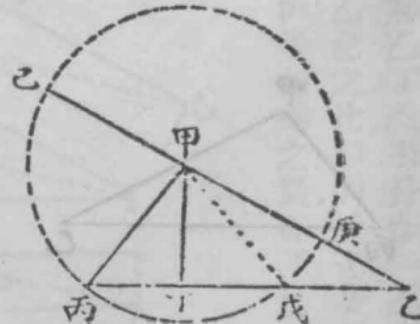
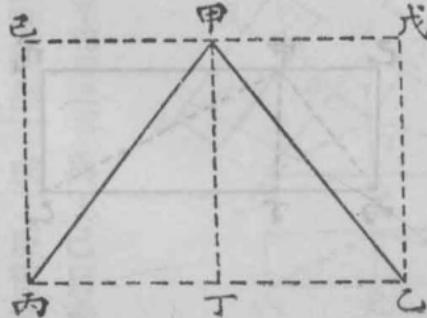
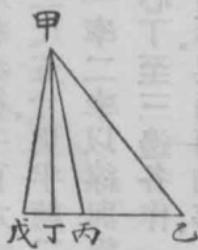


餘一百五十二尺以底十尺除之得十五尺二寸爲底與形外垂線兩邊連底之總內減底十尺餘五尺二寸折半得二尺六寸爲勾以小腰十七尺爲弦求得股十六尺八寸爲形外垂線也如圖甲乙丙三角形將乙丙底引長至戊自甲作垂線至丁則丁戊與丁丙等又自甲至戊作甲戊線與甲丙小腰等則成甲丁乙甲丁戊兩勾股形甲乙甲戊皆爲弦乙丁丁戊皆爲勾共以甲丁爲股而乙丙爲兩勾之較乙戊爲兩勾之和前法以和求較此法以較求和其理一也圖解並同前

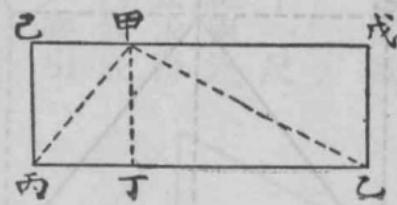
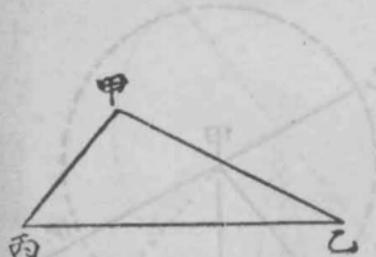
設如有銳角三角形兩腰俱五尺底六尺求面積幾何

法先以底六尺折半得三尺爲勾任以兩腰之一邊五尺爲弦求得股四尺爲中垂線與底六尺相乘得二十四尺折半得一十二尺爲三角面積也如圖甲乙丙三角形以乙丙底邊與甲丁中垂線相乘成戊乙丙己長方形積比三角形積正大一倍故折半得三角積也

設如有鈍角三角形大腰十七尺小腰十尺底二十一尺求面積幾何法先用求中垂線法求得中垂線八尺與底二十一尺相乘得一百六十八尺



折半得八十四尺爲三角面積也。如圖甲乙丙三角形。先求甲丁垂線。既得甲丁垂線。乃與乙丙底邊相乘成戊。乙丙己長方形。比三角形積正大一倍。故折半得三角積也。又法以甲乙邊十七尺。乙丙邊二十一尺。甲丙邊十尺。三數相加得四十八尺。爲三邊之總。折半得二十四尺。爲半總。以甲乙邊十七尺。與半總二十四尺。相減。餘七尺。爲甲乙邊與半總之較。以乙丙邊二十一尺。與半總二十四尺。相減。餘三尺。爲乙丙邊與半總之較。以甲丙邊十尺。與半總二十四尺。相減。餘十四尺。爲甲丙邊與半總之較。乃以半總二十四尺。爲一率。甲丙邊與半總之較十四尺。爲二率。乙丙邊與半總之較三尺。與甲乙邊與半總之較七尺。相乘。得二十一尺。爲三率。求得四率十二尺二十五寸。開方得三尺五寸。爲三角形自中心至三邊之垂線。與三邊之總四十八尺。相乘。得一百六十八尺。折半得八十四尺。卽三角形之面積。或以所得垂線三尺五寸。與半總二十四尺。相乘。亦得八十四尺。爲三角形之面積也。此法蓋一率二率以線與線爲比。三率四率以面與面爲比也。如甲乙丙三角形。自中心丁。至三邊各作一垂線。又自中心丁。至三角各作一分角線。卽成六直角三角形。俱兩兩相等。丁己丙與丁庚丙等。丁己乙與丁戊乙等。丁戊甲與丁庚甲等。又按甲丙邊引乙丙線至辛。則乙辛爲三邊之半總。卽三較之和。乙己與乙戊等。卽甲丙邊與半總之較。己丙與丙

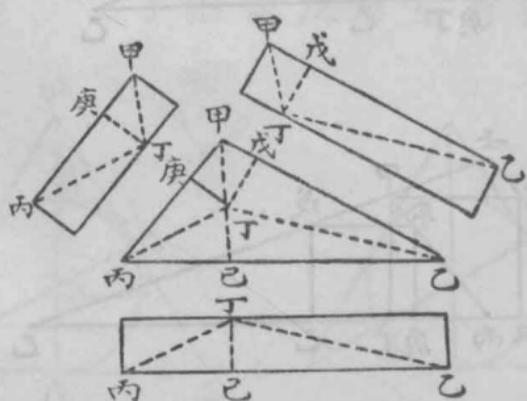
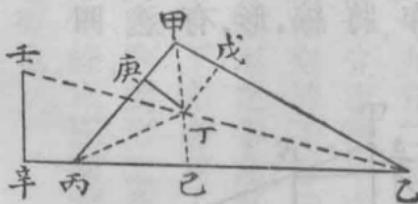


庚等。卽甲乙邊與半總之較。丙辛與甲戊甲庚等。卽乙丙邊與半總之較。試自辛作直角。將乙丁線引長。作一乙辛壬直角形。則壬辛與丁己平行。乙辛壬形與乙己丁形。遂爲同式形。其乙辛與乙己之比。卽同於壬辛與丁己之比。然乙辛一率。乙己二率之數雖有。而壬辛之數却無。又但知己丙與丙辛相乘之數。卽丁己與壬辛相乘之數。故以己丙與丙辛相乘之數爲三率。何以知己丙與丙辛相乘之數。卽丁己與壬辛相乘之數。

試作壬丙線。壬癸線。使丙癸與丙辛等。癸角辛角皆爲直角。癸丙辛角與辛壬癸角相合。共成一百八十度。然庚丙己角。爲癸丙辛角之外角。相合亦共成一百八十度。是庚丙己角與辛壬癸角等。庚丁己角與癸丙辛角等。是以壬癸

丙辛形與丙庚丁己形。爲同式形。而丙辛壬勾股形與丁己丙勾股形。亦爲同式形。可互相比例矣。以丁己作一率。己丙作二率。丙辛作三率。卽得四率壬辛。是以己丙二率與丙辛三率相乘之數。卽與丁己一率與壬辛四率相乘之數等。故直以己丙辛相乘之數作三率也。其所得四率。

卽丁己自乘之數。是故乙辛與乙己之比。同於丁己與壬辛相乘之面。卽己丙與丙辛相乘之面。與丁己自乘之面之比也。旣得丁己自乘之面。故開方而得丁己爲三角形自中心至三邊之垂線。與丁戊丁庚俱相

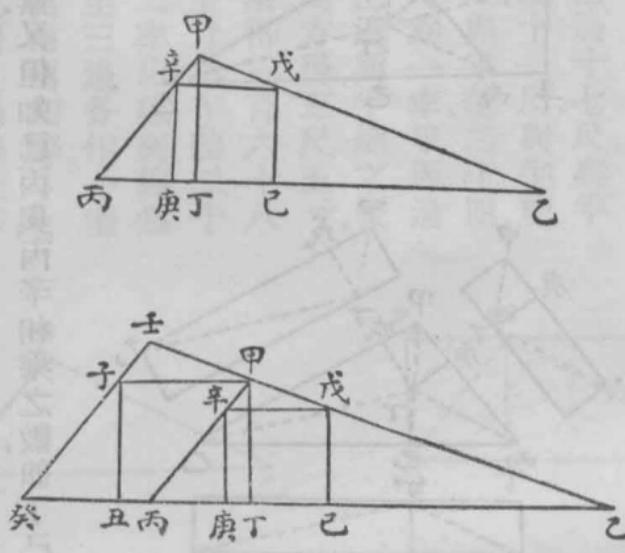


等又卽三角形容圓之半徑也。旣得自中心至三邊之垂線。則用垂線與三邊之總相乘。所得一長方積。卽如用垂線與三邊各相乘。所得三長方積。合爲一正方。比三角形積大一倍。故折半而得三角形之面積。如以垂線與半總相乘。卽與三角形積等。而不用折半矣。

設如有鈍角三角形。大腰三十七尺。小腰十五尺。底四十

四尺。求內容正方邊幾何。

法先用求中垂線法。求得中垂線十二尺。與底邊四十四尺相加。得五十六尺爲一率。中垂線十二尺爲二率。底邊四十四尺爲三率。推得四率九尺四寸二分八釐五毫有餘。卽三角形內所容正方之一邊也。如圖甲乙丙三角形。甲乙爲大腰。甲丙爲小腰。乙丙爲底。甲丁爲所得中垂線。戊己庚辛爲今所求內容正方形。試依甲丁中垂線度。將乙丙線引長。作乙癸線。爲五十六尺。又與甲丙線平行。作壬癸線。又將甲乙線引長。作壬乙線。則成與甲乙丙同式之壬乙癸三角形。復與底線平行。作甲子線。與丙癸等。卽與甲丁垂線等。又與甲丁平行。作子丑線。與甲丁等。則甲



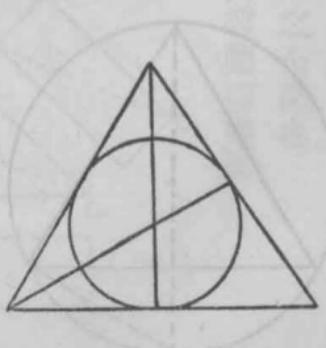
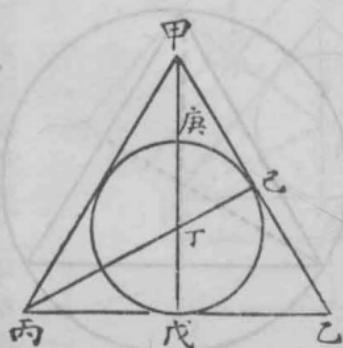
甲丁方邊之比，卽同於甲乙丙三角形之乙丙底與戊己方邊之比。故中垂線與底邊相加爲一率。中垂線爲二率。底邊爲三率。推得四率爲內容正方之一邊也。

設如等邊三角形每邊一尺二寸求內容圓徑幾何。

法先用求中垂線法求得中垂線一尺零三分九釐二毫有餘以三歸之得三寸四分六釐四毫有餘卽內容圓形半徑倍之得六寸九分二釐八毫有餘卽內容圓形全徑也。如圖甲乙丙三角形內容丁圓形先求得甲戊中垂線又自丙角至甲乙線界作丙己垂線與甲戊中垂線相交於丁卽三角形之中心亦卽內容圓形之中心故丁戊與丁己卽內容圓形之半徑又甲戊乙、甲己丁兩勾股形爲同式形甲乙爲乙戊之二倍則甲丁亦必爲丁己或丁戊之二倍丁戊旣爲內容圓形之半徑則甲丁卽爲內容圓形之全徑而甲戊中垂線必爲丁戊半徑之三倍矣故求得甲戊中垂線以三歸之得丁戊卽內容圓形之半徑倍之得庚戊卽內容圓形之全徑也。

設如等邊三角形每邊一尺二寸求外切圓徑幾何。

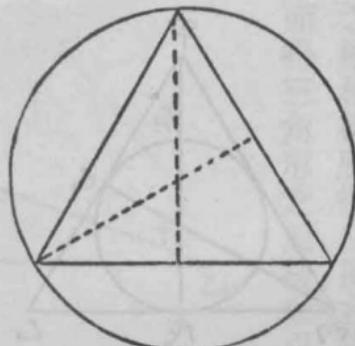
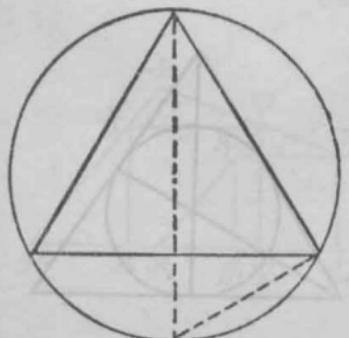
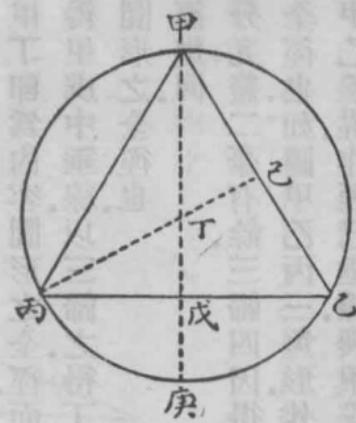
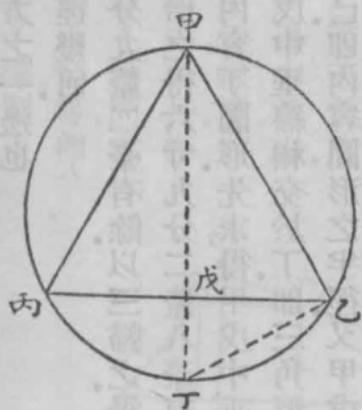
法先用求中垂線法求得中垂線一尺零三分九釐二毫有餘三歸四因得一尺三寸八分五釐六毫有餘卽外切圓形全徑也。如圖甲乙丙三角形外切丁圓形先求得甲戊中垂線又自丙角至甲乙線界作丙己垂線與甲戊



中垂線相交於丁。卽三角形之中心亦卽外切圓形之中心。故甲丁與丙丁。卽外切圓形之半徑。又甲戊乙、甲己丁兩勾股形爲同式形。甲乙爲乙戊之二倍。則甲丁亦必爲丁己或丁戊之二倍。甲丁旣爲外切圓形之半徑。則爲甲戊中垂線之三分之二。而甲戊中垂線却爲甲庚全徑之四分之三矣。故求得甲戊中垂線三歸四因。得甲庚。卽外切圓形之全徑也。

又法以每邊一尺二寸自乘三歸四因。開方得一尺三寸八分五釐六毫有餘。卽外切圓形全徑也。如圖甲乙丙三角形外切

甲乙丁丙圓形。試自甲角作甲戊中垂線。又引長作甲丁全徑線。復自丁至乙作丁乙線。遂成甲乙丁、甲戊乙兩勾股形。爲同式形。甲乙旣爲乙戊之二倍。則甲丁亦必爲乙丁之二倍。故甲丁自乘方積。比乙丁自乘方積大四倍。若



依勾弦求股之法言之。則甲丁弦自乘方積內減乙丁勾自乘方積所餘爲甲乙股自乘之方積。今甲丁弦自乘方積既爲乙丁勾自乘方積之四倍。則是甲乙每邊自乘方積爲甲丁全徑自乘方積之四分之三矣。故以一邊自乘三歸四。因卽與全徑自乘之方積等。而開方得外切圓形之全徑也。

設如有銳角三角形大腰三百三十八尺。小腰三百尺。底四百一十八尺。求內容圓徑幾何。

法先用求中垂線法求得

中垂線二百四十尺與底

四百一十八尺相乘得一

十萬零三百二十尺。以大

腰三百三十八尺。小腰三

百尺。底四百一十八尺。三

數相加得一千零五十六

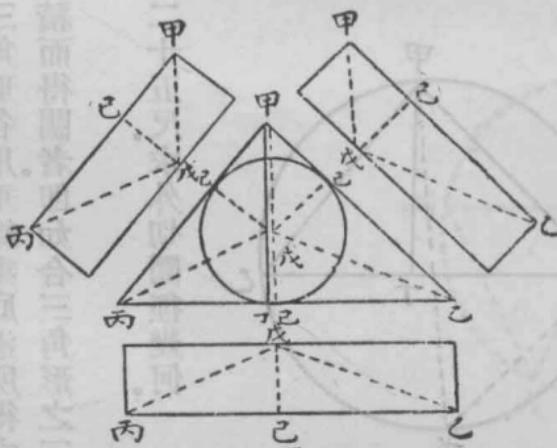
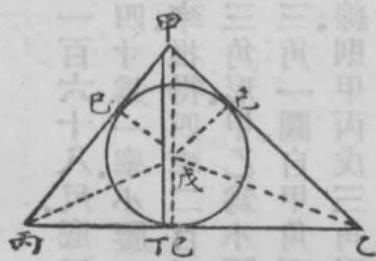
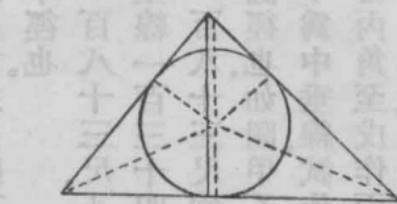
尺除之得九十五尺。卽內

容圓半徑倍之得一百九

十尺。卽內容圓全徑也。如

圖甲乙丙三角形。內容戊

圓形試自圓之中心至甲乙丙三角。各作戊甲戊乙戊丙三線。遂成分甲乙丙三角形。爲甲戊乙、甲戊丙、

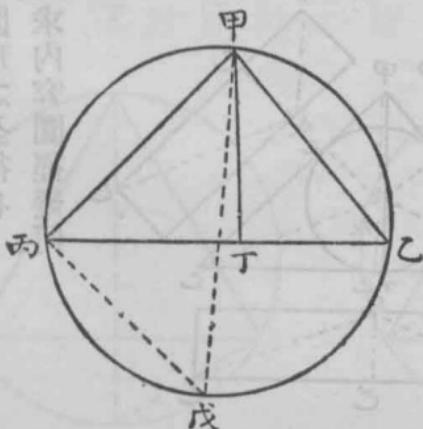


乙戊丙三三角形其三邊皆爲三角形之底而戊己半徑皆爲三角形之垂線今乙丙底邊與甲丁中垂線相乘所得之長方積原比甲乙丙三角形積大一倍即如將所分三三角形各用垂線乘底邊所得之三長方積合爲一長方也三長方之長雖不同而闊則一故各以長除積而得闊者即如合三三角形之三邊除三角形之倍積而得半徑也

設如有銳角三角形大腰一百八十三尺小腰一百六十八尺底二百二十五尺求外切圓徑幾何  
法用求中垂線法求得中垂線一百三十四尺四寸爲一率小腰一

百六十八尺爲二率大腰一百八十三尺爲三率推得四率二百二十八尺七寸五分卽外切圓徑也如圖甲乙丙三角形甲乙爲小腰甲丙爲大腰乙丙爲底甲丁爲中垂線試作切三角一圓自甲角至圓對界作甲戊全徑線又自丙角至戊作丙戊線則甲丙戊三角形之丙角立於圓界之一半必爲直角與甲丁垂線所分甲丁乙三角形之丁角等而戊角與乙角皆對甲丙弧其度又等故甲丙戊與甲丁乙兩三角形爲同式形是以甲丁與甲乙之比同於甲丙與甲戊之比而爲相當比例四率也

設如有鈍角三角形大腰十七尺小腰十尺底二十一尺求外切圓徑幾何  
法用求中垂線法求得中垂線八尺爲一率小腰十尺爲二率大腰十七尺爲三率推得四率二十一尺



二寸五分卽外切圓徑也。如圖甲乙丙三角形。甲乙爲小腰。甲丙爲大腰。乙丙爲底。甲丁爲中垂線。試作切三角一圓。自甲角至圓對界。作甲戊全徑線。又自丙角至戊作丙戊線。則甲丙戊三角形之丙角立於圓界之一半。必爲直角。與甲丁垂線所分甲丁乙三角形之丁角等。而戊角與乙角皆對甲丙弧。其度又等。故甲丙戊與甲丁乙兩三角形爲形式。是以甲丁與甲乙之比同於甲丙與甲戊之比。而爲相當比例四率也。

