
比登布多美用伊都牟由那ゝ夜許ゝ能多理毛ゝ智用呂都
數學講義錄
嘗觀水一也散則千流萬派

幾何學講義錄第七號目錄

幾何學講義錄第七號目錄

數學講義錄刊行主意

易に曰く算ハ大に亨る善く學べば吉、大人は玉成し小人ハ瑕を免るとげに數學の日用に缺くことのならぬハ今更くど〳〵申までもなけれど、何の學問何の工藝にてもこれなくてハかなはぬことなり、かるがゆゑに大小の學校にて數學を敎へぬところハなし、近頃敎育のれ世話行届きて都も鄙も學校のなきところハなく、童男童女の學に登る者夥し、さハさりながら片田舍又ハ山家に至りてハ三里の村に十戸、其力を合ハするも一宇の校舍を建るに足らず、之を建ればとて畠作り田作りにて通ひ稽古の暇はなし、又繁昌の都會にてハ校舍ハ多く良き敎師にも乏しからねど商家にてハ朝から晩までれ客あしらひで亦通ひ稽古も出來ぬならん、これ農家も商人も共に暇のないでハなく唯時をきめて通ふとの出來ぬなり、人間世界にひまなもののハタヾの一人もなき筈なれど、一年三百六十五日稼ぎ詰るとハならぬものジヤ、十九土用の炎暑中塵を閉て休む商家あり、イテつよき沍寒九旬爐の邊で

草鞋つくる農男あり其外日照月の傘工雨の夜の露店などゝ算へていれバいくらもある、いかに繁冗の農家商人にてもちとの暇のなきハあらじ、ソレデモ暇がないハとて自ら棄る其人にハ御勸め申もむだなれど、十戸の小邑にも稽古好のお人あり廛繁昌のお舗にも篤志の丁稚なきにあらず、此人々ハドウシテ稽古をなさるやら、玉琢かねば器にならぬと昔の老爺がいふたれど、琢く砥石がなきときハトテモ器ハできませぬ、ソコデ兼々諸君のお勸めありし數學獨稽古の砥石ともなるべきものを編録め、敎師講義の口つきに記し册子を刊行し、名づけて數學講義録といふ、これはお通ひ稽古に暇なき篤志諸君のお爲にし且ツ質問回答のお周旋をも致しますれば、午飯の休み煙草休みの合間にも、此道に心を寄せて身を立て家を興し玉へと御勸め申と爾云、

本書に御疑の所あらば左の約束に循ひ御質しあるべし

講義録中ニ係るもの及び講述中の疑義ハ之を講述者に質し玉ぶべし但し本書に關係なきもの又いまだ掲載なきものゝ疑義ハ御答へ申しませぬ

御質しのお答は質義書到達の順を追ふて本書に掲載いたします、但し講述者が御答を致すまでもなき事がらと申しますときには御答をせぬともあるべし

明治二十一年一月

編者識

幾何學講義録

緒言

千葉　馬込銀平講述

數學講義録刊行の主意は編者の主意書の通りにて私より別段申し上ぐることもありませぬが私は幾何學の講義を頼まれました故其幾何學の部分のみに就いて少しく申し上げ置き度き事があります凡そ學科と申すものは何學を論ぜず皆むつかしくかたくるしき事のみにて御笑ひ草などにはならぬものなるが中にも此幾何學と申すはかたくるしく四角ばりたるものにして中々圓くは御話しの出來ぬものでありますまして私の得意のかたくるしくしてまはらぬ筆を大勉強の力もてエンヤラヤットまはして書いたる講義にて共かたくるしき學科を皆さんに御話し申すとなればトテも面白くは參りませぬ又講義録は皆さんに獨學にても能くわかりになる様にとの主意なれ共初より能く分る樣に御話し申すとは口傳(クチヅテ)ですらも中

々むつかしき事なればまそらぬ筆の講義にては注意に注意は加へても能く分るとは決して申されませぬ故に初めの程はことによるとれあきなさるゝ御方もあるべけれども段々進みまするとは學科の眞味が分りまして面白くもなくおかしくもなき講義にても學科に固有の面白味が出てきます實に幾何學と申す學科は初めの程はサッパリ面白味なきものなれ共段々進むに從ひて益々面白くなりまして其味ひ極(キハマ)りなきものでありまず故に皆さん初めの面白味なきを厭はずして其極りなき味を嘗(ナ)めて御覧なさい

幾何學講義錄目錄

幾何學講義錄目錄終

幾何學講義錄

第一回

千葉　馬込銀平講述

總論

皆さん歩行するときは必ず先づ其行く先きを定むるでありませう是れ其行く先きが定まりませぬと足を何れの方向にむけて宜しきかの判斷が付きませぬ故であります是と同しく學科を研究するにも豫じめ其研究すべき事柄を知らねば更に其方向が分りませぬ故に私は幾何學を講ずる初めに先づ幾何學ハ如何なる學科にして其重なる目的何れにあるやを簡單に述べます

幾何學は物躰の大小形狀及び距離の事を研究する學科でありますが其之を研究するにハ線、角、面躰と稱する四種のものを物躰或ハ距離の代りとし專ら此ものを論じます故に私は學科上にて幾何學を左の如く定めます

幾何學ハ數學ノ一科ニシテ線、角、面、躰ノ四種ヲ論ズル學ナリ

斯く申しますると茲に三條の疑問が起ります即ち第一に數學とは如何なる學科なるかといふ事第二に線、角、面、躰とは如何なるものなるかといふ事第三に此線、角、面、躰の四種を論ずる學科は數學の範圍内にあるかといふ事であります故に私は此三條の疑問に就いて御話し申さねばなりませぬ

先づ第一に其數學とは如何なる學科なるかといふ事でありますが此事を御話ヿ申すにも先づ量といふものより御話し申さねばなりませぬ凡そ物の性質には其多少或い大小の量るべきものと量るべからざるものとありますます其量るべきものとは何かといふに机の長さ、高さ、廣さの如きは尺度といふ者がありまして量ることが出來ませう水の多少米の多少の如きば枡といふ者を用ひて量ることが出來ませう又水の目方金銀の目方の如きは天秤といふ者を用ひて其輕重を量ることが出來ませう又時計の如き者ありて時間の早晩を量ることが出來風の速力を量る機械ありて風の運動の遲速を量

ることが出來ます故に是等の高さ、廣さ、長さ、枡目、目方、時間、運動の如きは皆其多少或は大小の量るべきものにて之を量と申します水の色とか食物の味ひとか麝香の香ひとか或ハ物の名稱とかいふものゝ如きハ後世に至りなば如何に變ずるも知るべからずといへども當今の所でハ其多少或い大小の量るべからざるものにて量とハ申ヿませぬソコデ此量と申す者を論ずる學科を稱して數學と申ものであります

次には線、角、面、躰と稱する四種ハ如何なるものなるかの御話しであります

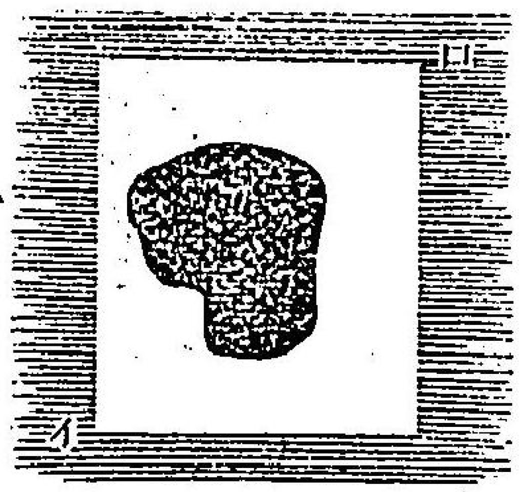
凡そ世の中に物躰と稱するものハ机にまれ硯にまれ書籍にまれ筆にまれ皆空所の一部分を塡(ツメ)め居るでありませう今私は机にて御話ヿを致しますが此机は如何なる所にあるかといへば地球上にありとか室内にありとか或ハ疊の上にありとか申しませうなれども其上といひ内といふも如何なるとかといへば地球上の空所とか室内の空所とか或ハ疊の上の空所とか云ふをでありませうされば其机は空所の一部分を塡め居るとハ今更くだ

〱く申し上ぐるには及ばぬことと思ひます偖机は空所の一部分を塡め居るとすれば空所に今一ッの部分がなければなりませぬ即ち机の塡め居らぬ部分でありますされば空所え机の塡め居る部分と塡め居らざる部分との二ッに分れ机の外面が其境界（サカヒ）となりて居ります此場合にて机の塡め居る空所の如く空所の境界ある小部分を幾何學にて立躰或は躰と申します皆さんは机を指して躰と申すものと思召すかも知れませぬが是は實躰と申して幾何學に云ふ所の躰ではありませぬ幾何學に云ふ所の躰は此實躰に對ゑて申せば虛躰と申します今前の机を他に運び去るときは實躰は位置を轉じますれども元と机の塡め居たる空所は依然として元との所にあります是れが虛躰即ち幾何學にて申しまする立躰或は躰であります恰も地に打ち込みたる杭を引き抜きたる跡の穴の如きものであります

偖又前に机は空所を二部分に分ちて机の外面が其境界となりて居るといふことを申しましたが其机の外面と申すは如何なるものでありませうか決

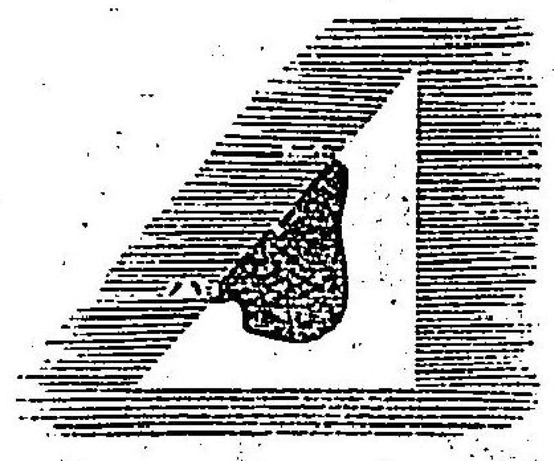
して机の外部の薄き片（ヘゲ）のことではありますまい若し其薄き片の事なりと申す御方あれば私は其薄さを御尋ね申します若し机の外部にて一分の厚さあるものを外面と申すとすれば一厘の厚さあるものは外面の外面とでも申さねばならぬ様になりますから甚だ不都合でありますされば机の外面と申せば机の薄き片ではなくして唯机の塡め居る空所と塡め居らざる空所との間にある境界にして厚さなきものとでも言ふより外に言ひかたのなきものでありませう物躰にて我々の目に見得る所は皆此ものにて是を表面或は面と申します是れ即ち幾何學に謂ふ所の面であります

第一圖



次に私は茲に擧げたる第一圖の白き所を机の上面と假定し其中に圖の如く黒き所ありと致しますさするときは其黒き所と白き所との境界は何でありませうか其色は黒とも云ゑれますまい又白とも云はれますまい又色が有るか無しかといふに有りとも云はれま

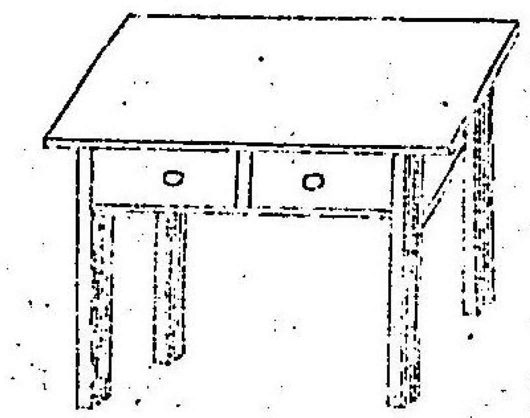
第二圖



すまい又無しとも云はれますまい而して厚さは勿論廣さもなく唯黒き所の周回の長さのみあるの様な形ちのものであります之を幾何學にて線と申します今又第一圖の(イ)と記したる所より(ロ)と記したる所へかけて机の上面を截斷して御覧なさいイヤ机を截れと申しては御迷惑でありませうから御ためしになるなら假に一枚の紙を机の上面と見做してやつて御覧なさい其截片の一ッは第二圖の如くなります即ち黒き所と白き所の境界たる線は一部分切り取られての様なものとなり(ハ)と記したる所と(ニ)と記したる所は此線の端にして線の一小部分にあらず長さもなく厚さも廣さもなき即ち大さのなきものであります此の如きものを幾何學にて點と申します世俗に(――)或は(～)の如く紙上に長く墨を塗りたるものを以て線と稱し(・)の如く紙上に筆頭にて簡單に墨を塗りて點と稱するが如きは圖畫上の稱呼にして

私し是等を線、點と云はずといふにはあらざれ共幾何學の線、點でもありませぬされども幾何學にては其線、點を紙上に顯はさねばならぬことが斷えずあります故若し之を顯はすの符號がなければ其度ごとに前に示したる圖の如く彩色でもせずばなりますまい若し彩色するとゝすれば幾何學を研究するものは恰も畫工の如く種々の繪具や數多の筆などを持ち出さねばなりませぬ中々鉛筆一本位にては間に合はずして甚だ煩はしきものとなります故に幾何學にては圖畫上の線、點を籍りて幾何學の線、點を顯はすの符號と致します即ち(――)或は(～)の如きものを以て線を顯はすの符號とし(・)を以て點を顯はその符號と致します玆にて點の事を御話し申すには及びませぬが此後に必要なるものなれば此所が最も都合よき故御話し申しました

次に玆に掲げたる圖を前の机として角の事を御話し申しませう上圖の(イ)(ロ)(ハ)等と記したる所を御覧なさい俗に角と申す所にて何れも鋭く尖り



机の三ッの外面が其尖頭に集まりて机の填め居る空所と填め居らざる空所との一方の境界となりて居ります斯く一方にのみ境界ある尖りたるものを幾何學にて角と申します是も躰或は面の如く机の一部分ではなく空所の一部分でありますなれども躰の如く四方八方皆境界にてふさがりたる空所の一小部分ではありませぬ又此尖りたる所は外面も尖り居りて一方だけ机の兩縁か境界となりて居ります是も矢張り角と申すものであります

偖線、角、面、躰の四種幷に點と申すは以上に述べたる如くなれば點には位置あるのみにて大さがなく線には位置と長さが有れども廣さと厚さとがなく面には位置、長さ及び廣さが有れども厚さなく躰には位置、長さ、廣さ、厚さ、皆悉く具はり又角には位置ありて長さとか廣さとか或は厚さとか云ふものはなけれども又一種の大さありて二線或は三個以上の面一點に相會して作る所の尖形なることか分りませう故に私は是等の意義を簡單に左の如く定めます

第一　位置アリテ大サナキ者ヲ點ト云フ

第二　位置及ビ長サアリテ廣サト厚サトナキ者ヲ線ト云フ

第三　位置、長サ及ビ廣サアリテ厚サナキ者ヲ面ト云フ

第四　位置、長サ、廣サ、厚サヲ悉ク具フル者ヲ躰ト云フ

第五　二線或ハ三個以上ノ面一點ニ相會シテ作ル所ノ尖形ヲ角ト云フ

右の如く用語の意義を簡單に定め其界限を立てたるものを界說と申します又線、角、面、躰の四種を總稱して度と申します

線、角、面、躰の御話しは先づ是迄にて濟みましたる故是より此線、角、面、躰を論ずる學科は數學の範圍內にあるかといふ疑問に就て御話し申しませう前に述べたる所によりますと線は其長さを量ることが出來面は其長さ及び廣さを量ることが出來躰は其長さ、廣さ及び厚さを量ることが出來角も亦大さあ

るを以て其大さを量ることが出來ます故に是等は皆其大小を量り得べきものにて量の一種でありますされば此四種を論ずる學科は量を論ずる學科即ち數學の範圍內にあると更に疑はしき所はありますまい

是迄にて三條の疑問に就いての御話しは悉く濟みましたるが此三條の疑問が解けますれば最初に掲げたる(幾何學ハ數學ノ一科ニシテ線、角、面、躰ノ四種ヲ論ズル學ナリ)と申すとは一々是に就きて申し上げずとも自然御分りのとと思はれます故くどくは申し上げませぬされども其中の(四種ヲ論ズル)と申すとを今少し委しく申し上ぐるも無益のとではないと思はれますさて之を今少し悉しく申しますと此四種を論ずるには論ぜねばならぬとが三通りになります第一、線、角、面、躰にて夫々に性質といふ者が有ります故に線には如何なる性質あるか角には如何なる性質あるか又面、躰には如何なる性質あるかを論ぜねばなりませぬ次には線と角、線と面或は線と線、面と面等の如く二三種の間に關係と申すものが有ります故に其相互ひの

關係といふものを論ぜねばなりませぬ今一は此四種のものを種々に聯合したる圖を引くの方法であります是は地圖或は物躰の圖を紙上に引く爲めには極めて必要のものであります

幾何學の何者たる事は已に充分述べましたれば是より其重なる目的をチヨイと申し上げませう幾何學にて其重なる目的が二ツあります一ツハ之を實地に應用すると一ツハ之を以て人の推理力を養成するとであります幾何學の應用たるや實に廣大にして一々枚擧するとは出來ませぬが先づ其重なるものを摑んで申しますれば高尚なる數學には勿論海陸の測量其他天文地理の事、物理上の事、土木の事、金石の事皆悉く幾何學の力を籍らざるものはありませぬ是迄の日本の大工の如き故らに學科として幾何學を學びたることなきも聞く所と已れの經驗する所とに由りて不完全ながらも幾何學の理を知りたるものにて若し是れを知らざれば工匠の事は少しも出來ませぬ又幾何學は其論法論理學に謂ふ所の演繹法の躰裁にして實に嚴肅

正確なるものでありますなれども其論ずる事柄は前に述べたる通り線角面躰の事のみにて大概ハ實物にて我々の經驗に富みたるものなれば智識に乏しき童子にも略ボ了解せらるゝ程のものでありますされば斯る知り易き事柄を以て嚴肅正確なる論法を知らしめ以て初學の推理力を養成するにハ此幾何學與(アヅカ)りて力あるどころか幾何學によらざれば殆んどなす能はざる所であります宜(ムベ)なる哉希臘の有名なる哲學者「プレトー」「アリストートル」兩氏の如き是を以て諸學の初歩と〆大に是を貴重せしこう

私は前の所に演繹法と申す語を用ひました故皆さんは定めて是は如何なるものかと問はれませう因て私は此所にチョイと論理學の事を御話し申します此論理學と申すハ事物の道理を考究する順序方法を論ずる學科でありますが是に歸納法と演繹法との二ツがあります歸納法と申すハ一ツ一ツの事柄を推〆て其何れにも通ずる所の定理或ハ定則に論及するのでありますす假令へば馬は何時か一度は死すべきものなり牛も何時か一度は死すべきものなり犬も亦然り猫も亦然り其他の動物亦皆然り故に動物ハ何時か一度ハ死すべきものなりと云ふが如き歸納法でありますす又演繹法とハ已に知る所の種々の確實なる定理或ハ定則を以て論據と頼み以て其定理或ハ定則の範圍内にあるべき一個の事柄に論及するを申します假令へば動物は何時か一度ハ死すべきものなり而して馬は動物の一なり故に馬は何時か一度は死すべきものなりと論ずるが如きハ動物は何時か一度は死すべきものなりといふことゝ馬ハ動物の一なりといふことゝを論據と〆て動物は何時か一度は死すべきものなりといふことの範圍内にあるべき事柄に論及したるものにて即ち演繹法であります

幾何學は如何なるものにして其重なる目的何れにあるやといふことの御話〆ハ是迄にて終りま〆たが茲に何ホ申し上げ置かねばならぬことがありますす即ち幾何學の分類の事でありますす幾何學は分ちて平面幾何學と立躰幾何學との二ツとなしますす凡ソ面と申すものハ已に前に述べたるが如きもので

ありまず故凹なるものもあり凸なるものもあり凹凸共にあるものもありますが又凹なるでもなく凸なるでもなく凹凸あるでもなき平滑なるものがありまず之を平面と申しまず此平面内には皆さんが紙面に圖畫を御引きなさる樣に線や角や種々の形が出來まず其平面内なる各種の線、角及び形を論ずるものを平面幾何學と申しまず又空所にある各種の線、角、面及び躰のことを論ずるものを立躰幾何學と申しまず故に私は是等の界說を左の如く定めます

第一　平面內ナル各種ノ線、角及ビ形ヲ論ズルモノヲ平面幾何學ト云ヿ

第二　空所ニアル各種ノ線、角、面及ビ躰ヲ論ズルモノヲ立躰幾何學ト云ヿ

幾何學には右の外に倚解拆幾何學、畫法幾何學、高等幾何學等の名稱がありますが是等は皆分類の方法の異なるより斯く名づけたるのみにて平面幾何學と立躰幾何學との外に斯るものがある譯ではありませぬ且又是等が

前に申し上げたる幾何學の範圍內のものなることは勿論なれ共私の此講義にて御話し申さんとするものより遙かに高尚なるものでありまず私の茲に御話し申さんとするものは是等に對しては初等幾何學と申しヤハリ平面幾何學と立躰幾何學との二タ通りに分れて居りまず全躰是等を悉く申し上げねば幾何學の御話しを盡すこと出來ませぬが左樣致すには數學の稍々高尚なる科が必用にて其必用だと申す科を修むるには初等幾何學を知らねばなりませぬ故に初等幾何學と幾何學の他の種類とは是非別々に論ぜねばなりませぬソコデ私の此講義にては初等幾何學のみにて局を結ぶ積りであります

私は此總論を終る前に今一ッ符號のことを申し上げて置かねばなりませぬ幾何學にては前に申し上げたる線、點の符號を種々に聯合して圖を作り是に就いて御話しを致さねばなりませぬが左樣致すには又圖の位置を指示(サシシメ)すの符號がなければ御話しが出來ませぬ恰も私が前に掲げました机幷に机

の上面の圖に(イ)(ロ)(ハ)等の符號がなければ其圖に就いての御話しが出來ぬ様なものでありますされば此符號は圖の位置を指示すのみのものなればいろは四十七文字にても甲乙丙等の十干にても又文字にあらざるの如きものを用ふるも敢て差支へはなけれども當今は世間一般に西洋の二十六文字の羅馬躰と申すものを用ひまする故皆さんの御爲めには矢張(ヤハリ)之が宜しからんと存じ私も是を用ふるとゝ致しました

右文字は此幾何學にては唯符號として用ふるのみのとなれば其形ちや讀み方は知らずとも差支へはありませぬが夫れでも知りませぬとどうやら氣がゝりの致すものであります又當今は英學が大そう盛んになりまして至る所にエー、ビー、シーの聲を聞かざるはなき程なれば大概の御方は御存じなるべしと思はれますれど此講義録を御覧なさる御方が皆々御存じとも申されませぬ故申し上げませぬとどうやら私の氣が濟まぬので左に掲げました

A エー	N エヌ
B ビー	O オー
C シー	P ピー
D ディー	Q キュー
E イー	R アール
F エフ	S エス
G ジー	T ティー
H エッチ	U ユー
I アイ	V ヴィ
J ジェー	W ダブルユー
K ケー	X エッキス
L [illegible]	Y ワイ
M エム	Z ズィー

時によりますと右の文字のみにては符號の不足するとがあります斯るときにハ右文字の右肩に(ノ)の如き符號を附して A′ B′ 等となし以て之を補ひます此符號を「アクセント」と申します

右の文字は又度の大さを顯はすものとして用ふるともあります又幾何學には數の御話しハありませぬが數を用ふるとが間々あります斯る折にハ其數を顯はすに數字 1 2 3 等或は西洋の二十六文字の伊太利躰と申すもの *a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z* の中ちを隨意に擇びて用ひます其讀み方は前の羅馬躰と全く同じことであります

幾何學にてハ又算術或は代數學に用ふる所の符號并に用語を籍りて用ふるとがあります故其幾何學に用ふるものを左に申し上げませう但し是れは是非必要だと申す譯ではありませぬが籍り用ふれば大そう便利なる故

であります」

第一　一度に他の一度を合併する働きを(加フ)と申し此語の代りに符號(＋)を用ひます之を「プラス」と申します其用ひ方は假令へばAとBとを兩度とすれば$A+B$を以て(AニBヲ加フ)といふ語の代りと致します又加へて得たるものを和と申します

第二　大なる度より小なる度を引き去る働きを(減ズ)と申し此語の代りに符號(−)を用ひます之を「マイナス」と申します其用ひ方は假令へばAを大度としBを小度とすれば$A-B$を以て(AヨリBヲ減ズ)といふ語の代りと致します又減じて得たる殘りを差と申します

第三　兩度の大小明らかならざるとき其差を顯はすには符號(〜)を用ひ其兩方に兩度を記します假令へばAとBとを兩度とすれば$A \sim B$を以てAB兩度の中ち大なるものより小なるものを減じたる差といふ意義あるものと致します

第四　一度を幾個に等しく分ちたる一分を幾分の一と申します即ち二個に等しく分てば其各を二分の一と申し三個に等しく分てば其各を三分の一と申し又四個に等しく分てば其各を四分の一と申します餘も皆斯の如くであります又之を顯はすに$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$等の如き符號を元との度の前に置きたるものを以てします假令へば一度をAとすれば$\frac{1}{2}A$は其二分の一を顯はし$\frac{1}{3}A$は其三分の一を顯はし又$\frac{1}{4}A$は其四分の一を顯はすものと致します又二分の一のことは半とも申します

第五　一度に其一度を累加したるものを元との度の幾倍と申します即ち一度に其一度を加へたるものを二倍と申し又之に元との一度を加へたるものを三倍と申し此三倍に元との一度を加へたるものを四倍と申します餘も皆斯の如くであります又之を顯はすに元との度の前に數字を置きたるものを以てします假令へば一度をAとすれば2Aは其二倍を顯はし3Aは其三倍を顯はし4Aは其四倍を顯はすものと致します斯る場合には其數字

を倍數と申します又其倍數を二倍とか三倍とかいふ樣に明らかに示さずして幾倍にも通ずる樣に致すには數字の代りに前に申し上げたる伊太利躰の a b c 等を用ひます(就中 m n p q を最も多く用ひますが是れには別段必要なる譯柄があるのではありませぬ)假令へばAの m 倍を顯はすには mA を用ひAの n 倍を顯はすには nA を用ひます又二倍と申すことを略して倍とも申します

第六　兩度の(相等シ)といふ語の代りに符號(=)を用ひます之を「イークヲール」と申します其用ひ方は相等しき兩度の間だに此符號を置くのであります假令へば相等しき兩度をAとBとに命ずれば $A=B$ と記したるものを以て(AハBニ等シ)といふ語の代りと致します

第七　兩度の相等しからざるとき一度が他の一度(ヨリ大ナリ)と云ふ語の代りに符號($>$)を用ひ又一度が他の一度(ヨリ小ナリ)といふ語の代りに符號($<$)を用ひまも此兩符號は全く同じものにて唯方向の相反するのみであり

ます其用ひ方は何れも尖頭の向ふ方に小なる度を置き是と相對する他の一方に大なる度を置くのであります假令へばAとBとを兩度としAをBより大なるものとすれば(AハBヨリ大ナリ)といふ語の代りに $A>B$ と記したるものを用ひ又(BハAヨリ小ナリ)といふ語の代りに $B<A$ と記したるものを用ひます

總論にて私の御話し申さんとせし事柄は先づ是だけでありますが味もなき事柄をくどくも亦長々しく申し上げましてサゾ御退屈にてありつらんと存じますれば御慰(ナグサ)みにもと存じ茲に幾何學の歷史の御話しを致しませう歷史と申せば何やら大さうらしく聞えますれど私の申し上ぐるのはほんの略史の略史位のものでありますす幾何學の歷史も委しく御話し申せば中々利益のあるものでありますが種々のむつかしき幾何學上の事柄が飛び込みまする故初めて御研究の方々には御分りになりませぬ故に私は皆さんの利益などといふ望みは斷ちまして其最も著く且つ分りやすき事柄

のみを撰り抜きて御話し申します

幾何學は英語にて「ジオメトリー」と申します元と希臘語の(地)といふ意義あるものと(測ル)と云ふ意義あるものとの二ツより變化して來たりしものだと申すことでありますれば此「ジオメトリー」と申す語は測地術といふ意義があります希臘の歷史家「ヘロドータス」(今を距ると二千三百年ばかり以前の人であります古代の歷史は大概此人を頼みと致す故に人呼んで歷史の父と申します)の說によりますと今を距ると凡そ三千二百年ばかり以前に埃及國の「セソストリス」と申す王さんが其國土を住民に分與し土地の廣狹に從ひて毎年租稅を納めしむることゝ定めましたが此埃及と申す國には「ナイル」と稱する大川がありまして毎年川水が溢(アフ)れるので近傍の土地ハ是が爲めに荒されていつも土地の境界を失ひ何れの土地が何れの人に屬するかを判斷することが出來なくなりました故境界の他に何か之を判斷する方法が必要でありました又水に覆(オホ)はれて耕作すべからざる土地が出來まして

之が爲め租稅を減ぜねばならぬことが時々ありましたソコデ「セソストリス」王は川水の溢るゝ毎に測量者を諸方に派出して土地の廣狹を測量せしめたることありしが是が幾何學の濫觴だと申すことであります併し是は當時幾何學の理を測量に適用したるものにて幾何學の濫觴は已に其以前にあるといふ說もありますとかく古代の歷史ハ何事によらず判然と致さぬものでありますが何に致せ當今世に行はるゝ幾何學は埃及國に初まれりと申すことは確(タシ)かなることの樣に思はれます其後今を距ると二千五百二十餘年の頃小亞細亞の「ミレタス」といふ所に生れたる「テーレズ」と申す人埃及に行き暫らく留まりて此學を研究し其理に原き埃及の彼の有名なる塔の高さを其影によりて測筭せしと幷に海岸より遠く距りたる船舶の距離を測筭せしことありと申します後ち希臘に歸り「アイオニアン、スクール」と稱する學校を建設し始めて此學を希臘人に傳へました是即ち幾何學の歐洲に行はれし初めであります是より以前は此學甚だ不完全なるものなりしが「テーレ

ズ」氏の此學校を建設するや希臘人は爭ふて之に赴き此學を研究せしに因り是より多くの幾何學者輩出し幾何學に關して發明する所甚だ多く就中「ピタゴラス」氏の如きハ種々の發明の外に始めて演繹法の論法を幾何學に用ひ「テーレズ」氏も亦種々の發明ありて此學次第に完全に赴くの狀を呈しました次で「ヲエノピデズ」「ゼノドーラス」「ヒッポクレーテズ」等の諸氏出で丶發明著書等がありました其後今を距ると二千二百餘年の頃に至り有名なる希臘の哲學士「プレトー」氏出で丶「アガデミー」と稱する學校を其本國「アゼンス」に建設し哲學及び他の諸學を敎授せしが此學校に(幾何學を知らざるものは此門に入るを許さず)といふ有名なる語を掲示致しました蓋し氏は幾何學を以て諸學の初步ともなるべき貴重なる學科とし之を知らざるものは共に論ずるに足らずとせし故でありませう此學校よりハ幾何學に達して有名なる人許多出でましたが就中「ユードキサス」「アリストートル」の如き最も有名なるものでありまず此「アリストートル」氏ハ「プレトー」氏の如く亦幾何學を諸學の初步として大に之を貴重せりと申すことであります次で「セオフラスタス」「ユーデマス」「オートリカス」「アリステーアス」等の諸氏を經て彼の有名なる「ユークリッド」氏に至りました氏は今を距ると凡そ二千百餘年前の人にして「プレトー」の學校にて「アリステーアス」に幾何學の敎授を受けたるが其頃又「アレキサンドリア」に彼の有名なる學校を建設するの擧ありて氏は此に來りて專ら此學校に從事せりと申すことであります氏は諸學科に關して著述に富むといへども其英名を不朽に傳へたるハ蓋し「ユークリッツ、エレメント」と稱するものによりてゞあります是は埃及及び希臘の先哲の發明を資料とし之に已れの發明をも加へて著したるものにて全部十五卷でありまず其初めの六卷幷に十一、十二の二卷即ち都合八卷は幾何學にして餘は悉く筭術でありますが其筭術の部分は時世の變遷と共に筭術も亦其躰裁が改まり爲めに當今にてハ左程必要でもありませぬが幾何學の部分の如きは理論正確次序其當を得時世の變遷するにも關はらず毅然

として動かず後の學者輩力を極めて之に勝るものを著さんとせしも更に其甲斐なく凡そ二千餘年を距りたる今に至るも猶（ホ）各國の學校にて之が飜譯書を以て幾何學の敎科書に充るに至りて其名聲たる他書の遠く及ばざる所であります「ユークリッド」の後四五十年を出でずして「アーキメデズ」「アッポロニアス」の兩氏あり何れも有名なる發明著書を以て最も著きものでありまず其他「エラトスセチズ」「ニコメデズ」「コノン」「トラシデェアス」「ニコテレズ」「ドシセアス」等の諸氏の如きも亦此頃の人にして著きものでありまず此頃よりハ幾何學のみならず希臘の學術一般に衰頽するの色を顯れし以後「アレキサンドリア」の罹災迄凡そ八百年許りの間に著述或ハ發明にて著きものハ「メチラアス」「プトレミー」「セオドシアス」「パッパス」「セオン」「ハイペーシア」（此人ハ「セオン」の女（ムスメ）なれども「アレキサンドリア」の學校にて「セオン」の後を繼ぐべき程の學力を具へたりと申すとであります）「ディオクレズ」「プロクラス」「ユートシアス」「スポラス」「ヒロー」等の諸氏のみにして其他に幾何學書を著述せしものなどハ數多あれ共一ッも先哲の事業に副ふるものなくほんの編輯といふのみのとでありました次で回々敎の勢力を得しや亞細亞地方より歐洲の南隅に至る迄の許多の國々は悉く是が爲めに害を蒙り各國の技士學者は皆「アレキサンドリア」に遁れたりしが是等も或ハ殺され或ハ逐ひ出されて遠國に遁れ天文學に必要なる觀象臺器械の如きは皆記錄と共に破毀せられ古代の勝れたる哲學者幾何學者輩の著書を貯蓄せる圖書館の如きハ「アラビヤ」人の爲めに灰燼に歸しさすがに盛んなりし希臘の學術も此に至り殆んど跡を斷たんとする程の有様に立ち至りました是實に今を去ると千二百四十九年許り以前のとでありました「アレキサンドリア」の此罹災の後は諸方に散亂したる技士學者の猶（ホ）僅かに存するあるも生計を營むの手段に乏しきが爲め專ら意を學術に盡を能えず共齎（モタ）らしたる書籍器械等あるも不足して用を爲さず希臘の學術も最早これぎりかと思ハれしに幸にして二百年を出でざる內ちに彼の朦昧なりし「アラビア」人は幾何學

幷に他の諸學術を研究するの念を生じ希臘の書を集めて大に之を研究致しました此に於てか希臘の學術全く回復の姿(スガタ)とはならざるも少しく補はゞ以て用に供するに足るものとなりましたされども此「アラビア」人の內よりは幾何學の進步を助けたりと云ふ程の人物の出でしもなく唯希臘の學術を保存せりといふ位の事でありました「ペルシア」人「トルコ」人の內にも是等を研究せしものありしが又別段に申し上ぐる程の人物もなく事柄もありませぬ又羅馬人は此頃より次第に勢力を得希臘の如きも遂には其屬國とまでなりて一時盛大を極めたるにも拘(カヽハ)らず學術に熱心なるもの甚だ少なく能く豫言するものに數學者の名を下したる位なれば幾何學の有樣も推して知られます私の茲に揭げんとする程のものは「ボーエシアス」「ヴィトルビアス」の兩名のみ偖右災害の後ち凡そ六百年許りの間には「ビード」一人の外に私の申し上ぐべきものなく今を距ると凡そ六百五十年の頃より學術漸く再興の色を顯はし歐洲地方に「ローゲル、ベーコン」「ジョン、デ、サクロ、ボスコ」「カムペーナス」「アルベルタス、マグナス」「ヴァルリングフォルト」「コーサル」「パルバッチ」「ミューラー」「ラッカス、デ、バルゴー」及び有名なる「コペルニカス」等の幾何學者を見るに至りました又此頃希臘語の進步し且ッ出版術の開けたるより盛んに希臘の先哲の著書や其飜譯書などが出版になり大に幾何學の歐洲に弘まるの助けとなりまして幾何學者も續々出でました其著きものを擧げますれば「コンマンディーノ」「ジョン、ディー」「モーロリカス」「タルターリア」「クラヴュース」「メシアス」「ローマナス」「ノニアス」「ライト」「ヴィエタ」「ルーカス、ヴァレリアス」「マリナス、グタルダス」「ロドルフ、ヴァン、クーレン」「ヴィレブロッド、スネリアス」「アルベルト、ジラード」「ガリレオ」等の諸氏にして就中「ヴィエタ」氏の如きは許多の新發明を以て最も著きものでありましたされども是等の人々は未だ幾何學に新しき論法を用ひたるものなく幾何學に關する事柄を論ずるには皆希臘の先哲の定めたるものに基づかねばならぬものとせしが此頃彼の有名なる「ケプラー」氏(氏は「ゼルマン」人にして今を距ると三百十八年前

幷に他の諸學術を研究するの念を生じ希臘の書を集めて大に之を研究致しました此に於てか希臘の學術全く回復の姿(スガタ)とはならざるも少しく補はゞ以て用に供するに足るものとなりましたされども此「アラビア」人の內よりは幾何學の進步を助けたりと云ふ程の人物の出でしもなく唯希臘の學術を保存せりといふ位の事でありました「ペルシア」人「トルコ」人の內にも是等を研究せしものありしが又別段に申し上ぐる程の人物もなく事柄もありませぬ又羅馬人ハ此頃より次第に勢力を得希臘の如きも遂にハ其屬國とまでなりて一時盛大を極めたるにも拘(カヽハ)らず學術に熱心なるもの甚だ少なく能く豫言するものに數學者の名を下したる位なれば幾何學の有樣も推して知られます私の茲に掲げんとする程のものハ「ボーエシアス」「ヴィトルビアス」の兩名のみ偖右災害の後ち凡そ六百年許りの間にハ「ビード」一人の外に私の申し上ぐべきものなく今を距ると凡そ六百五十年の頃より學術漸く再興の色を顯はし歐洲地方に「ローゲル、ベーコン」「ジョン、デ、サクロ、ボス

コ」「カムペーナス」「アルベルタス、マグナス」「ウァルリングフォルト」「コーサル」「パルバッチ」「ミューラー」「ラッカス、デ、バルゴー」及び有名なる「コペルニカス」等の幾何學者を見るに至りました又此頃希臘語の進步し且ッ出版術の開けたるより盛んに希臘の先哲の著書や其飜譯書などが出版になり大に幾何學の歐洲に弘まるの助けとなりまして幾何學者も續々出でました其著きものを擧げますれば「コンマンディーノ」「ジョン、ディー」「モーロリカス」「タルターリア」「クラヴュース」「メシアス」「ローマナス」「ノニアス」「ライト」「ヴィエタ」「ルーカス、ヴァレリアス」「マリナス、ゲタルダス」「ロドルフ、ヴァン、クーレン」「ヴィレブロッド、ス子リアス」「アルベルト、ジラード」「ガリレオ」等の諸氏にして就中「ヴィエタ」氏の如きハ許多の新發明を以て最も著きものでありましたされども是等の人々ハ未だ幾何學に新しき論法を用ひたるものなく幾何學に關する事柄を論ずるにハ皆希臘の先哲の定めたるものに基づかねばならぬものとせしが此頃彼の有名なる「ケプラー」氏(氏ハ「ゼルマン」人にして今を距ると三百十八年前

に生る)出で、其著書に於て幾何學を論ずるに一種の新法を用ひました「ケプラー」氏の此法たる幾何學の解法をして非常に簡易ならしめたるを以て其勞少なくして其發明他の諸氏より遙かに高度に達しました次で「カバレリアス」氏出で、其著書に線を以て無數の點より成り面を以て無數の線より成り躰を以て無數の面より成りたるものとして幾何學を論じました是にハ數多の異說を唱ふるものありしが氏ハ常に吾論ずる所ハ其實古代のものと異なるにあらず唯〻古代の如き長々しく且ッ間接なる論法を免れたるのみなりといふを以て之を駁せりと申すヿであります是より以前ハ初等幾何學の外にハ幾何學と稱するものなかりしが此頃よりハ幾何學のみならず數學一般に大に進步するの色顯ハれ「フェルマー」「ロベルヴァー」「デーカート」「グレゴリー、セイントヴィンセント」「パスカル」「ハイジェンズ」「ドクトル、バルロー」(英國の數學家にして有名なる「ニウトン」の師なり)「タックエット」「ジェームス、グレゴリー」「ボーレリー」「ヴィヴィオニー」「ニウトン」「ライプニッツ」「ラグロンジ」

「クレーロー」「ユーラー」「ロベルト、シムソン」「ステューアート」「ホールスライ」「テイロル」「マックローリン」「モンジ」「ポンスレー」等其他の有名なる諸氏を經て近代に至るまでに幾何學も初等幾何學の範圍外のもの許多出來て解拆幾何學、畫法幾何學等の名稱を附するに至りました幾何學の歷史上の御話しハ先づ大略此の如くでありますが終りに望みチョイと印度及び支那の御話しを致して置きませう此兩國に關してハ、西洋の學者輩大に穿鑿せしが印度にハ幾何學によらずんば製するヿ能ハざる一個の表、ありて其製作の年代詳かならざるも極めて古代なる、ヿハ疑ひを入れざる所だと申すヿであります又今を距るヿ凡そ四百萬年許り以前に天より大聖人「マヤ」に傳へたりと國人の言ひ傳ふる所の一書がありまして國人の言固より信ずべからざるも亦極めて古代のものなるヿハ疑を入れざる所だと申します此書中にハ曖昧なる事柄多くして充分にハ了解されざるも希臘幷に「アラビア」人の最初に知りたるものとは全く躰裁の異なりたる一個の純然たる三角術

を含蓄せると明かにして其論たる實に今を距ると僅かに二百餘年前迄ハ歐洲人も知らざりし定理に基づけりと申すことであります此三角術と申すハ幾何學と大に關係のあるものでありますれば印度にてハ太古已に幾何學の開けしものと見えます又支那の如きも其歷史にハ曖昧なること多けれども何に致せ極めて古代より幾何學及び天文學の開けしにハ相違なく西洋人も許す所であります然れども此兩國に開けたる幾何學ハ全く古代の儘にて永き年月の間だ更に進步せしことなく又範圍の弘まりしこともなくして當今盛んに世に行ハるゝ彼の埃及より出でたるものとハ全く別流のもの丶樣であります先づ是にて歷史も濟みましたれば是より平面幾何學の御話しに取掛りませう

平面幾何學

界說幷記法

界說とハ如何なるものなるかと申すことハ總論の中にて既に御話し申したれば重ねてハ申し上げませぬが記法と申すことハ未だ申し上げざる故チヨイと此所に申し上げませう私は總論の中にて線、點を顯すの符號や圖の位置を指示す爲めに用ふる符號幷に代數學の符號を幾何學に籍り用ふるもの丶意義を定め且ッ其用ひ方を御話し申しましたが個樣に符號の意義を定め且其用ひ方を示すを記法と申します此界說、記法及び此後に申し上げまする公理、公法の四ッのものは皆幾何學を論ずるの基礎にして前に幾何學の論法は演繹法だと申すことを申し上げましたるが其演繹法の論據と賴むべき定理或は定則に當るものであります故に其中には最と容易き事柄もありますれど決して輕忽に觀過してはなりませぬ

線に左の如く二種あります

界説第一　二條ノ線ニ於テ其一條中ナル隨意ノ二點ヲ他ノ一條ノ上ニ置クトキ此兩線ノ方向如何ニ關ラズ常ニ密合シテ別ル、所ナケレバ此兩線ヲ各直線ト云フ

直線とハ眞直なる線の事でありますが唯眞直なる線を直線と云ふと申してハ其意義漠(バク)として後の論據と致すヿが出來ませぬ故此界説の如く其意義を定めたるのであります又直線を圖に顯はすには（――）の如き線を顯はす符號の眞直なるものを以てし其兩端にＡＢＣ等の符號を記し以て之を指示すの便に供します又之を指示すには假令へば其兩端の符號ＡとＢとなれば（Ａト記シタル所ヨリＢト記シタル所ニ至ル直線）と申さねばならぬ所なれどもさするときハ後の説明甚だ長々しくなりまして却て分り惡くなります故に簡單に（直線ＡＢ）或は（直線ＢＡ）と申して此長々しき語の代りと致します或は尚ホ略して（ＡＢ）或は（ＢＡ）とのみ申すヿもあります又其兩端の符號ＣとＤとなれば

（直線ＣＤ）或は（直線ＤＣ）とか（ＣＤ）或は（ＤＣ）とか申して之を指示します直線は線の他の種類と混ずるの恐れなきときは略して唯々線と申します

界説第二　線若シ其小部分ト雖モ直線ナル所ナケレバ之ヲ曲線ト云フ

曲線を圖に顯はすには（　）或は（　）の如き線を顯はす符號の少しも眞直なる所なきものを以てし其兩端にＡＢＣ等の符號を記して之を指示すの便に供します且ツ直線に倣ひて簡單に（曲線ＡＢ）或は（曲線ＢＡ）とか（曲線ＣＤ）或は（曲線ＤＣ）とか申して之を指示します

曲線には種々の種類がありますが大概初等幾何學の範圍外であります故玆にて委しくは申し上げませぬ併し其中初等幾何學にて論ずるもの唯一種あります是は追々に御話し申します

線には又（　）の如く許多の直線が角を作りて端(ハシ)へ端へと聯(ツラ)なりたるものがあります是を折線と申します人によりますと是も線の

一種として幾何學の界說の部に掲ぐるものもありますが幾何學にても斯く角を作る所の線は一線とは致さず角の尖頭にて別るゝ所の許多の線と見做します故に私も之を以て線の一種とはせず許多の線と致します

角に左の如く二種あります

界說第三　面上ノ二線一點ニ相會シテ作ル所ノ角ヲ面上之角ト云フ又角ヲ作ル兩線ヲ各角ノ邊ト云ヒ兩邊ノ相會スル點ヲ角頭ト云フ

面上之角を稱して兩線の交角と申すこともあります

界說第四　三個以上ノ面一點ニ相會シテ作ル所ノ角ヲ立躰角ト云フ

立躰角は立躰幾何學にて論すべきものであります故茲にて委しくは申し上げませぬ

面に左の如く二種あります

界說第五　面上諸方ニ二點ヲ設ケ直線ヲ以テ之ヲ聯ヌル𪜈其線皆能ク

面ト密合セバ其面ヲ稱シテ平面ト云フ

總論の中に面の凹なるでもなく凸なるでもなく又凹凸あるでもなき平滑なるものを平面と申す由を申し上げましたが斯く申しては其意義漠として後に之を論據と頼むことが出來ませぬ故に此所の界說にては少しく說き方を換へたるのであります併し總論に申したる平面でなければ此界說の如き性質はありませぬ又此界說の如くでなければ總論に申したる平面の如き性質はなきものにて其實異なるではなく唯其說き方の異なるのみであります

界說第六　面若シ其小部分ト雖𪜈平面ナル所ナケレバ之ヲ曲面ト云フ

曲面も立躰幾何學にて論ずべきものであります故茲にて委しくは申し上げませぬ

面上之角に左の如く二種ありまを

界說第七　平面上ノ二線一點ニ相會シテ作ル所ノ角ヲ平面角或ハ略シ

一種として幾何學の界說の部に揭ぐるものもありますが幾何學にては斯く角を作る所の線は一線とは致さず角の尖頭にて別るゝ所の許多の線と見做します故に私は之を以て線の一種とはせず許多の線と致します

角に左の如く二種あります

界說第三　面上ノ二線一點ニ相會シテ作ル所ノ角ヲ面上之角ト云フ又角ヲ作ル兩線ヲ各角ノ邊ト云ヒ兩邊ノ相會スル點ヲ角頭ト云フ

面上之角を稱して兩線の交角と申すこともあります

界說第四　三個以上ノ面一點ニ相會シテ作ル所ノ角ヲ立躰角ト云フ

立躰角は立躰幾何學にて論ずべきものであります故茲にて委しくは申し上げませぬ

面に左の如く二種あります

界說第五　面上諸方ニ二點ヲ設ケ直線ヲ以テ之ヲ聯ヌルトキ其線皆能ク

面ト密合セバ其面ヲ稱シテ平面ト云フ

總論の中に面の凹なるでもなく凸なるでもなく又凹凸あるでもなき平滑なるものを平面と申す由を申し上げましたが斯く申しては其意義漠として後に之を論據と頼むことが出來ませぬ故に此所の界說にては少しく說き方を換へたるのであります併し總論に申したる平面でなければ此界說の如き性質はありませぬ又此界說の如くでなければ總論に申したる平面の如き性質はなきものにて其實異なるではなく唯其說き方の異なるのみであります

界說第六　面若シ其小部分ト雖ドモ平面ナル所ナケレバ之ヲ曲面ト云フ

曲面は立躰幾何學にて論ずべきものであります故茲にて委しくは申し上げませぬ

面上之角に左の如く二種ありまも

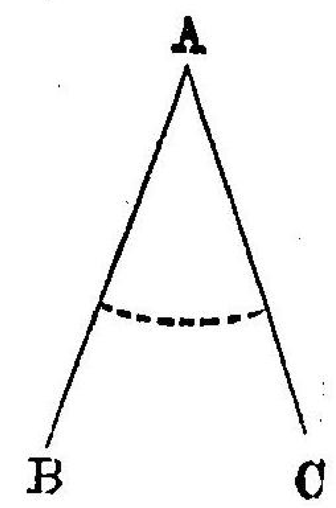
界說第七　平面上ノ二線一點ニ相會シテ作ル所ノ角ヲ平面角或ハ略シ

テ平角ト云フ

角と申すものは總論の中にて一方にのみ境界のある尖形だと申し且ツ(面上ノ二線或ハ三個以上ノ面一點ニ相會シテ作ル所ノ尖形ヲ角ト云フ)と申す界説をも擧げましたが是のみにては未だ角の大さと申すことが御分りになりますまいかと思はれまする故茲に其大さのことを御話し申しませうさりながら一般に角と申すものに就いて委しく御話しを致しまするると餘り長くなりますから唯角の大さは其角を作る所の線或は面の相互ひの傾き即ち其相互ひの開き矩合(グワヒ)の大さにて量ると申すだけにて止め置きまして平面幾何學の部に必要なる平角のみに就いて委しく申し上げませう

凡ソ平面上の二線一點に相會して角を作るからには其二線は方向を異にして居らねばなりませぬ故に其方向に差ひがありませう即ち其方向の差ひの大さが其二線にて其面上に作る所の平角の大さであり

ます其事を言ひ換へて見ますれば二線の相互ひの開き矩合の大さで



あります假令へば上圖をAB AC なる二線にて一平面上に作る所の平角とすれば其角の大さは點線にて示したる如く此兩線の方向の差ひ即ち開き矩合の大さであります即ち其開き方が多ければ其角を大とし其開き方が少なければ其角を小と致します若し皆さんは是にても御分りにならずば鳥の嘴(クチバシ)を開きたる所を御覽なさると能く御分りになるであらうと思ひます其鳥の嘴を開きたるときは其上下の顎(アゴ)を線と見做し嘴の本を點と見做しますと口の中の所が即ち角となりませうソコデ其鳥が嘴を次第に廣く開くときは其角次第に大となると申し嘴を次第に狹くするときは其角次第に小となると申します斯く御話し申しましたならば平角だけの所では其大さと申すことは御分になりませう既に平角の大さと申すことが御分りになりますれば平角の大さは其兩邊の

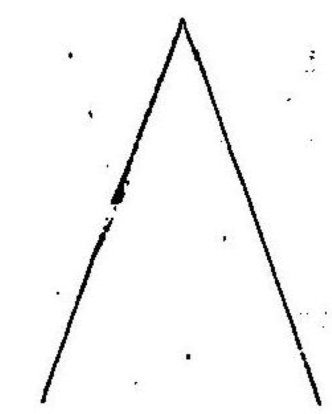
長さが何程長きも又何程短きも其には更に關係致さぬとも御分りになりませう是を初學の御方には誤り易きとであります故御注意ありたし

界說第八　曲面上ノ二線一點ニ相會シテ作ル所ノ角ヲ曲面角ト云フ

曲面角は立躰幾何學にて論ずべきものなれば玆にて委しくは申し上げませぬ

平角に左の如く三種あります

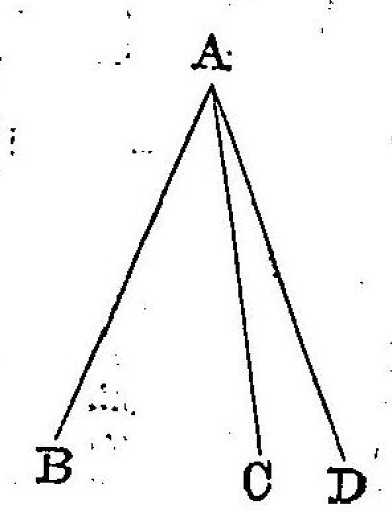
界說第九　兩直線一點ニ相會シテ作ル所ノ平角ヲ直線角ト云フ



例令へば上圖の如きものであります又直線角は角の他の種類と混ずるの恐れなきときは通例略して唯角と申します

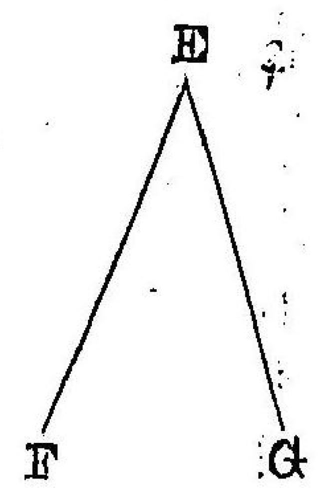
直線角を指示すには假令へば上圖のAB AC AD EF EGなる五線にて作る所の角を皆直線角とすれば兩直線AB ACにて作る所の角は（兩直線AB ACニテ作ル所ノ角）と申して指示すべきなれど斯くては長々しくなる故

第一圖



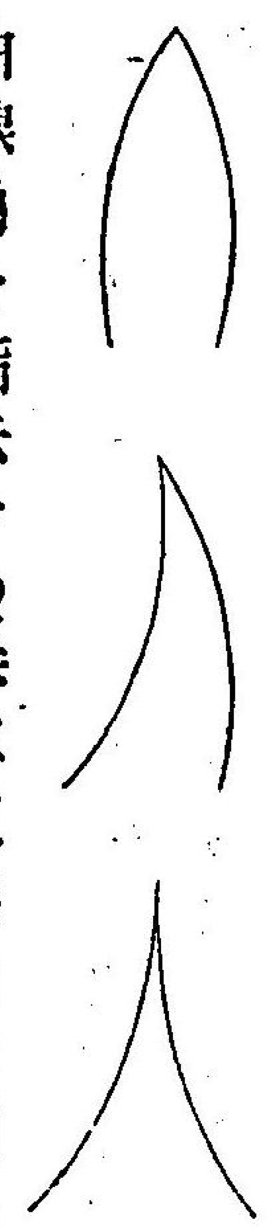
（直線角BAC）或は（直線角CAB）と申して指示します又兩直線AB ADにて作る所の角を（直線角BAD）或ハ（直線角DAB）と申し兩直線AC ADにて作る所の角を（直線角CAD）或は（直線角DAC）と申し又第二圖の兩直線EF EGにて作る所の角を（直線角FEG）或は（直線角GEF）と申して指示します即ちＡＢＣ等の符號の角頭にあるものを中央に置き角邊にあるものを其兩傍に置き其上に（直線角）と申す三字を添へて指示すのであります併し又第二圖の如く一點に唯一角のみあるときは指示し方を尙ほ略して（直線角E）とかやうに唯角頭にある符號のみに（直線角）の三字を添へます又直線角を單に角と申して差支へなきときは（直線角）と申す三字の代りに（角）と申す一字を符號の上或は下に添へて（角ABC）或は（ABC角）

第二圖



とか(角E)或は(E角)とか申すともありますが多くは符號(∠)をＡＢＣ等の符號の前に置きて(直線角)と申す三字の代りと致します假令ば(∠ABC)を以て(直線角ABC)の代りとし又(∠E)を以て(直線角E)の代りと致しまするの類であります

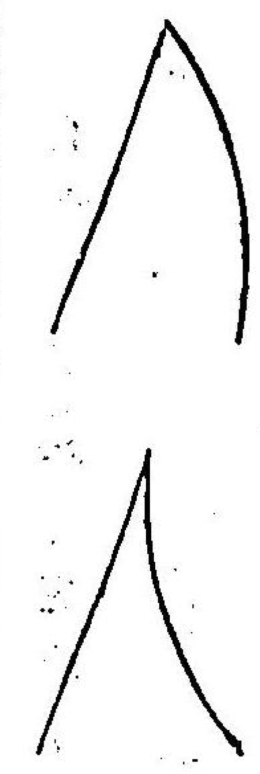
界説第十　兩曲線一點ニ相會シテ作ル所ノ平角ヲ曲線角ト云フ



假令ば上圖の如きは何れも曲線角であります

曲線角を指示すの法は直線角と同じとにて唯(直線角)と申す三字を(曲線角)と申す三字に易ふるの異なるのみであります

界説第十一　一直線ト一曲線ト一點ニ相會シテ作ル所ノ平角ヲ雜線角ト云フ



假令へば上圖の如きも何れも雜線角であります

雜線角を指示すの法も亦直線角と同じ唯(直線角)と申す三字を(雜線角)と申す三字に易ふるの異なるのみであります

總論の中にて線、角、面、躰の四種に就いて御話し申したる所によりますと面上の小部分は線を境界とし空所の小部分は面を境界と致して居ります而して此二ツのものを總稱して有界形と申します故に左の界説があります

界説第十二　線ヲ以テ圍ミタル面ノ小部分及ヒ面ヲ以テ圍ミタル空所ノ小部分ヲ有界形或ハ略シテ單ニ形ト云フ

有界形に左の如く二種あります

界説第十三　線ヲ以テ圍ミタル面ノ小部分ヲ面上之形ト云フ

界説第十四　面ヲ以テ圍ミタル空所ノ小部分ヲ立躰形ト云フ

立躰形を立躰幾何學にて論ずべきものなるが故茲にて委しくは申し上げませぬ

面上之形に左の如く二種あります

界說第十五　線ヲ以テ圍ミタル平面ノ小部分ヲ平面形ト云フ

界說第十六　線ヲ以テ圍ミタル曲面ノ小部分ヲ曲面形ト云フ

曲面形は立躰幾何學にて論ずべきものなるが故茲にて委しくは申し上げませぬ

平面形に左の如く三種あります

界說第十七　直線ヲ以テ圍ミタル平面形ヲ直線形ト云フ又其境界ナル直線ヲ各直線形ノ邊ト云フ

界說第十八　曲線ヲ以テ圍ミタル平面形ヲ曲線形ト云フ

曲線形には種々の種類がありますれど大概初等幾何學の範圍外のものであります其範圍內にて論ずるもの唯一種ありますが追々に御話し申しませう

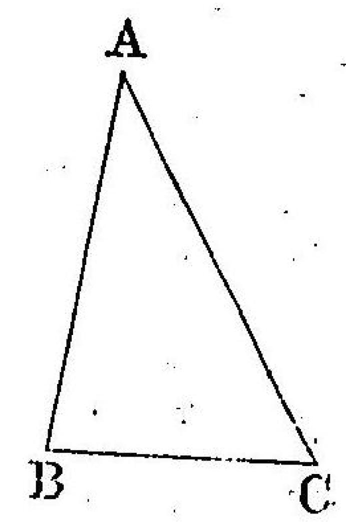
界說第十九　直線ト曲線トヲ以テ圍ミタル平面形ヲ雜線形ト云フ

雜線形にも種々の種類がありますれど大概初等幾何學の範圍外のものであります其範圍內にて論ずるのも唯三種ありますが追々に御話し申しませう

直線形に左の種類があります

界說第二十　三直線ヲ以テ圍ミタル直線形ヲ三角形ト云フ又三角形ノ下邊ヲ底邊或ハ略シテ底ト云ヒ底ノ對角ヲ頂角ト云フ

假令へば左に示したる圖の如きものを三角形と申すのであります又BCを底邊或は底と申し其對角BACを頂角と申すのであります

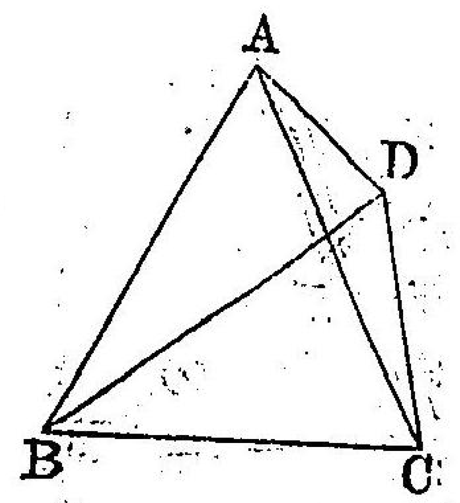


三角を指示すには假令へば上圖を三直線AB BC ACにて圍みたる三角形とすれば之を指示すには(三直線AB BC ACニテ圍ミタル三角形)と申すべきなれど斯くては餘り長々しくなる故簡單に(三角形ABC)とか或は(三角形BAC)とか申しまする如く三角頭の符號を連ね其上に(三角形)と申す三字を添ふるのであります但し三符號の次序には一向關係致しませぬ併し又(三

角形)と申す三字を其上に添ふる代りに符號(△)をＡＢＣ等の前に添ふるともあります假令へば(△ABC)を以て(三角形ABC)の代りとするの類であります

直線の界說によるときは一直線若しくは兩直線を以て有界形を圍む能はざるを明かでありませう故に直線形にて邊數の最も少なきものは三角形であります

界說第二十一　四直線ヲ以テ圍ミタル直線形ヲ四角形ト云フ又四角形ノ兩對角頭ヲ聯ヌル所ノ直線ヲ角線ト云フ



假令へば上圖の如きものを四角形と申すのであります又直線BD或はACを角線と申すのであります

四角形を指示すには三角形を指示すが如く各角頭の符號を連ねて其上に(四角形)と申す三字を添ふるのであります但し其符號の連ね方は何れを先にするも妨げなけれど

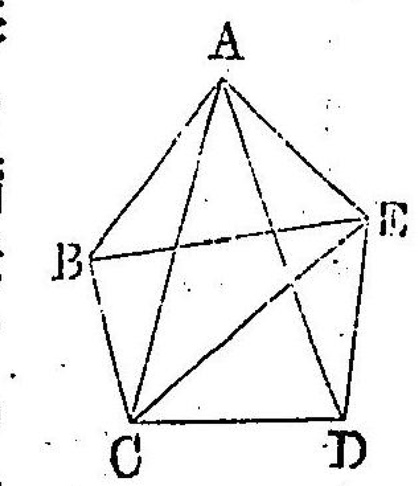
も次第に其隣角頭の符號を連ぬるのであります假令へば上圖を四直線AB BC CD DAにて圍みたる四角形とすれば之を指示すに(四角形ABCD)或は(四角形BADC)を以てするの類であります是も(四直線AB BC CD DAニテ圍ミタル四角形)と申して指示すべきなれども長々しくなる故に定めたる指示し方であります又兩對角頭の間に線なきときは尚ホ二個の符號を省きて其兩對角頭の符號のみを以てすることもあります假令へば前の圖に若し直線BDが無ければ(四角形BD)を以て(四角形ABCD)の代りとするの類であります

界說第二十二　五直線ヲ以テ圍ミタル直線形ヲ五角形ト云ヒ六直線ヲ以テ圍ミタル直線形ヲ六角形ト云ヒ又七直線ヲ以テ圍ミタル直線形ヲ七角形ト云フ餘ハ皆之ニ倣テ知ルベシ又是等ノ直線形ヲ總稱シテ多角形ト云ヒ其對角頭ヲ聯ヌル所ノ直線ヲ角線ト云フ

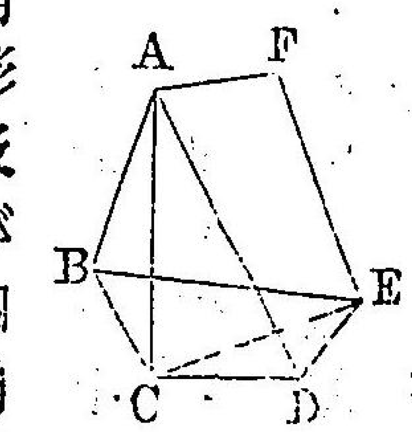
假令へば左圖の如きは皆多角形にしてAC AD BE CEの如きは皆角線であ

ります

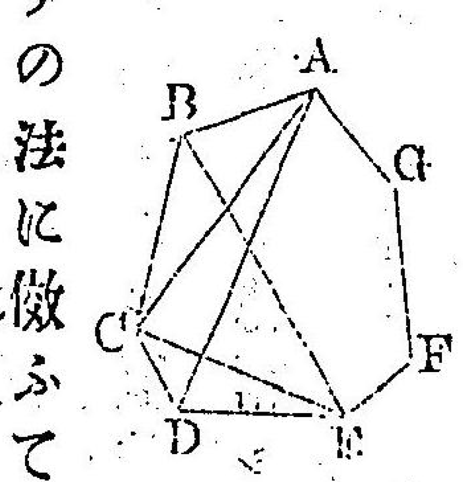
五角形



六角形



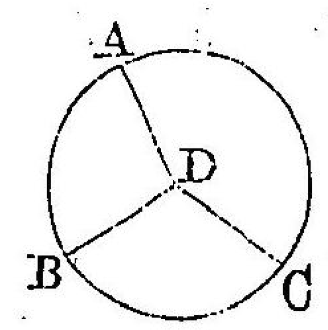
七角形



多角形を指示すの方法は三角形及び四角形を指示すの法に倣ふて御了知あるべし委しく申し上ぐるはどうやらくどき樣に思はれますれば略しました

界説第十八の所にて申し上げたる初等幾何學にて論ずる所の曲線形は左の一種であります

界説第二十三　一曲線ヲ以テ圍ミタル曲線形ノ定點ヨリ曲線ノ各所ニ至ル直線皆相等シキモノヲ圓ト云フ又其曲線ヲ稱シテ圓周ト云ヒ定點ヲ稱シテ圓心ト云ヒ圓心ヨリ圓周ニ至ル相等シキ直線ヲ各〻半徑ト云フ



假令へば上圖の如きものが圓であります又ABCと記したる周圍の曲線を圓周と申し定點D(定點Dと申すはDと記したる所の定點と申すを略したるのであります尙ホ此後にもA點とかB點とか或は點Aとか點Bとか申すヿがありまするが皆此例に倣ひAと記したる所の點或はBと記したる所の點と申すヿを略したるものと御了知あるべし是即ち點を指示すの方法であります)を圓心と申し又AD BD DC等を各〻半徑と申すのであります

圓或は圓周を指示すには通例圓周に記したる三符號を連ね之に(圓)或は(圓周)と申す字を添へます假令へば上圖の圓を指示すには(圓ABC)或は(圓BAC)を以てし其圓周を指示すには(圓周ABC)或は(圓周BAC)を以てするの類であります但し其三符號の次序には一向關係致しませぬ

私が界説第二の所にて初等幾何學にて論ずる所の曲線唯〻一種ありと

申したるは圓周或は圓周の一部分を指したるものであります

私は此所の界說にて線に二種ありとて直線と曲線とを擧げましたが線には尚ホ一種のものがあります即ち一部分直線にして一部分曲線なるものであります面も亦左樣であります平面と曲面との外に一部分平面にして一部分曲線なるものがありますなれども是等は別段に名稱のなきのみならず幾何學には更に必要がなければ私は是を省きました

以上の界說に疑はしきことが一ッあります假令へば三直線を以て圍みたる直線形を三角形と云ふと申したるが如き此三角形と申すものハ出來るものやら又出來ぬものやら證明せざる以上は更に分りませぬ即ち三直線を以て有界形を作ることが出來るものやら出來ぬものやら更に分りませぬ(尤も皆さんが必らず出來るものと思召すからには私より斯くむつかしく御話し申すには及びませぬが後々に至り御疑ひの廉も出なんものと思ひ申上げます)三角形のみに限らず何れの界說にも皆此疑ひはあることなれども凡

り名稱と申すものは何に限らず其名稱に當るものがありて後に生ずるものなれば斯々のものを三角形と云ふと申す樣に界說にて名稱の意義を定めたるからには其名稱に當るものハ必ずあるものと申すとも界說にて已に假定せるものにして別に論究するを要せざるものと御了知ありて然るべきことと存じます

界說と申すものハ以上の二十三個條と總論に申し上げたるものとの外に尚ホ數多ありますれども追々に必要なる所にて御話し申します

「公理

理の最も單純(あつさりとして且ッまじりなしと申す意であります)明白にして論究するを須たざるものを公理と申します故に幾何學にては他の理ハ皆悉く綿密に之を論ずるも公理ハ其理の當否を論ぜずして誰しも之に疑ひを容るゝことなしと假定し以て他の理を論ずるの論據と致します「ダガルド、スチューアート」氏曰く公理は理論の元素なりと

此所にて(同じ)と申す語と(等シ)と申す語との間の差異を知ることが必要でありますゆゑチョイと申し上げますが(同ジ)とは(同一)と申すことにして假令へば机の上に一本の鉛筆ありとせんに今其鉛筆を操りて疊の上に置くときは其鉛筆之位置を轉じたれども元と机の上にありたる鉛筆と同じ鉛筆だと申すでありましせう是れ即ち(同じ)と申す語の意義であります又机の上に二本の鉛筆ありて其長さ一樣なるときは此二本の鉛筆は其長さ相等しと申しませう是れ即ち(等シ)と申す語の意義であります(同ジ)と(等シ)との御話しは先づ此位にして是より公理の個條を申し上げませう

第一　一度ニ等シキ兩度ハ相等シ

假令へば玆にＡＢＣの三度ありてＢはＡに等しくＣ亦Ａに等しければＢとＣとは互ひに相等しと申すの類であります

第二　等シキ兩度ニ同ジ度ヲ加フレバ所得ノ兩和相等シ

假令へば玆にＡＢＣの三度ありてＡＢ相等しければ $A+C$ と $B+C$ と相等しと申すの類であります

第三　同ジ度ヨリ等シキ兩度ヲ減ズレバ所得ノ兩餘相等シ

假令へば玆にＡＢＣの三度ありてＢＣ相等しくＡを此各より大なりとすれば $A-C$ と $A-B$ と相等しと申すの類であります

第四　等シキ兩度ヨリ同ジ度ヲ減ズレバ所得ノ兩餘相等シ

假令へば玆にＡＢＣの三度ありてＡＢ相等しくＣを此各より小なりとすれば $A-C$ と $B-C$ と相等しと申すの類でありませ

第五　大度ニ一度ヲ加ヘタル和ハ小度ニ同ジ一度ヲ加ヘタル和ヨリ大ナリ

假令へば玆にＡＢＣなる三度ありて $A>B$ なれば $A+C$ は $B+C$ より大なりと申すの類であります

第六　大度ヨリ一度ヲ減ジタル殘餘ハ小度ヨリ同ジ一度ヲ減ジタル殘餘ヨリ大ナリ

假令へば玆にＡＢＣなる三度ありてＡ＞ＢなればＡ－ＣはＢ－Ｃより大なりと申すの類であります

第七　甲乙相等シクシテ甲丙ヨリ大ナレバ乙亦丙ヨリ大ナリ

第八　甲乙相等シクシテ甲丙ヨリ小ナレバ乙亦丙ヨリ小ナリ

第九　甲乙ヨリ大ニシテ乙丙ヨリ大ナレバ甲ハ丙ヨリ大ナリ

第十　全度ハ其一部分ヨリ大ナリ

第十一　同ジ度或ハ等シキ兩度ノ同ジ幾倍ハ相等シ

第十二　同ジ度或ハ等シキ兩度ノ同ジ幾分ハ相等シ

第十三　大度ノ幾倍ハ小度ノ同ジ幾倍ヨリ大ナリ

第十四　大度ノ幾分ハ小度ノ同ジ幾分ヨリ大ナリ

第十五　所在ヲ同ジクスル度ハ相等シ

第十六　線ノ兩傍ナル兩點ヲ貫ク所ノ線ハ必ズ此線ト交ハル

公理は右十六個條のみではありませぬが追々必要なる所に掲げます

（甲乙ニ等シケレバ乙亦甲ニ等シ）と申すことと（甲ニ乙ヲ加ヘタル和ハ乙ニ甲ヲ加ヘタル和ニ等シ）と申すことは倶に公理と思はれますれど通例の言語に既に此意義をこめて（甲乙相等シ）とか（甲ト乙トヲ相加フ）とか申しまする故斯ることまで區別を立てゝは却て分り惡くならんかと存じ私は是を故らに公理の中に掲げず又其區別も立てませなんだ

又公理に似て公理にあらず容易く公理により論究することを得且ツ後の説明に引用するものがあります故に私は左に其最も必要なるもの七個條を掲げて之を推理と名けました但し此推理と申す名稱は普通に用ふる名稱でもなく私が便利の爲め此講義にて用ふるのみであります

推理

第一　一度ニ等シキ乘度ハ皆相等シ

假令へば玆にＡＢＣＤの四度ありてＢＣＤの三度皆Ａに等しければＢＣＤの三度皆相等しく即ちＢとＣと相等しくＢとＤとも相等しく又

CとDとも相等しといふの類であります

何故に然るやといふに私は先づ玆に揭げたる例に就いて論じて見ませうならばB C各Aに等しき故公理第一によるときはB=Cといふヿが出來ませう又BとDとが各Aに等しき故同理にてB=D又CとDとが各Aに等しき故同理にてC=Dといふヿが出來ませう故よB C D皆相等しといふヿが出來ませう又度の數が四度より多きも同法にて論ずるヿが出來ませう故に其意義を擴張して(一度ニ等シキ衆度ハ皆相等シ)と申すヿが出來ませう

第二　等シキ兩度ノ各ニ等シキ兩度ハ相等シ

假令へば玆にA Bの兩度ありて相等しく又別にC Dなる兩度ありてC=A, D=BなればCとDと相等しといふの類であります

此理も先づ玆に揭げたる例に就いて論じませうならばC=A, B=Aなる故公理第一によりてC=Bといふヿが出來ませう而してD=Bなる故同理にてD=Cといふヿが出來ませう故に此推理の如く(等シキ兩度ノ各ニ等シキ兩度ハ相等シ)と申すヿが出來ませう

第三　等シキ兩度ノ各ニ等シキ兩度ヲ加フレバ所得ノ兩和相等シ

假令へば玆にA Bの兩度ありて相等しく又別にC Dなる兩度ありて相等しきときはA+CとB+Dと相等しといふの類であります

此理を玆に揭げたる例に就いて論じませうならばA=Bなるを以て公理第二によりてA+C=B+C(是はAとCとを加へたる和とBとCとを加へたる和と相等しと申すとの代りであります代數學の符號を重ねて用ひたるものは皆此例に倣ふて御了知あるべし)然るに又C=DなるをIFて同理にてB+C=B+Dと申すヿが出來ませうされば A+C=B+CにしてB+C=B+Dなるを以て公理第一によりてA+C=B+Dと申すヿが出來ませう故に此推理の如く(等シキ兩度ノ各ニ云々)と申すヿが出來ませう

第四　等シキ兩度ノ各ヨリ等シキ兩度ヲ減ズレバ所得ノ兩餘相等シ

假令へば茲にＡＢなる兩度ありて相等しく又別にＣＤなる兩度ありて相等しく且ツ前の兩度を後の兩度より大なりとすれば $A-C$ と $B-D$ と相等しといふの類であります

此理を茲に掲げたる例に就いて論じませうならば $A=B$ なるを以て公理第四によりて $A-C=B-C$ と申すことが出來ませう然るに又 $C=D$ なるを以て公理第三によりて $B-C=B-D$ と申すことが出來ませう故に公理第一によりて $A-C=B-D$ と申すことが出來ませう故に此推理の如く(等シキ兩度ノ各ヨリ云々)と申すことが出來ませう

第五　大度ニ一度ヲ加ヘタル和ハ小度ニ前ノ加度ト等シキ度ヲ加ヘタル和ヨリ大ナリ

假令へば茲にＡＢなる兩度ありて $A>B$ 又別にＣＤなる兩度ありて $C=D$ なれば $A+C>B+D$ といふの類であります

此理を茲に掲げたる例に就いて論じませうならば $A>B$ なるを以て公理第五によりて $A+C>B+C$ 即ち $B+C<A+C$ と申すことが出來ませう然るに又 $C=D$ なるを以て公理第二によりて $B+C=B+D$ と申すことが出來ませうされば $B+C=B+D$ にして $B+C<A+C$ なるを以て公理第八によりて $B+D<A+C$ 即ち $A+C>B+D$ と申すことが出來ませう故に此推理の如く(大度ニ一度ヲ云々)と申すことが出來ませう

第六　大度ヨリ一度ヲ減ジタル殘餘ハ小度ヨリ前ノ減度ト等シキ度ヲ減ジタル殘餘ヨリ大ナリ

假令へば茲にＡＢなる兩度ありて $A>B$ 又別にＡＢの各より小なる兩度ＣＤありて $C=D$ なれば $A-C>B-D$ といふの類であります

此理を茲に掲げたる例に就いて論じませうならば $A>B$ あるを以て公理第六によりて $A-C>B-C$ 即ち $B-C<A-C$ と申すことが出來ませう然るに又 $C=D$ なるを以て公理第三によりて $B-C=B-D$ と申すことが

出來ませうされば $B-C=B-D$ にして $B-C<A-C$ なるを以て公理第八によりて $B-D<A-C$ 即ち $A-C>B-D$ と申すヿが出來ませう故に此推理の如く(大度ヨリ一度ヲ云々)と申すヿが出來ませう

第七　大度ノ和ハ同數ナル小度ノ和ヨリ大ナリ

假令へば茲にABC等なる衆度とDEF等なる衆度とありて $A>D$, $B>E$, $C>F$ 等なるときそABC等の和はDEF等の和より大なりと申すの類であります

此理を茲に掲げたる例に就いて論じませうならば $A>D$ なるを以て公理第五によりて $A+B>B+D$ 又 $B>E$ なるを以て同理にて $B+D>D+E$ と申すヿが出來ませうされば $A+B>B+D$ にして $B+D>D+E$ なるを以て公理第九によりて $A+B>D+E$ と申すヿが出來ませう故に又公理第五によりて $A+B+C>C+D+E$ 又 $C>F$ なるを以て此兩方に $D+E$ を加ふれば公理第五によりて $C+D+E>D+E+F$ と申すヿが出來ませうされば前に $A+B+C>C+D+E$ と申し今亦 $C+D+E>D+E+F$ と申す故公理第九によりて $A+B+C>D+E+F$ と申すヿが出來ませう追て斯の如く論じまをれば遂にはABC等の衆度の和はDEF等の衆度の和より大なりと申すヿに達するでありませう故に此推理の如く(大度ノ和ハ云々)と申すヿが出來ませう

公法

圖を引く法の最も單純にして其方法を示すべからざるものを公法と申しまず故に幾何學にては其方法を示さゞるも人皆之を知るものと假定しまず

第一　任意ノ所ニ點ヲ設クル法

第二　二點ノ間ニ直線ヲ作ル法

第三　有限ノ直線ヲ引長スル法

第四　有限ノ直線ヲ半徑トシ其一端ヲ圓心トシテ圓周ヲ作ル法

第五　度ノ位置ヲ轉ズルノ法

是は度の大さや形ちを變へずして位置のみを變ふるといふ意であります

公法は右五個條のみに限らずと雖ども餘は追々必要なる所にて申し上げませう

幾何學講義錄

千葉　馬込銀平講述

第二回

直線及直線角之論

界説并記法

界説第二十四　直線ヲ相等シキ兩部分ニ分ツ所ノ點ヲ其中央或ハ平分點ト云フ

是故に直線の平分點は其直線上にあることが明かであります

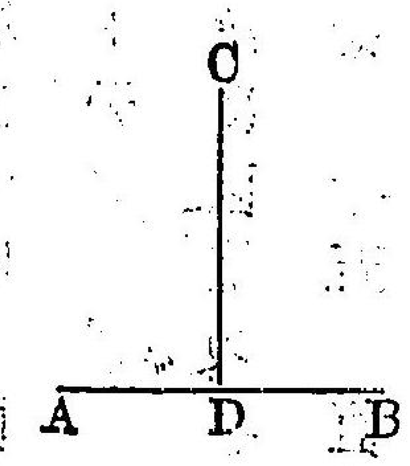
界説第二十五　直線角ヲ相等シキ兩部分ニ分ツ所ノ直線ヲ其平分線ト云フ

是故に直線角の平分線は其角内にあることが明かであります

直線角に左の二種があります

界説第二十六　一直線他ノ一直線ニ會シテ其兩傍ニ等角ヲ作ルトキハ其

各角ヲ直角ト云フ又此兩直線ヲ互ニ正交スト云ヒ直線外ノ點ヨリ出デヽ此直線ニ會シ之ト直角ヲ作ル所ノ直線ヲ前線ノ垂線ト云ヒ直線上ノ點ヨリ此直線ト直角ヲ作リテ出ル所ノ直線ヲ前線ノ直立線ト云フ



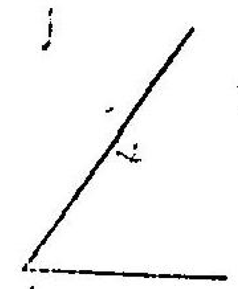
假令へば上圖の∠ADC或は∠BDCの如きものを直角と申すのであります又斯る場合にABCDを互に正交すと申しまず又直線CDがCの如きAB線外の點より引き出したるものならば之をABの垂線と申し又Dの如きAB線上なる點より引き出したるものならば之をABの直立線と申すのであります故に垂線と直立線とは唯引き方を異にするのみにて其實は同じものであります

兩直線の(互ニ正交ス)と申すとの代りに符號(⊥)を用ひます其用ひ方は假令へばAB⊥CDと記したるものを以て(兩直線ABCD互ニ正交ス)と申すことを顯はすものとするの類であります又(直角)と申す二字の代りに符號(∟)を用ふることがあります

界說第二十七　直角ニアラザル角ヲ斜角ト云フ又斜角ヲ作ル所ノ兩直線ヲ互ニ斜交スト云フ

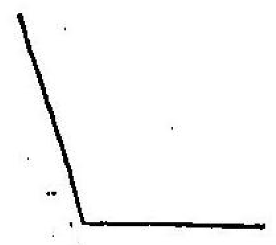
斜角に左の二種があります

界說第二十八　直角ヨリ小ナル角ヲ鋭角ト云フ



假令へば上圖の如きものであります

界說第二十九　直角ヨリ大ナル角ヲ鈍角ト云フ



假令へば上圖の如きものであります

定義

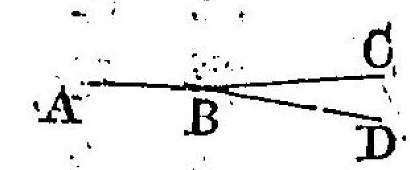
界說公理及び公法によりて論究することを得る所の理を定義と申しまず定

義には其數寘に限りなきものでありますが幾何學に掲げて論ずる所のものは唯〻其最も必要なるもの丶みであります

定義第一　兩直線ハ其一部分ヲ合スル𪜈全線密合ス

定義は皆左の如くに言辭を以て題するが故に是を論ずるには先づ定義に從ひて圖を引き解之が釋をなし然る後其圖に就いて論ぜねばなりませぬ其圖の解釋をなすを解と申し圖に就いて論ずるを論と申〻ます

解　先づ上圖のACとADとを何れも直線と見做〻今其一部分ABを合せたりと致しませうさすれば其他の部分なるBC BDは



圖の如く分るゝことなく必ず密合せねばなりませぬ

論　ナゼと申すに兩直線AC ADはAとBとの二點を共にして居りまする故若〻BC BDが全く密合せず〻て圖の如く分るゝとせば界說第一と一致〻ませぬ則ちAC ADをドチラも直線だと申すことが出來ませぬ故にAC ADがドチラも直線だと申すからにはBC BDは圖の如く分るゝことなく必ず密合

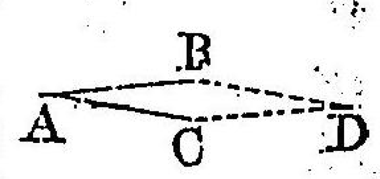
せねばなりませぬ

右の論にては兩直線をAC ADと定めABを合する所の二部分と定めま〻たが斯く定めたりとて兩直線及び合する所の部分の長さを限りたるにもあらず又其位置を定めたるにもあらず少しも是等に制限を立てたる所もありませぬ唯〻圖がなくては何れが直線なるや何れが合する部分なるやと申すことを指示することが出來ませぬ故御話しも致し惡く又御了解もなされ惡くなります故にAC ADを兩直線と〻ABを合する部分と定めたるのみのことにて論ずべき定義の意義は少〻も狹めたるではありませぬ故に(兩直線ハ其一部分ヲ合スル𪜈全線密合ス)と申す理あることが明かでありませう

定義第二　兩直線ノ相會スル所ハ唯〻一點ナリ

解　左の圖に於てABとACとを兩直線と致〻Aを其相會する所と致〻ますればAB ACは何程引長するも再び相會するとはありませぬ則ち相會す

る所はA點の外にはありませぬ

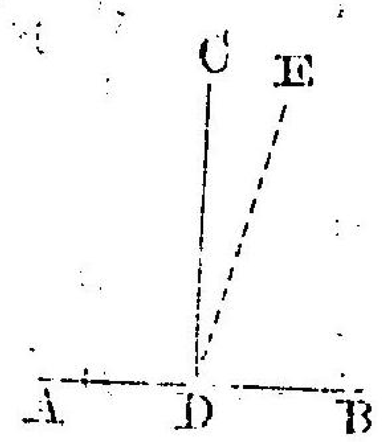


論　ナゼと申すに若し兩直線ABACの相會する所がA點の外にもあるも知れぬとの御懸念あらば先づ圖の如くABをAよりBに至る方向に引長し又ACをAよりCに至る方向に引長してDに於て相會せりと致して見ませうさすればABACの兩直線はAとDとの二點を共にして其中間の部分が相分るゝこととなります故界說第一と一致しませぬ則ちABACをドチラも直線だと申すことが出來ませぬ故にABACがドチラも直線だと申すからにはABをABの方向(ABの方向と申すはAよりBに至る方向と申すことの略であります此後にも此略語を用ふることがありますが皆是に倣て御了知あるべし)に引長しACをACの方向に引長するときは何程長く引長するも決して相會することなきを知るでありませう又是と同理にてABACをBACAの方向に引長するも相會することなきを知るでありませうされば兩直線ABACの相會する所はAの外には決してなきことが御分りでありませう

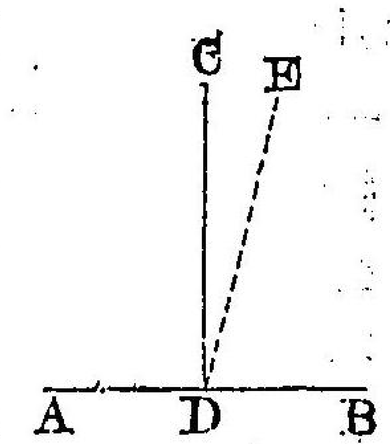
右の論にては兩直線をABACとし共相會する所をAと定めましたが定義第一の論の後に申し上げたるが如く斯く定めたりとて更に論ずべき定義の意義を狹むるとおきを以て(兩直線ノ相會スル云々)と申す理あることが明かでありませう

定義第三　一平面上ニテ一直線上ナル一點ヨリ出ヅル所ノ直立線ハ唯〻一條ナリ

是ハ一直線上なる一點より出づる所の直立線は空所には數多ありますれども平面上にて御話し申せば唯〻一條のみだど申す意であります



解　ABを一直線としCDをABと同じ平面上にありてAB上なる一點Dより出づる所のABの直立線とすれば此ABCDのある平面上にてDより出づるABの直立線は唯〻CD一條のみであります



此圖は前に揭げたるものと同じものでありますが論が紙の兩面に跨る故前の圖のみにては皆さんが御讀みなさるゝに不便なりと存じ玆にも揭げました此後も論が紙の兩面に跨がる所には同じ圖を兩樣に揭げますが皆別に故あるのではありませぬ

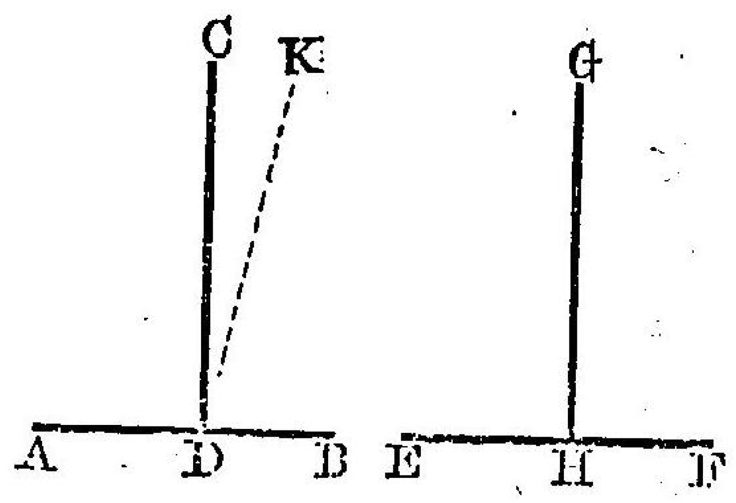
論　ナゼと申すに若しCDの外にもDより出づるABの直立線があるとの御懸念あらば假りに圖のDEを以て其直立線と致して見ませう(先づDEを圖の如くCDの右方にありと致して論じます)左様に致しまするとEDはABの直立線であります故界說第二十六によりますと$\angle ADE=\angle BDE$でなければなりませぬEDはABの直立線であります故界說第二十六の直立線と申すものゝ意義によりますとEDはABと直角を作りて居らねばなりませぬ即ち$\angle ADE$と$\angle BDE$とは何れも直角でなければなりませぬソコデ同じ界說の直角と申すものゝ意義によりますと$\angle ADE=\angle BDE$でなければならぬと申すことが出來ませう)又DCもABの直立線であります(解に左様に定めました故)故に同じ理にて$\angle ADC=\angle BDC$でなければなりませぬ而して又圖に

よりますれば$\angle ADC$は$\angle ADE$の一部分でありまする故に公理第十によりますと$\angle ADC<\angle ADE$でありますされば前に$\angle ADC=\angle BDC$, $\angle ADE=\angle BDE$と申し今又$\angle ADC<\angle ADE$と申しました故に公理第八と第七とによりますと$\angle BDC<\angle BDE$でなければなりませぬ(此理を尚委しく論じませうならば$\angle ADC=\angle BDC$にして$\angle ADC<\angle ADE$でありまする故に公理第八によりますと$\angle BDC<\angle ADE$則ち$\angle ADE>\angle BDC$と申すことが出來ますして又$\angle ADE=\angle BDE$でありまする故公理第七によりますると$\angle BDE>\angle BDC$則ち$\angle BDC<\angle BDE$と申すことが出來ます)されども圖より見れば$\angle BDE$は$\angle BDC$の一部分なるを以て公理第十によりますと$\angle BDC>\angle BDE$でなければなりませぬされば一方より論じますれば$\angle BDC<\angle BDE$でなければならず又他の一方より論じますれば$\angle BDC>\angle BDE$でなければならぬこととなりまして一致しませぬナゼでありませうか何處にも理に合はざる所がなければ一致する筈でありませうに一致せぬからには何處かに理に合はざる

所がなければなりますまい能く前の所を吟味して御覽なさいDEを以てABの直立線と見倣したるヿより外に理に合はざる所は決してありませぬされはDEをABの直立線と見倣したるは全く誤りでありませう而してDEの位置はCDの右方にありと致したるのみにて其外には少しも制限がありませぬ故CDの右方にあるからにそDEはABの直立線たるヿは出來ませぬ又DEをCDの左方にありとするも同理にてABの直立線たるヿは出來ぬと申すヿが分りませう(是はDEがCDの右方にあるときの論にてAとBとを取り換へて見れば容易く同理なるヿが分りませう)故にDより出づる所のABの直立線はAB CDのある平面上にてはCDの外にそなくして唯CD一條のみなるヿが明かでありませう

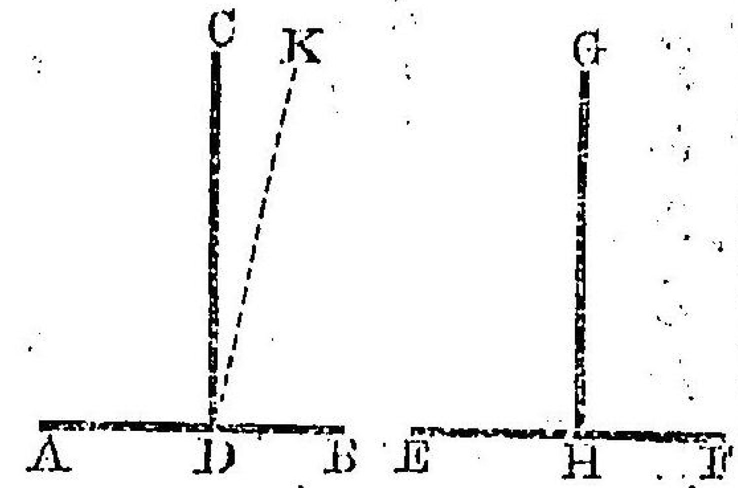
又右の論にてはABを一直線としDを其上の點としCDを其直立線と定めましたが斯く定めたりとて少しも論ずべき定義の意義を狹めたる所はありませぬ故に(一平面上ニテ一直線上ナル云々)の理あるヿが分りませう斯るヿそ何れの定義にても皆論の後に申し上げねばならぬヿなれど餘りにくどくなりまする故此後は皆略しますなれども皆さんは此事には能く御注意あるべきヿでありります假令ひ論が能く立ちたりとも論ずべき定義の一部分を論じたるのみにてそ其論は完全なる論とは申されませぬ

定義第四　直角は皆相等し



解　上圖のADC角とEHG角とを何れも直角と致しますれば$\angle ADC=\angle EHG$でありります

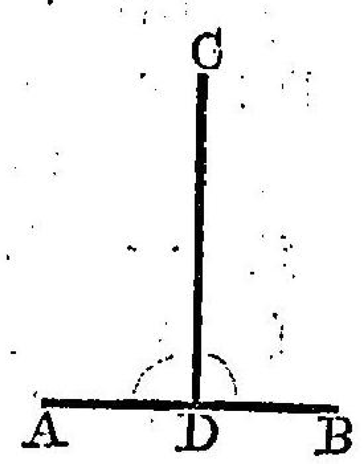
論　ナぜと申すに先づEHG角をADC角のある所に移しH點をD點に合せE點をAB線上に置きてEHG角のある平面をADC角のある平面に重ねますれば(是は公法第五にて度の位置を轉ずるヿが出來るものと定めました故EHG角をADC角のある所に移して兩平面を重ぬるヿが出來ませう)直線EFは其上の二



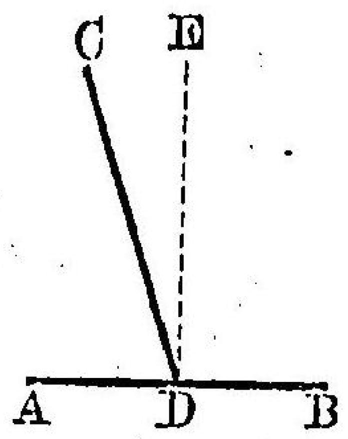
點HDを直線AB上に置きました故界説第一によりてABと全く密合せねばなりませぬされば又GHはCDと密合せねばなりませぬナゼと申すに∠ADCと∠EHGとは何れも直角(解にて左樣に定めました故)でありますす故界説第二十六の直立線と申すものゝ意義によりますとCDはABの直立線にしてGHはEFの直立線だと申すことが出來ませう而して

ABとEFとは相合して居りますす故若しGHがCDと合さずしてDKの如き位置を占むるとすれば一平面上にてAB上なる一點Dより此ABの直立線が二條出さるゝの理にて定義第三の理に合ひませぬ故にGHとCDとを相合さねばなりませぬされはABとEFと相合し又CDとGHと相合するを以て∠EHGは∠ADCと全く相合して所在を同じうします故に公理第十五によりまして∠ADC=∠EHGと申すことが出來ませう

定義第五　一直線他ノ一直線ニ會シテ作ル所ノ兩隣角ハ兩直角ナルカ或ハ加ヘテ兩直角ニ等シ



第一圖



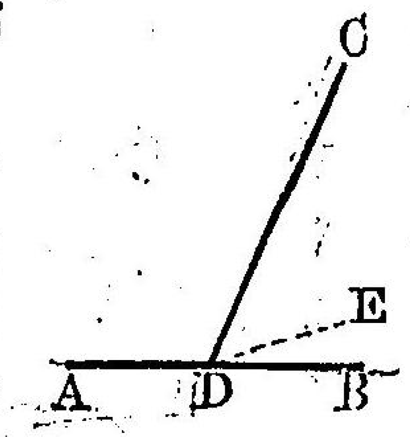
第二圖

解　左圖のABCDを兩直線としCDがDに於てABに會し兩隣角ADCとBDCとを作ると致しますれば∠ADCと∠BDCとは兩直角なるか或は加へて兩直角に等しうあります

論　ナゼと申すに第一圖の如く∠ADCと∠BDCとが相等しければ界説第二十六の直角と申すものゝ意義によりますとどちらの角も直角でありますす故合せて申さば兩直角でありますす又第二圖の如く∠ADCと∠BDCとが相等しからざればCDはABの直立線でありませぬ(界説第二十六の直立線と申すものゝ意義によりまして)故にDより出づる所のABの直立線はCDの外になければなりませぬ故に私は圖のEDを以て其直立線と致して見ませう左樣に致しますするとEDはABの直立線でありますす故界説第二十六の直立線と申すものゝ意義によりますと∠ADEと∠BDEとは何れも直角でありますす故合せて申さば兩直角

でありますを然るに又∠ADC+∠BDCは∠ADE+∠BDE即ち兩直角と所在を同じうして居ります故公理第十五によりますと∠ADC+∠BDCは兩直角に等しと申すことが分りませう

定義第六　一直線ト他ノ兩直線ト共ニ三線一點ニ相會シテ作ル所ノ兩隣角ノ和兩直角ニ等シキトキハ後ノ兩線一直線ヲナス

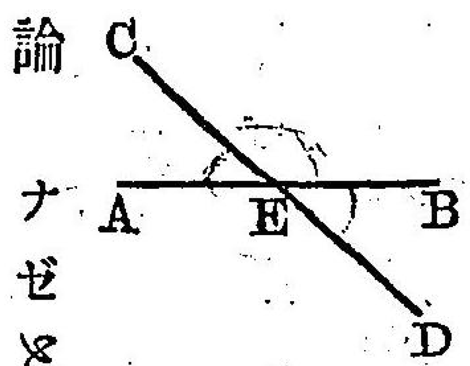


解　CDを一直線としAD BDを他の兩直線とし此三直線が一點Dに於て相會し∠ADCと∠BDCとの和を兩直角に等しとすればADとBDとは一直線をなします

論　ナぜと申すにBDが若しADと一直線をなさゞればADと一直線をなすものがBDの外になければなりませぬ即ちADをADの方向に引長するときはBDとは一致せずしてBDの外に出でねばなりませぬ今其引長したる部分をDEと致して見ませう左樣に致しまするとADEは一直線でありま
す故定義第五によりますと∠ADC+∠EDCは兩直角に等しくなければなりま

せぬ然るに∠ADC+∠BDC又兩直角に等しくして(解にて左樣に定めまし
た故)兩直角と兩直角とは相等し(定義第四によりますと直角は皆相等しきが故に推理第三によりますと直角と直角との和即ち兩直角は他の直角と直角との和たる兩直角に等しくなければなりますまい)きを以て推理第二によりますと∠ADC+∠EDC=∠ADC+∠EDCでなければなりませぬ故に公理第四によりますと此兩等度より∠ADCを減じ去りたる殘りが相等しくなければなりませぬ即ち∠EDC=∠BDCでなければなりませぬなれども公理第十によりますと∠EDC=∠BDCではなくして∠EDC>∠EDC若くは∠EDC>∠BDCとならねばなりませぬ(DEが圖の如くDBの上にあれば∠BDC>∠EDCとならねばならず又DEがDBの下にあれば∠EDC>∠BDCとならねばなりませぬ)故其理が相一致しませぬ故にADを引長するときはDEの如くBDの外に出づることなく必ずBDと一致せねばなりませぬ即ちAD BDは一直線をなさねばなりますまい

定義第七　兩直線相交ハリテ作ル所ノ兩對角ハ相等シ

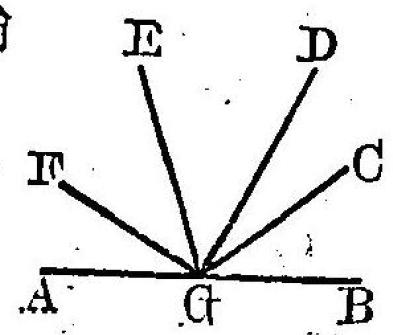


解　上圖のABとCDとを兩直線とし此兩直線がEに於て交はりて居るものとすれば∠AEC=∠BEDにして又∠AED=∠BECであります

論　ナゼと申すにABは直線であります(解にて左樣に定めました故)故前の定義第六によりますと∠AEC+∠BECは兩直角に等しくあければなりませぬ又CDも解によりますと直線であります故同理にて∠BED+∠BECも兩直角に等しくなければなりませぬ而して兩直角と兩直角とは相等し(是れ前の定義第六の論中にて委しく論じました故玆には略します)きを以て推理第二によりますと∠AEC+∠BEC=∠BED+∠BECでなければなりませぬ故に公理第四によりますと此兩度より∠BECを減じ去りたる殘りが相等しくなければなりませぬ即ち∠AEC=∠BEDでなければなりませぬ又同じ方法にて∠AED=∠BECと申すとも論ずることが出來ませう

定義第八　兩直線或ハ衆直線ノ一端皆他ノ一直線上ノ一點ニ會シテ其一方ニ作ル所ノ諸角ノ和ハ兩直角ニ等シ

兩直線の場合は衆直線の場合と其理全く同じきを以て直ちに衆直線の場合を論じます



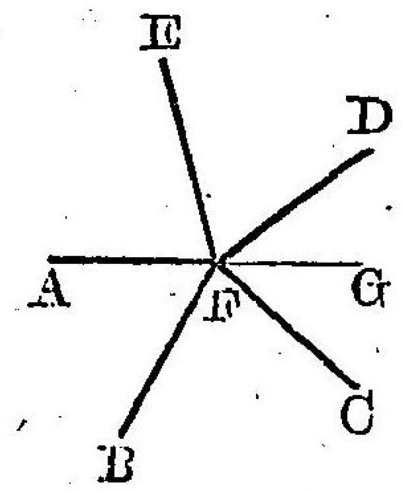
解　CG DG EG 等を衆直線とし AB を他の一直線とし CG DG EG 等が皆 AB 上なる一點 G に會して居るとすれば BGC CGD DGE 等の諸角の和は兩直角に等しくあります

論　ナゼと申すに CGD DGE 等の諸角の和は公理第十五によりますと CGA 角に等しくなければなりませぬ故に公理第二によりますと此兩等度に BGC 角を加へたる和が互に等しくなければなりませぬ即ち BGC CGD DGE 等の諸角の和は CGB と CGA との兩角の和に等しくなければなりませぬ然るに又定義第五によりますと CGB と CGA との兩角の和は兩直角に等しくなければなりませぬ故に公理第一によりまして BGC CGD DGE 等の諸角の和は兩直角に等しく

なければなりませぬ

定義第九　衆直線ノ端一點ニ集リテ作ル所ノ諸角ノ和ハ四直角ニ等シ

解　AF BF CF DF EF を衆直線とし此衆直線の端がF點に集り居るとすれば ∠AFB+∠BFC+∠CFD+∠DFE+∠EFA は四直角に等しくあります



論　先づ衆直線の中チ任意に一線AFを撰びて會點Fの他の方に引長して AGと致しますれば(是は公法第三によりて引長することが出來ませう)AGの一方なるGFD DFE等の諸角の和は兩直角に等しく(角の數が若し二個なれば定義第五により又二個より多ければ定義第八によりて斯く申すことが出來ませう)又AGの他の一方なるGFC CFB等の諸角の和も同理にて兩直角に等しいでありませう故に推理第三によりますとGFD DFE等の諸角とGFC CFB等の諸角と相加へたるものは兩直角と兩直角との和即ち四直角に等しくなければなりませぬ然るに又公理第十五によりますとGFDとGFCとの兩角の

和はCFD角に等しきを以て公理第二によりますと此兩等度にDFE EFA CFB BFAの諸角の和を加へたるものが互に等しくなければなりませぬ即ちCFD DFE EFA CFB BFAの諸角の和がGFD GFC DFE EFA CFB BFAの諸角の和に等しくなければなりませぬ而してGFD GFC DFE EFA CFB等の諸角の和は已に申し上げたるが如く四直角に等しきを以て公理第一によりますとCFD DFE EFA等の諸角の和も亦四直角に等しくなければなりませぬ

是迄の界說、公理、公法及び定義によりて論ずることを得る問題を左に掲げます故やつて御覽なさいなんでも問題を致しませぬと力が附きませぬ故茲に掲げたる問題位は殘らず致さねばいけませぬ又此所にチヨイと御注意の爲めに申し上げねばならぬことがあります私が是迄に論じましたる定義幷びに是より次第に論じまする定義は皆其以前に已に掲げたる界說、公理、公法及び已に論じたる定義により未だ論ぜざる定義を引きて論ずることは

ありませぬが皆さんが問題を論ずるも矢張共御心得でなければいけませぬ決して未だ論ぜざる定義などを引きて論ずるとはなりませぬ

問題

第一　直線ノ平分點ハ唯ヾ一點ナリ其證ヲ問フ

第二　角ノ平分線ハ唯ヾ一線ナリ其證ヲ問フ

第三　兩直線相交ハリテ四角ヲ作ルトキ其一角直角ナレバ他ノ三個ノ角皆直角ナリ其證ヲ問フ

第四　四直線一點ニ相會シテ作ル所ノ四角皆直角ナレバ其四直線ハ二個ヅヽ一直線ヲナス其證ヲ問フ

第五　四直線AO BO CO DO一點Oニ相會シテ四角ヲ作ルトキ∠AOB ∠COD相等シク又∠BOC ∠DOA相等シケレバAO CO及ビBO DOハ各ヾ一直線ヲナス其證ヲ問フ

第六　一直線他ノ一直線ニ會シテ作ル所ノ兩隣角ノ平分線ハ互ニ正交ス其證ヲ問フ

第七　兩直線相交リテ作ル所ノ四角ノ平分線ハ相對スルモノ二個ヅヽ一直線ヲナシ且ツ其兩線互ニ正交スル所以ヲ證スベシ

第八　兩直線BO DO一直線AC上ナル一點Oニ相會シテ∠AOB ∠COD相等シキトキハBO DOハ一直線ヲナス其證ヲ問フ但シBO DOハACノ兩傍ニアリトス

第九　兩直線相交ハリテ作ル所ノ四角ノ和ハ四直角ニ等シ其證ヲ問フ

第十　一直線EF他ノ兩直線AB CDトG Hニ於テ交ハリテ八個ノ角ヲ作ルトキハ左ノ如キ關係アリ其證ヲ問フ

第一　∠AGH=∠GHDナルトキハ∠BGH=∠GHC, ∠EGB=∠CHF又∠BGH ∠GHDノ和幷ニ∠AGE ∠CHFノ和ハ兩直角ニ等シ

第二　∠BGHト∠GHDトノ和兩直角ニ等シキトキハ∠AGH=∠GHD, ∠EGA=∠DHF又∠AGH ∠GHCノ和幷ニ∠EGB ∠DHFノ和ハ兩直角ニ等シ

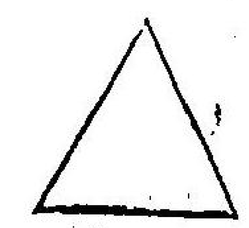
第三　∠AGH=∠GHCナルトキハ∠BGH=∠GHD, ∠EGB=∠DHFナリ

三角形及平行線之論

界說幷記法

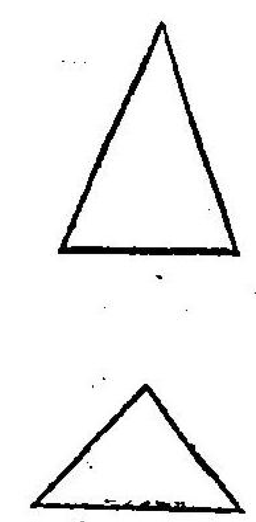
三角形を邊の長さによりて左の如く三種に區分します

界說第三十　三角形ノ三邊皆等長ナルモノヲ等邊三角形ト云フ



假令へば上圖の如きものであります

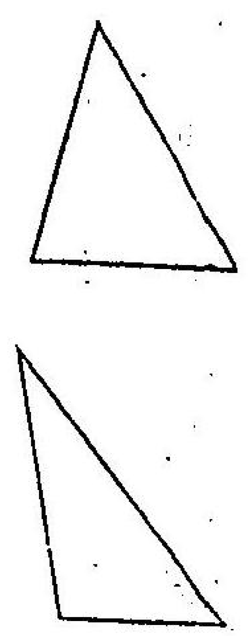
界說第三十一　三角形ノ二邊等長ナルモノヲ二等邊三角形ト云フ



假令へば上圖の如きは何れも二等邊三角形であります

三角形一般に就いて申さば其三邊は何れをも底邊とすることがありますが二等邊三角形のみは兩等邊の一を底邊とすることなきを通例と致します故に相等しき兩邊を兩邊と申し他の一邊を底邊或は略して底と申し底の兩傍角を各底角と申し底の對角を頂角と申します

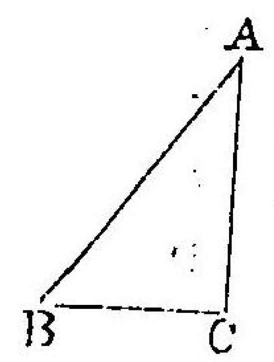
界說第三十二　三角形ノ三邊皆不等ナルモノヲ不等邊三角形ト云フ



假令へば上圖の如きは何れも不等邊三角形であります

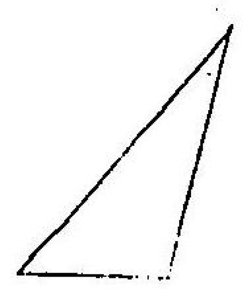
三角形を其角の大小によりて左の如く三種に區分します

界說第三十三　三角形ノ角ニ直角ナルモノアレバ之ヲ直角三角形ト云フ又其直角ニ對スル邊ヲ弦ト云ヒ他ノ邊ヲ邊ト云フ



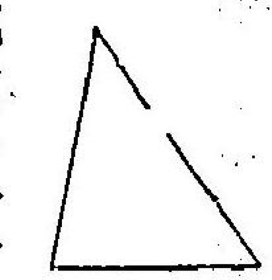
假令へば上圖に於て∠ABCを直角とすればABCは直角三角形にしてABを弦ACBCは邊であります

界說第三十四　三角形ノ角ニ鈍角ナルモノアレバ之ヲ鈍角三角形ト云フ

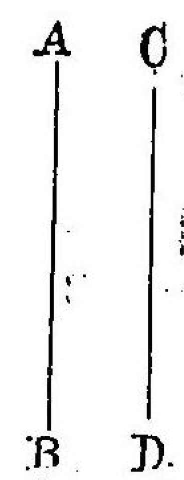


假令へば上圖の如きものであります

界說第三十五　三角形ノ三角皆鋭角ナルモノヲ鋭角三角形ト云フ



假令へば上圖の如きものであります



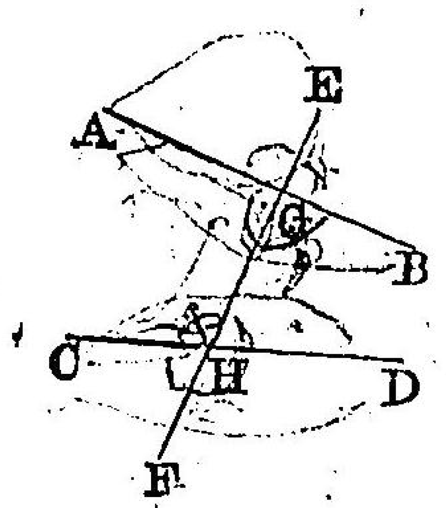
界說第三十六　同シ平面上ナル兩直線引長シテ無究ニ到ルモ相會スルコトナケレバ之ヲ平行線ト云フ又此兩直線ヲ互ニ平行スト云フ

假令へば上圖の兩直線AB CDが何程引長するも相會することなきものなれば之を平行線と申すのでありますまた又ABとCDとを互ひに平行すと申すのであります

兩直線(互ヒニ平行ス)と申すとの代りに符號(∥)を用ひます其用ひ方は假令へばABとCDとを互に平行するものとすればAB∥CDと記したるものを以て(AB CD互ヒニ平行ス)と申すとの代りと致しまするの類であります

左の界說は平行線の定義に用ふる所の語の意義を定むるものなるを以て茲に掲げました

界說第三十七　一直線他ノ兩直線ト交リテ作ル所ノ八角ノ內チ兩直線ノ間ニアル四角ヲ內角ト云ヒ其他ノ四角ヲ外角ト云ヒ又隣角ニアラズシテ前ノ一直線ノ兩傍ニアル兩角ノ內角ナルモノヲ內互角ト云ヒ其外角ナルモノヲ外互角ト云ヒ又隣角ニアラズシテ前ノ一直線ノ一方ニアル內外角ヲ整角ト云フ



假令へば上圖に於て兩直線AB CDの間にあるAGH HGB CHG GHDの四角を內角と申しAGE EGB CHF FHDの四角を外角と申し又EFの兩傍にある∠AGHと∠GHDと及び∠CHGと∠HGBとを內互角と申し∠AGEと∠FHDと及び∠EGBと∠CHFとを外互角と申し又EFの一方にある∠AGEと∠CHG、∠CHFと∠AGH、∠EGBと∠GHD及び∠FHDと∠HGBとを整角と申すのであります

公理

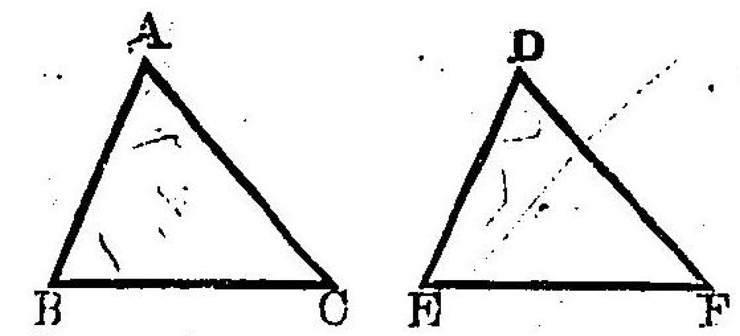
第十七　有界形ノ内外ナル兩點ヲ貫ク所ノ線ハ必ズ其境界ト交ハル

第十八　同ジ點ヲ貫キ定直線ト平行スル直線ハ唯一條ナリ

定義

定義第十　兩三角形ノ二邊幷ニ其夾角相等シケレバ他ノ一邊及ビ等邊ノ對角相等シク此兩形亦相等シ

夾角とハ間の角と申す意であります以下皆此意に御了解ありたし

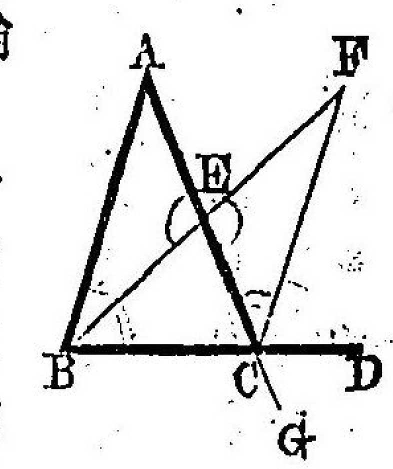


解　上圖のABCとDEFとを兩三角形とし．AB=DE, AC=DF, ∠BAC=∠EDFと致しますればBC=EF, ∠ABC=∠DEF, ∠ACB=∠DFEにして又△ABC=△DEFであります

論　なぜと申すにA點をD點に合せAB線上の他の一點をDE線上に置きて三角形ABCを三角形DEF上に重ぬるときは(公法第五によりて)界説第一によりてABはDEと全く密合せねばなりませぬ而してAはDと合しAB=DEなるを以てBはEと合さねばなりませぬ又AとDと合しABとDEと合して居りまして∠BAC=∠EDFなるを以てACはDFと密合せねばなりませぬ而してAC=DFなるを以てCはFと合さねばなりませぬされば又BとEと合しCとFと合しました故界説第一によりましてBCはEFと合さねばなりませぬされば BCはEFと所在を同じうし∠ABCは∠DEFと所在を同じうし∠ACBは∠DFEと所在を同じうし且ッ△ABCは△DEFと所在を同じうするを以て公理第十五によりましてBC=EF, ∠ABC=∠DEF, ∠ACB=∠DFEにて又△ABC=△DEFと申すことが出來ませう

定義第十一　三角形ノ一邊ヲ引長シテ作ル所ノ外角ハ内對角ノ孰ヨリ大ナリ

三角形に於て外角と申しまするは其一邊を引長して形外に出來る角のことでありまする又内對角と申すは其外角と隣り合ふて居らざる形内の角であります



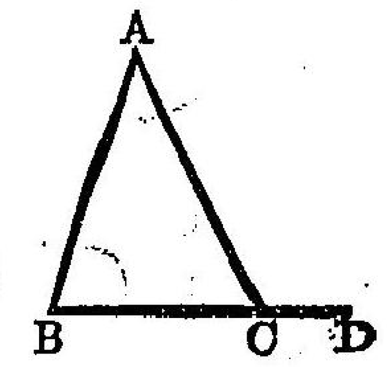
解　上圖に於てABCを三角形とし其一邊BCを引長して外角ACDを作れりと致しませうさするときは∠ACDは∠BAC∠ABCの各々より大であります

論　ナゼと申すに先づEを以てACの中央とし(直線の中央と申すものは界說第二十四に掲げました故必ずあるものと申すことと共直線上にありますと申すことが分りませう)BとEとの間に直線BEを引き(公法第二によりますと二點間に直線を作ることが出來ませう)之を引長し(是は公法第三によりて引長することが出來ませう)其引長したる部分よりBEと等しくEFを截り(是は其方法は未だ知らざるも引長したる部分は其長さに限りなくBEは其長さに限りあることなれば引長したる部分よりBEと等しき長さの線を截ることが出來ませう)FとCとの間に直線FCを引いて見まするとき(是は公法第二によりて引くことが出來ませう)EはACの中央でありまする故(左樣に定めました故)界說第二十四によりましてAE=ECであります又

BE=EF(左樣に致しました故)にして∠AEB=∠FEC(是はACとBFとは何れも直線でありまする故定義第七によりまして)でありますされば兩三角形AEBとFECとは二邊と共夾角を等しうして居ります故定義第十によりますと其等邊の對角が互ひに等しくなければなりませぬ故に∠BAE=∠ECF即ち∠BAC=∠ACFでなければなりませぬ然るに又∠ACFは∠ACDの一部分であります故公理第十によりますと∠ACD>∠ACFであります故に公理第八によりまして∠ACD>∠BACと申すことが出來ませう(∠ACD>∠ACFと申すことは∠ACF<∠ACDと申すことと同じことであります而して∠BAC=∠ACFでありまする故公理第八によりますと∠BAC<∠ACDと申すことが出來ます是れ即ち∠ACD>∠BACと同じことであります)又ACを引長して(公法第三によりて)外角BCGを作りまする と同理にて∠BCG>∠ABCと申すことが分りませう(是は前の場合の論にてAとBとを入れ換へ且つDとGとを入れ換へますれば全く同理なることが分りませう)然るに又∠BCG=∠ACDであり

まする故(定義第七によりまして)公理第七によりまして∠ACD>∠ABCと申すとが出來ませう

定義第十二　三角形ノ兩內角ノ和ハ兩直角ヨリ小ナリ



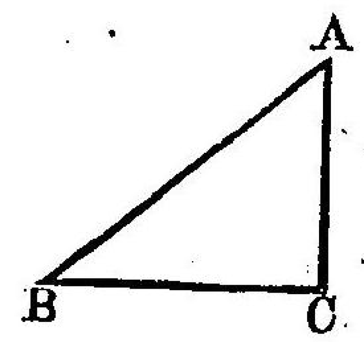
解　上圖のABCを三角形と致しますれば∠ABC+∠ACB, ∠BAC+∠ACB 及び ∠ABC+∠BAC ハ何れも兩直角より小であります

論　先づBCを引長して(公法第三によりまして)外角ACDを作りますれば∠ACD>∠ABC(定義第十一によりまして)であります故此兩不等度に∠ACBを加へますれば ∠ACD+∠ACB>∠ABC+∠ACB (公理第五によりまして)であります然るに又∠ACD+∠ACBハ兩直角に等しうあります(定義第六によりまして)故に兩直角ハ∠ABC+∠ACBより大(公理第七によりまして)則ち∠ABC+∠ACBハ兩直角より小でありませう又∠ACD>∠BAC(定義第十一によりまして)であります故同法にて∠BAC+∠ACBの兩直角より小なる

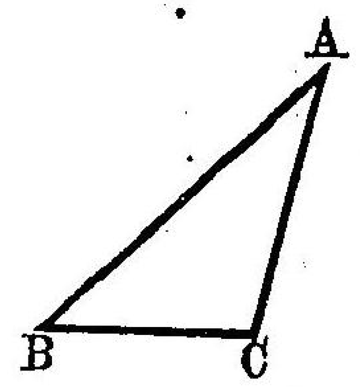
とを論ずるとが出來ませう又BCをCBの方向に引長すれば(公法第三によりまして)同法にて∠ABC+∠BACの兩直角より小なるとを論ずるとが出來ませう

定義第十三　三角形ノ一角直角ナレバ他ハ皆鋭角ナリ一角鈍角ナルモ亦然リ

第一圖



第二圖

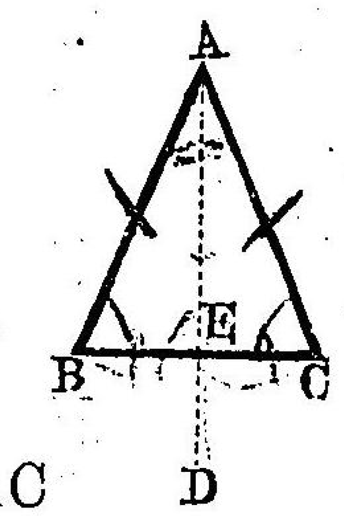


解　ABCを三角形とし∠Cを直角或は鈍角とすれば∠Aと∠Bとは何れも鋭角であります

論　定義第十二によりますと∠A+∠C<2∟(2∟を兩直角と申すとの代りであります以下皆左樣御承知ありたし)であります故此兩不等度より∠Cを減ずれば∠A<2∟−∠Cであります(∠A+∠C<2∟なれば2∟>∠A+∠Cであります故此兩不等度より∠Cを減じますれば公理第六によりまして2∟−∠C>∠A即ち∠A<2∟−∠Cであります)故に∠Cが第一圖の如く直角

なれば2∟−∠Cは直角でありますれば故∠Aは直角より小でなければなりませぬ又第二圖の如く∠Cが鈍角即ち直角より大でありますれば2∟−∠Cは直角より小となりますれば故∠Aは此直角より小なるものより尙ホ小となりますれば故直角より小なるとは明かでありませうされば∠Cも直角なるも又鈍角なるも∠Aは常に鋭角でありませう又同理にて∠Bの鋭角なるとも分りませう

定義第十四　三角形ノ二邊相等シケレバ其對角亦相等シ



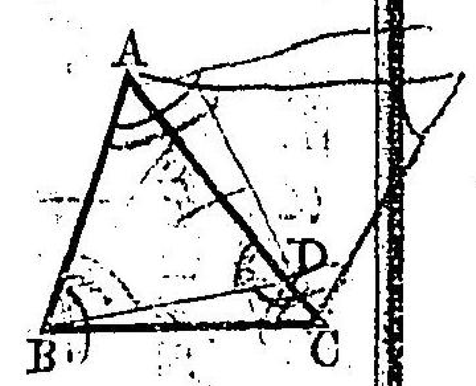
解　上圖のABCを三角形とし AB=AC と致しますれば∠ABC=∠ACBであります

論　ADを以て∠BACの平分線と致して見ませう左樣に致しますると AD は∠BAC内にありまする故(界說第二十五の所に角の平分線は其角內にありと申し上げました)三角形ABC內の點を貫きます故にADの方向にて其境界と相會する所がなければなりませぬ(三角形は形ちに限りがありADは其長さに限りがありませぬ故ADの方向に之を引長すれば何時(イツ)か三角形外に出づるとがなければなりませぬ故に公理第十七によりてADは△ABCの境界とADの方向にて相會する所がなければなりませぬ)さりながらAB及びACとは己にAに於て相會して居るが故再び相會するとはありませぬ(定義第二によりて)故にBCと相會さねばなりませぬ今其BCと相會する所をEと致しますれば兩三角形AEBとAECとに於てAB=AC(解にて左樣に定めました故)∠BAE=∠EAC(ADを∠BACの平分線と致しました故界說第二十五によりて)にしてAEは兩形に通じて居ります故此兩三角形は二邊と其夾角を等しうして居ります故に定義第十によりて∠ABE=∠ACE即ち∠ABC=∠ACBと申すとが出來ませう

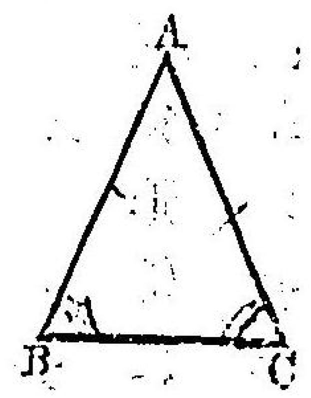
定義第十五　三角形ノ大邊ノ對角ハ小邊ノ對角ヨリ大ナリ

解　ABCを三角形としAC>ABと致しますれば∠ABC>∠ACBであります

論　解にてACをABより大と致しました故ACよりABと等しき線を截ると



が出來ます故にADを以て此ABと等しきものとしBとDとの間に直線BDを引いて見ませう(公法第二によりて)左様に致しますると△ABDに於てAB=ADであります(左様に致しました故)故∠ABD=∠ADBであります(定義第十四によりまして)然るに又∠ADBは∠BDCの外角でありまする故∠ADB>∠ACBであります(定義第十一によりまして)故に∠ABD>∠ACBでなければなりませぬ(公理第七によりまして)然るに又∠ABDは∠ABCの一部分でありまする故∠ABC>∠ABDであります(公理第十によりまして)故に公理第九によりまして∠ABC>∠ACBでなければなりませぬ

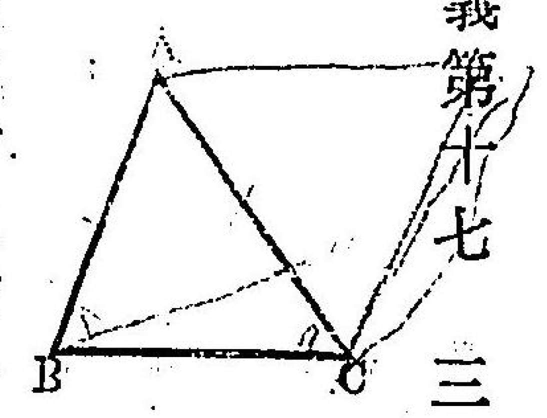


定義第十六　三角形ノ兩角相等シケレバ等角ノ對邊亦相等シ

解　ABCを三角形とし∠B=∠Cと致しますればAB=ACであります

論　若しABACを相等しからずと致しますれば何れか大

でなければなりませぬ故に先づABをACより大と致して見ませう左様に致しまするとAB>ACでありまする故定義第十五によりますと∠C>∠Bでなければなりませぬなれども解にては∠B=∠Cと致しました故一致しませぬ故にABはACより大ではありませぬ又同理にてACのABより大でないと申すとも分りませうされば ABはACより大でもなく又小でもありませぬ故にAB=ACでなければなりますまい



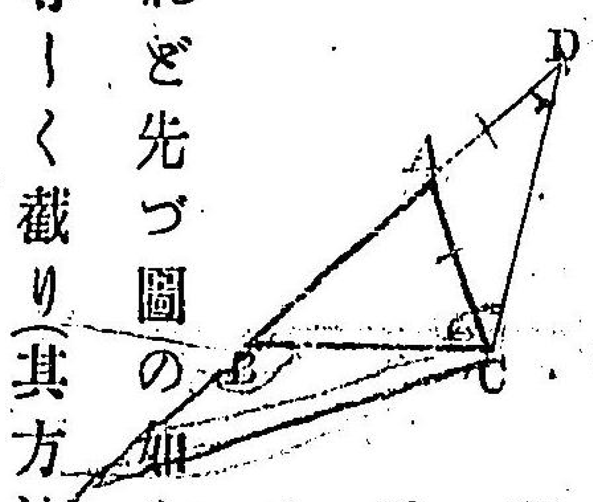
定義第十七　三角形ノ大角ノ對邊ハ小角ノ對邊ヨリ大ナリ

解　ABCを三角形とし∠B>∠Cと致しますればAC>ABであります

論　若しAC>ABでなければAC=ABなるか或はAC<ABでなければなりませぬなれどもAC=ABとすれば∠B=∠Cでなければならず(定義第十四によりまして)又AC<ABとすればAB>ACなるを以て∠C>∠Bでなければならず(定義第十五によりまして)何れにしても解に

て定めたる∠B=∠Cと申すことと一致しませぬ故にAC=ABでもなく又AC<ABでもなくしてAC>ABでなければなりますまい

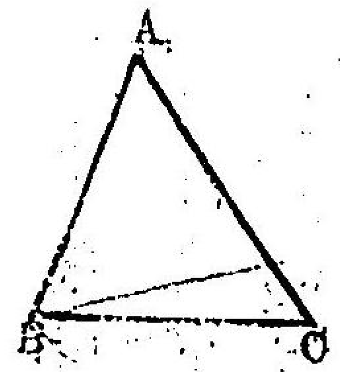
定義第十八　三角形ノ二邊ノ和ハ他ノ一邊ヨリ大ナリ



解　ABCを三角形とすればAB+AC>BCであります

論　BAを引長し(公法第三によりて引長することが出來ませう又其方向はBAの方向にてもABの方向にても宜しけれど先づ圖の如くBAの方向と致します)其引長したる部分よりADをACと等しく截り(其方法は未だ知らざるも截ることの出來る所以を定義第十一の論中に述べたるが如くであります)DとCとの間に直線CDを引きますれば(公法第二によりて)三角形ACDに於てAD=AC(左樣に致しました故)なるを以て∠ADC=∠ACDであります(定義第十四によりまして)然るに又∠ACD<∠BCDであります(公理第十によりますと∠BCD>∠ACDであります故)故に∠ADC<∠BCD(公理第八によりまして)則ち∠BCD>∠ADCであります故にBD>BCであります(三角形BCDに於て∠BCD>∠ADCでありまする故定義第十七によりまして)然るに又前に述べましたる如くAD=ACなるを以て此兩等度にABを加へますればAB+AD=AB+AC(公理第二によりまして)即ちBD=AB+ACでありますさればBD=AB+ACにして又BD>BCであります故AB+AC>BCなることは公理第七によりて明かでありませう

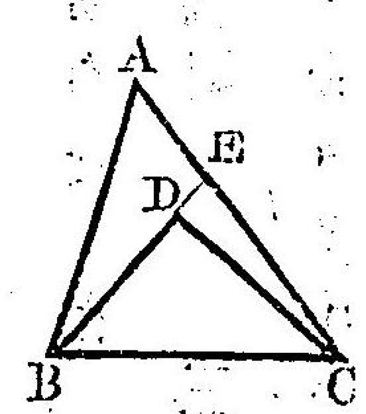
定義第十九　三角形ノ二邊ノ差ハ他ノ一邊ヨリ小ナリ



解　ABCを三角形としABをACより小とすればAC−AB<BCであります

論　定義第十八によりますとAB+BC>ACであります故に此兩不等度の各よりABを減じますれば公理第六によりてBC>AC−AB則ちAC−AB<BCでなければなりませぬ

定義第二十　三角形ノ形内ナル一點ヨリ兩底角頭ニ到ル兩線ノ和ハ兩邊ノ和ヨリ小ニシテ其夾角ハ項角ヨリ大ナリ



解　ABCを三角形としDを其内の一點としBとCとを底角頭とすれば$DB+DC<AB+AC$にして又$\angle BDC>\angle BAC$であります

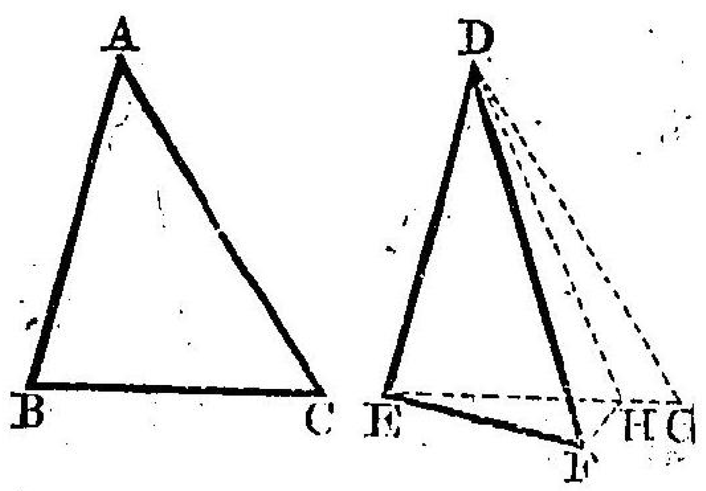
論　BDを引長して(公法第三によりて)ACと會せしめ其會點をEと致しますれば(BDを引長すればACと必らず相會するとがあります其所以は定義第十四の論中に述べたるADとBCと相會する所以と同じとであります故茲には略します)三角形ABEに於て$AB+AE>BE$であります(定義第十八によりまして)故此兩不等度の各にECを加へますれば公理第五によりまして$AB+AE+EC>BE+EC$即ち$AB+AC>BE+EC$であります又同理にて$BE+EC>DB+DC$でありませう(三角形EBCを元三角形と考へますれば同理でありませう)故に公理第九によりまして$AB+AC>DB+DC$と申すとが出來ませう又$\angle BEC$は三角形ABEの外角であります故$\angle BEC>\angle BAC$であります(定義第十一によりまして)然るに又$\angle BDC$は三角形EDCの外角であります故同

理にて$\angle BDC>\angle BEC$であります故に公理第九によりて$\angle BDC>\angle BAC$と申すとが出來ませう

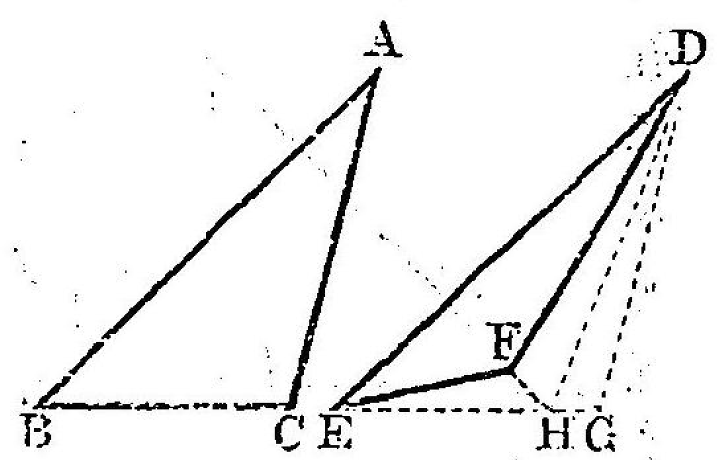
定義第二十一　兩三角形ノ兩邊各〻相等シクシテ其夾角不等ナレバ大角ノ對邊ハ小角ノ對邊ヨリ大ナリ

解　左圖のABCとDEFとを兩三角形とし$AB=DE$, $AC=DF$, $\angle BAC>\angle DEF$と致しますれば$BC>EF$であります

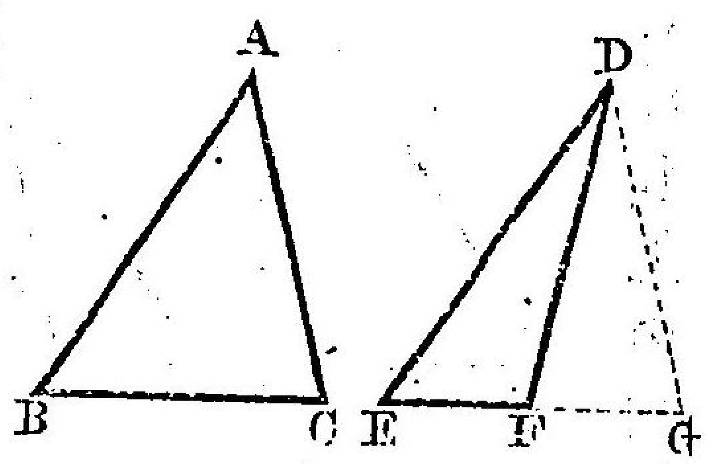
第一圖



第二圖



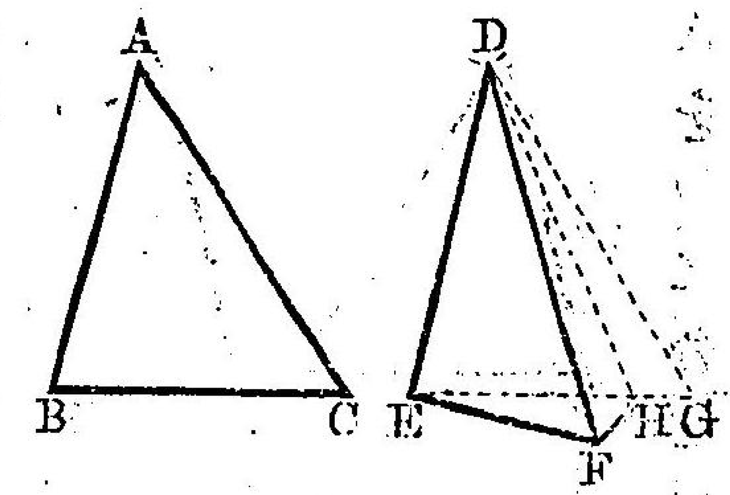
第三圖



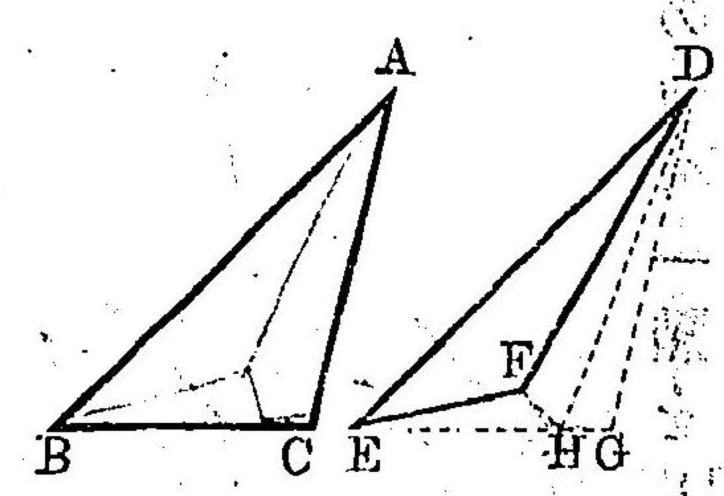
論　AをDに合せAB線上の他の一點をDE線上に置きて三角形ABCを三角

形DEFに重ねますれば(公法第五によりまして)直線ABは其上の二點を直線DE上に置きたるを以てDEと全く密合せねばなりませぬ(界説第一によりまして)而してAはDに合し$AB=DE$であります(解にて左樣に定めました故)故にBはEと合さねばなりませぬ又$\angle BAC>\angle EDF$であります(是も解にて左樣に定めました故)故ACは圖のDGの如くEDF角の外に出でねばなりませぬ故に三角形ABCは三角形DEFと合するともなく又其内に入るともなくして圖のDEGの如き位置を占むるでありませう故に私はDEGを以て其

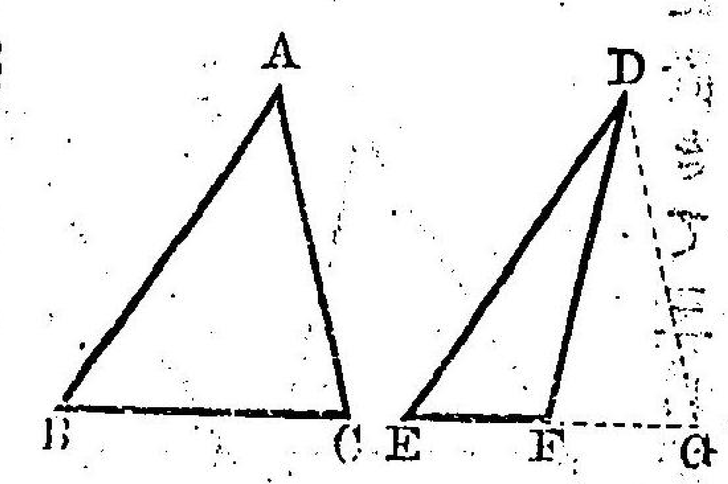
第一圖



第二圖



第三圖

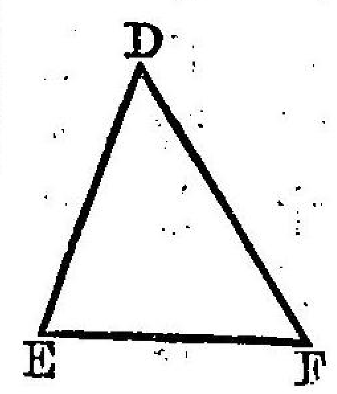


位置と致しませう即ちACがDの位置を占めBCがEGの位置を占めたるものと致しませう左樣に致しますると第一圖の如くF點がEGと重なれば公理第十五によりて直ちに$EG>EF$即ち$BC>EF$(EGとBCとは同じものであります故)と申すことが出來ませう又第二圖及び第三圖の如くF點がEG線外にあれば(第二圖はF點がDEGの形外にある場合にて第三圖は其形内にある場合であります)DHを以てFDG角の平分線としHを其EGと交えりたる所とし(FDG角の平分線は必ずEGと交はります其理は定義第十四にてADがBCと交はるの理と同じことであります)公法第二によりてFHを引きますれば兩三角形DHFとDHGとに於てDHは兩形に通じ$DF=DG$(DGとACとは同じものにしてDFとACとは解にて等しきものと定めました故)$\angle FDH=\angle HDG$であります(論にてDHをFDG角の平分線と致しました故界説第二十五によりまして)故此兩形は二邊と其夾角を等しうして居ります故に$FH=HG$であります(定義第十によりまして)故に此兩等度の各にEHを加へますれ

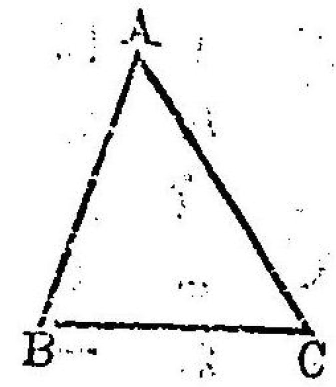
ば其和が互に等しくなければなりませぬ(公理第二によりまして)即ち EH+HF=EH+HG でなければなりませぬ然るに又 EH+HG=EG(公理第十五によりまして)なるを以て EH+HF=EG であります(公理第一によりまして)然るに又三角形 EHF に於て EH+HF>EF であります(定義第十八によりまして)故に公理第七によりまして EG>EF 即ち BC>EF (EG は BC と同じものであります故)と申すことが出來ませう

定義第二十二　兩三角形ノ三邊各〻互ニ等シキトキハ等邊ノ對角各〻互ニ等シク其兩三角形亦相等シ

解　ABC と DEF とを兩三角形とし AB=DE, AC=DF, BC=EF と致しますれば ∠A=∠D, ∠B=∠E, ∠C=∠F, △ABC=△DEF であります

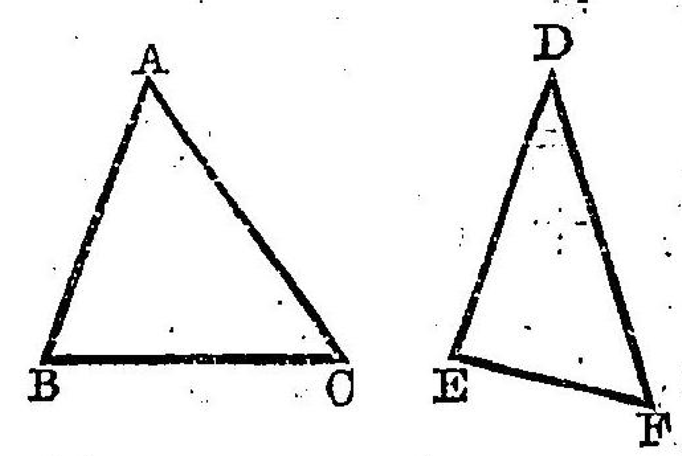


論　若し ∠A=∠D でなければ ∠A>∠D か或は ∠A<∠D でなければなりませぬなれども ∠A>∠D ではありませぬナゼと申すに AB=DE, AC=DF (解にて左樣に定めました故)なるが故に若し ∠A>∠D ならば BC>EF でなければなりませぬ(定義第二十一によりまして)故に解と一致しませぬ(解にては BC=EF と定めました故)又 ∠A<∠D でも



ありませぬナゼと申すに若し ∠A<∠D ならば BC<EF でなければなりませぬ(∠A<∠D ならば ∠D>∠A であります故前と同理にて EF>BC 則ち BC<EF でなければなりませぬ)故に亦解と一致しませぬ前にも申したる通り解にて BC=EF と定めました故)されば ∠A>∠D でもなく又 ∠A<∠D でもありませぬ故 ∠A=∠D でなければなりませぬ已に ∠A=∠D なれば解によりて又 AB=DE, AC=DF なるが故に兩三角形 ABC と DEF とは二邊と其夾角が等しうあります故に定義第十によりて ∠B=∠E, ∠C=∠F △ABC=△DEF と申すことが出來ませう

定義第二十三　兩三角形ノ兩邊各〻互ニ等シクシテ他ノ一邊不等ナレバ大邊ノ對角ハ小邊ノ對角ヨリ大ナリ



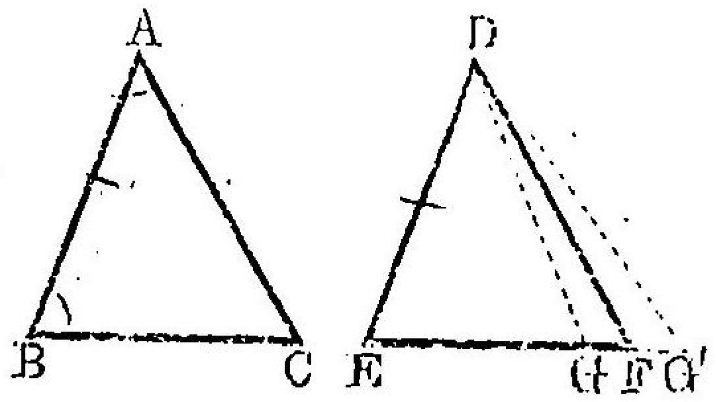
解　ABCとDEFとを兩三角形とし$AB=DE$, $AC=DF$, $BC>EF$と致しますれば$\angle A>\angle D$であります

論　若し$\angle A>\angle D$でなければ$\angle A<\angle D$か或は$\angle A=\angle D$でなければなりませぬなれども$\angle A<\angle D$ではありませぬナゼと申すに$AB=DE$, $AC=DF$(解にて左樣に定めました故)なるが故に若し$\angle A<\angle D$ならば$BC<EF$でなければなりませぬ($\angle A<\angle D$ならば$\angle D>\angle A$なるが故に定義第二十一によりて$EF>BC$則ち$BC<EF$でなければなりませぬ)故に解と一致しませぬ(解にては$BC>EF$と定めました故)又$\angle A=\angle D$でもありませぬナゼと申すに若し$\angle A=\angle D$ならば$BC=EF$でなければなりませぬ(定義第十によりまして)故に亦解と一致しませぬ前にも申しました通り解にては$BC>EF$と定めました故)されば$\angle A=\angle D$でもなく又$\angle A<\angle D$でもありませぬ故$\angle A>\angle D$でなければなりませぬ

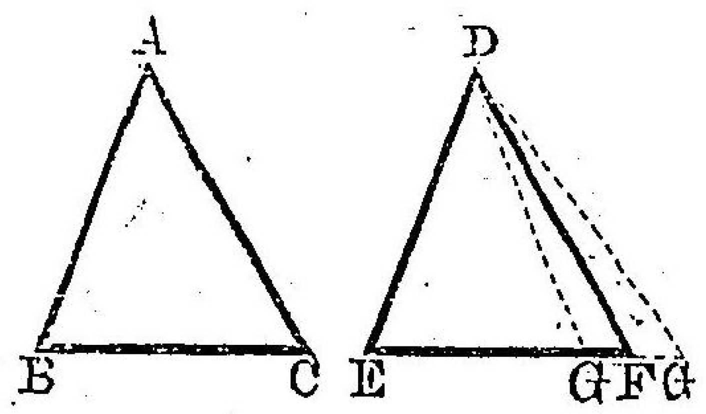
定義第二十四　兩三角形ノ兩角并ニ一邊各〻互ニ等シケレバ他ノ一角及ビ等角ノ對邊互ニ相等シク其兩形亦相等シ

此定義は相等しと申す邊が相等しき一角の對邊なると然らざるとによりて論が二通りになります故に先づ第一に相等しき一角の對邊として論じます

解　ABCとDEFとを兩三角とし$\angle ABC=\angle DEF$, $\angle ACB=\angle DFE$, $AB=DE$と致しますれば$\angle BAC=\angle EDF$, $AC=DF$, $BC=EF$にして又$\triangle ABC=\triangle DEF$であります



論　BをEに合せAB上の他の一點をDE上に置きて三角形ABCを三角形DEFに重ねますれば(公法第五によりまして)直線ABは其二點をDE上に置きたるを以てDEと全く密合せねばなりませぬ(界說第一によりまして)而してBはEと合し$BA=ED$であります(解にて左樣に定めました故)



故にAはDと合さねばなりませぬ又ABはDEと密合し∠ABC=∠DEFであります(解にて左樣に定めました故)故BCはEFと合さねばなりませぬされば C はEF或は其引長線上に重ならねばなりませぬ(ナゼと申すに若し左樣でなければ兩直線BC EFは其二部分が合して一部分が分るゝことゝなります故定義第一と一致しませぬ)そして又Fと合さねばなりませぬナゼと申すに若し左樣でなくしてEF上なるG或は其引長線上なるG'の如き位置を占むるとすればACが圖のDG或はDG'の如き位置を占めDF EF或は其引長線と共に三角形DGF或はDG'Fを作ります故に三角形DGFにありては∠DGE>∠DFEとなり(∠DGEは三角形DGFの外角であります故定義第十一によりて)即ち∠ACB>∠DFE(∠DGEは∠ACBと同じものであります故)又三角形DG'Fにありても同理にて∠DFE>∠DG'E即ち∠DFE>∠ACB

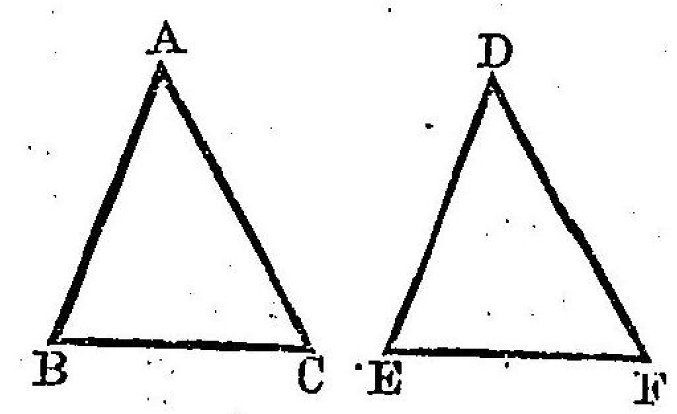
となりまして何れの場合も解と一致しませぬ(解にては∠ACB=∠DFEと定めました故)故にCは必ずFと合さねばなりませぬされば A はDと合しCはFと合しまする故ACはDFと全く密合せねばなりませぬ(界說第一によりまして)されば AC はDFと所在を同じうしBCはEFと所在を同じうし∠BACは∠EDFと所在を同じうし且ッ△ABCは△DEFと所在を同じうします故に公理第十五によりましてAC=DF, BC=EF, ∠BAC=∠EDF, △ABC=△DEFと申すことが出來ませう

次に相等しき邊を相等しき一角の對邊にあらずとして論じませう

解　ABCとDEFとを兩三角形とし∠ABC=∠DEF, ∠ACB=∠DFE, BC=EFと致しますれば∠BAC=∠EDF, AB=DE, AC=DFにして又△ABC=△DEFであります

論　BをEに合せBC上の他の一點をEF上に置き以て三角形ABCを三角形DEFに重ねますれば(公法第五によりまして)直線BCは其二點をEF上に置き

たるを以てEFと全く密合しまを(界說第一によりまして)而してBはEと合しBC=EFであります(解にて左樣に定めました故)故CはFと合さねばなりませぬ又BCはEFと合し∠ABC=∠DEF, ∠ACB=∠DFEであります(何れも解にて左樣に定めました故)故BAはEDと合しCAはFDと合さねばなりませぬされば又AはDと合さねばなりませぬ

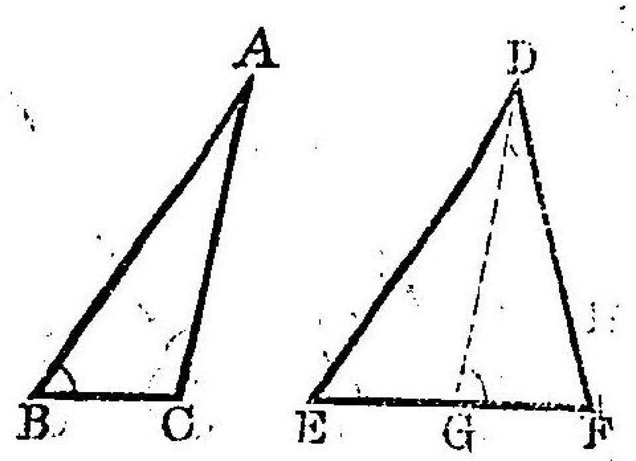


ナセと申すにBAがEDと合しCAがFDと合して居りましてAが若しDと合さすばAは三角形DEF內に入るか其外に出づるか或ゐDE線上にあるか又はDF線上にあらねばなりませぬが何れの位置を占むるとするも定義第一と一致しませぬ)故にAはDと合さねばなりませぬされば∠BACは∠EDFと所在を同じうしABはDEと所在を同じうしACはDFと所在を同じうし又△ABCは△DEFと所在を同じうします故に公理第十五によりまして∠BAC=∠EDF, AB=DE, AC=DFにして又△ABC=△DEFと申すとが出來ません

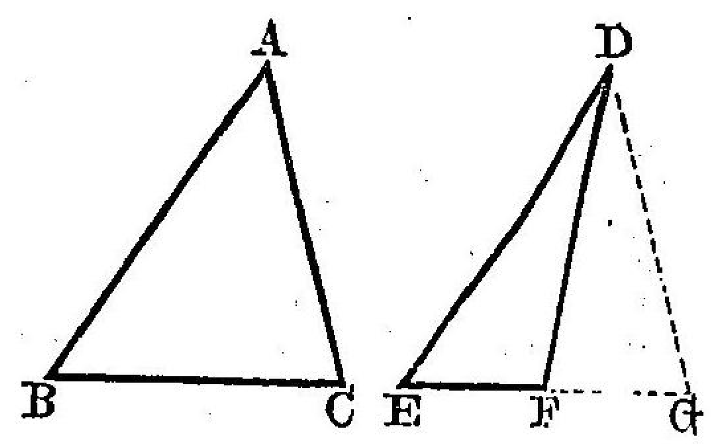
定義第二十五 兩三角形ノ兩邊幷ニ相等シキ一邊ノ對角各互ニ等シケレバ他ノ相等シキ一邊ノ對角ハ加ヘテ兩直角ニ等シキカ然ラザレバ相等シクシテ他ノ一邊一角及ビ其兩形亦相等シ

解 ABCとDEFとを兩三角形としAB=DE, AC=DF, ∠ABC=∠DEFと致しますれば∠ACB+∠DFEは兩直角に等しきか或は然らざれば∠ACB=∠DFEにして又BC=EF, ∠BAC=∠EDF, △ABC=△DEFであります

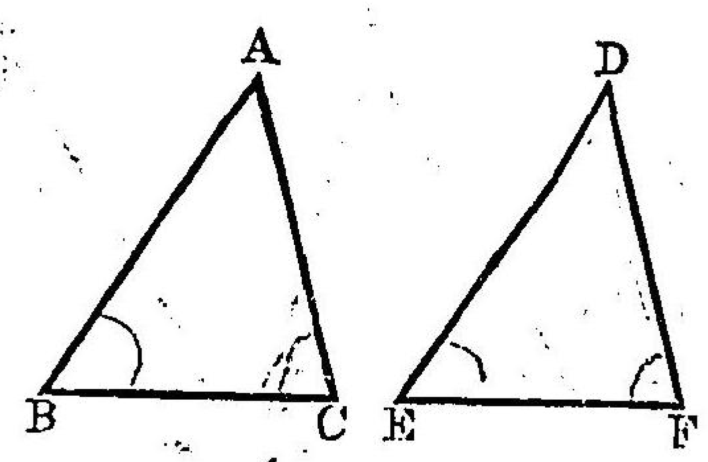
第一圖



第二圖

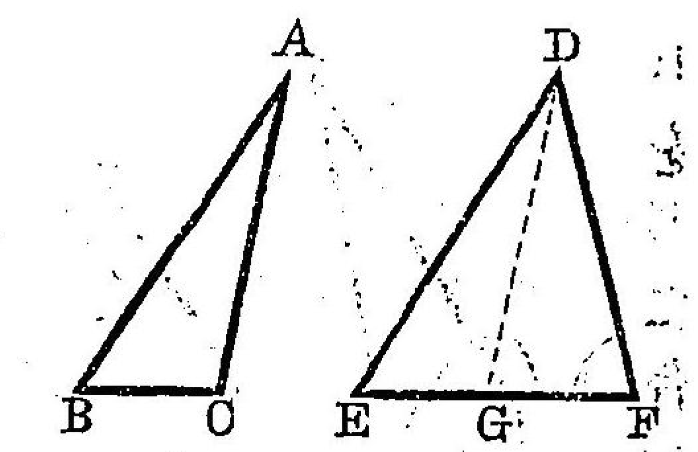


第三圖

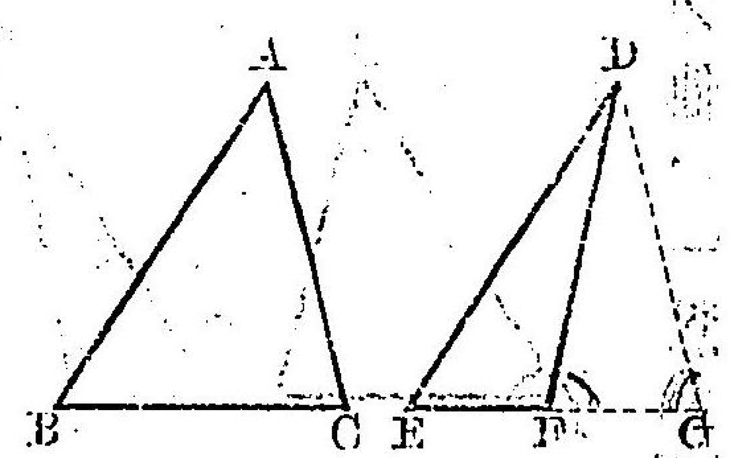


論 BをEに合せAB上の他の一點をDE上に置きて三角形ABCを三角形DEF

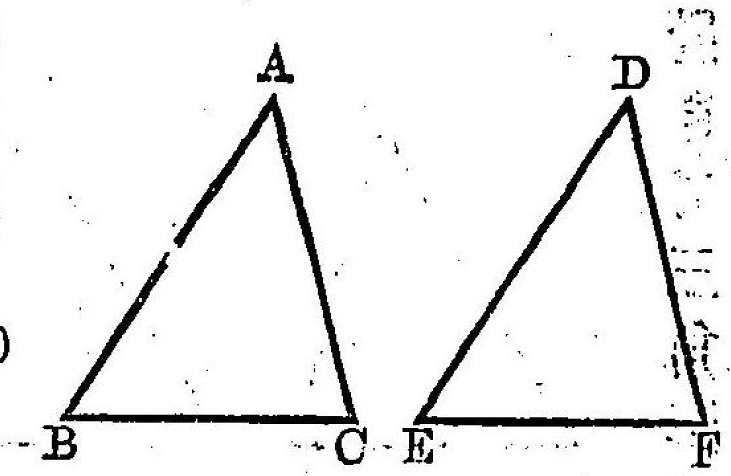
第一圖



第二圖



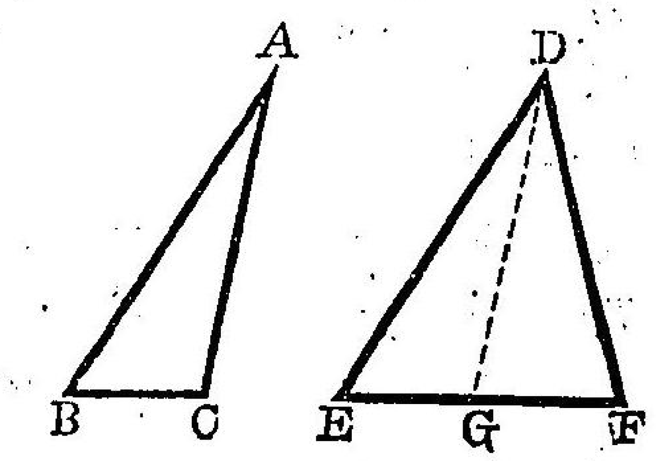
第三圖



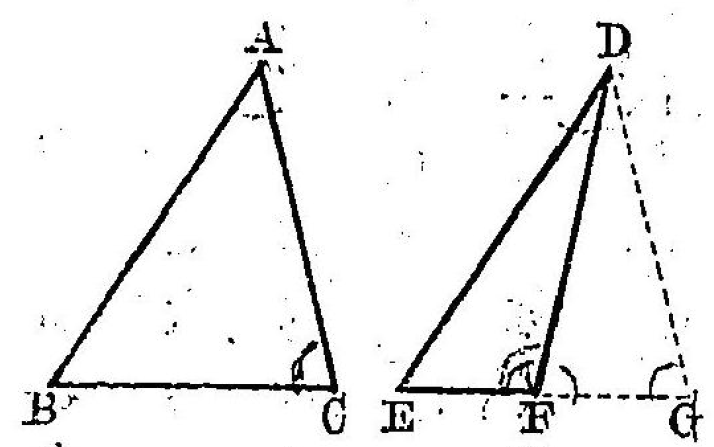
に重ねますれば(公法第五によりまして)BAは其二點をED上に置きたるを以てEDと全く密合せねばなりませぬ(界說第一によりまして)ゟしてBはEに合しBA=EDであります(解にて左樣に定めました故)故にAハDと合さねばなりませぬ又BハEと合し∠ABC=∠DEFであります(解にて左樣に定めました故)故BCハEFと合さねばなりませぬ故にCはEF線上に重なるか或は其引長線上に重なるか然らざればFと合するか此三ッの外には出でますまい(ナゼと申すに若し然らずしてCがEF或は其引長線外に

出づるものとすればBCとEFとは其一部分が密合して一部分が分るゝとなります故定義第一と一致しませぬ)さればCが第一圖の如くEF上に重なりてGの如き位置を占むるか或は第二圖の如くEFの引長線上に重なりてGの如き位置を占むるときはACはDGの如き位置を占めてDF EF或は其引長線と共に三角形DGFを作らねばなりませぬ故に其三角形に於てDG=DF(解によりますとAC=DFにしてDGとACとは同じものであります故)なるを以て∠DFG=∠DGF(定義第十四によりまして)故にCが第一圖のGの如き位置を占むるときは此兩等度に∠DGEを加へますれば∠DFG+∠DGE=∠DGF+∠DGEとなります(公理第二によりまして)して又∠DGF+∠DGE=2L(定義第七によりまして)なるが故に∠DFG+∠DGE=2L(公理第二によりまして)即ち∠ACB+∠DFE=2Lでありませう(∠DGEは∠ACBと同じものであります故)又第二圖の如くになるときは前の∠DFG=∠DGFの兩方に∠DFEを加へますれば∠DFG+∠DFE=∠DGF+∠DFEにして(公理第二

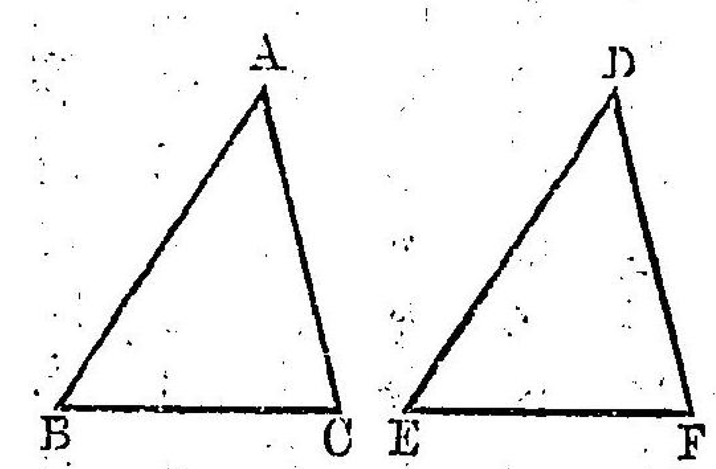
第一圖



第二圖



第三圖



によりま〆て)又$\angle DFG+\angle DFE=2L$であります(定義第七によりま〆て)故$\angle DGF+\angle DFE=2L$(公理第一によりま〆て)即ち$\angle ACB+\angle DFE=2L$でありませう($\angle DGF$は$\angle ACB$と同じものであります故)さればCがFと合さゞるときは常に$\angle ACB+\angle DFE=2L$でありませう又CがFと合すればAはDと合して居りまする故ACはDFと密合〆ます)界說第一によりま〆て)故に$\angle ACB$は$\angle DFE$と所在を同じうし$\angle BAC$は$\angle EDF$と所在を同じう〆BCはEFと所在を同じう〆且ッ$\triangle ABC$は$\triangle DEF$と所在を同じうします故公理第十五によりま〆て$\angle ACB=\angle DFE$, $\angle BAC=\angle EDF$, $BC=EF$にして且ッ$\triangle ABC=\triangle DEF$でありませう

定義第二十六　兩三角形ノ兩邊幷ニ相等シキ一邊ノ對角相等シキ𪜈ハ左ノ如キ關係アリ

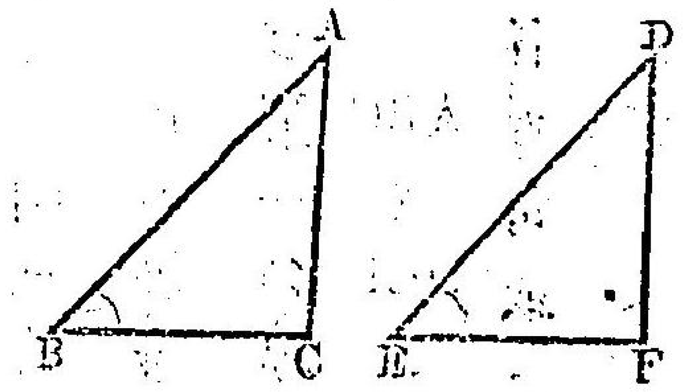
第一　相等シキ角各〻直角ナル𪜈或ハ各〻鈍角ナル𪜈ハ他ノ相等シキ一邊ノ對角相等シク他ノ一邊一角及ビ兩三角形亦相等シ

第二　他ノ相等シキ一邊ノ對角各〻鋭角ナル𪜈或ハ各〻鈍角ナル𪜈或ハ其一ッ直角ナル𪜈ハ其角相等シク他ノ一邊一角及ビ兩三角形亦相等シ

第三　兩三角形ノ一ニ於テ他ノ相等シキ一邊等角ノ對邊ヨリ大ナラザル𪜈ハ等邊ノ對角相等シク他ノ一邊一角及ビ兩三角形亦相等シ

先づ第一の場合より論じませう

解　ABCとDEFとを兩三角形とし$AB=DE$, $AC=DF$, $\angle C=\angle F$に〆て$\angle C$と$\angle F$とを各〻直角或は鈍角とすれば$\angle B=\angle E$, $BC=EF$, $\angle A=\angle D$, $\triangle ABC=\triangle DEF$であります



論　$AB=DE$, $AC=DF$, $\angle C=\angle F$ であります(解によりまして)故定義第二十五によりますと $\angle B+\angle E=2\llcorner$ なるか或は $\angle B=\angle E$, $BC=EF$, $\angle A=\angle D$, $\triangle ABC=\triangle DEF$ でなければなりませぬなれども $\angle B+\angle E=2\llcorner$ でもありませぬナゼと申すに $\angle C$ と $\angle F$ とが各直角或は鈍角であります(解によりまして)故 $\angle B$ と $\angle E$ とは鋭角即ち直角より小であります(定義第十三によりまして)故に $\angle B+\angle E<2\llcorner$ であります(推理第七によりまして)故に $\angle B+\angle E=2\llcorner$ ではありませぬ故に $\angle B=\angle E$, $BC=EF$, $\angle A=\angle D$, $\triangle ABC=\triangle DEF$ でなければなりませぬ

次に第二の場合を論じませう但し圖は別に設けず第一の圖に就いて申し上げます

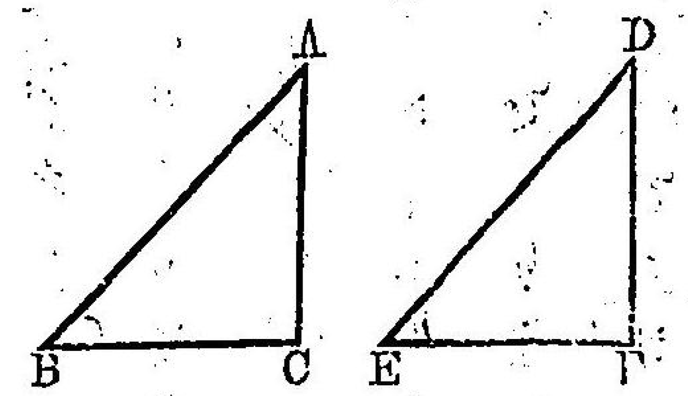
解　兩三角形 ABC と DEF とに於て $AB=DE$, $AC=DF$, $\angle C=\angle F$ にして $\angle B$ と $\angle E$ とが各鋭角なるとき或は各鈍角なるとき或は $\angle B$ のみが直角なるときは

$\angle B=\angle E$, $BC=EF$, $\angle A=\angle D$, $\triangle ABC=\triangle DEF$ であります

論　$AB=DE$, $AC=DF$, $\angle C=\angle F$ であります(解によりまして)故に定義第二十五によりますと $\angle B+\angle E=2\llcorner$ なるか或は $\angle B=\angle E$, $BC=EF$, $\angle A=\angle D$, $\triangle ABC=\triangle DEF$ でなければなりませぬなれども $\angle B$ と $\angle E$ とが各鋭角或は鈍角なるときは $\angle B+\angle E=2\llcorner$ ではありませぬナゼと申すに $\angle B$ と $\angle E$ とが各鋭角即ち直角より小なるときは $\angle B+\angle E<2\llcorner$ となり(推理第七によりまして)又各鈍角即ち直角より大なるときは $\angle B+\angle E>2\llcorner$ となる(推理第七によりまして)故でありますされば此兩方の場合にては $\angle B=\angle E$, $PC=EF$, $\angle A=\angle D$, $\triangle ABC=\triangle DEF$ でなければなりませぬ又 $\angle B$ が直角なるときは $\angle B+\angle E=2\llcorner$ とするとき $\angle E$ は直角となります($\angle B+\angle E=2\llcorner$ に於て $\angle B$ は直角であります故兩等度より直角を減ずれば公理第四によりまして $\angle E=\llcorner$ でありませう)故に $\angle B=\angle E$ であります(定義第四によりまして)故に又 $BC=EF$, $\angle A=\angle D$, $\triangle AFC=\triangle DEF$ でなければなりませぬ

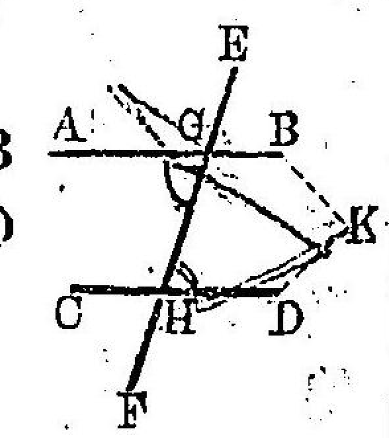
次に第三の場合を論じませう

解　兩三角形ABC DEFに於てAB=DE, AC=DF, ∠C=∠FにしてACがABより大ならざれば∠B=∠E, BC=EF, ∠A=∠D, △ABC=△DEFであります



論　ACがABより大でありませぬ(解によりまして)故∠Bは∠Cより大でありませぬACがABより大でなければACはABに等しきか或はACはABより小でなければなりませぬ若しACがABに等しければ定義第十四によりまして∠B=∠Cでありませう又ACがABより小なれば定義第十五によりまして∠B<∠Cであります故に何れにしても∠B>∠Cではありませぬされば∠Bは三角形ABCの最大なる角ではありませぬ故直角或は鈍角ではなくして鋭角でなければなりませぬ(定義第十三によりまして)又AB=DEにしてACはABより大でありませぬ(何れも解によりまして)故ACは又DEより大ではありませぬ(AB=DEであります故若しAC=ABなれば公理第一によりましてAC=DEでありませう又若しAC<ABなれば公理第七によりましてAC<DEでありませう何れに於てもAC>DEではありませぬ)うして又AC=DFであります(解によりまして)故にDFはDEより大ではありませぬ(AC=DFであります故に若しAC=DEなれば公理第一によりましてDF=DEであります又若しAC<DEなれば公理第八によりましてDF<DEであります何れにしてもDF>DEではありませぬ)故に前に∠B鋭角だと申したると同理にて∠Eが鋭角でなければなりませぬされば兩三角形ABCとDEFとに於てAB=DE, AC=DF, ∠C=∠Fにして(何れも解によりまして)∠Bと∠Eとが各鋭角であります故前の第三の場合によりて∠B=∠E, BC=EF, ∠A=∠D, △ABC=△DEFと申すとが出來ませう

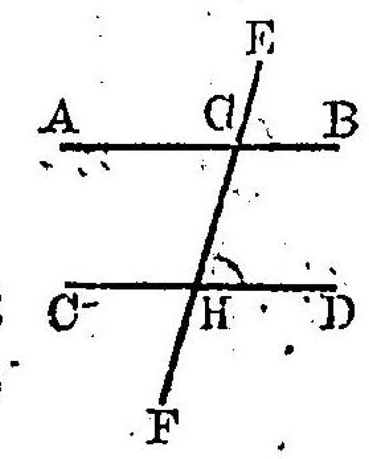
定義第二十七　一直線他ノ兩直線ト交ハリテ作ル所ノ內互角相等シキトキハ後ノ兩直線ハ平行線ナリ



解　EFを一直線とし ABとCDとを兩直線とし EFがAB CDとG Hに於て交はりて∠AGH＝∠GHDなりと致しますれば AB DCは平行線であります

論　AB CDが若し平行線でなければ其兩線を引長すれば必ず相會する所がなければなりませぬ(界說第三十六によりまして)故に今之をAB CDの方向に引長してKに於て相會せりと致して見ませう左様に致しまするとGHKなる三角形が出來ます故此三角形に於て外角AGHは內對角GHDより大でなければなりませぬ(定義第十一によりまして)即ち ∠AGH＞∠GHDでなければなりませぬなれども解にて∠AGH＝∠GHDと定めました故一致しませぬ故にAB CDはAB CDの方向に引長するも決して相會することはありますまい又同理にてBA DCの方向に引長するも決して相會せざることが分りませう故にAB CDは平行線でありませう(界說第三十六によりまして)

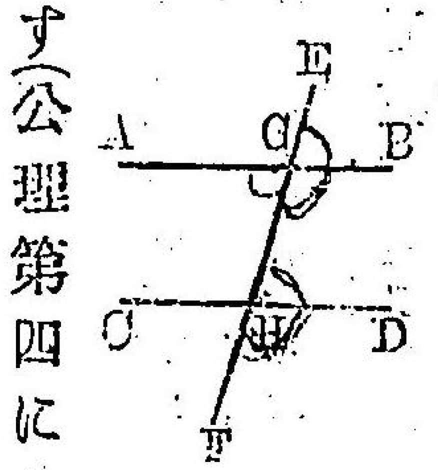
定義第二十八　一直線他ノ兩直線ト交ハリテ作ル所ノ錯角相等シキ乍或ハ外互角相等シキ乍或ハ一直線ノ一方ナル兩內角ノ和兩直角ニ等シキ乍或ハ其兩外角ノ和兩直角ニ等シキ乍ハ後ノ兩線平行線ナリ



解　一直線EFが他の兩直線AB CDとG Hに於て交はり∠EGB＝∠GHDなるとき或は∠EGB＝∠CHFなるとき或は∠BGH＋∠GHD＝2∟なるとき或は∠EGB＋∠FHD＝2∟なるときはAB CDは平行線であります

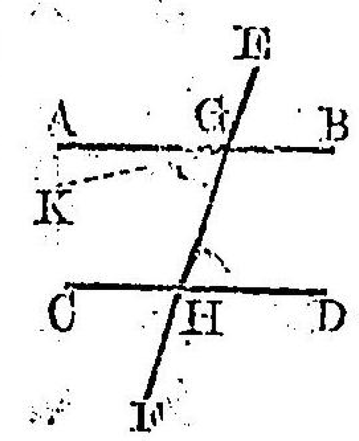
論　∠EGB＝∠AGHであります(定義第七によりまして)故∠EGB＝∠GHDなるときは∠AGH＝∠GHDであります(公理第一によりまして)故にAB CDは平行線であります(定義第二十七によりまして)又∠GHD＝∠CHFであります(定義第七によりまして)故∠EGB＝∠CHFなるときは∠EGB＝∠GHDでありますす(公理第一によりまして)故已に論じたる場合によりましてAB CDは平行線でありませう又 ∠AGH＋∠HGB＝2∟ であります(定義第五によりまして)故∠BGH＋∠GHD＝2∟なるときは∠AGH＋∠HGB＝∠BGH＋∠GHDであり

ます(兩直角と兩直角との相等しきとは定義第六の論中に述べたる通りであります故推理第二によりまして)故に此兩等度より$\angle HGB$を減ますれば$\angle AGH=\angle GHD$であります(公理第四によりまして)故にAB CDは平行線であります(定義第二十七によりまして)又$\angle GHD+\angle DHF=2\llcorner$であります(定義第六によりまして)故$\angle EGB+\angle FHD=2\llcorner$なるときは$\angle GHD+\angle DHF=\angle EGB+\angle FHD$であります(前の場合にて申し上げたると同理にて)故此兩等度より$\angle DHF$を減じますれば$\angle GHD=\angle EGB$となります(公理第四によりまして)故に此所の最初の場合によりましてAB CDは平行線でありませう



定義第二十九　一直線兩平行線ト交ハリテ作ル所ノ内互角ハ相等シ

解　一直線EFが兩平行線AB CDとGHに於て交はると致しますれば$\angle AGH=\angle GHD$にして又$\angle BGH=\angle GHC$であります

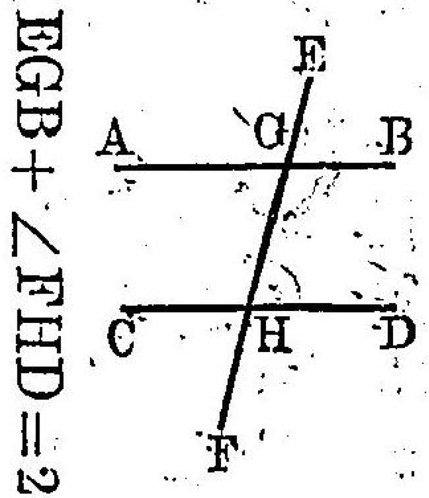


論　若し$\angle AGH=\angle GHD$でなければ$\angle GHD$と等しき内互角をEFと作る所の線はABの外になければなりませぬ故に今假にGKを以て此線と致して見ませう左様に致しまするど$\angle KGH=\angle GHD$であります故KG CDは平行線でなければなりませぬ(定義第二十七によりまして)然るに又AB CDが平行線であります(解にて左様に定めました故)故Gを貫きてCDと平行なる直線が二條出來ねばならぬこととなりまして公理第十八と一致しませぬ(圖にてはGKがABの下にありますれどABの上にあるかも知れませぬなれども論之其位置によりて異なることなく兩方の場合を籠めて居ります)故に$\angle AGH=\angle GHD$でなければなりませぬ又同理にて$\angle BGH=\angle GHC$と申すことも分りませう

定義第三十　一直線兩平行線ト交ハルトキハ整角相等シク外互角亦相等シ又一直線ノ一方ナル兩内角ノ和及ビ兩外角ノ和ハ何レモ兩直角ニ等シ

解　一直線EFが兩平行線AB CDとGHに於て交はると致しますれば

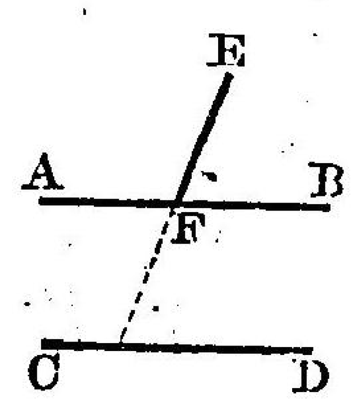
∠EGB＝∠GHD, ∠BGH＝∠DHF, ∠AGE＝∠CHG,
∠AGH＝∠CHF, ∠EGB＝∠CHF, ∠AGE＝∠FHD,
∠BGH＋∠GHD＝2∟, ∠AGH＋∠GHC＝2∟,



∠EGB＋∠FHD＝2∟, ∠AGE＋∠CHF＝2∟ でありります

論　AB CD は平行線(解にて左様に定めまーた故)なるが故∠AGH＝∠GHD でありります(定義第二十九によりまーて)而ーて∠AGH＝∠EGB でありります(定義第七によりまして)故に∠EGB＝∠GHD でありませう(公理第一により まーて)又同理にて∠BGH＝∠DHF, ∠AGE＝∠CHG, ∠AGH＝∠CHF と申すとも分りませう又∠EGB＝∠GHD にして(已に述べました通り)∠GHD＝∠CHF でありります(定義第七によりまして)故∠EGB＝∠CHF でありります(公理第一によりまして)又同理にて∠AGE＝∠FHD でありませう又∠EGB＝∠GHD でありります(已に論じまーたるが如く)故に此兩等度に∠BGH を加へますれば∠EGB＋∠BGH＝∠GHD＋∠BGH でありります(公理第二によりまして)ゾーて∠EGB＋∠BGH＝2∟ でありります(定義第六によりて)故に∠GHD＋∠BGH＝2∟ でありります(公理第一によりまーて)又同理にて∠AGH＋∠GHC＝2∟ でありませう又∠EGB＝∠GHD でありります(已に論じました通り)故に此兩等度に∠FHD を加へますれば∠EGB＋∠FHD＝∠GHD＋∠FHD にーて(公理第二によりまして)又∠GHD＋∠FHD＝2∟ でありります(定義第六によりまーて)故に∠EGB＋∠FHD＝2∟ でありります(公理第一によりまして)又同理にて∠AGE＋∠CHF＝2∟ でありませう

定義第三十一　兩平行線ノ一線ニ會スル直線ヲ引長スル𪜈ハ必ズ他ノ一線ト會スルコアリ



解　一直線EFが兩平行線AB CDの一ッなるABとFに於て會して居りまそればば此EFを引長するときは必ずCDと會するとがありります

論　EFが若しCDと會せざればEFとCDとそ平行線でありります(界說第三十

六によりまして)りして又ABとCDとが平行線であります(解にて左樣に定めました故)故Fを貫きてCDと平行なる直線が二條出來ることとなりまして公理第十八と一致しませぬ故にEFはCDと必ず會することがなければなりませぬ

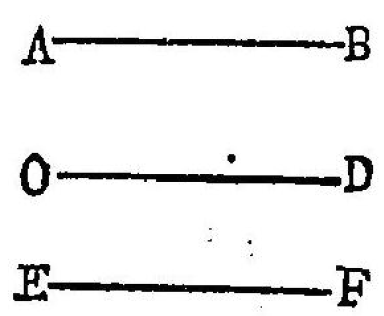
幾何學講義錄

第三回

千葉　馬込銀平　講述

三角形及平行線之論續

定義第三十二　兩直線各〻他ノ一直線ニ平行スレバ共兩直線亦互ニ平行ナリ

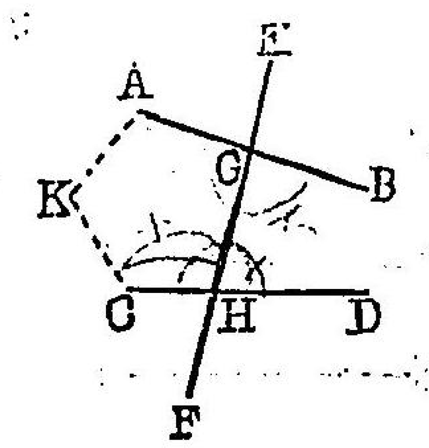


解　兩直線ABCDが各〻他の一直線EFと平行なればABとCDとも亦互に平行であります

論　ABとCDとが若し平行でなければ引長するときは必ず相會することがなければなりませぬ(界說第三十六によりまして)若し引長して相會するとすれば共會點よりEFと平行なる直線が二條出來ることとなります(ABとCDとは解にて何れもEFと平行なるものと致しました故)故公理第十八と一致しませぬ故にABとCDとは互に平行でなければなり

ませぬ

定義第三十三　一直線他ノ兩直線ト交ハリテ前ノ一直線ノ一方ニ加ヘテ兩直角ヨリ小ナル內角ヲ作ルトキハ後ノ兩直線ハ其內角ノ方向ニ於テ必ズ相會スルコトアリ



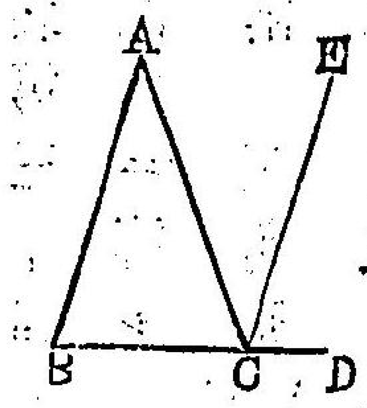
解　一直線EFが他ノ兩直線AB CDとGHに於て相交はるとき $\angle BGH+\angle GHD<2\llcorner$ なればAB CDはAB CDの方向に引長するときは必ず相會することがあります

論　ABとCDとは平行ではありませぬナゼと申すに若し是が平行ならば $\angle BGH+\angle GHD=2\llcorner$ でなければなりませぬ(定義第三十によりまして)なれども $\angle BGH+\angle GHD<2\llcorner$ であります(解によりまして)故にABとCDとは平行ではありませぬされば引長するときは必ず相會する所がなければなりませぬ(界説第三十六によりまして)されどもBA DCの方向に引長しては相會するとはありませぬナゼと申すに若し之ありとし

て其會點をKと致しますればKGHと申す三角形が出來ます故其三角形に於て $\angle BGH>\angle GHK$ でなければなりませぬ($\angle BGH$は其三角形の外角となります故定義第十六によりまして)故に此兩不等度の各に$\angle GHD$を加へますれば $\angle BGH+\angle GHD>\angle GHK+\angle GHD$ でなければなりませぬ(公理第五によりまして)然るに又 $\angle GHK+\angle GHD=2\llcorner$ であります(定義第六によりまして)故に $\angle BGH+\angle GHD>2\llcorner$ でなければなりませぬ(公理第八によりまして)なれども $\angle BGH+\angle GHD<2\llcorner$ であります(解によりまして)故相一致しませぬ故にAB CDはBA DCの方向より引長するも相會するとはありませぬされば AB CDの方向に引長するときは必ず相會する所がなければなりませぬ

定義第三十四　三角形ノ外角ハ兩內對角ノ和ニ等シク又三內角ノ和ハ兩直角ニ等シ

解　三角形ABCの一邊BCを引長して外角ACDを作れば $\angle ACD=\angle ABC+\angle BAC$ にして又 $\angle ABC+\angle BAC+\angle ACB=2\llcorner$ であります

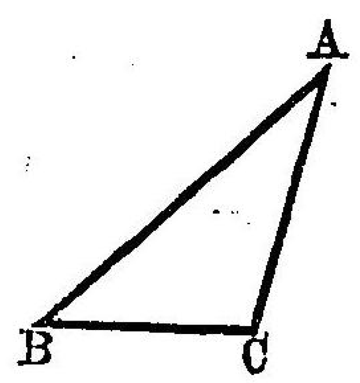


論　CEを以てCより出づる所のABの平行線と致しますれば $\angle ACE=\angle BAC$ にして(定義第二十九によりまして) $\angle ECD=\angle ABC$ であります(定義第三十によりまして)故に $\angle ACE+\angle ECD=\angle BAC+\angle ABC$ であります(推理第三によりまして)然るに又 $\angle ACE+\angle ECD=\angle ACD$ であります(公理第十五によりまして)故に推理第二によりまして $\angle ACD=\angle BAC+\angle ABC$ でありませう

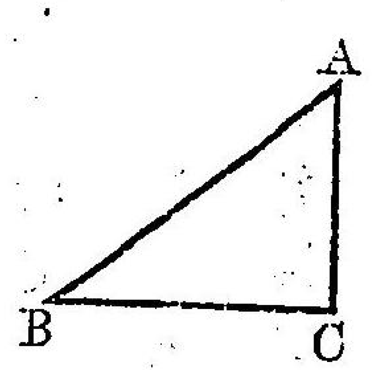
又此兩等度の各に $\angle ACB$ を加へますれば $\angle ACD+\angle ACB=\angle BAC+\angle ABC+\angle ACB$ にして(公理第一によりまして)又 $\angle ACD+\angle ACB=2\llcorner$ であります(定義第八によりまして)故に推理第二によりまして $\angle BAC+\angle ABC+\angle ACB=2\llcorner$ でありませう

定義第三十五　鈍角三角形ノ兩鋭角ノ和ハ直角ヨリ小ニシテ直角三角形ニ於テハ直角ニ等シク鋭角三角形ニ於テハ直角ヨリ大ナリ

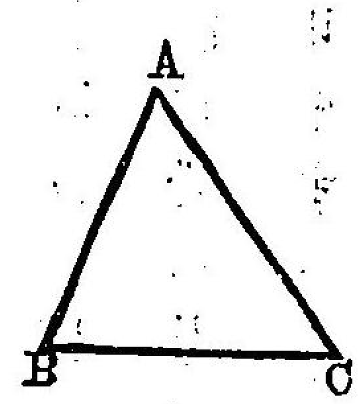
解　三角形ABCに於て $\angle C$ が鈍角なるときは $\angle A+\angle B<\llcorner$ であります又 $\angle C$ が直角なれば $\angle A+\angle B=\llcorner$ にして鋭角なれば $\angle A+\angle B>\llcorner$ であります



第一圖



第二圖

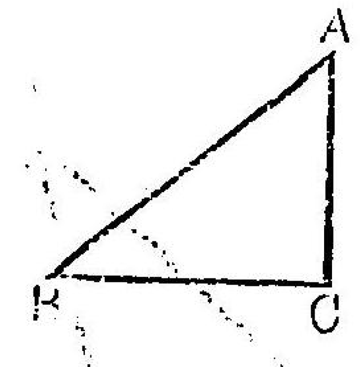


第三圖

論　$\angle A+\angle B+\angle C=2\llcorner$ であります(定義第三十四によりまして)故此兩等度の各より $\angle C$ を減じますれば $\angle A+\angle B=2\llcorner-\angle C$ であります(公理第四によりまして)故に第一圖の如く $\angle C$ が鈍角即ち直角より大なれば $2\llcorner-\angle C$ は直角より小即ち $2\llcorner-\angle C<\llcorner$ となります($\angle C$ が直角より大なれば此兩不等度の各に直角を加へますれば公理第五によりまして $\angle C+\llcorner>2\llcorner$ であります故に此兩不等度の各より $\angle C$ を減じますれば $\llcorner>2\llcorner-\angle C$ 即ち $2\llcorner-\angle C<\llcorner$ でありませう)故公理第八によりまして $\angle A+\angle B<\llcorner$ でありませう又第二圖の如く $\angle C$ が直角でありますれば $2\llcorner-\angle C=\llcorner$ となります($\angle C$ が直角でありますれば此兩等度の各に直角を加へますれば公理第

二によりまして $\angle C+L=2L$ であります故に此兩等度の各より$\angle C$を減じますれば $L=2L-\angle C$ でありませう)故に公理第二によりまして$\angle A+\angle B=L$ でありませう又$\angle C$が鋭角即ち直角より小なれば $2L-\angle C>L$となります($\angle C$が直角より小なれば直角は$\angle C$より大であります故此兩不等度の各に直角を加へますれば公理第五によりまして $2L>\angle C+L$ であります故に此兩不等度の各より$\angle C$を減じますれば $2L-\angle C>L$ でありませう)故公理第七によりまして $\angle A+\angle B>L$ でありませう

定義第三十六　三角形ノ一角他ノ兩角ノ和ヨリ大ナレバ鈍角ニシテ等シケレバ直角、小ナレバ鋭角ナリ



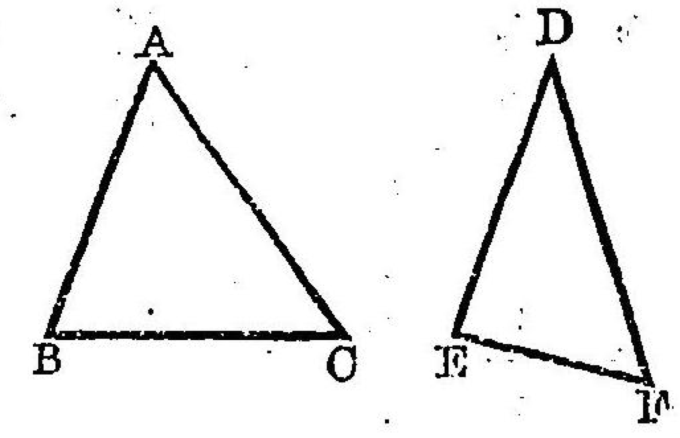
解　三角形ABCに於て $\angle C>\angle A+\angle B$ なれば$\angle C$は鈍角であります又 $\angle C=\angle A+\angle B$ なれば$\angle C$は直角であります又$\angle C<\angle A+\angle C$ なれば$\angle C$は鋭角であります

論　$\angle C>\angle A+\angle B$ なるときは此兩不等度の各に$\angle C$を加へますれば

$2\angle C>\angle A+\angle B+\angle C$ であります(公理第五によりまして)そして又$\angle A+\angle B+\angle C=2L$ であります(定義第三十四によりまして)故に $2\angle C>2L$であります ($2\angle C>\angle A+\angle B+\angle C$ であります故 $\angle A+\angle B+\angle C<2\angle C$ でありますして又　$\angle A+\angle B+\angle C=2L$ であります故公理第八によりまして $2L<2\angle C$ 則ち $2\angle C>2L$ でありませう)故に公理第十四によりまして$\angle C>L$ でありませう即ち$\angle C$は鈍角でありませう又 $\angle C=\angle A+\angle B$ なるときは此兩等度の各に$\angle C$を加へますれば $2\angle C=\angle A+\angle B+\angle C$ であります(公理第二によりまして)して又前の如く $\angle A+\angle B+\angle C=2L$ でありますす故 $2\angle C=2L$ であります公理第一によりまして)故に公理第十二によりまして $\angle C=L$ 即ち$\angle C$は直角でありませう又 $\angle C<\angle A+\angle B$ なるときは此兩不等度の各に$\angle C$を加へますれば $2\angle C<\angle A+\angle B+\angle C$ であります(公理第五によりまして)して又前の如く $\angle A+\angle B+\angle C=2L$ であります故に $2\angle C<2L$ であります($2\angle C<\angle A+\angle B+\angle C$ 則ち $\angle A+\angle B+\angle C>2\angle C$ に

して又$\angle A+\angle B+\angle C=2\mathrm{L}$でありますす故公理第七によりまして$2\mathrm{L}>2\angle C$則ち$2\angle C<2\mathrm{L}$でありませう)故に又公理第十四によりまして$\angle C<\mathrm{L}$即ち$\angle C$は鋭角でありませう

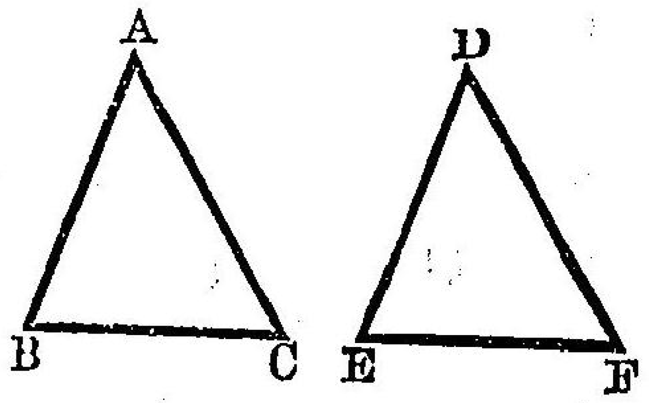
定義第三十七　兩三角形ノ兩角ノ和相等シキトキハ他ノ一角亦相等シ



解　兩三角形ABC DEFに於て$\angle B+\angle C=\angle E+\angle F$なるときは$\angle A=\angle D$であります

論　$\angle A+\angle B+\angle C=2\mathrm{L}$, $\angle D+\angle E+\angle F=2\mathrm{L}$にして(何れも定義第三十四によりまして)兩直角は皆相等し(定義第六の論中にて述べたる通り)きを以て$\angle A+\angle B+\angle C=\angle D+\angle E+\angle F$であります(推理第二によりまして)然るに又$\angle B+\angle C=\angle E+\angle F$であります(解によりまして)故に前の兩等度の各より後の兩等度を減ずれば$\angle A=\angle D$でありませう(推理第四によりまして)

定義第三十八　兩三角形ノ兩角各互ニ等シキトキハ他ノ一角亦相等シ



解　兩三角形ABC DEFに於て$\angle B=\angle E$, $\angle C=\angle F$なるときは$\angle A=\angle D$であります

論　$\angle B=\angle E$, $\angle C=\angle F$であります(何れも解によりまして)故$\angle B+\angle C=\angle E+\angle F$であります(推理第三によりまして)故に定義第三十七によりまして$\angle A=\angle D$でありませう

三角形及び平行線に關する定義は先づ是丈に致して置きまして左に問題を差し上げませう凡ろ幾何學の問題は出來まするを大さう愉快を感ずるものでありますが先づ界說公理公法及び定義を熟讀玩味して第何番目には斯々のとがあり又斯々のとは第何番目にありと申すと迄諳(ソラ)んずる程でなければ問題は出來ませぬ故何んでも是等を諳誦の出來る程に熟讀するとが肝心(カンジン)であります

論に正論と駁論との二種があります正論と申すは定義第四、第五、第七、第八、第九、第十、第十一、第十二、第十三、第十四、第十五、第十八、第十九、第二十等の如く次序を正して論じ竟に論ずべき事柄に論及するのであります又駁論とは定義第一、第二、第三、第六、第十六、第十七等の如く先づ論ずべき事柄を非として論じ非理なる事柄を發見して之を駁すを申します又定義第四、第十、第二十一、第二十四等の如く度の位置を轉じて論ずるの法を轉置法と申します
なれども問題を論ずるには輕々(カロ〳〵)しく駁論或は轉置法を用ひまするとカが附きませぬ故是等は成丈用ひざる様にし何程考ふるも此外にては論ずるヿが出來ぬといふ場合に限りて之を用ふるヿとなさい

問題

第十一　有限ノ兩直線互ニ其中央ニテ正交スレバ一線上ナル任意ノ點ヨリ他ノ線ノ兩端ニ到ル兩直線相等シ其證ヲ問フ

第十二　二等邊三角形ノ頂角ノ平分線ハ底ノ中央ニテ底ト正交ス其證ヲ問フ

第十三　四角形ABCDノ兩邊AB AD相等シク角線AC若シ∠BADヲ平分スレバ他ノ兩邊CB CD相等シク且ツ角線ACハ∠BCDヲモ平分ス其證ヲ問フ

第十四　二等邊三角形ノ各底角頭ト其對邊ノ中央トノ間ニ引ク所ノ兩直線ハ相等シ其證ヲ問フ

第十五　等邊三角形ノ三個ノ角ハ皆相等シ其證ヲ問フ

第十六　二等邊三角形ノ兩底外角ハ相等シ其證ヲ問フ
三角形に於て底外角と申すは兩邊を引長して底の外方に出來る角のヿであります此後も皆左様御承知くだされたし

第十七　三角形ノ三個ノ角皆相等シキモノハ等邊三角形ナリ其證ヲ問フ

第十八　二等邊三角形ABCノ兩底角∠B ∠Cノ平分線ヲ作リテ其相會スル所ヲOトスレバ三角形OBCハ亦二等邊ナリ其證ヲ問フ

第十九　三角形ABCノ∠A若シ∠Bノ半ナレバ∠Bヲ平分シテBD線ヲ引キAC邊ト

Dニ會セシムルトキハBD AD相等シ。其證ヲ問フ

第二十　三角形ノ頂角ノ平分線底ノ中央ヲ貫ヌクトキハ原三角形ハ二等邊ナリ其證ヲ問フ

第二十一　三角形ABCノ∠Aヲ平分シテAヨリ一線ADヲ出シ底BCトDニ會セシムルトキハBAハBDヨリ大ニシテCAモ亦CDヨリ大ナリ其證ヲ問フ

第二十二　二等邊三角形ノ頂角頭ヨリ底邊ニ到ル直線ハ皆等邊ノ各〻ヨリ小ニシテ其引長線ニ到ルモノハ等邊ノ各〻ヨリ大ナリ其證ヲ問フ

第二十三　一直線外ナル一點ヨリ此線ニ到ル直線中最小ナルモノハ垂線ニシテ其他ノ線ノ中チ垂線ニ近キモノハ其遠キモノヨリ小ナリ其證ヲ問フ

此問題には申し上げねば少しく解し兼ぬるかと思はるゝ語がありまず即ち垂線に近きものとか或は垂線に遠きものとか申すとでありまず垂線に近きものとは垂線と其交角の小なる線を指し又遠きものとは其交角の大なるものを指して申すのでありまず此の如き語は此後にもありますが總て相會する兩直線の距離の遠近は其交角の大小にて度るものと御了知ありたし

第二十四　三角形ABCニ於テAB若シACヨリ大ナラザレバAヨリBCニ到ル直線ハ皆ACヨリ小ナリ其證ヲ問フ

第二十五　前題ニ於テAヨリBCノ引長線ノBCノ方向ニ引長シタルモノニ到ル直線ハ皆ACヨリ大ナリ其證ヲ問フ

第二十六　一直線外ナル一點ヨリ其線ニ到ル直線中相等シキモノ二條アリ而シテ二條ヨリ多キコトナシ其證ヲ問フ

第二十七　四角形ABCDノAD邊最大ニシテBC邊最小ナレバ∠ABCハ∠ADCヨリ大ニシテ∠BCDハ∠BADヨリ大ナリ其證ヲ問フ

第二十八　三角形ノ三角頭ヨリ任意ノ一點ニ到ル三直線ノ和ハ三邊ノ和ノ半ヨリ大ナリ其證ヲ問フ

第二十九　三角形ノ各邊上ニ各角頭ヲ有シテ形內ニ作レル三角形ノ三邊ノ和ハ原三角形ノ三邊ノ和ヨリ小ナリ其證ヲ問フ

第三十　四角形ノ一邊ハ他ノ三邊ノ和ヨリ小ナリ其證ヲ問フ

第三十一　多角形ノ一邊ハ他ノ諸邊ノ和ヨリ小ナリ其證ヲ問フ

第三十二　四角形ノ四邊ノ和ハ兩角線ノ和ヨリ大ニシテ又其二倍ヨリ小ナリ其證ヲ問フ

第三十三　四角形ノ兩角線ノ和ハ相對スル兩邊ノ和ヨリ大ナリ其證ヲ問フ

第三十四　四角形ノ四角頭ヨリ任意ノ一點ニ到ル四直線ノ和ハ四邊ノ和ノ半ヨリ大ナリ其證ヲ問フ

第三十五　多角形ノ各角頭ヨリ任意ノ一點ニ到ル諸直線ノ和ハ諸邊ノ和ノ半ヨリ大ナリ其證ヲ問フ

第三十六　四角形ノ兩角線ノ和ハ其交點ニアラザル任意ノ一點ヨリ四角頭ニ到ル四直線ノ和ヨリ小ナリ其證ヲ問フ

第三十七　三角形ノ一邊上ナル任意ノ一點ヨリ對角頭ニ到ル直線二倍ト其一邊トノ和ハ他ノ兩邊ノ和ヨリ大ナリ其證ヲ問フ

第三十八　三角形ノ各邊上ナル一點ヨリ對角頭ニ到ル三直線ノ和ハ三邊ノ和ノ半ヨリ大ナリ其證ヲ問フ

第三十九　三角形ノ底邊ノ中央ヨリ頂角頭ニ到ル直線二倍ハ兩邊ノ和ヨリ小ナリ其證ヲ問フ

第四十　三角形ノ各邊ノ中央ヨリ對角頭ニ到ル三直線ノ和ハ三邊ノ和ヨリ小ナリ其證ヲ問フ

第四十一　三角形內ナル一點ヨリ三角頭ニ到ル三直線ノ和ハ三邊ノ和ヨリ小ナリ其證ヲ問フ

第四十二　底ヲ通共有スル兩四角形ノ一形他ノ形內ニアルトキハ內形ノ四邊ノ和ハ外形ノ四邊ノ和ヨリ小ナリ其證ヲ問フ

第四十三　二等邊三角形ノ頂角頭ヨリ底邊ノ中央ニ到ル直線ハ頂角ヲ平分シ且ツ底ト正交ス其證ヲ問フ

第四十四　底ヲ同ジクスル兩二等邊三角形ノ頂角頭ヲ貫ク直線ハ底ト正交シテ且ツ底ヲ平分ス其證ヲ問フ

第四十五　底ABヲ通有シテ且ツ其一方ニアル兩三角形ACB ADBニ於テACハBDニ等シクADハBCニ等シクシテAD BCノ交點ヲOトスレバ三角形AOBハ二等邊ナリ其證ヲ問フ

第四十六　二等邊三角形ノ兩等邊ノ頂角頭ヨリ等距離ナル點ヨリ各底角頭ニ到ル兩直線ノ交點ト頂角頭トヲ聯ヌル直線ハ頂角ヲ平分ス其證ヲ問フ

右の問題にて距離と申したるは兩等邊上の點と頂角頭との間の直線の長さのことと御了解ありたし此後も二點間の距離と申すものは皆其間の直線の長さにて度るものと御了知ありたし

第四十七　三角形ノ各邊ノ中央ヨリ出ヅル三直立線ハ一點ニ相會ス其證ヲ問フ

第四十八　三角形ABCノAB邊ヲAC邊ヨリ大ナリトシ底BCノ中央Dヨリ頂角頭Aニ直線ヲ作レバADB角ハ鈍角ナリ其證ヲ問フ

第四十九　角ノ平分線上ナル一點ヨリ兩角邊ヘ下ス所ノ兩垂線ハ相等シ其證ヲ問フ

第五十　三角形ノ頂角ノ平分線底ト正交スル件ハ原三角形ハ二等邊ナリ其證ヲ問フ

第五十一　二等邊三角形ノ兩底角ヲ等分シテ對邊ニ到ル兩直線ハ相等シ其證ヲ問フ

第五十二　二等邊三角形ノ兩底角頭ヨリ對邊ニ到ル兩垂線ハ相等シクシテ又底ト等角ヲ作ル其證ヲ問フ

第五十三　三角形ノ兩外角ノ平分線ノ交點ヨリ兩邊ノ引長線幷ニ他ノ一

邊ニ垂線ヲ作レバ三垂線互ニ相等シ其證ヲ問フ

第五十四　二等邊三角形ノ頂角頭ヨリ底ヘ下セル垂線ハ頂角及ビ底ヲ平分ス其證ヲ問フ

第五十五　三角形ノ三角ノ平分線ハ一點ニ會ス其證ヲ問フ△

第五十六　三角形ノ兩外角ノ平分線ノ交點ヨリ他ノ一角頭ヘ直線ヲ引ケバ此線此角ヲ平分ス其證ヲ問フ

第五十七　互ニ平分スル兩直線ノ各端ヲ聯ヌル兩直線ハ互ニ平行ス其證ヲ問フ

第五十八　四角形ノ相對スル邊各互ニ等シケレバ其相等シキモノ互ニ平行ナリ其證ヲ問フ

第五十九　兩平行線ノ一線ト正交スル直線ハ又他ノ線ト正交ス其證ヲ問フ

第六十　二等邊三角形ノ底邊ト平行スル一直線ヲ形內ニ引キテ兩等邊ト

會セシムレバ此直線ト兩等邊トノ交角ノ其線ノ同方ニアルモノ互ニ相等シ其證ヲ問フ

第六十一　四直線ノ兩線各互ニ平行スレバ各兩線ノ交角或ハ相等シク或ハ加ヘテ兩直角ニ等シ其證ヲ問フ

第六十二　兩平行線ノ間ニ之ト相會スル一直線アリ今其中央ヲ貫キテ又兩平行線ノ間ニ一直線ヲ引キ兩平行線ト會セシムレバ此線ハ前ノ一直線ニテ平分トナル其證ヲ問フ

第六十三　三角形ノ一外角ノ平分線其對邊ト平行スレバ原三角形ハ二等邊ナリ其證ヲ問フ

第六十四　兩平行線ト正交スル諸直線ノ兩平行線ノ間ノ部分ハ皆相等シ其證ヲ問フ

第六十五　兩平行線ヨリ等距離ナル一點ヲ貫キテ兩直線ヲ引キ以テ兩平行線ヲ切ルトキハ兩直線ノ間ノ兩平行線ノ部分相等シ其證ヲ問フ

右問題にて兩平行線より等距離なる一點と申すは其點より兩平行線に到る垂線の相等しき點と申すとであります此後も總て點と線との距離と申すものは點より線に到る垂線の長さにて度るものと御了知あれかし

第六十六　三角形ノ頂角ノ平分線ト底邊トノ交點ヨリ各邊ト平行スル直線ヲ出シテ他ノ邊ニ會セシムル𪜈ハ此兩線相等シ其證ヲ問フ

第六十七　一直線CD他ノ一直線ABトDニ於テ相會シテ作ル所ノ兩角ADC BDCノ平分線ヲ引キADC角ノ平分線上ノ一點EヨリABト平行ニ一直線ヲ出シCDトFニ交ハラシメBDC角ノ平分線トGニ會セシムレバEF FGハ相等シ其證ヲ問フ

第六十八　二等邊三角形ABCノ底BC上ナル一點ヨリ直立線ヲ出シAB邊トDニ交ハラシメCA邊ノ引長線トEニ會セシムレバAEDハ亦二等邊三角形ナリ其證ヲ問フ

第六十九　二等邊三角形ノ一邊上ナル一點ヨリ一直線ヲ出シテ底邊ト交ハラシメ他ノ一邊ノ引長線ト會セシムル𪜈此線底邊ニテ平分トナレバ此線ノ兩端ヨリ頂角頭ニ到ル兩線ノ和ハ兩等邊ノ和ニ等シ其證ヲ問フ

第七十　定義第十五ノ圖ニ於テ∠DBCハ兩角ABC ACBノ差ノ半ニ等シ其證ヲ問フ

第七十一　二等邊三角形ノ頂角直角ナレバ兩底角何レモ半直角ニ等シ其證ヲ問フ

第七十二　等邊三角形ノ三角ハ何レモ直角ノ三分ノ二ニ等シ其證ヲ問フ

第七十三　二等邊三角形ノ底角頭ヨリ對邊ヘ垂線ヲ引ケバ此線ト底邊トノ交角ハ頂角ノ半ニ等シ其證ヲ問フ

第七十四　二等邊三角形ノ各底角頭ヨリ對邊ニ到ル兩垂線ノ交角ト頂角トノ和ハ兩直角ニ等シ其證ヲ問フ

第七十五　二等邊三角形ノ兩底角ノ平分線ノ交角ハ底外角ニ等シ其證ヲ問フ

第七十六　二等邊三角形ABCノ一邊ABヲ頂角Aノ方ニ引長シテADトナシ之ヲABト等シクシCDヲ引ケバ∠BCDハ直角ナリ其證ヲ問フ

第七十七　三角形ノ頂外角ノ平分線底ト平行セバ是レ二等邊ナリ其證ヲ問フ

第七十八　三角形ノ一底角ノ平分線ト他ノ一底角ノ外角ノ平分線トノ交角ハ頂角ノ半ニ等シ其證ヲ問フ

第七十九　三角形ノ兩底外角ノ平分線ノ交角ト頂角ノ半トノ和ハ直角ニ等シ其證ヲ問フ

第八十　三角形ABCノAC兩角頭ヨリ各〻一直線ヲ出シテ對邊ノ中央EGヲ貫キEFヲAEニ等シクシGHヲCGニ等シクセバFBHハ一直線上ニアリ其證ヲ問フ

第八十一　三角形ABCノ各邊上ニ各〻一個ノ等邊三等形ヲ形外ニ作リ之ヲBCD CAE ABFトシAD BE CFヲ作レバ此三線相等シ其證ヲ問フ

第八十二　三角形ノ一角ノ平分線ト此角頭ヨリ對邊ニ到ル垂線トノ交角ハ他ノ兩角ノ差ノ半ニ等シ其證ヲ問フ

第八十三　兩直線AEB CEDEニ於テ交ハル𪜈AC BDヲ引キ又∠ACE及ビ∠DBEノ平分線ヲ引キFニ於テ會セシムレバ∠CAEト∠BDEトノ和ハ∠BFCノ二倍ニ等シ其證ヲ問フ

第八十四　二等邊三角形ノ兩底角ノ平分線ト各對邊トノ會點ヲ聯ヌル直線ハ底邊ト平行ス其證ヲ問フ

第八十五　直角三角形ABCノ弦BCノ中央Dヨリ直立線DEヲ形外ニ出シ直角Aノ平分線AEトEニ會セシメADヲ作レバAD DE相等シ其證ヲ問フ

第八十六　三角形ノ底邊ノ中央ヨリ頂角頭ニ到ル直線ハ頂角鋭角ナレバ底邊ノ半ヨリ大ニシテ頂角直角ナレバ之ニ等シク頂角鈍角ナレバ之ヨリ小ナリ其證ヲ問フ

第八十七　三角形ABCノ兩角頭A BヨリBC AC或ハ其引長線ヘ垂線AD BEヲ引

キAB邊ノ中央FヨリDEヘ各〻一直線ヲ引ケバ此兩線相等シ其證ヲ問フ

第八十八　三角形ノ底邊ノ中央ヨリ頂角頭ニ到ル直線若シ底邊ノ半ヨリ大ナレバ頂角ハ鋭角ニシテ若シ底邊ノ半ニ等シケレバ頂角直角又若シ之ヨリ小ナレバ頂角鈍角ナリ、其證ヲ問フ

第八十九　弦BCヲ通有スル兩直角三角形ABC DBCノ兩直角頭ADノ間ニ一直線ヲ引ケバ此兩三角形BCノ一方ニアル𬼀ハ∠ABD=∠ACD, ∠ADB=∠ACB, ∠DAC=∠DBCナリ又兩三角形BCノ兩傍ニアル𬼀ハ∠BAD=∠BCD, ∠ACB=∠ADB, ∠ABC=∠ADC, ∠CAD=∠CBDナリ其證ヲ問フ

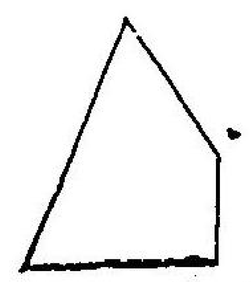
第九十　三角形ノ各角頭ヨリ對邊ニ到ル三垂線ハ一點ニ交ハル其證ヲ問フ

四角形及多角形之論

界說幷記法

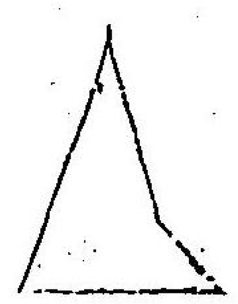
四角形を角頭の狀勢によりて左の如く區分〻ます

界說第三十八　四角形ノ角頭皆形外ニ向フモノヲ凸四角形ト云フ



假令へば上圖の如きものであります

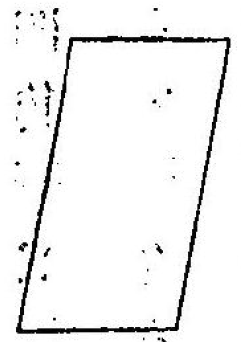
界說第三十九　四角形ノ角頭形内ニ向フ所アルモノヲ凹四角形ト云フ



假令へば上圖の如きものであります

四角形を邊の平行すると然らざるとによりて左の如く區分〻ます

界說第四十　四角形ノ對邊互ニ平行スルモノヲ平行形ト云フ

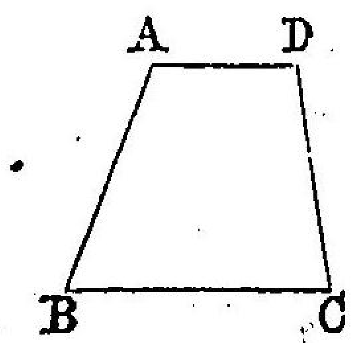


假令へば上圖の如きものであります

平行形は四角形の一種でありますす故之を指示すの法は

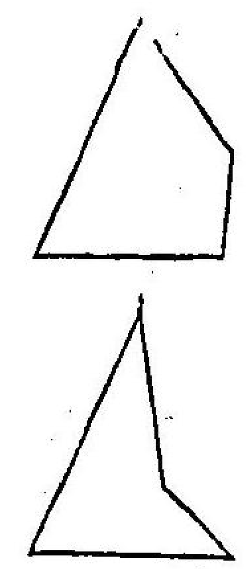
四角形と同じことにて唯〻(四角形)と申す三字を(平行形)と申す三字に易ふるの異なるのみであります四角形の他の種類も皆之に準ずるのであります

界說第四十一　四角形ノ相對スル兩邊平行シテ他ノ兩邊平行セザルモノヲ梯形ト云フ又梯形ニテハ平行ナル兩邊ノ中チ大ナルモノヲ底邊或ハ略シテ底ト云ヒ平行セザル兩邊ヲ各〻斜邊ト云フ



假令へば上圖に於てAD BCを平行としBCをADより大と致しますれば四角形ABCDは梯形にしてBCは其底AB DCは何れも其斜邊であります

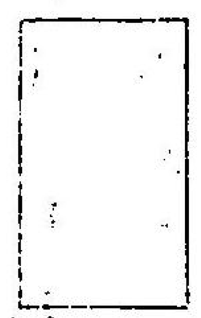
界說第四十二　四角形ノ四邊互ニ平行セザルモノヲ歪(ワイ)方形ト云フ



假令へば上圖の如きものであります

平行形に左の二種があります

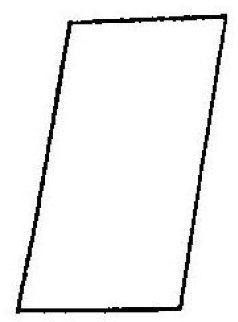
界說第四十三　平行形ノ一角直角ナルモノヲ直方形ト云フ



假令へば上圖の如きものであります

直方形にては(兩直線ヲ兩隣邊トスル所ノ直方形)と申すことを略して唯〻(兩直線ノ直方形)と申します假令へばABとCDとを兩直線と致しますれば(AB CDノ直方形)と申して(ABトCDトヲ兩隣邊トスル所ノ直方形)と申す意義あるものと致します又兩直線の符號を連ねて其間に一點を置き以て之を顯はすの符號と致します假令へばAB CDと記したるものを以てAB CDの直方形を顯はすの類であります

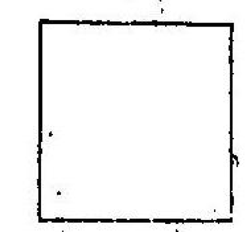
界說第四十四　平行形ノ一角斜角ナルモノヲ斜方形ト云フ



假令へば上圖の如きものであります

左の一種は直方形の特別の種類であります

界說第四十五　直方形ノ兩隣邊相等シキモノヲ平方形ト云フ



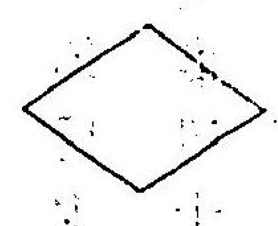
假令へば上圖の如きものであります

平方形にては(一直線ヲ一邊トスル所ノ平方形)と申すを略して唯(一直線ノ平方)と申します假令へばABを一直線と致しますれば單に(ABノ平方)と申して(ABヲ一邊トスル所ノ平方形)と申を意義あるものと致します又$\overline{AB}^2$と記したるものを以てABの平方を顯はすの符號と致します若し又CDが一直線なればCDの平方を顯はすには$\overline{CD}^2$と記したるものを以てします其他直線の符號を異にするもの皆之を推して御了知あり。たし界說第四十三に申し上げたる直方形を顯はすの符號幷に此所に申し上げたる平方形を顯はすの符號は代數學の記法を藉り用ひたるものでありますが幾何學にては代數學にて用ふるが如き意義あるものと致してはなりませぬ尙ほ此兩符號の委しき御話しは後回都合よき

所にて致しませう

左の一種は斜方形の特別の種類であります

界說第四十六　斜方形ノ兩隣邊相等シキモノヲ菱形ト云フ



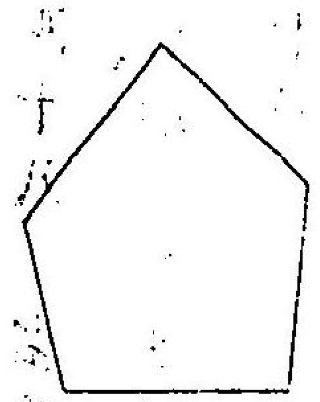
假令へば上圖の如きものであります

多角形に左の二種があります

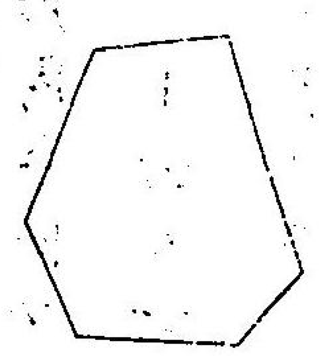
界說第四十七　多角形ノ角頭皆形外ニ向フモノヲ凸多角形ト云フ五角形ニアリテハ凸五角形ト云ヒ六角形ニアリテハ凸六角形ト云ヒ又七角形ニアリテハ凸七角形ト云フ以上多角形皆之ニ倣フ

假令へば左圖の如きは皆凸多角形であります

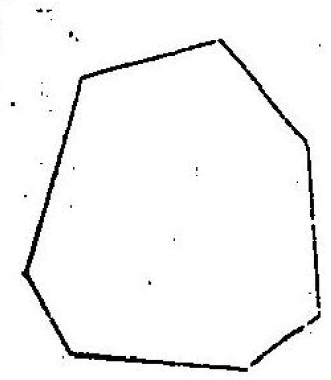
凸五角形



凸六角形

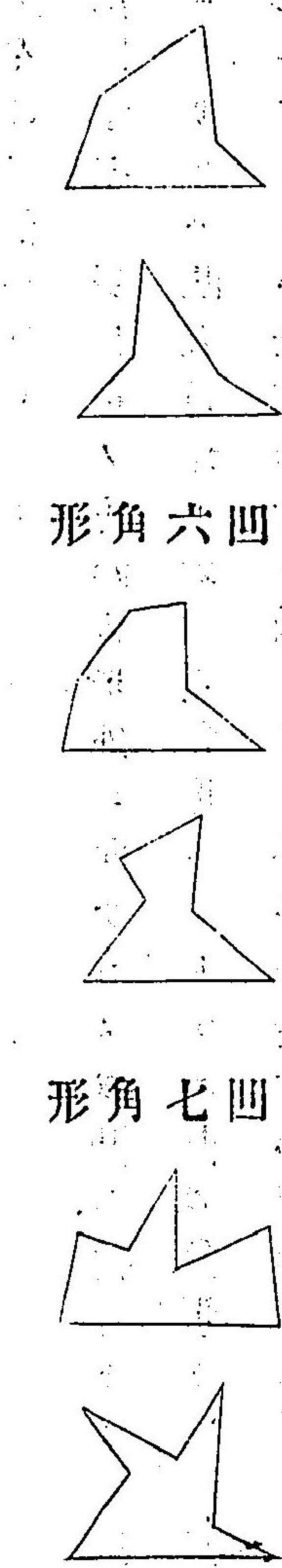


凸七角形



界說第四十八　多角形ノ角頭形內ニ向フモノアレバ之ヲ凹多角形ト云フ五角形ニアリテハ凹五角形ト云ヒ六角形ニアリテハ凹六角形ト云ヒ又七角形ニアリテハ凹七角形ト云フ以上多角形皆之ニ傚フ

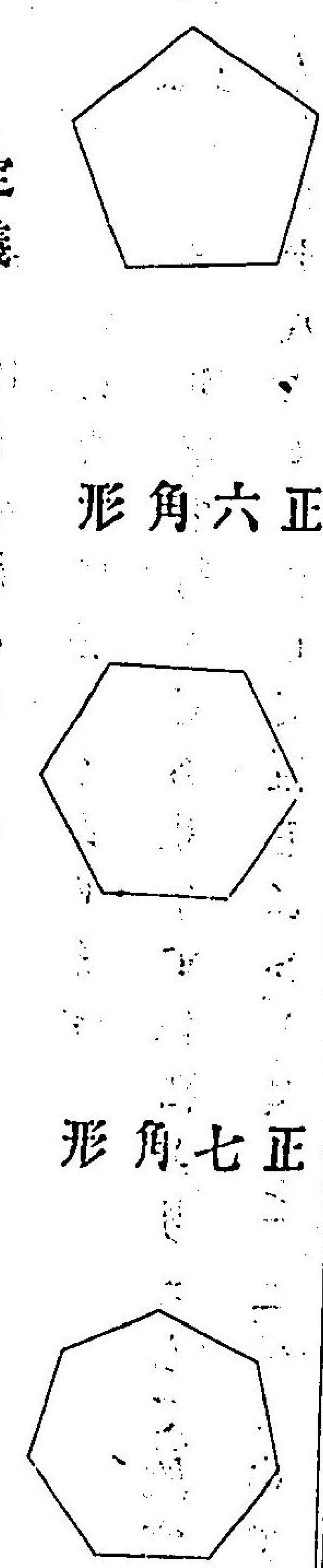
假令へば左圖の如きは何れも凹多角形であります



左の一種は多角形の特別の種類であります

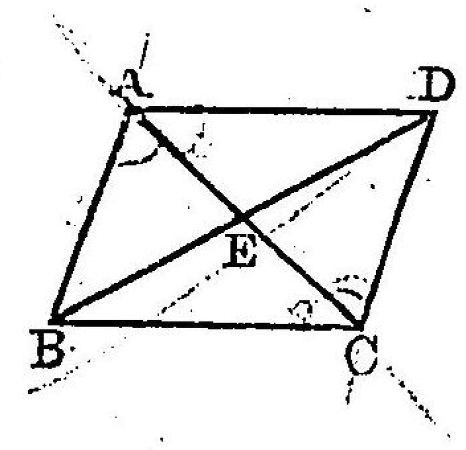
界說第四十九　多角形ノ各邊各角皆相等シキモノヲ正多角形ト云フ五角形ニアリテハ正五角形ト云ヒ六角形ニアリテハ正六角形ト云ヒ又七角形ニアリテハ正七角形ト云フ以上多角形皆之ニ傚フ

假令へば左圖の如きものは何れも正多角形であります



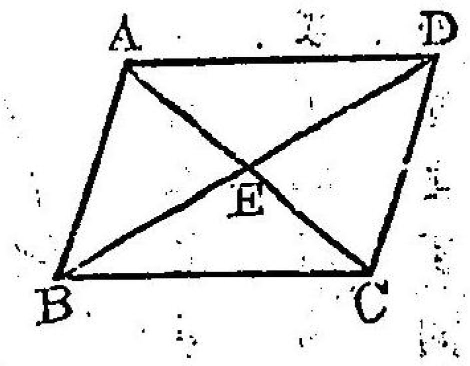
定義

定義第三十八　平行形ノ對邊對角ハ互ニ相等シク角線ハ本形ヲ平分シ又互ニ平分ス



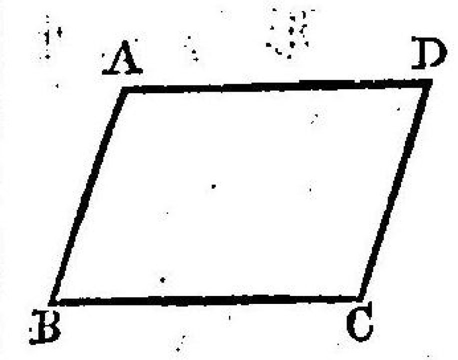
解　ABCD を平行形と致しますれば AB=DC, AD=BC, ∠ABC=∠ADC, ∠BAD=∠BCD にして又角線 AC BD を引き其交點をEと致しますれば △ABC=△ACD, △ABD=△BDC, AE=EC, BE=ED であります

論　解によりますれば ABCD は平行形であります故 AB∥DC, BC∥AD であります(何れも界說第四十によりまして)故に ∠BAC=∠ACD, ∠ACB=∠CAD でわります(何れも定義第三十九によりまして)且て AC は兩三角形 ABC ACD



に通じて居ります故に此兩三角形は三角と其一邊を等しうして居ります故に $AB=DC$, $BC=AD$, $\angle ABC=\angle ADC$, $\triangle ABC=\triangle ACD$ でありませう(皆定義第二十四によりまして)又兩三角形 ABD BDC より同法にて論ずれば $\angle BAD=\angle BCD$, $\triangle ABD=\triangle BDC$ でありませう又兩三角形 AEB DEC に於て $\angle AEB=\angle DEC$ (定義第七によりまして) $\angle BAE=\angle ECD$, $AB=DC$ であります(何れも前に述べましたる如く)則ち三角と其一邊を等しうして居ります故に定義第二十四によりまして $BE=ED$, $AE=EC$ と申すことが出來ませう

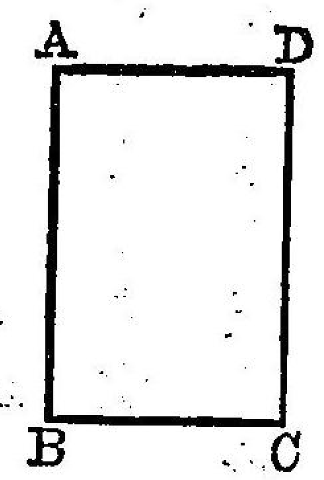
定義第三十九　平行形ノ兩隣邊相等シケレバ四邊皆互ニ等シ



解　ABCD を平行形とし $AB=AD$ と致しますれば四邊 AB BC CD AD は皆互に等しうあります

論　ABCD は平行形であります(解によりまして)故定義第三十八によりまして直ちに $AB=DC$, $AD=BC$ と申すことが出來ませうして又 $AB=AD$ であります(解によりまして)故公理第一によりまして $AB=BC$, $AD=DC$, $BC=CD$ と申すことが出來ませう則ち ABCD の四邊は皆互に等しいでありませう

定義第四十　直方形ノ内角ハ皆直角ナリ

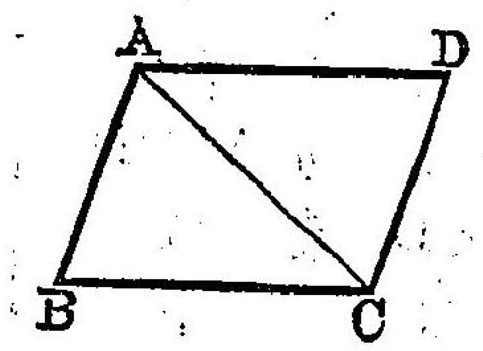


解　ABCD を直方形とし一角 D を直角と致しますれば他の三角 A B C は皆直角であります

論　界説より見ますれば直方形は平行形の一種であります故 ABCD は平行形であります故に $AB \parallel DC$ であります(何れも界説第四十によりまして)故に $\angle A+\angle D=2∟$ であります(定義第三十によりまして)然るに又 $\angle D$ は直角であります(解によりまして)故前の兩等度の各〻より之を減じますれば公理第四によりまして $\angle A=∟$ と申すことが出來ませう又前に述べましたる如く ABCD は平行形であります故 $\angle C=\angle A$, $\angle B=\angle D$ であります(何れも定義第三十八によりまして)うして $\angle D$ は直角(解によりま

して)∠A亦直角でありますす故に∠B∠Cは何れも直角でありませう

定義第四十一　四角形ノ相對スル兩邊相等シク且ッ平行ナレバ他ノ兩邊亦相等シク且ッ平行ナリ



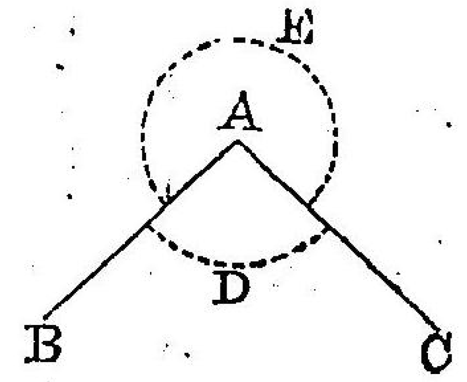
解　四角形ABCDに於てADとBCとを相等しく且ッ平行と致しますればABとDCとも亦相等しく且ッ平行であります

論　先づ一角線ACを引きますれば(公法第二によりまして)AD∥BCであります(解によりまして)故∠DAC=∠ACBであります(定義第三十九によりまして)又AD=BCにして(解によりまして)ACは兩三角形ACDとBACとに通じて居ります故此兩三角形は二邊と其夾角を互に等しうして居ります故に定義第十によりましてAB=DCでありませう且ッ∠BAC=∠ACDであります故に定義第二十七によりましてAB∥CDと申すとも出來ませう

定義第四十二　四角形ノ四內角ノ和ハ四直角ニ等シ

此定義にありては四角形が凹四角形なるときは其內角に奇異なる狀を呈しますす故にチョトと茲に其事に就いて申し上げませう

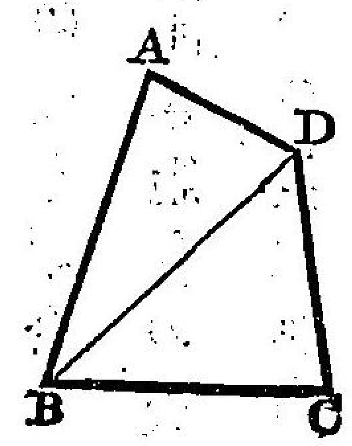
凡そ平角の大さは其角を作る所の二線の方向の差ひ即ち其二線の相互ひの開き矩合の大さだと申すとを界說第七の所にて申し上げましたが其開き矩合の大さと申すものには度り方が二樣ありて同一の二線が同一の位置にありて常に大小を異にする二個の角を作るでありませうソコデ其角が直線角なるときは其小なる方を凸角と申し大なる方を凹角と申します假令へば茲に掲げたる圖に於てABとACとを何れも直線と致しますればABとACとがDと記したる點線の方にて開きたるものと考へますればBAC角の大さはDと記したる點線の方にて度りたるABとACとの開き矩合にして之を凸角と申し又ABとACとがEと記したる點線の方にて開きたるものと考へますればBAC角の大さはEと記したる點線の方にて度り



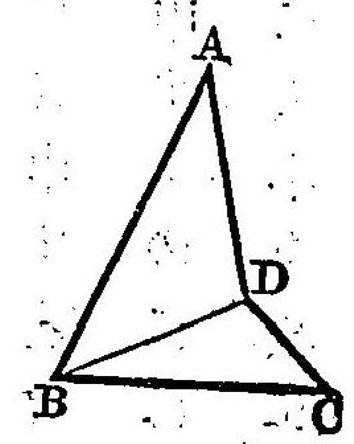
たるABとACとの開き矩合にして之を凹角と申すのであります是迄には凹角と申すものは別段に必要もなかりし故申し上げざりしが此定義にて四角形の內角に凹角なるものがあります故皆さんの惑を避けんが爲め茲に申し上げましたなれども通例單に角と申しますれば凹角にあらずして凸角の事と御了解あるべきとであります

解　左の圖に於て ABCD を四角形と致しますれば其四內角 ABC BCD CDA DAB の和は四直角に等しうあります

第一圖



第二圖



論　先づ角線BDを引きますれば(公法第二によりて引くとが出來ませう又四角形が第一圖の如く凸四角形なるときは角線はACにてもBDにても宜しけれど第二圖の如く凹四角形なるときは其凹角頭を貫く所の角線を引かねばなりませぬ)四角形は分れて兩個の三角形となりますソコデ三角形ABDに於て $\angle ABD+\angle BDA$

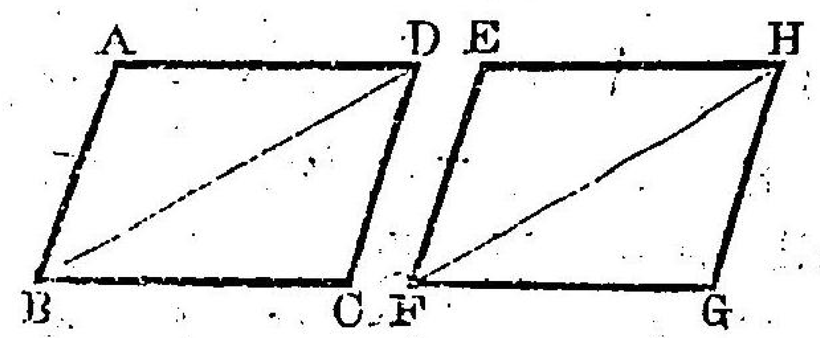
$+\angle DAB=2\llcorner$ 又三角形BDCに於て $\angle DBC+\angle BCD+\angle CDB=2\llcorner$ であります(何れも定義第三十四によりまして)故に此兩等度を各〻相加へますれば $\angle ABD+\angle DBC+\angle BCD+\angle CDB+\angle BDA+\angle DAB=4\llcorner$ となります(推理第三によりまして)然るに又 $\angle ABD+\angle DBC=\angle ABC$, $\angle CDB+\angle BDA=\angle CDA$ であります(何れも公理第十五によりまして)故此兩等度を各〻相加へますれば $\angle ABD+\angle DBC+\angle CDB+\angle BDA=\angle ABC+\angle CDA$ であります(推理第三によりまして)故に又此兩等度の各に $\angle DAB$ と $\angle BCD$ とを加へますれば $\angle ABD+\angle DBC+\angle BCD+\angle CDB+\angle BDA+\angle DAB=\angle ABC+\angle BCD+\angle CDA+\angle DAB$ であります(公理第二によりまして)故に $\angle ABC+\angle BCD+\angle CDA+\angle DAB=4\llcorner$ と申すとが出來ませう(公理第一によりまして)

定義第四十三　兩平行形ノ兩隣邊及ビ其夾角各〻相等シケレバ等邊ノ對邊各〻相等シク相等シキ兩邊ノ夾角各〻相等シクシテ其兩形亦相等シ

解　ABCD と EFGH とを兩平行形とし $AB=EF$, $AD=EH$, $\angle BAD=\angle FEH$ と致しま

すれば BC=FG, DC=HG, ∠ABC=∠EFG, ∠BCD=∠FGH, ∠CDA=∠GHE にして又平行形 ABCD は平行形 EFGH に等しうあります

論 ABCD は平行形であります(解によりまして)故 AB=DC であります(定義第三十八によりまして)又 EFGH も平行形であります(解によりまして)故同理にて EF=HG でありますそして AB=EF であります(解によりまして)故に推理

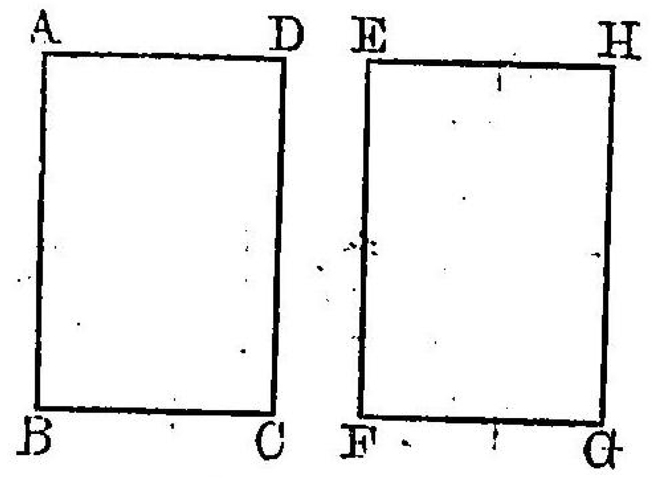


第二によりまして DC=HG でありませう又 AD=EH であります(解によりまして)故同理にて BC=FG でありませう又 ABCD は前に述べましたる如く平行形であります故 AD∥BC であります(界説第四十によりまして)故に ∠BAD+∠ABC=2∟ であります(定義第三十によりまして)又 EFGH も前に述べましたる如く平行形であります故同理にて ∠FEH+∠EFG=2∟ でありますそして兩直角と兩直角とは互に等し(定義第六の論にて述べま

したる如く)きが故に ∠BAD+∠ABC=∠FEH+∠EFG であります(推理第二によりまして)して又 ∠BAD=∠FEH であります(解によりまして)故に此兩等度を先の兩等度の各より減じますれば(推理第四によりまして) ∠ABC=∠EFG でありませう又 ABCD が平行形であります故 ∠BCD=∠BAD, ∠ADC=∠ABC であります(定義第三十八によりまして)又 EFGH も平行形であります故同理にて ∠FGH=∠FEH, ∠EHG=∠EFG でありますして又 ∠BAD=∠FEH (解によりまして) ∠ABC=∠EFG であります(前に已に述べましたる如く)故に推理第二によりまして ∠BCD=∠FGH, ∠ADC=∠EHG でありませう又 BD と FH とを引きますれば(公法第二によりまして) AB=EF, AD=EH, ∠BAD=∠FEH であります(何れも皆解によりまして)故に兩三角 ABD と EFH とは二邊と其夾角を互に等しうして居ります故に △ABD=△EFH であります(定義第十によりまして)そして BD は平行形 ABCD を平分し FH も平行形 EFGH を平分して居ります(定義第三十八によりまして)故に ABCD は三角形

ABDの二倍にしてEFGHは三角形EFHの二倍であります故に公理第十一によりますと平行形ABCDと平行形EFGHとは相等しくなければなりますまい

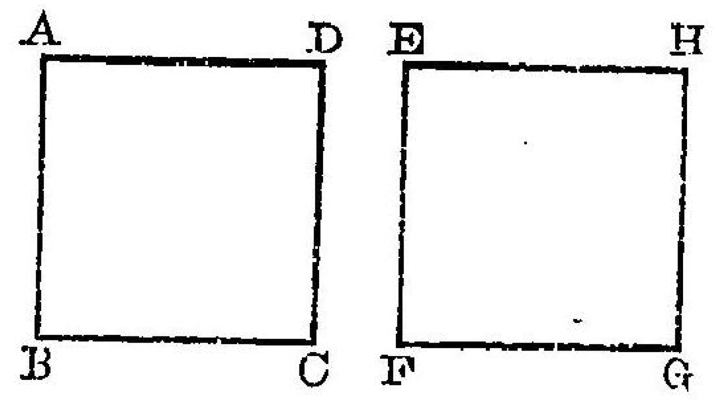
定義第四十四　兩直方形ノ兩隣邊各相等シケレバ等邊ノ對邊各相等シク共兩形亦相等し



解　ABCDとEFGHとを兩直方形とし AB=EF, AD=EH と致しますればDC=HG, BC=FGにして又直方形ABCDは直方形EFGHに等しうあります

論　定義第四十によりますれば直方形の内角は皆直角であります故に∠Aと∠Bとは何れも直角であります故に∠A=∠Bであります(定義第四によりまして)又AB=EF, AD=EHにして(解によりまして)界説より見ますれば直方形は平行形の一種であります故ABCDとEFGHとは何れも平行形であります故に兩平行形ABCDとEFGHとは兩隣邊と其夾角とを相等しうして居ります故に定義第四十三によりましてDC=HG, BC=FGにして且直方形ABCDハ直方形EFGHに等しと申すことが出來ませう

定義第四十五　兩平方形ノ一邊相等シケレバ兩形亦相等シ



解　ABCDとEFGHとを兩平方形とし AB=EF と致しますれば此兩平方形は相等しうあります

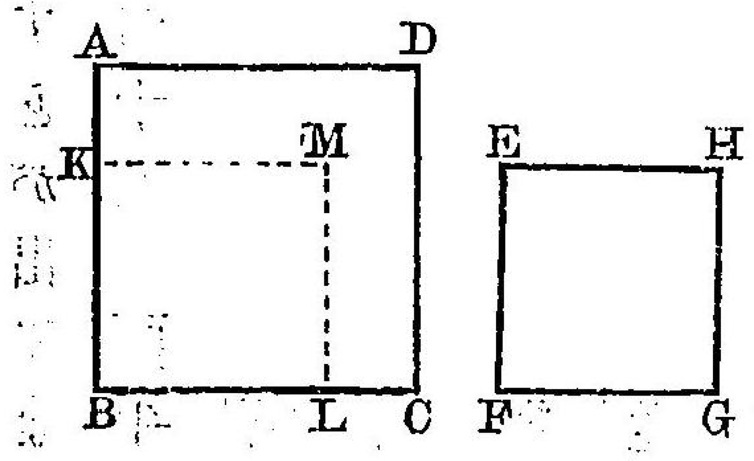
論　界説より見ますれば平方形は直方形の一種にして直方形は平行形の一種であります故にABCDは平行形でありますうして其兩隣邊が相等しうあります(界説第四十五によりまして)故に其四邊が皆互に等しうあります(定義第三十九によりまして)故にAD=ABであります又EFGHに於ても同理にてEH=EFでありますうして又AB=EFであります(解によりまして)故にAD=EHであります(推理第二によりまして)さればABCDとEFGHとの兩形に於てAB=EF, AD=EHにして此兩形は直方形の一種であります(此兩形

は解にて何れも平方形と定め且ッ平方形は直方形の一種でありますゆゑ故に定義第四十四によりまして此兩形は相等しいでありませう

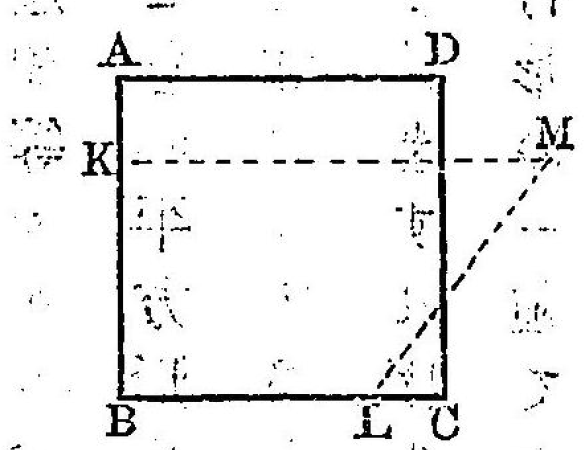
定義第四十六　兩平方形ノ一邊不等ナレバ大邊ヲ有スル平方形ハ小邊ヲ有スル平方形ヨリ大ナリ

解　ABCD と EFGH とを兩平方形とし AB>EF と致しますれば ABCD は EFGH より大であります

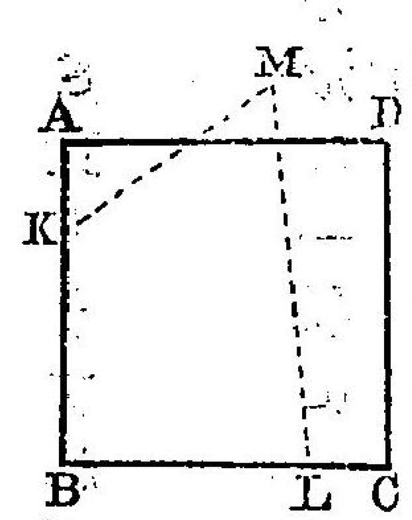
第一圖



第二圖



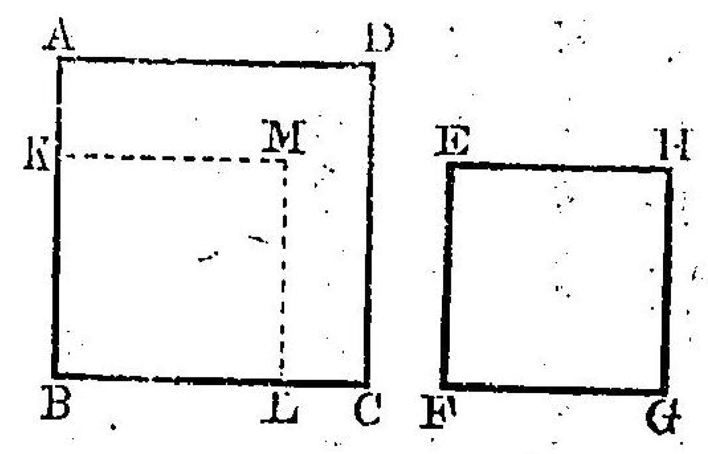
第三圖



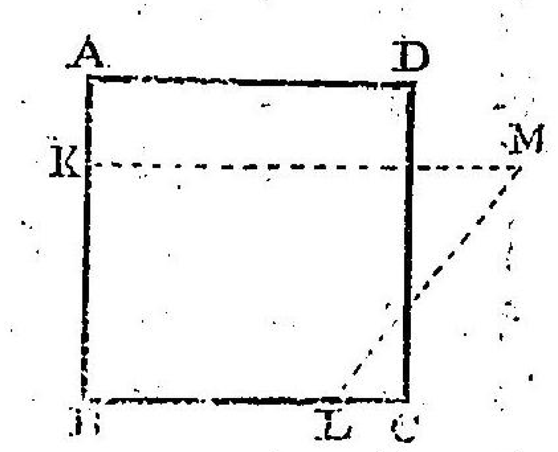
論　先づFをBに合せEF邊上の他の一點をAB邊上に置きて平方形EFGHを

平方形ABCD上に重ねますれば(公法第五によりまして)EFは其二點をAB上に置きたるを以てABと全く密合せねばなりませぬ(界說第一によりまして)然るにAB>EFでありま す(解によりまして)故にEはAとBとの間に來らねばなりませぬ今其位置をKと致しませう次にABCDとEFGHとは平方形にして(解によりまして)平方形は直方形の一種でありま す(界說第四十五によりまして)故ABCDとEFGHとの內角は何れも皆直角でありま す(定義第四十によりまして)そして直角は皆互に等しうあります(定義第四によりまして)故に∠ABC=∠EFGでありますゆゑ故にFGはBCと密合せねばなりませぬして又前に申し上げたる通りABCDとEFGHとは直方形の一種にして直方形は平行形の一種でありま す(界說第四十三によりまして)故ABCDとEFGHとは平行形でありま す且ッ各〻其兩隣邊が等しうありま す(平方形でありま す故界說第四十五によりまして)故各〻四邊が互に等しうありま す(定義第三十九によりましして)されば BC=AB, FG=EF でありますうして AB>EF でありま

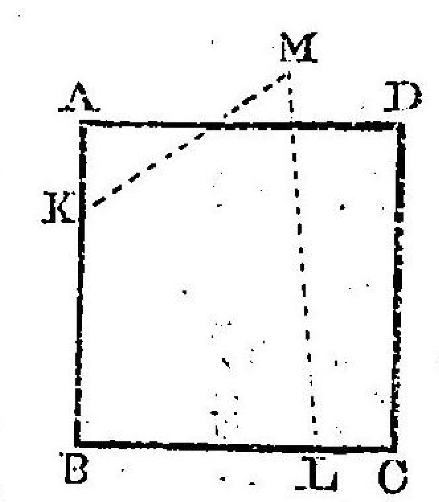
第一圖



第二圖



第三圖

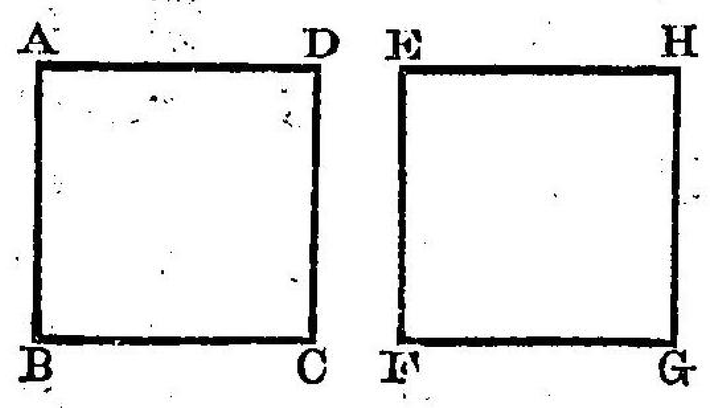


す(前に申し上げたる如く解によりまして)故に $BC>FG$ であります
($BC=AB$ にして $AB>EF$ であります故公理第七によりまして $BC>EF$ 則ち $EF<BC$ でありますして又 $FG=EF$ であります故公理第八によりまして $FG<BC$ 則ち $BC>FG$ でありませう)故にGはBとCとの間に來るでありませう今其位置をLと致しませうろして又GH邊がLMの位置を占めEH邊がKMの位置を占めてHがMの位置を占めたるものと致しませう左樣に致しますると前に申し上げたる如く∠HGF即ち∠MLBと∠DCBとは何れも直角に

て相等しきを以て $ML \parallel DC$ であります(定義第二十八によりまして)又∠HEF即ち∠MKBと∠DABとも相等しきが故に同理にて $MK \parallel AD$ でありませう故にMは第一圖の如くABCDの形內にあらねばなりませぬ(ナゼと申すに若し左樣でなくしてMがABCDの形外にあらば第二圖の如くLとMとがDC線の兩傍にあるか或は第三圖の如くKとMとがAD線の兩傍にあるか此二ッの內ちどちらかでなければなりませぬなれどもLとMとがDC線の兩傍にあれば公理第十六によりましてLMはDC或は其引長線と交らねばなりませぬ併し $LM \parallel DC$ であります故界說第三十六によりますとLMはDCとも又其引長線とも交はるとはありませぬ故に相一致しませぬさればLとMとそDCの兩傍にはありませぬ又 $MK \parallel AD$ であります故同理にてKとMとがAD線の兩傍にあるとはありませぬ故にMそABCDの形外にはあられませぬ)さればLMもKMも亦其形內にあらねばなりませぬ(あまりくどきかと存じました故LMやKMの形外に出でたる有樣は圖に掲げませんでした

がMが形內にありて若しLMの一部分が形外に出づるときは公理第十六によりましてLMはDC若しくはADと二點に於て相會さねばならぬこととなりまも故定義第二と一致しませぬ又同理にてKMも其一部分が形外に出づることはありますまい)されば EFGH は全く ABCD の形內に入るを以て公理第十五によりまして ABCD は EFGH より大と申すことが出來ませう

定義第四十七　相等シキ兩平方形ハ其邊亦相等シ

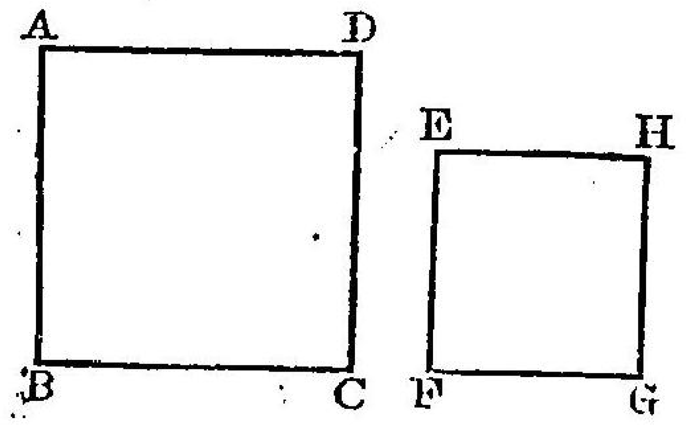


解　兩平方形 ABCD と EFGH とを相等しと致しますれば AB=EF であります

論　若し AB=EF でなければ AB>EF なるか或は AB<EF でなければなりませぬなれども若し AB>EF ならば ABCD ハ EFGH より大でなければなりませぬ(定義第四十六によりまして)故解と一致しませぬ(解にてハ ABCD と EFGH とを相等しきものと定めました故)又若し AB<EF ならば EF>AB であります故

EFGH が ABCD より大でなければなりませぬ(定義第四十六によりまして)故に亦解と一致しませぬ故に AB>EF でもなく又 AB<EF でもありませぬ故に AB=EF でなければなりませぬ

定義第四十八　兩平方形不等ナレバ大形ノ邊ハ小形ノ邊ヨリ大ナリ



解　兩平方形 ABCD と EFGH と不等にして ABCD を EFGH より大と致しますれば AB>EF であります

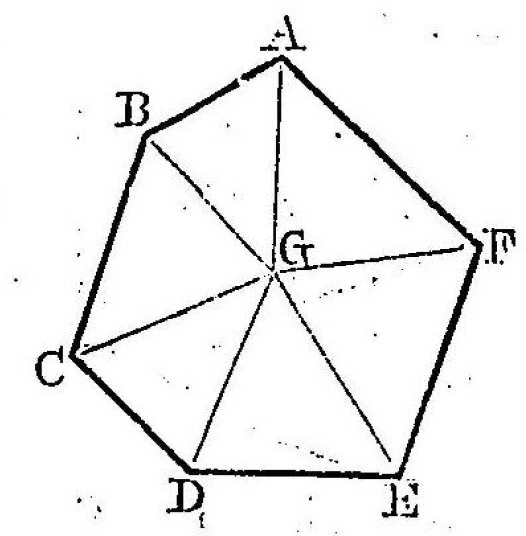
論　若し AB>EF でなければ AB=EF なるか或は AB<EF でなければなりませぬなれども若し AB=EF ならば ABCD は EFGH と等しくなければなりませぬ(定義第四十五によりまして)故解と一致しませぬ(解にては ABCD を EFGH より大と定めました故)又若し AB<EF ならば EF>AB であります故に EFGH が ABCD より大でなければなりませぬ(定義第四十六によりまして)故に亦解と一致しませぬ故に AB=EF でもなく又 AB<EF でもありませぬ故

に AB>EF でなければなりませぬ

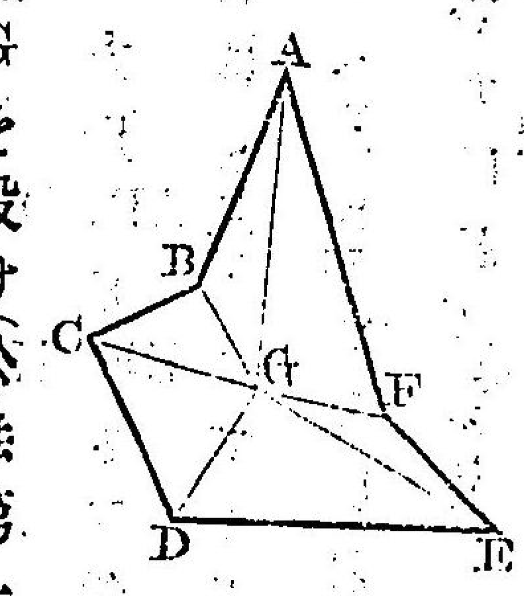
定義第四十九 直線形ノ諸內角ノ和ハ邊數ト同數ナル兩直角ヨリ四直角少ナシ

解 ABCDEF を直線形と致しますれば其內角 ABC BCD CDE DEF 等の和は直線形の邊數と同數なる兩直角より四直角少ないであります

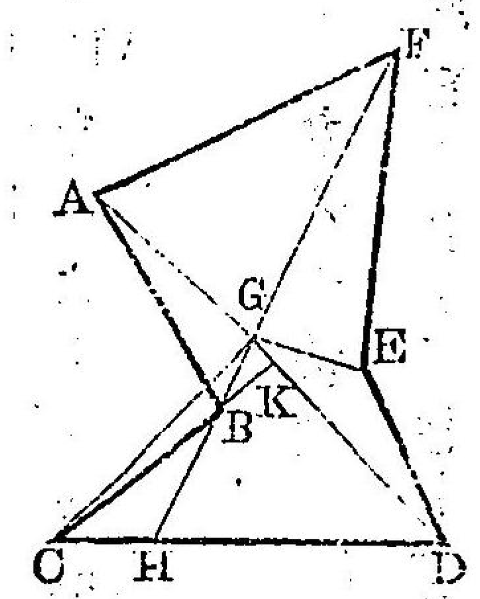
第一圖



第二圖



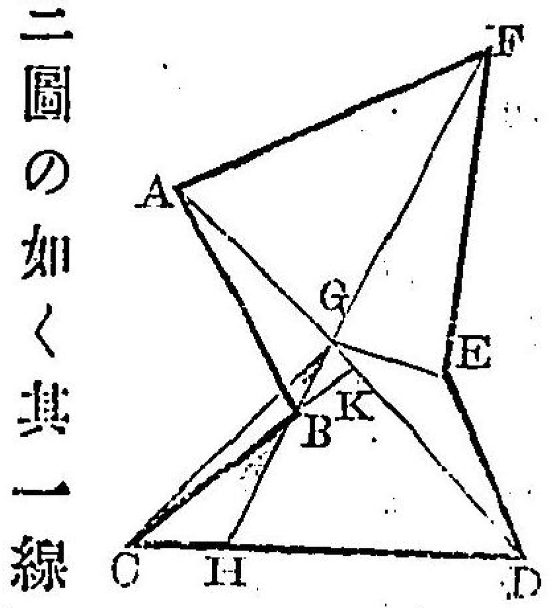
第三圖



論 先づ形內に任意に一點Gを設け(公法第一によりまして)Gより各角頭へ直線 GA GB GC GD 等を作りますれば(公法第二によりまして)第一圖或は第二圖の如く其直線が皆形內にあるときは多角形は分れて邊數と同數なる三角形となりますそして各三角形の三內角の和が何れも兩直角に

等しうあります(定義第三十四によりまして)故に諸三角形の內角を悉く加へたるもの即ち BAG AGB ABG GBC BGC BCG 等の諸角の和は直線形の邊數と同數ある兩直角に等しいでありませう(推理第三により幾回も之を重ねて論ずることが出來ませう)然るに又 $\angle ABG+\angle GBC=\angle ABC$, $\angle BCG+\angle GCD=\angle ECD$, $\angle GDC+\angle GDE=\angle CDE$ 等にして(何れも公理第十五によりまして)Gの周圍の諸角の和即ち AGB BGC CGD 等の諸角の和は四直角に等し(定義第九によりまして)きが故に此等の兩等度を各々相加へますれば ABG GBC BCG GCD 等の諸角と AGB BGC CGD 等の諸角とを皆加へたるもの即ち諸三角形の內角を悉く加へたるものは ABC BCD CDE 等の諸角と四直角とを皆加へたるものに等しうあります(推理第三によりて幾回も重ねて論ずることが出來ませう)故に直線形の內角 ABC BCD CD 等の諸角の和と四直角との和は其邊數と同數なる兩直角に等しいでありませう(諸三角形の內角を悉く加へたるものは直線形の邊數と同數なる兩直角に等しいと申すことを前に述べましたる故に公理第

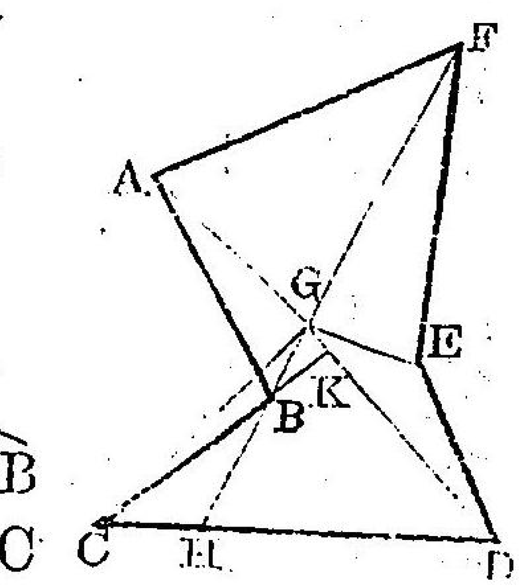
第三圖



一によりまして)即ち直線形の內角ABC BCD CDE等の諸角の和は其邊數と同數なる兩直角より四直角少ないでありませう次に又直線GA GB GC GD等の內ちに直線形の形外に出づるものがあるときは先づ第三圖の如く其一線GCが形外に出でたりと致して見ませう左樣に致しますると直線形は第一圖及び第二圖の如く分れて三角形とそなりませぬがGAB GBC GCD等の諸三角形の數はヤハリ直線形の邊數と同數であります故諸三角形の內角を悉く加へたるもの即ちAGB GAB ABG BGC GBC BCG等の諸角の和は直線形の邊數と同數なる兩直角に等しうあります(第一圖及び第二圖の場合と同理にて)然るに又GBを引長してGHとしCBを引長してCKと致しますれば$\angle CGB+\angle GCB=\angle CBH$(定義第三十四によりまして)なるが故に此兩等度の各に$\angle BCD+\angle BGD$を加へますればCGB GCB BCD BGDの四角の和そCBH BCD BGDの三角の和に等しく(公理第二によりまして)又$\angle CGB+\angle BGD=\angle CGD$,

$\angle GCB+\angle BCD=\angle GCD$(何れも公理第十五によりまして)なるが故に此兩等度を各〻相加へますればCGB BGD GCB BCDの四角の和はCGD GCDの兩角の和に等しうあります(推理第三によりまして)故にCGD GCDの兩角の和はCBH BCD BGDの三角の和に等しうありまそ(公理第一によりまして)故に此兩等度の各に角GDCを加へますればCGD GCD GDCの三角の和即ち三角形GCDの三內角の和はCBH BCD BGD GDCの四角の和に等しうあります(公理第二によりまして)又$\angle GBC=\angle HBK$にして定義第七によりまして)$\angle GCB+\angle CGB=\angle GBK$(定義第三十四によりまして)なるが故に此兩等度を各〻相加へますればGBC GCB CGBの三角の和即ち三角形GBCの三內角の和はHBK GBKの兩角の和に等しうあります(推理第三によりまして)故に兩三角形GCDとGBCとの內角を悉く加へたるものはGBK HBK CBH BCD BGD GDCの六角の和に等しうあります(推理第三によりまして)故に此兩等度の各にGCD GBCの外の諸三角形の內角を悉く加へますればGAB GBC GCD等の諸三角形の內角を悉く加へたるものはGAF GAB GBA GBK KBH CBH BCD CDG GDE等の諸角と

第三圖

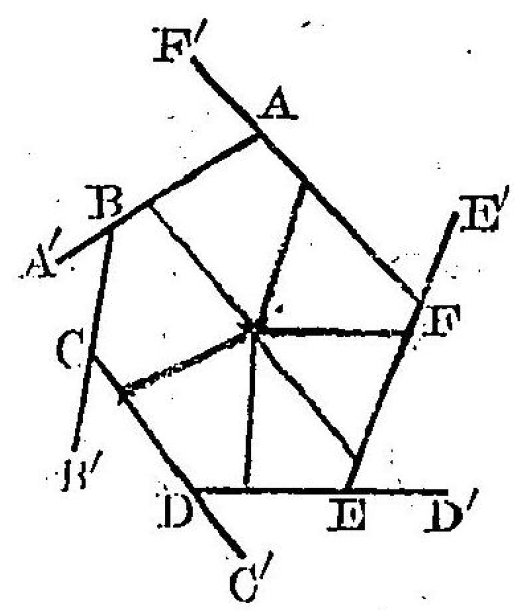


Gの周圍の諸角とを悉く加へたるものに等しうあります(公理第二によりまして故に GAF GAB GBA GBK KBH CBH BCD CDG GDE 等の諸角とGの周圍の諸角とを悉く加へたるものは直線形の邊數と同數なる兩直角に等しうあります GAB GBC GCD 等の諸三角形の內角を悉く加へたるものは直線形の邊數と同數なる兩直角に等しいと申すとを前に申し上げました故公理第一によりまして然るに又 ∠GAF+∠GAB=∠FAB, ∠ABG+∠GBK+∠KBH+∠HBC=∠ABC,(此ABC角は凸角ではなく凹角の方であります)∠CDG+∠GDE=∠CDE 等にして(何れも公理第十五によりまして)Gの周圍なる諸角の和は四直角に等し(定義第九によりまして)きが故に是等の兩等度を各〻相加へますれば其和が亦互に等しうあります(推理第三によりまして)故に其兩方にBCD角を加へますれば其和も亦互に等しうあります(公理第一によりまして)故に GAF GAB GBA GBK KBH CBH BCD CDG GDE 等の諸角とGの周圍の諸角とを悉く加へたるものは FAB ABC(此ABC も凹角の方であります) BCD CDE 等の諸角の和即ち直線形の諸內角の和と四直角とを加へたるものに等しうあります故に直線形の諸內角の和と四直角とを加へたるものは直線形の邊數と同數なる兩直角に等しうあります(公理第一によりまして)即ち直線形の諸內角の和は其邊數と同數なる兩直角より四直角少ないでありませう右の論にては直線 GA GB GC GD 等の內ち一線 GC を以て形外に出でたるものと致しましたが GC に限らず何れの線が形外に出づるも出づる所のものが唯〻一線ならば右と全く同理でありませう又形外に出づる所のものが唯〻一線ならざるも右の如く論ずるとが出來ませう

此定義は一般に直線形の事を申したるものなれば三角形及び四角形にても其諸內角の和は邊數と同數なる兩直角より四直角少ないのでありませう併し定義第三十四併に定義第四十二と矛盾(ムジユン)するとはありませぬ能く算用して御覽なさい全く一致します

定義第五十　凸直線形ノ各邊ヲ同方ニ引長シテ作レル外角ノ和ハ四直角ニ等シ

此定義に凸直線形といへるそ三角形、凸四角形及び凸多角形の總稱と御承知ありたし



解　ABCDEF を凸直線形とし各邊 AB BC CD DE 等を同方に引長して外角 A′BC B′CD C′DE D′EF 等を作りますれば是等の諸外角の和は四直角に等しうあります

論　直線形の各角頭に於ける內外兩角の和は何れも兩直角に等し(定義第五によりまして)きが故に是等の兩等度を各、相加へますれば內外角を悉く相加へたるものは直線形の邊數と同數なる兩直角に等しうあります(推理第三によりて幾回も重ねて論ずることが出來ませう)然るに又直線形の諸內角と四直角とを悉く相加へたるものも直線形の邊數と同數なる兩直角に等しうあります(定義第四十九によりまして)故に直線形の內外角を悉く相加へたるものは其諸內角と四直角とを悉く相加へたるものと等しうあります(公理第一によりまして)故に此兩等度の各より直線形の內角を悉く減じますれば公理第四によりまして其外角を悉く加へたるものは四直角に等しと申すことが出來ませう

問題

第九十一　菱形及ビ平方形ノ角線ハ各兩對角ヲ平分ス其證ヲ問フ

第九十二　菱形及ビ平方形ノ兩角線ハ互ニ正交ス其證ヲ問フ

第九十三　平行形ノ兩隣角ノ平分線ハ互ニ正交ス其證ヲ問フ

第九十四　四角形ノ兩角線ノ互ニ平分トナルモノハ平行形ナリ其證ヲ問フ

第九十五　平行形ノ角線ノ對角ヲ平分スルモノハ菱形或ハ平方形ナリ其證ヲ問フ

第九十六　梯形ノ兩斜邊相等シケレバ兩對角ノ和各、兩直角ニ等シ其證ヲ