雲淵先生文選卷之四

名數論

夫物之不齊物之情也故其形體有長有短有廣有狹有多有寡有輕有重是以立法名數以御之度之以丈尺而長短廣狹明量之以斗斛而多寡審權之以斤秤而輕重晳此度量權三法爲數之綱也度法起於忽以蚕口初出之絲或有或無故名爲忽十忽名絲十絲名毫十毫名釐十釐名分十分名寸十寸名尺十尺名丈

其端疋則隨下織以率之疋法四丈或三丈二尺端法五丈或四丈八尺其田畝則隨時制以求之尺法方十寸積一百寸步法方五尺積二十五尺以二百四十步名畝百畝名頃長三百六十步名里量法起於圭六粟名圭十圭名撮十撮名抄十抄名勺十勺名合十合名升十升名斗十斗名石斛法以立方積二尺五寸爲一石權法起於黍黍禾屬微而有凖故名爲黍十黍名絫十絫名銖六銖名分四分名兩積二十四銖也一十六兩名斤二斤名累一十五斤名秤二秤名鈞四鈞名石又名馱二百斤名引夫度始於一忽量始於一圭權始於一黍是一乃數之始也一二三四五爲生數六七八九十爲成數十十名百十百名千十千名萬從一十百千萬萬名億萬億名兆名京名垓名秭名穰名溝名澗名正名載名極皆名滿萬萬而以次進也至於佛說名恒河沙阿僧祇那由他不可思議無量數亦各滿萬萬而以次進也謂之無量

數者以天莫之蓋而地莫之載矣

總法論

天地之數合一而已分之而有升降聚散焉乘所以升其數之聚除所以降其數之散是乘除升降之相代又各列法實以相求其乘以所有數乘所求率爲積其除以所有積如所求率而一乘從實尾除從實首法實相命言十就身言如隅位各依次第求之因惟本位之乘歸無次位之除也然乘法簡而除法繁乘法易而除法難故創除之始商度以除之法謂商除分置下法上商相呼除實而續商不盡者命之以其法繁更立歸法求從簡易歸法只可以代第一位之除其餘第二三位之除則不可用矣仍用商除本法以一術而兼二用謂之歸除先歸後除以求原數正與因乘義相反也歸除之中而法實適遇謂之撞歸從歸以進下無所除此又歸除法之窮也更立撞歸之法須當將身化九下還歸數如又無除仍將身九起一下又還歸斯

有以通夫歸除之變也然歸除之用又只可以代商除互換差分之類至於勾股弧矢開方之用則不能代而必有以待於商除之用矣異乘同除以今物乘原價以原物除之得價以今價乘原物以原價除之得物此乘異而除同也若同乘同除此乘除之定體若異乘同除同乘異除此又乘除互用之妙也加減之法以法首從一者可用之以代乘除加從實尾定位加之減從實首定身除之其不從一者當求法首爲一以五六七八九則倍之二三則半之遇四則兩折之倍法則折實折法則倍實法若兩折者實亦兩倍之數之不一者皆求而爲一則加減之法可以通用謂之求一乘除是以一乘而能兼九乘一歸而兼九歸又乘除之變也使通其變如一而倍之四而折之非求二之乘除乎如八而折之二而倍之非求四之乘除乎此不特一歸可以兼九歸而九歸自互可以兼九歸矣引而伸之折倍無定用而乘除無定體使非達天

下之至變者其孰能與於此

子母分法論

數有奇零不齊故立子母分法所以致其齊也其法有八實不滿法法命其餘謂之命分乘除即以法爲分母實爲分子商除則陪隅入廉退併下法總爲分母以命分子實不及法求補其齊謂之益分以分母通其全併入分子自相乘之又以分子減分母餘以分子乘之併以爲實以分母自乘爲法以法除之分母分子數繁故立約分以從簡高者下之偶者半之奇者不可半也副置分母子之數以少減多更相減損求其等也以等約之諸分母子不齊故立合分以爲一母互乘子併以爲實母相乘爲法實如法而一不滿法者以法命之其母同者直相從之又付置分母相乘爲法以乘分子各以其母除而併之以法命之又列置諸分母子二位逐求母自相乘爲母母互乘子併以爲子子過母者命爲先得以後逐位效例相求實如法而一併

先得以命之諸分多寡不齊則立課分以比較之母互乘子以少減多爲實母相乘爲法實如法而一諸分多寡不平則立平分以損益之母互乘子副併諸子爲平實母相乘爲法以列數乘未併分子亦以列數乘法以平實減列實餘爲所減列實減平實餘爲所益併所減以益少以法命平各其平也法實母子不齊故立乘分除分以御之乘分以分母各其全分子從之重有分者同而通之相乘爲實分母相乘爲法實如法而一除分以分母各乘其全分子從之重有分者同而通之法實分母互乘以法除之餘實與法約而命之八法備而奇零不齊者皆有以致其齊矣

勾股論

勾股之法出於圓方圓徑一而圍三伸之爲勾方徑一而匝四展之爲股兩隅斜去適五爲絃是勾三股四弦五者乃勾股一定之准法所以立數之本也以一弦實而藏一勾一股之實者

乃勾股自然之妙用所以達數之變也以勾股各自乘併之爲弦實平方開之得弦減勾實於弦實開其餘即股減股實於弦實開其餘即勾倍弦爲廣袤合自乘爲實求股則四勾實以減之求勾則四股實以減之開其餘所得爲差以差減合半餘爲廣減廣於弦各得所求也倍勾在兩邊爲從法開矩股之角即勾弦較加勾爲弦以勾股較除股實得勾弦和以勾弦和除股實亦得勾弦較以較加和半之爲弦以較減和半之爲勾倍股在兩邊爲從法開矩勾之角即股弦較加股爲弦以股弦較除勾實得股弦和以股弦和除勾實得股弦較以較加和半之爲弦以較減和半之爲股倍弦實以勾股較實減之開其餘得勾股和即外大方也以勾股和自乘倍弦實乃減之開其餘得勾股較即中小方也以較減和而半之爲勾加較於和而半之爲股股弦和自乘與勾實爲實倍股弦和爲法所得爲弦減勾實於股弦和自乘倍股弦和除之

雲淵館集文選　卷之四

得股勾弦和自乘與股實爲實倍勾弦和爲法
所得亦弦股實減勾弦和自乘倍勾弦和除之
得勾股弦較自乘併勾實爲實倍較除之得弦
以股弦較自乘減勾實餘爲實倍股弦較除之
得股勾弦較自乘併股實爲實倍較除之得弦
勾弦較自乘減股實餘爲實倍勾弦較除之得
勾以勾股相乘倍之爲勾股實四加勾股較實
平方開之得弦以勾股較自之減弦實半其餘
以勾股較爲從法開方除之得勾加較於勾即

股股減弦和和股併弦較較皆得勾弦和勾減
弦和和勾併弦較和皆得股弦和股減弦較和
股減弦和較餘爲勾弦較勾減弦和較勾減弦
較較餘得股弦較勾弦和與股弦和相乘倍之
爲弦和和積平方開之所得爲弦和和也減勾
弦和得股減股弦和得勾減勾股和得弦勾弦
較與股弦較相乘倍之爲弦和較積平方開之
所得爲弦和較也以股弦較增之爲勾以勾弦
較增之爲股以二較增之爲弦勾股直積以勾

股和爲從勾弦直積以勾弦和爲從以減從平方開之俱得勾股弦直積以股弦爲從以減從平方除之得股勾股直積以勾股較爲從勾弦直積以勾弦較爲從以帶從平方開之俱得勾股弦直積以股弦較爲從以帶從平方除之得股凡半直積各得所積以所積有所求當倍如直積以求之也勾股求容圓徑與弦和較等即勾股求弦和較也以勾股相乘倍之爲實併勾股弦除之即得圓徑勾股相乘爲實併勾股除之得容方徑餘勾與餘股相乘以四因爲實平方開之亦得容方餘勾乘股倍之爲實併二餘勾爲從開方除之得勾腰容方以容方積爲實以餘勾除之亦得餘股單表測望以表高爲小股乘表外大勾以餘勾除之得大股以小勾乘大股以小股除之得大勾若以小勾除大勾以所得數乘小股爲大股又以小勾除小股所得爲勾股差以差乘大勾亦得爲大股重表再望以表高爲小股乘表間爲股實以前表郤行爲

小勾乘表間爲勾實以二表郤行相減餘爲法以法除股實得大股以法除勾實得大勾重矩測深以矩間乘入上股爲實以入上下股相減餘爲法除之得深三望以北表之西後郤行先望入索以兩表相距除之内減前郤行餘爲法又以去表前後郤行相減餘乘再望入索表裡爲實以法除之得廣四望以勾高乘入下股以入上股除之内減勾高餘爲法以入二下股相減餘乘矩間爲實如法得縱又以入橫勾乘矩間爲實如法得廣以勾除股得勾差以股除勾得股差以勾差除股得大勾乘勾得大股以股差除勾得大股乘股得大勾弦和卒自乘爲勾弦和準股卒自乘併之爲勾股弦和準折半爲弦準以減勾弦和準餘爲勾準以股卒與勾弦和卒相乘爲股準以所有勾卒爲法乘所求勾股弦三準爲列實以所求勾準爲法除之即得勾股弦參伍錯綜變化無方窮高極廣鈞深致遠其術微哉

開方論

一乘之積謂之平方二乘之積謂之立方三乘之積長立方也四乘之積平方之立方也至五乘之積則立方中藏立方矣各求方面法用商除以開其積謂之開方平方開積約實得初商副置爲方法相乘除實得平方倍方爲廉約餘實得次商副置於廉次爲隅命廉隅以除實如未盡又倍隅入廉約商第三位俱如之實不可盡以法命之求得平方一面之數謂之開平方

法如平方不等濶不及長以長濶相乘爲直積長濶相減爲較長濶相併爲和積和求較四之積減和自平方開其餘得較積較求和四之積加較自平開之得和積較求濶其長之積多於濶使非加法以帶除其長當於實內減其長之積也故所求之法有二一以較爲從方約實得初商別置爲方法命方法從方以除實乃倍方入從俱爲方法約餘實得次商別置爲隅法命方隅除餘實如未盡又倍隅入方如次商求之

謂之帶從開平方一以較爲減積初商乘減積以減原積餘爲實別置初商爲方法相乘以除之乃倍方爲廉約餘實得次商別置爲隅又以次商乘減積以減餘實以餘爲實併廉隅以除之謂之減積開平方積較求長其闊之積少於長非益積以補其闊則當損其法之長也所求之法亦有二一以較爲負從初商乘負從以添積別置初商爲方法以除之乃倍方爲廉約餘實得次商別置爲隅又以次商乘負從添積併廉隅以除之謂之負從益積開平方一以較爲減從約實得初商別置爲方法以負從減之命初商以除實約餘實得次商後以上商併方法爲廉又以次商入之共爲下法與次商除實謂之帶減從開平方積和求闊以和爲從方一爲負隅和併一長一闊積得一長而少一闊所以用一爲負隅或益負隅於積或減負隅於從皆可以求其澗也其益隅於積初商乘負隅爲方法又乘方法以益積卻命從方除之乃倍方爲

廉約餘實得次商別置為隅復以初商乘廉隅以益積次商命從法除之謂之帶從益隅開平方其減隅於從初商乘負隅以減從方命餘從除實約餘實得次商復以初商乘負隅減餘從又以次商乘負隅減之不盡之從命次商以除之謂之帶從負隅減從開平方積和求長以和爲從方以一為負隅元積只有長之闊而負長自之之積所以用一為負隅減去從方是以長減闊矣初商命負隅減從命餘從除積而原積不及乃命翻以合除積反減原積以餘負積為實復以初商命負隅減餘從如餘從不及再以初商反減餘從以為負從於是隅積從三者俱負矣以負從餘約負積以得次商命負隅亦置次商與上商除負積盡謂之帶從負隅減從翻法開平方是從方六術所以通平方之變也翻法壹術又所以通從方之窮也積與二闊較及長闊較求闊而有所謂帶從減積開平方大小二方和積求徑而有所謂減積帶從負隅弁從

開平方至於虛張長闊和較之數互求長闊而有所謂帶從開平方帶從負隅減從開平方減積帶從隅益積開平方帶從負隅減從益實開平方帶從廉開平方帶從負隅開平方帶從方廉開平方帶從廉負隅乘從減實開平方是以帶從諸法錯綜為用又所以御開平諸積之變也立方開積約實得初商副置自之爲平方命所商以除實乃三因平方為方法三因上商為廉法以方廉約餘實得次商副置二位以一自之爲隅法以一乘廉法併方廉隅以除實乃二乘廉法三乘隅法皆併入方法又三因上商為廉法以方廉約餘實得三商副置二位以一自之為隅法以一乘廉法併方廉隅以除實如實未盡再商如之得立方一面之數謂之開立方法若高方不等或方不及高以多方之高積為從廉或高不及方以多高之方積為帶從方廉故積較求方以方不及高爲從廉約實得初商別置二位以一自之為隅法以一乘

從廉為廉法併廉隅以除實三因隅倍從廉併之為方法三因上商帶從廉為廉法約餘實得次商別置二位以一自之為隅法以一乘廉法併方廉隅以除實謂之帶從廉開立方積較求高以高不及方自之為從方倍不及為從廉約實得初商別置二位以一自之為隅法以一乘從廉為廉法併方廉隅以除實乃三因隅法倍從廉併從方為方法以三因上商加入帶從廉為廉法以方廉商餘實得次商別置二位以一

自之為隅法以一乘廉法併方廉隅以除實謂之帶從廉開立方如上方不及下方而又不及高以積與二較求上方以積三之以不及下方自之又以不及高乘之以減積餘為實以不及下方乘不及高又三因之併不及下方自乘為從方併二不及三因為從廉以三為隅算約實得初商別置二位以一自之乘隅法以一乘從廉為廉法併方廉隅以除實三因隅法倍廉法併入從方為方法三因上商乘隅算帶

從廉爲廉法約餘實得次商別置二位以一自
之乘隅算爲隅法以一乘廉法併方廉隅以除
實得上方謂之帶從方廉隅算開立方如直積
加虛數以長乘積與長闊較求長以乘積爲實
以不及自而三因之又加不及爲益從方以若
干九爲從廉約實得初商別置三位以一自之
爲隅法以一乘從廉以一乘益從方添入正實
併廉隅以除實乃二乘隅法倍從廉併爲方法
復以初商三乘之併入從廉爲廉法以方廉二

法商餘實得次商別置三位以一自乘爲隅法
以一乘廉法以一乘益從方添入餘實併方廉
隅以除實謂之帶益從方從廉開立方三乘開
積約實得初商別置再自之爲隅法命初商以
除實乃四乘隅法爲方法復置上商二位以一
自而六之爲上廉以一四乘爲下廉以方廉三
法約餘實得次商別置三位以一再自乘爲隅
法以一一遍乘上廉以一二遍乘下廉併方廉
隅四法以除實乃二乘上廉三乘下廉四乘隅

法皆併入方法復置上商初次共數二位以一自而
六之爲上廉以一四乘爲下廉以方廉約餘實
得三商別置三位以一再自乘為隅法以一
遍乘上廉以一二遍乘下廉併方廉隅四法以
除實如實未盡再商如之謂之開三乘方法是
三乘方乃長闊相等者若長闊不同求長則積
不足須用添闊故以從廉爲益積求闊則積有
餘須用減長故以從廉為減積如以長幕乘直
積與長較相乘求長以長較相乘為益從廉約
實得初商別置二位以一再自乘為隅法以一

二遍乘益從廉添入乘積為通積命隅法以除
實乃四乘隅法為方法復置上商二位以一自
而六之為上廉以一四乘為下廉以方廉二法
商餘實得次商別置四位以一自乘以乘初商
加自乘以乘益從廉添入餘實以一自乘再乘
為隅法以一乘上廉以一自乘以乘下廉併方
廉隅四法以除實謂之帶益從廉添積開三乘
方如以闊幕乘直積與闊較相乘求闊以闊較

相乘為減從約實得初商別置二位以一自乘以乘減從爲損實以減積餘為正實以一自乘再乘為隅法以除實四因隅法為方法復置初商二位以一自而六之為上廉以一四之為下廉約餘實得次商別置四位以一乘初商倍之加入自乘以乘減從廉為損實以減餘實餘為正實以一自乘再乘為隅法以一自乘以乘下廉以一乘上廉併方廉隅四法以除實謂之帶從廉減積開三乘方如圓徑與截積求矢倍截

積自之爲正實得三乘之積四截積為上廉四徑為下廉五爲負隅術非益隅以添積則當減廉以損法也故一以帶從廉益隅求之約實得初商別置三位以一自而自之為方面以隅因之為益實加入正實為通實以一乘上廉以一自之乘下廉併上下廉以除實約餘實得次商別置加初商自而自之爲方面以隅因之減初益實以餘為益實併入正實倍初商加次商以乘上廉倍初商加次商又併初次商乘之加初商畀

以乘下廉併上下廉以除實謂之帶從廉益隅開三乘方一 以帶從減廉求之約實得初商別置三位以一乘上廉以一乘負隅以減從下廉以一自之以乘餘下廉併上下廉以除實約餘實得次商倍初商加次商以乘上廉置一因隅以減餘下廉倍初商加次商又併初次商因之加初商畀以乘下廉以初商自乘再乘隅因減之以存下廉併上廉以除實謂之帶從減廉開三乘方四乘開積約實得初商別置以三遍乘

爲隅法命初商以除實乃五乘隅法爲方法復置上商三位以一二遍乘又一十乘之爲上廉以一自乘又一十乘之為中廉以一五乘為下廉以方廉四法商餘實得次商別置四位以一三遍乘為隅法以一一遍乘上廉以一二遍乘中廉以一三遍乘下廉併方廉隅五法以除實乃二乘上廉三乘中廉四乘下廉五乘隅法皆併入方法復置上商初次共數三位以一二遍乘又一十乘之為上廉以一自乘又一十乘之爲中

廉以一五乘為下廉以方廉四法商餘實得三
商別置四位以一三遍乘為隅法以一一遍乘
上廉以一二遍乘中廉以一三遍乘下廉併方
廉隅五法以除實實有未盡再商如之謂之開
四乘方法五乘開積約實得初商別置以四遍
乘為隅法命初商以除實乃六乘隅法為方法
復置上商四位以一三遍乘又十五乘之為上
廉以一二遍乘又二十乘之為二廉以一自乘
又十五乘之為三廉以一六乘為下廉以方廉
五法約餘實得次商別置五位以一四遍乘為
隅法以一一遍乘上廉以一二遍乘二廉以一
三遍乘三廉以一四遍乘下廉併方廉隅六法
以除實乃二乘上廉三乘二廉四乘三廉五乘
下廉六乘隅法皆併入方法復置上商六次共數四
位以一三遍乘又十五乘之為上廉以一二遍
乘又二十乘之為二廉以一自乘又十五乘之
為三廉以一六乘為下廉以方廉五法商餘實
得三商別置五位以一四遍乘為隅法以一一

遍乘上廉以一二遍乘二廉以一三遍乘三廉以一四遍乘下廉倂方廉六法以除實實有未盡再商如之謂之開五乘方法方至五乘則大小相因巨細畢舉大哉數也斯其至矣又創六乘七乘不亦迂乎

平圓論

準之以方五斜七而圓求容方則七因周而三歸之然方五則斜七有奇故圓徑求容方以徑自折半而平方開之若三其徑以得周而求如圓周其法踈矣準之以徑一圓三而周徑互求以三歸圓周得徑以三因圓徑得周然徑一則圍三有奇故準之以徑七周二十二而其率密矣以徑自之四歸三因得積以積三歸四因平方開之得徑以圓積居方四分之三也以周自之如十二而一得積以十二乘積平方開之得周以圓周居積十二分之一也是積居方四分之三周居積十二分之一此亦不過取其大較云耳

截方論

平方截積求縱及廣準於直田直田以截積為實以長除之得截廣以闊除之得截縱梯田有上廣而不及下廣圭田止下廣而無上廣皆當倍截積以為直積箭筈田乃二半梯田也又當四截積以爲直積矣梯田以上下廣相減餘爲廣差圭田無上廣以相減下廣卽爲廣差梯積上平圭積上尖故從上截積求縱及廣其法不同圭田倍截積以正縱乘之以下廣除之為實平方開之得截縱以截縱乘下廣正縱除之得截廣梯田倍截積以正縱乘之以二廣差除之爲實又倍上廣以正縱乘之如廣差而一爲從方平方開之得截縱以截縱乘廣差正縱除之加上廣得截廣一以原縱除廣差以截縱乘之加上廣亦得截廣截圭求縱無開方之從求廣無上廣之幷以圭之尖異於梯之平也圭梯下廣其積相類故從下截積求廣及縱同一法也倍截積以廣差乘之正縱除之又以下廣自乘

相減餘爲實平方開之得截廣以截廣併下廣半之以除截積得截縱梯截一畔與圭截上尖法相類也倍截積乘正縱以廣差折半除之為實平方開之得截縱以截縱乘半廣差以正縱除之得截廣箭筈截左畔即圭梯截下廣也四因截積併東西長與倍中長相減餘爲二縱差以縱差乘之半廣除之又以東西長自乘相減餘爲實以平方開之折半得截縱以截縱併東西長除截積得截廣立方截積求高及廣方臺

長臺所截之積俱以三因以高冪乘之以廣差冪除之爲實方臺以高乘上廣廣差除之自乘三因爲從方倍而三因折半爲從廉長臺以高乘下廣以廣差除之爲上廣之高又以高乘下長以長差除之爲上長之高以二高相乘三因之爲從方併二高以三因半之爲從廉皆以開立方除之爲求得截處之高置截高以廣差乘之以原高除之加入原廣爲截處上廣長臺又置截高以長差乘之以原高除之加原長爲截

處上長若平直截內直立方截外方皆以大小
二積相減各得所求之縱廣矣

弧矢論

天體一渾圓也求三道之差而有所謂橫弧矢
直弧矢者乃截圓法也以截圓之背爲弧背截
圓之闊爲弧矢截圓之長爲弧弦故謂之弧矢
其求弦之法有二一以徑矢一以積矢以徑矢
求者以矢減徑餘以矢乘之爲半弦冪四因爲
益實一爲正隅平方開之得弦又以半徑爲斜
弦半徑減矢爲股各自乘相減餘爲勾冪平方
開之得勾即半截弦也以積矢求者倍截積減
矢冪餘如矢而一得弦又以矢除倍積得矢弦
和減矢得弦其求矢之法有五徑弦也徑背也
徑積也積弦也殘周及弦也徑弦求者半弦自
之爲實徑爲從方作減從開平方除之得矢又
以半徑爲斜弦半截弦爲勾各自乘相減平方
開之得股爲減餘徑以減半徑得矢徑背求者
半弦冪徑冪相乘爲實徑乘徑冪爲從方徑冪

爲上廉徑背相乘爲下廉以上廉減從以隅減
下廉三乘方開之以徑積求者其法又有三一
倍積自之爲實四因積爲上廉四因圓徑爲下
廉五爲負隅以隅減下廉併上廉爲法三乘方
開之一不減徑作添積三乘方開之一不倍積
廉不四因以一二五爲隅法求之以積弦求者
倍積以弦爲從方平方開之以殘周弦求者以
弦昇半弦昇相乘四而三之爲實弦併殘周乘
半昇爲益方倍半弦昇加弦昇爲從上廉併弦

及殘周爲下廉以隅併上廉減從以餘從併下
廉爲法三乘方開之其求徑之法有二一以積
矢一以矢弦以積矢求者以積自乘與矢冪乘
積相減餘爲實矢自乘再乘爲法除之以矢乘
虛隅加之得徑以矢弦求者以半弦自之爲昇
如矢而一得矢徑差幷矢得徑以矢弦求積幷
弦矢折半以乘矢得積又以矢加弦以矢乘而
半之得積以徑矢求背以矢自之爲矢昇以徑
除矢昇得半弦背差倍差加弦即弧背若以徑

積弦矢背五者之法環而通之則諸法之折變盡於是矣二徑與和矢求和弦併二徑減和矢餘爲二靈半徑以矢因之爲二半弧弦共畀平方開之得二半弦和以大小二徑各乘二矢半弦和如二徑和而一得大小二矢及半弦其法即徑矢求弦而倍之也徑與再截積求再截矢併二截積倍而自之爲實四因併截積爲上廉四因圓徑爲下廉五爲負隅開三乘方除之得二矢和減已截矢得再截矢即用兩徑積求矢而相減之也截環求徑以圓積減截積倍其餘以半徑乘之圓周除之爲實平方開之得內周半徑又環從外截以二周較乘倍積以實徑除之與外周冪相減餘爲實平方開之得所截內周用減外周以六除其餘得截徑如環從內截倍截積爲實以實徑除二周差爲正隅倍內周爲從方平方開之得截徑是弧法所以御截旁環法所以御截周弧環二法備而截圓之法直密矣

弧容直闊論

勾股差法股長係於勾闊弧矢截矢弦長係於矢長弧容直闊則勾股弧矢互相求也蓋矢闊則勾狹勾闊則矢狹是矢與勾一也勾矢雖異用而廣狹實相通彼闊此狹不相悖也至若矢闊則弦長勾狹則股短然弦與股一也在弧矢則弦藏股在勾股則股藏弦股弦雖名異而長短實相同彼長此短不容殊也故必以矢接勾而勾矢相通以弦比股而股弦同律勾股弧矢二術相消弧容直闊法無遁矣立天元一爲弧矢容闊去減矢餘爲截矢以截矢減徑又以截矢乘餘徑爲半弦幕即弧容半長幕也又以勾除股得差法立天元一爲小勾以差法乘之爲小股即弧容半長也自之亦爲容半長幕二幕相消又以差法乘半弦爲從作負隅平方開之即得弧矢容闊又爲小勾以差法乘之得爲容半也

背弦差論

凡圓徑一圍三三各一奇以左右半圓而分較中徑則其两背合差一奇此即背徑差矣是一者數之奇差之始也整圓差數起於徑故截圓當隨徑以定差如徑數漸短則差數漸多至於差徑數齊而差數以之立極是乃差數之源也弧差之殊從此出矣徑數漸長則差數漸少欲致其極弧差不能以無微而數莫之窮也弧差之殊其變雖無窮而以徑爲準其法則一定故整圓之圖差從中起假令徑一寸圍三寸徑積

亦得一寸半弦背差五分合圓弁差一寸然差藏於積而差積數齊差定於徑而差徑數會是徑也積也差也三者同得一寸所謂數以之立極矣如徑二寸積四寸圍六寸差二寸散差二寸於積四寸則每寸帶差五分如徑一十一寸積一百二十一寸圍三十三寸差一十一寸散差一十一寸於積一百二十一寸每寸得差九釐零此散差於分積其數雖有不齊而藏差於合積其理未嘗不一也夫整圓既散差於積故

截圓得以積而起差截圓之圖差從旁起始於一矢一寸自之以徑除之而得背弦差數則每寸之差皆倚此而起矣假如圓徑一十寸截矢一寸以矢自之積亦得一寸以徑除之差一分此一矢之半弧背弦差也然求各矢之半弧背弦差每積一寸皆作一分以起差矣如半圓則矢長五寸矢界得二十五寸以徑除之得差二十五分爲半背弦差倍之得五寸爲背徑差加徑得半圓周矣又如圓徑長一十三步截矢一寸矢界一寸以徑除之得差七釐此一矢之半弧背弦差也然求各一矢之半弧背弦差每積一寸又皆作七釐起差矣是隨圓徑之大小以定差分之強弱又因矢積之多寡而得背差之長短也蓋徑數長則差分少差分少而背差多者以矢數多而積差多也徑數短則差分多差分多而背差少者以矢數少而積差少也近心則矢數多而積差亦多近邊則矢數少而積差亦少矣凡以矢自之爲矢界所求乃得半弧背弦

差倍之爲全弧背弦差加弦即得弧背也

互分論

物有多寡價有貴賤彼此相易謂之互分以價易物總價總物與價率物率互相求者以物率乘總價爲實以總物除之得價率以價率除之得總物以價率乘總物爲實以總價除之得物率以物率除之得總價如以物換物以本物比價求之或有權之以價率者以本物價率相乘爲價實以換物價率爲法除之得所換物數如各物率價率求停價物數以各價率互乘得均價各以價率除之得各物所謂彼此互換也原以價易物入今以價易物以原物乘今價以原價除之得今物以原價乘今物以原物除之得今價如原以物換物入今以物換物者以本物比價求之所謂新舊互換也原以人率日率物率入今以人率日日率物率互相求者以二今率相乘以乘原本率爲實以二原率相乘爲法除之得所求今數如換物求再換換物求轉

換與顧夫匠船車之類凡有新舊三率互入者准此求之所謂新舊重互換也總以一價而易物若三若五令其數均只有各價率者即以總價爲實併各價率爲法除之如有各價率各物率者以各物率相乘乘總價爲實以各物率價率互乘併以爲法除之得均停物數總以一價而易物若三若五令數各停只有各價率各停數者亦以總價爲實以停數乘各價併以爲法除之如有各價率各物率各停數者以物率相乘乘價爲實以各物率價率互乘又乘各停數相併爲法以除之所得爲一停率各以停數乘之得各停物數又各以物數爲列實各以價率乘之得各物價數如總以一物而易物若三若五者准此求之又法以各物率互乘求等各以停數乘之爲列衰又求爲本率併之爲法以總物乘列衰爲實實如法而一不盡者約之所謂併率互換也兩物各總而和價率求分其價以本物數乘和價爲實併二物數爲法除之得換

物價率以減和價餘得本物價率兩物均和而
各物率求分其物以和物爲實併二物率爲法
除之得貴物數以減和數餘得賤物數兩物和
總各價率停數求物數價率除和總得停率各
以停數乘之各物和價與和物各價求各價率
以和物和價相乘四因各價減之餘得賤物價
率以減和價餘爲貴物價率新故和總與各物
率求分物數以新故和總相減餘以故率乘之
爲實以兩率相減餘爲法除之得新物數以減
新和總餘得故物數所謂分率互換也總價和
物與各價較求各價率以較乘差物率爲實以
二物率相減餘爲法除之得准物價率以較減
之得差物價率以准價率乘和物減和價餘爲
差物實以較爲法除之得差物數以減和物得
准物數總價各物與價較求各價率以一項差
乘第一差物以二項差乘第二差物相併減和
價餘爲實併各物數爲法除之得准物價率各
以差加之得各差價率總價總物與價較停數

求物數價率以各停數乘總物爲列實併停率爲法各除之得各物數又各以差除之相併爲法以除總價得准價率又以各差除之得各差物價率二物各總與物較求較率以物較減本物餘爲實以差物除之得數又以除較率得所求較物數所謂差率互換也換物求貼換以初換物率乘再換已得物數以再換物率除之准得初換物數以減初換物率餘得貼換物數總價與牙率貼價求價率置總價以牙價物乘牙價率除之爲實開平方除之得總物以總物除總價得價率總物與稅率貼價求價率置稅率乘貼錢爲實以已稅物乘稅率減總物餘爲法除之得價率所謂貼率互換也是互換之變雖無窮不過彼此新舊併率分率差率貼率六等而其法亦已曲盡矣

差分論

差分者以等次而分也以總價總物而貴賤差分之無各率若若錢多物少以錢數爲實物數

為法實如法而一實不滿法者為貴率以貴率減都數餘為賤率若錢少物多反以物數為實錢數為法實如法而一實不滿法者為賤率以賤率減都數餘為貴率各乘得數求之有價率者以貴價乘總物減總價餘為賤實以貴賤率相減餘為法除之得賤物數以減總物數餘得貴物數有物率者以賤物乘總價減總物餘為貴實以貴賤率相減餘為法除之得貴物價以減總價餘得賤物價有各價率物率者列置貴賤物率價率及二總以上中互乘以少減多餘為法以中下互乘以少減多餘又以貴物率乘之為實以法除之得貴物數以減總數餘為賤物數以各價率乘除之得各價數有差率者以差價乘貴物為賤實以二物差相減餘為法除之得賤價加差價得貴價所謂貴賤分率也合率差分各列置衰列相與率也重則可約副併為法以所分乘未併各自為列實以法除之不滿法者以法命之各分差分以各分乘各等數

爲衰均輸差分以所輸物價高下地里遠近人户多寡以里僦相乘併入物價以人户約之爲衰遞折差分如折半差以各分數從上遞折半乘之爲衰如六折差以各分數從上遞六折乘之爲衰俱如合率法求之遞增差分置各等數以各分乘之爲衰副併以差乘之以減總物餘爲實以併各等數爲法除之得末等每户物數各以差加之得逐等每户物數又以各等户數乘之得各等總物數也互和減半差分以一三五七九爲除陽位之數以二四六八十爲除陰位之數照位併而爲法用以除實取其首尾之共數内減有餘不足而半之得尾位分數又以有餘不足之數如三等以二除之四等以三除之五等以四除之所得差數從尾位次第加之得各位減半分數也四六差分以四爲首次第以五加之三七差分以三爲首就以三因次第取之三歸七因以陞其位二八差分以二爲首次第以四因之各依例用之數相併爲法以除

列衰之實得所分也凡位多者効倒求之轉差
差分以一總物副置減一相乘折半以乘轉差
以減總價餘爲平實以總物爲法除之得平價
各加轉差得逐位差價就物抽分以所抽率乘
總物爲實以所抽率併物率爲法除之即得所
抽物數用減總物餘爲主物是抽分之法即於
總內抽去分數雖與差分有異其亦差分之類
也

總分論

盈不足求總若盈不足與出率維乘併爲物實
併盈不足爲人實若兩盈兩不足與出率維乘
相減餘爲物實以兩盈兩不足自相減爲人實
皆以所出率相減餘爲法實各如法而一即得
總人與總價又法盈不足併爲實若兩盈兩不
足相減餘爲實俱以所出率以少減多餘爲法
除之得人數又以所出率乘人或減盈或增不
足亦得物價也如盈不足與買物之率同列其
位者列戶率出率與盈不足以戶率爲母出率

爲子以母相乘爲所求得户率若盈與不足則併而乘之或兩盈兩不足以減餘乘之各得爲户實以母互乘子爲所求得出率以盈不足令維乘併爲物實或兩盈兩不足令維乘相減餘爲物實以所求得出率以少減多餘爲法實各如法而一有分者通之若非盈不足而惟各餘率者或以三五七或以七八九參伍之餘欲求其總則視其所餘而布例下之數如滿會數去之餘爲得所求總也若以二三四參伍之而無

餘率者須有一總以求之假令各幾人共一物又令各幾人共一物更露物總以求總人即以各人數爲分母各共物爲分子以分母相乘乘總物爲實以子互乘母併以爲法除之爲得所求總人也若有總價而又有餘率者以餘價乘總價以餘物除之爲實開方除之得價率以除總價爲得總物也稅率求總若以所稅分母相乘以乘共稅爲實以稅剩餘分相乘減所稅分母相乘餘爲法除之若以所稅分母相乘乘存

物爲實以稅剩餘分相乘爲法除之俱得總物互工求總以各物爲分母工匠爲分子以母互乘子併之爲法母相乘爲實實如法而一得總貸息求總以求得貸息月日爲實以原鈔與月利相乘爲法乘之爲得所求總息也遲疾合之法有追合回合冲合之殊追合以遲日行乘先行爲實以遲疾二行減餘爲法除之得追合日數如以追及日數除總程得疾日行里數如併已去追及除總程得遲日行里數若以疾日

行乘共日爲實以二行減餘除之爲遲行日數以減共日餘爲疾行日數如併二行而半之以除總程得廻迎總實以疾日行里數乘之用減總程餘得回迎里數如併二行以除總程爲得冲合日數也

各分論

衆物衆價諸數混和正負錯雜互隱其實若云散亂難以紀晢然即各數之多寡而參互考究實有一定之程度而不容紊也故其分實之法

謂之方程列甲乙等行置諸物與價先以甲行首位遍乘其乙復以乙行首法遍乘其甲相乘求等以元多物對位減之其餘次第增減以簡其位互價可爲實物可爲法而止以商除之則得所分之價矣如行位繁者次第求之凡數半者倍之然數有正負之殊正者正數也負者欠數也正負名不同者數難相入以兩損兩益兩正两負爲同名一損一益一正一負爲異名令正負維乘損益率同名相消異名相併爲實正負維乘相減爲法除之古術一一以異名相減同名相加正無入正之負無入負之又以同名相減異名相加正無入負之負無入正之酌名之同異而迭用加減互爲正負神而明之存乎人焉若各物總數總價與各物價求各物數者其位雖繁亦維效例以求之

平積論

平積之法以形而立積者形之實也方者積之度也周徑長闊方之法也圓斜曲折方之變也

準之以方或益其虛以張積或折其積以湊方此通方之變也循此復畆則田積昭矣比類貿易則物價昭矣復畆惟方田最易比類惟直田最繁方田以方面自乘為平方之積外圜則兩半之取方面以乘積也直田以廣縱相乘得直田之積幞頭田截為大小二直田各以廣縱相乘併以為積圭田有三法勾股田梭田其比類也圭田上尖下廣其形如圭其積居直田之半故廣縱相乘折半求之或以正縱乘半廣截半

廣丁倒以補虛折作直田也或半正縱以乘廣截正縱一半為盈分為兩派以補兩肋之虛作匾田也勾股田即圭田之半勾即廣股即縱勾股相乘折半猶圭田廣縱相乘折半也梭田即圭田二叚下闊相連以中闊乘直長而半之其田形雖併二圭其求積之法不以二圭異也梯田有二法斜田箕田墻田籌田箭筈田箭翎田腰鼓田鼓田三廣田船田蛇田鞋底田曲尺田罄田其比類也梯田其形如梯上狹下闊故併

兩廣半之為停闊以乘正縱如兩圭田以盈補虛而求直積也又法併兩廣乘正縱以得兩積如二而一斜田有斜一畔者有斜一廣者箕田即短梯田墻田即半梯田籌田即倒梯田俱以梯田法求之箭筈田乃半梯田二段上闊相連者箭翎田乃半梯田二段下闊相連者倍中長併兩畔折半以半闊乘之腰鼓田乃梯田二段上闊相頂鼓田乃梯田二段下闊相抵三廣田乃大小梯田二段或有上闊相頂者或有下闊相抵者倍中廣併兩廣以正縱乘之得梯田四積故以四除之鞋底田船田蛇田即三廣田之別名也曲尺田罄田乃梯田斜袤相連內曲即梯田上闊外曲即梯田下闊其廣猶梯田之長其法併內外曲以廣乘之如二而一此以兩廣相等者可用梯田法求之若兩廣不同者作兩段半梯田以求之或截作兩段直積也圓田有六法周步求積以周自乘猶方自乘也得圓田十二積故十二而一半周自乘比方自乘得圓

田三積故三而一徑步求積以徑自乘即方自
乘得一積三分之一故三乘四而一半徑自乘
得圓田三分積之一故又三乘之周徑求積周
徑相乘猶直田長闊相乘也得圓田四積故四
而一半周半徑相乘半徑比闊半周比長猶直
田長闊相乘也畹田丘田盆田荗田凹田其比
類也俱以周徑相乘得圓田四積故四而一碗
田不匝非圓田也若徑步與周勢甚遠者又不
可從其類也丘田若圓步凸外可用此法或圓

步凹裡者未免圓多積少須當分段求之可也
錠田錠腰田欖核田又圓田之折變也圓田居
方積四分之三錠田居方積四分之二錠腰田
居方積四分之一欖核田居方積八分之一錠
田以正中長自乘作大方田折半爲積即圓內
容方積也錠腰田以一面曲周倍之作圓田半
周自乘爲錠腰積九故九而一欖核田正中長
即圓內容方之斜弦也自乘之爲容方得欖核
積四故四而一欖核田半邊中長已全而田實

止半故須八而一也槩校田半叚中長已止半矣故止折半弧田有二法弦比直徑勢不當中矢比横闊不及其半形如未弦之月故又別名覆月田也以弦矢相乘猶長闊相乘之義其積得一積三分積之一矢自乘得三分積之二併之得二積如二而一折半取一積也又法併弦矢折半爲長以矢爲闊乘之得長闊相乘之一積也半弧田當從弧田求之半矢闊以併弦長以矢闊乘之或作牛角田以矢闊爲角口弦長

爲角面以角口乘角面而半之此又勾股田勢非牛角也環田有四法其狀如環内圓即中周也外圓即外周也以中周減外周餘六而一爲徑以外周自乘即大圓田中周自乘即小圓田以中周減外周是以小圓田減大圓田之積以減餘爲實如十二而一一併中外周以半徑乘之一併中外周以徑乘半之一併中外周半之以徑乘之此即梯田併上下廣折半以正縱乘之也車輞田其環田之比類也眉田牛角田從

環田之類以求之也車輞田併內外灣而半之以闊乘之眉田又名勾月田併上下周折半以半中徑乘之牛角田併左右畔折半以半底闊乘之錢田火爐田以方圓二田互相減也錢田以徑自乘三之四而一作圓田又以內方自乘減之得錢積火爐田以外方自乘作方田又以內圓徑自乘三因四歸減之得火爐積四不等田八不等田抹角田皆準方田以多斜抹斜截作勾股或併或減也四不等田四圍斜步不等

截作直田積一段又將多斜作勾股積二段以併之或以斜步作正步相併求積其誤甚矣八不等田以正中長闊相乘為直積以四角抹斜作勾股相乘而併之折半以減之抹角田以長自乘為方積以抹角差自乘折半以減之三角田六角田八角田俱每角之中長不及兩衺三角即六角之一角也其角面與兩衺相齊惟八角田則角面又不及兩衺矣故其求積法不同也三角田以角面六因七而一得中長又以角

而折半爲半闊乘之六角田以角面自乘而三因之八角田以一角面五因七歸而倍之加入一角面自乘爲實副置一角面自乘以減之田形雖多不出於方直圭梯圓弧環錢八法之折變而已然八法之中又不過一方圓之折變也

立積論

平方之積顯而易求立方之積隱而難索形有高衺廣狹之交錯圓斜曲直之互藏使非循象立法探賾闡幽其積與變不易治也立積以穿地壘土爲準堆粟聚棧乃立積之比類假隙堆垜又立積之變也穿地四尺爲壤五尺爲堅三尺壤者虛土也堅者實土也故穿地求壤五之求堅三之皆四而一以壤求穿四之求堅三之皆五而一以堅求穿四之求壤五之皆三而一城垣堤堰溝壍渠河雖形有高深而求積同法皆以上下廣併而半之以高或深乘之方堡壔方倉方棧以方自乘又高乘之長倉以長闊相乘以高乘之圓堡壔與圓倉圓廩圓囷圓垜皆

以周自乘又高乘如十二而一方亭臺上下方各自乘又以上下方相乘而併之以高乘之如三而一與方窖方池同法但臺用高乘而池窖用深耳隙積上平方栔其比類也圓亭臺上下周各自乘又以上下周相乘而併之以高乘之如三十六而一與圓窖同法方錐下方自乘以高乘之如三而一與隙積上尖方栔相類圓錐下周自乘以高乘之如三十六而一聚粟圓堆同率求之倚壁得圓錐之半故十八而一外角得圓錐四分之三故二十七而一內角得圓錐四分之一故九而一塹堵陽馬鼈臑俱以廣袤相乘又高乘之爲實塹堵如二而一陽馬如三而一鼈臑如六而一以立方一尺斜解之得塹堵二是塹堵積居立方二分之一又以塹堵斜解之得陽馬一鼈臑一是陽馬積居立方三分之一又一陽馬得二鼈臑是以一立方斜解之得六鼈臑也故鼈臑積居立方六分之一塹堵與隙積屋蓋長栔相類鼈臑與隙積三角立尖

梁相類芻甍倍下袤併入上袤以廣乘之又高乘之如六而一與隙積上尖長梁相類芻童與長臺長窖冥谷盤池曲池同法倍上袤併入下袤以上廣乘之又倍下袤併入上袤以下廣乘之併二位以高或深乘之如六而一惟曲池併上中周外周折半爲上袤又併下中周外周折半爲下袤如芻童法以求之芻童與隙積上平長梁相類也羨除併三廣以深乘之又袤乘之如六而一大抵立方折變帶從廉隅雜揉難明若能按象索順研究其微庶無遺策矣

隙積論

圓物如鋼鉼瓜果之類其梁有平有立有圓有方有斜有直或以高層不齊或以虛實削輳其形雖相類而其法不能無稍異矣圓梁假隙形成六觚形雖殊圓積同圓筞準之以方故其正筞止有三廉補隅益方負在四隅故其負筞協用四廉角徑隙徑數殊隙徑負徑筞似正負互求觚積交見若負隙不假仍爲負梁非六觚矣

四方平垛其隙難假如假其隙破方成斜又非方垛矣方圓平垛以圍求積皆以外圍加中圍以外圍乘之爲實圓垛以圓法十二除之方垛以方法十六除之又加中心一算各得垛積三角平垛以方面張二位以一位添一箇相乘半之得積其原自一箇二箇以至於十箇凡積五十有五平尖立尖斜積之數皆從此出其下平一十左右二斜亦各一十若取一斜與下平相乘得平方積一百以二歸之得五十不及原積五數故法添一數與實相乘則成闊十長十一之積半之各得五十有五所以法用二歸得合原積如取一斜折半而止添半數以之求積不必二歸而積徑得矣其或添一數或添半數者以斜分平方之積破其積數則得五十今三角尖堆不破積數則得五十有五是於平方之積侵其半數故以二歸則當添一不用二歸則添半數也若三角平尖之外或多一箇或多二箇其積以從法求之如以積求三角平尖一面之

數則倍積爲實帶減廉一算以平方開之三角
立尖垜其形不類鼈臑其積與鼈臑同也以下
方張三位以一位添一箇相乘爲平積又以一
位添二箇乘之為立積此六鼈臑積也故其法
如六而一上尖方垜其形與方錐相類也以下
方張三位以一位添一箇相乘爲平積又以一
位添半箇乘之爲高積如三而一上平方垜形
類方臺以上下方各自乘再以上下方相乘併
二位又以上下相減半其餘以加之以高乘之如
三而一上尖長垜與芻甍相類其形底闊斂而
高尖下長斂而上短其法以下長減闊餘折半
增半箇併入下長以乘闊又以闊添一箇乘之
如三而一又法上長得數則倍上長併入下長
作三長以乘下廣又以下廣添一箇乘之其積
得六故如六而一上平長垜與芻童相類其形
上長斂短上闊斂狹頂平而不尖法倍上長加
入下長以上廣乘之倍下長加入上長以下廣
乘之併二位又以下長減上長餘亦併之以高

乘之爲實如六而一屋蓋長梨與壍堵相類其形下闊歛而上尖其長則上下相等也以下廣與長相乘爲平積以高加一箇乘之如二而一凡立積長梨以闊減之即方垛也其多闊之數即方垛之從也假令上尖長垛徑求從積以長減闊半其餘而入於餘與闊乘之以高添一而又乘之以三歸之得其從積併入上尖方垛之積即成上尖長梨之積矣如以長減闊半其餘與闊相乘加一於高而又乘之則不必三歸而亦得上尖方垛之從積矣圓垛求積法以方圓爲準以圓假隙而積與方圓有異其求折變之法則亦異於方圓之折變矣若方物堆梨如磚堆瓦堆之類即以其數求之與隙積之法不相似也

鎔積論

鎔方之積即立積也其方縱廣雖同其體輕重有異如金方一寸重一十六兩銀方一寸重一十四兩玉方一寸重一十四兩銅方一寸重七

两五錢鉛方一寸重九两五錢鐵方一寸重六两石方一寸重三两各以其率求之則各得其方之所重也如各物和鎔者當先分其方積以求之

雲淵先生文選卷之四