



始



大正二年
夏期休暇
數學複習帖

夏之友

第五年級用

京都帝國大學理工科大學助手

森谷精一編



本帖ハ中學生ニ夏期休暇ヲ利用シテ、既修數學ノ復習ヲ勸メンガ爲メニ編纂シタルモノナリ。本帖ハ各年級用ヲ區別シテ五種類トナシ、毎冊當該年級ニ於テ修得シツ、アル數學ノミヲ取り問題撰擇ノ範圍ヲ文部省規定ノ要目ニ從ヒテ定メタリ。故ニ此ノ復習帖ヲ用ユルモノハ、日々多ク勞セズシテ不知ノ間ニ既修ノ範圍ヲ復習スベシ。其解シ得ザルモノ、爲メ、問題解答ノ順序又ハ結果ヲ示シテ、休暇中教師ナキ地ニ於テ不審ヲ説クニ便ゼリ。

本帖ハ公務ノ餘暇ヲ利用シテ編纂セルヲ以テ、誤謬ノ點少ナカラザルベシ、使用者ニ於テ氣付カレタル所ハ注意ヲ與ヘラルレバ幸甚。

本帖ノ編纂ニ使用シタル時間甚ダ僅少ナリ、到底豫定ノ時日ニ終了セザルベキヲ慮リ、幾何ニ關シテハ全部、同僚中島篤行氏ニ依頼セリ。氏ハ斯學ニ精通ノ人、之レニ依テ本帖ニ光彩ヲ加ヘシハ厚ク氏ニ感謝スル所ナリ。茲ニ附記シテ敬意ヲ表ス

大正二年七月二日

著者識ス

持116
900

代 數

本帳ニ公式トシテ使用シタル式

乗法ノ公式

因數分解ノ公式

(1) $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ (1)

(2) $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$ (2)

(3) $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$ (3)

(4) $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ (4)

(5) $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$ (5)

(6) $(A+B)(A^2-AB+B^2) = A^3+B^3$ (6)

(7) $(A-B)(A^2+AB+B^2) = A^3-B^3$ (7)

(8) $(A+B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$ (8)

(9) $(A-B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$ (9)

$x^2+px+q=0$ ノ二根 $= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4}-q}$

$ax^2+bx+c=0$ ノ二根 $= \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$x^2+px+q=0$ ノ二根ト係數トノ關係

$a+\beta = -p$ $a\beta = q$

$ax^2+bx+c=0$ ノ二根ト係數トノ關係

$a+\beta = -\frac{b}{a}$; $a\beta = +\frac{c}{a}$



三角法公式

I. 測角法

$$1 \text{ 直角} = 90^\circ \quad 1^\circ = 60' \quad 1' = 60''$$

II. 三角函数ノ定義

$$\sin A = \frac{\text{垂邊}}{\text{斜邊}}, \quad \operatorname{cosec} A = \frac{\text{斜邊}}{\text{垂邊}}$$

$$\cos A = \frac{\text{底邊}}{\text{斜邊}}, \quad \sec A = \frac{\text{斜邊}}{\text{底邊}}$$

$$\tan A = \frac{\text{垂邊}}{\text{底邊}}, \quad \cot A = \frac{\text{底邊}}{\text{垂邊}}$$

III. 三角函数ノ關係

$$(1) \sin A \cdot \operatorname{cosec} A = 1$$

$$(2) \cos A \cdot \sec A = 1$$

$$(3) \tan A \cdot \cot A = 1$$

$$(4) \tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$$

$$(5) \cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$$

$$(6) \sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$(7) 1 + \tan^2 A = \sec^2 A$$

$$(8) 1 + \cot^2 A = \operatorname{cosec}^2 A$$

$$\text{系} \left\{ \begin{array}{l} \sin A = \frac{1}{\operatorname{cosec} A}, \quad \operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A} \\ \cos A = \frac{1}{\sec A}, \quad \sec A = \frac{1}{\cos A} \\ \tan A = \frac{1}{\cot A}, \quad \cot A = \frac{1}{\tan A} \end{array} \right.$$

$$\text{系} \left\{ \begin{array}{l} \sin^2 A = 1 - \cos^2 A, \quad \cos^2 A = 1 - \sin^2 A \\ \tan^2 A = \sec^2 A - 1, \quad \sec^2 A - \tan^2 A = 1 \\ \cot^2 A = \operatorname{cosec}^2 A - 1, \quad \operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1 \end{array} \right.$$

IV. 餘角ノ三角函数

$$\sin(90^\circ - A) = \cos A$$

$$\cos(90^\circ - A) = \sin A$$

$$\tan(90^\circ - A) = \cot A$$

V. 補角ノ三角函数

$$\sin(180^\circ - A) = \sin A$$

$$\cos(180^\circ - A) = -\cos A$$

$$\tan(180^\circ - A) = -\tan A$$

VI. 負角ノ三角函数

$$\sin(-A) = -\sin A$$

$$\cos(-A) = \cos A$$

$$\tan(-A) = -\tan A$$

VII. 90° ノ差ヲモツ二角ノ三角函数

$$\sin(90^\circ + A) = \cos A$$

$$\cos(90^\circ + A) = -\sin A$$

$$\tan(90^\circ + A) = -\cot A$$

VIII. 180° ノ差ヲモツ二角ノ三角函数

$$\sin(180^\circ + A) = -\sin A$$

$$\cos(180^\circ + A) = -\cos A$$

$$\tan(180^\circ + A) = \tan A$$

IX. 和ガ 270° ナル二角ノ三角函数

$$\sin(270^\circ - A) = -\cos A$$

$$\cos(270^\circ - A) = -\sin A$$

$$\tan(270^\circ - A) = \cot A$$

X. 270° ノ差ヲモツ二角ノ三角函数

$$\sin(270^\circ + A) = -\cos A$$

$$\cos(270^\circ + A) = \sin A$$

$$\tan(270^\circ + A) = -\cot A$$

XI. 和ガ 360° ナル二角ノ三角函数

$$\sin(360^\circ - A) = -\sin A$$

$$\cos(360^\circ - A) = \cos A$$

$$\tan(360^\circ - A) = -\tan A$$

XII. 360° ノ差ヲモツ二角ノ三角函数

$$\sin(360^\circ + A) = \sin A$$

$$\cos(360^\circ + A) = \cos A$$

$$\tan(360^\circ + A) = \tan A$$

1). 測角ノ六十分法ヲ説明シ之レニ使用スル記號ヲ用ヒテ三十八度二十六分十八秒ヲ

記セ.

2). 直角ノ四分ノ一ヲ度分秒ニテ示セ.

3). $163^\circ 25' 30''$ ヲ直角ヲ單位トシテ表ハセ.

注意: $1^\circ = 60'; 1' = 60''$

1). 乗法, 除法及ビ分數ノ符號ノ法則ヲ記セヨ.

注意:— 記憶ノマ、チ書キ後ニ教科書ヲ熟讀シテ訂正スベシ.

2). $2x^2 + 8xy + 3y^2 = \frac{2}{3}x^2 - 4xy + \frac{1}{3}y^2$ ヲ加ヘ其ノ結果ヨリ $\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x^2 - \frac{2}{3}xy - y^2$ ヲ引ケ

注意:— 教科書ニ就テ多項式ノ加法及ビ減法ノ法則ヲ熟讀シテ後運算スルヲ可トス.

定理 1. 對頂角ハ皆相等シ.

問題 1. 二双ノ對頂角ノ二等分線ハ互ニ直角ナリ.

” 2. 錯角・同位角トハ如何.

” 3. 錯角及同位角ニ關スル定理ヲ書ケ.

1). 二桁ノ數アリ10ノ位ノ數字ハ a ニシテ 10 ノ位ノ數ハ b ナリ此ノ數ヲ示ス式ヲ作レ.

注意:— 數字トハ1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ナリ從ツテ a 及ビ b ハ各之等ノ數字ノ何レカ一ヲ代表ス.

2). $(3x^2+x-2) \div (5x^2-x+2)$ ヲ掛ケ其ノ結果ヲ $(3x-2)$ ニテ割レ.

注意:— 多項式ト多項式トノ乗除法ヲ教科書ニ就キテ熟讀スルヲ可トス.

問題 4. ニツノ角ノ二邊ガ夫々平行ナル時ハ此ノ二角ハ相等シキカ或ハ補角ナリ.

定理 2. 三角形ノ内角ノ和ハ二直角ニ等シ.

問題 5. 三角形ノ外角ハ之レニ隣ラキル内角ノ和ニ等シ.

” 6. 三角形ABC 於テ $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 30^\circ$ ナルトキ各角ノ大サヲ求ム.

- 1). 何ヲ呼ンデ角ノ三角函數ト云フヤ.
- 2). 三角函數ハ唯其角ノ大サノミニ關シ邊ノ長短ニ關係ナシ今一銳角 θ ヲ與ヘテ之レヲ説明セヨ.

注意：一 幾何學ニ於テ論ズル相似形ノ性質ト如何ナル關係アルカヲ考フベシ.

問題 7. ニツノ三角形ガ次ノ三部分ヲ等シクスルトキハ合同ナルコトヲ證明セヨ.

I. 二邊ト其夾角

II. 二角ト其ノ間ノ邊

III. 三邊

注意：一 本問題ハ三角形ニ就テ最モ大切ナル定理ナリ.

„ 8. 上ノ問題ニ就テ合同セルコトヲ知レバ上ノ三ツノ場合ニ就テ如何ナルコトヲ知ルカ.

- 1). 直角三角形ノ斜邊ノ長サ 50 尺ニシテ直角ヲ挟ム一邊ノ長サ 30 尺ナリ各銳角ノ凡テノ三角函數ヲ求メヨ.
- 2). A ハ直角三角形 ABC ノ一銳角ナリ $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ 及 $1 + \tan^2 A = \sec^2 A$ ヲ證セヨ.

- 1). 次ノ公式ノ右邊ヲ書ケ.

$$(A+B)^2 = \quad (x+a)(x+b) =$$

$$(A-B)^2 = \quad (x+a)(x-b) =$$

$$(A+B)(A-B) = \quad (A+B)(A^2 - AB + B^2) =$$

$$(A-B)(A^2 + AB + B^2) =$$

注意：一 此ノ公式ハ記憶ヲヨクスルヲ要ス。書キ得ザルモノハ教科書ヲ熟讀セラル、ヲ要ス。

問題 9 Dハ三角形ABCノ邊BCノ中點ニシテ \widehat{ADB} ガ鈍角ナリトセバ邊ABハ邊ACヨリ大ナリ.

- ” 10. n 邊正多角形ノ一角ハ $(2 - \frac{4}{n})$ 直角ニ等シ.
 ” 11. 平行四邊形ノ對角線ハ互ニ二等分ス.

1). 直角三角形ノ直角傍ノ二邊ガ m 及ビ n ナルトキ m ト斜邊トノナス角ノ三角函數ヲ

求メヨ.

注意:- 直角三角形ノ斜邊ノ上ノ正方形ハ他ノ二邊ノ上ノ正方形ノ和ニ等シ(幾何)

2). $\sec^2 A \operatorname{cosec}^2 A - (\tan^2 A + \cot^2 A) = 2$ ヲ證セヨ.

- 1). 方程式ノ兩邊ノ符號ヲ同時ニ變ズルモ差支ナシト云フ其ノ理如何.
- 2). $x^2 + 4x = x - 6$ ナル方程式ニ於テ右邊ノ $x - 6$ ヲ方程式ノ左邊ニ移サントス其方法如何.

注意：- 方程式ノ性質ニツキ熟考スベシ.

- 1). $\sin A = \frac{3}{5}$ ヲ與ヘテ他ノ凡テノ三角函數ヲ求ム.
- 2). $\sin A(1 + \tan A) + \cos A(1 + \cot A) = \sec A + \csc A$ ヲ證セヨ. (42年 盛岡高等農林學校)

1). $(a+b)x^2 + ab(x-a) = ax(x+b) + bx(x+a)$ を解ケ.

注意：— 見複雑ナルガ如キモ其ノ實甚簡單ナル一次方程式ナリ。代數問題ノ多クハ直々複雑ナルガ如ク見ユルモ順序ヲ追フテ運算スレバ餘リ難問題ハ多キモノニアラズ。

2). $3x + 2y = 12$ (a)

$4x - y = 5$ (b)

ナル聯立方程式アリ之レヲ三ツノ方法即チ加減法、代入法、及ビ比較法ニテ解キ其結果ヲ比較セヨ。

注意：— 教科書ニツキ聯立方程式ノ解キ方ヲ研究スベシ。

- 問題 12. 三角形ノ二邊ノ中迄ヲ結ビ付タル直線ハ底ニ平行ニシテ且ツ半ニ等シ。
- ” 13. 二等邊三角形ノ底ノ上ノ一點ヨリ他ノ二邊ヘ下セルニツノ垂線ノ和ハ不易ナリ。
- ” 14. 直線 MN ノ同ジ側ニ在ル二點 A, B. ヨリ此ノ線上ノ點 C ニ至ル距離ノ和ガ最小ナルハ $\hat{A}CM = \hat{B}CN$ ナルトキナリ。
- ” 15. 三角形ノニツノ中線ハ各ノ三分ノ二ノ點ニ於テ交ハル。

1). 次ノ不等式ヲ解ケ.

$$5x - 7 < 2x + 5$$

注意：一 本帳ニ撰ビタル不等式ニ關スル問題ハ甚タ少ナルヲ以テ教科書ニツキ不等式ノ性質及ビ其ノ解法ヲ熟讀セラレタシ.

2). 二十年前ニハ 125 圓ニテ出來上リタリ建築物ガ材料ハ七割五分貨錢ハ二倍ニ騰貴シタル爲メ現時ニテハ 230 圓ヲ要スト云フ此ノ建築物ノ價及ビ貨錢ハ現時幾何ナルカ.

定理 3. 圓周角ハ同シ弧ノ上ニ立ツ中心角ノ半ニ等シ.

問題 16. 一ツノ圓内ノ點 E ニ於テ交ハルニツノ弦 AB, CD. ガナス角 \widehat{AEC} ハ弧 AC 及ビ BD ノ上ニ立ツ中心角ノ和ノ半ニ等シ.

定理 4. 半徑ノ端ニ於テ之レニ直交スル直線ハ此ノ圓ノ切線ナリ.

問題 17. Oヲ中心トスル圓周ノ一點 Aニ於ケル切線ト任意ノ半徑 OBノ延長トノ交點ヲ Cトシ OBニ垂線 ADヲ引キタルトキハ ABハ \widehat{DAC} ヲ二等分ス.

1) $\frac{1}{2}$ の正切 = 有スル角ヲ作用セヨ.

2). $\frac{1 + \sin \theta - \cos \theta}{1 + \sin \theta + \cos \theta} + \frac{1 + \sin \theta + \cos \theta}{1 + \sin \theta - \cos \theta} = 2 \operatorname{cosec} \theta$ ヲ證セヨ.

(42年 第七高等學校)

(44年 新潟醫學專門學校)

定理 5. 切線ト其切點ヲ過グル弦トノ間ノ角(BAT)ハ此角内ノ弧ノ上ニ立ツ内接角(ACB)ニ等シ.

問題 18. 圓外ノ一ツノ點ヨリ之レヘニツノ切線ヲ引クコトヲ得而シテ只ニツナリ.
ニツノ圓ガ相切スレバ切點ヲ過グル任意ノニツノ直線ガ其ニツノ圓周ヨリ截リ取ル所ノ弧ノ弦ハ平行ナリ.

- 1). 錐體アリ底面ハ一邊ノ長サ2尺ナル正方形ニシテ斜稜ハ何レモ三尺ナルトキ各斜
面ガ底面トナス角ノ正弦・餘弦及ビ正切ヲ求メヨ。
- 2). $\cos^2 x - \sin^2 y = \cos^2 y - \sin^2 x$ ヲ證セヨ。

- 1.) 次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。

I. $64x^4y^6 + 160x^4y^3z + 100x^4z^2$ (45年東京帝國大學農科大學實科)

II. $(a-2b)a^3 - (b-2a)b^3$ (45年海軍兵學校)

- 2.) 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

(43年長崎高等商業學校)

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$$

$$ax + by + cz = s$$

- 問題 20. 角ノ二邊ヨリ相等シキ距離ニアル點ノ軌跡ヲ求ム.
 ,, 21. 底邊及頂角ガ一定ナル三角形ノ頂點ノ軌跡ヲ求ム.
 ,, 22. 定點ヨリ定圓ノ圓周上ニ至ル線分ノ中點ノ軌跡ヲ求ム.
 ,, 23. 定點ヲ通過スル弦ノ中點ノ軌跡ヲ求ム.

- 1). 或ル角ノ三角函數ト其ノ角ノ餘角ノ三角函數トノ間ニハ如何ナル關係アリヤ
 2). 次ノ方程式ヨリ A ノ値ヲ求メヨ: 但シ A ハ正ノ銳角トス.

I. $\sin 4A = \cos 5A$

II. $\tan A = \cot 2A$

III. $4 \sin A = \operatorname{cosec} A$

- 1). 因數分解法ヲ應用シテ次ノ式ノ最大公約數ヲ求メヨ.

$$x^2 - y^2; \quad x^2 - 2xy + y^2; \quad x^3 - y^3$$

- 2). 約分及通分ナル言葉ヲ説明セヨ.

- 3). 次ノ分數ヲ簡單ニセヨ.

(44年海軍機關學校)

$$\frac{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}}{c + \frac{1}{b + \frac{1}{a}}} = \frac{a}{c + \frac{1}{b}}$$

- 1). $\cos^2 A + \sin A - \frac{1}{4} = 0$ ヲリ Aノ値ヲ見出セ.

- 2). $\sec(90^\circ - A) - \cot A \cos(90^\circ - A) \tan(90^\circ - A) = \sin A$ ヲ證セヨ.

1). 次ノ二式ノ最大公約數及ビ最小公倍數ヲ求メヨ.

$$8x^2 - 2x - 21$$

$$6x^2 - x^2 - 11x + 6$$

2). $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$ ナル公式ニ準ジテ次ノ諸式ヲ因數ニ分解セヨ

I. $x^2 + 13x + 36$

II. $x^2 - 15x + 36$

III. $x^2 + 9x - 36$

問題 24. 二邊及ビ一ツノ角ヲ與ヘラレテ三角形ヲ作レ.

„ 25. 與ヘラレタル弧ヲ二等分セヨ.

„ 26. 二ツノ與ヘラレタル圓ニ共通切線ヲ作レ.

1). $\sqrt{180}$ 及 $\sqrt{363}$ ノ有理数ト無理数トノ積ニ化セヨ.

2). 下ノ次ヲ簡單ニセヨ.

(43年海軍機關學校)

$$\frac{1}{x^2+3x+2} - \frac{1}{x^2+4x+3} + \frac{1}{x^2+5x+6}$$

定理 6. 底邊ト高サトヲ等シクスル平行四邊形ノ面積ハ相等シ.

問題 27. 底邊ト高サトヲ等シクスル三角形ノ面積ハ相等シ.

定理 7. 直角三角形ノ斜邊ノ上ノ正方形ノ面積ハ他ノ二邊ノ上ノ正方形ノ面積ノ和ニ等シ.

問題 28. 四邊形 ABCD ノ對角線ガ直角ニ交ハル時ハ $\overline{AC}^2 + \overline{BD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{DA}^2$ ナリ

- 1). $\tan 60^\circ \sin^2 45^\circ = \cos 30^\circ$
- 2). $(\tan A + \tan B)(\cot A - \cot B) + (\tan A - \tan B)(\cot A + \cot B)$ ヲ簡單ニセヨ.

(44年海軍機關學校)

- 問題 29. ニツノ直線上ノ正方形ノ面積ノ差ハ直線ノ和ト其ノ差トノ包ム矩形ノ面積ニ等シ.
- „ 30. 三角形ノニツノ邊ノ上ノ正方形ノ和ハ底邊ノ半分ノ上ノ正方形ト二邊ノ夾ム角頂ヨリ對邊ヘ下セル中線ノ上ノ正方形ノ面積ノ和ノ二倍ナリ.

1). $\cos A$ を $\cot A$ にて表はせ.

(40年海軍兵學校)

2). C を直角トセル直角三角形 ABC に於テ $A=30^\circ$ $c=9$ と與ヘテ他ノ一銳角及ビ斜邊ニアラザル二邊ヲ求メヨ.

1). $\sqrt{13}$ と $\sqrt[3]{39}$ と何レが大ナルカ.

2). $\frac{5x}{2} - \frac{2}{3x} = x$ を解キ且ツ之レヲ驗算セヨ.

3). $(3-\sqrt{-5})(3+\sqrt{-5})$ を簡單ニセヨ.

十二日

- 1). $\sqrt{-16} - \sqrt{-1} + 3\sqrt{-9}$ ヲ簡約セヨ.
- 2). 或ル仕事ヲナスニ甲乙二人ニテナサバ六日ヲ要シ甲一人ニテナサバ乙一人ニテナスヨリモ二倍ノ日數ヲ要スト云フ各一人ニテナスニ要スル日數ヲ問フ.

十二日

- 定理 8. 三角形ノ一ツノ邊ニ平行ナル直線ハ他ノ二ツノ邊ヲ同ジ比ニ分ツ.
- 問題 31. 上ノ定理ノ逆ヲ證明セヨ.
- ” 32. 一定點ヨリ一定直線ニ至ル直線ヲ同ジ比ニ分ツ點ノ軌跡ヲ求ム.

1). 次ノ函數ノ値ヲ求メヨ.

$$\sin 39^\circ 25' \quad \tan 22^\circ 40'$$

2). $\left. \begin{array}{l} \tan \theta + \cos \theta = a \\ \tan \theta - \cos \theta = b \end{array} \right\}$ ヲ θ ヲ消去セヨ.

(42年商船學校)

1). $3\sqrt[3]{8}$ 及 $13\sqrt{7}$ ノ根數ノ係數ヲ根號ノ下ニ入レヨ.

2). 次ノ分數ヲ簡單ニセヨ. (45年東京高等師範學校)

$$\left\{ \frac{b + \frac{a-b}{1+ab}}{1 - \frac{(a-b)b}{1+ab}} - \frac{a - \frac{a-b}{1-ab}}{1 - \frac{a(a-b)}{1-ab}} \right\} \div \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right)$$

定理 9. ニツノ角ガ相等シキニツノ三角形ハ相似ナリ.

問題 33. 二等邊三角形 ABC ノ底 BC ヲ半徑トシ B ヲ中心トシテ畫ケル圓周ガ AC 邊ヲ D ニ於テ截ルトキハ BC ハ AC. ト CD トノ比例中項ナリ.

定理 10. ニツノ邊ノ比及ビ其ノ夾角ガ夫々相等シキニツノ三角形ハ相似ナリ.

1). 次ノ方程式ヨリ A ヲ求メヨ.

I. $\sin A = 0.5333$

II. $\tan A = 1.4555$

2). $\tan^2 A \operatorname{cosec}^2 A + 1 + \cot^2 A$ ヲ $\sin A$ ノ項ニテ示セ.

定理 11. 三ツノ邊ノ比ガ夫々相等シキニツノ三角形ハ相似ナリ.

問題 34. ニツノ直線 AB, CD 或ハ其ノ延長ガ Eニ於テ交ハリ $\frac{AE}{CE} = \frac{ED}{EB}$ ナル時ハ A,

B, C, D ハ同一圓周上ニアリ.

„ 35. 三角形ノ三邊ノ中點ヲ結ビ付ケテ生ズル三角形ハ原ノ三角形ニ相似ナリ.

1). Cヲ直角トセル三角形 ABCニ於テ $A = 45^\circ$ $b = 35$ ヲ與ヘテ他ノ一銳角及ビ斜邊ヲ

求メヨ.

2). $\sin(90^\circ - A) \cot A \cot(90^\circ - A) \sec A = 1$ ヲ證セヨ.

1). $\left(\frac{3x+4}{5}\right)^2 - \frac{12}{5}x = 8\frac{1}{5}$ ヲ解ケ.

(45年小樽高等商業學校)

2). 速度一時間ニツキ a 湍ナル流船ガ河流 b 湍ヲ上下スルニ t 時間ヲ要セリト云フ河流ノ速度幾何ナルヤ.

定理 12. ニツノ三角形ノ一ツノ角ガ相等シク他ノ一ツノ角ヲ夾ム邊ガ比例ヲナストキハ三角形ノ第三角ハ相等シキカ或ハ互ニ補角ナリ若シ相等シケレバニツノ三角形ハ相似ナリ.

問題 35. Oニ於テ交ハルニツノ直線 MN ト PQ トアリ又 MP ト NQ トノ交點ヲ R トス然ル時 $\frac{OM}{MP} = \frac{ON}{NQ}$ ナル時ハ三角形 PQR ハ二等邊三角形ナリ.

- 1). 直角三角形ノ斜邊ノ長サ25 - ツノ銳角 = 60° ヲ與ヘテ他ノ部分ヲ求メヨ.
 2). $2 \sin^2 30^\circ \sec 60^\circ - \sin 60^\circ \tan 30^\circ + \cot^2 45^\circ$ ノ値ヲ求メヨ.

- 1). 下ノ聯立方程式ヲ解ケ.

(45年商船學校)

$$x+y=9 \quad (a)$$

$$x^2+y^2-xy=21 \quad (b)$$

- 2). $ax^2+bx+c=0$ ナル二次方程式ノ根ハ $\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ ナリ之レヲ應用シテ次ノ
 方程式ヲ解ケ.

$$16x^2+10x-48=0$$

(45年陸軍士官候補生)

- 1). 直角三角形ノ一ツノ鋭角ノ大サハ 45° ニシテ之レニ對スル邊ノ長サ16ナル時他ノ部分ノ値ヲ求メヨ.
- 2). 東西一哩ヲ距ツル二地 A, Bニ於テ二人ノ觀測者空中飛行機ヲ望ミタルニ其方位ハ北西及北東ニ當リ仰角各四十五度ナルコトヲ知レリ飛行機ノ高サ如何.

(43年海軍經理學校)

- 1). $ax^2+bx+c=0$ ノ二根ガ α 及ビ β トスレバ方程式ノ係數ト根トノ間ニ次ノ關係アルコトヲ證セヨ.

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a}$$

- 2). $x - \sqrt{x+3} = -1$ ヲ解ケ.

(43年早稻田大學高等科)

十 六 日

問題 36. 相似多角形ノ周圍ノ比ハ其對應邊ノ比ニ等シ.

„ 37. APB ハ直徑 AB 中心 C ナル半圓ニテ N ハ CB 上ノ任意ノ點ニシテ AB ヲ T マデ延長シ $\frac{CT}{CA} = \frac{AC}{CN}$ ナリトス T ヨリ引ケル切線ガ半圓 P ニ於テ切スレバ \hat{CNP} ハ直角ナリ.

十 七 日

1). 次ノ式ヲ計算セヨ.

I. $x^8 \times x^3$

II. $x^5 \div x^2$

2). 或人若干ノ土地ヲ地代 144 圓ニテ借受其内 8 段ヲ自家用ニ供シ其ノ残りヲ自己ノ借賃ヨリハ一段ニツキ 20 錢宛高ク他人ニ轉貸シタルニ依リ其賃金ヲ以テ丁度地主ニ全クノ地代ヲ拂ヒ得タリト云フ其ノ人ノ借リシ總段數如何.

(43年第1, 2, 3, 4, 5, 6, 8 高等學校)

問題 13. 三角形ノ頂角或ハ之レニ隣ル外角ヲ二等分スル直線ガ底ト交ハル點ハ底邊ヲ他ノ二ツノ邊ノ比ニ内分或ハ外分ス。

„ 38. 三角形 ABC ノ邊 BC ヲ D ニ於テ二等分シ $\hat{A}D$, $\hat{A}B$ ヲ二等分スル直線ガ AC, AB, ト夫々 E, F, ニ於テ出會ハシムル時ハ EF ハ BC ニ平行ナリ

„ 39. 直角三角形ニ於テ直角ノ頂點ヨリ對邊ヘ下セル垂線ハ相似ナル二ツノ三角形ニ分チ又各ト全三角形トモ相似ナリ。

1). 平面三角法ニ於テ如何ニシテ直線ノ正負ヲ定ムルカ。

2). 海上百尺ノ高サアル一艦ノ橋頭アリ他ノ艦際ヲ觀測セシニ俯角三十度ヲ得タリト云フ二艦ノ距離ヲ問フ。

(43年海軍經理學校)

問題 40. 直角三角ノ直角ノ頂點ヨリ對邊ヘ下セル垂線ニヨリ分タル底ノニツノ分ノ比ハ二邊ノ平方ノ比ニ等シ.

定理 14. 相似三角形ノ面積ノ比ハ對應邊ノ上ノ正方形ノ面積ノ比ニ等シ.

” 41. $\triangle ABC$ ノ重心ヲ G トシ BC, AC ノ中點ヲ E, F トス $\triangle ABG$ ト $\triangle GEF$ トノ面積ヲ比較セヨ.

1) 平面三角法ニ於テハ平面ヲ四ツノ分面(象限トモ云フ)ニ分ツ. 之レヲ圖示セヨ

2). $(\sec A - \sin A)(\sec A - \cos A)(\tan A + \cot A)$ ヲ簡單ニセヨ. (44年商船學校)

1. 次式ノ計算セヨ.

$$\sqrt{\frac{36a^4b^2c^{10}}{144x^6y^2z^8}}$$

注意 分母子別々ニ平方根ヲ求ムベシ.

2). 下ノ聯立方程式ヲ解ケ.

(44年海軍機關學校)

$$x+y+z=2 \quad (a)$$

$$x^2+y^2=5 \quad (b)$$

$$xy=2z^2 \quad (c)$$

問題 42. 三角形ノ外接圓ノ直徑ハーツノ頂點ヨリ之ニ對スル邊ヘ引ケル垂線及ビ其ノ頂角ヲ夾ム二邊ノ第四比例項ナリ.

43. 圓ノ二ツノ平行ナル切線ガ Δ ニ於テ切スル第三ノ切線ト P, Qニ於テ交ハルトキハ半径ハ AP, ト AQトノ比例中項ナリ.

- 1) P は第二象限(分面トモ云フ)ニ於テ, Q は第四象限ニ於テ水平線ヨリ3尺垂直線ヨリ5尺ノ位置ニアリ圖ニ依ツテ又圖ニアラズシテ如何ニシテ其ノ位置ヲ示スヤ.
- 2). 六疊ノ敷部屋ノ相隣ト二邊ル對角線トガナス三角形ノ凡テノ部分ノ大サヲ見出セ.

- 1). 次ノ式ヲ根號ヲ用キズシテ簡單ニシ得タル結果ヲ根號及ビ正ノ整指數ニテ表ハセ.
- $$4a^{\frac{1}{2}}b^{-\frac{2}{3}}c^5 \times 8^{-1}a^{-\frac{5}{6}}b^{\frac{2}{3}}c^{-5}$$

- 2). 次ノ式ノ計算セヨ.

$$\sqrt{(x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1)^{\frac{1}{2}}}$$

注意:— 括弧内ノ式ノ平方根ヲ求メ其ノ結果ノ平方根ヲ求ムベシ.

- 1). 平面三角法ニ於テハ平面角ノ正負ヲ區別ス圖ヲ與ヘテ之レヲ説明セヨ.
- 2). $2\sin 30^\circ \cos 30^\circ \tan 30^\circ = \cos 60^\circ$.

- 1). $\frac{2}{3}$ ト $\frac{1}{3}$ トヲ根トスル方程式ヲ作レ.
- 2). $ax^2+bx+c=0$ ナル方程式ニ於テ $b^2-4ac > = < 0$ ニ從ツテ起ル根ノ値ノ變化ヲ論
セヨ

定理 15. 四ツノ直線ガ比例ヲナストキハ外項ノ包ム矩形ハ内項ノ包ム矩形ニ等シ.

注意:— 算術又ハ代數ニ於テ比例式ノ外項ノ積ハ内項ノ積ニ等シト云フト同ジコトナリ.

” 16. 二ツノ矩形ガ相等シキ時ハ其ノ邊ナル四ツノ直線ハ一ツノ矩形ノ邊ガ内項
他ノ矩形ノ邊ガ外項ナル様ニ比例ヲナス.

問題 44. 直角三角形ノ直角ノ頂點ヨリ斜邊ヘ下セル垂線ノ上ノ正方形ノ面積ハ斜邊
ヲ垂線ノ足ニ由リ分タレタル二ツノ分ノ包ム矩形ノ面積ニ等シ.

1). 次ノ式ノ立方根ヲ求メヨ.

$$-27x^3y^6$$

2). 次ノ方程式ヲ解ケ.

$$x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1 = 0$$

定理 15. 四ツノ直線ガ比例ヲナストキハ外項ノ包ム矩形ハ内項ノ包ム矩形ニ等シ.

注意:— 算術又ハ代数ニ於テ比例式ノ外項ノ積ハ内項ノ積ニ等シト云フト同ジコトナリ.

” 16. 二ツノ矩形ガ相等シキ時ハ其ノ邊ナル四ツノ直線ハ一ツノ矩形ノ邊ガ内項
他ノ矩形ノ邊ガ外項ナル様ニ比例ヲナス.

問題 44. 直角三角形ノ直角ノ頂點ヨリ斜邊ヘ下セル垂線ノ上ノ正方形ノ面積ハ斜邊
ヲ垂線ノ足ニ由リ分タルニツノ分ノ包ム矩形ノ面積ニ等シ.

1). 次ノ式ノ立方根ヲ求メヨ.

$$-27x^3y^6$$

2). 次ノ方程式ヲ解ケ.

$$x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1 = 0$$

二十一日

- 問題 45. 圓外ノ點 P ヲ引ケル割線ガ圓 A, B ニ於テ交ハル時ハ PA ト PB トノ包
 △矩形ハ此點ヨリ引ケル切線ノ上ノ正方形ノ面積ニ等シ.
- „ 46. 圓周上ノ一點 P ヲ引ケル弦 AB ニ下セル垂線 PQ ノ平方ハ P ニ於ケル切線ニ
 A, B ヲ引ケル垂線 AC, BD ノ包△矩形ニ等シ.

二十二日

- 1). 第二分面(象限トモ云フ)ニ於ケル正角ノ正弦第三分面ニ於ケル負角ノ正切ハ如何
 ナル符號ヲ取ルカ. 之レヲ説明セヨ.
- 2). $\sec A = \sqrt{1 - \sin^2 A}$ ナルトキ $\sin A, \cos A$ 及ビ $\tan A$ ヲ求メヨ. (45年海軍經理學校)

二十一日

定理 16. 二點 A, B ヨリノ距離ノ比ガ一定セル點ノ軌跡ハ之ヲ連スル直線ヲ此比ニ調和ニ分ツ二點 P, Q ノ間ノ線分ヲ直徑トスル圓周ナリ.

問題 47. 三點ヨリノ距離ノ比ガ $1:m:n$ ナル點ヲ求ム.

二十二日

- 1). 次ノ各角ハ第何象限(分面トモ云フ)ニアルカ.
 $260^\circ, -215^\circ, 405^\circ, -932^\circ,$
- 2). 高サ 50 尺ノ塔ノ頂上ニ旗竿アリ塔底ト同一水平面ノ一點ヨリ觀測セシニ塔ノ頂上及ビ竿頭迄ノ仰角夫々 30° 及ビ 45° ナリシト云フ旗竿ノ長サ如何

二十三日

- 1). $(a^2+ab+b^2):a-b, (a^2-b^2):(a^3-b^3)$ ノ復比ヲ作レ.
- 2). 等差級數ノ初項ヲ a . 項數ヲ n . 末項ヲ l . 總和ヲ s トシテ次ノ諸式ヲ作レ.

a, n, d ヲ用キテ l ヲ表ハス式

a, n, d ヲ用キテ s ヲ表ハス式

a, d, s ヲ用キテ n ヲ表ハス式

n, l, s ヲ用キテ d ヲ表ハス式

(44年海軍士官候補生)

二十三日

- 問題 48. 半圓内ニ正方形ヲ内接セシメヨ.
- .. 49. 二線分ノ差(p)及ビ其ノ積(q)ヲ知リテ此ノ二線分ヲ作ルコト.

二十三日

1). 次ノ各角ノ餘角ヲ與ヘヨ

$18^\circ, -50^\circ, 325^\circ$.

2). $\sin A = \frac{3}{5}$ ナルコトヲ知リ $\tan A - \sec A$ ノ値ヲ求メヨ

二十三日

1). $\sqrt{7} - \sqrt{5}$ ト $11\sqrt{7} + 13\sqrt{5}$ トノ比例中項ヲ求メヨ. (45年1-8高等學校)

2). 相異ナル三ツノ數ガ同時ニ等差級數ニシテ且ツ等比級數ナルコトアルカ.

(45年1-8高等學校)

二十四日

- 1). 今 A ハ鋭角ナリトシテ次式ヲ圖ヲ與ヘテ説明セヨ.

$$\sin A = \sin(180^\circ - A) = \sin(360^\circ + A)$$

- 2). $\cos 0^\circ \sin^2 270^\circ + 2 \cos 90^\circ + \tan 180^\circ \cos 270^\circ$ ヲ計算セヨ

二十四日

- 1). 2 と 9 とノ間ニ二ツノ數ヲ挿入シテ初メノ三數ハ等差級數後ノ三數ハ等比級數トナル様ニセヨ. (44年東北大學農科大學線科)

- 2). $13(7x-3y) = 6(5y-4x)$ ナルトキ $x:y$ ノ値ヲ求メヨ.

二十四日

- 問題 50. 圓に内接スル四邊形ノ對邊ノ矩形ノ和ハ對角線ノ矩形ニ等シ。
 ,, 51. 圓に内接スル四邊形ノ對角線ガ直交スルトキハ對邊ノ矩形ノ和ガ四邊形ノ面積ノ二倍ナリ。

二十五日

- 1). $8-12x+18x^2-13x^3+9x^4-3x^5+x^6$ ノ立方根ヲ求メヨ。
 2). 1ヨリ300迄ノ間ニ於テ7ニテ割リ切ル、數ハ幾ツアルカ又其ノ和ハ幾何ナルカ。

(44年仙臺、千葉、金澤、岡山、長崎醫學專門學校)

二十五日

問題 52. 二圓ガ相交ハルトキ其ノ交點ヲ結ビ付クル直線ハ其ノ二圓ノ共通切線ノ兩切點間ヲ二等分ス.

” 53. 二ツノ圓周ガ相接スルトキハ其ノ共通切線ノ切點間ノ部分ハ兩直徑ノ比例中項ナリ.

二十六日

1). $\left. \begin{array}{l} \sin(-A) = -\sin A \\ \cos(-A) = \cos A \end{array} \right\}$ ヲ圖ヲ與ヘテ説明シ又此ノ二式ニヨリ $\tan(-A) = -\tan A$, $\cot(-A) = -\cot A$ ヲ證明セヨ.

問題 54. 與ヘラレタル二ツノ有限直線ノ比例中項タルベキ有限直線ヲ作ルコト.

” 55. 相似三角形ノ面積ノ比ハ對應角ノ頂點ヨリ對邊ヘ下セル垂線ノ長さノ平方ノ比ニ等シ.

1). $\sin A$ ハ A ガ 0° ヨリ 360° ニ變ズルニ從ツテ其ノ値ヲ變ズベキナリ. 其ノ變化ノ有様ヲ論ゼヨ.

2). 次ノ二ツノ式ヨリ A 及ビ B ヲ見出セ.

$$\tan A \tan B = 1 \quad (1)$$

$$\tan^2 A + \tan^2 B = \frac{10}{3} \quad (2)$$

二十六日

1). $a:b=c:d$ トナルト $a+c:b+d=a^2d:b^2c$ ナルコトヲ證セヨ.

(42年仙臺高等工業學校)

2). 1 ト $\frac{5}{24}$ ノ間ニ 3 個ノ調和中項ヲ入レヨ.

二十七日

定理 17. 一ツノ直線ヲ含ミ且ツ此ノ直線外ノ點ヲ過ケル平面ハ一ツアリ唯一ツニ限ル.

問題 56. 相平行スルニツノ直線ヲ含ム平面ハ一ツアリ唯一ツニ限ル.

57. ニツノ平面ノ交ハリハ如何ナルモノトナルカ.

二十七日

1). -210° ナル角ノ正弦, 餘弦及ビ正切ヲ求メヨ (40年海軍機關學校)

2). 下ノ式ヲ最簡ニセヨ.

$$\frac{(a+b)\tan(90^\circ-A)}{\cos(180^\circ-A)} + \frac{(a-b)\tan(90^\circ+A)}{\cos(180^\circ+A)}$$

(45年海軍機關學校)

二十七日

1). 2, 4, 8, 16, 32ナル級數アリ

I. 其ノ第十五項ヲ問フ.

II. 其ノ第十五項迄ノ和ヲ問フ.

二十八日

問題 58. 平面幾何學ニ於テハ平行ナラザル直線ハ必ず交ハル立體幾何學ニ於テハ如何.

„ 59. 一ツノ直線ニ垂直ナル二直線ハ常ニ平行ナルカ.

二十八日

1). $\sin\theta + 2\cos\theta = 1$ ヲ解ケ.

(45年商船學校)

2). 次式ニ適スベキ 90° 以内ノ Δ ヲ求メヨ.

$$\frac{\cot(90^\circ - \Delta)\cos^2(180^\circ - \Delta)\cot^2\Delta}{\operatorname{cosec}^2\Delta \sin^2(270^\circ + \Delta)} = 2.$$

(43年海軍兵學校)

二十八日

1). 次ノ方程式ヲ解ケ.

$$x^4 - 6x^2 + 8 = 0.$$

2). $acx^2 + (bc + ad)x + bd = (ax + b)(cx + d)$ ナル公式ニ準ジテ次ノ代数式ヲ因数ニ分解

セヨ.

I. $3x^2 + 10x + 8$

II. $3x^2 - 10x + 8$

III. $3x^2 + 11x + 8$

二十九日

1). $x^3 + 3x^2 - 5x + 7$ ナル多項式ヲ $x + 4$ ヲ以テ割ラントスニ當リ先ヅ整除シ得ルヤ否
 ヤヲ驗セントス其ノ方法如何. 若シ整除シ能ハザル場合ニハ x ラ含マザル項即チ 7
 ヲ如何. ニ變ズベキヤ.

二十九日

定理 18. 與ヘラレタル點ヲ通り與ヘラレタル平面ニ垂直ナル直線ハ一ツアリ唯一ツニ限ル.

問題 60. 一ツノ平面ニ垂直ナル直線ヲ通ル平面ハ悉ク第一ノ平面ニ垂直ナリ.

定理 19. 一ツノ平面ノ垂線上ノ任意ノ一點ヲ其ノ足ヨリ平面上ノ任意ノ直線ヘ下ス垂線ノ足ニ結び付クル直線ハ平面上ノ此ノ直線ニ垂直ナリ.

注意:— 此ノ定理ヲ三垂線ノ定理ト云フ.

三十日

1). 方程式 $(x-a)(1-x)=1$ ガ等根ヲ有スルガ爲メニハ a ヲ如何ニ定ムニキカ

(44年仙臺高等工業學校)

- 問題 61. 平面ニ交ハル直線ハ少クモ其ノ平面上ノ一ツノ直線ニ垂直ナリ
 ” 62. 同一ノ平面ニ垂直ナル二ツノ直線ハ平行ナリ.

- 1). 次ノ無限級數ノ和ヲ最モ簡單ナル形ニアラハセ.

$$a \sin \theta, a \sin \theta \cos \theta, a \sin \theta \cos^2 \theta, a \sin \theta \cos^3 \theta.$$

(43年仙臺高等工業學校)

- 2). $\frac{\sin(-A)}{\sin(180^\circ+A)} - \frac{\tan(90^\circ+A)}{\cot A} + \frac{\cos A \cos 0^\circ}{\sin(90^\circ+A)}$ ヲ最簡ニセヨ.

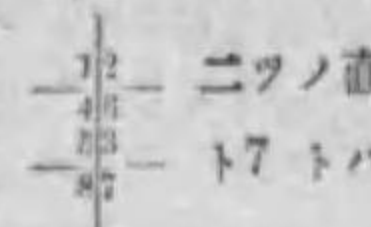
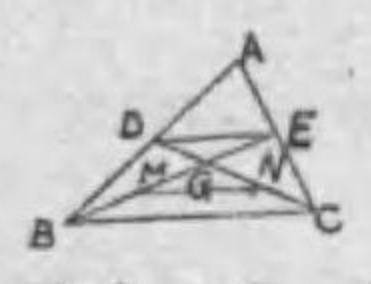
(45年海軍經理學校)

五年代數複習問題解答指針

一 日 2). 數字係數ノ加減法ハ算術ノ加減法ニヨル. 二 日 1). 十位ノ數ハ $10a$ ナリ. 2). 第一ニ得ル積 $15x^4 + 5x^3 - 5x^2 + 4x - 4$ 次ニ得ル商 $5x^3 + 4x^2 + x + 0$. 四 日 1). 方程式ノ兩邊ニ -1 ナ乘ズル結果ナリ熟考スベシ. 2). 各項ノ符號ヲ變ズレバ一邊ヨリ他邊ニ移スヲ得. 五 日 1). 括弧ヲ解キテ x ナ含ム項ヲ左邊ニ他ノ邊ヲ右邊ニ集メ簡約スレバ一次方程式ヲ得. 答 $-a$. 2). 何レノ方法ニヨルモ $x=2, y=3$. 六 日 1). 答 $x < 4$. 2). 二十年前ニ於ケル賃錢 x 材料代 y トスレバ題意ニヨリ $x+y=125, 2x+1\frac{1}{2}y=230$ 之レヨリ $x=45, y=80$. 賃金=90圓材料=140圓. 七 日 1). I. 完全平方ナリ II. 括弧ヲ解キ $a^4 - b^4 = (a^2 + b^2)(a^2 - b^2)$ ナ應用シ他ノ二項ヲ $2ab$ ニテ括リ再ビ同一ノ公式ヲ使用シ通因數ニテ括リテ乘法公式(2)ヲ利用ス. 2). 第一式ヨリ y 及ビ z ナ x ニテアヲハシテ第二式ノ y 及ビ z ニ代用シ x ノみの式トシテ其ノ値ヲ求ムレバ $x = \frac{ns}{a^2 + b^2 + c^2}$, $y = \frac{bs}{a^2 + b^2 + c^2}$, $z = \frac{cs}{a^2 + b^2 + c^2}$. 八 日 1). $x-y$. 2). $\frac{1}{bc+1}$. 九 日 1). 第一式ヲ因數ニ分解スレバ $(4x-7)(2x+3)$, 第二式ノ係數ノ和=0ナルヲ以テ第二式ハ $x-1$ ナル因數ヲ有ス. $\therefore x-1$ ナ以テ元式ヲ割レバ $6x^2 + 5x - 6$ ナ得之レヲ因數ニ分解スレバ $(2x+3)(3x-2)$. \therefore 此ノ二式ノ最大公約數ハ $(2x+3)$ ニシテ最小公倍數ハ $(4x-7)(2x+3)(3x-2)(x-1)$. 2). I. $(x+4)(x+9)$ II. $(x-3)(x-2)$ III. $(x-5)(x+12)$. 十日 1). I. $\sqrt{180} = \sqrt{36 \times 5} = \pm 6\sqrt{5}$ II. $\pm 11\sqrt{3}$. 2). $\frac{1}{(x+1)(x+3)}$. 十一日 1). $\sqrt{13} = \sqrt[3]{(\sqrt{13})^3} = \sqrt[3]{13^{\frac{3}{2}}} = \sqrt[3]{2917}$, $\sqrt[3]{39} = \sqrt[3]{\frac{39^3}{39^2}} = \sqrt[3]{\frac{59319}{39^2}} = \sqrt[3]{\frac{59319}{1521}}$. $\therefore \sqrt{13}$ ノ方大ナリ. 2). $x = \pm \frac{3}{2}$ 方程式ノ左邊及ビ右邊ノ $x = +\frac{3}{2}$ or $-\frac{3}{2}$ ナ置キテ驗スレバ兩邊ノ値等シキヲ見ル. 3). $9 - (-5) = 14$. 十二日 1). 元式 $= 4\sqrt{-1} - \sqrt{-1} + 9\sqrt{-1} = 12\sqrt{-1}$. 2). 甲一人ニテナスニ要スル日數 x トスレバ乙一人ニテナスニ要スル日數 $2x$ ナ要ス. \therefore 甲一人ノ一日ニテナス仕事ハ $\frac{1}{x}$ ニシテ乙一人ノ一日ノ仕事ハ $\frac{1}{2x}$ ナリ. \therefore 題意ニヨリ $\frac{6}{x} + \frac{6}{2x} = 1$ ナ得之レヨリ $x=9$ ナ得即チ甲一人ニテナセバ9日ヲ要ス從ツテ乙一人ニテナセバ18日ヲ要ス. 十三日 1). I. $\sqrt[3]{3^3 \times 8} = \sqrt[3]{216}$ II. $\sqrt{1183}$. 2). 被除數ノ初メノ分數=a, 次ノ分數=b 除數 $\frac{(a+b)(a-b)}{a+b}$. \therefore 答 $\frac{ab}{a+b}$. 十四日 分母ヲ掃ヒ移行簡約スレバ $9x^2 - 36x - 189 = 0$ ナ得. 之レヲ分解スレバ $(3x+9)(3x-21) = 0$ 之レヨリ $x = -3$ or 7 . 2). 河流ノ速度=xトスレバ船ガ河ヲ降ル時ノ速度ハ $a+x$ ニシテ b 哩ヲ降ルニ要スル時間ハ $\frac{b}{a+x}$ ナリ. 次ニ上ル時ノ速度ハ $a-x$ ニシテ b 哩ヲ上ルニ要スル時間ハ $\frac{b}{a-x}$ ナリ. \therefore 題意ニヨリ $\frac{b}{a+x} + \frac{b}{a-x} = t$ 之レヨリ $x = \frac{\pm \sqrt{a^2 t - 2ab}}{t}$ 但シ速度ノ負ナルハ無意味ナルヲ以テ答トシテ $\sqrt{\frac{a^2 t - 2ab}{t}}$ ナ取ル. 十五日 1). (1) 式ノ左邊 $= 2xy$ ナ加ヘテ引ケバ $(x+y)^2 - 3xy = 21$ ナ得. 然ルニ (a) 式ニヨリ $x+y=0$. \therefore 上ニ得タル式ハ $9x^2 - 3xy = 21$ 即チ $xy=20$ トナル. 此ノ方程式ト (a) 式ヨリ $y=4$ or $5, y=4$ トセバ $x=5, y=5$ トセバ $x=4$ 即チ二對ノ答ヲ得. 2). 根ノ公式ニ $a=16, b=10, c=-48$ ナ入レテ計算セヨ. 十六日 1). 完全二次方程式ノ根ノ公式ヲ二ツ加ヘ合シ次ニ乘ケ合セバ $-\frac{b}{a}, \frac{c}{a}$ ナ得. 2). $x=-2$ or 1 . 十七日 1). I. $x^{5+2} = x^{11}$ II. $x^{5-2} = x^3$. 2). 反數ヲ x トスレバ題意ニヨリ $(\frac{14400}{x} + 20)(x-8) = 14400$ 之レヨリ $x=80$ or -72 反數ニ負數ハ意味ナキコトナリ. \therefore 答 80反. 十八日 1). 答 $\frac{a^2bc^3}{2x^3yz^4}$. 2). (a) 式ノ右邊ニ移シテ兩邊ヲ自乘スレバ $x^2 + 2xy + y^2 = 4 - 4z + z^2$ (b) 式ニ (c) 式ノ二倍ヲ加フレバ $x^2 + 2xy + y^2 = 5 + 4z^2$. $\therefore 5 + 4z^2 = 4 - 4z + z^2$. 移項スレバ $3z^2 + 4z + 1 = 0$. $\therefore (3z+1)(z+1) = 0$. $\therefore z = -\frac{1}{3}$ or -1 . (c) 式ニ z ノ値ヲ代用シテ得ル式ト (b) 式トニヨリ $x+y$ 及ビ $x-y$ ノ値ヲ求メ此ノ二式ヲ加ヘ合シテ x ノ値ヲ求メ, 一方ノ式ヨリ他ノ式ヲ引キテ y ノ値ヲ求ムベシ斯クシテ 答 $x = \frac{7 + \sqrt{41}}{6}, 2; y = \frac{7 - \sqrt{41}}{6}, 1; z = -\frac{1}{3}, -1$ ナ得. 十九日 1). 號根ヲ用キズシテ簡單ニシタル結果ハ $\frac{1}{2}a - \frac{1}{3}b - \frac{1}{21}$ 之レヲ根號ヲ用キテ示セバ $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{19}{a}} - \frac{1}{3}\sqrt{\frac{19}{b}}$. 2). 元式 $= \sqrt{x^2 - 2x + 1} = x - 1$. 二十日 1). 二次方程式ノ根ト係數トノ關係ヲ利用シテ $ax^2 + bc + c = 0, abc$ ノ値ヲ求メテ方程式ヲ作ルベシ或ハ又因數分解ヲ逆ニ利用シテ $(x - \frac{2}{3})(x - \frac{1}{3}) = 0$ トシテ括弧ヲ解クモ可ナリ. 2). $b^2 - 4ac$ ハ $ax^2 + bx + c = 0$ ナル方程式ノ根ノ公式ノ分子ノ根

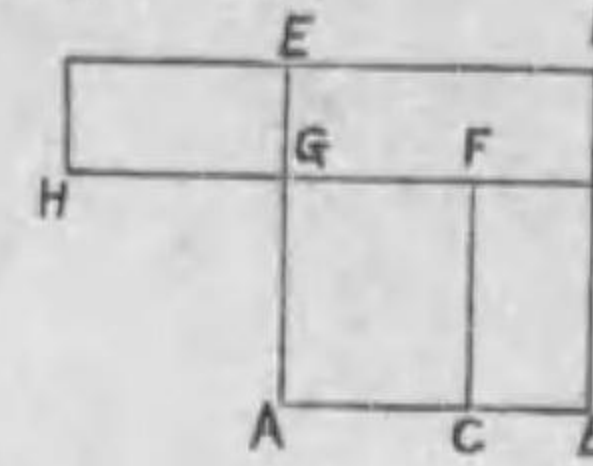
號ノ下ノ式ナリ。之ヲ判別式ト云フ。此ノ式ノ値ノ變化ニヨリテ起ル根ノ變化ヲ論ズルナリ。 二十一日 1). $-3x^2y^4$ 2). 項ノ順序ヲ變テ $x^4+1+4x^3+4x+6x^2=0$ トシ解邊ヲ x^2 ニテ割レバ $(x^2+\frac{1}{x^2})+4(x+\frac{1}{x})+6=0$. 今 $x+\frac{1}{x}=y$ トセハ兩邊ヲ自乘シテ $x^2+\frac{1}{x^2}+2=y^2$. $\therefore x^2+\frac{1}{x^2}=y^2-2$. 此ヲ代用スレバ $y^2-2+4y+6=0$ 之レヨリ解キテ $y=-2$. $\therefore x+\frac{1}{x}=-2$. 之レヨリ解キテ 答 $x=-1$ ヲ得。 二十二日 1). $a+b: a-b$. 2). 教科書ニツキ研究セヨ之レ等ノ諸式ハ公式トシテ記憶スベシ。 二十三日 1). $\sqrt{2(6+\sqrt{35})}$ 2). 三ツノ數ヲ a, b, c トス。 a, b, c ガ等差級數ヲナス爲メニハ $b-a=c-b$. 之レヨリ $b=\frac{a+c}{2}$ 又 a, b, c ガ等比級數ナル爲メニハ $\frac{b}{a}=\frac{c}{b}$. 之レヨリ $b=\pm\sqrt{ac}$. $\therefore \frac{a+c}{2}=\pm\sqrt{ac}$. $a+c=\pm 2\sqrt{ac}$ 兩邊ヲ自乘スレバ $a^2+2ac+c^2=4ac$. $\therefore a^2-2ac+c^2=0$ 即 $(a-c)^2=0$. $\therefore a=c$ 從ツテ等差級數ニ於テモ亦等比級數ニ於テモ $a=b=c$ ヲ得。 即チ abc ガ同時ニ等差級數ニシテ等比級數ナル爲メニハ此ノ三數ハ同一ノモノナルヲ要ス 即チ異ナル三數トシテ同時ニ二ツノ級數ナルヲ得ズ。 二十四日 1). 2ト9トノ間ニ挿入スベキ二數ヲ a ト b トシ $a < b$ トス然ルトキハ a, b ハ等差級數ヲナスヲ以テ $a-2=b$. a 即チ $b=2a-2$. (a) 又 $a, b, 9$ ハ等比級數ヲナスヲ以テ $\frac{b}{a}=\frac{9}{b}$ 即 $b^2=9a$. (b) (a)式ノ b ノ値ヲ (b)式ノ b ニ入ルベシ然ルトキハ $(2a-2)^2=9a$ $4a^2-8a+4=9a$ 即 $4a^2-17a+4=0$; $(4a-1)(a-4)=0$. $\therefore a=\frac{1}{4}$ or 4 . 茲ニ 2ト9トノ間ニ入ルベキ a ハ 2ヨリ大ナルヲ要スルヲ以テ $\frac{1}{4}$ ハ取ルベカラズ。 即 $4a=4$ ヲ取ル。 次ニ $a=4$ トセバ a 式ニ於テ $b=8-2=6$. 2). 答 $\frac{23}{35}$. 二十五日 1). $2-x+x^2$ 2). I. 42 II. 初項 7 末項 194 ニシテ公差 6 項數 42 ナルナル等差級數ナリ今其ノ和ヲ求メント $s=\frac{42(7+194)}{2}=6321$. 二十六日 1). 比例ノ定理及ヒ其ノ系ヲ充分熟讀レテ後試ムベシ。 2). 1 ト $\frac{3}{25}$ ノ逆數即チ 1 ト $\frac{25}{3}$ ノ間ニ 3個ノ等差中項ヲ入レ各項ノ逆數ヲ取ルベシ公式ニ夫々相當スル數ヲ入レテ計算スレバ公差 $=\frac{8}{15}$ ヲ得。 依テ等差中項ハ $\frac{16}{15}, \frac{28}{15}, 6$ ニシテ求ムル調和中項ハ此ノ逆數 $\frac{15}{16}, \frac{15}{28}, \frac{1}{6}$ ナリ。 二十七日 1). 初項 $=2$, 公式 $=\frac{1}{3}$, 項數 $=15$ ナル等比級數ナリ。 I. $l=ar^{n-1}$ ニ於テ II. $s=\frac{a(1-r^n)}{1-r}$ ニ於テ $a=2, r=\frac{1}{3}, n=15$ トシテ計算スベシ。 二十八日 1). 公式 (4)ニヨリ $(x^2-4)(x^2-2)=0$ 公式(3)ニヨリ $(x+2)(x-2)(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})=0$. $\therefore x=\pm 2$, or $\pm\sqrt{2}$ 2). I. $(3x+4)(x+2)$ II. $(3x-4)(x-2)$ III. $(3x+8)(x+1)$. 二十九日 1). 元式ガ等根ヲ有スル爲メニハ 1 ヲ左邊ニ移シテ $(x-a)(1-x)-1=0$ 之レヨリ $x^2-(a+1)x+(a+1)=0$ 此ノ左邊ガ完全平方ナルヲ要ス。 其ノ爲メニハ $2\sqrt{a+1}=a+1$ 兩邊ヲ平方シテ a ノ二次式ヲ作りテ解ケバ $a=3$ or -1 ヲ得此ノ内 $a=-1$ ハ元式ニ代入シテ不合理ナリ $a=3$ ヲ代入スレバ 題意ニ適スルヲ以テ $a=3$ ハ求ムル値ナリ。

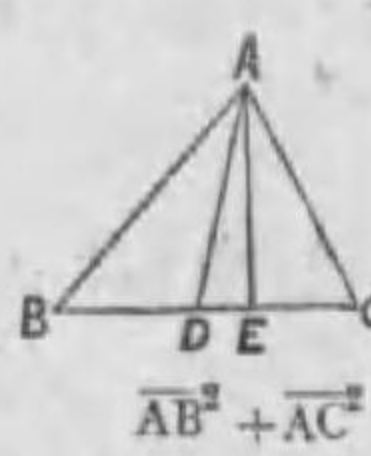
五年級幾何學問題解法指針

1. 平角ハ皆相等シト云フ定理ニ由ル。
2.  ニツノ直線ニツノ直線ガ交リテナス角 4ト6及 3ト5トハ錯角ニシテ 1ト5, 4ト8, 2ト6及ヒ3ト7トハ同位角ナリ。
3. 定理 1. ニツノ平行線ニツノ直線ガ交リテナス錯角及ヒ同位角ハ相等シ。
定理 2. ニツノ直線ニツノ直線ガ交リテナス錯角或ハ同位角ガ相等シケレバニツノ直線ハ平行ナリ。
4. [問 3ノ定理 1]ニヨル。
5. 定理 2. ニ由ル。
6. $\hat{A}=\hat{B}+30^\circ, \hat{B}=\hat{C}+30^\circ \therefore \hat{A}=\hat{C}+60^\circ$ 然ルニ $\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180^\circ \therefore (\hat{C}+60^\circ)+(\hat{C}+30^\circ)+\hat{C}=180^\circ$
 $\hat{C}+60^\circ+\hat{C}+30^\circ+\hat{C}=180^\circ \therefore 3\hat{C}=180^\circ-90^\circ=90^\circ \therefore \hat{C}=30^\circ \hat{B}=60^\circ \hat{A}=90^\circ$
7. ニツノ三角形ヲ重テ合セテ證明ヲ試ミヨ。
8. 相等シキ角ハ相等シキ邊ニ對シ相等シキ邊ハ相等シキ角ニ對ス。
9. ニツノ三角形ノ二邊ガ夫々相等シク 夾角ガ不等ナル時大角ニ對スル邊ハ 小角ニ對スル邊ヨリモ大ナリト云フ定理ニヨル。
10. n 邊多角形ノ内ニ任意ノ一點ヲ取り之レヲ各頂點ニ結ブ時ハ邊ノ數丈ケノ三角形ヲ作ルコトヲ得ル故ニ各ノ三角形ノ内角ノ凡テノ和ハ $2 \times n$ 直角ナリ然ルニ n 邊多角形ノ内角ノ和ハ之レヨリ 4 直角ヲ引キタルモノナリ故ニ $(2n-4)$ 直角ナリ故ニツノ角ハ $(2-\frac{4}{n})$ 直角ナリ。
11. 平行四邊形ノ性質及ヒ 問 3. 問 7. ニ由ル。
12. $\triangle ABC$ ノ二ツノ中點 DE ヲ延長シテ $DE=DF$ ヲ取り F ヲ底ノ一端ニ結ビテ 問 7. ニ適用シテ見ヨ。
13. 底ノ一端ヨリ對邊ヘ下セル垂線ニ相等シキコトニ注意セヨ。
14. 二點ノ中一點 MN ニ對スル對稱點ヲ取り他ノ點ト結ブ直線ヲ作りテ考ヘヨ。
15.  $\triangle ABC$ ニ於テ $AD=DB, AE=EC$ トセバ DE ハ BC ニ平行ニシテ H ツ半分ニ等シ又 GB ノ中點ヲ M トシ GC ノ中點ヲ N トセバ MN ハ BC ニ平行ニシテ且ツ半分ニ等シ DE ト MN トハ平行ニシテ且ツ相等シ故ニ $DENM$ ハ平行四邊形ナリ故ニ $GD=GN, EG=GM$ 故ニ G ハ BE ノ $\frac{2}{3}$ ノ點ニシテ又 G ハ DC ノ $\frac{2}{3}$ ノ點ナリ。
16. A, B, C, D ヲ中心 O ニ結ブ然ル時ハ $\hat{A}DC=\frac{1}{2}\hat{A}OC, \hat{D}AB=\frac{1}{2}\hat{D}OB$ 然ルニ $\hat{A}EC=\hat{A}DC+\hat{D}AB=\frac{1}{2}(\hat{A}OC+\hat{D}OB)$.
17. $\hat{O}AC=\hat{R} \hat{D}AC+\hat{A}CD=\hat{R} \therefore \hat{A}CD=\hat{D}AO$
然ルニ $\hat{O}BA=\hat{O}AB=\hat{B}AC+\hat{B}CA \therefore \hat{D}AB=\hat{B}AC \therefore AB$ ハ $\hat{D}AC$ ヲ二等分ス。
18. 與ヘラレタル點ト圓ノ中心トヲ結ビ付クル直線ヲ直徑トスル圓ガ元ノ圓トノ交點ト與ヘラレタル點トヲ結ビテ證明セヨ。
19. 切點ヲ通り兩圓ニ共通ナル切線ヲ引キ考ヘヨ。
20. 二邊ノナス角ヲ二等分スル直線ガ軌跡ナリ。
21. 底邊ヲ弦トシ頂角ヲ圓周角トスル弧ガ軌跡ナリ。
22. 定點ト中心トヲ結ブ直線ガ圓ト交ハル二點ト定點トヲ結ブ直線ノ二ツノ中點ヲ結ブ直線ヲ直徑トスル圓ガ軌跡ナリ。
23. 圓ノ中心ト定點トヲ結ブ直線ヲ直徑トスル圓ガ軌跡ナリ。
24. 與ヘラレタル角ニ等シキ角ヲ作り此ノ二邊ヲ與ヘラレタル 二邊ノ長サニ等シク取りテ 兩端ヲ結ビテ生ズル三角形ガ所要ノ三角形ナリ。
25. 與ヘラレタル弧ノ兩端ヲ結ビテ作レル弦ノ垂直二等分線ガ弧ト交ハル點ニヨリ弧ヲ二等分ス。
26. ニツノ圓ノ中大圓ノ中心ヨリ二圓ノ差ニ等シキ圓ヲ作り 小圓ノ中心ヨリ差ノ圓ニ切線ヲ作り切點ト中心トヲ結ブ直線ト大圓トノ交點ヲ通り此ノ切線ニ平行線ヲ作レバ共通ナル切線ナリ又小圓ノ中心ヨリ和ニ等シキ半徑ヲ作り之レニ共通切線ヲ引クコトヲ同様ナル法ニヨリ試ミヨ。

27. 定理 6. ニヨル.

28. 定理 7. ニヨル.

29.  AB=a AC=b トシ其上ニ AD, AF, 等長ニ作り GF ヲ HI 迄テ延長シ GH ヲ CF 等シクシ EH ヲ完成セバ DH=(a+b)(a-b) ナルコト明ナリ而シテ AB=AF=DG+BF=DH
 $\therefore a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

30.  BD=DC 若シ AD 乃 BC 垂直ナラズトセバ $\angle ADB$ 鈍角トシ AE \perp BC トス
 $\overline{AB}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{DA}^2 + 2\overline{BD} \cdot \overline{DE}$
 $\overline{AC}^2 = \overline{CD}^2 + \overline{DA}^2 - 2\overline{CD} \cdot \overline{DE}$
 然ルニ BD=CD, ナリ故ニ
 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2\overline{BD}^2 + 2\overline{AD}^2$

31. 轉換法ニ由リテ證明セヨ.

32. 一點ヨリ此ノ直線ニ至ル距離ヲ與ヘラレタル比ニ分ツ點ヲ通リ此ノ直線ニ平行ナル直線ガ軌跡ナリ.

33. 定理 9. ニヨル.

34. 定理 10. ニヨリ $\triangle AED$ ト $\triangle DBE$ トハ相似ナリ故ニ $\frac{BA}{AC} = \frac{BD}{DC}$ ト相等シ故ニ A, B, C, D, ナル四點ヲ通リ圓ヲ畫クコトヲ得ル故ニ同一圓周上ニヨル.

35. 定理 12. ニヨル.

36. 多角形 ABCDEF... ト $A'B'C'D'E'F'$ トガ相似ナリトス然ル時ハ $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{DE}{D'E'} = \dots$ ナリ故ニ比例ノ性質ニヨリ $\frac{AB+BC+CD+DE+\dots}{A'B'+B'C'+C'D'+D'E'+\dots} = \frac{AB}{A'B'}$

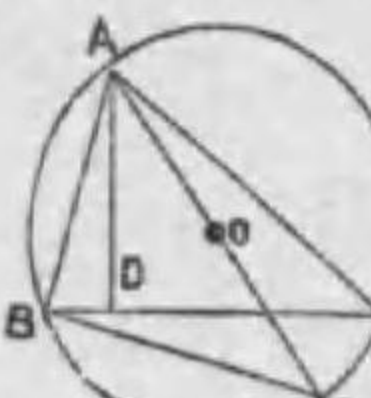
37. 定理 10. ニヨル.

38. 定理 13. 及ビ問題 31. ニヨル.

39. 定理 9. ニヨル.

40. $\triangle ABC$ ノ頂點 A ヨリ BC 下セル垂線ノ足ヲ D トスル時ハ $\frac{BD}{AD} = \frac{AB}{AC}, \frac{DC}{AD} = \frac{AC}{AB}$ ナリ故ニ $\frac{BD}{AD} + \frac{DC}{AD} = \frac{AB}{AC} + \frac{AC}{AB}$ 即チ $\frac{BC}{AD} = \frac{AB}{AC} + \frac{AC}{AB}$

41. $\triangle ABG$ ト $\triangle GEF$ トハ 定理 10. ニヨリ相似ナリ故ニ $\frac{AB}{GE} = \frac{AG}{EF}$ ナリ然ルニ $AB=2EF$ ナリ故ニ $\frac{AB}{GE} = \frac{2EF}{GE}$ 即チ $\triangle ABG$ ハ $\triangle GEF$ ノ四倍ナリ.

42.  ABC ハ與ヘラレタル 三角形ニシテ AE ハ直径ナリトス 又 $AD \perp BC$ ナリトス
 $\triangle ADC$ ト $\triangle ABE$ トハ相似ナリ故ニ $\frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AE}$ ナリ.

43. 圓ノ中心ヲ O トスル時ハ POQ 三角形ニ於テ $\angle POQ$ ガ直角ナルコトヲ證明シ次ニ $\triangle POA$ ト $\triangle QOA$ ガ相似ナルコトヲ證明セバ $\frac{PA}{OA} = \frac{OA}{AQ}$ ナリ.

44. 定理 9. 及ビ 定理 15. ニヨル.


45. 定理 9. 及ビ 15. ニヨル.

46. 切線ト弦トヲ延長シテ交ハラシメテ E トスル時ハ $\triangle EAC, \triangle EPQ, \triangle EBD,$ ハ相似ナリ.
 故ニ $\frac{EA}{AC} = \frac{EP}{PQ} = \frac{EB}{BD}$ ナリ. 故ニ $\frac{EA \cdot EB}{AC \cdot BD} = \frac{EP^2}{PQ^2}$ 然ルニ $EA \cdot EB = EP^2$ 故ニ $AC \cdot BD = PQ^2$ ナラザルベカラズ.

47. 定理 16. ニヨル.

48. 直径ノ上ニ半圓ト同シ側ニ正方形ヲ畫キ中心ト此ノ正方形ノ角頂トヲ結ブ直線ガ半圓ト交ハル點ヨリ直径ニ垂線ヲ下シ此ノ垂線ニ由テ生ズル四邊形ガ正方形ナリ.

49. $AB=p$ ヲ直径トシ圓ヲ畫キ A ニ於ケル分線上ニ $AC=q$ ヲ取り C ト中心トヲ結ブ直線ガ圓周ト D, E ニテ交ハル時ハ CD, CE ガ求ムル二線分ナリ.

50.  $\triangle DAC = \triangle BAE$ ナル様ニ AE ヲ作ル時ハ $\triangle ABE$ ト $\triangle ACD$ トハ相似ナリ故ニ $\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CD}$ 故ニ $AB \cdot CD = AC \cdot BE$ 又 $\triangle ABC$ ト $\triangle AED$ トハ相似ナリ故ニ $\frac{BC}{ED} = \frac{AC}{AD}$ ナリ. 故ニ $AD \cdot BC = AC \cdot ED$
 故ニ $AB \cdot CD + AD \cdot BC = AC \cdot (BE + ED) = AC \cdot BD$.

51. 問題 50. ニヨル.

52. 問題 45. ニヨル.

53. ニツノ切點ヲ A, B トシ此ノ點ヲ通ル兩圓ノ直径 AC, BD, ヲ作ル然シテ BC, AD ヲ結ブ時ハ $\triangle ABC$ ト $\triangle BDA$ トハ相似ナリ故ニ $\frac{AC}{AB} = \frac{AB}{BD}$ トナル.

54. 與ヘラレタルニツノ線分ノ和ニ等シキ直径ヲ直徑トスル半圓ヲ作り此ノ二線分ノ積ト目ノ點ヨリ垂線ヲ立ツル時半圓ニ至ル迄ノ線分ガ求ムル線分ナリ.

55. 定理 14. ニヨル.

56. 定理 17. ニヨル.

57. 直線ナリ.

58. 立體幾何學ニ於テハ平行ナラザル直線交ハルコトモアレバ一般ニハ交ハラズシテ 零口交ハルハ特別ノ場合即チニツノ直線ガ同一平面上ニアル時ニ限ル.

59. ニツノ直線ガ平行ナリトハ其二直線ガ同一平面上ニアル時ニ限ル故ニニツノ直線ニ垂線ナルニツノ直線ハ一般ニ同一平面上ニナシ故ニ平行ナラズ.

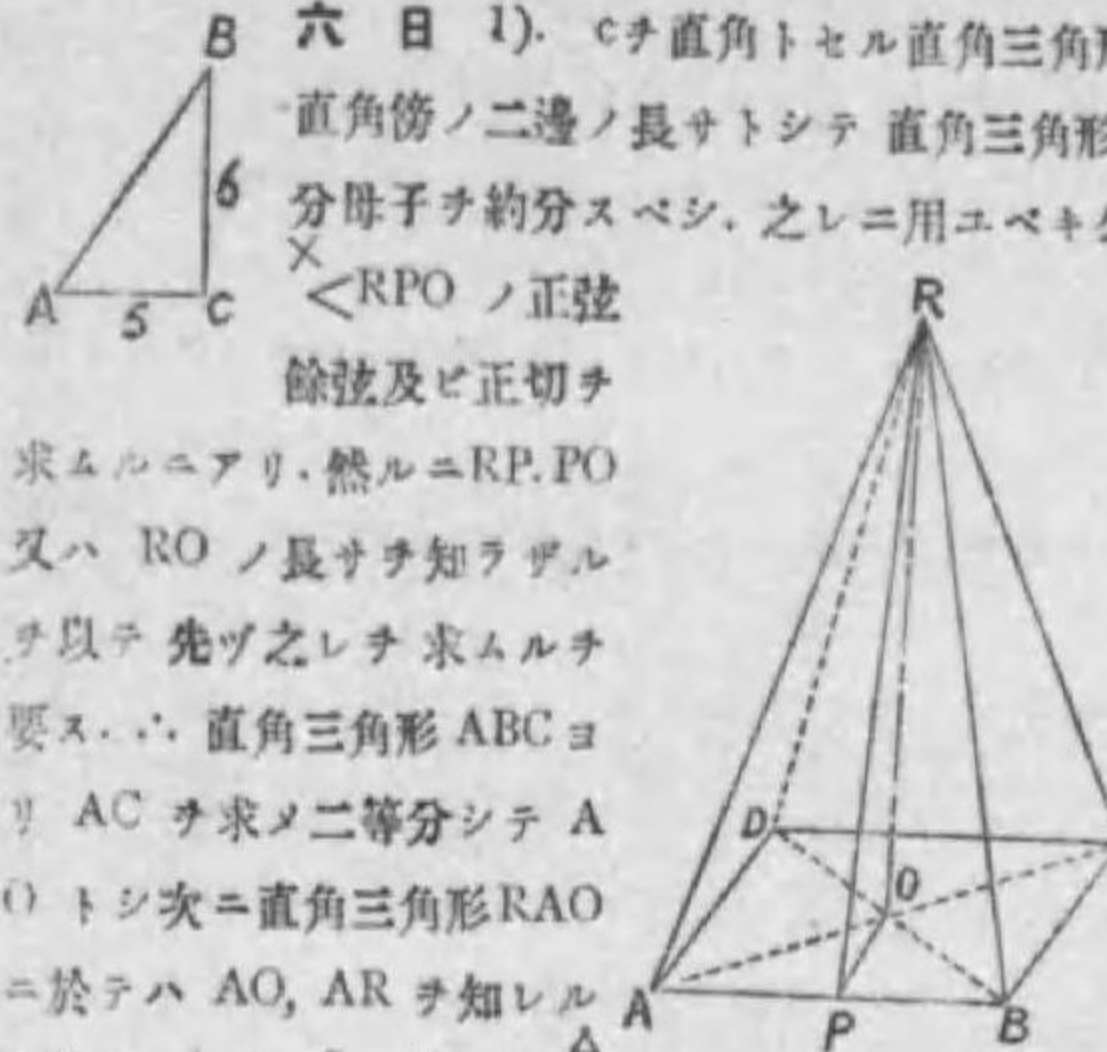
60. ニツノ平角ノナス角ノ定義ニヨル.

61. 定理 19. ニヨル.

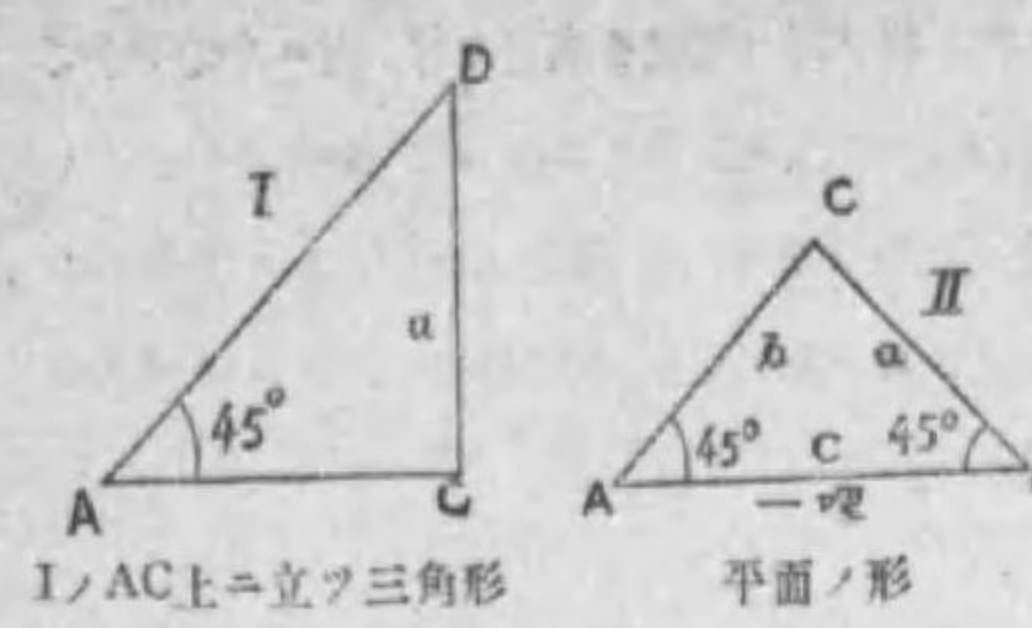
62. ニツノ垂線ノ足ヲ結ブ直線ヲ作りテ證明セヨ.

三角法問題解法指針

一日 1). 教科書ニツキ熟考スベシ。2). 直角ハ90°ナリ。3). 163.....トシテ表ハス。其方法ハ秒數ヲ1分ノ秒數即チ60ニテ割リ得タル數ヲ分ノ小數トシテ分數ノ後ニ續ケ得タル數ヲ1度ノ分數即チ60ニテ割リ得タル數ヲ度ノ少數トシテ角數ノ後ニ附ス。二日 1). 三角教科書ヲ讀ミテ熟考セヨ。三日 1). 各邊ニ其長サヲ使用シテ三角函數ノ數値ヲ求ムベキナリ。2). sinA, cosA等ノ三角函數ノ代リトシテ用ユルニ邊ノ比ヲ以テシ幾何學ノ「直角三角形ノ斜邊ノ上ノ正方形ハ他ノ邊ノ上ノ正方形ノ和ニ等シ」ナル定理ヲ利用スベシ。四日 2). 公式(7)ト(8)トチ方程式ノ各邊宛開ケ合セバ $1 + \tan^2 A + \cot^2 A + \cot^2 A \tan^2 A = \sec^2 A \operatorname{cosec}^2 A$ ヲ得之レヲ與ヘラレタル式ノ $\sec^2 A \operatorname{cosec}^2 A$ ノ代リニ入レ次ニ公式(3)ヲ用ユ。五日 1). 正弦以外ノ三角函數ヲ sinA ニテ顯ハシテ後 sinA ノ代リニ $\frac{1}{2}$ ヲ入レ計算スベシ。2). 左邊ノ括弧ヲ去リ公式(4)及ビ(5)ニヨリテ tanA 及ビ cotA ヲ去リ。sinA cosA ノ同分母ニナシテ公式(6)ヲ適用スル如ク括リ公式(1)及ビ(2)ノ系ヲ用ユレバ右邊ヲ導クヲ得。



六日 1). cチ直角トセル直角三角形 ABC ニ於テ $\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{6}{5}$ ∴ BC=6, AC=5トシ之レヲ「直角傍ノ二邊ノ長サトシテ」直角三角形ヲ畫ケベシ。2). 恒同式ノ左邊同分母ニシテ加ヘ算ナナシ分母ヲ約分スベシ。之レニ用ユベキ公式(6)ト(6)ノ系ト(1)ノ系トナリ。七日 1). 目的ハ $\angle RPO$ ノ正弦ヲ求ムルニアリ。然ルニ RP, PO 又ハ RO ノ長サヲ知ラザルヲ以テ先ツ之レヲ求ムルヲ要ス。∴ 直角三角形 ABC ヨリ AC ヲ求メ二等分シテ A'トシ次ニ直角三角形 RAO ニ於テハ AO, AR ヲ知レルヲ以テ $\sin A = \frac{1}{2}$ ヲ取レバ $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ ナルヲ以テ $A = 30^\circ$ $\therefore \sin A = \frac{1}{2}$ ∴ $(\sin A - \frac{1}{2})^2 = 0$ ニシテ $\sin A = \frac{1}{2}$ 。然ルニ $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ ∴ $A = 30^\circ$ 。2). 公式(9), (4)及ビ(5), (1)ノ系トチ順次ニ左邊ニ應用スベシ。十日 1). 元式ニ含マレタル各三角函數ニ其値ヲ入レテ試ミヨ。2). 括弧ヲ解キテ代數的ノ乗法ヲ行ヒ同類項ヲ簡約スレバ $2 \tan A \cot A - 2 \tan B \cot B$ ヲ得之レニ公式(3)ヲ應用スレバ結果ハ零ヲ得。十一日 1). 公式(6)ノ系, (1)ノ系, (8)ヲ用ヒテ分數ノ減法ヲ行ヒテ分母ヲ別々ニ平方根ヲ求ムレバ $\frac{\cot A}{\sqrt{1+\cot^2 A}}$ ヲ得。2). $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ ヲ用ユベシ。十二日 1). 眞數表ヲ用ユベシ。2). 公式(7)ヲ利用シテ與ヘラレタル二式ヨリ θ ヲ除去スベシ此ノ爲メニ $\tan^2 \theta$ 及ビ $\sec^2 \theta$ ヲ用ヒテ含マヌ式ニテ求メ公式(7)ノ $\tan^2 \theta$ 及ビ $\sec^2 \theta$ ノ代リニ入ルレバ目的ヲ達スルヲ得其ノ爲メニ $2 \tan \theta = a+b$, 第一式ヨリ第二式ヲ引ケテ $2 \cos \theta = a-b$ ∴ $\tan^2 \theta = \frac{(a+b)^2}{4}$, $\cos \theta = \frac{a-b}{2}$, $\sec^2 \theta = \frac{4}{(a-b)^2}$, $\sec^2 \theta = \frac{4}{(a-b)^2} \cdot \frac{(a+b)^2}{4} = \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}$ $\therefore \tan^2 \theta = 1$ 之レヲナシ得ル寸簡單ニスルヲ可トス。十三日 1). I. $\sin \theta = 0.5333$, 眞數表ニヨリバ $\sin 32^\circ 10' = 0.5324$ $\sin 32^\circ 20' = 0.5348$, 此ノ差 $10'$ ニシテ 0.0024 然ルニ $\sin 32^\circ 10'$ ト $\sin \theta$ トノ差ハ 0.0009 ナリ。∴ 次ノ比例式ヲ得 $24' : 10' = 9$; x 之レヨリ x ヲ求ムレバ凡 $3' 42''$ ナリ。∴ $\theta = 32^\circ 13' 42''$ 。II. $\tan \theta = 1.4555$, 眞數表ニヨリ $\tan 55^\circ 30' = 1.4550$, $\tan 55^\circ 40' = 1.4641$. 此ノ差 $= 0.0089$ 而シテ $\tan 55^\circ 30'$ ノ $\tan \theta$ トノ差 $= 0.0005$ 之レヨリ上ノ方法ニヨリ θ ヲ求ムレバ $55^\circ 30' 37''.5$ 。2). 公式(8), (7), (1)ノ系ト(2)ノ系, (6)ノ系ヲ順次ニ用ユレバ $\frac{1}{\sin^2 \theta - \sin^4 \theta}$ ヲ得。十四日 1). $\triangle ABC$ 中 $B=90^\circ-A=45^\circ$ ∴ $a=d=35$, $c=35$ $\frac{a}{b} = \frac{c}{a}$ ∴ $a^2 = bc$ ∴ $a^2 = 35 \cdot 35 = 1225$ ∴ $a = 35$ 。2). 餘角ノ三角函數 $\sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{2450}$ 。2). 餘角ノ三角函數 $\frac{a}{52}$ ∴ $a = \frac{25\sqrt{3}}{2}$ 同様ニ $\cos A = \frac{b}{5}$ ∴ $b = \frac{25}{2}$, $B=90^\circ-A=30^\circ$ 。2). 三角函數ノ代リニ其ノ數値ヲ入レバ $\frac{3}{4}$ ヲ得。十六日 1). $A=45^\circ$ ∴ $B=45^\circ$ 從ツテ $A=B$ ∴ $a=b=16$, $c = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{512}$ 。2). $\triangle ABC$ 中 $\angle C=90^\circ$, $\angle A=45^\circ$, $\angle B=45^\circ$ 從ツテ $A=B$ ∴ $a=b=16$, $c = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{512}$ 。2). $\triangle ABC$ 中 $\angle C=90^\circ$, $\angle A=45^\circ$, $\angle B=45^\circ$ 從ツテ $A=B$ ∴ $a=b=16$, $c = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{512}$ 。



十七日 1). 代数ニ於ケル場合ト同一ナリ。十八日 1). 記憶シ居ラズバ教科書ヲ熟讀スベシ。2). 各括弧内ニ於テ公式(1)ノ系ト(2)ノ系ト(4)ト(5)トヲ用ヒ各括弧内ヲ別々ニ通分シ其ノ結果ニ公式(6)ノ系ヲ用ヒ約分スレバ $2 \sin A^2 - 1$ ヲ得。十九日 1). 第二象限ニアルP點ノ位置ハ $x=-5$, $y=3$, 第四象限ニアルP點ノ位置ハ $x=+5$, $y=-3$ 。2). 一隅ヲ直角トセル直角三角形ニシテ其ノ直角邊ノ二邊ハ3ト4トノ割合ニシテ其ノ斜邊即チ六邊數ノ對角線ハ $\sqrt{3^2+4^2}=5$ ナリ。∴ 此ノ三角形ノ一銳角ノ正弦ハ $\frac{3}{5}=0.6$ 之レヨリ眞數表ニヨリテ(1)ノLニ準ジテ角ノ大サヲ求ムレバ $36^\circ 52' 13''$ 他ノ角 $= 90^\circ - 36^\circ 52' 13'' = 53^\circ 7' 47''$ 。二十日 1). 或ル基線ヨリ時計ノ針ノ廻轉ト反對ノ方向ニ廻轉シタリト見做シテ測リタル角ヲ正トシ時計ノ針ト同ジ方向ニ廻轉シタルモノト見做ストキハ之レヲ負トス。2). 與式ノ兩邊ニ 30° 及ビ 60° ノ三角函數ノ數値ヲ入レテ算術的ノ計算ヲナセバ兩邊ノ結果 $\frac{1}{2}$ トナリ等シキヲ證明スルヲ得。二十一日 1). 第二象限ニ於ケル角ノ正弦ハ $\frac{4}{5}$ ノ線ノ上ニ立テル垂線ト角ノ廻轉邊トノ比ナルヲ以テ正ニシテ第三象限ニ於ケル角ノ正切ハ OV' ト OX' トノ上ニ計ル長サノ比ナルヲ以テ比ノ兩項ガ負ナルヲ以テ正切ハ正ナリ。2). A ハ正ノ銳角トス $\operatorname{Pcot} A = \sqrt{q^2-p^2}$ ナレバ $\cot A = \frac{\sqrt{q^2-p^2}}{p}$ 公式(3)ノ系ニヨリ $\tan A = \frac{p}{\sqrt{q^2-p^2}}$ 公式(7)ニヨリ $\sec A = \pm \frac{\sqrt{q^2-p^2+p}}{\sqrt{q^2-p^2}}$, 從ツテ公式(2)ノ系ニヨリ $\cos A = \pm \frac{\sqrt{q^2-p^2}}{\sqrt{q^2-p^2+p}}$ 公式(8)ニヨリ $\operatorname{cosec} A = \pm \frac{p+\sqrt{q^2-p^2}}{p}$, 公式(1)ノ系ニヨリ $\sin A = \pm \frac{p}{p+\sqrt{q^2-p^2}}$ 但シ正銳角ノ三角函數ハ何レモ正ナルヲ以テ正ノ場合ノイヲ取ル。二十二日 1). $260^\circ = 180^\circ + 80^\circ$ ∴ 第三分面, $-215^\circ = (-180^\circ) + (-35^\circ)$ ∴ 第二分面, $405^\circ = 360^\circ + 45^\circ$ ∴ 第一分面, $-932^\circ = 2 \times (-360^\circ) + (-180^\circ) + (-32^\circ)$ ∴ 第二分面。2). $\angle BAC = 30^\circ$, $BC = 50$ $\cot BAC = \frac{AC}{BC}$ ∴ $AC = 50\sqrt{3}$, $AC = DC = 50\sqrt{3}$, $DB = 50(\sqrt{3}-1)$ 。二十三日 1). 180° ノ餘角 $= 90^\circ - 18^\circ = 72^\circ$, 50° ノ餘角 $= 90^\circ - (-50^\circ) = 148^\circ$, 325° ノ餘角 $= 90^\circ - 325^\circ = -235^\circ$ 。2). $\tan A - \sec A$ ヲ公式(4)ト(2)ノ系ト(6)ノ系トヲ用ヒテ $\sin A$ ノ項ニテ表ハシ然ル後 $\sin A = \frac{3}{5}$ ナルヲ入レテ計算スレバ $\frac{1}{2}$ ヲ得。二十四日 1). 理解不充分ナレバ教科書ニツキテ熟考スベシ。2). 各角ノ三角函數ノ値ヲ代入シテ計算セヨ。答 1. 二十五日 1). 答ハ能ハザレバ教科書ニヨルベシ, $\tan(-A)$ ニツキテハ公式(3)ニヨルベシ。二十六日 1). $\sin 0^\circ = 0$. 之レヨリ角ノ増大ニツレテ其値ヲ増加シ $\sin 90^\circ = 1$ ニ至ル。之レヨリ角ガ増大スレバ其ノ値ハ反對ニ減少シテ $\sin 180^\circ = 0$ ニ至ル。之レヨリ角ガ増大スレバ其ノ値ハ負トナリ。其ノ絕對値ハ増加シテ $\sin 270^\circ = -1$ トナリ。銳角ガ増大スレバ値ハ減ジテ $\sin 360^\circ = 0$ 。2). $(a)+2(b)$ ニヨリ $\tan A + \tan B = \pm \frac{4}{\sqrt{3}}$ (c)ヲ得 (b)-2 (a)ニヨリ $\tan A - \tan B = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$ (d)ヲ得 (c)+(d)ニヨリ $2 \tan A = \pm \frac{6}{\sqrt{3}}$ ∴ $\tan A = \pm \sqrt{3}$. 然ルニ $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ ∴ $A = \pm 60^\circ$ (c)-(d)ニヨリ $\tan B = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ 然ルニ $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ∴ $B = \pm 30^\circ$ 。二十七日 1). $\sin(-210^\circ) = \cos 300^\circ = \cos(360^\circ - 60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$; 同様ニシテ $\cos(-210^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\tan(-260^\circ) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ 。2). 補角ノ三角函數式及ビ差 180° チモツ角ノ三角函數式ニヨリ元式 $= \frac{(a+b)\cot A}{-\cot A} + \frac{-(a-b)\cot A}{\cot A} = -2a$ 。二十八日 1). 公式(6)ノ系ニヨリ $\sin \theta$ 及ビ $\cos \theta$ ノ項ニテ示セバ與式ハ次ノ如クナリ $\sqrt{1-\cos^2 \theta} + 2 \cos \theta = 1$. 之レヨリ, $\sqrt{1-\cos^2 \theta} = 1 - 2 \cos \theta$ 兩式ヲ自乗シテ $\cos \theta$ ノ二次方程式ヲ得進テ $\cos \theta = 0$ 或ハ 0.8 ヲ得, $\cos \theta = 0$ ヨリ θ ハ分面ノ OY 及ビ OY' 線ノ上ニ來ル凡テノ角ヲ取リ $\cos \theta = 0.8$ ヨリ眞數表ニヨリ $\theta = 36^\circ 52' 13''$ 餘。2). 餘角, 補角, 及ビ差 270° チモツ角ノ三角函數ノ關係式ニヨリ何レモ角 A ノ三角函數ニテ示シ公式(4)ト(5)トヲ用ヒテ後約分シ次ニ公式(5)ヲ用ユレバ $\cot A \operatorname{cosec} A$ ヲ得。三十日 1). 元式ノ各項チ A ノ三角函數ニ變ジ分母ヲ約分スレバ結果3ヲ得。2). 初項 $= a \sin \theta$, 公比 $= \cos \theta$ ナル等比級數ナリ今 θ 正ノ第一分面ノ角トセバ $\cos \theta$ ハ 0 ヨリ 1 迄ノ間ニアル數値ヲ有ス即チ此ノ公比ハ 1 ナルカ又ハ 1 ヨリ小ナリ。若シモ $\cos \theta = 1$ ナレバ此ノ級數ノ各項ハ皆 $a \sin \theta$

トナリ、 $\cos\theta=1$ ナルヲ以テ $\theta=0^\circ$ ニシテ $\theta=0^\circ$ ナレバ $\sin\theta=0$ 即チ之レ等ノ級ハ級數ヲ成立セズ。次ニ $0<\cos\theta<1$ ナレバ代數ニヨリ $S_n = \frac{a \sin\theta}{1-\cos\theta}$ 、次ニ $\cos\theta=0$ ナレバ此ノ級數ノ第二項以下ハ零トナリ初項 $a \sin\theta$ ノ1ヲ殘ス然ルニ $\cos\theta=0$ ナルヲ以テ $\theta=90^\circ$ 、從ツテ $\sin\theta=1$ 。故ニ此ノ級數ノ總和 $=a$ 。即チ $\theta=0^\circ$ ナレバ級數不成立、 $0<\cos\theta<1$ ナレバ $S_n = \frac{a \sin\theta}{1-\cos\theta}$ 、 $\theta=90^\circ$ ナレバ $S_n = a$ 。2) 凡テノ角ノ三角函數ヲ公式ニヨリテ Δ ノ三角函數トテ $\cos\theta=1$ ヲ置ケバ各分數ハ何レモ1又ハ-1トナリ結果ヲ得。



大正二年七月二日印刷
同 年七月五日發行

(定價金貳拾錢)

編發
行人兼

森

谷

精

一

京都府愛宕郡田中村
字大溝十七番地

印刷
人

三

上

庄

治

郎

京都市下京區柳馬場通
三條南入四五番戶

印刷
所

似

玉

堂

活

版

部

京都市下京區柳馬場通
三條南入四五番戶

特116

900

終