中央統計聯合會

統計演講集

中央統計聯合會編

中華書局印行

民國廿六年十月發行
民國三十年三月再版

大學用書 中央統計聯合會統計演講集（全一册）

實價 法幣 780.00

（郵運匯費另加）

版權所有

編者 中央統計聯合會

發行者 中華書局有限公司
代表人 路錫三

印刷者 上海澳門路 美商永寧有限公司

總發行處 昆明 中華書局發行所

分發行處 各埠 中華書局

（一一九〇一）

中央統計聯合會統計演講集

目　次

甲　原理部份

乙　實驗部份

序

中央各院部會，前以鑒於國內統計事業，亟應通力合作，妥籌改進，爰於民國十九年組設中央統計聯合會.成立以來，既經隨時集會，致力於意見之交換，工作之溝通；而感於專門事業之處理，尤需學識之灌輸，復於二十二年七月起至翌年六月止，按月一次，分別邀約國內統計專家，假地中央大學及計政學院，舉行統計學術演講，繼以討論，藉資切磋.講題分爲原理及實驗兩部份.計會期歷十二次，每次參加聽講者，除各會員機關全體統計人員外，尚有其他各機關之職員與學校之學生，凡三百餘人，誠爲一時之盛舉.茲以演講竣事，前者臨時印發之演講大綱，業已陸續送罄，而各方需要參考，投函索取者，仍紛至沓來，爰請原來講師，各就初稿，詳予增訂，彙成專集，公諸同好. 值茲付梓徵序，用述梗概焉.

中華民國二十五年二月吳大鈞序於國府主計處

中央統計聯合會

統計演講集

平均數

朱君毅

一. 緒論

平均數之功用，在用簡單數字表示繁複之事實．萬千觀察，零亂無章，一經分類，則條理分明．然分類之後，雖綱領已列，閱者猶難得其要點，故再進一步之手續，在將次數分配中之特徵，作簡單之量的界說．此種手續，即平均方法；由此方法所得到之簡單數字，即平均數．

平均數爲變量中之一值，其性質與變量相同．故變量爲長度，平均數亦爲長度，變量爲重量，平均數亦爲重量．

1.平均數之性質 一妥善之平均數，應含有以下之性質：

(1)界說應嚴格 由估計而得之平均數，受觀察者之主觀影響，不能完全以客觀之事實爲根據．

(2)應根據全部觀察 若不能符合此點，則平均數不能代表全體分配之特徵．

(3)不宜多含過於抽象之數學性質 若平均數性質簡明，則讀者易於明瞭．

(4)易於計算 若有兩種平均數，其他各種條件相等，但甲種易於計算，乙種則非，則甲種自勝於乙種．但專重計算之簡易，而忽略他種條件，亦非所宜．

(5)宜固定而不多受"抽樣之變動"的影響　從同一組事實，而得各種抽樣,則各抽樣之平均數,鮮有彼此相同者．但用某種平均數時之彼此相差,必較用另一種平均數時之彼此相差爲大．此二種平均數,以相差較小者爲較妥善．

(6)可用代數方法計算　此爲妥善平均數之最要條件；意即合併數列之平均數,可用各組合數列之平均數表出之:若一變量爲二個或三個以上之數列組合而成,則全部數量之平均數,應能以其組合部分之各平均數表出之．

2.平均數之種類　平均數之最通用者,計有三種:

(1)算術平均數(arithmetic mean;簡稱 M),

(2)中數或中位數(median;簡稱 Mdn),

(3)衆數或範數(mode;簡稱 Mo)．

此三種中尤以第(1)種爲最重要．此外尙有

(4)幾何平均數(geometric mean;簡稱 G),

(5)倒數平均數或調和平均數(harmonic mean;簡稱 H)．

茲分別討論之:

二．算術平均數

若某變量之各值,X_1、X_2、X_3、……X_n,其次數爲N,則以N除各值之和,所得商數,卽算術平均數．

1.算術平均數之計算法　算術平均數之計算法，可用以下公式表出之:

$$M=\frac{1}{N}(X_1+X_2+X_3+\cdots\cdots+X_n)\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

或用較簡明之公式，

$$M=\frac{1}{N}\Sigma(X)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

若變量中之各值，有次數時，可用下式表出之，

$$M=\frac{1}{N}\Sigma(fX)\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

在上式內：　$N=$各值之總次數，

$\Sigma=$各值之總和，

$X=$變量中之各值.

倘各值爲之歸入次數分配表時，則各組距之中點值，代表各該組距內之各值.計算算術平均數之公式，可書之如下：

$$M=\frac{1}{N}(f\cdot\text{Mid-pt})\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

在上式內 Mid-pt 代表各組距之中點值.

關於公式(4)，吾人有兩種假定：(a)任何組距內之各值，均密集於各該組之中點，故可用各該組中點值以代表之；(b)任何組距內之各值，均均勻分配於各該組距之上，故組中點值爲代表數.

但用公式(4)計算算術平均數時，手續頗繁. 欲使之簡便，可採用以下兩種方法：(a)將組距作爲測量之單位計算；(b)求眞正平均數與假定平均數之差，而不直接求眞正平均數之值.

設 A 爲假定算術平均數(arbitrary mean)，X 爲各變量，ξ(讀若Xi)爲假定算術平均數與變量中各值之差，則

$$X-A=\xi,$$

$$X=A+\xi,$$

$$\Sigma(fX)=\Sigma(fA)+\Sigma(f\xi),$$

$$\frac{1}{N}\Sigma(fX)=\frac{1}{N}\Sigma(fA)+\frac{1}{N}\Sigma(f\xi);$$

但 A 爲常數，故

$$\frac{1}{N}\Sigma(fX)=A+\frac{1}{N}\Sigma(f\xi),$$

因

$$M=\frac{1}{N}\Sigma(fX),$$

故 $$M=A+\frac{1}{N}\Sigma(f\xi)\cdots\cdots(5)$$

若以 i 爲組距內之單位數,則

$$M=A+\frac{1}{N}\Sigma(f\xi)i\cdots\cdots(6)$$

故用公式(5)(6)時,所計算者,非爲 $\Sigma(f\cdot\text{Mid-pt})$,而爲 $\Sigma(f\xi)$。ξ 爲差數,因其數目較小,故計算便利.若各值歸入組距,則每組距可視爲單位,其手續尤爲簡捷.欲使 ξ 之差數盡量變小,則 A 之值,應從全距之中點處假定之.

茲用公式(6)顯示算術平均數之計算法如下:

第一表 算術平均數之簡捷算法

X	f	ξ	$f\xi$
0 — 5	2	—4	—8
5 — 10	4	—3	—12
10 — 15	5	—2	—10
15 — 20	6	—1	—6
			—36
20 — 25	8	0	
25 — 30	7	1	7
30 — 35	6	2	12
35 — 40	5	3	15
40 — 45	3	4	12
45 — 50	1	5	5
	47		51

$$M=A+\frac{1}{N}\Sigma(f\xi)i=22.5+\frac{1}{47}(51-36)\times5$$
$$=22.5+\frac{75}{47}=22.5+1.6=24.1$$
$$\therefore M=24.1$$

2.算術平均數之性質 算術平均數爲各平均數中之最妥善者,茲

將其性質略述如下：

(1)界說嚴格.

(2)根據全部觀察.

(3)不多含過於抽象之數學性質，故易於明瞭.

(4)易於計算.

(5)予極端量數以相當之權.

(6)若知總和與次數，即可求得之.

(7)變量中各值與算術平均數之差之代數和等於零.

證明：
$$M=\frac{X_1+X_2+X_3+\cdots\cdots+X_n}{N},$$

$$\therefore\quad NM=X_1+X_2+X_3+\cdots\cdots+X_n,$$

$$\therefore\quad (X_1-M)+(X_2-M)+(X_3-M)+\cdots\cdots+(X_n-M)=0.$$

(8)可用代數方法計算：合併數列之算術平均數，可用各組合數列之平均數表出之.

$$M=\frac{N_1M_1+N_2M_2+\cdots\cdots+N_nM_n}{N_1+N_2+\cdots\cdots+N_n}.$$

在上式內：　M_1＝第一數列之算術平均數，

M_2＝第二數列之算術平均數，

……………………………………，

M_n＝第 N 數列之算術平均數，

M ＝合併數列之算術平均數，

N_1 ＝第一數列之次數之和，

N_2 ＝第二數列之次數之和，

……………………………………，

N_n ＝第 N 數列之次數之和，

$N=N_1+N_2+\cdots\cdots+N_n$＝合併各數列次數之和.

證明： $M=\frac{\Sigma X}{N}$, $M_1=\frac{\Sigma X_1}{N_1}$, $M_2=\frac{\Sigma X_2}{N_2}$, ……, $M_n=\frac{\Sigma X_n}{N_n}$;

但 $\Sigma X=\Sigma X_1+\Sigma X_2+\cdots\cdots+\Sigma X_n$,

$\therefore\quad NM=N_1M_1+N_2M_2+\cdots\cdots+N_nM_n$,

$$\therefore\quad M=\frac{N_1M_1+N_2M_2+\cdots\cdots+N_nM_n}{N_1+N_2+\cdots\cdots+N_n}.$$

以上所述算術平均數之性質，可舉一實例說明如下。設中國歷代帝王之人數，及其平均年壽如下表所列，試問各代帝王平均年壽多少？

朝代	帝王人數	平均年壽(以年爲單位)
漢	25	33.70
魏晉	26	40.75
宋至隋	52	32.79
唐五代	33	45.65
宋	42	48.90
元	9	40.80
明	14	45.00
清	9	49.95
	210	

$$M=\left(\frac{1}{25+26+52+33+42+9+14+9}\right)(25\times33.70+26\times40.75$$
$$+52\times32.79+33\times45.65+42\times48.90+9\times40.80+14\times45.00$$
$$+9\times49.95)$$
$$=\frac{8614.08}{210}$$
$$=41.0194.$$

(9)算術平均數，或不發現於實際資料之中。

(10)倘極端量數缺乏，則算術平均數不能精確決定。

(11)算術平均數,不能在圖示上指出.

(12)在品質測量上,不能求得算術平均數.

3.何時應用算術平均數

(1)倘數列之各值,應各得其相當之權.

(2)倘吾人欲得到最高之可靠性.

(3)倘以後須計算標準差及 Pearson 相關係數等.

三. 中　數

倘數列中之各值,由小而大,順序排列,中有一點,其上下之量數均為百分之五十,此點即為中數.

1.中數之計算法

(1)倘數列為間斷者,則中數為順序排列之第$\frac{N+1}{2}$個量數之值.

$$Mdn=\text{第}\frac{N+1}{2}\text{個量數之值}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

(a)倘N為奇數時,則計算之示例如下:

25,26,27,28,29,30,31,32,33,34,35=11個量數,

$$Mdn=\text{第}\frac{11+1}{2}\text{個量數之值}=\text{第 6 個},$$

$$\therefore\ Mdn=30.$$

(b)倘N為偶數時,則計算之示例如下:

25,26,27,28,29,30,31,32,33,34,35,36=12個量數,

$$Mdn=\text{第}\frac{12+1}{2}\text{個量數之值}=\text{第6.5個},$$

$$\therefore\ Mdn=30.5.$$

(2)倘數列中各量數已歸入次數分配,則中數為第$\frac{N}{2}$個量數之值.茲舉示例,說明算法如下:

第二表　中數之計算法

X	f	計　　　算
0 — 5	2	$\frac{N}{2}=\frac{47}{2}=23.5$
5 — 10	4	向下遞加：$2+4+5+6=17$
10 — 15	5	$23.5-17=6.5$
15 — 20	6	$\therefore\ Mdn=20+\frac{6.5}{8}\times 5$
20 — 25	8	$=20+4.06=\underline{24.06}$
25 — 30	7	覆驗：向上遞加
30 — 35	6	$1+3+5+6+7=22$
35 — 40	5	$23.5-22=1.5$
40 — 45	3	$\therefore\ Mdn=25-\frac{1.5}{8}\times 5$
45 — 50	1	$=25-0.9375=\underline{24.06}$
	47	

(3)倘應用簡寫符號，第二表之算法，可以公式表出之如下：

$$Mdn=l+\frac{\frac{N}{2}-F}{f}i \qquad \cdots\cdots(8)$$

或

$$Mdn=L-\frac{\frac{N}{2}-F'}{f}i \qquad \cdots\cdots(9)$$

在上式內：　l ＝含有中數組距之低限度，

L ＝含有中數組距之高限度，

f ＝含有中數組距之次數，

i ＝組距之單位數，

N =總次數,

$F = l$ 以下之次數之和,

$F' = L$ 以上之次數之和.

若將公式(8)、(9)應用於第二表之材料時,則

$$Mdn = l + \frac{\frac{N}{2} - F}{f} i = 20 + \frac{\frac{47}{2} - 17}{8} \times 5 = 24.06,$$

或
$$Mdn = L - \frac{\frac{N}{2} - F'}{f} i = 25 - \frac{\frac{47}{2} - 22}{8} \times 5 = 24.06.$$

(4)倘次數分配,變爲累積圖,則中數可用圖算求得之.其法卽在縱坐標上之中點作一橫線,與橫坐標平行,直至與累積曲線相交切.由交切點作一垂直線,與橫坐標相交切,此交切點,卽中數之值.

2.中數之性質

(1)容易計算,且較算術平均數爲易.

(2)倘所量之物,能依次排列,且最中之數量得知,則各物雖不能盡數測量,或兩端之量數未明,亦可求得中數.

(3)有時品質之估計,完全不能應用數量表示;此時祇有應用中數,而算術平均數完全不能應用.例如英國 Galton 之測量智力,卽用中數表示平均智力者.

(4)中數因不受兩端最大或最小量數之影響,故有時勝於算術平均數.

(5)有時數列之中段量數,雖有密集之象,而仍乏明晰之衆數,此時中數實有勝於衆數之處.舉例如下:

X	f
0 – 5	2
5 – 10	3

10 – 15	6
15 – 20	6
20 – 25	6
25 – 30	4
30 – 35	1

(6)中數之值不因數列中多加幾個數量而大受變更，關於此點中數亦勝於衆數.

〔例〕

1,2,3,7,7,12,20: 中數=7; 衆數= 7.

1,2,3,7,7,12,20,20,20: 中數=7; 衆數=20.

(7)不能用代數方法計算:合併數列之中數,不能用各組合數列之中數列表出之.

〔例〕

1,2,3,4,5之中數= 3,

11,18,19,20,41之中數=19,

但 3 與19之中數=11,

而 1,2,3,4,5,11,18,19,20,41之中數=8.

(8)中數之決定,固亦根據全部觀察;但所謂全部觀察者，祇就各量數之比較等第或大小而言,而非若算術平均數之根據精確數量者.

(9)中數有時亦不能代表事實上之實際數值.

〔例〕

15,16,17,18,21,23,25,27: 中數=19.5.

(10)中數之值,有時毫無代表性質.

〔例〕

15,16,16,16,17,19,19,19,21: 中數=17,有代表性質者,為16

與19二值.

(11)以中數乘總次數,並不能得到總和.

3.何時應用中數

(1)倘極端量數對於平均數所發生之影響過大,而吾人欲免除之.例如計算工廠工人之平均工資,或計算某地方人民之平均資產,則欲免除經理或巨富者之影響,可用中數(或衆數)以代表平均數.

(2)倘事實之一部或全部缺乏精確數量.

(3)倘以後有計算四分位點及各百分位點之必要者.

4.四分位點及百分位點　四分位點及百分位點之性質,與中數不同,更與平均數無關,似不宜在此處討論.但其求法,與中數之求法,原理相同,故附述如下:

(1)第一四分位點(first quartile point,簡稱 Q_1) 倘數列中之各值,由小而大,順序排列,內有一點,其下爲百分之二十五量數,其上爲百分之七十五量數,此點卽爲第一四分位點.其求法可用以下公式表出之:

$$Q_1 = l + \frac{\frac{N}{4} - F}{f} i \qquad (10)$$

或

$$Q_1 = L - \frac{\frac{3N}{4} - F'}{f} i \qquad (11)$$

在上式內之各符號已見公式(8)(9).

(2)第三四分位點(third quartile point,簡稱 Q_3) 倘數列中之各值,由小而大,順序排列,內有一點,其下爲百分之七十五量數,其上爲百分之二十五量數,此點卽爲第三四分位點.其求法可用以下公式表出之:

$$Q_3 = l + \frac{\frac{3N}{4} - F}{f} i \qquad (12)$$

或 $$Q_3 = L - \frac{\frac{N}{4} - F'}{f} i \text{ ....(13)}$$

倘適用公式(10)、(11)、(12)、(13)於第二表之材料，則得

$$Q_1 = 15 + \frac{\frac{47}{4} - 11}{6} \times 5 = 15.625,$$

或 $$Q_1 = 20 - \frac{\frac{3 \times 47}{4} - 30}{6} \times 5 = 15.625;$$

又 $$Q_3 = 30 + \frac{\frac{3 \times 47}{4} - 32}{6} \times 5 = 32.708,$$

或 $$Q_3 = 35 - \frac{\frac{47}{4} - 9}{6} \times 5 = 32.708.$$

(3)百分位點(percentile point，簡稱 P_p) 百分位點爲變量中之一值；此值之下，含有全次數之某百分數.例如 Q_1、$Q_2(Mdn)$、Q_3可寫爲P_{25}、P_{50}、P_{75}等.計算各種百分位點之公式如下：

$$P_p = l + \frac{pN - F}{f} i \text{ ....(14)}$$

或 $$P_p = L - \frac{(1-p)N - F'}{f} i \text{ ....(15)}$$

在上式內：P_p爲欲求之百分位點，p爲在P_p下之百分數；其餘符號已知.

設應用第二表之材料而求百分之二十位點，則算法如下：

$$pN = 0.20 \times 47 = 9.4,$$

$$\therefore \quad P_{.20\%} = 10 + \frac{9.4 - 6}{5} \times 5 = 13.4;$$

或 $$(1-p)N = 0.80 \times 47 = 37.6,$$

$$\therefore \quad P_{.20\%} = 15 - \frac{37.6 - 36}{5} \times 5 = 13.4.$$

四. 衆　數

數列中之某值，其次數最大者為衆數或範數；換言之，衆數為次數最密集之處.

1.衆數之計算法

(1)視察法　倘量數有次數而未經歸類，則含有次數最多之量數，即為衆數. 倘量數已經歸入次數分配表，則含有最大次數之組之中點值，可作為衆數之值. 此種衆數有時稱為視察衆數. 若視察第二表之材料，其衆數為22.5.

(2)估計法　倘所用之組距甚大，則不必用衆數組之中點為衆數而仍可在該組內推求衆數之地位，其法如下:

$$Mo=l+\frac{f_2}{f_2+f_1}i \quad\cdots\cdots(16)$$

或

$$Mo=L-\frac{f_1}{f_2+f_1}i \quad\cdots\cdots(17)$$

在上式內：　l ＝衆數組之低限度，

L ＝衆數組之高限度，

f_2＝衆數組之上鄰組之次數，

f_1＝衆數組之下鄰組之次數，

i ＝組距之單位數.

應用公式(16)(17)於第二表之材料，則

$$Mo=20+\frac{7}{7+6}\times 5=22.7,$$

或

$$Mo=25-\frac{6}{7+6}\times 5=22.7.$$

倘二鄰組之次數相等，則衆數即為衆數組之組中點值. 倘上鄰組之次數較大，則依公式(16)(17)，衆數可以移近於衆數組之高限度；倘下鄰

組之次數較大，則衆數可因而移近於衆數組之低限度.

(3)重組法　倘數列之次數分配，缺乏顯明之衆數，可用重組法，以求衆數，舉例如下：

第三表　用重組法求衆數

X	f	第一重組	第二重組	第三重組	第四重組	第五重組
11	36	80				
12	44		94	176	130	
13	50	96				180
14	46		86			
15	40	82			128	
16	42		92	161		
17	50	82				
18	32		60		110	152
19	28					

在以上各組中，每組次數最多之處，其相對之數有13，故13可視爲衆數.

(4)次數之動移平均數法　衆數亦可用次數之動移平均數法求得.此法較重組法爲簡捷，茲舉例以明之.

第四表　用次數之動移平均數法計算衆數

X	f	次數之動移平均數
		10.0
0—5	20	43.5
5—10	67	75.5
10—15	84	98.5
15—20	113	124.5
20—25	136	131.5
25—30	127	123.0
30—35	119	103.0
35—40	87	82.0
40—45	77	66.5
45—50	56	46.5
50—55	37	18.5

第四表第三行之動移平均次數最大者爲131.5，故衆數爲25.

(5)從算術平均數、中數、衆數之相對地位而得之求法　倘次數分配爲略不對稱形，則算術平均數、中數、衆數常持以下公式所示之相對地位：

$$Mo=M-3(M-Mdn) \cdots\cdots(18)$$

或

$$Mdn=Mo+\frac{2}{3}(M-Mo) \cdots\cdots(19)$$

換言之，中數爲由算術平均數至衆數三分之一之距離；或中數爲由衆數至算術平均數三分之二之距離．因算術平均數及中數均可精確求得，故由公式(18)而求得之衆數，亦甚精確．其唯一條件，卽分配須爲略略不對稱者．應用公式(18)於第一表及第二表，所得之結果，爲：

$$\begin{aligned} Mo &= 24.10-3(24.10-24.06) \\ &= 24.10-0.12 \\ &= 23.98. \end{aligned}$$

(6)圖算法　倘次數分配用次數多邊圖修勻法變爲平勻之次數曲線圖，則由曲線之最高一點垂一直線，與橫坐標相交切之一點，卽爲衆數．

根據以上方法所求得之衆數，均爲一種近似衆數．欲求理論衆數，須有二種條件：(a)無窮之觀察及(b)極小之組距．此二條件能達到時，則曲線變爲完全平勻，而衆數卽爲橫坐標上與曲線最高一點相當之處．然二條件不易達到，故最適當之法爲理論次數曲線之配合法：卽將理論線配合於實際觀察之上．此點應在討論"常態曲線與機誤"時詳述之．

2.衆數之性質

(1)衆數爲代表數之最適當量數．

(2)欲免除極端量數之影響時，衆數之效用極大．

(3)在一偏態分配中，衆數爲一重要而顯著之量數．

(4)衆數可用圖算法推算之．

(5)組距之大小，及組距之地位，均易變更衆數之值，故衆數實爲一"不穩固"之平均數.

(6)眞正衆數，不易用簡單之算術方法求得之.

(7)衆數不能用代數方法計算.

3.何時應用衆數

(1)若所需要求者，爲用迅速法決定密集度之近似量數.

(2)若所需要者，爲求得發現次數最多之量數.例如工資、結婚年齡與死亡年齡等.

4.應用衆數時應注意之點 在時間數列上，橫坐標僅代表時間之次序，而非代表某特性程度之由小而大，或由淺而深；縱坐標乃代表程度之高下，而非代表次數之多少.故曲線最高之處並無次數最多之意，且無"代表性"、"型性"或"常態"之意.例如：橫坐標代表上午十二時到下午十二時之時間，而在每點鐘內紀錄街上交通之狀況，則上午 8－9，下午 5－6 時或爲交通最形擁擠之時.然此種情形，並無每日街上交通狀況之代表性，或常態性；實則適得其反.在地理數列上，其情形相同.故在此二種情形之下，欲得到衆數之意義，應將材料重新歸類，以橫坐標代表某種特質之程度；以縱坐標代表某種程度之次數.

五. 幾何平均數

N 項目之幾何平均數，爲 N 項目乘積之 N 次方根.

1.幾何平均數之計算法 計算幾何平均數之公式如下：

$$G=\sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdots\cdots X_n} \qquad (20)$$

〔例〕 4，8，16 之 $G=8$，

因 $\sqrt[3]{4 \cdot 8 \cdot 16}=8$.

若數列中之任何值爲 0，則 G 爲 0.

幾何平均數之實際計算，可因利用對數而較爲便利，其公式爲

$$\log G = \frac{\log X_1 + \log X_2 + \cdots\cdots + \log X_n}{N} \cdots\cdots\cdots\cdots(21)$$

計算加權幾何平均數之公式爲

$$G = \sqrt[n]{X_1^{W_1} X_2^{W_2} X_3^{W_3} \cdots\cdots X_n^{W_n}} \cdots\cdots\cdots\cdots(22)$$

若用對數，則公式變爲

$$\log G = \frac{W_1 \log X_1 + W_2 \log X_2 + \cdots + W_n \log X_n}{N} \cdots\cdots(23)$$

在以上公式(22) (23)內：

$W_1, W_2, \cdots\cdots, W_n$爲量數$X_1, X_2, \cdots\cdots, X_n$之權數；

而 $N = W_1 + W_2 + W_3 + \cdots\cdots + W_n$.

2.幾何平均數之應用 幾何平均數常用於比例或比率之計算；例如計算利息、計算人口增加率、計算指數等均用之.茲舉例說明如下：

(1) [例一] 求下列某物各年價比之幾何平均數.

年	物價	價比
1928	\$ 0.874	100
1929	0.2185	25
1930	0.437	50
1931	1.748	200
1932	3.496	400

$$G = \sqrt[5]{100 \times 25 \times 50 \times 200 \times 400},$$

$$\log G = \frac{\log 100 + \log 25 + \log 50 + \log 200 + \log 400}{5}$$

$$= \frac{2 + 1.39794 + 1.69897 + 2.30103 + 2.60206}{5}$$

$$= \frac{10}{5} = 2,$$

$$\therefore \quad G = 100.$$

(2)〔例二〕　美國之人口在1910年爲91,972,266；在1920年爲105,710,620；在1930年爲124,070,000。用幾何平均數方法決定(a)1910年至1920年間之人口平均增加率；及(b)1920年至1930年間之人口平均增加率。

設 P_0 爲開始年之人口，P_n 爲 N 年之人口，則開始年與 N 年之人口平均增加率，可用以下公式表出之：

$$r=\sqrt[n]{\frac{P_n}{P_0}}-1 \qquad (24)$$

或
$$\log(1+r)=\frac{\log P_n-\log P_0}{N} \qquad (25)$$

根據公式(25)，例二之解算如下：

(a)
$$\log(1+r_1)=\frac{\log P_{1920}-\log P_{1910}}{10}$$
$$=\frac{\log 105{,}710{,}620-\log 91{,}972{,}266}{10}$$
$$=\frac{8.0241186-7.9636569}{10}$$
$$=\frac{0.0604917}{10}$$
$$=0.00604917,$$

$$1+r_1=1.014026,\quad r_1=1.014026-1=0.014026;$$

$$\therefore\ r_1=1.4026\%,\quad 或\quad r_1=1.4\%.$$

(b)
$$\log(1+r_2)=\frac{\log P_{1930}-\log P_{1920}}{10}$$
$$=\frac{\log 124{,}070{,}000-\log 105{,}710{,}620}{10}$$
$$=\frac{8.0936668-8.0241186}{10}$$
$$=0.00695482,$$

$$1+r_2=1.016143,\quad r_2=1.016143-1=0.016143;$$

$$\therefore\quad r_2=1.6143\%,\qquad 或\quad r_2=1.6\%.$$

(3)〔例三〕　根據例二之材料估計(a)1915年及(b)1925年之美國人口.

(a)
$$P_{1915}=\sqrt{91,972,266\times105,710,620},$$

$$\log P_{1915}=\frac{\log 91,972,266+\log 105,710,620}{2}$$

$$=\frac{7.9636569+8.0241186}{2}$$

$$=\frac{15.9877755}{2}$$

$$=7.9938878,$$

$$\therefore\quad P_{1915}=98,602,477.$$

(b)
$$P_{1925}=\sqrt{105,710,620\times124,070,000},$$

$$\log P_{1925}=\frac{\log 105,710,620+\log 124,070,000}{2}$$

$$=\frac{8.0936668+8.0241186}{2}$$

$$=\frac{16.1177854}{2}$$

$$=8.0588927,$$

$$\therefore\quad P_{1925}=114,523,342.$$

3.幾何平均數之性質

(1)予相當之變化率以相等之權　設甲乙二種貨物,甲種價比自100變至25,乙種價比自100變至400.其平均價比,實未變更.用幾何平均數:

$$G=\sqrt{25\times400}=100.$$

若用算術平均數,則平均價比,增加頗多,因

$$\frac{1}{2}(25+400)=212.5.$$

(2)可用代數方法計算.

(3)一切量數,在計算幾何平均數時,均須用到,故對於結果,均能發生影響.

(4)幾何平均數受極端量數之影響,不若算術平均數所受者之大.

(5)計算比較困難.

(6)若數列末端之量數欠缺或不完全,則不能計算幾何平均數.

六. 倒數平均數

倒數平均數或調和平均數,爲各量數之倒數之平均數之倒數.

1.倒數平均數之計算法 計算倒數平均數之方法,可用以下公式說明之:

$$H=\frac{1}{\frac{1}{N}\Sigma\frac{1}{X}}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(26)$$

2.倒數平均數之應用

(1) [例一] 倘貨物之時價單所載爲"每單位貨幣購得多少",而欲求此時價之平均,則用倒數平均數.設橘之時價爲大洋"每元四隻"、"每元五隻"、"每元二十隻",則計算平均每元所得之數時,應用倒數平均數.茲將倒數平均數之算法列下:

應用公式(26),每元洋所購橘子之數,爲

$$H=\frac{1}{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{20}\right)}=6.$$

此處重要問題,爲三種橘子,每種每隻,需洋多少;三種平均,每隻需洋多少;以此平均之價爲標準,若付洋一元共得多少.故所用者,應爲倒數平均數.

在例一中,欲決定應用算術平均數,抑應用倒數平均數,應先決定

何者爲不變之數:(a)所購貨物之量;(b)抑所費之金錢.

若貨物之量不變,則應用算術平均數，若金錢之數不變(例一之所示之金錢爲一元洋不變),則應用倒數平均數.

(2)〔例二〕　倘甲搖船之速率爲每一小時八里，乙搖船之速率，爲每一小時十二里,則甲乙二人平均每一小時搖船多少里?此處應用倒數平均數.

$$H=\frac{1}{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{12}\right)}=9.6\text{里}.$$

在例二中,欲決定應用算術平均數抑應用倒數平均數,應先決定何者爲不變之數:(a)工作之分量,抑(b)時間之分量.

若工作之分量不變,則應用算術平均數;若時間之分量不變（例二之所示時間爲一小時不變),則應用倒數平均數.

3.倒數平均數之性質

(1)倒數平均數,用於時間速率之平均及物價之平均上.

(2)倒數平均數可用代數方法計算.

(3)一個數列之倒數平均數，較其幾何平均數爲小；其幾何平均數，又較其算術平均數爲小.

參　考　書

Bowley, A. L.:	Elements of Statistics. Chap. 5; pp. 82-109
Chaddock, R. E.:	Principles and Methods of Statistics. Chap.6-8; pp. 81-150
Garrett, H. E.:	Statistics in Psychology and Education. Chap. 1; pp. 1-58
Holzinger, K. J.:	Statistical Methods for Students in Education. Chap. 6; pp. 78-102
Kelley, T. L.:	Statistical Method. Chap. 3; pp. 44-69
Lovitt and Hortzclaw:	Statistics. Chap. 7; pp. 90-123
Mills, F. C.:	Statistical Methods. Chap. 4; pp. 111-146
Yule, G. U.:	An Introduction to the Theory of Statistics. Chap. 7; pp. 106-132

相差度

褚一飛

一. 導言

不論研究何種科學,悉應根據事實.顧當着手研究之際,每感事實過於繁複,分析不便,非先將"事實簡單化"不爲功.而此"簡單化"方法,於統計學尤稱重要.蓋統計數字,恆隸於繁複之事實,旣屬繁複,自非簡單化不可.

統計數列之簡單化,端在提綱絜領,持若干簡單之數字,俾表示一繁複之數列.該若干簡單之數字,亦有名爲該統計數列之"表徵數"(該譯名爲李成謨君譯自 Caractéristique).通用之表徵數凡四——平均數、相差度、偏斜度與峯度(voussure)是也.平均數問題,前次朱君毅先生已有極詳盡之論述,無庸再贅,本講稿卽繼之以述相差度耳.

二. 相差度問題

人有智愚善惡,物有短長大小,參差不齊,殆爲一般事物之通性.是在一般事實之研究中,每發生"相差問題".例如研究財富之分配,有謂"不患貧而患不均",均或不均,乃一"相差問題"也.研究社會學者,有謂"社會現象之重要性適與該現象之相差程度成反比例"(Taine),"社會之進化乃相差程度之增加"(Spencer),類此,皆相差問題也.他如生物學、心理學、氣象學等科學,更不乏相差問題之實例,勢難列舉,茲不贅述.惟相差問題之重要,可藉此明矣.

相差問題固甚重要,然若無法以測量其相差程度而比較之,則必將

徒勞注意而無補於科學之研究．蓋科學研究貴能精確，欲臻精確，須由質量之研究進入於數量之研究；則有無相差，祇一質量問題耳；相差之程度幾何，始爲一數量問題而更具科學之價值矣．故凡研究相差問題，尤須知相差程度之測量，如何以測量一統計數列之相差程度，斯卽統計方法之相差度問題．

測量相差程度之方法不一，言乎形式，則或用一含有度量之數量以表示者，或用一純粹數目以表示者，因而相差度有絕對相對之分；言乎原則，則旣有取一距離以表示者，亦有取某一數與其他各項之平均相差以表示者，更有取各項相互比較之平均相差以表示者，且有取其配合公式之某係數以表示者，因而相差度又有全距離、“差距”、四分位差、概差、平均差、標準差、“均互差”、“不平等係數” (coefficient d'inégalité)等分別．惟本講演時間有限，勢難盡述，尤以取配合公式之某係數以表示相差度之理論較爲深奧，非片言隻語所能達，祇能俟有良機，再與諸君詳論之；概差(亦名機誤)與機遇數學有關，將留待鄭先生於下一講“常態曲線與機誤”中申述之，亦姑置勿論；其餘當一一申述之如次．

三．全距離差距和四分位差

1.全距離、差距與四分位差之意義 全距離、“差距”和四分位差之計算與價值雖各不同，然其持距離之大小而用以表示相差程度者一也，故今併入一節論之．

〔符號〕 Rg＝全距離，

VB＝差距，

γ ＝四分位差．

全距離之意義殊甚簡單，卽取其首尾兩數而比較之．茲設以

M_0＝最大值，

$$m_0 = \text{最小值},$$

則其全距離卽得寫如下式:

$$\text{全距離} = Rg = M_0 - m_0.$$

首尾相差之大小,卽用以表示一統計數列相差程度之大小,其屬膚淺且不準確可知;蓋首尾兩數恆不免被特殊事實所影響,則由該首尾兩數而所得之全距離亦不免含有特殊性矣.欲糾正此弊端,乃有將統計數列按其由小而大之次序分爲四等分(各佔全體四分之一),設使A爲其第一等分(卽含各較小數量之局部數列共n_1項)各項之算術平均數,B爲其第四等分(卽含各較大數量之局部數列共n_4項)各項之算術平均數,則亦可得一相差度量如次〔試名"差距".該譯名不足顯其意義,僅取其簡略耳.按義似當譯爲"四分平均數距離".下卽 Vaschide 與 Binet 之公式〕:

$$\text{差距} = VB = B - A,$$

$$B = \frac{\Sigma M_0}{n_4}, \qquad A = \frac{\Sigma m_0}{n_1}.$$

他法亦有取其第一第三兩四分位數(關於四分位數之計算法,請參看朱講平均數,p. 11)之距離之一半,用以表示其相差程度者.緣四分位數旣非極端數量,自可避免特殊事實之影響;並於兩四分位數之間括有全體數項之一半,則此兩四分位數之距離之大小,應能表示其相差程度之大小;所以取其距離之一半者,欲與概差相比較耳(倘算術平均數與兩四分位數之平均數相等,則概差與四分位差亦相等).此兩四分位數之距離之一半,卽名曰"四分位差".其公式如次(Galton 之公式):

$$\text{四分位差} = \gamma = \frac{Q_3 - Q_1}{2},$$

$$Q_3 = \text{第三四分位數},$$

$$Q_1 = \text{第一四分位數}.$$

2.評全距離、差距與四分位差 全距離、差距與四分位差三相差度計算均甚簡單,惟所根據僅由於局部材料,是其缺點耳. 顧相差度既與平均數同列於"表徵數"之數,自應受相同之條件,如"當根據全部觀察,否則即不能代表全體分配之特徵"(見朱講平均數 p. 1),以此觀之,則全距離、差距與四分位差均不得謂爲最妥善之相差度矣.且該三相差度之"惰性"較深.蓋全距離僅受首尾兩數所支配,不論其間各項有任何大之變化而彼則依然故我;四分位差亦僅受兩四分位數之影響而縱使其前其後有變動而彼仍屹然不動;差距亦不爲其中間兩四等分所動;是以"感覺性"(sensibilitè)言之,全距離、差距與四分位差似亦不得謂爲最妥善之相差度矣.然苟使吾人不欲苛求精確,則此類相差度意義既甚顯明,計算又頗簡便,亦儘有其可取之道焉.

至全距離、差距與四分位差三者之間,則計算固以全距離最爲簡便,但膚淺至極,現已罕爲人用,可斷其必將流於淘汰者;"差距"則亦以計算較繁,且尙受極端項之影響,故採用者亦漸見鮮少;是今以全距離、差距與四分位差三相差度而論,惟四分位差尙甚通行耳.

3.全距離、差距、四分位差之"相對化" 相差度有"絕對差度"與"相對差度"兩種,前已言之矣.絕對差度如上述全距離、差距與四分位差皆屬之,乃含有度量之相差度,故不免受其單位之影響. 且若兩統計數列其度量之類別不同,即失其相互比較之可能,此誠絕對差度之最大缺點.欲補救此缺點,遂有"相對化"之必要,即須消除其度量,化之爲一純粹數目字.而最通用且最簡單之方法,僅將其絕對差度除以同單位之數項(通常即以其平均數)即得其相對差度矣.今且將全距離、差距與四分位差之相對式依次申述之.

因除數之不同,全距離之相對式有下列四式(已經採用者):

其一爲[試名曰"甲種全距度".昔 Broca 曾用之,見其所著 La

methode des moyennes, "L'indice nasal"]

$$甲種全距度 = Rg\ 甲 = \frac{Rg}{M} = \frac{M_0 - m_0}{M},$$

$$M_0 = 最大值,$$

$$m_0 = 最小值,$$

$$M = 算術平均數.$$

其二爲〔試名曰"乙種全距度". 昔 De Giovanni 曾用之,見其所著 Lavori dell' Istituto〕

$$乙種全距度 = Rg\ 乙 = \frac{Rg}{Mdn} = \frac{M_0 - m_0}{Mdn},$$

$$Mdn = 中位數.$$

其三爲〔試名曰"丙種全距度".昔 Ohrn 曾用之,見其所著Kräplin's Psycho. Arbeit〕

$$丙種全距度 = Rg\ 丙 = \frac{全距離}{衆數} = \frac{Rg}{Mo} = \frac{M_0 - m_0}{Mo}.$$

其四爲〔試名曰 "丁種全距度".Secrist曾用之,見其所著 An Introduction to Statistical Method. 亦有以"全距離係數"名之〕

$$丁種全距度 = Rg\ 丁 = \frac{M_0 - m_0}{M_0 + m_0} = 全距離係數.$$

該丁種全距度之數值界限分明(最小等於零,最大等於一),且所用僅 M_0 與 m_0 兩值,無須求平均數,確較其他諸全距度略勝一籌.

差距之相對化亦甚簡單,其公式與丁種全距度相彷彿〔試名曰"差距度".昔Binet 與 Vaschide曾用之,見Année Sociologique, 1898.亦有以"差距係數"名之〕.

$$差距度 = VBr = \frac{B - A}{B + A} = 差距係數,$$

B =第四四等分之算術平均數，

A =第一四等分之算術平均數.

四分位差之相對式亦有兩種，一以兩四分位數之距離與全距離相比較，一以四分位差與兩四分位數之平均數相比較，因得下列兩式：

其一爲〔試名"甲種四分差度".見Niceforo:La Methode Statistique〕

$$\text{甲種四分差度} = \gamma_{\text{甲}} = \frac{Q_3 - Q_1}{Rg} = \frac{Q_3 - Q_1}{M_0 - m_0}.$$

其二爲〔試名"乙種四分差度".見 Bowley: Elements of Statistics. 亦有以"四分位差係數"名之〕

$$\text{乙種四分差度} = \gamma_{\text{乙}} = \frac{\frac{Q_3 - Q_1}{2}}{\frac{Q_3 + Q_1}{2}} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = \text{四分位差係數}$$

兩者相較，以乙種較爲通行，故若不標甲乙而僅稱"四分差度"者，卽指此乙種四分差度也.

4.全距離差距四分位差之計算　全距離、差距、四分位差之計算極其簡單(從略).

四. 平均差與標準差

1.平均差與標準差之意義　前述全距離、差距、四分位差均取一距離以表示相差程度者，故曾併入一節論之；今平均差與標準差性質亦相類似（均以其某一項與其他各項之平均相差以表示其相差程度者），故亦併而論之.

〔符號〕　η = 平均差，

σ = 標準差.

平均差之意義殊甚簡單，卽以各項之數值與某一項(通常以一平均數)相比較而取其絕對差(卽不論其差之正負而皆視若正數）之平均數

即得矣.其公式則按統計數列性質之不同而得有下列兩式:

(1) 設有一"枚舉數列"

$$X_1,\quad X_2,\cdots\cdots\cdots X_i,\cdots\cdots\cdots X_n;$$

則其平均差之公式為

$$\eta=\frac{1}{N}\Big[|X_1-\xi|+|X_2-\xi|+\cdots\cdots+|X_n-\xi|\Big]=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n}|X_i-\xi|,$$

或以 $\delta_i=|X_i-\xi|,$

則亦得簡寫如下式:

$$\eta=\frac{\Sigma\delta}{N}.$$

其中 ξ 表示各項所與比較之一項(通常以一平均數)之數值. Σ 表示一和數之記號,其下指數 $i=1$ 及其上指數 n 乃指 i 可自一以至 n. $(X_i-\xi)$ 表示各項與 ξ 相比較之絕對差.

(2) 設有一"次數數列"

$$\begin{cases} X_1, & X_2,\cdots\cdots X_i,\cdots\cdots X_k, \\ f_1 & f_2,\cdots\cdots f_i,\cdots\cdots f_k, \end{cases}$$

則其平均差之公式為

$$\eta=\frac{f_1(X_1-\xi)+f_2(X_2-\xi)+\cdots\cdots+f_k(X_k-\xi)}{f_1+f_2+\cdots\cdots+f_k}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}f_i(X_i-\xi),$$

亦得簡寫如下式:

$$\eta=\frac{\Sigma f\delta}{N}.$$

其中 f_i 表示 X_i 之次數, N 等於次數之總和.

平均差之意義既甚顯明,公式亦頗簡單,且統計數列之各項盡已採用,即認以為一妥善之相差度,亦似無不可;所惜惟平均差所用之差數

爲絕對差，殊不便於代數計算，是猶未能盡滿人意，乃復有另創一標準差以補救之者．標準差亦取其各項與某一項相比較之差數，惟先以自乘之，求其差方之平均數而後再開其方根，如是卽不再限於絕對差而便於代數計算矣．標準差之公式亦隨統計數列之性質而有下列兩式：

（1） 設使爲“枚舉數列”，則其公式如次：

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{N}\left[(X_1-\xi)^2+(X_2-\xi)^2+\cdots\cdots+(X_n-\xi)^2\right]}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\xi)^2},$$

或以 $d=X_i-\xi$.

則標準差之公式亦得簡寫如下式：

$$\sigma=\sqrt{\frac{\Sigma d^2}{N}}.$$

（2） 設爲“次數數列”，則其公式如次：

$$\sigma=\sqrt{\frac{f_1(X_1-\xi)^2+f_2(X_2-\xi)^2+\cdots\cdots+f_k(X_k-\xi)^2}{f_1+f_2+\cdots\cdots+f_k}}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}f_i(X_i-\xi)^2},$$

亦得簡寫如下式：

$$\sigma=\sqrt{\frac{\Sigma f d^2}{N}}.$$

2.平均差與最小差數原則 平均差既爲各項與某一項 ξ 相比較而取其絕對差之平均數，則其數值自當隨 ξ 之大小而有所不同．惟按諸情理，似當取一平均數爲其比較之標準．顧平均數又不止一種，則平均差之數值，仍將隨吾人所取之平均數之不同而容有紛歧．斯若更欲避免紛歧，則不特理宜限制 ξ 爲一平均數，且須另定一原則以決平均數之選擇，

於是平均差之數值始能確切無移而更具科學價值矣.而此另一原則,卽有所謂"最小差數原則"者是也.其意卽欲選擇一數,務使其與各項相比較之結果,可致其平均差達到其最小之數值,卽須令

$$\frac{\Sigma|X-\xi|}{N}=\text{最小}.$$

諸平均數中,惟中位數能符合此原則(其數理證明,請參看 Jones: First Course in Statistics, pp. 270-271, The mean deviation is a minimum whenmeasured from the median).據此,故當以中位數爲與各項相比較之標準,而平均差之公式應爲:

$$\eta=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n}\left|X_i-Mdn\right|,$$

或

$$\eta=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{h}f_i\left|X_i-Mdn\right|\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

3.標準差與最小二乘原則 標準差之數值,亦隨 ξ 之大小而不同.按理亦當取一平均數爲與各項相比較之標準,然則仍不免因所取平均數之不同而異其結果.

斯欲標準差之數值歸於一致,亦當另定一原則以決定其平均數之選擇.而一般所採用之原則,卽有所謂"最小二乘原則"者是也.其意卽欲選擇一數,務使其與各項相比較之結果,能致其差數之二次乘方之總和爲最小,卽須令

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i-\xi)^2=\text{最小}.$$

果能如是,則其標準差之數值亦將爲最小矣.諸平均數中,惟算術平均數能符合此原則(其數理證明,請參看 Jones: First Course in Statistics, p. 268, The root-mean-square deviation is least when measured from the arithmetic mean),據此,當以算術平均數爲與各項相比較之標準,而標準差之公式應爲

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n}(X_i-M)^2},$$

或
$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}f_i(X_i-M)^2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

4.評平均差與標準差　前全距離、差距與四分位差僅能用局部材料而吾人曾指爲其缺點,則今平均差與標準差既應盡用其全體材料,自能博較善之批評.然亦有時因此反感不便,蓋當統計數列爲"枚舉數列"或"次數數列"之際,平均差與標準差之計算固無分毫困難,然苟使統計數列爲一"分組次數數列"而遇其極端組組限不確定之際(此類數列,實際不少,如各國人民財富或收入統計卽其一例),平均差與標準差之計算卽受阻礙矣(雖可設一假定以打破此阻礙,然其數值則必將隨假定之不同而各異).再以計算而論,則平均差與標準差亦較全距離、差距、四分位差尤繁複.所幸近來計算表及計算機製造既日臻進步而其應用亦漸見推廣,乃計算繁複與否之問題遂不再爲人重視,而平均差與標準差之應用遂亦鮮有因其計算較繁而卽拒之者.

至平均差與標準差相比較,則平均差須用絕對差,不便於代數計算,標準差無須用絕對差之記號,便於代數計算,是誠標準差之長處.然平均差之意義極其顯明,可不加思索而便能令人領會者,而標準差之意義固亦不難了解,然究屬間接,雖不得指爲奧妙,要非一般人所能驟然領悟者.且標準差計算之繁複恆數倍於平均差,是則平均差與標準差間究竟孰得孰失,恐尙成疑問耳.

5.平均差與標準差之"相對化"　平均差與標準差之"相對化"亦頗簡單,祇須以 ξ 除之,卽得將其絕對差度之度量化爲烏有而變爲相對差度矣.則按"最小差數原則",計算平均差既應以中位數爲與各項相比較之標準,斯欲由平均差以求其相對差度(試名曰"平均差度"),祇須以中位數除之卽得矣.其公式如次(亦有名曰"平均差係數"):

$$平均差度=\eta_r=\frac{\eta}{\xi}$$

$$=\frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n}(X_i-Mdn)}{Mdn},$$

或 $$\eta_r=\frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}f_i(X_i-Mdn)}{Mdn}\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

同理，按"最小二乘原則"，計算標準差既應以算術平均數為與各項相比較之標準，斯欲由標準差以求其相對差度(試名曰"標準差度")，祇須以算術平均數除之即得矣.其公式如次(亦有名曰"標準差係數")：

$$標準差度=\sigma_r=\frac{\sigma}{\xi}$$

$$=\frac{\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n}(X_i-M)^2}}{M},$$

或 $$\sigma_r=\frac{1}{M}\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}f_i(X_i-M)^2}\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

為欲增大其數值起見，亦有將此標準差度乘以100且另名曰"變異係數" (coefficient de variation，見 Julin: Principes de statistique, tome I p. 460).

$$變異係數=V=100\frac{\sigma}{M}\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

6.平均差之計算 計算方法有直接計算與間接計算兩種. 直接計算者，即按定義公式以計算者；其他悉稱間接計算方法.計算之步驟，亦應視統計數列之形式而不同.按其形式，統計數列可大分為三："枚舉數列"、"次數數列"與"分組次數數列"是也. 茲且按計算方法之不同與統計數列之類別，依次分述之如次：

〔A. 直接計算法〕

(1)枚舉數列　平均差之定義公式爲

$$\eta=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n}\left|X_i-Mdn\right|=\frac{\Sigma\delta}{N}.$$

其計算之步驟,應

(a)　首將統計數列按其由小而大之次序排列之.

(b)　求其中位數 Mdn(見朱講平均數, pp. 7–12).

(c)　求各項與中位數之相差,

$$\delta=|X-Mdn|.$$

(d)　求各絕對差 δ 之總和 $\Sigma\delta$.

(e)　以項數之總數 N 除之卽得矣.

(2)次數數列(亦名簡單次數數列)　平均差之定義公式爲

$$\eta=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}f_i\left|X_i-Mdn\right|=\frac{\Sigma f\delta}{N}.$$

(a)、(b)、(c)　三步驟與枚舉數列相同.

(d)　將各次數 f 各乘其絕對差 δ.

(e)　求各乘積 $f\delta$ 之總和 $\Sigma f\delta$.

(f)　以次數之總和 N 除之卽得矣.

(3)分組次數數列　取各組之中值各爲該組之量數,則分組次數數列卽變爲一次數數列而後計算卽與次數數列無異.

[B.　間接計算法]

間接計算法不外二途,變更單位與變更原點是也.當各項之數值有一公因子時卽得以該公因子爲單位(尤以分組次數數列遇其組距相等之際,卽得以其組距爲單位).茲且先就變更原點法(亦名假定平均數法)申述之.

(1)枚舉數列　倘項數之總數 N 爲奇數, $N=2p+1$, 則直接計算法

簡單至極,殊無間接計算之必要.但若項數爲偶數,$N=2p$,則中位數將爲 X_p 與 X_{p+1} 之算術平均數,以此中位數與各項相較,或不若取 X_p、X_{p+1} 或 X_p、X_{p+1} 間任何一值與各項相較更簡單.而按理(其數學證明從略)倘

$$N=2p,$$

則
$$\sum_{i=1}^{n}\left|X_i-Mdn\right|=\sum_{i=1}^{n}\left|X_i-\xi\right|,$$

祇須
$$X_p\leqq\xi\leqq X_{p+1}.$$

是當枚舉數列之項數爲偶數時,亦得用間接計算法以求平均差.其步驟如次:

(a) 將統計數列按由小而大之次序排列之.

(b) 取其正中兩項間之任何一值 ξ(或卽取其正中兩項之一).

(c) 求各項與 ξ 之絕對差 $|X-\xi|$.

(d) 求各絕對差之總和 $\Sigma|X-\xi|$.

(e) 以次數之總數 N 除之卽得矣.

(2)次數數列　設使其統計數列已按其由小而大之次序而排列者,更假定中位數 Mdn 處於 X_j 與 X_{j+1} 之間

$$X_j<Mdn<X_{j+1},$$

則其絕對差之總和 S 卽得寫如下式:

$$\begin{aligned}S&=\sum_{i=1}^{k}f_i\left(X_i-Mdn\right)\\&=f_1\left(Mdn-X_1\right)+f_2\left(Mdn-X_2\right)+\cdots+f_j\left(Mdn-X_j\right)\\&\quad+f_{j+1}\left(X_{j+1}-Mdn\right)+f_{j+2}(X_{j+2}-Mdn)+\cdots\cdots\\&\quad\cdots\cdots+f_k(X_k-Mdn)\cdots\cdots\cdots\cdots(6)\end{aligned}$$

茲設有一數H處於X_j與Mdn之間

$$X_j \leqq H \leqq Mdn,$$

並將第(6)式變更如次：

$$S=\sum_{i=1}^{k} f_i \left|X_i-Mdn\right|,$$

$$\begin{aligned}S=&f_1(Mdn-H+H-X_1)+f_2(Mdn-H+H-X_2)\\&+\cdots\cdots+f_j(Mdn-H+H-X_j)\\&+f_{j+1}(X_{j+1}-H+H-Mdn)+f_{j+2}(X_{j+2}-H+H-Mdn)\\&+\cdots\cdots+f_k(X_k-H+H-Mdn)\cdots\cdots\cdots\cdots(7)\end{aligned}$$

或 $$\begin{aligned}S=&f_1[(Mdn-H)+(H-X_1)]+f_2[(Mdn-H)+(H-X_2)]\\&+\cdots\cdots+f_j[(Mdn-H)+(H-X_j)]\\&+f_{j+1}[(X_{j+1}-H)-(Mdn-H)]+f_{j+2}[(X_{j+2}-H)-(Mdn-H)]\\&+\cdots\cdots+f_k[(X_k-H)-(Mdn-H)]\\=&f_1(H-X_1)+f_2(H-X_2)+\cdots\cdots+f_j(H-X_j)\\&+f_{j+1}(X_{j+1}-H)+f_{j+2}(X_{j+2}-H)+\cdots\cdots+f_k(X_k-H)\\&+\Big[(f_1+f_2+\cdots+f_j)-(f_{j+1}+f_{j+2}+\cdots+f_k)\Big](Mdn-H),\end{aligned}$$

又或 $$S=\sum_{i=1}^{k} f_i\left|X_i-H\right|+\left(\sum_{i=1}^{j} f_i-\sum_{i=j+1}^{k} f_i\right)\left(Mdn-H\right)\cdots\cdots(8)$$

他若H處於Mdn與X_{j+1}之間

$$Mdn \leqq H \leqq X_{j+1},$$

則第(7)式卽得寫成下式：

$$\begin{aligned}S=&f_1[(H-X_1)-(H-Mdn)]+f_2[(H-X_2)-(H-Mdn)]+\cdots\cdots\\&+\cdots\cdots+f_j[(H-X_j)-(H-Mdn)]\\&+f_{j+1}[(X_{j+1}-H)+(H-Mdn)]+f_{j+2}[(X_{j+2}-H)+(H-Mdn)]\\&+\cdots\cdots+f_k[(X_k-H)+(H-Mdn)],\end{aligned}$$

或 $$S=f_1(H-X_1)+f_2(H-X_2)+\cdots\cdots+f_j(H-X_j)$$

$$+f_{j+1}(X_{j+1}-H)+f_{j+2}(X_{j+2}-H)+\cdots\cdots+f_k(X_k-H)$$
$$-\Big[(f_1+f_2+\cdots+f_j)-(f_{j+1}+f_{j+2}+\cdots+f_k)\Big]H-Mdn),$$

又或　$$S=\sum_{i=1}^{k}f_i\left|X_i-H\right|-\Big(\sum_{i=1}^{j}f_i-\sum_{i=j+1}^{k}f_i\Big)\Big(H-Mdn\Big),$$

$$S=\sum_{i=1}^{k}f_i\left|X_i-H\right|+\Big(\sum_{i=1}^{j}f_i-\sum_{i=j+1}^{k}f_i\Big)\Big(Mdn-H\Big).$$

在此形式之下，該等式竟與上述第(8)式完全相同．上式亦得寫如下式：

$$S=\sum_{i=1}^{k}f_i\left|X_1-H\right|+\Big(Mdn-H\Big)\Big(2\sum_{i=1}^{j}f_i-N\Big)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

藉此等式，卽可得其平均差之計算公式如次：

$$\eta=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}f_i\left|X_i-Mdn\right|$$
$$=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}f_i\left|X_i-H\right|+\frac{Mdn-H}{N}\Big(\sum_{i=1}^{j}f_i-\sum_{i=j+1}^{k}f_i\Big)\cdots\cdots(10)$$

但須　$$X_j<Mdn<X_{j+1},$$
$$X_j\leqq H\leqq X_{j+1}.$$

苟使各 $(X-H)$ 有一公因子 λ，則又可以 λ 爲單位而其平均差之公式復得寫如下式：

$$\eta=\frac{\lambda}{N}\sum_{i=1}^{k}f_i\left|\frac{X_i-H}{\lambda}\right|+\frac{Mdn-H}{N}\Big(\sum_{i=1}^{j}f_i-\sum_{i=j+1}^{k}f_i\Big)\cdots\cdots(11)$$

或　$$\eta=\frac{\lambda}{N}\Big[\sum_{i=1}^{k}f_i\left|\frac{X_i-H}{\lambda}\right|+\frac{Mdn-H}{\lambda}\Big(\sum_{i=1}^{j}f_i-\sum_{i=j+1}^{k}f_i\Big)\Big]\cdots\cdots(12)$$

玆若更以　$$\delta'=\frac{X-H}{\lambda},\qquad C=\frac{Mdn-H}{\lambda},$$

$$N_b=\sum_{i=1}^{j}f_i,\qquad N_a=\sum_{i=j+1}^{k}f_i,$$

則(12)式又得簡寫如次(請參照唐著統計學 p. 119)：

$$\eta=\frac{\lambda}{N}\Big[\Sigma f\delta'+C(N_b-N_a)\Big]\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

由上諸式，卽得其間接計算法之步驟如次：

(a) 將次數數列按其由小而大之次序排列之。

(b) 求其中位數 Mdn；假定其結果爲

$$X_j < Mdn < X_{j+1}.$$

(c) 於 X_j、X_{j+1} 間任取一値 H（通常卽取 X_j 或 X_{j+1}）。

(d) 求各 X 與 H 之絕對差 δ'，

$$\delta' = |X - H|.$$

(e) 倘使各絕對差容有一公因子 λ 者，則卽得以 λ 爲單位（卽以 λ 除各絕對差 δ'）而得各 δ''，

$$\delta'' = \frac{\delta'}{\lambda} = \frac{X - H}{\lambda}.$$

(f) 將各次數 f 乘各 δ''。

(g) 求各乘積 $f\delta''$ 之總和 S''。

$$S'' = \Sigma f\delta''$$

(h) 恢復其原單位，卽當以 λ 乘 S'' 而得 S'，

$$S' = \lambda S'' = \Sigma f\delta' = \Sigma f(X - H).$$

(i) 求中位數 Mdn 減 H 之代數差 α，

$$\alpha = Mdn - H.$$

(j) 求 $\sum_{i=1}^{j} f_i$ 減 $\sum_{i=j+1}^{k} f_i$ 之代數差 ψ，

$$\psi = \sum_{i=1}^{j} f_i - \sum_{i=j+1}^{k} f_i.$$

(k) 求 α 與 ψ 之乘積 P，

$$P = \alpha\psi = \left(Mdn - H\right)\left(\sum_{i=1}^{j} f_i - \sum_{i=j+1}^{k} f_i\right).$$

(l) 求 S' 與 P 之代數和而得其 S，

$$S=S'+P=\Sigma f(X-Mdn).$$

(m) 以次數之總數 N 除之卽得矣.

$$\eta=\frac{S}{N}=\frac{S'+P}{N}=\frac{\Sigma f\delta'+\alpha\phi}{N}=\frac{\lambda\Sigma f\delta''+\alpha\phi}{N},$$

$$\eta=\frac{\lambda\sum_{i=1}^{h}f_i\left|\frac{X_i-H}{\lambda}\right|+(Mdn-H)\left(\sum_{i=1}^{j}f_i-\sum_{i=j+1}^{h}f_i\right)}{N}.$$

(3)分組次數數列　首將其變爲一簡單次數數列，而後計算卽與次數數列無異.

〔C. 平均差直接計算法例題〕

〔D. 平均差間接計算法例題〕

(C)、(D)兩節從略(各統計教本均有之，請參看).

7.標準差之計算　計算方法有直接間接之分，統計數列有枚舉數列、次數數列、分組次數數列之別，前已言之矣.茲亦按計算方法之不同與統計數列之類別，依次分述之如次：

〔A. 直接計算法〕

(1)枚舉數列　標準差之定義公式爲

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n}(X_i-M)^2}=\sqrt{\frac{\Sigma d^2}{N}}.$$

其計算之步驟，應

(a) 求其算術平均數 M(見朱講平均數，pp. 2-7).

(b) 求各項與其算術平均數之差數 d，

$$d=X-M.$$

(c) 求各差數 d 之平方 d^2.

(d) 求各差方 d^2 之總和 Σd^2.

(e)　以次數N除其差方之總和而得μ_2(μ_2亦名變度，又名二次希望差，見科學十三卷十一期拙著統計學上相關度與相變度之原理).

$$\mu_2=\sigma^2=\frac{\Sigma d^2}{N}.$$

(f)　開其變度 (fluctuation) μ_2 之方根卽得其標準差σ,

$$\sigma=\sqrt{\mu_2}=\sqrt{\frac{\Sigma d^2}{N}}.$$

(2)次數數列　標準差之定義公式爲

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}f_i(X_i-M)^2}=\sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N}}.$$

(a)(b)(c)三步驟與枚舉數列相同.

(d)　將各次數 f 各乘其差方 d^2.

(e)　求各乘積 fd^2 之總和 Σfd^2.

(f)　以次數之總數N除之卽得其變度 μ_2,

$$\mu_2=\frac{\Sigma fd^2}{N}.$$

(g)　開其變度 μ_2 之方根，卽得其標準差 σ:,

$$\sigma=\sqrt{\mu_2}=\sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N}}.$$

(3)分組次數數列　首將其變爲一簡單次數數列，而後計算卽與次數數列無異.

〔B.　間接計算法〕

本節且僅就簡單次數數列申述之.蓋枚舉數列可視爲次數數列之特例,卽當各次數 f 均等於一;而分組次數數列亦甚易變爲簡單次數數列而其計算卽與次數數列無異.

間接計算亦不外二途,變更單位或變更原點.今且選求其最普遍之

間接計算公式(卽同時變更單位與原點)，則其他公式盡爲此普遍公式諸特例耳.

今設以H爲新原點(亦名假定平均數)，λ爲新單位，按定義

$$\sigma=\sqrt{\mu_2}=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}f_i(X_i-M)^2}\,,$$

則
$$S=N\mu_2=\sum_{i=1}^{k}f_i(X_i-M)^2\,.$$

試先將H導之入內，則得

$$\begin{aligned}S&=\sum_{i=1}^{k}f_i(X_i-H+H-M)^2\\&=\sum_{i=1}^{k}f_i\Big[(X_i-H)-(M-H)\Big]^2\\&=\sum_{i=1}^{k}f_i\Big[(X_i-H)^2-2(X_i-H)(M-H)+(M-H)^2\Big]\\&=\sum_{i=1}^{k}f_i(X_i-H)^2-2(M-H)\sum_{i=1}^{k}f_i(X_i-H)+(M-H)^2\sum_{i=1}^{k}f_i\end{aligned}$$

然
$$\sum_{i=1}^{k}f_i(X_i-H)=N(M-H),\quad \sum_{i=1}^{k}f_i=N,$$

故得
$$S=\sum_{i=1}^{k}f_i(X_i-H)^2-2N(M-H)^2+N(M-H)^2,$$

或
$$\sum_{i=1}^{k}f_i(X_i-M)^2=\sum_{i=1}^{k}f_i(X_i-H)^2-N(M-H)^2.$$

又或
$$\begin{aligned}\mu_2&=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}f_i(X_i-M)^2\\&=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}f_i(X_i-H)^2-(M-H)^2,\end{aligned}$$

$$\sigma=\sqrt{\mu_2}=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}f_i(X_i-H)^2-(M-H)^2}\,,$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}f_i(X_i-H)^2-\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}f_i(X_i-H)\right]^2}\cdots\cdots(14)$$

若以
$$d'=X-H,$$

則標準差之公式亦得寫如下式：

$$\sigma=\sqrt{\frac{\Sigma fd'^2}{N}-\left(\frac{\Sigma fd'}{N}\right)^2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14')$$

今若再將新單位 λ 導入其內，則得

$$\mu_2=\frac{\lambda^2}{N}\sum_{i=1}^{k}f_i\left(\frac{X_i-H}{\lambda}\right)^2-(M-H)^2,$$

或
$$\mu_2=\lambda^2\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}f_i\left(\frac{X_i-H}{\lambda}\right)^2-\left(\frac{M-H}{\lambda}\right)^2\right],$$

$$\mu_2=\lambda^2\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}f_i\left(\frac{X_i-H}{\lambda}\right)^2-\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}f_i\frac{X_i-H}{\lambda}\right)^2\right]\cdots(15)$$

因得
$$\sigma=\sqrt{\mu_2}=\lambda\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}f_i\left(\frac{X_i-H}{\lambda}\right)^2-\left(\frac{M-H}{\lambda}\right)^2},$$

或
$$\sigma=\lambda\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}f_i\left(\frac{X_i-H}{\lambda}\right)^2-\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}f_i\frac{X_i-H}{\lambda}\right)^2}\cdots(16)$$

此卽標準差之間接計算公式之最普遍者也．倘能記憶此式，其餘卽不難由茲推求之．如令

$$\lambda=1,\qquad H=0,$$

卽得
$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}f_iX_i^2-M^2},$$

或以
$$m_1=M=\text{一次希望數},$$

$$m_2=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}f_iX_i^2=\text{二次希望數}.$$

則上式亦得寫如下式：

$$\sigma=\sqrt{m_2-m_1^2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

又若以 $$d''=\frac{X_i-H}{\lambda},$$

則上述普遍式(16)亦得寫為

$$\sigma=\lambda\sqrt{\frac{\Sigma fd''^2}{N}-\left(\frac{\Sigma fd''}{N}\right)^2}\cdots\cdots(18)$$

計算步驟儘有變通餘地,可各隨公式之形式而有所不同.此間所根據之公式為〔卽由(18)式略經變更而得者也.其變更之理由,在求計算之便利與差誤之減少耳.差誤勢難盡免,因除法與開方等手續鮮有能除盡開盡而毫無差誤者〕

$$\sigma=\lambda\sqrt{\frac{N\Sigma fd''^2-(\Sigma fd'')^2}{N^2}}\cdots\cdots(19)$$

按此公式,卽得依下列步驟以計算之.

(1)選擇一適當之新原點H(普通取算術平均數相近之數值).

(2)選擇一適當之新單位λ〔普通取各X或各$(X-H)$之最大公因子.倘遇一組距相等之分組次數數列,則卽得以組距為單位〕.

(3)求各項與H之差數d'(此步驟有時可與第四步驟合併行之),

$$d'=X-H.$$

(4)以新單位λ除各差數d'卽得各d'',

$$d''=\frac{d'}{\lambda}=\frac{X-H}{\lambda}.$$

(5)將各次數f乘d''.

(6)求各乘積fd''之總和$\Sigma fd''$.

(7)再將各d''乘各fd''而得各fd''^2.

(8)求各乘積fd''^2之總和$\Sigma fd''^2$.

(9)將N乘$\Sigma fd''^2$(試以A表之),

$$A=N\Sigma fd''^2.$$

(10)求 $\Sigma fd''$ 之平方(試以 B 表之),

$$B=(\Sigma fd'')^2.$$

(11)求 A 與 B 之相差(試以 C 表之),

$$C=A-B.$$

(12)求 N 之平方.

(13)將 N^2 除 C (試以 μ'_2 表之),

$$\mu'_2=\frac{C}{N^2}.$$

(14)開此新變度 μ'_2 之方根,卽得其以 λ 爲單位之標準差 σ',

$$\sigma'=\frac{\sigma}{\lambda}=\sqrt{\mu'_2}.$$

(15)恢復其原單位,卽當以 λ 乘之,卽得吾人所欲求之標準差 σ,

$$\begin{aligned}\sigma&=\lambda\sigma'=\lambda\sqrt{\mu'_2}\\&=\lambda\sqrt{\frac{C}{N^2}}=\lambda\sqrt{\frac{A-B}{N^2}}\\&=\lambda\sqrt{\frac{N\Sigma fd''^2-(\Sigma fd'')^2}{N^2}}.\end{aligned}$$

[C. 標準差直接計算法示例]

[D. 標準差間接計算法示例]

(C)(D) 兩節從略(各統計教本均有之,請參看).

五. 均互差

1.均互差之意義 均互差(mean differences,亦名"相互平均差")亦相差度量之一,爲意大利統計大家 Gini 敎授所發明,其方法乃將各項之數値一一相互比較而得其各項間相互之差數,該類差數之平均數卽名曰"均互差".其特點貴在其能將各項之數量相互比較,而他種相差

度度量，或僅取其某某兩項之距離以表示者（例若全距離、差距、四分位差等），或祇將各項之數值與某一種標準數量相比較（例若平均差祇較量其各項與中位數相差之度量，標準差亦祇表示各項離其算術平均數之相差度），而無一能將其全體數項爲相互比較者．至均互差之公式，則可按統計數列之屬於"枚舉數列"或"次數數列"而依次分兩節以述之．

2.枚舉數列之均互差公式

〔符號〕　　　　　　　$\triangle=$均互差．

均互差之符號，亦有用 Gini 之開首字母 g 字爲記號者，玆恐與幾何平均數之記號 G 相混淆，故改爲 $\triangle$．

均互差之公式稍爲複雜，惟在一一枚舉之統計數列，其公式尙簡單，計算亦殊易易．玆設有一枚舉數列：

$$X_1,\ X_2,\cdots\cdots X_i,\cdots\cdots X_{n-1},\ X_n$$

假定其爲已經依照由小而大之次序排列者，即

$$X_1<X_2<\cdots\cdots\cdots\cdots<X_{n-1}<X_n$$

今將各項相互比較，即當求其 X_n 與 X_{n-1}、X_{n-2}、$\cdots\cdots X_2$、X_1 之相差，及其 X_{n-1} 與 X_{n-2}、X_{n-3}、$\cdots\cdots X_2$、X_1 之相差，$\cdots\cdots$依此類推，直至 X_2 與 X_1 相差爲止；換言之，即將 X_n 與其他較小於彼之 $(N-1)$ 個數項相較而得 $(N-1)$ 個相差數，再將 X_{n-1} 與其他較小於彼之 $(N-2)$ 個數項相較而得 $(N-2)$ 個相差數，$\cdots\cdots$依此類推，直至其將 X_2 與 X_1 相較而得其最後一個相差數；故由 N 個數項，可得 $\frac{N(N-1)}{2}$ 個相差數：

$$1+2+3+\cdots\cdots+(N-2)+(N-1)=\frac{N(N-1)}{2}.$$

假定 S 爲各相差數之總和，則均互差 $\triangle$ 即得等於 $\frac{2S}{N(N-1)}$：

$$\triangle=\frac{S}{\frac{N(N-1)}{2}}=\frac{2S}{N(N-1)},$$

$$S=\frac{N(N-1)}{2}\triangle \cdots\cdots\cdots\cdots(20)$$

茲欲求均互差△之數值，得先計算其相差數之總和 S：

$$\begin{aligned}S=&(X_n-X_1)+(X_n-X_2)+\cdots\cdots+(X_n-X_{n-2})+(X_n-X_{n-1})\\&+(X_{n-1}-X_1)+(X_{n-1}-X_2)+\cdots\cdots+(X_{n-1}-X_{n-2})\\&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\&+(X_3-X_1)+(X_3-X_2)+(X_2-X_1)\cdots\cdots\cdots\cdots(21)\end{aligned}$$

今若將此式右項第一行第一列內各差數相加，則得 $(N-1)(X_n-X_1)$. 既將其第一行第一列劃去以後，乃復求其次行次列諸相差數之總和，得 $(N-3)(X_{n-1}-X_2)$……依次類推之，卽得下列公式：

$$\begin{aligned}S=\Big[&(N-1)(X_n-X_1)+(N-3)(X_{n-1}-X_2)+(N-5)(X_{n-2}-X_3)\\&+\cdots\cdots\cdots\cdots\Big]\cdots\cdots\cdots\cdots(22)\end{aligned}$$

因得

$$\begin{aligned}\triangle=\frac{2}{N(N-1)}\Big[&(N-1)(X_n-X_1)+(N-3)(X_{n-1}-X_2)\\&+(N-5)(X_{n-2}-X_3)+\cdots\cdots\Big]\cdots\cdots\cdots(23)\end{aligned}$$

此卽枚舉數列之均互差公式也.

3.次數數列之均互差公式　設有一次數數列，

$$\begin{cases}X_1,\ X_2,\cdots\cdots,X_i,\cdots\cdots,X_k\\ f_1,\ f_2,\ \cdots\cdots,\ f_i,\cdots\cdots,\ f_k\end{cases}$$

假定其變量亦已經按其由小而大之次序排列者，並其中位數 Mdn 之位置處於 X_j 與 X_{j+1} 之間，換言之，卽

$$X_1<X_2<\cdots\cdots<X_j<Mdn<X_{j+1}<\cdots\cdots<X_k$$

則按均互差之意義，其公式卽當如次：

$$\triangle=\frac{2}{N(N-1)}S,$$

$$N=f_1+f_2+\cdots\cdots+f_k,$$

而

$$\begin{aligned}S=&f_k\Big[f_1(X_k-X_1)+f_2(X_k-X_2)+\cdots\cdots+f_j(X_k-X_j)\\&+f_{j+1}(X_k-X_{j+1})+\cdots\cdots+f_{k-1}(X_k-X_{k-1})\Big]\\&+f_{k-1}\Big[f_1(X_{k-1}-X_1)+f_2(X_{k-1}-X_2)+\cdots+f_j(X_{k-1}-X_j)\\&+f_{j+1}(X_{k-1}-X_{j+1})+\cdots+f_{k-2}(X_{k-1}-X_{k-2})\Big]\\&+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\&+f_{j+1}\Big[f_1(X_{j+1}-X_1)+f_2(X_{j+1}-X_2)+\cdots+f_j(X_{j+1}-X_j)\Big]\\&+f_j\Big[f_1(X_j-X_1)+f_2(X_j-X_2)+\cdots\cdots+f_{j-1}(X_j-X_{j-1})\Big]\\&+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\&+f_3\Big[f_1(X_3-X_1)+f_2(X_3-X_2)\Big]\\&+f_2\Big[f_1(X_2-X_1)\Big]\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(24)\end{aligned}$$

惟依此定義公式,其計算實甚繁複,乃不得不思一較爲簡便之間接計算方法.茲先將上述公式略爲變更之如次:

$$\begin{aligned}S=&f_kX_k(f_1+f_2+\cdots+f_{k-1})+f_{k-1}X_{k-1}(f_1+f_2+\cdots+f_{k-2}-f_k)\\&+\cdots\cdots+f_{j+1}X_{j+1}(f_1+f_2+\cdots+f_j-f_{j+2}-f_{j+3}-\cdots-f_k)\\&+f_jX_j(f_1+f_2+\cdots+f_{j-1}-f_{j+1}-f_{j+2}-\cdots-f_{k-1}-f_k)\\&+\cdots\cdots+f_3X_3(f_1+f_2-f_4-\cdots\cdots-f_{k-1}-f_k)\\&+f_2X_2(f_1-f_3-f_4-\cdots\cdots-f_{k-1}-f_k)\\&-f_1X_1(f_2+f_3+f_4+\cdots\cdots+f_{k-1}+f_k).\end{aligned}$$

由此公式,又可變成下式:

$$S=f_kX_k(N-f_k)+f_{k-1}X_{k-1}(N-2f_k-f_{k-1})+f_{k-2}X_{k-2}(N-2f_k-2f_{k-1}-f_{k-2})+\cdots+f_{j+1}X_{j+1}(N-2f_k-2f_{k-1}\cdots\cdots-2f_{j+2}-f_{j+1})-f_1X_1(N-f_1)-f_2X_2(N-2f_1-f_2)-f_3X_3(N-2f_1-2f_2-f_3)-\cdots-f_jX_j(N-2f_1-2f_2-\cdots\cdots-2f_{j-1}-f_j).$$

因此，卽得其均互差之公式如下：

$$\triangle=\frac{2S}{N(N-1)}$$

$$=\frac{2}{N(N-1)}\Big[f_kX_k(N-f_k)+f_{k-1}X_{k-1}(N-2f_k-f_{k-1})+\cdots+f_{j+1}X_{j+1}(N-2f_k-2f_{k-1}-\cdots\cdots-2f_{j+2}-f_{j+1})-f_1X_1(N-f_1)-f_2X_2(N-2f_1-f_2)-\cdots\cdots f_jX_j(N-2f_1-2f_2-\cdots-2f_{j-1}-f_j)\Big]\cdots\cdots(25)$$

斯卽可用以計算次數數列之均互差之公式也。

顧均互差之計算，亦得間接先求其各數項與中位數之絕對相差 δ，而均互差卽得變成一 δ 之函數。

設令

$$\begin{aligned}
\delta_k &= X_k-Mdn,\\
\delta_{k-1} &= X_{k-1}-Mdn,\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots,\\
\delta_{j+1} &= X_{j+1}-Mdn,\\
\delta_j &= Mdn-X_j,\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots,\\
\delta_2 &= Mdn-X_2,\\
\delta_1 &= Mdn-X_1.
\end{aligned}$$

則上述定義公式(24)中之 S 卽得以下式表之：

$$
\begin{aligned}
S=f_k\Big[& f_1(\delta_k+\delta_1)+f_2(\delta_k+\delta_2)+\cdots\cdots+f_j(\delta_k+\delta_j) \\
& +f_{j+1}(\delta_k-\delta_{j+1})+\cdots+f_{k-2}(\delta_k-\delta_{k-2})+f_{k-1}(\delta_k-\delta_{k-1})\Big] \\
& +f_{k-1}\Big[f_1(\delta_{k-1}+\delta_1)+f_2(\delta_{k-1}+\delta_2)+\cdots+f_j(\delta_{k-1}+\delta_j) \\
& +f_{j+1}(\delta_{k-1}-\delta_{j+1})+\cdots+f_{k-2}(\delta_{k-1}-\delta_{k-2})\Big] \\
& +\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
& +f_{j+1}\Big[f_1(\delta_{j+1}+\delta_1)+f_2(\delta_{j+1}+\delta_2)+\cdots+f_j(\delta_{j+1}+\delta_j)\Big] \\
& +f_j\Big[f_1(-\delta_j+\delta_1)+f_2(-\delta_j+\delta_2)+\cdots+f_{j-1}(-\delta_j+\delta_{j-1})\Big] \\
& +\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
& +f_3\Big[f_1(-\delta_3+\delta_1)+f_2(-\delta_3+\delta_2)\Big] \\
& +f_2\Big[f_1(-\delta_2+\delta_1)\Big]\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(26)
\end{aligned}
$$

由上公式,亦得略施變更而得一較簡之公式如下:

$$
\begin{aligned}
S=&f_k\delta_k(f_1+f_2+\cdots+f_{k-1})+f_{k-1}\delta_{k-1}(f_1+f_2+\cdots+f_{k-1}-f_k)+\cdots \\
&\cdots+f_{j+1}\delta_{j+1}(f_1+f_2+\cdots+f_j-f_{j+2}-\cdots-f_{k-1}-f_k) \\
&+f_j\delta_j(-f_1-f_2-\cdots-f_{j-1}+f_{j+1}+\cdots+f_{k-1}+f_k)+\cdots \\
&+f_3\delta_3(-f_1-f_2+f_4+\cdots+f_k)+f_2\delta_2(-f_1+f_3+\cdots+f_{k-1}+f_k) \\
&-f_1\delta_1(f_2+f_3+f_4+\cdots\cdots+f_{k-1}+f_k),
\end{aligned}
$$

或
$$
\begin{aligned}
S=&f_k\delta_k(N-f_k)+f_{k-1}\delta_{k-1}(N-2f_k-f_{k-1})+f_{k-2}\delta_{k-2}(N-2f_k \\
&-2f_{k-1}-f_{k-2})+\cdots+f_{j+1}\delta_{j+1}(N-2f_k-2f_{k-1}-\cdots-2f_{j+2} \\
&-f_{j+1})+f_1\delta_1(N-f_1)+f_2\delta_2(N-2f_1-f_2)+f_3\delta_3(N-2f_1 \\
&-2f_2-f_3)+\cdots+f_j\delta_j(N-2f_1-2f_2-\cdots-2f_{j-1}-f_j)\cdots\cdots(27)
\end{aligned}
$$

而
$$\triangle=\frac{2S}{N(N-1)}.$$

斯亦均互差計算公式之一(請參看Bowley: Elements of Statistics, Chap. VI),第今次數數列之均互差公式既有上述(25)(27)兩式,則吾人於着手計算之時,究當孰捨孰從?此則各有利弊,初無一定之得失,須視情形而決選擇焉.苟使吾人同時計算平均差,則以第(27)式較爲便利;因計算平均差之際,亦須 $f\delta$ 之乘積,乃吾人即得利用此已成之計算而採取第(27)公式以求均互差.但苟使吾人同時計算算術平均數(或標準差),則以第(25)公式較爲便利矣;因計算算術平均數之際,亦須求 fX 之乘積,乃吾人亦得利用其已成之計算而採取第(25)式以求均互差.

4.評均互差　夫由各項之數量與其有所謂"標準數量"相較而所得之差量(如平均差與標準差)固自有其學理之根據,例若於天文觀察學中,實際各次同樣測量所得之數目鮮能盡同,乃取其平均數爲標準度量,該數量即得假定爲"真正數目",因此,各實際觀察所得之數值與其平均數之相差即可表示吾人各次實際測量之"差誤"(偶然差誤).類此之例,則平均差、標準差等相差度之意義殊甚彰著.然今若研究社會問題,如財富之分配,則財富之多寡,初無一定之標準,而吾人欲知貧富之懸殊,不但當問其富有者之資產與全體平均數之相差有多少?或其貧窮者與其平均數之相差又有多少?且更須問最貧者與最富者其間之相差至若何地步?或各個有資產者其間之相差何若?類是之相差問題,宜將各項之數值一一相互比較,似尤覺適當,則欲求其相差程度,惟"均互差"是尙矣.由斯以觀,則均互差確有其特長之處焉.所惜惟其公式似稍嫌繁複,良非一般人所能記憶,然其計算却並不見如何繁複,且恆較標準差簡單.

5.均互差之"相對化"　欲由均互差以求一相對差度,可以一平均數除之,即得將其度量化爲烏有,變爲一純粹數目而適合於相對差度之條件矣.惟究宜取中位數乎?算術平均數乎?抑其他之平均數?則全視吾人計算平均數時所求者爲何,而即取之可矣.然若稍加思慮,則以算術

平均數除之，似較合於邏輯焉．故其相對差度（試名曰"均互差度"）之公式卽得寫如下式(亦有名曰"均互差係數")：

$$\text{均互差度} = \triangle = r\frac{\triangle}{M}.$$

6.均互差之計算　均互差之直接計算法〔卽由定義公式(21)(24)以計算者〕殊感繁複，從未有採用之者，故今吾人亦略而勿論，且逕將間接算法申述之如次：

(亦按統計數列形式之不同而分1、2、3三段論之.)

(1)枚舉數列　設統計數列爲一枚舉數列，則均互差之計算得按上述第(23)式並依下列步驟求之.

(a)將各X分成兩列$\left(\text{各}\frac{N}{2}\text{行}\right)$，第一列應按其由大而小之次序自$X_n$至中位數，第二列則按其由小而大之次序自$X_1$至中位數.

(b)求第一、第二兩列並行兩數項之相差$e\left(\text{共}\frac{N}{2}\text{個相差}\right)$：

$$e_1 = X_n - X_1,$$
$$e_2 = X_{n-1} - X_2,$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots,$$
$$e_i = X_{n-(i-1)} - X_i,$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots.$$

(c)求各乘數u.　　$u_i = N+1-2i$.

(d)求各u與e之乘積.

(e)求各乘積ue之總和.　$S = \Sigma ue$.

(f)求$C_n^2 = \frac{N(N-1)}{2}$之數值.

(g)將C_n^2除S，卽得其均互差△：

$$\triangle = \frac{S}{C_n^2} = \frac{\Sigma ue}{C_n^2} = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} (N+1-2i)[X_{n-(i-1)} - X_i].$$

今且舉一實例以明之(錄自 Bowley: Elements of Statistics)

第一表　1902年英國按週死亡率統計

X	X	e	u	ue
244	136	108	51	5508
233	139	94	49	4606
226	141	85	47	3995
209	143	66	45	2970
206	144	62	43	2666
201	145	56	41	2296
196	149	47	39	1833
196	150	46	37	1702
196	151	45	35	1575
191	152	39	33	1287
183	154	29	31	899
182	155	27	29	783
182	159	23	27	621
181	160	21	25	525
179	164	15	23	345
177	165	12	21	252
177	166	11	19	209
177	166	11	17	187
176	167	9	15	135
176	169	7	13	91
176	139	7	11	77
174	169	5	9	45
174	170	4	7	28
174	170	4	5	20
173	172	1	3	3
133	172	1	1	1
			總計	32659

觀上表，則前述均互差計算法之第(1)(2)(3)(4)(5)步驟均無待解釋而能一望了然者矣．由該表之末格，卽知其S之數值爲 32659，而後乃祇

須求其 C_n^2 之數值〔第(6)步驟〕，

$$C_n^2 = C_{52}^2 = \frac{52 \times 51}{2} = 1326.$$

卒以 C_n^2 除 S〔第(7)步驟〕，即得其均互差△

$$\triangle = \frac{S}{C_n^2} = \frac{32659}{1326} = 24.63.$$

(2)次數數列 次數數列之均互差之計算步驟得按上述第(25)公式求之：

$$\begin{aligned}\triangle = \frac{2}{N(N-1)}\Big[& f_k X_k(N-f_k) + f_{k-1}X_{k-1}(N-2f_k-f_{k-1}) + \cdots\cdots \\ & \cdots + f_{j+1}X_{j+1}(N-2f_k-2f_{k-1}-\cdots-2f_{j+2}-f_{j+1}) \\ & -f_1X_1(N-f_1) - f_2X_2(N-2f_1-f_2) - \cdots\cdots \\ & \cdots - f_jX_j(N-2f_1-2f_2-\cdots\cdots-2f_{j-1}-f_j)\Big],\end{aligned}$$

或以

$$\left.\begin{aligned} u_k &= N-f_k, \\ u_{k-1} &= N-2f_k-f_{k-1}, \\ u_{k-2} &= N-2f_k-2f_{k-1}-f_{k-2}, \\ & \cdots\cdots\cdots\cdots, \\ u_{j-1} &= N-2f_k-2f_{k-1}-\cdots-2f_{j+2}-f_{j+1}, \\ u_j &= N-2f_1-2f_2-\cdots-2f_{j-1}-f_j, \\ & \cdots\cdots\cdots\cdots, \\ u_2 &= N-2f_1-f_2, \\ u_1 &= N-f_1. \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots(28)$$

則上式均互差之計算公式亦得寫如下式：

$$\triangle=\frac{2}{N(N-1)}(f_kX_ku_k+f_{k-1}X_{k-1}u_{k-1}+\cdots+f_{j+1}X_{j+1}u_{j+1}$$
$$-f_1X_1u_1-f_2X_2u_2-\cdots-f_jX_ju_j)\cdots\cdots\cdots(29)$$

$$\triangle=\frac{2}{N(N-1)}\left(\sum_{i=j+1}^{k}u_if_iX_i-\sum_{i=1}^{j}u_if_iX_i\right).$$

由此公式，其計算均互差之步驟應

(a)求出各乘數 u〔見(28)諸式〕.

(b)將次數 f 各乘其數量 X.

(c)將各乘數 u 各乘其乘積 fX 而得各 ufX.

(d)將超過中位數諸項之乘積 ufX 而求其總和（試以 A 表之）：

$$A=\sum_{i=j+1}^{k}u_if_iX_i.$$

(e)將不及中位數諸數項之乘積 ufX 而求其總和(試以B表之)：

$$B=\sum_{i=1}^{j}u_if_iX_i.$$

(f)求 AB 之相差，卽得 S，

$$S=A-B.$$

(g)求$\frac{N(N-1)}{2}=C_n^2$之數值.

(h)將 C_n^2 除 S，卽得其均互差△：

$$\triangle=\frac{S}{C_n^2}=\frac{\sum_{i=j+1}^{k}u_if_iX_i-\sum_{i=1}^{j}u_if_iX_i}{C_n^2}.$$

〔例〕　見第3段分組次數數列之均互差計算法.

(3)分組次數數列　首將其變爲一簡單次數數列，其計算卽與次數數列無異.

〔例〕　茲且舉一實例以明之（統計材料錄自 Bowley: Elements of

Statistics, Chap. X).

第二表 英國每千人中年在10—80間者之分配表

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
年齡	f	X	fX	u	ufX	
10–15	19	12.5	237.5	611		145112.5
15–20	88	17.5	1540.0	504		776160.0
20–25	93	22.5	2092.5	323		675877.5
25–35	164	30.0	4920.0	66		324720.0
35–45	120	40.0	4800.0	218	1046400.0	
45–55	83	50.0	4150.0	421	1747150.0	
55–65	44	60.0	2640.0	548	1446720.0	
65–80	19	72.5	1377.5	611	841652.5	
總計	630				5081922.5	1921870.0

觀上表,則前述均互差計算之第一(見第二表第五列)第二(見第四列)第三(見第六第七兩列)第四(見第六列末格) 第五 (見第七列末格)諸步驟均無待解釋而能一望了然者矣. 由該表第六第七兩列其末格之和數,卽可繼而求該兩和數之相差 $A-B$ [第(6)步驟]:

$$S=A-B=5081922.5-1921870.0=3160052.5.$$

既知其 S,乃均互差之計算卽易如反掌矣.祇須先求 C_n^2 之數值[第(7)步驟],

$$C_n^2=\frac{N(N-1)}{2}=\frac{630\times 629}{2},$$

$$C_n^2=198135.$$

而後以 C_n^2 除 S,卽得矣[第(8)步驟].

$$\triangle=\frac{S}{C_n^2}=\frac{3160052.5}{198135}\quad \# 15.9.$$

爲"約略等於"之記號.

惟均互差亦得按上述第(27)公式計算之，而其步驟如次：

(1)先求出其中位數 Mdn.

(2)求各數項與中位數之相差 δ(絕對差).

(3)將各次數 f 各乘其差數 δ.

(4)求出各乘數 u〔見(28)諸式〕.

(5)將各乘數 u 各乘其乘積 $f\delta$.

(6)求各 $uf\delta$ 之總和，卽得其 S：

$$S=\Sigma uf\delta.$$

(7)求 $C_n^2=\frac{N(N-1)}{2}$ 之數值.

(8)將 C_n^2 除 S 卽得其均互差 $\triangle$：

$$\triangle=\frac{S}{C_n^2}=\frac{2}{N(N-1)}\Sigma uf\delta.$$

〔例〕　今且舉一實例以明之.材料與前節相同，以資比較焉.

第三表　英國每千人中年在10—80間者之分配

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
年　齡	f	X	δ	$f\delta$	u	$uf\delta$
10–15	19	12.5	19.5	370.5	611	226375.5
15–20	88	17.5	14.5	1276.0	504	643104.0
20–25	93	22.5	9.5	883.5	323	285370.5
25–35	164	30.0	2.0	328.0	66	21648.0
35–45	120	40.0	8.0	960.0	218	209280.0
45–55	85	50.0	18.0	1494.0	421	628974.0
55–65	44	60.0	28.0	1232.0	548	675136.0
65–80	19	72.5	40.5	769.5	611	470164.5
總　計	630					3160052.5

按前述均互差計算法，其第一步驟應先求其中位數 Mdn（請參看

朱講平均數，pp. 7—12)．

$$Mdn=l_j+\frac{\frac{N}{2}-\sum_{i=1}^{j-1}f_i}{f_j}.$$

其間，j 爲中位數所在之一組之組次(於本例題爲第四組)，l_i 爲第 j 組之小組限(於本例題爲25歲)．因得

$$Mdn=25\text{歲}+\frac{315-200}{164}\times 10\text{歲}$$
$$=\left(25+\frac{1150}{164}\right)\text{歲}$$
$$=\left(25+7+\frac{2}{164}\right)\text{歲} \doteqdot 32\text{歲}.$$

既知其中位數，卽不難得其各差數 δ〔是其第(2)步驟，見第三表第四列〕，於是卽可繼續進行其上述計算法之第三(見第5列)第四(見第6列)第五(見第7列)第六(見第7列末格)諸步驟．該數步驟之實行，亦無待解說，而祇須觀上表(第三表)卽能一目了然也．

由上表，卽知其 S 之數値爲(見第三表第七列末格)

$$S=3160052.5.$$

於是乃祇須求 C_n^2〔第(7)步驟〕：

$$C_n^2=\frac{630\times 629}{2}=198135.$$

卒將 C_n^2 除 S〔第(8)步驟〕，卽得其均互差△：

$$\triangle=\frac{S}{C_n^2}=\frac{3160052.5}{198135}\doteqdot 15.9.$$

參　考　書

A. L. Bowley: Elements of Statistics, Chap. VI.
D. C. Jones: First Course of Statistics, Chap. VI & Appendix.
A. Julin: Principes de Statistique, livre II, Chap. III.
L. March: Principes de la Methode Statistique, Chap. V.
R. Gibrat: Les Inégalités Economiques, 1 ere partie, Chap. II et Chap. VII.
A. Niceforo: La Methode Statistique, Chap. V.

附　錄

關於平均差計算公式的討論

本節爲李成謨君近作"關於兩種統計表徵計算公式的討論"中之一段.於平均差之計算,殊有獨到之見,故即採爲附錄以供研究相差度者之參考.

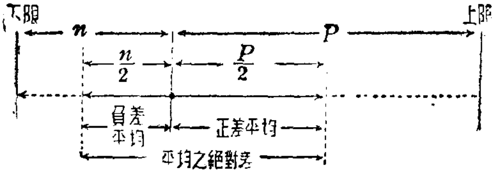
這裏首先要討論的,便是用於次數分配的普通公式如下:

$$M.D.=\frac{\Sigma fX}{N}\cdots\cdots\cdots\cdots(VIII)$$

($M.D.$ 表示平均差,N 表示總次數,f 表示各組次數,X 表示各組距中點對中位數之絕對差.)

這裏最重的假設,便是假定各組距中的量數,是集中於各該組距中點的.若是各組距中量數的平均,就大體看來,是約略等於各該組距中點數值的,那麼無論求各組量數之和,或各組量數對某一數值差數之和,上面的假設,確是計算上的唯一幫助.不過此處X所表示的乃是絕對的差數,而非代數的差數,直接運用上面的假設,有時便發生困難了.這個困難並不發生於中位數所在組距以外各組距之中:因爲各該組距中的各量數,對於中位數的差數,都是同號的;計算他們的代數和或絕對和,是沒有什麼分別的.但是在中位數所在組距當中,這個困難很顯著了;除非中位數恰巧落在組距的上限或下限上,該組距中各量數對中位數之差數,有正有負,絕不會完全同號的.若是求該組中差數之代數和的,那麼便可以根據該組中點數值求差數之和了.可是我們所求的乃是絕對值之和,根據中點數值求差數的方法,在中位數所在的一個組距當中,便不適用了.我以爲在中位數所在之組距中,各量數平均之絕對差,應

約略等於半組距之長.因爲從中位數至組距下限間，所包括之量數，皆有一負差，平均約略等於下限對中位數差數之半；又從中位數至組距上限間，所包括之量數，皆有一正差，平均約略等於上限對中位數差數之半(第一圖)；正負差的絕對值加起來，應等於半組距之長．此種補充的假定，不但可以免除上述假設之困難，而且是和他完全一貫的．



第一圖　中位數所在之組距中平均之絕對差

設中位數恰巧落在組距中點上，則依公式($VIII$)此組距中差數之和應爲0；而實際此組距中差數之和，無論何時應爲 $\phi\times I/2$ (ϕ 表示中位數所在組距之次數，I 表示組距之長)．故由公式($VIII$)所引起之最大錯誤，應爲：

$$-\frac{\phi\cdot I}{2N}.$$

由此可知公式($VIII$)所引起之錯誤，實因中位數漸次和組距中點接近，與夫 I 及 ϕ/N 之同時加大，而愈顯著．故在對稱或略不對稱的次數分配中，分組甚粗（即組距甚長），而中位數又和組距中點相接近的時候，公式($VIII$)所引起之錯誤尤大，有時竟能影響整數若干位的正確．

自然，因爲取樣的變動，以及分組和前面假定所引起的錯誤，有時或許比較這裏的錯誤要大．不過前者爲人事不可免之偶然錯誤，後者爲人事假定，容許之錯誤；而公式($VIII$)所引起之錯誤，乃是越出假定之系統錯誤，所以不可不加以判別，何況此種錯誤有時是很顯著的呢．若是要免除此種越出假定之系統錯誤，必須把公式(VIII)改爲：

$$M.D.=\frac{\Sigma fX}{N}+\frac{\phi\cdot I}{2N}\cdots\cdots\cdots\cdots(IX)$$

（$M.D.$ 表示中位數，N 表示總次數，f 表示中位數所在之組距以外各組之次數，X 表示中位數所在組距以外各組中點對中位數之絕對差，I 表示中位數所在組距之長，ψ 表示中位數所在組距之次數.）

關於平均差的方面，還有一個簡便計算法的公式如下：

$$M.D.=\frac{\Sigma fX'+C(Nb-Na)}{N}\cdots\cdots\cdots\cdots(X)$$

〔X' 表示各組距中點對假設中位數之絕對差，C 表示校正數，即眞正中位數對假設中位數之差，Nb 表示小於眞正中位數量數之次數，Na 表示大於眞正中位數量數之次數（假定各組距中量數，均集中於各該組距中點），餘同公式(VIII)〕

公式(X)的功用，便在先求得各組距中點對假設中位數絕對差之和，而後加以校正，成爲對眞正中位數差數絕對值之和.其實在中位數所在之組距中，無論中位數落於何點，差數絕對值之和，永遠可視爲 $\psi\times\frac{I}{2}$；故在此組距中，對假設中位數之差數，與對眞正中位數之差數，是一樣的，是無須加以校正的.因此，公式(X)所引起之最大錯誤仍爲：

$$-\frac{\phi\cdot I}{2N}.$$

即在眞正中位數漸次和假設中位數（必須爲任何一組距的中點）相疊合的時候.故此處所發生之錯誤，和公式$(VIII)$所引起之錯誤，是一樣的.若要免除此項錯誤，必須將公式(X)改作：

$$M.D.=\frac{\Sigma fX'+C(Nb-Na)}{N}+\frac{\phi\cdot I}{2N}\cdots\cdots\cdots\cdots(XI)$$

〔Nb 表示中位數所在組距以下（即其數值較小者）各組次數之和，Na 表示中位數所在組距以上（即其數值較大者）各組次數之和，餘同公式(IX)及(X)〕

總之，公式(IX)及公式(XI)，在計算上並不增加半點麻煩，而在理

論上和正確程度上，要比公式($VIII$)及公式(X)强得多，所以我主張提出這樣一個修改，還要求諸位讀者加以指教呢。

常態曲線與機誤

鄭堯柈

一. 本講之目的

統計是由大量觀察而來,爲吾人所已知,但在實際上常不能觀察其全體而只能觀察其中之一部分.對此部分調査上,實有次之二大疑問:

(1)選擇爲樣本 (sample) 部分是否含有得爲標準樣本之性質,換言之:由此樣本所求得諸性質(例如相差程度、相關程度等)是否能充分代表實際大量性質.

(2)假使選定樣本實爲其中之最優者,但因數目不足故,其所求得之統計值(例如平均數、相差度、相關係數、相關比等)能否信賴其得爲大量之正確統計值.

此二疑問實爲統計學根底所存在之大問題,本講專爲解決此二問題而設.

欲解決第一疑問時,第一須研究種種大量之性質,在組成爲試驗材料之事實是爲簡單樣本時,實須有次之三項條件:

(1)須在同一材料上舉行一切 蓋因對於實質上一起變化其觀察比即大受影響,至變動其時間與空間,則又起時間與空間之變化.

(2)各試驗材料均須同一物 例如研究人口死亡率時,其爲根據之每千人雖皆在同一年齡,同一衞生狀態之下而不依男女分別淸楚時,其死亡機會,仍不相等,故不能作爲標準樣本.

(3)各試驗材料須完全互相獨立 例如研究人口死亡率時,其作爲試驗材料之人口,雖均在同性、同年齡及同一衞生狀態之下,但遇有傳

染性之死亡時,仍不能適用,蓋因試料中之一人,感染疾病時,有增加他人罹病之傾向,故此等統計每年變化甚大.

第二須依賴數學一分科機率論(或稱概算論,theory of probability)之助力,作成理論上之分配狀態,使與實際分配狀態相比較,以檢查其適當與否.其比較方法凡二:

(1)以 Bernoulli 與 Laplace 之定理為前提,精密計算理論上之分配狀態後,將由此算得之分配狀態,直接與實際狀態相比較,以決定其適當與否.

(2)一方依 Bernoulli 與 Laplace 之定理,算出理論上分配狀態之決定的特徵(例如標準差正確度等),他方依誤差法則以計算實際分配狀態之特徵,最後比較此二方所算出之特徵,以決定其適當與否.

此二方法之說明須高深數學,本講對於數學程度不求其高深,故對於第一疑問,祇能說其大要(詳情請參閱拙著統計學).

對於第二疑問,是為統計值之誤差程度問題,本講對此特避去各種理論,專從實際着手,求出各種法則.又因本疑問既為統計值之誤差程度問題,故先將誤差法則 (law of error) 說明如次.

二. 誤差法則之意義

當測定長度重量角度時,因吾人知覺能力之不完全,及使用手段之惡劣,常起種種誤差.此等誤差中,由觀察者自身之不注意、不熟練及粗漏等而來者,得依別種方法以消滅之,此等得設法消滅之誤差,稱為粗大誤差.至由器具之缺點及觀察之環境(如溼氣溫度等)所起之恆常的或規則的誤差,亦得依種種方法以消滅之.反之,誤差之發生原因,為吾人所未能確知,無論如何,只能想像其由不規則的偶然的原因而來,此等誤差,稱為不規則誤差,有時為大有時為小,有時為正有時為負,其

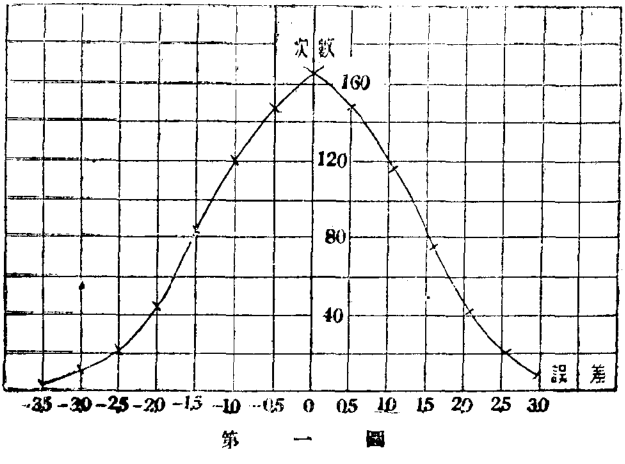
發生原因,完全只能委之於偶然,故此等誤差,不能使用特殊方法使其消滅,只能依平均或其他各種方法,互行相消而已.本段是專就此等誤差,以議論一切.

例如某天文臺,將某一觀察舉行千回,其對於時間(單位秒)上所起誤差之分配情形如第一表.

第　一　表

誤差　(秒)	次數	誤差　(秒)	次數
(−3.75)−(−3.25)	4	(−0.25)− 0.25	163
(−3.25)−(−2.75)	10	0.25 − 0.75	147
(−2.75)−(−2.25)	22	0.75 − 1.25	112
(−2.25)−(−1.75)	46	1.25 − 1.75	72
(−1.75)−(−1.25)	82	1.75 − 2.25	40
(−1.25)−(−0.75)	121	2.25 − 2.75	19
(−0.75)−(−0.25)	152	2.75 − 3.25	10
			1000

將此誤差分配狀況,用曲線以表示時,大體成為對稱之曲線(如第一圖).

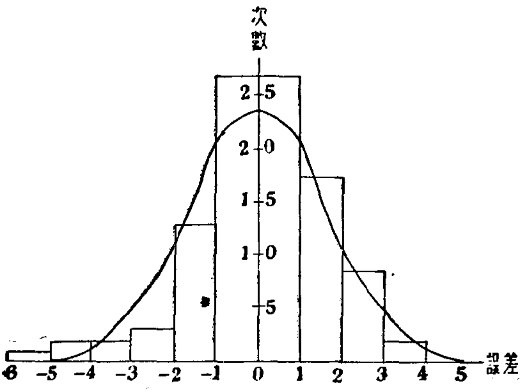


第　一　圖

又在美國舉行某種三角測量，其關於角度之誤差情形(單位秒)如第二表，將此表內之分配情形，用曲線以表示時，仍爲一大體對稱之曲線(如第二圖).

第二表

誤差	次數	誤差	次數
(-6″)-(-5″)	1	0″-1″	26
(-5″)-(-4″)	2	1″-2″	17
(-4″)-(-3″)	2	2″-3″	8
(-3″)-(-2″)	3	3″-4″	2
(-2″)-(-1″)	13	4″-5″	0
(-1″)-(0″)	26		100



第二圖

此對稱情形，非只上述二例而已，凡誤差之分配上，均呈此現象，其由算術平均值所測得之正負誤差，是對稱分配於此平均值之周圍，且微小誤差之發生次數，較巨大誤差之發生次數爲多，依此知發生次數與誤差之大小間，實有一定法則之存在，此法則稱爲誤差法則. 但欲求此法

則時，其測數必須非常巨大，而後始可．蓋因各個實測數，皆依種種原因，伴有多少不同之誤差，若實測數稀少時，其由各個誤差，所來之影響太大，以致不能達到一定之法則，依此可知在求一般誤差法則時，其實測數必須巨大，而後其分配曲線，始能成爲理想的對稱分配曲線．此理想的對稱分配曲線之方程式依計算得：

$$f=\frac{N}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\,e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\xi}{\sigma}\right)^2}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

此處之　$\pi=3.1416,$

$e=2.7183,$

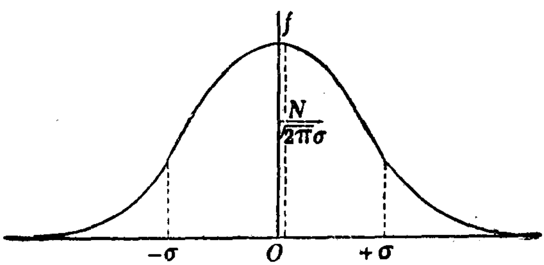
$\xi=X-M,$

$N=\sum_{k=1}^{n}f_k,$

$\sigma=$標準差$=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{n}f_k\xi_k^2}.$

本方程式是以 ξ 爲誤差所求得之誤差分配法則．其方程式之由來，各機率論，及誤差論書上均有記載，此處不再說明．

由上述方程式所表示之對稱分配曲線，稱爲誤差曲線 (curve of error)．其曲線之狀況如第三圖．



第　三　圖

欲滿足本方程式時，其實測數N必須非常巨大，但在實際問題上，對此N多不能十分巨大，故多只能近似地以滿足本法則而已.

此誤差法則，由法之大天文學家拉普拉斯 (P. S. Laplace, 1749—1827)所發明.至德之偉大數學家高斯(K. F. Gauss, 1777—1852)擴大其應用範圍，改稱上述誤差曲線為機率曲線 (probability curve).至應用到統計學上，則為統計界大偉人概特雷(L. A. J. Quètelét, 1796—1874)，伊在人之身長及其他關於人類學之大量現象上，應用此誤差法則，以舉行統計的測定，並改稱前述機率曲線，為常態曲線 (normal curve). 至其轉用之理論的根據如次:

在一袋內含有白球二個,黑球三個,現伸手袋入內取出一球,並記其色彩後,仍將原球放入袋內再行取出一球,以循環舉行. 在此等舉行中，白球之實際取出機率,應當為一定數 2/5,但在事實上,則又不免在 2/5之左右動搖,決不致成為一定數以行發現. 其所以如此者,實由於袋內黑白球之混合,雖確為 3:2，但實際上除此恆常的原因外，尚有偶然的原因作用在內,使白球之現出次數,不能成為NP次.

此由機率所能期待之出現次數與事實之出現次數之差，稱為動搖或稱為偏差,但在誤差法則上所使用之誤差,亦均為偶然的誤差，其性質與上述動搖,完全相同.

(1)在誤差上其誤差近於 0 之次數最多，與 0 相差距離逐次增加時，其誤差個數亦逐次遞減,在動搖上亦有此性質.

(2)在誤差上,誤差之方向,不偏於正負之一方,若有正的誤差時,必同時有絕對值相等之負的誤差,在動搖上,亦有此性質.

(3)在誤差上所有誤差,常限於一定範圍內,超此範圍之誤差，則決不能發生,在動搖上,亦有此性質.

依上述三項情形,知二者間,實有共通之特徵存在，因此知實驗之

結果，是在最概然的數量周圍以行動搖，此等動搖，則爲偶然的偏差，其本質上不外爲測定一事物之結果所帶來之偶然的誤差，且在誤差上之不能得眞正數值一事，與動搖上不能知恆常的根本機率一事相等，故知偶然的動搖與偶然的誤差，其性質完全相同，誤差上所有法則與曲線，完全能移用於偶然的動搖上，只在動搖上改稱此誤差曲線，爲常態曲線，其實質完全相同．

公式(1)之計算非常複雜，欲依此以檢查實際問題時，未免太繁．因此特預先製成數值表，使減少計算勞力．此數值表之製作方法如次：

於(1)式 $f=\dfrac{N}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\xi}{\sigma}\right)^2}$ 內置 $y=\dfrac{f\sigma}{N}$， $x=\dfrac{\xi}{\sigma}$ 時，上式變爲

$$y=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}x^2}\cdots\cdots(2)$$

(2)式內之 y 是爲 x 之函數，故只作成 y 值表卽可．其作成方法，是使用對數，故計算亦甚簡便，先取對數於(2)式之兩邊得

$$\log y=-\log\sqrt{2\pi}-\frac{x^2}{2}\log e,$$

但 $\log\sqrt{2\pi}=\log 2.50663=0.39909,$

$$\log e=\log 2.71828=0.43429,$$

$$\therefore\ \log y=-0.39909-0.21715x^2\cdots\cdots(3)$$

代入種種數值於(3)式之 x 時，則得其所當 y 值，由此方法所得之數值表如第三表．

第三表　常態曲線之高度

$$y=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}x^2}$$

x	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.3989	.3989	.3989	.3988	.3986	.3984	.3982	.3980	.3977	.3973
0.1	.3970	.3965	.3961	.3956	.3951	.3945	.3939	.3932	.3925	.3918
0.2	.3910	.3902	.3894	.3885	.3876	.3867	.3857	.3847	.3836	.3825
0.3	.3814	.3802	.3790	.3778	.3765	.3752	.3739	.3725	.3712	.3697
0.4	.3683	.3668	.3653	.3637	.3621	.3605	.3589	.3572	.3555	.3538
0.5	.3521	.3503	.3485	.3467	.3448	.3429	.3410	.3391	.3372	.3352
0.6	.3332	.3312	.3292	.3271	.3251	.3230	.3209	.3187	.3166	.3144
0.7	.3123	.3101	.3079	.3056	.3034	.3011	.2989	.2966	.2943	.2920
0.8	.2897	.2874	.2850	.2827	.2803	.2780	.2756	.2732	.2709	.2685
0.9	.2661	.2637	.2613	.2589	.2565	.2541	.2516	.2492	.2468	.2444
1.0	.2420	.2396	.2371	.2347	.2323	.2299	.2275	.2251	.2227	.2203
1.1	.2179	.2155	.2131	.2107	.2083	.2059	.2036	.2012	.1989	.1965
1.2	.1942	.1919	.1895	.1872	.1849	.1826	.1804	.1781	.1758	.1786
1.3	.1714	.1691	.1669	.1647	.1626	.1604	.1582	.1561	.1539	.1518
1.4	.1497	.1476	.1456	.1435	.1415	.1394	.1374	.1354	.1334	.1315
1.5	.1295	.1276	.1257	.1238	.1219	.1200	.1182	.1163	.1145	.1127
1.6	.1109	.1092	.1074	.1057	.1040	.1023	.1006	.0989	.0973	.0957
1.7	.0940	.0925	.0909	.0893	.0878	.0863	.0848	.0833	.0818	.0804
1.8	.0790	.0775	.0761	.0748	.0734	.0721	.0707	.0694	.0681	.0669
1.9	.0656	.0644	.0632	.0620	.0608	.0596	.0584	.0573	.0562	.0551
2.0	.0540	.0529	.0519	.0508	.0498	.0488	.0480	.0468	.0459	.0449
2.1	.0440	.0431	.0422	.0413	.0404	.0396	.0387	.0379	.0371	.0363
2.2	.0355	.0347	.0339	.0332	.0325	.0317	.0310	.0303	.0297	.0290
2.3	.0283	.0277	.0270	.0264	.0258	.0252	.0246	.0241	.0235	.0229
2.4	.0224	.0219	.0213	.0208	.0203	.0198	.0194	.0189	.0184	.0180
2.5	.0175	.0171	.0167	.0163	.0158	.0154	.0151	.0147	.0143	.0139
2.6	.0136	.0132	.0129	.0126	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110	.0107
2.7	.0104	.0101	.0099	.0096	.0093	.0091	.0088	.0086	.0084	.0081
2.8	.0079	.0077	.0075	.0073	.0071	.0069	.0067	.0065	.0063	.0061
2.9	.0060	.0058	.0056	.0055	.0053	.0051	.0050	.0048	.0047	.0046
3.0	.0044	.0043	.0042	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036	.0035	.0034
3.1	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026	.0025	.0025
3.2	.0024	.0023	.0022	.0022	.0021	.0020	.0020	.0019	.0018	.0018
3.3	.0017	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014	.0013	.0013
3.4	.0012	.0012	.0012	.0011	.0011	.0010	.0010	.0010	.0009	.0009
3.5	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007	.0007	.0007	.0006
3.6	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005	.0005	.0005	.0005	.0004
3.7	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003	.0003	.0003	.0003
3.8	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002
3.9	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.0001	.0001

〔例〕 第四表爲英國人之身長次數分配表，其總人數爲8585人，相當巨大，故其實際上之分配狀況與依誤差法則所得之分配狀況，實能互相一致.

第 四 表

身長(吋)	人數	身長(吋)	人數
57—	2	68—	1230
58—	4	69—	1063
59—	14	70—	646
60—	41	71—	392
61—	83	72—	202
62—	169	73—	79
63—	394	74—	32
64—	669	75—	16
65—	990	76—	5
66—	1223	77—	2
67—	1329		8585

依表求得 $M=67.5$,

$$\xi=X-67.5,\qquad \sigma=2.57,$$

$$\frac{1}{\sigma}=0.389,\qquad \frac{N}{\sigma}=3340,$$

現取 $\xi=\pm2$ 時 $x=\frac{\xi}{\sigma}=\pm(2\times0.389)=\pm0.78$,

由第三表之數值表求得 $y=0.234$,

依此得 $f=\frac{N}{\sigma}y=0.294\times3340=982$.

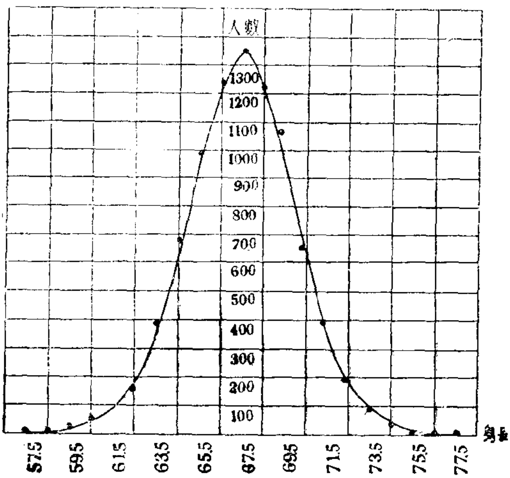
同樣算得各 f 如第五表，將此等依計算方法所求得人數與實際人數相比較如第六表，將表內數值圖示時如第四圖，知二者非常一致.

第五表

ξ	$X=\frac{\xi}{\sigma}$	y	f
0	0.00	0.399	1333
±1	±0.39	0.370	1236
±2	±0.78	0.294	982
±3	±1.17	0.201	671
±4	±1.56	0.119	397
±5	±1.95	0.060	200
±6	±2.34	0.026	87
±7	±2.72	0.010	33
±8	±3.11	0.003	10
±9	±3.50	0.0009	3
±10	±3.99	0.0002	1

第六表

身長	人數		身長	人數	
	實際	計算		實際	計算
57.5	2	1	68.5	1230	1236
58.5	4	3	69.5	1063	982
59.5	14	10	70.5	646	671
60.5	41	33	71.5	392	397
61.5	83	87	72.5	202	200
62.5	169	200	73.5	79	87
63.5	394	397	74.5	32	33
64.5	669	671	75.5	16	10
65.5	990	982	76.5	5	3
66.5	1223	1236	77.5	2	1
67.5	1329	1333			

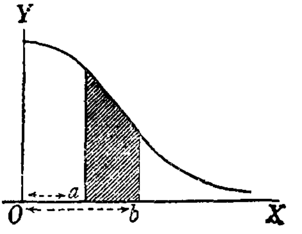


第 四 圖

三. 常態曲線之面積

在常態曲線

$$f=\frac{N}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}x^2}$$

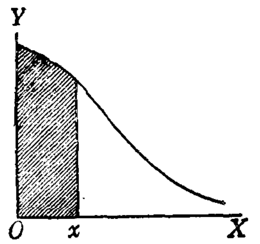


第五圖

內，所有 $x=a$ 與 $x=b$ 間之面積(第五圖內引有斜線處)，是與由 $x=a$ 到 $x=b$ 間所有次數成正比例．由此知欲研究 $x=a$ 與 $x=b$ 間之次數時，只研究其間所夾面積已足，此所夾面積，吾人特以

$$A(a-b)$$

之符號以表示之．



第六圖

在此面積 $A(a-b)$內，若將 a 換以 0，b 換以 x 時，其面積符號變爲

$$A(0-x).$$

參照第六圖內引有斜線處．

此 $A(0-x)$是爲 x 之函數，故由各 x 值即能求得 $A(0-x)$之所當值，將由此方法所得之相當值，列成爲一數值表(如第七表)後，吾人得不用計算，只依數值表即能由 x 值尋得其所相當之 $A(0-x)$值．

在 $A(0-x)$之數值表內，其 x 值愈大時，所當面積值愈近於 0.5，故知在理想的對稱分配曲線內，由 $x=0$ 以右之全部面積，實等於 0.5，又因其爲對稱曲線故其 $x=0$ 以左之全部面積，亦等於 0.5，因此知曲線

$$y=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}x^2}$$

與 x 軸所包圍之全面積實等於 1．

依前述知面積 $A(a-b)$是與 $(x=a,\ x=b)$ 間所有次數，成爲正比例，由此得 $\dfrac{x=a\text{ 與 }x=b\text{ 間所有次數}}{\text{面積}A(a-b)}=\dfrac{\text{總次數}}{\text{總面積}}=\dfrac{N}{1}$，

即 $x=a$ 與 $x=b$ 間所有次數 $=N\times$ 面積 $A(a-b)$，但

$$A(a-b)=A(0-b)-A(0-a)$$

$\therefore$ $x=a$ 與 $x=b$ 間所有次數

$$=N\times[A(0-b)-A(0-a)].$$

第七表　常態曲線之面積

$A\ (0-x)$

x	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	07.	08.	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0159	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2518	.2549
0.7	.2580	.2612	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	4032	.4049	.4066	.4083	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4430	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4485	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4758	.4762	.4767
2.0	.4773	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4865	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	4918	.4920	.4922	4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4931	.4936
2.5	4938	4940	.4941	.4943	.4945	.4949	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4980	.4980	.4981
2.9	4981	4982	.4983	.4984	.4984	.4984	.4985	4985	.4986	.4986
3.0	4987	.4987	4987	.4988	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	4990
3.1	4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993
3.2	.4993	.4993	4994	.4994	4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995
3.3	4995	4995	.4995	.4996	4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997
3.4	4997	4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4998	.4998
3.5	.49977	49978	49978	.49979	.49980	.49981	49981	.49982	.49983	.49983
3.6	.49984	.49985	.49985	.49986	.49986	.49987	.49987	.49988	.49988	.49989
3.7	.49989	.49990	.49990	.49990	.49991	.49991	.49992	.49992	.49992	.49992
3.8	.49993	.49993	.49993	.49994	.49994	.49994	.49994	.49995	.49995	.49995
3.9	.49995	.49995	.49996	.49996	.49996	.49996	.49996	.49996	.49997	.49997
4.0	.49997	.49998	.49999	.49999	.49999	.50000	.50000	.50000	.50000	.50000

〔例〕 依第四表之英人身長分配狀況得

$$M=67.46,\quad \frac{1}{\sigma}=0.389,\quad N=8585,$$

現取 $\xi=0.5$ 時 $\quad x=\dfrac{\xi}{\sigma}=0.5\times0.389=0.195,$

由第七表得 $\quad A(0-0.195)=0.0773,$

依此知在 $\xi=0$ 與 $\xi=0.5$ 間之人數為

$$N\times A(0-0.195)=8585\times0.0773=661.$$

次取 $\xi=1.5$ 時 $\quad x=\dfrac{\xi}{\sigma}=1.5\times0.389=0.584,$

由第七表得 $\quad A\,(0-0.584)=0.220,$

依此得 $\quad A(0.195-0.584)=A(0-0.584)-A(0-0.195)$

$$=0.220-0.077=0.143,$$

知在 $\xi=0.5$ 與 $\xi=1.5$ 間之人數為

$$N\times A(0.195-0.584)=8585\times0.143=1228.$$

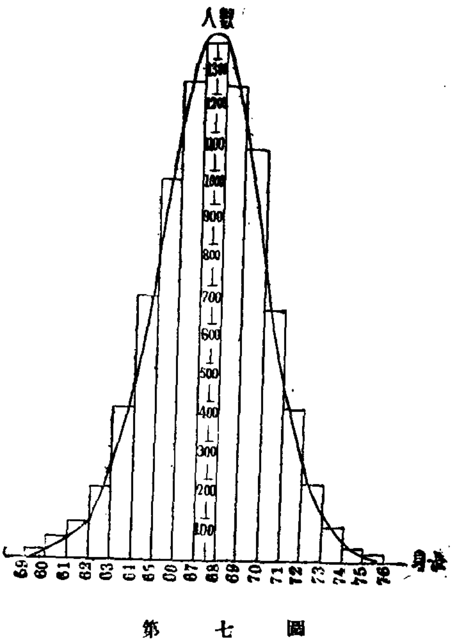
將如此計算繼續進行，得第八表，將此表內依計算所求各人數，與實際情形相較，如第九表，將此表內數字圖示時，得第七圖，知互相一致.

第　八　表

ξ	$x=\dfrac{\xi}{\sigma}$	面積 A	面積差	人數
0.0	0.000	0.000	0.077	661
0.5	0.195	0.077	0.143	1228
1.5	0.584	0.220	0.115	977
2.5	0.973	0.335	0.078	670
3.5	1.362	0.413	0.047	406
4.5	1.751	0.460	0.024	206
5.5	2.140	0.484	0.010	86
6.5	2.529	0.494	0.004	34
7.5	3.918	0.498	0.0015	12
8.5	3.307	0.4995	0.0004	3
9.5	3.696	0.4999	0.00007	1
10.5	4.085	0.49997		

第九表

身長	人數 實際	計算	差	身長	人數 實際	計算	差
57－58	2	1	＋1	68－69	1230	1228	＋2
58－59	4	3	＋1	69－70	1063	977	＋86
59－60	14	12	＋2	70－71	646	670	－24
60－61	41	34	＋7	71－72	392	406	－14
61－62	83	86	－3	72－73	202	206	－4
62－63	169	206	－37	73－74	79	86	－7
63－64	394	406	－12	74－75	32	34	－2
64－65	669	670	－1	75－76	16	12	＋4
65－66	990	977	＋13	76－77	5	3	＋2
66－67	1223	1228	－5	77－78	2	1	＋1
67－68	1329	1322	＋7		8585	8568	＋17



第七圖

四. 常態曲線之標準誤差

檢查常態曲線之面積數值表(第七表),吾人得次之數種事實:

(1)在誤差範圍 $\xi=-3\sigma$ 與 $\xi=+3\sigma$ 卽 $x=-3$ 與 $x=+3$ 間,含有次數全部之 $0.498\times 2=99.74\%$.

由此知在常態曲線內,其平均點之左右 $\xi=-3\sigma$ 與 $\xi=3\sigma$ 間,得看做含有全部之次數.

(2)在 $\xi=-2\sigma$ 與 $\xi=2\sigma$ 間,卽 $x=-2$ 與 $x=2$ 間,含有次數全部之

$$0.4773\times 2=95.46\%.$$

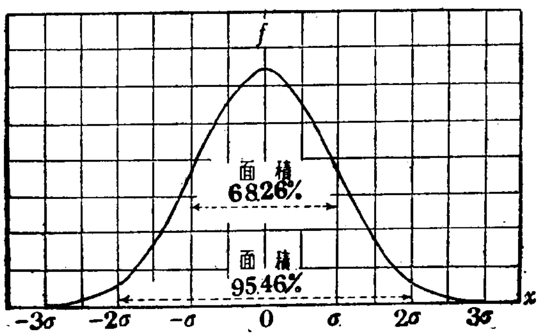
在不要十分正確時,得看做次數全部含在 $\xi=-2\sigma$ 與 $\xi=2\sigma$ 間.

(3)在 $\xi=-\sigma$ 與 $\xi=\sigma$ 卽 $x=-1$ 與 $x=1$ 間,含有次數全部之

$$0.3413\times 2=68.26\%.$$

約全部之 $\frac{2}{3}$.

由上之三性質知標準差 σ 在誤差分配上,有重大之使命,故有時稱 σ 爲標準誤差 (standard error),以表示其得爲測量誤差大小之標準.



第 八 圖

〔例〕 依第四表知英國人 8585 人之身長分配狀況，現將其總人數為一萬時，問其中在身長平均值前後一吋之人數有幾何？

依題知 $\xi=\pm 1,\quad \sigma=2.57,$

$$x=\frac{1}{2.57}=0.389,$$

在 $x=-0.389$ 與 $x=+0.389$ 間之面積，依表得

$$0.15136\times 2=0.3027,$$

由此知一萬人內，在平均身長 67."46 前後一吋內之人數為

$$0.3027\times 10000=3027\text{ 人}.$$

五. 機 誤

在實際測量誤差之大小時，依多年之習慣，是不使用標準誤差，而改用機誤以為標準.

在常態曲線內，其四分位數 Q_1、Q_3 所當值，只要於面積表內求 $A(0-x)=0.25$ 所當處之 x 值卽得.

依表知 $x=0.67$ 時，$A(0-x)=0.24857,$

$x=0.68$ 時，$A(0-x)=0.25175,$

欲求 $A(0-x)=0.25$ 時之 x 值，只用補間法(method of interpolation)卽得

$$x=0.67+\frac{0.25-0.24857}{0.25175-0.24857}\times(0.68-0.67)$$

$$=0.67+0.0045$$

$$=0.6745.$$

由此知 Q_1 點是在

$$x=-0.6745,\quad \text{或 } \xi=-0.6745\,\sigma \text{ 處},$$

Q_3 點是在

$$x=+0.6745, \quad \text{或}\ \xi=+0.6745\,\sigma,$$

其四分差值依定理知爲

$$Q=\frac{1}{2}(Q_3-Q_1)=0.6745\,\sigma\ \text{處}.$$

依此事實,吾人得次之結果:

所有誤差次數 N 之半數，是含在誤差 $-0.6745\,\sigma$ 與 $+0.6745\,\sigma$ 間，換言之，是絕對值小於 $0.6745\,\sigma$ 之誤差所發生回數與比此爲大各誤差之發生回數實相等.

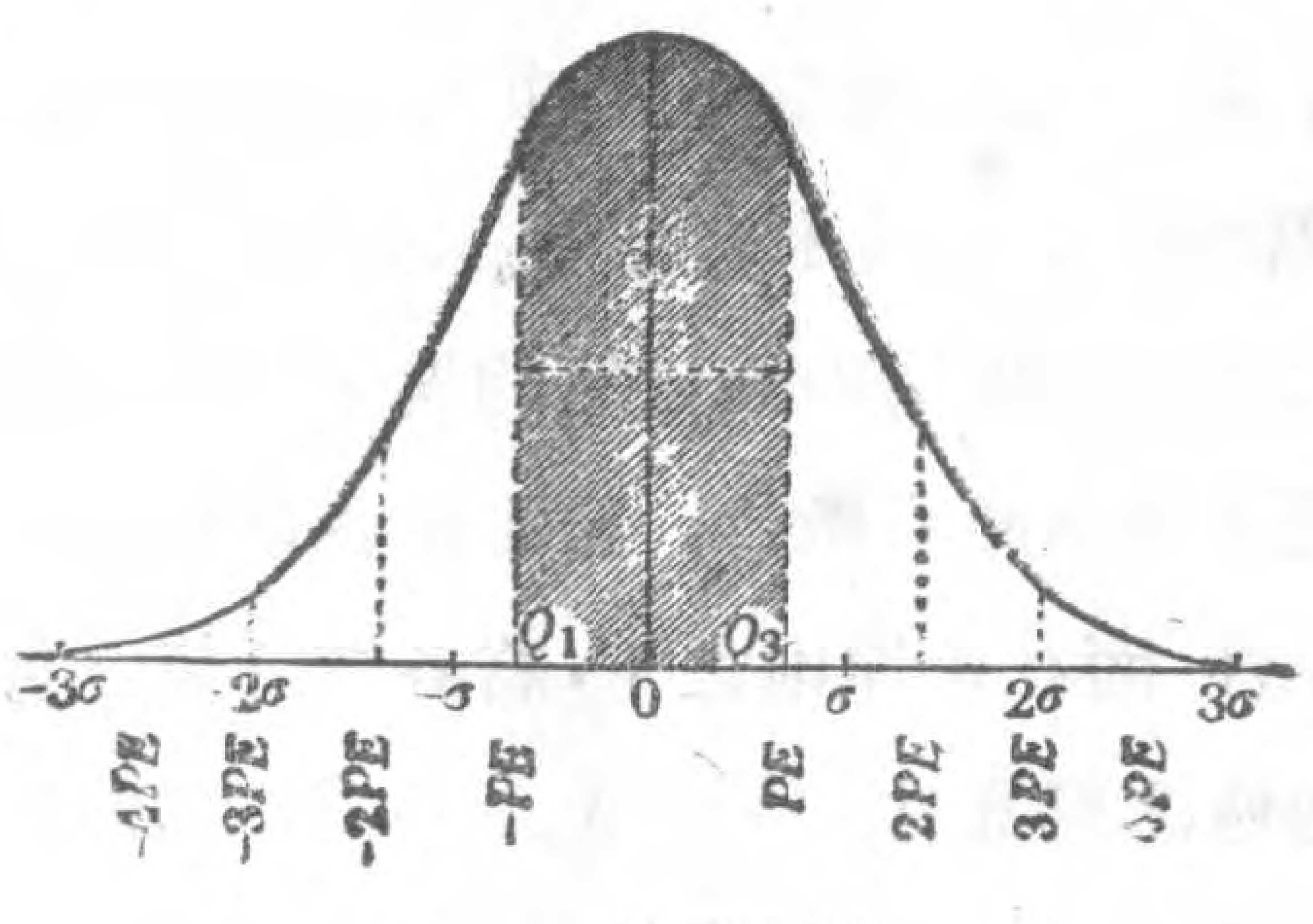
依此知 $0.6745\,\sigma$ 值之誤差,在全體上占重要地位,故特稱此數值爲機差 (probable error)，用 $P.E.$ 符號以表示之.卽

$$P.E.=0.6745\sigma \doteqdot \frac{2}{3}\sigma.$$

〔此 $P.E.$ 雖與 Q 相等，但 $P.E.$ 只使用於常態曲線上，Q 是使用於一般的次數分配上.〕

由此知 $-3\,P.E.$ 與 $+3\,P.E.$ 間是含有誤差全部之 95.7%，在不需要十分正確時,得看做誤差之全部含在 $-3\,P.E.$ 與 $+3\,P.E.$ 間.

此機誤 $P.E.$ 是只在標準差 σ 上,乘以 0.6745 而已，故當然得作爲測量誤差之標準.



第 九 圖

〔例〕 依第四表之英國人身長分配得

$$P.E.=0.6745\times 2.''57=1.''73,$$

故在 $67.''46-3\,P.E.=67.46-5.19=62.''27$

$67.''46-3\,P.E.=67.46+5.19=72.''65$

間之人數爲 $8585\times 95.5\%=8198$人,

但在實際上 62" 與 73" 間之人數爲 8307 人,

63" 與 72" 間之人數爲 7936 人,

依補間法得 62."27 與 63" 間之人數爲 $169\times 0.73=123$人,

72" 與 72."65 間之人數爲 $202\times 0.65=131$人,

由此知 62."27 與 72."65 間之人數爲

$$7936+123+131=8190,$$

理論與實際互相一致.

六. 各種統計值之可靠性

依上述知標準差 σ 愈小時,大誤差之發生愈少,知該觀察愈覺可靠,故得將標準差 σ 之逆數 $\frac{1}{\sigma}$,作爲觀察之可靠性 (reliability). 但在統計上,其所給與者只一次數分配表,故得將各單位值 X_h 與算術平均值 M 相距之偏差,看做爲單位值之誤差.

例如國語考試,平均成績爲65分,其他所有成績, 均得看做爲由才能的個人差,即智能的誤差所來之結果.又如第四表之平均身長爲67.46吋,其他之身長,均得看做爲由大自然的誤差所來之結果.

將次數分配情形如此看做時, 始能稱各單位值標準差之逆數 $\frac{1}{\sigma}$,爲該觀察之可靠性.而在此原則之下,將各統計值之可靠性說明如次:

1.算術平均值之可靠性 X_1、X_2、…. X_n 爲由觀察所得各單位值,其算術平均值爲 M,此 M 比 N 個單位值 X_h 內之任一值爲可靠. 且其觀

察數N愈行增加時，其平均值之可靠性亦愈行增加．但當測定各單位值X_n時，均不免含有多少誤差在內．現將其第一次測定各單位值時所帶誤差假定其爲

$$E'_1,\ E'_2, \cdots\cdots E'_n$$

時，各單位值之算術平均值已不爲M而爲

$$M' = \frac{(X_1+E'_1)+(X_2+E'_2)+\cdots+(X_n+E'_n)}{N}$$

$$= \frac{X_1+X_2+\cdots+X_n}{N} + \frac{E'_1+E'_2+\cdots+E'_n}{N}.$$

依此知算術平均值 M' 內含有

$$\frac{E'_1+E'_2+\cdots+E'_n}{N}(=E')$$

之誤差．

第二次測定X_1、X_2、$\cdots\cdots X_n$時，各單位值之誤差假定爲

$$E''_1,\ E''_2,\ E''_3, \cdots\cdots E''_n,$$

算術平均值 M'' 所含誤差爲 E''．

將如此觀察舉行 n 次後，各單位值與算術平均值之誤差分配情形如第十表．

第 十 表

第1回	E'_1	E'_2	....	E'_n	$E' = \frac{E'_1+E'_2+\cdots+E'_n}{N}$
第2回	E''_1	E''_2	....	E''_n	$E'' = \frac{E''_1+E''_2+\cdots+E''_n}{N}$
....	....	....	....	....	....
第n回	$E^{(n)}_1$	$E^{(n)}_2$	....	$E^{(n)}_n$	$E^{(n)} = \frac{E^{(n)}_1+E^{(n)}_2+\cdots+E^{(n)}_n}{N}$

平均之誤差	$M'-M=E'$	$M''-M=E''$	....	$M^{(n)}-M=E^{(n)}$

但當n十分巨大時,M'、M''、……$M^{(n)}$之算術平均值,仍不外爲M自身,

$$\therefore\quad \frac{1}{n}(M'+M''+\cdots+M^{(n)})=M,$$

但
$$\frac{1}{n}\Big[(M'-M)+(M''-M)+\cdots+(M^{(n)}-M)\Big]$$
$$=E'+E''+\cdots\cdots+E^{(n)},$$

現
$$\frac{1}{n}\Big[(M'+M''+\cdots+M^{(n)})-nM\Big]=0,$$

$$\therefore\quad E'+E''+\cdots\cdots+E^{(n)}=0.$$

其M'、M''、……$M^{(n)}$之標準差爲

$$\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(M^{k}-M)^2}=\sqrt{\frac{1}{n}\Sigma(E^{(k)})^2}=\sigma_m\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

其逆數$\frac{1}{\sigma_m}$則爲算術平均值之可靠性,現計算σ_m之所當值.

在式(1)內之

$$E^{(k)^2}=\left[\frac{1}{N}(E_1^{(k)}+E_2^{(k)}+\cdots\cdots+E_n^{(k)})\right]^2$$
$$=\frac{1}{N^2}\Big[E_1^{(k)^2}+E_2^{(k)^2}+\cdots+E_n^{(k)^2}+2E_1^{(k)}E_2^{(k)}+2E_1^{(k)}E_3^{(k)}$$
$$+\cdots+2E_{n-1}^{(k)}E_n^{(k)}\Big],$$

將此k由l至n順次相加後得

$$E'^2+E''^2+\cdots\cdots+E^{(n)^2}$$
$$=\frac{1}{N^2}\Big[(E_1'^2+E_1''^2+\cdots+E_1^{(n)^2})+(E_2'^2+E_2''^3+\cdots+E_2^{(n)^2})$$
$$+\cdots+(E_n'^2+E_n''^2+\cdots+E_n^{(n)^2})\Big]$$
$$+\frac{2}{N^2}\Big[(E_1'E_2'+E_1''E_2''+\cdots+E_1^{(n)}E_2^{(n)})$$

$$+E'_2E'_3+E''_2E''_3+\cdots+E_2^{(n)}E_3^{(n)})+\cdots\Big]\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

但
$$\frac{E_1'^2+E_1''^2+\cdots+E_1^{(n)^2}}{n}$$
$$=\frac{(X_1'-X_1)^2+(X_1''-X_1)^2+\cdots+(X_1^{(n)}-X_1)^2}{n}.$$

爲 n 回測量 X_1 時之標準差之平方等於 σ^2，蓋因在次數分配表上各單位値之可靠性，實與分配全體之可靠性相等，故知 n 次測定同一單位値上所得標準差與次數分配全體之標準差相等.

同樣得
$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{E_2'^2+E_2''^2+\cdots+E_2^{(n)^2}}{n}=\sigma^2\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ \dfrac{E_n'^2+E_n''^2+\cdots+E_n^{(n)^2}}{n}=\sigma^2\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

又因 E_1'、E_1''、$\cdots\cdots E_1^{(n)}$ 與 E_2'、E_2''、$\cdots\cdots E_2^{(n)}$ 間完全無絲毫之關係，故其相關係數必須等於零.

$$\gamma=\frac{\Sigma E_1^{(k)}E_2^{(k)}}{\Sigma E_1^{(k)^2}\,\Sigma E_2^{(k)^2}}=0,$$

即 $E_1'E_2'+E_1''E_2''+\cdots+E_1^{(n)}E_2^{(n)}=0,$

同樣得

$$\left.\begin{array}{l}E_1'E_2'+E_1''E_2''+\cdots+E_1^{(n)}E_2^{(n)}=0,\\ E_2'E_3'+E_2''E_3''+\cdots+E_2^{(n)}E_3^{(n)}=0,\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots,\\ E_{n-1}'E_n'+E_{n-1}''E_n''+\cdots+E_{n-1}^{(n)}E_n^{(n)}=0,\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

將(3)(4)之關係代入(2)式內得

$$\frac{1}{n}(E'^2+E''^2+\cdots+E^{(n)^2})$$
$$=\frac{1}{n}\left\{\frac{1}{N^2}\Big[(E_1'^2+E_1''^2+\cdots+E_1^{(n)^2})\right.$$

$$+\left(E_2'^2+E_2''^2+\cdots+E_n^{(n)^2}\right)$$

$$+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$+\left(E_n'^2+E_n''^2+\cdots+E_n^{(n)^2}\right)\Big]\Big\}$$

$$=\frac{1}{nN^2}\overbrace{\left(n\sigma^2+n\sigma^2+\cdots\cdots+n\sigma^2\right)}^{N\text{個}}=\frac{Nn\sigma^2}{nN^2}=\frac{\sigma^2}{N},$$

由此得

$$\sigma_m^2=\frac{\sigma^2}{N},$$

$$\sigma_m=\frac{\sigma}{\sqrt{N}},$$

或

$$\frac{1}{\sigma_m}=\frac{\sqrt{N}}{\sigma}.$$

依此得次之定理：

當N個觀察値之算術平均值爲M,測定之可靠性爲 $\frac{1}{\sigma}$時，其算術平均值之可靠性是等於測定自身之可靠性與測定次數N之平方根相乘後之結果.

故在同一可靠性上欲其平均值充分可靠時，只增加其測定次數卽得.例如百倍其測定次數時,其可靠性卽能增加十倍.

至算術平均值M之機誤 P. E. 爲

$$P.E_m=0.6745\sqrt{\sigma_m}=0.6745\frac{\sigma}{\sqrt{N}},$$

故由觀察所得N個單位値之算術平均値爲M時，其眞實算術平均值之所在情形如次表：

得眞平均值之機率	眞平均值所在範圍
99.30%	$M\pm4P.E_m$.
95.70%	$M\pm3P.E_m$.
82.06%	$M\pm2P.E_m$.
50.00%	$M\pm P.E_m$.

〔例〕 依第四表之身長分配狀況知

$$M=67.''46,\qquad \sigma=2.''57,\qquad N=8585,$$

依此得

$$P.E_m=0.6745\times\frac{2.57}{\sqrt{8585}}=0.''0187,$$

知其身長算術平均值爲

$$\begin{aligned}M&=67.46\pm0.0187\times4\\&=67.46\pm0.0748.\end{aligned}$$

由此知其平均身長，大體在 67.″535 與 67.″385 之間.

2.其他各種統計値之可靠性 標準差相關係數，及其他各種統計值之可靠性，皆得依計算算術平均值之可靠性時，所用方法以求得之.

現將各種統計値之關於標準差及機誤上所常使用公式，列表如第十一表.

第十一表

	標 準 差	機 誤
算術平均值 M	$\sigma_m=\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$	$P.E_m=0.6745\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$
中位值 M_i	$\sigma_{m_i}=1.253\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$	$P.E_{m_i}=0.8454\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$
標準差 σ	$\sigma_\sigma=\frac{\sigma}{\sqrt{2N}}$	$P.E_\sigma=0.6745\frac{\sigma}{\sqrt{2N}}$
相關係數 γ (一)	$\sigma_\gamma=\frac{1-\gamma^2}{\sqrt{N}}$	$P.E_\gamma=0.6745\frac{1-\gamma^2}{\sqrt{N}}$
相關比 η_x	$\sigma_{\eta_x}=\frac{1-\eta_x^2}{\sqrt{N}}$	$P.E_{\eta_x}=0.6745\frac{1-\eta_x^2}{\sqrt{N}}$
相關比 η_γ	$\sigma_{\eta_\gamma}=\frac{1-\eta_\gamma^2}{\sqrt{N}}$	$P.E_{\eta_\gamma}=0.6745\frac{1-\eta_\gamma^2}{\sqrt{N}}$
變化係數 V	$\sigma_v=\frac{V}{\sqrt{2N}}\left[1+2\left(\frac{V}{100}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$	$P.E_v=0.6745\frac{V}{\sqrt{2N}}\left[1+2\left(\frac{V}{100}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$

註一 如使用 Spearman 之順位法時成爲

$$P.E_p=0.7063\frac{1-P^2}{\sqrt{N}}.$$

表內各公式之證明.請參考雜誌 Biometrika, Vol. II, pp. 273-281. 但其證明均在某種假定之下，雖在近似的狀況上，得看做為正當數值，但仍不能說為完全嚴密的數值.

依表內各公式即知各統計值之可靠性，實皆與觀察次數N之平方根成為正比例.

在一般上，其小於 3 *P. E.* 之統計值，是難以信任，其大於 4*P. E.* 之統計值，則無條件地得以信任.雖在寬大之學者中，亦有主張其統計值之是否大於 *P. E.* 之二倍，以定可靠性之信賴與否，但大多數是主張嚴格，擴大 *P. E.* 之倍數.蓋因計算各種統計值之機誤時，多加入種種假定，故當考察一般的次數分配上各統計值之可靠性時，以嚴格為上策.

〔例一〕 菊花花瓣之分配狀況如第十二表.

第十二表

花瓣數 X_h	花朵數 f_h	偏差 ξ_h	ξ_h^2	$f_h\xi_h^2$
16	1	−5.88	34.57	34.57
17	3	−4.88	23.81	71.43
18	11	−3.88	15.05	165.55
19	33	−2.88	8.29	273.57
20	66	−1.88	3.53	232.98
21	100	−0.88	0.77	77.00
22	104	+0.12	0.01	1.04
23	77	+1.12	1.25	96.25
24	62	+2.12	4.49	278.38
25	33	+3.12	9.73	321.09
26	7	+4.12	16.97	118.79
27	2	+5.12	26.21	52.42
計	499			1723.07

依表求得　　$N=499$,　　$M=21.88$個,

$\sigma=1.86$個,　　$V=8.52$,

由此得 $$P.E_m=0.6745\times\frac{1.86}{\sqrt{499}}=0.060,$$

$$P.E_\sigma=0.6745\times\frac{1.86}{\sqrt{2\times499}}=0.042,$$

$$P.E_v=0.6745\times\frac{8.52}{\sqrt{2\times499}}\left[1+2\left(\frac{8.52}{100}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}=0.193,$$

知 算術平均值 $M=21.88\pm0.060\times4=21.88\pm0.240$,

標準差 $\sigma=1.86\pm0.042\times4=1.86\pm0.168$,

變化係數 $V=8.52\pm0.193\times4=8.52\pm0.772$,

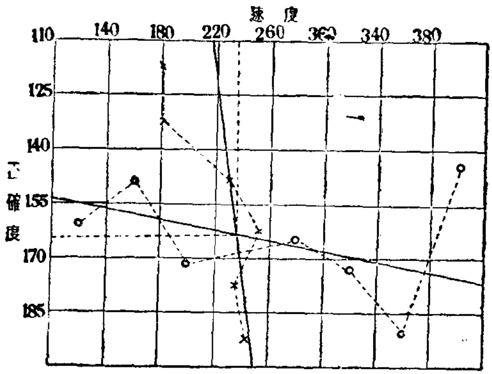
此等統計值皆比 $P.E.$ 大數十倍，故皆足信賴.

〔例二〕 英國心理學家布郎 (Brown) 就11歲至12歲之兒童86人，研究其簡單加算速度與其答案正確度間之相關係數，其研究中是使用每五分鐘所加數目X為速度，其所加數目中之正確數目 Y 為正確度，依此得相關表如第十三表，圖示相關表內情形時得相關圖如第十圖.

第 十 三 表

加 算 之 速 度 X

加算之正確度 Y	100–140	140–180	180–220	220–260	260–300	300–340	340–380	380–420
50–110		3	0.5	0.5	1			1
110–125	1	1	1	1				
125–140		2	0.5	0.5				
140–155	0.5	2.5	1	1.5	1.5	2		
155–170		3	2	4	5	3		1
170–185	1	4.5	4.5	5.5	5.5	3	0.5	0.5
185–200	1	2.5	5	5	2.5	2.5	2	0.5



第 十 圖

依表求得 $\gamma=0.143$, $\eta_x=0.29$, $\eta_y=0.35$,

$$P.E_r=0.6745\times\frac{1-(0.143)^2}{\sqrt{86}}=0.071,$$

$$P.E_{\eta_x}=0.6745\times\frac{1-(0.29)^2}{\sqrt{86}}=0.07,$$

$$P.E_{\eta_y}=0.6745\times\frac{1-(0.35)^2}{\sqrt{86}}=0.06.$$

在本例內,其相關比雖足以可靠,但其相關係數,則難以可靠.

故在相關係數及相關比之數值不甚巨大時,增爲加各值之可靠程度起見,非將觀測次數N充分增加不可.

七. 計算可靠性時所使用各數值表

爲節省計算勞力起見,特將各數值預先作表如次:

(1) $\dfrac{0.6745}{\sqrt{N}}$ 及 $\dfrac{0.6745}{\sqrt{2N}}$ 表

N	$\frac{0.6745}{\sqrt{N}}$	$\frac{0.6745}{\sqrt{2N}}$	N	$\frac{0.6745}{\sqrt{N}}$	$\frac{0.6745}{\sqrt{2N}}$
10	0.2133	0.1508	300	0.0389	0.0275
20	0.1508	0.1067	350	0.0361	0.0255
30	0.1231	0.0871	400	0.0337	0.0239
40	0.1067	0.0754	450	0.0318	0.0225
50	0.0954	0.0675	500	0.0302	0.0213
60	0.0871	0.0616	550	0.0288	0.0203
70	0.0806	0.0570	600	0.0275	0.0195
80	0.0754	0.0533	650	0.0265	0.0187
90	0.0711	0.0503	700	0.0255	0.0180
100	0.0675	0.0477	750	0.0246	0.0174
125	0.0603	0.0427	800	0.0239	0.0169
150	0.0551	0.0389	850	0.0231	0.0164
175	0.0510	0.0361	900	0.0225	0.0159
200	0.0477	0.0337	950	0.0219	0.0155
250	0.0427	0.0302	1000	0.0213	0.0151

將本表與普通之乘積表相合併利用時,能簡單求得

$$P.E_m=\frac{0.6745}{\sqrt{N}}\cdot\sigma$$

及

$$P.E_\sigma=\frac{0.6745}{\sqrt{2N}}\cdot\sigma$$

之數值.

(2) $V\left[1+2\left(\frac{V}{100}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$ 表 (由 $V=0$ 起至 $V=49$ 爲止)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0.00	1.00	2.00	3.00	4.01	5.01	6.02	7.03	8.05	9.07
1	10.10	11.13	12.17	13.22	14.27	15.33	16.40	17.48	18.57	19.67
2	20.78	20.91	23.04	24.19	25.34	26.52	27.70	28.90	30.12	31.34
3	32.59	33.85	35.12	36.42	37.73	39.05	40.40	41.76	43.14	44.54
4	45.96	47.39	48.85	50.33	51.82	53.34	54.88	56.44	58.01	59.62

例如　　$V=6$ 時函數之結果爲 6.02，

$V=35$ 時函數之結果爲39.05，

但變化係數之機誤公式爲

$$P.E_v=\frac{0.6745}{\sqrt{2N}}\times V\left[1+2\left(\frac{V}{100}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}},$$

故依本表與上表，卽能求得其結果。

(3)　$0.6745\ \dfrac{1-\gamma^2}{\sqrt{N}}$ 表

N	γ 值									
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
20	.151	.149	.145	.137	.127	.113	.097	.077	.054	.029
30	.123	.122	.118	.112	.104	.092	.079	.063	.044	.023
40	.107	.106	.102	.097	.090	.080	.068	.054	.038	.020
50	.095	.094	.092	.087	.080	.072	.061	.049	.034	.018
60	.087	.086	.084	.079	.073	.065	.056	.044	.031	.017
70	.081	.080	.077	.073	.068	.061	.052	.041	.029	.015
80	.075	.075	.072	.069	.063	.057	.048	.039	.027	.014
90	.071	.070	.068	.065	.060	.053	.046	.036	.026	.014
100	.067	.076	.065	.061	.057	.051	.043	.034	.024	.013
150	.055	.055	.053	.050	.046	.041	.035	.028	.020	.011
200	.048	.047	.046	.043	.040	.036	.031	.024	.017	.009
250	.043	.042	.041	.039	.036	.032	.027	.022	.015	.008
300	.039	.039	.037	.035	.033	.029	.025	.020	.014	.007
400	.034	.033	.032	.031	.028	.025	.022	.017	.012	.006
500	.030	.030	.029	.027	.025	.023	.019	.015	.011	.006
600	.028	.027	.026	.025	.023	.021	.018	.014	.010	.005
700	.026	.025	.025	.023	.021	.019	.016	.013	.009	.005
800	.024	.024	.023	.022	.020	.018	.015	.012	.009	.005
900	.023	.022	.022	.021	.019	.017	.014	.011	.008	.004
1000	.021	.021	.021	.019	.018	.016	.014	.011	.008	.004

本表適用於計算相關係數相關比等統計值之機誤計算上。

本講因時間關係，只能說其概要，有志研究者，請參考拙著統計學及下列諸書：

參考書

Bowley A. L.:	Elements of Statistics.
Fisher A.:	Mathematical Theory of Probability Vol. 1.
Yule, G. U.:	An Introduction to the Theory of Statistics.
Blaschke, E.:	Vorlesungen über Mathematische Statistik.
Czuber, E.:	Wahrscheinlichkeitsrehung.
Kaufmann, A. A.:	Theorie und Methoden der Statistik.
Jordan, C.:	Statistique Mathematique.
Laurent, H.:	Statistique Mathematique.
Poincare H.:	Calcul des Probabilités.
小倉金之助：	統計的研究法
高田保馬：	大數法論
北村友圭：	統計數學

相關

王書林

一. 相關之意義(一)

1.相關爲兩種特性之相伴的差異 宇宙間事實異常繁複，我們研究一種事實時，不但要知道這種事實之表徵數，還要進一步求出這種事實之相互的關係.不過一種事實同時可與許多事實發生關係，本講之目的，僅說明求兩種事實之相關方法，或曰兩數相關.

求一種事實之表徵數，如平均數與相差度時，我們只有一個變量，通常以X或x代表之，求兩數相關時，須再加一變量，通常以Y或y代表之.所以求平均數或相差度時，我們是求X變量之集中趨勢或離中趨勢，求兩數相關時，我們是求X與Y兩種特性之相伴的差異.即X變大時，Y是否也隨之而大或小或不變.在數學上無論甚麼東西，知道了他們的關係後，總可以引申一個公式來，這就是數學上函數概念.不過我們須注意，所謂兩數相關者，決非如有些統計學者所說，有某種原因的關係之存在.兩種事實之相關，僅是兩種特性之相伴的差異，毫無互爲因果之意義存在；譬如三年級至六年級生之智力分數與高度之相關係數等於.8，若釋高度爲智力之因，則大誤矣.

2.決定相伴的差異之法則爲各種科學之共同的問題 例如:

(1)物理——溫度升高以後，在體積上有何變遷?

(2)植物——水分加多以後，在植物之生長上有何關係?

註一 本講爲時間所限，不能詳細敍述；讀者可參考拙著教育統計學第十二、十三、十四、十五章. 正中書局出版.

(3)教育——一個學生長於英文是否也長於算術?

(4)體育——跳遠與百米賽跑之關係若何?

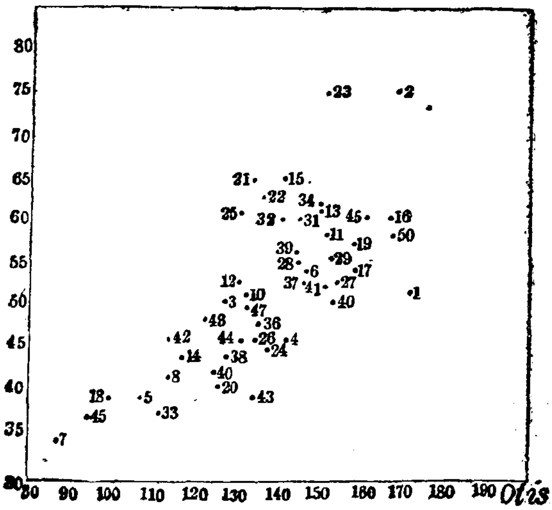
3.相關的種類

(1)正相關　若X由大而小或由小而大，Y也隨之由大而小或由小而大．例如智力與學業．

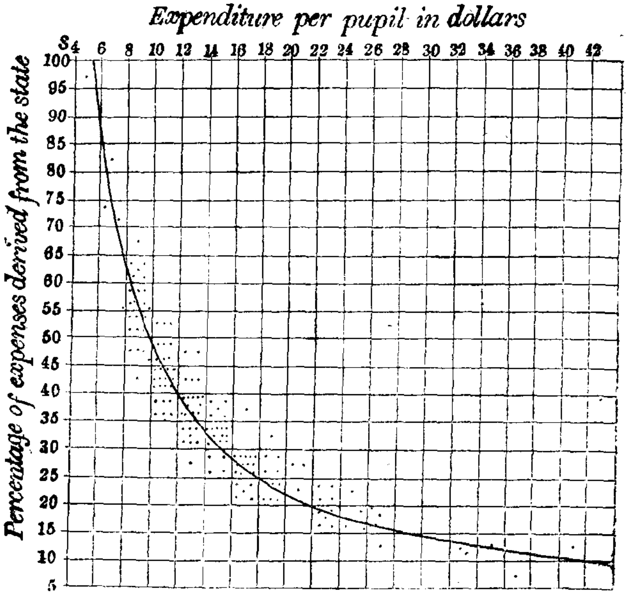
(2)負相關　若X由大而小而Y則反由小而大．例如壓力與容量．

(3)無相關　X由小而大，Y則或小或大，毫無一定的趨勢．例如美醜與學業．

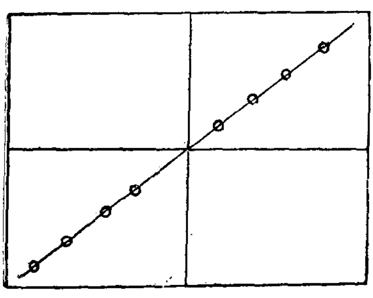
4.直線相關與非直線相關　相關又有直線與非直線之分，以分布圖表示之，如下兩圖:第一圖爲直線相關，第二圖爲非直線相關，其意義容下言之．惟相關不論是直線的或非直線的，兩種變量間之關係愈密切，則各點均聚集於一條線上．第三圖卽表示完全直線相關之情形，第四圖表示完全非直線相關之情形．



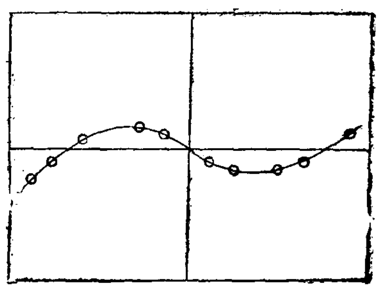
第　一　圖



第二圖 Showing the relationship between per-pupil expenditure and percentage of total school expenditure derived from the state.(Data supplied by Dr. R. E. Wager)



第三圖 完全直線相關



第四圖 完全非直線相關

第一圖仿自 Holzinger, K. J. Statistical Methods for Students in Education, p. 141. 第二圖,同上, p. 142. 第三圖,同上, p. 143. 第四圖,同上, p. 143.

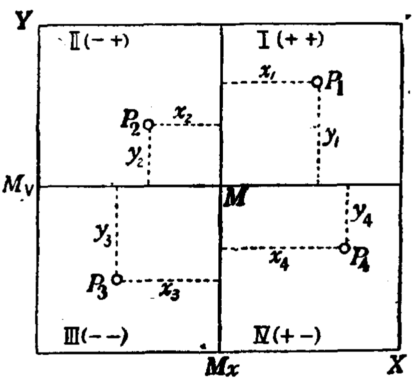
二. 直線相關

1.相關係數之公式 相關係數通常以 r 代表之，其計算法由英人 F. Galton 發其端，其門人 K. Pearson 總其成，故又名 Pearson 的積差相關係數 (the product-moment correlation coefficient)，其公式如下：

$$r=\frac{\Sigma xy}{N\sigma_x\sigma_y}.$$

x 是 X 量數與其均數之差，σ_x 是 X 變量之標準差，y 是 Y 量數與其均數之差，σ_y 是 Y 變量之標準差，N 是人口之總和.

這個公式之意義，以第五圖表示之，更爲明瞭.在第五圖中，分爲四



第五圖 (仿自 Holzinger, p. 144)

個象限，第一個象限內所有差數是正的，所以本象限內之各點如 P_1 皆是正的.第二象限內 x 差數是負的，y 差數是正的，所有各點如 P_2 皆是負的.以此類推. P_1 是 x_1y_1 之積，P_2 是 x_2y_2 之積.故 P 點之均數可

以用以測量相關度.所以:

$$P=(x_1y_1+x_2y_2+\cdots+x_ny_n)/N$$
$$=\Sigma xy/N.$$

但是各量表之單位不同,爲征服此種困難起見,最好用可以比較的量數;在統計學上稱爲標準量數(standard scores),如$\frac{x_1}{\sigma_x}$、$\frac{x_2}{\sigma_x}$、$\frac{y_1}{\sigma_y}$、$\frac{y_2}{\sigma_y}$等.所以:

$$r=\frac{1}{N}\left(\frac{x_1}{\sigma_x}\cdot\frac{y_1}{\sigma_y}+\frac{x_2}{\sigma_x}\cdot\frac{y_2}{\sigma_y}+\cdots+\frac{x_n}{\sigma_x}\cdot\frac{y_n}{\sigma_y}\right)$$
$$=\frac{\Sigma xy}{N\sigma_x\sigma_y}.$$

2.基本假設 上面公式是求兩個變量之直線相關的公式.直線相關有兩種基本假設.第一個假設爲根據甲特性以推測乙特性時,乙特性雖有各種不同的數量,但是最好依據於乙特性之均數,因爲均數是算術上的期望數.例如第一表,夫之年齡在25歲以上,30歲以下者(中點爲27.5歲),有688人;這688人的妻之年齡不等,有低至15歲者,有高至50歲者.但是我們若根據夫之年齡以推測其妻之年齡,最好的數量是26.93歲,因爲26.93歲是25—30歲的丈夫之妻子的平均年齡.再如夫之年齡在50-55歲中,其妻之年齡有低至25歲者,有高至70歲者,但是最好的推測數爲49.51歲.

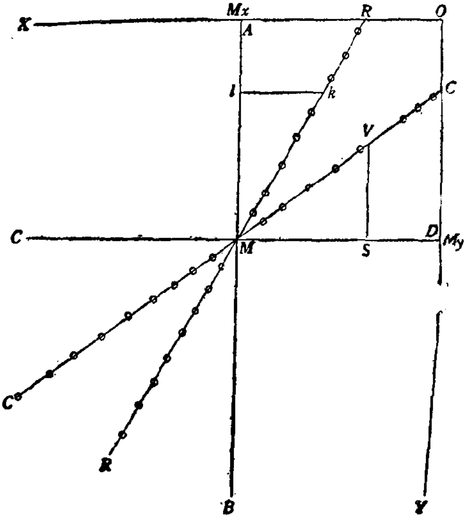
第二個假設是相關表中各排(橫爲排)或各列(直爲列)之均數有一成直線之傾向.這個假設是極重要的,因爲這個假設若不成立,則兩種特性之相關是非直線的.不過社會上事實,能完全成一直線的關係者,實不多見,假使我們把第一表中之各排與各列的均數連成兩條線,並不是完全的直線.惟這些均數,雖不能成一完全直線,却有成一直線之傾向.

第一表　夫之年齡與妻之年齡之相關表

(Yule: An Introducotion to the Theory of Statistics, p. 159)

	(一) 妻之年齡																
(二) 夫之年齡	15–	20–	25–	30–	35–	40–	45–	50–	55–	60–	65–	70–	75–	80–	85–	總計	平均
15–	2	2														4	20.00
20–	16	173	46	4	1											240	23.35
25–	4	185	402	84	10	2	1									688	26.93
30–	1	41	265	411	84	12	2	1								817	31.08
35–		9	69	251	369	80	12	2	1							793	35.60
40–		3	17	71	219	309	66	12	2	1						700	40.19
45–		1	6	20	66	178	252	59	10	2	1					595	44.39
50–			2	8	19	57	146	195	44	10	2					483	49.51
55–			1	3	8	18	46	110	141	35	6	1				369	53.99
60–				1	3	8	16	39	81	101	23	4	1			277	58.42
65–				1	1	3	6	11	26	53	58	13	2	1		175	62.64
70–					1	1	2	5	8	18	31	31	6	1		104	66.44
75–						1	1	2	3	5	10	14	12	2		50	69.30
80–								1	1	1	2	4	5	3	1	18	73.33
85–											1	1	1	1		4	75.00
總計	23	414	808	854	781	669	550	437	317	226	134	68	27	8	1	5317	
平均	23.37	26.23	30.27	34.96	39.81	44.71	49.55	54.38	59.08	63.45	68.10	72.57	76.39	78.75	82.50		

3.相關係數與特性方程之關係　根據上面第二個假設，並設想一最簡單的事實，就是各排之均數，悉在一條直線 RR 之上，如第六圖．圖



第六圖　(仿Yule, Fig. 34 p. 190)

中小圈代表各排均數，M_y 代表 Y 特性之均數，而使 RR 線與 M_yC 交切於 M 點．再劃一 AB 線經過於 M 點，垂直於 OX 線或平行於 OY 線，那末 AB 線與 OX 線之交切點 M_x，必是 X 特性之均數；其證明如下：

$$b_1 = \tan \angle AMR$$

$$= \frac{lk}{lM}.$$

但是 lM 是一個 Y 量數與 M_y 之差，可以用 y 代表之．lk 是一個 X 量數與另一個 X 量數(或假設均數)之差，可以用 x' 代表之，所以

$$b_1 = \frac{x'}{y}$$

$$= \Sigma x' / \Sigma y.$$

因此　　$\Sigma x' = b_1 \Sigma y$,

但是　　$\Sigma y = 0$,因爲量數與眞正均數之差數的總和總等於零,

所以　　$\Sigma x' = 0 = \Sigma x$,

故 M_x必爲X特性之均數.

同樣,我們可以證明M_y是 Y特性之均數.

我們知道了M_x是 X 特性之均數,可以進一步決定b_1是什麼?我們已知道

$$P = \Sigma xy/N$$

$$= \frac{1}{N} y(\Sigma x)$$

$$= \frac{1}{N} y(b_1 \Sigma y) = \frac{1}{N} b_1 \Sigma y^2,$$

$$b_1 = \frac{NP}{\Sigma y^2} = \frac{\Sigma xy}{\Sigma y^2} = \frac{\Sigma xy}{N\sigma_y^2}.$$

同理　　$b_2 = \dfrac{\Sigma xy}{N\sigma_x^2}$.

我們知道　　$r = \dfrac{\Sigma xy}{N\sigma_x\sigma_y}$,

所以　　$\Sigma xy = Nr\sigma_x\sigma_y$,

因此　　$b_1 = \dfrac{Nr\sigma_x\sigma_y}{N\sigma_y^2} = r\dfrac{\sigma_x}{\sigma_y}$.

同理　　$b_2 = r\dfrac{\sigma_y}{\sigma_x}$.

我們知道　　$x = b_1 y$

$$= r\frac{\sigma_x}{\sigma_y} y.$$

同理　　$y = r\dfrac{\sigma_y}{\sigma_x} x$.

這兩個公式就是特程方程(原名迴歸方程).

因此我們知道相關係數 r 就是兩條特性線之傾斜度(卽 b_1 與 b_2)之幾何平均數.其證明如下:

$$r=\sqrt{b_1b_2}=\sqrt{\frac{(\Sigma xy)^2}{N^2\sigma_x{}^2\sigma_y{}^2}}=\frac{\Sigma xy}{N\sigma_y\sigma_x}.$$

4.估計之標準誤　上節所設想的事實，卽所有各排或各列之均數悉在一條直線 RR 或 CC 上,僅是一種特殊的例子(完全直線相關),並非普通的事實.普通的事實,這些均數只有成一直線之傾向,因此,我們的估計當然發生差誤,故有估計之標準誤.

以 x 代表眞正的差數,以 b_1y 代表預測的或估計的差數,那末

$$\sqrt{\frac{\Sigma(x-b_1y)^2}{N}}=\text{估計之標準誤}.$$

通常以 S_x 或 S_y 代表之:

$$S_x=\sqrt{\frac{\Sigma(x-b_1y)^2}{N}}=\sqrt{\frac{1}{N}\left[\Sigma(x-r\frac{\sigma_x}{\sigma_y}y)^2\right]}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{N}\left[\Sigma x^2+r^2\frac{\sigma_x{}^2}{\sigma_y{}^2}\Sigma y^2-2\Sigma xy\,r\frac{\sigma_x}{\sigma_y}\right]}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{N}\left[N\sigma_x{}^2+r^2\frac{\sigma_x{}^2}{\sigma_y{}^2}N\sigma_y{}^2-2Nr\sigma_x\sigma_y r\frac{\sigma_x}{\sigma_y}\right]}$$

$$=\sqrt{\sigma_x{}^2+r^2\sigma_x{}^2-2r^2\sigma_x{}^2}=\sqrt{\sigma_x{}^2-r^2\sigma_x{}^2}$$

$$=\sqrt{\sigma_x{}^2(1-r^2)}=\sigma_x\sqrt{1-r^2}.$$

同理　　$$S_y=\sigma_y\sqrt{1-r^2}.$$

這就是估計之標準誤的公式，根據這公式我們知道假使各排或各列之均數不在一直線上,我們的估計之差誤亦是最小.因爲 $\Sigma(x-b_1y)^2$ 是一最小數.玆說明之如下:

設 b_1 不是 $r\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$ 而是 $(r+\triangle)\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$，那末

$$\Sigma(x-b_1y)^2=N\sigma_x{}^2(1-r^2+\triangle^2).$$

這個數目無論何如比上面所說的數目要大些．所以 $\Sigma(x-b_1y)^2$ 在 $b_1=r\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$ 時，其數最小．

5.相關係數不能大於1　相關係數最大的數目是±1.00，為完全相關．自 ±1.00 至 0 間有各種係數，如 ±.9、±.8 等等．惟無論何如，不能有大於± 1.00 的係數，其證明如下：

假使分布圖中之所有點子均集在一條直線上，此線之公式為

$$y=\pm bx \quad (b\text{ 為直線之傾斜度}),$$

那末
$$\frac{\Sigma y^2}{N}=\pm\frac{\Sigma b^2x^2}{N}$$

$$=\pm b^2\frac{\Sigma x^2}{N},$$

那末
$$\sigma_y=\pm b\sigma_x,$$

$$\Sigma xy=\pm b\Sigma x^2=\pm bN\sigma_x{}^2,$$

因此
$$r=\frac{\Sigma xy}{N\sigma_x\sigma_y}=\pm\frac{bN\sigma_x{}^2}{N\,b\sigma_x\sigma_x}=\pm1.$$

講到此處，有一點我們須略加注意．有些統計學者為便利說明起見，常說

0 至± .4 的係數表示低相關；

± .4 至± .7 的係數表示切實相關；

± .7 至±1.0 的係數表示高相關．

這種辦法在一部分的事實，如測驗材料中，或可應用，但對於許多其他事實是不適用的．假使在年齡與年級相關表中求得係數為 .75，決不能算高，是一例也．

6.其他公式

$$r=\frac{\Sigma xy}{N\sigma_\chi\sigma_y}\cdots\cdots(1)$$

$$r=\frac{\Sigma xy}{N\sqrt{\frac{\Sigma x^2}{N}}\cdot\sqrt{\frac{\Sigma y^2}{N}}}=\frac{\Sigma xy}{\sqrt{\Sigma x^2}\cdot\sqrt{\Sigma y^2}}\cdots\cdots(2)$$

$$r=\frac{\Sigma x'y'-NC_\chi C_y}{\sqrt{\Sigma x'^2-NC_\chi{}^2}\cdot\sqrt{\Sigma y'^2-NC_y{}^2}}\cdots\cdots(3)\text{(簡捷法)}$$

$$x'=X-M'_\chi,\qquad y'=Y-M'_y,$$

$$C_\chi=\frac{\Sigma x'}{N},\qquad C_y=\frac{\Sigma y'}{N}.$$

公式(3)之證明如下:

$$x'=x+C_\chi,\qquad y'=y+C_y,$$

$$x'y'=xy+C_\chi y+C_y x+C_\chi C_y,$$

$$\Sigma x'y'=\Sigma xy+C_\chi\Sigma y+C_y\Sigma x+NC_\chi C_y$$

$$=\Sigma xy+NC_\chi C_y,\qquad \text{(因為}\Sigma x\text{，}\Sigma y\text{均等於零)}$$

因此　$\Sigma xy=\Sigma x'y'-NC_\chi C_y,$

$$x'=x+C_\chi,$$

$$x'^2=x^2+2C_\chi x+C_\chi{}^2,$$

$$\Sigma x'^2=\Sigma x^2+2C_\chi\Sigma x+NC_\chi{}^2=\Sigma x^2+NC_\chi{}^2,$$

因此　$\Sigma x^2=\Sigma x'^2-NC_\chi{}^2.$

同理　$\Sigma y^2=\Sigma y'^2-NC_y{}^2.$

$$r=\frac{\Sigma XY-NM_\chi M_y}{\sqrt{\Sigma X^2-NM_\chi{}^2}\cdot\sqrt{\Sigma Y^2-NM_y{}^2}}\cdots\cdots(4)$$

$$r=\frac{N\Sigma XY-\Sigma X\cdot\Sigma Y}{\sqrt{N\Sigma X^2-(\Sigma X)^2}\cdot\sqrt{N\Sigma Y^2-(\Sigma Y)^2}}\cdots\cdots(5)$$

$$r=\frac{(\Sigma X^2+\Sigma Y^2-\Sigma V^2)-2\Sigma X\Sigma Y/N}{2\sqrt{\Sigma X^2-(\Sigma X)^2/N}\cdot\sqrt{\Sigma Y^2-(\Sigma Y)^2/N}}\cdots\cdots(6)$$

$$r=\frac{\Sigma x^2+\Sigma y^2-\Sigma v^2}{2\sqrt{\Sigma x^2\cdot\Sigma y^2}}\cdots\cdots(7)$$

$$V=Y-X,\qquad v=y-x.$$

7.演算舉例

(1)事實未歸類者(第二表、第三表)

第　二　表

X	Y	x	y	x^2	y^2	xy +	xy —	x′	y′	x'^2	y'^2	x′y′ +	x′y′ —	v	v^2
100	96	15	13	225	169	195		10	11	100	121	110		—2	4
95	98	10	15	100	225	150		5	13	25	169	65		5	25
94	91	9	8	81	64	72		4	6	16	36	24		—1	1
92	88	7	5	49	25	35		2	3	4	9	6		—2	4
92	85	7	2	49	4	14		2	0	4	0	0		—5	25
90	93	5	10	25	100	50		0	8	0	64	0		5	25
89	82	4	—1	16	1		4	—1	—3	1	9	3		—5	25
88	90	3	7	9	49	21		—2	5	4	25		10	4	16
88	80	3	—3	9	9		9	—2	—5	4	25	10		—6	36
87	83	2	0	4	0			—3	—2	9	4	6		—2	4
84	89	—1	6	1	36		6	—6	4	36	16		24	—7	49
84	82	—1	—1	1	1	1		—6	—3	36	9	18		0	0
84	77	—1	—6	1	36	6		—6	—8	36	64	48		5	25
83	81	—2	—2	4	4	4		—7	—4	49	16	28		0	0
82	78	—3	—5	9	25	15		—8	—7	64	49	56		2	4
79	80	—6	—3	36	9	18		—11	—5	121	25	55		—3	9
76	71	—9	—12	81	144	108		—14	—14	196	196	196		3	9
74	77	—11	—6	121	36	66		—16	—8	256	64	128		—5	25
72	70	—13	—13	169	169	169		—18	—15	324	225	270		0	0
67	69	—18	—14	324	196	252		—23	—16	529	256	368		—4	16
1700	1660			1314	1302	1176	19	—100	—40	1814	1382	1391	34		302
ΣX	ΣY			Σx^2	Σy^2	$\Sigma xy=1157$		$\Sigma x'$	$\Sigma y'$	$\Sigma x'^2$	$\Sigma y'^2$	$\Sigma x'y'=1357$			Σv^2

$N=20,\quad M_x=1700/20=85,\quad M_y=1660/20=83,$

$\sigma_x=\sqrt{1314/20}=8.11,\qquad \sigma_y=\sqrt{1302/20}=8.07,$

$\sigma_x\sigma_y=65.4477,\quad N\sigma_x\sigma_y=1308.9540,$

$C_x = -100/20 = -5,\qquad C_y = -40/20 = -2\ ,$

$C_x^2 = 25,\quad C_y^2 = 4,\quad NC_x^2 = 500,\quad NC_y^2 = 80,$

$NC_x C_y = 200,$

$$r = \frac{1157}{1308.9540} = .88 \cdots\cdots\cdots(\text{公式}1)$$

$$r = \frac{1157}{\sqrt{1314}\cdot\sqrt{1302}} = .88 \cdots\cdots\cdots(\text{公式}2)$$

$$r = \frac{1357-200}{\sqrt{1814-500}\cdot\sqrt{1382-80}} = .88 \cdots\cdots\cdots(\text{公式}3)$$

$$r = \frac{1314+1302-302}{2\sqrt{1314\times1302}} = .88 \cdots\cdots\cdots(\text{公式}7)$$

第 三 表

X	Y	X^2	Y^2	XY	V	V^2
100	96	10000	9216	9600	−4	16
95	98	9025	9604	9310	+3	9
94	91	8836	8281	8554	−3	9
92	88	8464	7744	8096	−4	16
92	85	8464	7225	7820	−7	49
90	93	8100	8649	8370	+3	9
89	82	7921	6724	7298	−7	49
88	90	7744	8100	7920	+2	4
88	80	7744	6400	7040	−8	64
87	83	7569	6889	7221	−4	16
84	89	7056	7921	7476	+5	25
84	82	7056	6724	6888	−2	4
84	77	7056	5929	6468	−7	49
83	81	6889	6561	6723	−2	4
82	78	6724	6084	6396	−4	16
79	80	6241	6400	6320	+1	1
76	71	5776	5041	5396	−5	25
74	77	5476	5929	5698	+3	9
72	70	5184	4900	5040	−2	4
67	69	4489	4761	4623	+2	4
1700	1660	145814	139082	142257		382
ΣX	ΣY	ΣX^2	ΣY^2	ΣXY		ΣV^2

$M_x=85,\quad M_x^2=7225,\quad M_y=83,\quad M_y^2=6889,$

$$r=\frac{142257-20\times85\times83}{\sqrt{145814-20\times7225}\sqrt{139082-20\times6889}}$$

$$=\frac{1157}{\sqrt{1314}\cdot\sqrt{1302}}=.88\cdots\cdots\cdots\cdots(\text{公式 }4)$$

$$r=\frac{20\times142257-1700\times1660}{\sqrt{20\times145814-(1700)^2}\cdot\sqrt{20\times139082-(1660)^2}}$$

$$=\frac{2845140-282200}{\sqrt{2916280-2890000}\cdot\sqrt{2781640-2755600}}$$

$$=\frac{23140}{\sqrt{26280}\cdot\sqrt{26040}}=.88\cdots\cdots\cdots\cdots(\text{公式 }5)$$

$$r=\frac{(145814+139082-382)-(2\times1700\times1660/20)}{2\sqrt{145814-(1700)^2/20}\cdot\sqrt{139082-(1660)^2/N}}$$

$$=\frac{284514-282200}{2\sqrt{145814-144500}\cdot\sqrt{139082-137780}}$$

$$=\frac{2314}{2\sqrt{1314}\cdot\sqrt{1302}}$$

$$=\frac{1157}{\sqrt{1314\times1302}}=.88\cdots\cdots\cdots\cdots(\text{公式 }6)$$

(2)事實已歸類者(第四表、第五表、第六表)

第　四　表

（仿自艾偉高級統計學第二三四頁）

	30—	40—	50—	60—	70—	80—	90—	f	y'	fy'	fy'^2
100—90				(−2) 2		(2) 6	(4) 6	14	2	28	56
80				(−1) 3	3	(1) 2	(2) 7	15	1	15	15
70				2	3	1	3	9	0		
60			(2) 2	(1) 5	2	(−1) 4	(−2) 4	17	−1	−17	17
50			(4) 1		1	(−2) 1		3	−2	−6	12
40			(6) 3	(3) 1	1			5	−3	−15	45
30			(8) 1	(4) 2	2	(−4) 1	(−8) 1	7	−4	−28	112
f'			7	15	12	15	21	70		−23	257
x'			−2	−1	0	1	2				
fx'			−14	−15		15	42	28			
fx'^2			28	15		15	84	142			

第一象限內　$\Sigma fx'y'=2(1)+7(2)+6(2)+6(4)=52.$

第三象限內　$\Sigma fx'y'=5(1)+2(2)+1(4)+1(3)+3(6)+2(4)+1(8)$

$=50.$

第二象限內　$\Sigma fx'y'=3(-1)+2(-2)=-7.$

第四象限內　$\Sigma fx'y'=4(-1)+4(-2)+1(-2)+1(-4)+1(-8)$

$=-26,$

$\Sigma fx'y'=52+50-7-26=69,$

$\Sigma fx'=28,\qquad \Sigma fy'=-23,\qquad C_x=.4,\qquad C_y=-.328,$

$$\Sigma f x'^2 = 142,\qquad \Sigma f y'^2 = 257,\qquad C_x^2 = .16,\quad C_y^2 = .1076,$$

$$r = \frac{\Sigma f x'y' - N C_x C_y}{\sqrt{\Sigma f x'^2 - N C_x^2}\ \sqrt{\Sigma f y'^2 - N C_y^2}}$$

$$= \frac{69 - [70 \times .4 \times (-.328)]}{\sqrt{142 - (70 \times .16)}\ \sqrt{257 - (70 \times .1076)}} = .44.$$

第　五　表

（仿自艾偉高級統計學第二三七頁）

	X	第二次月考成績																
Y		30-40	40-	50-	60-	70-	80-	90-100	f	y'	fy'	fy'^2	$\Sigma fx'$ −	$\Sigma fx'$ +	$\Sigma fx'$ −	$\Sigma fx'$ +	$\Sigma fx'y'$ −	$\Sigma fx'y'$ +
第一次月考成績	100-90				2		6	6	14	2	28	56	2	18		16		32
	-80				3	3	2	7	15	1	15	15	3	16		13		13
	-70				2	3	1	3	9	0	0	0	2	7		5		0
	-60			2	5	2	4	4	17	−1	−17	17	9	12		3	3	
	-50			1		1	1		3	−2	−6	12	2	1	1			2
	-40			3	1	1			5	−3	−15	45	7		7			21
	-30			1	2	2	1	1	7	−4	−28	112	4	3	1			4
	f			7	15	12	15	21	70		−23	257			28		69	
	x'			−2	−1	0	1	2	N		$(\Sigma fy')$	$(\Sigma fy'^2)$			$\Sigma fx'$		$\Sigma fx'y'$	
	fx'			−14	−15	0	15	42	28($\Sigma fx'$)									
	fx'^2			28	15	0	15	84	142($\Sigma fx'^2$)									
	$\Sigma fy'$ −			17	16	15	10	8										
	$\Sigma fy'$ +				7	3	14	19										
	$\Sigma fy'$ −			17	9	12												
	$\Sigma fy'$ +						4	11	−23($\Sigma fy'$)									
	$\Sigma fx'y'$ −																	
	$\Sigma fx'y'$ +			34	9	0	4	22	69($\Sigma fx'y'$)									

$$C_x = \frac{28}{70} = .4,$$

$$C_x^2 = .16,$$

$$C_y = \frac{-23}{70} = -.328,$$

$$C_y^2 = .1076;$$

$$r = \frac{\Sigma f x' y' - N C_x C_y}{\sqrt{\Sigma f x'^2 - N C_x{}^2} \cdot \sqrt{\Sigma f y'^2 - N C_y{}^2}}$$

$$= \frac{69 - [70 \times .4 \times (-.328)]}{\sqrt{142 - (70 \times .16)} \cdot \sqrt{257 - (70 \times .1076)}} = .44.$$

8.特性方程

(1)原名迴歸方程　迴歸一名詞初用之於 Galton，在其研究體高的遺傳的時候，其結果如下表：

第七表

子	父	子—父
64	60	+4
65	62	+3
66	64	+2
67	66	+1
68	68	0
69	70	−1
70	72	−2
71	74	−3
72	76	−4

由上表觀之，子之體高迴歸到普通均數.現在相關表上之兩種歲數，並不必是有關於遺傳問題，這種現象，也因而不定存在，故 Yule 以爲應稱爲特性方程.

(2)特性方程

$$x=r\frac{\sigma_x}{\sigma_y}y, \qquad y=r\frac{\sigma_y}{\sigma_x}x,$$

$$X-M_x=r\frac{\sigma_x}{\sigma_y}(Y-M_y), \qquad Y-M_y=r\frac{\sigma_y}{\sigma_x}(X-M_x),$$

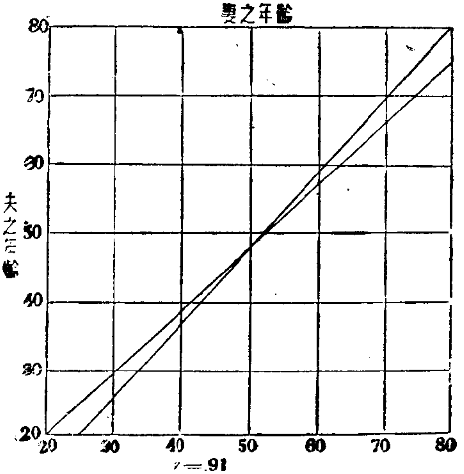
$$X=M_x+b_1Y-b_1M_y, \qquad Y=M_y+b_2X-b_2M_x,$$

惟 M_x、b_1、M_y、b_2 等都是常數。

$$X=(M_x-b_1M_y)+b_1Y, \qquad Y=(M_y-b_2M_x)+b_2X,$$

$$X=K_1+b_1Y, \qquad Y=K_2+b_2X.$$

(3)特性線　按照第一表之結果,繪一特性線如下圖:



第七圖　特性線

(4)完全的預測公式

$$\overline{X}=(b_1Y+K)\pm P.E.(\mathrm{est}\,X);$$

$$\overline{Y}=(b_2X+K)\pm P.E.(\text{est } Y),$$

$$P.E.(\text{est } X)=.6745\,\sigma_x\sqrt{1-r^2},$$

$$P.E.(\text{est } Y)=.6745\,\sigma_y\sqrt{1-r^2}.$$

(5)舉例(第一表之材料)

$M_x=40.6$, $M_y=42.8$, $r=.91$,

$\sigma_x=12.7$, $\sigma_y=13.1$,

或 2.54 組距 或 2.62 組距

$$b_1=.91\frac{2.54}{2.62}=.88, \qquad b_2=.91\frac{2.62}{2.54}=.94,$$

$$P.E.(\text{est } X)=.6745\times 12.7\sqrt{1-.91^2}=3.55,$$

$$P.E.(\text{est } Y)=.6745\times 13.1\sqrt{1-.91^2}=3.70,$$

$$\overline{X}=[(40.6-.88\times 42.8)+.88Y]\pm 3.55$$

$$=(2.94+.88Y)\pm 3.55,$$

$$\overline{Y}=[(42.8-.94\times 40.6)+.94X]\pm 3.70$$

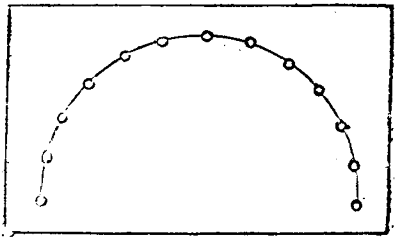
$$=(4.6+.94X)\pm 3.70.$$

三. 非直線相關(二)

1.相關比 在直線相關中，我們假設各行之均數有成一直線之傾向，意爲這些均數雖星羅似的分布，不能使一條直線完全通過牠們，但是牠們決不至形成一種曲線.實際上曲線式的分布是常有的，第二圖就是一例.在此例中，若以直線相關之公式(r)求其相關，則必少計其相關

註二 關於非直線相關公式之導來及在表格上求相關比之方法，均爲時間所限略之，讀者可參考 Holzinger, p chap. 10, 或艾本第二十章，或拙著教育統計學第十三章.

度．第八圖是一個極端的例中．在此例子，$r=0$因爲 $\Sigma xy=0$．不過我們細觀此圖，所有各點，均在一半圓形上，其相關度當是完全的．所以我們



第　八　圖

要求這種曲線的相關，當捨積差相關係數，因爲其不適用了．Pearson因此發表另一種係數，叫做相關比，爲求非直線相關之用．相關比通常以η代表之，其公式如下：

$$\eta_{yx}=\sqrt{1-\frac{\sigma_{ay}^2}{\sigma_y^2}},$$

$$\eta_{xy}=\sqrt{1-\frac{\sigma_{ax}^2}{\sigma_x^2}}.$$

σ_{ax}或σ_{ay}是各列或各排之標準差之均數，以公式代表之，如下：

$$\sigma_{ay}{}^2=\Sigma(n\cdot S_{ay}^2)/N,$$

$$\sigma_{ax}{}^2=\Sigma(n\cdot S_{ax}^2)/N.$$

$n=$ 各列之次數和，S_{ax}是各列之標準差，S_{ay}是各排之標準差．

惟上面二公式之計算很煩，可改寫如下：

$$\eta_{xy}=\frac{\sigma_{mx}}{\sigma_x},$$

$$\eta_{yx}=\frac{\sigma_{my}}{\sigma_y}.$$

σ_{mx} 或 σ_{my} 是各行的均數之標準差. 因此我們知道相關比是各行的均數之標準差與全部標準差之比例.茲演算一實例以說明之:

第八表

(見 Yule: p. 207)

Type of Array (Father's stature)	Mean of Array (Son's stature)	Difference from Mean of all son's (68.66)	Square of Difference	frequency	frequency ×(diff.)^2
59	64.67	−3.99	15.9201	3	47.76
60	65.64	−3.02	9.1204	3.5	31.92
61	66.34	−2.32	5.3824	8	43.06
62	65.56	−3.10	9.6100	17	163.37
63	66.68	−1.98	3.9204	33.5	131.33
64	66.74	−1.92	3.6864	61.5	226.71
65	67.19	−1.47	2.1609	95.5	206.37
66	67.61	−1.05	1.1025	142	156.56
67	67.95	−0.71	0.5041	137.5	69.31
68	69.07	+0.41	0.1681	154	25.89
69	69.39	+0.73	0.5329	141.5	75.41
70	69.74	+1.08	1.1664	116	135.30
71	70.50	+1.84	3.3856	78	264.08
72	70.87	+2.21	4.8841	49	239.32
73	72.00	+3.34	11.1556	28.5	317.93
74	71.50	+2.84	8.0656	4	32.26
75	71.73	+3.07	9.4249	5.5	51.84
			Total	1078	2218.42

$$\sigma_{my}^2 = 2218.42/1078 = 2.058,$$

$$\sigma_{my} = 1.43, \qquad \sigma_y = 2.75,$$

$$\eta_{yx} = \frac{1.43}{2.75} = 0.52.$$

2.直線性的試驗　爲決定一個相關表是否是直線的，Blackman 曾提議一個試驗的標準如下：

$$\eta^2 - r^2 < \frac{4.047}{\sqrt{N}} \sqrt{(\eta^2 - r^2)\left\{(1-\eta^2)^2 - (1-r^2)^2 + 1\right\}}.$$

這個標準可以約略化簡爲

$$\sqrt{N}\sqrt{\eta^2 - r^2} < 4.047.$$

四. 等級相關

關於相關度中所包括的問題，除了直線相關與非直線相關外，尚有等級相關、質量相關、品質相關、分析相關、多數相關等等，均以時間所限，不能盡述，茲約略把等級相關之公式，開列於下．讀者欲明其他相關之求法及其理論，須參考其他統計書籍(三)．

Spearman 的等級相關法

$$\rho = 1 - \frac{6\Sigma D^2}{N(N^2-1)}$$

其中ρ ＝等級相關係數的符號，

D＝量數X與量數Y之差．

Spearman 的等級相關簡捷法

$$R = 1 - \frac{6\Sigma G}{N^2-1}$$

其中R＝等級相關係數的符號，

G＝Y量數之次第大於X量數之次第，

或 X 量數之次第大於Y量數之次第．

註三　關於其他相關及分析相關方法，可參考拙著教育統計學第十四與十五章．正中書局出版．

ρ與R之值均可按表化爲r之值（表在一般的統計書籍中均有）.不過我們須注意一點，X與Y之等級必須由常態分配中的標準數改成者才能把R或ρ化爲r.

時間數列

李成謨

時間數列爲統計數列之一種．至統計數列如何形成？其種類爲何？時間數列在統計數列中之地位如何？有何特殊之性質？凡此問題，曾於最近拙著統計數列之種類及其性質(一)一文中，敍述綦詳，本文不再加以討論．此處所注意者，僅爲時間數列本身之分析耳．

一．時間數列之組合性及其分解

1.時間數列之組合性　任何一時間數列，常同時含有下列各種或其中若干種之"變遷"或"變動"．

(1)長期變遷 (long-time movement) 或長期趨勢(secular trend)：此爲某種事物或現象，隨時間而繼續變更其度量的一種平緩的趨向．

(2)週期變遷(periodic movement)：此爲每年或更短之時期中升降一周復之變遷．各周復間，其升降之緩急與强度，均屬約略相同．以每一年十二個月爲週期之週期變遷，稱爲節季變遷 (seasonal movement)，爲經濟現象中所常見者．

(3)循環變遷(cyclical movement)：此爲較長之週期中，升降循環之變遷．升降每一周復，即爲一循環 (cycle)．各循環間之週期，强度與形狀，差異頗巨；此與週期變遷之最大不同者也．

(4)不規則變遷(irregular movement)：此種變遷又分爲二：一爲特異變遷，一爲無定變遷，但通常所見者爲第二種耳．

(a)特異變遷(episodic movement)：此爲突然發生而無繼續性之

註一　載計政學報一卷四期．

鉅大升降之變動.

(b)無定變遷(random movement):此為隨時發生,升降無定,且係較細微之變動.

以上(2)、(3)、(4)各種變遷,實為短期升降之變遷,通常恆以"變動"(flutuation)一詞名之.

2.分解為單純變遷之需要 每一時間數列,既同時為若干變遷或變動組合而成,故欲比較兩數列之變遷狀況,設不加以分析,則無從獲得明確之觀念.試按貨幣之數量學說,則貨幣流通數量之增加,實足以促成一般物價之高漲.此種學說,在循環變動方面,雖已不能成立;然於長期趨勢方面,尚屬適用,是則長期趨勢與循環變動實有分解之必要矣.又短期變動之數字,常含有節季變動在內,若於研究循環變動之時,不將此項節季變動完全去除,則其結果之謬誤,自不待言,故亦有分解之必要也.

二. 長期趨勢之決定

所謂決定長期趨勢者,即從原有數列中,而抽出祇含有長期變遷之一串"應有"之量數之數列也.就圖示法觀之,即稱此表示單純長期變遷之量數,為"趨勢縱坐標".茲分別敍述決定長期趨勢之方法如下:

1.最高最低點連續法 即將時間線圖上連續之一串最高點,或連續之一串最低點,代表長期變遷.此法之粗略,自不待言.

作圖法: 最粗略之方法,即為就原有之時間線圖,作一適中之直線,以表示其長期趨勢.按直線趨勢,必穿過原有線圖之中心點(即量數及時間數值之平均數之交點),故可先將中心點求出,而使此直線穿過之;此法則較精確矣.但僅穿過一定點,直線之位置仍不易確定;故可將全數列分為兩段(此處以1867至1887為前段,再以1887至1907為後

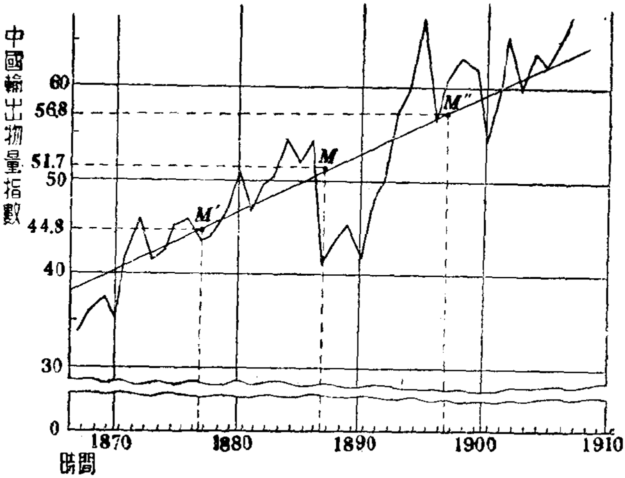
第一表　1867——1928中國輸出物量指數

(基期：1913)

時　期	指　數	時　期	指　數
1867	34.1	1898	63.3
8	36.0	9	62.4
9	37.8	1900	54.8
1870	35.7	1	59.1
1	42.2	2	65.1
2	46.4	3	59.7
3	41.8	4	63.9
4	42.9	5	62.4
5	45.2	6	64.6
6	45.8	7	67.0
7	43.7	8	72.9
8	44.4	9	92.8
9	46.4	1910	102.9
1880	50.6	1	102.1
1	46.7	2	103.9
2	49.3	3	100.0
3	50.7	4	83.8
4	54.3	5	96.5
5	51.9	6	102.4
6	54.3	7	108.3
7	41.3	8	105.5
8	43.7	9	140.1
9	45.3	1920	119.4
1890	42.0	1	127.0
1	47.9	2	130.6
2	49.8	3	137.4
3	57.2	4	144.8
4	60.1	5	140.9
5	66.3	6	149.6
6	56.3	7	163.4
7	61.5	8	165.5

南開大學經濟研究委員會編製．該項指數現已由南開大學經濟學院續編至1930年之數字，並將以前各年之數字加以訂正，刊載該院出版之經濟統計季刊第一卷第一期（二十一年三月號）中，中國進出口貿易物量指數物價指數與物價交易率一文中．茲仍錄用1930年報告中之舊數字．

段),分別求得其中心點,然後連此兩中心點作一直線,卽視爲全數列之趨勢線.但此線未必同時穿過全數列之中心點;然則較正確之趨勢線,



第一圖　用作圖法決定直線趨勢

(採第一表 1867 至 1907 之資料)

應爲穿過全數列之中心點,而能同時與各段之中心點最能相近之直線矣.第一圖中,上述之三中心點,幾同在一直線上,故以直線$M'M''$表示全數列之長期趨勢,自無不可.設同時穿過$MM'M''$所連成之線與一直線相差甚遠時,則此數列之長期趨勢決非直線;吾人隨手作一趨勢曲線可也.由是可知作圖法仍不免爲一種粗略之方法耳.

2.移動平均法　此法爲 R. H. Hooker在研究兩時間數列時所創之方法(Journal of Royal Statistical Society, Vol. lxiv, 1901).其法卽取一數列最初若干項數字,加以平均,卽以此平均數代替最中心項之數字.然後去其首項,順次仍取若干項之平均,以代替其最中心項.如此順次平均,直至最後若干項爲止;所求得之一串移動平均數字,卽表示此

第二表　用移動平均法決定長期趨勢

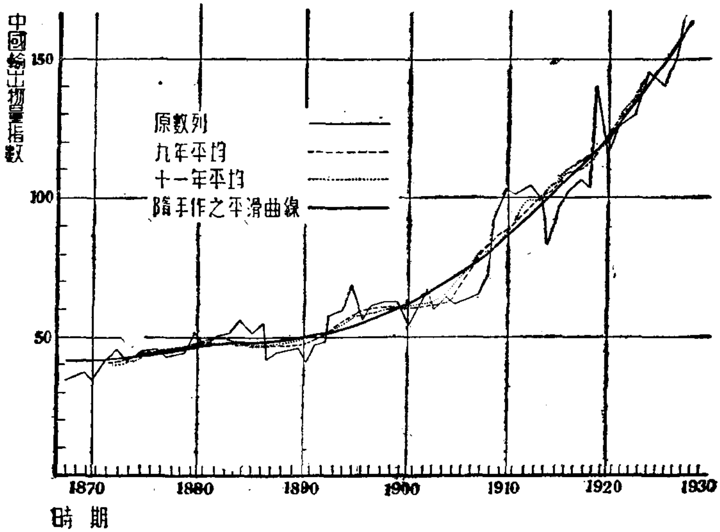
（採取第一表之資料）

時期	原數列	9年平均之趨勢縱坐標	11年平均之趨勢縱坐標	時期	原數列	9年平均之趨勢縱坐標	11年平均之趨勢縱坐標
1867	34.1			1898	63.3	61.0	60.5
8	36.0			9	62.4	60.9	61.1
9	37.8			1900	54.8	60.4	61.4
1870	35.7			1	59.1	61.2	61.2
1	42.2	40.2		2	65.1	61.7	62.2
2	46.4	41.5	41.1	3	59.7	62.1	63.2
3	41.8	42.4	42.0	4	63.9	63.2	65.9
4	42.9	43.1	43.0	5	62.4	67.5	69.6
5	45.2	44.3	44.1	6	64.6	72.3	73.9
6	45.8	45.2	45.1	7	67.0	76.4	77.9
7	43.7	45.3	45.7	8	72.9	81.2	81.1
8	44.4	46.1	46.1	9	92.8	85.4	83.3
9	46.4	47.0	47.3	1910	102.9	87.7	86.3
1880	50.6	48.0	48.0	1	102.1	91.3	89.9
1	46.7	48.7	48.8	2	103.9	95.2	98.9
2	49.3	49.8	48.5	3	100.0	99.2	97.4
3	50.7	49.5	48.5	4	83.8	100.6	103.5
4	54.3	49.2	48.6	5	96.5	104.7	105.9
5	51.9	48.6	48.2	6	102.4	106.6	109.0
6	54.3	48.1	48.0	7	108.3	109.2	111.6
7	41.3	47.9	48.2	8	105.5	112.6	114.5
8	43.7	47.8	48.9	9	140.1	118.6	118.6
9	45.3	48.1	49.9	1920	119.4	123.9	123.8
1890	42.0	49.1	51.0	1	127.0	129.3	128.5
1	47.9	50.5	51.3	2	130.6	133.9	134.1
2	49.8	52.1	51.9	3	137.4	141.0	139.2
3	57.2	54.1	53.9	4	144.8	143.2	
4	60.1	56.1	55.6	5	140.9		
5	66.3	58.4	56.5	6	149.6		
6	56.3	59.1	58.1	7	163.4		
7	61.5	60.2	59.6	8	165.5		

數列之長期趨勢.第二表載 9 年及11年數字移動平均之結果.此處爲年數字,故爲 9 項及11項之移動平均;若爲月數字時,則當爲 108 及132項之移動平均,但事實上常不取此繁重之計算.

此法之優點在取一定項數之移動平均時,無論將原有數列加以延長或縮短,其所求得之趨勢縱坐標,則永遠不變.然亦有下列之缺點,茲略述之如下:

(1)因以平均數字代替最中心項之結果,故與原數列首尾若干項數字相當之趨勢縱坐標,無從求出;此項缺點,尤不便於最近數字資料之研究.亦有以平均數代替末項者,其法亦殊不合理也.



第二圖 用移動平均法決定長期趨勢

(資料及數字見第二表)

(2)究取若干項之移動平均,亦殊無定則.所以取 9 年或11年之移動平均者,蓋認循環變動之週期爲 9 年或 11 年,如是則經移動平均後,循

環及不規則變動均可銷除，而僅餘長期之變遷矣．然循環週期亦無定則，9年乎，11年乎，均在不可知之列也．

(3)因循環變動之週期長短不定，故取固定項數之移動平均時，循環變動，難以完全銷除也．觀第二圖中9年及11年平均之結果，仍不免有相當之波動，可爲明證．

(4)因每次加入平均之項數不多，極端不規則變動之影響，往往不易銷除．

三．最小二乘方法

設一時間數列之長期趨勢，可以用一平滑之數理曲線表之．設此曲線爲適合之趨勢線，則各時間上之實際量數對該曲線上相當各點之縱坐標之離差，應能互相抵銷，故其和應等於零．如是則此離差之平方之和應爲最小，是爲此處運用最小二乘方法所根據之基本觀念也．最小二乘方之法，原應適用於差誤常態分配之法則；但此處實際量數對趨勢曲線上各點之離差，未必能成常態次數分配也．

首將最小二乘方法運用於長期趨勢之決定者，爲 H. L. Moore 教授 (Journal of Royal Statistical Society, 1919, p. 375)．彼謂在綿遠之年代中"一般變遷" (general movement)，可以 $y=a+bx+cx^2+dx^3$ 之方程式表之．W. M. Persons 謂採 $y=a+bx$ 之直線方程式，已敷決定長期趨勢之用．現今吾人所常用者，除直線及拋物線外，尙有複利曲線．

吾人常採差數 (difference) 法，以判斷趨勢線之形式．所謂差數者，卽原數列隣近兩量數間之差數，是爲一次差數；一次差數之差數，卽爲二次差數，以上高次差數類推之．如一次差數之變異度(卽相差度)較其他高次差數爲小時，趨勢線爲直線；二次差數之變異度較一次及其他高

第三表　用差數法判斷直線趨勢

(採第一表1890－1907年之資料)

時期 E	原數列 Y	一次差數 $\triangle Y$	二次差數 $\triangle^2 Y$
1890	42.0		
		+5.9	
1	47.9		−4.0
		+1.9	
2	49.8		+5.5
		+7.4	
3	57.2		−4.5
		+2.9	
4	60.1		+3.3
		+6.2	
5	66.3		−16.2
		−10.0	
6	56.3		+15.2
		+5.2	
7	61.5		−3.4
		+1.8	
8	63.3		−2.7
		−0.9	
9	62.4		−6.7
		−7.6	
1900	54.8		+11.9
		+4.3	
1	59.1		+1.7
		+6.0	
2	65.1		−11.3
		−5.4	
3	59.7		+9.6
		+4.2	
4	63.9		−5.7
		−1.5	
5	62.4		+3.7
		+2.2	
6	64.6		+0.2
		+2.4	
7	67.0		

第四表 用最小二乘方法決定直線趨勢

(採第一表1890－1907年之資料)

時期 X	原數列 Y	時期離差 x	指數離差 y	xy	x^2	趨勢縱坐標 Y'
1890	42.0	−17	−17.1	+290.7	289	51.28
1	47.9	−15	−11.2	+168.0	225	52.20
2	49.8	−13	−9.3	+120.9	169	53.12
3	57.2	−11	−1.9	+ 20.9	121	54.04
4	60.1	−9	+1.0	− 9.0	81	54.95
5	66.3	−7	+7.2	− 50.4	49	55.88
6	56.3	−5	−2.8	+ 14.0	25	56.80
7	61.5	−3	+2.4	− 7.2	9	57.72
8	63.3	−1	+4.2	− 4.2	1	58.64
9	62.4	1	+3.3	+ 3.3	1	59.56
1900	54.8	3	−4.3	− 12.9	9	60.48
1	59.1	5	0	0	25	61.40
2	65.1	7	+6.0	+ 42.0	49	62.32
3	59.7	9	+0.6	+ 5.4	81	63.24
4	63.9	11	+4.8	+ 52.8	121	64.16
5	62.4	13	+3.3	+ 42.9	169	65.08
6	64.5	15	+5.4	+ 81.0	225	66.00
7	67.0	17	+7.9	+134.3	289	66.92
總計	1063.3			+892.5	1938	

$$M_X = 1898.5$$

$$a = \frac{\Sigma_i Y_i}{N} = M_Y = 1063.3 \div 18 = 59.1$$

$$b = \frac{\Sigma_i x_i y_i}{\Sigma_i x_i^2} = \frac{892.5}{1938} = 0.46$$

直線方程式爲 $Y' = 59.1 + 0.46x$

若採 $b = \frac{\Sigma_i x_i Y_i}{\Sigma_i x^2_i}$ 之公式，則 'y' 行可省去，而 'xy' 行卽改爲 'xY' 行．其結果相等．兩法各有利便．此處原數列計至第一位小數，故趨勢縱坐標亦須保至第一位小數之精密．b 之數值計至第二位小數，正爲此也．又時期甚長時，b 值之小數位，更宜增多，以避免四捨五入錯誤之擴大．

次差數之變異度爲最小時,則爲二次拋物線,以上類推.設將原數列之各量數,一一翻成對數,而此對數數列之一次差數,其變異度爲最小時,則此對數數列之趨勢線爲直線,亦卽原數列之趨勢線爲複利曲線也.茲將決定各項趨勢線之方法,分述如下:

1.直線趨勢　直線方程式之形式爲: $y=a+bx$.茲爲符號運用便利起見,書作:

$$Y'=a+bx \cdots\cdots\cdots\cdots (I)$$

〔Y'表示趨勢縱坐標,x表示時間數值對其平均數之離差.〕

依最小二乘方法,求得:

$$a=\frac{\sum_i Y_i}{N} \cdots\cdots\cdots\cdots (一)$$

$$b=\frac{\sum_i x_i Y_i}{\sum_i x_i^2}=\frac{\sum_i x_i y_i}{\sum_i x_i^2} \cdots\cdots\cdots\cdots (二)$$

〔Y_i表示原數列中之各量數,x_i表示各時間數值對其平均數之離差.y_i表示各量數對平均數之離差.i僅爲各對數值'相當'之標記,N爲全體量數之項數或總次數.〕

直線趨勢之判斷及a與b兩常數之計算,見第三表及第四表.第四表中時期數值之平均數(卽中位數)爲1898.5,卽落於1898年與1899年交界之處之謂,故時期離差卽以此處爲零點;又爲便利起見,離差數值取半年作爲一單位計算.設全體量數之項數爲一奇數,則時期數值之平均數,恰爲某時期之中點,故其離差數仍以一年爲單位,較爲便利.此處離差數值之單位,須充分加以注意也.

直線趨勢之應用最廣,而常數項b之計算,似甚繁重,故以運用簡便法爲宜;按公式(二),知b係由$\sum_i x_i^2$及$\sum_i x_i Y_i$兩部份結果計算而得;茲先論$\sum_i x_i^2$之簡便求得法.

第五表　時期平方差之和檢查表

時期項數爲奇數時		時期項數爲偶數時	
時期項數	Σx^2（以一單位時期爲單位）	時期項數	Σx^2（以半單位時期爲單位）
5	10	6	70
7	28	8	168
9	60	10	330
11	110	12	572
13	182	14	910
15	280	16	1360
17	408	18	1938
19	570	20	2660
21	770	22	3542
23	1012	24	4600
25	1300	26	5850
27	1638	28	7308
29	2030	30	8990

第六表　$\sum_i x_i Y_i$ 之簡便計算法

（採第四表資料）

Y (1)	Y (2)	$Y_{(2)}-Y_{(1)}$	x	$x\,(Y_{(2)}-Y_{(1)})$
63.3	62.4	−0.9	1	−0.9
61.5	54.8	−6.7	3	−20.1
56.3	59.1	+2.8	5	+14.0
66.3	65.1	−1.2	7	−8.4
60.1	59.7	−0.4	9	−3.6
57.2	63.9	+6.7	11	+73.7
49.8	62.4	+12.6	13	+163.8
47.9	64.5	+16.6	15	+249.0
42.0	67.0	+25.0	17	+425.0
總計				+892.5

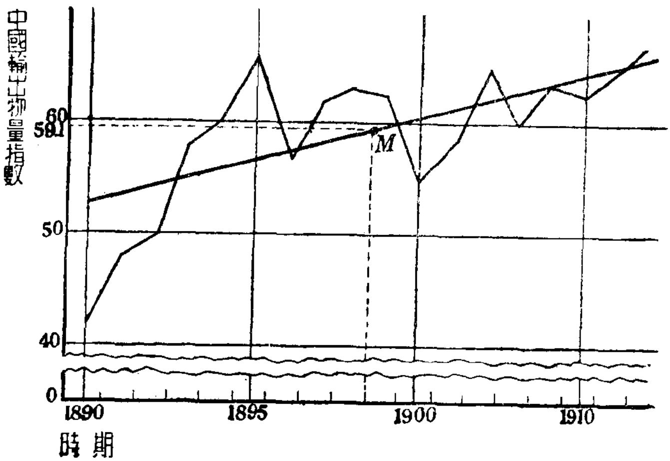
設 x 以一單位時期爲單位，則：

$$\sum_i x_i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \times 2 \cdots\cdots\cdots\cdots(三)$$

〔n 表示小於或大於中位數之時期數值之項數〕

設 x 以半單位時期爲單位，則：

$$\sum_i x_i^2 = \frac{N(N+1)(2N-2)}{6} \cdots\cdots\cdots\cdots(四)$$



第三圖　用最小二乘方法決定直線趨勢

（資料及數字見第四表）

根據式(三)及(四)，可將 $\sum_i x_i^2$ 之數值預爲算出，如第五表；用時一檢便得，則較臨時按式(三)及(四)計算又簡便多矣．至於 $\sum_i x_i Y_i$ 之簡便計算，則首將原數列切爲兩半，而折合成爲平行之兩行；然後令此兩行同排之量數相減，再乘以相當 x 絕對值而總和之，卽得(第六表)．

第七表　用最小二乘方法決定二次拋物線趨勢

(資料爲 Bradstreet 之物價指數·計算表轉錄美國伊利諾大學出版

"The Determination Secular Trend" 一文之單行本.)

年份	按年月平指數 Y	ΔY	$\Delta^2 Y$	$\Delta^3 Y$	年份對其平均數之離差 x	xY	x^2	x^2Y	x^4	各年趨勢縱坐標 Y'
1892	7.78				−7	−54.46	49	381.22	2401	8.03
1893	7.54	−.24			−5	−37.70	25	188.50	625	7.22
1894	6.69	−.85	−.61		−3	−20.07	9	60.21	81	6.64
1895	6.43	−.26	.59	1.20	−1	−6.43	1	6.43	1	6.28
1896	5.91	−.52	−.26	−.85	1	5.91	1	5.91	1	6.15
1897	6.12	.21	.73	.99	3	18.36	9	55.08	81	6.25
1898	6.57	.45	.24	−.49	5	32.85	25	164.25	625	6.56
1899	7.21	.64	.19	−.05	7	50.47	49	353.29	2401	7.11
總計	54.25				0	−11.07	168	1214.89	6216	

$$a=\frac{(\Sigma_i x_i^4)(\Sigma_i Y_i)-(\Sigma_i x_i^2)(\Sigma_i x_i^2 Y_i)}{N(\Sigma_i x_i^4)-(\Sigma_i x_i^2)^2}=\frac{(6216)(54.25)-(168)(1214.89)}{(8)(6216)-(168)^2}=6.1903$$

$$b=\frac{\Sigma_i x_i Y_i}{\Sigma_i x_i^2}=\frac{-11.07}{168}=-.0659$$

$$c=\frac{N(\Sigma_i x_i^2 Y_i)-(\Sigma_i x^2)(\Sigma_i Y_i)}{N(\Sigma_i x_i^4)-(\Sigma_i x_i^2)^2}=\frac{(8)(1214.89)-(168)(54.25)}{(8)(6216)-(168)^2}=.0281$$

$$Y'=a+bx+cx^2=6.1903-.0659x+.0281x^2$$

第八表　用最小二乘方法決定複利曲線

（資料爲某公司供給之電氣能力．計算表來源同前）

年　份	Y	$\log Y$	$\Delta\log Y$	$\Delta^2\log Y$	x	$x\log Y$	x^2	趨勢縱坐標之對數 $\log Y'$	趨勢縱坐標 Y'
1915	260	2.41497			−9	−21.73473	81	2.45698	286
1916	423	2.62634	.21137	−.10855	−7	−18.38438	49	2.47950	380
1917	536	2.72916	.10282	.05507	−5	−13.64580	25	2.70202	504
1918	771	2.88705	.15789	−.15564	−3	−8.66115	9	2.82454	668
1919	775	2.88930	.00225	.16191	−1	−2.88930	1	2.94706	885
1920	1131	3.05346	.16416	−.06840	1	3.05346	1	3.06958	1174
1921	1410	3.14922	.09576	.00127	3	9.44796	9	3.19210	1356
1922	1763	3.24625	.09703	.15129	5	16.23125	25	3.31462	2064
1923	3123	3.49457	.24832	−.15005	7	24.46199	49	3.43714	2736
1924	3916	3.59284	.09827		9	32.33556	81	3.53966	3628
總　計		30.08316				20.21456	330		

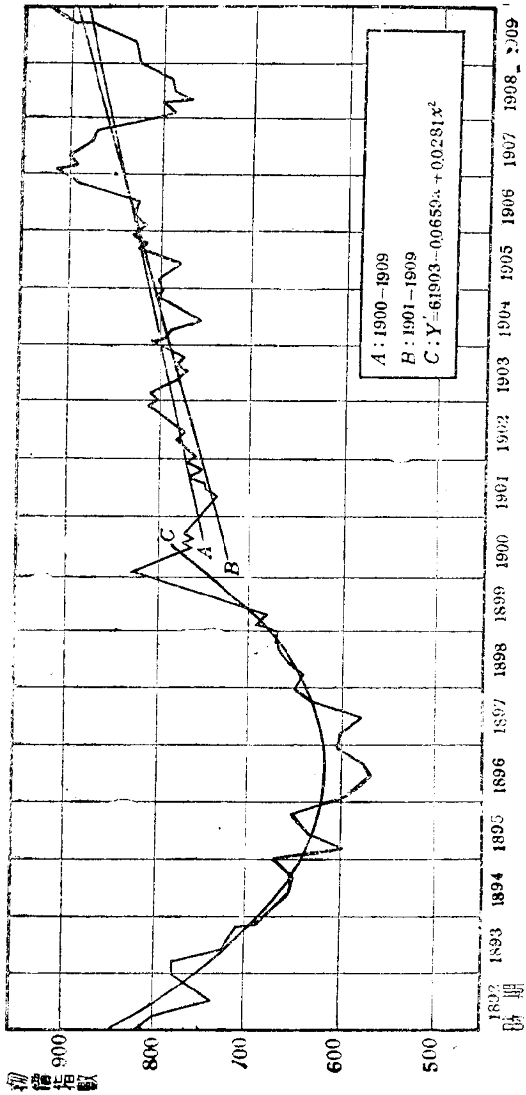
$$\log a=\frac{\Sigma_i \log Y_i}{N}=\frac{30.08316}{10}=3.00832;\quad a=1019$$

$$\log b=\frac{\Sigma_i x_i \log Y_i}{\Sigma_i x_i^2}=\frac{20.21456}{330}=0.06126$$（半年恆差）；$b=1.1515$（半年恆比）

$\log Y'=3.00832+0.06126x$；　$Y'=1019\times1.1515^x$

$2\times0.06126=0.12252$（一年恆差）；　$b^2=1.1515^2=1.3259$（一年恆比）

$0.06126\div6=0.01021$（一月恆差）；　$b^{1/6}=\sqrt[6]{1.1515}=1.0118$（一月恆比）



第四圖　拋物線趨勢及分段求趨勢線

（來源同第七表）

2.二次拋物線趨勢 二次拋物線趨勢之方程式爲:

$$Y' = a + bx + cx^2 \cdots\cdots (II)$$

又依最小二乘方法,得:

$$a = \frac{\left(\sum_i x_i^4\right)\left(\sum_i Y_i\right) - \left(\sum_i x^2\right)\left(\sum_i x_i^2 Y_i\right)}{N\left(\sum_i x_i^4\right) - \left(\sum_i x_i^2\right)^2} \cdots\cdots (五)$$

$$b = \frac{\sum_i x_i Y_i}{\sum_i x_i^2} \cdots\cdots (六)$$

$$c = \frac{N\left(\sum_i x_i^2 Y_i\right) - \left(\sum_i x_i^2\right)\left(\sum_i Y_i\right)}{N\left(\sum_i x_i^4\right) - \left(\sum_i x_i^2\right)^2} \cdots\cdots (七)$$

二次拋物線之判斷法及計算均見第七表.

3.複利曲線趨勢 複利曲線趨勢曲線之方程式爲:

$$Y' = ab^x \cdots\cdots (III)$$

設將左方改以對數表之,則得

$$\log Y' = \log a + x \log b \cdots\cdots (IV)$$

則其爲直線趨勢甚明.然後倣式(二)及(三),得:

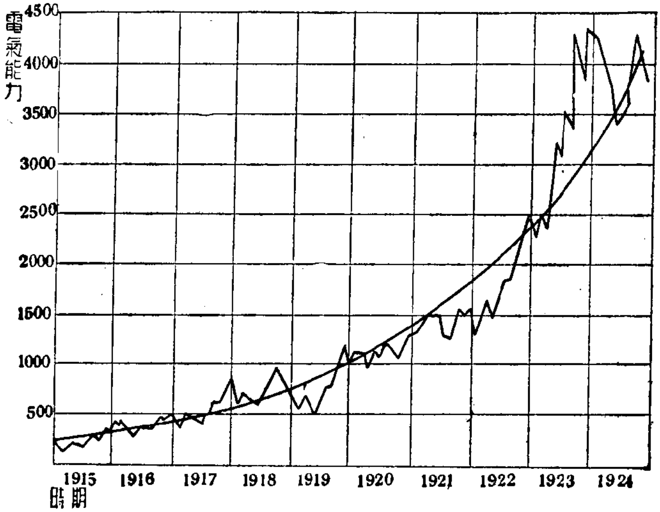
$$\log a = \frac{\sum_i \log Y_i}{N} \cdots\cdots (八)$$

及

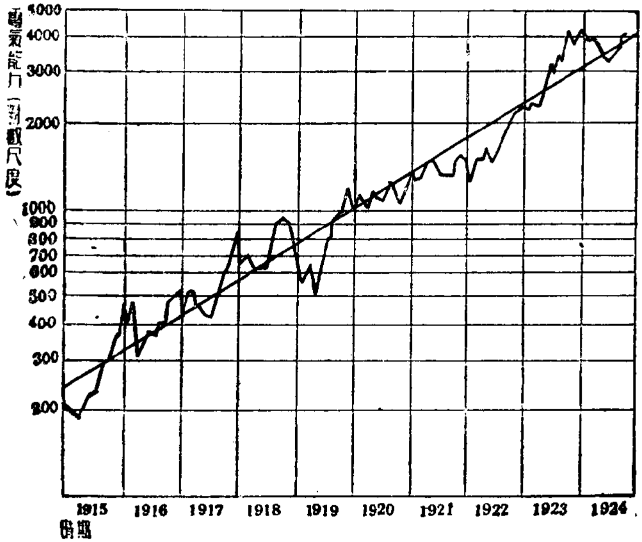
$$\log b = \frac{\sum_i x_i \log Y_i}{\sum_i x_i^2} \cdots\cdots (九)$$

複利曲線之判斷法及計算見第八表.

又一極長之數列,其長期趨勢,難以同一之趨勢線表之,故有分段以分別求其趨勢線之必要,第四圖其一例也.



第五圖　複利曲線趨勢(資料及數字見第八表)



第六圖　對數直線趨勢(資料及數字見第八表)

四. 最小二乘方法之批評

最小二乘方法之妙用，在純粹以數理之方法，而求得一理論之趨勢線，故有下列之優點：

(1)趨勢線可以一函數方程式表之，故能得一概括之觀念.

(2)根據趨勢線之方程式，可求得任何時間上之趨勢縱坐標.長期趨勢線，通常皆根據年數字而求得，但按趨勢曲線之方程式，可求得各月或更短時間上之趨勢縱坐標.

(3)以方程式表示之趨勢線，爲一平滑而無短期波動之直線或曲線.

(4)設一切情形無甚變更，則依趨勢線之方程式，可以推測計算時期以外之趨勢縱坐標.譬如根據第八表中之複利曲線方程式，可窺知1924年以後供電趨勢之大概也.惟應用此辦法時，須十分謹愼，容待下文論之.

一數列之長期趨勢，其形式常有變更，而實際數列對於趨勢線之離差，又未必合於常態分配之法則，故依最小二乘方法所求得之趨勢線，是否即能代表眞正之長期趨勢，尚屬疑問；因此卽有下列之缺點：

(1)因數列之延長或縮短，趨勢線之形式，頗難加以確定之判斷，譬如就第一表之全數列言之，則確知其長期趨勢爲一拋物線(第二圖)；設'僅'有1890－1907年之一段資料，則捨決定其直線趨勢外，別無他法.

(2)因數列之略有延長或縮短，趨勢線之形式雖不變更，但仍不能成爲一固定之直線或曲線.第四圖直線A及B所包括之時期，相差雖僅一年，而兩線則相殊甚遠.由是可知由某段數列所求得之趨勢線，而任意延長之，有時亦殊危險也.

(3)作爲決定長期趨勢之資料之某段數列，其起迄點頗不易決定.由上述之第(1)及第(2)兩點，旣知因數列之延長與縮短，決不能求得一固定之趨勢線，故究以何段數列作爲決定長期趨勢之資料，當爲先決之問題.

此處須注意者有兩點：一爲**此段數列必須包括若干"整個之循環"**，第四圖中之線A實較線B爲正確；然所謂"整個之循環"，有時亦難判斷也．二爲此段數列之趨勢，必可以某一固定形式之趨勢線以概括之；譬如取第四圖中 1892－1901 年之資料求拋物線趨勢，則未免加入一部份直線趨勢之影響，又如將1892－1900年分兩段求其直線趨勢時，設將1892—1897年作爲一段（其實應取1892－1896年爲一段），則所求得之直線趨勢顯有過高之弊；此種錯誤於未知數列延長後，趨勢線形式變更之狀況爲何時(設1897年以後之數字尚未有記載時)，尤易犯之．猶有進者，卽在實際應用時，此處所提出之兩注意點，更屬難以同時顧到，是以所取數列之起迄點，每隨主觀及經驗而加以判斷也．

(4)同上述第(3)點之理，設將全數列分爲若干段以分別決定其不同形式之趨勢線時，則各段銜接之分割點，亦頗不易劃清．譬如第四圖强以1900年之平均數字，加入線 A 之計算，然則趨勢線果自1900年初，卽由拋物線而改變爲直線乎？抑線 C 及 A 之交點爲趨勢線變更形式之起點乎？皆不可決定之問題也！

總之，趨勢線本爲想像之物；用最小二乘方法所求得者，尤非絕對穩定之結果．爲免除高次方程式計算之繁重，則**採取分段求直線趨勢之法，已足敷應用**；此作者與Persons之意見相同者也．

五．其他決定長期趨勢之法

1.移動平均與最小二乘方合用法　移動平均法及最小二乘方法，其利弊已如上述，然設先就原數列而求得移動平均之結果，再將其結果用最小二乘方法以求得其趨勢線，則利弊互償，而爲一極完美之方法矣．此層學者當可自明，此處亦不及贅述．

2.趨勢代表法　此法爲哈佛經濟學院所用之方法．該院曾取利率

之變遷作爲貼現率之長期趨勢.此法驟視之,似甚不合理;然設視眞正趨勢線爲終不可得者,則此法之簡便,亦自有其價值矣.惟此法因有其他困難,已於1931年完全放棄.採用此法時須注意下列二事:

(1)兩現象變遷之循環週期應能完全相同.

(2)取作趨勢線之變遷,其循環變動之强度必較低微.

此又不可不注意者也.

六. 長期趨勢之去除

前文所論,爲長期趨勢之決定,本節則論如何從原數列中將此求得之長期趨勢去除之,以觀察其剩餘之變動爲何如也.其法至簡,卽將原數列之各量數,各各減以趨勢線上之相當縱坐標,卽第九表中 $(Y-Y')$ 一行之數字是.惟一時間數列,常以長期趨勢爲骨幹,故將是項離差數字,各各對其相當之趨勢縱坐標之百分差表之,卽第九表中 $(Y-Y')/Y'$ 一行之數字是也.若以坐標圖表之,則 $(Y-Y')$ 及 $(Y-Y')/Y$ 兩行數字之線圖,皆以零線爲中心,意卽將原有之趨勢線作爲水平之零線也.至 Y/Y' 一行數字之線圖,則以百分線爲中心,意卽將原有之趨勢線作水平百分線,而所謂剩餘之變動者,則爲高出或低下於百分線之距離.此線圖與 $(Y-Y')/Y'$ 一行數字之線圖,形式完全相同;所異者參照點之不同耳.此處尙須注意者:**剩餘變動之'離差'數字,其和等於零,適合'高出及低下於長期趨勢之變動互相抵銷'之基本觀念;至剩餘變動之'百分差'數字,則不適合於此觀念矣.**

七. 季節變動之性質及其重要

季節變動之成因有二:一爲自然的原因,譬如一年中米價之漲落,每因收穫及播種時期而有變動;一爲人爲的原因,譬如新年佳節,某種

第九表 長期變遷之去除

(採用第二表1887至1890年原數列,及九年移動平均之數字)

時期 X	原數列 Y	趨勢縱坐標 Y'	$Y-Y'$	$\frac{Y-Y'}{Y'}(\%)$	$\frac{Y}{Y'}(\%)$
1887	41.3	47.9	− 6.6	−13.8	86.2
8	43.7	47.8	− 4.1	− 7.2	91.4
9	45.3	48.1	− 2.8	− 5.8	94.2
1890	42.0	49.1	− 7.1	−14.3	85.7
1	47.9	50.5	− 2.6	− 5.1	94.9
2	49.8	52.1	− 2.3	− 4.4	95.6
3	57.2	54.1	+ 3.1	+ 5.7	105.7
4	60.1	56.1	+ 4.0	+ 7.1	107.1
5	66.3	58.4	+ 7.9	+13.5	113.5
6	56.3	59.1	− 2.8	− 4.7	95.3
7	61.5	60.2	+ 1.3	+ 2.2	102.2
8	63.3	61.0	+ 2.3	+ 3.9	103.9
9	62.4	60.9	+ 1.5	+ 2.5	102.5
1900	54.8	60.4	− 5.6	− 9.3	90.7
1	59.1	61.2	− 2.1	− 3.4	96.6
2	65.1	61.7	+ 3.4	+ 5.5	105.5
3	59.7	62.1	− 2.4	− 3.9	96.1
4	63.9	63.2	+ 0.7	+ 1.1	101.1
5	62.4	67.5	− 5.1	− 7.7	92.3
6	64.5	72.3	− 7.8	−10.8	89.2
7	67.0	76.4	− 9.4	−12.3	87.7
8	72.9	81.2	− 8.3	−10.2	89.8
9	92.8	85.4	+ 7.4	+ 8.7	108.7
1910	102.9	87.7	+15.2	+17.3	117.3
1	102.1	91.3	+10.8	+10.7	110.7
2	103.9	95.2	+ 8.7	+ 9.1	109.1
3	100.0	99.2	+ 0.8	+ 0.8	100.8
4	83.8	100.6	−16.8	−16.7	83.3

物品之消費常因之而激增.此外通常按月記載之數字,每因各月份之實在日數或有效日數多少之不同,而有昇降;譬如全國煤礦之生產,因二月份祇有28天,其產量自較其他31天之月份低落殊甚;又如適逢舊曆新正之月,工人例需停工若干日,是月工作日數甚少,則其產量之低落,更屬可驚.然此皆不得視季節變動也.

研究季節變動之目的亦有二:一爲本身之研究,譬如一年中工人失業之季節變動,就救濟及其他社會立場上言之,其本身卽頗有研究之價值.二爲去除此項變動之研究,其在經濟循環學理方面,殊屬重要;蓋去除此項變動後,方能明瞭循環轉變之確期,方能研究單純循環變動之關係.

季節變動旣爲以一年爲週期昇降起伏之循環變動,則其每年十二個月之昇降變動,必能互相抵銷,故其數字之和應爲零;此爲吾人對於季節變動數值本身所取之基本觀念也.然季節變動直接以對某項中心或標準數値之離差表示乎?抑以對此中心或標準數値之比較離差(卽百分差)表示乎?此兩種表示方法未必同時能合於基本觀念也.又此中心或標準數値爲何,亦頗難有肯定之答覆.決定季節變動方法之漫無準繩,亦其宜也.

季節變動雖以一年爲固定之基期,而任何十二個月中之動幅以及其起伏之形式,未必完全一致,吾人所求得者,或僅爲平均一年中之季節變動耳.由是可知所求得之季節變動數字,常因所包括之時期之長短而有異也.

吾人於計算季節變動之前,應先將原數列製爲坐標線圖;是不獨可預知其是否含有季節變動且足以觀察各時期中變動强弱及形式改變之大勢,而爲分段決定季節變動之根據.兹將各種決定季節變動之方法,討論於後.

第十表　用同月平均法求季節變動

（上海歷年銀拆實價——每規元千兩之兩數．各月份之實價資料，摘錄羅志如編統計表之上海，118頁232表）

	一月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月	平均
民國元年1912	.133	.100	0	0	0	0	0	.060	.103	.077	.073	.070	.051
二年1913	0	0	.045	.047	.007	.020	.083	.050	.050	.100	.100	.050	.046
三年1914	.030	.050	.100	.153	.070	.047	.063	.100	.067	.047	.037	.030	.066
四年1915	.020	0	0	0	0	0	.027	.060	.120	.087	.053	.057	.035
五年1916	.060	.030	.103	.130	.097	.077	.097	.197	.133	.210	.170	.153	.121
六年1917	.175	.040	.027	.067	.090	.053	.133	.223	.327	.207	.240	.083	.139
七年1918	.073	.020	.323	.033	.050	.070	.192	.133	.303	.473	.418	.343	.203
八年1919	.207	.020	.057	.047	.073	.080	.370	.433	.277	.270	.447	.483	.230
九年1920	.360	.120	.107	.207	.220	.147	.152	.178	.328	.333	.370	.208	.228
十年1921	.210	.033	.033	.043	.030	.063	.230	.120	.170	.540	.403	.227	.175
十一年1922	.147	.035	.102	.137	.313	.260	.127	.048	.145	.098	.205	.245	.155
十二年1923	.395	.120	.080	.073	.200	.157	.110	.077	.150	.250	.667	.413	.224
十三年1924	.233	.048	.104	.145	.292	.278	.248	.415	.305	.035	.022	.020	.179
十四年1925	.013	0	0	0	.023	.090	.023	.030	.180	.183	.137	.203	.074
十五年1926	.167	.035	.066	.236	.350	.193	.172	.157	.192	.178	.013	.055	.151
十六年1927	.050	0	.070	.013	.013	.013	.156	.223	.080	.160	.093	.043	.077
十七年1928	.080	.018	.020	.031	.160	.140	.243	.144	.171	.277	.270	.229	.149
十八年1929	.124	.026	.045	.109	.160	.116	.092	.145	.189	.254	.199	.176	.136
十九年1930	.058	0	.024	.045	.121	.162	.064	.018	.061	.067	.094	.057	.064
平　均	.1334	.0366	.0687	.0793	.1194	.1035	.1359	.1485	.1764	.2023	.2111	.1655	.1317
季節離差	+.0017	−.0951	−.0630	−.0524	−.0123	−.0282	+.0042	+.0168	+.0447	+.0706	+.0794	+.0338	.0000
季節指數	101.3	27.8	52.2	60.2	90.7	78.6	103.2	112.7	133.9	153.6	160.3	125.6	100

八. 同月平均法

1.方法 先將原數列全期各同月之數字，按月列為十二行如第十表，然後按下列之步驟計算之：

(1)求全期各同月數字之平均數，通常用算術平均數，但未嘗不可改用中位數計算.

(2)求此十二個同月平均數之全年總平均. 此項總平均數亦即等於全數列之總平均也.

(3)求各月份同月平均數對全年總平均之離差、百分差或百分比.第十表中'季節指數'一排中之數字，即為表示季節變動之百分比數字也.在昔多直接採季節離差，以表示季節變動，迄今多數經濟學者，均主採比較數字，而以季節指數表之.惟須注意者，**所謂季節變動，實為季節指數在百分線上下搖動之距離，而非季節指數本身之數值也**.

此處無論取季節離差或季節指數，皆適合於昇降起伏，循環相抵之基本觀念.**然此實為根據基本觀念所求得之結果，而非基本觀念之證明也**.又此處之中心或標準數值，與其視為全年之總平均，毋甯視為全數列之總平均，或即長期趨勢之總平均也(設其他一切變動，皆可昇降抵銷者).

2.批評 此法之**優點**在最能與普通粗淺之觀念相近，易於了解且亦便於計算也.然細析之，則其**缺點**立見，茲述之如下：

(1)同月平均時，受極端不規則變動之影響甚巨；

(2)循環變動不因同月平均而完全銷除；

(3)長期趨勢之影響，完全保存於同月平均數字之中.

設長期上昇或下降甚巨時，此法之結果，幾完全與事實不符.

在長期趨勢不為顯著之上昇或下降，且包括甚長時期之數字資料時，此法不妨用之.

九. 同月平均法校正法

同月平均法之最大困難,即為長期趨勢影響之完全存在,故應設法以去除之. 設長期趨勢為直線,則先求得此直線之斜度 b. 根據第十表末行各年之平均數字,而求得時期數值以年為單位時,趨勢直線之斜度 b(年)為 .002470. 此處須求月數字;設時期數值以月為單位,則斜度 b(月)應為 $.002470 \div 12 = .00021$. 斜度既已求得,茲當更進以論校正

第十一表　用同月平均法求季節變動之校正法

(採用第十表之同月平均數字)

月份	第一法				第二法		
	同月平均數字	平均一年中之長期趨勢	校正之季節離差	校正之季節指數	校正之同月平均數字	校正之季節離差	校正之季節指數
一　月	.1334	.1306	+.0028	102.1	.1345	+.0028	102.1
二　月	.0366	.1308	−.0942	28.0	.0375	−.0942	28.5
三　月	.0687	.1310	−.0623	52.5	.0694	−.0623	52.7
四　月	.0793	.1312	−.0519	60.5	.0798	−.0519	60.6
五　月	.1194	.1314	−.0120	90.9	.1197	−.0120	90.9
六　月	.1035	.1316	−.0281	78.7	.1036	−.0281	78.7
七　月	.1359	.1318	+.0041	103.1	.1358	+.0041	103.1
八　月	.1485	.1320	+.0165	112.5	.1482	+.0165	112.5
九　月	.1764	.1322	+.0442	133.4	.1759	+.0442	133.6
十　月	.2023	.1324	+.0699	152.8	.2016	+.0699	153.1
十一月	.2111	.1326	+.0785	159.2	.2102	+.0785	159.6
十二月	.1655	.1328	+.0327	124.7	.1644	+.0327	124.8
平　均	.1317	.1317	.0000	100.0	.1317	.0000	100.0

此處之直線趨勢以月為單位之斜度為: $b = .00017$ 或 $.0002$

之法.

1.第一校正法 其步驟如下(第十一表):

(1)同前求得各月份之同月平均數.

(2)求平均一年中之長期趨勢.令同月平均全年總平均數字.1317落於六、七月之交,卽一年中心點之處,然後按: $Y'=.1317+.0002x$ 之方程式,而求得一月至十二月份之趨勢縱坐標($x=0$,表示六、七月之交;$x=.5$,表示七月份之中點;$x=-.5$,表示六月份之中點;$x=1.5$,表示八月份之中點;$x=-1.5$,表示五月份之中點;餘類推).

(3)求各月份同月平均數對平均趨勢坐標之離差或百分比.前者可稱爲校正之季節離差,後者爲校正之季節指數.

此處季節離差之和爲零,而季節指數之平均不爲100;**故前者合於昇降相抵之基本觀念,而後者則否.**

2.第二校正法 其步驟如下(第十一表):

(1)同前求各月份之同月平均數.

(2)求校正之同月平均數.由一月份至十二月份,按月加5.5b(月),4.5b(月),……….5b(月)−.5b(月)……4.5b(月),5.5b(月),以去除長期趨勢存在之影響.

(3)求校正之同月平均數對全年總平均之離差或百分比.是爲校正之季節離差及季節指數.**此處之季節離差及指數均能合於昇降相抵之基本觀念.**

3.批評 校正法至多祇能去除長期趨勢之影響,至其他缺點仍不能免除.且在長期趨勢不爲直線時,上述兩校正法均未必適用.又如取季節指數,而欲維持上述之基本觀念者,則第一法不如第二法矣.惟第一法之中心或標準數值爲同月平均之趨勢坐標,而第二法則爲全數列趨勢坐標之總平均;孰是孰非,殊無準則也.

十. 環比中位數法

1.方法　為哈佛經濟研究委員會 W. M. Persons 所創之方法,茲述其步驟如下:

(1)求全期繼續各月份數字對其前一月份數字之環比百分數,並排列之如第十三表.

(2)求各月份同月環比百分數之分配(第十四表)　此處祇須用記劃表,藉窺季節變動之大概.

(3)求各月份同月環比百分數之平均數　Persons 原主採中位數.嗣後 Crum 主張採最中心若干項之算術平均法,蓋所以調劑算術平均數及中位數之利弊者也.分配較不規則時,則應取較多中心項之平均.第十四表中取三種平均數,其結果頗相近.

(4)求各月份之鎖比百分數(chain relatives)——第十五表　為便利起見常以一月份為基期,其數字為 100%,如是則各月份之環比百分數,乘以前一月份之鎖比百分數,即得各該月份之鎖比百分數.如三月份之鎖比(二)為 90.1%×80.5%=72.5%;簡書作 72.5.環比及鎖比百分數,下文均簡稱為環比及鎖比,並略去百分數之符號"%".

(5)鎖比之校正　鎖比既以一月份為基期,則依上述之計算,根據季節變動循環相抵之觀念,再輪至一月份時,其數字應仍為 100.但就第十四表中觀之,其數不為100,而為 104.8,是以必須加以校正,其法有二:

(a)算術校正法　上述之差誤,自係按月累積之結果;設將其均攤於各月份中,則用算術校正法,其法見第十五表.各月均攤之差誤為 $(104.8-100)\div12=.4$;故距基期每多增一個月,則該月之鎖比即多包含 .4 之差誤.各月份包括之差誤數值,稱之為校正數;將各月份之鎖比,

---

註二　若首先去其百分符號計算,則為 $90.1\times80.5\div100=72.5$.

第十二表　1910年—1921年美國之雞蛋價格

(每月初每打所售之分數.轉錄 Mills 著 "Statistical Methods" 表75之數字)

	1910年	1911年	1912年	1913年	1914年	1915年	1916年	1917年	1918年	1919年	1920年	1921年
一　月	30.5	30.4	29.5	26.8	30.7	31.6	30.6	37.7	46.3	57.2	64.8	61.1
二　月	28.9	22.1	29.1	22.8	28.4	29.2	26.8	35.8	49.4	48.3	56.9	49.6
三　月	22.9	16.5	24.5	19.4	24.2	21.3	21.2	33.8	40.4	33.1	46.6	29.2
四　月	18.6	14.9	17.8	16.4	17.6	16.6	17.9	25.9	31.2	34.3	38.8	20.4
五　月	18.6	14.7	17.1	16.1	16.8	17.1	18.1	30.0	31.0	36.8	37.4	20.2
六　月	18.3	14.5	16.7	16.9	17.3	16.6	19.0	31.1	29.8	38.6	37.0	19.4
七　月	18.2	14.2	16.7	17.0	17.6	16.8	19.7	28.3	30.7	36.8	36.7	22.0
八　月	17.6	15.5	17.4	17.2	18.2	17.0	20.7	29.8	34.4	39.3	40.0	26.6
九　月	19.4	17.4	19.1	19.5	21.0	18.7	23.3	33.2	36.4	41.0	44.2	30.4
十　月	22.4	20.0	22.0	23.4	23.5	22.3	28.1	37.4	41.6	44.7	50.1	31.2
十一月	25.3	23.5	25.9	27.4	25.3	26.3	32.2	39.4	47.2	54.0	56.9	44.2
十二月	29.0	28.7	29.7	33.0	29.7	30.6	38.1	43.3	55.0	61.9	65.0	51.1
平　均	22.5	19.4	22.1	21.3	22.5	22.0	24.6	33.8	39.5	43.8	47.9	34.0

第十三表　雞蛋價格各月份之環比百分數

(根據第十二表之資料計算之數字,轉錄 Mills 著表77)

	1910年	1911年	1912年	1913年	1914年	1915年	1916年	1917年	1918年	1919年	1920年	1921年
一　月	107.4	104.8	102.8	90.2	93.0	106.4	100.0	99.0	106.9	104.0	104.7	94.0
二　月	94.8	72.7	98.0	85.1	92.5	92.4	87.6	95.0	106.7	84.4	87.8	81.2
三　月	79.2	74.7	84.2	85.1	85.2	72.9	79.1	94.4	81.8	68.5	81.9	58.9
四　月	81.2	90.3	72.7	84.5	72.7	72.9	84.4	76.6	77.2	103.6	83.3	69.9
五　月	100.0	98.7	96.1	98.2	95.5	103.0	101.1	115.8	99.4	107.3	96.4	99.0
六　月	98.4	98.6	97.7	105.0	103.0	97.1	105.0	103.7	96.1	104.9	98.9	96.0
七　月	99.5	97.9	100.0	101.0	101.7	101.2	103.7	91.0	103.0	95.3	99.2	113.4
八　月	96.7	109.2	101.2	101.2	103.4	101.2	105.1	105.3	112.1	106.8	109.0	120.9
九　月	110.2	112.3	109.8	113.4	115.4	110.0	112.6	111.4	105.8	104.3	110.5	114.3
十　月	115.5	114.9	115.2	120.0	111.9	119.3	120.6	112.6	114.3	109.0	113.3	112.5
十一月	112.9	117.5	117.7	117.1	107.7	117.9	114.6	105.3	113.5	120.8	113.6	129.2
十二月	114.6	122.1	114.7	120.4	117.4	116.3	118.3	109.9	116.5	114.6	114.2	115.6

各年一月份之數字,係以其上年十二月份之價格爲基之環比百分數.

第十四表　美國雞蛋價格每月份同月環比百分數之次數分配及其最中心項之平均數(根據第十二表之數字)

	一月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月
55— 59.9			①									
60— 64.9												
65— 69.9			①	①								
70— 74.9		①	②	②								
75— 79.9			②	③								
80— 84.9		②	③	④								
85— 89.9		③	②									
90— 94.9	③	⑤	①	①			①					
95— 99.9	①	②			⑦	⑦	④	①				
100—104.9	⑤			①	③	③	⑥	④	①			
105—109.9	③	①			①	②		⑤	②	①	②	①
110—114.9							①	①	⑧	⑥	④	④
115—119.9					①				①	③	④	⑤
120—124.9								①		②	①	②
125—129.9											①	
中位數	103.4	90.1	80.5	79.5	99.2	98.7	100.5	105.2	111.0	114.6	115.8	116.0
最中四項平均	102.6	90.1	80.5	79.9	99.3	99.7	100.0	105.4	111.1	114.4	115.7	116.0
最中六項平均	102.4	90.0	80.1	80.1	99.1	99.9	100.4	105.6	111.1	114.3	115.7	115.9

減以各該月份之校正數，即得各該月份校正之鎖比．此處鎖比之差誤，當係由環比原始之差誤而來，至如何得有上述按月均攤累積之結果，則殊無合理之解釋．吾人僅取其法之簡便耳．

第十五表　用環比中位數算術校正法求得季節指數

（環比中位數見第十四表）

月　份	環比中位數	鎖　比	校正數	校正之鎖比	季節指數
一　月	103.4	100.0		100.0	140.7
二　月	90.1	90.1	0.4	89.7	126.2
三　月	80.5	72.5	0.8	71.7	100.9
四　月	79.5	57.4	1.2	56.2	79.1
五　月	99.2	56.9	1.6	55.3	77.8
六　月	98.7	56.2	2.0	54.2	76.3
七　月	100.5	56.5	2.4	54.1	76.1
八　月	105.2	59.4	2.8	56.6	79.6
九　月	111.0	65.9	3.2	62.7	88.2
十　月	114.6	75.5	3.6	71.9	101.2
十一月	115.8	87.4	4.0	83.4	117.3
十二月	116.0	101.4	4.4	97.0	136.5
次年一月		104.8	4.8	100.0	
		−100.0 12) 4.8 0.4		12) 852.8 71.07	

(b)幾何校正法　鎖比之差誤，旣溯源於環比，吾人當從環比之差誤，而求得鎖比差誤之法則．茲以 I_i 及 I'_i 分別表示任何月份所‘求得’及其‘正確’之環比．設令任何月份所‘求得’之環比，常含有一固定之‘差誤比率’ $d=\frac{I_i-I'_i}{I'_i}$，則得 $I_i=I'_i(1+d)$．再以 C_i 及 C'_i 表示

'求得'及'正確'之鎖比，則依由環比求得鎖比之法，而得(三)：$C_i = C'_i(1+d)^{i-1}$，故$C'_i = \frac{C_i}{(1+d)^{i-1}}$．此 $(1+d)^{i-1}$ 即為造成某月份鎖比差誤之乘數，故稱為某月份之'校正因子'．吾人欲求得各月份之'校正因子'，必須先求得簡單因子 $(1+d)$．第二次輪至一月份之鎖比應為：$C_{13}=C'_{13}(1+d)^{12}=100(1+d)^{12}$，卽 $1+d=\sqrt[12]{\frac{C_{13}}{100}}$ 也．但實際計算時，必須利用對數，如第十六表．

第十六表中直接由環比對數而求得鎖比對數，省去計算鎖比之手續．因以一月份為基期，故是月之鎖比對數定為 2.00000；俟後各月之鎖比對數，卽為各該月之環比對數，加以前月之鎖比對數，減以 100 之對數 2，卽得各該月之鎖比對數(1)．第二次一月份之鎖比對數，減以基期一月份之鎖比對數，得.02310，卽為$(1+d)^{12}$之對數；再除以12得.001925，是為 $1+d$ 之對數．故 .001925 之一、二、三、……、十一、十二各倍之數值，卽為 $(1+d)$、$(1+d)^2$、$(1+d)^3$、……、$(1+d)^{11}$、$(1+d)^{12}$ 之對數，亦係各月份校正因子之對數也．各月份之鎖比對數，減以各該月份校正因子之對數，卽得校正鎖比之對數，由是項校正鎖比之對數，卽得校正之鎖比．

幾何校正法雖較算術校正法為合理；然强定環比之差誤比率為固定，仍屬武斷．若以應用簡便言，則算術法又優於幾何法矣．

(6)季節指數之求得　校正之鎖比，實卽以一月份為標準之季節指數也，眞正之季節指數，其全年之平均應為 100，故應以鎖比之全年平均作為標準．第十六表中鎖比之平均為 71.8；求各月份校正之鎖比，對 71.8之百分比，卽得各該月份之季節指數．第十五表之計算法亦同，惟

註三　此處之環比及鎖比皆為百分數；茲為便利起見，一律捨去其百分符號"%"，而記其對數，故必須於環鎖比對數相加之後，再減以 2，始得所求之鎖比對數也．

第十六表　用環比中位數幾何校正法求得季節指數

（環比中位數見第十四表）

月份	環比中位數	環比對數	鎖比對數	校正因子對數	校正之鎖比對數	校正之鎖比	季節指數
一月	103.4	2.01452	2.00000		2.00000	100.0	139.4
二月	90.1	1.95472	1.95472	.00193	1.95279	89.7	124.9
三月	80.5	1.90580	1.86052	.00385	1.85667	71.9	100.1
四月	79.5	1.90037	1.76089	.00578	1.75511	56.9	79.2
五月	99.2	1.99651	1.75740	.00770	1.74970	56.2	78.2
六月	98.7	1.99432	1.75172	.00963	1.74209	55.2	76.9
七月	100.5	2.00217	1.75389	.01155	1.74234	55.3	77.0
八月	105.2	2.02202	1.77591	.01348	1.76243	57.9	80.8
九月	111.0	2.04532	1.82123	.01540	1.80583	64.0	89.2
十月	114.6	2.05918	1.88041	.01733	1.86308	72.9	101.5
十一月	115.8	2.06371	1.94412	.01925	1.92487	84.1	117.1
十二月	116.0	2.06446	2.00858	.02118	1.98740	97.1	135.2
次年一月			2.02310	.02310	2.00000		
			−2.00000			12)861.2	
			12) .02310			71.8	
			.001925				

其結果略異耳.

2.批評 環比中位數法,其優點可得而言者爲:

(1)環比表示鄰月間之短期變動,大部份爲季節變動之表現,其含長期變遷及循環變動之部份,當屬比較甚微.如是,在運用同月平均時,循環變動之影響,自應易於抵銷.如用幾何校正法,則長期趨勢之影響,當亦可以銷除(以趨勢線爲複利曲線時,則尤爲切當).

(2)採中位數或中項平均法時,可避免極端不規則變動之影響.

(3)因採鎖比之法,故最適宜非同一性之資料.設所觀察之現象,爲若干單純現象所組成之複雜現象,則於運用環比時,可隨時變更其組成份子,然後再藉鎖比之法以連貫之.其理當於用連鎖制編製指數見之.然此項優點似非關於決定季節變動方法之本身者.

再就其缺點而言,亦有下列數點:

(1)在不規則變動甚劇時(四),採環比之法,反足以埋沒季節變動之本來面目.第十八表中環比百分數分配狀況之凌亂,以及由各種平均法所得之結果差異,均爲是項缺點之明證.Persons以爲鎖比之不能循環,僅由於長期趨勢之累積,或一部份由於平均數之差誤,殆亦誤矣.

(2)各年季節變動之動幅及形狀,相殊甚鉅時,此法卽不正確.

(3)意義不易了解,亦爲此法之缺點.

(4)此法由環比而鎖比,而校正,而計算季節指數,其手續繁重,甚於同月平均法多矣.

總之,在不規變動不甚激烈而各年季節變動約略相似時,此法實較其他一切方法爲可靠,故每爲認爲最優良之方法.

此法所求得季節指數,其平均爲100,故仍合季節變動循環相抵之基本觀念;**是仍爲根據基本觀念所求得之結果,而非基本觀念之證明也.**

註四 如爲特異變動,當可割去若干項數字不計,但有時無定變動亦甚劇也.

第十七表　上海銀拆實價之環比百分數

（根據第十表之實價資料計算）

	元年 1912	二年 1913	三年 1914	四年 1915	五年 1916	六年 1917	七年 1918	八年 1919	九年 1920	十年 1921	十一年 1922	十二年 1923	十三年 1924	十四年 1925	十五年 1926	十六年 1927	十七年 1928	十八年 1929	十九年 1930
二月	75	—	167	0	50	23	27	10	33	16	24	3	21	0	21	0	23	21	0
三月	0	∞	200	—	343	68	162	285	88	100	29	67	217	—	189	∞	111	173	∞
四月	—	104	153	—	126	248	10	82	193	130	134	91	139	—	357	19	155	242	188
五月	—	15	46	—	75	174	152	155	108	70	228	274	201	∞	148	100	516	147	269
六月	—	286	67	—	79	59	160	110	67	210	83	79	95	391	55	100	88	73	135
七月	—	42	134	∞	126	251	276	463	104	365	49	70	89	26	89	1,200	174	79	40
八月	∞	60	159	222	203	168	69	116	117	52	38	70	167	130	91	137	59	158	28
九月	171	100	67	200	68	147	228	64	146	142	302	195	74	[illegible]	122	34	119	130	339
十月	75	200	70	73	159	63	156	98	102	318	68	167	11	102	93	200	102	124	110
十一月	95	100	79	61	81	116	88	160	111	72	209	267	63	75	8	58	98	78	140
十二月	96	50	80	107	90	35	82	161	56	56	120	62	91	133	42	46	85	88	61
次年一月	0	60	67	105	113	89	60	74	101	64	161	59	65	82	91	19	54	33	

表中"—"符號爲零與零之比，爲無定值，此處可視爲 100%.

第十八表 上海銀拆實價各月份同月環比百分數之次數分配及其最中心項之平均數(根據第十七表之數字)

	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月	次年一月
20以上	⑦	①	②	①					①	①		②
20—24	⑥											
25—29	①	①				①	①					
30—34	①							①				①
35—39							①				①	
40—44						②					①	
45—49				①		①					①	
50—54	①						①				①	①
55—59					②		①			①	②	①
60—64							①	①	①	②	②	③
65—69		②			②		①	②	①			②
70—74				①	①	①	①	①	②	①		①
75—79	①			①	②	①			①	③		
80—84			①		①					①	②	①
85—89		①			①	②				①	②	①
90—94			①				①		①		②	①
95—99					①				①	②	①	
100—104	①	③	④	③	③	②		①	②	①		①
105—109				①							①	①
110—114		①			①				①	①		①
115—119							②	①		①		
120—124											①	
125—129			①			①						
130—134			②	①		①	①	①	①		①	
135—139			①		①		①					
140—144								①		①		
145—149				②				②				
150—154			①	①								
155—159			①	①			②		②			
160—164		①			①				①	①	①	①
165—169	①						②		①			
170—174		①				①		①				
175—179												
180—184												
185—189		①	①									
190—194			①									
195—199								①				
200 以上		⑦	③	⑥	③	⑥	③	⑤	③	②		
中位數	21	162	130	147	95	104	117	142	102	88	80	66
最中三項平均	22	149	130	143	94	110	121	139	104	88	82	67
最中五項平均	22	147	127	137	93	111	118	137	109	88	79	69
最中七項平均	21	148	127	135	92	117	118	140	114	88	78	70
最中九項平均	21	147	126	141	92	127	117	141	114	89	77	71
最中十一項平均	21	168	128	147	91	136	116	141	115	89	76	72

'次年一月'一行之數字,爲中位數,最中四項、六項、八項、十項、十二項之平均數.

又此處之中心或標準數值，與其謂為全年之平均，毋寧認作各月份之趨勢縱坐標也.

十一. 移動平均比率法

1.方法

(1)求每十二個月之移動平均數　十二個月移動平均之意，在首將季節變動加以銷除.每次平均之結果，本應置於最中兩月之交界處;茲為便利起見,可暫置於最中兩月之第一個月上,故與應置之位置，有半月之差.

(2)再求每兩個月之移動平均數　十個月移動平均數應置之位置，與原有各月份之量數字，實有半月之差.故再作每兩個月之移動平均，即將其結果置於兩月中之第二個月上,以與各月份原有量數相當.亦為一種直線補插之法耳.數字見第十九表.

(3)求各月份原有數字對移動平均數之比率　此即原數列去除季節變動之數字之比率,以百分數表之,見第二十表.

(4)求上述百分比之次數分配及其中位數或中項平均數　此與環比中位數法第(2)及第(3)兩步相同;其結果即為未校正之季節指數.見第二十一表.此處中位數或中項平均法,不若在環比中位數法中之重要.

(5)季節指數之校正　未校正之季節指數,其平均為98.6,即以各月份未校正之數字,對98.6之百分比作為校正之季節指數,見第二十二表.此種校正方法,亦僅取簡便明瞭,初無理解之根據也.

2.批評　此法實有弊重利微之憾;茲先舉其缺點如下:

(1)計算之繁重,不亞於環比中位數法.

(2)因各年季節變動之動幅與形狀,均不完全相同,故十二個月之移動平均數,未必完全脫離季節變動之影響.

第十九表　各月份之移動平均數

(十二個月再加以兩個月之移動平均數，根據第十表之銀拆實價資料計算)

	一月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月
1912年							.0458	.0361	.0338	.0375	.0399	.0410
1913年	.0453	.0484	.0457	.0445	.0466	.0469	.0473	.0507	.0550	.0617	.0687	.0725
1914年	.0728	.0740	.0768	.0753	.0705	.0670	.0658	.0633	.0570	.0465	.0372	.0323
1915年	.0288	.0259	.0262	.0301	.0325	.0342	.0370	.0400	.0454	.0551	.0647	.0719
1916年	.0780	.0866	.0929	.0986	.1086	.1174	.1262	.1315	.1288	.1229	.1200	.1187
1917年	.1192	.1230	.1313	.1372	.1408	.1417	.1346	.1295	.1410	.1519	.1488	.1478
1918年	.1510	.1498	.1450	.1551	.1736	.1918	.2108	.2138	.2028	.1923	.1938	.1952
1919年	.2030	.2228	.2343	.2248	.2175	.2245	.2367	.2473	.2535	.2623	.2751	.2840
1920年	.2777	.2580	.2495	.2539	.2533	.2390	.2213	.2114	.2047	.1948	.1800	.1686
1921年	.1684	.1702	.1602	.1622	.1722	.1744	.1726	.1700	.1726	.1794	.1955	.2155
1922年	.2194	.2121	.2081	.1886	.1620	.1515	.1655	.1794	.1820	.1785	.1711	.1621
1923年	.1571	.1576	.1590	.1655	.1744	.1840	.1843	.1745	.1725	.1765	.1834	.1923
1924年	.2021	.3229	.2434	.2109	.2217	.1952	.1696	.1584	.1521	.1418	.1245	.1055
1925年	.0882	.0628	.0416	.0485	.0535	.0659	.0799	.0878	.0921	.1046	.1281	.1460
1926年	.1565	.1680	.1738	.1741	.1687	.1574	.1463	.1400	.1387	.1296	.1063	.0847
1927年	.0761	.0786	.0775	.0721	.1747	.0775	.0783	.0803	.0789	.0776	.0845	.0989
1928年	.1048	.1047	.1048	.1135	.1257	.1409	.1504	.1524	.1540	.1583	.1615	.1605
1929年	.1532	.1470	.1478	.1476	.1437	.1385	.1335	.1297	.1277	.1242	.1199	.1202
1930年	.1210	.1145	.1039	.0907	.0786	.0693						

第二十表　原數列對移動平均數之百分比

（根據第十表銀拆實價資料及第十九表之數字計算而成）

	一　月	二　月	三　月	四　月	五　月	六　月	七　月	八　月	九　月	十　月	十一月	十二月
1912年							0	166.2	304.7	205.3	183.0	170.7
1913年	0	0	98.5	103.3	15.0	42.6	175.5	98.6	90.9	162.1	145.6	69.0
1914年	41.2	67.6	139.8	203.2	99.3	70.1	95.7	158.0	117.5	101.1	99.5	92.9
1915年	69.4	0	0	0	0	0	73.0	150.0	264.3	157.9	81.9	79.3
1916年	76.9	34.6	110.9	131.8	89.3	65.6	76.9	149.8	103.3	170.9	141.7	128.9
1917年	146.8	32.5	20.6	48.8	63.9	37.4	98.8	172.2	281.9	136.3	161.3	56.1
1918年	48.3	13.3	222.7	21.3	28.8	36.5	91.6	62.2	149.4	245.9	215.7	175.7
1919年	102.0	8.0	24.3	20.9	33.5	35.6	156.3	175.1	109.3	102.9	162.5	170.1
1920年	129.6	46.5	42.9	81.5	86.9	61.5	68.7	84.2	160.2	170.9	205.5	123.4
1921年	124.7	19.4	20.6	26.5	17.4	36.1	133.3	70.6	98.5	301.0	206.1	105.3
1922年	67.0	16.5	49.0	72.6	193.2	168.3	76.7	26.8	79.7	54.9	119.8	151.1
1923年	261.4	76.1	50.3	44.1	114.7	85.3	59.7	44.1	87.0	141.6	145.6	214.8
1924年	115.3	21.5	42.7	60.2	132.1	142.4	146.2	262.0	200.5	24.7	17.7	19.0
1925年	14.7	0	0	0	43.0	136.6	28.8	34.2	195.4	175.0	106.9	139.0
1926年	106.7	20.8	38.0	135.6	207.5	122.6	117.6	112.1	136.0	137.3	12.2	64.9
1927年	65.7	0	90.3	18.0	18.0	18.0	199.2	290.2	101.4	206.2	110.1	44.8
1928年	76.3	17.2	19.1	27.3	127.3	99.4	161.6	94.4	111.0	175.0	167.2	142.7
1929年	80.9	17.7	30.4	73.8	111.3	83.8	68.9	111.8	148.0	204.4	166.0	146.4
1930年	47.9	0	23.1	49.6	153.9	233.8						

第二十一表　原數列對移動平均數之百分比之次數分配及其平均數——即未校正之季節指數（根據第二十表之計算數字）

	一月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月	平均
0— .09	①	⑤	②	②	①	①	①						
.1— 9.99		①											
10— 19.99	①	⑤	①	①	③	①					②	①	
20— 29.99		②	④	④	①		①	①		①			
30— 39.99		②	②		①	④		①					
40— 49.99	③	①	③	③	①	①		①				①	
50— 59.99			①				①			①		①	
60— 69.99	③	①		①	①	②	②	①				②	
70— 79.99	②	①		②		①	③	①	①			①	
80— 89.99	①			①	②	②		①	①		①		
90— 99.99			②		①	①	③	②	②		①	①	
100—109.99	②			①					③	②	①	①	
110—119.99	①		①		②		①	②	②		②		
120—129.99	②				①	①						②	
130—139.99			①	②	①	①	①		①	②		①	
140—149.99	①					①	①	①	②	①	③	②	
150—159.99					①		①	②		①		①	
160—169.99						①	①	①	①	①	④		
170—179.99							①	②		④			
180—189.99											①	③	
190—199.99					①		①		①				
200—209.99				①	①				①	③	②		
210—219.99											①	①	
220—229.99			①										
230—239.99									①				
240—249.99						①				①			
250以上	①							②	②	①			
中位數	76.6	17.5	40.4	49.2	88.1	67.9	93.7	112.0	126.8	166.5	145.6	126.2	92.5
最中四項平均	75.9	17.7	38.5	50.7	84.9	70.3	90.8	118.1	128.1	165.5	148.6	124.2	92.8
最中六項平均	78.8	17.4	37.9	50.4	82.3	68.2	92.9	119.5	128.5	163.1	146.1	122.0	92.3
最中八項平均	80.6	16.8	37.6	50.4	80.2	68.2	95.5	119.5	129.3	160.8	144.3	119.7	91.9
最中十項平均	80.9	16.7	41.2	50.6	79.8	70.5	97.9	119.6	133.2	162.7	142.9	117.8	92.8
最中十二項平均	81.8	16.8	44.2	52.5	79.0	73.1	100.3	119.2	135.9	161.3	142.6	117.8	93.7
最中十四項平均	82.3	17.7	47.2	55.7	80.0	76.1	101.8	117.8	139.5	160.2	142.8	117.1	94.9
最中十六項平均	82.1	19.7	50.0	57.2	83.0	77.6	101.8	121.6	144.0	159.0	138.9	116.3	95.9
算術平均數	86.4	21.8	56.8	62.1	85.3	82.0	101.6	125.7	149.4	159.6	136.0	116.3	98.6

第二十二表　用移動平均比率法求得之季節指數之校正

（根據第二十一表之算術平均數）

月份	未校正之季節指數	校正之季節指數
一月	86.4	87.6
二月	21.8	22.1
三月	56.8	57.6
四月	62.1	63.0
五月	85.3	86.5
六月	82.0	83.2
七月	101.6	103.0
八月	125.7	127.6
九月	149.4	151.5
十月	159.6	161.9
十一月	136.0	137.9
十二月	116.3	118.0
平均	98.6	100.0

(3)求實際數字對移動平均之比率，不能表示一適當之意義．卽令季節變動因十二個月之移動平均而銷除；則所剩者爲長期趨勢，爲循環變動改變值（因循環變動亦因移動平均而減弱），一部份未銷除之不規則變動，以此作爲比較標準（卽中心或標準數值），有何意義可言．

此法之缺點，既如上述，至其優點可得而言者，亦不過循環及不規則變動之易於銷除一點：因移動平均數中仍保持顯著之循環變動，且其週期不變，故原數列對其百分比之數字中，所含循環變動之影響較微，故易於以同月平均之法銷除之不規則變動，亦有類似之性質．第二十一表之分配狀況，較爲有規律，可爲明證．然此項優點，亦仍因上述第(3)缺點而銷失其理解之價值也．

總之，此法既弊多利少，當不易爲吾人所採取．此處之季節指數，雖爲根據循環相抵之基本觀念而求得，然就所取之中心或標準數值言，則殊乏意義也．

十二．長期趨勢比率法

1.方法　此法一切手續與移動平均比率法相同；所不同者，僅在以

第二十三表　各月份之趨勢縱坐標

(根據第十表之銀拆實價資料計算而成)

	一月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月	全年
民國元年	.1084	.1086	.1088	.1090	.1092	.1094	.1096	.1098	.1100	.1102	.1104	.1106	.1095
二年	.1108	.1110	.1112	.1114	.1116	.1118	.1120	.1122	.1124	.1126	.1128	.1130	.1119
三年	.1133	.1135	.1137	.1139	.1141	.1143	.1145	.1147	.1149	.1151	.1153	.1155	.1144
四年	.1158	.1160	.1162	.1164	.1166	.1168	.1170	.1172	.1174	.1176	.1178	.1180	.1169
五年	.1183	.1185	.1187	.1189	.1191	.1193	.1195	.1197	.1199	.1201	.1203	.1205	.1194
六年	.1207	.1209	.1211	.1213	.1215	.1217	.1219	.1221	.1223	.1225	.1227	.1229	.1218
七年	.1232	.1234	.1236	.1238	.1240	.1242	.1244	.1246	.1248	.1250	.1252	.1254	.1243
八年	.1257	.1259	.1261	.1263	.1265	.1267	.1269	.1271	.1273	.1275	.1277	.1279	.1268
九年	.1281	.1283	.1285	.1287	.1289	.1291	.1293	.1295	.1297	.1299	.1301	.1303	.1292
十年	.1306	.1308	.1310	.1312	.1314	.1316	.1318	.1320	.1322	.1324	.1326	.1328	.1317
十一年	.1330	.1332	.1334	.1336	.1338	.1340	.1342	.1344	.1346	.1348	.1350	.1352	.1341
十二年	.1355	.1357	.1359	.1361	.1363	.1365	.1367	.1369	.1371	.1373	.1375	.1377	.1366
十三年	.1381	.1383	.1385	.1387	.1389	.1391	.1393	.1395	.1397	.1399	.1401	.1403	.1392
十四年	.1405	.1407	.1409	.1411	.1413	.1415	.1417	.1419	.1421	.1423	.1425	.1427	.1416
十五年	.1430	.1432	.1434	.1436	.1438	.1440	.1442	.1444	.1446	.1448	.1450	.1452	.1441
十六年	.1454	.1456	.1458	.1460	.1462	.1464	.1466	.1468	.1470	.1472	.1474	.1476	.1465
十七年	.1479	.1481	.1483	.1485	.1487	.1489	.1491	.1493	.1495	.1497	.1499	.1501	.1490
十八年	.1504	.1506	.1508	.1510	.1512	.1514	.1516	.1518	.1520	.1522	.1524	.1526	.1515
十九年	.1528	.1530	.1532	.1534	.1536	.1538	.1540	.1542	.1544	.1546	.1548	.1550	.1539

$b_{(年)}=.002470$; $b_{(半月)}=.00010$.

此處先將各年趨勢縱坐標求出，然後再求各年各月份之趨勢縱坐標。如直接按次連續求各月份之縱坐標，則斜度$b_{(月)}$之小數位數，宜增多至適當數目，以避免因四捨五入所發生之差誤累積之影響。

第二十四表　原數列對趨勢縱坐標之百分比

（根據第十表之銀拆實價資料及第二十三表之數字計算而成）

	一月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月
民國元年	122.7	92.1	0	0	0	0	0	54.6	93.6	69.9	66.1	63.3
二年	0	0	40.5	42.2	6.3	17.9	74.1	44.6	44.5	88.8	88.7	44.2
三年	26.5	44.1	88.0	134.3	61.3	41.1	55.0	87.2	58.3	40.9	32.1	25.9
四年	17.3	0	0	0	0	9	23.1	51.2	102.2	74.0	45.0	48.3
五年	50.7	25.3	86.8	109.3	81.4	64.5	81.3	164.6	119.3	174.9	141.3	127.0
六年	145.0	33.1	22.3	55.2	74.1	43.5	109.1	182.6	267.4	169.2	194.0	67.5
七年	59.3	16.2	261.3	26.7	40.3	56.4	155.1	106.7	242.8	378.4	333.9	273.5
八年	164.7	15.9	45.2	37.2	57.7	63.1	292.4	340.7	217.6	211.7	350.0	377.6
九年	281.0	93.5	83.3	160.8	170.7	113.9	117.5	137.5	252.9	256.4	284.4	159.6
十年	160.8	25.2	25.2	32.8	22.9	47.9	174.5	90.9	128.6	407.9	303.9	170.6
十一年	110.5	26.3	76.5	102.5	234.0	194.0	94.6	35.7	107.7	72.7	151.9	181.2
十二年	292.3	88.4	58.9	53.6	146.7	115.0	80.5	56.2	109.4	189.4	485.1	300.0
十三年	168.7	34.9	75.1	104.5	212.4	200.0	178.0	297.5	218.3	25.7	15.7	14.3
十四年	9.3	0	0	0	16.3	63.6	16.2	21.1	126.7	128.6	96.1	142.3
十五年	116.8	24.4	46.0	164.3	243.4	134.0	119.3	108.7	132.8	122.9	9.0	37.9
十六年	34.4	0	48.0	8.9	8.9	8.9	106.4	158.7	54.4	108.7	63.1	28.1
十七年	54.1	12.2	13.5	20.9	107.6	94.0	163.0	96.5	121.4	185.0	180.1	152.6
十八年	82.4	17.3	29.8	72.2	105.8	76.3	60.7	95.6	124.3	166.9	136.6	115.3
十九年	38.0	0	15.7	29.3	78.8	105.3	41.5	11.7	39.5	43.3	60.7	36.8

第二十五表 原數列對趨勢縱坐標之百分比之次數分配及其平均數——即未校正之季節指數

（根據第二十四表之數字計算而成）

	一月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月
0 —— .09	①	⑤	③	③	②	②	①					
0.1—— 9.99	①			①	②	①					①	
10—— 19.99	①	④	②		①	①	①	①			①	①
20—— 29.99	①	④	③	③	①		①	①		①		②
30—— 39.99	②	②		②				①	①		①	②
40—— 49.99		①	④	①	①	③	①	①	①	②	①	②
50—— 59.99	③		①	②	①	①	①	③	②			
60—— 69.99					①	⑤	①			①	③	①
70—— 79.99			②	①	②	①	①			②		
80—— 89.99	①	①	③		①		②	①		①	①	
90—— 99.99		②				①	①	③	①		①	
100——109.99				③	②	①	②	②	③	①		
110——119.99	②					②	②		①			①
120——129.99	①								④	②		①
130——139.99				①		①		①	①		①	
140——149.99	①				①						①	①
150——159.99							①	①			①	②
160——169.99	③			②			①	①		②		
170——179.99					①		②			①		①
180——189.99								①		①	①	①
190——199.99						①					①	
200——209.99						①						
210——219.99					①				②	①		
220——229.99												
230——239.99					①							
240——249.99					①				①			
250及以上	②		①				①	②	②	③	⑤	④
中心數	82.4	24.4	45.2	42.2	74.1	63.6	94.6	95.6	121.4	128.6	130.6	127.0
最中三項平均	84.1	22.3	43.9	44.3	71.4	63.7	94.1	94.3	121.7	139.5	122.7	128.2
最中五項平均	84.6	20.7	41.9	44.2	70.7	64.8	94.4	95.4	120.2	139.2	121.7	120.1
最中七項平均	85.2	21.5	41.9	46.1	71.3	66.5	94.8	91.7	115.6	137.1	122.1	115.5
最中九項平均	86.6	21.8	43.4	50.2	70.0	68.3	93.7	92.7	119.2	135.4	123.5	113.7
最中十一項平均	88.6	21.0	43.9	52.5	72.1	70.0	95.8	94.9	125.8	134.6	132.5	113.0
最中十三項平均	89.7	21.1	44.6	53.5	74.8	69.4	96.8	96.4	127.7	135.6	138.9	119.4
最中十五項平均	90.1	24.2	44.5	55.5	79.4	69.7	97.0	98.1	130.5	137.5	144.8	125.5
最中十七項平均	96.6	26.8	44.4	58.2	83.8	72.9	97.1	105.3	132.6	146.0	149.3	134.4
算術平均數	101.8	28.9	53.5	60.8	87.8	84.7	102.2	112.8	134.8	153.4	159.6	122.0

各月份之趨勢縱坐標，代替各月份之移動平均數字耳；然此實爲兩法性質根本不同之所繫也．見第二十三、二十四、二十五、二十六表．

第二十六表　用長期趨勢比率法求得之季節指數之校正

（根據第二十五表之算術平均數）

月　份	未校正之季節指數	校正之季節指數
一　月	101.8	101.6
二　月	28.9	28.7
三　月	53.5	53.4
四　月	60.8	60.7
五　月	87.8	87.6
六　月	84.7	84.5
七　月	102.2	102.0
八　月	112.8	112.6
九　月	134.8	134.5
十　月	153.4	153.1
十一月	159.6	159.3
十二月	122.0	121.8
平　均	100.2	100.0

2.批評　此法之優點爲：

(1)以趨勢縱坐標爲比較標準，頗有意義．

(2)此法含有求得平均季節變動之意，故於各年季節變動之動幅及形狀不同時，此法亦無不便．

至其缺點則爲：

(1)循環變動及不規則變動不易銷除．此點略同於同月平均法之第(1)及第(2)缺點．第二十五表之分配狀況及各種平均之結果，均不若第二十一表之有規律與穩定．

(2)此法須先求出趨勢縱坐標，設非直線趨勢時，其計算之繁重爲尤甚．

總之，在數列甚長時，此法不失爲可靠之方法．且以各月份實際之趨勢縱坐標，爲中心或標準之數值，而求得含有循環相抵之基本觀念之季節指數，亦殊有意義，較之同月平均法以平均之趨勢縱坐標爲中心或標準數值强多矣．

季節指數（或季節離差）之數字中，雖仍不免包括一部份未能銷除之其他變動在內；然其計算之方法，果能選擇適宜，則於實際方面，亦足

敷應用.至謂採其配合之波浪式曲線,以表示純粹之季節變動者，於理論方面固多困難,而於實際方面,仍未增加如何正確之程度也.

十三. 循環變動之重要

在各種變遷之中，以循環變動最為重要. 長期趨勢為迂緩之變遷，其予吾人之影響並不迫切.季節變動雖為短期昇降之變動,然其動幅不大,予吾人之影響,當亦甚微.至於循環變動，則為短期之激烈變動,其予吾人之影響,當甚迫切,是以最為重要.

不僅此也;一切主要之經濟現象，皆同時具有顯著之循環變動.各現象間之循環週期,或則完全相同,或則略有先後；是以一部份現象上昇,而他部份現象亦同時隨之上昇,其下降也亦然. 此種整個系統之循環變動,較諸一事一物之予吾人之影響者,更屬不可以道里計. 故當全體現象一致上昇之時,則經濟界顯呈‘繁榮’之象;其一致下落者，則為‘衰落’. 當‘繁榮’之極,忽呈折墜之象,恍如大難之將至者,則整個經濟界即感嚴重之‘恐慌’(昇降之間,無甚劇變者,當不得視為恐慌). 又衰落之極,復有上昇向榮之象者,是為‘復興’. ‘繁榮’,‘恐慌’,‘衰落’,‘復興’,循環不已,謂之‘經濟循環’或稱‘景氣循環’.

由是觀之,任何一現象之循環變動,地位之重要，遠非其他變遷所可比擬.而長期趨勢與季節變動之決定,或僅為求得其循環變動之用而已.

任何一現象之循環變動,其重要不在其本身,而在其為組成一整個循環之系統.然則如何而形成一整個之循環系統乎?其成因若何? 功用安在? 凡此皆為經濟循環學說與夫經濟預測方法中所當討論之諸問題,議論紛紜,方法百出,非本篇所能述其梗概.茲所論者,僅為任何一單獨現象,其循環變動之求法耳.

十四. 循環變動之求法

決定長期趨勢及季節變動之法，皆係從原數列直接抽出所求之變遷或變動．至循環變動之求法則反是：首將長期趨勢及季節變動求出，而從原數列中以去之，以求得其'剩餘變動'（residual fluctuation），卽視爲循環變動．

求得循環變動之方法，不若決定長期趨勢及季節變動者之紛歧，茲按循環變動數字之性質，分述其求法如下，而方法實一也．

1.循環離差　循環離差者，卽循環變動而以其高出及低下於中心或標準數值之'實數'表示者也．第二十七表中 (a)、(b)、(c)各行爲原有及已經求得之數字；此處祇須從原數列中去除長期變遷及季節變動，卽得所求之循環變動．惟直接表示季節變動者，非季節指數，而爲季節百分差，卽第二十七表中(d)行之數字，由(c)行之數字，減以 100 而得者也．原數列及趨勢縱坐標，其數值恆爲'實數'，而季節百分差則爲'比較數值'；爲適合此處之目的，必須變'比較數值'爲'實數'．季節百分差，應視爲以趨勢縱坐標爲標準之比較數字；故將趨勢縱坐標，乘以季節百分差，卽得季節離差，是爲表示季節變動之'實數'．原數列(a)，減以趨勢縱坐標(b)，再減以季節離差(e)，卽得所求之循環離差(f)．

2.調節指數　調節指數（adjust index）者，卽通用表示循環變動之比較數值，其性質有類乎表示季節變動之季節指數．表中(g)行，卽爲原數列對趨勢縱坐標之比較數值，與表之末行數字性質完全相同；惟表中僅爲年數字，無所謂季節變動之存在．(g)行之數字，減以(c)行之數字，卽得循環百分差爲直接表示循環變動之比較數字．其中心及標準數值爲長期趨勢之數字，加以 100，得循環百分比，實卽'循環指數'，但有人常稱之爲'調節指數'，取長期趨勢及季節變動之影響，均經控制之意．

第二十七表　循環變動之求得

（統計資料爲美國生鐵生產，表中 a、b、c、d、e、f、g、h、i、j、k 各行數字均轉錄 Day: "Statistical Analysis" 309頁表）

年　月	原有主項1000長噸	1904-14年之趨勢坐標	季節指數	季節百分差	季節離差	循環離差	主項對趨勢坐標之百分比	循環百分差	循環百分比	循環百分差之平方	循環百分差(以σ爲單位)
	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(i)	(j)	(k)
1906 1月	2068	1799	101	1	18	251	115	14	114	196	.6
2月	1904	1804	95	−5	−90	190	105	10	110	100	.4
3月	2155	1810	107	7	127	218	119	12	112	144	.5
4月	2073	1815	103	3	54	204	114	11	111	121	.5
5月	2098	1821	103	3	55	222	115	12	112	144	.5
6月	1976	1826	95	−5	−91	241	108	13	113	169	.6
7月	2013	1832	94	−6	−110	291	110	16	116	256	.7
8月	1926	1837	97	−3	−55	144	105	8	108	64	.4
9月	1960	1842	98	−2	−37	155	106	8	108	64	.4
10月	2196	1848	104	4	74	274	119	15	115	225	.7
11月	2187	1853	101	1	19	315	118	17	117	289	.7
12月	2235	1859	102	2	37	339	120	18	118	324	.8
1907 1月	2205	1864	101	1	19	322	118	17	117	289	.7
2月	2045	1870	95	−5	−94	269	109	14	114	196	.6
3月	2226	1875	107	7	131	220	119	12	112	144	.5
4月	2216	1881	103	3	56	279	118	15	115	225	.7
5月	2295	1886	103	3	57	352	122	19	119	361	.8
6月	2234	1892	95	−5	−95	437	118	23	123	529	1.0
7月	2255	1897	94	−6	−114	472	119	25	125	625	1.1
8月	2250	1902	97	−3	−57	405	118	21	121	441	.9
9月	2183	1908	98	−2	−38	313	115	17	117	289	.7
10月	2336	1913	104	4	77	346	122	18	118	324	.8
11月	1828	1919	101	1	19	−110	95	−6	94	36	−.3
12月	1234	1921	102	2	38	−725	64	−38	62	1444	−1.7
1908 1月	1045	1930	101	1	19	−904	54	−47	53	2209	−2.1
2月	1077	1935	95	−5	−97	−761	56	−39	61	1521	−1.7
3月	1228	1941	107	7	136	−849	63	−44	56	1936	−1.9
4月	1149	1946	103	3	58	−855	59	−44	56	1936	−1.9
5月	1165	1951	103	3	59	−845	60	−43	57	1849	−1.9
6月	1092	1957	95	−5	−98	−767	56	−39	61	1521	−1.7
7月	1218	1962	94	−6	−118	−626	62	−32	68	1024	−1.4
8月	1248	1968	97	−3	−59	−561	69	−28	72	784	−1.2
9月	1418	1973	98	−2	−39	−516	72	−26	74	676	−1.1
10月	1563	1979	104	4	79	−495	79	−25	75	625	−1.1
11月	1517	1984	101	1	20	−487	79	−22	78	484	−1.0
12月	1740	1990	102	2	40	−290	87	−15	85	225	−.7
1909 1月	1801	1995	101	1	20	−214	90	−11	89	121	−.5
2月	1703	2001	95	−5	−100	−198	85	−10	90	100	−.4
3月	1832	2006	107	7	140	−314	91	−16	84	256	−.7
4月	1738	2011	103	3	60	−333	86	−17	83	289	−.7
5月	1880	2017	103	3	61	−198	93	−10	90	100	−.4
6月	1929	2023	95	−5	−101	7	95	0	100	0	.0
7月	2101	2028	94	−6	−122	195	104	10	110	100	.4
8月	2246	2033	97	−3	−61	274	111	14	114	196	.6
9月	2385	2039	98	−2	−41	387	117	19	119	361	.8
10月	2600	2044	104	4	82	474	127	23	123	529	1.0
11月	2547	2050	101	1	21	476	124	23	123	529	1.0
12月	2635	2055	102	2	41	539	128	26	126	676	1.1
總　計										25046	

$$\sigma=\sqrt{\frac{25.046}{48}}=22.8$$

有以(g)行之數字,除以季節指數,而得調節指數者,爲哈佛經濟統計研究委員會,最初編製經濟循環曲線所用之方法.採用此方法,則其季節指數,當爲原數列消除季節變動後之數字,仍對原數列之百分比,故應取與第二十表之數字成倒數之數而求得.此項季節指數,其無意義甚明;以前各節所論之季節指數,就其方法及意義觀之,毋寧皆視之爲以趨勢縱坐標之中心,及標準數值之比較數字.

3.以循環標準差爲單位之循環百分差　即以循環百分差爲離差,而平方之(j),以求得一標準差,是爲循環標準差.(b)行之數字,除以循環標準差 22.8,即得所求(k)行之數字,此法之功用,在去除若干現象間循環變動之'一般'或'平均'變動強度之差別(當係指某一時期而言),而便於比較其局部變動之先後、緩急、強弱之異同也.此亦爲哈佛所創之法.

通常用以表示循環變動者,常爲調節指數;若遇比較若干現象之循環變動時,則用以標準差爲單位之循環百分差;循環離差,殆已漸不爲人所採用矣.

設謂循環變動,須合於正負完全相消之基本觀念,則第二十七表中(b)、(i)、(k)三行之結果,均未必合於此觀念,此亦爲方法上應注意之缺憾;第與應用無大妨礙耳.

十五.　循環變動與不規則變動

前節所求之循環變動,實爲'剩餘變動',亦即循環與不規則變動之和.通常之數列,多不含特異變動,故一任比較細微之無定變動,與循環變動相併,於應用方面亦無大礙.

設理論之循環變動,可以一波浪式之數理曲線表之,則剩餘變動對此理論循環變動之離差,即爲無定變動.此項無定變動,其次數分配適

爲一常態，故合於偶然差誤之法則．是則任其與循環相倂，而不加以剔除，固無損於循環變動之大體也．

循環變動之週期、動幅、緩急、形狀，均時時變更，且莫辨其顯明之界限，故其理論曲線之配合，尤較長期趨勢之配合爲困難．又無定變動，既知其合於差誤常態分配之法則，則無求得其數值之必要．由是，可知理論循環曲線者，殆於應用方面，無充分之價值也．平常因無定變動之存在，循環變動之觀察，有時亦難免不便，故亦有採甚少項數之移動平均法，以修勻之者；是雖足以改變循環變動本身之動幅，然於應用方面，終無大礙也．

特異變動之本身，亦自有其重要性，非若無定變動之爲偶然差誤者可比；其存於剩餘變動之中者，可直接由觀察武斷得之，無須更假乎其他複雜之方法也．惟有一事須注意者，卽於決定長期趨勢，季節變動，甚或配合一理論循環曲線之初，必須將包含是項特異變動之短期間數字，先行捨去，然後再加計算，其結果始獲可靠也．

十六．時間數列之相關

時間數列相關，頗有其特殊之性質．法人 Lucien March 曾採 '相變' (covariation)一詞，以說明各種相關之法則；其後數理統計學家George Darmois 卽主以 '相變'一詞，代替時間數列中 '相關' 一詞(五)之運用．茲因篇幅所限，亦無暇論及矣．

註五 Statistique Mattematique p. 258.

表列與圖示法

鄭堯柈

一. 本講之目的

調查票既已由大量觀察法蒐集在一處後，其次之問題，是為整理所蒐集之材料，以編製統計表、統計圖及各種統計值. 關於各種統計值之探討，已在前數講內講述完畢，本講所討論者，以統計表及統計圖之編製為限.

二. 製 表

1.製表之意義 社會現象之複雜程度與日俱增，故雖將統計材料正確完全查得後，如仍不將其混亂存在之單位，整頓於確定組內並用表形以現出之，則多數人士仍難了解.此種表形，吾人稱之為統計表(statistical tables).

統計表是為輔助認識統計材料上各特質之表式. 能使觀者一覽即能求得所需要之數值.其所以使用統計表者，實因統計上所觀察之結果，皆為數字.如將其數字依甲市之戶數為二十五萬六千八百二十戶，人口為一百十七萬三千一百六十二人；乙縣之戶數為七千六百六十五戶，人口為三萬八千九百五十三人；丙縣之戶數為五萬二千四百零五戶，人口為二十五萬三千八百七十五人；丁縣之戶數為五萬九千零九十二戶，人口為二十七萬八千三百八十二人；戊縣之戶數為一萬二千四百九十五戶，人口為二萬零七百七十七人等式樣以書寫時，對於閱者，非但不能將正整之順序映入目中，且其一市四縣間之戶口相差程度與其數字間

有無錯誤等情，均難以明瞭.現將上項一市四縣之戶口狀況，依下列式樣書寫時，即能一覽而明白其全體狀況. 知甲市嶄然特大，乙縣非常稀少，丙縣與丁縣相差無幾，戊縣之戶數有一萬二千餘戶，而人口只有二萬零七百七十七人，每戶平均人數不到二人，未免太少，其二項數字中必有一方錯誤，現就原有材料檢查結果，知人口之二萬實爲六萬之誤.此等錯誤處在前述式樣書寫內，實難以發見.

	戶數	人口
甲市	256,820	1,173,162
乙縣	7,665	38,953
丙縣	52,405	253,875
丁縣	59,092	278,382
戊縣	12,495	20,777

以上所述，雖爲極簡單一例，但將其數字只依普通記述的方法書寫時，其內容何等混亂糊塗.如能依統計表體裁書寫，則又何等簡單明瞭. 故知欲簡單明瞭以表現國家社會之眞相時，實非使用統計表不可.

2.製表之方法 統計表之格式甚多，其最簡單者爲一個品質上給與各組所屬單位數，或於名義上爲二個以上之品質，但表內各品質間全無關係，只於一方記入各品質之組別，他方給與各組所屬之單位數而已. 此等統計表，實難發見各品質間之關係.例如將甲市戶口調查所得人口上之男女、婚姻、年齡等狀況列爲第一表.

第一表

性別	男	650,780
	女	636,367
婚姻狀態	有配偶	467,529
	未婚	672,034
	鰥寡	100,405
	離婚	17,179
年齡	0—9	285,435
	10—19	279,126
	20—29	215,446
	30—39	166,680
	40—49	143,310
	50—59	94,570
	60—69	67,619
	70—79	29,718
	80—89	5,032
	90—99	304
	100—	7

由此表雖能明瞭甲市人口對於上說各品質之構成狀況，但欲知男女各方之婚姻別或各年齡組別之人口數，為事實所不能，故須加以改正，現約略改之如第二表.

第 二 表

年齡	男				女			
	有配偶	未婚	鰥夫	離婚	有配偶	未婚	寡婦	離婚
0—9	—	144,246	—	—	—	141,189	—	—
10—19	770	141,728	10	49	7,636	128,537	62	334
20—29	40,640	70,694	841	1,307	70,538	27,288	1,577	2,561
30—39	74,120	7,014	2,688	1,925	70,007	3,753	4,744	2,429
40—49	65,089	2,144	4,713	1,790	55,155	1,767	10,373	2,282
50—59	39,263	976	5,743	1,209	28,959	926	16,143	1,351
60—69	22,263	607	7,346	743	13,203	605	22,037	715
70—79	6,397	195	4,509	201	2,743	279	15,161	233
80—89	574	27	875	19	139	54	3,317	27
90—99	23	1	40	—	9	4	223	4
100—	1	—	—	—	—	—	6	—

依第二表雖能知各年齡組別與男女間之婚姻關係，但尚不能稱為完善.例如不要年齡別之婚姻關係，只要男女年齡別人數，或不要年齡別，只要男女總體上之婚姻關係時，視第二表內不能即刻明瞭，非再加以計算不可. 故必須求出男女合併之總數，及男女各方之總數例如第三表.

第三表

年齡	全縣				
	總數	有配偶	未婚	鰥寡	離婚
全縣	1,287,147	497,529	672,034	100,405	17,179
0—9	285,435	—	285,435	—	—
10—19	279,126	8,406	270,265	72	383
20—29	215,446	111,178	97,982	2,418	3,868
30—39	166,680	144,127	10,767	7,432	4,354
40—49	143,310	120,244	3,911	15,083	4,072
50—59	94,570	68,222	1,902	21,886	2,560
60—69	67,519	35,466	1,212	29,383	1,458
70—79	29,718	9,140	474	19,670	434
80—89	5,032	713	81	4,192	46
90—99	304	32	5	263	4
100—	7	1	—	6	—

年齡	男				
	總數	有配偶	未婚	鰥夫	離婚
全縣	650,780	249,140	367,632	26,765	7,243
0—9	144,246	—	144,246	—	—
10—19	142,557	770	141,728	10	49
20—29	113,482	40,640	70,694	841	1,307
30—39	85,747	74,120	7,014	2,688	1,925
40—49	73,736	65,089	2,144	4,713	1,790
50—59	47,191	39,263	976	5,743	1,209
60—69	30,959	22,263	607	7,346	743
70—79	11,302	6,397	195	4,509	201
80—89	1,495	574	27	875	19
90—99	64	23	1	40	—
100—	1	1	—	—	—

年齡	女				
	總數	有配偶	未婚	寡婦	離婚
全縣	636,367	248,389	304,402	73,640	9,936
0—9	141,189	—	141,189	—	—
10—19	136,569	7,636	128,537	62	334
20—29	101,964	70,538	27,288	1,577	2,561
30—39	80,933	70,007	3,753	4,744	2,429
40—49	69,574	55,155	1,767	10,370	2,282
50—59	47,379	28,959	926	16,143	1,351
60—69	36,560	13,203	605	22,037	715
70—79	18,416	2,743	279	15,161	233
80—89	3,537	139	54	3,317	27
90—99	240	9	4	223	4
100—	6	—	—	6	—

3.製表上所宜考慮諸點

(1)表題(title)及組別名稱，均宜求其簡單，並須能明示統計表之內容.

(2)記載表頭處宜給與相當之寬廣.

(3)表頭與記入數字之表身相隔處，宜引以最粗之直線'━━'.二種以上之品質相並且由此再行分類時，其品質間宜引以二重細線'══'.其餘各項品質之細分處，宜引以細直線'──'.

(4)表之外側在近來統計報告書上，漸趨於不劃直線，但在手製之統計表上，仍多使用粗細合成之二重線'══'及其他各種粗細線以包圍之.

(5)合計總計等之位置須置在第一行內.蓋因統計表上之總計，其目的並非是算術上之合計，實用以表示總體之狀態，故必須將此放在最易注目之第一行內.但當此時應將總計合計等名稱，改爲總數或其他表示全體意義之文字.

(6)統計表上對於橫線以少畫爲宜，故爲努力統計表上數字顯現起見，特每五行空一行，使易定各種數字之所屬.

(7)在橫的品質數衆多時，在表上甚難求得其屬於同組之數字，故須於表之左右兩側記入分類組別，名稱，或附以順序之號碼.

(8)表章之體裁，依使中國數字與阿剌伯數字而不同，用中國數字縱書時，普通將分類組別置於右側及上部，用阿剌伯數字時則置於左側及上部.

(9)數字記入上諸要點:

(a)明示小數點與數位.

(α)'·'是爲小數點，例如 135.5.

(β)','及'、'是用於數位，例如 12,345.5 .對此數位，吾國古

法是每四位取一點，但在今日大多數是用每三位取一點，以求與各國一致.

(b)小數點下之位數.

整數有二位以上時，其小數點下之位數有一位已足．如整數只有一位時，其小數點下之位數須有二位以上.

(c)數字書寫上之注意：

(α)數位須排列淸楚，字須正寫.

(β)雖爲同一數字而行欄不同時，須全部重寫，切忌寫‘仝’或‘,,’等字樣.

(γ)各欄內數字之前方均須有一行之空白處．例如 |123456789| 之連續相並，實使閱者不能一目瞭然.

(δ)用中國數字是用一二三四……等字而不用壹貳叄肆……等字；用中國數字直書時，一一與二，一二與三，二二與一三等字，最易看錯，故於書寫時，應特別注意.

(10)對於表之頁數，須預先決定其能不能合成爲一頁或分割爲數頁.

(11)對於表內之記入數字須預先決定其是否記入實際上之數字(絕對數)或比例數.

(12)應依適宜程度以整理欄內之數目，遇必要時，得設立‘其他’‘雜’及‘不詳’等項目.

(13)調查時期與區域必須明示於表之外側.

(14)各欄及各行內所記入數字，爲便於認識起見，應使總數一項數字比普通各項數字爲大，若有數種總數時，其合計之總數應比計之總數印刷字碼須大一號，總計之總數應比合計之總數，須再大一號，餘類推.

(15)表題之排列，須以表側之所在處爲起點，而定其順序.

(16)記入工作完了後，必須檢查一次，對此檢查方法是先計算各欄及各行所記入各項數字之和，是否與原有各數字之和相符合，而後再計算各欄數字之和之總計是否與各行數字和之總計相符合，若不合時，則各欄或各行中必有一方錯誤（本段詳情請參照拙著統計學內製表一章）

三. 整　理

1.整理之意義　分類與表式決定後，其次之工作則爲整理調查票以求塡入之數字.對此工作約可分爲以下二段:

(1)遠心工作　依所定之時間、空間與事實三項標準，以分撰各觀察單位.例如將全國人口之各年齡別逐次分撰，以求各年齡別人口數.

(2)求心工作　於已分撰之各觀察單位中，擇其屬於一定標準以內者使集合爲一起.例如將上例各年齡別人口，依五歲或十歲年齡組別集合在一起.

此二段工作總稱之爲整理事務.欲迅速完成此等事務時，則有設立工作進行表之必要.

2.整理之方法　工作進行表之使用方法，是先由下列各種整理方法將統計材料內所有各種情形，變爲數字或其他之符號，以記入於工作進行表內，再由此工作進行表求得各組所屬數目，而後始將此等數目依次移入於統計表內，使成爲完善之統計表.由此知工作進行表，實爲由統計資料以作成統計表間之媒介物，但在移動數目至統計表上以前，須在工作進行表上核算縱橫二方面之總和是否符合，以檢查數字之有無錯誤.

至實地整理方法，約可分爲以下三種:

(1)劃線法(tick system),

(2)數票法(card system),

(3)機器法(mechanic system).

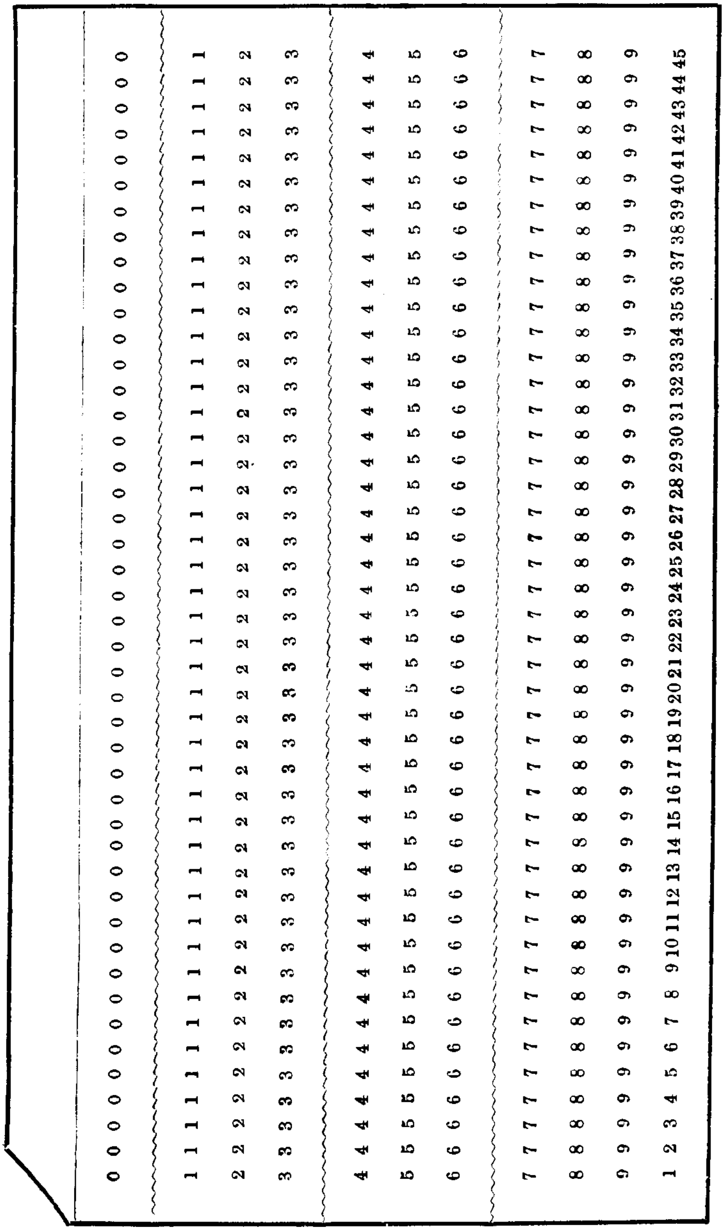
茲依次說明如下:

(1)劃線法　本法在觀察單位不能各別分離,及材料不甚衆多時,得常常利用之.其方法是先在調查票內所有各觀察事項上,施以特殊符號,而後吾人觀察此符號之數目,用'正','⧅','卌'或'⁙'等特殊符號記入於工作進行表內,如第四表內情形然,本法雖甚簡單,但於調查事項複雜時,常生劃線上之錯誤.又當調查票多數時,爲記入此等多數同一符號起見,工作進行表內須有廣大之空欄.且在工作半途中無檢查之可能,遇最後核算總數不符時,非從頭再舉行劃線一次不可.

第四表

年齡	人數	
	符號	計
總數		87
23	正正丅	12
24	正正正下	18
25	正正正正止	24
26	正正正丅	17
27	正止	9
28	正丅	7

(2)數票法　先將每一觀察單位及其品質,由列記式調查票以移至一頁小票上(在單記票時卽以其調查票當作爲小票),而後用徒手分撰小票內之品質相一致或在一定組內者歸爲一起後,再用手計數其小票卽能求得各品質之數目,並再將此數目塡入於工作進行表內,如是,卽完成整理之主要工作.本方法能將複雜之分類依次進行,但遇分類組別多數時,只在平面桌上實覺面積太小,且易於混亂.故爲增高分類能力及防止混亂起見,使用一種分類箱.



第一圖 用以穿孔之卡片(The tabulating card)

(3)機器法　將列記式調查票上各單位之品質，先用數字符號定其號碼而後用各種穿孔機(key punch)，依其號碼穿孔於特種卡片（tabulating card)上(第一圖)，每一單位用一張卡片，依卡片上孔穴之所在，卽能明瞭其品質狀況，將多數已完結穿孔工作後之卡片合爲一起，放入電動分類箱（sorting machine）之一方箱內，再加薄鐵板於其上，並同時將其欲分類之孔穴所屬項目，對準穿孔針，而後開始運動機器，卽能將各卡片依次分類，同時其分類之結果，亦能在左邊之數字紀錄盤上表現出來，吾人只將此紀錄盤上之數字，記入於工作進行表內卽已完成整理工作．其機器之分類速度，每分鐘約330張，其工作能力實數倍於人工，故本法爲現代各國大規模調查時所樂用．

機器法內除上述各種機器外，尙有依分類之進行同時印刷其數字及其合計數之一種印刷製表機(automatic printing tabulator)，爲工資統計上之必需品．

四．統計圖

1.統計圖之意義　將觀察之結果，除作成統計表外，尙須描畫統計圖(statistical figure, or chart)，使觀者一見卽能明瞭其現象之狀態，及其相互間之因果關係．

統計圖是由點之多少，線之長短，面積與體積之大小，色彩之暗淡及曲線之傾斜角度等，以圖示由統計方法所得之數值．其功效有下列數種：

(1)世人對於數字多不慣熟，甚至看到數字卽感覺頭痛者亦有之．但統計表完全是數字之排列，依此除少數有特殊研究者外，類多索然無味，功效甚少．茲爲謀統計之民衆化與發揮統計之功效計，特將統計表內所具備之材料，圖示於紙面上，先依色彩之暗階，繪線之縱橫，引起閱

者之興趣，而後繁冗之數字，始能印入於腦海中.

(2)能將緊要之事實，圖示於紙面上，使讀者一見即能明白其大小高低之差，依此其大概情形亦能一見明瞭.

(3)能捕捉事實之真相，考察推移之狀況，在並記數種事實時，能探求相互間之因果關係.

(4)依統計地圖得能察知事象之依地理的變遷狀況.

近來吾國統計事業，日趨發達，因此統計圖之製作，亦日益增加，惜各種圖示，尚多漠然難解者，不能給閱者以明晰之印象. 其故實由於製圖者尚未十分了解統計圖之製作原理也. 現將其製作原理逐次分類說明.

2.一般統計圖 其作成之方法，是將統計表上所屬之事實，依排列順序用圖形以表示之. 本法對於統計之說明與理解上，既有極多之利益，而對於統計之民衆化上，尤有巨大之貢獻. 其圖形對於表示之事實上，雖不能附加以新鮮之意義，但能將原有之統計意義，明白表現於紙面上，使閱者一見即能理解一切. 至其圖形則可依目的之不同，分為以下二種:

(1)只表示統計數值之統計圖，稱為統計狀態圖 (pictogram).

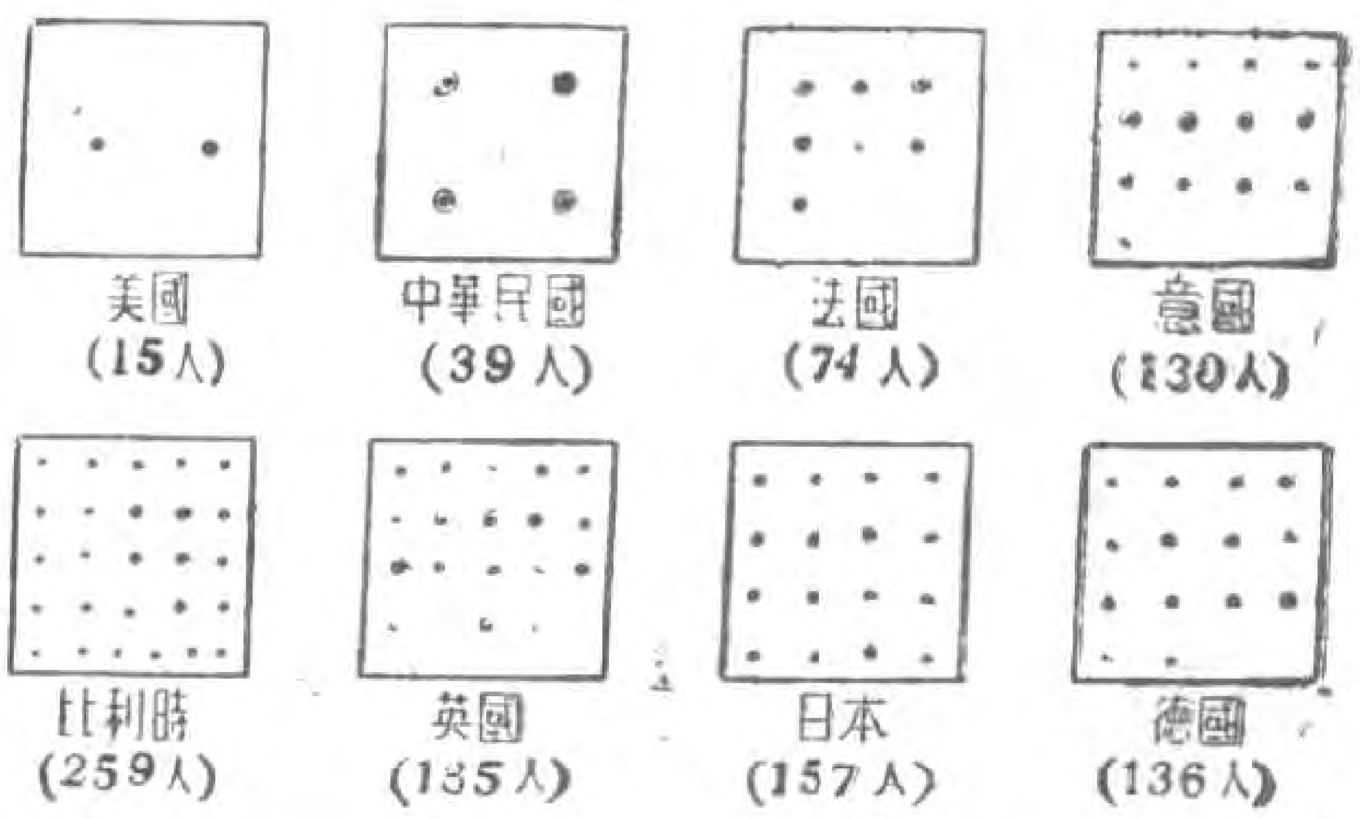
(2)表示統計數值與地域分布關係之統計圖，稱為統計地圖 (cartogram, or statistical map).

上述統計數值非祇實數而已，各種比例與平均值亦包含在內. 至統計狀態圖普通又分為點圖、長條圖、面積圖、體積圖及繪畫圖等五種. 茲與統計地圖一併依次說明.

A. 點 圖

將欲比較各數值之幾單位作為一點，依點之多少以比較各種所持數值. 當比較各國人口密度時，以本法為最妙. 例如第二圖為中、英、美、

意、法、德、日、比等八國在 1926 年之每一平方公里人口密度狀況. 其作成方法，是在同一面積之正方形內，取每十人爲一圓點，以記入該國人口密度所當點數. 考察各正方形內點之疏密狀況，卽能比較各國之人口密度，依圖知比利時之人口密度爲最大.



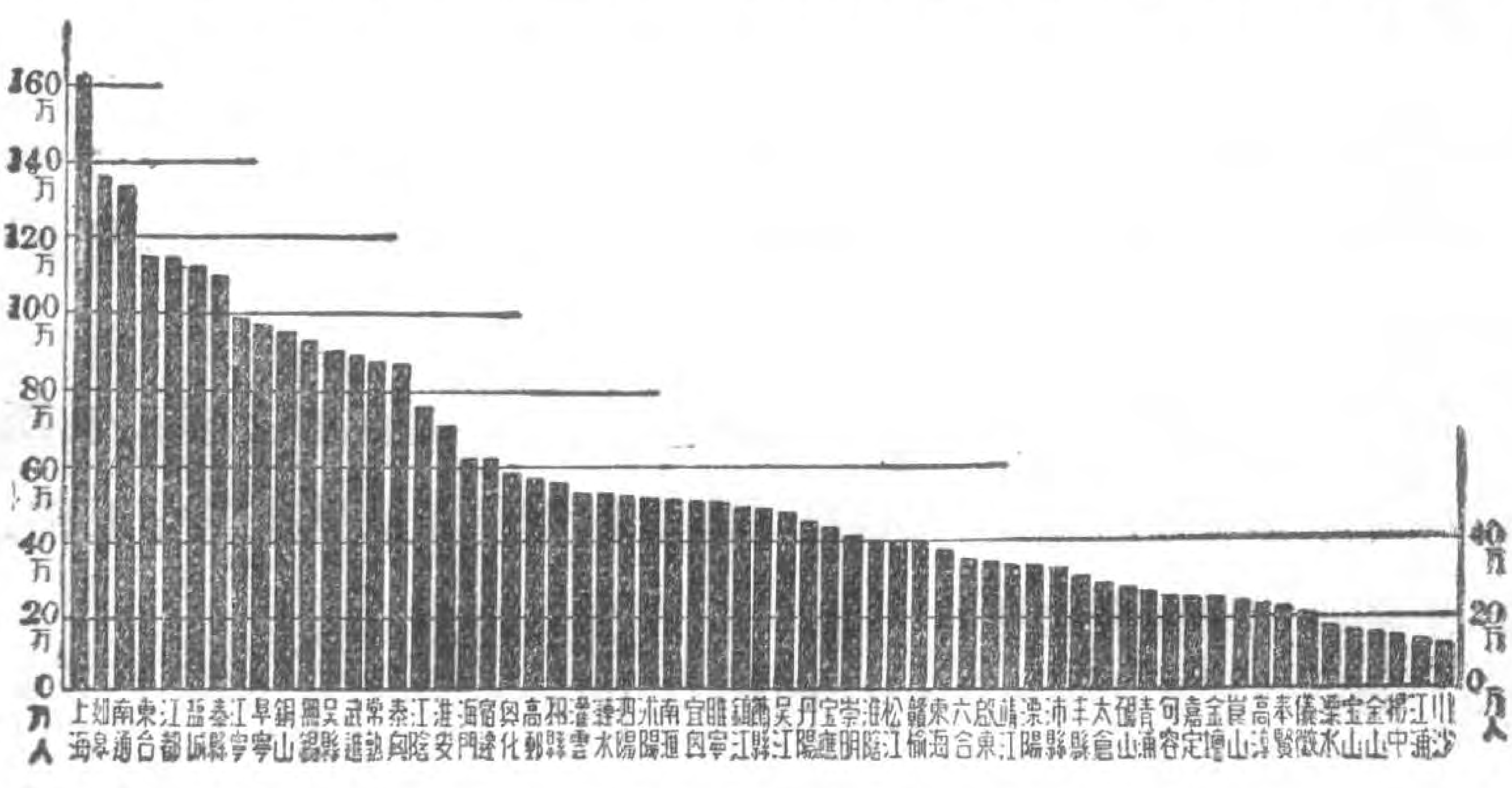
第二圖　一九二六年各國人口密度比較狀況

(每平方公里)

點圖與地圖相連結時，頗能顯其效果. 例如工商業之人，欲觀察自己商品之販賣分布狀況，特將其所交易商店每數鋪爲一圓點，畫入地圖上後，卽能明瞭自己商權所及範圍，並得由此以定今後尙欲擴張營業之區域. 將點圖用之於地圖一事，是屬統計地圖，待以後在統計地圖內，再詳細說明.

B. 長條圖

將欲比較之數值，用長條之長短度以表示之. 此長條普通是縱畫，



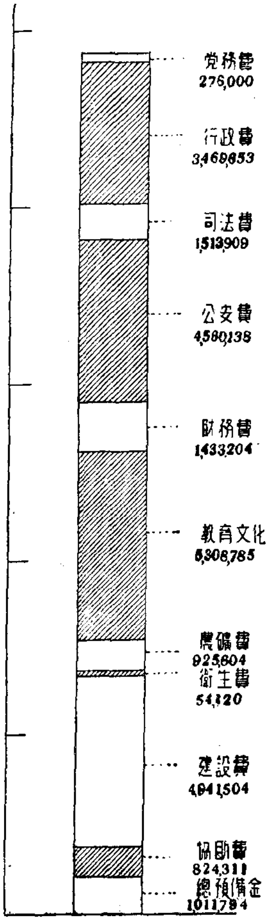
第三圖　相異主體間比較之長條圖

江蘇省各縣人口(民國十七年)

故或稱之爲柱狀圖 (histogram). 長條圖可分爲相異主體間之比較，及同一主體之量的內部構成狀況比較二種.

第三圖爲相異主體間互相比較之長條圖，其各縣相互間完全無關，只各自取其人數之相當長條於所當位置上，依其長條之長短，以比較各縣人口之多少. 依圖知江蘇省各縣人口以上海爲最多(連上海市在內)，川沙爲最少.

第四圖爲在同一主體間表示其內部構成狀況之長條圖，是在一根長條上，用顏色及其他種種分別方法，以表示其構成部分之比例. 本圖長條之全長，爲江蘇省民國十九年度地方歲出經臨預算全數，其各部支出費用，依其數目之多少，取相當長度於此全數之長條上，依其所占地位之多少，卽知江蘇省各部支出費所占全預算之比例情形，依圖知教育文化費爲最多，衞生費爲最少.



第四圖 表示內部構成比例之長條圖

(江蘇省地方十九年度歲出經臨預算細則)

長條圖爲統計圖內之主要部分，現將其繪畫時之注意點，列舉如次:

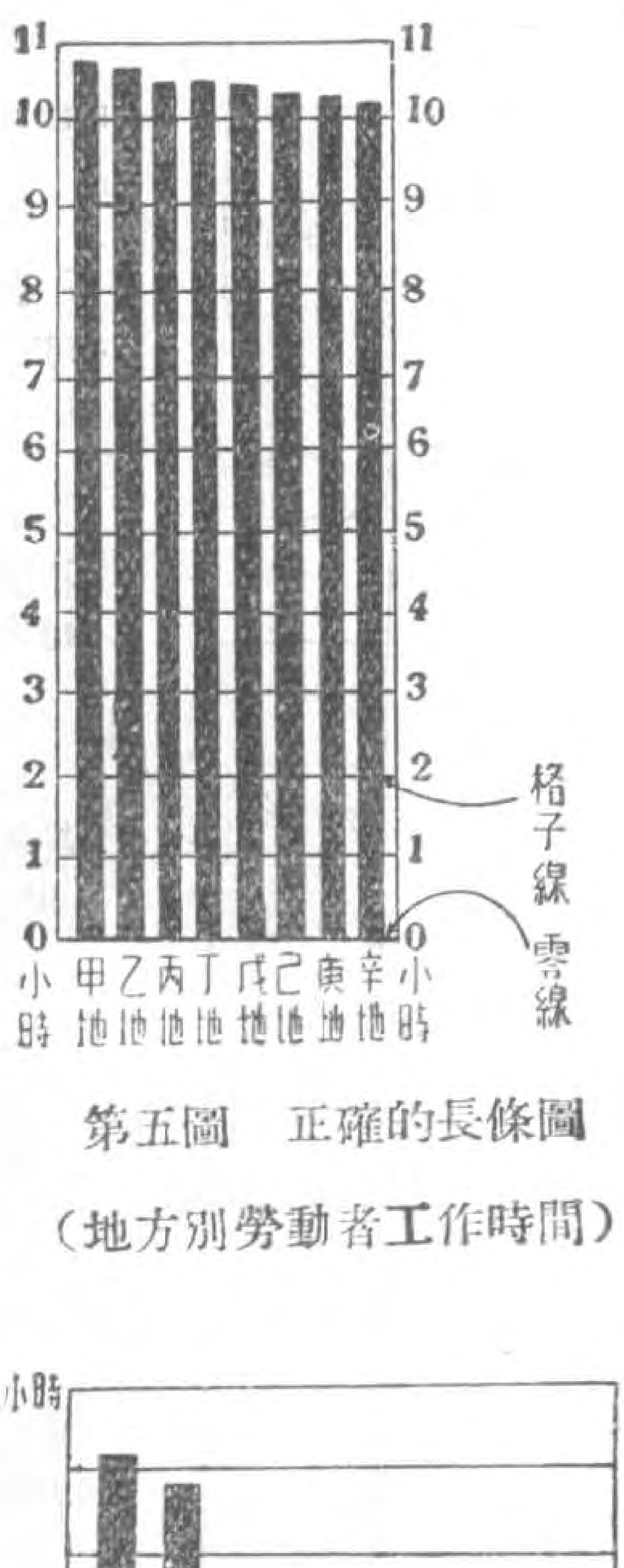
(1)關於零線:

(a)零線非劃不可，如第五圖箭頭所指之處. 至第六圖因其不劃零線，以致圖上辛地之代表條長不及甲之三分之一，一若辛地之工作時間不及甲地之三分之一然，但其實際情形 (參照第五圖) 二

者相差實甚微,故知不劃零線時實易起巨大之錯誤.

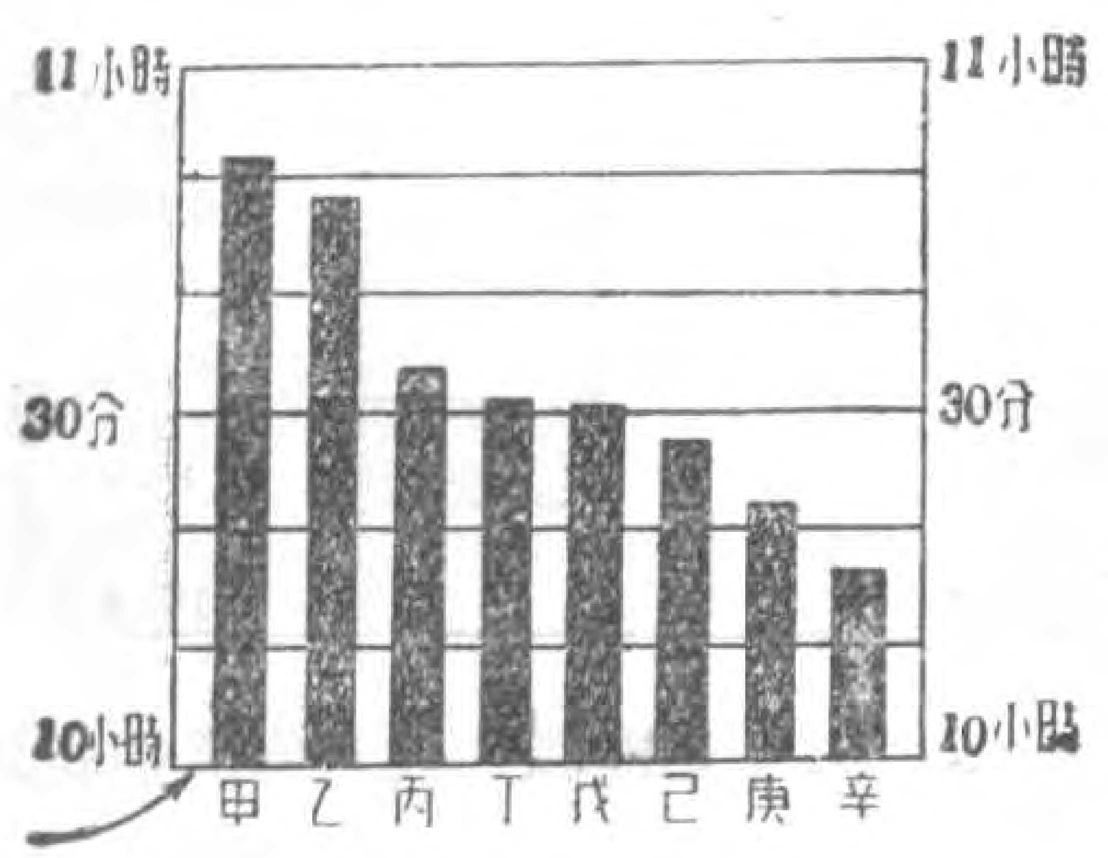
(b)零線須較其他格子線（如第五圖）爲粗.若遇百分比較時,其100%線亦須劃粗線(如第九圖),以其亦可爲零線故也.

(c)爲紙面經濟起見,在圖之中間可用裂紙形以省略一部分(如第七圖),或不劃零線而只將下端零線處之直線變爲裂紙形，將長條之上部移至零線附近(如第八圖).



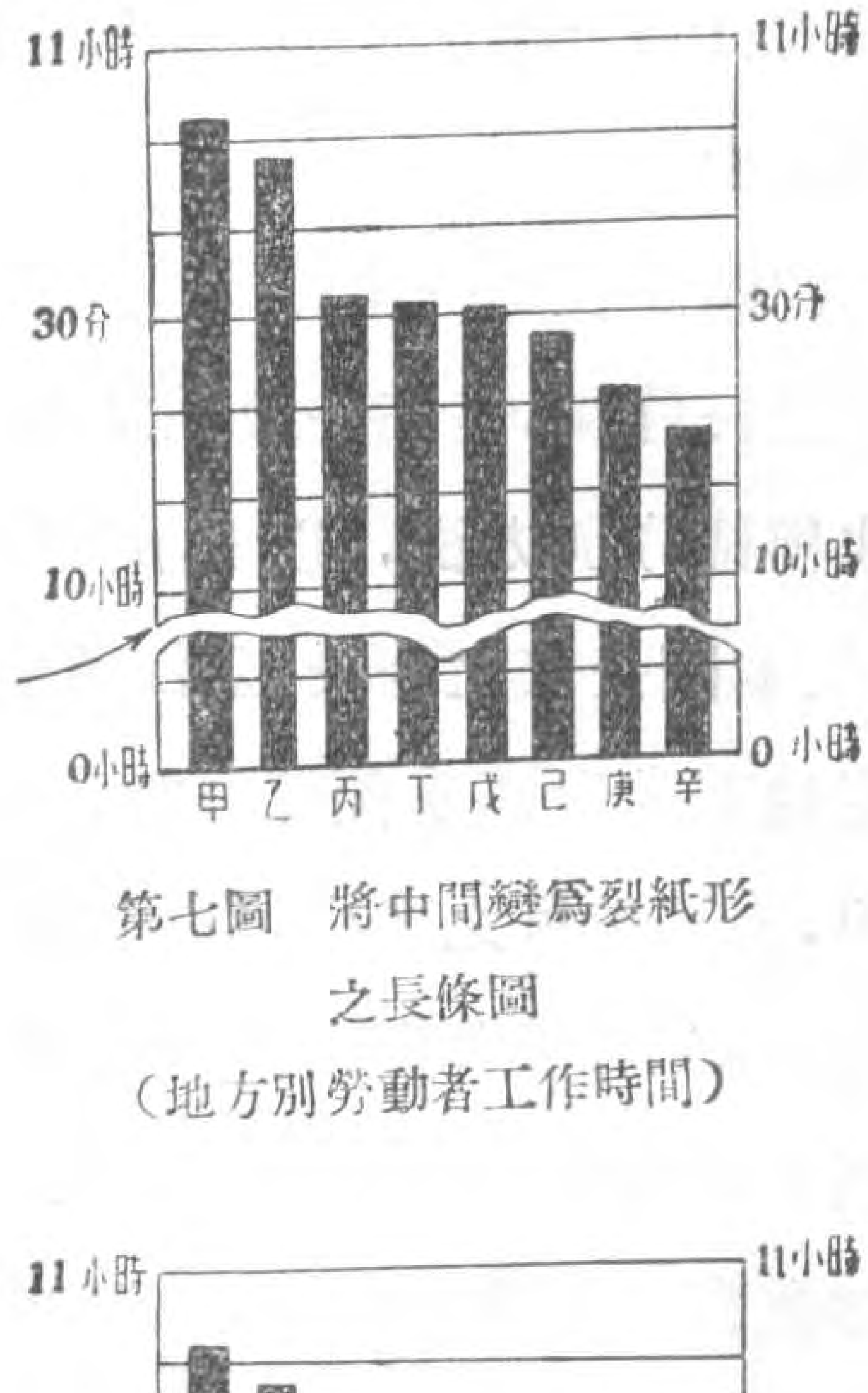
第五圖　正確的長條圖

（地方別勞動者工作時間）



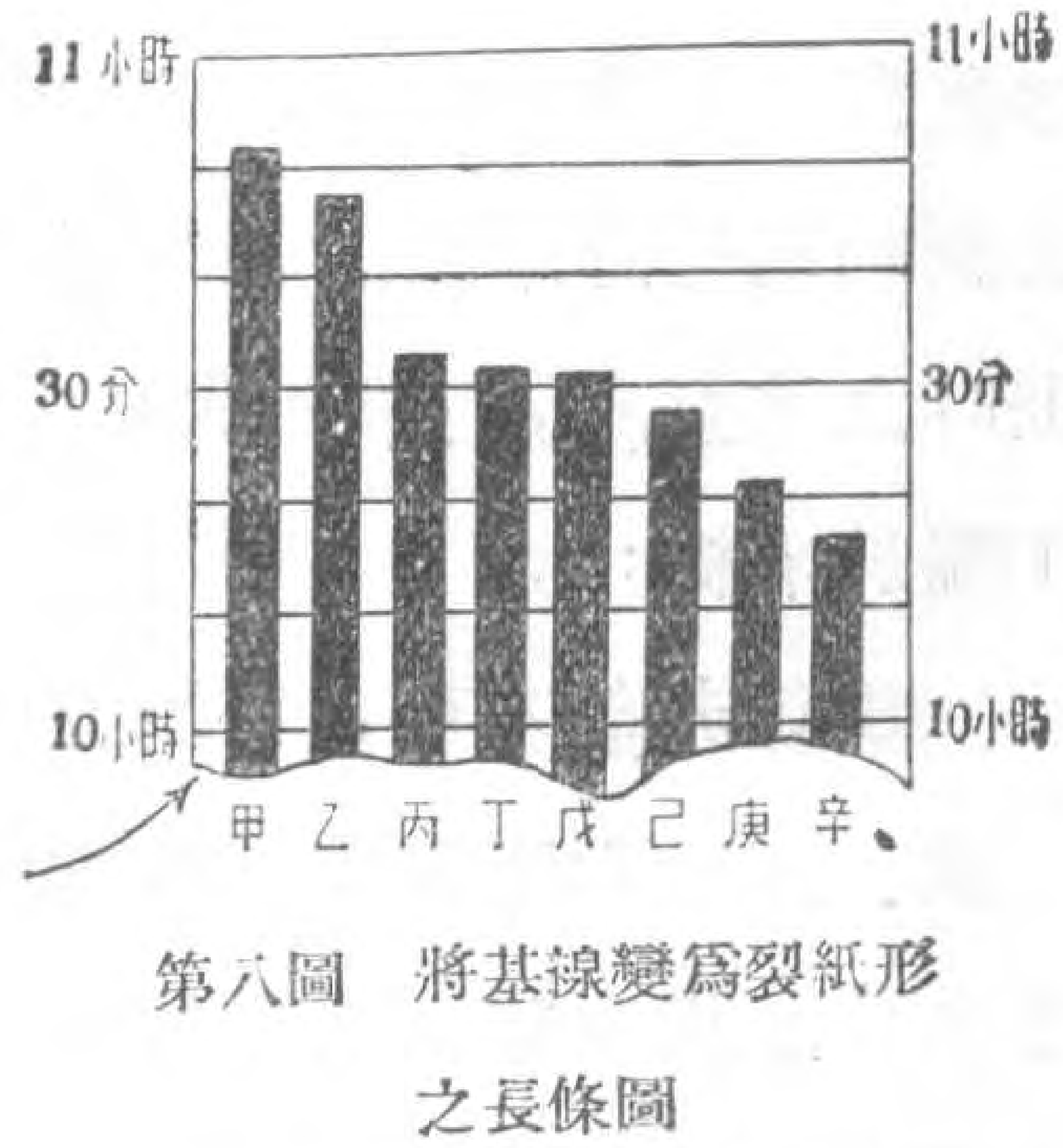
第六圖　不正確之長條圖

（地方別勞動者工作時間）



第七圖　將中間變爲裂紙形之長條圖

（地方別勞動者工作時間）



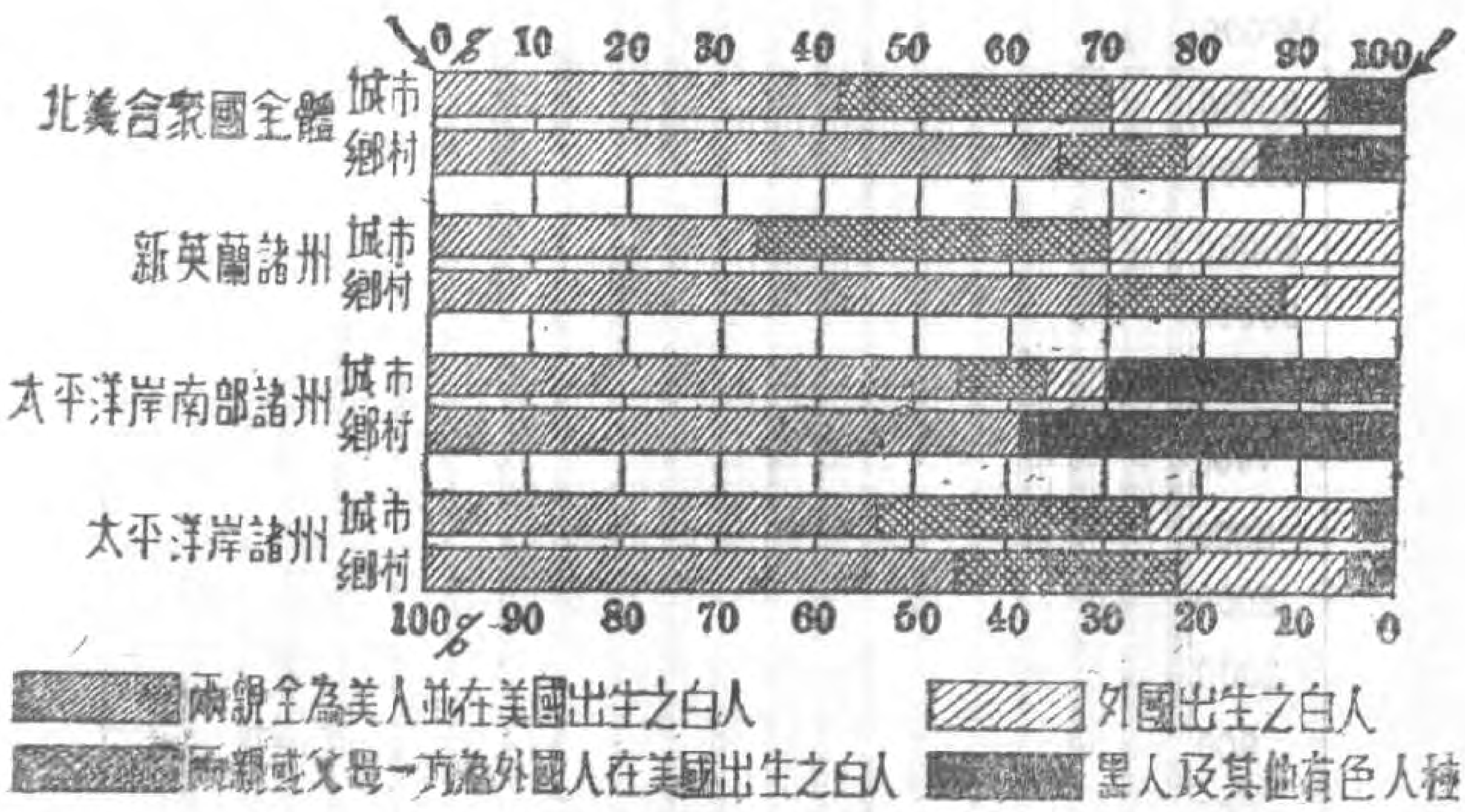
第八圖　將基線變爲裂紙形之長條圖

（地方別勞動者工作時間）

(2)關於格子：

(a)各格間之距離均須相等，切不可有上下不同之事.

(b)各等幅格子之所代表數值，亦須相等，切不可爲省略起見，用不同數值以塡入各格．如第九圖其千人以下每一格之代表人數爲百



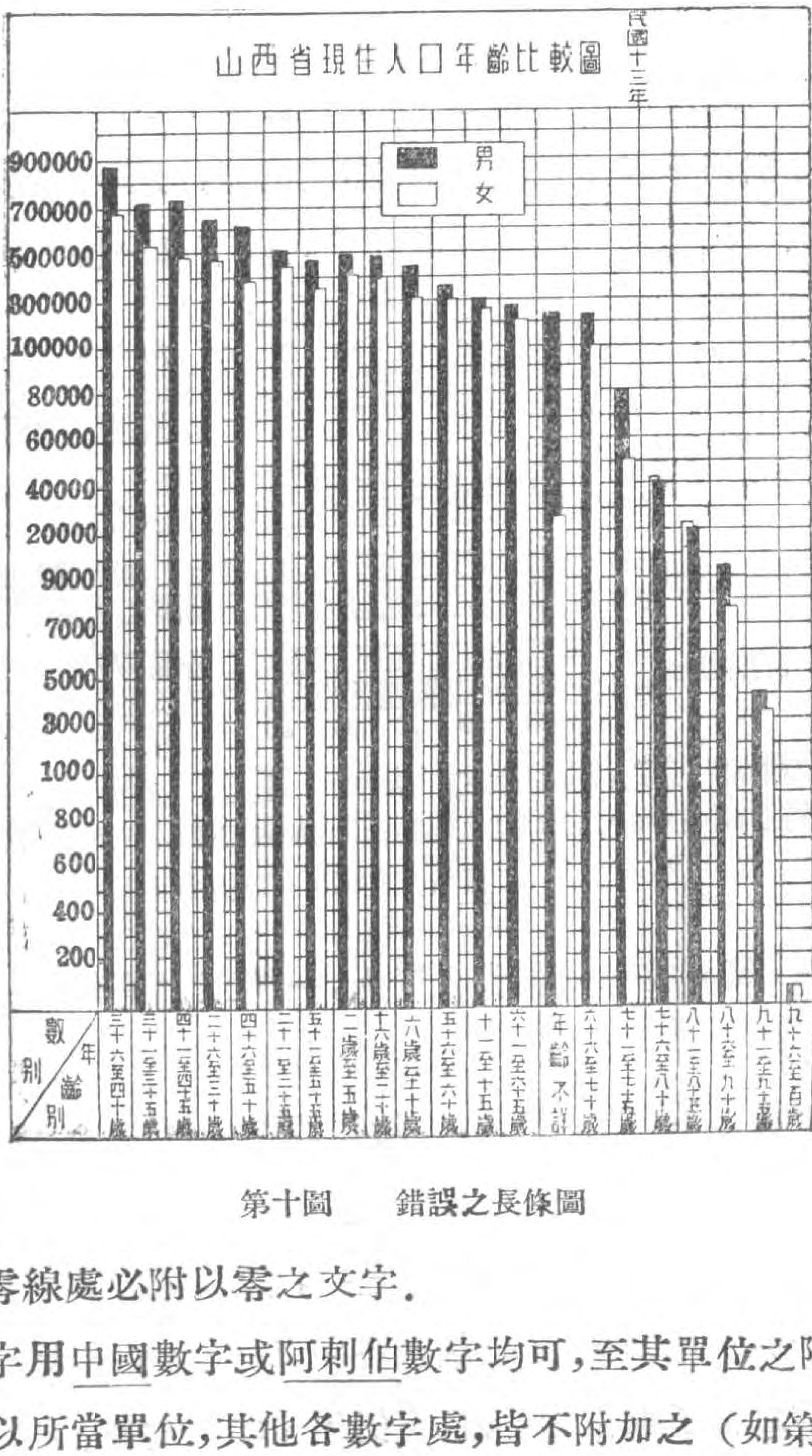
第九圖　美國城市與鄉村人口構成狀況

人，千人至一萬人處每一格代表千人，一萬至十萬處每一格代表萬人，十萬至九十萬處每一格代表十萬，其同幅各格代表人數，依地方而不同，因此 91 歲至 95 歲之老人，只就長條之長短以觀察時，幾占 36 歲至 40 歲所有人數之三分之一，但考察其實數時則 91 歲至 95 歲之老人，只有 36 歲至 40 歲者之二百分之一，錯誤處實甚明瞭.

(c)格子線不可太細．若因細別各組，以致格子線太多時，可將附有'0'數字之格子線稍爲放粗，但仍須比零線爲細.

(d)若在格子線上附以數字時，須兩端皆附加之．若遇百分比較時，其兩端百分比以相反記入爲妙(如第九圖).

(e)格子上數字不必全部附加，只將其有○之整數 (round number) 記入可也．例如只記入 10 萬、20萬等數字，而不記入 11萬、12萬、13萬、........



第十圖　　錯誤之長條圖

(f)於零線處必附以零之文字.

(g)數字用中國數字或阿剌伯數字均可,至其單位之附加,則祇在零線處附以所當單位,其他各數字處,皆不附加之（如第五圖之只附加小時二字於零線處).

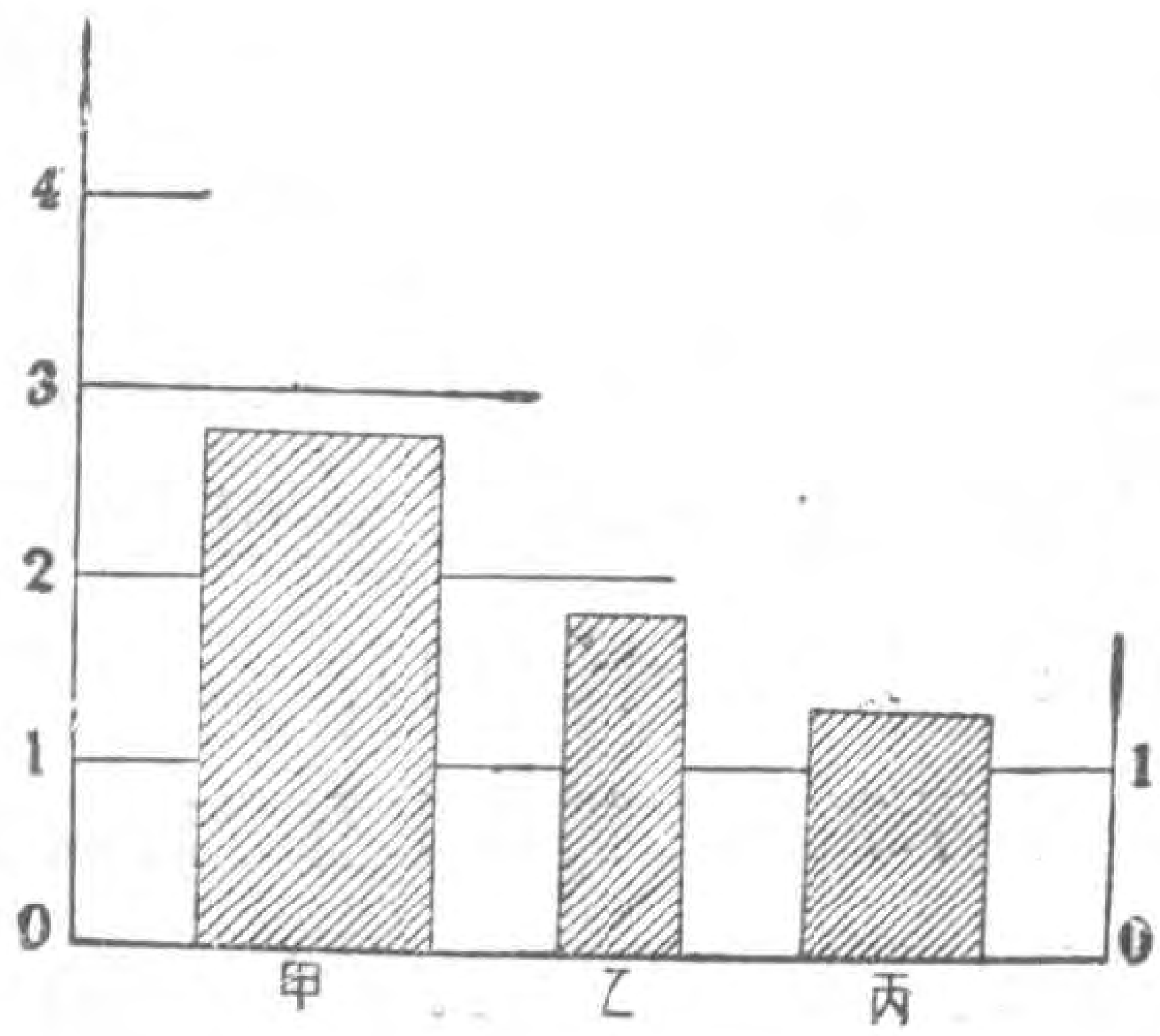
(3)關於條狀:

(a)長條之幅度,須彼此相等,切不可如第十一圖之甲乙丙三長條之幅度,彼此不相等.

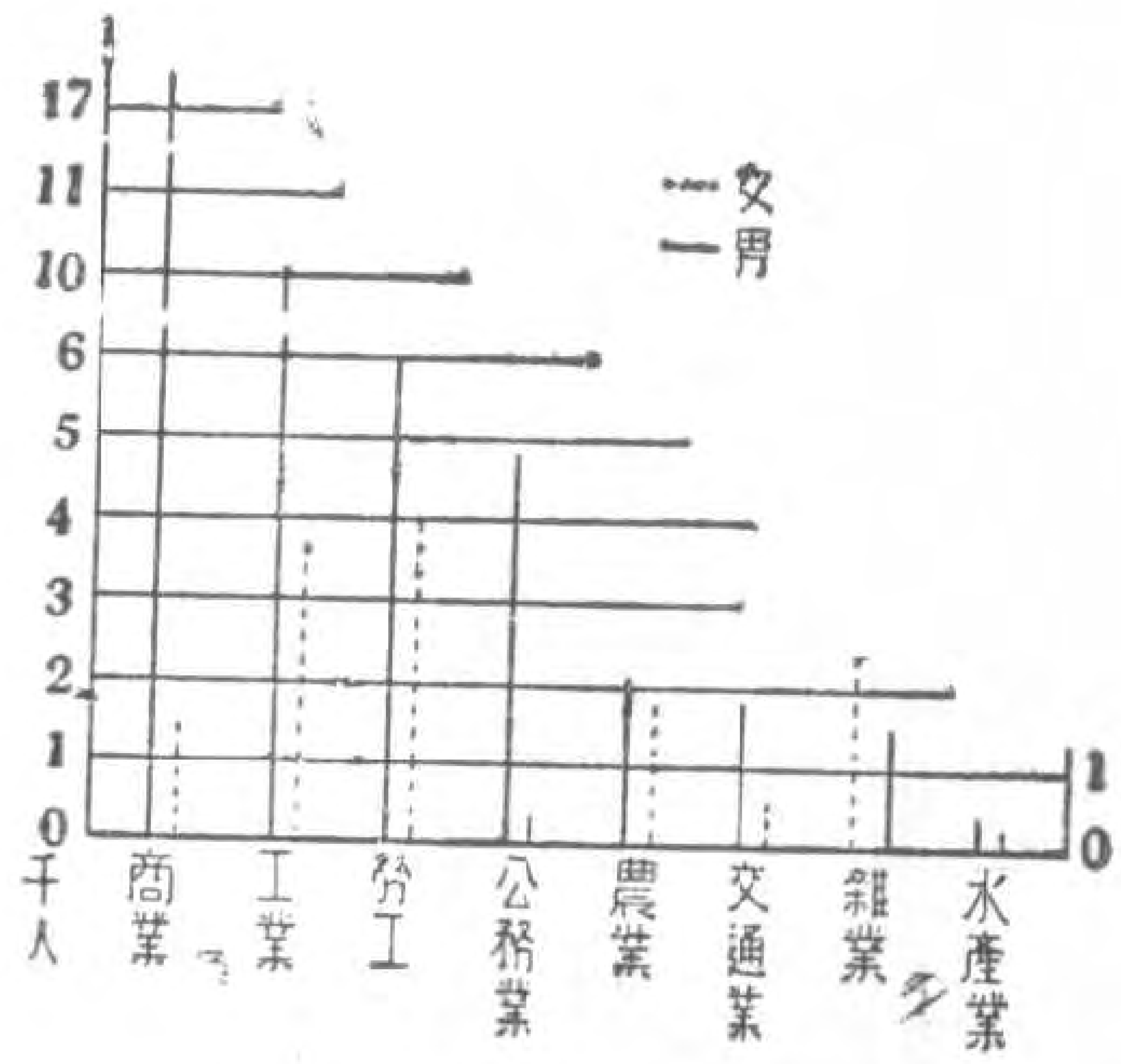
(b)長條之幅度太細時,圖上未免太空(如第十三圖),故必須給與

相當之粗度(如第十二圖),既較爲雅觀,又便於比較。

(c)長條之上下,須同一大小,如筍狀等形切不可用,因其當比較時,有迷目之虞也。如第十四圖爲筍狀之長條圖,其尖端既難以劃成,且相互間又難以比較。



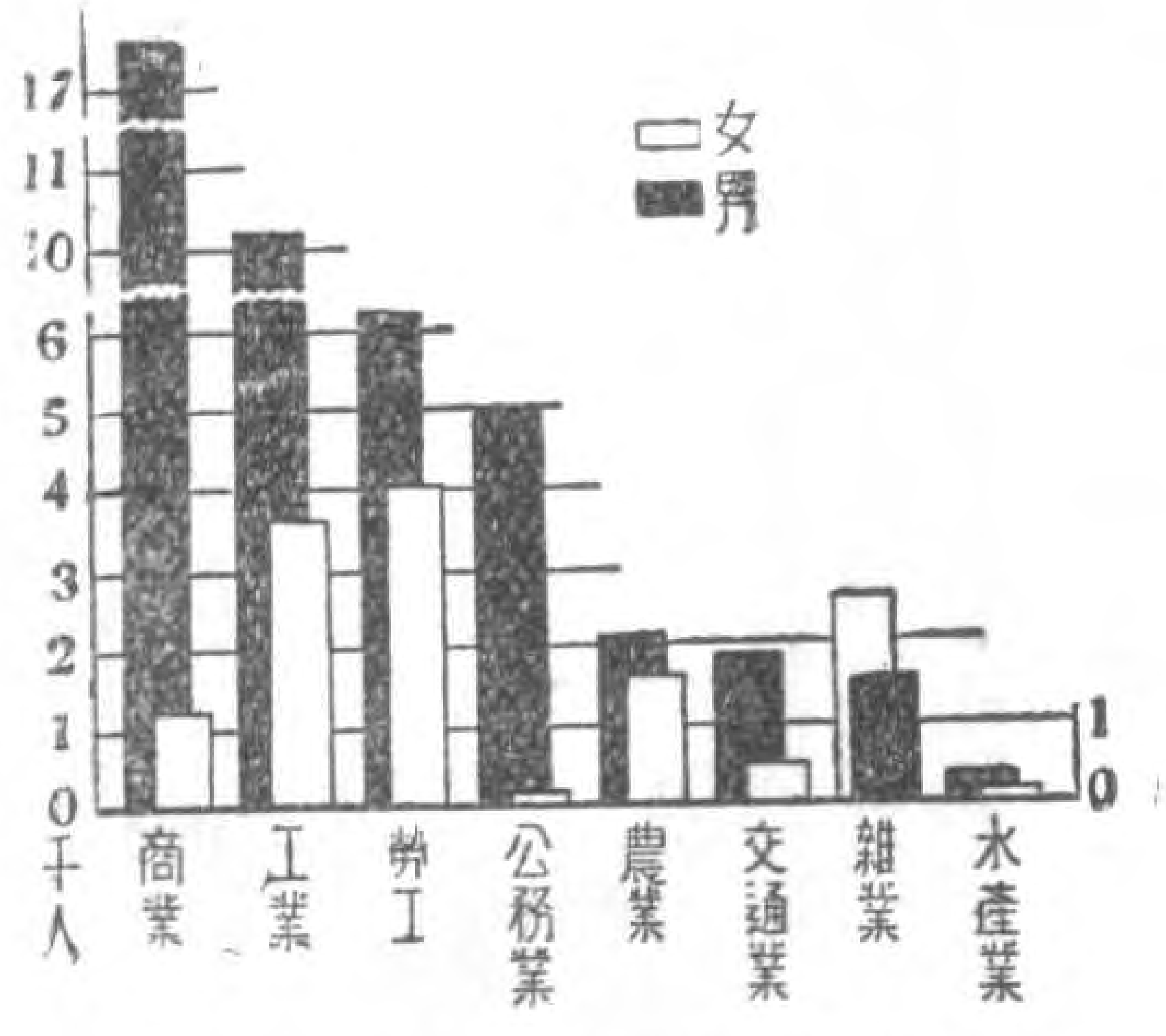
第 十 一 圖



第十三圖 太細之長條圖

江蘇省會職業別人口

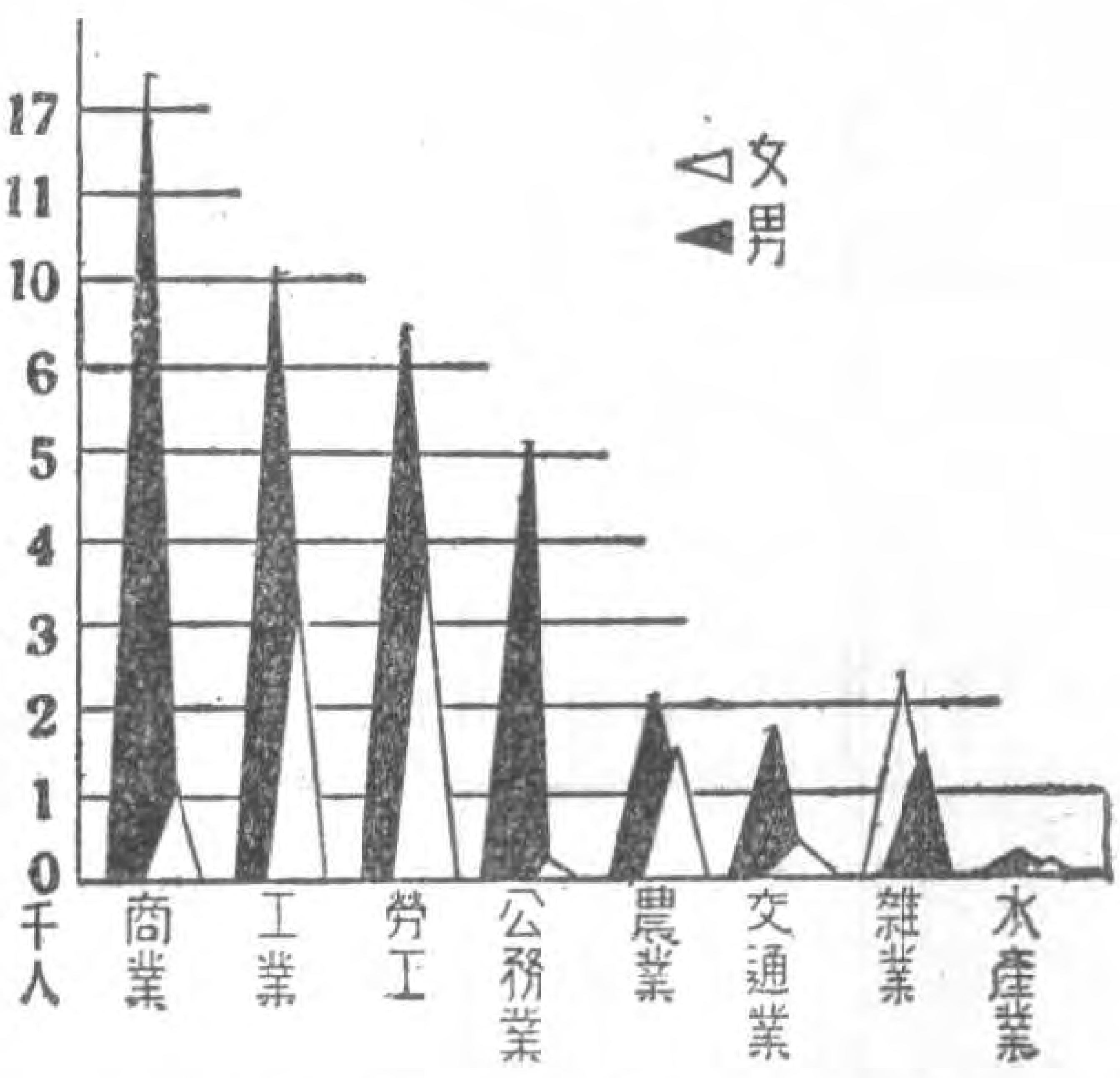
(民國十九年末)



第十二圖 適宜之長條圖

江蘇省會職業別人口

(民國十九年末)



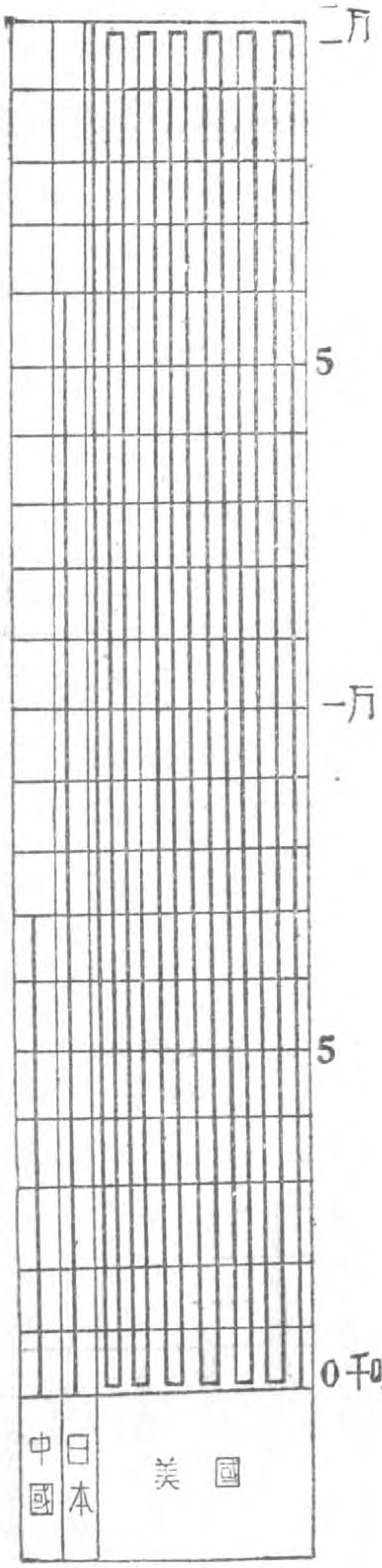
第十四圖 形狀不好之長條圖

江蘇省會職業別人口

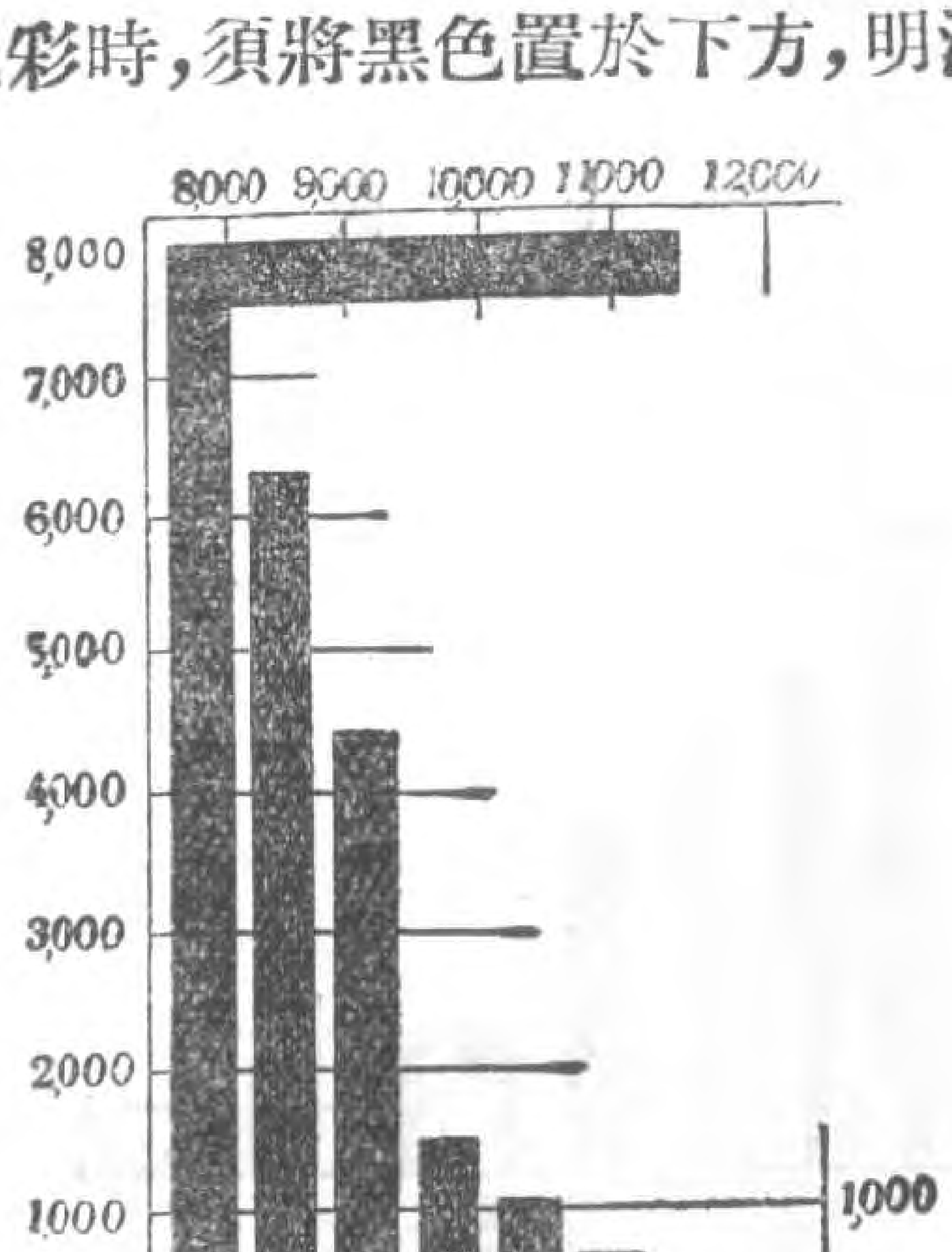
(民國十九年末)

(d)圖內有一部分長條太長，不能在圖上全部容納時，得增加其關於同主體之條數（如第十五圖爲中、美、日三國鐵路長度比較，美國路程較之中日兩國多至數十倍，故特定二萬哩爲一條，以增加美國所當長條數，但當此時其二條間連接處之橫條長，不算入在內）. 若相差不十分長大時，得折曲其長條(如第十六圖)，或用裂紙形切斷其長條(如第十二圖).

(e)表示數值之構成上有分別長條之色彩時，須將黑色置於下方，明淡色



第十五圖　中美日鐵路哩數比較(一九二八年)



第十六圖　江蘇全省違警罪發生件數類形情別(民國十八年)

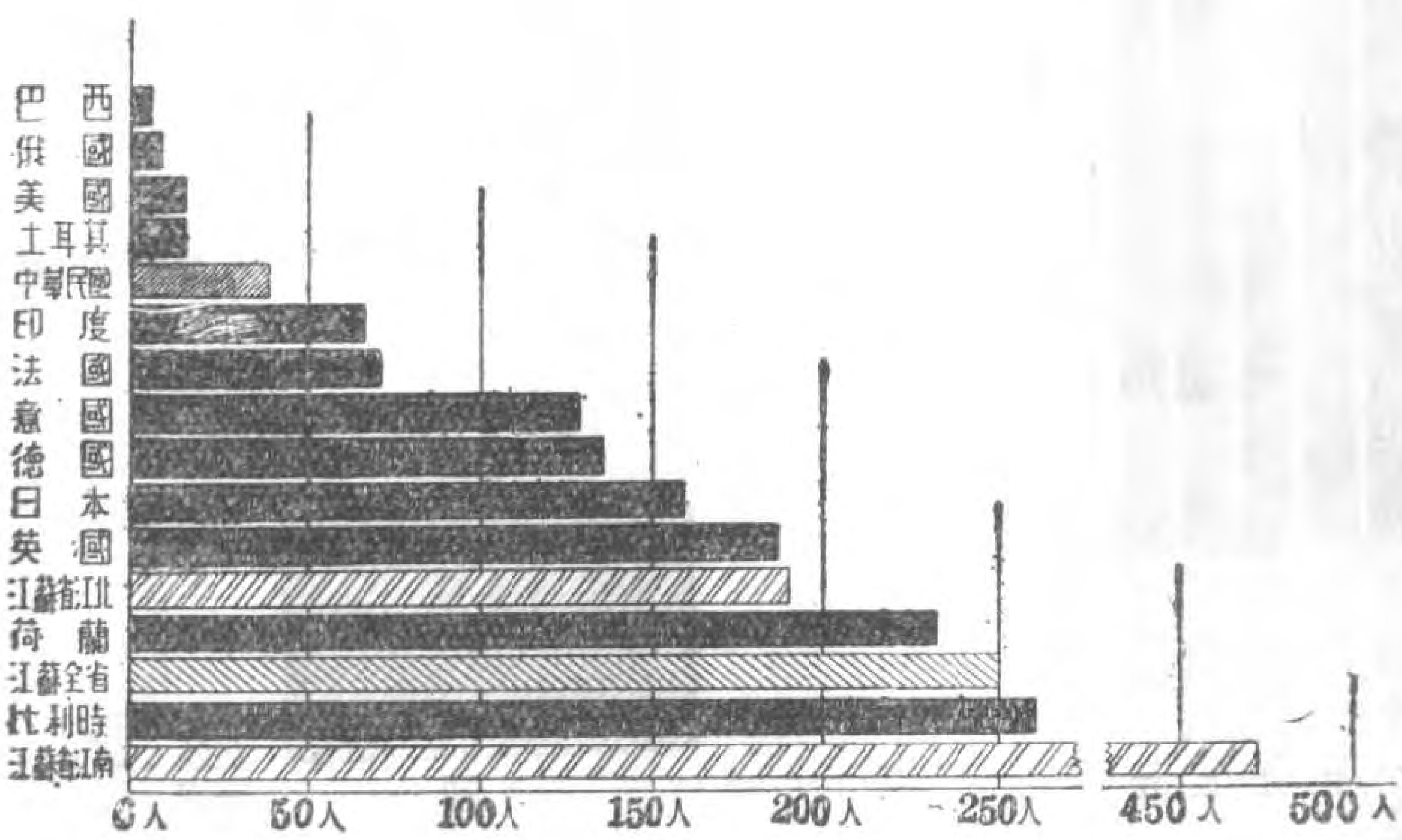
放在上方，使給與閱者以安定之概念.

(f)遇色別時，應將色之區別明示於圖表上適宜處(如第九圖).

(g)長條之排列，除已有特定排列外，以依長短之次序爲是（如第三圖).但遇年份比較時，以依年份次序爲是(如第十八圖).

(h)將長條橫置時，除已有特定排列者外，以長者放在下方較爲安定(如第十七圖).但歐美各國之統計書上，多以長者放在上方.

(i)一欄內放二個以上之長條時，則將較短者之一部分嵌入長的長條內(如第十二圖).



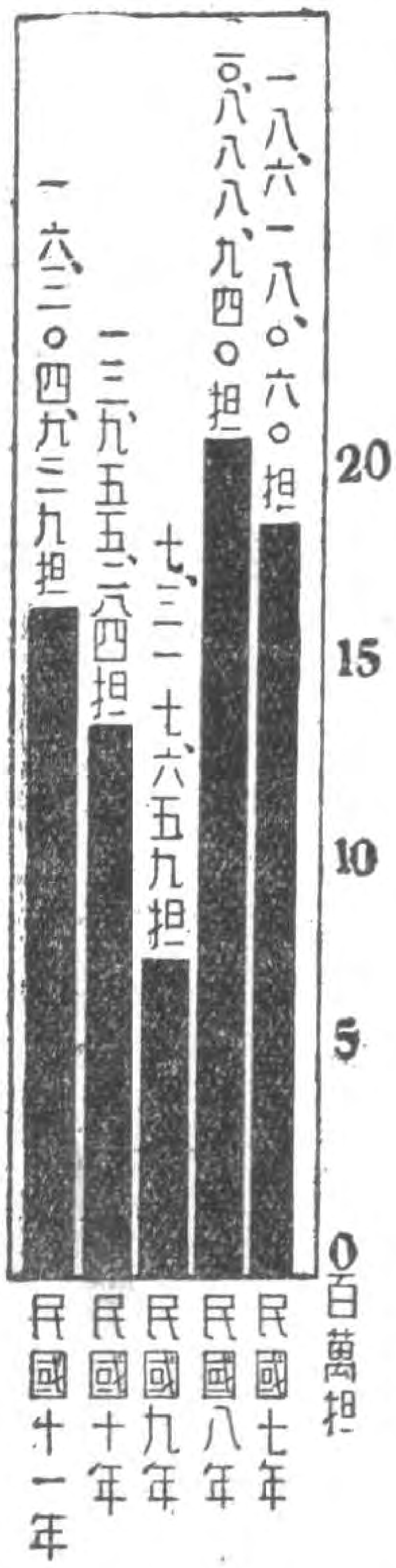
第十七圖　江蘇省與世界主要各國人口密度比較圖

(每方公里平均人口)(一九二六年)

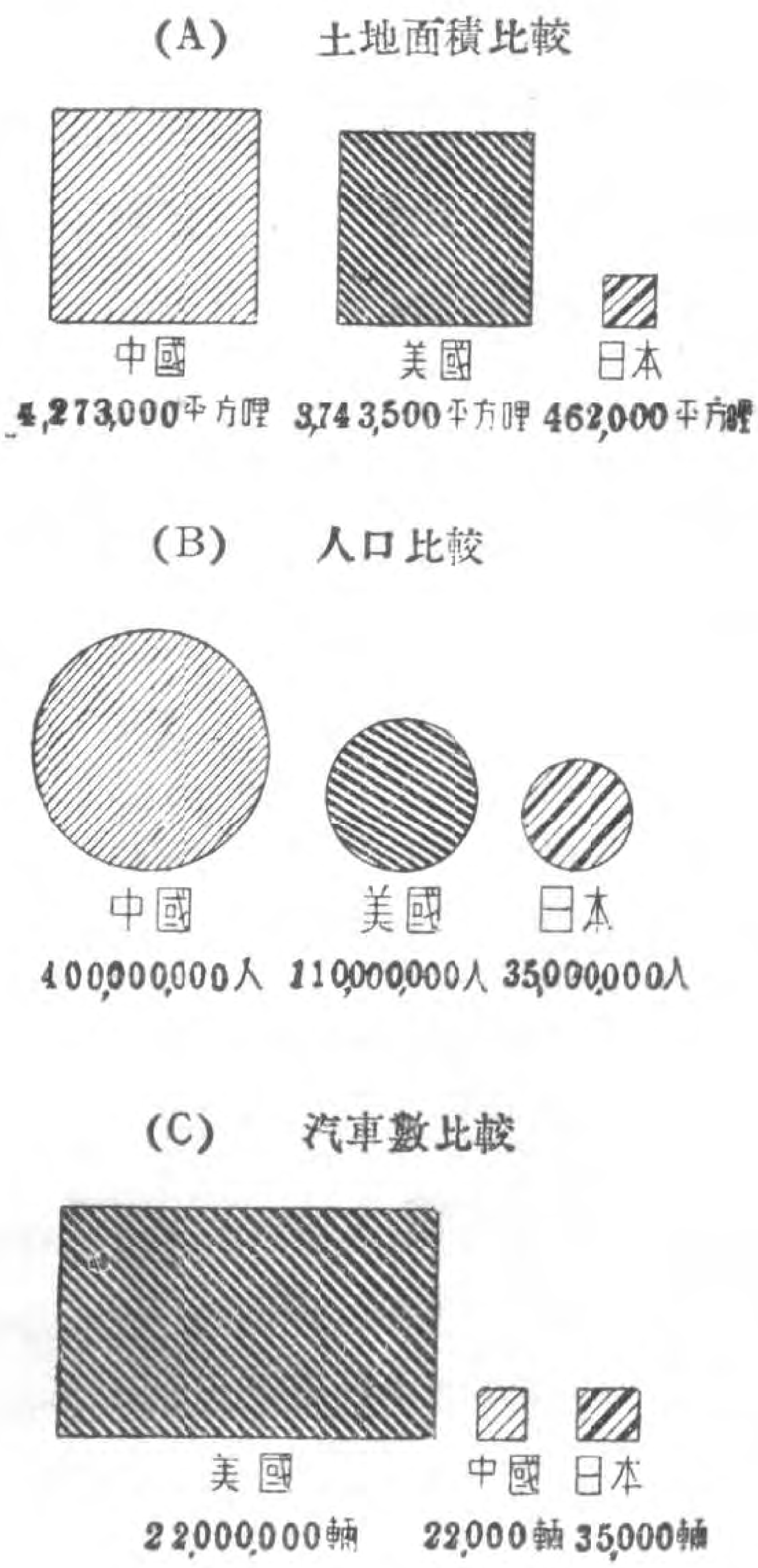
(4)關於文字之記入:

(a)表示長條之所屬年份及主體之名稱等文字，爲統計圖上之一部份，故必須記入之.

(b)不可於長條上直接附以文字，如第十八圖將各年商品輸入額之文字記入於長條上部，使閱者有引起將文字看作爲長條一部分之虞.



第十八圖　某商品之輸入額歷年比較圖



第十九圖

(5)關於圖之標題：

(a)須附以能明瞭內容之簡單標題。

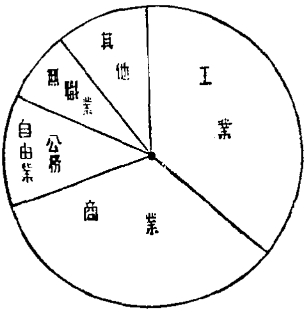
(b)標題須填入於圖之外側，但遇內部有空白時，亦得在不妨礙長條處，割斷格子線以記入之。

(c)標題之下方空處，得記入線紋之分配、單位之取法、材料之來源等例樣。

C. 面 積 圖

面積圖是依線紋所包圍圖形之面積，以比較其數值之大小.其圖形爲一般所常用者，是正方形、矩形、三角形、多角形及圓形等數種. 如第十九圖內(A)是依正方形面積之大小，以比較中美日三國土地面積.(B)是依圓形面積以比較中美日三國人口數.(C)是依矩形面積以比較中美日三國汽車數.

面積圖是爲二元的圖形，故對於比較上比一元的長條圖爲難.但在此二元的圖形中將其一元變爲等大時，能將二元的面積圖變爲一元的圖形，扇形統計圖 (pie diagram)卽爲如此之面積圖.



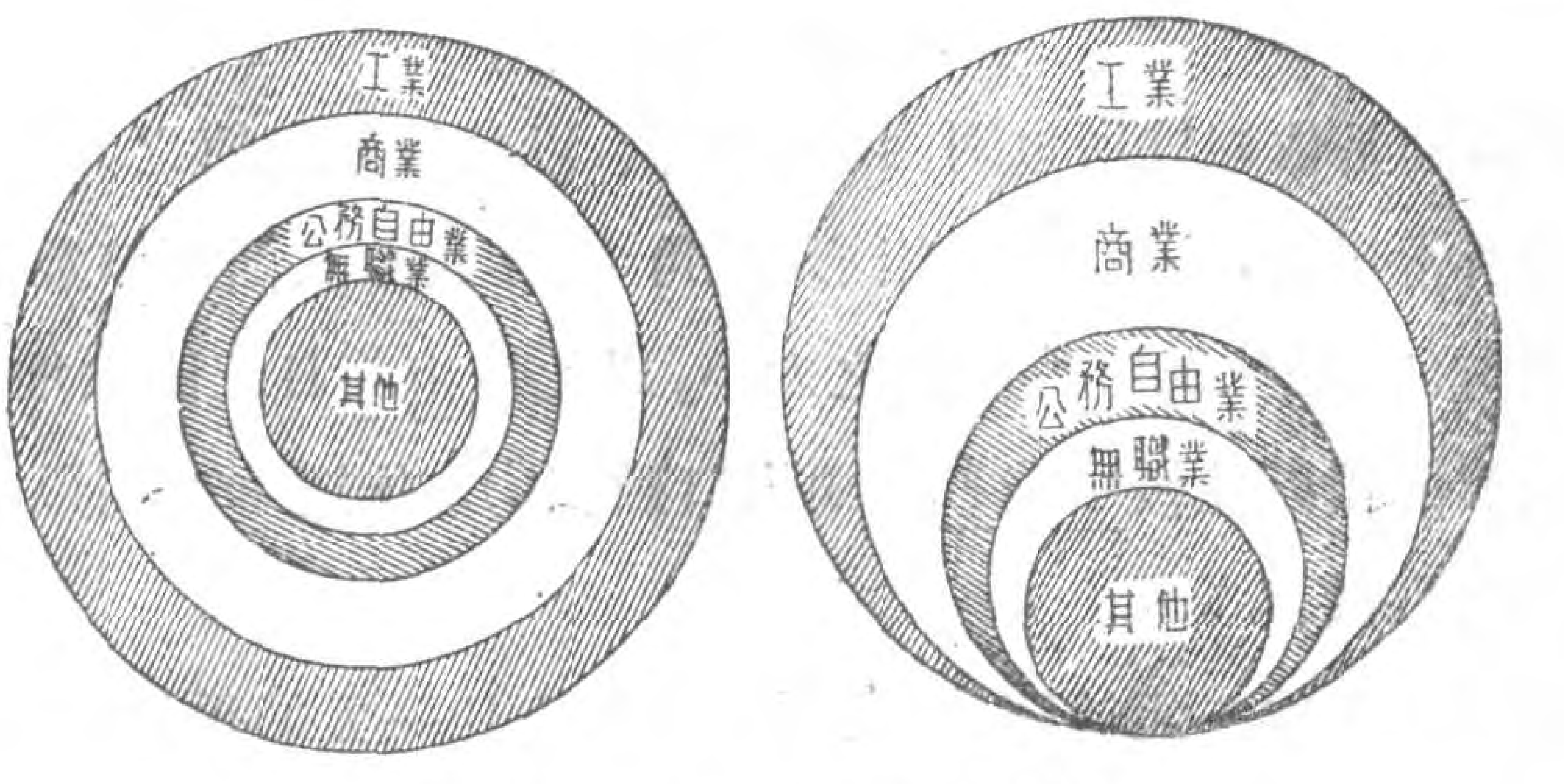
第二十圖　扇形面積圖

甲市職業別人口比例

(某年某月某日)

扇形統計圖之作成方法，是將某大量之構成部分依百分比以分割圓周，由此圓周上之分割點與圓心相連結劃線後，用色彩或其他特殊記號以表示各數值之所屬，依其所占面積之大小，卽知其所屬數值之多少. 在第二十圖內工業一項面積最大，故知甲市人口職業中，以屬於工業者爲最多.此扇形統計圖，因其半徑之長度爲一定，故只觀察其圓周之長短，卽能明白各數值之多少，將二元之圖形，一變而爲一元的圖形，故在比較上甚爲得力.

在此等表示構成部分上，若將第二十圖之扇形統計圖，一改而爲如第二十一圖之環形及月形之面積圖以比較各業人口時，實反使吾人難以理解.且其圖形本身爲同心圓，以致起迴轉之勢，使觀者頭昏目眩，故此等面積圖以不畫爲是.



第二十一圖　環形及月形之面積圖

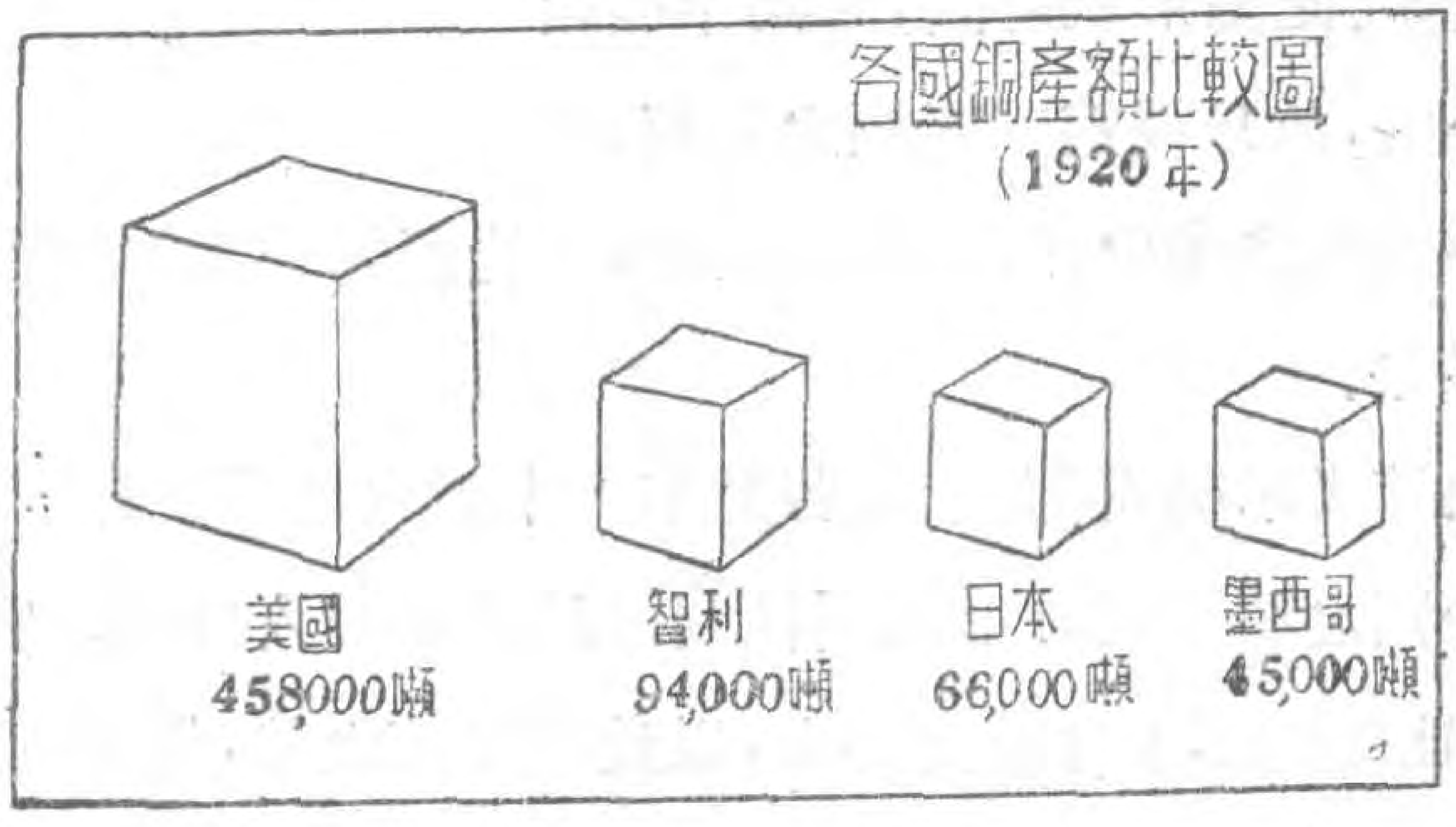
甲市職業別人口比例(某年某月某日)

D. 體積圖

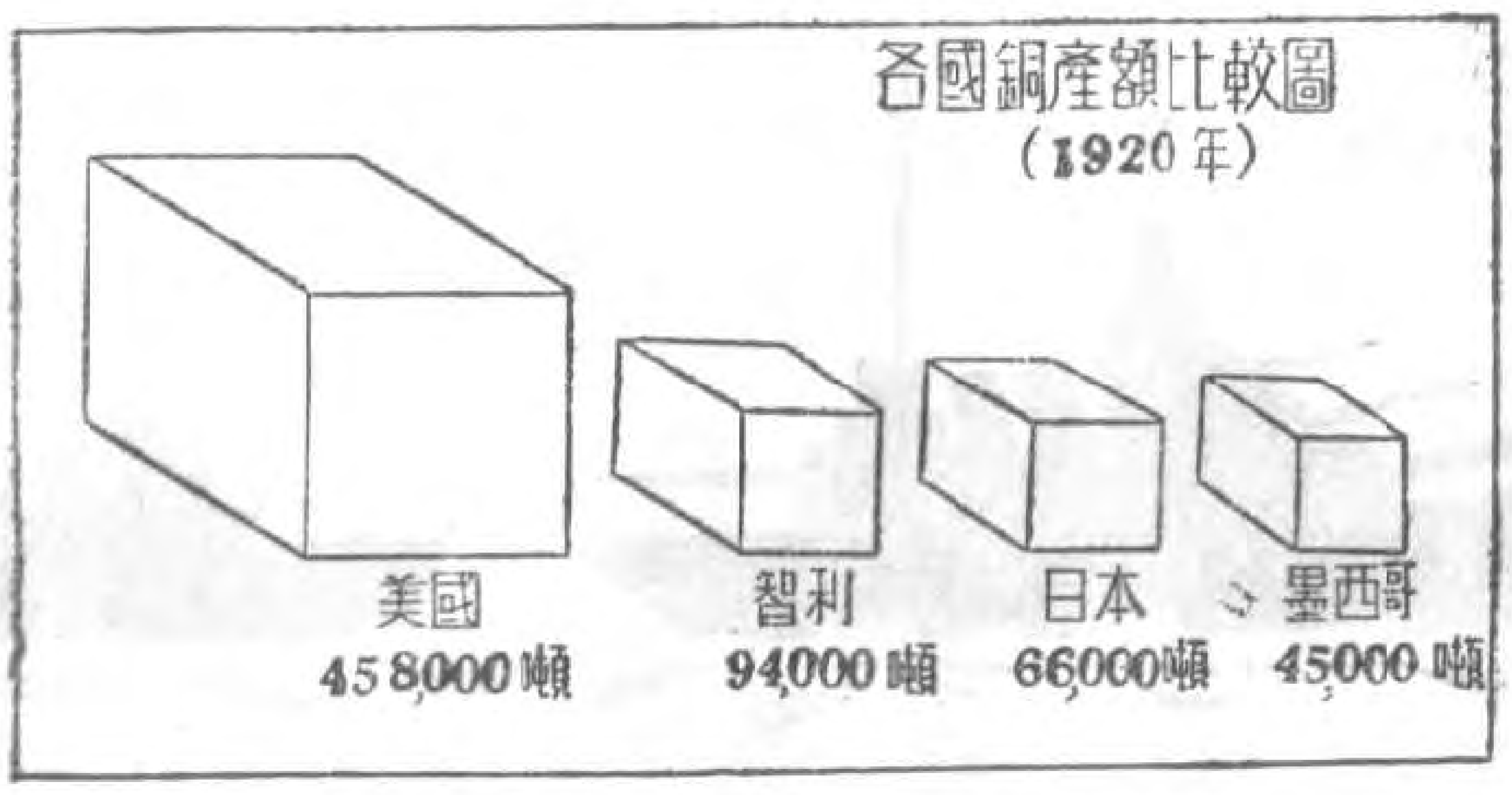
體積圖 (volume diagram) 是於紙面上畫角柱、圓柱、正立方體及其他各種立方體，使觀者想像其體積之大小，以比較各數值.

當描畫立方體時，用透視畫法(perspective, 如第二十二圖)或斜方平行投影法(oblique parallel projection, 如第二十三圖)均可.

比較面積圖時之困難情形，已如上述，但在體積圖上，除長幅之比較外，尚須比較其高度，成爲三元的圖形，其比較實甚困難，故多不使用之。



第二十二圖　體積圖

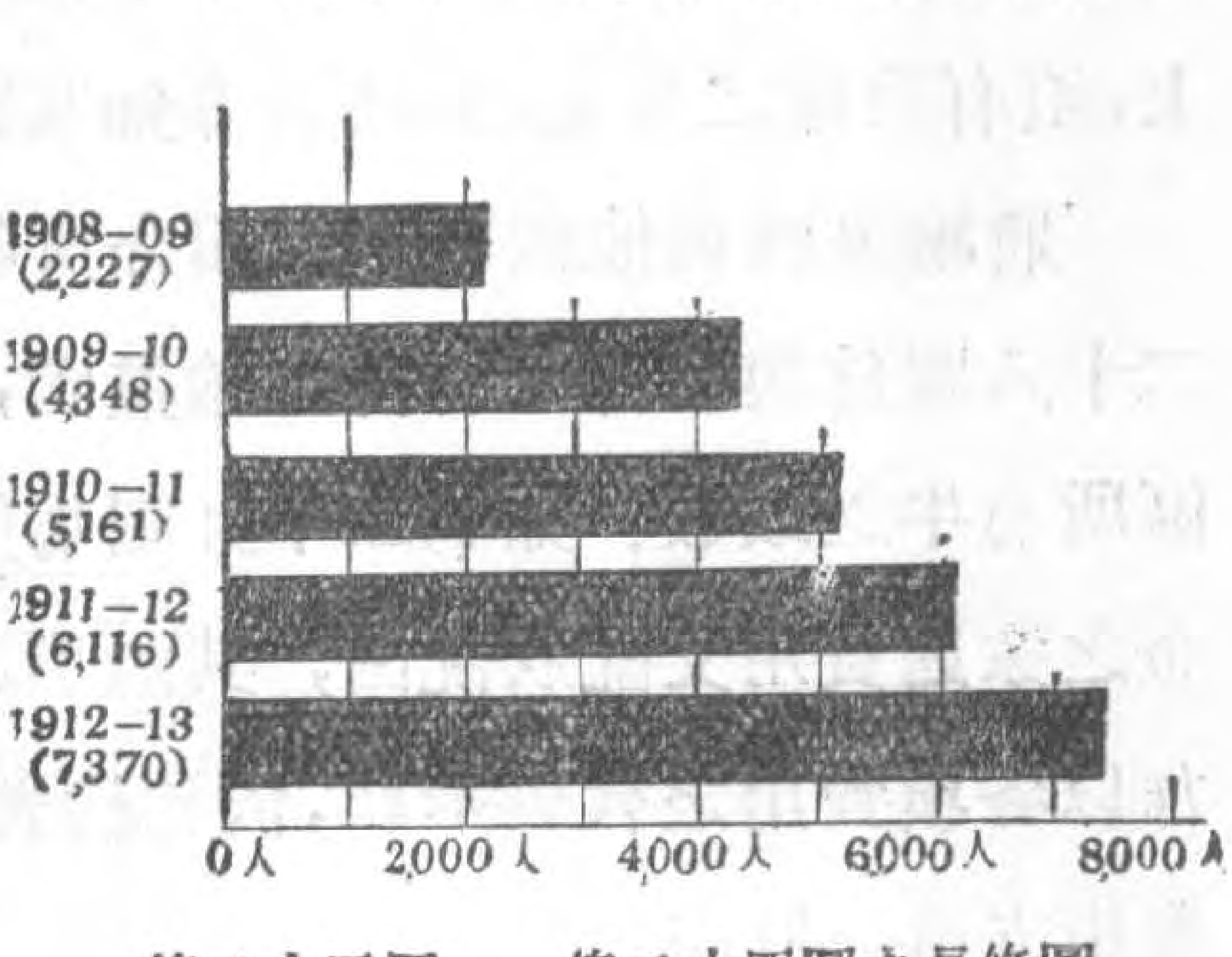


第二十三圖 體 積 圖

E. 繪 畫 圖

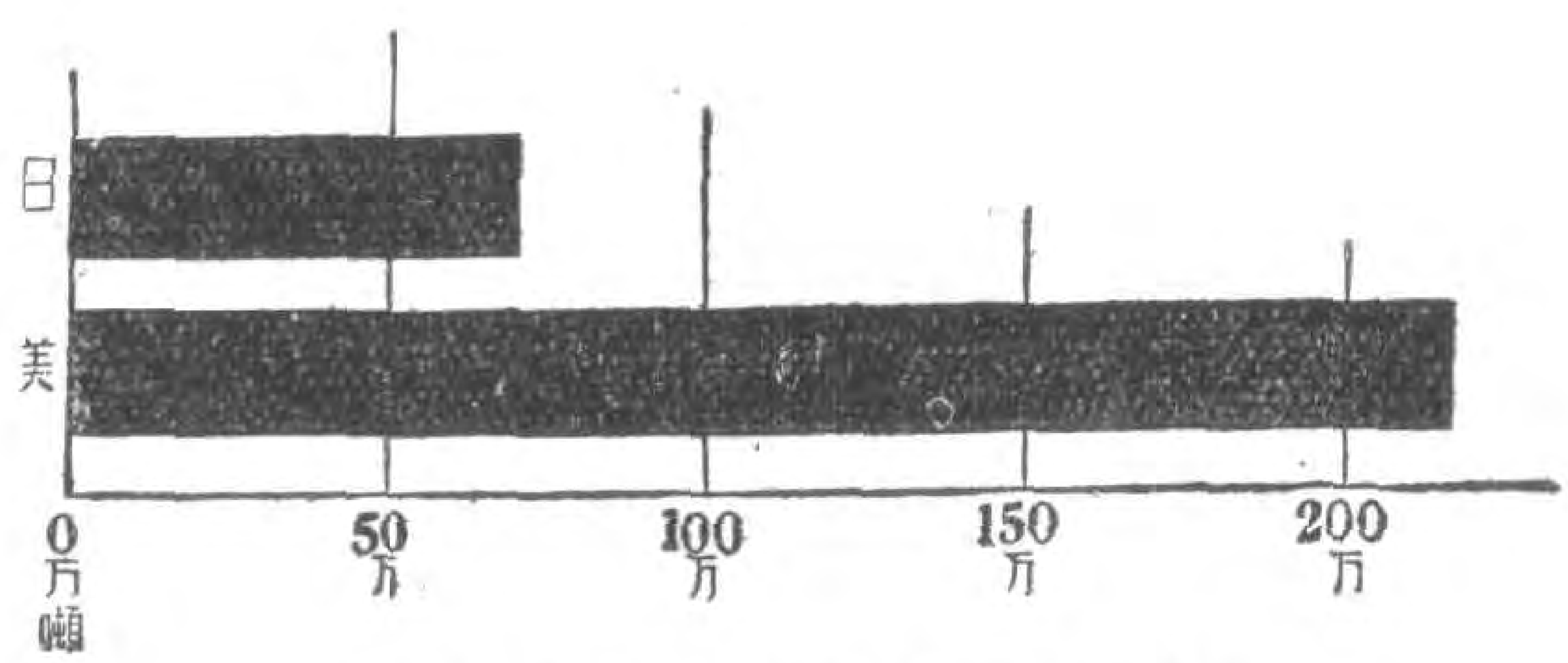
繪畫圖(pictures)或稱爲實物統計圖，是依普通繪畫方法繪出其相當各物之實狀，而後依其實狀之大小，以表示各數值之多少．對此實狀之大小取擇上，有時使用其長度，有時使用其面積．但使用長度時其大者愈大，小者愈小，於比較上未免過大．如第二十四圖各取其求職人數作爲人之身長，以作成人之形像，其1912—1913年之求職人數，一若有1908—1909年之七八倍，但在實際上考察第二十五圖時，其相差實不到四倍，故知使用長度時，實使觀者起過大之錯誤．至使用面積圖時，其面積之計算既甚困難，且在繪成後又難於比較，如第二十六圖是依軍艦面積之大小，以比較日美二國海軍之實力，軍艦面積之計算既甚困難，在畫成後，又使閱者難以明瞭二

第二十四圖 某處之歷年求職人數



第二十五圖 第二十四圖之長條圖

第二十六圖　難解之繪畫圖

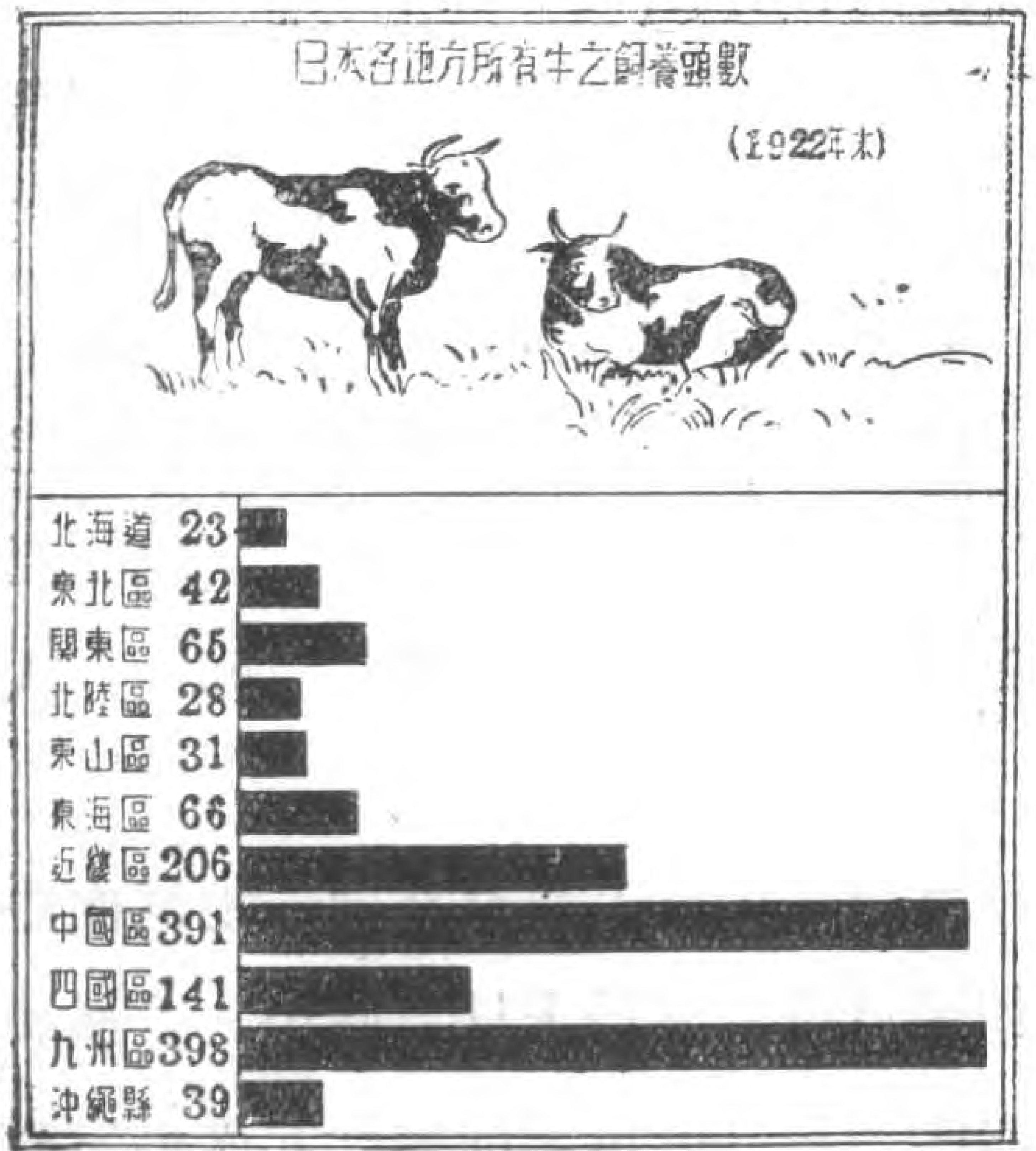


第二十七圖　第二十六圖之長條圖

者相差之程度,且該圖上又無年月之註明,愈使人難解.故此等繪畫統計圖,只能使用於啓蒙及宣傳上,如在二者間相差愈大愈妙時,則使用其長度,愈小愈好時,則使用其面積,以比較一切.

對於繪畫統計圖,如只亟亟於引起世人之注目,而不留意於數值比較之正確度時,其統計圖未免失其價值,故在製圖時,對於數字之表現上,須有明確之規定,使閱者得知其實際情形.

將繪畫圖與他種統計圖相合併時,得成爲更有價值之統計圖.如第二十八圖爲與長條圖合併之繪畫圖,一見卽能明瞭長條是用以比較各區所有牛之頭數.如第二十九圖爲美國人年收入在九百美金至一千美金之家庭費用支配狀況圖,其圖形之作成是在扇形統計圖之各部分上,加以各項費用之代表形狀,依各代表物所占位置之如何,卽能明白各項費用支出之狀況.



數字之單位為牛頭

第二十八圖　與長條圖合併之繪畫圖

第二十九圖　美國人年收入在九百元至一千元美金之家庭費用支配狀況

F. 統計地圖

統計地圖是用以表示統計數值與地域分布上之關係．其作成方法是在地圖上加入濃淡或異彩之色，線之大小或疏密，點之粗細或多少等記號，以表示各該相當之數值．在地圖本身性質上，地域隣接之順序本已表出，故在地圖上更加以數值時，能將統計數值依地域的隣接順序，以表示一切．若比較其數值之大小與位置之所在，即能明瞭數值之集中或散漫等狀況，並能觀察其地方的變化與程度，使普通人一見即能明白各地方之位置風土地勢及其他之特質．因此地圖本身，無須十分正確，只求其能使觀者明白其為某處已足．

統計地圖上用以表示數值之方法分為次之三種．

(1)着色圖　用相異之色彩或同色之濃淡度，以區別數值之大小．在使用相異之色彩時，普通是用近於暗色之色彩以表示較大之數值．若將

所用之色彩巧妙分配時，實能得美麗與引人興趣之圖形．只因其使用色彩以致製作費用較大，故本法未必一定優於以下二種．第三十圖爲江蘇省各縣等級及位置圖，是用三種色彩以表示縣之等級，依圖知江南多紅色，故知一等縣居多，江北多藍色，故知三等縣居多．

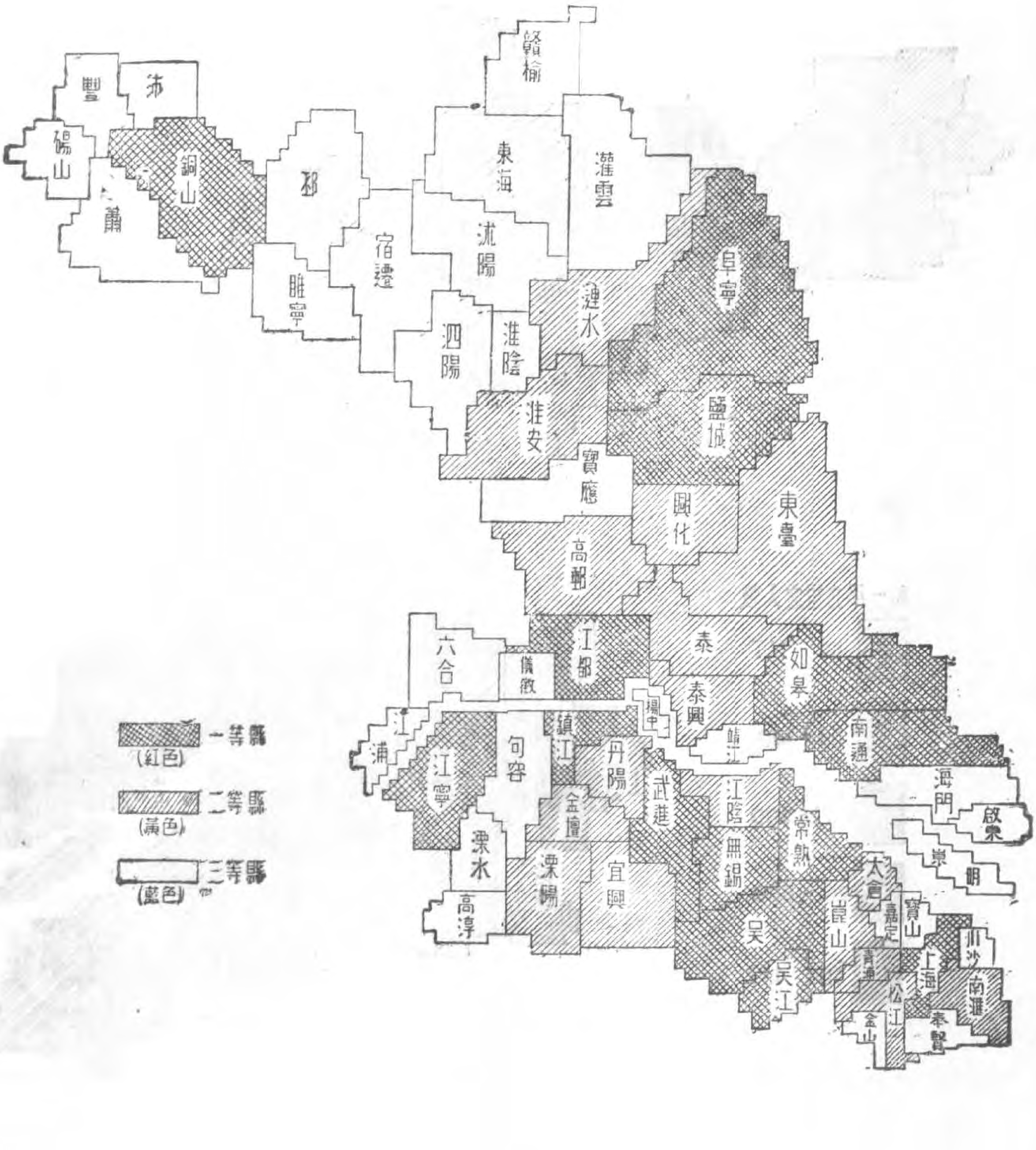
(2)線圖　將平行直線或網狀形直線引入於相當地域內，至其線之粗細與疎密，則依數值之大小以決定之．第三十一圖爲用平行之粗細直線所作成之統計地圖，依圖知長江兩岸所引線紋較爲粗密，故知兩岸人口密度較他處爲大．

着色圖及線圖在各地方之統計材料有相當差異及在同一地域內平等分布時，實甚適用．但實際上多使用於統計材料上只有微小之差異及一地域內成爲不平等之分布上，因此易起其隣接二地域一見成爲急激之變化，或全無變化，及在同一地域內成爲平等分布之錯誤，如欲除去此等錯誤，則須使用點圖．

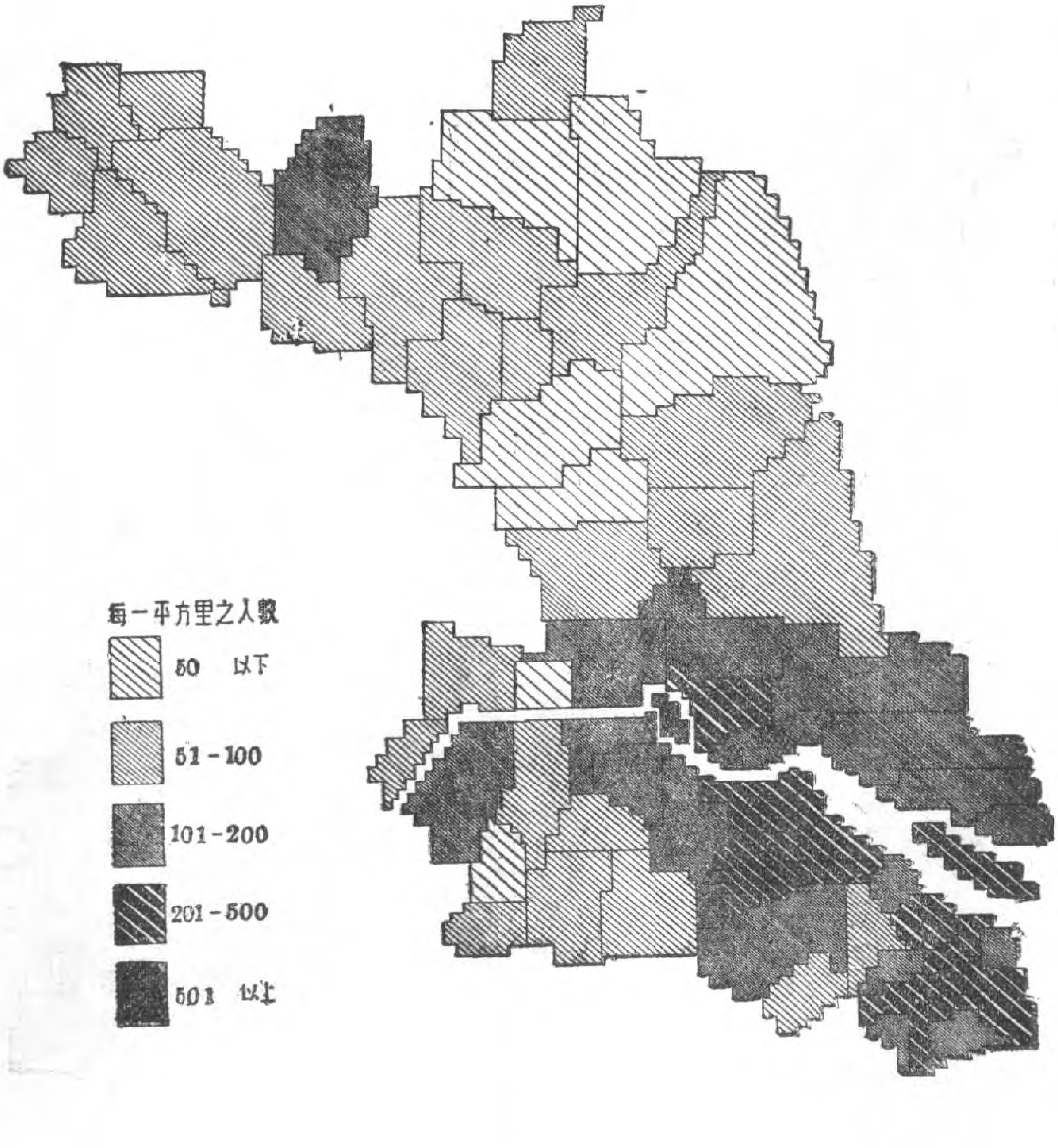
(3)點圖　依其使用圓點之種類，又得分次之三種以行說明：

(a)用大小相異之圓點，以表示其數值之大小．至其點之所在位置，依統計材料之性質而不同．如第三十二圖爲比較江蘇省各縣違警罪發生件數之統計地圖，各代表圓點均取在縣城所在處，至本圖之便利處，是在能一見即得比較各縣數值之大小．

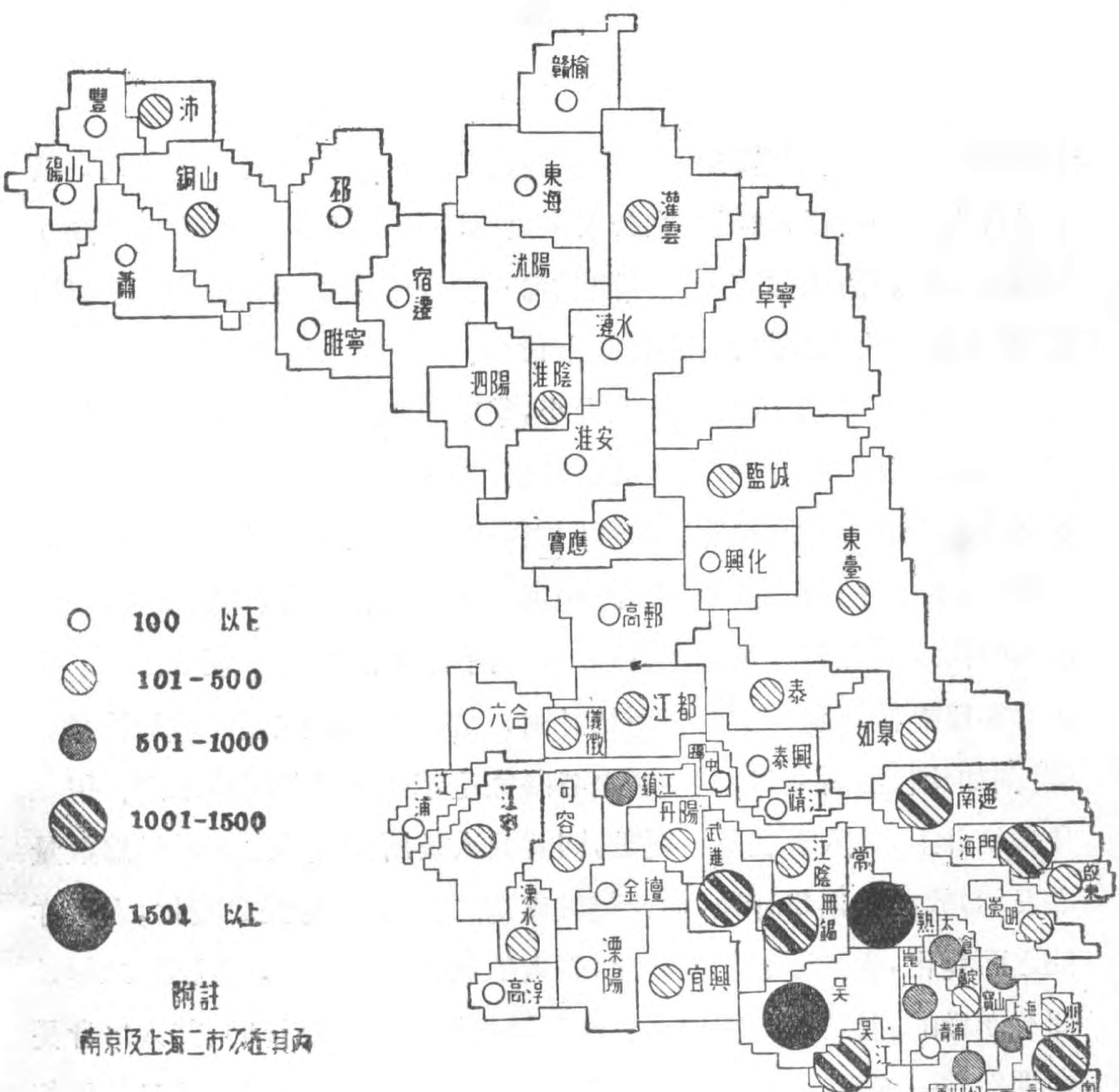
(b)用陰影相異之同大圓點以表示各數值．其圓點內之陰影，依數值之大小分爲五種，將全部暗色之圓點表示其最大階級，其下依次用$^3/_4$、$^1/_2$、$^1/_4$等部分暗色之圓點，以表示其次各階級數值，其最小階級數值則以全白圓點以表示之．其陰影之分配狀況，如第三十三圖．至其記入於地圖上之方法，是先將每一全部暗色圓點之所當數值，預行定妥後，用此數值以除所欲記入某區域所當數值，如此得全部暗色圓點之數目，其剩餘數值依上述陰影以分配後，得該區域所應填入之圓點狀況．如第三



第三十圖　江蘇省各縣等級及位置圖(民國二十年八月調查)



第三十一圖　江蘇省各縣人口密度比較(民國十七年年末)



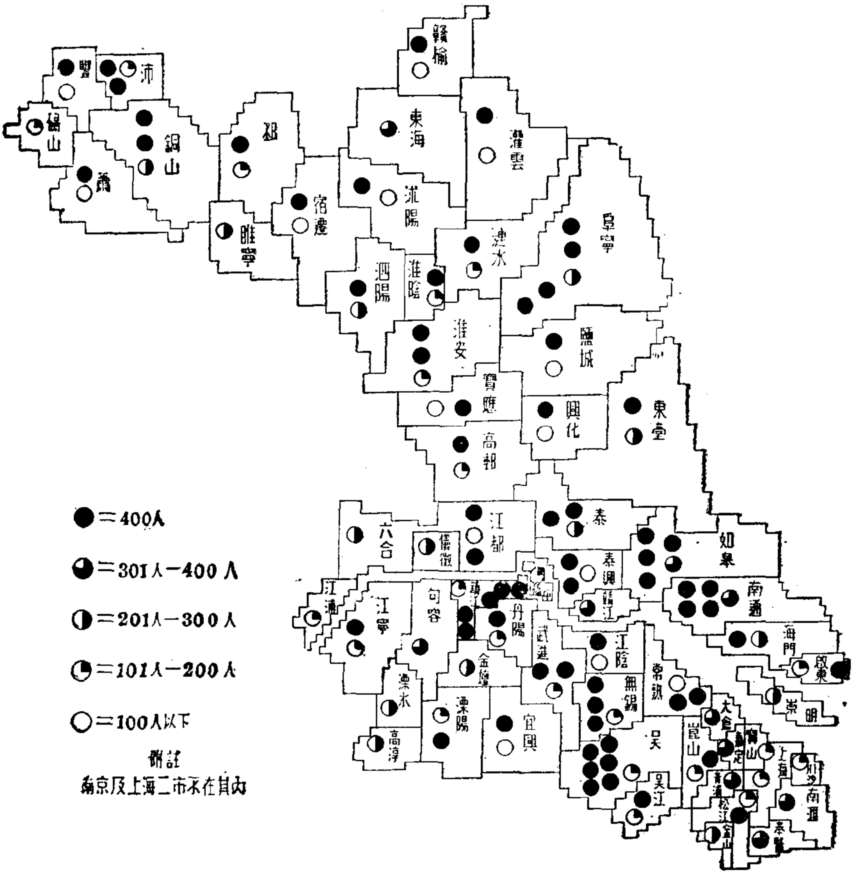
第三十二圖　江蘇省違警罪發生件數縣別情形（民國十八年）

第三十三圖

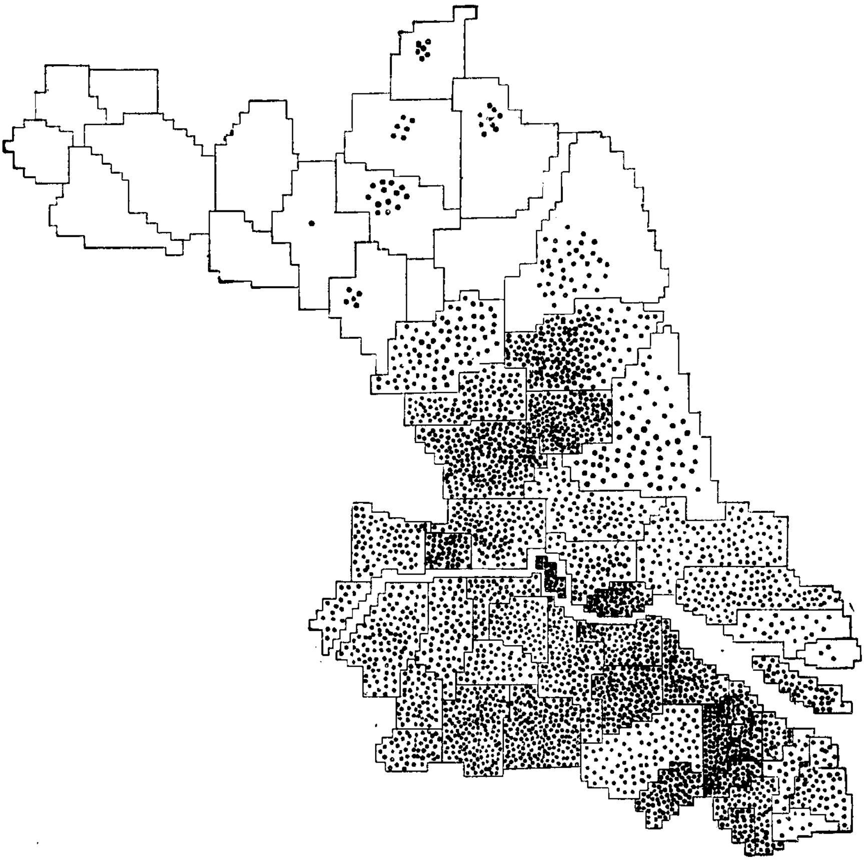
十四圖江蘇省各縣公安能力狀況，圖內每一全黑圓點代表400人，以下每百人分一階級，如吳縣之公安人員為2545人，現用400除之得商6與剩餘145，由此知該縣應塡圓點為6個全黑圓點與1個 $^1/_4$ 陰影圓點.將如此方法繼續進行，即得圖上情形.

(c)用極細圓點，依其數值之大小，集中散布之程度，以印入之.如第三十五圖為江蘇省各縣秈粳稻產額之分布狀況，其江南各縣點數比江北為密，故知江南秈粳稻產額比江北為多，其印入圖內各點，雖皆依同一數值(本圖每點代表200萬斤)預定在先，但有數縣因數值太大，以致印入圖內之圓點數非常衆多，難以分別清楚，此點為其不便處.

3.座標統計圖 上述各種統計圖，是於相異的主體間以比較其數值.例如比較各縣人口，其主體之各縣完全不能依數量以表示之.但在身長統計上，其人數既為一變數，同時其人數所屬主體之身長得為數量之表示，故亦得稱為變數，如此變數成為二個，依其身長之變化，人數亦隨之而變化，此二變數相應變化，吾人依數學上之理由，得稱此二變數間有函數的關係，又當觀察人口身長等之歷年變化狀況時，其人口身長等當然為一變數，年月日等雖不能算為純粹之變數，但因年月日是依相等距離以表示一切，故亦得算為一種變數.如此成為二個變數，且其變數間因依年月日之變遷而人口身長等數值亦隨之變化，故亦得稱為有函數的關係.將此等關係圖示時，完全成為曲線之圖形，現將此原理應用於統計上，將依統計方法所得之事實，用曲線形狀以表示一切.此等曲線統計圖形，吾人稱之為座標統計圖(coordinate graph).其種類分



第三十四圖　江蘇省各縣公安能力狀況（民國二十年）



第三十五圖　江蘇省各縣粳稻產量狀況(民國十九年)

每點＝2,000,000斤

爲：

(a)次數分配圖，

(b)累加次數分配圖，

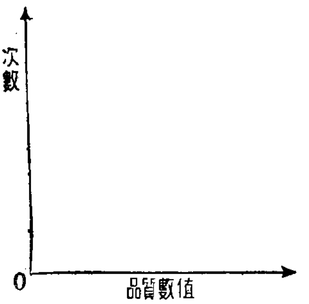
(c)比率分配圖，

(d)歷史數列圖，

(e)三元座標統計圖，

以下依次說明.

(a)次數分配圖　在紙(普通用方格子紙)上定二直交軸，將品質數值取在橫軸方向上，各品質值所屬次數取在縱軸方向上，如第三十六圖.並將橫軸上每一區劃之距離當品質數值之幾單位，及縱軸上每一區劃當次數之幾單位等預先規定妥當.此二種比例之規定方法，並無一定之規則，只適應品質值及次數之範圍，使最大次數不成爲無理之巨大，及最小次數能相當表現於紙面上已足.縱橫軸之區劃既已定妥後，依各品質值及所屬次數，即得各適應點於紙面上，用線連接此等適應點，即成一折線之圖形，本圖形稱爲次數分配圖.



第三十六圖

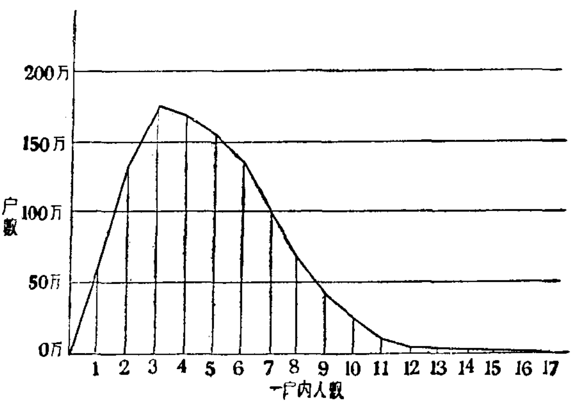
在次數分配圖上，因其品質數值有連續性與不連續性二種，故亦得分爲連續性與不連續性二種，以行說明.

在品質值數爲不連續性時，其圖形之作成，是先將表現各階級值之相當點取在橫軸上，再在此等相當點上各立以長度與其所當次數爲比例之垂直線，本法與一般圖示法之長條圖相類似，普通爲易於明瞭垂線長度之變化狀態起見，特用直線順次連接垂線之頂點.第三十七圖爲由第五表之材料所作成之次數分配圖，其品質之各戶人數完全爲不連續

性，故依上法求得如圖上之形狀.其順次連接各垂線頂點之直線，只用以易於明瞭次數之變化狀況而已，並無其他特別作用.

第五表

各戶人數	一人	二人	三人	四人	五人	六人	七人	八人	九人	一〇人	一一—一五人	一六—二〇人	二一—二五人	二六人以上	合計
戶數	六三一、〇〇〇	一、三四八、〇〇〇	一、七六二、〇〇〇	一、六九一、〇〇〇	一、五七二、〇〇〇	一、四〇九、〇〇〇	一、〇四一、〇〇〇	七〇八、〇〇〇	四三六、〇〇〇	二七一、〇〇〇	二三一、〇〇〇	二三、〇〇〇	八、〇〇〇	三、〇〇〇	一一、一三四、〇〇〇



第三十七圖

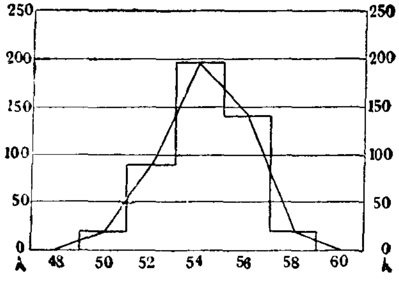
在品質數值爲連續性時，其圖示方法又得分爲二種.

(α)於各級中心之相當點上，立以長度與所當次數爲比例之垂直線，並以直線順次連接各垂直線之頂點，合成爲一折線形，此折線稱爲次數分配折線，亦只用以易於明瞭次數之變化狀況而已，並無特別作用. 其折線與橫軸所包圍之面積與次數總和成爲正比例，其所包圍之圖形稱爲次數多邊形 (frequency polygon). 第三十七圖內之略成爲三角形之折線，是由第六表之材料，依本法所作成之次數分配圖，其各組中心之垂直線爲圖折線形之明晰起見，特不引入之.

第 六 表

身長階級	級之中心	人 數
尺寸尺寸	尺寸	
49—51	50	19
51—53	52	90
53—55	54	195
55—57	56	141
57—59	58	20
總 數		465

(β)各階級兩端之相當點上，立以長度與該級次數爲比例之垂直線，並以直線順次連接各垂直線頂點，如此於各組上得長度與次數爲比例之矩形，由此所成圖形之總體，稱爲直方圖 (block diagram). 第三十八圖內之矩形折線是由本法所作成之次數分配圖，其各矩形面積之總和亦與次數總和成爲正比例.



身 長

第 三 十 八 圖

次數折線上順次相接之直線，得於連接點上改換其傾斜角度，且此傾斜角度依觀察次數之逐次增加及各組級幅逐次縮小而變更其傾斜程度，使結局成爲一連續之曲線，此極限的曲線，稱爲次數曲線(frequency curve).次數曲線是能表現次數分配之理想的狀態，但由圖形上之折線以探求理想的曲線一事，爲事實所不能，故只能依次之三種方法求其近似的曲線.

(α)使用目光測量方法將折線變爲曲線，稱爲手描法 (free-hand method).

(β)逐次舉行平均法以求近似的曲線，稱爲移動平均法(moving-average method).

(γ)使用最小自乘法 (methods of least square) 以求所當曲線，稱爲數學法(mathematical method).

關此三種方法之說明，此處從略(詳情請參照拙著統計學內之統計圖一章).至次數分配曲線之種類雖甚多，但在統計上所最多使用者爲

(α)對稱形(symmetrical frequency curve)

(β)非對稱形(asymmetrial freguency curve)

(I)左傾非對稱形(left-sided asymmetrical frequency curve)

(II)右傾非對稱形(right-sided asymmetrical frequency curve)

(γ) J 字形(J-shaped frequency curve)

(δ) U 字形(U-shaped frequency curve)

等四種，無論何種複雜曲線，均不外爲此等曲線之合成物(圖形說明從略).

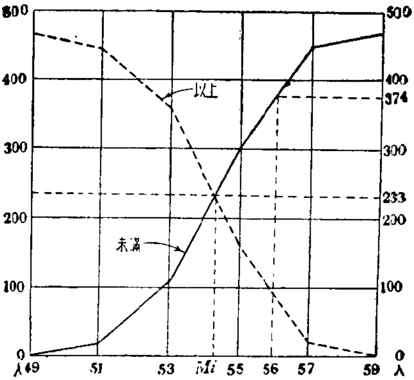
(b)累加次數分配圖　於普通之次數分配上，由品質值之最低組起順次將次數相加後，得累加次數分配狀況.例如第七表內於身長 4 尺 9 寸以上 5 尺 1 寸未滿之19人上，加以身長 5 尺 1 寸以上 5 尺 3 寸未滿

第 七 表

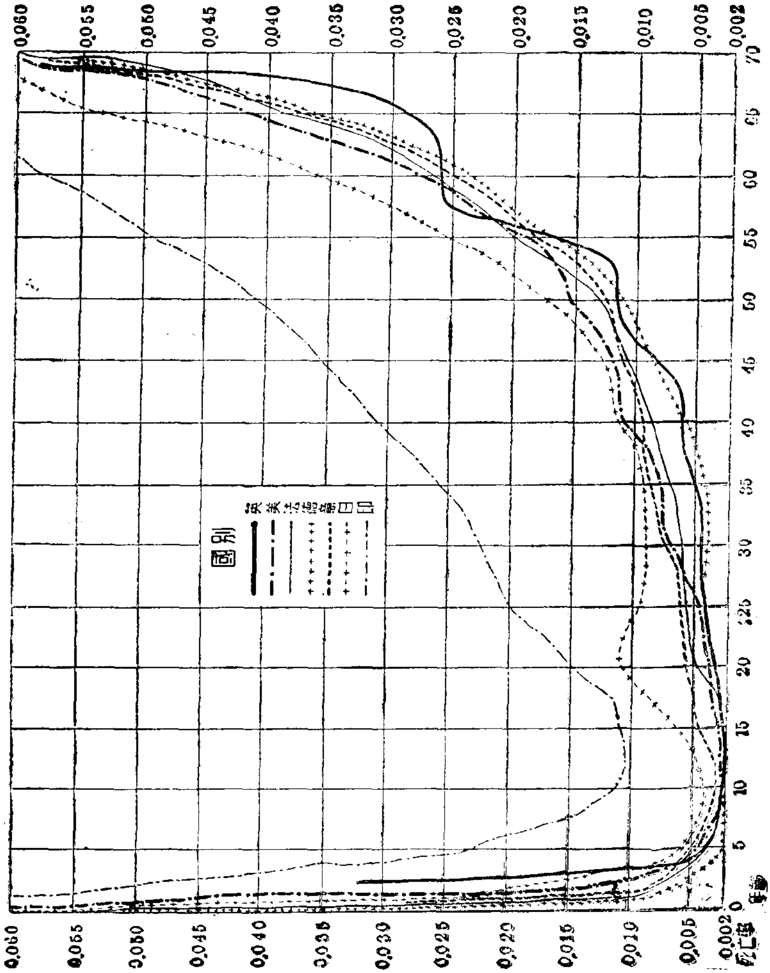
身 長		人數	累加人數	
			未滿	以上
尺寸	尺寸			
49	51	19	19	465
51	53	90	109	446
53	55	195	304	356
55	57	141	445	161
57	59	20	465	20
合	計	465	....	

者90人，後得身長5尺3寸未滿者共109人．更於此上加以次級之195人後，得5尺5寸未滿者共304人．依此方法以行累加後，得表內第三欄各數值．此等數值稱爲累加次數．現將此累加次數分配狀況，依座標方法，於橫軸上記入組之境界值所當各點，於縱軸上取其累加次數．但當此時之累加次數之代表長，必取在所屬某未滿之所當點上．例如5尺3寸未滿者共109人，此109人之代表長，必須取在5尺3寸所當點上．用此方法以圖示時，得累加次數多角形(ogive, summenpolygon)，第三十九圖內之實折線，是由本法所作成者．此等圖形，稱爲累加次數分配圖．

上述之累加分配，是由品質值之最小組起順次累加其次數，依此知該等累加數是爲給與某值以下各值之次數．若欲得某值以上各值之次數時，須由品質值之最大組起，順次累加其次數，如第七表內第四欄各數值，是由最高組起順次相加後所得結果，由此知身長4尺9寸以上者爲465人，身長5尺1寸以上者爲446人等分配狀況，將此分配狀況圖示時，得第三十九圖內之虛折線．故知累加次數分配上有



第 三 十 九 圖



第四十圖　世界主要各國死亡率比較圖（民國二十年一月十日）

"未滿分配"與"以上分配"二種，其圖形適相反.

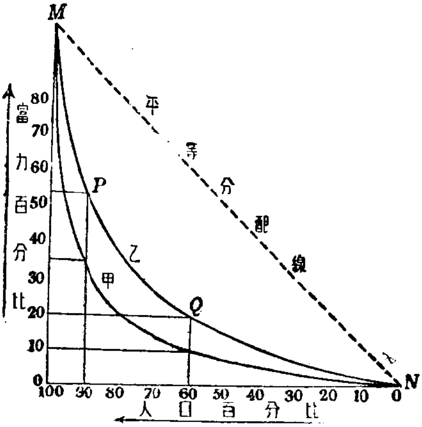
表示累加次數之折線，亦可依種種方法，將折線變爲曲線.在此累加次數分配曲線上，有次之二種功用.

(α)由橫軸上任意一點立一垂直線與曲線相交，其由交點至橫軸之距離，是給與比此任意點所當品質值以下或以上各單位值之近似次數.

(β)能依簡單方法求得該次數分配之中位數(median)與衆數(mode).

(c)比率分配圖　上述次數分配圖之縱軸上是表示實數（人數戶數等），但在統計學上常有不使用實數而改用百分比千分比等比率者.例如第四十圖爲各國年齡別死亡率比較狀況，其橫軸上雖仍爲實數之年齡，但在縱軸上是使用千分比，與上述次數分配圖不同.

在比率分配圖內縱橫二軸均用比率者，有羅蘭曲線(Lorenz curve).羅蘭曲線是用以表示一國國富，土地之所有，團體收入及工資分配等問題之圖形，爲美國羅蘭(M. O. Lorenz)所發明，故有此名.第四十一圖爲其假想例，其作成方法如次.



第四十一圖　羅蘭曲線圖

最初在縱橫二軸上切取等長之距離，並在此等長之直線上施以百分比之分點（縱軸由下至上，橫軸由右至左），其橫軸上數字是表示一國之人口，縱軸上數字是表示一國之富力，其曲線之作成法，是先從國富全部當然屬於全國人民處着手進行，將國富(縱軸)100%及人口(橫軸)100%之所當點M爲起

點.次將最富階級人口占全人口之10%者其所有財產,占全國富之百分之幾,現假定其占47%,如此於縱軸上由100%處起向下引去47%——53%處,橫軸上由100%處起向右引去10%——90%處,將此二處所當距離爲座標定一點P.更於第二位有產階級依其人口與富力之百分比同樣得一點於紙面上,將此方法逐次進行,至最後其國富爲零時當然其人口亦等於零,將其所當點N作爲終點.如此得多數交點於圖面上,連結此等交點後得一曲線,此曲線稱爲羅蘭曲線.依此曲線之形狀,得判斷一國人民對於國富分配上之情形.若分配完全平等時,各人占有同等之國富,在最初10%之人民占有10%之國富時,其次各項10%之人口,亦均須占有同等比例之國富,故其連接各相當點之曲線,成爲一直線.因此知當繪製某國國富分配情形,若其MN一線成爲直線時,卽知該國國富完全平均分配於民衆.若有產階級之富力愈占多額時,則其曲線愈形彎曲,與直線相離愈大.在第四十一圖內甲線之彎曲比乙線爲大,故知甲國之國富分配比乙國爲不平均.其分配太不平等之國家實甚危險,故執政者當時時作成國富分配曲線以資參考,若見曲線有過度彎曲時,當使用種種補救方法,使曲線趨於平直,以資挽回.

詳情請參考 M. O. Lorenz: "Method of Measuring the Concentration of Wealth", Quarterly Publication of the American Statistical Association; June, 1905. pp. 209—219.

(d)歷史數列圖　　將各時期或各期間所有數值順次排列後之數列,稱爲歷史數列.依歷史數列上各數值得研究事象之變動狀態,明瞭二量間之相互關係.但欲詳細研究此等變動狀態與二量間之關係時,則以使用圖示方法爲最便利.由此所得到之圖形,稱爲歷史數列圖(historical graph).

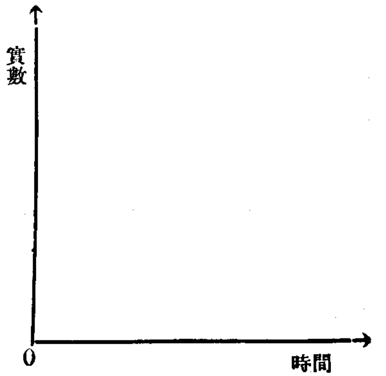
對於歷史數列圖約可分爲

(α)實數圖　是使用各時期或各期間所有數值之實數，用以表明其實數依時間之經過所起之增減(實數之差)情形.

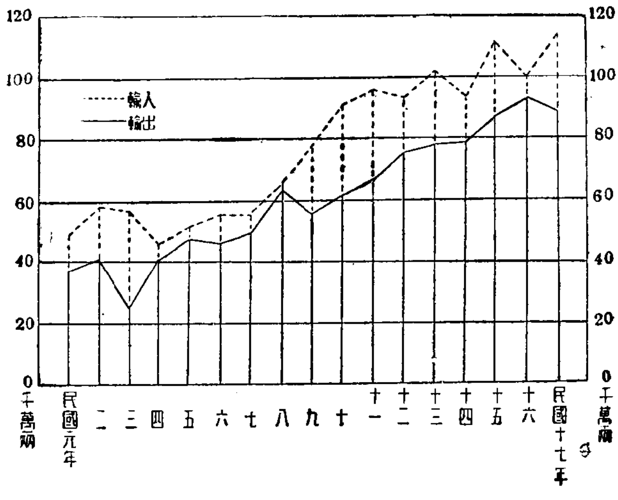
(β)比圖　是使用順次相鄰二時期或二期間所有數值之比值，以表明其相比之增減情形.

二種以下依次說明.

(α)表示實數相差之歷史數列圖



其圖示方法仍用直角座標法，將時間取在橫軸上，各時期或各期間之數值取在縱軸上(如右圖)，其時間之取法，不必將座標軸之交點定爲零點，只依數列之表現範圍，適宜決定一時期或一期間以爲此交點之相當時間．但各時期或各期間之相



第四十二圖　民國元年以來國外貿易狀況——輸入
　　　　　　　　　　　　　　　　　　——輸出

當點間距離，仍須相等.至縱軸上其與橫軸相交處，仍須定為零點.其縱軸上每一區劃適等於數值之幾單位一事，亦須預先決定後，再於縱軸上附以0、100、200、……等數字.在歷史數列圖上，其零線之重要性與長條圖同，故其線紋亦須比其他各橫格子線為粗.若不引用零線時，仍須於底部引以裂紙形之曲線，以示區別.第四十二圖為表示實數差之歷史數列圖.其橫軸上記入各時期之年份，縱軸上記入各年輸入輸出之實數，依其各年相差程度，得知吾國歷年貿易增減情形.依圖知吾國貿易額雖逐年增加，但輸入貿易額無論何年均比輸出額為多，歷年金錢輸出之巨大，依此得以明瞭，國人對此宜猛省之.

至圖上橫軸與縱軸之尺寸，須有適當之分配，既須注意紙面之大小及使全圖一目瞭然外，尙須注意其數值之變動，不使有觀作過大或過小處，並其全期間與各時期之變動特性，亦須明示於圖形上.

關於圖示數值，得分動靜二態以行考究.

(甲)屬於動態統計者，是為各年之出生死亡數、米之產額等之由各期間所累加之數值，故在圖示此等數值時，(I)於橫軸上表示各時期之相當點處，立以長度與數值相比例之縱線，再於此等縱線頂點處，順次以直線相連接後，即得所求之圖形.圖內順次以直線相連成之折線，只用以明瞭數值之變化狀態，並無其他特殊功用.(II)將橫軸上表示各時期之相當點處，當做為組之境界，並於相隣二點之中間處，立各時期所屬數值之相當縱線後，仍得上述折線.在此二方法內，只將縱線之底點所在處，稍有不同.例如圖示各年之出生數時，第一方法是在各年之12月31日所當點處立與該年出生數所當縱線.但在第二方法內則將各縱線移至該年之6月30日所當處(第一方法所定順次二相當點之中間處)，其他完全相同.至各時期相當點之取法，在圖示之數值為各時期或各期間之實數時，則二法均能適用.但在圖示之數值，改為平均數或比例時，則

以第二法較爲妥當.

（乙）屬於靜態統計者，是爲各年年末之人口數等數值，其圖示法是於橫軸上與各年年末所當點處，立以長度與各數值相比例之縱線，並將各縱線之頂點順次以直線相連結後，即得所求之折線.此折線是實際表示所有數值之變動狀態，若於橫軸上任意一點立一縱線使與折線相交，其交點之縱座標，是給與橫軸上任意點所當時期之近似的數值.因其有此性質，故多將折線變爲曲線以便於研究.但在自然現象之數列，例如每月定某日之氣溫氣壓等之紀錄，多依各期間之平均數，以發表於世，故其縱線之立法，須與動態之第二方法相同，立在各期間之中間以圖示一切.

以上所述爲圖示一數列之方法，若欲對照二種數列以研究其間之關係時.其數值之變動能局限於比較的小範圍內，並能在一圖面上圖示時，則無甚問題，但在二數列間有巨大差異，依上述方法不能在一圖面上圖示時，則須應用以下三法：

(I)縮短二曲線間之距離使互相接近

(II)用比例以圖示二相差巨大之數列

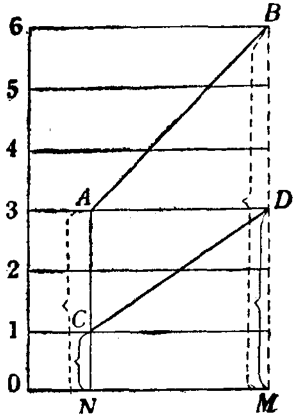
(III)用指數方法以圖示數列

（三種方法之說明從略）

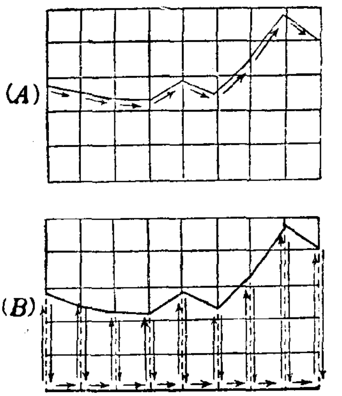
此外關於相差歷史數列圖示法，倘有表示超過與不足額之陰陽歷史數列圖（silhouett excess and deficit chart）及同時表示該所當時期之平均值最大值與最小值於同幅統計圖上之距限歷史數列圖（zone chart）（圖形從略）.

(β)表示實數相比之歷史數列圖　上述圖示方法是用以表示數列內各數值相差之狀況，但只此絕對差數值，有時難以判明數值變動之實情，並易於引起誤解.蓋因在普通方格子紙上所繪成之歷史數列圖內，爲吾

人所最注意處，是線之傾斜方向與角度，其傾斜急激時，知其增減楽多；傾斜緩慢時，知其增減稀少．但只注意線之傾斜程度，實易起誤解．例如



第四十三圖　普通圖表上數量增加率之觀察方法



第四十四圖　對於普通圖表上曲線之觀察方法

在第四十三圖內其 NM 爲零線，AB 與 CD 爲欲比較二曲線之一部分，其 CD 之傾斜程度雖比 AB 爲緩，但與零線相對照時，知 BM 與 AN 之比只爲 2:1，而 DM 與 CN 之比反爲 3:1，故知 CD 之增加率實比 BM 爲大．依此知觀察普通方格子紙上所繪成之圖形時，其目光之轉移途徑不能依第四十四圖 A 內所示矢之方向，須依 B 內矢之方向一一與零線對照後，順次移動其目光．

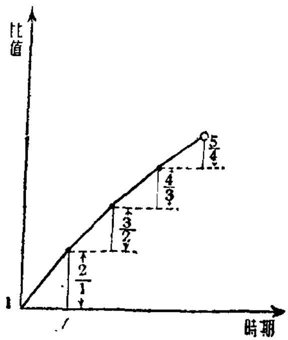
依上述知由普通方格子紙所作成之歷史數列圖以觀察各期數値之增減率，實難得正確之結果，故必須別想方法，使能正確地依增減率之狀況以判斷數値間之關係．爲副此目的起見各方法中之最簡單者，爲先計算順次二期數値之比，而後將此比値圖示於方格子紙上一法．例如依等期間相隔各時期之數値爲

$$y_1, y_2, y_3, y_4, \cdots\cdots\cdots,$$

由此將數值計算得順次二期數值之比爲

$$\frac{y_1}{y_1},\ \frac{y_2}{y_1},\ \frac{y_3}{y_2},\ \frac{y_4}{y_3},\ \cdots\cdots\cdots\cdots,$$

現先取橫軸在縱軸之 1 處，並在橫軸上決定各時期之相當點後，再依各期之比值順次決定各相當點於圖面上，並用直線連結之，即得所求之圖形．但此等比值並非表示與基線相隔之距離，乃與通過即前比值所當點並與橫軸相平行直線相隔之距離，其情形如第四十五圖．由此知欲直接依基線以定各點時，須將各



第四十五圖

比值順次相加成爲$\frac{y_2}{y_1}$，$\frac{y_2}{y_1}+\frac{y_3}{y_2}$，$\frac{y_2}{y_1}+\frac{y_3}{y_2}+\frac{y_4}{y_3}$，………後，始能由此等數值直接依基線作成第二第三第四……等時期相對應各點，因其須如此作法，未免繁雜，故特加以修改如次：

將順次二數值相比值之全體，看做爲一等比級數以行考慮．但在此時若仍依前法以圖示等比級數各數值，則仍遭同等困難．故須於此等等比級數各數值上，施以對數後，將等比級數一變而爲等差級數，即將給與之等比級數

$$y_1,\quad y_2=y_1r,\quad y_3=y_1r^2,\cdots\cdots\cdots\cdots$$

變爲 $\log y_1$，$\log y_2=\log y_1+\log r$，$\log y_3=\log y_1+2\log r$，…………………

等依 $\log r$ 爲公差之等差級數，將此等對數值圖示於方格子紙上時，易得一直線圖形．現將此原理應用於歷史數列圖上，先依各數值之對數求得各適應點於圖面上後，次連接此等點所作成之曲線形狀得觀察所給與數列依時間之經過所起增減狀況．將本圖形與比之絕對值所作成之圖形相比較時，知本圖形內橫軸上1、2、3、… 等時期所當之$\log y_1$、$\log y_2$、

$\log y_3$、……等縱線長之順次相差依對數之性質知爲各數值比之對數，

即
$$\log y_2-\log y_1=\log\frac{y_2}{y_1},$$
$$\log y_3-\log y_2=\log\frac{y_3}{y_2},$$
$$\log y_4-\log y_3=\log\frac{y_4}{y_3},$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots.$$

依此知本圖形是表示比之對數值雖依對數以表現比值，但其目的仍爲給與相比值起見，故仍得稱爲比圖(ratio chart).或因其是圖示所給與數列上各數值之對數，故又稱之爲對數圖(logarithmic chart).上述對數圖只於各期所有數值上使用對數，其橫軸上各時期仍用普通數值，故與橫軸上亦用對數值之圖形易於區別起見，特稱本圖形爲半對數圖(semi-logarithmic chart).

至半對數圖形之作成方法，若仍用普通方格子紙時，須將依對數表所求得各時期所當數值之對數值，一一圖示於紙上.其一一由對數表以搜求各數值所當對數值一事，既甚繁瑣，且將其所求得之對數值一一圖示於紙面上一事，又甚麻煩.故爲簡單起見，特預先於縱軸上施以對數值之格子，而後只依數列之實數，以求得各點可也.依此原理所作成之方格子紙，稱爲半對數方格子紙(semi-log section paper).

半對數圖形之作成方法，實與作成次數分配圖相同，所不同者只在作成次數分配圖時，是使用普通之方格子紙，但此處是使用半對數方格子紙而已.又半對數方格子紙之縱軸上尺寸，既已變爲對數，故當所欲決定某時期數值之相當點，在格子線間時，須將格子線間之數值仍須依對數尺寸之距離，以定其點之所在.

半對數圖形之作成方法已如上述，其圖形之特徵有次之數種：

(甲)半對數圖形上，二數値之在縱軸上所記數字間之距離差，不爲二值之實數差，而爲二值變化之比例.依此將由 100 增加至 150，與 200 增加至 300 情形，在普通圖形上其縱軸上所記入二數値間距離差，實有巨大之差異，但在半對數圖形上則完全相等. 參照第四十六圖(A)箭頭之所指處，卽能明白了解.其原因實由於對數上有

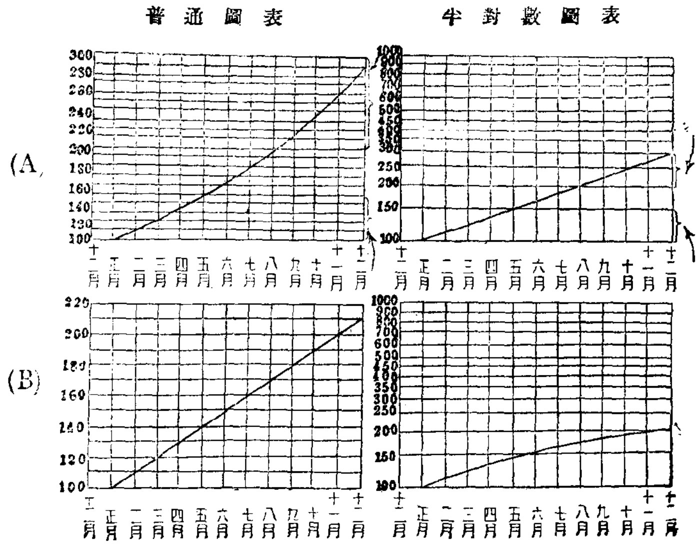
$$\log A-\log B=\log\frac{A}{B}$$

之性質，故成爲

$$\log 300-\log 200=\log\frac{300}{200}=\log\ 1.5,$$

$$\log 150-\log 100=\log\frac{150}{100}=\log\ 1.5.$$

其距離完全相等.依此知實數依等比級數以增加之數列，其對數數列成

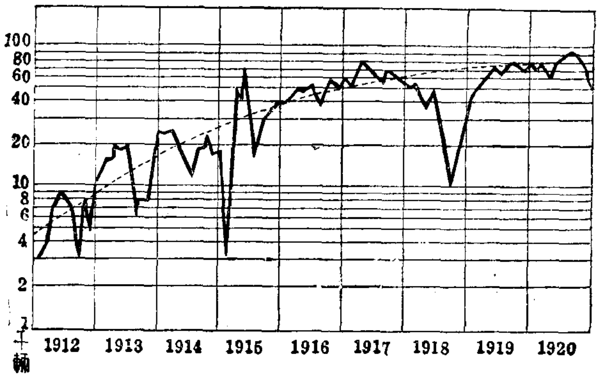


第四十六圖

爲等差級線，其圖示情形有如第四十六圖(A). 若實數依等差級數以增加之數列，其對數數列之增加率反逐次減少，其圖示情形有如第四十六圖(B).

(乙)在半對數圖形上，完全無零線，其基線常用1以表示之.故在數列內各數值均爲巨大時，得將各數值依同比例以行縮小，或將其基線定在相當巨大數值所當處，使數列全體移至基線之附近，以便於製作.

(丙)能將前後相差巨大之數列，在同一紙面上以行製作. 例如第四十七圖爲美國福特公司每年汽車販賣額，其間雖有三千輛與十萬輛之巨大差異，但因其使用半對數圖示方法，故仍能在一幅紙上畫出其全部情形.



第四十七圖 福特汽車歷年販賣額

(丁)能在圖形上施行乘除之計算.

此外尚有縱橫二軸均用對數之對數圖，在經濟統計上時常使用.例如表示收入分配之派來脫線(Pareto's line)爲其中之最著者(說明從略).

在座標統計圖上尚有三元的座標統計圖此處說明從略.

以上所有省略各點請參考拙著統計學.

參考書

Brinton, W. C. Graphic Methods for Presenting Facts.
Gilman, Stephen. Graphic Charts for Business Men.
Haskell, A. C. How to Make and Use Graphic Charts.
Haskell, A. C. Graphic Charts in Business.
Karsten, K. G. Charts and Graphs.
Marshall, W. C. Graphical Methods.
Smith, W. H. Graphic Statistics in Management.

戶口普查

吳大鈞

一. 世界人口實數之缺乏與我國之責任

現代世界各國,無不知戶口普查之重要,惟以文化未盡發達,政治未盡修明,故總計七十八國與一百二十二個屬地中,其尚未舉行普查者,計有國家十二,屬地十九,據估計所得,約共有人口五萬一千八百八十九萬四千餘人,緣是而世界人口實數,無法推得,僅能舉其概數,為二十萬二千四百五十萬人.但此未行普查之各國,其中如歐洲之安多拉(Andorra)、聖馬力諾 (San Ma Rino),美洲之厄瓜多爾 (Equador),非洲之愛西屋皮亞(Etheopia)、利比尼亞(Liberia),亞洲之波斯(Persia)、阿富汗(Afghanistan)、阿剌伯(Arabia)、伊踏(Iraf)、布丹(Bhutan)、巴林羣島(Bahrein Islands)等十一國,及其他十九個屬地,估計人口總額,僅為六千六百萬人,而我國則獨多至四萬五千二百萬人.設我國目前估計之數額,為從精密之人口統計所求得者,則全世界之人口實數,實較易獲得,無如我國戶口普查,肇源雖古,但以國人未能致力於方法之改善,制度之樹立,故迄至今日,完備之戶口普查,從未舉行,是世界人口實數之缺乏,我國實負有相當之責任.我國因向乏健全之戶口普查報告,凡百設施,均鮮根據,乃至因陋就簡,一切事業不足與其他國家相抗衡,何也.請先論戶口普查之意義與功用:

二. 戶口普查之意義

1.何謂戶口普查 英文census一字,為拉丁文之 censcre,其原意

爲估計 (estimate) 或課稅 (assess)，但亦有作以百計 Centum 之詮譯.最初創於羅馬，乃男丁與其財產之長期登記，以爲課稅抽丁與確定公權之標準，實近代戶口普查之濫觴.演至近日，則爲以劃一之方法，於一定之時期，爲一國境內全民之普查，藉以窺覘其人民之社會的經濟的政治的教育的宗教的各種靜態事實.故其方法上有統一性，時間上呈截斷性，而空間上具普遍性，其作用則不僅限於課稅抽丁已也.

2.戶口普查與基本國勢調查之關係　按我國統計法施行細則第十條之規定："基本國勢調查，包括國家之人民土地資源及政治社會經濟文化等，同在某一時間內舉行之普查".又按其第十一條所載："辦理基本國勢調查之一部份，爲某一種普查，如戶口普查、農業普查、工業普查等".故戶口普查實爲全國基本國勢調查之一部份.復按統計法第九條規定："全國戶口至少每十年應普查一次".

3.戶口普查與戶籍及人事登記之區別　戶籍及人事登記，所以觀全國人民長期之變動，如遷移改籍出生死亡結婚離婚等事項.而戶口普查，則係調查某一時刻人民之靜態，如戶口之實數，與性別年齡籍貫之分配，以及婚姻職業教育程度等情形.此二者之差異，固甚顯然.惟當實施普查，得有準確人口統計之後，再舉辦戶籍及人事登記，則隨時可按籍而知全國人口之總數與其增減.故二者實可並行不背相附爲用也.

三. 戶口普查之功用

凱末爾將軍有云："欲知國運之否泰，須知其國人口之大小".而我國先哲杜君卿亦云："古之爲國者，在週知人數".蓋二哲均深知欲覘一國之情勢，與定施政之策略，非藉助於戶口普查不爲功也.有完密之戶口普查，則

1.民族方面，可知——(1)全國壯丁之數額，以爲徵兵之標準而使國

防之充實;(2)各地居戶人口之狀況,以謀公安保衞之維持;(3)全國成年文盲與學齡兒童之人數,以定教育之設備與經費之支配;(4)全國人口分布及其疾病殘廢之狀況,以定衞生防疫之計劃.

2.民權方面,可知——(1)全國各地戶口之總額,以爲行政區域劃分之標準;(2)全國各地男女選民之多寡,以爲自治選舉之權衡.

3.民生方面,可知——(1)全國自耕農半自耕農佃農之總額,以定土地之分配;(2)全國各區人口之疏密,以定租稅之攤派;(3)全國各種年齡人口之總數,以爲糧食調劑之標準;(4)全國各地人口之職業狀況,以洞悉其經濟組織,而定經濟統制之方略.

是戶口普查,實爲上述徵兵國防、公安保衞、普及教育、衞生防疫、行政區劃、自治選舉、土地分配、租稅攤派、糧食調劑、經濟統制十大要政之基礎,厥功誠偉也.

四. 外國戶口普查之沿革

考外國戶口普查,肇源甚古.方紀元前四千五百年,巴比倫(Babylonia)國王,卽舉辦全國地籍調查,凡人口農業牲畜物產等項,均按族而查記之.洎乎紀元前二千五百年,埃及國王拉美斯(Rameses),復調查全國之人口與財富,以擘劃金字塔之建設.其胄裔安馬柔(Amaris)並查記人民之職業,以取締不良之生活,又據聖經出埃及記(Book of Exodus)所載,希伯來(Hebrew)酋長摩西氏(Moses),於紀元前一千四百九十一年,爲徵收人頭稅與抽丁起見,遂普查以色列(Israel)二十歲以上之人口.迄後國王大威(David)於紀元前一〇一七年,復命雅各(Jacob)舉行大規模之調查,惟以處置不善,釀成巨禍,上干神怒(Divine Wrath),下招民怨,是後人民遂目戶口普查,爲違反聖教之舉動,而視爲畏途矣.遺害所及,直至十七世紀而未泯,蓋一千七百五十三年,英國

國會普查案之未能通過，其主因即基於此，即目前英國東非洲屬地墾雅(Kenya)於一九二六年，舉行普查時，土人亦尙有因宗教禁忌 (primitive taboo)，不肯填報，是亦古今迷信心理之足資印證者也.

羅馬建國(435BC—410AD)，地跨歐亞，其國王塞果斯突尼斯 (Serius Tullius) 曾明令規定，各戶之人口土地牲畜與家奴，須於五年內普查一次，以調查所得之財產總額，爲其區分貧富六級人口之標準，或作贖罪之用. 其後國王奧古斯都 (Augustus)，並舉行全國之大規模調查，以作征稅之標準，惟迄其崩逝，全功未盡. 總上所述，古代之戶口普查，其目的不外抽丁課稅與其他特種事實，其期距除羅馬外，殊鮮定期之規定，其範圍則僅限於某種階級，或某歲以上之人口，均不合近代戶口普查之原則. 蓋是時戶口普查之發展，方在胚胎時期也.

降及中世封建時期，宗教勢力，迷漫全歐，方在萌芽之戶口普查，以宗教威力之壓迫，亘中古之世，殊鮮舉行，僅巴維利亞(Bavaria)之紐連堡(Nuremberg)城，於一四四九年，受敵軍圍迫，行將絕食時，由教主通令，作普遍之人口與食糧調查，實開全民普查之先例，誠沙漠中一粒金沙也.

迨十七世紀中葉，法屬加拿大殖民地 (La Nouvel France Canada) (即揆伯克州 Quebec)，方始施行按戶普查，詢查各人之姓名與其他事項，停頓已久之戶政，至此又露頭角於新大陸矣. 是後瑞典於一六八六年，命牧師負責辦理人事登記，至一七四九年，並製定出生死亡與人口總數三表，由牧師負責填記. 丹麥挪威與西班牙三國，即於一千七百六十九年，亦舉辦戶口普查，惟結果甚劣，尤以西人懼稅，故意虛報. 故當十八世紀中葉，歐陸學者，如奈格爾 (Necker) 則認戶口普查，係窒礙難行之事實. 即十九世紀初葉，奎得奈(Quetelete) 亦擬採取一世紀前，拉普拉斯 (Laplace) 之建議，根據抽查各地之人口與生死率，以估計荷蘭

全國之人口也.孰料崛起新大陸之美利堅共和國,以需要根據各邦人口之總數,以爲下院議員額數分配之標準,遂於一七八七年,舉行普查,以戶爲單位,詢記各人之年齡與性別,並規定每隔三年,普查一次,所得結果,盡行公佈.近代式之戶口普查,當以此爲嚆矢,英倫人士,亦以受馬爾賽斯(Malthus)悲觀人口學說之震動(食物增加,按數學級數,人口增加,按幾何級數,是人口增進,較食物爲快),於一八〇一年舉行普查,所查項目,除性別年齡外,並及家數宅數農工商人數等項,其內容更較美國爲充實矣.是後流風所被,廣及歐陸,各國先後舉行普查者,指不勝屈.如法國於一八〇〇年及一八〇六年,先後實施兩次普查.比國於一八四六年,組織中央統計委員會,以奎得奈(Quetelete)爲主席,籌備普查矣.

於此吾人不妨略述普查方法之演進.初英人列齊孟(John Richman)與倫敦統計學社社員,悉心研究戶口普查之方法並製爲各種普查與整理之表格,均甚精密.於是倫敦統計學社,遂本此以作一八四一年之英格蘭戶口普查.拉可蒙(Thomas Larcom)復本英格蘭成法,於同年舉行愛爾蘭之戶口普查.降及一八四五年,美人薛特克(Lamevel Shattuck)所舉辦之波斯頓(Boston)戶口普查,則全以愛爾蘭之方法爲藍本.更進至一八五〇年,美國舉行普查時,乃本薛氏之成例,據當時之情況,不以一戶而以個人爲單位,凡性別年齡人種出生地與職業,均須塡報,近代之戶口普查方法,至此遂益臻完密矣.此後各國踵行戶口普查者,意大利爲一八六一年,德意志爲一八七一年,俄羅斯爲一八九七年,日本爲一九二〇年,土耳其爲一九二七年,沿至今日,則除前述十二獨立國與二十二屬地外,各國均已舉行戶口普查矣.今以現代定期普查之國家,與其最近普查之年份,舉例列表於後,以供參考.

第一表　開始定期普查之國家

國別	年份
美國 (United States of America)	1790
英國 (Great Britain)	1801
愛爾蘭 (Ireland)	1821
法國 (France)	1831
丹麥 (Denmark)	1856
瑞典 (Sweden)	1860
意大利 (Italy)	1861
德國 (Germany)	1866
加拿大 (Canada)	1871
奧地利 (Austria)	1880
印度 (India)	1881
香港 (Hongkong)	1881
紐西蘭 (New Zealand)	1881
荷蘭 (Netherland)	1889
埃及 (Egypt)	1897
西班牙 (Spain)	1900
墨西哥 (Mexico)	1900
挪威 (Norway)	1900
澳大利亞聯邦 (Australia)	1911
南非洲聯邦 (South Africa)	1911
日本 (Japan)	1920
土耳其 (Turkey)	1927

第二表　最近舉辦普查之國家

年份	國家	屬地
1934	1	
1931	10	61
1930	22	16
1929	3	
1928	3	
1927	5	2
1926	5	3
1925	1	2
1923	1	
1922	1	
1921	4	15
1920	2	2
1919	1	
1918	1	1
1914	1	
1911	1	1
1908	1	
1900	1	
1899	1	
1876	1	
未舉行普查者	13	18

五. 我國戶口普查之沿革

我國戶口普查，淵源甚古，其初載於史籍者，爲紀元前二千二百年，夏禹時代之戶口與土地統計，其時民戶一千三百五十五萬九百二十三戶，民口三千九百二十萬口.惜此說不足信，蓋中國信史，方斷至商代耳.降及周代（1134-247BC），編查之制，備具規模，凡賦稅徭役之分派，均以戶口爲依據，一夫授田百畝，納稅什一，是爲徹法.其行政區域之劃定，亦以戶口爲權衡，五家爲比，五比爲閭，五閭爲族，五族爲黨，五黨爲州，五州爲鄉，鄉在郊內.五家爲鄰，五鄰爲里，五里爲酇，五酇爲都，五都爲縣，五縣爲遂，遂在郊外.鄉遂之各級行政長官，每年依法查記其主管區域內之男女老幼貴賤廢疾死亡及田地收穫六畜車輛之數，且隔三年，即清查一次，是曰大比.秦之人戶統計(246BC—201BC)，史册不詳，僅史記始皇本紀，載始皇十六年，令天下男子書年，以爲賦稅力役之依據耳.漢興(202BC—775AD)，其人口總數，雖詳載於杜佑通典應劭漢宮儀及後漢書郡國志中，然其戶口編查之制，則史缺明文.唐初(776—905AD)，編查戶口，三年一舉，其制以百戶爲里，五里爲鄉，四鄉爲鄰，三家爲保.里設里正一人.每屆編查之年，則由里保長官，舉天下之戶，準其資產，分爲九等，復詳具其年齡與田地之面積，以爲鄉帳，是爲手實法，惟至宋神宗時（一〇七〇年），改爲保甲法，其法以十家爲保，五十家爲大保，十大保爲一都保，各置長官一人，主客戶之有兩丁以上者，選一人爲保丁，以編查戶口.催徵賦役.明興，亦採保甲制度，於洪武十四年(一三八一年)，詔天下賦役黃册，每十年編造一次，其法以一百一十戶爲里，里首以丁糧多者十人任之，其餘百戶，分爲十甲，每甲設甲首一人，編查時，由甲首將縣府頒佈之部册，令各戶依式塡報，其人丁田地山塘房屋車船各項.其塡就表册，則由甲首送縣，由縣以每里編爲一册，册首總爲一圖，

其年老殘疾幼小寡婦及外郡寄藏人口，則爲畸零戶，附於里外，而列於圖後．其編製方法之精密，實已超越已往各代矣．清初戶政(一六五六年)，全襲明制，惟戶籍分類，較爲繁複，編造年限，初定三年，後改爲五年耳．總上所述各朝，編查戶口之目的，不外爲課稅或徵役之標準，故民懷疑忌，隱匿不報，加以調查對象，或僅限於民籍，或不及於邊陲，是以歷代所載人口數額，半涉虛報．

清康熙帝巡幸各地，洞悉此弊，乃於五十二年（一七一三年）毅然下令，以五十年之丁册爲常額，是後增丁，不復加賦．雍正元年（一七二三年），又將丁銀攤入田賦，賦役作用，既告廢止，戶口實況，自易查得，誠我國戶口普查史上之一大新紀元也．至乾隆時（一七四一年）復行保甲法，以編查戶口．其制以十戶爲牌，牌有牌長，十甲爲保，保置保正，所有門牌循環等册，均由縣府發給保正，保正轉分各戶，依式填寫．其門牌則張貼門首，其循環二册，則由保正編造，送縣核閱後，以循册存縣，環册攜回，倘有遷移出生死亡嫁娶等事，隨時由甲長更正環册紀錄，然後按季由保正將其送縣，攜回循册，如此循環辦理，各州縣每年得據之以造具人口清册，逐級呈報戶部．故當乾隆六年時（一七四一年），全國共有人口一萬四千三百餘萬人．惟自咸同以後，國家多故，兵燹迭起，保甲之制，於焉遂廢．至光緒三十四年(一九〇八年)，以籌備立憲，乃參考歐西各國成例，公佈編查戶口章程，先查戶數，後查口數，宣統元年，據以實施，實爲我國現代人口普查之嚆矢．其調查區域之劃分，在已施行自治地方，則以自治區域爲標準，否則以舊日之行政區域爲權衡．其調查人員，則爲巡警董事鄉董或紳士，其調查步驟，則戶數表先由調查員代填，口數表於接表後十日內，由戶主自行填就．其表格內容，爲姓名年齡職業籍貫住所等項．據民國元年，內務部整理宣統三年各省戶口報告所得，全國共有六千九百二十四萬六千三百七十四戶，二萬三千九百五十

九萬四千六百一十八人，惟或因原報告偏而不全，或因整理時難免錯誤，故人口數額，多所遺漏，尤以口數爲甚．去夏陳長蘅先生，復致力於民政部戶口調查報告之整理，計得七千一百二十六萬八千六百五十一戶，三萬六千八百一十四萬六千五百二十人（或爲七一，三三二，四六五戶，三七四，二二三，〇八八人，對於四川省採取宣末最後報告數），其計算純用機器，其增補估計，僅佔十之一二，想能代表當時人口之實況也．

民國肇造，內務部亦於元年（一九一二年），舉行戶口普查，其表格內容，大略爲姓名、性別、籍貫、年齡、職業、曾否結婚、出生年月日、死亡年月日等項，所惜調查章程已佚，無法得窺全豹．至寄居外人，其住所職業性別，亦須分項塡明，其制實較宣統元年時之普查爲完備．惟調查區域，僅限於直、蘇、浙、贛、晉、豫、鄂、吉、奉、新、閩、湘、隴、黔、魯、秦、川、滇、黑等十九省，及京兆、綏遠二特別區域，故其所得戶口總數，計戶數爲六千五百八十九萬六千七百八十一，口數爲三萬五千一百零四萬五千八百二十二，亦未能代表全國人口之實數．是後直、蘇、晉、贛、浙、鄂、湘、吉、新等九省，均按年造報人口總數，民國四年，內務部復頒佈縣治戶口編查規則，藉爲各省準則．

國府奠都南京後，內政部於民國十七年時（一九二八年），曾擬定戶口編查條列，通令各省民政廳，於本年十二月前，一律依式辦竣呈報．其住戶調查表內，所詢事項，有姓名、性別、戶主關係、已未嫁娶、有無子女、年齡及出生年月日、籍貫、曾否入國民黨、住居年月數、職業、宗教、敎育程度、廢疾、曾受刑事處分者、形跡可疑者、素行不正者等項．其他船戶、寺廟、公共處所、外僑，則另有表格調查．總計民國十七、十八兩年間，蘇、浙、皖、直、奉、秦、晉、鄂、湘、新、綏、察、黑等十三省先後呈報數額，計有二萬一千五百五十七萬七千四百四十九人，實屬殘缺不全．

除上述各次直接調查外，海關於民國十六年，依據洋貨進口數額，

查報當時全國人口爲四萬五千七百八十七萬人，郵局於民國十五年，亦依據各地報告，查估當時全國人口，爲四萬二千六百五十三萬人，但戶數性別，均付闕如，加以轉抄政府報告，殊難置信也.

綜觀自宣元以降，歷次普查，均以方法未善，區域不完，故全國人口實數，總成迷雲，一時中外專家，紛起估計. 如美國韋爾考克博士 (Dr. W.F. Willcox)以民政部普查爲藍本，於十七年時，估計宣元人口，爲二萬九千四百萬人.至十九年時，復修正爲三萬四千一百萬人. 韋氏並謂我國自經洪楊之亂，人口未增，故宣元時之估計數額，實與近日之人口實數，不相上下也.浩渥德氏(H. P. Howard)於民國十八年，根據我國各種調查統計，估計全國人口，當在五萬萬人以上. 我國人口專家陳長蘅氏，釐訂宣統元年全國人口總數，少則三萬八千五百四十萬人，多則四萬零四百餘萬，以每年增加千分之十一計，則十七年底，全國人口，約在四萬六千萬與四萬七千三百萬之間也.陳華寅氏，據民元之戶口調查，推得當時全國人口，爲三萬九千三百一十九萬人，以每年每千人平均增加率爲七・八人計，則民國十八年間，全國之人口應爲四萬四千五百萬人.陳啓修氏則根據鹽引，估計全國人口，約有五萬三千一百萬人，陳正謨氏釐訂宣統元年全國二十二省及綏遠京兆兩區，應有四萬零三百零四萬一千七百四十八人，蒙藏青海，則爲九百零一萬二千人.設自然增加率，爲千分之十二・四，則本部人口，至十八年時，當爲四萬九千三百六十六萬人.合以上述蒙藏人數，則全國人口，已超過五萬萬矣.

上述各家估計，少則約三萬萬，多則越五萬萬，雖各家均能持之有故，言之成理，然鉅細懸殊，多寡迥異，定讞之論，殊難置喙也.

六. 我國正確戶口普查之迫切需要

觀上節所述，我國以未舉行完備之戶口普查，非特各專家對於全國

原

书

缺

页

原

书

缺

页

第三表

	國	別	最近普查年	前次普查年	再前次普查年
1.每五年者					
(a)有規率	法國	(France)	1931	1926	1921
	紐西蘭	(New Zealand)	1931	1926	1921
(b)不規率	瑞士	(Switzerland)	1930	1926	1921
	德國	(Germany)	1925	1919	1910
2.每十年者					
(a)有規率	意大利	(Italy)	1931	1921	1911
	英國	(Great Britain)	1931	1921	1911
	加拿大	(Canada)	1931	1921	1911
	印度	(India)	1931	1921	1911
	香港	(Hongkong)	1931	1921	1911
	美國	(United States of America)	1930	1920	1910
	瑞典	(Sweden)	1930	1920	1910
	保加利亞	(Bulgaria)	1930	1920	1910
	澳大利亞聯邦	(Australia)	1921	1911	
	南非洲聯邦	(South Africa)	1921	1911	
	愛爾蘭	(Ireland)	1911	1901	
(b)不規率	奧地利	(Austria)	1934	1920	1910
	荷蘭	(Netherland)	1930	1920	1909
	挪威	(Norway)	1930	1920	1900
	墨西哥	(Mexico)	1930	1921	1900
3.無定期	波蘭	(Poland)	1931	1921	
	拉特維亞	(Latvia)	1930	1920	
	西班牙	(Spain)	1930	1920	
	葡萄牙	(Portugal)	1930	1920	1900
	日本	(Japan)	1930	1925	1920
	捷克斯拉法克	(Czecho-Slovakia)	1930	1921	
	希臘	(Greece)	1928	1920	1907
	土耳其	(Turkey)	1927		
	埃及	(Egypt)	1927	1917	1907
	俄國	(Russia)	1926	1920	1897
	芬蘭	(Finland)	1920	1900	

2.主辦之官署 各國因應用戶口普查結果主要目的之不同，故負責辦理普查之機關亦異.

(1)有由內閣直接主辦者——如日本之內閣統計局,意大利之內閣中央統計院是.

(2)有由經濟部主持者——如德國經濟部統計局，法國國家經濟處統計局（但由內政部審查表格),俄國經濟設計部統計局等是.

(3)有由商部主辦者——如美國之商部普查局是.

(4)有由勞工部主辦者——如西班牙勞工部輿地測量統計處是.

(5)有由衞生部主辦者——如英國衞生部登記總監是.

(6)有由內政部主辦者——如荷蘭內政部統計局，比國內政衞生部統計處是.

(7)有由內政部與他部合辦者——如奧國內政部教育部會同指導之中央統計委員會是.

3.經費之負擔 因應用目的之不同，而進行之方法乃有集中與不集中之別,至於經費之負擔,亦採各種不同之方式.

(1)有由中央國庫負擔者——如英、美、意、比等國是.

(2)有由中央與地方分擔者——如奧國則出版費由中央擔任，調查費由地方擔任;法國則調查費由中央擔任,整理費由地方擔任是.

(3)有由中央國庫負擔外，更由人民以無報酬爲補助者——如德國是.

(4)有由中央與地方分擔，更由人民以無報酬爲補助者——如俄國是.

至各國平均每人所耗普查費,以美國一九三〇年所舉行之普查爲最鉅,計達華幣一元零七分,故其所需經費總額，多至一萬二千二百餘萬元.而以印度爲最少,例如一九一一年,僅華幣六釐八毫,其他各國則

多寡各異，茲舉例如下：

第 四 表

		各國所需普查經費總額		各國每人所耗普查經費總額	
國別	年份	外幣	華幣	外幣	華幣
英國	1921	£ 351,334	$ 46,000,000	£ 0.009 375	$ 0.15
美國	1930	$ 40,000,000	$ 122,775,000	$ 0.326	1.07
加拿大	1921	$ 1,443,000	——	$ 0.164	0.545
日本	1931	$ 4,000,000	$ 64,448,000	0.062	0.056
印度	1911	——	——	R56	0.0068
香港	1931	——	——	——	0.067

4.行政之組織 各國主持戶口普查之行政組織，可分爲中央與地方兩部份觀察之.

(1)中央方面

(a)有臨時擴充普查局或統計局組織者，——如美、德、法等國.

(b)有調用各部職員，由中央統計局指揮進行工作者，——如日本.

(c)有聘請全國統計專家統計人員及各地總督，會同進行者，——如西班牙.

(2)地方方面

(a)有由中央派定普查人員，與各地方監察員者，——如英、美、加等國.

(b)有運用原有各級地方行政組織，如省、縣、州、郡、邑、市、鎮、鄉者，——如日、奧、瑞士、意大利等國.

(c)有由各級地方行政機關，組織普查委員會者，——如西班牙.其各級普查委員會之組織如下：

(α)縣普查委員會　以縣長爲委員長，財政部代表委員一人爲副委員長，縣警察局長縣都會代表委員，及都會居住者之代表，度量衡檢查官，初等敎育視學官，農業技師，及統計局之統計官（充本會幹事）各一人爲委員.

(β)市鄉村普查委員會　以市村長爲委員長，以曾任市鄉村普查委員長者爲副委員長，以最老練之建築師、裁判官、公共醫院醫師、牧師各數人，最老之新聞社長一人，農商會代表一人，警察官及小學敎員全部暨統計局之地方統計官、市鄉村書記(充本會幹事)、市鄉村之統計員(充本會副幹事)爲委員.

(d)有過地方行政機關，逾期不實行普查，得由其他機關代行者，——如奧國.

(e)更有地方稅捐徵收人員，得審查戶口普查之結果並得實行復查者，——如法國.

5.區域之劃分　各國對於普查地域之劃分方法，有下列之數種標準.

(1)以行政區域爲標準者(包括選舉自治區域)，舉例如下：

(a)印度——以行政上之區域，如省、郡、邑等爲監督區，每區設監督一人，復於每邑之下，分割爲十個或十五個調查區，每區約三百戶各設普查員一人．其他如日、奧、德、法等國，亦均以行政區域爲根據.

(b)加拿大——以選舉區爲普查區，每區設監察員一人，以選舉分區爲普查分區，每區設普查員一人.

(c)西班牙——以自治區域爲標準，將每縣、市、鄉劃分爲若干普查區，每區各設普查委員會.

(2)以司法區域爲標準者——如美國曾以司法區爲監督區，每區設

普查監督一人，再將司法區分爲若干普查區，每區置人口普查員一人.

(3)以登記區域爲標準者——如英國將全國各縣，劃爲若干登記區，每區設登記主任一人，又於每縣設若干登記分區，各設登記員一人.當舉行普查時，其普查區域之劃分，由登記員擬定，呈請登記總監核准，並於每普查區，設普查員一人.

(4)以敎士區域爲標準者——如瑞典平日將全國分爲若干敎區，各敎師就各敎區內.登記其人口數目，以及生死遷徙婚姻等事，每十年向中央統計局報告一次.

6.人員之選用　戶口普查人員之人選，與其任用之方法，各國亦多不一致，玆分述之於下：

(1)人選　普查員之人選在比國爲居民，在日、荷爲政府職員，在德爲敎職員與學生，在西班牙與愛爾蘭爲警察，在法爲小市市長或學生敎職員，在俄爲黨員與人民團體之代表，在瑞典與挪威爲公共場所管理人、海關人員、船長、廠長、僧侶等，在葡爲縣、州長及僧侶，在匈爲邑長及各家長.

(2)任用方法　普查員，在俄由民選，在日由內閣委派，在德由各邦選任，在法由各市鎮鄉選任，在英由登記員選薦，在比、荷、瑞士由邑長委派，在美由監察員直接任免調遣，並授以證明書，公佈其姓名，及規定不得委託他人或伴同他人前往調查.

7.報酬之標準　各國戶口普查之人員，有爲無酬者，如日、俄、德等國是，但於調查完畢時，每多塡發獎狀或獎牌等件，藉資鼓勵.有爲有酬者，如英、美、加、葡、奧、比、荷、西等國是.其報酬之標準有三：(1)以時間及整個事務爲標準者，爲各國所通用；(2)以件數爲標準者，爲美國於一九一〇年，舉行戶口普查時所採用；(3)按表數人數及里數爲標準者，爲

英國所獨創.至各調查員所擔任調查之戶數,在(1)法國爲四十戶至七十戶,約一百人,(2)瑞士爲五十戶,約二百五十人,(3)荷蘭爲二百戶,約一千人,(4)印度爲三百戶,約一千五百人,(5)美國爲五百戶,約二千五百人.

8.訓練之方式 精密調查,爲準確統計之基礎,故各國對普查人員之訓練,均力求熟練而敏捷.先令其瀏覽普查法令,熟諳普查須知,復令其試填表格,藉收實習之效,舉行集會,以受親炙之益.

9.宣誓之執行 戶口普查結果之準確,端賴普查人員之忠實將事,故各國爲保持此種人員之信用起見,每於事前舉行宣誓之儀式.例如英、美二國,均於調查員之委任狀上,附以誓詞.當其就職伊始,須於監察員前宣誓,矢盡職守,如將來有忝厥職時,卽行嚴懲.

10.用途之確定 往昔各國人民之反對普查,或雖舉行普查而塡報不實者,均以其調查之目的,非課稅卽抽丁故也.是以近代如德、奧、法、瑞士等國,均明白規定,普查結果,僅得供純粹統計上之運用,不得雜有其他目的,以堅人民之信仰.

11.罰則之規定 人民對於國家旣有忠實報告之義務,普查人員對於主管機關,亦有忠實服務之責任,各國對於不盡職務之人員,多定有嚴格之罰則.例如:

(1)人民方面:

(a)拒絕報告與不忠實盡職者,其罰金之規定,在英爲十鎊以下,在美爲五百美元以下,在德爲一百馬克,在意爲五十意幣,在西爲二百五十至一千二百五十西幣(或監禁),在日爲三十日圓.

(b)散佈謠言者,依日本之規定,則處以一百日圓以內之罰金,其他國家亦有類似之處分.

(2)普查人員方面:

(a)怠不查報者，在西班牙規定以刑法處分.

(b)將材料移作他用，與洩漏內容者，其罰則之規定，在英爲罰金及二年以上之監禁，在美爲一千元及二年以上之監禁，在奧國、瑞士、西班牙等則以刑法處分.

(c)造僞者，在美國規定處以二千元罰金，與五年監禁.

12. 呈報之義務 呈報表格之義務人，各國均有明晰之規定，例如在英國爲戶主、業主、管理人、主管官吏、將校、船長、典獄長、個人及特別指定之呈報人.

13. 人口之標準 各國戶口普查，所調查之人口，計有三種，即在場人口、常住人口與原籍人口是也. 在場人口，又譯爲實在人口 (de facto population)，爲調查時，現居於調查區域內之人口，含有常住者與客居者兩種，英、印、意等國多調查之. 常住人口(de jure population)乃以本調查區爲其習慣上之住所與生活上之根據，含有在場者與他往者二種，美、加、丹等國多調查之. 原籍人口 (legal population)乃以本調查區爲其法律上權利義務之確定地，亦含有在場者與他往者二種. 惟近代各國，對原籍人口，多按戶籍呈報以稽查之，對在場人口與常住人口，亦有同時普查者. 如法蘭西、比利時、德意志等國是. 故(1)常住而在場者，(2)常住而他往者，(3)在場之寄居者，(4)在場之使用人，以及旅館之旅客，醫院收容所、學校及公共場所之住宿人，兵營艦艇住宿人，船舶住宿人，監獄拘留人，旅次初到本調查區未經查報者，均爲其調查之對象也. 但各須標明，以便歸納而免重複.

14. 戶宅之定義 戶口之最小單位爲口，其集團單位則爲戶，而戶口之居住場所則爲宅，今先言戶與宅之定義:

(1)戶 (menage)之意義，指經濟家庭而言，在法國，凡同受一戶主之支配，以營其生活之個人集合體(包括傭役及其他同居人)，謂之戶. 單

獨生活者，則別爲一戶.數戶之集合則曰家 (tamill).在美國，凡共營家計共同居住生活者，如寄宿人使用人在內生活職員店員或收容者，得組成一戶. 在西班牙國，則戶主之定義爲對家族扶養、子女教育、負債償還之負責者.

(2)宅(maison)之意義，在法國爲土地局或公務局認可之一切不動產營造物.如住宅工廠船舶車輛等是.在美國，則宅不獨指家屋，凡一人以上住宿之場所，如工廠商店事務所篷帳貨車等，均謂之宅. 施普查時，須編製巡迴宅數與屋數，且是否爲自有租用或抵押，及其價值年租種類材料等項，亦須塡明. 至在香港，則宅分爲住人不住人及建築三類.

15. 查報之事項 普查之目的在求明瞭戶口之種種狀態，而普查結果之良窳，每視查報之事項是否切要與明晰.茲分言各事項之要義:

(1)姓名 各國普查，所定之人口標準不同，故每戶查記人口之成分亦各異，英國向主調查在場人口，故凡家族同居僕役，寄宿之來客，未經查過之初晨到達客，及偶然在場者之姓名，均須塡入. 美國則主調查常住人口，故凡在場之常住者，在外之常住者，及僑民，共同居住之使用人，同居及租賃之寄宿人，以及勤務地之軍警，在本地有住所之學生，在場發現之無一定住所者之姓名，均應列入.至來客，無常住所者，寄宿學生，就警局住宿，不住宿之使用人，及醫院病人之姓名，則不載入.

至每戶各人姓名，先後排列之次序，依德國爲:(a)戶主,(b)眷屬,(c)其他親戚,(d)來客,(e)助手,(f)使用人,(g)分租者,(h)寄宿者,(i)其他. 依法國爲:(a)戶主,(b)妻,(c)子女,(d)戶中其他親屬,(e)僕役,(f)非家庭之本人.

又如意德二國，其姓名之塡寫，別具一種習慣.在意國，凡男女須加

寫其父之姓名，出嫁女子，除寫其夫之姓氏外，並須加塡父之姓名，以期正確.在德國，則於姓名之上，可冠以博士、工程師諸尊稱，以示其受教育之程度.

(2)性別　性別一項，各國相同，惟奧國則直接以'男或女'爲問項，較'性別'二字更爲明顯.

(3)年齡　各國於年齡一項，(a)有僅須塡報年齡者，如美、加、香港等是.惟美國須報確實年齡.且遇年齡數額之末尾，爲零或爲五時，須問其是否爲實數.至五歲以下之嬰孩之月數，須以十二分之一表示之.(b)有須詳載其出生年月日者如奧、法、比、意、荷、日、印等國是.

(4)戶主之關係　戶主關係一名詞，英、美、加、荷、丹、挪諸國多沿用之.奧、比、瑞士等國則易爲家政上之地位.據其規定，爲戶主妻子女其他親屬使用人分租或寄宿人.惟在荷蘭則凡家族同居，或單獨居住者，均與戶主有關係也.

(5)婚姻之狀況　婚姻狀況，英、美、法、比、奧、瑞士等國均細分爲未婚、已婚、鰥寡、離婚四項.惟其中法、奧二國，須將結婚與再婚之年齡塡明，奧國且將離婚，記明爲裁判離婚或協議離婚.美國則將初次結婚年齡塡入.

(6)職業

(a)主業　職業爲行業(industry)與職務(occupation)之總稱.以個人所從事之職務，與其職務所屬之行業，分別塡入，此爲一般國家之通則.惟英國關於行業上，須將工作原料，製造物品種類，工作場所之地名(或自宅)載明.關於職務上，如爲被雇者，須塡明雇主之姓名與業務，雇人者記明雇主，自營並不僱人者記明自營.至關於家事服務，則婦人司家政者塡家政，無酬助理營業之家屬，記其職務.其依他人財產收入爲生者，記其收入之來源，受專門職業教育者，記工學

士法學士，就學者記全部份及一部份時間就學.至一人從事於數業者，以其有關生活最重要之職業爲主業.

法國於職業一項，以費個人大部份工作時間之職業爲主業，如爲雇主，則增記雇用人數.印度則載及生活方法，意大利於農民職業，則以戶內其他各人耕作，亦作自己土地耕作，此其較異於英國者也.

(b)副業　英國規定原從事一業而被雇於他業者，分別塡載其職業及其雇用關係，德國則從事於季節中之甲乙丙各副業及其職務，亦應塡入.

(c)無業　意大利規定，凡依資產收入爲生者，家事使用者，學生以及監犯收容者等，均視爲無業.

(d)失業　據加拿大調查表所載，有本週是否在僱及何以不在僱二問.如爲不在僱，須塡明其原因，如:無工作、疾病、出險、罷工、暫停及其他等是.

至個人從事工作之年齡，各國無一律之規定，瑞士以十四歲以下之兒童，不勝工作，意大利則九歲以下者，亦無庸敍明其職業也.

(7)宗教　宗教一項，各國多有規定塡報者，在德、奧等國，更須詳細塡明其教派及所屬會別.

(8)語言　各國對於人民所操之語言，多有詢問.在加、美二國，對各戶本人父母所操之母語，均須塡明，至能否操本國語一層，亦須述及.

(9)教育　教育程度之高低若何，美、加、法、比四國，均分詢能讀與能寫兩問，以測驗之.惟在美國，則須加塡普查前一年之九月一日後是否入校，在加拿大須載普查前一年之九月一日後入學月數.

(10)出生地　各國通例，祇須載明本人出生地，惟美、加二國，須將本人父母之出生地並列.

(11)國籍　塡明國籍，乃各國通例:惟在美國則須分別塡出下列各項:(a)移住人,(b)歸化或外國人,(c)歸化年數.在加拿大則須敍明:(a)移入年數,(b)入籍年數.

(12)常住地　在德、奧、法三國，須列常住地名.在瑞士、香港,則更須塡明住宿年數.在荷蘭則尤為繁複,凡常住地之同居人數,使用人數,戶主曾否結婚,同居室數,均應記入.至意大利之農民常住地,以冬季為準,士兵則以兵營為常住地.

(13)殘疾　殘疾一問,在美國須分為聾、啞、瞎等項,法國亦然.惟香港於一九三一年普查時,則將其删去.

(14)人種與色別　在美、加、印三國,均須塡報個人之種族與色別.

(15)親生子女　據荷、法、比三國之規定,凡(a)婚生子女數,(b)現存子女數,(c)現有子女之年齡,均應塡報.在英國亦須塡入十六歲以下之親生子女數,及其年齡與住所.在奧國且應將在本宅外,另行婚生十四歲以下之子女塡報.

(16)父母存亡之情形　英律,凡十五歲以下之男女,須詳記其父母存亡之情形,如父母俱在、俱亡、父亡、母亡是.比國於十六歲以下之男女亦然.

(17)附帶調查事項　各國戶口普查時,常附帶調查其他事項,例如:

(a)住宅宅數屋數——如意、法、德、奧、英、丹、葡、瑞士等國.

(b)農場有無——如美國.

(c)不動產建築物與土地——如意國.

(d)土地之面積種類價格——如英德二國.

(e)穀類——如英國.

(f)家畜——如英奧二國.

(g)船舶——如英國.

(h)機械動力——如荷蘭.

(i)工廠——如荷蘭與匈牙利二國.

(j)商店——如荷蘭.

(k)押抵情事——如美國.

(l)教育情形——如比利時.

(m)收音機——如美加二國.

(n)死亡情形——如美國.

16. 主要之表册 各國普查之表册,繁簡不一.茲舉法國一九二六年施行普查之表册爲例:

(1)預定簿 調查員之第一要務,即在普查日前,於預定簿內,確定其調查範圍內之每戶及宅舍之狀況,以及最似正確之每戶人口數.

(2)宅表 宅表內所載,(a)屋宇之性質與使用狀況,(b)住所之部份號次層級別戶主姓名口數間數,均由調查員於普查日期,逐一查記.

(3)戶表 當普查時,凡(a)在場之常住者(附單名表),(b)在場來客(附單名表),(c)在外之常住者(不填單名表),均逐一填就,由戶主呈報.

(4)單名表 乃一戶共有人口之總清單,凡個人之姓名年齡與戶主之親屬關係及殘廢狀況,均須填入,其次序以戶表爲標準.

(5)集團表 所有調查特種人口,由團體首領或發現人呈報.

(6)檢閱表 乃監察員用以記載調查員不正確之調查結果者.

(7)概計表 普查既竣,由各級地方行政機關,將該區域內現有之宅舍數戶數及人口數,編爲概計表,逐級呈報上級行政機關.

(8)毗鄰地方之移送書 凡工作於毗鄰縣份工廠內之個人調查表,須將其編送鄰縣,以備審查.

(9)居民簿 以記載一地之常川居住人口.

其他若美、德二國，則有農業及工業調查表，瑞士則有調查區調查前及調查後之構成表，日本則備有監察表與速記表，皆爲各國所不多見者.至如調查須知，則爲各國所共有者也.

17. 塡報之方法　塡報表格之方法有三:

(1)由呈報義務人自塡者 (householder method)，如英、德、匈、荷、葡、法諸國是，但如其中少數不能塡寫者，得請他人代塡.

(2)由調查員代塡者(canrasser method)，如美、加、立陶宛 (Lithuania) 及印度諸國是，惟印度則在事前代塡，於普查日再行複查，以察其有無錯誤.

(3)由調查員代塡，但須由呈報義務人保證署名者，如意、奧、瑞士諸國是.

自塡一法，備具優點，如從容塡報，錯誤自減，一也；收集省時，經費可省，二也；塡寫工作，得以分工，三也；表格收集，時間劃一，四也.但採用此法之先決條件，須國民遍受較深之教育，否則不足以語此，不得不以代塡之法以濟其窮.然時間倉促，發問不良，地廣人衆，重漏難免，實爲代塡法之缺點.至代初塡再複查一法，其目的不外減少錯誤也.

18. 標準之時刻　各國以氣候情形、經濟狀況、社會習慣及行政事務繁簡之不同，故普查日之規定，殊不一律，其惟一之原則，須該日爲人口移動之最少者，故普查之時刻，不外午夜，或由前日中午至次日中午，所以防人口之移動也.今將各國之標準普查日，列表於下，以資參考.

第五表

普查月	日	國別
12	31	瑞典 (Sweden)
		西班牙 (Spain)
		荷蘭 (Netherland)
		保加利亞 (Bulgaria)
		比利時 (Belgium)
		芬蘭 (Finland)
		日本 (Japan)
		意大利 (Italy)
		挪威 (Norway)
		葡萄牙 (Portugal)
		瑞士 (Switzerland)
10	28	墨西哥 (Mexico)
	27	希臘 (Greece)
9	30	波蘭 (Poland)
8	28	俄國 (Russia)
6	16	德國 (Germany)
	15	拉特維亞 (Latvia)
	1	加拿大 (Canada)
5	3	南非洲聯邦 (South Africa)
4	17	紐西蘭 (New Zealand)
	4	澳大利亞聯邦 (Australia)
	3	愛爾蘭 (Ireland)
	1	美國 (United States of America)
3	22	奧地利 (Austria)
	7	香港 (Hongkong)
	1	印度 (India)
	1	法國 (France)
	1	埃及 (Egypt)
2	15	捷克斯拉伐克 (Czecho-Slovakia)
	1	丹麥 (Denmark)

19. 戒備之執行 執行戒備之目的，在防止人口之劇烈移動，如德國於普查期內，凡人民之集會遷徙等均行阻止之。

20. 表格之散集 表格散集之方式，視各國所採用之制度而各異，茲分述於後：

(1)派員查報制 所用表格之散集方法，在美國，由調查員自調查日起，城市中於二週內，鄉村中於三十日內，將調查區域，各戶之調查表格，逐一塡好，且所有調查期內之人口數，均應折成普查日之人口數，然後由調查員將表格彙齊，呈繳監察員，復由監察員，呈報普查局。此制亦爲加拿大、愛沙尼亞、立陶宛等國所採用。

(2)人民呈報制 所用表格之散集方法，在英國，當普查日前二週，由普查員將表格轉交戶主塡報，至普查夜，則由普查員收齊，並須查明有無漏報之處，以送交登記員，由登記員逐級送至總登記處。此制亦爲英、德、法、意、奧、匈、比、西、葡、日等國所採用。

(3)派員代塡再覆查制 所用表格之散發方法，在印度與香港，於調查前若干日內，由調查員將區內各戶人口，暫錄於筆記冊上，呈送監督核正後再行塡入調查表內，復於普查日，由其將表格攜往各戶複核，次日收齊，逐級呈報。

(4)教士查報制 所用表格之散集方法，在瑞典與丹麥二國由教士於每年內，查明去歲該教區內居住男女數，及本年出生嬰兒數，死亡遷徙失蹤數，以推得今年本區內之人口數，每隔十年，將本區內人口總數，以及男女年齡之分配等材料，送交中央統計局。

21. 概計之編報 戶口普查表格繁多，整理統計，絕非短促時間所能蕆事，故各國每於普查後一二星期，欲知人口之概數，多編製概計，而發表之。例如：

(1)英國在普查夜之次日上午，各登記主任，即可彙齊各調查員之報

告，並集編該登記區域內之人口總數，報告總監，公布全國.

(2)法國當普查完竣後十日內，各市鎮鄉行政長官，須依調查表格，編爲市鎮鄉概計表，及市鎮鄉居民簿，送呈縣府核察．縣府亦當於十日內，根據各市鎮鄉報告，編成縣概計表，並於二十四日內，編成縣居民簿，轉送省府，省府應於接收各縣報告後，二星期內，編成省概計表，並於一月內，編成省居民簿，寄交內政部.

(3)奧國當普查竣後，除獨立市，須將其所屬部落之家宅票居所票單名票等，分類編成部落概計表，於兩月又十五日內，送交中央統計委員會外，其他各部落及市鎮鄉，須將部落概計表，市鎮鄉概計表於兩月又二十日以內，呈送郡長．再由郡長分類編成郡概計表，於同等期限內，寄交中央統計委員會.

(4)瑞士於普查後二星期內，須依調查表格，編爲市鎮鄉概計表，送交郡公所，郡公所則依此編成郡概計表，於普查後二十三日內，送交邑公所，邑公所則又根據郡概計表，編製邑概計表，送交聯邦統計局.

22. 遞報之便利 戶口普查，乃國家要政，故當遞呈報告時，各國均予以遞送之便利．如美德二國，當戶口普查表格郵遞時，不論重量，一切均免費遞運，公所電報及電話，亦可憑普查局發給之憑票，免費使用，法國則在二百公斤以下之表格，亦可免費遞寄也.

23. 整理之方法 普查材料之登錄、整理、彙編、分析、計算等手續，最稱繁重，非應用科學方法，則困難叢生，故各國對於整理方法，最爲注意，茲分述之.

(1)人工方法：

(a)謄轉法——將調查表上答案，逐項謄錄於整理表册內，以次總計其結果，惟其法須有極謹愼之人員，與嚴密之監督，方能免於錯誤.

(b)卡片法——此法爲巴利維亞統計局長梅爾 (Herr Gary Von Mayr) 於一八七一年所首創.選用各種顏色之卡片,以分別表示信仰各種宗教之人口,以各種形狀之卡片及符號,區別男女之性別及各種狀況.並將調查表上,各個人口之記載,逐項謄入各種顏色卡片,以備整理,其法旣稱便利又甚經濟,少數歐洲國家及澳洲、印度、錫蘭、南非洲等地均採用之,惟工緩時久,實其缺點耳.

(2)機械方法:

(a)原始機——當一八七二年美國卽有節省人工機械之發明,故於一八八〇年,舉行普查時,卽將調查表之各欄數目,轉列於印就之計數格子紙上,以求其結果.

(b)電氣機——此機爲美人霍勒銳斯(Hollerith) 所首創,將調查之事實,謄錄於方片表上,將片上同類之記載,列於同一位置,然後以分類機,穿成同一之孔,復將其置於記錄機上,經分類歸納之工作,卽獲各項之總數.且可同時計算四種以上之複雜狀態,例如在二十五至三十四歲年齡組距內之已婚男性理髮匠,其法最爲完密,各國每當整理繁複事實時,多採用之,惟所費較昂耳.

24. 分析之內容　普查材料,經繁劇手續徵集而來,再經繁劇手續反復整理,苟分析不得其法,則全失應用之價值,未免勞而無功,徒耗公帑,而擾人民,不可不愼.各國對於普查材料,因應用目的之不同,故分析之內容亦異,今將基本諸大端略舉於后:

(1)地域之分佈:

土地面積與住宅,

土地面積與戶口,

人口密度,

人口中心,

人口分佈地圖。

(2)戶之結構:

平均每戶人口數,

配偶之年齡比較,

配偶之職業及其他比較。

(3)性比例:

每百男子所當女子數。

(4)年齡分配:

性別之年齡,

普通年齡——平均或中位數年齡,

成年年齡——(二十一歲以上),

各組天然年齡——(〇至一,二至十三,十四至二十,二十一至四十四,四十五至六十四,六十五歲以上),

需養與供養年齡——(〇至十四,十五至六十四及六十五歲以上),

懷孕年齡——(約在十五至四十五歲),

入學年齡——(狹義言之為七至十四歲,廣義言之為三至二十歲),

兵役年齡——(約在十七至四十五歲),

投票年齡——(二十或二十五歲以上),

結婚年齡——(例如在法為女子十五歲男子十八歲以上),

死亡者平均年齡——(一年中死亡人數除該年中死亡者年齡之總數),

生存者平均年齡——(一年中生存人數除該年中生存者年齡之總數),

城市與鄉村之年齡分配,

年齡之集中指數——(年齡分配多以五歲為一組欲補救偏於整

數之弊，每將二十三歲至六十二歲之各年齡組中逢五歲之人數對於該組中全體五分之一的人數之比例求出而得年齡之集中指數).

(5)婚姻狀況:

十五歲以上未婚已婚及鰥寡人數與十五歲以上人口衆數比較.

(6)教育情形:

各年齡組別之教育程度,

讀寫之能力,

受各級學校教育者之人數與年齡,

文盲之成分.

(7)職業分配:

職業包括行業與職務,往昔各國之職務分類頗多淆混,自一九二〇年大英帝國統計會議議決,將產業與職務分開,各成一貫之系統,嗣後各國競相仿效,邇來國際統計學會，又訂定行業分類標準,尤足供職業統計之參考.

(8)出生地別.

(9)居住時間別.

(10)種族別.

(11)宗教信仰別.

(12)殘廢狀態別.

八. 普查之基本原則

自十八世紀以還,世界各國,迭施普查,雖頗具規模，備有成績,但以辦法參差,成效終異,一八七二年，在俄京舉行之第八次國際統計會議,有鑒於此,特編定戶口普查之標準原則,藉爲各國普查之南針,茲擇

要介紹，以爲規劃我國戶政之一助.

1. 普查時人口類別之標準應如下：

(1)在場人口(de facto population)，爲於普查之際，適在本調查區內之人口，須全行計入.

(2)常住人口(de jure population)，爲以本調查區爲其習慣上住所之人口，普查時無論當時在場或暫適他處，均應計入，至外來暫住者，則須剔去.

(3)本籍人口(legal population)，爲以本調查區爲其法律上住所，且依戶籍法，作本籍登記之人口，普查時，應全部計入.

2. 普查時，應查問各人之姓名.

3. 普查工作應儘一日內完竣，最低限度，亦須有確定之標準日期與時刻.

4. 普查最少每十年舉行一次，並於逢十之年爲之.

5. 普查之基本問項應如次：

(1)姓氏與名稱

(2)性別

(3)年齡

(4)與家長之關係

(5)婚姻狀況

(6)行業與職務

(7)信仰之宗教

(8)習用之語言

(9)繕讀之能力

(10)出生地與籍貫

(11)習慣或本籍住所

(12)瞎聾啞癡或精神病

6. 普查時，在教育程度較高之區域，如城市等，應填查各人出生之月日.成人之年齡應計至最近之過去生辰止，嬰兒之年齡則應以月數計.

九. 我國過去各地戶口普查之方法概述

民國十六年以來，我國市縣曾踵施普查，雖確樹規模，備著成效，但終以制度各異，方法不同，仍不無可研究之處，茲概述之如下：

1.市之普查

(1)組織

(a)主辦機關

(α)利用原有警察制度者，如天津、漢口二市，均以市公安局爲普查之主辦機關.

(β)組織臨時調查機關者，如福州之戶口調查處(由教育廳、民政廳、福州市公安局及閩侯縣政府合組)，南京市之社會處，昆明之市勢調查委員會.但均調用舊有之職員，以處理一切事務.

(b)劃分區域　各市調查區域之劃分，均以警區爲標準，至天津、漢口、福州市區內之農村，則以區保爲單位.

(c)聘任人員　各市調查員之聘任，均由主辦之機關行使之.其人選，則南京市爲黨員、公務員、憲兵、教職員、學生，天津市爲警士、街段長副、村正長副，福州市爲教員、學生、公務員，昆明市爲小學教員，漢口市爲黨員、軍士、學生、警察.

綜觀各市，多未設置監察人員，以執行稽核，殊欠周詳.且漢口天津等市，又令由公安局局內職員辦理，更恐事繁人多，難以縝密籌劃.

(2)訓練　各市訓練方法,分文字與口頭兩方面:

(a)文字方面　南京市有戶籍調查表說明,調查故事,調查須知.天津市有戶口調查表說明.福州市有調查辦法說明七條,調查須知八條,調查戶口補充說明.昆明市有調查員須知.漢口市有調查須知兩種,戶口淸查各種調查表填用法與說明概要及標語.

(b)口頭方面　南京市舉行調查員會議.福州市選集各學校代表,加以口頭訓練,再由各代表轉授各調查員.漢口市亦舉行口頭宣傳.

各市均未使調查員試塡表格,以觀其瞭解之程度,此實一大缺憾.

(3)宣傳　各市宣傳,尙能得法,其文字宣傳,則有佈告之曉諭,標語之張貼,報紙之鼓吹,以及傳單通告之挨戶散發等項.口頭宣傳,則多組織宣傳隊,在羣衆集會處演講.

(4)表格

(a)南京市有普通戶籍調查表,用以調查住戶商店機關及公共處所學校宿舍工廠船戶寺院等處.其他有外人調查表、遊民婦孺調查表、旅客調查表、拘留犯調查表、監犯調查表,其分類以人口之性質爲根據.其缺點如下:

(α)職業一項,分類未能詳盡,統計時又將職業概分爲傭人及其他 更屬籠統.

(β)有無子女一問,頗欠詳盡,似應改爲現有子女數,並須增添婚姻狀況一欄.

(γ)旅客調查表、拘留犯調查表、監犯調查表,應用於普查時,似嫌煩瑣.

(b)天津市與福州市二市均採用內政部頒佈之表格,計分住戶調查表、船戶調查表、寺廟戶口調查表與公共處所調查表等種.然論其內容,似蓋未臻完善.

(α)未認清調查對象，爲常住人口、在場人口或法律人口。

(β)涉及有關個人私事之繁瑣問題，如蓄辮、纏足、形跡可疑者、素行不正者等項.

(γ)表後'內計'一項，於年齡、職業、婚姻、子女、教育等項數字，均未列入，但戶口統計表，又根據是項'內計'而編製，重要數字，反未求得，實爲可惜.

(δ)已未嫁娶一問，亦欠詳明，似應改爲婚姻狀況．並細分爲獨身、已婚、鰥寡、離異四目．有無子女一問，不如易爲子女幾人；教育程度一問，未曾細分爲識字、不識字、曾入學校等目，頗嫌籠統.

至福州市之補充說明中，以教讀先生爲傭工，認婢女係養女性質，均屬不合.

(c)漢口市所採用之表格，爲住戶調查表、商戶調查表、特種商戶調查表、寺廟調查表、公共處所調查表、外僑調查表．其表格分類，失之繁複，且如填表須知中，分商人爲資本商人、中小商人及販賣商人三種，僅以資本爲標準，似未能表現行業之種類，與職務上之地位.

(d)昆明市亦採用內政部表格，酌加删改，但頗有見地．如將教育程度分爲識字否，能寫作否，畢業何項學校，現入何項學校等目．有無廢疾，分爲盲、啞、聾、瘋、癩、白癡、其他廢疾等目，並增添結婚時年齡，已未纏足有無特種嗜好等問項．惟表後仍用內計一項，雖增就學兒童、年長失學、失業者等目，但仍未能盡列表內所詢各項之重要數字．至其所製調查日程表，用以稽核遺漏，頗爲有效.

(5)調查日期　各市均未確定調查日期，與標準時刻．對於人口不斷之生死遷移，無固定之時間，以作劃分計算之標準，其所得之總數，自難確當．蓋時隔數日，其人口固大相差異，卽日分晝夜，其人口亦顯有分別，通常以午夜爲標準時刻，卽於極靜中，觀察人口一剎那間之狀況

也．

(6)各市統計事宜，除南京市由社會處統籌整理工作外，其他各市，均由調查員先行按戶統計，各警察按區統計，然後彙送主辦機關，加以彙編，其方法殊欠統一，自不如採取集中統計方式，爲較準確．

2.縣之普查

(1)句容縣　二十三年句容縣曾舉辦戶口及農業普查．玆述其戶口普查之概況，以供參考．

(a)目的與範圍　此次普查，其目的爲欲窺測該縣糧食消費之狀況．其範圍爲全縣廢歷正月一日，在世之常住及在場人口．

(b)籌備之經過　此次普查，籌備期間，定爲兩月，其工作如下：

(α)製定表格　主要表格：(I)爲人口調查表，該表以戶爲單位，凡同居共食共同擔負生活費的人，均視爲一戶．其須調查之事項，爲 1.姓名〔包括(甲)家屬之現時家居與暫時在外而未成家者，(乙)非家屬而無家可歸者，(丙)暫時寄居者〕．2.本人與戶主之關係．3.男女別．4.年齡(實數)．5.曾婚嫁者，已鰥寡者．6.職業——專務農者，兼務農者，其他職業者．7.教育——識字者，入私塾年數，入學校年數，能寫信者，能看小說者．(II)公共場所調查表，內列 1.名稱．2.本場所長期居住者共有男女幾人，本場所長期居住的人在外面無家可歸者共有男女幾人．

(β)聘練人員　凡調查員與監察員，均由區長推薦，由縣政府委任之．其人選則調查員以鄉鎮長之識字者充之，監察員則以小學校長擔任之，均爲義務職．惟在訓練期間，每人日給宿費大洋五角，旅費大洋五角或一元．其訓練方法，爲先將表格及調查須知，寄交調查員與監察員，使其自行閱讀，復將彼等集合於句容城內下蜀天王寺等處，由該會函請金大農業經濟系派遣指導員，施

以下列之訓練.

(Ⅰ)由調查員與監察員,先行試填表格.

(Ⅱ)由指導員講解表格內容,及調查須知.

(Ⅲ)由指導員二人,一扮農民,一扮調查員,練習問答,及填寫表格,以資觀摩.

(Ⅳ)由指導員改正調查員及監察員已填之表格.

(γ)劃分區域　就調查人員住址之遠近,及其與地方上之關係,以劃分調查區域,每區約二百戶.又就地勢交通人口多寡及鄰近有無中心小學等情形,以劃分監察區域,每區約一千戶.

(δ)宣傳意義　由縣府出佈告及傳單,以曉諭民衆.

(Σ)制定奬懲規則:

(Ⅰ)按調查員工作努力之程度,分別予以奬狀或特種奬狀,其工作懈怠與造僞者,處以十元至五十元以上之罰金.

(Ⅱ)按監察員工作迅速準確之程度,分別給予奬狀或酌加薪金,其工作遲緩,與串同造僞者,施以罰金或撤職之處分.

(c)調查之實施　此次調查,本預定二十日內完畢,故各調查員訓練回區後,即按調查區域分配表,逐日進行調查工作,每日平均約調查十戶,凡已查之戶口,於門首貼查訖單一紙,並填明第幾調查區第幾戶,以便監察員及巡查員,可隨時抽查,惟調查期內,間有少數調查員,未能以填就表格,送交監察員審核,監察員亦有不行抽查者,幸經巡查人員察出,予以糾正,各鄉謠言,亦由其善爲勸止,惟以陰雨連綿,調查工作,歷時兩月,方克告成.

(d)感受之困難　該縣雖地處江南,然風氣仍近閉塞,故調查時備感困難.(Ⅰ)男人他適,無人報告.(Ⅱ)謠言四起,調查停頓.(Ⅲ)監察人員,有忝厥職.(Ⅳ)受訓練之調查員,程度不齊,致有請託他人代爲調查者.

凡此種種,均能影響結果之準確(一).

(2)江寧縣　江寧縣政府,曾於二十三年籌備全縣人口普查,先就實驗區試辦,計於十月一日開始,於五日內調查完畢,復於十一月一日至五日,將全縣普查完畢,其始末有足紀者,特略述於下:

(a)目的與範圍　此次普查,其目的爲改善地方之治安,與供給縣府各項設施之標準.並創辦戶證制度與實施戶籍及人事登記.

(b)表册之擬定　此次所擬人口調查表、戶口調查表、公共場所調查表、戶證、臨時門牌及查訖單等,均供戶口普查之用.其所擬戶口登記清册、人事登記表(分出生、死亡、遷移三種)、人事登記簿(分出生、死亡、遷入、遷出四種),則供人事登記之用.

人口調查表,以個人爲單位,故不分男女老幼,均應各填一張.內列'姓名'、'○省○○縣人'、'家長○○的'、'行業'、'職務'、'男女'、'現年○歲'、'已娶已嫁'、'住滿○年'、'妻在、夫在'、'瞎、啞、跛、聾、瘋'、'識字'、'住宿'、'客居'、'他往'等項.戶口調查表,則以戶爲單位.凡同居共食共同負擔生活費用之家人爲一戶,內分'姓名'、'家長的關係'、'年歲'、'男女'、'住宿'、'客居'、'他往'各閒,公共場所調查表,則以公署、兵營、監獄、習藝所、學校、工廠、醫院、祠堂、會館、公所等爲單位,內載'場所名稱'、'寄宿人總計'、'主管人姓名'、'性別'、'辦事人數及性別'、'傭工人數及性別'、'其他人數及性別'等項.

(c)組織與人選　縣府爲統籌普查事宜之最高機關,各區鄉鎮公所,則從事協助,其監察區域之劃分,以鄉鎮爲單位,其調查區域之劃定,以百戶爲範圍,其調查人選,則(α)調查員及候補調查員,多

註一　參看試辦句容縣生命統計——統計季報第四號.

爲學校教員與智識份子，每人每日調查二十戶.（β)監察員多爲鄉鎮長自任，以監督調查員之工作並審核其表格.（γ）訓練員爲該縣自治指導員、區長、區公所助理員、警察局長分駐所巡官及保衞訓練所第二期畢業生，擔任訓練普查人員；至其任用方法，則調查員與監察員，經鄉鎮長推定，由區公所呈報縣府備查，訓練員則由縣府直接委派.

(d)訓練與試查　各訓練員在縣府受嚴密之訓練後，分赴各區之中心地點，招集調查員與監察員，施以竟日之訓練，使其明瞭調查須知，及各項手續，並予以空白表格，先行試查，以資練習.各調查員監察員，於訓練及調查期內，每日津貼伙食大洋四角，訓練員之屬於保衞訓練所第二期學生者，各給津貼十元，其他則無薪給.至各調查員監察員成績優良者，則發給獎狀，並有選任戶籍員之優先權.

(e)宣傳與指導　宣傳工作，由縣府與縣黨部分任之，縣府張貼佈告，縣黨部則作文字與口頭上之宣傳.

(f)實施之結果　爲普查便利起見，於三日前張掛臨時門牌，各調查員所應用之戶口調查表六百張、戶口調查表及封套一百二十個、戶口調查卡片十張、人口調查表六百張、公共場所調查表二十張、查訖單一百二十張、調查區域分配表一份、鉛筆兩枝、橡皮一塊等項，亦須於三日前領去，實施普查之時，雖第三區因中央砲兵學校試砲，不克同日舉行，但亦能與各區同於五日內完成.各項塡就之表册，由各鄉鎮次第彙送到縣.

(g)感受之困難　該縣普查時所感之困難，一爲普查與監督人員之難於選用，再則爲地方上之特種機關，進行工作，頗感延緩，但尙能按照最後期限，完成普查，至於創製戶證，辦理戶籍及人事登記，誠有

研究之價值也。

農業清査

唐啓宇

一. 農業清查之意義與目的

農業清查爲農業調查之具有普遍性質者，由調查人員自赴調查區域，用預先製定之調查表格，挨戶查問，實地採訪所需要之農業資料，紀載與農業有關之重要因素，整理分析使之系統化條理化，藉以明瞭全國從事農業人口之數目，農業之總生產量及其分布情形，以及其他農業現象，期農業之改良及農民幸福之增進者也.

農業清查之優點，在資料收集之詳盡無遺.爲達此目的計，則調查經費必需充足，調查人員必需衆多，調查組織必需嚴密，調查進行必需迅速.例如美國之清查，依一九二〇年之規定，凡人口農業製造業森林及林產品以及礦產及石礦等，均於一九二〇年後每十年清查一次(一).實際美國之清查至一九二〇年已爲第十四次，一九三〇年之清查且爲第十五次之清查，是項清查當於一個月內完成之.羅馬萬國農學會所發表之愛爾蘭農業清查(二)亦屬此種.

農業調查之優點在可用無限取樣法(extensive sampling)、任意取樣法(random sampling)及標準取樣法(representative sampling)以取一部分之資料，作爲統計之根據，所需要之經費人員及時間均不必如農業清查所需者之多.然其樣本是否足量，足量之後，是否足以代表全體情形則殊成問題也.

註一　United States Code Annotated, Title 13 Census P. 8.

註二　The First World Agricultural Census, Bul. No. 1.

二. 農業清查之範圍

農業清查之範圍既以全國各農場爲對象，而輔之以農村社會經濟之概況，則其所包含之內容自應廣博而周詳.參考他國辦理清查之成規，以及我國試辦清查之項目，可見一斑.

美國之全國清查於一七九〇年舉行，至一九三〇年已爲第十五次之舉行，美國清查表格之關於農業者，包含上年度（清查前一年十二月三十一日止）每農場農人之姓名、種別、性別以及出生地、地權狀況、農地林地之畝數、農場及改良物之價值以及捐稅負擔等、農場工具之價值、農場牧場及其他地方牲畜之數目、作物與其他產品之畝數及數量等、灌溉及排水土地之面積、以及生產之作物、與夫灌溉排水事業之地點及性質以及所投之資本等(三).第十五次之清查，復加入分配部分，包含農場林場海中鑛山所生產之食糧及其他產品，以及分配消費之狀況.清查員收集上項資料時，必須親往各農場詢問各農人，務使其供給必要之知識，藉以顯明六百五十萬農場一年工作之結果(四).

萬國農學會依照一九二四年大會之決議，提倡於一九二九——三〇年舉行世界農業清查，其清查之範圍，包含農場面積數目自耕及租種地、土地利用概況、可耕地之利用、農業機械及農具、機械動力、牲畜、家禽與蜂、牲畜產物、農場雇工及工資等(五).

國民政府立法院統計處於民國十八、九年間，曾擬有全國農業清查表格，定爲九十九問項，並對於以下事項特別注意:(1)農民戶口，(2)熟地生地之面積，(3)植物動物之產量，(4)地權之分配，(5)資本之數量，(6)借貸

註三 United States Code Annotated, P. P. 13-14.

註四 The Fifteen Census Begins, P. 3.

註五 Irish State, The First World Agricultural Census, Bulletin No. 1.

之方法，(7)天災之狀況，(8)農業方法之改良[六]．其後主計處統計局成立，復製為全國農業總調查計劃，其所備之清查表，包含農民人數、耕作田地之面積、果樹家畜及家禽；清查副表包含作物收穫量、牲畜生產量等；農村經濟社會概況調查表，包含農佃農民副業、農民工資、移民、物價稅捐等[七]．然以事煩費重，迄未舉行．所可告完成者，只有最近之江蘇省句容縣清查，其內容係就前表更加以補充，包括(1)人口調查表：調查人數、性別、年齡、婚嫁、職業教育，(2)農場調查表：包括去年耕用田地面積、作物、蠶桑、果實、家禽及家畜，(3)農場調查副表：包括作物收穫量、果實收穫量、羊每年可剪毛若干斤數、家禽每年可生蛋若干數、水田旱地丈量合標準丈量數、斗斛合斤數、銅元合當地普通兩數，(4)農村社會經濟概況調查表：包括農佃、農民借貸、農工工資、物價、田賦及附捐、糧食運銷、移民、荒地等項．

按照上述各清查表式之內容，而欲達吾人所希望取得之資料，則其清查事項有需包含者如下：

(1)人口狀況　農村人口(戶數人數)、性別(男女)、年齡(老壯少幼)、職業(有業、兼業、失業、無業、殘廢、乞丐)、密度〔本項與第(2)項合併計算〕、分類(自耕農、半自耕農、佃農、雇農)．

(2)土地利用狀況　耕地面積(熟地、荒地、墳地、官有地、公有地、民有地)、農場面積(田地園圃森林池塘)、田地面積(稻麥棉及其他各種作物等)、園圃面積(菜桑茶菓園等)、林場面積(樹林、竹林等)．

(3)土地分配狀況　各類農地之地權分配(自耕農、半自耕農、佃農、大中小農)，各類農地之每畝平均地價(水田、旱地、林場)．

(4)農業生產狀況　各種主要農產所佔之土地面積生產數量及價值

註六　國民政府立法院統計月報一卷九期九五頁．

註七　全國農業總調查計劃提要，統計月報農業專號．

(禾穀類、豆菽類、根芋類、特用類、蔬菜類、果實類、林產類)，各種農業副產之產量價值(力畜類、肉畜類、家禽類、水產類、絲繭類、燃料類、蛋類、蜂蜜類)，農產製造品之產量及價值(飲料類、食物類、用品類).

(5)農具狀況 各種農具及機械之數目及價值(耕耘類、灌溉類、收穫類、儲藏類、運搬類、雜類).

(6)肥料狀況 各種肥料之數量及價值(基肥類、堆肥類).

(7)租稅狀況 各種地(田地山蕩)上中下等每畝之正稅副稅雜捐及租額以及當地之佃租制度.

(8)僱工及工資狀況 各種作業之雇工工時及工資'常時忙時(男女童)'.

(9)借貸狀況 集會、抵押、典當、賒欠、息借、預售農產之條件、期限、利率及付款方法.

(10)運銷狀況 分售出及購入兩種，其類別數量價值，銷售場所及運輸方法等.至於各項細目，應於編製清查表格時列入，茲不贅述.

三. 農業清查之組織及人員

農業清查組織以美為最完備，而其地大物博又與我國相似，故其清查組織，足資取法.考美國清查事務，由商部附設之清查局主持，分設監察區及清查區若干區辦理之.先由清查局按州界、山脈、河流、道路等分為若干監察區，每監察區置監察員一人，再於監察區下分設若干清查區，置清查員若干人，一清查員可清查兩個或兩個以上之清查區域，為事實上之需要，得僱用宣傳員若干人協助辦理之[八].

監察員之責任 監察員之責任為與清查局商酌，劃分各清查區域，選擇呈薦及訓練清查員以備任命，轉達必要之訓令於清查員，考查及審

註八 United States Code Annotated, P. 17.

核清查員填就之表格，如發現差誤及遺漏，得命其更正及補充．按規定之時間及情形，轉送清查員填就之表格於清查局．清查員所用之款項賬目，經其證明後，請清查局支付核銷，監察員所得之報酬，除支付薪金外，其旅費雇員薪金及額外費用，並得預先規定之(九)．

清查員之責任　清查員之責任爲按照表列各項查問，其所查區域內各戶之戶主，或認爲可靠之人士，或旅客之住居本地者，以供給所需要之知識而填入之．填好之表格，可寄送於監察員，如有差誤或遺漏，須負責更正或補充之(十)．

我國之農業清查組織，據全國農業總調查計劃提要內列六級，以中央統計機關主其事，下置統計專員省督辦或省指導員，縣指導員監察員及清查員等(十一)似嫌級數太多，指揮不便，未能盡量發揮工作之效能．茲爲組織簡單號令統一指揮便利計，擬成立下列之系統：

統計局
局長
區指導員　區指導員　區指導員
縣監察員　縣監察員　縣監察員　縣監察員　縣監察員　縣監察員
鄉村清查員　鄉村清查員　鄉村清查員　鄉村清查員　鄉村清查員　鄉村清查員　鄉村清查員　鄉村清查員　鄉村清查員　鄉村清查員　鄉村清查員　鄉村清查員　鄉村清查員　鄉村清查員　鄉村清查員　鄉村清查員　鄉村清查員　鄉村清查員

註九　United States Code Annotated, P. 15.
註十　United States Code Annotated, P. 16.
註十一　全國農業總調查計劃綱要統計月報農業專號．

1.國府主計處統計局爲辦理全國統計之專任機關，應負辦理全國農業清查之責任,其應行掌理關於農業清查之事項大致如下:

(1)農業清查計劃之設計

(2)農業清查表格之編製

(3)農業清查應需經費之估計及審核

(4)農業清查人才之訓練

(5)農業清查人員之選任

(6)農業清查實施事項之指導督促

(7)農業清查已塡表格之收集審核,資料之整理統計及發表

(8)其他關於農業清查事項

2.區指導員　按自然狀況及經濟情形,分全國爲若干區,區設指導員一人,秉統計局長官之命,綜理一區清查事務，訓練呈薦並監督縣監察員,收集及考核各縣所塡送之表格,如發現差誤遺漏時，發還各縣交原清查員重塡.

3.縣監察員　縣設監察員一人至三人,承區指導員之命,綜理一縣清查事務，訓練呈薦並監督鄉村清查員收集考查及審核其所塡送之表格,如發現錯誤及遺漏時發還重塡.

4.鄉村清查員　鄉村設清查員一人至三人,承縣監察員之命,實地挨戶調查塡記,將表件寄送縣監察員受其審核.

區指導員之人選，由統計局就各省黨部及各省政府機關之職員中，擇其具有統計知識或經驗者充之，爲統一全國農業清查推進方法起見，宜集合區指導員若干人於集中地點,施以訓練,並舉行討論會討論推進方法.

縣監察員人選由區指導員就縣黨部與縣政府職員中呈聘之，受任人員應集合於區之中心地點,受相當之訓練,並舉行討論會討論推進之

方法。

鄉村清查員由縣監察員就當地農民所信仰，熟諳當地情形，能書寫記賬者選擇呈聘之，如能以鄉鎮長充任更爲適宜，受任人員應集合於縣府所在地，受相當之訓練，並舉行討論會討論推進方法。

所有辦理清查事項一切人員，均須舉行宣誓以示鄭重。

按美國一九三〇年所舉行之清查，共用清查員十二萬人，監察員五百七十五人，每監察員負責領導三百至四百清查員[十二]，挨戶訪問，除其他人口等清查事項外，須清查六百五十萬農場之實際情形；至於室內工作人員，可分永久與臨時兩種[十三]（以一九一〇年之情形爲例）。

永久人員（上屆清查終結至下屆清查開始）臨時人員（清查開始）

清查局局長一人	副局長一人
祕書主任一人	祕書一人
統計主任四人（分掌人口、製造、城市及生命統計）	
地理學家一人	工作分配員一人
科長九人	收發員一人
總機械師一人	統計主任一人
專門調查員（無定額）	科長四人
書記工役機器匠等六〇〇人	書記一〇〇〇至三〇〇〇人

以我國農場之細碎及數目之衆多比例之，則區指導員約須二百人縣監察員約須二千人，鄉村清查員約需二十萬人始可集事。至於室內關於農業清查工作人員，則至少須如下列：

統計局局長副局長（秉理清查行政事務）

主管農業統計科長一人（秉理農業清查行政事務）

註十二　The Fifteen Census Begins, P. 1.

註十三　The Story of the Census

指導主任二十人分別指導清查事務收集清查表格及審核各區農業清查之結果

統計主任十人整理及統計各區調查資料

總機械師一人管理機械

錄事十人辦事員十人

計算員三百人受統計員之指揮計算各區調查資料

機匠工役一百人

四. 農業清查之經費

我國舉行農業清查之經費約計如左:

1.薪俸

(1)指導主任	72,000	指導主任二十人月支三百元年計如左數
(2)統計主任	36,000	統計主任十人月支三百元年計如左數
(3)總機械師	4,800	總機械師一人月支四百元年計如左數
(4)辦事員	7,200	辦事員十人月支六十元年計如左數
(5)錄事	6,000	錄事十人月支五十元年計如左數
(6)計算員	144,000	計算員三百人月支四十元年計如左數
(7)機匠工役	6,600	機匠十人月支三十五元 工役十人月支二十元
	276,600	

2.事業費

(8)旅費	3,276,000	指導主任二十人每人支旅費八百元計支一萬六千元,區指導員二百人每人支旅費三百元計支六萬元,縣監察員二千人每人支旅費一百元計支二十萬元,鄉村調查員二十萬人每人支旅費十五元計支

		三百萬元
(9)訓練費	700,000	訓練區指導員縣監察員費若分二百區舉行則每區支經濟五百元計支十萬元訓練鄉村清查員按縣舉行縣支經費三百元計支六十萬元
(10)表格	1,000,000	按二千萬農場每農場表格五分計
(11)文具	500,000	購置計算機及紙張筆墨等
(12)郵電費	100,000	
(13)消耗費	50,000	
(14)雜項	100,000	
(15)印刷費	200,000	
	5,926,000	

連前合計 $6,202,600

上項經費如何由國省縣分擔之處,應有詳密之規定.

五. 農業清查之步驟

1.立法 農業清查之首要工作,厥爲制定清查法以規定清查之目的及方法,經費之預算及分擔辦法,清查機關之組織,主持人員之任命及職權,舉行清查之時期及地點,人民應受調查之義務以及清查人員之責任報酬懲罰等.舉行農業清查時亦可有所依據辦理,例如美國公布之清查法內容,逐漸增加修正,至一九二九年六月十八日所公布者,已達二百十九條之多,可以參考.

2.製表 編製清查表格宜先將有關係之調查資料,研究報告舉行檢查,並參酌各國已有之成規及過去施行之表格,作成草案大綱,然後商諸有關係各部門之專家討論細目,並構造各項問句,草擬表格,由對

於調查事項具有經驗者加以審定，所有單位及度量衡之名詞均須加以銓釋，其問題先後之次序，當按農人摹想其事業應循之次序，並力求合於整個表格之論理，凡性質相關之問題宜排列一起，次要之問題或補充材料可置於表末.

3.試查 選擇少數地方按照製定表格試行調查，如發現有不清楚或爲人誤解之處，宜加以修正，如發現有遺漏之處，宜加以補充，使成爲完備可用之表格能收集得可靠之資料，同時編製監察員須知、清查員須知等，使監察員清查員等在實行其任務之前，對於重要各點甚爲明瞭，苟有疑難問題得以依規定之解釋回答之.

4.選才 舉行清查既需要一整個有效率之力量推動之，則區指導員縣監察員，鄉村清查員之選任，應依其年齡經驗勞績服務期限等定爲標準，施以考詢，然後再加以兩三個月之輪流訓練，期其能明瞭清查表中逐一問項之意義，表件塡記之方法，以及答案復核之方法，斯可以勝清查之任也.

5.宣傳 清查前應赴各處普遍宣傳，使男女民衆，明瞭清查之意義以及回答問題之方法，並告以民衆之答案，除爲收集各種情況之統計外，決不用作增加捐稅干涉私事以及他項目的，所有答案均將嚴守祕密，重罰將加於政府所用之雇員破壞此項規定者.

6.清查 清查員赴各鄉村按戶清查，由戶主或其他可靠之家族人員或外間旅居本地人員，逐項回答，不能使其有空白處. 如其不能得確實之知識，則應協助農人設法估計. 如農人不能爲一定之估計，則可按照其所報告之材料而爲之估計. 如有紀錄可循，則根據於此項有紀錄之數字，最爲需要，決不可以承認估計較計算實數爲便利，因而以估計代替實數也.

7.校表 監察員收到清查員所塡就之清查表格後，須詳細審核其

內容：第一察其是否已將一區域之農戶及農場盡行調查；第二察其所塡之表件是否潔淨清楚；第三計其所塡表件數目之多少；第四審查已塡表件之內容，決定所塡表件可認爲滿意，或所塡表件尙須發還清查員修正.

校表之目標有四：'一致'、'同質'、'完整'、'眞確'，凡表中各項問題之答案，與整個問題有相互聯絡者，是謂'一致'，設某一問題之答案，與表中其他問題，無所關連甚至處於相反地位，則必須設法查正之. 所塡各表，雖呈現種種不同之點，然可於不同點中硏求其公同之趨向，是謂'同質'，各表缺乏'同質'答案之故，其原因常由於問題之誤解，或計算時之差誤，或計算單位之不準確，是可從統一問題之涵義，確定計算單位，及審核所收集之資料爲之.將表格上之問題逐一調查，是否已經完全答復，是謂'完整'，凡農民所答之任何答案，均須互相校對，例如農場總面積，爲農作物之面積，加農場建築物之面積及其他各種溝渠道路等之面積等而成，先問總面積，再以其他綜合之各種使用面積對之，自應符合，否則必有遺漏或差誤，如此復核，可驗'正確'之程度，凡表中一切差誤及遺漏之處，均須發還清查員修正.

8.送表 審查完畢後將塡好之表格，裝入木箱內，注明某區域之農業清查字樣，郵寄統計機關，運貨單存監察員處，其已塡清查表之數目，應分鄉列明，以備收件時得以按件點清.

9.計算 統計機關既收到大量塡好之表格，如用人工計算數字，則其效率甚慢，勢非應用製表機 (tabulating machine) 以爲之計算不可. 穿卡片(從調查表轉錄於卡片均用釘孔機打洞其上以代記錄，已經打洞之卡片，須經過一甄別機器，凡不規則之卡片則拋棄之，同時並點驗卡片之數以爲以後對照之用) 分項類(經過自動分類機分別項類，平均每分鐘可分擇卡片二百張)經過製表機(此機速率每分鐘可彙算卡片三百七十五張至四百二十張左右)，同時可計算六十事項，除計算卡片數若

于外.且同時將計算卡片上所載各事項之結果,印於一大紙上，取出而整理之,以爲清查報告之用.

10.發表結果　發表及利用結果共分四項:第一爲表式之應用,農業清查所用之表式多屬'存料表'(storage tables)，彙集大羣之資料,列成便利之表式,以備應用者之需求.至於'分析或指示表'(analytical or demonstration tables)則表示事物間所發生之關係以及重要資料之分配,注重於其發表之清楚及正確,清查報告中導言部分之表式卽屬此種.'陳列表'(display tables)則僅備陳列之用,注重於發達後之注意的價值及效率也.

第二爲圖畫之表示,使能容易印入眼簾,試以三種圖畫表示方法論之,有以長短表示者,有以面積表示者,有以體積表示者,以線表示最爲醒目,以面表示則具有兩種測度,以體表示則具有三種測度，其爲目光所估量,較欠正確.至以角度及比例表示,雖不如線表示之確實,尙有相當之可靠也.

第三爲報告之編製,先行斟酌材料之去取,然後擬製大綱，起草細目,預備圖表引證等,並製就槪略及結論,從事編製及校訂之工作,期成爲完善之報告.

第四爲利用淸查研究之結果,應用之於學校、農人、公共機關以及其他研究機關,爲農學、農政、農藝改良之資.

六.　農業清查舉行時之懲罰

農業淸查之能否得有完善之成績，一須視指導員監察員淸查員之認眞將事,取得可靠之資料,二須視農民之樂於據實陳報，對於調查誠意接受.然仍恐不肖者之多方貽誤,或規避取巧也,故有懲罰之規定:

凡指導員、監察員、淸查員或其他雇用人員等，無相當原因忽視或

不盡其所規定之責任者,科以輕罪,罰金若干元；如其不得統計局局長之許可,擅自公布或洩漏清查事項之消息者,科以重罪,罰金若干元,或處以二年以下之監禁,或兼行之.如其浮報或僞飾,或經證明浮報僞飾事情之眞相者,科以背誓罪,罰金若干元,或處以五年以下之監禁,或並行之.

凡鄉村農民在法定年齡以上者,均有正確回答清查表上所載關於其農場及其所處地方社會經濟情形之義務,如其拒絕或輕視回答,或假報事實時,須罰金若干元,其有一知半解阻礙清查之進行者,並得罰以較重之金額,如此則人民有實告者有所保障,浮報者有所懲罰,而清查之事易於推行矣.

附列一九三〇年美國第十五屆普通清查表,及江蘇省句容縣清查表,可見項目繁簡之不同,以及其所希望求得之資料也.

七. 農業清查方法之特點及其效果

農業清查既在將所制定之事項,不問性質單純和複雜,一一加以紀錄,其方法有三種特點:

(1)時間上之同質性　農業清查之期間,務求於極短之時日行之,其各地之起結亦甚一致,其清查之標準時期每加以規定,例如以上年十二月三十一日爲止之去年狀況爲斷,所以減少時間因素之差異而將累積之事實,以數字於一時表現之.

(2)空間上之普遍性　農業清查之區域,務求普遍,使散布之事物得以盡量搜羅,俾對於國家整個農業問題得窺全豹,因社會各部分有相互不可分離之關係也.

(3)方法上之劃一性　農業清查舉行時,凡清查表格中之名詞、定義、數字、單位、填寫符號,以及調查時一切手續,均是澈底劃一,以標準工

具,測量農業之現象比較研究,當不感困難.

農業淸查之效果約計之有如以下所述:

(1)明瞭農業問題之所在,而推斷其解決之途徑,例如農村衰落之原因,究由於賦稅繁苛,抑由於租額過重,抑由於利率高昂,抑由於耕地不足,孰爲因,孰爲果,其演變之程序如何,有此種種知識之根據,則推斷其解決之途徑,自易於着手矣.

(2)發現農村社會之潛伏問題,而預先爲之求適應方法,例如農人力耕不足於食,農婦力織不足於衣,生計蕭條,金融枯竭,必潛伏若干醞亂之種子,共禍匪患易於蔓延,則預先爲之求適應方法,自可弭禍患於無形.

(3)明瞭農村社會之實在情況,而根據之以爲一切設施之標準,例如某處應增加耕種面積若干,已有土地如何利用,何種作物或牲畜應行栽培或飼養,非澈底了解農村社會之實在情況,不能使質與量同時改進也.

(4)發現農村整個社會或農村局部社會之特殊問題,而謀特殊適應方法,例如地狹人稠之區,改良之農具應用有限,地多人少之區改良之農具,應用之機會殊多.卽在地狹人稠之區爲工事之急速完成計,有利用抽水機及其他機械,以爲之者,是則視問題之性質而謀適應之方法也.

(5)增高事業效率,調查所得之材料,分析而後,其作物產量、品質等,可以一地與他地比,一年與十年前或二十年前比,其爲優爲劣,爲進步爲退步,顯可指證.根據之而增高事業之效率,自可領導人民而期其樂從也.

(6)促進事業於合理化科學化,例如栽培方法之改良,病蟲害之防除,人造肥料之施用,農具機械等之應用等,使一地方固執守舊之農人能與他地方開通新穎之農人,比較短長,則合理化科學化之成績頓顯,而農業亦可因比較觀摩之故而日臻進步矣.

附 錄 一

一九三〇年美國第十五屆普通農場清查表

商部——清查局製

財產項目,一九三〇年四月一日　　生產項目,一九二九年

法律規定——按照一九二九年六月十八日之十年清查律修正案規定,凡在美國農場之經營人,必須將場內財產詳細填報。

嚴守祕密——凡報告內容絕對代守祕密,並不作為徵稅之根據,亦不以之通知稅收當局.

農場定義——農場二字,在清查目的下解釋,係直接由一人之力量所耕作之田地,或直接由其家人與傭工之協助而耕種者,經營之田地,屬於股份性質者亦然,但一個"農場"之內可有一坵,或多坵散處之田地,而此種田地或為數人所保有,如某田為自有者,其餘是租自他人.田主有一個或數個佃戶,分租佃戶,或管理員,凡土地在每人單獨行動之下所耕種者均認為一農場.當地主有田數塊,分租數人或命人代管,則每人所經管者,認為一個農場,應分別填報不能混合.

三英畝以下之田地除非在一九二九年時產品價值超過二百五十元時,無須報告.

致農民函:

逕啓者茲寄上一九三〇年四月一日舉行之"普通農場財產清查表"一份請察收希將表內項目詳細研討以備清查員前來　貴處時逐項答覆

此致＿＿＿＿＿

再者請勿將此表郵寄華盛頓，俟清查員來時交與之.

1. 農場經營者

（一九三〇年四月一日）

1. 姓名
2. 住址
3. 種族或色素
4. 年齡
5. 本場開始經營日期＿＿＿＿年＿＿＿＿月

2. 農場總畝數

（一九三〇年四月一日）

注意：——第六項填報之數目須與第七項至十四之總畝數相同

6. 本場之總畝數＿＿＿＿畝

凡以第一項內開列人名所經營之草場、牧場、林地、荒地、毗連或分離之田地不論其爲自有或租用，抑代他人管理者，概行列報切勿將現時租與他人或收穫權屬諸他人之地填入，須留待佃戶或租戶另表自行填報.

本農場之耕地：

7. 上年度有收穫物之田地＿＿＿＿畝

凡農場內一切栽植或野生草類之地畝、花圃、果園、葡萄田等，概算在內，但同一地面，雖有兩次之收穫，亦祇算一次.

8. 上年度無收穫物之田地＿＿＿＿畝

如作物失收或因故毀滅等＿＿＿＿＿＿＿＿畝

9. 上年閒置之耕地或於夏季鋤田而不播種＿＿＿＿，＿＿＿＿畝

勿將第八項所報失收之地或用爲牧場之地填入此欄.

本農場之牧地:

10. 上年度專作牧場之地無須清除、排水或灌溉之手續,翻土後即成耕種之地________,________畝

如經過收穫或刈草之地勿填載此欄.

11. 上年度以林地作牧場之地畝________,________畝

包括農場內一切天然或栽植之林地及砍伐林木之地段,但荊棘林、灌木林及非作牧場之地段勿填此欄.

12. 上年度以其他地畝用作牧場者________,________畝

曾在第十、十一項填報之地畝勿填此欄.

本農場之餘地:

13. 不作牧場之林地________,________畝

參看第十一項內之林地說明

14. 本農場現有之餘地________,________畝

農場內一切荒毛低窪之地及房屋、場地、倉庫、道路等所佔地畝均須登載.

3. 地　權

(一九三〇年四月一日)

注意:——如農場管理人屬於僱用性質者則第十五至十九項之問題無庸答覆

15. 自有田地幾何________,________

16. 租用田地幾何________,________

注意:——除農場管理人係僱用者外第十五、十六兩項答數之和須與第六項之總畝數相同

如租用整個農場者則:

17. 付租幾何________________

甲、如係按成支付者,須填明幾分之幾,例如$\frac{1}{2}$、$\frac{1}{3}$、$\frac{1}{4}$等

乙、如按現款支付者,則填明所付總數________元(不必每畝分填)

丙、如分成之外，仍須付現款者，則所付成數，與所付現款總數，均須塡明(無須每畝分塡)

丁、如不問收穫量如何，指定交付若干農作物(非分成)者，則聲明所付實數幾石、幾包、幾斤等(無須每畝分塡)

18. 收租人是否供給：

甲、役畜_______(是或否)

乙、肥料_______(是或否)

19. 此農場是否租自本身或妻室之父母、祖父母、兄弟或姊妹_______(是或否)

20. 是否受他人僱請而經營此農場_______(是或否)

21. 如自身係佃戶，或爲他人管理農場者，須將地主之姓名住址開列於后

姓名____________

住址__________________

4. 農場價值

(一九三〇年四月一日)

22. 本農場(現在)總值____________元

不問其爲地主或佃戶，抑係管理人，應將農場一切房屋，改良設備，及所經營之田地等，照可售之價值，塡載此欄，但勿將農具、機械、牲畜或已經租與別人之田地價格列入.

23. 農場房產之價值(包括於第二十二項所述之房產)_______元

24. 農夫住屋之價值(包括於第二十三項所述之房產)_______元

25. 農具與機械之價值，所有汽車、載重車、曳引機均屬之_______元

農具包括手用器具、大車、馬具、製酪器、軋棉機、打禾機、混合機、製蘋果酒或葡萄汁之器械、製糖漿或果實乾燥器等，但商業性質之工廠

不填此欄。

5. 農場負債

(一九三〇年四月一日)

26. 如擁有農場之全部,或一部時,是否有田地(房產)之抵押借款______元

27. 自有田地(房產)之抵押借款總數________元

如無抵押借款者應填寫"無"字

28. 因借款而付之利息、佣金、例外津貼及保險費之總數(上年)______元

6. 農場賦稅(上年度)

29. 如係自耕農請將上年度已繳或應繳之財產賦稅總數填明______元

包括地產稅、動產稅(牲畜及機械)及特別徵稅等,但勿將灌漑或排水區之捐稅列入.

30. 土地及房產稅佔上述稅款中之幾何________,________元

7. 農場費用(上年度)

31. 上年度購買種子及樹木________,________元

32. 上年度購買用作飼料之乾草穀糧秕糠及其他產物(不爲本場所產者)________,________元

33. 上年度支用電流發光及電力之電費(付與電力公司者)________,________元

34. 上年度支用噴霧及撒粉材料費用________,________元

35. 上年度修理機車置備零件及汽油機油車胎等費______,______元

36. 上年度現金支付農工工資(家庭工作工資在外)______,______元

37. 上年度農場僱用成年與未成年之農工工作日數(家庭工作在外)________,________日

38. 上年度購用有機肥料、灰泥、石灰及石灰石等費用______，______元

39. 上年度購用肥田粉之數量（天然肥料、灰石料或石灰石等除外）

________，________噸

8. 排　水

（一九三〇年四月一日）

40. 農場敷設溝渠之面積(磚砌溝、水渠等)________，________畝

41. 照下列辦法整理後農場可增加適宜種植作物之畝數：

甲、設置排水道________畝

乙、設置排水道及掃除積物________畝

42. 如農場任何部份由政府、私人、團體或個人置有溝渠或防水隄等，請將團體或個人名字及地址填明

名稱或姓名________________

地址________________________

9. 農場機械與便利用具

注意：——如經營農場者係佃農將農場租用之機械及屋內所有利便用具填寫

43. 自動汽車(載重汽車除外)________輛

44. 載重汽車________輛

45. 曳引機________部

46. 農場用之電力馬達________具

47. 農場用之固定煤氣機________部

48. 混合機________具

49. 已裝電話否________(已或否)

50. 已裝無線電否________(已或否)

51. 農夫宿舍有無由抽水管抽入之水

甲、通至廚房________(是或否)

乙、通至浴室＿＿＿＿(是或否)

52. 農夫宿舍是否用電力發光＿＿＿＿(是或否)

53. 有何種道路與農場連接＿＿＿＿＿＿＿＿

註明爲三和土、柏油、石子、沙泥等

10. 農場經營人之其他事業(上年份)

54. 上年度不在自營農場工作而受僱於別處得有收入之日數＿＿＿日

(如無此情事填無字)

11. 運銷購買合作

55. 上年度本場出產品售與或經由農民運銷合作社所售之價值＿＿元

56. 用合作方式銷售之主要產物名稱＿＿＿＿＿＿＿＿

57. 售與或經售主要產物之社名＿＿＿＿＿＿＿＿

58. 上年度由農民合作購進或代購本場應用品之價值＿＿＿＿元

59. 用合作方式購進本場主要應用品之名稱＿＿＿＿＿＿＿＿

60. 購進或經由購進用品之社名＿＿＿＿＿＿＿＿

12. 本場現有之家畜家禽蜜蜂及上年份之畜產品

注意:——凡農場所有牲畜不問其是否屬於農場經營人即放牧於國有林地或露天牧場者亦計算在內

馬及駒:

61. 今年生養之小駒＿＿＿＿頭

62. 去年生養之小駒(滿一年者)＿＿＿＿頭

63. 前年生養之小駒(滿二年者)＿＿＿＿頭

64. 馬(二年以上者)＿＿＿＿頭

騾及幼騾:

65. 今年生長之小騾＿＿＿＿頭

66. 去年生長之小騾(滿一年者)＿＿＿＿頭

67. 前年生長之小騾(滿二年者)________頭

68. 騾(二年以上者)________頭

69. 驢及墨西哥驢(不限年齡)________頭

牛類:

70. 今年生長之犢________頭

71. 去年生長之閹犢及牡犢________頭

72. 去年生長之牝犢________頭

73. 一週年之牡牛________頭

74. 二週年之閹牛________頭

75. 二週年以上之閹牛________頭

76. 二週年之牝牛留爲產乳用者________頭

77. 二週年之牝牛留爲肉用者________頭

78. 二週年以上之母牛及小牝牛專爲乳用者________頭

79. 二週年以上之母牛及小牝牛專爲肉用者________頭

(能產乳之乳牛數及牛乳乳酪產品)

80. 去年產乳母牛及小牝牛總數________頭

(肉用與乳用母牛包括在內)

81. 去年產乳牛中主要目的在肉用或乳肉兼用者______,______頭

82. 去年牛乳產量________,________加倫

將牛乳總產量填報不論售賣飼養小牛或其他處置且填報數量須足供第八十三至八十六等項之乳酪產品(100磅=11.6加倫)

83. 去年製成乳油________,________磅

去年售出之乳產品	數量	總價值
84. 純牛乳	加倫	元

85.	乳皮(酪油)	磅	元
86.	乳皮(非酪油)	加倫	元
87.	酪(本場自製)	磅	元

88. 目前每日產乳之牝牛數目______頭

89. 目前之乳酪產品______加倫

豬及小豬:

90. 豬(今年生長)______頭

91. 母豬及小母豬(在一月份已生育或將在六月前生育者)______頭

92. 豬及小豬(去年份生長者)______頭

綿羊及小綿羊:

93. 小羊(去年十月間生長者)______頭

94. 牡羊及閹羊(去年十月間生長者)______頭

95. 一週年之牝羊(在前年與去年十月間生長者)______頭

96. 牝綿羊(二週年以上者)______頭

已剪毛之羊與羊毛:

注意:——如在第九十七、九十八項內塡報(已剪之羊及羊毛)而第九十三至九十六等項內無羊隻塡報須在備考欄內說明

97. 綿羊與小羊(在去年剪毛者)______頭

塡明已剪之羊數不是塡次數如剪二次者可塡(二次)

98 去年羊毛產量(未洗淨者)______磅

山羊及小羊(本年)及安國拉山羊毛(去年)

99. 安國拉小羊______頭

100. 安國拉山羊______頭

101. 安國拉山羊及小羊(已剪)______頭

如剪二次者塡(二次)

102. 去年剪下之安國拉山羊毛(未洗淨)________磅

103. 其他山羊(未限年齡)________頭

註册之純種牲畜:

注意:——如非註册不必塡報此欄所塡之畜牲包括第六十一至九十六等項之畜類

		種　族	數　量
104.	純種牝馬與馬駒		
105.	純種牡馬與馬駒		
106.	純種牝牛與小牝牛		
107.	純種牡牛與小牡牛		
108.	純種豬及小豬		
109.	純種綿羊及小羊		

	去年牲畜之買賣及屠宰	購進活畜	售出活畜	屠宰牲畜(自用或出售)
110.	馬及馬駒	頭	頭	×××頭
111.	騾及騾駒			×××
112.	犢(一年以下)			
113.	牛(除犢外)			
114.	豬及小豬			
115.	綿羊			

雞及雞蛋:

116. 鷄(三個月大)雛鷄除外________隻

117. 鷄蛋之產生數(連出售自用孵雛)________枚(打)

118. 鷄蛋(出售)________枚(打)

119. 目前每日鷄蛋產量________枚

120. 去年養雞數量(售賣死亡留存在內但出售之雛雞除外)________隻

121. 去年出售之活雞及剝製之雞(出售雛雞不在內)________隻

122. 去年購入雛雞數________隻

(飼養)其他家禽：

123. 火雞________隻

124. 鴨________隻

125. 鵝________隻

蜜蜂(本年度)蜜(去年份)

126. 蜂羣數目(不論是否自有者)________羣

127. 蜜產量(不論是否自有者)________磅

13. 灌漑作物(去年份)

128. 去年有水田作物收穫否________，________(有或無)

無論田中作物、蔬菜、菓實、苗木、花草等.

第一二八項之答案無論爲“有”爲“無”須將(水田或旱地作物)盡量填報如填“有”字一幷在副表B填報水田作物

14. 作物收穫量(去年)

類　　　　別	(去年)收穫之畝數	收穫之數量
玉　蜀　黍：		
129. 去年玉蜀黍田總畝數____畝 如玉蜀黍田雜種他種作物將雜種畝數填報		

注意:——第一二九項所塡之畝數應與第一三〇至一三三項所塡之數相同		
130. 去殼之玉蜀黍		
131. 爲牲畜在地上所食之玉蜀黍		
132. 製鍋秣之玉蜀黍		噸
133. 爲飼養家畜而採割之玉蜀黍		
134. 作物桿條或葉用飼料者(100綑爲一噸)		噸

黍類:

135. 黍(打粒或飼畜)一噸黍等於25斛穀糧		
136. 黍(作馬料)黍頭不打去		
137. 甘黍(榨汁)		

糖類作物:

138. 甘蔗收穫(榨汁)		汁　加侖
139. 甘蔗收穫(製糖)		蔗　噸
140. 甜菜收穫(製糖)		噸

	取汁之楓樹數	樹汁產量	製成砂糖
141. 楓樹汁及糖	株	加侖	磅

小粒作物:	收穫之畝數	收穫之數量
142. 亞蔴(取籽)如與麥同種者各報半數		斛
143. 小麥(製通心粉用)		斛

144. 春小麥			斛
145. 冬小麥			斛
146. 間植作物收穫時不能分開者(大麥與燕麥,燕麥與豌豆等)			斛
147. 燕麥打粒(不與他種作物混合)以充飼料			斛
148. 燕麥(未打粒者)以充飼料			斛
149. 大麥打粒			斛
150. 黑麥打粒			斛
151. 蕎麥打粒			斛
152. 稻			斛
153. 小粒作物(作草料用者)(未打穀粒之作物須塡於148項內)			噸

莢豆類:	祇植一種作物之畝數	與他種作物同植之畝數	收穫量
154. 花生			斛
155. 大豆			斛
156. 豌豆(cowpeas)			斛
157. 豌豆(velvet-beans)		×××	斛
158. 豌豆(加拿大或蘇格蘭種)		×××	斛
159. 扁豆等			斛

類別	收穫之畝數	收穫量
牧草作物及牧草種類:		
160. 乾草(alfalfa)		噸

161. 乾草(timothy)		噸
162. 乾草(timothy and clover)		噸
163. 乾草(大種金花菜)		噸
164. 乾草(甜淺紅及日本金花菜)		噸
165. 甜金花菜(放牧用者)		噸
166. 乾草(由各種荚豆作物節下者) 此處填報之畝數得將第一五四至一五八項一部份或全數之作物畝數填入		噸
167. 乾草(各種栽植之草類)		噸
168. 野草		噸
草 籽:		
169. 金花菜籽		斛
170. alfalfa		斛
171. timothy		斛
各種作物:		
172. 棉花(如以子棉售出時,應以皮棉估計)		包
173. 棉籽(俟棉花已經軋過後)		噸
174. 菸草		磅
175. 帚黍		磅
176. 洋山芋		籮
177. 根類作物(飼料)		

178. 甘薯及芋		籮
179. 其他未報告之作物		

已售或將售之作物:	數	量
180. 玉蜀黍		斛
181. 渓及玉蜀黍		斛
182. 小麥		斛
183. 燕麥		斛
184. 大麥		斛
185. 黑麥		斛
186. 花生		斛
187. alfalfa 草		噸
188. 其他在 alfalfa 以外之草		噸
189. 洋山芋		斛
190. 甘薯及芋		斛

備來年收割之作物:	畝	數
191. 玉蜀黍		
192. 冬麥		
193. 麥(製粉用)		
194. 其他春麥		

非自用而為售用出之蔬菜： 注意：——作物收割後續種其他作物之田地將每種作物之畝數塡報不及一畝者以分數表出之	畝數或畝之分數	價　值
195. 蘆笋		元
196. 豆(豇豆或刀豆)		元
197. 包菜		元
198. 香瓜西瓜		元
199. 芹菜		元
200. 玉蜀黍(甜)		元
201. 黃瓜		元
202. 萵苣		元
203. 洋葱		元
204. 青荳		元
205. 菠菜		元
206. 洋茄子		元
207. 西瓜		元
208. 其他		元

209. 專作自用之蔬菜＿＿＿＿＿＿元

小　果： 注意：——如不及一畝者報幾分之幾	畝數或畝之分數	收　穫　量
210. 楊莓(strawberries)		(夸得)Qts

211. 麃莓子(raspberries)		Qts
212. 烏蘇莓 (blackberries and dewberries)		Qts
213. 莓子 (granberris)		Qts
214. 其他小果物		Qts

215. 果園、葡萄園及植有殼果實之田地(培植園除外)＿＿＿＿畝

果園、殼果及葡萄： 注意：——培養植物應在第235項內塡報勿塡在此欄，桃李等果實一噸約合42斛(BU)	株數		收穫量 (鮮果)
	未成年者	成年者	
216. 蘋果			斛
217. 桃			斛
218. 梨(刺梨除外)			斛
219. 梅子			斛
220. 櫻桃			(夸得)Qts
221. 胡桃			磅
222. 葡萄(一噸合二千磅)			磅
熱帶果子及殼果：			
223. 本場有無熱帶果實收穫＿＿(有或無) 如第223項之答案爲"有"字須備副表甲			
224. 其他果子及殼果： 塡明樹名			塡明量制

出售園果： 注意：——如不及一畝者塡幾分之幾	畝數或畝之分數	鮮果出售量	乾果出售量（乾果）
225. 蘋果		斛	磅
226. 桃		斛	磅
227. 梨（刺梨除外）		斛	×
228. 梅子		斛	×

林木產品：

229. 柴薪＿＿＿＿＿＿＿＿方

230. 軟木＿＿＿＿＿＿＿＿方

231. 園牆用木＿＿＿＿＿＿根

232. 鐵路用樁木＿＿＿＿＿根

233. 樁柱＿＿＿＿＿＿＿＿根

234. 林木產品之售價（包括一切木料）＿＿＿＿＿＿元

花圃、種子場以及球莖植物場：(seed farms & bulb farms)	畝數	出售後之進益
235. 樹木葡萄等	畝	元
236. 花及蔬菜籽等（如不足一畝以分數表之）	畝	元
237. 球莖等（如不足一畝以分數表之）	畝	元

溫室、暖房及露天栽植之花木：

238. 用玻璃掩蓋之地	方尺	×
239. 用玻璃掩蓋之花木	×	
240. 用玻璃掩蓋之蔬果	×	元
241. 露天栽植之花木（不足一畝以分數表之）	畝	元

附錄二

人口001

1933

江蘇句容縣農場清查表

表號＿＿＿＿

第＿＿＿＿監察區，監察員＿＿＿＿

第＿＿＿＿調查區，調查員＿＿＿＿

第＿＿＿＿戶

1. 人口調查表

（此表每戶填寫一張）

注意： 1.本表所問各項均須填寫． 2.何謂一戶？——凡同居共食共同擔負生活費用的人，即是一戶，已經分家的弟兄，每家算一戶． 3.本表所調查的人口係指廢歷正月初一日在世的人口，此日以前死亡的及此日以後出生的不算在內，此日在世，調查時死亡的須填入． 4.這個表內所填的事實，調查員須嚴守祕密．

＿＿＿＿省＿＿＿＿縣＿＿＿＿區＿＿＿＿鎮＿＿＿＿鄉＿＿＿＿村＿＿＿＿街，第＿＿＿＿戶

本年廢歷正月初一日在世的人口

戶主姓名		一	二		三	四	五	六	七	八		九	十	十一	十二	十三
		本人與戶主之關係	男	女	年齡（實歲）	曾婚嫁者×	現時鰥寡者×	專務農者×	兼務農者×	其他職業者		識字者×	曾入私塾幾年	曾入學校幾年	能寫信者×	能看小說者×
										行業	職務					
		↓符記→	A－0	A－1	A－2	A－3	A－4	A－5	A－6	A－7	A－8	A－9	A－10	A－11	A－12	A－13
甲 戶主之家屬（現時在家與暫時在外而未成家者都填入）	1	戶主														
	2															
	3															
	4															
	5															
	6															
	7															
	8															
	9															
	10															
乙 非家屬無家可歸同居者	11															
	12															
	13															
	14															
	15															
丙 暫時客居者	1															
	2															
	3															
	4															
	5															

（第　二　面）

本戶的家屬人口在第一面，本表表內塡不下時，塡入此表.

戶主姓名		一	二		三	四	五	六	七	八		九	十	十一	十二	十三
		本人與戶主之關係	男	女	年齡（實歲）	曾婚嫁者×	現時鰥寡者×	專務農者×	兼務農者×	其他職業者 行業	職務	識字者×	曾入私塾幾年	曾入學校幾年	能寫信者×	能看小說者×
	↓	符記→	A－0	A－1	A－2	A－3	A－4	A－5	A－6	A－7	A－8	A－9	A－10	A－11	A－12	A－13
甲 戶主之家屬（現時在家與暫時在外而未成家者都塡入）	16															
	17															
	18															
	19															
	20															
	21															
	22															
	23															
	24															
	25															
	26															
	27															
	28															
	29															
	30															
	31															
	32															
	33															
	34															
	35															

調查日期＿＿＿＿年＿＿＿＿月＿＿＿＿日

2. 農場調查表

(本表每一農場塡寫一張)

戶主姓名..........

表號..........(與本戶之第一表表號相同)
第..........監察區，監察員..........
第..........調查區，調查員..........
第..........農場

注意
1. 何謂農場？凡是一個農戶務農所用的田地、園圃、房屋、牲畜、農具等物，合在一起，叫做一個農場。
2. 何謂農戶？凡是同居共食，共同務農的農民，都是一個農戶。譬如弟兄三人，同家居住，同灶作飯，又同力耕種祖遺的田地，這樣的人家，算作一戶。若這兄弟三人，雖同院居住，但分灶作飯，分力耕種祖先的遺田，這便是三個農戶。他們的農場，共有三個農場，調查員須塡三張表，也要塡三張人口調查表。
3. 這個表內所塡的事實，調查員須嚴守祕密。

..........省..........縣..........區..........鎭..........鄉..........村

甲、去年耕用的田地面積	符記	乙、作物，蠶桑，菓實	符記
一、全農場一切能生產的田地、園圃、草山、葦塘等所佔之地共幾畝？（房屋、晒場所佔之地不算在內）..........	B－1	十三、前年秋冬播種，去年春夏收穫的作物，共有幾畝？..........	D－0
		下列作物，前年種，去年收的，各佔幾畝？	
二、種植作物的田地共佔幾畝？（園圃地不算在內）..........	B－2	1. 小麥..........	D－1
		2. 大麥..........	D－2
三、桑園共佔幾畝？..........	B－3	3. 稞麥..........	D－3
四、茶園共佔幾畝？..........	B－4	4. 燕麥..........	D－4
五、菜園共佔幾畝？..........	B－5	5. 豌豆..........	D－5
六、水菓及乾菓園共佔幾畝？..........	B－6	6. 蠶豆..........	D－6
七、竹林共佔幾畝？..........	B－7	7. 油菜(芥子)..........	D－7
八、草山葦塘共幾畝？..........	B－8	8. 其他作物共佔幾畝..........	D－8
(第二至第八問的答數相加應等於第一問的答數。)		9. 本季休閑未種之地共佔幾畝..........	D－9
		(以上第1問至第8問各項作物所佔畝數的總數應等於第十三問的答數。)	
九、以上各地中每年用水灌溉的水田共幾畝？..........	C－1	十四、去年春夏播種，秋冬收穫的作物，共有幾畝？..........	E－0
		下列作物，去年春夏種，秋冬收的，各佔幾畝？	
十、以上各地中租自他人的水田共幾畝？..........	C－3	1. 早秈粳稻..........	E－1
十一、以上各地中租自他人的旱地共幾畝？..........	C－5	2. 早糯稻..........	E－2
十二、以上各地中租自他人的共幾畝？..........	C－7	3. 晚秈粳稻..........	E－3
(第十與第十一問的答數相加應等於第十二問的答數。)			

（第 二 面）

4. 晚糯稻 …… E－4

5. 高粱 …… E－5

6. 小米(粟) …… E－6

7. 玉米(包穀) …… E－7

8. 甘薯(山芋) …… G－1

9. 馬鈴薯(洋山芋，山藥蛋) …… G－2

10. 芋頭 …… G－3

11. 棉花 …… G－4

12. 芝蔴 …… G－5

13. 落花生 …… G－6

14. 大豆(即黃豆) …… G－7

15. 綠豆 …… G－8

16. 其他作物共佔幾畝 …… G－9

17. 本季休閒未種之地共佔幾畝 …… G－10

(以上第1問至第16問各項作物所佔畝數的總數，應等於第十四問的答數。)

十五、下列桑樹，各有幾株；去年各收桑葉幾擔（每擔是一百斤）？……

1. 湖桑幾株？ …… H－1

2. 湖桑葉共收幾擔？ …… H－2

3. 其他桑幾株？ …… H－3

4. 其他桑葉共收幾擔？ …… H－4

十六、蠶繭

1. 去年養蠶子幾張？ …… H－5

2. 去年收鮮繭幾斤？ …… H－6

十七、茶

1. 茶樹共有幾株？ …… J－1

2. 去年共收鮮茶葉幾斤？ …… J－2

十八、下列菓實樹各有幾株？ ……

1. 桃樹幾株？ …… J－3

2. 杏樹幾株？ …… J－4

3. 梅樹幾株？ …… J－5

4. 柿樹幾株？ …… J－6

5. 石榴樹幾株？ …… J－7

6. 櫻桃樹幾株？ …… J－8

7. ……

丙、在本年正月初一日，下列家畜及家禽，各有多少？

十九、黃牛大小共有幾頭？ …… K－1

內有不滿一歲的黃牛犢幾頭？ …… K－2

二十、水牛大小共有幾頭？ …… K－3

內有不滿一歲的水牛犢幾頭？ …… K－4

廿一、馬大小共有幾頭？ …… K－5

內有不滿一歲的馬幾頭？ …… K－6

廿二、驢大小共有幾頭？ …… K－7

內有不滿一歲的驢幾頭？ …… K－8

廿三、騾大小共有幾頭？ …… K－9

內有不滿一歲的騾幾頭？ …… K－10

廿四、綿羊大小共有幾隻？ …… L－1

內有已滿一歲的綿羊幾隻？ …… L－2

廿五、山羊大小共有幾隻？ …… L－3

內有已滿一歲的山羊幾隻？ …… L－4

廿六、猪大小共有幾隻？ …… L－5

內有已滿一歲的猪幾隻？ …… L－6

廿七、鷄大小共有幾隻？ …… L－7

內有已滿六月的母鷄幾隻？ …… L－8

廿八、鴨大小共有幾隻？ …… L－9

內有已滿六月的母鴨幾隻？ …… L－10

廿九、鵝大小共有幾隻？ …… L－11

內有已滿六月的母鵝幾隻？ …… L－12

調查日期 ______年______月______日

農場 003
1933

3. 農場調查副表

第……調查區　調查員……
第……監察區　監察員……

注意：1.本表須由每個調查員，在其調查區域內，塡寫一張。2.本表所調查之事實，係每個調查區域內，最普通之情形。3.本表塡就之後，須與全調查區域內之農場調查表，同作一束。

……省……縣……區……鄉……鎭……村

甲、下列各作物每畝去年可收幾石幾斗？

作　　物	收　　量	此項不塡
1.小　麥	……石……斗	
2.大　麥	……石……斗	
3.稞　麥	……石……斗	
4.燕　麥	……石……斗	
5.豌　豆	……石……斗	
6.蠶　豆	……石……斗	
7.油菜子	……石……斗	
	……石……斗	
1.早秈粳稻	……石……斗	
2.早糯稻	……石……斗	
3.晚秈粳稻	……石……斗	
4.晚糯稻	……石……斗	
5.高　粱	……石……斗	
6.小　米	……石……斗	
7.玉　米	……石……斗	
8.甘　薯	……斤	
9.馬鈴薯	……斤	
10.芋　頭	……斤	
11.棉　花	……斤	
12.芝　蔴	……斗……升	
13.花　生	……石……斗	
14.大　豆	……石……斗	
15.綠　豆	……石……斗	

乙、下列各果實，去年每株樹可收幾斤？

1.鮮桃……斤

2.鮮杏……斤

3.鮮梅……斤

4.鮮柿……斤

5.石榴……斤

6.櫻桃……斤

7.　……

丙、下列兩種羊，一歲以上，平常大小的，去年可剪羊毛幾斤？

1.綿羊剪毛……斤

2.山羊剪毛……斤

丁、下列三種家禽，最平常的去年一年中可生蛋幾個？

1.母雞生蛋……個

2.母鴨生蛋……個

3.母鵝生蛋……個

戊、選本地的水田旱地各一塊用量地尺量其長寬塡入下表：

水田

1.長……尺

2.寬……尺

3.這塊地本地人公認爲……畝……分

旱地

1.長……尺

2.寬……尺

3.這塊地本地人公認爲……畝……分

己、本地的一斗米重幾斤？……斤

庚、調查員所拿的銅元，在本地的普通秤上有幾兩？……兩

塡表日期＿＿年＿＿月＿＿日

4. 農村經濟社會概況調查表

第……………調查區，調查員……………

第……………監察區，監察員……………

注意：1.本表須由調查員，在每個調查區域內填寫一張. 2.本表調查之事項，祇限於本調查區域內之事實. 3.本表所問之事項，調查員須會同其他熟悉本地情形者詳細估計填答.

……………省……………縣……………區……………鄉……………鎮……………村

甲、農　佃

一、以錢納租者，佔佃戶全數百分之幾？……………………

二、以一定數量之稻、麥、豆、棉等物納租者，佔佃戶全數百分之幾？……………

三、以田地中出產之稻、麥、豆、棉等物與地主均分者，佔佃戶全數百分之幾？……………

四、以其他方法納租者，佔佃戶全數百分之幾？……………

（以上四項答數之和應等於百分之百）

本調查區域內之租價、地價及產額填入下表：

項別＼田地	水田			旱田		
	上等	中等	下等	上等	中等	下等
(1)去年每畝之價格						
(2)去年每畝之租錢						
A.(2)÷(1)（調查員不填）	×	×	×	×	×	×
(3)平常年每畝主要作物之產額						
(4)平常年每畝所納主要作物之數量［本欄所用之斗斤單位須與(3)項所用者同］						
B.(4)÷(3)（調查員不填）	×	×	×	×	×	×
(5)分租時地主分得幾成（即十分之幾）						

按上表租價，下列各物內，歸佃戶自備者作一(×)

1. 種子……………………
2. 農具……………………
3. 牲畜……………………
4. 肥料……………………
5. 房屋……………………

乙、農民借貸

1.去年青黃不接時，農戶借他人糧食者約佔十分之幾?……………

2.借糧食者，幾月後歸還?……………

3.借一石，還一石幾……斗?

4.去年農戶中借錢者約佔十分之幾?…………

5.向何人借?……………

6.月息幾何?……………

丙、農工工資

1.男工長工一人食住由僱主供給者，去年全年工資幾元?……………

2.上項工資在民國元年幾元?……………

3.農忙時，僱用短工，若不供飯，去年一天幾角?……………若供飯時，一天幾角? …………

4.農閑時，僱用短工，不供飯，去年一天幾角?…………若供飯時，一天幾角?…………

丁、物　價

下列各物之價格塡入下表：

物名＼價格	現時價格（以大洋計）	民國元年之價格（以現大洋計）
1. 中等米一百斤		
2. 中等小麥一百斤		
3. 食鹽一百斤		
4. 洋油(煤油)一百斤		
5. 粗大布一丈		
6. 中等黃牛一頭		
7. 中等水牛一頭		
8. 中等馬一頭		
9. 中等騾一頭		
10. 中等驢一頭		

戊、田賦及附捐

按本地畝，每畝田地實納之田賦及附捐各幾角塡入下表：

稅別＼年份＼田地		去年 中等水田	去年 中等旱地	民國元年 中等水田	民國元年 中等旱地
正稅					
附捐					
共計（塡表人不塡）					

己、糧食運銷

1.本地所產糧食除自用外，運銷到外面的，平常年間約有幾…………石?運往何處?…………

2.本地所產糧食，若自用不足時，從別地運來的，平常年間約有幾…………石?從何處運來?…………

庚、移　民

1.自民國元年以來，本地農民全家移往外縣或城市居住營業者共有幾戶?……………

2.上項移民移往何處?……………

3.自民國元年以來，外縣農民全家遷來本處者共有幾戶?……………

4.上項移民來自何處?……………

辛、荒　地

本調查區內可以耕種的荒地約有幾畝?………

塡表日期＿＿＿年＿＿＿月＿＿＿日

人口002

5.公共場所人口調查表

注意
1.公共場所係指政府機關、學校、寺廟、工廠等而言.
2.本表所問的人口,是指今年陰曆正月初一日,在本場所內居住的人口.
3.不是長期住在本場所內的人,不算在內.
4.凡隨帶家屬在本場所內居住者,要另算一戶,塡甲表(人口調查表)一張.

..............省..............縣..............區..............鄉..............鎭..............村

第..............................監察區,監察員

第..............................調查區,調查員

公共場所名稱

一、本場所內長期居住者共有
男子幾人..................
女子幾人..................

二、本場所內長期居住的人在外面有家者
男子幾人..................
女子幾人..................

三、本場所內長期居住的人在外面無家可歸者
男子幾人..................
女子幾人..................

(第二及第三問的男女人數相加,應等於第一問的男女人數)

工業清查

蔡正雅

一. 工業之定義及其經營制度

1.工業清查之目的　工業清查之目的,可分爲一般的及特殊的兩種.特殊的目的,今暫不論.至於所謂一般的目的,蓋在表示各種工業在國民經濟上之重要性,一國對於某種工業經營或依賴之程度,各業歷年之盛衰,以及發展現狀與他國之比較(一).普通舉辦工業清查之目的,大抵不外乎此.

2.工業之定義　吾人在討論工業清查以前,請先研究工業之定義及範圍.工業之定義,有廣義狹義之分.所謂廣義的工業,包括各種以獲得貨財爲目的之一切生產事業.至於狹義之工業,專指將原料加工而使其變形之生產行爲(二).通常工業二字,大率指後者而言,卽製造工業是.各國工業清查採用狹義者如美國,採用廣義者,如德、比等國(三).本講所謂工業清查,以狹義爲範圍,因農業等項,本會另有演講,故不涉及.

3.工業經營制度之分類　工業經營制度之分類,亦爲舉辦工業清查前應有之研究.制度不明,調查無從入手.關於工業制度之分類法,自來學者試擬者殊夥,分類之標準,亦各不一,或爲生產規模之大小,或爲工藝之性質,或爲工人收入之多寡.茲列舉英國甘甯漢、德國桑巴特、碧

註一　工業分類法,第十一頁,國際勞工局叢書,日內瓦一九二六年.

註二　關一博士:工業政策,馬凌甫譯,卷上,第二頁,商務印書館.

註三　同註一,第六十九頁及七十二頁.

克而、日本關一博士、美國葛拉克諸家之說，而以天津南開大學方顯庭氏之分類法爲歸納之根據，因方氏折衷諸家之說，且參酌國情，較爲妥善也.

(1)英國甘甯漢教授 (Prof. Cunningham) 爲擬訂工業制度分類最早之一人，分工業制度爲資本的與家庭的二類，不免失之含渾[四].

(2)德國桑巴特 (Sombärt)氏分爲個人工業制、過度工業制及社會工業制三類.桑氏分類法，以工人之多寡爲標準，基礎似嫌薄弱[四].

(3)德國碧克而 (Bücher) 氏分爲家庭制 (homework)、工資制 (wagework)、手藝制 (handicraft)、散活制(commission)、工廠制等五類[四].工資制與手藝制，據事實證明，實爲並存而無先後之分，碧氏謂工資制在手藝制之前，自屬不當.又碧氏謂手藝制之目的，爲直接供給於消費者，實則亦有供給市場之需求者.

(4)日本關一博士分爲下列四種:

(a)家內作業　加工於自產之原料，以供自己之消費.

(b)手工業　以直接應消費者之需要，或直接販賣生產物於顧客爲目的，單獨或與少數家族及學徒，而爲加工生產之小經營.

(c)家內工業　介乎手工業與工場制之間，結合工業的小經營，與商業的大經營之一種工業組織.或由勞動者自購原料，以自有之器具，製造物品，由貨莊收買之.或由貨莊供給原料，勞動者祇事加工，按其出品而收受酬報.

(d)工場作業　企業家以自己之資本，於其所設備之工場內(自己住宅除外)，依自由契約，雇用多數工人，從事生產[五].

(5)美國葛拉克 (Grover Clark) 氏作中國社會問題研究大綱，分我國工業爲三類:

註四　方顯庭:天津地毯工業，第十三頁.

註五　同註二，第三十九頁至七十八頁.

(a)家庭工業　內一部份係以自產或購來之原料,製成貨品,供家內之用;一部份則爲在家內製造出售之貨物.

(b)手工業　以舊有之手工業方法及設備,在小規模之店鋪(工人亦往往居於店鋪中),從事工作,例如玉器匠等是.

(c)新工業　使用新式機器及原動力之工業[六].

據葛氏之說,家庭工業與手工業之劃分,莫善於以從業者之性別爲根據.由家內婦女及女孩製造者,曰家庭工業;由男子及男孩製造,而貨物確非家用者,曰手工業.似覺武斷.

(6)天津南開大學經濟學院方顯庭氏,以碧克而之分類法爲藍本,參酌我國現在工業之組織,分工業制度爲四類[七].今以方氏分類法,與前述五種比較對照如下:

(a)家庭制(household system)　此與碧克而之家庭制,關一博士之家內作業,及葛拉克氏家庭工業之第一部份相同.

(b)匠人制(craftsman system)　此與碧克而之工資制及手藝制略同,亦即關一博士所謂手工業.並包括葛拉克氏之手工業及家庭工業之後一部份.據方氏分析,匠人制可分爲主人匠人制 (master craftsman system) 及家庭匠人制 (family craftsman system).

(α)家庭匠人制　除家長外,或有母妻子女相助工作,技術簡單,無須先受學徒制訓練,以家庭爲工作場所,製成貨品,由商人收買轉售於消費者.例如山東之帽辮工業是.葛拉克氏稱之爲家庭工業.

(β)主人匠人制　除家長外或有學徒與手藝人共同工作,技術複雜,大抵須先受學徒制訓練,以家庭與作坊爲工作場所.貨物

註六　Grover Clark: Research Needs & Opportunities in China.

註七　同註四.

除售於商人外，更可直接售與消費者．此項制度，在我國較爲盛行．

(c)商人僱主制(或散活制)(merchant employer system)
商人僱主自己購買原料，在自己辦事所內發給散處工人，或由自己及其所雇之散活員，將原料送至散處工人，散處工人將此項原料造成製成品，或半製成品後，或逕自送至商人雇主之辦事所，或由商人雇主或其雇員前往收集後，再轉售於消費者，或其他商人．有時亦可招集散處工人在其所設之作坊內，從事製造．蘇州之刺繡業，可爲此制之代表．此項制度大抵與關一博士之家內工業，碧克而之散活制相同．葛拉克氏則將此項制度併列於家庭工業及手工業之內．

(d)工廠制　工人集中一處，而其工作又受廠主監督．此項製造廠所，均曰工廠．其同時具有機器或其他固定之生產工具者，曰成熟工廠，否則爲幼稚工廠．

方氏所謂工廠制，約等於碧克而之工廠制及關一博士之工場作業．而葛拉克氏之新工業，只限於成熟工廠．依照現行工廠法之規定，所謂工廠，又僅限於平時雇用工人在三十人以上之成熟工廠．

茲將各種制度，列表比較對照如下：

制度名稱	英文名稱	工作人	監工者	原料	工具	工作技術	工作場所	銷路
家庭制	household system	家主或由母妻子女相助	家主	自產	自備	簡單	家庭	自用
家庭匠人制	family craftsman system	同上	同上	自購或自產	同上	同上	同上	遊行商人或自至市場銷售
主人匠人制	master craftsman system	主人或由學徒與手藝人相助	雇主或商人	自購自產或雇主交製之原料	同上	複雜須先受學徒制訓練	家庭或作坊	商人或消費者

商人僱主制	merchant employer system	散處工人	商人雇主	由商人雇主或中間人散發	自備或向商人雇主租借	簡單或複雜	家庭	由商人雇主負責
幼稚工廠制	workshop	雇工	廠主	廠備	廠備	分工	工人集中一處之工場	由廠主負責
成熟工廠制	factory	雇工	廠主或其代理人	同上	廠備之固定工具	分工	工人集中一處之工廠	同上

惟工業制度,不能嚴密劃分,往往有若干工業之組織,不能確認爲一種制度,而實在二種制度過渡期中之一種變態組織.又貨品之製造有並用新工業與手工業生產方式者:例如鍛鐵,除新式大鋼鐵廠外,仍有沿用舊有手工業者;又如繅絲,或用土法,或用廠制;又如織布,或在新式工廠,或在布坊織之,而農家尤占其大部份.故工業制度之確定,應以所用方法及設備爲準,而不應以出品爲根據也(八).

4.新舊工業經營制度重要性之比較 上述各項工業經營制度中,使用原動力及新式機器之成熟工廠制,普通稱爲機器工業,或新工業.至於匠人制商人雇主制及幼稚工廠制,則可統稱爲舊有工業,即手工業,或鄉村工業.我國工業發展之途徑,固應側重新工業,然就國民經濟上立論,舊有工業之重要性,尙在新工業之上,尤以在此新工業未興,手工業尙有可以存在之過渡時期中,爲更甚焉.

第一,就歷史言,手工業雖因偏於皇室製造,重藝術欣賞而不重生產,且以行會制度之操縱及阻礙,未能充分發展,然已具數千年之歷史,終占極大勢力.至於新工業,始於同治初年,迄今不過七十餘年.其間復經種種挫折,依其重要變遷之經過,可劃分爲五個時期:(1)同治元年至光緒三年(1862—1877)爲機器工業之初興時期,亦可稱爲軍用工業時期.(2)光緒四年至二十年(1878—1894)爲商品工業之初興時期,亦可稱

註八 Grover Clark: Research Needs & Opportunities in China.

爲官督商辦時期.(3)光緒二十一年馬關條約訂立以後,至光緒二十八年止(1895—1902),在此時期中,外人在華自由設廠,故爲外商投資工業時期.(4)光緒二十九年商部成立,以迄宣統三年(1903—1911)爲官督商辦過渡至人民商辦時期.(5)民元以後,新工業勃興,復以歐戰之良機,機械工業,盛極一時,然終以國內政治經濟之未循正軌,復以歐戰以後,經濟侵略,日甚一日,機械工業,仍難振興[九].最近又受世界經濟衰落之影響,每況愈下矣.

第二,就產量及人數方面言,手工業亦實在新工業之上.國人日常用品,盈千累萬,雖多外來及新工業製品,然爲手工業所製造者,究亦不在少數.新工業之最發達者爲紡織業,而國人服用之棉布,由新工業方法製造者,只三分之一,其餘皆用土法於家庭及手工業工場製造之.紡織工業如是,其他新工業之生產力,當不難想像得之[十].

第三,就趨勢觀察,手工業亦未能卽歸淘汰,我國勞工之供給豐富,而煤鐵等富源稀少,故對於可以多利用勞工而少消耗煤鐵之手工業,應加獎勵,此其一.我國以農立國,農民占全體人民百分之七十五以上,提倡手工業可以(1)利用農民閒暇,使之從事生產,增加經濟力量;(2)利用低廉之成本,製造貨品,以期減少輸入,增加輸出;(3)減少農民離村率,及工廠生產制度對於工人生活之流弊,此其二[十一].

以上所云,初非討探新舊工業之得失,更非抹殺新工業之價值,僅在說明我國在今日經濟現狀之下,舊有工業之重要性,實不在新工業之下,而從事調查者似不能忽於舊有之工業而僅偏重新工業也.

註九　龔駿:中國新工業發展史大綱,商務印書館.

註十　Grover Clark: Research Needs & Opportunities in China.

註十一　G. B. Tayler: A Policy for Small Scale **Industry in China.**

二. 工業清查與工業分類法

1.工業之分類法 上述爲工業經營制度之種類及其重要性之比較.惟舉行工業淸查以前,工業本身之分類方法，亦爲亟待商討之問題.工業分類之方法甚多：有依消費之種類而分爲普通品工業及奢侈品工業者,有依加工之程度而分爲半製品工業及精製品工業者,有依工業之時期而分爲終歲進行之工業及季節性之工業者，有依銷路之性質而分爲內國工業及輸出工業者.此外更有重工業與輕工業之分:重工業指製造生產工具之各工業而言,如電汽煤鐵五金鐵路機器製造等業是;輕工業指製造消費品之各工業而言，如紡織品化粧品食料及日常消費品等是.惟上述諸分類法,各有其特殊之目的，僅將各種工業,劃分爲二三大類,並未條分縷析.實際上各國皆有一般適用之技術的經濟的分類法，以應工業統計上之需要:例如美國一九二〇年工業淸查,分工業爲十四類:(1)食品,(2)紡織,(3)鋼鐵,(4)木材,(5)皮革,(6)造紙印刷,(7)釀酒,(8)化學品,(9)土石玻璃,(10)金屬工業(鋼鐵除外),(11)烟草,(12)陸運器具,(13)鐵道修理,(14)雜項工業(十二);日本農商務省關於工場統計分爲:(1)染織,(2)機械,(3)化學,(4)飲食物,(5)雜工,(6)特別工業等六門,共四十九類(十三).我國北京農商部農商統計表,亦採用日本之六門分類法.

2.工業分類法之國際統一問題 工業分類法國際間之統一,已成統計界亟待商決之問題.一八九三年裴德龍(Bertillon)氏擬具職務統計草案,一九〇九年國際統計協會編印職業專門名詞表,一九二〇年英國帝國統計會議議決分類草案，一九二一年國際勞工會議之失業專門委員會,亦於分類方法,有所建議，一九二三年國際勞工局召集國際勞

註十二　工業分類法,國際勞工局叢書,第七十二頁.

註十三　關一博士:工業政策,卷上,商務印書館.

工統計專家會議，工業分類法，亦爲議程之一．國際勞工局先期試擬工業分類法草案，於大會中提出討論，雖未正式通過，但已爲歷來工業分類法中比較妥善之一種方法(十四)．我國近年舉辦勞工統計及工業調查者，亦頗多以此爲根據者．

3.國際勞工局分類法之原則 依照國際勞工局分類法，廣義之工業，包括全國一切生產事業，分爲初級生產、次級生產及服務三門．初級生產即原始生產，復分農業(種植畜牧漁業林業屬之)、礦業二類；服務門則分運輸、交通、商業金融、公務國防、自由職業及個人服務五類．至於次級生產門，係指狹義之工業而言，亦即製造工業，本篇討論，即以此爲限．

國際勞工局對於製造工業之分類，以爲可以根據下列三原則：(1)所用之原料，(2)製造之程序，(3)製造品之性質．在初期製造時代，主要之原料，大抵祇有一種，故冶鍊、紡織、皮革、木料，均可各成一類．惟所用原料，祇能決定半製造品工業之分類法．迄乎後期製造時代，即不能僅據所用原料爲分類，蓋一項製造品，或須併合各種原料，並經過繁複之程序，方可製成．於是製造之程序，及製造品之性質，遂爲工業分類之重要根據：例如傢具與木材製造業，服用品業與紡織業，機械業與冶鍊業，均應各成一類．實則上述三項原則，對於工業分類，尚非最爲重要，根本區別，猶在工業組織之不同．例如造船顯不能與冶鍊或木材同隸一業，機械與金屬品業不能與冶鍊工業同列，飾物儀器業，又不能與金屬製品業相混(十五)．蓋一業之工業組織，如廠號及工人性質等等，與他業迴不相侔．至於建築工程業所包括者：有房屋道路鐵道橋樑河道等建築以及修理工程，雖其中房屋與鐵道，用途完全不同，但就廠號工人與原料程序而

註十四 同註一，第七頁至九頁．

註十五 同註十二．

言，則又往往相同，故可併爲一業．因此根據原料程序及製造品性質三項，能否決定一種業務之類別，須視工業組織而定．換言之，工業組織，實爲業務分類之基礎．國際勞工局所擬訂製造工業分類法，有如下表：

國際勞工局工業分類表：

(1)木材製造業　凡木材器物之製造屬此類，但傢具及交通用具不在此例．

(2)傢具製造業　凡傢具之製造，不論木材，或金屬等，均屬此類．

(3)冶鍊工業　(a)金屬製造之初步手續，如鋼鐵之鍊鑄，及非貴金屬之鍛鍊；(b)翻沙及其他次級製造屬此類．

(4)機械及金屬製品業　凡各種機械及金屬製品，如電機、農具、器皿、用具之製造屬此類，但金屬製造之交通用具、樂器、鐘表以及貴金屬製品等不在此類．

(5)交通用具業　凡交通或運輸用具之製造，如船隻、車輛、飛機等屬此類．

(6)土石製造業　凡土石器物之製造，如玻璃、水泥、磚瓦、磁器、陶器等屬此類．

(7)建築工程業　凡房屋、道路、鐵路、橋樑、河道等建築，或修理工程屬此類，水電工程亦併入此類．

(8)動力工業　凡瓦斯電氣之製造，水力及自來水之供給，屬此類．

(9)化學工業　凡化學藥品，化學工藝品之製造，如肥皂、油漆、肥料、防腐劑、顏料、炸藥、火柴等屬此類．

(10)紡織工業　凡絲蔴棉毛之紡織，如繅絲、絲織、棉紡、毛織、製蔴等屬此類．

(11)服用品業　凡衣服、內衣、鞋、襪、帽等之製造屬此類．

(12)皮革品業　凡皮革、皮裘以及各種皮件之製造，如皮箱、皮帶、

馬鞍等屬此類.但已列入服用品類之皮件,不在此例.

(13)飲食品業　凡日常飲食品,以及其他飲食品之製造,如糖果、罐頭、烟酒等屬此類.

(14)造紙印刷業　凡造紙、印刷、裝訂以及照相材料之製造屬此類.

(15)飾物儀器業　凡學術用品、樂器、鐘表、金銀、玉石、飾品屬此類.

(16)其他工業　凡不入上列任何一類者,屬此類.

上述分類法,未必盡合國情.然統計之用,在於比較,或作時間上之比較,或作地區上之比較,較短量長,異同立見.在事實上,各地固各有其特殊情形,自難強其一律,惟就大體而言,幾個共同的原則,未始不可以一致.工業分類之國內與國際間之統一,固極不易,然究不當閉戶造車,各自好新立異,而減其統計上之效用也.

三. 我國工業調查之舉例及進行方法之商榷

1.我國工業調查之先例　我國工業狀況,迄今尚無整個調查.民國初年北京農商部有農商統計表之編製,論其性質,實爲工廠登記册,不得謂爲調查.近年以還,各地舉辦工業調查者,不一而足,惟方法猶未盡統一,且多限於機製工業,與工業清查意義,相去尚遠.以下所述,不過略舉數例,以見工業清查之不易舉辦耳.

我國已舉辦之工業調查,要可分爲二類:第一類爲偏於機械工業之調查;第二類爲經濟調查中之附帶調查.

(1) 第一類

(a)上海特別市農工商局

十六年上海特別市農工商局舉辦工廠調查,劃全市爲滬南、閘北、

吳淞、浦東、曹家渡、楊樹浦及其他七區．計查工廠一千五百家，惟祇限於一市．編有上海之工業一書，十九年一月出版[十六]．

(b)六機關聯合舉辦之上海工業調查

二十年中國經濟學社研究委員會、國民政府統計局、實業部、國定稅則委員會、上海市社會局、交通大學合組上海工業調查聯合事務所．劃全市爲閘北東西兩區，公共租界東西中三區，以及法租界、滬南、浦東，計共八區，由參加團體分區擔任．計得表格二千張，合格可用者，一千六百六十六張，經費約二萬元．依原擬計劃，手工業工場，亦在調查之列，但結果亦僅限於機械工業．同時外籍工廠，亦以事實上之困難，未曾調查[十七]．

(c)國防設計委員會之新工業調查

二十二年國防設計委員會舉辦新工業調查，已查省區有：蘇、浙、皖、贛、湘、鄂、川、冀、魯、晉、豫、陝、察、綏十四省，及天津、北平、唐山、無錫、常州、南京、南通、杭州、甯波、濟南、青島、武昌、漢口、漢陽、開封、鄭州、重慶、成都、蕪湖、長沙、九江等一百餘市縣．計查工業凡一百八十餘種，其中合於工廠法之工廠，凡二千家，不合工廠法而附帶調查者，約八百家，我國新工業清查，當以此爲嚆矢．

(2)　第二類

(a)天津南開大學社會經濟研究委員會工業研究

十八年天津南開大學社會經濟研究委員會（現改組爲經濟學院）舉辦工業研究，採用分業法，擇天津或華北之重要工業，實地調查，已出版者有：天津地毯工業、天津針織工業、天津織布工業、天津碾米工業、中國之棉紡織業及其貿易、中國鄉村工業六種．最近舉辦高陽布業調查

註十六　上海市社會局上海之工業，中華書局出版，十九年一月．

註十七　D. K. Lieu: Preliminary Report on Shanghai Industrialization.

(十八).南開調查，不以新工業爲限，工場作坊，均在調查之列.

(b)鐵道部各沿線經濟調查

十八年鐵道部組織測量隊及經濟調查隊，分往滇、黔、桂及閩、浙、贛各省沿鐵道擬定路線，實地調查.計分地理、人口、物產、農業、林業、鑛業、工業、商業、交通及社會概況十項.工業方面，包括機製工業及手工業.調查以縣爲單位.已編印者有經濟調查報告書十二種.鐵部調查，不限一隅，惟工業方面，亦僅涉及而已(十九).

(c)浙江經濟調查所之經濟調查

十九年浙江省政府設計會舉辦經濟調查，劃全省爲十七調查區，以一市或一縣爲調查單位.截至二十年二月，計查十六縣.二十年三月由建設委員會調查浙江經濟所賡續辦理.此項調查，計分十類，而工業調查，亦爲其一，惟多限於機械工業(二十).又該所調查浙江紙業，編有浙江之紙業一書.

(d)實業部國際貿易局之全國實業總調查

二十一年國際貿易局奉實業部令調查各省實業，編製全國實業誌.調查範圍，以省爲單位，預定分四期進行，第一期爲重要工商業區調查，有蘇、浙、鄂、冀、粵五省；第二期重要農業區調查，有皖、贛、湘、閩、蜀、魯六省；第三期爲桂、黔、滇、豫、甘、晉、陝、遼、吉、黑十一省；第四期爲甯夏、熱河、綏遠、察哈爾、西康、青海、蒙古、西藏等特別區.已調查編竣者，有江浙兩省(二十一)；調查完畢而尚未編成者，有山東省.調查項目，計有工業、商業、礦業、農業及漁牧五類.工業類更有機製工業及手工業之分，

註十八　天津大公報經濟週刊第四十五期.

註十九　鐵道部業務司調查科經濟調查報告書.

註二十　調查浙江經濟所:浙江經濟調查.

註二十一　國際貿易局:中國實業誌江蘇省及浙江省.

對於廠數、資本、工人數、原料、產地、製造手續、出品種類、商標、銷售方法、銷售地域等項，或調查或搜集現有資料.

(e)北平社會調查所廣西省經濟調查

二十二年北平社會調查所應廣西省政府之約，赴桂調查全省經濟狀況，如農業工業及商業等項.工業調查有：(α)家庭工業，(β)手工工廠，(γ)用動力之小工廠，(δ)新式工廠.注重問題有：生產狀況、生產方法、生產關係、原料供給、生產成本、運銷情形、勞工生計，及近年來各業盛衰情形與原因等等.所得材料，在整理中(二十二).

上列調查，以關於機製工業者爲多，手工業及家庭工業之調查，僅偶一涉及.論其原因，約有四端：新工廠在我國工業制度中，實爲一新穎而擾動之原素，易於引起研究者之興趣，此其一.新工廠制度爲中外共有之生產方法，其異同之點，足資研究者之比較，此其二.新工廠多集中於重要都市，便於調查者之入手，此其三.新工廠有確定之地點，負責者智識亦較開通，且廠數有限，不若手工業之散漫，此其四.新工業之調查，固自有其繼續進行之價值，然機製工業，殊不足以代表我國全部之工業.故舉辦工業清查者，對於手工業方面，亦應注意及之.

2.清查與調查之區別　清查二字，殆指英文 census 而言，其原義爲國家舉辦之全國人口調查，目的在作徵兵徵稅之根據.與調查二字，不無區別.蓋調查有全體調查與抽樣調查之分：後者乃調查小於全體之代表部份，前者則在一定之區域範圍以內，將一種事業或狀況之全部份子，均作詳盡無遺之調查，其性質與清查相近.換言之，清查祇爲調查之一種方法，不過爲普遍的調查而已.

3.工業清查之入手方法　工業清查方法，或爲分區，或爲分業(二十三).

註二十二　千家駒：桂省經濟調查印象記，二十三年二月二十八日申報.

所謂分區法者，將一地區內之工業，作一普遍調查，此項地區，或以一國爲單位，或以一省爲單位，即以一市一縣爲單位，亦無不可．蓋工業淸查之所謂全體，乃一相對之名詞，視區域之大小而隨其大小也．至於分業法，則選擇某一工業，調查全國或某區域之該業狀況；例如上述建設委員會調查浙江經濟所之浙江紙業調查，係採用分業法，而六機關聯合舉辦之上海工業調查，則爲分區法也．

4.舉辦淸查之困難 工業淸查舉辦之前，有二大前提：(1)人員之得當，(2)經費之確定．二者若缺其一，工作遂難順利進行．任何事業均然，統計當非例外，固不待言．惟在今日我國舉辦調查，困難滋多，根據歷屆各地各項調查之經過事實，分析歸納，有下列五端：(1)幅員之廣闊，(2)言語之隔閡，(3)單位之雜亂，(4)人民智識程度之低落，(5)政治設施之未孚衆望．再除一般調查上之困難而外，工業淸查因本身之性質亦與一般調查顯有難易之分，請申論之．

(1)進行易入手難 調查工作，初次舉辦，入手辦法，爲最困難．例如理論方法之研究，事實問題之解決，時期之選擇，範圍之確定；若者應取，若者可舍，棄取之間，我國工業淸查尙無成例可援，舉辦之困難，亦即在此．

(2)精查易普查難 就範圍言，精查祇限於一業或數業，自不如普查之廣袤無限．且調查一地某業情形後，繼續調查他地，則對於該業各項問題，自能漸次深刻明瞭，不若普查之須同時應付數十百業也．

坐是工業淸查之困難，或由於前提之未有辦法，或屬於一般調查所共有之難點，或由於工業淸查之本身性質，此在計劃舉辦之前，所不可不注意也．

5.草擬之工業淸查方法大綱

註二十三 Grover Clark: Research Needs and Opportunities in China.

(1)清查以製造工業爲限,新工業與舊有工業同等注重.

(2)採用分區調查法,或分省,或劃區,同時並進.

(3)採用普查法,惟對於少數最重要之工業,採用精查法.

(4)重要各業,另聘各業專家,擬訂調查項目.

(5)清查由中央機關主持其事,延聘專門人員,擔任研究計劃試辦組織訓練事項.

(6)調查期前,每區考選當地調查員若干人,分設訓練班訓練,歸中央機關主持.訓練完畢,分派調查,調查完畢,當地調查員分派當地機關擔任統計工作.

(7)調查經費,由中央及地方政府分任,並於舉辦前,確切指定專款,以期獨立而免中斷.

生命統計

陳長蘅

一. 生命統計之意義及範圍

生命統計(vital statistics)佔人口學(demography)中極重要之一部份,可稱爲狹義的人口學. 故欲了解生命統計之意義及範圍,不可不略知人口學之意義及範圍. 英文 demography 一字係導源於希臘,猶言研究人民之科學.近代人口學係用統計方法去研究人類的生命,卽用統計方法去研究一個國家社會乃至全人類的孳生、成長以及衰老死亡之種種變遷.其所研究之主要事實爲出生、婚姻、疾病、死亡等, 次要事實則爲政治、社會、教育、經濟、職業、宗教諸端.舉凡人的遺傳和人的自然環境及社會環境皆爲人口學之研究範圍.

人口學大體可分下列各主要部份:

(1)系譜學(geneology)係研究個人之世系及個人之傳記;(2)優生學(eugenics)係研究人類之遺傳及種族之改良;(3)人口普查(the census)係用政府力量從事於人口之社會的、政治的、經濟的、宗教的及教育的各種事實之普查;(4)生命登記 (vital registration) 係在政府指導之下,將人口之出生、結婚、離婚、疾病及死亡等分別加以登記; (5)生命統計(vital statistics) 係用統計方法將生命登記所得之各種生命事實加以分析研究,而推求人口之變動;(6)生物測算學(biometerics)係用測算方法研究人類種族之成長、身材及體力等;(7)疾病測算學 (pathomtreics)係研究各種疾病之多寡性質及其與人體之關係. 此種統計事實大都得自醫院、衛生試驗所或人壽保險公司.

上述第(4)及第(5)兩項爲生命統計之正當範圍，其次則第(2)第(3)第(7)等項亦與生命統計有直接關係，皆不可不知．

二．生命統計與人口統計之關係

生命統計所研究之對象既爲一個社會中各個人民之生命事實，但欲編造切實有用之生命統計，不可不先有精確之人口普查及人口統計，以作生命統計之基礎．換言之，卽對於一國的人口必先有靜態的統計研究，始能從事於動態的統計研究．否則各種生命統計皆不易有正確之根據．

欲知一國之眞實人口，祇有舉辦人口普查，至於兩個普查期間各年度之人口則可用估計方法求得之．舉辦人口普查有兩個不同的原則：一爲調查實在的人口(the de facto population)，卽就調查時各地現有之人口而編查之，不問其地是否爲被調查者之常住地或臨時所在地；二爲調查法律的人口 (the de jure population)，卽按各地常川居住之人口而加以編查，所有臨時他往之人口必須加入，至臨時旅居之人口則須除去．此第二種之人口普查雖手續較爲繁難，但所得結果更可作生命統計之根據．

又歐洲有些國家除人口普查之外，亦有另辦人口登記(the population registers)者．如歐洲之荷蘭在1918年四月二十六日之法律始明白規定人口普查應每十年舉辦一次，但人口登記則自1849年之王令卽賡續辦理，毫無間斷．此種人口登記對於各行政區域人口之變動均隨時加以登記，並與每十年之人口普查常作比較，以視有無錯誤．荷蘭因壤地褊小，故所辦人口登記甚有良好成績．其人口登記簿中所定應行登記之事項如下：(1)姓名，(2)性別，(3)與戶主之關係，(4)出生地，(5)身分，(6)宗教，(7)種族，(8)職業，(9)住所，(10)登記日期及從前住所(如果有之)，(11)除籍

日期及將來住所,(12)死亡日期. 荷蘭的人口登記辦理認眞,成績昭著,故所得結果與人口普查所得者甚爲接近. 茲將1920年十二月三十一日荷蘭人口之普查及登記結果列表如下:

第一表

	男	女	男女總計
普查結果	3,410,262	3,455,052	6,865,314
登記結果	3,449,264	3,477,050	6,926,314

又比利時之人口登記則創始於1856年六月二日之法律,辦理亦尙認眞,成績頗爲良好. 至於法國雖自1791年七月以來遂辦有人口登記,然大都有名無實.據1911年之調查,法國全國36,912鄉鎭之中,僅123鄉鎭備有人口登記簿冊. 其中僅有三個鄉鎭曾維持繼續不斷之人口登記,故法國的人口登記甚不可靠云. 又我國之戶籍法亦兼重戶籍登記及人事登記.前者之性質與歐洲有些國家之人口登記甚爲相似;將來如能辦理認眞,毫無間斷,亦可得良好之結果. 是全在董其事者能否有不斷之努力耳.

三. 估計人口之方法

估計人口通用之數學的方法有二:一爲算術的方法 (arithmetical method),二爲幾何的方法(geometrical method). 第一個方法係假定人口的逐年增加爲算術的或固定的.例如某鄉鎭之現在人口爲100,000,其十年前之人口爲70,000,則每年所增加之人口按照算術方法爲

$$\frac{100,000-70,000}{10}=3,000$$

故五年以前之人口爲

$$70,000+(3,000\times 5)=85,000$$

又五年後之人口則爲

$$100{,}000+(3{,}000\times 5)=115{,}000$$

又七年四個月後之人口則爲

$$100{,}000+\left(3{,}000\times 7\frac{1}{3}\right)=122{,}000$$

算術的方法之普通公式如下:

設P_c爲某年的人口，P_n爲n年後的人口，r爲每年的增加率，則

$$r=\frac{P_n-P_c}{n}$$

第二個幾何的方法係假定人口的逐年增加爲幾何的或複利式的. 設P_c爲某年的人口，P_n爲n年後的人口，r爲每年的增加率，則

$$P_{c+1}=P_c(1+r)$$

$$P_{c+2}=P_c(1+r)^2$$

$$P_{c+3}=P_c(1+r)^3$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$P_n=P_c(1+r)^n$$

$$\frac{P_n}{P_c}=(1+r)^n$$

$$\sqrt[n]{\frac{P_n}{P_c}}=1+r$$

$$r=\sqrt[n]{\frac{P_n}{P_c}}-1$$

上列公式並可寫成對數的形式如下:

$$\log P_n-\log P_c=n\,log(1+r)$$

或 $$\log(1+r)=\frac{\log P_n-log\ P_c}{n}$$

如P_c爲70,000，P_n爲100,000，n爲10年，則由對數表查得

$$\log(1+r)=\frac{5.000000-4.845098}{10}=0.0154902$$

再由對數表查得 $1+r=1.0363$

故 $r=0.0363$

旣知幾何的人口增加率,則 n 後五年之人口爲

$$P_{n+5}=100{,}000(1+0.0363)^5$$

或
$$\log P_{n+5}=\log 100{,}000+5\log 1.0363$$
$$=5.0000000+(5\times 0.0154902)=5.077451$$

由對數表查得 $P_{n+5}=119{,}523$人

又 n 前五年之人口則爲

$$P_{n-5}=70{,}000(1+0.0363)^5$$
$$\log P_{n-5}=\log 70{,}000+5\log 1.0363$$
$$=4.845098+(5\times 0.0154902)=4.922549$$

由對數表查得 $P_{n-5}=83{,}666$人

上述兩種通用之估計方法,第一法往往失之過於迂緩,第二法則有時又失之過於迅速.至於應用何法,全視被估計的人口之性質如何.因人口孳長之原則爲生物的亦爲經濟的.必充分了解影響一國人口消長之各種因素,然後從事於估計方法之選擇,庶幾近之.又一國或一個行政區域在過去如有多次可靠之普查,則祇須採用半對數格紙(semi-log cross-section paper)將過去之人口統計作成曲線而繼續延長之,則對最近的將來人口,亦可得一接近之概數.此種圖畫的估計方法,直線係表示規則的增加,曲線角度的升降,則表示增加率之變速或變緩.

四. 人口之性分配與年齡分配

一個社會之生命統計欲求其正確,須將其人口之性比例與年齡分

配妥爲分析.然後所計得之出生率、結婚率、疾病率及死亡率等,不至發生重大之差誤.譬如女多於男之社會與男多於女之社會兩相比較,其現在之普通生育率縱屬相等,其人口增加之趨勢則不盡相同.又如嬰兒死亡率之減低與老年人死亡率之減低,其對於將來人口消長之影響亦各不相同.又人口的兩性分配在出生之時恆有若干差別,往往男多於女.但因男孩之死亡率較女孩爲高,故達到成年之時,原有自然之數量差別,遂漸底於平.其間有種種生理的原因,卽人口專家及醫學專家亦尙無一致之結論.

計算人口性分配(sex distribution)之方法有二:一爲計算男女兩性各佔總數人口之百分數.譬如男爲51%,則女爲49%,或女爲50.7%,則男爲49.3%;二爲計算男子對於女子之比例,卽假定女子恆爲100,男子則或在100以上,或在100以下.祇須以女子總數除男子總數再乘一百卽可求得.

計算人口年齡分配(age distribution)之完善方法,莫如以每歲爲一組而計算其每組人口所佔總人口百分數.茲將澳斯達利亞政府統計專家尼布士(G. H. Knibbs)及衞庚士(C. H. Wickens)所詳細計得歐洲某某十一國在1900年左右之人口年齡分配列表如下:

第二表 歐洲十一國人口每歲年齡分配表

年齡	百分數	年齡	百分數	年齡	百分數	年齡	百分數
0	2.46	26	1.66	52	0.81	78	0.16
1	2.43	27	1.62	53	0.78	79	0.13
2	2.41	28	1.59	54	0.75	80	0.11
3	2.38	29	1.56	55	0.73	81	0.10
4	2.35	30	1.52	56	0.70	82	0.08
5	2.33	31	1.49	57	0.67	83	0.07
6	2.30	32	1.45	58	0.64	84	0.05

7	2.27	33	1.41	59	0.62	85	0.04
8	2.24	34	1.38	60	0.59	86	0.03
9	2.21	35	1.35	61	0.57	87	0.02
10	2.19	36	1.31	62	0.54	88	0.02
11	2.15	37	1.28	63	0.51	89	0.01
12	2.12	38	1.25	64	0.49	90	
13	2.09	39	1.21	65	0.46	91	
14	2.06	40	1.18	66	0.44	92	0.02
15	2.03	41	1.15	67	0.42	93	
16	2.00	42	1.11	68	0.39	94	
17	1.96	43	1.08	69	0.37	各年齡共計	100.00
18	1.93	44	1.05	70	0.34		
19	1.90	45	1.02	71	0.32		
20	1.86	46	0.99	72	0.29		
21	1.83	47	0.96	73	0.27		
22	1.80	48	0.93	74	0.24		
23	1.76	49	0.89	75	0.22		
24	1.73	50	0.86	76	0.20		
25	1.69	51	0.84	77	0.18		

據德國統計學者松德巴克(Sündbarg)之研究，通常的年齡分配其15歲至50歲間之人口大約佔總人口之一半．松氏並將人口年齡分配分爲三大類如下：

第三表

年齡分組	人口的百分數		
	增漲式的人口	靜止式的人口	消減式的人口
0—14	40	33	20
15—49	50	50	50
50以上	10	17	30
合計	100	100	100

又據美國哈佛大學前衞生工程教授惠卜爾 (G. C. Whipple) 對於上述三種人口年齡分配之外，並增加兩種．一爲離散式(secessive type)的年齡分配，卽因中年人口移出甚多，而致15歲至50歲間之人口不及總人口半數時之年齡分配．二爲附益式(accessive type)的年齡分配，乃因中年人口移入甚多，而致15至50歲間之人口超過總人口半數時之年齡分配．

爲便利比較起見，統計學者往往選擇一二比較安定的國家之人口年齡分配，稱之爲標準的年齡分配．以作比較之標準．譬如歐洲瑞典國之人口因罕受移民或戰爭之影響，故其1890年之人口年齡分配，遂常引作比較之標準．茲列表如下：

第四表　瑞典1890年之人口年齡分配表

年齡分組	百分數
0—1歲	2.55
1—19歲	39.80
20—39歲	26.96
40—59歲	19.23
60以上	11.46
	100.00

五．生命登記之種類

生命登記之種類各國不同．最重要而最普通者有三種，卽：(1)結婚登記(附離婚登記)，(2)出生登記及(3)死亡登記．其次有疾病報告及其他登記等，茲略爲分述如下：

1.結婚登記　文明各國之法律多有結婚登記之規定．有時於民法之親屬法中規定之，有時於戶籍法或人事登記法中規定之．我國法律則

民法中無此種規定,僅於戶籍法第二章第四款有詳細之規定.在戶籍法原草案中本擬規定婚禮應於地方自治公所舉行,並由戶籍主任證婚.隨後因恐難於施行,經決定删去. 關於結婚登記應行開具之事項,各國法律多大同小異.我國戶籍法第七十條所定應行開具之事項如下:

(1)雙方當事人之姓名、出生年月日、職業及本籍.

(2)雙方父母之姓名、職業及本籍.

(3)雙方家長之姓名、職業、本籍及與當事人之親屬關係.

(4)證人之姓名、性別、職業及本籍.

(5)結婚之年月日及所在地.

(6)有非婚生子女因結婚而取得婚生子女身分關係時,其子女之姓名及出生年月日.

(7)當事人之一方爲外國人時,其原國籍.

(8)再婚者,其前妻或前夫之姓名、職業、本籍及前婚姻關係消滅之年月日.

結婚登記之聲請,應由雙方當事人自結婚之日起於十五日內向結婚時住所所在地之戶籍主任爲之,並須附具親屬法中所定應具之證明書類.結婚登記因關係兩個當事人,故登記最忌重複. 又結婚登記常牽涉戶籍變更,稍有不愼,必發生錯誤.故登記人員應特別注意,方可得精確之統計結果. 將來最好修改民法及戶籍法使人民結婚皆於戶籍公所爲之,由戶籍主任爲之證婚,則結婚登記自少遺漏矣.

2.出生登記 出生登記在文明各國之法律亦均有明文規定. 在人事登記中雖最爲重要,但此種登記或由於聲請義務人之疏忽,或由於登記人員之懈惰,往往遺漏甚多.僅人事登記有比較悠久歷史及戶籍行政辦理甚爲認眞之國家,方有確實之出生登記. 據美國統計專家多布倫(L. I. Dublin)之意見,下列三種試驗可作出生登記完全與否之表徵:

(1)某一年被登記之出生人數應大於同年一歲以下之生存兒童數；(2)出生率不能逐年有過大之變更.如有異常變動,則出生登記必多缺漏；(3)出生登記如果完全,則出生率鮮有在20以下云.

關於出生應行登記之事項，按照美國中央統計局所定的標準表格，共有二十一款之多,頗嫌過於複雜.不如減少項目,實事求是,更可得良好之結果.我國戶籍法規定出生登記應行開具之事項如下:

(1)子女之姓名、出生年月日時及出生地.

(2)父母之姓名、職業及本籍,但未經認領之非婚生子女僅記載其母之姓名、職業及本籍.

(3)家長之姓名、職業及與出生子女之身分關係.

(4)父母無國籍者,其無國籍之原因.

(5)聲請登記之年月日.

(6)聲請人非爲父母時,其姓名、性別、職業及本籍.

出生之登記應由父或母聲請之,父母均不能爲聲請時,則依下列次序定具聲請義務人:(1)家長,(2)同居人,(3)分娩時臨視之醫生,或助產士,(4)分娩時在旁照料之人.此外對於在醫院、監獄，或其他公共場所出生者,以及在行駛之火車、長途汽車、電車、飛機,或船舶航行中出生者,其聲請方法另有專條規定.又出生子女未及聲請登記而死亡者,仍應爲出生及死亡登記之聲請.此種死亡不宜列作死產,否則死產數目當特別衆多,因外國法律多規定出生應於三日內聲請登記,我國法律則規定應於一個月內聲請登記也.

出生時無氣息者始爲死產，與出生後未及聲請登記而死亡者不同.死產在英格蘭及蘇格蘭均不登記,祇須請求衛生機關人員證明,卽可埋葬.在其他各國則有與普通出生及死亡混同登記者,亦有單獨另行登記者.當以最後辦法最爲妥善.故我國戶籍法第十一條規定:“凡死產應具

死產聲請書聲請登記，並於聲請書內載明死產之原因.但因懷胎未滿六個月內流產者，不在此限."

3.死亡登記 死亡登記亦甚爲重要．各國法律對於人民死亡多有强制登記之規定．又如荷蘭國之法律並明定應由人事登記人員發給死亡登記證書，方許埋葬.故死亡登記往往較出生登記更爲完全．關於死亡應行登記之事項，各國法律多大同小異.我國戶籍法則規定有下列事項:

(1)死亡者之姓名、性別、出生年月日、職業及本籍.

(2)死亡之年月日時及所在地.

(3)死亡之原因.

(4)死亡者配偶之有無，有配偶時，其姓名.

(5)死亡者父母之姓名、職業及本籍.

(6)家長之姓名、職業、本籍及與死亡者之親屬關係.

(7)停葬或埋葬地.

死亡登記之聲請人依下列順序定之:(1)家長,(2)同居人,(3)死亡者死亡時所在之房屋或土地管理人,(4)經理殮葬之人.又對於所行駛之火車、長途汽車、電車、飛機或航行船舶中之死亡，其聲請登記之程序亦各有專條規定.

關於死亡登記最困難之問題厥爲死因分類．大致國際通用之死因分類係每十年修改一次．至現行國際通用之死因分類表則係一九二九年(民國十八年)十月間在巴黎開第四次國際修改人口死亡原因調查表會議所議決修正者.該會議之出席者共有八十餘人，代表三十四國.我國亦曾由駐法公使館就近派員前往參加．該項修正表定於一九三一年正月起實行.但我國因醫學落後，尙難全部採用，卽在其他先進國家對於國際通用之死因分類表，亦略予刪改，以期適用實際的需要．我國中

央衞生署在戶籍法未頒行以前曾定有‘修正特別市及市生死統計暫行規則’並附有死因分類表如下:

(1)傷寒或類傷寒
(2)斑診傷寒
(3)赤痢
(4)天花
(5)鼠疫(黑死病)
(6)霍亂(虎疫或虎列拉)
(7)白喉
(8)流行性腦脊髓膜炎
(9)猩紅熱
(10)痲疹
(11)瘍毒
(12)其他發熱及發疹病
(13)狂犬病(恐水病)
(14)抽風症
(15)產褥病
(16)肺癆
(17)其他肺癆(腸癆、腎癆、喉癆、骨疽等)
(18)呼吸系病(癆病除外)
(19)腹瀉及腸炎(三歲下)
(20)其他腸胃病
(21)心腎病
(22)老衰及中風
(23)初生虛弱及早產
(24)中毒及自殺
(25)外傷
(26)其他原因(上列25種死因以外之原因)
(27)病原不明(此項祇於萬不得已時用之)

上述死因分類表較諸國際會議所決定者尙不及十分之一．卽約爲三百種與二十七種之比．在衞生機關及鄙人個人意見均認爲不宜再行歸併删減．但最近內政部警政司所擬之戶籍法施行細則及報告表格，竟將死亡原因分爲(1)因病，(2)因傷，(3)自殺，(4)受刑，(5)其他五大類，未免過於粗疏籠統，太不科學，殊令吾人失望．因警政方面關於戶口調查與戶籍登記，僅從公安方面着想，對於衞生行政以及生命統計所需要之詳細死因分類，則不肯採用也．鄙意該項表格尙須再加修正方能適用．

4.疾病報告　歐美各國法律除規定各種人事登記之外，對於傳染

疾病大都另定法律，責成家長及同居之人或醫生遇有特種應行報告之傳染疾病(specified notifiable infections diseases)發生，應隨時迅速通知或呈報當地衞生機關，再由當地衞生機關按期彙送上級衞生機關查核.此種通知或呈報多爲强迫性質.其用意與死亡登記稍有不同.因傳染疾病之死亡人數與實際患病人數往往甚有出入.人事登記機關所登記者僅爲死亡人數，衞生機關則非特欲知死亡人數，並且欲知實際患病人數，以便設法救濟或從事預防.此種傳染疾病通知關係衞生行政甚爲密切.衞生機關可據以編造疾病統計，以供衞生事業及醫學專家之參考.

至於傳染疾病應行通知之種類，各國法律互有異同.英格蘭現行法律所定應行强迫通知之傳染疾病共有二十二種，蘇格蘭有二十九種，愛爾蘭有十種，法國强迫者有十四種，隨意者有九種，荷蘭則强迫者有十種，瑞士有十六種，比利時有十四種，西班牙有十九種，葡萄牙有十七種，奧大利及捷克斯拉夫國各有十七種，匈加利有二十五種，加拿大有四十二種.又美國一九一三年之模範法律則包括有應行報告之傳染疾病四十一種，職業疾病傷害十三種，花柳病二種，及病原不明疾病二種.不過在實際上編有完全疾病統計之國家迄今尚不甚多.最近國際聯盟對於歐洲二十餘國之傳染疾病統計，曾編有總報告，雖不甚詳盡，但吾人讀之，未免慚愧.故深望我國衞生行政機關亦另行擬訂傳染疾病報告條例，並經立法程序，頒佈施行，以重民命.

其他各種人事登記，各國戶籍法中尚有詳細規定，因佔次要位置，茲爲時間所限，概不贅述.

六. 生育率、死亡率、結婚率及疾病率等之計算方法

欲斷定一國或一社會人口變動之情狀及人民之健康與否，須將各種人事登記之結果，分別詳計其對於全人口之比率或某部份人口之比率，方可作時間的與空間的兩種比較．茲將各種比率之計算方法略爲分別說明如下：

1.生育率　(1)普通每年生育率（the general annual birth rate)：每一個登記區域，一個社會，乃至一個國家之每年普通生育率係指每千人口中每年之出生人數(死產除外)，其計算法如下：

$$\frac{\text{全年被登記之出生人數}}{\text{人口總數}}\times 1,000=\text{每千人口之普通生育率}$$

此種普通生育率又稱爲粗生育率（the crude birth rate)．欲作精密比較，僅求得普通生育率之高低，尚嫌不足．因人口之年齡組合及兩性分配往往隨時隨地而各有不同也．

(2)生育期間之婦女生育量率 (the general fertility rate)：故計算生育率更爲精密之方法，應計算在生育期間之婦女每千人中每年之生育量究爲若干．此法通常假定婦女之生育期間爲十五歲至五十歲．其法如下：

$$\frac{\text{全年被登記之出生人數}}{\text{15至50歲之婦女總數}}\times 1,000=\text{生育期間婦女之普通生育量率}$$

又因生育期間之婦女在各年齡中之生育量亦有甚大之差別，故更可按年齡分組（或五年一組或一年一組）而分別計算其特別生育量率（specific fertility rates)．其方法如下：

$$\frac{\text{15至19歲婦女所養子女總數}}{\text{15至19歲婦女之總數}}\times 1,000=\begin{array}{l}\text{15至19歲婦女之}\\\text{特別生育量率}\end{array}$$

$$\frac{\text{20至24歲婦女所養子女總數}}{\text{20至24歲婦女之總數}}\times 1,000=\begin{array}{l}\text{20至24歲婦女之}\\\text{特別生育量率}\end{array}$$

$$\frac{\text{25至29歲婦女所養子女總數}}{\text{25至29歲婦女之總數}}\times 1,000=\begin{array}{l}\text{25至29歲婦女之}\\\text{特別生育量率}\end{array}$$

其餘類推.如有詳細出生統計及婦女年齡分類統計,則按每年爲一組分別計算其特別生育量率尤佳.茲將歐洲烏克蘭國(Ukraine)1926—1927年15至20歲婦女之特別生育量率列表如下:

第五表

年齡	婦女人數	出生數	特別生育量率
15—16	375,045	77	0.2
16—17	364,914	590	1.6
17—18	354,791	5,198	14.7
18—19	344,633	21,306	61.8
19—20	344,437	45,934	137.3
15—20	1,773,820	73,105	41.2

如照此方法求得15至50歲婦女每同一年齡之各別生育量率，再將各別生育量率相加,其所得之總和可稱爲總生育量(the total fertility),此種總生育量係表示每年每千已達生育期間婦女之可能的生育總數(假定此種婦女無一夭亡). 譬如上述烏克蘭國1926—1927年之每年每千生育期間婦女之總生育量爲 5,134.6(卽0.2+1.6+14.7等).

美國人口學者庫率斯吉(Robert R. Kuczyuski)並本此方法進而計算其所謂總繁殖率(the gross reproduction rate)與淨繁殖率(the net reproduction rate),其法可簡略說明如下:

譬如1926—1927年烏克蘭國之出生總數爲1,196,137人，按出生時之性比例,假定其中有578,951人爲新生之女孩，則上述每千婦女經過生育期間所生之女孩總數爲

$$5,134.6 \times \frac{578,951}{1,196,137} = 2,485.2$$

或此種婦女之總孳生率爲 2.485.

但15至50歲間之婦女，其死亡率大都隨年齡而逐年增高.故按照生命表求得烏克蘭每千新生女子經過生育期間祇能養育子女 3,461.7 人.按照出生時之性比例，當有1,675.5人爲女孩.故每千新生女子在生育期間能生之女孩(卽將來的母親)爲1,675.5，或淨繁殖率爲 1.676.

2.死亡率

(1)普通死亡率(the general death rate)　普通死亡率之計算方法與普通生育率相彷彿.係指每千人口中每年之死亡人數(死產除外)，其公式如下：

$$\frac{\text{全年被登記之死亡人數}}{\text{人口總數}}\times 1{,}000=\text{每千人口之普通死亡率}$$

(2)特別死亡率(specific death rates)　特別死亡率係就每種死亡原因之每年死亡人數，分別計算其在每十萬人口中之比率，其公式如下：

$$\frac{\text{某種死因之每年被登記死亡人數}}{\text{人口總數}}\times 100{,}000=\text{某種死因特別死亡率}$$

(3)嬰兒死亡率(infant mortality rate)　嬰兒死亡率爲一歲以下嬰孩之每年死亡數所佔每年每千出生嬰孩之比率，其公式如下：

$$\frac{\text{被登記一歲以下嬰孩死亡人數}}{\text{被登記之全年嬰兒出生總數}}\times 1{,}000=\text{嬰兒死亡率}$$

(4)疾病率(the morbility)　疾病率之計算法與特別死亡之計算法相彷彿，卽就每年呈報之每種疾病人數，計算其在每十萬人中每年有若干人患病，其公式如下：

$$\frac{\text{某種疾病所報患病人數}}{\text{人口總數}}\times 100{,}000=\text{某種疾病之患病率}$$

(5)致命率(the fatality rate)　致命率係指患某種疾病之死亡人數所佔患同種疾病總人數之百分比，其公式如下：

$$\frac{\text{所報患某病致死之人數}}{\text{所報患某病之總人數}}\times 100=\text{某種疾病之致死率}$$

3.自然增加率 由一種人口之生育率減去死亡率，其所得之結果是爲自然增加率 (the rate of natural increase). 兩個相同的普通自然增加率不必表示兩種人口之增長絕對相同，因兩種人口之年齡組合而兩性分配往往有若干差異.故欲作精密比較，非就人口之年齡組合及兩性分配作更進一步之分析不爲功. 不過自然增加率之高低至少可以顯示人口增加徐速之普通趨勢.

4.生命指數 生命指數 (vital index) 乃美國人類生物學者貝爾(Dr. Raymond Pearl)所命名.係指出生總數與死亡總數之比率.據貝氏之意見，如出生總數×100÷死亡總數所得之結果大於一百，則表示人口有健全的增長；如小於一百，則表示人口有消減之趨勢云.

5.結婚率及離婚率

(1)結婚率 (the marriage rates) 係指每年每千人口中之結婚人數，即結婚人數對於每千人口之比率，其公式爲

$$\frac{\text{結婚人數}}{\text{人口總數}}\times 1,000=\text{結婚率}$$

(2)離婚率 (the divorce rates) 係指每年每千人口中之離婚人數，即離婚人數對於每千人口之比率，其公式爲

$$\frac{\text{離婚人數}}{\text{人口總數}}\times 1,000=\text{離婚率}$$

(3)結婚人口與可婚人口之比例(proportion of population married to total population of marriageable age) 上述方法所得之結婚率與離婚率大都過於粗疏，不易作國際的比較.故較爲精密之方法則應計算結婚或離婚人數所佔每千可婚男子或女子之比例. 茲將1911年英美兩國之結婚及離婚人數所佔每千可婚男子及女子 (卽年在15歲以上之男女)之比例，列表如下：

第 六 表

	未婚		已婚		鰥寡		離婚	
	男	女	男	女	男	女	男	女
英國	403	390	545	506	52	104	不詳	不詳
美國	387	297	558	589	45	106	5	6

又結婚年齡之早遲及生育期間婦女所佔人口總數百分比率之高低，皆與人口之增加之徐速有密切之關係．因爲篇幅所限，不及贅述．

七． 生命表之意義及製表方法之簡略說明

所謂生命表係根據一個社會或一個國家其多數人民在各年齡之死亡人數及尚存人數之統計研究而製成者．生命表中所列每一年齡之希望壽數或生命預期 (the expectation of life) 並非謂人人皆能活到某項歲數，即一律死去，毫無增減．不過表示在某項年齡之時多數人民之平均壽命係大概如此．

計算希望壽數或生命預期之數學公式如下：

$$\overset{0}{e}_x=\frac{\frac{1}{2}l_x+l_{x+1}+l_{x+2}+l_{x+3}+\cdots\cdots}{l_x}=\frac{1}{2}+Q$$

$$Q=\frac{l_{x+1}+l_{x+2}+l_{x+3}+\cdots\cdots}{l_x}$$

$\overset{0}{e}_x$＝在 x 年齡時之希望壽數，

l_x＝在 x 年齡時之現存人數，

l_{x+1}＝在$x+1$年齡時之現存人數，

l_{x+2}＝在$x+2$年齡時之現存人數，

其餘類推．

因年齡愈高，現存人數愈少，故製作生命表之方法最好從最高之年

齡起,運用上列公式而次第逐年推算之.例如十萬人中,活到九十五歲者有三人,則依上列公式

$$\overset{0}{e}_x=\frac{\frac{1}{2}\times 3}{3}=0.50$$年,在九十五歲者之平均希望壽數爲半年.

又如上述十萬人中活到九十四歲者有二十一人,則依上列公式:

$$\overset{0}{e}_x=\frac{\frac{1}{2}\times 21+3}{21}=\frac{13.5}{21}=0.64$$年,卽年在九十四歲者之平均希望壽數爲0.64年.

又如上述十萬人中活到九十三歲者七十九人,則依上列公式

$$\overset{0}{e}_x=\frac{\frac{1}{2}\times 79+21+3}{79}=\frac{63.5}{79}=0.80$$年,卽年在九十三歲者之平均希望壽數爲0.80年.

其餘仿此類推,如果周知每一年齡之現存人數,便可依上列公式逐一計算以作成生命全表.

嚴格言之,所謂某國或某一行政區域之生命表,應根據其全人口每一年齡之現存人數而分別作成.至於根據局部的抽樣材料如保險公司所搜得之統計而作成者,祇可稱爲經驗死亡表 (experience mortality table).

又一國如有詳細之生命統計材料,並可按性別或城市與鄉村別,作成各別之生命表,以資比較,而表示其各別之健康程度.歐美各國人口之平均壽命,自十九世紀中葉以來,大都有增無減,其中尤以幼年人口之希望壽數增加最爲顯著.因有醫學及公衆衞生之長足進步,致嬰兒死亡率大大減低.又男女兩性之間則以女性平均壽命之增加更爲顯著,因女子在法律上倫理上與經濟上所佔之地位已逐漸與男子平等,又男子生活較爲冒險,且須服大規模之戰役,女子生活則較爲安定,養子危險亦已大減,凡此皆爲女性壽命特別延長之重要原因.茲將荷蘭與美國自一八九〇年以來之各年齡男女平均壽命比較表開列如下:

第七表　美國各年齡之男女平均壽命表

年齡	1890		1901		1910		1919	
	男	女	男	女	男	女	男	女
0	42.5	44.5	48.2	51.1	50.2	53.6	54.1	56.4
10	48.4	49.6	50.6	52.2	51.3	53.6	52.8	53.8
20	40.7	42.0	42.2	43.8	42.7	44.9	44.6	45.4
30	34.0	35.4	34.9	36.4	34.9	37.0	36.4	37.4
40	27.4	28.8	27.7	27.3	27.4	29.3	29.0	30.0
50	20.7	22.1	20.8	21.9	20.4	21.7	21.4	22.4
60	14.7	15.7	14.4	15.2	14.0	14.9	14.6	15.4
70	9.4	10.2	9.0	9.6	8.8	9.4	9.0	9.6
80+	5.4	5.8	5.1	5.5	5.1	5.4	5.2	5.6

第八表　荷蘭國各年齡之男女平均壽命表

年齡	男			女		
	1890—1899年	1900—1909年	1910—1920年	1890—1899年	1900—1909年	1910—1920年
0	46.2	51.0	55.1	49.0	53.4	57.1
5	55.5	58.3	59.5	56.8	59.4	60.2
10	51.7	54.3	55.4	53.0	55.4	56.0
15	47.5	49.8	50.9	48.9	51.0	51.7
20	43.4	45.7	46.7	44.8	46.9	47.5
25	39.7	41.8	42.8	40.9	42.8	43.5
30	35.9	37.8	38.8	37.1	38.8	39.5
35	32.0	33.6	34.6	33.3	34.8	35.4
40	28.1	29.5	35.5	29.7	30.8	31.4
45	24.3	25.6	26.4	26.0	26.8	27.4
50	20.7	21.8	22.4	22.2	22.9	23.4
55	17.3	18.1	18.6	18.5	19.1	19.4
60	14.0	14.7	15.1	15.0	15.5	15.9
65	11.1	11.6	11.9	11.8	12.3	12.5

70	8.6	8.9	9.1	9.0	9.4	9.6
75	6.4	6.7	6.8	6.8	7.0	7.2
80	4.7	4.9	5.0	5.0	5.2	5.3
85	3.4	3.5	3.5	3.6	3.7	3.8

八. 結　論

生命統計有人稱為一個國家的生命賬簿 (a nation's vital book-keeping)舉凡人口之出生、結婚、死亡及遷徙等,皆應有詳備精確之登記,再根據此項登記,編造各種生命統計.有了生命統計,始能將一國的人口從事種種的分析研究,而作種種的解釋與論斷.生命統計之用途甚廣,人口學家可用以覘國家民族之消長盛衰,經濟學家可用以覘生產者與消費者之數目,及作國富增減與人口增減之比較研究,與夫其他之經濟設計.衞生學家及醫學家可用以計量人民之健康程度與各種疾病之增減及其地理分布之情狀,而從事於傳染疾病之防範.優生學者可用以研究人口優良分子與劣惡分子之比較增減.社會學家可用以研究人類所受環境與遺傳之支配及其他各種社會關係.工程學家可用以協助其各種之工程設計.又各種行政設施以及立法司法方面亦常需要此種統計以供參考.故文明國家莫不重視此種統計.在生命統計最為落後之中國,尤應急起直追.故鄙人深望貴會同人能共同領導提倡,俾此種統計要政能早日興辦,民族前途實利賴之.

物價指數

繇 俊

一. 指數之意義

指數係以百分率或千分率表示各種現象變化之統計方法，任何現象之不易或不能測度其實際變化者，皆可以指數表示之，而於經濟現象上指數之爲用尤廣，物價指數卽其一也.

二. 物價指數之功用

在現在經濟制度之下，吾人之經濟行爲莫不受物價之支配，而物價參差不齊，苦難捉摸，今有執簡馭繁之指數，以爲觀測之工具，則譬諸觀海，近之則波濤起伏，莫測高深，而遠之則汪洋一片，平線可尋矣. 物價指數之功用，不一而足，而以測度貨幣購買力，爲其功用之主要者.

三. 物價指數之沿革

物價指數之沿革，可分爲二時期：十九世紀以前爲第一時期，十九世紀以後爲第二時期.

1.第一時期 最初發明者爲英人伏亨(Rice Vaughan)氏，在十七世紀末著硬貨及其鼓鑄論 (A Discourse of Coin and Coinage) 以測財貨、勞力與貨幣之交換價値. 所得結果爲1650年之物價較1352年漲至二倍或三倍，工資增至七倍或八倍，其中最大原因爲硬貨價値之跌落. 其後法人杜篤 (Dutot) 以路易十三及路易十四兩時代與一七三八年之物價總數相比較，爲總合法之濫觴. 美洲發現後，大量金銀輸入歐洲，物

價騰貴，於是意人加利(Carli)用簡單算術平均法製成指數，以研究美洲金銀之輸入對於貨幣購買力之影響.

2.第二時期 此時期中，物價指數之理論及方法，有長足之進步.英儒奇馮(W. S. Jevons)主張以幾何平均法計算指數，所編英國物價指數，遠溯至一七八二年，美國費暄教授，嘗尊為指數之父.倫敦經濟週報指數起編於一八六九年，而以一八四五至五〇年為基期，編製迄今，未嘗間斷，為歷史最久之物價指數.蓋當一八四九年以後，新舊金山相繼發現，金價下落，物價上漲，故一時經濟學者，對於指數研究之興味，愈見濃厚也.嗣後因一八七〇年至八〇年之物價轉跌，及一八九六年以後物價之轉漲，物價問題復成為探討之的.如英國之薩安貝克(Sauerbeck)、愛奇渥斯(F. Y. Edgeworth)，德國之沙答皮爾(Adolf Soetbeer)，人才輩出，貢獻甚富.洎乎歐戰發生以後，世界物價狂漲，指數之編製，亦於斯為盛.其進步之特點，約有四端:

(1)定期發表;

(2)物價精確;

(3)編製方法改良;

(4)由私人編製傾向為公家編製.

以名著而論，有一九〇一年出版瓦西(C. M. Walsh)之一般交易價值之測度(The Measurement of General Exchange Value)，及一九二二年出版費暄(Irving Fisher)之指數編製法(The Making of Index Numbers).

我國物價指數之定期編製者，始於上海躉售物價指數，自民國八年九月起按月編製(基期初為民國二年二月，嗣改為民國十五年平均).次為廣州批發物價指數，自民國元年至二十一年按年編製，二十二年起按月編製(基期為民國十五年).次為華北批發物價指數，自民國二年至十

六年按年編製，十七年起按月編製（基期爲民國十五年），復次爲南京漢口青島之批發物價指數，均自民國二十年一月起按月編製（基期爲民國十九年），復次爲湖南省四縣批發物價指數，自二十年四月起按月編製（基期爲二十年六月），詳見附表一.

四. 物價指數之編製方法

1.編製之目的　編製方法，隨其目的而異，目的既定，乃可進而規畫指數編製之方法.

2.物品　指數所採用者爲抽樣法(sampling method).

(1 物品種類　選擇物品時，所應注意者有四點：

(a)採入指數之物品，其本身之性質彼此愈遠愈佳.

(b)採入指數之物品，與未採入之物品，彼此性質愈近愈佳.

(c)採入指數之物品，其價格變動，彼此愈無關聯愈佳.

(d)採入指數之物品，其價格變動，與未採入之物品價格，彼此愈有關聯愈佳.

(2)物品數目　物品過少，則掛一漏萬，不能代表一般物價之趨勢，物品過多，往往爲時間及財力所不許.美國密哲爾(W. C. Mitchell)教授，曾用美國物價編成六種品數不同之指數，以試驗抽樣法是否可靠，結果變動程度雖有差異，但趨勢頗爲一致.故物品選擇得當，最關緊要，而品數多寡，猶其次焉.下表卽爲其試驗之結果(見 Bulletin No. 284 of the U. S. Bureau of Labor Statistics, "Index Numbers of Wholesale Prices in the United States and Foreign Countries", p. 36).

1890—1913年美國六種物價指數比較表

(1890—1899年平均價格＝100)

年分	242至261品	145品	50品	40品	25品(甲)	25品(乙)
1890	113	114	114	113	115	113
1891	112	113	114	114	112	118
1892	106	106	105	105	103	112
1893	106	105	105	101	103	107
1894	96	96	94	93	92	96
1895	94	93	94	95	95	93
1896	90	89	87	88	88	85
1897	90	89	89	89	90	84
1898	93	93	95	95	96	90
1899	102	103	103	108	107	103
1900	111	111	112	115	113	109
1901	109	110	109	116	111	107
1902	113	114	116	122	116	117
1903	114	114	115	118	118	117
1904	113	114	116	118	122	110
1905	116	116	118	122	123	115
1906	123	122	123	128	130	122
1907	130	130	132	138	132	132
1908	122	121	125	129	124	122
1909	125	124	132	135	133	128
1910	130	131	135	141	133	134
1911	126	130	129	135	129	131
1912	130	134	138	142	140	138
1913	130	131	138	139	142	133
1890——1899年平均	100	100	100	100	100	100
1900——1909年平均	118	118	120	124	122	118
1910——1913年平均	129	132	135	139	136	134
指數增(＋)減(－)點數：						
1896年較1890年	－23	－25	－27	－25	－27	－28
1907年較1896年	＋40	＋41	＋45	＋50	＋44	＋47
1908年較1907年	－ 8	－ 9	－ 7	－ 9	－ 8	－10
1912年較1908年	＋ 8	＋13	＋13	＋13	＋16	＋16
指數最高最低之差數	40	45	51	54	54	54
逐年平均變動(點數)	4.0	4.1	4.9	5.5	5.0	6.2

(a)各國指數採用品數較多者

美國戰時實業部物價股 (War Industrial Board, Price Section) 指數	1366項
美國勞工統計局一九一九年指數	328項
美國滕恩(Dun)指數	300項

(b)各國指數採用品數較少者

奇勃孫 (Gibson) 指數	22項
德國許米茨(Schmitz)指數	29項
英國薩安貝克(Sauerbeck)	45項
倫敦經濟週報社指數	44項
其他採用四五十品者甚多	

(c)中國現時各指數項目

上海躉售物價指數	154項
華北批發物價指數	100項
廣州批發物價指數	190項
南京批發物價指數	106項
漢口批發物價指數	111項
青島批發物價指數	121項
湖南省四縣批發物價指數	105項
上海輸出物價指數	66項
上海輸入物價指數	82項

(3)分類　物品性質用途各不相同，爲適合商業上之應用，及學術上之研究，故指數中之物品，有分類之必要．美國密哲爾教授以爲欲明瞭物價變動之彼此關係，宜將物品分爲原料品及製造品，原料品又分爲農產、林產、動物產、礦產，製造品又分爲生產品、消費品，其要旨如下：

(a)原料品與製造品　原料品價格變動,恆反映於其製品,原料品價格變動,較製造品爲劇烈.

(b)農產、林產、動物產、鑛產　農產品因受氣候影響,變動最大,次爲動物產,又次爲林產,而鑛產物價與商情盛衰關係至密.

(c)消費品與生產品　消費品價格變動較生產品爲穩定.

此項分類自屬合於理論及經濟要旨,但亦不能執一而論,蓋編製目的不同,則分類亦當隨之而異也.各國指數亦有採取多種標準將有關係之物品互見於各類目者,如加拿大之物價指數即其一例,茲將其分類列下:

全部物品總計

依物品之主要性質(chief component material)分類者

(α)植物產品

(β)動物及其製品

(γ)纖維及紡織品

(δ)木材、木製品及紙

(ε)鐵及其製品

(ζ)不含鐵之金屬品及其製品

(η)非金屬礦物及其製品

(θ)化學品及其製品

依物品之用途(purpose)分類者

(α)消費品

食物、飲料及煙草

其他消費品

(β)生產品

生產用具

生產材料

建築材料

製造材料

依物品之來源(origin)分類者

(α)農產

A.植物產品

B.動物產品

農產品(加拿大)

(α)水產品

(β)林產品

(γ)礦產品

原料品總計(包括半製品)

製造品總計(全部或大部份係製品)

3.物價　調查物價,爲編製指數最關緊要之工作,物價不可信,雖使編製方法完善,亦屬徒勞無補.物價調查時,應注意者如下:

(1)物價之來源,當求其可信;

(2)物品之牌號或等級,當足爲該項物品之代表;

(3)調查之物品性質,當求其一致.

物價分躉售、零售兩種,零售物價供編製零售物價指數及生活費指數之用,躉售物價又分下列數種:

(1)市價　大廠家、大商店或批發商彼此交易之價格,因係同業,對於商品之鑑別能力豐富,對於市價之變動,消息靈通,不若零售市場,往往有表面價格雖不動,却暗中掉換品質之事.

(2)合同價　係已製成或未製成時所預定之價格.在編製指數上,爲用不廣,蓋因此項價格

(a)非公開市價,不易調查;

(b)物價之範圍有限制;

(c)定價時期,與貨品上市時期之相距,久暫不等,不能劃一按時搜集材料.

(3)社團價　爲公共機關,如學校、醫院、兵站,購買物品所付之價格,

亦不適於編製物價指數之用,因其有下列之缺點也.

(a)貨物種類不普遍;

(b)品質參差;

(c)含有零售價格之性質.

(4)關價　為出口商或進口商,在貨品通過海關時所報,或海關所估之價值.因其能表示國際市場上,國中人民實際所付價格之變動,故德國沙答皮爾氏及1921年以前英國商務部均用關價編製指數,但關價之變動,有由於物價本身之變動者,亦有由於進出口貨物品質上之參差者,則無從辨別也.

於此可見編製指數,自以市價為宜,惟物品之交易頻繁,勢不能一一盡入紀錄,故有定期調查之法.玆舉例於下:

(a)每月一日之價格

英國勃蘭特斯脫指數

美國滕恩指數

(b)每月十五日之價格

奧國 Bundesamt Für Statistik 指數

加拿大商業銀行指數

(c)每月末日之價格

美國密哲爾教授指數

印度商事諮詢局指數

(d)月末星期三之價格

法國中央統計局指數

(e)月末星期五之價格

倫敦經濟週報社指數

4.基期　基期為測量物價變動之標準時期,其必備之條件有二:(1)

基期中之政治經濟狀況平穩;(2)基期中各種物品之供求情形,合於常態。基期物價高,則所得指數有過低之病;基期物價低,則所得指數有過高之病.

選擇基期既應以常態時期(normal period)爲準,如欲測驗某時期之物價變動,是否合於常態(按卽變動是否平穩),可求其離中趨勢(dispersion).離中趨勢愈大,則一般物價之變動愈劇烈,離中趨勢愈小,則一般物價變動愈爲平穩.

又基期宜長不宜短,短期內物價變動劇烈,時期稍長,漲落趨勢相銷,平均結果較爲平穩.

基期宜近不宜遠,基期遠則(1)指數不切實用,(2)比價愈分散,比價高者在指數中勢力較大,指數有偏高之病,尤以計算公式採用算術平均時爲甚.

固定基期與連環基期

(1)固定基期　基期之物價命爲一〇〇,直接除先後各時期之物價,而分別求其指數.

(2)連環基期　僅於求第一時期之指數時,以基期之物價命爲一〇〇,至於求第二時期之指數時,則以第一時期之物價命爲一〇〇,求第三時期之指數時,以第二時期之物價命爲一〇〇,以下類推.每期求得之指數,謂之'環比指數'(link index number).如由第三時期之環比指數,轉譯爲基期指數,祇須將該期之環比指數,與第二時期之環比指數,及第一時期之指數,連續相乘,以其前後銜接成一順序連環式,故曰'連環指數'(chain index number).玆舉例於下:

例:

設第一時期以基期之物價命爲 100 之指數,爲 126.0.

第二時期以第一時期之物價命爲 100 之指數(卽第二時期之環比

指數),爲 101.2.

第三時期以第二時期之物價命爲 100 之指數(即第三時期之環比指數),爲 98.2.

則轉譯爲基期第三時期之指數(即連環指數),爲

$$126.0\times\frac{101.2}{100}\times\frac{98.2}{100}=125.2$$

連環基期之優點　如比較期間限於鄰接兩時期之物價,則連環制之環比指數所表示者,較爲精確.

連環基期之弱點　因各環間小數之四捨五入,或計算上之關係,不免有微小之差誤,經過一二十年之久,此種差誤,愈積愈大,易與固定基期之指數相去太遠.大抵當物價趨勢下落時,連環制指數之跌勢,小於固定制之指數,當物價上漲時,連環制指數之漲勢,大於固定制之指數.我國現時所編之物價指數,皆係固定基期制,惟上海輸出入物價指數,曾一度試用連環基期,嗣亦改爲固定基期.

5.權數　物價指數之大別有二,一爲不加權指數,亦稱簡單指數,一爲加權指數.權然後知輕重,所謂加權者,即使各種物品,依其生產上或消費上或交易上之輕重程度,在指數內各佔適當之勢力也.簡單指數因每一物品項目之有多寡,未嘗無加權之意味寓於其中,特方法上有精粗之別耳.權數材料搜集不易,且加權與不加權指數之結果,亦復相近(愛奇渥斯試驗結果,權數的錯誤,影響於指數之精確程度,不過二十分之一.密哲爾亦謂在平時簡單與加權指數,相差不及十分之一.),故有謂指數可不加權者,但在可能範圍以內,加權究較爲精密耳.

(1)權數之種類

(a)根據物品價值之權數　指數之用比價編製者,應以共同單位之價值爲權數.

(b)根據物品數量之權數　指數之用實價編製者，應以物品之生產、消費或交易之數量爲權數.

(2)權數之時期

(a)固定權數

優點：指數所表示者，純係物價之變動.

弱點：物品之重要程度，時有變更，權數不應一成不變.

(b)不固定權數

優點：即固定權數之弱點.

弱點：即固定權數之優點，—— 指數之變動，含有兩種原因，一爲物價本身之變動，一爲權數之變動，則物價變動之淨趨勢，不能顯明.

折衷方法，權數應採若干年之平均，或每經十年變換一次.

我國現時之躉售物價指數，皆係不加權者，因國內尚無生產、消費、交易之統計，可資根據之故.惟參酌交易狀況，或需要程度，對於品目之分配，略有相當之比例而已.上海輸出入物價指數，係固定權數制，所根據者爲民國十四、十五、十六三年之平均輸出或輸入價值.

6.物價指數之計算公式　公式種類繁多，費暄教授之指數編製法中，公式數目共有一百三十餘種之多，然大別分爲三類.

(1)總合比率法(ratio of aggregates)　先將本期各項物品每一數量之價格相加，次將基期同樣物品同一數量之價格相加，其以基期除本期所得之比率，即爲總合比率.其代數式如下：

設　P_1'、P_1''、P_1'''、…………爲本期各品之價格，

P_0'、P_0''、P_0'''、…………爲基期各品之價格，

Q'、Q''、Q'''、…………爲各品之數量，

Σ 爲各項相加符號，

(a)簡單總合比率法之公式

$$\frac{P_1' + P_1'' + P_1''' + \cdots\cdots}{P_0' + P_0'' + P_0''' + \cdots\cdots} = \frac{\Sigma P_1}{\Sigma P_0}$$

(b)加權總合比率法之公式

$$\frac{P_1'Q' + P_1''Q'' + P_1'''Q''' + \cdots\cdots}{P_0'Q' + P_0''Q'' + P_0'''Q''' + \cdots\cdots} = \frac{\Sigma P_1 Q}{\Sigma P_0 Q}$$

(2)比率平均法(average of ratios) 先以基期各項物價,除本期各項物價,求出價比,而後平均,即得簡單比率平均指數.如係加權者,則於各項比價求出後,先乘以各項權數,然後平均.平均方法有五種:(a)算術平均數 (arithmetic average), (b)幾何平均數(geometric average), (c)中數(median), (d)倒數平均數 (harmonic average), (e)衆數(mode). 後二種平均數,鮮應用於指數,中數則無須計算,欲求指數時,但將$\frac{P_1'}{P_0'}$、$\frac{P_1''}{P_0''}$、$\frac{P_1'''}{P_0'''}$等之價比按照大小,依次排列,而取其最中一項即得.茲將前二種平均公式列後:

設$\frac{P_1'}{P_0'}$、$\frac{P_1''}{P_0''}$、$\frac{P_1'''}{P_0'''}$、……爲各品本期與基期之價比,

W'、W''、W'''、……爲各品之權數,

n 爲項數,Σ 爲各項相加符號,

π爲各項相乘符號,

Mg爲幾何平均數.

(a)簡單算術平均公式

$$\frac{\frac{P_1'}{P_0'} + \frac{P_1''}{P_0''} + \frac{P_1'''}{P_0'''} + \cdots\cdots}{n} = \frac{\Sigma \frac{P_1}{P_0}}{n}$$

(b)簡單幾何平均公式

$$\sqrt[n]{\frac{P_1'}{P_0'}\times\frac{P_1''}{P_0''}\times\frac{P_1'''}{P_0'''}\times\cdots\cdots}=\sqrt[n]{\pi\left(\frac{P_1}{P_0}\right)}$$

如用對數法求簡單幾何平均,其式如下:

$$\log Mg=\frac{\log\frac{P_1'}{P_0'}+\log\frac{P_1''}{P_0''}+\log\frac{P_1'''}{P_0'''}+\cdots\cdots}{n}$$

但若不發表各品比價,則用下列公式,計算手續更爲簡捷.

$$\log Mg=\frac{\Sigma\log P_1-\Sigma\log P_0}{n}+\log 100$$

(c)加權算術平均公式

$$\frac{\frac{P_1'}{P_0'}W'+\frac{P_1'''}{P_0''}W''+\frac{P_1''}{P_0'''}W'''+\cdots\cdots}{W'+W''+W'''+\cdots\cdots}=\frac{\Sigma\left(\frac{P_1}{P_0}W\right)}{\Sigma W}$$

(d)加權幾何平均公式

$$\sqrt[W'+W''+W'''+\cdots\cdots]{\left(\frac{P_1'}{P_0'}\right)^{w'}\times\left(\frac{P_1''}{P_0''}\right)^{w''}\times\left(\frac{P_1'''}{P_0'''}\right)^{w'''}\times\cdots\cdots}$$

$$=\sqrt[\Sigma W]{\pi\left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{w}}$$

如用對數法求加權幾何平均,其式如下:

$$\log Mg=\frac{\log\frac{P_1'}{P_0'}W'+\log\frac{P_1''}{P_0''}W''+\log\frac{P_1'''}{P_0'''}W'''+\cdots\cdots}{W'+W''+W'''+\cdots\cdots}$$

$$=\frac{\Sigma\left(\log\frac{P_1}{P_0}W\right)}{\Sigma W}$$

(3)平均比率法(ratio of averages)　先用一種平均法(算術平均或幾何平均等),求本期及基期之平均物價,然後以基期平均物價,除本期平均物價,即得平均比率指數.

設　P_1'、P_1''、P_1'''、……爲本期物價,

P_0'、P_0''、P_0'''、……爲基期物價，

W'、W''、W'''、……爲各品之權數，

n 爲項數，

I 代表指數之結果，

A, G 分別代表算術平均或幾何平均之本期或基期之平均物價.

(a)簡單算術平均公式

$$I=\frac{A_1}{A_0}$$

$$A_1=\frac{P_1'+P_1''+P_1'''+\cdots\cdots}{n}=\frac{\Sigma P_1}{n}$$

$$A_0=\frac{P_0'+P_0''+P_0'''+\cdots\cdots}{n}=\frac{\Sigma P_0}{n}$$

按此式與簡單總合比率公式相同,可以代數式證明如下：

$$\frac{\dfrac{P_1'+P_1''+P_1'''+\cdots}{n}}{\dfrac{P_0'+P_0''+P_0'''+\cdots}{n}}=\frac{P_1'+P_1''+P_1'''+\cdots}{n}\times\frac{n}{P_0'+P_0''+P_0'''+\cdots}$$

$$=\frac{P_1'+P_1''+P_1'''+\cdots}{P_0'+P_0''+P_0'''+\cdots}$$

(b)簡單幾何平均公式

$$I=\frac{G_1}{G_0}$$

$$G_1=\sqrt[n]{P_1'\times P_1''\times P_1'''\times\cdots\cdots}=\sqrt[n]{\pi P_1}$$

$$G_0=\sqrt[n]{P_0'\times P_0''\times P_0'''\times\cdots\cdots}=\sqrt[n]{\pi P_0}$$

按此式與比率平均法中之簡單幾何平均公式相同，可以代數證明如下：

$$\frac{\sqrt[n]{P_1'\times P_1''\times P_1'''\times\cdots}}{\sqrt[n]{P_0'\times P_0''\times P_0'''\times\cdots}}=\sqrt[n]{\frac{P_1'\times P_1''\times P_1'''\times\cdots}{P_0'\times P_0''\times P_0'''\times\cdots}}=\sqrt[n]{\frac{P_1'}{P_0'}\times\frac{P_1''}{P_0''}\times\frac{P_1'''}{P_0'''}\times\cdots}$$

(c)加權算術平均公式

$$I=\frac{(WA)_1}{(WA)_0}$$

$$(WA)_1=\frac{P_1'W'+P_1''W''+P_1'''W'''+\cdots}{W'+W''+W'''+\cdots}=\frac{\Sigma P_1W}{\Sigma W}$$

$$(WA)_0=\frac{P_0'W'+P_0''W''+P_0'''W'''+\cdots}{W'+W''+W'''+\cdots}=\frac{\Sigma P_0W}{\Sigma W}$$

按上式中之W'、W''、W'''、$\cdots$倘非槪權，而爲各品數量，則此式與加權總合比率公式相同，可以代數式證明如下：

$$\frac{\dfrac{P_1'Q'+P_1''Q''+P_1'''Q'''+\cdots}{Q'+Q''+Q'''+\cdots}}{\dfrac{P_0'Q'+P_0''Q''+P_0'''Q'''+\cdots}{Q'+Q''+Q'''+\cdots}}=\frac{P_1'Q'+P_1''Q''+P_1'''Q'''+\cdots}{Q'+Q''+Q'''+\cdots}$$

$$\times\frac{Q'+Q''+Q'''+\cdots}{P_0'Q'+P_0''Q''+P_0'''Q'''+\cdots}=\frac{P_1'Q'+P_1''Q''+P_1'''Q'''+\cdots}{P_0'Q'+P_0''Q''+P_0'''Q'''+\cdots}$$

(d)加權幾何平均公式

$$I=\frac{(WG)_1}{(WG)_0}$$

$$(WG)_1=\sqrt[W'+W''+W'''+\cdots]{P_1'^{w'}\times P_1''^{w''}\times P_1'''^{w'''}\times\cdots}$$

$$=\sqrt[\Sigma W]{\pi P_1^{w}}$$

$$(WG)_0=\sqrt[W'+W''+W'''+\cdots]{P_0'^{w'}\times P_0''^{w''}\times P_0'''^{w'''}\times\cdots}$$

$$=\sqrt[\Sigma W]{\pi P_0^{w}}$$

按此式與比率平均法中之加權幾何平均公式相同，可以代數式證明如下：

$$\frac{\sqrt[W'+W''+W'''+\cdots]{P_1'^{w'}\times P_1''^{w''}\times P_1'''^{w'''}\times\cdots}}{\sqrt[W'+W''+W'''+\cdots]{P_0'^{w'}\times P_0''^{w''}\times P_0'''^{w'''}\times\cdots}}$$

$$=\sqrt[W'+W''+W'''+\cdots]{\frac{P_1'^{w'}\times P_1''^{w''}\times P_1'''^{w'''}\times\cdots}{P_0'^{w'}\times P_0''^{w''}\times P_0'''^{w'''}\times\cdots}}$$

$$=\sqrt[W'+W''+W'''+\cdots]{\left(\frac{P_1'}{P_0'}\right)^{w'}\times\left(\frac{P_1''}{P_0''}\right)^{w''}\times\left(\frac{P_1'''}{P_0'''}\right)^{w'''}\times\cdots}$$

$$=\sqrt[\Sigma W]{\pi\left(\frac{P_1}{P_0}\right)^w}$$

總合比率式之優點弱點如下:

優點:

用總合比率式計算指數,無須求價比,計算手續至為簡便,且可以轉換基期,因用此式時,每期均有一總合數,可任意比較任何兩時期之物價,而不致發生差誤.

弱點:

用總合比率式計算指數,每因數量單位之有大小,而所得指數有重大之出入.茲舉例以明之.

設甲年	米價每斗	$ 1	乙年	米價每斗	$ 2
	煤價每噸	$ 10		煤價每噸	$ 10
	布價每丈	$ 2		布價每丈	$ 3
	棉花價每擔	$ 20		棉花價每擔	$ 50

則以甲年為基期,用總合比率式計算指數,為

$$\frac{2+10+3+50}{1+10+2+20}\times 100\%=\frac{65}{33}\times 100\%=197\%$$

但若易煤價之單位為百磅(每噸2000磅),價格仍舊,則百磅價為銀五角,以甲年為基期,用總合比率式計算指數,為

$$\frac{2+0.5+3+50}{1+0.5+2+20}\times 100\%=\frac{55.5}{23.5}\times 100\%=236\%$$

美國勃蘭特斯脫指數所採用之公式,亦為簡單總合比率式,惟為補救此項弱點起見,嘗將各項物價一律化為每磅之價格,然仍不無缺點:

(α)物品單位之從長度或容積者,不易折成磅數,即或可能,亦屬勉強,如布之從碼,木之從方呎者是.

(β)物品一律以磅計,則各品之重要程度,未嘗顧及.

前述之缺點，係指簡單總合比率式而言，加權總合比率式，則可免除此項缺點.茲舉例以證之：

設甲年	米價每斗	\$ 1	乙年	米價每斗	\$ 2	權數	10斗
	煤價每噸	\$ 10		煤價每噸	\$ 10		2噸
	布價每丈	\$ 2		布價每丈	\$ 3		3丈
	棉花價每擔	\$ 20		棉花價每擔	\$ 50		1擔

則以甲年爲基期，用加權總合比率式計算指數，爲

$$\frac{2\times10+10\times2+3\times3+50\times1}{1\times10+10\times2+2\times3+20\times1}\times100\%=\frac{99}{56}\times100\%=177\%$$

如易煤價之單位爲百磅，價格與權數仍舊，則煤價每百磅爲五角，權數由二噸而改爲四千磅，即百磅之四十倍，因權數之數量單位，應與其價格所用之物品單位完全一致.以甲年爲基期，用加權總合比率式計算指數，爲

$$\frac{2\times10+0.5\times40+3\times3+50\times1}{1\times10+0.5\times40+2\times3+20\times1}\times100\%=\frac{99}{56}\times100\%=177\%$$

其他公式之理論與方法，皆與平均數有關.茲將算術平均數與幾何平均數之優弱各點，比較如下：

算術平均數歷史甚久，國外著名指數採用者頗多.上海躉售物價指數在二十年六月修正以前，亦採用此式.

優點：

(α)計算簡便.

(β)意義簡明.

弱點：

(α)算術平均指數易受一二物價之暴漲而劇升，致失一般物價趨勢之眞相.

(β)算術平均指數，轉換基期，結果不能相應.

幾何平均數

優點：

(α)物價劇漲時，幾何平均無偏高之弊.

(例)今設有兩品於此，甲品價格上漲十倍，乙品價格下落十倍，兩品漲落相抵，指數應無變動，但用算術平均計算，則兩種比價之平均為 505 $\left(\frac{1000+10}{2}=505\right)$，即物價上漲五倍之謂.如用幾何平均，則仍為100，$(\sqrt{1000\times 10}=100)$

(β)幾何平均指數，轉換基期，結果能相應.

(例)設民國十六年米價每石 \$20，至十七年跌至 \$10，民國十六年麥價每擔 \$6，至十七年價格不動.

以民國十六年為基期，求十七年指數：

$$\text{算術平均}\frac{50+100}{2}=75$$

$$\text{幾何平均}\sqrt{50\times 100}=70.71$$

以民國十七年為基期，求十六年指數：

$$\text{算術平均}\frac{200+100}{2}=150$$

$$\text{幾何平均}\sqrt{200\times 100}=141.42$$

依上式算術平均指數，如以十六年為基期，則十七年指數為七五，以十七年為基期，則十六年指數應為一五〇，但用轉換基期方法計算，結果祇有一三三又三分之一$\left(100\div 75=133\frac{1}{3}\%\right)$.

幾何平均指數則可任意轉換，並無差誤，如欲將基期自十六年轉換至十七年，僅須以十七年指數，除 100 即得$(100\div 70.71=141.42)$.

弱點：

(α)不通俗.

(β)計算手續較繁.

計算指數公式繁多，各有利弊，費暄教授曾依所有公式實地試驗，結果認爲下列八種公式,最切實用.

(1)拉斯貝爾(Laspeyres)公式:

$$I=\frac{\Sigma P_1Q_0}{\Sigma P_0Q_0}$$

(2)派許(Paasch)公式:

$$I=\frac{\Sigma P_1Q_1}{\Sigma P_0Q_1}$$

(3)費暄理想公式(ideal formula):

$$I=\sqrt{\frac{\Sigma P_1Q_0}{\Sigma P_0Q_0}\times\frac{\Sigma P_1Q_1}{\Sigma P_0Q_1}}$$

(4)愛奇渥斯，馬莎總合法 (Edgeworth & Marshall aggregative method):

$$I=\frac{\Sigma\left(\frac{Q_0+Q_1}{2}\right)P_1}{\Sigma\left(\frac{Q_0+Q_1}{2}\right)P_0}$$

此式簡約之,如下:

$$I=\frac{\Sigma(Q_0+Q_1)P_1}{\Sigma(Q_0+Q_1)P_0}$$

(5)擴張基期總合法(broadened-base aggregative method) 此式係以基期之數量爲權數與第一公式同.惟本式中之基期,非一年而爲若干年,基價非一年之平均價,而爲若干年之平均價，權數非一年之數量,而爲若干年之數量,故稱擴張基期總合法.

(6)概權總合法　此式與第一式同，惟權數非物品數量(Q)，而爲概數(W).

$$I=\frac{\Sigma WP_1}{\Sigma WP_0}$$

(7)簡單幾何平均法：

$$I=\sqrt[n]{\frac{P_1'}{P_0'}\times\frac{P_1''}{P_0''}\times\frac{P_1'''}{P_0'''}\times\cdots\cdots}$$

(8)簡易中數法　此法係先將各品之價比，按大小依次排列，而後求其中數，即為指數．

現時我國躉售物價指數所用計算公式，因權數資料未備，均係簡單平均法，並有一致採用幾何平均之趨勢(參閱附表一)．至各國躉售物價指數，據1923年國際聯盟出版通貨紀事（Memorandom on Currency, 1913－1923)所載，仍以採用簡單算術平均公式為多(參閱附表二)．

7.指數公式之測驗　指數公式之優劣，可用下列測驗法鑑別之．

(1)時間顛倒測驗法(time reversal test)　兩個時期之物價，應可對照比較，而無矛盾現象．以去年作基期，求出今年之物價，如高一倍，則以今年作基期，所得去年之物價，應低一半．換言之，即以去年為基期所得之今年指數，與以今年為基期所得之去年指數，兩項相乘應等於一．因以去年為基期所得之今年指數，即係以今年為基期所得去年指數之倒數，故兩項相乘，應等於一；如不等於一，謂之不合時間顛倒測驗法．舉例如下：

簡單算術平均，不合於時間顛倒測驗法．證明如下：

設　麵粉每袋價　十五年 \$ 4.00　　十九年 \$ 6.00

　　雞蛋每個價　十五年 \$ 0.02　　十九年 \$ 0.05

十九年簡單算術平均指數，以十五年為基期，為$\frac{150+250}{2}=200$

十五年簡單算術平均指數，以十九年為基期，為$\frac{66\frac{2}{3}+40}{2}=53\frac{1}{3}$

以十五年為基期所得十九年指數為200，意即十九年物價較十五年

高一倍，則以十九年爲基期，所得十五年指數，應低一半，但非50而爲$53\frac{1}{3}$.

簡單幾何平均，合於時間顚倒測驗法．證明如下：

十九年簡單幾何平均指數，以十五年爲基期，爲

$$\sqrt{150\times 250}=193.65$$

十五年簡單幾何平均指數，以十九年爲基期，爲

$$\sqrt{66\frac{2}{3}\times 40}=51.64$$

十五年指數爲十九年指數之倒數，因

$$\frac{1}{193.65}\times 100=51.64\%$$

又將$193.65\%\times 51.64\%=100\%=1$.

(2)量值衡平測驗法(factor reversal test)　物價指數與同種物品交易數量指數之漲落，是否與其價値指數之漲落相符．換言之，卽物價指數×物量指數應等於物値指數．

設十五年米價每斗 1.00元，銷售量爲 10,000斗．

十九年米價每斗 1.10元，銷售量爲 20,000斗．

以十五年爲基期，則十九年之指數如下：

$$\text{價之指數}=\frac{1.10}{1.00}\times 100\%=110\%$$

$$\text{量之指數}=\frac{20,000}{10,000}\times 100\%=200\%$$

$$\text{値之指數}=\frac{1.10\times 20,000}{1.00\times 10,000}\times 100\%=220\%$$

試以價之指數與量之指數相乘，其積爲220%，亦卽値之指數．

惟上列僅限於一種貨品，若貨品增多，經平均之手續，結果是否能與上述原理相符，殊不可知。量值衡平測驗法乃所以測驗各種計算公式，視價之指數與量之指數二者相乘之積是否等於值之指數。如屬相等，則此公式謂之合於量值衡平測驗，否則謂之不合於量值衡平測驗。

時間顛倒測驗法與量值衡平測驗法不特爲測驗公式優劣之方法，且可藉以發現新公式，費暄教授於其指數編製法中言之詳矣，茲不贅。

附表一　我國之物價指數

指數名稱	物品項數	基期	公式	起編年月	編製機關
上海躉售物價指數	一一五四(註一)	十五年(註二)	簡單幾何平均(註三)	八年九月(註四)	原由財政部駐滬調查貨價局編製十八年四月起改由國定稅則委員會編製
上海輸出物價指數	六六(註五)	十五年(註九)	加權算術平均	十四年五月(註六)	同上
上海輸入物價指數	八二(註七)	十九年(註九)	加權算術平均	十四年五月(註六)	同上
廣州批發物價指數	一九〇	十五年	簡單幾何平均	元年至二十一年按年編製二十二年起按月編製	原由廣東農工廳編製嗣改由廣東建設廳繼續編製二十二年一月起復改由廣東省調查統計局繼續編製(註十)
華北批發物價指數	一〇六(註八)	十五年	簡單幾何平均	二年至十六年按年編製十七年起按月編製	南開大學經濟學院
南京批發物價指數	一〇六	十九年	簡單幾何平均	二十年一月	原由實業部統計科編製自二十一年十一月起改由實業部統計長辦公處繼續編製
青島批發物價指數	一二一	十九年	簡單幾何平均	二十年一月	同上
漢口批發物價指數	一一一	十九年	簡單幾何平均	二十年一月	同上
大連躉售物價指數	五六	十年至十二年平均	簡單算術平均	七年一月	滿鐵經濟調查會
湖南省四縣批發物價指數	一〇五	二十年六月	簡單算術平均	二十年四月	湖南財政廳
上海生活費指數	四三	十五年	加權算術平均	十五年一月	國定稅則委員會
上海工人生活費指數	六〇	十五年	加權總合法	十五年一月	上海市社會局
天津工人生活費指數	三七	十五年	加權總合法	十五年一月	南開大學經濟學院
北平生活費指數	三八	十六年	加權總合法	十五年一月	北平社會調查所
南京市工人生活費指數	五九	十九年	加權算術平均	二十年一月	南京市社會局
河北各縣零售物價指數	四二—五九	十八年五月至十二月平均	加權幾何平均	十八年	河北省實業廳
廣州市零售物價指數	五〇	十五年	未詳	十五年至十七年按年編製十八年起按月編製	原由廣州市政府統計股編製二十年五月起停編二十年九月起改由廣東省調查統計局繼續編製
湖南省各縣市零售物價指數	二〇—二九	二十三年	簡單幾何平均	二十二年二月	湖南省政府祕書處

(註一)　物品項數歷年稍有增減茲列舉於下

十年一月至十四年四月	一四〇項
十四年五月至十五年十二月	一四七項
十六年一月至二十年十二月	一五五項
二十一年一月起	一五四項

(註二)　自八年九月至二十年五月以民國二年二月爲基期二十年六月修正時改以十五年爲基期並將十六年一月至二十年五月之指數一律改按十五年之基期重行計算其十年一月至十五年十二月之指數原以二年二月爲基期亦同時轉換爲十五年之基期

(註三)　自八年九月至二十年五月採用簡單算術平均二十年六月修正時改用簡單幾何平均並將十年一月起各年及各月指數一律改按簡單幾何平均重行計算

(註四)　自八年九月起按月編製二十年六月改算簡單幾何平均指數斷自十年一月

(註五)　自十四年五月至二十年五月包括物品共七九項二十年六月修正時將十六年一月起至二十年五月之指數一併改算物品減爲六六項

(註六)　自十四年五月起按月編製二十年六月修正時將十六年一月起至二十年五月之指數一併改算

(註七)　自十四年五月至二十年五月包括物品共一一五項二十年六月修正時將十六年一月至二十年五月之指數一併改算物品減爲一〇九項二十一年一月起之修正指數物品減爲八二項

(註八)　物品項數歷年稍有增減茲列舉於下

二年及三年	七八項
四年	八〇項
五年至七年	八二項
八年至十年	八三項
十一年至十三年	八五項
十四年	九五項
十五年至十七年	一〇〇項
十八年起	一〇六項

(註九)　自十四年五月至二十年五月以民國二年二月爲基期二十年六月修正時改以十五年爲基期並將十六年一月至二十年五月之指數一律改按十五年之基期重行改算

(註十)　自廣東省調查統計局續編後編製方法頗有變更並將元年至二十一年之指數按照新方法改算至廣東農工廳及建設廳編製時所採編製方法如下

物品項數　二〇五項

基期　民國二年

公式	初為簡單算術平均嗣改為簡單幾何平均
起編年月	元年至十三年按年編製十四年起按月編製二十年四月起停編

附表二

各國物價指數所採用之計算公式†

(摘錄國聯出版 Memorandum on Currency, 1913—1923,第208頁)

批發物價指數	算術平均		總合法	幾何平均	
	簡單	加權		簡單	加權
澳大利亞:新金山			×		
悉尼			×		
奧國:		×			
比國:				×	
英屬印度:Atkinson 氏	×				
孟買	×				
加爾各答	×				
喀喇基	×				
統計部	×				
加拿大:商業銀行	×				
勞工部	×				
統計局			×		
美國聯邦準備局			×		
Michell 氏	×				
中國*:	×				
捷克:Narodni Listy	×				
統計部	×				
丹麥:金融報社		×			
統計部		×			
荷屬東印度	×				
埃及:亞立山大				×	
開伊羅				×	
芬蘭:統計部				×	
法國:亞爾薩斯勞蘭	×				
每日報告社		×			
美國聯邦準備局			×		
統計局	×				
德國:柏林日報社	×				
佛琅克福特日報社	×				
工商日報社	×				
統計部		×			

意　國:	Bachi 氏					×
	商會				×	
日　本:	朝日新聞社	×				
	日本銀行	×				
	農林省	×				
	美國聯邦準備局			×		
	東洋經濟新報社	×				
荷　蘭:		×				
紐西蘭:				×		
瑙　威:	Farmand	×				
	經濟雜誌社	×				
	統計部			×		
巴勒斯坦:					×	
波　蘭:					×	
俄　國:	Gosplan 氏					×
	經濟研究院	×				
南非聯邦:				×		
西班牙:		×				
瑞　典:	商務署		×			
	Silverstolpe		×			
	斯堪的那維亞徵信所	×				
	Svenska Dagbladet			×		
瑞　士:			×			
英　國:	商部				×	
	倫敦經濟週報社	×				
	美國聯邦準備局			×		
	金融日報社				×	
	原料品雜誌社	×				
	統計週報社	×				
	泰晤士報社	×				
美　國:	Annatist報社			×		
	Babson 氏	×				
	Bradstreet 報社			×		
	勞工統計局			×		
	Dun's 雜誌社			×		
	聯邦準備局			×		
	Fisher氏			×		
	Gibson氏			×		
合　計:	69	32	9	18	9	2

*民國二十年六月指數修正時，已改用幾何平均.

†採用關價編製之指數未列入.

測　　驗

沈有乾

一. 測驗之意義

世人對於測驗,有偶見其結果可以證實而迷信崇拜之者,有偶見其材料不甚妥善而懷疑反對之者.若指一種特殊測驗,當然可以有應當懷疑或值得崇拜之處,但若籠統指一切測驗,此種態度便是未曾了解測驗眞意之表示. 其實吾人無往而不須施行測驗, 亦無往而不在應用測驗.測驗可說是人生不可免之一部份,無所用其贊成或反對也.

政府欲選用相當人才,乃舉行考試,考試便是一種測驗, 法庭欲決定一人之有罪或無辜,乃舉行審問,審問便是一種測驗.病人欲知有否危險,乃請醫師診視,診視便是一種測驗.氣象家觀氣壓表以測風雨,航海家藉羅盤鍼以定方向,氣壓表與羅盤鍼便是測驗風雨或方向的儀器.乾溼本是膚覺, 而吾人不待以手觸地, 可以目代作道路是乾是溼之測驗.汽車並不是一種聲音,而吾人不待回首探望,可藉聽覺作測驗而及時避讓.吾人說"此石看來甚重", "此瓜看去不甜",便是信任大小與輕重之關係,或皮色與酸甜之關係, 而報告測驗之結果.總之, 吾人觀察事物,皆藉一種符號以得一種意義,所以說吾人無往而不須施行測驗,亦無往而不在應用測驗也.

惟普通所謂測驗大都指人的觀察,而不指事物的觀察.人的觀察之範圍雖較窄,而仍不失其爲極普遍之現象.蓋知人與自知之動機, 古今中外相同. 吾國占卜星相之術由來已久, 西洋亦有腦相 (phrenology)、面相(physionomy)、手相(palmistry)、字相(graphology)等術.此種神

祕無稽之觀察方法，或可推爲流行最久與最廣之測驗．科舉考試亦是比較有歷史的測驗之制度．此外則吾人往往隨時憑一人之言語行動以察其才識品性，雖方式各有不同，其應用甚普遍無疑．至於最近出現之智力測驗、教育測驗、職業測驗、品性測驗，雖創用測驗之名詞，並不首創測驗之事實．

最新各種測驗之方式功用等等，茲以限於篇幅，不能詳舉．讀者可參閱任何敍述測驗之書籍．

二．測驗結果中之誤差

種種測驗方法，不能萬無一失，不能絕對正確，不能絕無誤差．誤差可分常性誤差與變性誤差兩種．

一切誤差皆使所得結果與事實不符．凡所得數量較眞實數量爲大者謂之正的誤差，凡所得數量較眞實數量爲小者謂之負的誤差．變性誤差或正或負，前後不一致，若將多次測驗之結果平均，則變性誤差可以互相抵償而減少，甚或完全消滅．常性誤差則不然，正則皆正，負則皆負，前後一致，雖將多次測驗之結果平均，常性誤差終不能消滅或減少．

今如測人身長或體重，稱量多次，每次求尺寸或斤兩以下小數幾位之數量，結果決不能一致，必有變性誤差存在．但若用可靠之儀器，細心從事，誤差不甚顯著，蓋每次所得之數量，大部份可代表事實，誤差僅爲其一小部份．此種變性誤差普通無關重要．今如以抽籤方法決人之智愚善惡，結果每次不同，若將多次結果平均，誤差互相抵消之後，各人之分數勢必相等．蓋此種方法，全憑機會，所得結果，全係變性誤差，並無絲毫眞實存乎其中．通行之種種測驗，其結果中之誤差，當然不若抽籤之甚，但大都比物質稱量之誤差爲大．

測驗中變性誤差之來源甚多，略舉數例於下：(1)測驗材料之取樣不

周.每種測驗之目的大都在觀察抽象的整個的能力、學識或品性,而測驗之材料不得不是具體的特殊的問題或工作.設有甲乙二兒童,甲能說自己姓名而不能說年歲,乙能說自己年歲而不能說姓名.今若以姓名爲測驗問題,則甲成功而乙失敗;若以年歲爲測驗問題,則甲失敗而乙成功.此種誤差之大小當然與測驗問題之多少成反比例.(2)受測驗者之興趣、注意、情緒等等將有變化,便可影響測驗成績.此種原因所引起之誤差在個別測驗較在團體測驗爲小.(3)批分之誤差.若記分無絕對客觀之標準,須憑記分者之判斷,此種誤差更不容忽視.(4)此外如誤讀說明、鉛筆忽斷等種種零雜事件之發生,亦爲誤差來源之一種.

以上所論爲變性誤差.但免除變性誤差之測驗未必爲完善之測驗.今如以姓名筆畫決人之智愚善惡,更改姓名之人既少,每次結果可以完全相同,變性誤差可以完全免除.然此種方法之價值與抽籤相等,蓋變性誤差雖完全免除,而所得結果全係常性誤差也.

普通測驗中之常性誤差當然不至如以姓名筆畫決人智愚善惡之甚,但亦決不能完全免除.若目的不在測驗閱讀能力而問題之說明冗長深奧,若目的不在測驗作文能力而答案需以論文發表,若目的不在測驗寫字速率而答案需多量之抄寫,若目的不在測驗書法品質而批分者受答案字體優劣之影響,若目的在測驗相等環境下之智力差異而受測驗者之教育程度參差不齊,此類情形皆足以引起常性誤差.

茲以X_1、X_2、X_3、…X_n代表多次測驗一人之成績(註:同一測驗若施行多次勢必受記憶與練習之影響,故"多次測驗"應作"多種相等之測驗替換施行"解.),以T代表所欲測驗之能力之眞實數量,以C代表常性誤差,以V_1、V_2、V_3、…V_n代表變性誤差,則

$$X_1 = T + C + V_1$$
$$X_2 = T + C + V_2$$

$$\left.\begin{array}{l} X_3 = T + C + V_3 \\ \vdots \\ X_n = T + C + V_n \end{array}\right\} \cdots\cdots(1)$$

眞實量數當然不變，常性誤差按定義歷次相等，變性誤差則各次參差不同而其多次之平均按定義為零，茲若以所有公式(1)平均之，以 X_∞ 代表多次測驗結果之平均分數，則得

$$X_\infty = T + C \quad 或 \quad C = X_\infty - T \cdots\cdots(2)$$

於是

$$\left.\begin{array}{l} V_1 = X_1 - X_\infty \\ V_2 = X_2 - X_\infty \\ V_3 = X_3 - X_\infty \\ \vdots \\ V_n = X_n - X_\infty \end{array}\right\} \cdots\cdots(3)$$

而各次分數之標準差當然與各次變性誤差之標準差相等，蓋

$$\sigma_v^2 = \frac{\Sigma(V - M_v)^2}{N} = \frac{\Sigma V^2}{N} = \frac{\Sigma(X - X_\infty)^2}{N}$$

$$= \frac{(\Sigma X - M_x)^2}{N} = \sigma_x^2 \cdots\cdots(4)$$

察公式(1)至公式(4)，可見多次測驗分數平均之後，非但變性誤差可完全消除，而每次之變性誤差亦可求得．若測驗次數不多，則變性誤差僅可抵消一部份，而每次之變性誤差亦僅可求得其近似之數量．欲求常性誤差，則非但須有多次測驗之平均分數，且須有眞實分數以資比較．然眞實分數大都無從取得，蓋苟有眞實分數，又何求於測驗？惟一之辦法在另行編造多種目的相同而常性誤差各異之測驗．如是則常性誤差實已改成變性誤差，可仿前述方法藉平均以消除之．

以上所論誤差係絕對的而非相對的．惟相對的誤差往往比絕對的誤差為有意義．例如測量距離時有誤差一寸，為絕對的誤差，此誤差是

否可以忽視，全視所量距離之長短而定。若實距一尺，則誤差佔十分之一，若實距十丈，則誤差僅千分之一，雖絕對的誤差同爲一寸，而相對的誤差則大不相同。

測驗中之誤差亦必化成相對的比例始有意義，但測驗分數本身係相對的而非絕對的，並無確定之零點，故不能如前法求相對的誤差。測驗之優劣普通用信度（reliabiltiy）與效度（validity）評定之，而信度與效度之高低實即由測驗分數中相對的誤差決定。

三. 測驗分數之相對性

測驗分數與物質數量有根本不同之處，物質數量有固定之零點及單位，而測驗分數則無之。距離一尺，重量二斤，或時間三秒之意義不容誤解，而測驗成績若干分則可謂毫無意義。當然，測驗成績亦有零分爲參照，然此點可隨意移動。普通以答案完全失敗爲零分，然設於測驗中加入若干極易回答之問題，則原得零分者不復得零分，零點已移下若干分矣。通行之百分制以答案完全成功爲百分，然設於考題中加入極難回答之材料，則原得百分者不復得百分，最高限度已提高若干分矣。測驗分數之單位亦可隨意收放。百分制之零點與最高分數既可移動，單位便不固定。至於不用百分制之測驗，一題作一分計固可，作半分計作二分計亦無不可。且題數可以增減，題數增減後，同一受測驗者之分數便隨之而異。故兩種測驗之分數往往無從比較。

測驗分數之相對性可與溫度表之度數相比。百度表以冰點爲零度，而華氏表以冰點下三十二度爲零度，百度表以冰點與沸點間之差異之百分之一爲一度，而華氏表以同一差異之一百八十分之一爲一度。故僅言度數而不指明何表，便有兩種可能之解釋。測驗之種數無限，若僅言分數而不指明何種測驗，便有無限種可能之意義，即毫無意義矣。

然百度表與華氏表上之度數，可用 $F=32+\frac{9}{5}C$，或 $C=\frac{5}{9}(F-32)$ 互相轉化，仍可比較.各種測驗之分數，亦能互相轉化以便比較乎?

設今以兩種測驗施行於同組受試者，兩種測驗原有分數之參照點與單位各異.今欲轉化爲可以比較之分數，必先求一共同之參照點及一共同之單位.若兩種測驗各用其全組受試者所得分數之中心量數之一種爲參照點，各用其差異量數之一種爲單位，便有互相比較之共同根據.所謂標準分數(standard score)者，即以平均分數爲零點，而以分數之標準差爲單位.玆以 X 代表原有分數，M 代表其平均數，σ 代表其標準差，則 Z 便代表標準分數，如下式:

$$Z=\frac{X-M}{\sigma}\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

標準分數而外，亦有用百分位分數(percentile score)以便比較者.凡某一分數，全組有百分之若干不能及，即爲若干百分位分數.設全組五百人，有五人不及24分，則24分之百分位分數等於 1.0，有五十人不及35分，則35分之百分位分數等於 10.0，餘類推.

第一表示 Ayres 與 Thorndike 兩種書法量表評定同組字樣之原有分數，及照上述方法轉化後之標準分數與百分位分數，原有分數無從比較，然觀其標準分數或百分位分數，可見兩種量表實際幾乎完全相等.

百分位分數之好處在定義顯明，一般人易於了解.惟各百分位間之距離並不一致.普通分配，中心次數甚多，而極端次數甚少.故第九十九百分位與第九十八百分位之距離或十倍於第四十九百分位與第四十八百分位之距離.

麥柯爾(W. A. Mc Call)假定十二歲兒童之智力與教育成績爲常態分配，從測驗原有分數轉化爲百分位分數後，再按常態分配面積與橫距之關係，轉化爲標準分數，又以標準分數有小數與負數，不以平均數作

第一表　兩種測驗成績之標準分數與百分位分數

號數	原有分數		標準分數		百分位分數	
	Ayres量表	Thorndike量表	Ayres量表	Thorndike量表	Ayres量表	Thorndike量表
12	20.6	5.9	−1.82	−1.88	2.1	2.1
6	24.2	6.5	−1.59	−1.61	6.25	6.25
8	28.4	7.3	−1.33	−1.25	10.4	10.4
21	35.3	8.4	− .90	− .75	14.6	27.1
4	36.2	8.0	− .84	− .93	18.75	14.6
15	36.3	8.3	− .83	− .80	22.9	22.9
1	37.1	8.1	− .78	− .89	27.1	18.75
22	40.3	8.9	− .58	− .53	33.3	33.3
5	40.3	9.0	− .58	− .48	33.3	39.6
17	41.8	8.9	− .49	− .53	39.6	33.3
18	48.9	10.1	− .04	.01	43.75	43.75
14	49.2	10.2	− .03	.05	47.9	47.9
9	52.4	10.7	.18	.28	52.1	58.3
7	55.7	10.6	.38	.23	58.3	52.1
24	55.7	10.8	.38	.32	58.3	64.6
11	56.0	10.7	.40	.28	64.6	58.3
10	56.9	11.3	.46	.55	68.75	77.1
2	57.7	10.9	.51	.37	72.9	68.75
13	58.0	11.2	.53	.50	77.1	72.9
19	58.9	11.5	.58	.64	81.25	81.25
20	64.2	11.8	.92	.77	85.4	85.4
23	74.2	13.8	1.54	1.67	89.6	89.6
3	80.1	14.2	1.91	1.85	93.75	93.75
16	82.1	14.8	2.04	2.12	97.9	97.9
M	49.60	10.08	.00	.00		
σ	15.93	2.229	1.00	1.00		

此表左三行錄自 Kelley, T. L., Statistical Method, P. 116.

第二表　百分位分數、標準分數與 T 分數

百分位分數	標準分數	T 分數	T 分數	標準分數	百分位分數
0.1	−3.09	19.1	0	−5.0	.000029
1	−2.33	26.7	1	−4.9	.000048
5	−1.64	33.6	5	−4.5	.00034
10	−1.28	37.2	10	−4.0	.0032
15	−1.04	39.6	15	−3.5	.023
20	− .84	41.6	20	−3.0	.135
25	− .67	43.3	25	−2.5	.62
30	− .52	44.8	30	−2.0	2.28
35	− .385	46.15	35	−1.5	6.68
40	− .253	47.47	40	−1.0	15.87
45	− .126	48.74	45	.5	30.85
50	.000	50.00	50	.0	50.00
55	.126	51.26	55	.5	69.15
60	.253	52.53	60	1.0	84.13
65	.385	53.85	65	1.5	93.32
70	.52	55.2	70	2.0	97.72
75	.67	56.7	75	2.5	99.38
80	.84	58.4	80	3.0	99.865
85	1.04	60.4	85	3.5	99.977
90	1.28	62.8	90	4.0	99.9968
95	1.64	66.4	95	4.5	99.99966
99	2.33	73.3	99	4.9	99.999952
99.9	3.09	80.9	100	5.0	99.999971

零分，而以之作五十分，不以標準差作一分，而以之作十分，此卽所謂 T 分數. T 分數與標準分數及百分位分數之關係，可於第二表見其大概. T 分數與標準分數之關係爲直線關係，如下式:

$$T=50+10Z\cdots\cdots(6)$$

惟其由百分位分數轉化時，必須假定常態分配.而一切測驗成績是否皆合常態分配，至少尚有研究之餘地.麥氏前受中華教育改進社之聘請，來華指導測驗工作，旣深信 T 分數爲最完善之方法，曾謂中國各種測驗能普遍採用 T 分數編製，實爲測驗先進國家所不及.然測驗先進國家迄今並未普遍採用 T 分數，蓋測驗先進國家之權威，顯未一致表同情於麥氏之意見也.

標準分數與百分位分數旣以受測驗者全組之成績爲參照，全組之性質必須標明，個人之分數始有意義（T 分數已指定十二歲兒童之成績爲其參照，當然不須另加說明）. 然此種分數非但可用以比較同組之受測驗者，亦可比較不同組受測驗者各在其本組之地位. 例如甲兒八歲，乙兒九歲，可以甲兒在八歲兒童成績中之標準分數或百分位分數與乙兒在九歲兒童成績中之標準分數或百分位分數相比，以見孰較聰明. 惟此種越組之比較，必須各有其參照點.在智力測驗與教育測驗，年齡與年級爲程度之主要區分者.此種參照點稱爲年齡常模(age norm)與年級常模 (grade norm). 常模普通用每歲或每級成績之平均數或中數，有附以標準差四分差，或畫出百分位曲線者，當然更爲有用.

麥柯爾爲表示兒童之聰明程度，及比較不同年齡兒童之成績起見，以每歲平均 T 分數不及50之數加於該歲兒童之 T 分數（或以平均 T 分數超過50之數減自個別 T 分數)，稱爲其 B 分數，如下式:

$$B_a=T+50-M_a\cdots\cdots(7)$$

式中 T 代表個別 T 分數，M_a 代表 a 歲平均 T 分數，B_a 代表該歲兒

童之B分數.如是則每歲兒童之平均B分數皆爲50,其超過50或不及50之差數,卽表示其超過或不及同年平均之程度.

麥柯爾又從年級常模求得某分數相當於某年級之平均,此年級數卽稱爲C分數.故C分數若干卽相當於某年級之意.

此外麥氏又有所謂F分數者,取一種教育測驗之T分數,減去智力測驗之T分數,而加以50,卽

$$F_e=50+T_e-T_i \quad\cdots\cdots(8)$$

式中F_e代表e科目之F分數,T_e爲e科目之T分數,T_i爲普通智力之T分數.F分數之用意在表示受測驗者對於學校教育或某一科目之努力程度,蓋以教育測驗成績與智力測驗成績之差異爲根據.

四. 測驗之信度(Reliability)

若兩次測驗之結果不同,則必有變性誤差存在,而變性誤差之大小,卽可由兩次測驗結果之差異測之,此已於第二節言之.蓋據公式(1),

$$X_1=T+C+V_1$$

$$X_2=T+C+V_2$$

故 $$X_1-X_2=V_1-V_2$$

而 $$\frac{\Sigma(X_1-X_2)^2}{N}=\frac{\Sigma(V_1-V_2)^2}{N}=\frac{\Sigma V^2{}_1-2\Sigma V_1V_2+\Sigma V^2{}_2}{N}$$

然因兩次測驗中之變性誤差並無相關而大小相似,卽

$$\frac{\Sigma V_1V_2}{N}=0,\quad 而\frac{\Sigma V^2{}_1}{N}=\frac{\Sigma V^2{}_2}{N}=\sigma_v^2$$

所以 $$\frac{\Sigma(X_1-X_2)^2}{N}=2\sigma_v^2$$

或 $$\sigma_v^2=\frac{\Sigma(X_1-X_2)^2}{2N} \quad\cdots\cdots(9)$$

用公式(9)便可由兩次測驗所得分數之差數之均方推算測驗中變性誤差之均方.惟相對的誤差較絕對的誤差爲有意義,故若以全組受測驗者分數之標準差之平方除變性誤差之均方,即

$$\frac{\sigma^2{}_v}{\sigma^2{}_x}$$

則此數與測驗之優劣成反比例，若測驗中毫無變性誤差，則此數爲零，若測驗結果純屬變性誤差,則此數爲一.

所謂測驗信度者,即兩次測驗結果之相關係數.變性誤差愈小,則相關愈高,即信度愈高,測驗愈完善.反之,變性誤差愈大，則相關愈低,即信度愈低,測驗愈無價值.茲以 $r_{x\mathrm{X}}$ 代表信度,則

$$r_{x\mathrm{X}}=1-\frac{\sigma^2{}_v}{\sigma^2{}_x}\cdots\cdots(10)$$

或

$$\sigma^2_v=\sigma^2_x\left(1-r_{x\mathrm{X}}\right)\cdots\cdots(11)$$

蓋由相關係數之公式： $r=\dfrac{\sigma^2{}_1+\sigma^2{}_2-\sigma^2{}_d}{2\sigma_1\sigma_2}$

因兩測驗相等， $\sigma^2{}_1=\sigma^2{}_2=\sigma_1\sigma_2=\sigma^2{}_x$

而據公式(9)， $\sigma^2_d=\dfrac{\Sigma(X_1-X_2)^2}{N}=2\sigma^2_v$

故知測驗之信度與變性誤差有極簡單之關係,知其一即知其二,二者之計算及二者之意義實互相含蘊者也.

惟此處應注意，本節所用之σ_x與第二節公式(4)之σ_x意義完全不同.公式(4)之σ_x指多次測驗一人結果之標準差，而本節之σ_x指一次測驗多人結果之標準差.一人之T與C不變，而多人之T與C當然不等.故除非測驗之信度等於零,本節之σ_x與公式(4)之σ_x決不相等,而本節之σ_x當然較大.至兩處之σ_v,雖亦一指多次測驗一人之變性誤差，一指一次測驗多人之變性誤差,而其大小相等,因變性誤差全憑機遇，不論其在多

次測驗一人，或一次測驗多人，其分配情形相同.

測驗材料增加，則變性誤差相對的減少，前已言之．變性誤差減少，則信度當然增高．然測驗之長短究與信度之高低成若何關係乎？今設以一測驗之材料增加f倍，則一組受測驗者分數之標準差當然增加，如下式：

$$\sigma^2 fx=\sigma^2{}_1+\sigma^2{}_2+\sigma^2{}_3+\cdots+2r_{12}\sigma_1\sigma_2+2r_{13}\sigma_1\sigma_3+\cdots\cdots$$

假定 f 部份之材料相等，則各部份之標準差相等，各部份間之相關係數等於一部份之信度，即

$$\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3=\cdots\cdots\sigma_x \qquad \text{共 } f \text{ 個}$$

$$r_{12}=r_{13}=r_{14}=\cdots=r_{xX} \qquad \text{共 } f\,(f-1)\text{個}$$

故

$$\sigma^2{}_{fx}=f\sigma^2{}_x+f(f-1)r_{xX}\sigma_X{}^2=[f+(f^2-f)r_{xX}]\sigma^2{}_x\cdots\cdots(12)$$

同時變性誤差當然亦增加，然其增加相對的小，因各部份之變性誤差並無相關，故

$$\sigma^2{}_{fv}=f\sigma^2 V\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

測驗增加 f 倍後，其信度照公式(10)應作

$$r_{fx,fX}=1-\frac{\sigma^2{}_{fv}}{\sigma^2{}_{fX}}$$

茲將公式(12)與(13)代入，再將公式(11)代入，則

$$r_{fx,fX}=\frac{fr_{xX}}{1+(f-1)r_{xX}}\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

公式(14)係 Spearman 與 Brown 所創，故稱士白公式，用之可以估計測驗增加若干倍後之信度.

多數測驗有甲乙兩式，可互換應用，其編製相等，故兩式分數之相關即爲每式之信度．若測驗僅有一式，可將奇偶題分別計分，而求其相關，所得爲測驗一半之信度，然後應用士白公式，求其兩倍後之信度，即爲測驗全部之信度.

五. 測驗之效度(Validity)

若測驗之變性誤差完全免除，則其信度爲整一，然測驗未必完善，例如以姓名筆畫決人之智愚善惡，信度雖達高限，而毫無價值．故信度尚非評定測驗優劣之最後標準．測驗分數既可分爲眞實數量(T)、常性誤差(C)與變性誤差(V)，而三者之相關按定義皆等於零，故

$$\sigma_x^2=\sigma_t^2+\sigma_c^2+\sigma_v^2 \cdots\cdots(15)$$

信度之公式可從公式(10)及(15)寫作

$$r_{xx}=\frac{\sigma_t^2+\sigma_c^2}{\sigma_x^2} \cdots\cdots(16)$$

其中σ_t與σ_c並未分解．欲知測驗之眞正價值，必設法求得σ_t或σ_c始可．今假定所欲測驗之眞實數量(T)可以求得，則測驗之價值宜決定於

$$\frac{\sigma_t^2}{\sigma_x^2} \text{ 或 } \frac{\sigma_t}{\sigma_x}$$

所謂測驗效度者，卽所欲測驗之眞實量數與測驗實得分數之相關係數，如下:

$$r_{tx}=\frac{\sigma_t^2}{\sigma_t\sigma_x}=\frac{\sigma_t}{\sigma_x} \cdots\cdots(17)$$

所欲測驗之眞實量數(T)爲求效度之標準，稱爲準則(criterion)．假設工廠招工人，用某種測驗預估其工作速率以決取去，準則在測驗時不可得，但收取之工人入廠工作後其工作速率可以直接觀察，求其與測驗分數之相關，便可求得測驗之效度．

惟公式(17)假定準則純係所欲測驗之眞實量數，絕無誤差者．而完全之準則實際往往難得．例如欲知絕對正確之工作速率，必須在種種不同情形下觀察無限次數，短期之觀察不能認爲完全之準則．若準則不完全，而以之求測驗之效度，則相關勢必降低，殊不足以評定測驗之價值．

欲免此困難,可先求準則之信度,而校正其與測驗之相關.茲以Y與Z代表雖不完全而無共同誤差之準則,其誤差且與測驗之誤差並無相關,則

$$r_{yz}=\frac{\sigma_t^2}{\sigma_y\sigma_z},\quad r_{xy}=\frac{\sigma_t^2}{\sigma_x\sigma_y},\quad r_{xz}=\frac{\sigma_t^2}{\sigma_x\sigma_z}$$

測驗之效度可以下式估計之:

$$r_{ty}=\sqrt{\frac{r_{xy}r_{xz}}{r_{yz}}}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

蓋

$$\sqrt{\frac{r_{xy}r_{xz}}{r_{yz}}}=\frac{\sqrt{\frac{\sigma_t^2}{\sigma_x\sigma_y}\cdot\frac{\sigma_t^2}{\sigma_x\sigma_z}}}{\sqrt{\frac{\sigma_t^2}{\sigma_y\sigma_z}}}=\frac{\sigma_t}{\sigma_x}$$

惟上述條件,卽X與Y與Z之誤差毫無相關,殊不易滿足,公式(18)之結果因之殊不易正確.

測驗之效度大都比其信度爲低,因測驗大都有常性誤差.然測驗若能完全免除常性誤差,其效度並不等於信度,而較高,成下列關係:

$$r_{xt}=\sqrt{r_{xX}}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(19)$$

蓋效度爲測驗分數與完全準則(非與同效度準則)之相關係數,而信度爲測驗分數與同信度分數(非與信度完全之分數)之相關係數,二者之定義方式略有不同也.

測驗加長則信度增高,前已詳言其關係.其對效度之影響可於下式見之:

$$r_{fx,t}=\frac{f\sigma_t^2}{\sigma_t\sigma_{fx}}=\frac{f\sigma_t}{\sigma_{fx}}$$

以公式(12)及(17)相繼代入後,

$$r_{x,t}=\frac{f\sigma_t}{\sigma_x\sqrt{f+(f^2-f)r_{xX}}}=\frac{fr_{xt}}{\sqrt{f+(f^2-f)r_x}}\quad\cdots\cdots(20)$$

觀公式(20)可見效度之增高有三種條件:

(1)測驗愈長則效度愈高，假定效度不等於零.

(2)測驗原有效度愈高則加長後亦愈高，二者成正比例.

(3)測驗信度愈低則效度增加愈速.但信度與效度之關係為公式(19)所限，信度達此最低限度時，效度增高之速率如信度增高之方根. 反之，若測驗信度已達整一，則不論如何加長，效度絲毫不能增高. 蓋測驗之加長僅能消減變性誤差，而常性誤差不受影響. 若測驗並無變性誤差，加長當然無用矣.

六. 測驗分數之估計

若吾人欲根據一次測驗所得分數而估計下次測驗之分數，或估計多次測驗之平均分數，或估計符合測驗目的之有效分數，應如何進行?估計所得分數之誤差又若何?

凡相等測驗之分數，其平均數與標準差一律相等，

$$M_1 = M_2 = \cdots\cdots = M_x$$

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \cdots\cdots = \sigma_x$$

又測驗之分數若以一組受測驗者之平均為起點，

$$x = X - M$$

則公式可較簡單，以下討論將採用之.凡估計之分數，於字母上加一畫，以別於實得分數.

今欲估計一人第二次測驗之分數，最簡單之方法即假定其等於第一次之分數，即

$$\bar{x}_2 = x_1 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(21)$$

照公式(21)作估計，其誤差之均方如下:

$$\frac{\Sigma(x_1 - x_2)^2}{N} = \sigma_x^2(2 - 2r_{xX}) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(22)$$

於此可見估計之正確程度與測驗之信度有密切關係.惟公式(21)非最合理之估計. 照相關原理,從一已知數量推測未知數量,應充分利用其相關係數,在標準差相等之情形下,估計之法如下:

$$x_2 = r_{xX} x_1 \cdots\cdots(23)$$

其均方誤差爲 $$\frac{\Sigma(r_{xX}x_1 - x_2)^2}{N} = \sigma_x^2(1 - r^2_{Xx}) \cdots\cdots(24)$$

公式(24)與公式(22)相較,其比例爲

$$\frac{1 - r^2_{xX}}{2 - 2r_{xX}} = \frac{1 + r_{xX}}{2} \leqq 1$$

可見估計公式(23)勝於(21). 其實吾人目的如在估計任何一次之測驗分數,公式(23)之估計誤差最小,不能再減.

然任何一次之測驗分數,以有變性誤差,其估計不如多次測驗平均分數之估計爲正確.所謂多次測驗之平均分數,如公式(2)所示, 變性誤差已完全消除.今如假定平均分數卽等於第一次之分數,卽

$$\bar{x}_\infty = x_1 \cdots\cdots(25)$$

其均方誤差爲

$$\frac{\Sigma(x_1 - x_\infty)}{N} = \sigma_x^2(1 - r_{xX}) \cdots\cdots(26)$$

公式(26)實卽公式(11), 蓋是項估計誤差之均方與變性誤差之均方相等.以公式(26)與公式(22)或公式(24)相較,其比例如下:

$$\frac{1 - r_{xX}}{2 - 2r_{xX}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1 - r_{xX}}{1 - r^2_{xX}} = \frac{1}{1 + r_{xX}} \leqq 1$$

惟公式(25)亦未利用測驗信度,尙非合理之估計,最合理之估計爲

$$X = r_{x\infty}\frac{\sigma_\infty}{\sigma_x}x_1 = r_{xX}x_1 \cdots\cdots(27)$$

此處可順便指出：

$$r_{x\infty}=\sqrt{r_{xX}}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(28)$$

$$\sigma_{\infty}=\sigma_{x}\sqrt{r_{xX}}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(29)$$

照公式(27)作估計，其均方誤差爲

$$\frac{\Sigma(r_{xX}x_{1}-x_{\infty})^{2}}{N}=\sigma_{x}^{2}(r_{xX}-r^{2}_{xX})\cdots\cdots(30)$$

蓋與公式(26)成以下比：

$$\frac{r_{xX}-r^{2}_{xX}}{1-r_{xX}}=r_{xX}\leqq 1.$$

總觀公式(21)至公式(30)，估計應以完全免除變性誤差之理想的多次測驗平均分數爲目的，而估計時應利用測驗信度之高低.信度在估計公式之作用在使不正確之分數退向全組之平均，俾估計較爲可靠，若測驗信度完全，估計卽等於原有之分數.反之，若信度逹零，則不論原有分數如何，一律退至全組之平均數，其結果蓋與完全憑空猜驗相等.

測驗有不需另求準則，其效度不成問題者. 例如歷史智識測驗，若其取材適當，編製合法，應無另求準則之必要，可假定其並無常性誤差. 照公式(19)以其信度之方根爲其效度. 此外，測驗有準則不易得而效度未確定者，亦有在試驗時期，用處並未指定，效度之觀念不適用者.在此數種情形下，上述之估計方法及估計誤差，爲應用測驗分數之主要南鍼.

然在測驗之有特殊目的，已由準則求得正確效度者，當然以有效分數之估計爲最有意義.所謂有效分數者，常性誤差與變性誤差一概免除，爲所欲測驗之理想的眞實分數，如各公式中之 T 所代表.今如假定有效分數等於一次測驗所得分數，卽

$$\bar{t}=x_{1}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(31)$$

其估計之均方誤差爲

$$\frac{\Sigma(x_{1}-t)^{2}}{N}=\sigma_{x}^{2}(1-r^{2}_{xt})\cdots\cdots\cdots\cdots(32)$$

若利用測驗效度而照下式作估計,

$$\bar{t}=r_{xt}\frac{\sigma_t}{\sigma_x}x_1=r^2_{xt}x_1 \cdots\cdots\cdots\cdots(33)$$

則其誤差較小,如下式所示,

$$\frac{\Sigma(r^2_{xt}x_1-t)^2}{N}=\sigma^2_x(r^2_{xt}-r^4_{xt})\cdots\cdots\cdots\cdots(34)$$

至若測驗並無常性誤差,則其效度與信度有公式(19)所示之關係,而應用公式(33)與(34)之結果,完全與應用公式(27)與(30)相同.

七. 統計方法在測驗之應用

以上所論種種問題,皆為統計方法在測驗之應用.惟統計方法在測驗之應用固不止於此.茲略舉本篇所不及討論之問題於下,以見測驗為統計學者之肥沃土地焉.

測驗取材之難度　全部之難度應如何為最適宜?各題之難度應相等抑互異?如應互異,相差應至若何程度?

測驗分數之合併　各部份分數合併時應否加權?如應加權,權數應如何決定?難度與權數應有關係否?信度與權數應有何關係?效度與權數應有何關係?

測驗答案之計分　錯誤之答案,應否扣分?在正誤式或選擇式之問題,全憑猜測之答案,其錯誤之機率若何?如照猜測機率扣分,是否合理?是否公允?此外亦有他種方法,可決定扣分之多少否?

能力之發展　能力發展至何時停止?在停止之前,發展之曲線屬何形狀?個別差異是否與年俱增?個人在團體中之位置是否持久不變?

能力之零點　能力之零度有何方法可以決定否?專家之判斷有用否?個別差異之零點所在亦可決定否?可以之而定能力之零度否?

能力之分析 所謂普通智力究係何物？Thorndike 謂智力可分爲語文智力、社交智力與機械智力，亦與事實相符否？Spearman 之“兩種因子”說有何數理的根據？能力究可分爲若干種，或若干方面，或若干因子否？