

$$f(t) \leftrightarrow F(s)$$

$$F(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{\prod_{i=1}^m (s-n_i)}{\prod_{j=1}^n (s-p_j)}$$

Nach Heaviside gilt für die Rücktransformation

$$F(s) \leftrightarrow f(t) = \sum_{k=1}^n \frac{P(p_k)}{Q'(p_k)} \cdot e^{p_k \cdot t} \quad \text{mit } Q' = \frac{dQ(s)}{ds}$$

Die Ableitung des Nenner-Polynoms nach s ergibt

$$Q'(s) = \sum_{l=1}^n \left[\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq l}}^n (s-p_j) \right]$$

An der Stelle ($s = p_k$) ergibt sich für die Ableitung

$$Q'(p_k) = \sum_{l=1}^n \left[\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq l}}^n (p_k - p_j) \right]$$

Da $(p_k - p_j) = 0$ für $l \neq k$ vereinfacht sich die Ableitung zu

$$Q'(p_k) = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n (p_k - p_j)$$

$$f(t) = \frac{P(p_k)}{Q'(p_k)} \cdot e^{p_k \cdot t} = \sum_{k=1}^n \frac{\prod_{i=1}^m (p_k - n_i)}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n (p_k - p_j)} \cdot e^{p_k \cdot t}$$