

FUNCIONES GRÁFICAS

NO ES OTRA COSA, QUE LA REPRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS DE UNA FUNCIÓN SOBRE EL PLANO CARTESIANO.

INTÉRVALOS

UN INTERVALO ES EL CONJUNTO DE TODOS LOS NÚMEROS REALES ENTRE DOS NÚMEROS REALES DADOS. PARA REPRESENTAR LOS INTERVALOS SE UTILIZAN LOS SIGUIENTES SÍMBOLOS:

Intervalo abierto $(a, b) = \{x/a < x < b\}$; no incluye a "a" ni a "b"

Intervalo cerrado $[a, b] = \{x/a \leq x \leq b\}$; si incluye a "a" y a "b"

TAMBIÉN PUEDE QUE SOLO UN LADO DEL INTERVALO SEA CERRADO ASÍ EL INTERVALO SE LLAMA SEMICERRADO O SEMIABIERTO.

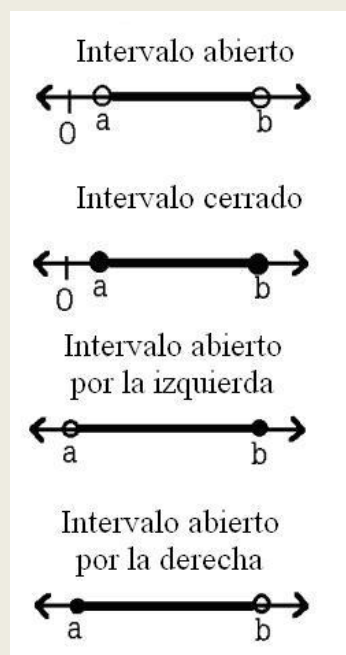
Intervalo semiabierto por la izquierda $(a, b] = \{x/a < x \leq b\}$; no incluye a "a" y si a "b"

Intervalo semicerrado por la izquierda $[a, b) = \{x/a \leq x < b\}$; si incluye a "a" y no a "b"

EN UNA GRÁFICA, LOS PUNTOS FINALES DE UN INTERVALO ABIERTO SE REPRESENTAN CON UN PUNTO ABIERTO

(○) Y LOS DE UN INTERVALO CERRADO SE REPRESENTAN CON UN PUNTO CERRADO (●).

POR EJEMPLO, OBSERVEMOS LAS SIGUIENTES FIGURAS:



CUANDO HABLAMOS DE INFINITO NOS REFERIMOS AL CONJUNTO DE TODOS LOS NÚMEROS REALES MAYORES QUE A Y SE REPRESENTAN CON LA NOTACIÓN DE INTERVALO (A, ∞) .

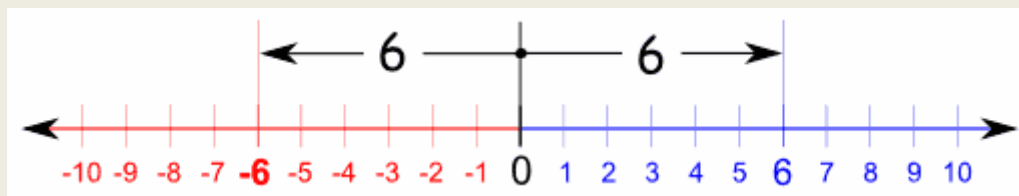
EL CONJUNTO DE TODOS LOS NÚMEROS REALES MENORES QUE A SE REPRESENTAN CON LA NOTACIÓN DE INTERVALO $(-\infty, A)$.

VALOR ABSOLUTO – ENFOQUE NUMÉRICO

EL VALOR ABSOLUTO PUEDE SER EXPLORADO YA SEA NUMÉRICA O GRÁFICAMENTE. NUMÉRICAMENTE, EL VALOR ABSOLUTO SE INDICA ENCERRANDO EL NÚMERO, VARIABLE O EXPRESIÓN DENTRO DE BARRAS VERTICALES, ASÍ:

$$\begin{aligned} &|20| \\ &|X| \\ &|4N - 9| \end{aligned}$$

CUANDO TOMAMOS EL VALOR ABSOLUTO DE UN NÚMERO, ÉSTE ES SIEMPRE POSITIVO O CERO. SI EL VALOR ORIGINAL YA ES POSITIVO O CERO, EL VALOR ABSOLUTO ES EL MISMO. SI EL VALOR ORIGINAL ES NEGATIVO, SIMPLEMENTE NOS DESHACEMOS DEL SIGNO. POR EJEMPLO, EL VALOR ABSOLUTO DE 5 ES 5. EL VALOR ABSOLUTO DE -5 ES TAMBIÉN 5.



CENTRO Y RADIO DE UN INTERVALO

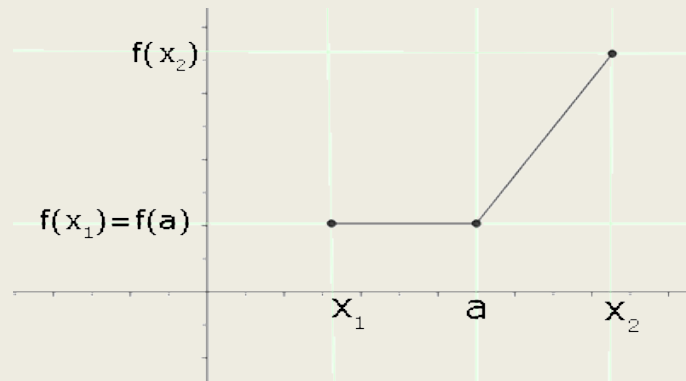
EN CUALQUIER INTERVALO SE PUEDE DEFINIR EL CENTRO, COMO EL PUNTO MEDIO DEL SEGMENTO DETERMINADO POR LOS EXTREMOS Y EL RADIO COMO LA DISTANCIA DEL CENTRO A CUALQUIERA DE LOS EXTREMOS, ES DECIR LA MITAD DE LA LONGITUD DEL INTERVALO $[A, B]$.

FUNCIONES CRECIENTES Y DECRECIENTES

FUNCIÓN CRECIENTE

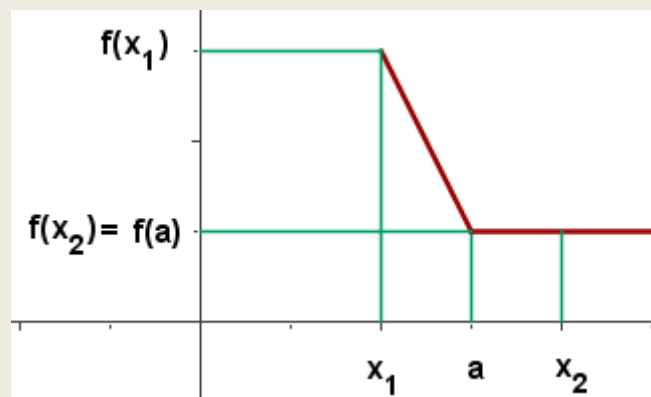
ES CUANDO A UN INCREMENTO DE X LE CORRESPONDE UN INCREMENTO POSITIVO DE Y; A UN INCREMENTO NEGATIVO DE X LE CORRESPONDE UN INCREMENTO NEGATIVO DE Y. O SEA A MEDIDA DE QUE EL VALOR DE X AUMENTA, AUMENTA EL DE Y; DE DONDE, EL Y EL TENDRÁN EL MISMO SIGNO.

SE DICE QUE LA FUNCIÓN $Y=f(x)$ ES CRECIENTE EN UN INTERVALO SI ES CRECIENTE TODOS LOS VALORES DEL INTERVALO.



FUNCIÓN DECRECIENTE

ES CUANDO A UN INCREMENTO POSITIVO DE X LE CORRESPONDE UN INCREMENTO NEGATIVO DE Y; A UN INCREMENTO NEGATIVO DE X LE CORRESPONDE UN INCREMENTO POSITIVO DE Y. O SEA EL VALOR DE Y DISMINUYE CUANDO X AUMENTA; DE DONDE, EL Y EL TENDRÁN SIGNOS OPUESTOS.

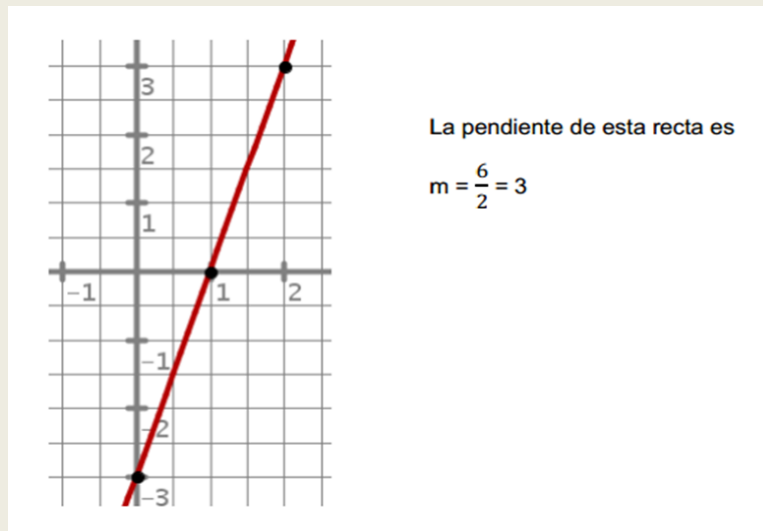


PENDIENTE

LA PENDIENTE ES LA INCLINACIÓN DE LA RECTA CON RESPECTO AL EJE DE ABSCISAS. UNA RECTA TIENE PENDIENTE CONSTANTE.

LA PENDIENTE SE PUEDE DEFINIR COMO EL COCIENTE ENTRE LO QUE VARÍA LA FUNCIÓN EN EL EJE Y, Y LO QUE VARÍA EN EL EJE X LA PENDIENTE DE ESTA RECTA ES

$$M = 6/2 = 3$$



FUNCION LINEAL

UNA FUNCIÓN LINEAL ES UNA FUNCIÓN CUYO DOMINIO SON TODOS LOS NÚMEROS REALES, CUYO CODOMINIO SON TAMBIÉN TODOS LOS NÚMEROS REALES, Y CUYA EXPRESIÓN ANALÍTICA ES UN POLINOMIO DE PRIMER GRADO.

RECORDEMOS QUE UNA FUNCIÓN ES UNA CORRESPONDENCIA ENTRE LOS ELEMENTOS DE UN CONJUNTO DE PARTIDA, LLAMADO DOMINIO, Y LOS ELEMENTOS DE UN CONJUNTO DE LLEGADA, LLAMADO CODOMINIO, DE FORMA TAL QUE A CADA ELEMENTO DEL DOMINIO LE CORRESPONDE UNO, Y SOLO UNO, EN EL CODOMINIO.

LA FUNCIÓN LINEAL ES DEL TIPO:

$$Y = MX$$

SU GRÁFICA ES UNA LÍNEA RECTA QUE PASA POR EL ORIGEN DE COORDENADAS.

$$Y = 2X$$

$$X \ 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4$$

$$Y = 2X \ 0 \ 2 \ 4 \ 6 \ 8$$

FUNCION CONSTANTE

ES AQUELLA EN LA QUE PARA CUALQUIER VALOR DE LA VARIABLE INDEPENDIENTE (X), LA VARIABLE DEPENDIENTE (F(X)) NO CAMBIA, ES DECIR, PERMANECE CONSTANTE.

SEA . EL DOMINIO DE ESTA FUNCIÓN ES EL CONJUNTO DE TODOS LOS REALES, Y EL CONTRADOMINIO ES ÚNICAMENTE EL REAL C.

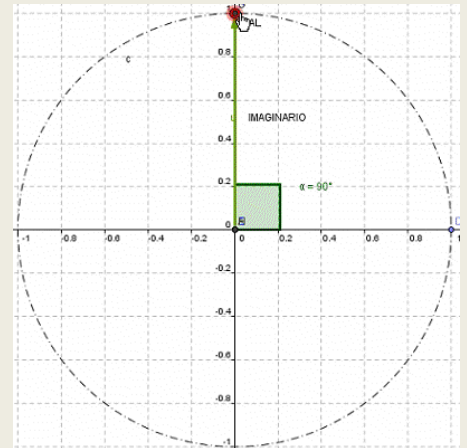
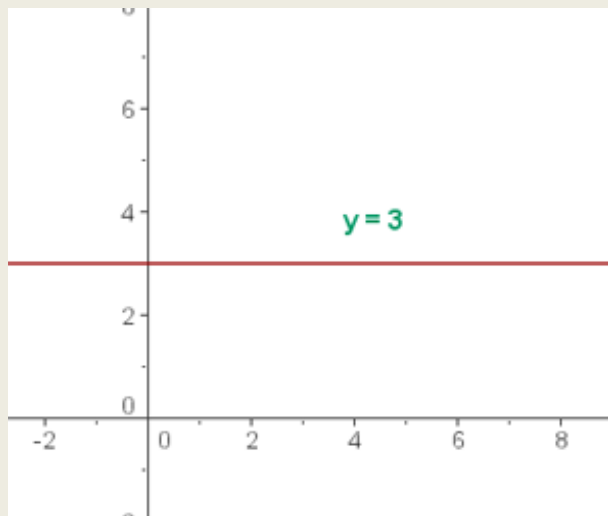
CONSIDEREMOS LA FUNCIÓN MÁS SENCILLA, POR EJEMPLO . LA IMAGEN DE CUALQUIER NÚMERO ES SIEMPRE 3. SI

HACEMOS UNA TABLA DE VALORES TENDRÍAMOS:

$$X = -2 -1 0 1 2$$

$$Y = 3 3 3 3$$

POR TANTO SI REPRESENTAMOS TODOS ESOS VALORES, Y MÁS QUE PODRÍAMOS CALCULAR, TODOS ESTÁN EN EL 3 Y LA GRÁFICA RESULTA UNA LÍNEA RECTA QUE CORTA AL EJE DE ORDENADAS EN EL PUNTO 3



RECTAS VERTICALES

LAS RECTAS PARALELAS AL EJE DE ORDENADAS NO SON FUNCIONES, YA QUE UN VALOR DE X TIENE INFINITAS IMÁGENES Y PARA QUE SEA FUNCIÓN SÓLO PUEDE TENER UNA. SON DEL TIPO:

$$X = 4$$

FUNCION CIRCULAR

ESTA FUNCIÓN SE DEFINE DE ESTA MANERA, YA QUE SU GRAFICO ES UNA ELIPSE GRAFICADA SOBRE EL PLANO CARTECIANO.

FUNCIONES INVERSA

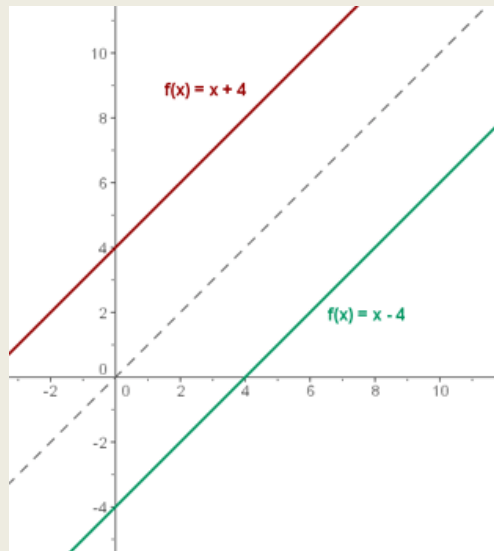
DADA UNA FUNCIÓN $F(X)$, SU INVERSA ES OTRA FUNCIÓN, DESIGNADA POR $F^{-1}(X)$ DE FORMA QUE SE VERIFICA: SI $F(A) = B$, ENTONCES $F^{-1}(B) = A$

· PASOS A SEGUIR PARA DETERMINAR LA FUNCIÓN INVERSA DE UNA DADA:

_ DESPEJAR LA VARIABLE INDEPENDIENTE X.

_ INTERCAMBIAR LA X POR LA Y, Y LA Y POR LA X.

LA FUNCIÓN ASÍ OBTENIDA ES LA INVERSA DE LA FUNCIÓN DADA.



CALCULO DE UNA FUNCION INVERSA

1 SE ESCRIBE LA ECUACION DE LA FUNCION CON X E Y.

2 SE DESPEJA LA VARIABLE X EN FUNCION DE LA VARIABLE Y.

3 SE INTERCAMBIAN LAS VARIABLES.

CALCULAR LA **FUNCION INVERSA** DE:

$$f(x) = \frac{2x + 3}{x - 1}$$

$$y = \frac{2x + 3}{x - 1}$$

$$y(x - 1) = 2x + 3$$

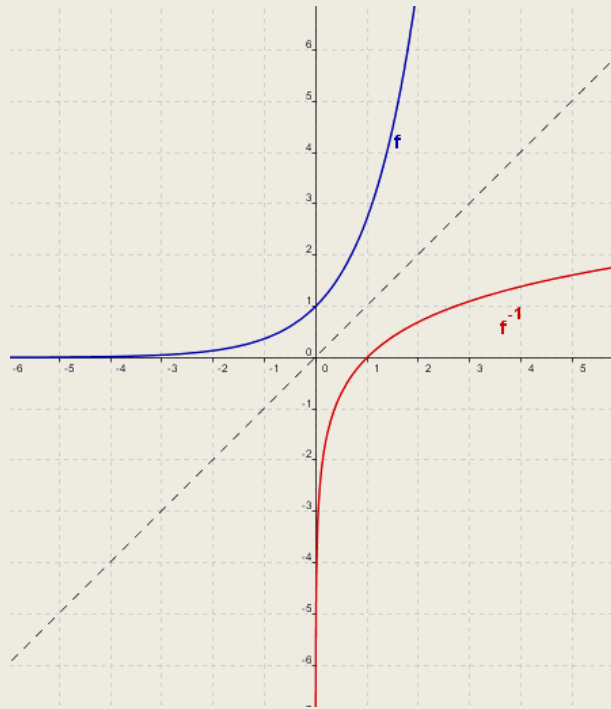
$$xy - y = 2x + 3$$

$$xy - 2x = y + 3$$

$$x(y - 2) = y + 3$$

$$x = \frac{y + 3}{y - 2}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x + 3}{x - 2}$$



FUNCION CUADRÁTICA

ES AQUELLA QUE PUEDE ESCRIBIRSE COMO UNA ECUACIÓN DE LA FORMA:

$$F(X) = AX^2 + BX + C$$

DONDE **A**, **B** Y **C** (LLAMADOS **TÉRMINOS**) SON NÚMEROS REALES CUALESQUIERA Y **A** ES DISTINTO DE **CERO** (PUEDE SER MAYOR O MENOR QUE CERO, PERO NO IGUAL QUE CERO). EL VALOR DE **B** Y DE **C** SÍ PUEDE SER **CERO**.

EN LA ECUACIÓN CUADRÁTICA CADA UNO DE SUS TÉRMINOS TIENE UN NOMBRE.

ASÍ,

AX² ES EL TÉRMINO **CUADRÁTICO**

BX ES EL TÉRMINO **LINEAL**

C ES EL TÉRMINO **INDEPENDIENTE**

DICHA PARÁBOLA TENDRÁ ALGUNAS CARACTERÍSTICAS O ELEMENTOS BIEN DEFINIDOS DEPENDIENDO DE LOS VALORES DE LA ECUACIÓN QUE LA GENERAN.

ESTAS CARACTERÍSTICAS O ELEMENTOS SON:

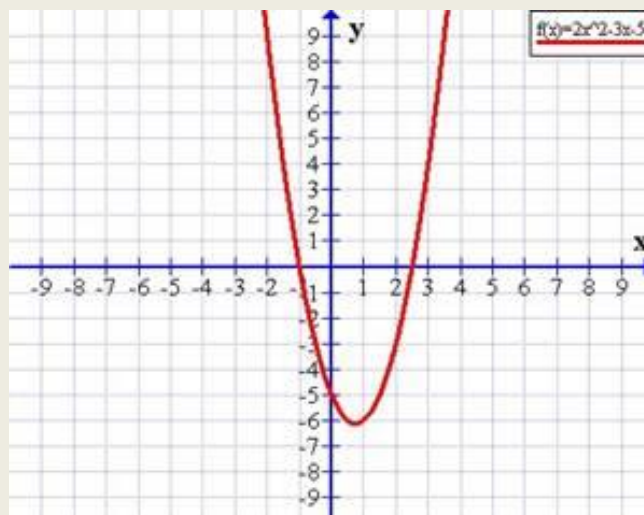
- ORIENTACIÓN O CONCAVIDAD (RAMAS O BRAZOS)
- PUNTOS DE CORTE CON EL EJE DE ABCISAS (RAÍCES)
- PUNTO DE CORTE CON EL EJE DE ORDENADAS
- EJE DE SIMETRÍA
- VÉRTICE

ORIENTACIÓN O CONCAVIDAD

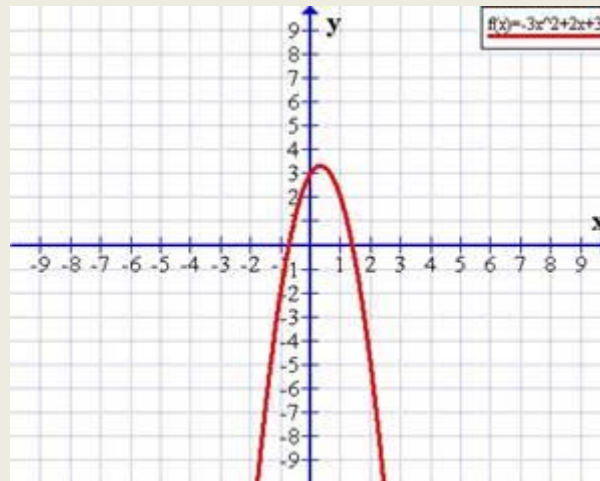
UNA PRIMERA CARACTERÍSTICA ES LA ORIENTACIÓN O CONCAVIDAD DE LA PARÁBOLA. HABLAMOS DE PARÁBOLA CÓNCAVA SI SUS RAMAS O BRAZOS SE ORIENTAN HACIA ARRIBA Y HABLAMOS DE PARÁBOLA CONVEXA SI SUS RAMAS O BRAZOS SE ORIENTAN HACIA ABAJO.

ESTA DISTINTA ORIENTACIÓN ESTÁ DEFINIDA POR EL VALOR (EL SIGNO) QUE TENGA EL TÉRMINO CUADRÁTICO (LA AX^2):

SI $A > 0$ (POSITIVO) LA PARÁBOLA ES CÓNCAVA O CON PUNTAS HACIA ARRIBA, COMO EN $F(X) = 2X^2 - 3X - 5$



SI $A < 0$ (NEGATIVO) LA PARÁBOLA ES CONVEXA O CON PUNTAS HACIA ABAJO, COMO EN $F(X) = -3X^2 + 2X + 3$

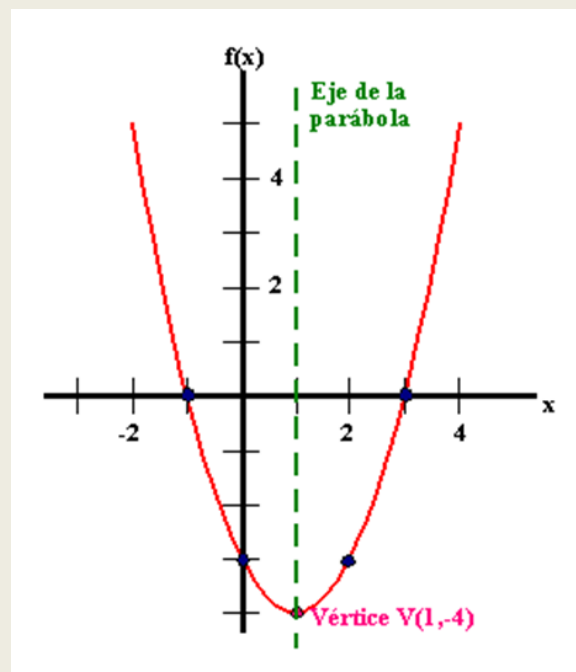


ADEMÁS, CUANTO MAYOR SEA $|A|$ (EL VALOR ABSOLUTO DE A), MÁS CERRADA ES LA PARÁBOLA.

EJE DE SIMETRÍA O SIMETRÍA

OTRA CARACTERÍSTICA O ELEMENTO DE LA PARÁBOLA ES SU **EJE DE SIMETRÍA**.

EL **EJE DE SIMETRÍA** DE UNA PARÁBOLA ES UNA RECTA VERTICAL QUE DIVIDE SIMÉTRICAMENTE A LA CURVA; ES DECIR, INTUITIVAMENTE LA SEPARA EN DOS PARTES CONGRUENTES. SE PUEDE IMAGINAR COMO UN ESPEJO QUE REFLEJA LA MITAD DE LA PARÁBOLA.

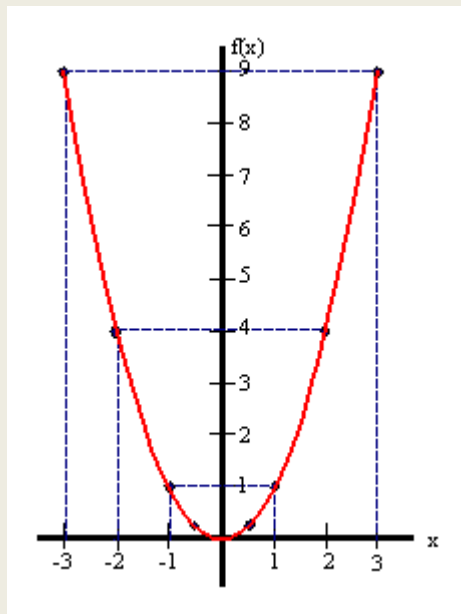


GRÁFICA DE LAS FUNCIONES CUADRÁTICAS

LA FUNCIÓN CUADRÁTICA MÁS SENCILLA ES $F(X) = X^2$ CUYA GRÁFICA ES:

X -3 -2 -1 0 1 2 3

F(X) = X² 9 4 1 0 1 4 9



ESTA CURVA SIMÉTRICA SE LLAMA PARÁBOLA.

LOS INTERCEPTOS DE LAS FUNCIONES CUADRÁTICAS

INTERCEPTOS EN X

CUANDO LA GRÁFICA PASA POR EL EJE DE DE X.

- PARA HALLAR LOS INTERCEPTOS EN X, IGUALAMOS LA FUNCIÓN A CERO.

– HALLA LOS INTERCEPTOS DE LA SIGUIENTE FUNCIÓN:

$$F(X) = X^2 - 9X + 18$$

HALLA LOS INTERCEPTOS EN Y (IGUALA LA X=0)

$$F(0) = 0^2 - 9(0) + 18$$

$$(0, 18)$$

INTERCEPTO EN Y

HALLA LOS INTERCEPTOS EN X: (IGUALAR LA FUNCIÓN A CERO) $F(X) = 0$

$$X^2 - 9X + 18 = 0$$

$$\text{FACTORIZAS: } (X-3)(X-6) = 0$$

$$X=3 ; X=6$$

(3, 0) Y (6, 0)

EL VÉRTICE DE UNA FUNCIÓN CUADRÁTICA

- UTILIZA LA FÓRMULA:

$$x = \frac{-b}{2a}$$

SEA $F(X) = X^2 - 9X + 18$

$A = 1, B = -9$

SUSTITUYES LOS VALORES EN LA FÓRMULA Y LUEGO EVALÚAS LA FUNCIÓN CON EL RESULTADO DE X