器編總目

泰西水法

渾蓋通憲圖說

幾何原本

表度說

天問略

簡平儀
同文算指前通編
圜容較義
測量法義
句股義

歐邏巴在西域之西極西海之濱張騫所不知甘英所未到也從古未與中國通朝貢其部三面濱海南北萬一千二百五十里東西二萬三千里內分七十餘國其著名之邦曰拂郎察曰意大里亞曰以西把尼亞曰波爾都瓦爾曰熱爾瑪尼其人碧眼虬鬚聰明精巧前明萬歷時意大里亞國人利瑪竇航海東來居廣東習華文華語者二十年遂

至京師因中官馬堂獻萬國全圖天主等像禮部劾之請勒還本國不報明帝嘉其遠來假館授粲給賜優厚公卿以下重其為人多與晉接瑪竇安之遂留不去利氏九萬里泛重洋而來蓋圖行其耶穌之教一時士大夫頗有惑之者其說荒誕支離多類釋氏又似回回教殆又西域異端中之外道支流也歟然歐邏巴秝算之學極精利氏妙於其術上海徐文定公光啟杭州李太僕興之遊久盡得其秘與文定為譯幾何原本圓容測量法義太僕為譯同文算指圜容較義渾蓋通憲等書太僕又彙其前後所譯西書二十種為天學初函分理器二編理編為洋教邪說鄙謬不足論今亦禁絕器編則其秝算之書最有蘊奧於是中士多有習之者矣崇禎初中秝交食益差

詔徐文定開局脩改時利氏已卒文定乃
薦其同會東來者曰鄧玉函羅雅谷龍華
民湯若望等入局翻譯西法成書百餘卷
今之新法算書是也順治元年恭逢我
世祖章皇帝入關定鼎修正厯法遂授湯若望
欽天監官採其法為時憲書我
聖祖仁皇帝御製數理精蘊厯象考成二書
亦多取其說遠西諸子以荒取一介之
士其說得仰邀
聖天子蒭菲之採豈非其遭逢之幸歟至其洋教
峻令嚴禁不許傳染中土於以仰見我
國家光明正大之規誠所謂好而知其惡惡而
知其美凡我臣民宜禀遵焉憶昔甲辰
之秋壯初見表度說於金陵讀而深味乎
其言始知地圓日月交食之故因有心為此
學顧無師承遂輟而未獲究心也歲月

如流倏焉廿載歲在甲子歸林三 養痾
閉戶心寂雙清適衡齋汪先生來邗上
虛心請業荷其慇懃指授于今三更寒暑
得少窺藩籬焉耳吁少壯聞其說老大
方從事焉甚矣余之嬾漫也此編乙丑夏日
得之既堂都轉先生又二年丁卯五月望日
雨牕閒寐手為裝整並述西法東來之
自以備初學者考論云爾原編先後不
倫今重為次第如左幾何原本西法之宗
利氏首譯之書也列為第一幾何非算不
明同文算指次之圜容較義幾何之一種也
測量法義句股義入算之實用也次於同
文算指之後以上五種皆算術也天問畧
首明天體歷學之梯堦當列於前表度說
測日論天議論最為明顯故次天問畧後
簡平儀為用增廣作法亦精必明表度

說而後可讀是又次焉渾蓋通憲義蘊淵奧非深入斯學不能了然心目故以之殿羣書也泰西水法有益民生日用職方外紀可証地圓里差均附編末云甘泉山人書於深寧精舍

刻幾何原本序

唐虞之世自羲和治歷暨司空后稷工虞典樂五官者非度數不為功周官六藝數與居一焉而五藝者不以度數從事亦不得工也襄曠之於音般墨之於械

豈有他謬巧哉精于用法爾已故
嘗謂三代而上為此業者盛有元
〻本〻師傳曹習之學而畢喪於
祖龍之燄漢以來多任意揣摩
如盲人射的虛發無效或依擬
形似如持螢燭象得首失尾至

於今而此道盡廢有不得不廢
者矣幾何原本者度數之宗所
以窮方圓平直之情盡規矩準
繩之用也利先生從少年時論
道之暇留意藝學且此業在
彼中所謂師傳曹習者其師

丁氏又絶代名家也以故極精其說而興不倦游久講譚餘晷時〻及之因請其象數諸書更以華文獨謂此書未譯則他書俱不可得論遂共翻其要約六卷既平業而復之由顯入微從疑得信蓋不用爲用衆用所基真可謂萬象之形囿百家之學海雖實未竟然以當他書既可得而論矣私心自謂不意古學廢絶二千年後頓獲補綴唐虞三代之闕典遺義其裨益

當世定復不小因偕二三同志刻
而傳之先生曰是書也以當百家
之用庶幾有羲和般墨其人乎
猶其小者有大用於此將以習人之
靈才令細而確也余以謂小用大
用寔在其人如鄧林伐材棟梁

榱桷恣所取之耳顧惟先生之
學略有三種大者脩身事
天小者格物窮理物理之一端別
為象數一一皆精實典要洞無
可疑其分解擘析亦能使人無
疑而余乃亟傳其小者趨欲先

其易信使人繹其文想見其意
理而知先生之學可信不疑大槩
如是則是書之為用更大矣他所
説幾何諸家藉此為用略具其
自敘中不備論吳淞徐光啓書

譯幾何原本引

夫儒者之學亟致其知致其知當由明達物理耳物理耹隱人才頑昏不因旣明累推其未明吾知奚至哉吾西陬國雖褊小而其庠校所業格物窮理之法視諸列邦爲獨備焉故審究物理之書極繁富也彼士立論宗旨惟尚理之所據弗取人之所意葢曰理之審乃令我知若夫人之意又令我意耳知之謂謂無疑焉而意猶兼疑也然虛理隱理之論雖據有眞指而釋疑不盡者尚可以他理駁焉能引人以是之而不能使人信其無或非也獨實理者明理者剖散心疑能强人不得不是之不復有理以疵之其

所致之知且深且固則無有若幾何一家者矣幾何家者專察物之分限者也其分者若截以爲數則顯物幾何衆也若完以爲度則指物幾何大也其數與度或脫于物體而空論之則數者立算法家度者立量法家也或二者在物體而偕其物議之則議數者如在音相濟爲和而立律呂樂家議度者如在動天迭運爲時而立天文曆家也此四大支流析百派其一量天地之大若各重天之厚薄日月星體去地遠近幾許大小幾倍地球圍徑道里之數又量山岳與樓臺之高井谷之深兩地相距之遠近土田城郭宮室之廣袤廩庾大器之容藏也其一測景以明四時之候晝夜之長短日出入之辰以定天地方位歲首三朝分至啓閉之期閏月之年閏日之月也其一造器以儀天地以審七政次舍以演八音以自鳴知時以便民用以祭上帝也其一經理水土木石諸工築城郭作爲樓臺宮殿上棟下宇疏河注泉造作橋梁如是諸等營建非惟飾美觀好必謀度堅固更千萬年不圮不壞也其一製機巧用小力轉大重升高致遠以運芻糧以便泄注乾水地水乾地以上下舫舶如是諸等機器或借風氣或依水流或用輪盤或設關捩或恃空虛也其一察目視勢以遠近正邪高下之差照物狀可畫立圓立方之度數于平版之上可

遠測物度及眞形畫小使目視大畫近使目視遠畫圖使目視球畫像有坳突畫室屋有明闇也其一為地理者自輿地山海全圖至五方四海方之各國海之各島一州一郡僉布之簡中如指掌焉全圖與天相應方之圖與全相接宗與支相稱不錯不紊則以圖之分寸尺尋知地海之百千萬里因小知大因邇知遐不悮觀覽爲陸海行道之指南也此類皆幾何家正屬矣若其餘家大道小道無不藉幾何之論以成其業者夫爲國從政必熟邉境形勢外國之道里遠近壤地廣狹乃可以議禮賔來往之儀以虞不虞之變不爾不妄懼之必悮輕之矣不計筭本國生耗出入錢穀之凡無以謀其政事自不知天文而特信他人傳説多爲僞術所亂熒也農人不豫知天時無以播殖百嘉種無以備旱乾水溢之灾而保國本也医者不知察日月五星躔次與病體相視乖和逆順而妄施藥石針砭非徒無益抑有大害故時見小恙微痾神藥不効少壯多夭折盖不明天時故耳商賈懵于計會則百貨之貿易子母之入出儕類之衰分咸晦混或欺其偶或受其偶欺均不可也今不暇詳諸家借幾何之術者惟兵法一家國之大事安危之本所須此道尤最亟焉故智勇之將必先幾何之學不然者雖智勇無所用之彼天官時日之屬豈良將

所留心乎良將所急先計軍馬芻粟之盈詘道里地形之遠近險易廣狹先生次計列營布陣形勢所宜或用圓形以示寡或用角形以示衆或爲卻月象以圍敵或作銳勢以潰散之其次策諸攻守器械熟計便利展轉相勝新新無已備觀列國史傳所載誰有經營一新巧机器而不爲戰勝守固之藉者乎以衆勝寡强勝弱奚貴以寡弱勝衆强非智士之神力不能也以余所聞吾西國千六百年前天主教未大行列國多相并兼其間英士有能以羸少之卒當十倍之師守孤危之城禦水陸之攻如中夏所稱公輸墨翟九攻九拒者時時有之彼操何術以然熟于幾何之學而已以是可見此道所關世用至廣至急也是故經世之雋偉志士前作後述不絕于世時時紹明增益論撰綦爲盛隆焉乃至中古吾西庠特出一聞士名曰歐几里得修幾何之學邁勝先士而開迪後進其道益光所制作甚衆甚精生平著書了無一語可疑惑者其幾何原本一書尤確而當曰原本者明幾何之所以然凡爲其說者無不由此出也故後人稱之曰歐几里得以他書踰人以此書踰已今詳味其書規摹次第洵爲奇矣題論之首先標界說次設公論題論所據次乃具題題有本解有作法有推論先之所徵必後之所恃十三卷中五百餘題一脉貫

通卷與卷題與題相結倚一先不可後一後不可先纍纍交承至終不絕也初言實理至易至明漸次積累終竟乃發奥微之義若暫觀後來一二題旨即其所言人所難測亦所難信及以前題爲據層層印證重重開發則義如列眉往往釋然而失笑矣千百秊來非無好勝强辯之士終身力索不能議其隻字若夫從事幾何之學者雖神明天縱不得不藉此爲階梯焉此書未達而欲坐進其道非但學者無所措其意即教者亦無所措其口也吾西庠如向所云幾何之屬幾百家爲書無慮萬卷皆以此書爲基每立一義即引爲證據焉用他書證者必標其名用此書證者直云某卷某題而已視爲幾何家之日用飲食也至今世又復崛起一名士爲竇所從學幾何之本師曰丁先生開廓此道益多著述竇昔游西海所過名邦每遘顓門名家輒言後世不可知若今世以前則丁先生之于幾何無兩也先生于此書覃精已久既爲之集解又復推求續補凡二卷與元書都爲十五卷又每卷之中因其義類各造新論然後此書至詳至備其爲後學津梁殆無遺憾矣竇自入中國竊見爲幾何之學者其人與書信自不乏獨未睹有原本之論既闕根基遂難剏造即有斐然述作者亦不能推明所以然之故其是者己亦無從別白有謬者人

亦無從辨正當此之時遽有志繙譯此書質之當世賢人君子用酌其嘉信旅人之意也而才既菲薄且東西文理又自絕殊字義相求仍多闕畧了然于口尚可勉圖肆筆爲文便成艱澁矣嗣是以來屢逢志士左提右挈而每患作輟三進三止嗚呼此游藝之學言象之粗而齟齬若是允哉始事之難也有志竟成以需今日歲庚子竇因貢獻僑邸燕臺癸卯冬則吳下徐太史先生來太史既自精心長于文筆與旅人輩交游頗久私計得與對譯成書不難于時以計偕至及春薦南宮選爲庶常然方讀中秘書時得晤言多咨論

天主大道以修身昭事爲急未遑此土苴之業也客秋乃詢西庠舉業余以格物實義應及譚幾何家之說余爲述此書之精且陳繙譯之難及向來中輟狀先生曰吾先正有言一物不知儒者之恥今此一家已失傳爲其學者皆闇中模索耳既遇此書又遇子不驕不吝欲相指授豈可畏勞玩日當吾世而失之嗚呼吾避難難自長大吾迎難難自消微必成之先生就功命余口傳自以筆受焉反覆展轉求合本書之意以中夏之文重復訂政凡三易稿先生勤余不敢承以怠迄今春首其最要者前六卷獲卒業矣但歐几里得本文已不遺旨若丁先生之文惟譯註首

論耳太史意方銳欲竟之余曰止請先傳此使同志者習之果以為用也而後徐計其餘太史曰然是書也茍為用竟之何必在我遂輟譯而梓是謀以公布之不忍一日私藏焉梓成竇為撮其大意弁諸簡端自顧不文安敢竊附述作之林葢聊叙本書指要以及翻譯因起使後之習者知夫創通大義緣力俱艱相共增脩以終美業庶俾開濟之士究心實理下向所陳百種道藝咸精其能上為
國家立功立事即竇輩数年來旅食大官受
恩深厚亦得藉手萬分之一矣

萬曆丁未泰西利瑪竇謹書

幾何原本雜議

下學工夫有理有事此書爲益能令學理者袪其浮氣練其精心學事者資其定法發其巧思故舉世無一人不當學聞西國古有大學師門生常數百千人來學者先問能通此書乃聽入何故欲其心思細密而已其門下所出名士極多

能精此書者無一事不可精好學此書者無一事不可學凡他事能作者能言之不能作者亦能言之獨此書爲用能言者即能作者若不能作自是不能言何故言時一毫未了向後不能措一語何由得妄言之以故精心此

學不無知言之助

凡人學問有解得一半者有解得十九或十一者獨幾何之學通即全通蔽即全蔽更無高下分數可論

人具上資而意理疎莽即上資無用人具中材而心思縝密即中材有用能通幾何之學縝密甚矣故率天下之人而歸於實用者是或其所由之道也

此書有四不必不必疑不必揣不必試不必 有四不可得欲脫之不可得欲駁之不可得欲減之不可得欲前後更置之不可得有三至三能似至晦實至明故能以其明明他物之至晦似至繁實至簡故 能以其簡簡他物之至繁似至難實至易故能以易易他物之至難易生于簡簡生于明綜其妙在明而已

此書爲用至廣在此時尤所急須余譯竟隨偕同好者梓傳之利先生作叙亦最喜其亟傳也意皆欲公諸人人令當世亟習焉而習者蓋寡竊意百年之後必人人習之即又以爲習之晚也而謬謂余先識余何先識之有

有初覽此書者疑奧深難通仍謂余當顯其文句余對之度數之理本無隱奧至于文句則爾日推敲再四顯明極矣倘未及留意望之似奧深焉譬行重山中四望無路及行到彼蹊徑歷然請假旬日之功一究其旨即知

諸篇自首迄尾悉皆顯明文句

吳淞徐光啓記

嘉慶十年乙丑榴月　既堂先生以予學算持西法算書十二種為贈

幾何原本　同文算指　圜容較義
測量法義　測量異同　句股義
天問畧　表度說　簡平儀說
渾蓋通憲　職方外紀　泰西水法

題幾何原本再校本

是書刻于丁未歲板留京師戊申春利先生以校正本見寄令南方有好事者重刻之累年來竟無有校本留寘家塾暨庚戌北上先生没矣遺書中得一本其別後所自業者校訂皆手跡追惟篝燈函丈時不勝人琴之感其友龐熊兩先生遂以見遺庋置久之辛亥夏季積雨無聊屬都下方爭論歷法事余念牙絃一輟行復五年恐遂遺忘因偕二先生重閱一過有所增定比于前刻差無遺憾矣續成大業未知何日未知何人書以竢焉

吳淞徐光啓

幾何原本第一卷之首

界說三十六 公論十九 求作四

泰西利瑪竇口譯

吳淞徐光啓筆受

界說三十六則

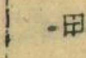
凡造論先當分別解說論中所用名目故曰界說

凡歷法地理樂律筭章技藝工巧諸事有度有數者皆依賴十府中幾何府屬凡論幾何先從一點始　自點引之為線線展為面面積為體是名三度

第一界

點者無分

無長短廣狹厚薄　如下圖凡圖十干爲識○干盡用十二支支盡用八卦八音

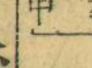


第二界

線有長無廣

試如一平面光照之有光無光之間不容一物是線也

眞平眞圓相遇其遇處止有一點行則止有一線



線有直有曲

第三界

線之界是點凡線有界者○兩界必是點

第四界

直線止有兩端兩端之間上下更無一點

兩點之間至徑者直線也稍曲則繞而長矣

直線之中點能遮兩界

凡量遠近皆用直線

甲乙丙是直線甲丁丙甲戊丙甲巳丙皆是曲線

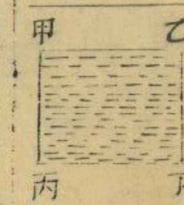
第五界

面者止有長有廣

一體所見爲面

凡體之影極似于面無厚之極

想一線橫行所留之迹即成面也



第六界

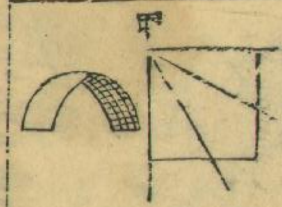
面之界是線

第七界

平面一面平在界之內

平面中間線能遮兩界

平面者諸方皆作直線



試如一方面用一直繩施于一角繞面運轉

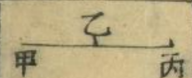
不礙不空是平面也

若曲面者則中間線不遮兩界

第八界

平角者兩直線于平面縱橫相遇交接處

凡言甲乙丙角皆指平角



如上甲乙乙丙二線平行相遇不能作角

如上甲乙乙丙二線雖相遇不作平角爲是曲線

所謂角止是兩線相遇不以線之大小較論

第九界

直線相遇作角爲直線角

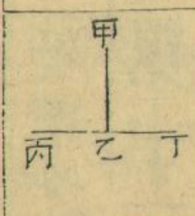
平地兩直線相遇爲直線角本書中所論止是直線角

但作角有三等今附著于此一直線角二曲線角三雜線角　如下六圖

第十界

直線垂于橫直線之上若兩角等必兩成直角而直線下垂者謂之橫線之垂線

量法常用兩直角及垂線垂線加于橫線之上必不作銳角及鈍角



若甲乙線至丙丁上則乙之左右作兩角相等爲直角而甲乙爲垂線

若甲乙爲橫線則丙丁又爲甲乙之垂線何者丙乙與甲乙相遇雖止一直角然甲線若垂下過乙則丙線上下定成兩直角所以丙乙亦爲甲乙之垂線　如今用矩尺一縱一橫

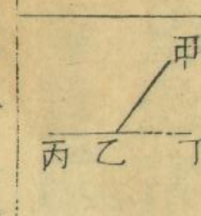
橫互相為直線。互相為垂線

凡直線上有兩角相連是相等者定俱直角中間線為垂線

反用之若是直角則兩線定俱是垂線

第十一界

凡角大于直角為鈍角



如甲乙丙角與甲乙丁角不等而甲乙丙大于甲乙丁則甲乙丙為鈍角

第十二界

凡角小于直角為銳角

如前圖甲乙丁是

通上三界論之直角一而已鈍角銳角其大小不等乃至無數

是後凡指言角者俱用三字為識其第二字即所指角也

如前圖甲乙丙三字第二乙字即所指鈍角若言甲乙丁即第二乙字是所指銳角

第十三界

界者一物之始終

今所論有三界點為線之界線為面之界面為體之界體不可為界

第十四界

或在一界或在多界之間爲形

一界之形如平圓立圓等物多界之形如平方立方及平立三角六八角等物　圖見後卷

第十五界

圜者一形于平地居一界之間自界至中心作直線俱等

若甲乙丙爲圜丁爲中心則自甲至丁與乙至丁丙至丁其線俱等

外圓線爲圜之界內形爲圜

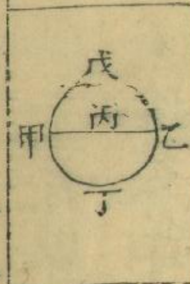
一說圜是一形乃一線屈轉一周復于元處所作如上圖甲丁線轉至乙丁乙丁轉至丙丁丙丁又至甲丁復元處其中形即成圜

第十六界

圜之中處爲圜心

第十七界

自圜之一界作一直線過中心至他界爲圜徑徑分圜兩平分



甲丁乙戊圜自甲至乙過丙心作一直線爲圜徑

第十八界

徑線與半圜之界所作形為半圜

第十九界

在直線界中之形為直線形

第二十界

在三直線界中之形為三邊形

第二十一界

在四直線界中之形為四邊形

第二十二界

在多直線界中之形為多邊形五邊以上俱是

第二十三界

三邊形三邊線等為平邊三角形

第二十四界

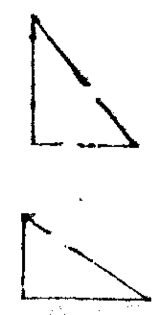
三邊形有兩邊線等為兩邊等三角形或銳或鈍

第二十五界

三邊形三邊線俱不等為三不等三角形

第二十六界

三邊形有一直角爲三邊直角形



第二十七界

三邊形有一鈍角爲三邊鈍角形

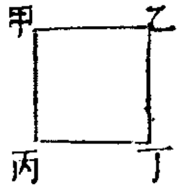
第二十八界

三邊形有三銳角爲三邊各銳角形

凡三邊形恒以在下者爲底在上二邊爲腰

第二十九界

四邊形四邊線等而角直爲直角方形

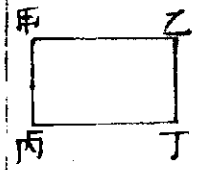


第三十界

直角形其角俱是直角其邊兩兩相等

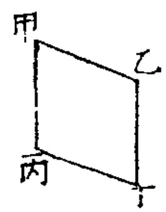
如上甲乙丙丁形甲乙邊與丙丁邊自相等

甲丙與乙丁自相等



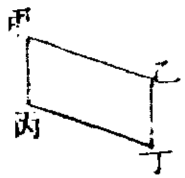
第三十一界

斜方形。四邊等。但非直角



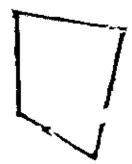
第三十二界

長斜方形。其邊兩兩相等。但非直角



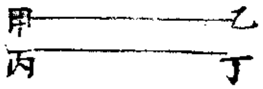
第三十三界

上方形四種。謂之有法四邊形。四種之外。他方形皆謂之無法四邊形



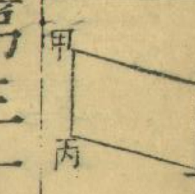
第三十四界

兩直線於同面行至無窮。不相離。亦不相遠。而不得相遇爲平行線



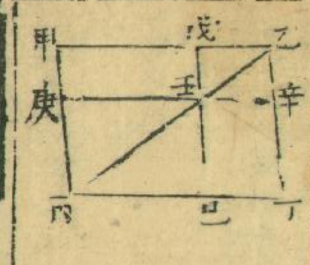
第三十五界

一形每兩邊有平行線。爲平行線方形



第三十六界

凡平行線方形若于兩對角作一直線其直線爲對角線又于兩邊縱橫各作一平行線其兩平行線與對角線交羅相遇即此形分爲四平行線方形其兩形有對角線者爲角線方形其兩形無對角線者爲餘方形



甲乙丁丙方形于丙乙兩角作一線爲對角線又依乙丁平行作戊己線依甲乙平行作庚辛線其對角線與戊己庚辛兩線交羅相遇于壬即作大小四平行線方形矣則庚壬己丙及戊壬辛乙兩方形謂之角線方形而甲庚壬戊及壬己丁辛謂之餘方形

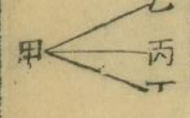
求作四則

求作者不得言不可作

第一求

自此點至彼點求作一直線

此求亦出上篇蓋自此點直行至彼點即是直線

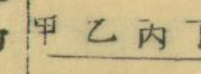


自甲至乙或至丙至丁俱可作直線

第二求

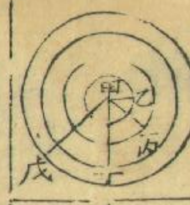
一有界直線。求從彼界直行引長之。

如甲乙線。從乙引至丙。或引至丁。俱一直行。



第三求

不論大小。以點為心。求作一圜。



第四求

設一度。於此求作彼度。較此度或大或小。凡言度者。或線。或面。或體。皆是。

或言較小作大。可作。較大作小。不可作。何者。小之至極數窮盡故也。此說非是。凡度與數不同。數者可以長。不可以短。長數無窮。短數有限。如百數減半成五十。減之又減。至一而止。一以下不可損矣。自百以上增之可至無窮。故曰可長不可短也。度者可以長。亦可以短。長者增之可至無窮。短者減之亦復無盡。嘗見莊子稱一尺之棰。日取其半。萬世不竭。亦此理也。何者。自有而分。不免為有。若減之可盡。是有化為無也。有化為無。猶可言也。令已分者更復合之。合之又合。仍為尺棰。是始合之初。兩無能并為一有也。兩無

能幷爲一有不可言也

公論十九則

公論者不可疑

第一論

設有多度彼此俱與他等則彼與此自相等

第二論

有多度等若所加之度等則合幷之度亦等

第三論

有多度等若所減之度等則所存之度亦等

第四論

有多度不等若所加之度等則合幷之度不等

第五論

有多度不等若所減之度等則所存之度不等

第六論

有多度俱倍于此度則彼多度俱等

第七論

有多度俱半于此度則彼多度亦等

第八論

有二度自相合則二度必等 以一度加一度之上

第九論

全大于其分。如一尺大于一寸。寸者全尺中十分中之一分也。

第十論

直角俱相等。見界說十

第十一論

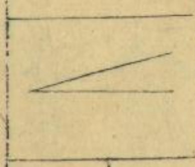
有二橫直線。或正或偏任加一縱線。若三線之間同方兩角小于兩直角。則此二橫直線愈長愈相近。必至相遇。

甲乙丙丁二橫直線。任意作一戊巳縱線。或正或偏。若戊巳線旁同方兩角俱小于直角。或并之小于兩直角。則甲乙丙丁線愈長愈相近。必有相遇之處。

欲明此理。宜察平行線不得相遇者。界說卅四加一垂線。即三線之間定為直角。便知此論兩角小于直角者。其行不得不相遇矣。

第十二論

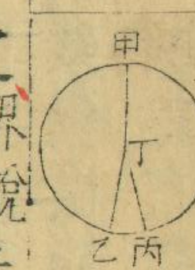
兩直線不能為有界之形。



第十三論

兩直線止能于一點相遇。

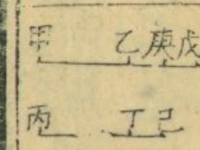
如云線長界近相交不止一點。試于丙乙二界各出直



線交于丁。假令其交不止一點。當引至甲。則甲丁乙宜爲甲丙乙圜之徑。而甲丁丙亦如之。界說十七夫甲丁乙圜之右半也。而甲丁丙亦右半也。界說十七甲丁乙爲全。甲丁丙爲其分。而俱稱右半。是全與其分等也。本篇九

第十四論

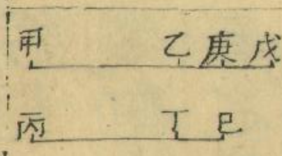
有幾何度等。若所加之度各不等。則合并之差。與所加之差等。



甲乙丙丁線等。于甲乙加乙戊。于丙丁加丁己。則甲戊大于丙己者。庚戊線也。而乙戊大于丁己亦如之。

第十五論

有幾何度不等。若所加之度等。則合并所贏之度。與元所贏之度等。

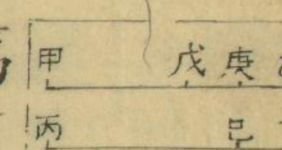


如上圖。反說之。戊乙己丁線不等。于戊乙加乙甲。于己丁加丁丙。則戊甲大于己丙者。戊庚線也。而戊乙大于己丁。亦如之。

第十六論

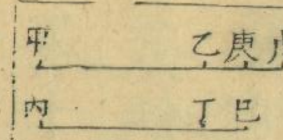
有幾何度等。若所減之度不等。則餘度所贏之度。與減去所贏之度等。

甲乙丙丁線等。于甲乙減戊乙。于丙丁減巳丁。則乙戊大于丁巳者。庚戊也。而丙巳大于甲戊。亦如之



第十七論

有幾何度不等。若所減之度等。則餘度所贏之度。與元所贏之度等



如十四論反說之。甲戊丙巳線不等。于甲戊減甲乙。于丙巳減丙丁。則乙戊長于丁巳者。亦庚戊也。與甲戊長于丙巳者等矣。

第十八論

全與諸分之幷等

第十九論

有二全度。此全倍于彼全。若此全所減之度倍于彼全所減之度。則此較亦倍于彼較。相減之餘曰較

如此度二十。彼度十。于二十減六。于十減三。則此較十四。彼較七。

幾何原本第一卷之首　終

幾何原本第一卷

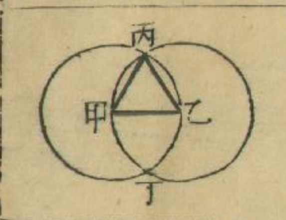
本篇論三角形　計四十八

泰西利瑪竇口譯

吳淞徐光啓筆受

第一題

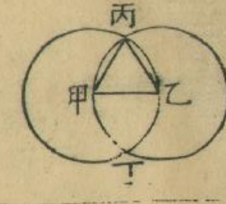
于有界直線上求立平邊三角形

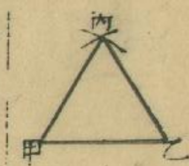


法曰甲乙直線上求立平邊三角形先以甲爲心乙爲界作丙乙丁圜次以乙爲心甲爲界作丙甲丁圜兩圜相交于丙于丁末自甲至丙丙至乙各作直線卽甲乙丙爲平邊三角形

論曰以甲爲心至圜之界其甲乙線與甲丙甲丁線等

以乙為心則乙甲線與乙丙乙丁線亦等何者凡為圜自心至界各線俱等故界說十五既乙丙等于乙甲而甲丙亦等于甲乙即甲丙亦等于乙丙公論一三邊等如所求凡論有二種此以是為論者正論也下倣此



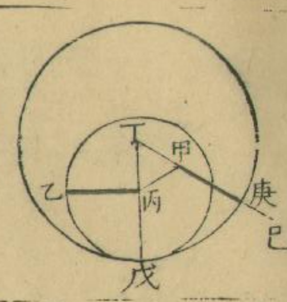


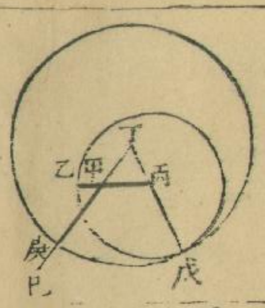
其用法不必作兩圜但以甲為心乙為界作近丙一短界線乙為心甲為界亦如之兩短界線交處即得丙

諸三角形俱推前用法作之詳本篇廿二

第二題

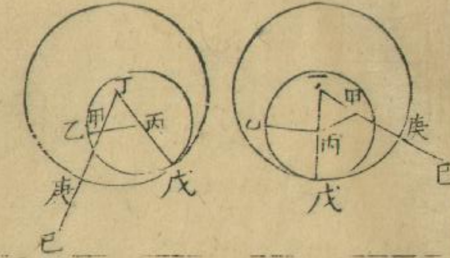
一直線線或內或外有一點求以點為界作直線與元線等





法曰有甲點及乙丙線求以甲為界作一線與乙丙等先以丙為心乙為界乙為心丙為界亦可作丙乙圜第三求次觀甲點若在丙乙之外則自甲至丙作甲丙線第一求如上前圖或甲在丙乙之內則截取甲至丙一分線如上後圖兩法俱以甲丙線為底任于上下作甲丁丙平邊三角形本篇一次自三角形兩腰線引長之第二求其丁丙引至丙乙圜界而止為丙戊線其丁甲引之出丙乙圜外稍長為甲己線末以丁為心戊為界作丁戊圜

其甲巳線與丁戊圜相交于庚即甲庚線與乙丙線等

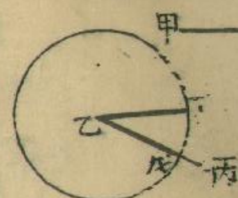


論曰丁戊丁庚線同以丁爲心戊庚爲界故等（界說十五）于丁戊線減丁丙丁庚線減丁甲其所減兩腰線等則所存亦等（公論三）夫丙戊與丙乙同以丙爲心戊乙爲界亦等（界說十五）即甲庚與丙乙等（公論一）

若所設甲點即在丙乙線之一界其法尤易假如點在丙即以丙爲心作乙戊圜從丙至戊即所求

第三題

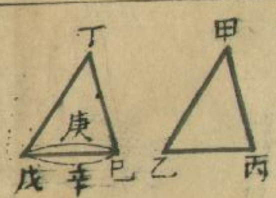
兩直線一長一短求于長線減去短線之度



法曰甲短線乙丙長線求于乙丙減甲先以甲爲度從乙引至別界作乙丁線（本篇二）次以乙爲心丁爲界作圜（第三求）圜界與乙丙交于戊即乙戊與等甲之乙丁等盖乙丁乙戊同心同圜故（界說十五）

第四題

兩三角形若相當之兩腰線各等各兩腰線間之角等則兩底線必等而兩形亦等其餘各兩角相當者俱等



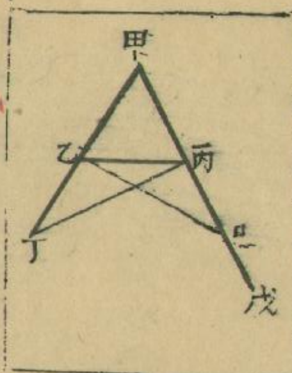
解曰甲乙丙丁戊巳兩三角形之甲與丁兩角等甲丙與丁巳兩線甲乙與丁戊兩線各等題言乙丙與戊巳兩底線必等而兩三角形亦等

甲乙丙、與丁戊巳兩角、甲丙乙、與丁巳戊兩角、俱等、

論曰、如云乙丙、與戊巳不等、卽令將甲角置丁角之上、兩角必相合、無大小、甲丙、與丁巳、甲乙、與丁戊、亦必相合、無大小、公論八 此二俱等、而云乙丙、與戊巳不等、必乙丙底、或在戊巳之上、爲庚、或在其下、爲辛矣、戊巳既爲直線、而戊庚巳、又爲直線、則兩線當別作一形、是兩線能相合爲形也、辛倣此、公論十一 此以非爲論者、駁論也、下倣此

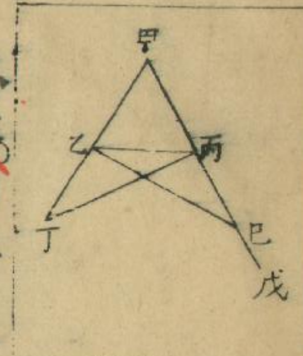
第五題

三角形、若兩腰等、則底線兩端之兩角等、而兩腰引出之、其底之外兩角、亦等、

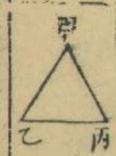


解曰、甲乙丙三角形、其甲丙、與甲乙、兩腰等、題言甲丙乙、與甲乙丙、兩角等、又自甲丙線、任引至戊、甲乙線、任引至丁、其乙丙戊、與丙乙丁、兩外角、亦等、

論曰、試如甲戊線稍長、卽從甲戊截取一分、與甲丁等、爲甲巳、本篇三 次自丙至丁、乙至巳、各作直線、第一求 卽甲巳乙、甲丁丙、兩三角形必等、何者、此兩形之甲角同、甲巳、與甲丁、兩腰又等、甲乙、與甲丙、兩腰又等、則其底丙丁、與乙巳、必等、而底線兩端、相當之各兩角、亦等矣、本篇



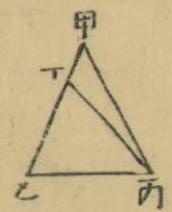
四又乙丙巳與丙乙丁、兩三角形亦等。何者。此兩形之丙丁乙與乙巳丙兩角既等。本論而甲巳甲丁、兩腰各減相等之甲丙甲乙線。卽所存丙巳乙丁、兩腰又等。三公論丙丁與乙巳兩底又等本論又乙丙同腰。卽乙丙丁與丙乙巳兩角亦等也。則丙之外乙丙巳角與乙之外丙乙丁角必等矣本篇四次觀甲乙巳與甲丙丁、兩角既等。于甲乙巳減丙乙巳角。甲丙丁減乙丙丁角。則所存甲丙乙、甲乙丙、兩角必等三公論



增從前形知三邊等形其三角俱等。

第六題

三角形。若底線兩端之兩角等。則兩腰亦等。



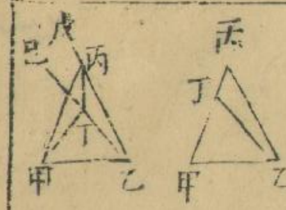
解曰。甲乙丙三角形。其甲乙丙與甲丙乙兩角等。題言甲乙與甲丙兩腰亦等

論曰。如云兩腰線不等。而一長一短。試辯之。若甲乙爲長線。卽令比甲丙線。截去所長之度爲乙丁線。而乙丁、與甲丙等。三本篇次自丁至丙作直線。則本形成兩三角形。其一爲甲乙丙。其一爲丁乙丙。而甲乙丙全形與丁乙丙分形同也。是全與其分等也。九公論何者。彼言丁乙丙分形之乙丁與甲乙丙全形之甲丙兩線既等。丁乙

丙分形之乙丙與甲乙丙全形之乙丙又同線而元設丁乙丙與甲丙乙兩角等則丁乙丙與甲乙丙兩形亦等也本篇四是全與其分等也故底線兩端之兩角等者兩腰必等也

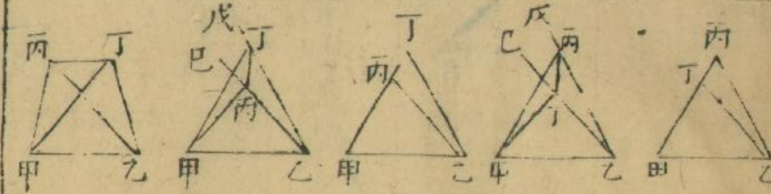
第七題

線為底出兩腰線其相遇止有一點不得別有腰線與元腰線等而于此點外相遇



解曰甲乙線為底于甲于乙各出一線至丙點相遇題言此為一定之處不得于甲上更出一線與甲丙等乙上更出一線與乙丙等而不于丙相遇

論曰若言有別相遇于丁者即問丁當在丙內邪丙外邪若言丁在丙內則有二說俱不可通何者若言丁在甲丙元線之內則如第一圖丁在甲丙兩界之間矣如此即甲丁是甲丙之分而云甲丙與甲丁等也是全與其分等也公論九若言丁在甲丙乙三角頂間則如第二圖丁在甲丙乙之間矣即令自丙至丁作丙丁線而乙丁丙甲丁丙又成兩三角形次從乙丁引出至巳從乙丙引出至戊則乙丁丙形之乙丁乙丙兩腰等者其底線兩端之兩角乙丁丙乙丙丁宜亦等也其底之外兩

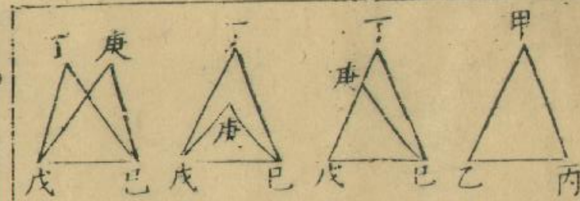


角巳丁丙戊丙丁宜亦等也本篇五而甲丁丙形之甲丁甲丙兩腰等者其底線兩端之兩角甲丙丁甲丁丙宜亦等也本篇五夫甲丙丁角本小于戊丙丁角而爲其分今言甲丁丙與甲丙丁兩角等則甲丁丙亦小于戊丙丁矣何況巳丁丙又甲丁丙之分更小于戊丙丁可知何言底外兩角等乎若言丁在丙外又有三說俱不可通何者若言丁在甲丙元線外是丁甲即在丙甲元線之上則甲丙與甲丁等矣即如上第一說駁之若言丁在甲丙乙三角頂外即如上第二說駁之若言丁在丙外而後出二線一在三角形內一在其外甲丁線與乙丙線相交如第五圖即令將丙丁相聯作直線是甲丁丙又成一三角形而甲丙丁宜與甲丁丙兩角等也本篇五夫甲丁丙角本小于丙丁乙角而爲其分據如彼論則甲丙丁角亦小于丙丁乙角矣又丙丁乙亦成一三角形而丙丁乙宜與丁丙乙兩角等也本篇五夫丁丙乙角本小于甲丙丁角而爲其分據如彼論則丙丁乙角亦小于甲丙丁角矣此二說者豈不自相戾乎

第八題

兩三角形若相當之兩腰各等兩底亦等則兩腰間角必

等。



解曰。甲乙丙、丁戊己兩三角形。其甲乙與丁戊、兩腰甲丙與丁己兩腰各等。乙丙與戊己兩底亦等。題言甲與丁兩角必等

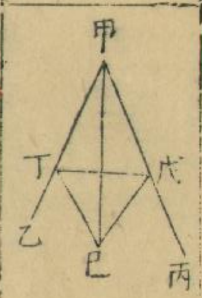
論曰。試以丁戊己形。加于甲乙丙形之上。問丁角在甲角上邪。否邪。若在上。即兩角等矣。公論八

或謂不然。乃在于庚。即問庚當在丁戊線之內邪。或在三角頂之內邪。或在三角頂之外邪。皆依前論駁之。本篇七

系本題止論甲丁角。若旋轉依法論之。即三角皆同。可見凡線等則角必等。不可疑也。

第九題

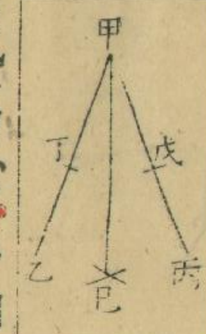
有直線角。求兩平分之。



法曰。甲乙丙角。求兩平分之。先于甲乙線任截一分。爲甲丁。本篇三 次于甲丙亦截甲戊與甲丁等。次自丁至戊作直線。次以丁戊爲底。立平邊三角形。本篇一 爲丁戊己形。末自己至甲作直線。即乙甲丙角爲兩平分

論曰。丁甲己、與戊甲己兩三角形之甲丁、與甲戊兩線等。甲己同是一線。戊己、與丁己兩底又等。何言兩底等。初從戊丁底

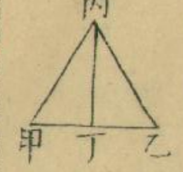
（作此三角平形此二線爲腰各等戊丁故）則丁甲巳與戊甲巳兩角必等本篇八



用法如上截取甲丁甲戊卽以丁爲心向乙丙間任作一短界線次用元度以戊爲心亦如之兩界線交處得巳本篇一

第十題

一有界線求兩平分之



法曰甲乙線求兩平分先以甲乙爲底作甲乙丙兩邊等三角形本篇一次以甲丙乙角兩平分之本篇九得丙丁直線卽分甲乙于丁

論曰丙丁乙丙丁甲兩三角形之丙乙丙甲兩腰等而丙丁同線甲丙丁與乙丙丁兩角又等本篇九則甲丁與乙丁兩線必等本篇四

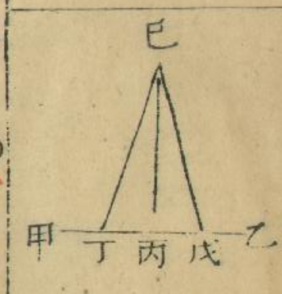
用法以甲爲心任用一度但須長于甲乙線之半向上向下各作一短界線次用元度以乙爲心亦如之兩界線交處卽丙丁末作丙丁直線卽分甲乙于戊

第十一題

一直線任于一點上求作垂線

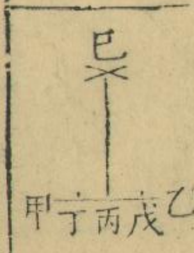
法曰甲乙直線任指一點于丙求丙上作垂線先于丙

左右任用一度各截一界爲丁爲戊次



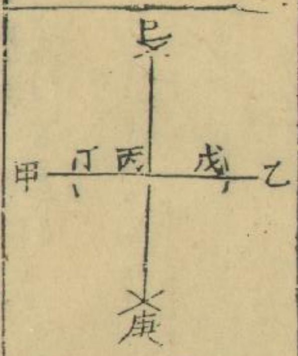
以丁戊爲底作兩邊等角形本篇一爲丁巳戊
末自巳至丙作直線即巳丙爲甲乙之垂線

論曰丁巳丙與戊巳丙兩角形之巳丁巳戊兩腰等而
巳丙同線丙丁與丙戊兩底又等即兩形必等丁與戊
兩角亦等本篇五丁巳丙與戊巳丙兩角亦等本篇八九則丁
丙巳與戊丙巳兩角必等矣等即是直角直角即是垂
線系說十此後三角形多稱角形省文也

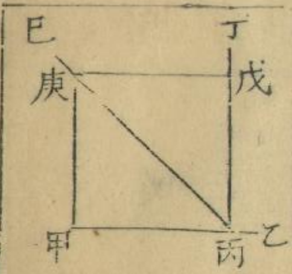


用法于丙點左右如上截取丁與戊即以
丁爲心任用一度從丁至于丙丁線向丙

上方作短界線次用元度以戊爲心亦如之兩界線
交處即巳

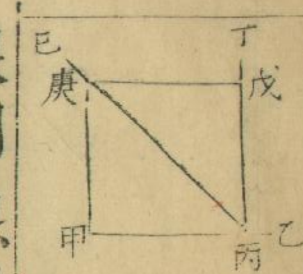


又用法于丙左右如上截取丁與戊即
任用一度以丁爲心于丙上下方各作
短界線次用元度以戊爲心亦如之則
上交爲巳下交爲庚末作巳庚直線視直線交于丙
點即得是用法又爲嘗巧之法



增若甲乙線所欲立垂線之點乃在線末
甲界上甲外無餘線可截則于甲乙線上
任取一點爲丙如前法于丙上立丁丙垂

線次以甲丙丁角兩平分之本篇九為巳丙線次以甲丙為度于丁丙垂線上截戊丙線本篇三次于戊上如前法立垂線與巳丙線相遇為庚末自庚至甲作直線如所求

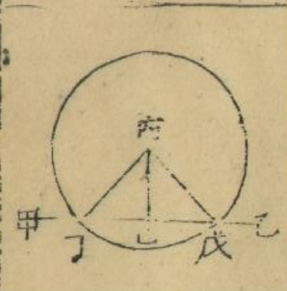


論曰庚甲丙與庚丙戊兩角形之甲丙戊丙兩線既等庚丙同線戊丙庚與甲丙庚兩角又等即甲庚戊庚兩線必等本篇四而對同邊之甲角戊角亦等本篇四戊既直角則甲亦直角是甲庚為甲乙之垂線界說十

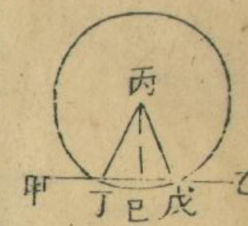
用法甲點上欲立垂線先以甲為心向元線上方任抵一界作丙點次用元度以丙為心作大半圜圜界與甲乙線相遇為丁次自丁至丙作直線引長之至戊為戊丁線戊丁與圜界相遇為巳末自巳至甲作直線即所求此法今未能論見第三卷第三十一題

第十二題

有無界直線線外有一點求于點上作垂線至直線上



法曰甲乙線外有丙點求從丙作垂線至甲乙先以丙為心作一圜令兩交于甲乙線為丁為戊次從丁戊各作直線至丙次兩平分丁戊于巳本篇十末自丙自巳作直線即丙巳為甲乙之

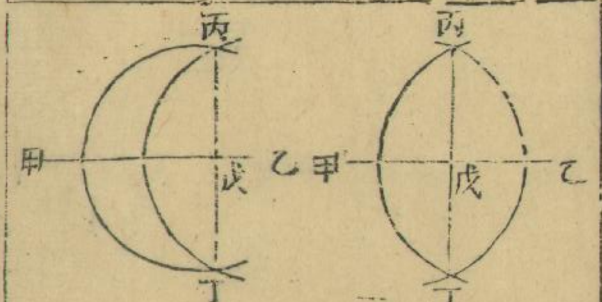


垂線。

論曰。丙巳丁、丙巳戊兩角形之丙丁、丙戊兩線等。丙巳同線。則丙戊巳與丙丁巳兩角必等。本篇八而丁丙巳與戊丙巳兩角又等。則丙巳丁、與丙巳戊等。皆直角。本篇四而丙巳定為垂線矣。

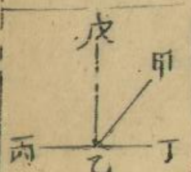
用法。以丙為心。向直線兩處各作短界線。為甲、為乙。次用元度。以甲為心。向丙點相望處作短界線。乙為心。亦如之。兩界線交處為丁。末自丙至丁。作直線。則丙戊為垂線。

又用法。于甲乙線上近甲、近乙。任取一點為心。以丙為界。作一圜界。于丙點及相望處各稍引長之。次于甲乙線上。視前心或相望如前圖。或進或退。如後圖。任移一點為心。以丙為界。作一圜界。與前圜交處得丁。末自丙至丁。作直線。得戊。若近界作垂線。無可截取。亦用此法。



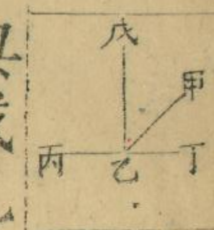
第十三題

一直線至他直線上。所作兩角。非直角。即等于兩直角。



解曰。甲線下至丙丁線。遇于乙。其甲乙丙與甲乙丁。作兩角。題言此兩角當是直角。若非直角

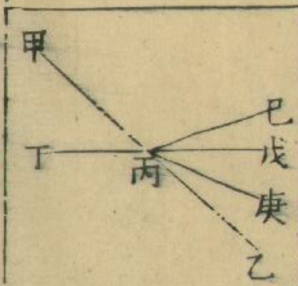
即是一銳一鈍而并之等于兩直角



論曰試于乙上作垂線爲戊乙〔本篇十一〕令戊乙丙與戊乙丁爲兩直角即甲乙丁甲乙戊兩銳角并之與戊乙丁直角等矣次于甲乙丁甲乙戊兩銳角又加戊乙丙一直角并此三角定與戊乙丙戊乙丁兩直角等也〔公論十八〕次于甲乙戊又加戊乙丙并此銳直兩角定與甲乙丙鈍角等也次于甲乙戊戊乙丙銳直兩角又加甲乙丁銳角并此三角定與甲乙丁甲乙丙銳鈍兩角等也夫甲乙丁甲乙戊戊乙丙三角既與兩直角等則甲乙丁與甲乙丙兩角定與兩直角等〔公論一〕

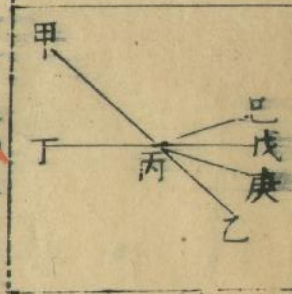
第十四題

一直線于線上一點出不同方兩直線偕元線每旁作兩角若每旁兩角與兩直角等即後出兩線爲一直線



解曰甲乙線于丙點上左出一線爲丙丁右出一線爲丙戊若甲丙丁甲丙戊兩角與兩直角等題言丁丙與丙戊是一直線

論曰如云不然令別作一直線必從丁丙更引出一線或離戊而上爲丁丙巳或離戊而下爲丁丙庚也若上于戊則甲丙線至丁丙巳直線上爲甲丙巳甲丙丁兩角此兩角宜與兩直角等〔本篇十三〕如此即甲丙戊甲丙丁



兩角與甲丙巳甲丙丁兩角亦等矣試減甲丙丁角而以甲丙戊與甲丙巳兩角較之果相等乎公論三夫甲丙巳本小于甲丙戊而爲其分今曰相等是全與其分等也公論九

丙線至丁丙庚直線上爲甲丙庚甲丙丁兩角此兩角宜與兩直角等本篇十三如此即甲丙庚甲丙丁兩角與甲丙戊甲丙丁兩角亦等矣試減甲丙丁角而以甲丙戊與甲丙庚較之果相等乎公論三夫甲丙戊實小于甲丙庚而爲其分今曰相等是全與其分等也公論九兩者皆非則丁丙戊是一直線

第十五題

凡兩直線相交作四角每兩交角必等

解曰甲乙與丙丁兩線相交于戊題言甲戊丙與丁戊乙兩角甲戊丁與丙戊乙兩角各等

論曰丁戊線至甲乙線上則甲戊丁丁戊乙兩角與兩直角等本篇十三甲戊線至丙丁線上則甲戊丙甲戊丁兩角與兩直角等本篇十三如此即丁戊乙甲戊丁兩角亦與甲戊丁甲戊丙兩角等公論十一試減同用之甲戊丁角其所存丁戊乙甲戊丙兩角必等公論三又丁戊線至甲乙線上則甲戊丁丁戊乙兩角與兩直角等本篇十三乙戊線

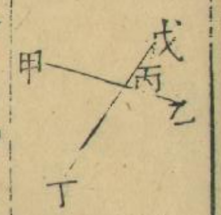
至丙丁線上則丁戊乙、丙戊乙兩角、與兩直角等、本篇十三如此即甲戊丁、丁戊乙、兩角、亦與丁戊乙丙戊乙、兩角等、公論十試減同用之丁戊乙角其所存甲戊丁、丙戊乙、必等

一系、推顯兩直線相交于中點上作四角與四直角等

二系、一點之上兩直線相交不論幾許線幾許角定與四直角等、公論十八

增題、一直線內出不同方兩直線而所作兩交角等即後出兩線為一直線

解曰甲乙線內取丙點出丙丁、丙戊兩線而所作甲

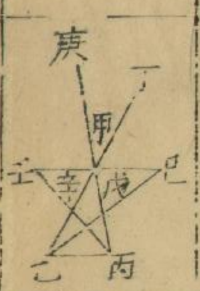


丙戊、丁丙乙兩交角等或甲丙丁、戊丙乙兩交角等題言戊丙、丙丁、即一直線

論曰甲丙戊角既與丁丙乙角等每加一戊丙乙角即甲丙戊、戊丙乙、兩角必與丁丙乙、戊丙乙兩角等、公論二而甲丙戊戊丙乙與兩直角等、本篇十三則丁丙乙戊丙乙亦與兩直角等是戊丙、丙丁、為一直線、本篇十四

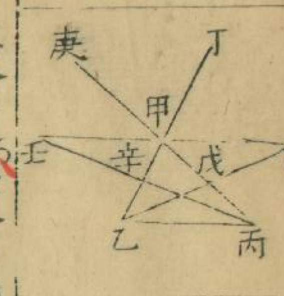
第十六題

凡三角形之外角必大于相對之各角



解曰甲乙丙角形自乙甲線引之至丁、題言外角丁甲丙必大于相對之內角甲乙

丙甲丙乙

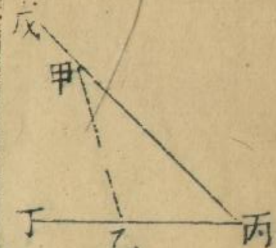


論曰欲顯丁甲丙角大于甲丙乙角試以甲丙線兩平分于戊（本篇十）次自乙至戊作直線引長之從戊外截取戊己與乙戊等（本篇三）次自甲至己作直線即甲戊己戊乙丙兩角形之戊己與戊乙兩線等戊甲與戊丙兩線等甲戊己乙戊丙兩交角又等（本篇十五）則甲己與乙丙兩底亦等（本篇四）兩形之各邊各角俱等而己甲戊與戊丙乙兩角亦等矣夫己甲戊乃丁甲丙之分則丁甲丙大于己甲戊亦大于相等之戊丙乙而丁甲丙外角不大于相對之甲丙乙內角乎次顯乙甲

丙大于甲乙丙試自丙甲線引長之至庚次以甲乙線兩平分于辛（本篇十）自丙至辛作直線引長之從辛外截取辛壬與丙辛等（本篇三）次自甲至壬作直線依前論推顯甲辛壬辛丙乙兩角形之各邊各角俱等則壬甲辛與辛乙丙兩角亦等矣夫壬甲辛乃庚甲乙之分必小于庚甲乙也庚甲乙又與丁甲丙兩交角等（本篇十五）則甲乙丙內角不小于丁甲丙外角乎其餘乙丙上作外角俱大于相對之內角依此推顯

第十七題

凡三角形之每兩角必小于兩直角

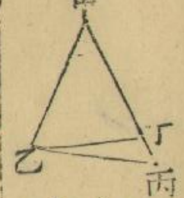


解曰甲乙丙角形題言甲乙丙甲丙乙兩角丙甲乙甲乙丙兩角甲丙乙丙甲乙兩角皆小于兩直角

論曰試用兩邊線丙甲引出至戊丙乙引出至丁即甲乙丁外角大于相對之甲丙乙內角矣本篇十六此兩率者每加一甲乙丙角則甲乙丁甲乙丙必大于甲丙乙甲乙丙矣公論四夫甲乙丁甲乙丙與兩直角等也本篇十三則甲丙乙甲乙丙小于兩直角也餘二倣此

第十八題

凡三角形大邊對大角小邊對小角

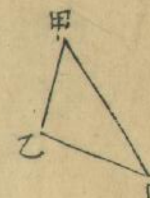


解曰甲乙丙角形之甲丙邊大于甲乙邊乙丙邊題言甲乙丙角大于乙丙甲角乙甲丙角

論曰甲丙邊大于甲乙邊即于甲丙線上截甲丁與甲乙等本篇三自乙至丁作直線則甲乙丁甲丁乙兩角等矣本篇五夫甲丁乙角者乙丁丙角形之外角必大于相對之丁丙乙內角本篇十六則甲乙丁角亦大于甲丙乙角而況甲乙丙又函甲乙丁于其中不又大于甲丙乙乎如乙丙邊大于甲乙邊則乙甲丙角亦大于甲丙乙角依此推顯

第十九題

凡三角形大角對大邊小角對小邊



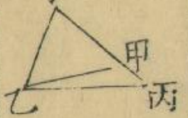
解曰甲乙丙角形乙角大于丙角題言對乙角之甲丙邊必大于對丙角之甲乙邊

論曰如云不然令言或等或小若言甲丙與甲乙等則甲丙角宜與甲乙角等矣（本篇五）何設乙角大于丙角也若言甲丙小于甲乙則甲丙邊對甲乙大角宜大（本篇十八）又何言小也如甲角大于丙角則乙丙邊大于甲乙邊

依此推顯

第二十題

凡三角形之兩邊并之必大于一邊



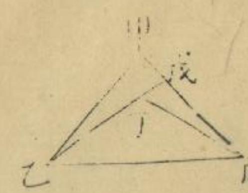
解曰甲乙丙角形題言甲丙甲乙邊并之必大于乙丙邊甲丙丙乙并之必大于甲乙甲乙乙丙并之必大于甲丙

論曰試于丙甲邊引長之以甲乙為度截取甲丁（本篇三）自丁至乙作直線令甲丁甲乙兩腰等而甲丁乙甲乙丁兩角亦等（本篇五）即丙乙丁角大于甲乙丁角亦大于丙丁乙角矣夫丁丙邊對丙乙丁大角大于乙丙邊對丙丁乙小角者乎（本篇十九）又甲丁甲乙兩線各加甲丙線等也則甲乙加甲丙者與丙丁等矣丙丁既大于乙丙則甲乙甲丙兩邊并必大于乙丙邊也餘二倣

此

第二十一題

凡三角形于一邊之兩界出兩線復作一三角形在其內則內形兩腰并之必小于相對兩腰而後兩線所作角必大于相對角

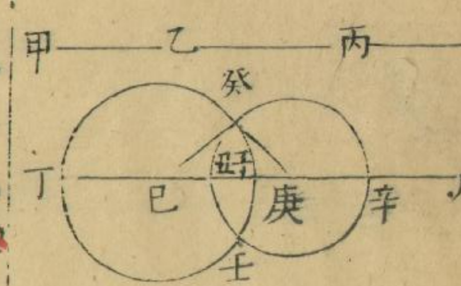


解曰甲乙丙角形于乙丙邊之兩界各出一線遇于丁題言丁丙丁乙兩線并必小于甲乙甲丙并而乙丁丙角必大于乙甲丙角

論曰試用內一線引長之如乙丁引之至戊即乙甲戊角形之乙甲甲戊兩線并必大于乙戊線也本篇二十此二率者每加一戊丙線則乙甲甲戊戊丙并必大于乙戊戊丙并矣公論四又戊丁丙角形之戊丁戊丙線并必大于丁丙線也此二率者每加一丁乙線則[illegible]戊丁戊丙丁乙并必大于丁丙丁乙并矣公論四夫乙甲甲戊戊丙既大于乙戊戊丙豈不更大于丁丙丁乙乎本篇二十又乙甲戊角形之丙戊丁外角大于相對之乙甲戊丙角本篇十六即丁戊丙角形之乙丁丙外角更大于相對之丁戊丙內角矣而乙丁丙角豈不更大于乙甲丙角乎

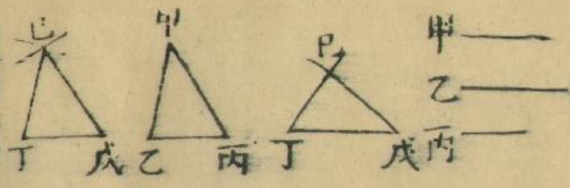
第二十二題

三直線求作三角形其每兩線并大于一線也



法曰。甲、乙、丙、三線。其第一、第二、線幷。大于第三線。若兩線比第三線或等、或小、即不能作三角形。見本篇二十。求作三角形。先任作丁戊線。長于三線幷。次以甲為度。從丁截取丁己線。本篇三以乙為度。從己截取己庚線。以丙為度。從庚截取庚辛線。次以己為心。丁為界。作丁壬癸圜。以庚為心。辛為界。作辛壬癸圜。其兩圜相遇。下為壬。上為癸。末以庚己為底。作癸庚、癸己、兩直線。即得己癸庚三角形。用壬亦可作、若丁壬癸圜不到丑、辛壬癸圜不到丑。即是兩線或等、或小于第三線。不成三角形矣。

論曰。此角形之丁己、己癸、線。皆同圜之半徑等。界說十五則己癸與甲等。庚辛、庚癸、線。亦皆同圜之半徑等。則庚癸與丙等。己庚元以乙為度。則角形三線。與所設三線等。

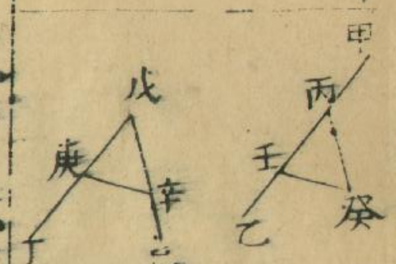


用法。任以一線為底。以底之一界為心。第二線為度。向上作短界線。次以又一界為心。第三線為度。向上作短界線。兩界線交處。向下作兩腰。如所求。

若設一三角形。求別作一形與之等。亦用此法。

第二十三題

一直線。任于一點上。求作一角。與所設角等。

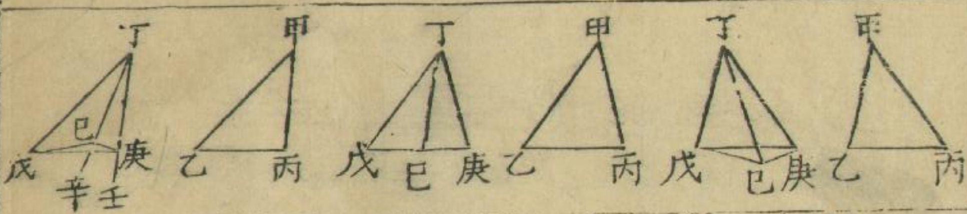


法曰甲乙線于丙點求作一角與丁戊巳角等先于戊丁線任取一點爲庚于戊巳線任取一點爲辛自庚至辛作直線次依甲乙線作丙壬癸角形與戊庚辛角形等（本篇廿二）卽丙壬丙癸兩腰與戊庚戊辛兩腰等壬癸底與庚辛底又等則丙角與戊角必等（本篇八）

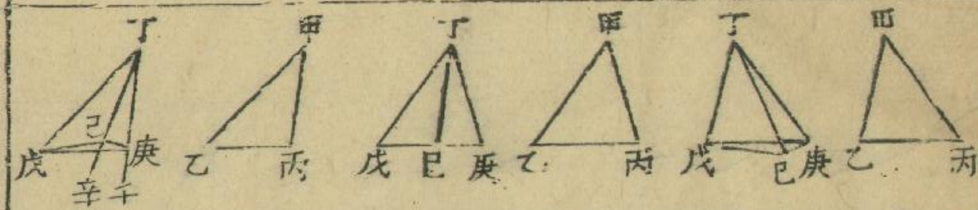
第二十四題

兩三角形相當之兩腰各等若一形之腰間角大則底亦大

解曰甲乙丙與丁戊巳兩角形其甲乙與丁戊兩腰甲丙與丁巳兩腰各等若乙甲丙角大于戊丁巳角題言乙丙底必大于戊巳底



論曰試依丁戊線從丁點作戊丁庚角與乙甲丙角等（本篇廿三）則戊丁庚角大于戊丁巳角而丁庚腰在丁巳之外矣次截丁庚線與丁巳等（本篇三）卽丁庚丁巳俱與甲丙等又自戊至庚作直線是甲乙與丁戊甲丙與丁庚兩腰線各等乙甲丙與戊丁庚兩角亦等而乙丙與戊庚兩底必等也（本篇四）次問所作戊庚底今在戊巳底上邪抑同在一線邪抑在其下邪若在上卽如第二



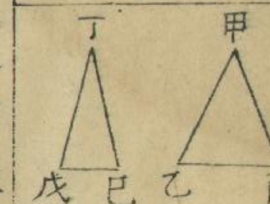
圖自巳至庚作直線則丁庚巳角形之丁庚
巳兩腰等而丁庚巳與丁巳庚兩角亦等矣（本篇五）
夫戊庚巳角乃丁庚巳角之分必小于丁庚
巳亦必小于相等之丁巳庚而丁巳庚又戊巳
庚角之分則戊庚巳益小于戊巳庚也（公論九）則
對戊庚巳小角之戊巳腰必小于對戊巳庚大
角之戊庚腰也（本篇十九）若戊巳與戊庚兩底同線
即如第四圖戊巳乃戊庚之分則戊巳必小于
戊庚也（公論九）若戊庚在戊巳之下即如第六圖
自巳至庚作直線次引丁庚線出于壬引丁巳

線出于辛則丁庚丁巳兩腰等而辛巳庚壬庚巳兩外
角亦等矣（本篇五）夫戊庚巳角乃壬庚巳角之分必小于
壬庚巳亦必小于相等之辛巳庚而辛巳庚又戊巳庚
角之分則戊庚巳益小于戊巳庚也（公論九）則對戊庚巳
小角之戊巳腰必小于對戊巳庚大角之戊庚腰也（本篇
十九）是三戊巳皆小于等戊庚之乙丙（本篇四）也

第二十五題

兩三角形相當之兩腰各等若一形之底大則腰間角亦
大

解曰甲乙丙與丁戊巳兩角形其甲乙與丁戊甲丙與

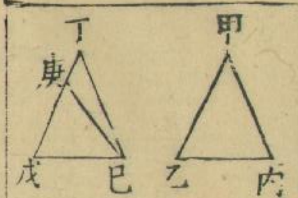


丁巳各兩腰等若乙丙底大于戊巳底題言乙甲丙角大于戊丁巳角

論曰如云不然令言或小或等若言等則兩形之兩腰各等等腰間角又等宜兩底亦等（本篇四）何設乙丙底大也若言乙甲丙角小則對乙甲丙角之乙丙線宜亦小（本篇廿四）何設乙丙底大也

第二十六題（二支）

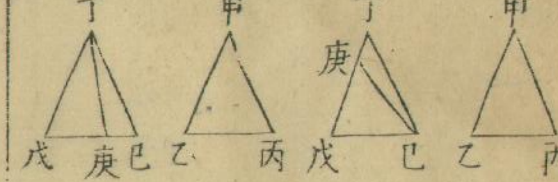
兩三角形有相當之兩角等及相當之一邊等則餘兩邊必等餘一角亦等其一邊不論在兩角之內及一角之對



先解一邊在兩角之內者曰甲乙丙角形之甲乙丙甲丙乙兩角與丁戊巳角形之丁戊巳丁巳戊兩角各等在兩角內之乙丙邊與戊巳邊又等題言甲乙與丁戊兩邊甲丙與丁巳兩邊各等而乙甲丙角與戊丁巳角亦等

論曰如云兩邊不等而丁戊大于甲乙令于丁戊線截取庚戊與甲乙等（本篇三）次自庚至巳作直線即庚戊巳角形之庚戊戊巳兩邊宜與甲乙乙丙兩邊等矣夫乙角與戊角元等則甲丙與庚巳宜等（本篇四）而庚巳戊角與甲丙乙角宜亦等也（本篇四）既設丁巳戊與甲丙乙兩

角等。今又言庚巳戊、與甲丙乙、兩角等。是庚巳戊與丁巳戊亦等。全與其分等矣。本篇公論九以此見



兩邊必等。兩邊既等。則餘一角亦等

後解相等邊不在兩角之内。而在一角之對者。曰甲乙丙角形之乙角丙角、與丁戊巳角形之戊角丁巳戊角、各等。而對丙之甲乙邊、與對巳之丁戊邊又等。題言甲丙與丁巳、兩邊丙乙與巳戊、兩邊各等。而甲角與戊丁巳角亦等

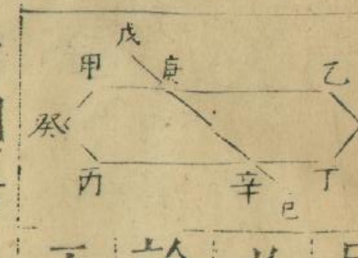
論曰。如云兩邊不等。而戊巳大于乙丙。令于戊巳線截取戊庚與乙丙等。本篇三次自丁至庚作直線。即丁戊庚角形之丁戊戊庚、兩邊宜與甲乙乙丙、兩邊等矣。夫乙角與戊角、元等。則甲丙與丁庚宜等。本篇四而丁庚戊角與甲丙乙角宜亦等也。既設丁巳戊與甲丙乙兩角等。今又言丁庚戊與甲丙乙、兩角等。是丁庚戊外角與相對之丁巳戊内角等矣。本篇十六可乎。以此見兩邊必等。兩邊既等。則餘一角亦等

第二十七題

兩直線有他直線交加其上。若内相對兩角等。即兩直線必平行。

解曰。甲乙丙丁、兩直線加他直線戊巳交于庚于辛。而

甲庚辛、與丁辛庚、兩角等、題言甲乙丙丁、兩線



必平行

論曰、如云不然、則甲乙丙丁、兩直線、必至相遇

于壬、而庚辛壬成三角形、則甲庚辛外角、宜大

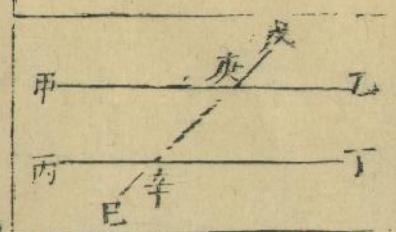
于相對之庚辛壬內角矣本篇十六乃先設相等乎、若設乙

庚辛角、與丙辛庚角、等、亦依此論、若言甲乙丙丁、兩直

線相遇于癸、亦依此論、

第二十八題 二支

兩直線、有他直線交加其上、若外角與同方相對之內角等、或同方兩內角與兩直角等、即兩直線必平行



先解曰、甲乙丙丁、兩直線、加他直線戊己、交于

庚于辛、其戊庚甲外角、與同方相對之庚辛丙

內角、等、題言甲乙丙丁、兩線必平行

論曰、乙庚辛角、與相對之內角丙辛庚等本篇廿七

戊庚甲、與乙庚辛、兩交角亦等本篇十五即兩直線必平行

後解曰、甲庚辛、丙辛庚、兩內角、與兩直角等、題言甲乙

丙丁、兩線必平行

論曰、甲庚辛丙辛庚兩角、與兩直角等、而甲庚戊、甲庚

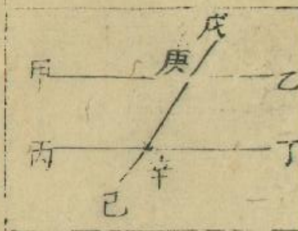
辛、兩角、亦與兩直角等本篇十三試減同用之甲庚辛、即所

存甲庚戊、與丙辛庚等矣、既外角與同方相對之內角

等。即甲乙、丙丁、必平行（本題）

第二十九題　三支

兩平行線。有他直線交加其上。則內相對兩角。必等。外角與同方相對之內角。亦等。同方兩內角。亦與兩直角等



先解曰。此反前二題。故同前圖。有甲乙、丙丁、二平行線。加他直線戊己。交于庚于辛。題言甲庚辛、與丁辛庚內相對兩角必等

論曰。如云不然。而甲庚辛大于丁辛庚。則丁辛庚加辛庚乙。宜小于辛庚甲、加辛庚乙矣（公論四）夫辛庚甲、辛庚乙兩直角等（本篇十三）據如彼論。則丁辛庚、辛庚乙兩角小于兩直角。而甲乙、丙丁、兩直線向乙丁行。必相遇也（公論十一）可謂平行線乎

次解曰。戊庚甲外角。與同方相對之庚辛丙內角。等

論曰。乙庚辛、與相對之丙辛庚兩內角等（本題）則乙庚辛交角相等之戊庚甲（本篇十五）與丙辛庚必等（公論一）

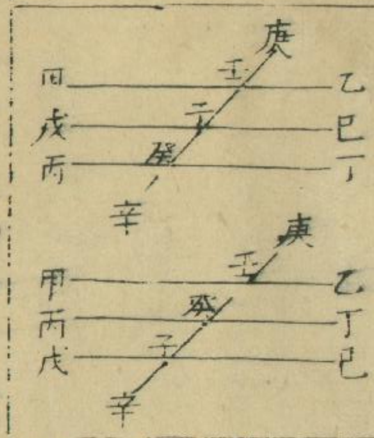
後解曰。甲庚辛、丙辛庚、兩內角。與兩直角等

論曰。戊庚甲、與庚辛丙、兩角既等（本題）而每加一甲庚辛角。則庚辛丙、甲庚辛、兩角。與甲庚辛、戊庚甲、兩角。必等（公論二）夫甲庚辛、戊庚甲、本與兩直角等（本篇十三）則甲庚辛、丙辛庚兩內角。亦與兩直角等

第三十題

兩直線與他直線平行則元兩線亦平行

解曰此題所指線在同面者不同面線後別有論如甲乙丙丁兩直線各與他線戊己平行題言甲乙與丙丁亦平行

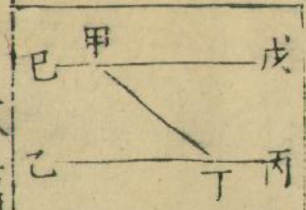


論曰試作庚辛直線交加于三直線甲乙于壬戊己于子丙丁于癸其甲乙與戊己既平行卽甲壬子與相對之己子壬兩內角等本篇廿九丙丁與戊己旣平行卽丁癸子內角與己子壬外角亦等本篇廿九丁癸子與甲壬子亦爲相對之內角亦等一公論而甲乙丙丁爲平行線本篇廿七

第三十一題

一點上求作直線與所設直線平行

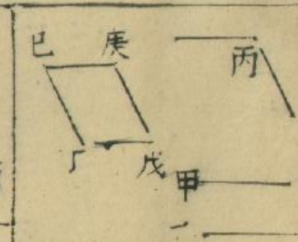
法曰甲點上求作直線與乙丙平行先從甲點向乙丙線任指一處作直線爲甲丁卽乙丙線上成甲丁乙角次于甲點上作一角與甲丁乙等本篇廿三爲戊甲丁從戊甲線引之至己卽己戊與乙丙平行

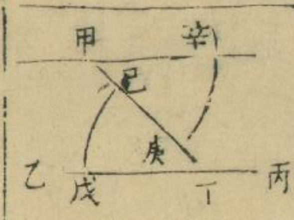


論曰戊己乙丙兩線有甲丁線聯之其所作戊甲丁與甲丁乙相對之兩內角等卽平行線本篇廿七

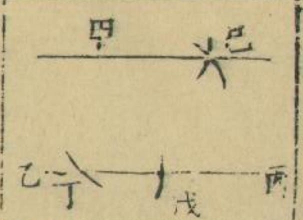
增。從此題生一用法。設一角、兩線、求作有法四邊形。有角與所設角等、兩兩邊線與所設線等

法曰。先作巳丁戊角、與丙等。次截丁戊線與甲等。巳丁線、與乙等。末依丁戊平行、作巳庚、依巳丁平行、作庚戊、即所求





本題用法。于甲點求作直線、與乙丙平行。先作甲丁線。次以丁為心、任作戊巳圜界。次用元度、以甲為心、作庚辛圜界、稍長于戊巳。次取戊巳圜界為度、于庚辛圜界截取庚辛。末自甲至辛作直線、各引長之、即所求

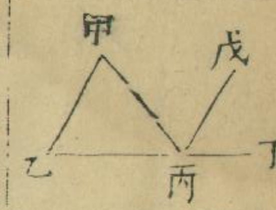


又用法。以甲點為心。于乙丙線近乙處、任指一點、作短界線、為丁。次用元度、以丁為心。于乙丙上。向丙截取一分、作短界線、為戊。次用元度、以戊為心。向上與甲平處、作短界線。又用元度。以甲為心。向甲平處、作短界線。後兩界線交處、為巳。自甲至巳作直線、各引長之、即所求

第三十二題 二支

凡三角形之外角、與相對之內兩角并等。凡三角形之內三角并、與兩直角等

先解曰。甲乙丙角形、試從乙丙邊、引至丁。題言甲丙丁

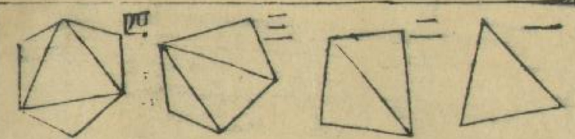


外角與相對之內兩角甲、乙、并等

論曰試作戊丙線與甲乙平行本篇三一令甲丙爲甲乙戊丙之交加線則乙甲丙角與相對之甲丙戊角等本篇廿九又乙丁線與兩平行線相遇則戊丙丁外角與相對之甲乙丙內角等本篇廿九既甲丙戊與乙甲丙等而戊丙丁與甲乙丙又等則甲丙丁外角與內兩角甲、乙、并等矣

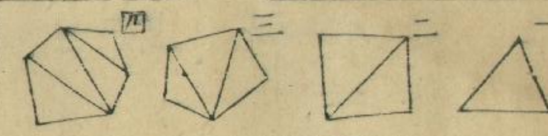
又解曰甲、乙、丙、三角并與兩直角等

論曰既甲丙丁角與甲、乙、兩角并等更于甲丙丁加甲丙乙則甲丙丁、甲丙乙、兩角并與甲、乙、丙、內三角并等矣公論二夫甲丙丁、甲丙乙、并元與兩直角等本篇十三則甲、乙、丙、內三角并亦與兩直角等

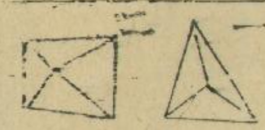


增從此推知凡第一形當兩直角第二形當四直角第三形當六直角自此以上至于無窮每命形之數倍之爲所當直角之數凡一線二線不能爲形故三邊爲第一形四邊爲第二形五邊爲第三形六邊爲第四形倣此以至無窮又視每形邊數減二邊即所存邊數是本形之數

論曰如上四圖第一形三邊減二邊存一邊即是本形一數倍之當兩直角本題第二形四邊減二邊存二邊即是本形二數倍之當四直角欲顯此理試

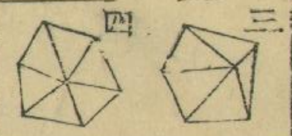


以第二形作一對角線成兩三角形每形當兩直角并之則當四直角矣第三形五邊減二邊存三邊即是本形三數倍之當六直角欲顯此理試以第三形作兩對角線成三三角形每形當兩直角并之亦當六直角矣其餘依此推顯以至無窮



又一法每形視其邊數每邊當兩直角而減四直角其存者即本形所當直角

論曰欲顯此理試于形中任作一點從此點向各角俱作直線令每形所分角形之數如其邊數每一分形三角當二直角（本題）其近點之處不論幾角皆當四直角（本篇十五之系）次減近點諸角即是減四直角其存者則本形所當直角如上第四形六邊中間任指一點從點向各角分為六三角形每一分形三角六形共十八角今于近點處減當四直角之六角所存近邊十二角當八直角餘倣此

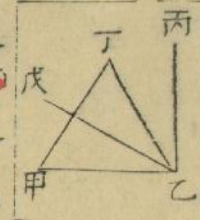


一系凡諸種角形之三角并俱相等（本題增）

二系凡兩腰等角形若腰間直角則餘兩角每當直角之半腰間鈍角則餘兩角俱小于半直角腰間銳角則餘兩角俱大于半直角

三系。平邊角形，每角當直角三分之二。

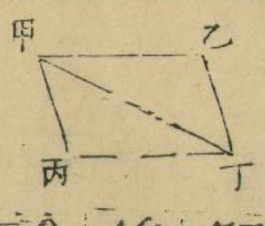
四系。平邊角形，若從一角向對邊作垂線，分為兩角形，此分形各有一直角在垂線之下兩旁，則垂線之上兩旁角，每當直角三分之一。其餘兩角，每當直角三分之二。



增。從三系可分一直角為三平分。其法任于一邊立平邊角形。次分對直角一邊為兩平分。從此邊對角作垂線，即所求。如上圖，甲乙丙直角，求三分之，先于甲乙線上作甲乙丁平邊角形。本篇一 次平分甲丁于戊。本篇九 末作乙戊直線。

第三十三題

兩平行相等線之界，有兩線聯之，其兩線亦平行，亦相等。



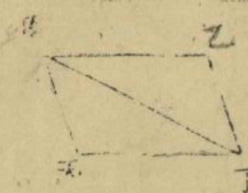
解曰：甲乙、丙丁，兩平行相等線，有甲丙、乙丁，兩線聯之。題言甲丙、乙丁亦平行相等線。

論曰：試作甲丁對角線，為甲乙、丙丁之交加線，即乙甲丁、丙丁甲相對兩內角等。本篇廿九 又甲丁線上下兩角形之甲乙、丙丁兩邊既等，甲丁同邊，則對乙甲丁角之乙丁線，與對丙丁甲角之甲丙線亦等。本篇廿九 而乙丁甲與丙甲丁兩角亦等也。本篇四 此兩角者，甲丙、乙丁之內相對角也。兩角既等，則甲丙、乙丁兩線必平行。本篇

廿七

第三十四題

凡平行線方形每相對兩邊線各等每相對兩角各等對角線分本形兩平分

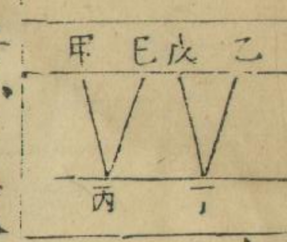


解曰甲乙丁丙平行方形界說三五題言甲乙與丙丁兩線甲丙與乙丁兩線各等又言乙與丙兩角乙甲丙與丙丁乙兩角各等又言若作甲丁對角線即分本形為兩平分

論曰甲乙與丙丁既平行則乙甲丁與丙丁甲相對之兩內角等本篇廿九甲丙與乙丁既平行則乙丁甲與丙甲丁相對之兩內角等本篇廿九甲乙丁角形之乙甲丁乙丁甲兩角與甲丁丙角形之丙丁甲丙甲丁兩角既各等甲丁同邊則甲乙與丙丁乙丁與甲丙俱等也而丙角與相對之乙角亦等矣本篇廿六又乙丁甲角加丙丁甲角與丙甲丁角加乙甲丁角既等即乙甲丙與丙丁乙相對兩角亦等也公論二又甲乙丁丙丁甲兩角形之甲乙乙丁兩邊與丁丙丙甲兩邊各等腰間之乙角與丙角亦等則兩角形必等本篇四而甲丁線分本形為兩平分

第三十五題

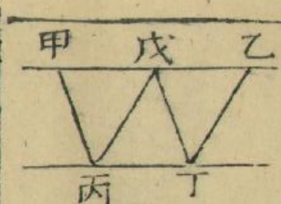
兩平行方形若同在平行線內又同底則兩形必等



解曰。甲乙丙丁、兩平行線內。有丙丁戊甲、與丙丁乙巳兩平行方形。同丙丁底。題言此兩形等。

等者。不謂腰等、角等。謂所函之地等。後言形等者、多倣此

先論曰。設巳在甲戊之內。其丙丁戊甲、與丙丁乙巳。皆平行方形。丙丁同底。則甲戊、與丙丁。巳乙、與丙丁。各相對之兩邊各等（本篇三四）而甲戊、與巳乙、亦等（一公論）試于甲戊巳乙兩線。各減巳戊。即甲巳、與戊乙、亦等（三公論）而甲丙、與戊丁、元等（本篇三四）乙戊丁外角、與巳甲丙內角、又等（本篇廿九）則乙戊丁、與巳甲丙、兩角形必等矣（本篇四）次于兩角形。每加一丙丁戊巳無法四邊形。則丙丁戊甲、與丙丁乙巳、兩平行方形等也（二公論）



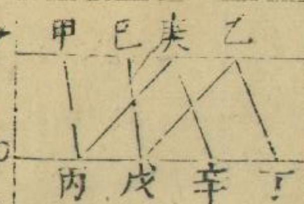
次論曰。設巳戊、同點。依前甲戊、與戊乙、等。乙戊丁、與戊甲丙、兩角形等（本篇四）而每加一戊丁丙角形。則丙丁戊甲、與丙丁乙戊、兩平行方形必等（二公論）

後論曰。設巳點在戊之外、而丙巳、與戊丁、兩線交于庚。依前甲戊、與巳乙、兩線等。而每加一戊巳線。即戊乙、與甲巳、兩線亦等（二公論）因顯巳甲丙、與乙戊丁、兩角形亦等（本篇四）次每減一巳戊

庚角形。則所存戊庚丙甲、與乙巳庚丁、兩無法四邊形亦等三公論　次于兩無法形。每加一庚丁丙角形。則丙丁戊甲、與丙丁乙巳兩平行方形必等二公論

第三十六題

兩平行線內。有兩平行方形。若底等。則形亦等



解曰。甲乙、丙丁、兩平行線內。有甲丙戊巳、與辛丁乙庚、兩平行方形。而丙戊、與辛丁、兩底等。言兩形亦等

論曰。試自丙至庚。戊至乙。各作直線相聯。其丙戊與各與辛丁等。則丙戊、與庚乙、亦等本篇卅四庚乙、與丙戊、既平行線。則庚丙、與乙戊、亦平行線本篇卅三而甲丙戊巳、與庚丙戊乙、兩平行方形。同丙戊底者。等矣本篇三五庚辛丁乙、與庚丙戊乙、兩平行方形。同庚乙底者。亦等矣本篇三五既爾。則庚辛丁乙、與甲丙戊巳、亦等一公論

第三十七題

兩平行線內。有兩三角形。若同底。則兩形必等

解曰。甲乙、丙丁、兩平行線內。有甲丙丁、乙丙丁、兩角形。同丙丁底。題言兩形必等

論曰。試自丁至戊。作直線。與甲丙平行。次自丁

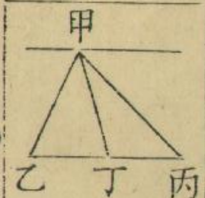
至巳。作直線。與乙丙平行。本篇三一夫甲丙丁戊乙丙丁巳兩平行方形。在甲乙丙丁兩平行線內。同丙丁底。既等本篇三五則甲丙丁角形爲甲丙丁戊方形之半。與乙丙丁角形爲乙丙丁巳方形之半者甲丁乙丁兩對角線。平分兩方形。見本篇卅四亦等公論七

第三十八題

兩平行線內。有兩三角形。若底等。則兩形必等

解曰。甲乙丙丁兩平行線內。有甲丙戊與乙巳丁兩角形。而丙戊與巳丁兩底等。題言兩形必等

論曰。試自庚至戊。辛至丁。各作直線。與甲丙乙巳平行本篇卅一其甲丙戊庚與乙巳丁辛兩平行方形既等本篇卅六則甲丙戊與乙巳丁兩角形爲兩方形之半者本篇卅四亦等公論七



增。凡角形。任于一邊兩平分之。向對角作直線。即分本形爲兩平分

論曰。甲乙丙角形。試以乙丙邊兩平分于丁本篇十自丁至甲作直線。即甲丁線分本形爲兩平分。何者。試于甲角上作直線。與乙丙平行本篇卅一則甲乙丁甲丁丙兩角形在兩平行線內。兩底等。兩形亦等本題

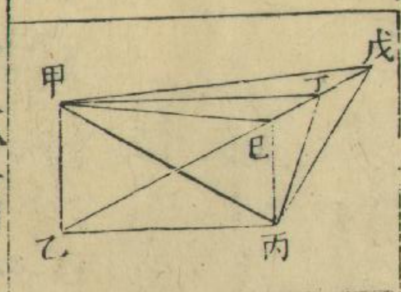
二增題。凡角形。任于一邉。任作一點。求從點分本形爲兩平分

法曰。甲乙丙角形。從丁點求兩平分。先自丁至相對甲角。作甲丁直線。次平分乙丙線于戊（本篇十）作戊巳線。與甲丁平行（本篇卅一）末作巳丁直線。即分本形爲兩平分

論曰。試作甲戊直線。即甲戊巳。巳丁戊。兩角形。在兩平行線內。同巳戊底者等。而每加一巳戊丙形。則巳丁丙。與甲戊丙。兩角形亦等（公論二）夫甲戊丙爲甲乙丙之半（本題增）則巳丁丙亦甲乙丙之半

第三十九題

兩三角形。其底同。其形等。必在兩平行線內



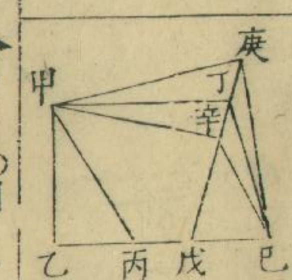
解曰。甲乙丙。與丁乙丙。兩角形之乙丙底同。其形復等。題言在兩平行線內者。葢云自甲至丁。作直線。必與乙丙平行

論曰。如云不然。令從甲別作直線。與乙丙平行（本篇卅一）必在甲丁之上。或在其下矣。設在上。爲甲戊。而乙丁線引出至戊。即作戊丙直線。是甲乙丙。宜與戊丙乙兩角形等矣（本篇卅七）夫甲乙丙。與丁乙丙。旣等。而與戊丙乙。復等。是全與其分等也（公論九）設在甲丁下。爲甲巳。

卽作巳丙直線。是巳丙乙與丁丙乙亦等。如前駁之

第四十題

兩三角形。其底等。其形等。必在兩平行線內

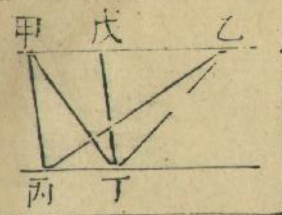


解曰。甲乙丙與丁戊巳兩角形之乙丙與戊巳兩底等。其形亦等。題言在兩平行線內者。盖云自甲至丁。作直線。必與乙巳平行

論曰。如云不然。令從甲別作直線。與乙巳平行（本篇卅一）必在甲丁之上。或在其下矣。設在上。爲甲庚。而戊丁線引出至庚。卽作庚巳直線。是甲乙丙。宜與庚戊巳兩角形等矣（本篇三八）夫甲乙丙與丁戊巳。旣等。而與庚戊巳復等。是全與其分等也（公論九）設在甲丁下。爲甲辛。卽作辛巳直線。是辛戊巳與丁戊巳亦等。如前駁之

第四十一題

兩平行線內。有一平行方形。一三角形。同底。則方形倍大于三角形

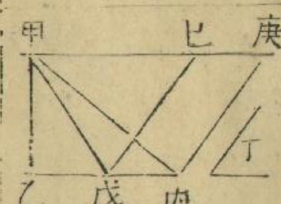


解曰。甲乙丙丁。兩平行線內。有甲丙丁戊方形。乙丁丙角形。同丙丁底。題言方形倍大于角形

論曰。試作甲丁直線。分方形爲兩平分。則甲丙丁與乙丁丙兩角形等矣（本篇卅七）夫甲丙丁倍大于甲丙丁（本篇卅三）必倍大于乙丁丙

第四十二題

有三角形。求作平行方形。與之等。而方形角。有與所設角等



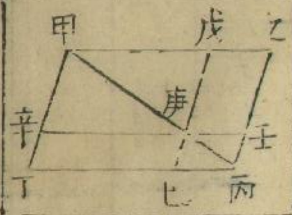
法曰。設甲乙丙角形。丁角。求作平行方形。與甲乙丙角形等。而有丁角。先分一邊爲兩平分。如乙丙邊。平分于戊 本篇十 次作丙戊己角。與丁角等 本篇廿三 次自甲作直線。與乙丙平行 本篇卅一 而與戊己線遇于己。末自丙作直線。與戊己平行。爲丙庚 本篇卅一 而與甲己線遇于庚。則得己戊丙庚平行方形。與甲乙丙角形等

論曰。試自甲至戊作直線。其甲戊丙角形。與己戊丙庚平行方形。在兩平行線內。同底。則己戊丙庚。倍大于甲戊丙矣 本篇四一 夫甲乙丙。亦倍大于甲戊丙 本篇卅八增 即與己戊丙庚等 公論六

第四十三題

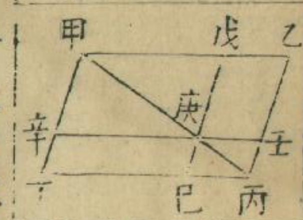
凡方形對角線旁。兩餘方形。自相等

解曰。甲乙丙丁方形。有甲丙對角線。題言兩旁之乙壬



庚戊與庚己丁辛。兩餘方形 界說卅六 必等

論曰。甲乙丙甲丙丁。兩角形等 本篇卅四 甲戊庚甲庚辛。兩角形亦等 本篇卅四 而于甲乙丙。減甲戊庚。

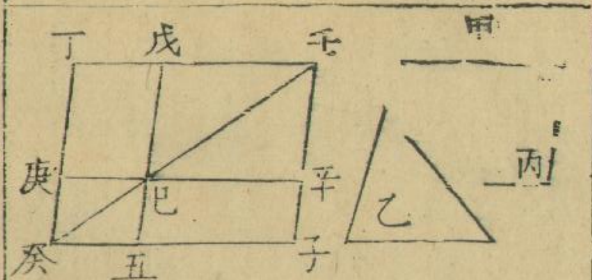


于甲丙丁、減甲庚辛。則所存乙丙庚戊與庚丙丁辛兩無法四邊形亦等矣（公論三）又庚壬丙巳角線方形之庚丙巳庚丙壬、兩角形等（本篇三四）而于兩無法四邊形、每減其一。則所存乙壬庚戊與庚巳丁辛兩餘方形、安得不等（公論三）

第四十四題

一直線上。求作平行方形。與所設三角形等。而方形角有與所設角等

法曰。設甲線。乙角形。丙角。求于甲線上作平行方形。與乙角形等。而有丙角。先作丁戊巳庚平行方形。與乙角



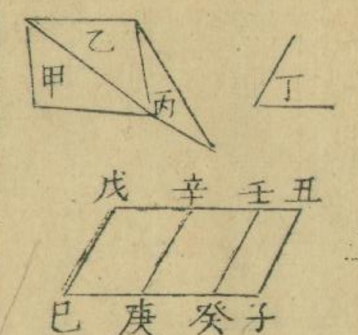
形等。而戊巳庚角與丙角等（本篇四二）次于庚巳線引長之。作巳辛線與甲等。次作辛壬線、與戊巳平行（本篇三一）次于丁戊引長之。與辛壬線遇于壬。次自壬至巳。作對角線。引出之。又自丁庚引長之。與對角線遇于癸。次自癸作直線、與庚辛平行。又于壬辛引長之。與癸線遇于子。末于戊巳引長之、至癸子線得丑。即巳丑子辛平行方形、如所求

論曰。此方形之巳辛線與甲等。而辛巳丑角、為戊巳庚之交角（本篇十五）則與丙等。又本形與戊巳庚丁、同為餘方

形等（本篇四三）則與乙角形等

第四十五題

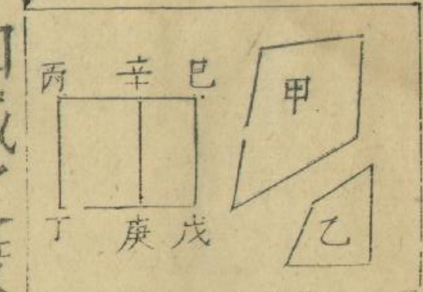
有多邊直線形。求作一平行方形、與之等。而方形角、有與所設角等



法曰。設甲乙丙五邊形。丁角。求作平行方形、與五邊形等。而有丁角。先分五邊形爲甲、乙、丙、三三角形。次作戊己庚辛平行方形。與甲等而有丁角（本篇四二）次于戊辛己庚兩平行線引長之。作庚辛壬癸平行方形。與乙等。而有丁角（本篇四四）末復引前線。作壬癸子丑平行方形。與丙等而有丁角（本篇四四）即此三形幷爲一平行方形。與甲、乙、丙、幷形等。而有丁角。自五以上。可至無窮。俱倣此法

論曰。戊己庚與辛庚癸、兩角等。而每加一己庚辛角。即辛庚癸、己庚辛、兩角。定與己庚辛、戊己庚、兩角等。夫己庚辛、戊己庚、是兩平行線內角。與兩直角等（本篇廿九）則己庚辛、辛庚癸、亦與兩直角等。而己庚、庚癸、爲一直線也（本篇十四）又戊辛庚與戊己庚、兩對角等。而辛壬癸、與辛庚癸、兩對角亦等。則戊己庚辛、庚辛壬癸、皆平行方形也（本篇卅四）壬癸子丑依此推顯（本篇三十）即與戊己癸壬幷爲一平行方形矣

增題。兩直線形、不等。求相減之較幾何

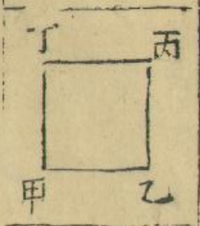


法曰。甲、與乙兩直線形甲大于乙。以乙減甲。求較幾何。先任作丁丙巳戊平行方形。與甲等。次于丙丁線上。依丁角、作丁丙辛庚平行方形、與乙等。本題即得辛庚戊巳。爲相減之較矣。何者。丁丙巳戊之大于丁丙辛庚。較餘一辛庚戊巳也。則甲大于乙。亦辛庚戊巳也

第四十六題

一直線上。求立直角方形

法曰。甲乙線上。求立直角方形。先于甲、乙兩界各立垂



線。爲丁甲。爲丙乙。皆與甲乙線等。本篇十一 次作丁丙線相聯。即甲乙丙丁爲直角方形

論曰。甲、乙、兩角。俱直角。則丁甲、丙乙爲平行線。本篇廿八 此兩線自相等。則丁丙與甲乙亦平行線。本篇三三 而甲乙丙丁四線俱平行。俱相等。又甲、乙俱直角。則相對丁、丙。亦俱直角。本篇卅四 而甲乙丙丁。定爲四直角方形

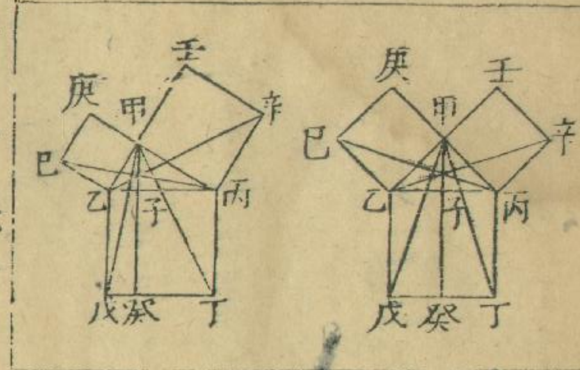
第四十七題

凡三邊直角形。對直角邊上所作直角方形。與餘兩邊上所作兩直角方形幷等

解曰。甲乙丙角形。于對乙甲丙直角之乙丙邊上作乙

丙丁戊直角方形本篇四六題言此形與甲乙邊上所作甲乙巳庚及甲丙邊上所作甲丙辛壬兩直角方形并等

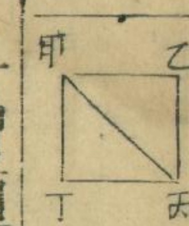
論曰。試從甲作甲癸直線。與乙戊丙丁平行本篇卅一分乙丙邊于子。次自甲至丁至戊。各作直線。末自乙至辛。自丙至巳。各



作直線。其乙甲丙與乙甲庚既皆直角。即庚甲甲丙是一直線本篇十四依顯乙甲甲壬亦一直線。又丙乙戊與甲乙巳既皆直角。而每加一甲乙丙角。即甲乙戊與丙乙巳兩角亦等公論二依顯甲丙丁與乙丙辛兩角亦等。又甲乙戊角形之甲乙。乙戊兩邊與丙乙巳角形之巳乙。乙丙兩邊等。甲乙戊與丙乙巳兩角復等。則對等角之甲戊與丙巳。兩邊亦等。而此兩角形亦等矣本篇四夫甲乙巳庚直角方形。倍大于同乙巳底同在平行線內之丙乙巳角形本篇四一而乙戊癸子直角形。亦倍大于同乙戊底同在平行線內之甲乙戊角形。則甲乙巳庚。不與乙戊癸子等乎公論六依顯甲丙辛壬直角方形。與丙丁癸子直角形等。則乙戊丁丙一形。與甲乙巳庚甲丙辛壬兩形并等矣

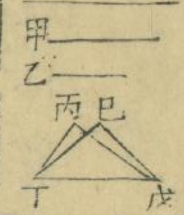
一增。凡直角方形之對角線上。作直角方形。倍大于

元形。如甲乙丙丁直角方形之甲丙線上作



直角方形。倍大于甲乙丙丁形

二增題。設不等兩直角方形。如一以甲為邊。一以乙為邊。求別作兩直角方形。自相等。而并之。又與元設兩形并等

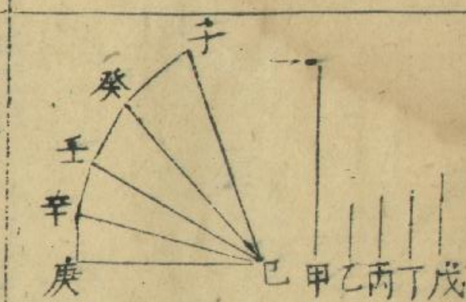


法曰。先作丙戊線與甲等。次作戊丙丁直角。而丙丁線與乙等。次作戊丁線相聯。末于丙丁戊角。丙戊丁角。各作一角。皆半于直角。巳戊丁兩腰遇于巳（公論十二）而等（本篇六）即巳戊。巳丁。兩線上所作兩直角方形。自相等。而并之。又與丙戊。丙丁。上所作兩直角方形并。并等

論曰。巳丁戊。巳戊丁。兩角。既皆半于直角。則丁巳戊為直角（本篇卅二）而對直角之丁戊線上所作直角方形。與兩腰線上所作兩直角方形并。并等矣（本題）巳戊與巳丁。既等。則其上所作兩直角方形。自相等矣。又丁戊線上所作直角方形。與丙丁。丙戊。線上所作兩直角方形并。既等。則巳戊。巳丁。上兩直角方形并。與丙戊丙丁。上兩直角方形并。亦等

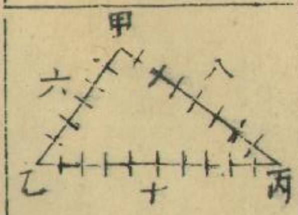
三增題。多直角方形。求并作一直角方形。與之等

法曰。如五直角方形。以甲。乙。丙。丁。戊。為邊。任等。不等。



求作一直角方形。與五形并等。先作巳庚辛直角。而巳庚線與甲等。庚辛線與乙等。次作巳辛線旋作巳辛壬直角。而辛壬與丙等。次作巳壬線旋作巳壬癸直角。而壬癸與丁等。次作巳癸線旋作巳癸子直角。而癸子與戊等。末作巳子線。題言巳子線上所作直角方形。即所求

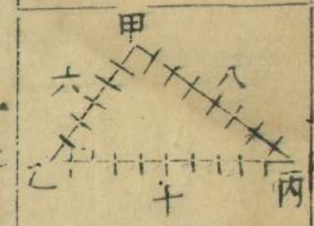
論曰。巳辛上作直角方形。與甲乙兩形并等本題。巳壬上作直角方形。與巳辛及丙兩形并等。餘倣此推顯。可至無窮



四增。三邊直角形。以兩邊求第三邊長短之

數

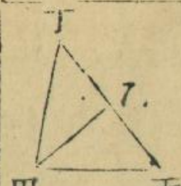
法曰。甲乙丙角形。甲為直角。先得甲乙、甲丙、兩邊長短之數。如甲乙六。甲丙八。求乙丙邊長短之數。其甲乙、甲丙上所作兩直角方形并。既與乙丙上所作直角方形等本題。則甲乙之冪自乘之數曰冪得三十六。甲丙之冪得六十四。并之得百。而乙丙之冪亦百。百開方得十。即乙丙數十也。又設先得甲乙、乙丙。如甲乙六。乙丙十。而求甲丙之數。其甲乙、甲丙上兩直角方形并。既與乙丙上直角方形等。則甲乙之冪得三



十六。乙丙之冪得百。百減三十六。得甲丙之冪六十四。六十四開方得八。即甲丙八也。求甲乙倣此　此以開方盡實者爲例。其不盡實者。自具筭家分法

第四十八題

此三角形之一邊上所作直角方形。與餘邊所作兩直角方形并等。則對一邊之角必直角



解曰。此反前題。如甲乙丙角形。其甲丙邊上所作直角方形。與甲乙、乙丙、邊上所作兩直角方形并等。題言甲乙丙角必直角

論曰。試于乙上作甲乙丁直角。而乙丁、與乙丙、兩線等。次作丁甲線相聯。其甲乙丁既直角。則甲丁上直角方形。與甲乙、乙丁、上兩直角方形并等本篇四七而甲乙、乙丁、上兩直角方形并。與甲乙、乙丙、上兩直角方形并。又等甲乙同。乙丁、乙丙等故即丁甲上直角方形。與甲丙上直角方形必等。夫甲乙丁角形之甲乙、乙丁、兩腰。與甲乙、乙丙角形之甲乙、乙丙、兩腰既等。而丁甲、甲丙、兩底又等。則對底線之兩角亦等本篇八甲乙丁既直角。即甲乙丙亦直角

幾何原本第一卷終

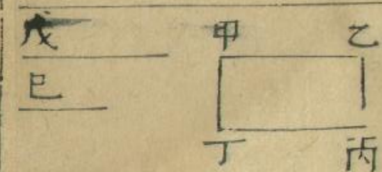
幾何原本第二卷之首

泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啟筆受

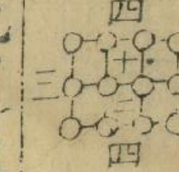
界說二則

第一界

凡直角形之兩邊函一直角者爲直角形之矩線



如甲乙偕乙丙函甲乙丙直角得此兩邊卽知直角形大小之度今別作戊線己線與甲乙乙丙各等亦卽知甲乙丙丁直角形大小之度則戊偕己兩線爲直角形之矩線



此例與筭法通。如上圖。一邊得三。一邊得四。相乘得十二。則三偕四兩邊爲十二之矩數

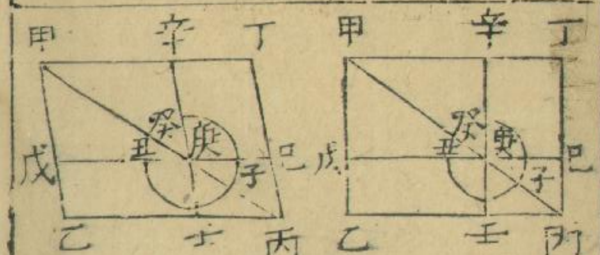
凡直角諸形之內四角皆直。故不必更言四邊及平行線。止名爲直角形。省文也

凡直角諸形不必全舉四角。止舉對角二字。卽指全形。如甲乙丙丁直角形。止舉甲丙或乙丁。亦省文也

第二界

諸方形有對角線者。其兩餘方形任偕一角線方形爲罄折形

甲乙丙丁方形。任直斜角。作甲丙對角線。從庚點作戊巳、辛壬兩線。與方形邊平行。而分本形爲四方形。其辛巳、庚乙兩形爲餘方形。辛戊、巳壬兩形爲角線方形（一卷界說三六）兩餘方形任偕一角線方形。爲罄折形。如辛巳、庚乙兩餘方形偕巳壬角線方形。同在癸子丑圜界內者。是癸子丑罄折形也。用辛戊角線方形倣此



幾何原本第二卷之首終

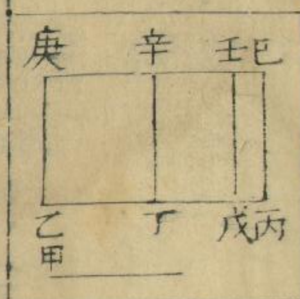
幾何原本第二卷　本篇論線　計十四題

泰西利瑪竇口譯

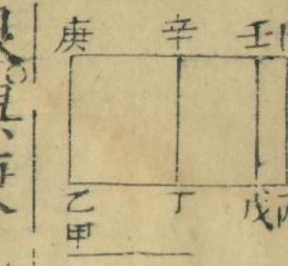
吳淞徐光啓筆受

第一題

兩直線。任以一線、任分爲若干分。其兩元線矩內直角形與不分線、偕諸分線矩內諸直角形并、等



解曰。甲、與乙丙、兩線。如以乙丙三分之、爲乙丁、丁戊、戊丙、題言甲偕乙丙、矩線內直角形與甲偕乙丁、甲偕丁戊、甲偕戊丙、三矩線內直角形并等



論曰。試作乙巳直角形。在乙丙偕等甲之巳丙矩線內（作法。于乙界作庚乙。丙界作巳丙兩垂線。俱與甲等。為平行。次作庚巳直線。與乙丙平行）。次于丁戊兩點作辛丁、壬戊兩垂線。與庚乙、巳丙平行（一卷卅三）。其辛丁、與庚乙。壬戊與巳丙。既平行。則辛丁與壬戊亦平行。而辛丁、壬戊與巳丙等。即亦與甲等（一卷卅四）。如此則乙辛直角形。在甲偕乙丁矩線內。丁壬直角形。在甲偕丁戊矩線內。戊巳直角形。在甲偕戊丙矩線內。并之則三矩內直角形。與甲偕乙丙兩元線矩內直角形等。

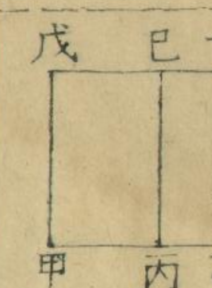
注曰。二卷前十題。皆言線之能也（能者。謂其上能為直角形也。如十尺線。其上能為百尺方形之類）。其說與筭數最近。故九卷之十四題。俱以數明此十題之理。今未及詳。因題意難顯。畧用數明之。如本題設兩數當兩線。為六為十。以十任三分之。為五為三為二。六乘十為六十之一大實。與六乘五為三十。及六乘三為十八。六乘二為十二之三小實并等。

第二題

一直線任兩分之。其元線上直角方形。與元線偕兩分線兩矩內直角形并等。

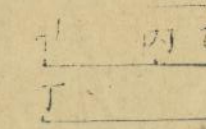
解曰。甲乙線任兩分于丙。題言甲乙上直角方形。與甲

乙偕甲丙、甲乙偕丙乙、兩矩線內直角形幷



等

論曰。試于甲乙線上。作甲丁直角方形。從丙點作巳丙垂線。與甲戊、乙丁、平行。卅一卷一 其甲戊與甲乙既等。卅四卷一 則甲巳直角形。在甲乙、甲丙、矩線內。乙丁與甲乙、既等。則丙丁直角形。在甲乙、丙乙、矩線內。而此兩形幷。與甲丁直角方形等

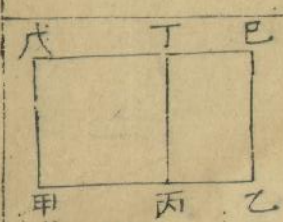


又論曰。試別作丁線。與甲乙等。其甲乙線既任分于丙。則甲乙偕丁、矩線內直角形。即甲乙上直角方形 與甲丙偕丁、丙乙偕丁、兩矩線內直角形幷、等 一本篇

注曰。以數明之。設十數。任兩分之。爲七爲三。十乘七爲七十、及十乘三爲三十。之兩小實。與十自之百一大羃等

第三題

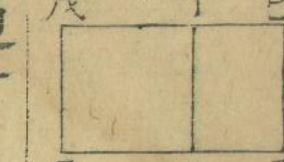
一直線任兩分之。其元線任偕一分線矩內直角形。與分餘線偕一分線矩內直角形、及一分線上直角方形幷等

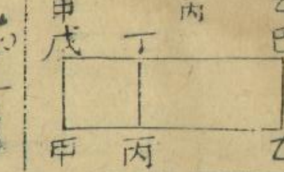


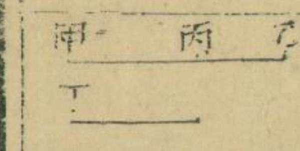
解曰。甲乙線任兩分于丙。題言元線甲乙任偕一分線如甲丙、矩內直角形 不論甲丙爲長分爲短分 與分餘丙乙偕甲丙、矩線內直角形

及甲丙上直角方形并等

論曰試作甲丁直角方形從乙界作乙巳垂線與甲戊平行一卷卅一而于戊丁引長之遇于巳其甲戊與甲丙等則甲巳直角形在元線甲乙借一分線甲丙矩內丙丁與甲丙等則丙巳直角形在一分線甲丙借分餘線丙乙矩內而甲巳直角形與甲丙丙乙矩線內丙巳直角形及甲丙上甲丁直角方形并等







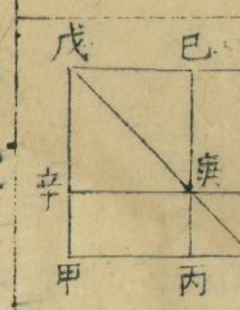
又論曰試別作丁線與一分線甲丙等其甲乙線既任分于丙則甲乙借丁矩線內直角形即甲乙借甲丙矩線內直角形與丁借丙乙即甲丙借丙乙丁借甲丙即甲丙上直角方形兩矩線內直角形并等本篇一

注曰以數明之設十數任兩分之爲七爲三如前圖則十乘七爲七十與七乘三之實二十一及七自之冪四十九并等如後圖十乘三爲三十與七乘三之實二十一及三之冪九并等

第四題

一直線任兩分之其元線上直角方形與各分上兩直角方形及兩分互借矩線內兩直角形并等

解曰甲乙線任兩分于丙題言甲乙線上直角方形與



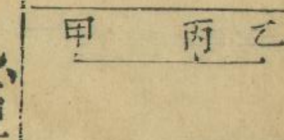
甲丙、丙乙線上兩直角方形、及甲丙、偕丙乙、丙乙偕甲丙、矩線內兩直角形并等

論曰、試于甲乙線上、作甲丁直角方形、次作乙戊對角線、次從丙作丙巳線、與乙丁平行、遇對角線于庚、末從庚作辛壬線、與甲乙平行、而分本形為四直角形、卽甲乙戊角形之甲乙、甲戊兩邊等、而甲乙戊與甲戊乙兩角亦等 一卷五 夫甲乙戊形之三角并、與兩直角等 一卷卅二 而甲為直角、卽甲乙戊、甲戊乙、皆半直角 一卷卅二之二系 依顯丁乙戊角形之丁乙戊、丁戊乙、兩角、亦皆半直角、則戊巳庚外角與內角丁、等為直角 一卷廿九 而巳戊庚既半直角、則巳庚戊等為半直角矣、角既等、則巳庚、巳戊兩邊亦等 一卷六 庚辛、辛戊、亦等 一卷卅四 而辛巳為直角方形也、依顯丙壬亦直角方形也、又庚辛、與甲丙、兩對邊等 一卷卅四 而乙丙、與庚丙、俱為直角方形邊亦等、則辛巳為甲丙線上直角方形、丙壬為丙乙線上直角方形也、又甲庚及庚丁、兩直角形、各在甲丙、丙乙、矩線內也、則甲丁直角方形、與甲丙、丙乙、兩線上兩直角方形及兩線矩內兩直角形并等矣

系、從此推知、凡直角方形之角線形、皆直角方形

又論曰、甲乙線、既任分于丙、則元線甲乙上直角方形、

與元線偕各分線矩內兩直角形并等本篇二又甲

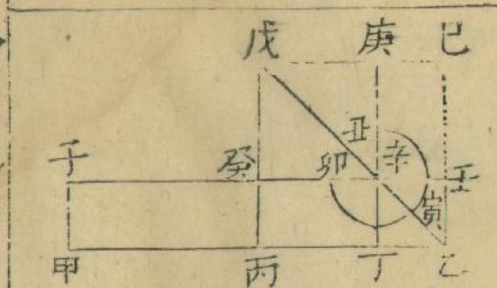


乙偕甲丙矩線內直角形與甲丙偕丙乙矩線內直角形及甲丙上直角方形并等本篇三乙矩線內直角形與丙乙偕甲丙矩線內直角形及丙乙上直角方形并等本篇三則甲乙上直角方形與甲丙丙乙上兩直角方形及甲丙偕丙乙矩線內兩直角形并等

注曰以數明之設十數任兩分之為七為三十之冪百與七之冪四十九三之冪九及三七互乘之實兩二十一并等

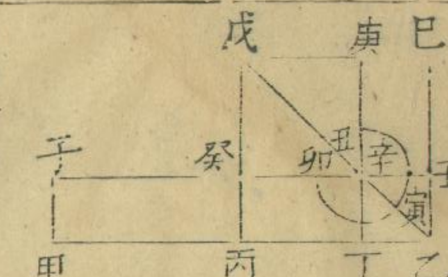
第五題

一直線兩平分之又任兩分之其任兩分線矩內直角形及分內線上直角方形并與平分半線上直角方形等



解曰甲乙線兩平分于丙又任兩分于丁其丙丁為分內線丙丁線者丙乙所以大于丁乙之較又甲丁所以大于甲丙之較故曰分內線題言甲丁丁乙矩線內直角形及分內線丙丁上直角方形并與丙乙線上直角方形等

論曰試于丙乙線上作丙己直角方形次作乙戊對角線從丁作丁庚線與乙己平行遇對角線于辛次從辛



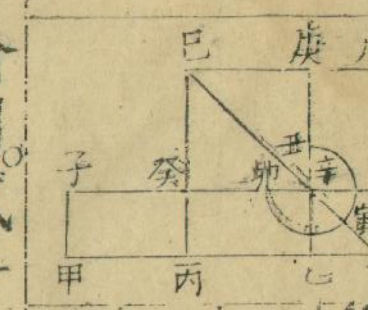
作壬癸線。與丙乙平行。次從甲作甲子線。與丙戊平行。末從壬癸線引長之。遇于子。夫丁壬癸庚。皆直角方形。（本篇四之系）而辛丁與丁乙兩線等。（一卷卅四）癸辛與丙丁兩線等。則甲辛直角形。在任分之甲丁丁乙矩線內。而癸庚為分內線丙丁上直角方形也。今欲顯甲辛直角形及癸庚直角方形并。與丙巳直角方形等者。于丙辛辛巳相等之兩餘方形（一篇四三）每加一丁壬直角方形。即丙壬及丁巳兩直角形等矣。而甲癸與丙壬兩形同在平行線內。又底等。即形亦等。（一卷卅六）則甲癸與丁巳亦等也。即又每加一丙辛直角形。則丑寅卯磬折形。豈不與甲辛等。次于磬折形。又加一癸庚直角方形。豈不與丙巳直角方形等也。而甲辛癸庚兩形并。亦與丙巳等也。則甲丁丁乙矩線內直角形。及丙丁上直角方形并。與丙乙上直角方形等。

注曰。以數明之。設十數。兩平分之各五。又任分之。為八為二。則三為分內數。（三者。五所以大于二之較。又八所以大于五之較。）二八之實十六。三之羃九。與五之羃二十五等。

第六題

一直線。兩平分之。又任引增一直線。共為一全線。其全線

偕引增線矩內直角形及半元線上直角方形幷。與半元線偕引增線上直角方形等



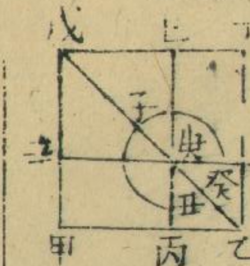
解曰。甲乙線兩平分于丙。又從乙引長之。增乙丁。與甲乙通為一全線。題言甲丁、偕乙丁、矩線內直角形及半元線丙乙上直角方形、幷。與丙丁上直角方形等

論曰。試于丙丁上、作丙戊直角方形。次作丁巳對角線從乙作乙庚線。與丁戊平行。遇對角線于辛。次從辛、作壬癸線與丙丁平行。次從甲、作甲子線。與丙巳平行。末從壬癸線引長之。遇于子。夫乙壬、癸庚皆直角方形本篇四之系而乙丁、與丁壬、兩線等一卷卅四癸辛、與丙乙、兩線等。則甲壬直角形。在甲丁、偕乙丁、矩線內。而癸庚為丙乙上直角方形也。今欲顯甲壬直角形及癸庚直角方形幷。與丙戊直角方形等者。試觀甲癸與丙辛、兩直角形同在平行線內。又底等。即形亦等一卷卅六而丙辛與辛戊等一卷四三則辛戊與甲癸、亦等。即又每加一丙壬直角形則丑寅卯磬折形。與甲壬等。夫磬折形。加一癸庚形本與丙戊直角方形等也。即甲壬、癸庚兩形幷。亦與丙戊等也。則甲丁、乙丁、矩線內直角形、及丙乙上直角方形、幷。豈不與丙丁上直角方形等

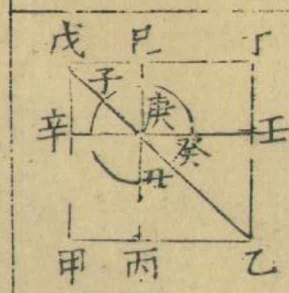
注曰。以數明之。設十數。兩平分之。各五。又引增二。共十二。二乘之為二十四。及五之冪二十五。與七之冪四十九等。

第七題

一直線。任兩分之。其元線上及任用一分線上兩直角方形。并與元線偕一分線矩內直角形二。及分餘線上直角方形。并等。

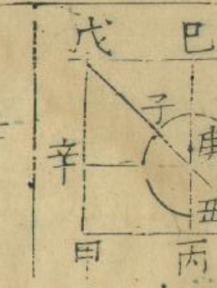


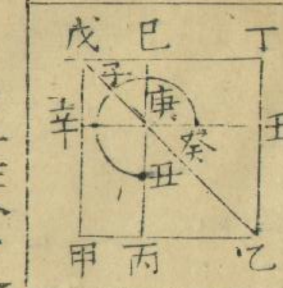
解曰。甲乙線。任分於丙。題言元線甲乙上及任用一分線如甲丙上兩直角方形。并（不論甲丙為長分為短分）與甲乙偕甲丙矩內直角形二。及分餘線丙乙上直角方形。并等。



論曰。試於甲乙上。作甲丁直角方形。次作乙戊對角線。從丙作丙巳線。與乙丁平行。遇對角線於庚。末從庚作辛壬線。與甲乙平行。夫辛巳丙壬、皆直角方形（本篇四之系）而辛庚與甲丙等（一卷卅四）。卽辛巳為甲丙上直角方形也。又甲戊與甲乙等。卽甲巳直角形在甲乙偕甲丙矩線內也。又戊丁、丁壬、與甲乙、甲丙、各等。卽辛丁直角形。亦在甲乙偕甲丙矩線內也。夫甲巳、巳壬、兩直角形（卽癸子丑磬折形）及丙壬直角方形。并。本與甲丁直角方形等。今於甲巳辛丁、兩直角形。并加一。丙壬

直角方形。即與甲丁直角方形。加一辛巳直角方形等矣。則甲丙矩線內直角形二及丙乙上直角方形。并與甲乙上直角方形及甲丙上直角方形。并等也



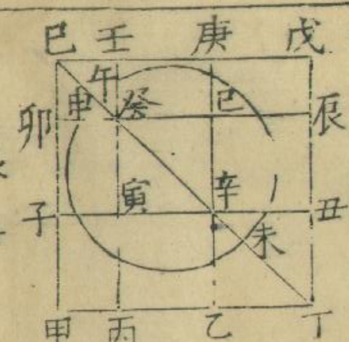


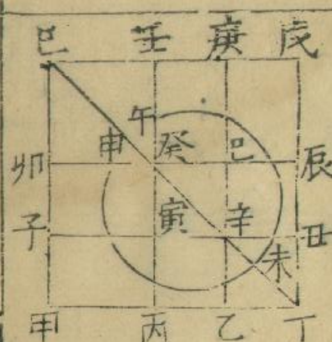
注曰。以數明之。設十數。任分之為六。為四。如前圖。十之冪百。及六之冪三十六。并與十六互乘之兩實百二十。及四之冪十六等。如後圖。十之冪百。及四之冪十六。并與十四互乘之兩實八十。及六之冪三十六等

第八題

一直線任兩分之。其元線偕初分線矩內直角形四。及分餘線上直角方形。并與元線偕初分線上直角方形等

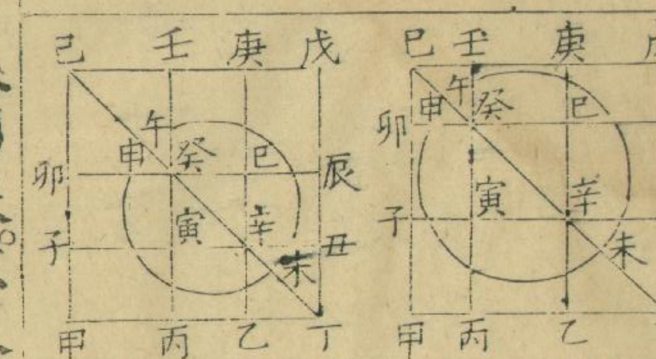
解曰。甲乙線。任分于丙。題言元線甲乙。偕初分線丙乙





矩內直角形。四（不論丙乙為長分為短分）及分餘線甲丙上直角方形。并與甲乙偕丙乙上直角方形等

論曰。試以甲乙線。引增至丁。而乙丁與丙乙等。于全線上。作甲戊直角方形。次作丁巳對角線。從乙作乙庚線。與丁戊平行。遇對角線于辛。次從丙作丙壬線。與甲巳平



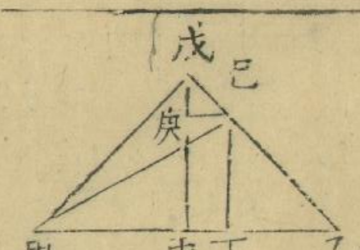
行遇對角線于癸。次從辛作子丑線。與甲丁平行。遇丙壬于寅。末從癸作卯辰線。與戊巳平行。遇乙庚于巳。其卯壬、寅巳、乙丑俱角線方形。（一卷卅四之系）而卯癸、與甲丙、兩線等（一卷卅四）即卯壬為甲丙上直角方形。又寅辛。與丙乙、兩線等（一篇卅四）即寅巳為丙乙上直角方形。與乙丑等（丙乙與乙丁等故）又乙辛、辛巳、兩線。亦各與丙乙等。而甲辛、子巳、兩直角形。各在甲乙、丙乙、矩線內。即等（子辛與甲乙等故）寅庚、辛戊、兩直角形。亦各在甲乙、丙乙、矩線內。即又等（寅辛、辛丑。與丙乙、乙丁等。辛庚、丑戊。與等甲乙之子辛等故）寅巳既與乙丑等。而每加一癸庚。即乙丑、癸庚并。與寅庚又等。是甲辛一、子巳二、辛戊三、乙丑四、癸庚五。五直角形。并為午未申磬折形。與元線甲乙、偕初分線丙乙、矩內直角形四。等。而午未申磬折形。及卯壬直角方形。本與甲戊直角方形等。則甲乙、乙丙、矩線內直角形四、及甲丙上直角方形。并。與甲乙偕丙乙上直角方形等

注曰。以數明之。設十數。任分之。為六、為四。如前圖。十六互乘之實四。為二百四十、及四之冪十六。共二百五十六。與十六之冪等。如後圖。十四互乘之實四、為

一百六十、及六六之冪三十六共一百九十六、與十四
之冪等

第九題

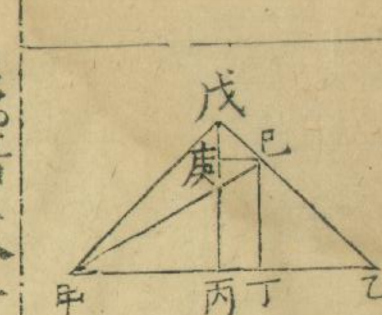
一直線。兩平分之、又任兩分之、任分線上兩直角方形并
倍大于平分半線上、及分內線上、兩直角方形并



解曰。甲乙線。平分于丙、又任分于丁。題言甲丁、丁乙、上兩直角方形、并。倍大于平分半線甲丙上、分內線丙丁上、兩直角方形并

論曰。試于丙上作丙戊垂線、與甲丙等、次作甲戊、戊乙、兩腰、次從丁作丁己垂線、遇戊乙于己、從己作己庚線。與甲乙平行、遇戊丙于庚、末作甲己線。其甲丙戊角形之甲丙、丙戊、兩腰等。即丙戊甲、丙甲戊、兩角亦等 一卷五之系 而甲丙戊爲直角。即餘兩角皆半直角 一卷卅二 依顯丙戊乙、亦半直角。又戊庚己角形之戊庚己角。爲戊丙乙之外角。即亦直角 一卷廿九 而庚戊己半直角。即庚己戊、亦半直角 一卷卅二之系 又庚戊己、庚己戊、兩角等。即庚戊、庚己、兩腰亦等 一卷六 依顯丁乙己角形之丁乙、丁己、兩腰亦等。夫甲丙戊角形之丙爲直角。即甲戊線上直角方形。與甲丙、丙戊線上兩直角方形并等 一卷四七 而甲丙、丙戊、上兩直角方形、自相等。即甲戊上直角方形。

倍大于甲丙上直角方形矣。又戊庚巳角形之庚爲直角。卽戊巳線上直角方形。與庚戊庚巳線上兩直角方形并等。一卷四七 而庚戊庚巳上兩直角方形自相等。卽戊巳上直角方



形。倍大于等庚巳之丙丁上直角方形矣。庚巳、丙丁。爲丙巳直角形之對邊故。見一卷卅四 則是甲戊、戊巳、上兩直角方形、并。倍大于甲丙、丙丁、上兩直角方形并也。又甲巳上直角方形。既等于甲戊、戊巳、上兩直角方形、并。又等于甲丁、丁巳上兩直角方形、并 一篇四七 則甲丁、丁巳上兩直角方、形并亦倍大于甲丙、丙丁、上兩直角方形、并矣。而丁巳與丁乙等。則甲丁、丁乙、上兩直角方形、并。豈不倍大于甲丙、丙丁上兩直角方形、并也

注曰。以數明之。設十數。兩平分之。各五。又任分之。爲七、爲三。分內數二。其七之冪四十九。及三之冪九。倍大于五之冪二十五。及二之冪四

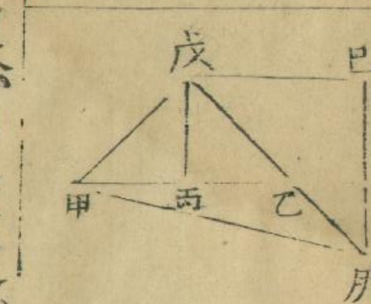
第十題

一直線。兩平分之。又任引增一線。共爲一全線。其全線上及引增線上、兩直角方形、并。倍大于平分半線上。及分餘半線偕引增線上、兩直角方形、并

解曰。甲乙直線。平分于丙。又任引增爲乙丁。題言甲丁

線上、及乙丁線上、兩直角方形、并。倍大于甲丙線上、及丙丁線上、兩直角方形、并

論曰。試于丙上作丙戊垂線。與甲丙等。自戊至甲、至乙。各作腰線。次從丁作巳丁垂



線、引長之。又從戊乙引長之。遇庚。次作戊巳線。與丙丁平行。末作甲庚線。依前題論卅[illegible]甲戊乙爲直角。而丙戊乙爲半直角。即相對之戊庚巳、亦半直角。一卷廿九又巳爲直角。一卷卅四即巳戊庚亦半直角。一卷卅二而巳戊、巳庚、兩腰必等。一卷六依顯乙丁、丁庚兩腰亦等。夫甲戊上直角方形。等于甲丙、丙戊上兩直角方形并。一卷四十七必倍大于甲丙上直角方形。而戊庚上直角方形。等于戊巳、巳庚上兩直角方形并。一卷四十七必倍大于對戊巳邊之丙丁上直角方形。一卷卅四則甲戊、戊庚上兩直角方形并。倍大于甲丙、丙丁上兩直角方形并也。又甲庚上直角方形。等于甲戊、戊庚上兩直角方形并。亦等于甲丁、丁庚上兩直角方形并。則甲丁、丁庚上兩直角方形并。亦倍大于甲丙、丙丁上兩直角方形并也。而甲丁、乙丁上兩直角方形并。倍大于甲丙、丙丁上兩直角方形并矣丁庚與乙丁等故

注曰。以數明之。設十數。平分之、各五。又任增三。爲十

三。十三之冪一百六十九、及三之冪九。倍大于五之冪二十五、及八之冪六十四也

第十一題

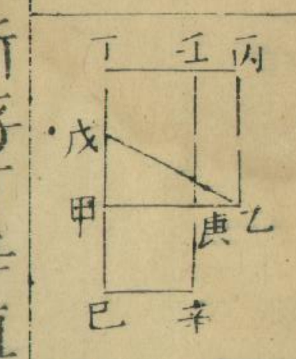
一直線。求兩分之。而元線偕初分線矩內直角形。與分餘線上直角方形等

法曰。甲乙線。求兩分之。而元線偕初分小線矩內直角形。與分餘大線上直角方形、等。先于甲乙上作甲丙直角方形。次以甲丁線。兩平分于戊。次作戊乙線。次從戊甲引增至巳。而巳線。與戊乙等。末于甲乙線。截取甲庚。與甲巳等。即

甲乙偕庚乙矩線內直角形。與甲庚上直角方形等。如所求

論曰。試于庚上作壬辛線。與丁巳平行。次作巳辛線。與甲庚平行。其壬庚與丙乙等。即與甲乙等。而庚丙直角形。在甲乙偕庚乙、矩線內也。又甲庚與甲巳等。而甲巳爲直角即巳庚爲甲庚上直角方形也。一卷卅四今欲顯庚丙直角形。與巳庚直角方形等者。試觀甲丁兩平分于戊。而引增一甲巳。是丁巳偕甲巳、矩線內直角形即丁辛直角形及甲戊上直角方形、幷。與等戊巳之戊乙上直角方形等。本篇六夫戊乙上直角方形。等于甲戊、甲乙、上兩直角

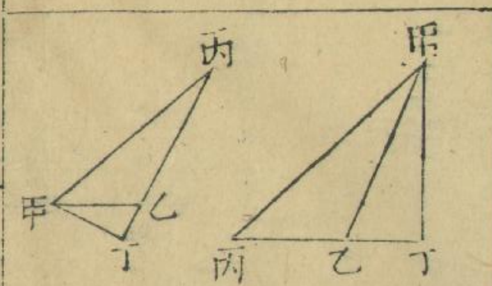
方形、幷一卷四十卽丁辛直角形、及甲戊上直角方形、幷、與甲戊甲乙上兩直角方形幷等矣。次各減同用之甲戊上直角方形、卽所存丁辛直角形。不與甲乙上甲丙直角方形等乎。此二率者。又各減同用之甲壬直角形。則所存巳庚直角方形。與庚丙直角形等。而甲乙偕庚乙矩線內直角形。與甲庚上直角方形等也



注曰。此題無數可解。說見九卷十四題

第十二題

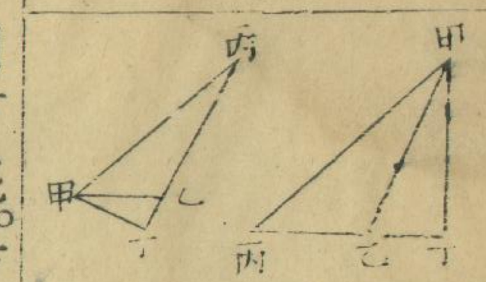
一邊鈍角形之對鈍角邊上直角方形。大于餘邊上兩直角方形幷之較。爲鈍角旁任用一邊。偕其引增線之與對角所下垂線相遇者。矩內直角形二



解曰。甲乙丙三邊鈍角形。甲乙丙爲鈍角。從餘角如甲。下一垂線。與鈍角旁一邊如丙乙之引增線。遇于丁。爲直角。題言對鈍角之甲丙邊上直角方形。大于甲乙、乙丙、邊上兩直角方形幷之較。爲丙乙偕乙丁。矩線內直角形二。反說之。則甲乙、乙丙、上兩直角方形、及丙乙偕乙丁、矩線內直角形二、幷。與甲丙上直角方形等

論曰。丙丁線。既任分于乙。卽丙丁上直角方形。與丙乙

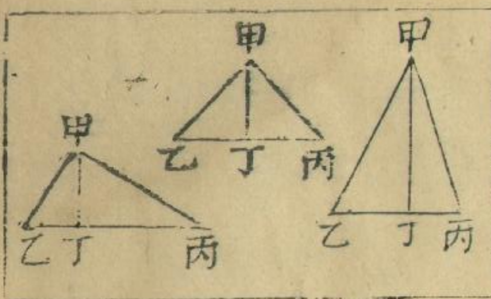
乙丁上兩直角方形及丙乙偕乙丁矩線內直角形二幷等（本篇四）此二率者每加一甲丁上直角方形即丙丁甲丁上兩直角方形幷與丙乙乙丁甲丁上直角方形三及丙乙偕乙丁矩線內直角形二幷等也夫甲丙上直角方形等于丙丁甲丁上兩直角方形幷（一卷四七）即亦等于丙乙乙丁甲丁上直角方形三及丙乙偕乙丁矩線內直角形二幷也又甲乙線上直角方形既等于乙丁甲丁上兩直角方形幷（一卷四七）即甲丙上直角方形與甲乙丙乙上兩直角方形及丙乙偕乙丁矩線內直角形



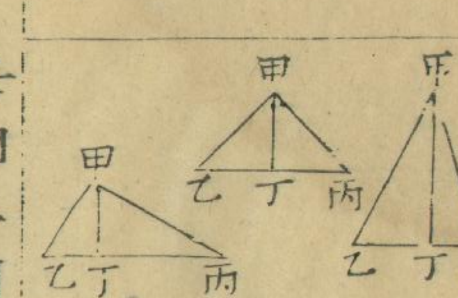
二幷等矣

第十三題

三邊銳角形之對銳角邊上直角方形小于餘邊上兩直角方形幷之較為銳角旁任用一邊偕其對角所下垂線旁之近銳角分線矩內直角形二



解曰甲乙丙三邊銳角形從一角如甲向對邊乙丙下一垂線分乙丙于丁題言對甲丙乙銳角之甲乙邊上直角方形小于乙丙甲丙邊上兩直角方形幷之較為乙丙偕丁丙矩線內直角形二反說之則乙丙甲丙上兩



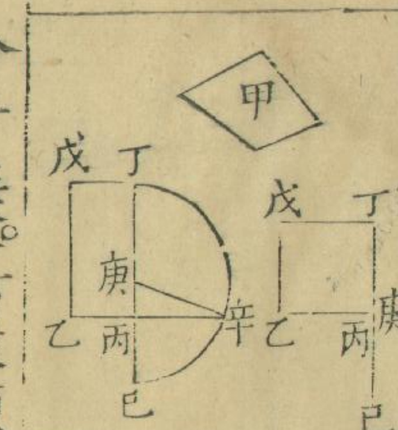
直角方形、幷。與甲乙上直角方形、及乙丙偕丁丙、矩線內直角形二、幷等

論曰。乙丙線。旣任分于丁。卽乙丙、丁丙、上兩直角方形、幷與乙丙偕丁丙、矩線內直角形二、及乙丁上直角方形、幷、等（本篇七）此二率者。每加一甲丁上直角方形。卽乙丙、丁丙、甲丁、上直角方形三。與乙丙偕丁丙、矩線內直角形二、及乙丁、甲丁、上兩直角方形、幷、等也。又甲丙上直角方形。等于丁丙、甲丁、上兩直角方形、幷（一卷四七）。卽乙丙、甲丙、上兩直角方形。幷。與乙丙偕丁丙、矩線內直角形二、及乙丁、甲丁、上兩直角方形、幷、等也。又甲乙上直角方形。等于乙丁、甲丁、上兩直角方形、幷（一卷四七）。卽乙丙、甲丙、上兩直角方形、幷。與乙丙偕丁丙、矩線內直角形二、及甲乙上直角方形幷、等。反說之。則甲乙上直角方形。小于乙丙、甲丙、上兩直角方形幷者。爲乙丙偕丁丙、矩線內直角形二也

注曰。題中止論銳角形。不言直角、鈍角形。而直角、鈍角形中。俱有兩銳角（一卷十七卅二）。卽對銳角邊上形。亦同此論（如第二第三圖是）。但三銳角形、所作垂線。任用一角。而直角形、必用直角。鈍角形、必用鈍角。此爲異耳（直角鈍角形。不用直角鈍角。不能作垂線）

第十四題

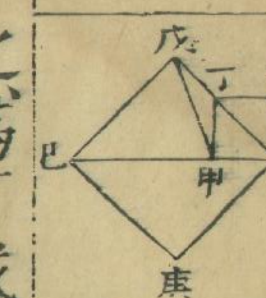
有直線形。求作直角方形。與之等



法曰。甲直線無法四邊形。求作直角方形。與之等。先作乙丁形。與甲等。而直角[一卷四五]。次任用一邊引長之。如丁丙引之至巳。而丙巳與乙丙等。次以丁巳兩平分于庚。其庚點。或在丙點。或在丙點之外。若在丙。即乙丁是直角方形。與甲等矣[蓋丙巳與乙丙等。又與丙丁等。而餘邊俱相等。故乙丁為直角方形見一卷卅四]若庚在丙外。即以庚為心。丁巳為界。作丁辛巳半圜。末從乙丙線引長之。遇圜界于辛。即丙辛上直角方形。與甲等

論曰。試自庚至辛。作直線。其丁巳線既兩平分于庚。又任兩分于丙。則丁丙偕丙巳。矩內直角形[即乙丁直角形。蓋丙巳與乙丙等故]及庚丙上直角方形幷。與等庚巳之庚辛上直角方形等[本篇五]夫庚辛上直角方形等于庚丙、丙辛上兩直角方形幷[一卷四七]。即乙丁直角形、及庚丙上直角方形幷。與庚丙、丙辛、上兩直角方形幷等。次各減同用之庚丙上直角方形。則丙辛上直角方形。與乙丁直角形等

增題。凡先得直角方形之對角線所長于本形邊之較。而求本形邊



法曰。直角方形之對角線。所長于本形邊之較。爲甲乙。而求本形邊。先于甲乙上。作甲丙直角方形。次作乙丁對角線。又引長之。爲丁戊線。而丁戊與甲丁等。即得乙戊線。如所求。

論曰。試于乙戊。作戊己垂線。從乙甲線引長之。遇于己。其乙戊己既直角。而戊乙己爲半直角。卷一卅二即戊己乙亦半直角。而戊乙與戊己兩邊等。卷一六次作己庚與戊乙平行。作乙庚與戊己平行。即戊庚形爲戊乙邊上直角方形也。末作戊甲線。即丁戊甲、丁甲戊兩角等也。卷一五夫乙戊己、丁甲己既兩皆直角。試每減一相等之丁戊甲、丁甲戊角。即所存己戊甲、己甲戊兩角必等。而己戊、己甲兩邊必等。卷一六則乙己對角線大于乙戊邊之較。爲甲乙矣。　此增不在本書。因其方形。故類附于此。

幾何原本第二卷終

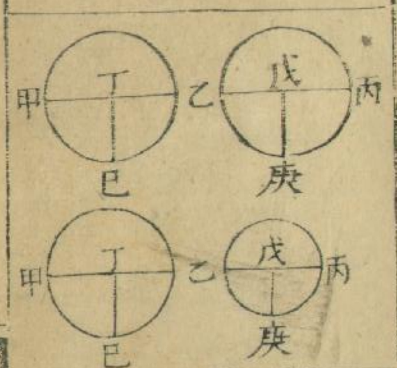
幾何原本第三卷之首

泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啓筆受

界說十則

第一界

凡圓之徑線等。或從心至圜界線等。爲等圜

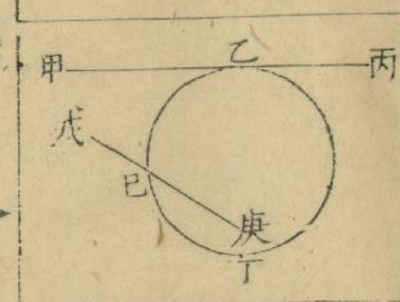


三卷將論圜之情。故先爲圜界說。此解圜之等者。如上圖甲乙、乙丙、兩徑等。或丁巳戊庚從心至圜界等。卽甲巳乙、乙庚丙、兩圜等。若下圖甲乙、乙丙、兩徑不等。或丁巳

戊庚從心至圜界不等則兩圜亦不等矣

第二界

凡直線切圜界過之而不與界交爲切線

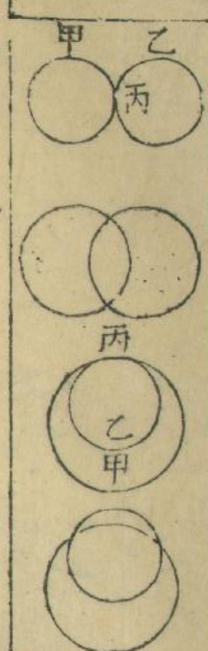


甲乙線切乙巳丁圜之界乙又引長之至丙而不與界交其甲丙線全在圜外爲切線若戊巳線先切圜界而引之至庚入圜內則交線也

第三界

凡兩圜相切而不相交爲切圜

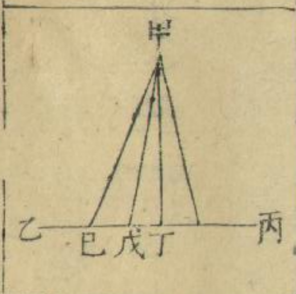
甲乙兩圜不相交而相切于丙或切于外如第一圖或



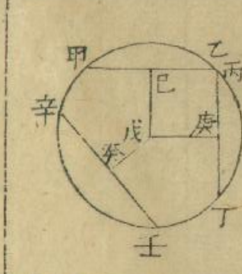
切于內如第三圖其第二第四圖則交圜也

第四界

凡圜內直線從心下垂線其垂線大小之度卽直線距心遠近之度



凡一點至一直線上惟垂線至近其他卽遠垂線一而已遠者無數也故欲知點與線相去遠近必用垂線爲度試如前圖甲點與乙丙線相去遠近必以甲丁垂線爲度爲甲丁一線獨去直線至近他若甲戊甲巳諸線愈大愈遠乃至無數故



如後圖說甲乙丙丁圓內之甲乙丙丁兩線其去戊心遠近等爲巳戊庚戊兩垂線等故若辛壬線去戊心近矣爲戊癸垂線小故

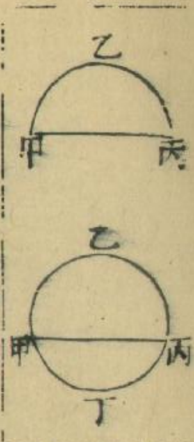
第五界

凡直線割圓之形爲圓分

甲乙丙丁圓之乙丁直線任割圓之一分如甲乙丁及乙丙丁兩形皆爲圓分凡分有三形其過心者爲半圓分函心者爲圓大分不函心者爲圓小分又割圓之直線爲弦所割圓界之一分爲弧

第六界

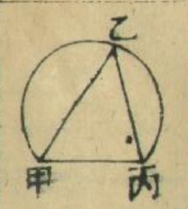
凡圓界偕直線內角爲圓分角



以下三界論圓角三種本界所言雜圓也其在半圓分內爲半圓角在大分內爲大分角在小分內爲小分角

第七界

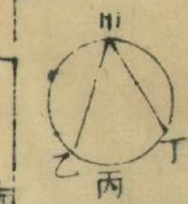
凡圓界任于一點出兩直線作一角爲負圓分角



甲乙丙圓分甲丙爲底于乙點出兩直線作甲乙丙角形其甲乙丙角爲負甲乙丙圓分角

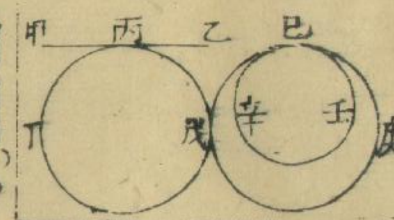
第八界

若兩直線之角乘圓之一分爲乘圓分角



甲乙丙丁圜內。于甲點出甲乙、甲丁、兩線。其乙甲丁角。爲乘乙丙丁圜分角

圜角三種之外。又有一種。爲切邊角。或直線切圜。或兩圜相切。其兩圜相切者。又或內。或外。如上圖甲乙線。切丙丁戊圜于丙。即甲丙丁、乙丙戊兩角。爲切邊角。又丙丁戊、巳戊庚兩圜外相切于戊。及巳戊庚、巳辛壬兩圜內相切于巳。即丙戊巳、戊巳辛、壬巳庚三角。俱爲切邊角



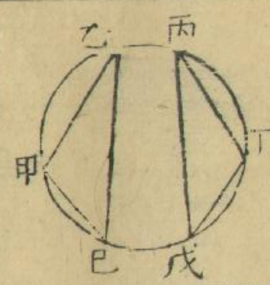
第九界

凡從圜心。以兩直線作角。偕圜界作三角形。爲分圜形

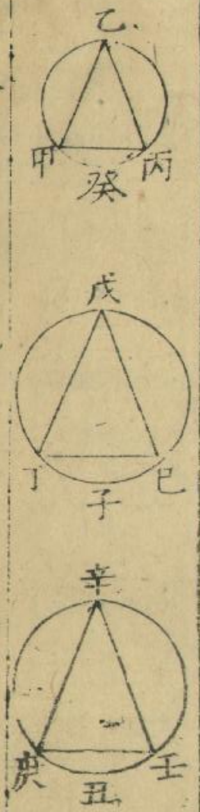
甲乙丙丁圜。從戊心出戊甲、戊丙兩線。偕甲丁丙圜界作角形。爲分圜形

第十界

凡圜內兩負圜分角。相等。即所負之圜分相似



甲乙丙丁圜內。有甲乙巳與丁丙戊兩負圜分角等。則所負甲乙丁巳與丁丙甲戊兩圜分相似



又有兩圜或等或不等。其負圜分角等。即圜分俱相似。如上三圖。三圜之甲乙丙、丁戊巳庚辛

壬三負圜分角等。即所負甲乙丙丁戊己庚辛壬三

圜分相似　相似者。如云同爲幾分圜之幾也

幾何原本第三卷之首終

幾何原本第三卷　本篇論圜　計三十七題

泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啓筆受

第一題

有圜求尋其心

法曰。甲乙丙丁圜求尋其心。先于圜之兩界任作一甲丙直線。次兩平分之于戊　一卷十　次于戊上作乙丁垂線。兩平分之于己。即己爲圜心

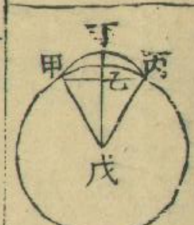
論曰。如云不然。令言心何在。彼不得言在己之上下。何者。乙丁線既平分于己。離平分。不能爲心。故必言心在

乙丁線外、爲庚。即令自庚至丙、至戊、至甲。各作直線。則甲庚戊角形之甲戊既與丙庚戊角形之丙戊兩邊等。戊庚同邊。而庚甲、庚丙、兩線俱從心至界。宜亦等。即對等邊之庚戊甲、庚戊丙、兩角。宜亦等一卷八而爲兩直角矣一卷界說十夫乙戊甲、既直角。而庚戊甲、又爲直角。可不可也

系因此推顯圓內有直線。分他線爲兩平分。而作直角即圓心在其內

第二題

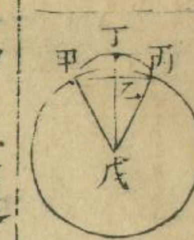
圜界任取二點。以直線相聯。則直線全在圜內



解曰。甲乙丙圜界上。任取甲、丙、二點。作直線相聯。題言甲丙線全在圜內

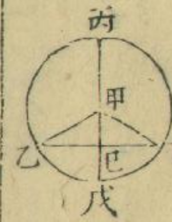
論曰。如云在外。若甲丁丙線。令尋取甲乙丙圜之戊心本篇一次作戊甲、戊丙、兩直線。次于甲丁丙線上。作戊乙丁線。而與圜界遇于乙。即戊甲丁丙。當爲三角形。以甲丁丙爲底。戊甲戊丙兩腰等。其戊甲丙、戊丙甲、兩角宜等一卷五而戊丁甲、爲戊丙丁之外角。宜大于戊丙丁角。即亦宜大于戊甲丁角一卷十六則對戊丁甲大角之戊甲線。宜大于戊丁線矣一卷十九夫戊甲、與戊乙、本同圜之半徑。等。據如所論。則戊乙亦大于戊丁。不可通也。若云不

在圜外、而在圜界。依前論。令戊甲大于戊乙。亦不可通也



第三題

直線過圜心。分他直線爲兩平分。其分處必爲兩直角。爲兩直角。必兩平分

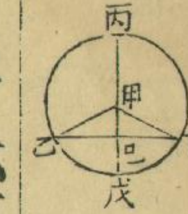


解曰。乙丙丁圜。有丙戊線過甲心。分乙丁線爲兩平分于己。題言甲己必是垂線。而己旁爲兩直角。又言己旁既爲兩直角。則甲己分乙丁。必兩平分

先論曰。試從甲作甲乙、甲丁兩線。即甲乙己角形之乙己與甲丁己角形之丁己兩邊等。甲己同邊。甲乙、甲丁兩線俱從心至界。又等。即兩形等。則其對等邊之甲己乙、甲己丁亦等一卷八而爲兩直角矣

後論曰。如前作甲乙、甲丁兩線。甲乙丁角形之甲乙、甲丁兩邊既等。則甲乙丁、甲丁乙兩角亦等一卷五又甲乙己角形之甲己乙、己乙甲兩角。與甲丁己角形之甲己丁、甲丁己兩角。各等。而對直角之甲乙、甲丁兩邊又等。則己乙、己丁兩邊亦等一卷廿六

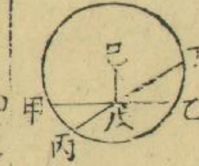
欲顯次論之旨。又有一說。如甲丁上直角方形。與甲己、己丁上兩直角方形并等一卷四七而甲乙上直角方形。與



甲巳乙巳上兩直角方形幷亦等。卽甲巳、巳乙上兩直角方形幷與甲巳、巳丁、上兩直角方形幷亦等。此二率者。每減一甲巳上直角方形。則所存乙巳巳丁、上兩直角方形自相等。而兩邊亦等

第四題

圜內不過心兩直線相交不得俱爲兩平分

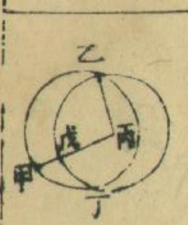


解曰。甲丙乙丁圜內有甲乙丙丁兩直線俱不過巳心若一過心二不過心卽兩線不得俱爲兩平分其理易顯而交于戊。題言兩直線或有一線爲兩平分。不得俱爲兩平分

論曰。若云不然。而甲乙、丙丁、能俱兩平分于戊。試令尋本圜心于巳本篇一從巳至戊。作甲乙之垂線。其巳戊旣分甲乙爲兩平分。卽爲兩直角本篇三而又能分丙丁爲兩平分。亦宜爲兩直角。是巳戊甲爲直角。而巳戊丙亦直角。全與其分等矣、

第五題

兩圜相交必不同心



解曰。甲乙丁、戊乙丁、兩圜交于乙于丁。題言兩圜不同心

論曰。若言丙爲同心。令自丙至乙至甲。各作直線。其丙

乙至圜交。而丙丙甲截兩圜之界于戊、于甲。夫丙既為戊乙丁圜之心。則丙乙與丙戊等。而又為甲乙丁圜之心。則丙乙與丙甲。又等。是丙戊與丙甲、亦等。而全與其分等也

第六題

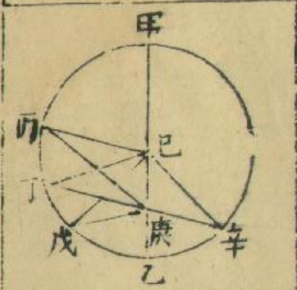
兩圜內相切。必不同心

解曰。甲乙丙乙兩圜內相切于乙。題言兩圜不同心

論曰。若言丁為同心。令自丁至乙。至丙。各作直線。其丁乙至切界。而丁丙截兩圜之界于甲、于丙。夫丁既為甲乙圜之心。則丁乙與丁甲等。而又為丙乙圜之心。則丁乙與丁丙。又等。是丁甲與丁丙亦等。而全與其分等也

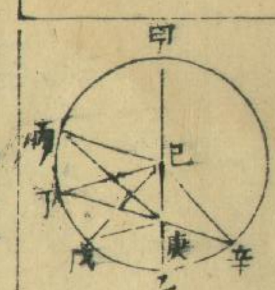
第七題

圜徑離心。任取一點。從點至圜界。任出幾線。其過心線最大。不過心線最小。餘線愈近心者愈大。愈近不過心線者愈小。而諸線中。止兩線等



解曰。甲丙丁戊乙圜。其徑甲乙。其心巳。離心任取一點為庚。從庚至圜界。任出幾線。為庚丙、庚丁、庚戊。題先言從庚所出諸線。惟過心庚甲最大。次言不過心庚乙最小。三言庚丙大于庚丁。

庚丁大于庚戊。愈近心愈大。愈近庚乙愈小。
後言庚乙兩旁。止可出兩線等



先論曰。試從巳心出三線。至丙至丁。至戊。其丙巳庚角形之丙巳巳庚兩邊。幷大于丙庚一邊。一卷二十而丙巳巳庚等于甲巳巳庚。則庚甲大于庚丙。依顯庚丁庚戊俱小于庚甲。是庚甲最大

次論曰。巳庚戊角形之巳戊一邊。小于巳庚庚戊兩邊幷。一卷二十而巳戊與巳乙等。則巳乙小于巳庚庚戊幷矣。次各減同用之巳庚。則庚乙小于庚戊。依顯庚戊小于庚丁。庚丁小于庚丙。是庚乙最小

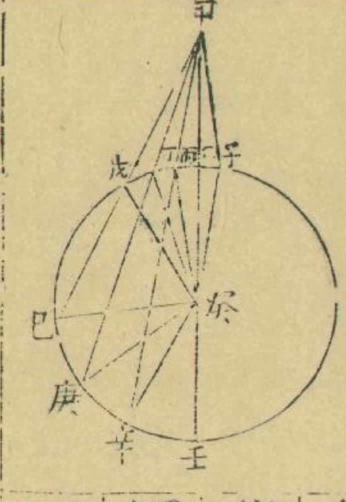
三論曰。丙巳庚角形之丙巳與丁巳庚角形之丁巳。兩邊等。巳庚同邊。而丙巳庚角大于丁巳庚角。全大于分則對大角之庚丙邊。大于對小角之庚丁邊。一卷廿四依顯庚丁。大于庚戊。而愈近心愈大。愈近庚乙愈小

後論曰。試依戊巳乙作乙巳辛相等角。而抵圜界。爲巳辛線。次從庚作庚辛線。其戊巳庚角形之戊巳與庚巳辛角形之辛巳腰。旣等。巳庚同腰。兩腰閒角又等。則對等角之庚戊庚辛兩底亦等一卷四而庚乙兩旁之庚戊庚辛。等矣。此外若有從庚出線在辛之上。卽依第三論。大于庚辛。在辛之下。卽小于庚辛。故云庚乙兩旁。止

可出庚戊庚辛兩線等

第八題

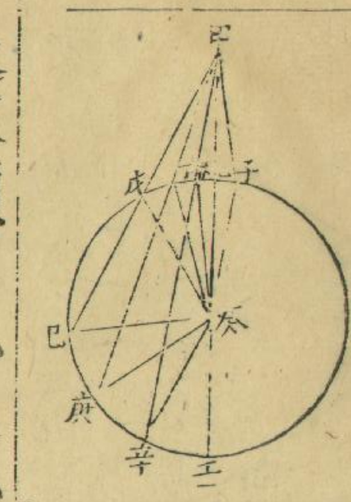
圜外任取一點從點任出幾線其至規內則過圜心線最大餘線愈離心愈小其至規外則過圜心線爲徑之餘者最小餘線愈近徑餘愈小而諸線中止兩線等



解曰乙丙丁戊圜之外從甲點任出幾線其一爲過癸心之甲壬其餘爲甲辛爲甲庚爲甲巳皆至規內規內線者如車輻之指轂題先言過心之甲壬最大次言近心之甲辛大于離心之甲庚甲庚又大于甲巳三反上言規外之甲乙爲乙壬徑餘者規外線者如車輞之湊轂最小四言甲丙近徑餘小于甲丁甲丁又小于甲戊後言甲乙兩旁止可出兩線等

先論曰試從癸心至丙丁戊巳庚辛各出直線其甲癸辛角形之甲癸癸辛兩邊并大于甲辛一邊一卷二十而甲癸癸辛與甲壬等則甲壬大于甲辛依顯甲壬更大于甲庚甲巳而過心之甲壬最大

次論曰甲癸辛角形之癸辛與甲癸庚角形之癸庚兩邊等甲癸同邊而甲癸辛角大于甲癸庚角全大于分則對大角之甲辛邊大于對小角之甲庚邊一卷廿四依顯甲庚



大于甲巳而規內線愈離心愈小

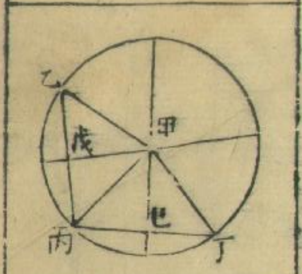
三論曰甲癸丙角形之甲癸一邊小于甲丙丙癸兩邊并一卷二十次每減一相等之乙癸丙癸則甲乙小于甲丙矣依顯甲乙更小于甲丁甲戊而規外甲乙最小

四論曰甲丁癸角形之內從甲與癸出甲丙丙癸兩邊并小于甲丁丁癸兩邊并一卷廿一此二率者每減一相等之丙癸丁癸則甲丙小于甲丁矣依顯甲丙更小于甲戊而愈近徑餘甲乙者愈小

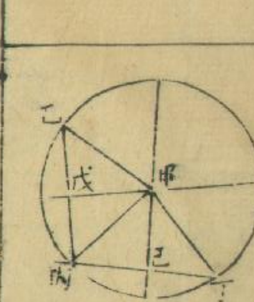
後論曰試依乙癸丙作乙癸子相等角抵圜界次作甲子線其甲子子癸角形之甲癸癸子兩腰與甲癸丙角形之甲癸癸丙兩腰各等而兩腰閒角又等則對等角之甲子甲丙兩底亦等也一卷四此外若有從甲出線在子之上即依第四論小于甲丙在子之下即大于甲丙故云甲乙兩旁止可出甲丙甲子兩線等

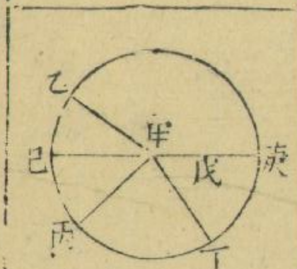
第九題

圜內從一點至界作三線以上皆等即此點必圜心



解曰從甲點至乙丙丁圜界作甲乙甲丙甲丁三直線若等題言甲點為圜心三以上等者更不待論





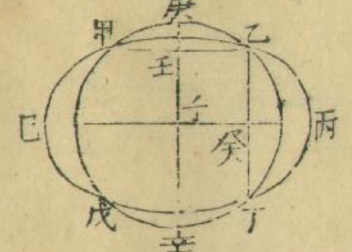
論曰。試于乙丙、丙丁、界作乙丙、丙丁、兩直線相聯。此兩線各兩平分于戊于巳。從甲出兩直線爲甲戊爲甲巳。其甲乙戊角形之甲乙、與甲戊丙角形之甲丙兩腰既等。甲戊同腰。乙戊戊丙、兩底又等。即甲戊乙與甲戊丙兩角亦等一卷八爲兩直角。依顯甲巳丙甲巳丁。亦等爲兩直角。則甲戊甲巳之分乙丙丙丁。俱平分爲直角。而此兩線俱爲函心線本篇一之系定相遇于甲。甲爲圜心矣

又論曰。若言甲非心。心在于戊者。令戊甲相聯引作巳庚徑線。即甲是戊心外所取一點

而從甲所出線愈近心者。宜愈大矣本篇七則甲丁宜大于甲丙。而先設等。何也

第十題

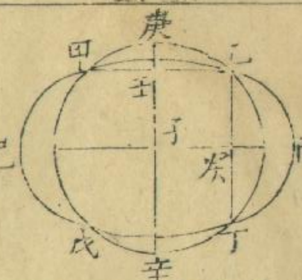
兩圜相交。止于兩點

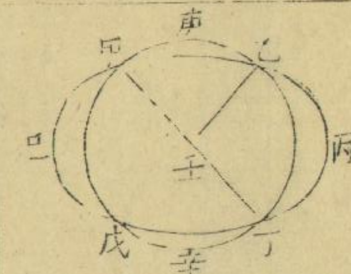


論曰。若言甲乙丙丁戊巳圜。與甲庚乙丁辛戊圜。三相交于甲。于乙。于丁。令作甲乙、乙丁、兩直線相聯。此兩線各兩平分于壬于癸。次從壬癸作子壬子癸兩垂線。其子壬分甲乙子癸分乙丁。既皆兩平分。而各爲兩直角。即子壬子癸兩線俱爲甲庚乙丁辛戊圜之函心線本篇一之系而子爲

其心矣。依題甲乙丙丁戊己圜亦以子為心也。夫兩交之圜尚不得同心，本篇五 何緣得有三交。

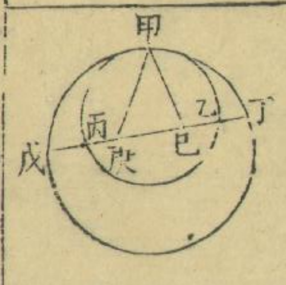
又論曰：若言兩圜三相交于甲、于乙、于丁。令先尋甲庚乙丁辛戊圜之心于壬，本篇一 次從心至三交界作壬甲、壬乙、壬丁三線，此三線等也。一卷界說十五 又甲乙丙丁戊己圜內有從壬出之壬甲、壬乙、壬丁三相等線，則壬又為甲乙丙丁戊己圜之心，本篇九 不亦交圜同心乎。本篇五





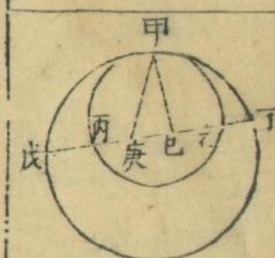
第十一題

兩圜內相切，作直線聯兩心，引出之，必至切界。



解曰：甲乙丙、甲丁戊兩圜內相切于甲，而己為甲乙丙之心，庚為甲丁戊之心。題言作直線聯庚己兩心，引抵圜界，必至甲。

論曰：如云不至甲，而截兩圜界于乙、丁，及丙、戊。令從甲作甲己、甲庚兩線，其甲己庚角形之庚己、己甲兩邊并大于庚甲一邊，一卷二十 而同圜心所出之庚甲、庚丁宜等，即庚己、己甲大于庚丁矣。此二率者各減同用之庚己，即己甲亦大于己丁矣。夫己甲與己乙是內圜同心所出等線，則己乙亦大于己丁，而分大于全也，可乎？若曰

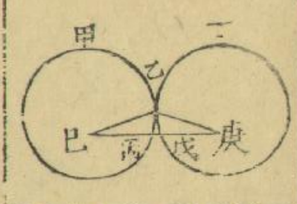


庚爲甲乙丙心。巳爲甲丁戊心。亦依前轉說之。甲巳庚角形之巳庚、庚甲、兩邊并。大于甲巳一邊。（一卷二十）而同圜心所出之巳甲、巳戊宜等。即巳庚、庚甲。大于巳戊矣。此二率者。各减同用之巳庚。即庚甲大于庚戊矣。夫庚甲、與庚丙。是內圜同心所出等線。則庚丙亦大于庚戊。而分大于全也。可乎

第十二題

兩圜外相切。以直線聯兩心。必過切界

解曰。甲乙丙、丁乙戊、兩圜外相切于乙。其甲乙丙心爲巳。丁乙戊心爲庚。題言作巳庚直線。必過乙

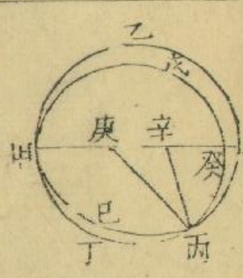


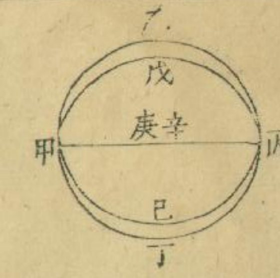
論曰。如云不然。而巳庚線、截兩圜界于戊、于丙。令于切界作乙巳、乙庚、兩線。其乙巳庚角形之巳乙、乙庚、兩邊并。大于巳庚一邊。而乙庚與庚戊、乙巳、與巳丙、俱同心所出線。宜各等。即庚戊、丙巳、兩線并。亦大于庚巳一線矣。（一卷二十）夫庚巳線。分爲庚戊、丙巳。尚餘丙戊。而云庚戊、丙巳。大于庚巳。則分大于全也。故直線聯巳庚。必過乙

第十三題 二支

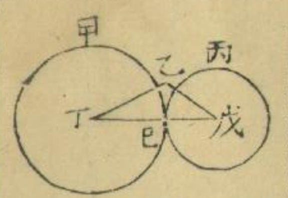
圜相切。不論內外。止以一點

先論曰。甲乙丙丁、與甲戊丙巳、兩圜內相切。若云有兩



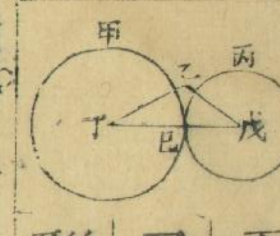


點相切于甲、又于丙。令作直線、函兩圜心庚、辛、引出之。如前圖。宜至相切之甲、之丙（本篇十一）則甲丙為兩圜之同徑矣。而此徑線者。兩平分于庚、又兩平分于辛。何也（一直線、止以一點兩平分）若云庚辛引出直線。一抵甲。一截兩圜之界于癸、于壬。即如後圖。令從兩心、各作直線至又相切之丙。次問之。甲乙丙丁圜之心。為庚耶、辛耶。如曰庚也。而辛為甲戊丙巳之心。則丙庚辛角形之庚辛丙兩邊并。大于庚丙一邊（一卷二十）而庚辛丙與庚癸宜等（辛癸、辛丙同圜心所出故）即庚癸亦大于庚丙矣。夫庚丙與庚壬者。外圜同心所出等線也。將庚癸亦大于庚壬。可乎。如曰辛也。而庚為甲戊丙巳之心。則丙庚辛角形之辛庚庚丙兩邊并。大于辛丙一邊（一卷二十）而辛丙與辛甲宜等。即辛庚庚丙。亦大于辛甲矣。此二率者。各減同用之辛庚。即庚丙亦大于庚甲也。夫庚甲與庚丙者。亦同圜心所出等線也。而安有大小



後論曰。甲乙與乙丙兩圜。外相切于巳。從甲乙之丁心。丙乙之戊心。作直線相聯。必過巳（本篇十二）若云又相切于乙。令自乙至丁、至戊。各作直線其丁乙、乙戊并。宜與丁戊等。而為角形之兩腰。又宜大

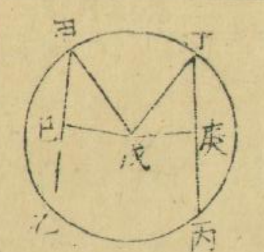
于丁戊一卷二十則兩圜相切。安得兩點



又後論曰。更令于兩相切之乙之巳。作直線相聯。其直線當在甲乙圜內本篇二又當在乙丙圜內。何所置之

第十四題二支

圜內兩直線等。即距心之遠近等。距心之遠近等。即兩直線等

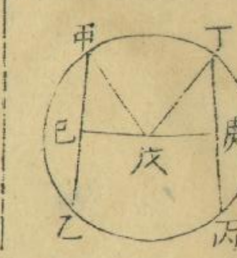


先解曰。甲乙丙丁圜。其心戊。圜內甲乙、丁丙、兩線等。題言兩線距戊心、遠近亦等

論曰。試從戊心向甲乙、作戊巳。向丁丙、作戊庚。各垂線。次自丁、自甲、至戊。各作直線。其戊巳、戊庚既各分甲乙、丁丙、線為兩平分本篇三而甲乙、丁丙、等。則平分之甲巳、丁庚、亦等。夫甲戊上直角方形。與甲巳巳戊上兩直角方形并等一卷四七等甲戊之丁戊上直角方形。與丁庚、庚戊上兩直角方形并等。而甲巳、丁庚上兩直角方形既等。即戊巳戊庚上兩直角方形亦等。則戊巳、戊庚兩線亦等。是甲乙、丁丙兩線距心之度等本卷界說四

後解曰。甲乙、丁丙、兩線距戊心、遠近等。題言甲乙丁丙、兩線亦等

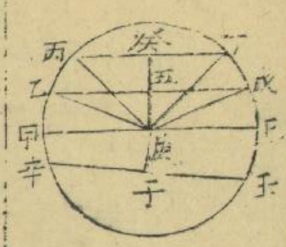
論曰。依前論。從戊作戊巳戊庚兩垂線。既等本卷界說四而



分甲乙丁丙。各爲兩平分本篇三其甲戊上直角方形。與甲巳巳戊上兩直角方形幷等一卷四七等甲戊之丁戊上直角方形。與丁庚庚戊上兩直角方形幷等。卽甲巳巳戊上兩直角方形幷。與丁庚庚戊上兩直角方形幷。亦等。此二率者。每減一相等之巳戊戊庚上直角方形。卽所存甲巳、丁庚上兩直角方形。亦等。是甲巳、丁庚兩線等也。夫甲乙倍甲巳。丙丁倍丁庚。其半等。其全必等

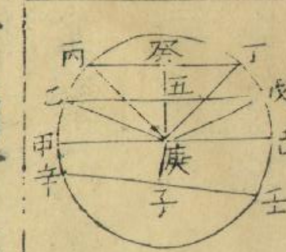
第十五題

徑爲圜內之大線。其餘線者。近心大于遠心



解曰。甲乙丙丁戊巳圜。其心庚。其徑甲巳。其近心線爲辛壬。遠心線爲丙丁。題言甲乙最大。辛壬近心。大于丙丁遠心

論曰。試從庚向丙丁、作庚癸、向辛壬、作庚子、各垂線。其丙丁距心遠于辛壬。卽庚癸大于庚子本卷界說四次于庚癸線。截庚丑與庚子等。次從丑作乙戊、爲庚癸之垂線。末于庚乙、庚丙、庚丁、庚戊、各作直線相聯。其庚丑既等于庚子。卽乙戊與辛壬。各以垂線距心遠近等本卷界說四而兩線亦等本篇十四夫庚乙、庚戊幷。大于乙戊一卷二十而與甲巳等。卽甲巳大于乙戊。亦大于辛壬矣。依顯甲巳大

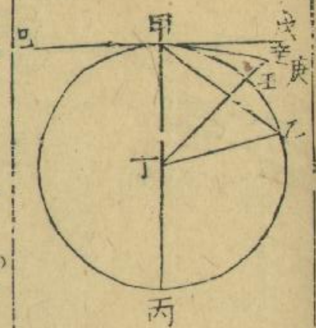


于他線。則甲巳最大。又乙庚戊角形之乙庚庚戊兩腰。與丙庚丁角形之丙庚庚丁兩腰。等。而乙庚戊角。大于丙庚丁角。則乙戊底大于丙丁底。一卷廿四故等乙戊之辛壬。亦大于丙丁也。是近心線。大于遠心線也

第十六題 三支

圜徑末之直角線。全在圜外。而直線偕圜界所作切邊角。不得更作一直線。入其內。其半圜分角。大于各直線銳角。切邊角。小于各直線銳角

先解曰。甲乙丙圜。丁為心。甲丙為徑。從甲。作甲丙之垂

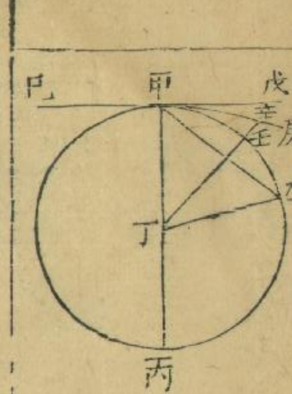


線。題言此線。全在圜外

論曰。若言在內。如甲乙。令自丁至乙。作直線。即丁甲乙。與丁乙甲。兩角等一卷五丁甲既為直角。丁乙又為直角。乎。夫角形三角。并等兩直角一卷十七豈得形內自有兩直角也。則垂線必在圜外。若巳戊。必不在圜內。若甲乙。又不在圜界之上如云在界。亦依此論故曰。全在圜外

次解曰。題又言戊甲垂線。偕乙甲圜界所作切邊角。不得更作一直線。入其內

論曰。若云可作。如庚甲。令從丁心向庚甲。作丁辛。為庚

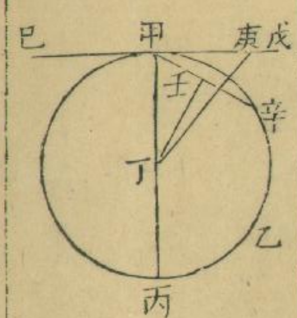


甲之垂線一卷十二夫丁甲辛角形之丁甲辛丁辛甲兩角幷小于兩直角一卷十七而丁辛甲爲直角即對小角之丁辛線小于對大角之甲丁線矣一卷十九甲丁者與丁壬爲同圜相等者也將丁壬亦大于丁辛乎則戊甲乙角之內不得更作一直線而戊甲之下但有直線必入本圜之內也

後解曰題又言丁甲垂線偕乙甲圜界所作丙甲乙圜分角大于各直線銳角而戊甲垂線偕乙甲圜界所作切邊角小于各直線銳角

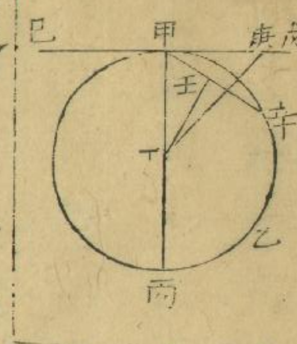
論曰依前論甲戊下有直線既云必入圜內即此直線借戊甲所作各直線銳角皆小于圜分角而切邊角小于各直線銳角

系巳甲線必切圜以一點



增先解曰甲乙丙圜其心丁其徑甲丙從甲作戊甲爲甲丙之垂線題言戊甲全在圜外

增正論曰試于甲戊線內任取一點爲庚自庚至丁作直線其甲丁庚角形之丁甲庚丁庚甲兩角小于兩直角一卷十七而丁甲庚爲直角即丁庚甲小于直角則對大角之丁庚線大于對小角之丁甲線矣一卷十九則



庚點在圜之外也。凡戊甲以內作點。皆依此論。故戊甲線全在圜外

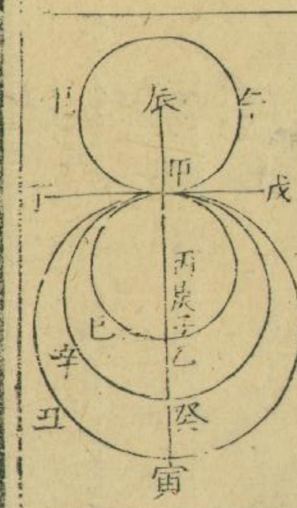
增次解曰。從甲作甲辛線。在戊甲之下。題言甲辛必割圜爲分

增正論曰。試作甲丁壬角。與戊甲辛角等。其甲丁壬、辛甲丁兩角并。等于戊甲丁直角。必小于兩直角。而丁壬、甲辛兩線必相遇（一卷公論十一）其相遇又必在圜之內如壬。何者。壬甲丁、壬丁甲兩角。既與一直角等。即甲壬丁必爲直角（一卷卅二）而對大角之甲丁線。必大于對小角之丁壬線矣（一卷十九）夫甲丁線僅至圜界。則丁壬不能抵圜界。必在圜之內也

後支前已正論

或難曰。切邊角。有大有小。何以畢不得兩分。向者聞幾何之分。不可窮盡。如莊子尺棰之義。深著明矣。今切邊之內。有角。非幾何乎。此幾何何獨不可分邪。又十卷第一題言。設一小幾何。又設一大幾何。若從大者半減之。減之又減。必至一處。小于所設小率。此題最明。無可疑者。今言切邊之角。小于直線銳角。是亦小幾何也。彼直線銳角。是亦大幾何也。若從直線銳角半減之。減之又減。何以終竟不得小于切邊角邪

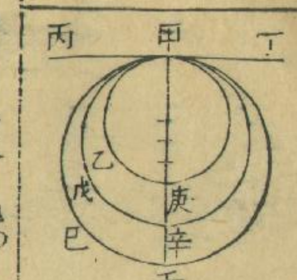
既本題推顯切邊角中。不得容一直線。如此著明。便當并無切邊角。無角。則無幾何。此則不可得分耳。且幾何原本書中。無有至大不可加之率。無有至小不可減之率。若切邊角不可分。豈非至小不可減乎。荅曰。謬矣子之言也。有圓有線。安得無切邊角。且既言直線銳角大于切邊角。即有切邊角矣。苟無角。安所較大小哉。且子言直線與圓界。并無切邊角。則兩圓



外相切。亦無角乎。曰。然。曰。試如作甲巳乙圓。其心丙。而丁戊為切線即丁甲巳為切邊角。次移心于庚

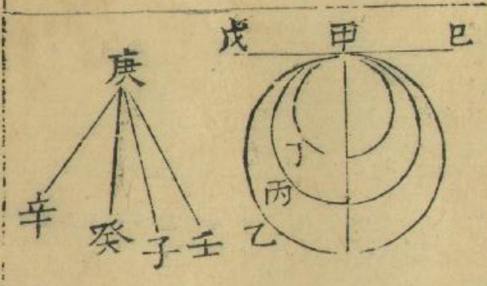
又作甲辛癸圓。即丁甲辛為切邊角。而小于丁甲巳。次移心于子。又作甲丑寅圓。即丁甲丑為切邊角。而又小于丁甲辛。如是小之又小。疑無角焉。次又于切線之外。以辰為心。作甲巳午圓。而與前圓外相切于甲。依子所說。疑無角焉。然兩圓外相切。而以丁戊線分之。不可分乎。更自辰至寅作直線。截兩圓之界。而分丁戊為兩平分。不可分乎。兩圓兩直線交羅相遇于甲也。能不皆以一點乎。如以一點也。即此一點之外。不能無空。即不能不為四切邊角矣。子所據又棰之分無盡。又言幾何原本書中。無至小不可減之率

也。是也。夫切邊角。但不可以直線分之耳。若用圜線



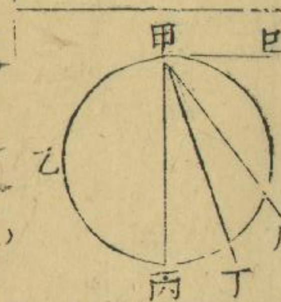
則可分矣。如甲乙庚圜。與丙甲丁直線相切于甲。作丁甲庚切邊大角。若移一心。作甲戊辛圜。又得丁甲辛切邊角。卽小于丁甲庚也。又移一心。作甲巳壬圜。又得丁甲壬切邊小角。卽又小于丁甲辛也。如此以至無窮。則切邊角分之無盡。何謂不可減邪。若十卷第一題所言。元無可疑。但以圜角分圜角。則與其說合矣。彼所言大小兩幾何者。謂夫能相較爲大能相較爲小者也。如以直線分直線角。以圜線分圜線角。是巳。此切邊角。與直線角。豈能相較爲大小哉

增題。有兩種幾何。一大。一小。以小率半增之。遞增至于無窮。以大率半減之。遞減至于無窮。其元大者恒大。元小者恒小



解曰。戊甲乙切邊角。爲小率。壬庚辛直線銳角。爲大率。今別作甲丙、甲丁、等圜。俱切戊巳線于甲。其切邊角愈增愈大。如前論。別以庚癸、庚子、線。作角。分壬庚辛角于庚。愈分愈小。然直線角恒大。切邊角恒小。乃至終古。不得相比

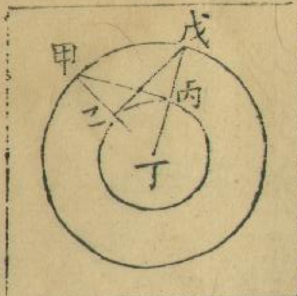
又增題舊有一說以一小率加一大率之上或以一大率加一小率之上不相離逐線漸移之必至一相等之處又一說有率大于此率者有率小于此率者則必有率等于此率者昔人以爲皆公論也若用以律本題卽不可得故今斥不爲公論



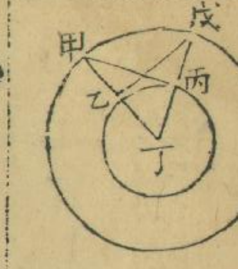
解曰甲乙丙圜其徑甲丙令甲丙之甲界定在于甲而引丙線逐線漸移之向巳其所經丁戊巳及中間逐線所經無數然依本題論則甲丙所經已割圜時皆爲鋭角卽小于半圜分角纔離鋭角便爲直角卽大于半圜分角是所經無數線終無有相等線可見前一舊說未爲公論又直線鋭角皆小于半圜分角直角與鈍角皆大于半圜分角是有大者有小者終無等者可見後一舊說未爲公論也

第十七題

設一點一圜求從點作切線



法曰甲點求作直線切乙丙圜其圜心丁先從甲作甲丁直線截乙丙圜于乙次以丁爲心甲爲界作甲戊圜次從乙作甲丁之垂線而遇甲戊圜于戊次作戊丁直線而截乙丙圜于丙求



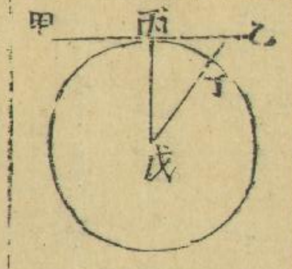
作甲丙直線。即切乙丙圜于丙

論曰。乙戊丁角形之戊丁、丁乙兩腰。與甲丙丁角形之甲丁、丁丙兩腰各等。一卷界說十五 丁角同。即甲丙、乙戊兩底亦等。一卷四 而戊乙丁為直角。即甲丙丁亦直角。則甲丙偕乙丙圜之半徑丁丙為一直角矣。豈非圜之切線。本篇十六之系

第十八題

直線切圜。從圜心作直線至切界。必為切線之垂線

解曰。甲乙直線。切丙丁圜于丙。從戊心至切界作戊丙線。題言戊丙為甲乙之垂線



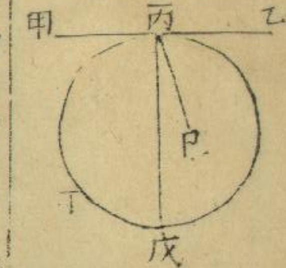
論曰。如云不然。令從戊別作垂線。如至己而截丙丁圜于丁。其丙戊己角形之戊己丙。既為直角。即宜大于己丙戊角。一卷十七 而對大角之戊丙邊。宜大于對小角之戊己邊矣。一卷十九 夫戊丙與戊丁等也。戊丙大于戊己。則戊丁亦大于戊己乎

又論曰。若云丙非直角。即其兩旁角一銳一鈍。令乙丙戊為銳角。則銳角乃大于半圜分角乎。本篇十六

第十九題

直線切圜。圜內作切線之垂線。則圜心必在垂線之內

解曰。甲乙線。切丙丁戊圜于丙。圜內作戊丙。為甲乙之



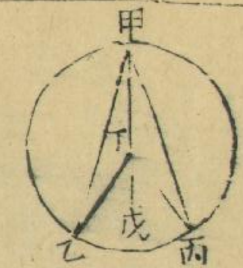
垂線。題言圜心在戊丙線內

論曰。如云不然。心在于巳。令從巳作巳丙直線。即巳丙亦爲甲乙之垂線本篇十八而巳丙甲與戊丙甲。等爲直角。是全與其分等矣

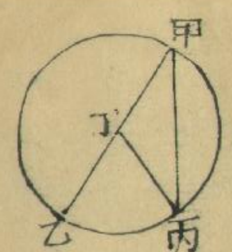
第二十題

負圜角與分圜角。所負所分之圜分同。則分圜角必倍大于負圜角

解曰。甲乙丙圜。其心丁。有乙丁丙分圜角。乙甲丙負圜角。同以乙丙圜分爲底。題言乙丁丙角。倍大于乙甲丙角

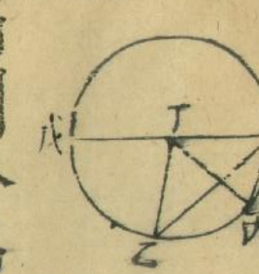


先論分圜角在乙甲、甲丙之內者。曰。如上圖。試從甲過丁心。作甲戊線。其甲丁乙角形之丁甲、丁乙等。即丁甲乙、丁乙甲兩角等一卷五而乙丁戊外角。與內相對兩角并等一卷卅二即乙丁戊倍大于乙甲丁矣。依顯丙丁戊亦倍大于丙甲丁。則乙丁丙全角。亦倍大于乙甲丙全角



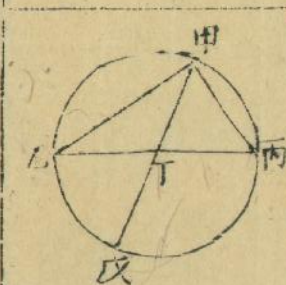
次論分圜角不在乙甲、甲丙之內。而甲乙線過丁心者。曰。如上圖。依前論推顯乙丁丙外角。等于內相對之丁甲丙、丁丙甲兩角并一卷卅二而丁甲、丁丙兩腰等。即甲、丙兩角亦等一卷五則乙丁

丙角倍大于乙甲丙角

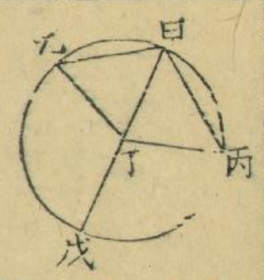


後論分圜角在負圜角線之外而甲乙截丁丙者曰如上圖試從甲過丁心作甲戊線其戊丁丙分圜角與戊甲丙負圜角同以戊乙丙圜分爲底如前次論戊丁丙角倍大于戊甲丙角依顯戊丁乙分圜角亦倍大于戊甲乙負圜角次于戊丁丙角減戊丁乙角戊甲丙角減戊甲乙角則所存乙丁

丙角必倍大于乙甲丙角



增若乙丁丁丙不作角于心或爲半圜或小于半圜則丁心外餘地亦倍大于同底



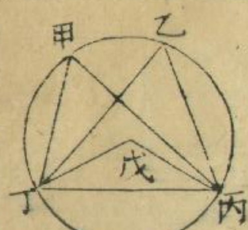
之負圜角

論曰試從甲過丁心作甲戊線即丁心外餘地分爲乙丁戊戊丁丙兩角依前論推

顯此兩角倍大于乙甲丁甲丙兩角

第二十一題

凡同圜分內所作負圜角俱等

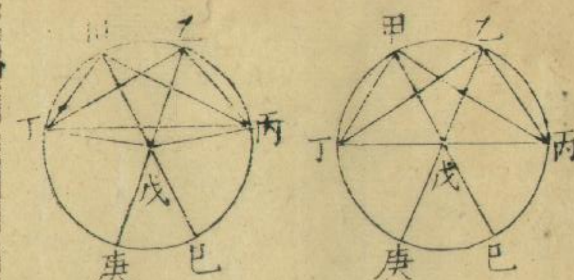


解曰甲乙丙丁圜其心戊于丁甲乙丙圜分內任作丁甲丙丁乙丙兩角題言此兩角等

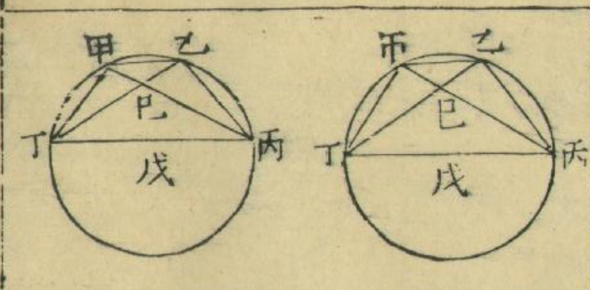
先論函心大分所作曰試從戊作戊丁戊丙線其丁戊丙分圜角既倍大于丁甲丙角丁

乙丙角（本篇十二）即甲、乙、兩角自相等（公論七）

後論半圓分、不函心小分、所作曰丁甲乙丙。或爲半圓分。或爲不函心小分。俱從甲、從乙過戊。作甲巳、乙庚、兩線。若不函心。更從戊作戊丁、戊丙、兩線。其丁戊巳分圓角既倍大于丁甲巳負圓角（本篇二十）依顯丙戊巳分圓角。亦倍大于丙甲巳負圓角。而丁戊庚、庚戊巳、兩角與丁戊巳一角等。則丁戊庚、庚戊巳、巳戊丙、三角必倍大于丁甲丙。依顯此三角、亦倍大于丁乙丙。則丁甲丙、丁乙丙、兩角自相等

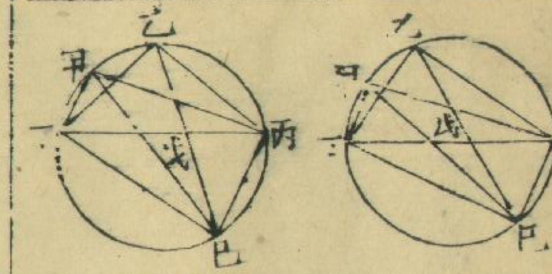


又後論曰。二十題增言分圓不作角。其心外餘地。倍大于同底各負圓角。即各負角自相等



又後論曰。甲丙、乙丁線交羅相遇爲巳。試作甲乙線相聯。其甲丁巳角形之三角并。與乙丙巳角形之三角并等（一卷卅二）次每減一交角相等之甲巳丁、乙巳丙（一卷十五）即巳甲丁、巳丁甲、兩角并。與巳丙乙、巳乙丙、兩角并等矣。而甲丁乙、乙丙甲、兩角同在甲丁丙乙函心大分內又等（本題第一論）則丁甲丙、與丙乙丁、亦等

又後論曰。丁丙之外。任取一界爲巳。作丁巳、丙巳、兩線

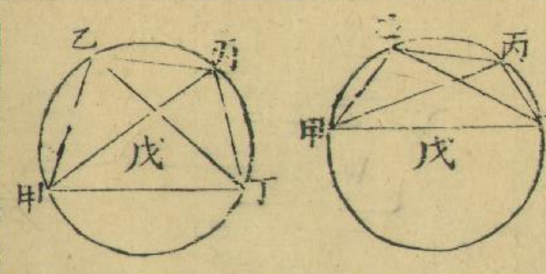


令俱函心。而丁甲乙丙巳、與丙乙甲丁巳。俱爲大分。次于甲巳乙巳、各作直線相聯。其丁甲巳、與丁乙巳、兩角同負丁甲乙丙巳圜界。即等（本題第一論）依顯丙乙巳、與丙甲巳、兩角同負丙乙甲丁巳圜界。又等。此二相等率。并之則丁甲丙、丁乙丙、兩全角亦等

第二十二題

圜內切界四邊形。每相對兩角并。與兩直角等

解曰。甲乙丙丁圜。其心戊。圜內有甲乙丙丁四邊形。題言甲乙丙、丙丁甲、兩角并。乙丙丁、丁甲乙、兩角并。各與

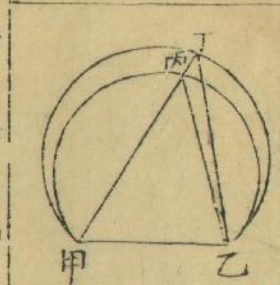


兩直角等

論曰。試作甲丙、乙丁、兩對角線。其甲乙丁、甲丙丁、兩角同負甲乙丙丁圜分。即等（本篇廿一）依顯丙甲丁、丙乙丁、兩角亦等。則甲乙丁、丙乙丁、兩角并。爲甲乙丙一角。與甲丙丁、丙甲丁、兩角并等。次每加一丙丁甲角。即甲乙丙、丙丁甲并、與甲丙丁、丙甲丁、丙丁甲、三角并等。此三角并元與兩直角等（一卷卅二）則甲乙丙、丙丁甲、相對兩角并。與兩直角等。依顯乙丙丁、丁甲乙、并。亦與兩直角等

第二十三題

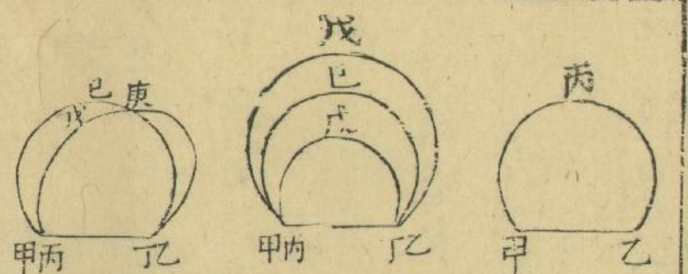
一直線上作兩圜分。不得相似而不相等



論曰。如云不然。令于甲乙線上作同方兩圜分。相似而不相等。必作甲丙乙。又作甲丁乙。其兩圜相交。止于甲乙兩點。本篇十 即一圜分全在內。一圜分全在外矣。次令作甲丁線。截甲丙乙圜于丙。末令作丙乙、丁乙、兩線相聯。夫兩圜分相似者。其負圜角宜等 本卷界說十 則乙丙甲外角。與相對之乙丁甲內角等乎 一卷十六

第二十四題

相等兩直線上作相似兩圜分必等

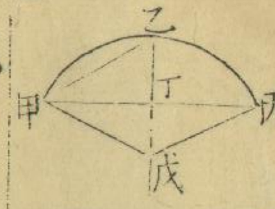


解曰。甲乙、丙丁、兩線上。作甲丙乙、丙巳丁、相似兩圜分。題言兩圜分等

論曰。甲乙、丙丁、兩線既等。試以甲乙線加丙丁線上。兩線必相合。即甲丙乙、丙巳丁、兩圜分相加。亦相合。如云不然。必兩圜分相加。或在內。或在外。或半在內半在外矣。若在內在外。即一直線上。有兩圜分。相似而不相等也 本篇廿三 若半在內。半在外。即兩圜三相交也 本篇十 兩俱不可。故相似者必等

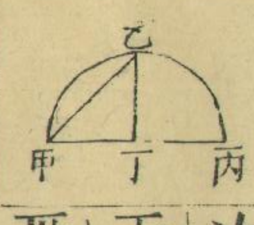
第二十五題

有圜之分。求成圜

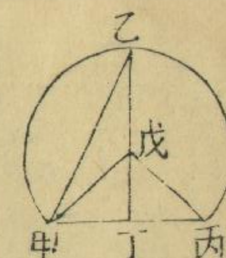


法曰。甲乙丙圜分。求成圜。先于分之兩端作甲丙線。次作乙丁。爲甲丙之垂線。次作甲乙線相聯。其丁乙甲角。或大于丁甲乙角。或等。或小。若大。卽甲乙丙當爲圜之小分。何也。乙丁分甲丙爲兩平分。卽知圜之心。必在乙丁線內本篇一之系而心在丁點之外。則從丁點所出丁乙爲不過心徑線。至小本篇七故對小邊之丁甲乙角。小于對大邊之丁乙甲角也一卷十八卽作乙甲戊角。與丁乙甲角等。次從乙丁引出一線。與甲戊線遇于戊。卽戊爲圜心

論曰。試從戊作戊丙線。其甲丁戊角形之甲丁線。與丙丁戊角形之丙丁線等。丁戊同線。而甲丁戊。丙丁戊。兩皆直角。卽對直角之甲戊與戊丙。兩線等一卷四夫甲戊與乙戊。以對角等故。既等一卷六戊丙與甲戊。又等。則從戊至界。三線皆等。而戊爲心本篇九

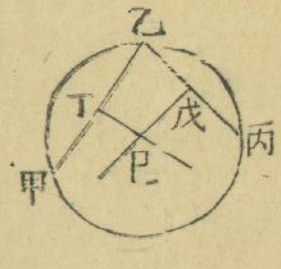


次法兼論曰。若丁乙甲。丁甲乙。兩角等。卽甲乙丙爲半圜。而甲丙爲徑。丁爲心。何也。丁乙甲。丁甲乙。兩角等。卽丁乙。丁甲。兩邊等。然後丁乙甲。丁甲乙。兩角等一卷五令丁乙甲。丁甲乙。兩角既等。卽丁乙。丁甲。兩線必等一卷六丁丙元與丁甲等。則從丁所出三線等。而丁爲圜心本篇九



後法曰。若丁乙甲、小于丁甲乙。卽甲乙丙當爲圜大分。何也。乙丁分甲丙爲兩平分。卽知圜心在乙丁線內（本篇一之系）而丁點在心之外。則所出丁乙爲過心徑線。至大（本篇七）故對大邊之丁甲乙。大于對小邊之丁乙甲也（一卷十八）卽作乙甲戊角。與丁乙甲角等。而甲戊線與乙丁線遇于戊。卽戊爲圜心

論曰。試從戊作戊丙線。其甲丁戊角形之甲丁線與丙丁戊角形之丙丁線等。丁戊同線。而甲丁戊、丙丁戊、兩皆直角。卽對直角之甲戊、戊丙、兩線亦等（一卷四）夫乙戊與甲戊、以對角等故。既等（一卷五）戊丙與甲戊亦等。則從戊至界。三線皆等。而戊爲心（本篇九）

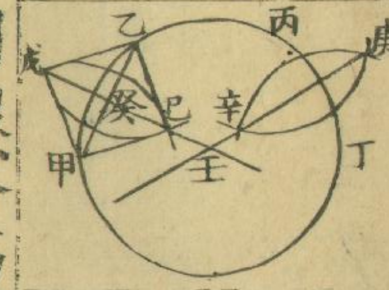


增。求圜分之心。有一簡法。于甲乙丙圜分。任取三點。于甲、于乙、于丙。以兩直線聯之。各兩平分于丁、于戊。從丁、從戊作甲乙、乙丙之各垂線。爲巳丁、爲巳戊。而相遇于巳。卽巳爲圜心

論曰。巳丁、巳戊。既各以兩直角平分甲乙、乙丙、兩線。卽圜之心。當在兩垂線內（本篇一）而相遇于巳。卽巳爲圜心

其用法。圜界上任取四點。爲甲、爲乙、爲丙、爲丁。每兩

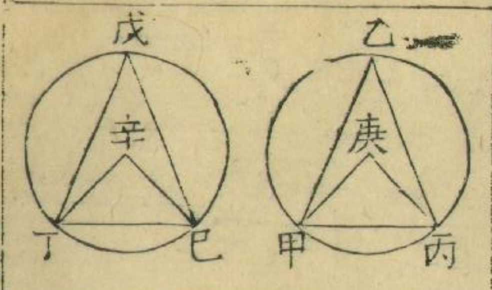
點各自爲心。相向、各任作圜分。四圜分、兩兩相交于戊于巳于庚于辛。從戊巳從庚辛、各作直線引長之交于壬。即壬爲圜心、



論曰。試作甲戊、戊乙、乙巳、巳甲、四直線。此四線各爲同圜等圜之半徑。各等。即甲戊巳角形之甲戊巳、甲巳戊兩角等。而乙戊巳角形之乙戊巳、乙巳戊兩角亦等。次作甲乙直線分戊巳于癸。即甲巳癸角形之甲巳邊與乙巳癸角形之乙巳邊等。巳癸同邊。而對甲巳癸角之甲癸邊與對乙巳癸角之乙癸邊亦等一卷八則甲癸巳乙癸巳俱爲直角而戊巳線必過心。本篇一依顯、庚辛線亦過心。而相遇于壬、爲圜心

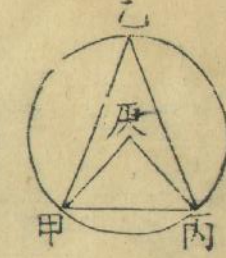
第二十六題 二支

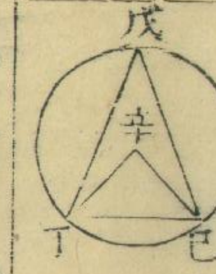
等圜之乘圜分角。或在心、或在界、等。其所乘之圜分亦等



先解在心者。曰甲乙丙、丁戊巳、兩圜等。其心爲庚爲辛。有甲庚丙、與丁辛巳、兩乘圜角等。題言所乘之甲丙、丁巳、兩圜分亦等

論曰。試于甲乙丙、丁戊巳、兩圜分之上任取兩點于乙于戊。從乙作乙甲、乙丙、從戊作戊丁、戊巳。各兩線。次作甲丙、丁巳、兩線相聯。其乙與戊、兩





角既各半于庚辛兩角。卽乙與戊自相等本篇二十而所負甲乙丙、與丁戊巳兩圜分相似本卷界說十又甲庚丙角形之甲庚庚丙、兩邊與丁辛巳角形之丁辛、辛巳、兩邊各等。庚角與辛角又等。卽甲丙、與丁巳兩邊亦等一卷四而相似之甲乙丙、與丁戊巳、兩圜分。在等線上亦等本篇廿四夫相等圜。減相等圜分。則所存甲丙、丁巳兩圜分亦等。故六等角所乘之圜分等

後解在界者。曰。兩圜之乙、與戊兩乘圜角等。題言所乘之甲丙、丁巳兩圜分亦等

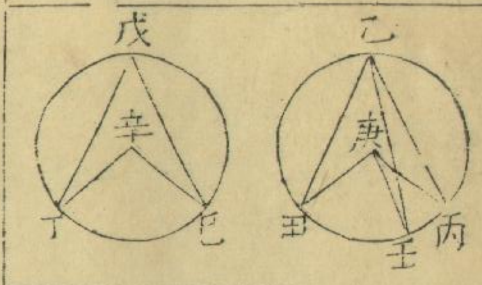
論曰。乙戊兩角既等。而庚辛、兩角各倍于乙戊。卽庚辛自相等本篇二十依前論甲丙、丁巳兩邊亦自相等。而甲乙丙、與丁戊巳。兩圜分亦等本篇廿四今于相等圜減相等圜分。則所存甲丙、丁巳、兩圜分亦等

注曰。後解極易明。盖庚辛、角既各倍于乙戊。則依先論甲丙、丁巳、自相等在心之乘圜角。卽分圜角。隨類異名

第二十七題 二支

等圜之角。所乘圜分等。則其角、或在心。或在界。俱等

先解在心者。曰。甲乙丙、丁戊巳兩圜等。其心爲庚爲辛。若甲庚丙乘圜角



所乘之甲丙分。與丁辛巳所乘之丁巳分。等。

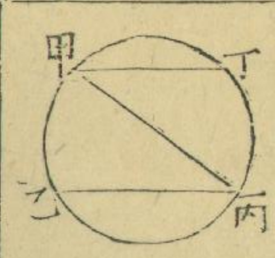
題言甲庚丙、丁辛巳、兩角等

論曰。如云不然。而庚大于辛。令作甲庚壬角。與丁辛巳角等。即甲壬圜分。宜與丁巳圜分等 本篇廿六 而甲丙與丁巳元等。則甲壬與甲丙亦等乎

後解 在界者。曰。甲丙、丁巳兩圜分等。題言其上之乙戊兩角亦等

論曰。如云不然。而乙大于戊。令作甲乙壬角。與戊角等。其甲乙壬與丁戊巳若等。即所乘之甲壬、丁巳。宜等 本篇

廿六而甲丙與丁巳元等。則甲壬與甲丙亦等乎



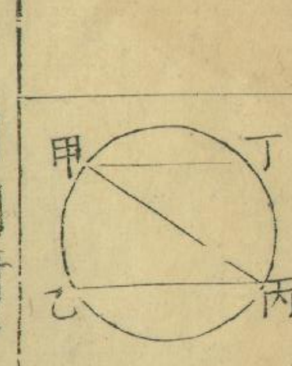
增題。從此推顯兩直線不相交。而在一圜之內。若兩線界相去之圜分等。則兩線必平行。若兩線平行。則兩線界相去之圜分等

先解曰。甲乙丙丁圜內。有甲丁、乙丙兩線。其相去之甲乙、丁丙兩圜分等。題言兩線必平行

論曰。試自甲至丙。作直線相聯。其甲乙、丁丙既等。即甲丙乙與丙甲丁、兩乘圜角亦等 本題 既內相對之兩角等。即兩線必平行 一卷廿七

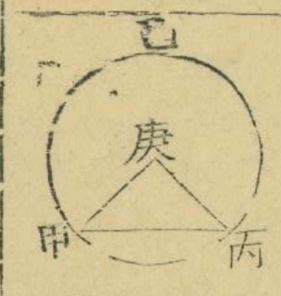
後解曰。甲丁、乙丙、爲平行線。題言甲乙、丁丙、兩圜分必等。

論曰。試作甲丙線。其甲丁、乙丙、既平行。即丙相對之兩角甲丙乙、丙甲丁、必等（一卷廿七）。而所乘圜分甲乙、丁丙、亦等（本篇廿六）。

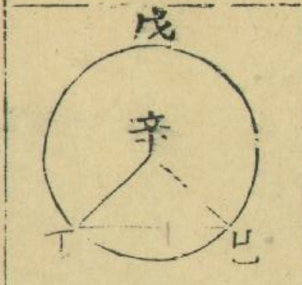


第二十八題

等圜內之直線等。則其割本圜之分。大與大。小與小。各等。



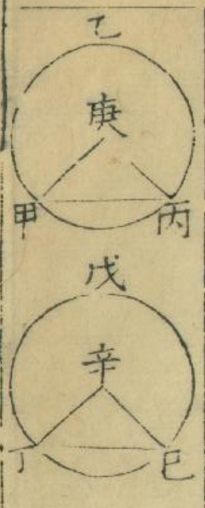
解曰。甲乙丙、丁戊巳、兩圜等。其心爲庚、爲辛。圜內有甲丙、丁巳、兩直線等。題言甲乙丙與丁戊巳、兩大分。甲丙與丁巳、兩小分。各等。



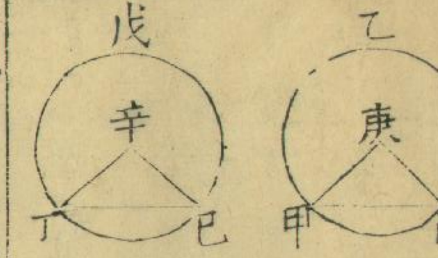
論曰。試于甲庚、庚丙、丁辛、辛巳、各作直線。其甲庚丙角形之甲丙。與丁辛巳角形之丁巳。兩底既等。而甲庚、庚丙、兩腰。與丁辛、辛巳、兩腰。又等。即庚辛兩角亦等（一卷八）。其所乘之甲丙、丁巳、兩小分必等（本篇廿六）。次減相等之甲丙、丁巳、兩小分。則所存甲乙丙、丁戊巳、兩大分亦等。

第二十九題

等圜之圜分等。則其割圜分之直線亦等。



解曰。依前題。兩圜之甲乙丙、丁戊巳、兩圜分等。而甲丙、丁巳、兩圜分亦等。



題言甲丙、丁巳兩線必等

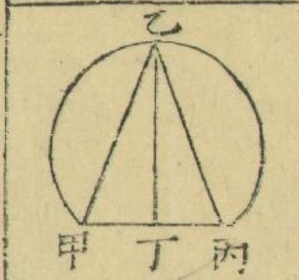
論曰。依前題作四線。其甲庚丙角形之甲庚、庚丙兩腰。與丁辛巳角形之丁辛、辛巳兩腰等。而庚辛兩角所乘之甲丙、丁巳兩圜分等。即庚辛兩角亦等 本篇廿七 而對等角之甲丙、丁巳兩線必等 一卷四

注曰。第二十六至二十九四題所說俱等圜。其在同圜。亦依此論

第三十題

有圜之分。求兩平分之

法曰。甲乙丙圜分。求兩平分。先于分之兩界作甲丙線。次兩平分于丁。從丁作乙丁。為甲丙之垂線。即乙丁分甲乙丙圜分為兩平分。

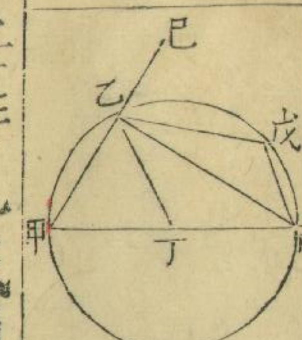


論曰。從乙作乙甲、乙丙兩線。其甲乙丁角形之甲丁、與丙乙丁角形之丙丁。兩腰等。丁乙同腰。而甲丁乙、與丙丁乙兩直角又等。即對直角之甲乙、乙丙兩底亦等 一卷四 而甲乙、與乙丙兩圜分亦等 本篇十八 則甲乙丙圜界兩平分于乙矣

第三十一題 五支

負半圜角必直角。負大分角必小于直角。負小分角必大于直

角大圜分角大于直角小圜分角小于直角



解曰甲乙丙圜其心丁其徑甲丙于半圜分內任作甲乙丙角形即甲乙丙角負甲乙丙半圜分乙甲丙角負乙甲丙大分又任作乙戊丙角負乙戊丙小分題先言負半圜之甲乙丙爲直角二言負大分之乙甲丙角小于直角三言負小分之乙戊丙角大于直角四言丙乙甲大圜分角大于直角後言丙乙戊小圜分角小于直角

先論曰試作乙丁線次以甲乙線引長之至巳其丁乙丁甲兩線等即丁乙甲乙甲丁兩角等 一卷五

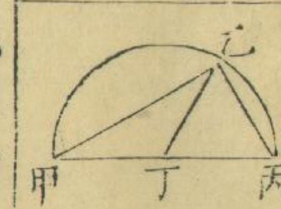
丙丁丙乙兩角亦等而甲乙丙全角與乙甲丙甲丙乙兩角并等又巳乙丙外角亦與相對之乙甲丙甲丙乙兩內角并等 一卷卅二 則巳乙丙與甲乙丙等爲直角

二論曰甲乙丙角形之甲乙丙既爲直角則乙甲丙小于直角 一卷十七

三論曰甲乙戊丙四邊形在圜之內其乙甲丙乙戊丙相對兩角并等兩直角 本篇廿二 而乙甲丙小于直角則乙戊丙大于直角

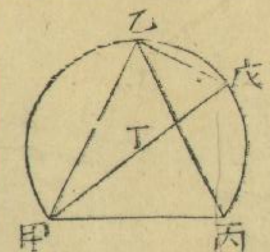
四論曰甲乙丙直角爲丙乙甲大圜分角之分則大于直角

後論曰。丙乙戊小圜分角。爲巳乙丙直角之分。則小于直角



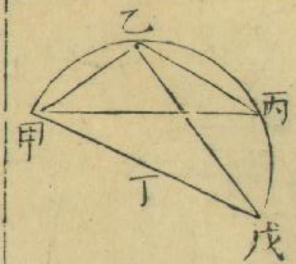
此題別有四解四論。先解曰。甲乙丙半圜。其心丁。其上任作甲乙丙角。題言此爲直角

論曰。試作乙丁線。其丁乙、丁甲。兩線既等。即丁乙甲、丁甲乙。兩角亦等（一卷五）而乙丁丙外角。既與丁乙甲、丁甲乙相對之兩內角幷等（一卷卅二）即倍大于丁乙甲角。依顯乙丁甲外角。亦倍大于丁乙丙角。即乙丁甲乙丁丙。兩角幷。亦倍大于甲乙丙角。夫乙丁甲、乙丁丙幷。等兩直角（一卷十三）則甲乙丙爲直角



二解曰。甲乙丙大圜分。其心丁。任作甲乙丙角。題言此小于直角

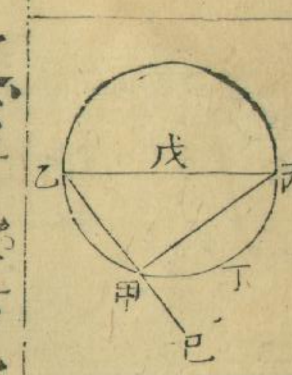
論曰。試作甲丁戊徑線。次作乙戊線相聯。其甲乙戊。既爲直角（本題一論）即甲乙丙爲其分。而小于直角



三解曰。甲乙丙小圜分。其心丁。任作甲乙丙角。題言此大于直角

論曰。試作甲丁戊徑線。而引乙丙圜界至戊。次作乙戊線。其甲乙戊既負半圜之直角。而爲甲乙丙角之分。則甲乙丙大于直角

四、五合解曰。甲乙丙大圜分。丙丁甲小圜分。其心戊。題



言丙甲乙大圜分角大于直角丙甲丁小圜分角小于直角

論曰試作乙戊丙徑線次作乙甲線引長之至巳其乙甲丙直角爲丙甲乙大圜分角之分而丙甲丁小圜分角又爲巳甲丙直角之分則大分角大于直角小分角小于直角

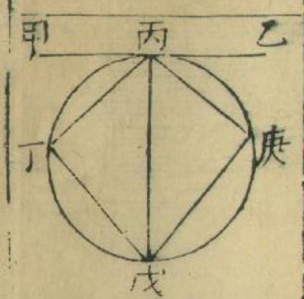
一系凡角形之內一角與兩角并等其一角必直角何者其外角與內相對之兩角等則與外角等之內交角豈非直角

二系大分之角大于直角小分之角小于直角終無有角等于直角又從小過大從大過小非大即小終無相等依此題四五論其明與本篇十六題增注互相發也

第三十二題

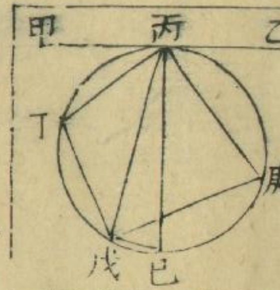
直線切圜從切界任作直線割圜爲兩分分內各任爲負圜角其切線與割線所作兩角與兩負圜角交互相等

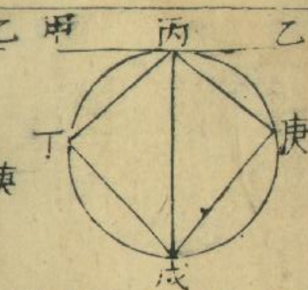
解曰甲乙線切丙丁戊圜于丙從丙任作丙戊直線割圜爲兩分兩分內任作丙丁戊丙庚戊兩負圜角題言



甲丙戊角與丙庚戊角乙丙戊角與丙丁戊角交互相等

先論割圜線過心者曰如前圖甲丙戊乙丙





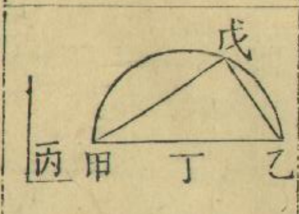
戊、兩皆直角。而丙庚戊、丙丁戊兩負半圜角。亦皆直角（一卷十八）（本篇卅一）則交互相等

後論割圜線不過心者。曰。如後圖。試作丙巳過心直線。次作戊巳線相聯。其巳丙爲甲乙之垂線（一卷十八）而丙戊巳爲直角（本篇卅一）即戊丙巳、戊巳丙兩角。幷等于一直角。亦等于甲丙巳角矣。此兩率者。各減同用之戊丙巳角。即所存戊巳丙與甲丙戊等也。夫戊巳丙與丙庚戊元等（本卷廿一）則甲丙戊與丙庚戊交互相等。又丙丁戊庚四邊形之丙丁戊、丙庚戊兩對角幷。等兩直角（本篇廿二）而甲丙戊乙丙戊

兩交角。亦等兩直角（一卷十三）此二率者。各減一相等之甲丙戊、丙庚戊。則所存丙丁戊、乙丙戊。亦交互相等

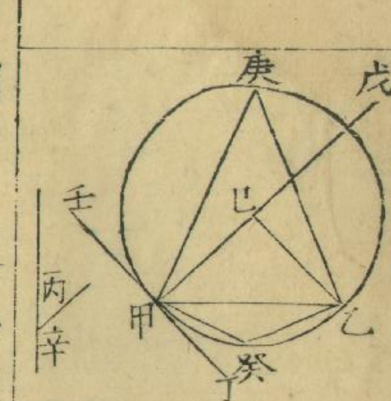
第三十三題

一線上求作圜分。而負圜分角。與所設直線角等



先法曰。設甲乙線。丙角。求線上作圜分。而負圜分角。與丙等。其丙角或直或銳或鈍。若直角。先以甲乙兩平分于丁。次以丁爲心。甲乙爲界。作半圜。圜分內作甲戊乙角。即負半圜角爲直角（本篇卅一）如所求

次法曰。若設丙銳角。先于甲點上作丁甲乙銳角。與丙



等。次作戊甲、爲甲丁之垂線、于甲乙之上。次作巳乙甲角。與巳甲乙角等。而乙巳線與甲戊線、遇于巳。卽巳乙、巳甲、兩線等（一卷六末）以巳爲心。甲爲界。作甲庚圓。必過乙。卽甲庚乙圓分內甲、乙線上、所作負圓角。必爲銳角、而與丙等

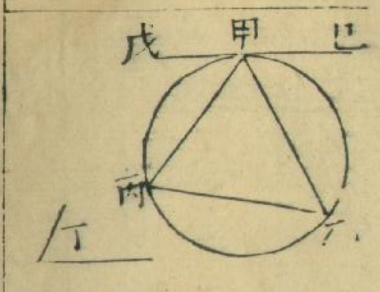
論曰。試作甲庚乙角。其甲巳戊線、過巳心。而丁甲又爲戊甲之垂線。卽丁甲線、切甲庚乙圓于甲（本篇十六之系）則丁甲乙、與甲庚乙、兩角。交互相等（本篇卅二）如所求

後法曰。若設辛鈍角。依前作壬甲乙鈍角。與辛等。次作戊甲、爲壬甲之垂線。餘倣第二法。而于甲乙線上、作甲癸乙角。卽與辛等

後論同次

第三十四題

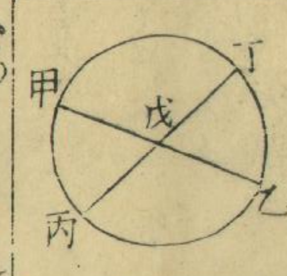
設圓。求割一分。而負圓分角。與所設直線角等



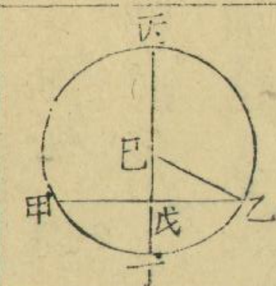
法曰。設甲乙丙圓。求割一分。而負圓分角。與丁等。先作戊巳直線、切圓于甲（本篇十七）次作巳甲乙角。與丁等。卽割圓之甲乙線上、所作甲丙乙角。負甲丙乙圓分、而與丁等。何者。巳甲乙角、與丁等。亦與甲丙乙、交互相等故（本篇卅二）

第三十五題

圜內兩直線。交而相分。各兩分線矩內直角形等

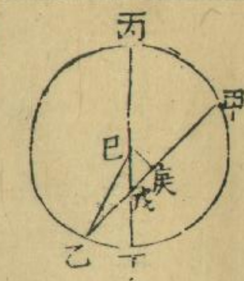


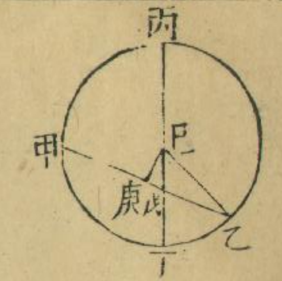
解曰。甲丙乙丁圜內。有甲乙丙丁、兩線。交而相分于戊。題言甲戊偕戊乙。與丙戊偕戊丁。兩矩內直角形等。其兩線或俱過心。或一過心。一不過心。或俱不過心。若俱過心者。其各分四線等。即兩矩內直角形亦等



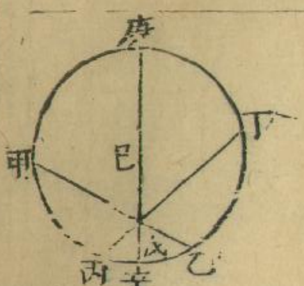
先論曰。圜內線獨丙丁過巳心者。又有二種。其一。丙丁平分甲乙線于戊。即丙戊線在甲乙上。為兩直角。（本篇三）試作巳乙線相聯。其丙丁線。既兩平分于巳。又任兩分于戊。即丙戊偕戊丁。矩內直角形。及巳戊上直角方形。并。與等巳丁之巳乙上直角方形等。（二卷五）夫巳乙上直角方形。與巳戊戊乙上兩直角方形并等。（一卷四七）即丙戊偕戊丁。矩內直角形。及巳戊上直角方形。并。與巳戊戊乙上兩直角方形。并。亦等矣。次每減同用之巳戊上直角方形。則所存丙戊偕戊丁。矩內直角方形。不與戊乙上直角方形等乎。戊乙與甲戊。既等。即甲戊偕戊乙。矩內直角形。與丙戊偕戊丁。矩內直角形。亦等

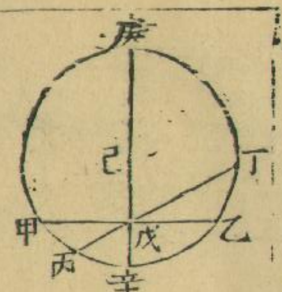
次論曰。若丙丁任分甲乙線于戊。即以甲乙線。兩平分





于庚。次于庚巳、巳乙各作直線相聯。卽巳庚爲甲乙之垂線。而戊兩直角（本篇三）。其丙戊偕戊丁矩內直角形、及巳戊上直角方形幷。與等巳丁之巳乙上直角方形等（二卷五）。而巳戊上直角方形。與巳庚、庚戊上兩直角方形幷等（一卷四七）。巳乙上直角方形。與巳庚、庚乙上兩直角方形幷、亦等。則丙戊偕戊丁、矩內直角形、及巳庚、庚戊上兩直角方形幷。與巳庚、庚乙上兩直角方形幷等。次每減同用之巳庚上直角方形。卽所存丙戊偕戊丁、矩內直角形、及庚戊上直角方形。不與庚乙上直角方形等乎。夫甲戊偕戊乙矩內直角形、及庚戊上直角方形幷。亦與庚乙上直角方形等（二卷五）。此二相等率者。每減同用之庚戊上直角方形。則丙戊偕戊丁。與甲戊偕戊乙。兩矩內直角形等矣。



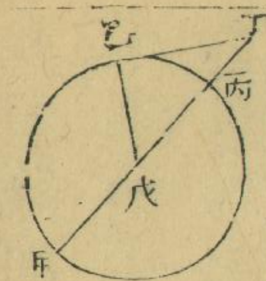


後論曰。圜內兩線俱不過心者。又有二種。或一線平分。或兩俱任分。皆從巳心、與戊相聯。作直線、引長之。爲庚辛線。依上論甲戊偕戊乙、矩內直角形。不論甲乙線平分、任分。皆與過心之庚戊偕戊辛、矩內直角形等。又依上論丙戊偕戊丁、矩內直角形。不論丙丁線平

分任分亦與過心之庚戊偕戊辛矩內直角形等。則甲戊偕戊乙。與丙戊偕戊丁。兩矩內直角形等

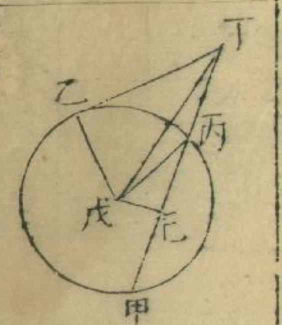
第三十六題

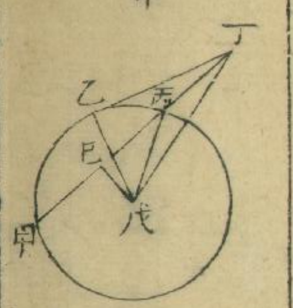
圜外任取一點。從點出兩直線。一切圜。一割圜。其割圜之全線偕規外線矩內直角形。與切圜線上直角方形等



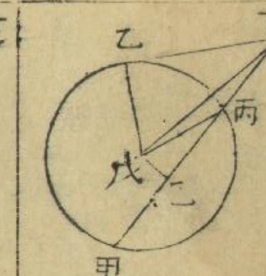
解曰。甲乙丙圜外。任取丁點。從丁作丁乙線切圜于乙本篇十七 作丁甲線。截圜界于丙。題言甲丁偕丙丁矩內直角形。與丁乙上直角方形等

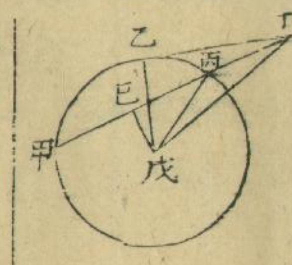
先論丁甲過戊心者曰。試作乙戊線。為丁乙之垂線本篇十八 其甲丙線平分于戊。又引出一丙丁線。即甲丁偕丙丁矩內直角形。及等戊丙之戊乙上直角方形并。與戊丁上直角方形等二卷六 而戊丁上直角方形。與戊乙丁乙上兩直角方形并等一卷四七 即甲丁偕丙丁矩內直角形。及戊乙上直角方形。與戊乙丁乙上兩直角方形并等。此兩率者。每減同用之戊乙上直角方形。則所存甲丁偕丙丁矩內直角形。與丁乙上直角方形等



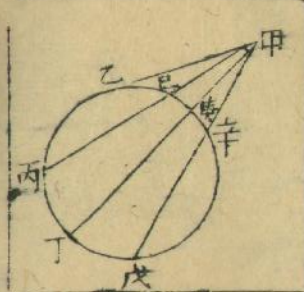


後論丁甲不過戊心者曰。試以甲丙線兩平分于巳。次從戊心作戊巳戊丙戊丁戊乙四線。即





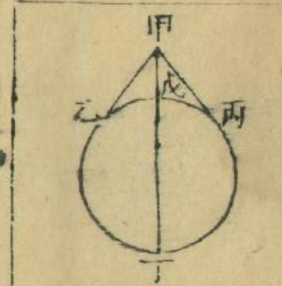
戊乙為丁乙之垂線本篇十八戊巳為甲丙之垂線本篇三其甲丙線旣兩平分于巳又引出一丙丁線即甲丁偕丁丙矩內直角形及巳丙上直角方形幷與巳丁上直角方形等二卷六次每加一戊巳上直角方形即甲丁偕丁丙矩內直角形及巳丙戊巳上兩直角方形幷與巳丁戊巳上兩直角方形幷等夫巳丙戊巳上兩直角方形幷與等戊丙之戊乙上直角方形等一卷四七而戊丁上直角方形與巳丁戊巳上兩直角方形幷等即甲丁偕丁丙矩內直角形及戊乙上直角方形幷與戊丁上直角方形等矣又戊丁上直角方形與戊乙丁乙上兩直角方形幷等即甲丁偕丁丙矩內直角形及戊乙上直角方形幷與戊乙丁乙上兩直角方形幷等次每減同用之戊乙上直角方形則所存甲丁偕丁丙矩內直角形與丁乙上直角方形等



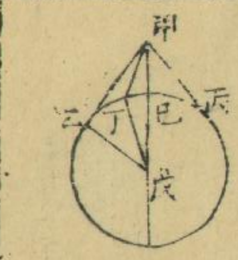
一系若從圓外一點作數線至規內各全線偕規外線矩內直角形俱等如從甲作甲丙甲丁甲戊各線截圓界于巳于庚于辛其甲丙偕巳甲甲丁偕庚甲甲戊偕辛甲各矩內直角形俱等何者試作甲乙切圓線則各矩線內直角形與甲乙

上直角方形俱等故本題

二系從圜外一點作兩直線切圜此兩線等



如甲點作甲乙甲丙兩切圜線即甲丙與甲乙等何者試從甲作甲丁線截圜界于戊其甲乙甲丙上兩直角方形各與甲丁偕甲戊矩內直角形等本題則此兩直角方形自相等

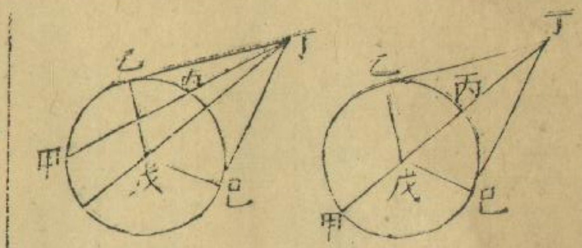


三系從圜外一點止可作兩直線切圜若言從甲既作甲乙甲丙兩線切圜又可作甲丁線亦切圜令從戊心作戊乙戊丁兩線即甲乙戊爲直角而甲丁戊亦宜等爲直角本篇十八試作甲戊直線則甲乙戊角形內有甲丁戊角應大于甲乙戊角一卷廿一安得爲直角也又甲乙甲丁若俱切圜即兩線宜等本題二系試作甲戊線截圜于巳則甲丁爲近巳線甚小甞小于遠巳之甲乙線本篇八又安得相等也故一點上止可作切圜線兩也

第三十七題

圜外任于一點出兩直線一至規外一割圜至規內而割圜全線偕割圜之規外線矩內直角形與至規外之線上直角方形等則至規外之線必切圜

解曰甲乙丙圜其心戊從丁點作丁乙至規外之線遇



圜界于乙。又作丁甲割圜至規內之線。而截圜界于丙。其丁甲偕丁丙矩內直角形。與丁乙上直角方形等。題言丁乙為切圜線。

論曰。試從丁作丁巳線。切圜于巳（本篇十七）次作戊乙、戊巳兩線相聯。若丁甲不過戊心者。又作丁戊直線。其丁巳上直角方形。與丁甲偕丁丙矩內直角形等（本篇卅六）。而丁乙上直角方形。與丁甲偕丁丙矩內直角形亦等。則丁乙丁巳上兩直角方形自相等。而丁乙丁巳兩線亦等。夫丁乙戊角形之丁乙乙戊與丁巳戊角形之丁巳巳戊各兩腰等。丁戊同底卽兩角形之三角各等（一卷八）。而對丁戊底之丁巳戊為直角（本篇十八）。卽丁乙戊亦直角。故丁乙為切圜線（本篇十六之系）

幾何原本第三卷終

幾何原本第四卷之首

泰西利瑪竇口譯

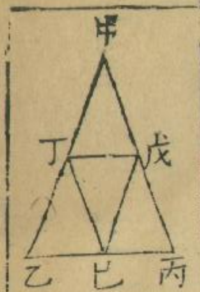
吳淞徐光啓筆受

界說七則

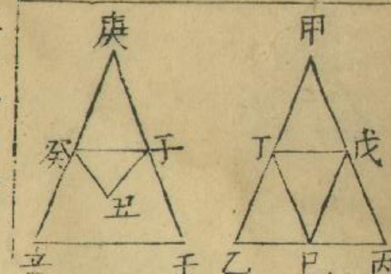
第一界

直線形。居他直線形內。而此形之各角。切他形之各邊。爲形內切形

此卷將論切形在圓之內、外。及作圓在形之內、外。故解



形之切在形內、及切在形外者。先以直線形爲例。如前圖。丁戊巳角形之丁、戊、巳三角。切



甲乙丙角形之甲乙乙丙丙甲、三邊。則丁戊巳為甲乙丙之形內切形。如後圖。癸子丑角形。雖癸子、兩角切庚辛壬角形之庚辛、壬庚兩邊。而丑角不切辛壬邊。則癸子丑不可謂庚辛壬之形內切形

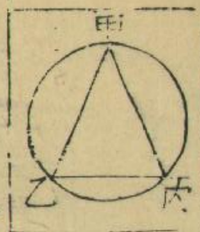
第二界

一直線形。居他直線形外。而此形之各邊切他形之各角。為形外切形

如第一界圖。甲乙丙、為丁巳戊之形外切形　其餘各形。倣此二例

第三界

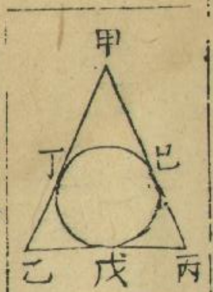
直線形之各角。切圜之界。為圜內切形



甲乙丙形之三角。各切圜界于甲、于乙、于丙、是也

第四界

直線形之各邊。切圜之界。為圜外切形



甲乙丙形之三邊。切圜界于丁、于巳、于戊、是也

第五界

圜之界。切直線形之各邊。為形內切圜

同第四界圖

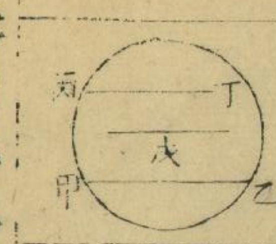
第六界

圜之界切直線形之各角。爲形外切圜

同第三界圖

第七界

直線之兩界。各抵圜界。爲合圜線



甲乙線兩界。各抵甲乙丙圜之界。爲合圜線。若丙抵圜而丁不至。及戊之兩俱不至。不爲合圜線

幾何原本第四卷之首終

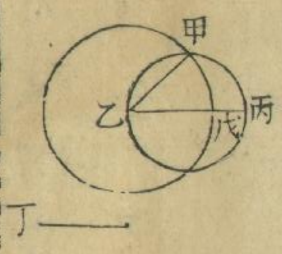
幾何原本第四卷　本篇論圜內外形　計十六題

泰西利瑪竇口譯

吳淞徐光啓筆受

第一題

有圜。求作合圜線。與所設線等。此設線不大于圜之徑線

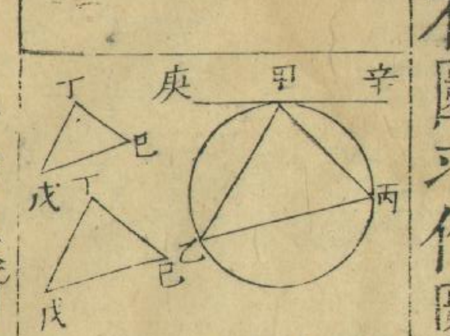


法曰。甲乙丙圜。求作合圜線。與所設丁線等。其丁線不大于圜之徑線（徑爲圜內之最大線。更大。不可合。見三卷）先作甲乙圜徑。爲乙丙。若乙丙與丁等者卽是合線。若丁小于徑者。卽于乙丙上截取乙戊與丁等。次以乙爲心。戊爲界。作甲戊圜。交甲乙丙圜于甲。末

作甲乙合線。即與丁等。何者。甲乙與乙戊等。則與丁等

第二題

有圜求作圜內三角切形。與所設三角形等角

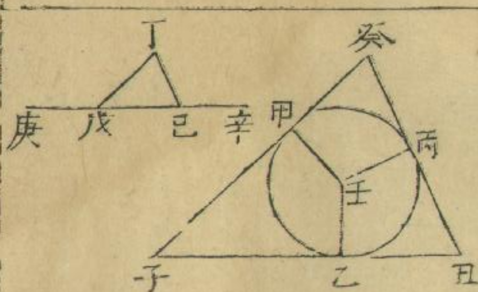


法曰。甲乙丙圜。求作圜內三角切形。其三角。與所設丁戊巳形之三角。各等。先作庚辛線。切圜于甲（三卷十七）次作庚甲乙角。與設形之巳角等。次作辛甲丙角。與設形之戊角等。末作乙丙線。即圜內三角切形。與所設丁戊巳形等角

論曰。甲丙乙。與庚甲乙。兩角等。甲乙丙。與辛甲丙。兩角亦等（三卷卅二）而庚甲乙、辛甲丙、兩角。既與所設巳、戊、兩角各等。即甲丙乙、甲乙丙、亦與巳、戊、各等。而乙甲丙必與丁等（一卷卅二）則三角俱等

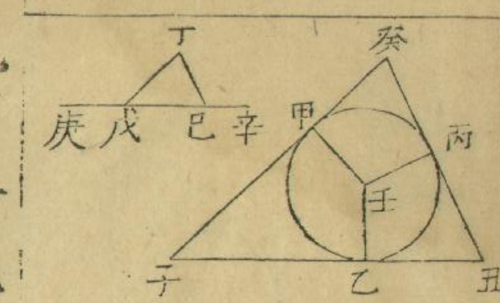
第三題

有圜求作圜外三角切形。與所設三角形等角



法曰。甲乙丙圜。求作圜外三角切形。其三角。與所設丁戊巳形之三角各等。先于戊巳一邊引長之。爲庚辛。次于圜界抵心。作甲壬線。次作甲壬乙角。與丁戊庚等。次作乙壬丙角。與丁巳辛等。末于甲、乙、丙、上作癸子、子丑、丑癸、三垂線。此三線。各切圜于甲、于乙、于丙（三卷十六之系）而相

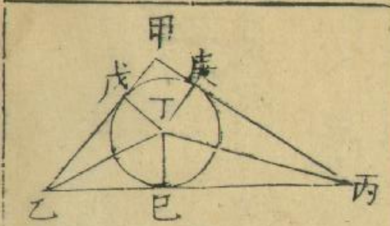
遇于子、于丑、于癸。若作甲丙線。即癸甲丙、癸丙甲、兩角、小于兩直角。而子癸、丑癸、兩線必相遇。餘二倣此。此癸子、丑三角。與所設丁戊巳三角各等



論曰。甲壬乙子四邊形之四角。與四直角等。一卷卅二題內而壬甲子、壬乙子、兩爲直角。卽甲壬乙、甲子乙、兩角幷。等兩直角。彼丁戊庚、丁戊巳、兩角幷。亦等兩直角一卷十三此二等率者。每減一相等之丁戊庚、甲壬乙。則所存丁戊巳與甲子乙等。依顯丑角、與丁巳戊等。則癸與丁亦等一卷卅二而癸子丑、與丁戊巳兩形之各三角俱等

第四題

三角形。求作形內切圓

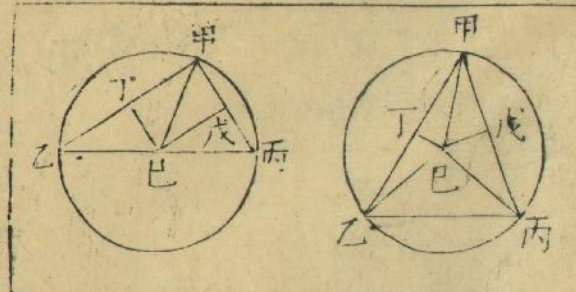


法曰。甲乙丙角形。求作形內切圓。先以甲乙丙、甲丙乙、兩角。各兩平分之一卷九作乙丁、丙丁、兩直線。相遇于丁。次自丁至角形之三邊。各作垂線。爲丁巳、丁庚、丁戊。其戊丁乙角形之丁戊乙、丁乙戊、兩角。與乙丁巳角形之丁巳乙、丁乙巳、兩角。各等。乙丁同邊。卽丁戊、丁巳、兩邊亦等一卷廿六依顯丁丙巳角形。與丁庚丙角形之丁巳、丁庚。兩邊亦等。卽丁戊、丁巳、丁庚、三線俱等。末作圓。以丁爲心。戊爲界。卽過庚巳

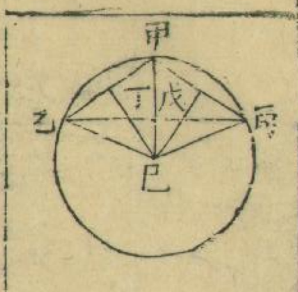
爲戊庚巳圜而切角形之甲乙、乙丙、丙甲、三邊于戊、于巳、于庚〔三卷十六之系〕此爲形內切圜

第五題

三角形。求作形外切圜



法曰。甲乙丙角形。求作形外切圜。先平分兩邊〔若形是直角鈍角則分直角鈍角之兩旁邊〕于丁、于戊、次于丁、戊上各作垂線爲巳丁、巳戊。而相遇于巳〔若自丁至戊作直線。即巳丁戊角形之巳丁戊、巳戊丁、兩角。小于兩直角。故丁巳、戊巳、兩線必相遇〕其巳點。或在形內。或在形外。俱作巳甲、巳乙、巳丙、三線。或在乙丙邊上。止作巳甲線。其



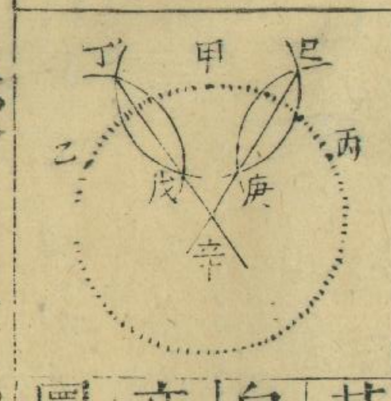
甲丁巳角形之甲丁。與乙丁巳角形之乙丁、兩腰等。丁巳同腰。而丁之兩旁角。俱直角。即甲巳、巳乙、兩底必等〔一卷四〕依顯甲巳戊、丙巳戊兩形之甲巳、巳丙、兩底亦等。則巳甲、巳乙、巳丙、三線俱等。末作圜。以巳爲心。甲爲界。必切丙乙、而爲角形之形外切圜

一系。若圜心在三角形內。即三角形爲銳角形。何者。每角在圜大分之上故。若在一邊之上。即爲直角形。若在形外。即爲鈍角形

二系。若三角形爲銳角形。即圜心必在形內。若直角形。

必在一邊之上。若鈍角形。必在形外

增。從此推得一法。任設三點。不在一直線。可作一過三點之圜。其法先以三點作三直線相聯。成三角形。次依前作



其用法。甲、乙、丙、三點。先以甲、乙、兩點各自爲心。相向各任作圜分。令兩圜分相交于丁、于戊。次甲、丙、兩點亦如之。令兩圜分相交于巳、于庚。末作丁戊、巳庚、兩線各引長之。令相交于辛。即辛爲圜之心　論見三卷二十五增

第六題

有圜。求作內切圜直角方形

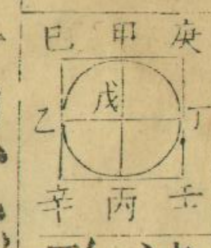
法曰。甲乙丙丁圜。其心戊。求作內切圜直角方形。先作甲丙、乙丁、兩徑線。以直角相交于戊。次作甲乙、乙丙、丙丁、丁甲、四線。即甲乙丙丁、爲內切圜直角方形

論曰。甲乙戊角形之甲戊。與乙戊丙角形之戊丙、兩腰等。乙戊同腰。而腰間角、兩爲直角。即其底甲乙、乙丙、等（一卷四）依顯乙丙、丙丁、亦等。則四邊形之四邊俱等。而甲、乙、丙、丁、四角。皆在半圜分之上。又皆直角（三卷卅一）是爲內

切圜直角方形

第七題

有圜。求作外切圜直角方形



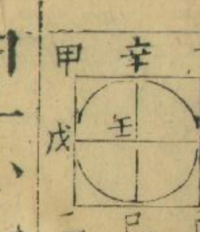
法曰。甲乙丙丁圜。其心戊。求作外切圜直角方形。先作甲丙乙丁兩徑線。以直角相交于戊。次于甲乙丙丁。作庚巳巳辛辛壬壬庚四線。為兩徑之垂線。而相遇于巳于辛于壬于庚。即巳庚壬辛。為外切圜直角方形

論曰。甲戊乙巳乙戊既皆直角。即巳辛甲丙平行一卷廿八依顯甲丙庚壬亦平行。則巳庚辛壬亦平行一卷三十又甲丙辛巳既直角形。即甲丙巳辛。必等一卷卅四而甲丙辛、甲巳辛、兩角亦等。甲丙辛既直角。即甲巳辛亦直角。依顯庚壬辛。亦直角。而辛壬壬庚庚巳三邊。俱等于甲丙乙丁兩徑。既四邊俱等于兩徑。則巳庚壬辛為直角方形。而四邊各切圜三卷十六之系

第八題

直角方形。求作形內切圜

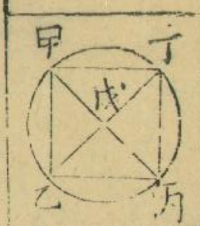
法曰。甲乙丙丁直角方形。求作形內切圜。先以四邊各兩平分于戊于巳于庚于辛。而作辛巳戊庚兩線。交于壬。其甲丁、與乙丙。既平行相等。即半減



線之甲辛、乙巳。亦平行相等。而甲乙、與辛巳亦平行相等。(一卷卅三)依顯丁丙、與辛巳。亦平行相等。甲丁、乙丙、戊庚、俱平行相等。而甲壬、乙壬、丙壬、丁壬、四俱直角形。壬戊、壬巳、壬庚、壬辛、四線。與甲辛、戊乙、丁辛、甲戊四線、各等。夫甲辛、戊乙、丁辛、甲戊、各爲等線之半。卽與之等者。壬戊、壬巳、壬庚、壬辛。亦自相等。次作圜。以壬爲心。戊爲界。必過巳、庚、辛。而切甲丁、丁丙、丙乙、乙甲。四邊。(三卷十六)是爲形內切圜

第九題

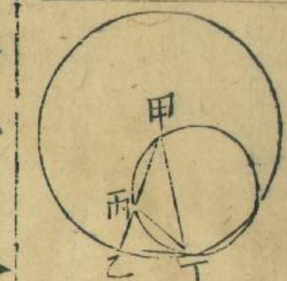
直角方形。求作形外切圜



法曰。甲乙丙丁直角方形。求作外切圜。先作對角兩線。爲甲丙、乙丁。而交于戊。其甲乙丁角形之甲乙、甲丁、兩腰等。卽甲乙丁、甲丁乙、兩角亦等。(一卷五)而乙甲丁爲直角。卽甲乙丁、甲丁乙、俱半直角。(一卷卅二)依顯丙乙丁、丙丁乙、亦俱半直角。而四角俱等。又戊甲丁、戊丁甲、兩角等。卽戊甲、戊丁、兩邊亦等。(一卷六)依顯戊甲、戊乙、兩邊亦等。而戊乙、戊丙、兩邊、戊丙、戊丁、兩邊各等次作圜。以戊爲心。甲爲界。必過乙、丙、丁。而爲形外切圜

第十題

求作兩邊等三角形。而底上兩角。各倍大于腰間角

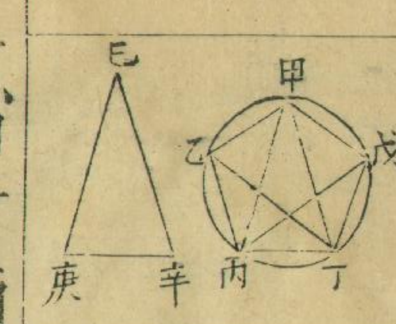


法曰先任作甲乙線次分之于丙其分法須甲乙偕丙乙矩內直角形與甲丙上直角方形等（二卷十一）次以甲為心乙為界作乙丁圜次作乙丁合圜線與甲丙等（本篇一）末作甲丁線相聯其甲乙甲丁等即甲乙丁為兩邊等角形而甲乙丁甲丁乙兩角各倍大于甲角

論曰試作丙丁線而甲丙丁角形外作甲丙丁切圜（本篇五）其甲乙偕丙乙矩內直角形與甲丙上直角方形等即亦與至規外之乙丁上直角方形等而乙丁線切甲丙丁圜于丁（三卷卅七）即乙丁切線偕丁丙割線所作乙丁丙角與負丁甲丙圜分之甲角交互相等（三卷卅二）此二率者每加一丙丁甲角即甲丁乙全角與丙甲丁丙丁甲兩角并等夫乙丙丁外角亦與丙甲丁丙丁甲相對之兩內角等（一卷卅二）即乙丙丁角與甲丁乙全角等而與相等之甲乙丁亦等丙丁與乙丁兩線亦等（一卷六）夫乙丁元與甲丙等即丙丁與甲丙亦等丙甲丁丙丁甲兩角亦等而甲角既與乙丁丙角等即乙丁丙與丙丁甲兩角亦等是甲丁乙倍大于丙丁甲必倍大于相等之甲角也而相等之甲乙丁亦倍大于甲也

第十一題

有圜求作圜內五邊切形。其形等邊等角。



法曰。甲乙丙丁戊圜。求作五邊內切圜形。等邊等角。先作己庚辛兩邊等角形。而庚辛兩角。各倍大于己角。本篇十 次于圜內作甲丙丁角形。與己庚辛角形各等角。本篇二 次以甲丙丁、甲丁丙、兩角。各兩平分。一卷九 作丙戊、丁乙兩線。末作甲乙、乙丙、丙丁、丁戊、戊甲、五線相聯。即甲乙丙丁戊為五邊內切圜形。而五邊、五角、俱自相等

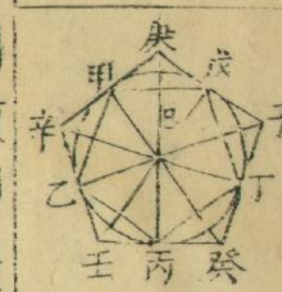
論曰。甲丙丁、甲丁丙、兩角。皆倍大于丙甲丁角。而兩角又平分。即甲丁乙、乙丁丙、丙甲丁、丁丙戊、戊丙甲、五角皆等。而五角所乘之甲乙、乙丙、丙丁、丁戊、戊甲、五圜分亦等三卷廿六 即甲乙、乙丙、丙丁、丁戊、戊甲、五線、亦等三卷廿九 是五邊形之五邊等。又甲乙、戊丁、兩圜分等。而各加一乙丙丁圜分。即甲乙丙丁、與戊丁丙乙、兩圜分等。乘兩圜分之甲戊丁、乙甲戊、兩角亦等。依顯餘三角、與兩角俱等。是五邊形之五角等

第十二題

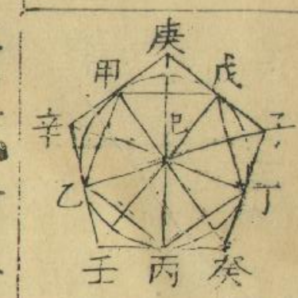
有圜求作圜外五邊切形。其形等邊等角

法曰。甲乙丙丁戊圜。求作五邊外切圜形。等邊等角。先作圜內甲乙丙丁戊五邊等邊等角切形。本篇十一 次從巳

心作巳甲、巳乙、巳丙、巳丁、巳戊五線。次從此五線作庚辛、辛壬、壬癸、癸子、子庚五垂線。相遇于庚、于辛、于壬、于癸、于子。庚戊甲、庚甲戊兩角小于兩直角。故甲庚、戊庚線必相遇。餘四倣此。五垂線既切圜。三卷十六 卽成外切圜五邊形。而等邊等角



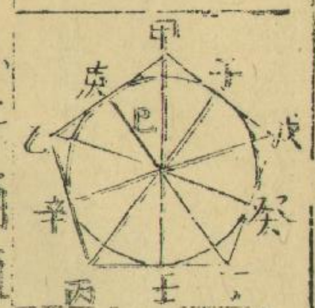
論曰。試從巳心作巳庚、巳辛、巳壬、巳癸、巳子五線。其巳甲、甲辛上兩直角方形。巳乙、乙辛上兩直角方形之兩并。各與巳辛上直角方形等。一卷四七 卽兩并自相等。此兩并率者。每減一相等之甲巳、巳乙上直角方形。卽所存甲辛、辛乙上兩直角方形等。則甲辛、辛乙兩線等也。又甲巳辛角形之甲巳、與乙巳辛角形之乙巳。兩腰等。巳辛同腰。而甲辛、辛乙兩底又等。卽甲巳辛、辛巳乙兩角等。一卷八 而甲辛巳、乙辛巳兩角亦等。一卷四 則甲巳乙角。倍大于辛巳乙角也。依顯乙巳丙角。亦倍大于乙巳壬角。乙壬丙角。亦倍大于乙壬巳角也。又甲巳乙、乙巳丙兩角。乘甲乙、乙丙相等之兩圜分 線等故圜分等見三卷廿八 卽兩角自相等。三卷廿七 半減之辛巳乙、乙巳壬兩角亦等。乙巳辛角形之乙巳辛、辛乙巳兩角。與乙巳壬角形之乙巳壬、壬乙巳兩角。各等。而乙巳同邊。是辛乙、乙壬兩邊亦等也。一卷廿六 乙辛巳、乙壬巳兩角亦等也。則辛壬線倍



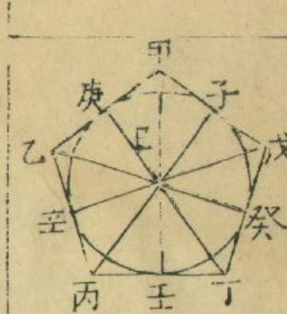
大于辛乙線也。依顯庚辛線亦倍大于辛甲線也。前已顯甲辛、辛乙兩線等。則倍大之庚辛、辛壬兩線亦等也。依顯壬癸、癸子、子庚與庚辛、辛壬俱等也。是為庚辛壬癸子形之五邊等。又依前所顯乙辛巳與乙壬巳兩角等。是乙辛甲之減半角與乙壬丙之減半角等。即倍大之乙辛甲與乙壬丙亦等也。依顯辛壬癸、壬癸子、癸子庚、子庚辛、庚辛壬俱等也。是為庚辛壬癸子形之五角等

第十三題

五邊等邊等角形。求作形內切圜



法曰。甲乙丙丁戊五邊等邊等角形。求作內切圜。先分乙甲戊、甲乙丙兩角。各兩平分卷一九其線為巳甲、巳乙。而相遇于巳巳甲乙、巳乙甲兩角小于兩直角。故巳甲、巳乙兩線必相遇。自巳作巳丙、巳丁、巳戊三線。其甲巳乙角形之甲乙腰。與乙巳丙角形之乙丙腰等。乙巳同腰。而兩腰間之甲乙巳、丙乙巳兩角等。即甲巳、巳丙兩底亦等。乙甲巳、乙丙巳兩角亦等卷一四。又乙甲戊與乙丙丁兩角等。而乙甲巳為乙甲戊之半。即乙丙巳亦乙丙丁之半。則乙丙丁角亦兩平分于巳丙線矣。依顯丙丁戊、丁戊甲兩角。亦兩平分于巳丁、巳戊兩線矣。次

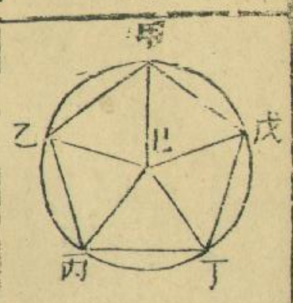


從巳向各邊作巳庚、巳辛、巳壬、巳癸、巳子、五垂線。其甲巳庚角形之巳甲庚、巳庚甲、兩角與甲巳子角形之巳甲子、巳子甲、兩角、各等。甲巳同邊。即兩形必等一卷廿六巳子、與巳庚兩線亦等。依顯巳辛、巳壬、巳癸、三垂線。與巳庚、巳子、兩垂線俱等。末作圜。以巳為心。庚為界。必過辛、壬、癸、子。而為甲乙丙丁戊五邊形之內切圜三卷十六

第十四題

五邊等邊等角形。求作形外切圜

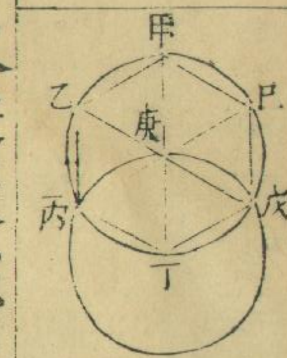
法曰。甲乙丙丁戊五邊等邊等角形。求作外切圜。先分



乙甲戊、甲乙丙、兩角。各兩平分。其線為巳甲、巳乙。而相遇于巳說見前次從巳作巳丙、巳丁、巳戊三線。依前題論推顯乙丙丁、丙丁戊、丁戊甲、三角。各兩平分于巳丙、巳丁、巳戊三線。夫五角既等。即其半減之角亦等。而甲乙巳角形之巳甲乙、巳乙甲、兩角等。即甲巳與巳乙兩線亦等一卷六依顯巳丙、巳丁、巳戊、三線。與巳甲、巳乙、俱等。末作圜。以巳為心。甲為界。必過乙、丙、丁、戊。而為甲乙丙丁戊五邊形之外切圜

第十五題

有圜。求作圜內六邊切形。其形等邊等角



法曰。甲乙丙丁戊己圜。其心庚。求作六邊內切圜形。等邊等角。先作甲丁徑線。次以丁爲心。庚爲界。作圜。兩圜相交于丙。于戊。次從庚心。作丙庚。戊庚。兩線。各引長之。爲丙己。戊乙。末作甲乙。乙丙。丙丁。丁戊。戊己。己甲。六線相聯。卽成甲乙丙丁戊己內切圜六邊形。而等邊等角

論曰。庚丙。庚丁。兩線等。而丁丙。與丁庚。亦等 依圜界說 三邊俱等。卽庚丙丁。爲平邊角形。而庚丁丙。丁丙庚。丙庚丁。三角俱等 一卷五 此三角元與兩直角等 一卷卅二 卽每角爲兩直角三分之一。而丙庚丁角。爲兩直角三分之一也。依顯丁庚戊角。亦兩直角三分之一。而丙庚丁。丁庚戊。戊庚己。三角。又等于兩直角 一卷十三 卽戊庚己角。亦兩直角三分之一矣。則丙庚丁。丁庚戊。戊庚己。三角。亦自相等。而此三角。與己庚甲。甲庚乙。乙庚丙。三角。亦等 一卷十五 是輳庚心之六角俱自相等。而所乘之六圜分 三卷廿六 及甲乙。乙丙。丙丁。丁戊。戊己。己甲。六線俱自相等 三卷廿九 則甲乙丙丁戊己形之六邊等。又乙丙。與甲己。兩圜分等。而各加一丙丁戊己圜分。卽乙丙丁戊己。與甲己戊丁丙。兩圜分等。而所乘之乙甲己。與甲乙丙。兩角等 三卷廿七 依顯乙丙丁。丙丁戊。丁戊己。戊己甲。四角。與乙甲己。甲

乙丙、兩角俱等。則甲乙丙丁戊己形之六角等

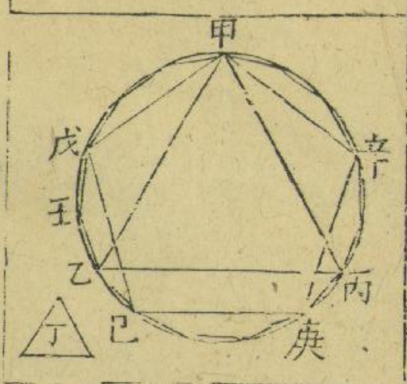
一系。凡圜之半徑爲六分圜之一之分弦。何者。庚丁、與丁丙等。故。一開規爲圜。不動而可六平分之

二系。依前十二、十三、十四題。可作六邊形。在圜之外。又六邊等邊等角形內。可作切圜。又六邊等邊等角形外。可作切圜

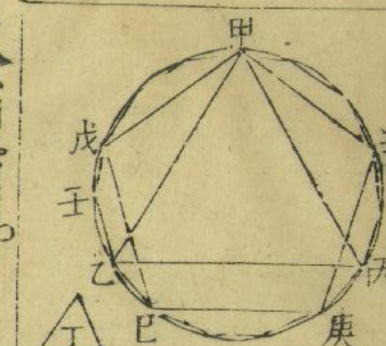
第十六題

有圜。求作圜內十五邊切形。其形等邊等角

法曰。甲乙丙圜。求作十五邊內切圜形。等邊等角。先作甲乙丙內切圜平邊三角形。與丁等角（本篇二）即三邊等。



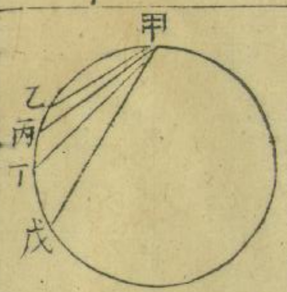
而甲乙、乙丙、丙甲、三圜分亦等（三卷廿八）夫甲乙丙圜。十五分之。則甲乙三分圜之一。當爲十五分之五。次從甲作甲戊己庚辛內切圜五邊形。等角（本篇十一）即甲戊、戊己、己庚、庚辛、辛甲、五圜分等（三卷廿八）夫甲乙丙圜。十五分之。則甲戊五分圜之一。當爲十五分之三。而戊乙得十五分之二。次以戊乙圜分。兩平分于壬（三卷卅）則壬乙得十五分之一。次作壬乙線。依壬乙共作十五合圜線（本篇一）則成十五邊等邊形。而十五角所乘之圜分等。即各角亦等（三卷廿七）



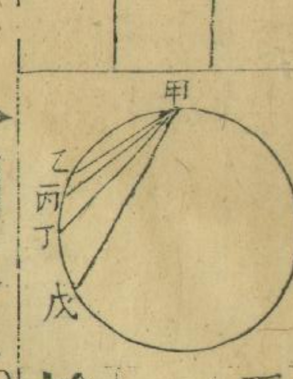
一系。依前十二、十三、十四題。可作外切圜十五邊形。又十五邊形內。可作切圜又十五邊形外。可作切圜

注曰。依此法。可設一法。作無量數形。如本題圖。甲乙圜分。爲三分圜之一。即命三。甲戊圜分爲五分圜之一。即命五。三與五相乘得十五。即知此兩分法。可作十五邊形。又如甲乙命三。甲戊命五。三與五較得二。即知戊乙得十五分之二。因分戊乙爲兩平分。得壬乙線。爲十五分之一。可作內切圜十五邊形也。以此法爲例。作後題

增題。若圜內從一點。設切圜兩不等等邊等角形之各一邊。此兩邊。一爲若干分圜之一。一爲若干分圜之一。此兩若干。分相乘之數。即後作形之邊數。此兩若干分之較數。即兩邊相距之圜分。所得後作形邊數內之分數



法曰。甲乙丙丁戊圜內。從甲點。作數形之各一邊。如甲乙爲六邊形之一邊。甲丙爲五邊形之一邊。甲丁爲四邊形之一邊。甲戊爲三邊形之一邊。甲乙命六。甲丙命五。較數一。即乙丙圜分。爲所作三十邊等邊等角形之一邊。何者。



五六相乘爲三十。故當作三十邊也。較數一。故當爲一邊也

論曰。甲乙圜分爲六分圜之一。卽得三十分圜之五。而甲丙爲五分圜之一。卽得三十分圜之六。則乙丙得三十分圜之一也。依顯乙丁爲二十四邊形之二邊也。何者。甲乙命六。甲丁命四。六乘四得二十四也。又較數二也。依顯乙戊爲十八邊形之三邊也。丙丁爲二十邊形之一邊也。丙戊爲十五邊形之二邊也。丁戊爲十二邊形之一邊也

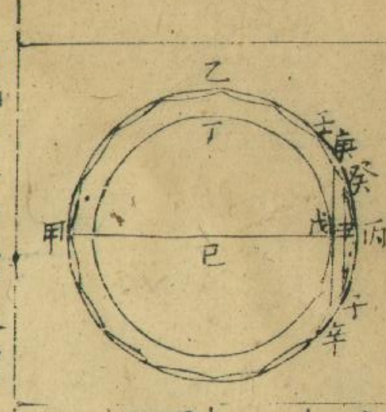
二系。凡作形于圜之內。等邊則等角。何者。形之角。所乘之圜分皆等。故。三卷廿七 凡作形于圜之外。卽從圜心。作直線。抵各角。依本篇十二題可推顯各角等

三系。凡等邊形。既可作在圜內。卽依圜內形。可作在圜外。卽形內可作圜。卽形外亦可作圜。皆依本篇十二十三十四題

四系。凡圜內有一形。欲作他形。其形邊倍于此形邊。卽分此形一邊所合之圜分爲兩平分。而每分各作一合線。卽三邊可作六邊。四邊可作八邊。倣此以至無窮

又補題。圜內有同心圜。求作一多邊形。切大圜。不至小圜。其多邊爲偶數。而等

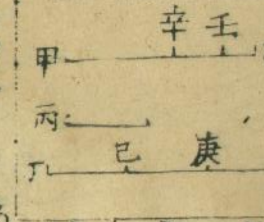
法曰甲乙丙丁戊兩圜同以巳為心求于甲乙丙大圜內作多邊切形不至丁戊小圜其多邊為偶數而等先從巳心作甲丙徑線截丁戊圜于戊次從戊作庚辛為甲



戊之垂線卽庚辛線切丁戊圜于戊也（三卷十六之系）夫甲庚丙圜分雖大于丙庚若于甲庚丙減其半甲乙存乙丙又減其半乙壬存壬丙又減其半壬癸如是遞減至其減餘丙癸必小于丙庚（如下補論）旣得丙癸圜分小于丙庚而作丙癸合圜線卽丙癸為所求切圜形之一邊也次分乙壬圜分其分數與丙壬之分數等次分甲乙與乙丙分數等分丙甲與甲乙丙分數等則得所求形（三卷廿九）而不至丁戊小圜

論曰試從癸作癸子為甲丙之垂線遇甲丙于丑其庚戊丑癸丑戊兩皆直角卽庚辛癸子爲平行線（一卷廿八）庚辛線之切丁戊圜旣止一點卽癸子線更在其外必不至丁戊矣何況丙癸更遠于丑癸乎依顯其餘與丙癸等邊同度距心者（三卷十四）俱不至丁戊圜也（此係十二卷第十六題因六卷今增題宜藉此論故先類附于此）

補論其題曰兩幾何不等若于大率遞減其大半必可使其減餘小于元設小率



解曰。甲乙大率。丙小率。題言于甲乙遞減其大半。至可使其減餘小于丙。

論曰。試以丙倍之。又倍之。至僅大于甲乙而止。爲丁戊。丁戊之分。爲丁巳。巳庚。庚戊。各與丙等也。次于甲乙減其大半甲辛。存辛乙。又減其大半辛壬。存壬乙。如是遞減。至甲乙與丁戊之分數等。夫甲辛。辛壬。壬乙。與丁巳。巳庚。庚戊。分數既等。丁戊又大于甲乙。若兩率各爲兩分。而大丁戊之減丁巳。止于半。小甲乙之減甲辛。爲大半。即丁戊之減餘。必大于甲乙之減餘。進若各爲多分。而巳戊尚多于丙者。即又于巳戊減巳庚。于辛乙減其大半辛壬。如是遞減。至丁戊之末分庚戊。大于甲乙之末分壬乙也。而庚戊元與丙等。是壬乙小于丙也

又論曰。若于甲乙遞減其半。亦同前論。何者。大丁戊所減不大于半。則丁戊之減餘。每大于甲乙之減餘。以至末分亦大于末分 此係十卷第一題。借用于此。以足上論

幾何原本第四卷終

幾何原本第五卷之首

泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啓筆受

界說十九則

前四卷所論皆獨幾何也此下二卷所論皆自兩以上多幾何同例相比者也而本卷則總說完幾何之同例相比者也諸卷中獨此卷以虛例相比絕不及線面體諸類也第六卷則論線論角論圜界諸類及諸形之同例相比者也今先解向後所用名目爲界說

十九

第一界

分者，幾何之幾何也。小能度大，以小爲大之分。

以小幾何度大幾何，謂之分。曰幾何者，謂非此小幾何不能爲此大幾何之分也。如一點無分，亦非幾何，即不能爲線之分也。一線無廣狹之分，非廣狹之幾何，即不能爲面之分也。一面無厚薄之分，非厚薄之幾何，即不能爲體之分也。曰能度大者，謂小幾何度大幾何，能盡大之分者也。如甲爲乙、丙之分，則甲爲乙三分之一，爲丙六分之一，無贏不足也。若戊爲丁之一，即贏；爲二，即不足。己爲丁之三，即贏；爲四，即不足。是小不盡大，則丁不能爲戊、己之分也。以數明之，若四于八、于十二、于十六、于二十，諸數皆能盡分，無贏不足也。若四于六、于七、于九、于十、于十八、于三十、于三十八，諸數或贏或不足，皆不能盡分者也。本書所論，皆指能盡分者，故稱爲分。若不盡分者，當稱幾分幾何之幾。如四于六，爲三分之二，不得正名爲分，不稱小度大也，不爲大幾何內之小幾何也。

第二界

若小幾何能度大者，則大爲小之幾倍。

如第一界圖，甲與乙能度丙，則丙爲甲與乙之幾倍。若

丁戊不能盡巳之分則巳不爲丁戊之幾倍

第三界

比例者兩幾何以幾何相比之理

兩幾何者或兩數或兩線或兩面或兩體各以同類大小相比謂之比例若線與面或數與線相比此異類不爲比例又若白線與黑線熱線與冷線相比雖同類不以幾何相比亦不爲比例也

比例之說在幾何爲正用亦有借用者如時如音如聲如所如動如稱之屬皆以比例論之

凡兩幾何相比以此幾何比他幾何則此幾何爲前率所比之他幾何爲後率如以六尺之線比三尺之線則六尺爲前率三尺爲後率也反用之以三尺之線比六尺之線則三尺爲前率六尺爲後率也

比例爲用甚廣故詳論之如左

凡比例有二種有大合有小合以數可明者爲大合如二十尺之線比十尺之線是也其非數可明者爲小合如直角方形之兩邊與其對角線可以相比而非數可明者是也

如上二種又有二名其大合線爲有兩度之線如二十尺比八尺兩線爲大合則二尺四尺皆可兩度之者是

也如此之類凡數之比例皆大合也何者有數之屬或無他數可兩度者無有一數不可兩度者若七比九無他數可兩度之以一則可兩度之也其小合線爲無兩度之線如直角方形之兩邊與其對角線爲小合即分至萬分以及無數終無小線可以盡分能度兩率者是也此論詳見十卷末題

小合之比例至十卷詳之本篇所論皆大合也

凡大合有兩種有等者如二十比二十十尺之線比十尺之線是也有不等者如二十比十八比四十六尺之線比二尺之線是也

如上等者爲相同之比例其不等者又有兩種有以大不等如二十比十是也有以小不等如十比二十是也

大合比例之以大不等者又有五種一爲幾倍大二爲等帶一分三爲等帶幾分四爲幾倍大帶一分五爲幾倍大帶幾分

一爲幾倍大者謂大幾何內有小幾何或二或三或十或八也如二十與四是二十內爲四者五如三十尺之線與五尺之線是三十尺內爲五尺者六則二十與四名爲五倍大之比例也三十尺與五尺名爲六倍大之比例也倣此爲名可至無窮也

二爲等帶一分者謂大幾何內旣有小之一別帶一分此一分或元一之半或三分之一四分之一以至無窮者是也如三與二是三內旣有二一別帶一爲二之半如十二尺與九尺之綫是十二內旣有九別帶三三爲九三分之一則三與二名爲等帶半也十二尺與九尺名爲等帶三分之一也

三爲等帶幾分者謂大幾何內旣有小之一別帶幾分而此幾分不能合爲一盡分者是也如八與五是八內旣有五別帶三一每一各爲五之分而三一不能合而爲五之分也他如十與八其十內旣有八別帶二一雖每一各爲八之分與前倒相似而二一卻能爲八四分之一是爲帶一分屬在第二不屬三也則八與五名爲等帶三分也又如二十二與十六卽名爲等帶六分也

四爲幾倍大帶一分者謂大幾何內旣有小幾何之二之三之四等別帶一分此一分或元一之半或三分四分之一以至無窮者是也如九與四是九內旣有二四別帶一一爲四分之一則九與四名爲二倍大帶四分之一也

五爲幾倍大帶幾分者謂大幾何內旣有小幾何之二之三之四等別帶幾分而此幾分不能合爲一盡分者

是也。如十一、與三。是十一內旣有三三。別帶二一。每一各爲三之一分。而二一不能合而爲三之一分也。則十一與三。名爲三倍大帶二分也。

大合比例之以小不等者。亦有五種。與上以大不等五種。相反爲名。一爲反幾倍大。二爲反等帶一分。三爲反等帶幾分。四爲反幾倍大帶一分。五爲反幾倍大帶幾分。

凡比例諸種。如前所設諸數。俱有書法。書法中。有全數有分數。全數者。如一、二、三、十、百等是也。分數者。如分一以二、以三、以四、等是也。書全數。依本數書之。不必立法。

書分數。必有兩數。一爲命分數。一爲得分數。如分一以三而取其二。則爲三分之二。卽三爲命分數。二爲得分數也。分一爲十九而取其七。則爲十九分之七。卽十九爲命分數。七爲得分數也。

書以大小不等各五種之比例。其一幾倍大。以全數書之。如二十與四。爲五倍大之比例。卽書五是也。若四倍卽書四。六倍卽書六也。其二反幾倍大。卽用分數書之。而以大比例之數爲命分之數。以一爲得分之數。如大爲五倍大之比例。則此書五之一。是也。若四倍卽書四之一。六倍卽書六之一也。

其二等帶一分之比例有兩數一全數一分數其全數恒爲一其分數則以分率之數爲命分數恒以一爲得分數如三與二名爲等帶半卽書一別書二之一也其反等帶一分則全用分數而以大比例之命分數爲此之得分數以大比例之命分數加一爲此之命分數如大爲等帶二之一卽此書三之二也又如等帶八分之一反書之卽書九之八也又如等帶一千分之一反書之卽書一千〇〇一之一千也

其三等帶幾分之比例亦有兩數一全數一分數其全數亦恒爲一其分數亦以分率之數爲命分數以所分之數爲得分數如十與七名爲等帶三分卽書一別書七之三也其反等帶幾分亦全用分數而以大比例之命分數爲此之得分數以大比例之命分數加大之得分數爲此之命分數如大爲等帶十之三命數七得數三七加三爲十卽書十之七也又如等帶二十之三反書之二十加三卽書二十三之二十也

其四幾倍大帶一分之比例則以幾倍大之數爲全數以分率之數爲命分數恒以一爲得分數如二十二與七二十二內旣有三七別帶一一爲　七分之一名爲三倍大帶七分之一卽以三爲全數七爲命分數一爲

得分數書三別書七之一也其反幾倍大帶一分則以大比例之命分數爲此之得分數以大之命分數乘大之倍數加一爲此之命分數如大爲三帶七之一即以七乘三得二十一又加一爲命分數書二十二之七也又如五帶九之一反書之九乘五得四十五加一爲四十六即書四十六之九也

其五幾倍大帶幾分之比例亦以幾倍大之數爲全數以分率之數爲命分數以所分之數爲得分數如二十九與八二十九內既有三八別帶五一名爲三倍大帶即以三爲全數八爲命分數五爲得分數書三帶[illegible]

書八之五也其反幾倍大帶幾分則以大比例之命分數爲此之得分數以大比例之命分數乘大之倍數加大之得分數爲此之命分數如大爲三帶八之五即以八乘三得二十四加五爲二十九書二十九之八也又如四帶五之二即書二十二之五也

已上大小十種足盡比例之用不得加一減一

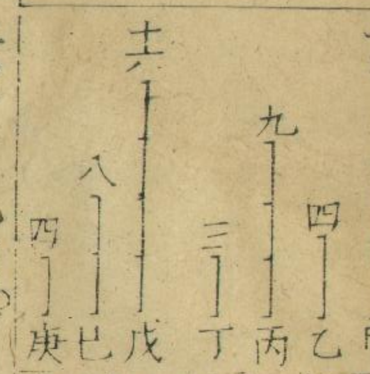
第四界

兩比例之理相似爲同理之比例

兩幾何相比例兩比例相比謂之同理之比例

如甲與乙兩幾何之比例偕丙與丁兩幾何之比例其

理相似為同理之比例又若戊與己兩幾何之比例偕己與庚兩幾何之比例其理相似亦同理之比例



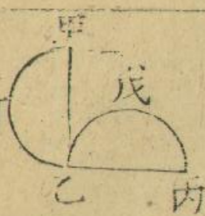
凡同理之比例有三種有數之比例有量法之比例有樂律之比例本篇所論皆量法之比例也量法比例又有二種一為連比例連比例者相續不斷其中率與前後兩率遞相為比例而中率既為前率之後又為後率之前如後圖戊與己比己又與庚比是也二為斷比例斷比例者居中兩率一取不再用如前圖甲自與乙比丙自與丁比是也

第五界

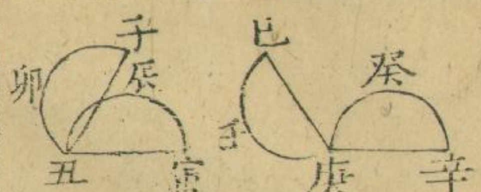
兩幾何倍其身而能相勝者為有比例之幾何

上文言為比例之幾何必同類然同類中亦有無比例者故此界顯有比例之幾何也曰倍其身而能相勝者如三尺之線與八尺之線三尺之線三倍其身卽大于八尺之線是為有比例之線也又如直角方形之一邊與其對角線雖非大合之比例可以數明而直角方形之一邊二倍之卽大于對角線（兩邊等三角形其兩邊并必大于一邊見一卷）十二是亦有小合比例之線也又圜之徑四倍之卽大于圜之界則圜之徑與界亦有小合比例之線也（圜之界當三徑）

七分徑之一弱。別見圓形書。又曲線、與直線亦有比例。如以大小兩
曲線相合、為初月形。別作一直角方形。與之等六卷三十二一
增題今附即曲直兩線相視有大有小亦有比例也。又方形
與圜雖自古至今學士無數不能為相等之形。然兩形
相視有大有小亦不可謂無比例也。又直線角、與曲線
角亦有比例。如上圖直角鈍角銳角皆有與曲線角等
者。若第一圖甲乙丙直角在甲乙、乙丙兩直線內而其



間設有甲乙丁、與丙乙戊兩圜分角等。即于甲乙
乙丁角加甲乙戊角則丁乙戊曲線角與甲乙
丙直角等矣。依顯壬庚癸曲線角與巳庚辛鈍



角等也。又依顯卯丑辰曲線角與子丑寅銳角
各減同用之子丑、丑辰內圜小分。即兩角亦等
也。此五者皆疑無比例而實有比例者也。他若
有窮之線、與無窮之線雖則同類實無比例何
者。有窮之線畢世倍之不能勝無窮之線故也
又線與面面與體各自為類亦無比例何者畢世倍線
不能及面畢世倍面不能及體故也。又切圜角與直線
銳角亦無比例何者依三卷十六題所說畢世倍切邊
角不能勝至小之銳角故也。此後諸篇中每有倍此幾
何。今至勝彼幾何者。故備著其理以需後論也

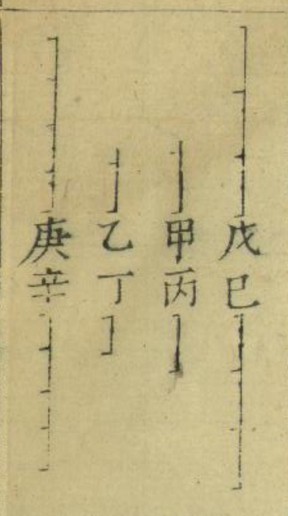
第六界

四幾何若第一與二偕第三與四爲同理之比例則第一第三之幾倍偕第二第四之幾倍其相視或等或俱爲大俱爲小恒如是

兩幾何曷顯其能爲比例乎上第五界所說是也兩比例曷顯其能爲同理之比例乎此所說是也其術通大

合小合皆以加倍法求之如一甲二乙三丙四丁四幾何于一甲二丙任加幾倍爲戊爲巳戊倍甲巳倍丙其數自相等次于二乙四丁任加幾倍爲庚爲辛庚倍乙辛倍丁其數自相等而戊與巳偕庚與辛相視或等或俱大或俱小如是等大小累試之恒如是即知一甲與二乙偕三丙與四丁爲同理之比例也

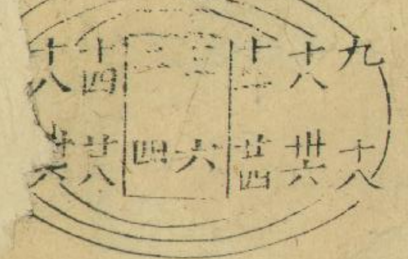
如初試之甲幾倍之戊小于乙幾倍之庚而丙幾倍之巳亦小于丁幾倍之辛又試之倍甲之戊與倍乙之庚等而倍丙之巳亦與倍丁之辛等三試之倍甲之戊大于倍乙之庚而倍丙之巳亦大于倍丁之辛此之謂或



相等或雖不等而俱爲大俱爲小若累合一差即元設四幾何不得爲同理之比例如下第八界所指是也

下文所論若言四幾何爲同理之比例卽當推顯第一第三之幾倍與第二第四之幾倍或等或俱大俱小若許其四幾何爲同理之比例亦如之

以數明之如有四幾何第一爲三第二爲二第三爲六第四爲四今以第一之三第三之六同加四倍爲十二



爲二十四次以第二之二第四之四同加七倍爲十四爲二十八其倍第一之十二既小于倍第二之十四而倍第三之二十四亦小于倍第四之二十八也又以第一之三第三之六同加六倍爲十八爲三十六次以第二之二第四之四同加九倍爲十八爲三十六其倍第一之十八既等于倍第二之十八而倍第三之三十六亦等于倍第四之三十六也又以第一之三第三之六同加三倍爲九爲十八次以第二之二第四之四同加二倍爲四爲八其倍第一之九既大于倍第二之四而倍第三之十八亦大于倍第四之八也若爾或俱大俱小或等累試之皆合則三與二偕六與四得爲同理之比例也

以上論四幾何者斷比例之法也其連比例法倣此但連比例之中率兩用之既爲第二又爲第三視此異耳

第七界

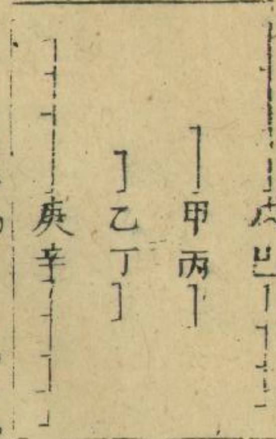
同理比例之幾何爲相稱之幾何

甲與乙。若丙與丁。是四幾何爲同理之比例。即四幾何爲相稱之幾何。又戊與己若己與庚。即三幾何亦相稱之幾何

第八界

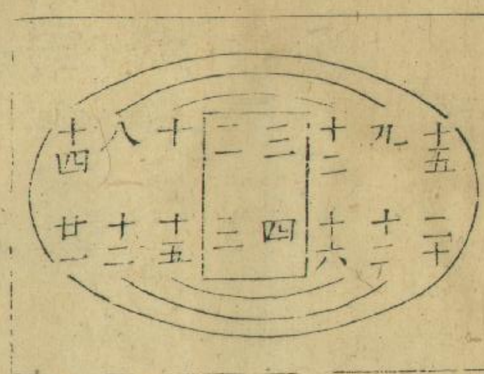
四幾何若第一之幾倍大于第二之幾倍。而第三之幾倍不大于第四之幾倍。則第一與二之比。大于第三與四之比例

此反上第六界。而釋不同理之兩比例。其相視爲大。曷顯爲小也。謂第一、第三之幾倍與第二、第四之幾倍。依上累試之。其間有



第一之幾倍大于第二之幾倍。而第三之幾倍乃或等或小于第四之幾倍。即第一與二之比例。大于第三與四之比例也。如上圖。甲一、乙二、丙三、丁四。甲與丙各三倍。爲戊己。乙與丁。各四倍。爲庚辛。其甲三倍之戊。大于乙四倍之庚。而丙三倍之己。乃小于丁四倍之辛。即甲與乙之比例。大于丙與丁也。若第一之幾倍。小于第二之幾倍。而第三之幾倍。乃或等或大于第四之幾倍。即第一與二之比例。小于第三與四之比

例如是等大小、相侔者。但有其一、不必再試
以數明之。中設三二、四、三、四幾何。先有第
一之倍。大于第二之倍。而第三之倍。亦大
于第四之倍。後復有第一之倍。大于第二
之倍。而第三之倍。乃或等、或小于第四之
倍。即第一與二之比例。大于第三與四也。

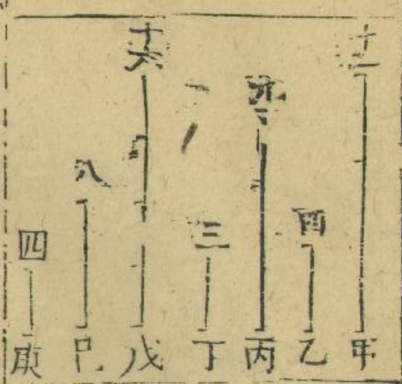


若以上圖之數反用之。以第一為二第二為一。第三為
四第四為三。則第一與二之比例小于第三與四

第九界

同理之比例。至少必三率

同理之比例。必兩比例相比。如甲與乙。若
丙與丁。是四率。斷比例也。若連比例之戊
與巳。若巳與庚。則中率巳。既為戊之後。又
為庚之前。是以三率當四率也



第十界

三幾何為同理之連比例。則第一與三。為再加之比例。四
幾何為同理之連比例。則第一與四為三加之比例。倣
此以至無窮

甲、乙、丙、丁、戊、五幾何。為同理之連比例。其甲與乙。若乙
與丙。乙與丙。若丙與丁。丙與丁。若丁與戊。即一甲與三

丙。視一甲與二乙。為再加之比例。又一甲與四丁。視一甲與二乙。為三加之比例。何者。甲丁之中。有乙丙兩幾何。為同理之比例。如甲與乙。故也。又一甲與五戊。視一甲與二乙。為四加之比例也。若反用之。以戊為首。則一戊與三丙為再加。與四乙為三加。與五甲為四加也

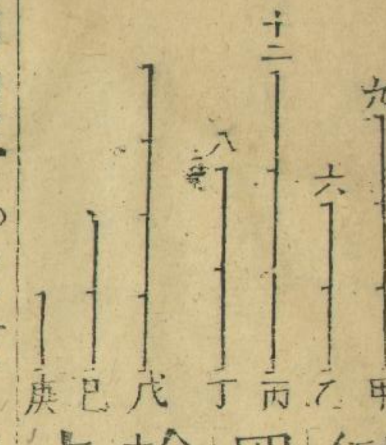
下第六卷二十題。言此直角方形。與彼直角方形。為此形之一邊。與彼形之一邊。再加之比例。何者。若作三幾何。為同理之連比例。則此直角方形。與彼直角方形。若第一幾何與第三幾何。故也。以數明之。如此直角方形

之邊。三尺。而彼直角方形之邊。一尺。即此形邊。與彼形邊。若九與一也。夫九與一之間。有三。為同理之比例。則九、三、一、三幾何之連比例。既有三與一。為比例。又以九比三。三比一。為再加之比例也。則彼直角方形。當為此形九分之一。不止為此形三分之一也。大畧第一與二之比例。若線相比。第一與三。若平面相比。第一與四。若體相比也第一與五。若筭家三乘方。與六。若四乘方。與七。若五乘方。倣此以至無窮

第十一界

同理之幾何。前與前相當。後與後相當

上文已解同理之比例。此又解同理之幾何者。蓋一比



例之兩幾何有前後而同理之兩比例
四幾何有兩前兩後故特解言比例之
論常以前與前相當後與後相當也如
上甲與乙丙與丁兩比例同理則甲與
丙相當乙與丁相當也戊巳巳庚兩比例同理則巳既
爲前又爲後兩相當也如下文有兩三角形之邊相比
亦常以同理之兩邊相當不可混也
上文第六第八界說幾何之幾倍常以一與三同倍二
與四同倍則以第一第三爲兩前第二第四爲兩後
同理故

第十二界

有屬理更前與前更後與後

此下說比例六理皆後論所需也
四幾何甲與乙之比例若丙與丁今更
推甲與丙若乙與丁爲屬理　下言屬理皆省曰更
此論未證證見本卷十六
此界之理可施于四率同類之比例若兩線兩面或兩
面兩數等不爲同類即不得相更也

第十三界

有反理取後爲前取前爲後

甲與乙之比例。若丙與丁。今反推乙與甲。

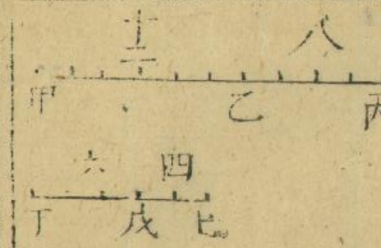
若丁與丙。爲反理

證見本篇四之系

此界之理。亦可施于異類之比例

第十四界

有合理。合前與後爲一、而比其後

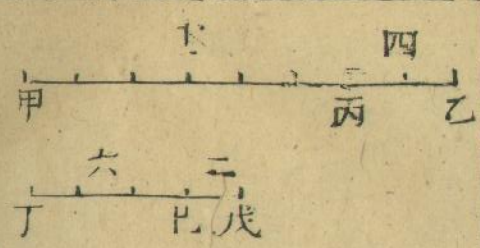


甲乙與乙丙之比例。若丁戊與戊巳。今合甲丙爲一、而比乙丙。合丁巳爲一。而比戊巳。即推甲丙與乙丙。若丁巳與戊巳。是合兩前兩後率爲兩一率。而比兩後率也

證見本卷十八

第十五界

有分理。取前之較、而比其後



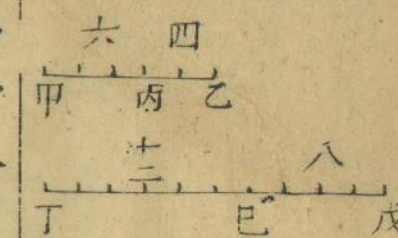
甲乙與丙乙之比例。若丁戊與巳戊。今分推甲乙之較甲丙與丙乙。若丁戊之較丁巳與巳戊

證見本卷十七

第十六界

有轉理。以前爲前。以前之較爲後

甲乙與丙乙之比例。若丁戊與巳戊。今轉推
甲乙與甲丙。若丁戊與丁巳
證見本卷十九



第十七界

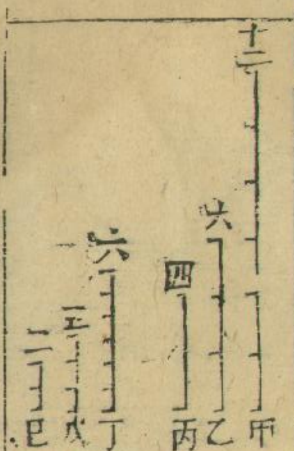
有平理。彼此幾何。各自三以上。相為同理之連比例。則此之第一與三。若彼之第一與三。又曰。去其中。取其首尾。

甲、乙、丙、三幾何。丁、戊、巳、三幾何等數。相為同理之連比例者。甲與乙。若丁與戊。乙與丙。若戊與巳也。今平推首甲與尾丙。若首丁與尾巳

平理之分。又有二種。如後二界

第十八界

有平理之序者。此之前與後。若彼之前與後。而此之後與他率。若彼之後與他率

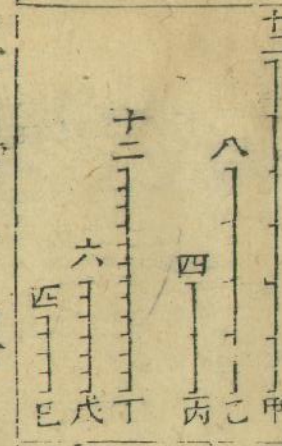


甲與乙。若丁與戊。而後乙與他率丙。若後戊與他率巳。是序也。今平推甲與丙。若丁與巳也此與十七界同。重宣序義。以別後界也

證見本卷廿二

第十九界

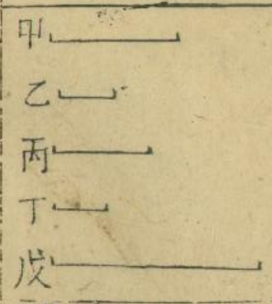
有平理之錯者。此數幾何。彼數幾何。此之前與後。若彼之前與後。而此之後與他率。若彼之他率與其前



甲、乙、丙數幾何。丁、戊、巳數幾何。其甲與乙。若戊與巳。又此之後乙與他率丙。若彼之他率丁與前戊。是錯也。今平推甲與丙。若丁與巳也。十八、十九界推法。于十七界中通論之。故兩題中不再著也

證見本卷廿三

增。一幾何。有一幾何。相與為比例。即此幾何。必有彼幾何相與為比例。而兩比例等。一幾何。有一幾何。相與為比例。即必有彼幾何。與此幾何。為比例。而兩比例等。比例同理。若曰比例等



甲幾何與乙幾何。為比例。即此幾何丙。亦必有彼幾何如丁。相與為比例。若甲與乙也。丙幾何與丁幾何。為比例。即必有彼幾何如戊。與此幾何丙。為比例。若丙與丁也。此理推廣無礙。于理有之。不必舉其率也。舉率之理。備見後卷

幾何原本第五卷

本篇論比例　計三十四題

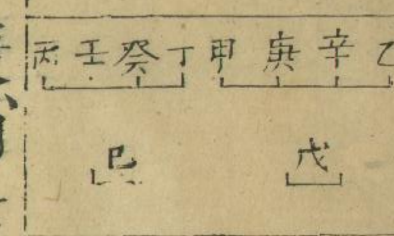
泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啓筆受

第一題

此數幾何彼數幾何此之各率同幾倍于彼之各率則此之幷率亦幾倍于彼之幷率

解曰如甲乙丙丁此二幾何大于戊巳彼二幾何各若干倍題言甲乙丙丁幷大于戊巳幷亦若干倍

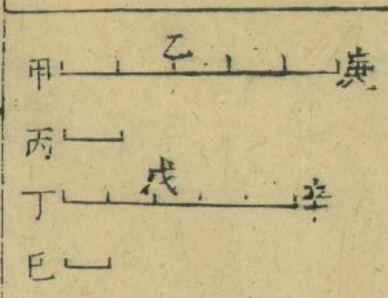
論曰如甲乙與丙丁既各三倍大于戊與巳卽



以甲乙三分之。各與戊等。爲甲庚、庚辛、辛乙。又以丙丁三分之。各與己等。爲丙壬、壬癸、癸丁。即甲乙與丙丁所分之數等。而甲庚既與戊等。丙壬既與己等。即于甲庚加丙壬。于戊加己。其甲庚丙壬并。與戊己并。必等。依顯庚辛壬癸并、辛乙癸丁并。與戊己并。各等。夫甲乙與丙丁之分。三合于戊己。皆等 本卷界說二 則甲乙、丙丁并。三倍大于戊己并

第二題

六幾何。其第一倍第二之數。等于第三倍第四之數。而第五倍第二之數。等于第六倍第四之數。則第一第五并。倍第二之數。等于第三第六并。倍第四之數



解曰。一甲乙倍二丙之數。如三丁戊倍四己之數。又五乙庚倍二丙之數。如六戊辛倍四己之數。題言一甲乙、五乙庚并。倍二丙之數。若三丁戊、六戊辛并。倍四己之數

論曰。甲乙、丁戊之倍于丙、己。其數等。則甲乙幾何內。有丙幾何若干。與丁戊幾何內。有己幾何若干。其數亦等 本卷界說二 依顯乙庚內。有丙若干。與戊辛內。有己若干。亦等。次于甲乙、丁戊兩等數率。每加一等數之乙庚、戊辛率。則甲庚、丁辛兩幾何內之分數等。而一、五并之甲庚

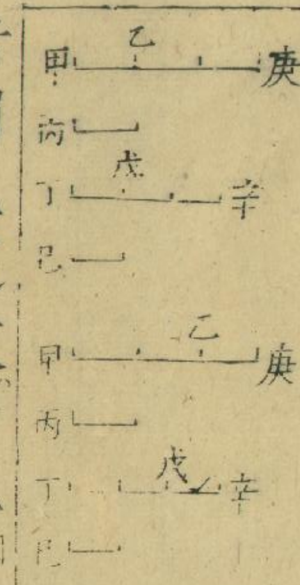
內有二丙若干。與三、六、幷之丁辛內有四巳若干。亦等

注曰。若第一、第三兩幾何之數與第二第四兩幾何

之數各等。而第五倍第二之第六倍第四之

數。或第一倍第二之數等于第三倍第四之數。而第

五第二、兩幾何之數。與第六、第四兩幾何之數。各等。

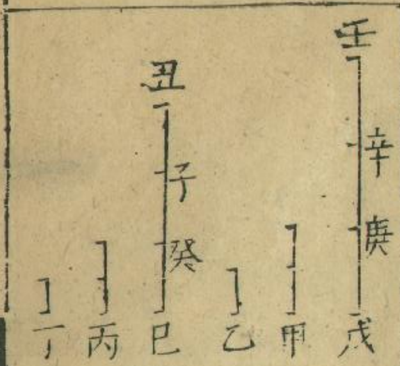


倶同本論。如上二圖。甲庚為第一、第五之幷率。其倍二丙之數與丁辛為第三、第六之幷率。其倍四巳之數等也甲庚內有二丙若干。與丁辛內有四巳若干、等。故同理他若第一、第三兩幾何之數。第五、第六兩幾何之數。與第二、

第四兩幾何之數。各等。此理更明。何者。第一第五幷之倍第二。若第三第六幷之倍第四。倶兩倍故

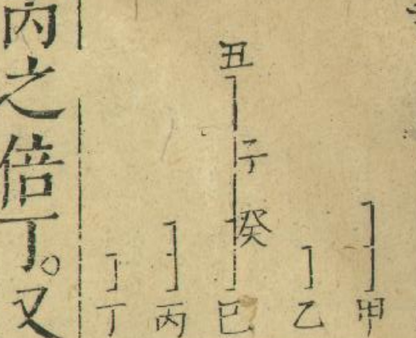
第三題

四幾何。其第一之倍于第二。若第三之倍于第四。次倍第一。又倍第三。其數等。則第一所倍之與第二。若第三所倍之與第四



解曰。一甲所倍于二乙。若三丙所倍于四丁。次作戊巳兩幾何。同若干倍于甲、于丙。題言以平理推。戊倍乙之數。若巳倍丁

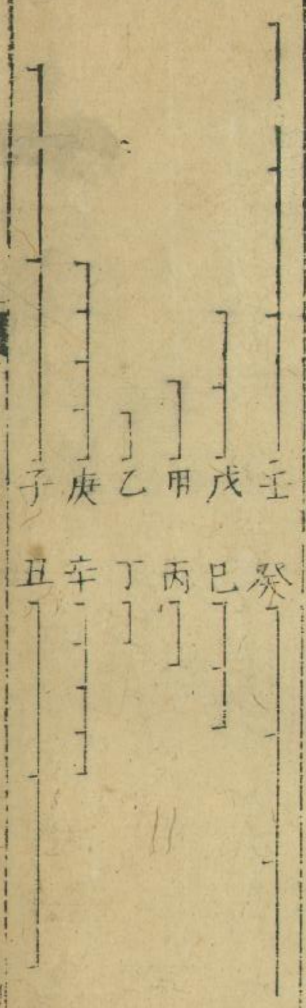
論曰。戊與巳之倍甲與丙。其數既等。試以



戊作若干分。各與甲等。爲戊庚、庚辛、辛壬。次分巳亦如之。爲巳癸、癸子、子丑。卽戊內有甲若干。與巳內有丙若干。等_{本卷界說二}夫戊庚與甲。巳癸與丙。旣等。而甲之倍乙。與丙之倍丁。又等。則戊庚倍乙。若巳癸倍丁也。依顯庚辛、辛壬。各所倍于乙。若癸子、子丑。各所倍于丁也。夫一戊庚之倍二乙。旣若三巳癸之倍四丁。而五庚辛之倍二乙。亦若六癸子之倍四丁。則一戊庚、五庚辛。幷之倍二乙。若三巳癸、六癸子。幷之倍四丁也_{本篇二}又一戊辛之倍二乙。旣若三巳子之倍四丁。而五辛壬之倍二乙。亦若六子丑之倍四丁。則一戊辛、五辛壬。幷之倍二乙。若三巳子、六子丑。幷之倍四丁也。辛壬、子丑以上。任作多分。皆倣此論

第四題 其系爲反理

四幾何。其第一與二。偕第三與四。比例等。第一、第三同任爲若干倍。第二、第四同任爲若干倍。則第一所倍。與第二所倍。第三所倍。與第四所倍。比例亦等



解曰。甲與乙。偕丙與丁。比例等。次作戊與巳。同任若干

倍于一甲、三丙。別
作庚與辛。同任若
干倍于二乙四丁。

題言一甲所倍之戊。與二乙所倍之庚。皆三丙所倍之
巳。與四丁所倍之辛。比例亦等

論曰。試以戊、巳二幾何。同任倍之爲壬爲癸。別以庚辛
同任倍之爲子、爲丑。其戊之倍甲。既若巳之倍丙。而壬
之倍戊。亦若癸之倍巳。即壬之倍甲。亦若癸之倍丙也。
本篇三依顯子之倍乙。亦若丑之倍丁也。夫甲與乙。偕丙
與丁之比例既等。而壬癸所倍于甲丙。子丑所倍于乙
丁。各等。即三試之。若倍甲之壬。小于倍乙之子。則倍丙
之癸。亦小于倍丁之丑矣。若壬、子、等。即癸、丑亦等矣。若
壬大于子。即癸亦大于丑矣。本卷界說六夫戊、巳之倍爲壬
癸也。庚、辛之倍爲子、丑也。不論幾許倍。其等、大、小、三試
之恒如是也。則一戊所倍之壬。與二庚所倍之子。偕三
巳所倍之癸。與四辛所倍之丑。等、大、小、皆同類也。而戊
與庚。偕巳與辛之比例必等本卷界說六

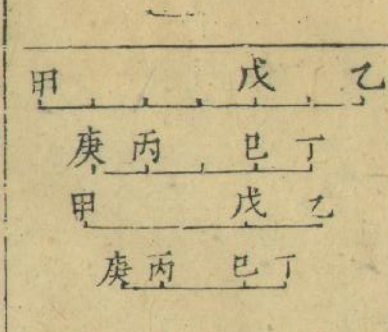
一系。凡四幾何。第一與二。偕第三與四。比例等。即可反
推第二與一。偕第四與三。比例亦等。何者。如上倍甲之
壬。與倍乙之子。偕倍丙之癸。與倍丁之丑。等、大、小、俱同

類而顯甲與乙若丙與丁。卽可反說倍乙之子與倍甲之壬。偕倍丁之丑。與倍丙之癸等。大小俱同類。而乙與甲。亦若丁與丙本卷界說六

二系別有一論。亦本書中所恒用也。曰若甲與乙。偕丙與丁。比例等。則甲之或二或三倍。與乙之或二或三倍。偕丙之或二或三倍。與丁之或二或三倍。比例俱等。倣此以至無窮

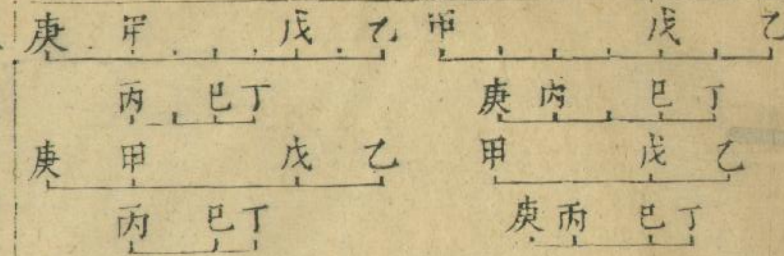
第五題

大小兩幾何。此全所倍于彼全。若此全截取之分所倍于彼全截[illegible]之分。則此全之分餘所倍于彼全之[illegible]分餘亦如之



解曰。甲乙大幾何。丙丁小幾何。甲乙所倍于丙丁。若甲乙之截分甲戊所倍于丙丁之截分丙巳。題言甲戊之分餘戊乙所倍于丙巳之分餘巳丁。亦如其數

論曰。試作一他幾何爲庚丙。令戊乙之倍庚丙。若甲戊之倍丙巳也本卷界說增 甲戊戊乙之倍丙巳庚丙。其數等。卽其兩并甲乙之倍庚巳。亦若甲戊之倍丙巳也本篇一 而甲乙之倍丙丁。元若甲戊之倍丙巳。則丙丁與庚巳等也。次每減同用之丙巳。卽庚丙與巳丁亦等。而戊乙

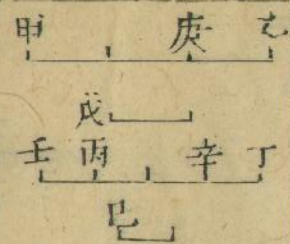


之倍巳丁。亦若戊乙之倍庚丙矣。夫戊乙之倍庚丙。既若甲戊之倍丙巳。則戊乙爲甲戊之分餘所倍于巳丁爲丙巳之分餘者。亦若甲乙之倍丙丁也

又論曰。試作一他幾何。爲庚甲。令庚甲之倍巳丁。若甲戊之倍丙巳本卷界說二十即其兩幷庚戊之倍丙丁。亦若甲戊之倍丙巳也本篇一而甲乙之倍丙丁。元若甲戊之倍丙巳。是庚戊與甲乙等矣。次毎減同用之甲戊。即庚甲與戊乙等也。而庚甲之倍巳丁。若甲乙之倍丙丁也。則戊乙之倍巳丁。亦若甲乙之倍丙丁也

第六題

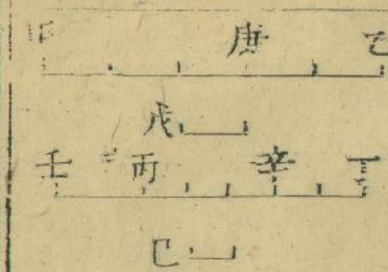
此兩幾何。各倍于彼兩幾何。其數等。于此兩幾何。毎減一分。其一分之各倍于所當彼幾何。其數等。則其分餘或各與彼幾何等。或尚各倍于彼幾何。其數亦等



解曰。甲乙、丙丁、兩幾何。各倍于戊巳、兩幾何。其數等。毎減一甲庚、丙辛。甲庚、丙辛之倍戊巳。其數等。題言分餘庚乙、辛丁。或與戊巳等。或尚各倍于戊巳。其數亦等

論曰。甲乙全。與其分甲庚。既各多倍于戊。則分餘庚乙、

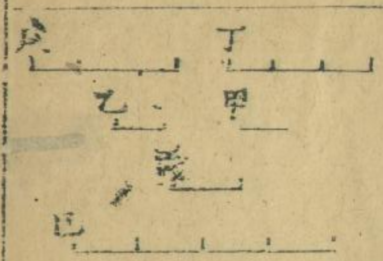
與戊。其或等。或尚幾倍。必矣。何者。庚乙與戊不等、不幾倍、其加于甲庚。不成爲戊之多倍也。然則庚乙與戊等。曷爲辛丁與巳亦等。試作壬丙、與巳等。其一甲庚之倍二戊。旣若三丙辛之倍四巳。而五庚乙之等二戊。又若六壬丙之等四巳。則第一、第五并、之甲乙所倍于二戊。若第三、第六并、之壬辛



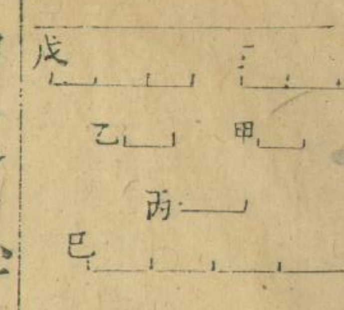
所倍于四巳也。本篇二 而甲乙之倍戊。元若丙丁之倍巳。即壬辛與丙丁亦等。次每減同用之丙辛。即壬丙與辛丁必等。是辛丁與巳亦等矣。然則庚乙之倍戊。曷爲與辛丁之倍巳等。試作壬丙。其倍巳。若庚乙之倍戊。依前論甲乙之倍戊。若壬辛之倍巳 本篇二 而壬辛與丙丁等。壬丙與辛丁亦等。是辛丁之倍巳。亦若庚乙之倍戊矣

第七題 二支

此兩幾何等。則與彼幾何各爲比例、必等。而彼幾何與此相等之兩幾何。各爲比例亦等



解曰。甲乙兩幾何等。彼幾何丙。不論等、大小于甲乙。題言甲與丙。偕乙與丙。各爲比例必等。又反上言丙與甲。偕丙與乙。各爲比例亦等

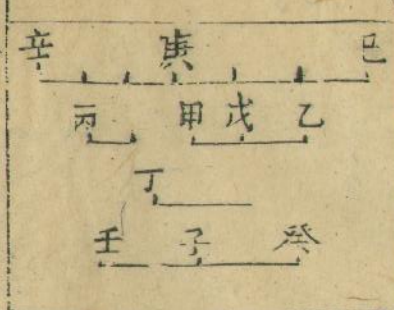


論曰。試作丁、戊兩率。任同若干倍于甲、乙。即丁與戊等。別作巳。任若干倍于丙。其丁、戊既等。即丁視巳與戊視巳。或等。或大。或小。必同類矣。夫一甲、三乙所倍之丁、戊。偕當二。又當四之丙所倍之巳。其等、大、小。既同類。則一甲與二丙之比例。若三乙與四丙矣。反說之。當一、當三之丙。所倍之巳。偕二甲、四乙所倍之丁、戊。其等、大、小。既同類。則一丙與二甲之比例。若三丙與四乙矣。本卷界說六

後論與本篇第四題之系同用反理。如甲與丙。若乙與丙。反推之。丙與甲。亦若丙與乙也。

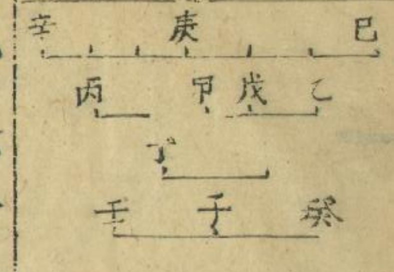
第八題

大小兩幾何。各與他幾何為比例。則大與他之比例。大于小與他之比例。而他與小之比例。大于他與大之比例



解曰。不等兩幾何。甲乙大。丙小。又有他幾何丁。不論等、大、小。于甲乙。于丙。題言甲乙與丁之比例。大于丙與丁之比例。又反上言。丁與丙之比例。大于丁與甲乙之比例

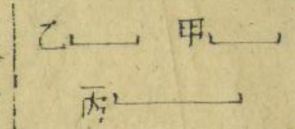
論曰。試于大幾何甲乙內。分甲戊與小幾何丙等。而戊乙為分餘。次以甲戊、戊乙。作同若干倍之辛庚、庚巳。而庚巳為戊乙之倍。必令大于丁。辛庚為甲戊之倍。必令



大于丁。或等于丁。如不足。以倍加之也。其庚巳辛庚之倍于戊乙甲戊。既等卽辛巳之倍甲乙。若辛庚之倍甲戊矣（本篇一）甲戊卽丙也。次作一壬癸。爲丁之倍。令僅大于辛庚兩倍不足。三之。又不足。任加之。已大。勿倍也。次于壬癸截取子癸與丁等。卽壬子必不大于辛庚。何者。向作壬癸爲丁之倍。元令僅大于辛庚。若壬子大于辛庚者。何必又倍之爲壬癸也。故僅大之壬癸。截去子癸者。必不大于辛庚也。則壬子或等。或小于辛庚矣。夫庚巳既大于丁。而子癸與丁等。卽庚巳必大于子癸。又辛庚不小于壬子（或太或等）卽辛巳亦大于壬癸也。夫辛巳辛庚。同若干倍于第一甲乙、第三丙也。而壬癸之倍于當二之丁。當四之丁。又同一率也。則第一所倍之辛巳。大于第二所倍之壬癸。而第三所倍之辛庚。不大于第四所倍之壬癸。（辛庚元小于壬癸）是一甲乙與二丁之比例。大于三丙與四丁矣（本卷界說八）次反上說。一丁所倍之壬癸（反說則丁當一、當三。丙二。甲乙四）大于三丙所倍之辛庚。而三丁所倍之壬癸。不大于四甲乙所倍之辛巳（壬癸必小于辛巳）是一丁與二丙之比例。大于三丁與四甲乙矣（本卷界說八）

第九題　二支

兩幾何與一幾何各爲比例而等則兩幾何必等一幾何與兩幾何各爲比例而等則兩幾何亦等



先解曰甲乙兩幾何各與丙爲比例等題言甲與乙等

論曰如云不然而甲大于乙即甲與丙之比例宜大于乙與丙本篇八何先設兩比例等也故比例等則甲與乙等

後解曰丙幾何與甲與乙各爲比例等題言甲與乙等

論曰如云不然而甲大于乙即丙與乙之比例宜大于丙與甲本篇八何先設兩比例等也

第十題 二支

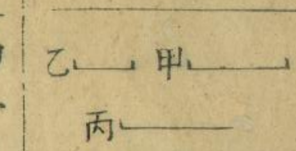
彼此兩幾何此幾何與他幾何之比例大于彼與他之比例則此幾何大于彼他幾何與彼幾何之比例大于他與此之比例則彼幾何小于此

先解曰甲乙兩幾何復有丙幾何甲與丙之比例大于乙與丙題言甲大于乙

論曰如云不然甲與乙等即所爲兩比例宜等本篇七何先設甲與丙大也又不然甲小于乙即乙與丙之比例宜大于甲與丙本篇八何先設甲與丙大也

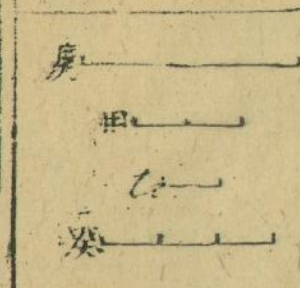
後解曰丙與乙之比例大于丙與甲題言乙小于甲

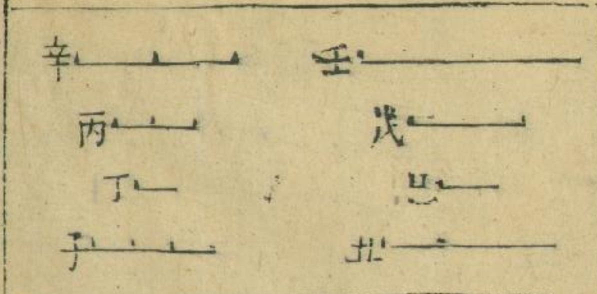
論曰。如云不然。乙與甲等。即所爲兩比例宜等本篇七何先設丙與乙大也。又不然。乙大于甲。即丙與甲之比例宜大于丙與乙。何先設丙與乙之大也



第十一題

此兩幾何之比例與他兩幾何之比例等。而彼兩幾何之比例與他兩幾何之比例等。則彼兩幾何之比例與此兩幾何之比例亦等





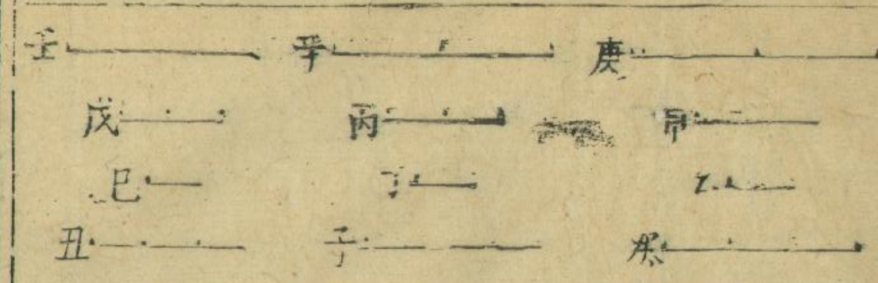
解曰。甲乙偕丙丁之比例。各與戊己之比例等。題言甲乙與丙丁之比例亦等

論曰。試于各前率之甲丙戊。同任倍之爲庚、辛、壬。別于各後率之乙丁己。同任倍之爲癸、子、丑。其一甲與二乙之比例。既若三戊與四己。即三試之。若倍一甲之庚。小于倍二乙之癸。即倍三戊之壬。亦小于倍四己之丑矣。若庚、癸等。即壬、丑亦等。若庚大于癸。即壬亦大于丑矣本卷界說六依顯壬之視丑。若辛之視子。其等。大小。亦同類矣。此三前三後率。任作幾許倍。其等大小。皆同類也本卷界說六則甲與乙之比例。若丙與丁也

第十二題

數幾何所爲比例皆等。則并前率與并後率之比例。若各

前率、與各後率之比例



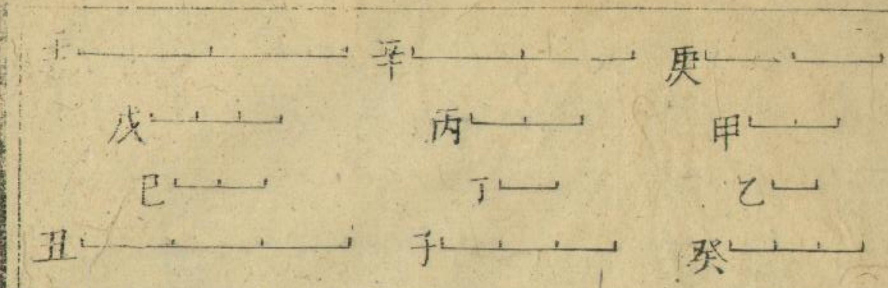
解曰。甲、乙、丙、丁、戊、巳數幾何所為比例皆等者甲與乙若丙與丁。丙與丁若戊與巳也。題言甲、丙、戊諸前率并與乙、丁、巳諸後率并之比例。若甲與乙。丙與丁。戊與巳。各前各後之比例也

論曰。試于各前率之甲、丙、戊同任倍之為庚、辛、壬。別于各後率之乙、丁、巳。同任倍之為癸、子、丑。即庚、辛、壬并之倍甲、丙、戊并。若庚之倍甲也。癸、子、丑并之倍乙、丁、巳并。若癸之倍乙也。本篇一夫一甲與二乙。既若三丙與四丁。又若三戊與四巳。則庚之倍一甲。與癸之倍二乙。或等、或大、或小。偕辛、壬之倍三丙、戊。與子、丑之倍四丁、巳。等、大、小。同類也又各前所倍庚、辛、壬。并與各後所倍癸、子、丑并。其或等或大或小。亦偕各前所自倍。與各後所自倍。其等、大、小。必同類也本卷界說六。則一甲、與二乙之比例。若三甲丙戊并與四乙丁巳并矣

第十三題

數幾何。第一與二之比例。若第三與四之比例。而第三與四之比例。大于第五與六之比例。則第一與二之比例

亦大于第五與六之比例



解曰。一甲與二乙之比例。若三丙與四丁。而三丙與四丁之比例。大于五戊與六巳。題言甲與乙之比例。亦大于戊與巳。

論曰。試以甲、丙、戊、各前率。同任倍之為庚、辛、壬。別以乙、丁、巳、各後率。同任倍之為癸、子、丑。其甲與乙。既若丙與丁。即三試之。若倍甲之庚。大于倍乙之癸。即倍丙之辛。必大于倍丁之子矣。若庚、癸、等。即辛、子、亦等。若庚小于癸。即辛亦小于子矣。本卷界說六 次丙與丁。既大于戊與巳。又三試之。即倍丙之辛。大于倍丁之子。而倍戊之壬。不必大于倍巳之丑也。或等。或小矣。本卷界說八 夫庚、癸、與辛、子、等、大、小、同類。則壬、丑、不類于辛、子者。亦不類于庚、癸也。故甲與乙之比例。亦大于戊與巳。本卷界說八

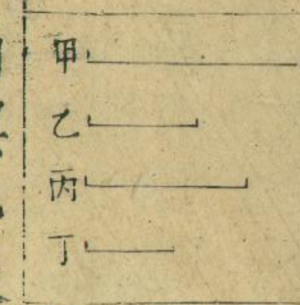
注曰。若三丙與四丁之比例。或小。或等。于五戊、六巳。則一甲與二乙之比例。亦小。亦等。于五戊、六巳。依此論推顯。

第十四題

四幾何。第一與二之比例。若第三與四之比例。而第一幾何大于第三。則第二幾何亦大于第四。第一或等、或小、

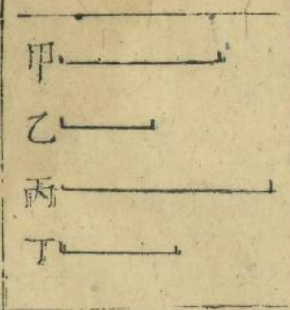
于第三。則第二亦等、亦小于第四

解曰。甲與乙之比例。若丙與丁。題言甲大于丙。則乙亦大于丁。若等、亦等。若小、亦小



先論曰。如甲大于丙。即甲與乙之比例。大于丙與乙矣本篇八夫一丙與二丁之比例。既若三甲與四乙。而三甲與四乙之比例。大于五丙與六乙。即一丙與二丁之比例。亦大于五丙與六乙本篇十三是丁幾何小于乙也本篇十

次論曰。如甲、丙等。即甲與乙之比例。若丙與乙本篇七夫甲與乙之比例。元若丙與丁。而又若丙與乙。是丙與丁之比例、亦若丙與乙也本篇十一則乙與丁等也本篇九

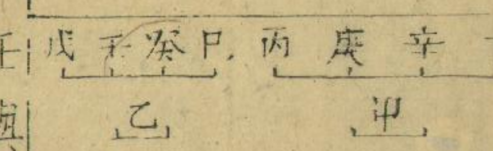


後論曰。如甲小于丙。即丙與乙之比例。大于甲與乙矣本篇八夫一丙與二丁之比例。既若三甲與四乙。而三甲與四乙之比例。小于五丙與六乙。即一丙與二丁之比例。亦小于五丙與六乙也本篇十三是乙小于丁也本篇十

第十五題

兩分之比例與兩多分幷之比例等

解曰。甲與乙同任倍之。為丙丁。為戊巳。題言丙丁與戊

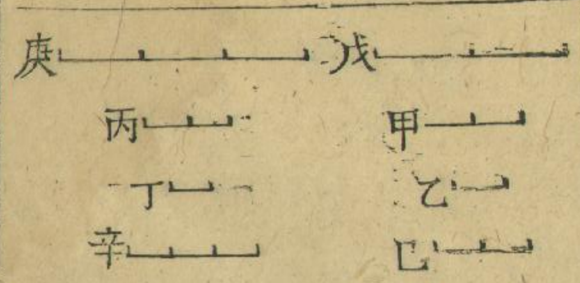


巳之比例若甲與乙

論曰丙丁之倍甲旣若戊巳之倍乙即丙丁內有甲若干與戊巳內有乙若干等次分丙丁為丙庚庚辛辛丁各與甲分等分戊巳為戊壬壬癸癸巳各與乙分等即丙庚與戊壬若甲與乙也丙庚與甲等戊壬與乙等故見本篇七庚辛與壬癸辛丁與癸巳皆若甲與乙也本篇十一則等甲之丙庚與等乙之戊壬定若丙丁全與戊巳全而丙丁全與戊巳全若甲與乙矣本篇十二

第十六題 更理

四幾何為兩比例等即更推前與前後與後為比例亦等



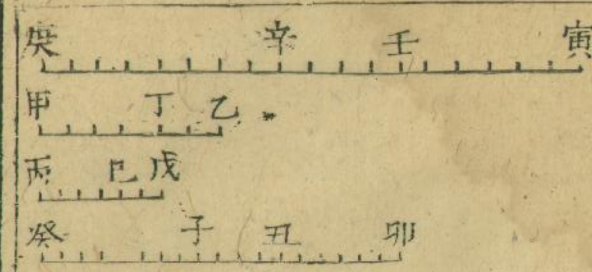
解曰甲乙丙丁四幾何甲與乙之比例若丙與丁題言更推之甲與丙之比例亦若乙與丁

論曰試以甲與乙同任倍之為戊為巳別以丙與丁同任倍之為庚為辛即戊與巳若甲與乙也本篇十五庚與辛若丙與丁也夫甲與乙若丙與丁即戊與巳亦若甲與乙即戊與巳亦若丙與丁矣依題庚與辛若丙與丁即戊與巳亦若庚與辛也本篇十一次三試之若戊大于庚則巳亦大于辛也若等亦等若小亦小任作幾許倍恒如是也本篇十四則倍一甲之

戊倍三乙之巳與倍二丙之庚倍四丁之辛其等大小必同類也而甲與丙若乙與丁矣

第十七題 分理

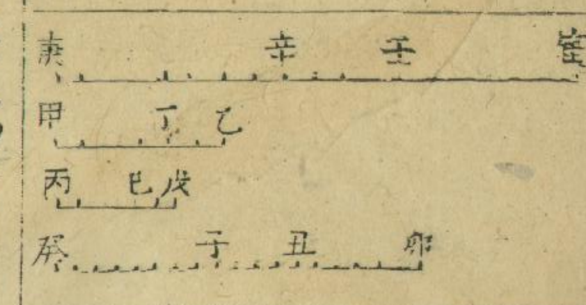
相合之兩幾何為比例等則分之為比例亦等



解曰相合之兩幾何其一為甲乙丁乙其一為丙戊巳戊比例等者甲乙與丁乙若丙戊與巳戊也題言分之為比例亦等者甲丁與丁乙若丙巳與巳戊也

論曰試以甲丁丁乙丙巳巳戊同任倍之為庚辛辛壬為癸子子丑卽庚壬之倍甲乙若庚辛之倍甲丁也亦若癸子之倍丙巳也本篇一夫癸子之倍丙巳亦若癸丑之倍丙戊卽庚壬之倍甲乙亦若癸丑之倍丙戊也次別以丁乙巳戊同任倍之為壬寅為丑卯其一辛壬之倍二丁乙既若三子丑之倍四巳戊而五壬寅之倍二丁乙亦若六丑卯之倍四巳戊卽辛寅之倍丁乙亦若子卯之倍巳戊也本篇二夫一甲乙與二丁乙之比例既若三丙戊與四巳戊而一與三二與四各所倍等卽三試之若一甲乙所倍之庚壬大于二丁乙所倍之辛寅卽三丙戊所倍之癸丑亦大于四巳戊所倍之子卯也若等亦等若小亦小也本篇界說六如

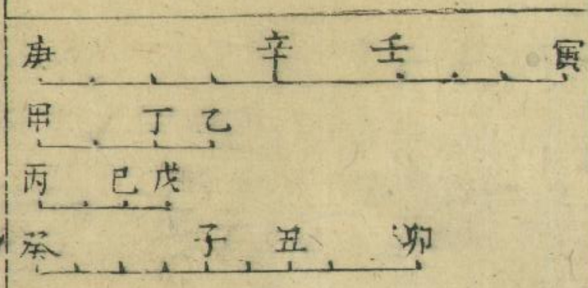
庚壬小于辛寅而癸丑小于子卯者即毎減一同用之辛壬子丑其所存庚辛亦小于壬寅而癸子亦小于丑卯矣依顯庚壬等辛寅而癸丑等子卯者即庚辛等壬寅而癸子等丑卯矣庚壬大于辛寅而癸丑大于子卯者即庚辛大于壬寅而癸子大于丑卯矣夫庚



辛爲甲丁之倍癸子爲丙巳之倍壬寅爲丁乙之倍丑卯爲巳戊之倍而甲丁丙巳之所倍覩丁乙巳戊之所倍其等大小皆同類則甲丁與丁乙若丙巳與巳戊也 本卷界說六

第十八題 合理

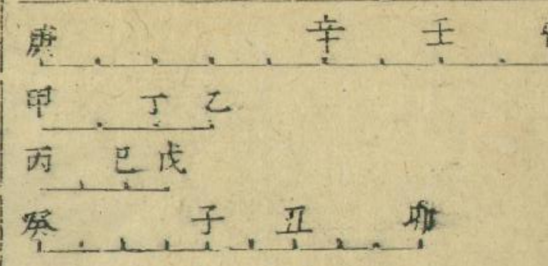
兩幾何分之爲比例等則合之爲比例亦等



解曰甲丁丁乙與丙巳巳戊兩分幾何其比例等者甲丁與丁乙若丙巳與巳戊也題言合之爲比例亦等者甲乙與丁乙若丙戊與巳戊也

論曰如前論以甲丁丁乙丙巳巳戊同任倍之爲庚辛辛壬爲癸子子丑 本篇二 次別以丁乙巳戊同任倍之爲壬寅爲丑卯即庚壬之倍甲乙若癸丑之倍丙戊也 本篇一 而辛寅之倍丁乙若子卯之倍

巳戊也〔二本篇〕夫一甲丁與二丁乙既若三丙巳與四巳戊而一與三二與四各所倍等即三試之若一甲丁所倍之庚辛小于二丁乙所倍之壬寅即三丙巳所倍之癸子亦小于四巳戊所倍之丑卯也若等亦等若大亦大也〔本卷界說六〕如庚辛小于壬寅而癸子亦小于

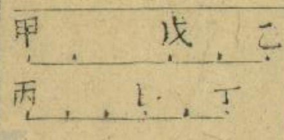


丑卯即每加一辛壬子丑其所并庚壬亦小于辛寅而癸丑亦小于子卯矣依顯庚辛等壬寅而癸子等丑卯即庚壬等辛寅而癸丑等子卯矣庚辛大于壬寅而癸子大于丑卯即庚壬大于辛寅而癸丑大于子卯

一甲乙所倍之庚壬與二丁乙所倍之辛寅偕三丙戊所倍之癸丑與四巳戊所倍之子卯其等大小皆同類則甲乙與丁乙若丙戊與巳戊也〔本卷界說六〕

第十九題〔其系為轉理〕

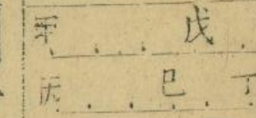
兩幾何各截取一分其所截取之比例與兩全之比例等則分餘之比例與兩全之比例亦等



解曰甲乙丙丁兩幾何其甲乙全與丙丁全之比例若截取之甲戊與丙巳題言分餘戊乙與巳丁之比例亦若甲乙與丙丁

論曰甲乙與丙丁既若甲戊與丙巳試更之甲乙與甲

戊若丙丁與丙巳也（本篇十六）次分之戊乙與甲戊若

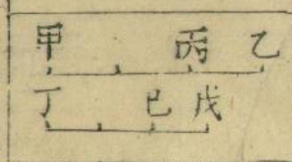


巳丁與丙巳也（本篇十七）又更之戊乙與巳丁若甲戊與丙巳也（本篇十六）夫甲戊與丙巳元若甲乙與丙丁

則戊乙與巳丁亦若甲乙與丙丁矣

一系從此題可推界說第十六之轉理如上甲乙與戊乙若丙丁與巳丁即轉推甲乙與甲戊若丙丁與丙巳也何者甲乙與戊乙既若丙丁與巳丁試更之甲乙與丙丁若截取之戊乙與巳丁也（本篇十六）即甲乙全與丙丁全又若分餘之甲戊與丙巳矣（本題）又更之則甲乙與戊若丙丁與丙巳也（本篇十六）此轉理也

注曰凡更理可施于同類之比例不可施于異類若轉理不論同異類皆可用也依此系即轉理亦賴更理爲用似亦不可施于異類矣今別作一論不賴更理以爲轉理明轉理可施于異類也



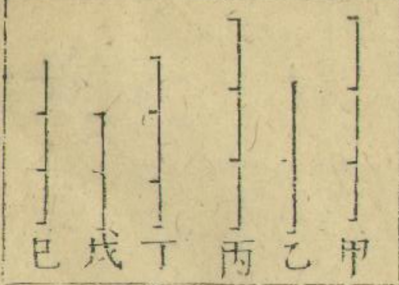
論曰甲乙與丙乙若丁戊與巳戊即轉推甲乙與甲丙若丁戊與丁巳何者甲乙與丙乙既若丁戊與巳戊試分之甲丙與丙乙若丁巳與巳戊也（本篇十七）次反之丙乙與甲丙若巳戊與丁巳也（本篇四）次合之甲乙與甲丙若丁戊與丁巳也（本篇十八）

第二十題（三支）

有三幾何。又有三幾何。相爲連比例而第一幾何大于第三。則第四亦大于第六。第一或等或小。于第三。則第四亦等。亦小于第六

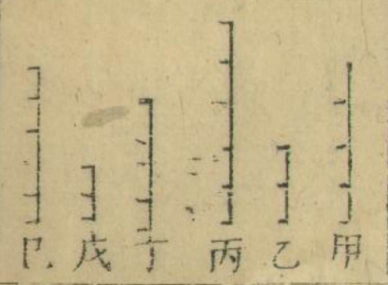
先解曰。甲、乙、丙、三幾何。丁、戊、巳、三幾何。其甲與乙之比例。若丁與戊。乙與丙之比例。若戊與巳。而甲大于丙。題言丁亦大于巳

論曰。甲既大于丙。卽甲與乙之比例。大于丙與乙矣八本篇 而甲與乙之比例。若丁與戊。卽丁與戊之比例。亦大于丙與乙矣十三本篇 又丙與乙之比例。若巳與戊乙與丙，若戊與巳，反之，則丙與乙，若巳與戊 卽丁與戊之比例。大于巳與戊矣。是丁大于巳也十本篇



次解曰。若甲、丙、等。題言丁、巳、亦等

論曰。甲、丙、既等。卽甲與乙之比例。若丙與乙矣七本篇 而甲與乙之比例。若丁與戊。卽丁與戊之比例。亦若丙與乙矣十一本篇 又丙與乙之比例。若巳與戊反理 卽丁與戊之比例。亦若巳與戊矣。是丁巳等也九本篇



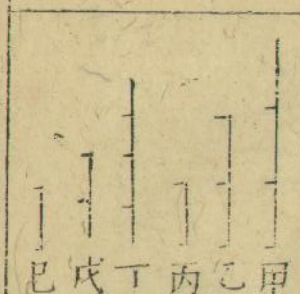
後解曰。若甲小于丙。題言丁亦小于巳

論曰。甲既小于丙。卽甲與乙之比例。小于丙與乙矣八本篇 而甲與乙之比例。若丁與戊。卽

丁與戊之比例。亦小于丙與乙矣。又丙與乙之比例。若己與戊。反理 即丁與戊之比例。小于己與戊矣。是丁小于己也。本篇十

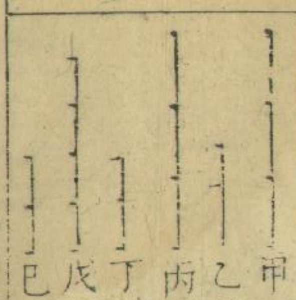
第二十一題 三支

有三幾何。又有三幾何。相為連比例而錯。以平理推之。若第一幾何。大于第三。則第四亦大于第六。若第一或等或小于第三。則第四亦等。亦小于第六



解曰。甲乙丙。三幾何。丁戊己。三幾何。相為連比例不序。不序者。甲與乙。若戊與己。乙與丙。若丁與戊也。以平理推之。若甲大于丙。題言丁亦大于己

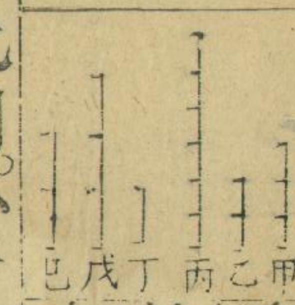
論曰。甲既大于丙。即甲與乙之比例。大于丙與乙。本篇八 而甲與乙。若戊與己。即戊與己之比例。亦大于丙與乙也。又乙與丙。既若丁與戊。反之。即丙與乙。亦若戊與丁也。本篇四 則戊與己。大于戊與丁也。是丁大于己也。本篇廿



次解曰。若甲丙等。題言丁、己亦等

論曰。甲丙既等。即甲與乙之比例。若丙與乙。本篇七 而甲與乙。若戊與己。即丙與乙之比例。亦若戊與己也。又乙與丙。既若丁與戊。反之。即丙與乙。亦若戊與丁也。本篇四 則戊與己。若戊與丁也。是丁、己等

也本篇九

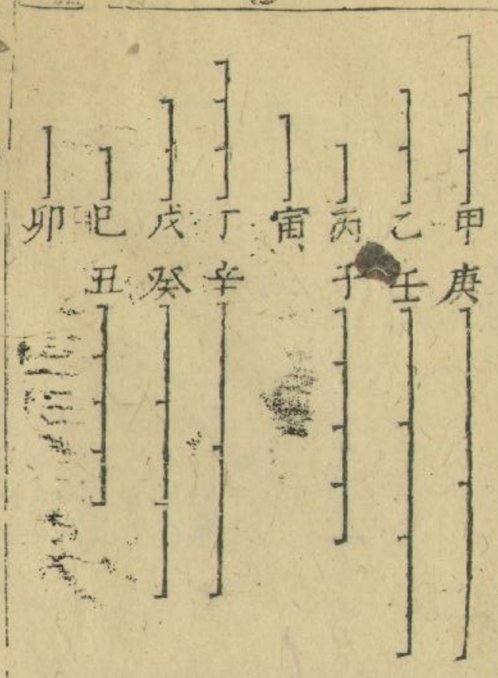


後解曰若甲小于丙題言丁亦小于己

論曰甲既小于丙即甲與乙之比例小于丙與乙八本篇 而甲與乙若戊與己即戊與己之比例小于丙與乙也又乙與丙既若丁與戊反之即丙與乙若戊與丁本篇四 則戊與己小于戊與丁也是丁小于己也本篇十

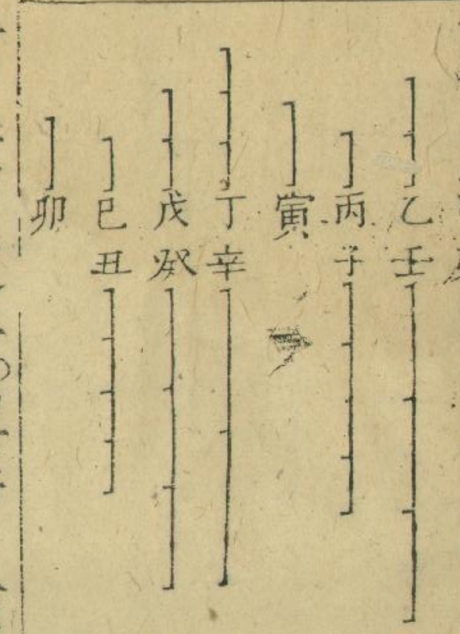
第二十二題平理之序

有若干幾何又有若干幾何其數等相爲連比例則以平理推



解曰有若干幾何甲乙丙又有若干幾何丁戊己而甲與乙之比例若丁與戊乙與丙之比例若戊與己題言以平理推之甲與丙之比例若丁與己

論曰試以甲與丁同任倍之爲庚爲辛別以乙與戊同任倍之爲壬爲癸別以丙與己同任倍之爲子爲丑其一甲與二乙既若三丁與四戊即倍甲之庚與倍乙之壬若倍丁之辛與倍戊之癸也本篇四 依顯二乙與二丙既若三戊與四己即倍乙之壬與倍丙之子若



癸與倍巳之丑也。是庚壬子三幾何辛癸丑三幾何又相爲連比例矣。次三試之若庚大於子即辛必大於丑也本篇二十若等亦等若小亦小也則倍一甲之庚倍三丁之辛與倍二丙之子倍四巳之丑等大小皆同類也。是甲與丙若丁與巳也本卷界說六其幾何自三以上如更有丙與寅若巳與卯亦依顯甲與寅若丁與卯也何者上既顯甲與丙若丁與巳而今稱丙與寅若巳與卯即以甲丙寅作三幾何以丁巳卯作又三幾何[illegible]

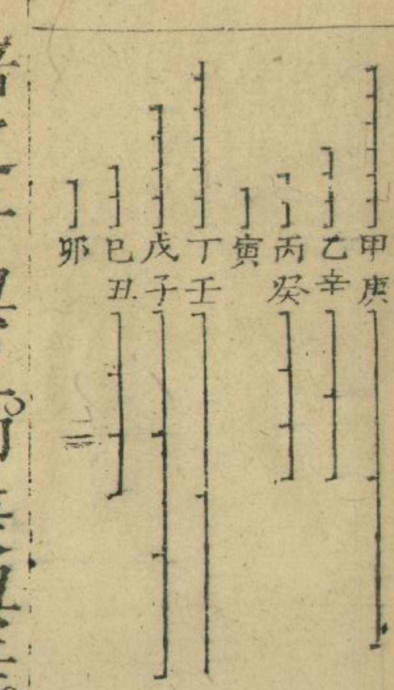
連比例依上推論亦得甲與寅之比例若丁與卯也曰四以上可至無窮依此推顯

第二十三題 平理之錯

若干幾何又若干幾何相爲連比例而錯亦以平理推

解曰甲乙丙若干幾何丁戊巳若干幾何相爲連比例而錯者甲與乙若戊與巳乙與丙若丁與戊也題言以平理推之甲與丙之比例亦若丁與巳

論曰試以甲乙丁同任倍之爲庚辛壬別以丙戊巳同



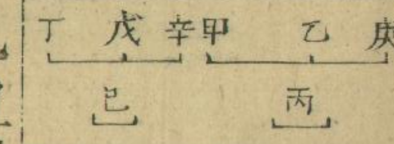
任倍之爲癸子丑即甲與乙若所自倍之庚與辛本篇十五而甲與乙既若戊與巳即庚與辛亦若戊與巳本篇十一戊與巳又若所自倍之子與丑即庚與辛亦若子與丑本篇十一依顯一乙與二丙既若三丁與四戊即倍一乙之辛與倍二丙之癸若倍三丁之壬與倍四戊之子也本篇四是庚辛癸三幾何壬子丑三幾何又相爲連比例而錯矣次三試之若庚大于癸即壬亦大于丑若等亦等若小亦小本篇廿一則一甲三丁所倍之庚壬與二丙四巳所倍之癸丑等大

小皆同類也是一甲與二丙若三丁與四巳本卷界說六如三以上既有甲與乙若巳與卯乙與丙若戊與巳又有丙與寅若丁與戊亦顯甲與寅若丁與卯何者依上論先顯甲與丙若戊與卯次丙與寅又若丁與戊即以甲丙寅作三幾何丁戊卯作又三幾何相爲連比例而錯依上論亦得甲與寅若丁與卯四以上悉依此推顯

第二十四題

凡第一與二幾何之比例若第三與四幾何之比例而第五與二之比例若第六與四則第一第五幷與二之比例若第三第六幷與四

解曰。一甲乙與二丙之比例。若三丁戊與四己。而五乙庚與二丙。若六戊辛與四己。題言一甲乙五乙庚并。與二丙。若三丁戊、六戊辛并。與四己。



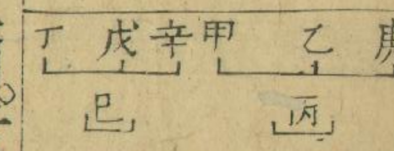
論曰。乙庚與丙。既若戊辛與己。反之丙與乙庚。若己與戊辛也。本篇四 又甲乙與丙。既若丁戊與己。而丙與乙庚。亦若己與戊辛。平之甲乙與乙庚。若丁戊與戊辛也。本篇廿二 又合之甲庚全與乙庚。若丁辛全與戊辛也。本篇十八 夫甲庚與乙庚。既若丁辛與戊辛。而乙庚與丙。亦若戊辛與己。平之甲庚與丙。若丁辛與己矣。本篇廿二

注曰。依本題論。可推廣第六題之義。作後增題。第六題言幾倍。後增題不止言倍。其義稍廣矣

增題。此兩幾何與彼兩幾何比例等。于此兩幾何每截取一分。其截取兩幾何與彼兩幾何比例等。則分餘兩幾何與彼兩幾何比例亦等

解曰。如上圖甲庚、丁辛。此兩幾何與丙、己。彼兩幾何比例等者。甲庚與丙。若丁辛與己也。題言截取之甲乙與丙。若丁戊與己。則分餘之乙庚與丙。亦若戊辛與己

論曰。甲乙與丙。既若丁戊與己。即反之丙與甲乙。若己與丁戊也。本篇四 又甲庚與丙。既若丁辛與己。而丙

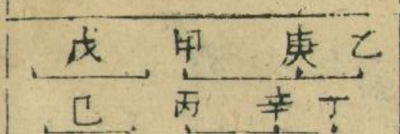


與甲乙。亦若巳與丁戊。即平之。甲庚與甲乙。若丁辛與丁戊也。本篇廿二又分之。乙庚與甲乙。若戊辛與丁戊也。本篇十七夫乙庚與甲乙。既若戊辛與丁戊。而甲乙與丙。若丁戊與巳。即平之。乙庚與丙。若戊辛與巳也。本篇廿三

第二十五題

四幾何為斷比例。則最大與最小兩幾何并。大于餘兩幾何并

解曰。甲乙與丙丁之比例。若戊與巳。甲乙最大。巳最小。題言甲乙巳并。大于丙丁戊并

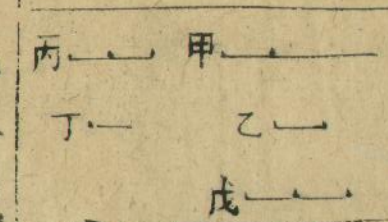


論曰。試于甲乙截取甲庚與戊等。于丙丁截取丙辛與巳等。即甲庚與丙辛之比例。若戊與巳也。亦若甲乙與丙丁也。夫甲乙全與丙丁全。既若截取之甲庚與丙辛。即亦若分餘之庚乙與辛丁也。本篇十九而甲乙最大。必大于丙丁。即庚乙亦大于辛丁矣。又甲庚與戊。丙辛與巳。既等。即于戊加丙辛。于巳加甲庚。必等。而又加不等之庚乙、辛丁。則甲乙、巳并。豈不大于丙丁、戊并

第二十六題

第一與二幾何之比例。大于第三與四之比例。反之。則第

二與一之比例小于第四與三之比例

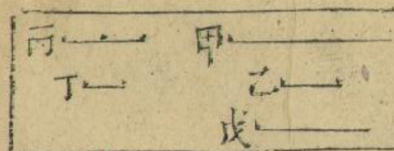


解曰一甲與二乙之比例大于三丙與四丁題言反之二乙與一甲之比例小于四丁與三丙之比例

論曰試作戊與乙之比例若丙與丁卽甲與乙之比例大于戊與乙而甲幾何大于戊（本篇十）則乙與戊之比例大于乙與甲也（本篇八）反之則乙與戊之比例若丁與丙（本篇四）而乙與甲之比例小于丁與丙

第二十七題

第一與二之比例大于第三與四之比例更之則第一與三之比例亦大于第二與四之比例



解曰一甲與二乙之比例大于三丙與四丁題言更之則一甲與三丙之比例亦大于二乙與四丁

論曰試作戊與乙之比例若丙與丁卽甲與乙之比例大于戊與乙而甲幾何大于戊（本篇十）則甲與丙之比例大于戊與丙也（本篇八）夫戊與乙之比例旣若丙與丁更之則戊與丙之比例亦若乙與丁（本篇十六）而甲與丙之比例大于乙與丁矣

第二十八題

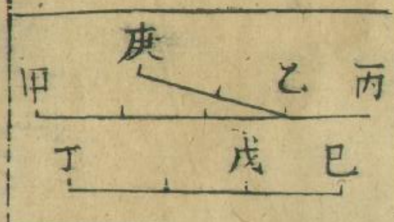
第一與二之比例大于第三與四之比例合之則第一第二幷與二之比例亦大于第三第四幷與四之比例

解曰。一甲乙與二乙丙之比例。大于三丁戊與四戊巳。題言合之。則甲丙與乙丙之比例亦大于丁巳與戊巳

論曰。試作庚乙與乙丙之比例。若丁戊與戊巳。即甲乙與乙丙之比例。大于庚乙與乙丙。而甲乙幾何大于庚乙矣本篇十此二率者。每加一乙丙。即甲丙亦大于庚丙而甲丙與乙丙之比例。大于庚丙與乙丙也本篇八夫庚乙與乙丙之比例。既若丁戊與戊巳。合之。則庚丙與乙丙之比例。亦若丁巳與戊巳也本篇十八而甲丙與乙丙之比例。大于丁巳與戊巳矣

第二十九題

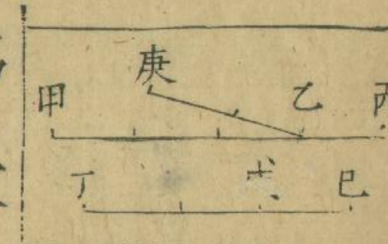
第一合第二與二之比例。大于第三合第四與四之比例。分之。則第一與二之比例。亦大于第三與四之比例



解曰。甲丙與乙丙之比例。大于丁巳與戊巳。題言分之。則甲乙與乙丙之比例。亦大于丁戊與戊巳

論曰。試作庚丙與乙丙之比例。若丁巳與戊巳。即甲丙與乙丙之比例。亦大于庚丙與乙丙。而甲丙幾何。大于庚丙矣本篇十此二率者。每減一同用之乙丙。即甲乙亦大于庚乙。而甲乙與乙丙之比例。大于庚乙與

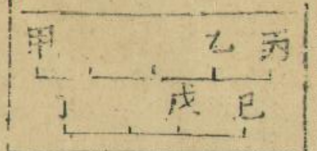
乙丙也本篇八夫庚丙與乙丙之比例既若丁巳與戊巳分之則庚乙與乙丙之比例亦若丁戊與戊巳也本篇十七而甲乙與乙丙之比例大于丁戊與戊巳矣



第三十題

第一合第二與二之比例大于第三合第四與四之比例轉之則第一合第二與一之比例小于第三合第四與三之比例

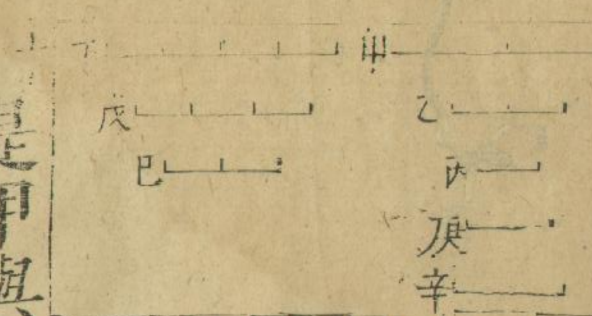
解曰甲丙與乙丙之比例大于丁巳與戊巳題言轉之則甲丙與甲乙之比例小于丁巳與丁戊



論曰甲丙與乙丙之比例既大于丁巳與戊巳分之即甲乙與乙丙之比例亦大于丁戊與戊巳也本篇廿九又反之乙丙與甲乙之比例小于戊巳與丁戊矣本篇廿六又合之甲丙與甲乙之比例亦小于丁巳與丁戊也本篇廿八

第三十一題

此三幾何彼三幾何此第一與二之比例大于彼第一與二之比例此第二與三之比例大于彼第二與三之比例如是序者以平理推則此第一與三之比例亦大于彼第一與三之比例



解曰。甲、乙、丙、此三幾何。丁、戊、己、彼三幾何。而甲與乙之比例。大于丁與戊。乙與丙之比例。大于戊與己。如是序者題言以平理推。則甲與丙之比例。亦大于丁與己

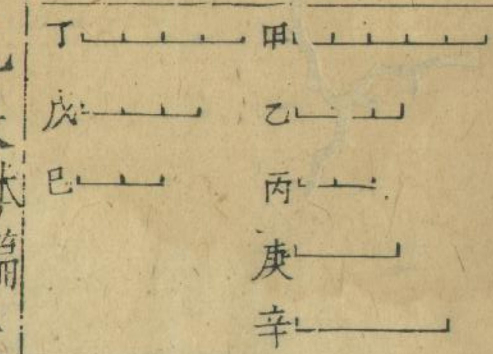
論曰。試作庚與丙之比例。若戊與己。即乙與丙之比例。大于庚與丙。而乙幾何大于庚（本篇十）是甲與小庚之比例。大于甲與大乙矣（本篇八）夫甲與乙之比例。元大于丁與戊。即甲與庚之比例。更大于丁與戊也。次作辛與庚之比例。若丁與戊。即甲與庚之比例亦大于辛與庚。而甲幾何大于辛（本篇十）是大甲與丙之比例。大于小辛與丙矣（本篇八）夫辛與丙之比例。以平理推之。若丁與己也（本篇廿二）則甲與丙之比例。大于丁與己也

第三十二題

此三幾何。彼三幾何。此第一與二之比例。大于彼第二與三之比例。此第二與三之比例。大于彼第一與二之比例。如是錯者。以平理推。則此第一與三之比例。亦大于彼第一與三之比例

解曰。甲、乙、丙、此三幾何。丁、戊、己、彼三幾何。而甲與乙之比例。大于戊與己。乙與丙之比例。大于丁與戊。如是錯

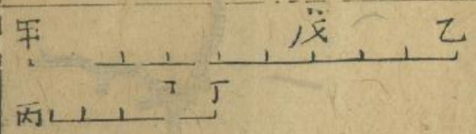
者。題言以平理推。則甲與丙之比例。亦大于丁與巳



論曰。試作庚與丙之比例。若丁與戊。即乙與丙之比例。大于庚與丙。而乙幾何大于庚本篇十是甲與小庚之比例。大于甲與大乙矣本篇八夫甲與乙之比例。旣大于戊與巳。即甲與庚之比例。更大于戊與巳也。次作辛與庚之比例。若戊與巳。即甲與庚之比例。亦大于辛與庚。而甲幾何大于辛本篇十是大甲與丙之比例。大于小辛與丙矣本篇八夫辛與丙之比例。以平理推之。若丁與巳也本篇廿三則甲與丙之比例。大于丁與巳也

第三十三題

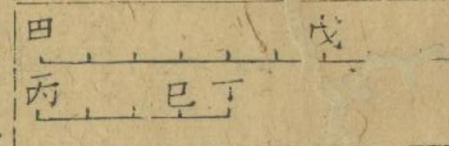
此全與彼全之比例。大于此截分與彼截分之比例則此全分餘與彼全分餘之比例。大于此全與彼全之比例



解曰。甲乙全與丙丁全之比例。大于兩截分甲戊與丙巳。題言兩分餘戊乙與巳丁之比例。大于甲乙與丙丁

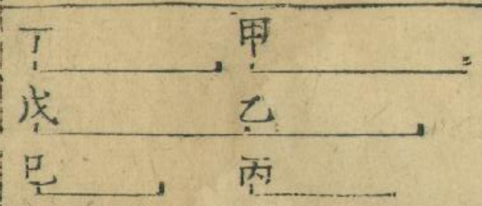
論曰。甲乙與丙丁之比例。旣大于甲戊與丙巳。更之。即甲乙與甲戊之比例。亦大于丙丁與丙巳也

本篇廿七又轉之甲乙與戊乙之比例小于丙丁與巳丁也本篇三十又更之甲乙與丙丁之比例小于戊乙與巳丁也本篇廿七戊乙與巳丁分餘也則分餘之比例大于甲乙全與丙丁全矣依顯兩全之比例小于截分則分餘之比例小于兩全



第三十四題三支

若干幾何又有若干幾何其數等而此第一與彼第一之比例大于此第二與彼第二之比例此第二與彼第二之比例大于此第三與彼第三之比例以後俱如是則此并與彼并之比例大于此末與彼末之比例亦大于此并減第一與彼并減第一之比例而小于此第一與彼第一之比例

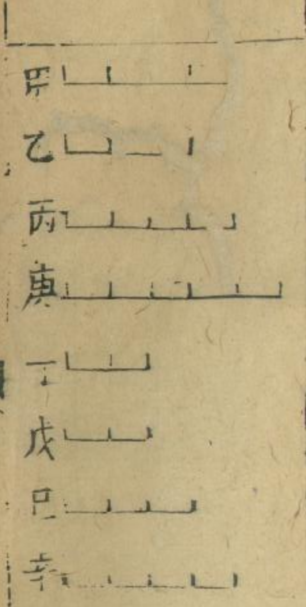


解曰如甲、乙、丙、三幾何又有丁、戊、巳、三幾何其甲與丁之比例大于乙與戊之比例乙與戊之比例大于丙與巳題先言甲乙丙并與丁戊巳并之比例大于丙與巳次言亦大于乙丙并與戊巳并後言小于甲與丁

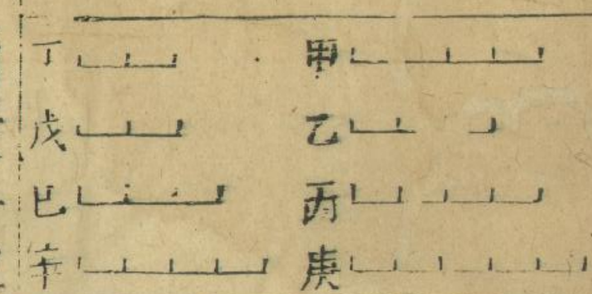
論曰甲與丁之比例既大于乙與戊更之即甲與乙之比例大于丁與戊也本篇廿七又合之甲乙與乙之比例大于丁戊并與戊也本篇廿八又更之甲乙并與丁戊并之

比例大于乙與戊也本篇廿七是甲乙全與丁戊全之比例大于減并乙與減并戊也既爾即減餘甲與減餘丁之比例大于甲乙全與丁戊全也

本篇卅三依顯乙與戊之比例亦大于乙丙全與戊巳全即甲與丁之比例更大于乙丙全與戊巳全也又更之甲與乙丙并之比例大于丁與戊巳并也本篇廿七又合之甲乙丙全與乙丙并之比例大于丁戊巳全與戊巳并也本篇廿八又更之甲乙丙全與丁戊巳全之比例大于乙丙并與戊巳并也本篇廿七則得次解也又甲乙丙全與丁戊巳全之比例既大于減并乙丙與減并戊巳即減餘甲與減餘丁之比例大于甲乙丙全與丁戊巳全也本篇卅三則得後解也又乙與戊之比例既大于丙與巳更之即乙與丙之比例大于戊與巳也本篇廿七又合之乙丙全與丙之比例大于戊巳全與巳也本篇廿八又更之乙丙并與戊巳并之比例大于丙與巳也本篇廿七而甲乙丙并與丁戊巳并之比例既大于乙丙并與戊巳并即更大于末丙與末巳也則得先解也



若兩率各有四幾何而丙與巳之比例亦大于庚與辛即與前論同理葢依上文論乙與戊之比例大



于乙丙庚并與戊己辛并。卽甲與丁之比例。更大于乙丙庚并與戊己辛并也。更之。卽甲與乙丙庚并之比例。大于丁與戊己辛并也（本篇十八）又合之。甲乙丙庚全與乙丙庚并之比例。大于丁戊己辛全與戊己辛并也。又更之。甲乙丙庚全與丁戊己辛全之比例。大于乙丙庚并與戊己辛并也（本篇廿七）則得次解也。又甲乙丙庚全與丁戊己辛全之比例。既大于減并乙丙庚與減并戊己辛。卽減餘甲與減餘丁之比例。大于甲乙丙庚全與丁戊己辛全也（本篇卅三）則得後解也。又依前論。顯乙丙庚并與戊己辛并之比例。既大于庚與辛。而甲乙丙庚全與丁戊己辛全之比例。大于乙丙庚并與戊己辛并卽更大于末庚與末辛也。則得先解也。自五以上至于無窮。俱倣此論。可顯全題之旨

幾何原本第五卷終

幾何原本第六卷之首

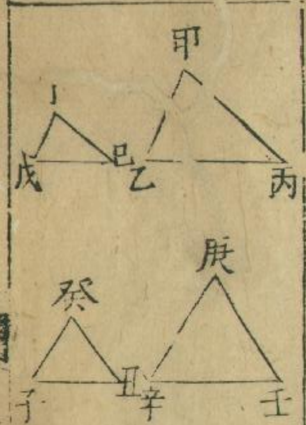
泰西利瑪竇口譯

吳淞徐光啓筆受

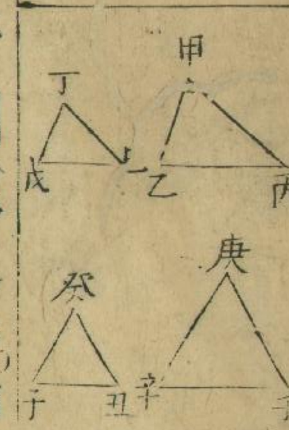
界說六則

第一界

凡形、相當之各角等。而各等角旁兩線之比例俱等。爲相似之形



甲乙丙、丁戊己兩角形之甲角、與丁角、等。乙與戊、丙與己、各等。其甲角旁之甲乙與甲丙、兩線之比例、若丁角旁之丁

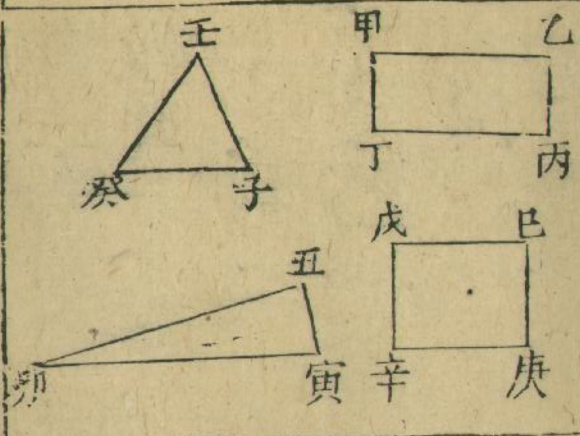


戊與丁巳兩線而甲乙與乙丙若丁戊與戊巳甲丙與丙乙若丁巳與巳戊則此兩角形爲相似之形依顯凡平邊形皆相似之形如庚辛壬癸子丑俱平邊角形其各角俱等而各邊之比例亦等者是也四邊五邊以上諸形俱倣此

第二界

兩形之各兩邊線互爲前後率相與爲比例而等爲互相視之形

甲乙丙丁戊巳庚辛兩方形其甲乙乙丙邊與戊巳巳



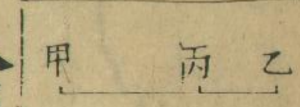
庚邊相與爲比例等而彼此互爲前後如甲乙與戊巳若巳庚與乙丙也則此兩形爲互相視之形依顯壬癸子丑寅卯兩角形之壬子與丑寅若丑卯與壬癸或壬癸與丑寅若丑卯與壬子亦互相視之形也

第三界

理分中末線者一線兩分之其全與大分之比例若大分與小分之比例

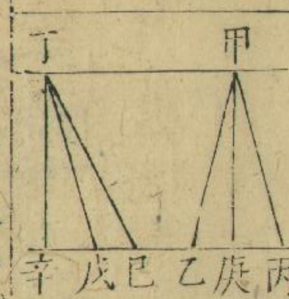
甲乙線兩分之于丙而甲乙與大分甲丙之比例若大

分甲丙與小分丙乙此為理分中末線其分法見本卷三十題而與二卷十一題理同名異此線為用甚廣至量體尤所必須十三卷諸題多賴之古人目為神分線也



第四界

度各形之高皆以垂線之亘為度



甲乙丙角形從甲頂向乙丙底作甲庚垂線即甲庚為甲乙丙之高又丁戊巳角形作丁辛垂線即丁辛為丁戊巳之高若兩形相視兩垂線等即兩形之高必等如上兩形在兩平行線之丙者是也若以丙巳為頂以甲乙丁戊為底則不等自餘諸形之度高俱倣此

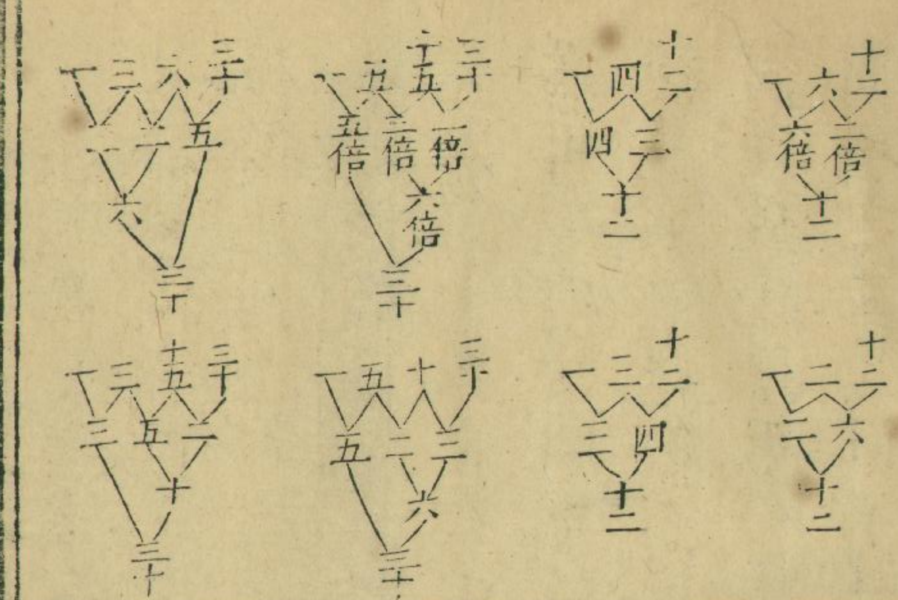
凡度物高以頂底為界以垂線為度蓋物之定度止有一不得有二自頂至底垂線一而巳偏線無數也

第五界

比例以比例相結者以多比例之命數相乘除而結為一比例之命數

此各比例不同理而相聚為一比例者則用相結之法合各比例之命數求首尾一比例之命數也曷為比例之命數謂大幾何所倍于小幾何若干或小幾何在大

幾何內若干也。如大幾何、四倍于小。或小幾何、爲大四



分之一。即各以四爲命比例之數

也五卷界說三 今言以彼多比例之命

數相乘除、而結爲此一比例之命

數者。如十二倍之此比例則以彼

二倍、六倍、兩比例相結也。二六相

乘爲十二故也。或以彼三倍、四倍

兩比例相結也。三四相乘亦十二、

故也。又如三十倍之此比例則以

彼二倍、三倍、五倍、三比例相結也。

二乘三爲六。六乘五爲三十。故也

其曰相結者。相結之理。蓋在中率。凡中率爲前比例之

後。後比例之前。故以二比例合爲一比例。則中率爲轃

合之因。如兩爿合此。爲之膠。如兩襟合此爲之紐矣。第

五卷第十界、言數幾何爲同理之比例。則第一與第三、

爲再加之比例。再加者。以前中二率之命數。再加爲前

後二率之命數。亦以中率爲紐也。但彼所言者。多比例

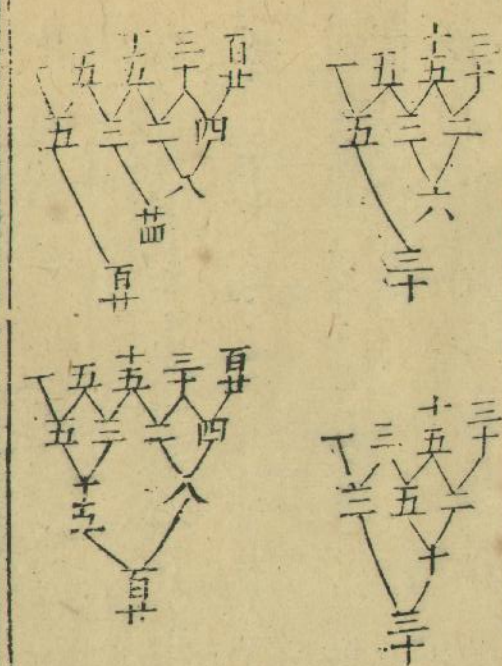
同理。故止以第一比例之命數累加之。此題所言。則不

同理之多比例。不得以第一比例之命數累加之。故用

此乘除相結之理。于不同理之中。求其同理。別爲累加

之法。其紐結之義頗相類焉。下文仍發明借象之術、以需後用也

五卷言多比例同理者。第一、與第三爲再加。與第四爲三加。與第五爲四加。以至無窮。今此相結之理。亦以三率爲始。三率則兩比例相乘除、而中率爲紐也。若四率。

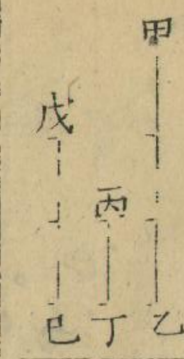


則先以前三率之兩比例相乘除、而結爲一比例。復以此初結之比例、與第三比例乘除、相結爲一比例也。若五率。則先以前三率之兩比例乘除相結。復以此再結之比例、與第三比例乘除相結。又以三結之比例、與第四比例乘除相結爲一比例也。或以第一第二第三率之兩比例乘除相結。以第三第四第五之兩比例乘除相結。又以此二所結比例乘除相結、而爲一比例也。自六以上。倣此以至無窮

設三幾何爲二比例、不同理而合爲一比例。則以第一與二、第二與三兩比例相結也。如上圖、三幾何、二比例

皆以大不等者。其甲乙與丙丁、爲二倍大。丙丁與戊己、爲三倍大。則甲乙與戊己、爲六倍大。二乘三爲六也。若以小不等。戊己爲第一。甲乙

爲第三。三乘二亦六。則戊巳與甲乙爲反六倍大也
甲乙與丙丁。既二倍大。試以甲乙二平分之。爲甲庚庚
乙。必各與丙丁等。丙丁與戊巳既三倍大。而甲庚庚乙、
各與丙丁等。即甲庚亦三倍大於戊巳。庚乙亦三倍大
於戊巳。而甲乙必六倍大於戊巳

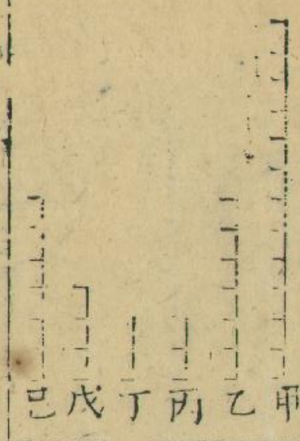


又如上圖。三幾何、二比例。前以大不等。後
以小不等者。中率小于前後兩率也。其甲
乙與丙丁、爲三倍大。丙丁與戊巳爲反二倍大反二倍大者丙
丁得戊巳之半即甲乙與戊巳、爲等帶半。三乘半。得等帶半也。
若以戊巳爲第一。甲乙爲第三。反推之半除三。爲反等

帶半也

又如上圖。三幾何、二比例。前以小不等。後
以大不等者。中率大於前後二率也。其甲
乙與丙丁、爲反二倍大甲乙得丙丁之半丙丁與戊巳、爲等帶
三分之一。即甲乙與戊巳、爲反等帶半甲乙得戊巳何三分之二
者。如甲乙二。即丙丁當四。丙丁四。即戊巳當三。是甲乙
二。戊巳當三也
後增其乘除之法。則以命數三帶得數一。爲四。以半除
之、得二。二比三。爲反等帶半也。若以戊巳爲第一。甲乙
爲第三。三比二、爲等帶半也

設四幾何爲三比例、不同理、而合爲一比例、則以第一與二、第二與三、第三與四、三比例相結也。如上圖甲、乙、丙、丁、四幾何、三比例。先依上論。以甲與乙、乙與丙、二比例、相結爲甲與丙之比例。次以甲與丙、丙與丁、相結。即得甲與丁之比例也。如是遞結、可至無窮也



或用此圖、申明本題之旨曰。甲與乙之命數爲丁。乙與丙之命數爲戊。即甲與丙之命數爲巳。何者、三命數、以一丁、二戊相乘、得三巳。即三比例、以一甲與乙、二乙與丙相乘

得三甲與丙

後增。若多幾何、各帶分、而多寡不等者。當用通分法。如設前比例、爲反五倍帶三之二。後比例、爲二倍大帶八之一。即以前命數三、通其五倍、爲十五。得分數從之、爲十七。是前比例爲三與十七也。以後命數八、通其二倍、爲十六。得分數從之、爲十七。是後比例爲十七與八也。即首尾二幾何之比例、爲三與八。得二倍大帶三之二也

曷謂借象之術。如上所說、三幾何、二比例者。皆以中率、爲前比例之後。後比例之前。乘除相結。畧如連比例之

同用一中率也、而不同理。別有二比例異中率者。是不同理之斷比例也。無法可以相結。當于其所設幾何之外。別立三幾何、二比例、而同中率者。乘除相結。作為儀式。以彼異中率之四幾何、二比例、依倣求之。即得。故謂之借象術也。假如所設幾何。十六為首。十二為尾。却云、

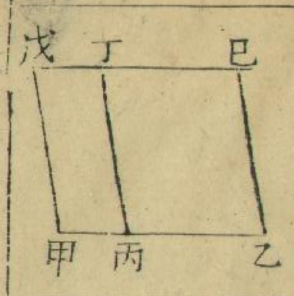
十六 八 廿四	三 九	二 九	十二 四 十八	十六 四 廿四	九 五十四	六 五十四	十二 二 十八
十六 六 廿四	九 三十六	四 三十六	十二 二 十八	十六 四 廿四	二 十二	六 十二	十二 九 十八
十六 六 廿四	二 八	四 八	十二 九 十八	十六 四 廿四	六 三十六	二 三十六	十二 一 十八

十六與十二之比例。若八與三及二與四之比例。八為前比例之前。四為後比例之後。三與二、為前之後後之前。此所謂異中率也。

欲以此二比例、乘除相結。無法可通矣。用是別立三幾何、二比例。如其八與三、二與四之比例而務令同中率。如三其八。得二十四。為前比例之前。三其三得九。為前比例之後。即以九為後比例之前。又求九與何數為比例。若二與四。得十八。為後比例之後。其二十四與九。若八與三也。九與十八。若二與四也。則十六與十二。若二十四與十八。俱為等帶半之比例矣。是用借象之術。變異中率為同中率。乘除相結。而合二比例為一比例也。其三比例以上。亦如上方所說。展轉借象。遞結之 詳見本卷二十三題。筭家所用借象金法。雙金法。俱本此

第六界

平行方形。不滿一線。為形小于線。若形有餘線。不足為形大于線



甲乙線。其上作甲戊丁丙平行方形。不滿甲乙線。而丙乙上無形。即作巳乙線。與丁丙平行。次引戊丁線。遇巳乙于巳。是為甲戊巳乙滿甲乙線平行方形。則甲丁為依甲乙線之有闕平行方形。而丙巳平行方形、為甲丁之闕形。又甲丙線上作甲戊巳乙平行方形。其甲乙邊大于元設甲丙線之較為丙乙。而甲巳形、大于甲丙線上之甲丁形。則甲巳為依甲丙線之帶餘平行方形。而丙巳平行方形、為甲巳之餘形

幾何原本第六卷之首 終

幾何原本第六卷

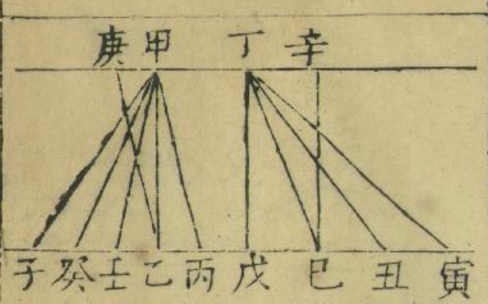
本篇論線面之比例　計三十三題

泰西利瑪竇口譯

吳淞徐光啓筆受

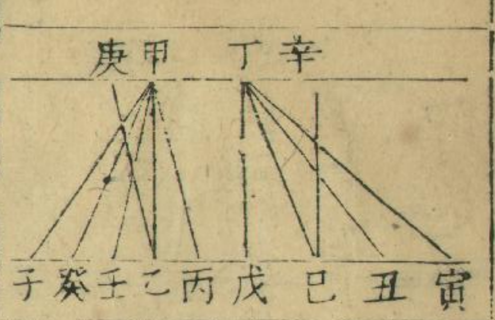
第一題

等高之三角形、方形、自相與爲比例、與其底之比例等



解曰、甲乙丙、丁戊巳、兩角形、等高、其底乙丙、戊巳、丙庚、戊辛、兩方形、等高、其底乙丙、戊巳、題言甲乙丙與丁戊巳之比例、丙庚與戊辛之比例、皆若乙丙與戊巳

論曰、試置四形于庚辛、子寅、兩平行線內凡形

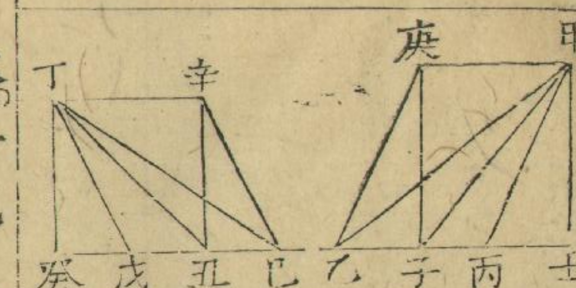


自頂至底、作垂線。即本形之高。故等高者。必在平行線內。見本卷界說四于乙子線內、作數底線。各與乙丙等、為乙壬、壬癸、癸子。于巳寅線內、作數底線。各與戊巳等、為巳丑、丑寅。次從甲、從丁、作甲壬、甲癸、甲子、丁丑、丁寅諸線。其甲乙丙、甲乙壬、甲壬癸、甲癸子、四三角形。既等底而在平行線內。即等一卷三八依顯丁戊巳、丁巳丑、丁丑寅、三三角形、亦等。則子丙底線大于乙丙若干倍。而甲子丙角形大于甲乙丙。亦若干倍。依顯戊寅之倍戊巳。亦若丁戊寅之倍丁戊巳底線分數與形之分數等故即用三試法。若子丙底大于戊寅底。則甲子丙形亦大于丁戊寅形也。若等亦等。若小亦小也一卷三八則一乙丙所倍之子丙。三甲乙丙所倍之甲子丙。與二戊巳所倍之戊寅。四丁戊巳所倍之丁戊寅等。大、小、皆同類也。而一乙丙底與二戊巳底之比例。若三甲乙丙與四丁戊巳矣五卷六界又丙庚、戊辛、兩方形。各倍大于甲乙丙、丁戊巳兩角形一卷卅三而甲乙丙與丁戊巳之比例。既若乙丙與戊巳。即丙庚與戊辛、兩方形之比例。亦若乙丙與戊巳兩底矣五卷十五或從壬、癸、子、及丑、寅、各作直線。與庚乙、辛巳、平行。即依上論推顯

增題。凡兩角形。兩方形。各等底。其自相與為比例。若

兩形之高之比例

解曰。甲乙丙、與丁戊巳兩角形。甲庚乙丙、與丁戊巳辛、兩方形。其底乙丙、與戊巳等。題言甲乙丙與丁戊巳兩角形之比例。甲庚乙丙與丁戊巳辛兩方形之比例。皆若甲壬與丁癸兩高

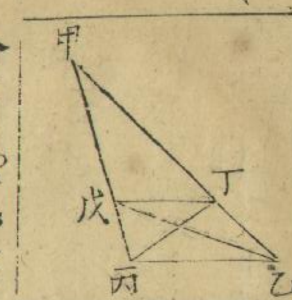


論曰。試作子壬底線。與乙丙等。作丑癸底線。與戊巳等。次作甲子、丁丑兩線。其甲壬子、與甲乙丙、兩角形等底。又等高。即等。依顯丁癸丑與丁戊巳兩角形亦等（一卷三八）即甲乙丙與丁戊巳之比例。若甲壬子與丁癸丑也。（五卷七）今以甲壬、丁癸、為底。即甲壬子與丁癸丑兩角形之比例。若甲壬與丁癸兩底也。（本篇一）而甲乙丙與丁戊巳之比例。亦若甲壬與丁癸矣。又甲乙丙與丁戊巳兩角形之比例。既以倍大故若甲庚乙丙與丁戊巳辛兩方形之比例（五卷十五）即兩方形之比例。亦若甲壬與丁癸兩底也。（五卷十一）若作庚子、辛丑兩線。亦依前論推顯

第二題　二支

三角形。任依一邊作平行線。即此線分兩餘邊以為比例必等。三角形內有一線分兩邊以為比例而等。即此線

與餘邊爲平行



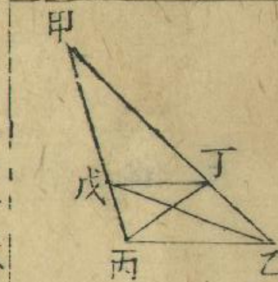
先解曰。甲乙丙角形內。如作丁戊線。與乙丙平行。題言丁戊分甲乙、甲丙于丁、于戊。以爲比例必等者。甲丁與丁乙。若甲戊與戊丙也

論曰。試作丁丙、戊乙、兩線。其丁戊乙、丁戊丙、兩角形。同以丁戊爲底。同在兩平行線內。卽等一卷三七而甲戊丁與丁戊乙兩角形之比例。若甲戊丁與丁戊丙矣五卷七夫甲戊丁與丁戊乙兩角形。亦在兩平行線內若于戊點上作一線與甲乙平行。卽兩形在其內則甲戊丁與丁戊乙兩角形之比例。若甲丁與丁乙兩底也本篇一依顯甲戊與戊丙兩底之比例。亦若甲戊丁與丁戊丙兩角形也兩形亦在兩平行線內故是甲丁與丁乙兩線之比例。甲戊與戊丙兩線之比例。皆若甲戊丁與丁戊乙也。或與丁戊丙也丁戊乙與丁戊丙等則甲丁與丁乙。亦若甲戊與戊丙也五卷十一

後解曰。甲乙丙角形內。有丁戊線。分甲乙、甲丙于丁、于戊。以爲比例而等。題言丁戊與乙丙爲平行線

論曰。試作丁丙、戊乙、兩線。其甲丁與丁乙兩底之比例。若甲戊丁與丁戊乙兩角形也在兩平行線內故。見本篇一而甲丁與丁乙之比例。若甲戊與戊丙。卽甲戊丁與丁戊乙之比例。亦若甲戊與戊丙也五卷十一又甲戊與戊丙兩底之

比例既若甲戊丁與丁戊丙（在兩平行線內故見本篇一）則甲戊丁與丁戊乙之比例亦若甲戊丁與丁戊丙也（五卷十一）而丁戊乙與丁戊丙兩角形等矣（五卷九）兩角形同以丁戊為底而等則在兩平行線內（一卷卅九）



第三題 二支

三角形任以直線分一角為兩平分而分對角邊為兩分則兩分之比例若餘兩邊之比例三角形分角之線所分對角邊之比例若餘兩邊則所分角為兩平分

先解曰甲乙丙角形以甲丁線分乙甲丙角為兩分

題言乙丁與丁丙之比例若乙甲與甲丙

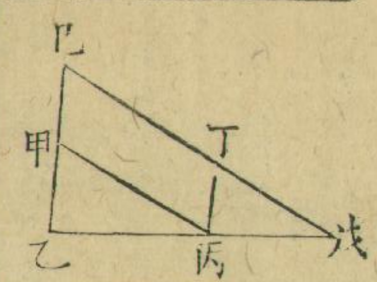
論曰試作乙戊線與甲丁平行次于丙甲線引長之至戊其甲乙戊與乙甲丁為平行線相對之兩內角等外角丁甲丙與內角戊亦等（一卷廿九）今乙甲丁與丁甲丙又等即甲乙戊角與戊角亦等也而甲戊與甲乙兩腰亦等矣（一卷六）則戊甲與甲丙之比例若乙甲與甲丙也（五卷七）夫戊甲與甲丙之比例若乙丁與丁丙也（本篇二）則乙甲與甲丙之比例亦若乙丁與丁丙也（五卷十一）

後解曰乙丁與丁丙之比例若乙甲與甲丙題言甲丁線分乙甲丙角為兩平分

論曰。依前作乙戊線。與甲丁平行。而引丙甲線至戊。其乙甲與甲丙之比例。既若乙丁與丁丙。甲丁線又與戊乙邊平行。而乙丁與丁丙之比例。若戊甲與甲丙本篇二卽乙甲與甲丙之比例。亦若戊甲與甲丙五卷十一是戊甲與乙甲兩線等矣五卷九則甲乙戊角與戊角亦等也一卷五夫甲乙戊與乙甲丁為平行線相對之兩內角。等。而外角丁甲丙與內角戊亦等一卷廿九則乙甲丁、丁甲丙兩角必等

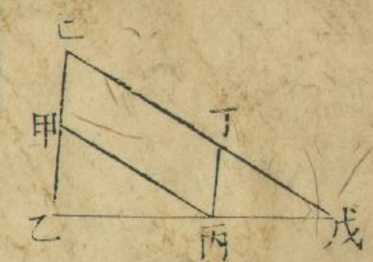
第四題

凡等角三角形。其在等角旁之各兩腰線。相與為比例必等。而對等角之邊。為相似之邊



解曰。甲乙丙、丁丙戊兩角形等角者。甲乙丙與丁丙戊。甲丙乙與丁戊丙。乙甲丙與丙丁戊。每相當之各角。俱等也。題言甲乙與乙丙之比例。若丁丙與丙戊。甲乙與甲丙。若丁丙與丁戊。甲丙與乙丙。若丁戊與丙戊。而每對等角之邊各相似。相似者。謂各前各後率。各對本形之相當等角

論曰。試並置兩角形。令乙丙、丙戊兩底為一直線。而丁丙戊為甲乙丙之外角。其甲乙丙、甲丙乙兩角。既小于兩直角一卷十七丁戊丙與甲丙乙兩角又等。卽乙戊兩角

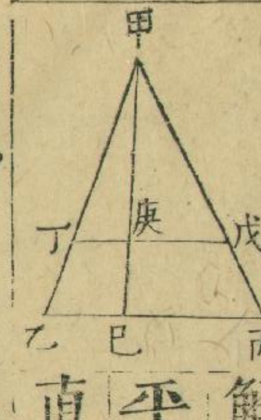


亦小于兩直角。而乙甲、戊丁、兩線引出之必相遇（一卷界說十一）即作兩線。令遇于巳。其丁丙戊外角與甲乙丙內角既等。即丁丙與巳乙為平行線（一卷廿八）依顯甲丙乙外角與丁戊丙內角既等。即甲丙與巳戊亦平行線（一卷廿八）而甲巳丁丙為平行線方形。則甲巳與丁丙兩線等也。甲丙與巳丁兩線等也（一卷卅四）夫乙戊巳角形內之甲丙線。既與巳戊邊平行。即甲乙與等甲巳之丁丙之比例。若乙丙與丙戊也（本篇二）更之。即甲乙與乙丙。若丁丙與丙戊也（五卷十六）又乙戊巳角形內之丁丙線。既與巳乙邊平行。即乙丙與丙戊之比例。若等巳丁之甲丙與丁戊也（本篇二）更之。即乙丙與甲丙。若丙戊與丁戊也（五卷十六）甲乙與乙丙。既若丁丙與丙戊。而乙丙與甲丙。又若丙戊與丁戊。平之。即甲乙與甲丙。若丁丙與丁戊也（五卷廿二）

一系。凡角形內之直線。與一邊平行。而截一分為角形。必與全形相似。

如上甲乙丙角形。作丁戊直線。與乙丙平行。而截一分為甲丁戊角形。必與甲乙丙全形相似。何者。甲丁戊外角。與甲乙丙內角。等。甲戊丁外角。亦與甲丙乙內角等（一卷廿九）甲角又同。即兩形相似。而各等角旁兩邊之比例等（本題）

增題。凡角形之內。任依一邊。作一平行線。于此邊任取一點。向對角作直線。則所分兩平行線比例等



解曰。甲乙丙角形內。作丁戊線。與乙丙平行。次于乙丙邊。任取巳點。向甲角作直線。分丁戊于庚。題言乙巳與巳丙之比例。若丁庚與庚戊

論曰。甲巳乙、甲庚丁、兩角形既相似（本系）。即甲巳與巳乙之比例。若甲庚與庚丁也。更之。即甲巳與甲庚。若巳乙與庚丁也（五卷十六）。依顯甲巳與甲庚。若巳丙與庚戊也。則乙巳與丁庚。亦若巳丙與庚戊也（五卷十一）。更之即乙巳與巳丙。若丁庚與庚戊也（五卷十六）

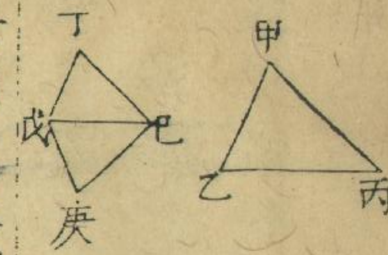
又論曰。甲巳乙、甲庚丁、兩角形。甲巳丙、甲庚戊、兩角形。既各相似。即乙巳與甲巳之比例。若丁庚與庚甲也（本系）。依顯甲巳與巳丙。亦若甲庚與庚戊也。平之。即乙巳與巳丙。若丁庚與庚戊也（五卷廿二）

第五題

兩三角形。其各兩邊之比例等。即兩形爲等角形。而對各相似邊之角各等

解曰。甲乙丙、丁戊巳、兩角形。其各兩邊之比例等者。甲乙與乙丙。若丁戊與戊巳。而乙丙與甲丙。若戊巳與丁

己甲丙與甲乙。若丁己與丁戊也。題言此兩形爲等角形。而對各相似邊之角。甲與丁。乙與戊。丙與己。各等



論曰。試作己戊庚角。與乙角等。作庚己戊角。與丙角等。而戊庚己庚兩線遇于庚。即庚角與甲角等一卷三二是甲乙丙庚戊己兩形等角矣。則甲乙與乙丙之比例。若庚戊與戊己也本篇四甲乙與乙丙。元若丁戊與戊己。則庚戊與戊己。亦若丁戊與戊己也五卷十一而丁戊與庚戊兩線必等五卷九又乙丙與甲丙之比例。若戊己與庚己本篇四而乙丙與甲丙。元若戊己與丁己。則戊己

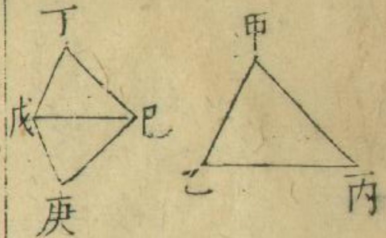
與庚己。亦若戊己與丁己也五卷十一而丁己與庚己。兩線必等五卷九夫庚戊庚己。兩腰。既與丁戊丁己。兩腰。各等。戊己同底。即丁角與庚角亦等一卷八其餘庚戊己與丁戊己庚己戊與丁己戊。各相當之角。俱等一卷四而庚角與甲角既等。即丁角與甲角亦等。丁戊己角與乙角。丁己戊角與丙角。俱等

第六題

兩三角形之一角等。而等角旁之各兩邊比例等。即兩形爲等角形。而對各相似邊之角各等

解曰。甲乙丙。丁戊己。兩角形。其乙與戊兩角等。而甲乙

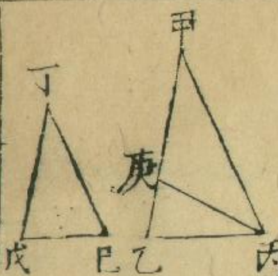
與乙丙之比例。若丁戊與戊巳。題言餘角丙與巳。甲與丁。俱等



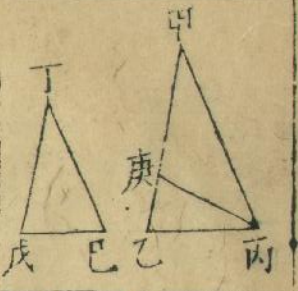
論曰。試作巳戊庚角。與乙角等。作庚巳戊角。與丙角等。而戊庚、庚巳、兩線遇于庚。依前論推顯甲乙丙、庚戊巳、兩形等角。即甲乙與乙丙之比例。若庚戊與戊巳也（本篇四）。甲乙與乙丙。元若丁戊與戊巳。則庚戊與戊巳。亦若丁戊與戊巳也（五卷十一）。而丁戊與庚戊、兩線必等（五卷九）。夫丁戊、庚戊、兩邊既等。戊巳同邊。庚戊巳角。與丁戊巳角。又等（丁戊巳角。與乙角等。而巳戊庚亦與乙等故）。即其餘各相當之角俱等（一卷四）。而庚角既與甲角等。庚巳戊角。既與丙角等。即甲角、丙角、與丁角、戊巳丁角、各等。而甲乙丙、丁戊巳、為等角形矣

第七題

兩三角形之第一角等。而第二相當角各兩旁之邊比例等。其第三相當角。或俱小于直角。或俱不小于直角。即兩形為等角形。而對各相似邊之角各等



解曰。甲乙丙、丁戊巳、兩角形。其一甲角。與一丁角等。而第二相當角。如甲丙乙、兩旁之甲丙、丙乙、兩邊。偕丁巳戊、兩旁之丁巳、巳戊、兩邊比例等。其第三相當角。如乙與戊。或俱小于直角。或



俱不小于直角。題言兩形等角者。謂甲丙乙角與巳等。乙角與戊等

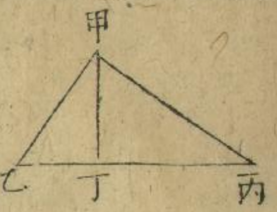
先論乙與戊俱小于直角者。曰。如云不然。而甲丙乙大于巳。令作甲丙庚角。與巳等。宜與戊等一卷卅二甲庚丙與丁戊巳、爲等角形矣。即甲丙與丙庚之比例。宜若丁巳與巳戊本篇四而先設甲丙與丙乙。若丁巳與巳戊也。是甲丙與丙庚。亦若甲丙與丙乙也五卷十一是庚丙與乙丙。兩線等也五卷九丙庚乙、與丙乙庚、兩角亦等也一卷五夫乙既小于直角。即等腰內之丙庚乙。亦小于直角。則較角之丙庚甲。必大于直角也丙庚甲、丙庚乙、兩角等于兩直角。見一卷十三而丙庚甲、既與戊等。則丙庚乙、宜大于直角矣。其相等之乙角。何由得小于直角也

後論乙與戊俱不小于直角者。曰。如云不然。依先論乙角與丙庚乙角等。即丙庚乙。亦不小于直角。夫丙庚乙丙乙庚同爲角形內之兩角。乃俱不小于直角一卷十七何也。則甲丙乙不得不等于丁巳戊也。而其餘乙與戊角等矣一卷卅二

第八題

直角三邊形。從直角向對邊。作一垂線。分本形爲兩直角三邊形。即兩形皆與全形相似。亦自相似

解曰：甲乙丙直角三邊形，從乙甲丙直角作甲丁垂線。題言所分甲丁丙、甲丁乙兩三邊形，皆與全形相似，亦自相似。



論曰：甲乙丙、甲丁丙兩形，既各以乙甲丙、甲丁丙為直角，而丙角又同，即其餘甲乙丙、丁甲丙兩角必等（一卷三二）。則甲乙丙、甲丁丙兩形，必為等角形。而等角旁之各兩邊比例必等者，謂乙丙與甲丙，若甲丙與丙丁也。甲丙與甲乙，若丙丁與甲丁也。乙丙與甲乙，若甲丙與甲丁也。即甲丁丙角形，與甲乙丙全形相似矣（本篇四）。依顯甲丁乙角形與甲乙丙全形，亦相似也。何者？丙甲乙、乙甲丁乙、兩皆直角，而乙角又同，即其餘甲丙乙、丁甲乙兩角必等（一卷卅二）。甲乙丙、甲丁乙兩形，必為等角形，而等角旁之各兩邊比例必等故也。依顯甲丁乙、甲丁丙兩角形，亦相似也。何者？兩形各與全形相似，即兩形自相似（五卷十一）。

系：從直角作垂線，即此線為兩分對邊線比例之中率。而直角旁兩邊，各為對角全邊與同方分邊比例之中率。何者？丙丁與丁甲之比例，若丁甲與丁乙也。故丁甲為丙丁、丁乙兩分邊比例之中率也。又乙丙與丙甲之比例，若丙甲與丙丁也。故丙甲為乙丙、丙丁之中率也。

乙丙與乙甲之比例若乙丁與乙甲也。故乙甲爲乙丙乙丁之中率也

第九題

一直線求截所取之分

法曰。甲乙直線求截取三分之一。先從甲任作一甲丙線爲丙甲乙角。次從甲向丙任作所命分之平度。如甲丁、丁戊、戊己爲三分也。次作己乙直線。末作丁庚線與己乙平行。即甲庚爲甲乙三分之一

論曰。甲乙己角形內之丁庚線既與乙己邊平行。即己丁與丁甲之比例若乙庚與庚甲也（本篇二）。合之。己甲與甲丁若乙甲與庚甲也（五卷十八）。而甲丁既爲己甲三分之一。即庚甲亦爲乙甲三分之一也

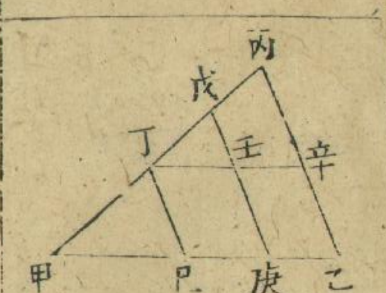
注曰。甲乙線欲截取十一分之四。先作甲丙線爲丙甲乙角。從甲向丙任平分十一分。至丁。次作丁乙線。末從甲取四分得戊。作戊己線與丁乙平行。即甲己爲十一分甲乙之四

何者。依上論。丁甲與戊甲之比例若乙甲與己甲也。反之。甲戊與甲丁若甲己與甲乙也（五卷四）。甲戊爲十一分甲丁之四。則甲己亦十一分甲乙之四

矣。依此可推不盡分之數。葢四不爲十一之盡分。故

第十題

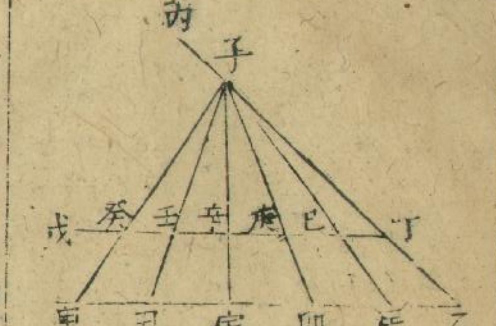
一直線。求截各分。如所設之截分



法曰。甲乙線。求截各分。如所設甲丙任分之丁、戊者。謂甲乙所分各分之比例。若甲丁、丁戊、戊丙也。先以甲乙、甲丙兩線相聯於甲。任作丙甲乙角。次作丙乙線相聯。末從丁、從戊作丁巳、戊庚兩線。皆與丙乙平行。卽分甲乙線于巳、于庚。若甲丙之分于丁、于戊

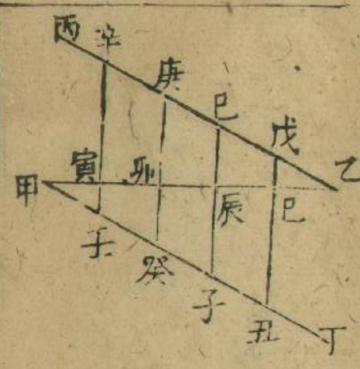
論曰。甲丁與丁戊之比例。既若甲巳與巳庚（本篇二）卽甲巳與巳庚。亦若甲丁與丁戊也。更作丁辛線。與甲乙平行。而分戊庚于壬。卽丁戊與戊丙。若丁壬與壬辛也。亦若等丁壬之巳庚（一卷卅四）與等壬辛之庚乙也（本篇二）。則巳庚與庚乙。亦若丁戊與戊丙也

從此題作一用法。平分一直線爲若干分。如甲乙線。求五平分。卽從甲。任作甲丙線。爲丙甲乙角。次從甲向丙。任作五平分。爲甲丁、丁戊、戊巳、巳庚、庚辛。次作辛乙直線相聯。末作丁壬、戊癸、巳子、庚丑。四線。皆與辛乙平行。卽壬、癸、子、丑。分甲乙爲五平分。其理依前論推顯



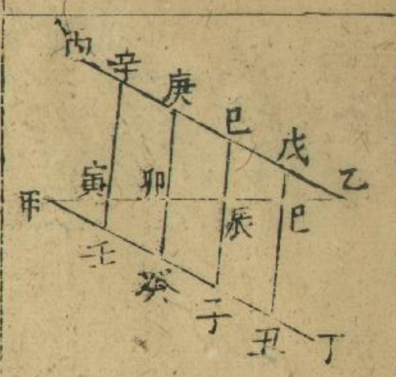
又一簡法。如甲乙線。求五平分。即從丙、任作丙乙線。爲丙乙甲角。次于乙丙、任取一點。爲丁。作丁戊線。與甲乙平行。次從丁向戊。任作五平分。爲丁巳、巳庚、庚辛、辛壬、壬癸。而丁癸線。令小于甲乙。次從甲過癸。作甲子線。遇乙丙于子。末從子、作子壬、子辛、子庚、子巳、四線。各引長之。而分甲乙于丑、于寅、于卯、于辰。爲五平分

論曰。丁戊與甲乙。既平行。即子壬癸與子丑甲。兩角。子癸壬與子甲丑。兩角。各等（一卷廿九）。而甲子丑同角。即甲子丑、癸子壬兩角形相似矣。則子癸與癸壬之比例。若子甲與甲丑也（本篇四）。依顯子壬與壬辛。若子丑與丑寅也。又癸壬與壬辛等。即子壬與壬癸。若子壬與壬辛也（五卷七）。則子丑與丑甲。亦若子丑與丑寅也。而甲丑、丑寅兩線等矣（五卷十一）。依顯寅卯、卯辰、辰乙、俱與甲丑等。則甲乙線爲五平分

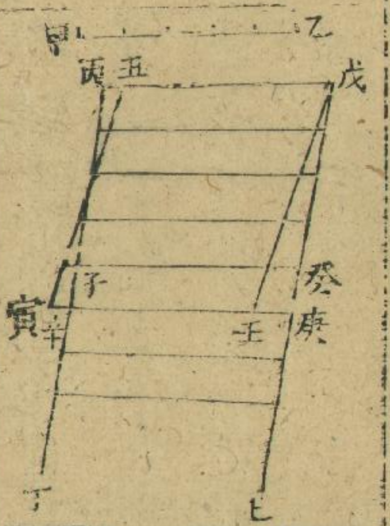


又一簡法。如甲乙線。求五平分。即從甲、從乙、作甲丁、乙丙、兩平行線。次從乙、任作戊、巳、庚、辛、四平分。次用元度。從甲、作壬、癸、子、丑、四平分。末作戊丑、巳子、庚癸、

辛壬四線相聯。即分甲乙于巳于辰于卯、于寅。為五平分



論曰。辛庚與壬癸。既平行相等。即辛壬與庚癸。亦平行(一卷卅三)。依顯巳子、戊丑。俱平行。而甲丑既為四平分。則甲巳亦四平分(本題)。依顯乙辛既為四平分。則乙寅亦四平分。而通甲乙為五平分



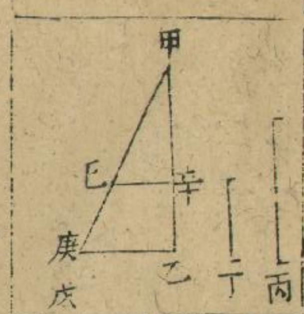
又用法。先作一器。丙丁、戊巳為平行線。任平分為若干格。每一分作平行線相聯。今欲分甲乙為五平分。

即規取甲乙之度。以一角抵戊丙線。而一角抵庚辛線。如不在庚辛者。即漸移之令至也。既至壬。即戊壬之分。為甲乙之分

論曰。庚癸與子辛。既平行相等。即癸子、庚辛。亦平行相等(一卷卅三)。而丙丁、戊巳、內諸線。俱平行相等。戊庚五平分。即戊壬亦五平分矣(本題)。戊壬之度。既與甲乙等。即自戊至壬諸格。分甲乙為五平分也。如戊丙線上取丑點。而甲乙度抵庚辛之外。若丑寅。即從庚辛線引長之。為庚寅。而癸子諸線。俱引長之。其丑寅仍為五平分。如前論。若所欲分之線極小。則製器宜密。

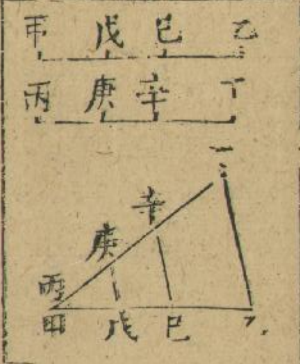
令相稱焉

增題有直線求兩分之而兩分之比例若所設兩線之比例



法曰甲乙線求兩分之而兩分之比例若所設丙與丁先從甲任作甲戊線而爲甲角次截取甲巳與丙等巳庚與丁等次作庚乙線聯之末作巳辛線與庚乙平行卽分甲乙于辛而甲辛與辛乙之比例若丙與丁說見本篇二

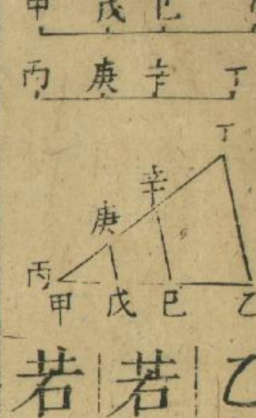
又增題兩直線各三分之各互爲兩前兩後比例等卽兩中率與兩前兩後率各爲比例亦等



解曰甲乙丙丁兩線各三分之于戊于巳于庚于辛各互爲兩前兩後率比例等者甲戊與戊乙若丙庚與庚丁甲巳與巳乙若丙辛與辛丁也題言中率戊巳庚辛各與其前後率爲比例亦等者甲戊與戊巳若丙庚與庚辛巳乙與戊巳若辛丁與庚辛也

論曰甲戊與戊乙之比例旣若丙庚與庚丁卽合之甲乙與戊乙若丙丁與庚丁也而甲巳與巳乙旣若丙辛與辛丁卽合之甲乙與巳乙若丙丁與辛丁也又反之巳乙與甲乙若辛丁與丙丁也夫巳乙與甲

乙。既若辛丁與丙丁。而甲乙與戊乙。又



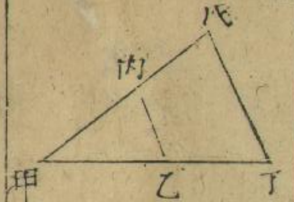
若丙丁與庚丁。即平之。巳乙與戊乙。亦若辛丁與庚丁也 五卷廿二 又轉之。戊乙與戊巳。若庚丁與庚辛也。又分之。巳乙與戊巳。若辛丁與庚辛也。此後解也。又甲戊與戊乙。既若丙庚與庚丁。而戊乙與戊巳。又若庚丁與庚辛。即平之。甲戊與戊巳。若丙庚與庚辛也。此前解也

又簡論曰。如後圖。聯甲于丙。作乙甲丁角。次作丁乙辛巳庚戊。三線相聯。其甲戊與戊乙之比例。既若丙庚與庚丁。即庚戊與丁乙平行 本篇二 甲巳與巳乙。既若丙辛與辛丁。即辛巳與丁乙平行 本篇二 而庚戊與辛巳亦平行 一卷三十 是甲戊與戊巳。若丙庚與庚辛也。巳乙與戊巳。亦若辛丁與庚辛也 本篇二

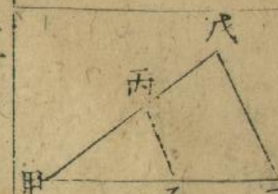
第十一題

兩直線。求別作一線。相與爲連比例

法曰。甲乙、甲丙。兩線求別作一線。相與爲連比例者。合兩線。任作甲角。而甲乙與甲丙之比例

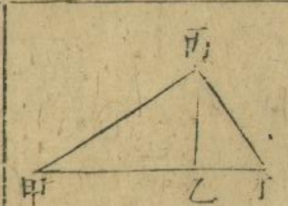


若甲丙與他線也。先于甲乙引長之。爲乙丁。與甲丙等。次作丙乙線相聯。次從丁作丁戊線。與丙乙平行。末于甲丙引長之。遇于戊。即丙戊爲所求線 如以甲丙爲前



率。倣此

論曰。甲丁戊角形內之丙乙線。既與戊丁邊平行。即甲乙與乙丁之比例。若甲丙與丙戊也。本篇二而乙丁、甲丙元等。即甲乙與甲丙。若甲丙與丙戊也。五卷七即乙丁為所求線



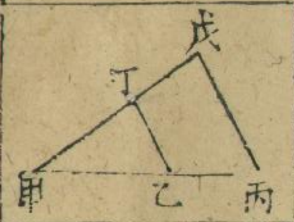
注曰。別有一法。以甲乙、乙丙兩線。列作甲乙丙直角。次以甲丙線聯之。而甲乙引長之。至從丙作丙丁。為甲丙之垂線。遇引長線于丁。

論曰。甲丙丁角形之甲丙丁。既為直角。而從直角至

甲丁底。有丙乙垂線。即丙乙為甲乙、乙丁比例之中率。本篇八之系則甲乙與乙丙。若乙丙與乙丁也。既從一二得三。即從二、三求四。以上至于無窮。俱倣此

第十二題

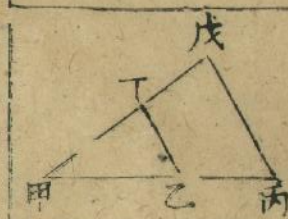
三直線。求別作一線。相與為斷比例



法曰。甲乙、乙丙、甲丁三直線。求別作一線。相與為斷比例者。謂甲丁與他線之比例。若甲乙與乙丙也。先以甲乙、乙丙作直線。為甲丙。次以甲丁線合甲丙。任作甲角。次作丁乙線相聯。次從丙作丙戊線。與丁乙平行。末自甲丁引長之。遇丙戊于戊。即丁

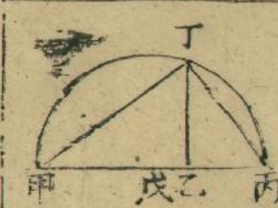
戊爲所求線

論曰。甲丙戊角形內之丁乙線。既與丙戊邉平行。卽甲丁與丁戊之比例。若甲乙與乙丙本篇二



第十三題

兩直線。求別作一線。爲連比例之中率



法曰。甲乙、乙丙、兩直線。求別作一線爲中率者。謂甲乙與他線之比例。若他線與乙丙也。先以兩線作一直線。爲甲丙。次以甲丙兩平分于戊。次以戊爲心。甲丙爲界。作甲丁丙半圜。末從乙至圜界。作乙丁垂線。卽乙丁爲甲乙、乙丙之中率

論曰。試從丁作丁甲、丁丙、兩線。卽甲丁丙爲直角三卷卅一而直角所下乙丁垂線。兩分對邉線甲丙。其甲乙與乙丁。若乙丁與乙丙也本篇八之系則乙丁爲甲乙、乙丙之中率

注曰。依此題。可推凡半圜內之垂線。皆爲兩分徑線之中率線。如甲乙丙半圜。其乙丁爲甲丁、丁丙之中率。巳戊爲甲戊、戊丙之中率。辛庚爲甲庚、庚丙之中率也。何者。半圜之內。從垂線作角。皆爲直角三卷卅一故依前論推顯各爲中率也

增題。一直線。有他直線大于元線二倍以上。求分他

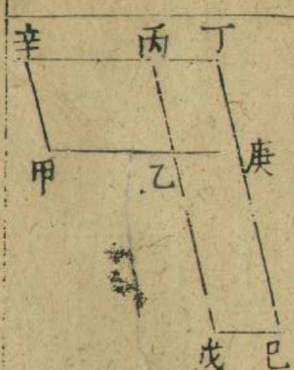
線爲兩分。而以元線爲中率

法曰。甲乙線大于甲丙二倍。以上求兩分甲乙而以甲丙爲中率。先以甲乙甲丙。聯爲丙甲乙直角。而兩平分甲乙于丁。次以丁爲心。甲乙爲界。作甲戊乙半圜。次從丙作丙戊線。與甲乙平行。而遇半圜界于戊。末從戊作戊巳垂線。而分甲乙于巳。卽戊巳爲甲巳巳乙兩分之中率

論曰。試作戊甲、戊乙兩線。依本題論。卽戊巳爲甲巳巳乙之中率。而甲丙戊巳爲平行方形。卽丙甲與戊巳等 一卷卅四 則丙甲亦甲巳巳乙之中率也

第十四題 二支

兩平行方形等。一角又等。卽等角旁之兩邊。爲互相視之邊。兩平行方形之一角等。而等角旁兩邊爲互相視之邊。卽兩形等



先解曰。甲乙丙辛、乙戊巳庚兩平行方形等。甲乙丙、戊乙庚兩角又等。題言此兩角各兩旁之兩邊爲互相視之邊者。甲乙與乙庚之比。例若戊乙與乙丙也

論曰。試以兩等角。相聯于乙。令甲乙乙庚爲一直線。其甲乙丙與戊乙庚既等角。卽戊乙乙丙亦一直線 一卷十五

增題 次從辛丙、巳庚各引長之，遇于丁。其辛乙、乙巳兩平行方形既等，即辛乙與乙丁兩形之比例，若乙巳與乙丁也 五卷七 而辛乙與乙丁，俱在兩平行線之內，等高，即辛乙與乙丁兩形之比例，若其底甲乙與乙庚也 本篇一 依顯乙巳與乙丁兩形，亦若其底戊乙與乙丙也，則甲乙與乙庚，亦若戊乙與乙丙也

後解曰：甲乙丙、戊乙庚等角兩旁之各兩邊為互相視之邊者，甲乙與乙庚若戊乙與乙丙也，題言辛乙、乙巳兩平行方形等

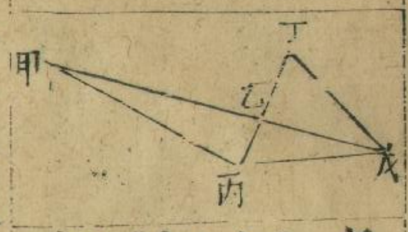
論曰：依上論，以兩等角相聯，其甲乙與乙庚之比例，既若戊乙與乙丙，而甲乙與乙庚兩底之比例，若平行等高之辛乙與乙丁兩形 本篇一 戊乙與乙丙兩底之比例，若平行等高之乙巳與乙丁兩形，則辛乙與乙丁，若乙巳與乙丁矣，而辛乙、乙巳兩形安得不等 五卷九

第十五題 二支

相等兩三角形之一角等，即等角旁之各兩邊互相視，兩三角形之一角等，而等角旁之各兩邊互相視，即兩三角形等

先解曰：甲乙丙、乙丁戊兩角形等，兩乙角又等，題言等

角旁之各兩邊互相視者。謂甲乙與乙戊之比例。若丁乙與乙丙也



論曰。試以兩等角相聯于乙。令甲乙乙戊爲一直線。其甲乙丙、丁乙戊旣等角。即丁乙乙丙亦一直線一卷十五增題次作丙戊線相聯。其甲乙丙、乙丁戊兩角形旣等。即甲乙丙與乙丙戊之比例。若乙丁戊與乙丙戊也五卷七夫甲乙丙與乙丙戊兩等高形之比例若其底甲乙與乙戊也。而乙丁戊與乙丙戊兩等高形。亦若其底丁乙與乙丙也。則甲乙與乙戊。若丁乙與乙丙

後解曰。兩乙角等。而乙旁各兩邊甲乙與乙戊之比例若丁乙與乙丙。題言甲乙丙、乙丁戊、兩角形等

論曰。依前列兩形。令等角旁兩邊各爲一直線。其甲乙與乙戊之比例。旣若丁乙與乙丙。而甲乙與乙戊兩底。又若甲乙丙、乙丙戊、兩等高角形。丁乙與乙丙兩底。又若其上乙丁戊、乙丙戊、兩等高角形。則甲乙丙與乙丙戊之比例。若乙丁戊與乙丙戊矣。而甲乙丙與乙丁戊豈不相等五卷九

第十六題 二支

四直線爲斷比例。即首尾兩線矩內直角形。與中兩線矩內直角形等。首尾兩線與中兩線兩矩內直角形等。即

四線爲斷比例

先解曰甲乙己庚戊己乙丙四直線爲斷比例者謂甲乙與己庚若戊己與乙丙也

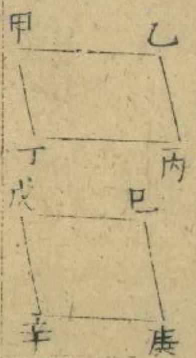
而甲乙丙丁爲甲乙乙丙首尾兩線矩內直角形戊己庚辛爲戊己己庚中兩線矩內直角形題言甲丙戊庚兩形等

論曰兩形之乙與己既等爲直角而甲乙與己庚之比例若戊己與乙丙是乙己等角旁之各兩邊互相視而甲丙戊庚兩直角形必等 本篇十四

後解曰甲丙戊庚兩直角形等題言四線之比例等者

謂甲乙與己庚若戊己與乙丙也

論曰甲丙戊庚兩形之乙與己既等爲直角即等角旁之各兩邊互相視而甲乙與己庚之比例若戊己與乙丙也 本篇十四 則四線爲斷比例矣



注曰若平行斜方形而等角亦同此論如上圖

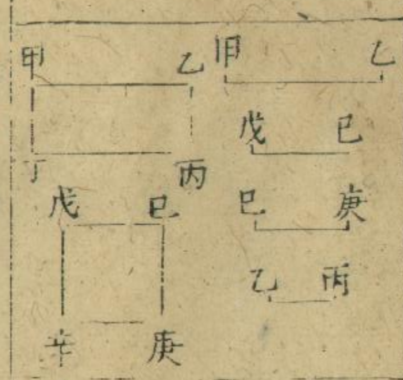
以上二題即筭家句股法三數筭法所賴也

第十七題 二支

三直線爲連比例即首尾兩線矩內直角形與中線上直角方形等首尾線矩內直角形與中線上直角方形等

卽三線爲連比例

先解曰。甲乙、戊巳、乙丙、三線爲連比例者。



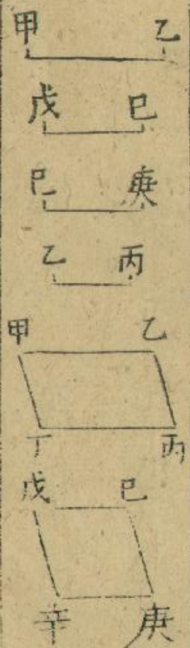
甲乙與戊巳。若戊巳與乙丙也。而甲乙丙丁、爲甲乙乙丙、首尾線矩內直角形。戊巳庚辛、爲戊巳上直角方形。題言甲丙、戊庚、

兩形等

論曰。試作巳庚線與戊巳等。卽甲乙丙巳庚戊巳爲比例等者。謂甲乙與戊巳。若巳庚與乙丙也。則戊巳巳庚矩內直角形卽戊巳上直角方形與甲乙、乙丙、首尾線矩內之甲丙形等矣本篇十六

後解曰。甲丙直角形。與戊庚直角方形等。題言甲乙與戊巳之比例。若戊巳與乙丙

論曰。甲丙、戊庚、旣皆直角形。卽甲乙與戊巳之比例若巳庚與乙丙也。本篇十六而巳庚與乙丙。亦若等巳庚之戊巳、與乙丙。五卷七則甲乙與戊巳。若戊巳與乙丙矣



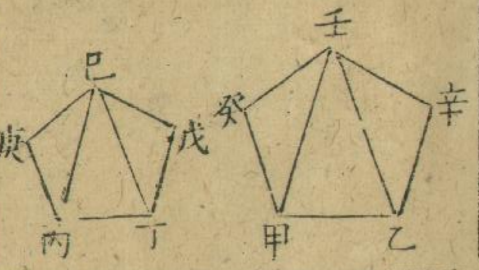
注曰。若平行斜方形、而等角亦同此論。如上圖

系。凡直線上直角方形。與他兩線所作矩內直角形等。卽此線爲他兩線之中率。何者。依上後論。甲乙乙丙、矩內直角形。與戊巳上直角方形等。卽可推甲乙與戊巳。

若戊巳與乙丙。而戊巳爲甲乙、乙丙之中率故

第十八題

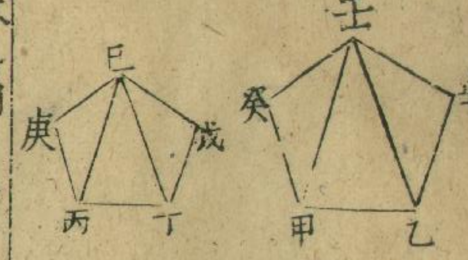
直線上。求作直線形。與所設直線形、相似而體勢等



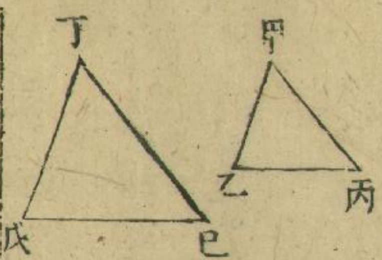
法曰。如甲乙線上。求作直線形與所設丙丁戊巳庚形、相似而體勢等。先于設形任從一角向各對角各作直線。而分本形爲若干角形。如上設形。則從巳向丙向丁。作兩直線。而分爲丙丁巳、丁巳戊、丙巳庚、三三角形也。次于元線上作乙甲壬、甲乙壬、兩角與丁丙巳、丙丁巳兩角、各等。其甲壬、乙壬、兩線遇于壬。即甲壬乙與丙巳丁、

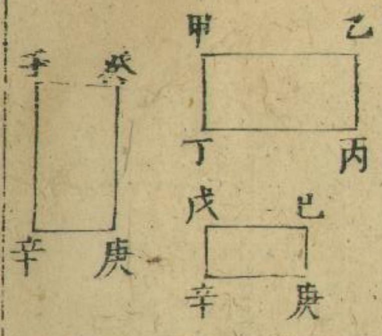
兩角亦等。而甲壬乙、與丙巳丁、兩形爲等角形矣。一卷卅二次作乙壬辛、壬乙辛、兩角。與丁巳戊、巳丁戊、兩角各等。其壬辛、乙辛、兩線遇于辛。即乙辛壬與丁戊巳、兩角亦等。而乙壬辛與丁巳戊、兩形爲等角形矣。末依上作甲壬癸。與丙巳庚、亦爲等角形。即甲乙辛壬癸、與丙丁戊巳庚兩形等角。則相似而體勢等。凡設多角形、俱倣此

論曰。壬甲乙角、與巳丙丁角、既等。而壬甲癸角、與巳丙庚角、又等。即乙甲癸全角、與丁丙庚全角等。依顯甲乙辛、與丙丁戊、兩全角亦等。而其餘各全角俱等。則甲乙辛壬癸、與丙丁戊巳庚、爲等角形矣。又甲乙與乙壬之

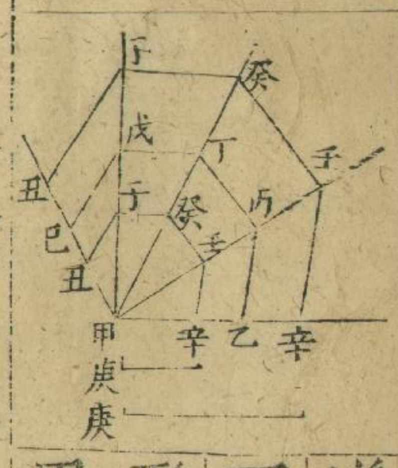


比例。既若丙丁與丁巳。而乙壬與乙辛。亦若丁巳與丁戊。（本篇四）平之。即甲乙與乙辛。亦若丙丁與丁戊也。（五卷廿二）則甲乙辛、丙丁戊兩等角旁各兩邊之比例等也。而辛、戊兩等角旁各兩邊之比例亦等也。（兩形等角。即等角旁各兩邊之比例等。見）（本篇四）又辛壬與壬乙之比例。既若戊巳與巳丁。而壬乙與壬甲。亦若巳丁與巳丙。壬甲與壬癸。亦若巳丙與巳庚。平之。即辛壬與壬癸。亦若戊巳與巳庚也。（五卷廿二）則辛壬癸、戊巳庚兩等角旁各兩邊之比例等也。依顯餘角俱如是。則兩形為等角形。而各等角旁各兩邊之比例俱等。是兩形相似而體勢等





注曰。凡線上形。相當之各角等。即形相似而體勢等。如上甲乙丙、丁戊巳兩形。其乙丙、戊巳線上之乙角、丙角。與戊角、巳角。相當相等者是也。若兩形在乙丙、丁戊、兩線上。則雖相似而體勢不等。又如上甲丙戊庚兩直角形。其甲丁與丁丙之比例。若戊辛與辛庚。而餘邊之比例俱等。亦形相似而體勢等。若甲丙、壬庚兩直角形。雖角旁比例等。而在丁丙、庚辛、線上。不相當。則體勢不等



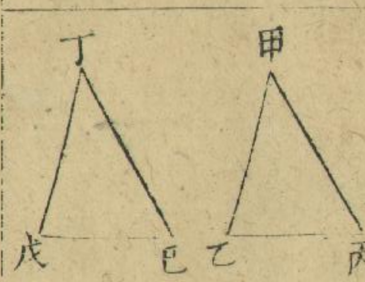
增。作本題別有一簡法。如設甲乙丙丁戊己直線形。求于庚線上作直線形。與相似而體勢等。先于甲角旁之甲乙、甲己兩線。任引出之。為甲辛甲丑。次從甲向各角。各任作直線。為甲壬甲癸甲子。次于甲乙線上截取甲辛與庚線等。末從辛作辛壬線與乙丙平行。作壬癸與丙丁。癸子與丁戊。子丑與戊己。各平行。即所求

論曰。兩形之甲角既同。甲乙丙、甲己戊、兩角與甲辛壬、甲丑子、兩角各等。一卷廿九 而甲丙乙、甲丙丁、兩角與甲壬辛、甲壬癸、兩角各等。即乙丙丁、與辛壬癸、兩全角亦等。依顯丙丁戊、丁戊己、與壬癸子、癸子丑、各全角各等。則甲乙丙丁戊己、與甲辛壬癸子丑兩直線形、為等角形矣。又甲辛壬、甲壬癸、甲癸子、甲子丑四三角形。與甲乙丙、甲丙丁、甲丁戊、甲戊己、四三角形、各相似 本篇四之系 即甲乙與乙丙之比例。若甲辛與辛壬也。而乙丙與丙甲。若辛壬與壬甲也。丙甲與丙丁。若壬甲與壬癸也。平之。則乙丙與丙丁。亦若辛壬與壬癸也。依顯餘邊俱如是。則兩形相似而體勢等也

第十九題

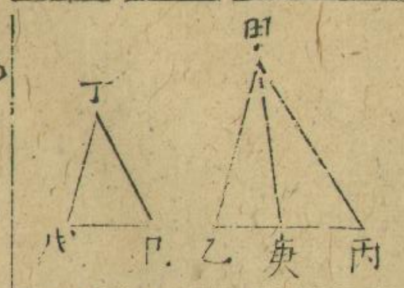
相似三角形之比例。爲其相似邊再加之比例

解曰。如甲乙丙、丁戊巳兩角形等角。其乙與戊、丙與巳相當之角各等。而甲乙與乙丙之比例若丁戊與戊巳。題言兩形之比例。爲乙丙與戊巳兩邊再加之比例

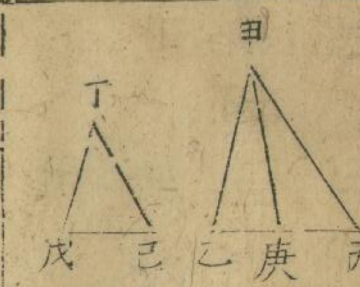


先論曰。若兩角形等。卽乙丙與戊巳兩邊亦等。而各兩等邊爲相同之比例。卽兩形亦相同之比例。就令作再加之比例。亦未免爲相同之比例。則相等之兩形。卽可爲兩等邊再加之比例矣

後論曰。若乙丙邊大于戊巳邊。卽于乙丙線上。截取乙庚爲連比例之第三率。令乙丙與戊巳之比例若戊巳與乙庚也。本篇十一 次作甲庚直線。其甲乙與乙丙之比例。若丁戊與戊巳。更之。卽甲乙與丁戊。若乙丙與戊巳也。而乙丙與戊巳若戊巳與乙庚。則甲乙與丁戊若戊巳與乙庚也。夫甲乙庚與丁戊巳兩角形有乙、戊兩等角。而各兩旁之兩邊又互相視。本篇十五 卽兩形等。則甲乙丙形與丁戊巳形之比例若甲乙丙形與甲乙庚形矣。五卷七 又甲乙丙與甲乙庚兩等高角形之比例。若乙丙底與乙庚底。本篇一 則甲乙丙形與丁戊巳形之比例。亦若乙丙底與乙



庚底也既乙丙戊巳乙庚三線爲連比例則一乙丙與三乙庚之比例爲一乙丙與二戊巳再加之比例矣是甲乙丙與丁戊巳兩形之比例爲乙丙與戊巳再加之比例也



系依本題可顯凡三直線爲連比例即第一線上角形與第二線上角形之比例若第一線與第三線之比例如上甲乙丙三直線爲連比例其甲與乙上各有角形相似而體勢等則一甲線與三丙線之比例若甲形與乙形也何者甲線與丙線之比例爲甲線與乙線再加之比例而甲形與乙形之比例亦甲線與乙線再加之比例則甲形與乙形之比例若甲線與丙線矣依顯二乙上角形與三丙上角形相似而體勢等則二乙形與三丙形之比例若一甲線與三丙線

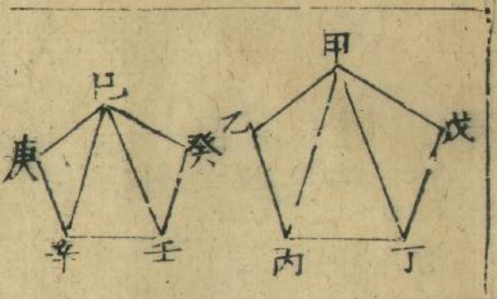
第二十題 三支

以三角形分相似之多邊直線形則分數必等而相當之各三角形各相似其各相當兩三角形之比例若兩元形之比例其元形之比例爲兩相似邊再加之比例

先解曰此甲乙丙丁戊彼巳庚辛壬癸兩多邊直線形其乙甲戊庚巳癸兩角等餘相當之各角俱等而各等

角旁各兩邊之比例各等。題先言各以角形分之其角形之分數必等。而相當之各角形各相似

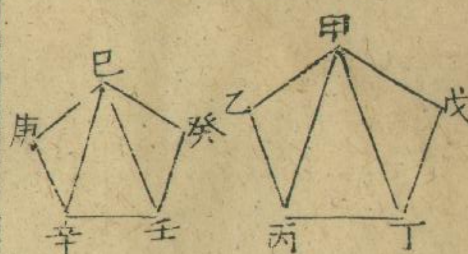
論曰。試從乙甲戊庚巳癸、兩角、向各對角、俱作直線爲甲丙、甲丁、巳辛、巳壬。其元形既相



似。即角數等。而所分角形之數亦等。又乙角既與庚角等。而角旁各兩邊之比例亦等。即甲乙丙與巳庚辛兩角形必相似（本篇六）乙甲丙與庚巳辛兩角、甲丙乙與巳辛庚兩角、各等。而各等角旁各兩邊之比例各等（本篇四）依顯甲戊丁、巳癸壬、兩角形亦相似。又甲丙與丙乙之比例、既若巳辛與辛庚。而丙乙與丙丁。若辛庚與辛壬（兩元形相似故）平之、即甲丙與丙丁。若巳辛與辛壬也（五卷廿二）又乙丙丁角、既與庚辛壬角等。而各減一相等之甲丙乙角、巳辛庚角、即所存甲丙丁角、與巳辛壬角、必等。則甲丙丁與巳辛壬兩角形。亦等角形。亦相似矣（本篇六）

次解曰。題又言各相當角形之比例、若兩元形之比例

論曰。甲乙丙、巳庚辛、兩角形既相似、即兩形之比例。爲甲丙、巳辛、兩相似邊再加之比例（本篇十九）依顯甲丙丁、巳辛壬之比例、亦爲甲丙、巳辛、再加之比例、則甲乙丙與巳庚辛兩角形之比例、若甲丙丁與巳辛壬兩角形之



比例。依顯甲丁戊與巳壬癸之比例亦若甲丙丁與巳辛壬之比例則此形中諸角形之比例若彼形中諸角形之比例此諸形為前率。彼諸形為後率。而一前與一後之比例又若并前與并後之比例五卷十二即此一角形與相當彼一角形之比例若此元形與彼元形之比例矣

後解曰題又言兩多邊元形之比例為兩相似邊再加之比例

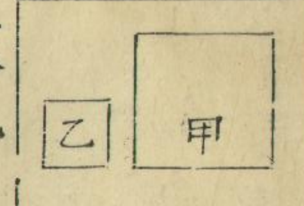
論曰甲乙丙與巳庚辛兩角形之比例既若甲乙丙丁戊與巳庚辛壬癸兩多邊形之比例而甲乙丙與巳庚辛兩形之比例為甲乙巳庚兩相似邊再加之比例本篇十九則兩元形亦為甲乙巳庚再加之比例

增題此直線倍大于彼直線則此線上方形與彼線上方形為四倍大之比例若此方形與彼方形為四倍大之比例則此方形邊與彼方形邊為二倍大之比例

先解曰甲線倍乙線題言甲上方形與乙上方形為四倍大之比例

論曰凡直角方形俱相似本卷界說一依本題論則甲方形與乙方形之比例為甲線與乙線再加之

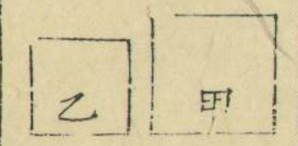
比例甲線與乙線既爲倍大之比例則兩方



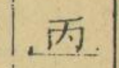
形爲四倍大之比例矣何者四倍大之比例爲二倍大再加之比例若一二四爲連比例故也

後解曰若甲上方形與乙上方形爲四倍大之比例題言甲邊與乙邊爲二倍大之比例

論曰兩方形四倍大之比例既爲兩邊再加之比例則甲邊二倍大于乙邊



系依此題可顯三直線爲連比例如甲乙丙則第一線上多邊形與第二線上相似多邊



形之比例若第一線與第三線之比例

此系與本篇第十九題之系同論

第二十一題

兩直線形各與他直線形相似則自相似

解曰甲乙丙丁戊巳兩直線形各與庚辛壬形相似題言兩形亦自相似

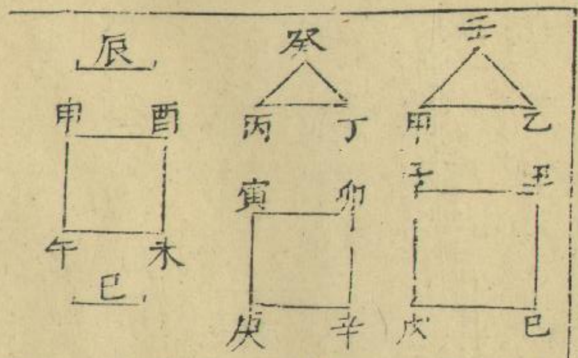
論曰甲乙丙形之各角既與庚辛壬形之各角等而丁戊巳形之各角亦與庚辛壬形之各角等即兩形之各角自相等論公兩形之各角既等則甲乙丙形與庚辛壬形各等角旁各邊之比例等

十而丁戊己形、與庚壬辛形、各等角旁各邊之
一比例亦等也。是甲乙丙形、與丁戊己形、各等角
旁各邊之比例亦等也。各角既等。各邊之比例
又等。卽兩形定相似矣 本卷界說一

第二十二題 二支

四直線為斷比例、則兩比例線上各任作自相似之直線
形。亦為斷比例。兩比例線上各任作自相似之直線形
為斷比例則四直線為斷比例

先解曰。甲乙、丙丁、戊己、庚辛、四直線為斷比例者甲乙
與丙丁。若戊己與庚辛也。今于甲乙、丙丁、上各任作直

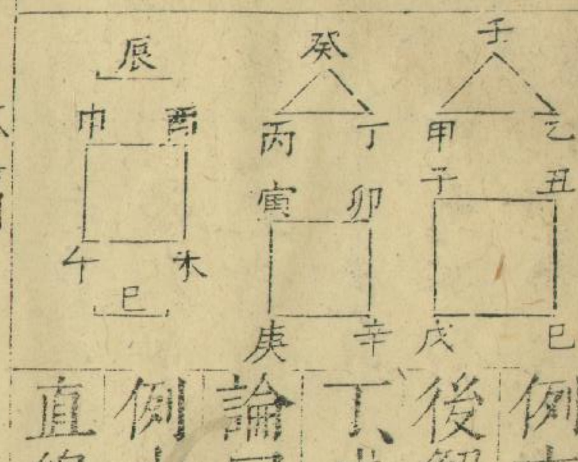


線形。自相似。如甲乙壬、丙丁癸。于戊己、庚
辛、上各任作直線形。自相似。如戊己丑、
庚辛卯寅。題言四形亦為斷比例者
乙壬與丙丁癸。若戊丑與庚卯也

論曰。試以甲乙、丙丁、兩線求其連比例之
末率線為辰 本篇十一 次以戊己、庚辛、兩線求
其連比例之末率線為巳。平之。卽甲乙與辰之比例。若
戊己與巳也 五卷廿二 夫甲乙壬與丙丁癸兩相似形之比
例。若甲乙線與辰線 本篇十九及廿之系 而戊丑與庚卯兩相似
形之比例。若戊己線與巳線。則甲乙壬與丙丁癸之比

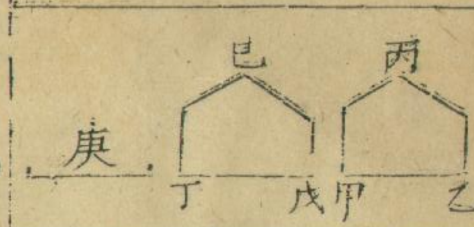
例亦若戊丑與庚卯矣五卷十一

後解曰：如前四形爲斷比例，題言甲乙丙丁戊巳庚辛四線亦爲斷比例



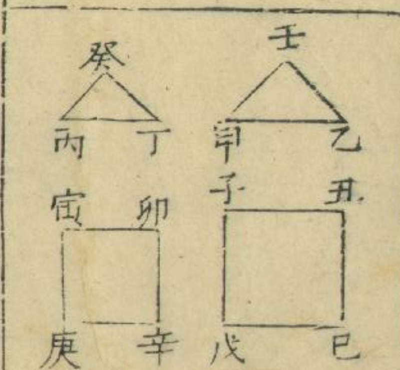
論曰：試以甲乙丙丁戊巳三線求其斷比例之末率線爲午未本篇十二次于午未上作直線形與戊丑相似而體勢等爲午未酉甲本篇十八午酉與戊丑相似，即與庚卯亦相似，而甲乙與丙丁之比例既若戊巳與午未，依上論，即甲乙丁癸兩形之比例若戊丑與午酉矣。夫甲乙壬與丙丁癸之比例元若戊丑與庚卯，則戊丑與午酉亦若戊丑與庚卯也五卷十一而午酉與庚卯等也五卷九午酉與庚卯既等，又相似而體勢等，即兩形必在等線之上，而庚辛與午未必等見下方補論則戊巳與午未之比例若戊庚辛也，而戊巳與午未元若甲乙與丙丁，則甲乙與丙丁亦若戊巳與庚辛也。

補論曰：庚卯、午酉兩直線形相等相似而體勢等，即在等線之上者，何也？盖庚辛與午未若云不等者，或言庚辛大于午未也，則辛卯宜亦大于未酉矣五卷十四而庚卯形宜亦大于午酉形矣，何先設兩形等也？言小倣此補論者前此未著，而論中無他論可徵，故別作一論以足未備。



又補論曰。甲乙丙、丁戊巳、兩直線形。相等、相似而體勢等。即相似邊如甲乙與丁戊必等者。何也。蓋云不等者。或言甲乙大于丁戊也。即令以甲乙丁戊兩線。求其連比例之末率線爲庚（本篇十一）其甲乙與丁戊。既若丁戊與庚。而甲乙大于丁戊。即丁戊宜大于庚。即甲乙宜更大于庚矣。然甲乙與庚之比例。若甲乙丙形與丁戊巳形（本篇十九及廿之系）甲乙既大于庚。則甲乙丙宜大于丁戊巳。何先設兩形是甲乙不能大于丁戊矣。言小倣此

增論曰。本題別有簡論。今先顯四線之比例等。而甲乙



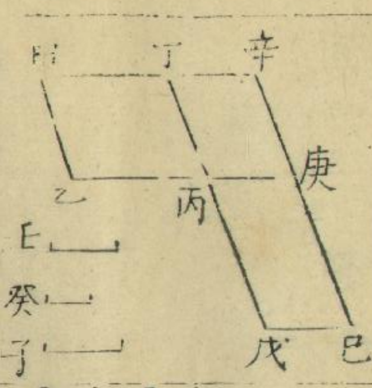
壬與丙丁癸兩形之比例若戊丑與庚卯兩形者葢甲乙與丙丁之比例若戊巳與庚辛而甲乙壬與丙丁癸之[illegible]者癸爲甲乙與丙丁再加之比例本篇十九戊丑與庚卯之比例亦爲戊巳與庚辛再加之比例是甲乙壬與丙丁癸若戊丑與庚卯也

次增論曰今顯四形之比例等而甲乙與丙丁兩線之比例若戊巳與庚辛兩線者葢甲乙壬與丙丁癸之比例若戊丑與庚卯而甲乙壬與丙丁癸之比例爲甲乙與丙丁再加之比例若戊丑與庚卯爲戊巳

與庚辛再加之比例（本篇十九）則甲乙與丙丁之比例若戊巳與庚辛矣

第二十三題

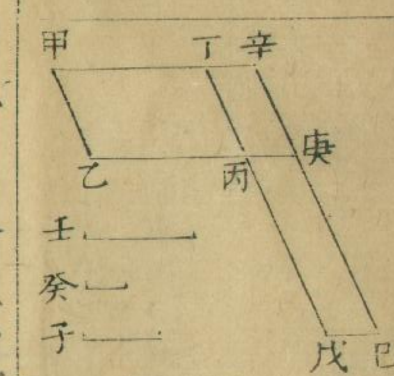
等角兩平行方形之比例以兩形之各兩邊兩比例相結



解曰甲丙丙巳兩平行方形之乙丙丁戊丙庚兩角等題言兩形之比例以各等角旁各兩邊之比例相結者謂兩比例之前率在此形兩比例之後率在彼形如與丙巳之比例以乙丙與丙庚偕丁丙與丙戊相結十或以乙丙與丙戊偕丁丙與丙庚相結也

論曰試以兩等角相聯于丙而乙丙丙庚作一直線其乙丙丁角既與戊丙庚角等即戊丙丙丁亦一直線（一十五增）次于甲丁巳庚各引長之遇于辛次任作一次以乙丙丙庚壬三線求其斷比例之末率線為癸（本篇十二）末以丁丙丙戊癸三線求其斷比例之末率線為子其乙丙與丙庚兩底之比例既若甲丙與丙辛兩形（本篇一）而乙丙與丙庚亦若壬與癸則甲丙與丙辛亦若壬與癸也（五卷十一）依顯丙辛與丙巳亦若癸與子也平之即甲丙與丙巳若壬與子也（五卷廿二）夫壬與子之比例元以壬與癸癸與子兩比例相結（本卷界說五）而壬與癸癸與子

元若乙丙與丙庚、丁丙與丙戊、則甲丙與丙巳之比例、以乙丙與丙庚、偕丁丙與丙戊兩比例相結也。其以乙丙與丙戊、偕丁丙與丙庚相結、則先以乙丙、丙戊為一直線、可依上推顯

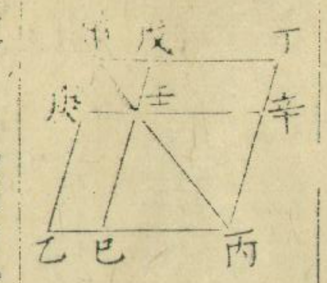


後注曰、此不同理之比例也。兩形不相似本篇十九又不相等之形也。等角旁各兩邊不互相視本篇十四故必用相結之理、必須借象之術、其法假虛形實、所以例之窮也。以數明之、乙丙六十、丙庚二十、壬三、求癸一。丁丙四十、丙戊八十、癸一、求得子二、即甲丙之實二千四百、與丙巳之實一千六百、若壬三與子二、為等帶半之比例也。其曰壬與癸、癸與子、兩比例相結者、壬三倍大于癸、癸反二倍大于子反二倍得子之、三乘半、得一五、則壬與子、為等帶半之比例也。其曰借象者、乙丙與丙庚、丁丙與丙戊、二比例既不同理、又異中率、故借壬與癸、癸與子、同中率而不同理之二比例、以為象本卷界說五。初作壬與癸、若乙丙與丙庚。次作癸與子、若丁丙與丙戊本篇十二。則癸為前率之後、又為後率之前、是為壬子首尾兩率之樞紐、令相象之丙庚、丁丙、亦化兩率為一率、為乙丙、丙戊首尾兩

率之樞紐因以兩比例相結爲首尾兩率之比例雖不能使三率爲同理之兩比例而合爲一連比例亦能使兩不同理之比例首尾合而爲一比例矣自三以上可倣此相借以至無窮也本卷界說五

第二十四題

平行線方形之兩角線方形自相似亦與全形相似



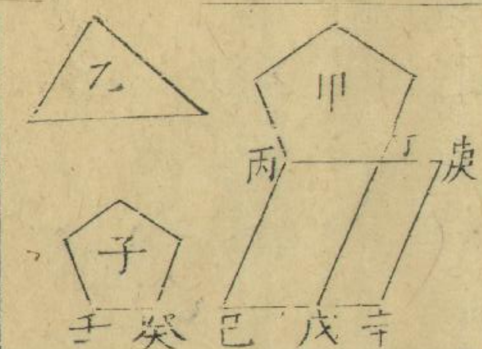
解曰甲乙丙丁平行方形作甲丙對角線任作戊巳庚辛兩線與丁丙乙丙平行而與對角線交相遇于壬題言戊庚巳辛兩角線方形自相似亦與全形相似

論曰試依一卷廿九題推顯兩角線形等角又庚甲戊與乙甲丁同角而甲戊壬外角與甲丁丙內角等甲庚壬外角與甲乙丙內角等戊壬庚外角與乙巳壬內角等乙巳壬外角與乙丙丁內角等則戊庚形與甲丙全形等角矣依顯巳辛形亦與全形等角矣今欲顯兩形與全形相似者試觀甲庚壬與甲乙丙兩角形甲戊壬與甲丁丙兩角形既各等角一卷廿九可推仍見本篇四之系即甲乙與乙丙之比例若甲庚與庚壬而庚乙兩角旁各兩邊之比例等也六卷四又乙丙與丙甲之比例若庚壬與壬甲丙甲與丙丁之比例若壬甲與壬戊平之即乙丙

與丙丁。若庚壬與壬戊也[五卷廿二]則乙丙丁、庚壬戊兩角旁各兩邊之比例等也。依顯各角旁各兩邊之比例皆等。是兩角線方形自相似。亦與全形相似

第二十五題

兩直線形。求作他直線形。與一形相似。與一形相等



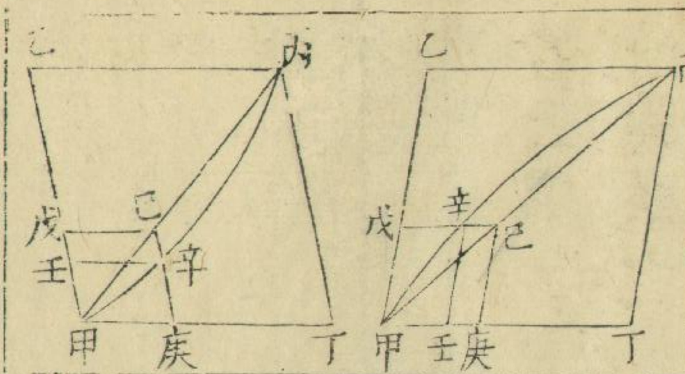
法曰。甲、乙兩直線形。求作他直線形。與甲相似。與乙相等。先于求相似之甲形。任取一邊如丙丁。于丙丁邊上作平行方形。與甲等。為丙戊[一卷四四四五]次于丁戊邊上作平行方形。與乙等。而戊丁庚角與丁丙巳、甲

等。為丁辛。其丙丁庚巳戊辛俱為直線也[一卷四五可推]次作一壬癸線。為丙丁丁庚之中率[本篇十三]末于壬癸上作子形。與甲相似。而體勢等[本篇十八]即子形與乙等

論曰。丙丁、壬癸、丁庚三線。既為連比例。即依本篇二十題之系。可顯一丙丁與三丁庚之比例。若一丙丁上之甲與二壬癸上之子。兩形相似而體勢等者之比例也。又丙丁與丁庚之比例。若丙戊與丁辛。兩等高平行方形之比例也[本篇一]則丙戊與丁辛。若甲與子矣。夫丙戊與丁辛。元若甲與乙也[丙戊與甲等。丁辛與乙等]則甲與乙之比例。若甲與子也[五卷十一]而乙形與子形等矣[五卷九]

第二十六題

平行方形之內。減一平行方形。其減形與元形。相似而體勢等。又一角同。則減形必依元形之對角線



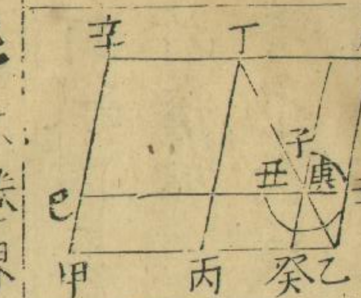
解曰。乙丁平行方形之內。減戊庚平行方形。元形減形。相似而體勢等。又戊甲庚同角。題言戊庚形。必依乙丁形之對角線

論曰。試作甲巳丙對角兩線。若兩線爲一直線。卽顯戊庚形依甲丙對角線矣。如云甲巳、巳丙。非一直線。令別作元形之對角線。而分戊巳邊于辛。卽作辛壬線。與巳庚平行。其乙丁、戊壬、兩平行方形。旣同依甲辛丙一直對角線。則宜相似而體勢等矣本篇廿四是乙甲與甲丁之比例。宜若戊甲與甲壬也。夫乙甲與甲丁。元若戊甲與甲庚元設形相似而體勢等今若所云。則戊甲與甲庚。亦若戊甲與甲壬矣五卷十一而甲壬分與甲庚全亦等矣五卷九可乎。若云甲辛丙分巳庚于辛。卽令作辛壬。與巳戊平行。依前論駁之

第二十七題

凡依直線之有闕平行方形。不滿線者。其闕形。與半線上之闕形。相似而體勢等。則半線上似闕形之有闕依形。

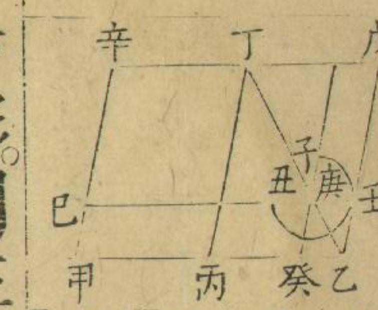
必大于此有關依形



解曰。甲乙線。平分于丙。于半線丙乙上。任作丙丁戊乙平行方形。其對角線乙丁。次作甲乙戊辛滿元線平行方形。即甲丁爲甲丙半線上之有關依形。丙戊爲丙乙半線上之闕形 本卷界說六 此兩形。相等。相似。勢體又等。題言甲乙線上。凡作有關依形不滿線者。其闕形。與丙戊相似而體勢等。即甲丙半線上之甲丁有關依形。必大于此有關依形

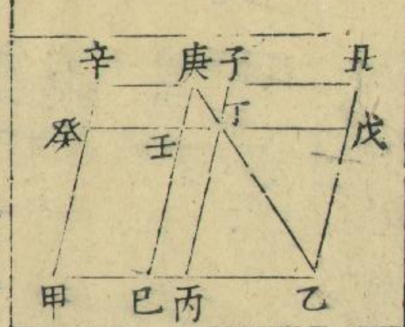
論曰。試于乙丁對角線上。任取一點爲庚。從庚作巳庚壬線。庚癸線。與甲乙、乙戊各平行。即得甲庚爲依甲乙元線之有關平行方形。而癸壬爲其闕形。此癸壬闕形。既依乙丁對角線。則與丙戊闕形相似而體勢等 本篇廿四 夫丙庚庚戊兩餘方形既等 一卷四三 若每加一癸壬角線方形。即丙壬與癸戊亦等也。又丙壬與丙巳。俱在兩平行線內。底等。即兩形等 一卷三六 而丙巳與癸戊兩形亦等。若每加一丙庚形。是甲庚平行方形。與子丑磬折形。亦等也。丙戊平行方形。函子丑磬折形之外。尚有庚丁形。則丙戊形。必大于子丑磬折形。而等丙戊之甲丁形 丙戊甲丁。同在兩平行線內。又等底故。見一卷三六。 必大于等磬折形之甲庚形矣

依題凡依乙丁對角線作形。與丙戊相似者。其有關依形。俱小于甲丁也。爲其必有庚丁之較故也



又論甲丁必大于甲庚曰。巳丁、丁壬兩平行方形。同在兩平行線內。又底等。即兩形等（一卷卅六）而庚戊爲丁壬之分。則丁壬大于庚戊。較餘一庚丁形。其大于丙庚亦如之（庚戊、丙庚、兩餘方形等故。見一卷四三）即等丁壬之巳丁形。其大于丙庚。亦較餘一庚丁形也。次毋加一內巳形。則甲丁必大于甲庚矣

又解曰。若庚點在丙戊形外。即引乙丁對角線至庚從



庚作辛丑線。與癸戊平行。次引甲癸線至辛。引乙戊線至丑。而與辛丑線遇于辛、于丑。末作庚巳線。與辛甲平行。即得甲庚爲依甲乙元線之有關平行方形。又得巳丑、與丙戊相似而體勢等者（兩形同依乙庚對角線故。見本篇廿四）爲其關形也。題言甲丁形。亦大于甲庚形

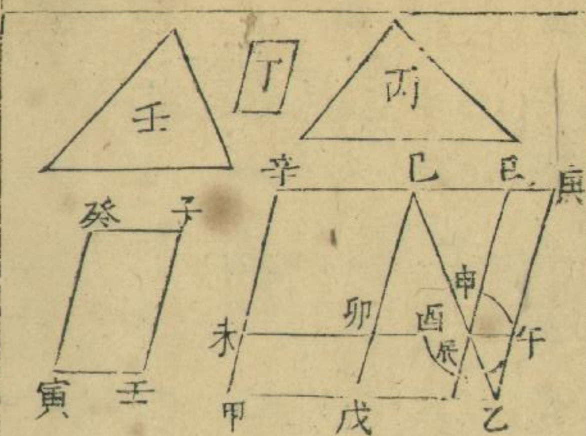
論曰。試于丙丁線引出之、至子。即辛子、子丑兩線等（一卷卅四）而辛丁、丁丑兩形亦等（一卷卅六）其丁丑、巳丁、兩餘方形既等。即巳丁與辛丁亦等。夫辛丁大于辛壬。既較餘一庚丁形。則巳丁之大于辛壬。亦較餘一庚丁形也。此兩

率者。每加一甲壬平行方形。則甲丁大于甲庚者。亦較餘一庚丁形矣。依顯凡乙丁對角線。引出丙戊形外。依而作形。與丙戊相似者。其有闕依形。俱小于甲丁也。爲其必有庚丁之較故也

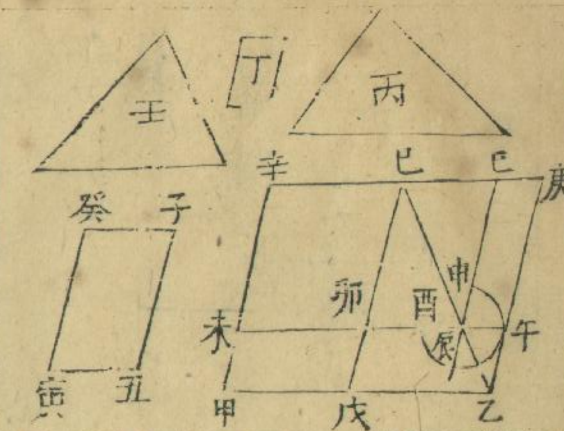
第二十八題

一直線。求作依線之有闕平行方形。與所設直線形等。而其闕形。與所設平行方形相似。其所設直線形。不大于半線上所作平行方形。與所設平行方形相似者

法曰。甲乙線。求作依線之有闕平行方形。與所設直線形丙等。而其闕形。與所設平行方形丁相似。先以甲乙



線兩平分于戊。次于戊乙半線上。作戊巳庚乙平行方形。與丁相似而體勢等本篇十八次作甲辛庚乙滿元線平行方形。若甲巳平行方形。與丙等者本篇廿五卽得所求矣。若甲巳大于丙者題言甲巳小卽不可作見本篇廿七卽等甲巳之戊庚。亦大于丙也。則尋戊庚之大于丙幾何。假令與較爲壬兩直線形不等相減之較法見一卷四五增卽作癸子丑寅平行方形。與壬等。又與戊庚形相似而體勢等本篇廿五則戊庚平行方形。與丙直線形。及癸丑平行方形幷等。而戊庚必大于癸丑矣。夫戊庚與



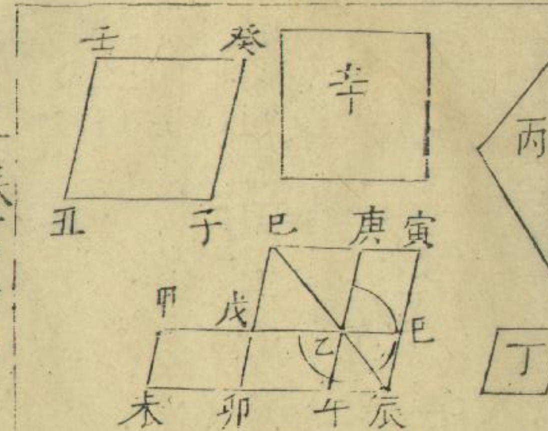
癸丑。既相似。即戊巳與巳庚兩邊之比例。若寅癸與癸子也。而戊庚既大于癸丑。即戊巳。巳庚兩邊亦大于寅癸。癸子也。次截取巳巳。巳卯。與癸子。癸寅等。而作巳巳辰卯平行方形。必與癸丑形相等。相似而體勢等矣。又卯巳形既與戊庚相似而體勢等。必同依乙巳對角線也（本篇廿六）次于巳辰線引出。抵甲乙于亢。線于卯辰兩界各引出。作午未線。即甲辰爲依甲乙線之有闕平行方形。與[illegible]而其闕形乙辰與戊庚相似（本篇廿四）即亦與丁相似

論曰。辰庚與辰戊兩餘方形既等（一卷四三）每加一乙辰角線方形。即乙巳與戊午亦等。而與等戊午之戊未亦等（戊午、戊未同在平行線內。又底等故。見一卷卅六）乙巳與戊未既等。又每加一戊辰方形。即甲辰平行方形。與申酉磬折形亦等矣。夫申酉磬折形爲戊庚形之分。而戊庚與丙及癸丑等。戊庚所截去之卯巳。又與癸丑等。則申酉磬折形與丙等也。而甲辰亦與丙等也

第二十九題

一直線。求作依線之帶餘平行方形。與所設直線形等。而其餘形。與所設平行方形相似

法曰。甲乙線。求作依線之帶餘平行方形。與所設直線形丙等。而其餘形。與所設平行方形丁相似。先以甲乙線。兩平分于戊。次于戊乙半線上。作戊巳庚乙平行方形。與丁相似而體勢等（本篇十八）次別作一平行方形。與丙及戊庚并等。爲



辛（二卷十四）次別作一平行方形。與辛等。又與丁相似而體勢等。爲壬癸子丑（本篇廿五）其丑癸既與辛等。即大于戊庚而丑癸既與戊庚相似。即丑壬與壬癸兩邊之比例。若戊巳與巳庚也。而丑壬與壬癸兩線。必大于戊巳與巳庚也（若等、或小。即丑癸不大于戊庚）次于巳戊引之至卯。與壬丑等。于巳庚引之至寅。與壬癸等。而作卯寅平行方形。即卯寅與丑癸同依辰巳對角線。而等（本篇廿六）又與戊庚相似而體勢等矣。次于甲乙引之至巳。庚乙引之至午。于午卯引之至未。末作甲未線。與巳卯平行。即得甲辰帶餘平行方形。依甲乙線。與丙等。而巳午爲其餘形。與戊庚形相似而體勢等（本篇廿四）即與丁相似而體勢等

論曰。甲卯、戊午、兩形既等（一卷卅六）戊午與乙寅兩餘方形又等（一卷四三）則甲卯與乙寅亦等矣。而每加一卯巳形。則甲辰平行方形。與戊辰寅罄折形亦等矣。夫戊辰寅罄

折形。元與丙等丑癸即卯寅。與丙及戊庚并等。每減一戊庚庚即罄折形與丙等即甲辰亦與丙等

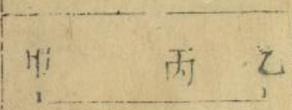
第三十題

一直線。求作理分中末線

法曰。甲乙線。求理分中末。先于元線作甲乙丙丁直角方形。次依丁甲邊。作丁巳帶餘平行方形。與甲丙直角方形等。而甲巳為其餘形。又與甲丙形相似本篇廿九即甲巳亦直角方形矣惟直角方形恒與直角方形相似則戊巳線。分甲乙于辛。為理分中末線也本卷界說三

論曰。丁巳與甲丙兩形既等。每減二甲戊形。即所存甲巳、辛丙兩形亦等矣。此兩形之甲辛巳、戊辛乙兩角既等兩皆直角故即兩角旁之各兩邊線。為互相視之線也本篇十四而等戊辛之甲乙線。與等辛巳之甲辛線。其為比例。若甲辛與辛乙也。是甲辛乙線。為理分中末也

又論曰。甲乙、甲辛、辛乙。凡三線。而第一、第三。矩內之辛丙直角形。與第二甲辛上直角方形等。即三線為連比例本篇十七而甲乙與甲辛。若甲辛與辛乙矣

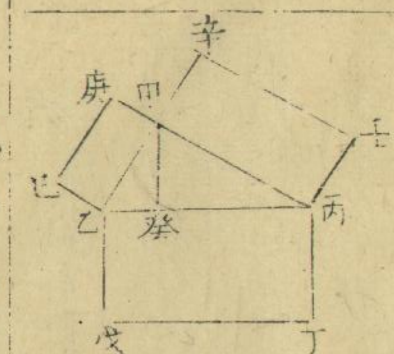


又法曰。甲乙線。求分于丙。而甲乙偕丙乙。矩內直角形。與甲丙上直角方形等二卷十一即甲乙之分于丙。為理分中末線。盖甲乙、甲丙、丙乙。三線為連比

例故本篇廿七

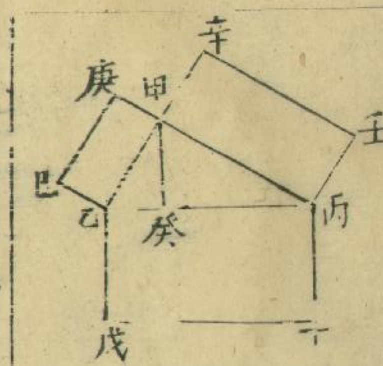
第三十一題

三邊直角形之對直角邊上一形。與直角旁邊上兩形。若相似而體勢等。則一形與兩形并等



解曰。甲乙丙三邊直角形。乙甲丙為直角。于乙丙上。任作直線形。為乙丙丁戊。次于甲乙、甲丙上。亦作甲乙巳庚、甲丙壬辛、兩形。與乙丁形相似而體勢等。本篇十八題言乙丁形。與乙庚、丙辛、兩形并等

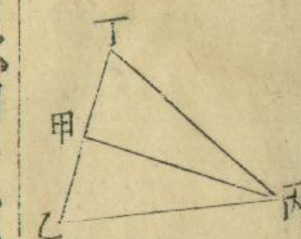
論曰。試從甲、作甲癸為乙丙之垂線。依本篇第八題之系。即乙丙與丙甲兩邊之比例。若丙甲與丙癸兩邊。則一乙丙邊、與三丙癸邊之比例。若一乙丙上之乙丁形與二甲丙上之丙辛形也。本篇十九之系反之則丙癸與乙丙、兩邊之比例。若丙辛與乙丁兩形也。依顯乙癸與乙丙、兩邊之比例。若乙庚與乙丁兩形也。乙丙、乙甲、乙癸、三邊為連比例。故見本篇八之系夫一丙癸與二乙丙之比例。既若三丙辛與四乙丁。而五乙癸與二乙丙之比例。亦若六乙庚與四乙丁。則一丙癸五乙癸并。與二乙丙之比例。若三丙辛、六乙庚并。與四乙丁也。既一丙癸五乙癸并。與二乙丙等。則三丙辛、六乙庚并。與四乙丁亦等五卷廿四



又論曰。甲乙丙、與、癸甲丙兩角形既相似。而甲乙丙角形。其乙丙與丙甲之比例。若癸甲丙角形之丙甲與丙癸本篇八即乙丙與丙甲兩邊相似。則癸甲丙與甲乙丙兩角形之比例爲丙甲與乙丙再加之比例本篇十九而丙辛與乙丁兩形之比例。亦爲丙甲與乙丙再加之比例本篇十九二十則癸甲丙與甲乙丙兩角形之比例若丙辛與乙丁兩形也五卷十一依顯癸乙甲與甲乙丙兩角形之比例若乙庚與乙丁兩形也。是一甲癸丙、與二甲乙丙之比例若三丙辛與四乙丁也。而五癸乙甲與二甲乙丙之比例。若六乙庚與四乙丁也。即一甲癸丙、五癸乙甲、并、與二甲乙丙之比例。若三丙辛、六乙庚、并、與四乙丁也五卷廿四既一甲癸丙、五癸乙甲、并、與二甲乙丙等。則三丙辛、六乙庚、并、與四乙丁亦等

又論曰。一甲丙上直角方形與二乙丙上直角方形之比例。若三丙辛形與四乙丁形此兩率之比例皆甲丙與乙丙再加之比例見本篇十九二十又五甲乙上直角方形與二乙丙上直角方形之比例。若六乙庚形與四乙丁形。即一甲丙上五甲乙上兩直角方形并、與二乙丙上直角方形之比例。若三丙辛、六乙庚兩形并、與四乙丁形五卷廿四既甲丙甲乙上

兩直角方形幷與乙丙上直角方形等一卷四七則丙辛乙庚兩形幷與乙丁形等



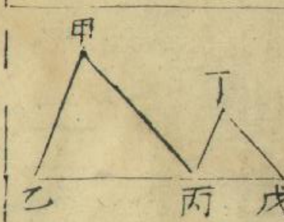
增題。角形之一邊上一形。與餘兩邊上兩形。相似而體勢等者。其一形與兩形幷等。則餘兩邊內角必直角

解曰。甲乙丙角形。于乙丙上。任作一直線形。與甲乙甲丙。上兩形。相似而體勢等。其一形與兩形幷等題言乙甲丙必直角

論曰。試作甲丁。為甲丙之垂線。與甲乙等。次作丁丙線。其丙甲丁既直角。即于丁丙上作一形。與乙丙上形相似。其丁丙上形。與丁甲、甲丙上。相似而體勢等之兩形。幷等矣本題又甲丁與甲乙等。其上兩形亦等。即丁丙上形。與甲乙、甲丙、上兩形幷。亦等。而乙丙上形。元與甲乙、甲丙、上兩形幷、等。則丁丙、乙丙、上兩形亦等。而丁丙與乙丙、兩線亦等本篇廿二補論夫甲丙丁角形之甲丁。與甲乙丙角形之甲乙等。甲丙同邊。其底乙丙、丁丙、又等。即丁甲丙、與乙甲丙、兩角必等。丁甲丙既直角。則乙甲丙亦直角

第三十二題

兩三角形。此形之兩邊。與彼形之兩邊相似。而平置兩形。



成一外角。若各各相似之各兩邊各平行。則其餘各一邊。相聯爲一直線

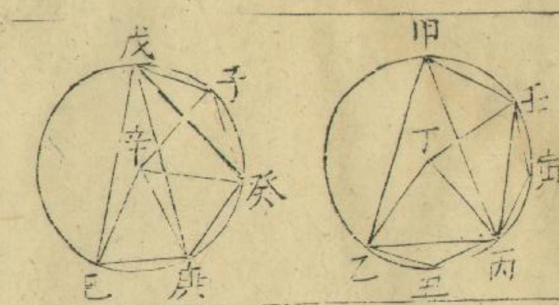
解曰。甲乙丙、丁丙戊兩角形。其甲乙、甲丙邊。與丁丙、丁戊邊相似者。謂甲乙與甲丙之比例若丁丙與丁戊也。試平置兩形。令相切。成一甲丙丁外角。而甲乙與丁丙、甲丙與丁戊各相似之兩邊各平行。題言乙丙、丙戊爲一直線

論曰。甲乙與丁丙既平行。卽甲角、與內相對之甲丙丁、等（一卷廿九）依顯丁角、亦與內相對之甲丙丁、等。則甲、丁、兩角等。而甲乙丙、與丁丙戊兩角形之甲、丁、兩角旁各兩邊比例又等。卽兩形爲等角形。而乙角與丁丙戊角必等（本篇六）次于乙角加甲角。于丁丙戊角加等甲之甲丙丁角。卽乙甲兩角并。與等甲丙丁、丁丙戊兩角并之甲丙戊角等。次每加一甲丙乙角。卽甲乙丙三角并。與甲丙乙、甲丙戊兩角并等。夫甲乙丙形之內三角。等兩直角（一卷卅二）則甲丙乙、甲丙戊并。亦等兩直角。而爲一直線（一卷十四）

第三十三題（三支）

等圜之乘圜分角。或在心。或在界。其各相當兩乘圜角之比例。皆若所乘兩圜分之比例。而兩分圜形之比例。亦

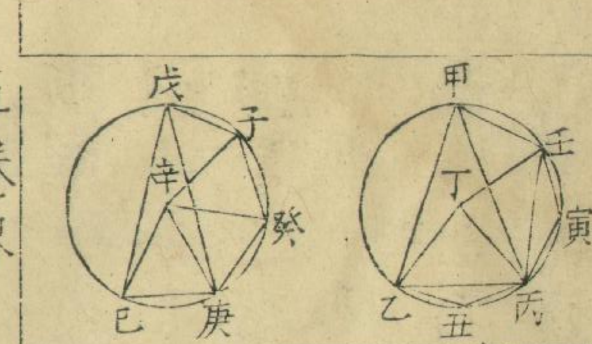
若所乘兩圜分之比例



解曰。甲乙丙戊巳庚、兩圜等。其心為丁、為辛。兩圜各任割一圜分。為乙丙為巳庚。其乘圜角之在心者。為乙丁丙巳辛庚。在界者。為乙甲丙、巳戊庚。題先言乙丙、與巳庚兩圜分之比例。若乙丁丙、與巳辛庚兩角。次言乙甲丙、與巳戊庚兩角之比例。若乙丙、與巳庚兩圜分。後言乙丁、丁丙、兩腰偕乙丙圜分內乙丁丙分圜形。與巳辛、辛庚兩腰偕巳庚圜分內巳辛庚分圜形之比例。亦若乙丙、與巳庚兩圜分

先論曰。試作乙丙、巳庚兩線。次作丙壬合圜線。與乙丙等。作庚癸、癸子、兩合圜線。各與巳庚等（四卷一）其丙壬既與乙丙等。即乙丙與丙壬兩圜分亦等（三卷十八）而乙丁丙與丙丁壬兩角亦等（三卷廿七）依顯巳庚、庚癸、癸子、三圜分。巳辛庚、庚辛癸、癸辛子、三角。俱等。則乙丙壬圜分。倍乙丙圜分之數。如在心乙丁壬角。或乙丁壬內地。倍乙丁丙角之數。而巳庚癸子圜分。倍巳庚圜分之數。如在心巳辛子角。或巳辛子內地。倍巳辛庚角之數。何者。乙丁壬、巳辛子、兩角。或兩地內之分數。與乙丙壬、巳庚癸子、兩圜分內之分數各等。故也。然則乙丁壬角。與地若等

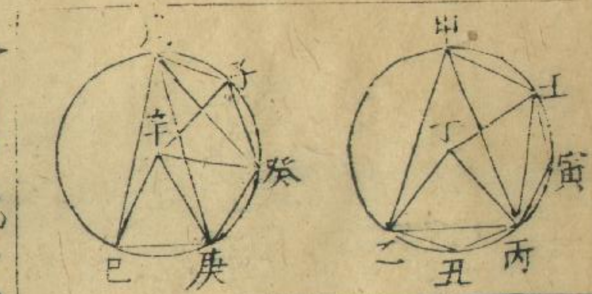
于巳辛子角。與地。即乙丙壬圜分。必等于巳庚癸子圜分矣。若大亦大。若小亦小矣。是一乙丙所倍之乙丙壬。三乙丁丙所倍之乙丁壬。偕二巳庚所倍之巳庚癸子。四巳辛庚所倍之巳辛子。等。大小皆同類也。則一乙丙與二巳庚之比例。若三乙丁丙與四巳辛庚也五卷界說六



次論曰。乙丁丙角。倍大于乙甲丙角。而巳辛庚角。亦倍大于巳戊庚角。三卷二十即乙丁丙。與巳辛庚兩角之比例。若乙甲丙。與巳戊庚兩角矣。五卷十五則乙甲丙與巳戊庚在界乘圜之兩角。亦若乙丙與巳庚兩圜分也。五卷十一若作甲壬。戊癸直線。亦可用先論推顯。用地當角。說見三卷廿增題

後論曰。試于乙丙圜分內。作乙丑丙角。次于丙壬圜分內。作丙寅壬角。此兩角。所乘之乙甲壬丙。與丙乙甲壬。兩圜分既等。三卷廿七即兩角亦等。而乙丑丙。與丙寅壬兩圜小分。亦相似亦相等乙丙與、丙壬、兩合圜線等故。見三卷廿四次每加一相等之乙丁丙、丙丁壬、兩分圜形等。一卷四則乙丁壬分圜形。倍乙丁丙分圜形之數。如乙丙壬圜分。倍乙丙圜分之數。依顯巳辛子分圜形倍巳辛庚分圜形之數。亦如巳庚癸子圜分。倍巳庚圜分

之數。然則乙丙壬圜分。若等于巳庚癸子圜分者。即乙丁壬分圜形。亦等于巳辛子分圜形矣。若大亦大。若小亦小矣。五卷界說六是乙丙壬圜分之倍一乙丙圜分。乙丁壬分圜形之倍三乙丁丙分圜形。倍巳庚癸子圜分之倍二巳庚圜分。巳辛子分圜形之倍四巳辛庚



分圜形。等。大小。皆同類也。則一乙丙圜分與二巳庚圜分之比例。若三乙丁丙分圜形與四巳辛庚分圜形也五卷界說六

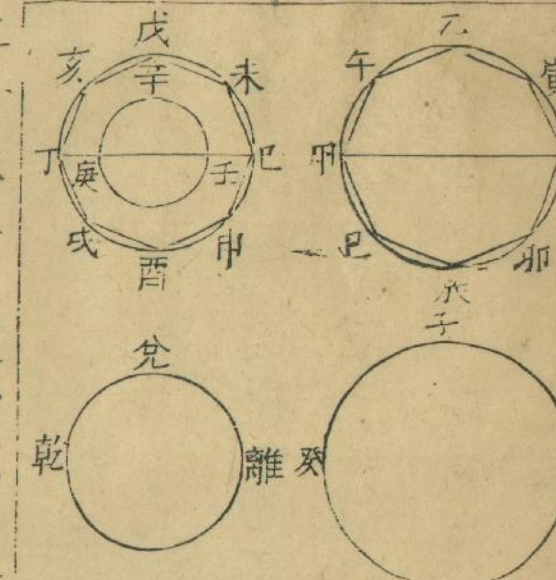
一系。在圜心兩角之比例。皆若兩分圜形

二系。在圜心角與四直角之比例。若圜心角所乘圜分與全圜界。四直角。與在圜心角之比例。若全圜界與圜心角所乘之圜分

按丁先生言歐几里得六卷中。多研察有比例之線竟不及有比例之面。故因其義類。增益數題。用補闕如左云。當復增一題。竊弁于首。仍以題旨從先生舊題隨類附演。以廣其用。俱稱今者。以別于先生舊增也

今增題。圜與圜。為其徑與徑再加之比例

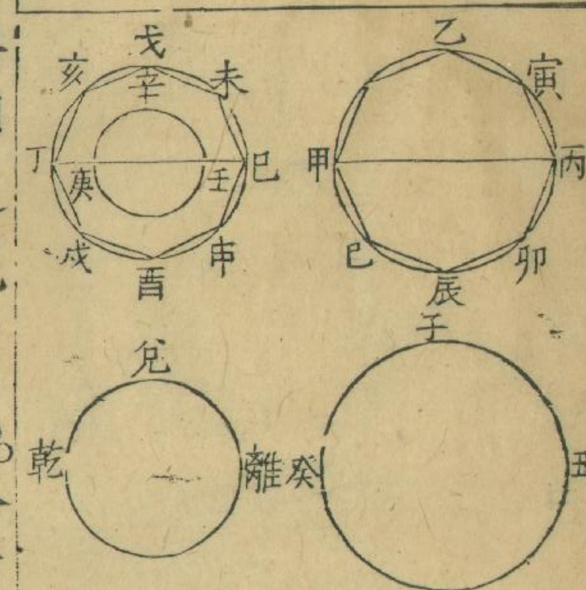
解曰。甲乙丙、丁戊巳兩圜。其徑甲丙、丁巳。題言甲乙



丙與丁戊巳爲甲丙與丁巳再加之比例

論曰。如云不然。當言甲乙丙圜與小于丁戊巳之庚辛壬圜。或大于丁戊巳之癸子丑圜。爲甲丙與丁巳再加之比例也（五卷界說二十增）若言庚辛壬是者。試置庚辛壬圜于丁戊巳圜內爲同心。次于外圜內作丁亥戊未巳申酉戌多邊切形。其多邊爲偶數。又等。而全不至內圜也（四卷十六補題）次于甲乙丙圜內作甲午乙寅丙卯辰巳多邊切形

與丁戊巳圜內切形相似（四卷十六補題可推）其兩圜內兩徑上有丁亥戊未巳與甲午乙寅丙相似之兩多邊形。則爲兩相似邊再加之比例也（本篇二十）而甲丙與丁巳兩線。爲兩形之相似邊。據如彼論。卽甲午乙寅丙與丁亥戊未巳兩形。甲乙丙、與庚辛壬兩圜。同爲甲丙與丁巳兩線再加之比例也。甲乙丙半圜。大于甲午乙寅丙形。將庚辛壬半圜。亦大于丁亥戊未巳形乎。則分大于全乎。若言癸子丑是者。亦如前論。甲午乙寅丙與丁亥戊未巳兩形。甲乙丙與癸子丑兩圜。同爲甲丙與丁巳兩線再加之比例也。反之。卽癸子丑



與甲乙丙兩圜之比例。爲丁巳與甲丙兩徑再加之比例也。試設他圜乾兌離。令癸子丑與甲乙丙之比例。若丁戊巳與乾兌離（五卷界說增）則丁戊巳與乾兌離兩圜。亦宜爲丁巳與甲丙兩徑再加之比例也。癸子丑既大于丁戊巳。即甲乙丙。亦大于乾兌離。而丁戊巳。與小于甲乙丙之乾兌離、兩圜。能爲丁巳與甲丙兩徑再加之比例乎（前已駁有兩圜。其第一與他圜之小于第二者。不得爲元圜兩徑再加之比例）夫甲乙丙。不得與圜之大于丁戊巳者。小于丁戊巳者。爲甲丙與丁巳再加之比例。則止有元兩圜爲其元兩徑再加之比例

一系。全圜與全圜。半圜與半圜。相當分。與相當分。任相與爲比例。皆等。葢諸比例。皆兩徑再加之比例故

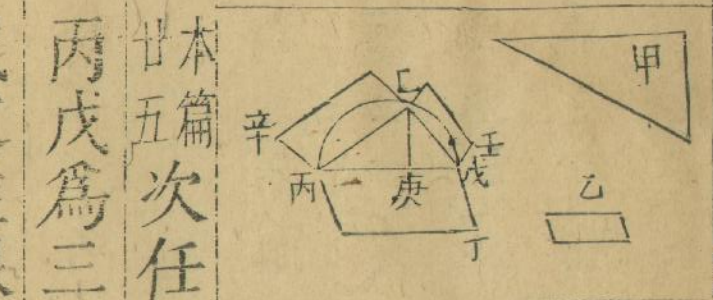
二系。三邊直角形。對直角邊爲徑。所作圜。與餘兩邊爲徑。所作兩圜。幷等。半圜與兩半圜幷等。圜分。與相似兩圜分幷等（本篇卅一可推）

三系。三線爲連比例。以爲徑。所作三圜。亦爲連比例

推此可求各圜之相與爲比例者。又可以圜求各圜之相與爲比例者（本篇十九二十之系可推）

一增題。直線形。求減所命分。其所減所存。各作形與所設形相似而體勢等

法曰。如甲直線形。求減三分之一。其所減所存。各作形與所設乙形相似而體勢等。

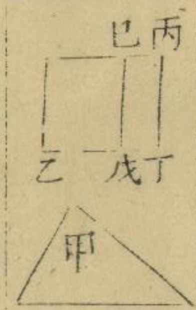


先作丙丁形。與甲等。與乙相似而體勢等 本篇廿五 次任于其一邊。如丙戊上作丙己戊半圜。次分丙戊爲三平分。而取其一庚戊。次從庚作己庚爲丙戊之垂線 本篇九 次作己丙、己戊兩線。末于己丙、己戊上作己辛、己壬兩形。各與丙丁相似而體勢等 本篇十八 即所求

論曰。丙己戊角形。既負半圜。爲直角 三卷卅一 即丙丁直線形。與己辛、己壬、相似之兩形。幷等 本篇卅一 而于等甲之丙丁形。減己壬。存己辛。兩形各與丙丁相似而體勢等。則與乙相似而體勢等。今欲顯己壬爲丙丁三分之一者。試觀丙庚己、丙己戊、兩角形。既相似 本篇八 即丙庚與庚己之比例。若丙己與己戊也 本篇四 夫丙庚、庚己、庚戊、三線爲連比例。即丙庚與庚戊。爲丙庚與庚己再加之比例 本篇八之系 而己辛與己壬兩形。亦爲丙己與己戊兩相似邊再加之比例 本篇十九之二 即丙庚與庚戊兩線之比例。若己辛與己戊兩形也 兩比例爲

兩同理比例之再加故合之。則丙戊與庚戊之比例。若等巳辛巳壬兩形并之丙丁與巳壬矣。丙戊三倍于庚戊。則丙丁亦三倍于巳壬。而巳壬為等甲之丙丁三分之一

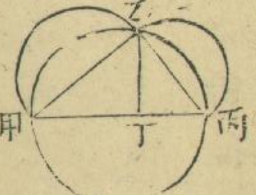
若直線形。求減之。不論所減所存何形。其法更易。如



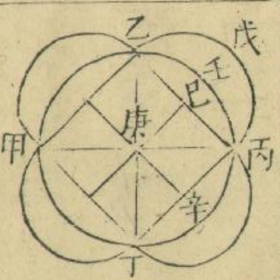
甲形。求減三分之一。先作乙丙平行線形。與甲等一卷四一次分乙丁為三平分。而取其一戊丁。末從戊作巳戊線。與丙丁平行。即戊丙形為等甲之乙丙形三分之一本篇一

增題。于大圜求減所設小圜。則以圜徑當形邊。餘

法同前。如上圖

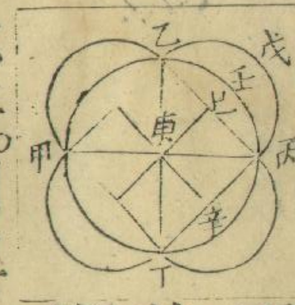


又今附依此法。可方一初月形方初月形者謂作直角方形與初月形等如甲乙丙丁圜。其界上有附圜四分之一之乙壬丙戊初月形。而求作一直角方形。與初



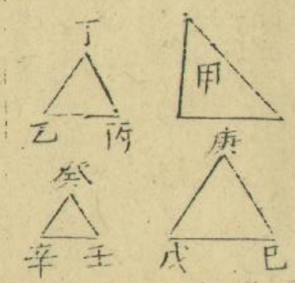
月形等。先從乙丙作甲乙丙丁內切圜直角方形三卷六次用方形法四平分之。即其一為所求方形。與初月形等。何者。甲乙丙半圜。與甲乙、乙丙上兩半圜并等本增題之今附甲乙、乙丙兩線自相等。即其上兩半圜。亦自相等。而庚乙壬丙分圜形。為大半圜之半。即與乙巳丙戊小半圜等。此

兩率者各減一同用之乙巳丙壬圜小分。其所存乙壬丙戊初月形。與庚乙丙角形等。而庚巳丙辛直角方形。與庚乙丙角形



亦等。則與乙壬丙戊初月形亦等。依顯甲乙丙丁直角方形。與大圜界上四初月形并等

二增題兩直線形。求別作一直線形。爲連比例



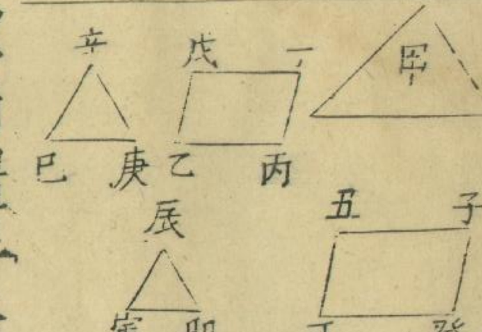
法曰。甲與乙丙丁。兩直線形。求別作一直線形爲連比例。先作一戊巳庚直線形。與甲等。與乙丙丁相似而體勢等 本篇廿五 次以兩形相似之各一邊。如戊巳、乙丙。爲前、中率。兩線而求其連比例之末率線。爲辛壬。本篇十一 末于辛壬上。作辛壬癸形。與兩形相似而體勢等 本篇十八 即所求

論曰。戊巳、乙丙、辛壬。三線既爲連比例。即其上三形相似而體勢等者。亦爲連比例 本篇廿二

今附。有兩圜。求別作一圜。爲連比例。則以圜徑當形邊。依上法作之

三增題。三直線形。求別作一直線形。爲斷比例

法曰。一甲。二乙丙丁戊。三巳庚辛。三直線形。求別作一直線形。爲斷比例。先作壬癸子丑形。與甲等。與乙丁相似而體勢等 本篇廿五 次以三形之任各一邊。如壬



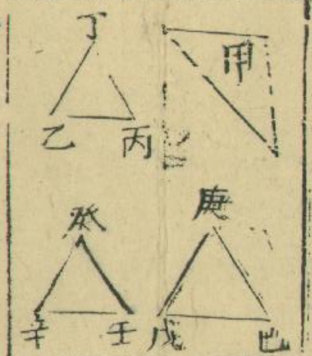
癸、乙丙巳、庚爲三率。求其斷比例之末率線。爲寅卯（本篇十二）末于寅卯上作寅卯辰形。與巳庚辛相似而體勢等（本篇十八）即所求

論曰。四線旣爲斷比例。卽其線上形相似而體勢等者。亦爲斷比例（本篇廿二）

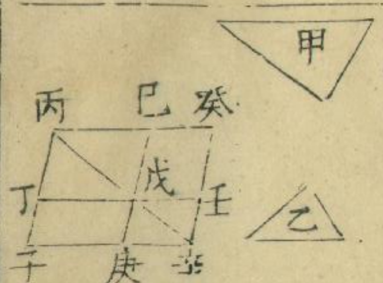
今附有三圜。求別作一圜爲斷比例。亦以圜徑當形邊。依上法作之

四增題兩直線形。求別作一形。爲連比例之中率

法曰。甲與乙丙丁、兩直線形。求別作一形。爲連比例之中率。先作戊巳庚直線形。與甲等。與乙丙丁相似而體勢等（本篇廿五）次求戊巳、乙丙兩直線連比例之中率。爲辛壬（本篇十三）末于辛壬上作辛壬癸形。與戊巳乙丙上形相似而體勢等（本篇十八）卽所求

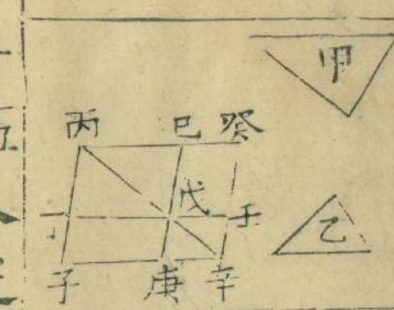


論曰。戊巳辛壬乙丙、三線。旣爲連比例。卽各線上戊巳庚辛壬癸、乙丙丁、三形。亦爲連比例（本篇廿二）



又法曰。甲、乙兩直線形。求別作一形。爲連比例之中率。先作丁丙巳戊平行線形。任

直斜角。與甲等〔一卷四五〕次作庚戊壬辛平行線形。與乙等。與丁巳形相似而體勢等〔本篇廿五〕次置兩平行線形。以戊角相聯。而丁戊、戊壬爲一直線。即庚戊、戊巳亦一直線〔一卷十五〕末從兩形引長各邊。成丙子辛癸平行線形。即兩餘方形俱爲丁巳庚壬兩形之中率



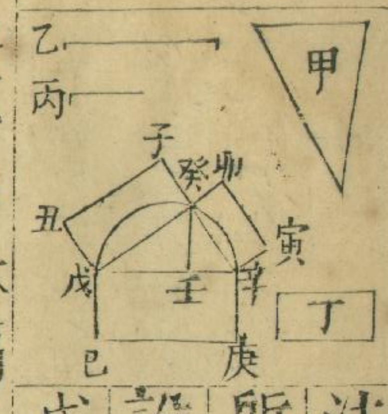
論曰。丁巳庚壬兩形。既相似而體勢等。即丁戊與巳戊之比例。若戊壬與戊庚也。更之。即丁戊與戊壬。若巳戊與戊庚也。夫丁戊與戊壬兩線之比例。亦若丁巳與戊癸兩形。巳戊與戊庚兩線之比例。又若戊癸與庚壬兩形。則戊癸爲丁巳庚壬之中率矣

又論曰。丁巳庚壬兩形。既相似而體勢等。即同依丙辛對角線〔本篇廿六〕而子戊戊癸兩餘方形自相等。則丁巳與戊癸兩形之比例。若子戊與庚壬兩形。何者。此兩比例。皆若丁戊與戊壬也。則子戊戊癸。皆丁巳庚壬之中率也

今附。若兩圜。求作一圜。爲連比例之中率。亦以圜徑當形邊。依上前法作之

五增題。一直線形。求分作兩直線形。俱與所設形相似而體勢等。其比例若所設兩幾何之比例

法曰。甲直線形。求分作兩直線形。俱與所設丁形相似。而體勢等。其比例。若所設兩幾何。如乙線與丙線之比例。先作戊巳庚辛直線形。與甲等。與丁相似而



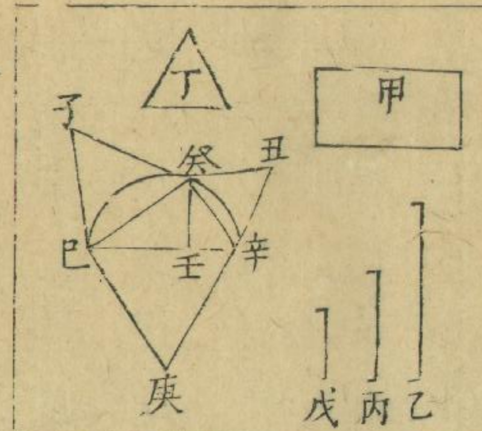
體勢等（本篇廿五）次任用其一邊。如戊辛。兩分之于壬。令戊壬與壬辛之比例。若乙與丙也（分法。先以乙、丙兩線聯為一直線。次截戊壬與壬辛。若乙與丙。見本篇十）次于戊辛上。作戊癸辛半圜。次從壬作癸壬。為戊辛之垂線。次作戊癸、癸辛線相聯。末于戊癸、癸辛上。作戊丑子癸、癸卯寅辛兩形。與戊庚形俱相似而體勢等（本篇十八）即此兩形并。與甲等。又各與丁相似而體勢等。其比例。又若乙與丙

論曰。戊癸辛既負半圜。為直角（三卷卅一）即戊子、癸寅兩形并。與等戊庚之甲等（本篇卅一）又戊壬與壬癸之比例。若戊癸與癸辛（俱在直角兩旁故。見本篇四）戊壬、壬癸、壬辛、三線為連比例。即戊壬與壬辛。為戊壬與壬癸再加之比例（本篇八之系）而戊子與癸寅兩形。亦為戊癸與癸辛兩相似邊再加之比例（本篇二十）則戊壬與壬辛之比例。亦若戊子與癸寅也（兩比例。為兩同理比例之再加故）夫戊壬與壬辛。元若乙與丙也。則戊子與癸寅。亦若乙與丙也

今附。若一圜。求分作兩圜。其比例。若所設兩幾何。亦

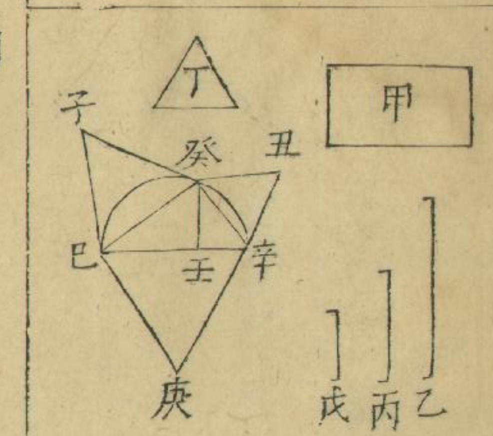
以圜徑當形邊。依上法作之

六增題。一直線形。求分作兩直線形。俱與所設形相似而體勢等。其兩分形兩相似邊之比例。若所設兩幾何之比例



法曰。甲直線形。求分作兩直線形。俱與所設丁形相似而體勢等。其兩分形。兩相似邊之比例。若所設兩幾何。如乙線與丙線之比例。先以乙與丙兩線。求其連比例之末率。爲戊（本篇十一）次作巳庚辛直線形。與甲等。與丁相似而體勢等。次任用其一邊。如巳辛。兩分之于壬。令巳壬與壬辛之比例。若乙與戊也（本篇十）次于巳辛線上。作巳癸辛半圜。次從壬作癸壬。爲巳辛之垂線。次作巳癸。癸辛。兩線相聯。末于巳癸。癸辛。上作巳子癸。癸丑辛。兩形。俱與丁相似而體勢等。即此兩形并。與等甲之巳庚辛等。而巳癸。癸辛。兩相似邊之比例。若乙與丙

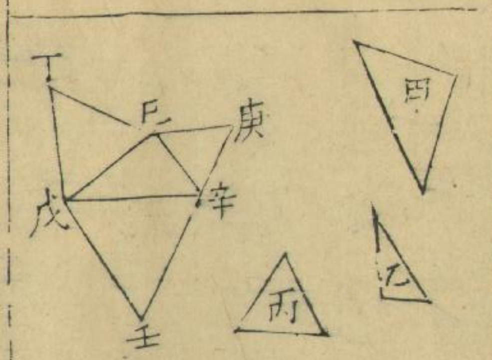
論曰。巳癸辛。既負半圜。爲直角（三卷卅一）即巳子癸。癸丑辛。兩形并。與等巳庚辛之甲等（本篇卅一）又巳壬與壬癸之比例。若巳癸與癸辛（俱在直角兩旁故見本篇四）巳壬。壬癸。壬辛。三線爲連比例。即巳壬與壬辛。爲巳壬與壬癸再



加之比例本篇八之系夫巳壬與壬癸之比例。既若巳子癸癸丑辛、兩形相似邊之巳癸與癸辛。而乙與戊、元若巳壬與壬辛。乙與戊、元爲乙與丙再加之比例。則巳癸癸辛之比例。若乙與丙

今附。若一圜。求分作兩圜。其兩圜徑之比例。若所設兩幾何做此

七增題兩直線形。求幷作一直線形。與所設形相似而體勢等

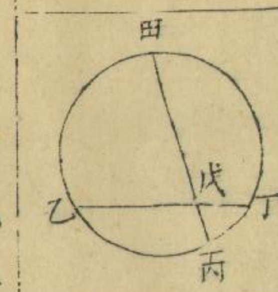


法曰。甲、乙、兩直線形。求幷作一形。與所設丙形相似而體勢等。先作戊丁巳形與甲等。作巳庚辛形。與乙等。又各與丙相似而體勢等本篇廿五次置兩形。令相似之戊巳、巳辛、兩邊聯爲直角。次作戊辛線相聯。末依戊辛線作戊辛壬與丙相似而體勢等卽與上兩形幷等本篇卅一如所求

又法曰。作一平行方形。與甲、乙、兩形幷等一卷四五次作戊辛壬角形。與平行方形等。又與丙相似而體勢等。卽所求

今附若兩圓求弁作一圓亦以圓徑當形邊依上法作之

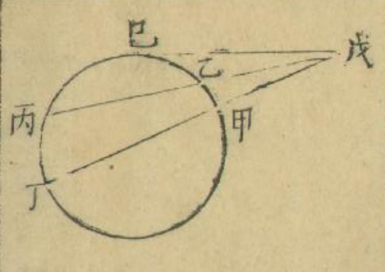
八增題圓內兩合線交而相分其所分之線彼此互相視



解曰甲乙丙丁圓內有甲丙乙丁兩合線交而相分于戊題言所分之甲戊戊丙乙戊戊丁為互相視之線者謂甲戊與戊丁若乙戊與戊丙也又甲戊與乙戊若戊丁與戊丙也

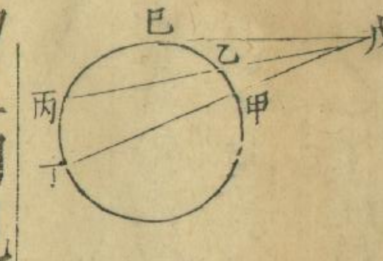
論曰甲戊偕戊丙與乙戊偕戊丁兩矩內直角形等三卷卅五即等角旁之兩邊為互相視之邊本篇十四

九增題圜外任取一點從點出兩直線皆割圜至規內其兩全線與兩規外線彼此互相視若從點作一切圜線則切圜線為各割圜全線與其規外線之各中率



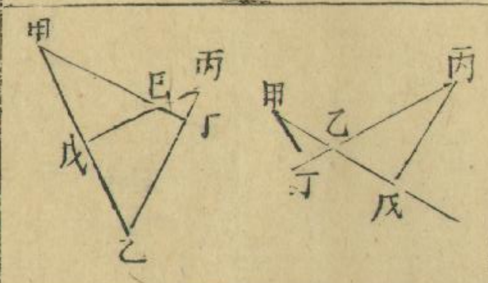
解曰甲乙丙丁圜外任取戊點從戊作戊丁戊丙兩割圜至規內之線遇圜界于甲于乙題言戊丙戊丁戊甲互相視者謂戊丙與戊丁若戊甲與戊乙也又戊丙與戊甲若戊丁與戊乙也

論曰試從戊作戊巳線切圜于巳即戊丙偕戊乙矩

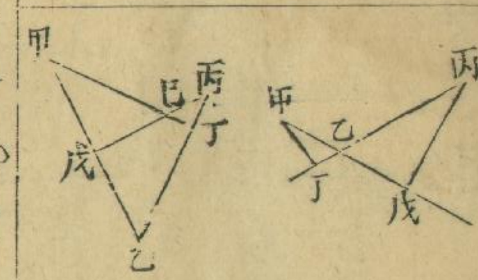


內直角形。與戊巳上直角方形等（三卷卅六）又戊丁偕戊甲矩內直角形。與戊巳上直角方形亦等。即戊丙偕戊乙與戊丁偕戊甲兩矩內直角形自相等。而等角旁之兩邊為互相視之邊（本篇十四）又戊丙偕戊乙。戊丁偕戊甲。兩矩內直角形。各與戊巳上直角方形等（三卷卅六）即戊丙。戊巳。戊乙。三線為連比例。戊丁。戊巳。戊甲。三線亦為連比例。而戊巳為各全線與其規外線之各中率（本篇十七）

十增題。兩直線相遇作角。從兩線之各一界。互下垂線。而每方為兩線。一自界至相遇處。一自界至垂線則各相對之兩線。皆彼此互相視



解曰。甲乙丙乙。兩線相遇于乙。作甲乙丙角。從甲作丙乙之垂線。從丙作甲乙之垂線。若甲乙丙為鈍角。即如前圖兩垂線當至甲乙丙乙之各引出線上。為甲丁為丙戊。其甲戊丙丁交而相分于乙也。若甲乙丙為銳角。即如後圖甲丁丙戊兩垂線當在甲乙丙乙之內。交而相分于巳也。題言兩圖之甲乙乙戊丙乙乙丁。皆彼此互相視者。謂甲乙與乙丙若丁乙與

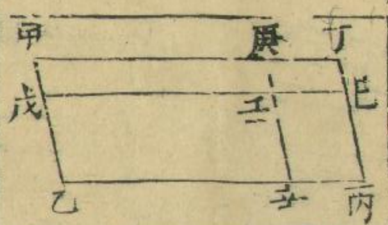


乙戊也。又甲乙與丁乙。若乙丙與乙戊也

論曰。甲乙丁角形之甲乙丁。甲丁乙兩角。與丙乙戊角形之丙乙戊。丙戊乙兩角。各等兩爲直角。兩于前圖爲交角。于後圖爲同角。故即兩形爲等角形。而甲乙與丁乙。若乙丙與乙戊也。本篇四更之則甲乙與乙丙。若丁乙與乙戊也

又論曰。依前圖。可推後圖之甲丁丙戊。交而相分于巳。其甲巳巳丁。丙巳巳戊。亦彼此互相視。葢甲巳丙巳丁。既爲等角形。即甲巳與巳戊。若丙巳與巳丁也。本篇四更之則甲巳與丙巳。若巳戊與巳丁也

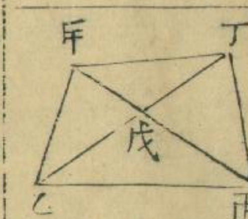
十一增題。平行線形內。兩直線與兩邊。平行相交。而分元形爲四平行線形。此四形。任相與爲比例。皆等



解曰。甲乙丙丁平行線形內。作戊巳庚辛兩線。與甲丁丁丙。各平行。而交于壬。題言所分之戊庚庚巳。乙壬壬丙。四形。任相與爲比例皆等

論曰。戊壬與壬巳兩線之比例。既若戊庚與庚巳兩形。本篇一又若乙壬與壬丙兩形。即戊庚與庚巳。亦若乙壬與壬丙也。五卷十二依顯乙壬與戊庚。亦若壬丙與庚巳也

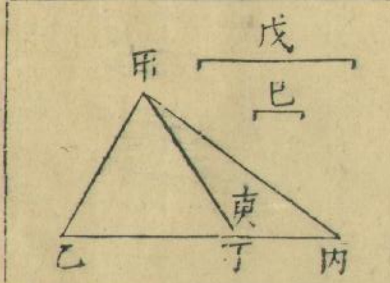
十二增題凡四邊形之對角兩線交而相分其所分四三角形任相與爲比例皆等



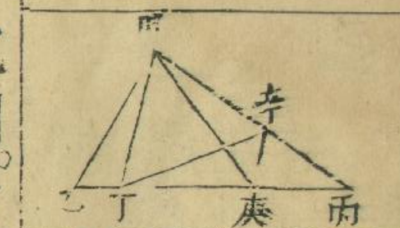
解曰甲乙丙丁四邊形之甲丙乙丁兩對角線交相分于戊題言所分甲戊丁乙戊丙甲戊乙丁戊丙四三角形任相與爲比例皆等

論曰甲戊與戊丙兩線之比例若甲戊丁與丁戊丙兩角形又若甲戊乙與乙戊丙兩角形一本篇卽甲戊丁與丁戊丙兩角形亦若甲戊乙與乙戊丙也依顯甲戊乙與甲戊丁亦若乙戊丙與丁戊丙也

十三增題三角形任于一邊任取一點從點求作一線分本形爲兩形其兩形之比例若所設兩幾何之比例

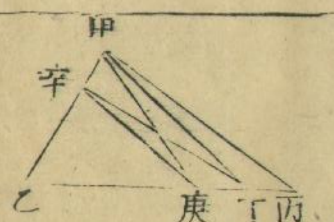


先法曰甲乙丙角形任于一邊如乙丙上任取一點爲丁求從丁作一線分本形爲兩形其兩形之比例若所設兩幾何如戊線與巳線之比例先以乙丙線兩分之于庚令乙庚與庚丙之比例若戊與巳十本篇其庚與丁若同點卽作丁甲線則乙丁與丁丙兩線之比例若乙丁甲與丁丙甲兩角形也一本篇是丁甲線所分兩形之比例若戊與巳

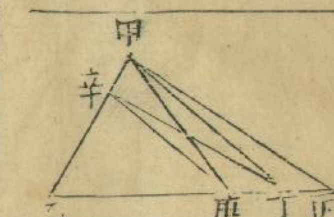


次法曰若庚在丁丙之內亦作丁甲線次從
庚作庚辛線與丁甲平行次作丁辛線相聯
即丁辛線分本形爲兩形其比例若戊與巳
者謂乙丁辛甲無法四邊形與丁丙辛角之
比例若乙庚與庚丙也亦若戊與巳也
論曰試作庚甲線即辛庚甲庚辛丁兩角形等一卷卅七
次每加一丙庚辛角形即丙庚甲丙辛丁兩角形亦
等則甲乙丙全形與丙庚甲角形之比例若甲乙丙
與丙辛丁也五卷七分之則乙庚甲角形與丙庚甲角
形之比例若乙丁辛甲無法四邊形與丙辛丁角形

也五卷十七乙庚甲與丙庚甲兩角形之比例既若乙庚
與庚丙本篇一則乙丁辛甲無法四邊形與丙辛丁角
形之比例亦若乙庚與庚丙也則亦若戊與巳也



後法曰若庚在乙丁之內亦作丁甲線次從
庚作庚辛線與丁甲平行次作丁辛線相聯
即丁辛線分本形爲兩形其比例若戊與巳
者謂乙丁辛角形與丁丙甲辛無法四邊之
比例若乙庚與庚丙也亦若戊與巳也
論曰試作庚甲線如前推顯辛庚甲庚辛丁兩角形
等一卷卅七次每加一乙庚辛角形即乙庚甲與乙辛丁

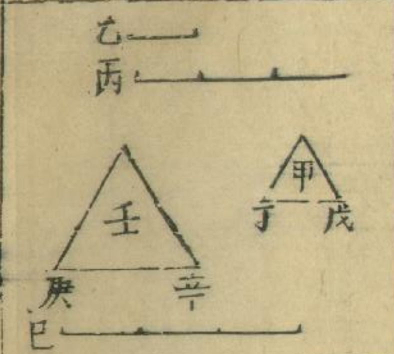


兩角形亦等。則甲乙丙全形、與乙庚甲角形之比例。若甲乙丙、與乙辛丁也（五卷七）分之。則丙庚甲角形、與乙庚甲角形之比例、若丁丙甲辛無法四邊形、與乙辛丁角形也（五卷十七）反之。則乙庚甲角形、與丙庚甲角形之比例、若乙辛丁角形、與丁丙甲辛無法四邊形也。乙庚甲、與丙庚甲之比例、既若乙庚、與庚丙（本篇一）則乙丁辛角形、與丁丙甲辛無法四邊形之比例、亦若乙庚、與庚丙也。則亦若戊與巳也

系。凡角形、任于一邊、任取一點、從點求減命分之二

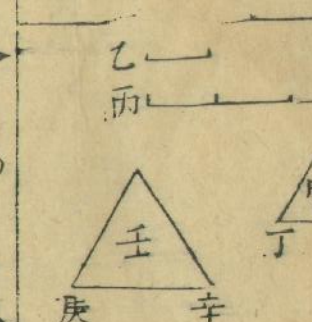
如前法、作多倍大之比例。即得其所作倍數、每少于命分之一。如求減四分之一。即作三倍大之比例。減五分之一。即作四倍大之比例也。則全形與所減分之比例、其倍數若命分之數也

十四增題。一直線形、求別作一直線形、相似而體勢等。其小大之比例。如所設兩幾何之比例



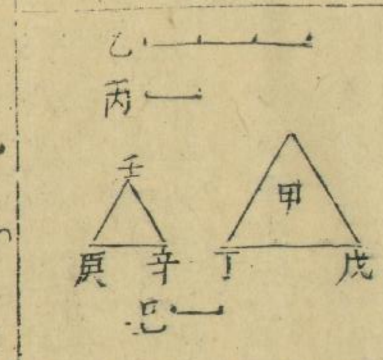
法曰。甲直線形、求別作直線形、相似而體勢等。其甲形與所作形、小大之比例、若所設兩幾何。如乙與丙兩線之比例、先以乙丙、及任用甲之一邊如丁戊、三

線。求其斷比例之末率。爲巳。本篇十二 次求丁戊及巳之中率線。爲庚辛。本篇十三 末從庚辛上作壬直線形。與甲相似而體勢等。即甲與壬之比例。若乙與丙

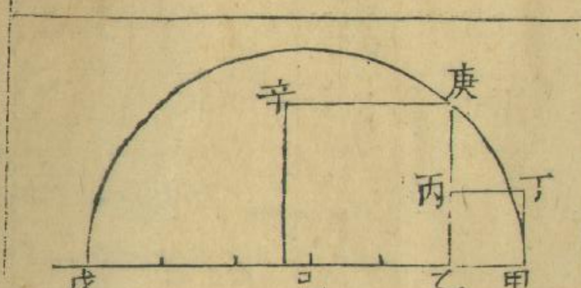


論曰。丁戊庚辛巳三線爲連比例。即一丁戊與三巳之比例。若相似而體勢等之甲與壬 本篇十九二十之系

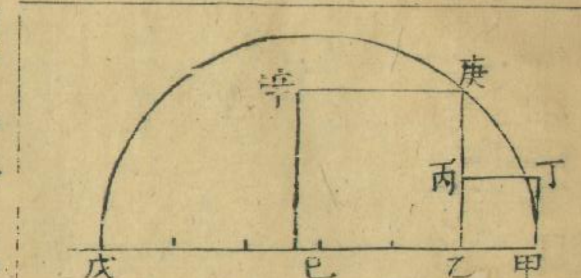
若先設大甲。求作小壬。若乙與丙。其法同。如上圖



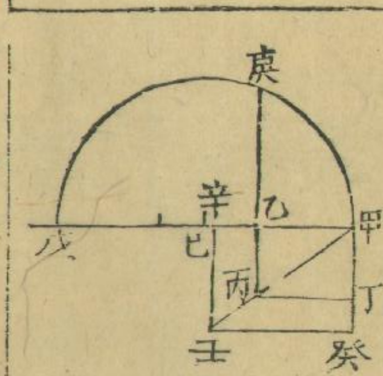
用此法。可依此直線形。加作兩倍大。三倍四五倍六以至無窮之他形。亦可依此直線形。減作二分之一三分四五分之一。以至無窮之他形。其此形與他形皆相似而體勢等



有用法。作直角方形。平行線形。及各形之相加相減者。如甲乙丙丁直角方形。求別作五倍大之他形。先以甲乙線引長之。以甲乙爲度。截取五分至戊。令乙至戊五倍大于甲乙也。次以甲戊兩平分于巳。次以巳爲心。甲戊爲界。作甲庚戊半圜。其乙丙線直行遇圜界于庚。即乙庚爲所求方形之一邊也。



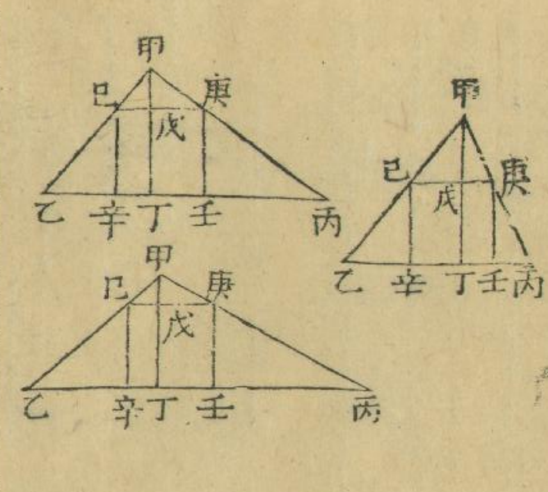
末作乙庚辛巳直角方形。卽五倍大于甲丙。何者。乙庚既爲戊乙、乙甲之中率線本篇十三之系卽一戊乙、與三乙甲之比例若二庚乙上直角方形、與三甲乙上直角方形之比例也本篇二十之系戊乙既五倍于乙甲。則乙辛亦五倍于甲丙。若戊乙爲乙甲之六倍。則乙辛亦甲丙之六倍。若戊乙爲乙甲三分之一。則乙辛亦甲丙三分之一。相加、相減倣此以至無窮。如甲乙丙丁平行直角形。求別作二倍大之他形。相似而體勢等。先以甲乙線引長之以甲乙爲度截取二



分、至戊。令乙至戊。二倍大于甲乙也。次以甲戊兩平分于巳。次以巳爲心。甲戊爲界。作甲庚戊半圜。其丙乙線直行遇圜界于庚。卽乙庚爲所求直角形之一邊也。次于甲戊線上、截取甲辛。與乙庚等。從辛作辛壬線。與乙丙平行。次作甲丙對角線引長之。與辛壬線遇于壬。末作丁癸、癸壬。成甲辛壬癸平行直角形。卽二倍大于甲丙。又相似而體勢等。何者。戊乙、乙庚、乙甲、三線既爲連比例本篇十三之系如前論。一戊乙、與三乙甲之比例。若二等乙庚之甲辛、上平行直角形甲

壬與三甲乙上平行直角形甲丙也本篇二十之系戊乙既
二倍于甲乙則甲壬亦二倍于甲丙
用此法凡甲乙上不論何等形與乙庚上形相似而
體勢等者其乙庚上形皆二倍大于甲乙上形相加
相減俱倣此以至無窮
令附若用前法作圓則乙庚徑上圓亦二倍大于甲
乙徑上圓相加相減倣此以至無窮
以上用法與本增題同但此用法隨作隨得中率線
不費尋求致爲簡易耳

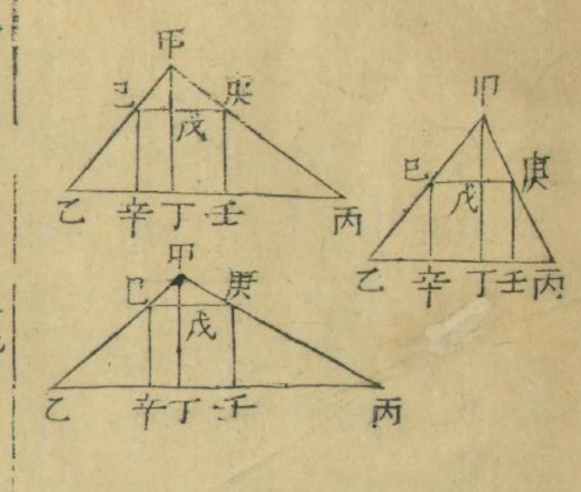
十五增題諸三角形求作內切直角方形



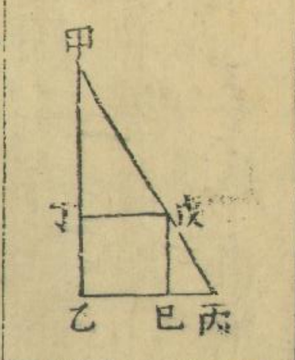
法曰如甲乙丙銳角形求作內切直角方形先從甲角作甲丁爲乙丙之垂線次以甲丁線兩分于戊令甲戊與戊丁之比例若甲丁與乙丙本篇十增題末從戊作巳庚線與乙丙平行從巳從庚作巳辛庚壬兩線皆與戊丁平行即得巳壬形如所求若直角鈍角形則從直角鈍角作垂線餘法同如第二第三圖是

論曰巳戊庚線既與乙丙平行即乙丁與丁丙若巳戊與戊庚也本篇四之增題合之即乙丙與丁丙若巳庚與

戊庚也。又丁丙與甲丁。若戊庚與甲戊（甲丁丙與甲戊庚為等角形故。見本篇四之系）平之。卽乙丙與甲丁。若巳庚與甲戊也。又甲丁與乙丙。若甲戊與戊丁。平之。卽乙丙與乙丙。若巳庚與戊丁也。乙丙與乙丙同線。必等。卽巳庚



與戊丁必等。而巳庚與辛壬又等（一卷卅四）戊丁與巳辛庚壬亦等。則巳庚、庚壬、壬辛、辛巳、四邊俱等。又戊丁辛既直角。卽巳辛丁亦直角（一卷廿九）其餘亦皆直角。而巳壬為直角方形



又法曰。若直角三邊形。求依乙角作內切直角方形。則以垂線甲乙兩分于丁。令甲丁與丁乙之比例。若甲乙與乙丙（本篇十）次從丁、作丁戊直線。與乙丙平行。從戊作戊巳直線。與甲乙平行。卽得丁巳形、如所求

論曰。乙丙與甲乙。旣若丁戊與甲丁（甲乙丙甲丁戊為等角形故。見本篇四之系）而甲乙與乙丙。又若甲丁與丁乙。平之。卽乙丙與乙丙。若丁戊與丁乙也。乙丙與乙丙同線。必等。卽丁戊與丁乙必等。而丁巳為直角方形

今附。如上三邊直角形。依乙角作內切直角方形。其

方形邊必爲甲丁巳丙兩分餘邊之中率。何若。甲丁

與丁戊若戊巳與巳丙故本篇四之系