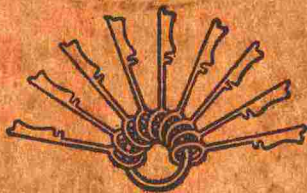


初中學生文庫

代數學問題解法指導

編者 匡文濤



中華書局編印

民國二十四年六月發行
民國二十五年十月再版

初中學生文庫
代數學問題解法指導（全一册）

◎ 實價國幣三角二分

（郵運匯費另加）



編者 匡文濤

發行者 中華書局有限公司
代表人 路錫三

印刷者 上海中華書局印刷所
上海澳門路

總發行處 上海福州路中華書局

分發行處 各埠中華書局

余介石先生編

四位算學用表

(附初等算學基本公式及法則)

三角二分

本書羅列初等算學中最常用的「四位算表」共十種，以供中等學生研究之用。各表精密程度，恰合一般初中學生之需要。初等算學公式及法則的排列，重理解以明系統，由比較以助記憶；用法說明，則簡賅而扼要，閱之可以一目了然，極易領悟運用。本書篇幅雖不多，而對於初等算學基本公式及法則，已大致略備，使學者閱後，有一明晰概括的觀念。凡青年學子溫習課業，備此參考，或準備升學，藉資研究，均有極大的裨益。

五位算學用表

(附中等算學基本公式)

四角八分

本書羅列五位對數表、三角函數表、三角函數對數表等，並加入切於實用之附表數種，以供中等學生之用。各表用法，均有簡要之說明，極便運用。全書將重要之公式，組成理解的系統，裨便於記憶，篇幅力求簡明，以節省讀者之腦力。舉凡代數（包括高等代數）、幾何（平面及立體）、三角、解析幾何之重要公式及定義，已概括無遺。高中學生平時複習，會考及升學準備，用以參考，解決疑難，均有極大之裨益。

中華書局發行

新課程標準適用
教育部審定
初中代數

余介石 胡術五 何商友編 全三冊

普及本各四角
道林紙本五角六分

本書遵照新課程標準編輯，和本局出版的新課程標準適用初中算術程度相銜接；一面又與本局出版的新課程標準適用初中幾何互相聯絡。全書兩冊，每學年用一冊，極合初中第二、三兩學年之用。教材依極自然的次序，對於代數的基本法則，都先由特例和算術問題入手，歸納推出通則，然後再舉例說明，能引起學生研習之興趣，且可培養其自動作業的能力。負數和虛數，在初學最感困難，本書用極淺顯詳明的文字，反覆闡述，不厭求詳，以求易教易學。對數亦為初學者常感困難的地方，本書為使讀者易於理解起見，先就指數式入手，再徐徐導入對數式，并由此引出運算法則，最後始講算理，以減少抽象生澀之弊。書中習題，排列勻稱，使學生每次均有練習的機會，而助長其對於算理的瞭解。

另編習題解答 汪夢九編 二冊 ①一角六分 ②二角四分

中華書局發行

幾何作圖題解法及其原理

Julius Petersen 著 余介石 譯

一冊五角半

本書原本為丹麥佩志森 (Julius Petersen) 原著，已有德、法、英、意、日五國譯本；本譯本則根據英文譯本重譯。共分三章：第一章論軌跡；第二、三兩章，論變形法；附錄三篇，論圓弧之相交圓組及規矩作圖之可能性等問題。舉凡幾何作圖之基本原理及法則，已盡於是冊。

算學通論

余介石 編著 一冊八角

全書分三篇：第一篇敘述中等算學觀念的發達史；第二篇以幾何為主，說明算學的形式與結構；第三篇由代數講到解析幾何及微積分，以明算學抽象性與普通之方法。材料多取自中等算學教材，用極淺顯之文字，釋至抽象的算理，甚為詳明。習畢此書，關於算理全部，可得一概括之觀念及性質，而對於算學研究之方針，教學之方法，亦有重要之指示。

中華書局出版

本文庫算學書目

中華書局編印

算術問題解法指導	匡文濤	一冊	二角八分
算術問題解法研究	高季可	一冊	七角二分
算術捷徑	郭遠洲	一冊	六角
珠算捷徑	徐天游	一冊	二角
代數捷徑	華襄治	一冊	四角
代數學問題解法指導	匡文濤	一冊	三角二分
代數學問題解法研究	張鵬飛	一冊	三角五分
平面幾何學問題解法指導	匡文濤	一冊	三角二分
幾何學問題解法研究	郁樹鋸	一冊	三角二分
平面三角問題解法指導	匡文濤	一冊	一角五分

代數學問題解法指導

目 次

	頁
1. 多項式乘法.....	1—5
摘要一	
問題 1—4	
2. 因數分解.....	6—13
摘要二	
問題 5—16	
3. 多項式之最大公約及最小公倍.....	14—31
摘要三	
問題 17—42	
4. 二元聯立一次方程式.....	32—52
摘要四	
問題 43—74	
5. 分數方程式之解法.....	53—75
摘要五	
問題 75—105	
6. 聯立二次方程式之解法.....	76—111

摘要六

問題 106—149

7. 冪及根.....112—122

摘要七

問題 150—165

8. 比及比例.....123—131

摘要八

問題 166—178

9. 級數.....132—149

摘要九

問題 179—203

10. 對數複利及年金.....150—155

摘要十

問題 204—210

代數學問題解法指導

摘要一

多項式乘法之公式

$$m(a \pm b) = ma \pm mb.$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2.$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2.$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3.$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc.$$

$$(x \pm a)(x \pm b) = x^2 \pm (a + b)x + ab.$$

$$(a \pm b)(c \pm d) = ac \pm ad \pm bc + bd.$$

$$(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3.$$

$$(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) = a^4 + a^2b^2 + b^4.$$

剩餘定理及未定係數之法

剩餘定理 x 之有理整式，得以 $x-t$ 除之，則其剩餘等於以 t 代整式之 x 之式。

例如整式 $= ax^n + bx^{n-1} + \dots + px + q$ 以 $x-t$ 除之，則其剩餘

$$= at^n + b.t^{n-1} + \dots + pt + q.$$

剩餘定理系 x 之有理整式,其 x 以 a 代之等於零,則此整式以 $x-a$ 除之適盡.

例 $3x^3 - 5x^2 + 2$, 令 $x=1$ 則 $3x^3 - 5x^2 + 2 = 0$, 故 $x-1$ 適除盡原式.

未定係數之法 有 x 之有理整式二個,不拘 x 之值如何而常相等,則此二式同次項之係數,皆相等,其不含 x 之項亦相等,用此定理決定未定係數,是云未定係數法.

多 項 式 乘 法

1. $x=b-c, y=c-a, z=a-b$, 則

$x^3+y^3+z^3-3xyz$ 之 值 若 干, 試 計 算 之.

【解】 $x^3+y^3+z^3-3xyz=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$,

以 x, y, z 之 同 數 $b-c, c-a, a-b$ 代 之, 則

$$x+y+z=(b-c)+(c-a)+(a-b)=0,$$

從 而 右 邊 為 0,

$$\therefore x^3+y^3+z^3-3xyz=0.$$

2. 設 x^2+px+q 以 $x-1$ 約 之 餘 6, 以 $x+1$ 約 之 餘 2, 求 p, q 之 值.

【解】 由 剩 餘 之 定 理 知 $x-1$ 約 x^2+px+q 之 剩 餘 為 $1+p+q$.

依 題 意 得

$$1+p+q=6 \dots\dots\dots(1)$$

同 樣 得 $x+1$ 約 x^2+px+q 之 剩 餘 為

$$1-p+q=2 \dots\dots\dots(2)$$

解 (1), (2) 聯 立 方 程 式, 得

$$p=2$$

$$q=3.$$

3. 有 ax^2+bx+c 以 $2ax+b$ 約 之 適 盡, 則 此 二 次 式 等 於 某 之 一 次 式 之 平 方, 試 證 之.

【解】 因 ax^2+bx+c 以 $2ax+b$ 約 之 適 盡.

故 令 $x = -\frac{b}{2a}$ 則 原 式 爲 0,

$$\text{即 } a \left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b \left(-\frac{b}{2a}\right) + c = 0.$$

簡 之 爲 $b^2 = 4ac$,

$$\therefore b = \pm 2\sqrt{ac}.$$

然 $ax^2 + bx + c = ax^2 \pm 2\sqrt{ac}x + c$

$$= (\sqrt{a}x \pm \sqrt{c})^2.$$

故 如 題 言。

【應用】有 $1 - (3+x)^n$ 設 指 數 n 爲 整 數 五, 則 得 以 $2+x$ 整 除, 試 證 之。

4. 展 開 $(x^3 - px^2 + qx - v)(px^3 + x^2 - 5x - 7)$, 其 x^5, x^3, x 之 係 數 爲 零, 則 p, q, v 之 值 若 干, 試 決 定 之。

【解】將 原 式 實 行 乘 法, 得

$$\begin{aligned} & px^6 + (-p^2 + 1)x^5 + (pq - p - 5)x^4 \\ & + (5p + q - pv - 7)x^3 + (7p - 5q - v)x^2 \\ & + (-7q + 5v)x + 7v. \end{aligned}$$

依 題 意 $-p^2 + 1 = 0 \dots\dots\dots(1)$

$$5p + q - pv - 7 = 0 \dots\dots\dots(2)$$

$$-7q + 5v = 0 \dots\dots\dots(3)$$

從 (1) 得 $p = \pm 1$

以 $p = 1$ 代 入 (2) 得

$$q - v = 2 \dots\dots\dots(4)$$

由 (3), (4) 得 $q = -7, v = -5$

又 以 $p = -1$ 代入 (2) 得

$$q + v = 12 \dots\dots\dots (5)$$

由 (3), (5) 得 $q = 5, v = 7$.

$\therefore p = \pm 1, q = \mp 5, \text{ 或 } v = \mp 7.$

摘 要 二

因 數 分 解 之 公 式

$$ax + bx + cx = (a + b + c)x$$

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$x^2 \pm (a + b)x + ab = (x \pm a)(x \pm b)$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$a^4 + a^2b^2 + b^4 = (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)$$

$$(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

$$ax^2 + bx + c = a \left\{ x - \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right\}$$

$$\times \left\{ x - \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right\}$$

$$x^n - y^n = (x - y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + \dots + y^{n-1})$$

其 n 為偶數則

$$x^n - y^n = (x + y)(x^{n-1} - x^{n-2}y + \dots - y^{n-1})$$

其 n 為奇數則

$$x^n + y^n = (x + y)(x^{n-1} - x^{n-2}y + \dots + y^{n-1})$$

因 數 分 解

5. 設 $A+B(x+2)+C(x+2)^2+D(x+2)^3$ 等於 $1+x^3$, 則 A, B, C, D 之值各幾何?

【解】依題意得

$$A+B(x+2)+C(x+2)^2+D(x+2)^3=1+x^3.$$

將上式右邊之括弧解之, 列為 x 之遞昇方程式, 則

$$(A+2B+4C+8D)+(B+4C+12D)x+(C+6D)x^2+Dx^3=1+x^3.$$

$$\text{依題意得} \begin{cases} A+2B+4C+8D=1 \\ B+4C+12D=0 \\ C+6D=0 \\ D=1. \end{cases}$$

依聯立方程式而解之, 則得

$$A=-7,$$

$$B=12,$$

$$C=-6,$$

$$D=1.$$

6. (i) 試分解 $x^2-25x-116$ 之因數,
 (ii) 試分解 $x^2-6x-91$ 之因數.

(i) 【解】

$$\because -25 = -29 + 4$$

$$-116 = -29 \times 4.$$

$$\therefore x^2 - 25x - 116 = (x-29)(x+4).$$

(ii) 【解】

$$\therefore -6 = 7 - 13$$

$$-91 = -13 \times 7.$$

$$\therefore x^2 - 6x - 91 = (x+7)(x-13).$$

7. (i) 試分解 $(x-1)(x-2)^2 - (x-1)^3$ 之因數,
 (ii) 試分解 $x^4 - 2a^2x^2 - 2b^2x^2 + a^4 + b^4 - 2a^2b^2$
 之因數.

(i) 【解】

$$\begin{aligned} (x-1)(x-2)^2 - (x-1)^3 &= (x-1) \{ (x-2)^2 - (x-1)^2 \} \\ &= (x-1) \{ (x-2) + (x-1) \} \{ (x-2) - (x-1) \} \\ &= (x-1)(2x-3)(-1) \\ &= -(x-1)(2x-3). \end{aligned}$$

(ii) 【解】

$$\begin{aligned} x^4 - 2a^2x^2 - 2b^2x^2 + a^4 + b^4 - 2a^2b^2 &= x^4 - 2(a^2 + b^2)x^2 + (a^2 + b^2)^2 - 4a^2b^2 \\ &= \{ x^2 - (a^2 + b^2) \}^2 - (2ab)^2 \\ &= \{ x^2 - (a^2 + b^2) + 2ab \} \{ x^2 - (a^2 + b^2) - 2ab \} \\ &= \{ x^2 - (a-b)^2 \} \{ x^2 - (a+b)^2 \} \\ &= (x-a+b)(x+a-b)(x+a+b)(x-a-b). \end{aligned}$$

8. 試分解次二式之因子:

$$(1) \quad x^3 p^2 - 8y^3 p^2 - 4x^3 q^2 + 32y^3 q^2,$$

$$(2) \quad x^4 + x^2 y^2 + y^4.$$

(1) 【解】

$$\begin{aligned} \text{原式} &= p^2(x^3 - 8y^3) - 4q^2(x^3 - 8y^3) \\ &= (p^2 - 4q^2)(x^3 - 8y^3) \\ &= (p + 2q)(p - 2q)(x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2). \end{aligned}$$

(2) 【解】

由公式得

$$\text{原式} = (x^2 - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2).$$

又法：

$$\begin{aligned} x^4 + x^2 y^2 + y^4 &= x^4 + 2x^2 y^2 + y^4 - x^2 y^2 \\ &= (x^2 + y^2)^2 - x^2 y^2 \\ &= (x^2 + y^2 + xy)(x^2 + y^2 - xy) \\ &= (x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2). \end{aligned}$$

9. 試分解下二式之因數：

$$(i) \quad x^4 + 36y^4,$$

$$(ii) \quad x^4 - 2(a^2 + b^2)x^2 + (a^2 - b^2)^2.$$

(i) 【解】

$$\begin{aligned} x^4 + 36y^4 &= x^4 + 12x^2 y^2 + 36y^4 - 12x^2 y^2 \\ &= (x^2 + 6y^2)^2 - 12x^2 y^2 \\ &= (x^2 + 6y^2 + 2\sqrt{3}xy)(x^2 + 6y^2 - 2\sqrt{3}xy) \\ &= (x^2 + 2\sqrt{3}xy + 6y^2)(x^2 - 2\sqrt{3}xy + 6y^2). \end{aligned}$$

(ii) 【解】

$$\begin{aligned}
 & x^4 - 2(a^2 + b^2)x^2 + (a^2 - b^2)^2 \\
 &= x^4 - 2(a^2 + b^2)x^2 + (a^2 + b^2)^2 - 4a^2b^2 \\
 &= \{ x^2 - (a^2 + b^2) \}^2 - (2ab)^2 \\
 &= \{ x^2 - (a^2 + b^2) + 2ab \} \{ x^2 - (a^2 + b^2) - 2ab \} \\
 &= \{ x^2 - (a - b)^2 \} \{ x^2 - (a + b)^2 \} \\
 &= (x + a - b)(x - a + b)(x + a + b)(x - a - b).
 \end{aligned}$$

10. 試分解下式之因數:

$$(1 + y)^2 - 2x^2(1 + y^2) + x^4(1 - y^2)^2.$$

$$\begin{aligned}
 \text{【解】} & (1 + y)^2 - 2x^2(1 + y^2) + x^4(1 - y^2)^2 \\
 &= (1 + y^2) - 2x^2(1 + y^2) + x^4(1 + y^2) + 2y - 2yx^4 \\
 &= (1 + y^2)(1 - 2x^2 + x^4) + 2y(1 - x^4) \\
 &= (1 + y^2)(1 - x^2)^2 + 2y(1 + x^2)(1 - x^2) \\
 &= (1 - x^2) \{ (1 + y^2)(1 - x^2) + 2y(1 + x^2) \} \\
 &= (1 - x^2) \{ 1 + 2y + y^2 - x^2(1 - 2y + y^2) \} \\
 &= (1 + x)(1 - x) \{ (1 + y)^2 - x^2(1 - y)^2 \} \\
 &= (1 + x)(1 - x)(1 + y + x - xy)(1 + y - x + xy).
 \end{aligned}$$

11. 有式 $x(x^2 - 1) - y(y^2 - 1) + xy(x - y)$

試將其因子分解之.

$$\begin{aligned}
 \text{【解】} & x(x^2 - 1) - y(y^2 - 1) + xy(x - y) \\
 &= x^3 - x - y^3 + y + xy(x - y) \\
 &= (x^3 - y^3) - (x - y) + xy(x - y)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (x-y) \{ (x^2 + xy + y) - 1 + xy \} \\
 &= (x-y) \{ (x^2 + 2xy + y^2) - 1 \} \\
 &= (x-y) \{ (x+y)^2 - 1 \} \\
 &= (x-y)(x+y+1)(x+y-1).
 \end{aligned}$$

12. 試分解 $2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4$ 之因數.

【解】

$$\begin{aligned}
 &2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4 \\
 &= -(a^4 - 2a^2b^2 - 2a^2c^2 + b^4 - 2b^2c^2 + c^4) \\
 &= - \{ a^4 - 2(b^2 + c^2)a^2 + (b^2 + c^2)^2 - 4b^2c^2 \} \\
 &= - [\{ a^2 - (b^2 + c^2) \}^2 - 4b^2c^2] \\
 &= - [(a^2 - b^2 - c^2 + 2bc)(a^2 - b^2 - c^2 - 2bc)] \\
 &= - \{ a^2 - (b-c)^2 \} \{ a^2 - (b+c)^2 \} \\
 &= -(a+b-c)(a-b+c)(a+b+c)(a-b-c).
 \end{aligned}$$

13. 試分解 $bc(b-c) + ca(c-a) + ab(a-b)$ 之因數.

【解】

$$\begin{aligned}
 &bc(b-c) + ca(c-a) + ab(a-b) \\
 &= bc(b-c) + c^2a - ca^2 + a^2b - ab^2 \\
 &= bc(b-c) - a(b^2 - c^2) + a^2(b-c) \\
 &= (b-c) \{ bc - a(b+c) + a^2 \} \\
 &= (b-c) \{ a^2 - (b+c)a + bc \} \\
 &= (b-c)(a-b)(a-c) \\
 &= -(b-c)(c-a)(a-b).
 \end{aligned}$$

【應用】 $b^2(c-a) + c^2(a-b) + a^2(b-c)$, 試分解其因數.

【注意】原式分解至 $(b-c)(a-b)(a-c)$ 本可作為結果，而特以 $-(b-c)(c-a)(a-b)$ 為答式者，依輪換等勢式之例耳。

14. 有 $(x-a)^2(b-c) + (x-b)^2(c-a) + (x-c)^2(a-b)$ ，試簡單之後，而分解其因數。

$$\begin{aligned}
 \text{【解】 } & (x-a)^2(b-c) + (x-b)^2(c-a) + (x-c)^2(a-b) \\
 &= (x^2 - 2ax + a^2)(b-c) + (x^2 - 2bx + b^2)(c-a) \\
 &\quad + (x^2 - 2cx + c^2)(a-b) \\
 &= \{ (b-c) + (c-a) + (a-b) \} x^2 \\
 &\quad - 2 \{ a(b-c) + b(c-a) + c(a-b) \} x \\
 &\quad + a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b).
 \end{aligned}$$

其 x^2 ， x 各係數均等於0。

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{原式} &= a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \\
 &= a^2(b-c) - a(b^2 - c^2) + bc(b-c) \\
 &= (b-c) \{ a^2 - a(b+c) + bc \} \\
 &= (b-c)(a-b)(a-c) \\
 &= -(b-c)(c-a)(a-b).
 \end{aligned}$$

15. 試分解 $(a^2 + b^2 + c^2)^3 - (a^6 + b^6 + c^6)$ 之因數。

【解】 令 $a^2 = -b^2$ 則原式=0。

故知 $a^2 + b^2$ 為其一因子，

同樣再得其二因子，為

$$b^2 + c^2, \quad c^2 + a^2.$$

由是原式 $= (a^2 + b^2)(b^2 + c^2)(c^2 + a^2)(a^2 + b^2)$ 。

比較 a^4b^2 之係數得 $u=3$.

$$\therefore \text{原式} = 3(b^2+c^2)(c^2+a^2)(a^2+b^2).$$

16. 試分解 $(y+z)(z+x)(x+y)+xyz$ 之因數.

【解】 令 $x+y+z=0$,

則 $y+z=-x$,

$$z+x=-y,$$

$$x+y=-z.$$

$$\begin{aligned} \text{從而原式} &= (-x)(-y)(-z) + xyz \\ &= -xyz + xyz = 0. \end{aligned}$$

故知原式有 $x+y+z$ 之因子,

而原式為三次式.

$$\text{故原式} = (x+y+z) \{ u(x^2+y^2+z^2) + N(xy+yz+zx) \}$$

比較係數,得

$$u=0, \quad N=1$$

$$\therefore \text{原式} = (x+y+z)(xy+yz+zx).$$

摘 要 三

多項式之最大公約數

- (A) 二個多項式,其因數容易分解則分解,之後取其共同之積,而附以指數之最小者.
- (B) 二個多項式 A, B , 其因數不容易分解,則先以 B 除 A , 得剩餘 C , 次以 C 除 B 得剩餘 D , 再以 D 除 C , 如是輾轉相除, 至最後之除式, 即 A 與 B 之最大公約數.
- (C) 有三個以上之多項式, 求最大公約數, 則先求二式之最大公約數, 而後以所求得之最大公約數與其餘之式求最大公約數, 順次如是, 最後所得之除式, 即所求之最大公約數.

多項式之最小公倍數

- (A) 二個多項式, 其因數容易分解, 則分解之後, 取其各異因數作乘積, 而附以指數之最大者.
- (B) 二個多項式, 其因數不容易分解, 則先求二個多項式之最大公約數, 以之除任一式, 以其商乘他式即得.
- (C) 三個以上多項式, 求最小公倍數, 先求其中任二

式之最小公倍數,次以其最小公倍數與其餘之一式,求最小公倍數,次第如斯,最後所得,即所求之最小公倍數.

多項式之最大公約及最小公倍

17. 有式 $x^4+3x^2+6x+35$, $x^3-4x^2+10x-7$, 試求其最高公因子及最低公倍數.

【解】

$$\begin{array}{r|l} x^2-3x+7 & \begin{array}{l} x-1 \\ x^3-4x^2+10x-7 \\ x^3-3x^2+7x \\ \hline -x^2+3x-7 \\ -x^2+3x-7 \\ \hline 4x^3-7x^2+13x+35 \\ 4x^3-16x^2+40x-28 \\ \hline 9)9x^2-27x+63 \\ \hline x^2-3x+7 \end{array} \end{array}$$

$$\therefore \text{H.C.F.} = x^2 - 3x + 7$$

$$(x^3 - 4x^2 + 10x - 7) \div (x^2 - 3x + 7) = x - 1.$$

$$\therefore \text{L.C.M.} = (x-1)(x^4+3x^2+6x+35).$$

18. 有 $2x^3-x^2+x-6$ 及 $6x^3-9x^2+10x-15$, 同時爲零, 則 x 之值若干.

【解】 先求兩式之 H.C.F.

$$\begin{array}{r|l} 2x^3-x^2+x-6 & \begin{array}{l} 3 \\ 6x^3-9x^2+10x-15 \\ 6x^3-3x^2+3x-18 \\ \hline -6x^2+7x+3 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 6x^2-7x-3 & \begin{array}{l} x+2 \\ 2x^3-x^2+x-6 \\ 6x^3-3x^2+3x-18 \\ 6x^3-7x^2-3x \\ \hline 4x^2+6x-18 \\ 12x^2+18x-54 \\ 12x^2-14x-6 \\ \hline 16)32x-48 \\ \hline 2x-3 \end{array} \end{array}$$

$$2x-3 \left| \begin{array}{r} 3x+1 \\ 6x^2-7x-3 \\ 6x^2-9x \\ \hline 2x-3 \\ 2x-3 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \therefore \text{H.C.F.} = 2x-3 \\ \text{由是 } 2x-3=0 \\ \therefore x = \frac{3}{2}. \end{array}$$

19. 有 $11x^4 - 9ax^3 - a^2x^2 - a^4$

及 $13x^4 - 10ax^3 - 2a^2x^2 - a^4$, 試求其 H.C.F.

【解】

$$\begin{array}{r} 13x^4 - 10ax^3 - 2a^2x^2 - a^4 \\ 11x^4 - 9ax^3 - a^2x^2 - a^4 \\ \hline x^2 \overline{) 2x^4 - ax^3 - a^2x^2} \\ \underline{2x^2 - ax - a^2} = (2x+a)(x-a) \end{array}$$

令 $x=a$, 則

$$11a^4 - 9a \cdot a^3 - a^2 \cdot a^2 - a^4 = 0$$

$$13a^4 - 10a \cdot a^3 - 2a^2 \cdot a^2 - a^4 = 0$$

故 $x-a$ 為原二式之因數。

又令 $2x = -a$, 則

$$11x^4 + 9 \cdot 2x \cdot x^3 - 4x^2 \cdot x^2 - 16x^4 = 9x^4.$$

$$13x^4 + 10 \cdot 2x \cdot x^3 - 2 \cdot 4x^2 \cdot x^2 - 16x^4 = 9x^4.$$

故 $2x+a$ 非原二式之因數，

由是知 $x-a$ 為其 H.C.F.

20. $x^2 + px + q$ 及 $x^2 + p'x + q'$ 之 H.C.F.

為 $x+a$, 則 $a = \frac{q-q'}{p-p'}$, 試證之。

【解】原二式均有 $x+a$ 之公因數，

由剩餘之定理，知 令 $x = -a$,

其兩式均常等於 0.

$$\text{故 } a^2 - pa + q = 0$$

$$a^2 - p'a + q' = 0$$

$$-(p-p')a + q - q' = 0.$$

$$\therefore (p-p')a = q - q'.$$

$$\therefore a = \frac{q - q'}{p - p'}.$$

$$21. \quad (i) \quad \frac{a^2 - 8ab + 7b^2}{a^2 - 3ab - 28b^2} \text{ 試簡單之.}$$

$$(ii) \quad \frac{6a^4 - 5a^3 - 20a^2 + 1}{4a^4 - 17a^2 - 10a + 3} \text{ 試簡單之.}$$

$$\begin{aligned} \text{【解】 } (i) \quad \frac{a^2 - 8ab + 7b^2}{a^2 - 3ab - 28b^2} &= \frac{(a-b)(a-7b)}{(a+4b)(a-7b)} \\ &= \frac{a-b}{a+4b}. \end{aligned}$$

(ii) 先求得分母子之 H. C. F.

$$= 2a^2 - 5a + 1,$$

$$\therefore \frac{6a^4 - 5a^3 - 20a^2 + 1}{4a^4 - 17a^2 - 10a + 3} = \frac{3a^2 + 5a + 1}{2a^2 + 5a + 3}.$$

$$22. \quad \frac{2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 4}{2x^4 - x^3 - 9x^2 + 4x + 4} \text{ 試簡約之.}$$

【解】 求分母子之 H. C. F.

$$\begin{array}{r} 2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 4 \quad \frac{1}{2x^4 - x^3 - 9x^2 + 4x + 4} \\ \underline{2x^4 - 3x^3 - 3x^2 \quad + 4} \\ 2x|2x^3 - 6x^2 + 4x \\ \underline{x^2 - 3x + 2} \end{array}$$

$$x^2 - 3x + 2 \begin{array}{r} \frac{2x^2 + 3x + 2}{2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 4} \\ \frac{2x^4 - 6x^3 + 4x^2}{3x^3 - 7x^2 + 4} \\ \frac{3x^3 - 9x^2 + 6x}{3x^3 - 9x^2 + 6x} \\ \frac{2x^2 - 6x + 4}{2x^2 - 6x + 4} \end{array}$$

$$\therefore \text{H.C.F} = x^2 - 3x + 2,$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{2x^2 + 3x + 2}{2x^2 + 5x + 2}.$$

23. $\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} + \frac{2x(x-1)^2}{x^4 + x^2 + 1} + \frac{2x^2(x^2-1)^2}{x^8 + x^4 + 1}$ 試簡單之.

【解】 $\because x^8 + x^4 + 1 = (x^4 + x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1)$

$$= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)(x^4 - x^2 + 1)$$

$$\therefore \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} + \frac{2x(x-1)^2}{x^4 + x^2 + 1} + \frac{2x^2(x^2-1)^2}{x^8 + x^4 + 1}$$

$$= \frac{(x^2 - x + 1)^2 + 2x(x-1)^2}{x^4 + x^2 + 1} + \frac{2x^2(x^2-1)^2}{x^8 + x^4 + 1}$$

$$= \frac{x^4 - x^2 + 1}{x^4 + x^2 + 1} + \frac{2x^2(x^2-1)^2}{x^8 + x^4 + 1}$$

$$= \frac{(x^4 - x^2 + 1)^2 + 2x^2(x^2-1)^2}{x^8 + x^4 + 1}$$

$$= \frac{x^8 - x^4 + 1}{x^8 + x^4 + 1}.$$

【注意】此題運算，須自左至右方，較為便當。

24. 下列之式試簡單之.

(i) $\frac{x^4 - 16}{x^2 + 4x^2 + 16} \times \frac{x^3 - 8}{x^2 + 4} \div \frac{(x-2)^2(x+2)}{x^2 - 2x + 4},$

$$(ii) \quad \frac{2}{x^2+x-6} + \frac{x-3}{x^2-2x-15} - \frac{1}{x-2}$$

$$\begin{aligned} \text{【解】 (i) 原式} &= \frac{(x^2+4)(x+2)(x-2)}{(x^2+2x+4)(x^2-2x+4)} \\ &\times \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^2+4} \times \frac{x^2-2x+4}{(x-2)^2(x+2)} \\ &= 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ii) \quad \text{原式} &= \frac{2}{(x+3)(x-2)} + \frac{x-3}{(x-5)(x+3)} - \frac{1}{x-2} \\ &= \frac{2(x-5) + (x-3)(x-2) - (x+3)(x-5)}{(x+3)(x-2)(x-5)} \\ &= \frac{-x+11}{(x+3)(x-2)(x-5)}. \end{aligned}$$

25. 下列之式試簡單之:

$$(i) \quad \frac{1-x}{1+x+x^2} - \frac{1+x}{1-x+x^2},$$

$$(ii) \quad \frac{y}{1+\frac{y}{x}} - \frac{y}{1-\frac{y}{x}} - \frac{2}{\frac{1}{x} - \frac{x}{y^2}},$$

$$\begin{aligned} \text{【解】 (i)} \quad &\frac{1-x}{1+x+x^2} - \frac{1+x}{1-x+x^2} \\ &= \frac{(1-x)(1-x+x^2) - (1+x)(1+x+x^2)}{(1+x+x^2)(1-x+x^2)} \\ &= \frac{(1-x)^2 + (1-x)x^2 - (1+x)^2 - (1+x)x^2}{(1+x+x^2)(1-x+x^2)} \\ &= \frac{-4x-2x^3}{1+x^2+x^4} = -\frac{4x+2x^3}{1+x^2+x^4}. \end{aligned}$$

$$(ii) \quad \frac{y}{1+\frac{y}{x}} - \frac{y}{1-\frac{y}{x}} - \frac{2}{\frac{1}{x} - \frac{x}{y^2}}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{xy}{y+x} - \frac{xy}{x-y} - \frac{2xy^2}{y^2-x^2} \\
 &= \frac{xy(x-y-x-y+2y)}{x^2-y^2} = 0.
 \end{aligned}$$

26. 試將次式簡單之,

$$\frac{x^3 - ax(x-1) - a^2}{x^2 - a^2} - \frac{x^5 - cx^3 + bx^2 - bc}{x^4 + ax^3 + bx + ab}$$

$$\begin{aligned}
 \text{【解】} \quad & \frac{x^3 - ax(x-1) - a^2}{x^2 - a^2} - \frac{x^5 - cx^3 + bx^2 - bc}{x^4 + ax^3 + bx + ab} \\
 &= \frac{x^3 - ax^2 + ax - a^2}{x^2 - a^2} - \frac{x^3(x^2 - c) + b(x^2 - c)}{x^3(x+a) + b(x+a)} \\
 &= \frac{x^2(x-a) + a(x-a)}{(x+a)(x-a)} - \frac{(x^2 - c)(x^3 + b)}{(x+a)(x^3 + b)} \\
 &= \frac{(x-a)(x^2 + a)}{(x+a)(x-a)} - \frac{x^2 - c}{x+a} \\
 &= \frac{x^2 + a}{x+a} - \frac{x^2 - c}{x+a} \\
 &= \frac{a+c}{x+a}.
 \end{aligned}$$

27. 試化下式為最簡之形;

$$\left(1 - \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right) \left\{1 + \frac{(a+b+c)(b+c-a)}{(a-b+c)(a+b-c)}\right\}$$

$$\begin{aligned}
 \text{【解】} \quad & \left(1 - \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right) \left\{1 + \frac{(a+b+c)(b+c-a)}{(a-b+c)(a+b-c)}\right\} \\
 &= \frac{2bc - b^2 - c^2 + a^2}{2bc} \cdot \left\{ \frac{(a-b+c)(a+b-c) + (a+b+c)(b+c-a)}{(a-b+c)(a+b-c)} \right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{a^2 - (b-c)^2}{2bc} \times \frac{a^2 - (b-c)^2 + (b+c)^2 - a^2}{(a-b+c)(a+b-c)} \\
 &= \frac{a^2 - (b-c)^2}{2bc} \times \frac{4bc}{(a-b+c)(a+b-c)} \\
 &= \frac{(a-b+c)(a+b-c)}{2bc} \times \frac{4bc}{(a-b+c)(a+b-c)} \\
 &= 2.
 \end{aligned}$$

28. 試將下式簡單之；

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{(x-y)(x-z)(a-x)} + \frac{1}{(y-z)(y-x)(a-y)} \\
 &+ \frac{1}{(z-x)(z-y)(a-z)}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{【解】 原式} &= \frac{1}{(x-y)(x-z)(a-x)} + \frac{-1}{(y-z)(x-y)(a-y)} \\
 &+ \frac{1}{(x-z)(y-z)(a-z)} \\
 &= \frac{(y-z)(a-y)(a-z) + (z-x)(a-x)(a-z) + (x-y)(a-x)(a-y)}{(x-y)(x-z)(y-z)(a-x)(a-y)(a-z)}
 \end{aligned}$$

分子之 a 羣，順次排列，則 a^2 ， a 之係數為 0，故

$$\begin{aligned}
 &= \frac{yz(y-z) + zx(z-x) + xy(x-y)}{(x-y)(x-z)(y-z)(a-x)(a-y)(a-z)} \\
 &= \frac{(y-z)(x-y)(x-z)}{(x-y)(x-z)(y-z)(a-x)(a-y)(a-z)} \\
 &= \frac{1}{(a-x)(a-y)(a-z)}.
 \end{aligned}$$

29. 試將次式簡單之：

$$\frac{1}{(a-b)(a-c)(x+a)} + \frac{1}{(b-c)(b-a)(x+b)}$$

$$+ \frac{1}{(c-a)(c-b)(x+c)}.$$

【解】 原式 = $\frac{1}{(a-b)(a-c)(x+a)} + \frac{-1}{(a-b)(b-c)(x+b)}$

$$+ \frac{1}{(a-c)(b-c)(x+c)}$$

$$= \frac{(b-c)(x+b)(x+c) + (c-a)(x+c)(x+a) + (a-b)(x+a)(x+b)}{(a-b)(a-c)(b-c)(x+a)(x+b)(x+c)}$$

其分子 = $\{ (b-c) + (c-a) + (a-b) \} x^2 +$

$$+ \{ (b^2 - c^2) + (c^2 - a^2) + (a^2 - b^2) \} x$$

$$+ bc(b-c) + ca(c-a) + ab(a-b)$$

$$= bc(b-c) + ca(c-a) + ab(a-b)$$

$$= bc(b-c) - a(b^2 - c^2) + a^2(b-c)$$

$$= (b-c) \{ bc - a(b+c) + a^2 \}$$

$$= (b-c)(a-b)(a-c).$$

∴ 原式簡約之則為 $\frac{1}{(x+a)(x+b)(x+c)^2}$

30. 有 $\frac{bc(x-a)^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{ca(x-b)^2}{(b-c)(b-a)}$

$$+ \frac{ab(x-c)^2}{(c-a)(c-b)} \text{ 試簡單之}$$

【解】 原式 = $\{ bc(b-c)(x^2 - 2ax + a^2) - ca(a-c)(x^2 - 2bx + b^2)$

$$+ ab(a-b)(x^2 - 2cx + c^2) \} \div \{ (a-b)(a-c)(b-c) \}$$

$$\begin{aligned}
 \text{其分子} &= \{ bc(b-c) + ca(c-a) + ab(a-b) \} x^2 \\
 &\quad - 2 \{ abc(b-c) + abc(c-a) + abc(a-b) \} x \\
 &\quad + abc \{ (b-c)a + (c-a)b + (a-b)c \} \\
 &= \{ bc(b-c) + ca(c-a) + ab(a-b) \} x^2 \\
 &= (b-c)(a-c)(a-b)x^2.
 \end{aligned}$$

∴ 原式 = x^2 .

31. 試將次式簡單之:

$$\frac{a-b}{a-b + \frac{1}{a+b + \frac{1}{a-b}}}$$

$$\begin{aligned}
 \text{【解】} \quad \frac{a-b}{a-b + \frac{1}{a+b + \frac{1}{a-b}}} &= \frac{a-b}{a-b + \frac{a-b}{a^2-b^2+1}} \\
 &= \frac{(a-b)(a^2-b^2+1)}{(a-b)(a^2-b^2+1) + (a-b)} \\
 &= \frac{(a-b)(a^2-b^2+1)}{(a-b)(a^2-b^2+2)} \\
 &= \frac{a^2-b^2+1}{a^2-b^2+2}.
 \end{aligned}$$

$$32. \quad \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b+c}} \div \left\{ 1 + \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} \right\} \text{ 試簡單之}$$

$$\text{【解】 原式} = \frac{b+c+a}{b+c-a} \div \frac{2bc+b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{b+c+a}{b+c-a} \times \frac{2bc}{(b+c)^2 - a^2} \\
 &= \frac{b+c+a}{b+c-a} \times \frac{2bc}{(b+c+a)(b+c-a)} \\
 &= \frac{2bc}{(b+c-a)^2}.
 \end{aligned}$$

33.
$$\frac{\left(\frac{x+a}{x-a}\right)^2 + \left(\frac{x-a}{x+a}\right)^2 - 2}{\left(\frac{x+a}{x-a}\right)^2 - \left(\frac{x-a}{x+a}\right)^2}$$
 試簡單之.

【解】原式 =
$$\frac{\left(\frac{x+a}{x-a} - \frac{x-a}{x+a}\right)^2}{\left(\frac{x+a}{x-a} + \frac{x-a}{x+a}\right)\left(\frac{x+a}{x-a} - \frac{x-a}{x+a}\right)}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\frac{x+a}{x-a} - \frac{x-a}{x+a}}{\frac{x+a}{x-a} + \frac{x-a}{x+a}} \\
 &= \frac{(x+a)^2 - (x-a)^2}{(x+a)^2 + (x-a)^2} \\
 &= \frac{4ax}{2(x^2 + a^2)} \\
 &= \frac{2ax}{x^2 + a^2}.
 \end{aligned}$$

34.
$$(yz + zx + xy) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right)$$

$$-xyz \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \right)$$
 試簡單之.

【解】原式 =
$$\frac{(yz + zx + xy)^2}{xyz} - xyz \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \right)$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{y^2z^2 + z^2x^2 + x^2y^2 + 2xyz(x+y+z)}{xyz} \\
 &\quad - \left(\frac{yz}{x} + \frac{zx}{y} + \frac{xy}{z} \right) \\
 &= \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y} + \frac{xy}{z} + 2(x+y+z) \\
 &\quad - \left(\frac{yz}{x} + \frac{zx}{y} + \frac{xy}{z} \right) \\
 &= 2(x+y+z).
 \end{aligned}$$

35. 設 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$, $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0$,

則 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$, 試證之.

【解】 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$, 試平方之, 則

$$\begin{aligned}
 &\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + 2 \left(\frac{xy}{ab} + \frac{yz}{bc} + \frac{zx}{ca} \right) \\
 &= 1,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{即 } &\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + 2 \frac{xyz}{abc} \left(\frac{c}{z} + \frac{a}{x} + \frac{b}{y} \right) \\
 &= 1,
 \end{aligned}$$

$$\text{因 } \frac{c}{z} + \frac{a}{x} + \frac{b}{y} = 0,$$

$$\text{故 } 2 \cdot \frac{xyz}{abc} \left(\frac{c}{z} + \frac{a}{x} + \frac{b}{y} \right) = 0.$$

$$\therefore \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

36. $\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \dots, \frac{a_n}{b_n}$ 此各分數中以 $\frac{a_1}{b_1}$ 爲最小,

$\frac{a_n}{b_n}$ 爲最大,

則 $\frac{a_1}{b_1} < \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n} < \frac{a_n}{b_n}$ 試證之.

但 $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$ 皆爲正整數.

【解】 令 $\frac{a_1}{b_1} = k$, 則 $a_1 = b_1 k$,

從而 $\frac{a_2}{b_2} > k \quad \therefore a_2 > b_2 k$, 但 $b_2 > 0$

$\frac{a_3}{b_3} > k \quad \therefore a_3 > b_3 k$,

.....

$\frac{a_n}{b_n} > k \quad \therefore a_n > b_n k$,

$\therefore (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n) > (b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n)k$

$\therefore \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n} > k = \frac{a_1}{b_1}$.

同樣 $\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n} < \frac{a_n}{b_n}$,

$\therefore \frac{a_1}{b_1} < \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n} < \frac{a_n}{b_n}$.

37. 設 $(a+b+c)^2 = 3(ab+bc+ca)$, 則 $a=b=c$,

試證之.

【解】 將原式之括弧解之, 則

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc = 3ab + 3bc + 3ac.$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0.$$

倍之, $2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2ac - 2bc = 0$.

$$\text{即 } (a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2) = 0$$

$$\text{即 } (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 0,$$

左邊各項決不能為負,故各項不得不分別為0.

$$\text{即 } a-b=0, b-c=0, c-a=0.$$

$$\therefore a=b, b=c, c=a.$$

$$\therefore a=b=c.$$

38. 設 $2x = a + \frac{1}{a}$, $2y = b + \frac{1}{b}$,

則 $2\{xy - \sqrt{x^2 - 1} \sqrt{y^2 - 1}\}$ 之值若干, 試計算之.

【解】 $\because 2x = a + \frac{1}{a}, \therefore x = \frac{a^2 + 1}{2a}$,

$$\therefore x^2 - 1 = \frac{(a^2 + 1)^2}{4a^2} - 1 = \frac{(a^2 - 1)^2}{4a^2}.$$

同樣 從 $2y = b + \frac{1}{b}$ 得

$$y^2 - 1 = \frac{(b^2 + 1)^2}{4b^2} - 1 = \frac{(b^2 - 1)^2}{4b^2}.$$

$$\therefore 2\{xy - \sqrt{x^2 - 1} \sqrt{y^2 - 1}\}$$

$$= 2 \left\{ \frac{a^2 + 1}{2a} \cdot \frac{b^2 + 1}{2b} - \frac{a^2 - 1}{2a} \cdot \frac{b^2 - 1}{2b} \right\}$$

$$= \frac{(a^2 + 1)(b^2 + 1) - (a^2 - 1)(b^2 - 1)}{2ab}$$

$$= \frac{a^2 + 1, 2}{ab}.$$

39. 試以 $x + \frac{1}{x} = z$ 表 $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 及 $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 之項.

$$\begin{aligned} \text{【解】 } x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x^2 - 1 + \frac{1}{x^2}\right) \\ &= \left(x + \frac{1}{x}\right) \left\{ \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 3 \right\} \\ &= z(z^2 - 3). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^5 + \frac{1}{x^5} &= \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x^4 - x^2 + 1 - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4}\right) \\ &= \left(x + \frac{1}{x}\right) \left\{ x^4 + 2 + \frac{1}{x^4} - \left(x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}\right) + 1 \right\} \\ &= \left(x + \frac{1}{x}\right) \left\{ \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 1 \right\} \\ &= \left(x + \frac{1}{x}\right) \left[\left\{ \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \right\}^2 - \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 1 \right] \\ &= z[(z^2 - 2)^2 - z^2 + 1] \\ &= z(z^4 - 5z^2 + 5). \end{aligned}$$

40. 有 $x = \frac{a}{b+c}$, $y = \frac{b}{c+a}$, $z = \frac{c}{a+b}$,

試求 $xy + yz + zx + 2xyz$ 之值.

【解】 $xy + yz + zx + 2xyz$

$$\begin{aligned} &= \frac{ab}{(b+c)(c+a)} + \frac{bc}{(c+a)(a+b)} + \frac{ca}{(a+b)(b+c)} + \frac{2abc}{(b+c)(c+a)(a+b)} \\ &= \frac{ab(a+b) + bc(b+c) + ca(c+a) + 2abc}{(b+c)(c+a)(a+b)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{a^2(a+b) + (a^2 + 2ab + b^2)c + (a+b)c^2}{(b+c)(c+a)(a+b)} \\
 &= \frac{(a+b) \{ ah + (a+b)c + c^2 \}}{(b+c)(c+a)(a+b)} \\
 &= \frac{(a+b)(a+c)(b+c)}{(b+c)(c+a)(a+b)} \\
 &= 1.
 \end{aligned}$$

41. 設 $x + \frac{1}{y} = 1$, 且 $y + \frac{1}{z} = 1$,

則 $z + \frac{1}{x} = 1$, 試證之.

【解】 從 $x + \frac{1}{y} = 1$ 得 $xy - y = -1$,

$$\therefore y = \frac{1}{1-x}.$$

又從 $y + \frac{1}{z} = 1$, 得 $y = 1 - \frac{1}{z}$.

$$\therefore \frac{1}{1-x} = 1 - \frac{1}{z}, \text{ 即 } \frac{1}{1-x} = \frac{z-1}{z}.$$

$$\therefore z = z - zx - 1 + x,$$

$$\therefore zx + 1 = x,$$

$$\therefore z + \frac{1}{x} = 1.$$

42. 已知 $a = \frac{px+q}{rx+s}$, $b = \frac{py+q}{ry+s}$, $c = \frac{p}{r}$, $d = \frac{q}{s}$,

試求 $\frac{\frac{a-c}{b-c}}{\frac{a-d}{b-d}}$ 之值, 并化爲最簡之形.

【解】 $\because a = \frac{px+q}{1x+s}, b = \frac{py+q}{1y+s},$

$$c = \frac{p}{r}, \quad d = \frac{q}{s}.$$

$$\therefore a-c = \frac{px+q}{1x+s} - \frac{p}{r} = \frac{qr-ps}{(1x+s)r},$$

$$a-d = \frac{px+q}{1x+s} - \frac{q}{s} = \frac{(ps-qr)x}{(1x+s)s},$$

$$b-c = \frac{py+q}{1y+s} - \frac{p}{r} = \frac{qr-ps}{(1y+s)r},$$

$$b-d = \frac{py+q}{1y+s} - \frac{q}{s} = \frac{(ps-1q)y}{(1y+s)s},$$

$$\therefore \frac{a-c}{b-c} \div \frac{a-d}{b-d} = \frac{1y+s}{1x+s} \div \frac{(1y+s)x}{(1x+s)y} = \frac{y}{x}.$$

摘 要 四

二元聯立一次方程式之根之公式

$$\therefore \left. \begin{array}{l} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{array} \right\} \therefore x = \frac{cb'-c'b}{ab'-a'b} ;$$

$$y = \frac{ac'-a'c}{ab'-a'b}.$$

一元二次方程式

1. $ax^2+bx+c=0$ 之根爲

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

2. $ax^2+2bx+c=0$ 之根爲

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a}.$$

3. $ax^2+bx+c=0$ 之根之判別式爲 D ,

$$\text{則 } D = b^2 - 4ac.$$

4. $b^2 - 4ac > 0$, 則 $ax^2+bx+c=0$,

有相異之實根.

$$b^2 - 4ac = 0, \text{ 則 } ax^2+bx+c=0,$$

有等根.

$$b^2 - 4ac < 0, \text{ 則 } ax^2 + bx + c = 0,$$

有相異之虛根.

5. 根與係數之關係.

令 $ax^2 + bx + c = 0$ 之二根為 γ, β ,

$$\text{則 } \gamma + \beta = -\frac{b}{a}, \quad \gamma\beta = \frac{c}{a}.$$

二元聯立一次方程式

43. 有 $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ 及 $lx + my + nz = s$, 試解之.

【解】依等分數之理,得

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{lx + my + nz}{la + mb + nc}.$$

然 $lx + my + nz = s$,

$$\therefore \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{s}{la + mb + nc}.$$

$$\therefore x = \frac{as}{la + mb + nc},$$

$$y = \frac{bs}{la + mb + nc},$$

$$z = \frac{cs}{la + mb + nc}.$$

【應用】有 $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$,

及 $ax + by + cz = s$, 試解之.

44. $4x - 6y - 3 = 7x + 2y - 4 = -2x + 3y + 24$, 試解之.

【解】從原式分爲

$$4x - 6y - 3 = -2x + 3y + 24, \dots\dots\dots(1)$$

$$7x + 2y - 4 = -2x + 3y + 24. \dots\dots\dots(2)$$

將(1)移項而簡單之,則

$$6x - 9y = 27.$$

$$\text{即 } 2x - 3y = 9. \dots\dots\dots(3)$$

$$\text{從(2)得 } 9x - y = 28. \dots\dots\dots(4)$$

$$(4) \times 3 - (3) \quad 25x = 75$$

$$\therefore x = 3.$$

$$\text{代 入(3)得 } y = -1;$$

$$\therefore \begin{cases} x = 3 \\ y = -1. \end{cases}$$

$$45. \quad \left. \begin{aligned} \text{有 } \frac{x}{6} + \frac{y}{9} + \frac{z}{10} &= 9, \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} - \frac{z}{25} &= 11, \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{18} + \frac{z}{10} &= 10. \end{aligned} \right\} \text{試解之.}$$

【解】將各原式去分母得

$$15x + 10y + 9z = 810 \dots\dots\dots(1)$$

$$50x + 75y - 6z = 1650 \dots\dots\dots(2)$$

$$45x - 5y + 9z = 900 \dots\dots\dots(3)$$

$$(3) - (1) \quad 30x - 15y = 90$$

$$\text{即 } 2x - y = 6. \dots\dots\dots(4)$$

$$\{ (1) \times 2 + (2) \times 3 \} \div 5, \quad 56x + 49y = 1314. \dots\dots\dots(5)$$

$$(4) \times 49 + (5) \quad 134x = 1008$$

$$\therefore \begin{cases} x = 12 \\ y = 18 \end{cases} \text{答}$$

代 入(4)得

以 x, y 之值代入(1) $z = 50$

46. 試解次之聯立方程式:

$$x - ay + a^2z = a^3,$$

$$x - by + b^2z = b^3,$$

$$x - cy + c^2z = c^3.$$

【解】 $x - ay + a^2z = a^3$(1)

$x - by + b^2z = b^3$(2)

$x - cy + c^2z = c^3$(3)

(1)-(2) $(b-a)y - (b^2-a^2)z = a^3 - b^3$

$\therefore y - (b+a)z = -(a^2+ab+b^2)$(4)

(2)-(3) $(c-b)y - (c^2-b^2)z = b^3 - c^3$

$\therefore y - (c+b)z = -(b^2+bc+c^2)$(5)

(4)-(5) $(c-a)z = c^2+bc-ab-a^2$

$$= (c-a)(c+a+b) \quad (a \neq c)$$

$\therefore z = a+b+c$

代入(4)得 $y = bc+ca+ab$ } 答

以 x, y 之值代入(1) $x = abc$

47. $x^2 + y^2 + gx + fy + c = 0$, 此式若能滿足次列三組之值, 則 g, f, c 之值如何?

$$\left. \begin{array}{l} x=0 \\ y=2 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} x=3 \\ y=0 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} x=-1 \\ y=1 \end{array} \right\}$$

【解】 $x^2 + y^2 + gx + fy + c = 0$

若能滿足 $x=3, y=0$ 之一組,則

$$9+3g+c=0. \dots\dots\dots(1)$$

又能滿足 $x=0, y=2$ 之一組,則

$$4+2f+c=0. \dots\dots\dots(2)$$

再能滿足 $x=-1, y=1$ 之一組,則

$$2-g+f+c=0. \dots\dots\dots(3)$$

以 (1), (2), (3) 聯立而解之,則

$$(1)-(2) \quad 3g-2f=-5, \dots\dots\dots(4)$$

$$(2)-(3) \quad g+f=-2. \dots\dots\dots(5)$$

$$(5) \times 2 + (4) \quad 5g = -9.$$

$$\therefore \left. \begin{array}{l} g = -9 \div 5, \\ f = -\frac{1}{5}. \\ c = -\frac{18}{5}. \end{array} \right\} \text{答}$$

從 (5) 得

又從 (1) 得

48. 有代數式 $px+2q$, 其 x 為 5 及 20, 則其式之數值為 87, 12, 若 x 為 3.5, 則其值如何, 又其值為零, 則 x 之值如何.

【解】 有 $px+2q$

$$\text{依題得 } 5p+2q=87 \dots\dots\dots(1)$$

$$20p+2q=12. \dots\dots\dots(2)$$

$$(1)-(2) \quad -15p=75. \quad \therefore p=-5.$$

$$\text{代入 (1)} \quad q=56.$$

$$\therefore px+2q=-5x+56 \times 2$$

$$\text{令 } x=3.5.$$

$$\text{則 } -5 \times 3.5 + 112 = 94.5$$

$$\text{又 } -5x + 112 = 0,$$

$$\text{則 } x = 22.4.$$

49. 有 $a(x^2+1)=x(a^2+1)$ 試解之.

【解】試解原式之括弧，移項而整頓之，則

$$ax^2 - (a^2+1)x + a = 0.$$

$$\begin{aligned} \therefore x &= \frac{a^2+1 \pm \sqrt{(a^2+1)^2 - 4a^2}}{2a} \\ &= \frac{a^2+1 \pm \sqrt{a^4 - 2a^2 + 1}}{2a} \\ &= \frac{a^2+1 \pm (a^2-1)}{2a}. \end{aligned}$$

$$\therefore x = a, \text{ 或 } \frac{1}{a}.$$

50. $(1-a^2)(x+a) - 2a(1-x^2) = 0$ 試解之.

【解】試將原式之括弧解之，則

$$(1-a^2)x + a - a^3 - (2a + 2ax^2) = 0,$$

$$\text{即 } 2ax^2 - (a^2-1)x - (a^3+a) = 0.$$

$$\begin{aligned} \therefore x &= \frac{a^2-1 \pm \sqrt{(a^2-1)^2 + 8a(a^3+a)}}{4a} \\ &= \frac{a^2-1 \pm \sqrt{9a^4 + 6a^2 + 1}}{4a} \\ &= \frac{a^2-1 \pm (3a^2+1)}{4a}, \end{aligned}$$

$$\therefore x=a, \text{ 或 } -\frac{a^2+1}{2a}.$$

51. 有 $(b-c)x^2 + (c-a)x + (a-b) = 0$, 試解之.

【解】由公式得

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(c-a) \pm \sqrt{(c-a)^2 - 4(b-c)(a-b)}}{2(b-c)} \\ &= \frac{-(c-a) \pm \sqrt{a^2 - 4ab + 4b^2 + 2ac - 4bc + c^2}}{2(b-c)} \\ &= \frac{-(c-a) \pm \sqrt{(a-2b)^2 + 2(a-2b)c + c^2}}{2(b-c)} \\ &= \frac{-(c-a) \pm (a-2b+c)}{2(b-c)}. \end{aligned}$$

$$\therefore x = \frac{a-b}{b-c}, \text{ 或 } 1.$$

52. $(x-p)(x-q) = 5$, 恒有實根, 試證之.

【解】解原式之括弧而整頓之, 則

$$x^2 - (p+q)x + pq - 5 = 0.$$

此方程式之根之判別式

$$\begin{aligned} &= (p+q)^2 - 4(pq-5) \\ &= p^2 + 2pq + q^2 - 4pq + 20 \\ &= (p-q)^2 + 20. \end{aligned}$$

是 p, q 之值, 不拘如何, 其 $(p-q)^2 + 20$ 恆為正數; 故原式恆有實根.

53. $x^2 + 2(a-1)x + 5a - 9 = 0$ 其根為實數, 則 a 之值

之界限若何?

【解】原式之根爲實數，則其條件爲

$$(a-1)^2 - (5a-9) \geq 0.$$

$$\text{即 } a^2 - 2a + 1 - 5a + 9 \geq 0,$$

$$\text{即 } a^2 - 7a + 10 \geq 0,$$

$$\text{或 } (a-2)(a-5) \geq 0.$$

此兩式成立，其兩因數，無須異符號。

從而 $a \leq 2$ ，或 $a \geq 5$ 。

是即所求 a 之界限也。

54. 有 $x^2 - 2m(x-4) - 15 = 0$ ，其根爲等根，或實根，則 m 之值如何?

【解】解原式之括弧，爲

$$x^2 - 2mx + 8m - 15 = 0.$$

$$\text{其判別式 } = m^2 - (8m - 15)$$

$$= m^2 - 8m + 15$$

$$= (m-3)(m-5).$$

若爲等根，則判別式必爲零。

$$\therefore m=3, \quad m=5.$$

若爲實根，則判別式必爲正。

$$\therefore (m-3)(m-5) \geq 0,$$

$$\therefore m \leq 3 \text{ 或 } m \geq 5.$$

55. 設 $x^2 - px + q = 0$ 之兩根爲 γ 及 β ，試以 p, q 表 γ^3

+ β^2 及 $\gamma^3 + \beta^3$ 之值.

【解】 $x^2 - px + q = 0$ 之兩根為 γ, β ,

則 $\gamma + \beta = p, \quad \gamma\beta = q$

$$\begin{aligned}\gamma^2 + \beta^2 &= (\gamma + \beta)^2 - 2\gamma\beta \\ &= p^2 - 2q.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\gamma^3 + \beta^3 &= (\gamma + \beta)(\gamma^2 - \gamma\beta + \beta^2) \\ &= (\gamma + \beta)\{(\gamma + \beta)^2 - 3\gamma\beta\} \\ &= p(p^2 - 3q).\end{aligned}$$

56. 設 $ax^2 + bx + c = 0$ 之二根為 γ, β , 則

$$\frac{\gamma^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\gamma} = \frac{2abc - b^3}{a^2c}, \text{ 試證之.}$$

【解】 $\because ax^2 + bx + c = 0$ 之二根為 γ, β ,

$$\therefore \gamma + \beta = -\frac{b}{a}, \quad \gamma\beta = \frac{c}{a}.$$

$$\begin{aligned}\text{然 } \frac{\gamma^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\gamma} &= \frac{\gamma^3 + \beta^3}{\gamma\beta} \\ &= \frac{(\gamma + \beta)(\gamma^2 - \gamma\beta + \beta^2)}{\gamma\beta} \\ &= \frac{(\gamma + \beta)\{(\gamma + \beta)^2 - 3\gamma\beta\}}{\gamma\beta} \\ &= \frac{-\frac{b}{a} \left\{ \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - \frac{3c}{a} \right\}}{\frac{c}{a}} \\ &= \frac{3abc - b^3}{a^2c}.\end{aligned}$$

57. 有式 $ax^2+bx+c=0$, 已知其兩根, (A) 相等 (B) 一爲他之 n 倍試求其係數 a, b, c 之關係.

【解】 令 $ax^2+bx+c=0$ 之二根爲 γ, β .

$$\text{則 } \gamma + \beta = -\frac{b}{a}, \dots\dots\dots(1)$$

$$\gamma\beta = -\frac{c}{a}. \dots\dots\dots(2)$$

$$\begin{aligned} \text{(A) } (\gamma - \beta)^2 &= (\gamma + \beta)^2 - 4\gamma\beta \\ &= \frac{b^2}{a^2} - \frac{4c}{a}. \end{aligned}$$

$$\therefore \gamma = \beta \text{ 則 } \frac{b^2}{a^2} = \frac{4c}{a}, \text{ 即 } b^2 = 4ac.$$

$$\text{(B) } \gamma = n\beta$$

$$\text{從 (1) } (n+1)\beta = -\frac{b}{a},$$

$$\therefore \beta = -\frac{b}{(n+1)a}.$$

$$\text{從 (2) } n\beta^2 = -\frac{c}{a},$$

$$\therefore \frac{b^2}{(n+1)^2 a^2} = \frac{c}{na}, \quad \therefore nb^2 = (n+1)^2 ac.$$

58. 設 $ax^2+bx+c=0$ 之根之比爲 $m:n$, 則 $mnb^2 = (m+n)^2 a$, 試證之.

【解】 令 $ax^2+bx+c=0$ 之二根爲 γ, β 則

$$\gamma + \beta = -\frac{b}{a}, \dots\dots\dots(1)$$

$$\gamma\beta = \frac{c}{a}, \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{依題意 } \frac{\gamma}{\beta} = \frac{m}{n} \dots\dots\dots(3)$$

$$\text{從(3) } \beta = \frac{n}{m} \gamma,$$

$$\text{代入(1) } \gamma + \frac{n}{m} \gamma = -\frac{b}{a},$$

$$\therefore \frac{m+n}{m} \gamma = -\frac{b}{a}, \text{ 即 } \gamma = -\frac{m^2 b}{a(m+n)}.$$

$$(2) \times (3) \quad \gamma^2 = \frac{mc}{na},$$

$$\therefore \frac{m^2 b^2}{a^2 (m+n)^2} = \frac{mc}{na}.$$

$$\therefore mnb^2 = (m+n)^2 ac.$$

59. $x^2 - px + q = 0$ 之二根之差, 等於 $x^3 - 3px + 2p^2 + q = 0$ 之二根之差, 試證之.

【解】 令 $x^2 - px + q = 0$ 之二根爲 γ, β , 則

$$\gamma + \beta = p, \quad \gamma\beta = q.$$

$$\begin{aligned} \therefore (\gamma - \beta)^2 &= (\gamma + \beta)^2 - 4\gamma\beta \\ &= p^2 - 4q \text{ 但 } \gamma > \beta. \end{aligned}$$

$$\therefore \gamma - \beta = \sqrt{p^2 - 4q}.$$

又令 $x^3 - 3px + 2p^2 + q = 0$ 之二根爲 γ', β' 則

$$\gamma' + \beta' = 3p, \quad \gamma'\beta' = 2p^2 + q.$$

$$\therefore (\gamma' - \beta')^2 = (\gamma' + \beta')^2 - 4\gamma'\beta'$$

$$\begin{aligned}
 &= (3p)^2 - 4(2p^2 + q) \\
 &= 9p^2 - 8p^2 - 4q \\
 &= p^2 - 4q, \quad \text{但 } \gamma' > \beta'.
 \end{aligned}$$

$$\therefore \gamma' - \beta' = \sqrt{p^2 - 4q}.$$

$$\therefore \gamma - \beta = \gamma' - \beta'.$$

60. 有 $ax^2 + 2bx + c = 0$, 其係數 a, b, c 雖有變化, 而 $b^2 - ac$ 不變化, 則其兩根之差, 恒有一定之值, 試證之

【解】 令 $ax^2 + 2bx + c = 0$ 之二根為 γ, β ,

$$\text{則 } \gamma + \beta = -\frac{2b}{a}, \quad \gamma\beta = \frac{c}{a}.$$

$$\begin{aligned}
 \therefore (\gamma - \beta)^2 &= (\gamma + \beta)^2 - 4\gamma\beta \\
 &= \frac{4b^2}{a^2} - \frac{4c}{a} = \frac{4(b^2 - ac)}{a^2}.
 \end{aligned}$$

$$\therefore \gamma - \beta = \pm \frac{2\sqrt{b^2 - ac}}{a}.$$

若 $b^2 - ac$ 不變化,

則 $\pm \frac{2\sqrt{b^2 - ac}}{a}$ 有一定之值,

因之 $\gamma - \beta$ 亦有一定之值。

61. 有二次方程式, 其二根之差為 3, 其平方之和為 65. 求此二次方程式.

【解】 令所求之方程式為 $x^2 + px + q = 0$, 其二根為 γ, β .

$$\text{則 } \gamma + \beta = -p, \quad \gamma\beta = q.$$

$$\gamma - \beta = \sqrt{(\gamma + \beta)^2 - 4\gamma\beta}$$

$$= \sqrt{p^2 - 4q}.$$

$$\gamma^2 + \beta^2 = (\gamma + \beta)^2 - 2\gamma\beta$$

$$= p^2 - 2q.$$

$$\text{依題意 } \sqrt{p^2 - 4q} = 3, \dots\dots\dots(1)$$

$$p^2 - 2q = 65. \dots\dots\dots(2)$$

$$(2) - (1) \text{ 之平方 } 2q = 56, \quad \therefore q = 28.$$

$$\text{代入 (1) } p^2 = 121, \quad \therefore p = \pm 11.$$

\therefore 所求之方程式爲

$$x^2 \pm 11x + 28 = 0.$$

(2. 試以 $x^2 + fx + g = 0$ 之二根 γ, β , 表 $x^2 + gx + f = 0$ 之二根.

【解】 $x^2 + fx + g = 0$ 之二根爲 γ, β ,

$$\text{則 } \gamma + \beta = -f, \quad \gamma\beta = g.$$

然 $x^2 + gx + f = 0$ 之二根, 爲

$$x = \frac{-g \pm \sqrt{g^2 - 4f}}{2}.$$

$$\text{故 } x = \frac{-\gamma\beta \pm \sqrt{\gamma^2\beta^2 + 4(\gamma + \beta)}}{2}$$

爲所求之二根.

63. 甲乙二人解二次方程式 $x^2 + mx + n = 0$, 甲誤書第二項之係數, 乙誤書第三項, 甲得 2 及 7 之根, 乙得 1 及 -10 之根, 求其正根.

【解】 甲誤解之方程式, 爲

$$x^2 - (2+7)x + 2 \times 7 = 0,$$

即 $x^2 - 9x + 14 = 0.$

乙誤解之方程式，爲

$$x^2 - (1-10)x + 1 \times (-10) = 0.$$

即 $x^2 + 9x - 10 = 0.$

原方程式爲

$$x^2 + 9x + 14 = 0,$$

即 $(x+2)(x+7) = 0.$

其正根爲 $-2, -7.$

64. 有 $3x^2 + 3ax - a^2 = 0$ ，試以其根之和之平方，及其差之平方爲二根，作一方程式。

【解】 令 $3x^2 + 3ax - a^2 = 0$ 之二根爲 γ, β ，

則 $\gamma + \beta = -a, \quad \gamma\beta = -\frac{a^2}{3}.$

$$(\gamma + \beta)^2 + (\gamma - \beta)^2 = (\gamma + \beta)^2 + (\gamma + \beta)^2 - 4\gamma\beta$$

$$= 2a^2 + \frac{4a^2}{3} = \frac{10}{3}a^2.$$

$$(\gamma + \beta)^2(\gamma - \beta)^2 = (\gamma + \beta)^2 \{ (\gamma + \beta)^2 - 4\gamma\beta \}$$

$$= a^2(a^2 + \frac{4}{3}a^2) = \frac{7}{3}a^4.$$

∴ 所求之方程式爲

$$x^2 - \frac{10a^2}{3}x + \frac{7}{3}a^4 = 0,$$

或 $3x^2 - 10a^2x + 7a^4 = 0.$

65. 有 $x^2+px+q=0$, 試以其根之立方爲根, 作一二次方程式.

【解】 令 $x^2+px+q=0$ 之二根爲 γ, β ,

則 $\gamma+\beta=-p$; $\gamma\beta=q$.

$$\begin{aligned}\therefore \gamma^3+\beta^3 &= (\gamma+\beta)\{(\gamma+\beta)^2-3\gamma\beta\} \\ &= -p(p^2-3q).\end{aligned}$$

$$\gamma^3\beta^3=(\gamma\beta)^3=q^3.$$

\therefore 所求之方程式, 爲

$$x^2+p(p^2-3q)x+q^3=0.$$

66. 有 $ax^2+bx+c=0$, 其根爲 γ , 及 β , 試以

$\frac{\gamma+\beta}{\gamma}$, $\frac{\gamma+\beta}{\beta}$ 爲二根, 作二次方程式.

【解】 $ax^2+bx+c=0$ 之二根爲 γ, β .

$$\gamma+\beta=-\frac{b}{a}, \quad \gamma\beta=\frac{c}{a}.$$

$$\begin{aligned}\text{然 } \frac{\gamma+\beta}{\gamma} + \frac{\gamma+\beta}{\beta} &= \frac{(\gamma+\beta)\beta+(\gamma+\beta)\gamma}{\gamma\beta} \\ &= \frac{(\gamma+\beta)^2}{\gamma\beta} \\ &= \frac{\left(-\frac{b}{a}\right)^2}{\frac{c}{a}} = \frac{b^2}{ac}.\end{aligned}$$

$$\frac{\gamma+\beta}{\gamma} \times \frac{\gamma+\beta}{\beta} = \frac{(\gamma+\beta)^2}{\gamma\beta} = \frac{b^2}{ac}.$$

∴ 所求之方程式，爲

$$x^2 - \frac{b^2}{ac}x + \frac{b^2}{ac} = 0,$$

或 $acx^2 - b^2x + b^2 = 0.$

67. 有 $x^2 + ax + 10 = 0$, 其二根之比爲 5:3, 則 a 之值如何? (試算至小數第四位)

【解】 $x^2 + ax + 10 = 0$ 其二根爲 γ, β , 則

$$\gamma + \beta = -a, \dots\dots\dots(1)$$

$$\gamma\beta = 10, \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{\gamma}{\beta} = \frac{5}{3}. \dots\dots\dots(3)$$

從 (3) $\frac{\gamma}{5} = \frac{\beta}{3} = \frac{\gamma + \beta}{5 + 3} = \pm \sqrt{\frac{\gamma\beta}{5 \times 3}},$

$$\therefore \frac{-a}{8} = \pm \sqrt{\frac{10}{15}} = \pm \sqrt{\frac{2}{3}};$$

$$\therefore a = \pm 8 \sqrt{\frac{2}{3}} = \pm 6.5319.$$

68. a 爲如何之值, 則 $x^2 - 9x + a = 0$ 之二根之立方和爲零.

【解】 令 $x^2 - 9x + a = 0$ 之二根爲 γ, β .

則 $\gamma + \beta = 9,$

$$\gamma\beta = a.$$

然 $\gamma^3 + \beta^3 = (\gamma + \beta)(\gamma^2 - \gamma\beta + \beta^2)$

$$= (\gamma + \beta) \{ (\gamma + \beta)^2 - 3\gamma\beta \}$$

$$=9(9^2-3a).$$

依題意 $\gamma^3+\beta^3=0$,

$$\therefore 81-3a=0,$$

$$\therefore a=27.$$

69. $-3x^2+26x-35>0$ 試解之.

【解】由原式得

$$3x^2-26x+35<0.$$

$$(3x-5)(x-7)<0,$$

$$\text{即 } \left(x-\frac{5}{3}\right)(x-7)<0.$$

左邊兩因數之積為負，故兩因數必不同號，且 x 充分得令左邊為 0.

$$\text{由是 } \frac{5}{3}<x<7.$$

70. 有 $x^2+px+\frac{p}{2}$ 不拘 x 之值如何，而常為正，則 p

值之界限若何？

$$\text{【解】 } x^2+px+\frac{p}{2}=x^2+px+\frac{p^2}{4}+\frac{p}{2}-\frac{p^2}{4},$$

$$\text{即 } x^2+px+\frac{p}{2}=\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{2p-p^2}{4}.$$

此式之右邊之 $\left(x+\frac{p}{2}\right)^2$ ，凡對於 x 之實數之各值，均為正。

$$\therefore \frac{2p-p^2}{4} \text{ 不為負而上式常為正.}$$

$$\text{即 } 2p - p^2 \geq 0,$$

$$\text{即 } p^2 - 2p \leq 0,$$

$$p(p-2) \leq 0.$$

$$\therefore 0 \leq p \leq 2,$$

是即 p 之界限。

71. 有二次三項式 $ax^2 + bx + c$, 其二根爲虛數, 則 x 爲任何數, 其符號常與初項係數 a 之符號同. 試證之.

$$\begin{aligned} \text{【證】 } ax^2 + bx + c &= a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right) \\ &= a \left\{ x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2} \right\} \\ &= a \left\{ \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2} \right\}. \end{aligned}$$

其 $\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2$ 以 x 之實數值爲限。

故常爲正。

又依題意 $ax^2 + bx + c = 0$ 之根爲虛數。

$$\therefore b^2 - 4ac < 0$$

$$\therefore 4ac - b^2 > 0$$

$$\therefore \frac{4ac - b^2}{4a^2} \text{ 爲正數.}$$

即 { } 內常爲正, 而右邊之式之符號與 a 同一者也。

72. x 與 a 之和之三乘冪減 x 之三乘冪, 以 λa^3 表

之,則 λ 之值之界限如何?但 x 及 a 爲實數.

【解】依題意

$$(x+a)^3 - x^3 = \lambda a^3,$$

$$\text{或 } (x+a-x) \{ (x+a)^2 + (x+a)x + x^2 \} = \lambda a^3,$$

$$\text{即 } a(3x^2 + 3ax + a^2) - \lambda a^3 = 0,$$

$$\text{或 } 3x^2 + 3ax + a^2(1-\lambda) = 0.$$

x 爲實數之要件,爲

$$(3a)^2 - 12a^2(1-\lambda) \geq 0,$$

$$3a^2(4\lambda - 1) \geq 0,$$

因 a^2 不爲負,

$$\therefore 4\lambda - 1 \geq 0.$$

$$\therefore \lambda \geq \frac{1}{4}.$$

73. 設次式之值爲3,且 x 爲實數,則 a 之範圍若何?

$$\frac{x^2 - ax - 12}{x^2 + 2} = 3$$

$$\text{【解】 } \frac{x^2 - ax - 12}{x^2 + 2} = 3$$

去分母而整頓之,則

$$2x^2 + ax + 18 = 0.$$

$\therefore x$ 爲實數,

$$\therefore a^2 - 4 \times 2 \times 18 \geq 0.$$

$$\text{即 } a^2 \geq 144,$$

牀走開來五六步，拿錶出來看了一下，以手招芳潔至前，對他耳語，以手翻覆示之，表示叫他去親戚處借十塊錢；芳潔點首示會意，輕輕脚步下去了。

素冰（手裏拿着一把玫瑰，和兩瓶罐頭牛奶，輕輕的進來）凌先生伯母的病好了些嗎？

英士 白先生，謝謝你的好意。家母的病，還是和從前一樣。唉……而且沒有……

素冰 凌先生，我勸你不必傷心。伯母的咳嗽是老毛病，我想亦不致有什麼大變故。（把花和牛

奶交給英士）這些東西，是我孝敬老伯母的，請你收下罷，這不過表示我一點心就是了。

英士（接物在手，很感謝的樣子）你這樣誠心待我老母親，叫我怎麼報答你。

素冰 你不要說這客氣的話罷。你素來以你的心來待我，我應當拿回我的心去待你老母親，這

又何必說報答呢？

英士（拿禮物至母前）媽！這些東西，是白小姐送來的，我們把他收下罷！

素冰（隨英士至其母前）伯母近來好麼？我這幾天忙得很，不能常來請安，您見怪我嗎？

凌老太（很歡喜的坐起來，執着素冰的手，素冰也因此坐在牀邊）噯！白小姐你說那兒的話

呢？你三天來看我一次，每次都給我買許多東西來，我實在說不出怎樣地感謝你！若是我將來娶的媳婦，能夠和你一樣，我真要向觀音老菩薩叩一百個頭啊！

素冰（面紅了一會，隨即復原，用很鄭重的體態說）：伯母！你不要說這些話罷！人類彼此的互助和相愛，是人類的天性，本來算不了什麼。不過現在社會上，能夠互助的相愛的人很少，故此伯母，就覺得這種人可貴罷了！伯母你現在覺得好了些麼？你還是躺下去睡罷！（扶凌老太下睡，爲之蓋被，小心周到，幾如家人）凌先生伯母可曾請過醫生來看嗎？

英士 請過幾個中醫來看，總不見好，以後就沒有再請醫生了。

素冰 中醫既然不好，爲什麼不請西醫呢？西醫是根據科學的，總比那些不根據科學的中醫好些！難道你沒有錢請西醫麼？

英士 我何嘗不知西醫比中醫好！不過家母最怕西醫，他說臨死也不叫西醫來看，我屢次的勸她，她都不聽，這還有什麼法子想呢？（言已很誠懇的望着她）

素冰 真的沒有法子想嗎？待我去勸勸她看。

英士 我看勸也無用的，不如另想法子罷。

素冰 (沈思了一會兒忽然想起一個法子來) 哈哈！凌先生我想出一個很好的法子來了？

英士 什麼法子呢？

素冰 你過來！我告訴你。(對英士耳語片刻，說完了以手推英士快去請醫生) 快去罷！

英士 (聽完了不禁大笑起來) 這個法子妙極啦，我馬上就去。(入內室取一皮篋出) 家母請你

暫時照顧一下(匆忙下)

芳潔 (滿面淚痕，匆忙進來。一面哭着，一面說着) 哥哥啊！舅母罵我，她不肯借……(一見素冰

馬上改口向道) 白老師！你什麼時候來的。

素冰 我剛來了一會兒。

芳潔 我的哥哥呢？

素冰 你哥哥請醫生去了。芳潔！你爲什麼哭啊？

芳潔 舅母罵我。

素冰 她爲什麼罵你呢？

芳潔 (有些不好意思說的樣子) 哥哥叫我去向她借……

素冰 借什麼呢？

芳潔 借……

素冰 說啊！怕什麼呢？

芳潔 哥哥叫我去向舅母借十塊錢，她不但肯借，反把我們家大罵了一頓。(拭淚)

素冰 芳潔你不要哭！(在錢袋裏拿出十塊大洋出來) 這十塊錢你拿去，不要告訴你的哥哥說

是我給你的，你說是在舅母處借來的就是了！

凌老太 (醒過來大咳不止) 芳……芳潔

素冰 (趕忙至床前) 伯母！你覺得怎樣啦，芳妹在這兒，英士請醫生去了。

凌老太 白小姐！你還沒有去嗎？英士爲什麼又去請醫生呢？唉！我們家裏那有這許多錢去花啊！

素冰 伯母！金錢是小事情，健康卻是很要緊的啊。

凌老太 唉！白小姐，醫生我不曉得瞧了多少了，瞧來瞧去，還是這個樣子，何苦白白的花錢呢？

素冰 伯母！這一回請的醫生是很有名的，我相信他一定能夠把伯母的病醫好的。（英士引醫

生入）伯母！醫生來了。

英士 媽！我把醫生再請來和你老人家瞧瞧病。

凌老太 孩子啊！這回如果瞧了還是不好，以後可不要再請醫生啦！

伯華 （中醫的裝束）老伯母的病什麼時候起的？

英士 家母的病已經有一個多月啦，時常發冷，而且咳得很利害，每晚都不能安睡。

伯華 （至床前看凌老太的病，他的裝扮雖然是中醫，他却是完全用西醫的方法看病，把脈完了，就試溫度，溫度驗過了，拿出聽肺筒出來）請把老伯母的襟鈕解開，讓我來驗一驗肺！

（芳潔與凌老太解襟頭鈕）

凌老太 （拒之）這是那兒來的古怪醫生？我向來沒有見過這樣麻煩的醫生！我不瞧啦！

素冰 伯母！給他瞧罷！他是一位最有名的中醫程伯華先生，伯母！放心給他瞧病罷！

英士（爲其母解襟頭鈕）媽！程先生是一位最有名的中醫，放心給他瞧瞧罷！

凌老太 程先生既然是一位有名的中醫，我也很願意給他瞧瞧，如果是西醫，我就是死也不給他瞧的。

伯華 伯母！你放心！我是三代相傳下來的，有名的中醫，你放心給我瞧瞧罷！（把她的肺驗了一回，驗畢倒了些安腦藥給她喝，並扶之躺下，英士拿被把她蓋好）老伯母這個病，還不要緊，我先給些安腦藥給他喝，等他好好的睡一會兒，請你叫人再到我的醫院去拿藥罷。

芳潔 哥哥！我跟程先生去拿藥。

英士 好的。

伯華（行至門口忽轉回，把假鬍子去掉，長大褂脫去，古老眼鏡拿開，露出他西醫的本來面目）
英士！這些古老的東西還你！

素冰（掩口而笑）程先生！我看你還是穿了這些古老的衣服到醫院去罷。這纔是中西合璧啊！
伯華 白女士！你真會替凌先生想法子，你真會捉弄人啊！

英士 伯華兄！如果我們不是好朋友，斷斷不敢勞你化裝來看病的，如果沒有白女士想出這條妙計來，也不會去勞煩你的，我今天只有謝謝兩位待我的好意。（向二人點首）

伯華 不要客氣啦，但願伯母的病快好，我就是來多瞧幾次也無不可的，請啦，再會罷。（點首下，

芳潔隨之）

素冰 剛纔的事，千萬不要給伯母曉得。

英士 是的！素冰妹！你這樣的待我母親，真叫我感激涕零啊！（誠摯的望着素冰）

素冰 你我不是外人，不必說客氣話，我今天來還有一件事情要和你商量，請你替我解決一下。

英士 你有什麼事，儘管告訴我，我能力做到的，一定幫助你。

素冰 凌先生，人生在世，究竟有什麼意義呢？請你把這個問題答覆我。

英士 這個問題，很難有完滿的答覆。你以為人生有意義，就有意義；你以為沒有有意義，就沒有有意義。人生意義是由人做出來的。

素冰 照你這樣說，究竟那一種纔對呢？

英士 我個人的意見，人生本來是沒有意義的。不過我們既生而爲人，就不得不在無意義的當中找出一點意義來，你自以爲那一點是人生真義，你就依照他做去就是了。不過我以爲生活在真理與愛情之中，勇敢的犧牲的去和黑暗奮鬥，就是人生的真義。

素冰 我聽了你這番話，心裏得着很大的安慰，我現在知道怎麼去解決我自己的問題了。（站起身來）我就走啦！再會罷！我得空再來給老伯母請安。

英士（忙趕站起來）你不是說有事和我商量的嗎，爲什麼就要走啦？

素冰 那件事現在不便告訴你，成功後纔告訴你罷，我走啦再會！（下）

英士（摸不着主腦，很驚奇的樣子）奇怪這究竟是什麼一回事？

芳潔（手裏拿着藥散，很匆忙的跑回來剛到門口，撲東的摔在地上，袋中的十塊錢，通通的都掉下來。她爬起身來，洋錢也不捨了，趕快把藥交給英士。）哥哥！醫生說這……些藥散是……拿開水沖來吃的，快沖給媽媽吃罷！（氣喘喘地說）

英士（接藥在手）芳妹！你摔痛了沒有？你以後走路要小心一點！（指着地上的銀錢說）這些銀

錢是在舅母處借來的嗎？

芳潔（把銀錢拾起來）不是（急轉說）是的是的！

英士 芳妹！你今天怎樣，錢在那裏拿來的，你都分不清楚？

芳潔 她叫我不告訴你。

英士 她是誰？

芳潔 是白老師，舅母不肯借錢給我們，這些錢是白老師拿出來的。她叫我不告訴你，我現在告訴你，你可不要告訴她。（把錢遞給英士。）

英士（把錢看了一看）唉！（搖頭嘆息，不禁下淚）……我若是不欠這幾個月的薪水，又何至向人借錢呢！

芳潔 哥哥！白老師並沒有說是借給我們的！

英士 妹妹！你年紀小還不懂事，難道我們能白受人家的錢嗎？這些錢怎麼來的？你千萬不要告訴媽媽，媽媽曉得心裏面是很難受的！

凌老太（在床上呻吟起來）唔！

英士 妹妹！你趕快去拿開水罷！

芳潔 是啦（入內）

英士（把銀錢放在母親牀上）媽！這十塊錢是我領回來的薪水，你老人家收着慢慢的用罷！

凌老太 唉！我的兒呀！你半年的薪水現在纔發出這一點兒嗎？

英士 媽！請你不要着急！今天我們就要到教育部請願去，叫他把我們所欠的薪水一齊發出來，

還要他指定一筆款做小學教育的經費。

凌老太 唉！這不過是我們一點兒的希望就是了（說完大咳不已）

芳潔（持一壺開水出）哥哥！開水來了！拿藥給我沖罷！

英士 妹妹！待我來沖罷！你不要燙着手。（將藥沖好，遞給其母）

凌老太（把藥喝了）芳潔！接去藥碗！英兒！白小姐回去啦嗎？我剛纔看見你們兄妹兩個，搶着要

沖藥我吃，因此我就想起一件事來了。倘若我有一個媳婦在身邊服侍，你們就不會這樣忙了！

英士 媽！你不要提這事了！我們現連衣食都不夠，那能談到娶親呢，而且我們這種家世，更……

芳潔 （急搶着說）媽！白老師和我哥哥很要好的人家都笑白老師是我未來的嫂嫂。

凌老太 這不過是笑話罷了！如果白小姐真肯做你的嫂嫂，不知幾生纔修得到呢？

英士 媽！你別妄想罷。白小姐是已經定下給人家的了，他的未婚夫，就是教育部的參事，我們這

樣寒素的人家，那裏配得上她呢？

得富 （推入門）凌先生！趙先生叫我來請你去議會。

英士 他們都到齊啦嗎？

得富 白先生，何先生還沒有到，其餘都到齊啦。（站在一旁等候）

英士 媽！我要開會去了！

凌老太 那是要緊的事，你快去罷！

英士 芳妹！你好好的服侍媽媽！我去一會兒就來！

凌老太 有芳兒在家就得啦。你快去罷！（英士下，得富隨去）（幕急下）

第二幕

時間 與第一幕相隔一點鐘。

登場人物：

凌英士 馮承贊 小學教師數人 警察四人 馬升

佈景 教育部裏的客廳。陳設得很精緻，壁上掛着西洋畫四幅。室內陳設的畫是些西洋的用具。

(馮承贊在客廳裏看報紙。馬升持名片入)

馬升 馮先生。外面有客要見你。

承贊 (接名片在手。面上現出很驚奇的樣子) 請進來罷。

馬升 是。(退下)

素冰 (向承贊點首行禮) 馮先生。

承贊 (急還禮) 白女士請坐，今天到來有什麼貴幹呢？

刀痕

素冰 我今天到來問你一句話。

承贊 什麼話呢？

素冰 我們倆的定婚是否合道德的。

承贊 (很驚奇的樣子) 白女士。你爲什麼講出這句話來呢？我們倆的定婚是你的父親的主張。而且當時又徵求過你的同意的。爲什麼說出道德不道德的問題來呢？

素冰 請問我們倆當時的定婚，是彼此出於自由意志的呢，還是勢迫利誘的？我承認當時是受你虛榮的引誘，現在我覺悟啦。

承贊 在我方面，完全是出於愛慕你的一片真誠。至於你那方面，我不得而知了。

素冰 我們定婚之後，究竟有發生過愛情沒有？

承贊 在我方面，是很愛你的。至於你對我方面怎樣，我就不得而知了。

素冰 請問偏面的戀愛，是不是道德？

承贊 由你說罷。

素冰 由我說就從今天起，把我的婚約解除掉。

承贊 (出意料之外) 噢，你這句話，是真的呢，還是講頑笑的呢？

素冰 真的是怎麼樣，講頑笑的又怎麼樣？

承贊 (露出一種奸險的態度) 如果真的，我就拿真的方法對待你。倘若假的話呢，也是有假的方法對待你。

素冰 婚姻是終身大事，那個和你講頑笑。

承贊 不錯，婚姻的確實是終身大事。但是我要問你，難道我這種人還配你不過嗎？我請你自己想一想，你家裏的財產能够比得上我的嗎？你的學問能够比我高的嗎？你爹爹的差事，不是靠我的情面得來的嗎？天下多美婦人，何必一定要你。不過我對於你實在是欽佩，實在是愛慕。今日你講出這番話來，真是辜負了我一片的好心了。

素冰 馮先生，我是很笨的，我不會羨慕人家的富貴，也不會崇拜虛偽的偶像。我只知道人格是真實寶貴的東西，無論什麼金錢權利都不能把他買去。

承贊（奸笑）哈哈，你說的話很對。但是我還要把他補足一句，就是一個人容易爲一時感情所蒙蔽的，他的人格亦就……（搖首笑而不言）

素冰（正色而言）我今天覺得我的舉動完全是受理智的支配，並不是感情的衝動。我現在最後的請你答覆一句，我們的婚約究竟怎麼樣？

承贊 從前怎麼樣，現在就是怎麼樣。就是我能答覆你，你父母未必答應你。就是你父母答應你，社會也未必答應你。這件事我還是勸你審慎些纔好。

素冰（很氣憤的樣子）唉……

承贊（脅肩諂笑，以手拍素冰肩）白小姐，我勸你不受要人家的誘惑。你和你的同事凌英士的感情很好，我是曉得的，我也不怪你。不過我要請你將他和我比較一下，究竟誰人來得好些。就從個人資格而論，我是一個堂堂的留學生，現在教育部的參事，他不過一個小小的師範生可憐的小學教師罷了。以你這樣的才貌，恐怕教育總長還配不上，何況配一個可憐貧苦的小學教師呢？

素冰（起身避之）哼，你會勸我不要受人家的誘惑，你爲什麼自己却拿留學生的招牌來引誘人？你這種言不顧行，自相矛盾的人叫我怎能和你相處在一起？

承贊 白小姐，我言語不對的地方請你原諒。老實說，我愛你的心，比我的父母還是利害。難道你就一點都不能體諒我嗎？

警長（匆忙入）馮先生，外面有許多小學教師，要見教育總長。請你進去問一問總長究竟准他們進來不准。

承贊（微怒）知道啦。你去回覆他們說總長今天不見客。

警長（立正舉手行禮）是。（退下）

承贊（正欲以諂媚的話引誘素冰）白小姐，剛纔看見了沒有？我的權力多麼大啊。總長是喜歡我的。我的意思就是總長的意思。我并不是吹牛，兩年之後教育部長還不是我的嗎？我請問你做小學教師的妻子好些，還是做教育次長的夫人好些？

素冰 請你不要在我面前花言巧語，你的人格都給我看透啦。你身爲教育部的參事，應當明白，

教育是何等神聖的事情，教師是何等高尙的職業，你今天居然就敢上蒙下蔽，自欺欺人。試問你的良心何在？（此時衆教師在幕後同聲大呼）「我們一定要見總長」——聲重而長）

承贊（聞呼大怒）豈有此理，混賬東西！

警長（又匆忙入）他們一定要見總長，究竟怎麼樣辦法呢？

承贊 你出去回他們，總長出去啦。叫他們明天來罷。

警長（立正舉手行禮）是。（退下）

（衆又大呼。我們無論如何不走！跟着一陣喧嘩聲，呼打聲，銀角聲）

素冰（氣極）我自己去找總長。（大踏步欲入內。承贊急以手拖着她）

承贊 唉。（聲重而長）吹縐一吹春水，干卿底事啊。

素冰 你太把教育看作兒戲，你太輕教師的人格啦。（憤極而言欲掙脫入內）

承贊 好好好，請你不要去，我去回總長就是啦。（急忙入內）

素冰（氣憤憤的坐在椅子上）哼！

(衆又大呼「我們一前齊擠進去」跟着一陣喧嘩)

警長 (又匆忙入) 馮先生呢?

素冰 (以手指裏面) 在裏面。

(警長急忙入內。剛剛承贊也從裏面出來。恰好撞了一個滿懷。兩人皆倒在地上)

承贊 (在地上爬起來) 吓。你來幹什麼?

警長 (氣喘喘的) 他們……

承贊 知道啦。總長說叫他們派代表進來。

警長 (立正舉手行禮) 是。(退下)

承贊 白小姐。請你進去坐坐罷。

素冰 我是小學教師之一。我也要見一見總長。

(教師十人魚貫入)

有男的

有女的

有老的

有少的

凌英士爲首

領着衆人入

女教師 (甲) (對白素冰說) 素冰, 你什麼時候進來的, 我們剛纔打發人去找你呢!

素冰 我來了一會兒。

承贊 (對衆人說) 各位請坐。

英士 不要客氣。這位就是馮先生嗎?

承贊 在下就是馮承贊。這位是……

英士 在下就是凌英士

承贊 (把英士很很的瞅了一眼, 回頭望了一望素冰) 哦, 這位就是凌英士先生。久仰大名, 如雷

貫耳。今天得親風采，真是三生有幸。（說罷好笑）有什麼事，請坐下來慢慢談罷。

（衆坐下）

英士（起立發言）我們今天到這兒來，是出於不得已的。我們知道政府的苦處，我想政府也應當體諒我們的苦衷。

承贊（滑頭的）不錯，這是應當的。請你們把苦衷講出來罷。

教師（甲）（起立發言）我們現在覺得最不滿的就是，沒有經濟來充分發展教育的能力。

教師（乙）我們現在覺得最不滿意的，就是學校沒有基本金。

教師（丙）我們最不滿意的就是權利義務不平均。

教師（丁）我們最不滿意的就是薪水太少，生活的用費不敷。

女教師（甲）我們最不滿意的第一層是薪水太少，第二層我們沒有求學的機會，第三層主持教育的人不良。

教師（戊）我們最不滿意的就是大半年的薪水不發。

英士 我們可以總括起來說，我們做小學教師的連衣食住的費用都不够。不但令我們物質的生活不够，而還給我們精神上許多的痛苦。我老實一句，中國的小學教育已完全破產了，『借債度日』啊，『沒法維持生活』啊，這一類叫苦連天的傷心話，政府究竟聽見沒有？我想政府亦應該爲我們這班可憐的『精神勞工』流一點同情之淚，爲我們謀一條生路。這不但是我們小學教員的幸福，實在是中國教育前途的生機啊。

承贊 你們這些苦處，就是你們不講出來，我們早已曉得啦。我們正在天天爲你們想法子。你們如果有更好的法子供給我們參考，那就好極啦。（言罷，奸笑）

英士 我們今天來，有幾點的請求。第一點在法律上要規定小學教員保障法。第二點在經濟上要規定小學的教育經費獨立。第三點要把現在所欠的薪水發清，以後不能拖欠。這三點要請教育總長當面答覆。

承贊 這三點我想一定可以做得到的。你們現在可以請回，我把你們的意思轉達總長就是啦。

衆人 不行，我們一定要總長當面答覆。

承贊 (低頭沈思) 總長今天有病, 派我做代表接見各位。各位有什麼話要說, 對小弟講就可以啦。

衆人 不行, 我們一定要總長當面答覆。

英士 (按住衆人) 馮先生, 你既然是教育總長的代表。請問你對我們講的話是否能負責任嗎, 是否能發生效力?

承贊 我是暫時代表總長, 我的話暫時是能負責任的, 暫時是能發生效力的。

英士 那不行, 還是請你去請總長出來, 當面答覆我們。

承贊 那末, 我去請總長出來就是啦。(他一入內即刻出來, 表示他沒有進去請總長。) 真是對各位不起, 總長出去啦, 請你們明天來罷。

英士 馮先生, 你剛纔說總長有病, 現在又說總長出去啦, 請問總長帶病到什麼地方去。

承贊 總長到協和醫院看病去啦。

衆人 我們在這裏等候他回來就是了。

素冰 (洞識其奸) 我們難道不能直接到協和醫院去會他嗎? 何必在此地守株待兔呢。

衆人 對啦, 我們到協和醫院去會總長罷。(起身欲行)

承贊 (急起門口攔着衆人) 各位到醫院去不方便, 不如我打電話去請他回來罷。

英士 那也可以。(衆復坐下)

承贊 (在客廳裏打電話) 東局一三二五號。(停了一會) 你們是協和醫院嗎? 喂, 教育總長在貴

醫院罷?(停了一會) 哦!(停了一會) 哦,(把電話機放下) 今天的事真巧極啦, 總長在醫院看病

之後又出去啦, 不曉得到什麼地方去了, 請各位還是明天來罷。

衆人 (憤極了) 總長一天不見我們, 我們一天不回去。

承贊 那末, 我派人去找總長回來罷。(按台上的電鈴)

警長 (匆忙入) 馮先生, 什麼事?

承贊 過來! (對警長耳語, 以眼色示之, 使驅衆人出) 諸位請坐, 我們分頭找去。(急入內)

警長 (一出即入) 你們回去罷, 總長出去啦。

衆人 我們死亦不回去。

警長 你們還不走嗎？（將銀角一吹，警察三人上）

英士 不走怎樣？

警長 拖你們出去。（衆警察摩拳作勢）

英士 （憤極了）你們看啊，這是什麼世界諸君，我們不要退後。我們頭可斷不能犧牲高尚的教師人格。身可死，不能放棄神聖的教育事業。（警察上前以刀刺英士。素冰急上前護之。兩人皆受傷倒地。）（衆鼓噪）

（幕速閉）

第三幕

時間 與第二幕相隔一天

登場人物

凌英士。

白素冰。

程伯華。

馮承贊。

凌芳潔。

小學教師數人。

小學生數人。

看護

婦

佈景 一間很清潔的看症室從窗外可以看見蒼翠的樹葉。一陣陣的琴聲，悠悠的送來。英士睡在一張鐵床上，沈沈的睡去。看護婦坐在一旁看着他。室內靜密無聲。床旁有一張小圓桌，桌上擺着兩三個藥瓶。花瓶上插着許多鮮花。

程伯華 (輕輕脚步入來。對看護婦說) 他睡了多少時候了？

看護婦 他剛睡了一會兒。

伯華 我現在到隔壁去看那位白女士，他醒了你來通知我。

看護婦 那位白小姐傷得利害嗎？

伯華 比凌先生輕一點。他醒了你就沖牛奶給他吃。

看護婦 是啦。(伯華進入)

英士 (在夢中驚醒起來) 哎喲，痛吓！

看護婦 先生，你覺得怎麼樣？

英士 (微開着眼睛) 這裏是什麼地方？你是誰啊？

看護婦 這裏是協和醫院。我就是醫院的看護婦。

英士 唔，我是什麼時候進這醫院的？

看護婦 先生，你昨天下午來的。

英士 哎喲，我要回家裏去！我的母親還病在床上呢。(作欲坐起狀)

看護婦 (急按止之) 先生，你靜養罷。府上的事，程醫生已照應得很周到了。你餓嗎？我沖牛奶給

你吃罷。(沖牛奶給英士，英士臥着飲之)

英士 白小姐的傷重嗎？

看護婦 很輕的，你放心罷。請你靜睡一會兒。我去請程醫生來看你。（看護婦下，與程醫生同上）

伯華 （伯華走至床前，量他的溫度）英士，你今天覺得好些嗎？

英士 （懇摯的執着伯華之手）伯華，我很感謝你。我找不出一句適當的話來謝謝你。我母知道
我受傷嗎？唉，千萬不要給他曉得纔好。

伯華 府上的事一切有我照料。你放心罷！你的消息，我不曾告訴過你家裏的人。你的病三五天
就好了。你安心在此地靜養罷。（英士睡下，伯華在室內配藥）

承贊 （手裏拿着一束鮮花進來）程醫生，我的未婚妻的傷好些嗎？

伯華 馮先生，好些了。你一天來看她幾次。你真是一個多情的種子。

承贊 不敢當，這是我應盡的義務。程醫生，請問她新搬到那一號房間去？

伯華 （以手指示之）就在後壁。你要見她嗎？我叫看護婦領你去罷。（對看護婦說）這位先生到
第九號房去。

看護婦 先生，請隨我來罷。（二人下）

伯華 (遞藥給英士) 吃了這杯藥罷。

英士 (按藥飲之) 剛纔來的是什麼人？

伯華 剛纔來的是教育部的馮參事。

英士 他來幹什麼？

伯華 他來看她的未婚妻白素冰女士。

英士 白素冰現在究竟怎麼樣呢？她受傷完全是我累她的，叫我怎對她得起！

伯華 她傷勢不重，不過面部有些刀傷罷了。據我看來你沒有對她不起的地方，她也沒有對你不起的事情。

(小學教師數人入看英士)

教師甲 凌英士先生，我們覺得對你不起。我們公衆的事，令你一人來犧牲。我們撫心自問，實在慚愧得很。我們定於今晚開緊急會議，商量辦法對待那班魔鬼，替你雪恨。一切事情有我們擔當。我們但願你在醫院裏好好靜養。我們誓必手揮得勝旗，唱凱歌歡迎你出院的。

英士 我親愛的諸君，你們熱烈的心腸，我是很感激的。不過我勸各位還是要力爭「教員保障法」和「教育經費獨立」兩件事情爲重。你們千萬不可因我個人的原故，就把原來的目的忘記了。你們應當爲公理去揮得勝旗，爲自由去唱凱旋歌纔是。（衆人現感激涕零的樣子）

衆人（對英士點頭辭出）凌先生，望你好好的保重。（衆退下）

接着一羣小學生。各人手裏拿些鮮花，由女教師領着魚貫而入。

女教師（甲）凌先生，你好些嗎？你的親愛的小兄弟來問候你。

小學生（羣趨至英士前）凌老師你好嗎？凌老師，你好啊？

英士（以手撫學生，表示很歡喜的樣子）好，老師好，你們好啊？

小學生 凌老師，這些花是我們送給你的，（花置英士床上）我們還要唱歌給老師聽，（小學生

唱歌畢羣趨至女教師前）戴老師，凌老師是給誰人打傷的？

女教師（甲）凌老師是給那些穿黃色軍衣的人打傷的。

小學生 豈有此理！我們去打死他，替凌老師報讎。

英士（感極而悲）唉！我親愛的小兄弟。你們現在年紀小，讀書緊要。到你們大了，不忘記你們今天所說的話就行了。

女教師（甲）我們回去罷。（衆小學生臨走的時候，同聲說「老師保重」鞠躬而退）

英士 唉，看這天真爛漫的兒童，怎能叫人不死心蹋地去從事教育啊！

伯華 你不要多說話了，睡一會兒養養神罷。（英士睡下。伯華爲之蓋被）

承贊（自內出）程醫生，凌先生病好些嗎？大概不要緊罷。教育總長派我來慰問他，請你帶我去

見見他可以嗎？

伯華 他剛纔睡去，我想你也不必見他，我代你致意就是了。

承贊 那費心得很。請問我的未婚妻的傷不要緊嗎？

伯華 不緊要的。不過……

承贊 不過什麼呢？要花錢太多嗎？那不要緊。

伯華 不過雖然能醫好，臉上的傷痕是永久不能去的，

承贊（很驚異的樣子）什麼臉上的傷痕永久不能去掉嗎？唉，不想一個沈魚落雁之容，竟做缺

月殘花之貌，程醫生，你能和我想法子嗎？

伯華 我只能把她的傷處醫好。我實在沒有本事連她臉上的傷痕也去掉。

承贊（想了一會兒）真的沒有法子嗎？（將他手上所帶的戒指除下來，又沈思默想了一回。大

踏步竟奔素冰處，伯華以手拖之）

伯華 馮先生，你去幹什麼呢？

承贊 我把這戒指還她，問她拿回我的玫瑰花。

伯華（一笑）你去罷。但是不許你和她多講話。
（承贊及入內）唉，現在的人心。

芳潔（自外匆忙入）程醫生，我的哥哥呢？

伯華（瞞着她）你哥哥不在這裏。

芳潔 哥哥在你這裏。我剛纔在路上碰着戴老師，說我哥哥受傷在這裏。

承贊（拿了玫瑰花在手）程醫生，素冰的藥費以後我不負責，請你問她的父親罷。

伯華 我不管你們那個負責，我只知問你要錢。

承贊 (一眼見芳潔，馬上就裝出寬宏大量的樣子。) 好好，問我要錢就是了。我是一個教育部的參事，我的錢多得很啊。(說完了，定眼望着芳潔。) 程醫生，這位是你的什麼人呢？

伯華 這是凌英士的妹妹凌芳潔姑娘。

承贊 凌小姐，你來看你的哥哥嗎？

伯華 (急示以眼色，便不說) 不是的，她不過來這裏玩玩罷了。

承贊 那好極了，我這些玫瑰花你拿去玩罷。

芳潔 我認得你是甚麼人？那個要你的花？(把花丟在地上。)

承贊 (無精打采的) 你不要，我帶回去給我們的丫頭。(在地上把花拾起來，羞憤地下去了。)

英士 (醒過來) 哎，痛，痛！

芳潔 (趨前看) 哥哥！你被誰人打傷的？哥哥，你打傷了，爲什麼不告訴我？(聲悲而慘)

英士 芳妹，你回去罷。我沒有傷，我不過在這裏暫住幾天罷了。你回去對媽媽說，我在程先生處

商量事情，遲兩三天就回家了。妹妹，你回去罷。回去看媽媽的病要緊啊。千萬不要對媽媽說我受傷啊。

芳潔 我不回去。哥哥，你告訴我罷。我要在此地看護你。

英士 (不禁流淚) 唉，好妹妹！你是一個讀書明理的人。究竟看護哥哥重要呢，還是看護媽媽重要呢？妹妹，你回去罷。

伯華 芳妹，你回去罷。你哥哥不過有幾點微傷，不要緊的。我們自會看護他的。

芳潔 那末我把藥拿去給媽媽之後再來看你。

英士 妹妹，你回去千萬不要說我受傷在醫院裏。

芳潔 (依依不捨) 知道了。哥哥我回來再來看你。(下)

看護婦 (匆忙上) 程醫生。剛纔在這裏出去，手裏拿着玫瑰花的人被汽車撞得很傷，請你去救他。

伯華 (作驚狀) 什麼？馮參事出去被汽車撞傷了麼？(伯華與看護匆忙下)

英士 (口裏頻呼其妹) 芳妹, 芳妹。

素冰 (聞聲自內出, 形容憔悴, 傷痕滿面, 急至英士前) 英士哥, 你的妹妹在這裏。

英士 素冰妹, 你受了重傷, 爲什麼出來呢?

素冰 (疑視英士片時不語) 你的傷痛嗎? 你肯爲真理犧牲, 我真是佩服你。

英士 唉, 素冰妹, 我今天受傷, 算不了什麼大的犧牲, 也不十分覺得痛。不過你因爲救我的緣故, 反把你自己弄傷了, 你纔是大犧牲啊。唉, 素冰妹, 我怎對你得起!

素冰 我雖然受傷, 心裏倒覺得很快樂的。

英士 (執着素冰手) 你爲救我的原故受傷了, 反覺得很快樂, 難道我爲教育犧牲, 就覺痛苦嗎?

素冰 英士哥, 我們的理想實現了, 爲真理犧牲, 我相信是不覺痛苦的。

英士 理想終歸有實現之一日。我相信……(疑視素冰, 片時不語) 我那一句生活在真理想與愛情之中的話終歸有證實之一日。

素冰 (把承贊退回給他的戒指拈在手中, 微笑, 眼中的淚晶瑩欲滴下) 英士哥, 今天就是證實

真理想之期，我就是證實你理想之人。我現在相信生活在真理想與愛情的當中的確是人生的真義。英士哥，我從前說要告訴你的話，今天再不能不告訴你了。英士哥，我要告訴你的就是這一回事。（將金戒指套於英士手上。二人含笑凝視不語）

（幕徐徐下——全劇完了）

這本戲是我和錢肇昌君合寫的。二人的筆調語氣，多少總有點不同。因此劇中有許多生強不能融貫的地方，總覺得不是一氣呵成的，所以不得不由一個人負責來重新修改。而且這本戲經東大戲曲研究會多次表演之後，由經驗所得的結果，有許多和原本不同的地方，更不能不重加修正。我這次修改的時間很匆促，不敢說修改得盡善盡美。不過我們演這本戲的經驗繼續不斷的改造，就應當繼續不斷的修改。希望各地排演這本戲的，多多賜教，使牠得不斷的改進。

這本戲思想的來源也要聲明一下。我在廣東高等師範的時候，曾經演過一句新劇，叫做戰血。這本戲的劇本是我們新青年劇社同人所編的。大體很好。可惜當時是用文言寫的，每每不易表現個性，且其中也有許多欠妥的地方。我和錢君都很贊成這本戲的意思，遂採取這本戲的大意，加以剪裁，重新編改，而成現在這本可憐閨裏月。作者不敢掠美，特此聲明。

劇中人：

陳亞夫 年四十歲，一個團長。

陳老太 其母，年六十餘。

蔡婉仙 其妻，年二十六歲。

陳國雄 其子，年九歲。

王秀英 其婢，年十八歲。

蔡傑人 其妻舅，年三十餘。

連得勝 其護兵，年三十餘。

余百忍 軍醫，年五十餘。

賽神仙 卜者，年四十餘。

看護婦 二人 傷兵 十人

紅十字會會員 四人

第一幕 別時容易見時難

時期 一九二一年

地點 南京

佈景 一間西式的大廳

人物：

亞夫 國雄 婉仙 秀英 老太 得勝

開幕：國雄在廳中拍球遊戲，秀英自內門出，手持雞毛帚清潔桌椅。

秀英 (望時鐘) 少爺，時候不早了！你還不上學去嗎？

國雄 今天學校裏放假。

秀英 爲什麼放假？

國雄 昨天先生對說：『江蘇今年水災很利害，我們學校要演戲籌賑，』故此今天放假來預備新劇。

秀英 少爺！你要上台去做戲嗎？

國雄 戲是那些大學生做的，我們小學生只去唱歌。

秀英 唱什麼歌？

國雄 我要去唱一隻『自由之神』。

秀英 少爺！你可以先唱給我聽聽嗎？

國雄 你踏琴，我來唱。沒有琴和着是不好聽的。

秀英 少爺，我連學堂都沒有進過，那會踏琴呢？好少爺！請你自己一個人唱給我聽罷。我很想聽

『自由之神』的歌。

國雄 誰生出來就會唱歌，誰生出來就會踏琴？你不學，自然不會，你進學堂去學學就會了。

秀英 少爺，你別說罷！我那裏有這樣的福氣，能夠和那些有錢的小姐們在一塊兒念書呢？少爺！

你唱『自由之神』給我聽罷！

國雄 好！我唱給你聽罷。（唱）（歌見於南高附小的唱歌集中）

(唱歌之時，秀英聽出神了，不覺把手裏的雞毛箒也掉在地上。歌聲剛剛歇了，軍官從外入)

亞夫 好一個自由之神！誰唱得這樣好聽？(一面走進來一面說)

國雄 (很愉快的雀躍至其父之前) 爸爸回來咧！爸爸！『自由之神』是我唱的。

亞夫 (坐下撫其子之首) 小寶貝！我的心肝！我見你的一舉一動，就好像見了『自由之神』一樣了。(回頭望着秀英說) 秀英！太太在那裏去請她出來。

秀英 是啦。(下)

國雄 爸爸！你爲什麼不常常回來呢？

亞夫 孩子啊！你爸爸何嘗不想常常回來看看你。唉然而……(搖首不語)

國雄 爸爸！我今早看見媽媽自己一個人坐在房子裏面哭呢。我問她爲什麼哭？她總不告訴我！

你去問問媽媽罷！

亞夫 我的兒啊！你只看見你媽媽的哭，你那能看見你爹爹的淚痕呢？(言已垂淚)

國雄 嗚！爸爸！你又爲什麼哭呢？

亞夫 我親愛的兒啊！你從今天以後，恐怕很難見你爸爸的面了。

國雄 爸爸！你要到那兒去呢？

亞夫 我要到湖南去。

國雄 去幹什麼呢？

亞夫 去打仗！

國雄 爸爸爲什麼要打仗呢？

亞夫 （垂首搖頭默默不語）唉！……

（秀英端茶出，婉仙隨後上）

國雄 （急趨至其母前）媽媽！爹爹要去打仗！

婉仙 （聞語作驚疑狀）真的嗎？

國雄 真的！剛纔爸爸告訴我的。我去告訴祖母去！（作欲入內狀）

婉仙 （急止之，淒楚無語，只搖手示意）……

亞夫（沉思了一會兒，覺得不能不告訴他的母親。遂揮手使其子入內。）（秀英隨之）

婉仙 你今天真要開差嗎？

亞夫（良久不語，微點其首）……

婉仙（酸楚萬分，以巾掩面哭）唉！你今天就要去嗎？

亞夫（無可奈何的答她）我知道你的苦處，我想你也知道我的苦處。人生誰不想在家裏享受家庭的幸福？誰願拋妻棄母出去打仗？唉！上官的命令，我也沒法！可恨他們主張南北戰爭，來爭權奪利，就把我們軍官兵士的性命當作兒戲！作他們的爪牙！供他們的犧牲！我現在處於奴隸的地位，爲衣食問題，又不能不掩着良心幹下去。然而一想到要去替人家爭權奪利，真是又氣又恨！

婉仙 你不是常對我說，要去改革軍界，做軍人的模範嗎？我看這次的戰爭，或者能够給你一個改革的機會罷。

亞夫 我心裏也常常想找一個機會去改革中國的軍界。不過這一次，不是改革的機會。試問南

是何人？北是何人？都是我們中華民國的同胞。有什麼可爭？有什麼可戰？所爭者權利！所戰者地盤！他們正在利慾薰心的時候，我一個人那能改革他們呢？我這次忍辱負重掩着良心去打仗，實在是無可奈何！唉，這些囉嗦的話，我不願和你再談了！我今天回來有幾句緊要的話對你說。我此次出去，自問是兇多吉少。我出去之後，家裏一切的事情都要你主持了！媽媽年紀老，望你代我盡子之責侍奉她！國雄年紀小，望你好好的養育他！不幸我戰死沙場，九泉之下也是感激你的！

婉仙 你請放心！這些都是我的責任，我當然要盡的。但是你我一旦又要分離，教我怎樣捨得你？（哭着說，把戒指除下來）這是我的戒指，你帶在手上，就好像時時見着我一樣。（把戒指套在其夫指上）

亞夫 （此時說不出的傷心，惟有垂頭飲泣）唉！這真叫人英雄氣短……

（國雄扶其祖母上）

老太 亞夫！你回來啦！今天放假嗎？噯！我的兒啊！你看你的臉給太陽晒得炭一樣黑，叫我好不

傷心就是不放假，也該請假回家歇息歇息。令我見見你，開心開心兒啊！你要曉得，你的娘今年六十多歲了，和你見面的日子很少了。（回頭對秀英說）秀英！倒水給老爺洗臉，順手兒沏茶來。再去告訴李媽，燉一個雞子給老爺吃！

亞夫 媽！你老人家別張羅啦！今天不是軍營裏放假，也不是我自己請假回家，我回來對你老人家說幾句話，我就要去啦。

老太 我的兒！你不容易回家一盪。爲什麼一回家就要走？你要上那兒去呢？

亞夫 我去……去……去打仗。今天特自回家和你老人家告辭的。

老太 噯唷！我的兒啊！你真忍心離開我嗎？你爲什麼早不對我說，到今天纔告訴我。我只有你這一個兒子，我死也不放你去打仗！少奶（對婉仙說）他瞞着我，你也瞞着我，你早不告訴我，現在又不勸勸他。你不要丈夫，我却不能不要兒子！

婉仙 他這一次是不能不去的，勸也無益。我並不是不愛丈夫，我愛丈夫之心，恐怕比老人家愛子之心還要切！

亞夫 媽！你老人家不要傷心。出去打仗並不是一定不能回來的，而且我打仗已經慣了，那一回是有危險的呢？

老太 你不要騙我。十個去打仗，九個都是沒得彩頭的！前幾次你不過是傲倖罷了！你出戰一回，我的老骨頭（自指）總要瘦了幾分。孩子啊！你的媽已經六十多歲了，還能經得起這樣的悲傷嗎？

得勝 （從外匆忙入。立正。）陳團長！外面弟兄都預備好啦。聽候團長命令出發。

老太 （拿起拐杖擊得勝）趕他出去！趕他出去！我的兒子不比你們這些賤骨頭，你們要打仗，你們自己打去。（得勝退）

婉仙 婆婆！不要錯罵他們。出戰是他們長官的意思，他們自己也是不情願去打仗的。

亞夫 （起身作告辭狀）媽！請你老人家保重！保重！我去啦！

老太 （趕快起身緊握其子之手不放）我的兒啊！你好忍心啊！你不看我的分上，也應當替你妻子想想。你去之後，家中的事誰人照顧？我有差遲誰來服侍我？倘若病死了，有誰來送我的終？我

的兒啊！你好忍心啊！我不如死在你的跟前，倒得你送我一場罷……（大哭作求死狀）

亞夫（跪在其母膝下，一面哭，一面說）媽！我實在是不孝，自古道，忠孝不能兩全。爲國就不能爲家，爲家就不能爲國。望你老人家當少生了我一個兒子罷。（操場上喇叭嗚嗚的響）

得勝 匆忙自外入陳團長別團已經出發了！請團長出去……

亞夫 知道了！（得勝退立一旁）（是時老太緊握其子不放，而操場上喇叭之聲又嗚嗚的催人，亞夫此時情急智生，遂改容對其母說）媽！你放手罷！我不去打仗了！（右手除軍帽給他的母親）如果你不相信，我把這頂帽子交給你，我沒有這頂帽子就不能出戰了，我現在不出去打仗了，在家服侍你老人家了，請你放手罷！（陳母接其帽遂放手）

得勝 團長請……

亞夫 知道了！過來！向得勝耳語，並示以眼色！得勝！你出去對大衆弟兄們說我不去打仗了！

得勝 是！（立正行禮而下）

老太（氣喜揚眉的）是啦！這纔是孝義呢，孩子啊！我勸你不要吃這碗血腥的飯了，你幹快去把

這個差事辭掉罷！

亞夫 媽啊！這碗軍界的飯真是難吃，我有機會總要把差事辭掉不幹的。

得勝 (自外匆忙入) 陳團長！王大人請團長出去談話！

亞夫 什麼？

得勝 王大人請團長出去談話！

亞夫 (故意問之) 不是要我去打仗罷？

得勝 不是！王大人只請團長出去談話。

亞夫 (故意答之) 好！你先出去告訴王大人，說我馬上就來。

得勝 (會意) 是啦！(立正行禮而下)

亞夫 (對其母說) 媽啊！王大人請我出去談話，你把帽子給我罷！

老太 你不是出去打仗罷？

亞夫 不是！我出去和王大人談幾句話就回來。

老太 王大人是誰？他的官比你大還是比你小？

亞夫 （此時喇叭之聲嗚嗚又響。焦急萬分）王大人是旅長，他的官比我大。媽！請你趕快給帽子

給我罷！

老太 （以帽給之）你趕快出去講兩句話就回來！

亞夫 （接帽帶之）是啦！我馬上就回來。（走至門口時，以手招婉仙，婉仙行近他和她握手）請了！

我去啦！家中各事，請你料理一切。（對其母點首）媽！我去啦！望你老人家保重！

老太 我的兒啊！你去那裏嘍？你好好忍心啊！（追其子昏倒在地）

（幕下）

第二幕 憶君迢迢隔青天

時間 與第一幕相隔三個月。

佈景 一面是婉仙的臥室，室內陳設得很整潔。壁上掛着軍官亞夫的照片。一面是內廳的景緻。當中壁上掛着一個觀音菩薩像。前有一張桌子上，面擺着香爐燭台桌。旁兩張中國式的木靠椅。內廳和臥室只有一壁之隔，有門可彼此相通。

人物：

老太 婉仙 蔡傑人 國雄 秀英 賽半仙

這時正是早晨，婉仙剛纔起來。惺忪的雲鬢，斜覆在猶帶睡態的眼臉上。她斜倚在沙發榻上，凝神看着她丈夫的照片。

國雄正從床上爬起來，手搓倦眼，懶洋洋的走到他母親的後面。

國雄 媽媽，早安！（婉仙不覺仍看着其夫的照片）媽媽，早安！你爲什麼起來這樣早呢？（以手撫其母之背）

婉仙 (回頭過去順勢把他拖入懷中) 我的寶貝，再去睡一會兒啊！天還早呢。

國雄 媽，我不能再睡了！我剛纔是從夢中驚醒的。

婉仙 小孩子什麼夢呢？

國雄 我夢見爹爹給了一個菓子給我，不知什麼地方來了一隻惡狗，一口把我的菓子搶去了。

我大哭就醒了。媽啊！爸爸……

婉仙 (不忍聽其子的說話) 你趕快去穿衣裳罷，不要受涼了！

(國雄去床上拿了他的衣服出來)

國雄 (撒嬌的樣子) 媽！我要你和我穿衣裳！

婉仙 自己穿！不要倚賴人！

國雄 不！我不！我要你和我穿。

婉仙 (替其子穿衣) 穿好了。鈕子你自己扣罷！

國雄 (一面扣鈕時一面說) 爹爹在家的時候，我跟奶奶(即祖母)睡。爹爹不在家的時候，我和

媽媽睡。媽媽！我以後不跟奶奶睡了。

婉仙 什麼原故呢？和奶奶睡不好嗎？

國雄 奶奶近來每晚咳嗽的很利害，我睡着的時候，常常是被她吵醒的。

婉仙 你願常常跟着媽媽睡嗎？

國雄 是的！我跟着媽媽好睡得很，一覺睡到天亮打雷的時候，我縮在媽媽懷裏，什麼東西也不怕。

婉仙 孩子啊！你能跟着媽媽……唉！你還是……（急轉以他語）去看看奶奶起來沒有？和奶奶請安去！（國雄入內）

（婉仙從榻上起來打了一個呵欠，懶洋洋的伸了一下腰微微的嘆了一口氣）唉！

國雄 （自內出）奶奶還沒有醒呢。

婉仙 時候不早啦，你趕快上學去罷。秀英！秀英！

秀英 少奶什麼事？（自外入來）

婉仙 你領少爺到外面去吃早飯之後，送少爺到學校去！

秀英 是啦！少爺，我送你到學校去罷！（國雄跟着秀英，很愉快很活潑的下去了。）

婉仙 （凝神看着她丈夫的相片。回首仰視着天空。慢慢兒屈一膝跪下去，雙手合捧在胸前，在房裏祈禱上帝庇佑她的丈夫。）我慈愛的天父！全智全能的上帝！求主以聖靈的恩惠，把一切博愛，快樂，和平，忍耐，誠信，溫柔，中正的種子，散播在那些軍人的心上。使他們早日回頭停止戰爭。使我的丈夫早日平安回家。天父！我萬民託庇的天父！求你准我的懇求。亞門。

（祈禱完了，秀英自外持報紙入。）

秀英 太太！少爺已經到學校去了。我回來的時候，在街上買了一張報紙。老爺雖然沒有信回家，看看報紙或者可以得他一點兒的消息。

婉仙 （接報在手）秀英，你真是好孩子！你知道我的心，不枉費我痛愛你一場了。（看報）

秀英 （站在一旁）報上怎樣講？老爺有消息沒有？

婉仙 報上說南軍已經退到長沙，北軍佔領岳州。內閣總理贈一把獅頭刀獎賞前敵總司令。你

老爺的消息一點兒都沒有呢。

秀英 太太你不要着急。老爺是有福的人天保佑着，一定升官發財的。

婉仙 秀英，你是一個聰明的孩子，可惜沒有念過書。故此一心只望老爺升官發財。秀英，你要知道，趁着國家的內亂，自己乘勢去升官發財的人，簡直是趁火打劫的強盜！你想想老爺是這種人不是？秀英你進去看看老太太起來沒有？

秀英 是啦！（下）

（婉仙此時坐對梳妝檯自理頭髮。老太太從內廳出，手裏拿着三枝香，左手上掛着一串佛珠。把香燭點好，便跪在蒲團上呢呢喃喃的誦起經來）

老太 （向菩薩叩了三個頭）觀音老菩薩保佑我的兒子，平平安安早日回家。我給觀音娘娘念經，南無阿彌陀佛！南無阿彌陀佛……

（秀英捧面盤水從左邊門上，見老太念經又趕快縮回。老太見之急呼秀英。）秀英來！你在那裏
鬼頭鬼腦幹什麼？

秀英 我打水給你洗面的，老太太！你一早起來還沒有洗臉呢。

老太 噯唷！該死！我得罪觀音菩薩啦！沒有洗臉漱口就誦起經來，罪過！罪過！（急忙向觀音作揖）
觀音娘娘！我實在是老糊塗了，求娘娘恕我的罪！（轉過來罵秀英）秀英！你這賤骨頭爲什麼不早些倒水給我？你不知道我天天早上都要念佛，求菩薩保佑你的老爺早日平安回家的嗎？這回老爺平安便罷，不然我一定不放過你這個小蹄子！（一面洗漱一面說）

秀英 老太太！我一早就起來啦。因爲送少爺到學校之後，回家和太太又多談了幾句話，故此倒水給老太太就遲了一點。老太太！求神拜佛全講一點心，就是一時忘了洗臉我想也不要緊的。

（婉仙梳好頭了，急忙從房裏出來）

婉仙 婆婆爲什麼一早就起來就嘔氣呢？

老太 不曉得那兒來的賤東西，把我的洗臉水也忘掉倒給我了。還教我得罪了觀音老菩薩。
婉仙 婆婆！這是我的不好。因爲我和她多談了幾句話呢。

老太 少奶！你是主婦！她是丫頭。你和她談話，不怕降低了你自己的身分嗎？

婉仙 婆婆！你這句話我是不敢說的，秀英也是一個人，人和人講話，我看來是沒有高低的分別的。秀英這個孩子，實在是可愛，她常常記掛着老爺，時時請問老爺的消息呢。

老太 （望着秀英現出很慈愛的樣子說道）秀英！我錯罵你了，原來你是一個好孩子！唉，少奶！做丫頭的尙且這樣掛念她的老爺，爲母親的更不知道掛念一塊肉到怎麼樣了！（拭淚）唉！去了半年只有一封信回家。真叫人憂愁死了。唉！我的兒啊！你好很心啊！（嗚咽起來）（復大咳不止）

婉仙 （爲之捶背）秀英！去倒杯茶出來給老太太。

秀英 （端而盤在手）是啦！（下）

婉仙 婆婆！你的年紀已老，不要太傷心了。他沒有信回家，我想是不得空寫信的原故，婆婆！你放心罷！

老太 現在誰能知道他的消息呢？唉！我近來心驚肉跳，時常夢見他。少奶！我昨晚做了一個夢，把我嚇得不得了。

婉仙 什麼夢呢？

老太 我夢見我們園子裏，有許多活鬼跑來跑去，張開口要吃我。少奶！這個惡夢不知是兇還是吉呢？

秀英 (端茶出) 老太太！喝杯茶罷。

老太 秀英！你進去把那本玉匣記拿出來給我。

秀英 是啦！(下)

婉仙 婆婆拿來幹什麼呢？

老太 玉匣記是詳夢的書，我要拿來查一查我做的那個夢，是吉還是兇？

婉仙 婆婆！日有所思，夜有所夢。夢和人的吉兇我看來是沒有關係的。

(秀英拿書出來交給老太太)

老太 (拿書遞給婉仙) 少奶，我的眼睛不好，不能看這小字，你替我查一查罷！

婉仙 (接書過來大略翻了一下) 婆婆好了！你不用憂愁了！書中說：『活鬼在園百憂去』婆婆！你昨晚的夢，是好夢。你放心罷！(故意作吉祥語以慰之)

老太 (面現笑容) 真的嗎? 拿來我瞧一瞧! (接書過來看了一會兒) 不錯對的! 『活鬼在園白夢去』少奶書上雖然是這樣講, 我還是有點不放心! 秀英! 你到巷口去請那個賽半仙來我問問他, 叫他卜一卦看看!

秀英 是啦!

婉仙 (秀英正欲下去的時候, 婉仙急止之) 秀英, 過來我有句話對你講! (秀英行近她的身邊, 她便與秀英耳語) 秀英, 頻點其首!

老太 你們又在這裏搗什麼鬼? 秀英, 趕快去叫賽半仙來罷。

秀英 是啦! (下去)

婉仙 婆婆, 我們並不是搗什麼鬼。我叫秀英在路上順便帶兩個雪梨回來給國雄。

老太 國雄這孩子實在是可愛。不過他常常愛學他老子操兵打仗的樣子。我看了心裏面是很難過的。難道真是將門出將子嗎?

婉仙 國雄大了, 我死也不讓他去走軍界的。我們受他老子的苦已經受够啦, 我們還能忍心令

別人再受他的苦嗎？

(秀英扶賽半仙入)(婉仙下)

秀英 賽半仙來了。

半仙 你們家裏有狗沒有？有坡臺請你告訴我！

老太 先生請坐。(秀英端了一張沙發椅給他坐)

半仙 (坐的時候，先以手摸着椅邊。誰知沙發椅是活動的。他坐的時候椅子往後一退。他便坐了個空。一交躓在地上) 倒霉！這是什麼椅子啊！(坐下) 老太太叫我來算命還是卜卦呢？

老太 請先生來卜卦的。

半仙 求財卦，還是行人卦？

老太 行人卦。請先生卜一卦看我的兒子什麼時候可以回來？

半仙 少爺到了什麼地方去呢？

老太 到湖南打仗去了。

半仙 哦！哦！待我來替你卜一卦文王神卦罷。（從身上把卜卦的東西拿出來）請你們點三枝香來！

老太 秀英點三枝香來！

秀英 是啦。（點了三枝香給半仙）

半仙 （拿香在手，口中喃喃的說了一會兒，便把香插在桌縫上，拿出卦筒望桌上一傾，擲出三個銅錢出來，他拿手把銅錢摸了會，又把錢入卦筒中再擲。如是者六次，每擲一次後，口中便念一句卦語）這是一個單。這是一個拆。又是一個單。這是一個交。這是一個單。又是一個交。（總念一句）單，拆，單，交，單，交。這是一個水火既濟卦，變爲天火同人卦。老太太！這個卦很好，是財旺官興之象。少爺早則今年七、八、九、十，四個月當中一定回來。遲則明年正、二、三、四、五、六月間一定回來。今年不回來，再看明年，明年不回來，再看後年。後年不回來，再看大後年。少爺一定回來的。

老太 他現在的人怎麼樣呢？

半仙 少爺在外面平安吉慶。老太太你放心罷，不過……（搖首不語）

老太 不過怎樣呢？請你照直說罷。

半仙 我們卜卦的人，不會說假話的。我現在照直說出來，請你不要見怪。

老太 (焦急狀) 不見怪的！照直說罷！

半仙 這個卦是很好的。不過……(搖首不語)

老太 (焦急萬分) 怎麼樣？請你快說罷！

半仙 不過有一點小小的災星。然而不要緊，我有方法把他解除的。

老太 先生既然能够解除災星，就請先生替他解除罷。

半仙 請問老太太要大解難還是小解難？

老太 大解難怎麼樣？小解難怎麼樣？

半仙 小解難八百八。大解難一塊零二。

老太 要大解難！

半仙 大解難就一塊零二。

老太 是啦！就一塊零二罷。先生能够愈快替他解除愈好。

半仙 那是一定的。我回去馬上就替你解難就是了。請你把買香燭的錢給我罷。

老太 （掏錢出來）這是你卜卦的錢。這是你大解難的錢。拿去罷。勞煩你了。

半仙 （搖手作客氣狀）用不着用不着這樣快！

老太 要的你拿去罷！

半仙 （接錢在手）那就謝謝老太太了。

老太 秀英！你好好的扶先生出去罷！

秀英 是啦。（扶半仙下）

婉仙 （自內出）婆婆剛纔卜的卦怎麼樣？我猜是很好的罷。（微笑）

老太 是的是很好的！他快要回來了。

（傑人在外叩門）

秀英 誰啊？誰啊？你是誰啊？

老太 秀英！快去開門！恐怕是你老爺回來了。

秀英 是啦。（下去作開門）

傑人 姐姐，好久沒見了。太親母你老人家一向可好啊？

婉仙 弟弟，你什麼時候回來的？你一向可好啊？請坐罷。秀英，給舅少爺沏茶來。

老太 舅少爺你近來好啊？

傑人 託福，託福。

老太 舅少爺，你剛纔打門的時候，令我空歡喜了一場，我以為是你的姐夫回來呢。

傑人 姐夫近來有信回來嗎？

老太 你姐夫上湖南打仗去啦。一去半年，只來過一封信，現在不曉得怎樣呢？唉！真是叫人憂鬱

死了！

傑人 太親母！不要憂愁。我看姐夫或者是因為軍事太忙，沒有空寫信回家罷了。

老太 我也是這樣想。只有求神拜佛保佑他就是了。我真不知道他們爲什麼常常要打仗？你姐夫打了十多回仗了，打來打去還不過是一個團長。倒先叫家裏的人替他擔憂死了。

傑人 事已如此，擔憂也無益。我勸你們還是放開心腸罷。

婉仙 弟弟！你近來好嗎？

傑人 我在鄉下教書，雖然覺得寂寞一點，然而有一種特別的風味。說不出的快樂。這兩天因爲放春假，我所以就回來看看我家裏的人。順便也過來看看姐姐和太親母。

婉仙 弟弟！你從事教育，真是好極了。一方面能够替社會服務，一方面又能够顧全家庭之樂。我真是羨慕你，將來國雄大了，我也要叫他學你這樣。

老太 我也是這樣想！舅少爺！你回來能够住幾天呢？

傑人 我這次回來順便要辦一點學校用的東西。多則停留兩個星期，少則一個星期。就要回去了。

國雄 (放學自外歸) 奶奶！(鞠躬) 媽媽！(鞠躬) 舅舅！(鞠躬) 舅舅！你什麼時候來的？你有帶櫻桃

來給我嗎？

傑人（拖至懷中）好外甥！幾個月沒見，倒長得這樣胖啦！（以手攝其頰）櫻桃還沒有長紅，下次我再帶來給你罷。

國雄 舅舅等到櫻桃熟了的時候，請你來帶我到鄉下去。

婉仙 只要你喜歡去就好了。

老太 哼！櫻桃熟的時候……

秀英（外面進來，手裏拿着一封信）太太老爺可來信啦！（以信給婉仙）

婉仙（拆信看的時候，現出酸楚的樣子，持信默看不放）……

（衆人作驚訝狀疑視婉仙）

老太 媳婦信裏怎麼樣講？（婉仙不答）

傑人 姐姐信裏到底講些什麼話？（婉仙仍不答，轉過頭來看國雄）

國雄 媽媽爸爸信上怎講呢？

可憐閨裏月

婉仙 (懶懶地嘆了一口氣) 唉！你爸爸打敗……唉！沒有怎麼樣！

(衆現驚色)

(幕急閉)

第三幕 古來征戰幾人回

時間：與第二幕相隔一星期

人物：

亞夫 得勝 余百忍 紅十字會員四人。 看護婦二人。 傷兵十人。

佈景：一個傷心慘目的戰場。戰場上軍士死傷狼藉，白骨無數。戰場左方有幾株被礮火擊毀的春柳。柳外隱隱露出一道戰壕。戰場右方有一個紅十字會的營幕。營頭一燈熒熒。此時正是深夜。半空中懸着一輪明月，放出慘淡的青光，照在這淒涼悲慘的戰場上。（台上下電燈全熄，從舞台旁放出一種綠光照在戰場上。）

將要開幕的時候，幕內做出種種可怕的聲音：槍聲，礮聲，喊殺聲，軍號聲一時並作。

開幕後，靜寂無聲。隔了一分鐘的時候，傷兵呻吟聲四起。看護婦二人正在替一個傷兵救傷。

百忍（自營幕內出來，把抬來的傷兵看了一眼）唉，可憐！這次傷兵真是不少啊！

婦甲 余先生！那一回戰爭不是死傷幾千萬人的！

百忍 他那裏有傷？

婦乙 (指着傷處說) 他腰部中了槍彈。

百忍 (搖頭嘆惜) 唉，可憐得很！危險極了！(替傷兵醫治，看護婦爲之包裹。把已經抬來的五個傷兵逐一醫治畢。紅十字會員接二連三的又抬了五、六個傷兵入來。百忍逐一的替他們醫治。治畢把他們放在營前的空地上。)

(紅十字會員，抬亞夫上，得勝手持其帽，跟在後面。)

紅甲 (卽紅十字會員甲) 余先生，這個軍官受了重傷。

百忍 抬來看。(解衣視傷，微搖其首) 把他抬到帆布床上罷！(會員把他抬到營前的帆布床上)

得勝 (對軍醫行了一個軍禮) 余大人，我們大人的傷不要緊罷？

百忍 你是他的什麼人呢？

得勝 我是他的護兵，連得勝。我們大人的傷究竟怎麼樣？

百忍 現在很難說，我們盡心醫治就是了。

得勝 (忙急的樣子，急從醫生的藥囊中搶了兩三瓶藥出來交給軍醫) 余大人，請你趕快醫治我們大人罷！

百忍 (搖手止之) 不不……你不懂的！

得勝 不是這些藥嗎？(急忙放下，又另拿幾瓶出來給軍醫) 是這些藥嗎？

百忍 够啦！你不要在這裏糊塗啦！你好好的站在一旁服侍你的大人，我自然有方法醫他的。

得勝 (趕忙立正行禮) 是是(站在一旁)

亞夫 (軍醫替他醫治的時候，悽慘痛呼，手足亂動，表示痛極的樣子) 噯喲！噯喲！……噯喲！我的天啊！噯喲！噯喲！我的媽啊！噯喲！痛死我啦！

(得勝此時站在一旁搖頭垂淚)

百忍 (把亞夫醫治完了，回頭對得勝說) 你不要哭，哭也沒用。你可以在這裏同看護婦好好的照應他。最緊要不可和他談話。

得勝 是是！

百忍（對看護婦說）你過半個鐘頭，送一杯這種藥給他吃。你好好的看護他。我還要下去醫那些受傷的兵士。

婦甲（看護婦甲的簡稱）是啦。

（百忍與婦乙同下）

得勝（站在一旁屢窺其大人的動靜）可憐我的大人，不知是生還是死呢？早知道這個樣子，我在開差的時候就不催他來了。

婦甲 我真不明白你們當兵究竟有什麼意思？你們究竟爲什麼要常常打仗打勝了你們有什麼好處？

得勝 我們平常自己一點也不曉得，到現在我纔曉得當兵是……

（一個傷兵呻吟起來，看護婦急忙過去看他。得勝的話因此打斷了。他也跟着過去看那個呻吟的傷兵）

兵甲（即傷兵某甲）噁！痛啊！（從地上坐起來，擁着大腿叫痛）我口乾得很，給一杯水給我。（

着護婦把一杯水給他)

得勝 (作驚訝狀) 咦! 你不是范金標嗎? 爲什麼在這裏?

兵甲 我運子彈的時候, 給人家打傷的。

得勝 傷在那裏?

兵甲 傷在大腿。得勝你爲什麼也到了這裏呢?

得勝 陳團長打傷了, 抬到這裏來醫治呢。

兵甲 (作驚訝狀) 什麼? 陳團長也打傷了嗎? 唉! 這碗軍界的飯真是不能吃。我好了之後, 寧可做

告化子討飯, 也不再當兵了。(對看護婦說) 請你再倒一杯水給我。(看護婦下)

亞夫 (長恨一聲) 唉! 勝了沒有?

得勝 (急忙走過去) 得勝在這裏。

亞夫 (奮興起來) 呀! 得勝了! 殺! 殺! 殺!

得勝 (扶着亞夫) 不是得勝, 是護兵連得勝在這裏。

亞夫（精神略清爽些了）什麼？不是打勝嗎？原來是你，你在這裏幹什麼？

得勝 我在這裏伺候大人的。

亞夫 得勝！你爲什麼把我領到樹林裏來？這個時候，戰場上能够離開我嗎？

得勝 大人受傷了。那能……

亞夫 糊說！我那裏有傷？

得勝（手指其傷處）這不是傷嗎？

亞夫（手撫傷痕，眼向上視，面色驟變）唉！我受傷了。（身向後便倒）

得勝（驚惶大呼）救命啊！大人不好了！

百忍（急上）什麼事？（見了得勝便罵）我叫你不要和他說話，你爲什麼偏要和他說話，（回頭

罵看護婦）你爲什麼不在這裏好好的看護他？

得勝 不是我和他講話，是他要和我講話的。

百忍 算啦，你不要多講話啦。（對看護說）把那瓶藥水拿來！

(看護婦把藥倒在杯裏給亞夫喝)

百忍 (拿聽筒及驗溫器出來，把亞夫檢驗了一番) 唉！可憐……(搖頭不語)

得勝 余大人！陳團長究竟怕不怕？

百忍 (只搖頭不語)……

得勝 (着急狀) 究竟怎麼樣？

百忍 (手撫其脈，仍搖頭不語)……

得勝 你儘在那裏搖頭幹什麼？你搖頭說大人沒救呢？還是說大人不要緊呢？

百忍 (以手止之，仍搖頭不語)……

得勝 (把得勝急得哭起來了) 我！我！我的大啊！你究竟怎……怎……怎麼樣了！唉！如果給老太

太知道，不知多麼傷心啊！

亞夫 (因得勝這一句話，遂聯想到家中的老母，因此便生出一種錯覺，誤認老醫生是他的老母) 媽啊！我的媽啊！孩兒不孝，把你一個人丟在這裏。唉！媽啊！我死了之後，你千萬不要傷心，你

還有你的媳婦可以侍奉你，你的孫兒伴着你。媽媽！你好好的保重罷！

百忍（搖首垂淚）你不要認錯人，我不是你的媽媽。你好好的安心休養罷。

亞夫 媽媽啊，你還不認我嗎？我死了之後，我的魂魄半步也不能離開你的。

百忍（見他神經已昏亂，急假裝其母安慰之）我的兒啊！你媽媽在你旁邊看着你。你好好的睡罷，（對看護婦說）把安腦藥拿來給他吃。

婦乙（拿藥上）吃了這杯藥罷。

亞夫（見看護婦送湯藥上，誤認是他自己的妻子）我親愛的婉仙啊！我和你永別了！我和你十年的夫妻，想不到今天在這裏和你分別！你如果是真愛我的，請你原諒我。不要憂愁！放開心腸，維持我的門戶。媽媽年紀老，你好好的侍奉她。國雄年紀少，你好好的教養他。我在九泉之下，也是含笑感激你的。

百忍（此時又好笑，又心酸）她是看護婦。你把這杯藥好好的吃了，靜靜的睡一會兒罷。（亞夫把藥飲了便睡下。）拿個枕頭來給他。（對看護婦說）

婦甲 (入內取枕頭出來) 余先生枕頭拿來了。

百忍 給他墊頭，墊高一點。

亞夫 (把枕頭誤作他的兒子。把枕抱在懷中，與枕接吻) 兒啊！我親愛的國維兒啊！你不能再見你爹爹的面了。

婦甲 (奪去他的枕頭，扶他睡下) 這是一個枕頭，不是你的兒子。

(此時舞台後面，可怕的戰爭聲音又大作。紅十字會員又陸續的抬了兩個傷兵進來)

百忍 唉！這次的戰爭真是死傷不少啊。這裏人滿了，你們把這兩個傷兵抬到後面去罷。(紅十字會員把傷兵抬下。軍醫拿了救傷器具與看護婦同下。將要入內的時候，急回頭對得勝說)

你好好的看着他！我去一會兒就來。最緊要不可和他談話。

得勝 是！是我這次絕不和他講話了。(醫生看護同下)

(得勝此時小心翼翼的看看亞夫，見他蓋的氈子要掉在地上，他趕忙拾起來替亞夫蓋好。誰知這一蓋，又把亞夫驚醒了。)

亞夫 得勝，老太太和太太上那兒去啦？

得勝 她們沒有來。她們……（此時記起醫生吩咐他的話，他，便不敢再和亞夫講話）我不和你

講話。（離開亞夫）

亞夫 得勝，你過來把我的戒指除下來！

得勝 （遠遠的立着說）我不能和你講話。

亞夫 過來把我的戒指除下來，你把他帶回去交給太太。

得勝 （把他的戒指除下）我不和你講話。

亞夫 得勝！我不能活了！你把這個金戒指帶回去交給太太。你把我在這裏的情形告訴她。說我醫好了就回家。叫他們不要傷心。得勝！你回去罷。得勝！我還有一件要緊的事告訴你，你回去千萬不要把我的消息告訴老太太。

萬不要把我的消息告訴老太太。

得勝 大人，我現在怎能忍心離開你？我願跟着大人，生則同生，死則同死。我今天斷不能離開你。

亞夫 得勝！你趕快回去罷！不要再當兵了，我今天纔覺得當兵實在是沒有什麼意思的。我們何

苦拿性命去替人家爭權奪利！我們何苦拿槍礮去殺我們親愛的同胞！得勝啊！你回去罷！你不要再夢想升官發財了！我當了十年的軍。結果也不過是這樣！你看寒心不寒心呢？得勝啊！你回去罷！

得勝（聽了這一段話傷心起來了）大人我……

（此時舞台後面槍礮聲又大作）

亞夫 得勝！趕快走回去！敵兵衝鋒來了！你趕快回去罷！（欲勉強起牀，一交跌在地上死了）

得勝（撫尸大哭）唉！我的大人啊！

（幕急下）

第四幕 猶是春閨夢裏人

時間：與第三幕相隔七天。

人物：

婉仙 老太 國雄 秀英 亞夫

佈景：婉仙的臥室。室內陳設得很清潔。室的右面斜斜的擺着一張鐵牀。當中一列四個窗。兩個閉着，兩個開着。從開着的窗中望出去，可見婆婆的樹影。樹梢上現出一個光輝皎潔的明月。一片如銀的月光，從窗中射進房裏。窗下有一張沙發床。床頭有一張小圓棹，棹上點着一盞洋燈。婉仙坐在榻上看報。國雄靠着她的身旁。

國雄 (帶哭的聲音) 媽媽啊！爸爸呢？

婉仙 乖乖，你爸爸在營盤裏。

國雄 媽媽，爹爹爲什麼還不回來呢？

婉仙 你爸爸打仗去了，那能這樣快回來呢。

國雄 打仗是什麼東西？爸爸爲什麼要去打仗？

婉仙 打仗是老虎，是可怕的東西。我也不知道你爸爸爲什麼要去打仗。國雄！時候不早啦，去睡罷！

國雄 （撒嬌的狀態）不！不！不！我不睡！我要等爸爸回來！

婉仙 你等爸爸回來幹什麼？

國雄 我向爸爸要皮球玩，要糖菓吃。

婉仙 你爸爸今晚不會回來的。你趕快去睡罷！

國雄 我不睡！我不睡！我今晚一定要等爸爸回來。

婉仙 乖乖聽媽媽的話去睡罷。媽媽給你兩個銅子明天買東西吃。

國雄 （氣憤憤的把銅子丟在地上大哭起來）我不要銅子，我要爸爸媽！你把爸爸給回我！爸爸啊！你趕快回來啊！

婉仙 （悲不自勝，以巾拭淚）不要哭，吵醒老奶奶。

老太 (自內扶拐杖出) 什麼事這樣吵鬧?

婉仙 國雄這個小孩子又淘氣了。

老太 (把國雄抱在懷裏) 好孩子，不要哭。你要什麼？儘管告訴奶奶。

國雄 奶奶，我要爸爸！

老太 (不禁又感傷起來，老淚頻揮) 我的寶貝，你爸爸快要回來了，明天就回來了。跟奶奶去睡罷。

國雄 不，我不睡。

老太 (把國雄拖到鐵牀上) 我的心肝，奶奶陪你在媽媽的牀上睡罷。(他們都和衣睡下了。老

大頻搔國雄之背，久之，二人沈沈睡去)

婉仙 (見二人都睡了。恐怕他們受涼，急去關窗。當她關窗的時候，驀抬頭見了團團的月兒，便觸起綿綿的憂思，順勢便坐在沙發牀上對月凝想。(舞台後宜用綠光照婉仙身上) 她想打斷這些思想，使懶洋洋的到書架上拿了一本書在燈下看。看不上幾篇，她便微微的睡去。於是她

愛人入夢了）（舞台的光宜略暗）

亞夫（顏色憔悴，形容枯槁。按着琴聲出現。——出現的時候，不可直接從台內出來。全場燈火

一黑，就急出來站在婉仙之旁。燈光復原，便開始做種種表情的動作：先以手招其妻起來。（婉

仙即從牀上起來。夢中起來步行，作種種舉動，是變態心理學中的一種現象。叫做『睡遊』(Somnambulism)。其次對着其妻苦笑。其次二人接吻。其次作種種手勢，將在戰場受傷，死在壙

野的情形表示出來。婉仙亦即表現極悲傷的樣子看着他。其次，向其妻搖手，叫她不要悲哀，並

拿出手巾來替她拭淚。並作出一種手勢，請其妻代他奉母教子的樣子。其次向着鐵牀慢慢的

行過去，看他的母親與兒子。剛至鐵牀旁邊，正想和他的愛兒接吻的時候，雞聲叫了，燈火一黑，

亞夫即渺。婉仙仍舊是睡在沙發上。一片陽光，從窗中進來，正照着她。（用紅光照之）她驚醒了。

她坐起來。回想夢景，將信將疑的樣子，以巾掩面而泣。（注意！夢中只表示動作，而無言語）

國雄（在牀上醒了）媽啊！我起來了！你怎麼沒有睡覺呢？

婉仙（走至牀前）睡一會兒再起來罷。天還早呢。

可憐閨裏月

國雄 (跪在牀上，摟着婉仙的頸) 媽媽！你爲什麼哭呢？

婉仙 我昨晚夢見你爸爸回來的。

國雄 什麼？爸爸回來啦嗎？(他趕忙爬過去推醒他的祖母) 奶奶！起來！爸爸回來了！

老太 (起來，以手搓其惺忪的老眼，打了一個呵欠) 什麼？我兒子幾時回來的？

婉仙 婆婆！他沒有回來。

老太 爲什麼國雄說他回來呢？

婉仙 國雄聽錯啦，我說我夢見他爸爸回來。

老太 原來是國雄這個孩子聽錯啦，倒叫我空歡喜了一場呢。少奶！什麼時候了？

婉仙 (看手錶) 六點三十分了。

老太 噯！我老糊塗了。怎麼昨晚一覺就睡到這個時候，你昨晚在什麼地方睡呢？

婉仙 我在沙發牀上睡的。

老太 (急忙下牀) 少奶，你趕快再睡一會兒罷！

婉仙 我不能睡，秀英！秀英！

秀英 (聞呼自內出) 太太什麼事？

婉仙 倒水給老太太洗臉。

老太 倒到我的房間去罷。(秀英扶之入內)

婉仙 (凝視壁上小照) 唉！

國雄 媽啊，你看爸爸的相片做什麼？

婉仙 (聞其子之語，愈悲不自禁，掩面而泣。)

秀英 (自外匆忙入) 太太，連得勝回來了，他說有緊要的話對你說。

婉仙 (又驚又喜) 什麼？連得勝回來了，你看見老爺嗎？

秀英 只連得勝一個人回來。

婉仙 叫他進來！

得勝 (自外隨秀英入，向婉仙行軍禮) 太太！

婉仙 得勝！你回來啦，老爺呢？

得勝 (急忙紛亂的樣子在腰袋裏摸戒指) 我帶回來了。

婉仙 你把老爺帶回來在什麼地方？

得勝 (仍舊在身上亂摸) 咦！奇怪！我明明帶了回來的。

秀英 老爺究竟回來沒有？

得勝 我是帶回來的，究竟跑到什麼地方去啦？(雙手捧頭作凝想狀)

婉仙 得勝！你今天究竟怎的說話這樣糊塗！你既然把老爺帶回來了，爲什麼又說不知道他跑到什麼地方呢？

到什麼地方呢？

得勝 (忽悟) 啊！我想起來了，在褲袋子裏面。

秀英 得勝！不要胡說！

得勝 (將戒指掏了出來) 太太，這就是老爺叫我帶回來的。

婉仙 老爺爲什麼叫你把這個東西帶回來呢？

得勝 (欲說不說的樣子) 老爺……老爺……老爺……

婉仙 什麼趕快說！老爺究竟怎麼樣？

得勝 老爺……(哭起來)

秀英 老爺究竟怎麼樣？趕快說！

得勝 老爺死啦！他臨死的時候叫我把這個東西帶回來給太太的。

婉仙 (手拿戒指看了一會兒，淚盈盈欲出，將信將疑的樣子) 得勝！這個消息真的嗎？他還有什麼話說呢？

得勝 老爺在陣上被槍彈打傷了，後來就抬到紅十字會處醫治，過不了幾個鐘頭老爺就死了。他臨死的時候，把老西醫認錯了是老太太，把看護婦認錯了是太太，抱着枕頭當少爺……唉，可憐得很啊！

婉仙 他還有什麼話說呢？

得勝 他叫你不要悲傷，好好的侍奉老太太，教養少爺。(說罷咽淚)

國雄 不好了！我爸爸死了！（哭着入內）奶奶爸爸死了！奶奶啊！爸爸死了！

秀英 （忙拖住他）少爺！不要進去告訴老太太！我和你出去玩耍罷！（強拖之下）

得勝 啊！我又想起一句話來了！老爺臨死的時候，叫我不要把他的消息告訴老太太的。

婉仙 （拿戒指在手，呆呆的看着）唉！人亡物在，叫我看了怎……怎……怎不傷心呢？得勝老爺
究竟是那天去世的？

得勝 前天不是還前一天呵！不是前幾天。

老太 （自內出）得勝！你什麼時候回來的？你的老爺呢？

得勝 我剛纔回來的。老爺……（婉仙示以眼色，使不要說下去）

婉仙 他快要回來了！

老太 （歡天喜地的）少奶！觀音菩薩真是靈啊！她居然保佑我的兒子平安回家了，我們趕快燒香還願罷。少奶！你爲什麼哭呢？

（得勝此時只站在一旁想心事，不知告訴老太太好呢，還是不告訴她好呢。）

婉仙 我沒有哭，昨晚沒有睡，今早眼睛有點兒痛罷了。

國雄 (自外入急趨於祖母之前) 奶奶啊，爸爸死了。

老太 吓！不要胡說！你爸爸快要回來了。你爸爸不會死的，有觀音菩薩保佑他呢。

國雄 奶奶，爸爸真是死了，得勝把媽媽給爸爸的戒指帶回來了。(過去奪其母之戒指) 奶奶，你看這是什麼東西？

老太 究竟怎的得勝！老爺究竟回來沒有？(衆人皆靜默) 我的兒子究竟怎麼樣？

得勝 老爺……(秀英示以眼色，使不要說下去) 就回來了。

老太 你說老爺快要回來，爲什麼他交這個東西給你帶回來呢？他自己不會帶回來嗎？

得勝 老爺死……死……死了(哭起來)

老太 真的麼？這究竟是什麼一回事啊？

婉仙 (用極悲的聲音說) 婆婆，這也是天命！

老太 (聞說即昏過去，醒來大哭) 我的兒啊，你好狠心啊！我當日叫你不要出去，你偏不信我的

話，今天你真是忍心丟下我，可憐我的老命有誰來服侍呢？我的兒……兒啊！我的心肝啊！老天
啊！你要了我的命了……（昏倒在地）

衆人 不好了！老太太昏過去了！

（幕急閉）

第五幕 此恨綿綿無盡期

時間：與第四幕相隔十天

人物：婉仙 國雄 秀英 得勝 傑人

佈景：一間幽靜的孝堂，左首設着老太的靈位，右首設着亞夫的靈位，老太的靈位面前，點着白臘燭，桌圍也是用白的。亞夫靈前點着藍臘燭，棹圍是藍的。室中現出悲慘淒涼的景象。

(秀英和得勝整理靈位，清潔孝堂)

秀英 (整理靈位後，向老太靈前及亞夫靈前磕了三個頭) 老太太，望你保佑我們！

得勝 (清潔孝堂後，向亞夫靈前磕了三個頭) 可憐我的老爺已經死十多天了。老爺，望你保佑

我，(說完了又磕了三個頭)

秀英 得勝！你只知道有一個老爺，你只知道求老爺保佑。爲什麼不向老太太磕頭呢？

得勝 噯！該死！我真糊塗！(急向老太靈前叩頭) 老太太，請您老人家不要怪我。我向您老人家磕頭了。

秀英 老太太是你害死她的，還不給她磕多幾個頭嗎？

得勝 胡說！老太太是自己病死的。那裏是我害死的呢？

秀英 老太太的確是你害死的！

得勝 笑話！不要胡說！

秀英 我並不是和你講笑話的！我請你自己想一想！老太太究竟是爲什麼死的？

得勝 老太太是病死的。

秀英 老太太爲什麼病的？

得勝 她想老爺想病的。

秀英 誰人催老爺出去打仗的？你看今天這種情形可憐不可憐？

得勝 （想了一會兒，半日答不出來。）是……是……是我催老爺出去的。（急忙又向老太太靈前

跪下）老太太！請你恕我的罪！老爺出去打仗，是上頭官長的命令，我不過來催了老爺三回罷了。老爺當了軍人，就不能不去打仗。打仗害死了老爺，又害死了你。更不知道害死了多少人？老

太太我現在知錯了！我死也不願再當兵！我死也不再替人家爭權奪利去打仗了！（起來站在一旁）

婉仙（穿着孝服，攜着國雄自內門上）國雄！今天是你奶奶的頭七，爸爸的二七。趕快拜奶奶和爸爸罷！

國雄（在其奶奶靈前磕三個頭）奶奶啊！你到了什麼地方去了？奶奶啊……（哭甚哀）

婉仙（扶國雄起來）不要只顧哭奶奶！還要拜爸爸呢。

國雄（又在其父靈前磕三個頭）爸爸啊！爸爸啊！你爲什麼不回來啊？爸爸啊……（哭聲較前尤哀）

得勝（扶國雄起來）少爺！不要哭了！我和你出去玩罷！（扶國雄出）國雄出去後猶聞他的哭聲）

婉仙（對其姑及夫前各一鞠躬之後，立在老太的靈前哭）婆婆啊！我的親婆婆啊！唉！想不到你一病三天就去世了！留下我們母子兩人多麼傷心啊！婆婆啊！你想必在天堂上和亞夫相會

了！你們母子相會，我真想不出你們快樂到怎麼樣？可憐我和國雄母子二人，仍舊偷生在這悲慘的地獄裏！婆婆啊！我親愛的婆婆啊！你帶我去罷！我實在不願意再留戀這污濁的世界了！婆婆啊！你帶我去罷……

秀英 太太不要過於傷心了！

婉仙（又立在其夫的靈前哭）亞夫哥！我親愛的亞夫哥！你帶我去罷！無論有什麼危險，我也願意跟隨着你！亞夫哥！可憐你戰死沙場，犧牲性命，究竟有什麼好處？只換得一個家破人亡罷了！那些叫你去替他爭權奪利的人，會來可憐你嗎？會來替你流一點眼淚嗎？可憐你的哭你的，只有你家裏的人罷了！唉！這樣自私自利的社會！這樣慘酷無情的世界！還可以留戀嗎？亞夫哥！你帶我去啊！你帶我去啊！我真是一天也不能再住在這悲慘的世界上了……

秀英（勸她）太太！你三天沒有食飯了，不能再哭了！你還要照顧少爺呢！

婉仙（止淚）秀英！你去請舅老爺過來罷！

秀英 是啦（下）

婉仙 (秀英去後，即拿身上的自來墨水筆寫了一封遺書，放在亞夫的靈前。其後入房內取出手槍一枝) 婆婆啊！亞夫哥啊！你們來帶我去罷！(以槍指胸) 國雄啊！你媽媽不能再照顧你了！我的兒啊！你媽媽那忍心離開你不過……(自殺死)

(傑人與秀英自外入)

秀英 太太舅老爺來了！(見狀大驚) 噯！噯！不好了！太太……

傑人 (急忙過去，撫之已氣絕) 唉！姐姐啊！你何苦這樣呢？秀英！國雄呢？

秀英 跟得勝在外面玩耍呢。

傑人 得勝是誰？

秀英 是老爺的衛兵。

傑人 秀英！你去找國雄回來罷。

秀英 是啦！(下)

傑人 (在靈前得其姊的遺書。急拆開來看。愈看愈傷心) 唉！今天的事情是真的呢？還是做夢呢？

(捧信嗚咽)

(秀英得勝國雄三人入)

國雄 舅舅！你什麼時候來的？(傑人仍看着遺書不覺) 嗚喲！媽媽爲什麼睡在地下？嗚喲！不好了！
媽媽死了！(撫屍大哭)

(衆人皆下淚)

傑人 (扶國雄起來) 好外甥！不要哭了！跟着你的舅父去罷！現在櫻桃熟了！

秀英 舅老爺！你手裏拿着的是什麼東西？

傑人 是我姐姐的遺書。

秀英 書上怎樣講呢？

傑人 我念給你們聽罷！(念信)

「我傷心極了！我悲痛極了！這個污濁的世界，我再不願意留戀了！弟弟啊！望你念手足之情，收留國雄，代我教養他，我在九泉之下，也是微笑感激你的！」

婉仙

得勝。今天這種情形，我真是夢想不到的！戰爭害死了老爺一家，軍人的結果，原來就是這樣！傑人，這次南北戰爭，何止只害死你老爹一家？實在不知害死了幾千萬家！上至長官，下至兵士，誰無父母？誰無妻子？凡戰死的，誰家不是這樣？

得勝（把軍衣脫下，丟在地上）：唉！唉！軍人的末路就是這樣！戰爭的結果就是這樣！蔡先生啊！我要把軍衣脫了！我要把軍帽丟了！我要把槍礮打碎了！

傑人：唉！這就是戰爭的結果!!!

（幕急閉）

全劇完（十二，四，十六，改定於南京雞鳴寺）

$$\therefore P^{q-r} Q^{r-p} R^{p-q}$$

$$= (ak^{p-1})^{q-r} (ak^{q-1})^{r-p} (ak^{r-1})^{p-q}$$

$$= a^{(q-r)+(r-p)+(p-q)} k^{(p-1)(q-r)+(q-1)(r-p)+(r-1)(p-q)}$$

$$= a^0 k^0 = 1.$$

(3) P, Q, R 爲調和級數之第 p, q, r 項, 而其逆數

$\frac{1}{P}, \frac{1}{Q}, \frac{1}{R}$ 爲等差級數之第 p, q, r 項,

$$\therefore \text{從 (1)} \quad \frac{1}{P}(q-r) + \frac{1}{Q}(r-p) + \frac{1}{R}(p-q) = 0.$$

198. 有 $\frac{1}{2} \log 20449 + \log \frac{4}{7} - \log \frac{13}{35} + \log \frac{5}{11}$, 試簡單之.

$$\text{【解】 原式} = \log \left(\sqrt{20449} \times \frac{4}{7} \div \frac{13}{35} \times \frac{5}{11} \right)$$

$$= \log \left(143 \times \frac{4}{7} \times \frac{35}{13} \times \frac{5}{11} \right)$$

$$= \log 100 = 2.$$

199. 有 $2 \log_a (x^4 + x^2 + 1) - \{ \log_a (x^2 + x + 1) + \frac{1}{2} \log_a (x^2 - x + 1)^2 \}$, 試簡單之.

$$\text{【解】 原式} = 2 \log_a (x^4 + x^2 + 1)$$

$$- \left\{ \log_a (x^2 + x + 1) + \frac{1}{2} \times 2 \log_a (x^2 - x + 1) \right\}$$

$$= 2 \log_a (x^4 + x^2 + 1)$$

$$- \{ \log_a (x^2 + x + 1) + \log_a (x^2 - x + 1) \}$$

$$= 2 \log_a (x^4 + x^2 + 1) - \log_a (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$$

$$= 2 \log_a(x^4 + x^2 + 1) - \log_a(x^4 + x^2 + 1)$$

$$= \log_a(x^4 + x^2 + 1).$$

200. 已知 $\log 2 = .30103$, $\log 3 = .47712$, $\log 7 = .84510$,

試求 $\log \sqrt{\frac{35}{27}}$ 及 $\log \sqrt[4]{.0105}$.

【解】 $\because \log 2 = .30103$, $\log 3 = .47712$, $\log 7 = .84510$,

$$\begin{aligned} \therefore \log \sqrt{\frac{35}{27}} &= \frac{1}{2}(\log 35 - \log 27) \\ &= \frac{1}{2}(\log \frac{70}{2} - 3 \log 3) \\ &= \frac{1}{2}(\log 70 - \log 2 - 3 \log 3) \\ &= \frac{1}{2}(1.84510 - .30103 - 3 \times .47712) \\ &= 0.05636. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{又 } \log \sqrt[4]{.0105} &= \frac{1}{4} \log \frac{.007 \times 3}{2} \\ &= \frac{1}{4}(\log .007 + \log 3 - \log 2) \\ &= \frac{1}{4}(.84510 + .47712 - .30103) \\ &= 1.50530. \end{aligned}$$

201. $\frac{27^{13}}{16^{12}}$ 與 1000 孰大? 但 $\log 2 = 0.30103$, $\log 3 = 0.47712$.

【解】 判定 $\frac{27^{13}}{16^{12}}$ 與 1000 之大小, 須先求雙方之對數.

$$\begin{aligned}
 \log \frac{27^{13}}{16^{12}} &= 13 \log 27 - 12 \log 16 \\
 &= 39 \log 3 - 48 \log 2 \\
 &= 39 \times 0.47712 - 48 \times 0.30103 \\
 &= 4.15824.
 \end{aligned}$$

而 $\log 1000 = 3$,

$$\therefore \frac{27^{13}}{16^{12}} > 1000.$$

202. x 之常用對數之二倍比 $x + \frac{11}{10}$ 之數之常用

對數大 1, 試求 x 之值.

【解】依題得

$$2 \log x = \log \left(x + \frac{11}{10} \right) + 1,$$

$$\text{或 } \log x^2 = \log \left(x + \frac{11}{10} \right) + \log 10,$$

$$\text{即 } \log x^2 = \log 10 \left(x + \frac{11}{10} \right);$$

$$\therefore x^2 = 10 \left(x + \frac{11}{10} \right),$$

$$x^2 - 10x - 11 = 0,$$

$$(x-11)(x+1) = 0.$$

$$\therefore x = 11, \text{ 或 } -1.$$

負數未有對數, 故 -1 捨之.

$$\therefore x = 11 (\text{答})$$

203. 有 $\log \sqrt{3x+4} + \frac{1}{2} \log(5x+1) = 1 + \log 3$, 試解之.

【解】 $\log \sqrt{3x+4} + \frac{1}{2} \log(5x+1) = 1 + \log 3$

$$\log \sqrt{3x+4} + \log \sqrt{5x+1} = \log 10 + \log 3$$

$$\therefore \log \sqrt{3x+4} \sqrt{5x+1} = \log 30$$

$$\therefore \sqrt{3x+4} \sqrt{5x+1} = 30$$

平方而整頓之, 則

$$15x^2 + 23x - 896 = 0,$$

$$\therefore x = 7, -\frac{128}{15}.$$

$x = 7$ 適合原式, 故為原式之根.

$x = -\frac{128}{15}$ 則 $3x+4$, $5x+1$ 為負,

故非原式之根.

摘 要 十

對數,複利及年金算之公式

對數之公式

$$\log_a a = 1, \log_a a^m = m, \log_a 1 = 0,$$

$$\log(abc) = \log a + \log b + \log c,$$

$$\log(a \div b) = \log a - \log b.$$

$$\log a^m = m \log a.$$

$$\log^m \sqrt[m]{a} = \frac{1}{m} \log a.$$

複利及年金算之公式

1. 本利 = p , 利率 = r , 本利和 = A ,

期間 = n , 則 $A = p(1+r)^n$.

2. 每年初存 a 元, 年利 r , 存 n 年, 本利和 A ,

$$\text{則 } A = \frac{a(1+r)\{(1+r)^n - 1\}}{r}.$$

3. 每年終取 a 元, 年利 r , 取 n 年, 須預付現價 p ,

$$\text{則 } p = \frac{a}{r} \left\{ 1 - \frac{1}{(1+r)^n} \right\}.$$

4. 永續年金 a 之原價 = $\frac{a}{r}$.

對數, 複利及年金

204. 日本人口統計每年產出 $\frac{1}{45}$ 死亡 $\frac{1}{60}$; 問經過若干年人口加倍但

$$\log 2 = 0.30103, \log 3 = 0.47712, \log 181 = 2.25767.$$

【解】依題知每年人口增加之數為

$$\frac{1}{45} - \frac{1}{60} = \frac{1}{180}.$$

∴ 最初之人口為 a 人,

$$n \text{ 年終之人口為 } a \left(1 + \frac{1}{180}\right)^n$$

$$\therefore a \left(1 + \frac{1}{180}\right)^n = 2a$$

$$\therefore \left(1 + \frac{1}{180}\right)^n = 2$$

$$n \log \left(1 + \frac{1}{180}\right) = \log 2.$$

$$\text{又 } n \log \frac{181}{180} = \log 2,$$

$$\therefore n = \frac{\log 2}{\log 181 - \log 180}$$

$$= \frac{\log 2}{\log 181 - (2 \log 3 + \log 2 + 1)}$$

$$= \frac{0.30103}{2.25767 - (2 \times 0.47712 + 0.30103 + 1)}$$

$$= 120.$$

205. 本金若干元,存入銀行,每年複利八分,問經過若干年本利和爲本金之二倍,但

$$\log 2 = 0.301030, \log 3 = 0.477121.$$

【解】 令所求之年數爲 n ,

由複利公式得 $(1+0.08)^n = 2$.

$$\therefore n \log 1.08 = \log 2.$$

$$\begin{aligned} \therefore n &= \frac{\log 2}{\log 1.08} \\ &= \frac{\log 2}{\log \frac{2^2 \times 3^3}{100}} \\ &= \frac{\log 2}{2 \log 2 + 3 \log 3 - \log 100} \\ &= \frac{0.301030}{2 \times 0.301030 + 3 \times 0.477121 - 2} \\ &= 9 \text{ 年.} \end{aligned}$$

206. 等比級數之第 p 項第 q 項及第 r 項爲 a, b 及 c , 則

$$(q-r) \log a + (r-p) \log b + (p-q) \log c = 0.$$

【解】 令初項爲 A , 公比爲 R , 則

$$a = AR^{p-1}, \quad b = AR^{q-1}, \quad c = AR^{r-1}.$$

$$\therefore \log a = \log A + (p-1) \log R$$

$$\log b = \log A + (q-1) \log R$$

$$\log c = \log A + (r-1) \log R.$$

$$\begin{aligned}
& \text{從 而 } (q-r)\log A + (r-p)\log b + (p-q)\log c \\
& = \{ (q-r) + (r-p) + (p-q) \} \log A \\
& \quad + \{ (q-r)(p-1) + (r-p)(q-1) + (p-q)(r-1) \} \log R \\
& = o\log A + o\log R \\
& = 0.
\end{aligned}$$

207. 試計算 $5^{x+1} = 3^{x^2-1}$ 之根至小數第二位但

$$\log 2 = 0.30103, \log 3 = 0.47712.$$

【解】 $5^{x+1} = 3^{x^2-1}$

兩邊化爲對數式，則

$$(x+1)\log 5 = (x^2-1)\log 3$$

$$(x+1)\{ \log 5 - (x-1)\log 3 \} = 0.$$

從 $x+1=0$, $\therefore x=-1$.

又 $\log 5 - (x-1)\log 3 = 0$,

$$\therefore \log \frac{10}{2} - (x-1)\log 3 = 0.$$

即 $\log 10 - \log 2 - x\log 3 + \log 3 = 0$,

$$\begin{aligned}
\therefore x &= \frac{1 - \log 2 + \log 3}{\log 3} \\
&= \frac{1 - 0.30103 + 0.47712}{0.47712} \\
&= 2.46.
\end{aligned}$$

208. 試解下之方程式：

$$2^x = 8^{y+1}, 9^y = 3^{x-9}.$$

$$\text{【解】 } 2^x = 8^{y+1} \dots\dots\dots (1)$$

$$9^y = 3^{x-9} \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{從 (1), } 2^x = 2^{3(y+1)},$$

$$\therefore x = 3(y+1) \dots\dots\dots (3)$$

$$\text{從 (2), } 3^{2y} = 3^{x-9},$$

$$\therefore 2y = x - 9 \dots\dots\dots (4)$$

$$\text{從 (3), (4), } 3y + 3 = 2y + 9$$

$$\therefore y = 6,$$

$$\text{從而 } x = 21.$$

209. 年利率 i , 自今 1 年後, 每年取用 a 元, 取至 n 年止, 求定期年金之現值.

【解】 1 年後取用金 a 元之現價為 $\frac{a}{1+i}$ 元,

2 年後取用金 a 元之現價為 $\frac{a}{(1+i)^2}$ 元,

3 年後取用金 a 元之現價為 $\frac{a}{(1+i)^3}$ 元,

$\therefore n$ 年間各取 a 元之現價為 A , 則

$$\begin{aligned} A &= \frac{a}{1+i} + \frac{a}{(1+i)^2} + \frac{a}{(1+i)^3} + \dots + \frac{a}{(1+i)^n} \\ &= \frac{\frac{a}{1+i} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{1+i} \right)^n \right\}}{1 - \frac{1}{1+i}} \end{aligned}$$

標商冊註

