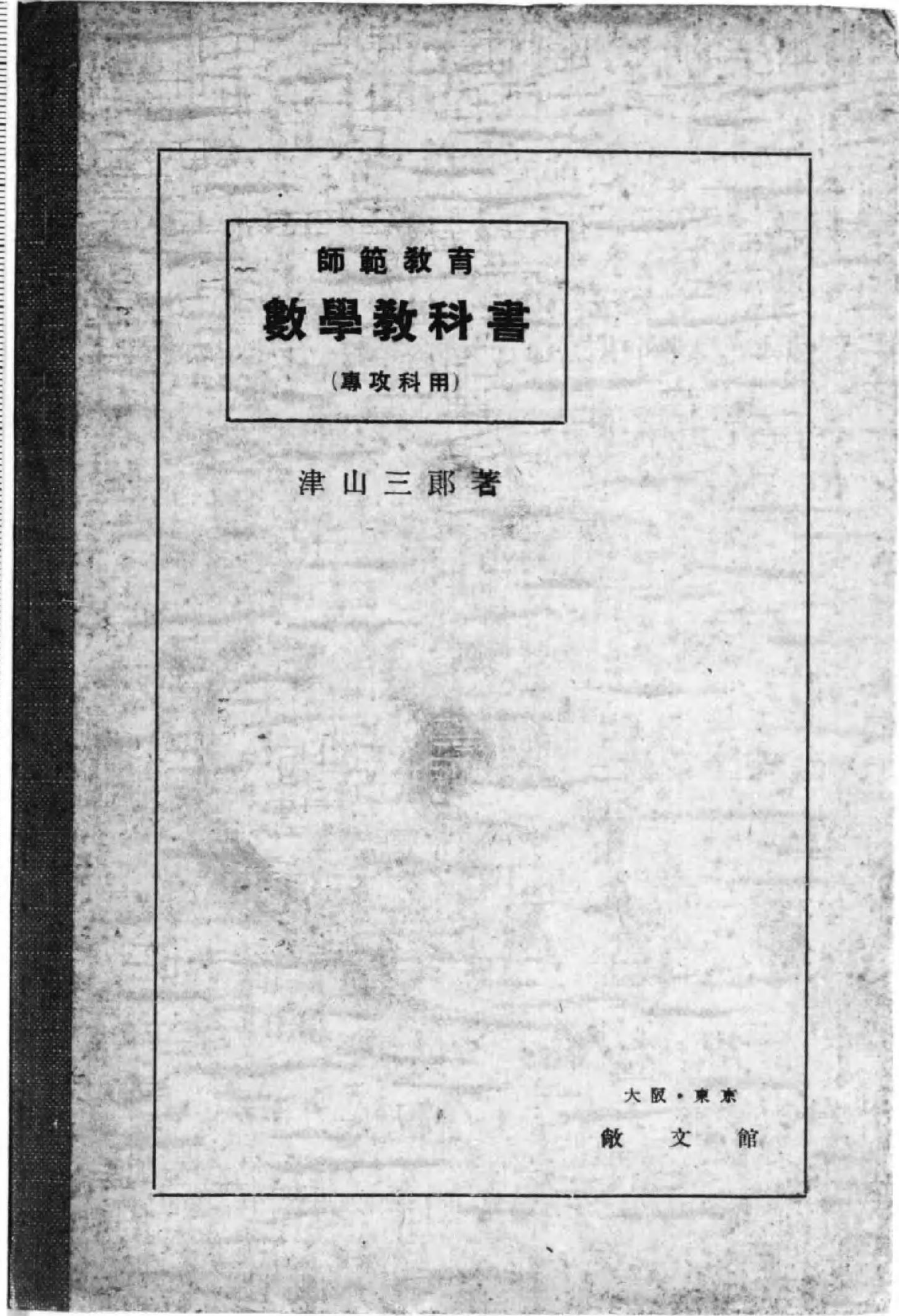




始



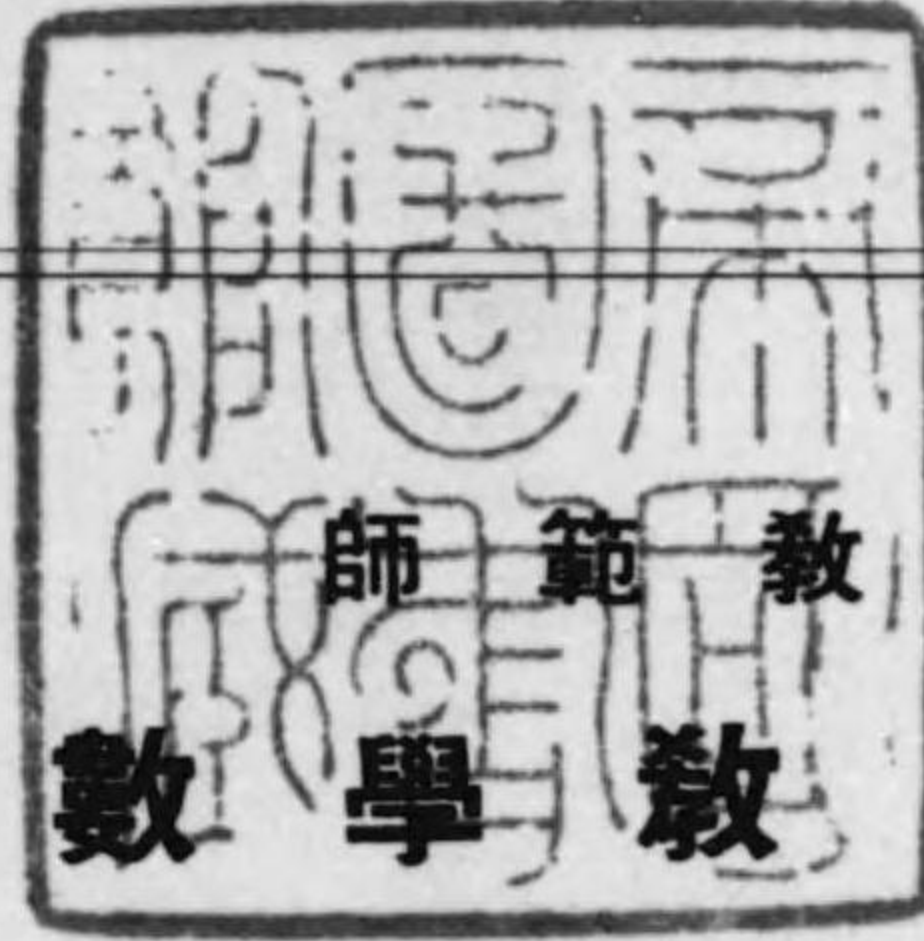
師範教育
數學教科書
(專攻科用)

津山三郎著

大阪・東京
文館

412
36

特 232
997



師範教育
數學教科書

(專攻科用)

廣島高等師範學校教授

津山三郎著

大阪・東京

敝文館刊





緒 言

本書ハ師範學校專攻科用トシテ編纂シタモノデアアルガ、第一部上級用、及ビ第二部用ノ數學教科書トシテモ適當ナモノデアアル。本書ハ大體ハ現行ノ第二部ノ數學要目ニ從ツタガ、國民學校理數科算數ノ要望ニコタヘルコトヲ主眼トシタ。從ツテ國民學校教材ノ基礎ツケ、擴充發展ニ努力スルノミナラズ、教材ノ取扱ニツキテモ國民學校ノ精神ニソフヤウニ努力シタ。國民學校教科書ノ整備ヲマツテ、コノ精神ヲモツト徹底サセタ教科書ニ改メタイト思ツテキル。

書中例ヘバ「小算五下」トアルハ本書發刊當時ノ國民學校五年ノ算數ノ教科書ノ下ヲ意味スル。新シキ國民學校用算數教科書發刊ニ從ツテ改訂ヲ加フル心算デアアル。

師範教育 數學教科書
(專攻科用)

目次

第一章 級數	1
1. 復習	1
2. 函數ノ級數的表示	2
問題	7
3. 曲線ノ圍△面積	8
問題	11
第二章 圖表計算	17
4. 函數尺度	17
問題	18
5. 對數尺度・半對數方眼紙	20
6. 計算圖表	24
問題	32
7. 近似值	36
第三章 立體圖形	44
8. 立體圖形ノ表シ方	44
9. 投影圖法	47

2	目 次	
	問 題	48
	問 題	54
10.	空間座標	55
	問 題	57
	問 題	61
11.	透視圖法	64
	問 題	65
	問 題	67
	第四章 三角函數	71
15.	一般角ノ三角函數	71
	問 題	73
16.	三角函數ニ關スル公式	78
	問 題	80
	第五章 場合ノ數	85
17.	順 列	85
	問 題	88
18.	組合セ	92
	問 題	93
19.	確 率	99
	問 題	105

	目 次	3
20.	二項定理	108
	問 題	110
21.	いろいろの問題	113
	問 題	114
	第六章 統 計	120
22.	度數分布表	120
	問 題	125
23.	代表値	131
24.	撒布度	136
	問 題	139
	問 題	143
25.	相關關係	146
	第七章 日用諸算	154
26.	指 數	154
	問 題	156
27.	物價指數	158
28.	生計費指數	161
	問 題	165
29.	我國ノ度量衡	168
30.	メートル法度量衡ノ歴史	176

問 題	181
31. 時 間	186
雑 題	192

【附 録】

國民學校教則案説明要項(理數科算數) …1—5

師 範 教 育
數 學 教 科 書
(專 攻 科 用)

第 一 章 級 數

1. 復 習

1. 級數ノ第 n 項ヲ x_n デ表ハストキ, x_n ガ次ノ如キ場合, 初項ヨリ第五項目マデヲ求ム。

$$(イ) ar^{n-1} \quad (ロ) \frac{1}{2}(1-(-1)^n)$$

$$(ハ) 2+3n$$

$$(ニ) x_1=1, x_2=1, n \geq 3 \text{ニテハ } x_n=x_{n-1}+x_{n-2}$$

2. 次ノ級數ノ x_n ヲ求ム。

$$(イ) 2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots$$

$$(ロ) \frac{1}{1 \times 2}, \frac{1}{2 \times 3}, \frac{1}{3 \times 4}, \dots$$

$$(ハ) 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{2}} + \dots$$

$$(ニ) x^{n-1} + x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 + \dots$$

3. 項數ガ奇數ナル等差級數ノ平均ハ中央項ニ等シ。項數ガ偶數ノ時ハ如何。

4. 正數 x_1, x_2, \dots, x_n ガアル時 $\sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n}$ ヲコ

レラノ幾何平均トイフ。

各項ガ正數ナル奇數項ノ等比級數ノ幾何平均ハ中央項ニ等シ。

2. 函數ノ級數的表示

問 函數トハドンナコトカ。

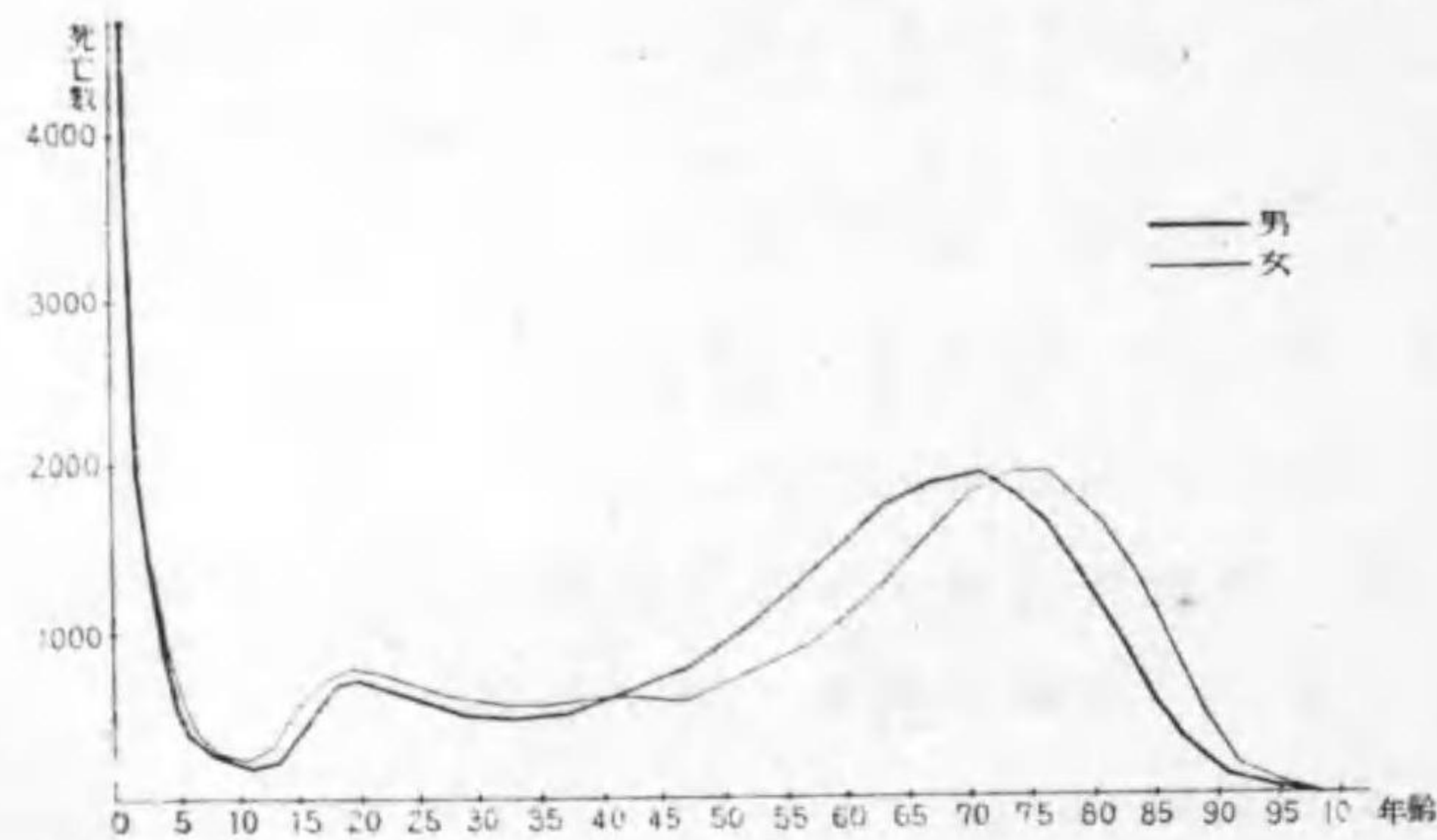
函數ヲ表ハスニハ次ノ如キ方法ガアル。

1. 式ニヨル。
2. 文章ニヨル。
3. ぐらふニヨル。
4. 表ニヨル。

【例】 1. $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ { T.....單振子ノ週期
l.....單振子ノ絲ノ長サ

2. 物體ノ冷却速度ハソノ物體ト周圍トノ溫度ノ差ニ比例ス。

3. 男女年齢別死亡數曲線 (大正十五年—昭和五年)



死亡數トハ十萬人ノ人ガ同時ニ生レ、現在ノ衛生状態デ暮シテ行ツタラ年々何人死ヌカラ示ス數デアル。生後一ケ年間ニハ約一割四分死ス。

4. 死亡率 (大正十五年—昭和五年)

年齢	死亡率		年齢	死亡率	
	男	女		男	女
0	0.14010	0.12414	55	0.02495	0.01686
5	0.00644	0.00709	60	0.03671	0.02416
10	0.00263	0.00300	65	0.05486	0.03708
15	0.00502	0.00732	70	0.08035	0.05767
20	0.00982	0.01059	75	0.11753	0.08892
25	0.00861	0.00964	80	0.17020	0.13854
30	0.00739	0.00894	85	0.24320	0.21372
35	0.00770	0.00926	90	0.34141	0.32269
40	0.00958	0.01005	95	0.46272	0.47009
45	0.01269	0.01017	100	0.60484	0.46234
50	0.01750	0.01262			

問 1. 死亡率ノ變化ヲ示スぐらふヲ描ケ。

問 2. 七十歳以後死亡率ハ次第ニ増加セルニ死亡數曲線ハ低下セルハ何故カ。

問 3. 死亡數ノぐらふ死亡率ノ表ヨリ人生ヲ通ジ生命ノ最安定ナ時期及ビ國民保健上留意スベキ點ヲ述ベヨ。

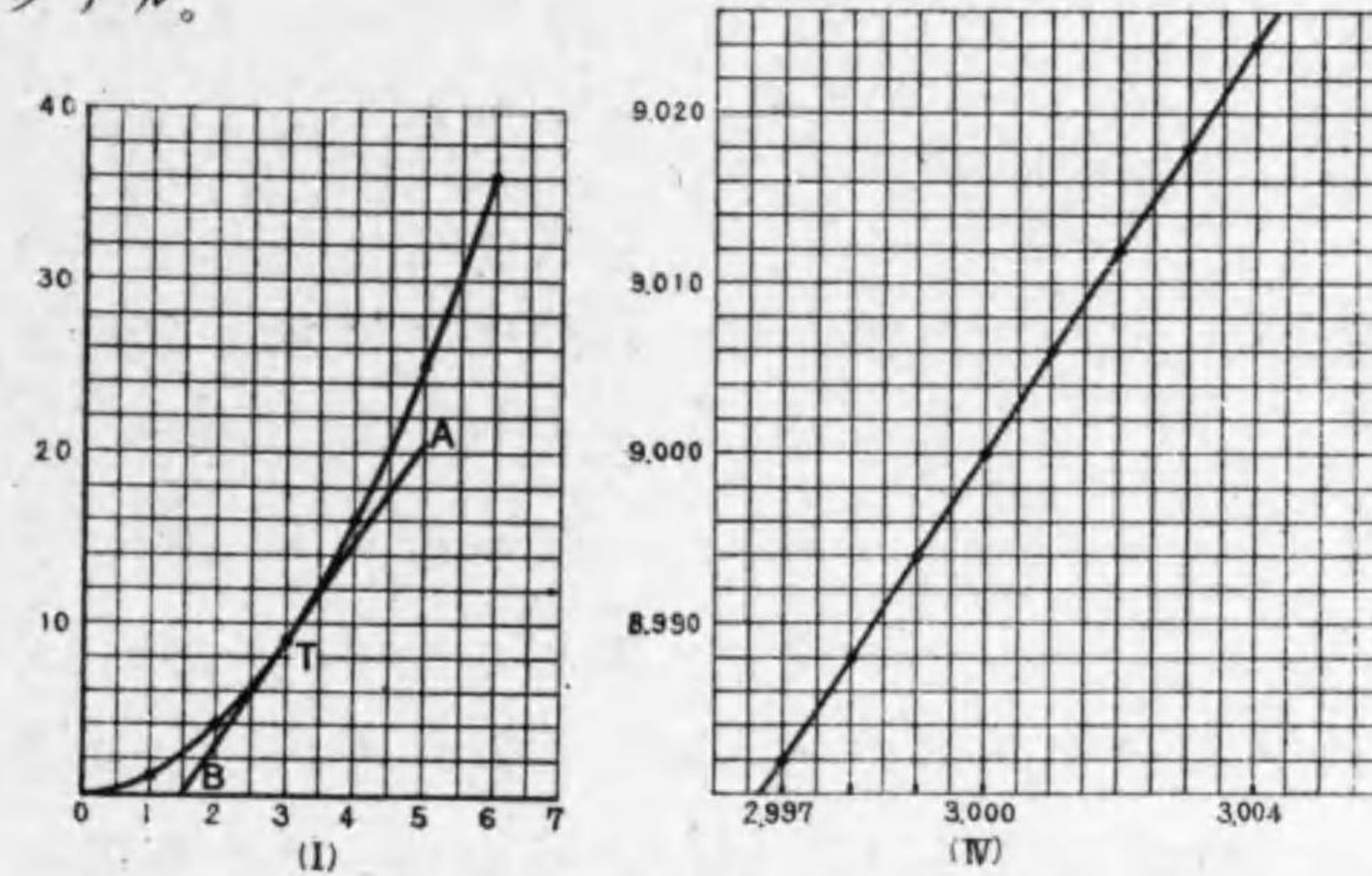
對數表,三角函數表,複利表モ函數ノ表ニヨル表示デアル。コレラノ例ニ見ル如ク表ニ示ス場合ハ變數ノ相隣ル二値間ノ差,即間隔(歩ミトモイフ)ヲ一定ニスルノガ普通デアル。3頁ノ例4デハ歩ミハ5歳デアル。コノ場合函數値ハ函數關係ガ示ス法則ニシタガツテ一定ノ順ニ並ンデキルト考ヘテ,函數ノ級數的表示法トヨブ。次ニ我々ハ歩ミヲ極メテ小サクスルト函數ノ表ニ如何ナル性質ガ現ハレルカヲ例ニヨツテ考察スル。

x	x^2	x	x^2	x	x^2	x	x^2
1	1	2.6	6.76	2.96	8.7616	2.996	8.9760
2	4	2.7	7.29	2.97	8.8209	2.997	8.9820
3	9	2.8	7.84	2.98	8.8804	2.998	8.9880
4	16	2.9	8.41	2.99	8.9401	2.999	8.9940
5	25	3.0	9.00	3.00	9.0000	3.000	9.0000
6	36	3.1	9.61	3.01	9.0601	3.001	9.0060
7	49	3.2	10.24	3.02	9.1204	3.002	9.0120
8	64	3.3	10.89	3.03	9.1809	3.003	9.0180
9	81	3.4	11.56	3.04	9.2416	3.004	9.0240

(1) (2) (3) (4)

前頁ノ(2)ノ表デハ3ヲ中心トシテ歩ミ0.1ノ場合,(3)ハ歩ミ0.01,(4)ハ0.001ノ場合デアル。コレニヨツテミレバ歩ミヲ小サクスレバ狭イ範圍ニ於テハ函數ハ近似的ニ等差級數ヲナシ,歩ミト範圍トヲ小サクスル程近似度ガ増スコトガワカル。

前表ノ(1)ト(4)トヲ圖表ニ示セバ次ノ(I),(IV)ノ如クナル。

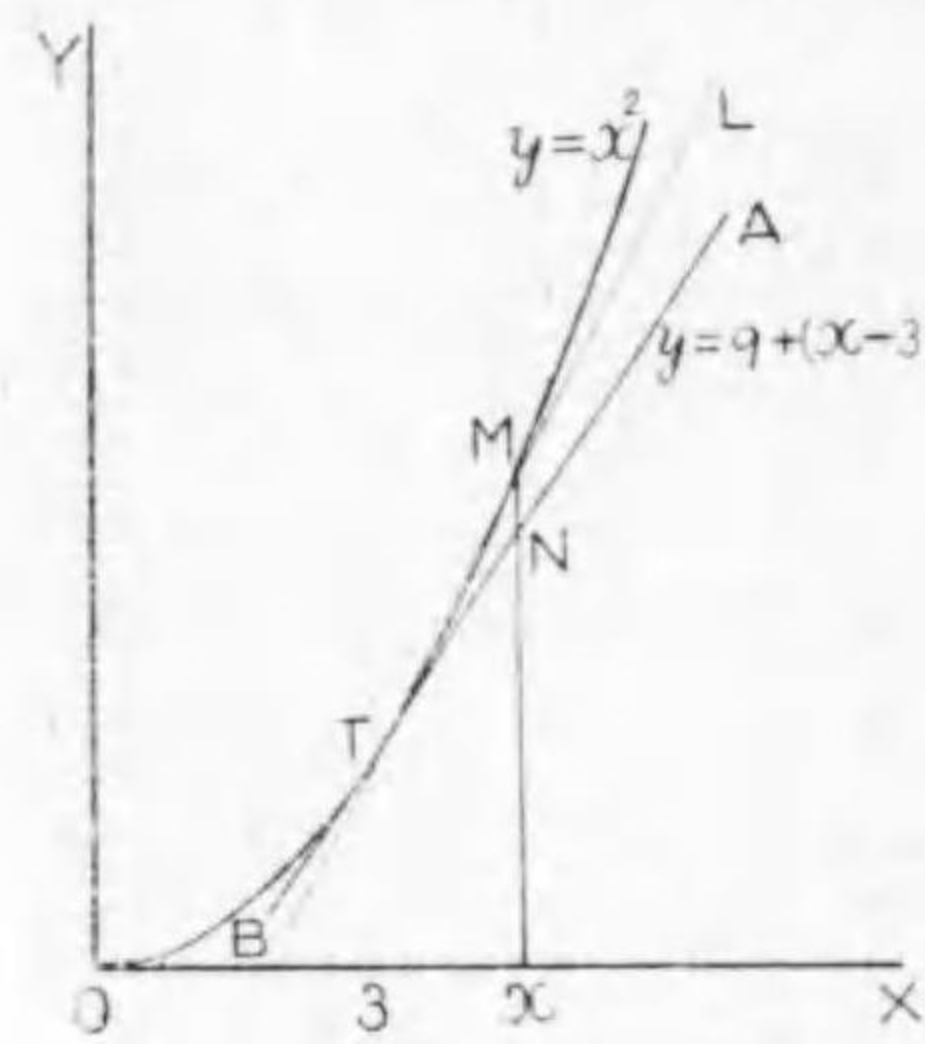


(IV)ハホトンド直線デアル。コノ直線ノX軸トナス勾配ハ6デ(3,9)ナル點ヲトホルカラ,コレニヨツテ(IV)ニ相當スル直線ヲ(I)ニ入レルトATBノ如クナリ,Tニ於ケル切線トナル。コノコトハ次ノ様ニ述ベルコトガ出來ル。

曲線上ノアル點ノ附近ノ極小部分ハ直線トミナ

シ得ル。シカシテソノ點ニ於ケル切線ハソノ直線ノ様子ヲ表ス。切線ノ勾配デ曲線ノソノ點ニ於ケル勾配ヲ表ハスカ。ラ $y=x^2$ ノ曲線デ $x=3$ ノ時ノ勾配ハ 6 デアル。

$$y=x^2 \text{ ハ } y=\{3+(x-3)\}^2=9+6(x-3)+(x-3)^2 \text{ トカケル。}$$



x ガ 3 ノ極メテ近所ニアツテ $(x-3)^2$ ヲ無視シ得ル場合ハ $y=9+6(x-3)$ トカケル。コレハ前頁ノ AB ノ直線ノ方程式デアル。

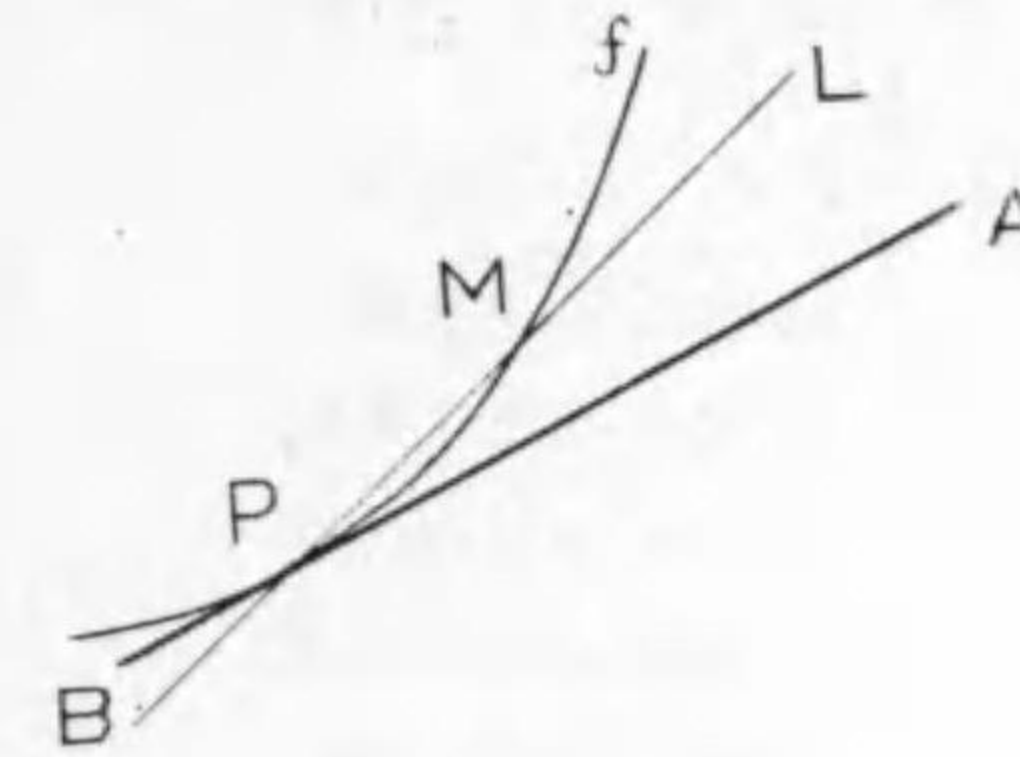
圖ニ於テ $(x-3)^2$ ガ小サクナルコトハ MN ガ小サクナルコトデアル。MN ガ小サクナレバ M, T ヲ通ル直線 LMT ハ AB ニ接近ス。 $x \rightarrow 3$ ナル極限ニ於テハ LT ハ AT ニ一致ス。

コノ事ヨリ AB ガ切線デアルコトガ明瞭ニナルデアラウ。

(注意) 切線ノ定義 曲線 f ノ割線ヲ PML トス。

$M \rightarrow P$ ノ極限ニ於テ PML ガ直線 AB ニ一致シタ時 AB ヲ P ニ於ケル曲線 f ノ切線トイフ。

曲線ノ勾配ガ正デアル時曲線ハ x ノ増加ト共ニ上昇シ、負デアル時ハ減少スルコトヲ理解セヨ。



問 題

1. $y=x^2$ ノ曲線上 $x=2$ ノ點ニ於テ上述ノ如ク考察セヨ。
2. $y=x^3$ ニツイテ上述ノ如ク考察セヨ。コノ曲線ノ勾配ハ常ニ正デアルコトヲ導ケ。シタガツテコノ曲線ハ常ニ上昇シテキルコトヲタシカメヨ。
3. $y=x^2-4x-2$ ノ勾配ノ變化ニツイテ考究セヨ。
4. 卷末ノ複利表ニツキ 2 分 7 厘 6 毛ノ利率デ 3 期ノ場合ヲ概算セヨ。實際ニ計算シテ誤差ヲ求めヨ。コノ概算値ヲ用フレバ、元金何程ノ場合元利合計ノ算出ニ際シテ一回ノ誤差ヲ生ズルカ。
5. 次頁ノ諸表ニ於テ歩ガ極メテ小サイ時ハ狭イ範圍デハ函數ハ等差級數ヲナスコトヲタシカメヨ。普通我々が知ツテキル範圍ノ函數ハカ、ル性質ヲモツテキル。表ヲ引ク場合ニコノ性質ヲ

如何ニ應用スルカ。

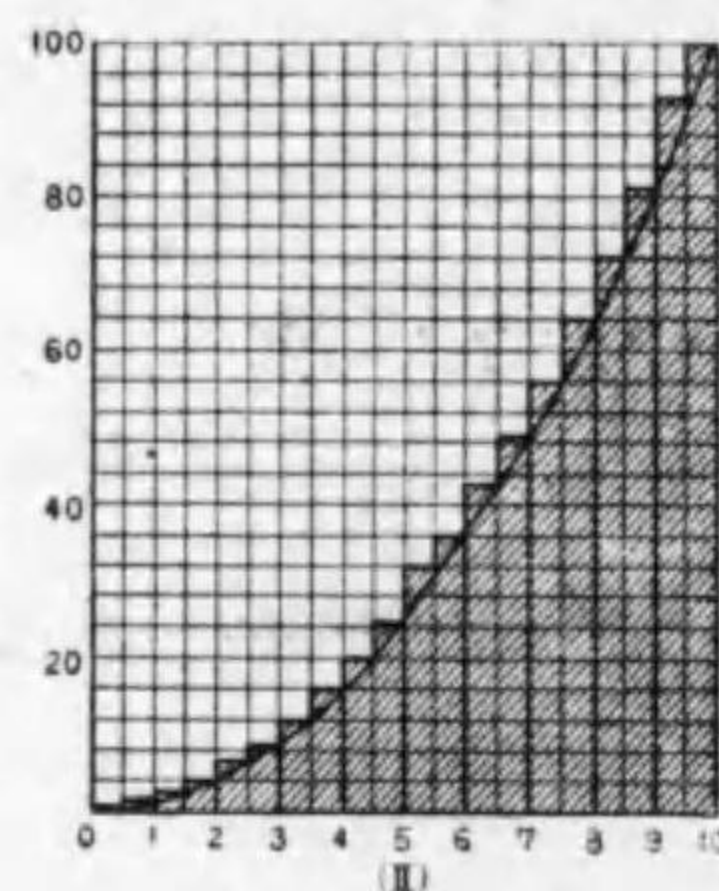
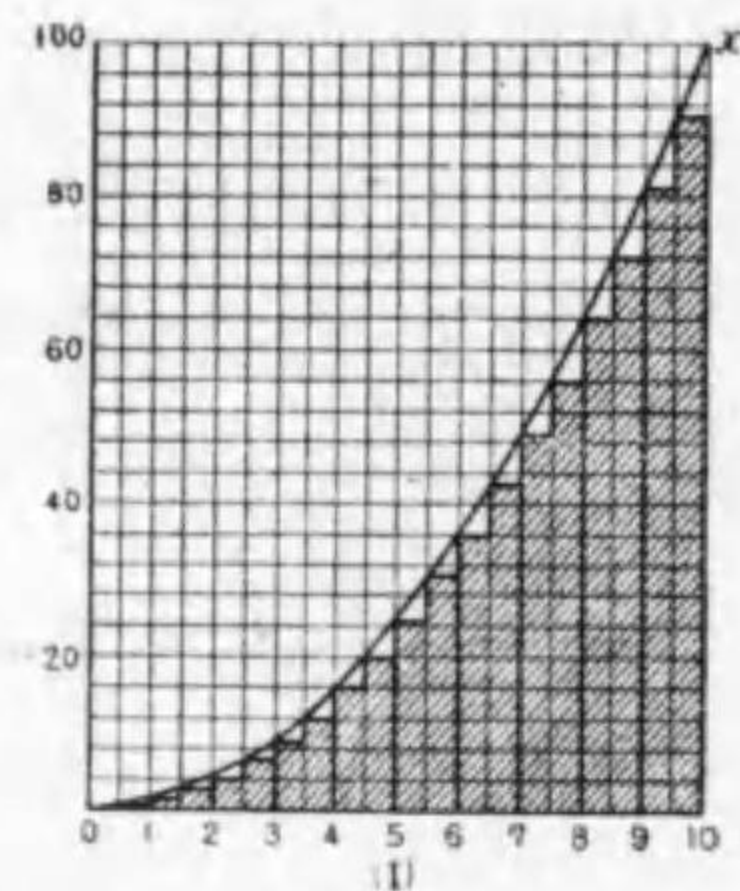
x	$\log x$	x	$\sin x$
1.9996	0.3009431	29°56'	0.4989920
1.9997	0.3009648	29°57'	0.4992441
1.9998	0.3009866	29°58'	0.4994961
1.9999	0.3010083	29°59'	0.4997481
2.0000	0.3010300	30°00'	0.5000000
2.0001	0.3010517	30°01'	0.5002519
2.0002	0.3010734	30°02'	0.5005037
2.0003	0.3010951	30°03'	0.5007556
2.0004	0.3011168	30°04'	0.5010073

上ノ表ヨリ次ノ値ヲ求メヨ。

$\log 2.00014$ $\sin 30^\circ 02' 35''$

3. 曲線ノ圍ム面積

$y=x^2$ ノ曲線デ圍ム面積ノ算出法ヲ考ヘテミル。



I 圖デ斜線ヲ施セル部分ノ面積 A_1 ハ

$$0.25 \times 0.5 + 1.00 \times 0.5 + 2.25 \times 0.5 + \dots + 90.25 \times 0.5$$

$$= (0.25 + 1.00 + 2.25 + \dots + 90.25) \times 0.5 \dots (1)$$

$$= \{(1 + 4 + 9 + \dots + 361) \times 0.25\} \times 0.5$$

$$= \{(1^2 + 2^2 + \dots + 19^2) \times 0.25\} \times 0.5$$

最後ノ式ノ小括弧ノ中ヲ $\sum_{i=1}^{19} i^2$ ニテアラハスコト
ガアル。 \sum ハ「シグマ」トヨム。

$\sum_{i=1}^n i^2$ ヲ求メルタメニ $\sum_{i=1}^n i^2$ ヲ計算スル。

$$\sum_{i=1}^n i^2 = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = S \quad \text{トオク}$$

$$(n+1)^3 - n^3 = 3n^2 + 3n + 1$$

$$n^3 - (n-1)^3 = 3(n-1)^2 + 3(n-1) + 1$$

$$(n-1)^3 - (n-2)^3 = 3(n-2)^2 + 3(n-2) + 1$$

.....
.....

$$3^3 - 2^3 = 3 \times 2^2 + 3 \times 2 + 1$$

$$2^3 - 1^3 = 3 \times 1^2 + 3 \times 1 + 1 \quad (+$$

$$(n+1)^3 - 1^3 = 3S + 3 \times \frac{n(n-1)}{2} + n$$

$$\therefore S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

問 前頁 A_1 ノ値ヲ求メヨ。
前頁ノ II 圖ノ斜線ヲ施セル部分ノ面積 (A_2) ヲ求
ム。

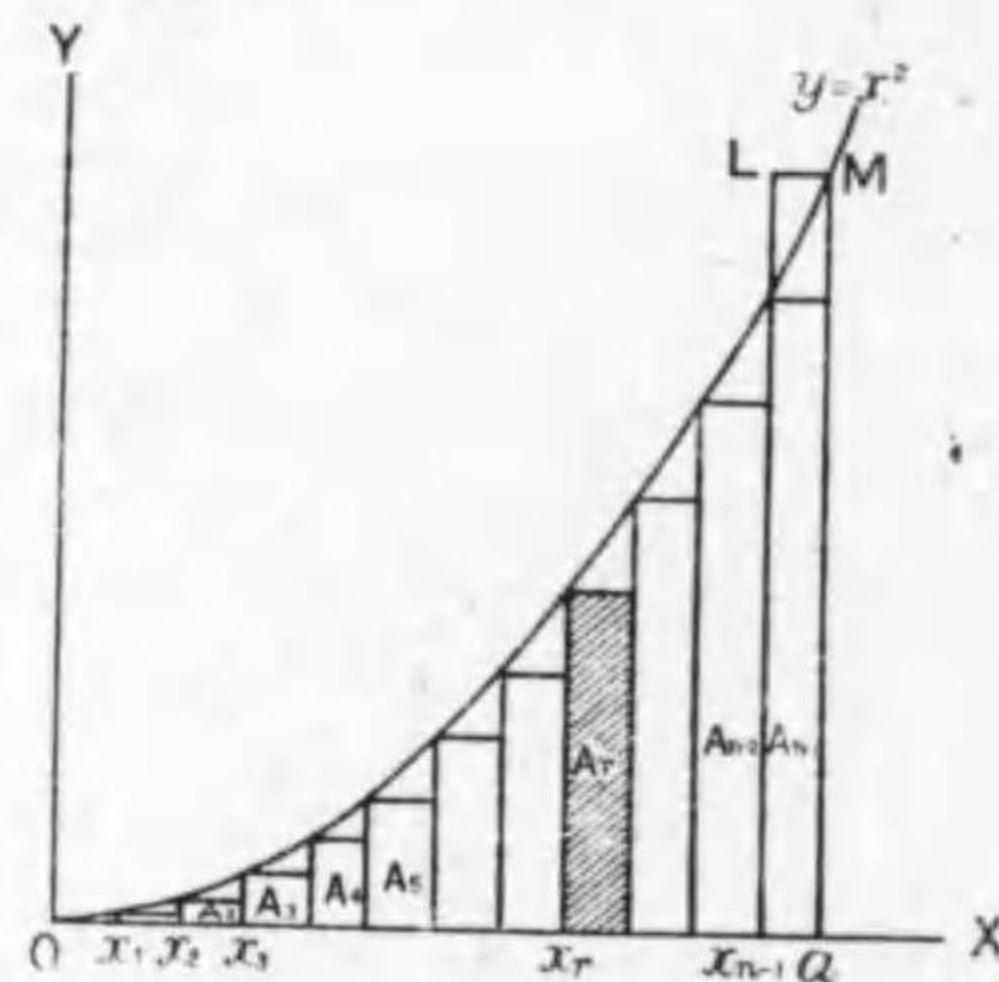
x^2 の曲線と X 軸と $x=10$ の縦線とニヨツテ圍マレタ部分ノ面積ヲ A トスルトキ A, A_1, A_2 ノ關係ハ如何。

x	〇	一	二	...	八	九	九
	五	〇	五	〇	五	〇	五
x^2	〇	一	二	四	七	八	九
	五	〇	五	〇	五	〇	五

今上ノ表ト(イ)ノ式トヲ比較シテ次ノコトガイヘルデアラウ。

函數ガ級數的ニ表示シテ與ヘラレル場合ニハ函數ノ表ノ合計ト步ミトノ積ハ、ソノ函數ガ示ス曲線ト X 軸トノ圍ム面積ノ近似値デアアル。

步ミヲ小サクスレバスル程、ソノ近似度ハ増ス。步ミヲ限リナク小サクシタ場合ノ極限值ヲ以テ曲線ト X 軸トノ圍ム面積トスルコトガ理解出來ルデアラウ。



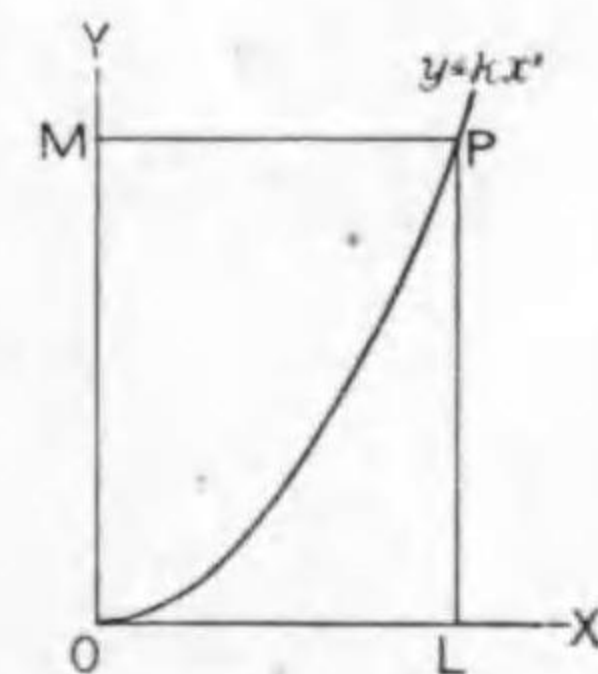
コノ考ヘ方デ曲線 x^2 ト X 軸ト $x=a$ トニヨツテ圍マレタ部分ノ面積ヲ求メル。

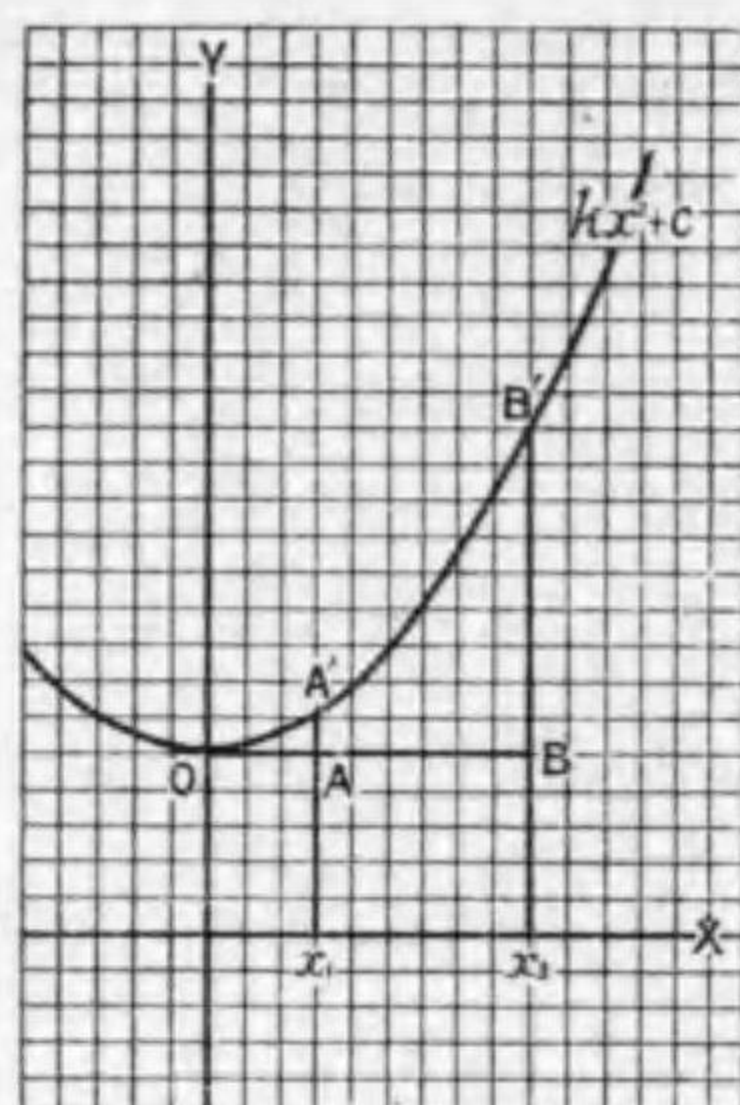
(圖ハ $a > 0$ ノ場合デアアル)

1. X 軸ノ O カラ a マデヲ n 等分シ、分點ヲ x_1, x_2, \dots, x_{n-1} トス。
2. 各分點ヲ通ル縦線ヲ引キ矩形ヲツクルコト圖ノ如クス。各矩形ノ面積ヲ A_1, A_2, \dots, A_{n-1} トス。
3. $A_1 + A_2 + \dots + A_{n-1}$ ト所求ノ面積トノ差ハ矩形 $Lx_{n-1}aM$ 即 $\frac{a^3}{n}$ ヨリ小サイ。
 n ガ限ナク大キクナル時ハ $\frac{a^3}{n} \rightarrow 0$, 從ツテ $A_1 + A_2 + \dots + A_{n-1}$ ニ於テ n ガ限ナク大キクナツタ時ノ値ヲモツテ所求ノ面積トスルコトガ出來ル。
4. $A_r = \left(\frac{r}{n}a\right)^2 \times \frac{a}{n} = \frac{a^3}{n^3} r^2$
5. $\sum_{r=1}^{n-1} A_r = \frac{a^3}{6} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(2 - \frac{1}{n}\right)$
6. 所求ノ面積ハ上式デ $\frac{1}{n} \rightarrow 0$ ノ時デアアルカラ $\frac{a^3}{3}$ トナル。

問 題

1. $y=kx^2$ ト $x=a$ ト X 軸トニヨツテ圍マレタ部分ノ面積ハ $\frac{1}{3}ka^3$ デアル。圖ニ於テ $y=kx^2$ ノ曲線ハ矩形 MPLO ヲ如何ナル比ニ分ツカ。

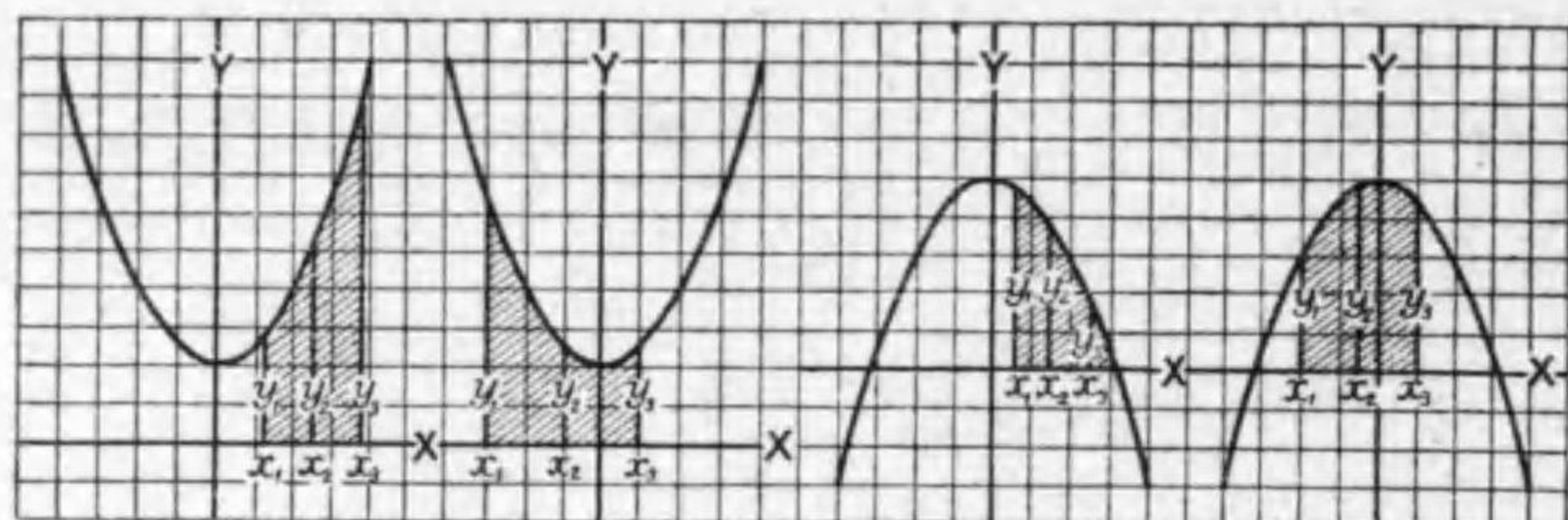




2. kx^2+c と X 軸と x_1, x_3 を通ル縦線ヲ圍マレタ部分ノ面積ヲ求メヨ。

[考へ方]

- (1) OAA' ノ面積ハ如何。
- (2) OBB' ノ面積ハ如何。
- (3) ABx_3x_1 ノ面積ハ如何。

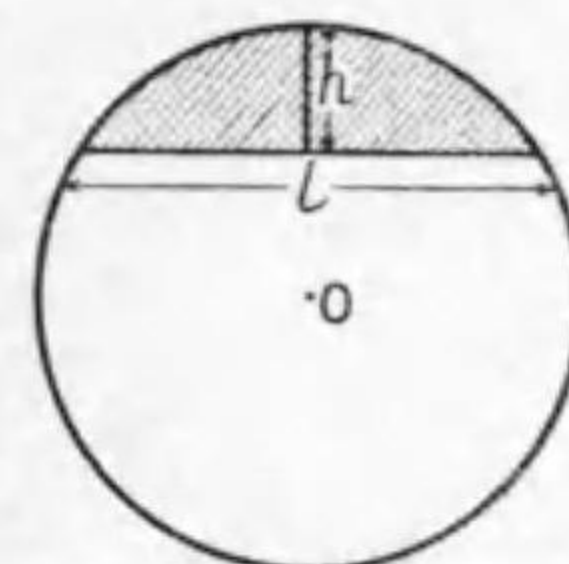


x_1, x_3 ノ中點ヲ x_2 トシ, 各點ヲ通ル縦線ノ長サヲ y_1, y_3, y_2 トス。

シカラバ上述ノ面積ハ $\frac{1}{6}(x_3-x_1)(y_1+4y_2+y_3)$ ニテ表ハサレル。

[参考] $y_2 = kx_2^2 + c = k\left(\frac{x_1+x_3}{2}\right)^2 + c$
 $= \frac{kx_1^2 + 2kx_1x_3 + kx_3^2}{4} + c$
 $= \frac{y_1 + 2kx_1x_3 + y_3 + 2c}{4}$

3. 弦ノ長サ l , 高サ h ノ圓弧ノハル弓形ノ面積ヲ圓弧ガ拋物線デアルトミナシテ計算セヨ。



半徑 10cm デ l ガハル中心角ガ 30° ノ場合ヲ實際ニ計算シ上述ノ計算トノ誤差ヲ求メヨ。

4. $n^4 - (n-1)^4 = 4n^3 - 6n^2 + 4n - 1$ ヲ用ヒテ $\sum_{i=1}^n i^3$ ヲ求メヨ。

[参考] 和算家ハ $\sum_{i=1}^n i$ ヲ圭朶積, $\sum_{i=1}^n i^2$ ヲ平方朶積, $\sum_{i=1}^n i^3$ ヲ立方朶積トヨビ, 諸種ノ計算ニ使用セリ。

例ハバ $\sum_{i=1}^n i^2$ ヲ計算スルニハ次ノ如キ方法ニヨレリ。

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2 = S$$

$$S = na + n^2b + n^3c \quad \text{トオク}$$

$$n=1 \text{ ノ時ハ } 1 = a + b + c$$

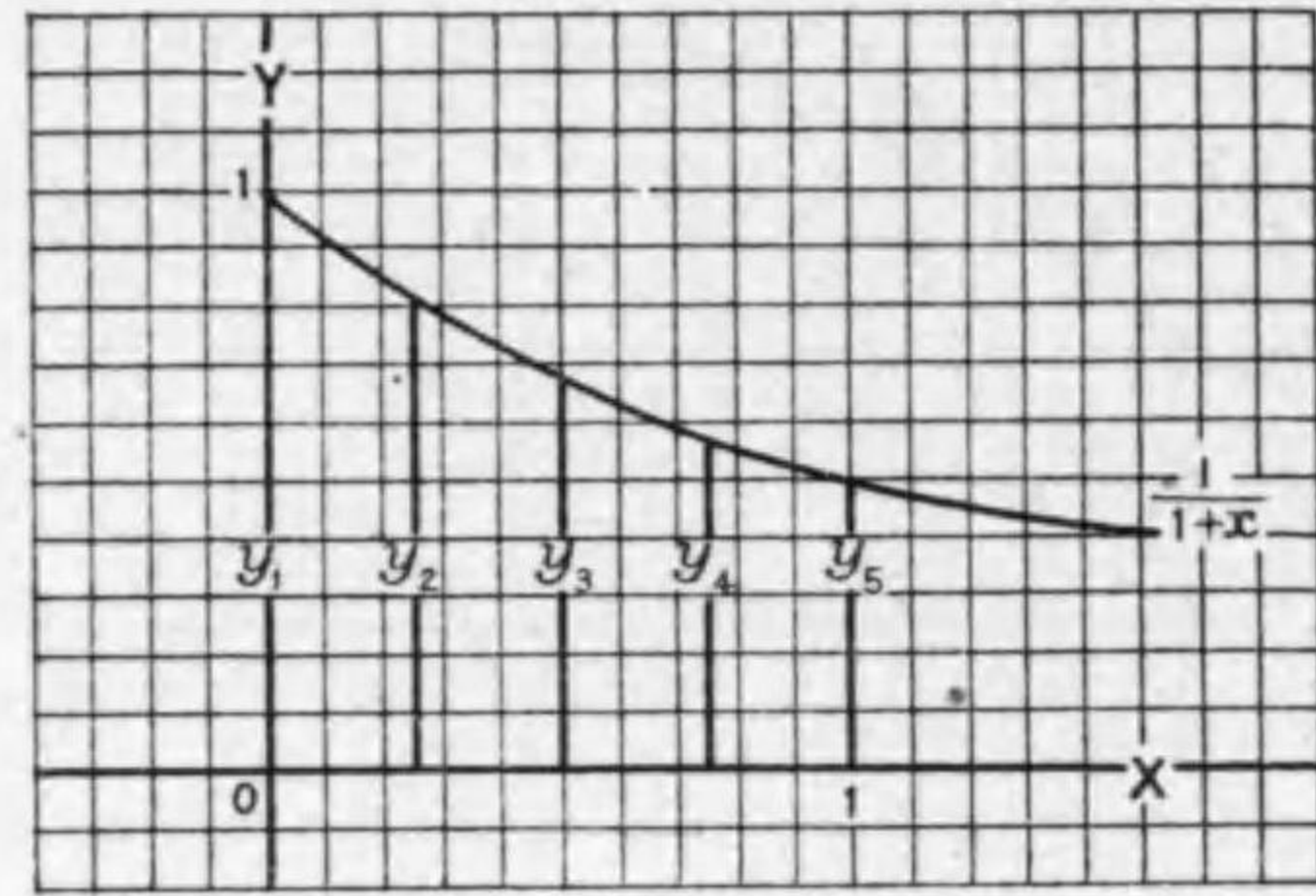
$$n=2 \text{ ノ時ハ } 5 = 2a + 4a + 8c$$

$$n=3 \text{ ノ時ハ } 14 = 3a + 9b + 27c$$

コノ式ヲ聯立方程式トシテ a, b, c ヲ定メル。

5. $y = ax^3$ と X 軸と $x = a$ とニ圍マレタ部分ノ面積ヲ求メヨ。

6. 三角錐 $S-ABC$ ノ高サ SH ヲ n 等分シ, 各分點



- 問 1. 各自任意ノ半圓ヲ描キ,ソノ面積ヲしんぶ
そんノ公式ヲ用ヒテ計算シ,ソノ誤差ノ程度
ヲシラベヨ。
- 問 2. 各自ノ在住スル府縣ノ面積ヲコノ方法ニ
ヨリ地圖ヨリ求メヨ。
- 問 3. 一般ニ曲線デカコマレタ圖形ノ面積ヲ概
算スル方法ヲノベヨ。

本章ノ切線ノ勾配ノ問題ハ進ンデハ微分學ニ,11
頁ニ示ス如キ面積ノ算出法ノ問題ハ進ンデハ積分
學トイフ學問ニナル。

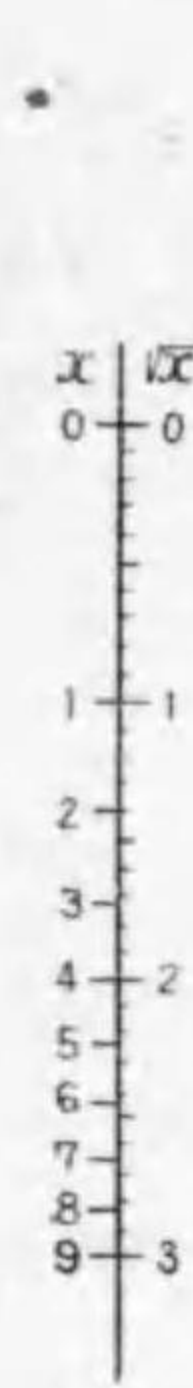
積分學ハ和算デハ圓理トヨバレルモノノ中デ取
扱レタ。關孝和,安島直圓,和田寧等ハ圓理ノ發展ニ
(2302?—2368) (2399—2458) (2447—2500)
功績ガアツタ。

第二章 圖表計算

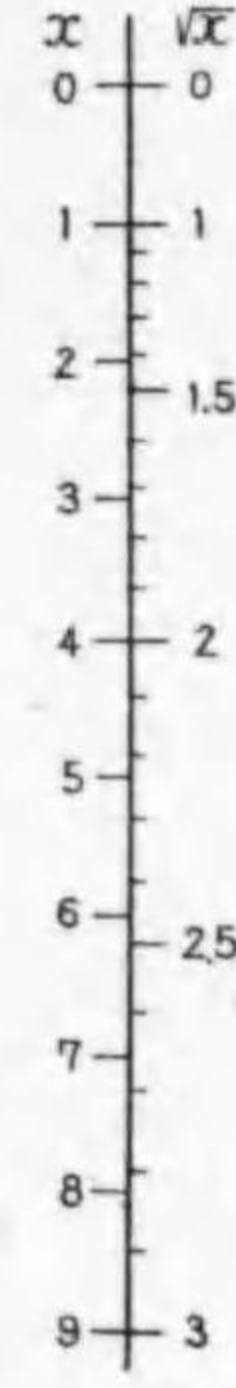
4. 函數尺度

x	\sqrt{x}
1	1.00
2	1.41
3	1.73
4	2.00
5	2.24
6	2.45
7	2.65
8	2.85
9	3.00

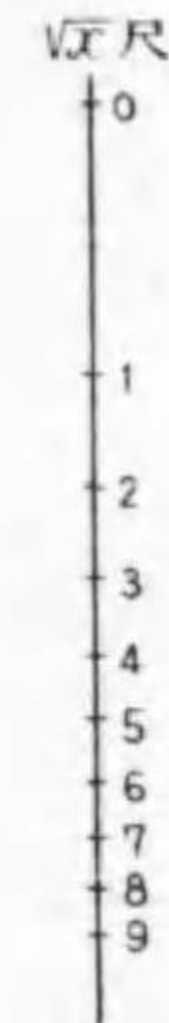
(1)



(2)



(3)



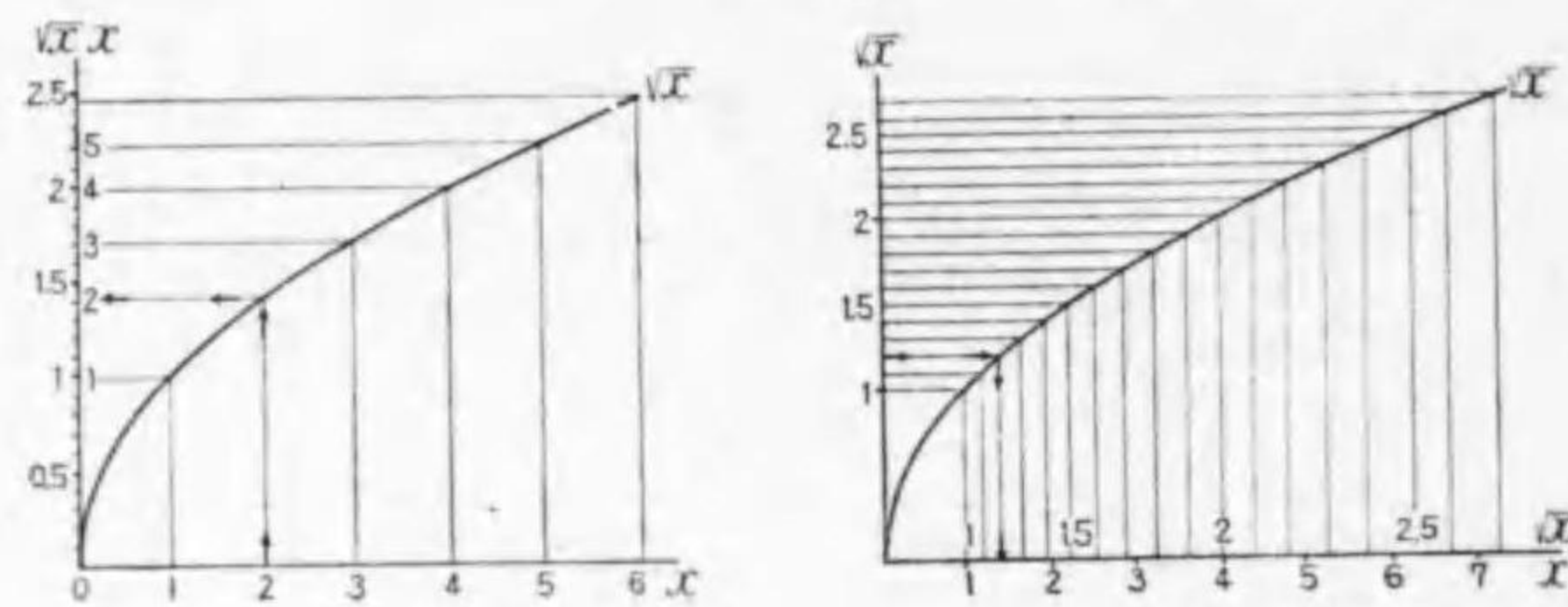
(4)

(2)(3)ノ圖ハ(1)ノ表ヲ尺度ニヨツテ表ハシタモノ
デアアル。(2)ハ \sqrt{x} ヲ等分目盛デ表ハシ,ソレニ應ジ
テxヲ定メ,(3)ハxヲ等分目盛デ表ハシ,ソレニ應ジ
テ \sqrt{x} ヲ定メタノデアアル。カクノ如ク函數ヲ尺度
上ニ表ハシタモノヲ**函數尺度**トイフ。

- 問 1. 函數尺度ガ表ヨリモスグレテキル點及ビ
劣ツテキル點ヲ考ヘヨ。

(2)圖ノ等分目盛ヲ略シテ(4)圖ノ如クスル場合ガアル。

問 2. (4)圖ニヨツテ $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ ヲ求メル方法如何。



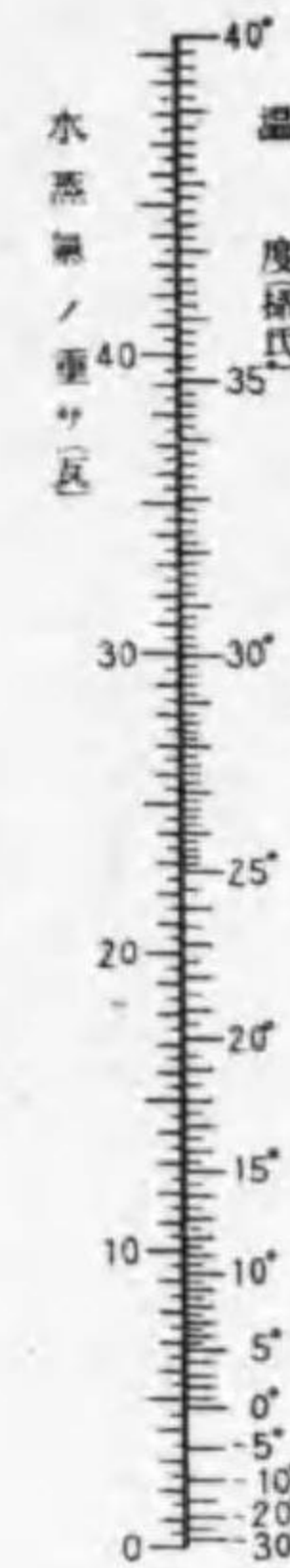
前頁ノ(2)(3)ノ圖ハ $\sqrt{2}$ ノぐらふヨリ,上ノ圖ノ如クシテ求メルコトモ出來ル。

攝氏ト華氏トノ目盛ヲツケタ寒暖計,「メートル」ト尺トノ單位ヲ背合せニ刻ンデアル「サシ」等ハ,函數尺ノ例デアアル。

問 題

1. 對數ノ函數尺度ヲツクレ。
2. $\sqrt{2}x$ ノ尺度ヲツクレ。大工ノモツテキル裏目尺ハコノ尺度デアアル。裏目尺ヲツカツテ圓ニ内接スル正方形ノ一邊ヲ求メル方法ヲ考ヘヨ。
3. 左ノ圖ハ一立方米ノ空氣ガ保チ得ル水蒸氣ノ

最大量ノ種々ノ溫度ニ於ケル値ヲ函數尺度デ示シタモノデアアル。コレヨリ溫度ヲ横軸,水蒸氣ノ重サヲ縦軸トシテソノ關係ヲ示スグラフヲツクレ。ソノグラフヨリ次ノ問ニ答ヘヨ。



問 氣溫 30° , 一立方米ニツキ $15g$ ノ水蒸氣ヲ有スル空氣ヲ冷スト何度ノ時飽和状態トナルカ。 5° マデヒヤスト一立方米ニツキ何程ノ水蒸氣ガ水トナルカ。

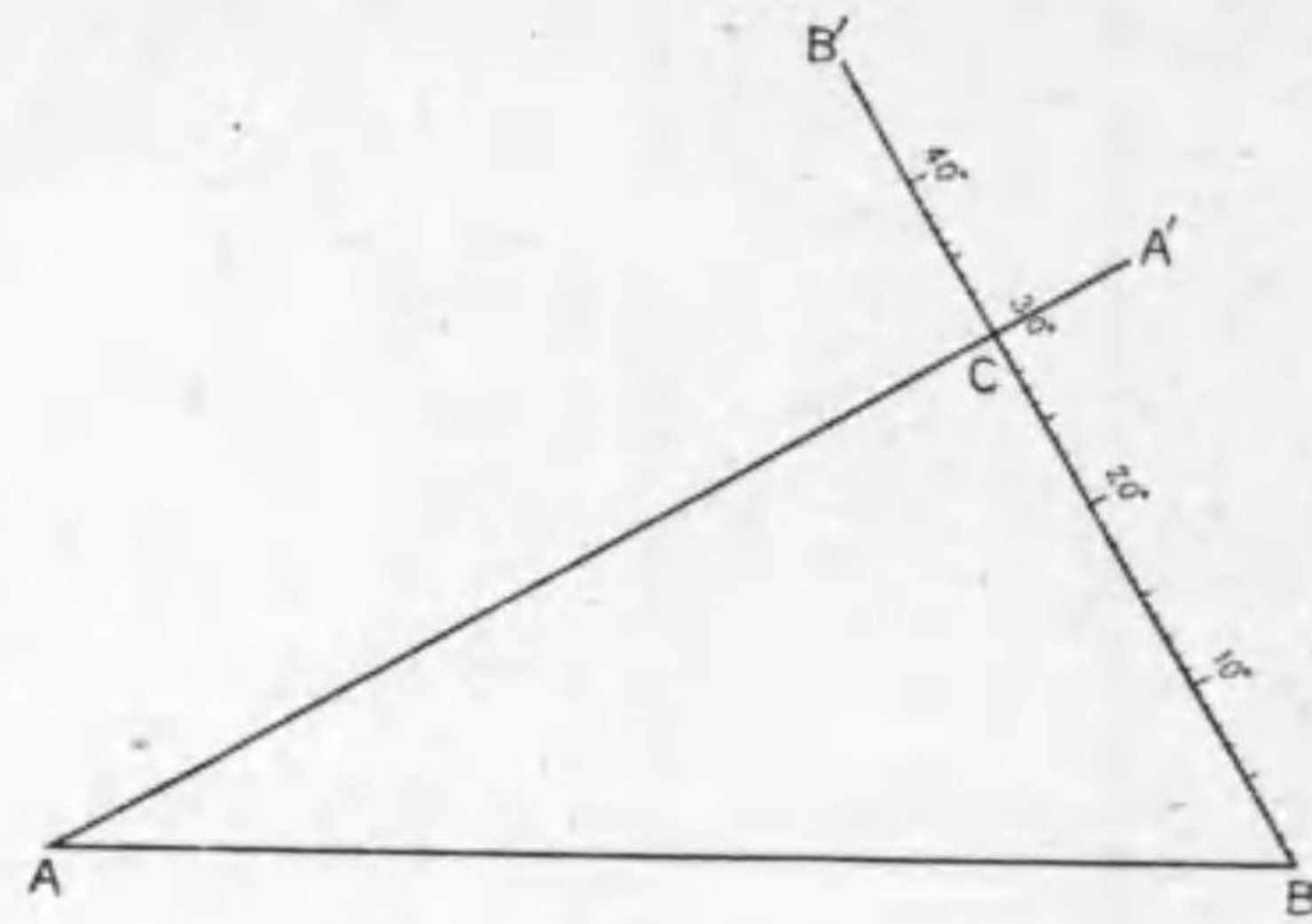
【参考】 1 立方米ノ空氣中ニ含マレル水蒸氣ノ重サトソノ溫度ニ於テ飽和状態デ 1 立方米中ニフクマレル

水蒸氣ノ重サトノ比ヲ % デアラハシタモノヲ相對濕度トイフ。

4. $y = \sin x (0^\circ \leq x \leq 90^\circ)$ ノ函數尺度ヲ $10cm$ ノ長サデツクレ。コレヲ基準トシテ $15cm$ ノ長サノ尺度ヲツクルニハドウシタラヨイカ。 $\sin x$ ノ尺度ヨリ $\cos x$ ノ尺度ヲツクルニハドウスルカ。

次圖ニ於テ BB' ハ $AB \cdot \sin x$ ヲ 1 トシテ刻ンダ正弦尺度デアアル。 AA' ヲ BB' ニ直交スルヤウニオクトキ

ハ $\angle A'AB$ ノ大キサハ AA' ガ BB' フキル點ノ目盛ニ
 ヨツテ與ヘラレル。從ツテカ、ル機構ヲツクツテ
 オケバ與ヘ
 ラレタ角度
 フ測定出來
 ル。

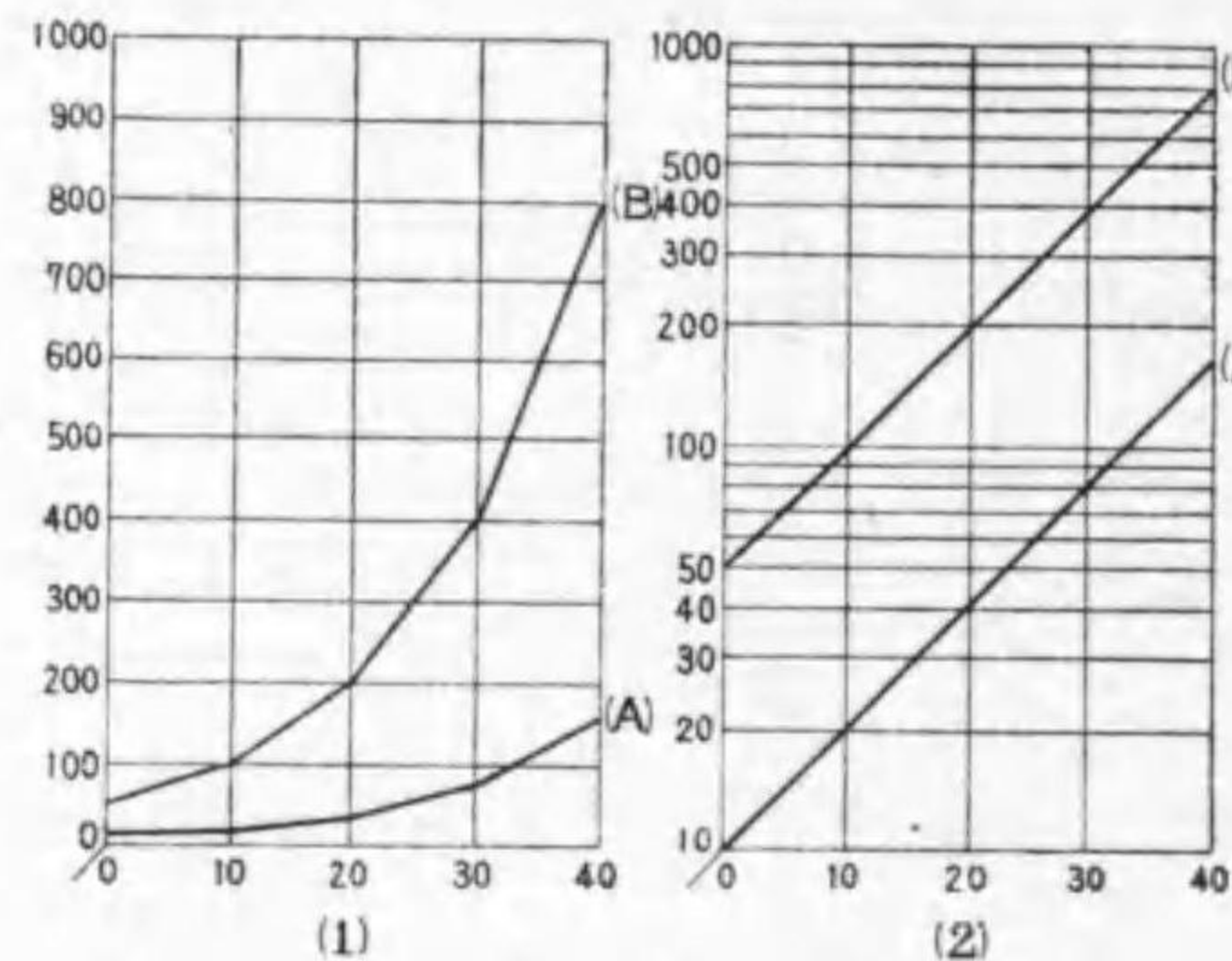


コレガ普
 通ノ分度器
 トノ優劣ヲ
 考ヘ、且改良

スベキ點ヲ考察セヨ。

5. 對數尺度・半對數方眼紙

次圖ノ(1)ハ普通ノ方眼紙デ、(2)ハ縱軸ガ對數尺度



ニナツテキル
 方眼紙デアル。
 (2)ノ如キ方眼
 紙ヲ半對數方
 眼紙トイフ。
 今10年間ニ
 元金ガ2倍ニ
 ナルヨウナ利

率デ10圓及ビ50圓ノ貯金ヲシテソノ増殖ノ様子ヲ
 圖表デ示スト圖ノ(A)(B), (A')(B')ノ如クニナル。

問1. (2)圖デ A' , B' ガ直線ニナリ、且ツレラガ平
 行デアルノハ何故カ。

問2. (1)ノ方眼紙ニ描ケバ直線ニナル量ヲ(2)ノ
 半對數方眼紙ニ表ハセバドウナルカ。

問1, 問2 ヨリ(1)ハ變動ノ差ヲ觀察スルニ適シ、(2)
 ハ變動ノ比ヲ觀察スルニ適スルコトヲ理解セヨ。

問3. 次ノ表ヲ上述ノ二様ノ圖表ニ示セ。

(a) 明治

年次	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
輸貿易額 出額 (單位千圓)	五、四〇七	六、五七五	七、〇〇六	五、六〇三	七、六五七	九、一〇二	八、九七二	一、三三四	一、三六二	一、七六四	一、六三三	一、六五七	二、四九九	二、〇四九	二、五三四	二、五三四

明治	大正															
年次	36	37	38	39	40	41	42	43	44	1	2	3	4	5	6	7
輸貿易額 出額 (單位千圓)	二、八九五	三、一九六	三、二五三	四、三三五	四、三四二	三、七八四	四、三二二	四、八四八	四、七四三	五、六九一	六、三四六	五、九一一	七、〇三八	一、二七四	一、六〇三	一、九六二

大正	昭和															
年次	8	9	10	11	12	13	14	1	2	3	4	5	6	7	8	9
輸貿易額 出額 (單位千圓)	二、〇九八	一、九四八	二、五二八	一、六七四	一、四七七	一、八〇七	三、〇五五	二、〇四七	一、九三三	一、七九五	二、四八六	一、四九八	二、四六九	一、四九九	一、八六一	二、七九四

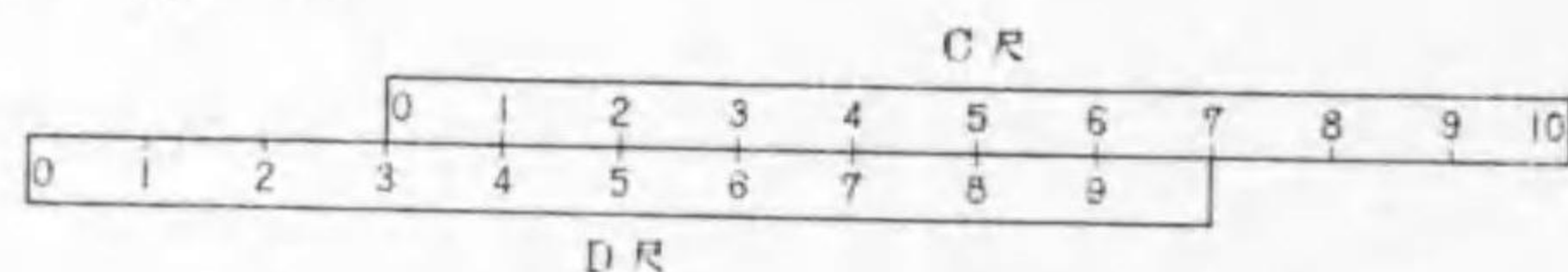
普通ノ方眼紙ニヨレバ明治20年代頃ハ變化ガワ

カリニクイガ、半對數方眼紙ニ描ケバソノ頃ハ躍進的變化ヲナシテキルコトニ氣ヅク。明治二十年代ノ一億圓ノ變化ト昭和ノ頃ノ一億圓ノ變化トハ相對的重要度ガ異ルガ、半對數方眼紙ヲ用フレバコノコトヲ圖ノ上ニ明ニ示スコトガ出來ル。

(b)

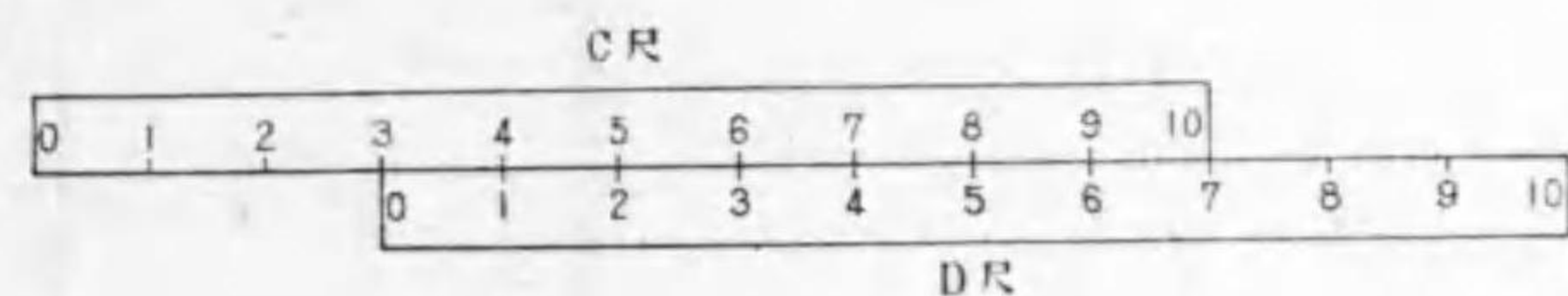
	年齢	7	8	9	10	11	12	13	14	15
男	身長	108.1	113.2	118.0	122.6	127.0	131.4	135.8	141.6	146.1
	胸圍	54.4	56.4	58.4	60.3	62.1	64.1	66.0	69.2	72.3
女	身長	106.9	111.9	116.7	121.3	126.0	131.3	136.7	141.9	143.6
	胸圍	52.6	54.5	56.3	58.1	60.1	62.6	65.3	68.8	71.0

計算尺



普通ノ米尺二個ヲ用フレバ加法及ビ減法ヲスルコトガ出來ル。例ヘバ圖ノD尺ノ3ニC尺ノ0ヲアハセC尺ノ5ノ下ノD尺ノ目盛ヲミルト $3+5=8$ ガ出來ル。 $0.3+0.5=0.8$, $30+50=80$, ……等ノ計算モ位取ニ注意スレバコレニヨツテ出來ル。上述ノ逆ヲ行フコトニヨツテ引キ算ヲナシ得ル。

問 4.



圖ノD尺ノ7ニC尺ノ10ヲアハセテC尺ノ6ノ下ヲミルト $6+7=13$ ノ3ガアラハレテキル。コレニヨツテ1位ノ2數ヲ加ヘテ2位ニナル場合ノ加算ガ出來ル。逆ニ $13-6$ ヲ計算スルニハD尺ノ3トC尺ノ6トヲアハセテC尺ノ10ノ下ノC尺ノ目盛ヲミルトヨイ。ソノ理由ヲ考ヘヨ。

上述ノC尺・D尺ヲ對數尺度デ刻シダナラバ乗法・除法ガ出來ル。計算尺ハコノ考ヘデツクラレタ計算器デアル。

普通ノ計算尺ハ次頁ノ圖ニ示ス如キ機構デアル。A, D尺ハ固定シ, B, C尺ハ動ク滑尺デアル。

カーそるハ臺尺ノ線ニ沿ツテ動キ簡單ナノハ硝子板ニ縦ニ一本線ヲ引イタモノデ、度盛ノ讀ミヲ正確ニスルノニ用フ。

A尺, B尺ハ1ヨリ100マデヲキザミ, C尺, D尺ハ1ヨリ10マデヲ刻ム。

問 1. 圖ヲ參照シテ計算尺ノ模型ヲツクレ。

問 2. 前頁ノ問 4 ニ相當
スル計算ハ計算尺デ
ハドウナルカ。

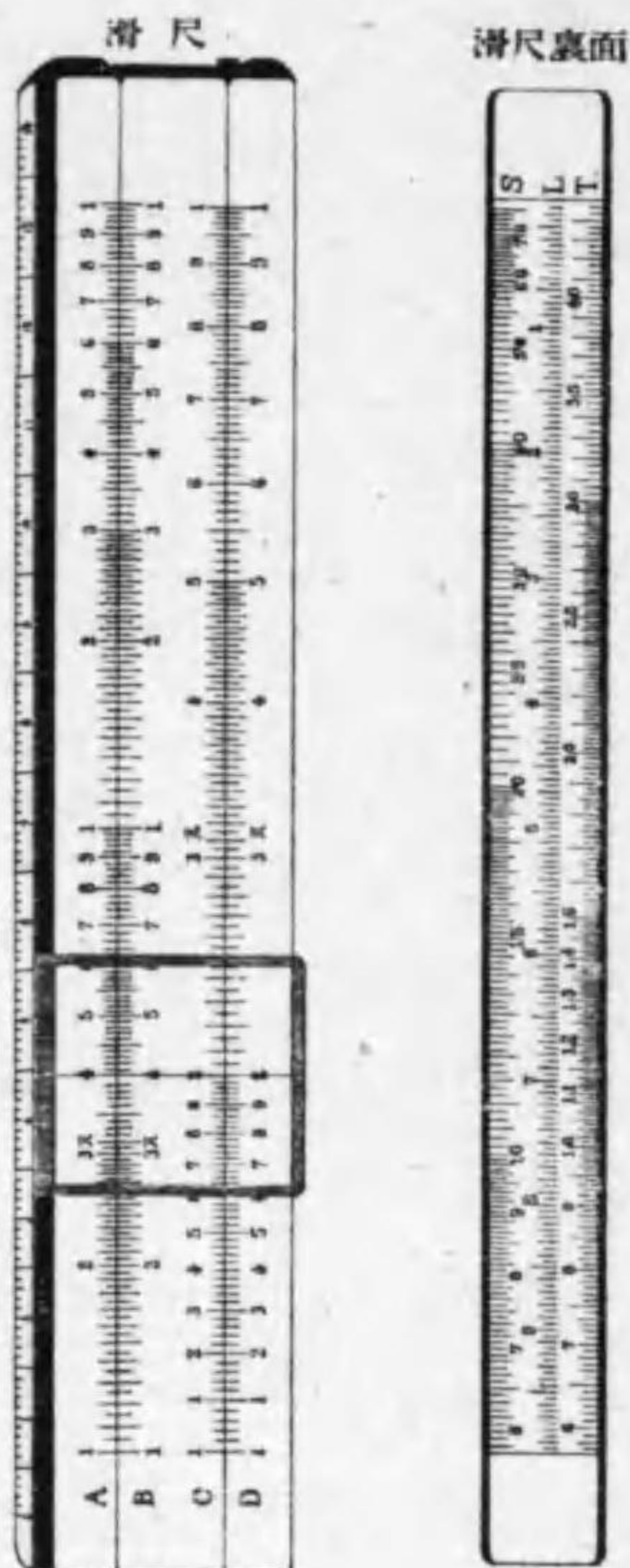
問 3. A 尺ト D 尺トヲ用
フレバ平方平方根ノ
計算ガ出來ル。ドウ
スレバヨイカ、ソノ理
由ハ如何。

問 4. 半徑ガ與ヘラレタ
トキ圓ノ面積ヲ求ム
ル計算ハドウシタラ
ヨイカ。

普通ノ計算尺ノ滑尺ノ裏
面ニハ S, T, L 三種ノ度盛ガ
アル。S 尺ハ正弦, T 尺ハ正
切, L 尺ハ對數ヲ求メルニ用
ヒル。

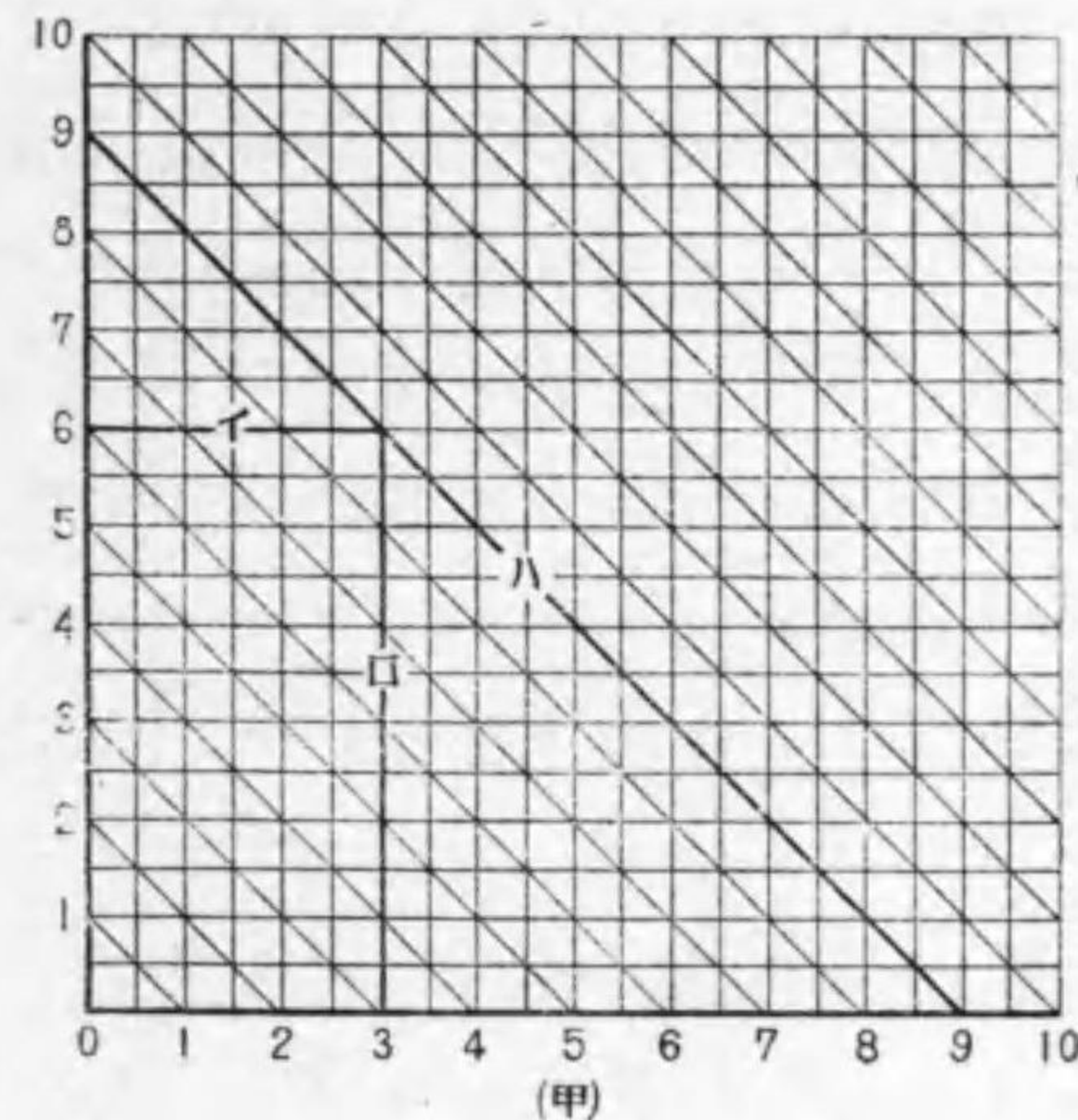
6. 計算圖表

次ノ圖ニヨツテ一位ノ數ノ寄セ算ガ出來ル。例
ヘバ $3+6$ ヲナスニハ (3, 6) ノ點ヲ通ル斜線(ハ)ノ端
ヲミルト 9 トナツテキル。引キ算モナスコトガ出

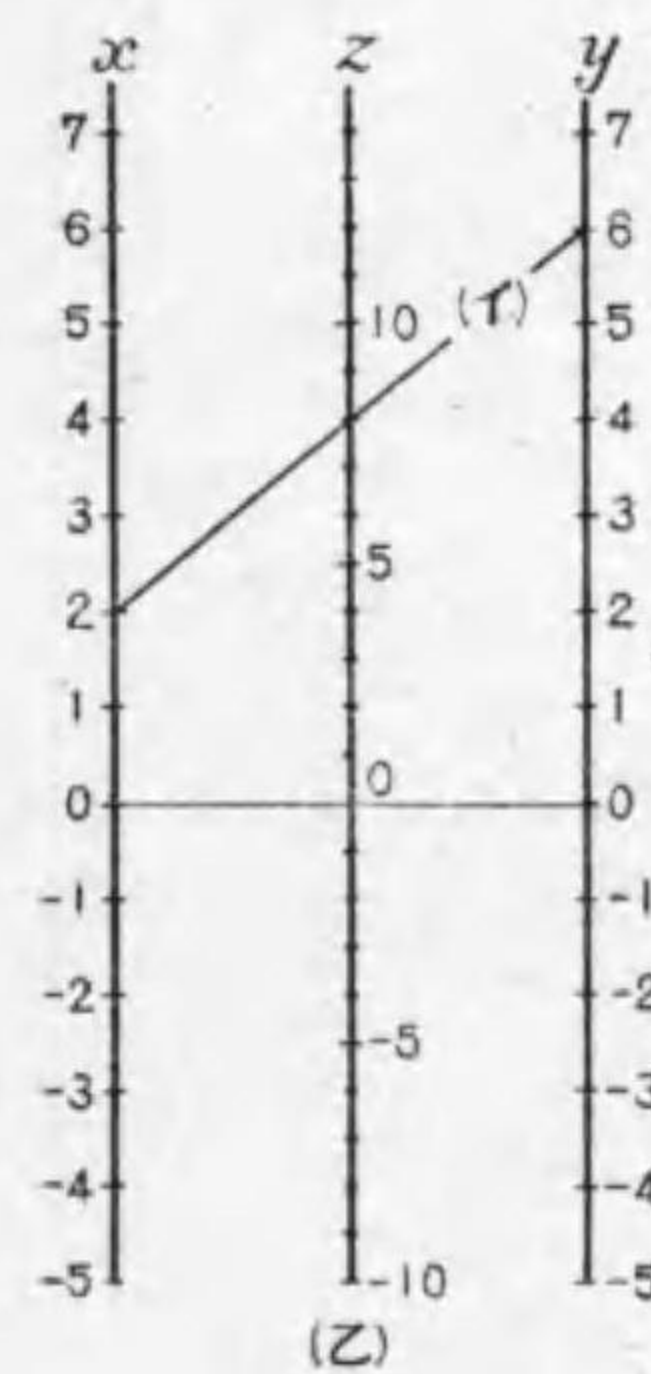


來ル。

問 同圖ニ
於テ縦軸
及ビ横軸
ヲ對數尺
度ニシタ
ナラバ乗
除法ガ出
來ルコト
ヲ示セ。



上ノ圖ニヨツテ $6.5+2.8$ ヲナスニハ (6.5, 2.8) ヲ通



ル斜線ガナイカラコレヲ目分
量デミナケレバナラヌ。シカ
シ、ソレハ困難デアル。多クノ
斜線ヲ引イテオケバヨイガ、ソ
レニハ多クノ勞力ヲ要スルト
共ニ圖ガ複雑ニナル。左ノ圖
ニ於テ x 軸ノ 2 ト y 軸ノ 6 ト
ヲ結ベバ z 軸ノ 8 ヲ通ルカラ
 $2+6$ ノ計算ガ出來ル。(上卷 94
頁參照)

前述ノ 6.5+2.8 ヲナスニモコレニヨレバ目分量ニテ求メヤスイ。(イ)ノ如キ線ハ計算ノ時定木ヲ用ヒレバヨイカラ甲圖ノ様ニ多クノ線ヲ引ク必要ガナイ。計算ニ用フル圖トシテハコノ方ガスグレテキル。コノ種類ノ圖表ガ1884年佛人 d'Ocagne ニヨツテ考案サレテヨリ、圖ニヨツテ計算スル學問即圖表計算學ガ格段ノ進歩ヲナシ、實用上ニモ廣ク應用サレルヨウニナツタ。

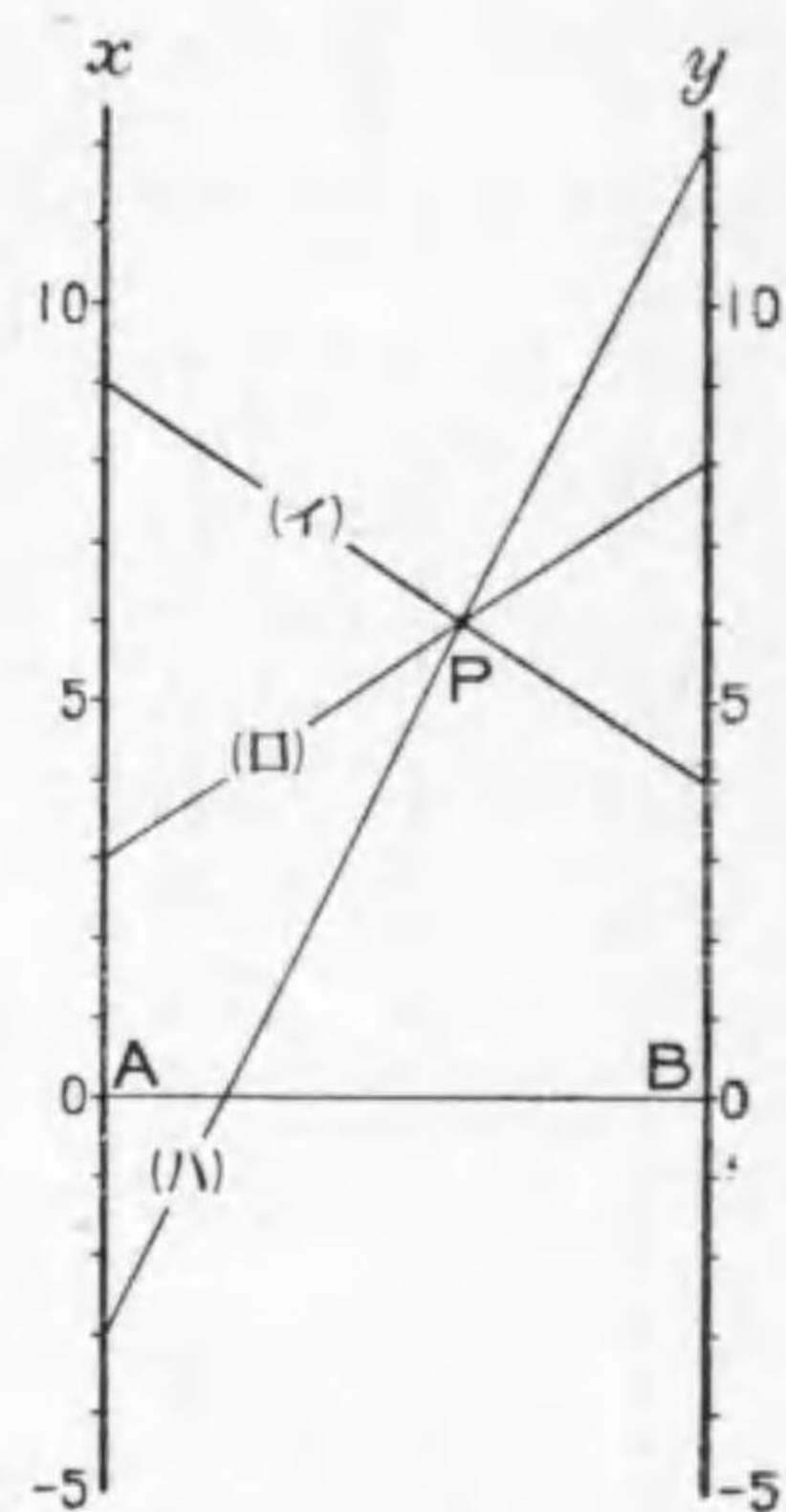
乙圖ハ甲圖ノ直交スル兩軸ヲ平行スル A, B ノ軸ニナホシタト考ヘラレル。

從ツテ甲圖ノ如キヲ直交座標トヨブニ對シテ乙圖ノ如キヲ平行座標トヨブコトトス。

平行座標ノモツ性質ヲシラベテミル。

直交座標デ座標 (a, b) ハ一點ヲ與ヘルガ平行座標デハ兩軸上ノ a, b ヲ結ブ直線ヲ示ストス。

圖ノ(イ)ハ $(9, 4)$, (ロ)ハ $(3, 8)$ ナル直線デアアル。



直交座標デ $ax+by=c$ ヲ満足スル點 (x, y) ハ一直線上ニアルガ、平行座標ニテ同式ヲ満足スル直線 (x, y) ハ如何ナル性質ヲモツカラ考察スル。

例ヘバ $2x+3y=30$ ヲ満足スル直線 (x, y) ヲ引イテミル。圖ノ(イ),(ロ),(ハ)ハソレデアアル。ソレラハ一點 P デ交ル。各自尙、他ノ直線ヲ求メ、ソレガ P ヲ通ルカ試ミテミヨ。

P 點ノ位置ニツイテ考察セヨ。

(1) $ax+by=c$ ヲ満足スル直線 (x, y) ハ定點ヲ通ル。

〔證明〕 圖ノ(イ)(ロ)ハ條件ヲ満足スル任意ノ直線トスル。

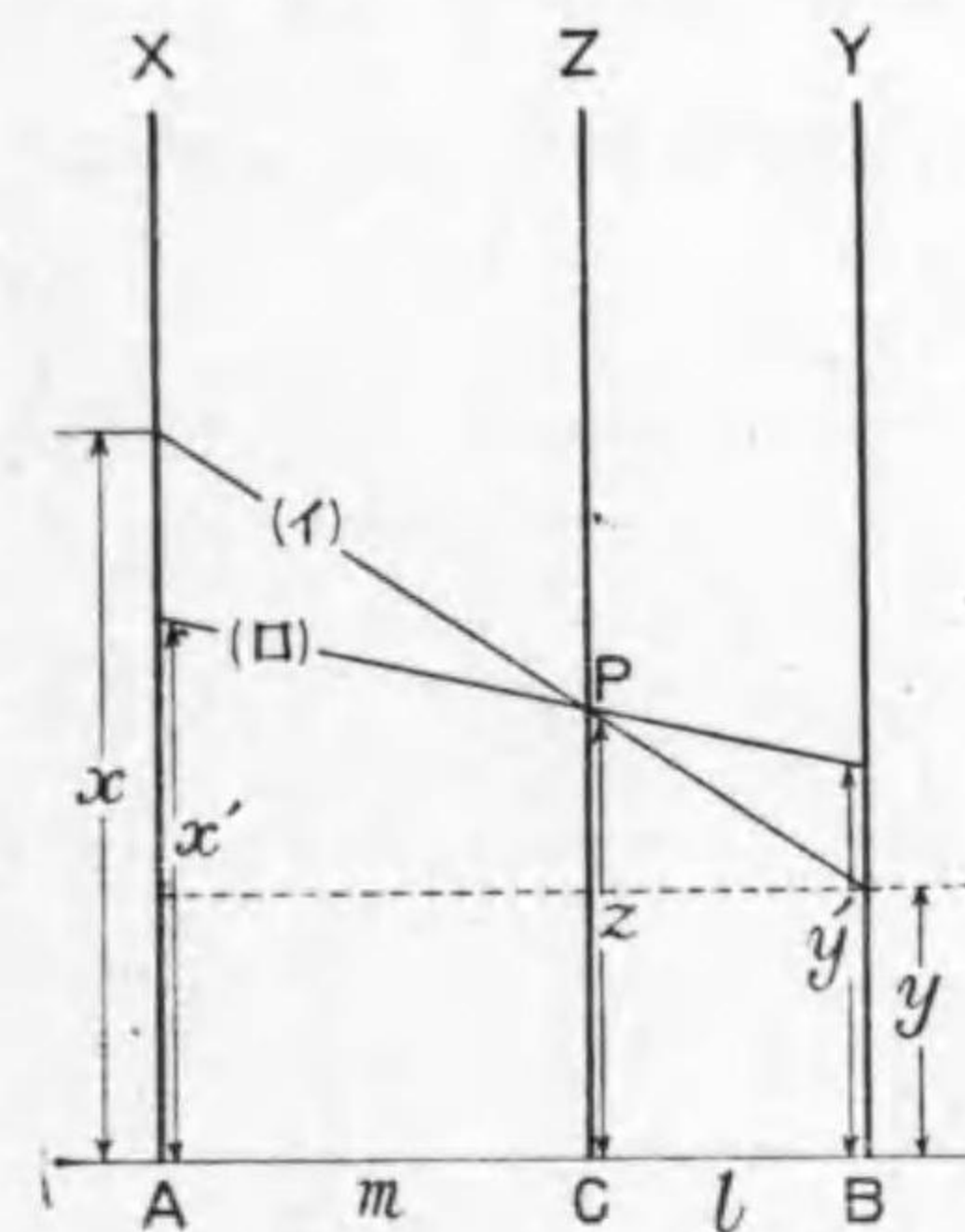
シカラバ

$$ax+by=c \dots\dots(1)$$

$$ax'+by'=c \dots\dots(2)$$

(イ)(ロ)ノ交リヲ P トシ P ヲ通リ X, Y ニ平行ナ直線ヲ PC トス、C ガ AB ヲ分ツ比ヲ $m:l$ トス。

シカラバ



$$\frac{z-y}{x-y} = \frac{l}{l+m} \dots\dots(3)$$

$$\frac{z-y'}{x'-y'} = \frac{l}{l+m} \dots\dots(4)$$

(3)ヨリ $lx+my=(l+m)z \dots\dots(5)$

(4)ヨリ $lx'+my'=(l+m)z \dots\dots(6)$

(1),(2),(5),(6)ヨリ $\frac{l}{a} = \frac{m}{b} \dots\dots(7)$

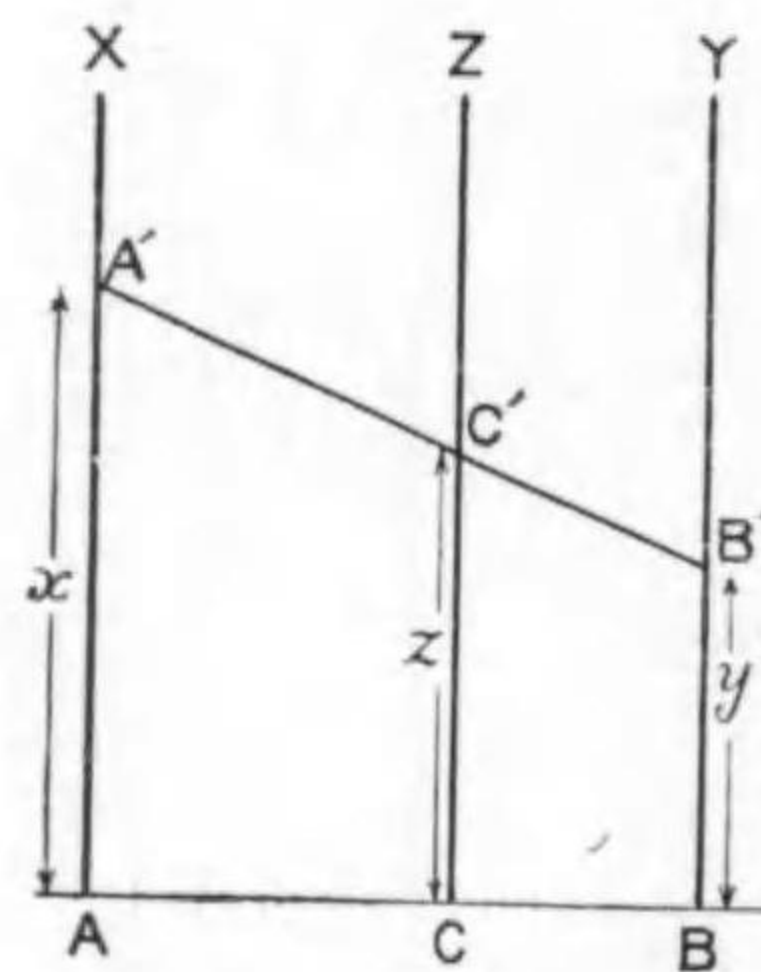
從ツテ(5)ハ $ax+by=(a+b)z \dots\dots(8)$

(1)ト(8)ヨリ $z = \frac{c}{a+b} \dots\dots(9)$

(7)ニヨリ CZ ハ定直線トナリ(9)ニヨリ P ハ定點トナル。

(2) $ax+by=c$ デ a, b ガ一定デ c ガ變化スル時ハ點 P ハ CZ 上ヲ動ク。

a, b ガ變化スレバ如何。



(3) 平行座標軸 AX, BY ノ原點 A, B ヲ結ブ直線ヲ C デ $b:a$ ニ分チ, CZ ヲ座標軸ニ平行ナ直線トスル。AA'=x, BB'=y, CC'=z デアル時 $ax+by=z(a+b)$ ノ關係ガアレバ A', B', C' ハ一直線上ニアル。

$ax=f_1(u), by=f_2(v), z(a+b)=f_3(w) \dots\dots(イ)$ トスレバ

$f_1(u)+f_2(v)=f_3(w) \dots\dots(ロ)$ トナル。

從ツテ AX, BY, CZ ヲ (イ) ニ示ス函數尺度ニ作レバ (ロ) ノ形ノ計算ハ定木ヲアハセルコトニヨツテナシ得ル。

【註】 $f(u)$ ノ記號ニテ u ノ函數ナルコトヲ示ス。

$\log u$ ハ u ノ函數デアルカラ $f(u)$ トカケル。シカシ $f(u)=\log u$ トシタナラバ, 他ノ函數例ヘバ u^2 ハ $f(u)$ トハカケヌ。即函數ノ形ガ變ツタ場合ハ $f_1(u), f_2(u), f_3(u)$ ノ如クセネバナラヌ。 f_1, f_2, f_3 ノ代リニ f, g, h 等ヲ用ヒテモヨイ。

27頁ノ圖表ニ於テハ

$a=b=1, f_1(u)=u, f_2(v)=v,$

$f_3(w)=w$

ノ場合ナリ。

例 1. $a=1, b=2, f_1(u)=u,$

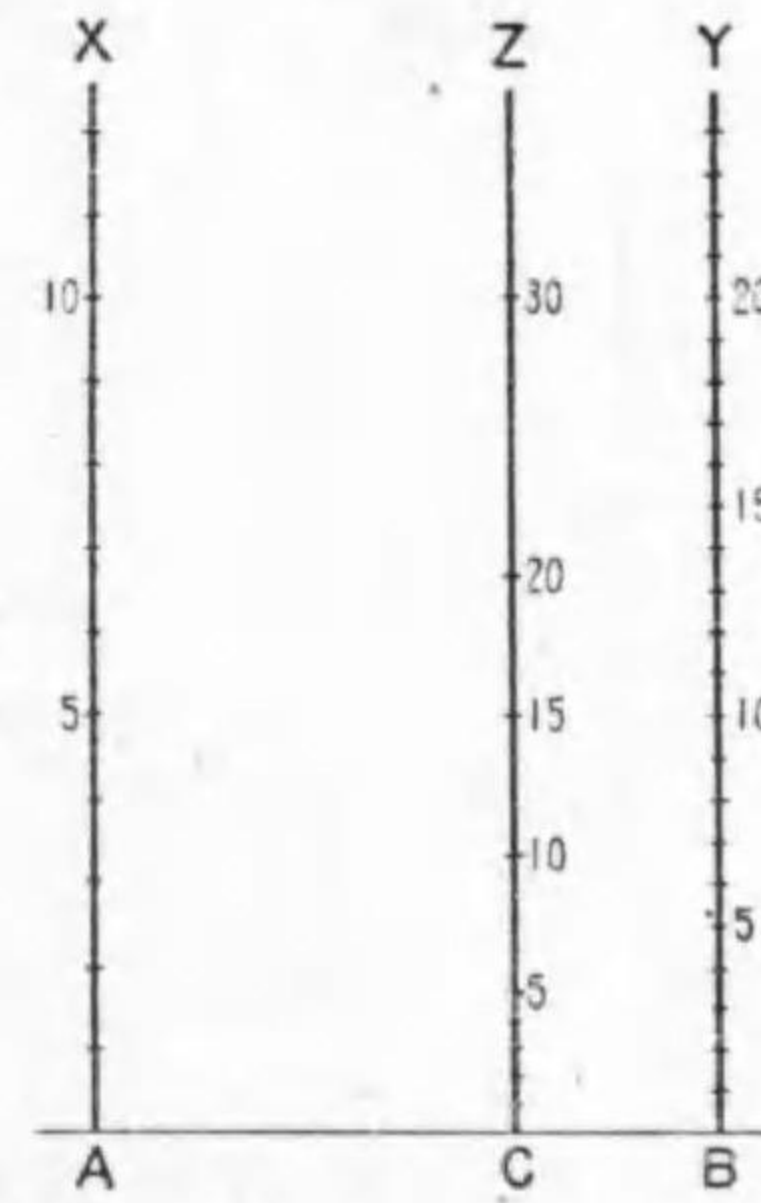
$f_2(v)=v, f_3(w)=w$ ノ場合。

29頁ノ(イ)ノ關係式ハ

$x=u, y=\frac{v}{2}, z=\frac{w}{3}$

トナル。圖ノ如クナリ

加減算ガ出來ル。例へ



バ X 軸上ノ 5 ト Y 軸上ノ 15ヲ定木デ結ベバ Z 軸ヲ 20 デ切り $5+15=20$ ガ出來ル。

問 1. AC:CB ノ値ハ如何。

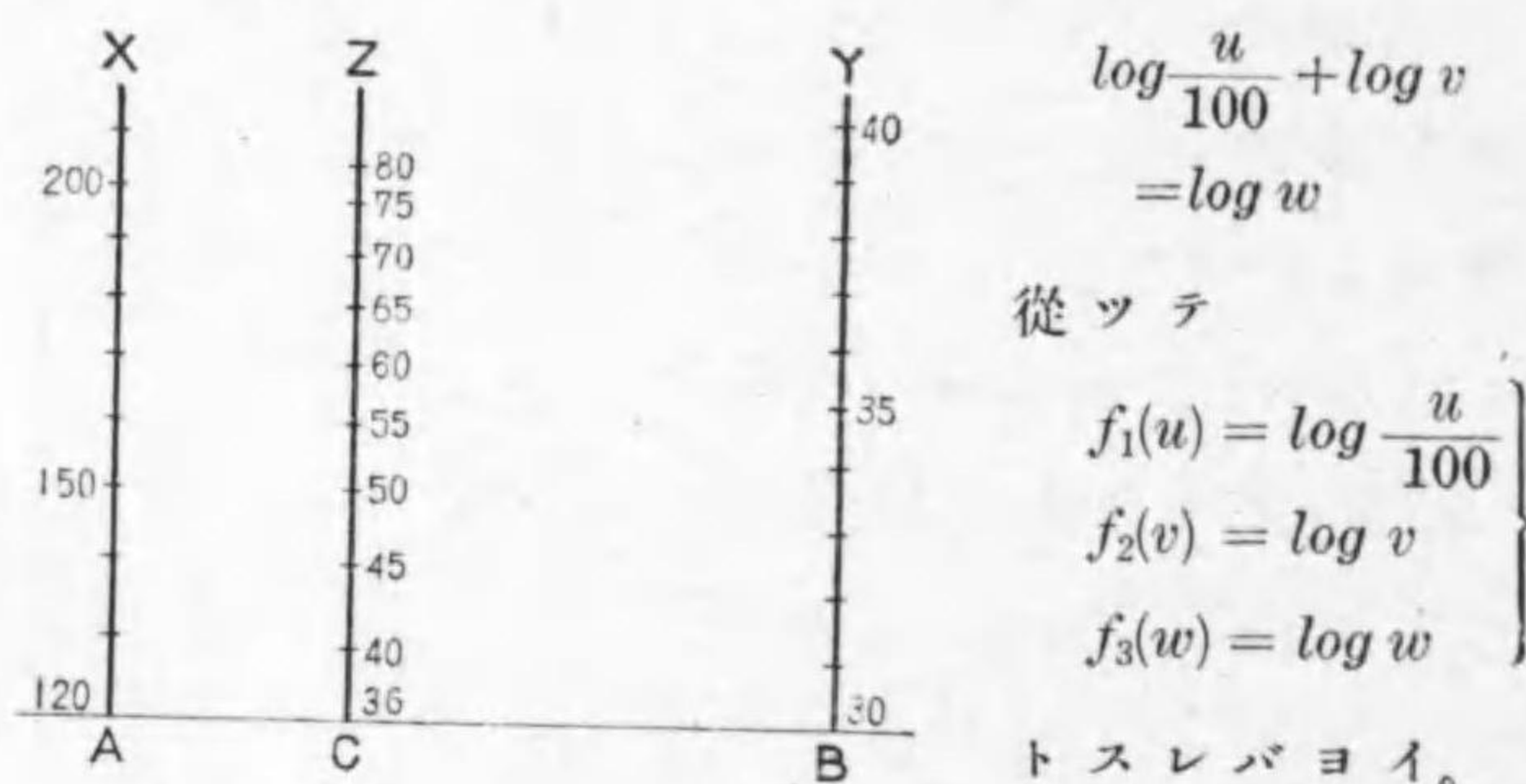
問 2. コノ圖表ハ $u+v=w$ ノ加法計算ニ於テ u ハ 10 迄, v ハ 20 迄ノ變化ヲスルトイフ場合ニ便利デアル。 u ガ 20 ヨリ 30 マデ, v ハ 50 ヨリ 100 マデノ變化ヲトル場合ノ $u+v=w$ ノ圖表ヲツクレ。

例 2. $\frac{u}{100}v=w$ ノ圖表ヲツクル。

但 u ハ 120 ヨリ 200 マデ } (1)
 v ハ 30 ヨリ 40 マデ }

變化スルトス。

對數ヲトレバ



(1)ノ條件ヲ満足スルニハ大體 BC:CA=2:1ナ

レバヨイ。(何故カ) 又 X 軸ハ 120 ヨリ Y 軸ハ 30 ヨリ,從ツテ Z 軸ハ 36 ヨリ始ム。

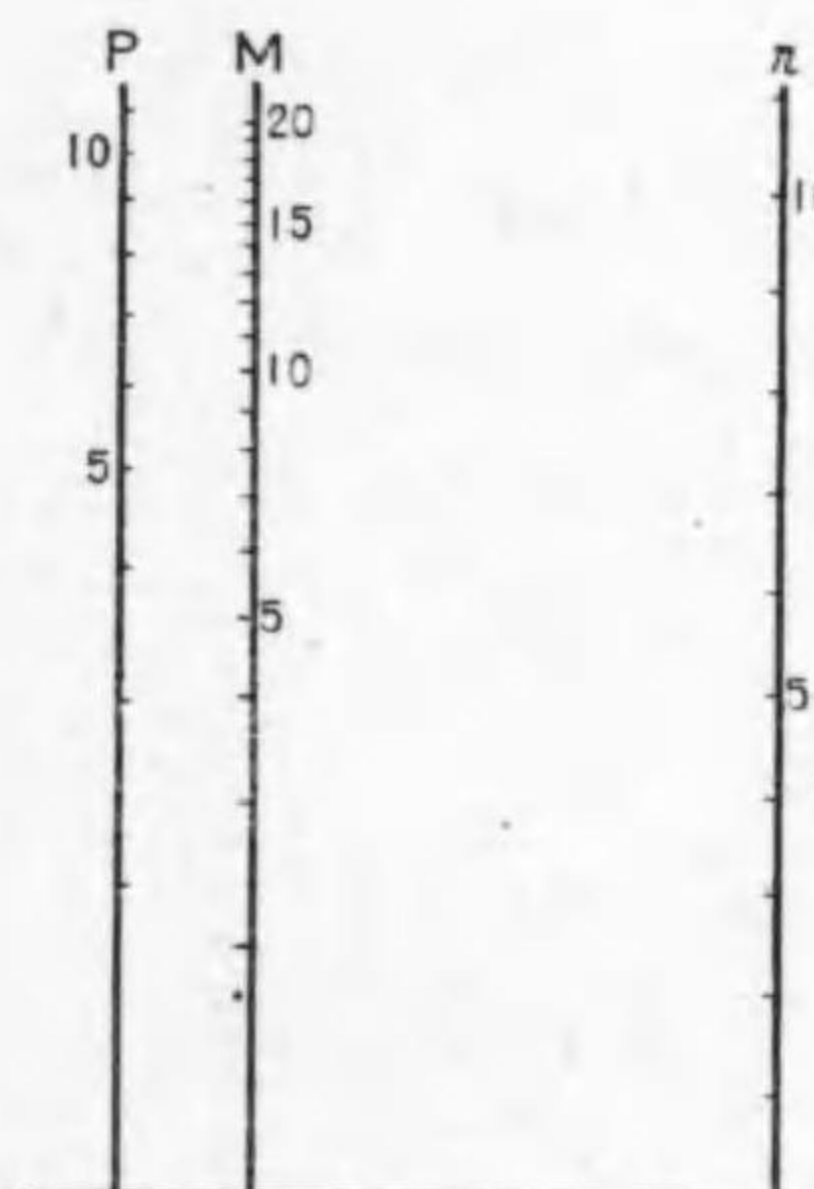
之ヨリ $x = \frac{1}{2} \log \frac{u}{100}, y = \log v, z = \frac{1}{3} \log w$ ノ函數尺ヲソレゾレノ軸ニツクレバ圖ノ如クナル。之ヲ除法ニ用フレバ $v = \frac{w}{u} \times 100$ ノ計算ガ出來ル。從ツテコノ表ヲ精密ニツクレバ比體重ノ計算ガ出來ル。

問 比胸圍・比坐高ヲ求メル計算圖表ヲツクレ。

例 3. 右ノ圖ハ

$M = P \left(1 + \frac{6}{100}\right)^n$ ノ圖表デアル。

作り方ヲ考ヘヨ。コレニヨツテ一期 6 分ノ時ノ複利計算ガ出來ル。



例 4. $M = (1+r)^n$ ノ圖表

ハ之ガ對數ヲトリ

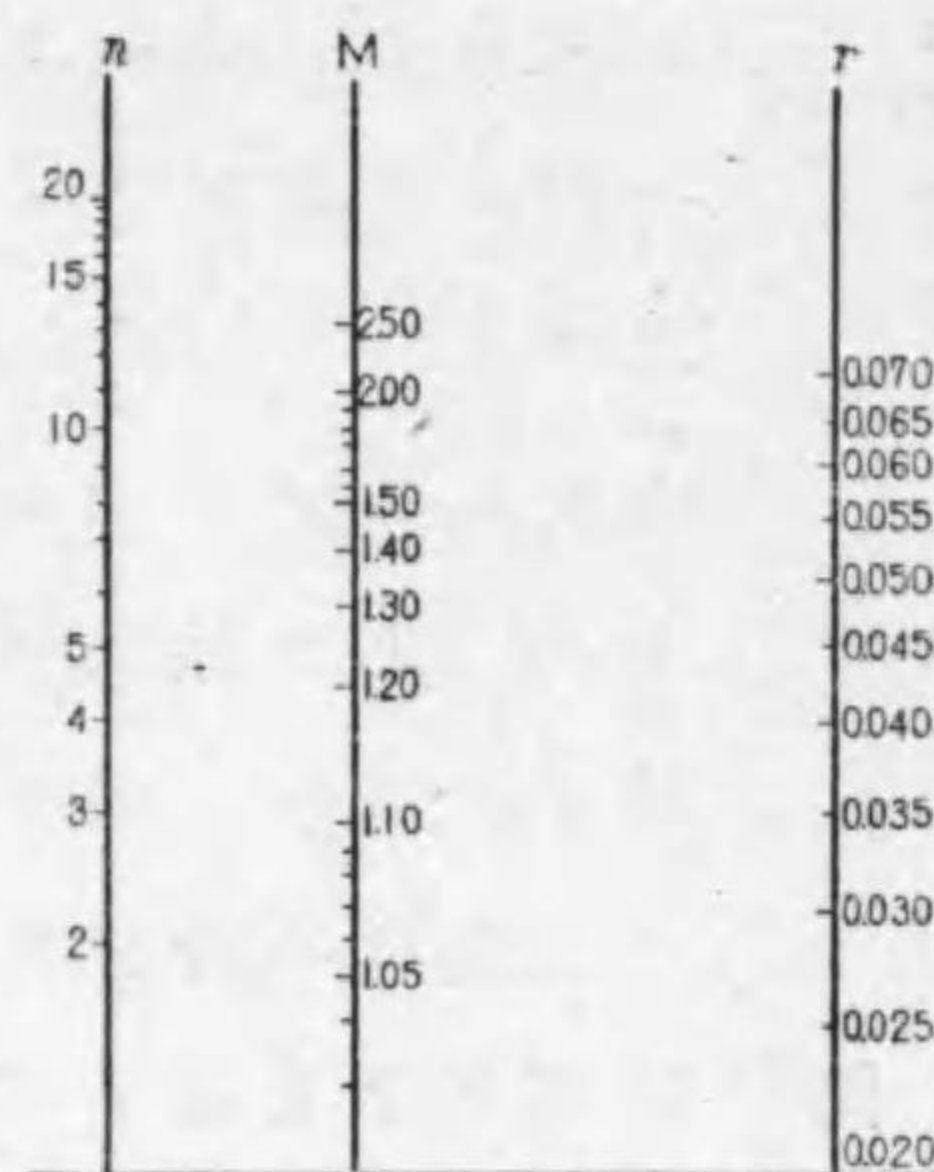
$$\log M = n \log(1+r)$$

又コレノ對數ヲトリ

$$\log \log M = \log n + \log \log(1+r)$$

トシテ考ヘレバヨイ。

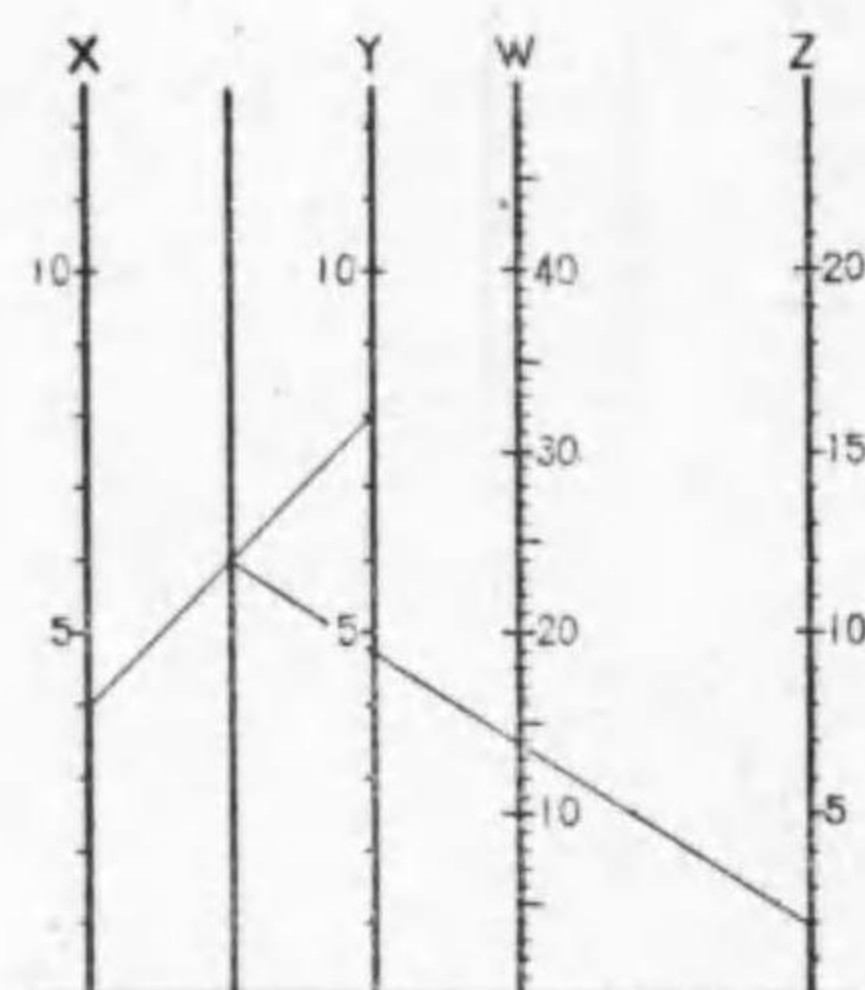
右ノ圖ハ之ニヨツ
テツクレルモノデ
アル。
一期5分ノ利率デ
増殖スル場合、元利
合計ガ元金ノ2倍
ニナルノハ何期目
カ。



問題

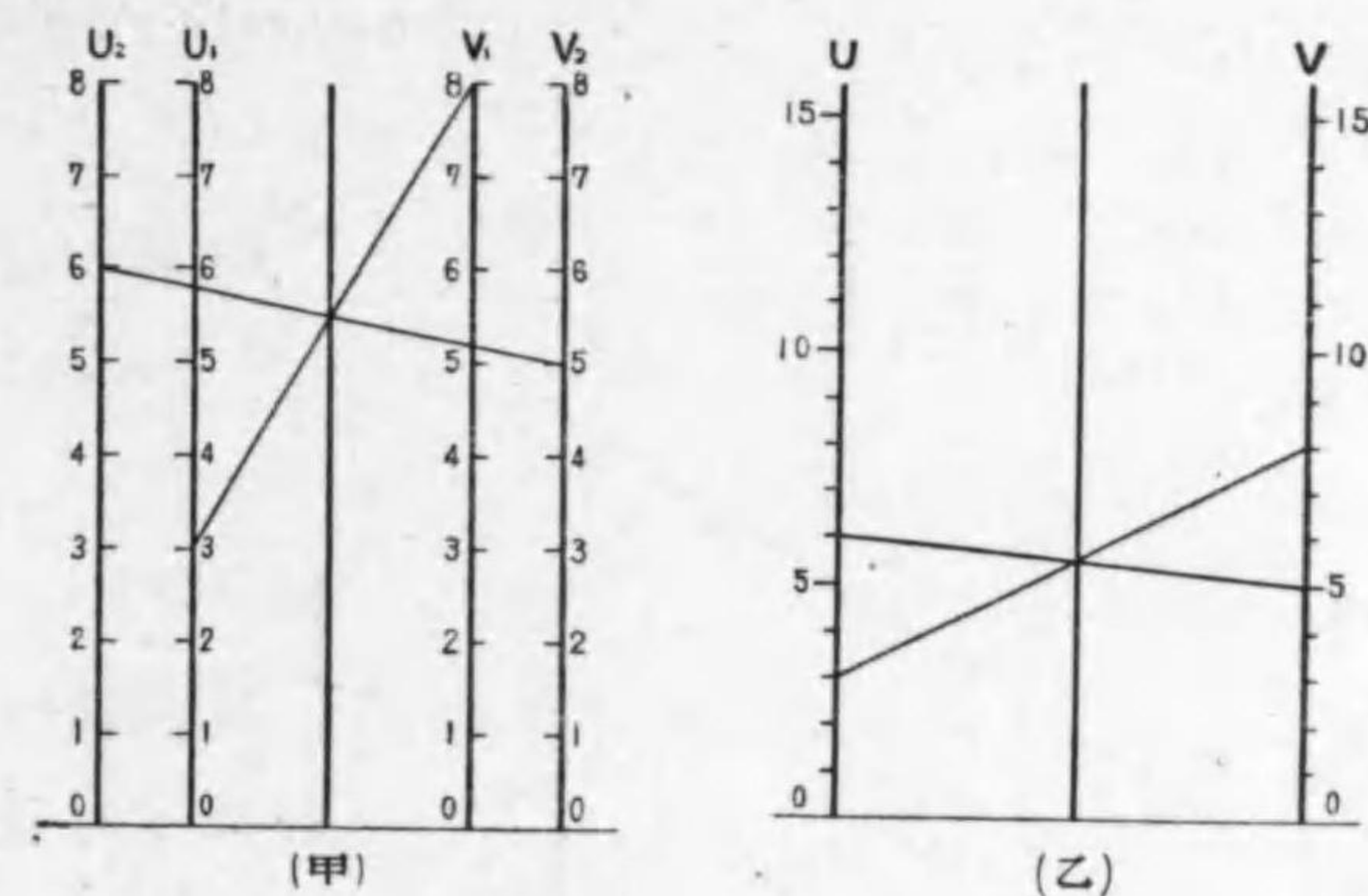
1. $x^2 + y^2 = z^2$ ノ計算圖表ヲツクレ。
底邊ト高サヲ與ヘテ三角形ノ面積ヲ求ムル計
算圖表ヲツクル。

3.



左ノ圖ハ
 $X+Y+Z=W$
ノ計算圖表デ
 $4+8+2=14$
ノ計算ヲ示シテキル。
圖表ノ作り方及ビコノ
圖表ニヨツテ計算ノ出
來ル理由ヲ考察セヨ。

4.



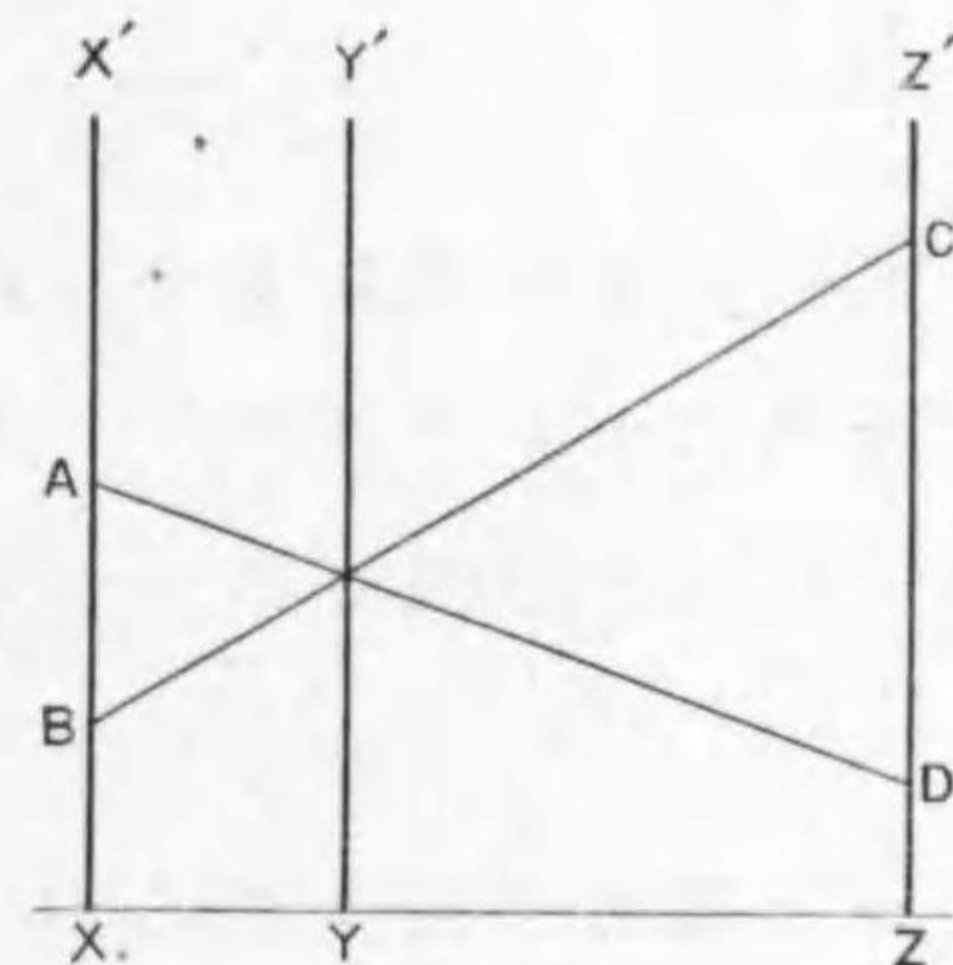
上圖ノ(甲)ヲ用フレバ $U_1+V_1=U_2+V_2$ ノ關
係ニアル計算ガ出來ルコトヲタシカメヨ。ソノ
理由ハ如何。(乙)ハ(甲)ノ U_1, U_2 ノ代リニ U
ヲ V_1, V_2 ノ代リニ V
ヲ用ヒシナリ。コレ
ヲノ應用ヲ考ヘヨ。

5. 圖ニ於テ

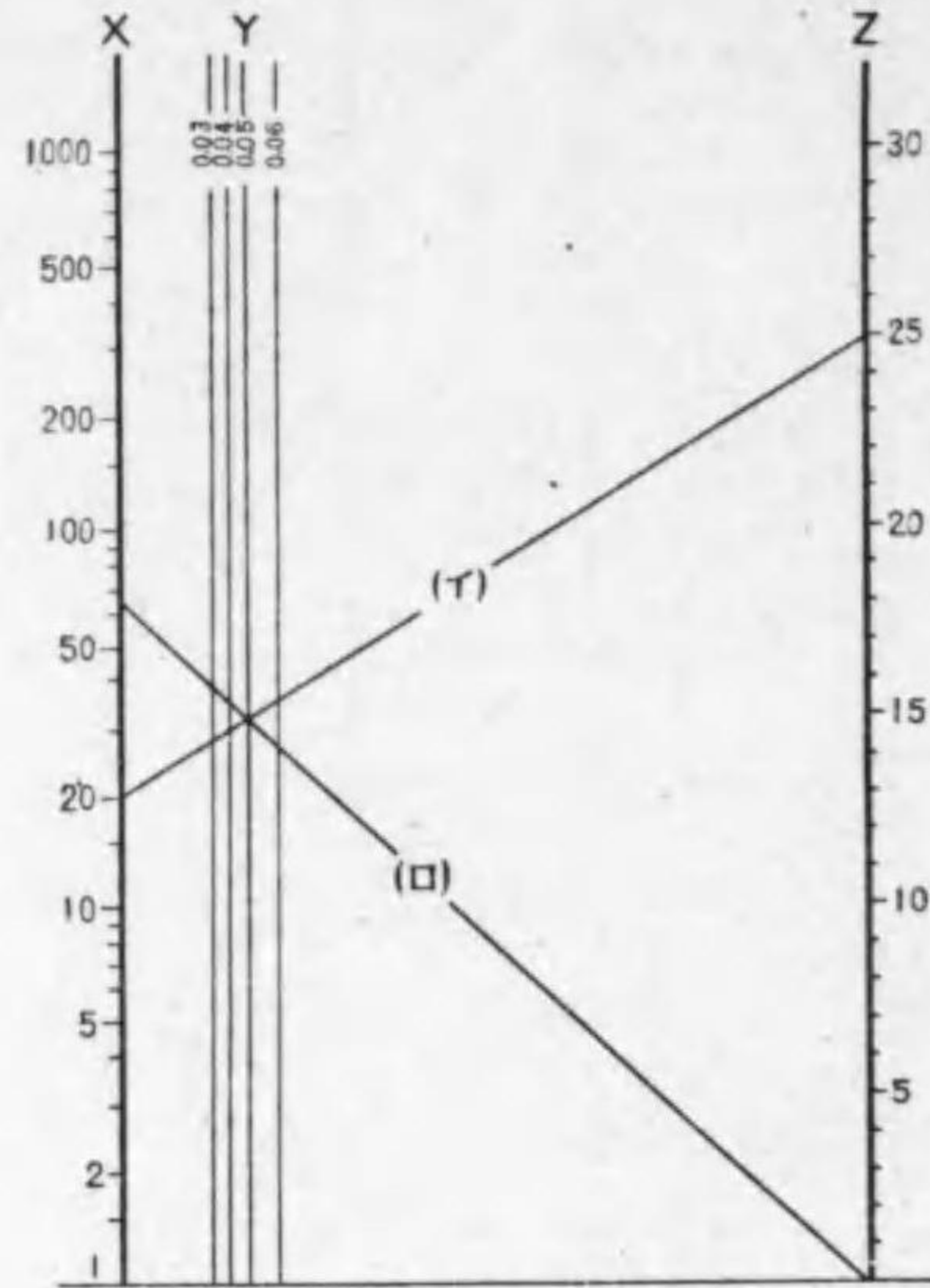
$$XX' \parallel YY' \parallel ZZ'$$

$$AX=a \quad CZ=c$$

$$BX=b \quad DZ=d$$



$XY:YZ=a:\beta$ トスレバ a, b, c, d ノ間ニハ如
何ナル關係ガアルカ。
ソノ結果ニ於テ $a=\log M, b=\log P, c=n, d=o,$



$a = \log(1+r), \beta = 1$ ト

スレバ

$\log M = \log P$

$+ n \log(1+r)$

トナリ

従ツテ

$M = P(1+r)^n$

ノ計算ガ可能デア

ル。左圖ハ $\beta = 0.1,$

$a = \log(1+r), (r = 0.03,$

$0.04, 0.05, 0.06)$ トシ

タル場合ナツ。

(イ)(ロ)ノ線ニヨ

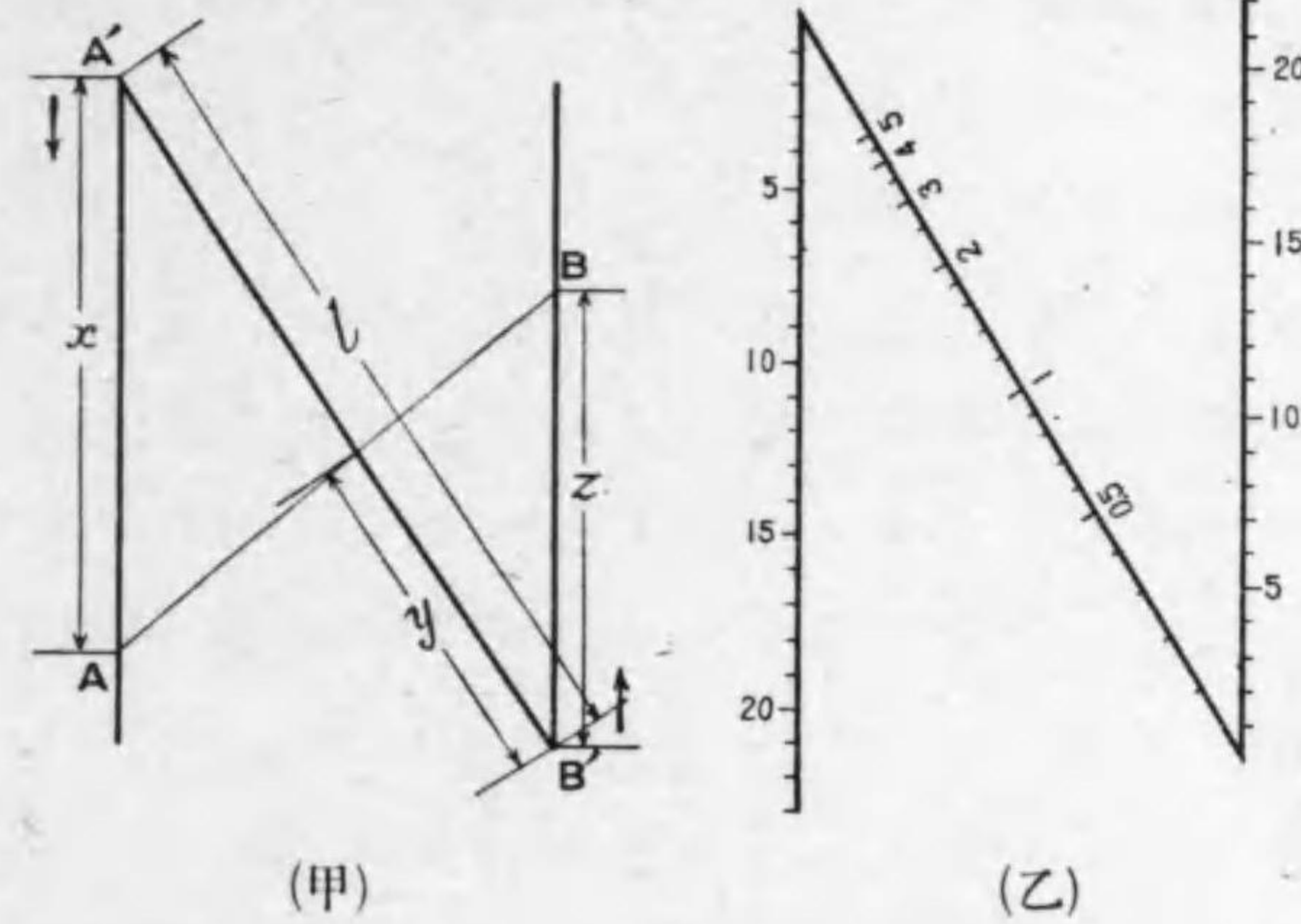
ツテ元金20圓,年5分ノ複利ニテ25ヶ年ノ元利合計ガ示サレテキル。

6. 次頁ノ(甲)圖ニ於テ $A'A \parallel B'B$ デアレバ

$\frac{z}{x} = \frac{y}{l-y} \quad \therefore z = x \cdot \frac{y}{l-y}$

コノ關係ヲ用ヒテ(乙)圖ヲツクル。(乙)圖デ積ノ計算ガ出來ル。(乙)圖ヲ研究セヨ。

コノ型式デ $a = b^n$ ノ計算圖表ヲツクルニハドウスルカ。



以上述ベタ例ニヨツテ圖表ヲ用ヒル計算ニハ次ノ如キ特徴ノアルコトニ氣ヅクデアラウ。

- (1) 同種ノ計算ヲ繰返ス場合ハ便利デ早イ。
- (2) 檢算ガ容易且單純デアアル。
- (3) 結果ガ近似値デアアル。

コレラノ特徴ニヨツテ近時圖計算ガ工場等ニテ盛ニ用ヒラレル様ニナツタ。

(3)ノ特徴ニツイテハ不滿ヲモツモノモアルダラウ。シガシ工場等ノ數値ハホトンドガ近似値デアアルコトヲ考ヘレバ理解出來ルデアラウ。

尙7節ヲ參考ニセヨ。

7. 近似値

我々の日常生活ニ用ヒテキル數ニハ近似値ノモノガ非常ニ多イ。

測定ニヨツテ得タ數ハ近似値デアアル。税金ヤ銀行利子ノ如ク取扱上端下ヲ處理シテ近似値トスル場合モ多イ。日本ノ人口ガ約一億トイフ如ク或事柄ノ大體ノ様子ヲ知ルタメニ用ヒル概數モ近似値ト考ヘルコトガ出來ル。

必要以上ニ桁數ヲ多ク取扱ハナイヤウニ注意セネバナラヌ。圓周率ニ於テモコノ計算ニハ何桁マデ用フベキカヲ考慮スルコトガ大切デヤタラニ桁數ヲ多クトルコトハ無益デアアル。

問 1. 眞鍮ノ線膨脹係數ガ 1.9×10^{-5} トアルノト 1.90×10^{-5} トアルノト如何ナル差異アリヤ。

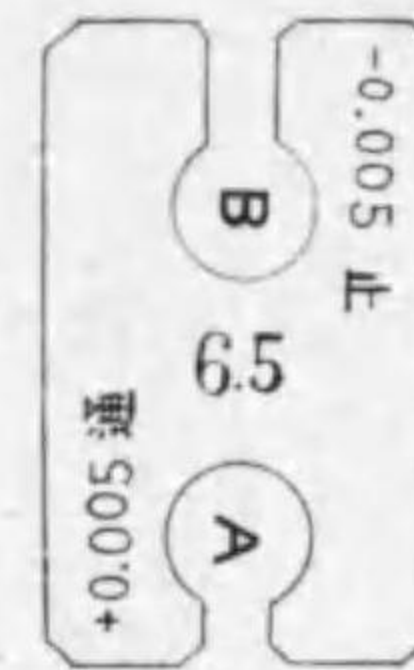
問 2. 増本超不變鋼ノ線膨脹係數ガ 0.0×10^{-6} ト報告サレテキル。コレハ如何ナル意味カ。

誤差 近似値ト眞ノ値トノ差

比較誤差(相對誤差), 誤差ノ眞ノ値ニ對スル比
正確ナ値ハワカラヌ場合又必要デナイ場合ガ多イ。カカル場合ハ誤差ハ之ヨリハ大キクハナイトイフ數即誤差ノ限界ヲモツテ示サレル。

比較誤差ニ於テモ同様デアアル。比較誤差ノ限界ヲ精密度トイフ場合ガアル。

問 1. 圖ニ示



スハ挟ミ
ゲーヂデ、
直徑
6.5mm ノ
丸棒ヲ測
ル時ニ使
ハレル。
A ノ孔デ
ハ通り B
ノ孔デハ
止ツタ時
丸棒ノ直
徑ハ(6.5±



0.005)mm ノ間ニアルコトガコレデワカル。
コノゲーテヲ用フル時ハドノ程度ノ精密度
ガ要求サレテキルカ。

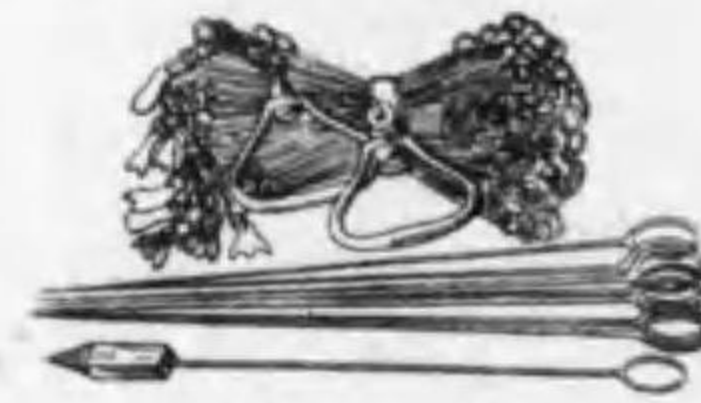
問 2. 熟練者ニ於テハ歩測ノ精密度ハ $\frac{1}{30}$ 乃至 $\frac{1}{40}$
デアル。測圖ニテ圖上 0.2mm ノ誤差ガ許サ
レルトスレバ、五萬分ノ一ノ地圖作製ニ際シ
テ熟練者ニ歩測ノ許サレ
ル長サハ何程カ。

前頁ノ地圖デ笠田驛カラ市峠
マデ歩測シタラ歩數ガ 11062 ア
ツタ。距離ハ何程ト推定スルカ。
地圖上ヨリ得ル距離ト比較セヨ。
歩數ヲ測ルニハ歩數計ヲ用フ
レバ便利デアル。

近似値ノ計算

近似値ノ和及差

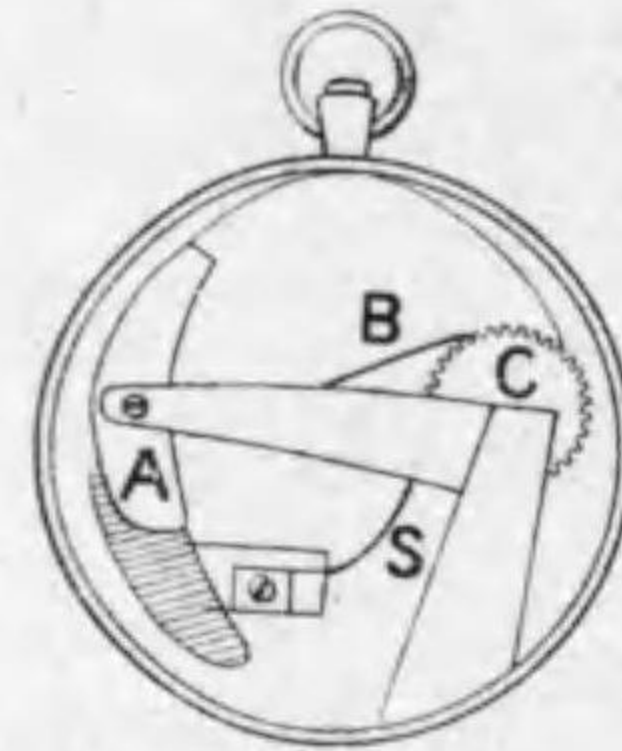
問 測鎖デ測ツテ次ノ結果ヲ



測鎖

得タ。合計ヲ求ム。(單位,米)

歩數計

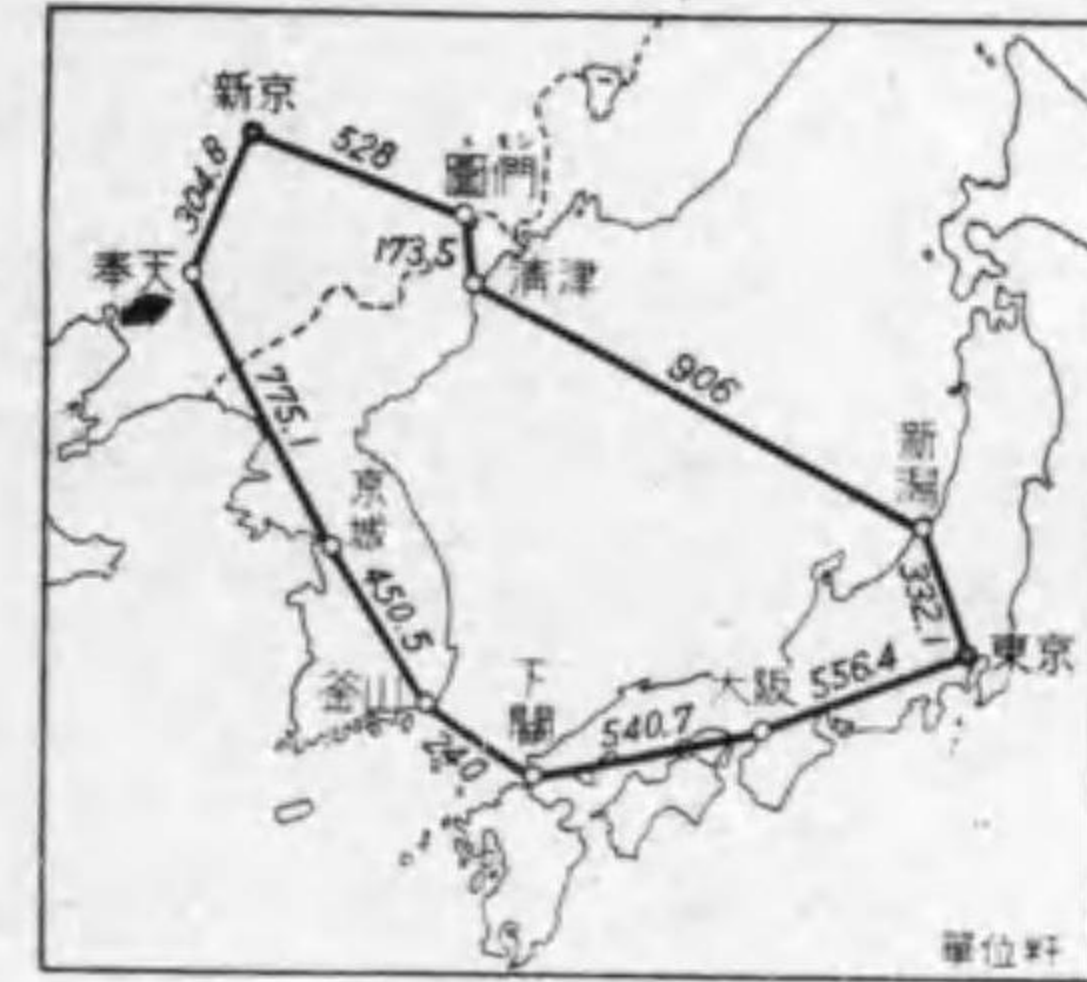


歩ク激動ニヨリテ
A ハ下降ス
S ノ彈條ニテ舊位置ニカ
ヘルコノ際 B 棒デ C ノ
齒車ヲマワス
コレガ表ノ指針ヲマワス

AB=44.9, BC=24.3, CD=14.9, DE=27.3

近似値ノ和(差)ノ誤差ハ各々ノ近似値ノ誤差ノ限
界ノ和ヨリ大キクハナイ。

問 左ノ圖ハ東京
カラ新京へ行ク
ニ通りノ道ヲ示
シタモノデアル。
道ノリハ各々
何軒デ何レガ如
何程近イカ。(小
算五下61頁参照)



近似値ノ積

ニツノ正數 A, B ノ近似値ヲ a, b; 誤差ノ限界ヲ
α, β トスレバ

$a - \alpha < A < a + \alpha$

$b - \beta < B < b + \beta$

故ニ $(a - \alpha)(b - \beta) < A \cdot B < (a + \alpha)(b + \beta)$

ヨツテ AB ノ代リニ ab ヲ用フレバ誤差ハ

$ba + a\beta + a\alpha$ ヲリ小デアル。

$ba + a\beta + a\alpha < (a + \alpha)\beta + (b + \beta)\alpha \leq a'\beta + b'\alpha$

但 $a' \geq a + \alpha, b' \geq b + \beta$

コレヨリ近似値ノ積ノ誤差ノ限界ヲ求ムル方法ヲノベヨ。

問 1. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ ノ小數第四位未滿ヲ四捨五入シテ夫夫 1.4142, 1.7321 ナルコトヲ知ツテ $(2-\sqrt{3})(\sqrt{2}-1)$ ノ値ヲ求ム。

$(2-\sqrt{3}) \doteq 0.2679$ ノ誤差ノ限界ハ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{10^4}$
 $\sqrt{2}-1 \doteq 0.4142$ ノ誤差ノ限界ハ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{10^4}$

積ニ於ケル誤差ノ限界

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{10^4} \times 0.3 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{10^4} \times 0.5 = \frac{4}{10^5}$$

ヨツテ 0.1109 ヲモツテ答トス。

0.4142 × 0.2679 ノ小數第四位マデ求ムル計算ニテ次ノ(イ)ノ如クスレバ簡單ナリ。

$\begin{array}{r} 4142 \\ 2679 \\ \hline 37278 \\ 28994 \\ 24852 \\ 8284 \\ \hline 11096418 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4142 \\ 2679 \\ \hline 37 \\ 289 \\ 2485 \\ 8284 \\ \hline 11095 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4142 \\ 9762 \\ \hline 8284 \\ 2485 \\ 289 \\ 37 \\ \hline 11095 \end{array}$
(イ)	(ロ)	(ハ)

問 2. 直徑 12.00m ノ圓周ヲ計算セヨ。直徑 12m ナラバ如何。

小算五下 67 頁ニ圓周率ヲ 3.14 トシテ長さ、面積、體積ヲ計算スルトキニ、上カラ三桁目マデ計算ヲ打

切ルガヨイトアル、ソノ理由如何。

近似値ノ商 二ツノ正數 A, B ノ近似値 a, b ノ誤差ノ限界ヲ a, β トスレバ

$$a-a < A < a+a$$

$$b-\beta < B < b+\beta$$

$$\therefore \frac{a-a}{b+\beta} < \frac{A}{B} < \frac{a+a}{b-\beta}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{a-a}{b+\beta} = \frac{a\beta+ba}{b(b+\beta)}$$

$$\frac{a+a}{b-\beta} - \frac{a}{b} = \frac{a\beta+ba}{b(b-\beta)}$$

ヨツテ $\frac{A}{B}$ ノ代リニ $\frac{a}{b}$ ヲ用フレバ誤差ノ限界ハ

$\frac{a\beta+ba}{b(b-\beta)}$ トナル。 $b-\beta$ ヨリ小ナル數ヲ b' トスレバ

$\frac{a\beta+ba}{(b')^2}$ トスルコトガ出來ル。

問 1. 被除數ノミ近似値デアル場合、商ノ近似値ニツイテ攻究セヨ。除數ノミ近似値ノ場合モ同様ニナセ。

問 2. 次ノ各々ノ面積ノアジャ州ノ面積ニ對スル歩合ヲ求メヨ。アジャノ面積ハ 4326 萬方呎デアル。

日	本	68 萬方呎
中	國	980 〃
滿	洲	國 130 〃

タイ國	51	ク
英領印度	468	ク
蘭領東インド	190	ク
佛領インドシナ	74	ク
ソビエツト	1651	ク

(高二)67頁參照

問3. 地球カラ太陽マデノ距離ハ $1.485 \times 10^8 km$ デ、光ハ太陽カラ地球ニ達スルニ8分18秒カカル。光ノ速サヲ求ム。

$410193 \div 78393$ ノ商ヲ三桁求ムル場合ハ次ノ(ハ)ノ如クスレバ簡單ナリ。算法ハ(イ)(ロ)ニヨリ理解スベシ。

$$(イ) \quad \begin{array}{r} 5.23 \\ 78393 \overline{) 410193} \\ \underline{391965} \\ 182280 \\ \underline{156786} \\ 254940 \\ \underline{235179} \end{array}$$

$$(ロ) \quad \begin{array}{r} 5.23 \\ 78393 \overline{) 410193} \\ \underline{3920} \quad \dots 783.9 \times 5 = 3919.5 \rightarrow 3920 \\ \underline{181} \\ \underline{157} \quad \dots 78.3 \times 2 = 15.66 \rightarrow 157 \\ \underline{24} \\ \underline{23} \quad \dots 7.8 \times 3 = 23.4 \rightarrow 23 \end{array}$$

$$(ハ) \quad \begin{array}{r} 5.23 \\ 78393 \overline{) 410193} \\ \underline{3920} \\ \underline{181} \\ \underline{157} \\ \underline{24} \\ \underline{23} \end{array}$$

概算 概數ヲ出セバヨイ場合ニハ概算ヲスル。

概算ニツイテ 小算五下(60頁—68頁)ヲ研究セヨ。

問 次ノ文章ノ○印ノ所ニ適當ナ數ヲ入レヨ。

結核ハ我國民死亡原因ノ首位ヲシメ昭和十二年ニ於ケル死亡者ハ14,4620人デ同年ニ於ケル總死亡者20,7899人ノ○割ニアタル。

我國青年(19歳乃至29歳)ノ昭和十二年ニ於ケル死亡者總數ハ16,2798人デアアルガソノ内結核デ死亡シタル者ハ8,1343人デ總死亡ノ○%ニアタル。結核患者ヲ結核死亡者ノ十倍ト見ル學者ノ説ニ從フト現在我國デハ約80萬人ノ青年ノ約○%ガ結核ニカカツテキルコトニナリ産業上、經濟上、國防上ニ及ボス影響ハ莫大デアアル。青年結核コソハ興亞建設事業ノ途上ニ横ル一大障碍デアアル。(上ノ計算ニ必要ナ數アラバ年鑑ヲシラベヨ)

第三章 立體圖形

8. 立體圖形ノ表シ方

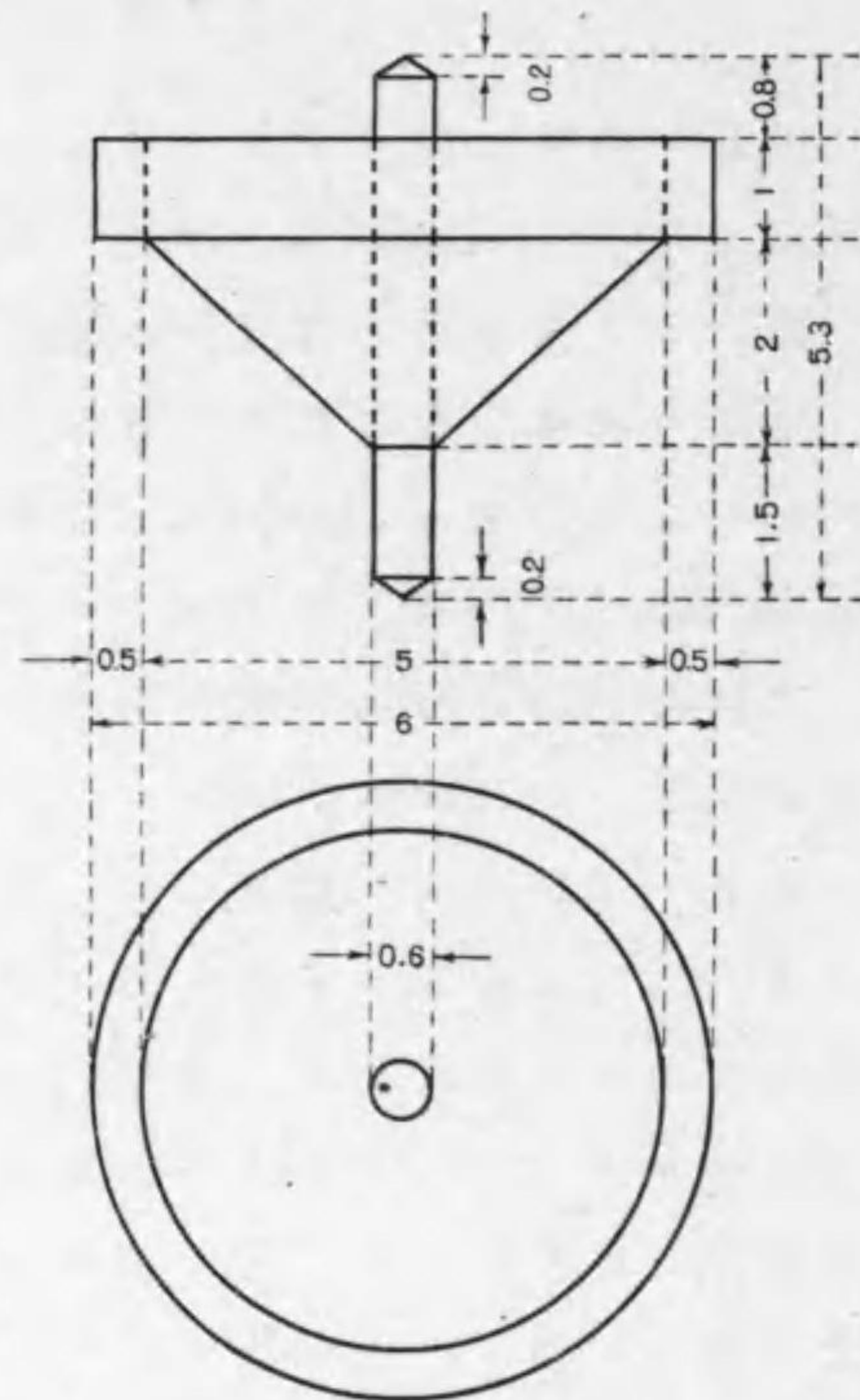
右ノ圖ヲ説明セヨ。

コノ圖ガアレバ實物ヲ見ナイデモ實物ト同ジ形狀寸法ノコマヲドコニ於テモツクルコトガ出來ル。

コノコマノ圖ノ如キヲ投影圖トイフ。コノコマガ心棒ヲ鉛直ニ立ツテキルトシ

テソレヲ斜上カラ見タ寫生圖ヲツクレ。

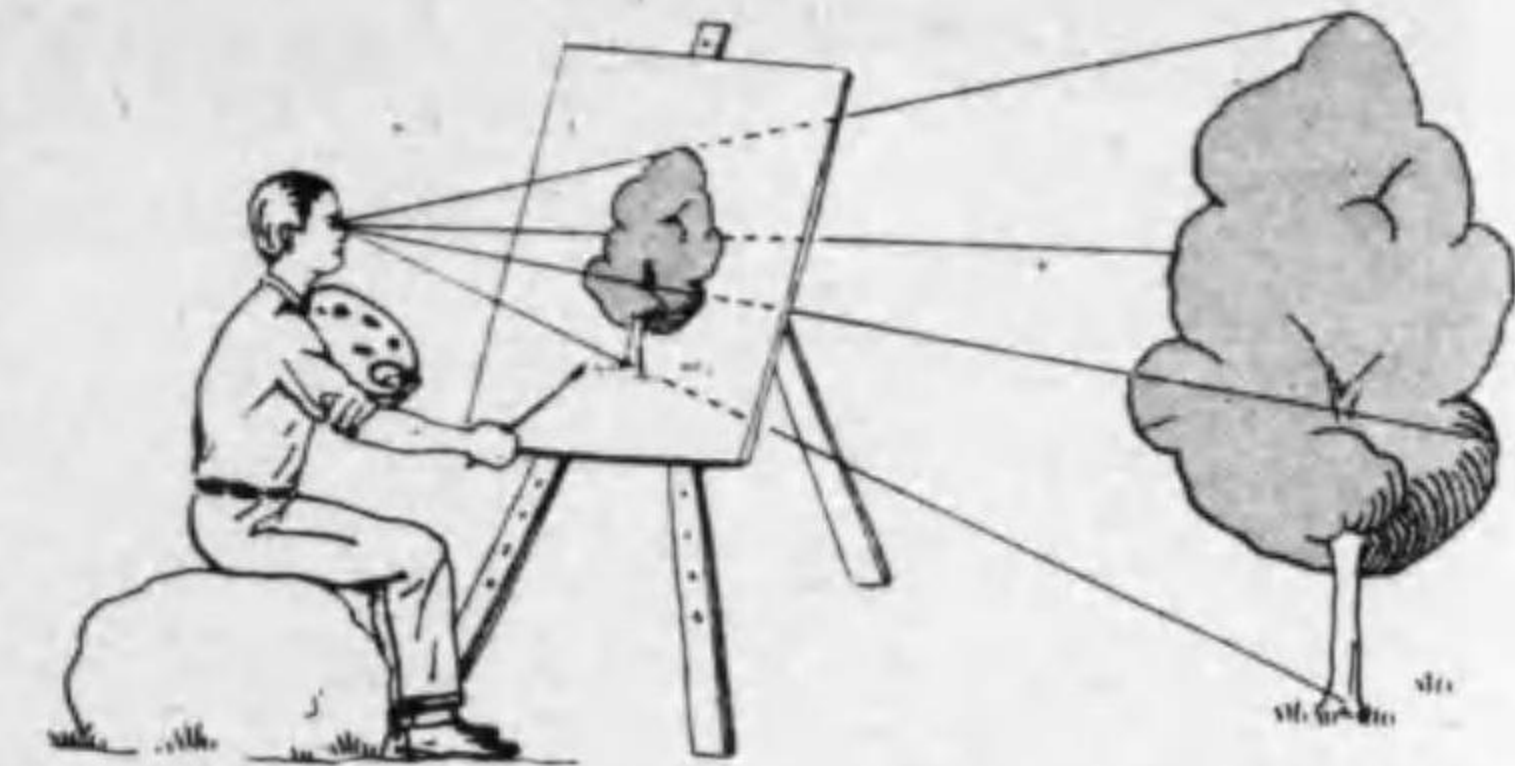
寫生圖ヲ數學的ニ説明シテミヨ。



寸法ノ單位ハ cm

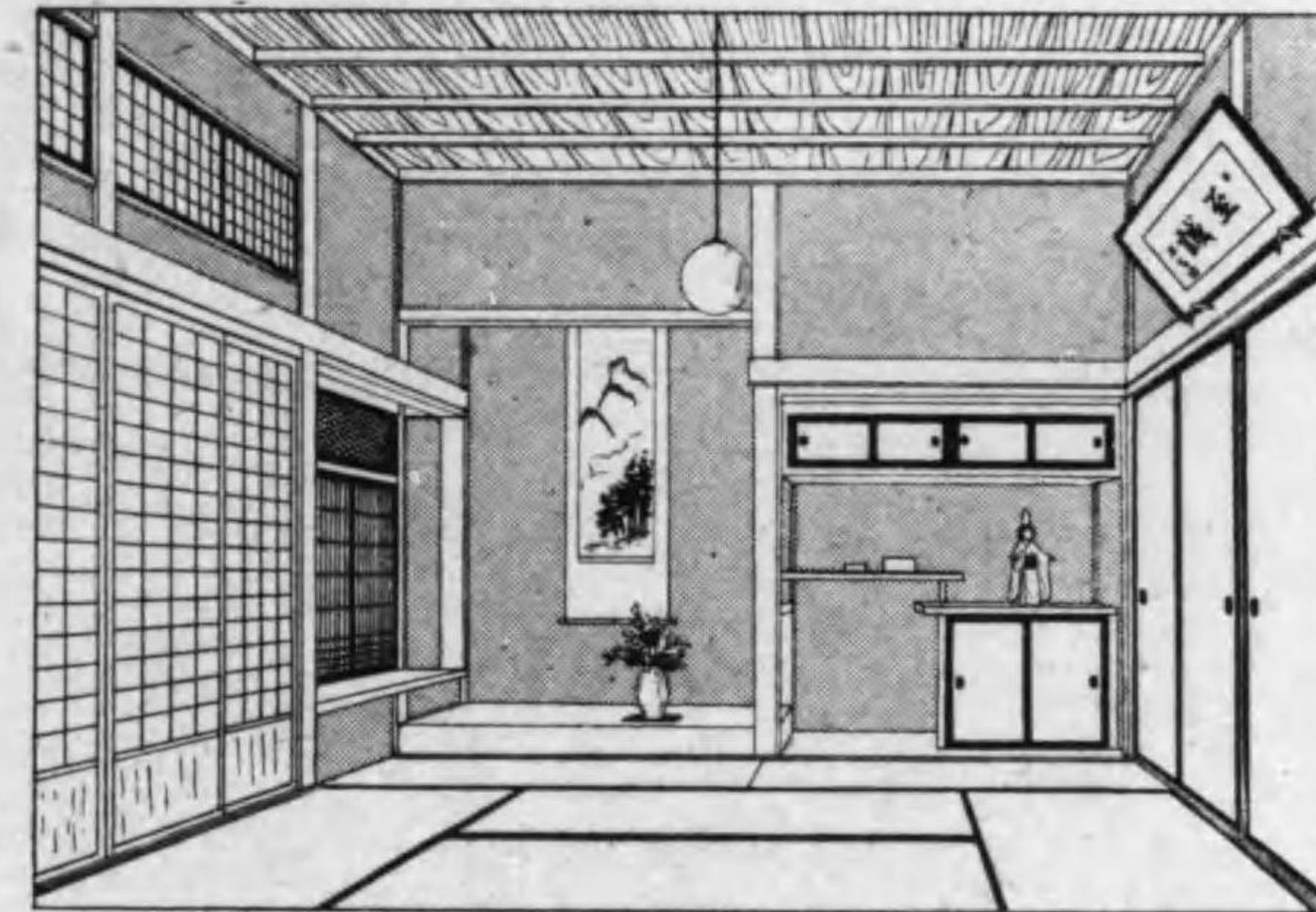
寫真ヲ數學的ニ説明シテミヨ。

寫生圖ハ物體ガ眼ニウツテツ

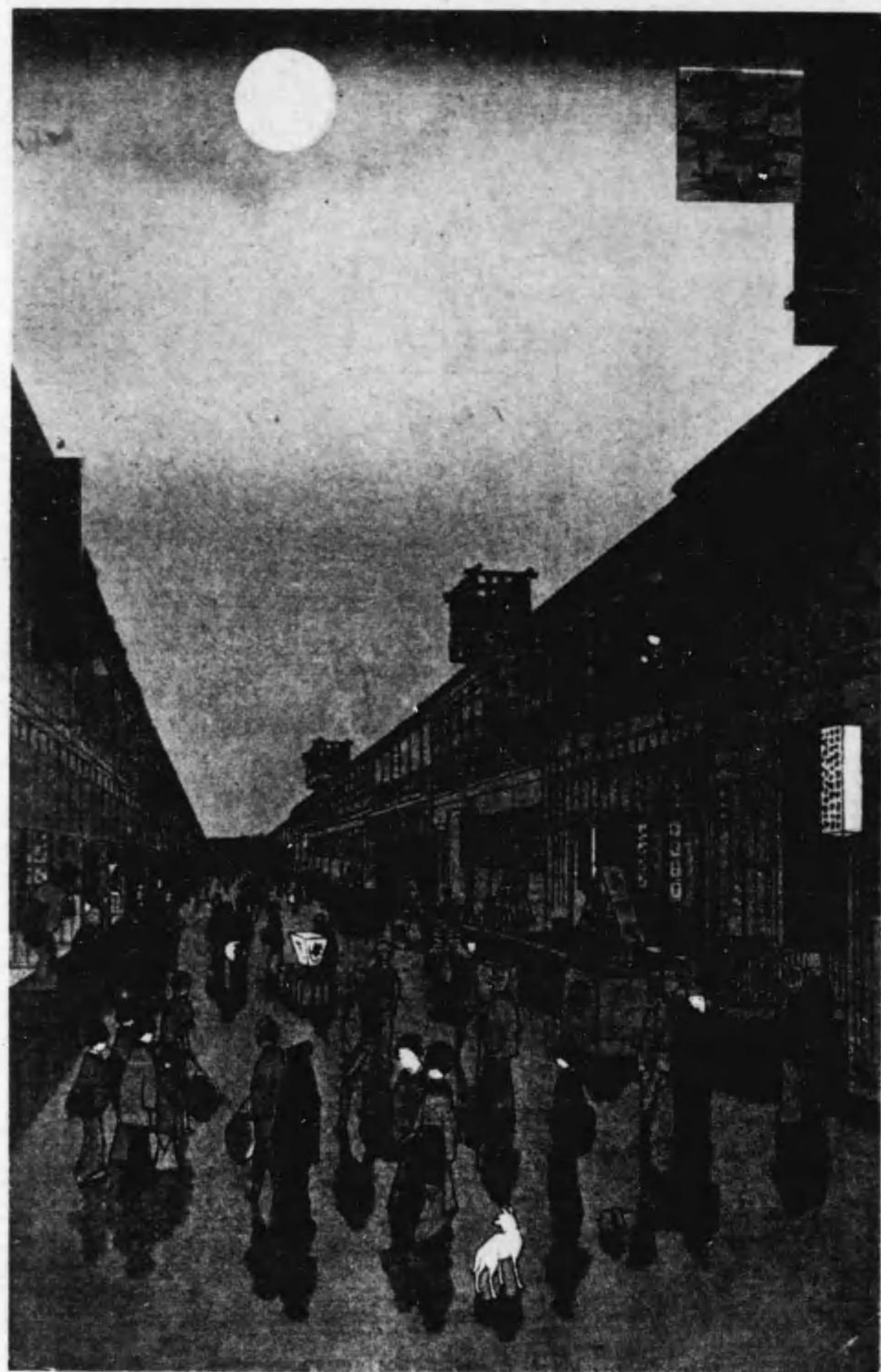


クル像ヲ平面上ニカキアラハシタモノデアルガ、ソレヲ數學的ニ正シク書イタモノヲ透視圖トイフ。

次ニ示スハ透視圖ノ一例デアル。



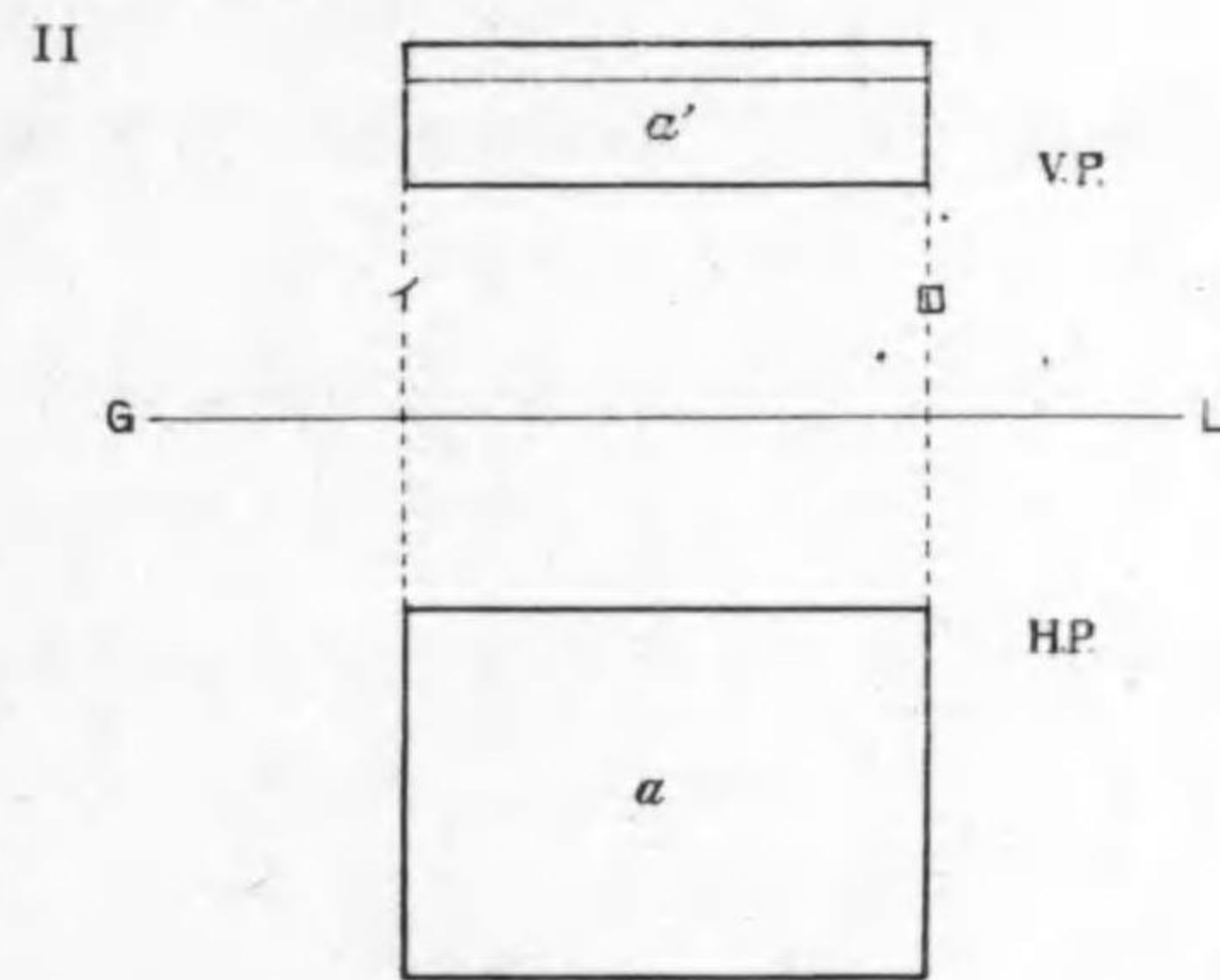
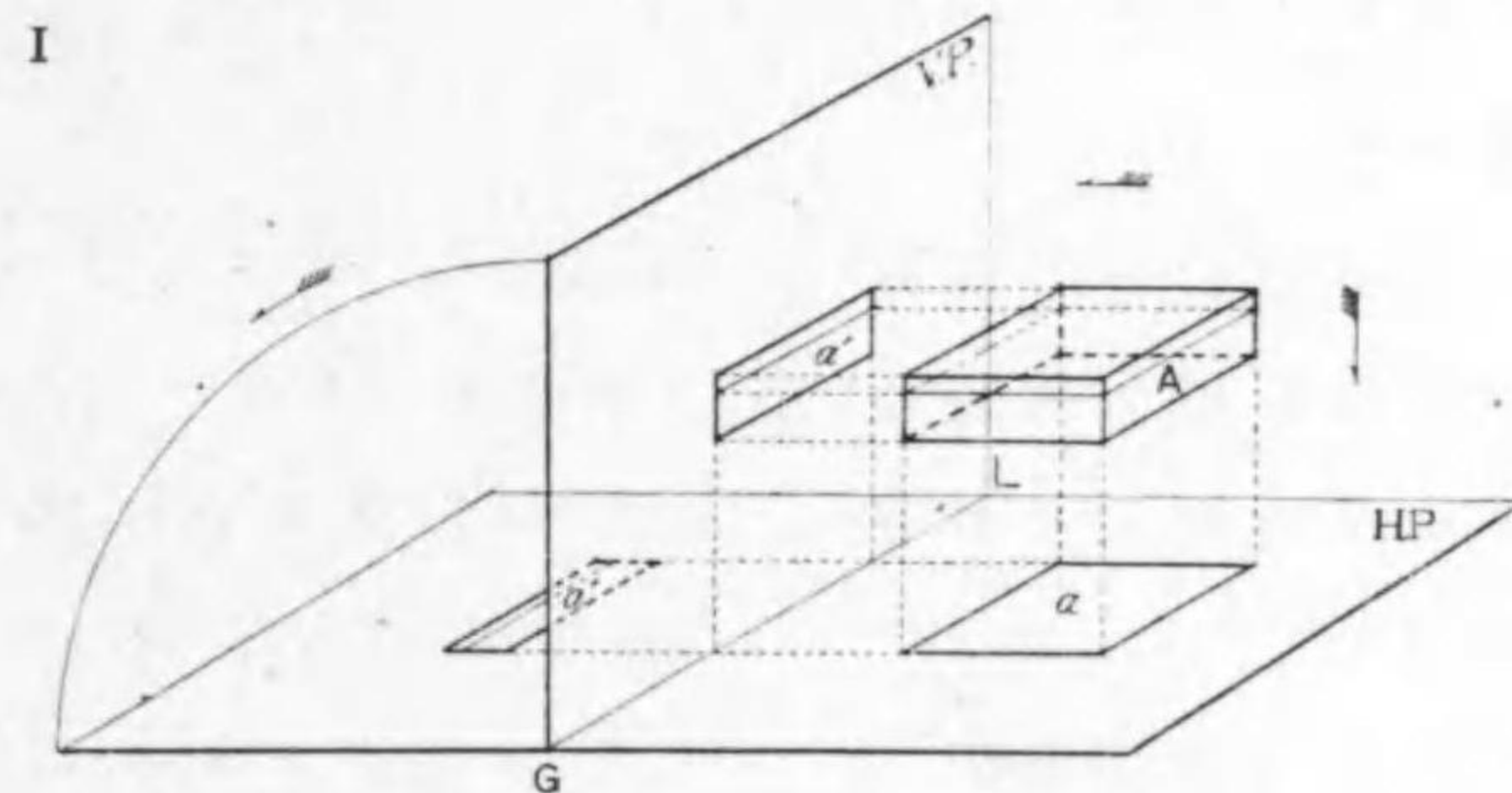
立體圖形ヲ正シク平面上ニ書キアラハス工夫ハ、立體ヲ製作シタリ、發表シタリ、研究シタリスル場合ニ大切デアル。投影圖法ヤ透視圖法ハコノタメニ



透視圖ノ例 (廣重畫)

考へ出サレタ方法デアル。

9. 投影圖法



投影圖法ノ原理

直角ニ交ル二平面 H.P., V.P. ノ間ニ立體 A ヲオク。A ノ H.P., V.P. ヘノ正射影ヲソレゾレ a, a' ト

ス。V.P.ヲ廻轉シテH.P.ト同一平面ニナルヨウニ
スルト、II圖ノ如クニナル。

II圖ヲ立體Aノ投影圖トイフ。

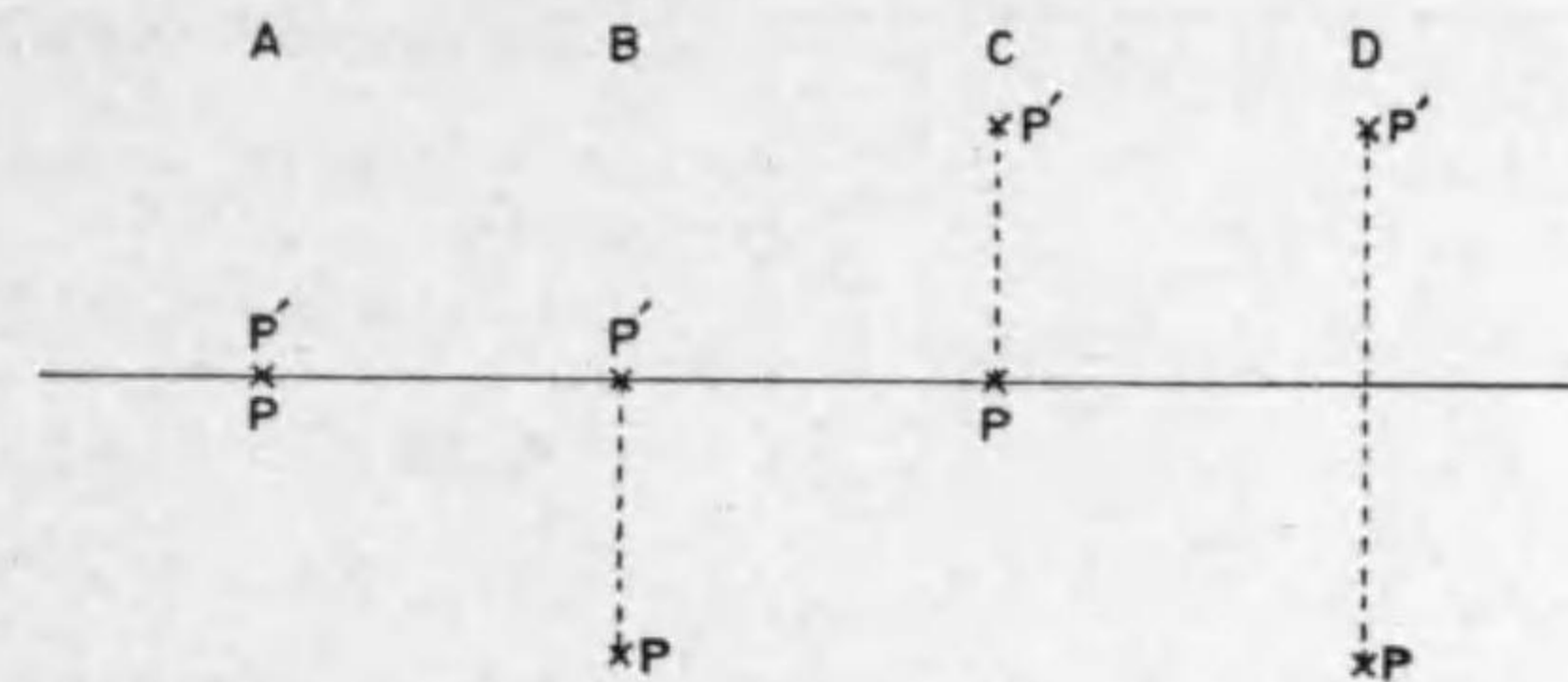
名稱

水平投影面(平畫面)	H.P.
直立投影面(立畫面)	V.P.
水平投影圖(平面圖)	H.P.ニ投影サレタ圖形、 圖ノa
直立投影圖(立面圖)	V.P.ニ投影サレタ圖形、 圖ノa'
界線(基線)	平畫面ト立畫面トノ交、 圖ノGL
導線	兩投影圖ノ關係ヲ示ス 線、圖ノイ、ロ

立面圖ト平面圖トヲ區別スルタメニ、平面圖ニハ
小文字 a, b, ……ヲ、立面圖ニハ a', b', ……ヲ用フ。

問題

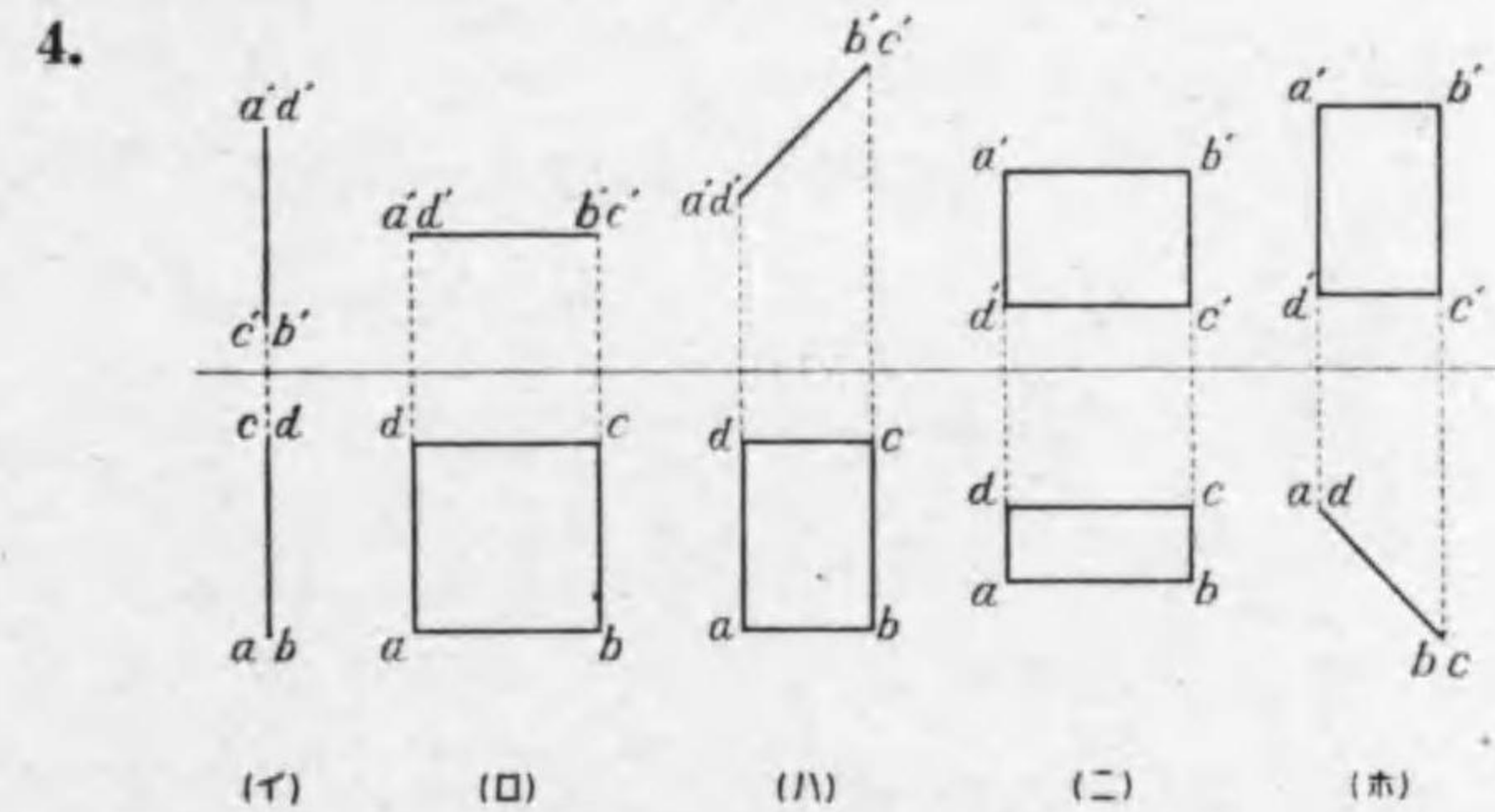
1. 點ノ兩投影ヲ結ブ直線ハ常ニ基線ニ垂直デア
ル。
2. 次ニ示ス點ノ位置ヲ述ベヨ。

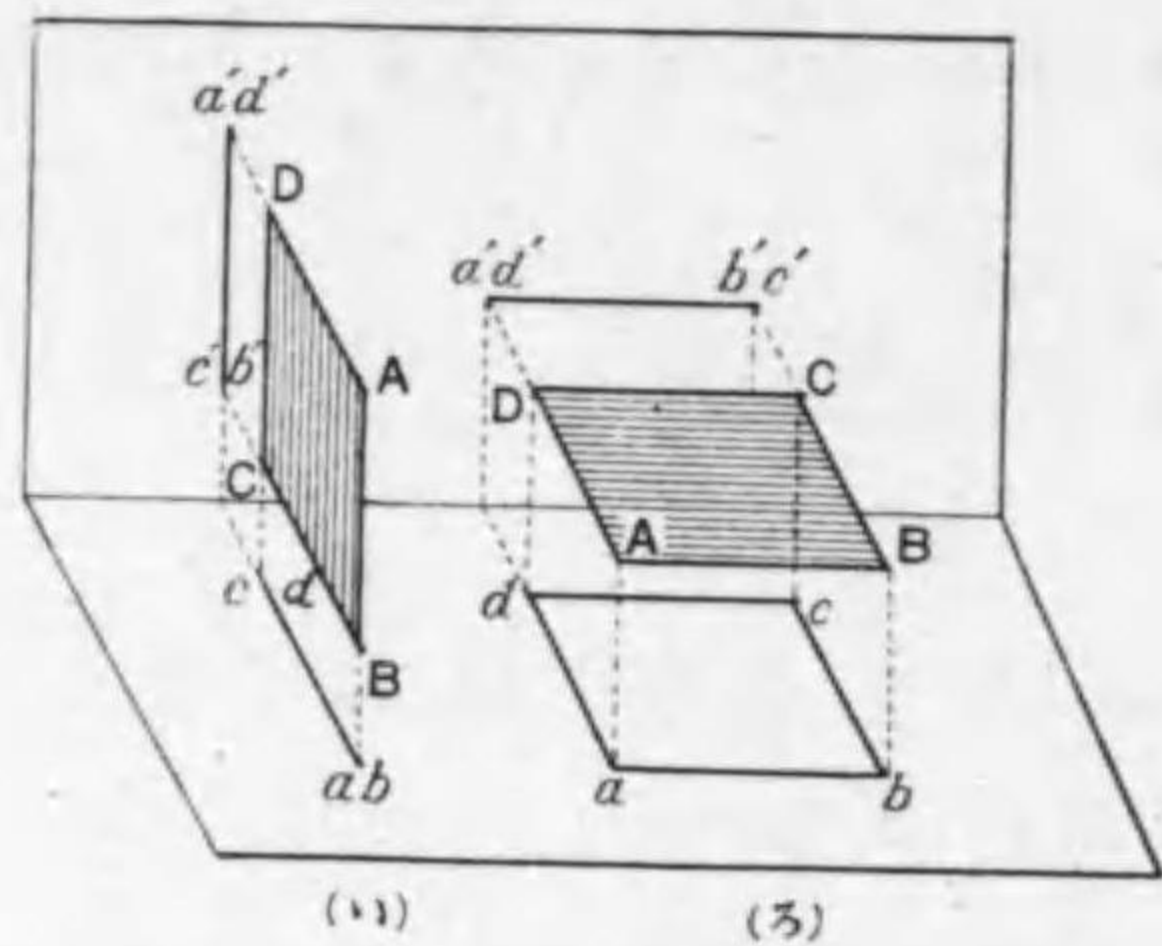


3. 次ノ場合ノ投影圖ヲ描ケ。

- イ. 線分ガ一畫面ニ垂直ナルトキ。
- ロ. 線分ガ一畫面ニ平行デ他ノ畫面ニ傾斜スル
トキ。
- ハ. 線分ガ兩畫面ニ平行ナルトキ。
- ニ. 線分ガ兩畫面ニ傾斜ナルトキ。

上ノ各ノ場合ニツキ線分ノ實長ト兩投影ノ長サ、
投影ガ基線トナス角(投影角)ト線分ガ畫面トナス角
トヲ比較セヨ。



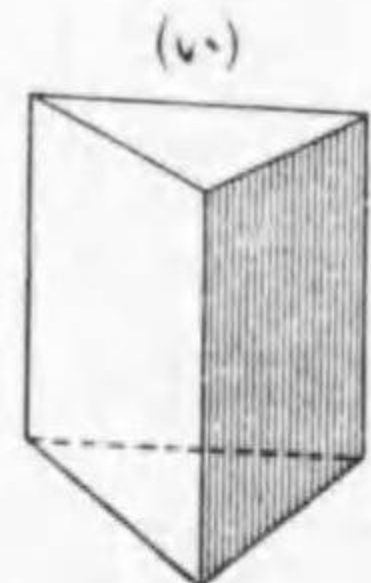
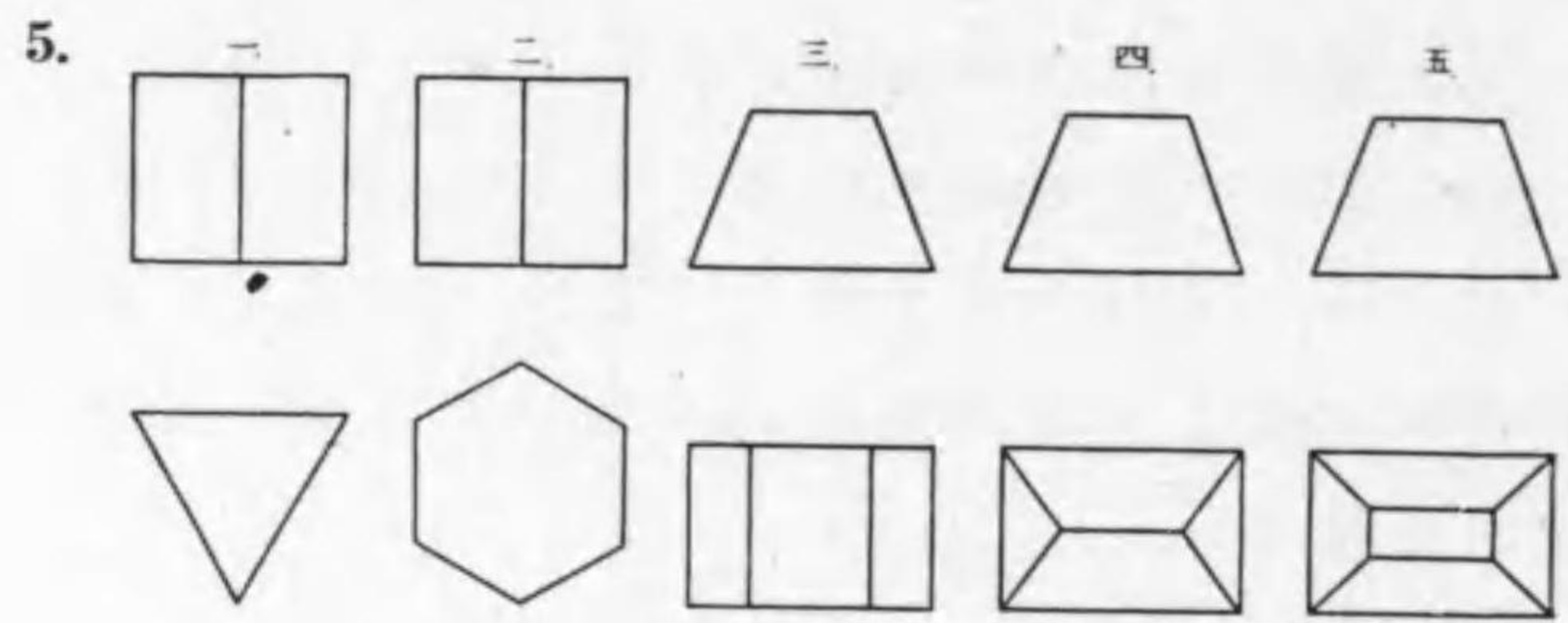


前頁ノ圖ハ正方形ノ投影圖デアル。

(イ),(ロ),ハ正方形ヲ左圖ノ(イ),(ろ)ノ如キ位置ニオキタル場合ナリ。

(ハ),(ニ),(ホ)ハ正方形ヲ如何ナル位置ニオキタル場合ノ圖ナルカラ

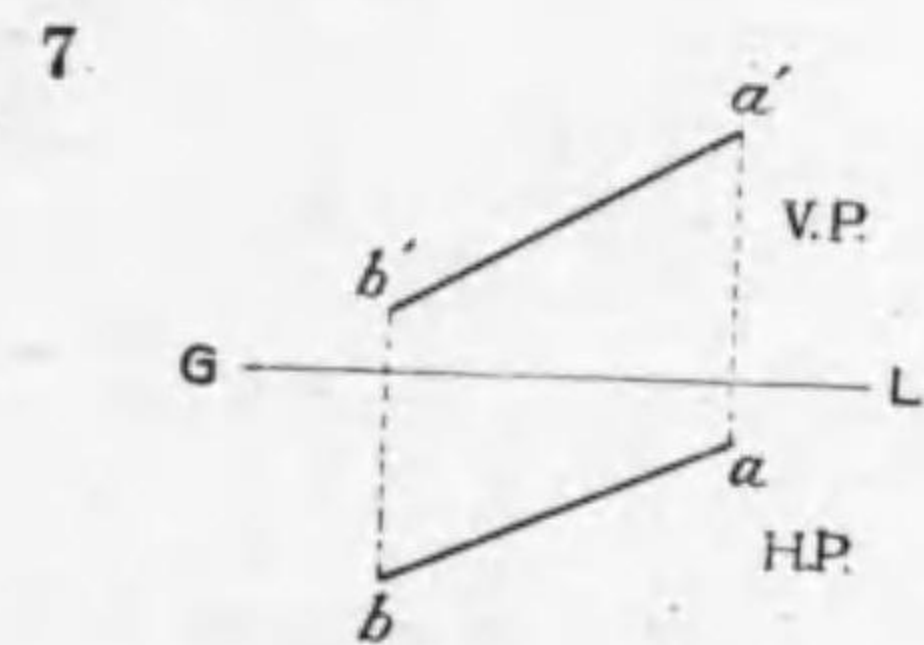
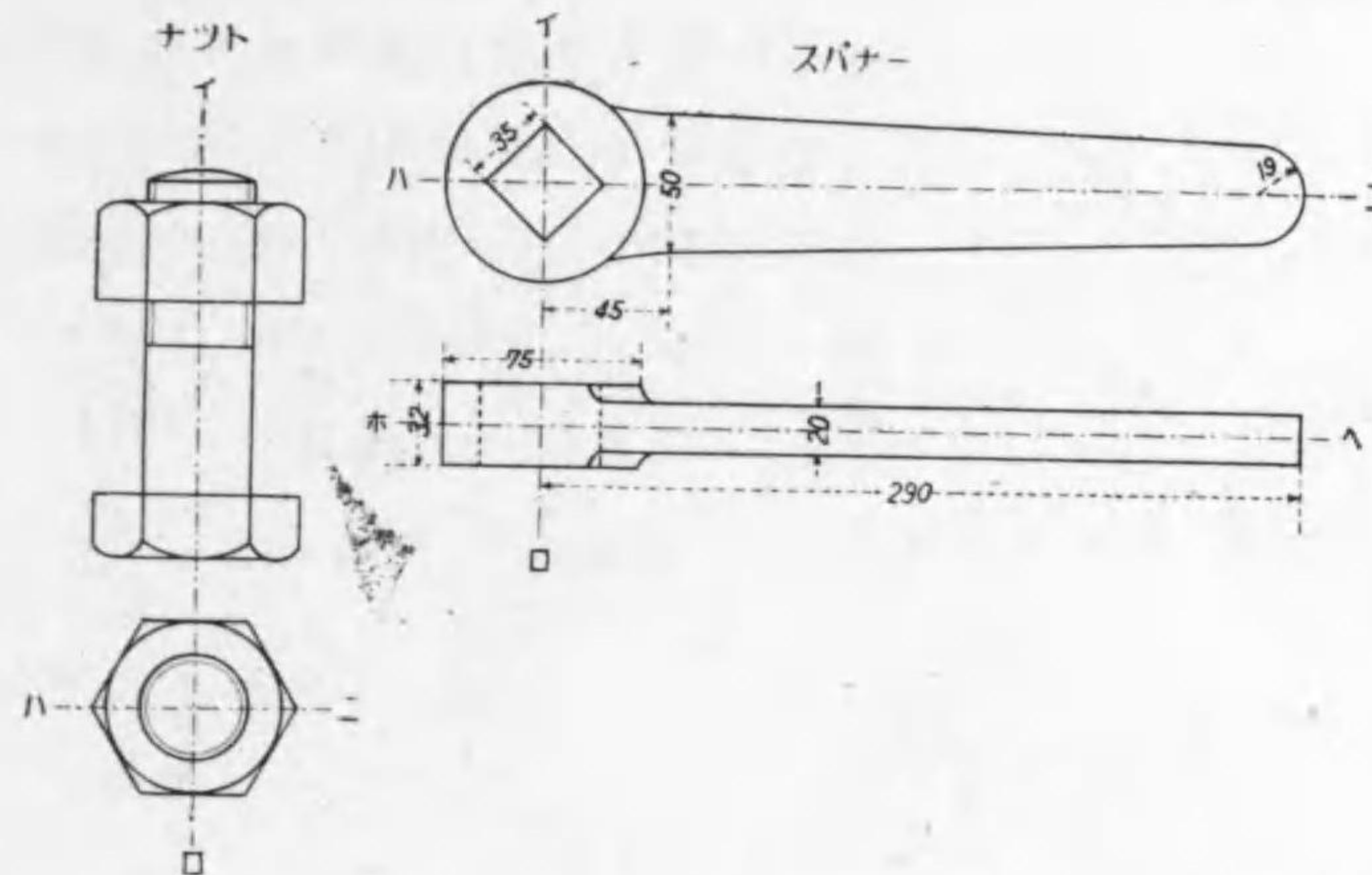
(イ),(ろ)ノ如ク示セ。



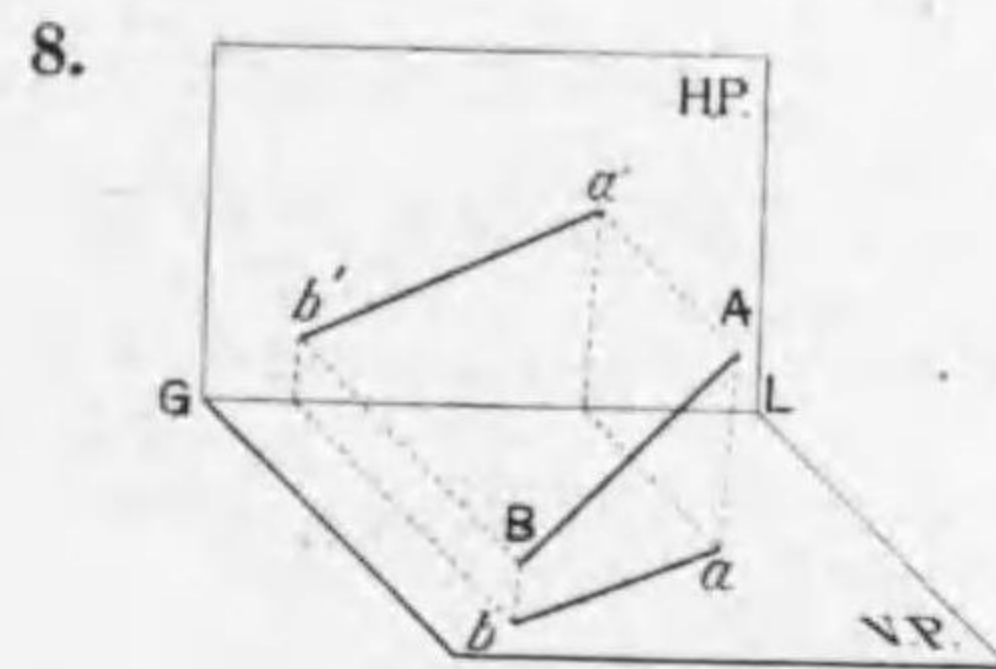
上ニ示ス圖ハ如何ナル立體ノ投影圖ナルカラ(イ)ノ如ク示シ,且如何ナル位置ニオカレアルカラ言へ。

6. 次ノ圖ニナラツテ各自適當ノモノヲ選ビ見取圖ヲ描ケ。(イロ),(ハニ),(ホへ)ノ線ハ中心線デアル。

定木,コンパスヲ用ヒナイデ自在運筆デ描ク練習ヲ試ヨ。

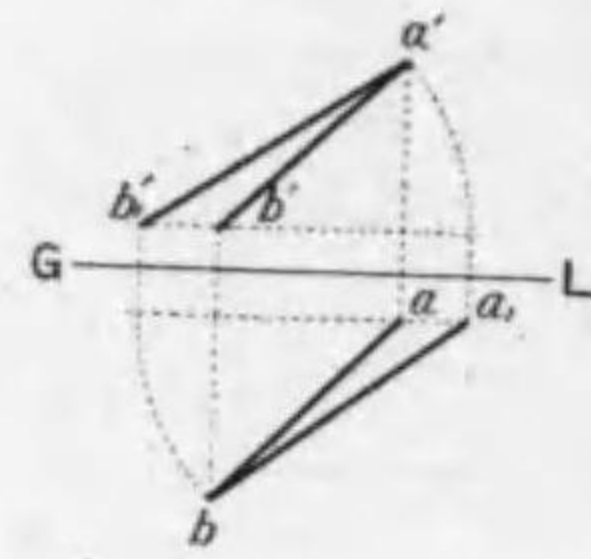


左ノ圖ハ直線 AB ノ投影圖デアル。ABガH.P.ト交ル點(水平直線跡)及ビABガV.P.ト交ル點(垂直直線跡)ヲ作圖セヨ。



ABB'a', abBA ノ四邊形ヲ作圖スルコトニヨリ直線ノ投影圖ヨリ直線ノ實長及ビ直線ガ H.P., V.P.トナス角ヲ求ム。

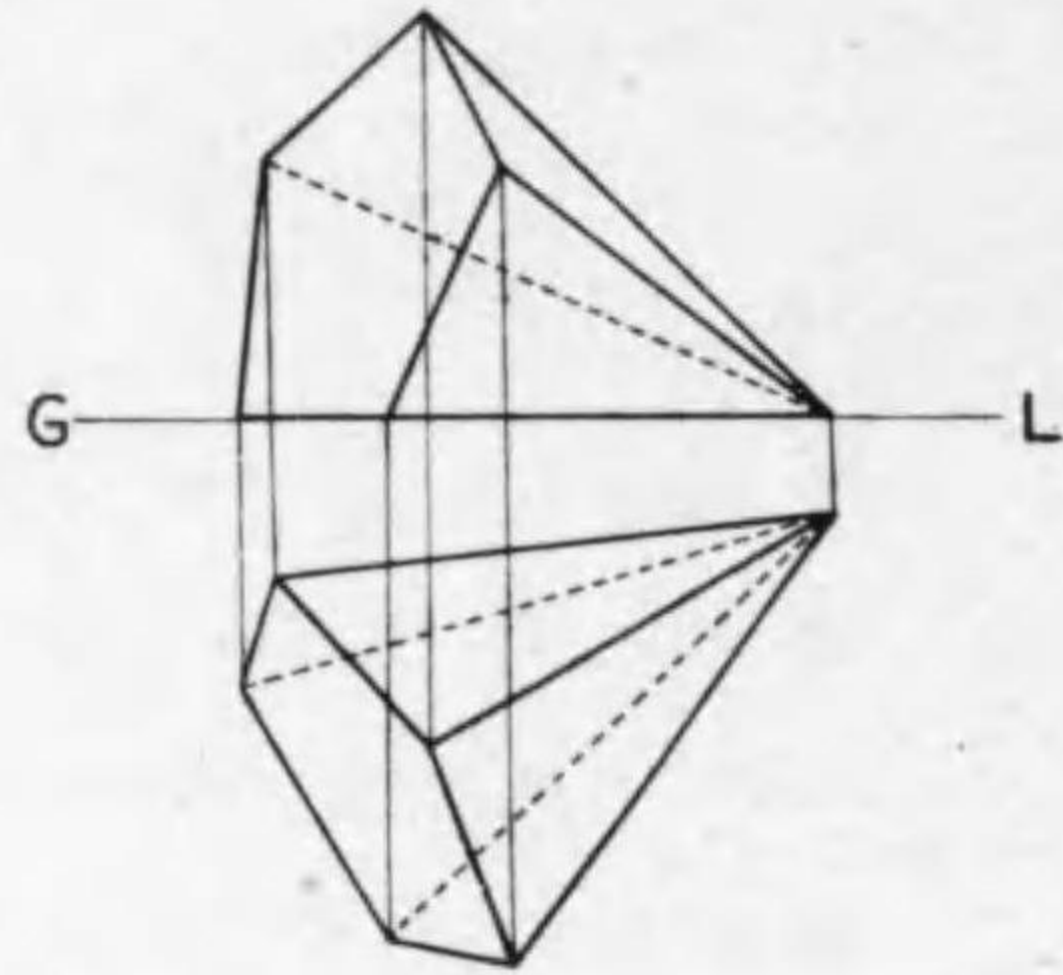
Aヲ中心トシ V.P. トノ傾ヲ一定ニシテ ABガ廻轉スル時, b, b' ハイカナル運動ヲスルカ。ABガ廻



轉シテ如何ナル位置ニ來タ時, ABノ實長及ビ ABガ H.P. トナス角又ハ V.P. トナス角ガ ABノ投影圖ニアラハレテクルカ。之ヨリ直線ノ投影圖ヨリ實長及ビ H.P.,

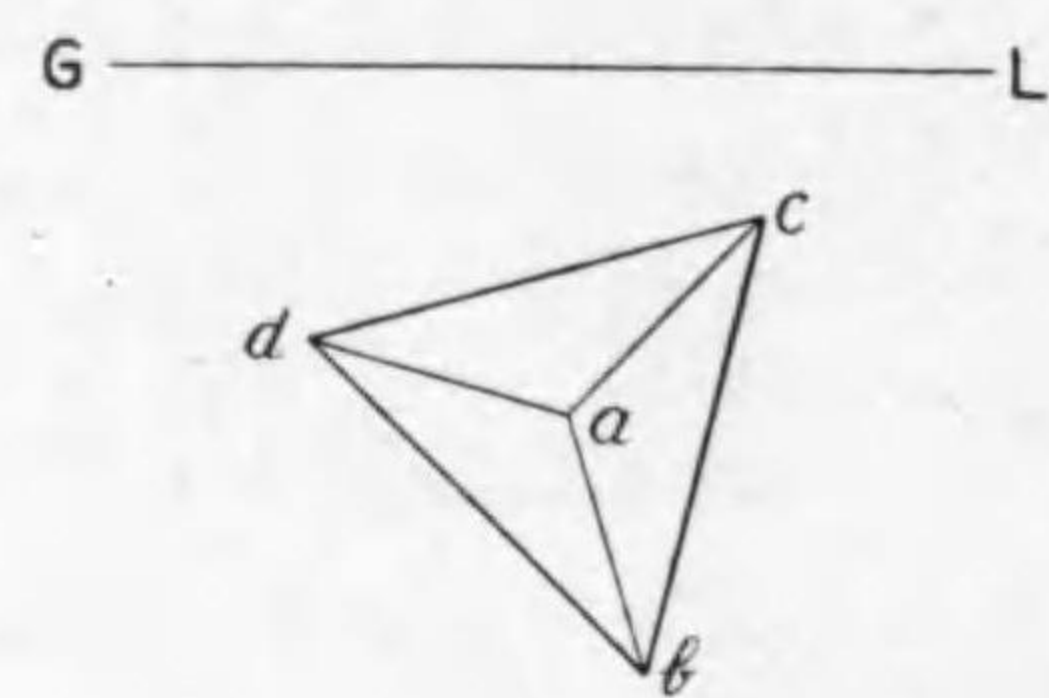
V.P. トノナス角ヲ求ムル方法ヲ考ヘヨ。

9.



圖ハ五角錐ノ投影圖デアアル。底面ノ實形ヲ描ケ。

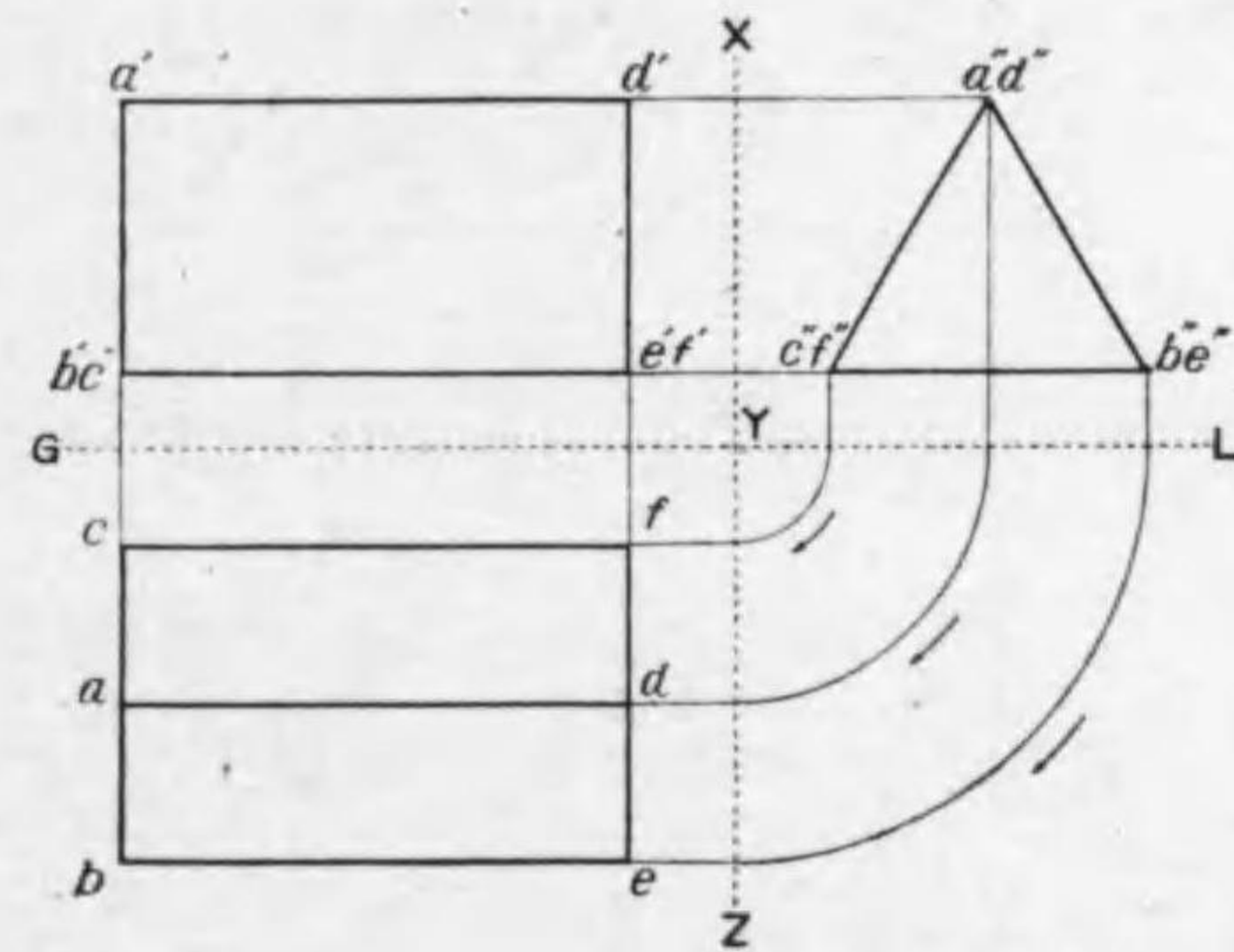
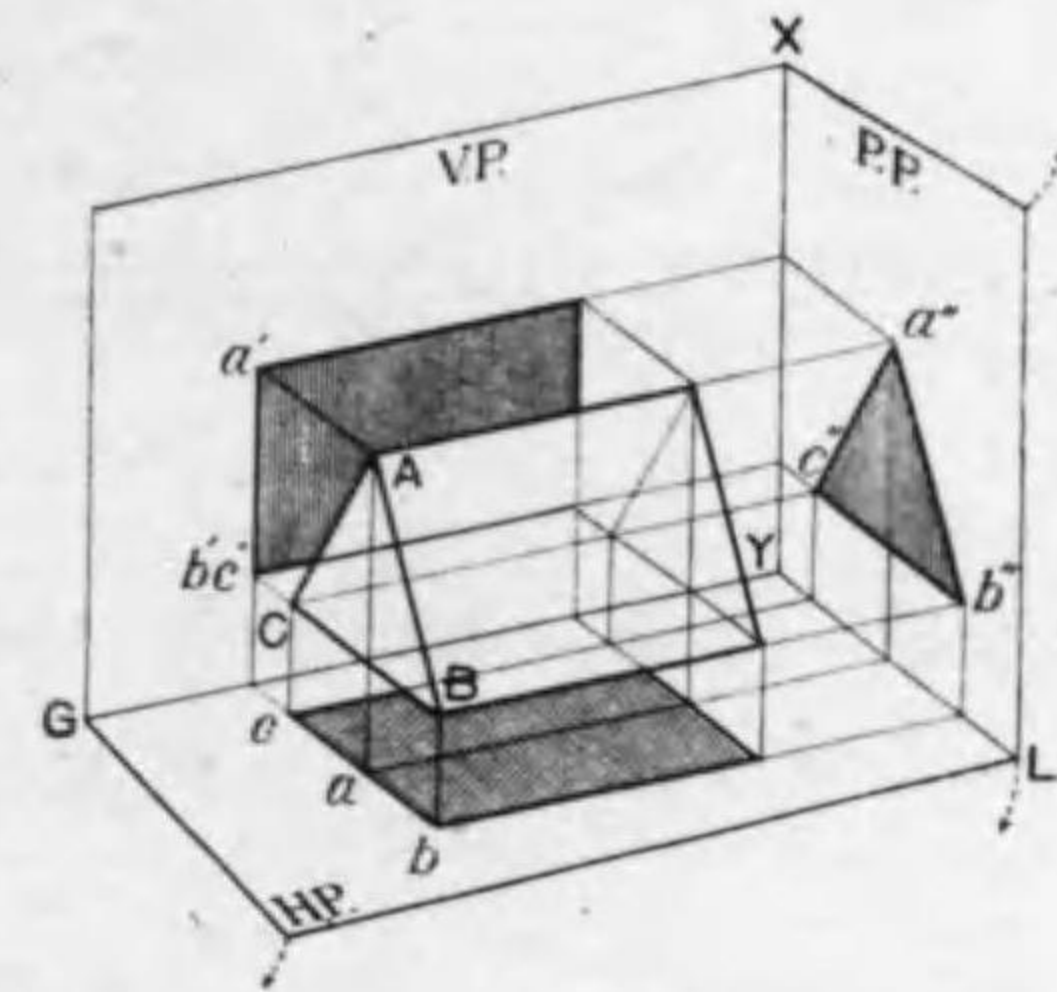
10.



圖ハ正四面體ノ一面ガ平畫面上ニアアル場合ノ平面圖デアアル。コレニヨツテ立面圖ヲツクレ。

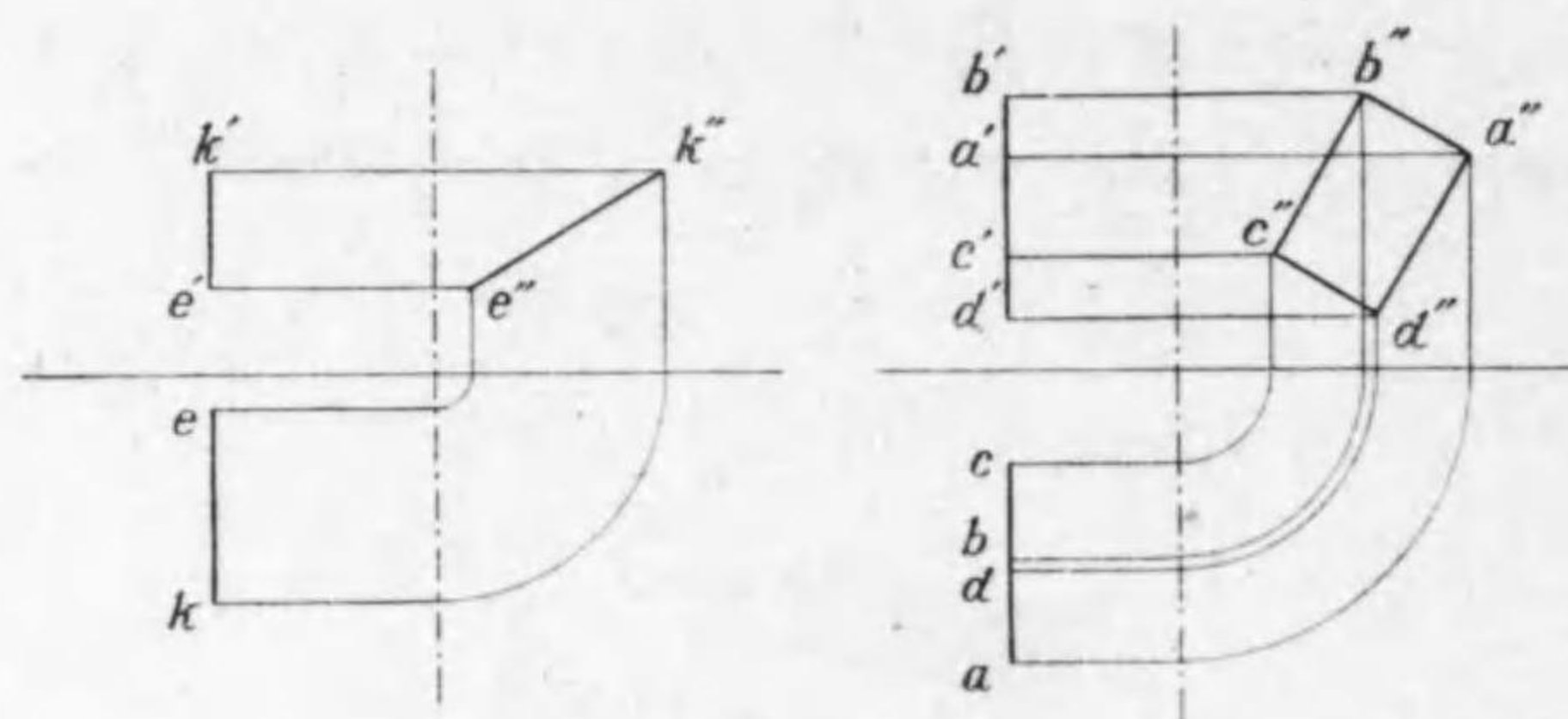
側畫面

立面圖, 平面圖ノミデハ形狀ガ充分ニ表ハレナイ場合ニハ兩畫面ニ垂直ナ畫面(側面畫トイフ)ヲツタリ之ニ投影シタ圖形(側面圖トイフ)ヲ求メテ形狀ヲ明瞭ニス。下圖ニヨリ畫法ソノ他ヲ理解セヨ。

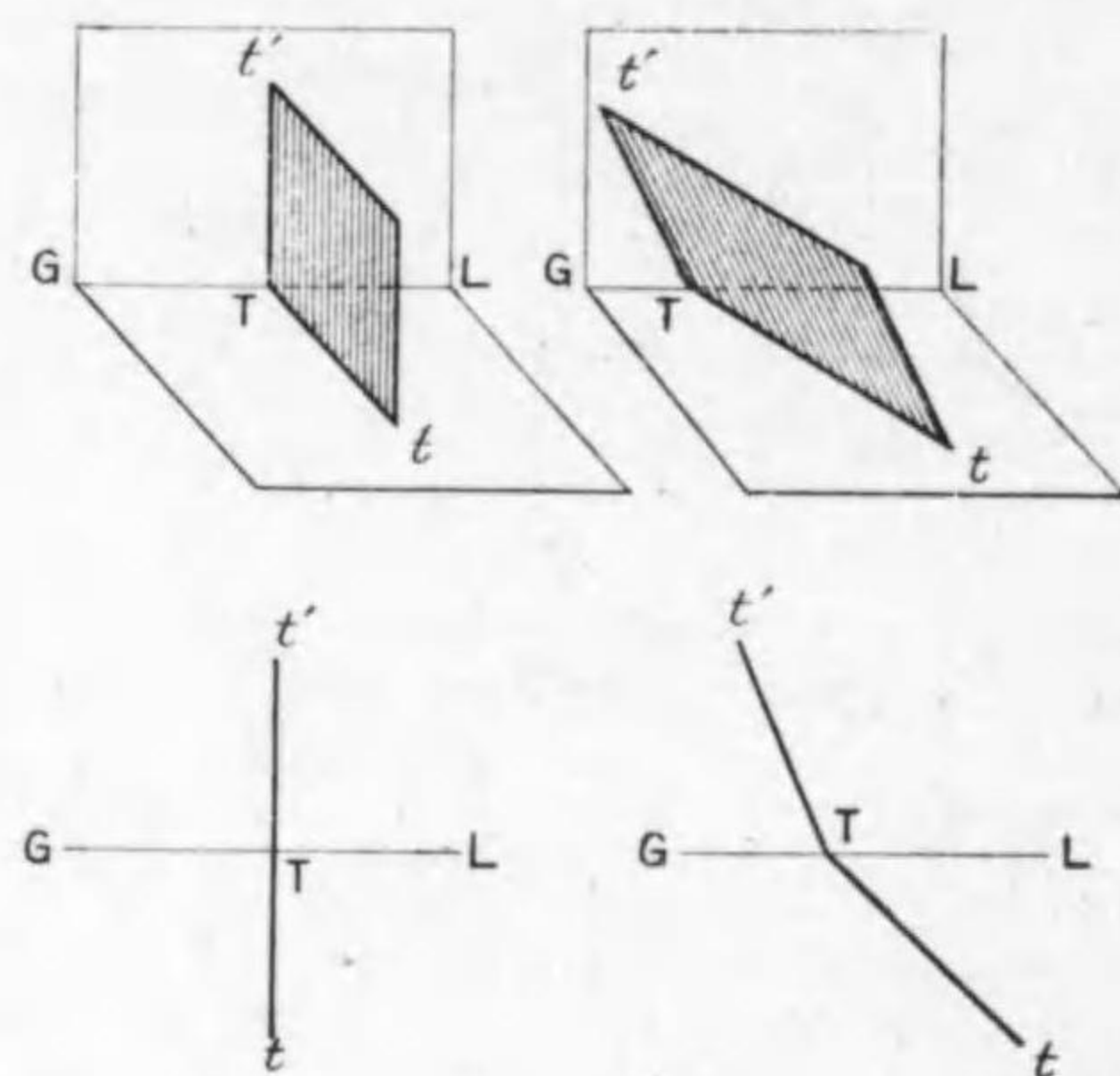


問題

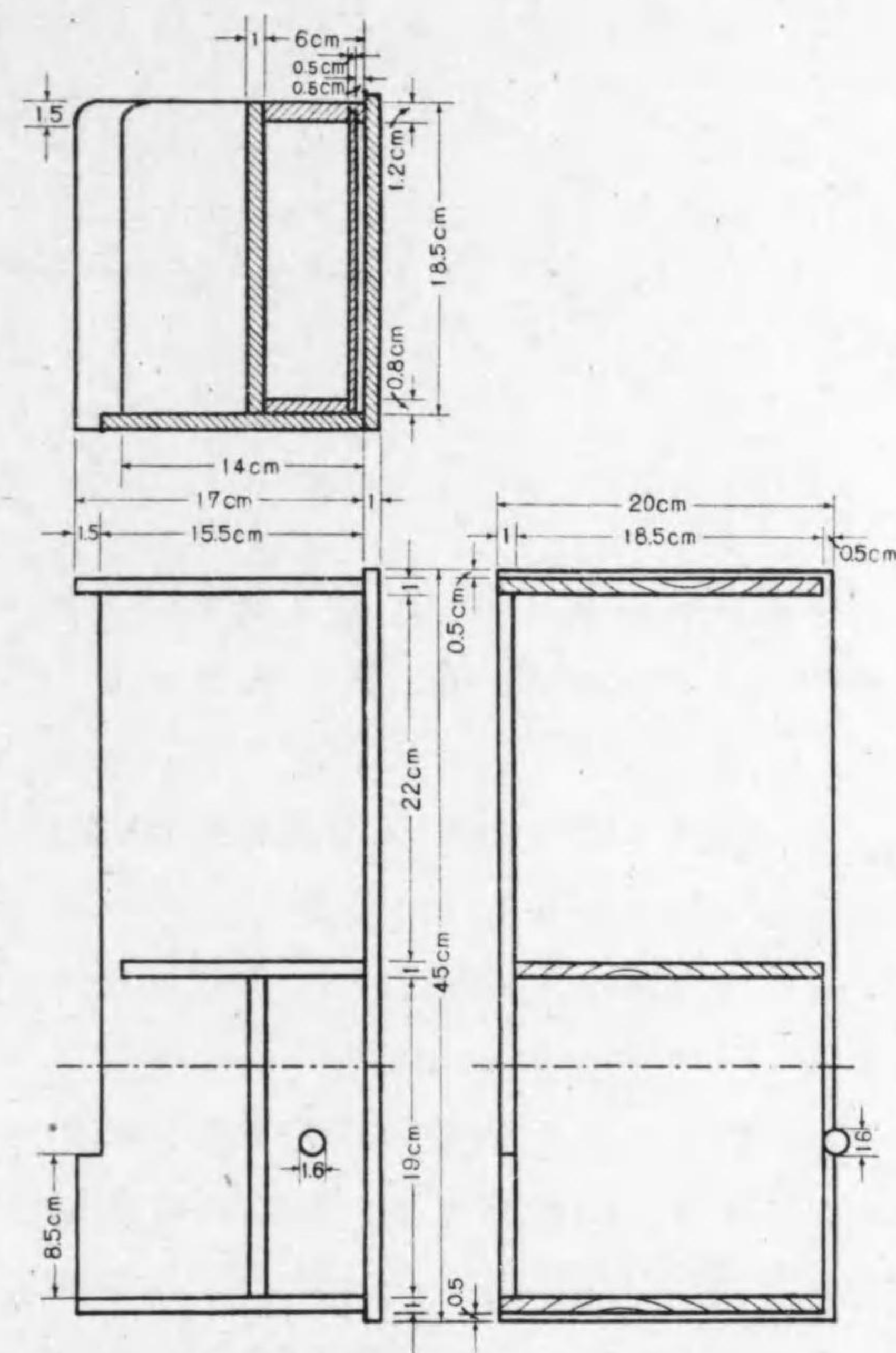
1. 次ノ圖ニツイテ説明セヨ。



2. 平面ノ投影圖ハ平面ト投影面トノ交リ(平面跡)ヲ以テ表ハス。次ノ圖ニツイテ研究セヨ。

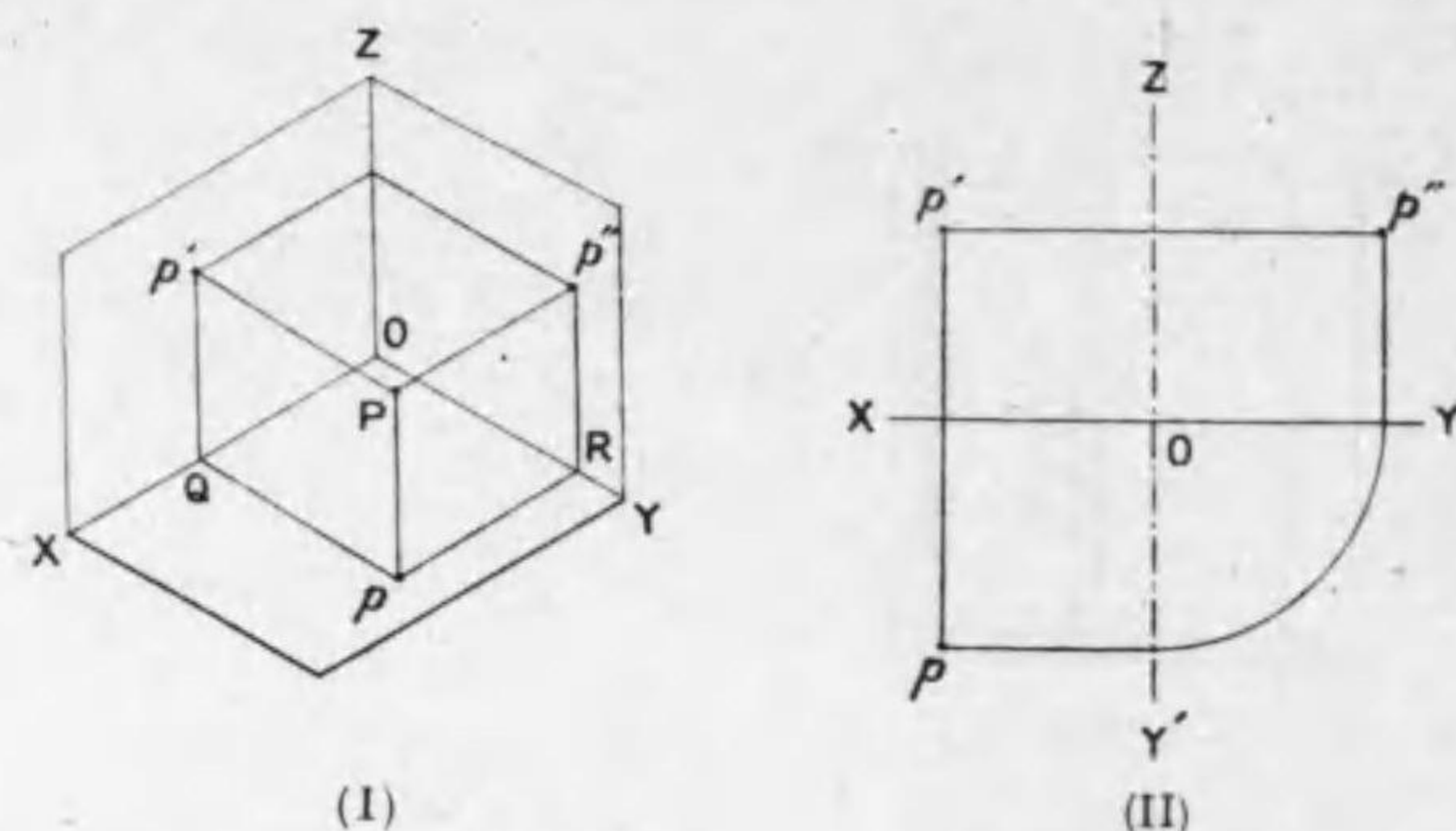


3. 次圖ニツイテ研究セヨ。



10. 空間座標

平畫面,立畫面,側畫面ヲ用フレバ空間ノ點ノ位置ヲ確定スル。



點ノ位置ヲ表ハスニハ (II) 圖ノ如キ圖ヲ用ヒナイデ, (Pp'', Pp', Pp) 即 (pR, pQ, pP) ノ長サヲ表ハシテモヨイ。

又, 三ツノ畫面ヲ決定スルコトハ XO, YO, ZO ノ三直線ヲ決定スルコトト同ジデアル。

コノコトヨリ, 平面圖形ヲ用ヒタ座標ノ考ヲ空間ニ擴張スルコトガ出來ル。

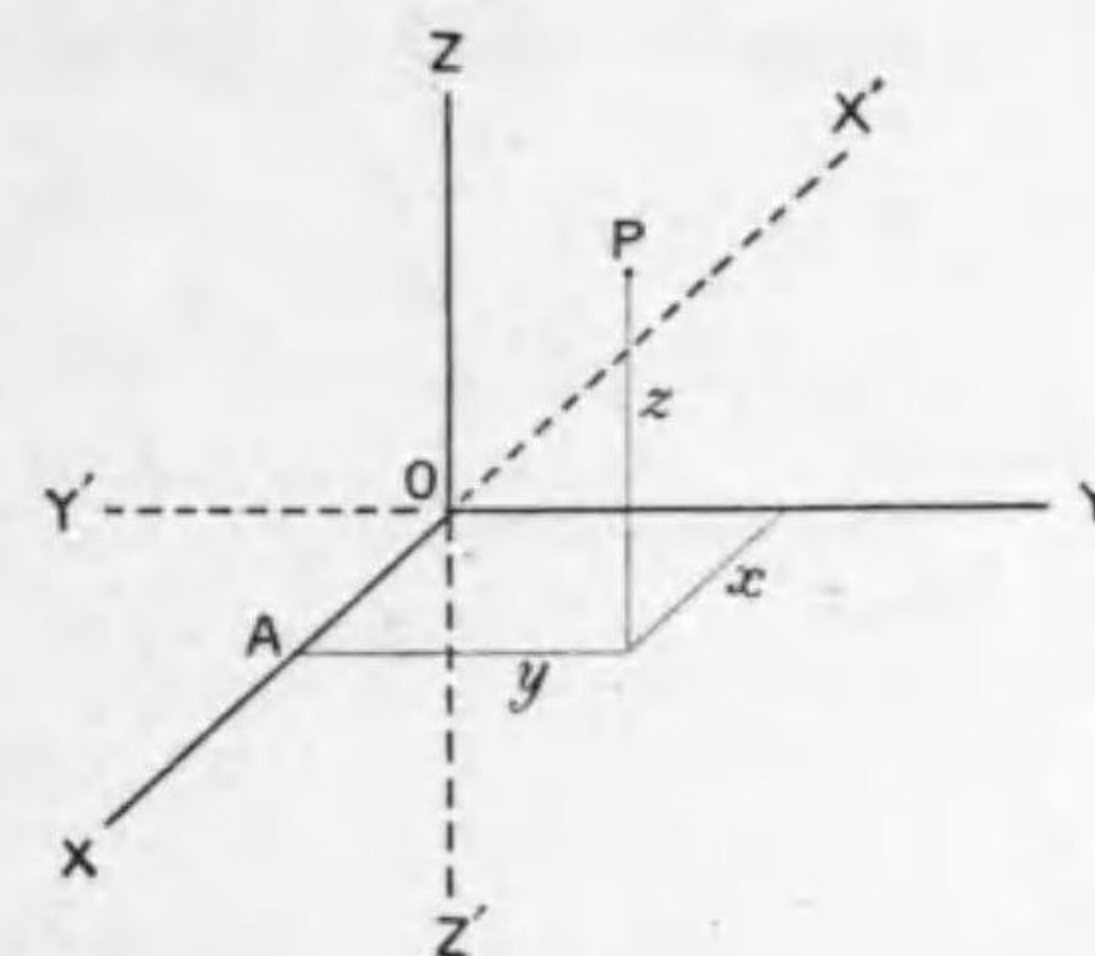
O デ互ニ直交スル三直線 XOX', YOY', ZOZ' ヲ考へ, XOX' ヲ X 軸, YOY' ヲ Y 軸, ZOZ' ヲ Z 軸, O ヲ原点トヨブ。

pR, pQ, pP ヲ點 P ノ x 座標, y 座標, z 座標トヨビ, $P(x, y, z)$ トカイテ點ノ位置ヲ表シ, x, y, z ヲ總稱シテ P ノ座標トイフ。

O ヲヨリ OX ノ方向ニ測ルヲ正, O ヲヨリ OX ノ反對

OX' ノ方向ニハカルヲ負, (他ノ軸ニ於テモ同然) トスルハ平面ノ場合ト同ジデアル。

然ルトキハ空間内ノイカナル點モコノ方法ニヨツテソノ位置ヲ決定表示シ得ルコトヲ理解セヨ。



問題

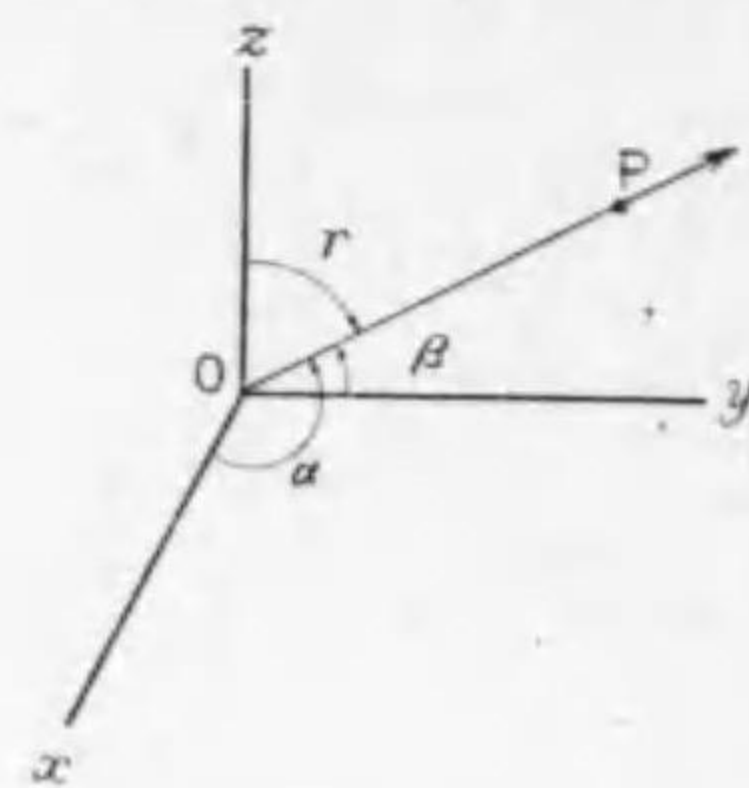
1. $P(x, y, z)$ ノ OX 上ヘノ正射影ヲ A トスレバ $OA=x$ デアル。(何故カ)

他モ同様ニイヘル。コレヨリ座標ニヨル方法ハ點ノ座標軸ヘノ正射影ヲ示ス數ニテ點ヲ表ハシ, 投影圖法ハ座標面ヘノ正射影ヲ圖ニアラハシタルモノニテ點ヲ示スコトヲ理解セヨ。

2. 次ノ點ノ位置ヲ示ス見取圖ヲ描ケ。
 $A(0, 1, 2)$ $B(2, 1, 5)$, $C(-4, -2, 0)$ $D(-1, -1, -1)$,
 A, B , 二點ヲ投影圖ニテ示セ。

3. 2. ノ各點ノ原点カラノ距離ヲ算出セヨ。
 $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ ヲ満足スル點ハ原点ヲ中心トスル半徑 r ノ球面上ニアルコトヲ證セヨ。

方向餘弦 直線ノ方程式



原點ヲ通ル直線 OP ガ x 軸, y 軸, z 軸ノ正ノ方向ノ部分トナス角 α, β, γ ヲ與ヘレバ OP ノ方向ハ決定スル。 α, β, γ ヲ OP ノ方向角, $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ ヲ OP ノ方向餘弦トイフ。 P 點ノ

座標ヲ x, y, z , OP ノ長サヲ l トスレバ

$$l \cos \alpha = x, \quad l \cos \beta = y, \quad l \cos \gamma = z$$

從ツテ $\frac{x}{\cos \alpha} = \frac{y}{\cos \beta} = \frac{z}{\cos \gamma} \dots\dots (1)$

又 $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1 \dots\dots (2)$

(1)ノ式ヲモツテ原點ヲ通ル直線ノ方程式トスルコトガ出來ル。

$$\frac{a}{\cos \alpha} = \frac{b}{\cos \beta} = \frac{c}{\cos \gamma} \dots\dots (3)$$

ナラバ(1)ハ

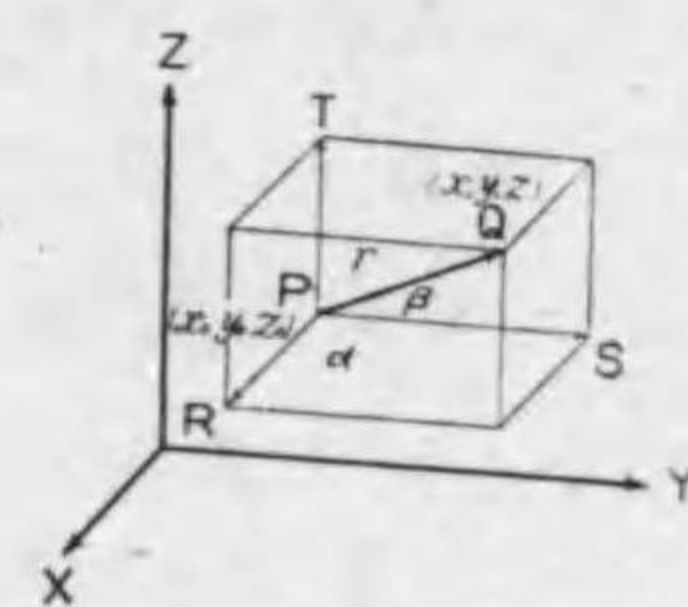
$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} \dots\dots (4)$$

トシテモヨイ。 a, b, c = 直線上ノ點ノ座標ヲ用ヒテモヨイ。

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$$

ノ形デ直線ノ方程式ガ與ヘラレタ場合ハ(2)(3)ニヨツテ方向餘弦ヲ求メルコトガ出來ル。

各自ハ立方體ノ一頂點ニ集ル三稜ヲ座標軸ニトリソノ頂點ヲ通ル對角線ニツイテ上述ノコトヲシラベテミヨ。尙直方體ニツキテモ同様ノコトヲ試ミヨ。



P, Q ガ空間ノ二點デアル時直線 PQ ノ方向餘弦ハ P ヲ通り各座標軸ニ平行ナル直線 PR, PS, PT ヲツクリコレヲ PQ トナス角ノ餘弦ヲ以テ PQ ノ方

向餘弦トナス。ソノコトハ PQ ガ座標軸トナス角ノ餘弦ヲモツテ PQ ノ方向餘弦トナスト言フノト同ジコトデアル。

前頁ノ(1),(4)ニ相當スル式ヲ求メテミヨ。

問 原點ヲ通ル直線 OP, OP' ノ方向餘弦ヲ (l, m, n)

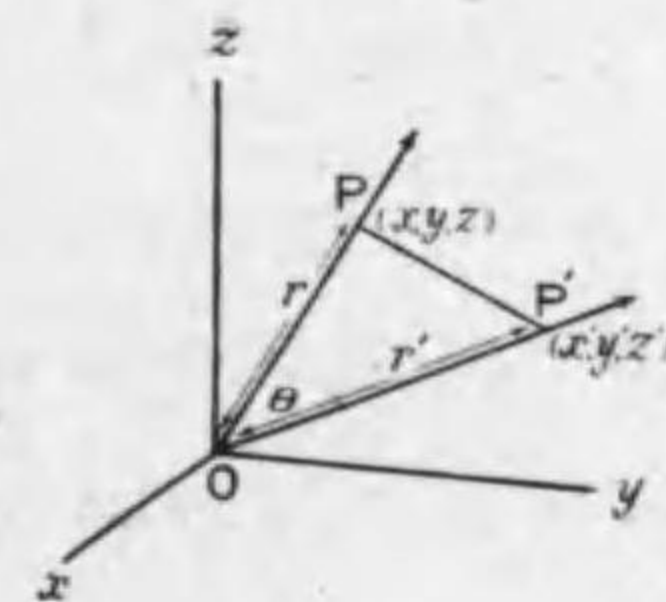
(l', m', n') ノ OP, OP' ノナス角ヲ θ トスレバ

$$\cos \theta = ll' + mm' + nn' \text{ デアル。}$$

【證明】 $\triangle OPP'$ ニ於テ

$$\begin{aligned} PP'^2 &= (x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2 \\ &= r^2 + r'^2 - 2(xx' + yy' + zz') \end{aligned}$$

又 $PP'^2 = r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \theta$

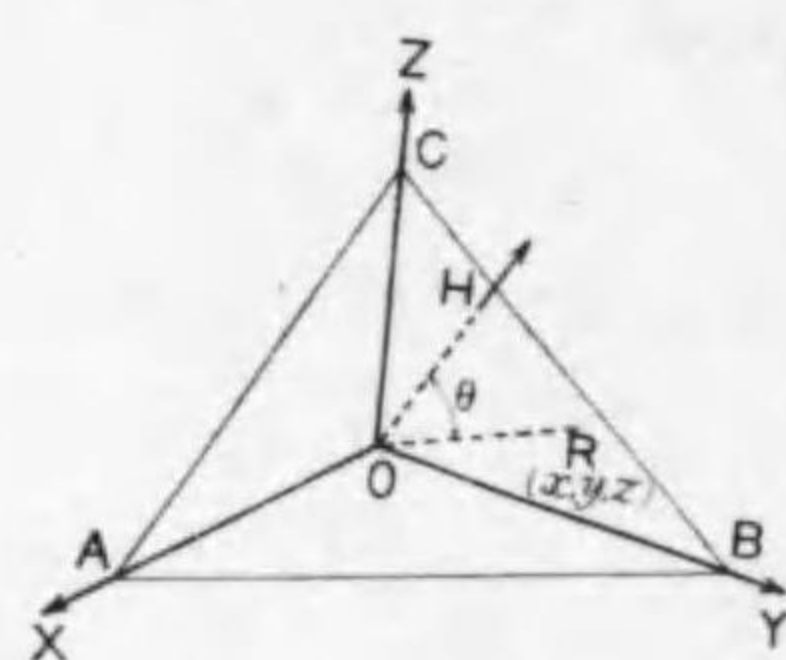


$$\therefore rr' \cos \theta = xx' + yy' + zz'$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r} \cdot \frac{x'}{r'} + \frac{y}{r} \cdot \frac{y'}{r'} + \frac{z}{r} \cdot \frac{z'}{r'}$$

$$\therefore \cos \theta = ll' + mm' + nn'$$

平面ノ方程式



原点 O ヨリ平面 ABC ニ下シ
タ垂線 OH ト平面上ノ任意
ノ點 R(x, y, z) ニ至ル直線 OR
トニツイテ次ノ如ク考察シ
テ見ル。

OR ノ方向餘弦ヲ l', m', n' ; $OR=r$ トスレバ

$$x=l'r, \quad y=m'r, \quad z=n'r \quad \dots\dots\dots (1)$$

OH ノ方向餘弦ヲ l, m, n ; $OH=p$; $\angle HOR=\theta$ トス
レバ

$$\cos \theta = ll' + mm' + nn' \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$p = r \cos \theta \quad \dots\dots\dots (3)$$

(1)(2)(3) ヨリ

$$lx + my + nz = p \quad \dots\dots\dots (4)$$

平面 ABC 上ニアル點ハスベテ(4)ヲ満足シ, 平面外
ノ點ハ(4)ヲ満足シナイコトガ言ヘルカラ, (4)ヲモツ
テ平面 ABC ノ方程式トスルコトガ出來ル。

$$\frac{l}{a} = \frac{m}{b} = \frac{n}{c} = \frac{p}{d} \quad \text{ナル場合ニハ}$$

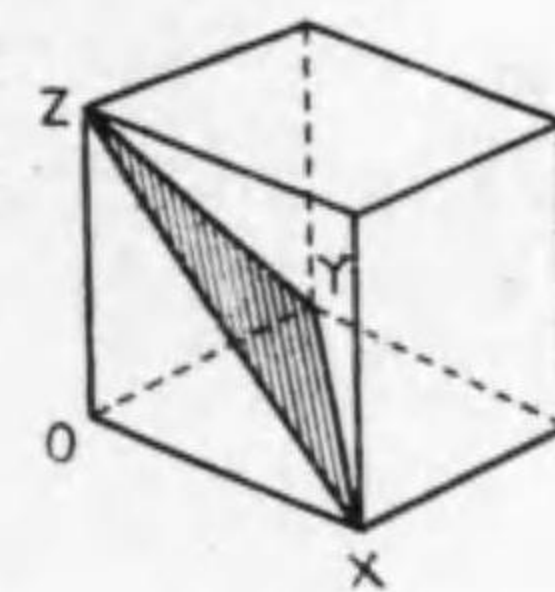
$$(4) \text{ハ } ax + by + cz = d \text{ トナル。} \quad \dots\dots\dots (5)$$

逆ニ(5)ハ(4)ノ式ニ導クコトガ出來ル。

從ツテ x, y, z ニ關スル一次式ハ平面ヲ表ハスト
言ヘル。

問題

1. 立方體ノ一點 O ニ集ル三稜 OX, OY, OZ ヲ座標軸ニトリ, 平面 XYZ ノ方程式ヲ決定セヨ。



一稜ノ長サヲ a トス。

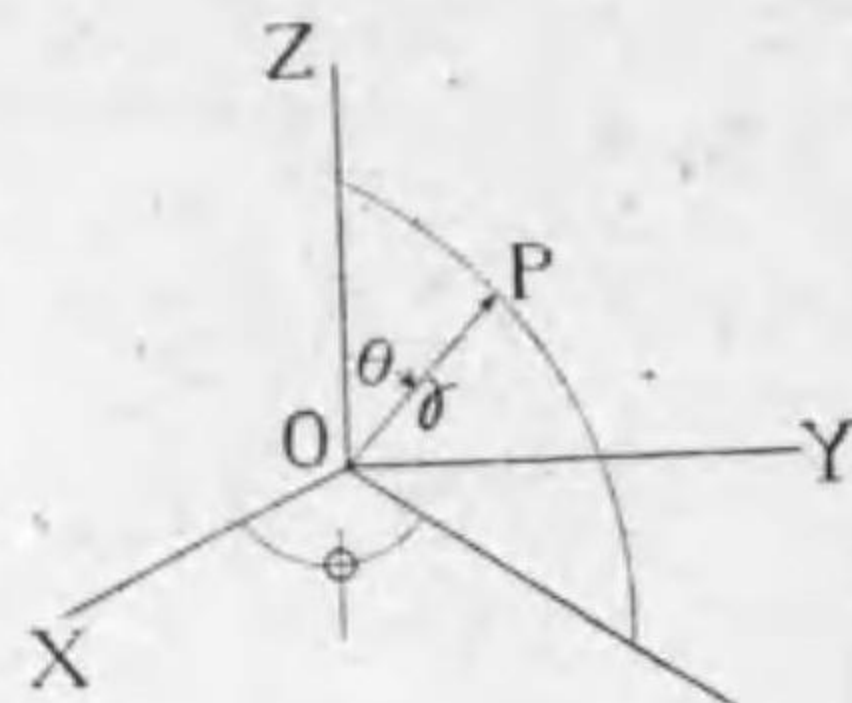
2. 三點ガ與ヘラレレバ平面ハ決定スルコトヲ平面ノ方程式ヨリ導ケ。
3. 直線ノ方程式ハ二ツノ平面ノ交リトシテ定メラレテアルコトニ着眼セヨ。
4. 次ノ方程式ハ何ヲ表スカ。

$$(イ) x=0 \quad (ロ) y=0 \quad (ハ) x+y=0 \quad (ニ) x-z=1$$

x, y, z ニ關シ二次以上ノ方程式ハ一般ニ曲面ヲ表ハス。 $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ ハ如何ナル曲面ヲアラハスカ。

極座標

空間ノ點 P ノ位置ヲ定メルニハ, 上述ノ方法ノホ



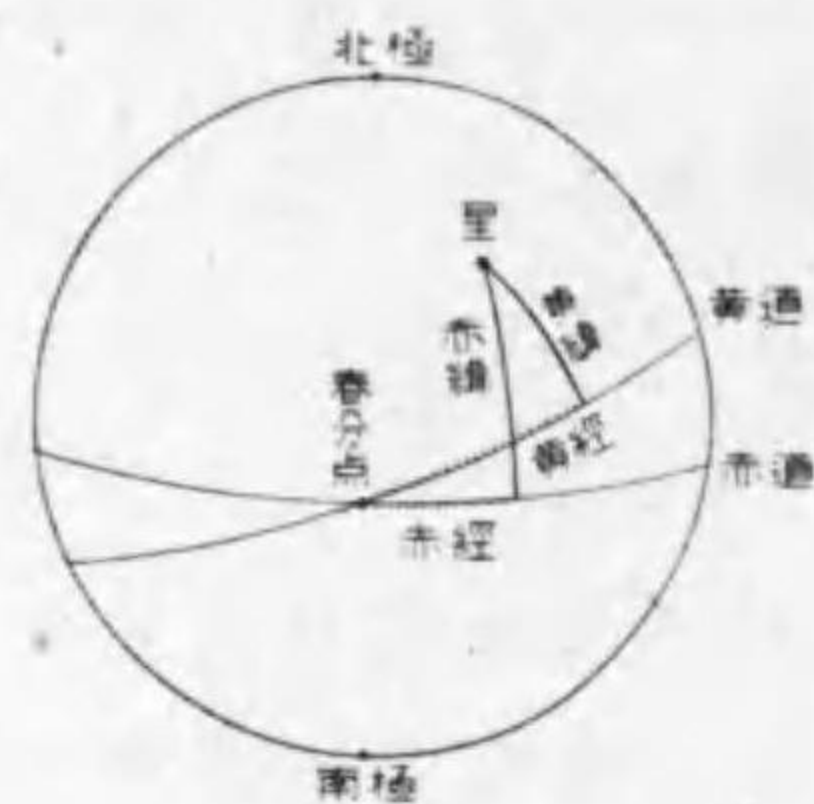
カニ、次ノ様ニシテモヨイ。
直交軸O-XYZヲ先ヅ定メル。
OPノ長サヲr, OPトZ軸
トノナス角ヲ θ , 平面ZOPト
XOYトノ交リガOXトノナ
ス角ヲ ϕ トス。

r, ϕ, θ ハ圖ノ矢ノ方向ニ測ルヲ正トスレバ(r, ϕ, θ)
デ點Pノ位置ハ決定シ得ル。

r, ϕ, θ ヲPノ極座標トヨビ, rヲ動徑, ϕ ヲ方位角,
 θ ヲ天頂距離トイフ。

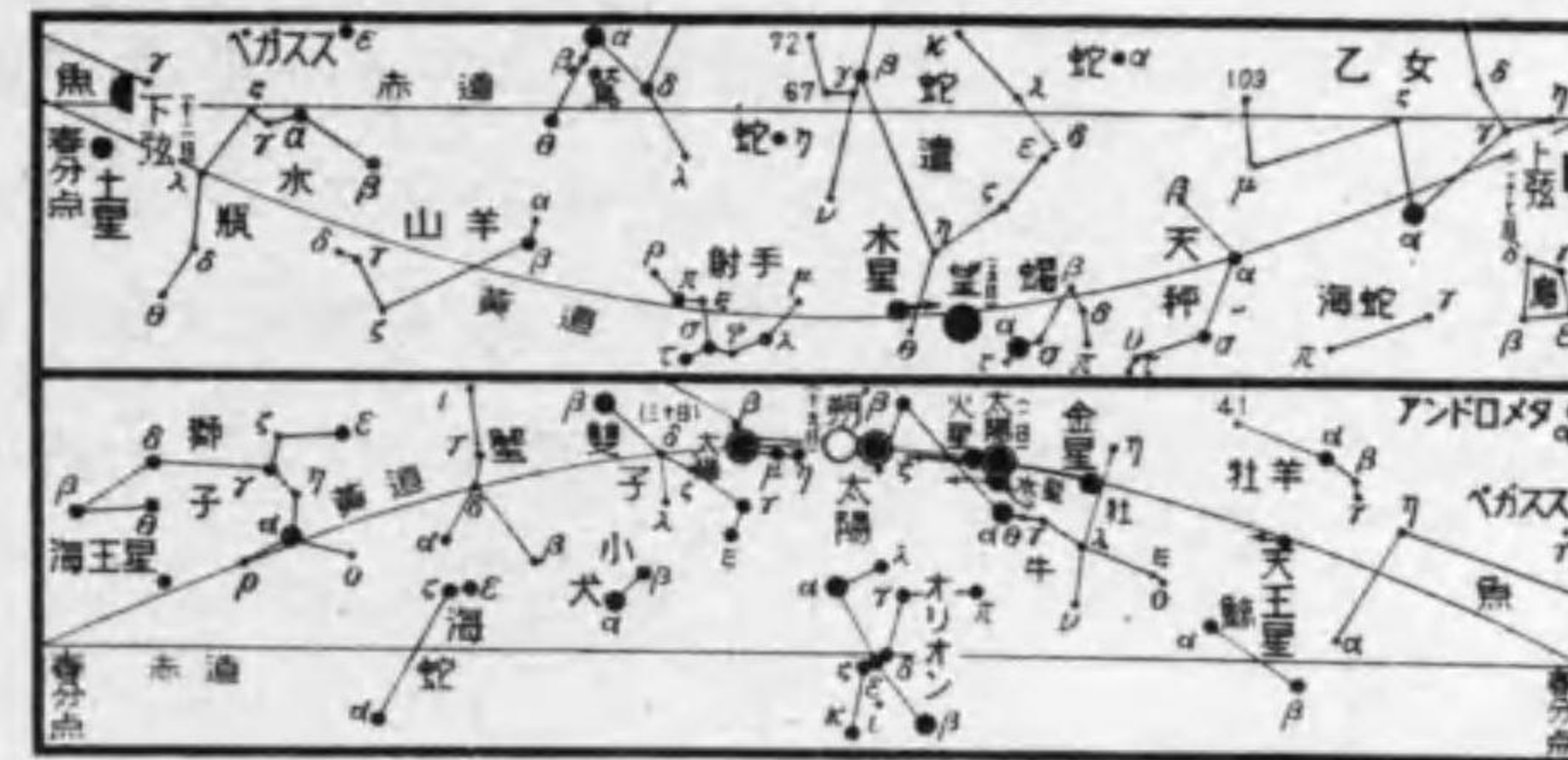
問1. 地球上ノ點ノ位置ヲ示ス經緯度ト極座標
ノ方法トヲ比較セヨ。

問2.



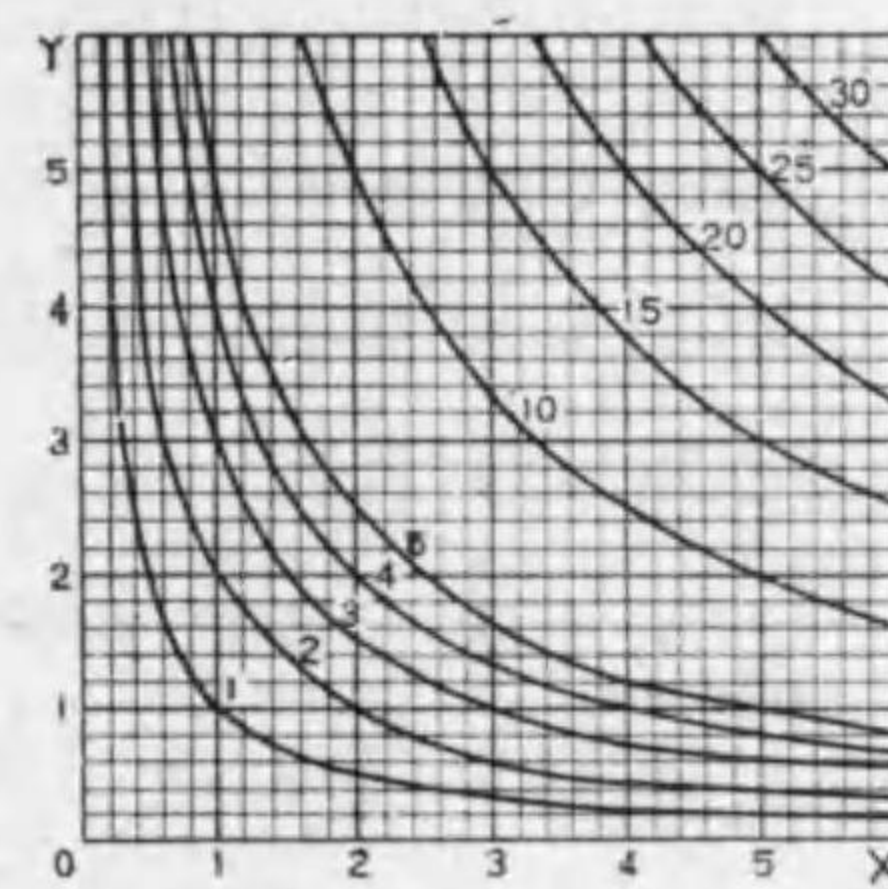
天球上ノ星ノ位置ヲ
示ス(赤經, 赤緯)(黃經,
黃緯)ト極座標ノ方法
トヲ比較セヨ。

【参考】六月ノ空



問3. 立體圖形ノ表示方法トシテ地圖ヲ考察セ
ヨ。

問4.



圖ハ $xy=z$ ノ圖表
ヲ地圖ノ方法デ描
イタモノデアル。

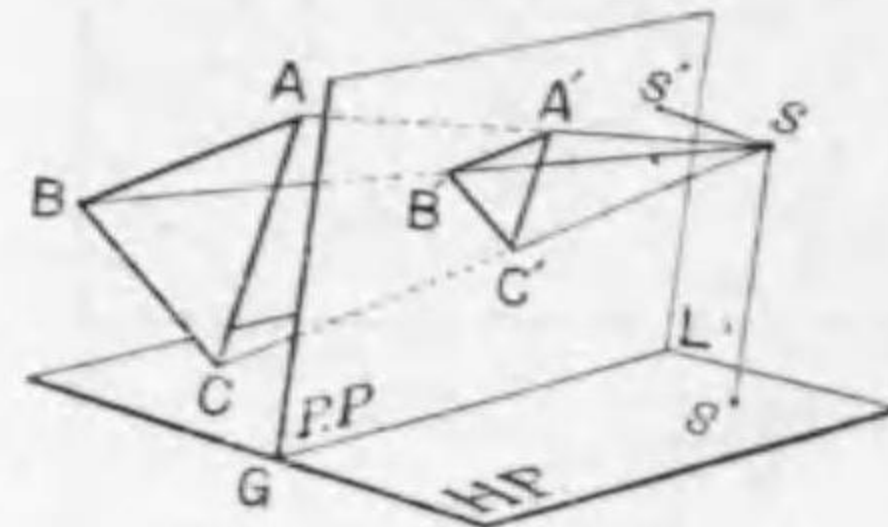
理解出來ルカ。

コレハ乗除ノ計
算圖表トシテ用ヒ
ラレル。

コノ函數ヲ空間座標ヲ用ヒテ表シタナラ
バ, 如何ナル曲面ヲ示スカ。

地圖ノ方法ニヨルト, 球, 圓錐ハ如何ニアラ
ハレルカ。但, 圓錐ノ底面ハ水平面ニ平行デ
等高線ハ水平面上ニ射影スルモノトス。

11. 透視圖法



圖形 ABC ヲ一點 S デ投
視スル投視線ヲ一平面 P.P.
デ切ツテ得ル圖形 A'B'C' デ、
ABC ノ形狀ヲアラハス方
法ヲ透視圖法トイフ。

名稱

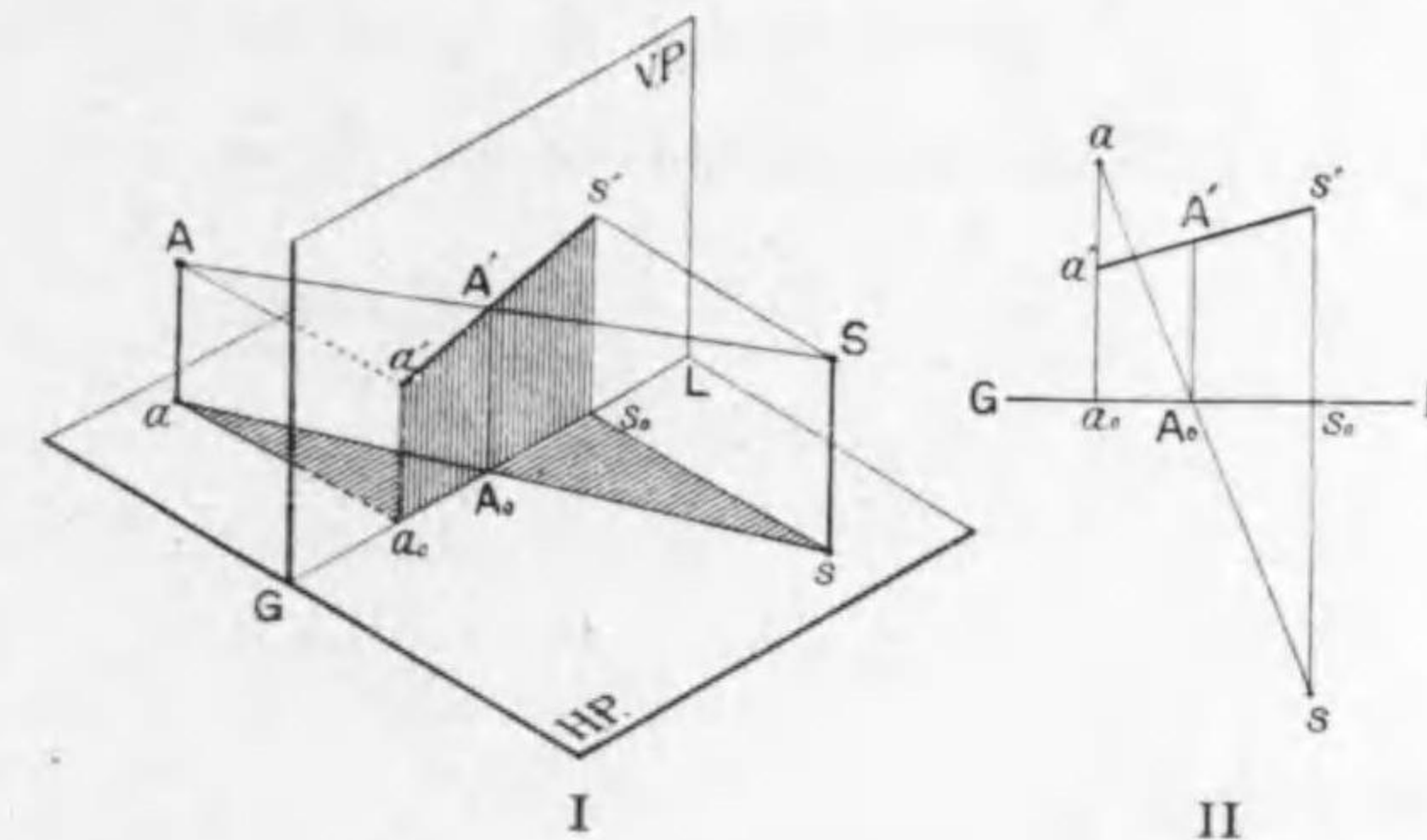
視點…… S	
畫面…… P.P.	
基面…… H.P. (地平面)	畫面ニ垂直ナ平面
基線…… GL	畫面ト基面トノ交リ
心點…… s'	視點ヨリ畫面ヘノ垂線ノ足
停點…… S	視點ヨリ基面ヘノ垂線ノ足
地平線	心點ヲ通り畫面ニ於テ基線 ニ平行ナ直線

透視圖ハ視點ニ眼ヲオイテミレバ立體ヲミル如
キ感ヲ與ヘル故ニ建築ノ配景圖又ハ繪畫ニ應用セ
ラル。遠近ノ差ガ現ハレルニヨリ遠近畫法トモイ
ハレル。

點ノ透視

次ノ圖ヨリ點 (A) 及ビ視點 (S) ノ投影圖ガ與ヘラ

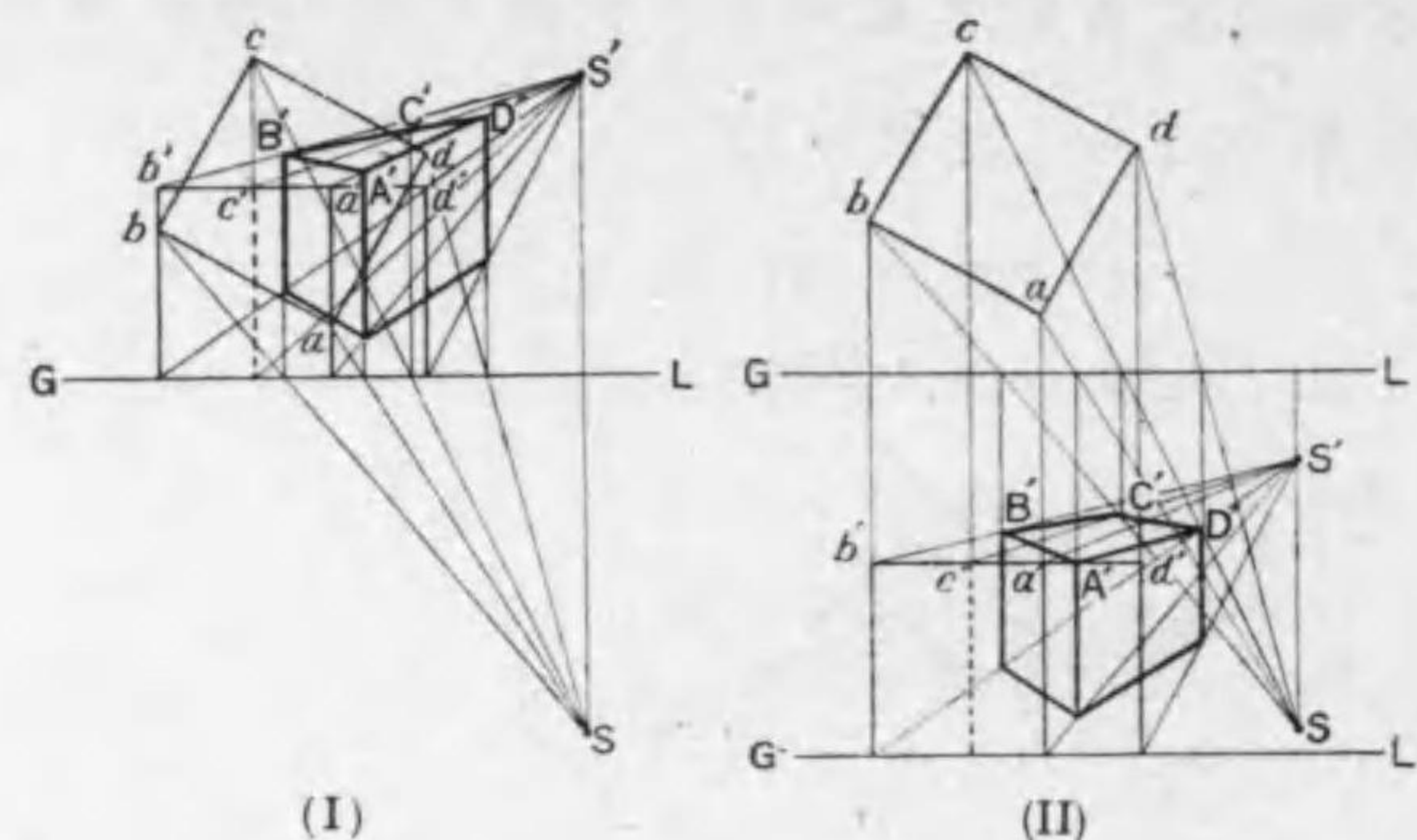
レタ場合、立畫面ヲ畫面トスル透視圖ノ作り方ヲ理
解セヨ。



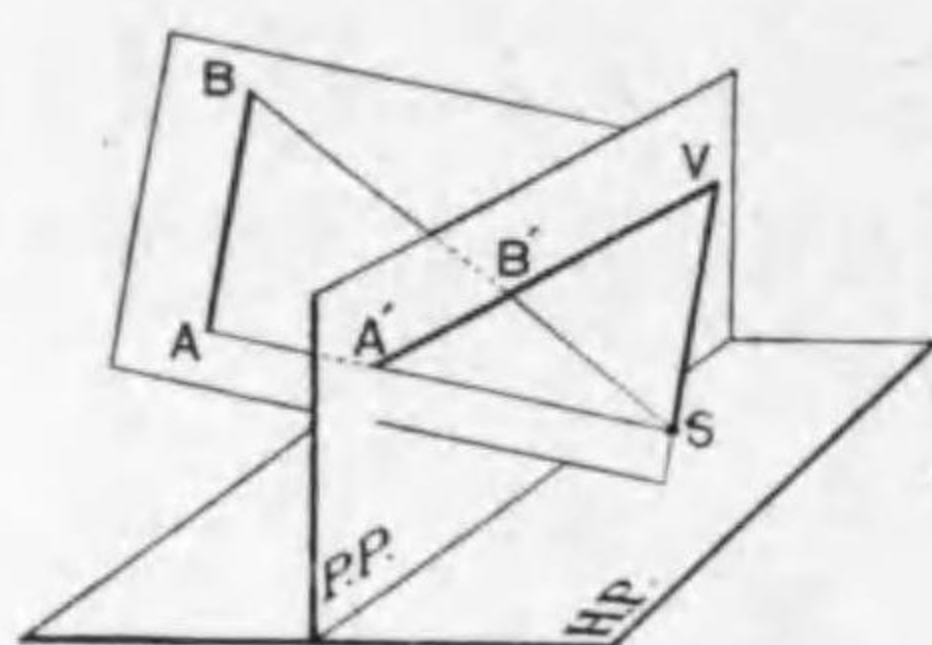
(注意) I圖ニ於テ V.P. ニ對シ A 及ビ S ノ位置ガ
異ルニヨリ、ソレラノ投影圖ガ如何ニ變化シテ
キルカヲ II 圖ニテ理解セヨ。

問題

1. A 點ヲ種々ノ方向ニ動カシテ、ソレニヨル A' 點
ノ運動ヲ吟味セヨ。
2. A, S ヲ決定スルニ必要ナ數値ヲ定メ、A'A₀, A₀S₀
ノ長サヲ算出セヨ。
3. 次ノ圖ハ立方體ノ透視圖ノ作圖デアル。(I) ノ
如クスレバ圖ガ複雑ニナル故立方面圖ヲサグテ (II)
ノ如ク作圖スル。圖ニヨリテ方法ヲ理解セヨ。



直線ノ透視



畫面ニ平行デナイ直線ABノ點Sヨリノ透視ヲA'B'トス。ABガBノ方向ニ延長サレル時SB及ビB'ノ運動ヲ考フル

ニ、SV || AB ナル時 SV ト P.P. トノ交ヲ V トスレバ B' ハ V ニ接近スルコトヲ知ル。V ヲ AB ノ消點トイヒ、直線 AB ハ V ニ消失スルトイフ。

次ノ事柄ヲ研究セヨ。

1. AB ニ平行ナル直線ハスベテ V ニ消失ス。
2. 畫面ニ平行ナル直線ノ消點ハ地平線上ニア

3. 畫面ニ垂直ナル直線ハ心點ニ消失ス。
4. 畫面ニ平行ナル直線ノ透視ハ如何。
5. 畫面ニ垂直ナル直線ノ透視ハ如何。
6. 畫面ト45°ヲナシ、畫面ニ平行ナル直線ノ消點ト心點トノ距離ハ視點ヨリ畫面マデノ距離ニヒトシ。コノ點ヲ距離點トイフ。上ノ事柄ノ逆ハ成立スルカ。



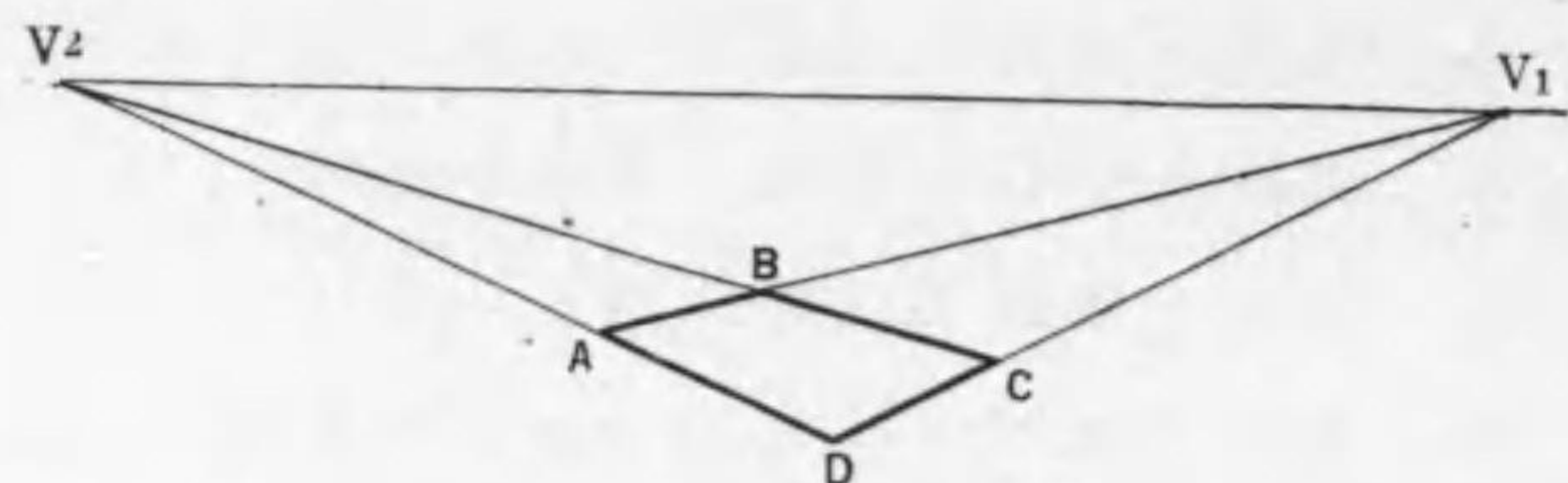
圖ノ如ク机上ニアル本ニ絲ヲハサミ、絲ガ本ノ兩方ノフチニソフ如クアゲルト絲ハ眼ノ高サノトコロデ交ルコトヲタシカメヨ。本ノ位置ヲ色々カヘテミヨ。本ヲ机ノ面ニカタ

ムケテ試ミテミヨ。

コノ實驗ニヨツテ如何ナルコトガ明瞭ニナルノカ。

問題

1. 圖ハ水平面上ニアル矩形ノ透視圖ヲ示ス。今ADヲ軸トシテ矩形ガ廻轉スル時消點V₁ノ運動ニツキテ吟味セヨ。

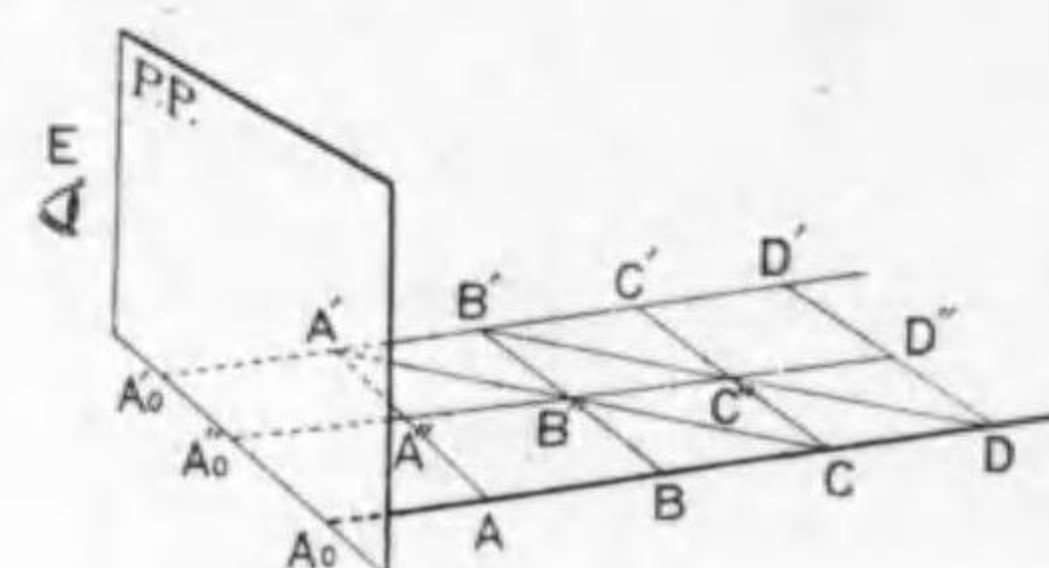


2.



左ノ圖ハ透視圖的ニ正シキヤ。*左側ノ家ヲ完成シ且道路ニ面シテ入口ヲツクレ。

3.

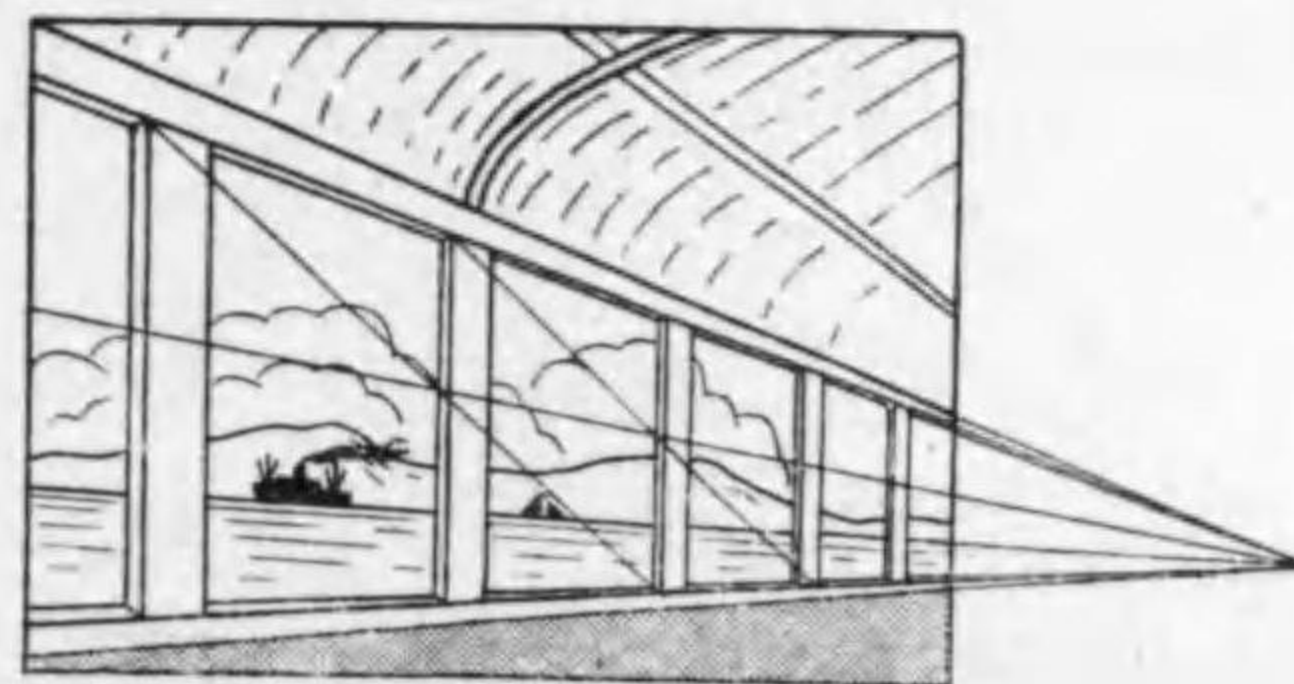


圖ニ於テ AD, A'D', A'D' ハ等距離ノ平行線, AA', BB', CC', DD' モ等距離ニアル平行線デアル。

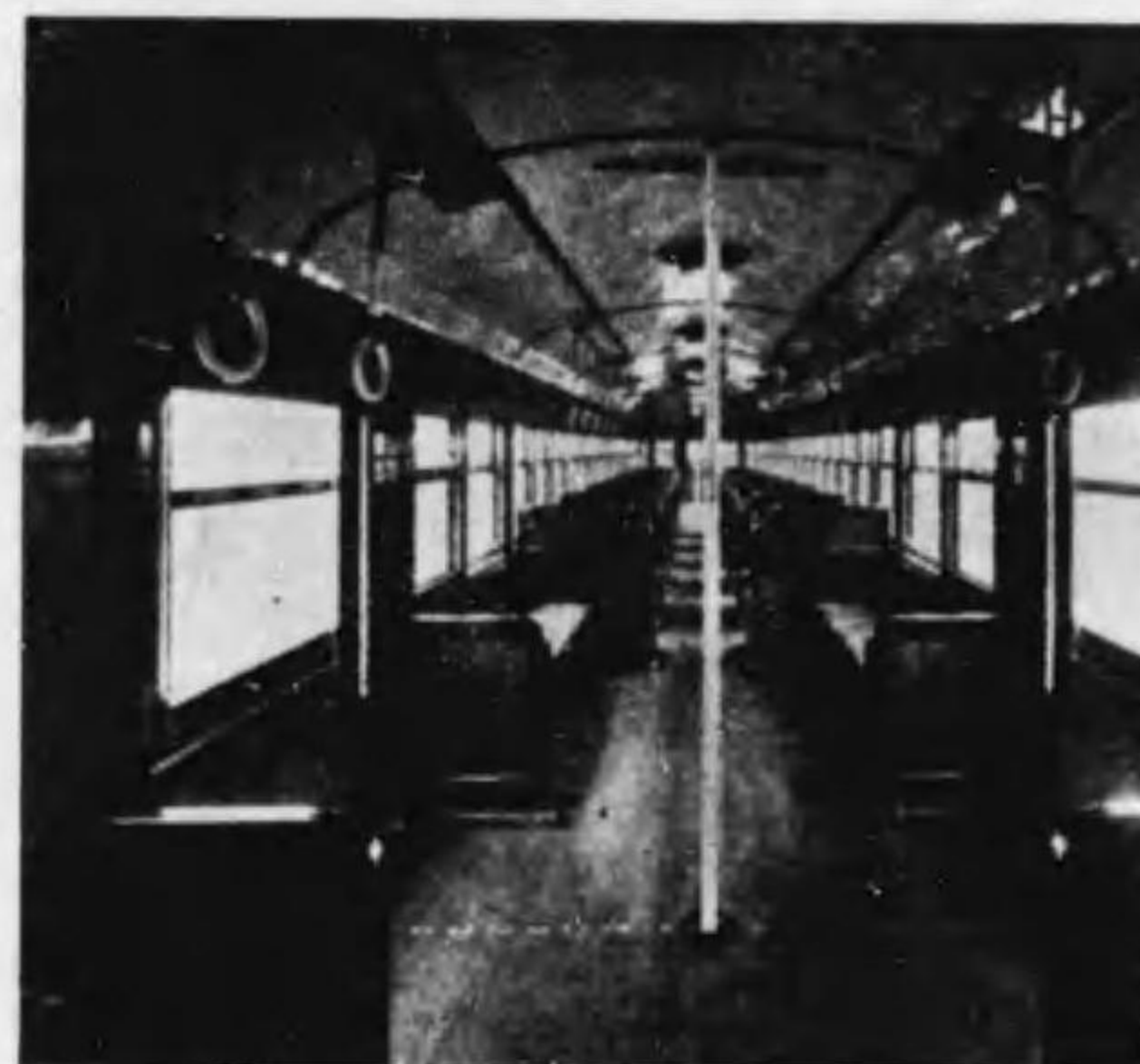
之ヲ點 E ヨリ圖面 P.P. ニ透視スルト如何ナル圖ヲ得ルヤ。

AD, A'D' ガ畫面ニ垂直ナル場合適當ニ數値ヲ定メ, AA', BB', CC', …… , AB, AC, AD ノ透視圖ノ長サヲアラハス式ヲ求メテ研究セヨ。

4. 次ハ汽車ノ窓ノ圖デアル。等間隔ニ窓ヲ入レル圖法ニツキ研究セヨ。



5.



左ノ圖ノ如キ寫眞ニヨツテ透視圖ニ關シ研究セヨ。

6.

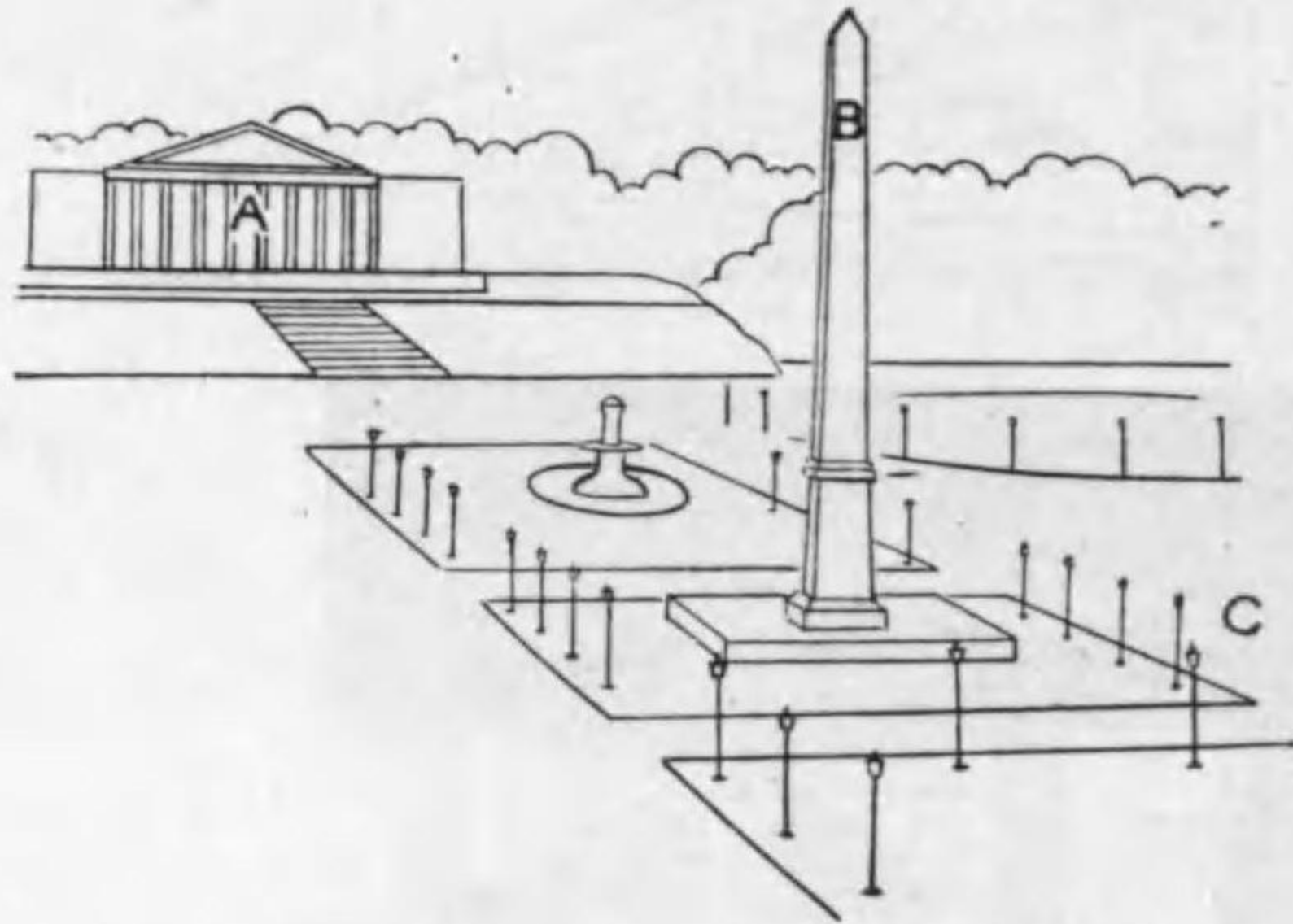


左ノ圖ニ於テ次ノコトヲシラベヨ。
桶ハミナ同ジ直徑カ。人及ビ水桶

ノ長サヲ桶ノ直徑ト比較セヨ。

圖ノ透視圖ノ位置ニヨツテ變化シテ行ク様子ニ注意セヨ。

7.



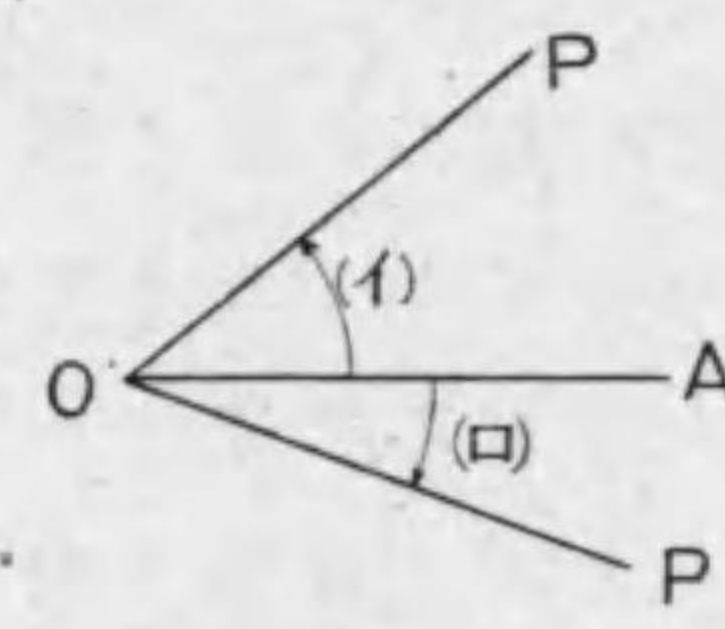
上ノ圖ハアル景色ノスケッチデアル。コレヨリ建物A, 記念碑B, 街燈Cノ廣場ヨリノ高サヲ比較シテミヨ。

BトAトノ距離ヲ例ヘバ街燈ト街燈トノ距離ノ約何倍トイフ如ク言ヒアラハセルカ。

以上ノ如ク考ヘテクルト軍務上必要ナ地區ノスケッチ又寫眞ハ防牒上如何ニ重大ナ意味ヲモツカガ理解出來ルデアラウ。

第四章 三角函數

15. 一般角ノ三角函數



OPガOAヲ起點トシテ廻轉シテ角ヲツクル場合, 矢(イ)ノ方向ニ測ルトキ, ソノ角ヲ正トシ, 矢(ロ)ノ方向ニ測ルヲ負トス。OAヲ首線, OPヲ廻轉線ト名ヅケル。

OPノ廻轉ニ制限ヲ加ヘナケレバ角ノ大キサニモ制限ガナク, 從ツテ 360° ヲ超エタ角, 例ヘバ $540^\circ, 630^\circ$ ノ如キ角ヲ想定スルコトガ出來ル。

問1 時計ノ針ノ廻轉ト角ヲ測ル方向トヲ比較セヨ。

問2 次ヲ證明セヨ。

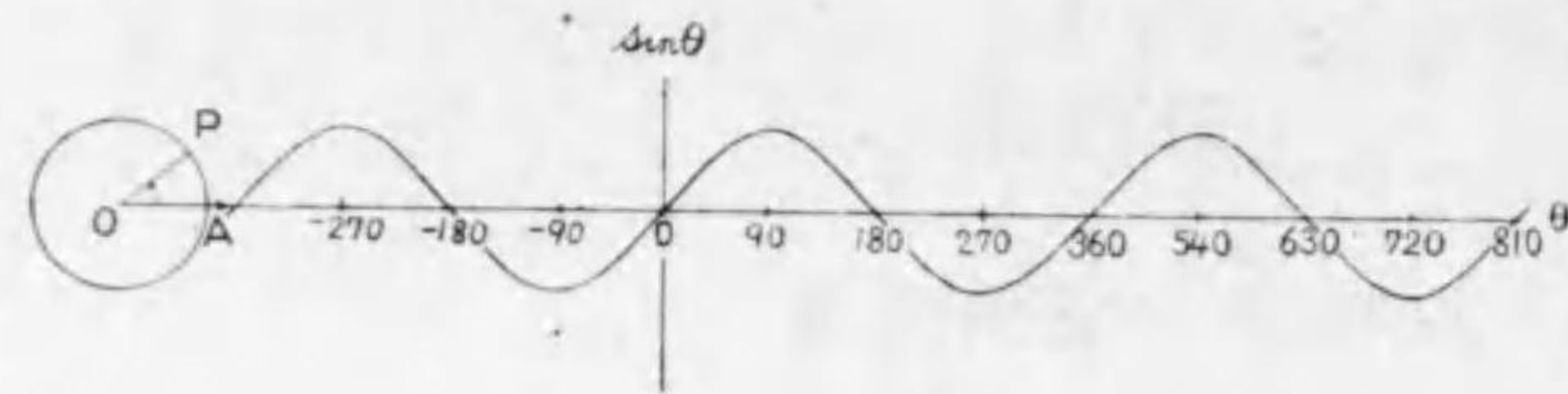
$$\sin(-\theta) = -\sin \theta \quad \csc(-\theta) = -\csc \theta$$

$$\cos(-\theta) = \cos \theta \quad \sec(-\theta) = \sec \theta$$

$$\tan(-\theta) = -\tan \theta \quad \cot(-\theta) = -\cot \theta$$

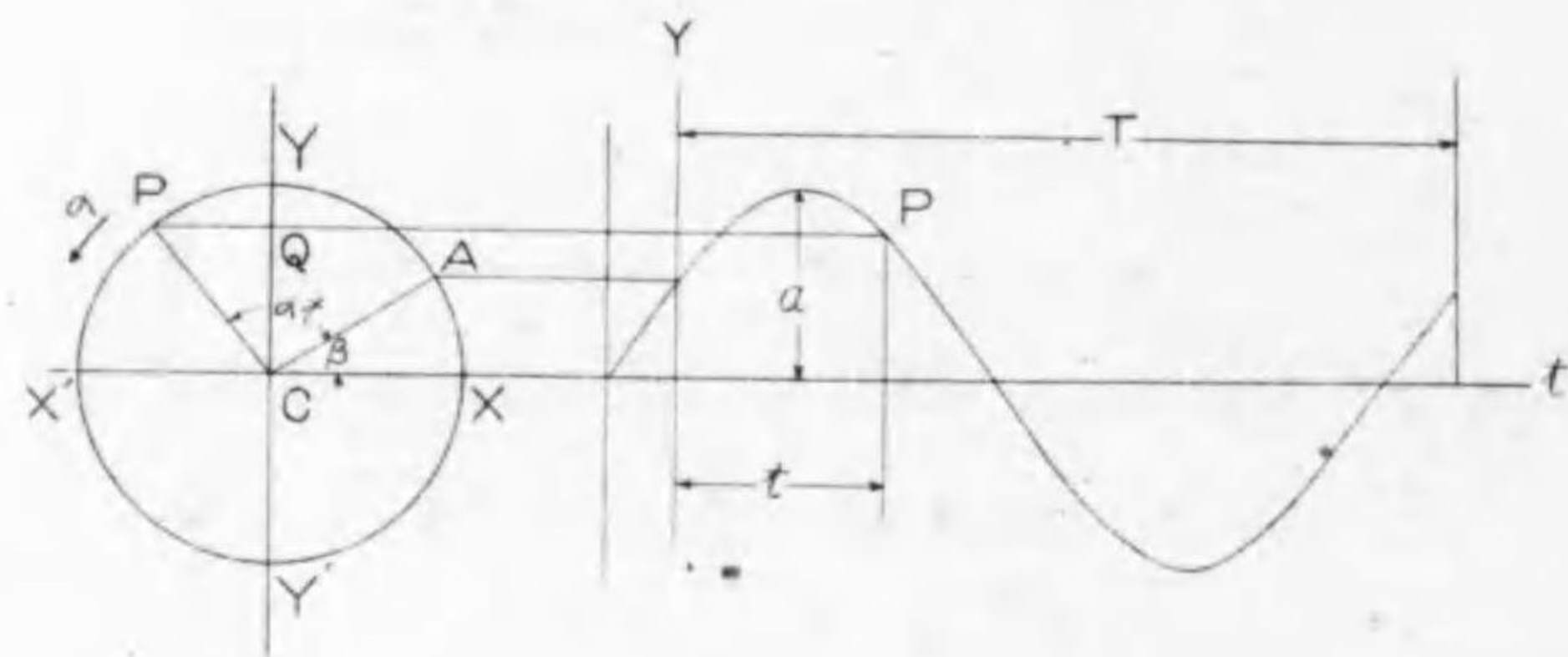
問3 $\sin \alpha = \sin(n \cdot 360^\circ + \alpha)$ $\cos \alpha = \cos(n \cdot 360^\circ + \alpha)$

$$\tan \alpha = \tan(n \cdot 360^\circ + \alpha)$$



上ニ示スハ -360° ヨリ 720° ニ至ル角ノ正弦ノ圖表デアル。我々ハコノ圖ニヨツテ角ガ $(-\infty)$ ヨリ $(+\infty)$ マデ變化スル場合ノ正弦ノ様子ヲ想像スルコトガ出來ル。即 0° カラ 360° マデノ間ノ變化ヲ左右ニ限リナククリカヘシテ擴ガツテユク。即チ例ヘバ 360° カラ 720° マデノ曲線ハ 0° カラ 360° マデノ曲線ソノマ、デアル。カクノ如キ現象ヲ週期的現象トイヒ、カクノ如キ變化ヲナス函數ヲ週期函數トヨブ。正弦ノ場合ニハ 360° 毎ニ週期的現象ガ起ル。

問 1. 餘弦, 正切ニツイテモ上述ト同様ノ圖表ヲ描キ週期現象ヲ考察セヨ。



點 P ガ半徑 a ノ圓 C ノ周上ヲ A ヨリ出發シテ角速度每秒 α° デ等速圓運動ヲスル場合 P ノ YY' ヘノ正射影 Q ノ運動ヲ考ヘル。

P ガ圓周上ヲ廻轉スルニツレテ Q ハ YY' 上ヲ C ヲ中心トシテ往復運動ヲスル。

CQ ヲ y トスレバ $y = a \sin(\alpha t + \beta)$

P 及ビ Q ハ $\frac{360}{\alpha}$ 秒ノ週期デ週期運動シテキルコトヲ圖及ビ式ニヨツテ理解セヨ。

振子ヤ發條ノ自由振動ハ Q ノ如キ運動ヲスル。コレヲ物理書ニツキ研究セヨ。

問 C 及ビ Y 附近ノ點 Q ノ運動スル速サニツイテ研究セヨ。

單位時間ニ P ガ回轉スル回數即 Q ガ往復スル回數ヲ振動數又ハ週波數トヨブ。

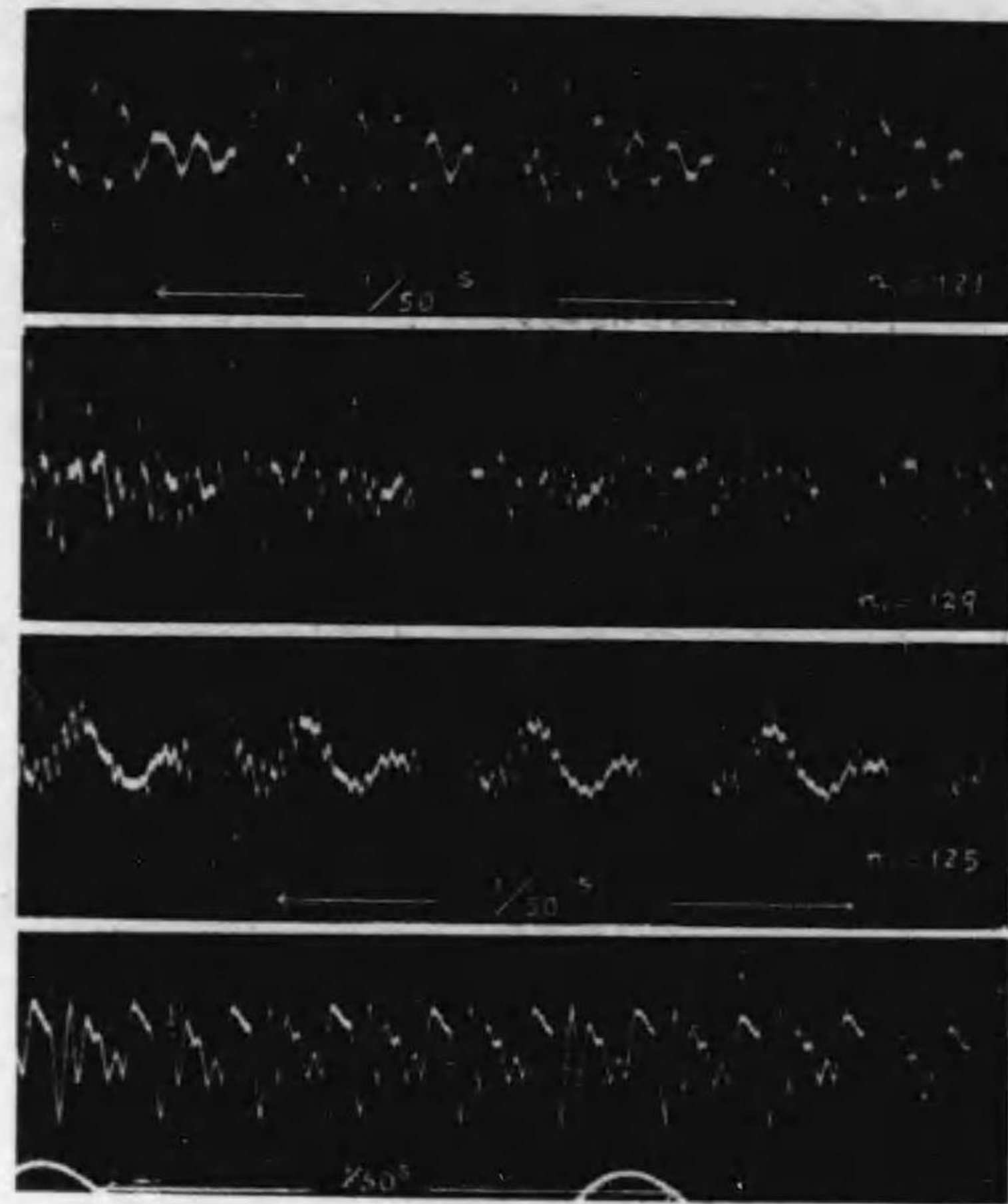
週期ヲ T , 振動數ヲ f トスレバ

$$f = \frac{1}{T}$$

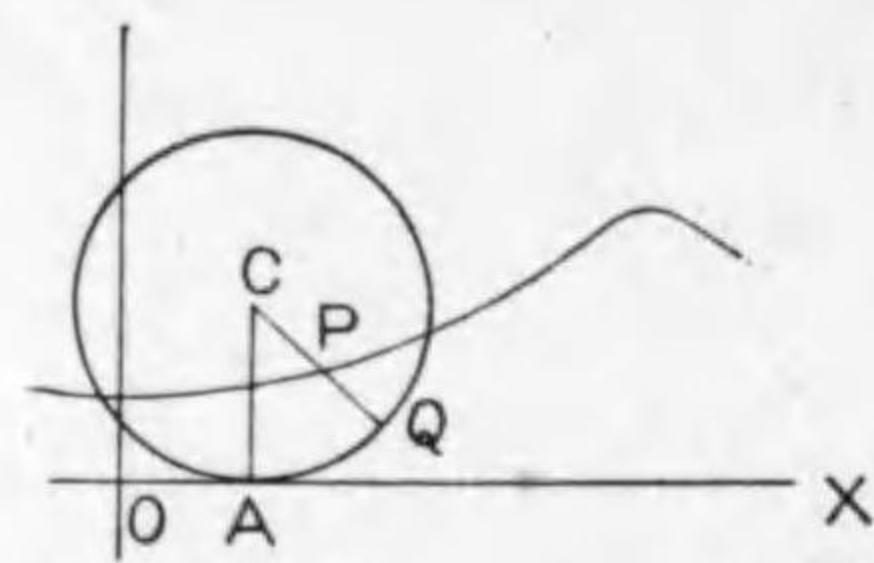
ノ關係ガアル。

問題

1. 次ノ音波形寫真ニヨリ週期, 振動數ヲ求メヨ。



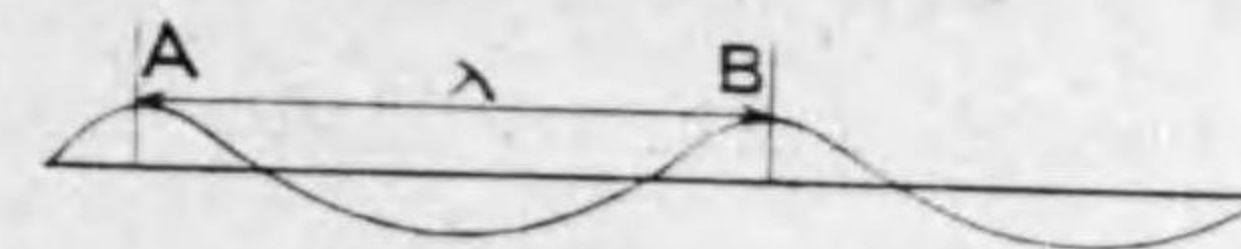
2.



水波ニツイテ。

圓板 C ガ直線 OX ニ切シナガラ轉ル時圓板上ノ點 P ノツクル軌跡ヲとろこいとトヨブ。

とろこいとハ周期曲線デアアル。水波ニハイロイロノ形ノモノガアルガ、とろこいとハソノ一ツデアアル。



圖ハとろこいと波デアアル。山カラ山マデノ距離 AB ヲ波長トイフ。

A ヨリ B ニ至ル時間ガ週期デアアル。

從ツテ波長ヲλ, 週期ヲ T, 振動數ヲ n トスレバ

$$\text{波ノ速サ } (v) = \frac{\lambda}{T} = n\lambda$$

大洋ノ波ハ大體とろこいと波ト考ヘルトスレバ, コノ水波ニハ特別ニ次ノ關係ガアル。

$$v = \sqrt{\frac{g}{2\pi}} \sqrt{\lambda}$$

波長ヲ米, 速度ヲ米/秒デ表ハセバ $\sqrt{\frac{g}{2\pi}}$ ノ概數ハ如何。

太平洋ノ如キ大洋ニテ暴風ノ時ニハ波長ハ大體 200m-250m デアルトイフ。コノ波ノ週期, 速サヲ概算セヨ。

波長ガ水深ニ比シテ著シク大キイ例ヘバ岸ニ近イ波ヲ長波トイフガ, コノ波ニハ

$$v = \sqrt{gd} \quad (d \dots \text{水深})$$

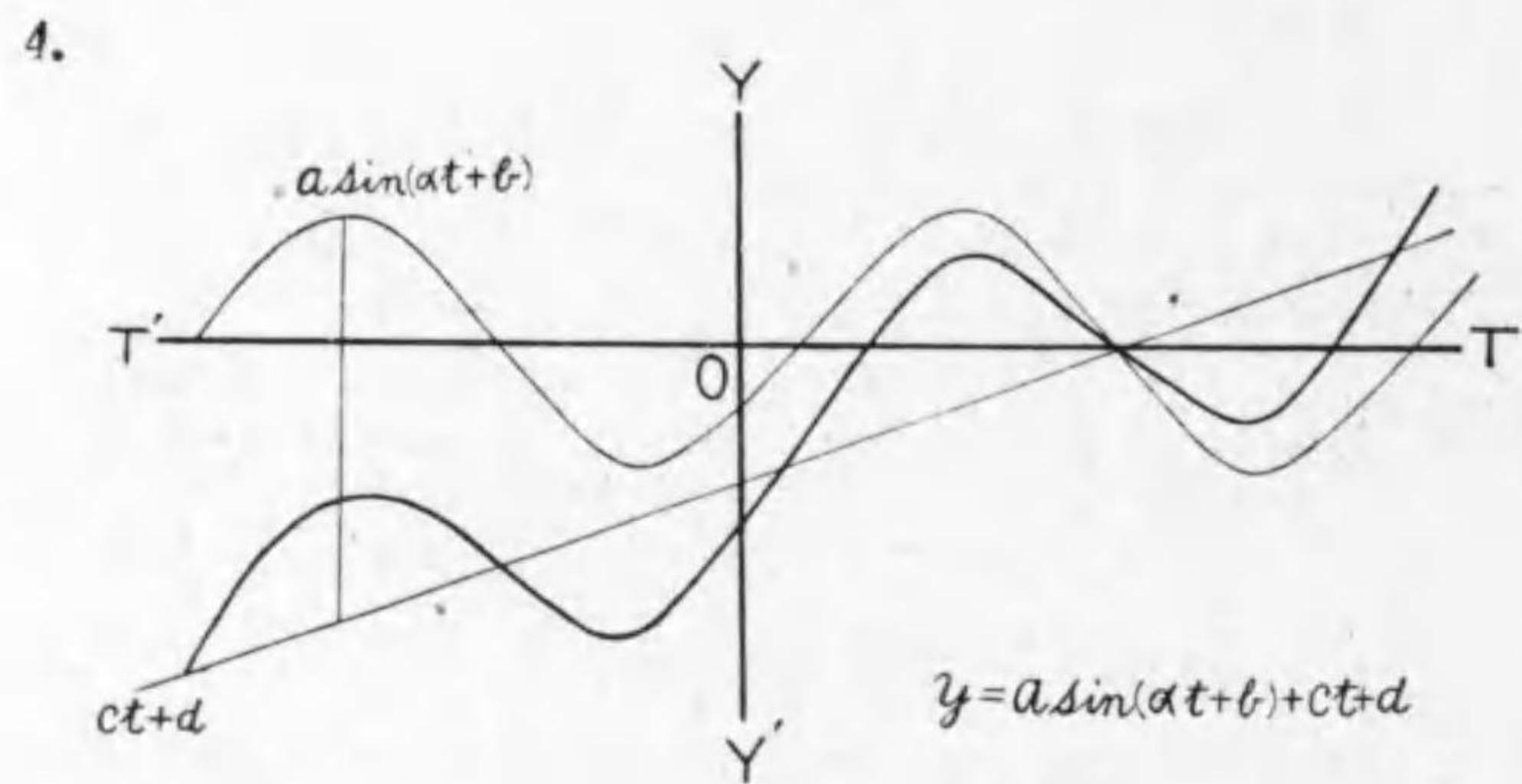
ノ關係ガアル。海岸ニ寄セル波ガ沖ノ方デハ岸ニ斜デモ海岸ニ近ヅクニツレテ岸ノ線ニ平行ニナルコトガコレデ説明出來ルデアラウ。

靜カナ水面ヲ釘ノ先デ突クト皺ノヤウナ波ガ

出來ル。コレヲ中デ波長ノ大體 1.73cm 以下ノモノヲ毛細波トヨビ、波長ト速度トノ關係ニツキ次ノ如キ實驗報告ガアル。

波長 (cm)	速度 (cm/sec)	コノ表ニヨリ、速度ハ波長ノ平方根ニ反比例スルコトヲタシカメヨ。船ニ乗ツテキテ波ノ高サヤ週期ヲ計算スル方法ヲ考ヘヨ。
0.70	26	
0.50	30	
0.10	68	
0.05	96	

3. 電波ナドデ例ヘバ「放送ニ使ツテキル電波ノ周波數ハ百萬サイクルデ、國際放送ニ使ツテキル短波長電波ニナルト一千萬サイクルデアル。」ノ如クニ用ヒラレテキル周波數、サイクルノ意味ヲ明ニセヨ。



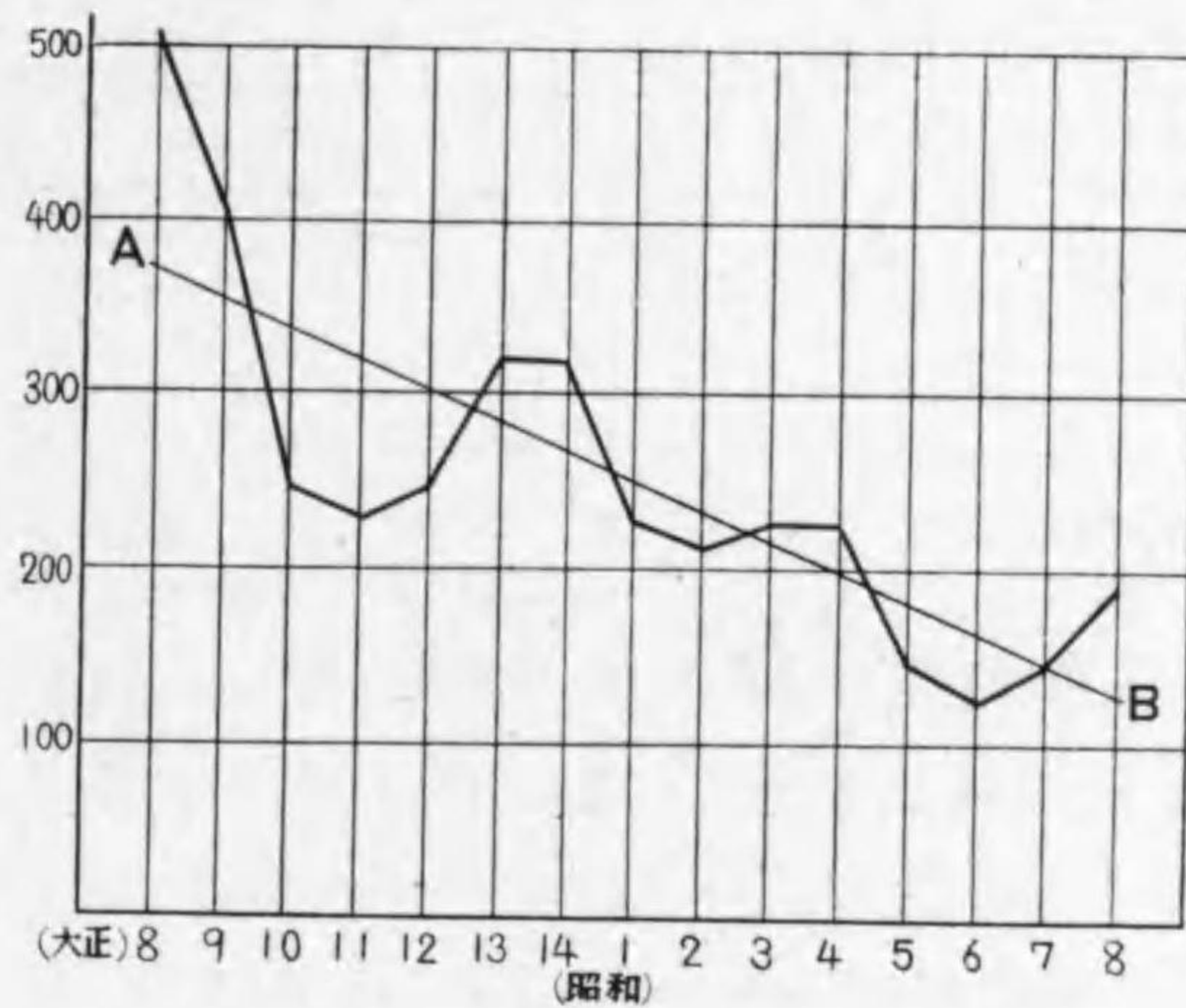
$a \sin(at+b)$ ノぐらふト $ct+d$ ノぐらふトヨリ
 $y = a \sin(at+b) + ct + d$ ノぐらふヲツクル方

法ヲ前頁ノ圖ヨリ理解セヨ。

式中ノ文字ニ適當ナ數值ヲ與ヘテ各自ぐらふヲツクレ。コノぐらふハ循環的變化ヲナシテキルガ一般ニハ $cx+d$ ノツクル直線ノ方向ニスズンデキル。コノ直線ヲ傾向線トヨブ。

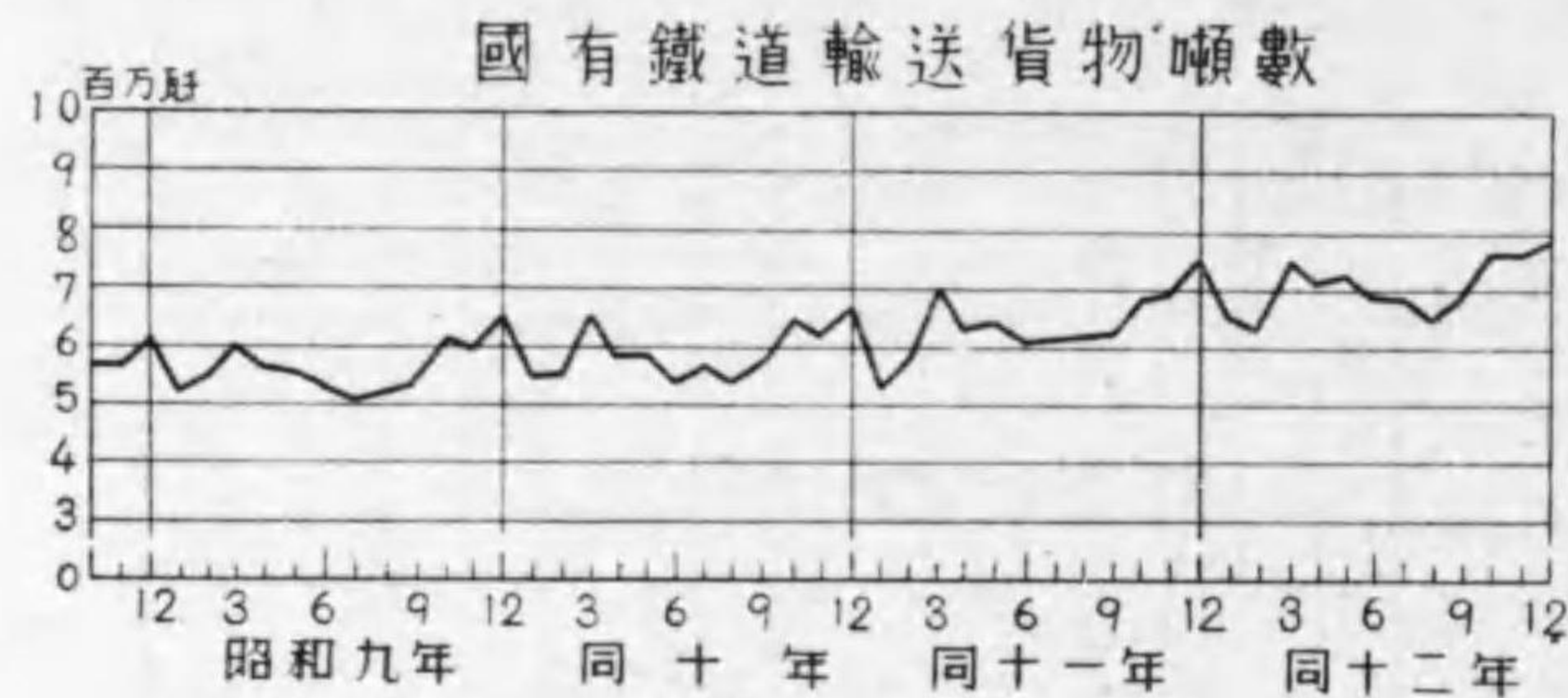
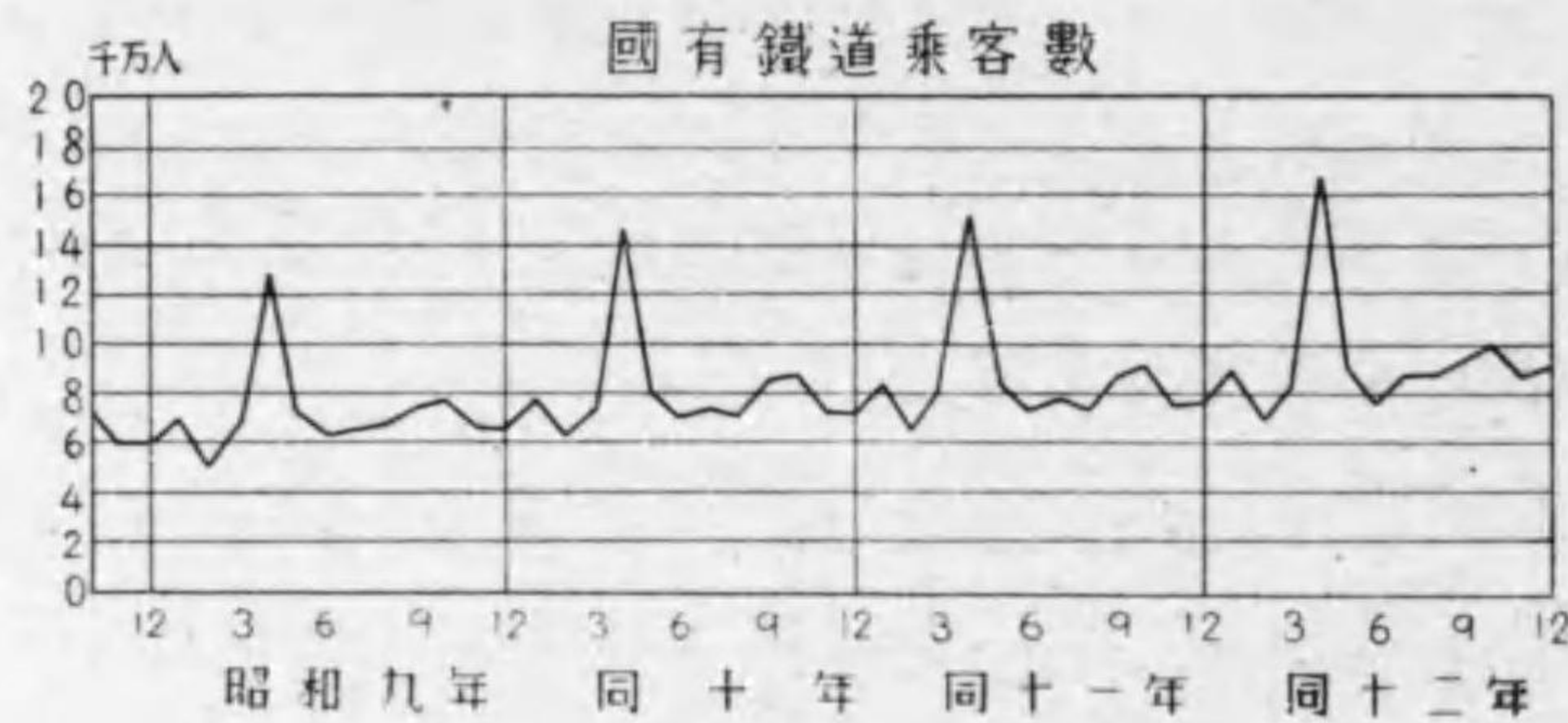
〔例〕 綿絲平均相場

年次	大正 8	9	10	11	12	13	14	昭和 1	2	3	4	5	6	7	8
相場	五〇	四一	二四七	二三七	二四九	三二五	三二一	二二八	二一八	二五一	二三一	一四五	一二一	一五一	一九八



綿絲平均相場ノ表ヲ圖ニ示ス。之ヨリ,五年ヲ週期トスル循環的變動ヲナシツツ AB 直線ノ示ス方向ニ下降シテキルコトガワカル。

5. 次ノグラフニツイテ説明セヨ。



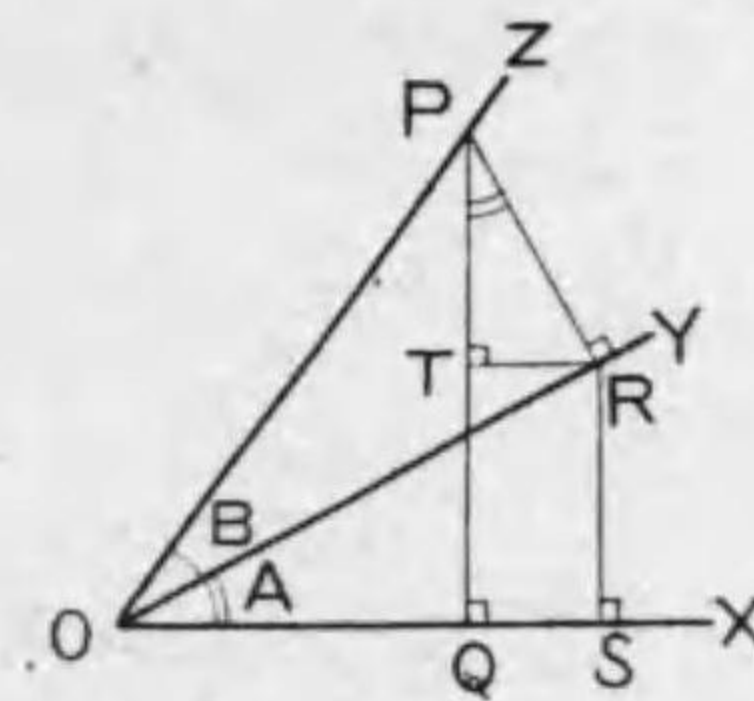
16. 三角函數ニ關スル公式

加法及ビ減法定理

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

〔證明ノ考ヘ方〕



左ノ圖ニヨリ (コトハツノ點ニ於ケル角ノ直角ナルコトヲ示ス)

$$\sin(A+B) = \frac{RS}{OR} \cdot \frac{OR}{OP} + \frac{PT}{PR} \cdot \frac{PR}{OP}$$

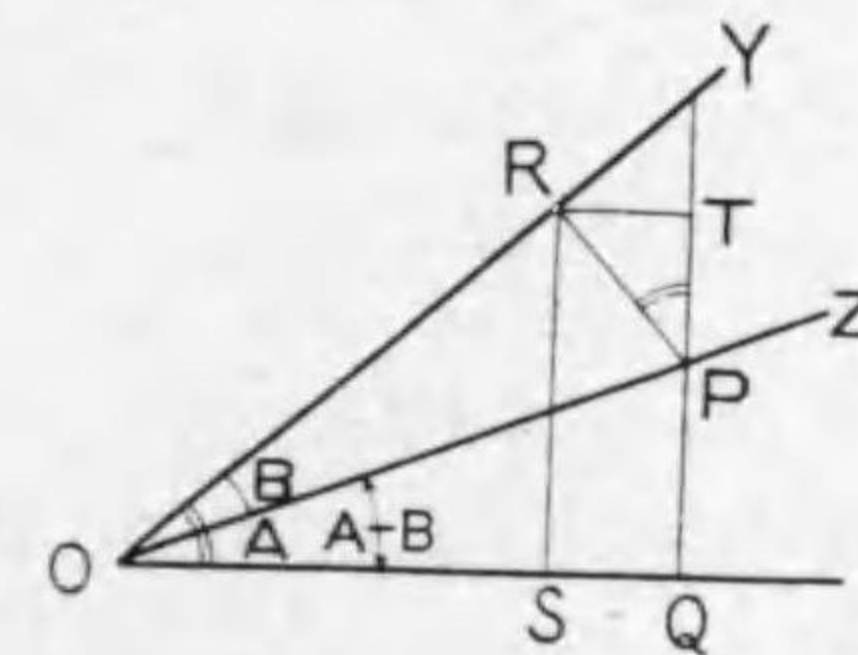
$$\cos(A+B) = \frac{OS}{OR} \cdot \frac{OR}{OP} - \frac{RT}{PR} \cdot \frac{PR}{OP} \quad \text{ヲ導ケ。}$$

上述ノ公式ニ於テ B ノ代リニ $-B$ ヲ代入スルコトニヨツテ次ノ公式ヲ求ムルコトヲ得。

$$\sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$$

$$\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$$

コレハ左ノ圖ニヨツテモ求ムルコトヲ得。



上述ノ公式ハ A, B, A+B

何レモ銳角ノ場合ノミニ

ツイテ證明ヲナセルモ、之

ラハ一般ノ角ニ於テモ成立スル。

問題

1. 次ノ公式ヲ證明セヨ。

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

$$\tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$$

- 2.
- $45^\circ, 30^\circ$
- ノ三角函數ヲ知ツテ
- $75^\circ, 15^\circ$
- ノ三角函數ヲ求メヨ。

3. 次ノ式ヲ導ケ。

$$\sin 2A = 2 \sin A \cos A$$

$$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$$

$$= 2 \cos^2 A - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 A$$

$$\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$$

4. 3ノ公式ヲ利用シテ
- $\sin 22^\circ 30' = \frac{1}{2} \sqrt{2 - \sqrt{2}}$

ナルコトヲ導ケ。 $\cos 22^\circ 30'$ ハ如何。

5. 次ノ式ヲ導ケ。

$$2 \sin A \cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B)$$

$$2 \cos A \sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B)$$

$$2 \cos A \cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B)$$

$$2 \sin A \sin B = \cos(A-B) - \cos(A+B)$$

上述ノ式ハ次ノ如クカクコトモ出來ル。如何

ナル變換ヲ行ヒタルヤ。

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

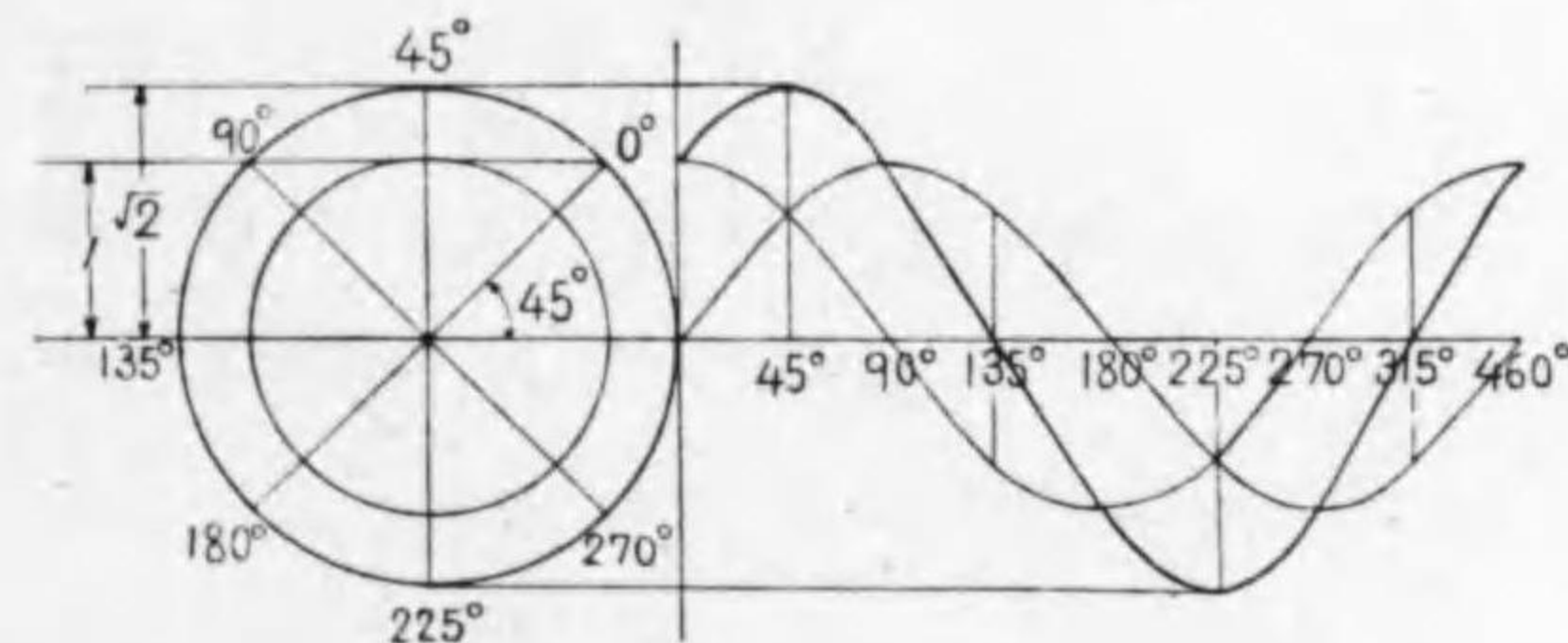
$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\beta - \alpha}{2}$$

6. 次ノ式ノ變化ヲ理解セヨ。

$$\sin x + \cos x = \sin x + \sin(90^\circ + x)$$

$$= \sqrt{2} \sin(x + 45^\circ)$$

76頁問4ノ如クシテ $\sin x + \cos x$ ノぐらふヲツクレ。コレガ $\sqrt{2} \sin(x + 45^\circ)$ ト一致スルコトヲ下ノ圖ニヨツテ理解セヨ。

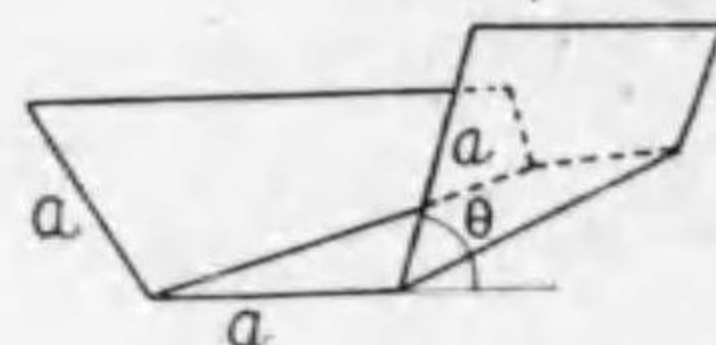


7. 次式ニテ表サレル函數ノぐらふヲ描キ,且
- x
- ガ如何ナル値ヲトルトキ最大又ハ最小トナルカヲ定メヨ。

(1) $\cos x + \sqrt{3} \sin x$ (2) $\sin(x+10^\circ) + \sin(x+70^\circ)$

(3) $\sin x \cos(x+30^\circ)$ (4) $\sin(45^\circ-x) \sin(45^\circ+x)$

8.



矩形ノ鉢力ガアル。コレヲ圖ノ如ク折リマゲテ切口ガ梯形ノトユラツクラウト思フ。折リマゲル

角 θ ガ何度ノ時最大容積ノ水ヲウケ得ルカ。

9. $\triangle ABC$ ノ三邊ヲ a, b, c トス。

(1) 正弦ノ法則ニヨリ $\frac{b-c}{b+c} = \frac{\sin B - \sin C}{\sin B + \sin C}$ ヲ導

キ、之ヨリ $\tan \frac{B-C}{2} = \frac{b-c}{b+c} \cot \frac{A}{2}$ ヲ導出セヨ。

$b=8, c=6, A=60^\circ$ ノ時 $\frac{B-C}{2}$ ヲ上式ヨリ求めヨ。

$\frac{B+C}{2}$ ハ如何。之ヨリ B, C ヲ求め得。

上式ハ二邊ト夾角ガ與ヘラレタ場合、他ノ二角ヲ求ムルニ用ヒラルルコトヲ理解セヨ。

(2) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ ① ヲヨリ

$\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}$ ($s = \frac{a+b+c}{2}$) ヲ導ケ。

(3) $\cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}$ ヲ導ケ。

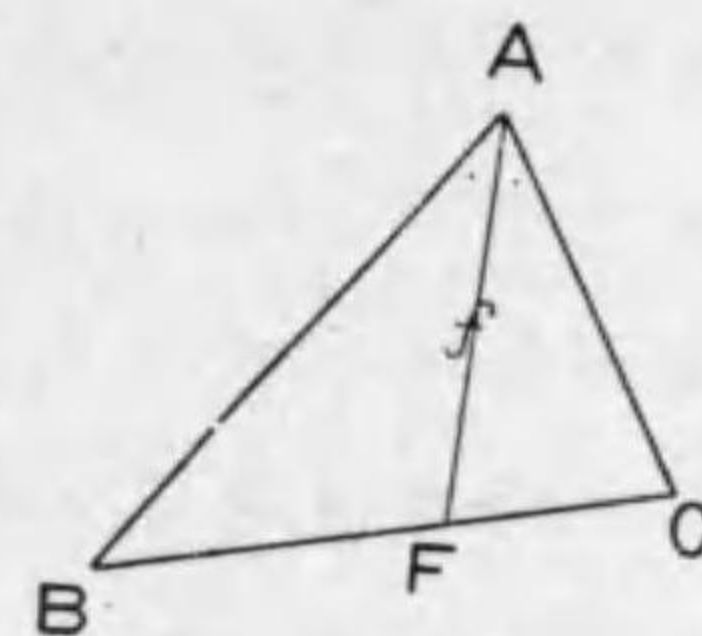
(4) 三角形ノ面積ヲ S トスレバ $S = \frac{1}{2} bc \sin A$

コレニ(2)(3)ヲ用ヒテ $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ヲ導ケ。

三邊ガ $73\text{cm}, 82\text{cm}, 91\text{cm}$ ナル三角形ノ各角ヲ求ム。

①ノ公式ニヨルト(2)(3)ニテ求め得タル公式ニヨルト得失如何。

10.



三角形 ABC ノ頂角 A ノ二等分線 AF ヲ f トス。

次ノ式ノ變化ガ理解出來ルカ。

$\triangle ABF + \triangle AFC = \triangle ABC$

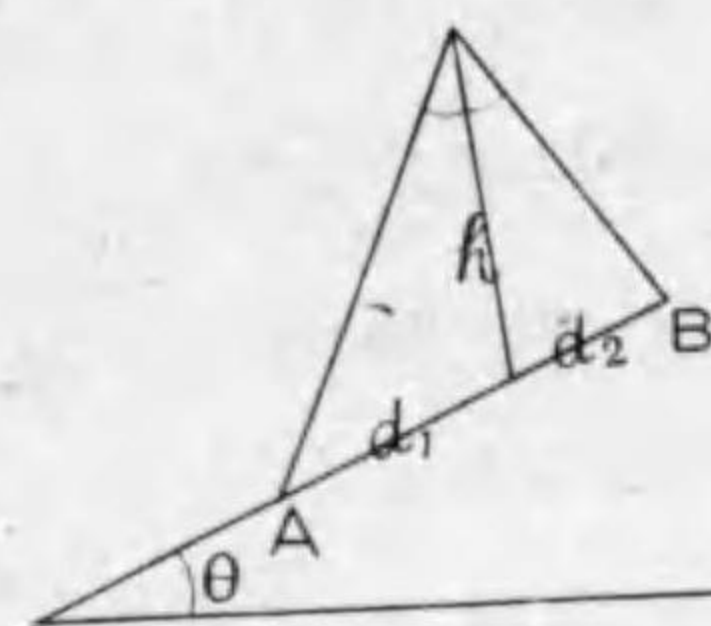
$\frac{1}{2} cf \sin \frac{A}{2} + \frac{1}{2} bf \sin \frac{A}{2} = \frac{1}{2} ab \sin A$

$f(b+c) = 2bc \cos \frac{A}{2}$

$f = \frac{2bc \cos \frac{A}{2}}{b+c} = \frac{2}{b+c} \sqrt{bcs(s-a)}$ ($s = \frac{a+b+c}{2}$)

同様ニシテ外角ノ二等分線ノ長サヲ求ム。

11.



或本ニ次ノ様ナ記事ガアツタ。

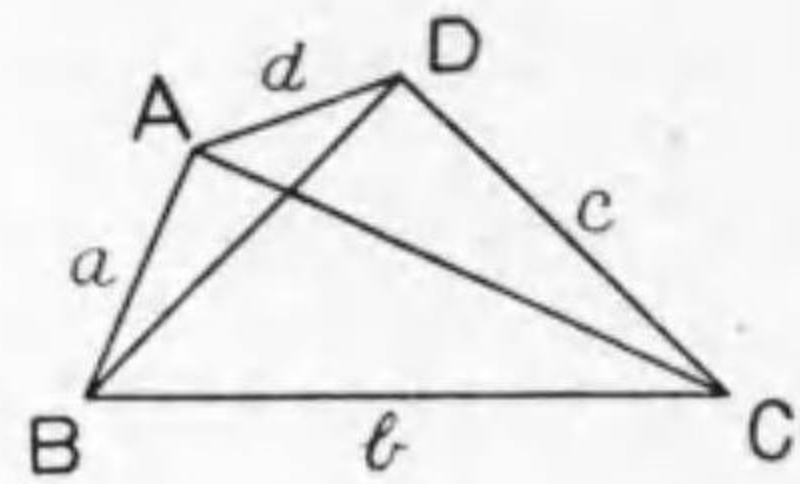
坂ノ途中ニ立ツテ腕ヲ斜下ニ出シ拇指ヲ通ジテ坂ノ下方ノ地點 A ヲ見ツ

メル。次ニ腕ノ角度ヲコノママ一定ニ保チナガラ體ヲマワシテ坂ノ上方ヲ同ジク拇指ヲ通ジテ見ツメテBナル地點ヲ定メル。而シテ兩足ノ中央ヨリAマデノ距離 d_1 及ビBマデノ距離 d_2 ヲ測ル。足カラ眼マデノ高サヲ h トスルト、坂ノ勾配 θ ハ

$$\sin \theta = \frac{h(d_1 - d_2)}{2d_1d_2} \quad \text{ノ公式ニヨツテ求メラル。}$$

コノ公式ヲ證明セヨ。

12. 次ノ式ノ變化ノ理由ガ述べラレルカ。



圖ニ示ス四邊形ノ面積ヲ S トスレバ

$$4S = 2ad \sin A + 2bc \sin C$$

$$\text{又 } a^2 + d^2 - 2ab \cos A$$

$$= b^2 + c^2 - 2bc \cos C$$

$$\text{從ツテ } a^2 + d^2 - b^2 - c^2 = 2ab \cos A - 2bc \cos C$$

$$\text{依テ } 16S^2 + (a^2 + d^2 - b^2 - c^2)^2$$

$$= 4a^2d^2 + 4b^2c^2 - 8abcd \cos(A+C)$$

$$= (2ad + 2bc)^2 - 16abcd \cos^2 \frac{A+C}{2}$$

$$\therefore S^2 = (s-a)(s-b)(s-c)(s-d) - abcd \cos^2 \frac{A+C}{2}$$

$$\text{但 } s = \frac{1}{2}(a+b+c+d)$$

四邊形ガ圓ニ内接スル時ハ如何。

第五章 場合ノ數

17. 順列

[小算三上]教師用書36頁ニ次ノ様ニノベテアル。
「被加數,加數共ニ何十トイフ數デ,和ガ百何十トイフ數ニナルノハ全體デ36通ノ場合ガアル。

何十何ニ何十ヲ足シテ,和ガ百何又ハ百何十何トイフ數ニナル計算デハ,十ノ位ダケナラバ場合ノ數ガ45通リアルガ被加數ノ1ノ位ニハ1カラ9マデノ數ガツキ,加數ノ一ノ位ニハ零ガツクノデアアルカラ $45 \times 9 = 405$ 通アル。」

上述ノ場合ノ數ノ計算ノ理由ガ説明出來ルカ。コノ事ハ被加數ト加數トヲ並べルナラベ方ガ何通リアルカトイフ問題ト同ジデアアル。

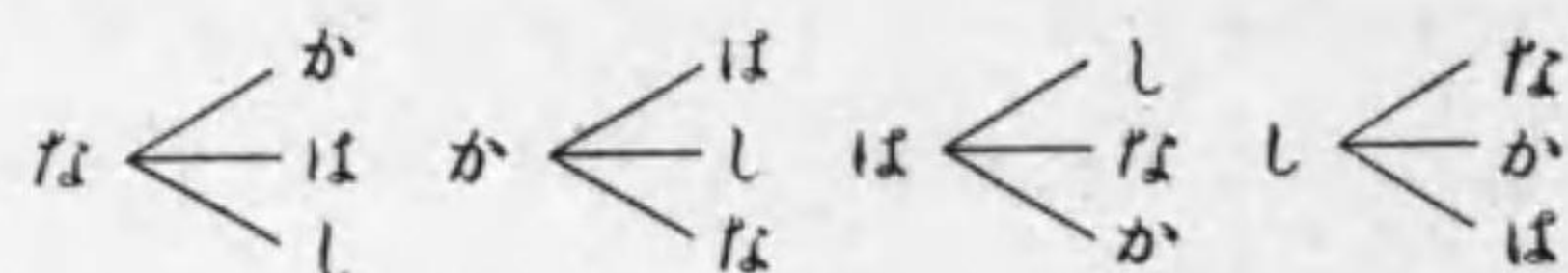
ナラベ方ノ場合ノ數ヲシラベル時,ナラベラレタ物ヲ順列トイフ。

[小算五上]81頁ニ「な,か,は,しノ四ツノ字ノ中ニツヅツヲ取ツテ言葉ヲツクレ,幾通りノ言葉ガ出來ルカ。」トイフ問題ガアル。

コレハ四字ヨリ二字ヲ選ンデツクル順列ノ中言葉ヲナスモノヲ選ブ問題デアアル。

四字ヨリ二字ヲ選ンデツクル順列ノ數ヲ求メルニハ次ノ様ニ考ヘル。

二字デツクルノダカラ最初ニクル文字ハな,か,は,しノ四通リアル。なが最初ニ來タ時ソノ次ニクルモノハか,は,しノ三通デアル。かが最初ニ來テモノ次ニハ三通ノ場合ガアル。他ノ場合モ同様デアルカラ,順列ノ數ハスベテデ $4 \times 3 = 12$ デアル。



3, 4, 5, 6, 7ノ五コノ數字ヨリ五桁ノ數字ガ何通り出來ルカ。トイフ問題ヲ考ヘテミル。

コレハ五コノモノヨリ3コ選ンダ順列ノ數ヲ求メル問題ニナル。

3コ選ンデ並ベルノデアルガ,最初ニオクノハ3, 4, 5, 6, 7ノ何レデモヨイカラ5通ノ場合ガアル。3ヲ百位ノ數トシタ場合ニハ十位ニハ4, 5, 6, 7ノ何レデモイ、カラ4通リアル。他ノ數ガ百位ニ來タ場合モ,ソレゾレ十位ニ數ヲオクオキ方ハ4通デアル。ダカラ百位ト十位トデハ場合ノ數ハ 4×3 通アル。ソノ各ノ場合ニツキ例ヘバ百位ガ3,十位ガ

4ノ時一位ニハ3通ノ數ノオキ方ガアルカラ,スベテノ順列ノ數ハ $5 \times 4 \times 3 = 60$ 60通デアル。

次ノ表ニヨリ $5 \times 4 \times 3$ ノ理由ヲ理解セヨ。

$$\begin{cases} 345 & 353 & 364 & 374 \\ 346 & 356 & 365 & 375 \\ 347 & 357 & 367 & 376 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 435 & 453 & 463 & 473 \\ 436 & 456 & 465 & 475 \\ 437 & 457 & 467 & 476 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 534 & 543 & 563 & 573 \\ 536 & 546 & 564 & 574 \\ 537 & 547 & 567 & 576 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 634 & 643 & 653 & 673 \\ 635 & 645 & 654 & 674 \\ 637 & 647 & 657 & 675 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 734 & 743 & 753 & 763 \\ 735 & 745 & 754 & 764 \\ 736 & 746 & 756 & 765 \end{cases}$$

上述ノ問題デハ334ノ如ク同一順列ノ中ニ同一ノモノヲ重複シテ用ヒルコトヲシナイ場合ノ例デアル。

相異ナル5個ノモノヨリ重複ヲ許サズ3個ヲ選ンデ並ベル順列ノ數ヲアラハスニ ${}_5P_3$ ナル記號ヲ用ヒル。

問 1. ${}_4P_2$ トハ如何ナル意味カ。

問 2. 3, 4, 5, 6, 7 種類ノ數ヨリ三桁ノ數ヲツクルニ重複ヲ許ストスレバ何個ノ數ガアルカ。

問 題

- 1, 2, 3 ノ三ツノ數字ガアリマス。コノ數字ヲツカツテ、一桁ノ數、二桁ノ數、三桁ノ數ヲツクルトミンナデ、幾通り出來ルデセウ。〔小算四下 93 頁〕
- 0, 1, 2, 3 ノ數字ヲ用ヒテ三位ノ數ガ何組出來ルカ。
- 犬, サル, キジノ三匹ガセマイ一本道ヲナランデ歩イテキマス。カハリバンニ、先ニナツタリ、マン中ニナツタリ、後ニナツタリシテ行キマス。ナラビ方ハイク通リアルデセウ。
犬, サル, キジノ三匹ガ歩イテ行クト、四ツ角へ出マシタ。三匹ハソコデワカレテ別々ノ道ヲトツテ進ムコトニナリマシタ。道ノトリ方ハ幾通リアルデセウ。〔小算三下〕48 頁
- 梅, 桃, 櫻, 椿ノ四本ヲ庭ノ四スミニ一本ツツ植エタイト思ヒマス。木ヲ植エル場所ノエラビ方ハイク通リアルデセウ。〔小算四上〕96 頁
- 二十ノ驛ノアル鐵道會社ハ何通ノ切符ヲ用意

セネバナラヌカ。

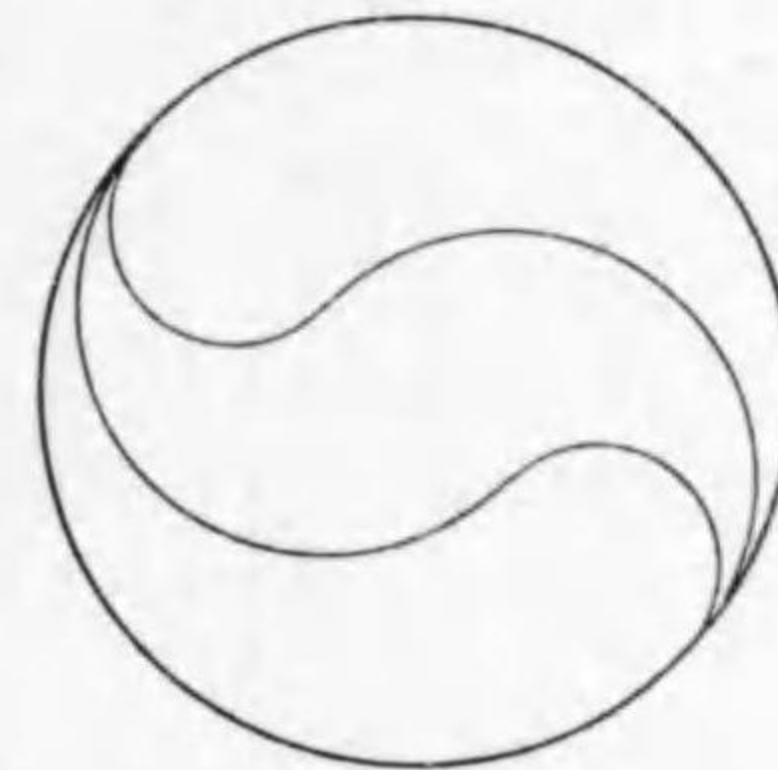
$${}_n P_r = n(n-1)(n-2)(n-3)\cdots(n-r+1)$$

ナルコトヲ理解セヨ。

$${}_n P_n = n(n-1)(n-2)\cdots 3, 2, 1$$

$n(n-1)(n-2)\cdots 3, 2, 1$ ヲ n ノ階乗トイヒ、 $n!$ 又ハ n トカク。

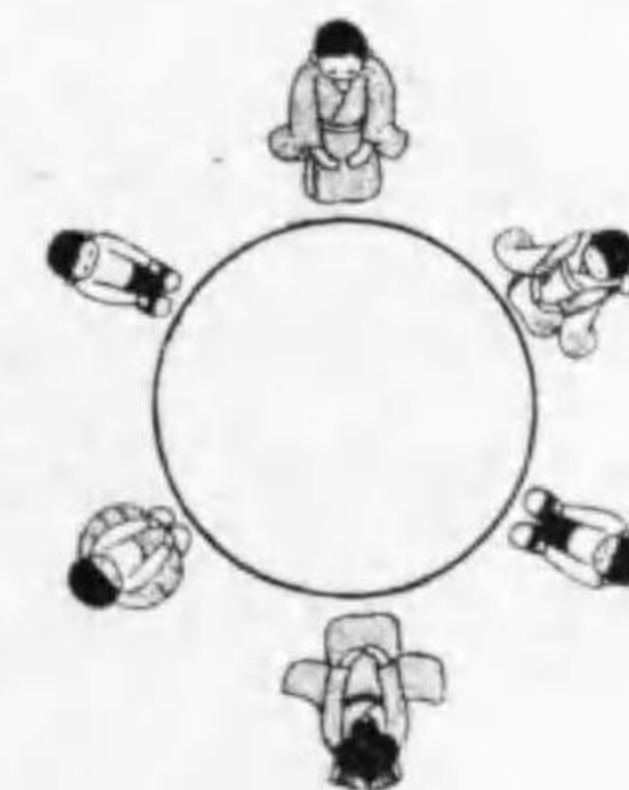
7. 右ノヤウナ圖ヲカイテミヨ。三ツニ仕切ラレタ部分ノ面積ヲ比べヨ。コノ三ツノ部分ヲ三色デヌリ分ケヨウト思フ。クレヨンハ赤, 青, 黄, 綠ノ四通リガアル。幾通りノヌリ方ガアルカ。



8. 青, 黄, 赤, 白ノ四枚ノ旗デ何通りノ信號ガ出來ルカ。

青, 黄, 赤, 白ノ四種類ノ旗デ何通り信號ガ出來ルカ。

9. 父母ト兄弟四人トガ圓イ机ヲカコムノニ、父母ハ向ヒアツタ席ニツイタ。兄弟四人ノ並ビ方ハ幾通アルカ。



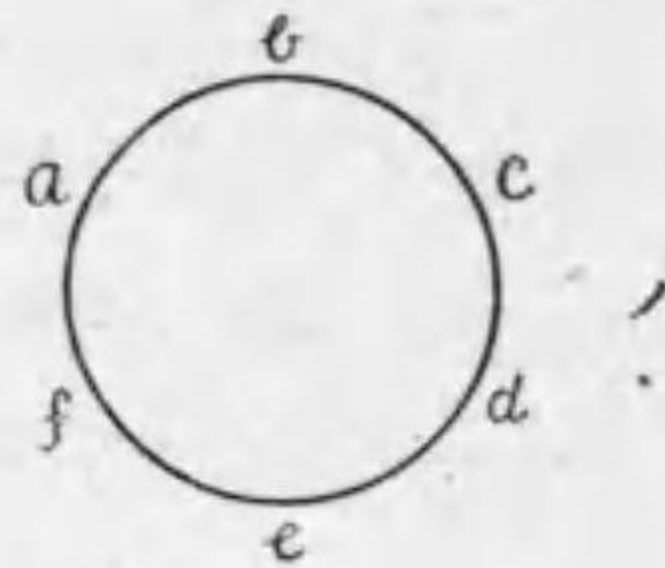
大キイ男ノ子ハ父親ノソバニ,小サイ女ノ子ハ母親ノソバニツクモノトスレバ如何。

父ト母ト四人ノ子トガ特別ノキマリナシニ圓イ机ニツク方法ガ何通リアルカラ考ヘテミル。

父ト母ト四人ノ子トガ一直線上ニナラフ場合ノ數ハ ${}_6P_6$ デアル。シカシコレガ圓イ机ニツク時ハ

$$\left. \begin{array}{l} abcdef \\ bcdefa \\ cdefab \\ defabc \\ efabcd \\ fabcde \end{array} \right\}$$

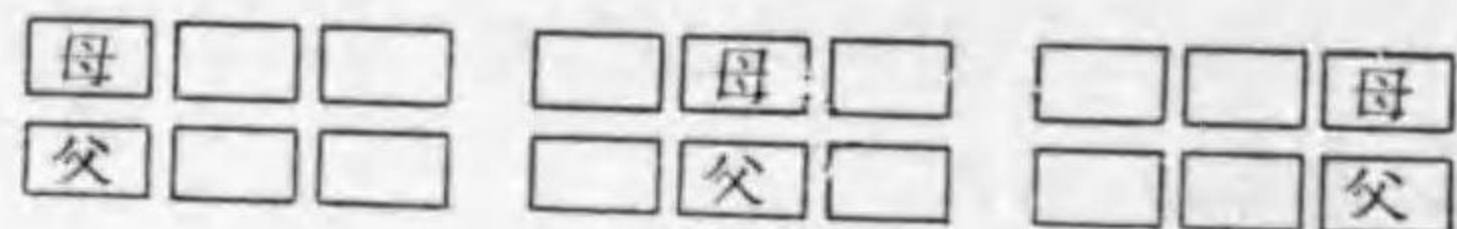
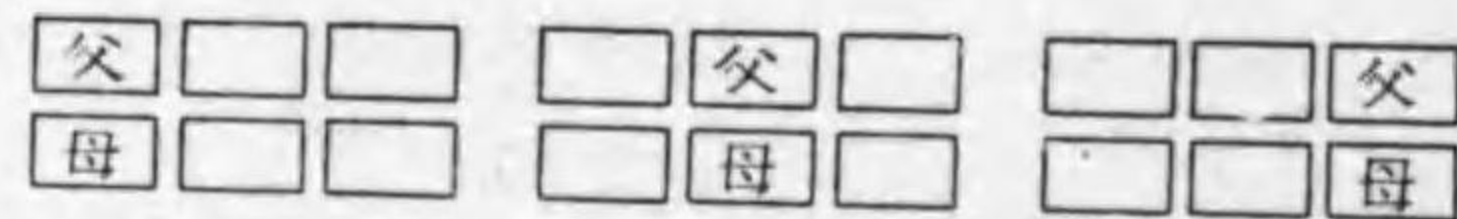
ノ六通ノ順列ガ



一ツニナルカラ,順列ノ數ハ $\frac{{}_6P_6}{6}$ トナル。

六人ノ者ガ三人宛二列ニナラフ方法ハ何通リアルカ。若シ父ト母トガ向ヒアハセニナルトスレバドウナルカ。

父ト母トガ向ヒアハセニスワルノハ



ノ6通デ各ノ場合ニ子供ガナラフ方法ガ4!アルカラミナデ $6 \times 4! = 144$ 通デアル。

點字一覽

あ	か	さ	た	な	は	ま	や	ら	わ	ん
い	き	し	ち	に	ひ	み		り	み	
う	く	す	つ	ぬ	ふ	む	ゆ	る		
え	け	せ	て	ね	へ	め		れ	ゑ	
お	こ	そ	と	の	ほ	も	よ	ろ	を	

上述ノ點字ハ●ト・トヲ合セテ六コ用ヒタ順列ノ中適當ナモノヲ選ンデツクツタ五十音圖デアル。

●ト・ト合セテ6個用フルト何通りノ記號ヲアラハスコトガ出來ルカ考ヘテミル。

●一個ト・5個トヲ用ヒテツクル順列ノ數ハ6デアル。

●二個ト・4個トヲ用ヒテツクル順列ノ數ハ次ノ様ニ考ヘル。

A, B, c, d, e, fヲ三ツツ二列ニ並ベル方法ハ ${}_6P_6$

ソノ中 $A=B$ トスレバ $\begin{matrix} cd \\ Ae \\ Bf \end{matrix}$ モ $\begin{matrix} cd \\ Be \\ Af \end{matrix}$ モ同ジニナルカラ

順列ノ數ハ $\frac{{}_6P_6}{2}$ トナル。ナホ $c=d=e=f$ トナレバ

$\begin{matrix} Ad & Ad & Af \\ Ae & Af & Ad \\ cf & ce & ce \end{matrix}$
 ……等 ${}_4P_4$ ノ順列ハスベテ同ジニナ

ルカラ、順列ノ數ハ $\frac{{}_6P_6}{2 \times {}_4P_4}$ トナル。

A, B ガ共ニ●ニ、 c, d, e, f ガ・ニナツタ場合ガ●
 二個、・4個ヲ用ヒル順列ニナルカラソノ數ハ

$$\frac{{}_6P_6}{{}_4P_4 \times 2} = 15 \text{ デアル。}$$

同様に他ノ場合モ考察シテミヨ。一般ニ

n 個ノ物ノ中 p 個、 q 個ハ同ジデ他ハスベテ異ル
 場合コノ n 個ノモノヲトツテツクレル順列ノ數ハ
 $\frac{n!}{p!q!}$ デアル。

18. 組合セ

上述ノ問題ハ又次ノヤウニ考ヘルコトガ出來ル。

例ヘバ●二個・4個ヲ並ベルニハ六個ノ並ビニ
 $\begin{matrix} \textcircled{1} & \textcircled{4} \\ \textcircled{2} & \textcircled{5} \\ \textcircled{3} & \textcircled{6} \end{matrix}$

ノ如ク番號ヲ附シ、別ニ1ヨリ6マデノ番號ノカー
 ドヲツクリ、ソノカードヨリ2枚ヲ選ンデソノ二枚
 ガ示ス番號ノトコロニ●ヲ、他ニハ・ヲツケレバヨ
 イ。

シタガツテソノ順列ノ數ハ6枚ノカードヨリ2
 枚ヲ選ビ出ス方法ノ數ト同ジデ次ノ15通アル。

1, 2; 1, 3; 1, 4; 1, 5; 1, 6

2, 3; 2, 4; 2, 5; 2, 6

3, 4; 3, 5; 3, 6

4, 5; 4, 6

5, 6

同様にシテ●3個、・3個ヲ並ベル方法ノ數ハ6
 コヨリ3コヲ選ビ出ス方法ノ數ト同ジデアル。

選ビ出シタ物ヲ組合セトイフ。

相異なる6個ノモノヨリ3箇選ビ出ス組合セノ
 數ヲアラハスニ ${}_6C_3$ トシルス。

${}_6C_3 = 20$ デアル。各自ハ實際試ミテミヨ。

${}_6C_3 = \frac{{}_6P_3}{{}_3P_3}$ デアルガソノ理由ヲ考ヘヨ。

同様に他ノ場合モ研究シ●ト・ト合セテ六個用
 ヒテ出來ル記號ノ數ヲ計算セヨ。

一般ニ

$${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{{}_rP_r} = \frac{n(n-1)\cdots(n-r+1)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

問 電信ノモールス信號ヲ順列組合セノ考ヘ方
 デ研究セヨ。

問 題

1. 山本、木村、田中、小川ノ四人ハスマフヲトラウト
 相談シテ直徑3米60cmノ土俵ヲ作りマシタ。

ソレカラ誰モ一ペンヅツ顔ガアフヤウニ組合

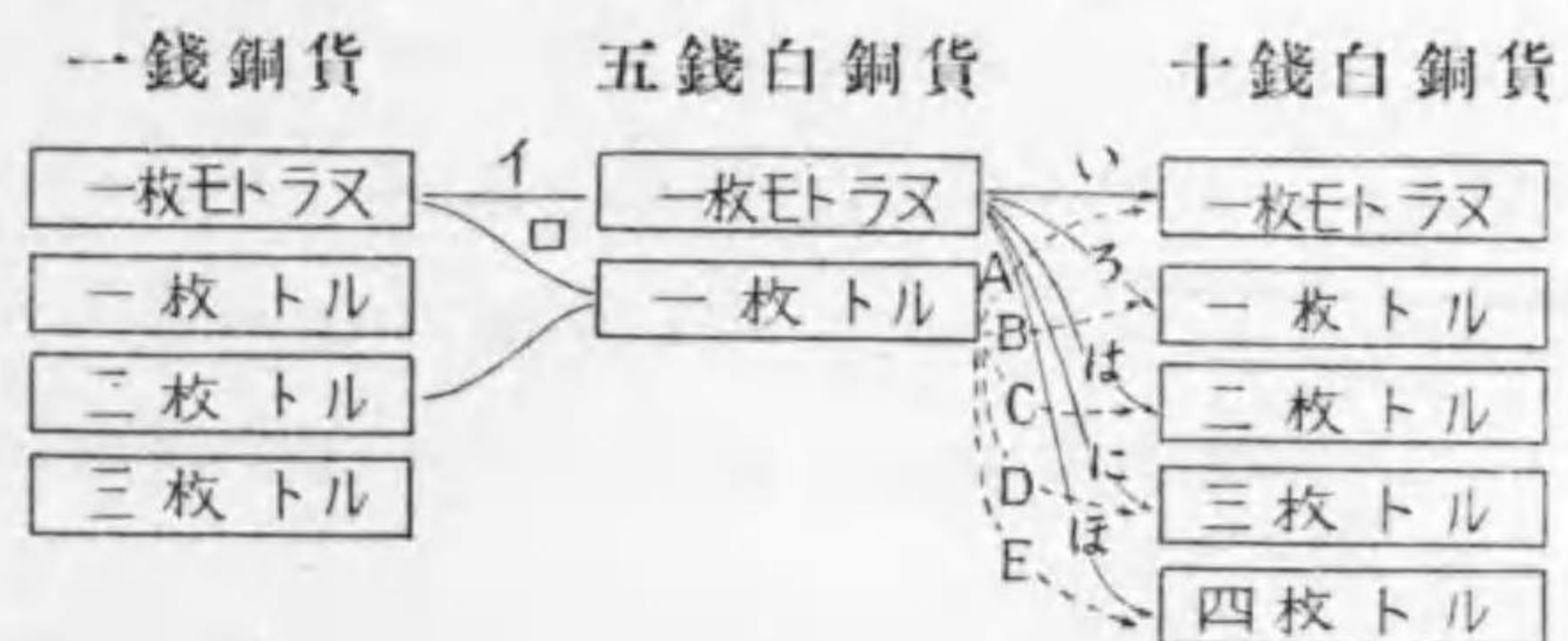
セラツクリマシタ。ドンナ組合セガ出来タデセウ。ソコヘ大石ガ來タノデ仲間ニ入レマシタ。組合セノ數ハイクツニナツタデセウ。

[小算五下]90頁

2. 甲乙丙丁戊ノ五人ガ町ヘ行クノニ三人ハ乗合自動車ニノリ,二人ハ歩クコトニナツタ。自動車ニノル者ト歩ク者トノ分ケ方ハ何通リアルカ。
3. ${}_n C_r = {}_n C_{n-r}$ フ證セヨ。
4. 何レノ三點モ同一直線上ニナイ7個ノ點ガアル時,コレラノ點ヲ頂點トスル三角形ノ數ハ何程カ。7個ノ點ノ中4個ガ一直線上ニアル時ハ如何。コノ時二點ヲ結ブ直線ハ何本アルカ。
5. n 多角形ノ對角線ノ數ヲ組合セノ考ヨリ導ケ。
6. 30人ノ組ヨリ5人ノ委員ヲ選ブ方法ハ何通リアルカ。30人ノ中ノアル特定ノ一人ハ必ズソノ委員ニ加ハルトスレバ如何。ソノ特定ノ人ハ委員ニ加ハツテハナラヌトスレバ如何。
7. ${}_n C_r = {}_{n-1} C_r + {}_{n-1} C_{r-1}$ フ證セヨ。
8. 一錢銅貨3枚,五錢白銅貨1枚,十錢白銅貨4枚デナシ得ル支拂ノ數ハ

$$(3+1)(1+1)(4+1)-1 \quad \text{デアル。}$$

次ノ表ニヨツテソノ理由ヲ理解セヨ。



(イ,ろ), (イ,は)……ノ如クトレバ十錢,二十錢,……ノ支拂トナリ, (ロ,A), (ロ,B), ……ノ如クスレバ五錢,十五錢ノ支拂トナル。

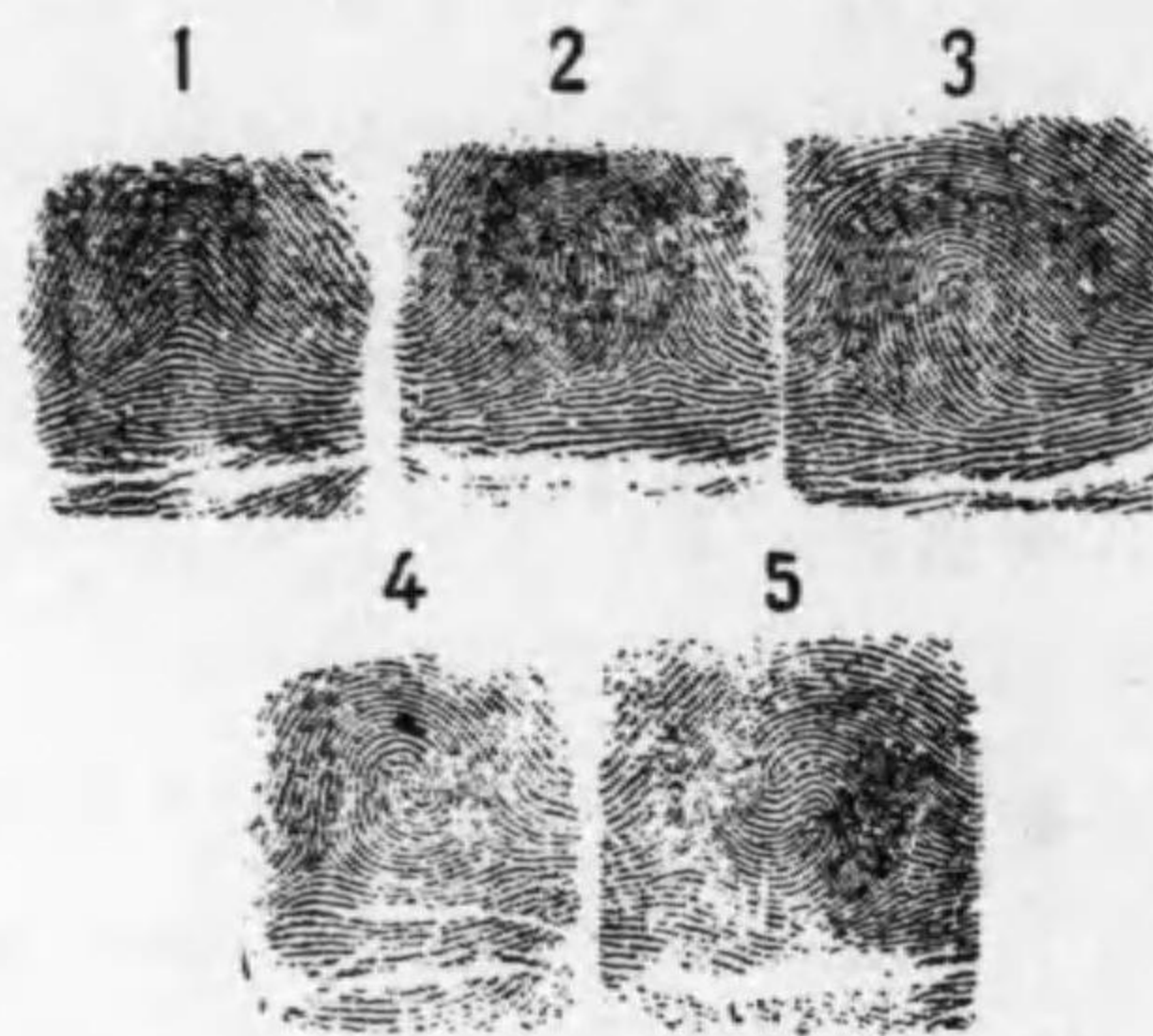
9. 上ノ問題デ五錢白銅貨ガ二枚アル時ハ如何。
10. $a^3 b^4 c$ ノ約數ハ何個アルカ。
11. 36ノ約數ハ何個アルカ。
12. 92頁デ考ヘタ●ト・ト合計6個用ヒテツクル記號ノ數ガ何コアルカノ計算ヲ問8ノ如ク考ヘル方法デナセバ如何。
13. 將棋ノコマノ金將三枚一シヨニフツタトキニ出ル表ト裏トノ組合セラ調ベヨ。[小算五下]77頁表ヲ a , 裏ヲ b トシ $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ ニ於テ a^3 ハ三枚トモ表バカリ, a^2b ハ二枚ハ表一枚ハ裏デアアル場合ニナル。從ツテソノ項數ガ組合セノ數ニナルコトヲ理解セヨ。 a^2b ノ係數ハ表ガ

二枚裏ガ一枚デアル場合ノ數即 ${}_3C_1$ ニナツテキ
ルコトヲタシカメヨ。

14. 將棋ノコマノ金將四枚ヲ一シヨニフツタトキ
ニ出ル表ト裏トノ組合ハセヲ調ベヨ。

ドンナ場合ガ出ヤスクテ、ドンナ場合ガ出ニク
イカ。

15.



指頭ニハ左
圖ノ五ツノ型
ノ條紋ガアル。
人ノ指紋ノ様
式ヲアラハス
ニハ左手ノ小
指ヨリ始メ右
手ノ拇指ニ至
リ右手ノ小指

ニ終ツテ 4, 4, 3, 2, 2, 1, 5, 4, 2, 2 ノ如クシルスト
ス。コノ方法ニヨレバ何人ノ人ヲ指紋ニヨリ區
別スルコトガ出來ルカ。

昔ノ順列組合 江戸時代ノ數學者ハ順列組合セ
ノコトヲ變數トヨンデキタ。

(イ) 長谷川寛著ノ算法新書ニハ次ノ如キ問題ガ

出テキル。

五色ヲ以テ旗ヲ染ルアリ。旗毎ニ三色ナリ。
各色上下取交ヘ其品々ヲ染メツクス。旗數何
程ト問フ。

(ロ) 算法童子問ヨリ



















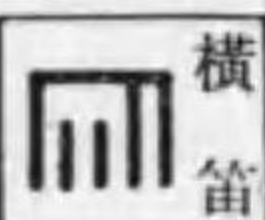









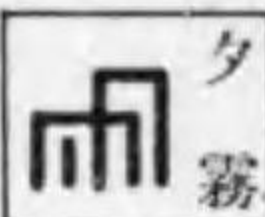




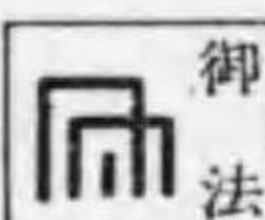



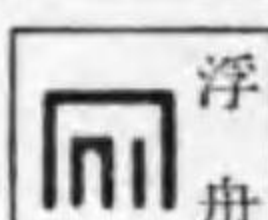
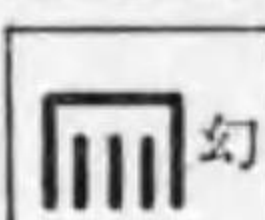



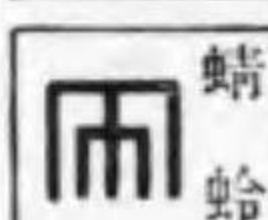
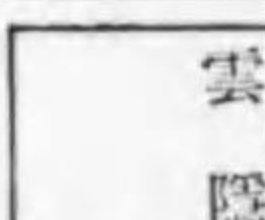




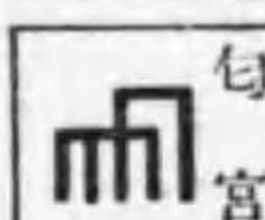



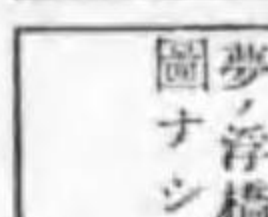




算法童子問卷之一





一 花ヲ賣事

大原のさとより出てはなをうる女あり桃柳さくらつばきの四種のはなを
三種づつえらみ毎日一種をとりかへみやこの町をうりあるきしにころは
彌生三日ある人その日の三種桃柳椿を買ぬそのよく日きのふの花をけふ
も買べしといへば女のいはくけふは桃はなくして柳さくら椿なりきのふ
の三種は又ぞや来る七日にうりまいらすべしと答へし

これは花四種のうち毎日一種づつ取かへ三種となしてうる時はすべて
四色にかはりて三日より六日までにうりつくせばまた七日めにはも
との三種にかへる也

(ハ) 源氏香圖

 竹河	 若菜上	 初音	 須磨	 桐ナシ壺
 橋姫	 若菜下	 胡蝶	 明石	 帚木
 椎本	 柏木	 螢	 潘標	 空蟬
 總角	 横笛	 常夏	 蓬生	 夕顔
 早蕨	 鈴蟲	 篝火	 關屋	 若紫
 宿木	 夕霧	 野分	 繪合	 末摘花
 東屋	 御法	 御幸	 松風	 紅葉賀
 浮舟	 幻	 藤袴	 薄雲	 花宴
 蜻蛉	 雲隱	 眞木柱	 槿	 葵
 手習	 匂宮	 梅枝	 少女	 賢木
 夢ノ浮橋	 紅梅	 藤裏葉	 玉鬘	 花散里

室町時代ニ行ハレタ源氏香トイフ勝負事ガアル。香ヲ五種類炷イテ、ソノ異同ヲキキワケル競技デ、五ツガ共ニ同ジデアツタナラバ  トシルシ、第二ト第三トガ同ジデ他ガ異フ時ニハ  トシルシテ之ニ源氏物語ノ五十四帖ノ内最初ト最後トヲ除ク名ヲ附シタ。例ヘバ  ハ手習、 ハ夕顔トイフ如シ。コレヲ源氏香圖トイフタ。

源氏香圖ヲ順列組合ノ考ヘデ研究セヨ。

19. 確率

袋ノ中ニ白球ガ4、黒球ガ5アル。ソノ中ヨリ2個ヲトリ出ス時

二ツトモ白球デアル場合ノ數ハ6

一ツハ白、一ツハ黒デアル場合ノ數ハ20

二ツトモ黒球デアル場合ノ數ハ10デアル。

從ツテコノ袋カラ二個ノ球ヲ出ス時ハ白黒デアル場合ガ一番多イコトガワカル。

コノ時二ツ共白球デアルコトヲ期待シ得ル割合又ハ二ツトモ白球デアルコトガ確カデアル度合ハ $\frac{6}{36}$ デアル。コレヲ二ツ共白球デアル確率ト呼ブ。

問 1. 白、黒デアル確率ハ如何。

問 2. 將棋ノ金將四枚ヲフツテ表バカリデア
ル場合,表 3,裏 1 デアル場合等ノ確率ヲ計算セ
ヨ。

確率ノ定義

一ノ原因ノ結果トシテスベテデ n 個ノ事象ガ起
ル。ソノ中 A ノ事象ノ起ル場合ガ a デアル時, A ノ
事象ノ起ル確率ハ $\frac{a}{n}$ デアルトイフ。

問 總數一萬本ノ籤ガアル。ソノ中當リ籤,一等
ハ 1 本,二等ハ 5 本,三等ハ 30 本アル。コノ時
各等ノ當リ籤ノ確率ヲ求ム。又當リ籤デア
ル確率ハ如何。

或人ガ骰子ヲ投ゲテ次ノ如キ實驗ノ結果ヲ得タ。

N 投ノテ回数 (實驗回数)	100	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000	10000
$\frac{a}{N}$ 一ノ目ノ出テ回数 實驗回数	0.130	0.162	0.158	0.164	0.168	0.165	0.164	0.162	0.163	0.163	0.163

之ニヨルト $\frac{a}{N}$ ハ N ヲ多クスルト次第ニ一定ノ
價ニ接近シテユクコトガワカル。コノ場合ハソノ
價ハ 0.163 ニ近イ數デアル。

コノ一定ノ値ヲ 1 ノ目ノ出ル確率トヨブ。

從ツテ 0.163 ハソノ確率ノ近似値デアル。

問 理論的ニ言ヘバ骰子デ 1 ノ目ノ出ル確率ハ

如何。

上述ノ實驗又ハ觀察ノ極限ノ値トシテ出シタ確
率ヲ經驗的確率又ハ統計的確率トイヒ,前述ノ理論
的ニ出シタ確率トイフノヲ先驗的確率又ハ數學的
確率トヨブ。

前述ノ骰子ノ場合先驗的確率ト經驗的確率トハ
一致シナイヤウダガ,同上ノ如キ實驗ヲ各種ノ骰子
ニツイテ回数ヲ多クシテユケバ一致スルデアラウ
ト考ヘルコトガ出來ル。

先驗的確率ハ抽象的ナ一般的ナ場合ノ問題デ,骰
子ノ例デ言ヘバ各條件ガ理想的ナ場合ノ確率デア
ル。

經驗的確率ハ前ノ例デ言ヘバ,ソノ實驗ニ用ヒタ
骰子ノ確率デアツテ具體的ナ個別的ナ意味ヲモツ
モノデアル。

經驗的確率ノ場合ハソノ概數ヲ以テ確率トヨブ場合ガ
多イ。

タトヘバ骰子ヲ一萬回フツテ一ノ目ガ 1625 回出タ時
0.1625 ハ確率ノ近似値デアルガ普通確率トヨンデキル。

問 1. 或人ガ甲乙二個ノ骰子ヲ二萬回投ジテ得
タ實驗ノ結果ハ次ノ通りデアツタ。

甲乙共ニ 1 ノ目ノ出テ回数

547

甲ガ1デ乙ガ一以外ノ目ノ出タ回数 2860

甲ガ1以外ノ目デ乙ガ一デアツタ回数 2799

甲乙共ニ1以外ノ目ノ出タ回数 13794

コレニヨツテ各ノ場合ノ確率ヲ計算シ且
數學的確率トノ差異ヲシラベヨ。

問2. 次ノ統計表ヨリ出産スル子供ガ男子デア
ル確率ヲ求ム。(單位千人)

年次	7	8	9	10	11	12
男子	1050	1012	981	1060	1017	1060
女子	999	970	940	1006	968	1009

出産ニテハ男カ女カノ何レカデアアルカラ
男ノ生レル確率ハ $\frac{1}{2}$ デアルトスル考ヘ方ト
上ノ結果トヲ比較セヨ。

問3. 或事象ノ起ル確率ガ1デアルトイフ意味
如何。

確率ノ加法

袋ノ中ニ白球ガ4, 黒球ガ5, 赤球ガ6アル時ニ,
一球ヲ出シ,ソレガ白デアアル確率,黒デアアル確率,白又ハ
黒デアアル確率ヲ計算セヨ。

コノ問題デ白ガ出ル時ハ黒ハ出ナイ。即兩者ハ

兩立シナイデ互ニ排反スル。カカル場合コレラノ
事象ヲ排反事象トヨブ。

骰子一個ヲ投ジテ1ノ目ノ出ルコト2ノ目ノ出
ルコト3ノ目ノ出ルコトハ互ニ排反デアアル。

問1. 1, 2, 3ノ各ノ目ノ出ル確率及ビ1カ2カ
3カガ出ル確率ヲ求ム。

問2. 1骰子ヲ投ジテ3デ割リ切レル數ノ出ル
コトハ偶數ノ目ガ出ルコトトハ互ニ排反デ
アルカ。

各ノ場合ノ確率ト,3デワレテモヨイ又偶
數ノ目デモヨイ確率ヲ求ム。

排反事象 $E_1, E_2, E_3, \dots, E_n$ ガアツテコレラ
ノ生起スル確率ガ $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ デアル場
合,コレラノ中ノ何レカガ起ル確率ハ
 $P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n$ デアル。

ソノ理由ハ次ノ如ク考ヘレバヨイ。

總テノ場合ノ數ヲ n トスレバ, E_1 ノ起ル確率ハ
 P_1 デアルカラ n 回ノ中ニハ nP_1 回起ル。同様ニ E_2
ハ nP_2 回, E_3 ハ nP_3 回ニシテ他モ同様ナリ。而シテ
コレラノ事象ハ互ニ排反デアアルカラ,コレラノ事柄
ノ何レカガ起ル場合ハ $(nP_1 + nP_2 + \dots + nP_n)$ 回デアアル。

從ツテソノ確率ハ $P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n$ デアルトイヘル。

確率ノ乗法

二ツ以上ノ事象ガアツテ、ソノ各ノ起ル確率ガ他ノ事象ノ起ルト否トニ影響サレナイ場合、ソレラノ事象ハ互ニ獨立デアルトイヒ、簡單ニ獨立事象トヨブ。

サウデナイ場合ニハ互ニ從屬デアル、又ハ從屬事象トヨブ。

甲乙二ツノ骰子ヲ投ゲテ甲ガ1ノ目ヲ出スコトト乙ガ6ノ目ヲ出スコトトハ互ニ獨立デアル。

コノ場合甲ガ1ノ目ヲ、乙ガ6ノ目ヲ出ス確率ハ $\frac{1}{36}$ デアルガコレハ甲ガ1ノ目ヲ出ス確率ト乙ガ6ノ目ヲ出ス確率トノ積ニナツテキル。

一ツノ袋ノ中ニ白球5個赤球3個ヲ入レテ一球ヲ出シ、ソレガ白デアルコトトソノ球ヲ袋ニカヘサナイデ又一球ヲ取り出シテソレガ赤デアルコトトハ從屬デアル。

コノ際コノ袋ノ中カラツヅイテ二球ヲ出シ先ヅ白デ次ニ赤デアルコトノ確率ヲ求メ、ソレガ最初ノ一球ガ白デアル確率ト次ノ一球ガ赤デアル確率ト

ノ積ニナツテキルコトヲタシカメヨ。

$E_1, E_2, E_3, \dots, E_n$ ヲ互ニ獨立ナル事象トシソノ確率ヲ $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ トスレバコレラノ事象ガ悉ク起ル確率ハコレラ確率ノ積 $P_1 P_2 P_3 \dots P_n$ デアル。

$E_1, E_2, E_3, \dots, E_n$ ガ從屬事象デ、 E_1 ノ起ル確率ガ P_1 、 E_1 ガ起ツタ時 E_2 ノ起ル確率ガ P_2 、 E_1, E_2 ガ起ツタ場合ニ E_3 ガ起ル確率ガ P_3, \dots デアル時、 $E_1 E_2, E_3, \dots, E_n$ ガ相次デ起ル確率ハ $P_1 P_2 P_3 \dots P_n$ デアル。

問題

1. 袋ノ中ニ三個ノ白球ト四個ノ黒球トガアツテ、一ツヅツ二回球ヲトリ出スモノトスレバ、二回トモ白ノ出ル確率ハ如何。

一ツヅツ二回球ヲトリ出ス際一回目ノ分ヲ元ニ戻シテ充分ニ混交シテ第二ノ分ヲ出スナラバ如何。

二回目ニ白ノ出ル確率ハ如何。

二回目ニ白ガ出ル場合ハ、一回目モ二回目モ白デアル場合、一回目ハ黒二回目ハ白デアル場合ノ

ソノ何レデモヨク;ソノ二ツノ場合ハ互ニ排斥デア
ルコトニ注意シテ計算スレバヨイ。

2. 二個ノ骰子ヲ投ジテ出タ目ノ和ハ2カラ12マ
デデアルガソノ各ノ場合ノ確率ヲ求ム。
3. 一枚ノ銀貨ヲ5回投ゲタ時兩面ガ交互ニ出ル
確率ヲ求ム。

4. 年 齡	0	5	10	15	20	25
男子生存數	10,0000	7,8457	7,6786	7,5703	7,2845	6,9466

コノ表ヨリ, 5歳, 10歳, 15歳ノ兄弟ガ今後十年
間三人共生存シ得ル確率ヲ求ム。但兄弟三人ガ
生存シ得ルコトハ互ニ獨主デアルトス。

5. 二個ノ骰子ヲ n 回投ジテ二個共六ノ目ノ出ル
コトガ一回モナイ確率ハ $(1-\frac{1}{36})^n$ デアルトイフ
ガソノ理由ヲ説明出來ルカ。コノ値ガ $\frac{1}{2}$ ヨリ小
ニナルタメニハ n ハ何回以上デナケレバナラヌ
カ。

6. 15本ノ福引ノ中ニ當籤ガ3本アル。最初ニ引
ク人ト後カラ引ク人トノ損益如何。

7. 一ツノ骰子ヲ10回投ゲタ時, 3回ダケ1ノ目ノ
出ル確率ハ ${}_{10}C_3(\frac{1}{6})^3(\frac{5}{6})^7$ デアルトイフガソノ
理由ヲ説明セヨ。

期望金額

或事象ノ起ル確率ガ p デ,ソノ事柄ガ起レ
バ a 圓ヲ貰フコトガ出來ル時 ap 圓ヲコノ時
ノ期望金額トイフ。

骰子ヲ投ジテ1ノ目ガ出レバ3圓クレル場合ノ
期望金額ハ $3圓 \times \frac{1}{6} = 0.5圓$ デアル。

骰子ヲ投ジテ1ノ目ガ出レバ1圓, 2ノ目ガ出レ
バ2圓トイフ如ク目ノ數ニヒトシイ金高ヲクレル
場合ノ期望金額ハ次ノ如ク計算サレル。

$$1圓 \times \frac{1}{6} + 2圓 \times \frac{1}{6} + 3圓 \times \frac{1}{6} + 4圓 \times \frac{1}{6} \\ + 5圓 \times \frac{1}{6} + 6圓 \times \frac{1}{6}$$

8. 或商店ニテ歳末賣出シヲナシ,一圓ノ買物ヲス
ルト下記ノ商品ノ當ル福引券ヲ一枚得ルトイフ。
ソノ期望金額ヲ求ム。

等 級	一	二	三	四	五
金 額	10圓	5圓	1圓	20錢	2錢
福引ノ數	3	10	20	300	467

期望金額ハコノ福引券ノ平均金額ナルコトニ
着眼セヨ。

9. h ノ間隔ニナル平行線デ蔽ハレタ平面上ニ一

本ノ長サ l ノ針ヲ落ストキソノ針ガ平行線ノ一ツト交ル確率ハ $\frac{2l}{\pi h}$ デ與ヘラレル。但シ $l < h$ デナケレバナラス。

Wolf トイフ人ハ $h=45mm, l=36mm$ ニシテ 5000 回實驗シタノニソノ中 2532 回ハ平行線ノ何レカト交ツタ。コレデ經驗的確率ト數學的確率トノ比較ヲシテミヨ。

回数ヲ多クスレバ經驗的確率ハ $\frac{2l}{\pi h}$ ノ價ニ接近スルトイフ考ヘデ π ノ近似計算モ出來ル。

確率ハ統計學、物理學等各種ノ方面ニ大切ナ學問ニナツテ研究ガススメラレテキル。

20. 二項定理

將棋ノ金將一枚ヲフル時表ノ出ル確率ヲ p , 裏ノ出ル確率ヲ q トス。

金將三枚ヲフル時

- 三枚トモ表デアル確率ハ p^3
- 二枚表デ一枚裏デアル確率ハ ${}_3C_1 p^2 q = 3p^2 q$
- 一枚表デ二枚裏デアル確率ハ ${}_3C_2 p q^2 = 3p q^2$
- 三枚トモ裏デアル確率ハ q^3

ナリ、之ヲハ

$$(p+q)^3 = p^3 + 3p^2q + 3pq^2 + q^3$$

ノ各項デアルコトニ注意セヨ。

尙上ヨリ

$(p+q)^3 = p^3 + {}_3C_1 p^2 q + {}_3C_2 p q^2 + q^3$ トカキ得ルコトヲ理解セヨ。

$(p+q)^4 = p^4 + {}_4C_1 p^3 q + {}_4C_2 p^2 q^2 + {}_4C_3 p q^3 + q^4$ トシルシ得ルコトヲタメシテミヨ。

一般ニ

$$(p+q)^n = p^n + {}_n C_1 p^{n-1} q + {}_n C_2 p^{n-2} q^2 + \dots + {}_n C_r p^{n-r} q^r + \dots + q^n \dots \dots \dots (A)$$

ノ關係式ガ成立ス。コレヲ二項定理トイフ。

[證明] コノ定理ガ $n=k$ ノ時ニ成立スルトス。

然ル時ハ $(p+q)^k = p^k + {}_k C_1 p^{k-1} q + {}_k C_2 p^{k-2} q^2 + \dots + {}_k C_r p^{k-r} q^r + \dots + q^k$

兩邊ニ $(p+q)$ ヲカケルト

$$(p+q)^{k+1} = p^{k+1} + {}_k C_1 p^k q + {}_k C_2 p^{k-1} q^2 + \dots + {}_k C_r p^{k-r+1} q^r + \dots + p q^k + p^k q + {}_k C_1 p^{k-1} q^2 + \dots + {}_k C_{r-1} p^{k-r+1} q^r + \dots + {}_k C_{k-1} p q^k + q^{k+1}$$

然ルニ ${}_k C_r + {}_k C_{r-1} = {}_{k+1} C_r$ ナルニヨリ

$$(p+q)^{k+1} = p^{k+1} + {}_{k+1} C_1 p^k q + {}_{k+1} C_2 p^{k-1} q^2 + \dots + {}_k C_r p^{k-r+1} q^r + \dots + q^{k+1}$$

コレヨリ, (A) ノ定理ガ $n=k$ ノ時ニ成立スレバ

$n=k+1$ ノ時ニモ成立スルコトガ證明出來タ。
然ルニ $n=1$ ノ時ハ (A) ハ成立スルコトガ明カデア
アル。故ニ n ガ正ノ整数ノ場合ニハ一般ニ成立
スルコトハ明カデアアル。

上述ノ如ク アル事柄ガ

自然数ノ数列中ノ任意ノ一數 K ノ場合ニ
成立スルトキハ $K+1$ ノ場合ニモ成立スル。

$K=1$ ノ時成立ス。

ヨツテ自然数ノすべてノ場合ニ於テ成立
スルトイフ、如ク證明スル形式ヲ **數學的歸納
法** トイフ。

問 題

- 次ヲ數學的歸納法ニヨツテ證明セヨ。
(イ) $\sum_{i=1}^n i = 1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$
(ロ) $\sum_{i=1}^n i^2 = 1^2+2^2+3^2+\dots+n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$
(ハ) $\sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1}$
- 次ノ各式ヲ二項定理ニヨツテ展開シ、小第第三
位マデ正シク求ム。
 $(1+0.03)^8, (1.05)^{10}$
- $|x|$ ガ非常ニ小サイ時ニハ

$$(1+x)^n \doteq 1+nx \quad \text{又ハ} \quad (1+x)^n \doteq 1+nx + \frac{n(n-1)}{2}x^2$$

トオキ得ルコトヨリ、年3分ノ複利ニテ元利合計
ガ元金ノ二倍ニナルノハ何年後ニナルカ概算セ
ヨ。

- ${}_nC_n=1, {}_nC_r = {}_nC_{n-r}$ ナルニヨリ ${}_nC_n = {}_nC_{n-n}$ トナル故
 ${}_nC_0=1$ ト規約スルコトガ出來ル。

$$\sum_{i=0}^n {}_nC_i = (1+1)^n = 2^n \quad \text{ナルコトヲ證明セヨ。}$$

- $(1+x)^n = 1+nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3 + \dots$

コノ式ハ $|x| < 1$ ノ時ハ n ガ正整数デナイ場合
ニモ成立ス。コノ證明ハ略スル。

$$\text{〔例〕} \quad \sqrt[3]{1.069} = (1+0.069)^{\frac{1}{3}}$$

$$\begin{aligned} &\doteq 1 + \frac{1}{3} \times 0.069 + \frac{\frac{1}{3} \left(\frac{1}{3} - 1 \right)}{1 \times 2} \times 0.069^2 \\ &\doteq 1.0225 \end{aligned}$$

$\sqrt[3]{8.02}, \sqrt{14}, \sqrt{2}$ ヲ小數第五位マデ求メヨ。

$$\text{〔考へ方〕} \quad \sqrt[3]{8.02} = 2 \left(1 + \frac{1}{400} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\sqrt{14} = \sqrt{16-2} = 4 \left(1 - \frac{1}{8} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{\frac{1}{25} \times 50} = \frac{1}{5} \sqrt{50} = \frac{7}{5} \left(1 - \frac{2}{100} \right)^{\frac{1}{2}}$$

- 骰子ヲフツテ1ノ目ノ出ル確率ヲ p , 1以外ノ
目ノ出ル確率ヲ q トスレバ $(p+q)^n$ ノ展開式ノ例

へバ ${}_nC_{n-r} p^r q^{n-r}$ ハ 骰子ヲ n 回ヲフツタ時 r 回ハ一ノ目デアルコトノ確率ヲ示ス。コノ時一ノ目ノ出ルコト何回ノ場合ニ確率ガ最大デアルカヲシラベテミル。一ノ目ガ r 回出ル確率ヲ p_r デアラハシ p_r ノ時確率ガ最大デアルトスレバ

$$p_{r-1} \leq p_r \geq p_{r+1} \quad \text{ノ不等式ガ成立スル。}$$

$$p_{r-1} \leq p_r \quad \text{ヨリ}$$

$${}_nC_{n-r+1} p^{r-1} q^{n-r+1} \leq {}_nC_{n-r} p^r q^{n-r}$$

$$\frac{n!}{(n-r+1)!(r-1)!} p^{r-1} q^{n-r+1} \leq \frac{n!}{(n-r)!r!} p^r q^{n-r}$$

$$\text{之ヨリ} \quad \frac{q}{n-r+1} \leq \frac{p}{r}$$

$$\therefore rq \leq p(n-r+1)$$

$$q=1-p \quad \text{デアルカラ}$$

$$r \leq (n+1)p$$

$$p_r \geq p_{r+1} \quad \text{ヨリ} \quad r \geq (n+1)p - 1$$

$$\text{依テ} \quad (n+1)p - 1 \leq r \leq (n+1)p$$

r ガコノ關係式ヲ満足スル正ノ整數値ノ時確率ハ最大デアルコトガワカル。

骰子ヲ 20 回フル時ハ $2\frac{1}{2} < r < 3\frac{1}{2}$ トナルカラ $r=3$ 即 1 ノ目ガ 3 回出ル場合ガ最大確率ヲモツコトニナル。

21. いろいろの問題

不定方程式

[小算三下 85 頁ニ次ノ如キ問題ガアル。

オ金ガ二十錢アリマス。コレデ三錢切手ト四錢切手トヲ買ツテ、オツリノナイヤウニシタイト思ヒマス。三錢切手何枚ト四錢切手何枚トヲ買ヘバヨイデセウ。

今三錢切手ヲ x 枚、四錢切手ヲ y 枚買フトスレバ $3x+4y=20$ ノ方程式ヲ得ル。

コノ方程式ヲ満足スル x, y ノ値ハ無數ニアル。シカシ x, y ハ正ノ整數デアルトイフ條件ニヨリ根ノ數ハ限定サレル。

カカル問題ヲ不定方程式ノ問題トヨブ。

$$\text{與式ヨリ} \quad y = 5 - \frac{3x}{4} \quad \text{トナル。}$$

y ハ整數ニナルベキニヨリ x ハ 4 ノ倍數即 $x=4m$ トカケナケレバナラヌ。

$$\text{依テ} \quad y = 5 - 3m$$

$y > 0$ ナルニヨリ m ハ 0, 又ハ 1 デアル。從ツテ

$$\begin{cases} x=0 \\ y=5 \end{cases} \quad \begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases}$$

ヨツテ 3 錢切手 4 枚、4 錢切手 2 枚買ヘバヨイ

コトニナル。

〔例〕 男子 18 人 女子 24 人、蜜柑 186 アリ。男子及ビ女子ニ同數個宛與ヘテ過不足ナカラシムル方法如何。

男子一人 = x 個、女子一人 = y 個與ヘルトスレバ、次ノ方程式ヲ得ル。

$$18x + 24y = 186$$

6 デ約シテ

$$3x + 4y = 31$$

$$x = (10 - y) - \frac{y - 1}{3}$$

x, y ハ整數ナルベキニヨリ $y - 1$ ハ 3 ノ倍數デナケレバナラス。

從ツテ $y - 1 = 3m$ トカキ得ル。

$$ヨリテ \quad x = 9 - 4m$$

x ハ正數ナルベキニヨリ m ハ 0 又ハ 1, 2 デアル。

$$\text{從ツテ} \quad \begin{cases} x=9 \\ y=1 \end{cases} \quad \begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases} \quad \begin{cases} x=1 \\ y=7 \end{cases}$$

ガ求ムル根デアル。

問 題

1. 四錢切手ト六錢切手トヲ買ツテチャウド五十

錢ニナルヤウニシタイト思ヒマス。四錢切手何枚ト六錢切手何枚トヲ買ヘバヨイデセウ。

(小算三下) 85 頁

2. 5圓, 10圓, 20圓ノ紙幣合セテ 30 枚アリテソノ金額 470 圓ナリ。各紙幣ノ數ヲ求ム。

3. 或ル書店火災ニ遇ヒ取引關係ノ重要書類ノ大部分ヲ全燒シタ

ルモ其殘部中圖ノ如キ一部燒失ノ書類ヲ發見セ



リ。燒失ノタメ不明ニナレル金高ヲ見出セ。

但シ書物一冊ハ壹圓五拾錢以下ナルコトハ明ナリトス。

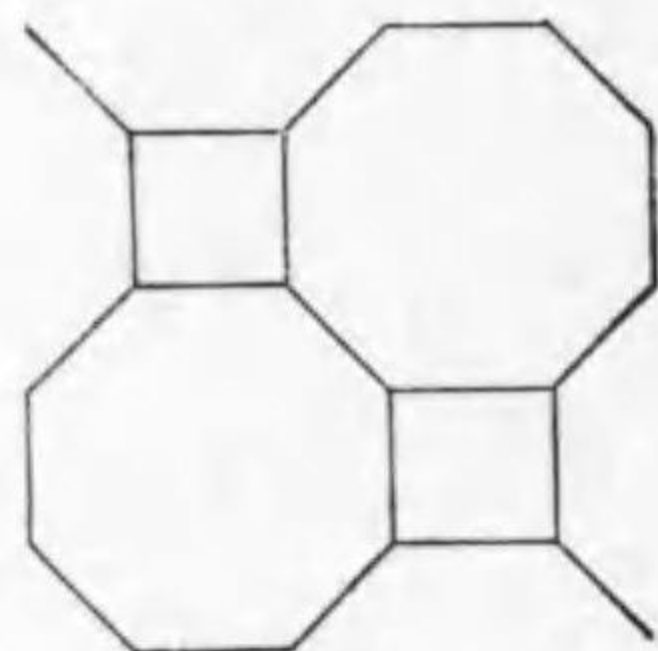
4. 鉛筆ヲ一人ニ 7 本宛分配スレバ 18 本餘リ 10 本宛分配スレバ最後ノ一人ハ 10 本未滿トナル。而シテコノ場合ニ於ケル人數ハ 10 人未滿ナリトイフ。人數ヲ求ム。

考ヘ方 人數ヲ x 人、10 本宛分配シタ場合最後ノ一人ノトル分ヲ y 本トスレバ

$$\begin{cases} 7x + 18 = 10(x - 1) + y \\ 0 < y < 10 \quad 0 < x < 10 \end{cases}$$

5. 紙ヲ若干人ニ分配スルニアタリ,一人ニ4枚ヅツ分配シテユクトキハ19枚餘リ,又一人ニ6枚ヅツ分配シテユクトキハ唯最後ノ一人ダケガ3枚ヨリ多クノ不足ヲ生ズルニ至ルトイフ。コノ人數ヲ求ム。

6. 相等シイ邊ヲ有シテキル正方形ト正八角形トヲ集メテ下ノ圖ニ示ス如クスキマナク列ベルコトガ出來ル。コノ如ク二種類ノ正多角形ヲ集メテスキマナク列ベルニハ外ニドンナ方法ガアルカ。



倍數,約數

6. 郵便端書ヲ同ジ向ニ隙間ナク並ベテ正方形ヲ作ルニハ,少クトモ幾枚ノ端書ヲ要スルカ。
7. 縦30cm,横18cm,高サ7.5cmノ直方體ノ箱ヲ30個入レル箱ノ寸法ハ如何。
8. 或依奪ヒ競争ニ於テ紅白兩組ニテ俵ヲトリツクシテ紅組ノ勝トナツタ。俵ノ總數ガ偶數ナラバ紅組ガ白組ヨリ偶數個ダケ多ク取ツテキルコトヲ證セヨ。
9. 甲乙丙三門ノ砲アリ。各25發ヅツ發射スルニ

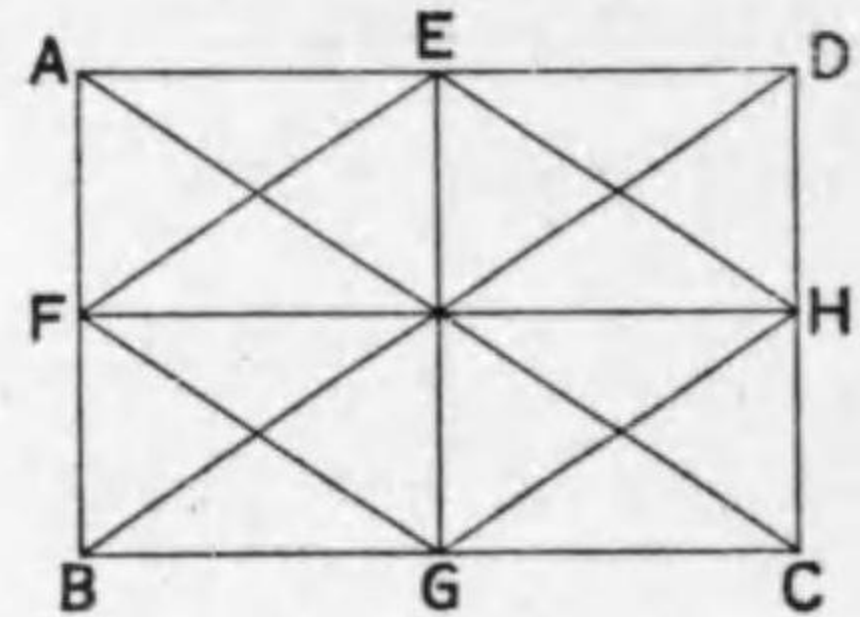
甲ハ8秒,乙ハ9秒,丙ハ10秒ノ間隔ニテ各一發ヲ發射ストイフ。今三門共ニ同時ニ發射ヲ始ムルモノトスレバソノ發射ヲ終ルマデニ總計幾回ノ砲聲ヲ聞キ分ケ得ルカ。

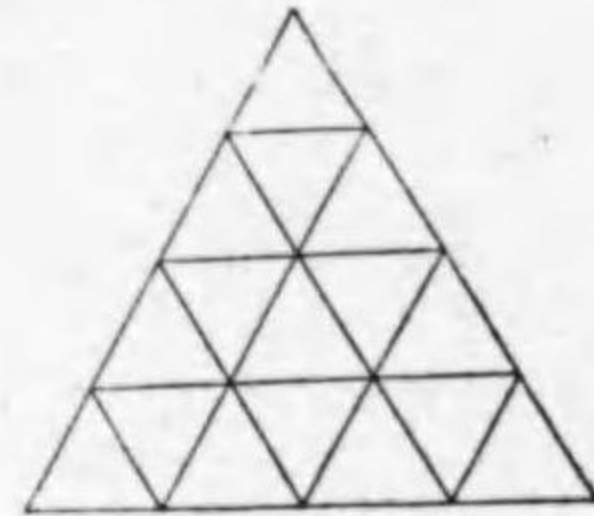
10. 四位ノ整數ニテ2,3,7ノ何レノ數ニテ割ルモ常ニ餘リ5ナル最小數ト最大數トヲ求ム。
11. ニツノ正ノ整數ノ和ガ91ニシテ最小公倍數ハ最大公約數ノ十二倍ナリトイフ。コノ二數ヲ求ム。(最大公約數ヲ y トスレバ二數ハ ay, by トアラハシ得。 a, b ハ互ニ素デアル。)
12. 兵45955人ヲ等分シテ若干部隊ヲ編成シ,637人ノ下士官ヲ各部隊ニ同數ヅツ配屬シ,更ニ546個ノ機關銃ヲ等分シテ各部隊ニ配分セントス。最多クノ部隊ヲ編成センニハ如何ニスベキカ。
13. 一ツノ整數トソノ數字ノ順序ヲ入レ換ヘテツクツタ整數トノ差ハ常ニ9ノ倍數デアル。コノコトヲ四ツノ數字 a, b, c, d ヨリナル四桁ノ數ノ場合ニツイテ證明セヨ。
14. 各桁ノ數ノ和ガ3(又ハ9)デ割リ切レル時ハ原數ハ3(又ハ9)デ割リ切レル。

考へ方 $1000a+100b+10c+d$
 $= (999a+99b+9c) + (a+b+c+d)$

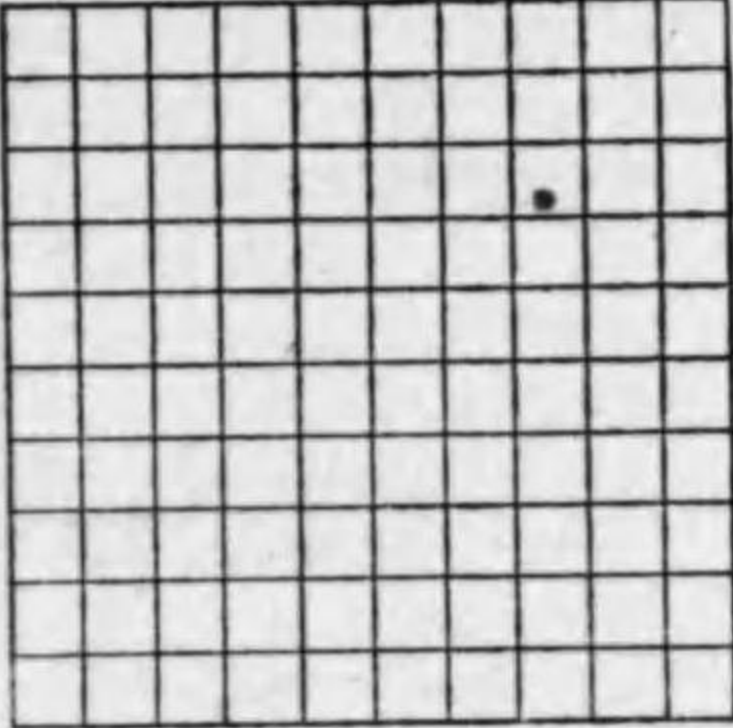
4, 5, 6, 8ノ倍數ヲミツケル方法ヲ考へヨ。

幾何圖形ノ數ヲ數ヘルコト

15.  左ノ圖ニ於テ ABCDハ矩形デ E, F, G, Hハ各邊ノ中點デアル。コノ圖ノ中ニ如何ナル四邊形ガ何個ヅツ含まレテキルカ。

16.  左ノ圖ノ中ニ何個ノ正三角形ガアルカ。

17.  左ノ圖ノ中ニ含まレテキル正六角形ノ數及ビ正三角形ノ數ヲ求ム。

18.  左ノ圖ノ中ニ大小コメテ正方形ガ全部デ何個アルカ。

19. 正三角形ノ各頂點ヲ中心トシ一邊ノ長サノ $\frac{1}{3}$ ヲ半徑トスル圓三ツニ切スル圓ハイツアルカ。

第六章 統計

22. 度数分布表

次ノ表ハアル學校ノ昭和十三年度及ビ十四年度
入學者ノ一年生ノ時ノ身體検査表ノ一部デアル。

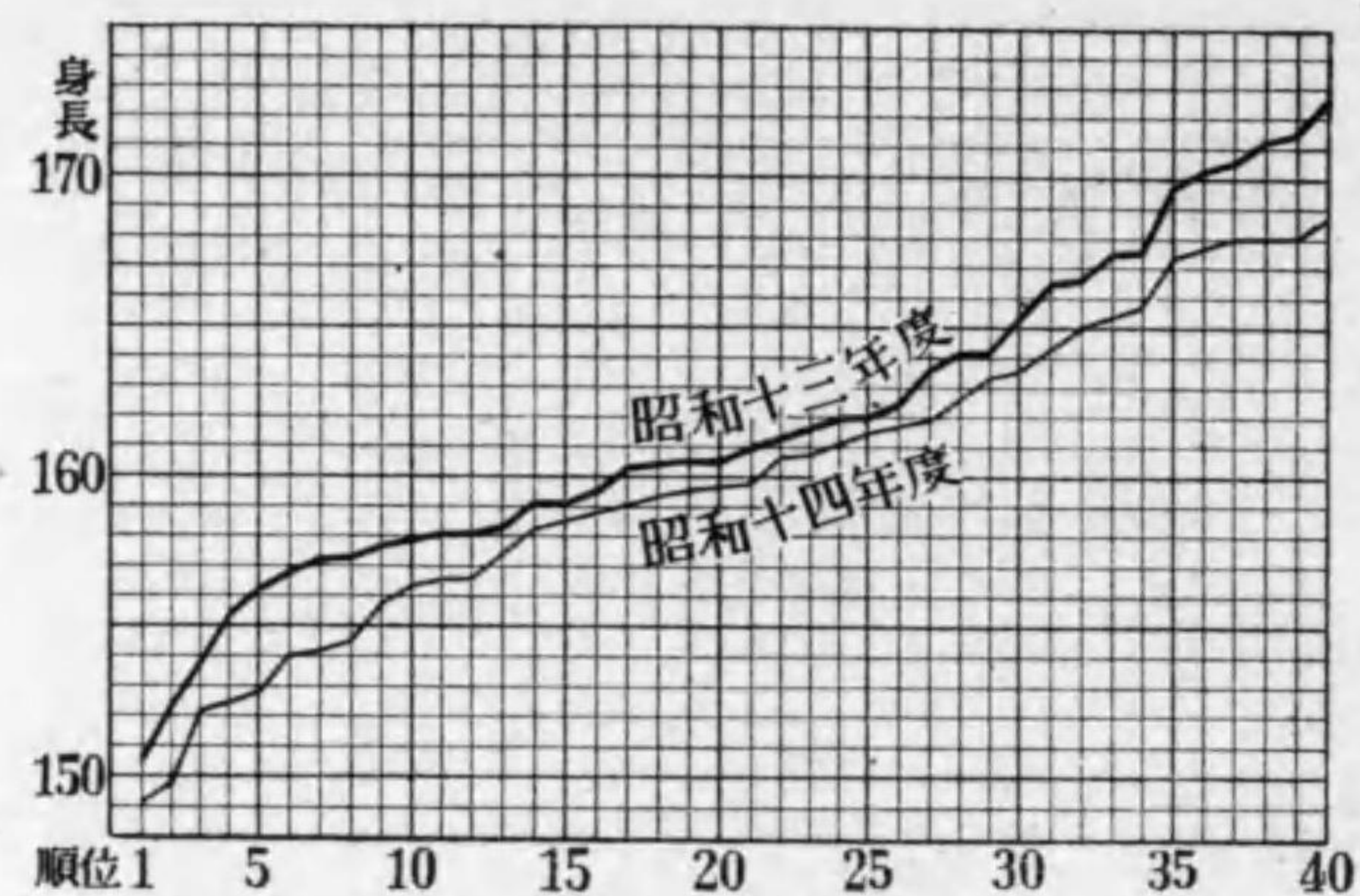
十 四 年 度					
生徒	體 重	身 長	生徒	體 重	身 長
1	55.5	158.5	21	55.0	158.8
2	55.1	167.4	22	43.2	154.1
3	45.8	157.3	23	55.0	168.0
4	56.0	168.0	24	54.0	159.0
5	49.5	159.5	25	58.0	159.3
6	47.5	149.1	26	54.0	168.9
7	55.0	161.7	27	55.8	165.1
8	52.0	162.7	28	48.0	149.7
9	51.0	155.7	29	43.5	154.0
10	54.0	167.8	30	46.5	152.7
11	55.0	159.6	31	48.5	159.8
12	58.0	163.5	32	59.0	165.6
13	49.2	152.5	33	56.5	161.5
14	45.8	154.4	34	51.0	165.0
15	53.5	160.8	35	45.5	158.1
16	53.1	161.1	36	52.2	160.7
17	50.5	163.3	37	49.0	156.2
18	52.0	161.9	38	41.0	152.1
19	62.0	168.0	39	41.0	156.5
20	53.5	164.2	40	47.5	156.5

十 三 年 度					
生徒	體 重	身 長	生徒	體 重	身 長
1	50.0	162.5	21	66.5	166.5
2	62.5	170.4	22	63.5	169.9
3	61.0	167.4	23	49.4	160.2
4	54.4	164.1	24	44.8	160.5
5	58.6	159.0	25	47.6	160.5
6	65.5	166.8	26	60.1	161.3
7	56.0	157.7	27	58.4	170.1
8	54.5	158.2	28	56.6	165.4
9	47.5	153.9	29	56.7	167.5
10	65.3	171.2	30	48.4	161.6
11	53.0	163.7	31	53.2	160.4
12	49.0	155.3	32	43.5	150.5
13	51.8	157.9	33	52.3	162.0
14	49.8	156.8	34	47.4	157.1
15	48.7	157.6	35	56.7	161.0
16	50.6	159.5	36	55.2	164.1
17	50.0	158.0	37	47.7	156.1
18	50.0	159.0	38	55.5	162.8
19	55.8	162.0	39	51.5	171.6
20	51.3	152.2	40	60.4	158.0

是等ノ表ヨリ身長ノ順ニ點ヲトツテ次ノ如キ圖
表ヲ描イタ。

コノ圖表ヨリ如何ナルコトヲ知リ得ルカ。

各年度ノ身長ノ平均ヲ求メソレヲ上ノ圖表ニ入
レヨ。



體重ニツキ上ニ示ス如キ圖表ヲツクリ兩年度ノ入學者ヲ比較セヨ。

前頁ノ表デハ複雑デ全體ノ様子ガワカリニクイカラ、之ヨリ次ノ如キ表ヲツクル。

身長ノ度數分布表 (昭和十四年度入學者)

階 級	度 數 (人數)
$\begin{matrix} \text{cm} & \text{cm} \\ 146.5 - 149.5 \end{matrix}$	1
149.5 - 152.5	1.5
152.5 - 155.5	5.5
155.5 - 158.5	6.5
158.5 - 161.5	10

161.5 - 164.5	6.5
164.5 - 167.5	4
167.5 - 170.5	5

(A)

146.5cm ヨリ 149.5cm マデノ者ガ一人, 149.5cm ヨリ 152.5cm マデノ者ガ1.5人トイフ意味ノ表デ, 丁度 152.5cm ノ者ハ半人宛 152.5cm ヲ境トスルニツノ階級ニ分ケル。從ツテ1.5人トイフ如ク端下ヲ含ンダ數ニナル場合ガアル。

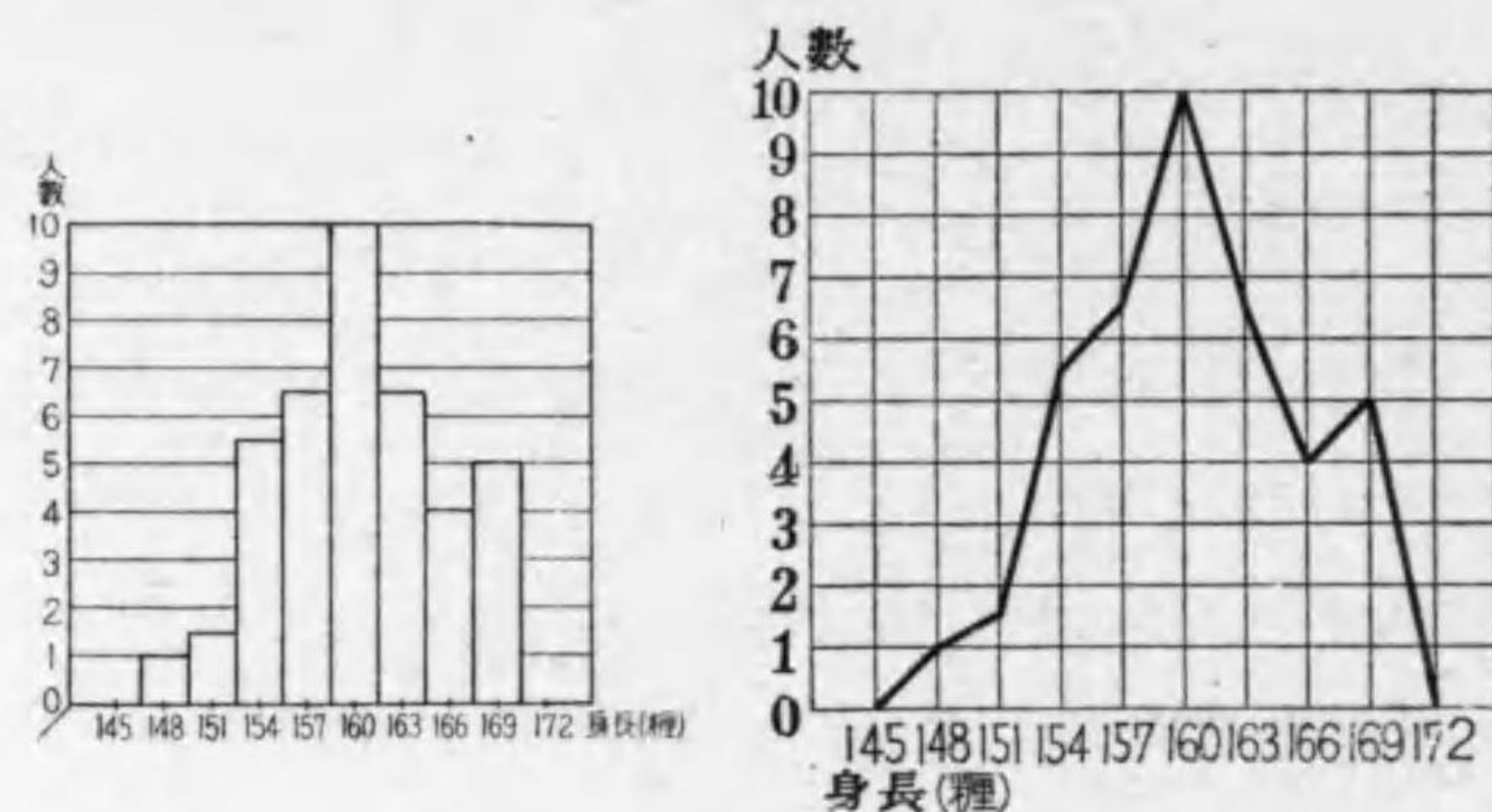
カクノ如キ表ヲ度數分布表トヨブ。

度數ガ人數ヲ示ス如キ時小數ヲ生ズルコトヲ避ケル場合ニハ限界ノ終ニアル數値ハ次ノ階級ニ屬スルトスレバヨイ。タトヘバ上ノ例デ152.5cmノ者ハ152.5-155.5ノ階級ニ屬スルトスルノデアアル。從ツテ155.5ハコノ階級ニ屬セヌ。カカル場合ハ階級ハ152.5-ノ如ク示ス方ガヨイ。

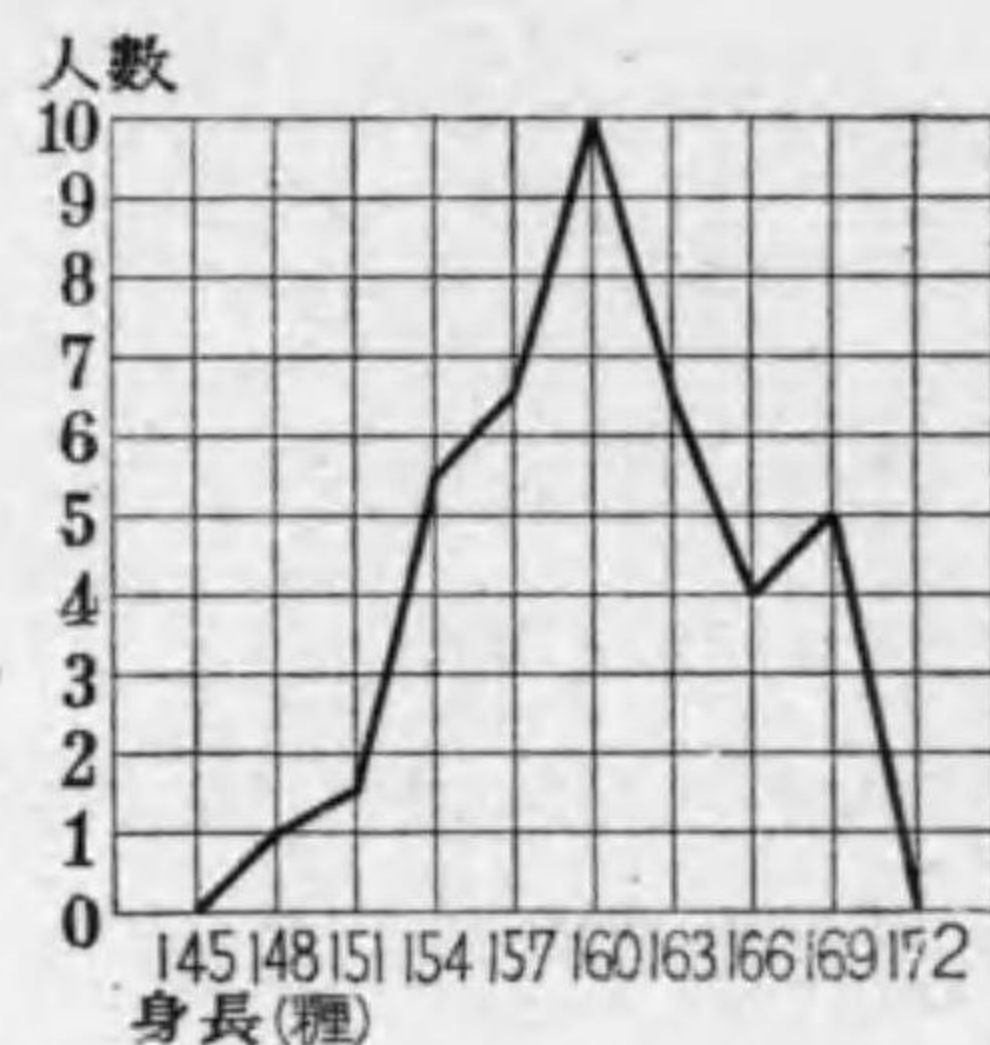
コノ方法デ各自ハ昭和十四年度入學者ノ身長ニツキ度數分布表ヲツクレ。

例ヘバ152.5-155.5ニ於テハ152.5ハコレニ屬セズ155.5ハコレニ屬ストシテ度數分布表ヲツクレバ如何。

前頁 A ノ表ヲ普通次ノ如キ圖表ニ表ハス。



第一圖



第二圖

第一圖ハ階級ノ幅ヲ底邊,度數ヲ高サトスル矩形ノ面積デ表ハシタ面積圖形ノ一種デアツテ普通ヒストグラムトヨバレテキル。

各階級内ニテハソレニ屬スル個體ガ一様ニ分布サレテキルモノトミナシテツクラレテキル。

第二圖ハ各階級ノ中央値ガソノ階級ニ屬スル度數ヲモットシテ描イタ折線圖表デ分布多角形トヨバレテキル。

同一ノ圖ニ二ツノ統計圖表ヲ描イテ比較スル場合ハコノ方ガヨイ。

度數分布表ヲツクル場合ハソノ階級ノ間隔及ビ

始度ニ注意シ,ソノ取り方ノヨクナイタメニ,分布表又ハソノ圖表ニ特別ノ傾向ヲ示ス如キコトノナイヤウ注意セネバナラス。又階級ノ間隔ガ大キスギ,從ツテ階級ノ數ノ少キタメソノ統計ノ示ス特徴ヲ失フコトノナイヤウニモ注意セネバナラス。

問題

- 120頁ノ表ニヨリ兩年度ノ生徒ノ身長及ビ體重ノ分布表ヲツクリソレヲ圖表化シテ各ソノ特徴ヲシラベヨ。
- 「旭」トイフ稻ノ一穗中ノ粃ノ數ヲシラベテ次ノ如キ結果ヲ得タ。コレヲ圖表ニ描ケ。ソノ圖表ヲヨクミツメルト一種ノ曲線ヲ想像シ得ルダラウ。ソレヲソノ圖ノ上ニ描ケ。コノ表ヨリ一穗中ノ粃ノ數ハ平均何程ト考ヘタラヨイカ。

粃數	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65	65-70
稻數	5	10	12.5	27	36.5	36.5
粃數	70-75	75-80	80-85	85-90	90-95	95-100
稻數	40	53	69	66	44	38

叔數	100-105	105-110	110-115	115-120	120-125	125-130
稻數	28	19	10.5	2	1.5	1.5

3. 五十人ノ生徒ノ算術ノセイセキハ次ノ通りデシタ。

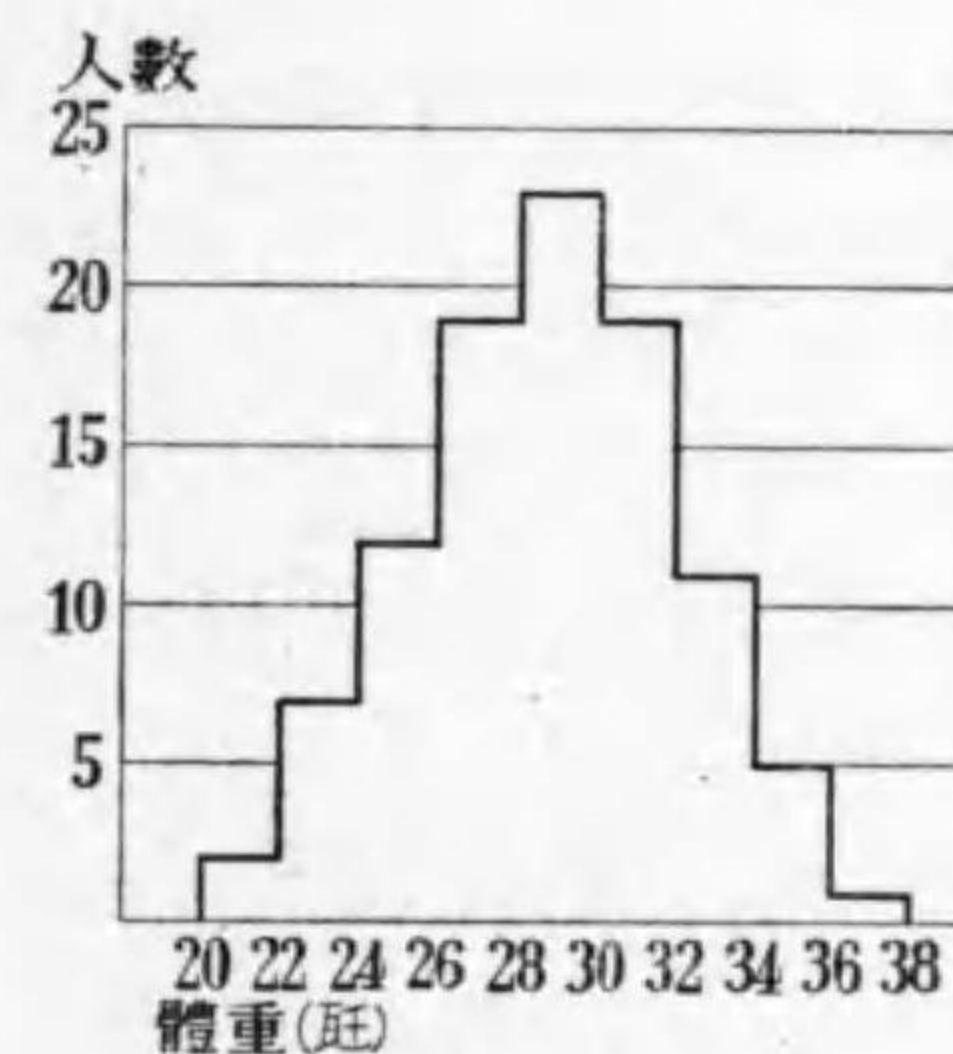
番號	點	番號	點	番號	點	番號	點	番號	點
1	95	11	45	21	88	31	52	41	86
2	47	12	92	22	60	32	80	42	75
3	83	13	63	23	78	33	55	43	84
4	50	14	78	24	55	34	85	44	62
5	98	15	60	25	80	35	65	45	95
6	58	16	77	26	66	36	80	46	70
7	87	17	68	27	82	37	70	47	75
8	66	18	85	28	71	38	83	48	96
9	76	19	90	29	80	39	90	49	74
10	90	20	72	30	94	40	73	50	87

九十點ダイノ生徒ハ何人デスカ。八十點ダイハ何人デスカ。何點ダイノ人ガ一番多イデセウ。調べタモノヲ圖ニ書イテゴランナサイ。

平均點ハ何點何分デスカ。〔小算四下〕90頁

4. 下ノ左ノ表ハ、或學校ノ五年男生徒ノ體重ヲ調べタモノデ、「20-22」トイフノハ、20kg以上22kg未滿ノコトデアル。下ノ右ハ、表ヲ圖ニ表シタモノデアル。體重ノ平均ハ、オヨソ何疋カ。〔小算五上〕78頁

體重 (kg)	人數 (人)
20-22	2
22-24	7
24-26	12
26-28	19
28-30	23
30-32	19
32-34	11
34-36	5
36-38	1



5. 次ニ示スハ 120 頁ノ身長ノ表ヨリ作ッタモノデ、度數ハソレマデノ累計ヲ示ス。例ヘバ 154 種ニ6トアルハ 154 種以下ノモノガ6人トイフ意味デアル。カ、ル表ヲ累計度數分布表トイフ。コレヲ圖表ニ示ス方法ヲ考ヘヨ。ソノ圖表ヨリ重サノ順ニ並ベタトキ中央ニアタル人ノ體重ハ大體何程デアルカラ定メヨ。

身長(㎝)	151	154	157	160	163	166	169
累計度数	2	6	12	21	28	34	40

6. 次ノ表ハ生存數トテ零歳ノ人口一萬人中ヨリ
 生き永ヘテ各年齢ニ夫々達シタルモノノ表デア
 ル。コレヲ圖示セヨ。生存數ガ當初即零歳ノ時
 ノ $\frac{3}{4}$ = 減ズル年齢, $\frac{1}{2}$ = 減ズル年齢, $\frac{1}{4}$ = 減ズ
 ル年齢ヲ求ム。

年齢	一	二	三	四	五	六	七	八	九	〇
男	八五九九〇	七六七八六	七二八四五	六一六九三	五四三九九	四二二八三	二四三〇六	七〇八〇〇	四五四	〇・九九二
女	八七五八六	七八〇五三	七三〇六九	六六二一五	六〇三一二	五四二八五	四五八一四	三一五三九	一一五九九	二・二二

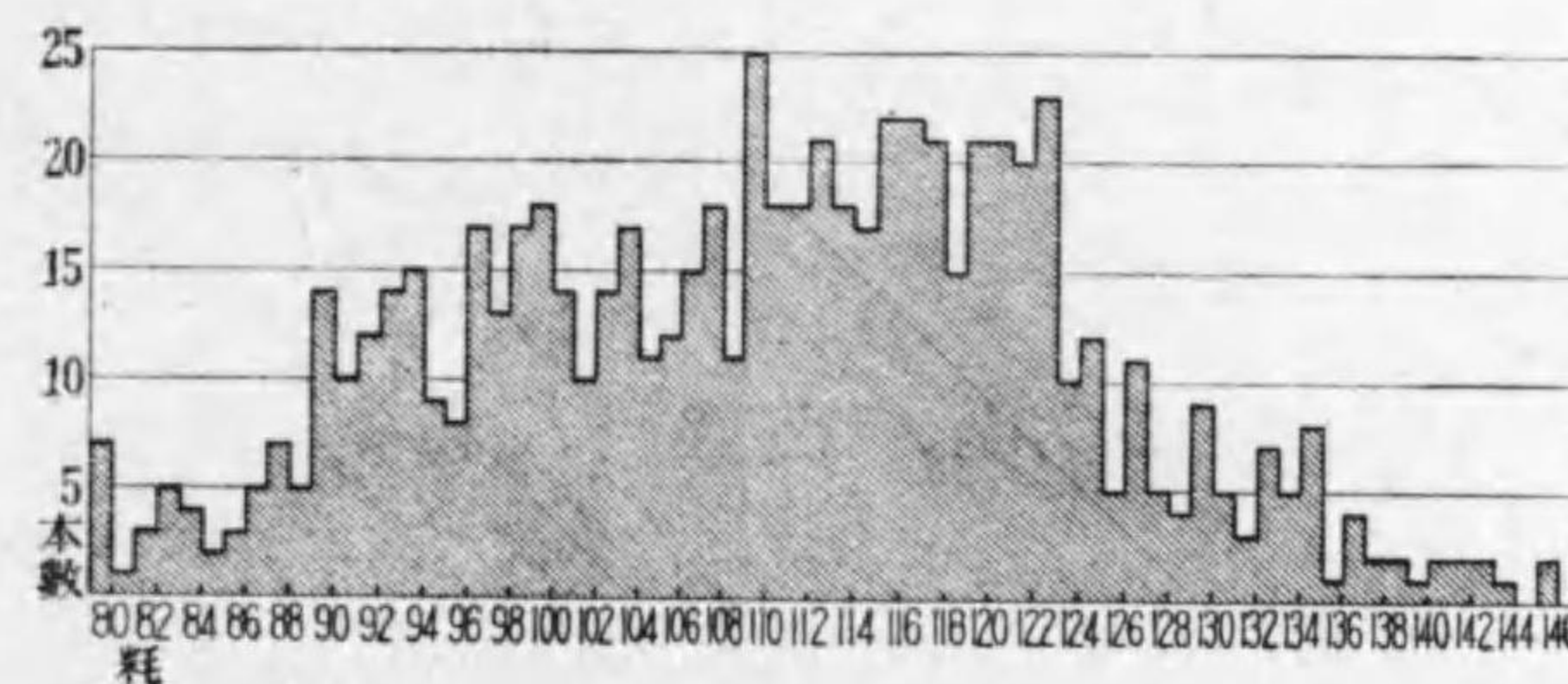
(大正一五年—昭和五年)

尙コノ表ヨリ君ラガ知り得ルコトアラバ述ベ
 ヲ。

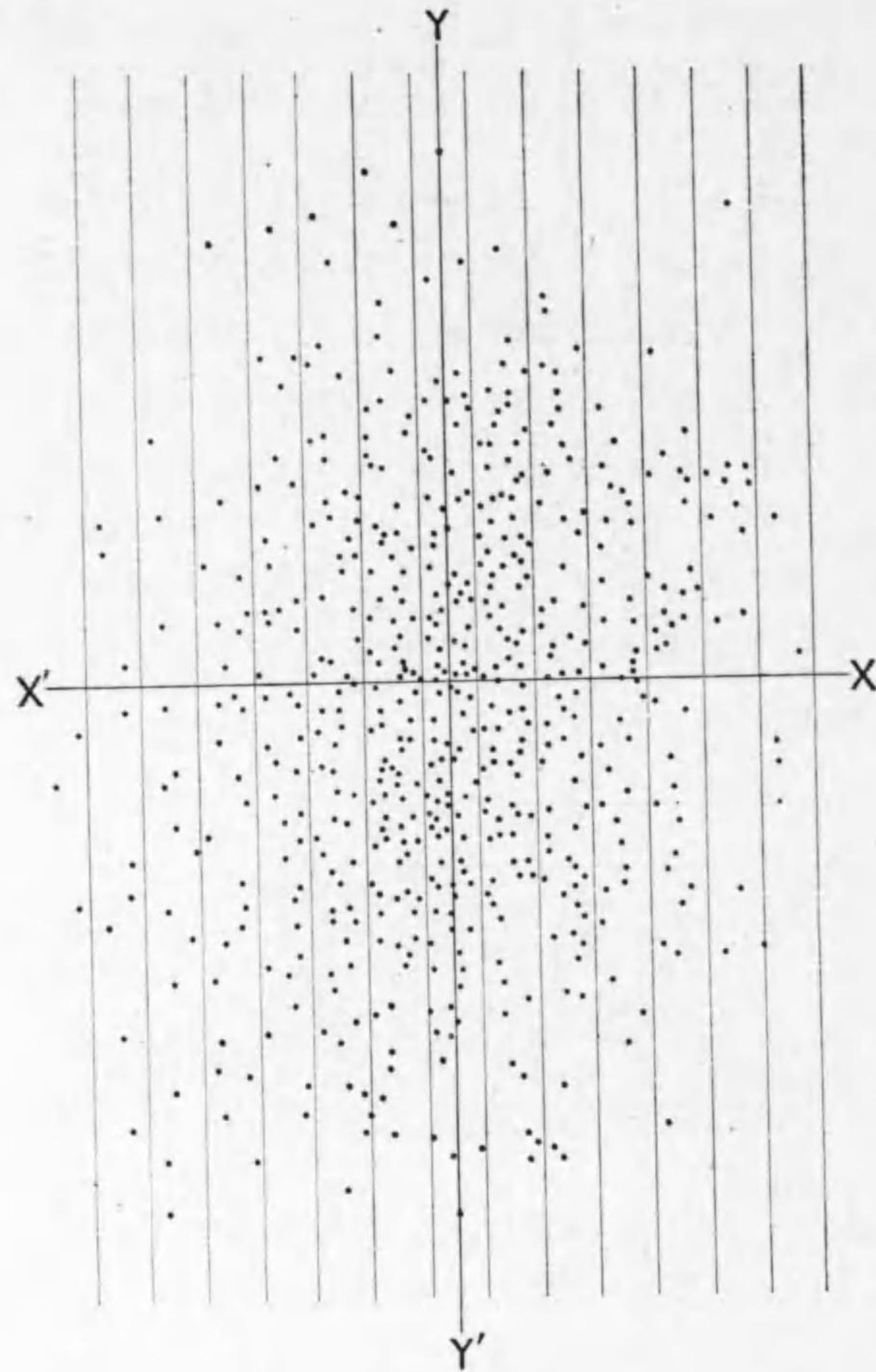
7. 幼兒ノ各年齢ニ話サレル語彙トシテ次ノ如キ
 表ガアル。コノ表ニツキ説明セヨ。

年齢	名詞	代名詞	動詞	形容詞	助動詞	副詞	接續詞	助詞	感動詞
2	165	7	51	20	11	24	2	13	12
3	461	19	179	50	33	64	5	44	31
4	981	23	301	86	47	129	10	66	32
5	1237	25	366	98	50	154	12	76	32
6	1364	29	403	116	56	184	18	86	33

8. 松ノ葉ノ長サヲハカツテ次ノ如キ圖表ヲツク
 ツタモノガアル。コノ圖表ヲ批評シ適當ナモノ
 ニ改メヨ。



9.



上ノ圖ハ直線 XX' ヲ水平ニシ、 YY' ヲ鉛直ニ

シテ XX' , YY' ノ交リヲネラツテ針ヲナゲタ時ソ
ノ跡ノ分布ヲ示ス。ネラツタ點ヲ中心トシテ圖
ニ示ス如キ YY' ニ平行ナ線ノ間ニアル點ノ數ニ
ヨツテコノ分布ヲ度數分布表ニアラタメ、且コレ
ヲ圖ニ示セ。

23. 代表値

(イ) (120) 頁ノ表デ昭和十三年度ト昭和十四年度
トノ入學者ノ體重ヲ比較スルニ我々ハ度數分布表
ヤぐらふヲツクツテソノ特徴ヲ調べタガ、普通ハ各
ノ平均ヲ出シテ、ソノ値ヲ比較スル。

何故平均ヲ出シテ比較スルカラ考ヘテミヨ。

(ロ) 針金ノ直徑ヲ10回測
定シテ左ノ表ノ如キ結果ヲ
得タ。コノ時針金ノ直徑ヲ
定メルニ我々ハコレヲ平均
スルガソレハ何故デアルカ。

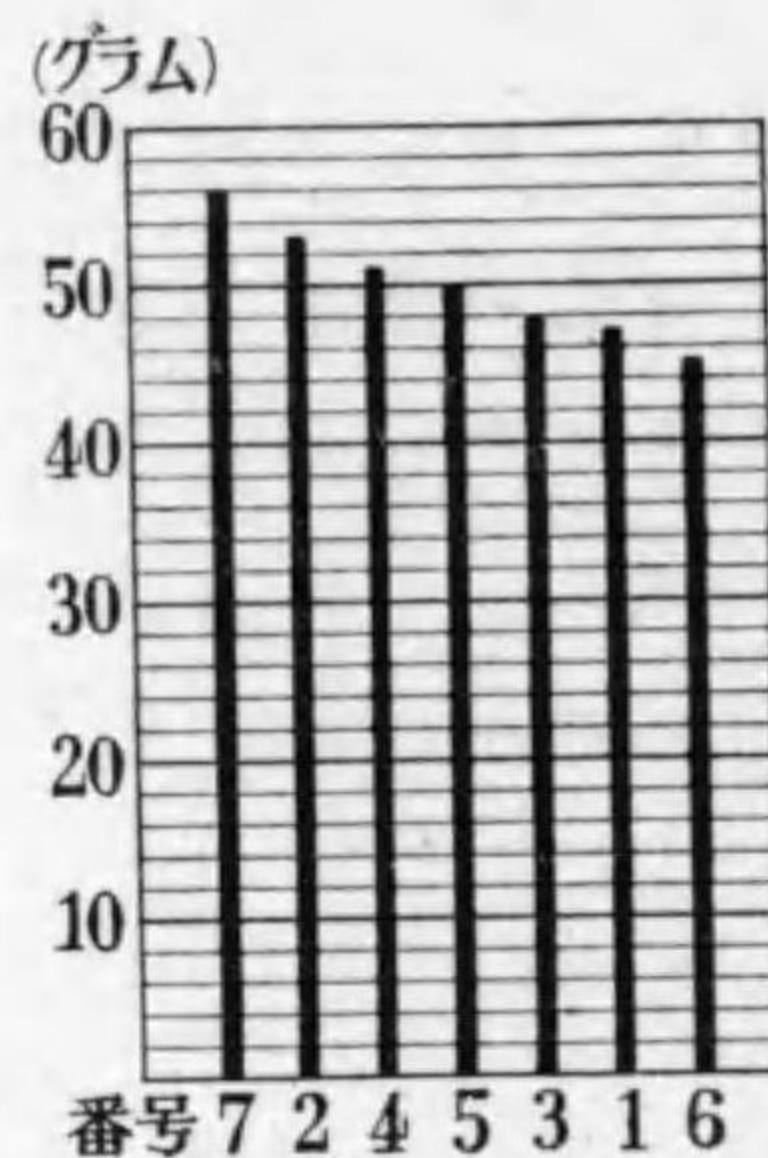
(ハ) オ話ノ本ヲ三日カカ
ツテ讀ミマシタ。ハジメノ
日ニハ二十六頁、次ノ日ニハ
二十九頁、オシマヒノ日ニハ
十七頁讀ミマシタ。一日平

回数	針金ノ直徑 單位量
1	0.069
2	0.067
3	0.068
4	0.068
5	0.066
6	0.069
7	0.068
8	0.069
9	0.068
10	0.068

均何頁讀ンダコトニナルデセウ。(小算四上)58頁

コノ時ノ平均ハ如何ナル意味ヲモツカ。

(ニ) 子供ガ十人,六人,十一人,九人ノ四組ニ別レテ遊ンデキマス。ドノ組モ人數ガ同ジニナルヤウニスルト,一組ハ何人ニナルデセウ。(小算四上)57頁

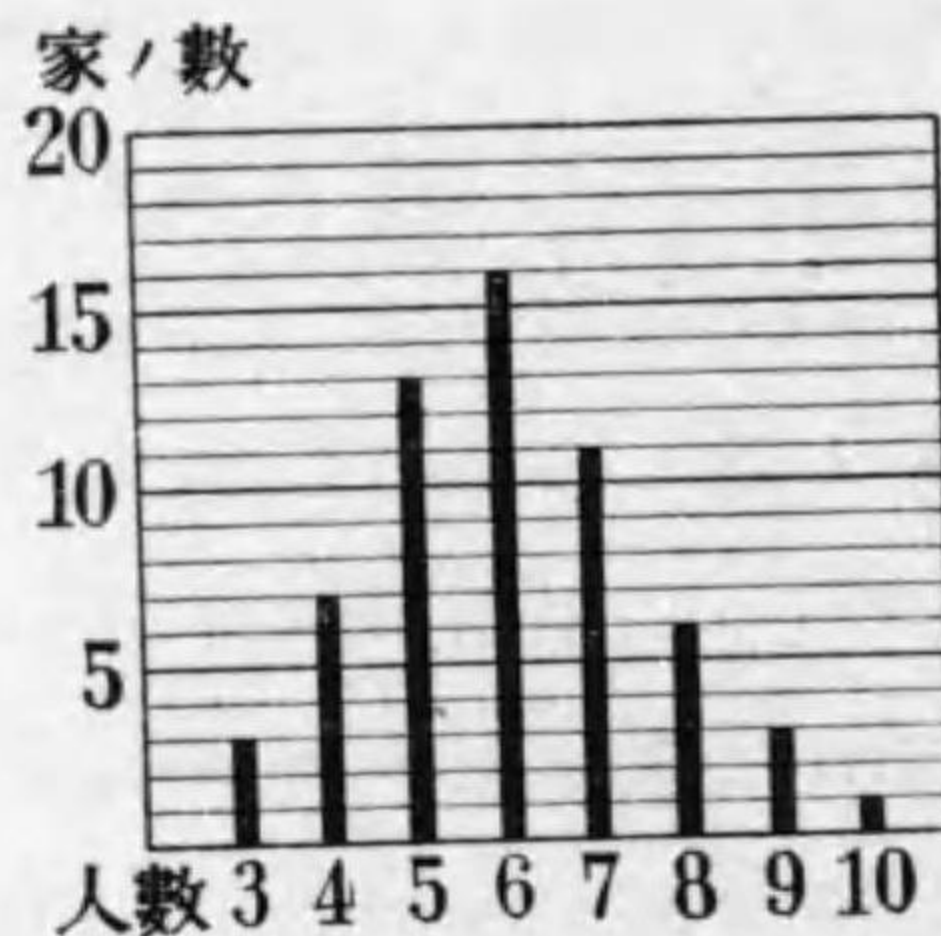


コノ時ノ平均ハ如何ナル意味ヲモツカ。

(ホ) (小算三下)81頁ヨリ卵ガ七ツアリマシタ。大キサヲクラベテミルト,少シヅツチガフヤウニ思ハレタノデ,重サヲハカツテミマシタ。私ハコレヲ圖ノヤウニ書キマシタ。卵一ツハ,オヨソ何

グラムト考ヘレバヨイデセウ。

(ハ) (小算三下)92頁ヨリ 右ノ圖ハ,大町君ノ組デ,ミンナノ家ゾクノ人數ヲシラベテ作ツタモノデス。コノ人數ニ



ハ,ヤトヒ人ハ入レテアリマセン。家ゾクガ何人キル家ガ一バン多イデセウ。家ゾクノ人數ノ合計ヲ出シテソレヲ家ノ數デ割ツテゴランナサイ。

數列ノ中心トナリ,代表トナルベキ一ツノ數値ヲ,ソノ數列ノ代表値トイフ。

平均ハ代表値ノ一ツデアル。我々が今マデ考ヘテ來タヤウナ平均ヲ算術平均トヨブ。

代表値ニハ算術平均ノ外ニ中位數,並數等ガアル。中位數トハ數列ニ屬スル凡テノ數値ヲ大キサノ順ニ並ベ,ソノ中央ニ位スル値ヲイフ。

個數ガ偶數ノ時ハ中央ノ二ツノ平均ヲ用フ。

問 1. 132頁ノ(ホ)ニツキソノ中位數ヲ求ム。

問 2. 120頁ニ與ヘラレタ入學者ノ身長體重ニツキ中央値ヲ求ム。平均トノヘダタリハ如何。

問 3. 累積度數曲線ガ與ヘラレタ場合中位數ヲ求メル方法ヲ考ヘヨ。

並數トハ度數ノ最大ナル場合ノ數値ヲイフ。

132頁(ハ)ニ於テ並數ハ6人デアル。

「支那事變デ戰爭ヲシテキマス。敵ノ逃ゲタアト城壁ニアル彈丸ノアトヲシラベテミマス。スルト味方ハドコヲネラツテウツタカハ彈丸ノアトノ一

「番多イコトデスグワカリマス。」トアル本ニカイテアツタガ、コレハ並數ヲ代表値トスル考ヘデアアル。

2頁ノ死亡數曲線ニ於テ、人間ノ壽命ハ何歳位カヲ決定スルノニ70歳カラ80歳マデノ間ニ、死ヌモノガ一番多イカラ、壽命ハ70歳乃至80歳ノ間デアラウトスル人ガアルガコレモ並數ノ考ニシタガツタノデアアル。

度數分布曲線ガ輕度ニ非對稱型デアアル場合ハ算術平均(M), 中位數(M_i)ト並數(M_n)トノ間ニハ次ノ關係ガ成立スルトイフ。

$$M - M_n = 3(M - M_i)$$

問 上ノ式ガ示ス M, M_n, M_i ノ關係ヲ直線上ニ圖示セヨ。

算術平均ノ求メ方

131頁(ロ)ニ於テ

1. スベテ 1000 倍シテ整數ニ直シソレノ平均ヨリ針金ノ平均ヲ求ムルニハ如何ニスルカ。
2. 0.068ヲ基準ニトリソレト各ノ差ヲ求メ、ソノ差ノ平均ヨリ平均ヲ求ムルニハ如何ニスルカ。
3. 1. 2. ノ考ヘ方ヲ併用シテ平均ヲ簡單ニ出ス方法如何。

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ ノ算術平均ヲ M トスレバ次ノ關係ガ成立ス。

(イ) $(a_1 - l), (a_2 - l), (a_3 - l), \dots, (a_n - l)$ ノ算術平均ヲ h トスレバ $M = l + h$ デアアル。從ツテ $\sum_{i=1}^n (a_i - M) = 0$

(ロ) $\frac{a_1}{c}, \frac{a_2}{c}, \frac{a_3}{c}, \dots, \frac{a_n}{c}$ ノ算術平均ヲ k トスレバ $M = kc$ デアアル。

(ハ) $\frac{a_1 - l}{c}, \frac{a_2 - l}{c}, \dots, \frac{a_n - l}{c}$ ノ算術平均ヲ q トスレバ $M = cq + l$ デアアル。

體重 X	人數 f	X - 29	$\frac{X - 29}{2}$	$f \cdot \frac{X - 29}{2}$
21	2	-8	-4	-8
23	7	-6	-3	-21
25	12	-4	-2	-24
27	19	-2	-1	-19
29	23	0	0	
31	19	2	1	19
33	11	4	2	22
35	5	6	3	15
37	1	8	4	4
計	99			-12

$$M = 29 + \frac{(-12) \times 2}{99} = 28.8(kg)$$

度数分布表カラ平均ヲ求メルニハ前頁ノ様ニスレバヨイ。ソノ理由ヲ考ヘヨ。

度数分布表ガ127頁(4)ノ如ク與ヘラレタ場合ハ、例ヘバ20kg—22kg 2人ノ時ハソノ中央値21kgノモノガ2人キルト考ヘテ上掲ノ如クシテ平均ヲ求メル。

120頁ノ表ヨリ階級ノ廣サ及ビ始度ヲ種々ニカヘテ度数分布表ヲツクリ、ソレヨリ平均ヲ求メテ、階級ノ取リ方ガ平均ニ與ヘル影響ヲシラベヨ。

問 算術平均ガ他ノ代表値ト異ナル特徴ヲ考ヘヨ。

24. 撒布度

月々平均気温

	一 月	二 月	三 月	四 月	五 月	六 月	七 月	八 月	九 月	十 月	十一 月	十二 月
上海	3.6	4.4	8.4	13.6	18.9	23.1	27.5	27.6	23.3	18.0	12.4	6.8
高知	5.4	6.1	9.4	14.6	18.2	21.6	25.3	26.2	23.2	17.7	12.4	7.4

上ノ表ヨリ年平均温度ヲ求ムレバ上海モ高知モ共ニ15.6度デアル。年平均温度ガヒトシイカラ兩地ノ気温状況ハヒトシイトイヘルカトイフニ、然ラズ。上掲ノ表ヲ仔細ニシラベルト上海ノ方ガ夏ハ

暑ク、冬ハ冷イ。即、大陸的氣候ノ傾向ヲオビテキル。

コノ事ヨリ平均ハ統計的事象ヲ壓縮的ニ表現シタモノデアリ、又事象ノ中心的傾向或ハ典型的大キサヲ示スモノデアルガ、全體ノ様子ヲ示スニハナホ不十分デアルコトガワカルデアラウ。

上海ノ方ガ夏暑ク冬寒イトイフノハ上海ノ各月ノ温度ノ撒布ノ状況ガ高知ノソレヨリ大キイコトデアル。ソレデ平均ト共ニ撒布度ヲ示ス數ガ與ヘラレルコトノ必要ガ理解サレルデアラウ。

範圍 撒布度ヲ示スニ、第一ニ考ヘラレルノハ、最大値ト最小値トヲ示スコト、又ハソノ差(コレヲ範圍トヨブ)ヲ與ヘルコトデアル。

問 1. 上海ト高知トノ気温ニテ上述ノ點ニツキシラベヨ。

問 2. 下ノ表ヨリ如何ナルコトヲ知ルカ。

	月	平均気温	毎日最高 ノ平均	平日最低 ノ平均
那 覇	4	20.8	24.0	17.8
	11	20.8	24.0	17.8
天 津	3	4.7	10.9	-0.7
	11	4.7	9.9	0.2

問 3. 範圍ハ撒布度ノ大要ヲ示スモ,不十分ナルコトヲ理解スル例ヲアゲヨ。

平均偏差 各數値ガ代表値カラドレダケ偏シテキルカラ示ス數量(コレヲ偏差トヨブ)ヨリ算出シタ値ヲモツテ撒布度トスルコトモ出來ル。平均偏差ハソノ一ツデアアル。

代表値カラノ偏差ノ絶對値ノ算術平均ヲ平均偏差トイフ。

統計系列 $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ ノ代表値ヲ A トスレバ,平均偏差ハ $\frac{\sum |X_i - A|}{n}$ トカケル。

階級	X_1	X_2	X_3	...	X_{r-1}	X_r	ノ如キ度數分布
度數	f_1	f_2	f_3	...	f_{r-2}	f_r	

表ノ代表値ヲ A トスレバ平均偏差ハ $\frac{\sum |f_i(X_i - A)|}{\sum f_i}$

問 1. 高知ト上海トノ氣温ニツキ平均偏差ヲ求め。

問 2. 偏差ノ算術平均ヲ平均偏差トスレバ,何故惡イカ。

中央値ヲ基準トシタ方ガ,平均偏差ガ小サクナルトイフ理由デ,平均偏差ノ算出ニハ中央値ヲ用フル方ガヨイトイフ人モアル。

標準偏差 偏差ヲ二乗シタモノノ算術平均ノ平

方根ヲ標準偏差トイフ。普通之ヲ σ デアラハス。代表値ニハ算術平均ヲ用フ。

式デアラハセバ

$$\sqrt{\frac{\sum (X_i - M)^2}{n}} \quad \text{又ハ} \quad \sqrt{\frac{\sum f_i (X_i - M)^2}{\sum f_i}}$$

偏差ヲ二乗スルノハ符號ヲ同一ニスルタメデ,平方根ヲ求メルノハ統計系列ト同ジ單位ニスルタメデアアル。

問 上海ト高知トノ氣温ニテ標準偏差ヲ求メテ比較セヨ。

問 題

1. 家族ノ人數ヲシラベテ次ノ如キ表ヲ得タ。

(A)	家族ノ數	3	4	5	6	7	8	9	10
	家ノ數	3	7	13	16	11	6	3	1

[小算三下92頁參照]

(B)	家族ノ數	3	4	5	6	7	8	9	10
	家ノ數	30	70	130	160	110	60	30	10

(A), (B) ニツノ標準偏差ヲ求メテ比較セヨ。

度數分布表ニテ度數ガ p 倍サレテモ標準偏差ハ變ラナイ。

2. (A)	X	X ₁	X ₂	X ₃	……	X _n
	f	f ₁	f ₂	f ₃	……	f _n
(B)	X	X ₁ +a	X ₂ +a	X ₃ +a	……	X _n +a
	f	f ₁	f ₂	f ₃	……	f _n

(A), (B) ニツノ標準偏差ヲ比較セヨ。

- アル組ノ身長ノ統計ガメートルヲ單位ニシテツクラレテキル。コレノ標準偏差ガσデアレバ、若シ尺ヲ單位ニシテ測ラレタナラバ標準偏差ハ何程ニナルカ。
- 上述ノ1.2.3.ヨリ標準偏差ハ如何ナル性質ヲモツカラ述ベヨ。
- 温州蜜柑ノ目方ヲハカツテ次ノ分布表ヲ得タ。

重サ(g)	5	8	11	14	17	20	23	26	29	32	35
個數	3	16	37	69	117	130	116	62	30	17	3

重サノ平均(M)及ビ標準偏差(σ)ヲ求ム。

對稱又ハ僅少ナル非對線分布ノ場合ニハ (M-σ) ト (M+σ) トノ間ニ68%ノモノガ含まレ、(M-2σ) ト (M+2σ) ノ間ニハ95%、(M-3σ) ト (M+3σ) トノ間ニハ99%ノモノガ含まレテキルトイフ。

コノコトヲ上述ノ温州蜜柑ノ分布表ニツイテシラベテミヨ。

標準偏差算出ノ簡便法

X₁, X₂, …, X_n ノ平均ヲ M, 任意ノ一數ヲ X トシテ次ノ計算ヲ行フ。

$$S^2 = \frac{\sum(X_i - X)^2}{n}, \quad \sigma^2 = \frac{\sum(X_i - M)^2}{n}$$

$$\text{シカル時ハ } S^2 = \sigma^2 + (M - X)^2$$

$$\begin{aligned} \text{〔證明〕 } S^2 &= \frac{\sum(X_i - X)^2}{n} \\ &= \frac{\sum\{(X - M) + (M - X)\}^2}{n} \\ &= \frac{\sum(X - M)^2 + 2\{\sum(X - M)\}(M - X) + n(M - X)^2}{n} \\ &= \frac{\sum(X - M)^2}{n} + (M - X)^2 \\ &= \sigma^2 + (M - X)^2 \end{aligned}$$

(注意) $\sum(X - M) = 0$ ナルコトニ着目セヨ。

階級	X ₁	X ₂	X ₃	……	X _{y-1}	X _r
度數	f ₁	f ₂	f ₃	……	f _{y-1}	f _r

上ノ表ニ於テ算術平均ヲ M, X ヲ任意ノ數トシテ次ノ計算ヲ行フ。

$$S^2 = \frac{\sum f_i (X_i - X)^2}{\sum f_i}, \quad \sigma^2 = \frac{\sum f_i (X_i - M)^2}{\sum f_i}$$

シカラバ $S^2 = \sigma^2 + (M - X)^2$

コレニヨツテ下ノ例ノ如ク標準偏差ヲ算出ス。

問 標準偏差ヲ算出スルニ算術平均ヲ用ヒル時
ガ他ノ代表値ヲ用ヒルヨリ最小デアアル。

例 次ノ表ニヨツテ標準偏差ノ計算ノ簡便法ヲ
理解セヨ。

重サ(g) X	個數 f	$\frac{X-20}{3}$	$f\left(\frac{X-20}{3}\right)$	$f\left(\frac{X-20}{3}\right)^2$
5	3	-5	-15	75
8	16	-4	-64	256
11	37	-3	-111	333
14	69	-2	-138	276
17	117	-1	-117	117
20	130	0	0	0
23	116	1	116	116
26	62	2	124	248
29	30	3	90	270
32	17	4	68	272
35	3	5	15	75
計	600		-32	2038

$$M = 20 + \frac{-32 \times 3}{600} = 19.84$$

$$S^2 = \frac{2038}{600} \times 9 = 30.57$$

$$(M - X)^2 = \left(\frac{32 \times 3}{600}\right)^2 = 0.03$$

$$\sigma^2 = 30.57 - 0.03 = 30.54$$

$$\sigma = 5.53$$

問題

- 127頁4ノ問題ニツキ標準偏差ヲ算出セヨ。體重(20^{kg}-22^{kg})ノ範圍ニ2人アルトイフハ21kgノモノガ2人アルトシテ計算スルコト,算術平均ノ算出ノ場合ト同ジデアアル。
- 次ハ11歳ノ男子ニ競走ヲサセテ得タ記録デア
ル。

	人員	平均 (M)	標準 偏差 (σ)	最大	最小
A 五十米競走	258 ^人	8.82 ^秒	0.54 ^秒	10.6 ^秒	7.8 ^秒
B 百米競走	258	18.20	1.05	21.4	16.2

140頁ニノベシ如ク(M-σ)ト(M+σ)トノ間ニ68%
ノモノガアルトシテソノ範圍及ビ人員ヲ算出セ
ヨ。

(M-3σ)ト(M+3σ)トノ間ニ99%ノモノガアルト
イフノガ,最小最大ノ示ス範圍ト何程ノ差アリヤ。
M-3σ, M+3σガ最小,最大トハナハダシク異ナル
場合ハコレヲ如何ニ解釋スルカ。

AトBトノ散布度ヲ比較シテAハBノ約二

倍ダトイヘルカ。140頁3ヲモ参照セヨ。

二種ノ散布度ヲ比較スルニ $\frac{\sigma}{M} \times 100$ ヲモツテ
ス。コレヲ偏差係數トヨンデリデアラハスコト
アリ。

AトBトノリヲ求メテ比較セヨ。

3. 次ノ記録ニツイテ研究セヨ。

兒童年齡別自然歩

年 齡	歩 數 (一分間)			歩 幅 (cm)			人 員	
	平均	標準 偏差	偏差 係數	平均	標準 偏差	偏差 係數		
男	7	161	12.6	7.83	53	5.4	10.19	163
	8	153	11.5	7.52	57	5.6	9.82	204
	9	148	10.8	7.30	59	5.6	9.49	191
	10	141	10.7	7.19	60	5.4	9.00	202
	11	138	9.2	6.67	64	6.3	9.84	170
	12	134	8.8	6.57	68	5.4	7.94	173
女	7	154	11.7	7.60	50	4.2	8.40	147
	8	149	11.7	7.85	53	5.3	10.00	250
	9	144	11.1	7.71	56	5.0	8.93	225
	10	138	8.8	6.38	59	5.3	8.98	185
	11	138	9.2	6.67	63	6.1	9.68	190
	12	136	8.6	6.32	65	6.3	9.69	176

4. 體力章檢定ノ各種目ニツイテ平均,標準偏差,偏
差係數,最大,最小,人員ノ項目ヲモツ統計表ヲツク

リ且之ニツイテ研究セヨ。

5. 甲,乙二人ノ運動能力ヲ100mノ走カト,走幅跳ニ
ヨツテ決定スルトシテ次ノ結果ヲ得タ。

	100m	走幅跳
甲	13秒	4.00m
乙	15	4.80
全 國	平均 14.7 標準偏差 0.88	4.38 0.45

コノ二人ノ運動能
力ヲ比較スル方法ヲ
考ヘヨ。
コレニ對シテ次ノ
如キ方法ガ試ミラレ
テキル。

成績ガ一定距離ヲ走ルニ要シタ時間ヲ測ル如
ク,ソノ數値ガ少ナイホド成績ガヨイ場合ハ

$$\frac{m-X}{\frac{1}{10}\sigma} + 50$$

mハ平均値
Xハ個人ノ成績
σハ標準偏差

走幅跳ノヤウニ數値ノ大キイ程成績ノヨイ場
合ハ

$$\frac{X-m}{\frac{1}{10}\sigma} + 50$$

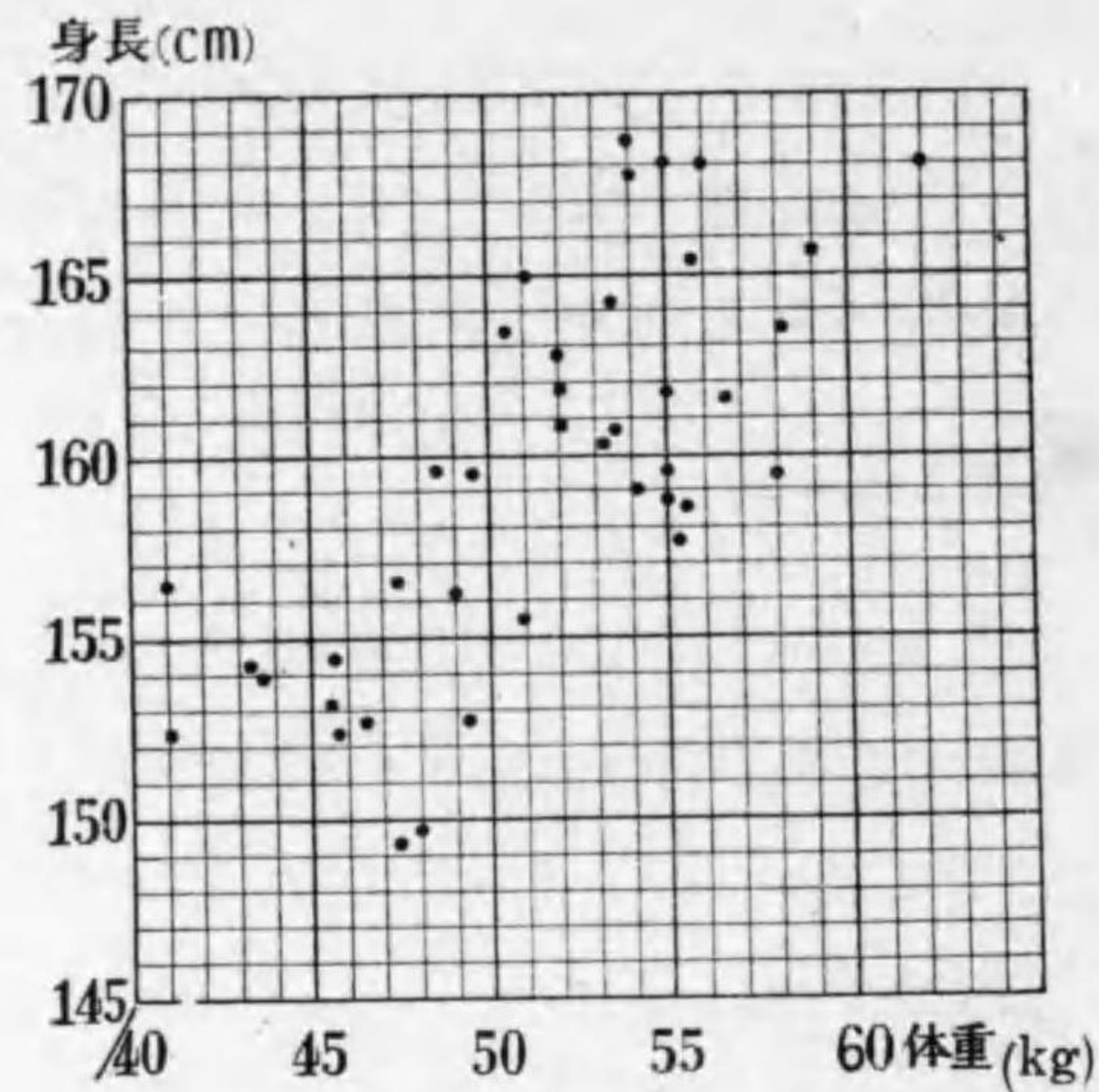
ノ公式ヲ用ヒテ各ニツキ計算シソノ平均ヲモツ
テソノモノノ運動能力トス。

コレニ從ツテ上ノ甲乙二人ノ運動能力ヲ比較

セヨ。ナホ、君ラノ級ノ體力章檢定ニツキ上ノ如ク計算シテ各自ノ運動能力ヲ比較シテミヨ。

25. 相關關係

120頁ノ身體檢査表ヲミルト身長ノ高イモノハ概シテ體重ガ多イコトガワカル。コレヲ次ノ様ニ圖表又ハ數表ニ表ハセバ一層明瞭デアル。(昭和十四年度ノ分)



172					1	2		1	
168				1	2	1	1		
164				1	5	2	1		
160	1		2	2	1	4	1		
156	1	5	1	2					
152			2						
148			2						
	40	43	46	49	52	55	58	61	64

(注意) 例ヘバ52ノモノハ(52-55)ノ階級ニ入レタ。君ラノ級ノ體力章檢定ノ檢定項目相互ノ關係ヲ上ノ圖表又ハ數表ノ様ニアラハシテ考ヘテミヨ。身長ト體重トノ關係ノヤウニ一方ガマセバ他ノ方モマストイフ如キ傾向アルトキ身長ト體重トニハ順ノ相關ガアルトイフ。

年次	産額 (百萬石)	一石ノ 價格 (圓)
大正10	55	36
11	61	26
12	55	31
13	57	39
14	60	35
昭和1	56	32
2	62	29

左ノ表ヲミルト産額ガ多イト價格ガ減少シテキル。コノ時産額ト價格トハ逆ノ相關ニアルトイフ。Aノ變化ガBノ變

化ト何ラ關係ガナイ場合ニハ相關關係ガナイトイフ。

圖表ガドウナツタ場合相關關係ガナイトイヘルダラウカ。

相關關係ハ函數關係ヲアラハス一ツノ方法デアルトモイヘル。函數關係ガ一ツノ式デ簡單ニ示サレナイヤウナ場合ニハソノ關係ノ度合ヲ示スノニコノ方法ガ用ヒラレル。シカシソノタメニハ關係ノ度合ヲ一ツノ數デ表ハセルコトガ必要デアアル。

相關ノ程度ヲ示ス數ヲ**相關係數**トイフ。

相關係數ノ求メ方

生徒	X 代數	Y 幾何	$ X-Y $	$(X-Y)^2$
A	9	7	2	4
B	6	5	1	1
C	9	7	2	4
D	6	6	0	0
E	7	6	1	1
F	9	8	1	1
G	8	6	2	4
H	6	6	0	0
I	7	6	1	1
J	8	7	1	1
計			11	17

例ヘバ代數ノ能力ト幾何ノ能力トニ完全ナ相關ガアツタ場合ハ代數ト幾何トハ同ジ點數ニナルダラウト考ヘルト、相關ノ度合ハ各人ノ代數幾何ノ成績ノ差ノ絶對値ノ和、又ハ平方ノ和デアラハスコトガ出來ルデアラウ。コレラノ數值ノ小サイ程相關ノ度合ガ大キイノデアアル。

問 何故、絶對値ヲトツタリ又ハ平方シタリスルノカ。絶對値ヲトルノト平方スルノト何レガヨイカ。

シカシコノ方法ノ缺點ニ諸君ハ直ニ氣ヅクデアラウ。タトヘバ代數ハ10點滿點、幾何ハ100點滿點デアツタ場合、或ハ身長ト體重トノ相關ト、身長ト胸圍トノ相關トヲ比較スル場合ヲ考ヘテミルトヨイ。

尙順ノ相關ノ度合ノ大キイモノ程數值ガ大キクアラハレルコトモ望マシイコトデアアル。

以上ノ事柄ニ着眼シテ上述ノ方法ノ改善案ヲ考ヘヨ。

イギリスノ統計學者 Pearson ハ次ノ如キ方法ヲ述ベテキル。

X	$X_1, X_2, X_3, X_4, \dots, X_n$
Y	$Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, \dots, Y_n$

X_i と Y_i と對應スルニツノ系列 X, Y ノ相關ヲ求メル。

マヅ之ヲ σ 尺度ノ數ニ改メテ次ノ如クナル。

X	$x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n$
Y	$y_1, y_2, y_3, y_4, \dots, y_n$

X_i ヲ σ 尺度ノ數ニスルトハ X_i ヲ $\frac{X_i - M_x}{\sigma_x}$ トスルコトデアル。 M_x, σ_x ハ X ノ系列ノ算術平均、標準偏差デアル。 Y ノ系列ノ算術平均ヲ M_y 、標準偏差ヲ σ_y トス。

$$\sum(x_i - y_i)^2 = \sum x_i^2 - 2\sum x_i y_i + \sum y_i^2$$

$$\begin{aligned} \text{然ルニ} \quad \sum x_i^2 &= \sum \frac{(X_i - M_x)^2}{\sigma_x^2} \\ &= \frac{n \sum \frac{(X_i - M_x)^2}{n}}{\sigma_x^2} \\ &= \frac{n \sigma_x^2}{\sigma_x^2} \\ &= n \end{aligned}$$

同様ニシテ $\sum y_i^2 = n$

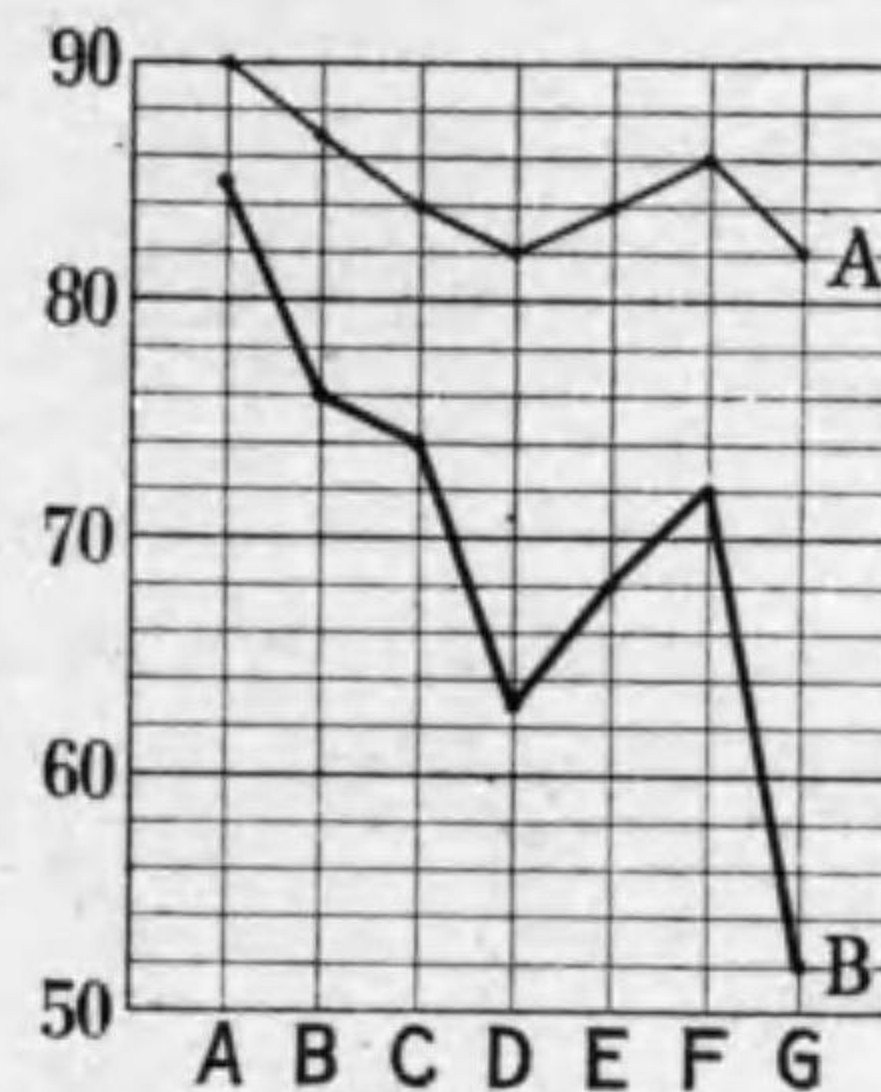
故ニ $\frac{1}{n} \sum x_i y_i = 1 - \frac{1}{2n} \sum (x_i - y_i)^2 = r$ トオク。

Pearson ハ $\frac{1}{n} \sum x_i y_i$ ヲ以テ相關ノ度ヲ示ストシタ。之ヲ Pearson ノ相関係數トヨブ。コレガ相關ヲ示

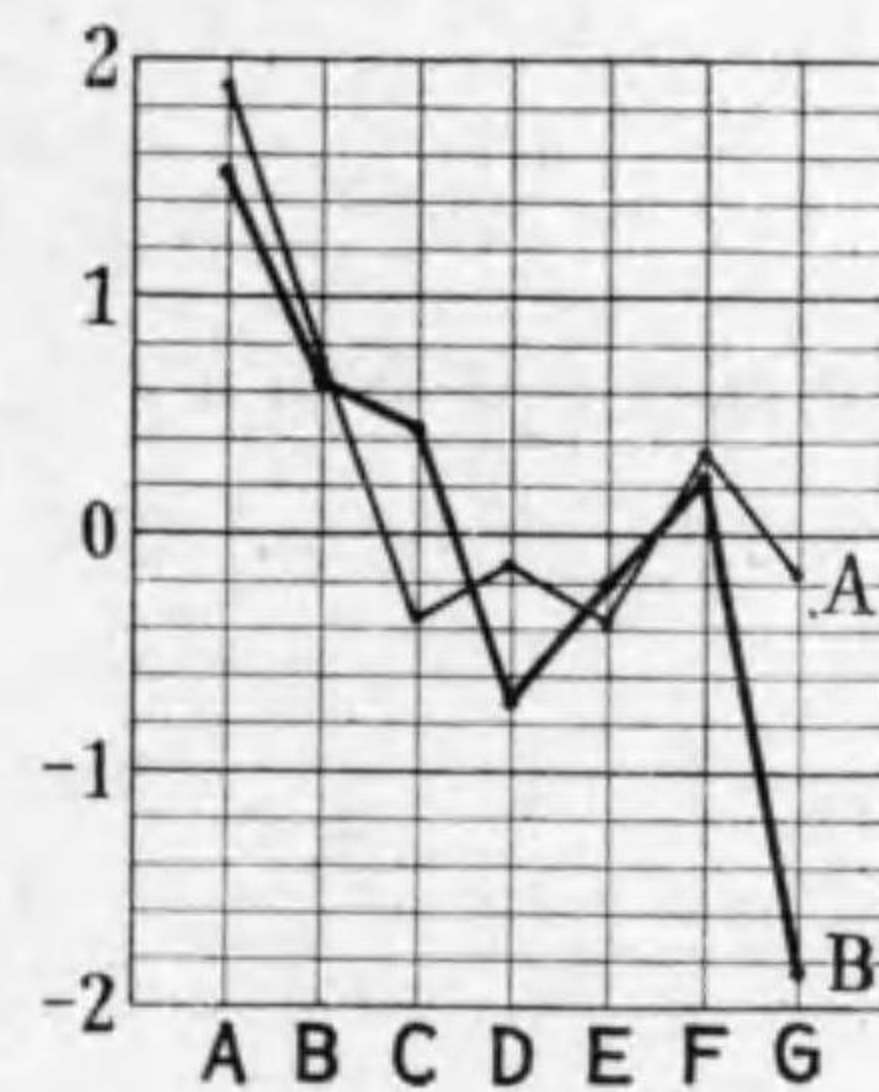
スコトヲ推知スルニハ $(x_i - y_i)^2$ ガ相關ヲ示スコトニ氣ヅケバヨイ。コノタメニハ149頁ニノベシコトト σ 尺度ノ意味ガ明白ニナレバヨイ。

σ 尺度ニツキテハ次ノ例ニヨリテ推察セヨ。

	A	B	C	D	E	F	G
A 入試成績	90	87	84	82	84	86	82
B 卒業成績	85	76	74	63	68	72	52



(1)



(2)

1 圖ハ(1)ノ表ヲソノマ、圖示シタルモノ。2 圖ハ(1)ノ表ヲ σ 尺度ニ直シテ圖示シタルモノデアル。コレニヨリテ σ 尺度ニ直スコトニヨリテ單位ト無關係ニナリ、シカモニツノ系列ガ接近シテクルコトヲ知ルデアラウ。

逆ノ相關ノ場合ハ $\frac{1}{n} \sum x_i y_i = -1 + \frac{1}{2n} \sum (x_i + y_i)^2$ ヨリ考ヘル。完全ノ正ノ相關ノ時ハ 1 デアル。 -1 ノ場合ハ如何。 0 ニ近クニツレテ相關ハ少クナル。計算スル場合ニハ次ノ式ヲ用フ。

$$\frac{1}{n} \sum x_i y_i = \frac{1}{n} \sum \frac{(X_i - M_x)(Y_i - M_y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\sum (X_i - M_x)(Y_i - M_y)}{\sqrt{\sum (X_i - M_x)^2} \sqrt{\sum (Y_i - M_y)^2}}$$

最後ノ式ハ次ノ如ク變形スルコトモ出來ル。

$$\frac{1}{n} \sum x_i y_i = \frac{n \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{\sqrt{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \sqrt{n \sum Y_i^2 - (\sum Y_i)^2}}$$

相關係數ノ計算例

	代数 X	幾何 Y	X - M _x	Y - M _y	(X - M _x) ²	(Y - M _y) ²	(X - M _x)(Y - M _y)
A	9	7	1.5	0.6	2.25	0.36	0.90
B	6	5	-1.5	-1.4	2.25	1.96	2.10
C	9	7	1.5	0.6	2.25	0.36	0.90
D	6	6	-1.5	-0.4	2.25	0.16	0.60
E	7	6	-0.5	-0.4	0.25	0.16	-0.20
F	9	8	1.5	1.6	2.25	2.56	2.40
G	8	6	0.5	-0.4	0.25	0.16	-0.20
H	6	6	-1.5	-0.4	2.25	0.16	0.60
I	7	6	-0.5	-0.4	0.25	0.16	0.20
J	8	7	0.5	0.6	0.25	0.36	0.30
計					14.50	6.40	8.00
平均	7.5	6.4					

$$\text{相關係數} = \frac{8.00}{\sqrt{14.50} \sqrt{6.40}} = 0.83$$

相關ノ例

	検査能力	測定能力
1. 左ノ表ハ彈丸ニ缺點ノ有無ヲ検査スル能力ト大	0.56	0.05
小ヲ測定スル能力トノ素質検査ノ相	0.13	0.52
關ヲシラベタモノデ適材ヲ選ビ出スニ用ヒラレル	0.64	0.17

モノデアル。

2. 親ノ在小學時代ト子ノ在小學時代トヲ學業成績上ヨリ比較シテ、精神的特徴ニ於テ、親子間ニハ五割ニ近イ相關ノアルコトが見出サレタ。尙、親子ノ身長ノ相關モ大體 0.5 デアル。

問 1. 次ノ表ニヨリ溫度ト濕度トノ相關關係ヲシラベヨ。

日付	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
溫度	25.2	25.4	27.5	26.9	27.6	27.3	27.9	26.6	25.8	26.8
濕度	73	77	79	85	83	85	77	71	80	75

問 2. 君ラノ級ノ體力檢定ノ各種目間ノ相關ヲシラベテミヨ。走幅跳ト身長トノ相關如何。

第七章 日用諸算

26. 指數

問 1. アル鯨カラ次ノヤウナモノガトレタ。コレヲ百分比ニアラタメヨ。

	肉	皮	臟腑	骨	其他
數量(t)	34.6	15.8	4.8	6.2	3.2

(小算五下76頁参照)

問 2. 次ニ示スハアル學校ノ一學期ノ出席調査ノ結果デアル。出席狀況ノ順位ヲ定メルニハドウスルカ。

學年	人數	授業時間	缺席延時間
1	40	499	349
2	40	507	36
3	41	505	228
4	37	519	669
5	51	510	106

上述ノ例デミル如ク數量間ノ關係ヲ明カニ把握スルタメニハ比ニ直スコトガ望マシイ場合ガ多イ。

次ノ表ハ内地ノ大麥ノ收穫高ヲ調べタモノデア。昭和四年ノ收穫高ヲ 100 ニシテ、ソレニ對スル

年次	小麥 萬石	指數 昭和四年 基準	各年度ノ收穫高ノ割合ヲ 算出スルトキ之ヲ昭和四 年ヲ基準トスル指數トイ フ。 年々ノ變化ノ様子ハ指 數デアラハシタ方ガヨク ワカルコトニ着目セヨ。 下記ノ表ハ甘藷ノ苗ノ 下端ヲ「ヘテロキシソ」ノ各
四	632	100	種ノ濃度ノ溶液ニ時間ヲ異ニシテ浸漬シテ栽培シ テ得タ收量ノ報告デア。表ヨリ實驗ノ結果ヲ比
五	612	97	
六	642	102	
七	650	103	
八	801	127	
九	945	149	
十	966	153	
十	896	142	

試驗區別	五 倍 液	一 萬 倍 液	一 萬 倍 液	二 萬 五 千 倍 液	二 萬 五 千 倍 液	五 萬 倍 液	五 萬 倍 液	五 萬 倍 液	無 處 (標準 理)
浸漬時間	一 ・ 五 時間	三	六	三	六	三	六	二 四	
收量	四 八 三 g	四 九 七	五 四 七	五 一 四	五 二 〇	五 〇 〇	五 一 四	五 二 四	四 七 一
收量指數	一 〇 三	一 〇 六	一 一 七	一 〇 九	一一 一	一 〇 六	一 〇 九	一一 二	一 〇 〇

較スルニハ指數ノ方ガヨキコトヲ理解セヨ。

指數ヲ求メルニ小數點以下長イ計算ヲスルノハ無意味デアル。歩合又ハ比ノ値ヲ求メル場合デモ概シテ同ジ注意ガ必要デアル。ソノ理由如何。

指數ヲ求メルニハ除數ガイツモ同ジ場合ノ割算ニナルガ、ソレニハ計算尺ヲ用ヒルトヨイ。商ガ二桁デヨイ場合ニハ方眼紙ヲ用ヒテモ出來ル。用ヒ方ヲ考ヘヨ。

問 題

1. 次ノ表ハ各種工業ノ中、近年特ニ著シク發展シタ金屬工業及ビ機械器具工業ニツイテノ統計デアル。コノ表カラドンナコトガワカルカ。

年 次	金 屬 工 業		機 械 器 具 工 業	
	工場數	生産價額 萬圓	工場數	生産價額 萬圓
昭 和 八	5542	8,8773	7850	8,0512
九	6610	14,6362	9181	10,8207
十	7318	18,1710	1,0352	13,8058
十一	8251	21,3072	1,1767	16,0925
十二	1,0076	33,7861	1,4636	23,7988

[小算六下] 21頁

2. 次ノ表ハ、我國ノ人口ヲ調べタモノデアル。

年 次	全 國		内 地	
	男	女	男	女
昭 和 八	4801 萬圓	4687 萬圓	3380 萬圓	3344 萬圓
九	4879	4762	3428	3392
十	4976	4874	3473	3452
十一	5044	4942	3522	3503
十二	5084	5000	3571	3554

男女ノ合計ガ全國及ビ内地デーケ年間ニ平均何人増加シタカ。各一ケ年間ニ増加シタ人數ノ前年ノ人口ニ對スル歩合ヲ求メヨ。

昭和八年ノ人口ヲ 100 トシテソノ後ノ人口ヲ表ハセ。 [小算六下] 58頁

3. 次ノ表ハ内地ノ米ノ生産及ビ消費ノ統計デアル。コレニツイテ研究セヨ。

	大正 元—5 平均	大正 6—10 平均	大正 11—15 平均	昭和 2—6 平均	昭和 7—11 平均	9	10	11	12
年産額 (萬石)	4737	5770	5772	6081	6157	7083	5184	5746	6734
消費額 (萬石)	5546	6268	6612	7794	8299	7675	7054	7304	7967

27. 物價指數

年次	米 (玄米一石 ニツキ)	生絲 (百斤 ニツキ)	鐵 (銑鐵一噸 ニツキ)	木材 (杉板一坪 ニツキ)	洋紙 (印刷紙 一封度 ニツキ)
昭和	同	同	同	同	同
3	31.36	1327.68	53.63	1.30	0.16
4	29.33	1320.30	52.46	1.20	0.14
5	25.89	869.74	45.30	0.94	0.13
6	18.59	562.80	36.69	0.98	0.13
7	21.22	693.75	35.79	1.00	0.14

上ニ示ス表ノ各品目ガ經濟界ニ於ケル重要ナ物資デアルトスレバ、ソノ價格ノ變動ヲモツテ經濟界ノ狀況ヲシルコトガ出來ル。シカモ各年次ニ於ケル物價ノ狀況ヲ一ツノ數デアラハシ得レバ好都合デアル。ソノ方法ヲ各自研究セヨ。

物價指數ハソノ一ツノ方法デアル。例ヘバ昭和五年度ノ各品目ニツキ昭和三年度ノ價格ヲ基準ニシテ指數ニ改メ、ソノ指數ノ平均シタルモノヲ、昭和三年度ヲ基準トスル昭和五年ノ物價指數トヨブ。

問 上表ニツキ昭和三年ヲ基準トシテ各年次ノ物價指數ヲ求メヨ。

物價指數ノ算出ニハ品目、基準ノ選定、計算ノ仕方ナドニツキ種々考慮ガハラハレテキル。

例 東京物價指數 (日本銀行調査)

明治33年基準,昭和十一年九月以前ハ56品目,其後ノ分ハ111品目ニツイテノ調べデアル。

年次	和昭	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
物價指數	二 一 九 ・ 八	一 八 一 ・ 〇	一 五 三 ・ 〇	一 六 一 ・ 一	一 七 九 ・ 五	一 七 七 ・ 六	一 八 五 ・ 五	一 九 七 ・ 二	二 三 八 ・ 二	二 五 一 ・ 三	

(注意) 昭和11年ハ昭和5年ニ比ベテ何程ノ騰貴ナルカラ調べルニ $(197.2 - 181.0) \div 181.0$ (イ)
トナスハ嚴密ニ言ヘバ正シカラザルモ、品目ノ數ノ多クシテ概畧ノ様子ヲ知ルニハ差支ヘナシ。(ロ)

問 上述(イ)ニツキ次ノ如ク研究セヨ。

	第一年	第二年	第三年
甲品	2回	1回	3回
乙品	4回	4回	6回

右ノ表ニヨリ第一年ヲ基準トシテ物價指數ヲ求メソレニヨリ第三年ハ第二年ノ何倍ナルカラ求メヨ。次ニ第二年ヲ基準トシテ計算シタル第三年ノ物價指數ヲ求メテソレト比較セヨ。算術平均ノ代リニ幾何平均ヲ求ムレ

バ如何。 X_1, X_2, \dots, X_n の幾何平均トハ $\sqrt[n]{X_1 X_2 \dots X_n}$ デアル。

(ロ)ニツキテハ次ニヨリ理解セヨ。

明治33年基準ノ物價指數ノ表ニヨリ昭和8年ヲ基準トスレバ,ソレ以後ノ物價指數ヲ何程トスベキカラ計算セヨ。ソレト次ノ表ノ數値トヲ比較セヨ。次ノ表ハ昭和八年ヲ基準トシテ別ニ計算サレタル東京物價指數デアアル。

年次	昭和 8	9	10	11	12	13
物價指數	一〇〇・〇	九九・一	一〇四・六	一〇九・〇	一三二・三	一三九・六

重ミヲツケタ平均

158頁ノ表ニヨツテ物價指數ヲ計算スルニ當リ各品目ガ經濟界ニ及ボス影響ヲ計算シ,例ヘバソノ割合(コレヲ重ミトイフ)ガ米4,生絲2,鐵2,洋紙1,木材1デアアル場合,コレヲ考慮ニ入レテ物價指數ヲ計算スルニハ次ノ如キ方法ヲトル。

	米	生絲	鐵	木材	洋紙	計
重 (W)	4	2	2	1	1	10
昭和四年指數 (I)	93.5	99.4	97.8	92.3	87.5	
(W)×(I)	374.0	198.8	195.6	92.3	87.5	948.2

$$\text{物價指數} = \frac{948.2}{10} = 94.8$$

カクノ如クシテ得ラレタ數値ヲ重ミツケラレタル平均又ハ加重平均トイヒ,加重平均ニヨル物價指數ヲ加重物價指數トイフ。普通ノ平均即重ミガスベテ1デアアル場合ヲ單純平均トイフ。

物價指數算定ノ際ノ重ミハ各品目ノ取引額,消費額,生算類等ヲ考慮シテ決定セラレルノガ普通デアアル。

問 君ラノ學校成績表ノ平均ハ加重平均ナリヤ。

28. 生計費指數

生計費ノ變動ヲハカルニ生計費指數ガアル。次ニ述ブルハ内閣統計局ヨリ發表セラレル勞働者ノ生計費指數算定ノ要項デアアル。コレニヨツテ生計費指數ノ性格ヲ理解セヨ。

労働者生計費指數算定要項

(一) 價格資料ノ調査

- (イ) 調査ノ期日 毎月十六日
 (ロ) 地 域 全國主要二十四都市
 (ハ) 調査ノ項目 労働者世帯ノ支出ニ於テ重要ナ地位ヲ占ムル項目156種ノ中飲食料費77項目,住居費12項目,光熱費6項目,被服費30項目,其他ノ諸費31項目

(二) 生計費指數ノ算定

- (イ) 指數ノ基準 昭和十二年七月
 (ロ) 重 ミ 労働者世帯650ノ家計簿ニヨリ作製
 (ハ) 算定ノ方法 各都市生計費指數ハ各項目價格ノ基準時ニ對スル比率ヲ求メ,之ヲ各項目ノ重ミニヨリ加重算術平均シテ部類指數ヲ求メ,更ニ部類指數ヲ各部類ノ重ミニヨリ加重算術平均シテ五大費指數ヲ,五大費指數ヲ各五大費ノ重ミニヨリ加重算術平均シテ之ヲ定ム。

全國生計費指數ハ各都市ノ各項目價格ノ基準時ニ對スル比率ヲ人口ノ重ミニヨリ加重算術平均シテ各項目價格ノ基準時ニ對スル全國的比率

ヲ求メ,之ヲ全國的重ミヲ用ヒテ,各都市ト同様ノ方法ニヨリ加重算術平均シテ算定ス。

給料生活者ニツイテモ同様ナ方法ニヨツテ生計費指數ガ算定サレテキル。

全國生計費指數算定ニ用ヒタル五大費ノ重ミ

	飲食料費	住居費	光熱費	被服費	其他諸費
労働者	442.52	174.27	52.23	141.88	189.10
給料生活者	415.56	197.63	57.37	129.53	199.91

昭和十四年二月ノ労働者部類別生計費指數

(昭和十二年七月基準)

費目	部 類 別	全 國	東 京	延 岡
	生計費指數	115.3	115.0	110.2
飲 食 物 費	米 麥 類	106.9	106.8	106.7
	魚 介	144.5	155.1	120.4
	肉	135.2	142.9	124.7
	牛 乳 及 鶏 卵	116.8	115.0	110.8
	豆 及 ビ 蔬 菜	116.1	118.2	104.2
	乾 物	127.4	122.4	132.2
	豆腐, 煮物及漬物類	120.3	116.2	107.0
	調 味 料	105.3	103.9	104.7
	酒	111.8	111.3	118.5
	煙 草	102.0	102.0	102.0
	菓 子 及 果 物	116.1	115.6	112.6

	飲料	105.5	109.3	103.8
	平均	114.7	116.0	110.0
住居費	家賃	100.0	100.2	98.1
	住宅修繕	123.5	130.9	122.3
	水道	100.0	100.0	—
	家具及什器	129.2	125.5	128.0
	平均	104.9	103.3	104.6
	光熱費	120.9	114.5	101.6
被服費	衣料	139.4	136.0	125.4
	身廻り品	143.1	149.2	129.6
	平均	140.5	140.0	126.6
其他諸費	保健衛生	110.0	114.6	105.7
	交通	100.0	100.0	100.0
	文房具	113.5	117.6	115.7
	修養娛樂	101.6	100.0	100.0
	平均	105.9	107.5	103.7

月々ノ詳シイ統計ハ内閣統計局發行ノ統計時報ニ出テキル。新聞紙ニモ各種ノ指數ガ發表セラレルカラ注意シテ研究スルコトガ大切デアル。

賃銀指數

各個人ノ生計ノ状態ヲシラベルニハ収入ト支出ノ兩方面カラ考ヘネバナラス。生計費ガ高騰スルモノレニ應ジテ賃銀ガ上レバ生計ノ状態ニハ變リ

ハナイトイヘル。コウシタ目的ノタメニ實質賃銀指數トイフノガアル。

$$\text{實質賃銀指數} = 100 \times \frac{\text{賃銀指數}}{\text{生計費指數}}$$

實質賃銀指數ニ對シテ普通ノ賃銀指數ヲ名目賃銀指數トヨブコトアリ。

問 年鑑其他ヲシラベテ近年ニ於ケル實質賃銀指數ノ變化ヲ研究セヨ。

問題

1. 昭和十二年七月ニ夫婦幼兒一人ノ家庭ニ於ケル最低生活費ガ56圓デアルトスレバ昭和十四年二月ニハ何程ト推定スベキカ。
2. 月收100圓ノ收入ノアル者ガ昭和十二年七月ニ支出ノ割合ノ百分比ガ次ノ如キ生活シテキタ。

飯食物費 住居費 光熱費 被服費 貯金其他

40 20 5 10 25

月收ガ上ラナカツタナラバ昭和十四年二月ニコノ支出ノ割合ヲドウ改メタラヨイカ。

3. 君ラノ一ヶ月ノ最低生計費ヲ計算セヨ。次ニ衛生費ノ計算ノ一例ヲ示ス。空欄ハ各自ニテ補ヘヨ。

費目	齒磨 齒ブラシ 塵紙 手拭 石鹼 洗濯石鹼 入浴 調髪 醫藥	計
單價	大袋十八錢	
使用料	一袋二ヶ月	
一月平均 <small>(錢)</small>	九・〇	

計畫ノアル生活ヲスルコトハ生活ヲ整ヘル上カラ必要ノコトデアル。租税ノ納入ハ國民ノ義務デアリ、國債ノ購入、國防其他國家事業ヘノ各分ニ應ジテノ努力ハ國民ノ道デアルガカ、ルコトガ怠ラズナサレルニハ生活ガ整ヘラレネバナラス。

最低生計費ノ算出、日々ノ出納簿ノ記帳等ハ生活ノ計畫ヲタテル上ニ必要ナ努力デアル。

現金出納帳ノ例

現金出納帳

昭和△年	摘要	収入	支出	残高
4 1	母ヨリ戴ク	2 00		2 00
" 3	雜記帳 3冊代		30	1 70
" 7	インキ・ペン先代		10	1 60
" 12	半紙 1帖代		6	1 54
" 16	五月號雜誌代		35	1 19
" 18	伯母ヨリ戴ク	1 00		2 19
" 24	運動靴 1足代		70	1 49 1 39
" 29	毛筆 1本代		15	1 34
" 30	郵便貯金ニ預入ル		1 00	34
" "	本日残高		34	0
		3 00	3 00	
5 1	前月繰越	34		34

記帳上ノ注意

1. 帳簿ニハ毎頁ニ丁數ヲ書入レ誤記ナドが多クテ,キタナクテモ,裂キステテハナラヌ。
2. 文字ノ大キサハ行線間ノ $\frac{1}{2}$ 乃至ハ $\frac{2}{3}$ ノ程度デ,行線ニ接シテ明瞭ニ書クコト。
3. 誤記ヲ訂正スルニハ數字ハタトヒソノ中ノ一數字ダケノ誤デモソノ數全體ヲ消シテ訂正スルコト。藥品,ゴム,又ハ小刀等デ消シテハナラヌ。赤ノ二重線ヲ引イテケシソノ上ニ正シイノヲカク。
4. 月末デ締切リ,ソノ日ノ殘高ガ手許ニアル實際ノ金高ト一致スルカ否カラタシカメネバナラヌ。記帳ノ締切ノ形式ヲ前頁ノ例デ理解セヨ。

度量衡

29. 我國ノ度量衡

問 1. 「十二東ニツ伏ノ鎬矢ヲ拔キ出シ」トイフガ何程ノ長ノ矢カ。

問 2. アタ,ツカ,ヒロノ意味ヲシラベヨ。

太古我國ニハ,天御量ナル度器アルトイフモ明カナラズ。朝鮮,支那トノ交通ガヒラケテヨリ彼國ノ度量衡ガ渡來シ,我國ノ制度ノ中ニ取り入レラレル

ニ至ツタ。明治ノ初マデ數度ノ制度ノ改正ガアツタガ次第ニ雜多ノ度量衡ガ用ヒラル状態デアツタノデ明治八年ニ度量衡取締條令ガ出テ,度量衡制度ノ確立ヲ見ルニ至ツタ。

量衡ニツイテハ徳川幕府ナドモ租稅又ハ貨幣ト關係ガアルノデ嚴シク取締ツタガ,度器ニツイテハ自由デアツタノデ,享保尺,又四郎尺,折衷尺,鯨尺等ノ種々ノ尺度ガ出來タ。

明治八年ノ制定ニ於テハ折衷尺ガ尺度ノ基準ニ用ヒラレタ。折衷尺ハ享保尺,又四郎尺ヲ平均シテツクツタ尺度デアル。鯨尺ハ裁衣ニ用ヒラレ,明治八年ニハ之ガ使用ハ許サレタ。

明治八年歐米各國デハ,メートル條約ガ締結セラレ,我國ハ明治十八年コノ條約ニ加盟,同十九年ニコレガ公布ヲ見,二十二年メートル原器ト,キログラム原器ノ交付ヲウケタ。

明治二十四年度量衡法ガ制定セラレ,メートル原器,キログラム原器ニ基イテ一尺,一貫ヲ定メ,之ヲ基本トシテ尺貫法ヲ制定シタ。

明治四十二年度量衡法施行令ヲモツテ,ヤード,ポンド法ヲ公認シ,コレニヨツテ度量衡ハ尺貫法,メー

トル法、ヤードポンド法ノ三系統ガ併用セラレルニ至ツタ。コレラノ三系統ガ雜然ト併用セラレルトキハ甚シキ混雜ヲ來スノデ、大正十年メートル法ヲ基準トスルヤウ度量衡法ガ改正セラレ、大正十三年七月一日ヨリ實施セラレルコト、ナツタ。從來慣用ノ度量衡ヨリメートル法ヘノ轉換ヲ圓滑ニスルタメ、實施ニ猶豫期間ヲ設ケタ。猶豫期間ハ公務所ノ事務、事業等ニ關シテハ十年、ソノ他ノ方面ニ於テハ二十年トシタ。シカシメートル法ノ普及ガ十分デナクテ十年ノ猶豫滿了後直ニメートル法ヲ強制スルコトガ出來ナイコトガ認メラレ、昭和八年猶豫期間ガ更ニ五年延長セラレタ。ソノ期間中ニ種々ノ調査研究ノ結果メートル法ノ實施ニ改正ノ必要ヲ認メ、昭和十四年度量衡法施行令ガ改正サレタ。改正ノ要點ハ次ノ通りデアル。

① 特別ノ由緒アル用途ニ供セラレ、ソノ他特別ノ由緒アル建造物、寶物ソノ他ノ物件ニ關シテハ尺貫法度量衡ヲ用ヒルコトガ出來ル。

② 尺貫法ハ土地又ハ建物ニ關シテハ當分ノ内、ソノ他ノモノニ關シテハ、昭和三十三年十二月三十一日迄用ヒルコトガ出來ル。

③ ヤードポンド法ハ、昭和三十三年十二月三十一日マデ、用ヒルコトガ出來ル。

度量衡法

第一條 度量ハメートル衡ハキログラムヲ以テ基本トス。メートルハ融解シツツアル純粹ノ水ノ氷ノ溫度ニ於ケル國際メートル原器ノ示ストコロノ長サトス。

キログラムハ國際キログラム原器ノ質量トス。

第二條 メートルハメートル條約ニヨリ帝國ニ交付セラレタルメートル原器ニヨリ、キログラムハメートル條約ニヨリ帝國ニ交付セラレタルキログラム原器ニヨリ之ヲ現示ス。

第三條ニ度量衡ノ名稱、名位ヲ次ノ如ク定メラレテキル。括弧ノ中ハ度量衡法施行令ニヨル畧字デアル。

度	ミクロン (μ)	メートルノ百萬分ノ一
	ミリメートル (mm 又ハ耗)	
		メートルノ千分ノ一
	センチメートル (cm 又ハ糶)	
		メートルノ百分ノ一
	デシメートル	メートルノ十分ノ一

メートル (*m* 又ハ米)キロメートル (*km* 又ハ軒)

千メートル

面積

平方ミリメートル 平方米ノ百萬分ノ一

平方センチメートル

平方米ノ一萬分ノ一

平方デシメートル 平方米ノ一百分ノ一

平方メートル

平方キロメートル 百萬平方米

量 立方センチメートル (*cc*)

立方米ノ百萬分ノ一

立方デシメートル 立方米ノ千分ノ一

立方メートル

衡 ミリグラム (*mg* 又ハ疋)

キログラムノ百萬分ノ一

グラム (*g* 又ハ瓦) キログラムノ千分ノ一キログラム (*kg* 又ハ疋)トン (*t* 又ハ噸) 千キログラム

度量衡施行令第一條ニハ土地又ハ液體ノ計算其
ノ他特殊ノ場合ニ用フル度量衡ニツイテ度量衡法

第三條ノ規定ニヨル外尙次ノ如キ名稱名位ガ定メ
ラレテキル。

度 土地又ハ水面ノ面積

アール (*a*) 百平方米ヘクタール (*ha*) 百アール

海面ニ於ケル長サ

海里 (浬) 千八百五十二米

量 液體,瓦斯體,粒狀物又ハ粉狀物ノ量

ミリリットル (*ml* 又ハ匁)

リットルノ千分ノ一

デシリットル (*dl* 又ハ鈞)

リットルノ十分ノ一

リットル (*l* 又ハ立)ヘクトリットル (*hl* 又ハ鎗)

百リットル

キロリットル (*kl* 又ハ軒)

千リットル

船舶ノ積量

噸 (*T* 又ハ屯) 三百五十三分ノ千立方米

寶石ノ重量

カラット (*ct*) 二百ミリグラム

力ノ單位

メガダイン 一坩ノ質量ノ物體ニ働クトキ一秒ニツキ毎秒10米ノ速度ノ増加ヲ與フル力。重量キログラムヲ用ヒルコトガ出來ル。一重量キログラムハ0.98メガダイントス。

壓力ノ單位

バール メガダインノ力ヲ一平方糎ノ面積ニウクル壓力。バールハ氣壓ト稱スルコトガ出來ル。

平方センチメートルニ付重量キログラムヲ用ヒルコトガ出來ル。

仕事ノ單位

ジュール 一メガダインノ力ニ抵抗シテ十糎ノ長ダケ物體ヲ動カストキナサルル仕事ヲイフ。

キログラムメートルヲ用ヒルコトガ出來ル。一キログラムメートルハ9.8ジュールトス。

工率ノ單位

キロワット 一秒ニツキ千ジュールノ工率。

密度ノ單位

一氣壓ニ於テ四度ノ溫度ヲ有スル純粹ノ水ノ密度。

溫度ノ單位

度 之ヲ攝氏度ト稱スルコトガ出來ル。

尺貫法

$$\text{度} \quad 1 \text{毛} = \frac{1}{10000} \text{尺}$$

$$1 \text{厘} = \frac{1}{1000} \text{尺} = 10 \text{毛}$$

$$1 \text{分} = \frac{1}{100} \text{尺} = 10 \text{分}$$

$$1 \text{寸} = \frac{1}{10} \text{尺} = 10 \text{分}$$

$$1 \text{尺} = \frac{10}{33} \text{米}$$

$$1 \text{丈} = 10 \text{尺}$$

$$1 \text{間} = 6 \text{尺}$$

$$1 \text{町} = 360 \text{尺}$$

$$1 \text{里} = 12960 \text{尺}$$

$$\text{量} \quad 1 \text{勺} = \frac{1}{100} \text{升}$$

$$1 \text{分} = \frac{1}{10} \text{升} = 10 \text{勺}$$

$$1 \text{升} = \frac{2401}{1331000} \text{立方米}$$

$$1 \text{斗} = 10 \text{升}$$

$$1 \text{石} = 100 \text{升} = 10 \text{斗}$$

$$\text{衡} \quad 1 \text{毛} = \text{百萬分ノ一貫}$$

$$1 \text{厘} = \text{十萬分ノ一貫}$$

$$1 \text{分} = \text{一萬分ノ一貫}$$

$$1 \text{勺} = \frac{1}{100} \text{步}$$

$$1 \text{合} = \frac{1}{10} \text{步} = 10 \text{勺}$$

$$1 \text{步(坪)} = \frac{400}{121} \text{平方米}$$

$$1 \text{畝} = 30 \text{步}$$

$$1 \text{段} = 300 \text{步} = 10 \text{畝}$$

$$1 \text{町} = 3000 \text{步} = 10 \text{段}$$

1 匁 = 千分ノ一貫

1 貫 = $\frac{15}{4}$ 匁

1 斤 = 160 匁

鯨尺

1 鯨尺尺 = $\frac{25}{66}$ 米

ヤードポンド法

1 インチ = $\frac{1}{36}$ ヤード

1 フート = $\frac{1}{3}$ ヤード

1 ヤード = $\frac{1143}{1250}$ 米

1 チェーン = 22 ヤード

1 マイル = 1760 ヤード

1 ガロン = $\frac{10920123}{66550000}$ 立

グレーン = $\frac{1}{7000}$ ポンド

1 オンス = $\frac{1}{16}$ ポンド

1 ポンド = $\frac{567}{1250}$ 匁

1 英トン = 2240 ポンド

30. メートル法度量衡ノ歴史

度量衡ヲ世界中ドコデモ共通ナモノニスレバ學問,貿易其他各種ノ問題ヲ取扱フ上ニ便利デアルト

イフノデ,西曆 1790 年ニふらんすノたれーらんべりごーる (Talleyrand-Périgord) ガソノ國ノ議會ニ度量衡ノ統一ノ議案ヲ提出シ,議會ハ之ヲ議決シタノデ政府ハ學士院ニ特別委員ヲ設ケテソノ方法ヲシラベサセタ。委員ノ議シタ問題ノ中デ一番大切ナモノハ長サノ單位ヲ何ニ基ヅケルカデアッタ。赤道カラ極マデノ長サヲ測ツテソレノ一千万分ノ一ヲトラウトスル案ト,45°ノ緯度デ一秒ヲ振ル單一振子ノ長サニヨラウトスル案ト二ツアッタガ,世界中ニ廣メルタメニハソノ意味トソレヲヤリトホス決心トヲ世界中ノ人々ニシラセルニフサハシイ大仕事ヲシタ方ガヨイトイフノデ子午線ノ長サニヨルコトトシタ。

ソレデ次ノヤウニ仕事ヲ分ケテ進メテユクコトニシタ。

1. ふらんすノ Dunkerque トいすばにやノ Barcelona トノ二ツノ場所デ緯度ノ測定ヲスルコト。
2. 上ノ二地點間ノ距離ヲハカルコト。
3. ソノ距離ヲハカルタメノ基線測量トソレニ使フ基線尺ノ検査ヲスルコト。
4. 緯度 45°ノ所デ一秒ヲフル振子ノ長サノ測定。

コレハ萬一長サノ原器ガ失ハレルヤウナコトガ
アツタ時逆ニ振子ノ長サカラ長サノ基準ヲ割リ出
サウト考ヘタカラデアアル。

5. 0°C ニ於ケル水ノ比重ノ測定。

コレハ 4°C ニオケル1立ノ水ノ目方ヲ單位トス
ルタメ、即キログラムノ原器ヲ作ルタメノ測定デア
ル。

6. 從來ノ物差ト分銅トヲ新シク出來ル單位ト
比較スルコト。

1798年ニ測量ガ出來上ツタノデ長サ、重サノ原器
ヲツクルタメニ當時ノ重ダツタ國々へ適當ナ學者
ノ代表ヲ送ツテモラウヤウ求メタ。よーろつばハ
當時亂レテキタノデいざりす、どいつ、ろしやナドハ
代表ヲ送ラナカッタガ其ノ他ノ10ヶ國カラ代表ガ
集ツテ研究シテ1799年ニ重サト長サトノ原器ヲ白
金デ作り、法律デ制定シタ。其ノ後學問ノススムニ
ツレテ度量衡ノ系統ノ正シイモノヲ用ヒルコトノ
必要ガ要求セラレ、メートル法ハソレニ適シテキル
コトガワカツテ來テ次第ニ世界ニ認メラレルニ至
ツタ。

1837年ニふらんすハメートル法専用トシタ。其

後原器ノ構造ニツイテ種々問題ガ起リ、1872年ニ各
國ノ學者ガ集ツテ原器ノ形、ソレヲツクル金屬等ノ
コトガラニツイテ研究シタ。1875年ニメートル條
約ノ締結ガアリ1889年ニ國際原器ヲ定メ、副原器ヲ
加盟各國ニ分配シタ。國際原器ハふらんすノ度量
衡國際中央局デ保管シテアル。

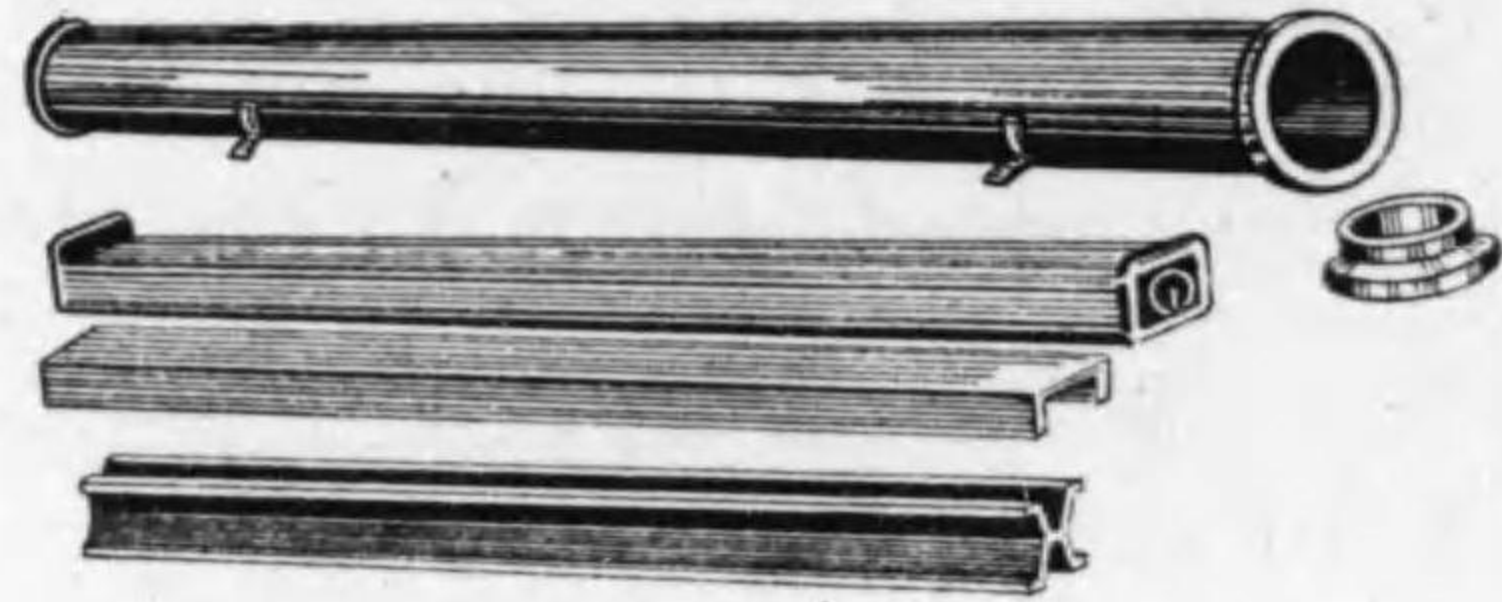
我國ノ原器ハ攝氏 0.15° ニ於ケル二標線間ノ長サ
ガ國際メートル原器ノ 0° ノ長サニヒトシク、重サノ
原器ハ國際原器ノ1.000000149倍デアアル。明治二十
四年ニハコノ原器ニヨル1米ノ $\frac{10}{33}$ ヲ一尺、 1kg ノ $\frac{15}{4}$
ヲ一貫ト定メタノデアアル。

1892年ニ光ノ波長ヲハカル精密ナ器械ガ出來上
ツタノデあめりかノまいけるそんガコレヲモツテ
中央局ニ來テメートルデ光ノ波長ヲ測ツタ。

例ヘバカドミウムノ出ス赤ノ光ノ波長ハ
 0.64384722 ミクロンデアアル。

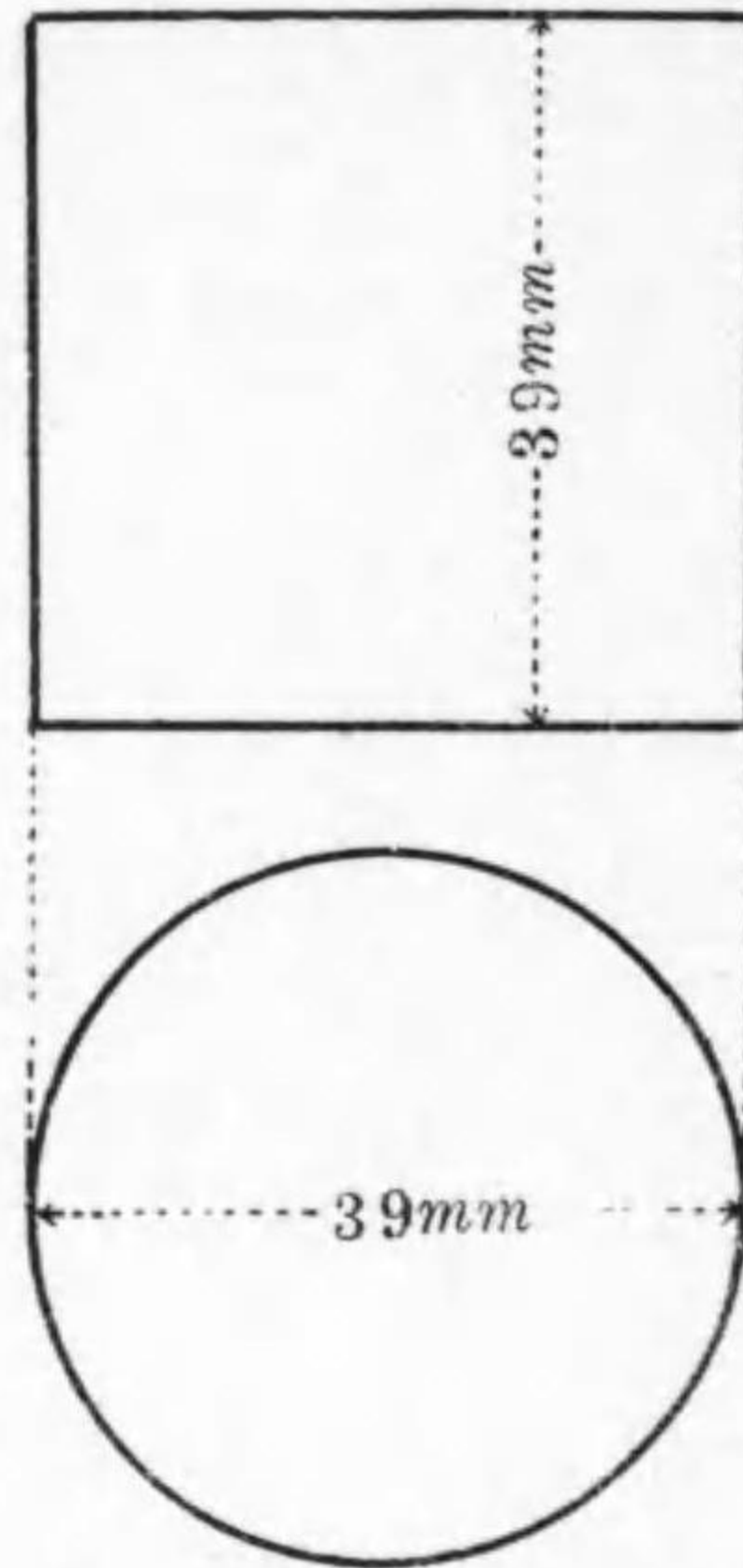
光ノ波長ノ測定ハ非常ニ精密ニ出來ルノデ、光ノ
波長ヲモツテ原器ノ長サノ變化ノ有無ヲ検査スル
コトガ出來ル。

長サノ原器ノ圖



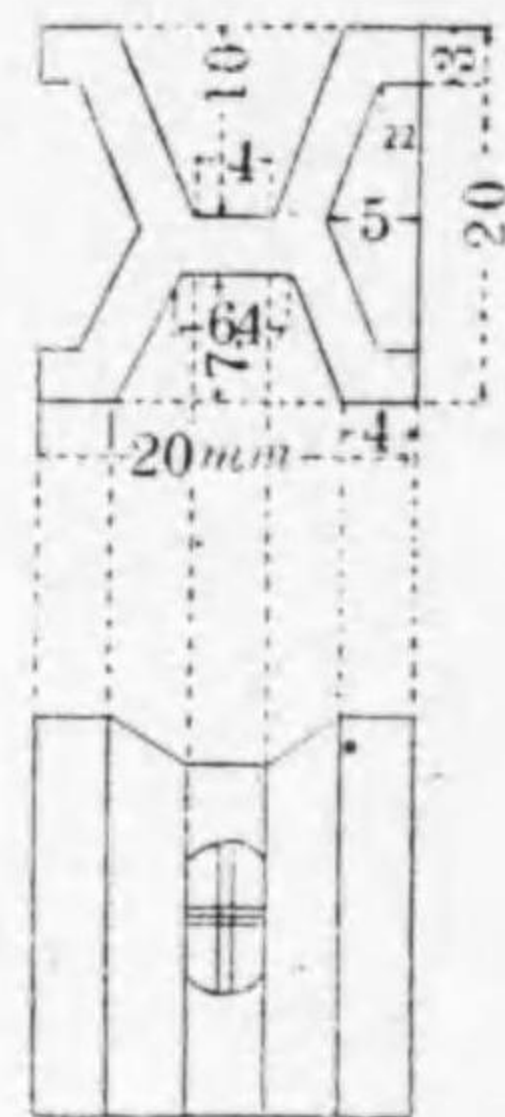
重サノ原器ノ側面及ピ上面圖

(實物大)



長サノ原器ノ街口及標線

(實物大)



問題

1. 次ノ表ヲ説明セヨ。

1 m	1 尺	1 間	1 ヤード	
1	0.3030	1.8182	0.9144	m
3.3	1	6.0	3.0175	尺
0.55	0.1667	1	0.5029	間
1.0936	0.3314	1.9884	1	ヤード

1km², 1ha, 1平方里, 1町歩ノ相互ノ換算表ヲ上ノ如クツクレ。

2. 尺貫法ト米法トノ換算ノ圖表ヲツクレ。

3. 次ノ概算ノ方法ノ理由ヲ説明セヨ。

(イ) 米ヲ尺ニ 1 割加ヘテ三倍スル。

(ロ) 立ヲ升ニ 5 倍シテ 9 デ割ル。

(ハ) 疋ヲ貫ニ 2 割引イテ 3 デワル。

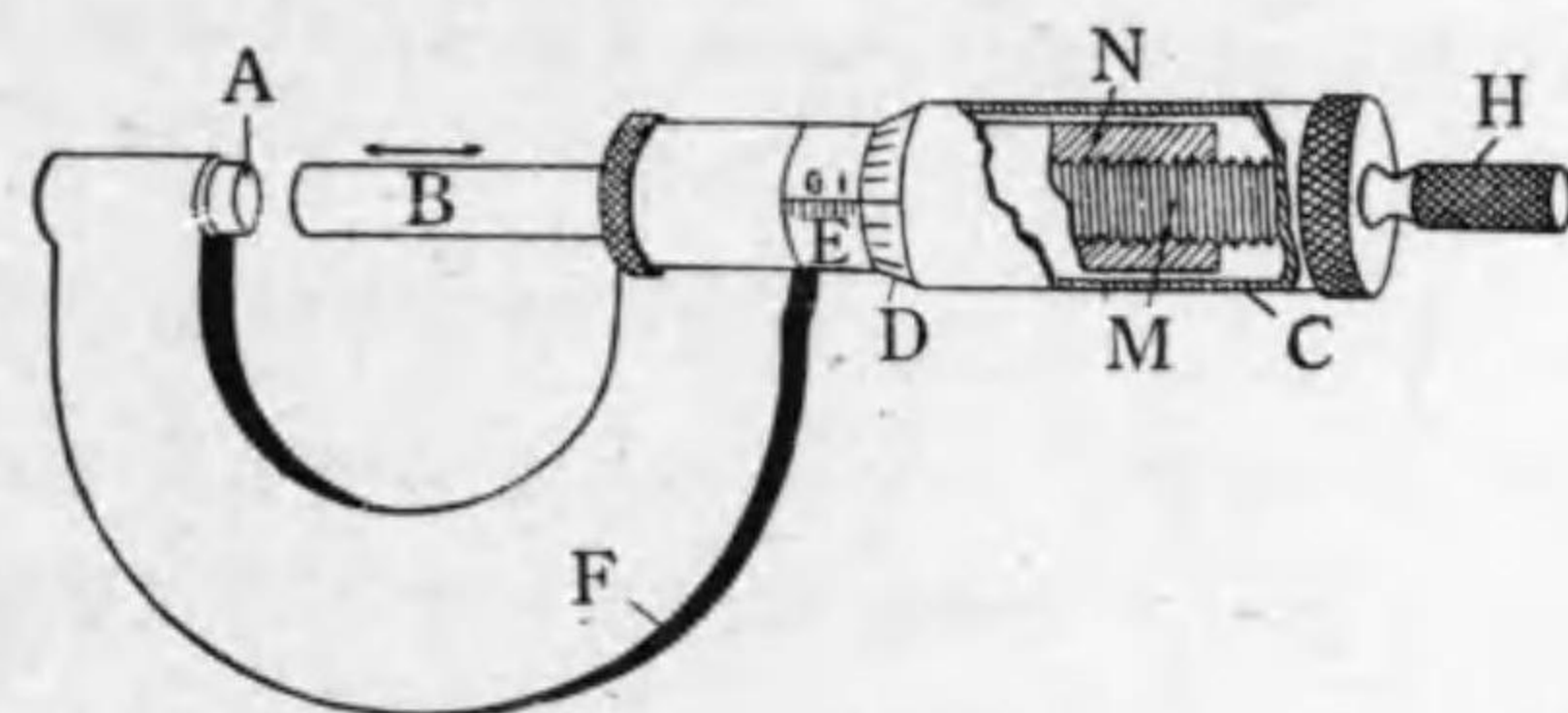
尺ヲ米ニ, 升ヲ立ニ, 貫ヲ疋ニナホス方法ヲ, 哩ヲ
 紵ニ, 哩ヲ里ニ直ス方法ヲ考案セヨ。

4. 1 哩ハ緯度 1 分ニ對スル子午線ノ長サダトイフ。ソレヲタシカメヨ。

伊能忠敬ハ光格天皇享和二年(西曆 1802 年)深川ノ黒江町カラ津輕ノ三厩ノ崎マデ測量シ, ソノ間

ノ緯度ヲ測ツテ、地球ノ緯度 1° ニ對スル子午線ノ長サヲ28.2里ト定メタ。伊能忠敬ノ用ヒタ尺度ハ折衷尺デ現在ノ尺貫法ノ尺度トハ僅少デアアルガ違フ。測量ノ器械モトトノツテキナイ時代ニカクノ如ク精密ナ數值ヲ得タノヲ我々日本人ノ誇トシテ伊能先生ニ感謝セネバナラス。尙ソノ報告ニ「……北極高度ヲ相求メ候テ可成丈之精力ヲ盡シ一度ノ里數二十八里二分ト申數ヲ得申候ヘドモ、一ケ年之ノ儀ニテハ中々密數トモ難申候ニツキ猶又戌年亥年兩年ハ日々無油斷出精仕候處、彌以二十八里二分ニ相當リ申候」トイフ科學的態度ヲ我々ハ學バネバナラス。

5. 鏈尺及ビ鋼鐵製以外ノ卷尺ニツイテハソノ一米以下ノモノノ公差ハ $3.5mm$ デ、 $1m$ ヲ超エタルモノニツイテハ全長 $1m$ 迄ヲ増ス毎ニ全長 $1m$ 以下ノモノノ公差ニ $1.5mm$ ヲ加ヘ 1.5 デシメートルニ至リテヤムトイフ規定ガアル。50mノ卷尺ノ公差ハ何程カ。コノ卷尺ヲ用ヒテ運動場ナドノ長サヲ測ル場合ノ注意ヲ考ヘヨ。
6. 精密ナ測定ニ用ヒラレルマイクロメーターノ圖ヲ次ニ示ス。A, F, E(目盛), N(雌ネヂ)ハ一體ヲ



ナシ、M(雄ネヂ)、B, Cハ一體デ、ハンドルHノ廻轉ニツレテ前後ス。Mノピッチハ普通 $0.5mm$ デ、Cノ端ノDノ圓周ハ50ニ刻ンデアアル。

コレデ物ヲ測定スル方法ヲノベヨ。又ドノ程度精密ニ測ルコトガ出來ルカ。

ハンドルHニハ滑リ装置ガツイテキテ、一定以上ノ力デマワスト、ハンドルHト雄ネヂMトハナレテHダケカラマワリスルヤウニ出來テキル。ソノ理由如何。

微小ノ長サヲハカルニ顯微鏡ヲ用ヒル方法モアル。

晴雨計ナドニツイテキル幅尺モ一桁精密ニヨム仕掛デアアル。

7. チブス菌ハ長サ1乃至3ミクロン、幅0.6乃至0.8ミクロンデアアル。コレヲ千倍ニ擴大シテ見ルトドノ位ニ見エルカ。

西洋紙一枚ノ厚サハホボ何程カ、コレヲ測ルニハドウシタラヨイカ。

星ナドノヤウニ遠イ距離ヲハカルニハ光年トイフ單位ガアル。一光年トハ光ガ一年間ニススム距離ヲイフ。大熊座第二銀河群ハ現在望遠鏡ノ達シ得ル最遠距離デ 2.4×10^8 光年ダトイフ。

8. 一人ガ徒手體操ヲスルニハ何程ノ面積ガ要ルカ。君ラノ學校ノ生徒ガ全部デ徒手體操ヲスルニハ何程ノ面積ヲ要スルカ。

人口十萬人ノアル都市デ年齢十歳未満ノモノノ自由遊戯場ヲ次ノヤウナ條件デツクラウト思フ。

- (イ) 兒童一人ガ遊戯スルニ要スル面積ヲ平均10平方米トスル。
 (ロ) 遊戯場ハ一日ニ三回使用スル。
 (ハ) 十歳未満ノ者ハ 1,5000 人キル。

500 アールノ遊戯場何程ヲ要スルカ。

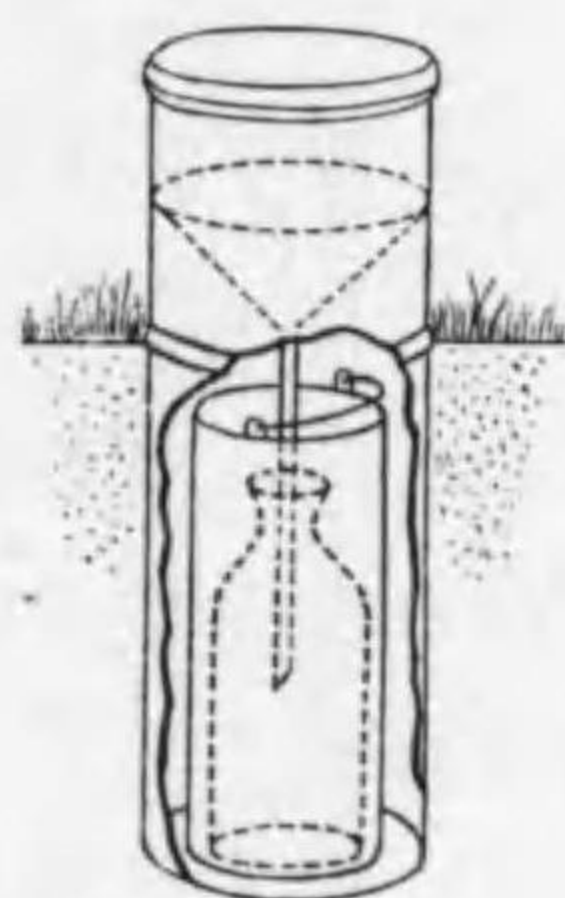
9. 天秤ヲ使用スルニハドンナ注意ガイルカ。君ラノ物理實驗室ニアル天秤ノ分銅ニハドンナ種類ガアルカ。

10. 米ナドノ賣買ニ概目ヲ用ヒナイデ重サデスル

ヤウニチツテキルガソノ理由ヲ考ヘヨ。

1kg ノ米ハ約何升アルカ。

11. 10mm ノ降雨ガアツタ時君ラノ一ツノ校舎ノ



ヤネニ降ツタ雨ヲミナアツメルト何程ニナルカ。

10mm ノ降雨トイヘバ坪當リ何升ニナルカ。

物理室又ハ測候所ナドデ雨量計ヲ研究セヨ。君ラガ手近カナ物デ大體ノ雨量ヲ測ルニハドウ

スルカ。

(小算五上47頁參照)

12. 有封書狀ノ重サト郵便料金トノ關係ヲ示ス圖表ヲツクレ。

12錢ノ切手ノハツテアル有封書狀ノ重サハ何程カ。

13. 土砂ヤ砂利ノ體積ガ一立方間デアルトキ普通コレヲ一立坪トヨンデキル。一立坪ノ粘土ノ値段ガ20圓デアアル時君ラノ運動場ニ厚サ 5cm デ粘土ヲ一面ニシクトスレバ何程ノ經費ヲ要スルカ。

14. 材積ヲ測ルニ才,石,尺,ヤ等ノ單位ガ用ヒラレテキル。各自ハコレニツイテ調べテミヨ。

15. 重量ノ噸ニハ1英噸ハ2240ポンドデ1米噸ハ2000ポンドアル。メートル法ノ噸ハ普通メートル噸、又ハキロ噸トヨバレテキル。各ヲ我國ノ貫ニ換算セヨ。

船舶ノ噸數ニハ容積ノ積量デアアル總噸數ト重量デアアル排水噸ガアル。戦闘艦4萬5千噸トイフハ排水噸デ、戦時ニ必要ナ一切ヲツンダ時ノ軍艦ノ重量デアアル。排水噸トイフ理由ヲ考ヘヨ。

軍艦以外ノ船舶ノ噸數ハ普通總噸數デブラジ丸ハ12752.20トンデアアル。君タチノ講堂ノ何倍位カ。昔ノ千石船トイフノハ米ノ積高ヲ石デモツテ表ハシタモノデ、今ノ總噸數65トン位ニアタル。千石船ト君タチノ教室ト比ベテミヨ。

商船デ純噸數トイフノハ機關室、船員等直接ニ利益ヲアゲラレナイ部分ノ噸數ヲ總噸數カラ控除シタモノデ、普通總噸數ノ60%乃至65%デアルトイフ。

時 間

31. 時 間

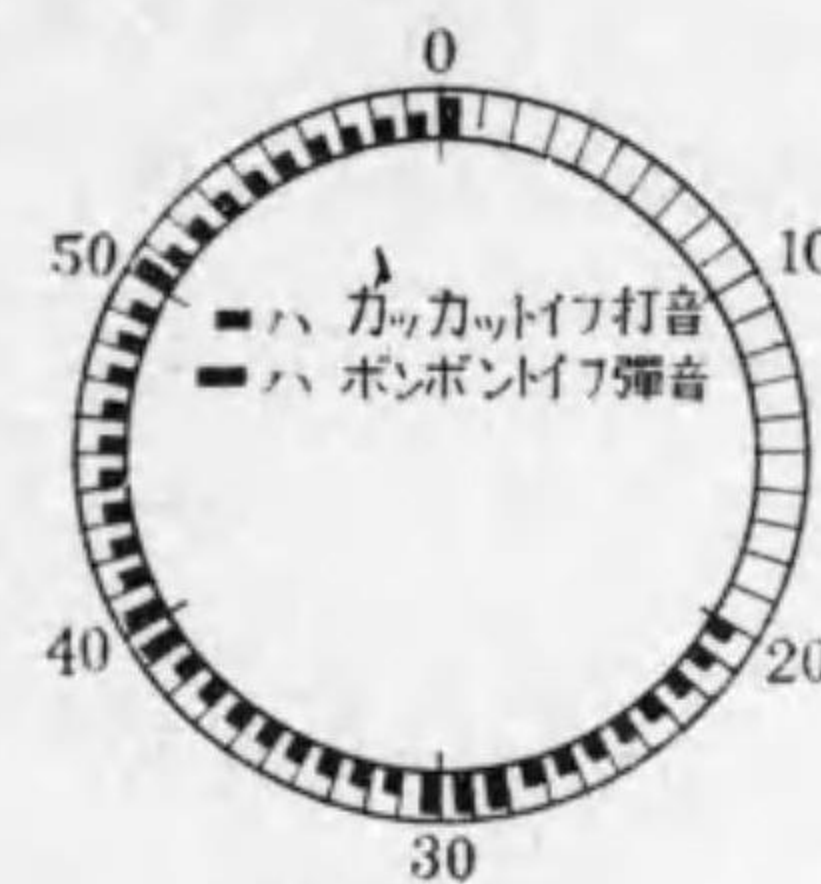
問1. 一分間ニ次ノコトガドレ程出來ルカヤツ

テミヨ。

- ① 讀本ヲヨム ④ 數字ヲカク
 ② 數ヲ數ヘル ⑤ 歩ク
 ③ 走ル

六月十日ハ時ノ記念日デアアル。天智天皇ガ漏刻ヲ用ヒ鐘鼓ヲウツテ一般ニ時ヲ知ラセラレタ御事蹟ヲ記念シ、國民スベテガ正シイ時間ヲ知り、正シイ時間ヲ守ルヤウ心ガケヲ新ニスル日デアアル。

正シイ時刻ヲ定メルニハラデオノ時報ニヨレバヨイ。時報ノ誤差ハ十分ノ一秒以下デアアル。



ラデオノ時報ハ何時ニアルカ調べヨ。左ノ圖ハ時報ノ合圖ノ仕方デアアル。正午ノ時報ナラバ11時59分20秒ヨリ「カツカツ」トイフ打音が

始マルノデアアル。

正シク時報ニ時計ヲ合セル方法ヲ工夫セヨ。

君ラノ町ニサイレンデ正午ノ合圖ヲスルナラバ時報室ノ「サイレン」ノ「スイッチ」ハイツ入レテドンナ合圖ガアル時正午デアアルノカ明ニシテオクコト