森岩太郎編

女子教科 幾何初歩

東京 目黒書房 成美堂 合梓

第二版ニ就キテ

余曩ニ本書ヲ編纂スルヤ女子ヲシテ廣ク幾何學ノ全體ニ亘リ其概要ニ通曉セシムルヲ以テ目的トシ上卷ニ於テハ平面幾何ノ大要ヲ述ベ下卷ニ於テハ立體ニ關スル適切ナル定理ト實用上必須ナル形體ノ性質トヲ揭ゲタリ爾來之ヲ實地ニ試ミタル結果ヲ見ルニ敎授ノ材料稍多キニ失スル觀アルノミナラズ目下高等女學校ニ於テハ立體ハ之ヲ課セザル規定ナルヲ以テ第二版ニ於テハ字句ヲ修正シ誤字ヲ訂正シタル外全ク立體ノ部ヲ削除シ以テ特ニ高等女學校用ニ適セシメンコトヲ務メタリ是レ本版ノ初版ニ比シテ體裁ヲ異ニスル所以ナリ

明治三十六年一月　　　編者識ス

例言

一. 本書ハ高等女學校及之ト同等ナル女學校ニ於ケル幾何初歩ノ教科書ニ供センガ爲メニ編纂セリ

二. 本書ハ初學者ヲシテ幾何ノ大意ニ通曉セシムルヲ以テ目的トス故ニ其説ク所專ラ簡單平易ヲ旨トシ且理解シ易カラシメンガ爲メニ數ヲ交ヘテ之ヲ解説シタリ

三. 初メテ幾何學ヲ學ブモノヽ通弊ハ言語ノ用法不完全ニシテタメニ推論ノ精密ヲ缺クニアリ本書ハ專ラ此點ニ注意シ證明ニ用ヒタル言語ハ生徒ヲシテ成ルベク其儘之ヲ口述スルニ適セシメタリ

四. 作圖ニ關スル問題ハ定理ヲ應用シテ之ガ作法ヲ工夫セシムルニ止メズ又器具ヲ用ヒテ之ヲ畫カシムルニ適スルモノヲ選ミタリ

五. 本書ハ充分ノ注意ヲ加ヘテ編纂セリト雖モ余ノ淺學ナル猶不備ノ點少ナカラザルベシ幸ニ大方ノ是正ヲ待テ成ヲ他日ニ期セントス

明治三十五年三月　　編者識ス

女子教科

幾何初步

目次

女子敎科
幾何初步

第一編　緒論

1. 立體　總テ物體ハ限リナク廣ガレル空間ノ中ニ在リテ其一部ヲ充タス物體ハ其物質ノ異ルニ從ヒ色,重サ,堅サ等ヲ異ニスレドモ是等ハ皆物質ニ屬スル性質ナリ幾何學ニ於テハ物體ヲ組織スル物質及物質ニ屬スル性質ニハ關係セズ唯其形,大サ及位置ノミニ就キテ研究ス斯ノ如ク物體ヲ其形,大サ及位置ノミニ就キテ考フル時ハ之ヲ立體又ハ單ニ體ト云フ即チ立體トハ周圍ヲ界セラレタル空間ノ一部分ナリ

立體ノ大サヲ言ヒ表ハスニハ通常長サ幅及厚サナル語ヲ用フ之ヲ立體ノ三ツノ擴リト云フ

2. 表面 立體ハ空間ノ一部分ナレバ立體ノアル部分ト其他ノ部分トヲ區別スル所ノ界ナカルベカラズ此界ヲ立體ノ表面又ハ單ニ面ト云フ而シテ此界ハ立體ニモ屬セズ其他ノ部分ニモ屬セズ兩者相接スル間ニアルヲ以テ表面ニハ厚サナシトス例ヘバ水ヲ盛リタル器ニ於テ此水ト器トノ界ヲナシテ兩者ノ何レニモ屬セザル所アリ之ヲ水ノ表面ト云ヒ又器ノ表面ト云フ又其上方空氣ニ接スル界ハ水ノ表面ニシテ同時ニ空氣ノ表面ナリ故ニ表面ハ長サ及幅ナル二ツノ擴リアリテ厚サナキモノナリ

3. 線 立體ノ盡クル所ニ其界アルガ如ク表面ノ盡クル所ニ亦其界アリ之

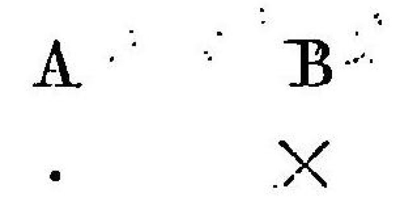
ヲ線ト云フ又表面ト表面トノ交リモ線ナリ今一枚ノ白紙ヲ取リ其一半ヲ黑ク染ムル時ハ其白キ所ニ沿ヒタル表面ト黑キ所ニ沿ヒタル表面トヲ區別スル所ノ界アリ是則チ線ナリ而シテ此界ハ二ツノ表面ノ何レニモ屬セザルガ故ニ線ニハ厚サナキノミナラズ又幅ナシトス即チ線ハ長サアリテ厚サ及幅ナキモノナリ

4. 點 線ノ盡クル所ニ又其界アリ之ヲ點ト云フ又線ト線トノ交ハル所モ點ナリ線ニハ厚サ及幅ナクシテ點ハ其界ナレバ點ニハ厚サ及幅ナキノミナラズ又長サナシ即チ點ハ位置ノミアリテ大サナキモノナリ

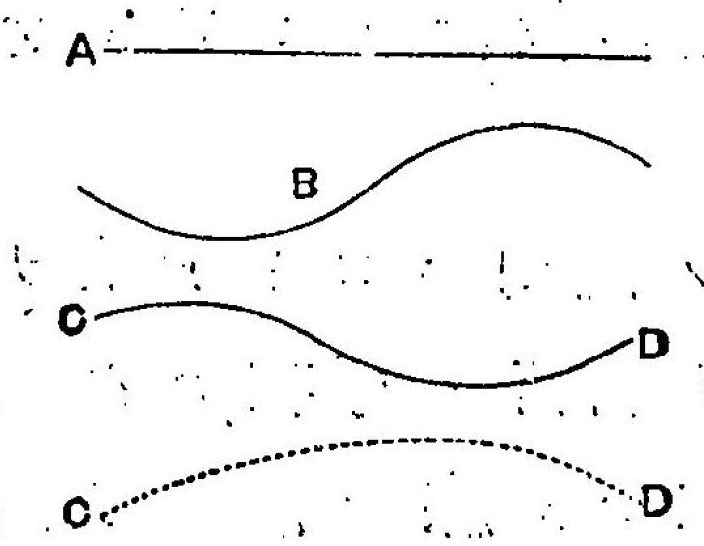
5. 圖形 前條ノ説明ニヨリテ之ヲ觀レバ立體ヲ離レテ表面ノ存在ナク表面ヲ離レテ線ノ存在ナク線ヲ離レテ點

ノ存在ナシ然レドモ幾何學ニ於テハ立體表面線點ヲ引キ離シテ別々ニ之ヲ研究スルヲ以テ又此等ヲ別々ニ紙面上ニ顯ハスコトヲ得ルモノトス斯ノ如ク紙面上ニ顯ハシタル立體,表面,線,點或ハ其集合ヲ**圖形**ト稱ス

6. **點及線ノ圖形** 點ヲ顯ハスニハ圖ノ如ク黑點又ハ十字形ヲ以テシ點ノ位置ハ其正中ニアルモノトス之ヲ呼ブニハ其傍ニ記シタル一文字ヲ以テス例ヘバ點A又ハ點Bト云フガ如シ



線ヲ顯ハスニハ鉛筆等ノ細キ痕跡又ハ點ノ續キタルモノヲ以テシ線ノ位置ハ其正中ニ在ルモノトス之ヲ呼ブニハ其傍ニ記シタル



文字ヲ以テシ或ハ線上二點ノ名ヲ以テス例ヘバ線A又ハ線CDト云フガ如シ

7. **直線及曲線** 一條ノ絲ヲ取リテ之ヲ緊張スル時ハ絲ハ眞直ナル形ヲナス形此ノ如キ線ヲ**直線**ト云フ尙精密ニ之ヲ言ハヾ直線トハ始終其方向ヲ變ゼザル所ノ線ナリ前條ニ於ケル線Aノ如シ之ニ反シテ始終其方向ヲ變ズル所ノ線ヲ**曲線**ト云フ前條ニ於ケル線Bノ如キ是ナリ

8. **平面及曲面** 鏡面上ニ定規ノ如キ其緣ノ直線ナルモノヲ置ク時ハ其何レノ位置ニアルヲ問ハズ定規ノ緣ハ毎ニ面上ニ密着シテ少シモ間隙ヲ生ズルコトナシ斯ノ如キ面ヲ**平面**ト云フ換言スレバ平面トハ其上ニ隨意ニ直線ヲ引キ得ベキ面ナリ之ニ反シテ隨意ニ直線ヲ引キ得ベカラザル面ヲ**曲面**ト云フ彈

丸ノ面ノ如キ是ナリ

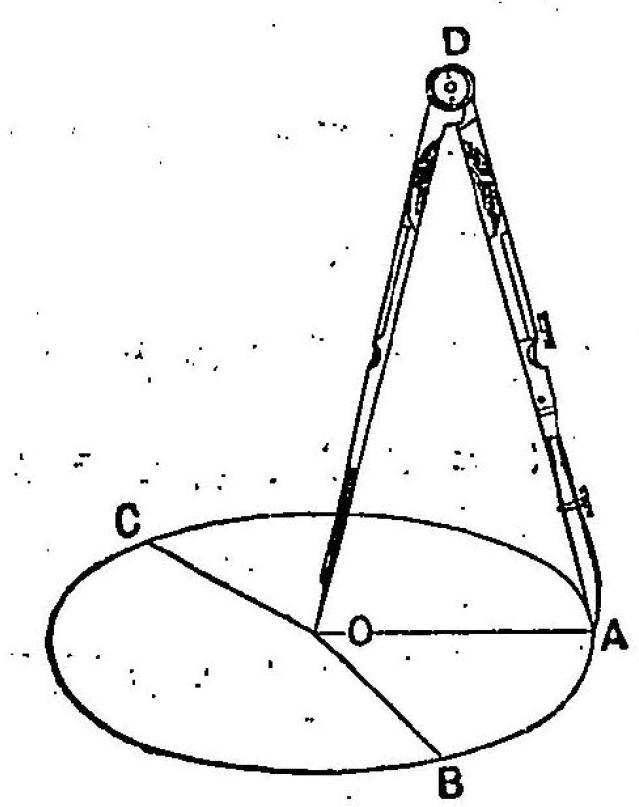
9. 直線ヲ畫ク法 幾何學ニ於テ謂フ所ノ直線ハ到底吾々ノ畫キ得ベカラザルモノナリ然レドモ通常吾々ノ用フル定規ノ縁ハ直線ナリト假定シ之ニ沿ヒテ畫キタル線ハ直線ナリト假定ス故ニ吾々ハ定規ヲ用ヒテ毎ニ直線ヲ引キ得ルモノトス今紙面上ニ定規ヲ置キ其縁ヲシテ任意ノ二點ヲ過ギラシメ此縁ニ沿ヒテ線ヲ畫カバ則チ此二點ヲ過ギル所ノ直線ヲ得之ニヨリテ吾々ハ任意ノ二點ヲ過ギリテ直線ヲ引クコトヲ得ルモノトス

二點A,Bノ間ニ直線ヲ引クコトヲ稱シテABヲ結ビ付クルト云フ

10. 圓周ヲ畫ク法 曲線ノ種類ハ限リナシト雖モ此書ニ論ズルハ其中唯一種ニ過ギズ今茲ニ兩脚規ト稱スル器械

ヲ用ヒテ其畫キ方ヲ示サントス

兩脚規ノ兩脚ヲ任意ニ開キ其一端ヲ紙面上ノ一點Oニ据エ兩脚ノ開キヲ變ズルコトナクDAヲDOノ周リニ回轉シテ一周セシムル時ハ他ノ一端Aハ紙面上ニABCノ如キ曲線ヲ畫クベシ此回轉中兩脚端ノ距離ハ始終變ゼザルヲ以テO點ヨリ此曲線上ノ總テノ點ニ至ル距離ハ相等シ



斯ノ如キ曲線ヲ**圓周**ト云ヒO點ヲ其**中心**ト云ヒOA, OBノ如ク中心ヨリ圓周上ノ一點ニ至ル直線ヲ其**半徑**ト云ヒAB, BCノ如キ圓周ノ一部分ヲ**弧**ト云フ

圓周ヲ以テ圍ミタル平面ノ一部分ヲ圓

ト稱ス

問題

1. 物體ノ大サヲ言ヒ表ハスニ長サ幅厚サノ外ニ如何ナル言葉ヲ用フルコトアリヤ

2. 箱ノ如キ形ノ立體ニ幾ツノ面アルカ

3. 一ッノ曲面ト一ッノ平面トニヨリテ界セラレタル立體ノ例ヲ擧ケヨ

4. 白墨ハ幾ツノ面ヲ以テ界セラルヽカ又其面ハ如何ナル表面ナリヤ

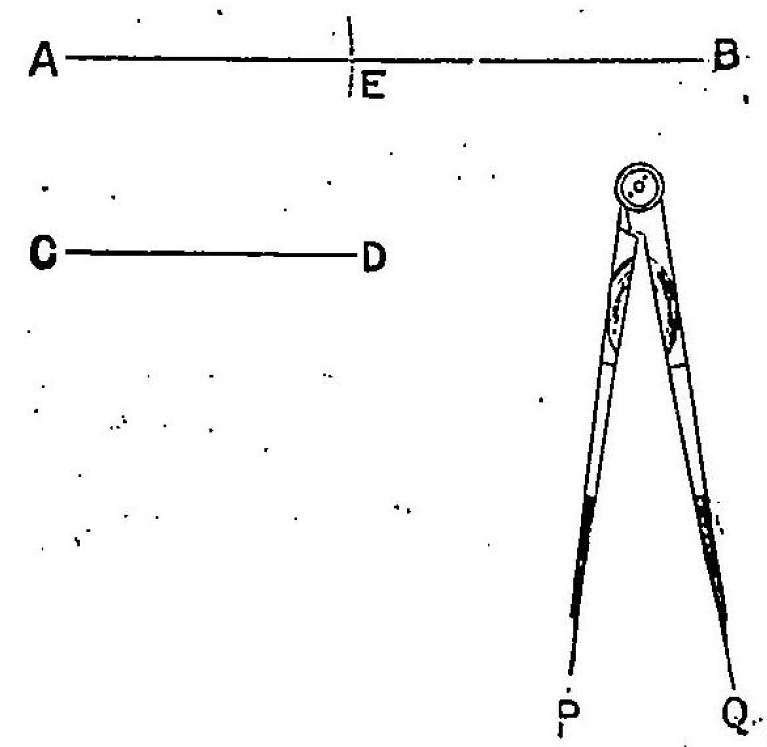
5. 圓キ柱ノ面ニ直線ヲ引キ得ルカ又如何樣ニ引クトモ常ニ直線ナルコトヲ得ルカ

6. 紙面上ニアル四ッノ點ヲ二ッヅヽ結ビ付クル時ハ幾ツノ直線ヲ得ルカ又此等ノ直線ハ幾ツノ點ニ於テ交ハルカ

第二編 直線

11. **直線ノ長サ** 直線ハ其兩端ニ於テ如何程ニテモ延長シ得ルモノナリ故ニ其長サニ限リナシ特ニ長サニ限リアルモノハ之ヲ**有限直線**ト云フ有限直線ヲ其一端ニ於テ引キ延バシタル部分ヲ**其延長**ト稱ス

12. 一ッノ直線ABヨリ他ノ直線CDニ等シキ部分ヲ切リ取ルコト



兩脚規ノ兩脚ヲ開キ其兩端P,Qノ距離ヲCDニ等シクシ此距離ヲ半徑トシAヲ中心トシテ弧ヲ畫キEニ於テABト交ハラシムレバAEハ求ムル所ノ部分ナリ何トナレバCD,AEハ各同一ノ距離PQニ等シキヲ以

テ又互ニ相等シケレバナリ

同一ノ直線ニ等シキ二ッノ直線ガ互ニ相等シキコトハ吾々日常ノ經驗ニヨリテ既ニ知ル所ニシテ證明ヲ要セズシテ自ラ明カナル眞理ナリ此ノ如キ眞理ヲ**公理**ト稱ス而シテ此公理ハ獨リ直線ノ長ニ適用シ得ルノミナラズ廣ク一般ノ量ニ適用シ得ルガ故ニ之ヲ次ノ如ク述ブ

同一の量に等しき量は相等し

斯ノ如ク廣ク一般ノ量ニ適用シ得ベキ公理ハ後ニ掲グル所ノ幾何學ニ於テノミ用フル所ノ公理ト區別スルタメニ之ヲ**普通公理**ト名ク

普通公理ハ上ニ掲グルモノヽ外尚數多アリ今幾何學ニ於テ必要ナルモノヲ掲グレバ次ノ如シ

普通公理

(甲) 同じ量に等しき量は相等し

(乙) 相等しき量に相等しき量を加ふれば其和相等し

(丙) 相等しき量より相等しき量を減ずれば其差相等し

(丁) 全量は其部分より大なり

(戊) 全量は其總ての部分の和に等し

(己) 相等しき量の等倍は相等し

(庚) 相等しき量の等分は相等し

(辛) 相等しからざる量に相等しき量を加ふれバ其和相等しからず大量に加へたる和他より大なり

(壬) 相等しからざる量より相等しき量を減ずれば其差相等しからず大量より減じたる差他より大なり

13. **二點間ノ直線** 二點間ニ緊張シタル數條ノ絲ガ合シテ一條トナルガ如ク二點間ニ幾ツノ直線ヲ引クトモ皆合シテ一ッノ直線トナルコトハ證明ヲ要セ

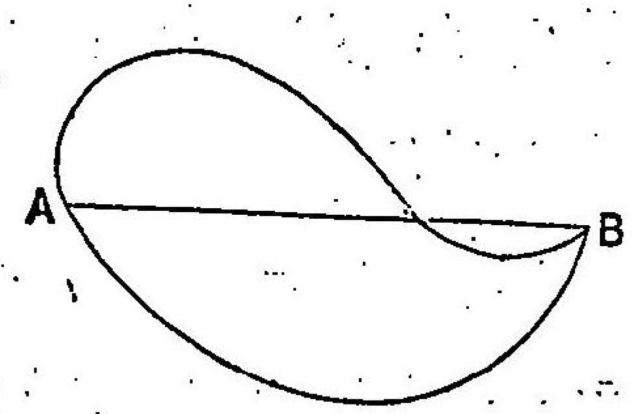
ズシテ自ラ明カナル眞理ナリ故ニ亦公理ノ一ナリ而シテ此公理ハ幾何學ニ於テ特ニ直線ニ限リテ適用ズベキモノナルヲ以テ之ヲ幾何學公理ト稱ス即チ

公理I. 二點間に唯一ツの直線を引くことを得

此公理ニヨリテ一ツノ直線ノ一部分ガ他ノ直線ノ一部分ニ重ナル時ハ二直線ハ同一ノ直線トナルコトヲ知リ得ベシ

又一點ニ於テ交ハル二ツノ直線ハ再ビ他ノ點ニ於テ交ハラザルコトモ知リ得ベシ

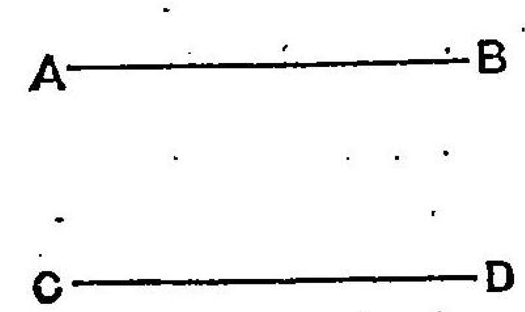
14. 二點間ノ距離 二點A,Bノ間ニハ種々ナル線ヲ幾ツニテモ引キ得レドモ其中最モ短キモノハ直線ナルコトハ明カニシテ亦公理ノ一ナリ即チ



公理II. 直線ハ二點間の最短距離なり

二點間ニ引キタル直線ノ長サヲ其二點間ノ距離ト云フ

15. 直線ノ比較 二直線AB, CDノ長サハ兩脚規ノ媒介ニヨリテ間接ニ比較シ得レドモ又之ヲ重ネ合セテ直接ニ比較スルコトヲ得其方法ハ直線ノ一ツ例ヘバABヲ取リテ之ヲCDノ上ニ置キA點ヲC點ノ上ニ重ナル樣ニス然ル時B點ガD點ノ上ニ落ツルトキハABハCDニ等シ之ヲ



$$AB = CD$$

ト書シB點ガCトDトノ間ニ落ツル時ハABハCDヨリ小ナリ之ヲ

$$AB < CD$$

ト書シB點ガCDノ延長ノ上ニ落ツル時ハABハCDヨリ大ナリ之ヲ

$$AB > CD$$

ト書ス

又 AC, CB ノ如ク連リタル二ッノ直線ヲ比較スルニハC點ニ於テ之ヲ折リ返ヘシ其一ッヲ他ノ上ニ折リ重ヌルコトアリ

斯ノ如ク幾何學ニ於テハ直線ニ限ラズ一ッノ圖形ノ形チト大サトヲ變ズルコトナク其位置ヲ變ジ或ハ其一部分ヲ他ノ部分ノ上ニ折リ重ヌルコトヲ得ルモノト假定ス

而シテ斯ク重ネタル二ッノ圖形ガ全ク合スル時ハ其大サ相等シキコトハ亦自ラ明カナル眞理ナリ故ニ又次ノ公理アリ

公理III. 全く重なり合ふ圖形の大さは相等し

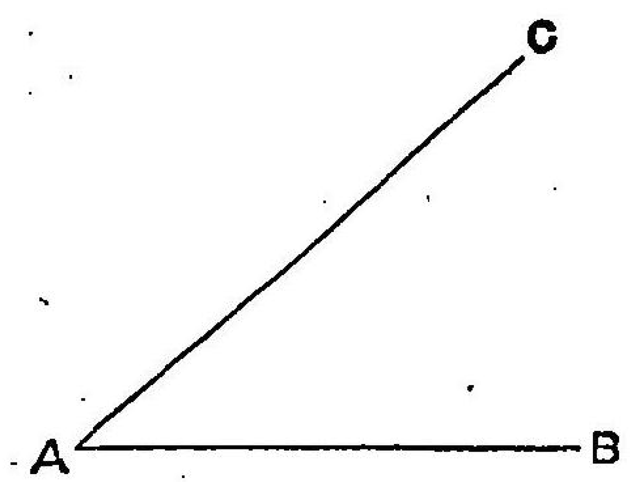
問題

1. 同ジ年齢ノ人ハ若干年前モ矢張リ同ジ年齢ナリシトハ普通公理ノ何レニ當ルカ

2. A, B, C ヲ三ッノ直線トシ $A>B$ ニシテ $B>C$ ナル時ハ A ト C トハ何レカ大ナルカ
3. A, B, C ヲ三ッノ量トシ $A>B$ ニシテ $B<C$ ナル時ハ A ト C トハ何レカ大ナルカ
4. 相等シカラザル量ニ相等シカラザル量ヲ加フル時ハ其和何レカ大ナリヤ
5. 相等シキ量ヨリ相等シカラザル量ヲ減ズル時ハ其差何レカ大ナリヤ
6. 定規ノ縁ガ直線ナリヤ否ヤヲ試ムルニハ如何スベキカ
7. 一直線上ニアラザル三ッノ點ノ二ッヅヽヲ過ギル三ッノ直線ハ其三ッノ點ノ外ニ交ハルコトナシ其理由如何
8. 四ッノ直線ハ六ッヨリ多クノ點ニ於テ交ハルコトナシ其理由如何

第三編　角

16. 平面角 時計ノ兩針ノ如ク一點ニ於テ出會フ所ノ二ツノ直線ハ其間ニ平面角又ハ單ニ角ヲ作ルト云フ而シテ其二ツノ直線ヲ角ノ邊ト云ヒ邊ノ出會フ點ヲ角ノ頂點ト云フ

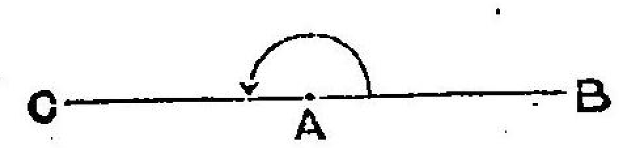


角ヲ呼ブニハ其頂點ノ一文字ヲ以テシ或ハ之ニ兩邊ノ文字ヲ加フ例ヘバ角A又ハ角BACト云フガ如シ角ト云フ代リニ∠ノ如キ記號ヲ用フルコトアリ例ヘバ角BACヲ∠BACト記スガ如シ

17. 角ノ大サ 前條ノ圖ニ於テ初メ邊ACガ邊ABノ上ニ重ナリ之ヨリ同シ平面上ニ於テAヲ中心トシ其周リヲ囘轉シテACノ位置ニ來リタルモノト考フル時ハ其囘轉ノ分量ハ即チ角ノ大サナリ故ニ角ノ大サハ其邊ノ大小ニ關

セズ唯其囘轉ノ多少ニヨルモノナリ

18. 平角 前條ノ如クACガ囘轉シテABノ反對ノ側ニ於テ丁度之ト一直線ヲナス位置ニ來ル時ハ其角ヲ**平角**ト云フ即チ平角トハ其兩邊ガ頂點ノ兩側ニ於テ一直線ヲナス角ナリ



次ニ角EDFヲ他ノ一ツノ平角トスレバEDFハ一直線ヲナス今第十五條ニヨリEDFヲ取リテBACノ上ニ置クコトヲ得故ニ其D點ヲA點ノ上ニDEヲABノ上ニ重ヌル時ハ公理IニヨリDFハACノ上ニ重ナリ二ツノ角ハ全ク合ス故ニ公理IIIニヨリ其大サ相等シ

同樣ノ方法ニヨリテ幾ツノ平角アルトモ皆其大サ相等シキコトヲ證明スルヲ得故ニ吾々ハ

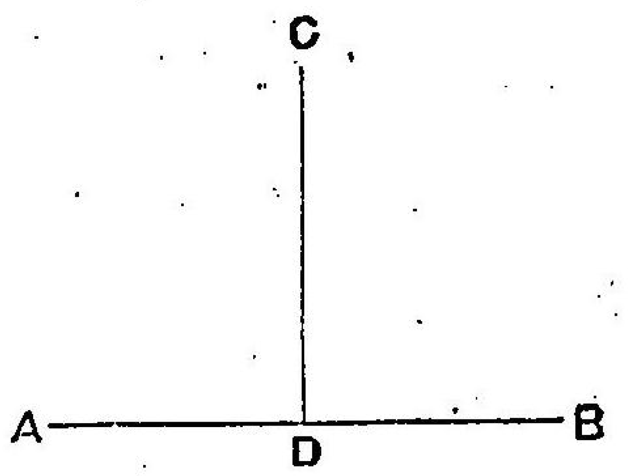
總ての平角は相等し

ト云フ一ツノ新ラシキ眞理ヲ知リ得タリ
此新ラシキ眞理ハ吾々ガ既ニ知ル所ノ眞理ニ基キテ推知シタルモノナリ

斯ノ如ク既ニ知ル所ノ眞理ニ基キテ證明スル眞理ヲ定理ト稱ス故ニ

定理1. 總ての平角は相等し

19. 直角 一ツノ直線CDガ他ノ直線ABノ上ニ立チ其兩側ニ相等シキ角CDA, CDBヲ作ル時ハ其各ノ角ヲ**直角**ト云フ



ADBハ一直線ナルヲ以テDA,DBノナス角ハ平角ナリ故ニ直角ハ平角ノ二分ノ一ニシテ平角ハ二直角ナリ今總テノ平角ハ相等シキガ故ニ普通公理庚ニヨリ其二分ノ一ナル直角モ亦相等シ之ニヨリテ又次ノ新ラシキ定理ヲ得タリ

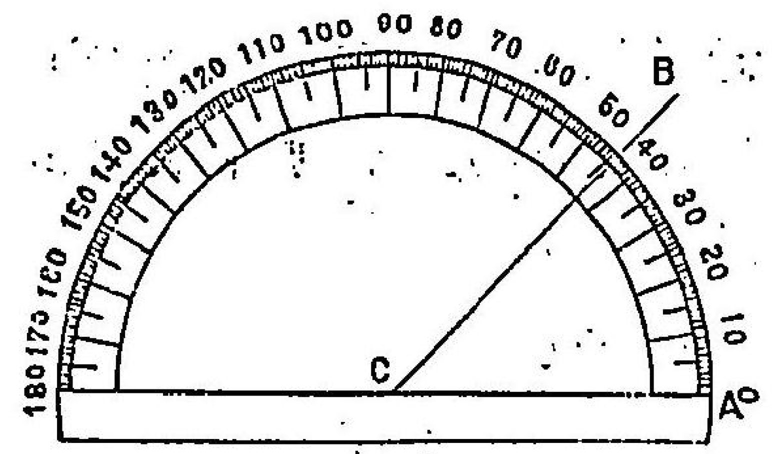
定理2. 總ての直角は相等し

直角ヨリ小ナル角ヲ**鋭角**ト云ヒ直角ヨリ大ニシテ二直角ヨリ小ナル角ヲ**鈍角**ト云フ

20. 角ノ單位 角ヲ計ルニハ通常直角ノ九十分ノ一ヲ單位トス之ヲ**度**ト稱

ス度ヨリ小ナル單位ニハ**分**及**秒**アリ一分ハ一度ノ六十分ノ一,一秒ハ一分ノ六十分ノ一ナリ度分秒ヲ表ハスニ ° ′ ″ ノ如キ記號ヲ用フ例ヘバ五十三度四十分十九秒ヲ 53° 40′ 19″ ト記スガ如シ

21. 分度器 分度器ハ與ヘラレタル角ノ大サヲ測リ又ハ要スル大サノ角ヲ作ルニ用フル器械ナリ圖ニ示スガ如ク眞



鍮等ヲ以テ作リタル薄キ半圓板ニシテ其縁ニ刻シタル目盛ハ角ノ度數ヲ示ス

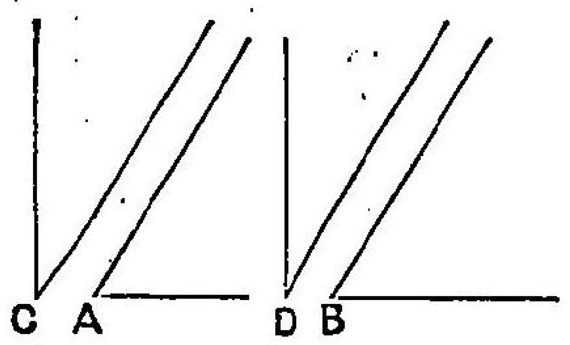
今與ヘラレタル角ヲ測ラント欲セバ分度器ノ中心Cヲ其角ノ頂點ノ上ニ重子CAヲ其一邊ニ重ヌベシ然ル時ハ他ノ一邊ノ當レル目盛リハ其角ノ度數ヲ示スベシ

又要スル度數ノ角ヲ紙面上ニ作ラント欲セバ頂點トスベキ點ニ分度器ノ中心Cヲ置キ零度ト要スル

度數トヲ示ス目盛リノ所ニ各一點ヲ記シ然ル後分度器ヲ去リC點ヨリ其二點ヲ過ギル直線ヲ引クベシ然ル時ハ其二線ノ間ノ角ハ求ムル所ノ角ナリ

22. 餘角及補角 二ツノ角ヲ合セテ其和ガ直角ニ等シキ時ハ其一ツヲ他ノ**餘角**ト云ヒ其和ガ二直角ニ等シキ時ハ其一ツヲ他ノ**補角**ト云フ

圖ニ於テ角Cヲ角Aノ餘角又角Dヲ角Bノ餘角トシ且 $\angle A=\angle B$ ナリトス然ル時ハ



$\angle A+\angle C=$ 直角

又 $\angle B+\angle D=$ 直角

故ニ $\angle A+\angle C=\angle B+\angle D$（普通公理甲ニヨリ）

然ルニ $\angle A=\angle B$ 而シテ普通公理丙ニヨリ相等シキ量ヨリ相等シキ量ヲ減スレバ其差相等シ故ニ

$\angle C=\angle D$ ナリ之ニヨリテ

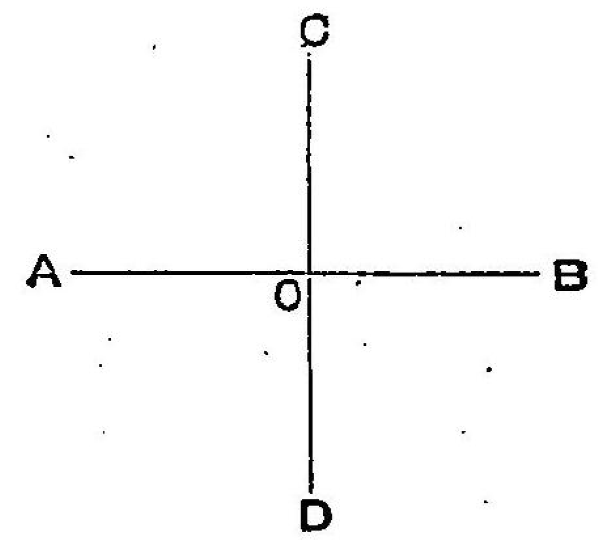
定理3. 相等しき角の餘角は相等し

之ト同シ方法ニヨリテ次ノ定理ヲ證明スルヲ得

定理4. 相等しき角の補角は相等し

23 垂線 二ツノ直線AOB, CODガ一點Oニ

於テ交ハリ其一ツノ角COBガ直角ナル時ハ他ノ三ツノ角モ各直角ナルベシ



何トナレバAOBハ一直線ナルヲ以テOB, OAノ夾ム角ハ平角即チ二直角ナリ而シテ角COBハ直角ナリ故ニ殘リノ角COAハ直角ナリ

同様ニ角AOD, DOBモ各直角ナルコトヲ證明スルヲ得之ニヨリテ

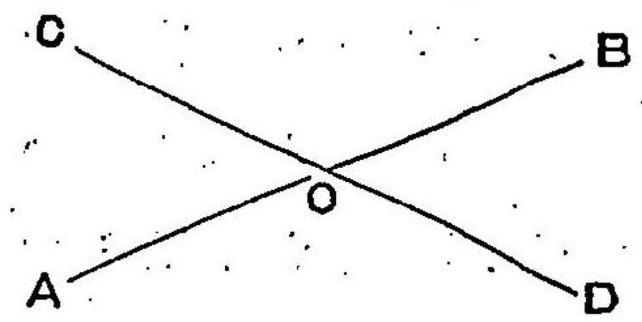
定理5. 二つの直線が一點に於て交はり其一つの角が直角なる時は他の三つの角は各直角なり

斯ノ如ク二ツノ直線ガ直角ニ交ハル時ハ其一ツヲ他ノ**垂線**ト稱シ交點ヲ垂線ノ**足**ト稱ス又二ツノ直線ヲ互ニ**垂直**ナリト云フ

Oニ於ケルガ如ク一點ノ周リニハ毎ニ四ツノ直角ヲ作ルコトヲ得故ニ一點ノ周リノ角ハ四直角ナリ

24. 對頂角 二ツノ直線ガ一點ニ於テ交ハル時ハ其向ヒ合ヒノ角ヲ**對頂角**ト稱ス例ヘバ圖ニ於テ角COA及角BOD又

ハ角COB及角AODノ如シ



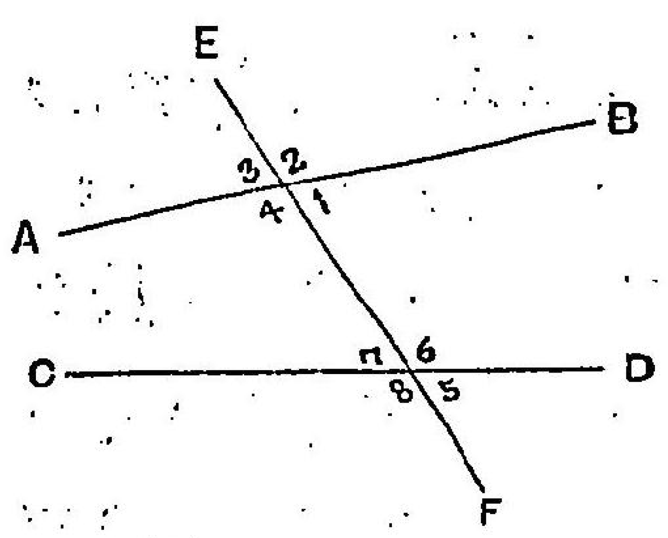
AOBハ一直線ナルヲ以テOA, OBノ夾ム角ハ平角即チ二直角ナリ同樣ニOC, ODノ夾ム角モ二直角ナリ故ニ此二ツノ角ハ相等シ今此相等シキ二ツノ角ノ各ヨリ角COBヲ減ゼヨ然ル時ハ普通公理丙ニヨリ殘リノ角COA, BODハ相等シ

同樣ニ角COBハ角AODニ等シ之ニヨリテ

定理6. 二つの直線が交はる時は對頂角は相等し

25. 錯角及同位角

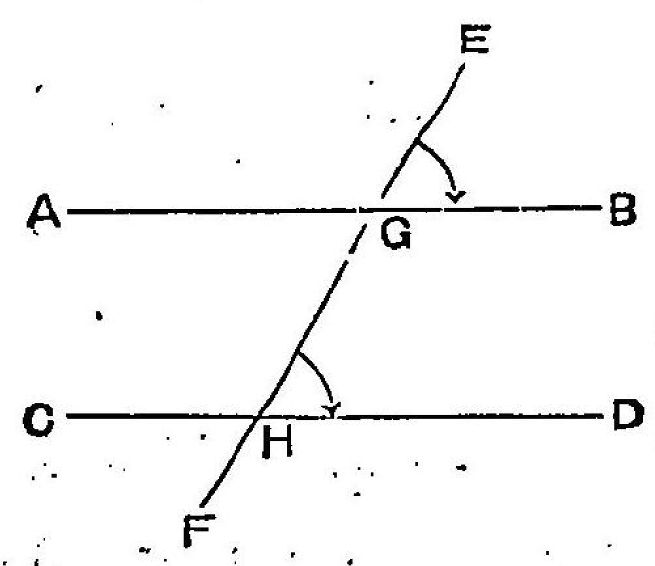
一ツノ直線EFガ二ツノ直線AB, CDニ交ハル時ハ二ツノ交點ニ於テ八ツノ角ヲナス其中1ト7ト又ハ4ト6トヲ各錯角ト名ケ2ト6ト又ハ1ト5ト又ハ3



ト7ト又ハ4ト8トヲ各同位角ト名ク即チ錯角ニハ二雙アリ同位角ニハ四雙アリ

26. 平行線

一ツノ直線EFガ二ツノ直線AB, CDニ交ハリ一雙ノ同位角EGB, GHDヲ相等シトス然ル時ハ直線ABガEFヨリ回轉シタル分量ハ直線CDガEFヨリ回轉シタル分量ニ等シ故ニAB, CDハ同一ノ方向ニアリ從ヒテ角ヲ作ルコト能ハズ即チ此二ツノ直線ハ其兩端ニ於テ如何程延長スルトモ出會フコト能ハズ



斯ノ如ク同一ノ平面上ニアル二ツノ直線ガ其兩端ニ於テ如何程延長スレドモ出會ハザル時ハ互ニ平行ナリト云フ之ニヨリテ次ノ定理ヲ得タリ

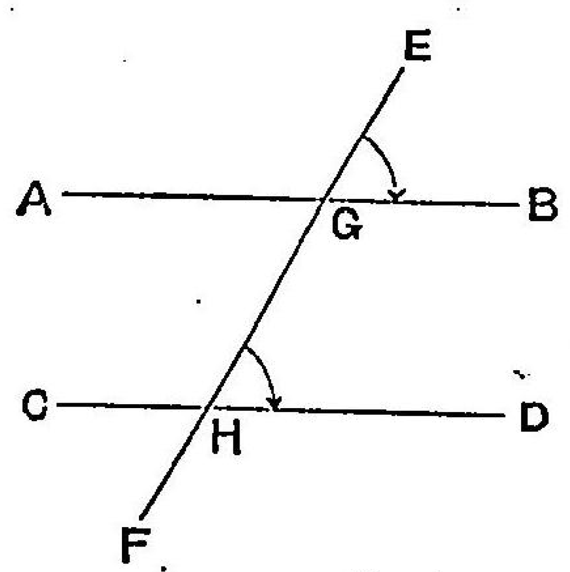
定理7. 一つの直線が他の二つの直線に交はり其一雙の同位角相等しき時ハ二つ

の直線は平行なり

同位角ノ代リニ一雙ノ錯角AGH, GHDヲ相等シトスレバ角AGHハ其對頂角EGBニ等シキヲ以テ同位角EGB, GHDハ相等シ故ニAB, CDハ平行ナリ之ニヨリテ

定理8. 一つの直線が他の二つの直線に交はり其一雙の錯角相等しき時は二つの直線は平行なり

27. AB, CDヲ平行ナル直線トシ之ニEFガ交ハリタルモノトスレバAB CDハ平行ナルヲ以テ同一ノ直線EFヨリ同轉シタル分量相等シ故ニ同位角EGB GHDハ相等シ又角EGAハ角EGBノ補角ニシテ角GHCハ角GHDノ補角ナリ而シテ角EGBハ角GHDニ等シ故ニ定理七ニヨリテ角EGA, GHCハ相等シ同樣ニ他ノ同位角モ相等シ



又角EGBハ其對頂角AGHニ等シ而シテ角EGBハ角GHDニ等シ故ニ公理1ニヨリ角AGH, GHDハ相等

シ同樣ニ他ノ錯角BGH, GHCモ相等シ之ニヨリテ

定理9. 一つの直線が二つの平行なる直線に交はる時は四雙の同位角各相等しく二雙の錯角各相等し

此定理ニヨリテ二ツノ平行ナル直線ノ一ツニ垂直ナル直線ハ他ノ一ツニモ垂直ナリ

斯ノ如ク二ツノ平行ナル直線ノ各ニ垂直ナル直線ノ二線間ニアル部分ヲ其平行線ノ距離ト云フ

問題

1. 直角ヲ十五等分シタル一ツノ角ハ何度ナルカ 6
2. 二十四度ノ角ハ平角ノ何分ノ一ナルカ
3. 一點ノ周リニ五ツノ相等シキ角ヲ作ラバ其各ノ角ノ度數如何 72
4. 三十六度二十分ナル角ノ餘角ハ何度ナルカ 53°40'
5. 互ニ補角ナル二ツノ角ノ一ツガ他ノ三倍ナル時ハ各ノ角ノ度數如何 45°, 135
6. 相交ハル二ツノ直線ノナス一ツノ角ガ三十度ナ

ル時ハ他ノ三ツノ角ハ各何度ナルカ

7. 同一ノ直線ニ垂直ナル二ツノ直線ハ互ニ平行ナリ

8. 互ニ垂直ナル二ツノ直線ノ一ツニ垂直ナル直線ハ他ノ一ツニ平行ナリ

9 一ツノ直線ガ他ノ二ツノ直線ニ交ハリ其ナス所ノ一雙ノ錯角相等シキ時ハ他ノ一雙ノ錯角及四雙ノ同位角相等シ

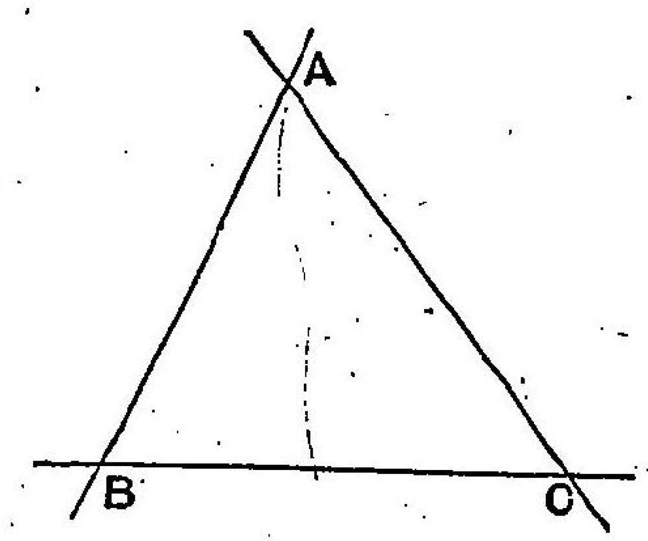
10. 平行ナル二ツノ直線ニ他ノ平行ナル二ツノ直線ガ交ハル時ハ四ツノ交點ニ於ケル角ハ四ツヅヽ相等シ

11. 同一ノ直線ニ垂直ナル直線ト斜ナル直線トハ平行ナラズ

12. 一ツノ直線ガ他ノ一ツノ直線ノ上ニ立チナス所ノ其兩側ノ角ヲ二等分スル二ツノ直線ハ互ニ垂直ナリ

第四編　三角形

28. 三形角 二ツヅヽ相交ハル三ツノ直線ヲ以テ圍ミタル平面ノ一部分ヲ**三角形**ト云フ ABC ノ如シ之ヲ △ABC ト記ス



三ツノ交點 A, B, C ヲ三角形ノ**頂點**ト云ヒ頂點ノ間ノ直線 AB, BC, CA ヲ各其**邊**ト云ヒ二邊ノ間ノ角ヲ三角形ノ**內角**又ハ單ニ**角**ト云ヒ一邊ト他ノ邊ノ延長トノナス角ヲ**外角**ト云ヒ外角ニ隣ラザル二ツノ內角ヲ其**內對角**ト云フ

三角形ノ何レノ邊ニテモ之ヲ**底邊**ト稱スルコトヲ得而シテ底邊ニ對スル角ヲ**頂角**ト云ヒ頂角ノ頂點ヨリ底邊或ハ其延長ノ上ニ引キタル垂線ノ長サヲ三角形ノ**高サ**ト云フ

三邊ノ長サ相等シキ三角形ヲ**正三角形**ト云ヒ二邊ノ長サ相等シキ三角形ヲ二

等邊三角形ト云ヒ三邊ノ長サ何レモ相等シカラザル三角形ヲ不等邊三角形ト云フ二等邊三角形ニアリテハ特ニ相等シカラザル一邊ヲ底邊ト云ヒ之ニ對スル角ヲ頂角ト云フ

29. 直線ハ二點間ノ最短距離ナルヲ以テ三角形ノ何レノ二邊ヲ加フルモ其和ハ他ノ一邊ヨリ大ナリ例ヘバ前條ノ圖ニ於テ $AB+BC>AC$ ナルガ如シ之ニヨリテ

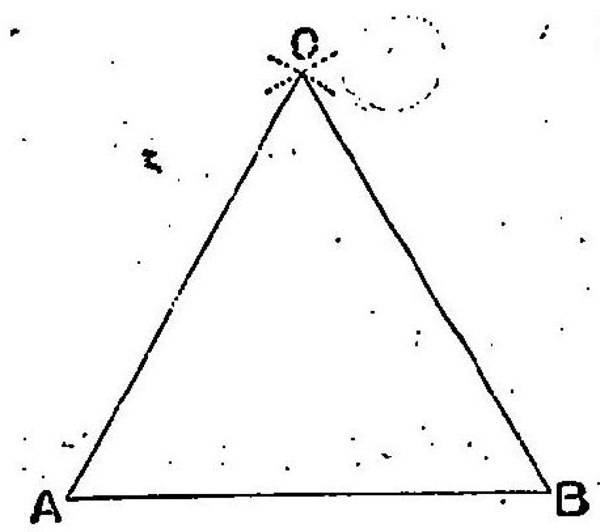
定理10. 三角形の二邊の和は他の一邊より大なり

次ニ相等シカラザル量 $AB+BC>AC$ ノ雙方ヨリ AB ヲ減ゼヨ然ル時ハ普通公理壬ニヨリ $BC>AC-AB$ ナリ之ニヨリテ

定理11. 三角形の二邊の差は他の一邊より小なり

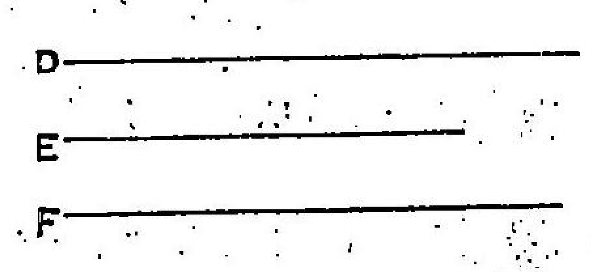
30. 正三角形ヲ作ルコト

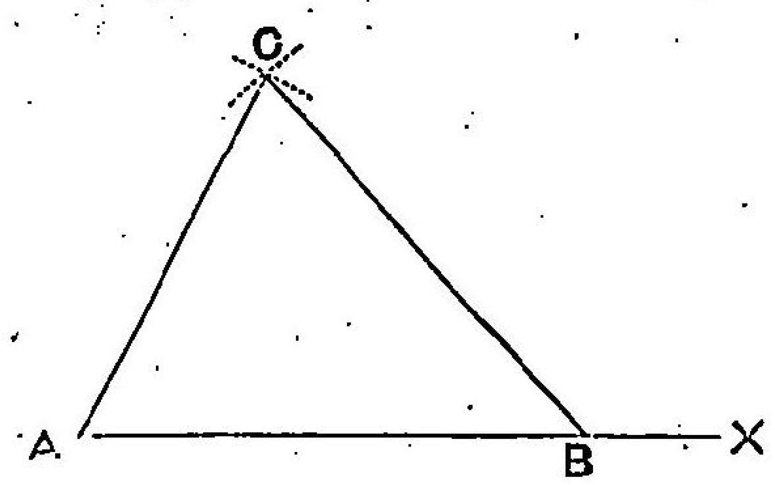
與ヘラレタル一ツノ直線ABヲ一邊トシテ正三角形ヲ作ランニハ兩脚規ニヨリABヲ半徑トシAヲ中心トシテ孤ヲ畫キ次ニBヲ中心トシ同シ半徑ニテ孤ヲ畫キ前ノ孤ト一點Cニ於テ交ハラシメ定規ニヨリ直線CA, CBヲ引ク時ハABCハ求ムル所ノ正三角形ナリ何トナレバ此三角形ハ三邊各相等シケレバナリ



第一編ニ於テ述ベタルガ如ク吾々ハ定規ニヨリテ直線ヲ作リ兩脚規ニヨリテ圓ヲ作リ得ルモノト假定セリ今此二種ノ器械ニヨリテ要スル圖形ヲ畫ク方法ヲ論ズル問題ヲ**作圖題**ト稱ス

31. 三ツノ邊 D, E, F ヲ與ヘテ三角形ヲ作ルコト　任意ノ直線AXヲ引キDニ等シクABヲ切リ次ニEヲ半徑トシAヲ中心トシテ孤ヲ畫キ又Fヲ半徑トシBヲ中心

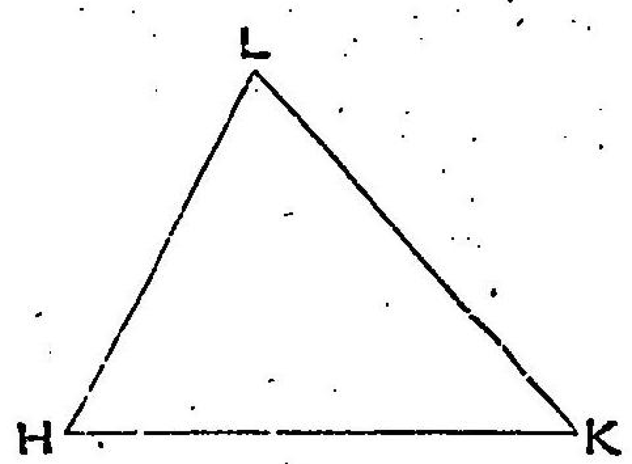




トシテ弧ヲ畫キ前ノ弧トCニ於テ交ハラシメCA, CBヲ引クトキハABCハ求ムル所ノ三角形ナリ

何トナレバ其三邊ハ夫々D,E,Fニ等シケレバナリ

次ニ之ト同ジ方法ニヨリテ三角形HKLヲ作ラバ此三角形ハ三角形ABCノ上ニ全ク重ナリ合フベシ

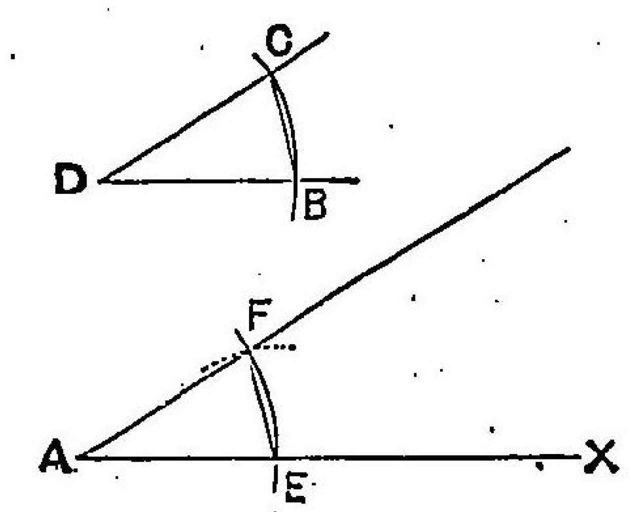


何トナレバ三角形HKLヲ三角形ABCノ上ニ重ヌルニHKハABニ等シキヲ以テ此二邊ハ全ク合ス次ニC,L二點ハA點ヨリノ距離ハEニ等シクB點ヨリノ距離ハFニ等シキヲ以テLハCノ上ニ重ナリ兩三角形ハ全ク合スルコト明ナリ故ニ其大サ相等シク相等シキ邊ニ對スル角ハ相等シ之ニヨリテ

定理12. 一つの三角形の三邊が夫々他の三角形の三邊に等しき時は兩三角形は全く等しく相等しき邊に對する角は

相等し

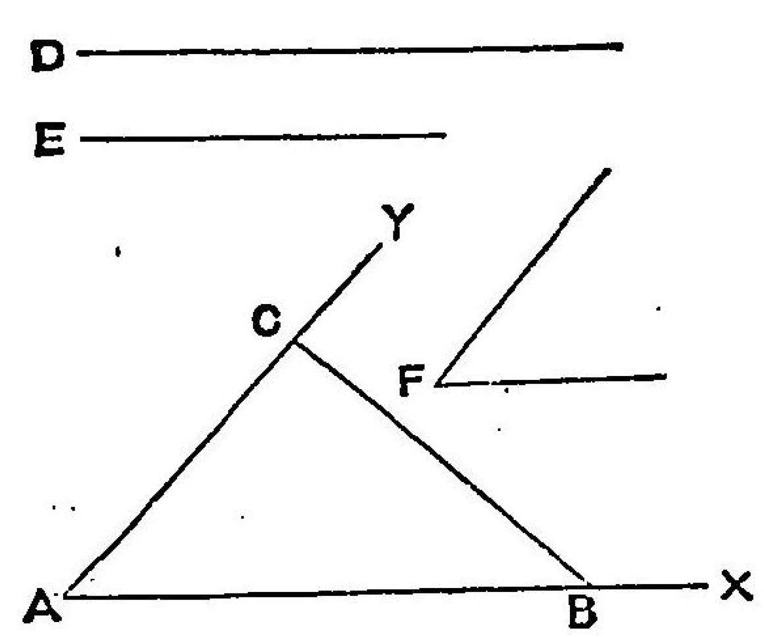
32. 與ヘラレタル角Dニ等シキ角ヲ作ルコト 直線AXヲ引キDヲ中心トシ任意ノ半徑ヲ以テ弧ヲ畫キ角Dノ二邊トB及Cニ於テ交ハラシメ又Aヲ中心トシ同ジ半徑ヲ以テ弧ヲ畫キAXトEニ於テ交ハラシメ次ニEヲ中心トシB, Cノ距離ヲ半徑トシテ弧ヲ畫キ前ノ弧トFニ於テ交ハラシメ直線AFヲ引カバ角FAEハ求ムル所ノ角ナリ



如何トナレバBC, EFヲ結ビ付クレバ二ツノ三角形BDC, EAFハ夫々三邊相等シキヲ以テ全ク等シク相等シキ邊BC, EFニ對スル角BDC, EAFハ相等シケレバナリ

33. 二邊D,E及此二邊ノ夾ム角Fヲ與ヘテ三角形ヲ作ルコト

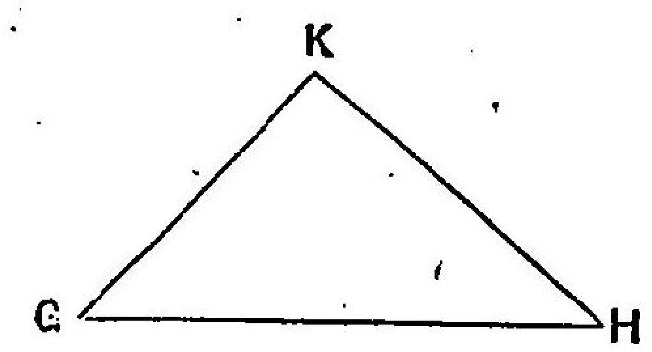
任意ノ直線AXヲ引キDニ等シクABヲ切リ又Fニ等シキ角XAYヲ作リテAYヲ引キ其上ニEニ等



シク AC ヲ切リ BC ヲ結ビ付クレバ ABC ハ求ムル所ノ三角形ナリ

何トナレバ此三角形ニ於テ $AB = D$, $AC = E$ ニシテ $\angle A = \angle F$ ナレバナリ

次ニ前ト同シ方法ニヨリテ三角形 GHK ヲ作ラバ此三角形ハ前ノ三角形ニ全ク等シカルベシ

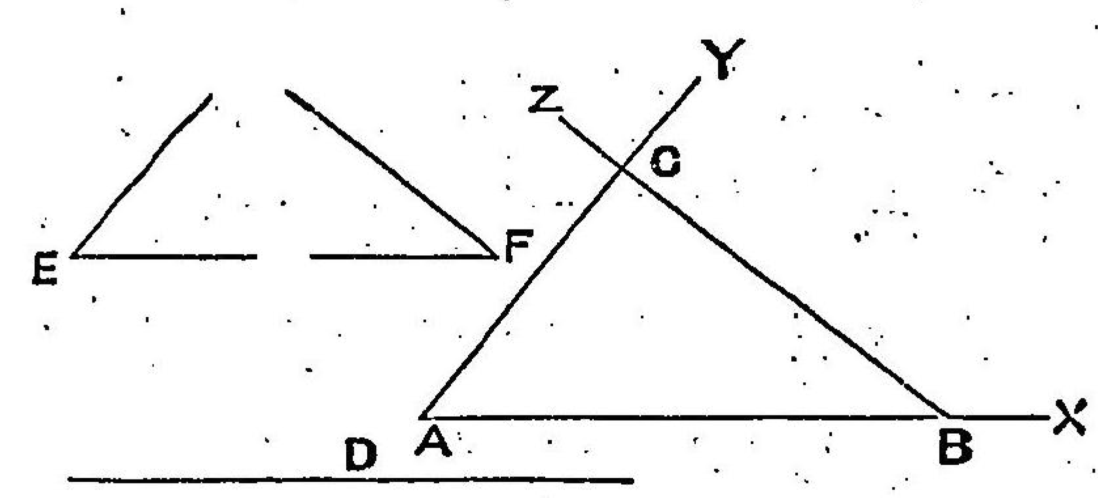


今三角形 GHK, ABD ニ於テ $\angle G = \angle A$ ナルヲ以テ此二ツノ角ヲ重ネ GH ヲ AB ノ上ニ GK ヲ AC ノ上ニ合セシムルコトヲ得然ル時ハ $GH = AB$ ナルヲ以テ H ハ B ノ上ニ重ナル同様ニ K ハ C ノ上ニ重ナル従ヒテ HK ハ BC ノ上ニ重ナリ二ツノ三角形ハ全ク重ナリ合フ故ニ其大サ相等シク且 $\angle H = \angle B$, $\angle K = \angle C$, $HK = BC$ 之ニ由テ

定理13. 一ツの三角形の二邊及夾角が夫々他の三角形の二邊及夾角に等しき

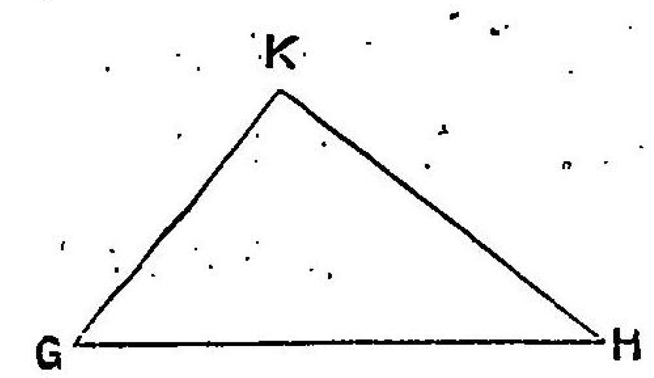
時は兩三角形は全く等しく相等しき角は夫々相等しき邊に對す

34. 二角 E,F ト其間ノ邊 D トヲ與ヘテ三角形ヲ作ルコト　任意ノ直線 AX ヲ引キ D ニ等シク AB ヲ切リ A ニ於テ E ニ等シキ角 BAY ヲ作リテ AY ヲ引キ又 B ニ於テ F ニ等シキ角 ABZ ヲ作リテ BZ ヲ引キ AY ト C ニ於テ交ハラシムル時ハ ABC ハ求ムル所ノ三角形ナリ



何トナレバ此三角形ニ於テ $AB = D$, $\angle A = \angle E$, $\angle B = \angle F$ ナレバナリ

前ト同シ方法ニヨリテ他ノ三角形 GHK ヲ作ラバ此三角形ハ三角形 ABC ト全ク等シカルベシ

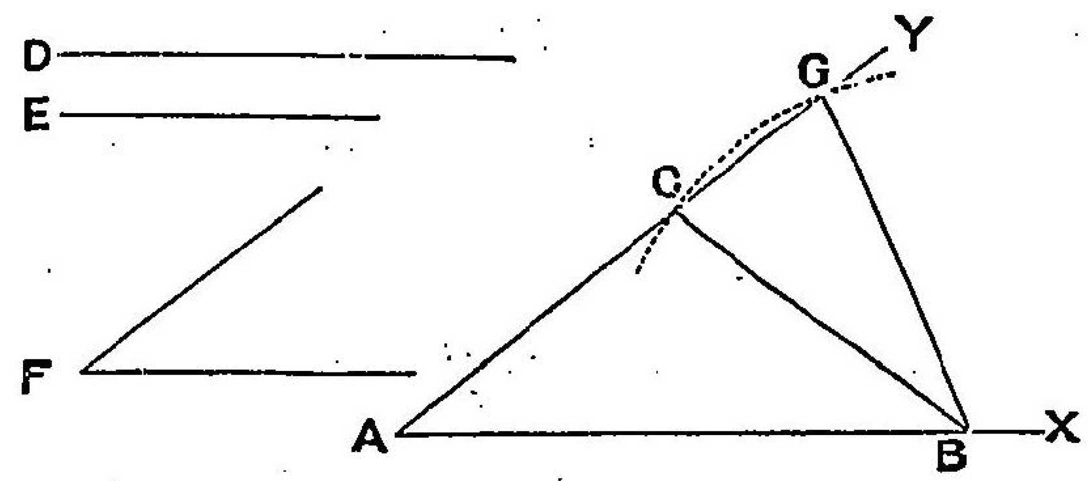


何トナレバ三角形 GHK ヲ三角形 ABC ノ上ニ置キ GH ヲ AB ノ上ニ重ヌルトキハ $GH = AB$ ナルヲ以テ此

二邊ハ全ク合ス而シテ角GハA角ニ等シキヲ以テGKハACノ上ニ重ナリ角HハBニ等シキヲ以テHKハBCノ上ニ重ナル從ヒテK點ハC點ニ合シ兩三角形ハ全ク重ナリ合フ故ニ其大サ等シクGK＝AC, HK＝BCニシテ∠GKH＝∠ACB之ニヨリテ

定理14. 一つの三角形の二角及其間の邊が夫々他の三角形の二角及其間の邊に等しき時は兩三角形は全く等しく相等しき邊は相等しき角に對す

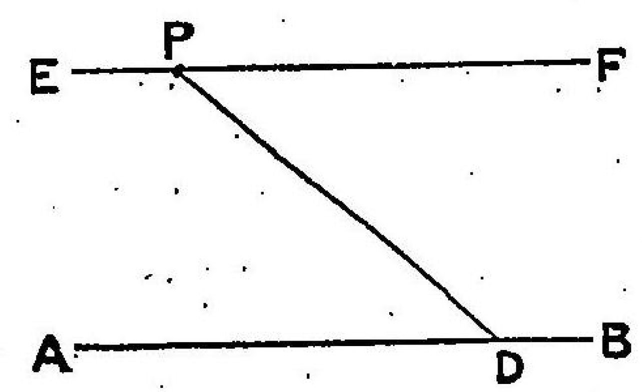
35. 二邊D, E及其一邊Eニ對スル角Fヲ與ヘテ三角形ヲ作ルコト　任意ノ直線AXヲ引キDニ等シクABヲ切リAニ於テFニ等シキ角



BAYヲ作リテAYヲ引キBヲ中心トシEヲ半徑トシテ弧ヲ畫キAYトC及Gニ於テ交ハラシメBC BGヲ結ビ付クレバABC, ABGハ何レモ求ムル所ノ三角形ナリ

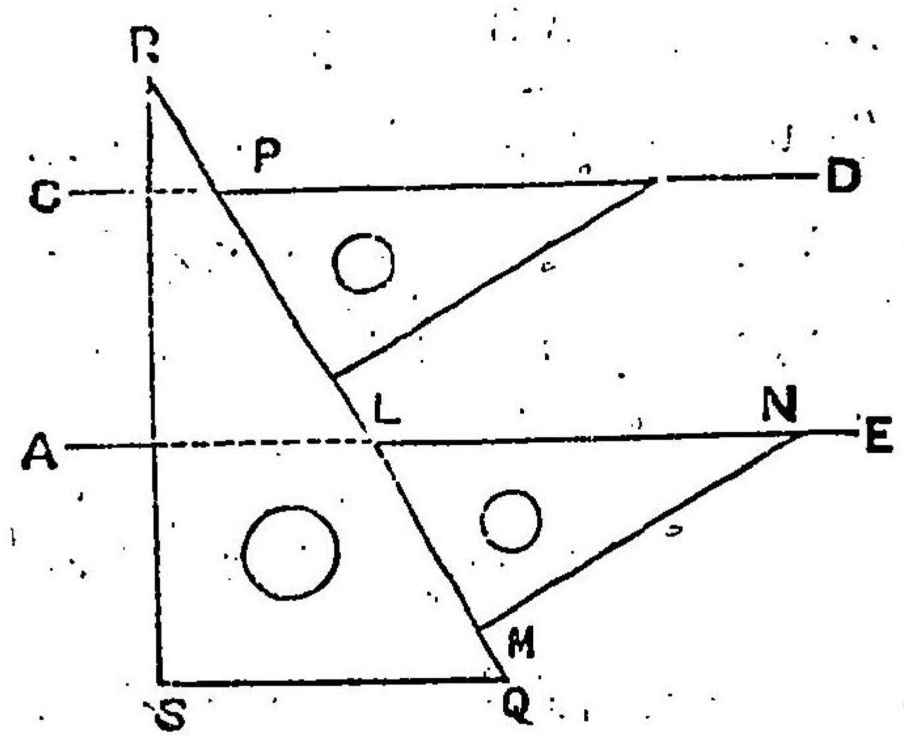
何トナレバ此兩三角形ニ於テAB＝D, ∠A＝∠FニシテBC又ハBGハ何レモEニ等シケレバナリ此作圖ニヨリ三角形ノ二邊ト其一邊ニ對スル角トヲ與ヘタル時ハ一般ニ二ツノ三角形ヲ作リ得ルコトヲ知ルベシ

36. 與ヘラレタル點Pヲ過ギリ與ヘラレタル直線ABニ平行ナル直線ヲ引クコト　P點ヨリ任意ノ直線PDヲ引キABトDニ於テ交ハラシメPDAニ等シキ角DPFヲ作リテ直線EPFヲ引ク時ハEPFハ求ムル所ノ直線ナリ



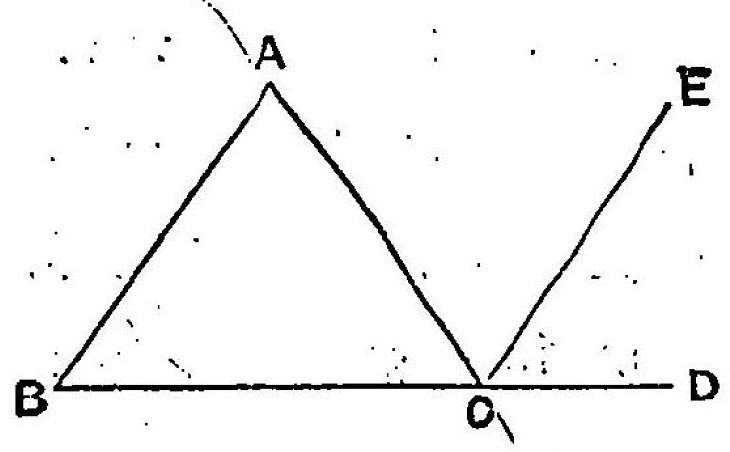
何トナレバAB, EFニPDガ交ハリテナス所ノ錯角PDA, DPFガ相等シキヲ以テ定理8ニヨリEF, ABハ平行ナレバナリ

實際ニハ二ツノ定規ヲ用ヒテ平行線ヲ引クヲ常トス其方法ハ次ノ圖ニ示スガ如ク一ツノ定規ノ一邊LNヲ與ヘラレタル直線ABト一致セシメ他ノ定規ノ一邊RQヲ邊LMニ密着セシメ初メノ定規ヲ後ノ定規ニ密着セシメタルマヽ之ヲ動カシP點ヲ邊LN



ノ上ニ來ラシメ而ル後此邊ニ沿ヒテ直線CDヲ引クベシ然ル時ハAB,CDガRQトナス一雙ノ同位角ハ初メノ定規ノLニ於テノ角ナルヲ以テ相等シ故ニAB,CDハ平行ナリ

37. 三角形ABCノ一邊BCヲ延長シ頂點Cヨリ之ニ對スル邊BAニ平行ニ直線CEヲ引ク時ハ同位角ECD,ABCハ相等シク叉錯角ACE,BACハ相等シ故ニ三ツノ角ACB,ACE,ECDノ和ハ三角形ノ三ッノ內角ノ和ニ等シ然ルニ此三ッノ角ノ和ハCD,CBノ夾ム角ニシテ二直角ナリ故ニ三角形ノ三ッノ內角ノ和ハ二直角ニ等シ之ニヨリテ



定理15. 三角形の內角の和は二直角に等し

上ノ證明ニヨリ外角ACDハ二ッノ內對角BAC,ABCノ和ニ等シ之ニヨリテ

定理16. 三角形の外角は二ッの內對角の和に等し

故ニ叉三角形ノ外角ハ內對角ノ何レヨリモ大ナリ

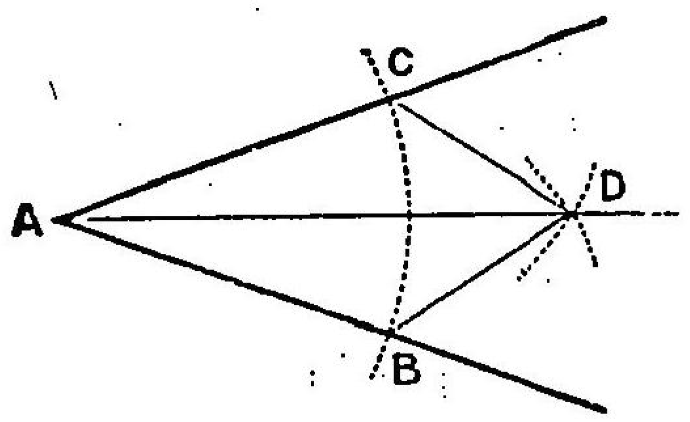
38. 三角形ノ三ッノ內角ハ合セテ二直角ニ等シキヲ以テ三ッノ內角ノ中二ッハ必ズ鋭角ナラザルベカラズ而シテ殘リノ一ッノ角ハ鋭角ナルカ或ハ直角ナルカ或ハ鈍角ナルカ何レカ其一ナリ之ニヨリテ三角形ニ次ノ名稱アリ

三角形ノ三ッノ角ガ何レモ鋭角ナル時ハ之ヲ**鋭角三角形**ト云ヒ一ッノ角ガ直角ナル時ハ之ヲ**直角三角形**ト云ヒ一ッノ角ガ鈍角ナル時ハ之ヲ**鈍角三角形**ト云フ

直角三角形ニ於テハ直角ニ對スル邊ヲ**斜邊**ト名ク

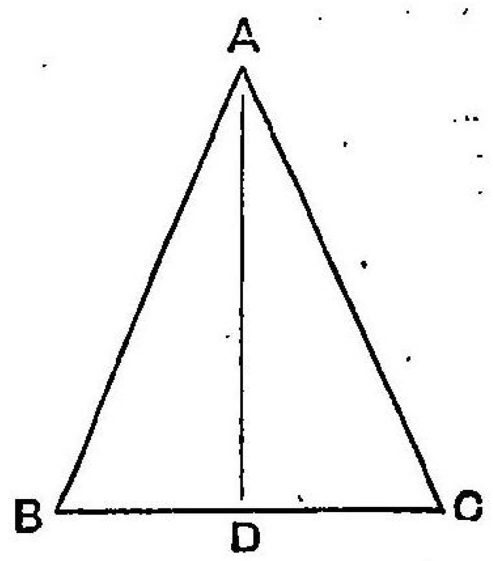
39. 與ヘラレタル角Aヲ二等分スル

コト　頂點Aヲ中心トシ任意ノ半徑ヲ以テ弧ヲ畫キ二ッノ邊トBＢ及Cニ於テ交ハラシメ次ニ此二點ノ各ヲ中心トシ相等シキ任意ノ半徑ヲ以テ弧ヲ畫キDニ於テ交ハラシメ AD ヲ結ビ付クル時ハ AD ハ求ムル所ノ二等分線ナリ



BD, CD ヲ結ビ付クル時ハ二ッノ三角形 ABD, ACD ハ三邊相等シキヲ以テ全ク等シク相等シキ邊 BD CD ニ對スル角 BAD, CAD ハ相等シ故ニ AD ハ角 A ノ二等分線ナリ

40. ABC ヲ二等邊三角形トシ邊 AB ハ邊 AC ニ等シトス



今角 BAC ヲ二等分スル直線 AD ヲ引キ BC ト D ニ於テ交ハラシムル時ハ二ッノ三角形 ABD, ACD ハ二邊ト夾角トガ相等シキヲ以テ全ク等シク相等シキ邊 AD ニ對スル角 B 及 C ハ相等シ之ニヨリテ

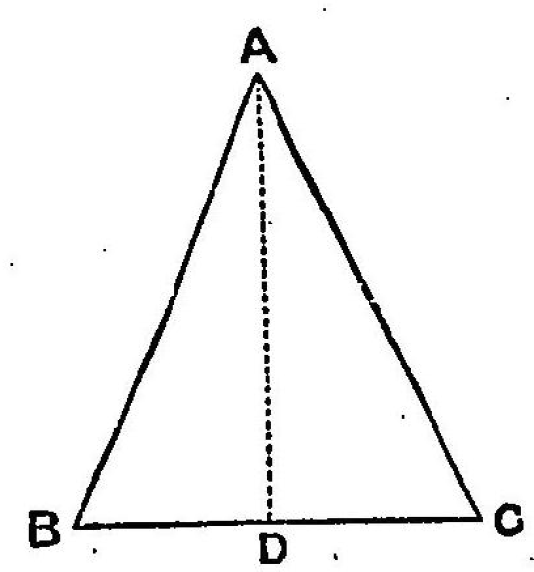
定理17. 二等邊三角形に於て等邊に對する角は相等し

三角形 ABD, ACD ハ全ク相等シキヲ以テ BD＝CD 及∠ADB＝∠ADC 故ニ此二ッノ角ハ各直角ナリ之ニヨリテ **二等邊三角形ノ頂角ヲ二等分スル直線ハ底邊ヲ直角ニ二等分ス**

又前ノ三角形 ABC ニ於テ AB＝AC ナル上ニマタ BC＝AC ナル時ハ角 BAC ハ角 ABC ニ等シ故ニ

定理18. 正三角形の三ッの角は相等し

41. 三角形 ABC ニ於テ角 B ハ角 C ニ等シトス



然ル時ハ AC＝AB ナルベシ何トナレバ BC ノ中點 D ヨリ紙ヲ折リ DB ヲ DC ノ上ニ重ヌレバ∠B＝∠C ナルヲ以テ BA ハ CA ノ上ニ重ナル故ニ A 點ハ折リ目ノ上ニアリ從ヒテ BA ハ CA ト合ス之ニヨリテ

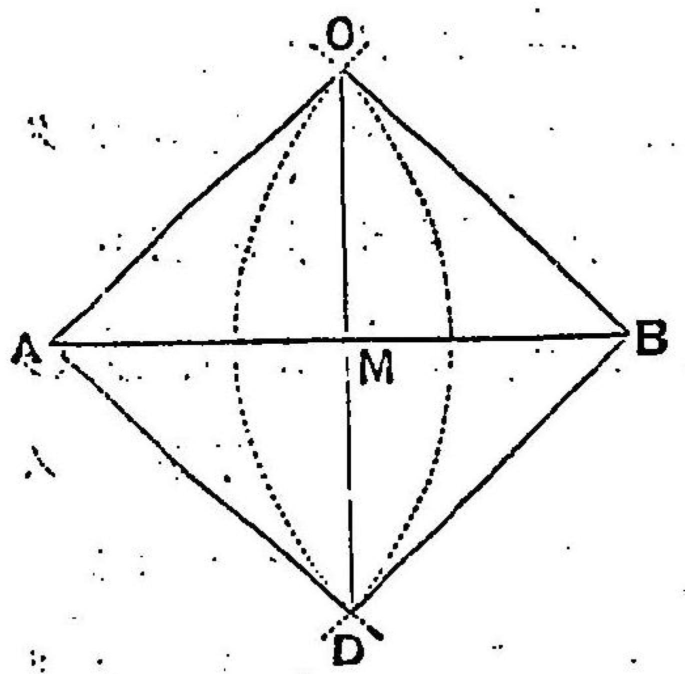
定理19. 三角形の二角相等しき時は相等しき角に對する邊は相等し

次ニ此三角形ニ於テ∠B＝∠C ナル上ニ∠A＝∠C

ナル時ハ BC=AB ナリ故ニ

定理20. 三角形の三つの角相等しき時は此三角形は正三角形なり

42. 與ヘラレタル直線ABヲ二等分スルコト. A及Bヲ中心トシ AB ノ半分ヨリ大ナル任意ノ半徑ヲ以テ弧ヲ畫キ二點C, D ニ於テ交ハラシメ CD ヲ結ビ付ケ AB ト M ニ於テ交ハラシムレバ M ハ求ムル所ノ二等分點ナリ

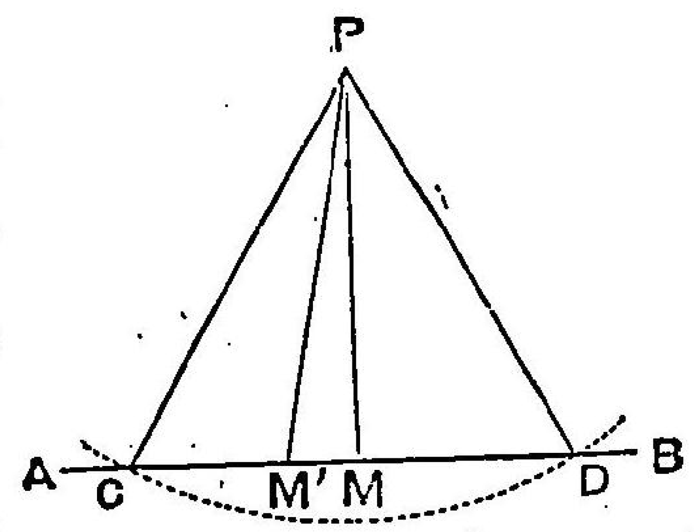


何トナレバ二ッノ三角形 ADC, BDC ヲ作ラバ此兩三角形ハ夫々三邊相等シキヲ以テ全ク等シ故ニ CD ヲ折リ目トシ三角形 ADC ヲ三角形 BDC ノ上ニ折リ重ヌレバ兩三角形ハ全ク合シ MA ハ MB ノ上ニ重ナリ合フ故ニ M ハ AB ノ中點ナリ

次ニ又二ッノ三角形 ABC, ABD モ亦全ク相等シ故ニ AB ヲ折リ目トシ三角形 ABD ヲ三角形 ABC ノ上ニ折リ重ヌレバ兩三角形ハ全ク合シ MD ハ MC ノ上

ニ重ナリ合フ故ニ M 點ニ於ケル四ッノ角ハ相等シク各直角ナリ依テ CD ハ又 AB ヲ直角ニ二等分ス

43. 直線AB外ノ一點PヨリABニ垂線ヲ引クコト.



P ヲ中心トシ任意ノ半徑ヲ以テ弧ヲ畫キ AB ト C, D 二點ニ交ハラシメ CP, DP ヲ結ビ付ケ角 CPD ヲ二等分スル直線 PM ヲ引キ AB ト M ニ於テ出會ハシムレバ PM ハ求ムル所ノ垂線ナリ

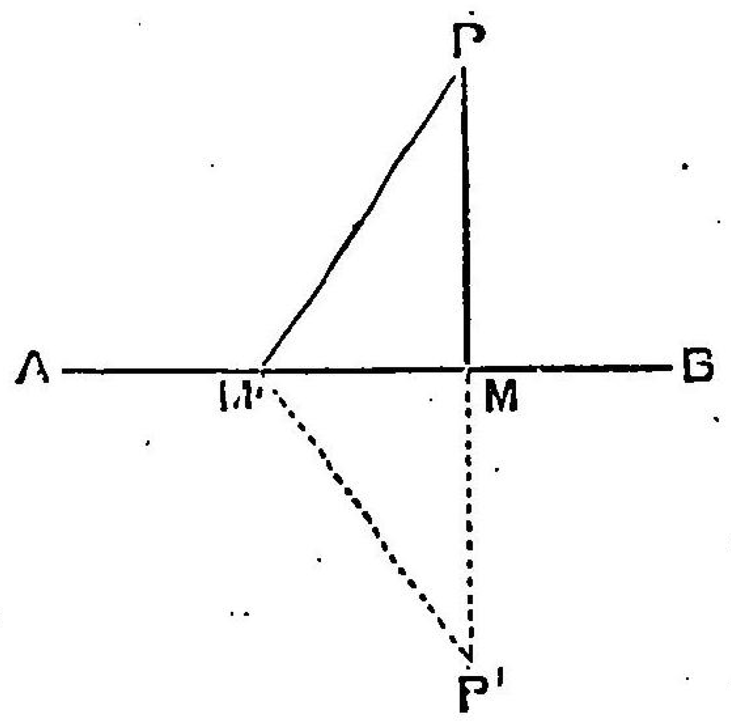
何トナレバ三角形 CPD ハ二等邊三角形ニシテ PM ハ頂角 P ヲ二等分スル直線ナルヲ以テ底邊 CD ニ垂線ナレバナリ

次ニ P 點ヨリ任意ノ直線PM′ヲ引キ AB ト M′點ニ交ハラシムレバ三角形 PMM′ ニ於テ角 PMM′ ハ直角ナルヲ以テ角 PM′M ハ直角ナルコト能ハズ故ニ PM′ ハ AB ニ垂線ナラズ同様ニ P ヨリ幾ッノ直線ヲ引クトモ PM ノ外ニ垂線ナシ之ニヨリテ

定理21. 直線外の一點より其直線に

唯一つの垂線を引くことを得

44. PM ヲ直線 AB 外ノ一點 P ヨリ AB ニ引キタル垂線トシ PM′ ヲ其他ノ直線トセバ PM ハ PM′ ヨリ小ナルベシ



PM ヲ延長シテ MP′ ヲ MP ニ等シクシ M′P′ ヲ結ビ付クレバ二ツノ三角形 P′MM′,PMM′ ハ二邊及夾角ガ等シキヲ以テ全ク等シク P′M′ ハ PM′ ニ等シ

次ニ三角形 PM′P′ ニ於テ二邊 PM′,P′M′ ノ和ハ他ノ一邊 PP′ ヨリ大ナリ故ニ各ノ半分ナル PM′ ハ PM ヨリ大ナリ

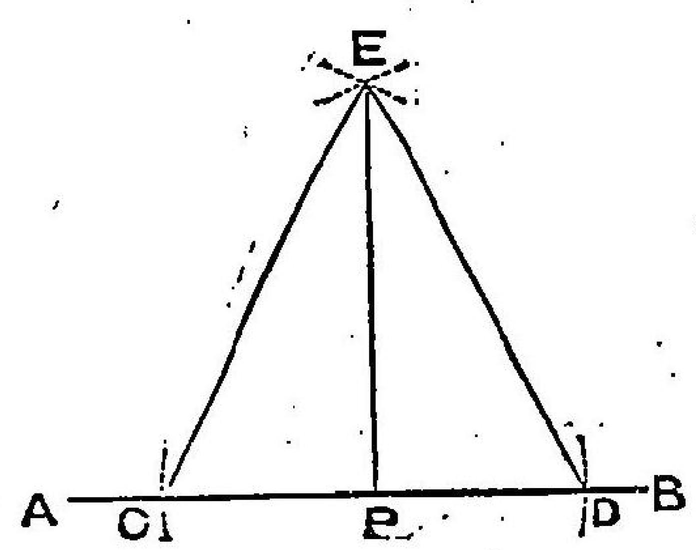
同様ニ P ヨリ幾ツノ直線ヲ引クトモ皆 PM ヨリ大ナリ之ニヨリテ

定理22. 直線外の一點より其直線に引きたる直線の中垂線は最も短し

直線外ノ一點ヨリ其直線ニ引キタル垂線ノ長サヲ其點ト直線トノ距離ト云フ

45. 直線 AB 上ノ一點 P ニ於テ AB

ニ垂線ヲ引クコト　P ヲ中心トシ任意ノ半徑ヲ以テ弧ヲ畫キ AB ト二點 C,D ニ交ハラシメ次ニ C,D ヲ中心トシ任意ノ相等シキ半徑ヲ以テ弧ヲ畫キ E點ニ於テ交ハラシメ EP ヲ結ビ付クル時ハ EP ハ求ムル所ノ垂線ナリ



何トナレバ EC, ED ヲ結ビ付クル時ハ二ツノ三角形 EPC, EPD ハ三邊相等シキヲ以テ全ク等シク相等キ邊ニ對スル角 EPC, EPD ハ相等シ故ニ其各ハ直角ナリ卽チ EP ハ AB ニ垂線ナリ

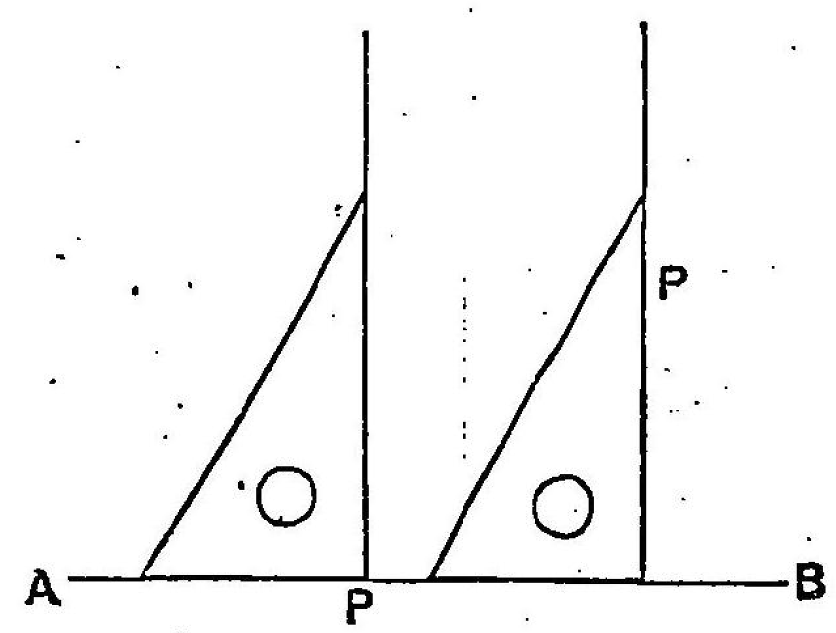
垂線 PE ハ PA, PB ノ夾ム平角ノ二等分線ナリ故ニ其作圖ハ第三十九條ノ作圖ト異ナルコトナシ

一ツノ角ヲ二等分スル直線ハ唯一ツアルノミ故ニ一點 P ニ於テ AB ノ垂線ハ唯一ツアルノミ之ニヨリテ

定理23. 直線上の一點より其直線に

唯一っの垂線を引くことを得

以上垂線ノ幾何學的作圖ヲ述ベタルガ實際ニハ定規ノ一ッノ角ヲ直角ナリト假定シ圖ニ示スガ如ク其一邊ヲ與ヘラレタル直線ト一致セシメタルマヽ之ヲ動カシ



他ノ一邊ニ與ヘラレタル點ヲ來ラシメ然ル後其邊ニ沿ヒテ直線ヲ畫カバ此直線ハ與ヘラレタル直線ト直角ヲナスガ故ニ之ニ垂線ナリ

問　題

1. 一ッノ與ヘラレタル直線ヲ一邊トシテ幾ツノ正三角形ヲ作リ得ルカ

2. 一ッノ與ヘラレタル直線ヲ一邊トシテ其上ニ幾ツノ二等邊三角形ヲ作リ得ルカ

3. 直線外ノ一點ヨリ其直線ヘ與ヘラレタル長サノ直線ヲ引クコト

4. 正三角形ノ一ッノ内角及一ッノ外角ハ各何度ナ

ルカ

5. 頂角ガ八十度ナル二等邊三角形ノ他ノ二角ハ各何度ナルカ

6. 直角三角形ノ一ッノ鋭角ガ三十度ナル時ハ他ノ鋭角ハ何度ナルカ

7. 與ヘラレタル角ヲ四等分スルコト

8. 與ヘラレタル直線ヲ八等分スルコト

9. 直角ノ三分ノ二ニ等シキ角ヲ作ルコト

10. 三十度及四十五度ノ角ヲ作ルコト

11. 二ッノ角ト其一ッニ對スル邊トヲ與ヘテ三角形ヲ作ルコト

12. 斜邊ト一ッノ鋭角トヲ與ヘテ直角三角形ヲ作ルコト

13. 二ッノ直角三角形ニ於テ斜邊ト一ッノ鋭角トガ相等シキ時ハ兩三角形ハ全ク相等シ

14. 二等邊三角形ノ頂角ノ頂點ヨリ底邊ニ引キタル垂線ハ頂角及底邊ヲ二等分ス

15. 正三角形ノ一ッノ外角ヲ二等分スル直線ハ一ッノ邊ニ平行ナリ

16. 二等邊三角形ノ底邊ノ兩端ヨリ相對スル邊ニ引キタル二ッノ垂線ハ相等シ

17. 一ツノ角ヲ二等分スル直線上ノ一點ヨリ二ツノ邊ニ引キタル垂線ハ相等シ

18. 三角形ノ二ツノ內角ヲ二等分スル直線ノ交點ハ三ツノ邊ヨリ相等シキ距離ニアリ

19. 前題ノ交點ト第三角ノ頂點トヲ結ビ付クル直線ハ其第三角ヲ二等分ス

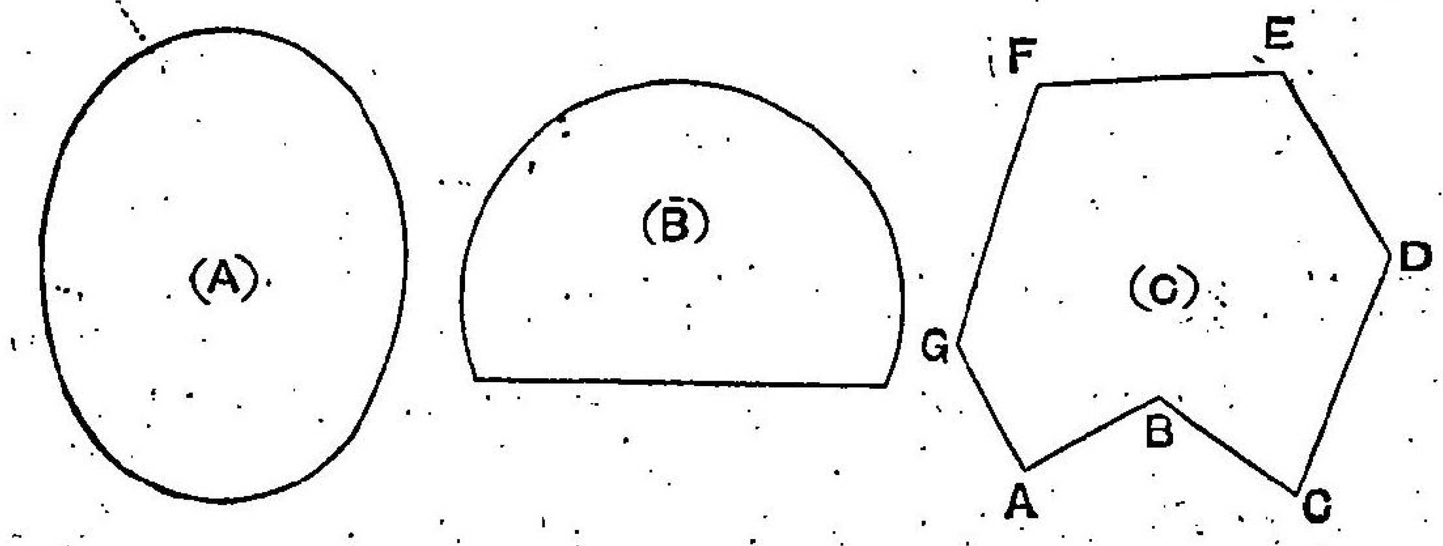
20. 平行ナラザル二ツノ直線ニ交ハリテ相等シキ角ヲナス樣ニ一ツノ直線ヲ引クコト

一ツノ直線上ノ任意ノ一點ヨリ他ノ直線ニ平行ナル直線ヲ引キ其間ノ一ツノ角ヲ二等分スル直線ハ求ムル所ノ直線ナリ之ヲ證明セヨ

21. 前題ノ直線ヲ直角ニ二等分スル直線ハ二ツノ直線ノナスベキ角ヲ二等分ス

第五編　多角形

46. 平面形 一個若クハ數個ノ線ヲ以テ圍ミタル平面ノ一部分ヲ**平面形**ト云ヒ其直線ノミヲ以テ圍ミタルヲ**直線形**又ハ**多角形**ト云フ

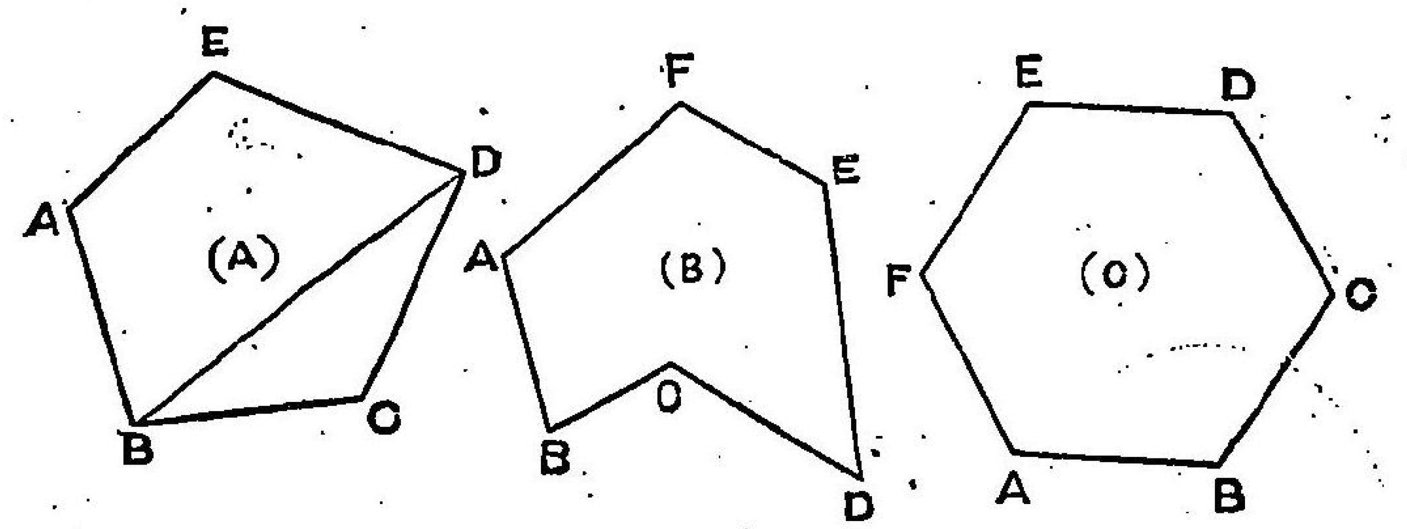


(C) 圖ハ七ツノ直線ヲ以テ圍ミタル多角形ニシテ直線 AB, BC, CD 等ヲ其**邊**ト云ヒ相隣レル二邊ノナス形內ノ角ヲ**內角**又ハ單ニ**角**ト云ヒ一邊ト之ニ隣レル邊ノ延長トノナス角ヲ**外角**ト云フ

多角形ノ內角ガ何レモ二直角ヨリ小ナル時ハ之ヲ**凸多角形**ト云ヒ二直角ヨリ大ナル內角ヲ有スル時ハ之ヲ**凹多角形**

ト云ヒ多角形ノ總テノ邊及總テノ角ガ相等シキ時ハ之ヲ**正多角形**ト云フ

例ヘバ次ノ圖ニ於テ(A)ハ凸多角形,(B)ハ凹多角形(C)ハ正多角形ナリ

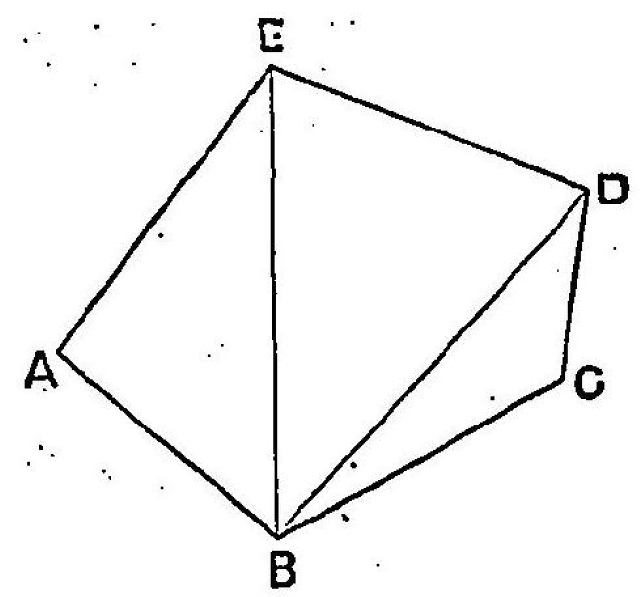


多角形ノ一ツノ角ノ頂點ヨリ之ニ隣ラザル角ノ頂點ニ引キタル直線ヲ**對角線**ト云フ(A)圖ニ於ケル線BDノ如シ

多角形ハ其角ノ數ニ從ヒテ**三角形,四角形,五角形**等ト稱シ又其邊ノ數ニ從ヒテ**三邊形,四邊形,五邊形**等ト稱ス

例ヘバ(A)圖ハ五角形又ハ五邊形ニシテ(B)圖及(C)圖ハ六角形又ハ六邊形ナリ而シテ(C)圖ハ正多角形ナルヲ以テ之ヲ正六角形又ハ正六邊形ト稱ス

47. 多角形ABCDEニ於テ一ツノ角ノ頂點Bヨ



リ對角線BD, BEヲ引ク時ハ邊ノ數ヨリ二ツダケ少キ三角形ヲ得今此等ノ三角形ノ內角ヲ盡ク加ヘタルモノハ多角形ノ內角ノ和ナリ而シテ一ツノ三角形ノ內角ノ和ハ二直角ニ等シ故ニ多角形ノ內角ノ和ハ二直角ヲ邊ノ數ヨリ二ツ少ナキ數ニテ倍シタルモノニ等シ即チ

定理24. 多角形の內角の和は二直角を邊の數より二つ少なき數だけ集めたるものに等し

故ニ多角形ノ邊ノ數ヲnトスレバ內角ノ和ハ

$$2(n-2)\ \text{直角}$$

若シ多角形ガ正多角形ナル時ハ一ツノ內角ハ

$$2(n-2)\div n\ \text{直角}$$

問題

1. 七邊形ノ內角ノ和ハ幾直角ナルカ
2. 十二邊形ノ內角ノ和ハ何度ナルカ

3. 正五邊形及正八邊形ノ一ツノ內角ハ幾直角ナルカ

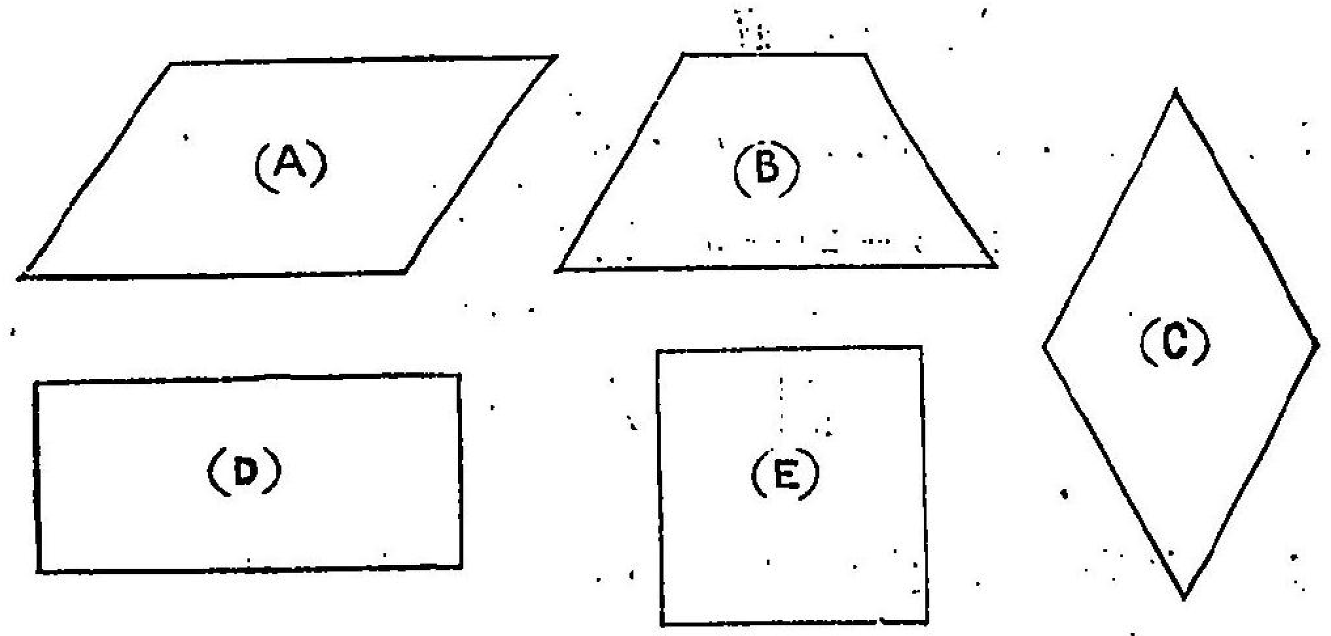
4. 正九邊形ノ一ツノ內角ハ何度ナルカ

5. 正十五邊形ノ一ツノ外角ハ何度ナルカ

6. 正多角形ノ一ツノ內角ガ百五十度ナル時ハ此多角形ノ邊數如何

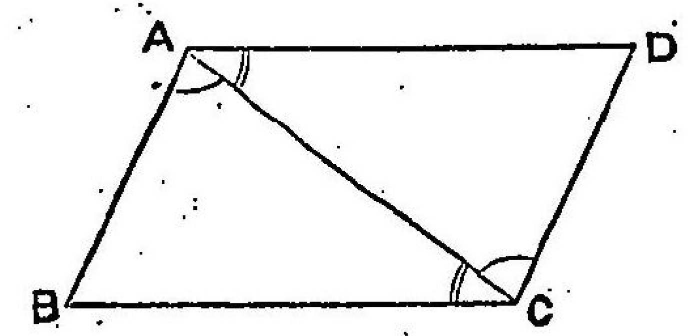
---

48. 四邊形　二雙ノ相對スル邊ガ各平行ナル四邊形ヲ**平行四邊形**(A圖)ト云ヒ一雙ノ相對スル邊ガ平行ナル四邊形ヲ**梯形**(B圖)ト云ヒ四邊共ニ相等シキ四邊形ヲ**菱形**(C圖)ト云ヒ總テノ角



ガ直角ナル平行四邊形ヲ**矩形**(D圖)ト云ヒ四邊トモニ相等シキ矩形ヲ**正方形**(E圖)ト云フ

49. ABCDヲ平行四邊形トシ對角線ACヲ引ク時ハ二ツノ三角形ABC, CDAニ於テ邊ACハ兩形ニ通ジAB, CDハ平行ナルヲ以テ錯角BAC, DCAハ相等シ又AD, BCハ平行ナルヲ以テ錯角CAD, ACBハ相等シ故ニ此兩三角形ハ定理14.ニヨリ全ク相等シ卽チ



定理25. 平行四邊形の對角線は之を全く相等しき二つの部分に分つ

而シテ兩三角形ニ於テ相等シキ角ニ對スル邊ハ相等シ故ニ AD＝BC, AB＝DC ナリ由テ

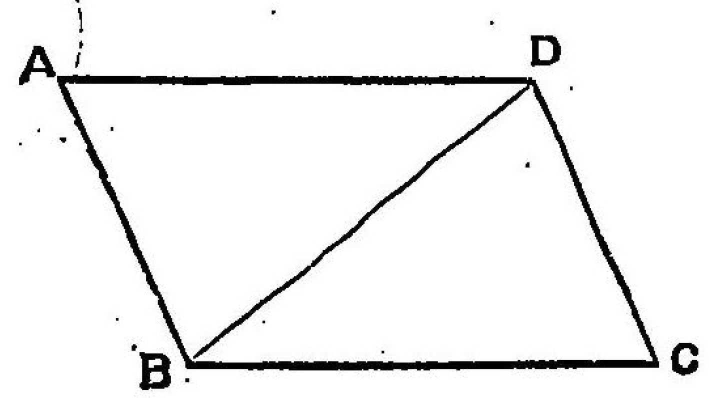
理定26. 平行四邊形の相對する邊は互に等し

又兩三角形ニ於テ角Bハ角Dニ等シク且Aニ於テノ二角ノ和ハCニ於テノ二角ノ和ニ等シ故ニ

定理27. 平行四邊形の相對する角は

互に等し

50. 四邊形 ABCD ニ於テ相對スル邊 AD ハ BC ニ等シク AB ハ DC ニ等シトス



對角線 BD ヲ引カバ二ツノ三角形 ABD, CDB ハ夫夫三邊相等シキヲ以テ全ク等シク角 ADB ハ角 CBD ニ等シ故ニ定理8ニヨリ AD ハ BC ニ平行ナリ同様ニ AB ハ DC ニ平行ナリ之ニヨリテ

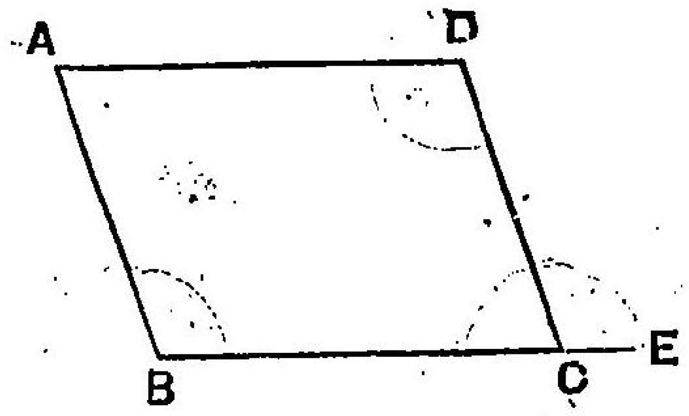
定理28. 一ッの四邊形に於て二雙の相對する邊が各等しき時は此四邊形は平行四邊形なり

次ニ四邊形 ABCD ニ於テ一雙ノ相對スル邊 AB,CD ガ平行ニシテ且相等シトスレバ二ッノ三角形 ABD, CDB ニ於テ錯角 ABD, CDB ハ相等シク AB ハ CD ニ等シク邊 BD ハ兩形ニ通ズ故ニ定理13ニヨリ兩三角形ハ全ク等シク角 ADB ハ角 CBD ニ等シ故ニ定理8ニヨリ AD, BC ハ平行ナリ之ニヨリテ

定理29. 四邊形の一雙の相對する邊

が平行にして且相等しき時は此四邊形は平行四邊形なり

又四邊形 ABCD ニ於テ ∠A＝∠C, ∠B＝∠D トス然ル時ハ四邊形ノ四ッノ内角ノ和ハ四直角ニシテ其中相對スル二ッヅヽノ角相等シキヲ以テ相隣レル二ッノ角 C ト D トノ和ハ二直角ニ等シ今 BC ヲ延長スレバ外角 DCE ト角 C トノ和モ二直角ニ等シ故ニ角 DCE ハ角 D ニ等シサレバ DC ガ二ッノ直線 AD, BC ニ交ハリテナス所ノ錯角相等シキヲ以テ AD, BC ハ平行ナリ



同樣ニ AB, CD モ平行ナルコトヲ證明スルヲ得故ニ此四邊形ハ平行四邊形ナリ之ニヨリテ

定理30. 四邊形の二雙の相對する角が各相等しき時は此四邊形は平行四邊形なり

問 題

7. 平行四邊形ノ相隣レル二邊ガ等シキ時ハ此

四邊形ハ菱形ナリ

8. 平行四邊形ノ一ッノ角ガ直角ナル時ハ總テノ角ハ直角ナリ

9. 平行四邊形ノ相隣レル二ッノ角ハ互ニ補角ナリ

10. 矩形ノ二ッノ對角線ハ相等シ

11. 平行四邊形ノ對角線ノ交點ハ各ノ中點ナリ

12. 菱形ノ對角線ハ其角ヲ二等分ス

13. 菱形ノ對角線ハ互ニ垂直ナリ

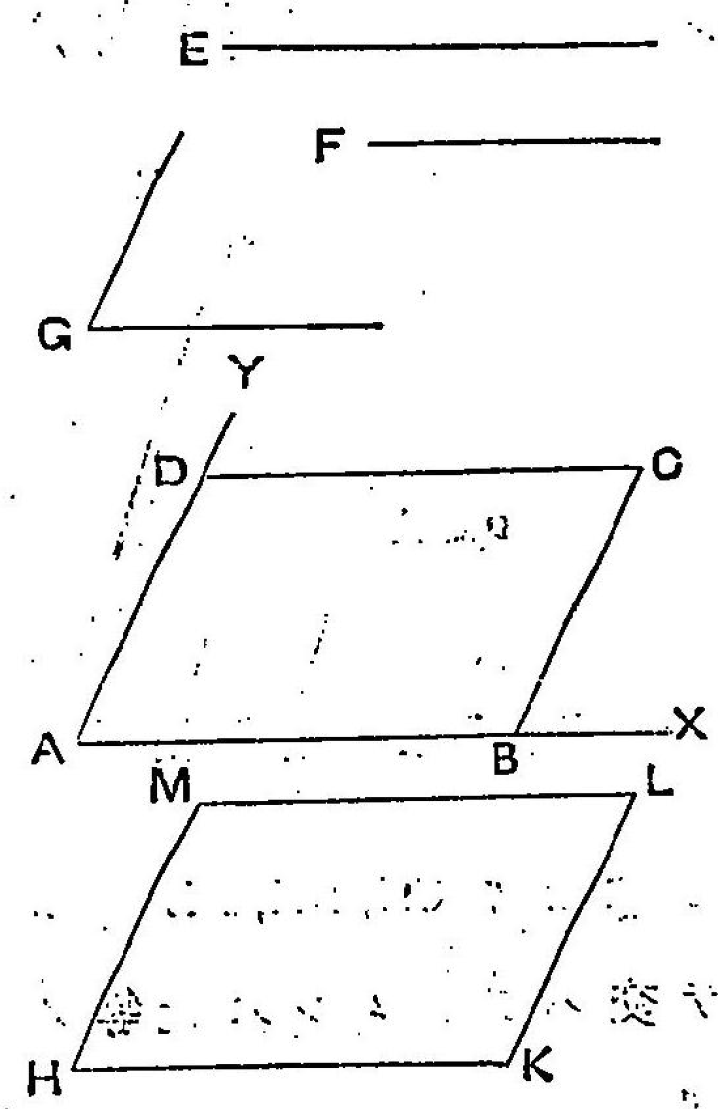
14. 二ッノ平行線ノ距離ハ何レノ點ニテモ相等シ

15. 平行四邊形ノ二ッノ對角線ガ相等シキ時ハ此四邊形ハ矩形ナリ

---

51. 二邊E,F及其間ノ角Gヲ與ヘテ平行四邊形ヲ作ルコト

任意ノ直線AXヲ引キEニ等シクABヲ切リGニ等シキ角XAYヲ作リテAYヲ引キFニ等シクADヲ切リDヨリABニ平行ニDCヲ又BヨリADニ平行ニBCヲ引キDCトCニ於テ交ハラシムル時



ハABCDハ求ムル所ノ平行四邊形ナリ

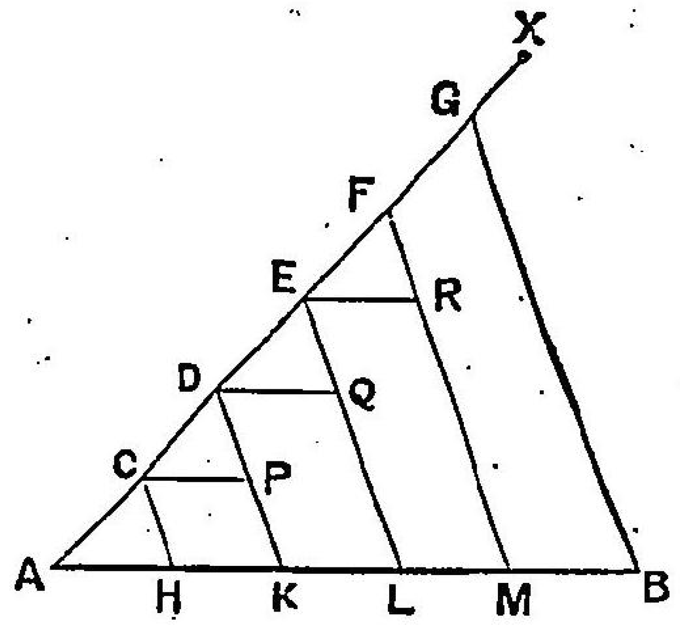
何トナレバ此四邊形ハ平行四邊形ニシテ其二邊AB, ADハE, Fニ等シク其間ノ角DABハGニ等シケレバナリ

次ニ之ト同法ニヨリテ他ノ平行四邊形HKLMヲ作ラバ此四邊形ハ前ノ四邊形ノ上ニ全ク合セシムルコトヲ得故ニ其大サ相等シ之ニヨリテ

定理31. 一ッの平行四邊形の相隣れる二邊及夾角が夫々他の平行四邊形の相隣れる二邊及夾角に等しき時は此兩形は全く等し

此定理ニヨリテ二ッノ矩形ハ相隣レル二邊ガ夫々相等シキ時ハ全ク等シク二ッノ正方形ハ一ッノ邊ガ相等シキ時全ク等シ

52. 與ヘラレタル直線ABヲ任意ノ數ニ等分スルコト



ABト任意ノ角ヲ作リテAヨリ直線AXヲ引キ其上ニAヨリ任意ノ相等シキ距離AC, CD, DE等ヲ等分スベキ數ダケ切リ最後ノ點GトBトヲ結ビ付ケGBニ平行ニC, D, E等ヨリCH, DK, EL等ヲ引キABトH, K, L等ニ於テ交ハラシムレバ此等ノ點ハ求ムル所ノ等分點ナリ

今CヨリABニ平行ニCPヲ引キDKトPニ於テ交ハラシムレバ三角形CAH, DCPニ於テAC＝CD, ∠A＝∠DCP, ∠ACH＝∠CDP（何レモ同位角）ナルヲ以テ定理14ニヨリ兩三角形ハ全ク等シクAHハCPニ等シ然ルニCHKPハ平行四邊形ナルヲ以テ相對スル邊CP, HKハ相等シ故ニ又AH, HKハ相等シ同樣ニKL, LM等モ相等シ故ニH, K, L等ハ等分點ナリ

問題

16. 相隣レル二邊ヲ與ヘテ矩形ヲ作ルコト

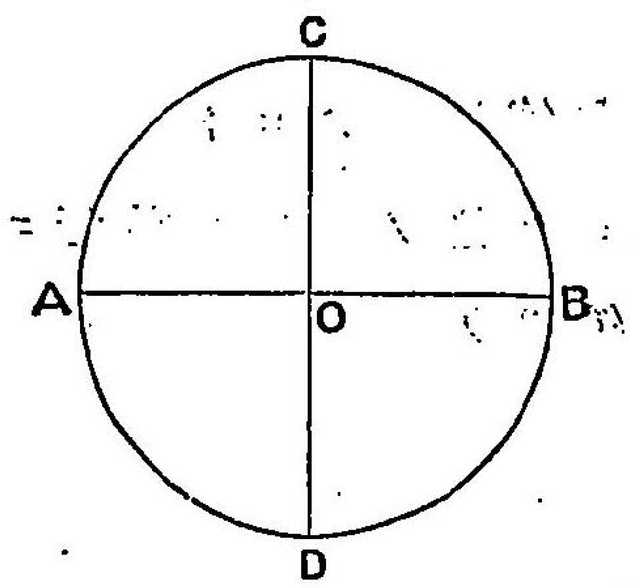
17. 一ツノ與ヘラレタル直線ヲ一邊トシテ正方形ヲ作ルコト

18. 與ヘラレタル直線ヲ七等分スルコト

19 三角形ノ一邊ノ中點ヨリ他ノ一邊ニ平行ニ引キタル直線ハ第三邊ヲ二等分ス

第六編　圓

53. **直徑**　圓トハ既ニ第一編ニ於テ述ベタルガ如ク圓周ヲ以テ圍ミタル平面形ナリ而シテ圓周ノ中心ハ亦圓ノ中心ナリ



圓ノ中心ヲ過ギリ兩端ガ圓周ニ終ハル直線ヲ**直徑**ト云フ故ニ直徑ハ半徑ノ二倍ナリAOBノ如シ

今圓ADBCヲ直線AOBヲ折リ目トシテ一ツノ部分ヲ他ノ部分ノ上ニ折リ重ヌル時ハ圓周上ノ總テノ點ハ中心ヨリ相等シキ距離ニアルヲ以テ二ツノ部分ハ全ク重ナリ合フ故ニ

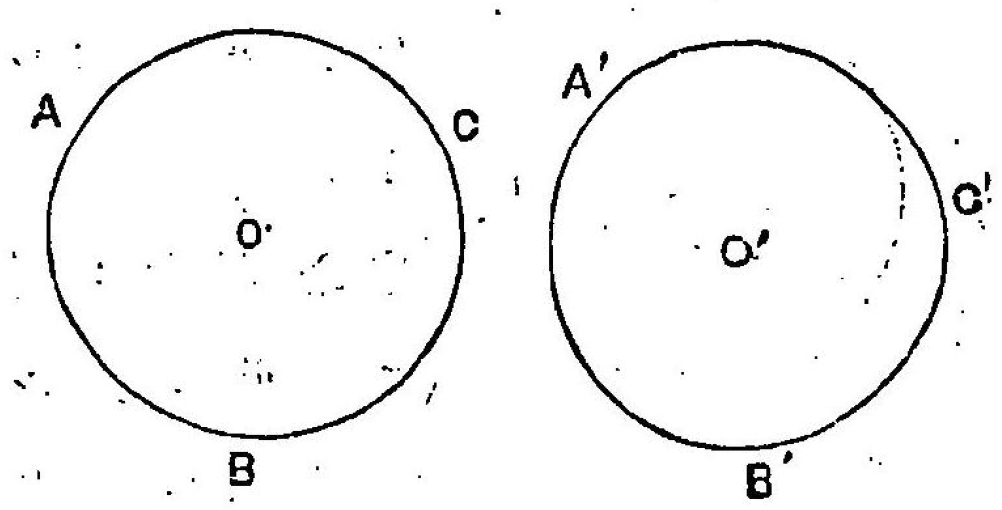
定理32. 圓の直徑は圓を二つの全く相等しき部分に分つ

直徑ニヨリテ二ツノ部分ニ分タレタル各ノ部分ヲ**半圓**ト云フ

次ニAOBニ垂直ナル他ノ直徑CODヲ折リ目トシテ一ツノ部分ヲ他ノ部分ノ上ニ折リ重ヌレバOニ於テノ四ツノ角ハ各直角ニシテ相等シキヲ以テOBハOAノ上ニ重ナリ圓ノ四ツノ部分ハ二ツヾヽ重ナリ合フ同様ニAOBヲ折リ目トシテ折リ重ヌル時ハ四ツノ部分ハ二ツヾヽ重ナリ合フ故ニ互ニ垂直ナル二ツノ直徑ハ圓ヲ全ク相等シキ四ツノ部分ニ分ツ

斯ノ如ク分タレタル四ツノ部分ノ各ヲ**四分圓**又ハ**象限**ト云フ

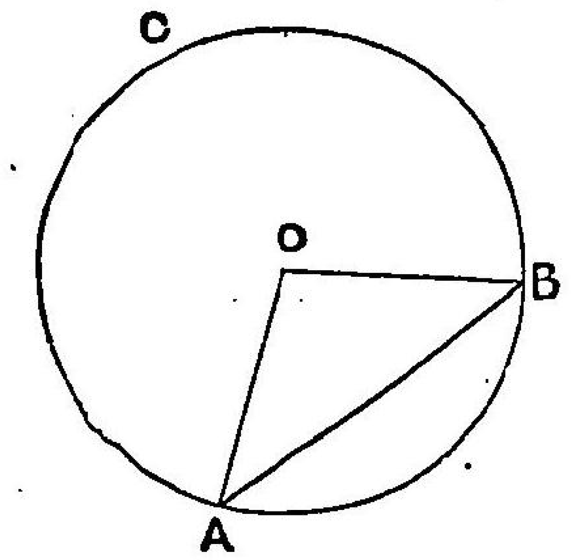
54. ABC, A'B'C'ヲ半徑相等シキ二ツノ圓トシ一ツノ圓ABCヲ他ノ圓A'B'C'ノ上ニ重ネ中心Oヲ中心O'ノ上ニ置ク時ハ



二ツノ圓周上ノ總テノ點ハ中心ヨリ相等シキ距離ニアルヲ以テ二ツノ圓ハ全ク重ナリ合フ故ニ

定理33. 半徑相等しき圓は全く等し

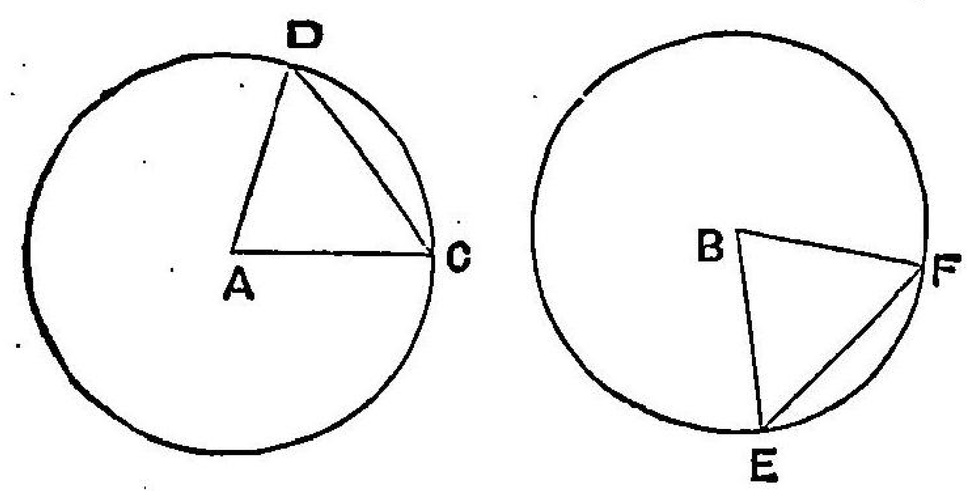
55. **弦**　第一編ニ於テ述ベタルガ如ク圓周ノ一部分ヲ弧ト云フ而シテ弧ノ



兩端ヲ結ビ付クル直線ヲ弦ト云フ

弧ト弦トヲ以テ圍ミタル圓ノ一部分ヲ弓形ト云ヒ弧ト其兩端ニ引キタル二ツノ半徑トヲ以テ圍ミタル圓ノ一部分ヲ扇形ト云フ

56. 中心A及Bナル圓ヲ等シキ圓トシ中心ニ於テノ角CAD, EBFヲ相等シトス



中心Aナル圓ヲ中心Bナル圓ノ上ニ重ネA點ヲB點ノ上ニACヲBEノ上ニ重ナル樣ニセバ二ツノ圓ハ全ク合シC點ハE點ノ上ニ重ナル且角CADハ角EBFニ等シキヲ以テADハBFノ上ニ重ナリD點ハF點ニ重ナル從ヒテ弧CDハ弧EFニ弦CDハ弦EFニ合ス之ニヨリテ

定理34. 半徑相等しき圓に於て中心に於ての角相等しき時は之に對する弧及弦は相等し

中心ニ於テノ角ノ代リニ弧CDヲ弧EFニ等シトシ前ノ如ク二ツノ圓ヲ重ヌルコトニヨリテ此二ツノ弧ニ對スル弦及中心ニ於テノ角相等シキコトヲ證明シ得ベシ故ニ

定理35. 半徑相等しき圓に於て相等しき弧に對する弦及中心に於ての角は相等し

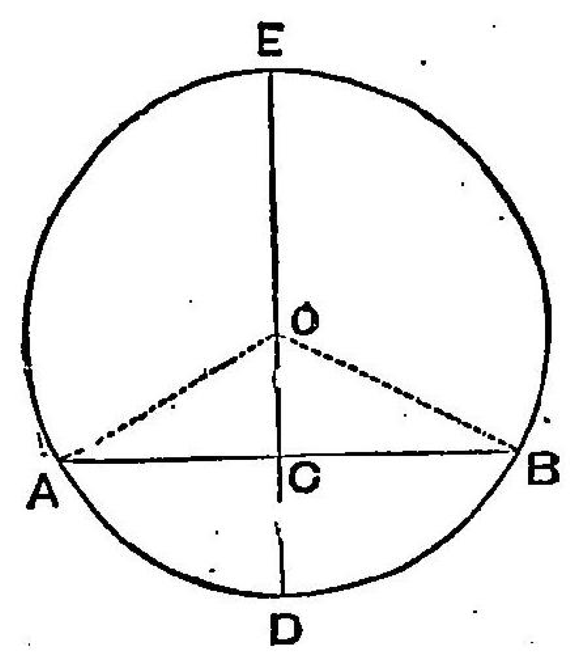
又前ノ圓ニ於テ弦CDヲ弦EFニ等シトスレバ二ツノ三角形ACD, BEFニ於テ AC=BE, AD=BF, CD=EFナルヲ以テ兩三角形ハ全ク等シユヱニ角CADハ角EBFニ等シ從ヒテ弧CDハ弧EFニ等シ之ニヨリテ

定理36. 半徑相等しき圓に於て相等しき弦に對する弧及中心に於ての角は相等し

注意 本條ニ於テ證明セシ三ツノ定理ハ相等シキ

圓ノ代リニ同一ノ圓ニ於テモ亦眞ナリ

57. 中心Oナル圓ノ中心Oト弦ABノ中點Cトヲ結ビ付クル直線COハABニ垂直ナルベシ



OA, OBヲ結ビ付クレバ二ツノ三角形OCA, OCBハ夫々三邊相等シキヲ以テ全ク等シク角OCA, OCBハ相等シ故ニOCハABニ垂直ナリ之ニヨリテ

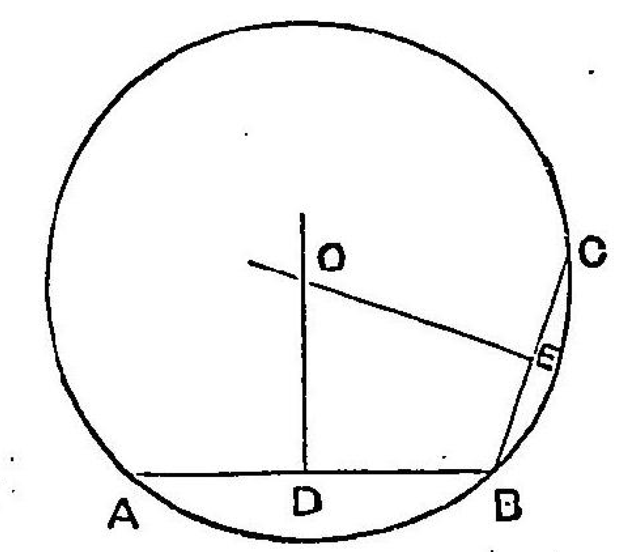
定理37. 圓の中心と弦の中點とを結び付くる直線は弦に垂直なり

又ABノ中點Cニ於テABニ垂直ナル直線ヲCEトスレバCEハ圓ノ中心Oヲ過ギルベシ何トナレバOトCトヲ結ビ付クル直線ハCニ於テABニ垂直ニシテCニ於テABニ垂直ナル直線ハ唯一ツアルノミ故ニCニ於テABニ垂直ナル直線ハCトOトヲ結ビ付クル直線ト同一ノ直線ナリ故ニ中心Oヲ過ギル之ニヨリテ

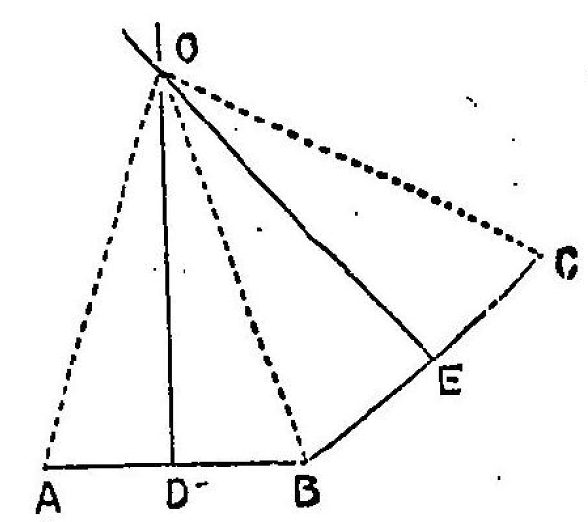
定理38. 圓の弦を直角に二等分する直線は圓の中心を過ぎる

58. 圓又ハ弧ノ中心ヲ求ムルコト

圓周又ハ弧ノ上ニ任意ノ三點A, B, Cヲ取リ弦ABヲ直角ニ二等分スル直線DOヲ引カバ前題ニヨリ中心ハ此直線上ニアリ同様ニ弦BCヲ直角ニ二等分スル直線EOヲ引カバ中心ハ此直線上ニアリ故ニDO, EOノ交點Oハ即チ求ムル所ノ中心ナリ



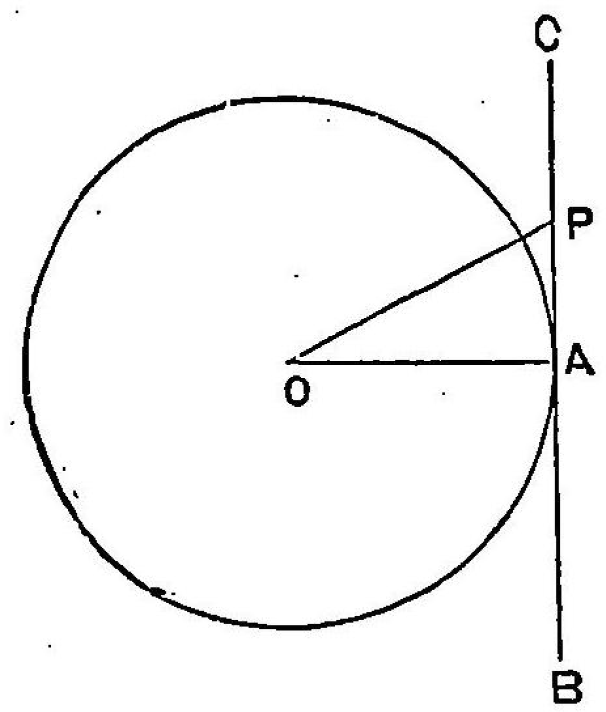
59. 一直線上ニアラザル三點A, B, Cヲ過ギル圓周ヲ畫クコト　AB, BCヲ結ビ付ケAB, BCヲ直角ニ二等分スル直線DO, EOヲ引キ一點Oニ於テ交ハラシムレバOハ求ムル所ノ圓ノ中心ナルベシ



OA, OBヲ結ビ付クレバ二ツノ三角形ODA, ODBニ於テDA＝DB, ODハ兩形ニ通ジ∠ODA, ∠ODBハ各直角ニシテ相等シ故ニ定理13

ニヨリ此兩三角形ハ全ク等シ故ニ$OA=OB$,同様ニ$OB=OC$,故ニOヲ中心トシOAヲ半徑トシテ圓ヲ畫カバ此圓周ハB及Cヲ過ギルベシ

60. 中心Oナル圓周上ノ一點Aニ於テ半徑OAニ垂直ナル直線BACヲ引ク時ハ此直線ハA點ノ外圓ニ出會ハザルベシ



今BAC上ニA點ノ外任意ニ一點Pヲ取リOPヲ結ビ付クレバOAハBACニ垂線ナルヲ以テOPハ垂線ナラズ故ニOPハOAヨリ大ナリ從ヒテ圓ノ外ニアリ同様ニBAC上ノ總テノ點ハAヲ除ク外ハ皆圓外ニアルヲ以テ圓ニ出會ハズ

斯ノ如ク圓ト唯一點ニ於テ出會フ所ノ直線ヲ**切線**ト云ヒ切線ノ圓ト出會フ點ヲ**切點**ト云フ

故ニ上ニ證明セシコトヲ次ノ如ク述ブ

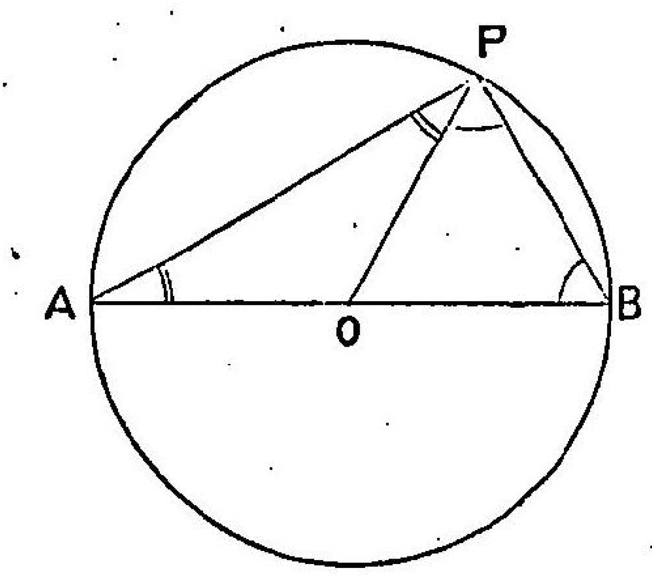
定理39. 圓周上の一點より其點に引きたる半徑に垂直なる直線は其圓の切線にして其點は切點なり

此定理ニヨリテ圓周上ノ一點ニ於テ其圓ニ切線ヲ引クコトヲ得

又直線BACヲ中心Oナル圓ノ切線トシAヲ切點トスレバAニ於テBACニ垂直ナル直線ハ中心Oヲ過ギル故ニ又中心ト切點トヲ結ビ付クル直線ハ切線ニ垂直ナリ之ニヨリテ

定理40. 圓の中心と切點とを結び付くる直線は切線に垂直なり

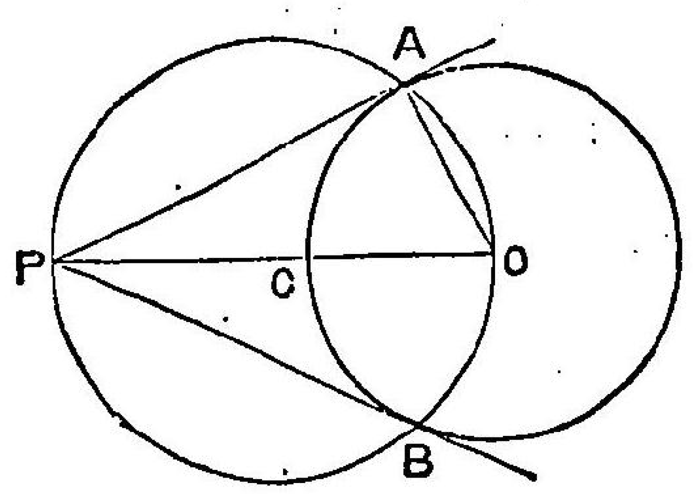
61. Pヲ中心Oナル圓周上ノ一點PA,PBヲ其點ヨリ任意ノ直徑AOBノ兩端ニ引キタル直線トス然ル時ハ角APBハ直角ナルベシ



POヲ結ビ付クレバOPハOBニ等シキヲ以テ三角形OPBハ二等邊三角形ナリユヱニ$\angle OPB=\angle OBP$, 同様ニ$\angle OPA=\angle OAP$, 故ニ三角形PABニ於テP點ニ於テノ二角ノ和ハ他ノ二角ノ和ニ等シ然ルニ三角形ノ內角ノ和ハ二直角ナリ故ニ角APBハ直角ナリ之ニヨリテ

定理41. 圓周上の一點より直徑の兩端に引きたる直線のなす角は直角なり

62. 中心Oナル圓ニ圓外ノ一點Pヨリ切線ヲ引クコト



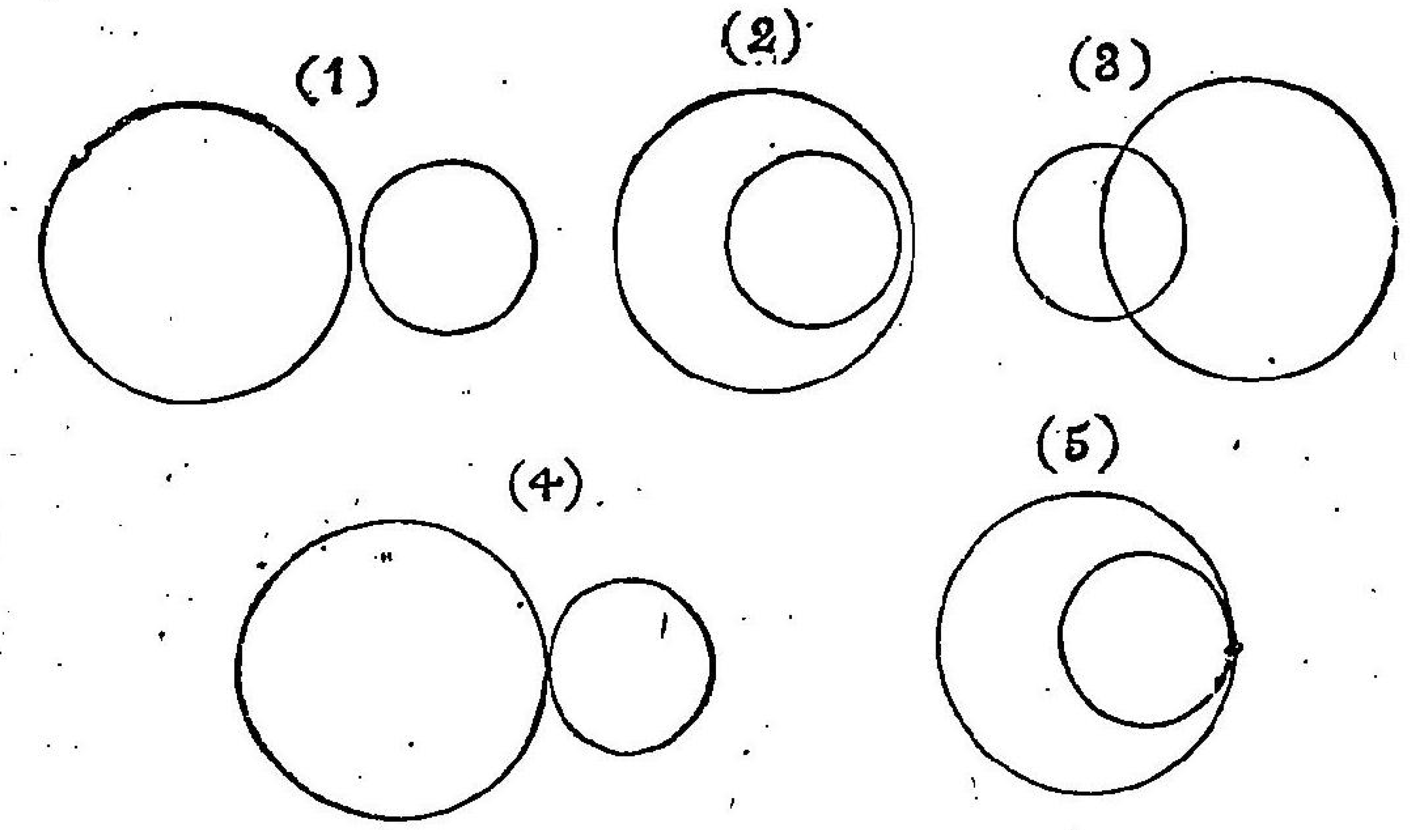
OPヲ結ビ付ケ其中點Cヲ中心トシCOヲ半徑トシテ圓ヲ畫キ與ヘラレタル圓ト二點A,Bニ於テ交ハラシメPA,PBヲ引ク時ハPA,PBハ求ムル所ノ切線ナリ

何トナレバOAヲ結ビ付クレバAハ中心Cナル圓周上ノ一點ニシテAP,AOハ此點ヨリ直徑POノ兩端ニ引キタル直線ナルヲ以テ定理40ニヨリ角PAOハ直角ナリ然ラバPAハ中心Oナル圓ノ周ノ上ノ一點Aニ於テ半徑OAニ垂直ナルヲ以テ其圓ノ切線ナリ同様ニPBモ中心Oナル圓ノ切線ナリ

63. 二ツノ圓　二ツノ圓ハ全ク出會ハザルカ二點ニ於テ交ハルカ唯一點ニ於テ出會フカ何レカ其一ナリ

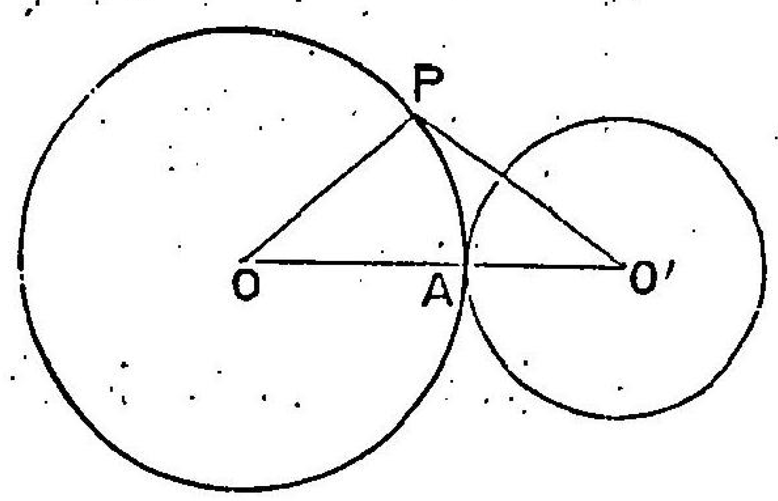
二ツノ圓ガ唯一點ニ於テ出會フ時ハ二ツノ

圓ハ互ニ切スト云ヒ其出會ヒタル點ヲ切點ト云フ而シテ一ツノ圓ガ全ク他ノ外ニアル時ハ互ニ外切スト云ヒ一ツノ圓ガ全ク他ノ中ニアル時ハ互ニ內切スト云フ



例ヘバ(1)圖及(2)圖ニ於テハ二ツノ圓ハ全ク出會ハズ(3)圖ニ於テハ二點ニ於テ交ハリ(4)圖及(5)圖ニ於テハ唯一點ニ於テ出會フ而シテ(4)圖ニ於テハ二ツノ圓ハ外切シ(5)圖ニ於テハ內切ス

64. O′ヲ中心Oナル圓ノ外ノ一點トシO′Oヲ結ビ付ケ圓周トAニ於テ交ハラシメO′ヲ中心トシO′Aヲ半徑トシテ圓ヲ畫カバ二ツノ圓ハ外切スベシ



今中心Oナル圓周上ニA點ノ外任意ノ一點Pヲ取リPO, PO'ヲ結ビ付クレバ三角形POO'ニ於テ$O'P > OO' - OP$, 然ルニ $OO' - OP = OO' - OA = O'A$, 故ニ $O'P > O'A$

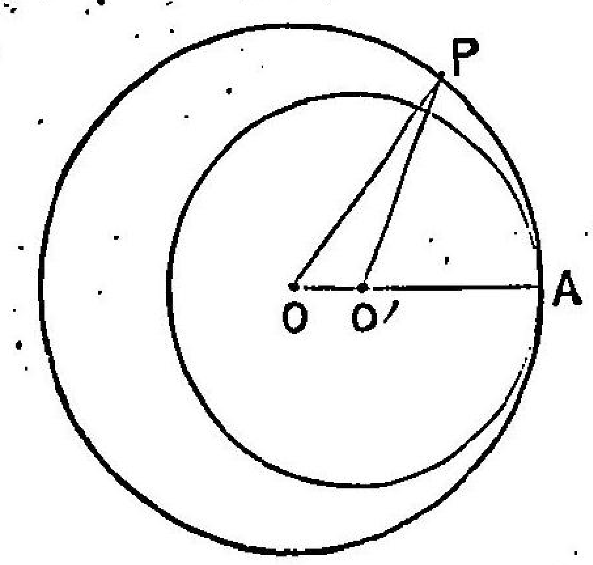
卽チP點ハ中心O'ヨリノ距離ガ半徑O'Aヨリ大ナリ故ニP點ハ中心O'ナル圓ノ外ニアリ

同樣ニ中心O'ナル圓周上A點ノ外總テノ點ハ中心Oナル圓ノ外ニアリ故ニ二ノ圓ハA點ノ外出會ハズ卽チ外切ス之ニヨリテ

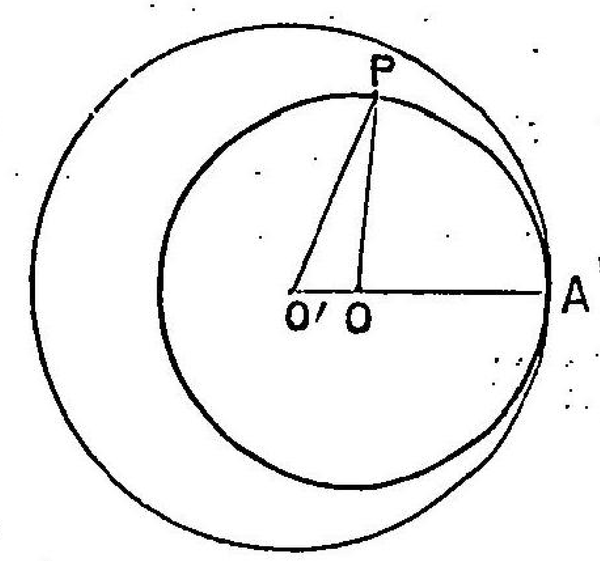
定理42. 二つの圓の中心の距離が半徑の和に等しき時は二つの圓は外切す而して切點は中心を結び付くる直線の上に在り

65. O'ヲ中心Oナル圓ノ內ノ一點トシO'Oヲ結ビ付ケ之ヲ延長シテ圓周トA點ニ於テ交ハラシメO'ヲ中心トシO'Aヲ半徑トシテ圓ヲ畫カバ二ツノ圓ハ內切スベシ

第一圖



第二圖



中心Oナル圓周上ニA點ノ外任意ノ一點Pヲ取リPO,PO'ヲ結ビ付クレバ三角形POO'ニ於テ第一圖ニ於テハ

$O'P > OP - OO'$, 然ルニ $OP - OO' = OA - OO' = O'A$, 故ニ $O'P > O'A$

卽チP點ハ中心O'ヨリノ距離ガ半徑O'Aヨリ大ナリ故ニP點ハ中心O'ナル圓ノ外ニアリ

又第二圖ニ於テハ

$O'P < OO' + OP$, 然ルニ $OO' + OP = OO' + OA = O'A$, 故ニ $O'P < O'A$

卽チP點ハ中心O'ヨリノ距離ガ半徑O'Aヨリ小ナリ故ニP點ハ中心O'ナル圓ノ內ニアリ

同樣ニ中心O'ナル圓周上A點ノ外總テノ點ハ第一圖ニ於テハ中心Oナル圓ノ內ニアリ第二圖ニ於テハ外ニアリ故ニ何レノ圖ニ於テモ二ツノ圓ハA點ノ外

出會ハズ卽チ二ツノ圓ハ內切ス之ニヨリテ

定理43. 二つの圓の中心の距離が半徑の差に等しき時は二つの圓は內切す而して切點は中心を結び付くる直線の上に在り

問題

1. 同シ圓ニ於テ大ナル弧ニ對スル中心ニ於テノ角ハ小ナル弧ニ對スル中心ニ於テノ角ヨリ大ナリ

2. 扇形ノ中心ノ角ヲ二等分スル直線ハ其弧ヲ二等分ス

3. 一ツノ與ヘラレタル直線ヲ半徑トシ二ツノ與ヘラレタル點ヲ過ギル圓ヲ畫クコト

4. 直線外ノ一點ヲ中心トシ其直線ニ切スル圓ヲ畫クコト

5. 第五十七條ノ圖ニ於テ弧 AE ＝ 弧 BE 又弧 AD ＝ 弧 BD

6. 與ヘラレタル圓弧ヲ二等分スルコト

7. 第六十二條ノ圖ニ於テ AC, BC ヲ結ビ付ケ

角 PCA ＝ 角 PCB ナルコトヲ證明セヨ

8. 圓外ノ一點ヨリ其圓ニ引キタル二ツノ切線ハ相等シ

9. 圓外ノ一點ヨリ其圓ニ引キタル二ツノ切線ノナス角ハ其點ト中心トヲ結ビ付クル直線ニヨリテ二等分セラル

10. P ヲ中心 O ナル圓ノ外ノ一點 Q ヲ圓周上任意ノ一點トシ PO ノ延長ガ圓周ト交ハル點ヲ A トセバ PA ハ PQ ヨリ大ナリ

11. 圓內ノ一點ヨリ其圓周ニ至ル最モ短キ直線ヲ引クコト

12. 圓內ノ一點ヨリ其圓周ニ至ル最モ長キ直線ヲ引クコト

13. 二ツノ圓ノ中心ノ距離ガ半徑ノ和ヨリ大ナル時ハ一ツノ圓ハ全ク他ノ圓ノ外ニアリ

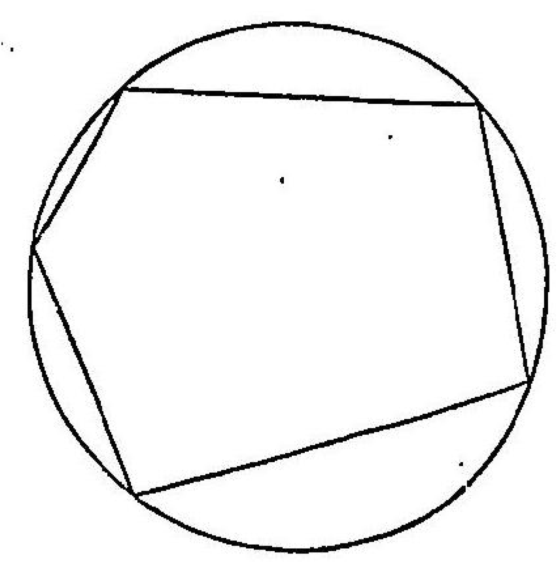
14. 圓外ノ一點ヲ中心トシ其圓ニ內切スル圓ヲ作ルコト

15. 直角三角形ノ斜邊ノ中點ハ三ツノ頂點ヨリ相等シキ距離ニアリ(六十一條ノ圖參照)

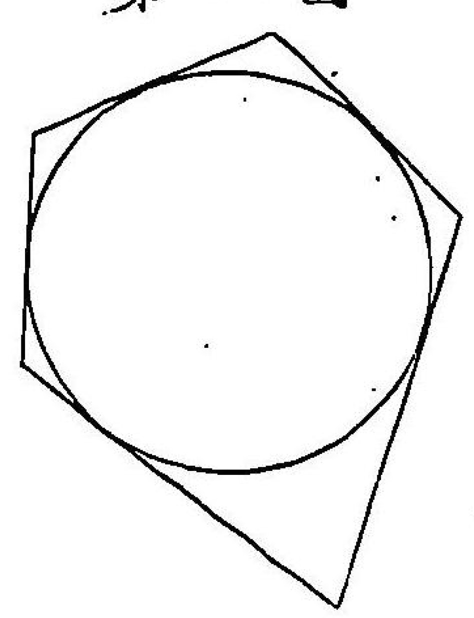
66. **内接形及外接形**　多角形ノ總テノ角ノ頂點ガ一ツノ圓周上ニアル時ハ多角形ハ圓ニ内接スト云ヒ圓ハ多角形ニ外接スト云フ第一圖ノ如シ

多角形ノ總テノ邊ガ一ツノ圓周ニ切スル時ハ多角形ハ圓ニ外接スト云ヒ圓ハ多角形ニ内接スト云フ第二圖ノ如シ

第一圖



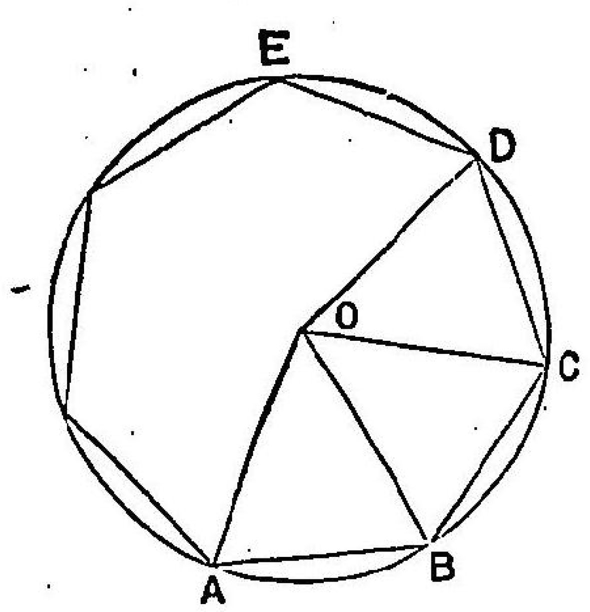
第二圖



67. 中心Oナル圓ノ周ヲA,B,C等ノ點ニ於テ若干ノ部分ニ等分シ其各分點ヲ結ビ付ケテ多角形ABCD………ヲ作ラバ此多角形ハ正多角形ナルベシ

何トナレバAB,BC,CD等ハ同ジ圓ニ於テ相等シキ弧ニ對スル弦ナルヲ以テ相等シ

次ニOA,OB,OC等ヲ結ビ付クレバ三角形OAB,OBC



ニ於テ AB,BC ハ相等シク OA,OB,OC ハ圓ノ半徑ニシテ相等シ故ニ兩三角形ハ全ク等シ

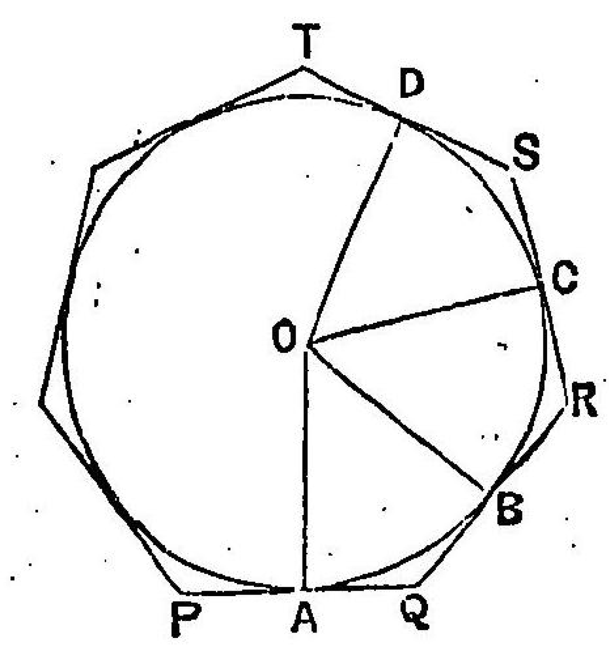
同様ニ他ノ三角形OCD,ODE等モ全ク等シ

故ニB,C,D等ニ於ケル二ツヅヽノ角ノ和ハ等シ

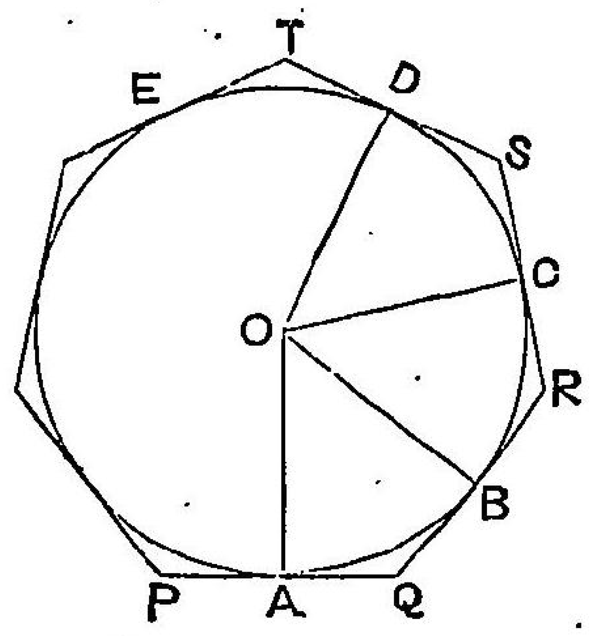
即チ多角形ABCD………ハ各ノ邊及各ノ角相等シキヲ以テ正多角形ナリ之ニヨリテ

定理44. 圓の周を若干の部分に等分し各分點を順次に結び付けて作りたる多角形は正多角形なり

68. 中心Oナル圓ノ周ヲA,B,C等ノ點ニ於テ若干ノ部分ニ等分シ各分點ニ於テ切線ヲ引キ多角形PQRS………ヲ作ル時ハ此多角形ハ正多角形ナルベシ



OA,OB,OC等ヲ結ビ付クレバ二ツノ四邊形 OAQB,



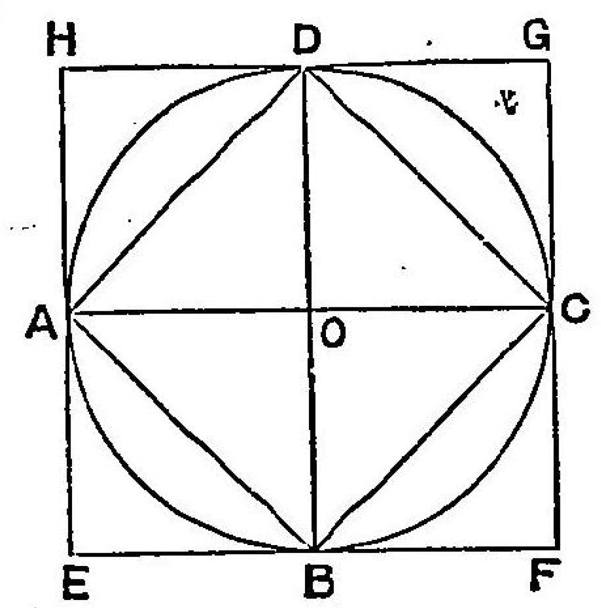
OBRC ニ於テ角 AOB, BOC ハ同シ圓ニ於テ相等シキ弧ニ對スル中心ニ於テノ角ナルヲ以テ相等シ PQ ハ切線 A ハ其切點ナルヲ以テ角 OAQ ハ直角ナリ同樣ニ角 OBQ, OBR, OCR ハ各直角ナリ而シ OA, OB, OC ハ圓ノ半徑ニシテ相等シ故ニ此二ッノ四邊形ハ全ク重ナリ合ハスコトヲ得從ヒテ角 Q, R ハ相等シ同樣ニ角 S, T 等モ相等シ

次ニ AQ ハ BR ノ上ニ BQ ハ CR ノ上ニ重ナルヲ以テ相等シ然ルニ QA ハ QB ニ RB ハ RC ニ等シ(問題8 參照) 故ニ QA, QB, RB, RC 等ハ相等シ而シテ此多角形ノ邊ハ此等ヲ二ッヅヽ加ヘタルモノナリ故ニ總テノ邊ハ相等シ

多角形 PQRS……ハ總テノ角及總テノ邊相等シキヲ以テ正多角形ナリ之ニヨリテ

定理45. 圓の周を若干の部分に等分し各分點に切線を引きて作りたる多角形は正多角形なり

69. 圓ニ内接又ハ外接スル正方形,正八邊形,正十六邊形等ヲ作ルコト



AOC, BOD ヲ中心 O ナル圓ノ互ニ垂直ナル二ッノ直徑トスレバ A, B, C, D ハ圓周ヲ四等分ス故ニ之ヲ結ビ付ケテ作リタル ABCD ハ内接正方形ナリ

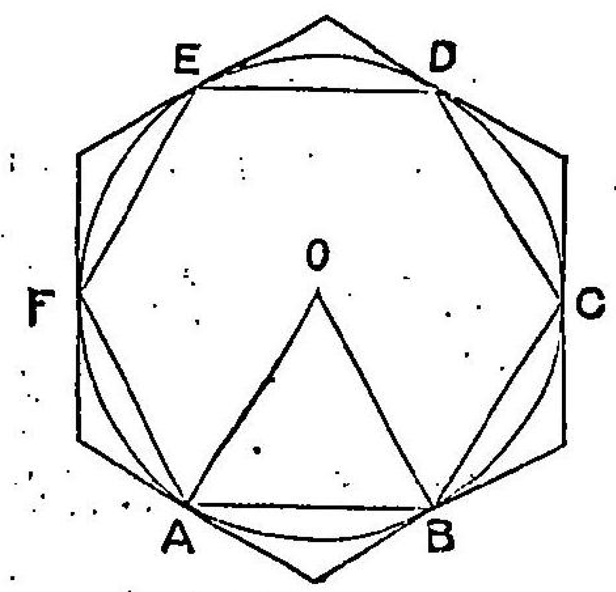
又此等ノ點ニ切線ヲ引キテ作リタル EFGH ハ外接正方形ナリ

次ニ此等ノ四ッノ弧ヲ二等分シ各分點ヲ結ビ付ケテ内接正八邊形ヲ作リ又此等ノ分點ニ切線ヲ引キテ外接正八邊形ヲ作ルコトヲ得次ニ又其各ノ弧ヲ二等分シテ内接及外接正十六邊形等ヲ作ルコトヲ得ルナリ

70. 圓ニ内接又ハ外接スル正三角形,正六邊形,正十二邊形等ヲ作ルコト

中心 O ナル圓ノ周ノ上ニ任意ノ一點 A ヲ取リ A ヲ中心トシ AO ヲ半徑トシテ弧ヲ畫キ圓周ト B ニ於テ交ハラシメ AB, AO, BO ヲ結ビ付クレバ三角形 AOB

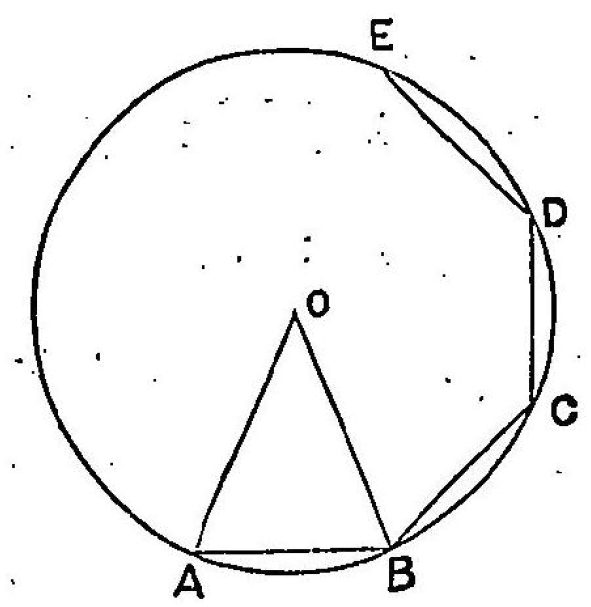
ハ正三角形ナリ故ニ角AOBハ二直角ノ三分ノ一卽チ四直角ノ六分ノ一ナリ故ニ一點Oノ周リニハ此ノ如キ角六ッアリ從ヒテ弧ABハ全周ノ六分ノ一ナリ



此ノ方法ニヨリC,D,E,Fニ於テ全周ヲ六等分シ前題ト同ジ方法ニヨリ內接及外接正六邊形ヲ作ルコトヲ得

次ニ此等ノ分點ヲ一ッ置キニ取リテ內接及外接正三角形ヲ作リ又弧AB,BC等ヲ二等分シテ正十二邊形ヲ作リ更ニ又之ヲ二等分シテ正二十四邊形等ヲ作リ得ルコト前題ト異ナルコトナシ

71. 分度器ヲ用ヒテ圓ニ內接又ハ外接スル正多角形ヲ作ルコト

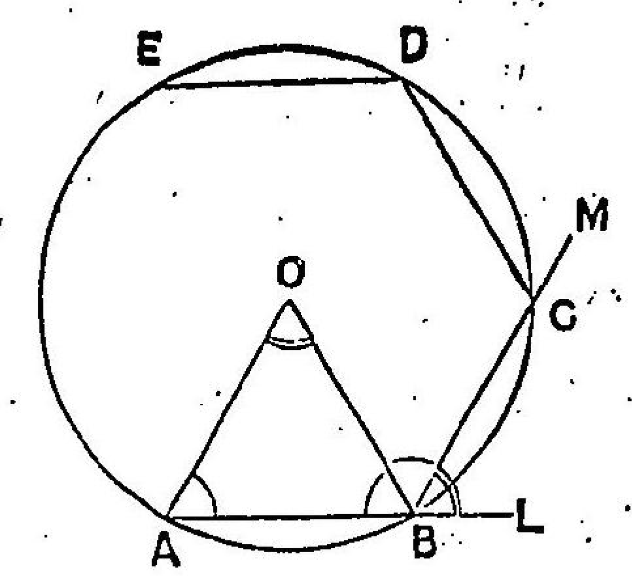


分度器ヲ用フル時ハ圓ニ內接又ハ外接スル任意ノ邊數ノ正多角形ヲ作ルコトヲ得其方法ハ多角形ノ邊ノ數ヲ以テ四直角卽チ三百六十度ヲ等分シ其一ッニ等シキ角

AOBヲ中心Oニ於テ作リABヲ結ビ付クル時ハABハ求ムル所ノ內接正多角形ノ一邊ナリ故ニ弦ABニ等シクBC,CD,DE等ヲ引ク時ハ求ムル所ノ內接正多角形ヲ得

次ニA,B,C等ニ於テ切線ヲ引ク時ハ求ムル所ノ外接正多角形ヲ得ルナリ

72. 分度器ヲ用ヒテ與ヘラレタル直線ABノ上ニ正多角形ヲ作ルコト

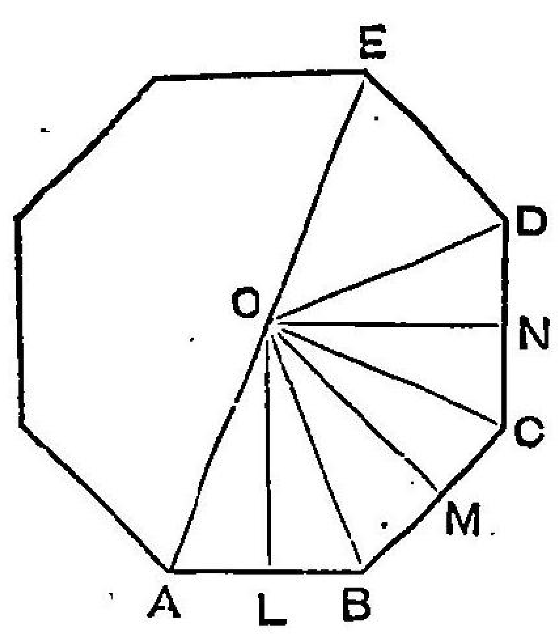


ABヲ延長シ正多角形ノ邊ノ數ヲ以テ三百六十度ヲ等分シ其一ッニ等シキ角LBMヲ作リテBMヲ引キ角ABMヲ二等シテBOヲ引キ又別ニA點ニ於テABOニ等シキ角BAOヲ作リテAOヲ引キBOトOニ於テ交ハラシムレバ三角形OABノ外角OBLハ二ッノ內對角ノ和ニ等シ然ルニ角OABハ角OBAニ等シク角OBAハ角OBMニ等シキヲ以テ角OABハ角OBMニ等シ
故ニ角AOBハ角LBMニ等シ

故ニ一點Oノ周リニハAOBノ如キ角ガ正多角形

ノ邊ノ數ダケアリ故ニOヲ中心トシOAヲ半徑トシテ圓ヲ書キ此圓ノ中ニ弦ABニ等シクBC, CD, DE等ヲ引ク時ハABCD………ハ求ムル所ノ正多角形ナリ

73. ABCD………ヲ正多角形トシ相隣レル二ツノ角A及Bヲ二等分スル直線AO, BOヲ引キ一點Oニ於テ交ハラシム



然ル時ハ此多角形ハ正多角形ナルヲ以テ總テノ角ハ等シ故ニ其半分ナル角OAB, OBAハ相等シ依テ三角形OABハ二等邊三角形ニシテOA, OBハ相等シ

次ニOCヲ結ビ付クレバ二ツノ三角形OAB, OBCニ於テ$AB=BC$, $AO=BO$, $\angle OAB=\angle OBC$ナルヲ以テ此兩形ハ全ク等シクOB＝OC, $\angle OBA=\angle OCB$故ニ又OCハ角Cヲ二等分ス

同様ニOD, OE等ヲ結ビ付クレバ此等ハ皆OAニ等シク且角D, E等ヲ二等分ス

故ニ正多角形ノ内角ヲ二等分スル總テノ直線ハ皆

一點ニ會シ且此點ハ總テノ頂點ヨリ相等シキ距離ニアリ

又O點ヨリ總テノ邊ニ垂線OL, OM, ON等ヲ引カバ三角形OAB, OBC, OCD等ハ全ク等シキ二等邊三角形ナルヲ以テOL, OM, ON等ハ相等シ卽チO點ハ總テノ邊ヨリ相等シキ距離ニアリ

以上ノ證明ニヨリテ次ノ定理ヲ得

定理46. 正多角形の内角を二等分する直線は一點に於て出會ひ且此點は總ての頂點及總ての邊より相等しき距離に在り

斯ノ如キ點ヲ正多角形ノ中心ト稱ス

O點ハ總テノ頂點ヨリ相等シキ距離ニアルヲ以テOヲ中心トシOAヲ半徑トシテ圓ヲ書カバ此圓ハ總テノ頂點ヲ過ギル卽チ多角形ニ外接ス

又Oハ總テノ邊ヨリ相等シキ距離ニアルヲ以テOヲ中心トシOLヲ半徑トシテ圓ヲ書カバ此圓ハL, M, N等ヲ過ギリ且AB, BC, CD等ハOL, OM, ON等ニ垂直ナルヲ以テ圓ニ切ス卽チ圓ハ多角形ニ内接ス

74. 圓周ノ長サ 圓周ノ長サハ其直徑ノ長サヲ表ハス數ト一定ノ乘數トノ相乘積ニ等シキモノナリ而シテ此乘數ハ一ツノ不盡數ニシテ希臘文字 π (パイト讀ム)ヲ以テ表ハス

π ノ値ハ古來數多ノ數學者ガ種々ノ方法ニヨリテ頗ル精密ニ計算シタルモノアレドモ通常ノ計算ニハ $\pi=3.1416$ 又ハ $\pi=\frac{22}{7}$ ヲ以テ充分ナリトス

今 r ヲ以テ圓ノ半徑ヲ表ハサバ

$$直徑=2r,\qquad 圓周=2\pi r.$$

問題

16. 一ツノ角ヲ二等分スル直線上ノ一點ヲ中心トシ兩邊ニ切スル圓ヲ畫クコト(第四編問題17.參照)

17. 三角形ノ三ツノ邊ニ切スル圓ヲ畫クコト(第四編問題18.參照)

注意 三角形ノ內接圓ノ中心ヲ三角形ノ內心ト云フ

18. 三角形ニ外接スル圓ヲ畫クコト(第五十九條參照)

注意 三角形ノ外接圓ノ中心ヲ三角形ノ外心ト云フ

19. 三角形ノ一邊ト二邊ノ延長トニ切スル圓ヲ畫クコト

注意 此ノ如キ圓ヲ傍接圓ト云ヒ其中心ヲ三角形ノ傍心ト云フ

一ツノ三角形ニ三ツノ傍接圓アリ

20. 正六邊形ノ各ノ頂點ヲ中心トシ互ニ外切スル六ツノ相等シキ圓ヲ畫クコト

21. 前題ノ六ツノ圓ノ各ニ外接スル圓ヲ作ルコト

22. 與ヘラレタル長サノ半徑ヲ以テ互ニ外切スル三ツノ相等シキ圓ヲ作ルコト

23. 直徑一尺五寸ナル圓ノ周ノ長サ幾何ナルカ

24. 每邊五尺ノ正方形ニ內接スル圓ノ周ノ長サ如何

25. 正六邊形ニ外接スル圓ノ半徑ハ一ツノ邊ニ等シ

26. ABCDE………ヲ正多角形トシ對角線AC, Bワ

ノ交點ヲOトスレバ三角形BOCハ二等邊三角形ナリ

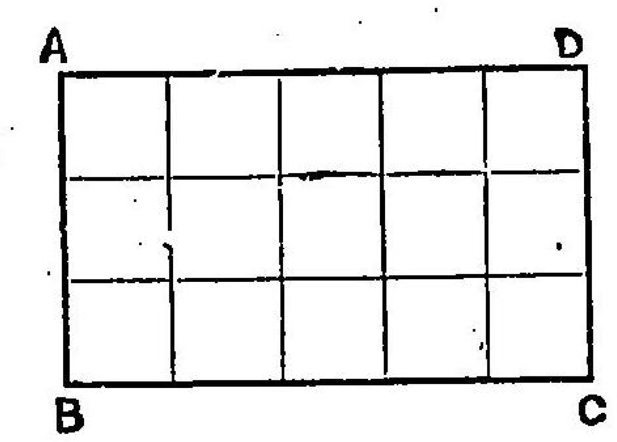
27. 直角三角形ノ二邊ノ和ヨリ斜邊ヲ減ジタルモノハ內接圓ノ直徑ニ等シ

第七編 面積

75. 面積 平面形ノ境界內ナル平面ノ廣サヲ其面積ト云フ

面積ヲ測ルニハ一尺,一「メートル」,一間等ノ如ク長サノ單位ヲ一邊トシタル正方形ノ面積ヲ單位トス之ヲ平方尺,平方「メートル」,平方間又ハ坪等ト云フ

76. 矩形 ABCD ヲ矩形トシ二邊 AB, BC ヲ長サノ單位ニ分チ各邊ノ各分點ヨリ他ノ邊ニ平行ナル直線ヲ引ク時ハ矩形ハ若干ノ正方形ニ分タル而シテ此正方形ハ何レモ長サノ單位ヲ一邊トスルガ故ニ此正方形ノ數ハ則チ矩形ノ面積ヲ表ハス數ナリ例ヘバ AB ノ長サ三寸,BC ノ長サ五寸ナル時ハ此矩形ハ一寸平方ヲ$3\times5=15$含ムガ故ニ其面積ヲ十五平方寸ト云フガ如シ之ニヨリテ

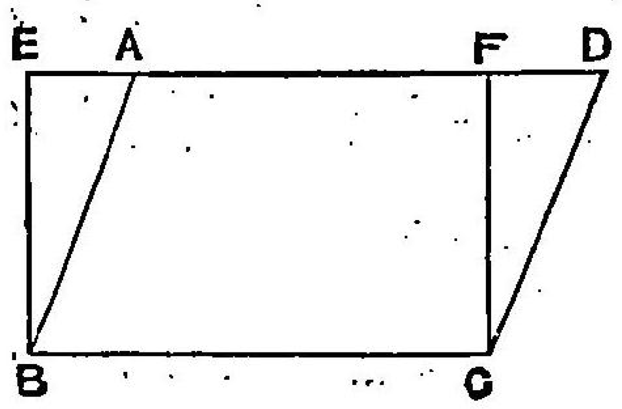


矩形ノ面積ヲ表ハス數ハ底邊及高サヲ表ハス數ノ相乘積ニ等シ

正方形ハ總テノ邊相等シキ矩形ナルヲ以テ

正方形ノ面積ヲ表ハス數ハ其一邊ヲ表ハス數ノ平方ニ等シ

77. 平行四邊形 ABCD ヲ平行四邊形トシ EBCF ヲ同シ底邊及相等シキ高サノ矩形トス



然ル時ハ二ツノ直角三角形 AEB, DFC ハ全ク相等シ故ニ平行四邊形 ABCD ハ矩形 EBCF ニ等シ卽チ

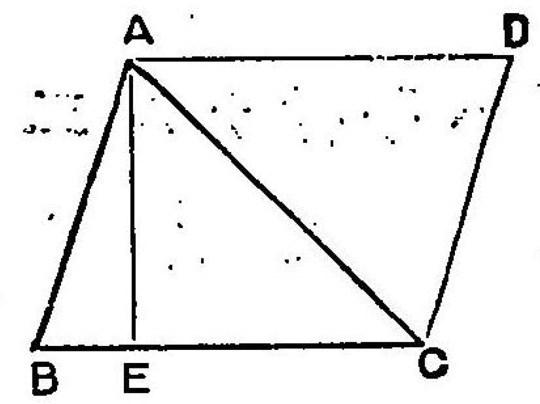
定理47. 平行四邊形は同じ底邊及相等しき高さの矩形に等し故ニ又

平行四邊形ノ面積ヲ表ハス數ハ底邊及高サヲ表ハス數ノ相乘積ニ等シ

次ニ相等シキ底邊及相等シキ高サノ二ツノ平行四邊形ハ相等シ何トナレバ此兩形ハ相等シキ底邊及相等シキ高サノ矩形ニ等シケレバナリ之ニヨリテ

定理48. 相等しき底邊及相等しき高さの矩形は相等し

78. 三角形 ABC ヲ三角形トシ頂點 A ヨリ底邊 BC ニ平行ニ AD ヲ引キ

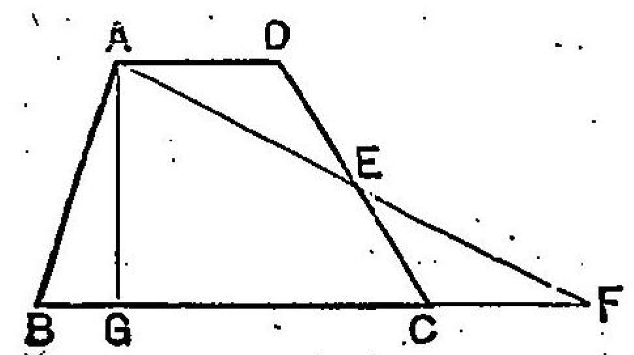


又別ニ C 點ヨリ BA ニ平行ニ CD ヲ引キ AD ト D ニ於テ交ハラシムル時ハ ABCD ハ平行四邊形ニシテ AC ハ其對角線ナリ故ニ三角形 ABC ハ ABCD ノ半分ナリ之ニヨリテ

定理49. 三角形は之と底邊及高さを等しふする平行四邊形の半分なり故ニ又

三角形ノ面積ヲ表ハス數ハ底邊及高サヲ表ハス數ノ相乘積ノ半分ニ等シ

79. 梯形 ABCD ヲ梯形トシ AD, BC ヲ平行ナル二邊, AG ヲ高サトス

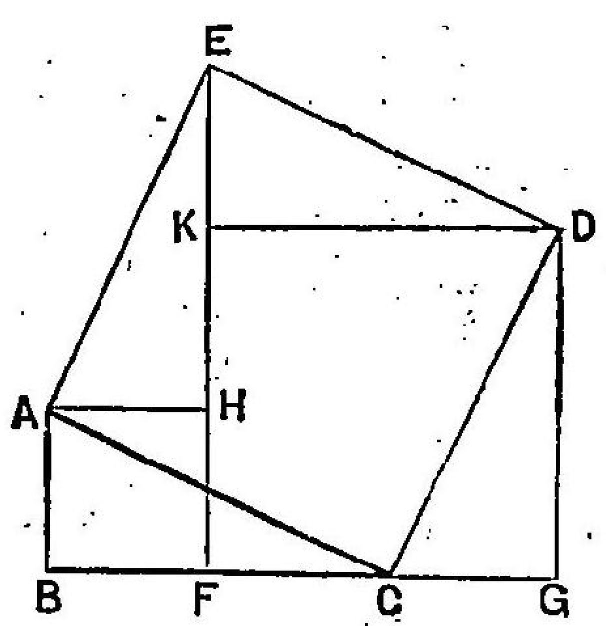


DC ノ中點 E ヲ求メ AE ヲ結ビ付ケ延長シテ BC ノ延長ト F ニ於テ交ハラシムル時ハ二ツノ三角形 ADE, FCE ハ全ク相等シ故ニ梯形 ABCD ハ三角形 ABF ニ等シ然ルニ CF ハ AD ニ等シキヲ以テ BF ハ平行ナル二邊ノ和ニ等シ之ニヨリテ

定理50. 梯形は平行なる二邊の和を底邊とし其高さを高さとしたる三角形に等し故ニ又

梯形ノ面積ヲ表ハス數ハ平行ナル二邊ノ和ト高サトヲ表ハス數ノ相乘積ノ半分ニ等シ

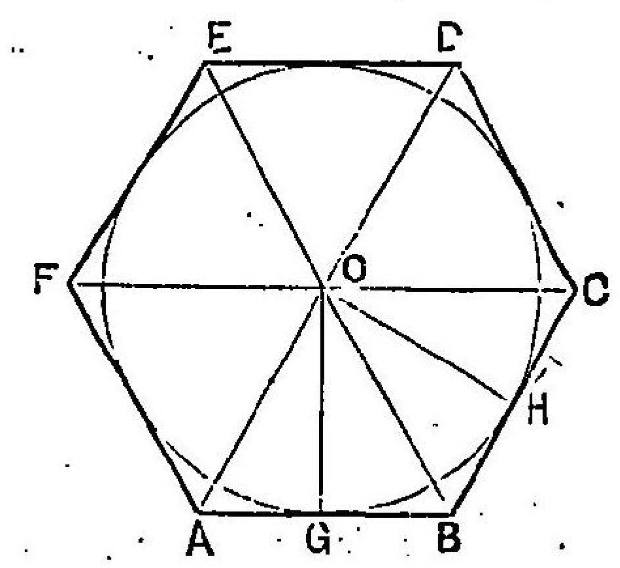
80. ABCヲ直角三角形トシ斜邊ACノ上ニ正方形ACDEヲ作ラバ此正方形ハ他ノ二邊ノ上ノ正方形ノ和ニ等シカルベシ



E及DヨリBCニ垂線ヲ引キBC及其延長トF,Gニ於テ交ハラシメ又A及DヨリEFニ垂線AH, DKヲ引カバ四ツノ直角三角形ABC, CGD, EKD, AHEハ斜邊及其兩端ノ角ガ夫々相等シキヲ以テ全ク相等シ故ニ正方形ACDEノ中ヨリ二ツノ直角三角形AHE及EKDヲ取リ去リ之ヲABC及CGDノ位置ニ置クコトヲ得ルガ故ニ正方形ACDEハ多角形ABGDKH即チABFH及KFGDノ和ニ等シ然ルニABFHハABノ上ノ正方形, KFGDハBCノ上ノ正方形ナリ故ニ

定理51. 直角三角形の斜邊の上の正方形は他の二邊の上の正方形の和に等し

81. 正多角形 ABCDEFヲ正多角形, Oヲ內接圓ノ中心トシ, OA, OB, OC等ヲ結ビ付クレバ內接圓ノ半徑ハ三角形OAB, OBC等ノ高サナリ故ニ此等ノ三角形ノ面積ハ多角形ノ邊及內接圓ノ半徑ヲ表ハス數ノ相乘積ノ半分ニ等シ而シテ正多角形ハ此等ノ三角形ノ和ニ等シ故ニ



正多角形ノ面積ヲ表ハス數ハ其周及內接圓ノ半徑ヲ表ハス數ノ相乘積ノ半分ニ等シ

82. 圓 圓ハ邊數ガ限リナク多キ正多角形ト見做スコトヲ得ルガ故ニ正多角形ト同樣ニ

圓ノ面積ヲ表ハス數ハ其周及半徑ヲ表ハス數ノ相乘積ノ半分ニ等シ

今 r ヲ以テ圓ノ半徑ヲ表ハサバ

圓周 $= 2\pi r$, 面積 $= 2\pi r \times r \div 2 = \pi r^2$.

又圓ノ一部分ナル扇形ハ圓ト同様ニ

扇形ノ面積ヲ表ハス數ハ弧及半徑ヲ表ハス數ノ相乘積ノ半分ニ等シ

今 a ヲ以テ扇形ノ弧ノ長サ r ヲ以テ半徑ノ長サヲ表ハサバ

∴ 面積 $= \frac{1}{2}ar$

問題

1. 矩形ノ二邊ガ一尺二寸及八寸ナル時ハ其面積如何

2. 正方形ノ面積百六十九平方寸ナル時ハ其一邊ノ長サ如何

3. 三角形ノ底邊一尺二寸高サ一尺五寸ナル時ハ其面積如何

4. 平行四邊形ノ面積七十二坪ニシテ高サ八間ナル時ハ底邊ノ長サ如何

5. 梯形ノ平行ナル二邊ガ五尺及八尺ニシテ高サ三尺八寸ナル時ハ其面積如何

6. 直角三角形ノ二邊ガ一尺二寸及一尺六寸ナル時ハ斜邊ノ長サ如何

7. 直角三角形ノ斜邊二尺九寸一ツノ邊二尺ナル時ハ他ノ一ツノ邊幾何

8. 矩形ノ二邊八寸及一尺五寸ナル時ハ對角線ノ長サ何程ナルカ

9. 毎邊七寸ナル正方形ノ外接圓ノ半徑如何

10. 正三角形ノ毎邊一尺八寸ナル時ハ其高サ及面積各如何

11. 毎邊八寸ナル正六邊形ノ内接圓ノ半徑及面積各如何

12. 半徑五尺ノ圓ノ周及面積ヲ求ム

13. 半徑三尺五寸ノ圓ノ中心ヲ距ル三尺七寸ノ所ヨリ此圓ニ引キタル切線ノ長サ如何

14. 直徑一尺六寸ノ圓ニ内接スル正方形ノ一邊ノ長サヲ問フ

15. 半徑七尺ノ圓ノ中心ニ於テノ角三十度ナル時ハ之ニ對スル弧ノ長サ及此弧ヲ以テ作リタル扇形ノ面積幾何

16. 三角形ノ面積ハ三邊ノ和及内接圓ノ半徑ヲ表ハス數ノ相乘積ノ半分ニ等シ

17. 二等邊三角形ノ頂角ガ直角ナル時ハ其面積ハ底邊ノ上ノ正方形ノ四分ノ一ニ等シ

第八編　比　例

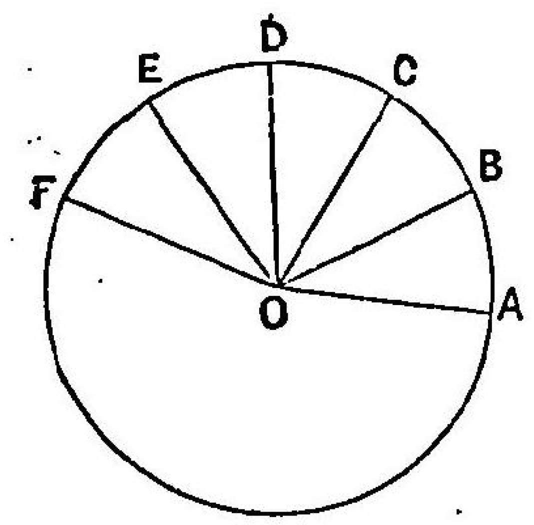
83. **比例量** 互ニ關係シタル二ツノ量アリテ其一ツヲ二倍,三倍,四倍………スルニ從ヒ他ノ一ツガ二倍,三倍,四倍………トナル時ハ此二ツノ量ハ互ニ比例スト云フ

例ヘバ牛肉ノ目方ト其價トハ互ニ關係シタル量ニシテ目方ヲ二倍スレバ其價二倍トナリ目方ヲ三倍スレバ其價三倍トナル故ニ牛肉ノ價ハ其目方ニ比例スト云フ

A及Bヲ互ニ比例スル二ツノ量トシAガa_1ノ値ナル時Bガb_1ノ値トナリAガa_2ノ値ナル時Bガb_2ノ値トナルトスレバa_1トa_2トノ比ハb_1トb_2トノ比ニ等シ之ヲ次ノ如ク記ス

$a_1:a_2=b_1:b_2$ 或ハ $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}$

84. ABヲ中心Oナル圓ノ弧トシABニ等シク弧BC,CD,DE等ヲ取リAO,BO,CO等ヲ結ビ付ク



ル時ハ角AOB,BOC,COD等ハ相等シ故ニ

∠AOC ハ ∠AOB ノ二倍

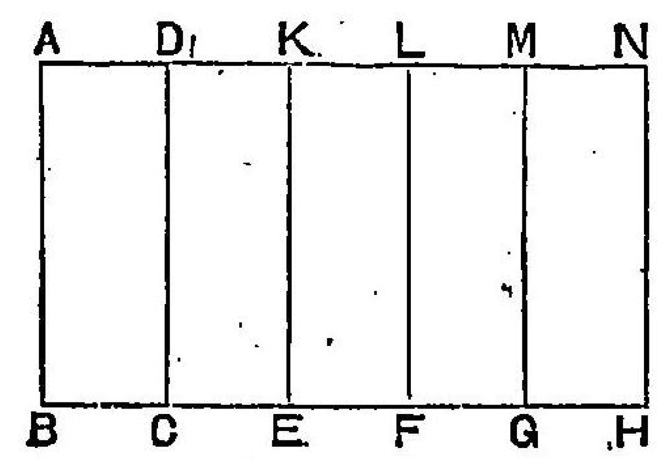
∠AOD ハ ∠AOB ノ三倍

∠AOE ハ ∠AOB ノ四倍等

ナリ即チ弧ヲ二倍,三倍,四倍………スルニ從ヒソレニ對スル中心ニ於テノ角モ二倍,三倍,四倍………トナルニヨリテ

定理52. 圓の弧は之に對する中心に於ての角に比例す

85. ABCDヲ矩形トシ其底邊BCヲ延長シ其上ニBCニ等シクCE,EF,FG等ヲ取リ矩形CK,EL,FM等ヲ作ラバ此等ノ矩形ハBDニ等シ故ニ



矩形BKハ矩形BDノ二倍

矩形BLハ矩形BDノ三倍

矩形BMハ矩形BDノ四倍等ナリ

即チ矩形ノ高サヲ變ゼズシテ其底邊ヲ二倍,三倍,四

倍……スルニ従ヒ其面積二倍,三倍,四倍……トナル
故ニ

定理53. 相等しき高さの矩形の比は其底邊の比に等し

平行四邊形ハ其底邊ヲ底邊トシ其高サヲ高サトシタル矩形ニ等シキヲ以テ

定理54. 相等しき高さの平行四邊形の比は其底邊の比に等し

三角形ハ其底邊ヲ底邊トシ其高サヲ高サトシタル矩形ノ半分ナルヲ以テ

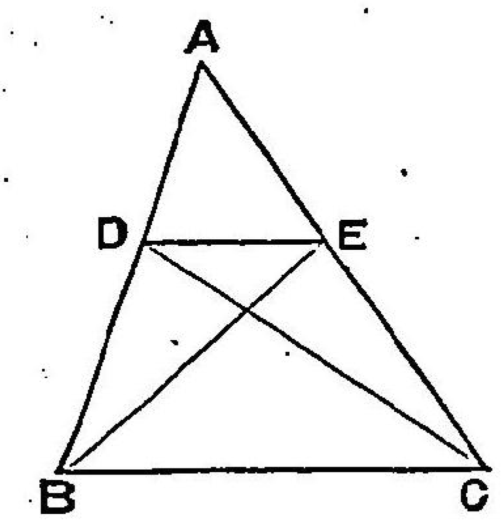
定理55. 相等しき高さの三角形の比は其底邊の比に等し

平行四邊形又ハ三角形ノ底邊ヲ變ゼズ其高サヲ二倍,三倍,四倍……スルニ従ヒ其面積二倍,三倍,四倍……スルコトハ前ト同様ニ證明スルコトヲ得故ニ

定理56. 相等しき底邊の平行四邊形又は三角形の比は其高さの比に等し

86. ABCヲ三角形トシDEヲ邊BCニ平行ナル直線トス然ル時ハABトADトノ比ハACトAEトノ比ニ等シカルベシ

DC, EBヲ結ビ付クレバ二ツノ三角形AEB, AEDハ其高サ相等シキヲ以テ定理55.



ニヨリ $\dfrac{\triangle AEB}{\triangle AED} = \dfrac{AB}{AD}$

同様ニ $\dfrac{\triangle ADC}{\triangle AED} = \dfrac{AC}{AE}$

然ルニ三角形DEB, EDCハ同シ底邊及相等シキ高サナルヲ以テ相等シ今此各ニ三角形ADEヲ加ヘヨ然ル時ハ $\triangle AEB = \triangle ADC$ 故ニ $\dfrac{\triangle AEB}{\triangle AED} = \dfrac{\triangle ADC}{\triangle AED}$ 故ニ又 $\dfrac{AB}{AD} = \dfrac{AC}{AE}$ 之ニヨリテ

定理57. 三角形の一つの邊に平行なる直線は他の二つの邊を相等しき比に分つ

問題

1. 同シ圓ニ於テ扇形ノ面積ハ其中心ニ於テノ角ニ比例ス
2. 圓ノ半徑ヲ二倍,三倍,四倍……スル時ハ其周ハ如何ニナルカ
3. 第八十六條ノ圖ニ於テAD:DBハAE:ECニ

等シ

4. 三角形ヲ其一ッノ頂點ヲ過ギル直線ニヨリテ8:1ノ比ニ分ツコト

5. 梯形ヲ其對角線ニヨリテ二ッノ三角形ニ分ツ時ハ其面積ノ比ハ平行ナル二邊ノ比ニ等シ

---

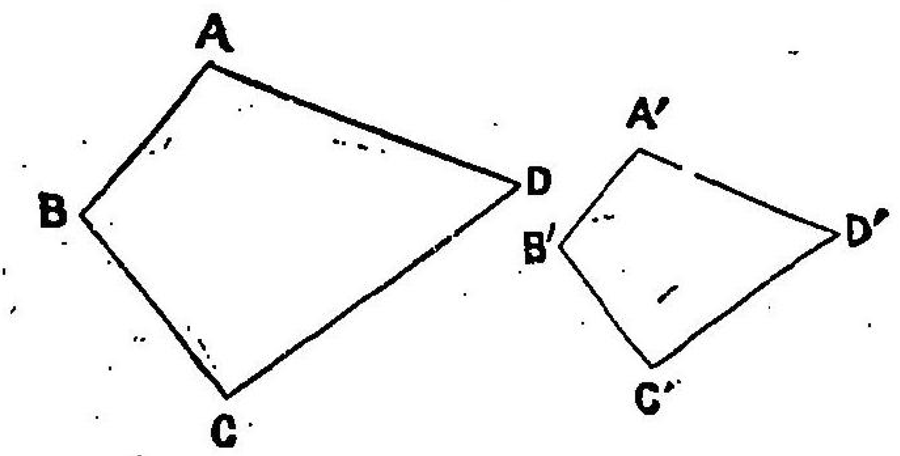
87. 相似形 二ッノ平面形ニシテ其形相異ナレドモ大サ相等シキモノアリ之ヲ相等シキ平面形ト云フ之ニ反シテ二ッノ平面形ニシテ大サ相等シカラザレドモ形同ジキモノアリ之ヲ**同形**又ハ**相似形**ト云フ

二ッノ多角形ガ相似形ナリトハ一ッノ多角形ノ角ガ夫々順ニ取リテ他ノ多角形ノ角ニ等シク且對應スル邊ノ比ガ相等シキモノヲ云フ

注意 對應スル邊トハ兩形ニ於テ夫々相等シキ二角ノ間ノ邊ヲ云フ

例ヘバ二ッノ多角形ABCD,A'B'C'D'ニ於テ

$\angle A=\angle A'$, $\angle B=\angle B'$, $\angle C=\angle C'$, $\angle D=\angle D'$ ニシテ

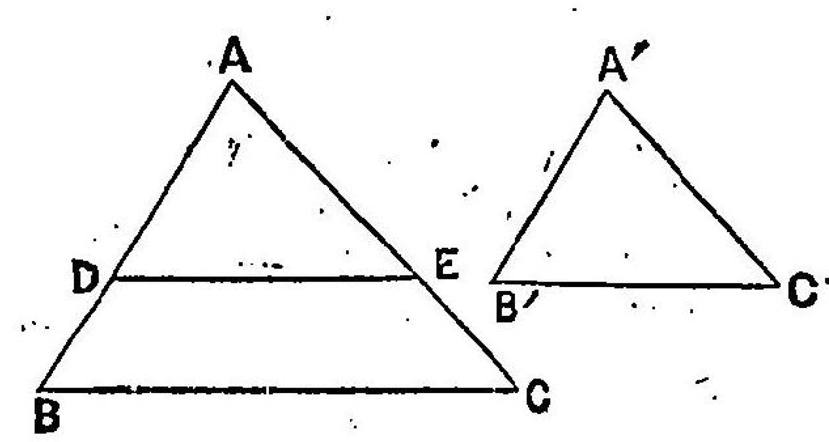


$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CD}{C'D'}=\frac{DA}{D'A'}$ ナル時ハ此兩形ヲ相似形ナリト云フ

圖ニ於テ邊ABガA'B'ノ二倍ナル時ハABCDノ各邊ハA'B'C'D'ノ之ニ對應スル邊ノ二倍ナルガユヱニABCDノ各邊ノ和卽チ周ハA'B'C'D'ノ周ノ二倍ナリ同様ニABガA'B'ノ三倍,四倍等ナル時ハABCDノ周ハA'B'C'D'ノ周ノ三倍,四倍等ナリ故ニ

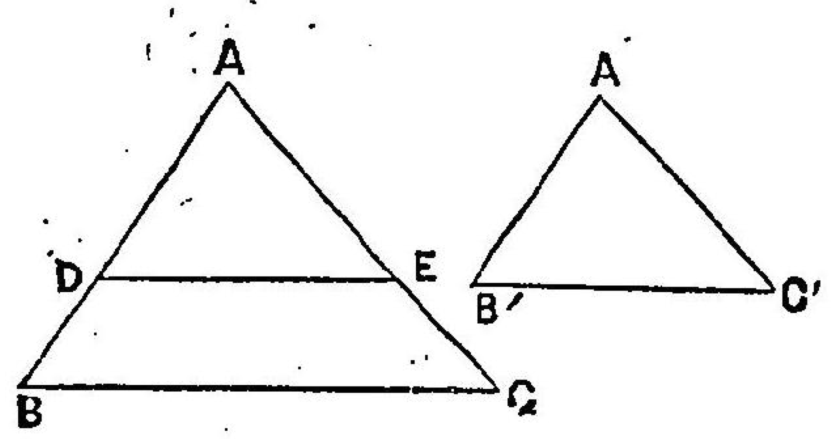
定理58. 二ッの相似形の周の比は對應邊の比に等し

88. 二ッノ三角形ABC,A'B'C'ニ於テ $\angle A=\angle A'$, $\angle B=\angle B'$, $\angle C=\angle C'$ ナリトス



今三角形A'B'C'ヲABCノ上ニ重ネ角A'ヲ角Aニ合セシメADEノ如キ位置ニ置ク時ハ $\angle B'=\angle B$ ナルヲ以

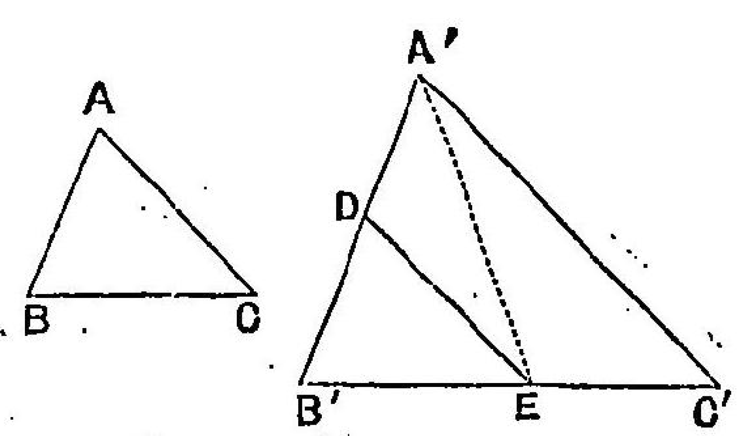
テ DE ハ BC ニ平行ナリ故ニ定理57. ニヨリ AB : AD = AC : AE ナリ卽チ AB : A′B′ = AC : A′C′ ナリ同様ニ角 B′ ヲ角 B ニ合セシメテ BC : B′C′ = AB : A′B′



又角 C′ ヲ角 C ニ合セシメテ AC : A′C′ = BC : B′C′ ナルヲ知ル故ニ AB : A′B′ = BC : B′C′ = AC : A′C′ ナリ卽チ兩三角形ハ等角ニシテ對應邊ノ比等シキヲ以テ相似形ナリ之ニヨリテ

定理59. 一ッの三角形の角が夫々他の三角形の角に等しき時は兩三角形は相似形なり

89. ABC, A′B′C′ ヲ相似ナル二ッノ三角形トシ邊 AB, BC, CA ヲ夫々 A′B′, B′C′, C′A′ ノ對應邊トス然ルトキハ三角形 ABC ヲ三角形 A′B′C′ ノ上ニ重ネ DB′E ノ如キ位置ニ置クコトヲ得而シテ A′E ヲ結ビ



付クレバ二ッノ三角形 DB′E, A′B′E ハ其高サ相等シ故ニ定理 55. ニヨリ $\frac{\triangle A'B'E}{\triangle DB'E} = \frac{A'B'}{DB'}$ 卽チ $\frac{\triangle A'B'E}{\triangle ABC} = \frac{A'B'}{AB}$

又二ッノ三角形 A′B′E, A′B′C′ モ其高サ相等シキヲ以テ同様ニ $\frac{\triangle A'B'C'}{\triangle A'B'E} = \frac{B'C'}{B'E} = \frac{B'C'}{BC}$ 然ルニ △ABC, △A′B′C′ ハ相似ナルヲ以テ $\frac{B'C'}{BC} = \frac{A'B'}{AB}$ ユヱニ $\frac{\triangle A'B'C'}{\triangle A'B'E} = \frac{A'B'}{AB}$ 故ニ又 $\frac{\triangle A'B'E}{\triangle ABC} \times \frac{\triangle A'B'C'}{\triangle A'B'E} = \frac{A'B'}{AB} \times \frac{A'B'}{AB}$ 卽チ $\frac{\triangle A'B'C'}{\triangle ABC} = \left(\frac{A'B'}{AB}\right)^2$

之ニヨリテ

定理60. 二ッの相似三角形の比は對應邊の比の二乘に等し

例ヘハ相似ナル二ッノ三角形ノ面積ヲ m 及 m' トシ對應邊ノ長サヲ l 及 l' トスレバ

$$\frac{m}{m'} = \left(\frac{l}{l'}\right)^2 \quad \text{卽チ} \quad m : m' = l^2 : l'^2 \text{ ナリ}$$

相似ナル二ッノ三角形ヲ二倍シテ相似ナル二ッノ平行四邊形ヲ作ルコトヲ得ルガ故ニ

定理61. 二ッの相似平行四邊形の比は對應邊の比の二乘に等し

ニッノ正方形ハ相似ナルヲ以テ

定理62. 二つの正方形の比は其邊の比の二乘に等し

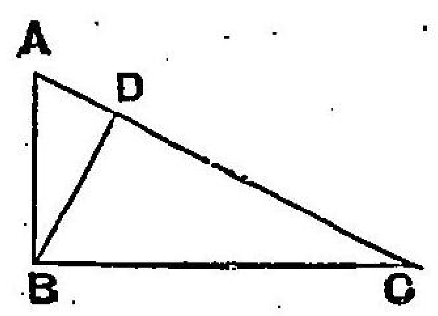
注意　一般ニ相似ナル二ッノ多角形ノ比ハ對應邊ノ比ノ二乘ニ等シキコトハ異ナレドモ其證明少シク複雜ナルヲ以テ茲ニ之ヲ省キ唯其定理ノミヲ次ニ揭グ

定理63. 二つの相似多角形の比は其對應邊の比の二乘に等し

問題

6. 相似三角形ノ高サノ比ハ對應邊ノ比ニ等シ

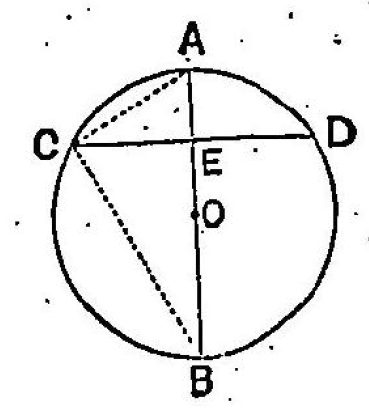
7. 第八十六條ノ圖ニ於テ三角形 ADE ハ三角形 ABC ニ相似ナリ



8. ABC ヲ直角三角形, BD ヲ直角ノ頂點ヨリ斜邊ニ引キタル垂線トス然ル時ハ二ッノ三角形 ABD, BCD ハ相似形ナリ

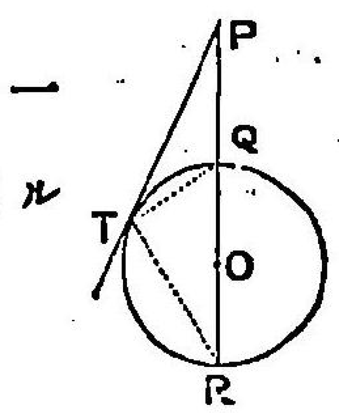
9. 前題ニ於テ AD＝18寸, CD＝32寸ナルトキハ BD ノ長サ如何

10. 第八問ニ於テ二ッノ三角形 ABD, BCD ハ各三角形 ABC ト相似ナリ



11. CD ハ中心 O ナル圓ノ直徑 AOB ニ垂直ナル任意ノ弦トス然ル時ハ二ッノ三角形 ACE, CBE ハ相似形ナリ

12. 前題ニ於テ CD＝8寸, AE＝2寸ナルトキハ圓ノ半徑幾何ナルカ



13. PT ヲ中心 O ナル圓ノ外ニアル一點 P ヨリ其圓ニ引キタル切線トス然ル時ハ △PTQ, △PRT ハ相似ナリ

14. 前題ニ於テ $PQ.PR=(PT)^2$ ナリ

15. 或日ノ或時刻ニ長サ五尺ノ棒ヲ地上ニ直立セシニ其影二尺八寸アリ之ト同シ時刻ニ塔ノ影ヲ測リタルニ十一間一尺二寸アリト云フ此塔ノ高サ何程ナルカ

16. 矩形ノ田地アリ縱十二間横八間ナリ今之ト同形ニシテ其面積三倍ナル田地ノ縱横各如何

17. 相似ナル二ッノ三角形ノ周ノ比ガ 8:1, ナル時ハ其面積ノ比如何

18. 實物ノ長サノ五萬分ノ一ヲ以テ地圖ヲ作ル時ハ地圖ノ面積ハ實物ノ幾分ノ一ナルカ

19. 三角形ノ一ツノ邊ニ平行ナル直線ヲ以テ之ヲ二等分スルコト

20. 毎邊一尺ナル正五邊形ニ於テ

外接圓ノ半徑=.8506尺

内接圓ノ半徑=.6882尺

面積=1.7205平方尺

ナリ然ル時ハ毎邊三尺ナル正五邊形ノ外接圓ノ半徑,内接圓ノ半徑及面積各幾何ナルカ

明治三十五年三月廿六日印刷
明治三十五年四月一日發行
明治三十六年一月十五日訂正印刷
明治三十六年一月廿二日訂正發行

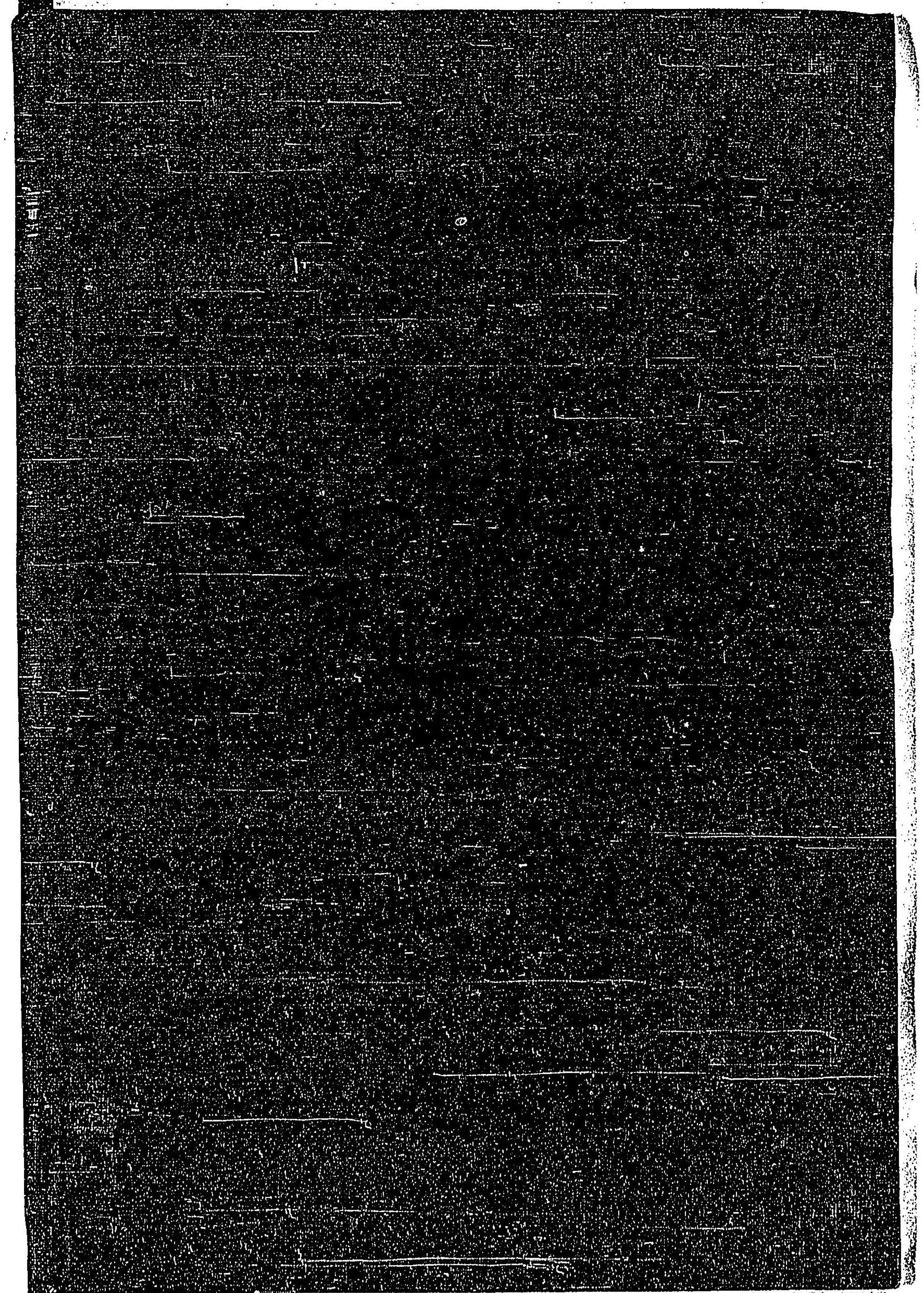
文部省檢定濟
明治三十六年一月廿八日

(幾何初歩)
定價金五拾錢

著作者 東京市小石川區原町百二十番地 森岩太郎
發行者 同 京橋區南傳馬町二丁目五番地 目黑甚七 (電話本局二一六三番)
發行者 同 日本橋區通三丁目十番地 河出靜一郎 (電話本局二七七七番)
印刷者 同 京橋區宗十郎町十五番地 山口竹二郎
印刷所 同 京橋區宗十郎町十五番地 合資會社東京國文社

幾何初歩（女子教科）

森岩太郎／編



数学大叢集

教科書 幾何學

東京 [illegible] 書房發行