

初中

算术复习指导

升學考試必讀

初中算術複習指導

主編 錢洪翔



現代教育研究社出版

1948

升學考試必讀

初中算術複習指導

◁ 實售 ▷

外埠酌加郵匯費

主編者 錢 洪 翔

發行者 現代教育研究社

總經售處 上海林森中路四明里六號
北 新 書 局

分經售處 重慶 成都 昆明
各省北新書局
桂林 柳州 北平

民國卅七年十月再版

例 言

1. 本書與小學算術複習指導為姊妹篇，編制及體例方面，大致相倣。惟較為深刻，適合於初中同學預備初中會考、高中入學及平時參攷之用。故材料較前書幾增加一倍，並具下列各特點。

(甲)搜羅全國歷屆之初中會考試題及高中入學試題，分類編入本書，詳加解答，俾預備時知所遵循。

(乙)本書附有習題300餘問，分別附於每類問題之後，並有答數，以便自習。

(丙)問題分類愈益嚴密，且頗多新創，為前書所無者。如結果相等問題，方陣問題，物價問題，考試及人數問題等，達二十餘類之多。

2. 本書包含例題700餘問，習題300餘問，類多經過精細選擇者。編者將此衆多之問題，依其性質，分成十五大類，百餘小類，每類問題前，皆有簡要之公式及定理，提綱契領，實具得手應心之妙。全書有公式160餘條，定理100餘條，

頗多獨創者。至問題之排列，大概先舉例說明公式之來源，次述稍形複雜之問題，而以富有興趣之問題殿後。總之，由淺入深，務使讀者樂而忘倦也。

3. 本書複名數一章：內有各國度量衡幣之定位及相互比較諸表，爲他書所未見，可供日常計算時參攷之用，願讀者注意及之，
4. 目次上有 * 號者，係根據歷屆經驗，此類問題，出題之可能性最大，願讀者加以深切之注意。倘時間侷促，可將此類問題詳細一讀。則算術考試，亦必大部分能應付裕如矣。
5. 本書倘蒙學校採作教本，必要時可由教師添設習題，以資熟習，如有疑問，請賜教言，編者定當竭其棉薄，貢其所知。

初中升學指導

算術複習指導

目次

(一) 導言	1
(二) 整數加減乘除	3
(1) 加減乘除的關係	2
* (2) 括號	2
(三) 整數四則	7
* (1) 和差問題	7
(甲) 二數和差問題	7
(乙) 三數和差問題	10
* (2) 盈不足問題	11
(3) 結果相等問題	16
(4) 逆推還原問題	17
(5) 求單位數量問題	19
(6) 變更數量問題	20

2 初中算術複習指導

* (7) 倍數問題	21
(8) 連續數問題	26
(9) 平均數問題	27
* (10) 行程問題	30
(甲) 距離問題	30
(乙) 相遇問題	33
(丙) 追及問題	35
(11) 列車問題	36
* (12) 年齡問題	40
(13) 植樹問題	44
(14) 方陣問題	46
* (15) 流水問題	49
* (16) 雞兔龜鶴問題	52
(17) 工程問題	58
(18) 著名問題集解	59
(四) 約數及倍數	62
* (1) 最大公約數問題	62
* (2) 最小公倍數問題	65
* (3) 最小盈不足問題	69
(五) 小數加減乘除	71
(1) 加	71
(2) 減	71
(3) 乘	72

(4) 除	73
(5) 加減乘除的關係和括號	76
(六) 小數四則	77
(七) 分數的加減乘除	79
(1) 加	79
(2) 減	82
(3) 乘	85
(4) 除	87
(5) 加減乘除的關係和括號	89
*(八) 繁分數化簡	92
(九) 分數四則	97
(1) 求分數問題	98
(2) 求部分數問題	101
*(3) 求原數問題	104
(4) 和差問題	107
(5) 盈不足問題	108
(6) 倍數問題	109
(7) 行程問題	110
(8) 年齡問題	115
(9) 流水問題	119
(10) 雞兔龜鶴問題	121
*(11) 工程問題	127

* (12) 工資問題	136
(13) 分數變化問題	139
* (14) 分配問題	144
* (15) 資本財產及銀款問題	146
(16) 物價問題	154
(17) 賠賺問題	156
* (18) 考試及人數問題	159
* (19) 長度問題	161
* (20) 水管問題	165
* (21) 寒暑表問題	171
* (22) 時鐘問題	174
(23) 混合問題	180
(24) 著名問題集解	184
(十) 分數和小數的關係	189
(1) 分數化爲小數	190
(甲) 分數化爲有限小數	190
(乙) 分數化爲循環小數	191
(子) 純循環小數	195
(丑) 混循環小數	192
(2) 小數化爲分數	194
(甲) 有限小數化爲分數	194
(乙) 循環小數化爲分數	195
(子) 純循環小數	195
(丑) 混循環小數	196

(十一)百分法	198
(1) 求百分數問題	198
* (2) 折扣問題	205
* (3) 賠賺問題	208
* (4) 租稅問題	212
(5) 佣金問題	216
(6) 保險問題	221
(7) 公債及股票問題	226
(8) 匯兌及期票問題	230
(9) 科學問題	234
(十二)利息	236
* (1) 單利法問題	236
(2) 複利法問題	243
* (甲) 整存整取問題	248
(乙) 零存整取問題	255
(丙) 整存零取問題	159
整存整取複利表	263
整存零取複利表	266
(十三)比例	267
(1) 求比例問題	267
* (2) 單比例問題	270
* (3) 複比例問題	283
* (4) 連鎖比例問題	296

* (5) 配分比例問題.....	310
* (6) 混合比例問題.....	330
(十四) 複名數.....	349
(1) 長度問題.....	351
(2) 容量問題.....	358
(3) 重量問題.....	364
(4) 地積問題.....	371
(5) 幣制問題.....	375
(6) 時間與經度.....	379
(7) 複名數的加減乘除.....	377
(甲) 加.....	387
(乙) 減.....	388
(丙) 乘.....	389
(丁) 除.....	389
(十五) 面積及體積.....	391
(十六) 乘方與開方.....	400
(1) 乘方問題.....	401
* (2) 開平方問題.....	402
* (3) 開立方問題.....	408
(4) 方陣問題.....	413

算術複習指導

(一) 導 言

1. 算術是什麼？

[解]算術是用‘數字’表示‘數量’，討論牠們的性質和關係的一種科學。

2. 數學是什麼？和算術有什麼關係？

[解]數學是用‘數量’為基礎，討論牠們性質和關係的科學底總稱。算術是數學中間的一部分，並且是最初級最基本的一部分，是學習一切數學的基礎。

3. 我們為什麼要研究算術？

[解]我們日常生活，脫不了一個‘數’的觀念，例如說三尺布，每尺價五分；‘三’和‘五’就是‘數’，三尺布共計價一角五分，得到上列答數一角五分的計算方法，就是算術。此外一切科學的研究，如物理化學等，藉了數學，纔能嚴密精確，推出新的原理來，因此可以說‘數學是科學之母’，而算術是一切數學的

開端。是進探數學門徑的關鍵。換句話說，也就是研究一切科學的開端，進探科學門徑的關鍵，所以無論日常生活和研究科學，我們必定要研究算術。

4. 我們應當怎樣研究算術？

[解]當我們要解決一個算術上的問題，

(第一)先要把問題的意義看得很明瞭。

(第二)要把問題詳細分析，看他屬於那一類。(例如整數四則，分數四則，比例等)類知道了，更應當知道屬於類中那一種，(例如整數四則中分和差問題，倍數問題等十數種)

(第三)知道了問題屬於那一類那一種，把問題中未知數和已知數分析清楚，(最好在紙上逐項寫出來)，於是參攷了本書特創的公式和解法，把已知數代進去，問題就很容易解答出來了。

(第四)把答數照着問題驗算，用以決定解答是否正確。

(第五)爛熟公式的來源和理由，可以幫助公式的記憶和應用。

(二)整數加減乘除

(1)加減乘除的關係

- 【定理】** 1. 倘在一個算式裏面，同時包含加減乘除，則先做乘除，後做加減，口訣是“先乘除而後加減”，演算的次序，從左到右。
2. 凡連加，連減，連乘，連除，次序都可以調換，得數不變。
3. 凡連減，可將各減數連加，併作一次減。
4. 凡連除可將各除數相乘，併作一次除。
5. 凡連加與連減混合計算，可將加法合併先算，再將各減數連加，併作一次減。
6. 凡連乘與連除混合計算，可將乘法合併先算，再將各除數連乘，併作一次除。

【例題】

1. $15 \times 3 + 45 \times 9 - 7 \times 3 + 4 - 3 = ?$

[解] $15 \times 3 + 45 \times 9 - 7 \times 3 + 4 - 3$
 $= 45 + 405 - 21 + 4 - 3$
 $= (45 + 405 + 4) - (21 + 3) \quad (\text{定理5})$
 $= 454 - 24$
 $= 430$

2. $10 + 56 \div 7 \times 6 \div 4 \times 2 = ?$

[解] $10 + 56 \div 7 \times 6 \div 4 \times 2$
 $= 10 + (56 \times 6 \times 2) \div (7 \times 4) \quad (\text{定理1及定理6})$
 $= 10 + 672 \div 28$
 $= 10 + 24 = 34$

4 初中算術複習指導

3. $172 - 25 - 43 - 21 = ?$

[解] $172 - 52 - 43 - 21$
 $= 172 - 43 - 52 - 21$ (定理2)
 $= 172 - (43 + 52 + 21)$ (定理3)
 $= 172 - 116 = 56$

4. $108 \div 2 \div 6 \div 3 = ?$

[解] $108 \div 2 \div 6 \div 3$
 $= 108 \div (2 \times 6 \times 3)$ (定理4)
 $= 108 \div 36 = 3$

【注意】上述六定理，應加熟習，則計算時迅速敏捷，便利無窮。

5. $1980 \div 9 - 58 \times 4 + 94 \times 4 \times 3 - 68 - 14 \times 3$
 $+ 198 \div 2 \div 3 \div 11 = ?$

[解] $1980 \div 9 - 58 \times 4 + 94 \times 4 \times 3 - 68 - 14 \times 3$
 $+ 198 \div 2 \div 3 \div 11$
 $= 220 - 232 + 1128 - 68 - 42 + 3$

[註：計算時應盡量應用上述定理以求便捷，

如 $94 \times 4 \times 3 = 94 \times 12 = 1128$,

$198 \div 2 \div 3 \div 11 = 198 \div 66 = 3$]

$= 1351 - 342 = 1009$

6. 某校有學生四級，一年級有學生52人，每人買書3本，二年級學生48人，每人買書4本，三年級學生57人，每人買書6本，問某校一共買書幾本？

$$52 \times 3 + 48 \times 4 + 57 \times 4 + 37 \times 6 \\ = 156 + 192 + 228 + 222 = 798$$

【習題】 1. $980 - 42 \times 4 \times 2 + 96 \div 3 \div 4 \div 2$
 $- 32 \div 8 \div 2 \times 7 - 14 = ?$ [答]620

2. $52 \times 19 + 84 - 28 \div 7 \times 4 - 9 \times 4 \div 6 \div 3 = ?$
 [答]1054

3. 某農人每尺價30文之士布8丈售於布莊，將所得之錢，買每斤300文之鹽3斤，每升280文之米2升，每斤140文之青菜4斤，問農人回家尚餘錢若干？ [答]38(丈) ~~44文~~

(2) 括 號

【定理】 1. 倘在一算式裏面，有多層括號，則先脫內，後脫外，逐層脫去。括號內外之次序為
 (1)括線——(2)小括弧() (3)中括弧[]
 (4)大括弧{ }

2. 倘括號內有加減乘除，則依先加減而後乘除之定理，算成一數，然後脫去括號。

【例題】

1. $(98 + 42) \times 5 \div (30 - 29) \times (99 - \overline{99 - 7}) = ?$
 (上海市會考)

[解] $(98 + 42) \times 5 \div (30 - 29) \times (99 - \overline{99 - 7})$
 $= 140 \times 5 \div 1 \times (99 - 92)$

$$= 140 \times 5 \div 1 \times 7 = 4900$$

2. $28 \div (7-3) \times (5+6) = ?$ (雲南省會考)

[解] $28 \div (7-3) \times (5+6)$

$$= 28 \div 4 \times 11 = 77$$

3. $\left\{ \left[(24-16) \times 3-4 \right] \div (36 \div 3-2 \times 5) \right\} - 4$
 $\div 4 = ?$

[解] $\left\{ \left[24-16 \right] \times 3-4 \right\} \div (36 \div 3-2 \times 5) \left\} - 4$
 $\div 4$

$$= \left\{ \left[8 \times 3-4 \right] \div (12-10) \right\} - 10$$

$$= \left\{ \left[24-4 \right] \div 2 \right\} - 10$$

$$= \left\{ 20 \div 2 \right\} - 10 = 10 - 10 = 0$$

4. $(19-18 \div 3) \times 17-5 \times [3+2 \times (7-5)]$
 $= ?$

[解] $(19-18 \div 3) \times 17-5 \times [3+2 \times (7-5)]$

$$= (19-6) \times 17-5 \times [3+2 \times 2]$$

$$= 13 \times 17-5 \times 7 = 221-35 = 186$$

5. 大哥有銅元30枚，二哥比大哥多15枚，三弟比大哥二哥的和少5枚，問三弟有銅元幾枚，又

三人共有銅元幾枚？

解] $[30 + (30 + 15)] - 5$
 $= [30 + 45] - 5 = 75 - 5 = 70$ 枚……三弟所
 有之銅元。

$30 + (30 + 15) + 70 = 30 + 45 + 70 = 145$
 ……三人共有之銅元。

【習題】 1. $9 - \left\{ 8 - \left[7 - (6 - 5 - 4) \right] \right\} = ?$

[答] 3

2. $9 \times \left[(8 \times 4 - 6 \div 5 - 4) \div 3 \div 4 \right] = ?$

[答] 9

(三) 整數四則

(1) 和差問題

(甲) 二數和差問題

【公式】 大數 = (和 + 差) \div 2 ……………(1)

小數 = (和 - 差) \div 2 ……………(2)

小數 = 和 \div (商 + 1) ……………(3)

大數 = 差 \div (商 - 1) ……………(4)

【例題】

1. 大小二數的和是60, 差是4, 求兩數各是多少?

[解]兩數之差是4,所以大數比小數多4,倘把小數也加上4,小數就和大數相等了。因此二數之和60加4,就是大數的兩倍,減4就是小數的兩倍,所以

$$(60 + 4) \div 2 = 32 \cdots \cdots \text{大數}$$

$$(60 - 4) \div 2 = 28 \cdots \cdots \text{小數}$$

這就是公式(1)和(2)。

2. 大小二數的和是40,商是4,求大小二數。

[解]大數是小數的4倍,又小數(=小數 \times 1)加大數(=小數 \times 4)等於40,那末40一定是(=小數 \times 5),就是小數的5倍,所以

$$40 \div (4 + 1) = 8 \cdots \cdots \text{小數}$$

$$8 \times 4 = 32 \cdots \cdots \text{大數}$$

這就是公式(3)。

3. 大小二數的差是56,商是9,求大小二數。

[解]大數是小數的9倍,又大數(=小數 \times 9)減小數(=小數 \times 1)等於56,則56一定是〔=小數 \times (9-1)〕就是小數的8倍,所以

$$56 \div (9 - 1) = 7 \cdots \cdots \text{小數}$$

$$7 \times 9 = 63 \cdots \cdots \text{大數}$$

這就是公式(4)。

4. 大小二數之和為79,其差為3之5倍,求二數?

10.5

(青島市會考)

[解]依公式(1)及(2)。

$$\text{大數} = (79 + 3 \times 5) \div 2 = 94 \div 2 = 47$$

$$\text{小數} = (79 - 15) \div 2 = 64 \div 2 = 32$$

5. 大小兩數的和差相乘積是55，今已知大數比小數多5，求大數及小數各多少？

[解]已知兩數之差為5

又知其和差之積為55，

故知其和為 $55 \div 5 = 11$

依公式(1)和(2)

$$(11 + 5) \div 2 = 8 \dots\dots\dots \text{大數}$$

$$(11 - 5) \div 2 = 3 \dots\dots\dots \text{小數}$$

[注意] 遇此類問題須先算出和與差，再行演算。

6. 甲乙兩校共有學生236名，若甲校學生轉14名到乙校去，則兩校人數相等，問兩校原有學生多少？

[解]兩校原有學生236名(和)

若甲校學生轉 14 名到乙校，則兩校學生相等，

故知甲校比乙校多 $14 \times 2 = 28$ 名(差)

依公式(1)與(2)

$$(236 + 28) \div 2 = 132 \text{名} \dots\dots \text{甲校學生數}$$

$$(236 - 28) \div 2 = 104 \text{名} \dots\dots \text{乙校學生數}$$

【問題】 1. 大小二數之和爲80,商是9,求二數?

(答)72(大數),8(小數)。

2. 甲乙二人分洋154元,甲比乙多得20元,問甲乙二人各得幾元?

(答)87元(甲),67元(乙)

3. 某學會選舉委員,甲乙二人所得票數相同,乃重行投票表決,共計投票總數147張,內有9張作廢,結果甲多得10票當選,問甲乙二人各得票若干張。

(答)74張(甲),64張(乙)

(乙)三數和差問題

【公式】 [和(甲乙) + 和(甲丙) + 和(乙丙)] ÷ 2
= 和(甲乙丙).....(5)

甲 = 和(甲乙丙) - 和(乙丙).....(6)

乙 = 和(甲乙丙) - 和(甲丙).....(7)

丙 = 和(甲乙丙) - 和(甲乙).....(8)

差(乙丙) = 和(甲乙) - 和(甲丙)....(9)

差(甲丙) = 和(甲乙) - 和(乙丙)....(10)

差(甲乙) = 和(甲丙) - 和(乙丙)....(11)

【例題】

1. 甲乙之和是16,乙丙之和是12,甲丙之和是14,求甲乙丙三數。

【解】(16 + 12 + 14) = 42, 這42裏面,有兩個甲數,

兩個乙數，兩個丙數，所以把 $42 \div 2 = 21$ 就成
甲乙丙三數之和，同樣

$$21(\text{甲乙丙和}) - 12(\text{乙丙和}) = 9 \cdots \text{甲數}$$

$$21(\text{甲乙丙和}) - 14(\text{甲丙和}) = 7 \cdots \text{乙數}$$

$$21(\text{甲乙丙和}) - 16(\text{甲乙和}) = 5 \cdots \text{丙數}$$

這就是公式(5)，(6)，(7)，(8)。

2. 已知甲乙之和為84，乙丙之和為67，求甲比丙多若干？

【解】 甲乙之和 = 甲 + 乙

乙丙之和 = 乙 + 丙

依整數加減乘除定理5(第3面)

$$\begin{aligned} \text{甲乙之和} - \text{乙丙之和} &= (\text{甲} + \text{乙}) - (\text{乙} + \text{丙}) \\ &= \text{甲} + \text{乙} - \text{乙} - \text{丙} = \text{甲} - \text{丙} \end{aligned}$$

此即公式(10)同樣可得公式(9)，(11)故

$$\text{甲丙之差} = 84 - 67 = 17$$

【習題】

1. 甲乙有銀55元，乙丙45元，甲丙40元，問甲乙丙各有幾元？

(答) 15元(甲)，20元(乙)，25元(丙)

2. 甲乙有銀84元，甲丙有銀62元，問乙比丙多若干元？

(答) 22元

(2) 盈不足問題

【公式】一盈一不足： $(盈 + 不足) \div 每人兩次所得之差 = 人數 \dots\dots\dots (12)$

兩次都盈： $(大盈 - 小盈) \div 每人兩次所分得之差 = 人數 \dots\dots\dots (13)$

兩次都不足： $(大不足 - 小不足) \div 每人兩次所分得之差 = 人數 \dots\dots\dots (14)$

一盈一盡： $盈 \div 每人兩次所分得之差 = 人數 \dots\dots\dots (15)$

一不足一盡： $不足 \div 每人兩次所分得之差 = 人數 \dots\dots\dots (16)$

【例題】

1. 以桃一筐分給童子，每人給5個，則剩9個。若每人給6個，則少4個，問桃及童子各若干？

(廣西省會考)

[解]先取5個後取6個，則第二次較第一次每人多取 $6 - 5 = 1$ 個，

先剩9個後反不足4個則總計第二次較第一次多取 $9 + 4 = 13$ 個，

就是說；每人多取1個，全體就多取了13個，所以人數必定是 $13 \div 1 = 13$ 人，倘立算式，則

$$(9 + 4) \div (6 - 5) = 13 \div 1 = 13 \text{人} \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots \text{童子數}$$

$$13 \times 5 + 9 = 74 \dots\dots\dots \text{桃數}$$

這就是公式(12)

2. 衆人分銀，每人5元 則剩34元，每人7元，則剩2元，求人數及銀數。

[解]先取5元，後取7元，則第二次較第一次每人多取 $7-5=2$ 元。

先餘34元，後餘2元，則總計第二次較第一次多取 $34-2=32$ 元。

就是說，每人多取2元，則全體多取32元，故 $32 \div 2 = 16$ 人……………人數

尚立算式

$$(34-2) \div (7-5) = 32 \div 2 = 16 \dots\dots \text{人數。}$$

$$7 \times 16 + 2 = 112 + 2 = 114 \text{ 元 } \dots\dots \text{銀數。}$$

這就是公式(13)。

3. 有銀分給許多人，若每人分8元，則少105元，若每人分5元，仍少9元，求人數及銀數。

[解]先取8元，後取5元，則第一次較第二次多取 $8-5=3$ 元

先少105元，後仍少9元，則第一次較第二次多取 $105-9=96$ 元 則

$$(105-9) \div (8-5) = 96 \div 3 = 32 \text{ 人 } \dots\dots \text{人數}$$

$$8 \times 32 - 105 = 256 - 105 = 151 \text{ 元 } \dots\dots \text{銀數}$$

這就是公式(14)

4. 有米若干，發給貧民，每人發3升，則餘3斗

2升，若每人發4升，則適盡無餘，求貧民數及米數。

[解] 每人多發4升-3升=1升，則適盡無餘，同時總數比以前多發32升，

由是知貧民數 = $32 \div 1 = 32$ 人即

$32 \div (4 - 3) = 32$ 人……………人數

$4 \times 32 = 128$ 升 = 1石2斗8升……………米數

這是公式(15)

5. 有米若干，發給貧民，每人發8升，則虧7斗6升，若每人發6升，則適盡無餘，求貧民數及米數？

[解] 與第四題同理，則

$76 \div (8 - 6) = 76 \div 2 = 38$ 人……………人數

$6 \times 38 = 228$ 升……………米數

這就是公式(16)

6. 某君預定以銀若干買筆若干枝，若筆價每枝一角，可多買六枝，若筆價每枝一角八分，則少買兩枝，問每枝價幾何方如預定？（江蘇常州中學）

[解] $(10 \times 6 + 18 \times 2) \div (18 - 10)$

$= 96 \div 8 = 12$ 枝……………買筆之枝數

$[(12 + 6) \times 10] \div 12 = 180 \div 12 = 15$ 分……………

……………預定時每枝筆價

○答預定時每枝筆價一角五分。

7. 分紙給學生，內有3人各得4張，其餘學生各得3張，尚餘11張，如一人先取3張，其餘學生每人可分5張，適盡無餘，問紙幾張？學生幾人？

【解】如把分4張的學生也分3張，那末餘紙 = $11 + 3 = 14$ 張。

如把先分3張的一人，也給他5張，那末就不足2張。

故可照一盈一不足法公式(12)求人數

$$[(11 + 3) + (5 - 1)] \div (5 - 3) = 8 \text{人} \cdots \cdots \text{人數}$$

$$3 + 5 \times (8 - 1) = 38 \text{張} \cdots \cdots \text{張數}$$

【習題】

1. 有兒童若干人，每人與桃3個，餘32個，若每人與5個，不足14個，問兒童及桃各幾何？ (浙江溫州中學)

(答)23人(兒童數)101個(桃子數)

2. 學生聚餐，開10桌，則餘20人，開15桌，則剩20座，問每桌幾人？學生幾人？

(答)8人(每桌)100人(學生數)

3. 桃為梨之2倍，每人給梨5枚，則餘2枚，每人給桃子11枚，則少21枚，求人數，梨數及桃數各若干？

【提示】若將梨2倍之，使與桃相等，則依

題每人所分之梨若皆換桃，必每人給桃
 $5 \text{枚} \times 2 = 10 \text{枚}$ ，餘桃 $2 \text{枚} \times 2 = 4 \text{枚}$ 。

(答)25人(人數)127枚(梨數)254枚(桃數)

4. 有洋若干，發給工人，每人發4元則不足64元，每人發8元則適盡無餘，問人數及洋數各若干？

(答)16人(人數) 128元(洋數)

(3) 結果相等問題

【公式】 $(\text{大數} - \text{小數}) \div 2 = \text{大數應給小數之數}$ 。
(17)

$(\text{大數} - \text{小數}) \div \text{兩者取出之差} = \text{時間}$
(18)

【例題】

1. 甲有80元，乙有100元，乙給甲幾元則二人所有相等。

[解]甲比乙多 $100 - 80 = 20$ 元，使甲乙相等，則甲應給乙 $20 \div 2 = 10$ 元即
 $(100 - 80) \div 2 = 20 \div 2 = 10$ 元……乙應給甲之元數。

這就是公式(17)

2. 東倉有米1000石，西倉有米800石，今每日由東倉取出12石，西倉取出8石，問若干日後兩

倉之米相等。(四川省會考)

〔解〕兩倉相差之米數 = $1000\text{石} - 800\text{石} = 200\text{石}$
每日在兩倉取出米數相差 = $12\text{石} - 8\text{石} = 4\text{石}$
則兩倉相等所須之時間 = $200 \div 4 = 50\text{日}$
總式 = $(1000 - 800) \div (12 - 8) = 200 \div 4$
= 50日

這就是公式(18)

3. 某人將田分給二子，長子得5畝，幼子得42畝，不均之數，令幼子補給長子370元，問田每畝之價若干？

〔解〕 $(42 - 5) \div 2 = 18.5\text{畝} \dots\dots\dots$ 幼子應分給
長子之畝數
 $370 \div 18.5 = 20\text{元} \dots\dots\dots$ 田每畝價

【習題】

1. 哥哥有銅元48個，弟弟有銅元24個，問哥哥給弟弟幾個？那麼二人所有的銅元相等。
(答)12枚
2. 甲有銅元52枚，乙有銅元24枚，甲每日用去5枚，乙每日用去2枚，問幾日後，甲乙兩人所有之銅元相等？
(答)6日後。

(±)逆推還原問題

【定理】

1. 加法之還原用減法
2. 減法之還原用加法
3. 乘法之還原用除法
4. 除法之還原用乘法

【例題】

1. 某數先乘83,再以216除之,得332,求某數。

〔解〕因以216除之得332

則未除時必為 $332 \times 216 = 71712$

71712是某數乘以83之積

故某數 $= 71712 \div 83 = 864$

故依定理

$332 \times 216 \div 83 = 71712 \div 83 = 864 \dots\dots\dots$

某數。

2. 某數之12倍減去30,再以81除之,其商加4為6,求某數。

〔解〕 $[(6-4) \times 81 + 30] \div 12 = [2 \times 81 + 30] \div 12$
 $= 192 \div 12 = 16。$

3. 某數加1,減2,乘3,除4,得9,求某數。

〔解〕 $(9 \times 4 \div 3) + 2 - 1 = (36 \div 3) + 2 - 1$
 $= 12 + 2 - 1 = 13 \dots\dots\dots$ 某數

4. 某人有果若干枚,以其一半又一枚給甲,以餘數之半又2枚給乙,尚餘3枚,問原有若干枚?

【解】 $[(3+2) \times 2 + 1] \times 2$
 $= [5 \times 2 + 1] \times 2 = 11 \times 2 = 22$ 枚……………
 ……………原有枚數。

【習題】

1. 某數4倍,除以5,得商減去50,再加40,結果得70,問原數若干?
 (答)100.
2. 某數以26除之,其商加9,再乘以8,其積減去18,得78,求原數。
 (答)78
3. 其人將所有銀之一半給長子,又以其餘之半又10元給次子,又以其餘之半又5元給次子,尚餘洋20元,問某人原有洋若干?
 (答)120元。

(5) 求單位數量問題

【公式】 總數 \div 個數 = 單位數量……………(19)

【例題】

1. 有米60袋,共價840元,問每袋價若干?

【解】 $840 \div 60 = 14$ 元……………米每袋價。

2. 某處火車章程,乘客所帶行李在四十斤重以內者,不收運費,過此限制,須照章程所帶東西之輕重,繳納運費,某客共帶行李二百斤出

費三元二角，問每斤收費多少？(南京市會考)

[解] $3200 \div (200 - 40) = 3200 \div 160 = 2$ 分

即每斤收費2分。

【習題】

1. 某公司購煤42噸，共價960元，運回時，中途覆車，耗損2噸，問煤到廠後，每噸價若干？

(答)24元

(6) 變更數量問題

【定理】 依問題之性質，用下述之方法處理。

1. 先用除法使已知數量化為單位數量，然後用乘法算出所求之數量。
2. 先用乘法增加已知者之數量，然後用除法算出所求之數量。

【例題】

1. 鋼筆一打，價7角5分，問鋼筆8枝之價若干？

[解] $(72 \div 12) \times 8 = 48$ 分 = 4角8分

.....鋼筆八枝之價

2. 其製造廠，允人定做餅乾若干斤，每月出貨240斤，2日即可做成。今因一部分機械損壞，8日方始做成。問每日出貨若干斤？

[解]依定理(2)

[解] $240 \times 2 \div 8 = 480 \div 8 = 60$ 斤.....
 每日所出之貨。

3. 有米若干石,供500人食,可支20日,今已食5日,忽有200人他往,問餘糧可支若干日。

[解] 餘糧供500人食尙可支 $20 - 5 = 15$ 日
 若將餘糧供1人食,可支 $15 \times 500 = 7500$ 日
 今餘糧祇供 $500 - 200 = 300$ 人食,則可支
 $7500 \div 300 = 25$ 日

總式係 $(20 - 5) \times 500 \div (500 - 200)$
 $= 15 \times 500 \div 300 = 25$ 日。

【習題】

1. 有布34匹,每匹長30丈,若以此布改作每匹12丈,問共可改成若干匹。

(答)85匹。

2. 某工程原定5人,則24日可成,今欲15日作完,問應加若干人?

(答)3人。

(7) 倍數問題

【公式】

(甲) 求原數

差 \div (大倍數 - 小倍數) = 原數.....(20)

和 \div (大倍數 + 小倍數) = 原數.....(21)

(所加之數 + 所減之數) = (大倍數 - 小倍數)

$$= \text{原數} \cdots \cdots (22)$$

$$\text{和} \div (\text{倍數} + 1) = \text{小數} \cdots \cdots (23)$$

$$\text{和} - \text{小數} = \text{大數} \cdots \cdots (24)$$

$$\text{差} \div (\text{倍數} - 1) = \text{小數} \cdots \cdots (25)$$

$$\text{差} + \text{小數} = \text{大數} \cdots \cdots (26)$$

(乙)使大數爲小數之若干倍

$$(\text{大數} - \text{小數} \times \text{倍數}) \div (\text{倍數} + 1) = \text{大數應給小數之數} \cdots \cdots (27)$$

$$(\text{小數} \times \text{倍數} - \text{大數}) \div (\text{倍數} + 1) = \text{小數應給大數之數} \cdots \cdots (28)$$

【例題】

1. 某數之8倍與6倍之差爲12, 求某數。

[解]某數之3倍與6倍, 相差 $8 - 6 = 2$ 倍, 今相差12, 卽爲某數之2倍, 故某數爲

$$12 \div (8 - 6) = 12 \div 2 = 6 \cdots \cdots \text{某數}$$

這就是公式(20)

2. 某數之3倍與4倍之和爲49, 求某數。

[解]某數之3倍與4倍之和爲49
則49中含某數之 $3 + 4 = 7$ 倍, 故某數爲

$$49 \div (3 + 4) = 7$$

這就是公式(21)

3. 某數之3倍加7, 與其8倍減18相等, 求某數。

[解]某數之8倍與3倍相差 $8 - 3 = 5$ 倍, 今已知某數

之3倍與8倍相差 $7 + 18 = 25$ ，則某數爲
 $(7 + 18) \div (8 - 3) = 5 \dots\dots\dots$ 某數。

依此即公式(25)

4. 甲有銀爲乙所有之四倍，甲比乙多四元八角，
 求甲乙兩人各有銀數。 (上海市會考)

[解]甲有銀爲乙有銀之4倍，

即甲爲4倍，乙本身爲1倍，故甲有銀比乙有銀
 多 $4 - 1 = 3$ 倍。

但甲比乙多4元8角，則

乙有銀 $= 48 \div 3 = 16$ 角 $= 1$ 元6角，

書成總式

$48 \div (4 - 1) = 16$ 角 $= 1$ 元6角 $\dots\dots\dots$ 乙有銀

4元8角 $+ 1$ 元6角 $= 6$ 元4角 $\dots\dots\dots$ 甲有銀。

這就是公式(25)及(26)

甲有金151元，乙有金103元，丙有金19元，問

乙與甲丙各若干元，則甲所持金爲乙之2倍，

乙所持金爲丙之2倍？ (江蘇淮陰師範)

[解]乙有金103元，丙有金19元，

設丙有金已爲乙有金之2倍，則乙有金應爲

$19 \times 2 = 38$ 元，

乃今乙有金爲103元，相差 $103 - 38 = 65$ 元。

此65元乃乙所有金爲丙所有金2倍時，乙丙二
 人應適當分配者，

今欲乙爲丙之2倍，則乙爲2倍，丙本身爲1倍
則65元應爲 $2+1=3$ 倍所分配，

$$\text{即 } 65 \div 3 = 21\frac{2}{3} \text{ 元}$$

此 $21\frac{2}{3}$ 元乃丙分配所得，換言之，乃乙應給
丙之元數。 書成總式

$$(103 - 19 \times 2) \div (2 + 1) = 21\frac{2}{3} \text{ 元} \dots\dots$$

..... 乙與丙之元數。

同理可解

$$(103 \times 2 - 151) \div (2 + 1) = 18\frac{1}{3} \text{ 元} \dots$$

..... 乙與甲之元數。

此即公式(27)及(28)

6. 大池有水48石，小池有水21石，大池水每分鐘
流入小池2斗，問經過幾分鐘，大池所有水爲
小池之二倍？

[解]依公式(27)

$$(48 - 21 \times 2) \div (2 + 1) = 6 \div 3 = 2 \text{ 石} \dots\dots\dots$$

..... 大池應流入小池之水

$$20 \text{ 斗} \div 2 \text{ 斗} = 10 \text{ 分} \dots\dots\dots \text{大池流入小池所須}$$

之時間

7. 某甲賣雞若干頭。每頭2元1角，又賣出三倍頭

數的鴨，每頭1元2角。共得銀114元，問這人出賣雞多少？（廣州市立師範）

〔解〕按此係公式(21)之變形，

今已知雞價每頭21角，鴨價每頭12角，

又知鴨頭數比雞頭數多3倍，

今假定三頭鴨認作一頭雞，則所有者悉為雞頭，

$$1140 \div (21 + 3 \times 12) = 1140 \div 57 = 20$$

故這人賣出雞20頭

【習題】

1. 某校男女生共500人，其中男生為女生之4倍，求男女各若干？
(答)100人(女生)400人(男生)
2. 大小兩數之差為96，同時大數為小數之7倍，試求大小兩數。
(答)16(小數)112(大數)
3. 大簍有桃82個，小簍有桃53個，要使大簍桃數為小簍之二倍，則小簍應給若干個與大簍。
(答)8個。
4. 東倉存米450石，西倉存米150石，欲使東倉米為西倉之5倍，則西倉應運若干石至東倉？

(答)50石

(8)連續數問題

【公式】

$$\text{連續奇數: 最小數} = \left[\text{總和} - \left\{ 1 + 2 + 3 + \dots + (\text{項數} - 1) \right\} \right] \div \text{項數} \dots \dots \dots (29)$$

$$\text{連續偶數: 最小數} = \left[\text{總和} - \left\{ 2 + 4 + 6 + \dots + (\text{項數} - 1) \right\} \right] \div \text{項數} \dots \dots \dots (30)$$

【例題】

1. 五個連續數的和是30, 求最小數。

〔解〕因第二數比第一數多1, 第三數比第一數多2, 第四數比第一數多3, 第五數比第一數多4, 故從第一數至第五數比第一數共多 $(1 + 2 + 3 + 4) = 10$,

如從30中減去10, 便是最小數的5倍,

故最小數為 $(30 - 10) \div 5 = 4$, 第二, 第三, 第四, 第五各數為5, 6, 7, 8. 書成總式, 則得公式(29)

$$\begin{aligned} \left[30 - \left\{ 1 + 2 + 3 + 4 \right\} \right] \div 5 &= \left[30 - 10 \right] \div 5 \\ &= 4 \dots \dots \dots \text{最小數} \end{aligned}$$

故所求之五個連續數是4, 5, 6, 7, 8.

2. 連續三偶數之和為72, 求其最小者。

〔解〕因第二數比第一數多2, 第三數比第一數多4,

第四數比第一數多6,

故從第一數至第三數多 $(2+4)=6$

如從72中減去6, 便是最小數的3倍, 故最小數

為 $(72-6) \div 3 = 66 \div 3 = 22$, 第二第三兩數

為24, 26。書成總式

則得公式(30)

$$[72 - (2+4)] \div 3 = [72 - 6] \div 3 = 22 \dots$$

..... 最小數

故所求三個連續偶數為22, 24, 26.

3. 七個連續數的和是28, 求中間一個數

〔解〕 $[28 - (1+2+3+4+5+6)] \div 7 = 7 \div 7 = 1 \dots$

..... 最小數

故中間一個數是4.

〔習題〕

1. 有兄弟三人, 年歲的和為39, 各人挨次小一歲, 求各人的年歲。

(答)14歲(大哥)13歲(二哥)12歲(三弟)

2. 有四個連續偶數之和為44, 求最小數。

(答)8.

(9) 平均數問題

【公式】

$$\text{平均數} = (\text{甲數} + \text{乙數} + \text{丙數} + \dots + n \text{個數}) \div n \dots \dots \dots (31)$$

$$\text{平均數} = (\text{甲數} \times m + \text{乙數} \times n + \text{丙數} \times p \dots \dots \dots) \div (m + n + p \dots \dots) \dots \dots (32)$$

$$\text{總平均數} = (\text{平均數} \times m + \text{甲數} + \text{乙數} + \dots \dots n \text{個數}) \div (m + n) \dots \dots \dots (33)$$

公式中之 n, m, p 等都是代表一個不定的數目。

【例題】

1. 某生考試成績國語80分，社會78分，算術84分，自然90分，問這四科的平均分數多少？

〔解〕依公式(31)

$$(80 + 78 + 84 + 90) \div 4 = 332 \div 4 = 83 \dots \dots \dots$$

.....平均數

2. 某校算術測驗，高級部60人，平均分數72分，中級部70人，平均分數65分，低級部85人，平均分數68分，求此校全體學生之總平均分數。

〔解〕依公式(32)

$$(72 \times 60 + 65 \times 70 + 68 \times 85) \div (60 + 70 + 85) \\ = 14650 \div 215 = 68.14(\text{弱})。$$

3. 甲乙丙三數之平均數為35，又丁數為20，戊數

爲25, 求五數之平均數。

[解]依公式(33)

$$\begin{aligned} & (35 \times 3 + 20 + 25) \div (3 + 2) \\ & = (105 + 20 + 25) \div 5 = 150 \div 5 = 30 \dots\dots\dots \\ & \dots\dots\dots \text{平均數。} \end{aligned}$$

4. 某生受試驗之學科七種, 其算術科之分數未發表時, 已有平均分數78分, 而算術科之分數發表後, 僅有平均分數75分, 試求算術科之分數。

[解]七科(連算術)總分數 = $75 \times 7 = 525$ 分

算術未發表時六科總分數 = $78 \times 6 = 468$

故某生算術科之分數 = $525 - 468 = 57$ 分

即 $57 \times 7 - 78 \times 6 = 525 - 468 = 57$ 分

【習題】

1. 甲乙丙三數之平均數爲70, 加入丁數後平均數爲72, 試求丁數。

(答)78

2. 某生前四年之平均分數爲72分, 後二年之分數爲65分, 78分, 試求六年之總平均成績?

(答)71.83分

3. 某生大考後, 其分數陸續發表, 國語, 自然, 社會平均78分, 勞作音樂平均84分,

算術公民體育平均 67 分，問其總平均分數若干？

(答) 75.38 分(弱)

(10) 行程問題

(甲) 距離問題

兩人同時同地同向而行 距離 = 兩人速度之差
× 時間………(34)

兩人同時異地同向而行

快者在後：距離 = 原距 - (兩者速度之差 × 時間) ……(35)

快者在前：距離 = 原距 + (兩者速度之差 × 時間) ……(36)

兩人同時同地異向而行 距離 = 兩人速度之和
× 時間………(37)

兩人同時異地異向而行 距離 = 原距 + (兩人速度之和 × 時間) ……(38)

【例題】

1. 甲每時行 8 里，乙每時行 11 里，兩人同時同地同向而行，計行 5 小時，問相隔幾里？

[解] 甲乙出發後每小時相差 $11 - 8 = 3$ 里，故 5 小時相差 $3 \times 5 = 15$ 里，即

$(11 - 8) \times 5 = 3 \times 5 = 15$ 里………甲乙二人
相隔之里數

這就是公式(35)。

張每時行5里，王每時行7里，今二人同地同時相背而行，計行6小時，問相隔幾里？

[解]張王兩人出發後每小時相差 $5+7=12$ 里，則6小時相差 $12 \times 6 = 72$ 里，即
 $(5+7) \times 6 = 12 \times 6 = 72$ 里……張王二人相隔之里數

這就是公式(37)

3. 甲乙二人相距100里，今二人同時同向而行，甲每小時行7里，乙每小時10里，出發時乙在甲後，問12小時，二人相距幾里？

[解]依題意，快者在後，每小時追上 $(10-7)=3$ 里，12小時後二人相距之里數為
 $100 - (10-7) \times 12 = 100 - 36 = 64$ 里，……
 ……………甲乙二人相距之里數。

這就是公式(35)

4. 同題，倘出發時乙在甲前，則如何？

[解]依題意，快者在前，則每小時兩人離開 $(10-7)=3$ 里，12小時後二人相距之里數為
 $100 + (10-7) \times 12 = 136$ ……甲乙二人相距之里數。

5. 甲乙二人相距100里，今二人同時相背而行，甲每小時行7里，乙每小時行10里，問14小時

後二人相距幾里？

〔解〕相背而行，則每小時離開 $(7+10)=17$ 里。14

小時後二人相距之里數為

$$100 + (7+10) \times 14 = 100 + 238 = 338 \text{里} \cdots \cdots$$

……………甲乙二人相距之里數。

這就是公式(58)

6. 甲乙兩人，行同一路程，甲每小時行8里，乙每小時行6里，只知道乙比甲多費3小時，問這路長幾里？

〔解〕甲到目的地時，乙還在甲的後面 $6 \text{里} \times 3 = 18$

里，現在知道乙比甲每小時慢 $8 - 6 = 2$ 里，

故甲行的時間 $= 18 \div 2 = 9$ 小時。

$$\text{所以路長} = 8 \times [(6 \times 3) \div (8 - 6)] = 8 \times 9 \\ = 72 \text{里。}$$

【習題】

1. 甲乙二人，同時同地同向而行，甲每小時行8里，乙每小時行6里，問9小時後，甲乙兩人相距幾里？
(答)18里。
2. 東西兩城，相距90里，甲在東城，乙在西城，同時向西出發，甲每小時行14里，乙每小時行10里，問6小時後，兩人相距幾里？

(答)66里

3. 李王二人,在同地同時相背而行,李日行94里,王每日行82里,問3日後,二人相距幾里?

(答)528里。

(乙)相遇問題。

【公式】 相遇時間 = 距離 ÷ 兩者速度之和... (39)

【例題】

1. 李日行42里,趙日行38里,今二人於相隔320里之兩地同時相向而行,問經幾日相遇?

[解]李趙相向而行,則每日走近 $(42 + 38) = 80$ 里,則所須時間為 $320 \div (42 + 38) = 320 \div 80 = 4$ 日。

此即公式(39)

2. 東西兩鎮相距112里,甲乙自東鎮出發,同時丙自西鎮出發,求甲丙相會後再經若干小時,乙丙相會,但甲每時行10里,乙每時行8里,丙每時行6里,又甲丙相遇與乙丙相遇之地點,相距幾里?

[解] $112 \div (10 + 6) = 112 \div 16 = 7$ 小時……甲丙相會之時數。

$112 \div (8 + 6) = 112 \div 14 = 8$ 小時……乙丙相會之時數。

故甲丙相會至乙丙相會所經之時數

$$= 8 - 7 = 1 \text{ 小時。}$$

又甲丙相會至乙丙相會相距里數即等於乙走

$$1 \text{ 小時之里數} = 6 \times 1 = 6 \text{ 里}$$

或甲丙相會致乙丙相會相距里數

$$= (10 \times 7) - (8 \times 8) = 70 - 64 = 6 \text{ 里}$$

3. 有甲乙二商船往返於某河流中，相距 1800 里之 A, B 兩商埠，甲船日行 180 里，乙船日行 120 里，今甲船自 A 地出發，同時乙自 B 地出發，求第四次相遇時，共經幾日？

$$\begin{aligned} \text{[解] 第一次相遇之時間} &= 1800 \div (180 + 120) \\ &= 1800 \div 300 = 6 \text{ 日} \end{aligned}$$

第二次第三次第四次相遇各須行第一次相遇所走距離之兩倍，則所需之時間為

$$\begin{aligned} (1800 \times 2) \div (180 + 120) &= 3600 \div 300 \\ &= 12 \text{ 日} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{則第四次相遇時所經之時間} &= 6 + 12 \times 3 \\ &= 42 \text{ 日} \end{aligned}$$

【習題】

1. 有甲乙二人往返於相距 750 里之東西兩市，甲日行 80 里，乙日行 70 里，二人同時自兩市相向而行，問第三次相遇時共經幾日？

(答)25日

(丙)追及問題。

【公式】 追及時間 = 距離 ÷ 兩者速度之差... (40)

【例題】

✓ 1. 甲船出發18里後，乙船追之，而每小時速度，甲船行8里，乙船行10里，求乙船出發至追及甲船之時數，及所行之里數各若干？

【解】乙船每小時追上甲船 $(10-8)=2$ 里，今相距18里，則所求時間為

$18 \div (10-8) = 9$ 小時……乙船追及甲船時數

$10 \times 9 = 90$ 里。 乙船追及甲船所行之里數

此即公式(40)

2. 甲每日行路52里，乙每日行78里，今甲先行2日，乙自後追之，問幾日可追及？ (北平市三三制會考)

【解】依公式(40)

$(52 \times 2) \div (78 - 52) = 104 \div 26 = 4$ 日

3. 某巡洋艦追捕敵之運送船，至某地點，此處為敵之運送船45分鐘前所經之地，設此運送船之速度，每小時16里，巡洋艦每小時22里，問巡洋艦經幾時即可追及運送船？

【解】運送船45分鐘前經過此地即已行45分鐘，即運送船在巡洋艦前 = $16 \times (45 \div 60) = 12$ 里

依公式(40)

$$12 \div (22 - 16) = 12 \div 6 = 2 \text{ 小時} \cdots \cdots \text{巡洋艦追及運送船所需之時間。}$$

4. 甲汽船每小時可行29里，乙汽船每小時可行37里，兩船在同地相反出發，8小時後，乙船因事要追甲船，問幾時纔能追到？

[解]8小時後，甲乙兩船的距離 = $(29 + 37) \times 8$
 $= 66 \times 8 = 528$ 里。

依公式(40)

$$528 \div (37 - 29) = 528 \div 8 = 66 \text{ 小時} \cdots \cdots \text{乙船追及甲船所須之時間。}$$

【習題】

1. 甲乙二生競走，甲先走14步，乙始起身，甲每秒跑13步，乙每秒跑15步，問再過幾秒，乙能追及甲？ (山東省會考)
 (答)7秒

(11) 列車問題

【公式】 列車與車站

$$\text{距離} = \text{車長} + \text{場長} \cdots \cdots (41)$$

$$\text{場長} = \text{車長場長之和} - \text{車長} \cdots \cdots (42)$$

$$\text{車長} = \text{車長場長之和} - \text{場長} \cdots \cdots (43)$$

列車與列車：

$$\text{距離} = \text{車長} + \text{車長} \cdots \cdots (44)$$

【例題】

1. 車長12丈,以每秒4丈之速度進行,問越過24丈長之月台,需幾秒?

[解]列車越過此月台需行 $= 12 + 24 = 36$ 丈

故越過時間 $= 36 \div 4 = 9$ 秒

此即公式(41)

2. 京滬車長為45丈,每秒進行速度3丈,穿過寶蓋山洞計5分15秒,求山洞之長?

[解]列車所行之路程即山洞與車長之和

$= 3 \times 5$ 分15秒 $= 3 \times 315$ 秒 $= 945$ 丈

但車長為45丈

故洞長 $= 945 - 45 = 900$ 丈

3. 甲車長20丈,每秒行4丈,乙車長15丈,每秒行3丈,問相遇後又幾秒鐘即穿過?

[解]兩車異向而行,則自相遇至相離共行兩車之長,即距離 $= 20 + 15 = 35$ 丈

所需時間 $= (20 + 15) \div (4 + 3) = 35 \div 7 = 5$ 秒

此即公式(44)

4. 汽車過199丈長之停車場,歷1分20秒鐘,過172丈長之鐵路橋,歷1分11秒鐘,問其速度如何,車長若干?

[解]汽車過停車場與過鐵路橋

其距離相差 $= 199 - 172 = 27$ 丈

其時間相差 = 1分20秒 - 1分11秒 = 9秒

故汽車每秒速度 = $27 \div 9 = 3$ 丈

汽車過停車場共行 = $3 \times 1分20秒 = 3 \times 80$ 秒
= 240 丈

240 丈即為車長與停車場之和。

今已知停車場之長為 199 丈。

依公式(43)

汽車長 = $240 - 199 = 41$ 丈，書成總式

汽車每秒速度 = $(199 - 172) \div (1分20秒 - 1分11秒) = 27 \div 9 = 3$ 丈

汽車長 = 3 丈 \times 1分20秒 - 199 = 3 丈 \times 80 秒 - 199 丈 = 240 丈 - 199 丈 = 41 丈

5. 甲乙兩列車，其速度甲每秒行 58 尺，乙每秒行 44 尺，又甲車長 487 尺，乙車長 635 尺，問此兩車相向進行，幾時行過？

[解] 距離 = $487 + 635 = 1122$ 尺

兩車每秒所行之距離 = $58 + 44 = 102$ 尺

則所須時間 = $1122 \div 102 = 11$ 秒。

6. 有列車長 270 尺，甲乙二人，與車同方向進行，列車以 10 秒鐘越過甲，9 秒鐘越過乙，已知甲每秒行 5 尺，問乙每秒之速率幾何？

[解] 列車 10 秒鐘越過甲，則列車所行之距離 = $270 + 5 \times 10 = 320$ 尺

列車每秒鐘速率 = $320 \div 10 = 32$ 尺

今列車9秒鐘越過乙，則列車所行之距離（即車長與乙所行距離之和）= $32 \times 9 = 288$ 尺

則乙所行之距離 = $288 - 270 = 18$ 尺

則乙每秒之速率 = $18 \div 9 = 2$ 尺

【習題】

1. 某快車長96丈，慢車長76丈，快車每秒速度為9丈，慢車每秒速度為5丈，今二車同向進行，問

(a) 若兩車頭相平時，須幾秒鐘，快車穿過慢車？

(b) 若兩車尾相平時，須幾秒鐘，快車穿過慢車？

(c) 若快車頭與慢車尾相接時，須幾秒鐘，快車穿過慢車？

(答)(a) 24秒 (b) 19秒 (c) 43秒。

2. 有鐵橋長260丈，今有長80丈之火車，完全通過此橋，須經若干時，已知火車每秒之速度為10丈。

(答)34秒。

3. 快車長54丈，慢車長24丈，兩車相向而行，遇頭後經6秒鐘，即穿過；若同向而行，快車頭與慢車尾相接時，經26秒，乃

穿過；問二車每秒之速度各若干？

[提示] 求出二車速度之和及二車速度之差，以和差公式求之。

(答) 8丈/秒(快車)，5丈/秒(慢車)

(12) 年齡問題

【公式】 小的年齡 = (大小年齡之和) ÷ (倍數之和) …………… (45)

小的年齡 = (大小年齡之差) ÷ (倍數之差) …………… (46)

幾年後 = [(大小年齡之差) ÷ (倍數 - 1)] - 小的年齡 …… (47)

幾年前 = 小的年齡 - [(大小年齡之差) ÷ (倍數 - 1)] …………… (48)

【例題】

1. 父子二人共年36歲，父年是子年的5倍，問父子各幾歲？

[解] 父年與子年之和為36歲，

今父年為子年之5倍，子年本身為1倍，則36歲共為子年之(5+1)=6倍，則

$36 \div (5+1) = 36 \div 6 = 6$ 歲……………子年

$6 \times 5 = 30$ 歲……………父年

這就是公式(45)

2. 父年是子年的5倍,相差24歲,問父子各幾歲?

[解]父年與子年相差24歲,

今父年爲子年之5倍,子年本身爲1倍,

則24歲爲子年之 $(5-1)=4$ 倍,故

$$24 \div (5-1) = 6 \text{歲} \dots\dots\dots \text{子年}$$

$$6 \times 5 = 30 \text{歲} \dots\dots\dots \text{父年}$$

這就是公式(46)

3. 父年36歲,子年4歲;問幾年後父年爲子年之3倍?

[解]父子年齡之差爲 $(36-4)=32$ 歲,此年齡之差32歲乃永久不變者

今欲父年爲子年之3倍,即彼時父年較子年多 $(3-1)=2$ 倍,

依和差問題公式(4)(第7面)

彼時子年爲:

$$\text{子年} = 32 \div 2 = 16 \text{歲},$$

今子年爲4歲,則 $(16-4)=12$ 年後父年爲子年之3倍,書成總式

$$[(36-4) \div (3-1)] - 4 = [32 \div 2] - 4 \\ = 12 \text{年後}$$

這就是公式(47)

4. 兄年48歲,弟年18歲,距今幾年前,兄之年齡爲弟之3倍?(上海市會考)

[解]此題解法之理由同第3題；不過將幾年後易
幾年前，將小的年齡減去所求之年齡耳。

依公式(48)

$$18 - [(48 - 18) \div (3 - 1)] = 18 - (30 \div 2) \\ = 3 \text{年前}$$

5. 某人年36，其妻年28，其子年12，問幾年之前
其夫妻年歲之和為其子年之12倍？（山
東濟南高中）

[解]設夫妻現年之和為子現年之12倍，與夫妻現
年和相差

$$12 \times 12 - (36 + 28) = 144 - 64 = 80 \text{歲}$$

夫妻年齡和為子年之12倍，夫妻每年增加之
年齡為子每年增加年齡之2倍（即子增一歲，
夫妻二人共增二歲）則

$$\text{幾年前} = 80 \div (12 - 2) = 80 \div 10 = 8 \text{年前}$$

書成總式

$$[(12 \times 12) - (36 + 28)] \div (12 - 2) = 80 \div 10 \\ = 8 \text{年前。}$$

答8年前夫妻年歲之和，為子年之12倍，

6. 父年58歲，長子年21歲，次子年17歲，幼子年
10歲，問何年父年等於三子年齡之和？

[解]現在三子年齡之和為 $21 + 17 + 10 = 48$ 歲，父

年較子多 $58 - 48 = 10$ 歲。

但每隔一年，父增一歲，三人共增3歲。

故每年父少子年和 $3 - 1 = 2$ 歲，

由是將所多10歲，逐年減完，5年後適可相等，
即 $10 \div 2 = 5$ 年……即5年後父年等於三
子年齡之和。

總 式

$$\begin{aligned} & [58 - (21 + 17 + 10)] \div (3 - 1) \\ & = [58 - 48] \div 2 = 10 \div 2 = 5 \text{年後} \end{aligned}$$

【習題】

1. 父年30歲，子年9歲，問自今幾年前，父年為子年之四倍？(陝西省會考)
(答)2年前
2. 兄年24歲，弟年9歲，幾年後兄年為弟年之2倍？
(答)6年後。
3. 父年40歲，母年38歲，子年18歲，求若干年後，父母年齡之和，恰為子年之四倍？
(答)3年後
4. 父子年齡之和為58歲，明年父年為子年之3倍，然則今年父子年各若干？
(答)14歲(子年)44歲(父年)

(13) 植樹問題

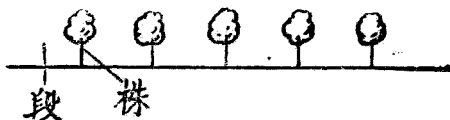
【公式】

線狀行列兩端有樹：

$$\text{段數} = \text{株數} - 1 = \text{路長} \div \text{段距} \dots\dots (49)$$

$$\text{株數} = \text{段數} + 1 = (\text{路長} \div \text{段距}) + 1 \dots\dots$$

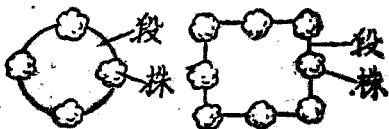
$$\dots\dots (50)$$

線狀行列兩端無樹：

$$\text{段數} = \text{株數} + 1 = \text{路長} \div \text{段距} \dots\dots (51)$$

$$\text{株數} = \text{段數} - 1 = (\text{路長} \div \text{段距}) - 1 \dots\dots$$

$$\dots\dots (52)$$

圓形或方形之周圍行列

$$\text{株數} = \text{段數} = \text{路長} \div \text{段距} \cdots \cdots (53)$$

【例題】

1. 長18丈之路，每隔2尺，植樹一株，兩端有樹；問共有樹若干株？

〔解〕依公式(49)

$$\text{株數} = (180 \div 2) + 1 = 90 + 1 = 91$$

2. 四邊種豆隔2尺一棵，田之四週計種 2526 棵，求田之四週共長若干？

〔解〕依公式(51)

$$2 \times 2526 = 5052 \text{ 尺}$$

3. 兩枝電桿相隔195尺，如要在其中再立 12 枝，離開一樣遠，問一枝應隔離幾尺？

〔解〕因路之兩端無須再立電桿，(因已有電桿)

故可應用公式(52)

$$\text{段數} = \text{株數} + 1 = 12 + 1 = 13 \text{ 段}$$

$$\text{每兩株間距離} = 195 \div 13 = 15 \text{ 尺}$$

4. 某路每隔16尺有電柱1株，連兩端共64柱，今擬換立73柱，問相鄰兩柱應隔若干尺？

〔解〕由公式(49)

路長 = 段距 \times 段數 = 段距 \times (株數 - 1) 則

$$\text{路長} = 16 \times (64 - 1) = 16 \times 63 = 1008 \text{ 尺}$$

依公式(46)

$$\text{段距} = \text{路長} \div (\text{株數} - 1) = 1008 \div (73 - 1)$$

$= 1008 \div 72 = 14 \dots\dots$ 相鄰兩柱相隔之距離。

【習題】

1. 路長 800 丈，每隔 5 尺植柳一株，兩端有柳。柳與柳之間，各植梅二株，問需柳及梅各若干株？

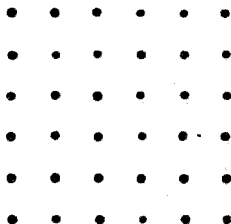
(答) 1601 株(柳) 3200 株(梅)

2. 有長方形之池，長 124 尺，寬 72 尺，今於四隅植松各一株，其餘每隔 2 尺栽柏一株，問需柏若干株？

(答) 192 株(柏)

(14) 方陣問題

【公式】



實心方陣人數 $= 4 + (4 + 8 \times 1) + (4 + 8 \times 2) + (4 + 8 \times 3) + \dots\dots\dots (4 + 8 \times n)$

$$= n^2 \dots \dots \dots (54)$$

[附註： 上式即謂某一層人數，較該層之內一層人數多8人，倘為空心空陣，以最內一層之人數代公式(54)之 n ，即能計算該空心方陣之人數]

$$\text{某一層人數(中心例外)} = (\text{該邊人數} \times 4) - 4 \dots \dots \dots (55)$$

【例題】

1. 兵士若干人，排成6層之空心方陣，已知其最內層為18人，求人數。(山西省立第一高中)

[解]排中空方陣，每一外層較最接近之內層增加8人，故最內層為18人之中空方陣之人數為

$$18 + (18 + 8 \times 1) + (18 + 8 \times 2) + (18 + 8 \times 3) + (18 + 8 \times 4) + (18 + 8 \times 5)$$

$$= 18 + 26 + 34 + 42 + 50 + 58$$

$$= 228 \text{人}$$

這就是公式(54)

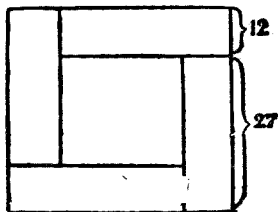
2. 有一將統兵1296人，作中空方陣，每邊各排12列，問每邊人數若干？

[解]

如圖，將圖劃成四距形一方形。

$$\text{則四距形內所容之人數} = 1296 \div 4$$

$$= 324 \text{人}$$



今每邊各排12列，則每列人數 = $324 \div 12 = 27$ 人

故每邊人數 = $27 + 12 = 39$ 人。

3. 有兵若干人，排成空心方陣，每邊32人，共排4層，求兵數？

〔解〕方陣每一外層，較最接近之內層增加8人，即每一內層較最接近之外層減少8人

又依公式(55)

$$\text{外層兵數} = (32 \times 4) - 4 = 124 \text{ 人}$$

$$\text{則兵數} = 124 + (124 - 8 \times 1) + (124 - 8 \times 2)$$

$$+ (124 - 8 \times 3)$$

$$= 124 + 116 + 108 + 100 = 448 \text{ 人}$$

【習題】

1. 有兵若干人，排為厚三層之中空方陣，但知最外層人數為40人，求兵數？

(答)444人

(15) 流水問題

【公式】

$$\text{順流速} = \text{划速} + \text{水速} \dots\dots\dots (56)$$

$$\text{逆流速} = \text{划速} - \text{水速} \dots\dots\dots (57)$$

$$\text{順流速} = \text{逆流速} + (\text{水速} \times 2) \dots (58)$$

$$\text{逆流速} = \text{順流速} - (\text{水速} \times 2) \dots (59)$$

$$\text{划速} = (\text{順流速} + \text{逆流速}) \div 2 \dots (60)$$

$$\text{水速} = (\text{順流速} - \text{逆流速}) \div 2 \dots (61)$$

【例題】

1. 一船行於河中，逆流而上，三點鐘行三里，順流而下，一點鐘行三里，求此船的船家每小時划船的速度和河流的速度各若干？

【解】逆流而上，3點鐘行3里·即每點鐘行 $3 \div 3 = 1$ 里，順流而下，每小時行3里。

但順流速係划速與水速之和，逆流速係划速與水速之差·故此問題變成二數之和差問題，依公式(1)及公式(2)則

$$\text{划速} = (3 + 1) \div 2 = 2 \text{里} \dots \dots \text{船每小時划速}$$

$$\text{水速} = (3 - 1) \div 2 = 1 \text{里} \dots \dots \text{河流每小時流速}$$

此即公式(60)及(61)

2. 有每時速18里之汽船，行於每時速度2里之水流中，往返於相距160里之兩地，求上行及下行各須時若干？(上行即逆流而上，下行即順

流而下)

[解]依公式(56)

$$\text{上行速} = 18 - 2 = 16 \text{里}$$

又依公式(57)

$$\text{下行速} = 18 + 2 = 20 \text{里}$$

$$\text{故上行須時} = 160 \div 16 = 10 \text{小時}$$

$$\text{下行須時} = 160 \div 20 = 8 \text{小時}$$

3. 水流速每時15里,舟下行於320里之川中,費8小時,問上行須幾時?

[解]下行速 = $320 \div 8 = 40$ 里,

按順流速係划速加水速,而逆流速不但係划速不加水速,且係減水速,故逆流速應較順流速少2倍水速,即

$$\text{上行速} = 40 - (15 \times 2) = 40 - 30 = 10 \text{里}$$

$$\text{故上行所須時間} = 320 \div 10 = 32 \text{小時}$$

此即公式(59)

4. 甲乙二船在靜水中之速度,甲每時36里,乙每時28里,今於相隔192里之川中同時自兩地相向而行,甲行幾時相遇?

[解]因在靜水中,無水速,故順流速與逆流速相等,則

$$\begin{aligned} \text{相會所須時間} &= 192 \div (36 + 28) = 192 \div 64 \\ &= 3 \text{小時} \end{aligned}$$

5. 水程120里。順流划行，10時可到；逆流划行，則需20時。求河流速度，及划行速度。(浙江省會考)

[解] $120 \text{里} \div 10 = 12 \text{里} / \text{時} \cdots \cdots$ 順流時舟之速度
 $120 \text{里} \div 20 = 6 \text{里} / \text{時} \cdots \cdots$ 逆流時舟之速度
 $(12 + 6 \text{里}) \div 2 = 9 \text{里} / \text{時} \cdots \cdots$ 划行之速度
 $12 \text{里} - 9 \text{里} = 3 \text{里} / \text{時} \cdots \cdots$ 河流之速度

6. 以每時30里速度之汽船，上行於176里之川中，費11小時，問返至原處需幾時？

[解] 上行速 = $176 \div 11 = 16 \text{里}$

依公式(57)

水速 = 划速 - 上行速 = $30 - 16 = 14 \text{里}$

由是依公式(56)

下行速 = $30 + 14 = 44$

故返時所須時間 = $176 \div 44 = 4 \text{小時}$ 。

7. 某船每小時之速度，下行速為上行速之3倍，於12時間內，下行108里，則每小時之水流速及舟行速各若干？

[解] 下行速 = $108 \div 12 = 9 \text{里}$

上行速 = $9 \div 3 = 3 \text{里}$

依公式(60)及(61)

舟行速(即划速) = $(9 + 3) \div 2 = 6 \text{里}$

水流速(即水速) = $(9 - 3) \div 2 = 3 \text{里}$

【習題】

1. 甲乙二船，行於360里之川中，甲上行費18小時，乙上行費15小時，今甲上行費10小時，問乙下行需幾時？

(答)9小時。

2. 某船當水流速每小時3里時，逆流而上，4小時行36里，返時水流速度為前之2倍，求須幾時行75里？

(答)5小時。

(16) 雞兔龜鶴問題

【公式】

知頭數 與足數和：

$$\begin{aligned} \text{鶴數(或雞數)} &= (\text{頭數和} \times 4 - \text{足數和}) \\ &\div (4 - 2) \dots\dots\dots (62) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{龜數(或兔數)} &= (\text{足數和} - \text{頭數和} \times 2) \\ &\div (4 - 2) \dots\dots\dots (63) \end{aligned}$$

知頭數和與足數差

鶴比龜多： $\text{鶴數(或雞數)} = (\text{頭數和} \times 4 + \text{足數差}) \div (2 + 1) \div 2 \dots\dots\dots (64)$

龜比鶴多 $\text{鶴數(或雞數)} = (\text{頭數和} \times 4 - \text{足數差}) \div (2 + 1) \div 2 \dots\dots\dots (65)$

知頭數差與足數和

$$\text{龜數(或兔數)} = (\text{足數和} \div 2 - \text{頭數差})$$

$$\div (2+1) \dots \dots \dots (66)$$

知頭數差與足數差

$$\begin{aligned} \text{龜數(或兔數)} &= (\text{鶴所多之頭數} \times 2 + \text{鶴} \\ &\quad \text{所少之足數}) \div (4-2) \dots \dots \dots (67) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{龜數(或兔數)} &= (\text{鶴所多之頭數} \times 2 - \text{鶴} \\ &\quad \text{所多之足數}) \div (4-2) \dots \dots \dots (68) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{鶴數(或雞數)} &= (\text{鶴所少之足數} - \text{鶴所} \\ &\quad \text{少之頭數} \times 4) \div (4-2) \dots \dots \dots (69) \end{aligned}$$

【例題】

1. 龜鶴共100隻，足共280隻，問龜鶴各幾隻？

〔解〕設100隻全為龜，則應有足 $4 \times 100 = 400$ 隻

但較原有足數多 $400 - 280 = 120$ 隻

今若以龜與鶴交換。則每換一隻，足數可減少 $4 - 2 = 2$ 只。

試察120隻足內，可換入鶴幾隻，

故得鶴 $= 120 \div 2 = 60$ 頭

 龜 $= 100 - 60 = 40$ 頭

書成總式

$$\begin{aligned} \text{鶴數} &= (100 \times 4 - 280) \div (4 - 2) = 120 \div 2 \\ &= 60 \text{ 頭} \end{aligned}$$

$$\text{龜數} = 100 - 60 = 40 \text{ 隻。}$$

按此即公式(62)

2. 雞兔共籠，頭共30，但知雞足比兔足多48，求

兔數

[解]設30頭全為兔，則應共有足 $=30 \times 4 = 120$ 隻。
在此情形，雞由2足變為4足，即較原有足數增加1倍。

故知足120隻為兔足1倍與雞足2倍之和，
但題云雞足比兔足多48，即兔足比雞足少48隻。易言之，兔足加上48隻，即等於雞足。
故若120隻加上48隻足，即等於原有雞足之3倍

即 $120 + 48 = 168$ 隻為原有雞足之3倍，
因之原有雞足 $=168 \div 3 = 56$ 隻。

故雞之頭數 $=56 \div 2 = 28$ 頭。

兔之頭數 $=30 - 28 = 2$ 頭。

總式 雞數 $= (30 \times 4 + 48) \div 3 \div 2$
 $= (120 + 48) \div 3 \div 2 = 28$ 頭。

兔數 $= 30 - 28 = 2$ 頭。

這就是公式(64)

3. 有龜鶴若干頭，而鶴較龜多30頭，其足數之和為240隻，則兩者各若干隻？

[解]設240足均為鶴足，則其頭數應為 $240 \div 2$
 $= 120$ 頭

今鶴較龜多30頭

則120頭與30頭之差 $120 - 30 = 90$ 頭，

設此90頭中，龜鶴各半，

若以足數而論，因龜足2倍於鶴足，故一龜可變為二鶴

故90頭完全變為鶴數，則應等於鶴之(2倍+1倍)=3倍。

因鶴較龜多30頭，則龜鶴和減30頭後，餘數中必龜鶴各半，即龜數等於鶴數。故

龜數 = $90 \div 3 = 30$ 頭(在題上實為減30頭後之鶴數)

鶴數 = $30 + 30 = 60$ 頭。

這就是公式(66)

4. 鷄兔同籠，鷄頭比兔頭少25，鷄足比兔足少174，求鷄兔各若干隻？

[解] 兔頭比鷄頭多25，

則足應比鷄多 $4 \text{隻} \times 25 = 100$ 隻

由是知減去所多25頭兔之足數後(減25頭後此時鷄數與兔數相等)，足數尚相差 $174 - 100 = 74$ 隻，

就是說，鷄頭與兔頭相等時，鷄足比兔足少74隻，

而1鷄比1兔少足 $(4 - 2) = 2$ 隻

故 鷄數 = $74 \div 2 = 37$ 頭

兔數 = $37 + 25 = 62$ 頭

書成總式爲

$$\begin{aligned} \text{鷄數} &= (174 - 4 \times 25) \div (4 - 2) \\ &= (174 - 100) \div 2 = 37 \text{頭} \end{aligned}$$

$$\text{兔數} = 37 + 25 = 62 \text{頭}$$

這就是公式(69)

5. 鶴之頭數比龜多20,而足數比龜多10,求龜鶴各若干頭?

[解]鶴之頭數比龜多20,

其足數應比龜多 $(2 \times 20) = 40$ 只,

則鶴數與龜數相等時,鶴之足數比龜多 $40 - 10 = 30$ 足,

而龜鶴每頭足數之差爲 $(4 - 2) = 2$ 足,故

$$\text{龜數} = 30 \div 2 = 15 \text{頭} \text{ (在題上實爲減20之後之鶴數)}$$

$$\text{鶴數} = 15 + 20 = 35 \text{頭}$$

書成總式則

$$\begin{aligned} \text{龜數} &= (2 \times 20 - 10) \div (4 - 2) \\ &= (40 - 10) \div 2 = 15 \text{頭} \end{aligned}$$

$$\text{鶴數} = 15 + 20 = 35 \text{頭}$$

這就是公式(68)

6. 某書上下兩卷,值銀一圓一角,今買上卷七冊,下卷十冊,共用銀九圓二角,問上下卷之價各若干?(河北邢台師範)

[解]按此係雞兔龜鶴問題之變形，上下兩卷值銀一圓一角；相當於頭數和；用銀九圓二角相當於足數和；則依公式(62)

$$\begin{aligned} \text{上卷之價} &= (11 \times 10 - 92) \div (10 - 7) \\ &= 18 \div 3 = 6 \text{角} \end{aligned}$$

$$\text{下卷之價} = 11 - 6 = 5 \text{角}$$

答上卷之價為6角下卷之價為5角。

7. 某人有銀18圓8角；其銀幣之種類為2角5角二種；而二種銀幣之數共46枚；求各種銀幣之枚數。
(浙江溫州中學)

[解]按此題係雞兔龜鶴問題之變形；已知頭數和及足數和；

依公式(62)

$$\begin{aligned} \text{2角銀幣數} &= (46 \times 5 - 188) \div (5 - 2) \\ &= 42 \div 3 = 14 \text{枚} \end{aligned}$$

$$\text{5角銀幣數} = 46 - 14 = 32 \text{枚}$$

【習題】

1. 龜鶴同籠；共頭80隻；共足240隻；問龜鶴各若干？ (廣州市會考)
(答)40隻(鶴)40隻(龜)。
2. 上等米每石銀價12元，下等米每石 8.5元，今用銀99元，購得兩種米10石。問各有幾石？ (青島市會考)

(答) 6石(下等米)4石(上等米)

3. 龜鶴共99隻，鶴足比龜足少174，問龜鶴各若干隻？

(答) 37頭(鶴數) 62頭(龜數)

(17) 工程問題

【例題】

1. 甲乙二人合作一工程，6日可成，若令乙獨作，則須24日始成，問甲獨作幾日告竣？

〔解〕甲乙合作，則甲作6日，乙作6日，

今知乙獨作須24日，

則乙作 $24 - 6 = 18$ 日之工程，即相當於甲6日之工程，

由是甲1日之工程為乙之 $18 \div 6 = 3$ 日工程，

故甲獨作所須日數 $= 24 \div 3 = 8$ 日

寫成總式

$$\begin{aligned} \text{甲獨作所須日數} &= 24 \div [(24 - 6) \div 6] \\ &= 24 \div 3 = 8 \text{日。} \end{aligned}$$

2. 甲乙二人共作一事業，8日可成，若甲乙共作2日後，令甲獨作，則尚須9日始成，問各獨作須幾日？

〔解〕甲乙合作2日後尚餘工作 $8 - 2 = 6$ 日，即甲獨作6日，乙須作6日，

今甲獨作，僅多 $9-6=3$ 日即可完成，
則此3日，正與乙6日所作之工作相等，
則 $6\div 3=2$ 日即甲1日之工作等於乙2日之工
作，

則甲8日之工作，等於乙16日之工作，
乙8日之工作，等於甲4日之工作，故

$$\text{甲獨作之日數} = 8 + 4 = 12 \text{日}$$

$$\text{乙獨作之日數} = 8 + 16 = 24 \text{日}。$$

3. 職工四人合作一事，預定10日可完，今合作4
日後，增加工人2名，則尚須工作幾日？

[解] 四人合作四日後所餘日數 $= 10 - 4 = 6$ 日

四人合作四日後所餘工作 $= 6 \times 4 = 24$ 日

$$\begin{aligned} \text{則增加工人2名後所需日數} &= 24 \div (4 + 2) \\ &= 24 \div 6 = 4 \text{日} \end{aligned}$$

書作總式

$$[(10 - 4) \times 4] \div (4 + 2) = 24 \div 6 = 4 \text{日}$$

【習題】

1. 甲乙合作一工程，16日可成，若甲乙合作
4日後令甲獨作，尚須18日可成，問各獨
作須幾日？

(答)24日(甲)，48日(乙)。

(18)著名問題集解

【例題】

1. 有蝸牛自26尺之樹下上升，每日晝上5尺，夜下2尺，問何日能達樹梢？

〔解〕蝸牛1晝夜中能上升 $5-2=3$ 尺，
但最後1日，但上5尺，而不下降，
故上升 $=26-5=21$ 尺

則 $21 \div 3 = 7$ 晝夜

第8日上升5尺至樹梢後，即不下降，故所須之時間為7.5晝夜，日期為第8日之黃昏。

2. 有童以繩繞樹，繞五周，尚餘5寸，將繩作三折繞之，繞一周尚餘2尺5寸，問繩長及樹之周圍各若干？

〔解〕繩比樹周之5倍長5寸，

繩三折繞之，一周尚餘25寸，

故繩比樹周之3倍長 $25 \times 3 = 75$ 寸，

則樹周之 $(5-3)$ 倍為 $75-5=70$ 寸

樹周 $=70 \div 2 = 35$ 寸 $=3$ 尺5寸

故繩長 $=35 \times 5 + 5 = 175 + 5 = 180$ 寸

$=18$ 尺

3. 有陶器100個，命人運送，每個給運送費60文，若中途破損，則不給錢，且須每個罰120文，及運到給600文，求破損之數。

〔解〕100個若全無破損，則當給 $60 \times 100 = 6000$ 文。
但僅給600文，故相差 $6000 - 600 = 5400$ 文。

即其破損之數所減去之錢。

破損一個，非但無60文之運費，且有120文之罰金，故共須少給錢 $120 + 60 = 180$ 文

則破損陶器 $= 5400 \div 180 = 30$ 個

4. 有競射者，中的則得10分，不中則失15分，一人發10鎗，失50分，問此人中的之數若干？

[解]若10鎗皆中則當得 $10 \times 10 = 100$ 分

今失50分則比皆中者失 $100 + 50 = 150$ 分

又一鎗不中，則失 $10 + 15 = 25$ 分，故

不中的之鎗 $= 150 \div 25 = 6$ 鎗

中的之鎗 $= 10 - 6 = 4$ 鎗。

5. 一人買橘子及柿子，其總價之和為1圓6角，其個數之和為150枚；而橘子之總價，比柿子之總價多8角，橘子之數為柿子之數之2倍，問橘子及柿子各一枚之價若干？

[解]因橘子與柿子之總數為150，而橘子為柿子之數之2倍，故

柿子之數 $= 150 \div (1 + 2) = 50$ 枚

橘子之數 $= 150 - 50 = 100$ 枚

又因橘子總價及柿子總價之和為1圓6角，

而橘子總價比柿子總價多8角，故

橘子總價 $= (16 + 8) \div 2 = 12$ 角

柿子總價 $= (16 - 8) \div 2 = 4$ 角

橘子一枚之價 = $12 \div 100 = 0.12$ 角 = 1分2厘。

柿子一枚之價 = $4 \div 50 = 0.08$ 角 = 8厘。

(四) 約數及倍數

(1) 最大公約數問題

【定理】 一數能除盡題中所示之諸數，謂之公約數，諸數間所有公約數之積，謂之最大公約數。

【例題】

1. 求 306, 510, 714 之最大公約數

[解]

3	306	510	714
2	102	170	258
17	51	85	119
	3	5	7

$$\text{最大公約數} = 3 \times 2 \times 17 = 102$$

檢驗： $306 \div 102 = 3$

$$510 \div 102 = 5$$

$$714 \div 102 = 7$$

2. 求下列之最大公約數：——

(a) 146. 365. 219.

(b) 462. 882. 546. (上海市會考)

[解](a)

73	219	365	146
	3	5	2

最大公約數 = 73

$$\begin{array}{r}
 \text{(b) } 2 \mid 462 \quad 882 \quad 546 \\
 \hline
 3 \mid 231 \quad 441 \quad 273 \\
 \hline
 7 \mid 77 \quad 147 \quad 91 \\
 \hline
 11 \quad 21 \quad 13
 \end{array}$$

最大公約數 = $2 \times 3 \times 7 = 42$ 。

3. 有梨210個，柿294個，橘336個，分給童子若干人，適無餘，而各人所得又相等，問最多可分若干人？

[解] 所求童子之數，必可除盡梨，柿，橘諸數，故童子之數為諸數之最大公約數，即求 210, 294, 336 之最大公約數

$$\begin{array}{r}
 2 \mid 210 \quad 294 \quad 336 \\
 \hline
 3 \mid 105 \quad 147 \quad 168 \\
 \hline
 7 \mid 35 \quad 49 \quad 56 \\
 \hline
 5 \quad 7 \quad 8
 \end{array}$$

最大公約數 = $2 \times 3 \times 7 = 42$ 即可分給童子42人。

4. 有屋一間縱24尺，橫18尺，欲用正方毯子鋪地，問毯子最大幾尺見方，始能合用？

[解] 求 24, 18, 之最大公約數

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 24 & 18 \\ \hline 3 & 12 & 9 \\ \hline & 4 & 3 \end{array}$$

最大公約數 = $2 \times 3 = 6$, 即6尺見方, 始能合用。

5. 有米1368石, 麥1458石, 豆1134石, 擬用一種布袋裝之, 三種適能裝盡, 求此袋之最大容量?

[解] 求 1368, 1458, 1134 之最大公約數

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 1368 & 1458 & 1134 \\ \hline 9 & 684 & 729 & 567 \\ \hline & 76 & 81 & 63 \end{array}$$

最大公約數 = $2 \times 9 = 18$ 即須用容量18石之袋裝之, 此袋之容量為最大。

6. 以某數除2323餘23, 若除4247則餘22, 以之除5346則餘21, 問最大之某數為何?

[解] $2323 - 23 = 2300$

$$4247 - 22 = 4225$$

$$5346 - 21 = 5325$$

求2300, 4225, 5325三數之最大公約數, 得 25
故最大之某數為25。

【習題】

1. 有甲種書126冊, 乙種書210冊, 丙種書336冊, 今欲將木箱分盛之, 但每只木箱

所盛之冊數相等，問最少須木箱幾只？

[提示] 欲木箱數為最少，即每只木箱所盛之冊數應為最多，

(答) 42只

2. 用立方體之石頭，疊成長方體，高75丈2尺，寬100丈另5尺，長129丈6尺，問立方體之石頭，每邊最長若干尺，並須石頭若干塊？

(答) 16尺(邊長)，239841塊(石塊數)

(4) 最小公倍數問題

【定理】 一數為題中所示諸數之倍數，謂之公倍數，公倍數不止一個，諸公倍數中之最小者，謂之最小公倍數。

【例題】

求72, 96, 168, 之最小公倍數

[解]

$$\begin{array}{r}
 3 \mid \quad 72 \quad 96 \quad 168 \\
 \hline
 4 \mid \quad 24 \quad 32 \quad 56 \\
 \hline
 2 \mid \quad 6 \quad 8 \quad 14 \\
 \hline
 \quad \quad 3 \quad 4 \quad 7
 \end{array}$$

$$\text{最小公倍數} = 3 \times 4 \times 2 \times 3 \times 4 \times 7 = 2016$$

檢驗 $2016 \div 72 = 28$

$$2016 \div 96 = 21$$

$$2016 \div 168 = 12$$

2. 大小兩齒輪，大輪132齒，小輪48齒，齒齒銜接，問大小兩輪至少各旋轉幾次，那原銜接的兩齒又可銜接。（山西第一高中）

【解】求132, 48之最小公倍數，

$$\begin{array}{r|rr} 4 & 132 & 48 \\ \hline 3 & 33 & 12 \\ \hline & 11 & 4 \end{array}$$

$$\text{最小公倍數} = 4 \times 3 \times 11 \times 4 = 528$$

答大小兩輪至少旋轉528次，則原銜接的又可銜接。

3. 甲、乙、丙、丁四人同時同處同方向繞一湖而走，甲25分走一週，乙35分走一週，丙28分走一週，丁30分走一週，問經幾小時後，四人復同歸原處。（山東濟南女師）

【解】求 25, 35, 28, 30, 之最小公倍數即為四人同歸原處之時。

$$\begin{array}{r|rrrr} 5 & 25 & 35 & 28 & 30 \\ \hline 7 & 5 & 7 & 28 & 6 \\ \hline 2 & 5 & 1 & 4 & 6 \\ \hline & 5 & 1 & 2 & 3 \end{array}$$

$$\text{最小公倍數} = 5 \times 7 \times 2 \times 5 \times 2 \times 3 = 2100$$

分 = 35小時

答須經35小時後四人復同歸原處。

4. 本校運動場跑道週長約240公尺，茲有甲乙丙三生自同地同時繞此道競走，甲每秒走8公尺，乙每秒走6公尺，丙每移走5公尺，問此三生自出發後，經若干秒始相遇於原地，且在相遇之時，各生所已跑之圈數各若干？（江蘇東海師範）

〔解〕 甲繞一圈須 $= 240 \div 8 = 30$ 秒

乙繞一圈須 $= 240 \div 6 = 40$ 秒

丙繞一圈須 $= 240 \div 5 = 48$ 秒

求30, 40, 48之最小公倍數

2	30	40	48
3	15	20	24
5	5	20	8
4	1	4	8
	1	1	2

最小公倍數 $= 2 \times 3 \times 5 \times 4 \times 2 = 240$ 秒

$= 4$ 分鐘

甲須走之圈數 $= 240 \div 30 = 8$

乙須走之圈數 $= 240 \div 40 = 6$

丙須走之圈數 $= 240 \div 48 = 5$

答經4分鐘，甲乙丙相遇於原地，相遇之時，甲已走8圈，乙已走6圈，丙已走5圈。

5. 有甲乙丙三人，常住宿於某客棧，甲每10日一到，乙每15日一到，丙每25日一到，今於四月

十三日相會後，問下次當於何日再相會於客棧。

〔解〕求10, 15, 25三數之最小公倍數

$$\begin{array}{r|rrr} 5 & 10 & 15 & 25 \\ \hline & 2 & 3 & 5 \end{array}$$

最小公倍數 = $5 \times 2 \times 3 \times 5 = 155$ ，即甲乙丙再度相會須在150日以後，但

$$(30-13) + 31 + 30 + 31 + 31 = 140 \text{ 日}$$

四月 五月六月七月八月

故至八月底尚餘 $150 - 140 = 10$ 日，即再度相會當在八月十號也。

【習題】

1. 某家飲食，規定自某日起，每隔4日食魚一次，6日食肉一次，10日食雞一次，問自某日後第一次三種同食，須經幾日。

(答)60日

2. 甲乙丙三童繞運動場一周，甲須12分鐘，乙須15分鐘，丙須18分鐘，今三童自場口同時競走，問繞若干次，三童復能相會？

(答)360分

3. 有明信片，長4寸4分，闊2寸8分，平列於桌面上，問至少要幾張，才能成一正方形。

(答)308張

(3) 最小盈不足問題

【例題】

1. 有一數，以3除之則餘2，而以5除其2倍則餘3，問此數至小當為何數？（江蘇淮陰師範）

〔解〕某數以3除之餘2，則某數之二倍以6除之當餘4，今某數之二倍以5除之餘3，則

$$n+4=(6\text{之倍數})$$

$$n+3=(5\text{之倍數})$$

適合以上兩式 n 最小之值為2，故某數之二倍加2，則為6及5之公倍數。

故某數之二倍為6及5之公倍數減2之數，

某數二倍之最小者為6及5之最小公倍數減2之數，

但6及5之最小公倍數為 $6 \times 5 = 30$

則某數 $= (30 - 2) \div 2 = 14$

答此數至小者當為14。

2. 某班學生分組實習，若每組六人，則餘三人，若每組八人，則差一人，該班至少若干人？

（湖北高級中學）

〔解〕 $n+3=(6\text{之倍數})$ 。

$$n-1+8=(8\text{之倍數})$$

n 之最小數為9,始能同時滿足上列兩式,

即該班人數增加9人,則每組6人及每組8人分之,適盡無餘,此時人數為6及8之公倍數。

故該班至少人數為6及8之最小公倍數(=24)減9之數,

則該班至少人數 = $24 - 9 = 15$ 人。

答該班至少為15人。

3. 某人數棋子,每三顆數之餘2顆,每四顆數之餘3顆,每五顆數之則不足1顆,問棋子最少須若干?

【解】 $n + 2 = (3\text{之倍數})$

$n + 3 = (4\text{之倍數})$

$n - 1 + 5 = (5\text{之倍數})$

n 之最小數為1,始能同時滿足上列三式,

則棋子增一顆,則以三顆,四顆及五顆數之適盡無餘,此時棋數為3,4,5之公倍數。

故至少棋子數為3,4,5之最小公倍數(=60)減1之數

則至少棋子數 = $60 - 1 = 59$ 顆

【習題】

1. 有某數以7除之餘3,以13除之餘2,問某數最小為若干?

(答)80

(五)小數加減乘除

(1)加

【定理】 小數加法，必須排齊小數點，再行演算。

【例題】

1. $40 + 8.25 + 0.625 + 49.89 = 98.765$

〔解〕

$$\begin{array}{r} 40.00 \\ 8.25 \\ 0.625 \\ + 49.89 \\ \hline 98.765 \end{array}$$

2. $0.012 + 0.156 + 0.7 + 6 + 2.02 = 8.888$

〔解〕

$$\begin{array}{r} 0.012 \\ 0.156 \\ 0.7 \\ 6.0 \\ + 2.02 \\ \hline 8.888 \end{array}$$

(2)減

【定理】 小數減法，也要把小數點排齊，然後演算。

【例題】

1. $30.679 - 15 - 3.2 = 12.479$

$$\begin{array}{r}
 \text{【解】} \quad 30.679 \\
 \quad \quad -15 \\
 \hline
 \quad \quad 15.679 \\
 \quad \quad -3.2 \\
 \hline
 \quad \quad 12.479
 \end{array}$$

$$2. \quad 456.724 - 1.34 - 63 - 9.001 = 383.383$$

$$\begin{array}{r}
 \text{【解】} \quad 456.724 \\
 \quad \quad - 1.34 \\
 \hline
 \quad \quad 455.384 \\
 \quad \quad - 63 \\
 \hline
 \quad \quad 392.384 \\
 \quad \quad - 9.001 \\
 \hline
 \quad \quad 383.383
 \end{array}$$

(3) 乘

【定理】 乘數和被乘數的小數共有幾位，積數的小數便是幾位。

乘時不必排齊小數，為便利計，應將乘數和被乘數的末位排齊。

【例題】

$$1. \quad 12.3 \times 0.83 = 10.209$$

$$\begin{array}{r}
 \text{【解】} \quad 12.3 \\
 \quad \quad \times 0.83 \\
 \hline
 \quad \quad 369 \\
 \quad \quad 984 \\
 \hline
 \quad \quad 10.209
 \end{array}$$

因被乘數的小數是1位，乘數的小數是2位，共

計3位小數，故積之小數也應該是3位，

2. $0.845 \times 24 = 20.28$

[解]

$$\begin{array}{r} 0.845 \\ \times 24 \\ \hline 3380 \\ 1690 \\ \hline 20.280 \end{array}$$

因被乘數的小數是3位，乘數的小數是0(即沒有小數)共計3位小數，故積之小數也應該3位，又小數點後末位的0可以不寫，答數為20.28。

【定理二】乘出來的積，如位數少於乘數被乘數併起來的小數的位數，應當用“0”來湊足牠

【例題】

1. $0.02 \times 0.03 = 0.0006$

[解]

$$\begin{array}{r} 0.02 \\ \times 0.03 \\ \hline 0.0006 \end{array}$$

因被乘數小數2位，乘數小數2位，共計4位小數，但積只有一位數字，故應加3個0，湊成4位小數。

(4) 除

【定理一】整數除整數不夠時，可在被除數末位後加小數點，所得商數的小數點，應和被除

數的小數點對齊。

【例題】

1. $24 \div 50 = 0.48$

〔解〕

$$\begin{array}{r}
 0.48 \\
 50 \overline{) 24.0} \\
 \underline{200} \\
 400 \\
 \underline{400} \\
 \hline
 \hline
 \end{array}$$

2. $0.96 \div 64 = 0.015$

〔解〕

$$\begin{array}{r}
 0.015 \\
 64 \overline{) 0.96} \\
 \underline{64} \\
 320 \\
 \underline{320} \\
 \hline
 \hline
 \end{array}$$

3. $86.135 \div 161 = 0.535$

〔解〕

$$\begin{array}{r}
 0.535 \\
 161 \overline{) 86.135} \\
 \underline{805} \\
 563 \\
 \underline{483} \\
 805 \\
 \underline{805} \\
 \hline
 \hline
 \end{array}$$

【定理二】除數是小數，被除數是整數或小數，所得之商，把小數點依除數的小數點位數移

後，倘若不夠，用“0”補足。

【例題】

1. $873.6 \div 0.42 = 2080$

【解】

$$\begin{array}{r} 2080 \\ 0.42 \overline{) 873.6} \\ \underline{84} \\ 336 \\ \underline{336} \\ \hline \end{array}$$

本來商是20.8，因為除數是2位小數，故把商的小數點移後2位，成2080。

2. $521.6 \div 3.2 = 163$

【解】

$$\begin{array}{r} 163 \\ 3.2 \overline{) 521.6} \\ \underline{32} \\ 201 \\ \underline{192} \\ 96 \\ \underline{96} \\ \hline \end{array}$$

本來商是16.3，因為除數是1位小數，故把商的小數點移後1位，成163。

3. $0.00014 \div 0.07 = 0.02$

[解]

$$\begin{array}{r} 0.002 \\ 0.07 \overline{)0.00014} \\ \underline{14} \end{array}$$

求得商是0.0002,因為除數是2位小數,故把商的小數點移後2位成0.002。

(5) 加減乘除的關係和括號

【定理】 小數的“加減乘除的關係”和“括號”的演算,與整數的“加減乘除的關係”和“括號”的演算完全相同

【習題】

1. $32.4 + 6.042 + 0.02 + 187 = ?$

(答)225.462

2. $8.75 - 4.085 - 2.026 = ?$

(答)2.639

3. $64.1 - 5.42 + 6.002 - 1.875 - 1.704 = ?$

(答)61.103。

4. $0.0024 \div 0.8 = ?$

(答)0.003。

5. $1.44 \times 4.2 = ?$

(答)6.048

6. $[(6.8 - 1.4) \times (1.86 - 0.24) - 5.6]$

$$\div 0.04 = ?$$

(答) 78.7.

(六) 小數四則

小數四則的演算，和整數四則的演算完全相同，並可互相變換。如問題中有2元4角6分，倘以元為單位，即2.46元則為小數四則，以分為單位，即246分，即變為整數四則了。所以小數四則，讀者可以參見整數四則，以一反三。

【例題】

1. 某生買柿子用去0.87元，買梨用去0.63元，買花生用去0.734元，問共用去銀若干？

$$[\text{解}] 0.87 + 0.63 + 0.734 = 2.234 \text{元}$$

答某生用去2.234元，即二元二角三分四厘。

2. 甲買布一疋，長3丈4尺；做衣服用去1丈2尺，短衫6尺，其餘的照每尺2角5分轉售給乙，問該收回銀若干？

$$[\text{解}] 0.25 \text{元} \times (34 \text{尺} - 12 \text{尺} - 6 \text{尺}) \\ = 0.25 \text{元} \times 16 \text{尺} = 4 \text{元}$$

答該收回銀4元

甲乙二人，作工一月，共得工資99元，甲每日得工資1.6元，求乙每日得工資若干？

$$\begin{aligned}
 \text{[解]} (99 - 1.6 \times 30) \div 30 &= (99 - 48) \div 30 \\
 &= 51 \div 30 = 1.7 \text{元}
 \end{aligned}$$

答每日得工資1.7元。

4. 張某是一個做掛麵的人，他每天做麵24斤，化去本銀2.64元，他不要多賺錢，只要白吃2斤麵，問每斤麵的賣價多少？

[解] 每天做麵24斤，白吃2斤麵，則只有
 $24 - 2 = 22$ 斤賣出去

所以賣價 $= 2.64 \div 22 = 1.2$ 元

寫成總式

$$2.64 \text{元} \div (24 \text{斤} - 2 \text{斤}) = 2.64 \div 22 = 1.2 \text{元}$$

答每斤麵應賣1.2元即1元2角。

5. 甲村在山下，乙村在山上，由甲村至乙村需6小時2分，由乙村至甲村需3小時56分，上山之速度，為每分鐘50丈，下山之速度，為每分鐘80丈，問甲乙二村之距離如何？

[解] 往返甲乙兩地間，須時6時2分 + 3時56分
 $= 9$ 時58分 $= 598$ 分

上山1丈 $= 1 \div 50 = 0.02$ 分

下山1丈 $= 1 \div 80 = 0.0125$ 分

故往返1丈 $= 0.02 + 0.0125 = 0.0325$ 分

故所求之距離 $= 598 \div 0.0325 = 18400$ 丈

6. 大小二數之和為12.4，差是1.2，求大小兩數

〔解〕依整數四則和差問題公式(1)

$$\text{大數} = (12.4 + 1.2) \div 2 = 6.8$$

$$\text{小數} = 12.4 - 6.8 = 5.6$$

7. 大小二數之和是7.2,商是8,求大小二數。

〔解〕依整數四則和差問題公式(4)

$$\text{小數} = 7.2 \div (8 + 1) = 7.2 \div 9 = 0.8$$

$$\text{大數} = 0.8 \times 8 = 6.4。$$

【習題】

1. 東西兩城,相距110里,甲在東城,乙在西城,同時向西出發,甲每小時行12.5里,乙每小時行6.4里,問 4.5 小時後,兩人相距幾里?

(答)82.55里

2. 某生之國語、自然、社會三科平均 74.4分,又算術82.1分,公民64.6分問總平均若干分?

(答)73.98分。

(七)分數的加減乘除

(1)加

【定理一】同分母的分數加法,只要把分子相加,分母仍舊和原來一樣,無須變動。

【例題】

$$1. \quad \frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{2}{6} = ?$$

$$[解] \quad \frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{2}{6} = \frac{1+2+2}{6} = \frac{5}{6}$$

$$2. \quad \frac{3}{17} + \frac{5}{17} + \frac{2}{17} + \frac{4}{17} + \frac{1}{17} = ?$$

$$[解] \quad \frac{3}{17} + \frac{5}{17} + \frac{2}{17} + \frac{4}{17} + \frac{1}{17}$$

$$= \frac{3+5+2+4+1}{17} = \frac{15}{17}$$

【定理二】異分母的分數加法，先用通分法(說明見下)把各分數通成同分母，然後照同分母分數加法演算。

【例題】

$$1. \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = ?$$

$$[解] \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8}$$

$$= \frac{1 \times 6}{24} + \frac{1 \times 4}{24} + \frac{1 \times 3}{24}$$

$$= \frac{6}{24} + \frac{4}{24} + \frac{3}{24} = \frac{6+4+3}{24} = \frac{13}{24}$$

通分法即求分母 4, 6, 8 之最小公倍數，求得分母之最小公倍數後，即以之為分母，拿原來的分母除之，所得之商，以之乘原來的分

子,有如上例。

$$2. \quad \frac{3}{8} + \frac{5}{12} + \frac{5}{18} + \frac{1}{24} = ?$$

$$\begin{aligned} \text{(解)} \quad & \frac{3}{8} + \frac{5}{12} + \frac{5}{18} + \frac{1}{24} \\ &= \frac{3 \times 9}{72} + \frac{5 \times 6}{72} + \frac{5 \times 4}{72} + \frac{1 \times 3}{72} \\ &= \frac{27 + 30 + 20 + 3}{72} = \frac{80}{72} = 1 \frac{8}{72} \\ &= 1 \frac{1}{9} \end{aligned}$$

$\frac{80}{72}$ 一類的分數,分子比分母大,名假定數,

須化成帶分數,即 $1 \frac{8}{72}$, 而 $\frac{8}{72}$ 一類的分數,分子較分母小,名真分數。可約時須約成最

簡單的分數,如 $\frac{8}{72} = \frac{1}{9}$

【定理三】異分母的帶分數加法,先把各分數的分母通成同分母,然後整數和整數相加,分數和分數相加,併成帶分數。

【例題】

$$1. \quad 2 \frac{2}{8} + 3 \frac{1}{3} = ?$$

$$\begin{aligned} \text{〔解〕} \quad 2 \frac{2}{8} + 3 \frac{1}{3} &= 2 \frac{6}{24} + 3 \frac{8}{24} = 5 \frac{14}{24} \\ &= 5 \frac{7}{12} \end{aligned}$$

$$2. \quad 4 \frac{9}{14} + 6 \frac{8}{21} + 3 \frac{11}{28} = ?$$

$$\begin{aligned} \text{〔解〕} \quad 4 \frac{9}{14} + 6 \frac{8}{21} + 3 \frac{11}{28} \\ &= 4 \frac{54}{84} + 6 \frac{32}{84} + 3 \frac{33}{84} = 13 \frac{119}{84} \\ &= 14 \frac{35}{84} = 14 \frac{5}{12} \end{aligned}$$

【習題】

$$1. \quad \frac{6}{8} + \frac{4}{8} + \frac{3}{8} = ?$$

$$\text{(答)} \quad 1 \frac{5}{8}$$

$$2. \quad \frac{2}{9} + \frac{4}{7} + 1 \frac{5}{3} = ?$$

$$\text{(答)} \quad 3 \frac{29}{63}$$

(2) 減

【定理一】同分母的分數減法，只要把分子相減，分母仍舊和原來的一樣，無須變動。

【例題】

$$1. \quad \frac{3}{4} - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = ?$$

$$\text{〔答〕} \quad \frac{3}{4} - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3-1-1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$2. \quad \frac{6}{7} - \frac{1}{7} - \frac{2}{7} - \frac{2}{7} = ?$$

$$\text{〔解〕} \quad \frac{6}{7} - \frac{1}{7} - \frac{2}{7} - \frac{2}{7} = \frac{6-1-2-2}{7}$$

$$= -\frac{1}{7}$$

【定理二】異分母的分數減法，先用通分法把各分數通成同分母，然後照同分母分數減法演算。

【例題】

$$1. \quad \frac{13}{15} - \frac{3}{10} = ?$$

$$\text{〔解〕} \quad \frac{13}{15} - \frac{3}{10} = \frac{13 \times 2}{30} - \frac{3 \times 3}{30}$$

$$= \frac{26}{30} - \frac{9}{30} = \frac{26-9}{30} = \frac{17}{30}$$

$$2. \quad \frac{3}{4} - \frac{2}{10} - \frac{4}{14} = ?$$

$$\text{〔解〕} \quad \frac{3}{4} - \frac{2}{10} - \frac{4}{14}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{3 \times 35}{140} - \frac{2 \times 14}{140} - \frac{4 \times 10}{140} \\
 &= \frac{105 - 28 - 40}{140} = \frac{37}{140}
 \end{aligned}$$

【定理三】異分母的帶分數減法，先把各分數的分母通成同分母，然後整數和整數相減，分數和分數相減，併成帶分數。

【例題】

1. $3 \frac{7}{9} - \frac{5}{12} = ?$

〔解〕 $3 \frac{7}{9} - \frac{5}{12} = 3 \frac{28}{36} - \frac{15}{36} = 3 \frac{13}{36}$

2. $16 \frac{11}{16} - 9 \frac{19}{24}$

〔解〕 $16 \frac{11}{16} - 9 \frac{19}{24} = 16 \frac{33}{48} - 9 \frac{38}{48}$
 $= 15 \frac{81}{48} - 9 \frac{38}{48} = 6 \frac{43}{48}$

【習題】

1. $\frac{8}{14} - \frac{1}{8} - \frac{1}{6} = ?$

(答) $\frac{47}{168}$

2. $4 \frac{3}{8} - 3 \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = ?$

$$(\text{答}) \frac{5}{24}$$

(3)乘

【定理一】分數乘法只要分子分母各自相乘，分子及分母，倘有約數，應盡量約簡之。

【例題】

$$1. \quad \frac{3}{7} \times \frac{4}{8} = ?$$

$$\text{【解】} \quad \frac{3}{7} \times \frac{4}{8} = \frac{3}{14}$$

$$2. \quad \frac{2}{9} \times \frac{4}{7} \times \frac{1}{5} = ?$$

$$\text{【解】} \quad \frac{2}{9} \times \frac{4}{7} \times \frac{1}{5} = \frac{2 \times 4 \times 1}{9 \times 7 \times 5} = \frac{8}{315}$$

【定理二】整數乘分數，則整數和分子相乘，分母仍舊和原來一樣，無須變動。

【例題】

$$1. \quad \frac{3}{8} \times 2 = ?$$

$$\text{【解】} \quad \frac{3}{8} \times 2 = \frac{3 \times 2}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\text{因} \quad \frac{3}{8} \times 2 = \frac{3}{8} \times \frac{2}{1} = \frac{3 \times 2}{8} \quad \text{此即定理二}$$

$$2. \quad 8 \times \frac{5}{12} = ?$$

$$[\text{解}] \quad \frac{2}{8} \times \frac{5}{12} = \frac{10}{3} = 3 \frac{1}{3}$$

【定理三】分數的乘法，須一律化爲假分數，纔可演算

【例題】

$$1. \quad 2\frac{4}{15} \times 5\frac{3}{8} = ?$$

$$[\text{解}] \quad 2\frac{4}{15} \times 5\frac{3}{8} = \frac{34}{15} \times \frac{43}{8} = \frac{731}{60}$$

$$= 12\frac{11}{60}$$

$$2. \quad 12 \times 3\frac{7}{15} = ?$$

$$[\text{解}] \quad 12 \times 3\frac{7}{15} = 12 \times \frac{52}{15} = 41\frac{3}{5}$$

【習題】

$$1. \quad \frac{6}{7} \times \frac{14}{15} \times \frac{8}{9} = ?$$

$$(\text{答}) \quad \frac{32}{45}$$

$$2. \quad 1\frac{2}{3} \times 2\frac{3}{4} \times \frac{4}{7} = ?$$

$$(\text{答}) \quad 2\frac{13}{21}$$

(4) 除

【定理一】分數除整數或分數，只要把除數的分母和分子顛倒後相乘，就得商數。

【例題】

$$1. \quad \frac{3}{4} \div \frac{9}{10} = ?$$

$$[\text{解}] \quad \frac{3}{4} \div \frac{9}{10} = \frac{\cancel{3}}{4} \times \frac{10}{\cancel{9}} = \frac{5}{6}$$

$$2. \quad 24 \div \frac{9}{7} = ?$$

$$[\text{解}] \quad 24 \div \frac{9}{7} = \overset{8}{\cancel{24}} \times \frac{7}{\cancel{9}} = \frac{56}{3} = 18\frac{1}{3}$$

【定理二】整數除分數，可把整數和分數的分母相乘，為新分母，分子照舊，無須變動，便是商數。

【例題】

$$1. \quad \frac{3}{8} \div 8 = ?$$

$$[\text{解}] \quad \frac{3}{8} \div 8 = \frac{3}{8 \times 8} = \frac{3}{64}$$

$$\text{因} \quad \frac{3}{8} \div 8 = \frac{3}{8} \div \frac{8}{1} = \frac{3}{8} \times \frac{1}{8} = \frac{3}{8 \times 8}$$

這就是定理二

$$2. \quad \frac{8}{11} \div 6 = ?$$

$$[\text{解}] \quad \frac{8}{11} \div 6 = \frac{\overset{4}{8}}{11 \times \underset{3}{6}} = \frac{4}{33}$$

【定理三】除數或被除數中，若有帶分數，應先化成假分數，然後相除。

【例題】

$$1. \quad 7 \frac{1}{4} \div 2 \frac{2}{5}$$

$$[\text{解}] \quad 7 \frac{1}{4} \div 2 \frac{2}{5} = \frac{29}{4} \div \frac{12}{5} = \frac{29}{4} \times \frac{5}{12} \\ = \frac{145}{48} = 3 \frac{1}{48}$$

$$2. \quad 8 \frac{2}{7} \div 4 = ?$$

$$[\text{解}] \quad 8 \frac{2}{7} \div 4 = \frac{58}{7} \div 4 = \frac{\overset{29}{58}}{7 \times \underset{2}{4}} = \frac{29}{14}$$

$$= 2\frac{1}{14}$$

3. $4 \div 3\frac{2}{3} = ?$

[解] $4 \div 3\frac{2}{3} = 4 \div \frac{11}{3} = 4 \times \frac{3}{11} = \frac{12}{11}$
 $= 1\frac{1}{11}$

4. $14 \div 8\frac{7}{3} \div 2\frac{1}{2} = ?$

[解] $14 \div 8\frac{7}{3} \div 2\frac{1}{2} = 14 \div \frac{31}{3} \div \frac{5}{2}$
 $= 14 \times \frac{3}{31} \times \frac{2}{5} = \frac{84}{155}$

【習題】

1. $\frac{3}{4} \div \frac{4}{5} \div 2 = ?$

(答) $\frac{15}{32}$

2. $2\frac{3}{4} \div 1\frac{7}{8} = ?$

(答) $1\frac{7}{15}$ 。

(5) 加減乘除的關係和括號

【定理】 分數的“加減乘除的關係”和“括號”

與整數四則的“加減乘除的關係”和“括號”相同。

【例題】

$$1. \quad 425 \div 3 \frac{2}{5} + 4 \frac{7}{12} \times 2 \frac{3}{11} - 10 \frac{5}{55}$$

(四川省會考)

$$[\text{解}] \quad 425 \div 3 \frac{2}{5} + 4 \frac{7}{12} \times 2 \frac{3}{11} - 10 \frac{5}{25}$$

$$= 425 \div \frac{5}{17} + \frac{5}{12} \times \frac{25}{11} - \frac{51}{25}$$

$$= 425 \times \frac{5}{17} + \frac{5}{12} \times \frac{25}{1} - \frac{51}{5}$$

$$= 125 + \frac{125}{12} - \frac{51}{5}$$

$$= \frac{125 \times 60 + 125 \times 5 - 51 \times 12}{60}$$

$$= \frac{7500 + 625 - 612}{60} = 125 \frac{13}{60}$$

$$2. \quad \left(3 \frac{1}{4} - \frac{5}{6} \times \frac{4}{16} \right) \div \left(21 \frac{1}{5} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + 4 \frac{1}{3} \times 5 \right) = ? \text{ (浙江杭州高中)}$$

$$[\text{解}] \quad \left(3 \frac{1}{4} - \frac{5}{6} \times \frac{4}{16} \right) \div \left(21 \frac{1}{5} + \frac{3}{10} \right)$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{3}{10} + 4 \frac{1}{3} \times 5) \\
& = \left(\frac{13}{4} - \frac{20}{96} \right) \div \left(\frac{106}{5} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} \right. \\
& \quad \left. + \frac{13}{3} \times 5 \right) \\
& = \left(\frac{312 - 20}{96} \right) \div \left(\frac{636 + 9 + 9 + 650}{30} \right) \\
& = \frac{\begin{array}{r} 73 \\ 292 \\ 98 \\ 32 \\ 8 \\ 4 \end{array}}{96} \times \frac{\begin{array}{r} 5 \\ 10 \\ 30 \\ 1304 \end{array}}{30} = \frac{365}{5216}
\end{aligned}$$

3. 計算 $\frac{2}{3} + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) \div \frac{1}{20} - 1 \frac{2}{3}$ 之結果。(湖南省會考)

〔解〕

$$\begin{aligned}
& \frac{2}{3} \div \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) \div \frac{1}{20} - 1 \frac{2}{3} \\
& = \frac{2}{3} + \frac{5-4}{20} \div \frac{1}{20} - \frac{5}{3} \\
& = \frac{2}{3} + 1 - \frac{5}{3} = \frac{2+3-5}{3} = 0
\end{aligned}$$

【習題】

1. $4 \frac{2}{3} - 1 \frac{3}{8} \div 3 \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \times \frac{7}{8} = ?$

$$(答) 3\frac{2}{3}$$

$$2. \left\{ \left[\left(3\frac{1}{2} - 1\frac{2}{3} \right) \times 8 \right] - \frac{3}{4} \right\} \div 1\frac{3}{7} = ?$$

$$(答) 9\frac{89}{120}$$

(八)繁分數化簡

【定理】 繁分數化簡，要從最外的先化起，依次化到內層。繁分數中若有帶分數，須一律化為假分數，然後運算。分子分母及分數乘法，能約分處，應盡量約分，以求簡捷。

【例題】

1. 將 $\frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}}$ 簡單之。

(河北邢台師範)

$$\begin{aligned} \text{【解】} \quad \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}} &= \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{13}{4}}} \\ &= \frac{1}{2 + \frac{4}{13}} = \frac{1}{\frac{30}{13}} = \frac{13}{30} \end{aligned}$$

2. 化簡 $3 - \frac{1}{2 + \frac{2}{3 + \frac{1}{3}}}$ (上海市會考)

[解] $3 - \frac{1}{2 + \frac{2}{3 + \frac{1}{3}}} = 3 - \frac{1}{2 + \frac{2}{\frac{10}{3}}}$

$$= 3 - \frac{1}{2 + \frac{3}{5}} = 3 - \frac{1}{\frac{13}{5}} = 3 - \frac{5}{13}$$

$$= 2\frac{8}{13}$$

3. 化簡 $\frac{2 - \frac{4}{5}}{2 - \frac{3}{1 + \frac{1 \times 2}{2 - \frac{2 \times 2}{3}}}}$

(江蘇鎮江師範)

[解] $\frac{2 - \frac{4}{5}}{2 - \frac{3}{1 + \frac{1}{2 - \frac{2}{3}}}} = \frac{\frac{10-4}{5}}{2 - \frac{3}{1 + \frac{1 \times 3}{\frac{4 \times 2}{8}}}}$

$$= \frac{\frac{6}{5}}{2 - \frac{3}{1 + \frac{3}{4}}} = \frac{\frac{6}{5}}{2 - \frac{3}{\frac{7}{4}}}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\frac{6}{5}}{2 - \frac{12}{7}} = \frac{\frac{6}{5}}{\frac{2}{7}} = \frac{3}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{21}{5} \\
 &= 4 \frac{1}{5}
 \end{aligned}$$

4. $2 \frac{3}{4} + \frac{5}{17} - \frac{\frac{5}{7} - \frac{11}{25}}{3 \frac{1}{7} + \frac{1}{3}} =$

(南京市會考)

[解] $2 \frac{3}{4} + \frac{5}{17} - \frac{\frac{5}{7} - \frac{11}{25}}{3 \frac{1}{7} + \frac{1}{3}}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{11}{4} \times \frac{5}{17} - \frac{\frac{5}{7} - \frac{11}{25}}{\frac{22}{7} + \frac{1}{3}} \\
 &= \frac{11}{4} + \frac{5}{17} - \frac{\frac{125 - 77}{175}}{\frac{66 + 7}{21}} \\
 &= \frac{11}{4} + \frac{5}{17} - \frac{48}{175} \times \frac{21}{73} \\
 &= \frac{2388925 + 25550 - 68544}{868700} \\
 &= \frac{2575881}{868700} = 2 \frac{838481}{868700}
 \end{aligned}$$

$$5. \quad \frac{3\frac{1}{2}}{8\frac{3}{4}} \times \frac{8\frac{3}{5} - 5\frac{3}{8}}{1\frac{1}{4} = \frac{2}{7}} \div \frac{1}{2 - \frac{1}{1 - \frac{7}{15}}}$$

(察哈爾省會考)

$$\begin{aligned} \text{[解]} \quad & \frac{3\frac{1}{2}}{8\frac{3}{4}} \times \frac{8\frac{2}{5} - 5\frac{3}{8}}{1\frac{1}{4} + \frac{2}{7}} \div \frac{1}{2 - \frac{1}{1 - \frac{7}{15}}} \\ &= \frac{\frac{7}{2}}{\frac{35}{8}} \times \frac{\frac{42}{5} - \frac{43}{8}}{\frac{5}{4} + \frac{2}{7}} \div \frac{1}{2 - \frac{1}{\frac{15-7}{15}}} \\ &= \frac{7}{2} \times \frac{4}{35} \times \frac{\frac{121}{40}}{\frac{43}{28}} \div \frac{1}{2 - \frac{15}{8}} \\ &= \frac{4}{5} \times \frac{121}{40} \times \frac{28}{43} \div \frac{1}{\frac{1}{8}} \\ &= \frac{4}{5} \times \frac{121}{\frac{40}{10} \cdot 5} \times \frac{28}{43} \times \frac{8^4}{1} = \frac{13552}{1075} \end{aligned}$$

$$= 12 \frac{652}{1075}$$

【習題】

1. 計算 $\frac{2\frac{1}{5} - 1\frac{1}{3}}{\frac{3}{10} + 1\frac{1}{3}}$ (福建省會考)

(答) $2\frac{27}{49}$

2. 求下式之結果：

$$3 + \frac{1}{10 + \frac{1}{12 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2}}}}$$

(浙江溫州中學)

(答) $3\frac{86}{867}$

3. $\frac{4\frac{1}{2} - 3\frac{2}{3}}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2\frac{1}{3} \div 2\frac{4}{5}}}} = ?$

(答) $\frac{55}{96}$

$$4. \quad \frac{2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{7}}{1\frac{1}{3} + 1\frac{4}{5}} \div \frac{1 - \frac{1}{3}}{2 + \frac{4}{11}} \div 1\frac{7}{11} = ?$$

(答) $1\frac{93}{987}$

(九)分數四則

【前言】 (1) 分數四則和整數四則有問題的性質和解法完全相同，可以把整數四則中的公式應用到分數四則中去，像和差問題，倍數問題，行程問題等，關於此類問題，各舉幾個例，以概其餘，不再舉列公式和習題。

(2) 分數四則和整數四則問題的性質雖相同而解法不同的。像雞兔龜鶴問題工程問題等，關於此類問題，詳列公式和習題，讀者可把分數四則中的解法，和整數四則中的解法對看，以資比較，必更能透澈分數四則的特性。

(3) 分數四則中有特殊的問題，為整數四則中所沒有的，像求分數問題，求部分數問題，水管問題，寒暑表問題，時鐘問題等，關於此類問題，因轉折較多，讀者

宜將書中所列的公式和解法，研習深思，務求透澈，則解決問題時，就毫沒有困難了。

(1) 求分數問題

【公式】 部份數 ÷ 全體數 = 分數……………(1)

【例題】

1. 6兩是1斤的幾分之幾？

$$\text{[解]} 6\text{兩} \div 1\text{斤} = \frac{6}{\frac{16}{8}} = \frac{3}{8}$$

〔注意〕 同單位纔能相除，所以1斤要化成16兩

答6兩是1斤的八分之三。

這就是公式(1)

2. $\frac{2}{5}$ 里是 $\frac{8}{9}$ 里之幾分之幾？

$$\text{[解]} \frac{2}{5} \div \frac{8}{9} = \frac{2}{5} \times \frac{9}{\frac{8}{4}} = \frac{9}{20}$$

答 $\frac{2}{5}$ 里是 $\frac{8}{9}$ 里的20分之9。

3. 某貨物，本銀320元，賣440元，問賺百分之幾？

$$[\text{解}] (440 - 320) \div 320 = \frac{3}{8}$$

答賺八分之三。

4. 某校放春假14日，暑假60日，寒假30日，問每年讀書數為全年之幾分之幾？

〔解〕一年 = 365日。

$$\begin{aligned} \text{每年讀書日數} &= 365 - (14 + 60 + 30) \\ &= 365 - 104 = 261 \text{日。} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{則} &\left\{ 365 - (14 + 60 + 30) \right\} \div 365 \\ &= 261 \div 365 = \frac{261}{365} \cdots \cdots \text{每年讀書日數佔全年} \\ &\qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \text{之分數。} \end{aligned}$$

5. 某校男生350人，女生150人，問男女生各佔全體人數之幾分之幾，又女生是男生之幾分之幾。

〔解〕全體人數 = 350 + 150 = 500人。

$$\begin{aligned} \text{男生佔全體的分數} &= 350 \div 500 = \frac{7}{10} \\ &= \frac{7}{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{女生佔全體的分數} &= 150 \div 500 = \frac{150}{500} \\ &= \frac{3}{10} \end{aligned}$$

$$\text{女生佔男生的分數} = 150 \div 350 = \frac{150}{350} = \frac{3}{7}$$

6. 水果680斤，爛去30斤，賣出310斤，還餘幾分之幾？

【解】 $[680 - (30 + 310)] \div 680$

$$= 340 \div 680 = \frac{340}{680} = \frac{1}{2}$$

答還餘二分之一。

【習題】

1. 某甲有銀860元，借去140元，問所餘銀，為原有銀幾分之幾？

(答) $\frac{36}{43}$

2. 有一商人，以資本1000元經營商業，第一年虧去140元，第二年虧去420元，問共虧去原有資本幾分之幾？

又第二年虧去第一年所餘資本之幾分之幾?

答) $\frac{14}{25}$ (共虧去), $\frac{21}{43}$ (第二年虧去)

(2) 求部分數問題

【公式】 全體數 \times 分數 = 部份數 $\dots \dots \dots$ (2)

【例題】

1. 兩地相距20里,某人步行其間,已行 $\frac{3}{4}$ 問已行若干里。

【解】已行里數 = $20 \times \frac{3}{4} = 15$ 里。

這就是公式(2)

某人月薪60元,預算拿 $\frac{3}{4}$ 做家用, $\frac{1}{10}$ 買書, $\frac{1}{10}$ 存款,餘下的做雜用,問各需幾元。

【解】家用 = $60 \times \frac{3}{4} = 45$ 元。

買書 = $60 \times \frac{1}{10} = 6$ 元。

存款 = $60 \times \frac{1}{10} = 6$ 元。

$$\begin{aligned} \text{雜用} &= 60 \times \left[1 - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} \right) \right] \\ &= 60 \times \left[1 - \frac{15+2+2}{20} \right] = 60 \times \frac{3}{20} = 9 \text{元。} \end{aligned}$$

3. 某校學生540人，其家長在商界的佔 $\frac{1}{3}$ ，在政界的佔 $\frac{1}{2}$ ，其餘的在學界服務。問在學界服務的家長幾人，又在商界和在政界的家長相差幾人？

$$\begin{aligned} \text{[解]在學界的家長} &= 540 \times \left[1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) \right] \\ &= 540 \times \left[1 - \frac{5}{6} \right] = 540 \times \frac{1}{6} = 90 \text{人} \\ \text{商界和政界的家長相差人數} &= 540 \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = 540 \times \frac{1}{6} = 90 \text{人} \end{aligned}$$

4. 兄有錢240元，弟有錢為兄的 $\frac{3}{4}$ ，妹有錢為弟的 $\frac{2}{3}$ ，問妹有幾元？

$$\text{[解]弟有錢} = 240 \times \frac{3}{4} = 180 \text{元。}$$

$$\text{妹有錢} = 180 \times \frac{2}{3} = 120 \text{元。}$$

寫成總式

$$\text{妹有錢} = 240 \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = 120 \text{元。}$$

5. 某人有銀450元，第一次用去 $\frac{1}{5}$ ，第二次用去餘下的 $\frac{5}{6}$ ，第三次用去第二次餘下的 $\frac{3}{8}$ ，問某人手中還餘幾元。

$$\begin{aligned} \text{[解] 某人手中還餘} &= 450 \times \frac{1}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{8} = \frac{225}{8} \\ &= 28.125 \text{元。} \end{aligned}$$

【習題】

1. 某校有學生750人，高級部佔 $\frac{1}{5}$ ，中級部佔 $\frac{1}{3}$ ，餘為低級部，問低級部有多少人？
(答)350人
2. 水果120斤，第一日賣去 $\frac{3}{8}$ ，第二日賣去其餘的 $\frac{2}{5}$ ，第三日又賣去餘下的 $\frac{4}{5}$ ，

問尚餘水果若干斤？

【提示】 第一日所餘水果 = $120 - 120 \times \frac{3}{8}$

$$= 120 \times \left(1 - \frac{3}{8}\right) = 120 \times \frac{5}{8} = 75 \text{斤}$$

(答)9斤。

(3) 求原數問題

【公式】 部份數 \div 分數 = 全體數(即原數) · (3)

【例題】

1. 某數的 $\frac{3}{7}$ 是9, 求某數。

【解】某數 = $9 \div \frac{3}{7} = 9 \times \frac{7}{3} = 21$ 。

這就是公式(3)

2. 某數的 $\frac{4}{5}$ 的 $\frac{3}{4}$ 為12, 求某數。(山東省會考)

【解】某數 = $12 \div \frac{4}{5} \div \frac{3}{4} = 12 \times \frac{5}{4} \times \frac{4}{3} = 20$

3. 錢袋落地, 失去袋裏銅元的 $\frac{3}{5}$, 後來拾起銅元12個, 恰是剩餘的 $\frac{3}{5}$, 那麼袋裏原有銅元多少?(廣西省會考)

[解]失去銅元後袋內尚剩 $= 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$,

$$\begin{aligned} \therefore \text{原有銅元} &= 12 \div \left(\frac{2}{5} \times \frac{3}{5} \right) = 12 \div \frac{6}{25} \\ &= 12 \times \frac{25}{6} = 50 \text{個。} \end{aligned}$$

4. 有滿游泳池的水，漏去 $\frac{1}{3}$ ，汲出1300石，還餘半池，求此游泳池的容量。(江西省會考)

[解] $1300 \div \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) = 1300 \div \frac{1}{6} = 7800$
石。

5. 子年18歲，恰是父年的 $\frac{1}{3}$ ，問父年幾歲？

[解]父年 $= 18 \div \frac{1}{3} = 18 \times \frac{3}{1} = 54$ 歲。

6. 某人自東市往西市，其 $\frac{3}{4}$ 乘汽車， $\frac{4}{21}$ 乘馬車，又步行15里，問兩市之距離如何？

[解]兩市間距離 $= 15 \div \left[1 - \left(\frac{3}{4} + \frac{4}{21} \right) \right]$
 $= 15 \div \frac{5}{84} = 252$ 里。

7. 某家析產後，長子財產是父的 $\frac{1}{4}$ ，次子財產

是長子的 $\frac{2}{3}$ ，三子財產是次子的 $\frac{4}{5}$ 。但知三子財產是2200元，問父和長子，次子的財產各若干？

[解]次子的財產 = $2200 \div \frac{4}{5} = 2200 \times \frac{5}{4} = 2750$ 元。

$$\begin{aligned} \text{長子的財產} &= 2200 \div \left(\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} \right) \\ &= 2200 \times \frac{15}{8} = 4125 \text{元} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{父的財產} &= 2200 \div \left(\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} \right) \\ &= 2200 \times \frac{15}{2} = 16500 \text{元。} \end{aligned}$$

8. 甲乙二人各買桃若干枚，共計156枚，甲買後即食去 $\frac{1}{4}$ ，後乙又續買12枚，恰與甲所餘之數相等，甲乙原買桃若干？

[解]甲買後即食 $\frac{1}{4}$ ，則所餘 = $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

甲乙之和 = $156 + 12 = 168$ 枚。

故甲最初所有之桃 = $(156 + 12) \div \left(1 + \frac{3}{4} \right)$

$$= 168 \div \frac{7}{4} = 168 \times \frac{4}{7} = 96 \text{枚}$$

乙最初所有之桃 = $156 - 96 = 60$ 枚。

【習題】

1. 有一馬路已成七分之五，尙有一百丈在建築中，問此路全長若干？(江西省會考)
(答) 350丈
2. 張君在某百貨商店買牙膏一瓶價 2 角8分，雪花膏一瓶，價3角6分，共用去所有銀之 $\frac{1}{5}$ ，問原有幾元？
(答) 3元2角。
3. 某人臨終，分配遺產，其妻給以總數之 $\frac{1}{4}$ ，另有三弟，每人給以所餘之 $\frac{2}{15}$ ，其餘統給長男，計得洋5400元，問原有財產若干？
(答) 12000元
4. 五年級有學生108人，是六年級的 $\frac{9}{10}$ ，求六年級學生數是多少？
(答) 120人

(4)和差問題

【例題】

1. 大小二數之差為8，大數比小數之 $1\frac{1}{3}$ 少1，求此二數？(四川省師範會考)

[解]依整數四則公式(4)

$$\text{小數} = (8 + 1) \div \left(1\frac{1}{3} - 1\right) = 9 \div \frac{1}{3} = 27$$

$$\text{大數} = 27 + 8 = 35.$$

2. 大小二數之和是18，大數為小數之 $1\frac{1}{4}$ 倍，求二數。

[解]依整數四則公式(3)

$$\begin{aligned} \text{小數} &= 18 \div \left(1\frac{1}{4} + 1\right) \\ &= 18 \div 2\frac{1}{4} = 18 \times \frac{4}{9} = 8 \end{aligned}$$

$$\text{大數} = 8 \times 1\frac{1}{4} = 10$$

(5) 盈不足問題

【例題】

1. 以菓分給若干童子，若每人給7枚，則不足12個，倘再增原數之 $\frac{1}{4}$ ，則餘20枚，問童子幾人？

[解]先不足12個，後餘20枚，則第二次較第一次多
 $12 + 20 = 32$ 個，則 32 個即相當於所增之
 $\frac{1}{4}$ ，

依整數四則公式(12)

$$\text{菓子總數} = (20 + 12) \div \frac{1}{4} = 128 \text{枚}$$

$$\text{童子數} = (128 + 12) \div 7 = 20 \text{人。}$$

2. 教師以桃若干，分給學生，每人7枚則餘5枚，
 若增桃 $\frac{1}{5}$ ，則餘27枚，問學生若干？

[解]依整數四則公式(13)

$$\text{桃子數} = (27 - 5) \div \frac{1}{5} = 22 \times 5 = 110 \text{枚}$$

$$\text{學生數} = (110 - 5) \div 7 = 15 \text{人}$$

(6) 倍數問題

【例題】

1. 某數之 $1\frac{3}{5}$ 倍與 $\frac{2}{3}$ 倍之差為14，求某數？

[解]依整數四則公式(20)

$$14 \div \left(1\frac{3}{5} - \frac{2}{3} \right) = 14 \div \frac{14}{15} = 15 \dots \dots \text{某數}$$

2. 甲有銀32元，乙有銀9元，今欲使甲有銀為乙

之 $3\frac{1}{3}$ 倍，問甲應給乙銀若干？

【解】依整數四則公式(27)

$$\begin{aligned} & \left(32 - 9 \times 3\frac{1}{3}\right) \div \left(3\frac{1}{3} + 1\right) \\ &= (32 - 10) \div \frac{13}{3} = \frac{6}{13} \text{元} \cdots \text{甲應給乙之元數。} \end{aligned}$$

(7) 行程問題

【例題】

1. 甲每日行67里，乙每日行55里，今同時由A地至B地，但甲行30里後，因有物未攜帶，復回A地，結果甲乙二人同時抵B，問AB二地距離幾里？（廣州市會考）

$$\begin{aligned} \text{【解】甲行30里後回至原地所須之時間} &= \frac{30}{67} \times 2 \\ &= \frac{60}{67} \text{日} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{甲回至原地乙所行之距離} &= \frac{60}{67} \times 55 \\ &= \frac{3300}{67} \text{里} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{甲回至原地後又自後追乙，甲追及所須之時} \\ \text{間} &= \frac{3300}{67} \div (67 - 55) = \frac{3300}{67 \times 12} \text{日} \end{aligned}$$

今題云同時抵B，則甲在終點追及乙。

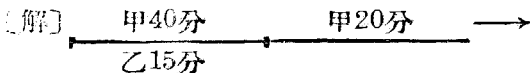
則甲乙自A點出發至到達B點所須之時間

$$= \frac{60}{67} + \frac{3300}{67 \times 12} \text{ 日}$$

則AB兩地之距離 $\left(\frac{60}{67} + \frac{3300}{67 \times 12} \right) \times 55$

$$= \left(\frac{60}{67} + \frac{275}{67} \right) \times 55 = \frac{18425}{67} = 275 \text{ 里。}$$

2. 甲在前逃走，乙隨後乘腳踏車追之，十五分鐘後，追至一處，問路人始知甲已於二十分鐘前走過此處，但知甲自逃走迄今已經一小時，問再經幾分鐘後，乙可追及甲？（廣東一女中）



甲自逃走迄今已經1小時，則在問路人處甲已於 $60 - 20 = 40$ 前走過，今乙以15分鐘走到，則

乙走1分鐘甲須走 $\frac{40}{15} = 2\frac{2}{3}$ 分鐘。

則乙每分鐘追上甲 $2\frac{2}{3} - 1 = 1\frac{2}{3}$ 分鐘所走

之路程。故乙追及甲所須之時間

$$= 20 \div \left(2\frac{2}{3} - 1 \right)$$

$$= 20 \div \frac{5}{3} = 20 \times \frac{3}{5} = 12 \text{分}$$

答再經12分鐘乙可追及甲。

3. 東西兩地，相距60里，今甲丙二人，自東啓行，乙自西啓行，各同時相向而行，知甲乙丙每時之速率爲5里，4里，3里，問甲乙相會後，須經若干時間，乙丙始能相會。

[解]出發至甲乙相會須 $\frac{60}{5+4}$ 小時

$$\begin{aligned} \text{出發至乙丙相會須} & \frac{60}{4+3} - \frac{60}{5+4} \\ & = \frac{60}{7} - \frac{60}{9} = \frac{40}{21} = 1\frac{19}{21} \text{小時。} \end{aligned}$$

4. 有旅客乘3小時行10里之人力車，欲達某地，於途中換乘馬車，其速可增 $\frac{2}{5}$ 。至午後6時始達某地，若求更早2小時達到，須早換乘馬車若干里？

[解]設人力車之速率爲1，即 $\frac{5}{5}$ ，馬車之速率爲

$$\frac{5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{7}{5}。$$

又每小時人力車之速率爲 $\frac{10}{3}$ 里，馬車之速率

爲 $\frac{10}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{14}{3}$ 里。

若行1里，人力車須 $1 \div \frac{10}{3} = \frac{3}{10}$ 小時，馬車

爲 $1 \div \frac{14}{3} = \frac{3}{14}$ 里。

由此可知早1里乘馬車必快 $\frac{3}{10} - \frac{3}{14} = \frac{3}{35}$

小時，今欲快2小時，故應先換乘馬車之里數

$= 2 \div \frac{3}{35} = 23\frac{1}{3}$ 里。

5. 有甲乙二人，以相等之速率，自東而西，甲先行12里後乙始出發，及甲直達西端，歸行全距離之 $\frac{2}{15}$ 會乙，問東西之距離若何？

[解] 甲乙二人，恆有12里之距離，甲到西地而歸，恰行 $12 \div 2 = 6$ 里，而甲乙相遇，此6里即相當

於全程之 $\frac{2}{15}$ ，

故得全距離 $= 6 \div \frac{2}{15} = 45$ 里。

5. 有四輪車，前輪之周圍 $5\frac{1}{4}$ 尺，後輪之周圍有前輪之 $\frac{5}{3}$ 倍，今行若干之距離，則後輪比

前輪少轉280回，求距離幾何？

$$[\text{解}] \text{後輪之周圍} = 5\frac{1}{4} \times \frac{5}{3} = \frac{35}{4} \text{尺。}$$

今前輪及後輪各進一尺，則前輪之回轉數為

$$\frac{1}{5\frac{1}{4}}, \text{後一輪之迴轉數為} \frac{1}{\frac{35}{4}},$$

$$\text{則距離} = 280 \div \left(\frac{1}{5\frac{1}{4}} - \frac{1}{\frac{35}{4}} \right)$$

$$= 280 \div \frac{8}{105} = 3675 \text{尺}$$

7. 有甲乙二人，甲每小時以 $3\frac{1}{4}$ 里之速，自東地向西地，乙一小時後，以每時 $3\frac{3}{4}$ 里之速，自西地向東地，今東西兩地之距離為 $52\frac{1}{4}$ 里，問乙出發後幾時與甲相遇？

$$[\text{解}] \text{乙出發時甲乙之距離} = 52\frac{1}{4} - 3\frac{1}{4} = 49 \text{里}$$

$$\text{甲乙二人，每小時接近} 3\frac{1}{4} + 3\frac{3}{4} = 7 \text{里。}$$

∴ 甲乙二人相會之時間

$$= 49 \div \left(3\frac{1}{4} + 3\frac{3}{4} \right) = 7 \text{里。}$$

(8) 年齡問題

【例題】

1. 甲之年齡比乙之年齡小2歲，又甲恰為乙年之 $\frac{5}{6}$ ，求二人年齡各若干？

[解] 設乙年為1，則甲為乙年之 $\frac{5}{6}$ ，

則甲乙年齡之差 = $1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$ 即相當於2歲，

依公式(3)

則乙年 = $2 \div \left(1 - \frac{5}{6}\right) = 2 \div \frac{1}{6} = 12$ 歲

甲年 = $12 - 2 = 10$ 歲。

這就是整數四則公式(46)

2. 父年45歲，子年在10年前為父年 $\frac{5}{11}$ ，問子之現年幾歲？

[解] 10年前，父年為 $45 - 10 = 35$ 歲。

斯時子年為父年之 $\frac{5}{11}$ ，則10年前子年應為

$35 \times \frac{5}{11} = 15\frac{5}{11}$ 歲。

因之子之現年為 $15\frac{5}{11} + 10 = 25\frac{5}{11}$ 歲。

3. 兄年11歲，弟年2歲，問幾年後，弟年為兄年之

$$\frac{2}{5} ?$$

[解]依整數四則公式(47)

$$\begin{aligned} \text{所求之年數} &= (11 - 2) \div \left(1 - \frac{2}{5}\right) - 11 \\ &= 9 \div \frac{3}{5} - 11 = 9 \times \frac{5}{3} - 11 = 4 \text{ 年後。} \end{aligned}$$

4. 某人四年前的年紀，是八年後的年紀歲 $\frac{3}{7}$ ，
問某人今年是多少歲？

[解]四年前的年紀是八年後的 $\frac{3}{7}$ ，

令八年後的年紀為1，四年前的年紀為 $\frac{3}{7}$ ，而
八年後比四年前多 $4 + 8 = 12$ 歲，

$$\text{即相當於 } 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$$

故八年後之年紀 $= 12 \div \frac{4}{7} = 21$ 歲，

現年 $21 - 8 = 13$ 歲

5. 父年42歲，長子年6歲，次子年3歲，求若干年
後，子年之和，為父年之 $\frac{1}{3}$ ？

[解]子年之和為父年之 $\frac{1}{3}$ ，即父年為子年之和之

3倍

現在父年爲子年之和之3倍尙多 = $42 - (6 + 3) \times 3 = 42 - 27 = 15$ 歲。

由此每年兩子增加2歲，父仍欲保持爲子年之三倍多15歲，則每年必須增加 $2 \times 3 = 6$ 歲。

但實際上增加1歲，少 $6 - 1 = 5$ 歲，

今以所多之15歲補之，計需 $15 \div 5 = 3$ 年補盡，

故三年後子年之和，適爲父年之 $\frac{1}{3}$ 。

3. 甲乙丙三人，其年齡之和爲120歲，乙年爲丙年之 $\frac{4}{5}$ ，甲年又爲乙年之 $\frac{3}{4}$ 求現年各幾歲？

解] 甲年爲乙年之 $\frac{3}{4}$ ，乙年又爲丙年之 $\frac{4}{5}$ ，

則甲年應爲丙年之 $\frac{4}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{5}$ 。

由此知丙年爲1，則三者之和 = $1 + \frac{4}{5} + \frac{3}{5}$

故知丙年 = $120 \div \left(1 + \frac{4}{5} + \frac{3}{5} \right)$

= $120 \div \frac{12}{5} = 120 \times \frac{5}{12} = 50$ 歲。

乙年 = $50 \times \frac{4}{5} = 40$ 歲。

$$\text{甲年} = 50 \times \frac{3}{5} = 30 \text{歲。}$$

7. 兄弟年齡之差為16歲，10年後，兄年比弟年之 $1\frac{3}{4}$ 少5歲，問二人現年各若干歲？

[解] 10年後，兄年比弟年 $1\frac{3}{4}$ 倍少5歲，

令弟年為 1，則兄弟年齡之差，當為弟年 $\left(1\frac{3}{4} - 1\right) = \frac{3}{4}$ 少5歲。

而10年後兄弟年齡差仍為16歲，即16歲為弟年之 $\frac{3}{4}$ 少5歲。

於是 $16 + 5 = 21$ 歲，為弟年之 $\frac{3}{4}$ ，

由是知10年後之弟年為 $21 \div \frac{3}{4} = 28$ 歲，

弟之現年為 $28 - 10 = 18$ 歲。

8. 一人當其34歲時生，後年齡至父之 $\frac{16}{27}$ 時喪

父，又歷11年喪母，但知其母享年與其父之享年相等，問生時母之歲幾何？

[解] 子比父少 $34 - 1 = 33$ 歲，

設父享年為 1，則子當喪父之年為 $\frac{16}{27}$ 。

$$\begin{aligned} \text{則父之享年} &= 33 \div \left(1 - \frac{16}{27} \right) = 33 \div \frac{11}{27} \\ &= 81 \text{歲,} \end{aligned}$$

依題父81歲時母年 = $81 - 11 = 80$ 。子年 = $81 - 33 = 48$ 。

又母子之年之差 = $70 - 48 = 22$ 歲，故當母生子之年為 $22 + 1 = 23$ 。

(因子生之年為零歲，翌年始為一歲)

(9) 流水問題

【例題】

1. 有甲乙兩船，上下某河流，甲上需14小時，下需6小時，乙上需21小時，問乙下需幾小時？

[解] 甲一小時上此河流之 $\frac{1}{14}$ ，下此河流之 $\frac{1}{6}$ ，

依整數四則公式(61)

$$\text{此河流每小時流速} = \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{14} \right) \div 2$$

$$= \frac{4}{42 \times 2} = \frac{1}{21}$$

而乙一小時上此河流之 $\frac{1}{21}$ ，

則依整數四則公式 (58)

$$\text{乙一小時內下此河流之速} = \frac{1}{21} + \left(\frac{1}{21} \times 2 \right)$$

$$= \frac{1}{7}$$

故所求之時間 = $1 \div \frac{1}{7} = 7$ 小時。

2. 有每小時划速5里之船夫，上下某河流，其上行之速為下行之五分之三，其流速則上行時為下行時之三分之二，問上行時每小時之流速？

[解] 設下行之速為1，則上行之速為 $\frac{3}{5}$ ，

又設下行之水流速為1，則上行之水流速為 $\frac{2}{3}$ ，

故下行之流速，為下行之速之

$$\left(1 - \frac{3}{5}\right) \div \left(1 + \frac{2}{3}\right) = \frac{6}{25}$$

依整數四則公式(56)，下行時划速相當於下

行之速之 $1 - \frac{6}{25} = \frac{19}{25}$ ，此即相當於5里，

故下行每小時之流速 = $\left(5 \div \frac{19}{25}\right) \times \frac{6}{25}$

$$= 5 \times \frac{25}{19} \times \frac{6}{25} = 1 \frac{11}{19} \text{ 里}$$

上行每小時之流速 $= 1\frac{11}{19}$ 里 $\times \frac{2}{3} = 1\frac{1}{19}$ 里。

(10) 鷄兔龜鶴問題

【公式】

知頭數商及足數和：

鶴數為1時：

$$\text{鶴數(或鷄數)} = \text{足數和} \div (1 \times 2 + \text{商} \times 4) \dots \dots \dots (4)$$

龜數為1時：

$$\text{龜數(或兔數)} = \text{足數和} \div (1 \times 4 + \text{商} \times 2) \dots \dots \dots (5)$$

知頭數商及足數差：

鶴數為1時

$$\text{鶴數(或鷄數)} = \text{足數差} \div (1 \times 2 - \text{商} \times 2) \dots \dots \dots (6)$$

龜數為1時

$$\text{龜數(或兔數)} = \text{足數差} \div (1 \times 4 - \text{商} \times 4) \dots \dots \dots (7)$$

知頭數和及足數商：

鶴足數為1時

$$\text{鶴數(或鷄數)} = \text{頭數和} \div \left(\frac{1}{2} + \frac{\text{商}}{4} \right) \div 2 \dots$$

.....(8)

龜足數爲1時

$$\text{龜數(或兔數)} = \text{頭數和} \div \left(\frac{1}{4} + \frac{\text{商}}{2} \right) \div 4 \dots$$

.....(9)

知頭數差及足數商：

鶴足爲1，且龜多於鶴時

$$\text{鶴數} = \text{頭數差} \div \left(\frac{\text{商}}{4} - \frac{1}{2} \right) \div 2 \dots \dots \dots (10)$$

龜足爲1，且鶴多於龜時，

$$\text{龜數} = \text{頭數差} \div \left(\frac{\text{商}}{2} - \frac{1}{4} \right) \div 4 \dots \dots \dots (11)$$

【例題】

1. 鷄兔各若干頭，其足數共70隻，頭數兔爲雞之 $\frac{2}{3}$ ，問雞兔各若干頭？

[解] 設雞之頭數爲1，則兔之頭數爲 $\frac{2}{3}$

又雞每頭有足2隻，兔每頭有足4隻，

$$\text{其足數之和} = 1 \times 2 + 4 \times \frac{2}{3} = 4\frac{2}{3},$$

此 $4\frac{2}{3}$ 相當於足數70隻。

$$\text{則雞之頭數} = 70 \div \left(1 \times 2 + 4 \times \frac{2}{3}\right)$$

$$= 70 \div 4\frac{2}{3} = 70 \times \frac{3}{14} = 15 \text{頭}$$

$$\text{兔之頭數} = 15 \times \frac{2}{3} = 10 \text{頭}$$

這就是公式(4)

2. 有龜鶴，足數共320，頭數鶴為龜之 $\frac{2}{7}$ ，問各若干頭？

[解]設龜之頭數為1，則鶴之頭數為 $\frac{2}{7}$ ，

又鶴每頭有足2隻，兔每頭有足4隻，

$$\text{則每單位足數之和} = 1 \times 4 + \frac{2}{7} \times 2 = 4\frac{4}{7}$$

此 $4\frac{4}{7}$ 相當於足數320隻，

$$\text{則龜之頭數} = 320 \div \left(1 \times 4 + \frac{2}{7} \times 2\right)$$

$$= 320 \div \frac{32}{7} = 70 \text{頭。}$$

$$\text{鶴之頭數} = 70 \times \frac{2}{7} = 20 \text{頭。}$$

這就是公式(5)

3. 有雞兔若干，兔足比雞足多18，而雞是兔的

$1\frac{1}{4}$ 倍，問雞兔各若干？

[解]設兔之頭數為1，則雞之頭數為 $1\frac{1}{4}$ 倍。

兔的足數 $=1 \times 4$ ，雞的足數 $=1\frac{1}{4} \times 2$ ，則兩

者之差 $(1 \times 4) - (1\frac{1}{4} \times 2) = 4 - \frac{5}{2}$

$= \frac{3}{2}$ 即相當於18隻足。

則兔數 $= 18 \div (1 \times 4 - 1\frac{1}{4} \times 2)$

$= 18 \div \frac{3}{2} = 12$ 頭

雞數 $= 12 \times 1\frac{1}{4} = 12 \times \frac{5}{4} = 15$ 頭

這就是公式(7)

4. 雞兔共18頭，雞足為兔足之 $\frac{2}{5}$ ，問雞兔各若干頭？

[解]設兔足為1，雞足為 $\frac{2}{5}$ ，

則雞之頭數 $= \frac{2}{5} \div 2 = \frac{2}{10}$ ，兔之頭數為

$\frac{1}{4}$ ，

兩者之和 = $\frac{2}{10} + \frac{1}{4} = \frac{9}{20}$ ，此 $\frac{9}{20}$ 相當於 18

頭，則

$$\text{兔之足數} = 18 \div \frac{9}{20} = 40$$

$$\text{雞之足數} = 40 \times \frac{2}{5} = 16$$

$$\text{則兔之頭數} = 40 \div 4 = 10$$

$$\text{雞之頭數} = 16 \div 2 = 8$$

書成總式

$$\begin{aligned} \text{兔數} &= 18 \div \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{5} \div 2 \right) \div 4 \\ &= 18 \div \frac{9}{20} \div 4 = 10 \text{頭} \end{aligned}$$

$$\text{雞數} = 18 - 10 = 8 \text{頭，}$$

這就是公式(9)

5. 鶴足佔龜足 $\frac{10}{17}$ ，頭數之差為 3，求龜鶴各幾隻？

[解] 設龜之足數為 1，則鶴之足數為 $\frac{10}{17}$

$$\text{鶴之頭數} = \frac{10}{17} \div 2 = \frac{5}{17}，\text{龜之頭數} = \frac{1}{4}。$$

$$\text{其差} = \frac{5}{17} - \frac{1}{4} = \frac{3}{68}，\text{相當於 3}$$

$$\text{則龜之足數} = 3 \div \frac{3}{68} = 68$$

$$\text{鶴之足數} = 68 \times \frac{10}{17} = 40$$

$$\text{故龜之頭數} = 68 \div 4 = 17$$

$$\text{鶴之頭數} = 40 \div 2 = 20$$

書成總式

$$\begin{aligned} \text{龜數} &= 3 \div \left(\frac{10}{17} \div 2 - \frac{1}{4} \right) \div 4 \\ &= 3 \div \frac{3}{68} \div 4 = 17 \text{頭。} \end{aligned}$$

$$\text{鶴數} = 17 + 3 = 20 \text{頭。}$$

這就是公式(11)

6. 某電影院，分樓上及樓下兩種座價，樓上每張6角；樓下每張4角，今共售出戲票400張，所得票價樓下座為樓上座的 $\frac{22}{27}$ ，問兩種票各售出若干張？

[解]依公式(9)

$$\begin{aligned} &400 \div \left(\frac{1}{6} + \frac{22}{27} \div 4 \right) \div 6 \\ &= 400 \div \frac{9}{54} \div 6 = 180 \text{張} \cdots \text{售出樓上座票數。} \end{aligned}$$

$400 - 180 = 220$ 張……售出樓下座票數。

【習題】

1. 雞與兔共足100隻，雞數為兔數之 $\frac{1}{2}$ ，求雞兔各若干？

(答)20頭(兔)10頭(雞)

2. 雞足為兔足之 $\frac{1}{5}$ ，頭數之差為3，求雞兔各若干？

(答)5頭(兔)2頭(雞)

[提示]此題雞多於兔，(可由代入公式後知之)公式(8)中 $(\frac{\text{商}}{2} - \frac{1}{4})$ 須改為

$$(\frac{1}{4} - \frac{\text{商}}{2})$$

3. 有五元及十元之紙幣兩種，五元的張數是十元張數的 $1\frac{3}{4}$ 倍，但五元紙幣的總值比十元紙幣的總值多15元，問兩種紙幣各若干張？

(答)12張(十元紙幣)，21張(五元紙幣)。

(11) 工程問題

【公式】 每日所作之工程 = $\frac{1}{\text{作成全程之日數}}$

.....(12)

作成全工程所須日數 = $1 \div$ 每日所作工程。.....(13)

【例題】

1. 有一事甲作之六日而成，乙作之八日而成，若甲乙二人合作，則幾日可成。(甘肅省會考)

[解] 甲作6日可成，則每天作全工程之 $\frac{1}{6}$ ，

乙作8日可成，則每天作全工程之 $\frac{1}{8}$ ，

故甲乙合作所需日數 = $1 \div \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{8} \right)$

$$= 1 \div \frac{14}{48} = 3 \frac{3}{7} \text{ 日}$$

這就是公式(12)及(13)

2. 某工程甲作之3日可完，乙作之4日可完，丙作之15日可完，設甲乙合作1日後，使丙獨作，問尚須幾日可完。(青島市會考)

[解] 甲乙合作1日計成 = $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$

$$\text{尚餘工程} = 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$$

$$\text{故甲獨作所須日數} = \frac{5}{12} \div \frac{1}{15} = \frac{5}{12} \times \frac{15}{1}$$

$$= 6 \frac{1}{4} \text{ 日}$$

3. 有一工程，用12人合作35日，已成工程之半，後加3人作之，問全工程作成共須幾日？

[解]全工程用12日，須作 35×12 日

則每人每日作全工程之 $\frac{1}{35 \times 12}$

則全工程共須日數

$$= 35 + \left\{ \frac{1}{2} \div \left[\frac{1}{70 \times 12} \times (12 + 3) \right] \right\}$$

$$= 35 + \left\{ \frac{1}{2} \div \frac{15}{840} \right\} = 35 + 28 = 63 \text{ 日}$$

4. 一工程，甲乙二人合作10日可成，甲一人獨作14日可成，問二人合作4日後，所餘工程令乙一人獨作，幾日可成？(北平市三三制會考)

[解]甲乙合作四日後尙餘工程 $= 1 - \frac{1}{10} \times 4$

$$= \frac{6}{10}$$

$$\text{乙一日所作之工程} = \frac{1}{10} - \frac{1}{14} = \frac{2}{70} = \frac{1}{35}$$

$$\text{則乙獨作所須日數} = \frac{6}{10} \div \frac{1}{35} = \frac{6}{10} \times \frac{35}{1}$$

$$= 21 \text{ 日}$$

5. 有一工程，甲乙合作，15日可完，若兩人合作6日後，歸乙獨作，則尚須24日纔能作完，問甲乙獨作各須幾日？(山西省高中)

[解] 甲乙二人合作15日可完，則每日作 $\frac{1}{15}$ ，合作

6日後，尚餘工程 $1 - \frac{1}{15} \times 6$ 則

乙獨作所須之日數 = $24 \div \left(1 - \frac{1}{15} \times 6 \right)$

$$= 24 \times \frac{5}{9} = 40 \text{ 日}$$

$$\frac{1}{15} - \frac{1}{40} = \frac{8-3}{120} = \frac{5}{120} = \frac{1}{24}$$

∴ 甲獨作須日數 = 24日

答 甲獨作須24日 乙獨作須40日

6. 甲作工4小時。做了某事的 $\frac{1}{3}$ ，乙續作1時，做了餘業的 $\frac{3}{4}$ ，丙再續做 $\frac{1}{3}$ 時就完工：問三人合做，要幾時完工？(廣東四中)

[解] 甲一人獨作須 = $4 \div \frac{1}{3} = 12$ 小時

$$\begin{aligned} \text{乙一人獨作須} &= 1 \div \left[\left(1 - \frac{1}{3} \right) \times \frac{3}{4} \right] \\ &= 1 \div \frac{1}{2} = 2 \text{小時} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{丙一人獨作須} &= \frac{1}{3} \div \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) \\ &= \frac{1}{3} \div \frac{1}{6} = 2 \text{小時。} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{三人合做須} &= 1 \div \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) \\ &= 1 \div \left(\frac{1+6+6}{12} \right) \\ &= 1 \div \frac{13}{12} = \frac{12}{13} \text{小時} \end{aligned}$$

答三人合做， $\frac{12}{13}$ 小時完工。

7. 有農夫耕田一畝，須20小時，若其子先耕6小時後，則父再獨耕16小時可畢，問子一人獨耕，須若干小時？

[解]子作6時之工，與父作 $20 - 16 = 4$ 時之工相等。

則子作 $\frac{6}{4}$ 時之工，即與父1時之工相等。

故其子一人獨作 $= 20 \times \frac{6}{4} = 30$ 小時。

1. 有一工程，甲乙合作8日可成，乙丙合作12日

可成，甲丙合作，18日可成，問三人合作，幾日可成？

[解] 甲乙合作 1 日成 $\frac{1}{8}$

乙丙合作 1 日成 $\frac{1}{12}$

甲丙合作 1 日成 $\frac{1}{18}$

三者相加則為甲乙丙合作 2 日所成工程

$$= \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{18} = \frac{19}{72}$$

因之知三人合作 1 日成 $\frac{19}{72} \div 2 = \frac{19}{144}$

故三人合作所須日數 = $1 \div \frac{19}{144} = 1 \times \frac{144}{19}$

$$= 7 \frac{11}{19} \text{ 日}$$

9. 有一事業，以成人 4 人作之， $8\frac{1}{2}$ 日可成，若加童工一名共同工作，則只須 8 日可成，問童工一日之工作，可當大人一日之幾分之幾？

[解] 童工 8 日所作之工，與成人 4 人作 $8\frac{1}{2} \times 4$

$$= \frac{1}{2} \text{ 日之工作相等。}$$

而成人 4 人 $\frac{1}{2}$ 日之工作 = $4 \times \frac{1}{2} = 2$ 日 (成人一人獨做所須時間) 因是童子工作 8 日, 成人一人僅須作 2 日, 故童工 1 日之工作, 等於成人一人工作之 $2 \div 8 = \frac{1}{4}$ 日也。

10. 甲乙二人作工, 若甲一人作, 須 15 日可成, 乙一人作, 須 25 日可成, 今甲乙共作, 其中乙休業 7 日, 問該幾日作成?

[解] 甲 1 日作全程之 $\frac{1}{15}$, 乙一日作全工程之 $\frac{1}{25}$

乙休業 7 日, 必少作 $\frac{1}{25} \times 7 = \frac{7}{25}$

設以 1 為全工程, 若加乙少作之 $\frac{7}{25}$ 於全工程之內, 即可與甲乙共作之工程相等。

$$\begin{aligned} \text{故甲乙合作共須} &= \left(1 + \frac{7}{25} \right) \div \left(\frac{1}{25} + \frac{1}{15} \right) \\ &= \frac{32}{25} \times \frac{75}{8} = 12 \text{ 日。} \end{aligned}$$

11. 有一工程, 甲 40 日可成, 乙 60 日可成, 今兩人共作之, 其中甲休息若干日, 如是 27 日完成, 問甲休息幾日?

[解] 設甲不休息, 兩人合作, 須 $1 \div \left(\frac{1}{40} + \frac{1}{60} \right)$

= 24日可成。

與今比較則多 $27 - 24 = 3$ 日，乃因甲休息之故，

$$\begin{aligned} \text{則甲休息日數} &= \left(\frac{1}{40} + \frac{1}{60} \right) \times 3 \div \frac{1}{40} \\ &= \frac{15}{120} \times \frac{40}{1} = 5 \text{ 日。} \end{aligned}$$

12. 有一工程，甲獨作之日數，與乙丙共作之日數等，丙獨作，有甲乙共作之5倍，若甲乙丙三人合作，只須8日可成，問各人獨作須若干日？

[解] 全工程8日可成，因甲與乙丙相等，故甲獨作之日數 $= 8 \times 2 = 16$ 日。

丙作日數，為甲乙共作日數之5倍，甲乙丙三人共作8日，故1日共作全工程之 $\frac{1}{8}$ ，其中

$$\text{丙作} \frac{1}{5+1} = \frac{1}{6}$$

則丙一人獨作所須之日數 $= 1 \div \left(\frac{1}{8} \times \frac{1}{6} \right)$
 $= 48$ 日。

乙丙既與甲相等，則乙丙1日合作之工作減去丙1日所作之工，即得乙一日所作之工

$$= \frac{1}{16} - \frac{1}{48}$$

$$\begin{aligned} \text{則乙一人獨作之日數} &= 1 \div \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{48} \right) \\ &= 1 \div \frac{2}{48} = 24 \text{ 日} \end{aligned}$$

【習題】

1. 有一工程，甲獨作12日可成，乙獨作10日可成，今兩人合作，問幾日可成？（浙江省會考）

(答) $5\frac{5}{11}$ 日。

2. 有一工程，甲8日可成，乙12日可成，丙10日可成，今若乙丙先作2日，餘工由甲1人獨作，再須幾日可成？

(答) $5\frac{1}{15}$ 日。

3. 甲乙二人合製某物，18日可成，乙丙二人製之，12日可成，甲丙二人製之，15日可成，今三人合製若干日可成？

(答) $9\frac{27}{37}$ 日。

4. 某工程，甲12日做成，乙15日做成，今二人合作，中間乙休息4日，問自起工之日起，須幾日完工？

(答) $8\frac{4}{9}$ 日。

(12) 工資問題

【例題】

1. 男二十人，女十五人，童子十二人，共做工三十日，得工資三百九十六元九角，他們工資分配標準，係各按力量平均，今知男子力量二倍於女子，而童子力量僅為男子之三分之一，求男女及童子每日各得多少。（福建省會考）

〔解〕工資係按工人的力量為標準。今設男子之工資為1，則女子之工資為 $\frac{1}{2}$ ，童子之工資為 $\frac{1}{3}$ 。

$$\text{男子每人每日工資} = 396.9 \div (1 \times 20 + \frac{1}{2} \times 15 + \frac{1}{3} \times 12) \div 30$$

$$= 396.9 \div 31.5 \div 30 = 0.42 \text{元}$$

$$\text{女子每人每日工資} = 0.42 \times \frac{1}{2} = 0.21 \text{元}$$

$$\text{童子每人每日工資} = 0.42 \times \frac{1}{3} = 0.14 \text{元}$$

2. 建屋一所，雇大工18人，小工7人，共雇12日；總付工資244元8角，小工每日工資是大工每日工資的三分之二，問兩種工資每人每日的工資多少？

〔解〕大工每日工資 = $2448 \div (1 \times 18 + \frac{2}{3} \times 7) \div 12$

$$= 2448 \div \frac{68}{3} \div 12$$

$$= \frac{153}{812} \times \frac{3}{88} \times \frac{1}{12} = 9 \text{角}$$

$$\text{小工每日工資} = 9 \text{角} \times \frac{3}{8} = 6 \text{角}。$$

2. 女工一日一人之工資為男工一日一人之工資之 $\frac{2}{3}$ ，今用男工5人，女工1人，每日計付工資2元7角，求男女工每人每日之工資若干？

[解] 設男工一日一人之工資為1，則女工一日一人之工資為 $\frac{2}{3}$

$$\text{則男工每人每日工資} = 27 \div (1 \times 5 + \frac{2}{3} \times 1)$$

$$= 27 \div \frac{27}{3} = 5 \text{角}。$$

$$\text{女工每人每日之工資} = 5 \times \frac{2}{3} = 2 \text{角}。$$

4. 設甲6人之工資與乙5人之工資相等，今以甲7人之工資，給與乙6人，尚少1角，求甲乙每人之工資若干？

[解] 設乙1人之工資為1，則甲1人之工資為 $\frac{5}{6}$ ，

今已知甲 7 人之工資比乙 6 人之工資少 1 角，
 則乙一人之工資 = $1 \text{ 角} \div (1 \times 6 - \frac{5}{6} \times 7)$
 $= 1 \div \frac{1}{6} = 6 \text{ 角}。$

甲一人之工資 = $6 \times \frac{5}{6} = 5 \text{ 角}。$

5. 甲工 7 人所得之資，比乙工 9 人少 5 分，但知雇甲工 4 人之資，可雇乙工 5 人，問甲乙工資各若干？

[解] 甲 4 人與乙 5 人所得之金相等。

故甲 7 人之金，即相當乙之 $\frac{5}{4} \times 7$

5 分之資與 $\frac{5}{5} \times 9 - \frac{5}{4} \times 7 = \frac{1}{4}$ 相當。

則乙一人之工資 = $5 \div \frac{1}{4} = 20 \text{ 分}$

甲一人之工資 = $20 \times \frac{5}{4} = 25 \text{ 分}$

6. 有職工每日作 10 小時，作若干日得工資 2 元 7 角，今作日數，有前之四倍，而每日作 8 小時。則共得 864 元。問最初作工幾日？

[解] 共得工資為前得工資之倍數，相當於共作之日數為前作日數之倍數 = $(270 + 864) \div 270$
 $= 4 \frac{1}{5}$ 倍

後作一日，爲前作一日之 $\frac{8}{10}$ ，

但後作之日數爲前作日數之4倍，

則前作日數之倍數 = $4\frac{1}{5} - 4 = \frac{1}{5}$ 倍，

則前作日數 = $\frac{8}{10} \div (4\frac{1}{5} - 4) = \frac{8}{10} \div \frac{1}{5}$
 = 4 日

【習題】

1. 童工一人之工價爲成人之 $\frac{2}{5}$ ，今用成人5人，童工1人，1日合計工價2元7角，問成人及童工每人每日之工價若干？

(答) 5角(成人)2角(童工)

2. 甲乙二工人，乙的工資爲甲的 $\frac{2}{3}$ ，二人共作3日，得工資4.5元，問甲乙每天工資各多少？

(答) 9角(甲)，6角(乙)

(13) 分數變化問題

【定理】 分子分母同以一數乘之，其值不變，同以一數除之，其值亦不變，惟同以一數加之或減之，則其值變。

【例題】

1. 有分數 $\frac{5}{9}$ ，若於其分子上加 20，其分母應加何數，其值不變？又若於其分母上加 18，其分子應加何數，其值不變？

〔解〕分子上若加上 20，則計增加 $20 \div 5 = 4$ 倍。

則分母應增加 $9 \times 4 = 36$

寫成總式

分母應增加數 $= 9 \times (20 \div 5) = 36$

又分母加 18，則分母增加 $18 \div 9 = 2$ 倍，

今欲分數之值不變，則分子亦應加 2 倍，即
 $5 \times 2 = 10$

寫成總式。分子應增加之數 $= 5 \times (18 \div 9)$
 $= 10$

2. 有分數 $\frac{3}{4}$ ；若此分數之分子變為 156，其分母應加何數，其值不變？

〔解〕分子變為 156，則分子所加之數 $= 156 - 3$
 $= 153$

則分母應增加數 $= 4 \times [(156 - 3) \div 3]$
 $= 4 \times 51 = 204$

3. 有分數 $\frac{111}{156}$ ，問其分子加何數，則為 $\frac{11}{13}$ ？

[解] $\frac{11}{13}$ 爲分子加某數後所約得之分數，而其約數必爲 $156 \div 13 = 12$

$$\text{由此知未約時之分數} = \frac{11 \times 12}{13 \times 12} = \frac{132}{156}$$

$$\text{故知分子應加之數} = 132 - 111 = 21$$

4. $\frac{25}{53}$ 之分母分子同以何數加，則爲 $\frac{9}{16}$?

[解] $\frac{9}{16}$ 爲自 $\frac{25}{53}$ 之分母分子中加同數後所變之分數。

$$\text{但原分數之分母分子之相差} = 53 - 25 = 28。$$

$$\text{加同數後其分母分子之相差} = 16 - 9 = 7$$

因原分數母子之差，在同加一數後應不變，今初差 28，爲加同數後母子之差 7 之 $28 \div 7 = 4$ 倍

$$\text{由是知 4 爲加同一數後之公約數，故} \frac{9 \times 4}{16 \times 4} = \frac{36}{64}$$

以 $\frac{36}{64}$ 與 $\frac{25}{53}$ 相較，其分子及分母各差 11

故得母分子所加之數爲 11。

5. 有一分數，其分母加 1，則爲 $\frac{3}{4}$ ，其分母加 2，

則爲 $\frac{5}{7}$ ，求原分數？

[解]以所得兩分數之分子互乘使其分子相同得

$$\frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20} \dots\dots \text{分母加 1 後未約之分數}$$

$$\frac{5 \times 3}{7 \times 3} = \frac{15}{21} \dots\dots \text{分母加 2 後未約之分數}$$

則分母加 1 後爲 20，原分母必爲 $20 - 1 = 19$

分母加 2 後爲 21，原分母爲 $21 - 2 = 19$

故得原分數爲 $\frac{15}{19}$ 。

6. 有分數 $\frac{15}{24}$ ，若於其分子減去 10，則分母應減何數，其值不變？

[解]分子減去 10，則原分數減少 $\frac{10}{15}$ 倍

若欲分數不變，則其分母亦應減少 $\frac{10}{15}$ 倍

$$\text{即應減少 } (24 \times \frac{10}{15}) = 16$$

故知分母應減 16，則其值不變。

7. 加某數於 $\frac{19}{45}$ 之分子，而以同數減其分母，則

爲 $\frac{3}{5}$ ，求某數。

〔解〕 $\frac{3}{5}$ 爲自 $\frac{19}{45}$ 分子加某數分母減某數所成之分數。

$$\text{則 } 45 \div 5 = 8 \text{ 餘 } 5$$

故 8 爲分子分母之公約數

$$\text{則 } \frac{3 \times 8}{5 \times 8} = \frac{24}{40}$$

$\frac{24}{40}$ 與原分數 $\frac{19}{45}$ 相較 分子少 5, 分母多 5,

故所求之某數爲 5。

8. 加某數於 $\frac{26}{42}$ 之分母, 而以同數減其分子, 則爲 $\frac{5}{12}$, 求某數。

〔解〕 $\frac{5}{12}$ 爲自 $\frac{26}{42}$ 分母加某數分子減某數所成之分數,

$$\text{則 } 26 \div 5 = 4 \text{ 餘 } 6$$

設 4 爲分子分母之公約數, 則

$$\frac{5 \times 4}{12 \times 4} = \frac{20}{48}$$

$\frac{20}{48}$ 與原分數 $\frac{26}{42}$ 相較, 分子多 6, 分母少 6,

則某數爲 6。

【習題】

1. 有分數 $\frac{4}{5}$ ，其分子加 24，求分母應加何數，其值不變？

(答) 30

2. 問 $\frac{25}{32}$ 分數式之分母，應減何數，成爲 $\frac{5}{6}$ 。

(答) 2。

3. 有分數 $\frac{3}{7}$ ，試加同數於其分母及分子，使成 $\frac{3}{5}$ ，求所加之數？

(答) 3。

(14) 分配問題

【例題】

1. 某教員以李杏桃共 1521 枚，分與若干學生。每 2 人分桃 1 枚，每 5 人分李 3 枚，每 7 人分杏 4 枚，問人數及各果之個數如何？

[解] 一人所得各果之和 = $\frac{1}{2} + \frac{3}{5} + \frac{4}{7} = \frac{117}{70}$

以之除李杏桃之總數即得人數 = $1521 \div \frac{117}{70}$

= $1521 \times \frac{70}{117} = 910$ 人。

$$\text{則桃數} = 910 \times \frac{1}{2} = 455 \text{枚。}$$

$$\text{李數} = 910 \times \frac{3}{5} = 546 \text{枚。}$$

$$\text{杏數} = 910 \times \frac{4}{7} = 520 \text{枚。}$$

2. 分36爲三份，使第一份之 $\frac{1}{2}$ ，第二份之 $\frac{1}{3}$ ，
 第三份之 $\frac{1}{4}$ 均相等。（廣東省一中）

[解]命第二份爲1

$$\text{則第一份爲第二份之} \frac{1}{3} \div \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \text{倍}$$

$$\text{第三份爲第二份之} \frac{1}{3} \div \frac{1}{4} = \frac{4}{3} \text{倍}$$

$$\text{故第二份} = 36 \div \left(1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{3}\right)$$

$$= 36 \div \frac{9}{3} = 12$$

$$\text{第一份} = 12 \times \frac{2}{3} = 8$$

$$\text{第三份} = 12 \times \frac{4}{3} = 16$$

5. 兵2000人，每人每日給米 $\frac{1}{2}$ 升，計存糧可支
 80日，現加兵400人，預算要支持70日，問每人

每日祇可給米若干？（上海市會考）

$$\begin{aligned} \text{[解]} \quad & (2000 \times \frac{1}{2} \times 80) \div [(2000 + 400) \times 70] \\ & = 80000 \div 168000 = \frac{10}{21} \text{ 升} \end{aligned}$$

答每人每日祇可給米 $\frac{10}{21}$ 升

【習題】

1. 某校有學生若干人，出外旅行，共攜水壺，網籃，採集箱39個，水壺每8人合用一個，網籃每12人合用一個，採集箱每16人合用一個。問共有學生若干人？又有水壺，網籃，採集箱各若干個。

(答) 144(學生數) 18個(水壺數) 12隻(網籃數) 9個(採集箱數)

2. 某校有學生800人，每人食米 $\frac{2}{3}$ 升，所存之米可支持90日，今30日後，有200人出外旅行，問所餘之米可支持幾日？

(答) $53\frac{1}{3}$ 日

(15) 資本財產及銀款問題

【例題】

1. 三人合股營商，甲出全資本 $\frac{1}{2}$ ，乙出全資本

$\frac{1}{3}$ ，丙出250元，問全資本多少？（雲南省會考）

$$\begin{aligned} \text{[解]} \quad 250 \div \left[1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) \right] &= 250 \div \left[1 - \frac{5}{6} \right] \\ &= 250 \div \frac{1}{6} = 1500 \text{元} \end{aligned}$$

答全資本1500元

2. 某汽車公司以 $\frac{2}{3}$ 資本金購置汽車，又以其餘資本金 $\frac{1}{2}$ 配置其他各項設備，除此兩項支出外，該公司所餘現金資本為5000元，問汽車公司原共有資本金若干元？（上海同濟附中）

$$\begin{aligned} \text{[解]} \quad 5000 \div \left[1 - \frac{2}{3} - \left(1 - \frac{2}{3} \right) \times \frac{1}{2} \right] \\ &= 5000 \div \left[1 - \frac{2}{3} - \frac{1}{6} \right] \\ &= 5000 \div \frac{1}{6} = 30000 \text{元} \end{aligned}$$

答該汽車公司原有資本30000元。

3. 某生有銀洋若干，買書用去 $\frac{1}{3}$ ，買紙用去3元，尚餘一半，問某生原有洋幾元？（山西省會考）

$$[\text{解}] 3 \text{ 元} \div \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = 3 \div \frac{1}{6} = 18 \text{ 元}$$

某生原有洋18元

4. 某人旅行，用去所有銀的 $\frac{3}{5}$ 做旅費。後來要付臨時費40元，因此不夠。只得向友借銀5元來湊足，問他原來帶銀多少（廣東省四中）

$$[\text{解}] (40 - 5) \div \left(1 - \frac{3}{5}\right) = 35 \div \frac{2}{5} = 35 \times \frac{5}{2}$$

$$= 87\frac{1}{2} \text{ 元}$$

答某人原來帶 $87\frac{1}{2}$ 元

5. 甲所有銀為乙所有銀之 $\frac{3}{5}$ 。乙較甲多600元，問兩人各有銀若干？（安徽省會考）

$$[\text{解}] 600 \div \left(1 - \frac{3}{5}\right) = 600 \div \frac{2}{5} = 600 \times \frac{5}{2}$$

$$= 1500 \text{ 元} \cdots \cdots \text{乙有之銀。}$$

1500元 - 600元 = 900元 $\cdots \cdots$ 甲有之銀。

6. 甲乙丙三人合股經商，甲出全資本五分之一，乙出七分之四，其餘由丙湊足，丙出資本四百元，問甲乙各出資本多少？（南京市會考）

$$[\text{解}] \text{全資本} = 400 \div \left[1 - \left(\frac{1}{5} + \frac{4}{7}\right)\right] = 400 \div \frac{8}{35}$$

$$= 400 \times \frac{35}{8} = 1750 \text{元}$$

$$\text{則甲出資} = 1750 \times \frac{1}{5} = 350 \text{元}$$

$$\text{乙出資} = 1750 \times \frac{4}{7} = 1000 \text{元}$$

7. 甲乙共有72元，甲加上自己的 $\frac{4}{9}$ ，乙加上16元；恰相等，問各有若干元？（濟南女師）

[解] 設甲原有數為1，則乙加16元後 = $1 + \frac{4}{9}$

$$\therefore \text{乙原有銀} = (72 + 16) \div \left[1 + \frac{4}{9}\right]$$

$$= 88 \div \frac{22}{9} = 88 \times \frac{9}{22} = 36 \text{元}$$

$$\text{甲原有銀} = 72 - 36 = 36 \text{元}$$

8. 甲乙丙三人共有銀2900元，乙為甲的 $\frac{2}{3}$ ，丙為甲的 $\frac{3}{4}$ ，問各有幾元？（山東烟台中學）

[解] 甲所有銀數 = $2900 \div \left(1 + \frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right)$

$$= 2900 \div \frac{29}{12} = 2900 \times \frac{12}{29}$$

$$= 1200 \text{元}$$

$$\text{乙所有銀數} = 1200 \times \frac{2}{3} = 800 \text{元}$$

$$\text{丙所有銀數} = 1200 \times \frac{3}{4} = 900 \text{元}$$

9. 甲乙丙分金若干元，甲所得金為全金之 $\frac{1}{3}$ ，丙所得金為乙之 $\frac{3}{7}$ ，已知甲所得比丙多40元，問甲乙丙各得若干元？（江蘇淮陰師範）

$$\begin{aligned} \text{[解]乙所得金為全金之} &= (1 - \frac{1}{3}) \div (1 + \frac{3}{7}) \\ &= \frac{2}{3} \div \frac{3}{7} = \frac{7}{15} \end{aligned}$$

$$\text{丙所得金為全金之} = \frac{7}{15} \times \frac{3}{7} = \frac{1}{5}$$

$$\text{則金額} = 40 \div (\frac{1}{3} - \frac{1}{5}) = 40 \div \frac{2}{15} = 300 \text{元}$$

$$\text{乙得金} = 300 \times \frac{7}{15} = 140 \text{元}$$

$$\text{丙得金} = 300 \times \frac{1}{5} = 60 \text{元}$$

$$\text{甲得金} = 300 \times \frac{1}{3} = 100 \text{元。}$$

答甲得金100元乙得金140元丙得金60元

10. 某人分財產給幾個子女，長子得 $\frac{1}{3}$ ，次子幼子各得 $\frac{1}{5}$ ，餘為二女所分，現知長子比一女多得2000元。問某人之財產若干？

[解] 二女應分得 $1 - \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{5} \times 2\right) = \frac{4}{15}$

一女應得 $\frac{4}{15} \div 2 = \frac{2}{15}$

長子比一女應多得 $= \frac{1}{3} - \frac{2}{15} = \frac{5-2}{15}$
 $= \frac{1}{5}$

則某人財產 $= 2000 \div \frac{1}{5} = 10000$ 元。

11. 甲乙二人，共有金540元，甲減去其所有金之 $\frac{1}{7}$ ，而比乙所有金少20元，問二人各有金若干？

[解] 設甲所有金為1，

則乙所有金為 $1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$ 。

乙所有金為甲所有 $\frac{6}{7}$ 多20元，則從540減去20元，即520元，斯時乙所有金適為甲之 $\frac{6}{7}$ 。

$$\begin{aligned}\text{則甲所有金額} &= (540 - 20) \div \left(1 + \frac{6}{7}\right) \\ &= 520 \div \frac{13}{7} = 280 \text{元。}\end{aligned}$$

$$\text{乙所有金} = 540 - 280 = 260 \text{元。}$$

12. 甲乙二人，共有金158元，甲加入10，乙減去18元，則甲所有金等於乙之 $1\frac{1}{12}$ ，問二人原有金若干？

[解] 甲加入10元，則總數 = $158 + 10 = 168$ 元。

乙減去18元，則總數 = $168 - 18 = 150$ 元。

此時甲爲乙之 $1\frac{1}{12}$ 倍，設乙爲1，

$$\begin{aligned}\text{則乙減去18元後所有金} &= 150 \div \left(1 + 1\frac{1}{12}\right) \\ &= 150 \times \frac{12}{25} = 72 \text{元。}\end{aligned}$$

$$\text{乙原有金} = 72 + 18 = 90 \text{元。}$$

$$\text{甲原有金} = 158 - 90 = 68 \text{元。}$$

13. 有甲乙二人，共有金150元，甲用去所有金之 $\frac{4}{9}$ ，乙用去所有金之 $\frac{1}{6}$ ，則兩人所餘相等，問各存金幾何？

[解] 甲用去 $\frac{4}{9}$ ，尚餘 $1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$ ，則甲有現金之

$$\text{倍數} = 1 \div \frac{5}{9} = \frac{9}{5} \text{倍。}$$

乙用去 $\frac{1}{6}$ ，尚餘 $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ ，則乙有現金之

$$\text{倍數} = 1 \div \frac{5}{6} = \frac{6}{5}。$$

$$\text{兩數相加} = \frac{9}{5} + \frac{6}{5} = \frac{15}{5} = 3 \text{倍，}$$

$$150 \div 3 = 50。$$

$$\text{故甲金數} = 50 \times \frac{9}{5} = 90 \text{元}$$

$$\text{乙金數} = 50 \times \frac{6}{5} = 60 \text{元}$$

【習題】

1. 三人合股營商，甲出全資本的 $\frac{1}{3}$ ，乙出 $\frac{2}{5}$ ，丙出5400元，問全資本多少？（山西省會考）

(答)20250元

2. 某學生帶銀去買書籍等物，要用所有銀的 $\frac{1}{4}$ 買字典， $\frac{1}{5}$ 買代數， $\frac{1}{6}$ 買算術，這樣一算，付價之後，還可以剩銀 $2\frac{3}{10}$ 圓；

問他帶去的銀是多少？（河北省邢台師範）

（答）6圓

3. 甲乙丙共有銀520元，乙為甲之 $\frac{1}{4}$ ，丙為乙之 $\frac{1}{5}$ ，問各有若干元？

（答）400元（甲）100元（乙）20（丙）

(16) 物價問題

【例題】

1. 買衣鞋各一，衣價之2倍，較鞋價3倍則不足18元，而衣價等於衣鞋合價之 $\frac{5}{9}$ ，問各價若干？

〔解〕衣價為衣鞋合價之 $\frac{5}{9}$

則鞋價必為衣鞋合價之 $1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$

鞋價之3倍，比衣價之2倍多18元

故衣鞋合價 = $18 \div \left(3 \times \frac{4}{9} - 2 \times \frac{5}{9} \right)$

= $18 \div \frac{2}{9} = 81$ 元

衣價 = $81 \times \frac{5}{9} = 45$ 元

$$\text{鞋價} = 81 \times \frac{4}{9} = 36 \text{元}$$

2. 絹一疋之價，爲布一疋之價之 $4\frac{1}{5}$ 倍，布11疋絹7疋之價之和，爲30元3角，問各一疋之價如何？

[解]設布一疋之價爲1，則絹一疋之價爲 $4\frac{1}{5}$

$$\text{則} \left(11 \times 1 + 7 \times 4\frac{1}{5} \right) = \frac{202}{5}, \text{相當於 } 30 \text{元} 3 \text{角},$$

$$\begin{aligned} \text{故布一疋之價} &= 303 \div \left(11 \times 1 + 7 \times 4\frac{1}{5} \right) \\ &= 303 \div \frac{202}{5} = 7.5 \text{角} \end{aligned}$$

$$\text{絹一疋之價} = 7.5 \times 4\frac{1}{5} = 31.5 \text{角}$$

3. 有甲乙二馬，甲馬價之 $\frac{3}{4}$ ，等於乙馬價之 $\frac{4}{5}$ ，而乙馬價比甲馬價之 $\frac{5}{6}$ 貴 $3\frac{1}{3}$ 元，問各馬之價若干？

[解]乙馬價等於甲馬價之 $\left(\frac{3}{4} \div \frac{4}{5} \right) = \frac{15}{16}$

$$\text{故} \left(\frac{15}{16} - \frac{5}{6} \right) = \frac{5}{48} \text{相當於 } 3\frac{1}{3} \text{元, 則}$$

$$\text{甲馬價} = 3\frac{1}{3} \div \left(\frac{15}{16} - \frac{5}{6} \right) = \frac{10}{3} \div \frac{5}{48} = 32 \text{元}$$

$$\text{乙馬價} = 32 \times \frac{15}{16} = 30 \text{元。}$$

【習題】

1. 有商人將某公司之股票，票面為3000元，托交易所賣出因市價低落，減票面價 $\frac{2}{45}$ 賣之，又每賣價100元，提用金 $1\frac{1}{3}$ 元，問該商人實得若干元？

(答) $2828\frac{4}{9}$ 元。

2. 製造軍艦二艘，其價甲比乙之3倍少32000元，乙為總價之 $\frac{3}{7}$ ，問各價若干？

[提示] 乙之3倍 = $\frac{3}{7} \times 3 = \frac{9}{7}$ 。

(答) 25600元(甲艦) 19200元(乙艦)。

(17) 賠賺問題

【例題】

1. 甲乙二人，各以若干金營商業，第一年甲損其本之 $\frac{2}{5}$ ，而乙得利500圓，此時甲乙之資本適

等，其後甲又損其 $\frac{1}{3}$ ，乙又獲得若干之利，如是則與甲乙最初之資本轉換；問乙最後獲利若干？

[解]甲最初損去 $\frac{2}{5}$ ，則尚餘 $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

後又損去 $\frac{1}{3}$ ，則尚餘 $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ 。

故甲所餘之數 = $\frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{5}$ ，此時與乙最初之資本相等。

又甲初損 $\frac{2}{5}$ 餘 $\frac{3}{5}$ 時，比乙最初之金，多

500元，故甲最初之資本為 $500 \div \left(\frac{3}{5} - \frac{2}{5} \right)$

= $500 \div \frac{1}{5} = 2500$ 元。

故知乙最後之資亦為2500元，則乙最初之資

本 = $2500 \times \frac{2}{5} = 1000$ 元。

則乙後獲利 = $2500 - 1000 - 500 = 1000$ 元。

2. 某商營業所獲利金比資金之 $\frac{1}{10}$ 多20元，今知

本利和為2000元，問資金若干？（四川省初聯會考）

[解]本利和係資金與所獲利之和，

今知獲利為資金之 $\frac{1}{10}$ 多20元，則本利和減20元，係1倍資金與 $\frac{1}{10}$ 資金之和

則資金 = $2000 - 20 \div \left(1 + \frac{1}{10}\right) = 1800$ 元。

3. 有一米商，買入5圓之米若干石，欲定賣出之價為6圓，其後市價下落，僅照定價 $\frac{2}{3}$ 售罄，如是折本300圓，問米之石數若干？

[解]一石值6圓之 $\frac{2}{3}$ ，即 $6 \times \frac{2}{3} = 4$ 元，

每石原價5元，每石折本 $5 - 4 = 1$ 元，

故米之石數 = $300 \div (5 - 4) = 300$ 石。

【習題】

1. 甲乙二人，各以相等之金額經營商業，甲獲利94元，乙損失71元，由是乙所有金，為甲之 $\frac{13}{18}$ ，問最初各有金若干？

(答)500元

2. 有陶器商，恆得原價 $\frac{3}{5}$ 之利，今此商人賣去陶器120個，於搬運之際，破損若干，

因此僅獲原價 $\frac{11}{25}$ 之利，問破損之器若干？

[提示] 若無破損，則當得原價

$$\left(120 \times \frac{3}{5}\right) = 72 \text{ 倍之利}$$

(答) 12個

(18) 考試及人數問題

【例題】

1. 應考者共572人，其中 $\frac{8}{11}$ 應甲種考試， $\frac{1}{13}$ 應乙種考試，問應考甲乙兩種者共若干人。(甘肅省會考)

[解] 應考甲乙兩種人數 = $572 \times \left(\frac{8}{11} + \frac{1}{13}\right)$

$$= 572 \times \frac{115}{143} = 460 \text{ 人}$$

2. 某校入學試驗落第者為報攷者之 $\frac{89}{104}$ 。報攷者之 $\frac{12}{13}$ 比取錄者多14人，求取錄者之人數。(湖北省立高中)

[解] 報考者人數 = $14 \div \left(\frac{12}{13} - \frac{89}{104}\right)$

$$= 14 \div \frac{96-89}{104} = 14 \times \frac{104}{7} = 208 \text{ 人}$$

$$\text{落第者人數} = 208 \times \frac{89}{104} = 178 \text{ 人。}$$

$$\text{則取錄者人數} = 208 - 178 = 30 \text{ 人。}$$

答取錄者共30人。

3. 某校男女學生共若干人；男生數比全體之 $\frac{3}{5}$ 少16人，女生數比全體之 $\frac{1}{3}$ 多33人。求全體學生數。（北平師大附中）

$$\begin{aligned} \text{[解] 全體學生數} &= (33 - 16) \div \left[1 - \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3} \right) \right] \\ &= 17 \div \left[1 - \frac{14}{15} \right] = 17 \times \frac{15}{1} \\ &= 255 \text{ 人。} \end{aligned}$$

答全體學生數為255人。

【習題】

1. 兩校之學生，共為372人，其中男學生為女學生 $\frac{35}{27}$ ，若僅言甲校，則女學生為男學生之 $\frac{4}{5}$ ，若僅言乙校，則女學生為男學生之 $\frac{7}{10}$ 。問各校之學生幾何？

〔提示〕若乙校之女學生，亦為男學生之 $\frac{4}{5}$ ，即 $\frac{8}{10}$ ，則總數女學生亦為男學生之 $\frac{4}{5}$ ，但乙校為 $\frac{7}{10}$ ，相差 $\frac{8}{10} - \frac{7}{10} = \frac{1}{10}$ ，由此可求出乙校之男學生數。

(答)102人(乙校)270人(甲校)

2. 某校招考新生，錄取新生為報考者 $\frac{1}{16}$ ，已知報考者之 $\frac{2}{5}$ 為640人，問錄取新生若干人？

(答)100人

(19)長度問題

【例題】

1. 植竿池中，露出水面之部，計長6公尺，占竿長 $\frac{1}{3}$ ，問水深及竿長？(青島市會考)

〔解〕此竿之 $\frac{1}{3}$ 長為6公尺，則

$$\text{全長} = 6 \div \frac{1}{3} = 18 \text{公尺}$$

$$\text{水深} = 18 - 6 = 12 \text{公尺}$$

2. 有竿立於池中，全長 $\frac{3}{8}$ 入泥， $\frac{2}{5}$ 在水中，

尙餘4尺5寸露出水面，求竿長及水深各幾何？

$$\begin{aligned} \text{[解] 竿長} &= 45 \div \left[1 - \left(\frac{3}{8} + \frac{2}{5} \right) \right] = 45 \div \frac{9}{40} \\ &= 200 \text{ 寸} \end{aligned}$$

$$\text{水深} = 200 \text{ 寸} \times \frac{2}{5} = 80 \text{ 寸}$$

3. 有甲乙兩繩，共長1丈1尺，如甲繩剪去其 $\frac{1}{5}$ ，乙繩加長7寸則二繩等長，求二繩各長多少。(江蘇省蘇州女師)

$$\begin{aligned} \text{[解]} (110 + 7) \div \left\{ 1 + \left(1 - \frac{1}{5} \right) \right\} &= 117 \div \frac{9}{5} \\ &= 65 \text{ 寸} = 6 \text{ 尺} 5 \text{ 寸} \cdots \cdots \text{甲繩長} \\ 110 - 65 &= 45 \text{ 寸} = 4 \text{ 尺} 5 \text{ 寸} \cdots \cdots \text{乙繩長} \end{aligned}$$

4. 有井不知其深，其繩4折之，下達井底，餘4尺，6折之，下達井底，不足2尺，問繩長及井深幾尺？

$$\text{[解]} \text{四折之長爲全繩之} \frac{1}{4} \text{六折之爲全繩之} \frac{1}{6},$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12} \text{ 即相當於} 4 \text{ 尺} + 2 \text{ 尺} = 6 \text{ 尺}$$

$$\begin{aligned} \text{故繩長} &= (4 + 2) \div \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) = 6 \div \frac{1}{12} \\ &= 72 \text{ 尺。} \end{aligned}$$

$$\text{井深} = 72 \times \frac{1}{4} - 4 = 18 - 4 = 14 \text{尺。}$$

5. 池水深9尺，以竿測之，則竿不着水之部分較全長 $\frac{1}{3}$ 少1尺，求竿長？

[解]不着水之部分較全長 $\frac{1}{3}$ 少1尺，

則着水之部分必為全長之 $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ 多1尺。

今已知水深9尺，則 $9 - 1 = 8$ 尺，適為全竿長之 $\frac{2}{3}$ ，故竿長 $= (9 - 1) \div \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 8 \div \frac{2}{3} = 12$ 尺。

6. 有繩長若干尺，截去其 $\frac{11}{12}$ ，而增加11尺，則其長為原長之 $\frac{1}{8}$ ，求繩之原長若干尺？

[解]截去 $\frac{11}{12}$ ，尚餘繩 $1 - \frac{11}{12} = \frac{1}{12}$ 。

再加上11尺為原長之 $\frac{1}{8}$ ，則 $\frac{1}{8} - \frac{1}{12} = \frac{1}{24}$

即相當於所增11尺之長

$$\text{故繩長} = 11 \div \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{12}\right) = 11 \div \frac{1}{24} = \underline{\underline{264}}$$

尺。

7. 甲繩比乙繩長 $\frac{2}{25}$ ，今以此兩繩，量長52尺之地各為10次，甲繩多出地長之部分，適等於乙繩不足之部分，求此二繩各長多少？

[解]甲繩比乙繩長 $\frac{2}{25}$ ，則10次共長 $\frac{2}{25} \times 10$
 $= \frac{4}{5}$ 當為乙繩不足與甲繩多出部分之和，其

半數即乙繩不足之部分 $= \frac{4}{5} \div 2 = \frac{2}{5}$

今設乙繩長為1，

而地長52尺，實相當於乙繩全長10倍即 1×10
 與不足部分 $\frac{2}{5}$ 之和。

故乙繩長 $= 52 \div \left(1 \times 10 + \frac{2}{5} \right) = 52 \div 10 \frac{2}{5}$
 $= 52 \times \frac{5}{52} = 5$ 尺。

甲繩長 $= 5 + 5 \times \frac{2}{25} = 5.4$ 尺。

8. 杆長63尺，折做二段，較長一段的 $\frac{3}{5}$ 等於較短一段的 $\frac{3}{4}$ ，問二段各長多少尺？

[解]長的 $\frac{3}{5}$ 等於短的 $\frac{3}{4}$ ，

則短的一段為長的 $\frac{3}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{4}{5}$

斯時乃以長的一段為1，則杆長63尺，必相等於兩者之和 $1 + \frac{4}{5} = 1\frac{4}{5}$

故長的一段 = $63 \div \left(1 + \frac{4}{5}\right) = 63 \times \frac{5}{9} = 35$
尺

短的一段 = $63 - 35 = 28$ 尺。

【習題】

1. 漁人持竿入水，初次入其 $\frac{3}{5}$ ，第二次入其所餘之 $\frac{1}{3}$ ，如是尚餘1尺，問竿長若干？

(答) $3\frac{3}{4}$ 尺

2. 有繩兩條合計2丈3尺，甲割去 $\frac{1}{3}$ ，乙繩加長2尺，則此兩繩等長，求甲乙兩繩若干尺？

(答)15尺(甲繩)8尺(乙繩)

(20)水管問題

【例題】

1. 有一水桶，甲乙兩管出水，丙管入水，開甲管5時流盡，開乙管6時流盡，開丙管10時流滿，今盛水一桶，三管齊開，須幾時流盡？

[解] 甲管開每時流出全桶水量之 $\frac{1}{5}$

乙管開每時流出全桶水量之 $\frac{1}{6}$

丙管開每時流入全桶水量之 $\frac{1}{10}$

三管齊開每時流入流出相抵計可流出全水桶

$$\text{水量} = \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6} \right) - \frac{1}{10} = \frac{6+5-3}{30} = \frac{8}{30}$$

$$= \frac{4}{15} \text{ 令全水桶水量爲 } 1$$

故全桶流盡所需時 = $1 \div \frac{4}{15} = 3 \frac{3}{4}$ 小時

2. 有水一桶，用二管出水，用甲管須20分鐘流盡，乙管須45分鐘流盡，今開甲管10分鐘後，換乙管開須幾分鐘流盡？

[解] 甲管1分鐘流出 $\frac{1}{20}$ 桶水量之 $\frac{1}{20}$

$$10 \text{ 分鐘共流出 } \frac{1}{20} \times 10 = \frac{1}{2}$$

$$\text{尚餘水量} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, \text{ 換開乙管流出之。}$$

而乙管每分鐘流出全桶水量之 $\frac{1}{45}$

故知流盡所須時間 $=\frac{1}{2} \div \frac{1}{45} = 22\frac{1}{2}$ 分

3. 以甲管一枝，注水於桶，5分鐘即滿，若用乙管一枝，則需8分鐘流滿，今同以甲管3枝，乙管5枝，注水於等大之桶七個，問水滿須幾分鐘？

[解] 甲管1枝1分鐘注入水量為 $\frac{1}{5}$

乙管1枝1分鐘注入水量為 $\frac{1}{8}$

今甲管3枝，乙管5枝，每分鐘注入水量

$$= \frac{1}{5} \times 3 + \frac{1}{8} \times 5 = \frac{49}{40}$$

故知注滿七個等大之桶須時 $=\left(1 \div \frac{49}{40}\right) \times 7$

$$= 1 \times \frac{40}{49} \times 7 = 5\frac{5}{7} \text{ 分。}$$

4. 一大室浴池，冷熱二水管齊開，經6分鐘流滿，若只開冷水管，10分鐘可滿，只開熱水管，須若干時方滿？

[解] 二管齊開時，1分鐘流入全水量之 $\frac{1}{6}$ ，冷水管

1分鐘流入全水量之 $\frac{1}{10}$ ，故單開熱水管1分

$$\text{鐘，流入水量} = \frac{1}{6} - \frac{1}{10}$$

故若單開熱水管流滿浴池須時

$$= 1 \div \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{10} \right) = 15 \text{分鐘。}$$

5. 一池可容水14石6斗2升，有甲乙兩管注入，甲三分鐘注入7升，乙五分鐘注入9升，又有丙丁兩管流出，丙四分鐘流出5升，丁七分鐘流出8升，今各管一齊開放，問須歷若干時始滿？

[解] 甲一分鐘注入 $\frac{7}{3}$ 升，乙一分鐘注入 $\frac{9}{5}$ 升，

丙一分鐘流出 $\frac{5}{4}$ 升，丁一分鐘流出 $\frac{8}{7}$ 升，

$$\begin{aligned} \text{今各管齊開則每分鐘之差} &= \frac{7}{3} + \frac{9}{5} - \frac{5}{4} \\ &\quad - \frac{8}{7} \end{aligned}$$

故四管一齊放，注滿所須時間

$$= 1462 \div \left(\frac{7}{3} + \frac{9}{5} - \frac{5}{4} - \frac{8}{7} \right)$$

$$= 1462 \div \frac{731}{420} = 840 \text{分鐘} = 14 \text{小時。}$$

1. 有水桶注滿水後，45分間全漏盡，今此桶若不漏，則25分間當注滿，問同時注入與漏出，此桶需幾小時可滿，又問注滿時漏出之水為幾石，

但桶之容量為100石而每時漏出水量同一。

[解]一分鐘注入之水量 = $\frac{100}{25}$ 石。

一分鐘漏出之水量 = $\frac{100}{45}$ 石。

$$\begin{aligned} \text{則此桶注滿之時間} &= 100 \div \left(\frac{100}{25} - \frac{100}{45} \right) \\ &= 100 \div \frac{400}{225} = 56\frac{1}{4} \text{ 分} \\ &\quad \text{鐘。} \end{aligned}$$

漏出水量 = $\frac{100}{45} \times 56\frac{1}{4} = 125$ 石。

7. 有水桶容水一石九斗二升，今於其桶之底，插入甲乙二漏水管，開其二管，經3小時後，閉其甲管，則乙管於11小時內漏盡，若開其二管，經6小時而閉其甲管，則乙管於6小時漏盡，問各管每小時漏水之升數，但各管每小時漏水之量相等。

[解]前以甲管3小時及乙管3 + 11 = 14小時漏盡後
以甲管6小時及乙管6 + 6 = 12小時漏盡
則自甲管漏6 - 3 = 3小時，等於自乙管漏 14 - 12 = 2小時之水量。

故1小時自甲管漏水之量，等於自乙管漏水之

量之 $\frac{2}{3}$ ，

則自甲及乙漏3小時，自乙漏11小時之水量
192升爲自乙管漏1小時之水量之

$$\left(1 + \frac{2}{3}\right) \times 3 + 11 \times 1 = 16 \text{ 倍。}$$

故自乙管漏1小時之水量 = $192 \div 16 = 12$ 升

自甲管漏1小時之水量 = $12 \times \frac{2}{3} = 8$ 升。

8. 以容量相等之桶，汲出噴水池之水，用3桶則12小時可汲盡，用6桶則5小時可汲盡，今此池水若汲盡後，至水再噴至滿池，需若干時？又若其容量爲120石，則每小時每桶汲出之水量若干？

[解] 設每小時一桶汲出之量爲1，

則池水 + 12小時內噴出之量 = $1 \times 3 \times 12 = 36$

池水 + 5小時內噴出之量 = $1 \times 6 \times 5 = 30$

有 $12 - 5 = 7$ 小時噴出之水量 = $36 - 30 = 6$

則1小時噴出之水量 = $(36 - 30) \div (12 - 5)$

$$= 6 \div 7 = \frac{6}{7}$$

故汲盡後再噴至滿池所需之時間

$$= \left(36 - 12 \times \frac{6}{7}\right) \div \frac{6}{7} = \frac{180}{7} \times \frac{7}{6} = 30 \text{ 小時}$$

每小時一桶汲出之量 = $120 \div \left(36 - 12 \times \frac{6}{7}\right)$

$$= 120 \times \frac{7}{180} = 4 \frac{2}{3} \text{石。}$$

【習題】

1. 有一水箱，上有甲乙二管注水，下有丙管洩水，甲孔注水，3時可滿，乙孔注水，4時可滿，滿時開丙孔洩之，6時可盡。今開甲乙二孔注水1時後，閉甲孔 2 小時後閉乙孔，兩孔閉後，復開丙孔洩之，幾時可盡？
(答)5小時。

2. 某游泳池，甲乙兩管入水，丙管出水，單開甲管，15時流滿，單開乙管，20時流滿，開丙管，30時流盡。今三管齊開，須幾小時注滿？

(答)12小時

(21) 寒暑表問題

【公式】

$$\text{華氏}(F) = \frac{9}{5} \times \text{攝氏}(C) + 32^\circ \dots \dots (14)$$

$$\text{華氏}(F) = \frac{9}{4} \times \text{列氏}(R) + 32^\circ \dots \dots (15)$$

$$\text{攝氏}(C) = \frac{5}{9} \times (\text{華氏}(F) - 32^\circ) \dots \dots (16)$$

$$\text{攝氏}(C) = \frac{5}{4} \times \text{列氏}(R) \dots \dots (17)$$

$$\text{列氏}(R) = \frac{4}{9} \times (\text{華氏}(F) - 32^\circ) \dots\dots (18)$$

$$\text{列氏}(R) = \frac{4}{5} \times \text{攝氏}(C) \dots\dots\dots (19)$$

【例題】

1. 酒精之沸點為 $169^\circ F$ ，問當攝氏幾度，又為列氏幾度？

【解】依公式(16)及(18)

$$C = \frac{5}{9} \times (169 - 32) = \frac{5}{9} \times 137 = 76\frac{1}{9}^\circ C$$

$$R = \frac{4}{9} \times (169 - 32) = \frac{4}{9} \times 137 = 60\frac{8}{9}^\circ R$$

即相當攝氏 $76\frac{1}{9}$ 度，列氏 $60\frac{8}{9}$ 度。

2. 人體溫度正常時為攝氏 37° ，問為華氏幾度，又為列氏幾度？

【解】依公式(14)及(19)

$$F = \frac{9}{5} \times 37 + 32 = 66.6 + 32 = 98.6^\circ F$$

$$R = \frac{4}{5} \times 37 = \frac{4}{5} \times 37 = 29.6^\circ R$$

3. 列氏 60° ，相當華氏及攝氏若干度？

【解】依公式(15)及(17)

$$F = \frac{9}{4} \times 60^\circ + 32 = 135 + 32 = 167^\circ F$$

$$C = \frac{5}{4} \times 60 = 75^{\circ}\text{C}$$

4. 華氏零下 13° ，相當於攝氏幾度？

$$\begin{aligned} \text{[解]} C &= \frac{5}{9} \times (-13 - 32) = -\frac{5}{9} \times 45 \\ &= -25^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

即相當於攝氏零下25度

5. 攝氏零下 10° ，相當於華氏幾度？

$$\text{[解]} F = \frac{9}{5} \times (-10^{\circ}\text{C}) + 32 = -18 + 32 = 14^{\circ}\text{F}$$

即相當於華氏零下 14° 度

6. 某物之冰點在列氏零下 30° ，問當華氏及攝氏各若干度？

$$\begin{aligned} \text{[解]} F &= \frac{9}{4} \times (-30) + 32 = -67.5 + 32 \\ &= -35.5^{\circ}\text{F} \end{aligned}$$

$$C = \frac{5}{4} \times -30 = -37.5^{\circ}\text{C}$$

即相當華氏零下35.5度，攝氏零下37.5度

【習題】

1. 攝氏 60° ，當華氏若干度？又當列氏若干度？
(答) 140°F , 48°R ,
2. 華氏零度下31度，問當攝氏若干度？

(答) -35°C

3. 列氏零度下 10° ，問當華氏及攝氏各幾度？

(答) 9.5°F ， -12.5°F ，

(22) 時鐘問題

【公式】

(甲) 分針與時針之關係

$$\text{分針應行之分數} = \text{分針比時針多走之分數} \\ \div \frac{11}{12} \dots\dots\dots (20)$$

(乙) 兩針相重

$$\text{兩針相重的時間} = (5\text{分} \times \text{時數}) \div \frac{11}{12} \dots\dots\dots (21)$$

(丙) 兩針成直線

在六點鐘以前者

$$\text{分針比時針多走之分數} = (5\text{分} \times \text{鐘點數} \\ + 30\text{分}) \div \frac{11}{12} \dots\dots\dots (22)$$

在六點鐘以後者

$$\text{分針比時針多走之分數} = (5\text{分} \times \text{鐘點數} \\ - 30\text{分}) \div \frac{11}{12} \dots\dots\dots (23)$$

(丁) 兩針成直角

自九點鐘至十二點鐘

$$\text{分針比時針多走之分數} = 5 \text{分} \times \text{鐘點數} - 15 \text{分} \dots\dots\dots (24)$$

自十二點鐘至三點鐘

$$\text{分針比時針多走之分數} = 5 \text{分} \times \text{鐘點數} + 15 \text{分} \dots\dots\dots (25)$$

自四點鐘至八點鐘

$$\text{分針在時針後成直角：——分針比時針多走之分數} = 5 \text{分} \times \text{鐘點數} - 15 \text{分}, \dots\dots (26)$$

$$\text{分針在時針前成直角：——分針比時針多走之分數} = 5 \text{分} \times \text{鐘點數} + 15 \text{分} \dots\dots (27)$$

(戊) 兩鐘相距N分(即若干分)

分針在時針後相距N分

$$\text{分針比時針多走之分數} = 5 \text{分} \times \text{鐘點數} - N \text{分} \dots\dots\dots (28)$$

分針在時針前相距N分

$$\text{分針比時針多走之分數} = 5 \text{分} \times \text{鐘點數} + N \text{分} \dots\dots\dots (30)$$

【例題】

1. 五點鐘與六點鐘之間，時針與分針相重，問在

什麼時刻？

[解]因鐘上分針走60分，時針走5分，

分針走1分則時針走 $\frac{5}{60} = \frac{1}{12}$ 分。

由是分針走1分，追上時針 $1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$ 分。

[參考整數四則追及問題公式(40)]

今五時以後，時針與分針相重，分針與時針之距離為 $5 \text{分} \times 5 = 25 \text{分}$ 。

則分針應走之分數 $= 25 \div \frac{11}{12} = \frac{300}{11}$

$= 27\frac{3}{11}$ 分。

書成總式為，

兩針相重時間 $= (5 \times 5) \div \frac{11}{12} = 27\frac{3}{11}$ 分。

$27\frac{3}{11}$ 分即為分針所指之分數，亦即兩針相重

時之分數，故5點 $27\frac{3}{11}$ 分兩針相重。

這就是公式(21)

2. 三點鐘後，長針與短針相重在何時？(四川省師範會考)

[解]依公式(21)

$$\begin{aligned}\text{兩針相重之時間} &= (5 \times 3) \div \frac{11}{12} \\ &= 15 \times \frac{12}{11} = 16\frac{4}{11} \text{分},\end{aligned}$$

即 3 時 $16\frac{4}{11}$ 分兩針相重。

3. 二點鐘與三點鐘之間，兩針成一直線，問在何時？

[解] 因分針要比時針多走 $\frac{11}{12}$ 分。

二點鐘後兩針成一直線，則分針須走之距離為 $5 \text{分} \times 2 + 30 \text{分} = 40 \text{分}$ 。

$$\begin{aligned}\text{故分針應走} &= 40 \div \frac{11}{12} = 40 \times \frac{12}{11} = \frac{480}{11} \\ &= 43\frac{7}{11} \text{分}.\end{aligned}$$

故兩針成直線之時間為 2 時 $43\frac{7}{11}$ 分。

這就是公式(22)

4. 九時與十時之間，兩針成一直線之時刻為何？

[解] 依公式(23)

$$\begin{aligned}\text{分針比時針多走分數} &= (5 \text{分} \times 9 - 30) \div \frac{11}{12} \\ &= 15 \times \frac{12}{11} = \frac{180}{11} = 16\frac{4}{11} \text{分}.\end{aligned}$$

即兩針成一直線在 9 時 $16\frac{4}{11}$ 分。

5. 一點鐘與二點鐘之間，兩針成一直角之時刻爲何？

[解]分針比時針多走 $5分 \times 1 + 15分 = 20分$ 。

$$\begin{aligned} \text{則分針應走} &= 20 \div \frac{11}{12} = 20 \times \frac{12}{11} \\ &= 21\frac{9}{11} \text{分。} \end{aligned}$$

故兩針成直角之時爲1點 $21\frac{9}{11}$ 分。

6. 四點與五點鐘之間，兩針成直角在何時？

[解]四點鐘以後，兩針成直角之機會有二次；

第一次分針在時針後成直角，分針比時針多走 $5 \times 4 - 15 = 5分$ ，則分針應走 $5分 \div \frac{11}{12}$

$$= 5 \times \frac{12}{11} = 5\frac{5}{11} \text{分。}$$

第二次分針在時針前成直角，則分針比時針多走 $5 \times 4 + 15 = 35分$ ，故分針應走 $35分 \div \frac{11}{12}$

$$= 35 \times \frac{12}{11} = 38\frac{2}{11} \text{分。}$$

即四點與五點鐘之間，第一次成直角爲4點 $5\frac{5}{11}$ 分，第二次成直角爲4點 $38\frac{2}{11}$ 分。

7. 六點與七點之間，求兩針相距20分之時刻爲何？

[解]第一次分針在時針後20分，

則分針須比時針多走 $5 \times 6 - 20 = 10$ 分。

則分針應走 $= 10 \div \frac{11}{12} = \frac{120}{11} = 10\frac{10}{11}$ 分。

第二次分針在時針前20分。

分針比時針多走 $5 \times 6 + 20 = 50$ 分。

則分針應走 $50 \div \frac{11}{12} = 50 \times \frac{12}{11} = 54\frac{6}{11}$ 分。

即兩針相距20之分時刻為6點 $10\frac{10}{11}$ 分及6

點 $54\frac{6}{11}$ 分。

8. 二點後第一次分針與時針成 120° 角在何時?

[解]兩針成 120° 角，即全圓周之 $120 \div 360 = \frac{1}{3}$

計相距 $60 \times \frac{1}{3} = 20$ 分，即二點後，分針應走到時針前20分。

故分針須比時針多走 $5 \times 2 + 20 = 30$ 分。

分針應走 $30 \div \frac{11}{12} = 30 \times \frac{12}{11} = 32\frac{8}{11}$ 分。

即在2點 $32\frac{8}{11}$ 分時兩針成 120° 角。

9. 有一鐘，每天慢10分，於早間9時對準，問至午後3時，此鐘應指何時?

[解]因此鐘24小時慢10分,則1時應慢 $\frac{10}{24}$ 分,

而早間9時至午後3時共經 $12-9+3=6$ 時。

故知共慢 $\frac{10}{24} \times 6 = \frac{60}{24} = 2\frac{1}{2}$ 即2分30秒。

答此鐘應指2時57分30秒。

【習題】

1. 四點鐘後,時針與分針第一次何時相重?

(答) 4時 $21\frac{9}{11}$ 分

2. 五時與六時中間,分針與時針成直角之時刻爲何?

(答) 5時 $10\frac{10}{11}$ 分,(第一次)5時 $43\frac{7}{11}$ 分,(第二次)

3. 四點鐘後,第一次時針與分針成 60° ,在何時刻?

(答) 4時 $10\frac{10}{11}$ 分。

(23)混合問題

【例題】

1. 有酒一罈,今汲出 $\frac{1}{4}$,復以水補足其量,再於

其混合液內，汲出 $\frac{1}{4}$ ，又以同量之水補入，如是4次，問混合液內，尙存酒量幾何？

[解]第一次汲出 $\frac{1}{4}$ ，則餘者 $= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

第二次汲出 $\frac{3}{4}$ 之 $\frac{1}{4}$ ，則其餘者 $= \frac{3}{4} - \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{12}{16} - \frac{3}{16} = \frac{9}{16}$ ($= \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$)

以此類推

第四次所餘酒 $= 1 \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$
 $= \frac{81}{256}$

答第四次汲出後，尙餘酒量 $\frac{81}{256}$

2. 有五個酒樽，容量各不等，若乙樽之酒，傾 $\frac{1}{2}$ 於甲樽，丙又傾 $\frac{1}{3}$ 於乙，丁又傾 $\frac{1}{4}$ 於丙，戊又傾 $\frac{1}{6}$ 於丁，如是五樽容量皆為3斗，問各樽最初之量如何？

[解]戊之酒量 $= 30 \div \left(1 - \frac{1}{6} \right) = 36$ 升

丁之30升內，減去戊傾入之 $36 \times \frac{1}{6} = 6$ 升，

丁又傾入丙 $\frac{1}{4}$ ，故丁之量 $= (30 - 6)$

$$\div \left(1 - \frac{1}{4}\right) = 24 \times \frac{4}{3} = 32 \text{ 升。}$$

同樣丙之量 $= \left(30 - 32 \times \frac{1}{4}\right) \div \left(1 - \frac{1}{3}\right)$

$$= 22 \times \frac{3}{2} = 33 \text{ 升}$$

乙之量 $= \left(30 - 33 \times \frac{1}{3}\right) \div \left(1 - \frac{1}{2}\right)$

$$= 19 \times \frac{2}{1} = 38 \text{ 升}$$

甲之量 $= 30 - 38 \times \frac{1}{2} = 11 \text{ 升}$

3. 酒精與水混合，酒精占全量的一半多18升，水是酒精的一半多1升，問酒精各幾升？

[解] 設全體混合液為1，

依題意，酒精係全量之 $\frac{1}{2}$ 多18升，水又是酒精的半多1升，

易言之，即水是全量的 $\frac{1}{2} \div 2 = \frac{1}{4}$ 多

$18 \div 2 = 9$ 升再加1升，即水是混合液全量的

$\frac{1}{4}$ 多 $(9 + 1) = 10$ 升

由是酒精所多之18升與水所多之10升之和，
必相當於混合液全量 $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

$$\begin{aligned} \text{則 混合液總量} &= (18 + 10) \div \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) \\ &= 28 \div \frac{1}{4} = 112 \text{升} \end{aligned}$$

$$\text{酒精} = 112 \times \frac{1}{2} + 18 = 56 + 18 = 74 \text{升}$$

$$\text{水} = 112 - 74 = 38 \text{升。}$$

4. 有含純酒精三份，水二份之酒；問須酌出幾分之幾，易之以水，則酒中含純酒精及水各半？

[解] 酒中含純酒精 $\frac{3}{3+2} = \frac{3}{5}$ ，水 $\frac{2}{3+2} = \frac{2}{5}$ ，

$$\text{則純酒精比水多} = \frac{3}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$$

欲使酒精與水相等，須提出此 $\frac{1}{5}$ 純酒精之

半，即 $\frac{1}{5} \div 2 = \frac{1}{10}$ ，易之以水，

今酒中含純酒精 $\frac{3}{5}$ ，故須吸出酒

$$= \frac{1}{10} \div \frac{3}{5} = \frac{1}{10} \times \frac{5}{3} = \frac{1}{6}，\text{易之以水。}$$

答須酌出酒 $\frac{1}{6}$ ，易之以水，則酒中含純酒精

及水各半。

【習題】

1. 有酒水混合液8石,其 $\frac{4}{5}$ 爲酒,今以水一石加入,問此時水佔全量幾分之幾?

(答) $\frac{13}{45}$ 。

2. 有酒精五份,水三份之高粱酒,今欲酌出若干,易之以等量之水,便成酒精及水各半,適於飲用之淡酒,問須酌出高粱酒若干?

(答) $\frac{1}{3}$

(24)著名問題集解

【習題】

1. 某牧人有馬牛羊,合共100頭,賣之於市,牛一頭88元,馬一頭50元,羊一頭6元,如是賣盡,平均計之,一頭僅值9元4角,若再賣馬 $\frac{3}{4}$ 頭,則可少賣羊25頭,其金數等,問馬牛各幾頭?

[解]羊一頭值6元,馬 $\frac{3}{4}$ 頭,與羊25頭相等

$$\text{則馬之共值} = 6 \times \left(25 \div \frac{3}{4} \right) = 6 \times 25 \times \frac{4}{3}$$

$$= 200 \text{元}$$

$$\text{馬數} = 200 \div 50 = 4 \text{頭}$$

$$\text{牛羊總數} = 100 - 4 = 96 \text{頭}$$

$$\text{牛羊之共值} = 9.4 \times 100 - 200 = 740 \text{元}$$

依整數四則公式(63)

$$\text{牛數} = (740 - 96 \times 6) \div (88 - 6) = 2 \text{頭}$$

2. 有20畝之大牧場，放牛133匹，13日將生草食盡，又有5畝之小牧場，放牛28匹，則16日適食盡，若有8畝之牧場，將生草14日食盡，問可放牛若干？

[解] 設1爲牛一匹一日之食量。

則大牧場一畝13日間產草之量

$$= \frac{1 \times 133 \times 13}{20} = \frac{1729}{20}$$

$$\text{小牧場一畝16日間產草之量} = \frac{1 \times 28 \times 16}{5}$$

$$= \frac{448}{5}$$

前後兩畝草量之差

$$= \frac{1 \times 28 \times 16}{5} - \frac{1 \times 133 \times 13}{20} = \frac{63}{20}$$

即爲 $16 - 13 = 3$ 日間生長之草量。

$$\text{則1日一畝生長草量} = \frac{63}{20} \div 3 = \frac{21}{20}$$

$$\begin{aligned} \text{而一畝原有之草量} &= \frac{1 \times 28 \times 16}{5} - \frac{21}{20} \times 16 \\ &= \frac{448}{5} - \frac{336}{20} = \frac{364}{5} \end{aligned}$$

故今8畝14日間之草量

$$= \frac{364}{5} \times 8 + \frac{21}{20} \times 14 \times 8 = 700$$

故可放牛 = $700 \div 14 = 50$ 頭。

3. 一人飼雞若干隻，第一年之終增其 $\frac{1}{3}$ ，次年之終又增其全數之 $\frac{1}{4}$ ，第三年之終又增全數之 $\frac{1}{5}$ ，如是共得72隻，問原飼若干隻。

[解] 設以1爲原數，第一年增 $\frac{1}{3}$ ，則共得 $1 + \frac{1}{3}$

$$= \frac{4}{3}$$

$$\text{次年終增} \frac{4}{3} \times \left(1 + \frac{1}{4}\right) = \frac{4}{3} \times \frac{5}{4}$$

$$\text{第三年終增} \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \left(1 + \frac{1}{5}\right)$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \frac{6}{5}$$

恰與72隻相等。

$$\text{故原飼鷄數} = 72 \div \left(\frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \frac{6}{5} \right) = 36 \text{隻。}$$

4. 有二位之數，十位數字爲一位數之 $\frac{2}{3}$ ，若加18於本數，則其數之次序倒轉，問本數爲何？

[解] 凡二位之數，若加某數，其數字次序倒轉，則其所加之數，恆爲十位數字與一位數之差之 $10-1=9$ 倍。

因而十位數字與一位數字之差爲 $18 \div 9 = 2$

又其數字之差爲一位數字之 $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

$$\text{故一位數字} = 2 \div \frac{1}{3} = 6$$

$$\text{十位數字} = 6 \times \frac{2}{3} = 4$$

則本數爲46

5. 有三數，其和爲116，而甲爲乙之 $\frac{2}{3}$ ，又以丙除乙，則爲 $\frac{9}{14}$ ，問各數如何？

[解] 甲爲乙之 $\frac{2}{3}$ ，丙爲乙之 $1 \div \frac{9}{14} = \frac{14}{9}$

故甲乙丙悉以乙表之，則其和爲乙之

$$\left(1 + \frac{2}{3} + \frac{14}{9} \right) = \frac{29}{9} \text{ 即相當於 } 116$$

$$\text{由是乙} = 116 \div \frac{29}{9} = 36。$$

$$\text{甲} = 36 \times \frac{2}{3} = 24$$

$$\text{丙} = 36 \times \frac{14}{9} = 56$$

6. 有競渡會兩艇同時出發，經12分48秒，捷艇已達勝標，敗艇則在40丈後，但出發後經8分鐘，敗艇尙距勝標700丈，問捷艇之速，每小時幾里？

$$[\text{解}] \text{每分鐘兩艇之速之差} = 40 \div 12 \frac{48}{60} = \frac{25}{8} \text{ 丈}$$

$$8 \text{ 分鐘後捷艇距決勝點} = 700 - \frac{25}{8} \times 8$$

$$= 700 - 25 = 675 \text{ 丈}$$

$$\text{捷艇每分鐘之速} = 675 \div \left(12 \frac{48}{60} - 8 \right)$$

$$= \frac{1125}{8} \text{ 丈}$$

$$\text{則捷艇每小時速} = \frac{1125}{8} \times 60 = 8437.5 \text{ 丈}$$

7. 有火車長88碼，有行人沿鐵路與火車同方向進行，每時之速4哩，自火車追及此人，經10秒間離開此人，忽又追及一人，經9秒間離開此人，問後之一人，每時之速為幾哩？

[解]火車與前人之速之差 = $88 \div 10 = \frac{88}{10}$ 碼

火車與後人之速之差 = $88 \div 9 = \frac{88}{9}$ 碼

前後二人每秒鐘之速差 = $\frac{88}{9} - \frac{88}{10} =$

= $\frac{88}{90}$ 碼

前後二人每小時之速之差 = $\frac{88}{90} \times 60 \times 60$

= 3520 碼 = 2 哩

則後一人每小時速 = $4 - 2 = 2$ 哩

8. 有金若干，買米可得180石，以之買麥，則可得270石，今將此金買米麥，其石數相同，問該買若干石？

[解]設金數為1，則米1石之價為 $\frac{1}{180}$ ，麥1石之

價為 $\frac{1}{270}$

米麥各1石之和 = $\frac{1}{180} + \frac{1}{270} = \frac{1}{108}$

則米麥之石數 = $1 \div \frac{1}{108} = 108$ 石。

(十)分數和小數的關係

(1) 分數化小數

(甲) 分數化爲有限小數

【定義】 有限小數：一數能將另一數除盡，倘有小數，則所得小數的位數是有一定的，這種小數，叫做有限小數。

【公式】 $\frac{\text{分子}}{\text{分母}} = \text{分子} \div \text{分母} = \text{小數} \dots \dots (1)$

【例題】

1. $\frac{54}{100} = ?$

【解】 $\frac{54}{100} = 54 \div 100 = 0.54$

2. $\frac{9}{25} = ?$

【解】 $\frac{9}{25} = 9 \div 25 = 0.36$

3. $\frac{43}{80} = ?$

【解】 $\frac{43}{80} = 43 \div 80 = 0.5375$

4. $\frac{33}{1000} = ?$

【解】 $\frac{33}{1000} = 33 \div 1000 = 0.033$

5. $4\frac{2}{5} = ?$

[解] $4\frac{2}{5} = 4 + 2 \div 5 = 4 + 0.4 = 4.4$

【習題】

1. $\frac{27}{30} = ?$

(答) 0.9

2. $2\frac{44}{11} = ?$

(答) 2.4

(乙) 分數化為循環小數。

【定義】 一數為另一數所除，永遠除不盡，其商數之小數的位數，永無限制，且節節重複，名叫循環小數，循環小數有兩種。(子)純循環小數，(丑)混循環小數。今分述於下：

(子)純循環小數。從小數第一位起就起循環的，叫做純循環小數。循環小數為便利計，可於第一循環節首尾二小數上記一點，倘循環節中之數字祇有一個，則祇須在第一位相同的小數上記一點。

【例題】

1. $\frac{1}{3} = ?$

〔解〕 $\frac{1}{3} = 0.333333 \dots = 0.\dot{3}$

2. $\frac{16}{33} = ?$

〔解〕 $\frac{16}{33} = 0.484848 \dots = 0.\dot{4}\dot{8}$

3. $\frac{37}{999} = ?$

〔解〕 $\frac{37}{999} = 0.037037037 \dots = 0.\dot{0}\dot{3}\dot{7}$

4. $3\frac{1}{3} = ?$

〔解〕 $3\frac{1}{3} = 3.3333 \dots = 3.\dot{3}$

5. $12\frac{2}{99} = ?$

〔解〕 $12\frac{2}{99} = 12.020202 \dots = 12.\dot{0}\dot{2}$

(丑)混循環小數。起初不循環，後來才循環起來的，叫做混循環小數，記數法同純循環。

【例題】

1. $\frac{79}{370} = ?$

[解] $\frac{79}{370} = 0.2135135135135\dots = 0.2\dot{1}3\dot{5}$

2. $4\frac{16}{30} = ?$

[解] $4\frac{16}{30} = 4.53333\dots = 4.5\dot{3}$

3. $\frac{23}{24} = ?$

[解] $\frac{23}{24} = 0.9583333\dots = 0.9\dot{5}8\dot{3}$

4. $\frac{14}{15} = ?$

[解] $\frac{14}{15} = 0.93333\dots = 0.9\dot{3}$

5. $\frac{21}{990} = ?$

[解] $\frac{251}{990} = 0.2535353\dots = 0.2\dot{5}3\dot{5}$

【習題】

1. $\frac{1}{6} = ?$

(答) $0.1\dot{6}$

2. $\frac{5}{6} = ?$

(答) $0.8\dot{3}$

$$3. \quad \frac{31}{56} = ?$$

$$(\text{答}) \quad 0.553571428\dot{8}$$

(2) 小數化爲分數

(甲) 有限小數化爲分數

$$\begin{aligned} \text{【公式】} \quad & \frac{\text{小數}}{10 \cdots \cdots (\text{有幾位小數就加幾個}0)} \\ & = \frac{\text{分子}}{\text{分母}} \cdots \cdots (2) \end{aligned}$$

【例題】

$$1. \quad 0.23 = ?$$

$$\text{【解】} \quad 0.23 = \frac{23}{100}$$

$$2. \quad 0.0043 = ?$$

$$\text{【解】} \quad 0.0043 = \frac{43}{10000}$$

$$3. \quad 0.032 = ?$$

$$\text{【解】} \quad 0.032 = \frac{\frac{32}{1000}}{125} = \frac{4}{125}$$

$$4. \quad 0.15 = ?$$

[解] $0.15 = \frac{\overset{3}{\cancel{15}}}{\underset{20}{\cancel{100}}} = \frac{3}{20}$

5. $0.24 = ?$

[解] $0.24 = \frac{\overset{6}{\cancel{24}}}{\underset{25}{\cancel{100}}} = \frac{6}{25}$

【習題】

1. $0.28 = ?$

(答) $\frac{7}{25}$ 。

2. $0.025 = ?$

(答) $\frac{1}{40}$

(乙) 循環小數化爲分數

(子) 純循環小數化爲分數

【公式】 $\frac{\text{循環節}}{\text{照循環節位數寫幾個9}} = \frac{\text{分子}}{\text{分母}} \dots \dots$
 $\dots \dots (3)$

【例題】

1. $0.\dot{3} = ?$

$$\text{[解]} \quad 0.\dot{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$2. \quad 0.\dot{7}\dot{3} = ?$$

$$\text{[解]} \quad 0.\dot{7}\dot{3} = \frac{73}{99}$$

$$3. \quad 0.\dot{0}1\dot{2} = ?$$

$$\text{[解]} \quad 0.\dot{0}1\dot{2} = \frac{12}{999} = \frac{4}{333}$$

$$4. \quad 1.\dot{6} = ?$$

$$\text{[解]} \quad 1.\dot{6} = 1\frac{6}{9} = 1\frac{2}{3}$$

$$5. \quad 5.\dot{0}00\dot{7}$$

$$\text{[解]} \quad 5.\dot{0}00\dot{7} = 5\frac{7}{9999}$$

6. 求下面的結果：

$$0.\dot{5} + 1.\dot{1}\dot{4} - .\dot{0}\dot{4} - .\dot{0}\dot{4} = ?$$

(江蘇全省高中入學)

$$\begin{aligned} \text{[解]} \quad 0.\dot{5} - 1.\dot{1}\dot{4} - 0.\dot{0}\dot{4} &= \frac{5}{9} + 1\frac{14}{99} - \frac{4}{99} \\ &= \frac{55}{99} + 1\frac{14}{99} - \frac{4}{99} = 1\frac{65}{99} \end{aligned}$$

(丑)混循環小數化爲分數

【公式】

$$\frac{\text{全部小數}-\text{不循環部份}}{\text{照循環節位數寫9,不循環位數寫0,}} \\ = \frac{\text{分子}}{\text{分母}} \dots\dots\dots(4)$$

【例題】

1. $0.\dot{1}4 = ?$

[解] $0.\dot{1}4 = \frac{14-1}{90} = \frac{13}{90}$

2. $14.\dot{5}\dot{6}\dot{5} = ?$

[解] $14.\dot{5}\dot{6}\dot{5} = 14\frac{565-5}{990} = 14\frac{560}{990}$
 $= 14\frac{56}{99}$

3. $0.125\dot{3}\dot{2} = ?$

[解] $\frac{12532-12}{99900} = \frac{12520}{99900} = \frac{625}{4995}$

4. $1.5\dot{0}\dot{2} = ?$

[解] $1.5\dot{0}\dot{2} = 1\frac{502-5}{990} = 1\frac{497}{990}$

5. $6.4\dot{6} = ?$

$$[\text{解}] \quad 6.\dot{4}\dot{6} = 6 \frac{46-4}{90} = 6 \frac{42}{90} = 6 \frac{21}{45}$$

【習題】

$$1. \quad 0.\dot{1}\dot{4} + 0.\dot{3} + 0.\dot{0}\dot{4}\dot{4} = ?$$

$$(\text{答}) \quad \frac{58}{111}$$

$$2. \quad 1.\dot{6}\dot{2}\dot{4} = ?$$

$$(\text{答}) \quad 1\frac{103}{15}$$

$$3. \quad 2.\dot{6}\dot{4}\dot{2}\dot{8} + 1.\dot{5}\dot{6} - 1.\dot{2}\dot{4} = ?$$

$$(\text{答}) \quad 2\frac{2386}{2475}$$

(十一)百分法

(1)求百分數問題

【定義】 一種礦產，裏面有百分之七十五是鐵，就是說假如把這礦產分成一百分，裏面有七十五分是鐵。一個學校，考取了全體百分之十的新生，就是說，每一百個學生中間，有十個新生。凡拿一百分做單位來表

示大小或計算的，都叫做百分法。百分法特別有一個符號去表示他，像75%就是百分之七十五之符號，10%就是百分之十的符號。

用百分法表示一件東西的成分，統計一件事物的多寡，最為簡單明瞭，令人得一確實的觀念。倘十分法去表示，則嫌太粗，不很容易正確；用千分法去表示，則又嫌太細，不易令人得一確實觀念，而百分法實最為適當。且在各種科學上，交易上，人事上的種種統計，如經用了百分法，對於分析比較上，有莫大之便利。譬如說，科學分析食物的成分，說此種食物含蛋白質百分之幾，彼種食物含蛋白質百分之幾。幾十種的食物列表比較下來，我們便知道那種食物的蛋白質含量最多，那種食物的蛋白質含量最少。又如有兩個商店，甲商店資本五萬元賺了五千元，乙商店資本二萬元，賺了四千元，我們不能說甲商店比乙商店獲利多，因為甲商店資本比乙商店大，五萬元賺五千元，如用百分法來表示，每百元祇賺了十元；乙商店資本小，賺四千元，如用百

分法來表示，每百元可賺到二十元。因此甲商店祇有百分之十的利錢，乙商店倒有百分之二十的利錢，比較起來，還是乙商店比甲商店獲利多哩。所以百分法在這方面可以應用無窮，最切實用。

【公式】

小數化爲百分數——用100做分母，把小數移下兩位做分子……………(1)

$$\text{百分數} = \frac{\text{子數}}{\text{母數}} \times 100 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{子數} = \text{母數} \times \text{百分數} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\text{母數} = \text{子數} \div \text{百分數} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\text{母子和} = \text{母數} \times (1 + \text{百分數}) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\text{母子差} = \text{母數} \times (1 - \text{百分數}) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\text{母數} = \text{母子和} \div (1 + \text{百分數}) \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\text{母數} = \text{母子差} \div (1 - \text{百分數}) \quad \dots\dots\dots (8)$$

【例題】

1. 把0.382化成百分數。

〔解〕依公式(1)

$$0.382 = \frac{38.2}{100} = 38.2\%$$

2. 把0.5化做百分數

解] $0.5 = \frac{50}{100} = 50\%$

3. 把1.34化做百分數

[解] $1.34 = \frac{134}{100} = 134\%$

4. 某學校共有學生400人，其中女生32人，問男女生各佔總數的百分之幾？又女生佔男生的百分之幾？

解 女生 = 32人 男生 = $400 - 32 = 368$ 人
依公分(2)及(1)

$$\begin{aligned} \text{男生佔總數之百分數} &= \frac{\frac{368}{400} \times 100}{100} = \frac{92}{100} \\ &= 92\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{女生佔總數之百分數} &= \frac{\frac{32}{400} \times 100}{100} = \frac{8}{100} \\ &= 8\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{女生佔男生之百分數} &= \frac{\frac{32}{368} \times 100}{100} \\ &= \frac{8.7(\text{強})}{100} \\ &= 8.7\%(\text{強}) \end{aligned}$$

5. 某校招考新生，投考者共312人，錄取者當投

考者之25%，問共錄取若干人？

[解]錄取人數爲子數，依公式(3)

$$\text{錄取人數} = 312 \times 25\% = 312 \times \frac{25}{100} = 78 \text{人}$$

6. 某縣共有識字者34560，其數適爲全縣人口之7.5%，問某縣共有人口若干？

[解]全縣人口爲母數，依公式(4)

$$\begin{aligned} \text{全縣人口} &= 34560 \div 7.5\% = 34560 \times \frac{100}{7.5} \\ &= 460,800 \end{aligned}$$

7. 某農夫今年穫米比上年多1石9斗8升，適比上年增加1分2厘(即12%)，問今年上年各穫米若干？

[解]今年比上年多穫之米爲子數，上年穫米爲母數，今年穫米爲母子和。

則依公式 4 及(5)

$$\text{上年穫米} = 198 \div 12\% = 198 \div 0.12 = 1650 \text{升。}$$

$$\text{今年穫米} = 1650 + 198 = 1848 \text{升} = 18 \text{石} 4 \text{斗} 8 \text{升。}$$

8. 麥每石原價7元5角，若漲價8%，問每石現價多少？

[解]原價75角是母數(因8%是原價的8%)
所漲之價爲子數，現價爲子母和。

依公式(5)

$$\begin{aligned} \text{現價} &= 75 \times (1 + 8\%) = 75 \times 1.08 = 81 \text{角} \\ &= 8 \text{元} 1 \text{角} \text{ (每石)} \end{aligned}$$

9. 銀內含銅計3%，今有銀400兩，問內有純銀若干兩？

[解] 銀400兩為母數(因3%是銀400兩的3%)

銅重為子數，所求之純銀為母子差。

依公式(6)

$$\begin{aligned} \text{純銀} &= 400 \times (1 - 3\%) = 400 \times (1 - 0.03) \\ &= 400 \times 0.97 = 388 \text{兩} \end{aligned}$$

10. 進貨200件，售價345,600元，得利8%，問每件之原價若干元？

[解] 每件售價 = $345600 \div 200 = 1728$ 元

原價為母數，所得之利益為子數，售價為母子和。

依公式(7)

$$\begin{aligned} \text{每件原價(母數)} &= 1728 \div (1 + 8\%) \\ &= 1728 \div 1.08 = 1600 \text{元} \end{aligned}$$

11. 某校開運動會，得頭等獎者25%，得二等獎者35%，未得獎者尚有600人，問全校共有若干人？

[解] 全校人數為母數，頭等獎與二等獎人數為子數，而未得獎者為子母差。

依公式(8)

$$\begin{aligned} \text{全校人數} &= 600 \div [1 - (25\% + 35\%)] \\ &= 600 \div [1 - 60\%] = 600 \div 40\% \\ &= 600 \div 0.4 = 1500 \text{人。} \end{aligned}$$

12. 某城今年居民共4539人,比前年少25%,問前年居民共多少人?

[解]前年人數爲母數,今年比前年所少人數爲子數,則今年人數爲母子差。

依公式(7)

$$\begin{aligned} \text{前年居民} &= 4539 \div (1 - 25\%) \\ &= 4539 \div 75\% = 4539 \div 0.75 \\ &= 6052 \text{人} \end{aligned}$$

【習題】

1. 有鹽一包,藏於濕處,有一部分溶化,失去12斤,適爲原鹽12%,問原鹽若干斤?
(答) 100斤
2. 某鎮原有人口3604人,十年以後有4505人,問平均每年增添人口百分之幾?
(答) 2.5%
3. 某都市人口中,兒童佔19%,女子佔28%,其餘均爲男子,計31800人,問此都市人口共若干?
(答) 60,000人

(2) 折扣問題

【定義】 折與扣兩者性質不同，折是買主給賣主的實在物價，扣是賣主對買主便宜的物價，故折是實在物價 = 原價 × 百分數(折)，扣是實在物價 = 原價 × (1 - 百分數)(扣)

【例題】

1. 某店大廉價，毛巾原價每打一元八角，打八折，問每打價若干？

[解] 原折為母數，實價為子數，則依公式(3) 實價 = $18 \times 80\% = 18 \times 0.8 = 14.4$ 角 = 1元4角4分。

2. 某物定價為8940，後來售得7599元，問售價是定價的幾折？

[解] 定價是母數，售價是子數，求折扣即百分數。
故售價是定價的折扣數 = $7599 \div 8940 = .85 = 85\%$ 即八五折。

3. 某人買某物，照定價打20%扣，計付銀2元4角，求此物之定價？

[解] 此物之定價為母數，
此物之定價 = $24 \div (1 - 20\%)$
= $24 \div 0.8 = 30$ 角 = 3元，

4. 某書店定章，凡購書百部以上者，得照定價打

八折後再得九折，今買書400部，每部定價2元4角，問共須付洋若干元？

〔解〕應付之洋 = $24 \times 80\% \times 90\% \times 400 = 6912$ 元

5. 甲乙兩商店賣同樣的貨物，定價都是685元。甲店願打雙八六折，乙店願打七五折，問這兩店的售價那一個便宜。（上海市會考江蘇全省高中入學）

〔解〕甲店售價 = $685 \times 86\% \times 86\% = 506.626$ 元

乙店售價 = $685 \times 75\% = 513.75$ 元。

則甲店比乙店便宜

$$513 - 506.626 = 7.124 \text{元。}$$

6. 某店廉價，照碼八五折，杭綢一匹，實售銀29.75元，問原碼多少？

〔解〕原碼為母數29.75為子數，則

$$\text{原碼} = 29.75 \div 85\% = 92.75 \div 0.85 = 35 \text{元。}$$

7. 某店批某工廠之鉛筆，一打（12枝）之價作10枝計算，問這樣計算，等於幾折？

〔解〕12枝的價為母數，10枝為子數，則

$$\text{所打之折扣} = 10 \div 12 = 83.3\%$$

即所打的折扣為八.三三折

8. 72元的債，祇收得65%，收得之款中，再提5%為收債費，問債主實收洋多少？

$$\text{〔解〕} 72 \times 65\% = 72 \times 0.65 = 46.8 \text{元}$$

實得數又打了一個 $1-5\%=95\%$ 即九五折。
 則債主實收洋 $=46.8 \times (1-5\%) = 46.8$
 $\times 0.95 = 44.46$ 元。

9. 甲購機器一部，計洋2000元，一年後照原價打20%扣，賣給乙，乙又用過二年後，再照買價打30%扣，賣給丙，現出洋若干？

[解] 應出洋數 $=2000 \times (1-20\%) \times (1-30\%)$
 $=2000 \times 0.8 \times 0.7 = 1120$ 元

10. 某貨物打雙九折，再打九五折，若以單折計算，則為幾何？

[解] 以單折計算 $=90\% \times 90\% \times 95\% = 76.95\%$

【習題】

1. 某貨值洋1200元，甲商行對折(50%)，乙商行打雙七五折，問那一種售價較廉？並為數幾何？

(答) 打對折便宜75元

2. 定價45元之物，欲以36元買得，須打幾折？

(答) 八折

3. 某甲買腳踏車一輛，原價150元，一年後，照原價30%扣賣與某乙，某乙用過一年後又照買價30%扣，賣於某丙，問某丙須付銀若干，購此車輛？

(答) 73.5元

(3) 賠賺問題

【列題】

1. 某物照定價九折賣之，尙可賺二分，若依定價賣之，其賺率當若何。(陝西省高級中學)

[解]由題照定價九折(90%)出售，尙賺2分。
(20%)

則原本必爲 $90\% - 20\% = 70\%$ ，

今照定價出售，則其賺率爲

$$100\% - 70\% = 30\%$$

答照定價出售，可賺30%，

2. 某店購進每百斤價48元之茶葉1500斤，賣得675元，問其賺賠之成數若何？

[解]每斤原價 = $48 \div 100 = 0.48$ 元

每斤賣價 = $675 \div 1500 = 0.45$ 元

則每斤損失 = $0.48 - 0.45 = 0.03$ 元

以每斤原價0.48元爲母數，每斤損失爲子數，
則賠的成數 = $0.03 \div 0.48 = 6.25\%$

3. 某商買每噸7元6角2分之炭200噸，其運費及其他諸雜費又用去68元4角，後來賣得1986元，問其賺賠之成數若何？

[解]200噸炭之總價 = $7.62 \times 200 = 1524$ 元

加上雜用，總成本 = $1524 + 68.4 = 1592.4$ 元

$$\begin{aligned} \text{今共賣得} 1986 \text{元則計賺洋} &= 1986 - 1592.4 \\ &= 393.6 \text{元} \end{aligned}$$

以成本1592.4爲母數,393.6元爲子數,得賺的成數 $= 393.6 \div 1592.4 = 24.7\%$ 弱)

4. 某木商買每枝價7角5分之杉木200枝,賣時賺利益24%,問實得利金若干?

[解]75分爲母數,24%爲百分數
則實得利金 $= 75 \times 24\% \times 200$

$$= 75 \times 0.24 \times 200 \times 3600 \text{分} = 36 \text{元}$$

5. 某人有布若干匹,賣234元,賠本10%,問賣銀若干乃獲利10%?

[解]原本 $= 234 \div (1 - 10\%) = 234 \div 0.9 = 260 \text{元}$

今欲賺10%,則賣價 $= 260 \times (1 + 10\%)$

$$= 260 \times 1.1 = 286 \text{元}$$

6. 有人買絹若干匹,價1050,今每匹賣47元,賠本6%,求絹的匹數?

[解]每匹買價 $= 47 \div (1 - 6\%) = 47 \div 0.94 = 50 \text{元}$

$$\begin{aligned} \text{而總買價爲} 1050 \text{元,故絹之匹數} &= 1050 \div 50 \\ &= 21 \text{匹} \end{aligned}$$

7. 價值6.8元,8.6元,9.6元之三種白米,等量攪和售之,每石售9元,問賺賠百分之幾?

[解]三種攪和後,每石平均價值 $= (6.8 + 8.6$

$$+9.6) \div 3 = 8\frac{1}{3} \text{元}$$

今每石賣9元，計賺 $9 - 8\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ 元

$$\begin{aligned} \text{故賺之百分數} &= \frac{2}{3} \div 8\frac{1}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{25} \\ &= 8\% \end{aligned}$$

8. 某商買入棉花一宗，後來賣去 $\frac{5}{8}$ ，已收回其資本，求賺率。

[解] 某商賣去棉花 $\frac{5}{8}$ ，則尚餘 $1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$ ，此即所賺之數，為子數，則

$$\text{賺率} = \frac{3}{8} \div \frac{5}{8} = 60\%$$

9. 某商人減商品之定價10%，尚獲利15%，但原價18元，問定價幾何？

[解] 原價為18元，售時獲利15%，則原價為母數，利金為子數，而售價為母子和，依公式(5)

$$\text{售價} = 18 \times (1 + 15\%) = 20.7 \text{元}$$

20.7元，適為定價減10%之價，因之定價為母數，所減之價為子數，售價20.7元為母子差，依公式(8)

$$\text{定價} = 20.7 \div (1 - 10\%) = 23 \text{元}$$

10. 茶商買茶十箱，每箱78斤，每斤價銀5角

8分，後因霉爛，棄去 $\frac{1}{10}$ ，而售其餘，欲向賺20%，則每斤之賣價幾何？

【解】成本 = $58 \times 78 \times 10 = 45240$ ，此為母數，今欲賺20%，則其總賣價為母子和，依公式(5)

總賣價 = $45240 \times (1 + 20\%) = 54288$ 分

賣時因爛去 $\frac{1}{10}$ 僅以 $1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$ 出售，

則出售 = $78 \times 10 \times \frac{6}{10} = 702$ 斤，

故每斤售價 = $54288 \div 702 = 77.3$ 分(強)
即7角7分3厘。

【習題】

1. 某商買每噸7元6角2分之炭200噸，其運費及其他諸雜費又用去68元4角，後來賣得1896元，問賺賠之成數若何？

(答) 賺24.7%(弱)

2. 甲乙兩書，售價同為4角，而賺利大小不同，甲書為原價之 $33\frac{1}{3}\%$ ，乙書為售價

$33\frac{1}{3}\%$ ，問原價各若干？

(答) 3角(甲書) $2\frac{2}{3}$ 角(乙書)

3. 一商人賣綢一匹，加利2分於原價中為賣

價，後將賣價打九五折賣出，計獲利5元6角，問此貨之原價若干？

(答) 40元

(4) 租稅問題

【例題】

1. 租房屋一所，每月房租155元，房捐1%，每月房租連房捐共該多少？(廣西省會考)

【解】 $155 \times (1 + 1\%) = 156.575$ 元。

2. 某縣共有田地2880000畝，其中 $\frac{1}{40}$ 為山，例不納稅，其餘 $\frac{1}{40}$ 為上田， $\frac{2}{3}$ 為中田，餘為下田，每畝應納賦銀，上田6厘，中田5分，下田3分2厘，求此縣地賦稅銀數若干？

【解】上田共納稅銀 = $0.006 \times 2880000 \times \frac{1}{40}$
= 4680元

中田共納稅銀 = $0.05 \times 2880000 \times \frac{2}{3}$
= 96000元

下田共納稅銀

= $0.032 \times 2880000 \times \left(1 - \frac{1}{40} - \frac{1}{40} - \frac{2}{3}\right)$
= $0.032 \times 2880000 \times \frac{34}{120} = 26112$ 元。

共納稅銀 = $4080 \div 96000 + 2112 = 126792$ 元。

3. 地324畝，每畝稅銀 0.82元，今因年荒核減 22%，問共納稅多少？

[解] 應納稅銀 = $0.82 \times 324 = 265.68$ 元

今減收 22%，則以 265.68 元為母數，22% 為百數，則

$$\begin{aligned} \text{共納稅銀} &= 265.68 \times (1 - 22\%) \\ &= 265.68 \times 0.78 = 207.23 \text{元(強)} \end{aligned}$$

4. 有個戶租田 23 畝，言明每年每畝繳租米 1 石 5 斗，某年適逢荒歉，依原租 60% 折還租，其時米價每石 7 元，問應折銀若干？

[解] 共應納米 = $15 \times 23 = 354$ 斗，

今因荒歉，依原租 60% 折銀，而每石價 7 元，

$$\text{則應折之銀} = 7 \text{元} \times 35.5 \text{石} \times 60\% = 148.68 \text{元}$$

5. 某海關計算三年間之輸出輸入，第二年比第一年增 25%，第三年又比第二年減 5%，今知第三年之稅額數為 5342816.055 元，問一年之稅額若干？

[解] 第三年比第二年減 5%，則第二年為母數，而

第三年 5342816.055 元為母子差，依公式(8)

$$\text{第二年稅額} = 5342816.055 \div (1 - 5\%)$$

$$= 5342816.055 \div 0.95$$

$$= 5624816.9 \text{元}$$

第二年比第一年增25%，則

$$\text{第一年稅額} = 5624816.9 \div (1 + 25\%)$$

$$= 5624816.9 \div 1.25$$

$$= 4499853.52 \text{元}$$

6. 今有西藥，燕窩及人參三種。斤數相同，西藥與燕窩每百斤抽關稅共110元，人參每百斤抽關稅220元，今三種共抽稅銀1760兩，問每種各若干斤。

[解] 西藥及燕窩每斤抽稅銀 = $\frac{110}{100} = 1.1 \text{元}$

$$\text{人參每斤抽稅銀} = \frac{220}{100} = 2.2 \text{元}$$

$$\text{則各一斤共抽稅銀} = 1.1 + 1.1 + 2.2 = 4.4 \text{元}$$

今共抽銀1760元，故

$$\text{三種各有斤數} = 1760 \div 4.4 = 400 \text{斤。}$$

7. 有米三船，每船值銀250元，按照10%納關稅，至售去時不欲虧本，問應共售銀若干？

[解] 原值銀數為母數，稅銀為子數，欲賣價適不虧本，則賣價應等於原價與稅銀之和，（即母子和）依公式(5)

$$\text{共售之銀數} = 250 \times 3 \times (1 + 10\%)$$

$$= 750 \times 1.1 = 825 \text{元}$$

8. 某國商人，運入白糖10船，每船120包，每包值銀5元，在海關納稅15%，至售盡時，獲利8%，問共賣得多少元？

[解] 貨物共值 = $5 \times 10 \times 120 = 6000$ 元

納關稅15%，賣時獲利8%，再加原本，則依公式(5)

$$\begin{aligned} \text{賣價} &= 6000 \times (1 + 15\% + 8\%) \\ &= 6000 \times 1.23 = 7380 \text{元。} \end{aligned}$$

9. 英商運呢1350疋到上海，納進口稅7.5%，共計關銀3645元，求呢每疋原價銀若干？

[解] 3645兩為子數，稅率7.5%為百分數，而貨物

$$\text{總價} = 3645 \div 7.5\% = 48600 \text{兩}$$

$$\text{則每匹價} = 48600 \div 1350 = 36 \text{兩。}$$

10. 一外商在漢口買棉花1200担，每担值銀17.5元，運至上海後又運回本國，共納關稅7.5%，製成細布20000匹，每匹價銀3.45兩，又到中國內地銷售，共納關稅10%，求此商人兩次共納我國稅銀若干，獲利若干？

[解] 棉花運出時稅銀 = $17.5 \times 1200 \times 7.5\%$

$$= 1575 \text{元}$$

$$\text{細布運入時稅銀} = 3.45 \times 20000 \times 10\%$$

$$= 6900 \text{元}$$

$$\text{則共納稅銀} = 1575 + 6900 = 8475 \text{元}$$

$$\begin{aligned}
 \text{則此商人獲利} &= 3.45 \times 20000 - 8475 - 17.5 \\
 &\quad \times 1200 \\
 &= 69000 - 8475 - 21000 \\
 &= 39525 \text{ 元}
 \end{aligned}$$

【習題】

1. 美商運貨一宗到上海，共計納進口稅銀 3750 兩，現知進口稅率為 15%，問此貨共值銀若干？
(答) 25000 兩
2. 某人租田與佃戶耕種，言明每年每畝收租米 1 石 5 斗，某年歉收，照租額 80% 收租，折米銀 198 元，係依米價每石 5.5 元計算，問此人租出田若干？
(答) 39 畝
3. 有地 400 畝，平時每畝應納稅 5 角，今因水災，收成核減 30%，問其納稅銀若干？
(答) 140 元
4. 某農夫田中所入，每畝 6 元，納稅 3 角，問租稅率若干？
(答) 5%

(5) 佣金問題

【例題】

1. 某商購茶480箱，每箱價4元5角，經紀人之佣金，言明6%，問共需佣金若干元？

[解] 佣金 = $4.5 \times 480 \times 6\% = 4.5 \times 480 \times 0.06$
 $= 129.6$ 元。

2. 某人託交易所代賣紗10包，實得1116.6元。設其時一包之價為112元，問交易所得佣金之成數若何？

[解] 10包共得1116.64元，則

每包實得洋 = $1116.64 \div 10 = 111.664$ 元

原來賣價為112元

則每包酬佣金 = $112 - 111.664 = 0.336$ 元

則佣金成數 = $0.336 \div 112 = 0.3\%$ 。

3. 有商人買得每匹15元2角5分之綢付 433.405元於僱客。佣金在內，其佣金為賣價之1.5%，問綢若干疋？

[解] 每匹賣價為母數，1.5%為百分數，佣金為子數，每匹共洋為母子和，依公式(5)

每匹共付之洋 = $15.25 \times (1 + 1.5\%)$

$= 15.25 \times 1.015 = 15.47875$ 元

今共付出433.405元

故知綢之疋數 = $433.405 \div 15.47875 = 28$ 匹。

4. 某工廠以其製品，託某店代售，許付佣金為其賣價之16%，若此製品成本為150元，而某人

又欲得利12%，問其賣價若干？

[解]成本爲母數，利銀爲子數，實得洋爲母子和。

$$\text{則某人實得洋} = 150 \times (1 + 12\%)$$

$$= 150 \times 1.12 = 168 \text{元。}$$

$$\text{賣價} = 168 \div (1 - 16\%) = 168 \div 0.84$$

$$= 200 \text{元。}$$

5. 某僱客爲某公司代售麵粉500包，將淨餘之銀轉購白糖，若麵粉每包銀5角5分，代付運費8.8元，糖價每磅銀 $4\frac{3}{5}$ 分，兩項佣金均爲

$2\frac{1}{2}\%$ ，問代購之糖爲若干磅？

[解]某公司售去麵粉實得洋 = $55 \times \left(1 - 2\frac{1}{2}\%\right)$

$$\times 500 = 55 \times 0.975 \times 500 = 26812.5 \text{分。}$$

$$\text{扣去運費，得淨銀} = 26812.5 - 880$$

$$= 25932.5 \text{分}$$

買糖時每磅價爲 $4\frac{3}{5}$ 分，再加上佣金，求母子和。

$$\text{則每磅價} = 4\frac{3}{5} \times \left(1 + 2\frac{1}{2}\%\right)$$

$$= 4.6 \times 1.025 = 4.715 \text{分。}$$

故以淨銀25932.5買每磅價4.715分之糖

則可購糖 = $25932.5 \div 4.715 = 5500$ 磅。

6. 某人賣絹400疋，每疋8元，內餘佣金1.5%外，其餘金買每袋5元4角之米，並支佣金2%，問能買米若干袋？

[解] 絹共價 = $8 \times 100 = 3200$ 元

以3200元為母數，佣金為子數，賣主淨餘之款為母子差，則

$$\begin{aligned} \text{淨餘之款} &= 3200 \times (1 - 1.5\%) \\ &= 3200 \times 0.985 = 3152 \text{ 元} \end{aligned}$$

每袋共需之價 = $5.4 \times (1 + 2\%) = 5.508$ 元。

但餘款總數為3152元，故

可買米 = $3152 \div 5.508 = 572$ 袋(強)

7. 一人託某經紀人買砂糖500斤，每斤價銀2角5分，其後仍託某經紀人以每斤3角之價賣去，買賣之佣率，皆為5%，則此淨獲利若干？

[解] 原本 = $0.25 \times 500 \times (1 + 5\%)$

$$= 0.25 \times 500 \times 1.05 = 131.25 \text{ 元。}$$

賣出後淨得銀 = $0.3 \times 500 \times (1 - 5\%)$

$$= 0.3 \times 500 \times 0.95 = 142.5 \text{ 元}$$

淨獲利 = $142.5 - 131.25 = 11.25$ 元。

8. 有房屋一所，託地產公司售去，其佣金為賣價之2%，又納過戶稅3.5元，如是淨得4357.5元，問賣價幾何？

[解]賣價爲母數即1.減去酬金2%,尙餘 $1-2\%$
 $=98\%$,即相當於 $4357.5+3.5=4361$ 元
 故賣價 $= (4357.5+3.5) \div (1-2\%)$
 $= 4361 \div 98\% = 4361 \div 0.98 = 4450$
 元

9. 某人以 25 畝之地,托地產公司代賣,獲利 20%,而所付之 1.2% 佣金,適爲 90 元,問一畝之原價若何?

[解]90元爲子數,與1.2%之百分數相當,又總賣價爲母數,則依公式(4)
 總賣價 $= 90 \div 1.2\% = 7500$ 元。
 總原價 $= 7500 \div (1+20\%) = 7500 \div 1.2$
 $= 6250$ 元

則每畝原價 $= 6250 \div 25 = 250$ 元。

10. 由某僱客介紹買賣價格 2400 元之屋,此僱客從賣主得酬金 2%,從買主得酬金 2.5%,問共得酬金若干元,又買主之支出額及賣主之實收額各爲若干?

[解]某僱客共得酬金之百分數 $= 2\% + 2.5\%$
 $= 4.5\%$,
 僱客共得酬金 $= 2400 \times 4.5\% = 108$ 元
 買主之支出額 $= 2400 \times (1+2.5\%)$
 $= 2400 \times 1.025 = 2460$ 元

$$\begin{aligned} \text{賣主之實收額} &= 2400 \times (1 - 2\%) \\ &= 2400 \times 0.98 = 2352 \text{元。} \end{aligned}$$

【習題】

1. 某商人將每包6元3角之米，托交易所賣去250包，付去佣金1.2%，問實得洋幾元？

(答) 1556.1元

2. 某商人托僱客買物 連佣金2.5%共付銀369元，求貨價若干？

(答) 360元

3. 某僱客代某廠銷去香肥皂500塊，每塊售洋1角4分，佣金2%，後將淨餘之銀，代購

洋燭，每包1角，佣金 $1\frac{1}{2}\%$ ，問代購洋燭

若干包？

(答) 676包(弱)

(6) 保險問題

【例題】

1. 有值2500圓之屋，保火險1600元，保險率為5%，至6年後，此屋被焚，問保險公司及屋主各損失若干？(浙江省會考)

【解】屋主 6 年中所付之保險費 = $1600 \times 0.05 \times 6$

$$= 480 \text{元}$$

$$\begin{aligned} \text{屋被焚後保險公司損失} &= 1600 - 480 \\ &= 1120 \text{元} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{屋被焚後屋主損失} &= (2500 + 480) - 1600 \\ &= 1380 \text{元} \end{aligned}$$

2. 一人自30歲起在人壽保險公司保壽險，保險率為每年3.8% 至99歲而尚存，公司已獲利2660元，問保險額若何？

【解】由30歲至99歲共經 $99 - 29 = 70$ 年

公司共獲利即共得保險費2660元，則每年保險費 $= 2660 \div 70 = 38$ 元

$$\begin{aligned} \text{則保險額} &= 38 \div 3.8\% = 38 \div 0.038 \\ &= 10000 \text{元} \end{aligned}$$

3. 設每年保險費為保險額之2.5%，問幾年後，其所出之保險費與保險額相奪？

【解】所出之保險費為保險額之2.5%，今欲與保險額相等，即出了保險額之100%

由此知所經年數 $= 100\% \div 2.5\% = 40$ 年。

4. 房屋估計價值為560元，以1.5%之保險費託火災保險公司保險，問三年保險費若干？

$$\begin{aligned} \text{【解】每年保險費} &= 560 \times 1.5\% = 560 \times 0.015 \\ &= 8.4 \text{元} \end{aligned}$$

$$\text{三年保險費} = 8.4 \times 3 = 25.2 \text{元}$$

5. 房屋一所，值銀4800元，以其 $\frac{2}{3}$ 保險，每年出保險費192元，求其保險率？

[解]以房屋之值的 $\frac{2}{3}$ 保險，則保險額

$$= 4800 \times \frac{2}{3} = 3200 \text{元}$$

$$\text{保險率} = 192 \div 3200 = 6\%$$

6. 某輪船造費共36400元，所保祇原值之 $\frac{3}{4}$ ，若保險率為 $6\frac{3}{4}\%$ ，問須付保險費若干？

[解]輪船保險額 = $36400 \times \frac{3}{4} = 27300$ 元

$$\text{所付保險費} = 27300 \times 6\frac{3}{4}\%$$

$$= 27300 \times 0.0675 = 1842.75 \text{元}$$

7. 某船載貨之價格為4940，保險率5%，今欲被害時無損失，問保險額為若干？

[解]因必使4940元與保險費之和等於保險額，然後被害時，方可無損失，故

$$\begin{aligned} \text{保險金額} &= 4940 \div (1 - 5\%) = 4940 \div 0.95 \\ &= 5200 \text{元} \end{aligned}$$

8. 海船出口運貨值銀2500元，在某保險公司保

險，保險率為2%，此船在中途觸礁沉沒，保險人除得公司的賠償外，尚損失540元，求此貨物的保險額？

[解]貨物原值2500元，茲損失540元，

則 $2500 - 540 = 1960$ 元，乃為保險額中減去保險費之數

$$\begin{aligned} \text{故保險額} &= 1960 \div (1 - 2\%) = 1960 \div 0.98 \\ &= 2000 \text{元} \end{aligned}$$

9. 某商船運糖2500包，每包價10元，以15000元，向保險公司保水險，保險率為12%，途中沉沒1500包，試求公司與商人各損失多少？

[解]商人所出之保險費 = $15000 \times 12\% = 1800$ 元
公司按2500與1500包之比例應給之賠償費

$$= 15000 \times \frac{1500}{2500} = 9000 \text{元}$$

公司損失係從賠償費內減去所收入之保險費
故公司損失 = $9000 - 1800 = 7200$ 元。

商人損失為沉的貨價與賠償費之差，再加保險費

$$\begin{aligned} \text{故商人損失} &= 10 \times 1500 - 9000 + 1800 \\ &= 7800 \text{元。} \end{aligned}$$

10. 某保險公司，保船一艘，保險率2.25%，後以所保之 $\frac{3}{5}$ 轉請別一公司保之，保險率為

2.5%，某保險公司尙得保險費197.25元，求此船之保險額？

〔解〕設保險額爲母數即1，其收入之保險費爲全額之2.25%，而以 $\frac{3}{5}$ 向別公司保險，其保險率爲2.5%，

則其支出之保險費爲全額之 $2.5\% \times \frac{3}{5}$

$= 1.5\%$ ，收支相抵計餘 $2.25\% - 1.5\%$

$= 0.75\%$ 即相當於197.25元。

故保險額 $= 197.25 \div 0.75\% = 26300$ 元

【習題】

1. 某人向人壽保險公司保十五年壽險，言明保險額爲1000元，保險費爲保險額之10%，若此人五年後死，則公司損失若干？十三年後死，則此人損失若干？

(答) 500元(5年後)300元(13年後)

2. 某人有值2500元之房屋，以其 $\frac{8}{10}$ 保險

(即保險額)，每年保險費爲1.2%，經3年後而罹火災，問雙方之損失如何？

(答) 1928元(公司損失)，572(此人損失)

3. 某輪船公司，將其航行外洋之輪船一艘，向某保險公司保水險250000元，內有貨物保險額86000元。今此船在洋上遇海盜，擅自駕駛，因而觸礁沉沒。保險公司所賠償保險金額船為40%，貨物為70%，設其保險費為0.3%，問保險公司所受之損失若干？

(答) 159192元

(7) 公債及股票問題

【例題】

1. 某公司集股，每股45元，今有投資50股之人，分配股息半年，年利為8%，問此人分得利息若干？

[解] 年利8%，則半年利率當為 $8\% \div 2 = 4\%$

每股利息 = $45 \times 4\% = 1.8$ 元。

50股利息 = $1.8 \times 50 = 90$ 元。

2. 某公司之股票，每100元在市場上值96元6角，今有人收買某公司之股票6000元，問須銀若干？

[解] 每100元之票價格，值銀96元6角。

則票面1元值銀 $\frac{96.9}{100}$ 元

$$\begin{aligned} \text{今買股票6000元，則須銀} &= \frac{96.6}{100} \times 6000 \\ &= 5814 \text{元。} \end{aligned}$$

3. 有某種股票，每股票面價格為100元，每年官利率6%，於某年除官利外，又發紅利4%，今有此種股票15張，問該年共得利銀若干？

$$\begin{aligned} \text{[解]共得利銀} &= 100 \text{元} \times (6\% + 4\%) \times 15 \\ &= 100 \times (0.06 + 0.04) \times 15 \\ &= 100 \times 0.1 \times 15 = 150 \text{元。} \end{aligned}$$

4. 每股25元之股票共40張，時價照票面價額增10%，問可售價得洋若干？

$$\text{[解]可售價} = 25 \times (1 + 10\%) \times 40 = 1100 \text{元}$$

5. 有時價85%之股票80張，比票面價格計算損失600元，求此股票之票面價格。又售去時可得洋若干？

$$\begin{aligned} \text{[解]股票80張，損失600元，則每張損失} &= 600 \div 80 \\ &= 7.5 \text{元。} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{每張票面價格} &= 7.5 \div (1 - 85\%) \\ &= 7.5 \div 0.15 = 50 \text{元。} \end{aligned}$$

又照時價賣去，每張可得洋

$$50 \times 85\% = 50 \times 0.85 = 42.5 \text{元。}$$

今共有80張，故共得洋 = $42.5 \times 80 = 3400$ 元。

6. 某甲託人買每股50元之股票20張，時價照

票面價減少15%，又佣金是買價的2%，問某需洋若干？

$$\begin{aligned} \text{〔解〕每股時價} &= 50 \times (1 - 15\%) = 50 \times 0.85 \\ &= 42.5 \text{元。} \end{aligned}$$

$$20 \text{張共值} = 42.5 \times 20 = 850 \text{元。}$$

$$\begin{aligned} \text{加佣金} 2\%, \text{則某需出銀} &= 850 \times (1 + 2\%) \\ &= 850 \times 1.02 = 867 \text{元。} \end{aligned}$$

7. 年利4厘(4%)票面100元之公債票，依時價為96元3角2分買之，同當年利率若干？

$$\begin{aligned} \text{〔解〕年利} 4\%, \text{係} 100 \text{元所得利息, 即年得利息} \\ &= 100 \times 4\% = 4 \text{元。} \end{aligned}$$

今公債票時價為96元3角2分，亦年得利息4元。

$$\text{故其利率} = 4 \div 96.32 = 4.15\% \text{(強)}$$

即合4厘1毫5強。

8. 某人有銀7683元，購票面100元時價98元5角之公債票若干，每年照年利率5%發給利息，問此人每年可得利息多少？

$$\begin{aligned} \text{〔解〕每} 93 \text{元} 5 \text{角, 可買票面價額} 100 \text{元之公債票,} \\ \text{現用銀} 7683 \text{元, 則所買公債票之票面價額} \end{aligned}$$

$$= 7683 \times \frac{100}{98.5} = 7800 \text{元。}$$

每年照5%發給利息，則

每年應得利息 = $7800 \times 5\% = 390$ 元。

9. 買年利率4厘(4%)之公債票，時價96元3角2分，與買年利率5厘(5%)之公債票，時價98元4角8分，問每年利率相差若干？

[解] 年利4% 時值96元3角2分之公債票之實際
 年利率 = $100 \times 4\% \div 96.32 = 4.15\%$ (強)
 (參考例題7)

同法求得年利5% 時值98元4角8分之公債票
 實際年利率 = $100 \times 5\% \div 98.48$ 元
 = 5.07% (強)

故知年利5%者較年利4%者較多
 = $5.07\% - 4.15\% = 0.92\%$ 即9毫2絲。

10. 有某書局股票，某年之時價比票面價值增24%，今有某書局持有5股之股東，去付股息，共得62元，適為股票時價之10%，問每股之時價及票面價額各幾何？

[解] 每股應得利息 = $62 \div 5 = 12.4$ 元
 由題知此利息為票面時價之10%，
 則時價 = $12.4 \div 10\% = 124$ 元。
 又此時價比票面價額增24%，則
 票面價額 = $124 \div (1 + 24\%) = 124 \div 1.24$
 = 100元。

【習題】

1. 有一種股票，票面100元，時價為92元5角，今買股票6000元，問須付洋若干？
(答) 5550元
2. 以時價88元5角，買票面100元之股票，其年利率5厘(5%)，與以時價90元5角，買票面100元之股票，其年利率為4厘，問其年利率相差若干？
(答) 1.23%。
3. 某人有股票50張，每年發股息2次，今年得利息112.5元，對於時價適得年利率1分2厘，問此股票每股之時價幾何？
(答) 37.5元。

(8) 匯兌及期票問題

【定義】

匯兌是把銀款托郵局或銀行從一個地方匯到別個地方去，托匯款子的人，祇須付若干匯費於郵局或銀行。匯費因款子的多少或距離遠近而定多少，叫做匯率。國際方面的匯兌因各國幣制不同，故彼此相互匯兌，即須有相當之核算，使從這國幣制算成他國幣制。在若干時後方可兌現的票據，叫做期票，倘因急需現款，等不到到期就要兌現，

可以將期票賣給銀行，叫做貼現。貼現時銀行須扣去相當時間的利息，叫做貼現金，貼現的利率，叫做貼現率，這是期票問題計算時的要素。

【例題】

1. 從上海匯銀7200元到北平，匯率1%，該付匯費多少？

[解] 匯費 = $7200 \times 1\% = 7200 \times 0.01 = 72$ 元。

2. 從成都匯銀到南京，知道匯率是2%，匯費是82元，問所匯的銀數若干？

[解] 所匯銀數 = $82 \div 2\% = 82 \div 0.02 = 4100$ 元。

3. 從長沙匯銀2500元到北平，匯費50元，他的匯率是多少？

[解] 匯率 = $50 \div 2500 = 0.02 = 2\%$ 。

4. 從安慶匯銀800元到南昌，匯費16元，他的匯率多少？

[解] 匯率 = $16 \div 800 = 0.02 = 2\%$ 。

5. 美金元24合國幣100元，現在要匯美金4896元到紐約，合國幣多少元？

[解] 美金24元合國幣100元，則美金1合國幣

$$100 \div 24 = \frac{100}{24} = 4.17 \text{元(弱)}$$

$$\text{則國幣數} = 4896 \times \frac{100}{24} = 20,400 \text{元。}$$

6. 外國匯兌市價，我國1元，合英國2先令8辨士，今我國匯銀4500元於倫敦，問合英國貨幣若干？(英1磅=20先令，1先令=12辨士)

[解]我國1元合英2先令8辨士，

$$\begin{aligned} \text{則4500元應合英國之數} &= 2\text{先令}8\text{辨士} \times 4500 \\ &= 9000\text{先令}36000\text{辨士} \\ &= (9000 + 3000)\text{先令} \\ &= 12000\text{先令} = 600\text{磅} \end{aligned}$$

7. 有24日後兌3750元之期票，赴銀行貼現，貼現率為日利1分8厘，問貼現金及兌得之現金各若干？

[解]日利1分8厘，係本金100元每日之利息。(參考利息問題)因之3750元，24日間之貼現金

$$= 3750 \times \frac{0.018}{100} \times 24 = 16.2\text{元} \quad (\text{參攷單利})$$

法)

$$\text{則兌得現金} = 3750 - 16.2 = 3733.8\text{元}。$$

8. 有4個月期8100元信用卓著之期票一紙，赴銀行貼現，銀行特以年利6厘為貼現率，問貼現金及兌得之現金各若干？

[解]年利六厘(6%)則4月之利率應為

$$6\% \times \frac{4}{12} = 2\%$$

$$\text{貼現金} = 8100 \times 2\% = 162 \text{元}$$

$$\text{兌得現金} = 8100 - 162 = 7938 \text{元}$$

9. 貼現率爲日利1分9厘，十一月十三日所出，3250元，60日後兌之期票，於十一月三十日兌之，問貼現金及兌得現金各若干？

【解】自十一月十三日至十一月三十日相距 $30 - 13 = 17$ 日

此期票應於60日後兌現，今於17日後貼現則銀行應扣去 $60 - 17 = 43$ 日之利息。

$$\text{貼現金} = 3250 \times \frac{0.019}{100} \times 43 = 26.5525 \text{元}$$

$$\text{兌得現金} = 3250 - 26.5525 = 3223.4475 \text{元}$$

10. 貼現率爲年利8厘(8%)今有十一月十五日發出之期票1750元，限於80日後支取，問十二月三十一日兌取時，能兌得現金若干？

【解】自十一月十五日至十二月三十一日相距 $= 30 - 15 + 31 = 46$ 日。

原限須隔80日，故提早 $80 - 46 = 34$ 日，提早兌取，須扣去34日利息，而年利爲8%，

$$\text{故34日之利率當爲 } 8\% \times \frac{34}{365}$$

(一年 = 365日)

$$\text{則貼現金} = 1750 \times 8\% \times \frac{34}{365} = 13.041 \text{元}$$

$$\text{兌得現金} = 1750 - 13.041 = 1736.959 \text{元}$$

【習題】

1. 外國匯兌時價，我國1元，合英國2先令8辨士，今托中國銀行匯我國銀幣4000元於利物浦，問其匯票額面若干？又若匯率4%，該付匯費若干？

(答) 533磅6先令8辨士(匯票額面)
160元(匯費)

2. 有7個月後之期票2000元，以年利率6分貼現，問可得現金若干？

(答) 1300元。

3. 有七月八日到期之2000元期票一紙，以日利2分於六月十五日向銀行貼現，問可兌得現金若干？

(答) 1990.4元

(9) 科學問題

【例題】

1. 某處海水中，含有 $5\frac{4}{5}\%$ 的鹽，問54升海水中含有鹽量若干？

【解】鹽量 = $54 \times 5\frac{4}{5}\% = 54 \times 0.058 = 3.132$ 升。

2. 空氣中約含養氣20%，淡氣79.9%，問5080立

方尺空氣中，含有養氣及淡氣各多少？

$$[\text{解}] \text{養氣} = 5080 \times 20\% = 5080 \times 0.2 = 1016 \text{ 立方尺}$$

$$\begin{aligned} \text{淡氣} &= 5080 \times 79.9\% = 5080 \times 0.7990 \\ &= 4058.92 \text{ 立方尺} \end{aligned}$$

3. 某處海水中，1060 立方尺中含有鹽 112 立方尺，問海水中含鹽量多少？

$$[\text{解}] \text{含鹽量} = 112 \div 1060 = 0.1059 \text{ (弱)}$$

$$= 10.59\% \text{ (弱)}$$

4. 某處空氣中含有 0.2% 之碳酸氣，今據分析之結果，有 400 立方尺之碳酸氣，問空氣若干？

$$[\text{解}] \text{空氣} = 400 \div 0.2\% = 400 \div 0.002$$

$$= 200,000 \text{ 立方尺。}$$

5. 某甲罹病，其體重比病前減少 25%，經病後調養，其體重比病時增加 20%，問調養後之體重比病前增減之成數若何？

$$[\text{解}] \text{病時體重爲病前體重之 } (1 - 25\%) = 75\%$$

$$\text{病後調養增加體重 } 20\%， \text{ 則爲病時體重之}$$

$$(1 + 20\%) = 120\%，$$

$$\text{則調養之體重爲病前之 } (75\% \times 120\%)$$

$$= 90\%，$$

$$\text{故病後體重比病前體重減少 } (1 - 90\%)$$

$$= 10\%。$$

【習題】

1. 食鹽中含鈉39.3%，氯60.7%，今有食鹽240克，問含有鈉及氯各若干克？

(答) 94.32克(鈉) 145.68克(氯)

2. 有礦砂除去泥土及雜物後，減少重量15%，入瓷鍋焙之，其重量比較除去泥土及雜物後之純粹礦砂減少18%，問焙後礦砂之重量比較原來礦砂之重量減少若干？

答 30.3%。

(十二)利息

(1)單利法問題

【定義】單利法者，本金不變，按經過之時期而計算利息者也。計算利息時所用之時間單位有用年，月，日之分。用年為時間單位者稱年利，其利率為年利率，用月為時間單位者，稱月利，其利率謂之月利率，用日為時間單位者，稱日利，其利率謂日利率，年利率，月利率，日利率之記數法各有不同，今分述於下：

1. 年利率記數法

$$\text{一分} = 0.1 = 10\%$$

$$\text{一分二厘} = 0.12 = 12\%$$

2. 月利率記數法

$$\begin{array}{c} \text{元角分} \\ \text{一分} = 0.01 = 1\% \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{元角分厘} \\ \text{一分二厘} = 0.012 = 1.2\% \end{array}$$

3. 日利率記數法

日利率又分兩種，一以本銀 100 元做標準，稱為實拆，一以本銀 1000 元做標準，稱為洋拆

(甲) 實拆 日利率拿 100 元做標準，實拆一分二厘，即本銀 100 元日利一分二厘也。記數法如下

$$\begin{array}{c} \text{元角分} \\ \text{一分} = \frac{0.01}{100} = 0.0001 = \frac{1\%}{100} = 0.01\% \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{元角分厘} \\ \text{一分二厘} = \frac{0.012}{100} = \frac{1.2\%}{100} = 0.012\% \end{array}$$

(乙) 洋拆 日利率拿 1000 元做標準，洋拆一分二厘，即本銀 1000 元，日利一分二厘也。其記數法如下：

$$\begin{array}{c} \text{元角分} \\ \text{一分} = \frac{0.01}{1000} = \frac{1\%}{1000} = 0.001\% \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{一分二厘} &= \frac{\text{元角分厘}}{1000} = \frac{0.012}{1000} = \frac{1.2\%}{1000} \\ &= 0.0012\%。 \end{aligned}$$

(日利計算以實拆爲多，洋拆祇限錢莊及銀行同業間之短期借貸)

本銀與利息合稱本利和

【公式】 利息 = 本銀 × 利率 × 時期 …………… (1)

本銀 = 利息 ÷ (利率 × 時期) …………… (2)

本銀 = 本利和 ÷ (1 + 利率 × 時期) …………… (3)

利率 = 利息 ÷ (本銀 × 時期) …………… (4)

時期 = 利息 ÷ (本銀 × 利率) …………… (5)

本利和 = 本銀 × (1 + 利率 × 時期) …………… (6)

【例題】

1. 本銀200元，年利15%，問六年可得利息多少？

〔解〕依公式(1)

$$\begin{aligned} \text{利息} &= 200 \times 15\% \times 6 = 200 \times .15 \times 6 \\ &= 180 \text{元。} \end{aligned}$$

2. 年利7厘，四年半之利息爲756元，試求其本銀？

〔解〕依公式(2)

$$\begin{aligned} \text{本銀} &= 756 \div (7\% \times 4.5) = 756 \div 0.315 \\ &= 2400 \text{元。} \end{aligned}$$

3. 年利率1分5厘，2年4月得本利和405元，問本

銀若干?

【解】依公式(3)

$$\begin{aligned} \text{本銀} &= 405 \div \left(1 + 0.15 \times 2\frac{4}{12}\right) \\ &= 405 \div 1.35 = 300 \text{元} \end{aligned}$$

4. 本金2500元之一年四個月利息為400元,問其月利率若干?

【解】因求月利率,應將1年4月化為月數

$$\text{月數} = 1 \times 12 + 4 = 16 \text{月}$$

依公式(4)

$$\begin{aligned} \text{月利率} &= 400 \div (2500 \times 16) = 400 \div 40000 \\ &= 0.01 = 1\% \text{即月利一分。} \end{aligned}$$

5. 本銀200元,年利率15%,問經若干時,可得利息180元?

【解】依公式(5)

$$\text{時期} = 180 \div (200 \times 15\%) = 180 \div 30 = 6 \text{年。}$$

6. 本銀2500元,月利率1分,求2年4月3日之本利和。

【解】因本題為月利率,應將2年4月3日化為月數

$$\text{月數} = 2 \times 12 + 4 + \frac{3}{30} = 28\frac{1}{10} = 28.1 \text{月}$$

依公式(6)

$$\begin{aligned} \text{所求之本利和} &= 2500 \times (1 + 0.01 \times 28.1) \\ &= 2500 \times 1.281 = 3202.5 \text{元} \end{aligned}$$

7. 本金5000元，4年後本利和是6200元，問本金4000元，依同利率在5年後的本利和是多少？
(上海市會考)

$$\begin{aligned} \text{[解]} \text{利率} &= (6200 - 5000) \div (5000 \times 4) \\ &= 1200 \div 20000 = 0.06 = 6\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{5年後本利和} &= 4000 \times (1 + 0.06 \times 5) \\ &= 4000 \times 1.3 = 5200 \text{元} \end{aligned}$$

8. 某人以相等之資金分存於甲乙二銀行中，甲行年利率9%，乙行年利率7%，一年之後得自甲行之利金比得自乙行者多60元，問此人共有資金若干。(四川省初職會考)

$$\begin{aligned} \text{[解]} 60 \div (9\% - 7\%) &= 60 \div 2\% = 60 \div 0.02 \\ &= 3000 \text{元} \end{aligned}$$

$$\text{共有資金} = 3000 \times 2 = 6000 \text{元}$$

9. 1930年4月2日至1931年11月8日，其年利爲7厘5毫，本利合計896元，問本銀爲若干？
(依照通例，首末兩日不計利息)

$$\begin{aligned} \text{[解]} \text{自1930年4月2日至1931年11月8日，共經} \\ (30 - 2) + 31 + 30 + 31 + 31 + 30 + 31 + 30 \\ \text{四} \quad \quad \quad \text{五} \quad \text{六} \quad \text{七} \quad \text{八} \quad \text{九} \quad \text{十} \quad \text{十一} \\ \text{月} \quad \quad \quad \text{月} \quad \text{月} \quad \text{月} \quad \text{月} \quad \text{月} \quad \text{月} \quad \text{月} \\ + 7 + 365 = 584 \text{日} \end{aligned}$$

一年

$$\begin{aligned}\text{則本金} &= 896 \div \left(1 + 7.5\% \times \frac{584}{365}\right) \\ &= 896 \div (1 + 0.12) = 800 \text{元}\end{aligned}$$

10. 有本金若干，年利率6厘，借出2年6月，問利息爲本金之百分之幾？

[解] 設本銀爲100元，依公式(1)

$$\begin{aligned}\text{利息} &= 100 \times 0.06 \times 2\frac{6}{12} \\ &= 100 \times 0.06 \times 2.5 = 15 \text{元}\end{aligned}$$

由利息15元對於本金100元之比爲 $\frac{15}{100}$

即15%，

11. 借得日利1分8厘之本金600元，求175日間應出利息若干？

$$\begin{aligned}\text{[解] 依定義日利1分8厘(100元)} &= \frac{0.018}{100} \\ &= 0.00018\end{aligned}$$

依公式(1)

$$\text{應出利息} = 600 \times 0.00018 \times 175 = 18.9 \text{元}$$

12. 乙有銀分存兩處，一處月利四厘，每年收利息384元，一處年利8厘，每年收利息960元，問乙共存銀若干？

$$\begin{aligned}\text{[解] 一處本銀} &= 384 \div (0.004 \times 12) \\ &= 384 \div 0.048 = 8000 \text{元}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{一處本銀} &= 960 \div (0.08 \times 1) \\ &= 960 \div 0.08 = 12000 \text{元} \end{aligned}$$

$$\text{故共存銀} = (8000 + 12000) \text{元} = 20000 \text{元}$$

13. 某人於二月初借入銀50元，六月初借入銀40元，月利7厘，問至十月終，應還本利和若干？

[解] 二月初至十月終共經9個月，六月初至十月終共經5個月

$$\begin{aligned} \text{二月初借入之50元至十月終應生之利息} \\ &= 50 \times 0.007 \times 9 = 3.15 \text{元} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{六月初借入之40元至十月應生利息} \\ &= 40 \times 0.007 \times 5 = 1.4 \text{元} \end{aligned}$$

$$\text{兩次本金} = 50 + 40 = 90 \text{元}$$

$$\begin{aligned} \text{應還本利和} &= 3.15 + 1.4 + 50 + 40 \\ &= 94.55 \text{元} \end{aligned}$$

14. 以銀520元借出一年，其前6個月之利比後6個月之利多5.2元，而前6個月之利率為年利8厘，則後6個月之利率如何？

[解] 本銀520元前6個月照年利率8厘計算

$$\text{則應得利息} = 520 \times 0.08 \times \frac{6}{12} = 20.8 \text{元}$$

後6個月比前6個月之利息少5.2元，

$$\text{後六個月之利息} = 20.8 - 5.2 = 15.6 \text{元}$$

$$\begin{aligned} \text{則後 6 個月之利率} &= 15.6 \div \left(520 \times \frac{6}{12} \right) \\ &= 0.06。 \text{即年利 6 厘。} \end{aligned}$$

15. 某人積本經商，本銀 7200 元，年利率 8%，五年後共賺 5680 元，問淨賺多少？

[解] 此人五年後應給他人之利息 = $7200 \times 0.08 \times 5 = 2880$ 元。

商業上共賺 5680 元

故淨賺之銀 = $5680 - 2880 = 2800$ 元。

16. 本銀若干元，年利率 6 厘，求利息與本金相等之時期？

[解] 設本金為 1，則利息亦為 1，依公式 (5)

所求時期 = $1 \div (1 \times 0.06)$

$$= 1 \div 0.06 = 16 \frac{2}{3} \text{ 年}$$

即 16 年 8 個月

17. 本金若干元，問年利率若干，則 3 年 4 個月之後，利息與本金相等？

[解] 設本金為 1，則利息亦為 1。

因所求為年利率，應將月化為年。即

$$3 \text{ 年 } 4 \text{ 月} = 3 \frac{4}{12} \text{ 年} = 3 \frac{1}{3} \text{ 年。}$$

$$\text{故所求利率} = 1 \div \left(1 \times 3 \frac{1}{3} \right) = 1 \div \frac{10}{3}$$

$$= \frac{3}{10} = 30\%。$$

即年利3分

18. 本銀若干元，分爲二等分，一爲年利率7厘5毫，一爲年利率1分，二年後共得本利和705元，求本金若干？

[解]設本金爲1，則一半本金爲 $\frac{1}{2}$

因之一部分年利率7.5%，2年應得之利息

$$= \frac{1}{2} \times 0.075 \times 2 = 0.075$$

又一部分年利率10%，2年應得之利息

$$= \frac{1}{2} \times 0.1 \times 2 = 0.1$$

合計共得利 = $0.075 + 0.1 = 0.175$ 。

則所求本金 = $705 \div (1 + 0.075 + 0.1)$

$$= 705 \div 1.175 = 600 \text{元。}$$

19. 本金若干元，分爲二等分，一爲年利率1分2厘，一爲年利率1分5厘，3年後兩者利息相差110元2角5分，問本金若干？

[解]兩部分本金1年後利息互差 = $110.25 \div 3$

$$= 36.75 \text{元}$$

利率之差 = $0.15 - 0.12 = 0.03 \text{元。}$

一部分(即一半)本金 = $(110.25 \div 3) \div (0.15$

$$-0.12) = 36.75 \div 0.03 = 1225 \text{元}$$

$$\text{總共本金} = 1225 \times 2 = 2450 \text{元}$$

20. 銀行儲金，日利1分3厘，郵局儲金，年利5厘4毫，試算出其日利年利之差各幾何？

$$\begin{aligned} \text{〔解〕銀行儲金日利1分3厘合年利} &= \frac{0.013}{100} \times 365 \\ &= \frac{4.745}{100} \end{aligned}$$

$$\text{郵局年利爲5厘4毫} = 0.054 = \frac{5.4}{100}$$

$$\begin{aligned} \text{則郵局比銀行多年利} &= \frac{5.4}{100} - \frac{4.745}{100} \\ &= \frac{0.655}{100} = 0.00655 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{又郵局年利} \frac{5.4}{100} \text{合日利} &= \frac{5.4}{100} \div 365 \\ &= \frac{0.0148}{100} \end{aligned}$$

$$\text{而銀行爲} \frac{0.013}{100}$$

$$\begin{aligned} \text{故郵局比銀行多日利} &= \frac{0.0148}{100} - \frac{0.013}{100} \\ &= \frac{0.0018}{100} \text{即日利1厘8毫} \end{aligned}$$

21. 某人於二月初借入銀200元，月利率0.8%，四

月初還本50元，五月半還本60元，六月初還本40元，問至八月初結算時，再須還本利若干？

$$\begin{aligned} \text{[解]二月初至四月初之利息} &= 200 \times 0.008 \times 2 \\ &= 3.2 \text{元} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{四月初至五月半之利息} &= (200 - 50) \times 0.008 \times 1.5 \\ &= 150 \times 0.008 \times 1.5 = 1.8 \text{元} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{五月半至六月初之利息} &= (150 - 60) \times 0.008 \times 0.5 \\ &= 90 \times 0.008 \times 0.5 = 0.36 \text{元} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{六月初至八月初之利息} &= (90 - 40) \times 0.008 \times 2 \\ &= 50 \times 0.008 \times 2 = 0.8 \text{元} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{總共利息} &= 3.2 + 1.8 + 0.36 + 0.8 = 6.16 \text{元} \\ \text{加未還之本息} &50 \text{元，故八月初應還之本利和} \\ &= 6.16 + 50 = 56.16 \text{元} \end{aligned}$$

22. 第一年十月初借入銀500元，年利1分2厘，第二年四月初，還140元，還後將結欠者，另立借據，照原利率起息，第三年五月初，還120元，問至十二月初，應再還銀若干，方能本利俱清？

$$\begin{aligned} \text{[解]自第一年十月初至第二年四月初共經6個月，} \\ \text{其本利和} &= 500 \times \left(1 + 0.12 \times \frac{6}{12} \right) = 530 \text{元} \end{aligned}$$

初次還140元餘新本 = $530 - 140 = 390$ 元，自
 第二年四月初至第三年五月初共經13個月，

$$\begin{aligned} \text{其本利和} &= 390 \times \left(1 + \frac{12}{100} \times \frac{13}{12} \right) \\ &= 440.7 \text{元,} \end{aligned}$$

二次還120元餘新本 = $440.7 - 120 = 320.7$ 元
 自第三年五月初至十二月初共經7個月，其本
 利和即某人應還之本利和

$$= 320.7 \times \left(1 + \frac{12}{100} \times \frac{7}{12} \right) = 343.149 \text{元}$$

【習題】

1. 某人於3月17日借2240元至是年10月23日，計付本利和共洋2374.4元，問年利率如何？
 (答) 10%。
2. 某人借得250元，於87日間出利息5.22元，問日利率若干？
 (答) 2分4厘。
3. 本金280元，年利率7厘5毫，由今年9月10日借出，其後得本利和305元2角，求償還之時期？
 (答) (須經1.2年 = 1年2月12日) 還期為明年11月22日
4. 本金若干元，年利率8厘，3年2月之本利

合計較5年之本利合計少110元，問本金幾何？

(答) 750元

5. 本金600元，年利率6厘，求3年5月另6日，利息若干？

(答) 123.6元，

6. 本金300元，年利率8厘，求3年6個月之本利和若干？

(答) 384元。

(2) 複利法問題

【定義】 複利法者，乃以本銀所生之利息，屆期並不取出，將利息併入本銀中，再生利息，逐次如是，而計算其總利息也。

複利法分三類(甲) 整存整取 (乙) 零存整取 (丙) 整存零取，皆有其特殊之公式，今分述如下

(甲) 整存整取問題

【公式】

$$\text{本利和} = \text{本銀} \times (1 + \text{利率})^{\text{期數}} \dots \dots (7)$$

$$\text{本利和} = \text{本銀} \times (1 + \text{利率})^{\text{期數}} \times (1 + \text{零期利})$$

率)..... 8)

$$\text{利息} = \text{本銀} \times \left[(1 + \text{利率})^{\text{期數}} - 1 \right] \dots\dots (9)$$

$$\text{本銀} = \text{本利和} \div (1 + \text{利率})^{\text{期數}} \dots\dots (10)$$

$$\text{本銀} = \text{利息} \div \left[(1 + \text{利率})^{\text{期數}} - 1 \right] \dots\dots (11)$$

【例題】

1. 本銀100元,存入銀行,年利8%,一年結算一次,將利息併入本銀,問三年後共有本利和多少?

[解]依題意以第一年本利和,做第二年的本銀再生利息;拿第二年的本利和,做第三年的本銀,再生利息,這樣可先照單利求本利和的方法來算。故

$$\begin{aligned} \text{第一年的本利和} &= 100 \times \left(1 + \frac{8}{100} \right) \\ &= 108 \text{元} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{第二年的本利和} &= 108 \times \left(1 + \frac{8}{100} \right) \\ &= 116.64 \text{元} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{第三年的本利和} &= 116.64 \times \left(1 + \frac{8}{100} \right) \\ &= 125.9712 \text{元} \end{aligned}$$

將上面三個式子併成一個式子,則

$$\begin{aligned} \text{本利和} &= 100 \times \left(1 + \frac{8}{100}\right) \times \left(1 + \frac{8}{100}\right) \\ &\quad \times \left(1 + \frac{8}{100}\right) = 125.9712 \text{元} \end{aligned}$$

將上式改成下式，則更為簡便，即

$$\begin{aligned} \text{本利和} &= 100 \times \left(1 + \frac{8}{100}\right)^3 \\ &= 100 \times 1.259712 = 125.9712 \text{元} \end{aligned}$$

此即公式(7)， $\left(1 + \frac{8}{100}\right)^3$ 即 $\left(1 + \frac{8}{100}\right)$

連乘三次的意思，‘3’叫做指數，

同樣可證公式(8)，(9)，(10)，

$\left(1 + \frac{8}{100}\right)^3$ 一類的計算，可查下附之整存

整取複利表，以求簡捷。

2. 本銀400元，年利率6%，每半年結算一次，計算複利，問一年半後之本利和若干？

[解] 每期利率 = $6\% \div 2 = 3\% = 0.03$ ，

期數 = $1.5 \text{年} \div 0.5 \text{年} = 3$ ，

依公式(1)並查整存整取複利表，

$$\begin{aligned} \text{本利和} &= 400 \times (1 + 0.03)^3 \\ &= 400 \times 1.092727 = 437.0908 \text{元} \end{aligned}$$

3. 本銀64元，月利率5釐，半年為期，計算複利，問六年後，利息共若干？

[解] 每期利率 = $0.005 \times 6 = 0.03$

$$\text{期數} = 6 \times 2 = 12$$

依公式(9)

$$\text{複利息} = 64 \times [(1 + 0.03)^{12} - 1]$$

$$= 64 \times [1.425761 - 1]$$

$$= 64 \times 0.425761 = 27.2487 \text{元(強)}$$

4. 某甲貯本銀若干於銀行，1年半之後，乃得利息95元5角1分，但年利率為1分2厘，每半年結算一次，求本銀若干？

[解] 每期利率 = $1.2\% \div 2 = 6\%$ ，期數 = $1.5 \div .5 = 3$

$$\text{本銀} = 95.51 \div [(1 + 0.06)^3 - 1]$$

$$= 95.51 \div [1.19102 - 1]$$

$$= 95.51 \div 0.19102$$

$$= 500 \text{元}$$

這就是公式(11)

5. 年息6厘，每年將利息算入本金，3年間，本利合計5359元5角9分，求本金？

[解] 依公式(9)

$$\text{所求本金} = 5359.59 \div (1 + 0.06)^3$$

$$= 5359.59 \div 1.19102 = 4500 \text{元}$$

6. 年利率6厘，每年將利息算入本金，4年5月之後得利息25元7角5分，問本金若干？

[解]照複利計算,4年後本利息之成數爲

$$(1+0.09)^4=1.41158,$$

$$4\text{年}5\text{個月之成數爲}1.41158 \times \left(1+0.09 \times \frac{5}{12}\right)$$

$$=1.41158 \times 1.0375=1.183951425$$

則依公式(10)

$$\begin{aligned} \text{所求本金} &= 25.75 \div \left[(1+0.09)^4 \times \left(1+0.09 \times \frac{5}{12}\right) - 1 \right] \\ &= 25.75 \div 0.183951425 \\ &= 140 \text{元(弱)} \end{aligned}$$

7. 某甲將200元存入銀行,年利率1分,計算複利,一年爲期,經過3年6個月取出,問本利銀若干?

[解]用複利法將3年6個月分別計算

$$\begin{aligned} \text{第三年底的本利和} &= 200 \times (1+0.1)^3 \\ &= 200 \times 1.331 = 266.2 \text{元} \end{aligned}$$

第三年第6月底的本利和

$$\begin{aligned} &= 266.2 \times \left(1+0.1 \times \frac{6}{12}\right) \\ &= 266.2 \text{元} \times (1+0.05) = 279.51 \text{元} \end{aligned}$$

將以上合併,則

$$200 \times (1+0.1)^3 \times \left(1+0.1 \times \frac{6}{12}\right)$$

$$= 200 \times 1.331 \times 1.05 = 279.51 \text{元}$$

這就是公式(8)

8. 本銀50,000元年利率1.2分,每期一年,經過2年7個月,本利銀共多少?

[解]依公式(8)

$$\text{本利和} = 50,000 \times (1+0.12)^2 \times \left(1+0.12 \times \frac{7}{12}\right)$$

$$= 50,000 \times 1.2544 \times 1.07 = 67110.4 \text{元}$$

9. 年利率8釐,每期半年,求本金100元借出1年3月的複利息。(南京市會考)

$$\text{[解]一年後複利} = 100 \left[\left(1 + \frac{0.08}{2}\right)^2 - 1 \right]$$

$$= 100 \times 0.0816 = 8.16 \text{元}$$

今三個月因未到期只計單利

$$= (100 + 8.16) \times \left(0.08 \times \frac{3}{12}\right)$$

$$= 108.16 \times 0.02 = 2.1632 \text{元}$$

$$\text{則二年三個月複利} = 8.16 + 2.1632$$

$$= 10.3232 \text{元}$$

10. 有銀500元,借貸2年,照複利法,每半年將利作本,年利率5%;若照單利法年利率5.5%。

問兩種算法所得利息，那種較多？相差多少？

(上海市會考)

$$[\text{解}] 500 \text{元} \times [(1+2.5\%)^4 - 1] = 500 \times 0.103813 \\ = 51.9065 \text{元} \dots\dots\dots \text{複利}$$

$$500 \times 0.055 \times 2 = 55 \text{元} \dots\dots\dots \text{單利}$$

$$\text{單利較複利多} = 55 - 51.9065 = 3.0935 \text{元}$$

11. 年利率8厘，每半年為一期之複利法，與單利法，8年間之利息之差為93.192元，求本銀？

$$[\text{解}] 8 \text{年間複利利息成數} = (1+0.04)^{16} - 1 \\ = 1.87298 - 1 = 0.87298$$

$$8 \text{年間單利利息成數} = 0.08 \times 8 = 0.64$$

$$\text{兩者相差} = 0.87298 - 0.64 = 0.23298 \text{即相當於} 93.192 \text{元。}$$

$$\text{故得本銀} = 93.192 \div 0.23298 = 400 \text{元}$$

12. 借銀800元，分二年償還，問每年償金若干？但年利率6%，用一年為期之複利法計算。

$$[\text{解}] 2 \text{年後本利和} = 800 \times (1+0.06)^2 \\ = 800 \times 1.1236 = 898.88 \text{元}$$

設每年還款為1。

$$\text{則第一年所還之金至第二年其本利和} \\ = 1 + 0.06$$

$$\text{又第二年亦還1，其二次合計} 1 + 1 + 0.06$$

此即相當898.88元，因得

$$\begin{aligned} \text{每年償還之金} &= 898.88 \div (1 + 1 + 0.06) \\ &= 436.35 \text{元} \end{aligned}$$

【習題】

1. 有銀500元，借出3年，依年利率5厘，複利計算，每年終結算一次，與依年利5厘5毫之單利計算，利息兩者孰多？
(答) 單利多3.685元
2. 以年利率6厘，存2500元於銀行，每6個月為期，計算複利，問2年後本利和幾何？
(答) 2813.77元
3. 本金500元，年利5厘，每年計算複利一次，問6年7個月之本利和若干？
(答) 6894.79元
4. 本金1000元，每期3月，3年後得本利和1268.24元，求年利率？
[提示] 先求每一元之本利和，再檢查複利表。
(答) 8%。
5. 年利6厘，每年1期，計算複利，2年8個月後得本利和934.835元，求本金？
(答) 800元

(乙)零存整取問題

【公式】

$$\begin{aligned} \text{本利和} = & \text{本銀} \times \left[(1 + \text{利率})^{\text{最高期數}} \right. \\ & + (1 + \text{利率})^{\text{最高期數} - 1} + (1 + \text{利率})^{\text{最高期數} - 2} \\ & + \dots \dots \dots + (1 + \text{利率}) \left. \right] \dots \dots \dots (12) \end{aligned}$$

【例題】

1. 每年初存400元於銀行中，年利8厘，一年為期，複利計算，至第三年末取出，共能支付本利銀多少？

【解】第一年初存入銀行至第三年末的本利和

$$\begin{aligned} &= 400 \times (1 + 0.08)^3 = 400 \times 1.259712 \\ &= 503.8848 \text{元} \end{aligned}$$

第二年初存入銀行至第三年末的本利和

$$\begin{aligned} &= 400 \times (1 + 0.08)^2 = 400 \times 1.1664 \\ &= 466.56 \text{元} \end{aligned}$$

第三年初存入銀行至三年末的本利和

$$= 400 \times (1 + 0.08) = 432$$

三者相加則第三年的本利和

$$\begin{aligned} &= 503.8848 + 466.56 + 432 \\ &= 1402.4448 \end{aligned}$$

將上式簡之得

$$\text{本利和} = 400 \times \left[(1+0.08)^3 + (1+0.08)^2 + (1+0.08) \right]$$

按此即公式(12)，為計算簡捷起見可查下附零存整取複利表(見263面)得 $400 \times 3.506112 = 1402.4448$ 元

2. 每年初存銀20元，年利率6厘，年底計算複利，第8年底可得本利多少。

【解】依公式(12)查複利表。

$$\begin{aligned} \text{本利和} &= 20 \times \left[(1+0.06)^8 + (1+0.06)^7 \right. \\ &\quad + (1+0.06)^6 + (1+0.06)^5 + (1+0.06)^4 \\ &\quad \left. + (1+0.06)^3 + (1+0.06)^2 + (1+0.06) \right] \\ &= 20 \times 10.491316 = 209.82632 \text{元} \end{aligned}$$

【整存整取複利表之查法，如本題年利6%，期數為8，自6%，項下看下去至與期數8相遇處則得10.491316，倘表上沒有，可依上例公式式逐項計算。】

3. 每年1月初和7月初，各存銀400元，年利率1

分，每半年計算複利一次，問第6年底，本利共多少？

【解】每半年利率 = $10\% \div 2 = 5\%$ ，

期數 = $6 \times 2 = 12$

依公式(12)，查零存整付複利表。

$$\begin{aligned} \text{本利和} &= 400 \times \left[(1+0.05)^{12} + (1+0.05)^{11} \right. \\ &+ (1+0.05)^{10} + (1+0.05)^9 + (1+0.05)^8 \\ &+ (1+0.05)^7 + (1+0.05)^6 + (1+0.05)^5 \\ &+ (1+0.05)^4 + (1+0.05)^3 + (1+0.05)^2 \\ &\left. + (1+0.05) \right] \\ &= 400 \times 16.712983 = 6685.1932 \text{元} \end{aligned}$$

4. 年利率5厘，年底計算複利，第10年底可得本利銀2000元，問每年初該存銀若干？

$$\begin{aligned} \text{【解】每年初存銀} &= 2000 \div \left[(1+0.05)^{10} \right. \\ &+ (1+0.05)^9 + (1+0.05)^8 + (1+0.05)^7 \\ &+ (1+0.05)^6 + (1+0.05)^5 + (1+0.05)^4 \\ &\left. + (1+0.05)^3 + (1+0.05)^2 + (1+0.05) \right] \end{aligned}$$

$$= 2000 \div 13.206787 = 151.437 \text{元(弱)}$$

5. 年利率1分，每期半年，第8年底可得銀5000元，問每年1月初和7月初，該存銀多少？

【解】半年利率 = $10\% \div 2 = 5\%$

$$\text{期數} = 8 \times 2 = 16$$

每年1月初和7月初該存銀

$$= 5000 \div 24.840366 = 201.2852 \text{元(弱)}$$

【習題】

1. 每年一月初，六月初，存入30元，年利率1分2厘，問第四年底可取本利和若干？

(答) 314.74元

2. 年利率7厘，年終計算複利一次，12年後可得本利和76562.572元，問每年該存銀若干？

(答) 4000元

(丙) 整存零取問題

【公式】

零付銀數 = 本銀 $\times (1 + \text{利率})^{\text{期數}}$

$$\div \left[1 + (1 + \text{利率})^{\text{期數}-1} + (1 + \text{利率})^{\text{期數}-2} \dots \right.$$

$$\left. + (1 + \text{利率}) \right] \dots \dots \dots (13)$$

【例題】

1. 某甲將4000元存入銀行，年利率1分，擬將本利作四年的用費，每年年底他能支銀多少？

【解】若某甲不於每年年底支取，則4年後的

$$\begin{aligned} \text{本利和} &= 4000 \times (1 + 0.1)^4 = 4000 \times 1.4641 \\ &= 5856.4 \text{元} \end{aligned}$$

又若每年底存銀1元，到第4年底亦存銀1元，則照零存整取方法

$$\begin{aligned} \text{本利和} &= 1 \times \left[(1 + 0.1)^3 + (1 + 0.1)^2 \right. \\ &\quad \left. + (1 + 0.1) + 1 \right] \\ &= 1 \times [3.641 + 1] = 4.641 \text{元} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{故每年支取銀數} &= 5856.4 \div 4.641 \\ &= 1261.884 \text{元} \end{aligned}$$

將上式整列，則依公式(13)，為求簡捷起見可查整存零取複利表，倘表上沒有，可按公式逐項計算。

2. 第1年初存銀1000元，分5期支取，每年底支一次，年利率8厘，每年結算複利一次，每期該支銀多少？

【解】依公式(13)

$$\text{每期支銀數} = 1000 \times (1 + 0.08)^5$$

$$\begin{aligned} & \div \left[1 + (1 + 0.08)^4 + (1 + 0.08)^3 \right. \\ & \quad \left. + (1 + 0.08)^2 + (1 + 0.08) \right] \\ & = 1000 \times 1.469328 \div \left[1 + 4.866601 \right] \\ & = 1469.328 \div 5.866601 = 250.456 \text{元(弱)} \\ & \text{(計算時,可利用整存整取複利表,零存整取} \\ & \text{複利表)} \end{aligned}$$

若查整存零取表,則

$$\text{每期支銀數} = 1000 \times 0.250456 = 250.456 \text{元}$$

3. 年初存銀8000元分10期支取,每年底支取一次,年利率1分,每期該支銀多少?

[解]查整存零取表,期數=10,利率=10%

$$\begin{aligned} \text{每期該支銀數} & = 8000 \times 0.162745 \\ & = 130.192 \text{元} \end{aligned}$$

4. 有某生考入中學校時,存銀某處,年利6厘,每年一期計算複利,5年後,以其本利和之利息,足支大學每月學費12元,求原存的本銀。

[解]年利率6%,每月欲得利息12元,則5年後之

$$\text{本利和} = 12 \times \left(0.06 \times \frac{1}{12} \right) = 2400 \text{元(公式2)}$$

依公式(10)

$$\begin{aligned} \text{原存之本銀} &= 2400 \div (1+0.06)^5 \\ &= 2400 \div 1.338226 = 1793.41 \text{元(強)} \end{aligned}$$

5. 第1年須初存銀若干,照年利8厘,分6期支取,每年底可支銀200元?

[解]查整存零付表,年利率=8%, 期數=6
 第一年初須存銀 $= 200 \div 0.216315$
 $= 924.58 \text{元}$

6. 第1年初須存銀若干,照年利1分,分10期支取,每年底可支取銀80元?

[解]查整存零付表,年利率=10%, 期數=10
 第一年初須存銀 $= 80 \div 0.162745$
 $= 491.57 \text{元(弱)}$

【習題】

1. 存銀8400元,年利率8%,每年結算複利一次,今欲將此款分12年支取完畢,問每年可支若干元?
 (答) 1114.638元。
2. 存銀若干於銀行,年利率1分2厘,每半年結算複利一次,每年六月底十二月底各支取 144.9324 元,問最初存入本銀若干?
 (答) 900元。

整存整取複利表

(1 + 利率)^{期數}

本銀 1 之本利和

(自 1 期 至 20 期)

期數 利率	3 %	3.5%	4 %	4.5%	5 %
1	1.030000	1.035000	1.040000	1.045000	1.050000
2	1.060900	1.071225	1.081600	1.092025	1.102500
3	1.092727	1.108718	1.124864	1.141166	1.157625
4	1.125509	1.147523	1.169859	1.192519	1.215506
5	1.159274	1.187686	1.216653	1.246182	1.276282
6	1.194052	1.229255	1.265319	1.302260	1.340096
7	1.229874	1.272279	1.315932	1.360862	1.407100
8	1.266770	1.316809	1.368569	1.422101	1.477455
9	1.304773	1.362897	1.423312	1.486095	1.551328
10	1.343916	1.410599	1.480244	1.552969	1.628895
11	1.384234	1.459970	1.539454	1.622853	1.710039
12	1.425761	1.511069	1.601032	1.695881	1.795856
13	1.468534	1.563956	1.665074	1.772196	1.885649
14	1.512590	1.618695	1.731676	1.851945	1.979932
15	1.557967	1.675349	1.800944	1.935282	2.078928
16	1.604706	1.733986	1.872981	2.022370	2.182875
17	1.652848	1.794676	1.947900	2.113377	2.292018
18	1.702433	1.857489	2.025817	2.208479	2.406619
19	1.753506	1.922501	2.106849	2.307860	2.526950
20	1.806111	1.989789	2.191123	2.411714	2.653298

整存整取複利表

($1 \times$ 利率)^{期數}

本銀 1 之本利和

(自 1 期至 20 期)

期數 \ 利率	6 %	7 %	8 %	9 %	10 %
1	1.060000	1.070000	1.080000	1.090000	1.100000
2	1.123600	1.144900	1.166400	1.188100	1.210000
3	1.191016	1.225043	1.259712	1.295029	1.331000
4	1.262477	1.310796	1.360489	1.411582	1.464100
5	1.338226	1.402552	1.469328	1.538624	1.610510
6	1.418519	1.500730	1.586874	1.677100	1.771561
7	1.503630	1.605781	1.713824	1.828039	1.948717
8	1.593848	1.718186	1.850930	1.992564	2.143589
9	1.689479	1.838459	1.999005	2.171893	2.357948
10	1.790848	1.967151	2.158925	2.367363	2.593742
11	1.898299	2.104852	2.331639	2.580426	2.853117
12	2.012196	2.252192	2.518170	2.812665	3.138428
13	2.132928	2.409845	2.719624	3.065805	3.452271
14	2.260904	2.578534	2.937194	3.341727	3.797498
15	2.396553	2.739032	3.172169	3.642482	4.177248
16	2.540352	2.952164	3.452943	3.970306	4.594973
17	2.692773	3.158815	3.700018	4.321633	5.054470
18	2.854339	3.379932	3.996019	4.717120	5.559917
19	3.025600	3.616528	4.315701	5.141661	6.115909
20	3.207135	3.869684	4.660957	5.604411	6.727500

零存整取複利表

零存銀 1 之整取銀

(自 1 期 至 20 期)

期	5 %	6 %	7 %	8 %	10 %
1	1.050000	1.060000	1.070000	1.080000	1.100000
2	2.152500	2.183600	2.214900	2.246400	2.310000
3	3.310125	3.374616	3.439943	3.506112	3.641000
4	4.525631	4.637093	4.750739	4.866601	5.105100
5	5.801915	5.975319	6.153291	6.335929	6.715610
6	7.142008	7.293838	7.654921	7.922803	8.487171
7	8.549109	8.897468	9.259803	9.636628	10.435888
8	10.026564	10.491316	10.977939	11.487558	12.579477
9	11.577893	12.180795	12.816448	13.486562	14.937425
10	13.206787	13.971643	14.783599	15.645487	17.531167
11	14.917127	15.869941	16.888451	17.977126	20.384284
12	16.712983	17.882138	19.140643	20.495697	23.522712
13	18.598632	20.015066	21.550488	23.214920	26.974983
14	20.578564	22.275970	24.129021	26.152114	30.772482
15	22.657492	24.672528	26.888054	29.324283	34.919730
16	24.840366	27.212880	29.840217	32.750226	39.544703
17	27.132385	29.905653	32.999033	36.450244	44.599173
18	29.539004	32.759992	36.378965	40.446263	50.159090
19	32.065954	35.785961	39.995492	44.761964	56.274999
20	34.719252	38.992727	43.995177	49.422921	63.002492

整存零取複利表

整存銀 1 零取銀

(自 1 期 至 20 期)

期數 \ 利率	5 %	6 %	7 %	8 %	10 %
1	1.050000	1.060000	1.070000	1.080000	1.100000
2	0.537805	0.545437	0.553092	0.560769	0.576196
3	0.367209	0.374109	0.381052	0.388034	0.402117
4	0.282012	0.288592	0.295228	0.301921	0.315471
5	0.230975	0.237394	0.243891	0.250456	0.263797
6	0.197018	0.203563	0.209796	0.215515	0.229607
7	0.172820	0.179135	0.185553	0.192072	0.205406
8	0.154722	0.161036	0.167468	0.174015	0.187444
9	0.140690	0.147022	0.153486	0.160080	0.173641
10	0.129505	0.135868	0.142378	0.149029	0.162745
11	0.120389	0.126786	0.133357	0.140076	0.155963
12	0.112825	0.119277	0.125902	0.132695	0.146763
13	0.106456	0.112960	0.119651	0.126522	0.140779
14	0.101024	0.107585	0.114345	0.121297	0.135746
15	0.096342	0.102963	0.109795	0.116830	0.131474
16	0.092270	0.098952	0.105858	0.112977	0.127817
17	0.088799	0.095444	0.102425	0.109329	0.124664
18	0.085546	0.092357	0.099413	0.106702	0.121900
19	0.082745	0.089261	0.096753	0.104128	0.119557
20	0.080243	0.087179	0.094393	0.101852	0.117460

(十三)比例

(1)求比例問題

【定義】

$$\begin{array}{c}
 3 \\
 \vdots \\
 \text{前項}
 \end{array}
 :
 \begin{array}{c}
 5 \\
 \vdots \\
 \text{後項}
 \end{array}
 = \frac{3 \dots \text{分子(前項)}}{5 \dots \text{分母(後項)}} = 0.6 \dots \text{比值(=商)}$$

【定理】

$$\text{前項} \div \text{後項} = \text{比值} \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{後項} \times \text{比值} = \text{前項} \dots \dots \dots (2)$$

$$\text{前項} \div \text{比值} = \text{後項} \dots \dots \dots (3)$$

【例題】

1. 設有一事,甲作之須6日,乙作之須5日,問甲乙二人工作能力之比如何?

[解]依公式(1)及定義

$$\begin{aligned}
 \text{甲} : \text{乙} &= \frac{1}{6} : \frac{1}{5} = \frac{1}{6} \div \frac{1}{5} = \frac{1}{6} \times \frac{5}{1} \\
 &= \frac{5}{6} = 5 : 6
 \end{aligned}$$

答甲乙之比爲5比6。

2. 甲6日行40里,乙3日行50里,求甲乙二人速度之比?

[解]甲之速度即甲每日所行里數,即 $\frac{40}{6}$ 里,同理

知乙之速度為 $\frac{50}{3}$,則

$$\begin{aligned} \text{甲乙二人速度之比} &= \frac{40}{6} : \frac{50}{3} = \frac{40}{6} \div \frac{50}{3} \\ &= \frac{40}{\cancel{6}^2} \times \frac{\cancel{3}^3}{50} = \frac{2}{5} = 2 : 5 \end{aligned}$$

3. 甲物144斤,乙物重18斤,問甲物比乙物其值若何?

$$\text{比值} = 144 \div 18 = \frac{144}{18} = \frac{8}{1} = 8 = 8 : 1$$

即甲物比乙物,等於8比1,即甲物為乙物之8倍。

4. 用三萬分之一之比例縮尺作地圖,圖上甲乙二城相距5尺,求此二城真實之距離?

$$[\text{解}] \text{圖長} 5 \text{尺} : \text{真實距離} = \frac{1}{30000},$$

即 $\frac{1}{30000}$ 為比值,5尺為前項,

則依公式(3)

$$\begin{aligned} \text{二城真實距離(=後項)} &= 5 \text{尺} \div \frac{1}{30000} \\ &= 5 \times \frac{30000}{1} = 150,000 \text{尺} \end{aligned}$$

5. 金之重為同體積水重之19.2倍，一金塊重5兩4錢，其同體積之水重若何？

[解] 金重54錢：同體積水重 = 19.2，故19.2為比值，54錢為前項，同體積水重為後項，現求同體積之水重，即求後項，故依公式(3)

$$\begin{aligned} \text{同體積水重(=後項)} &= 54 \div 19.2 = \frac{54}{19.2} \\ &= 2.81 \text{錢(強)} = 2 \text{錢} 8 \text{分} 1 \text{厘(強)}, \end{aligned}$$

6. 時鐘分針與時針速度之比為60:5，今於12點鐘後，時針行3分，問分針行若干？

$$\text{分針所行分數} : \text{時針行3分} = 60 : 5$$

$$= \frac{60}{5} = \frac{21}{1}$$

則 $\frac{12}{1}$ 為比值，時針為後項，分針所行為前項，現所求者為前項，則依公式(2)

$$\text{分針所行分數} = 3 \times \frac{12}{1} = 36 \text{分}$$

【習題】

1. 國幣重7錢1分5厘，內含純銀6錢4分3厘

5毫，餘皆為銅，問此國幣中純銀與銅之比若何？

(答) 9:1

2. 食鹽比水重3.2倍，今水重20斤，問同體積之水，重若干斤？

(答) 64斤

(2) 單比例問題

【定義】

正比例 凡兩個數量，此量減少，彼量也隨之減少，此量增多，彼量也隨之增多，謂之正比例。

反比例 凡兩個數量，此量減少，彼量反因而增多，此量增多，彼量反因而減少，謂之反比例。

比例中之未知數以 x 代之。

【公式】

正比例：— $甲_1 : 乙_1 = 甲_2 : x$

$$∴ x = \frac{乙_1 \times 甲_2}{甲_1} \dots\dots\dots (4)$$

反比例：— $甲_1 : 乙_1 = x : 甲_2$

$$∴ x = \frac{甲_1 \times 甲_2}{乙_1} \dots\dots\dots (5)$$

【附註：甲₂爲與甲₁相當之他量，x爲所求之未知數，且爲與乙₁相當之他量。】

1. 桃15個價1角2分，問135個之價若干？

〔解〕桃15個價1角2分，則桃135個較桃15個增多，依常識其價亦必較1角2分增多，故價格與桃數成正比例，則依公式(4)

設桃135個值x分，則

$$15:135 = 12:x$$

$$x = \frac{135 \times 12}{15} = 108 \text{分} = 10 \text{元零} 8 \text{分}$$

即桃135個，值洋1元零8分，

2. 某工程8人作5日可成，問4人作之幾日可成？

〔解〕同一工程，工人多則完成之日數少，工人少，則完成之日數多，即工人與完成之日數成反比例，則依公式(5)

設4人作之，x日可成；

$$4 \text{人}:8 \text{人} = 5 \text{日}:x \text{日}$$

(與8人:4人 = x日:5日，相同，爲整齊起見，可書成上式)

$$x = \frac{5 \times 8}{4} = 10 \text{日}$$

即4人作之，10日可成。

注意 此題倘爲正比例則比例式應爲

$$8人:4人=5日:x$$

$$x = \frac{4 \times 5}{8} = 2.5日$$

將此式與上式比較，即知反比例與正比例之不同矣。

3. 有一砲臺以工兵120人築之，15日可成，今欲10日築成，問須用工兵若干人？(福建省會考)

[解]設須用工兵 x 人 則

$$10:15=120:x$$

$$\therefore x = \frac{15 \times 120}{10} = 180人$$

4. 150人每日食米9斗，問236人，每日食米多少？
(上海市會考)

[解]設236人每日食米 x 斗則

$$150:9=236:x$$

$$x = \frac{9 \times 236}{150} = 14.16斗$$

5. 有一公路，100人築之，45日可成，若18日後抽去28人，問尚須幾日可完工？(浙江杭州高中)

[解]設抽去28人後， x 日可成則

$$(100-28):100=(45-18):x$$

$$x = \frac{25 \times 3}{100 \times 27} = 37\frac{1}{2} \text{ 日}$$

答尚須 $37\frac{1}{2}$ 日完工。

6. 工人16名，計得工錢8元，問工人48名，應得工錢若干？

[解]工人16名得工錢8元，今工人48名，因人數多，則工錢亦應增多，即工錢與人數成正比。

$$16:48=8:x$$

$$x = \frac{48 \times 8}{16} = 24 \text{ 元}$$

7. 兔行8步時犬行6步，今犬行27步，問兔行若干步？

[解]兔步與犬步成正比例

$$6\text{步}:27\text{步}=8\text{步}:x\text{步}。$$

(與6步:8步=27步:x步，相同)

$$x = \frac{27 \times 8}{6} = 36 \text{ 步}$$

8. 有一水槽，用8個水管6小時注滿，今用12個水管，問幾小時注滿？

[解]同水槽之水管數，與注滿所需時成正比例，則

$$12:8=6:x$$

$$x = \frac{8 \times 6}{12} = 4 \text{ 小時。}$$

9. 某人買米若干，共費銀8100元，賣之每100元獲利4元5角，問賣時共得銀若干？

[解] 賣時每100元，獲利4元5角，則8100元應獲之利，依正比例計算，則

$$100:8100 = 4.5:x$$

$$x = \frac{8100 \times 4.5}{100} = 364.5 \text{ 元}$$

故賣時共得銀 = 8100 + 364.5 = 8464.5元。

10. 有甲乙二旅人，甲每日行12里，乙每日行10里，今甲 $6\frac{1}{3}$ 日行到某處，問乙行若干日可到？

[解] 同行程之時間，與其速度反比，則

$$10:12 = 6\frac{1}{3}:x$$

$$x = \frac{12 \times 6\frac{1}{3}}{10} = 12 \times \frac{19}{3} \times \frac{1}{10} = \frac{38}{5}$$

$$= 7\frac{3}{5} \text{ 日} \cdots \cdots \cdots \text{乙行日數}$$

11. 有兵1800名，其食糧足支6個月，今欲支持9個月，問須減兵士幾人？

[解] 同材料之消耗，人數與時間成反比例，

$$\text{故 } 9:6 = 1800:x$$

$$x = \frac{6 \times 1800}{9} = 1200 \text{名} \cdots \cdots \text{支持9個月應}$$

有之兵士，

$$\text{故應減兵士} = 1800 - 1200 = 600 \text{名}$$

12. 有工人若干名，每日織9.5小時，20日間可織完之緞，今欲提早1日織完，問每日須織若干時？

[解]早1日完成，則須 $20 - 1 = 19$ 日完成，

又同工程之日數，與其每日工作時間成反比例，因得每日所織時數為，

$$19:20 = 9.5:x$$

$$x = \frac{20 \times 9.5}{19} = 10 \text{小時} \cdots \cdots \text{每日須織時數}$$

13. 有一塔不知其高，測其影為三丈六尺，同時立3.2尺之竹竿，其影長為1.8尺，求塔之高？

[解]影長與實高成正比例，因求得塔之高為，

$$1.8 \quad 36 = 3.2:x$$

$$x = \frac{36 \times 3.2}{1.8} = 64 \text{尺} = 6 \text{丈} 4 \text{尺} \cdots \cdots \text{塔高}$$

14. 車輪之周，前為 $6\frac{3}{4}$ 尺，而後為 $9\frac{1}{2}$ 尺，問前輪轉3762次時，後輪轉幾次？

[解]兩輪所行之距離相等，則輪之周圍與旋轉次

數爲反比例，則

$$9 \frac{1}{2} : 6 \frac{3}{4} = 3762 : x$$

$$x = \frac{3762 \times 6 \frac{3}{4}}{9 \frac{1}{2}} = 3762 \times \frac{27}{4} \times \frac{2}{19} = 2673 \text{次}$$

15. 200米之競走，乙後甲1米，甲需時26秒，則乙須幾秒鐘跑到？

[解] 甲走200米，需時26秒，而乙比甲後1米，祇走 $200 - 1 = 199$ 米，即乙走199米需時26秒，則200米所需時間，依正比例

$$199 : 200 = 26 : x$$

$$x = \frac{200 \times 26}{199} = 26 \frac{26}{199} \text{秒。}$$

16. 有一鐘每日快1分40秒，今由正午撥準，問次日早晨9時，此鐘指何時刻？

[解] 今日正午至次早9時，計經時數爲 $12 + 9 = 21$ 小時。

現每日(24小時)快1分40秒，即快

$60 + 40 = 100$ 秒，則21時應快秒數，依正比例則

$$24 : 21 = 100 : x$$

$$x = \frac{21 \times 100}{24} = 87.5 \text{秒} = 1 \text{分} 27.5 \text{秒}$$

故知鐘所指時間為9時1分27.5秒

17. 有一錶，每日慢二分半，今於正午撥準，問次日此錶指正午前10點鐘時，其真正時刻為何？

[解] 每日慢2.5分，則實際時間24小時，此錶所示為24小時 - 2.5分 = 23時57.5分

$$= 23 \frac{57.5}{60} \text{小時}$$

而今日正午至次朝10時，此錶計經

12 + 10 = 22時，依正比例求真正時刻，則

$$23 \frac{57.5}{60} : 24 = 22 : x$$

$$x = \frac{22 \times 24}{23 \frac{57.5}{60}} = \frac{22 \times 24 \times 600}{14875} = 22 \frac{22}{575} \text{時}$$

$$= 22 \text{時} 2 \text{分} 17 \frac{17}{23} \text{秒，}$$

故知所求真正時間為次日午前10時2分

$$17 \frac{17}{23} \text{秒。}$$

18. 有一工程，男7人或女10人獨做，6日可成，今男3人女2人合做，問幾日可成？

[解] 某工程男7人或女10人俱於6日作成，由此男

女每日工作能力之比爲10:7, 男女人數之比爲7:10

故工作能力 = $10 \times 7 = 70$ 及 $7 \times 10 = 70$

則工作能力70, 作此工程需6日,

今男3人女2人之工作能力 = $10 \times 3 + 7 \times 2 = 44$, 由反比例求得作成日爲

$$44:70 = 6:x$$

$x = \frac{70 \times 6}{44} = 9\frac{6}{11}$ 日, 故……男女合作所需日數。

19. 糖5斤之價等於茶2斤之價, 若以3元6角買得20斤之糖, 問5元4角可買茶幾斤?

[解] 糖5斤之價等於茶2斤之價, 則3元6角買得糖20斤, 以之買茶可得 $2 \times (20 \div 5) = 8$ 斤, 今以5元4角買茶, 由正比例知買得斤數爲

$$36:54 = 8:x$$

$$x = \frac{54 \times 8}{36} = 12 \text{ 斤}$$

20. 男工4人之工價與女工5人之工價相等, 今以可僱男工15人12日間之工價僱男工10人及女工若干人, 足支10日, 問女工之人數若何?

[解] 男工15人12日間之工價可支10日, 設男工爲 x , 則

$$10:12 = 15:x$$

$$x = \frac{12 \times 15}{10} = 18 \text{ 人}$$

今只僱男工10人，所多男工 = $18 - 10 = 8$ 人

8人之工價即為女工之工價，而男工4人等於女工5人，故男工8人等於女工之人數為

$$4:8 = 5:x$$

$$x = \frac{8 \times 5}{4} = 10 \dots\dots\dots \text{所求女工數。}$$

21. 兔在犬前150丈，犬追逐之，兔逃3丈時，犬可追5丈，問犬須若干丈方可追及？

[解]兔逃3丈犬可追5丈，即犬欲追上 $5 - 3 = 2$ 丈時，犬須行5丈：今兔在犬前150丈，即犬須追兔150丈，故由正比例求追及時間，犬須行之丈數為，

$$2:150 = 5:x$$

$$x = \frac{150 \times 5}{2} = 375 \text{ 丈} \dots\dots\dots \text{犬須行之丈數。}$$

22. 從甲鎮到乙鎮行4時走去全路之 $\frac{4}{5}$ ，問尚須多少時才能到乙鎮？

[解]已走 $\frac{4}{9}$ ，餘路為 $1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$ ，知 $\frac{4}{9}$ 須時4時，

則 $\frac{5}{9}$ 應須時間，依正比例得，

$$\frac{4}{9} : \frac{5}{9} = 4 : x$$

$$x = \frac{4 \times \frac{5}{9}}{\frac{4}{9}} = 4 \times \frac{5}{9} \times \frac{9}{4} = 5 \text{ 時。}$$

23. 有二數，其比為7:9，其差為26，求大小二數？

[解] 大數為9，小數為7，其差為 $9 - 7 = 2$ ，即相當於26，由正比例求得

$$2:9 = 26:x$$

$$x = \frac{9 \times 26}{2} = 117 \dots\dots\dots \text{大數}$$

$$2:7 = 26:x$$

$$x = \frac{7 \times 26}{2} = 91 \dots\dots\dots \text{小數。}$$

24. 有二小隊，每隊有80人，若以4人為一列，人與人之距離為3尺，2分鐘行 $30\frac{8}{10}$ 丈，今行過 $57\frac{6}{10}$ 丈長之橋上，須時幾許？

[解] 總人數 = $80 \times 2 = 160$ 人，列數 = $160 \div 4 = 40$
 全人數排列之長 = $3 \times (40 - 1) = 117$ 尺
 = $11\frac{7}{10}$ 丈

故若全行過此橋其長爲列長與橋長之和
(參觀整數四則植樹問題及列車問題)

故得下之比例式

$$30\frac{8}{10} : \left(57\frac{6}{10} + 11\frac{7}{10}\right) = 2 : x$$

$$x = \frac{2 \times \left(57\frac{6}{10} + 11\frac{7}{10}\right)}{30\frac{8}{10}} = \frac{2 \times 693 \times 10}{10 \times 308}$$

$$= 4\frac{1}{2} \text{ 時, } \dots\dots\dots \text{ 所須時間}$$

25. 35人作一工程50日間可成，今從事23日之後有17人他去，以其餘之工人作之，尙須若干日可成？

[解]其餘之工人 = $35 - 17 = 18$ 人，

$$\text{日數} = 50 - 23 = 27 \text{ 日}$$

若人員不增減，則再經27日可成，今人數減少，而日數必增加，故得下之反比例，

$$18 : 35 = 27 : x$$

$$x = \frac{35 \times 27}{18} = 52.5 \text{ 日。}$$

26. 馬10匹，牛8匹，其食料等，今馬10匹可飼30日之料，若以養馬25匹，與牛若干，則飼10日恰盡，問牛幾匹？

【解】若飼10日則可飼馬

$$10:30 = 10:x$$

$$x = \frac{30 \times 10}{10} = 30 \text{匹}, \dots\dots\dots \text{飼馬數},$$

今云只養25匹,相減則 $30 - 25 = 5$ 匹,以之飼牛,則

$$10:8 = 5:x$$

$$x = \frac{8 \times 5}{10} = 4 \text{匹} \dots\dots\dots \text{飼牛數}.$$

【習題】

1. 有一工程,十四人作之,十五日可成。今欲以十日成之,問須用若干人? (安徽省會考)

(答) 21人

2. 某工程十二人作之,十日可成,問十五人作之,幾日可成? (四川省師範會考)

(答) 8日

3. 有兵2400名,其所儲糧食足支 $8\frac{1}{2}$ 月,今經

$\frac{1}{3}$ 月之後,更增兵300名,問餘糧能支持幾月?

(答) $5\frac{13}{27}$ 月

4. 甲行88里,乙能行96里,問乙行672里,甲能行

幾里？

(答) 616里

5. 從甲鎮到乙鎮，行3時半走去全路的 $\frac{7}{9}$ ，尚須多少時才到乙鎮，

(答) 1小時

(3) 複比例問題

【公式】

$$\left. \begin{array}{l} \text{甲} : \text{乙} \\ \text{丙} : \text{丁} \\ \text{己} : \text{戊} \end{array} \right\} = \text{庚} : x$$

$$x = \frac{\text{乙} \times \text{丁} \times \text{戊} \times \text{庚}}{\text{甲} \times \text{丙} \times \text{己}} \dots\dots\dots (6)$$

【附註 庚爲與甲，丙，己相當之他量； x 爲與乙，丁，戊相當之未知量】

【例題】

1. 農夫12人8日可耕田64畝，問農夫6人7日耕田若干畝？

【解】設日數相同，則人數減少，耕的畝數亦減少，則人數與耕的畝數成正比例，
又設人數相同，則日數減少，耕的畝數亦減少，則日數與耕的畝數成正比，依公式(6)

命所求之畝數爲 x ，則

$$\left. \begin{array}{l} 12人:6人 \\ 8日:7日 \end{array} \right\} = 64畝 \times x畝$$

$$x = \frac{2 \quad 2}{8 \times 7 \times \cancel{84}} \times \frac{\cancel{12} \times 8}{3} = 28畝。$$

2. 工人24名，每日工作8小時6日可成之事，今工人16名，每日作工12小時，問須幾日可成？

[解]若工人相等，則每日工作時數增多，作成日數必反減少，故知每日工作時數與作成日數成反比例，

若每日工作時數相同，則工人減少，作成日數必反增多，故知工人人數與作成日數成反比例，

由下式求得作成所須日數爲

$$\left. \begin{array}{l} 16名:24名 \\ 12時:8時 \end{array} \right\} = 6日:x日$$

$$x = \frac{24 \times 8 \times 6}{16 \times 12} = 6日。$$

3. 7人12日間抄書8卷，今用10人，抄書12卷，問須幾日抄完？

[解]若人數相同，則卷數增多，抄成日數亦必增

多，因知卷數與日數成正比例，

又若卷數相同，則人數增多，抄成日數亦必反減少，因知人數與日數成反比例，由下式求得抄成日數為

$$\left. \begin{array}{l} 8 \text{卷} : 12 \text{卷} \\ 10 \text{人} : 7 \text{人} \end{array} \right\} = 12 : x$$

$$x = \frac{12 \times 7 \times 12}{8 \times 10} = 12 \frac{3}{5} \text{日。}$$

4. 耕田4畝，每日工作10時，要用3人，現有田6畝，每日工作9時，要用幾人？（山西省會考）

$$[\text{解}] \quad \left. \begin{array}{l} 4 : 6 \\ 9 : 10 \end{array} \right\} = 3 : x$$

$$x = \frac{6 \times 10 \times 3}{4 \times 9} = 5 \text{人}$$

答要用5人。

5. 一件工程，用30個工人，每日作工9小時，40日可成；現在只用25個工人，要36日做成，每日應作幾小時？（山東烟台中學）

$$[\text{解}] \quad \left. \begin{array}{l} 25 : 30 \\ 36 : 40 \end{array} \right\} = 9 : x$$

$$x = \frac{30 \times 40 \times 9}{25 \times 36} = 12 \text{小時}$$

答每日應作工12小時。

6. 米5石6斗,可供兵士50人吃8日,若兵數加多25人,米為25石2斗,問能吃若干日?(北平市三三制會考)

$$[\text{解}] \quad \left. \begin{array}{l} 56 : 252 \\ 75 : 50 \end{array} \right\} = 8 : x$$

$$x = \frac{252 \times 50 \times 8}{56 \times 75} = 24 \text{日。}$$

7. 有甲乙兩齒輪互相銜接,甲輪有齒16箇,乙輪有齒18箇,若甲輪轉45次須3分45秒,則乙輪在10分30秒間,可轉幾次?(南京市會考)

$$[\text{解}] \quad \left. \begin{array}{l} 18 \text{齒} : 16 \text{齒} \\ 225 \text{秒} : 630 \text{秒} \end{array} \right\} = 45 \text{轉} : x \text{轉}$$

$$x = \frac{16 \times 630 \times 45}{18 \times 225} = 112 \text{轉} \dots\dots \text{乙輪}$$

8. 有兩個矩形水槽,其長的比為4:5,寬的比為6:7,深的比為9:8,今用一水管注入第一槽,經 $4\frac{1}{2}$ 小時注滿,若仍用此管注水入第二槽,須經幾小時方能注滿?(察哈爾會考)

[解]設此管注滿第二槽須x小時,則

$$\left. \begin{array}{l} 4:5 \\ 6:7 \\ 9:8 \end{array} \right\} = 4\frac{1}{2} : x$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{4\frac{1}{2} \times 5 \times 7 \times 8}{4 \times 6 \times 9} = \frac{9 \times 5 \times 7 \times 8}{2 \times 4 \times 6 \times 9} \\ &= 5\frac{5}{6} \text{ 小時} \end{aligned}$$

9. 牛與馬，其力之比，為8：7；其速度之比，為5：8，曾用牛車八輛，馬車二十輛，於五十天內運米二百八十袋，可運一里半之遠之處，今用牛馬車各十輛，於十日內，運米三百五十袋，問可運若干遠之處？（上海市會考）

[解] 設 x 為運達里數

$$\left. \begin{array}{l} 8 : 7 \\ 5 : 8 \\ 8 : 10 \\ 20 : 10 \\ 50 : 10 \\ 350 : 280 \end{array} \right\} = 1.5 : x$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{7 \times 8 \times 10 \times 10 \times 10 \times 280 \times 1.5}{8 \times 5 \times 8 \times 20 \times 50 \times 350} \\ &= \frac{2.1}{10} = 0.21 \text{ 里。} \end{aligned}$$

10. 有一工程，僱工153名，每日工作8小時，可於72日完成，今於工作9日後因有27人輟工，展限5日完成，問後來每日當工作若干時？（江蘇淮陰師範）

〔解〕設後來每日當作工 x 小時則

$$\left. \begin{array}{l} (153-27) : 153 \\ (72-9+5) : (72-9) \end{array} \right\} = 8 : x$$

$$x = \frac{153 \times 8 \times 8}{126 \times 63} = 9 \text{ 小時}$$

答後來每日當工作9小時。

11. 有工兵築壘，壘長95丈，厚9尺，高1丈2尺，每日工作8小時，24人18日築成，今欲再築一壘，長380丈，厚6尺，高9尺，每日工作12小時，要24日築成，問須添幾人？（江蘇東海師範）

〔解〕 $950 \times 9 \times 12 : 3800 \times 6 \times 9$

$$\left. \begin{array}{l} 12 : 8 \\ 24 : 18 \end{array} \right\} = 24 : x$$

$$x = \frac{3800 \times 6 \times 9 \times 8 \times 18 \times 24}{950 \times 9 \times 12 \times 12 \times 24} = 24 \text{ 人}$$

答無須添人

12. 酒價與米價成比例，米一石之價5元6角，則酒3升之價1元3角5分，今米價騰貴2角8分，問酒5升之價如何？

[解] 米一石原價為5元6角，今漲2角8分則價為
 $560 + 28 = 588$ 分，

今若升數相同，則米價與酒價成正比例，又若價值相同，則升數與酒價亦成正比例，則酒5升之價為

$$\left. \begin{array}{l} 560 \text{分} : 588 \text{分} \\ 3 \text{升} : 5 \text{升} \end{array} \right\} = 135 \text{分} : x \text{分}$$

$$x = \frac{588 \times 5 \times 135}{560 \times 3} = 236.25 \text{分}$$

= 2元3角6.25分…… 酒5升之價。

13. 有布限33日織完，今7人織之，每日織6小時，

24日始織成 $\frac{2}{5}$ ，此後每日織8小時，須如限織

成，問尚須增若干人？

[解] 限期為33日，現已用去24日，尚餘期限
 $= 33 - 24 = 9$ 日，

$$\text{已織成 } \frac{2}{5}, \text{ 餘工 } = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

又知時期與人數成反比例，工程與人數成正比例，每日工作時數與人數成反比例，則由下式求得須用人數為

$$\left. \begin{array}{l} 9 \text{ 日} : 24 \text{ 日} \\ \frac{2}{5} : \frac{3}{5} \\ 8 \text{ 小時} : 6 \text{ 小時} \end{array} \right\} = 7 \text{ 人} : x \text{ 人}$$

$$x = \frac{24 \times \frac{3}{5} \times 6 \times 7}{9 \times \frac{2}{5} \times 8} = 21 \text{ 人}$$

應增人數 = $21 - 7 = 14$ 人。

14. 衣服一件，一男二女作之，10日作成，今有衣服4倍於前，若二男一女作之，幾日可成？但男女能力之比為3:2。

[解] 一男之能力為3，一女之力為2，一男二女之能力 = $3 \times 1 + 2 \times 2 = 7$

二男一女之能力 = $3 \times 2 + 2 \times 1 = 8$

又能力與日數成反比例，工程與日數成正比例。

由下式得作成日數為

$$\left. \begin{array}{l} 8 : 7 \\ 1 : 4 \end{array} \right\} = 10 \text{ 日} : x \text{ 日}$$

$$x = \frac{7 \times 4 \times 10}{8 \times 1} = 35 \text{ 日。}$$

15. 有三船，甲船速度與乙船速度之比為4:5，而乙船於5小時行52哩，丙船於6小時行78哩，則甲於25日間所行之路，丙行需幾日？

[解] 甲船與乙船速度之比為4:5，則甲25日所行之路乙需

$$5 : 4 = 25 : x$$

$$x = \frac{4 \times 25}{5} = 20 \text{ 日}$$

又乙船5小時行52哩，其每小時速度為 $\frac{52}{5}$ 哩，

丙船6小時行路78哩，其每小時速度為 $\frac{78}{6}$ 哩，又知速度與日數成反比例，由下式求

得丙需行日數為

$$\frac{78}{6} : \frac{52}{5} = 20 : x$$

$$x = \frac{\frac{52}{5} \times 20}{13} = 16 \text{ 日。}$$

16. 男3人於5日所成之工作，女5人作之需4日，

今女8人於5日間成某工程 $\frac{4}{7}$ ，而所餘者使

男10人作之，問幾日始完工？每日工作時間男女工均為8小時？

[解]某工程男3人於5日作成，女5人於4日作成，則男1人須作 $5 \times 3 = 15$ 日，女1人須作 $4 \times 5 = 20$ 日

由是男1人與女1人工作之比為20:15，即4:3，但女8人之工作能力 $= 3 \times 8 = 24$ ，男10人之工作能力 $= 4 \times 10 = 40$

已成工程為 $\frac{4}{7}$ ，所餘工程 $= 1 - \frac{4}{7} = \frac{3}{7}$ ，

又知工作能力與所須日數成反比例，工程與所須日數成正比例，故由下式求得所求日數為

$$\left. \begin{array}{l} 40 : 24 \\ \frac{4}{7} : \frac{3}{7} \end{array} \right\} = 5 \text{日} : x \text{日}$$

$$x = \frac{24 \times \frac{3}{7} \times 5}{40 \times \frac{4}{7}} = 2\frac{1}{4} \text{日所求日數。}$$

17. 糖5斤之價等於茶3斤之價，茶6斤之價等於咖啡5斤之價，今糖3斤之價為5角4分，問咖啡8斤之價若干？

[解]糖與茶價之比為3:5，茶價與咖啡價之比為

5:6, 則糖價與咖啡價之比為3:6即1:2

今知價值與總價值為正比例, 斤數與總價值之比亦為正比例, 則由下式得咖啡之價為

$$\left. \begin{array}{l} 1:2 \\ 3:8 \end{array} \right\} = 54:x$$

$$x = \frac{2 \times 8 \times 54}{1 \times 3} = 288 \text{分} = 2 \text{元} 8 \text{角} 8 \text{分}$$

18. 某人自甲地至乙地, 計需8小時, 今路程增加 $\frac{1}{4}$, 速度減半, 問需幾時可到?

[解] 設原路程為1, 則後者路程應為 $1\frac{1}{4}$, 又原速

度為1, 則後者速度為 $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

又知路程與時數成正比例, 速度與時數成反比例, 由下式得所求時間為

$$\left. \begin{array}{l} 1 : 1\frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} : 1 \end{array} \right\} = 8 \text{時} : x \text{時}$$

$$x = \frac{1\frac{1}{4} \times 1 \times 8}{1 \times \frac{1}{2}} = \frac{5 \times 1 \times 8 \times 2}{4}$$

=20小時……到達所需時間。

19. 有甲乙兩等工人，甲等工人比乙等工人多2人，而工作能力之比為5：4，今甲工人每日作8小時，經12日掘成一溝，長2里闊4.5尺，深6尺，乙等工人每日作10小時，經32日掘成一溝長1里120丈闊4.8尺，深12尺，問甲等工人及乙等工人各若干名？

[解]設甲等工人人數為1，則得乙等工人人數為

$$\left. \begin{array}{l} 4 : 5 \\ 10\text{時} : 8\text{時} \\ 32\text{日} : 12\text{日} \\ 2\text{里} : 1\frac{120}{180}\text{里} \\ 4.5\text{尺} : 4.8\text{尺} \\ 6\text{尺} : 12\text{尺} \end{array} \right\} = 1 : x$$

$$x = \frac{5 \times 8 \times 12 \times 1\frac{120}{180} \times 4.8 \times 12 \times 1}{4 \times 10 \times 32 \times 2 \times 4.5 \times 6}$$

$$= \frac{2}{3}$$

但甲比乙多2人故

$$2 \div \left(1 - \frac{2}{3}\right) = 6\text{人} \dots \text{甲工人數}$$

$$6-2=4 \text{ 人} \dots\dots\dots \text{乙工人數}$$

20. 有飼犬與貓者，其食料之費用，貓1隻1年間為6元，犬1隻6星期為2元，今物價低落，貓1隻1年間減1元5角，則以3元飼犬一隻，可支幾日。

[解] 6元之費用，低落1元5角，則為 $6-1.5=4.5$ 元，故得可支日數為

$$\left. \begin{array}{l} 4.5 \text{元} : 6 \text{元} \\ 2 \text{元} : 3 \text{元} \end{array} \right\} = (7 \text{日} \times 6) : x \text{日}$$

$$x = \frac{6 \times 3 \times 7 \times 6}{4.5 \times 2} = 84 \text{日} \dots \text{可支日數。}$$

【習題】

1. 14人割田9分之禾，6小時割完，問田28分之禾欲於 $9\frac{1}{3}$ 時割完，需人若干？

(答) 48人

2. 有甲乙兩種工人，甲種工人10人每日工作9小時24日做完，今用乙種工人8人，每日工作8小時，問幾日做完？但甲乙兩種工人之能力為3與2之比。

(答) $50\frac{5}{8}$ 日

3. 有一堤長48丈，僱171人築之，築到12日已成

18丈，今更增27人築之，問幾日築成？

(答) $17\frac{3}{11}$ 日

4. 招工人160人，每日工作11小時，經6日，掘得溝長230丈，闊5.5丈，深1.5丈，若用96人，每日工作8小時，掘溝長220丈，闊3.5丈，深1丈，問幾日可成，但土之硬度，前後兩地之比為5:7，而前5人之力與後4人之力等。

(答) $6\frac{86}{345}$ 日

5. 工作之效率，計男子1人，抵童子3人，女子1人，抵童子2人，若3男4女5童，每日工作10時，於6日可耕田90畝，今有7男6女11童子，每日工作11小時，耕田330畝，問需若干日？

【提示】 3男4女5童等於童子 $= 3 \times 3 + 2 \times 4 + 5$
 $= 22$ 人

(答) 10日

(4) 連鎖比例問題

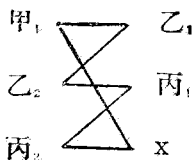
【定理】 橫綫表示價值相等，把同值的數量寫在橫綫兩端。

斜綫表示名稱性質相同，把同名或同性質的數量寫在斜綫兩端，斜綫兩端同名或同性質

的數量，其單位應相同。

用有缺項的一行連乘做分母，另一行連乘做分子，求出的得數即是缺項。

【公式】

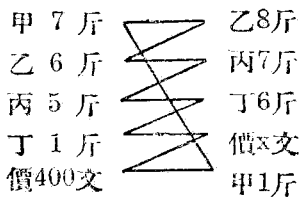


$$x = \frac{\text{甲}_1 \times \text{乙}_2 \times \text{丙}_2}{\text{乙}_1 \times \text{丙}_1} \dots\dots\dots (7)$$

【例題】

1. 一醬園有四種醬油，合起原價來，甲種7斤，抵乙種8斤，乙種6斤，抵丙種7斤，丙種5斤，抵丁種6斤；現在甲種每斤定價400文，那末丁種每斤該價多少？

〔解〕依題目的順序，依次排列，橫綫取其價值相等，斜綫取其物名相同，依公式(7)求得丁種每斤之價為



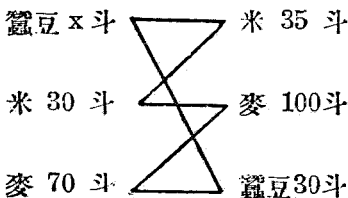
$$x = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 1 \times 400}{8 \times 7 \times 6}$$

$$= 250 \text{ 文}$$

答丁種每斤該定價250文。

注意：每數必寫出名稱，否則易將不同性質的兩數寫在斜綫兩端

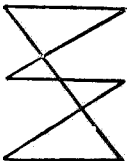


2. 米三石之價等于麥十石之價，麥七石之價等于蠶豆三石之價，則米三石五斗之價等于蠶豆幾石之價？（陝西省立高中）



$$x = \frac{5 \times 35 \times 100 \times 30}{30 \times 70} = 50 \text{ 斗} = 5 \text{ 石}$$

答米三石五斗之價等於蠶豆五石之價。

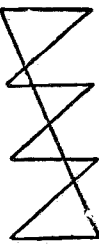



3. 米五升的價錢等于茶葉三斤的價錢，茶葉四斤的價錢等於砂糖十斤的價錢，求米一斗五升的價錢等于砂糖幾斤的價錢？（江蘇全省高中入學）

[解] 砂糖x斤  米 15 升
 米 5 升  茶葉 3 斤
 茶葉 4 斤  砂糖 10 斤

$$x = \frac{15 \times 3 \times 10}{5 \times 4 \times 2} = 22.5 \text{ 斤}$$

答米一斗五升的價錢等於砂糖22.5斤的價錢。

4. 糖5斤之價，等於茶3斤之價，茶6斤之價，等於咖啡5斤之價，今糖3斤之價為5角4分，問咖啡8斤之價為若干？（江蘇省蘇州女師）

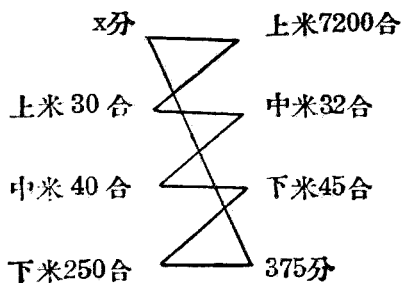
[解] 5 4 分  糖 3 斤
 糖 5 斤  茶 3 斤
 茶 6 斤  咖啡 5 斤
 咖啡 8 斤  x 分

$$x = \frac{54 \times 5 \times 6 \times 8}{3 \times 3 \times 5} = 288 \text{ 分} = 2 \text{ 元 } 8 \text{ 角 } 8 \text{ 分}$$

答咖啡8斤之價為2元8角8分。

5. 今有上中下三種米，上米3升的價，等於中米3升2合的價，中米4升的價，等於下米4升5合的價，下米2斗5升值銀3圓7角5分，問上米7石2斗，值銀多少？（山東省四師）

【解】



$$x = \frac{\overset{6}{18} \quad \overset{16}{9} \quad \overset{15}{75}}{\underset{50}{80} \times \underset{10}{40} \times \underset{2}{250}}$$

$$= 12960 \text{ 分} = 129 \text{ 元} 6 \text{ 角}。$$

答上米7石2斗值銀129元6角。

6. 湖縐1尺之價，等於布9尺之價，布2丈4尺之價，等於綢3尺之價，綢4尺之價為1元6角，問湖縐3丈2尺之價幾何？

〔解〕 湖縐1尺 布9尺
 布24尺 縐3尺
 縐4尺 銀1.6元
 銀x元 湖縐32尺

$$x = \frac{9 \times 3 \times 1.6 \times 32}{1 \times 24 \times 4}$$

= 14.4元湖縐3丈2尺之價。

7. 甲乙丙丁四工人，其體力之比，甲與乙為3:4
 乙與丙為5:4，丙與丁為8:15，今給工資以力
 為比例，甲之工資7角5分，問丁之工資若干？

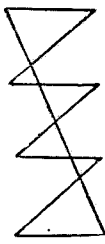
〔解〕 甲3 乙4
 乙5 丙4
 丙8 丁15
 丁x 甲75分

$$x = \frac{4 \times 4 \times 15 \times 75}{3 \times 5 \times 8} = 150 \text{分} = 1 \text{元} 5 \text{角}$$

答丁之工資爲1元5角。

8. 甲乙丙丁四人所有之田，其面積之比甲與乙爲9:4，乙之12倍當丙之15倍，丙之 $\frac{1}{2}$ 當丁之 $\frac{1}{3}$ ，今丁爲7畝7分，問甲之所有地如何？

[解]

甲 9		乙 4
乙 12		丙 15
丙 $\frac{1}{2}$		丁 $\frac{1}{3}$
丁 7.7畝		甲 x畝

$$x = \frac{9 \times 12 \times \frac{1}{2} \times 7.7}{4 \times 15 \times \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{9 \times \overset{4}{\cancel{12}} \times 3 \times 7.7}{\underset{5}{\cancel{4}} \times \underset{5}{\cancel{15}} \times 2} = 20.79 \text{畝} \dots\dots$$


……甲所有之地。

9. 有甲乙丙三米倉，丙倉較甲倉少 $\frac{3}{10}$ ，甲倉較乙倉多 $\frac{2}{10}$ ，甲倉之米720石，求丙倉之米額？

[解] 丙倉較乙倉少 $\frac{3}{10}$ ，設乙倉為1，丙倉則為

$$1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}, \text{甲倉為 } 1 + \frac{2}{10} = \frac{12}{10}, \text{所}$$


求者為丙倉之米額，則

甲 $\frac{12}{10}$		乙 1
乙 1		丙 $\frac{7}{10}$
丙 x		720石

$$x = \frac{1 \times \frac{7}{10} \times 720}{\frac{12}{10} \times 1} = 420 \text{石。}$$

10. 有甲乙丙三人競走，100步內，乙負甲20步，180步內乙勝丙3步，今150步內問丙負乙若干步？

[解] 100步內乙負甲20步，即甲行100步乙行80步，180步內乙行180步丙行177步，今甲行150步由下式可求丙行之步數：

甲 100 步		乙 80 步
乙 180 步		丙 177 步
丙 x 步		甲 150 步


$$x = \frac{80 \times 177 \times 150}{100 \times 180} = 118 \text{步}$$

因甲行150步丙行118步故知

丙負甲步數 = $150 - 118 = 32$ 步。

11. 有甲乙丙三種時錶，均在正午撥準，次日午前9時，甲錶較乙錶遲3分，又次日午前11時20分，丙錶較乙錶遲5分，問甲錶指正午，丙錶指何時？

[解] 甲錶行 $12 + 9 = 21$ 時，乙錶行21時3分，乙錶行 $12 + 11$ 時20分 = 23時20分，丙錶行23時15分，則甲行 $12 + 12 = 24$ 時，丙行 x 時，其數值可由下式求得

甲 21 時		乙 $21\frac{3}{60}$ 時
乙 $23\frac{20}{60}$ 時		丙 $23\frac{15}{60}$ 時
丙 x 時		甲 24 時

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{21\frac{1}{20} \times 23\frac{1}{4} \times 24}{21 \times 23\frac{1}{3}} \\
 &= \frac{421 \times 93 \times 24 \times 3}{21 \times 70 \times 20 \times 4} = \frac{117459}{4900} \text{時} \\
 &= 23 \text{時} 58 \text{分} 16\frac{20}{49} \text{秒}。
 \end{aligned}$$


即午前11時58分 $16\frac{20}{49}$ 秒

12. 有甲乙丙三種工人，甲4日之工作，與乙3日之工作相等，乙4日之工價為4元6角，丙7日得工價8元4角，今丙24日成之工作，問甲須幾日可成？

[解]乙4日得工資46角，丙7日得工資84角，則乙1

$$\text{日得工資} = \frac{46}{4} = 11.5 \text{角。丙1日得工資} \frac{84}{7} = 12 \text{角}$$

則乙24日(=12角×2倍)之工作等於丙23日(=11.5角×2倍)之工作，故乙所須之日數為

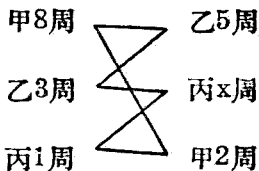
甲 4 日		乙 8 日
乙 24 日		丙 23 日
丙 24 日		甲 x 日

$$x = \frac{4 \times 24 \times 24}{3 \times 23} = \frac{768}{23} = 33\frac{9}{23} \text{日}$$

13. 三童繞池而行，甲行8周，乙行5周，乙行3周時丙行2周又36步，若甲之速率倍於丙，問池之周圍共為幾步？

[解]甲之速率倍於丙，即甲行2周，丙行1周，又若乙行3周時，丙行2周36步，因不知池之周圍幾

步，故不能計成周數，因以 x 代表之，



$$x = \frac{8 \times 3 \times 1}{5 \times 2} = 2\frac{2}{5} \text{ 周}$$

題云乙行3周，丙行2周又36步，由上式乙行3周，丙行 $2\frac{2}{5}$ 周，由此知36步即相當於 $\frac{2}{5}$ 周，

故池之周圍 = $36 \div \frac{2}{5} = 36 \times \frac{5}{2} = 90$ 步。

14. 以薪40担換炭5篋，獲利 $\frac{2}{10}$ ，以炭50篋換鹽66包，獲利 $\frac{2}{10}$ ，薪70担之價為36元，問鹽56包之價如何？

【解】薪40担，換炭5篋獲利 $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ ，即薪

$$40 + \left(40 \times \frac{1}{5}\right) = 48 \text{ 担之價等於炭5篋之價，}$$

又炭50篋換鹽66包，獲利 $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ ，即炭

$$50 + \left(50 \times \frac{1}{5}\right) = 60 \text{ 篋之價等於鹽66包，現求}$$

鹽56袋之價，則

薪48担		炭5簍
炭60簍		鹽66包
鹽56包		價x元
價36元		薪70担

$$x = \frac{48 \times 60 \times 56 \times 36}{5 \times 66 \times 70} = 251.3 \text{元}$$

= 251元3角……鹽56包之價

15. 鐵價與銅價之比為3:16，銅價與銀價之比為2:27，銀價與金價之比為1:98問金子一兩，可換鐵幾斤？

[解] 金屬的價值與其重量為反比，即以一定之金錢，購各種金屬，金屬價值愈貴，則所購之數量（即重量）愈少，故

鐵價：銅價 = 3：16

鐵重：銅重 = 16：3

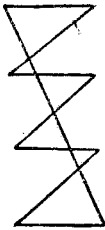
銅價：銀價 = 2：27

銅重：銀重 = 27：2

銀價：金價 = 1：98

銀重：金重 = 98：1

此題問金子一兩與鐵價相等之重量，則應將全題價值之比，一律化為重量之比，則

鐵重16		銅重3
銅重27		銀重2
銀重98		金重1
金 1 兩		鐵x兩

$$x = \frac{16 \times 27 \times 98 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = 7056 \text{兩}$$


$$= 441 \text{斤}$$

則金1兩可換鐵441斤。

注意：遇此類反比例問題，應將單位化成同一，方可計算。

16. 法國銀幣516法郎，相當美金100元，又法幣123法郎，相當100馬克，若有德幣2580馬克相當美金幾元？

[解]

美金 100 元		法郎516個
法郎 123 個		馬克100個
馬克2580個		美金x元

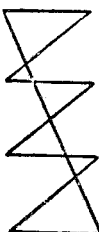
$$x = \frac{100 \times 123 \times 2580}{516 \times 100} = 615 \text{元。}$$

17. 橘子3個與梨子5個之價之比為4:7, 梨子2個比蜜柑10個之價, 少 $\frac{2}{10}$, 今橘子80個, 賣3元8分, 其中可得1成利, 今賣蜜柑300個, 欲賺2成利, 問須賣錢若干?

[解] 橘3個梨5個之價如4:7, 故橘 $3 \times 4 = 12$ 個之價等於梨 $5 \times 7 = 35$ 個之價, 橘子80個, 賣銀308分, 其中有1成利, 故原價為

$$308 \div \frac{110}{100} = 308 \times \frac{10}{11} = 280 \text{分。}$$

又蜜柑賣300個欲加2成利, 於此可知賣300個, 與賣 $300 + \left(300 \times \frac{20}{100}\right) = 360$ 個相等, 則

銀280分		橘80個
橘12個		梨35個
梨2個		蜜柑8個
蜜柑360個		銀x圓

$$x = \frac{280 \times 12 \times 2 \times 360}{80 \times 35 \times 8} = 108 \text{分}$$

即蜜柑360個須賣銀108分即一元〇八分。

【習題】

- 3匹馬可換45隻羊,12隻羊可換4頭牛,有馬64匹,可換牛多少頭? (浙江省寧波高中)
(答) 320頭
- 絹8尺之價等於棉3斤之價,棉5斤之價等於米7升之價,米3升之價等於麥5斗之價,問麥5斗2升5合之價,可換絹若干?
(答) 6尺
- 美金1元當日本銀幣1元86錢,日本銀幣181元當英國20鎊,問美金7560元,當英國若干鎊?
(答) $1553\frac{139}{181}$ 鎊。
- 有甲乙丙三人,甲乙丙速度之比為3:4,乙丙速度之比為5:6,則丙20日之路甲行之須若干日?
(答) 12.5日

(5) 配分比例問題

【公式】

部分數之和 = 總份數 $\left(\begin{array}{l} \text{例如 } 10 \text{ 爲總份數, } 6, \\ 4 \text{ 爲部份數} \end{array} \right)$

..... (8)

總份數 : 部份分 = 總金額或物品 : x

..... (9)

$$\text{總金額或物品} \times \frac{\text{部份數}}{\text{總份數}} = \text{應分配數}$$

..... (10)

★【例題】

1. 某人以銀325元令長次幼三子按6:4:3之比分配之，問各得若干？

〔解〕依公式(8)

$$\text{總份數} = 6 + 4 + 3 = 13.$$

依公式(9)求三子所得如下：

$$13:6 = 325\text{元}:x \quad x = \frac{325 \times 6}{13} = 150\text{元}$$

.....長子所得

$$13:4 = 325:x \quad x = \frac{325 \times 4}{13} = 100\text{元}$$

.....次子所得

$$13:3 = 325:x \quad x = \frac{325 \times 3}{13} = 75\text{元}$$

.....幼子所得

2. 甲乙丙三人分金460元。其所得之比，依次爲6:8:9。問各得若干元？（上海市會考）

〔解〕依公式(10)

$$460 \text{元} \times \frac{6}{6+8+9} = 120 \text{元} \dots\dots \text{甲得元數}$$

$$460 \text{元} \times \frac{8}{6+8+9} = 160 \text{元} \dots\dots \text{乙得元數}$$

$$460 \text{元} \times \frac{9}{6+8+9} = 180 \text{元} \dots\dots \text{丙得元數}$$

3. 甲乙丙三數，甲數是乙數的2倍，丙數是乙數的3倍，三數相加為720，求甲乙丙三數。

【解】因甲數是乙數的2倍，丙數是乙數的3倍，

設乙=1，則甲=2，丙=3，其倍數=2+1+3=6，則

$$6:2 = 720:x \quad x = \frac{720 \times 2}{6} = 240 \dots \text{甲數}$$

$$6:1 = 720:x \quad x = \frac{720 \times 1}{6} = 120 \dots \text{乙數}$$

$$6:3 = 720:x \quad x = \frac{720 \times 3}{6} = 360 \dots \text{丙數}$$

4. 有銀410元，命甲乙丙三人依 $\frac{2}{5}$ ， $\frac{3}{8}$ ， $\frac{1}{4}$ 之比分配之，問各得若干元？

【解】甲乙丙三人所得之比 = $\frac{2}{5} : \frac{3}{8} : \frac{1}{4}$

$$= \frac{16}{40} : \frac{15}{40} : \frac{10}{40} = 16:15:10$$

總份數 = 16 + 15 + 10 = 41

依公式(9)

$$41:16 = 410:x \quad x = \frac{410 \times 16}{41} = 160 \text{元}$$

.....甲得之數

$$41:15 = 410:x \quad x = \frac{410 \times 15}{41} = 150 \text{元}$$

.....乙得之數

$$41:10 = 410:x \quad x = \frac{410 \times 10}{41} = 100 \text{元}$$

.....丙得之數

5. 兄弟二人，依年齡之大小，分果子70個，其年齡之比，長兄與次兄為5:4，次兄與幼弟為3:2，問各得若干？

[解]長兄與次兄之比為 5:4，次兄與幼弟之比為 3:2，三連比為

長兄 次兄 幼弟

5 : 4

 3 : 2

5 × 3 : 4 × 3

 3 × 4 : 2 × 4

連比為

15 : 12 : 8

即第一比例乘3，第二比例乘4，目的使中項同一，則

$$\text{總份數} = 15 + 12 + 8 = 35$$

$$35:15 = 70:x \quad x = \frac{15 \times 70}{35}$$

= 30個…長兄所得果子

$$35:12 = 70:x \quad x = \frac{70 \times 12}{35}$$

= 24個…次兄所得果子

$$35:8 = 70:x \quad x = \frac{70 \times 8}{35}$$

= 16個…幼弟所得果子

6. 甲,乙,丙三人,分金1320元,甲乙所得的比如3:2,乙丙所得的比如5:4,問三人各得若干?

(江蘇全省普試高中入學)

〔解〕 甲 乙 丙

$$3 : 2$$

$$5 : 4$$

$$3 \times 5 : 2 \times 5$$

$$\text{連比爲 } \frac{5 \times 2 : 4 \times 2}{15 : 10 : 8}$$

$$\therefore \text{甲得金} = 1320 \times \frac{15}{15 + 10 + 8}$$

$$= 1320 \times \frac{15}{33} = 600 \text{元}$$

$$\text{乙得金} = 1320 \times \frac{10}{15+10+8}$$

$$= 1320 \times \frac{10}{33} = 400 \text{元}$$

$$\text{丙得金} = 1320 \times \frac{8}{15+10+8}$$

$$= 1320 \times \frac{3}{33} = 320 \text{元}$$

7. 甲乙二人速度之比如3:4,乙丙二人速度之比如5:6,丙行20小時可到之距離,問甲須行若干小時? (北平師大附中)

[解] 甲 乙 丙

$$3 : 4$$

$$5 : 6$$

$$3 \times 5 : 4 \times 5$$

$$\text{連比爲 } 15 : 20 : 24$$

$$15 : 24 = 20 : x$$

$$x = \frac{24 \times 20}{15} = 32 \text{小時,}$$

答甲須行32小時。

8. 有甲乙丙三數，甲數之五倍等於乙數之四倍，乙數之七倍等於丙數之三倍。而三數之連乘積為2160900，問三數各若干？（江蘇省無錫師範）

[解]因數量之大小，與其倍數為反比。則

甲 乙 丙

4 : 5

 3 : 7

$4 \times 3 : 5 \times 3$

$3 \times 5 : 7 \times 5$

連比為 $12 : 15 : 35$

故甲數為某數之12倍，乙數為某數之15倍，丙數為某數之35倍。

故某數之立方以 $12 \times 15 \times 35$ 乘之，等於

2160900，則某數 = $\sqrt[3]{\frac{2160900}{12 \times 15 \times 35}} = \sqrt[3]{343} = 7$

甲數 = $7 \times 12 = 84$

乙數 = $7 \times 15 = 105$

丙數 = $7 \times 35 = 245$

答甲數為84，乙數為105，丙數為245。

9. 有甲乙丙三工人，其工作能力之比為2:3:5，其工作日數之比為3:2:1，共得工資36元

7角2分，依其能力及日數配分之，問各得金若干？

[解]甲乙丙三工人工作能力及工作日數之比，合併之，則

$$2 : 3 : 5$$

$$3 : 2 : 1$$

連比爲 $\frac{2 \times 3 : 3 \times 2 : 5 \times 1}{6 : 6 : 5}$

總份數 = $6 + 6 + 5 = 17$ ，則

$$17:6 = 3672:x, x = \frac{3672 \times 6}{17} = 1296 \text{分}$$

= 12元9角6分……甲乙各得工資數

$$17:5 = 3672:x, x = \frac{3672 \times 5}{17} = 1080 \text{分}$$

= 10元8角……丙得工資數

10. 某人有田35頃16畝分與四子，長子與次子爲3:2，次子與三子爲4:3，三子與四子爲5:3，問各得若干？

[解]先求四子之連比

長子 二子 三子 四子

$$3 : 2$$

$$4 : 3$$

$$5 : 3$$

第一步 $3 \times 4 : 2 \times 4 : 3 \times 2$

第二步 $3 \times 4 \times 5 : 2 \times 4 \times 5 : 3 \times 2 \times 5 : 3 \times 3 \times 2$

連比爲 $60 : 40 : 30 : 18$

約之得 $30 : 20 : 15 : 9$

總份數 $= 30 + 20 + 15 + 9 = 74$,

即第一步先求 $3:2$ 及 $4:3$ 之連比, 第二步以 $5:3$ 中之 5 乘第一步所得之連比, 以第一步中第三項 (3×2) 乘 $5:3$ 中之後項 3 。

依配分比例公式(10)[按此公式實即公式(9)之簡式, 較爲便捷, 實際上多用之。]

$$\text{長子得田} = 2516 \times \frac{30}{74} = 1020 \text{ 畝} = 10 \text{ 頃} 20 \text{ 畝}$$

$$\text{二子得田} = 2516 \times \frac{20}{74} = 680 \text{ 畝} = 6 \text{ 頃} 80 \text{ 畝}$$

$$\text{三子得田} = 2516 \times \frac{15}{74} = 510 \text{ 畝} = 5 \text{ 頃} 10 \text{ 畝}$$

$$\text{四子得田} = 2516 \times \frac{9}{74} = 306 \text{ 畝} = 3 \text{ 頃} 6 \text{ 畝}$$

11. 以銀250元, 分配於甲乙丙三人, 甲所得之9倍, 與乙所得之10倍相等, 乙所得之2倍, 與丙所得之3倍相等, 問三人各得若干?

[解] 甲所得之9倍與乙所得之10倍相等, 因所得數量之大小, 與倍數爲反比, 則甲乙所得之比爲 $10:9$

乙所得之2倍，與丙所得之3倍相等，則乙丙所得之比為3:2則三人連比

甲 乙 丙

10 : 9

3 : 2

$10 \times 3 : 9 \times 3 : 2 \times 9$

連比為 $30 : 27 : 18$

約之得 $10 : 9 : 6$

總份數 = $10 + 9 + 6 = 25$ 。

依公式(9)

$$\text{甲得銀} = 250 \times \frac{10}{25} = 100 \text{元}$$

$$\text{乙得銀} = 250 \times \frac{9}{25} = 90 \text{元}$$

$$\text{丙得銀} = 250 \times \frac{6}{25} = 60 \text{元}$$

12. 甲乙丙丁四人，出金營商，甲出金3500元，乙出金2200元，丙出金2700元，丁出金4500元，經若干日後，獲利2580元，問各得利銀若干？

[解]利銀之分派，係以所有之資本多寡為比例，甲乙丙丁所出資本之比為

$$3500:2200:2700:4500 = 35:22:27:45$$

$$\text{總份數} = 35 + 22 + 27 + 45 = 129$$

$$\text{則甲得利銀} = \frac{2580 \times 35}{129} = 700 \text{元}$$

$$\text{乙得利銀} = \frac{2580 \times 22}{129} = 440 \text{元}$$

$$\text{丙得利銀} = \frac{2580 \times 27}{129} = 540 \text{元}$$

$$\text{丁得利銀} = \frac{2580 \times 45}{129} = 900 \text{元}$$

13. 甲出6000元，經8個月，乙出4000元，經6個月，經營某種事業，計獲利540元，求兩人之分配金？

[解] 甲6000元，經8個月，比例銀 = 6000×8
= 48000元，

乙4000元，經6個月，比例銀 = 4000×6
= 24000元，

則其應得利銀之比為

$$48000 : 24000 = 2 : 1$$

總份數 = $2 + 1 = 3$

則甲應得利銀 = $540 \times \frac{2}{3} = 360$ 元

乙應得利銀 = $540 \times \frac{1}{3} = 180$ 元

14. 甲乙丙三人，依2:3:4之比，各出資本若干，共營商業，開業四個月，丙取出其所出之半，滿

一年結賬則共得純利益920元，問各人派得幾何？

[解]甲之資本為2，計經12個月，乙之資本為3，亦經12個月，丙之資本為4，只經4個月，又丙之資本為2，經8個月，故三人分得利銀之比為

$$2 \times 12 : 3 \times 12 : 4 \times 4 + 2 \times 8 = 24 : 36 : 32 \\ = 6 : 9 : 8$$

$$\text{總份數} = 6 + 9 + 8 = 23$$

$$\text{甲派得利益} = 920 \times \frac{6}{23} = 240 \text{元}$$

$$\text{乙派得利益} = 920 \times \frac{9}{23} = 360 \text{元}$$

$$\text{丙派得利益} = 920 \times \frac{8}{23} = 320 \text{元}$$

15. 有銀1610元，兄弟二人分之，以其所得，弟能買田3畝5分，兄能買田4畝6分，然兄不足10元，求各得銀若干？

[解]弟買3畝5分，兄買4畝6分，然不足10元，則

$$1610 + 10 = 1620 \text{元即爲}$$

$$3.5 + 4.6 = 8.1 \text{畝之價}$$

$$\text{則弟分得銀} = 1620 \times \frac{3.5}{8.1} = 700 \text{元}$$

兄分得銀 = $1610 - 700 = 910$ 元

16. 6男4女分銀270元,各女所得等於各男所得之 $\frac{3}{7}$,問男女各人得多少?

[解]各女所得等於各男所得之 $\frac{3}{7}$,設各男所得爲

1,則6男4女分得之比爲

$$1 \times 6 : \frac{3}{7} \times 4 \text{ 即}$$

$$6 : \frac{12}{7} = 42 : 12 = 7 : 2$$

故6男共得銀 = $270 \times \frac{7}{7+2} = 210$ 元

$$1 \text{ 男得銀} = \frac{210}{6} = 35 \text{ 元}$$

$$4 \text{ 女共得銀} = 270 \times \frac{2}{7+2} = 60$$

$$1 \text{ 女得銀} = \frac{60}{4} = 15 \text{ 元}$$

17. 有茶與咖啡,其斤數之比爲11:7,其差爲288斤,問各斤數如何?

[解]茶與咖啡兩者之比 = 11:7,其差爲288斤,即相當於 $11 - 7 = 4$.則

$$\text{茶} = 288 \times \frac{11}{4} = 792 \text{ 斤}$$

$$\text{咖啡} = 288 \times \frac{7}{4} = 504 \text{斤}$$

18. 甲乙丙三人分金200元，甲比乙多得20元，丙是乙的二倍，求各得多少？

【解】甲比乙多得20元

設將此所多之20元從總和內減去，則金額總和 = $200 - 20 = 180$ 元

是時甲乙所求相等，設各為1，又丙是乙的二倍，即為2，則三人所得之比為1:1:2，其總份數 = $1 + 1 + 2 = 4$ 。則

$$\text{甲得之金} = 180 \times \frac{1}{4} + 20 = 45 + 20 = 65 \text{元}$$

$$\text{乙得之金} = 180 \times \frac{1}{4} = 45 \text{元}$$

$$\text{丙得之金} = 180 \times \frac{2}{4} = 90 \text{元}$$

19. 某人將遺產十萬元捐助給大學，中學，小學三個學校，中學比大學少得 $\frac{2}{5}$ ，小學比中學少得 $\frac{1}{3}$ ，求三個學校各得多少？

【解】設大學所得金額為1，則中學應得 $1 - \frac{2}{5}$
 $= \frac{3}{5}$ ，

$$\text{小學應得} \frac{3}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\text{則三校所得之比} = 1 : \frac{3}{5} : \frac{2}{5} = 5 : 3 : 2.$$

總份數 = 5 + 3 + 2 = 10. 故

$$\text{大學分得金額} = 100,000 \times \frac{5}{10} = 50,000 \text{元}$$

$$\text{中學分得金額} = 100,000 \times \frac{3}{10} = 30,000 \text{元}$$

$$\text{小學分得金額} = 100,000 \times \frac{2}{10} = 20,000 \text{元}$$

- 20, 甲乙二人共作一工程, 得金210元, 倘二人獨作, 甲12日可成, 乙18日可成, 今二人合作, 內甲因病休息3日, 今將所得工資欲按其所作工作之多寡而分配之, 問各得若干?

[解] 甲每日作工 $\frac{1}{12}$, 乙每日作工 $\frac{1}{18}$

$$\text{合作一日所成之工程} = \frac{1}{12} + \frac{1}{18} = \frac{5}{36}$$

$$\text{兩人合作共成之工程} = 1 - \frac{1}{18} \times 3 = \frac{5}{6}$$

$$\text{則甲作日數(即等於合作日數)} = \frac{5}{6} \div \frac{5}{36}$$

$$= \frac{5}{6} \times \frac{36}{5} = 6 \text{日}$$

乙作日數 = $6 + 3 = 9$ 日。

因之二人所作工作之比為

$$\frac{1}{12} \times 6 : \frac{1}{18} \times 9 = \frac{1}{2} : \frac{1}{2}$$

即二人所作工作相等，故

甲乙兩人各得工資 = $210 \div 2 = 105$ 元

20. 某建築公司，用甲乙丙三種工人，建造房屋，其人數之比，甲種與乙種為3:5，乙種與丙種為6:5；又各種工人，每人每日之工資，甲種是乙種的 $\frac{4}{5}$ ，丙種是甲種的 $\frac{2}{3}$ ，工資總數為1299元，問三種工人工資各得若干？

[解]先求甲乙丙三種工人人數之連比

甲 乙 丙

3 : 5

 6 : 5

連比為 $3 \times 6 : 5 \times 6 : 5 \times 5$

即 18 : 30 : 25

又每人每日工資甲為乙的 $\frac{4}{5}$ ，設乙為1，乙甲

之比為 $1 : \frac{4}{5}$ ，又丙為甲的 $\frac{2}{3}$ ，設甲為1，則甲

丙之比為 $1 : \frac{2}{3}$ ，

則甲乙丙三人每日工資之連比爲

乙 甲 丙

$$1 : \frac{4}{5}$$

$$1 : \frac{2}{3}$$

$$1 \times 1 : \frac{4}{5} \times 1 : \frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$$

連比爲 $1 : \frac{4}{5} : \frac{8}{15}$

即 $15 : 12 : 8$

將人數之連比及工資連比合併則

甲 乙 丙

$$30 : 18 : 25$$

$$15 : 12 : 8$$

$$15 \times 30 : 12 \times 18 : 8 \times 25$$

連比爲 $450 : 216 : 200$

約之 $225 : 108 : 100$

總份數 = $225 + 108 + 100 = 433$

則甲種工人工資 = $1299 \times \frac{108}{433} = 324$ 元

乙種工人工資 = $1299 \times \frac{225}{433} = 675$ 元

丙種工人工資 = $1299 \times \frac{100}{433} = 300$ 元

22. 甲乙二人，出外遠足，途中取出麵包3枚，乙出5枚，適一旅客來乞分食，甲乙諾之，3人等分食盡，於是旅客謝銀8分而去，問甲乙二人如何分法？

$$[\text{解}] \text{一人之食量} = \frac{5+3}{3} = \frac{8}{3} \text{個}$$

$$\text{甲分與旅客} = 3 - \frac{8}{3} = \frac{1}{3} \text{個}$$

$$\text{乙分與旅客} = 5 - \frac{8}{3} = \frac{7}{3} \text{個}$$

兩者之比為

$$\frac{1}{3} : \frac{7}{3} \text{ 即 } 1:7$$

$$\text{總份數} = 1 + 7 = 8$$

$$\text{則甲所得之銀} = 8 \times \frac{1}{8} = 1 \text{分}$$

$$\text{乙所得之銀} = 8 \times \frac{7}{8} = 7 \text{分}$$

23. 有三商人，甲出資800元，乙900元，丙500元，共營商業，其初甲經理200日，其後乙經理130日，又其後丙經理110日，如是共得利金1650元，其 $\frac{2}{3}$ 依資本多少分利，其餘依經理時間分利，問合該得利幾何？

〔解〕依資本分配之紅利 = $1650 \times \frac{2}{3} = 1100$ 元

依經理分配之利 = $1650 - 1100 = 550$ 元

故依資本分利

甲得金 = $1100 \times \frac{800}{800 + 900 + 500} = 400$ 元

乙得金 = $1100 \times \frac{900}{800 + 900 + 500} = 450$ 元

丙得金 = $1100 \times \frac{500}{800 + 900 + 500} = 250$ 元

依經理時間分利

甲得金 = $550 \times \frac{200}{200 + 130 + 110} = 250$ 元

乙得金 = $550 \times \frac{130}{200 + 130 + 110} = 162.5$ 元

丙得金 = $550 \times \frac{110}{200 + 130 + 110} = 137.5$ 元

故甲共得之利 = $400 + 250 = 650$ 元

乙共得之利 = $450 + 162.5 = 612.5$ 元

丙共得之利 = $250 + 137.5 = 387.5$ 元

【習題】

1. 有同工資之工人三人，甲工做5日，乙工做6日，丙做工7日，共得工銀21元6角，問各得工銀若干？

(答) 6元(甲), 7元2角(乙), 8元4角(丙)。

2. 有甲乙丙三人, 分銀230元, 其分配之比, 甲與乙為2:3, 乙與丙為5:7, 問每人各得幾何?

(答) 50元(甲), 75元(乙), 105元(丙)。

3. 甲乙丙丁四人, 合本經商, 共有資本2100元, 知各所出, 甲之3倍, 等於乙之2倍, 乙之5倍, 等於丙之4倍, 丙之7倍, 等於丁之6倍, 問四人各出資本若干?

(答) 320元(甲), 480元(乙), 600元(丙), 700元(丁)。

4. 甲以2000元經商, 4月後, 乙加入3200元, 再後3月, 丙加入4500元, 由開辦起2年後, 獲利7540元, 依資本及加入先後比例分配, 問各得若干元?

(答) 1920元(甲), 2560元(乙), 3060元(丙)。

5. 某校開運動會, 以水果2172隻發全校學生, 每6人蘋果一隻, 每7人橘子2只, 每4人雪梨1隻, 每8人香蕉3隻, 適盡無餘, 求蘋果, 橘子, 雪梨, 香蕉各若干隻, 又全校學生若干人?

【提示】 果子之比例為 $\frac{1}{6} : \frac{2}{7} : \frac{1}{4} : \frac{3}{8}$ 。

(答) 336隻(蘋果), 576隻(橘子),
504隻(雪梨), 756隻(香蕉),
2016人(人數)。

(6) 混合比例問題

【公式】

總值 ÷ 總量 = 平均價 (11)

平均價	品名	原價	損益	混合量之比
			(12)

【例題】

1. 取每個33文之蘋果30個, 雜於每個25文之蘋果50個中, 則平均每個之價幾何?

[解] 每個33文之蘋果30個共價 = 33×30
= 990文

每個25文之蘋果50個共價 = 25×50
= 1250文

兩者總值 = 990文 + 1250文 = 2240文

總量 = 30個 + 50個 = 80個

故平均價 = $2240 \div 80 = 28$ 文

書成總式即

$$\begin{aligned}\text{平均價} &= (33 \times 30 + 25 \times 50) \div (30 + 50) \\ &= (990 + 1250) \div 80 = 28\text{文}\end{aligned}$$

這就是公式(11)

2. 有酒三種，每斤價甲種3角3分，乙種3角6分，丙種4角3分，其混合量之比等於2 : 5 : 8，求每斤平均價？

[解] 其混合量為2 : 5 : 8則

$$\begin{aligned}\text{總價} &= 33 \times 2 + 36 \times 5 + 43 \times 8 = 66 + 180 \\ &\quad + 344 = 590\text{分}\end{aligned}$$

$$\text{總數} = 2 + 5 + 8 = 15$$

$$\text{故平均價} = 590 \div 15 = 39\frac{1}{3}\text{分} = 3\text{角}9\frac{1}{3}\text{分}。$$

3. 有酒三種，每斤之價，甲種5角6分，乙種4角8分，丙種3角5分，今甲種12升，乙種15升，丙種78升，並混合水15升賣之，每升獲利2分，求各升之賣價？

[解] 加水8升，每升之價值為0，則其

$$\begin{aligned}\text{平均價值} &= (56 \times 12 + 48 \times 15 + 35 \times 78 \\ &\quad + 0 \times 15) \div (12 + 15 + 78 + 15) \\ &= (672 + 720 + 2730) \div 120 = 4122 \div 120 \\ &= 34.35\text{分}\end{aligned}$$

每升獲利2分則

$$\text{每升賣價} = 34.35 + 2 = 36.35\text{分}$$

4. 每斤800文之醬油2斤，與每斤1000文之醬油幾斤混合，則每斤可買960文。

[解]由公式(12)求混合量之比

平均價	原價	損益	混合量之比
960文	1000文	損40文	160.....4
	800文	益160文	40.....1

因1000文者與800文者混合量之比為4:1

今800文之混合量為1，計用2斤，則1000文者之混合量為4，故須用斤數依正比例求得

$$4:1 = x:2 \quad \therefore x = \frac{2 \times 4}{1} = 8 \text{斤。}$$

注意：混合量之比與損益為反比，故將損益欄之數字互易位置，即成混合量之比。

5. 有茶三種，每1斤之價，甲為9角3分，乙為8角4分，丙為7角，今取甲茶25斤，與乙丙二種混合，平均1斤售價7角5分，問乙丙二種各取幾斤？

[解]

平均價	品名	原價	損益	混合量之比	
75分	甲茶	93分	損18分	5	5
	乙茶	84分	損9分	5	5
	丙茶	70分	益5分	9	27

故知甲茶：乙茶：丙茶 = 5 : 5 : 27

今用甲茶25斤，故乙茶亦用25斤

丙茶為 $5 : 27 = 25 : x$

$$x = \frac{25 \times 27}{5} = 135 \text{斤} \cdots \text{丙茶斤數}$$

【注意】 有三項損益，則先求二項之混合比，再求他二項之混合比，然後將此兩混合比加之，則得混合量之比。

6. 有米四種，每石之價為9元6角，8元7角，8元2角，6元4角，今平均每石賣8元4角，適無損益，求各混合之比。

〔解〕平均價	原價	損 益	混合量之比			
			甲		乙	
84角	96角	損12角	5	5	1	1
	87角	損3角	2	2	20	20
	82角	益2角	3	3	6	6
	64角	益20角	3	3	3	3

即混合之比有二，一為5 : 2 : 3 : 3，一為1 : 20 : 6 : 3，

【注意】 根據損益計算混合量之比，二數可約時則須盡量約簡。

7. 已知純金子水中權之減其分量 $\frac{4}{17}$ ，純銀子水

中權之減其分量 $\frac{2}{21}$ ，今有金銀混合物一件重

$12\frac{1}{4}$ 兩，但于水中權之只重 $11\frac{1}{7}$ 兩，問其合

金銀各若干兩？（山東省濟南高中）

[解] 混合物在水中權之，減去分量為

$$\frac{12\frac{1}{4} - 11\frac{1}{7}}{12\frac{1}{4}} = \frac{\frac{49}{4} - \frac{78}{7}}{\frac{49}{4}} = \frac{31}{28} \times \frac{4}{49} = \frac{31}{243}$$

混合物 減重	品名	減重	損益	混 合 比
$\frac{31}{343}$	純 金	$\frac{4}{77}$	損 $\frac{1015}{343 \times 77}$	$\frac{35}{343 \times 21}$ 11
	純 銀	$\frac{2}{21}$	益 $\frac{35}{343 \times 21}$	$\frac{1015}{343 \times 77}$ 87

$$\text{純金重} = 12\frac{1}{4} \times \frac{11}{87+11} = \frac{49}{4} \times \frac{11}{98} = \frac{11}{8}$$

$$= 1\frac{3}{8} \text{ 兩}$$

$$\text{純銀重} = 12\frac{1}{4} \times \frac{87}{87+11} = \frac{49}{4} \times \frac{87}{98} = \frac{87}{2}$$

$$= 10\frac{7}{8} \text{兩}$$

答混合物中含純金 $1\frac{3}{8}$ 兩，純銀 $10\frac{7}{8}$ 兩。

8. 甲乙丙三種酒，每斤價值，甲9角，乙8角8分，丙8角，更加以水混合之，得酒100斤，每斤值8角5分，求混合量。（青島市立中學）

[解]

年均價	品名	原價	損益	混合量之比			
				甲		乙	
85	甲	90	損 5	17	17	1	1
	乙	88	損 3	5	5	8	85
	丙	80	益 5	3	3	1	1
	水	0	益 85	1	1	3	3

故有甲乙二種混合法。

甲種混合法：

$$\begin{aligned} \text{甲酒} &= 100 \times \frac{17}{17+5+3+1} \\ &= 100 \times \frac{50}{26} = 65\frac{5}{13} \text{斤} \end{aligned}$$

$$\text{乙酒} = 100 \times \frac{5}{26} = 19\frac{3}{13} \text{斤}$$

$$\text{丙酒} = 100 \times \frac{3}{28} = 11\frac{7}{13} \text{斤}$$

$$\text{水} = 100 \times \frac{1}{28} = 3\frac{11}{13}$$

乙種混合法：

$$\begin{aligned} \text{甲酒} &= 100 \times \frac{1}{1+85+1+3} = 100 \times \frac{10}{90} \\ &= 1\frac{1}{9} \text{斤} \end{aligned}$$

$$\text{乙酒} = 100 \times \frac{85}{90} = 94\frac{4}{9} \text{斤}$$

$$\text{丙酒} = 100 \times \frac{1}{90} = 1\frac{1}{9} \text{斤}$$

$$\text{水} = 100 \times \frac{3}{90} = 3\frac{1}{3} \text{斤}$$

9. 有煙草三種，每1斤之價，甲種4角，乙種6角，

丙種8角，今取甲乙二種爲3：5，混合於丙種，問丙種之比例如何？

[解]平均價	品名	原價	損益	混合量之比
7角	甲種	4角	益3角	$1 \xrightarrow{\times 3} 3$
	乙種	6角	益1角	$1 \xrightarrow{\times 5} 5$
	丙種	8角	損1角	$3 \xrightarrow{\times 3} 9$ $1 \xrightarrow{\times 5} 5$
				14

答丙種的比例數爲14，即3：5：14。

10. 有雞犬其頭合計50，其足合計160，問雞犬之數各幾何？

[解]平均每頭之足數 = $\frac{160}{50} = \frac{16}{5}$

雞足爲2，犬足爲4，則

平均值	物名	足數	多少	混合量之比
$\frac{16}{5}$	雞	2	少 $\frac{6}{5}$	$\frac{4}{5} \dots 4 \dots 2$
	犬	4	多 $\frac{4}{5}$	$\frac{6}{5} \dots 6 \dots 3$

兩者之比爲2：3，依配分比例得

$$\text{雞數} = 50 \times \frac{2}{2+3} = 20 \text{頭}$$

$$\text{犬數} = 50 \times \frac{3}{2+3} = 30 \text{頭}$$

【附註】與整數四則中之雞兔龜鶴問題參看，可知一種問題恆有多種解法，惟繁簡不同耳。

11. 有上酒下酒3:1之混合酒10斤，混加下酒2斤後，則其混合酒，上酒與下酒之比如何？

〔解〕上酒下酒之比為3:1，則其中含上酒

$$\frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$$

$$\text{則10斤所含上酒} = 10 \times \frac{3}{4} = 7.5 \text{斤}$$

$$10 \text{斤中所含下酒} = 10 - 7.5 = 2.5 \text{斤}$$

$$\text{今混加下酒2斤，共為} 2.5 + 2 = 4.5 \text{斤}$$

$$\text{故酒中上酒與下酒之比} = 7.5 : 4.5 = 5 : 3$$

12. 有5元, 2元, 1元之鈔票共16張，共值48元，問各有幾張？

〔解〕鈔票16張，共值48元，則其每張平均價
 $= 48 \div 16 = 3 \text{元}$

由下列得三種混合量之比為

平均價	原價	損益	混合量之比
3元	5元	損2元	$1 \xrightarrow{\times 2} 2 : 1 \xrightarrow{\times 5} 5$ 7
	2元	益1元	$2 \xrightarrow{\times 2} 4$ 4
	1元	益2元	$1 \xrightarrow{\times 5} 5$ 5

由上式因張數不能爲分數，故三種混合量之比之和，必須能整除16

故1:2其和爲3，必須2倍使其和爲6，

2:2=1:1，其和爲2，必須5倍之，使其和爲10

則其和=7+4+5=16，依配分比例求得

$$5\text{元之張數} = 16 \times \frac{7}{16} = 7\text{張}$$

$$2\text{元之張數} = 16 \times \frac{4}{16} = 4\text{張}$$

$$1\text{元之張數} = 16 \times \frac{5}{16} = 5\text{張}$$

13. 酒1石混水2斗，又酒1石，混水7升，問二種如何混合，則酒1石，混水1斗？

[解] 酒1石混水2斗即其中含水 = $\frac{20}{120} = \frac{1}{6}$

酒1石混水7斗，即其中含水 = $\frac{7}{107}$

欲使酒1石含水1斗，則其中含水分 $\frac{10}{110}$

$$= \frac{1}{11}$$

依混合法

平均價	原量	損益	混合量之數	
$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{6}$	益 $\frac{5}{66}$	$\frac{30}{1177}$	$\frac{180}{7062}$... 36
	$\frac{7}{107}$	損 $\frac{30}{1177}$	$\frac{5}{66}$	$\frac{535}{7062}$... 107

則兩者混合量之比為36 : 107

14. 有旅客晴天日行8里,陰天日行6里,雨天日行5里,今往某地遇晴天7日,陰天3日,而平均日行 $6\frac{1}{2}$ 里,問遇雨幾天?

[解]由題晴天 : 陰天 = 7 : 3, 故下式混合時必須設法使兩者之比為7 : 3或7 : 3之倍數。

平均值	名稱	原價	多少	混合量之比
6.5里	晴天	8里	多1.5里	$0.5 \xrightarrow{\times 2} 1$ $1.5 \xrightarrow{\times 1} 6$ 7
	陰天	6里	少0.5里	$1.5 \xrightarrow{\times 2} 3$ 3
	雨天	5里	少1.5里	$1.5 \xrightarrow{\times 4} 6$ 6

即遇雨天為6日

15. 甲酒2斤,與乙酒3斤,共價3元6角,又甲酒3斤,乙酒4斤,共價5元7分,今用此兩種混合酒5斤,每斤平均價為7角5分,問需甲酒乙酒各若干?

[解]先由下法求甲酒及乙酒每斤之價，即

甲酒2斤與乙酒3斤，共價3元6角，三倍之，
則甲酒6斤與乙酒9斤共價當為108角即
1080分

同理甲酒3斤與乙酒4斤，共價50.7角，二倍之，
則甲酒6斤與乙酒8斤，共價101.4角，即1014分，
減之

$$(甲酒6斤 + 乙酒9分) - (甲酒6斤 + 乙酒8斤) \\ = 1080分 - 1014分 = 66分,$$

即乙酒9斤 - 乙酒8斤 = 乙酒1斤 = 66分

則甲酒一斤之價 = $(360 - 66 \times 3) \div 2 = 81分$

由混合比例，求兩者混合量之比

平均價	品名	原價	損益	混合量之比
75分	甲酒	81分	損6分	9.....3
	乙酒	66分	益9分	6.....2

知甲酒與乙酒混合量之比為3:2，今共用5斤，
則依配分比例，求得

$$甲酒 = 5斤 \times \frac{3}{3+2} = 3斤$$

$$乙酒 = 5斤 \times \frac{2}{3+2} = 2斤$$

16. 有甲乙丙丁四種酒，1斤之價，甲4角，乙3角8

分，丙3角5分，丁3角4分，今混合此四種酒52斤；每斤平均價為3角7分，而乙丙丁三種混合量為2:5:6，求需用甲酒若干斤？

〔解〕根據下式，先求出甲酒混合時需用之量為

平均價	品名	原價	損益	混合量之比
37分	甲酒	40分	損3分	x
	乙酒	38分	損1分	2
	丙酒	35分	益2分	5
	丁酒	34分	益3分	6

由上式乙丙丁三種混合時，損益相抵後知共益之洋 = 2分 × 5 + 3分 × 6 - 1分 × 2 = 26分
 而用甲酒1斤時知損3分，故欲使共益之26分消去時須

$$3 \times x = 26 \quad x = 26 \div 3 = \frac{26}{3}$$

則四種混合量之比為 $\frac{26}{3} : 2 : 5 : 6$

依配分比例則

$$\text{須用甲酒} = 52 \times \frac{\frac{26}{3}}{\frac{26}{3} + 2 + 5 + 6} = 52 \times \frac{\frac{26}{3}}{\frac{65}{3}}$$

$$= 52 \times \frac{26}{3} \times \frac{3}{65} = 20.8 \text{ 斤}$$

17. 有酒4種，每升之價，上等3角6分，中等2角8分，次等2角4分，下等2角，今欲混合成3斗5升，令每升之平均價為3角，問各種酒若干升？

平均價	品名	原價	損益	混合量之比
30分	上等	36分	損6分	1 1 5 7
	中等	28分	益2分	3 3
	次等	24分	益6分	1 1
	下等	20分	益10分	3 3

則四種酒混合量之比為7:3:1:3.

$$\text{總份數} = 7 + 3 + 1 + 3 = 14$$

$$\text{上等酒} = 35 \times \frac{7}{14} = 17.5 \text{ 升}$$

$$\text{中等酒} = 35 \times \frac{3}{14} = 7.5 \text{ 升}$$

$$\text{次等酒} = 35 \times \frac{1}{14} = 2.5 \text{ 升}$$

$$\text{下等酒} = 35 \times \frac{3}{14} = 7.5 \text{ 升}$$

18. 某農家有甲乙丙三田，某年每畝之收穫量，甲田為1石5斗，乙田為1石4斗，丙田為1石1斗，三田平均每畝收穫1石3斗，設甲田對於乙田

面積之比爲3 : 5, 其差爲2畝4分2厘, 問三田面積各若干?

[解]依公式求得丙地之比例數爲

平均值	種類	原價	損益	混合比
13斗	甲田	15斗	損2斗	3
	乙田	14斗	損1斗	5
	丙田	11斗	益2斗	x

共損之數 = $2 \times 3 + 1 \times 5 = 11$ 斗

丙地比例數爲

$$2x = 11 \quad x = \frac{11}{2} = 5.5$$

則三田混合比爲3 : 5 : 5.5

已知甲乙之差爲242厘, 即相當於混合量之差即 $5 - 3 = 2$, 則

$$\text{甲田} = 242 \text{ 厘} \times \frac{3}{2} = 363 \text{ 厘} = 3 \text{ 畝} 6 \text{ 分} 3 \text{ 厘}$$

$$\text{乙田} = 242 \text{ 厘} \times \frac{5}{2} = 605 \text{ 厘} = 6 \text{ 畝} 零 5 \text{ 厘}$$

$$\text{丙田} = 242 \text{ 厘} \times \frac{5.5}{2} = 665.5 \text{ 厘} = 6 \text{ 畝} 6 \text{ 分} 5 \text{ 厘}$$

5毫

19. 將酒3水5之稀酒, 與酒3水1之稀酒相混合, 問

造成酒1水1之稀酒32石，問需原液若干？

$$[\text{解}] \text{酒3水5中所含之酒} = \frac{3}{5+3} = \frac{3}{8}$$

$$\text{酒3水1中所含之酒} = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$$

$$\text{酒1水1中所含之酒} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

依混合法公式 (12) 得兩者混合之比爲

平均價	原價	損益	混 合 量
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	益 $\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$ 2
	$\frac{3}{4}$	損 $\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$ 1

$$\text{則需酒3水5之稀酒} = 32\text{石} \times \frac{2}{2+1} = 21\frac{1}{3}\text{石}$$

$$\text{酒3水1之稀酒} = 32\text{石} \times \frac{1}{2+1} = 10\frac{2}{3}\text{石}$$

20. 有甲乙丙三桶，甲桶是純酒精，乙桶是酒精4水9之混合液，丙桶是水，今欲混成酒水各半之混合液172斤，問甲乙丙三桶各須汲出若干？但甲桶汲出之量須爲乙桶汲出之量之3倍。

〔解〕設甲桶中所含酒精之量爲1

$$\text{則乙桶中所含酒精之量} = \frac{4}{4+9} = \frac{4}{13}$$

$$\text{丙桶中所含酒精之量} = 0$$

而所求之混合液中之酒精量為 $\frac{1}{2}$,

又題云甲桶汲出之量為乙桶汲出之量之3倍,

即甲桶汲出之量為3,乙桶汲出之量為1,

依公式(12)

平均值	品名	含酒精之量	多少	混合比
$\frac{1}{2}$	甲桶	1	多 $\frac{1}{2}$	3
	乙桶	$\frac{4}{13}$	少 $\frac{5}{26}$	1
	丙桶	0	少 $\frac{1}{2}$	x

$$x = \left(\frac{1}{2} \times 3 - \frac{5}{26} \times 1 \right) \div \frac{1}{2}$$

$$= \left(\frac{3}{2} - \frac{5}{26} \right) \div \frac{1}{2} = \frac{34}{26} \times \frac{2}{1} = \frac{34}{13}$$

$$\text{即甲乙丙三桶汲出之量之比} = 3 : 1 : \frac{34}{13}$$

$$= 39 : 13 : 34$$

今欲混合成172斤之混合液,依配分比例求得

$$\text{甲桶汲出之量} = 172 \times \frac{39}{39+13+34}$$

$$= 172 \times \frac{39}{86} = 78 \text{斤}$$

$$\text{乙桶汲出之量} = 172 \times \frac{13}{39+13+34}$$

$$= 172 \times \frac{13}{86} = 26 \text{斤}$$

$$\text{丙桶汲出之量} = 172 \times \frac{34}{39+13+34}$$

$$= 172 \times \frac{34}{86} = 68 \text{斤}$$

21. 每元可買麥1斗3升或豆1斗8升，共買米及豆22石2斗，後又賣去之，賣得洋168元，得2成之利，問石數各若干？

[解] 賣168元，得2成之利則賣 $168 \div (1+0.2)$
 $= 140$ 元，可無損益，亦即米及豆22石2斗之價

$$\text{故米豆平均每升原價} = \frac{140}{2220} = \frac{7}{111} \text{元}$$

$$\text{但麥一升} = \frac{1}{13} \text{元} \quad \text{豆一升} = \frac{1}{18} \text{元}$$

依公式(12)

平均價	品名	原價	損益	混合比
$\frac{7}{111}$ 元	麥	$\frac{1}{13}$	損 $\frac{20}{1443}$	$\frac{15}{1998} \dots 13$
	豆	$\frac{1}{18}$	益 $\frac{15}{1998}$	$\frac{20}{1443} \dots 24$

$$\text{總份數} = 13 + 24 = 37$$

$$\text{則麥之石數} = 2220 \times \frac{13}{37} = 780 \text{升} = 7 \text{石} 8 \text{斗}$$

$$\text{豆之石數} = 2220 \times \frac{24}{37} = 144 \text{升} = 1 \text{石} 4 \text{斗}$$

4升

【習題】

- 某人買每畝值18元5角之宅基地若干，後又買其地相連之每畝值22元之地若干，此兩地面積之比為8:5，今以每畝得銀21元之價，完全賣出，問其利益若干？

[提示] 先求每畝平均價。

(答) $1 \frac{2}{13}$ 元

- 含純銀0.9之銀塊重100兩，含純銀0.8之銀塊重200兩，混溶之，則含純銀之成數如何？

〔提示〕 先求兩銀塊中所含純銀之重量
(答) 83.3%

3. 有糖兩種，每斤價目，黃糖爲1角9分5厘，白糖爲2角4分，今欲以之作成2角1分之糖 36 斤，問需混合黃糖及白糖各若干斤？

(答) 12斤(白糖) 24斤(黃糖)。

4. 有一公共汽車，其行駛之路程，計分三站，自出發點至第一站，車資5分，至第二站，車資9分，至第三站，車資14分。今自出發點出發時，有乘客13人，陸續在此三站下車，計得車資洋1元3角6分，問各站下車之乘客各若干？

(答) 4人(第一站) 2人(第二站)

7人(第三站)。

5. 有甲乙丙三種酒，每斤之價，甲種6角8分，乙種6角2分，丙種5角4分，今欲混合成每斤6角之酒，今已知丙種加5斤，乙種加3斤，問甲種應加幾斤？

(答) 3斤。

(十四)複名數

中國度量衡，昔極複雜，極不統一，自國民政府奠定南京，特於十七年七月公布權度標準方案，以萬國公制（即米制）為中國標準制，所一米突為一公尺，一立特為一公升，一千格蘭為為一公斤，惟恐公尺過長，公斤過大，不合中國民間習慣與心理。乃特創市用制為輔，使與標準制有一簡單之比率，即一二三制，使較易推行，為將來完全改用標準制之張本。所謂一二三制者，即以一公升為一市升，一公斤為二市斤，一公尺為三市尺。倘欲將標準制化為市用制，或市用制化為標準制，只須將乘或除以上述簡單之比率，如此，應用既便，標準劃一，誠善制也。

後科學家因公尺，公里，公分，公升等名詞，在科學上應用，頗覺累贅，且涵義未盡明顯，乃創米（公尺）仟米（公里）公分（克）公升（升）等，由教育部正式頒布，與公尺公里等名詞並行於世，因是應用上益覺便捷矣。

本章將中國標準制，市用制及各國度量衡制之定位及相互比較表，各國幣制及時間經度等，依次列出，願讀者詳細參

閱，並加熟習，則應用時，必能左右逢源，便利無窮矣。

(1) 長度問題

【定理】

1. 中國標準制定位表

公里	公引	公丈	公尺	公寸	公分	公 厘
仟米	佰米	什米	米	分米	厘米	毫 米
1	10	100	1,000	10,000	100,000	1,000,000
	1	10	100	1,000	10,000	100,000
		1	10	100	1,000	10,000
			1	10	100	1,000
				1	10	100
					1	10
						1

2. 中國市用制定位表

里	引	丈	尺	寸	分	厘	毫
1	15	150	1,500	15,000	150,000	1,500,000	15,000,000
	1	10	100	1,000	10,000	100,000	1,000,000
		1	10	100	1,000	10,000	100,000
			1	10	100	1,000	10,000
				1	10	100	1,000
					1	10	100
						1	10
							1

3. 英國長度定位表

海里	英里	英碼	英尺	英寸
哩	哩	碼	呎	吋
1	1.15070	2025.23	6075.70	72908.3
	1	1,760	5,280	63,360
		1	3	36
			1	12
				1

6. 中國標準制長度與市用制相互比較表

標 準 制	市 用 制
1公里 = 2市里	1里 = 0.5公里
1公引 = 3市引	1引 = $\frac{1}{3}$ 公引
1公丈 = 3市丈	1丈 = $\frac{1}{3}$ 公丈
1公尺 = 3市尺	1尺 = $\frac{1}{3}$ 公尺
1公寸 = 3市寸	1寸 = $\frac{1}{3}$ 公寸
1公分 = 3市分	1分 = $\frac{1}{3}$ 公分
1公厘 = 3市厘	1厘 = $\frac{1}{3}$ 公厘

7. 英國長度制與中國標準制相互比較表

英 國 制	標 準 制
1海里 = 1.85187公里	1公里 = 0.621372英里
1英里 = 1.60934公里	1公丈 = 32.80843英尺
1英碼 = 0.914399公尺	1公尺 = 3.280843英尺
1英尺 = 0.3048公尺	1公寸 = 3.93701英寸
1英寸 = 2.54公分	1公分 = 0.393701英寸

8. 美國長度制與中國標準制相互比較表

美 國 制	標 準 制
1海里 = 1.853249公里	1公里 = 0.621370英里
1英里 = 1.609347公里	1公丈 = 32.80833英尺
1碼 = 0.914402公尺	1公尺 = 3.280833英尺
1英尺 = 0.304802公尺	1公寸 = 3.937000英寸
1英寸 = 2.540005公分	1公分 = 0.393700英寸

9. 日本制與中國標準制相互比較表

日 本 制	標 準 制
1里 = 3.927273公里	1公里 = 9.166667町
1町 = 109.0909公尺	1公引 = 0.916667町
1間 = 1.81818公尺	1公丈 = 5.5間
1丈 = 3.030303公尺	1公尺 = 3.3尺
1尺 = 0.303030公尺	1公寸 = 3.3寸
1寸 = 3.030303公分	1公分 = 3.3分

【例題】

1. 3里28丈合標準多少公尺？

【解】先把3里28丈化成市尺。依長度表1.

$$3里28丈 = 3 \times 1500 + 28 \times 10$$

$$= 4500 + 280 = 4780 \text{ 尺}$$

又依長度表6 中國標準制長度與市用制長度相互比較表

$$\text{因 } 1 \text{ 尺} = \frac{1}{3} \text{ 公尺}$$

$$\text{則 } 4780 \times \frac{1}{3} = 1593.33 \text{ 公尺(強)}$$

2. 長25里的路合標準制幾里?

[解]依長度表6

$$25 \times 0.5 = 12.5 \text{ 公里}$$

3. 4公里6公引8公尺合幾市尺?

[解]依長度表(1)及(6)

$$\begin{aligned} 4 \text{ 公里} 6 \text{ 公引} 8 \text{ 公尺} &= 4 \times 1000 + 6 \times 100 + 8 \\ &= 4000 + 600 + 8 = 4608 \text{ 公尺} \end{aligned}$$

$$4608 \times 3 = 13824 \text{ 市尺}$$

4. 有一衣料，長4碼2呎，問合幾公尺，合幾市尺?

[解]依長度表(3)及(7)

$$4 \text{ 碼} 2 \text{ 呎} = 4 \times 3 + 2 = 14 \text{ 呎}$$

$$14 \text{ 呎} \times 0.3048 = 4.2672 \text{ 公尺}$$

$$14 \text{ 呎} \times 0.3048 \times 3 = 12.8016 \text{ 市尺}$$

5. 腳踏車每時行6哩，合多少里?

[解] $6 \times 1.60934 \times 3 = 28.96812 \text{ 里}$

6. 4日里2町20丈合若干公尺?

[解]依長度表(5)及(9)

$$4 \times 12,960 + 2 \times 360 + 20 \times 10$$

$$= 52,760 \text{ 日尺}$$

$$52,760 \times 0.30303 = 15,987.86 \text{ 公尺。}$$

7. 崑崙山之高爲21120市尺,試以複名數表之。

[解]依長度表(2)

$$10 \text{ 尺} = 1 \text{ 丈} \quad 10 \text{ 丈} = 1 \text{ 引} \quad 15 \text{ 引} = 1 \text{ 里}$$

則	10	21120尺
	10	2112丈
	15	211引 …… 2丈
		14里 …… 1引

故崑崙山之高爲14里1引2丈

8. 化2.246公里爲複名數。

[解] $0.246 \times 10 = 2.46$ 公引

$$0.46 \times 10 = 4.6 \text{ 公丈}$$

$$0.6 \times 10 = 6 \text{ 公尺}$$

則 2.246公里等於2公里 2公引 4公丈 6公尺。

【習題】

1. 84公里280公尺合幾市里?

(答) 168.56市里。

2. 將1.825英里化成複名數,並問合若干公里?

(答) 1.825英里 = 1英里1451英碼, 2英尺, 4.8英寸, 合2.93705公里。

3. 化12872日寸爲複名數。

(答) 3日町, 10日丈, 7日尺, 2日寸。

(2) 容量問題

【定理】

1. 中國容量標準制定位表

立方 公尺			立方 公寸			立 方 公 分
公 乘	公石	公斗	公升	公合	公 勺	公 撮
1	10	100	1,000	10,000	100,000	1,000,000
	1	10	100	1,000	10,000	100,000
		1	10	100	1,000	10,000
			1	10	100	1,000
				1	10	100
					1	10
						1

2. 中國容量市用制定位表

石	斗	升	合	勺	撮
1	10	100	1,000	10,000	100,000
	1	10	100	1,000	10,000
		1	10	100	1,000
			1	10	100
				1	10
					1

3. 英國容量定位表

乾 量 (同液量)	蒲式耳	加倫	瓜脫	品脫	及爾
	1	8	32	64	256
		1	4	8	32
			1	2	8
				1	4
					1

藥 量	加倫	品脫	液體溫司	液體打蘭	米甯
	1	8	160	1,280	76,800
		1	20	160	9,600
			1	8	480
				1	60
					1

4. 美國容量定位表

乾 量	蒲式耳	潑客	乾體瓜脫	乾體品脫
	1	4	32	64
		1	8	16
			1	2
液	加倫	液體瓜脫	液體品脫	及爾
	1	4	8	32
		1	2	8

量			1	4
			參	1
藥	加 倫	液體品脫	液體溫司	米 甯
	1	8	128	61,440
		1	16	7,680
量			1	480
				1

5. 日本容量定位表

石	斗	升	合	勺
1	10	100	1,000	10,000
	1	10	100	1,000
		1	10	100
			1	10
				1

6. 中國容量標準制與市用制比較表

標 準 制	市 用 制
1 公石	= 1 石
1 公斗	= 1 斗
1 公升	= 1 升
1 公合	= 1 合
1 公勺	= 1 勺
1 公撮	= 1 撮

7. 英國容量與中國標準制互相比較表

英 國 制	標 準 制
1 蒲式耳(乾) = 3.63677 公斗	1 公石 = 2.749688 蒲式耳(乾)
1 加倫(乾) = 4.545963 公升	1 公斗 = 2.19975 加倫(乾)
1 瓜脫(乾) = 1.13649 公升	1 公升 = 0.219975 加倫(乾)
1 品脫(乾) = 0.568245 公升	1 公合 = 0.175980 品脫(乾)
1 及爾(乾) = 1.42061 公合	1 公勺 = 0.07039 及爾(乾)
1 加倫(藥) = 4.545963 公升	1 公斗 = 2.19975 加倫(藥)
1 品脫(藥) = 0.568245 公升	1 公升 = 1.75980 品脫(藥)
1 液體溫司(藥) = 2.84123 公勺	1 公合 = 3.5196 液體溫司(藥)
1 液體打蘭(藥) = 3.55153 公撮	1 公勺 = 2.81568 液體打蘭(藥)
1 米雷(藥) = 0.059192 公撮	1 公撮 = 16.89408 米雷(藥)

8. 美國容量與中國標準制相互比較表

美 國 制	準 標 制
1蒲式耳(乾) = 3.52383公斗	1公石 = 2.8378蒲式耳(乾)
1勝客(乾) = 8.80958公升	1公斗 = 0.28378蒲式耳(乾)
1乾體瓜脫(乾) = 1.101189公斗	公升 = 1.816092乾體品脫(乾)
1乾體品脫(乾) = 0.550599公升	1公合 = 0.18161乾體品脫(乾)
1加倫(液) = 3.785332公升	1公石 = 26.4178加倫
1液體瓜脫(液) = 0.946332公升	1公斗 = 10.5671液體瓜脫
1液體品脫(液) = 0.473167公升	1公升 = 2.1134液體品脫
1及耳(液) = 118.292公撮	1公合 = 0.21134液體品脫
1加倫(藥) = 3.785332公升	1公石 = 26.4178加倫
1液體溫司(藥) = 29.57291公撮	1公斗 = 338.1478 ⁴ 液體溫司
1液體打蘭(藥) = 3.69661公撮	1公升 = 270.5183液體打蘭
1米甯(藥) = 0.06161公撮	1公合 = 1623.11米甯

9. 日本容量制與中國標準制比較表

日 本 制	標 準 制
1日石 = 1.803907公石	1公石 = 0.554352日石
1日斗 = 1.803907公斗	1公斗 = 0.554352日斗
1日升 = 1.803907公升	1公升 = 0.554352日升
1日合 = 1.803907公合	1公合 = 0.554352日合
1日勺 = 1.803907公勺	1公勺 = 0.554352日勺

【例題】

1. 自英國運來煤油1500加倫，合我國幾石幾斗？

[解]依重量表(7)

$$\begin{aligned} 1500 \times 4.545963 \times 1 &= 6818.9445 \text{ 升} \\ &= 68 \text{ 石 } 1 \text{ 斗 } 8.9445 \text{ 升} \end{aligned}$$

[注意] 本題小數之數字頗多，為簡捷計，可用四捨五入的方法，祇取小數點下三位計算，當無錯誤，以下倣此，如此就很容易記憶了。

$$\begin{aligned} \text{即 } 1500 \times 4.546 \times 1 &= 6819 \text{ 升} \\ &= 68 \text{ 石 } 1 \text{ 斗 } 9 \text{ 升} \end{aligned}$$

2. 麵粉160石5斗6升，合英制多少？

[解]因1公石 = 1石，則依重量表(7)

$$\begin{aligned} 160.56 \times 2.750 &= 441.54 \text{ 蒲式耳} \\ &= 441 \text{ 蒲式耳} + 0.54 \times 8 \\ &= 441 \text{ 蒲式耳 } 4.32 \text{ 加倫} \end{aligned}$$

3. 18日石，合若干公石？

[解] $1.804 \times 18 = 32.472$ 公石。

【習題】

1. 有麥98.65蒲式耳，合中國標準制若干？

(答) 3公秉5公石8公斗7公升9公合。

2. 3市斗合若干日升？

(答) 16.62日升。

2. 中國市用制重量定位表

擔	斤	兩	錢	分	厘	毫	絲
1	100	1,600	16,000	160,000	1,600,000	16,000,000	160,000,000
	1	16	160	1,600	16,000	160,000	1,600,000
		1	10	100	1,000	10,000	100,000
			1	10	100	1,000	10,000
				1	10	100	1,000
					1	10	100
						1	10
							1

3. 英國重量制度定位表

	噸	磅	溫司(英噸)	打蘭	克冷(英噸)
常 權	1	2,240	35,840	573,440	15,680,000
		1	16	256	7,000
			1	16	437.5
				1	27.34375

金 銀 權	脫來鎊	脫來溫 司	本尼懷脫	克 冷 (英哩)	
	1	12	240	5760	
		1	20	480	
			1	24	
			1		

1. 美國重量制度定位表

噸	磅	溫司(英噸)	打 蘭	克冷(英哩)
1	2000	32,000	512,000	14,000,000
	1	16	256	7,000
		1	16	437.5
			1	27.34375
脫來鎊	脫來溫 司	本尼懷脫	克 冷 (英噸)	
1	12	240	5,760	
	1	20	480	
		1	24	
			1	

5. 日本重量制度定位表

貫	斤	兩	分	厘	毛
1	6.25	1,000	10,000	100,000	1,000,000
	1	160	1,600	16,000	160,000
		1	10	100	1,000
			1	10	100
				1	10
					1

6. 中國標準制重量與市用制重量相互比較表

標準制	市用制
1公鎰 = 2000市斤	1担 = 50公斤
1公擔 = 200市斤	1斤 = 0.5公斤
1公衡 = 20市斤	1兩 = 0.3125公兩
1公斤 = 2市斤	1錢 = 0.3125公錢
1公兩 = 3.2市兩	1分 = 0.3125公分
1公錢 = 3.2市錢	1厘 = 0.3125公厘
1公分 = 3.2市分	1毫 = 0.3125公毫
1公厘 = 3.2市厘	1絲 = 0.3125公絲

7. 英國重量制度與中國標準制相互比較表

英 國 制	標 準 制
1噸(常) = 1.016047公噸	1公噸 = 0.984206噸(常)
1磅(常) = 0.453592公斤	1公斤 = 2.204622磅(常)
1溫司(常) = 28.349527公分	1公兩 = 3.527396溫司(常)
1打蘭(常) = 1.771845公分	1公錢 = 5.643833打蘭(常)
1克冷(常) = 0.064799公分	1公分 = 15.432356克冷(常)
1脫來鎊(金) = 0.373242公斤	1公斤 = 2.679229脫來鎊
1脫來溫司(金) = 31.103481公分	1公兩 = 3.215074脫來溫司
1本尼懷脫(金) = 1.555174公分	1公錢 = 0.3215074脫來溫司
1克冷(金) = 0.064799公分	1公分 = 15.432356克冷

8. 美國重量制度與中國標準制度相互比較表

美 國 制	標 準 制
1噸(常) = 0.907185公噸	1公噸 = 1.102311噸(常)
1鎊(常) = 0.453592公斤	1公斤 = 2.204622磅(常)
1溫司(常) = 28.349527公分	1公兩 = 3.527396溫司(常)
1打蘭(常) = 1.771845公分	1公錢 = 5.643833打蘭(常)
1克冷(常) = 0.064799公分	1公分 = 15.432356克冷(常)
1脫來鎊(金) = 0.373242公斤	1公斤 = 2.679229脫來鎊
1脫來溫司(金) = 31.103481公分	1公兩 = 3.215074脫來溫司
1本尼懷克(金) = 1.555174公分	1公錢 = 0.3215074脫來溫司
1克冷(金) = 0.064799公分	1公分 = 15.432356克冷

9. 日本重量制度與中國標準制相互比較表

日本制	標準制
1貫 = 3.75公斤	1公鎰 = 266.666667貫
1斤 = 0.6公斤	1公斤 = 266.666667匁
1匁 = 3.75公分	1公兩 = 26.666667匁
1分 = 3.75公厘	1公分 = 0.2666667匁
1厘 = 3.75公毫	1公厘 = 2.666667厘
1毛 = 3.75公絲	1公毫 = 2.666667毛

【例題】

1. 餅乾每罐6磅，現在有25罐，共重多少磅，合美國標準制幾斤，市用制幾斤？

〔解〕 $25 \times 6 = 150$ 磅

$$150 \times 0.4536 = 68.04 \text{ 公斤}$$

$$150 \times 0.4536 \times 2 = 136.08 \text{ 市斤}$$

2. 由英國到上海之進口貨物某年計重825,518噸，問合我國若干擔？

〔解〕 $825,518 \times 1.016 = 838,726.288$ 公鎰

$$838,726.288 \text{ 公鎰} \times \frac{1000}{50}$$

$$= 16,774,525.76 \text{ 擔}$$

3. 日本至東三省出口貨，某年為6,894,740貫，

合我國幾擔。

〔解〕 $6,894,740 \times 3.75 = 25,355,275$ 公斤
 $25,355,275 \div 50 = 517,105.5$ 担

【習題】

1. 買呢80匹,每匹24磅,由火車運回,運費係以公斤計算,問合幾公斤?
 (答) 80.912公斤。
2. 800市斤合幾磅?
 (答) 881.84磅。

(4) 地積問題

【定理】

1. 中國標準制地積定位表

方公引	方公丈	方公尺
公頃	公畝	公厘
1	100	10,000
	1	100
		1

2. 中國市用制地積定位表

頃	畝	分	厘	毫
1	100	1,000	10,000	100,000
	1	10	100	10,000
		1	10	100
			1	10
				1

3. 英國地積制度定位表

平方英里	英畝	平方桿	平方碼	平方英尺	平方英寸
1	640	102,400	3,097,600	27,878,400	4,914,489,600
	1	160	4,840	43,560	6,272,640
		1	30.25	272.25	39,204
			1	9	1,296
				1	144
					1

4. 美國地積制度定位表

(與英國地積制度定位表相同)

5. 日本地積制度定位表

町	段	畝	步(坪)	合	勺
1	10	100	3,000	30,000	300,000
	1	10	300	3,000	30,000
		1	30	300	3,000
			1	10	100
				1	10
					1

6. 中國標準制地積與市用制地積相互比較表

標 準 制	市 用 制
1公頃 = 15市畝	1頃 = 6.666667公頃
1公畝 = 0.15市畝	1畝 = 6.666667公畝
1公厘 = 0.0015市畝	1分 = 0.666667公畝
	1厘 = 6.666667公厘
	1毫 = 0.666667公厘

7. 英國地積制度與中國標準制比較表

英 國 制	標 準 制
1平方英里 = 259.00公頃	1公頃 = 2.4711英畝
1英畝 = 40.468公畝	1公畝 = 0.024711英畝
1平方桿 = 25.293公厘	= 119.60平方碼
1平方碼 = 0.836126公厘	1公厘 = 1.1960平方碼
1平方英尺 = 9.2903平方公寸	= 10.7639平方英尺
1平方英寸 = 6.4516平方公分	

8. 美國地積制度與中國標準制度比較表

(與英國地積制度與中國標準制度比較表相同)

9. 日本地積制度與中國標準制度比較表

日 本 制 度	標 準 制 度
1町 = 0.991736公頃	1公頃 = 1.008333日畝
1段 = 9.917355公畝	1公畝 = 1.00833日畝
1畝 = 0.991736公畝	= 50.25步
1步(或坪) = 3.305785公厘	1公厘 = 3.025合
1合 = 0.330579公厘	
1勺 = 0.033058公厘	

【例題】

1. 有地 860 英畝，問合中國標準及市用制各若干？

〔解〕 依地積表(7)及(6)

$$860 \times 40.468 = 34802.48 \text{ 公畝}$$

$$34802.48 \times 0.15 = 5220.372 \text{ 畝}$$

2. 某縣面積共1800平方英里，問相當若干公畝？

〔解〕 $1800 \times 259 \times 100$

$$= 43,620,000 \text{ 公畝}$$

3. 有地10町80坪，問合中國若干市畝？

〔解〕 $10 \text{ 町} 80 \text{ 坪} = 10 \times 3000 + 80 = 30,080 \text{ 坪}$

$$30,080 \times 3.306 \times 0.0015 = 149.167 \text{ 市畝}$$

【習題】

1. 19.84公畝，合若干英平方碼？

(答) 2372.864英平方碼。

2. 4畝3分6厘，合日本地積制若干？

(答) 29.301日畝。

(5) 幣制問題

【定理】

1. 中國幣制定位表

元	角	分	厘
1	10	100	1000
	1	10	100
		1	10
			1

2. 英國幣制定位表

鎊	先令	辨士	法信
1	20	240	960
	1	12	48
		1	4
			1

1鎊約合中國15元

3. 美國幣制定位表

元	分
1	100

美金1元約合中國3元

4. 法國幣制定位表

佛郎	分
1	100

1佛郎約合中國2角

5. 德國幣制定位表

馬克	分尼
1	100

1馬克約合我國1元1角

6. 俄國幣制定位表

盧布	哥比
1	100

1盧布約合我國1元

7. 日本幣制定位表

元	錢
1	100

日金1元約合中國1元

8. 意國幣制

利拉	分
1	100

1利拉約合中國5角

【例題】

1. 民國二十三年七月八日中央銀行掛牌，匯兌行市，國幣1元，可兌英金1先令4便士，問匯120鎊於倫敦友人，須付國幣幾元？

〔解〕 依幣制表(2)

$$1\text{先令}4\text{便士} = 1\text{先令} + \frac{4}{12}\text{先令} = 1\frac{1}{3}\text{先令}$$

$$1\text{鎊} = 20 \div 1\frac{1}{3} = 20 \times \frac{3}{4} = 15\text{元}$$

$$120 \times 15 = 1800\text{元}$$

答匯120鎊於倫敦，須付1800元。

2. 某甲在法國巴黎向上海某銀行提存款1200元，匯至巴黎，問某甲可取得佛郎若干。時匯率國幣100元合法幣513法郎。

〔解〕 每佛郎 = $\frac{100}{513} = 0.19493$ 元

$$1200 \div 0.19493 = 6156.15\text{佛郎}$$

答某甲可取6156.15佛郎。

3. 某生購一書計日金4元80錢，問應付國幣若干？但日本電匯，每國幣百元，值日金125.25元。

[解] $4.8 \times \frac{100}{125.25} = 3.832$ 元

答應付國幣3.832元。

【習題】

1. 某到美國定一機器，計美金1200元，問合國幣若干元，當日紐約電匯每國幣百元，值美金38.4375元。

(答) 3293.31元。

2. 匯1000元於德國柏林友人，問友人可收到若干金馬克，但柏林電匯，國幣百元，值91金馬克。

(答) 910金馬克

(6) 時間與經度

【前言】

(A) 地球是橢圓的，依着地軸自轉，地軸兩端，叫做兩極。經過南北兩極的大圈，叫做經線。科學家公認經過英國格林威爾天文台的經線為零度，把地球切成兩半。

在天文台東的半個地球上面的經度，叫做東經，在天文台西的半個地球的經度，叫做西經。東西兩經各 180° ，所以地球一周共 360° ，地球自西向東自轉，在24小時內旋轉一周，易言之，即旋轉經度 360° ，故每小時旋轉 $360^\circ \div 24 = 15^\circ$ ，旋轉一度需時 $24 \div 360^\circ = \frac{1}{15}$ 小時 = 4分鐘，當某經度正對太陽，陽光直照某經度時，該經度上之地面為正午。因東地較西地先見太陽（地球自西向東旋轉）故知彼時東地在午後，西地在午前。明言之，向東每相距經度 15° ，則時間遲1小時，向西每相距 15° 度，則時間早小1時。

- (B) 倘兩地同在一半球上，（即同在東經或西經）則兩地之經度相減，則得兩地相差之經度，倘兩地不在同一半球上，（即一在東經，一在西經）則兩地經度相加，即得兩地相差之經度。
- (C) 若知甲乙二地之經度差，由定理(3)可以算出甲乙二地相差之時刻。倘甲地在乙地之東，則乙地之時刻，加甲乙兩地相差之時刻，因得甲地之時刻。倘甲地在乙地

之西，則乙地之時刻，減甲乙兩地相差之時刻，因得甲地之時刻。又科學家規定過東經 180° 及 0° （亦即西經 180° 及 0° ）則西經之時刻較東經遲1日（例如東經為7月11日，西經為7月10日）而以所遲一日之正午，為計算時起點。

(D) 因地球是橢圓的，故甲地在乙地之西 30° ，也可以說甲地在乙地之東 $(360^\circ - 30^\circ) = 330^\circ$ ，其所得的結果相同。不過習慣上兩地經差，以相距最近為準；所以甲地在乙地之東 330° ，常用甲地在乙地之西 $(360^\circ - 330^\circ) = 30^\circ$ 去表示，而不用 330° 表示。

【定理】

1. 時間

年	日	時	分	秒
1(平年)	365	8,760	525,600	31,536,000
1(閏年)	366	8,784	527,040	31,622,400
	1	24	1,440	86,400
		1	60	360

			1	60
				1

2. 經度

圓周角	象限(直角)	角度	分	秒
1	4	360°	$21,600'$	$1,296,000''$
	1	90°	$5,400'$	$324,000''$
		1°	$60'$	$3,600''$
			$1'$	$60''$
				$1''$

3. 時間與經度之關係

地球經度相差 15° ，時間相差1小時。

地球經度相差 $15'$ ，時間相差1分鐘。

地球經度相差 $15''$ ，時間相差1秒鐘。

【例題】

1. 地球繞太陽一週，約須365.2422日，陽曆以365日為一平年，問每年相差多少，試以時分秒表之。

[解] 每年相差之時間 = $365.2422 \text{ 日} - 365 \text{ 日}$
 $= 0.2422 \text{ 日}$

化爲時分秒如下

0.2422 日	0.8128 時	0.768 分
$\times 24$	$\times 60$	$\times 60$
9688	48.7680 分	46.080 秒
4844		
5.8128 時		

故知每年時間之差 = $0.2422 \text{ 日} = 5 \text{ 時} 48 \text{ 分} 46.08 \text{ 秒}$ 。

2. 有 $9^{\circ}28'25''$ 之圓弧，問當圓周若干分之一？

全圓周爲 360° ，而此弧爲 $9^{\circ}28'25''$

因之全圓周爲此弧之 $360^{\circ} \div 9^{\circ}28'25''$

$$= (360 \times 3600) \div (9 \times 3600 + 28 \times 60 + 25)$$

$$= 1296000'' \div 34105'' = 38 \text{ 倍}$$

故此弧爲圓周之 $\frac{1}{38}$

3. 德國柏林(東經 $13^{\circ}23'43''$) 之正午，爲我國北平(東經 $116^{\circ}23'45''$) 之何時？

[解] 德國柏林在東經 $13^{\circ}23'43''$ ，我國北平在東經 $116^{\circ}23'45''$ ，則兩地之經差爲

$$116^{\circ}23'45'' - 13^{\circ}23'43'' = 103^{\circ}2''$$

由定理3，兩地經差爲 15° 時，時差爲1

$$\text{因知兩地之時差} = 103^{\circ}2'' \div 15$$

$$\left[= (6 \text{ 小時}), (\overline{13 \times 60} \div 15), (2'' \div 15) \right]$$

$$= 6 \text{ 小時 } 52 \text{ 分 } \frac{2}{15} \text{ 秒}$$

即柏林正午時，我國北京為午後6時52分 $\frac{2}{15}$ 秒。

4. 紐約在西經 74° ，上海午後1點鐘時，紐約在何時？但上海在東經 $121^\circ 27'$ ，

[解]因一在東經，一在西經，故兩經度差為

$$121^\circ 27' + 74^\circ = 195^\circ 27'$$

紐約在上海西無異在上海東(見前言(D))

$$360^\circ - 195^\circ 27' = 164^\circ 33'$$

則紐約與上海相差之時刻 = $164^\circ 33' \div 15^\circ$

$$= 10 \text{ 小時 } 58 \text{ 分 } 12 \text{ 秒}$$

但紐約已過東經 180° ，故較上海遲1日，又在上海之東，故相加(見前言(C))

則上海午後1點鐘，相當紐約時刻

$$= 1 \text{ 小時 } + 10 \text{ 小時 } 58 \text{ 分 } 12 \text{ 秒}$$

$$= \text{昨日午後 } 11 \text{ 時 } 58 \text{ 分 } 12 \text{ 秒。}$$

[又解]

$$\text{兩經度相差} = 195^\circ 27'$$

即紐約在上海西 $195^\circ 27'$ (其方向，經過格

林威爾天文台)

$$\text{則時差} = 195^{\circ}27' \div 15$$

$$= 13\text{小時}1\text{分}48\text{秒}$$

但紐約已過東經零度，故遲1日，

又紐約在上海之西，時間應相減，

因今日午後1時，即昨日午後 $(24+1)=25$ 時，

$$\text{則紐約時刻} = 25 - 13\text{時}1'48''$$

$$= \text{昨日午後}11\text{時}58'12''。$$

5. 某地在1點鐘時，東京在3點28'48''

今東京在東經 $139^{\circ}40'$ ，求某地的經度。

$$[\text{解}] \text{兩地時差} = 3\text{時}28'48'' - 1\text{時} = 2\text{時}28'48''$$

$$\text{兩地經差} = 2\text{時}28'48'' \times 15$$

$$[= (2\text{時} \times 15), (28' \times 15), (48'' \times 15)]$$

$$= 37\text{時}12'$$

因某地時刻較東京早2時28'48''

則某地必在東京西，(見前言(A))

$$\therefore \text{某地經度} = 139^{\circ}40' - 37^{\circ}12'$$

$$= 102^{\circ}28' \text{ (東經)}$$

6. 甲地為東經 $121^{\circ}15'27''$ ，乙地為西經 $161^{\circ}33'$

$18''$ 問乙地在午前1時7分13秒，甲地在何時？

$$[\text{解}] \text{經差} = 121^{\circ}15'27'' + 161^{\circ}33'18''$$

$$= 282^{\circ}48'45''$$

$$\text{甲地在乙地西} = 360^{\circ} - 282^{\circ}48'45''$$

$$=77^{\circ}11'15''$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{時差} &= 77^{\circ}11'15'' \div 15 \\ &= 5\text{時}8'45''\end{aligned}$$

因經過東經 180° ，故乙地較甲地遲1日，依前
言(C)，以所遲一日之正午，為計算起點，則
午前1時7分13秒，即昨午後

$$(1\text{時}7\text{分}13\text{秒} + 12\text{時}) = 13\text{時}7\text{分}13\text{秒}$$

\therefore 乙地午前1時7分13秒，即甲地

$$13\text{時}7'13'' - 5\text{時}8'45''$$

$$= \text{今日午後}7\text{時}58'28''$$

(本為昨日午後7時58'28"，先一日為今日午後
58'28")

7. 在西經 $15^{\circ}30'$ 的地方，為午後3時23分，問此時
恰當午前10時，當在什麼地方？

【解】午後3時23分，即今日之

$$(12\text{時} + 3\text{時}23\text{分}) = 15\text{時}23'$$

$$\text{則時差} = 15\text{時}23' - 10\text{時} = 5\text{時}23'$$

$$\text{經差} = 5\text{時}23' \times 15 = 80^{\circ}45'$$

又所求地方之時刻較西經 $15^{\circ}30'$ 早，則必在
 $15^{\circ}30'$ 之西，則

$$\begin{aligned}\text{所求地方之經度} &= 15^{\circ}30' + 80^{\circ}45' \\ &= 96^{\circ}15'\end{aligned}$$

【習題】

1. 朝鮮首都漢城在東經 $126^{\circ}57'$ ，我國武昌在東經 $114^{\circ}46'$ ，求武昌10點鐘，漢城幾點鐘？

(答) 10時48'44"。

2. 君士坦丁較巴黎遲1小時46分，求君士坦丁之經度。但巴黎在東經 $2^{\circ}20'$ 。

(答) 東經 $28^{\circ}50'$ 。

3. 瑞典京城在東經 $18^{\circ}3'30''$ ，美國波士頓在西經 $71^{\circ}3'30''$ ，求瑞京下午1時，適當波士頓何時？

(答) 今日上午7時3'32"。

(7) 複名數的加減乘除

(甲) 加

【例題】

1. 洋布三匹，一匹長120碼4呎2吋，一匹長124碼9呎11吋，一匹長118碼8呎4吋，問三匹共長多少？

【解】 120 碼 4 呎 2 吋 + 124 碼 9 呎 11 吋 + 118 碼 8 呎 4 吋 = 369 碼 1 呎 5 吋，

碼	呎	吋	
120	4	2	
124	9	11	
118	8	4	
362	21	12'17	(+)
+7	+1	1呎……5吋	
369碼	3'22		
	7碼……1呎		

(2) 減

【例題】

1. 有6哩3碼2呎3吋之路程，已走去2哩64碼4吋，問尚餘路程若干？

[解] 6哩3碼2呎3吋 - 2哩64碼4吋

$$= 3\text{哩}1699\text{碼}1\text{呎}11\text{吋}$$

哩	碼	呎	吋	
6	3	2	3	
2	64	0	4	
6	3	2	3	(-)
-1	+1760	-1	+12	
5	1763	1	15	
-2	-64	-0	-4	
3哩	1699碼	1呎	11吋	

(丙) 乘

【例題】

1. 有茶葉35箱，每箱重124斤1兩9錢，問共重若干？

〔解〕 $124\text{斤}1\text{兩}9\text{錢} \times 35 = 43\text{担}44\text{斤}2\text{兩}5\text{錢}$

担	斤	兩	錢
0	124	1	9
			35
0	620	35	10 315
+43	372	+31	<u>31兩</u> ...5錢
<u>43担</u>	4340	<u>16'66</u>	
	+ 4	4斤...2兩	
	<u>100 4344</u>		
	43担...44斤		

(丁) 除

【例題】

1. 6人分布142碼1呎6吋，問每人可得若干？

〔解〕 $142\text{碼}1\text{呎}6\text{吋} \div 6 = 23\text{碼}2\text{呎}3\text{吋}$ 。

碼	呎	吋
23	2	3
6) 142	1	6
12	+12	12
22	13	18
18	12	18
4	1	0
× 3	× 12	
12呎	12吋	

2. 月繞地球，10日行經度 $131^{\circ}55'50''$ ，問1日行若干？

【解】 $131^{\circ}55'50'' \div 10 = 13^{\circ}11'35''$

13°	11'	35''
10)131°	55'	50''
10	+60	300
31	115'	350
30	10	30
1	15	50
× 60	10	50
60'	5'	
	× 60	
	300''	

【習題】

1. 15日3時40分56秒 + 3日15時20分30秒 = ?

(答) 18日19時1分26秒。

2. 6担46斤8兩7錢 - 2担54斤12兩9錢 - 92斤8錢 = ?

(答) 1担99斤11兩。

3. 158市里2市引5市丈 $\times 7 = ?$

(答) 1107市里2市引5市丈。

4. 15日4時56分 $\div 96 = ?$

(答) 3時48分5秒。

(十五)面積及體積

【公式】

1. 面積

$$\text{正方形面積} = (\text{邊長})^2 (= \text{邊長} \times \text{邊長}) \dots (1)$$

$$\text{長方形面積} = \text{長} \times \text{闊} \dots (2)$$

$$\text{三角形面積} = \frac{\text{底} \times \text{高}}{2} \dots (3)$$

$$\text{平行四邊形面積} = \text{底} \times \text{高} \dots (4)$$

$$\text{梯形面積} = \frac{(\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高}}{2} \dots (5)$$

$$\text{圓面積} = (\text{半徑})^2 \times 3.1416 \dots (6)$$

$$\text{菱形面積} = \frac{\text{長對角線} \times \text{短對角線}}{2} \dots (7)$$

$$\text{正多角形面積} = \frac{\text{邊長} \times \text{邊數} \times \text{邊心距}}{2} \dots (8)$$

2. 體積

$$\text{立方體體積} = (\text{邊長})^3 \quad (= \text{邊長} \times \text{邊長} \times \text{邊長}) \dots \dots \dots (9)$$

$$\text{長方體體積} = \text{長} \times \text{闊} \times \text{高} \dots \dots \dots (10)$$

$$\text{直角柱體體積} = \text{高} \times \text{底面積} \dots \dots \dots (11)$$

$$\text{直圓柱體體積} = \text{高} \times (\text{半徑})^2 \times 3.1416 \dots (12)$$

$$\text{直角錐體體積} = \frac{\text{高} \times \text{底面積}}{3} \dots \dots \dots (13)$$

$$\text{直圓錐體體積} = \frac{\text{高} \times (\text{半徑})^2 \times 3.1416}{3} \dots \dots \dots (14)$$

$$\begin{aligned} \text{球體體積} &= \frac{1}{6} \times 3.1416 \times (\text{直徑})^3 \\ &= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times (\text{半徑})^3 \dots \dots \dots (15) \end{aligned}$$

3. 邊長

$$\text{圓周} = \text{直徑} \times 3.1416 \dots \dots \dots (16)$$

$$\text{三角形底邊長} = \frac{\text{面積} \times 2}{\text{高}} \dots \dots \dots (17)$$

【例題】

1. 正方形一邊之長為16尺，問其面積為何？

〔解〕 依公式(1)

正方形面積 = $16 \times 16 = 256$ 平方尺

2. 長方形一邊之長為18尺，他邊之長為6尺，問其面積如何？

〔解〕 依公式(2)

長方形面積 = $18 \times 6 = 108$ 平方尺

3. 一三角形，其底邊長8尺，高1丈2尺，求其面積。

〔解〕 依公式(3)

所求面積 = $\frac{8 \times 12}{2} = 48$ 方尺

4. 平行四邊形之底為12尺，高為18尺，問其面積如何？

〔解〕 依公式(4)

平行四邊面積 = $12 \times 18 = 216$ 方尺

5. 梯形上底長14尺，下底長16尺，高10尺，問其面積如何？

〔解〕 依公式(5)

面積 = $\frac{(14 + 16) \times 10}{2} = 150$ 方尺

6. 一圓直徑一尺二寸，問其面積如何？

〔解〕 依公式(6)

圓面積 = $\left(\frac{12}{2}\right)^2 \times 3.1416$

$$= 6 \times 6 \times 3.1416$$

$$= 113.0976 \text{ 方尺}$$

7. 菱形之兩對角線一為8尺，一為7尺，問其面積如何？

[解] 依公式(7)

$$\text{菱形面積} = \frac{7 \times 8}{2} = 28 \text{ 方尺}$$

8. 有正八角形，邊長8寸，邊心距5寸，問其面積如何？

[解] 依公式(8)

$$\text{八角形面積} = \frac{8 \times 8 \times 5}{2} = 160 \text{ 方寸}$$

9. 有一立方體，邊長3英尺，問體積如何？

[解] 依公式(9)

$$\text{立方體體積} = 3 \times 3 \times 3 = 27 \text{ 立方英尺}$$

10. 有一木箱，長12公尺，闊8公尺，深6公尺，問可盛水幾斗？

[解] 依公式(10)

$$\text{木箱體積} = 12 \times 8 \times 6 = 576 \text{ 立方公尺}$$

依複名數容量問題定理(1)

$$\text{可盛水} = 576 \text{ 公秉} = 57600 \text{ 斗}$$

11. 有一直圓柱體，直徑8尺，高16尺，問體積如何？

[解] 依公式(12)

$$\text{直圓柱體體積} = 16 \times \left(\frac{8}{2}\right)^2 \times 3.1416$$

$$= 16 \times 4 \times 4 \times 3.1416 = 804.2496 \text{立方尺}$$

12. 有一直角柱體，底邊長12尺，由底邊至三角頂高8尺，柱高24尺，問三角柱體之體積若干？

$$[\text{解}] \quad \text{直角柱體體積} = 24 \times \frac{12 \times 8}{2}$$

$$= 24 \times 48 = 1152 \text{立方尺}$$

13. 有一直角錐體，底邊長12尺，由底邊至三角頂高8尺，柱高24尺，問三角錐體體積若干？

$$[\text{解}] \quad \text{直角錐體體積} = \frac{24 \times \frac{12 \times 8}{2}}{3}$$

$$= \frac{1152}{3} = 384 \text{立方尺}$$

14. 有一直圓錐體，直徑8尺，高16尺，問體積若干？

$$[\text{解}] \quad \text{直圓錐體體積} = \frac{16 \times \left(\frac{8}{2}\right)^2 \times 3.1416}{3}$$

$$= \frac{804.2496}{3} = 268.0832$$

15. 有一皮球，直徑14英寸，問體積若干？

〔解〕 依公式(15)

$$\text{皮球體積} = \frac{1}{6} \times 3.1416 \times (14)^3$$

$$= \frac{1}{6} \times 3.1416 \times 14 \times 14 \times 14$$

$$= 1436.7584 \text{ 立方英寸}$$

16. 有一木桶半徑12尺,問圓周若干?

[解] 依公式(16)

$$\begin{aligned} \text{圓周} &= (12 \times 2) \times 3.1416 = 24 \times 3.1416 \\ &= 75.3984 \text{ 立方尺} \end{aligned}$$

17. 設三角形之面積爲114方尺,高19尺,求其底邊長。

[解] 依公式(17)

$$\text{底邊長} = \frac{114 \times 2}{19} = 12 \text{ 尺}$$

18. 平行四邊形,高6寸,面積爲72方寸,則其底邊幾何?

[解]由公式(4) 平行四邊形面積 = 底 × 高

則底邊 = 面積 ÷ 高

$$\text{故所求之底邊} = 72 \div 6 = 12 \text{ 寸}$$

19. 有正方形之地,周圍48丈,求其面積?

[解]每邊之長 = 48丈 ÷ 4 = 12丈

$$\text{所求面積} = (12)^2 = 12 \times 12 = 144 \text{ 方丈。}$$

20. 直徑8寸之圖畫,配以闊一寸之圓框,問此框之面積幾何?

[解]圓框外圍之直徑 = 8 + 2 = 10寸

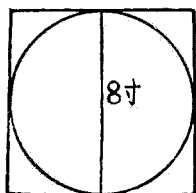
則圓框外圍之半徑 = $10 \div 2 = 5$ 寸

圓框內圍之半徑 = $8 \div 2 = 4$ 寸

$$\begin{aligned} \text{所求面積} &= (5)^2 \times 3.1416 - (4)^2 \times 3.1416 \\ &= 28.2744 \text{方寸} \end{aligned}$$

21. 有一方紙，其每邊長8寸，剪成最大圓形，耗紙幾何？

[解] 欲剪成最大圓形即以8寸為直徑之圓形

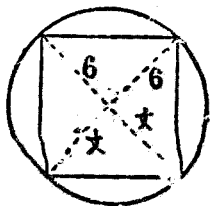


$$\text{方紙面積} = 8 \times 8 = 64 \text{方寸}$$

$$\begin{aligned} \text{圓形面積} &= \left(\frac{8}{2}\right)^2 \times 3.1416 \\ &= 16 \times 3.1416 \\ &= 50.2656 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{故知所耗紙面積} &= 64 - 50.2656 \\ &= 13.7344 \text{方寸} \end{aligned}$$

22. 今於直徑6丈之圓地上，築一最大方場，其餘鋪草，求此草地之面積？



[解] 以圓之直徑為
此方場之對角
線。

$$\begin{aligned} \text{因圓面積} &= \left(\frac{6}{2}\right)^2 \times 3.1416 \\ &= 9 \times 3.1416 \\ &= 28.2744 \text{方丈} \end{aligned}$$

依公式(7)

$$\text{故方場面積} = \frac{6 \times 6}{2} = 18 \text{方丈}$$

故所餘草地面積 = $28.2744 - 18 = 10.2744$
方丈

23. 今以白鐵剪成圓片。若板長30寸，寬24寸，圓片直徑為4寸，問一板至多可剪若干片？

[解]圓之直徑為4寸，故在

寬的方面可以有 $24 \text{寸} \div 4 \text{寸} = 6$ 倍

長的方面可以有 $30 \text{寸} \div 4 \text{寸} = 7$ 倍餘2寸

因此可知至多可以剪出 $6 \times 7 = 42$ 片

24. 長方形之地，周圍74丈，長與闊相差5丈，求其面積？

[解]周圍共74丈，則長與闊之和 = $74 \div 2 = 37$ 丈

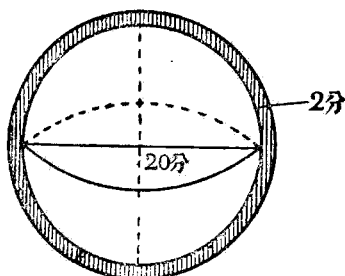
又其差為5丈，故知長 = $(37 + 5) \div 2 = 21$ 丈

闊 = $(37 - 5) \div 2 = 32 \div 2 = 16$ 丈

故所求面積 = $21 \times 16 = 336$ 方丈

25. 有直徑2寸之木球，用厚2分之鐵裹之，問需鐵若干立方分？

【解】



木球裹鐵後之直徑 = $20 + 2 \times 2 = 24$ 分

$$\begin{aligned} \text{木球之體積} &= \frac{1}{6} \times (20)^3 \times 3.1416 \\ &= 4188.8 \text{立方分} \end{aligned}$$

木球與所裹鐵片之體積

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{6} \times (24)^3 \times 3.1416 \\ &= 7238.2464 \text{立方分} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{則所需之鐵} &= 7238.2464 - 4188.8 \\ &= 3049.4464 \text{立方分} \end{aligned}$$

26. 直徑8寸之球，鍍以1寸厚之銅，若銅每立方寸值銀2角5分，問鍍費若干？

$$\begin{aligned} \text{【解】銅之體積} &= \frac{1}{6} \times (8 + 1 \times 2)^3 \times 3.1416 \\ &\quad - \frac{1}{6} \times (8)^3 \times 3.1416 \end{aligned}$$

$$= 523.6 - 268.0832 = 255.5168 \text{ 立方寸}$$

$$\text{故鍍費} = 2.5 \times 255.5168 = 638.792 \text{ 角}$$

$$= 63 \text{ 元 } 8 \text{ 角 } 7 \text{ 分 } 9 \text{ 厘 } 2 \text{ 毫}$$

【習題】

1. 有一三角形，其面積為48方寸，底邊長12寸，求其高為若干？
(答) 8寸。
2. 梯形之二底，為8丈及10丈，高7丈，求其面積，
(答) 63方丈。
3. 有一方紙，其每邊長7寸，剪成最大圓形，直徑多少，耗紙多少？
(答) 7寸(直徑)10.5154方寸(耗紙)
4. 有一柱體，其底邊為4寸，由底邊至角頂之高為3寸，柱體高10寸，求其體積。
(答) 60立方寸。
5. 皮球之直徑為8寸，皮厚4分，問能容空氣若干？
(答) 229.3478立身寸。

(十五)乘方與開方

【前言】乘方係將一數自乘數次，以求其積的方法。

$$\text{例如}(5)^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125。(4)^2 = 4 \times 4 = 16$$

在 $(5)^3$ 中，3叫做指數，即表示自乘3次的意思。125和16叫做積。

開方係將一數，求其自乘因數的一種方法。換言之，就是把乘方所得積，用開方將他分開，求牠自乘的數目。例如 $\sqrt[3]{125} = 5$ ， $\sqrt[2]{16} = 4$ ，乃表示125是5自乘3次的積。16是4自乘2次的積。 $\sqrt{\quad}$ 叫做根號， $\sqrt[3]{125}$ 的3， $\sqrt[2]{16}$ 的2，是表示開2次方和3次方的意思。

普通 $\sqrt{\quad}$ 常寫作 $\sqrt{\quad}$ ，不把2寫出來，以求簡便。

在這裏講的開方方法有二種，一種是開平方（即二次方），一種是開立方（即三次方），雖開4次方5次方7次方等等亦可能，但極複雜，在高等算學裏面是用級數和對數的方法去計算的。

(1) 乘方問題

1. $(8)^4 = ?$

[解] $(8)^4 = 8 \times 8 \times 8 \times 8 = 4096。$

2. $(96)^2 = ?$

[解] $(96)^2 = 96 \times 96 = 9216$

3. $(0.9)^2 = ?$

[解] $(0.9)^2 = 0.9 \times 0.9 = 0.81。$

4. $(0.003)^3 = ?$

[解] $(0.003)^3 = 0.003 \times 0.003 \times 0.003$
 $= 0.000000027.$

【習題】

1. 有兵若干,列成方陣,每邊有兵970人,問共有兵若干?

(答) 940,900人。

2. $(0.49)^3 = ?$

(答) 0.117649.

(2) 開平方問題

【定理】

1. 從整數個位起,向左每兩位分做一段,倘有小數,則從小數點起,向右每兩位分做一段,倘分到最後,祇有一位,則用0補成一段。
2. 先求首段之平方數,記於上方,是為答數之第一位。
3. 從首段數減去答數第一位之平方數,并移下第二段數字,以求答數第二位。
4. 將答數第一位加0,變成十位數,再乘2,將所得之積,用嘗試法,以求答數第二位。
5. 決定開方答數第二位後,書於上方,並將此數與2乘加0後之答數第一位所得之積相加,所

得之和，與答數第二位相乘，書於首段餘數及第二段移下之數字下，並求其差。

6. 移下第三段數字，與上述之差併合，以求第三位答數。
7. 將答數第一位及第二位併合成之二位數加 0 變成百位數，再乘 2，將所得之積，用嘗試法，以求答數第三位，其演算法同前。其餘以此類推。
8. 有小數者，答數之小數點恆與被開方數之小數點對齊。倘有餘數，可加圈後計算，惟每次須加二個，湊成一段。

【例題】

$$1. \sqrt[2]{58564} = ?$$

[解]

$2 \times 20 = 40$	2	4	2	
$+ 4$	5	8	5	6
44	4			
	1	8	5	
$24 \times 20 = 480$	1	7	6	
$+ 2$		9	6	4
482		9	6	4

$$\therefore \sqrt[2]{58564} = 242.$$

$$2. \sqrt[2]{22.6576} = ?$$

[解]

	4.	7	6
$40 \times 2 = 80$	22.	65	76
$+7$	16		
<hr/>	6	65	
87	6	09	
<hr/>		56	76
$470 \times 2 = 920$		56	76
$+6$			
<hr/>			
946			

$$\therefore \sqrt{22.6576} = 4.76$$

3. $\sqrt{9.625} = ?$

[解]

	3.	1	0	2
$30 \times 2 = 60$	9.	02	00	00
$+1$	9			
<hr/>	6	2		
61	6	1		
<hr/>	1	5000		
$310 \times 2 = 620$	1	2404		
$3100 \times 2 = 6200$	1	2404		
$+2$				
<hr/>	6202			
6202				

$$\therefore \sqrt{9.625} = 3.102(\text{強})$$

4. $\sqrt{0.0000037249} = ?$

[解]

$10 \times 2 = 20$	0.	0	0	0	1	9	3
$\quad + 9$	0.	0	0	0	0	3	7
$\quad \underline{29}$					1		
$190 \times 2 = 380$					<u>2 7 2</u>		
$\quad + 3$					2 6 1		
$\quad \underline{383}$					<u>1 1 4 9</u>		
					1 1 4 9		
					<u>1 1 4 9</u>		

$$\therefore \sqrt{0.0000037249} = 0.00193$$

5. $\sqrt{18} = ?$

$40 \times 2 = 80$	4.	2	4	2	6
$\quad + 2$	1	8	0	0	
$\quad \underline{82}$					
$420 \times 2 = 840$					
$\quad + 2$					
$\quad \underline{842}$					
$4240 \times 2 = 8480$					
$\quad + 2$					
$\quad \underline{8482}$					
$42420 \times 2 = 84840$					
$\quad + 6$					
$\quad \underline{84846}$					

$$\therefore \sqrt{18} = 4.2426(\text{強})$$

6. $\sqrt{12,313,081} = ?$

[解]

$30 \times 2 = 60$	3	5	0	9
$\quad + 5$	12	31	30	81
$\hline 65$	9			
$350 \times 2 = 700$		331		
$3500 \times 2 = 7000$		325		
$\quad + 9$			63081	
$\hline 7009$			63081	

$$\therefore \sqrt{12,313,081} = 3,509$$

7. 有若干人，各給月費若干，而人數與每人所得之洋數相等，共付洋36252元1角6分，求人數與每人所得洋數。

[解]因每人所得洋數 \times 人數 $=$ 36252元1角6分而每人所得洋數 $=$ 人數

則(人數) $^2 = 3625216$ 分

$$\therefore \text{人數} = \sqrt{3625216} = 1904$$

每人所得洋數 $=$ 1904分， $=$ 19元4分

8. 某數以其 $\frac{1}{3}$ 乘之，得2187，求某數？

[解]因(某數) $\times \frac{1}{3}$ (某數) $= \frac{1}{3}$ (某數) $^2 = 2187$

則(某數) $^2 = 2187 \times 3 = 6561$

某數 $= \sqrt{6561} = 81$

9. 某數之3倍與5倍之乘積爲10140,求某數?

[解]因 $3(\text{某數}) \times 5(\text{某數}) = 10140$

$$\text{則 } 15(\text{某數})^2 = 10140$$

$$(\text{某數})^2 = 10140 \div 15 = 676$$

$$\text{某數} = \sqrt{676} = 26$$

10. 有棋子363顆,列成長方形,縱列是橫列的三倍,求縱橫列的顆數?

[解]因縱列是橫列的3倍,即 $3 \times (\text{橫列})$

$$\text{則橫列} \times \text{縱列} = \text{橫列} \times 3 \times (\text{橫列})$$

$$= 3(\text{橫列})^2 = 363$$

$$(\text{橫列})^2 = 363 \div 3 = 121$$

$$\therefore \text{橫列} = \sqrt{121} = 11 \text{顆}$$

$$\text{縱列} = 11 \text{顆} \times 3 = 33 \text{顆}$$

【習題】

1. $\sqrt{46656} = ?$ (江蘇省蘇州女師)

(答) 216。

2. 求7396的平方根 (上海市會考)

(答) 86。

3. 求148225之平方根 (河南省會考)

(答) 385。

4. $\sqrt{0.005184} = ?$

(答) 0.072。

5. $\sqrt{11.4921} = ?$
(答) 3.39。
6. $\sqrt{0.06934} = ?$
(答) 0.2633。
7. 有棋子361顆，列成正方形，求每邊之顆數若干？
(答) 19顆。
8. 某數之3倍及其2倍相乘積為146016，求某數。
(答) 156。

(3) 開立方問題

【定理】

1. 從整數個位起，向左每三位分做一段。倘有小數，則從小數點起，向右每三位分做一段；倘分到最後，祇有一位或兩位，則用0補成一段。
2. 先求首段之立方數，記於上方，是為答數之第一位。
3. 從首段數，減去答數第一位之立方數，并移下第二段數字，以求答數第二位。
4. (a) 將第一位答數加0，變成十位數，平方之再乘3，所得之積，用嘗試法求第二位答數。(b)

將加 0 後之第一位答數乘第二位答數再乘 3，
 (c) 將第二位答數平方之，(d) 最後將(a)，
 (b)，(c) 所求得之值相加；所得之和，與答數
 第二位相乘，書於首段餘數及第二段移下之
 數字下，並求其差。

5. 移下第三段數字，與上述之差併合，以求第三
 位答數。
6. 將答數第一位及第二位併合成之二位數加
 0，變成百位數，平方之，再乘 3，所得之積，用
 嘗試法以求答數第三位，其演算法同前。其餘
 以此類推。
7. 有小數者，答數之小數點恆與被開方數之小
 數點對齊。倘有餘數，可加圈後計算。惟每次
 須加三圈，湊成一段。

【例題】

1. $\sqrt[3]{51205870} = ?$

〔解〕

$(30)^2 \times 3 = 2700$	3	1	5	
$30 \times 1 \times 3 = 90$	2	7		2
$1^2 = 1$			5	5
2791			8	7
$(310)^2 \times 3 = 288300$	4	2	5	5
$310 \times 5 \times 3 = 4650$	2	7	9	1
$5^2 = 25$			1	4
292975			4	8
			8	7
			7	5
			5	5

$$\therefore \sqrt[3]{31255875} = 315$$

2. $\sqrt[3]{45.499293} = ?$ (北平市立高中)

〔解〕

$(30)^2 \times 3 = 2700$	3	.	5	7	
$30 \times 5 \times 3 = 450$	4	5		4	9
$(5)^2 = 25$			9	9	
3175			2	9	3
$(350)^2 \times 3 = 367500$	1	8	4	9	9
$350 \times 7 \times 3 = 7350$	1	5	8	7	5
$(7)^2 = 49$			2	6	2
374899			4	2	9
			2	4	3
			2	4	3

$$\therefore \sqrt[3]{45.499293} = 3.57$$

3. $\sqrt[3]{0.8} = ?$ 如有不盡根，開至小數第二位。

(江蘇省蘇州女師)

	9	2	
0.	8 0 0	0 0 0	
	7 2 9		
$(90)^2 \times 3 = 24300$		7 1 0 0 0	
$90 \times 2 \times 3 = 540$			
$(2)^2 = 4$		4 9 6 8 8	
24844		2 1 3 1 2	

$$\therefore \sqrt[3]{0.3} = 0.92(\text{強})$$

1. 求0.007077888的立方根。 (山東省四師)

	1	9	2	
0.	0 0 7	0 7 7	8 8 8	
		1		
$(10)^2 \times 3 = 300$		6 0 7 7		
$10 \times 9 \times 3 = 270$				
$(9)^2 = 81$		5 8 5 9		
651		2 1 8 8 8 8		
$(190)^2 \times 3 = 108300$				
$190 \times 2 \times 3 = 1140$				
$(2)^2 = 4$		2 1 8 8 8 8		
109444				

$$\therefore \sqrt[3]{0.007077888} = 0.192$$

5. 有立方體，其體積為1324立方尺，求其一邊之長？

[解] 因體積 = (一邊)³ = 1324立方尺

$$\therefore \text{一邊之長} = \sqrt[3]{1324} = 24\text{尺}$$

6. 有立方體之磚48756塊，今復堆為立方體，

求每邊之塊數及餘數？

〔解〕 $\sqrt[3]{48756} = 36$ 塊餘2100塊

即每邊36塊尚餘2100塊

7. 掘長147尺，寬28尺，深18尺之泥土，作一立方體，求每邊之長？

〔解〕所掘土之體積 $=147 \times 28 \times 18 = 74088$ 立方尺
而此適為立方體之體積，故

立方體每邊之長 $=\sqrt[3]{74088} = 42$ 尺

8. 鉛三塊，其體積一為152立方尺，一為168立方尺，一為192立方尺，若鎔成一立方體，問每邊長幾尺？

〔解〕體積總數 $=152 + 168 + 192 = 512$ 立方尺

每邊長 $=\sqrt[3]{512} = 8$ 尺

【習題】

- $\sqrt[3]{21952} = ?$
(答) 28。
- $\sqrt[3]{5088448} = ?$
(答) 172。
- $\sqrt[3]{1.061208} = ?$
(答) 1.02。
- $\sqrt[3]{0.6} = ?$
(答) 0.843(強)。

5. 有四數，每三數之乘積爲120, 210, 140, 168, 求各數。

【提示】 $(甲乙丙) \times (乙丙丁) \times (甲丙丁) \times (甲乙丙丁) = (甲乙丙丁)^3 = 120 \times 210 \times 140 \times 168,$
 (答) 甲=4, 乙=5, 丙=6, 丁=7。

6. 有某數，其數與其 $\frac{1}{3}$ 及其 $\frac{1}{2}$ 相乘積爲147456, 求某數
 (答) 96。

(4) 方陣問題

【公式】

實心方陣：

$$\text{總人數} = (\text{每邊人數})^2 \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{每邊人數} = \sqrt{\text{總人數}} \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{某一層每邊人數} + 2 = \text{該層外面一層之每邊人數} \dots\dots\dots (3)$$

$$\text{某一層人數} = (\text{該層每邊人數} - 1) \times 4 \dots\dots\dots (4)$$

空心方陣：

$$\begin{aligned} \text{總人數} &= (\text{實陣外層每邊人數})^2 \\ &\quad - (\text{實陣外層每邊人數} - 2) \times \text{實陣} \end{aligned}$$

$$\text{層數})^2 \dots\dots\dots (5)$$

【例題】

1. 有兵士256人，排成一個實心方陣，

問外層共有幾人？

〔解〕依公式(2)及(3)

$$\text{每邊人數} = \sqrt{256} = 16 \text{人}$$

$$\text{外層人數} = (16 - 1) \times 4 = 60 \text{人}$$

2. 有兵若干，排為厚三層之中空方陣，但知最外層每邊人數為40人，求兵數。

〔解〕倘為實心方陣則依公式(1)

$$\text{總人數} = (40)^2 = 1600 \text{人}$$

但為空心方陣，則需減中空之人數

依公式(3)每進一層，則每邊人數少2，今方陣厚3層，

$$\text{故中空處每邊人數為} (40 - 2 \times 3) = 34 \text{人}$$

$$\text{則中空處人數} = (34)^2 = 1156 \text{人}$$

$$\text{空心方陣兵數} = 1600 - 1156 = 444 \text{人}$$

書成總式

$$\begin{aligned} \text{兵數} &= (40)^2 - (40 - 2 \times 3)^2 = 1600 - 1156 \\ &= 444 \text{人} \end{aligned}$$

這就是公式(5)

3. 有兵士169列，每列4人，今欲改為方陣，問每邊人數若干？

〔解〕兵士總數 = $4 \times 169 = 676$ 人

每邊人數 = $\sqrt{676} = 26$ 人

4. 有兵士一隊，列為中空方陣，每邊外面一列為 970 人，厚 9 人，若改為實心方陣，問其最外面一列人數為幾何？

〔解〕依公式(15)

$$\begin{aligned} \text{兵數} &= (970)^2 - (970 - 9 \times 2)^2 \\ &= 940900 - 906304 = 34596 \text{ 人} \end{aligned}$$

故若列為實心方陣，最外面一列人數為

$$\sqrt{34596} = 186 \text{ 人}$$

【習題】

1. 有兵若干人，排成空心方陣，最外一層，每邊 32 人，共排 4 層，求兵數。

(答) 448 人。

兩軍演習，藍軍將白軍圍在核心，兩軍皆列成方形，現知白軍人數為 5776 人，藍軍最外層每邊為 28 人，問藍軍圍白軍幾層，藍軍共有若干人？

(答) 3 層，948 人。

